HAL
open science

Modélisation du film lubrifiant dans la zone d'entrée, pour la lubrification par émulsion en laminage à froid.

Stéphane Cassarini

To cite this version:

Stéphane Cassarini. Modélisation du film lubrifiant dans la zone d'entrée, pour la lubrification par émulsion en laminage à froid.. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007. Français. NNT : . tel-00180820

HAL Id: tel-00180820

https://pastel.hal.science/tel-00180820

Submitted on 22 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris
Ecole Doctorale de Nice n°364
Sciences Fondamentales et Appliquées

N° attribué par la bibliothèque

|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

Pour obtenir le grade de
Docteur Ingénieur de l'Ecole des Mines de Paris
Spécialité «Génie des Matériaux»

Présentée et soutenue publiquement par

Stéphane Cassarini

Soutenue le 8 février 2007

MODELISATION DU FILM LUBRIFIANT DANS LA ZONE D'ENTREE POUR LA LUBRIFICATION PAR EMULSION EN LAMINAGE A FROID

Directeur de thèse : Pierre Montmitonnet

Jury :

Mme Adler Michèle	Examinatrice
M. Fillon Michel	Rapporteur
M. Vergne Philippe	Rapporteur
M. Prat Marc	Rapporteur
M. Ponthot Jean-Philippe	Examinateur
M. Montmitonnet Pierre	Directeur de thèse
M. Laugier Maxime	Tuteur industriel

A G. Y.

SOMMAIRE

Sommaire p. 7

Introduction p. 11

Chapitre 1 : Etude Bibliographique p. 19

Plan p. 21

Introduction p. 23

I. Connaissances globales des scientifiques et lamineurs en huile entière p. 23
1. Trois régimes de lubrification p. 23
2. Elasto-Hydrodynamique (EHD) et Plasto-Hydrodynamique (PHD) p. 31
3. Evolution du frottement en fonction de la vitesse p. 34
4. Conclusion p. 37

II. Paramètres influençant la lubrification par émulsion p. 39
1. Influence de la vitesse p. 39
2. Influence du taux initial d'huile p. 43
3. Influence de la taille des gouttes d'huile p. 45
4. Influence de la chimie p. 46
5. Conclusion p. 50

III. Modèles p. 51
1. Modèle à viscosité efficace p. 51
2. Modèle de Szeri p. 54
3. Modèle de Wilson p. 62
4. Modèle de sous-alimentation p. 72
5. Conclusion p. 76

Conclusion p. 77

Chapitre 2 : Entrée de l'eau ou modélisation des phénomènes hydrodynamiques p. 79

Plan p. 81

Introduction p. 83

I. Mise au point du modèle numérique sur le cas monophasique p. 83
1. Contact cylindre/plan p. 83
2. Zone d'entrée en laminage p. 101
3. Conclusion p. 110

II. Modèle diphasique de Wilson p. 111
1. Modèle : interaction des flux et huile piézo-visqueuse p. 111
2. Conditions aux limites p. 111
3. Méthodes de résolution p. 112
4. Résultats et discussion en laminage p. 114

5. Première tentative de simplification ---- p. 121
6. Deuxième tentative de simplification ---- p. 122
7. Analyse de h_{cp} et U_{c2} ---- p. 123
8. Etude paramétrique ---- p. 125
9. Conclusion ---- p. 130

III. Modèle diphasique de Szeri ---- p. 131
1. Equations de Szeri ---- p. 131
2. Méthode de résolution ---- p. 132
3. Position du ménisque ---- p. 133
4. Résultats du modèle ---- p. 135
5. Comparaison Szeri-Wilson ---- p. 137
6. Modèle de Szeri lorsque r_g<<h ---- p. 137

IV. Modèle couplé Szeri-Wilson ---- p. 143
1. Présentation ---- p. 143
2. Continuité des modèles ---- p. 143
3. Résultats ---- p. 144
4. Comparaison : modèle de Szeri et modèle couplé Szeri – Wilson ---- p. 144
5. Comparaison : modèle de Wilson et modèle couplé Szeri – Wilson ---- p. 145

Conclusion ---- p. 146

Chapitre 3 : Décroissance ou dégradation du plate-out ---- p. 147

Plan ---- p. 149

Introduction ---- p. 151

I. Comment améliorer la physique du modèle hydrodynamique ---- p. 152
1. Amorce du mécanisme de Wilson ---- p. 152
2. Intégrité des piliers ---- p. 152
3. Conclusion ---- p. 157

II. Le plate-out ---- p. 159
1. Formation du plate-out ---- p. 159
2. Destruction du plate-out ---- p. 167
3. Couplage Plate-out – Szeri – Wilson ---- p. 170
4. Conclusion ---- p. 174

Conclusion ---- p. 175

Conclusion et perspectives ---- p. 177

Bibliographie ---- p. 185

Annexe ---- p. 191

INTRODUCTION

Introduction

Pour pouvoir être utilisé par les emboutisseurs, l'acier coulé en brame doit être réduit en épaisseur. C'est précisément le rôle des laminoirs que de transformer ces brames (d'épaisseur ~200 mm) en produits plats (dont l'épaisseur est inférieure au mm).

Les laminoirs sont des bâtis en acier appelés cages dans lesquels, deux cylindres tournant en sens inverse vont entraîner la tôle, l'écraser et la réduire en épaisseur. La réduction de la tôle se fait par passage de celle-ci à travers une série de cages appelée train (fig. n°0.1) : chaque cage réduisant un peu plus la tôle en formation jusqu'à ce que l'épaisseur visée soit atteinte.

Figure n°0.1 : train de laminage. La tôle est progressivement réduite en épaisseur par passage de celle-ci dans les différentes cages constitutives du train.

Dans le laminage il faut distinguer le laminage à chaud (800 - 1200 °C) qui intervient directement sur les pièces coulées de grande épaisseur, du laminage à froid (T < 200 °C) situé en bout de chaîne. Les capacités de déformation de l'acier étant bien supérieures à chaud qu'à froid, l'essentiel de la réduction se fait lors du laminage à chaud.

L'épaisseur des tôles à laminer à froid est comprise entre 1,5 mm et 6 mm. L'épaisseur finale demandée est de 0,5 mm à 0,8 mm pour les tôles destinées aux constructeurs automobiles. Pour les tôles relaminées, constitutives des boîtes boisson, l'épaisseur finale est de 0,17 mm. En laminage à froid, le train étant généralement constitué de quatre à cinq cages, la réduction par passe varie de 20 % à 40 %.

Il faut remarquer qu'en laminage à froid, les pressions requises pour déformer la tôle sont relativement grandes. Elles doivent en effet être supérieures à la contrainte d'écoulement de l'acier constitutif de la tôle, dont la valeur s'échelonne de 2.10^8 Pa à 6.10^8 Pa pour les aciers usuels.

Dans l'industrie, les vitesses de laminages sont comprises entre 1 $m.s^{-1}$ et 30 $m.s^{-1}$ au maximum. Lors de la phase de démarrage, la vitesse prend toutes les valeurs, de 0 $m.s^{-1}$ à la valeur que l'on souhaite atteindre, comprise entre 1 $m.s^{-1}$ et 30 $m.s^{-1}$.

De l'huile entière à l'émulsion …

Le lubrifiant joue un rôle fondamental dans le procédé de laminage, tant au niveau de la qualité du produit obtenu, qu'en ce qui concerne la durée de vie de l'outil [1]. Aussi les hommes n'ont eu de cesse, à travers les âges, d'améliorer ses qualités ; Combinant les produits, testant les huiles, de toute provenance et de toute nature : animale, végétale, minérale… A force de recherche et d'essais, le lubrifiant, initialement d'huile entière, est devenu émulsion, pour le laminage de l'acier, durant la seconde moitié du 20ème siècle.

La lubrification, par émulsion d'huile dans l'eau, a ceci d'exceptionnel, qu'elle combine le caractère lubrifiant de l'huile et le haut pouvoir réfrigérant de l'eau.

Qu'est-ce qu'une émulsion ?

Une émulsion d'huile dans l'eau est une dispersion de gouttelettes d'huile dans l'eau, stabilisées par un tensioactif.

Dans le sens où l'huile et l'eau n'ont pas le même pouvoir lubrifiant, le taux d'huile du lubrifiant-émulsion doit être le même, au cours du temps, dans tout le circuit d'alimentation. Si cette condition de constance n'est pas respectée, le liquide envoyé sur la tôle et les cylindres sera tantôt plus chargé en huile tantôt plus chargé en eau. En conséquence le système (s'il se trouve en état de sous-alimentation) est suivant le cas plus ou moins bien lubrifié. Pour un procédé industriel comme le laminage à froid, où ce qui se passe dans une cage est automatiquement répercuté sur la cage aval, (et ainsi de suite tout au long du train) induire de telles instabilités serait tout à fait intolérable. Comme l'eau et l'huile ne sont pas miscibles, pour atteindre la constance requise, la solution consiste précisément à rendre le mélange eau – huile macroscopiquement homogène. C'est tout le rôle du tensioactif que d'y parvenir.

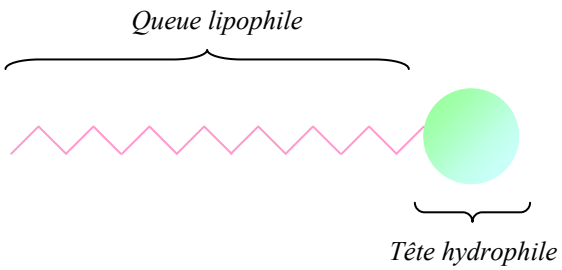


Figure n°0.2 : une molécule amphiphile est constituée d'une partie hydrophile et d'une partie lipophile.

Un tensioactif est une molécule amphiphile dont la particularité est de présenter une partie hydrophile (la tête) et une partie lipophile (la queue) : fig. n° 0.2.

Lorsqu'un tensioactif est additionné à un mélange eau – huile, la phase minoritaire se voit réduite sous forme de gouttes dans la phase majoritaire (fig. n°0.3-a). Ceci afin de minimiser les répulsions : les têtes hydrophiles sont au contact de l'eau alors que les queues lipophiles sont au contact de l'huile (fig. n°0.3-b). Pour les faibles taux d'huile utilisés en laminage, l'huile va donc constituer, dans tout le système d'alimentation, la phase discontinue alors que l'eau sera la phase continue.

La taille des gouttes d'huile (comprise entre 0,1 et 10 µm [2]) dépend de paramètres chimiques : la nature de la tête du tensioactif (ionique ou non), la longueur de la chaîne

carbonée (queue), le pH de la solution… Mais aussi de paramètres purement physiques comme la puissance avec laquelle la solution est cisaillée.

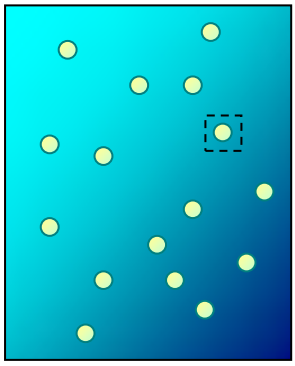


Figure n°0.3 - a : L'huile, sous forme de gouttes est la phase discontinue, tandis que l'eau majoritaire est la phase continue.

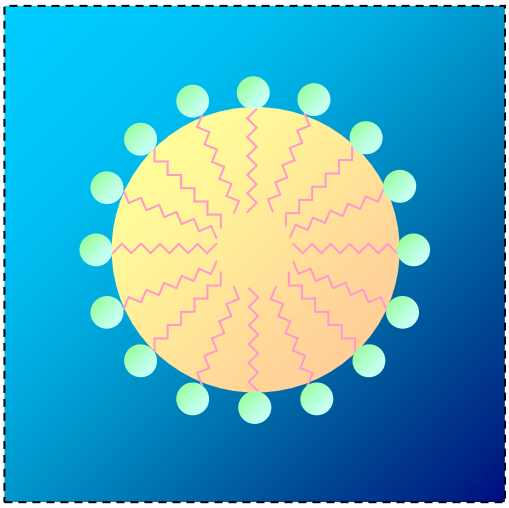


Figure n° 0.3 - b : la partie lipophile du tensioactif est au contact de l'huile et la partie hydrophile au contact de l'eau. Cet agencement abaisse les tensions de surfaces et permet à l'huile de se disperser sous forme de gouttelettes dans le volume d'eau

Gain de productivité et grande capacité calorifique…

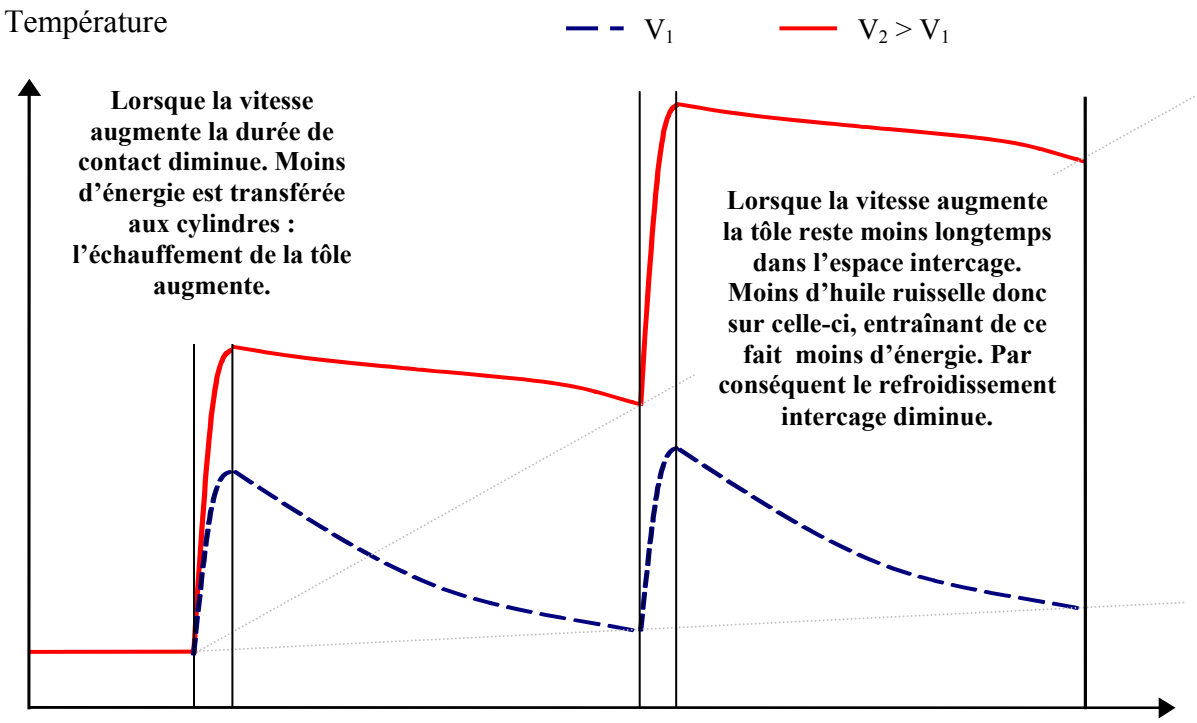


Figure n°0.4 : Evolution de la température de l'huile entière, le long du train de laminage. Avec l'augmentation de la vitesse, l'énergie libérée lors de la déformation plastique de la tôle sera moins efficacement absorbée par les cylindres (lors du contact) et par le lubrifiant (lors du parcours de la distance intercage).

Pour toute autre condition inchangée par ailleurs, le frottement diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du film lubrifiant. Or en régime hydrodynamique, cette épaisseur est proportionnelle à la viscosité du lubrifiant [3]. Dans le sens où la viscosité d'un liquide décroît lorsque la température augmente [4] il convient, pour assurer une bonne lubrification, de contrôler la température.

Lorsque la tôle est laminée, il y a déformation plastique, libération d'énergie thermique et échauffement de la tôle [5]. Si la vitesse est modérée (V_1), la tôle a le temps de se refroidir : d'une part lorsqu'elle parcourt l'espace intercage, d'autre part en transmettant aux cylindres (lors du contact) une fraction importante de l'énergie ainsi libérée. Par conséquent, les variations de température sont modérées : la viscosité et les capacités du lubrifiant restent donc inchangées (fig. n°0.4).

Or, face à une concurrence de plus en plus drastique, ainsi qu'une hausse constante de la demande en produits plats, des vitesses de laminage toujours plus élevées ont été imposées. Cependant, à grande vitesse (V_2), la tôle reste moins longtemps dans l'espace intercage et la durée du contact diminue. Ainsi, l'absorption de l'énergie, par le lubrifiant aspergé en excès (lorsque la tôle parcourt la distance intercage) et par les cylindres (lors du contact) diminuent fortement. Lors des déformations plastiques successives, l'huile s'échauffe, sa viscosité s'effondre, ainsi que ses capacités lubrifiantes.

Avec une émulsion d'huile dans l'eau (fig. n°0.5), l'augmentation de la température le long du train de laminage est moindre. En effet, sa capacité calorifique, égale à celle de l'eau ($C_{p,liq.}^{eau} = 4186 J.kg^{-1}.K^{-1}$) bien supérieure à celle de l'huile entière ($C_p^{huile} \approx 2000 J.kg^{-1}.K^{-1}$) permet un refroidissement inter-cage et des cylindres supérieur.

Ainsi, grâce au contrôle de la température, la lubrification par émulsion permet de laminer à des vitesses qui ne pourraient être atteintes par un lubrifiant d'huile entière.

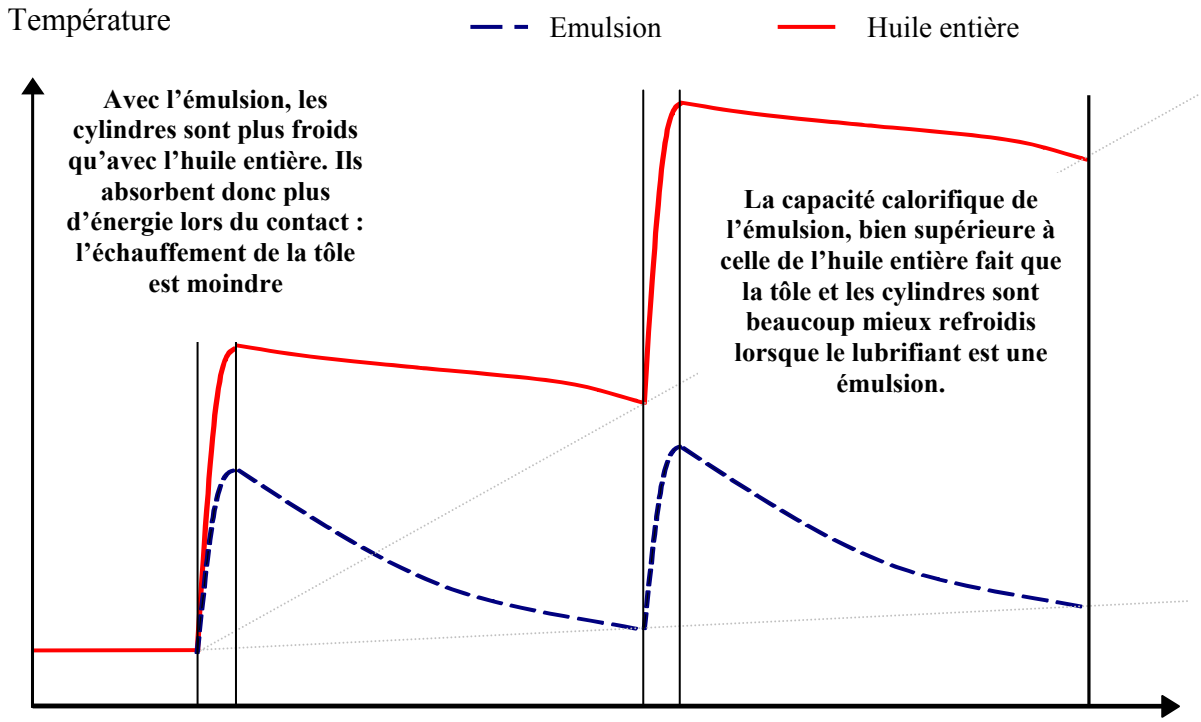


Figure n°0.5 : Evolution de la température de l'émulsion et de l'huile entière, le long du train de laminage. Avec l'huile entière, l'énergie libérée lors de la déformation plastique de la tôle sera moins efficacement absorbée par les cylindres (plus chauds) lors du contact et par le lubrifiant (de moindre capacité calorifique) en excès, lors du parcours de la distance intercage.

Comment peut-on lubrifier, avec une si faible viscosité ?

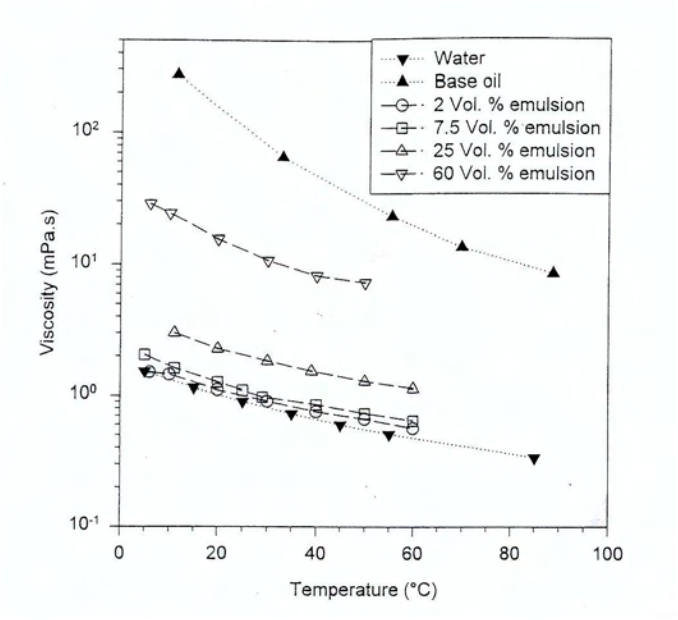


Figure n°0.6 : Quelle que soit la température, une émulsion d'huile dans l'eau (peu chargée en huile) a une viscosité proche de la viscosité de l'eau [6].

Nous avons justifié l'utilisation d'une émulsion, par le fait que celle-ci permettait un meilleur contrôle de la température, donc une moindre altération de sa viscosité. Or la viscosité d'une émulsion d'huile dans l'eau (dont le taux d'huile est faible < 2 %) - presque égale à celle de l'eau - est bien plus faible, que celle d'une huile quelconque, et ce quelle que soit sa température [6,7]. Quel est alors le mode d'action d'une émulsion d'huile dans l'eau pour la lubrification en laminage ?

Pour répondre à cette question, il nous faut répondre à cette autre : quel est le comportement d'une émulsion, qui est mise sous pression dans un convergent aux parois mobiles, dont l'une des parois est en déformation plastique ?

Cette question est essentielle. En effet, la meilleure compréhension des phénomènes autorisant ce mode de lubrification permettra de résoudre le problème industriel posé par l'utilisation des émulsions.

Le problème industriel …

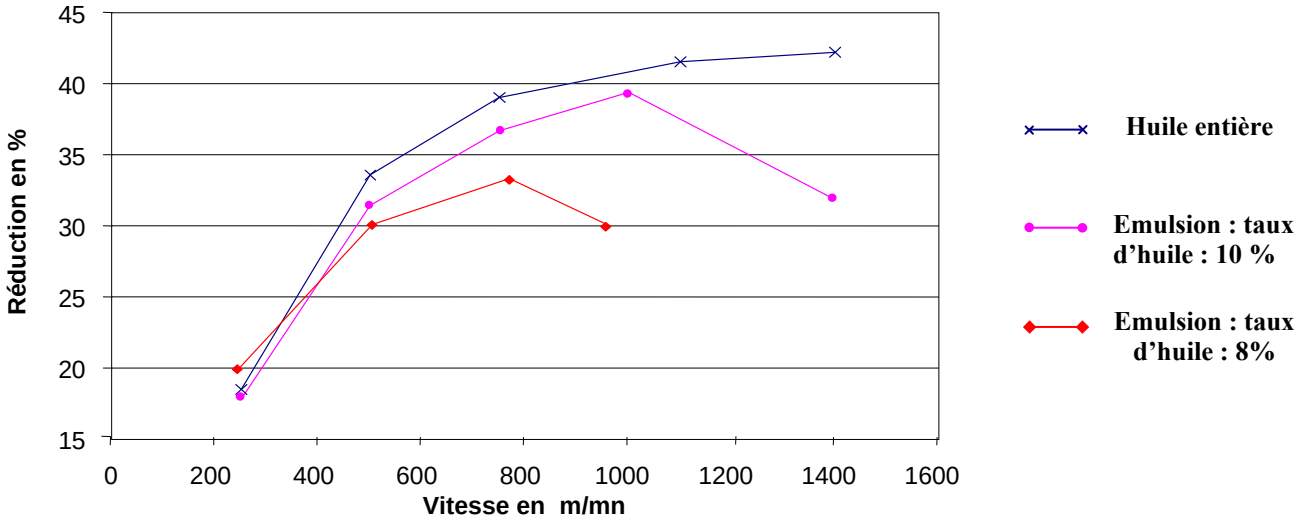


Figure n° 0.7 : Essais sur laminoir pilote à efforts de serrage imposés constants. Pour les émulsions il existe une vitesse critique (U_c), de l'ordre de 10 à 20 m.s^{-1}. Au-delà de cette vitesse critique, une hausse de la vitesse provoque une hausse du frottement. Cette vitesse critique est d'autant plus élevée que le taux d'huile initial est grand. [8]

Les essais de laminage dont les résultats sont portés en figure n° 0.7 sont réalisés avec une procédure où les efforts de serrage sont imposés constants. Le seul degré de liberté du système est la réduction en épaisseur qui devient ainsi un indicateur du niveau de frottement : la réduction est d'autant plus grande que le frottement est faible.

Cette expérience montre que pour les émulsions il existe une vitesse critique (U_c) au-delà de laquelle une hausse de la vitesse provoque une hausse du frottement. Jusqu'à cette vitesse critique, il n'y a pas de différence en terme de frottement entre l'huile entière et l'émulsion. Cette vitesse critique, manifestement sensible au taux d'huile initial est un verrou qui empêche les lamineurs de monter en vitesse et d'accroître les gains de productivité [8].

La hausse « subite » du frottement, au-delà d'une certaine vitesse critique, pourrait être imputée à un simple problème de sous-alimentation. L'expérience suivante [8] donne la quantité d'huile résiduelle (quantité d'huile restant sur la tôle après avoir été laminée) lors de l'utilisation d'une émulsion et d'une huile entière.

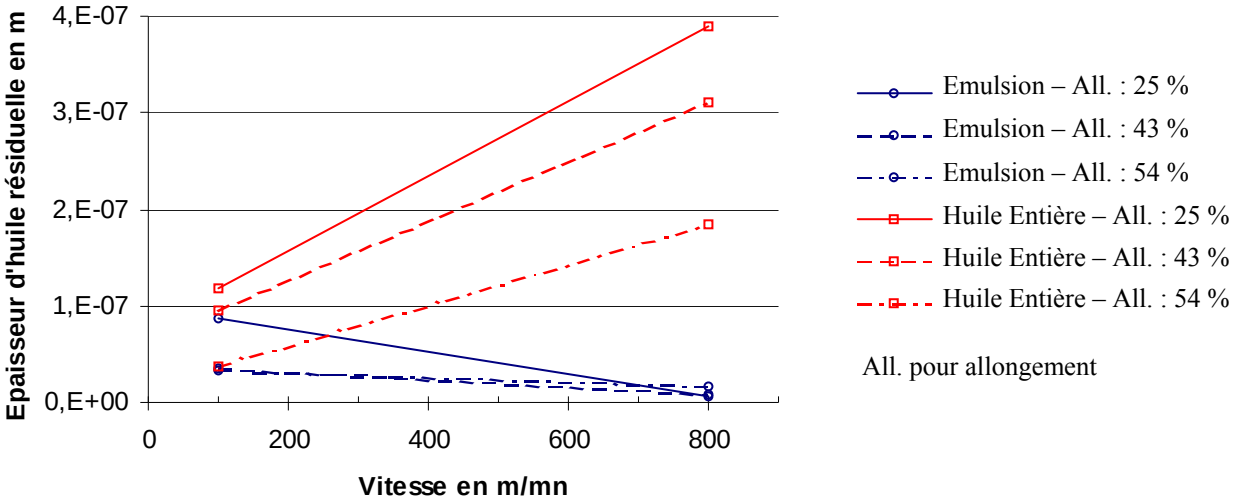


Figure n°0.8 : Lorsque le lubrifiant est de l'huile entière : La quantité d'huile passante augmente avec la vitesse, ce qui fait craindre des problèmes de surlubrification. Lorsque le lubrifiant est une émulsion : la quantité d'huile passante diminue avec l'augmentation de la vitesse, ce qui à l'inverse fait craindre des problèmes de sous-alimentation. [8]

Si les résultats sont quantitativement difficilement exploitables ils montrent (fig. n°0.8) clairement deux tendances bien différentes. Pour l'huile entière, une augmentation de la vitesse provoque une augmentation de la quantité d'huile passante. - La quantité d'huile passante est la quantité d'huile entrant dans le contact. Ici, on admet que la quantité d'huile résiduelle est égale à la quantité d'huile passante - Ceci fait qu'aux hautes vitesses il y a un risque de patinage. Pour les émulsions ce risque est écarté puisque, au contraire, une augmentation de la vitesse provoque une diminution de la quantité d'huile passante. La hausse du frottement peut ainsi légitimement être envisagée comme une conséquence directe d'une sous-alimentation trop sévère.

La résolution de ce problème nécessite la connaissance pleine et entière (théorique et/ou empirique) de la partie mécanique de la formation des films lubrifiants ainsi qu'une bonne appréhension des phénomènes et facteurs influents.

Afin d'atteindre cet objectif ultime, la démarche progressive, étalée sur plusieurs années a été la suivante. Dans un premier temps, Nicolas Marsault [9] a développé un modèle de laminage complet qui traite le problème de lubrification en huile pure dans le cadre du régime mixte. En

intégrant et simplifiant de manière judicieuse les équations de Nicolas Marsault, Antoine Stéphany [10] a permis de rendre plus stable le dit modèle.
Le but de la présente thèse est donc de modéliser ce qui se passe dans le domaine d'alimentation, c'est à dire toute la zone située en amont de l'endroit où la tôle commence à se déformer plastiquement : ceci en vue de permettre à terme au modèle Marsault-Stéphany de donner des résultats en émulsion.

Mécanismes et modélisation …

Le film lubrifiant a en fait deux origines : D'une part une quantité d'huile amenée par les parois formant un film dénommé «plate-out », d'autre part une composante hydrodynamique.

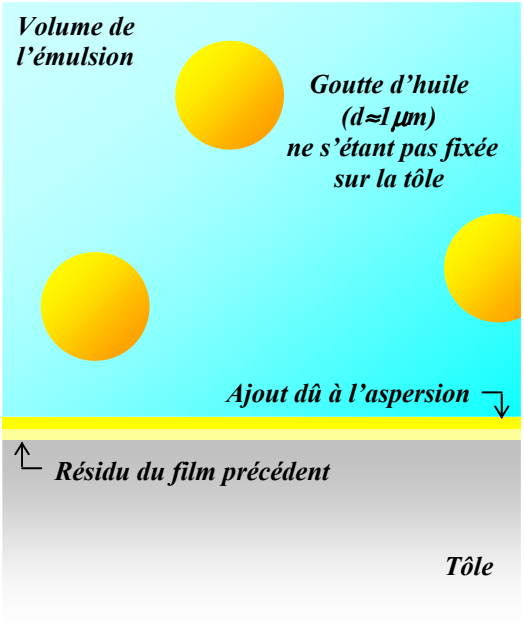


Figure n°0.9 : Le plate-out, un film d'huile aux origines diverses.

Le plate-out : (fig. n°0.9) est un film d'huile aux origines diverses qui recouvre la tôle, et ce, avant même que celle-ci n'entre dans l'emprise, c'est à dire, bien avant que ne se mettent en place les mécanismes hydrodynamiques. Ce film est en partie constitué d'un reliquat du film déposé sur la tôle lors du passage de celle-ci dans la cage précédente. L'autre partie constitutive de ce film vient de l'aspersion. Lors de l'aspersion de l'émulsion, quelques gouttes d'huile peuvent se fixer sur la tôle, à la condition qu'elles aient suffisamment d'énergie pour traverser le film d'émulsion la recouvrant. Une partie de ce document (voir chapitre n°3) sera consacrée à l'évaluation de la quantité d'huile ainsi emmenée dans le convergent.

La composante hydrodynamique : (fig. n°0.10) la progression du liquide (homogène ou non) dans le convergent fait croître la pression, créant ainsi un gradient de pression. Dans ce processus, l'essentiel de l'émulsion initialement entraînée va être rejeté vers l'amont. Or l'huile et l'eau sont deux liquides aux viscosités bien différentes. Cette différence de viscosité, sous l'effet de ce gradient de pression va induire une différence de mobilité. Par conséquent, l'eau, moins visqueuse donc plus rapide, sera préférentiellement éjectée du contact. Ce départ majoritaire du liquide le moins visqueux aura pour conséquence une augmentation du taux d'huile.

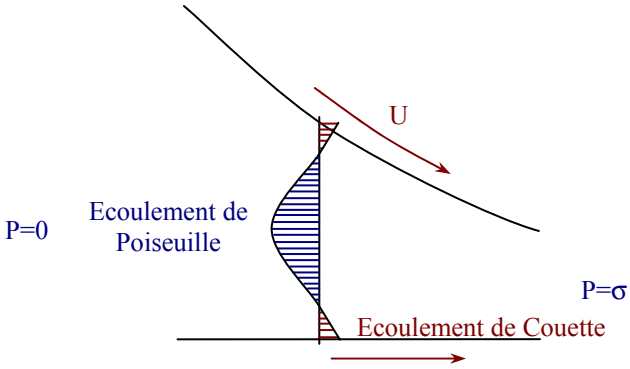


Figure n°0.10 : Schématisation de l'emprise. Visualisation de l'influence de la pression et de la vitesse des parois sur l'écoulement du fluide.

Dans la littérature, deux visions, l'une défendue par Szeri, l'autre par Wilson peuvent être mises en concurrence. Szeri [11], considérant que la taille des gouttes d'huile est négligeable devant celle de l'entrefer, s'attache essentiellement à décrire les interactions existant entre les deux fluides présents. Wilson [12], faisant l'hypothèse strictement inverse, s'attache quant à lui à considérer avant tout les interactions entre les gouttes d'huile et les parois.

Réalisations …

L'analyse portera sur la zone d'entrée en laminage définie comme l'espace située en amont de l'endroit où la tôle commence à se déformer.

Dans le sens où les vitesses industrielles sont comprises entre 1 $m.s^{-1}$ et 30 $m.s^{-1}$, la fenêtre d'étude sera généralement comprise entre 0,1 $m.s^{-1}$ et 100 $m.s^{-1}$. On pourra ainsi voir, d'une part si le modèle retrouve les résultats connus pour $U<30$ $m.s^{-1}$. D'autre part s'il est en mesure de mettre en évidence un phénomène susceptible d'expliquer la hausse du frottement qui survient pour des vitesses supérieures à 20 – 30 $m.s^{-1}$.

Dans un premier temps, et de manière naturelle, une étude bibliographique a été réalisée. L'objectif était double : d'une part, cerner les paramètres influents à travers les nombreux résultats expérimentaux recensés ; D'autre part, voir quels étaient les différents modèles disponibles se proposant de retrouver par le calcul, les grandes tendances de ce mode de lubrification.

Il nous a semblé opportun de travailler sur l'aspect hydrodynamique du problème. Dans le sens où toutes les équations de tous les modèles proposés dérivent de l'équation de Reynolds [13], nous nous sommes bien évidemment intéressés à cette équation ; Avec un intérêt d'autant plus grand, que la résolution de l'équation de Reynolds était annoncée par la littérature [14] comme pouvant dans certains cas s'avérer des plus ardues.

Dans la littérature, concernant le problème hydrodynamique, deux modèles, celui de Wilson et de Szeri semblaient réellement intéressants. Et ce, bien qu'ils aient du problème des approches radicalement différentes. Après avoir étudié l'un et l'autre de ces deux modèles, après les avoir comparés, une tentative de réconciliation a été initiée dans le cadre du développement d'un modèle couplé Szeri-Wilson . Les résultats du modèle sont des plus intéressants car ils donnent sur l'origine du problème industriel (énoncé précédemment) une hypothèse d'explication des plus originale : l'eau n'aurait pas la possibilité d'entrer dans le contact et ce, jusqu'à des vitesses relativement élevées (typiquement de l'ordre de 20 $m.s^{-1}$). Ce serait alors l'entrée de l'eau, de plus en plus massive, avec l'augmentation de la vitesse qui serait à l'origine des problèmes de lubrification …

Afin d'être complet il convenait de ne pas laisser pour compte une composante a priori non négligeable dans la formation du film lubrifiant : le plate-out. Ainsi, une analyse sommaire recensant les grandes questions a été initiée. Ce travail, visant à dégrossir le problème, permet d'évaluer l'ampleur du déficit des connaissances en la matière, et de donner quelques pistes d'études que l'on veut croire intéressantes.

CHAPITRE 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Introduction p. 23

I. Connaissances globales des scientifiques et des lamineurs en huile entière p. 23

1. Trois régimes de lubrification p. 23

1.1. Régime hydrodynamique p. 23
1.1.1. Présentation p. 23
1.1.2. Problème de patinage p. 24
1.1.3. Equation de Reynolds p. 26

1.2. Régime limite p. 29
1.2.1. Présentation p. 29
1.2.2. Influence de la chimie p. 30

1.3. Régime mixte p. 30

2. Elasto-Hydrodynamique (EHD) et Plasto-Hydrodynamique (PHD) p. 31

2.1. EHD p. 31

2.2. PHD p. 33

3. Evolution du frottement en fonction de la vitesse p. 34

3.1. Courbe de Stribeck p. 34

3.2. Modèle de Nicolas Marsault p. 35

4. Conclusion p. 37

II. Paramètres influençant la lubrification par émulsion p. 39

1. Influence de la vitesse p. 39

1.1. Evolution de l'épaisseur p. 39

1.2. Evolution du frottement p. 40

1.3. Commentaire personnel p. 41

1.4. Hypothèse p. 42

2. Influence du taux d'huile initial p. 43

2.1. En terme de frottement p. 43

2.2. En terme d'épaisseur p. 43

2.3. Commentaire personnel p. 44

3. Influence de la taille des gouttes d'huile p. 45

3.1. Ségrégation spatiale p. 45

3.2. En terme d'épaisseur p. 45

4. Influence de la chimie ---- **p. 46**
4.1. Le pH ---- p. 46
4.2. Nature de l'émulsifiant ---- p. 47
4.3. Concentration de l'émulsifiant ---- p. 48

5. Conclusion ---- **p. 50**

III. Modèles ---- **p. 51**

1. Modèle à viscosité efficace ---- **p. 51**
1.1. Le film épais ---- p. 51
1.2. Le film mince ---- p. 52
1.3. Remarque personnelle ---- p. 53

2. Modèle de Szeri ---- **p. 54**
2.1. Physique du modèle ---- p. 54
2.2. Equations de Szeri ---- p. 60
2.3. Résultats du modèle en EHD ---- p. 60
2.4. Résultats du modèle en laminage ---- p. 61

3. Modèle de Wilson ---- **p. 62**
3.1. Présentation de la physique du modèle ---- p. 62
3.2. Mise en équation ---- p. 63
3.2.1. Modèle des flux indépendants ---- p. 63
3.2.2. Modèle avec interaction des flux ---- p. 64
3.3. Résultats du modèle , configuration cylindre/plan rigides ---- p. 66
3.4. Tentative de simplification – zone d'entrée en laminage ---- p. 67
3.4.1. Présentation ---- p. 67
3.4.2. Résultats du modèle simplifié ---- p. 69
3.5. Confrontation théorie-expérience ---- p. 69
3.6. Paramètre C ---- p. 70
3.7. Commentaire personnel ---- p. 71

4. Modèle de sous-alimentation ---- **p. 72**
4.1. Expérience ---- p. 72
4.2. Interprétation ---- p. 73
4.3. Autres considérations ---- p. 74
4.4. Commentaire personnel ---- p. 75

5. Conclusion ---- **p. 76**

Conclusion ---- **p. 77**

Introduction

Le but de cette thèse est donc de modéliser ce qui se passe dans la zone d'alimentation, pour des vitesses comprises entre 0,1 et 100 $m.s^{-1}$. La réalisation d'un modèle se fait en trois étapes. Une première étape consiste à identifier les phénomènes physiques influents. Cette identification s'obtient après une analyse attentive, des résultats expérimentaux (obtenus par les scientifiques) et des connaissances empiriques (acquises au cours du temps grâce aux lamineurs). Une fois ce travail réalisé commence alors la deuxième étape : il faut traduire ces mécanismes en langage mathématique, et résoudre les équations ainsi établies. Une fois le modèle constitué et les équations résolues, il faut – et c'est l'objet de la troisième étape - valider les résultats du dit modèle. Pour ce faire, les résultats théoriques sont donc confrontés aux résultats expérimentaux (que nous aurons par conséquent pris grand soin de décrire).

Cette thèse a été écrite en respectant précisément cette logique tripartite. Dans ce premier chapitre (intitulé Etude Bibliographique) les grandes tendances et les spécificités de la lubrification par émulsion seront donc présentées.

Afin de mieux mettre en évidence les originalités de la lubrification par émulsion il convient d'aborder au préalable la lubrification en huile entière. Cela est d'autant plus intéressant qu'elle est bien connue et que de nombreuses similitudes existent, malgré tout, entre ces deux modes de lubrification.

I. Connaissances globales des scientifiques et lamineurs en huile entière

Introduisons deux grilles d'analyse des problèmes de lubrification. D'une part, le niveau de frottement, les interactions entre surfaces, leurs dégradations éventuelles, sont essentiellement fonctions de l'épaisseur de film lubrifiant interposé, plus généralement du troisième corps. D'autre part les caractéristiques et le fonctionnement d'un système lubrifié dépendent fortement aussi du comportement mécanique des solides en contact, de leur déformation. Nous allons examiner successivement ces deux aspects.

1. Trois régimes de lubrification

Le critère permettant de dire quelle est la nature du régime de lubrification est la valeur du rapport h_t/R_q, avec R_q la rugosité composite et h_t l'épaisseur de film d'huile moyen [9].

1.1. Régime hydrodynamique : $h_t>3R_q$

1.1.1. Présentation

En régime hydrodynamique, la pression d'interface est entièrement supportée par le fluide lubrifiant (P_b) : il n'y a aucun contact métal-métal, les deux surfaces peuvent ainsi aisément glisser l'une sur l'autre (fig. n°1.1-a). En conséquence, ce régime de lubrification se caractérise par des forces de frottement relativement faibles. Cependant, il n'est que rarement utilisé en laminage : d'une part à cause du risque de surlubrification (voir § 1.1.2.) et donc de patinage ; d'autre part car dans ces conditions la déformation plastique de la bande s'effectue en surface libre : générant ainsi des défauts de surface, comme par exemple la croissance non maîtrisée de la rugosité qui entraîne une altération de la brillance du produit laminé.

Malgré la faible occurrence de ce régime dans l'industrie du laminage il fut très étudié car il permet de rendre compte du comportement de l'écoulement du lubrifiant dans les vallées en régime mixte (voir § 1.3.). La mécanique des films fluides minces (associée à la résolution de l'équation de Reynolds) permet de retrouver tous les résultats expérimentaux de ce mode de lubrification [3] : notamment la relation de proportionnalité existant entre l'épaisseur du film en un endroit donné et le produit de la viscosité par la vitesse : (**h α μ.v**). Ainsi malgré sa très faible viscosité, pour de grandes vitesses (d'autant plus grandes que la viscosité est faible) l'eau peut devenir un lubrifiant. C'est précisément le phénomène d'aqua-planing : à haute vitesse, un film d'eau d'épaisseur tribologiquement significative se positionne entre le pneu et la chaussée, supprimant toute adhérence de celui-ci sur celle là.

En régime hydrodynamique, doivent se distinguer le régime hydrodynamique en film mince (fig. n°1.1-a) pour lequel les rugosités influencent l'écoulement du fluide, du régime hydrodynamique en film épais (fig. n°1.1-b).

En film mince :

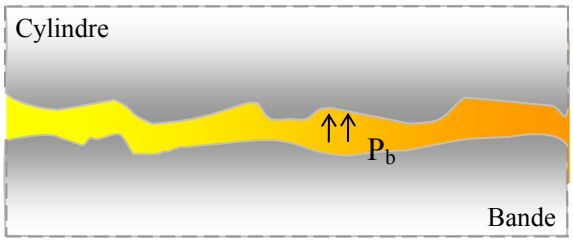


Figure n° 1.1-a : Pour le régime hydrodynamique en film mince les rugosités perturbent l'écoulement du lubrifiant.

En film épais :

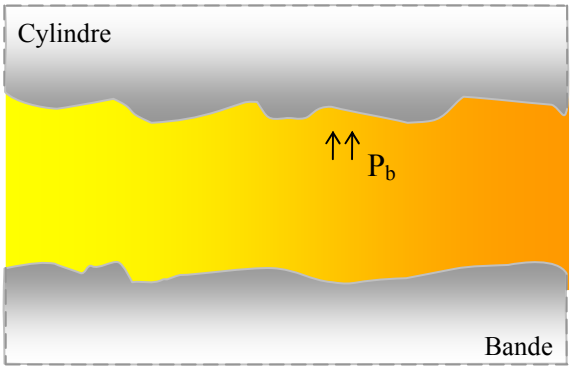


Figure n° 1.1-b : L'épais film d'huile séparant les deux surfaces antagonistes autorise un glissement aisé et quasiment sans frottement

1.1.2. Problème de patinage

La tôle n'est pas poussée dans le convergent. C'est le cylindre qui en tournant, grâce aux forces de frottement motrices, entraîne la tôle et la fait progresser. Durant cette phase la vitesse de la tôle est inférieure à la vitesse des cylindres.

Par conséquent le frottement, ou du moins ce frottement « moteur » de début d'emprise, est nécessaire au procédé de laminage.

La tôle progresse dans le convergent, l'espace se restreint, la pression augmente et la tôle commence à se déformer : d'abord de manière élastique puis de manière plastique. De ce fait, la tôle réduite en épaisseur s'allonge. Conservation de la masse oblige, la tôle amincie se voit expulsée du contact avec une vitesse supérieure à la vitesse des cylindres. Par conséquent, le frottement, de la tôle sur les cylindres, né de cette expulsion, agit comme un frein et tend à en gêner la sortie. (fig. n°1.2).

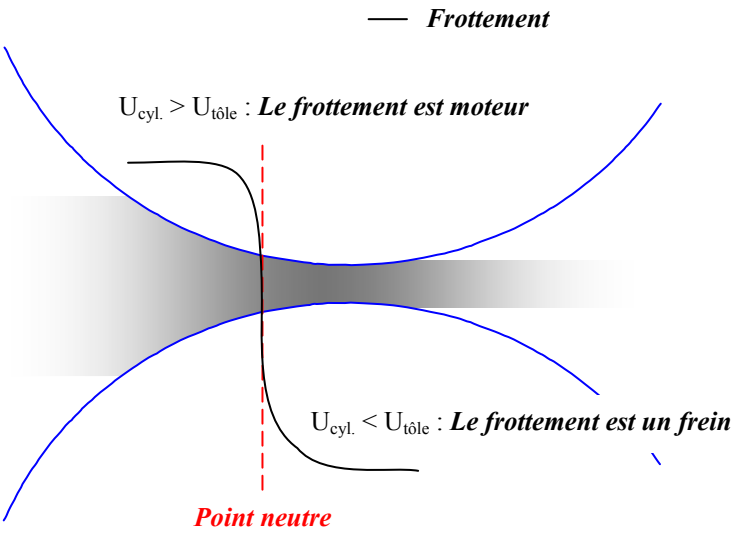


Figure n° 1.2 : la réussite d'une bonne lubrification réside dans un fragile équilibre : diminuer le frottement au maximum en évitant le patinage.

Le but de la lubrification est de diminuer ce frottement frein. Cependant le lubrifiant ne fait pas de distinction entre le frottement frein ou le frottement moteur, et c'est le frottement dans son ensemble qui est réduit. Il faut donc trouver un compromis, un fragile équilibre entre un frottement suffisamment faible pour être acceptable et suffisamment fort pour que la tôle continue d'être entraînée.

Or à partir d'une certaine vitesse, la quantité d'huile passante est tellement importante, que le système est surlubrifié. En effet, le film lubrifiant est trop épais, le cylindre patine et n'entraîne plus la tôle.

NB : Le point neutre correspond à l'endroit où la vitesse de la tôle égale la vitesse des cylindres.

1.1.3. Equation de Reynolds [13]

Reynolds part des équations de Stockes (1.1) et fait les approximations de la lubrification hydrodynamique : film mince, fluide Newtonien, écoulement isotherme, laminaire, adhérent aux parois…

(1.1)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu \dfrac{\partial v_x}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu \dfrac{\partial v_x}{\partial y}\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu \dfrac{\partial v_x}{\partial z}\right) \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu \dfrac{\partial v_y}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu \dfrac{\partial v_y}{\partial y}\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu \dfrac{\partial v_y}{\partial z}\right) \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu \dfrac{\partial v_z}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu \dfrac{\partial v_z}{\partial y}\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu \dfrac{\partial v_z}{\partial z}\right) \end{cases}$$

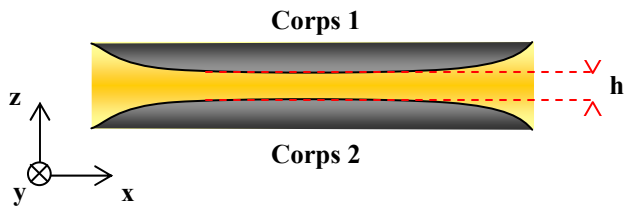


Figure n°1.3 : Géométrie du contact lubrifié. x étant la direction de laminage.

1ère simplification :

v_z et ses dérivées sont négligeables devant v_x et v_y. Cela revient à dire que la norme du grandient de l'épaisseur du film ($\left\|\overrightarrow{\mathbf{grad}}h\right\|$)est petite. En conséquence :

(1.2) $\dfrac{\partial P}{\partial z} \approx 0$. Autrement dit, la pression est indépendante de z.

2ème simplification :

L'approximation suivante est une conséquence de la géométrie. Les longueurs caractéristiques de x et de y sont de l'ordre du mm alors que Δz est de l'ordre du µm. Ainsi on a : $\left\|\overrightarrow{\mathbf{grad}}h\right\| < 1$

(1.3) Ce qui implique : $\begin{cases} \dfrac{\partial v_x}{\partial x} << \dfrac{\partial v_x}{\partial z} \quad et \quad \dfrac{\partial v_x}{\partial y} << \dfrac{\partial v_x}{\partial z} \\ \dfrac{\partial v_y}{\partial x} << \dfrac{\partial v_y}{\partial z} \quad et \quad \dfrac{\partial v_y}{\partial y} << \dfrac{\partial v_y}{\partial z} \end{cases}$

3ème simplification :

(1.4) $\dfrac{\partial \mu}{\partial z} = 0$. Ceci est vrai lorsque la température varie peu selon z.

Suite à toutes ces simplifications, Reynolds obtient les équations suivantes :

(1.5)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = \mu \dfrac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} = \mu \dfrac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Après utilisation de l'équation de continuité, il arrive à l'équation suivante, dite équation de Reynolds :

(1.6) $$\frac{\partial \rho h}{\partial t} = div\left(\rho \frac{h^3}{12\mu} gradP - \rho h \frac{V_c + V_t}{2}\right)$$

Les opérateurs gradient et divergence se conçoivent donc en deux dimensions, dans le plan moyen du film.

(1.7) Avec : $$\begin{cases} \rho(P,T) : \text{masse volumique} \\ \mu(P,T) : \text{viscosité dynamique du fluide} \\ h(x) \ : \text{épaisseur du film} \\ V_{x,c} \ : \text{vitesse du cylindre dans la direction du laminage} \\ V_{x,t}(x) : \text{vitesse de la tôle dans la direction du laminage} \\ V_{y,c} \ : \text{vitesse du cylindre dans la direction transverse} \\ V_{y,t}(x) : \text{vitesse de la tôle dans la direction transverse} \end{cases}$$

(1.8) Soit : $$\frac{\partial \rho h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial x} - \rho h \frac{V_{x,c} + V_{x,t}}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial y} - \rho h \frac{V_{y,c} + V_{y,t}}{2}\right)$$

Remarque sur la piezo et thermo dépendance de la viscosité :

La viscosité d'un liquide est fonction de la pression et de la température [4,15].

Pour l'eau : A pression constante, la viscosité est peu sensible à une variation de température.

En revanche, à température fixée une variation de pression n'affecte en réalité que très légèrement la viscosité de l'eau. Ceci est d'autant plus vrai que la température fixée est élevée.

Si l'eau n'est pas un liquide au caractère piézo-visqueux très marqué, il en va autrement des huiles. (fig. n°1.4)

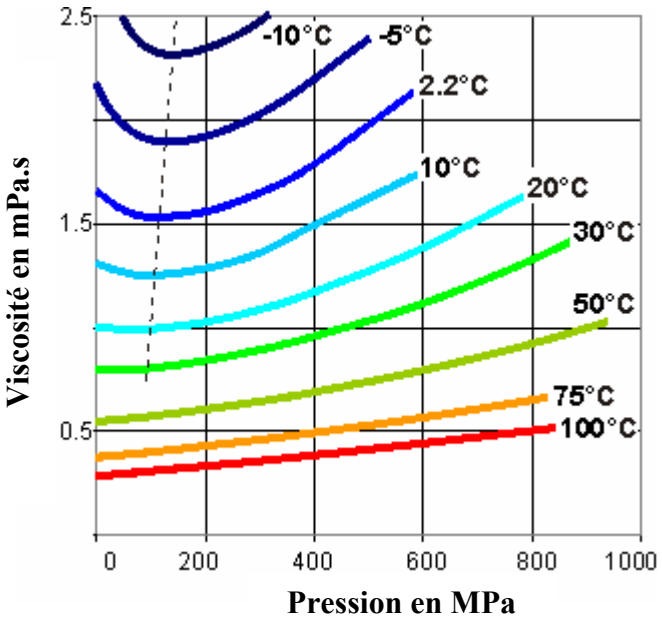


Figure n°1.4 : Evolution de la viscosité de l'eau en fonction de la température et de la pression. [4]

Pour l'huile : la viscosité dépend de la température et de la pression [16]. (fig. n°1.5)

Selon la loi de Barus, la pression croît de manière exponentielle avec la pression :

(1.9) $\mu = \mu_0 \exp(\Gamma P)$; où μ_0 est la viscosité à pression atmosphérique prise nulle et Γ une constante caractéristique de l'huile, appelée coefficient de piézo-viscosité, dont la valeur est généralement comprise entre 10^{-8} Pa^{-1} et 3.10^{-8} Pa^{-1}.

Le domaine de validité de la loi de Barus ne s'étend pas aux pressions les plus élevées: si l'on choisit pour Γ la valeur initiale de la pente (fig. n°1.5), les valeurs calculées par cette formule vers 500 MPa sont supérieures aux valeurs réelles, d'un facteur pouvant atteindre 5.

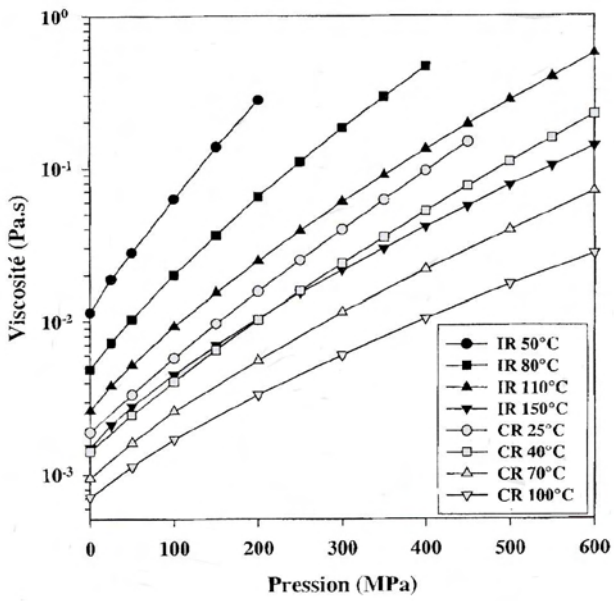


Figure n°1.5 : La viscosité des huiles est piezo et thermo dépendante. Les huiles notées CR et IR sont des huiles minérales de type paraffine [16]

Simplifications de l'équation (1.8) :

En régime isotherme, les huiles sont faiblement compressibles. A titre d'exemple, les ordres de grandeur suivants peuvent être donnés [17] : perte de volume (pour une température comprise entre 50 et 70 °C) de 10 % à $2{,}5.10^8$ Pa, 14 % à 5.10^8 Pa et 18 % à 10^9 Pa. La masse volumique peut légitimement [15] être considérée comme constante et l'équation (1.8) devient :

(1.10)
$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{V_{x,c}+V_{x,t}}{2}h\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{V_{y,c}+V_{y,t}}{2}h\right)$$

En régime stationnaire, (1.10) donne :

(1.11)
$$0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{V_{x,c}+V_{x,t}}{2}h\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{V_{y,c}+V_{y,t}}{2}h\right)$$

Dans le cas de la déformation plane, (1.11) devient monodimensionnelle :

(1.12)
$$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}\right) = \frac{d}{dx}(Uh) \text{ avec } U = \frac{V_{x,c}+V_{x,t}}{2}$$

Dans le cas général, la vitesse $V_{x,t}(x)$ est fonction de x. Ce sera le cas dans une emprise de laminoir, où la tôle s'allonge par déformation plastique. Dans les cas où la déformation n'est

pas trop importante (E.H.D. ou zone d'entrée en laminage) cette vitesse pourra être considérée comme indépendante de x. Dans le développement suivant nous nous plaçons précisément dans cette situation.

Formes de l'équation …

L'équation de Reynolds simplifiée peut se présenter sous deux formes : soit à l'ordre deux, soit à l'ordre un :

(1.13) **Ordre 2 :** $\frac{d^2P}{dx^2}+\frac{3}{h}\frac{dh}{dx}\frac{dP}{dx}-\frac{12\mu U}{h^3}\frac{dh}{dx}=0$

Lors de la résolution, les conditions aux limites porteront donc sur la pression.

(1.14) **Ordre 1 :** $Q=Uh-\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}$ où Q est le débit. Sous cette forme apparaissent deux termes aux

(1.15) influences contraires : Le terme de Couette (Uh) traduisant le fait que le liquide est entraîné

(1.16) par les surfaces en mouvement ; Le terme de Poiseuille $\left(-\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}\right)$ rend compte des difficultés qu'a le liquide à progresser dans le convergent, contre le gradient de pression. Ce liquide, considéré comme incompressible, entraîné par les parois, voit la pression croître en son sein, au fur et à mesure que l'espace se restreint. C'est cette pression qui fait qu'une partie du liquide entraîné sera rejetée vers l'amont.

Résolution de l'équation de Reynolds …

En résolvant l'équation de Reynolds, Wilson et Walowit [3] ont retrouvé de manière théorique le fait expérimental selon lequel il existe une relation de proportionnalité entre vitesse et épaisseur. (voir chapitre n° 2 § I. 2.4.).

1.2. Régime limite : $h_t < R_q$

1.2.1. Présentation

Contrairement à la situation précédente, le cylindre et la tôle ne sont pas ici séparés par un film d'huile leur permettant de glisser aisément l'un sur l'autre. Les contacts entre aspérités sont nombreux et la majorité de la pression est supportée et transmise par ces aspérités (P_a) : aspérités qui, au contact les unes des autres se déforment et donnent naissance à des plateaux (voir figures n°1.6). Le lubrifiant, présent en quantité infime, piégé dans des poches fermées n'oppose alors qu'une pression de nature hydrostatique : sans effet véritable sur le frottement. Dans ce cas, la contrainte de cisaillement sur les plateaux sera fonction de phénomènes physico-chimiques complexes tels la création de surfaces fraîches ou la réactivité des additifs du lubrifiant… Le frottement, ainsi que l'usure des outils y sont par conséquent particulièrement élevés. Les risques de collage et de grippage sont nombreux.

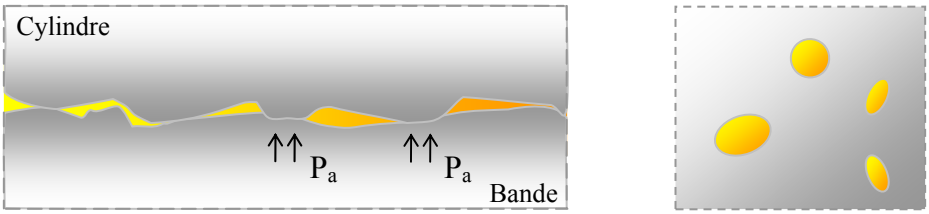


Figure n°1.6 - a : Vue latérale - b : Vue de dessus

Les aspérités des deux surfaces sont en contact et forment des plateaux. Ce sont ces plateaux qui à eux seuls supportent la pression. Le lubrifiant est quant à lui piégé dans les vallées.

1.2.2. Influence de la chimie :

Jahanmir [18] (fig. n°1.7) met en évidence l'influence sur le frottement des couches d'additif adsorbées. Pour ce faire il procède à des essais de frottement sur tribomètre pour différentes concentrations d'additif : les surfaces de cuivre sont en contact élastique faiblement chargé et l'opération est réalisée de manière à rester isotherme (20°C – glissement de 0.5 mm/s). Sans additif, le frottement est élevé. Si on augmente la concentration en additif, de plus en plus de molécules s'adsorbent et s'interposent entre les surfaces antagonistes et facilitent le glissement. Dans ces conditions "douces", il suffit d'une monocouche.

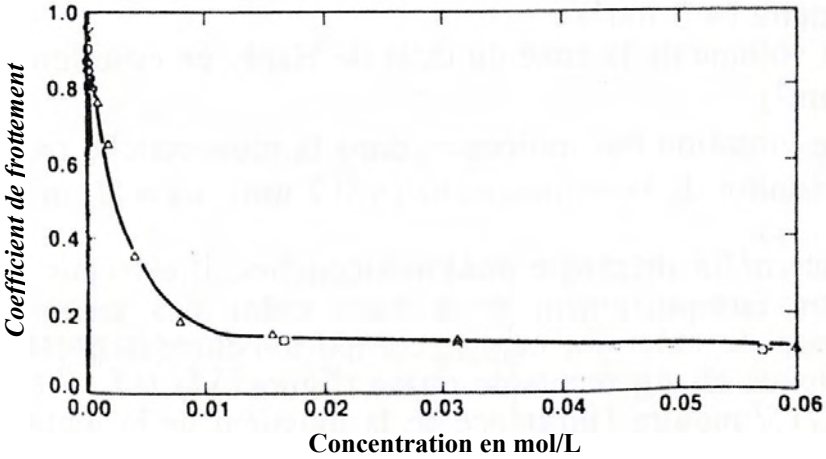


Figure n°1.7 : Le frottement diminue avec l'augmentation de la concentration en additif (acide oléique). **[18]**

D'une manière générale, le frottement sera d'autant plus faible que les additifs seront capables de s'adsorber efficacement aux parois, de former une couche dense et homogène [19].

1.3. Régime mixte : $h_t<3R_q$

Le régime mixte constitue une situation intermédiaire entre les deux régimes précédemment décrits. Dans le sens où il y a tout un continuum entre le régime limite et le régime hydrodynamique, le régime mixte est par nature protéiforme. La pression y est supportée à la fois par les plateaux (P_a) et par le lubrifiant évoluant dans les vallées (P_b) (fig. n°1.8). La composante hydrodynamique étant limitée, les risques de surlubrification sont écartés. Le nombre de plateaux étant restreint le frottement et l'usure des outils finissent par devenir acceptables.

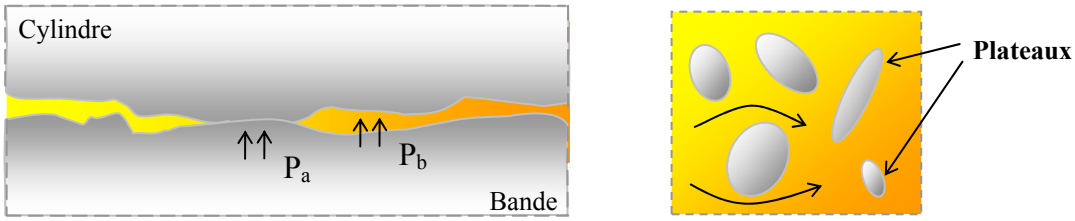


Figure n°1.8 - a : Vue latérale - b : Vue de dessus

En régime mixte la pression est conjointement supportée par les plateaux et le lubrifiant circulant dans les vallées.

(1.17) Le frottement total peut s'écrire comme la somme du frottement sur les plateaux - $A\tau_a$ - et du
(1.18) frottement fluide du liquide dans les vallées - $(1-A)\tau_b$. Par conséquent l'expression du
(1.19) frottement, fonction du taux de plateaux A est : $\tau = A\tau_a + (1-A)\tau_b$.

Naturellement le frottement global observé dans le cadre de ce régime est essentiellement dû au frottement qui existe au niveau des plateaux. [9]

2. Elasto-Hydrodynamique (EHD) et Plasto-Hydrodynamique (PHD)

On parle de lubrification élasto-hydrodynamique lorsque les déplacements élastiques des surfaces solides en contact, dans le sens normal au contact, deviennent de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de film, voire bien supérieure. Dès lors, le couplage des équations de mécanique des fluides (Reynolds) et des solides (mécanique du contact élastique, théorie de Hertz) devient fort, et la solution va devenir de plus en plus dépendante de la déformation des solides. Des transformations radicales interviennent alors dans le comportement du film, par exemple la dépendance de son épaisseur par rapport aux conditions de contact (vitesses, charge appliquée...).

Par analogie, lorsqu'un des corps solides en contact atteint le régime de déformation plastique, on a forgé le terme de Plasto-Hydrodynamique. C'est évidemment le cas dans les procédés de mise en forme par déformation plastique (forgeage, laminage, emboutissage...). Des modèles simples ont été initialement dérivés de la théorie Elasto-Hydrodynamique, essentiellement en introduisant des conditions aux limites adéquates au début de la zone plastique, comme dans le modèle de lubrification du laminage de Wilson et Walowit [3].

On notera que les notions de régime de lubrification au sens précédent s'appliquent aussi à l'EHD et à la PHD, car les surfaces y sont aussi rugueuses et les films de lubrifiant liquide peuvent devenir suffisamment fins pour que des contacts locaux apparaissent (régime mixte), voire que seuls subsistent, dans tout ou partie du contact, des films d'aditifs adsorbés (régime limite).

2.1. EHD

La détermination des caractéristiques du système est obtenue par la résolution simultanée de l'équation de Reynolds dans le film et des équations de l'élasticité dans les matériaux formant le contact, tout en tenant compte du comportement rhéologique du lubrifiant.

Ainsi, la déformation élastique dans un contact élastohydrodynamique est toujours grande devant l'épaisseur des films lubrifiants. Ces films séparant les surfaces ont typiquement une épaisseur de l'ordre du micromètre et une largeur de quelques centaines de micromètres d'un point à l'autre du contact, soumis à des fortes pressions. Ces hautes pressions engendrent des déformations élastiques importantes, influençant très fortement la géométrie du film. Ce phénomène s'accompagne d'une transformation de la rhéologie du lubrifiant, qui voit sa viscosité augmenter de plusieurs ordres de grandeurs. La génération d'un film EHD est donc la combinaison de trois principaux effets : la formation d'un film hydrodynamique, la modification de la géométrie par déformation élastique et l'accroissement de la viscosité du lubrifiant avec la pression (effet de piézo-viscosité).

Dowson et Higginson [20] ont fourni une des premières solutions numériques complètes en EHD, pour le contact linéique (cylindre - plan). La figure 1.9 montre l'évolution, pour des charges croissantes du cas a au cas d, de l'épaisseur (ou de la forme du cylindre, si l'on suppose le plan rigide) et de la pression. Le cylindre se déforme de plus en plus, conduisant à la formation d'un "méplat" qui envahit progressivement toute la longueur du contact au fur et à mesure que l'épaisseur de film diminue. On note cependant une constriction du film vers la sortie du contact ("nip"). Parallèlement, le profil de pression devient de plus en plus proche de la distribution elliptique de Hertz, telle qu'on l'obtiendrait en contact sec; elle présente une cassure à l'emplacement de la constriction, qui deviendra un pic dans les analyses plus précises ultérieures.

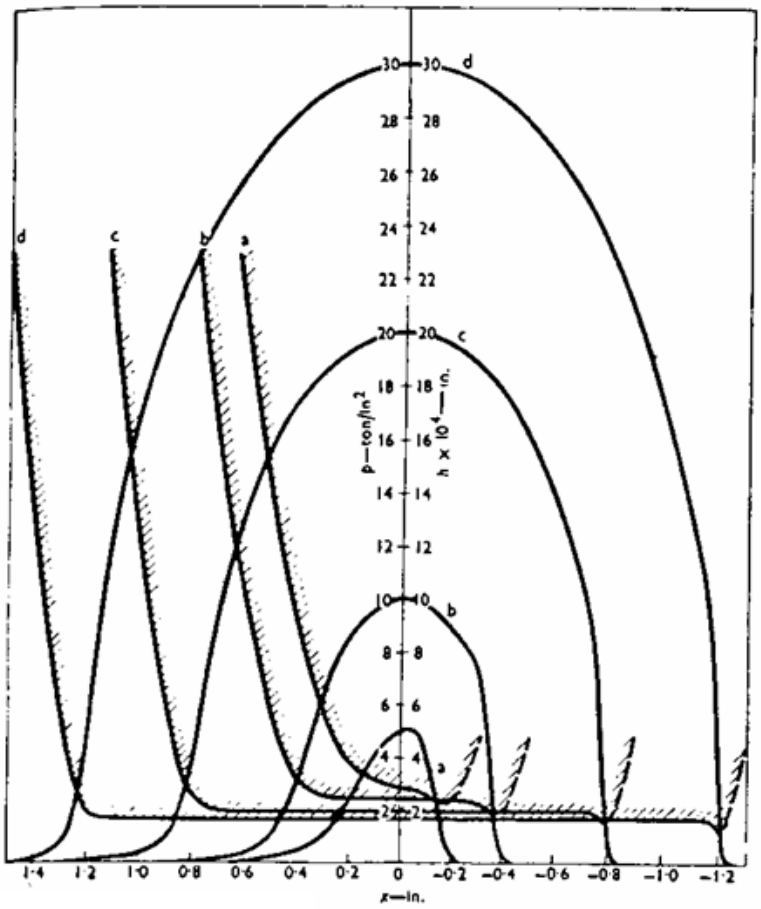


***Figure 1.9** : profils de pression et d'épaisseur de film en contact linéique plan / cylindre [20]. La charge est croissante de a à d.*

Une régression des résultats numériques permet à Dowson et Higginson de décrire plus commodément l'épaisseur du film lubrifiant; nous citons ici l'épaisseur minimale (à la constriction) :

(1.20) $$h_{\min} = 1.6\Gamma^{0.6}.(\mu_0.U_e)^{0.7}\, E'^{0.03}.R^{0.43}.F^{-0.13}$$

On voit que la déformation élastique, jointe à l'augmentation de la viscosité sous l'effet de la pression (coefficient Γ de la loi de Barus $\mu = \mu_0.\exp(\Gamma p)$), conduit, par rapport au cas hydrodynamique pur (sans élasticité), à diminuer fortement l'influence de la charge appliquée F; le module d'élasticité (module équivalent des deux solides, E') a aussi un poids très faible dans la solution, du fait de la piézoviscosité. On voit par contre tout l'impact de cette dernière, qui porte un des exposants les plus forts.

Plus tard, Hamrock et Dowson [21] ont aussi analysé numériquement, par la méthode des différences finies, le cas ponctuel (sphère / plan). Nous donnons ci-dessous leurs formules de l'épaisseur de film dans la zone centrale (h_c) et l'épaisseur de film minimale dans le contact (h_{min}). La validité et la précision de ces formules font qu'elles sont largement utilisées dans la littérature pour prédire les épaisseurs de films lubrifiants. On y retrouve les mêmes caractéristiques générales que dans le cas linéique.

(1.21) $$\frac{h_c}{R_x} = 2{,}69\left(\frac{U_e\mu_0}{E'R_x}\right)^{0{,}67}(\Gamma E')^{0{,}53}\left(\frac{w}{E'R_x}\right)^{-0{,}067}\left[1-0{,}61.\exp(-0{,}73k)\right]$$

(1.22) $$\frac{h_{\min}}{R_x} = 3{,}63\left(\frac{U_e\mu_0}{E'R_x}\right)^{0{,}68}(\Gamma E')^{0{,}49}\left(\frac{w}{E'R_x}\right)^{-0{,}073}\left[1-\exp(-0{,}68k)\right]$$

(1.23) Avec k le paramètre d'ellipticité : $k = 1{,}0339\left(\frac{R_y}{R_x}\right)^{0{,}636}$

(1.24) Le paramètre adimensionnel de vitesse : $U = \frac{U_e\mu_0}{E'R_x}$

(1.25) Le paramètre adimensionnel matériaux : $G = \Gamma E'$

(1.26) Le paramètre adimensionnel de charge : $W = \frac{w}{E'R_x}$

(1.27) D'où : $H_c = 2{,}69.U^{0{,}67}.G^{0{,}53}.W^{-0{,}067}\left[1-0{,}61.\exp(-0{,}73k)\right]$

(1.28) $$H_{\min} = 3{,}63.U^{0{,}68}.G^{0{,}49}.W^{-0{,}073}\left[1-\exp(-0{,}68k)\right]$$

2.2. PHD

En PHD, au moins l'une des deux surfaces constitutives du contact est en déformation plastique. En laminage, si le cylindre est en déformation élastique seule, la bande est pour sa part déformée plastiquement. L'analyse "historique" de Wilson et Walowit analyse séparément la zone dite d'entrée, où la bande est supposée rigide ou élastique (inlet zone), et

la zone plastique (work zone). En effet, l'analyse mécanique du procédé de laminage permet de montrer que les conditions aux limites suivantes doivent être acceptable à la limite entre ces deux zones, donnée par son abscisse x_{cp} ("col de pression") *qui est une inconnue du problème*:

(1.29) $$p(x_{cp}) = \sigma_0 \quad ET \quad \frac{dp}{dx}(x_{cp}) = 0$$

Ces deux conditions, jointes à p = 0 "loin" en amont de x_{cp}, constituent un problème bien posé que l'on peut résoudre séparément de celui de l'emprise et de la zone de sortie (cavitation). L'intérêt est que dans cette zone d'entrée, où Wilson et Walowit négligent l'élasticité (nous y reviendrons), la géométrie est parfaitement connue. L'intégration devient triviale et permet de tirer l'épaisseur au "col de pression" :

(1.30) $$h_{cp} = 3\mu_0 U \frac{\Gamma}{1-e^{-\Gamma\sigma_0}} \sqrt{\frac{2R}{\alpha e_c}}$$

(a est la longueur du contact plastique, R le rayon du cylindre, e_c l'épaisseur de la bande à laminer, U la vitesse d'entraînement). On notera que comme en EHD, la piézoviscosité fait pratiquement disparaître l'influence des propriétés mécaniques des solides. Par contre, le terme μ.U intervient avec une puissance 1, et non plus de l'ordre de 2/3.

Au-delà, c'est-à-dire dans la zone de travail, comme dans la zone centrale en EHD, la faiblesse du terme de Poiseuille transforme l'équation de Reynolds en une simple équation de transport :

(1.31) $$\frac{d[V_x(x).h(x)]}{dx} = 0$$

3. Evolution du frottement en fonction de la vitesse :

3.1. Courbe de Stribeck

Afin de montrer l'influence de l'hydrodynamisme sur le frottement, Stribeck [22] a fait tourner un arbre en acier (diamètre de 2 mm) au-dessus d'un palier en laiton (diamètre de 2,1 mm). Le lubrifiant utilisé était une huile de silicone de viscosité : μ=0,3 Pa.s. Voir schéma du dispositif figure n° 1.10.

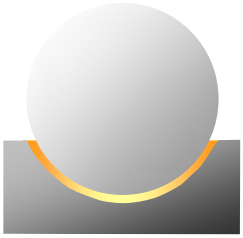


Figure n°1.10 : dispositif utilisé par Stribeck [22]

A faible vitesse, le frottement est élevé, et les contacts métal/métal nombreux : typiquement caractéristique du régime limite (fig. n°1.11). Lorsque la vitesse augmente, une quantité supérieure de lubrifiant est entraînée dans le convergent par les parois : les deux surfaces se séparent de plus en plus $(h \alpha \mu v)$ et les contacts diminuent. Le système tend ainsi à chaque incrément de vitesse vers le régime hydrodynamique et le coefficient de frottement ne cesse de baisser.

Au-delà de 60 tours/mn, le régime hydrodynamique est atteint : il n'y a plus de contact solide-solide. En conséquence, pour toute condition inchangée par ailleurs, l'augmentation de la vitesse ne provoque aucune variation du frottement.

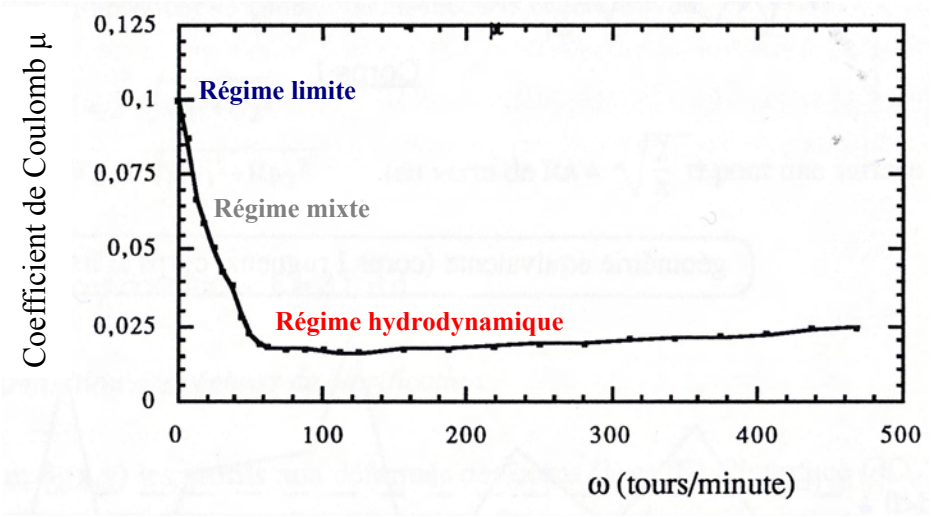


Figure n°1.11 : Plus la vitesse augmente et plus le lubrifiant pénètre abondamment dans l'emprise : séparant ainsi les surfaces d'un film d'autant plus épais : en conséquence, le frottement baisse. Il se stabilise une fois atteint le régime hydrodynamique [22]

La croissance du frottement avec l'augmentation de la vitesse, observée figure n°1.11 à partir de 100 tours/mn, a en fait deux origines possibles [23] :

- soit une augmentation du taux de cisaillement à la paroi (donc de la scission)
- soit un auto-échauffement du lubrifiant qui décroître sa viscosité et diminuer l'épaisseur du film.

3.2. Modèle de Nicolas Marsault [9]

La courbe de Stribeck est une des pierres de touche de la modélisation en lubrification. Un modèle complet se doit de retrouver l'évolution du frottement avec la vitesse et de décrire les trois régimes. Cela revêt une grande importance en laminage, où le domaine des basses vitesses correspond aux phases transitoires (accélérations et décélération, en début de bande ou au passage d'une soudure).

Les modèles PHD ont donc été étendus au cas du régime mixte (PHD-mixte), d'abord par Sheu et Wilson [24] dans le cas d'une bande rigide-plastique, puis par Marsault [9] dans le cas élastoplastique. Un modèle de frottement basé sur des variables externes comme la pression d'interface, mais aussi sur des variables internes comme l'épaisseur locale du film lubrifiant ou encore l'aire réelle de contact, a été introduit dans un modèle de laminage 2D par la modélisation de l'interface bande-cylindre en régime mixte. Dans les vallées, c'est l'équation de Reynolds moyenne avec les facteurs d'écoulements, afin de tenir compte de l'effet des rugosités sur l'écoulement du lubrifiant, qui relie la pression du lubrifiant et l'épaisseur du film dans l'emprise. Sur les plateaux, un modèle d'écrasement d'aspérités qui tient compte de la plasticité du substrat, permet le calcul de l'aire réelle de contact et de la pression au niveau des aspérités. Le modèle distingue deux types de régimes mixtes. Aux basses vitesse, le régime est dit mixte à tendance limite et c'est l'équation d'écrasement d'aspérités qui contrôle

le frottement. Aux vitesses élevées, le régime est mixte à tendance hydrodynamique et c'est l'équation de Reynolds qui contrôle le frottement. [9]

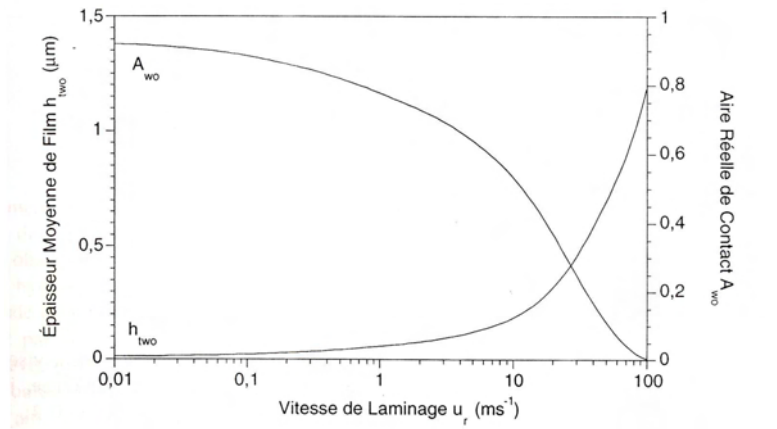


Figure n°1.12 - a :
Avec l'augmentation de la vitesse, l'épaisseur du film lubrifiant croît, le nombre de plateaux diminue. Le système se rapproche ainsi du régime hydrodynamique pur. [9]

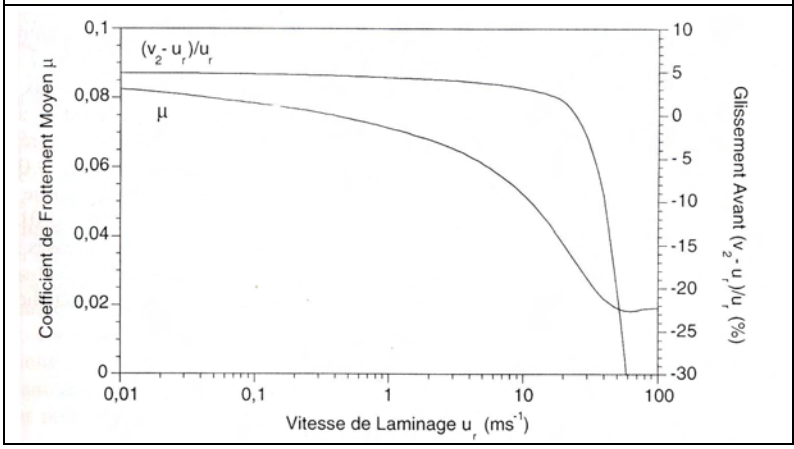


Figure n°1.12 - b :
Lorsque la vitesse augmente, le frottement diminue. Le modèle retrouve donc bien le résultat de Stribeck. [9]

Le modèle de Nicolas Marsault est en mesure de retrouver le résultat présenté en 3.1. comme le montrent les figures suivantes. La figure n°1.12-a donne l'évolution de l'épaisseur et du taux de plateaux avec la vitesse. Lorsque la vitesse est faible, le caractère hydrodynamique est peu prononcé, le taux de plateaux très élevé. Avec l'augmentation de la vitesse, l'épaisseur du film d'huile augmente, les aspérités sont moins écrasées et le taux de plateaux diminue.
En pratique, le frottement métal-métal au niveau des plateaux constitue de loin la composante dominante du frottement total. Par conséquent (1.19) se simplifie en : $\tau \approx A\tau_a$. Connaissant la valeur du taux de plateau il est donc possible d'évaluer la valeur du frottement.
Comme le taux de plateaux diminue avec l'augmentation de la vitesse (fig. n°1.12-a), il est donc normal d'assister à une baisse du frottement (fig. n°1.12 – b).
La nature du régime évolue le long de l'emprise. C'est pour cela que dans le modèle de Nicolas Marsault, l'emprise est décomposée en différentes zones : voir figure n°1.13.

La zone d'entrée : dans un premier temps, le cylindre et la tôle sont grandement éloignés l'un de l'autre. Il n'y a aucun contact métal-métal et le régime est donc hydrodynamique. Puis les aspérités de la tôle et du cylindre entrent en contact : c'est à ce moment-là que commence le régime mixte. La pression qui juste avant ce point n'était supportée que par le fluide, sera ainsi partagée entre le fluide et les aspérités. De ce fait, la pression du fluide (P_b) n'est plus égale à la pression totale (P). Les aspérités, sous l'effet de la pression sans cesse croissante, sont écrasées et donnent naissance à des plateaux. Par conséquent le taux de plateaux (A) augmente, et le régime mixte se rapproche de plus en plus du régime limite. Le taux de plateaux étant défini par Sheu et Wilson [24] comme le rapport entre la surface des plateaux

et la surface totale (si la figure 1.8-b est prise en exemple, le taux de plateaux correspond donc au rapport entre la somme des surfaces grisées et la surface du rectangle).

La zone de travail : La valeur de la pression totale finit par être égale à la contrainte d'écoulement de la tôle ; et la tôle commence alors à se déformer. L'écrasement des aspérités se poursuit jusqu'à établissement d'une zone de stabilisation progressive.

La zone de sortie : Elle commence lorsque la pression totale repasse en dessous de la contrainte d'écoulement de la tôle. La distance entre la tôle et le cylindre devient de plus en plus grande et ce qui se passe dans cette zone ressemble ainsi par certains aspects à ce qui a lieu dans la zone d'entrée.

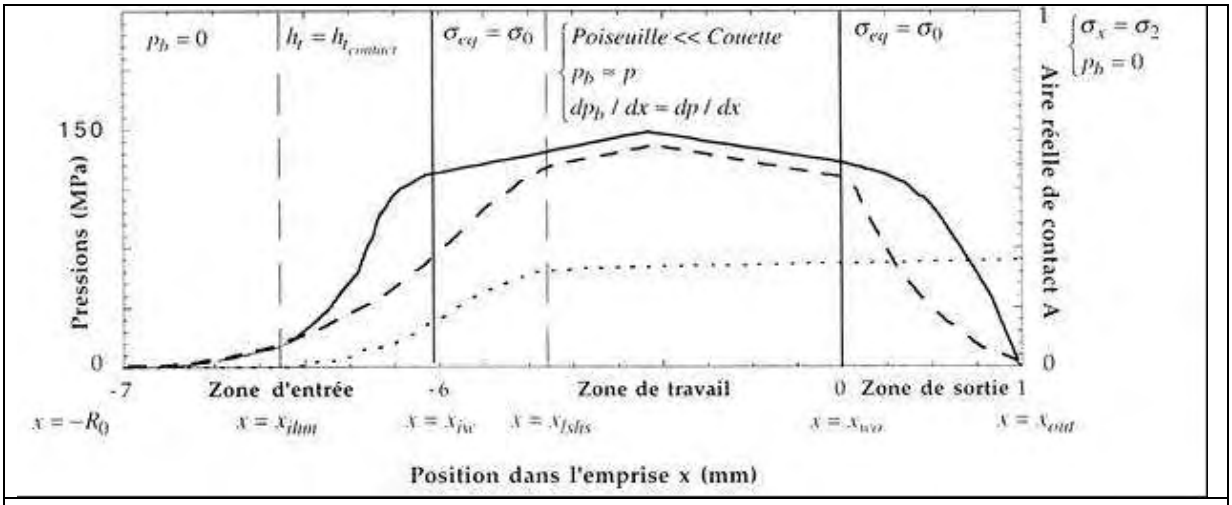


Figure n°1.13 : Décomposition de l'emprise en trois zones distinctes, avec p la pression totale, p_b la pression supportée par le fluide et A le taux de plateaux. [9]

4. Conclusion

Dans l'industrie, de manière générale, les lamineurs sont confrontés au régime mixte : ceci leur permet d'éviter les problèmes inhérents aux régimes limites et hydrodynamiques (surlubrification, défauts de brillance, risques de grippage et de collage) tout en conservant l'essentiel de leurs qualités (frottement faible et prolongation de la durée de vie des outils).

Le lubrifiant utilisé dans ces conditions doit donc présenter deux qualités fondamentales. D'une part il doit pouvoir générer un effet hydrodynamique d'importance pour les vitesses considérées afin d'assurer une certaine séparation des surfaces antagonistes. D'autre part sa formulation, donc sa chimie doit être vectrice d'un frottement minimal au niveau des plateaux.

Lorsque la tôle est déformée, elle libère de l'énergie et la température de l'huile augmente. Cet échauffement de l'huile, qui est dû à sa faible capacité calorifique, fait chuter sa viscosité donc croître le frottement (via l'augmentation du taux de plateaux). Voyons maintenant quelle solution, une émulsion (dont les capacités de refroidissement sont clairement établies) peut apporter à ce problème.

II. Paramètres influençant la lubrification par émulsion

1. Influence de la vitesse

1.1. Evolution de l'épaisseur :

Aux basses vitesses : Formation d'une réserve d'huile …

Expérience de Zhu [25]: Le système étudié par Zhu est un cylindre tournant au-dessus d'un plan dans les conditions de l'Elasto-Hydrodynamique (EHD). Grâce à un système optique il a regardé ce qui se passait dans l'emprise. Aux basses vitesses, il constate qu'il y a formation d'une réserve d'huile : « oil-pool ». Cette observation permet de résoudre en partie le paradoxe énoncé dans l'introduction. En effet, grâce à la présence de cette réserve (fig. n°1.14), le contact est alimenté en huile, et c'est bien l'huile qui lubrifie. L'eau qui se trouve tout autour va quant à elle jouer le rôle capital de thermo-régulateur. En effet, en lubrification, la viscosité est le paramètre essentiel. Or la déformation plastique de la tôle libère de l'énergie thermique qui va échauffer le lubrifiant. Sous l'effet de cette augmentation de température, l'huile voit chuter sa viscosité, donc ses capacités lubrifiantes. L'eau, liquide de grande capacité calorifique, va modérer ces hausses de température et ainsi éviter l'altération des propriétés lubrifiantes de l'huile.

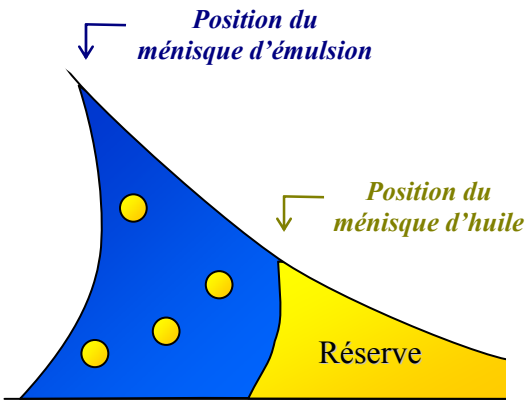


Figure n°1.14 : formation d'une réserve d'huile en amont de l'emprise. L'huile se trouve au niveau du contact où elle joue le rôle de lubrifiant. L'eau se trouve tout autour et joue le rôle de thermorégulateur.

En résumé, une émulsion d'huile dans l'eau, homogène, constituée à 98 % d'eau est envoyée sur la tôle et les cylindres. Par un certain mécanisme, l'huile seule se retrouve au niveau du contact, où elle va jouer son rôle de lubrifiant. L'eau se place tout autour, et empêche les hausses de température qui pourraient gêner l'action de l'huile.

Aux hautes vitesses : Tout se complique…

Le paradoxe n'est cependant qu'en partie résolu, en partie seulement, car l'expérience de Zhu montre que la réserve d'huile n'existe que pour les basses vitesses (fig. n°1.15-a). En effet, la réserve diminue avec l'augmentation de la vitesse, et finit même par disparaître pour une certaine vitesse critique U_{c1}. Lorsque la réserve peut se constituer, aux vitesses les plus basses, l'épaisseur du film né de l'émulsion égale l'épaisseur du film né de l'huile entière.

Ensuite, dès que la réserve disparaît (lorsque la vitesse critique U_{c1} est atteinte) s'amorce un phénomène de transition : l'épaisseur du film d'émulsion stagne puis décroît. Dès lors la question suivante se pose : est-ce que cette vitesse critique U_{c1} est la vitesse critique à l'origine de tous nos problèmes ? rien n'est moins sûr et bien évidemment, nous ne manquerons pas d'en discuter (voir § 1.3)

Cette transition s'achève lorsque l'épaisseur reprend, à l'image de l'huile et de l'eau, une croissance proportionnelle à $U^{2/3}$ (fig. n°1.15-b). Un tel comportement montre que dans cette zone le comportement de l'émulsion est lui aussi gouverné par un mécanisme de nature hydrodynamique.

Il est intéressant de remarquer que la courbe de l'émulsion présente vis à vis de l'eau pure un certain décalage, traduisant l'existence d'une différence d'épaisseur. Ce décalage existe bel et bien, même s'il est ici difficile à appréhender dans le sens où la courbe d'épaisseur n'a pas été établie de la même manière pour l'huile (contact linéique) et pour l'eau (contact ponctuel). Il est d'autant plus difficile à appréhender que les épaisseurs obtenues en contact ponctuel sont moins grandes que celles obtenus en contact linéique. Ceci car le lubrifiant a dans ce cas une plus grande facilité à s'échapper et a plutôt tendance à contourner le point où l'épaisseur est minimale et la pression élevée. Pour ces raisons ce problème sera de nouveau abordé en § 2.2.

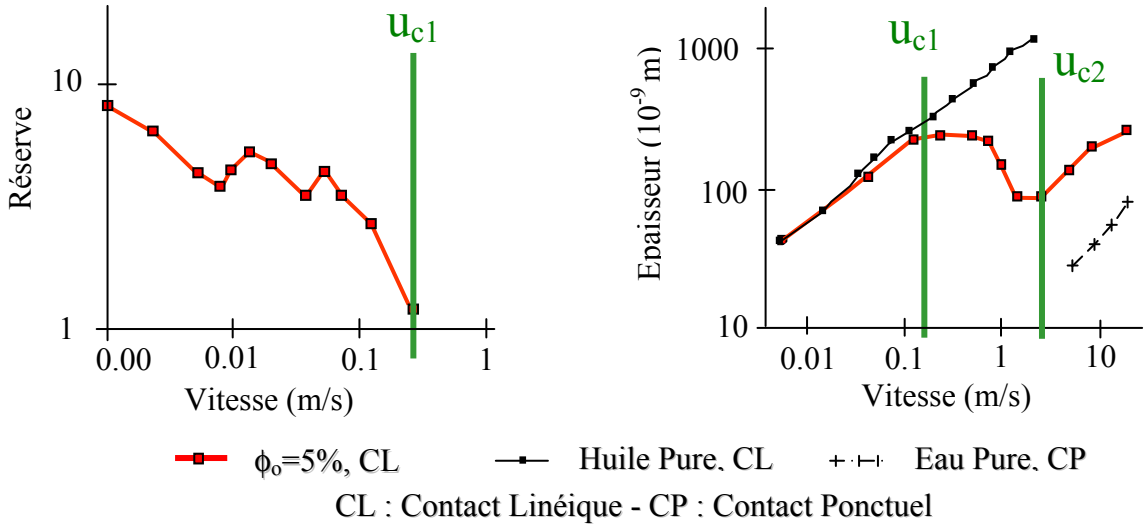


***Figure n°1.15-a :** la réserve d'huile diminue lorsque la vitesse augmente. Elle finit par disparaître pour une certaine vitesse critique U_{c1}.* [25]

***Figure n°1.15-b :** - Aux basses vitesses : $h_{ém.} = h_{huile\ pure}$*
- Aux hautes vitesses : $h_{ém.}$ est du même ordre de grandeur que $h_{eau\ pure}$ [25]

1.2. Evolution du frottement :

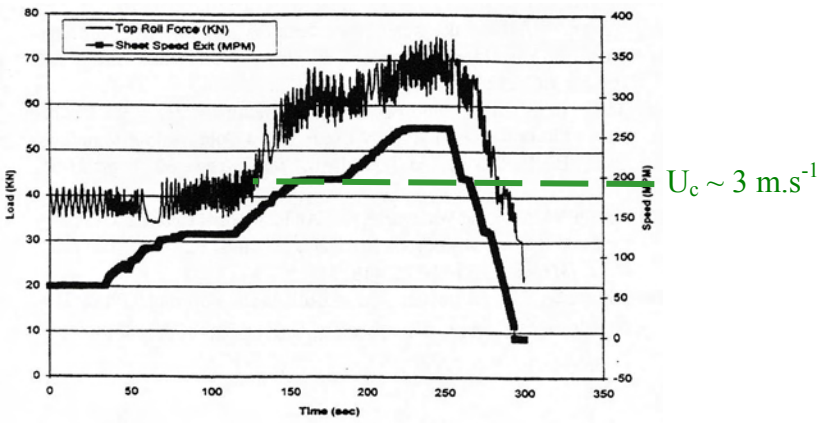


***Figure n°1.16 :** Avec une concentration initiale de 1,5 %, il existe une vitesse critique U_c, au-delà de laquelle, l'augmentation de la vitesse provoque une hausse du frottement.* [26]

Il est désormais temps de parler de l'expérience de Reich [26] qui montre (graphe à l'appui) la fameuse vitesse critique (U_c) déjà présentée dans l'introduction et dont l'existence est à l'origine de ce travail de thèse. L'expérience de laminage de tôles d'aluminium de Reich montre qu'il existe bien une vitesse critique, que nous nommerons donc U_c à partir de laquelle les choses se dégradent (fig. n°1.16). Il a tracé l'évolution de la force de laminage (fonction monotone croissante du coefficient de frottement) pour différentes vitesses en utilisant comme lubrifiant une émulsion dont le taux d'huile est de 1,5 %. Le passage de la première vitesse testée à la deuxième ne change rien au niveau du frottement. Cela prouve que dans un premier temps, l'augmentation de la vitesse est sans incidence sur le frottement. Cependant au-delà de cette vitesse critique (U_c), une augmentation de la vitesse se traduit inexorablement par une hausse du frottement.

1.3. Commentaire personnel.

Deux expériences ont été présentées. L'expérience de Zhu, faite en **EHD**, montre qu'il existe deux vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}. L'expérience de Reich, faite en **laminage** montre qu'il existe une vitesse critique U_c.

Malheureusement nous n'avons aucun résultat expérimental superposant (en laminage ou en EHD) les courbes d'épaisseur et de frottement. Cela n'est pas sans poser problème.

Tout d'abord, rien ne prouve qu'un même phénomène de bifurcation des courbes d'épaisseur (constatées en EHD pour $U>U_{c1}$) existe dans les conditions réelles de laminage. Cependant, dans le sens où l'étude porte sur le même système (cylindre tournant « au dessus » d'un plan) que seule la valeur de la pression exercée est au fond différente, les résultats en EHD et en laminage ne devraient pas, en toute logique, être si différents que cela. C'est la raison pour laquelle **nous considèrerons dans la suite de cette étude** (avec toutes les réserves nécessaires à ce genre d'assertion) **que les résultats de Zhu sont généralisables au laminage.** Il faut noter que les expériences de Zhu et de Spikes (en film complet) ne peuvent au mieux que simuler la zone d'entrée de l'emprise.

Ensuite, nous en sommes ainsi réduit à émettre des hypothèses sur l'origine de l'apparition de la vitesse critique U_c. La plus naturelle consiste à vouloir essayer d'associer U_c à U_{c1}.

L'expérience de Zhu montre en effet qu'il existe une vitesse critique U_{c1} pour laquelle on a un effondrement de la réserve d'huile et une bifurcation des courbes d'épaisseur. Il faut cependant se garder de faire des conclusions hâtives. En effet, le résultat de Zhu présenté (figure n°1.15-a et b) doit être nuancé. Si la chute de la réserve est colossale et manifeste, rien ne permet d'affirmer qu'elle est totale. On pourrait en effet imaginer qu'un reliquat (même tout petit, indétectable) de réserve continue d'exister : hypothèse, on va le voir, pas forcément inintéressante.

Avant de poursuivre il convient de s'arrêter sur un phénomène important qui a trait à l'influence de la chimie. En effet jusqu'à présent le frottement n'a plus ou moins été abordé qu'en terme d'épaisseur de film : plus le film est épais et plus le frottement diminue. Il serait bien évidemment difficile d'en disconvenir, cependant dans le régime mixte il y a des plateaux et le frottement sur ces plateaux est essentiellement gouverné par la chimie (les phénomènes de micro-hydrodynamisme ne seront pas considérés ici).

Afin d'aborder le problème de la nature du liquide entrant et de son influence sur la chimie, introduisons la notion de sous-alimentation. Même si l'emprise a de l'huile en quantité très importante, elle n'absorbe qu'une quantité bien déterminée (proportionnelle au produit de la viscosité de l'huile par le carré de la vitesse). Si la quantité d'huile fournie est inférieure à la quantité que l'emprise aurait naturellement absorbée, alors l'emprise prend moins d'huile et l'épaisseur du film diminue en conséquence. De sorte qu'en jouant sur la quantité de liquide disponible, il est possible d'imposer à un système, pour une vitesse donnée, une même épaisseur de film alors que les liquides considérés ont des viscosités très différentes. Quid du frottement si à épaisseur et vitesse identiques, le film lubrifiant est de l'eau plutôt que de l'huile ? Lorsque $h_t > 3\ R_q$, a priori seule l'épaisseur compte. En revanche dans le cadre du régime limite c'est la chimie du lubrifiant qui est importante. En effet le lubrifiant, même s'il est en quantité infime, va imprégner les surfaces et y déposer des agents chimiques (additifs) qui vont faciliter le glissement des surfaces l'une sur l'autre. Dans le cas du régime mixte, si de l'eau venait à entrer dans le contact, l'approvisionnement en additifs (liposolubles) ne serait plus assuré. Leur action sur les plateaux n'aurait ainsi plus cours. Bref, à la nature du liquide entrant (eau ou huile) le frottement risque fort de ne pas être insensible…

Au-delà de U_{c1}, l'expérience de Zhu montre que la réserve d'huile n'est plus détectable. Elle montre également qu'au-delà de U_{c1}, l'épaisseur du film né de l'émulsion et l'épaisseur qui serait obtenue pour l'eau pure, sont du même ordre de grandeur. Ces faits ne nous renseignent en rien sur la nature du liquide qui pénètre dans l'emprise. Il serait donc hâtif à partir de ces seules considérations de conclure, pour $U>U_{c1}$, que la réserve disparaît totalement et que toute l'émulsion (98 % d'eau) passe dans l'emprise. Ce serait d'autant plus hâtif, qu'admettre ceci reviendrait à considérer qu'à haute vitesse en laminage c'est l'eau qui lubrifie. Or compte tenu de sa faible viscosité et des vitesses considérées, l'eau n'est pas un lubrifiant.

1.4. Hypothèse…

Rien ne nous empêche en revanche d'émettre l'hypothèse tout à fait inverse : seule l'huile continue pour un temps à alimenter l'emprise (du moins au-delà de U_{c1} et jusqu'à U_{c2}). Si cette hypothèse n'est pas démontrée (du moins à ce stade de la présentation) elle a l'avantage sur son antagoniste d'être plausible.

Cette hypothèse permet en effet d'expliquer deux phénomènes majeurs, spécifiques de la lubrification par émulsion.
D'une part, elle permet de comprendre pourquoi il est possible de laminer à des vitesses bien supérieures à U_{c1}. En effet, bien après l'apparente disparition de la réserve, l'emprise continue d'être alimentée en huile pure ou quasi-pure.
D'autre part, ceci permet de comprendre pourquoi on peut atteindre avec une émulsion, des vitesses qui ne pourraient être atteintes avec de l'huile entière : En huile entière, l'épaisseur du film (d'huile) est proportionnelle à la vitesse. A partir d'une certaine vitesse, la quantité d'huile passante est tellement importante, que le système est surlubrifié. En effet le film lubrifiant est trop épais, le cylindre patine et n'entraîne plus la tôle. L'émulsion quant-à elle, et selon cette hypothèse, nourrirait l'emprise en huile de manière moins abondante. Ainsi, cette sous-alimentation (à condition qu'elle ne soit pas trop sévère) permettrait d'atteindre des vitesses qui ne pourraient être atteintes par l'huile entière pour cause de surlubrification. Par conséquent, si le taux d'huile reste élevé, la bifurcation des courbes d'épaisseur constitue un atout. Ce ne serait alors pas la « disparition » de la réserve et la bifurcation des courbes d'épaisseur qui serait à l'origine de l'augmentation du frottement, mais un autre phénomène qui reste à découvrir…

2. Influence du taux initial d'huile

2.1. En terme de frottement

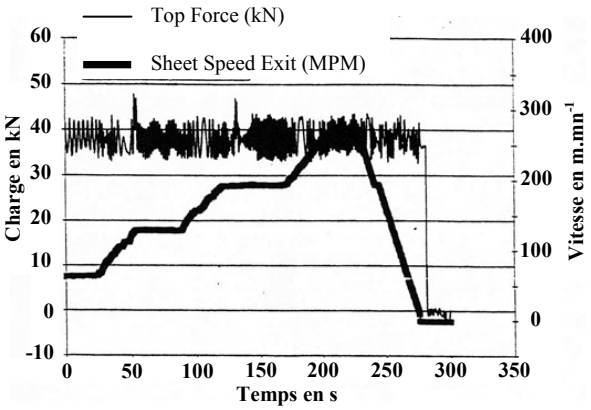


Figure n°1.17-a : Avec une concentration initiale de 4 %, le frottement reste inchangé quelle que soit la vitesse choisie dans la gamme [0 ; 5 m.s^{-1}]. [26]

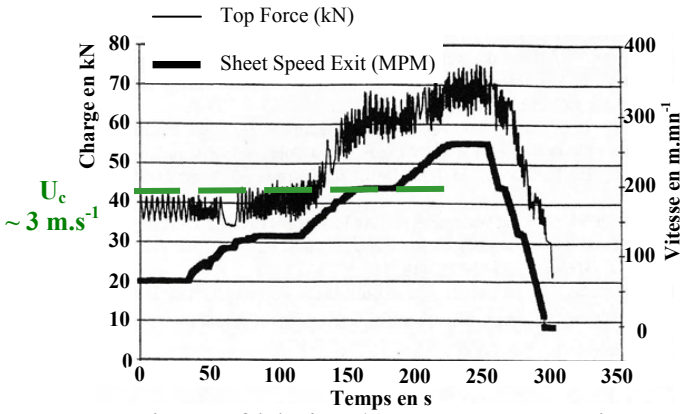


Figure n°1.17-b : Avec une concentration initiale de 1,5 %, il existe une vitesse critique U_c, au-delà de laquelle, l'augmentation de la vitesse provoque une hausse du frottement. [26]

Reich [26] reproduit l'expérience précédemment décrite (§ 1.2.) en utilisant cette fois ci une émulsion dont le taux d'huile n'est plus de 1,5 % mais de 4 %. La montée en vitesse est rigoureusement la même. Pourtant, dans ce cas le frottement reste inchangé pour chacune des différentes vitesses testées. Cela montre qu'une hausse du taux d'huile tend à augmenter la valeur de la vitesse critique U_c.

Il est à noter que pour la première vitesse testée, aucune différence n'est observée au niveau du frottement lorsque sont comparées les deux émulsions aux taux d'huile différents : 1,5 % et 4 %. Cela montre que pour certaines vitesses, avoir 4 %, 10 % ou 100 % d'huile ne change strictement rien au coefficient de frottement. Par conséquent si une émulsion de 2 % donne de bons résultats, il est inutile d'utiliser une émulsion plus chargée en huile : cela augmenterait le coût et éventuellement (si $U>U_{c1}$) le risque de surlubrification.

2.2. En terme d'épaisseur

Zhu [25] en EHD, a tracé l'évolution de l'épaisseur pour deux émulsions aux taux d'huile bien différents. Bien que le taux d'huile ait été multiplié par dix, il y a beaucoup de similitudes entre les deux courbes d'épaisseur de ces deux émulsions (fig. n°1.18).

Aux très basses vitesses, comme attendu, les courbes de l'émulsion se confondent avec la courbe de l'huile pure. Ensuite, et c'est très intéressant, les deux courbes d'émulsion quittent la courbe de l'huile pour la même vitesse. Autrement dit, selon cette expérience le taux d'huile semble être sans influence sur la vitesse critique U_{c1}. Le mot « semble » est ici utilisé à bon escient. En effet l'influence de tel ou tel paramètre ne s'appréhende qu'en recoupant un grand nombre de résultats expérimentaux. La modification de la valeur d'un paramètre peut tout à fait en influencer un autre dont les répercutions insoupçonnées rendront caduques toutes conclusions. Les exemples sont nombreux : voir § 3.2 et 4.3.

Ici les deux seules différences s'observent en fait lorsque la vitesse dépasse 1 m.s^{-1}. D'une part la chute d'épaisseur consécutive à la hausse de la vitesse est de moindre importance pour

l'émulsion la plus chargée en huile. D'autre part, lorsque l'épaisseur recroît, on constate que le film né de l'émulsion à 20 % est plus épais que celui né de l'émulsion dont le taux d'huile initial n'est que de 2 %. On aurait pu penser que cette différence d'épaisseur était la conséquence de la formation d'un film plate-out plus épais. Cependant, à l'aune de l'analyse suivante, cette assertion paraît peu convaincante ou tout du moins insuffisante pour clore le débat :

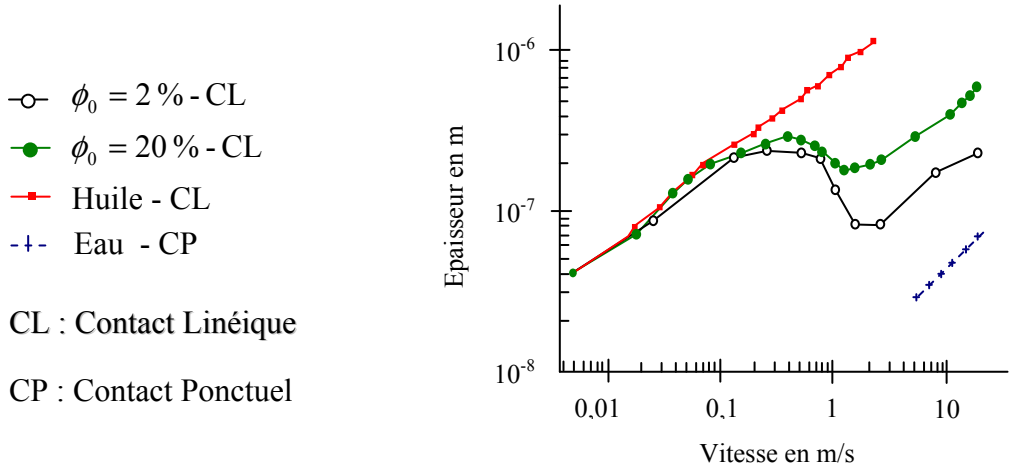


Figure n° 1.18 : Evolution de l'épaisseur en fonction de la vitesse pour des émulsions aux différents taux d'huile. [25]

En log-log, les courbes de l'eau et de l'émulsion (à 20 %) peuvent être assimilées à des droites parallèles. Dans ce cas :

$$(1.33) \quad \log\left(\frac{h_{ém.}}{h_{eau}}\right) = K_0 \quad \Rightarrow h_{ém.} = K_1 h_{eau} \quad Or : h_{eau} = K_2 U^{2/3}$$

$$(1.34) \quad \text{Donc : } h_{ém.} - h_{eau} = K_2 (K_1 - 1) U^{2/3} \quad \text{Avec } K_i \text{ des constantes}$$

Si l'on considère que $h_{pl} = h_{ém.} - h_{eau}$ cela veut dire que la formation du plate-out est d'autant plus efficace que la vitesse de défilement de la bande est grande. Ce résultat est, pour le moins, difficile à admettre ! Pour expliquer ce phénomène, il va falloir trouver un mécanisme dont l'efficacité croît avec la vitesse. Cette remarque ne contredit pas pour autant l'hypothèse selon laquelle le plate-out contribue (dans quelle mesure ?) à l'établissement de ce décalage.

Il faut enfin noter que la taille de l'entrefer est de l'ordre du dixième de micromètre. Par conséquent, la quantité d'huile utile est très faible : 1 L pour laminer 10 km d'une tôle large d'un mètre. Soit 1 L d'huile réellement utile pour un hectare de tôle !

2.3. Commentaire personnel

Si le taux d'huile a une réelle influence sur la valeur critique nommée U_c (expérience de Reich [26]) il n'est pas toujours d'un effet spectaculaire sur la valeur de la vitesse critique U_{c1} (expérience de Zhu [25]). Certes les résultats ne sont pas automatiquement comparables car les conditions expérimentales sont différentes (laminage contre EHD). Cependant, et en intégrant bien toutes les précautions liées à cet état de fait, ce résultat est un résultat de plus qui ne peut que nous inciter à penser, encore une fois, que U_c est bel et bien différente de U_{c1}.

3. Influence de la taille des gouttes d'huile

3.1. Ségrégation spatiale

Dans l'emprise (fig. n°0.10) existent deux écoulements de sens contraire : un écoulement entrant, près des surfaces (là où le terme de Couette est prépondérant) et un écoulement sortant, situé en cœur (là où domine le terme de Poiseuille).

La question qui se pose alors est de savoir si les gouttes d'huile prises partiellement dans ce courant retour sont, ou non, expulsées du contact.

Nakahara en 1988 [27] a précisément étudié le comportement des gouttes d'huile d'une émulsion d'huile dans l'eau, en fonction de leur taille et de leur position dans l'emprise. Il put mettre en évidence l'existence d'un phénomène de ségrégation spatiale, et constater que le comportement des gouttes, face au gradient de pression était dans une large mesure conditionné par leur taille. Kumar [28], en 1996 tente de modéliser ce qui se passe dans l'emprise afin de retrouver par le calcul ces résultats expérimentaux.

Les résultats permettent de distinguer trois types de gouttes : les pénétrantes, les stationnaires et les régressives, en fonction de leur localisation spatiale. Les pénétrantes se trouvent à la périphérie du groupe, près des surfaces antagonistes, alors que celles rejetées se trouvent au cœur de l'emprise. Les gouttes stationnaires sont quant-à elles situées entre le cœur et la périphérie. En équilibre instable, prises entre ces deux courants de sens contraires, elles subissent un mouvement de rotation avant de devenir régressives ou pénétrantes.

Les résultats montrent que la localisation spatiale et donc la nature de la goutte (pénétrante ou régressive) est liée à la taille de la particule. Les particules les plus grosses se trouvent près des surfaces en mouvement alors qu'au cœur se trouvent les gouttes les plus petites [28]. Par conséquent, les gouttes les plus petites ont tendance à être éjectées du contact, alors que les gouttes les plus grosses seront entraînées dans l'emprise. Les gouttes de taille moyenne, se trouvent pour leur part dans une situation d'équilibre entre ces deux courants de sens contraires.

D'après ces résultats, les capacités lubrifiantes d'une émulsion seront donc d'autant plus élevées que le diamètre des gouttes d'huile sera grand.

La véracité de cette assertion est d'ailleurs confirmée par une observation bien connue des lamineurs. Les lamineurs savent en effet qu'une émulsion de qualité (utilisée en mode recirculé) se bonifie avec le temps. Ceci est généralement interprété [29] comme suit : les tensioactifs sont progressivement consommés et dégradés, ce qui entraîne une augmentation de la taille des gouttes d'huile.

3.2. En terme d'épaisseur.

Pourtant, les expériences de Kimura et Okada [30] donnent des résultats contraires à ceux énoncés précédemment. En effet, pour eux, (fig. n°1.19) l'épaisseur du film diminue (ou du moins n'augmente pas) avec la croissance du rayon des gouttes. Cette apparente contradiction est due au fait que de nombreux facteurs peuvent influencer la taille des gouttes : agitation, concentration en huile, en tensioactif… Par conséquent, modifier la taille des gouttes revient à modifier la valeur d'autres paramètres importants comme la tension de surface ou encore la

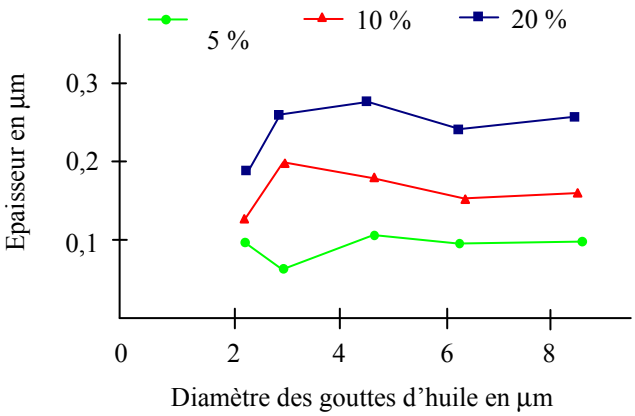


Figure n° 1.19 : Evolution de l'épaisseur du film lubrifiant en fonction de la taille des gouttes d'huile. [18]

stabilité. Or, la modification de ces paramètres n'est pas forcément anodine. Kimura et Okada, pour leur part, font varier la taille des gouttes en faisant évoluer la concentration en tensioactif. Or la concentration en tensioactif influence la valeur de l'énergie de déplacement. Comme cette notion n'est introduite qu'au § 4.2., l'analyse de cette expérience, faite à l'aune de cette nouvelle notion, a été reportée au § 4.3.

4. Influence de la chimie

4.1. pH

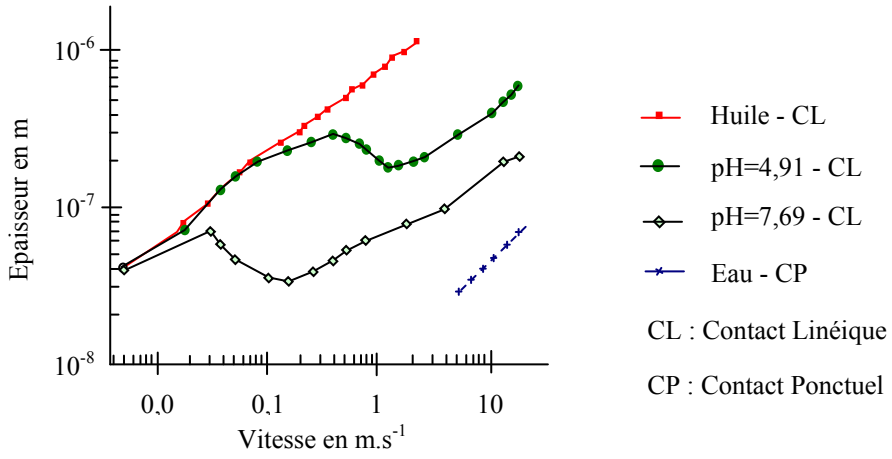


Figure n°1.20 : Evolution de l'épaisseur du film lubrifiant pour deux émulsions aux pH différents. [25]

Zhu [25] a tracé l'évolution de l'épaisseur pour deux émulsions dont la seule différence est la valeur du pH. Abaisser le pH revient à rendre l'émulsion moins stable. Manifestement ces deux émulsions, dont seule la stabilité a été modifiée, ne présentent pas du tout la même courbe d'épaisseur. Pour l'émulsion la moins stable, la valeur de U_{c1} ainsi que l'épaisseur sont bien plus élevées que pour l'émulsion la plus stable. Par conséquent, la stabilité, ou d'une manière plus large, la chimie de l'émulsion semble être bien plus importante que la taille des gouttes ou le taux d'huile ; du moins en terme d'épaisseur.
Des deux émulsions testées, celle qui donne le film le plus épais est celle dont la stabilité est la moins grande (le pH le plus petit). Or ce sont précisément les émulsions les plus instables qui conduisent à la formation des plate-out les plus importants. En conséquence la formation du plate-out, plus ou moins grand en fonction du pH, semble bien pouvoir donner (au moins) un début d'explication au décalage observé.

4.2. Nature de l'émulsifiant

Kimura et Okada [30] se proposent de montrer l'influence de la nature de l'émulsifiant en faisant l'expérience suivante. Les deux émulsions considérées, comprennent la même huile, mais l'une fut élaborée avec l'émulsifiant E_1, et l'autre l'émulsifiant E_2. Pour chacune des deux émulsions, il y a même concentration en tensioactif (10 % en poids par rapport à l'huile), même indice de stabilité ESI (table n°1), même taille de gouttes. Cependant en EHD, le coefficient de frottement est 2,5 fois supérieur avec l'émulsion E_1 qu'avec l'émulsion E_2.

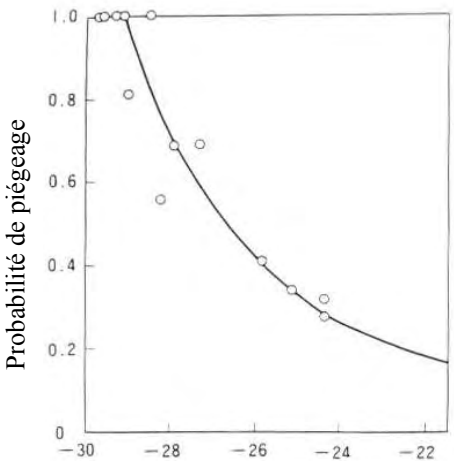
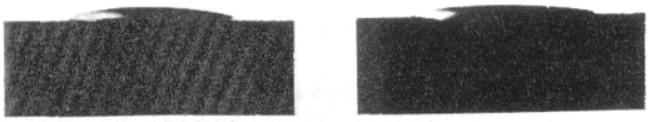


Figure n°1.21 : Evolution de la probabilité de piégeage en fonction de l'énergie de déplacement. [30]

Afin de donner une explication de cet état de fait, Kimura et Okada introduisent la notion de probabilité de piégeage de l'huile par les surfaces antagonistes. Plus les surfaces seront hydrophobes **et** lipophiles (une surface lipophile n'est pas forcément hydrophobe) plus la quantité d'huile adsorbée sur les surfaces sera importante. Veiller à avoir des cylindres hydrophobes et lipophiles serait donc un moyen d'avoir des cylindres spontanément enduits d'une couche d'huile. Une manière efficace de piéger une quantité d'huile supérieure (donc au niveau des surfaces) et de la forcer à pénétrer dans le contact : de quoi bien évidemment favoriser la lubrification. Cette probabilité de piégeage étant fonction d'une énergie dite de déplacement, voyons ce qu'est cette énergie, comment elle se détermine ; avant bien entendu de revenir à l'interprétation du résultat de l'expérience ci-dessus décrite.

Cette énergie de déplacement est définie comme la différence entre l'énergie de l'interface Eau/Acier et de l'interface Huile/Acier :

(1.32) $$ED = \gamma_{h/a}\cos(\theta_{h/a}) - \gamma_{e/a}\cos(\theta_{e/a})$$



« E_1 » / Huile « E_1 » / Eau

Figure n°1.22 - a : l'eau comme l'huile mouille parfaitement la surface d'acier recouverte de l'émulsion élaborée avec le tensioactif E_1. [30]

« E_2 » / « E_2 » / Eau

Figure n°1.22 - b : La surface d'acier enduite de l'émulsion constituée du surfactant E_2 est rendue lipophile et profondément hydrophobe. [30]

Dans le cas où la valeur de cette énergie est négative et grande en valeur absolue, alors l'interface huile/acier va se développer au détriment de l'interface eau/acier : voilà pourquoi la probabilité de piégeage de l'huile augmente au fur et à mesure que l'énergie de déplacement diminue.

Pour calculer l'énergie de déplacement dans les deux cas de l'expérience en question, Kimura et Okada ont procédé de la sorte : le cylindre est immergé pendant une minute dans une émulsion (10 % en volume d'huile et 10 % en masse de tensioactif). Puis sur ce cylindre

(après séchage à l'air libre) deux gouttes (1 µL) l'une d'eau pure et l'autre d'huile pure sont déposées. En mesurant les angles de mouillage huile/acier et eau/acier, il est alors possible de calculer l'énergie de déplacement selon la formule (1.32). Les résultats sont reportés en table n°1.

Manifestement, avec le tensioactif E_1, la tôle est aussi bien mouillée par l'eau que par l'huile, alors qu'avec l'émulsion E_2, la tôle n'est mouillée que par l'huile (fig. n°1.22).
En conséquence, E_2 par rapport à E_1 aura une énergie de déplacement plus petite, donc une probabilité de piégeage plus grande : ainsi, plus d'huile sera entraînée dans le convergent. Dès lors il n'est plus étonnant de constater que le coefficient de frottement est 2,5 fois supérieur avec l'émulsifiant E_1 qu'avec l'émulsifiant E_2.

Emulsifiants	Indice de stabilité ESI	Diamètre des gouttes	Probabilité de Piégeage	Angle de contact		Energie de déplacement
				Huile	Eau	
E_1	1	2,73 µm	0	14°	13°	-3,3 N/m
E_2	1	2,85 µm	1	24°	93°	-29,6 N/m

Table n°1

Tout ceci montre bien que ce n'est pas la mouillabilité qui compte mais la différence de mouillabilité.

NB : Si cette hypothèse est retenue, cela signifie que selon les tensio-actifs plus ou moins d'huile pénètre dans l'emprise : cela veut aussi dire que l'épaisseur du film résultant est donc plus ou moins grande selon les tensioactifs utilisés. Or dans l'expérience de Kimura et Okada les gouttes d'huile ont la même taille. Cela montre combien il peut être difficile, lorsque la chimie n'est pas prise en compte, d'établir un lien direct entre épaisseur de film et taille de goutte.

4.3. Concentration de l'émulsifiant

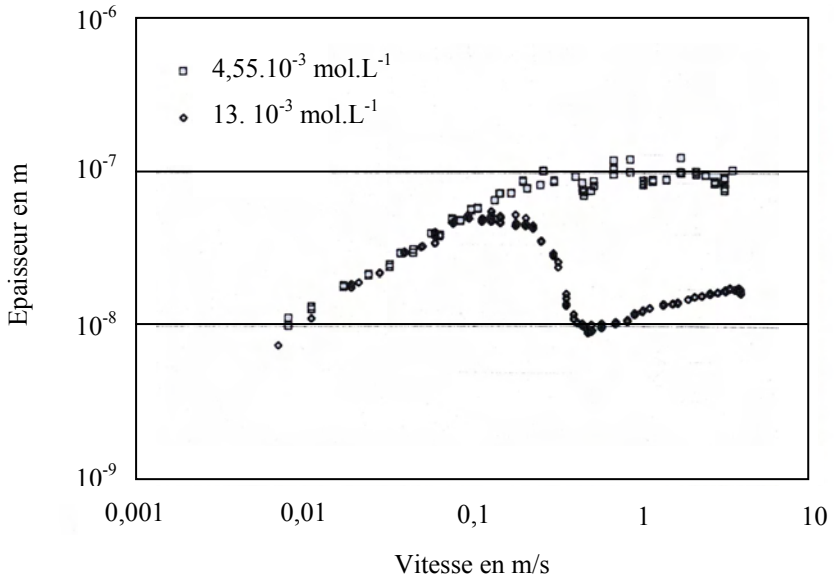


Figure n° 1.23 : Influence de la concentration du tensioactif sur la formation du film lubrifiant pour différentes vitesses lors de l'utilisation d'une émulsion dont le taux d'huile initial est de 4 %. [31]

Spikes [31] a tracé l'évolution des courbes d'épaisseur pour deux émulsions aux taux d'émulsifiant différents. La différence en terme d'épaisseur est saisissante : l'émulsion la plus chargée en émulsifiant conduit à la formation d'un film dix fois inférieur à celui formé par l'autre émulsion. Là encore c'est l'émulsion la moins stable qui donne les meilleurs résultats.

La stabilité de l'émulsion semble ainsi être une valeur sure lorsqu'il s'agit d'interpréter des résultats expérimentaux. Dans le paragraphe précédent la notion d'énergie de déplacement a été introduite. Voyons alors si dans ce cas précis, l'analyse via l'énergie de déplacement est autant pertinente.

Puisque la différence entre les deux émulsions étudiées, réside au niveau de la concentration en tensioactif, il faut étudier (fig. n°1.24), l'évolution de l'énergie de déplacement en fonction de la quantité d'émulsifiant.

Tant que la concentration de l'émulsifiant est inférieure à la concentration micellaire critique (c.m.c), l'augmentation de la quantité de l'émulsifiant accroît l'énergie de déplacement. Au-delà de la c.m.c. le comportement est inversé puisque l'augmentation du taux de surfactant fait diminuer la valeur de cette énergie.

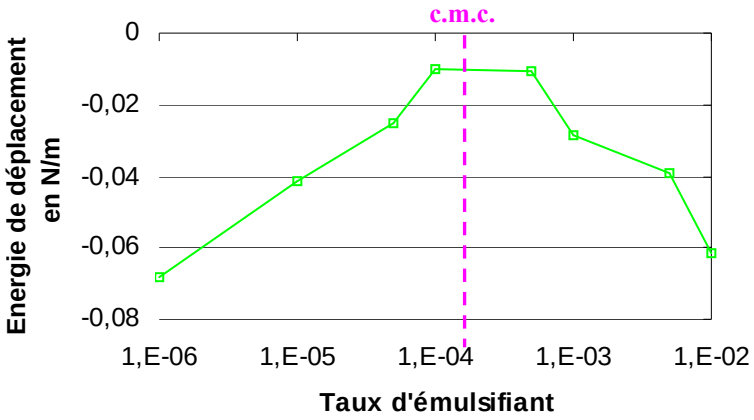


Figure n°1.24 : l'énergie de déplacement augmente avec l'augmentation du taux de tensioactif jusqu'à la c.m.c. Au-delà, l'augmentation du taux de surfactant a pour effet de diminuer l'énergie de déplacement.

Dans le cas des deux émulsions dont les courbes d'épaisseur ont été tracées ci-avant : le taux d'émulsifiant est supérieur à la c.m.c. Par conséquent l'énergie de déplacement est plus grande pour l'émulsion la moins chargée en tension-actif, qui s'avère aussi être la plus performante.

Ce résultat vient tout compliquer. La baisse du frottement avait été interprétée comme étant la conséquence de l'entrée d'une plus grande quantité d'huile dans le contact, due à une plus faible énergie de déplacement. Or le fait de baisser l'énergie de déplacement provoque ici une augmentation de l'épaisseur, ce qui pourrait paraître contradictoire.

En fait tout est pourtant très simple : augmenter la concentration en tensioactif peut provoquer une diminution de la taille des gouttes et augmente quoi qu'il arrive la stabilité de l'émulsion : deux phénomènes, dont chacun est suffisant pour entraîner une diminution de l'épaisseur du film.

Bref, cette expérience loin d'apporter un contre-exemple à l'influence de l'énergie de déplacement montre que l'interaction entre les gouttes d'huile et les surfaces, peut tout simplement être masquée par un autre phénomène. Ici, selon toute vraisemblance, la stabilité et la taille des gouttes.

Avant de conclure, il nous faut revenir à l'interprétation (désormais évidente) des résultats expérimentaux de Kimura et Okada (§ 3.2.). L'augmentation de la taille des gouttes se fait par diminution de la valeur du taux d'émulsifiant. Or lorsque ce taux diminue (tout en restant supérieur à la c.m.c.), la valeur de l'énergie de déplacement augmente, ce qui tend à baisser l'épaisseur du film lubrifiant.
Il y a donc une compétition entre l'influence, de l'accroissement de la taille des gouttes d'une part et la diminution de l'énergie de déplacement d'autre part. Voilà pourquoi, après une phase de croissance, l'épaisseur d'huile passante acquiert une certaine stabilité avec l'augmentation de la taille des gouttes.

5. Conclusion :

A travers les différents résultats expérimentaux présentés, il a pu être établi ce qui suit.

- Pour la lubrification par émulsion en EHD, il existe deux vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}. Au delà de U_{c1}, l'épaisseur née de l'émulsion devient plus petite que celle née de l'huile entière. Au delà de U_{c2}, l'épaisseur du film lubrifiant recommence à croître.
- Pour la lubrification par émulsion en laminage à froid, il existe une vitesse critique U_c au-delà de laquelle une augmentation de la vitesse provoque une augmentation du frottement. En terme de frottement, la valeur critique U_c semble être très sensible à la valeur du taux d'huile.

A ce jour aucun lien n'a pu être établi entre U_c (laminage) et U_{c1} ou U_{c2}. Cependant, un faisceau de présomptions nous pousse à penser que la hausse du frottement ne serait pas définitivement du à l'effondrement de la réserve (U_{c1}).

En émulsion comme en huile entière la chimie a un rôle capital à jouer. En négligeant la chimie, il est par exemple tout à fait impossible d'établir un lien entre l'épaisseur du film lubrifiant et la taille des gouttes d'huile.
Les modèles de Szeri et de Wilson, dont la description sera faite ultérieurement (§ III), se proposent de prévoir l'épaisseur du film lubrifiant. Dans le sens où Wilson néglige l'influence de la chimie, il est contraint d'introduire dans son modèle, un paramètre de calage C. Pour Szeri, qui s'attache principalement à décrire l'interaction existante entre les deux fluides, le problème est d'une autre nature.

En terme d'épaisseur, plus l'émulsion est instable, le diamètre des gouttes d'huile grand, l'énergie de déplacement négative et plus le film sera épais.
Mettre ceci en évidence est loin d'être évident, car la modification d'un paramètre peut faire évoluer deux variables aux influences opposées. Cela permet d'expliquer le résultat surprenant de Kimura et Okada (l'augmentation de la taille des gouttes provoque une baisse de l'épaisseur du film lubrifiant) ainsi que celui de Zhu (l'augmentation de la valeur de l'énergie de déplacement provoque une diminution de l'épaisseur du film).

Puisque ces paramètres (stabilité, diamètre des gouttes d'huile, énergie de déplacement) sont fortement couplés, il faut prendre garde à ne pas les faire évoluer dans des directions aux influences contraires.

III. Modèles

Maintenant que les grandes tendances et paramètres influents de la lubrification par émulsion ont été étudiés, il est temps de décrire les mécanismes qui concourent à la formation du film lubrifiant. Comme les auteurs qui ont identifié ces mécanismes ont consécutivement développé un modèle, nous décrirons pour chaque auteur le mécanisme et le modèle associé. Fort des connaissances acquises (en I et en II) il sera possible de juger des performances des différents modèles.

1. Modèle à viscosité efficace

Dans ce genre de modèle, le mélange binaire est considéré comme un liquide monophasique. Par conséquent, le passage au diphasique ne change en rien la forme des équations : seule la valeur de la viscosité est changée, remplacée par une viscosité, dite viscosité de mélange.

Evidemment la viscosité du mélange est fonction (dans quelle proportion, cela reste à définir) des propriétés de chacune des deux phases en présence (viscosité, liquide newtonien ou non, caractère piézo-visqueux). Elle dépend également de la déformabilité des gouttes, du taux d'huile, du tensioactif ou encore de la manière dont l'émulsion est sollicitée, c'est à dire la configuration dans laquelle elle se trouve.

Une émulsion a en effet deux configurations possibles : le film épais et le film mince.

1.1. Le film épais où h>>d :

Dans ce cas les gouttes de la phase dispersée peuvent être assimilées à des sphères indéformables : ce sera la phase continue qui imposera sa viscosité au mélange.

Pour des particules solides indéformables en suspension de faible concentration, Einstein donne en 1906 [32] la formule suivante :

(1.35) $\mu_{eq} = \mu_c(1+2{,}5\phi)$ avec μ_c la viscosité de la phase continue et ϕ le taux de la phase discontinue.

Depuis, de nombreuses formules visant à généraliser la formule d'Einstein à des taux de la phase discontinue plus élevés ont été proposées. Barnea [33] donne par exemple la formule (1.36) qui tient compte de l'effet du tensioactif et de la taille des gouttes de la phase dispersée. Pour cela il introduit un paramètre S qui se calcule en fonction d'un autre paramètre μ_s , défini comme "viscosité de la surface de la goutte d'huile":

(1.36) $$\mu_{eq} = \mu_c \exp\left(S\frac{\phi}{1-\phi}\right) \text{avec S} = 2{,}5\frac{0{,}4\mu_c + \mu_d + \mu_s}{\mu_c + \mu_d + \mu_s}$$

Pour un solide indéformable, $\mu_d \to +\infty$, et $S = 2{,}5$. Lorsque ϕ est faible, après développement limité, l'équation d'Einstein est ainsi plus ou moins retrouvée :

(1.37) $\mu_{eq} \approx \mu_c(1+S\phi)$.

1.2. Le film mince où h ~ d :

Dans ce cas, les gouttes de la phase dispersée assurent la jonction entre les deux surfaces antagonistes. De ce fait, la viscosité équivalente sera beaucoup plus dépendante de la phase dispersée qu'elle ne pouvait l'être dans le cas du film épais.

Yan [34] propose un raisonnement intéressant afin de calculer la viscosité équivalente d'une émulsion prise sous cette forme :

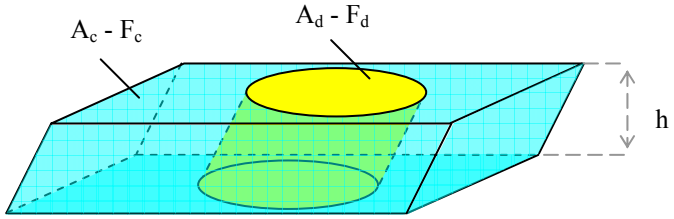


Figure n°1.25 : configuration d'une émulsion en film épais

Avec : $\begin{cases} F_d \text{ : Force partielle supportée par la phase discontinue} \\ F_c \text{ : Force partielle supportée par la phase continue} \\ \widetilde{A}_d \text{ : Surface huile/métal} \\ \widetilde{A}_c \text{ : Surface eau/métal} \end{cases}$

(1.38) $\dfrac{F_d}{\widetilde{A}_d} = \mu_d \dfrac{\partial U}{\partial z}$ pour la phase discontinue

(1.39) $\dfrac{F_c}{\widetilde{A}_c} = \mu_c \dfrac{\partial U}{\partial z}$ pour la phase continue

(1.40) $\dfrac{F}{\widetilde{A}} = \mu_{eq} \dfrac{\partial U}{\partial z}$ pour l'émulsion dans son ensemble prise comme fluide monophasique

(1.41) avec $\widetilde{A} = \widetilde{A}_c + \widetilde{A}_d$

(1.42) Selon le principe du modèle de viscosité équivalente : $F = F_d + F_c$

D'où :

(1.43) $\begin{cases} F = \widetilde{A}\mu_{eq} \dfrac{\partial U}{\partial z} \\ F = \left(\widetilde{A}_c \mu_c + \widetilde{A}_d \mu_d\right) \dfrac{\partial U}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow \mu_{eq} = \dfrac{\widetilde{A}_c}{\widetilde{A}} \mu_c + \dfrac{\widetilde{A}_d}{\widetilde{A}} \mu_d$

(1.44) Or : $\begin{cases} \dfrac{\widetilde{A}_c}{\widetilde{A}} = \dfrac{\widetilde{A}_c h}{\widetilde{A} h} = \phi_c \\ \dfrac{\widetilde{A}_d}{\widetilde{A}} = \dfrac{\widetilde{A}_d h}{\widetilde{A} h} = \phi_d \end{cases}$ Donc : $\mu_{eq} = \phi_c \mu_c + \phi_d \mu_d$

1.3. Remarque personnelle :

Tout ceci est fort intéressant. Cependant aucun de ces modèles n'est en mesure de retrouver le moindre résultat expérimental de la lubrification par émulsion en laminage. Ceci pour une raison qui touche au fait que dans ces modèles, le taux d'huile est considéré comme constant. Or aux basses vitesses il a été montré qu'il y avait formation d'une réserve d'huile : c'est bien la preuve que l'émulsion ne garde pas sa concentration nominale tout le long de l'emprise.

Par conséquent : soit ils essaient de prévoir l'épaisseur du film ; mais comme ils considèrent que le taux d'huile est constant, ce qui est une erreur, ils n'arrivent à rien. La solution, pour essayer malgré tout d'obtenir un résultat, consiste à donner une viscosité équivalente fonction de nombreux paramètres ; paramètres qui semblent manifestement bien difficiles à définir.

Soit, en ayant une épaisseur de film, ces modèles peuvent effectivement essayer de donner la valeur du taux d'huile que l'émulsion aurait dû selon eux avoir, pour que soit obtenu un film de l'épaisseur ainsi donnée. Cependant, encore une fois, comme le taux d'huile de l'émulsion évolue le long du convergent, ce taux d'huile calculé ne correspond à rien : ce n'est pas le taux d'huile initial ce n'est pas plus le taux d'huile moyen, au mieux c'est un paramètre de calage et (…) nous ne sommes donc pas plus avancés.

Ce survol des modèles à viscosité efficace a au moins le mérite de nous amener à nous poser la question de la forme de l'émulsion : en film épais ou en film mince ? Tous n'ont pas le même avis. Szeri pour sa part considère que la taille des gouttes d'huile est largement inférieure à la taille de l'emprise, alors que Wilson fait l'hypothèse strictement inverse. Voyons donc les modèles qu'ils proposent, la physique qu'ils décrivent et les résultats qu'ils obtiennent.

2. Modèle de Szeri [11]

2.1. Physique du modèle

Szeri considère que les gouttes d'huile ont un diamètre dont la valeur est négligeable devant la taille de l'entrefer : typiquement : $0{,}025 < r_g / h < 0{,}05$. Dès lors les interactions prépondérantes seront celles existant entre les deux liquides en présence : les interactions liquide(s)-parois étant de fait secondaires.

Pour modéliser le comportement d'une émulsion, présentant ce genre de caractéristiques, Szeri utilise la théorie des mélanges. L'hypothèse forte de cette théorie est de considérer que chaque point de l'espace est simultanément occupé par les deux constituants (huile et eau) du mélange. En conséquence, la masse de chaque constituant est bel et bien répartie de manière continue sur l'ensemble de l'espace. Ce qui autorise à établir, pour chacun des constituants, une équation traduisant la conservation de la masse.

Une équation traduisant le mouvement de chacune des phases peut selon le même principe être établie : la pression totale se répartissant sur chacune des phases au prorata de leur fraction volumique. Toutes ces équations doivent naturellement être couplées afin de rendre compte de l'interaction existant entre les particules.

En conséquence, le modèle se décline en un problème à deux champs. Face au gradient de pression, les deux liquides aux viscosités différentes n'auront pas le même comportement. L'huile plus visqueuse sera éjectée du contact moins facilement que l'eau : ce qui aura pour effet d'augmenter le taux d'huile.

Etablissement des équations :

L'hypothèse du mélange continu est ici l'hypothèse fondamentale. Le mélange est considéré comme une superposition de deux phases continues.

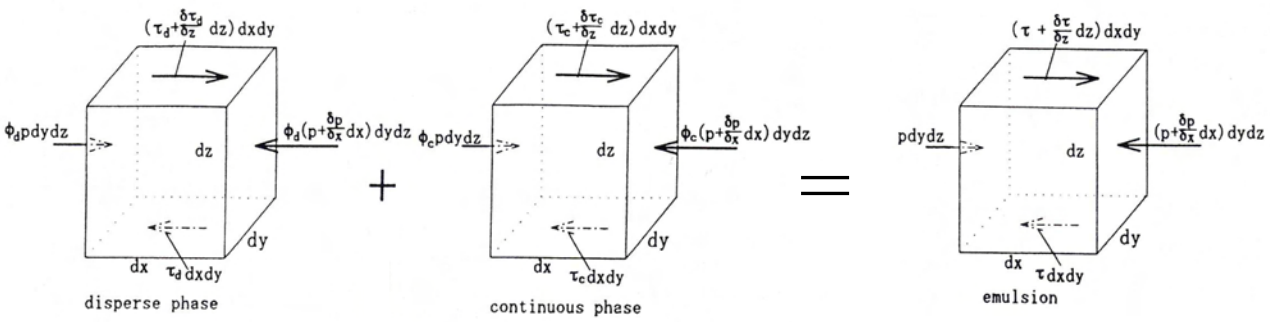


Figure n°1.26 : La pression est supportée par les deux phases au prorata de leur fraction volumique. [34]

La pression est supportée par les deux phases au prorata de leur fraction volumique.

$$(1.45)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial \tau_d}{\partial z} = \dfrac{\partial(\phi P)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \tau_c}{\partial z} = \dfrac{\partial(\phi_c P)}{\partial x} \end{cases} \qquad \text{Avec} \begin{cases} \tau : \text{la contrainte de cisaillement} \\ \phi_c = 1 - \phi : \text{le taux d'eau} \end{cases}$$

En admettant que chaque phase est un fluide Newtonien :

$$(1.46)\quad \begin{cases} \tau_d = \mu_d \dfrac{\partial \widetilde{U}_d}{\partial z} + \mu_{dc} \dfrac{\partial \widetilde{U}_c}{\partial z} \\ \tau_c = \mu_c \dfrac{\partial \widetilde{U}_c}{\partial z} + \mu_{cd} \dfrac{\partial \widetilde{U}_d}{\partial z} \end{cases} \qquad \text{avec} \begin{cases} \widetilde{U}_d : \text{vitesse de l'huile} \\ \widetilde{U}_c : \text{vitesse de l'eau} \end{cases}$$

De l'utilisation des équations (1.45) et (1.46) et en admettant que les coefficients μ_c, μ_d, μ_{dc} et μ_{cd} sont indépendants de z, on obtient :

$$(1.47)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial z}\left[\mu_d \dfrac{\partial \widetilde{U}_d}{\partial z} + \mu_{dc} \dfrac{\partial \widetilde{U}_c}{\partial z}\right] = \dfrac{\partial(\phi P)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial z}\left[\mu_c \dfrac{\partial \widetilde{U}_c}{\partial z} + \mu_{cd} \dfrac{\partial \widetilde{U}_d}{\partial z}\right] = \dfrac{\partial(\phi_c P)}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_d \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} + \mu_{dc} \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} = \phi \dfrac{\partial P}{\partial x} + P \dfrac{\partial \phi}{\partial x} \\ \mu_c \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} + \mu_{cd} \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} = \phi_c \dfrac{\partial P}{\partial x} - P \dfrac{\partial \phi}{\partial x} \end{cases}$$

Les deux fluides ne peuvent être considérés comme totalement indépendants l'un de l'autre. Lorsque la phase continue évolue dans une direction, la phase dispersée subit une force d'entraînement que nous nommerons β.

Compte tenu de cette force d'entraînement (1.47) devient :

$$(1.48)\quad \begin{cases} \mu_d \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} + \mu_{dc} \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} = \phi \dfrac{\partial P}{\partial x} + P \dfrac{\partial \phi}{\partial x} + \beta\left(\widetilde{U}_d - \widetilde{U}_c\right) \\ \mu_c \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} + \mu_{cd} \dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} = \phi_c \dfrac{\partial P}{\partial x} - P \dfrac{\partial \phi}{\partial x} - \beta\left(\widetilde{U}_d - \widetilde{U}_c\right) \end{cases}$$

En multipliant la première équation de (1.48) par $(\mu_{cd} + \mu_c)$ et la seconde par $(\mu_d + \mu_{dc})$, on obtient :

$$(1.49)\quad \begin{cases} \mu_d(\mu_{cd} + \mu_c)\dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} + \mu_{dc}(\mu_{cd} + \mu_c)\dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} = \phi(\mu_{cd} + \mu_c)\dfrac{\partial P}{\partial x} + (\mu_{cd} + \mu_c)P\dfrac{\partial \phi}{\partial x} + \beta(\mu_{cd} + \mu_c)\left(\widetilde{U}_d - \widetilde{U}_c\right) \\ \mu_{cd}(\mu_d + \mu_{dc})\dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_d}{\partial z^2} + \mu_c(\mu_d + \mu_{dc})\dfrac{\partial^2 \widetilde{U}_c}{\partial z^2} = \phi_c(\mu_d + \mu_{dc})\dfrac{\partial P}{\partial x} - (\mu_d + \mu_{dc})P\dfrac{\partial \phi}{\partial x} - \beta(\mu_d + \mu_{dc})\left(\widetilde{U}_d - \widetilde{U}_c\right) \end{cases}$$

Ainsi, (1.49) donne :

(1.50) $$\frac{\partial^2\left(\widetilde{U}_d-\widetilde{U}_c\right)}{\partial z^2}-k^2\left(\widetilde{U}_d-\widetilde{U}_c\right)=-\frac{Mk^2}{\mu\beta}\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{Pk^2}{\beta}\frac{\partial\phi}{\partial x} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k=\sqrt{\dfrac{\mu\beta}{\mu_c\mu_d-\mu_{cd}\mu_{dc}}} \\ \mu=\mu_c+\mu_d+\mu_{cd}+\mu_{dc} \end{cases}$$

Soit (1.51) la solution de l'équation différentielle (1.50), K_3 et K_4 les constantes d'intégration.

(1.51) $$\widetilde{U}_d-\widetilde{U}_c=K_3\cosh(kz)+K_4\sinh(kz)+\frac{M}{\mu\beta}\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{P}{\beta}\frac{\partial\phi}{\partial x}$$

Conditions aux limites

(1.52) Pour $z=h_a$ alors $\widetilde{U}_d=\widetilde{U}_c=V_{x,t}$

Pour $z=h_b$ alors $\widetilde{U}_d=\widetilde{U}_c=V_{x,c}$

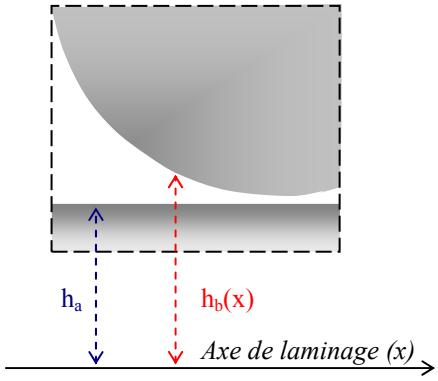


Figure n°1.27 : Représentation de h_a et h_b.

En utilisant les conditions aux limites (1.52), on obtient :

(1.53) $$\begin{cases} 0=K_3\cosh(kh_a)+K_4\sinh(kh_a)+\dfrac{M}{\mu\beta}\dfrac{\partial P}{\partial x}-\dfrac{P}{\beta}\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \\ 0=K_3\cosh(kh_b)+K_4\sinh(kh_b)+\dfrac{M}{\mu\beta}\dfrac{\partial P}{\partial x}-\dfrac{P}{\beta}\dfrac{\partial\phi}{\partial x} \end{cases}$$

Ce qui donne :

(1.54) $$\begin{cases} K_3=\dfrac{\sinh(kh_a)-\sinh(kh_b)}{\sinh(kh_b)\cosh(kh_a)-\sinh(kh_a)\cosh(kh_b)}\left(\dfrac{M}{\beta\mu}\dfrac{\partial P}{\partial x}-\dfrac{P}{\beta}\dfrac{\partial\phi}{\partial x}\right) \\ K_4=-\dfrac{\cosh(kh_a)-\cosh(kh_b)}{\sinh(kh_b)\cosh(kh_a)-\sinh(kh_a)\cosh(kh_b)}\left(\dfrac{M}{\beta\mu}\dfrac{\partial P}{\partial x}-\dfrac{P}{\beta}\dfrac{\partial\phi}{\partial x}\right) \end{cases}$$

(1.54) donne :

(1.55) $$K_3Cosh(kz)+K_4Sinh(kz)=-\left(\frac{M}{\beta\mu}\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{P}{\beta}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{[Sinh(kh_b)-Sinh(kh_a)]Cosh(kz)+[Cosh(kh_a)-Cosh(kh_b)]Sinh(kz)}{Cosh(kh_a)Sinh(kh_b)-Cosh(kh_b)Sinh(kh_a)}$$

Comme :

(1.56) $$\frac{[Sinh(kh_b)-Sinh(kh_a)]Cosh(kz)+[Cosh(kh_a)-Cosh(kh_b)]Sinh(kz)}{Cosh(kh_a)Sinh(kh_b)-Cosh(kh_b)Sinh(kh_a)}=\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}$$

(1.55) peut s'écrire de la manière suivante :

(1.57) $$K_3Cosh(kz)+K_4Sinh(kz)=-\left(\frac{M}{\beta\mu}\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{P}{\beta}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}$$

En réarrangeant les équations (1.51), (1.57) et la première équation du système (1.48) on obtient :

(1.58) $$(\mu_d+\mu_{dc})\frac{\partial^2\tilde{U}_d}{\partial z^2}=\left\langle\phi+\frac{M}{\mu}\left[1-\left(\frac{\mu_{dc}k^2}{\beta}+1\right)\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}\right]\right\rangle\frac{\partial P}{\partial x}+\left(\frac{\mu_{dc}k^2}{\beta}+1\right)\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}P\frac{\partial\phi}{\partial x}$$

(1.58) s'intègre en :

(1.59) $$(\mu_d+\mu_{dc})\tilde{U}_d=\left\langle\frac{\phi}{2}z^2+\frac{M}{\mu}\left[\frac{z^2}{2}-\left(\frac{\mu_{dc}}{\beta}+\frac{1}{k^2}\right)\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}\right]\right\rangle\frac{\partial P}{\partial x}+\left(\frac{\mu_{dc}}{\beta}+\frac{1}{k^2}\right)\frac{Cosh\left(\frac{kh}{2}-k(ha-z)\right)}{Cosh\left(\frac{kh}{2}\right)}P\frac{\partial\phi}{\partial x}+K_5z+K_6$$

Avec K_5 et K_6 les constantes d'intégration.

Avec les conditions aux limites (1.52) appliquées à (1.59) on obtient :

(1.60) $$\begin{cases}(\mu_d+\mu_{dc})V_{x,t}=\left[\frac{\phi}{2}h_a^2+\frac{M}{\mu}\left(\frac{h_a^2}{2}-\frac{\mu_{dc}}{\beta}-\frac{1}{k^2}\right)\right]\frac{\partial P}{\partial x}+\left(\frac{\mu_{dc}}{\beta}+\frac{1}{k^2}\right)P\frac{\partial\phi}{\partial x}+K_5h_a+K_6\\(\mu_d+\mu_{dc})V_{x,c}=\left[\frac{\phi}{2}h_b^2+\frac{M}{\mu}\left(\frac{h_b^2}{2}-\frac{\mu_{dc}}{\beta}-\frac{1}{k^2}\right)\right]\frac{\partial P}{\partial x}+\left(\frac{\mu_{dc}}{\beta}+\frac{1}{k^2}\right)P\frac{\partial\phi}{\partial x}+K_5h_b+K_6\end{cases}$$

(1.60) permet de déterminer les constantes d'intégration K_5 et K_6

(1.61) $$\begin{cases}K_5=-\frac{h_a+h_b}{2}\left[\phi+\frac{M}{\mu}\right]\frac{\partial P}{\partial x}+(\mu_d+\mu_{dc})\frac{U_a-U_b}{h_a-h_b}\\K_6=-\left[-\frac{h_ah_b}{2}\phi+\frac{M}{\mu}\left(-\frac{\mu_{dc}}{\beta}-\frac{1}{k^2}-\frac{h_ah_b}{2}\right)\right]\frac{\partial P}{\partial x}-\left(\frac{\mu_{dc}}{\beta}+\frac{1}{k^2}\right)P\frac{\partial\phi}{\partial x}+(\mu_d+\mu_{dc})\frac{h_aU_b-U_ah_b}{h_a-h_b}\end{cases}$$

En remplaçant dans (1.59) K_5 et K_6 par leurs expressions, on obtient :

(1.62) $$U_d = F_1 - \left[\frac{F_2}{2\mu} - (\mu_c + \mu_{dc})F_3\right]\frac{\partial P}{\partial x} - (\mu_c + \mu_{dc})\frac{\mu}{M}F_3 P\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

Avec :

(1.63) $$\begin{cases} F_1 = \dfrac{U_b(h_a - z) - U_a(h_b - z)}{h_a - h_b} \\ F_2 = (h_a + h_b)z - z^2 - h_a h_b \\ F_3 = \dfrac{M}{\mu^2\beta}\left\{1 - \dfrac{Cosh\left(\dfrac{kh}{2} - k(ha - z)\right)}{Cosh\left(\dfrac{kh}{2}\right)}\right\} \\ \mathrm{M} = \phi_c(\mu_d + \mu_{dc}) - \phi(\mu_c + \mu_{cd}) = \mu_d + \mu_{dc} - \phi\mu \end{cases}$$

(1.51), (1.57) et (1.62) permettent de calculer U_c.

On obtient ainsi :

(1.64) $$\begin{cases} \tilde{U}_c = F_1 - \left[\dfrac{F_2}{2\mu} + (\mu_d + \mu_{cd})F_3\right]\dfrac{\partial P}{\partial x} + (\mu_d + \mu_{cd})\dfrac{\mu}{M}F_3 P\dfrac{\partial \phi}{\partial x} \\ \tilde{U}_d = F_1 - \left[\dfrac{F_2}{2\mu} - (\mu_c + \mu_{dc})F_3\right]\dfrac{\partial P}{\partial x} - (\mu_c + \mu_{dc})\dfrac{\mu}{M}F_3 P\dfrac{\partial \phi}{\partial x} \end{cases}$$

Equations de conservation de la masse pour un mélange de deux fluides incompressibles.

(1.65) $$\begin{cases} \dfrac{\partial \phi}{\partial t} + \dfrac{\partial(\phi\tilde{U}_d)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\phi\tilde{V}_d)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\phi\tilde{W}_d)}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \phi_c}{\partial t} + \dfrac{\partial(\phi_c\tilde{U}_c)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\phi_c\tilde{V}_c)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\phi_c\tilde{W}_c)}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

En stationnaire, dans le cas de la déformation plane, après utilisation de l'hypothèse de la lubrification hydrodynamique $(\tilde{W}_d << \tilde{U}_d)$ (1.65) devient monodimensionnelle.

(1.66) $$\begin{cases} \dfrac{\partial(\phi\tilde{U}_d)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial(\phi_c\tilde{U}_c)}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

On utilise (1.66) et (1.64), puis on intègre selon z. Ce qui conduit à avoir :

$$(1.67)\quad \begin{cases} \int_{h_a}^{h_b} \frac{\partial(\phi \widetilde{U}_d)}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_{h_a}^{h_b} \phi \widetilde{U}_d dz\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi \int_{h_a}^{h_b}\left(F_1 - \left[\frac{F_2}{2\mu} - (\mu_c + \mu_{dc})F_3\right]\frac{\partial P}{\partial x} - (\mu_c + \mu_{dc})\frac{\mu}{M} F_3 P \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dz\right] = 0 \\ \int_{h_a}^{h_b} \frac{\partial(\phi_c \widetilde{U}_c)}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x}\left[\int_{h_a}^{h_b} \phi_c \widetilde{U}_c dz\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi_c \int_{h_a}^{h_b}\left(F_1 - \left[\frac{F_2}{2\mu} + (\mu_d + \mu_{cd})F_3\right]\frac{\partial P}{\partial x} + (\mu_d + \mu_{cd})\frac{\mu}{M} F_3 P \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dz\right] = 0 \end{cases}$$

Détermination de l'expression des intégrales des F_i :

$$(1.68)\quad \begin{cases} \int_{h_a}^{h_b} F_1 dz = -\frac{(U_a + U_b)}{2}(h_a - h_b) \\ \int_{h_a}^{h_b} F_2 dz = -\frac{(h_a - h_b)^3}{6} \\ \int_{h_a}^{h_b} F_3 dz = -\frac{M}{\mu^2 \beta}\left[h - \frac{2}{k}\tanh\left(\frac{kh}{2}\right)\right] = -\Omega \end{cases} \qquad avec \begin{cases} h_a : \text{la hauteur du cylindre} \\ h_b : \text{la hauteur de la tôle} \end{cases}$$

(1.67) et (1.68) donnent :

$$(1.69)\quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi\left(\frac{1}{\mu}\frac{h^3}{12} - \Omega(\mu_c + \mu_{dc})\right)\frac{\partial P}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi\Omega(\mu_c + \mu_{dc})\frac{\mu}{M} P \frac{\partial \phi}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi \frac{U_a + U_b}{2} h\right] \\ \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi_c\left(\frac{1}{\mu}\frac{h^3}{12} + \Omega(\mu_d + \mu_{cd})\right)\frac{\partial P}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\phi_c\Omega(\mu_d + \mu_{cd})\frac{\mu}{M} P \frac{\partial \phi_c}{\partial x}\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left(\phi_c \frac{U_a + U_b}{2} h\right) \end{cases}$$

$$(1.70)\quad \text{En posant : } \begin{cases} \psi_1 = \phi\left(\frac{1}{\mu}\frac{h^3}{12} - \Omega(\mu_c + \mu_{dc})\right) \\ \psi_2 = \phi\Omega(\mu_c + \mu_{dc})\frac{\mu}{M} P \\ \psi_3 = \phi_c\left(\frac{1}{\mu}\frac{h^3}{12} + \Omega(\mu_d + \mu_{cd})\right) \\ \psi_4 = \phi_c\Omega(\mu_d + \mu_{cd})\frac{\mu}{M} P \end{cases} \qquad \text{on obtient le système (1.71)}$$

2.2. Equations de Szeri :

Les équations de Szeri (1.71) résultent de l'importation des hypothèses de la lubrification hydrodynamique dans la mécanique diphasique.

$$\text{(1.71)} \quad \begin{cases} \dfrac{d}{dx}\left(\psi_1 \dfrac{dP}{dx} + \psi_2 \dfrac{d\phi}{dx}\right) = 12\dfrac{d(\phi Uh)}{dx} \\ \dfrac{d}{dx}\left(\psi_3 \dfrac{dP}{dx} - \psi_4 \dfrac{d\phi}{dx}\right) = 12\dfrac{d[(1-\phi)Uh]}{dx} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \text{P : pression} \\ \phi \text{ : taux d'huile} \\ \text{U : vitesse} \\ \text{h : l'épaisseur du film} \\ \psi_i \text{ : termes de couplage} \end{cases}$$

Le système est composé de deux équations dont les inconnues sont les dérivées de la pression et du taux d'huile. Ces équations sont de la même forme que l'équation de Reynolds : (1.72) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{h^3}{\mu}\dfrac{dP}{dx}\right) = 12\dfrac{d}{dx}(Uh)$. La première traduit le comportement de l'huile, tandis que la deuxième traduit le comportement de l'eau. Les termes en ϕ précisément sont là pour rendre compte du caractère diphasique du problème. Les termes Ψ_i, fonctions de la pression et du taux d'huile, traduisent le couplage des équations et rendent compte de l'interaction existant entre l'huile et l'eau.

2.3. Résultats du modèle

2.3.1. Cas hydrodynamique

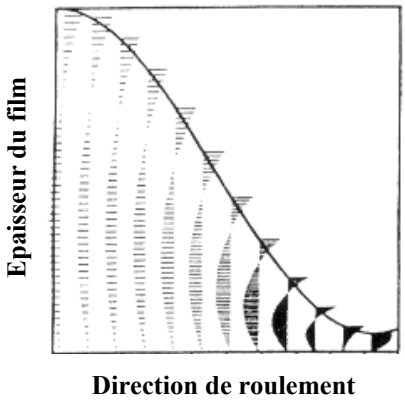


Figure n°1.28-a : profil de vitesse de l'eau. [11]

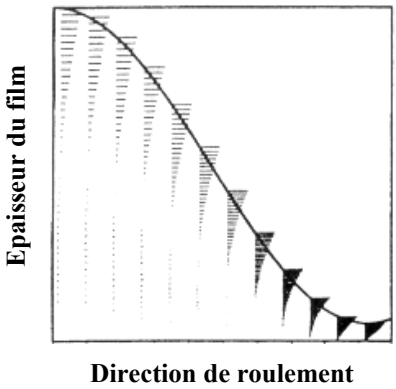


Figure n°1.28-b : profil de vitesse de l'huile. [11]

Le modèle de Szeri montre (fig. n°1.28-a et n°1.28-b) que l'huile est moins sujette que l'eau au terme de Poiseuille, autorisant ainsi le rejet préférentiel de l'eau hors de l'emprise.

2.3.2. Cas EHD

Il montre également (fig. n°1.29) que la concentration en huile augmente lorsqu'on se déplace vers le contact, et ce, jusqu'à ce qu'il y ait inversion de l'émulsion. Lorsque l'émulsion s'inverse, c'est l'huile qui devient la phase continue. Ceci prouve qu'il y a bien formation, en amont du contact, d'une réserve d'huile, pour un taux initial de 10 %. Le contact est donc bien, comme attendu, alimenté en huile pure ou quasi-pure.

D'après le modèle le film né de l'émulsion est moins épais que le film né de l'huile entière. Ce résultat n'a au fond rien de choquant. En effet, la mise en pression pour l'émulsion se fait de manière plus tardive, ce qui a pour conséquence le fait que la pression supportée est de moindre importance, et qu'elle se répartit sur une zone plus restreinte.

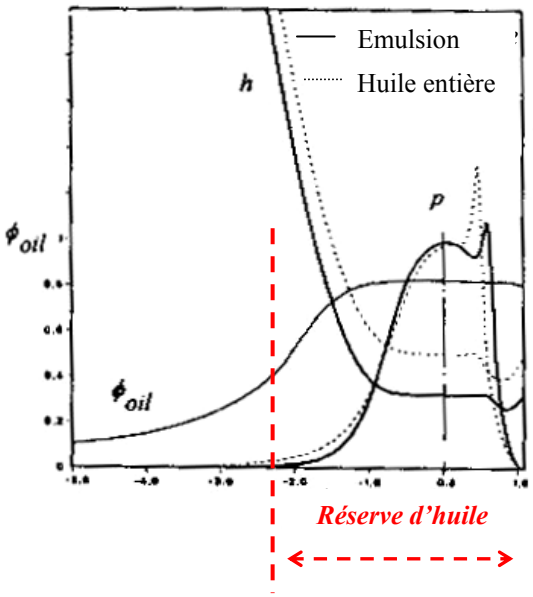


Figure n° 1.29 : Résultat du modèle de Szeri : le taux d'huile augmente et il y a formation d'une réserve d'huile.

2.4. Résultats du modèle en laminage

Certains résultats du modèle de Szeri ne manquent pas de nous interpeller. (fig. n°1.29 et fig. n°1.30). En effet les taux d'huile obtenus après concentration sont relativement faibles, s'il est tenu compte de la valeur particulièrement élevée des taux d'huile initiaux utilisés par Szeri, dans son modèle EHD comme dans son modèle laminage : 10%, 20 %, 30% voire 40%. Il faut rappeler que dans l'industrie, le taux d'huile initial est de l'ordre de 2 %. Ainsi pour une réduction typique de 30 % le modèle prévoit une augmentation du taux de 10 % à de 53 %. On est ainsi en droit de se demander si un taux d'huile inférieur à 53 % suffit à expliquer le fait qu'aux basses vitesses la lubrification par émulsion est aussi efficace qu'en huile entière. En sachant que cette valeur de 53 % est obtenue pour un taux d'huile initial, cinq fois supérieur à celui classiquement utilisé industriellement. Si la réponse est non, alors il faudra peut-être en conclure que le mécanisme décrit par Szeri est un mécanisme de second ordre.

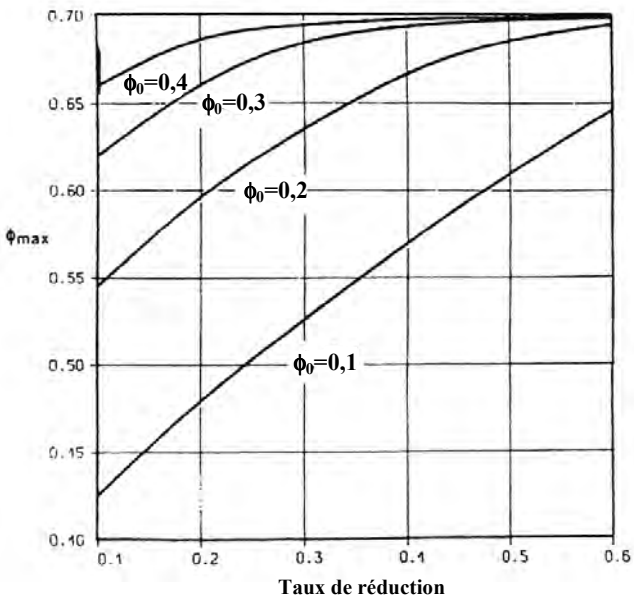


Figure n°1.30 : Evolution du taux d'huile maximum en fonction du taux de réduction pour différentes valeurs de ϕ_0. [11]

3. Modèle de Wilson :

3.1. Présentation de la physique du modèle [12]

Contrairement à Szeri, Wilson considère que dans la zone utile (zone de mise en pression) l'entrefer a une épaisseur bien inférieure à la taille des gouttes d'huile. De ce fait, les interactions prépondérantes ne sont plus les interactions liquide-liquide mais liquide-parois.

La zone d'entrée se décompose en deux parties distinctes (fig. n°1.31). Dans un premier temps, les gouttes sont en phase d'approche : elles restent sous leur forme sphérique (fig. n° 1.32).

Selon Wilson, dans cette phase d'approche, ni la concentration ni la pression ne changent. Cette appréciation sera discutée au chapitre n°2, § II.5.

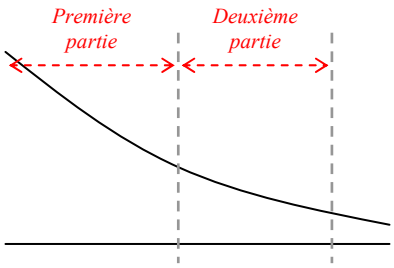


Figure n° 1.31 : L'emprise se décompose en deux parties :

- ***Première partie : les gouttes d'huile sont assimilées à des sphères***
- ***Deuxième partie : les gouttes d'huiles sont assimilées à des cylindres pontant les deux surfaces***

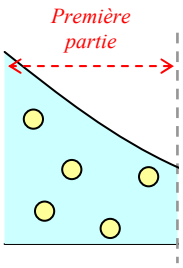


Figure n°1.32 : Première partie de l'emprise : L'huile est en phase d'approche

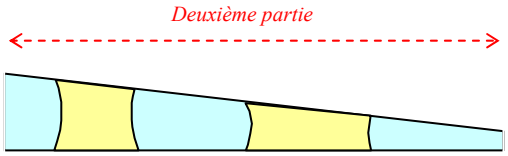


Figure 1.33-a : deuxième partie : vue de côté. La pression et le taux d'huile commencent à croître seulement lorsque la goutte d'huile a été écrasée un certain nombre de fois.

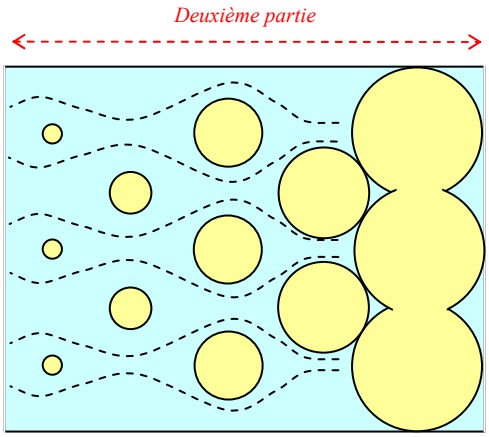


Figure 1.33-b : deuxième partie vue de dessus. L'eau qui n'a d'affinité, ni avec l'huile ni avec les parois, est chassée du contact au fur et à mesure que se rétrécit l'entrefer et que s'élargissent les piliers.

Les gouttes d'huile sont par la suite coincées et écrasées entre la tôle et le cylindre (figure n°1.33). Ce n'est précisément qu'après avoir été écrasées un certain nombre de fois que le mécanisme de Wilson proprement dit se met en place. A ce moment là, prises sous la forme cylindrique, les gouttes d'huile sont de fait assimilées à de véritables piliers porteurs et la pression peut commencer à croître. L'entrefer se rétrécissant, les piliers d'huile s'élargissent,

chassant ainsi l'eau qui se trouve alentour et qui n'a d'affinité, ni avec l'huile, ni avec les parois hydrophobes. L'eau étant chassée du contact, la concentration en huile augmente.

Wilson développe un modèle qu'il n'appliquera qu'à l'EHD et sans tenir compte de la piézo-viscosité de l'huile. Dans un premier temps, il considère que l'écoulement de l'huile et l'écoulement de l'eau sont parfaitement indépendants. Afin de rendre le modèle plus réaliste il introduit par la suite des facteurs qui rendent compte de l'interaction des flux.

3.2. Mise en équations

3.2.1. Modèle des flux indépendants [12]

Dans cette première description, les flux d'huile et d'eau sont donc considérés comme parfaitement indépendants, et la piézo-viscosité de l'huile est négligée.

Soit GP, le gradient de pression adimensionné (rapport du débit de Poiseuille sur le débit de Couette). L'équation de Reynolds peut s'écrire de la manière suivante.

(1.73) $$\begin{cases} \dfrac{d}{dh}\left(\dfrac{h^3}{12\mu U}\dfrac{dP}{dx}\right)=1 \\ GP=\dfrac{h^2}{12\mu_c U}\dfrac{dP}{dx} \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{dh}(hGP)=1 \quad \text{avec } \mu_c \text{ : viscosité dynamique de la phase continue}$$

Pour l'eau, l'intégration de l'équation de Reynolds, prise sous cette forme, donne l'expression de la quantité d'eau entrant dans le contact lorsqu'il n'y a que de l'eau :

(1.74) $$hGP-h_{cp}GP_{cp}=h-h_{cp} \Rightarrow Uh_{cp}-Uh_{cp}GP_{cp}=Uh-UhGP \Rightarrow Q_c=Uh-UhGP$$

Signification de l'indice cp : endroit où commence la déformation plastique.
Q_c est donc le débit d'eau qui entrerait dans le contact s'il n'y avait que de l'eau.

Pour l'huile :

(1.75) $$VhGP-Vh_{cp}GP_{cp}=h-h_{cp} \quad \text{où : } V=\frac{\mu_c}{\mu_d} \text{ avec } \begin{cases} \mu_c \text{ : viscosité de l'eau} \\ \mu_d \text{ : viscosité de l'huile} \end{cases}$$

(1.76) Puisque GP reste égal à : $GP=\dfrac{h^2}{12\mu_c U}\dfrac{dP}{dx}$, il est normal qu'apparaisse pour l'huile le terme VGP.

(1.77) $$\Rightarrow Uh_{cp}-VUh_{cp}GP_{cp}=Uh-VUhGP \Rightarrow Q_d=Uh-VUhGP$$

Q_d est donc le débit d'huile qui entrerait dans le contact s'il n'y avait que de l'huile.

Dans ce cas :

(1.78) $$\begin{cases} Q_d=Uh-VUhGP \\ Q_c=Uh-UhGP \end{cases} \quad \text{or d'après la concervation de la matière : } \begin{cases} \phi Q_d=K_7 \\ (1-\phi)Q_c=K_8 \end{cases}$$

Le terme Uh indique que le liquide (qu'il s'agisse de l'eau ou de l'huile) est entraîné dans le contact par les parois (terme de Couette), le terme UhGP (ou VuhGP) traduit le fait qu'une partie de ce même liquide est éjectée du contact sous l'effet du gradient de pression (terme de Poiseuille). En chaque endroit de l'emprise, le débit moyen Q est la différence entre la quantité de liquide entrant et la quantité de liquide sortant.

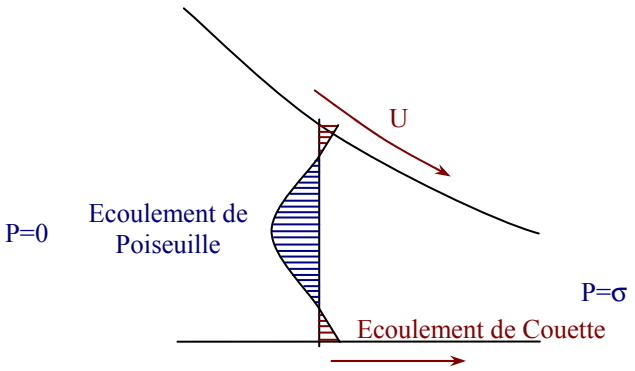


Figure n°1.34 : Schématisation de l'emprise. Visualisation de l'influence de la pression et de la vitesse des parois sur l'écoulement du fluide.

En dérivant (1.78), Wilson obtient un système de deux équations dont les inconnues sont : ϕ le taux d'huile et GP le gradient de pression adimensionné.

(1.79)
$$\begin{cases} \dfrac{d[\phi Q_d]}{dh} = 0 \\ \dfrac{d[(1-\phi)Q_c]}{dh} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d(hGP)}{dh} = \widetilde{R}_1 \\ \dfrac{d\phi}{dh} = \dfrac{\phi}{h}\dfrac{1-V\dfrac{d(hGP)}{dh}}{-1+VGP} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \widetilde{R}_1 = \dfrac{(1-\phi)(-1+VGP)-\phi(1-GP)}{(1-\phi)(-1+VGP)-\phi V(1-GP)} \\ V = \dfrac{\mu_c}{\mu_d} \end{cases}$$

On retrouve ainsi, l'équation de Reynolds corrigée d'un facteur $\widetilde{R}_1$. Ce facteur dépend du gradient de pression adimentionnalisé et du taux d'huile. Il traduit l'interaction existant entre les gouttes d'huile et les parois. Cette équation rend compte de l'évolution de la pression, alors que la deuxième traduit l'évolution du taux d'huile.

3.2.2. Modèle : interaction des flux [12]

Wilson tient compte dans cette autre version de l'interaction des flux. L'eau aura de plus en plus de mal à être éjectée du contact. Car elle devra pour ce faire, emprunter un passage de plus en plus étroit entre les piliers d'huile, considérés comme rigides, qui sont de plus en plus larges. Afin de rendre compte de cette réalité, Wilson introduit dans l'expression des débits d'huile et d'eau des facteurs de circulation (F_5, F_6) qui sont fonction du taux d'huile.

Pour le débit l'eau :

(1.80) $$Q_c = Uh - UhGP \quad devient \quad Q_c = Uh - F_6 UhGP$$

Pour le débit d'huile :

(1.81) $Q_d = Uh - VUhGP$ *devient* $Q_d = Uh - VF_5UhGP$

L'expression des facteurs F_5 et F_6 est établie à partir de calculs numériques de la circulation rétrograde de l'eau entre des piliers rigides.

(1.82)
$$F_4(\phi) = \exp\left(-2{,}13\sqrt{-\ln(0{,}907-\phi)} + 0{,}676\right)$$
$$F_5(\phi) = -3{,}74\phi^3 + 5{,}43\phi^2 - 2{,}95\phi + 2$$
$$F_6(\phi) = F_4(\phi) + VF_5(\phi)[1 - F_4(\phi)]$$

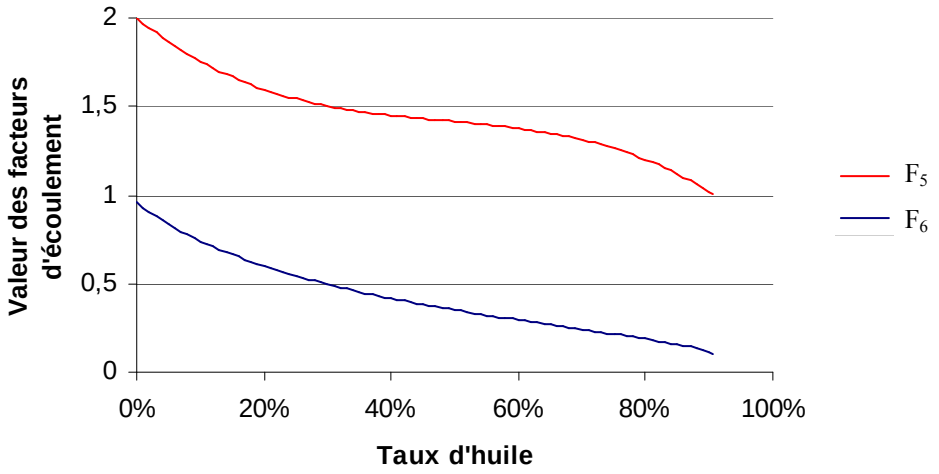


Figure n°1.35 : Evolution des facteurs qui sont insérés dans les équations afin de rendre compte de l'effet barrière de l'huile à pression nulle, pour V=0,1.

Analyse de l'influence de l'introduction des facteurs d'écoulements :

F_4 limite la valeur maximale du taux d'huile à 0,907.

(1.83) La valeur $0{,}907 \approx \dfrac{\pi}{2\sqrt{3}}$ est la concentration maximale pouvant être atteinte, avant que les piliers ne se touchent et enferment l'eau. Le prendre en compte répond ainsi à une logique d'ordre géométrique.

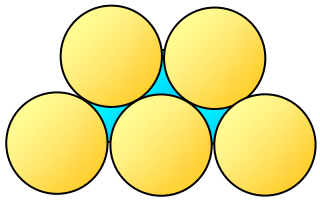


Figure n° 1.36 : lorsque les gouttes d'huile se touchent le taux d'huile est de 0,907.

Lorsque le taux d'huile est faible, F_6 vaut 1. En effet à basse concentration, les gouttes d'huile ne gênent en rien l'écoulement de l'eau. Lorsque le taux d'huile est élevé, F_6 vaut 0 : en effet, il y a eu inversion de l'émulsion, et toute l'eau contenue dans le volume d'huile se trouve piégée et n'a d'autre choix que d'aller plus avant dans le contact.

Pour établir les équations suivantes, le raisonnement est le même que celui décrit dans le paragraphe précédent. Dans ce développement, l'influence de la piezo-viscosité n'est toujours pas prise en compte.

$$(1.84)\quad \begin{cases} Q_d = Uh - VF_5UhGP \\ Q_c = Uh - F_6UhGP \\ \phi Q_d = cste \\ (1-\phi)Q_c = cste \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d[\phi Q_d]}{dh} = 0 \\ \dfrac{d[(1-\phi)Q_c]}{dh} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d(hGP)}{dh} = \widetilde{R}_2 \\ \dfrac{d\phi}{dh} = \dfrac{\phi}{h}\dfrac{1 - VF_5\dfrac{d(hGP)}{dh}}{-1 + VF_5GP + L_2} \end{cases}$$

$$(1.85)\quad avec \begin{cases} \widetilde{R}_2 = \dfrac{(1-\phi)[-1+VF_5GP+L_2] - \phi[1-F_6GP+L_1]}{F_6(1-\phi)[-1+VF_5GP+L_2] - \phi VF_5[1-F_6GP+L_1]} \\ L_1 = [F_4'(1-VF_5) + VF_5'(1-F_4)]GP(1-\phi) \quad et \quad L_2 = VF_5'GP\phi \end{cases} \quad où \begin{cases} F_4' = \dfrac{dF_4}{d\phi} \\ F_5' = \dfrac{dF_5}{d\phi} \end{cases}$$

Lorsque l'interaction des flux n'est pas considérée :

$$(1.86)\quad L_1 = 0 \quad L_2 = 0 \quad F_5 = 1 \quad F_6 = 1 \quad \Rightarrow \widetilde{R}_1 = \widetilde{R}_2 \quad et \quad \frac{\phi}{h}\frac{1 - VF_5\dfrac{d(hGP)}{dh}}{-1 + VF_5GP + L_2} = \frac{\phi}{h}\frac{1 - V\dfrac{d(hGP)}{dh}}{-1 + VGP}$$

Comme dans le cadre des flux indépendants, on se retrouve avec un système à deux équations dont les deux inconnues sont le gradient de pression adimensionné et le taux d'huile. De même, on retrouve l'équation de Reynolds corrigée d'un facteur $\widetilde{R}_2$: facteur dépendant du gradient de pression adimensionné et du taux d'huile. Cette équation traduit l'évolution de la pression, alors que la deuxième traduit l'évolution du taux d'huile. La présence du gradient de pression dans la deuxième équation (donnant l'évolution de la concentration) et du taux d'huile dans la première équation (donnant l'évolution de la pression) traduit le couplage des équations. Il exprime la relation de dépendance existant entre pression et taux d'huile.

3.3. Résultats du modèle, configuration cylindre / plan rigides

La concentration en huile augmente, lorsqu'on se rapproche du contact, jusqu'à ce qu'il y ait inversion de l'émulsion (fig. n°1.37). Ainsi, à une certaine distance de la zone de travail, se constitue une réserve d'huile quasi-pure. Par conséquent, grâce au phénomène de concentration dynamique, la présence d'un fin film d'huile, s'interposant entre la tôle et le rouleau, serait bel et bien assurée.

Cette réserve d'huile se constitue d'autant plus tôt que la concentration initiale en huile est élevée (fig. n°1.37). De même, plus cette concentration initiale est élevée, et plus la zone sur laquelle se répartit la pression est grande.

Alors que l'hypothèse de départ de Wilson est l'opposée de celle faite par Szeri, l'un comme l'autre présente des résultats très convaincants aux nombreuses similitudes …

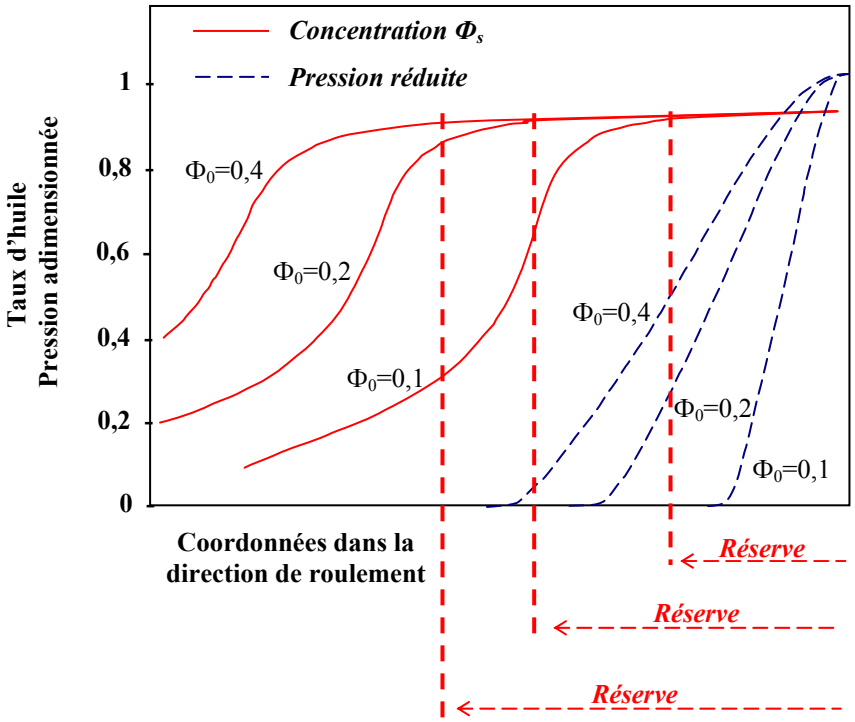


Figure n° 1.37 : Evolution du taux d'huile et de la pression pour des émulsions aux taux d'huiles initiaux différents. [12]

3.4. Tentative de simplification – Zone d'entrée en laminage

3.4.1. Présentation

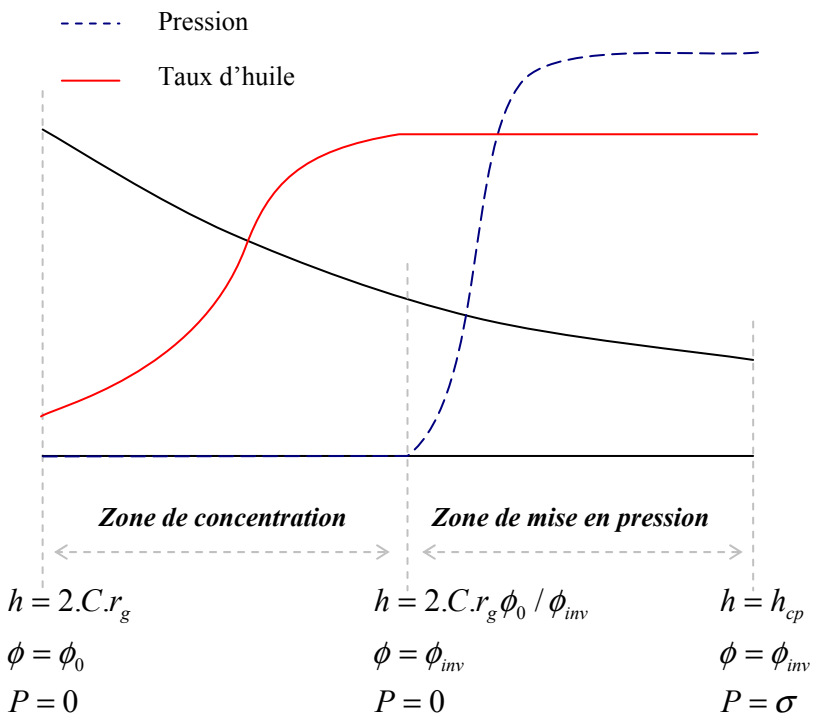


Figure n° 1.38 : Modèle simplifié proposé par Wilson

Dans le cadre de cette simplification, Wilson décide de découpler ses deux équations en distinguant deux zones. (Voir fig. n°1.38)

La première zone commence lorsque $h=2Cr_g$ (avec C<1, c'est à dire lorsque l'épaisseur est égale à une fraction du diamètre des gouttes d'huile) et se termine à l'endroit où se produit l'inversion de l'émulsion. Wilson admet ainsi que toute l'huile qui est arrivée en $h=2Cr_g$ est forcément entraînée plus en aval dans le convergent. Ainsi, face à la diminution du volume qui résulte de la progression du lubrifiant vers le contact, le volume d'huile présent est estimé constant, et c'est le volume d'eau qui diminue. Autrement dit, seule l'eau est éjectée. Par conséquent, dans cette zone, la concentration en huile augmente de la manière suivante :

(1.87) $\phi = \phi_0 \dfrac{2Cr_g}{h}$. Lorsqu'il y a inversion de l'émulsion (pour $\phi=\phi_{inv}$) l'eau est irrémédiablement piégée dans le volume d'huile : le taux d'huile ne peut donc plus augmenter et reste égal à ϕ_{inv}. ϕ_{inv} est de ce fait la valeur maximale qu'il est possible d'atteindre. Aussi la valeur ϕ_{inv} est

(1.88) atteinte lorsque $h=h_{inv}$ tel que : $h_{inv} = 2Cr_g \dfrac{\phi_0}{\phi_{inv}}$.

Selon Wilson, dans cette zone, aucune mise en pression significative n'est possible.

La deuxième zone commence lorsque $h=h_{inv}$, et se termine lorsque la pression égale la contrainte d'écoulement de l'acier constitutif de la tôle σ. Dans cette zone, la concentration qui a atteint son maximum reste bien évidemment constante. Puisqu'il y a eu inversion de l'émulsion, que la phase continue est l'huile, Wilson admet alors que la mise en pression est possible. Il intègre ainsi une première fois l'équation de Reynolds, sans négliger la piezo-viscosité de l'huile. Une deuxième intégration conduit à donner l'expression suivante :

(1.89) $\exp(-\Gamma P) = -\dfrac{12\mu_{huile} U\Gamma}{\theta}\left(\dfrac{1}{h} - \dfrac{h_{cp}}{2h^2}\right) + K_9$ où $\begin{cases} K_9 \text{ est la constante d'intégration} \\ \theta = \sqrt{\dfrac{2\alpha e_c}{R}} \text{ nommé angle d'attaque} \end{cases}$ Puisque :

e_c : demi épaisseur de tôle α : taux de réduction R : Rayon du cylindre

(1.90) $\begin{cases} P = 0 & lorsque \quad h = h_{inv} \\ P = \sigma & lorsque \quad h = h_{cp} \end{cases}$ alors (1.89) donne :

(1.91) $1 - \exp(-\Gamma\sigma) = \dfrac{12\mu_{huile}^{P=P_{atm}} U\Gamma}{\theta}\left(\dfrac{1}{2h_{cp}} - \dfrac{1}{h_{inv}} + \dfrac{h_{cp}}{2h_{inv}^2}\right)$

Cette équation donne ainsi l'épaisseur h_{cp}:

(1.92) $h_{cp} = h_{inv}\left(K_{10} - \sqrt{K_{10}^2 - 1}\right) \quad avec \quad K_{10} = 1 + \dfrac{h_{inv}}{2h_{cp}^{h.p.s}}$ où $h_{cp}^{h.p.s}$ est l'épaisseur du film obtenu en huile pure dans le cas suralimenté. $h_{cp}^{h.p.s.}$ est connue car donnée par la formule de Wilson et

(1.93) Walowit [3] : $h_{cp}^{h.p.s.} = \dfrac{6\mu_{huile} U}{\theta} \dfrac{\Gamma}{1 - \exp(-\Gamma\sigma)}$

NB : En huile entière, dans le cas infiniment alimenté, la zone de mise en pression est étendue. Par conséquent, h_{inv} est grande. Dans ce cas, l'équation (1.92) permet bien de retrouver le résultat du cas monophasique parfaitement alimenté (1.93).

3.4.2. Résultats du modèle simplifié:

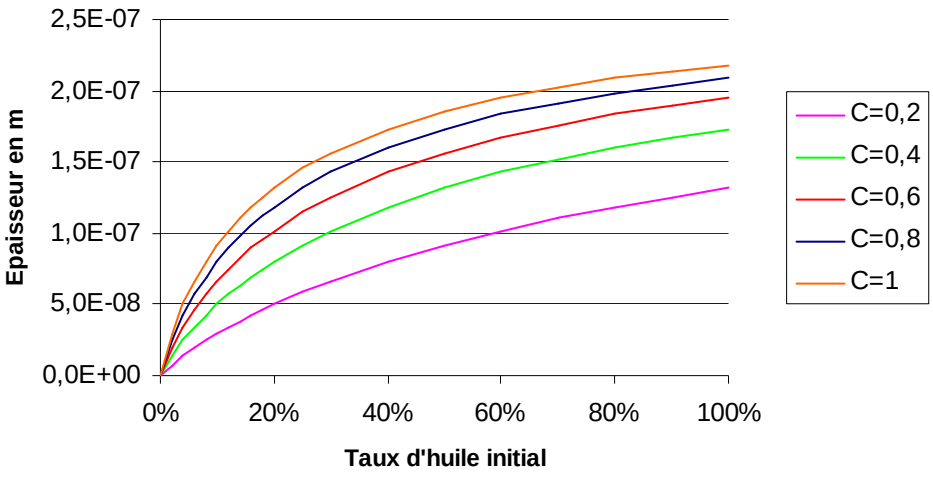


Figure n°1.39 : Evolution de l'épaisseur (h_{cp}) du film lubrifiant en fonction du taux initial d'huile, pour différentes valeurs de C pour une vitesse de 1 m/s. Courbes données par le modèle simplifié de Wilson.

L'épaisseur du film lubrifiant est fonction de l'endroit ($h=2.C.r_g$) où commence le mécanisme de concentration de Wilson, donc de la valeur de C. Le modèle montre que l'épaisseur est une fonction croissante du taux initial d'huile.

3.5. Confrontation, théorie – expériences

En EHD :

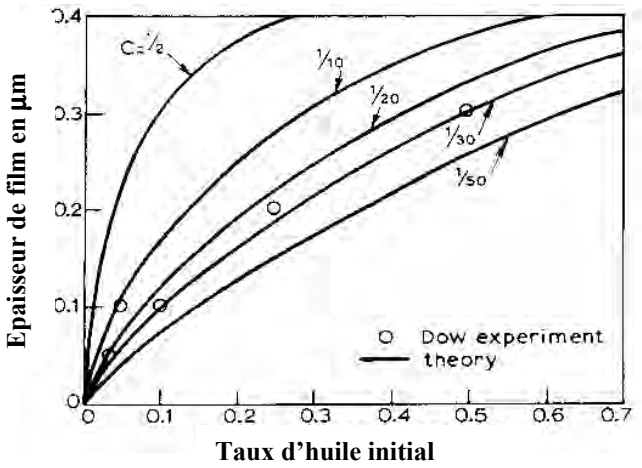


Figure n°1.40 : superposition des courbes du modèle de Wilson et des résultats expérimentaux de Dow. [35]

En 1977, Dow [35] a mesuré l'épaisseur de films, formés par différents lubrifiants, dans un contact linéique en EHD : huile entière d'une part et émulsions d'huile dans l'eau d'autre part. Wilson a ainsi pu comparer les épaisseurs prédites par son modèle, à celles obtenues expérimentalement par Dow (fig. n°1.40).

Pour ce faire, Wilson fait démarrer le début de la zone de concentration, lorsque la distance, séparant les deux surfaces antagonistes, est égale à une certaine fraction C du diamètre des gouttes. Les résultats donnés par le modèle sont des plus satisfaisants, à ceci près que la valeur de C n'est pas connue d'avance. Pour cette expérience précise, la goutte a été écrasée 30 fois (car 1/C=30) avant que ne commence le mécanisme de concentration. La valeur du paramètre C est imprévisible. En conséquence, si le modèle de Wilson est en mesure de donner des résultats quantitatifs, il n'est pas complètement prédictif.

3.6. Paramètre C

Trouver une valeur pour C égale à 1/30ème, c'est à dire affirmer que le mécanisme de concentration commence lorsque les gouttes ont été écrasées 30 fois et rien de moins, peut paraître pour le moins étonnant.

Wilson [12] explique cela, dans un premier temps, en disant que le taux d'huile initial considéré est en fait surévalué. Or prendre une plus grande concentration en huile, cela revient (toute autres conditions inchangées par ailleurs) à augmenter le diamètre des gouttes : il est alors normal de constater que le C calculé est plus faible que le C expérimental.

L'origine de cette surévaluation de la concentration initiale a selon lui deux origines. D'une part, il fait référence à une observation faite par Wan en 1984 [36]. Wan a en effet constaté que des gouttes d'huile étaient éjectées du contact : l'eau serait donc préférentiellement mais pas exclusivement éjectée du contact. Or dans le modèle de Wilson, toute l'huile pénètre dans l'emprise. Par conséquent, la concentration initiale de l'émulsion, pénétrant dans le convergent, considérée par Wilson est bel et bien trop grande. D'autre part, il aborde le problème de la rémanence de l'eau sur la tôle qui fait varier la concentration en huile. De sorte que le taux d'huile, de l'émulsion qui se trouve dans la zone d'alimentation, est inférieur au taux d'huile de cette même émulsion, avant que celle-ci n'arrose la tôle. A cause de ce phénomène non pris en compte, la concentration en huile serait surévaluée dans le modèle.

Est-ce que cela suffit à expliquer la raison pour laquelle C est si faible ? Ce qui est sûr c'est que Wilson ne manque pas dans une publication ultérieure [37] d'aborder de nouveau le problème.

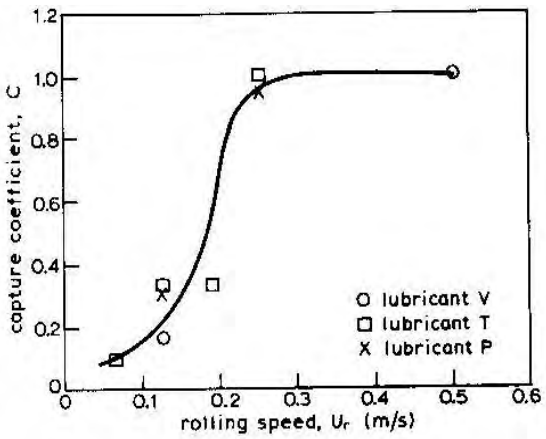


Figure n°1.41 : Evolution du paramètre C en fonction de la vitesse. [37]

Dans cette autre publication [37], le paramètre C, nommé coefficient de capture, prend plus d'importance et tout un paragraphe lui est consacré.

Wilson, pressent en effet, que le paramètre C englobe des facteurs importants qu'il conviendrait de ne pas négliger. Il écrit simplement : « la variation de C avec la vitesse (fig. n°1.41) et son indépendance vis à vis de la viscosité suggèrent que les gouttes d'huile sont précipitées dans la zone de contact, par couplage, entre l'huile (plus visqueuse que l'eau) et les parois du convergent ».

A en croire ce qu'il écrit, le paramètre C traduirait donc la limite de capacité des surfaces lipophiles à piéger les gouttes d'huile : phénomène dont Wilson ne tient pas compte. Cette vision est très intéressante, mais comment expliquer, notamment, que la capacité de piégeage des surfaces augmente avec la vitesse, surtout s'il y a un aspect cinétique du mouillage qui varie dans l'autre sens (fig. n°1.41) ?

3.7. Commentaire personnel

Ce qui est certain, c'est qu'il est très difficile de prévoir une épaisseur de film en fonction de la taille des gouttes d'huile, à cause de la trop grande influence de la chimie sur le comportement de l'émulsion (voir § II – 4.). Comme dans le modèle de Wilson l'épaisseur est fonction de la taille des gouttes d'huile : l'introduction du paramètre C pourrait être perçue comme une conséquence de l'existence de cette difficulté. Il serait alors le réceptacle de tous les phénomènes physico-chimiques non pris en compte par le modèle.

Lorsque l'émulsion arrive sur la tôle, elle se retrouve dans une situation bien différente de celle dans laquelle elle se trouvait en son lieu de stockage : la température de la tôle en laminage à froid peut atteindre 200 °C , sur cette même tôle se trouve un reste du lubrifiant de la cage précédente, ainsi qu'une partie de l'eau éjectée du contact. Par conséquent, l'émulsion peut être sujette à de nombreuses évolutions ; dilution, réactions chimiques, dégradation sous l'influence de la température, évaporation, évolution de la stabilité de l'émulsion, de la viscosité de l'huile… Dans ces conditions, établir une relation entre des effets (épaisseur du film par exemple) et les caractéristiques initiales de l'émulsion (non étudiées in-situ) peut s'avérer ardu !

4. Modèle de sous-alimentation

Dans le développement précédent, a souvent été évoqué le fait que la quantité d'huile disponible, susceptible d'alimenter l'emprise, est inférieure à ce que cette même emprise est en mesure de prendre.

C'est ce phénomène qui pourrait être à l'origine de l'existence de la vitesse critique U_{c1}, donc de la bifurcation des courbes d'épaisseur.

Wilson ne s'y est d'ailleurs pas trompé en développant un modèle typiquement inspiré des principes de la sous-alimentation. En effet, la mise en pression, ou la position du ménisque,

(1.94) est située en $h_{inv} = 2Cr_g \dfrac{\phi_0}{\phi_{inv}}$ et non pas en h_{inv} grand (cas suralimenté).

N.B. : Lorsqu'un liquide s'interpose entre deux surfaces, relativement proches l'une de l'autre, il y a formation d'un ménisque, dont la forme est fonction des tensions de surface.

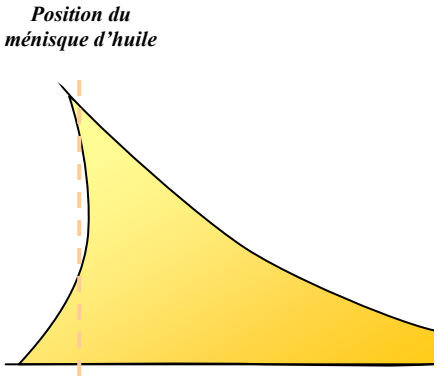


Figure n°1.42-a : En huile entière, il y a en amont formation d'un ménisque d'huile.

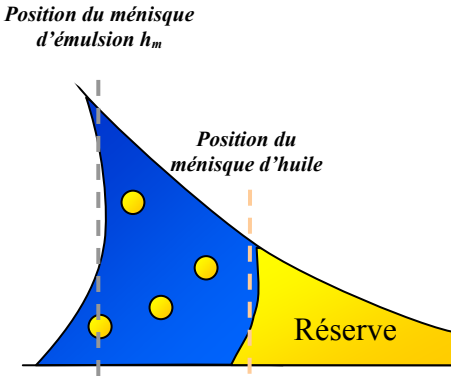


Figure n°1.42-b : En émulsion, avec la formation de la réserve d'huile, il y a formation de deux ménisques : un ménisque d'huile et un ménisque d'émulsion.

La raison première qui nous pousse à nous intéresser au modèle de sous-alimentation est la similitude comportementale du système en huile entière, mis volontairement dans un état de sous-alimentation, et du système lubrifié à l'aide d'une émulsion.

4.1. Expérience :

Guangteng et al. [38] ont utilisé leur dispositif EHD expérience bille / plan, en limitant la quantité de lubrifiant (huile entière) disponible. Pour chaque vitesse, l'épaisseur centrale est mesurée par interférométrie (fig. n° 1.43).

Dans cette configuration (donc en huile entière) comme pour les émulsions, l'augmentation de la vitesse provoque initialement une hausse de l'épaisseur du film lubrifiant. Dans les deux cas, il existe une vitesse critique (U_{c1}) au-delà de laquelle l'épaisseur cesse de croître. La valeur de cette vitesse critique est d'autant plus petite que la quantité d'huile disponible est faible (fig. n° 1.15-b et fig. n°1.43).

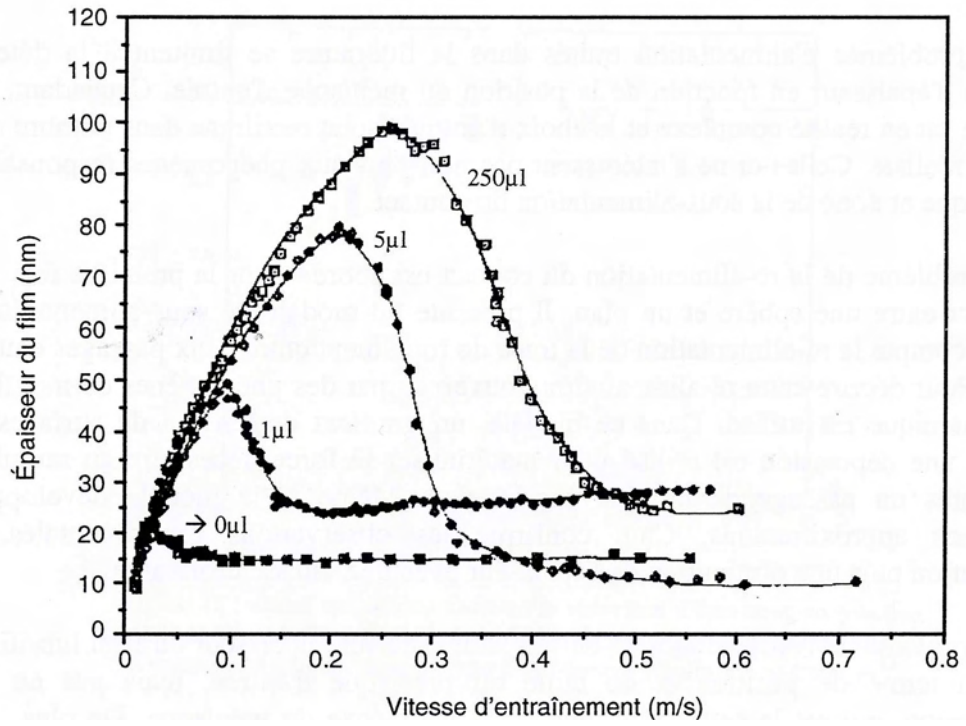


Figure n° 1.43 : Pour ce système, lubrifié en huile entière et mis dans un état de sous-alimentation, il y a existence de la vitesse critique à partir de laquelle une hausse de la vitesse provoque une chute de l'épaisseur du film . **[38]**

4.2. Interprétation [39] :

Le modèle développé par Chiu [40] est en mesure de retrouver l'intégralité des résultats expérimentaux de Guangteng et al. [38]. Pour y parvenir, il intègre dans ses équations les paramètres essentiels, comme la forme de l'objet tournant ($\tilde{k} = R_x / R_y$, avec R_x la largeur et R_y la longueur du contact) ou encore la contribution des résidus du film (h_1), qui diminue avec la vitesse, et influence la position du ménisque.

$$\begin{cases} \dfrac{5{,}5}{h_0^{3/2}} - \dfrac{12x_0}{\left(h_0 + 0{,}5x_0^2\right)^2} = \dfrac{3+2\tilde{k}}{U} \\ x_0^2 = \dfrac{\left(3+2\tilde{k}\right)h_1 - 2\left(2+\tilde{k}\right)h_0}{\tilde{k}} \\ h_1 = h_0 + \dfrac{\Theta}{U} \end{cases} \quad (1.95)$$

Θ rend compte de la forme du contact et des tensions de surface.
U : Vitesse de laminage.
h_0 : Epaisseur du film au niveau du plateau
h_1 : Epaisseur du film en entrée de la zone d'alimentation
x_0 : Etendue de la réserve d'huile dans la zone d'entrée.

Chiu [40] arrive ainsi aux conclusions suivantes. D'une part, l'apparition de la vitesse critique U_{c1} est due au caractère limité de la quantité d'huile disponible. D'autre part, la baisse d'épaisseur est directement liée à la forme de l'objet tournant.

Il faut noter qu'en EHD, c'est le passage répété du contact qui accentue la sous alimentation, donc qui génère un appauvrissement progressif de la couche résiduelle.

Schmid et Wilson [39] ont utilisé les équations de Chiu [40] pour retrouver, par le calcul, les résultats de Zhu [25].

Dans l'expérience de Zhu en question, le contact est ponctuel et le lubrifiant utilisé est une émulsion.

Cela revient à postuler que dans un premier temps, la réserve d'huile se constitue grâce au plate-out. Ce ne serait alors qu'à partir du moment où la quantité d'huile fournie par le plate-out deviendrait insuffisante que commencerait le mécanisme de concentration hydrodynamique de Wilson.

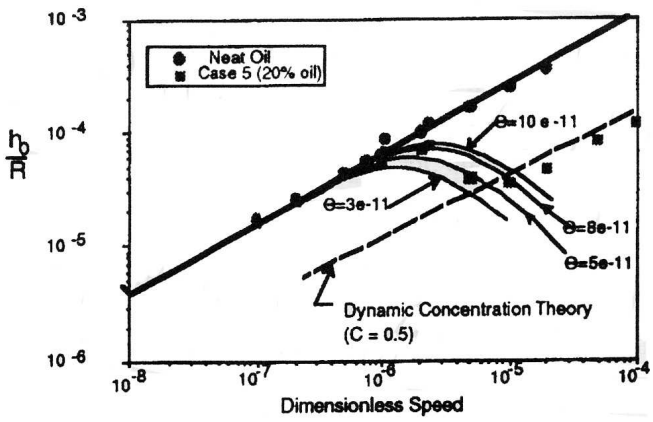


Figure n° 1.45 : La décroissance de l'épaisseur, est ici aussi, due à la forme de l'objet tournant [39].

4.3. Autres considérations

Apparition de la vitesse U_{c1} …

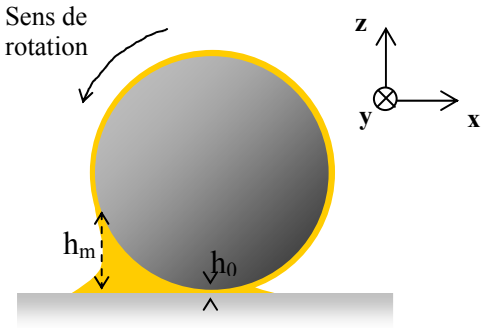


Figure n° 1.44-a : Aux basses vitesses, il y a formation d'une réserve d'huile.

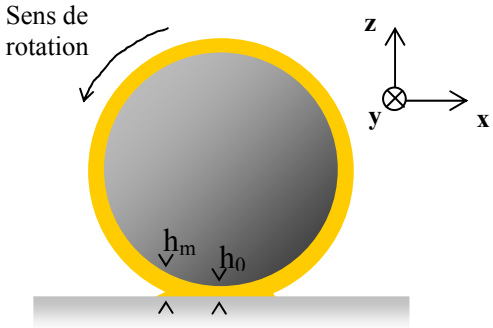


Figure n° 1.44-b: Aux hautes vitesses, la réserve a quasiment disparu. La lubrification est assurée grâce aux films limites : le système est en état de sous-alimentation critique.

Aux basses vitesses il y a une réserve d'huile en amont du contact. La quantité d'huile consommée par le système est faible. Comme l'huile qui a servi à former le film adhère à l'objet tournant, la réserve se voit en permanence réalimentée. En conséquence, la position du ménisque ne bouge pas, et le système est stable dans le temps. Même si la position du ménisque n'est pas rejetée en l'infini, la valeur de h_m est suffisamment grande pour qu'il n'y ait pas de problème d'alimentation, ou de différence avec le cas suralimenté. (fig. n°1.44-a)

Avec l'augmentation de la vitesse, l'épaisseur augmente et la quantité de lubrifiant, prélevée de la réserve pour alimenter l'emprise, est plus grande. La réserve diminue, et le ménisque se rapproche du contact. Si la quantité d'huile ainsi retirée ne revient pas à temps pour réalimenter l'emprise, pour recouvrir la trace de roulement entre deux passages, alors le système est en état de sous-alimentation. En conséquence, il y a moins d'huile en entrée et le ménisque se rapproche du lieu du contact (voir fig. n°1.44-b). La pression dans le fluide

commence ainsi à croître de manière plus tardive, et de ce fait, à effort constant, l'épaisseur du film devient moins grande, que dans le cas suralimenté.

La décroissance d'épaisseur pour $U>U_{c1}$ est liée à la forme de l'objet tournant …

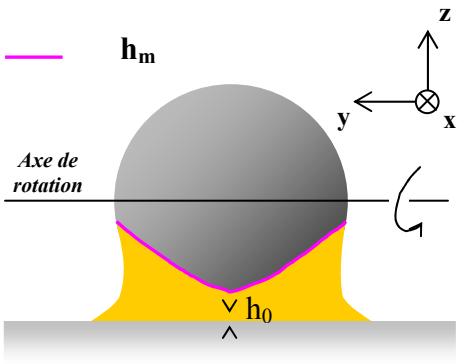


Figure n° 1.44-c : Aux hautes vitesses, pour un contact ponctuel, la hauteur du ménisque (h_m) est plus faible au centre qu'à la périphérie.

Lorsque la sphère tourne au-dessus du plan, le lubrifiant est mis sous pression. Dans le sens où la pression est plus forte là où l'épaisseur est la plus faible, l'huile a tendance à partir sur les côtés. Ce phénomène génère ainsi un appauvrissement du centre en huile et constitue des réserves d'huile à la périphérie (voir fig. n° 1.44-c). Réserves qui contribuent à leur tour à approvisionner le centre : l'huile étant mue de la périphérie vers le centre sous l'effet de la tension de surface.

La position du ménisque est déterminée lorsque est atteint l'équilibre : entre le débit de fuite, dû au caractère sphérique de l'objet tournant, et les capacités de réalimentation du centre, par les réserves périphériques, gouvernée par la tension de surface. Or il se trouve, qu'au delà de U_{c1} la réalimentation du centre devient de moins en moins efficace avec l'augmentation de la vitesse : en conséquence, et sans surprise, l'épaisseur diminue avec l'augmentation de la vitesse.

Lorsque le contact est vraiment linéique, ces réserves périphériques ne risquent pas d'être en peine d'alimenter le centre, car elles n'existent pas : donc cette baisse d'épaisseur, ne se conçoit que pour les contacts ponctuels ou assimilés.

4.4. Commentaire personnel

Apparition de la vitesse U_{c1} …

L'analogie des réponses des deux systèmes (huile entière en état de sous-alimentation ou émulsion), face à la sollicitation en vitesse, nous paraît suggestive : dans la lubrification par émulsion, il existe, selon toute vraisemblance, un phénomène de sous-alimentation en huile de l'emprise.

Pour la baisse de l'épaisseur au delà de U_{c1} …

Dans les essais cités (voir fig. n° 1.43) il a donc clairement été établi que c'était la forme (sphérique) de l'objet tournant qui était à l'origine de la baisse de l'épaisseur. Dans un contact ponctuel, en huile entière, le liquide a en effet une certaine capacité à contourner le lieu où la pression est la plus élevée.

Cette capacité est naturellement altérée lorsque le contact n'est plus ponctuel mais elliptique, et a fortiori linéique, lorsque la longueur de l'empreinte du contact (R_y), devient grande, devant la largeur (R_x) de ce même contact.

En laminage, le contact est linéique. Si, lors de la lubrification par émulsion en laminage, on observe parfois (fig. n°0.8) une baisse d'épaisseur, celle-ci ne peut pas être imputée à la forme de l'objet tournant. L'origine de cette baisse doit donc être recherchée ailleurs…

5. Conclusion

Les modèles à viscosités efficaces semblent peu adaptés au problème qui nous préoccupe. La non variation du taux d'huile le long de l'emprise étant une condition trop rigide, rendant caduque toute tentative d'explication des phénomènes observés.

Les mécanismes décrits par Wilson et par Szeri suscitent en nous un très vif intérêt. Intérêt d'autant plus vif que les modèles auxquels ils ont donné naissance sont en mesure de retrouver certains résultats expérimentaux. C'est la raison pour laquelle nous nous proposons de les étudier de plus près afin d'en exploiter toutes les potentialités.

Il faut enfin noter que le phénomène de sous-alimentation, qui semble être l'origine de l'apparition de la vitesse critique U_{c1}, est inclus dans les équations de Wilson. Nous allons voir dans la suite dans quelle mesure cela permet de retrouver les principaux résultats expérimentaux.

Conclusion du chapitre 1

La recherche bibliographique a été particulièrement instructive. En parcourant les divers articles consacrés à la lubrification (par émulsion) en laminage à froid, il a été possible d'acquérir les connaissances essentielles suivantes.

En industrie le laminage s'effectue en régime mixte afin d'éviter les risques de sur-lubrification et pour des raisons d'état de surface. La valeur du frottement est donc essentiellement due au contact entre aspérités. Ces contacts sont d'autant plus nombreux que l'épaisseur du film lubrifiant est faible. Le frottement au niveau des plateaux (hors considération du micro-hydrodynamisme) est gouverné par la chimie, ou pour être plus précis les additifs liposolubles.

En huile entière l'épaisseur d'huile passante est proportionnelle (dans le cas du laminage, sans effet thermique) à la viscosité du lubrifiant. Or la faible capacité calorifique de l'huile fait que l'échauffement de la tôle et des cylindres est trop important à haute vitesse : la viscosité de l'huile s'effondre, l'épaisseur du film diminue, le taux de plateau croît, et le frottement augmente.

Pour remédier à ce problème l'idée est d'utiliser une émulsion d'huile dans l'eau dont le taux d'huile est inférieur à 2 %. La grande capacité calorifique de l'eau permet de contrôler la température et d'éviter ces dérives.

Toute la question est cependant de savoir comment un liquide à la viscosité aussi faible peut être un bon lubrifiant. Une partie du paradoxe a été résolue par des expériences en EHD, par exemple [2]. Il a été constaté qu'aux basses vitesses, il y avait formation d'une réserve d'huile. Seule l'huile entre ainsi dans le contact et c'est bien l'huile qui lubrifie: l'eau pour sa part joue à l'extérieur le rôle de thermorégulateur. Cette découverte nous fait naturellement nous poser la question suivante: pourquoi y a-t-il formation d'une réserve d'huile ? La réponse apportée par les spécialistes (Szeri et Wilson entre autres) est que face au gradient de pression, la différence de viscosité entre les deux liquides va induire une différence de mobilité: l'eau moins visqueuse que l'huile sera préférentiellement éjectée du contact. En conséquence le taux d'huile augmente jusqu'à ce qu'il n'y ait plus que de l'huile.

Cependant, avec l'augmentation de la vitesse, la réserve diminue, et finit pour une certaine vitesse critique (U_{c1}) par devenir indétectable. Attention, indétectable ne veut pas dire inexistante. Pour cette vitesse (U_{c1}) l'épaisseur d'huile passante cesse d'être égale à l'épaisseur obtenue lorsque le système est sollicité dans les mêmes conditions avec de l'huile entière.

Notre avis personnel, qui n'est à ce stade qu'une intuition et demande naturellement confirmation, est le suivant. D'une part les résultats de Zhu sont généralisables au laminage. D'autre part, lorsque $U=U_{c1}$, la réserve s'effondre et devient indétectable sans pour autant disparaître totalement. Cette diminution drastique de la longueur de la réserve d'huile, par effet de sous-alimentation, induit un retard à la montée en pression, qui fait "décrocher" la courbe de l'émulsion de celle de l'huile entière. Cela évite au système, lubrifié grâce à l'huile de l'émulsion, tout risque de sur-lubrification. La non-disparition de la réserve fait que le contact continue pour un temps d'être alimenté en huile pure ou quasi-pure. Pour une certaine vitesse, que nous nommons U_{c2}, de l'eau (dont le pouvoir hydrodynamique ne peut indéfiniment être négligé) entre dans l'emprise. Avec l'entrée de l'eau, les surfaces en contact qui frottent les unes sur les autres sont privées des additifs liposolubles, et le frottement augmente.

La suite de l'étude doit d'une part confirmer ces assertions, d'autre part répondre aux questions suivantes :

- pourquoi la réserve diminue-t-elle avec l'augmentation de la vitesse ?
- comment faire pour qu'elle continue d'exister à des vitesses plus élevées ?
- disparaît-elle totalement en U_{c1} ?
- si non, que se passe-t-il lorsqu'elle disparaît totalement ?

CHAPITRE 2

ENTREE DE L'EAU
OU
MODELISATION DES PHENOMENES HYDRODYNAMIQUES

Introduction p. 83

I. Mise au point du modèle numérique sur le cas monophasique p. 83

1. Contact cylindre / plan p. 83

1.1. Solution exacte p. 83

1.2. Conditions aux limites p. 84
1.2.1. Ménisques en l'infini p. 84
1.2.2. Ménisque gauche en l'infini et conditions de Reynolds en sortie p. 86
1.2.3. Sous-alimentation et conditions de cavitation p. 88

1.3. Programmation p. 89
1.3.1. Détermination de k p. 89
1.3.2. Méthode p. 90
1.3.3. Résultats p. 92
1.3.4. Sensibilité du modèle p. 93

1.4. Evolution de l'épaisseur en fonction de la vitesse à force imposée p. 95
1.4.1. Dans le cas suralimenté p. 95
1.4.2. Dans le cas sous-alimenté p. 95

1.5. Evolution de l'épaisseur en fonction de la vitesse à pression imposée p. 98
1.5.1. Dans le cas suralimenté p. 98
1.5.2. Dans le cas sous-alimenté p. 99

2. Zone d'entrée en laminage p. 101

2.1. Schéma de laminage p. 101

2.2. Hypothèse simplificatrice p. 104

2.3. Détermination du profil de pression pour un fluide monophasique p. 104
2.3.1. Conditions aux limites p. 104
2.3.2. Intégration p. 105
2.3.3. Résultats p. 106
2.3.4. Résolution par différences finies et justification de l'approximation p. 107

2.4. Epaisseur en fonction de la vitesse dans le cas suralimenté p. 108
2.4.1. Eau : fluide non piézo-visqueux p. 108
2.4.2. Huile : fluide piézo-visqueux p. 108

2.5. Epaisseur en fonction de la vitesse dans le cas sous-alimenté p. 109

3. Conclusion p. 110

II. Modèle diphasique de Wilson p. 111

1. Modèle : interaction des flux et huile piézo-visqueuse p. 111

2. Conditions aux limites p. 111

3. Méthodes de résolution p. 112

3.1. Ordre deux p. 112

3.2. Ordre un p. 112

4. Résultats et discussion en laminage ---------- **p. 114**
4.1. Evolution autour de U_{c1} ---------- p.117
4.2. Vision resserrée autour de U_{c2} ---------- p.118
4.3. Débit d'alimentation ---------- p.120
5. Première tentative de simplification ---------- **p. 121**
6. Deuxième tentative de simplification ---------- **p. 122**
7. Analyse de h_{cp} et U_{c2} ---------- **p. 123**
8. Etude paramétrique ---------- **p. 125**
8.1. Rayon du cylindre, épaisseur de la tôle et taux de réduction ---------- p.125
8.2. Contrainte d'écoulement du métal ---------- p.126
8.3. Piézo-viscosité ---------- p.126
8.4. Viscosité ---------- p.127
8.5. Taux d'huile initial ---------- p.128
8.6. Taille des gouttes d'huile ou valeur du paramètre C ---------- p.129
9. Conclusion ---------- **p. 130**

III. Modèle diphasique de Szeri ---------- **p. 131**
1. Equations de Szeri ---------- **p. 131**
2. Méthode de résolution ---------- **p. 132**
3. Position du ménisque ---------- **p. 133**
4. Résultats du modèle ---------- **p. 135**
5. Comparaison Szeri-Wilson ---------- **p. 137**
6. Modèle de Szeri lorsque r_g<<h ---------- **p. 139**
6.1. La force d'entraînement est négligée ---------- p. 139
6.2. Résultats ---------- p. 142

IV. Modèle couplé Szeri-Wilson ---------- **p. 143**
1. Présentation ---------- **p. 143**
2. Continuité des modèles ---------- **p. 143**
3. Résultat ---------- **p. 144**
4. Comparaison : modèle de Szeri et modèle couplé Szeri – Wilson ---------- **p. 144**
5. Comparaison : modèle de Wilson et modèle couplé Szeri – Wilson ---------- **p. 145**

Conclusion ---------- **p. 146**

Introduction

Szeri et Wilson ont chacun décrit un mécanisme, qui selon eux, permet de retrouver un certain nombre de résultats expérimentaux. Cela est fort intéressant, et le serait davantage s'il n'y avait par ailleurs un problème: comme il a été remarqué dans l'analyse bibliographique, les deux modèles arrivent à des résultats manifestement analogues, alors que les hypothèses de départ présentent certaines différences.
Szeri, développe un modèle où la concurrence entre les deux liquides est relativement « douce ». Si l'huile, plus visqueuse, donc moins mobile, est moins éjectée que l'eau, elle est quand même en partie éjectée du contact. Cela, car les gouttes d'huile sont entraînée par le flux retour de l'eau.
Pour Wilson, l'analyse est plus tranchée. Les gouttes d'huile s'accrochent aux parois et progressent inexorablement vers le contact. Lorsque l'espace se restreint, c'est l'eau et seulement l'eau qui est éjectée.

Quel sens donner à cette observation ? Cela signifie-t-il que deux mécanismes différents sont susceptibles de pouvoir concourir à la formation du film lubrifiant ? Si tel est le cas, alors une multitude de questions s'offrent à nous. Quelle est la réelle performance de chacun de ces deux mécanismes ? Interviennent-il de manière simultanée, ou alternée ? La mise en place de l'un annihile-t-elle le développement de l'autre ? Quel mécanisme considérer, en fonction de quelle situation ? Autant de questions que nous n'avons pas l'intention de laisser en suspens.

Afin d'apporter des éléments de réponse, les mécanismes de Szeri et de Wilson ont été étudiés séparément. Une fois ce travail réalisé il a été possible de développer un modèle tenant compte de l'influence de ces deux mécanismes : le modèle couplé Szeri-Wilson.

Comme les modèles de Szeri et de Wilson font intervenir des équations dérivées de l'équation de Reynolds, une étude préliminaire de cette équation a été réalisée. Cela a permis par exemple de mettre en lumière certaines difficultés de résolution, ou encore de poser le délicat problème du choix des conditions aux limite. La paragraphe suivant I n'a pour but que mettre au point notre modèle numérique de différences finies monodimensionnelles.

I. Mise au point du modèle numérique sur le cas monophasique

1. Contact cylindre / plan

1.1. Solution exacte

L'analyse se fait ici à épaisseur minimale h_0 fixée.

Afin de simplifier le problème, une série d'approximations a été faite :

- Dans un premier temps la piézo-viscosité de l'huile ne sera pas considérée au voisinage de x=0 où la pression se crée.

- Le cylindre est assimilé à une parabole. Donc :

(2.1) $$h(x) = h_0 + R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad \textit{devient} \quad h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R}$$

h_0 : plus petite distance séparant le plan du cylindre.

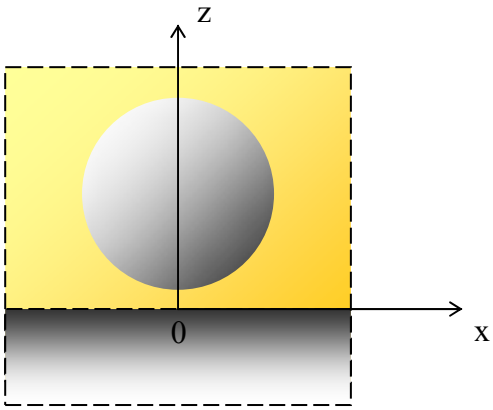


Figure n°2.1 : Schéma du cylindre tournant au dessus du plan : le système est considéré comme immergé dans une piscine d'huile

- Le plan et le cylindre sont considérés comme indéformables.

- Le plan et le cylindre sont pris lisses, le régime est hydrodynamique. En état stationnaire, dans le cas de la déformation plane, l'équation différentielle à résoudre est l'équation de Reynolds (1.12) :

(2.2) $$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}\right)=U\frac{dh}{dx}$$ avec U la vitesse moyenne de la tôle et du cylindre.

(2.3) Il vient : $$\frac{d^2P}{dx^2}+\frac{3x}{R\left(h_0+\frac{x^2}{2R}\right)}\frac{dP}{dx}=\frac{12\mu Ux}{R\left(h_0+\frac{x^2}{2R}\right)^3}$$

D'où :

(2.4) $$P(x)=\frac{K_{11}x}{4R^2\left(h_0+\frac{x^2}{2R}\right)^2}+K_{12}+\frac{3}{h_0}\left(\frac{K_{11}}{4R}+4\mu UR\right)\left(\frac{x}{2R\left(h_0+\frac{x^2}{2R}\right)}+\frac{1}{\sqrt{2Rh_0}}\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2Rh_0}}\right)\right)$$

Avec : K_{11} et K_{12} les constantes d'intégration.

La résolution de l'équation de Reynolds fait apparaître des constantes d'intégration. Pour déterminer ces constantes, il faut établir ce que sont les conditions aux limites. Or précisément, la détermination de ces conditions aux limites donne matière à discussion.

1.2. Conditions aux limites :

1.2.1. Ménisques en l'infini

Il est possible de parler de ménisques positionnés en l'infini car le cylindre est approximé par une parabole. Naturellement lorsque cette approximation n'est pas faite, l'intervalle le plus grand sur lequel il est possible de travailler se résume à : $[-R;R]$.

N.B. : Placer le ménisque d'entrée en l'infini, ou en $x=-R$, revient à ne pas respecter l'hypothèse de film mince nécessaire pour établir l'équation de Reynolds. Partout où cette condition n'est pas respectée, l'équation n'est plus valide et sa solution est donc sujette à caution sur le plan physique. Nous nous permettrons cependant à l'occasion d'étendre le domaine de résolution pour disposer d'une solution analytique simple, car notre but est de tester une solution numérique de cette équation considérée comme un pur objet mathématique. De plus, il sera montré (voir §1.2.3) qu'en deçà d'une certaine valeur, la **position de l'extrémité amont de la zone d'intégration** n'influence pas vraiment la solution de l'équation, tout simplement parce que l'épaisseur y est trop grande pour que la pression monte. En fait la position de ce point, que nous assimilerons au ménisque d'entrée dans le cas sous-alimenté, huile ou émulsion, n'a d'influence sur la solution qu'à condition d'être très proche du point d'entrefer minimal. Nous examinerons donc aussi les conclusions tirées de cette étude sous un angle physique, avec toute la prudence requise du fait des considérations précédentes.

Là où existe un ménisque, la pression et la dérivée de la pression sont nulles. Placer les deux ménisques en l'infini revient donc à considérer les conditions aux limites suivantes :

(2.5) $\lim_{x\to-\infty} P(x) = \lim_{x\to+\infty} P(x) = 0$ et $\lim_{x\to-\infty} \frac{dP}{dx}(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{dP}{dx}(x) = 0$. Les deux dernières conditions sont spontanément satisfaites, et ce quelle que soit la valeur prise par K_{11} (K_{12} n'apparaissant pas dans l'expression de la dérivée de la pression). Ce sont les deux premières conditions qui permettront par conséquent de déterminer les constantes d'intégration K_{11} et K_{12}, et d'établir l'expression de la pression.

(2.6) D'où : $$\begin{cases} \lim_{x\to+\infty} P(x) = 0 \\ \lim_{x\to-\infty} P(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad P(x) = -4\mu U \frac{x}{\left(h_0 + \frac{x^2}{2R}\right)^2}$$

En prenant comme condition $\lim_{x\to-\infty} P(x) = 0$, on considère que le ménisque est situé très en amont du lieu de mise en pression (voisin de l'endroit où $h=h_0$). Cela revient d'un point de vue expérimental à considérer que le système dispose d'un très grand volume d'huile.

Avec :

(2.7) $$\begin{cases} \mu = 0{,}01 Pa.s \\ U = 10 m.s^{-1} \\ R = 0{,}1 m \\ h_0 = 10^{-5} m \end{cases}$$

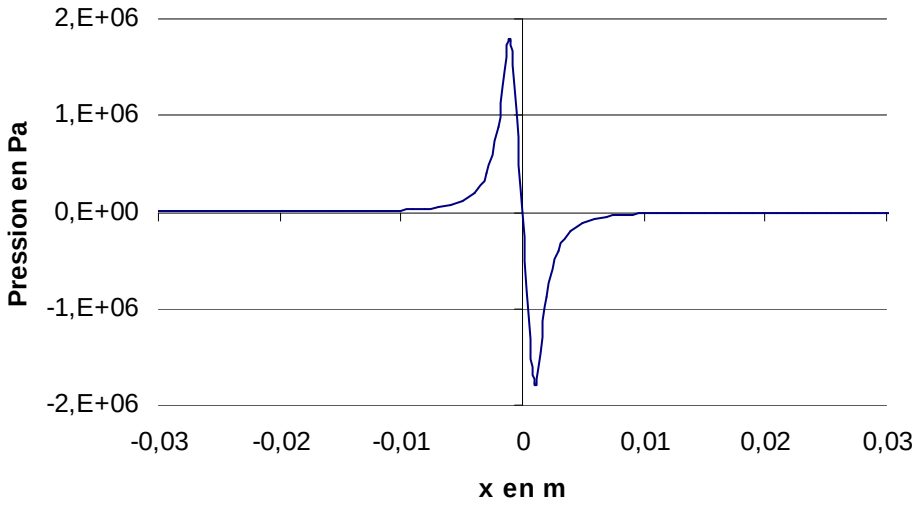


Figure n°2.2 : Solution exacte de l'équation de Reynolds avec $\lim_{x\to-\infty} P(x) = 0$ *et* $\lim_{x\to+\infty} P(x) = 0$ ***comme conditions aux limites Evolution de la Pression (en Pa) en fonction de x (en m).***

En choisissant de telles conditions aux limites, la pression devient négative, ce qui n'a pas de sens physique. En effet, dans la réalité, la cavitation du fluide fait se maintenir la pression au voisinage de 0. Il faut donc choisir des conditions aux limites qui tiennent compte de ce phénomène de cavitation. Cela revient à dire qu'il existe un endroit (en x=x*) où la pression et sa dérivée sont nulles.

1.2.2. Ménisque gauche en l'infini et conditions de Reynolds en sortie.

La traduction mathématique de l'existence de ce phénomène de cavitation peut par conséquent

(2.8) s'écrire approximativement comme suit : $P(x^*)=0$ et $\frac{dP}{dx}(x^*)=0$ [41]. En utilisant ces deux conditions aux limites il est possible de déterminer les constantes K_{11} et K_{12}, mais celles ci seront fonctions de x* dont l'expression, inconnue, reste à établir.

(2.9)
$$\begin{cases} P(x^*)=0 \\ \frac{dP}{dx}(x^*)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_{11}=-12\mu UR^2\frac{h^*}{h_0} \qquad \text{avec}: h^*=h_0+\frac{x^{*2}}{2R} \\ K_{12}=3\mu U\frac{x^*}{h_0h^*}-\frac{3\eta U}{2h_0}\left(-\frac{3h^*}{h_0}+4\right)\left[\frac{x^*}{h^*}+\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\arctan\left(\frac{x^*}{\sqrt{2Rh_0}}\right)\right] \end{cases}$$

La détermination de l'expression de x* se fera en utilisant une troisième condition aux limites qui est la condition traduisant l'hypothèse selon laquelle la position du ménisque d'entrée est rejetée en l'infini : $\lim_{x\to-\infty} P(x)=0$

(2.10)
$$\lim_{x\to-\infty} P(x)=0 \quad\Rightarrow\quad x^*=\bar{x}\sqrt{2Rh_0} \text{ avec } \bar{x} \text{ solution de l'équation}: \frac{\bar{x}(3\bar{x}^2+1)}{(-3\bar{x}^2+1)(\bar{x}^2+1)}=\frac{\pi}{2}+\arctan(\bar{x})$$

(2.11) Cela conduit pour $\bar{x}$ à la valeur suivante : $\bar{x}\approx 0{,}4751299202$

(2.12) Il est possible de rendre plus simple les expressions de K_{11} et de K_{12} en remplaçant x* par $\bar{x}=x^*/\sqrt{2Rh_0}$

(2.13) Ainsi :
$$\begin{cases} K_{11}=-12\mu UR^2(1+\bar{x}^2) \\ K_{12}=\frac{3\mu U}{2h_0}\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\frac{1}{1+\bar{x}^2}\left[(1+3\bar{x}^2)\bar{x}-(1-3\bar{x}^2)(1+\bar{x}^2)\arctan(\bar{x})\right] \end{cases}$$

Avec ces conditions aux limites, l'expression de la pression devient :

(2.14)
$$P(x)=-\frac{3\mu U}{h_0}h^*\left(\frac{x}{h^2}-\frac{x^*}{h^{*2}}\right)+\frac{3\mu U}{h_0}\left[\frac{-3h^*}{2h_o}+2\right]\left\{\frac{x}{h}-\frac{x^*}{h^*}+\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\left[\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2Rh_0}}\right)-\arctan\left(\frac{x^*}{\sqrt{2Rh_0}}\right)\right]\right\}$$

Ou encore :

(2.15)
$$P=-3\mu U(1+\bar{x}^2)\left[\frac{\bar{x}}{h^2}-\frac{\bar{x}\sqrt{2Rh_0}}{h_0^2(1+\bar{x}^2)^2}\right]+\frac{3}{2}\frac{\mu U}{h_0}(1-3\bar{x}^2)\left[\frac{x}{h}-\frac{\bar{x}\sqrt{2Rh_0}}{h_0(1+\bar{x}^2)}+\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\left(\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2Rh_0}}\right)-\arctan(\bar{x})\right)\right]$$

(2.16) En prenant : $\begin{cases} \mu=0.01Pa.s \\ U=10m.s^{-1} \\ R=0.1m \\ h_0=10^{-5}m \end{cases}$, on obtient la courbe de la fig. 2.3

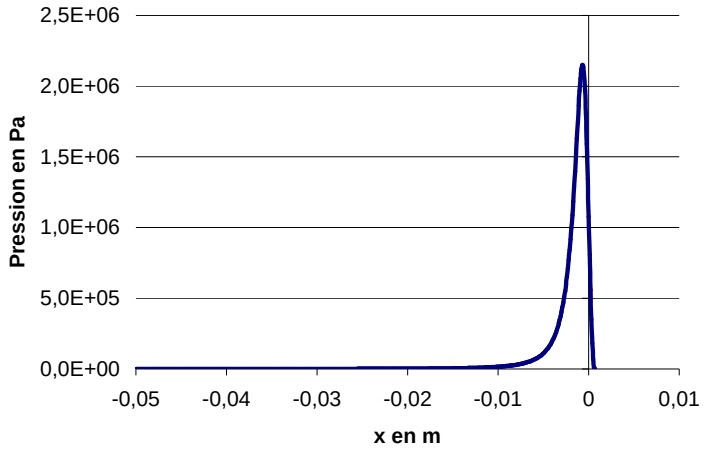


Figure n°2.3 : Solution exacte de l'équation de Reynolds avec les conditions de Reynolds comme conditions aux limites. Evolution de la pression (en Pa) en fonction de x (en m).

Lorsque h est grand (x grandement négatif) la pression et sa dérivée sont proches de zéro. Ce résultat est conforme au fait d'avoir placé le ménisque en $-\infty$. La pression croît au fur et à mesure que l'espace se restreint : elle passe par un maximum avant de décroître et de s'annuler. En x*, la pression et sa dérivée s'annulent : les conditions de cavitation sont donc bien respectées.

(2.17) Dans les conditions fixées (2.16), la valeur prise pour x* est : $x^* \approx 0{,}0006719$ m

La valeur de x* est volontairement donnée avec une précision qui peut paraître absurde. Ceci pour insister sur le fait que le profil de pression est sensible aux conditions aux limites. Pour preuve la pression a été ci-dessous représentée : en rouge en utilisant la valeur exacte, en bleu en prenant pour x* une valeur approchée de 0,00068 m. Alors que l'erreur sur la position est infime, seulement 8 µm, la pression n'y est pas insensible.

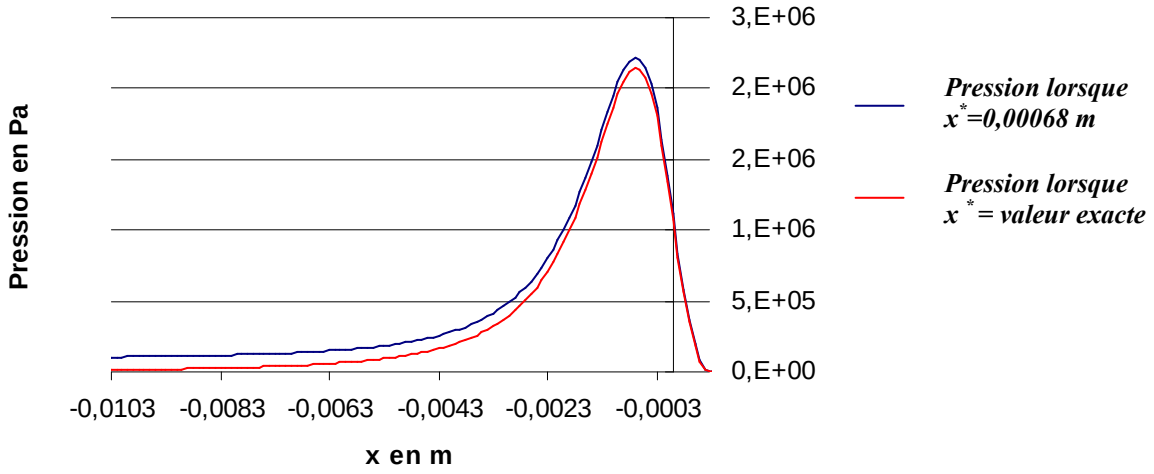


Figure n°2.4 : Le profil de pression n'est pas inchangé si une erreur inférieure au centième de millimètre sur le lieu de cavitation est commise. Même si le décalage n'est pas grand en soit, l'incidence de l'erreur est manifeste, avec notamment, une pression non nulle quand x tend vers - ∞. Cela montre bien l'hypersensibilité de la solution de l'équation de Reynolds aux conditions aux limites.

1.2.3. Sous-alimentation et conditions de cavitation

Les conditions de cavitation sont maintenues. Comme ce sont elles qui permettent de déterminer K_{11} et K_{12}, les expressions de K_{11} et de K_{12} restent celles écrites en (2.13).

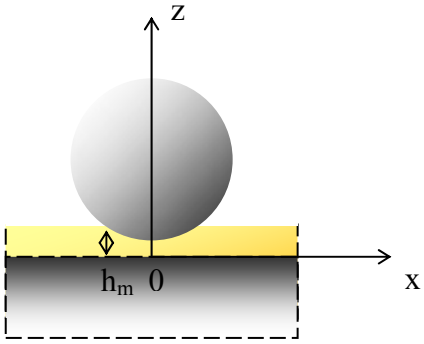


Figure n°2.5 : Schéma du cylindre tournant au dessus du plan : le système est sous-alimenté

Lorsque le système n'est pas abondamment pourvu en huile, le ménisque n'est pas rejeté en l'infini. Dans ce cas, la condition $\lim_{x\to-\infty} P(x)=0$ devient $P(x_m)=0$, x_m étant le début de la zone d'intégration (assimilée à la position du ménisque d'entrée). Ce changement des conditions aux limites va modifier l'expression de l'équation qui permettait de déterminer x*.

(2.18)

L'équation en $\bar{x}$ permettant de calculer x* dans cette situation est :

(2.19)
$$2\frac{1+\bar{x}^2}{1-3\bar{x}^2}\left[\frac{\sqrt{\delta-1}}{\delta^2}+\frac{\bar{x}}{\left(1+\bar{x}^2\right)^2}\right]=\frac{\sqrt{\delta-1}}{\delta}+\frac{\bar{x}}{1+\bar{x}^2}-\left[\arctan\left(-\sqrt{\delta-1}\right)-\arctan(\bar{x})\right] \quad \text{avec} \quad \delta=\frac{h_m}{h_0}$$

Dans l'équation (2.19), lorsque δ tend vers l'infini on retrouve bien l'équation (2.10).

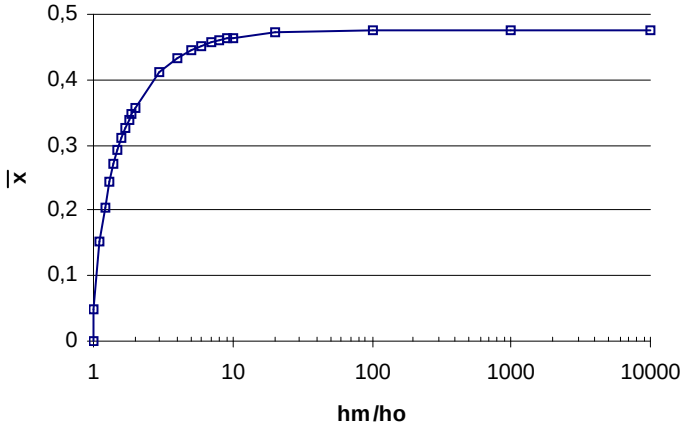


Figure n° 2.6 : Pour h_0 imposé, la diminution de h_m fait baisser la valeur de z donc la valeur du maximum de pression.

Selon ce développement, x* (ou $\bar{x}$) est une fonction de $\delta = h_m/h_0$. Comme le profil de pression est très sensible à la valeur prise par x*, il faut s'attendre à ce que la position du ménisque d'entrée ait une certaine influence sur le profil de pression.

A h_0 fixé le profil de pression pour différentes valeurs de h_m a été représenté (fig. n°2.7). Avec la diminution de la valeur de δ, la pression croît de manière tardive et le maximum atteint par celle-ci est réduit. Cependant, pour que la modification du profil de pression soit réellement significative, il faut que la valeur de δ soit relativement faible : inférieure à 10. En effet, la valeur de P_{max} n'est modifiée que de 3 % pour un δ=20 contre un δ=10, et ne change que de 1 % pour un δ=20 contre un δ infini : preuve que le non respect de l'hypothèse du film mince n'affecte pas les **résultats** de l'équation de Reynolds.

$$\begin{cases} \mu = 0{,}01Po \\ U = 10m.s^{-1} \\ R = 0{,}1m \\ h_0 = 10^{-5}\,m \end{cases} \tag{2.20}$$

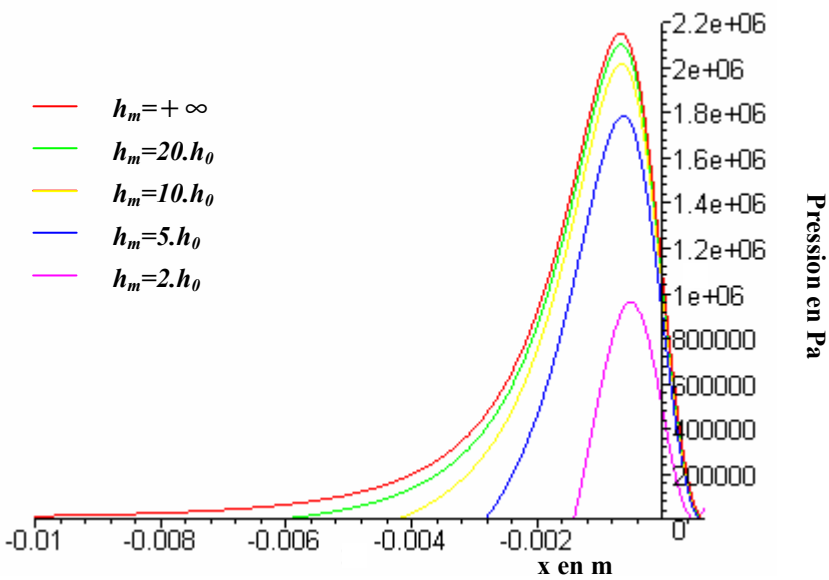


Figure n° 2.7 : Lorsque la réserve d'huile diminue, la mise en pression du fluide est plus tardive et est de moindre importance.

La figure 2.7 représente en fait l'effet d'une sous-alimentation, en l'occurrence la perte de portance, dans le cas où l'entrefer minimal est fixé. Nous en verrons ultérieurement les manifestations dans le cas, plus courant en EHD, où la force est imposée, puis dans celui qui nous intéressera pour le laminage, où la pression en fin de zone d'intégration (x_{cp} dans le chapitre 2, §I.2.2) est donnée et égale à la contrainte d'écoulement de la bande, σ_0. Mais nous allons d'abord présenter notre modèle numérique et le vérifier grâce à la solution analytique précédemment détaillée.

1.3. Programmation

Le résultat que nous nous proposons de retrouver est le profil de pression dans le cas où les conditions aux limites sont celles du § 1.2.2. : ménisque gauche placé en l'infini et conditions de cavitation en sortie.

Ce travail est tout à fait capital pour la suite de l'étude. L'équation de Reynolds (1.12) est en effet une version simplifiée de toutes les équations que nous allons avoir à traiter par la suite. D'où l'intérêt de l'étudier en profondeur afin d'être en mesure d'anticiper les difficultés futures. La justesse des résultats obtenus par le calcul sera d'ailleurs d'autant plus facile à évaluer qu'ils pourront (ici en huile entière) être comparés à la solution exacte.

1.3.1. Détermination de k

Selon ces conditions aux limites, l'intégration doit s'effectuer sur l'intervalle : $\left]-\infty; x^*\right]$.

Ne pouvant avoir un espace d'intégration infini il sera réduit à $\left[-\bar{k}R; x^*\right]$. Cela revient donc à positionner le ménisque en $x_m = -\bar{k}R$. En conséquence, la situation au niveau des conditions

aux limites est celle décrite au § 1.2.3. La question qui se pose alors est donc de savoir quelle valeur doit être affectée à $\bar{k}$, pour que l'approximation $P(-\bar{k}R)=0$ avec $\bar{k}$ fini ne perturbe pas trop le profil de pression. Le coefficient $\bar{k}$ étant naturellement lié à la position du ménisque :

(2.21) car $\begin{cases} h_m = h_0 + \dfrac{x_m^2}{2R} \\ x_m = -\bar{k}R \end{cases} \Rightarrow \bar{k} = \sqrt{2\dfrac{h_m - h_0}{R}} \quad ou \quad \bar{k} = \sqrt{\dfrac{2h_0}{R}(\delta - 1)} \quad avec \quad \delta = \dfrac{h_m}{h_0}$

Il a été montré (fig. n°2.7) que le profil de pression reste globalement inchangé pour un δ dont la valeur est supérieure à dix.

(2.22) Dans ce cas : $\delta > 10 \Rightarrow \bar{k} > \sqrt{\dfrac{18h_0}{R}}$. Pour $\begin{cases} h_0 = 10^{-5}\,m \\ R = 10^{-2}\,m \end{cases}$ on a : $\bar{k} > 0{,}14$

La valeur minimale pouvant être affectée à $\bar{k}$ est très faible. D'autant plus faible qu'elle a été établie en prenant pour h_0 (et 1/R) une valeur largement plus grande que ce qui se rencontre habituellement en EHD. La faiblesse de la valeur de $\bar{k}$ a pour conséquence positive de réduire l'amplitude de l'intervalle d'intégration.

Le fait que la valeur de k et donc la position du ménisque est sans influence significative sur la valeur de la pression (pour peu que la valeur qui lui est affectée ne soit pas trop faible) est de bon augure. En effet, lorsque ne sera plus faite l'approximation parabolique, la valeur maximale qu'il sera possible d'affecter à $\bar{k}$ sera 1.

1.3.2. Méthode :

Les conditions aux limites se présentent sous la forme
(2.23) suivante : $P(x^*)=0$, $\dfrac{dP}{dx}(x^*)=0$ et $P(-\bar{k}R)=0$. Deux seulement doivent être imposées : la satisfaction de la troisième condition étant le critère de sélection permettant de trouver la valeur de x^*. Puisqu'il y a trois protagonistes, trois couples (de conditions aux limites à imposer) peuvent être formées.

Conformément à la logique du développement précédent, il a été décidé d'imposer les deux
(2.24) conditions aux limites suivantes : $P(x^*)=0 \quad et \quad \dfrac{dP}{dx}(x^*)=0$. Le critère de sélection de x^*
(2.25) sera par conséquent $\lim\limits_{x\to-\infty} P(x)=0$ où plutôt $P(-\bar{k}R)=0$. Voir minorant de $\bar{k}$ en (2.22).

Les deux conditions aux limites que nous avons choisi d'imposer présentent un grand avantage. Elles ne se situent pas aux deux extrémités de l'intervalle d'intégration, comme cela aurait été le cas pour les deux autres couples qu'il nous aurait été possible de choisir. Certes, vu l'équation proposée ceci ne présente pas de difficulté d'intégration majeure : cependant, il n'en sera vraisemblablement pas toujours ainsi lorsque devront être intégrés les systèmes, de Wilson ou de Szeri, aux équations non linéaires.

Dans le sens où les conditions que nous avons choisi d'imposer se trouvent en x*, c'est à dire à l'extrémité droite de l'intervalle d'intégration, la résolution a été prise rétrograde.

Discrétisation des équations …

L'équation de Reynolds sera résolue à l'ordre 2. En effet, pour les faibles charges (et ceci est d'autant plus vrai lorsque la piézo-viscosité est négligée) l'équation de Reynolds prise sous cette forme est plus facile à résoudre [14].

(2.26)
$$\begin{cases} \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{h^3}{12\mu_0}\dfrac{dP}{dx}\right) = U\dfrac{dh}{dx} \\ h(x) = h_0 + \dfrac{x^2}{2R} \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{d^2P}{dx^2} + \frac{3x}{R\left(h_0 + \frac{x^2}{2R}\right)}\frac{dP}{dx} = \frac{12\mu Ux}{R\left(h_0 + \frac{x^2}{2R}\right)^3}$$

La dérivée a été prise centrée et (2.26) devient :

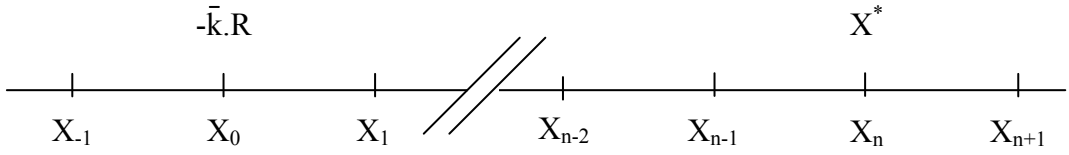
(2.27)
$$\frac{P_{i+1} - 2P_i + P_{i-1}}{dx^2} + f_i\frac{P_{i+1} - P_{i-1}}{2dx} = g_i \quad \Rightarrow \quad (2 - f_i dx)P_{i-1} - 4P_i + (2 + f_i dx)P_{i+1} = 2(dx)^2 g_i$$

Avec :

(2.28)
$$\begin{cases} f_i = \dfrac{3x_i}{R\left(h_0 + \frac{x_i^2}{2R}\right)} \\ g_i = \dfrac{12\mu_0 Ux_i}{R\left(h_0 + \frac{x_i^2}{2R}\right)^3} \end{cases} \quad et \quad \begin{cases} x_i = -\bar{k}R + i.dx \\ dx = \dfrac{\bar{k}.R + x^*}{n} \end{cases} \quad sur \quad \left[-\bar{k}R; x^*\right]$$

Conditions aux limites …

(2.29)
$$\begin{cases} P(x^*) = 0 \\ \dfrac{dP}{dx}(x^*) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_n = 0 \\ P_{n-1} = P_{n+1} \end{cases}$$



(2.30) Pour n intervalles on a : $x_i = -\bar{k}R + i\dfrac{\bar{k}R + x^*}{n}$.

Le problème se résume donc à résoudre le système suivant :

$$
(2.31)\quad \begin{cases}
P_n = 0 \\
P_{n-1} = P_{n+1} = \dfrac{dx^2}{2} g_n \\
(2 - dx.f_{n-1})P_{n-2} - 4P_{n-1} = 2.dx^2 g_{n-1} \\
(2 - dx.f_{n-2})P_{n-3} - 4P_{n-2} + (2 + dx.f_{n-2})P_{n-1} = 2.dx^2 g_{n-2} \\
\vdots \\
(2 - dx.f_{n-i-1})P_{n-i-2} - 4P_{n-i-1} + (2 + dx.f_{n-i-1})P_{n-i} = 2.dx^2 g_{n-i-1} \\
\vdots \\
(2 - dx.f_1)P_0 - 4P_1 + (2 + dx.f_1)P_2 = 2.dx^2 g_1 \\
(2 - dx.f_0)P_{-1} - 4P_0 + (2 + dx.f_0)P_1 = 2.dx^2 g_0
\end{cases}
$$

La valeur exacte de x* étant connue, elle a été directement utilisée lors de la résolution des équations. Si elle n'avait pas été connue, il aurait fallu tester plusieurs valeurs de x* et ainsi mettre en place une procédure itérative. Le critère d'arrêt aurait été la nullité du terme P_0.

1.3.3. Résultats :

$$
(2.32)\quad \begin{cases}
x^* = Valeur\ Exacte \\
\bar{k} = 0{,}1 \\
\mu = 0{,}01 Pa.s \\
U = 10\ m.s^{-1} \\
R = 0{,}1\ m \\
h_0 = 10^{-5}
\end{cases}
$$

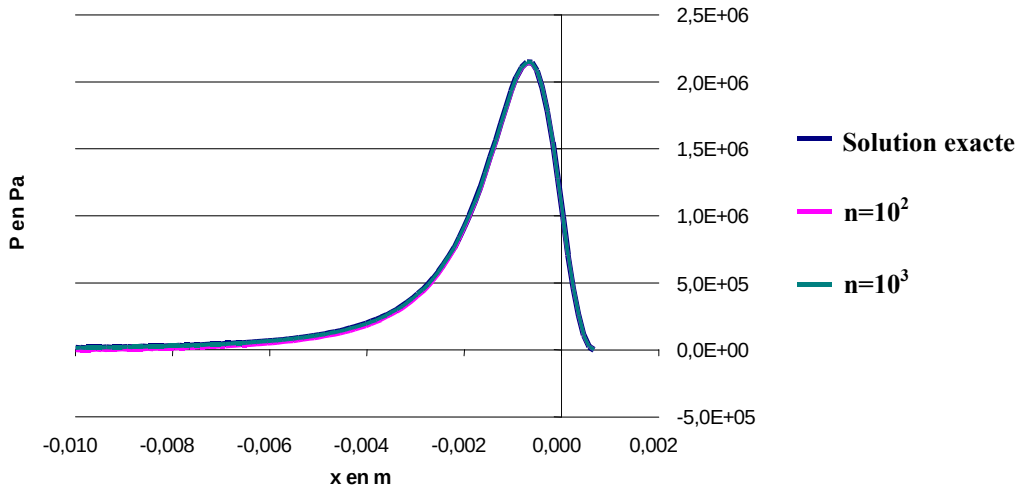
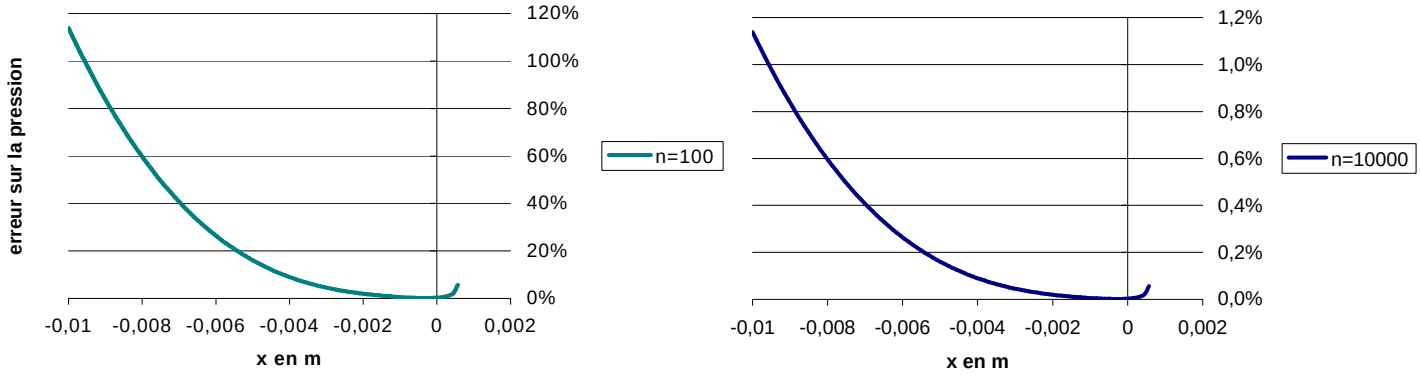


Figure n°2.8 : Comparaison entre la solution exacte et la solution calculée par différences finies

Visuellement la courbe obtenue par discrétisation se superpose parfaitement à la courbe pression solution exacte.

1.3.4. Sensibilité du modèle :

En fonction du nombre de points …



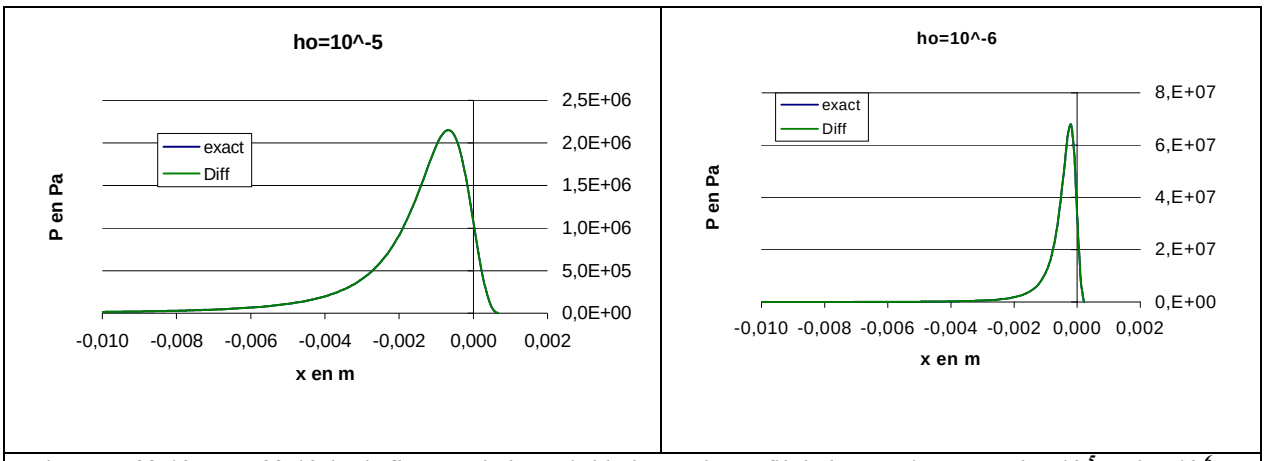
Figures n°2.9-a et n°2.9-b : Erreur relative sur la pression en fonction de x, entre la solution exacte et la solution calculée pour n=100 et n=10000.

Pour un nombre de points relativement restreint (n=100) que d'aucuns qualifieraient de raisonnable, l'erreur sur la pression semble s'accroître dangereusement au fur et à mesure que x devient négatif. Ceci en fait n'est en rien dramatique, dans le sens où le décalage (quelques milliers de Pascals) est largement négligeable devant la valeur maximale atteinte par la pression. Cependant il est à noter, même si c'est l'évidence, que le fait de prendre un nombre de points plus élevé (n=10000) conduit à avoir des résultats plus précis.

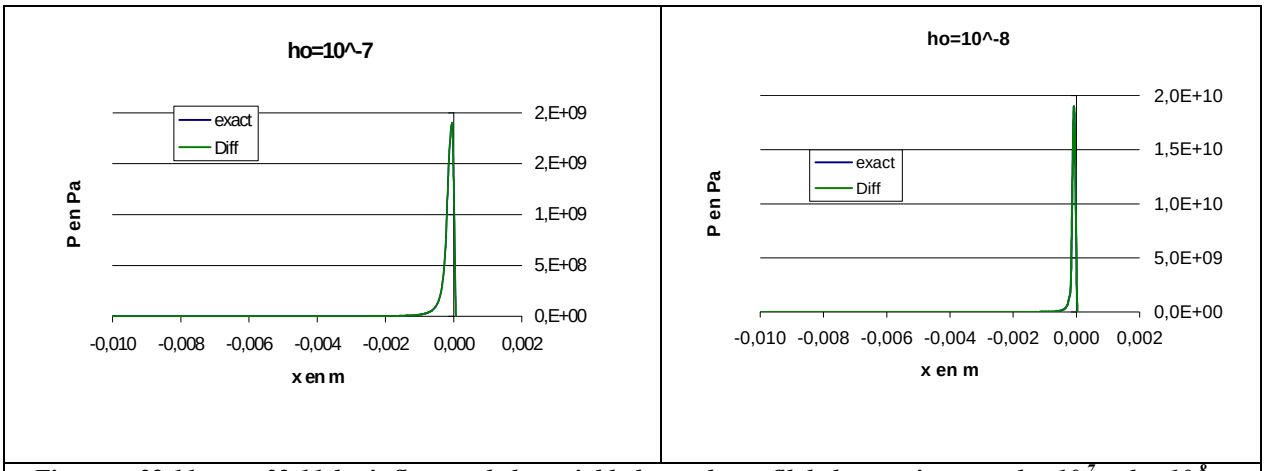
En fonction de l'épaisseur …

Pour le profil de pression, et du moins visuellement, il n'y a pas de différence entre la solution exacte et la solution calculée. Cependant, pour qu'il en soit toujours ainsi, la valeur prise par n doit être de plus en plus grande au fur et à mesure que l'épaisseur h_0 diminue. Cela indique que l'équation de Reynolds sera d'autant plus difficile à résoudre lorsque les épaisseurs considérées seront faibles.

Plus la valeur de h_0 est faible et plus la pression croît de manière tardive, se répartit sur un espace restreint et atteint un maximum élevé.



Figures n°2.10-a et n°2.10-b : influence de la variable h_0 sur le profil de la pression, pour $h_0=10^{-5}$ et $h_0=10^{-6}$ m



Figures n°2.11-a et n°2.11-b : influence de la variable h_0 sur le profil de la pression pour $h_0=10^{-7}$ et $h_0=10^{-8}$ m

Lorsque $h_0=10^{-7}$ m et $h_0=10^{-8}$ m, dans l'hypothèse où le rouleau est rigide, la pression devient supérieure à 10^9 Pa. Ce résultat montre que pour de telles valeurs de h_0, l'hypothèse de rigidité des matériaux ne peux plus être maintenue : il faudrait en effet passer au modèle Elasto-Hydro-Dynamique (EHD).

1.4. Evolution de l'épaisseur en fonction de la vitesse, à force imposée constante :

Après le système à entrefer imposé, venons-en au comportement à force imposée. Tout le problème est donc de déterminer l'expression de l'épaisseur h_0, en fonction de la vitesse, la force étant donnée. Cette configuration est plus familière aux spécialistes de l'EHD (mais nous travaillons toujours ici avec des solides rigides et un fluide isovisqueux).

1.4.1. Dans le cas suralimenté.

En intégrant la pression (2.15) on obtient l'expression de la force : $F = l\int_{-\infty}^{x^*} P dx$, avec l la largeur de la tôle.

(2.33) $$F = 3\mu U l \frac{R}{h_0}\frac{1+2\bar{x}^2+3\bar{x}^4}{1+\bar{x}^2}$$

Ce qui permet d'obtenir l'expression de l'épaisseur en fonction de la vitesse U et de F:

(2.34) $$h_0 = 3\mu U l \frac{R}{F}\frac{1+2\bar{x}^2+3\bar{x}^4}{1+\bar{x}^2}$$

(2.35) Avec : $\begin{cases} \mu_{huile} = 0{,}01\, Pa.s \\ R = 0{,}1\, m \\ l = 1\, m \\ F = 10^4\, N \end{cases}$ on a :

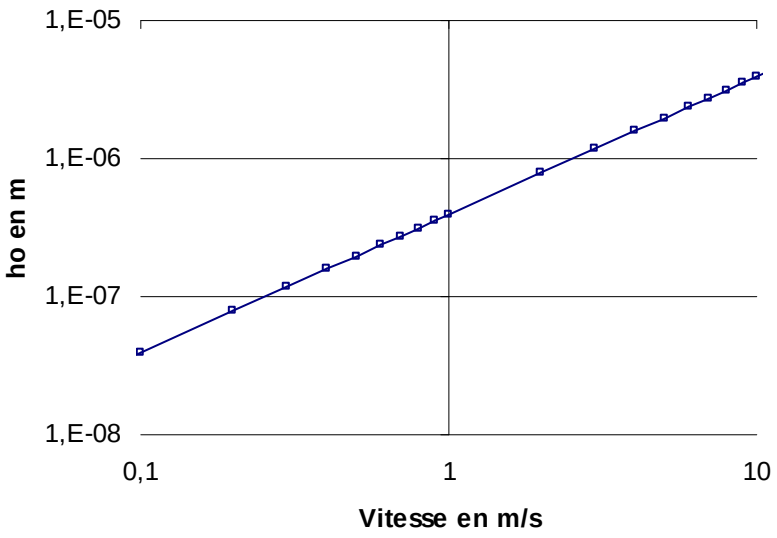


Figure n°2.12 : L'épaisseur du lubrifiant est ainsi proportionnelle à la vitesse.

1.4.2. Dans le cas sous-alimenté

(2.36) L'intégration ne se fait pas de $x \to -\infty$, mais pour $x = x_m$: $F = l\int_{x_m}^{x^*} P dx$ avec *l*, la largeur de la tôle.

Dans ce cas on obtient pour la force :

(2.37) $$F = 3\mu U l R\left(1+\bar{x}^2\right)\left[\frac{1}{h_0\left(1+\bar{x}^2\right)} - \frac{1}{h_m}\right] + 3\mu U l \frac{R}{h_0}\frac{\left(1+3\bar{x}^2\right)\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2}$$
$$- 3\mu U l \frac{1}{2h_0}\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\left[\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2}\bar{x} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x}) + \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan\left(\frac{x_m}{\sqrt{2Rh_0}}\right)\right]x_m$$

(2.38) Lorsque $x_m \to -\infty$ $(\Leftrightarrow h_m \to +\infty)$, on retrouve bien l'équation (2.33) car d'après (2.10) :

(2.39) $$\lim_{x_m \to -\infty}\left[\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2}\bar{x}-\left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x})+\left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan\left(\frac{x_m}{\sqrt{2Rh_0}}\right)\right]=0$$

Afin de trouver la valeur de h_0, un système itératif de recherche doit être mis en place. Pour chaque valeur testée, il faut déterminer la valeur de $\bar{x}$ en résolvant l'équation (2.19) et vérifier si la valeur de la force est bien celle recherchée.

Dans le cas où h_m est indépendante de la vitesse alors :

(2.40) $F = 10^4\,N$ - $l = 1m$ - $R = 0{,}1\,m$. *Pour les autres valeurs, se reporter à l'annexe.*

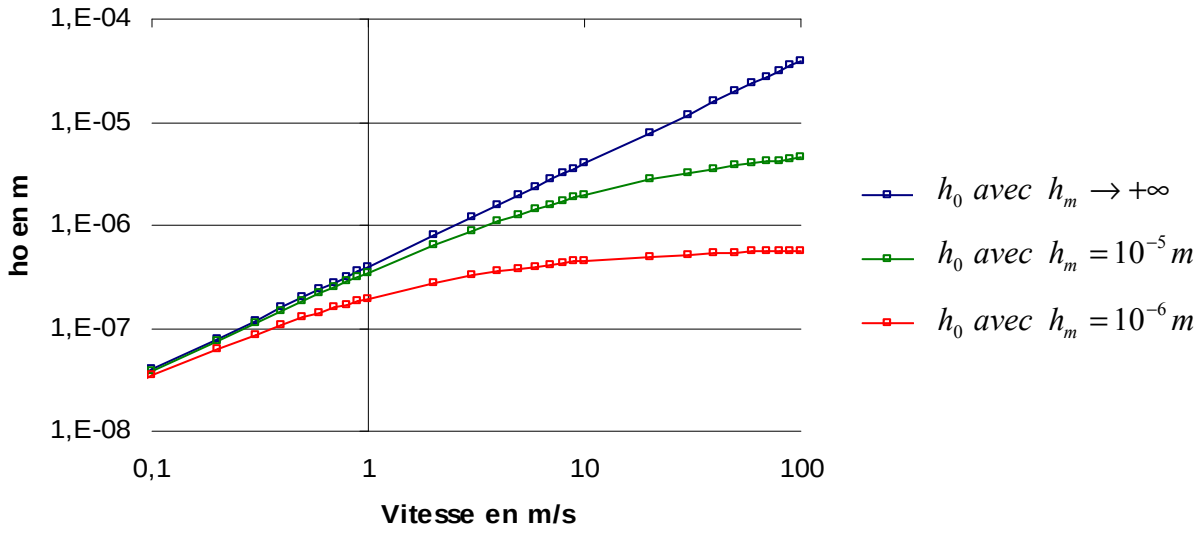


Figure n°2.13 : Pour le système suralimenté l'épaisseur est proportionnelle à la vitesse. Dans le cas du système sous-alimenté (avec un h_m constant) la croissance de l'épaisseur diminue avec l'augmentation de la vitesse. Elle finit même par se stabiliser aux grandes vitesses à h_0=h_m

Aux basses vitesses il n'y a pas de différence en terme d'épaisseur entre le système sous-alimenté et le système suralimenté: l'épaisseur passante est en effet très petite par rapport à l'épaisseur disponible h_m, on reste donc en conditions suralimentée. Mais avec l'augmentation de la vitesse va apparaître et s'accroître un décalage d'épaisseur toujours plus important entre les deux configurations. Pour le cas sous-alimenté la croissance de l'épaisseur est plus douce et tend vers une asymptote horizontale. Aux hautes vitesses en effet, toute l'huile disponible finirait par devenir passante, autrement dit : $h_0 \rightarrow h_m$.

Une autre manière de représenter les courbes de la figure n°2.13 est de tracer $\frac{h_{sous-alimenté}}{h_{total}}$ en fonction de $\frac{h_m}{h_{total}}$, fig. n°2.14 ($h_{sous\text{-}alimenté}$ est l'épaisseur minimale du film d'huile lorsque le système est mis dans un état de sous-alimentation; h_{total} est l'épaisseur minimale du film d'huile lorsque le système est abondamment alimenté en huile).

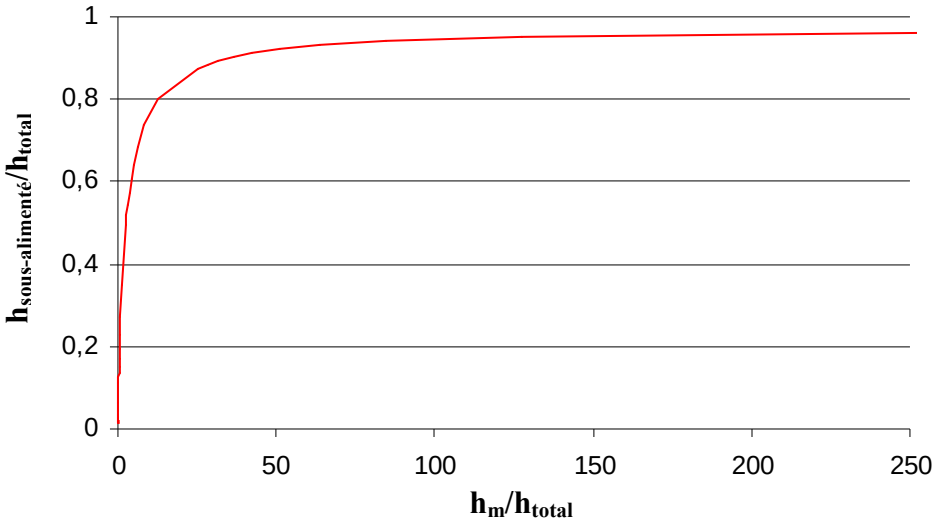


Figure n°2.14 : lorsque h_m est grand devant h_{total}, il n'y a pratiquement pas de différence, en terme d'épaisseur minimale de film, entre un système en état de sous-alimentation et un système suralimenté. Des différences notables ne s'observent que pour des valeurs de h_m inférieures à $10.h_{total}$.

Pour une meilleure compréhension des phénomènes décrits, il convient de tracer les profils de pression. La figure n°2.15 donne l'évolution de l'épaisseur du film lubrifiant et le profil de pression pour une vitesse de 10 $m.s^{-1}$, dans le cas sous-alimenté et suralimenté. Dans le cas sous-alimenté, la pression croît de manière plus tardive et atteint des valeurs plus grandes que dans le cas suralimenté. En conséquence, lorsque h_0 devient trop proche de h_m (pour des vitesses très élevées), la valeur de la pression devient telle qu'il n'est plus raisonnable de négliger la déformabilité de la tôle et du cylindre. Ces différences au niveau du profil de pression expliquent bien pourquoi l'épaisseur minimale du film lubrifiant est plus petite dans le cas sous-alimenté (à force imposée constante) que dans le cas suralimenté.

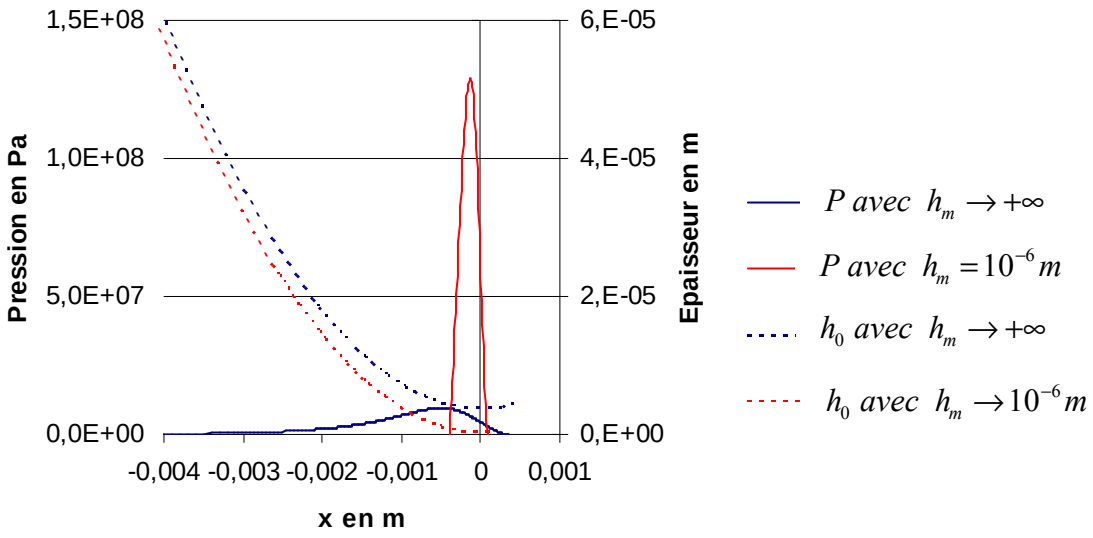


Figure n°2.15 : Profil de pression et d'épaisseur, à 10 $m.s^{-1}$ pour une force imposée constante, dans le cas suralimenté et sous-alimenté.

NB : Encore une fois, le fait de prendre une valeur infinie pour h_m revient à ne pas respecter l'hypothèse de film mince de Reynolds. Cependant les conclusions auxquelles nous arrivons restent valides, car la solution de l'équation est insensible à la position du ménisque, pour peu que $h_m > 20.h_{total}$.

1.5. Evolution de l'épaisseur en fonction de la vitesse à pression imposée constante :

Ici ce n'est pas l'épaisseur h_0 qui est imposée, mais la valeur maximale atteinte par la pression. Tout le problème est donc de déterminer l'expression de l'épaisseur h_0, en fonction de la vitesse, pour une pression maximale imposée. Cette configuration, peu usuelle, a cependant pour nous un certain intérêt. En effet, dans la suite de cette étude, lorsque le cas du laminage sera traité, tout se fera à pression imposée constante, puisque la condition aux limites en aval sera $p_{cp} = \sigma_0$, à l'endroit où s'annule la dérivée de la pression (début de la zone de déformation plastique): c'est l'hypothèse standard de la plasto-hydrodynamique.

1.5.1. Dans le cas suralimenté.

(2.41) $$\text{Pour } x = x^* : \frac{dP}{dx} = 0 \quad \text{et} \quad P = 0$$

(2.42) $$\text{Pour } x = -x^* : \frac{dP}{dx} = 0 \quad \text{et } P = P_{\max}$$

(2.43) $$Donc : \quad P_{\max} = 3\frac{\mu U}{h_0}\sqrt{\frac{2R}{h_0}}\left[\bar{x}\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x})\right] \quad \text{avec : } \bar{x} \approx 0{,}4751299202$$

D'où :

(2.44) $$h_0 = K_{13}.\left[\frac{3\mu U}{P_{\max}}\sqrt{2R}\right]^{\frac{2}{3}} \quad avec \quad K_{13} = \left[\bar{x}\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x})\right]^{\frac{2}{3}}$$

(2.45) $$Donc : \ \ln(h_0) = K_{14} + \frac{2}{3}\ln(U) \quad avec \quad K_{14} = \frac{2}{3}\ln\left(\left[\bar{x}\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x})\right]\frac{3\mu}{P_{\max}}\sqrt{2R}\right)$$

(2.46) $$\text{Avec : } \begin{cases} \mu_{eau} = 0{,}001\, Pa.s \\ \mu_{huile} = 0{,}01\, Pa.s \\ R = 0{,}1m \end{cases} \quad \text{on a :}$$

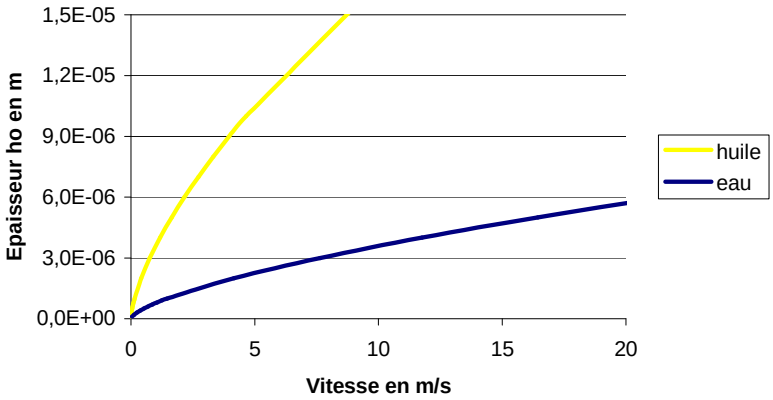


Figure n°2.16 : Evolution de l'épaisseur du film lubrifiant en fonction de la vitesse, pour l'eau ($\mu=10^{-3}$ Pa.s) et pour une huile de viscosité $\mu=10^{-2}$ Pa.s

Le cas ici traité n'est qu'un cas purement théorique. Le résultat est que l'on a une épaisseur de film dont la croissance est proportionnelle à $(\mu U)^{2/3}$.

1.5.2. Dans le cas sous-alimenté

(2.47) D'après (2.44) on a : $h_0 = \left[\frac{3\mu U\sqrt{2R}}{P_{\max}} \left(\bar{x}\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x}) \right) \right]^{\frac{2}{3}}$

Pour trouver $\bar{x}$, il faut résoudre l'équation (2.19) avec :

(2.48) $$\delta = \frac{h_m}{\left[\frac{3\mu U\sqrt{2R}}{P_{\max}} \left(\bar{x}\frac{1+3\bar{x}^2}{1+\bar{x}^2} - \left(1-3\bar{x}^2\right)\arctan(\bar{x}) \right) \right]^{\frac{2}{3}}}$$

Dans le cas où h_m est indépendante de la vitesse alors :

$P_{\max} = 5.10^8\, Pa \quad et \quad R = 0{,}1\, m$. *Pour les autres valeurs, se reporter à l'annexe.*

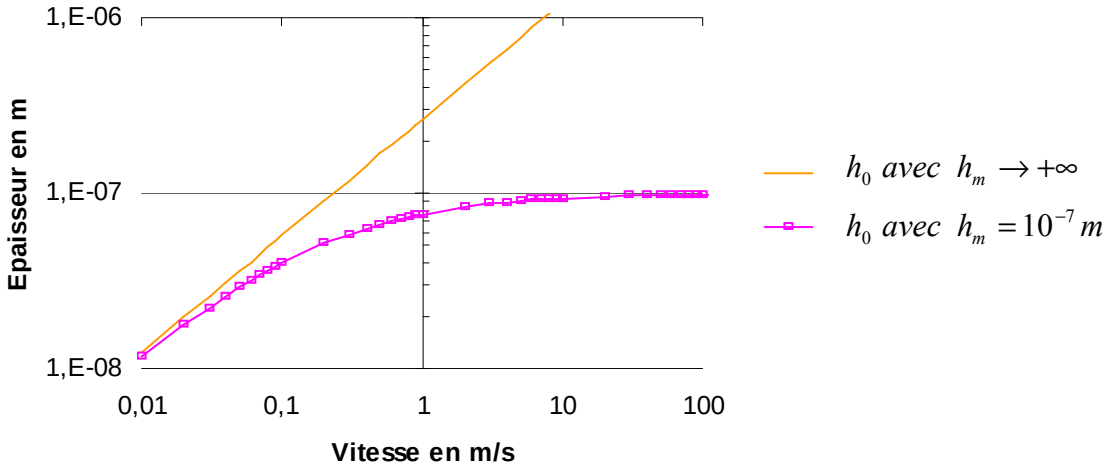


Figure n°2.17 : Pour le système suralimenté, l'épaisseur est proportionnelle à $U^{2/3}$. Dans le cas du système sous-alimenté (avec un h_m constant) la croissance de l'épaisseur diminue avec l'augmentation de la vitesse. Elle finit même par se stabiliser aux grandes vitesses à h_0=h_m

Ici la valeur de h_m a été prise constante, égale à 10^{-7} m. Aux basses vitesses il n'y a pas de différence en terme d'épaisseur entre le système sous-alimenté et le système suralimenté. Cependant, avec l'augmentation de la vitesse va naître et s'accroître un décalage d'épaisseur toujours plus important entre les deux configurations. Pour le cas sous-alimenté la croissance de l'épaisseur est plus douce et tend vers une asymptote horizontale. Aux hautes vitesses en effet, toute l'huile disponible finit par devenir passante, autrement dit : h_0=h_m.

Traçons de nouveau cette courbe en variables réduites, comme dans la fig.n°2.14, cette fois en échelles logarithmiques (fig.n°2.18). Nous reportons aussi le cas F = constante de la fig. n°2.14, pour comparaison, et nous avons aussi extrait de l'article de Chevalier et al. [42] la courbe correspondante, établie par simulation numérique (différences finies) pour un contact *EHD* et *ponctuel*. La comparaison quantitative est bien sûr sans objet, mais l'objectif est de montrer la similitude des comportements.

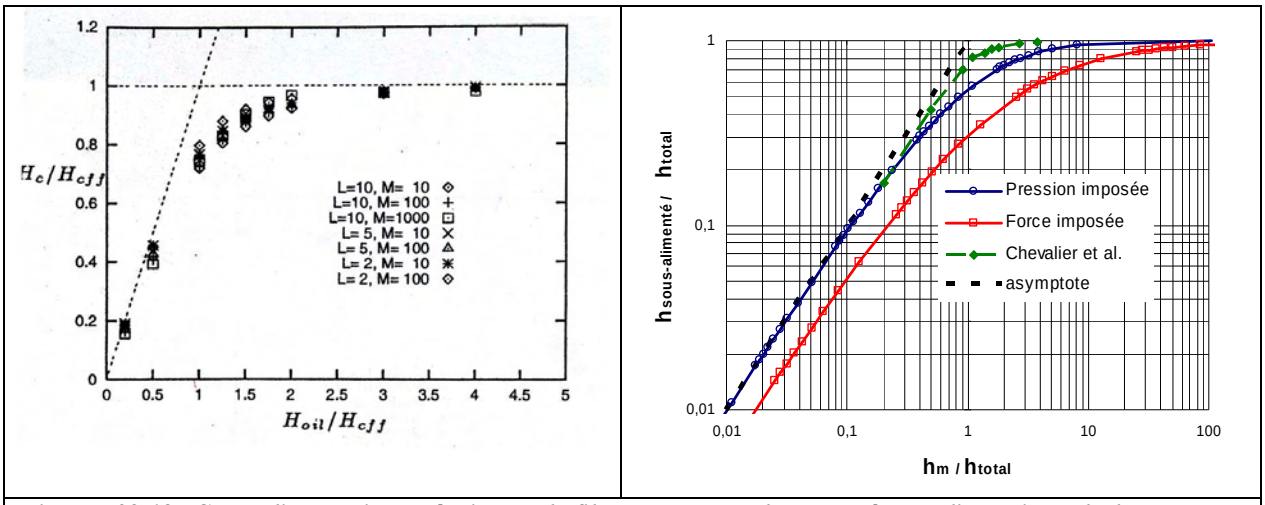


Figure n°2.18 : Sous-alimentation et épaisseur de film. L et M sont les paramètres adimensionnels de Moes.
a) simulation numérique du cas EHD ponctuel (bille / plan), Chevalier et al. [42].
b) comparaison de la courbe L=10, M=10 précédente avec nos propres résultats pour un contact linéique de corps rigides. Les deux configurations, pression maximale imposée et force imposée, sont représentées.

La figure n° 2.19, montre l'évolution du profil de pression et d'épaisseur du film d'huile, pour une vitesse de 1 m.s^{-1}, dans le cas sous-alimenté et suralimenté. Dans chacune de ses deux configurations, la pression atteint la valeur maximale qui a été imposée. En conséquence, si cette valeur n'est pas trop grande, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la déformabilité des matériaux en présence. Dans le cas sous-alimenté, la croissance de la pression est plus tardive et l'épaisseur est plus petite que dans le cas suralimenté. Diminuer la position du ménisque, à pression maximale imposée constante, revient donc à diminuer la valeur de force exercée par le cylindre sur la tôle.

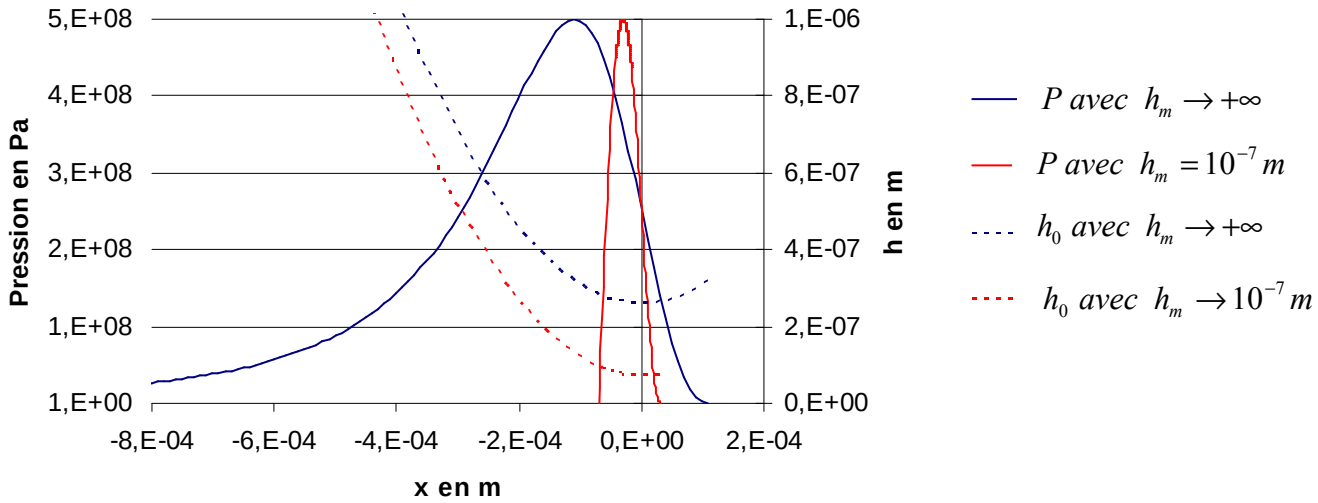


Figure n°2.19 : Profil de pression et d'épaisseur du film d'huile pour une vitesse de 1m.s^{-1}, dans le cas sous-alimenté et suralimenté.

Ce qui nous intéresse avant tout est de traiter la zone d'entrée en laminage, et de voir ce qui change par rapport au cas du cylindre tournant au dessus du plan. Etablissons donc, pour la zone d'entrée en laminage, dans le cas suralimenté et sous-alimenté, l'expression de la pression et de l'épaisseur du film.

2. Zone d'entrée en laminage

2.1. Schéma de laminage :

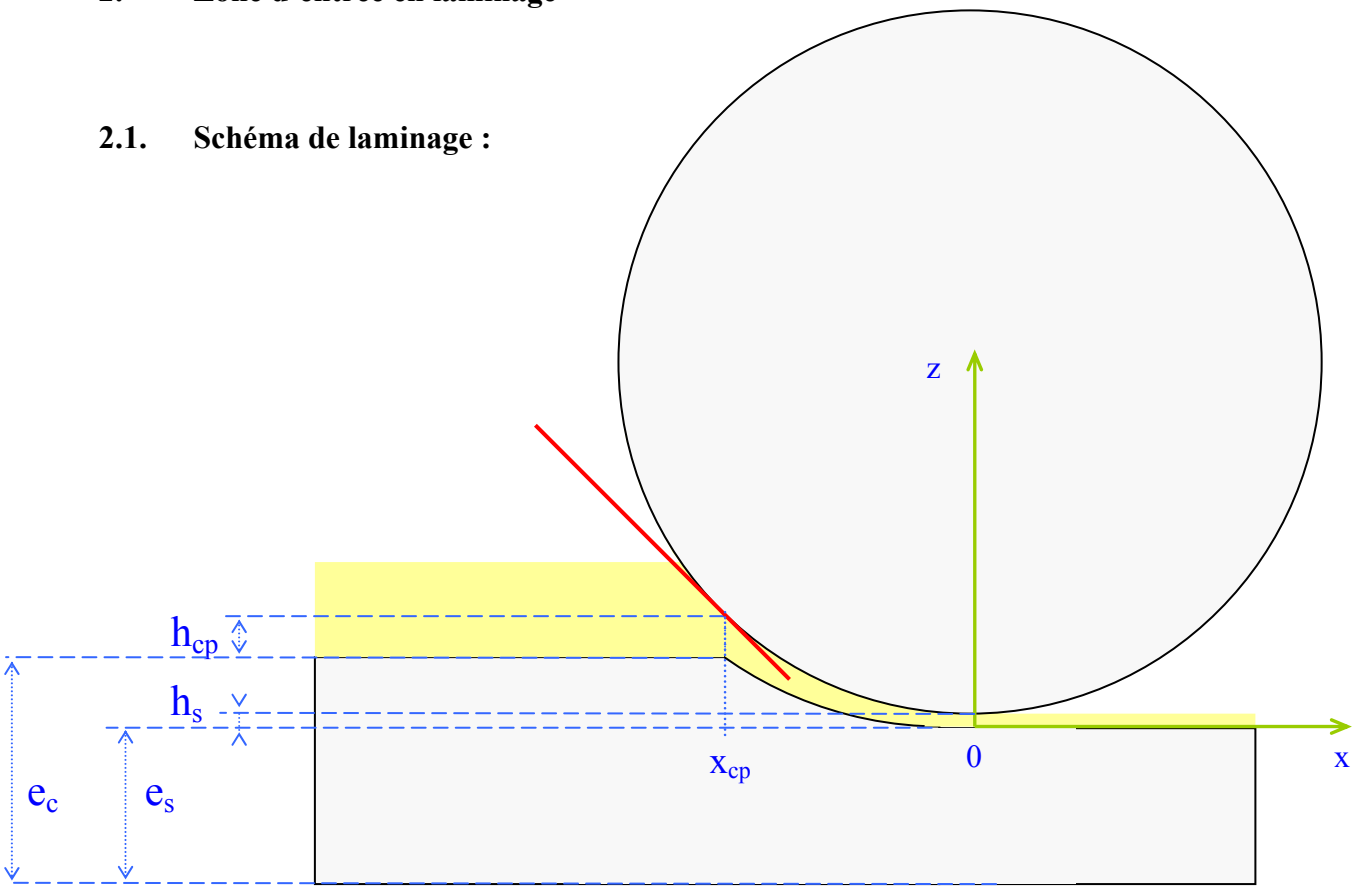


Figure n°2.20 : Schéma de laminage

(2.49) Débit du métal : $e_c l_c U_c = e_s l_s U_s$ avec l_c (et l_s) la largeur de la tôle supposée constante.

En PHD, au col de pression comme en sortie, on a : $P = \sigma \quad et \quad \frac{dP}{dx} = 0$. Par conséquent, le

(2.50) profil d'écoulement est linéaire, ce qui donne pour le débit du lubrifiant [23] : $h_{cp} l_c U_c = h_s l_s U_s$

(2.51) D'où : $\frac{e_s}{e_c} = \frac{h_s}{h_{cp}} = 1 - \alpha \qquad \text{car} \qquad U_c = \frac{U_s}{1-\alpha}$

Déformation de la tôle et des cylindres.

Une des hypothèses fondamentales dans la suite de ces développements consiste à négliger la déformation élastique de la tôle et du cylindre dans cette zone d'entrée à laquelle nous restreignons notre analyse. Pour montrer qu'elle est effectivement sans impact majeur sur la nature des phénomènes, nous nous référons aux travaux de Nicolas Marsault [9]. Il a précisément étudié l'influence de la déformabilité de la tôle et des cylindres sur l'épaisseur qu'il nomme h_{two} : épaisseur du lubrifiant à l'endroit où l'entrefer recommence à croître (flèche rouge, fig.n°2.21). Par conservation du débit de lubrifiant dans la zone plastique où le terme de Poiseuille est très faible, h_{two} évolue de la même manière que h_{cp} (flèche bleue)

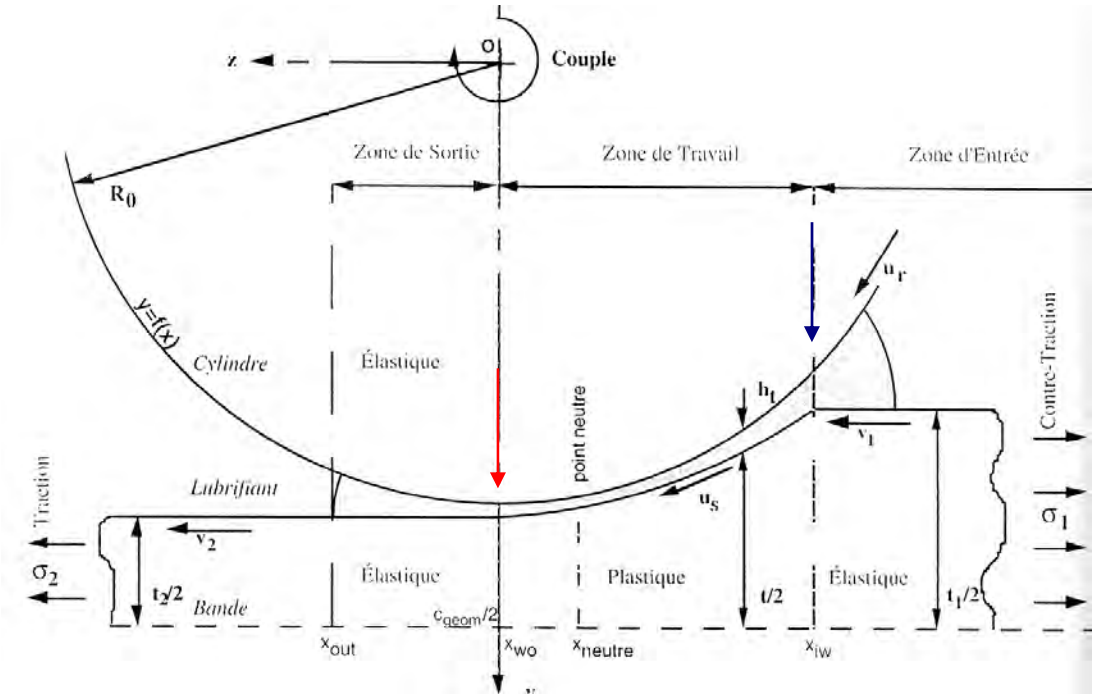


Figure n°2.21 : Schéma explicitant les différents noms données aux variables, définies et utilisées par Nicolas Marsault [9]

Bande / Cylindre	E_s=70 GPa (aluminium)	E_s=210 GPa (acier)	E_s=7000 GPa (quasi-rigide)
E_r=35 GPa	$h_{two} = 0{,}56\mu m$	$h_{two} = 0{,}48\mu m$	$h_{two} = 0{,}45\mu m$
E_r=70 GPa	$h_{two} = 0{,}45\mu m$	$h_{two} = 0{,}39\mu m$	$h_{two} = 0{,}37\mu m$
E_r=210 GPa	$h_{two} = 0{,}39\mu m$	$h_{two} = 0{,}34\mu m$	$h_{two} = 0{,}32\mu m$
rigide	$h_{two} = 0{,}37\mu m$	$h_{two} = 0{,}32\mu m$	$h_{two} = 0{,}3\mu m$

Tableau n°2 : la déformabilité de la tôle et du cylindre n'influence qu'à la marge l'épaisseur du film lubrifiant.

L'acier constitutif des tôles laminées industriellement a une contrainte d'écoulement comprise entre 2.10^8 et 6.10^8 Pa. Pour ces valeurs, le modèle de Nicolas Marsault [9] montre (tableau n°2) que la déformabilité de la tôle et du cylindre peut faire passer d'une épaisseur de film de 0.3 µm (rigide / rigide) à 0.34 µm (acier / acier). Nous considérons de telles variations comme de deuxième ordre, au regard des approximations que nous sommes forcés de faire dans le cas complexe des émulsions.

Lugt [43] a développé un modèle analogue à celui de Nicolas Marsault. Il a fait une analyse comparative afin de mieux cerner l'influence de la déformabilité de la tôle et des cylindres sur l'épaisseur du film lubrifiant.

Γ en Pa^{-1}	Elastique en µm	Rigide en µm	Wilson et Walowit en µm
0	0,125	0,0558	0,0347
$0{,}5.10^{-8}$	0,176	0,0891	0,0906
1.10^{-8}	0,229	0,139	0,166
$1{,}5.10^{-8}$	0,286	0,201	0,247

Tableau n°3 : épaisseur h_{cp} prévue par différents modèles :
- Wilson et Walowit [3] (cylindre rigide, bande rigide-plastique)
- Lugt [43] (cylindre rigide, bande rigide-plastique)
- Lugt [43] (cylindre élastique, bande élastoplastique)

Le tableau n°3 donné par Lugt montre qu'en huile entière la valeur de la piézoviscosité a une grande influence sur la valeur de l'épaisseur (h_{cp}), quel que soit le modèle choisi. En revanche, les épaisseurs prévues par les différents modèles présentent des différences notables. Pour les valeurs habituelles du coefficient de piézoviscosité (ici noté α), l'effet de l'élasticité est de +40% à +50%; l'écart diminue lorsque ce coefficient augmente.

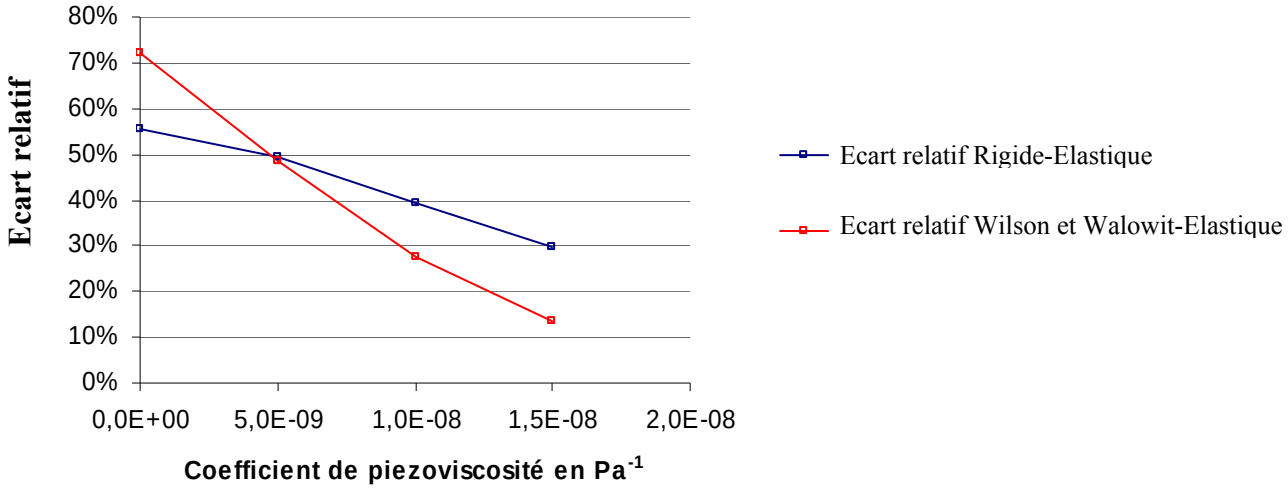


Figure n° 2.22 : écart relatif Rigide - Elastique et Wilson & Walowit - Elastique en fonction du coefficient de piézoviscosité.

On notera aussi que le calcul "rigide" de Lugt et le modèle de Wilson et Walowit ont des comportements assez différents, l'augmentation de l'épaisseur avec le coefficient de piézoviscosité étant nettement plus lente pour le premier. Ces différences proviennent probablement des simplifications utilisées dans le modèle de Wilson et Walowit (découplage des zones d'entrée et de travail, loi de viscosité de l'huile, ...).

Enfin, l'impact de l'élasticité apparaît significativement plus fort chez Lugt que chez Marsault, ce qui peut provenir soit de différences dans les données d'entrée, soit du fait que les cas de laminage traités sont différents. Nous considérons toutefois que même dans l'hypothèse de l'effet le plus fort, les résultats principaux de nos travaux, qui portent avant tout sur l'influence

de la vitesse sur l'épaisseur de film, et les conclusions que nous en tirons sur la nature des phénomènes, ne devraient pas être remis en cause. En conséquence, pour toutes les études menées dans cette thèse, les cylindres et la tôle (dans la zone d'alimentation) seront considérés comme rigides.

2.2. Hypothèses simplificatrices

Seule la zone d'entrée est considérée. Celle-ci embrasse totalement l'intervalle suivant : $\lfloor x_m, x_{cp} \rfloor$ avec x_{cp} l'endroit où la pression devient égale à la contrainte d'écoulement de la tôle. Dans cette zone l'élasticité de la tôle et du cylindre sera négligée.
La tôle et le cylindre sont considérés comme lisses : par conséquent le régime dans cette zone d'entrée est bien le régime hydrodynamique et l'équation à résoudre est l'équation de Reynolds

(2.52) (1.12) déjà présentée : $\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}\right) = U\frac{dh}{dx}$ car $\frac{dU}{dx} = 0$ dans la zone d'entrée.

L'effet des tractions et autre contre-traction ne sera pas pris en compte.

(2.53) Dans le plan (0,x,z) le profil du cylindre a pour équation : $z = (1-\alpha)h_{cp} + R - \sqrt{R^2 - x^2}$

(2.54) L'approximation parabolique donne : $z = (1-\alpha)h_{cp} + \frac{x^2}{2R}$

(2.55) L'équation du plan tangent à cette parabole en x_c est: $z = \frac{x_{cp}}{R}(x - x_{cp}) + (1-\alpha)h_{cp} + \frac{x_{cp}^2}{2R}$

Le cylindre sera approximé par ce plan tangent (voir justification de cette approximation au §.2.3.4).

(2.56) En x_{cp}, $z = h_{cp} + e_c - e_s$. Donc : $h_{cp} + e_c - e_s = (1-\alpha)h_{cp} + \frac{x_{cp}^2}{2R}$

(2.57) Donc : $h_{cp} = \frac{x_{cp}^2}{2R\alpha} - e_c$

(2.58)

Comme $h = z - (e_c - e_s)$ où h est la distance qui sépare la tôle du cylindre, alors :

(2.59) Pour $x \in [x_m, x_{cp}]$ *on a* : $h = \frac{x_{cp}}{R}(x - x_{cp}) + h_{cp}$

2.3. Détermination du profil de pression pour un fluide monophasique

2.3.1. Conditions aux limites

(2.60)
$$\begin{cases} P(x_{cp}) = \sigma \\ \frac{dP}{dx}(x_{cp}) = 0 \\ \lim_{x \to -\infty} P(x) = 0 \end{cases}$$

En x_{cp} la pression est telle que la tôle commence à se déformer et est donc égale à la contrainte d'écoulement. La dérivée sera prise nulle à cette endroit : il s'agit d'une hypothèse classique en Plasto-hydrodynamique (PHD) [3,9,24]. Le ménisque étant placé loin en amont du contact (cas suralimenté), la limite de la pression en $-\infty$ sera donc nulle.

2.3.2. Intégration

(2.61) $$\frac{d}{dx}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{dP}{dx}\right)=U\frac{dh}{dx}\Rightarrow\frac{dP}{dx}=12\mu U\frac{h-h_{cp}}{h^3}$$

(2.62) En $h=h_{cp}$ la dérivée de la pression est bien nulle.

A ce stade deux cas doivent être considérés selon que le fluide en question est isovisqueux (comme l'eau) ou piézovisqueux (comme l'huile). Plusieurs formules permettent de rendre compte de l'influence de la pression sur la viscosité d'un fluide. Celle qui a été retenue est la
(2.63) plus simple de toute, l'équation de Barus [16] : $\mu=\mu_0\exp(\Gamma P)$ avec Γ le coefficient de piézoviscosité.

Lorsque le fluide est isovisqueux : $\mu=\mu_0$

(2.64) $$\frac{dP}{dx}=12\mu_0 U\frac{h-h_{cp}}{h^3}\Rightarrow P_{iso}=12\mu_0 U\frac{R}{x_{cp}}\left[\frac{h_{cp}}{2h^2}-\frac{1}{h}+\frac{1}{2h_{cp}}\right]+\sigma$$

(2.65) Lorsque $h=h_{cp}$ la pression vaut bien σ.

(2.66) La troisième condition $\lim_{x\to-\infty}P(x)=0$ conduit aux deux relations suivantes :

(2.67) $$P_{iso}=\sigma\left[\frac{2h_{cp}}{h}-\frac{h_{cp}^2}{h^2}\right]$$

(2.68) $$avec\quad h_{cp}^3+e_c h_{cp}^2-\frac{18R}{\alpha}\left(\frac{\mu U}{\sigma}\right)^2=0$$

Dans le cas où le fluide est piézovisqueux : $\mu=\mu_0\exp(\Gamma P)$

(2.69) $$\frac{dP}{dx}=12\mu_0 U\frac{h-h_{cp}}{h^3}\Rightarrow P_{piézo}=-\frac{1}{\Gamma}\ln[\exp(-\Gamma\sigma)-\Gamma(P_{iso}-\sigma)]$$

(2.70) Lorsque $h=h_{cp}$ la pression vaut bien σ.

(2.71) La troisième condition $\lim_{x\to-\infty}P(x)=0$ conduit aux deux relations suivantes :

(2.72) $$P_{piézo}=-\frac{1}{\Gamma}\ln(1-\Gamma P_{iso})\quad ou\quad P_{piézo}=-\frac{1}{\Gamma}\ln\left[1+\left(e^{-\Gamma\sigma}-1\right)\left(\frac{2h_{cp}}{h}-\frac{h_{cp}^2}{h^2}\right)\right]$$

(2.73) $$et:\quad h_{cp}x_{cp}=\frac{6\Gamma\mu_0 UR}{e^{-\Gamma\sigma}-1}\quad\Rightarrow\quad h_{cp}^3+e_c h_{cp}^2=\frac{1}{2\,\mathrm{Re}_c\,\alpha}\left(\frac{6\Gamma\mu_0 UR}{e^{-\Gamma\sigma}-1}\right)^2$$

Lorsque Γ tend vers zéro, sont retrouvées les formules obtenues dans le cas isovisqueux :

(2.74) $$\lim_{\Gamma \to 0} P_{piézo} = P_{iso}$$

(2.75) $$\lim_{\Gamma \to 0} \left\langle h_{cp}^3 + e_c h_{cp}^2 - \frac{1}{2\,\mathrm{Re}_c\,\alpha}\left(\frac{6\Gamma\mu_0 UR}{e^{-\Gamma\sigma}-1}\right)^2 \right\rangle = h_{cp}^3 + e_c h_{cp}^2 - \frac{18R}{\alpha}\left(\frac{\mu U}{\sigma}\right)^2$$

2.3.3. Résultats :

Pour un fluide non piézovisqueux :

(2.76) $$\begin{cases} U = 10\ m.s^{-1} \\ \text{Valeurs de référence} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{cp} = \text{-}0{,}013414\ m \\ h_{cp} = 2{,}7.10^{-7}\ m \end{cases}$$

N.B. : Les valeurs de référence sont notées en annexe.

Profil général …

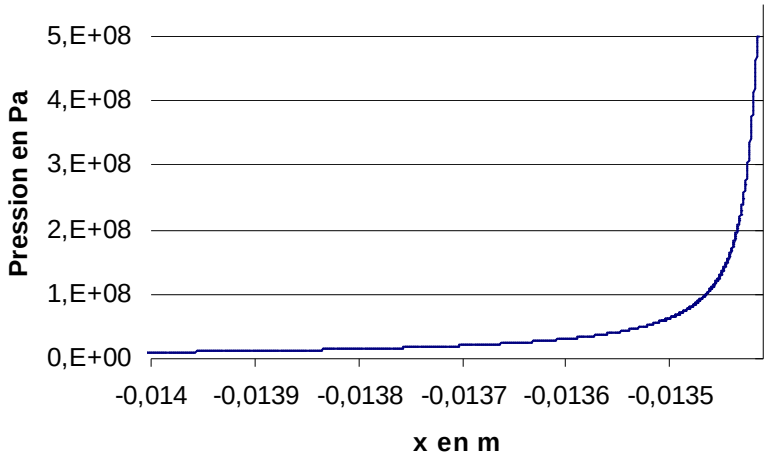


Figure n° 2.23-a : Evolution de la pression le long de l'emprise

Vision resserrée à l'endroit où P=σ …

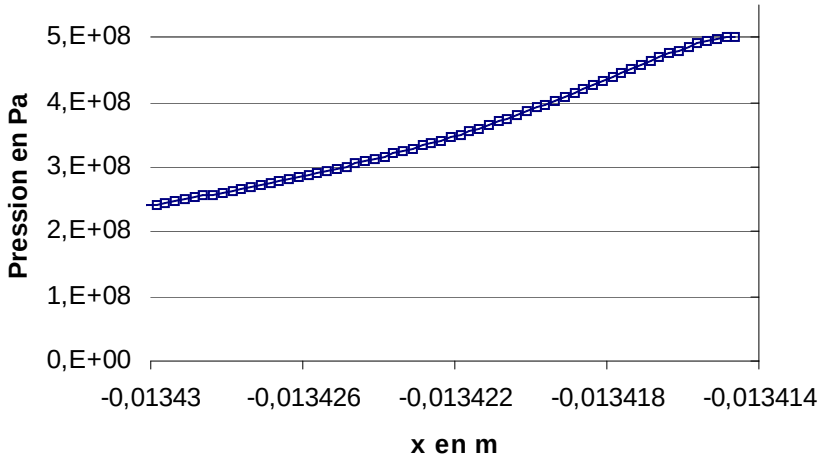


Figure n°2.23-b : La valeur de la pression s'accroît de plus de deux cent cinquante millions de Pascal sur un espace inférieur à vingt micromètres.

En laminage, dans la zone d'entrée, la croissance de la pression est aussi brutale que tardive. En cela il n'y a pas de différence essentielle avec le cas du cylindre tournant au dessus du plan.

2.3.4. Résolution par différences finies et justification de l'approximation

La méthode décrite au § 1.3.2. à été appliquée au cas de la zone d'entrée du laminage. Les seules choses qui changent sont les conditions aux limites - (2.60) au lieu de (2.29) - et le profil du cylindre. Précisément, en utilisant la méthode de l'intégration par différences finies, il n'est pas nécessaire de faire l'approximation du plan tangent. Par conséquent il est possible de comparer la solution exacte avec la solution obtenue par différences finies et de voir l'influence de l'approximation du plan tangent.

Lorsque σ augmente, l'erreur sur la pression due à l'approximation du plan tangent s'amenuise. Ici, la condition $\lim_{x \to -\infty} P(x) = 0$, a été remplacée par : $P(-R) = 0$ (2.77)

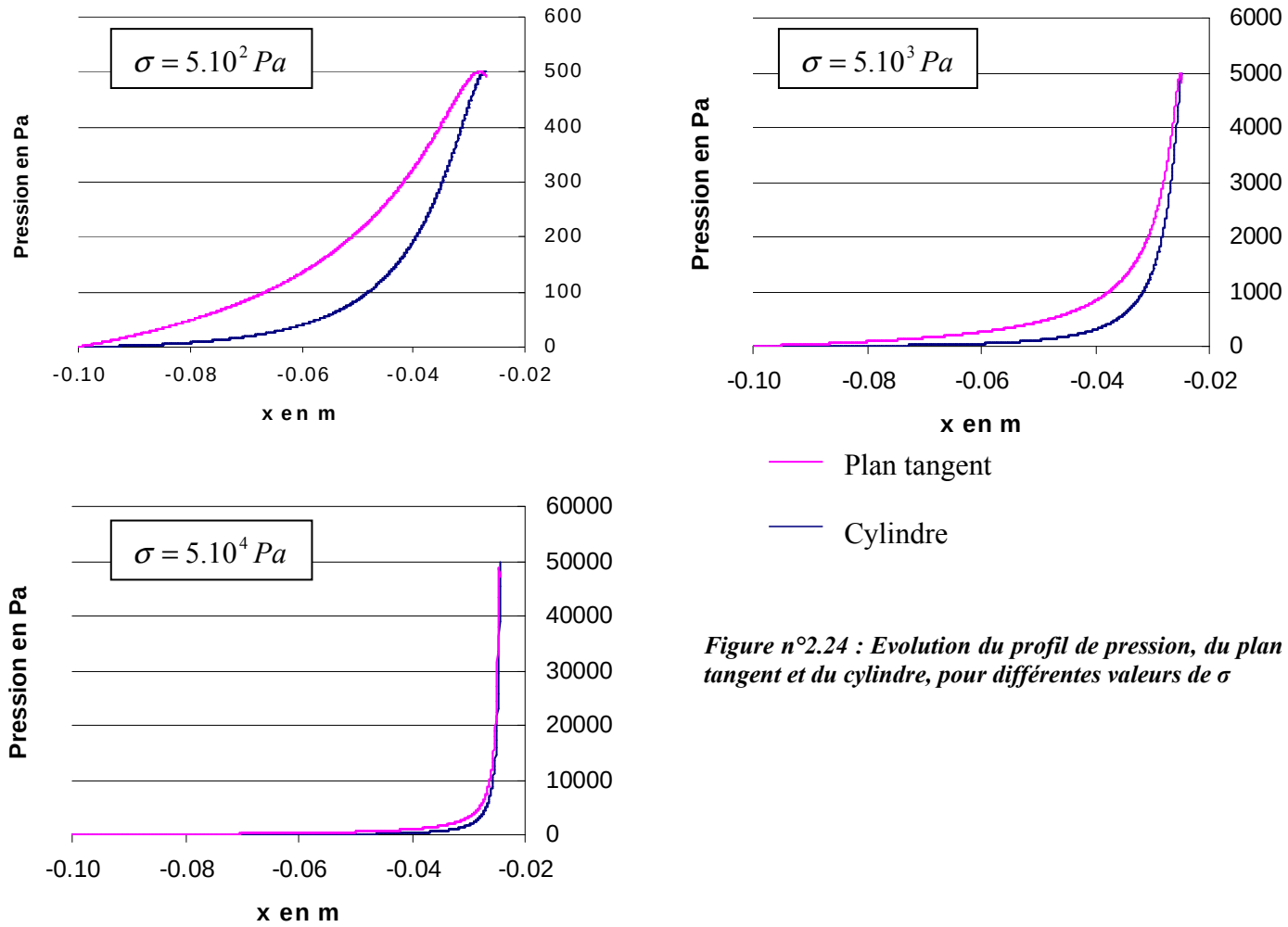


Figure n°2.24 : Evolution du profil de pression, du plan tangent et du cylindre, pour différentes valeurs de σ

Donc, pour toute valeur réaliste de σ (>10^8) il n'y a aucune différence entre les deux solutions.

2.4. Epaisseur en fonction de la vitesse dans le cas suralimenté

2.4.1. Eau : fluide non piézo-visqueux :

(2.78) Dans le cadre de l'approximation du plan tangent, avec $\lim_{x\to-\infty} P(x)=0$, on a :

(2.79) $$h_{cp}^3 + e_c h_{cp}^2 - \frac{18R}{\alpha}\left(\frac{\mu U}{\sigma}\right)^2 = 0$$

Comme h_{cp} est toujours négligeable devant e_c, alors h_{cp}^3 est toujours négligeable devant $e_c h_{cp}^2$.

(2.80) Par conséquent (2.79) donne : $h_{cp} = \frac{3\mu U}{\sigma}\sqrt{\frac{2R}{\alpha e_c}}$

2.4.2. Huile : fluide piézo-visqueux :

(2.81) Dans le cadre de l'approximation du plan tangent, avec $\lim_{x\to-\infty} P(x)=0$, on a :

(2.82) $$h_{cp}^3 + e_c h_{cp}^2 = \frac{1}{2\,\mathrm{Re}_c\,\alpha}\left(\frac{6\Gamma\mu_0 UR}{e^{-\Gamma\sigma}-1}\right)^2$$

Comme h_{cp} est toujours négligeable devant e_c, alors h_{cp}^3 est toujours négligeable devant $e_c h_{cp}^2$.

(2.83) Par conséquent (2.82) donne : $h_{cp} = 3\mu_0 U \frac{\Gamma}{1-e^{-\Gamma\sigma}}\sqrt{\frac{2R}{\alpha e_c}}$

Sont ainsi retrouvées les formules de Wilson et Walowit [3].

Résultats :

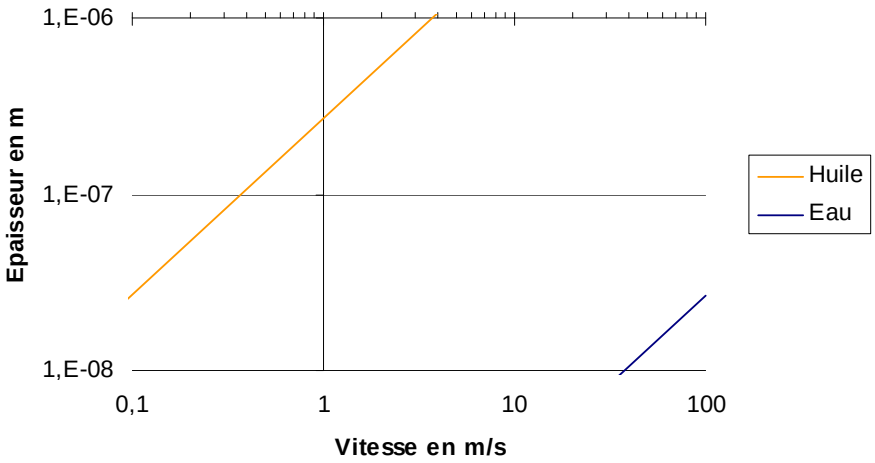


Figure n°2.25 : Evolution de l'épaisseur du film de lubrifiants monophasiques en fonction de la vitesse.

2.5. Epaisseur en fonction de la vitesse dans le cas sous-alimenté :

Wilson considère – dans la version simplifiée de son modèle appliqué à la zone d'entrée en laminage – que la pression ne commence à croître que lorsqu'il y a eu inversion de l'émulsion. Dans le sens où l'émulsion est à ce stade une émulsion d'eau dans l'huile, il admet qu'elle se comporte comme de l'huile entière. Cette démarche n'est en fait rien d'autre qu'une approche du problème sous l'angle de la sous-alimentation : ainsi avec l'émulsion, la seule chose qui
(2.84) change c'est la condition $\lim_{x \to -\infty} P(x) = 0$ qui devient $P(x_{inv}) = 0$. La position où a lieu l'inversion (en $x = x_{inv}$) étant déterminée par les caractéristiques de l'émulsion. En substituant h_{inv} par h_m dans l'équation (1.92) on obtient l'expression de l'épaisseur dans la zone d'entrée du laminage à l'endroit où $P = \sigma$ pour le cas du système sous-alimenté.

(2.85) $$h_{cp} = h_m \left(K - \sqrt{K^2 - 1} \right) \quad \text{avec} \quad K = 1 + \frac{h_m}{2h_{\text{suralimenté}}}$$

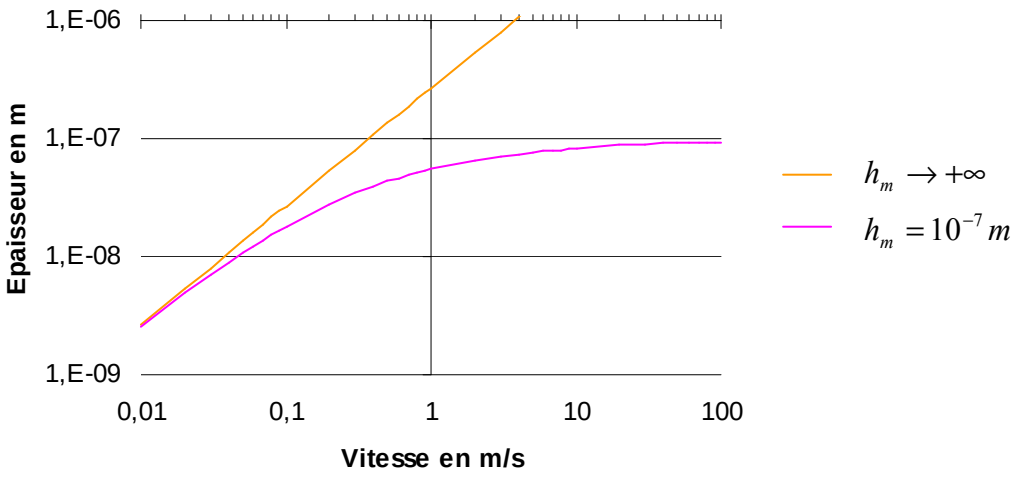


Figure n° 2.26-a : Pour le système sous-alimenté l'épaisseur du film croît dans un premier temps de manière proportionnelle à la vitesse avant de se stabiliser à sa valeur maximale h=h….

Manifestement, que l'on considère la zone d'entrée en laminage où le cas du cylindre tournant au dessus du plan, le système sous-alimenté se comporte toujours de la même manière. Aux basses vitesses le film a l'épaisseur du cas suralimenté, puis avec l'augmentation de la vitesse, et de manière très progressive, les deux courbes d'épaisseur (fig. n°2.26-a) se séparent l'une de l'autre. Aux hautes vitesses l'épaisseur du film du système sous-alimenté tend de manière asymptotique vers la valeur maximale à laquelle elle peut prétendre : $h=h_m$. Encore une fois, aux hautes vitesses, toute l'huile disponible devient passante.

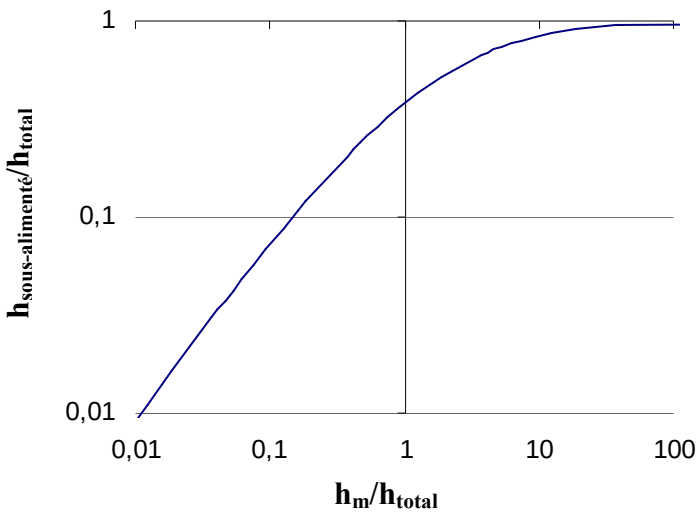


Figure n° 2.26-b : lorsque h_m est grand devant h_{total}, il n'y a pratiquement pas de différence en terme d'épaisseur minimale de film entre un système en état de sous-alimentation et un système suralimenté. Des différences notables ne s'observent que pour des valeurs de h_m inférieures à $10.h_{total}$.

3. Conclusion

Ce premier travail a permis d'aborder le délicat problème du choix des conditions aux limites. Or ce choix, précisément est très important. En effet, le profil de pression, solution de l'équation de Reynolds, y étant particulièrement sensible.

Il a notamment été montré que la position du ménisque d'entrée, c'est à dire l'endroit où commence la mise en pression, pouvait grandement influencer la valeur de l'épaisseur d'huile passante.

II Modèle de Wilson

1. Modèle : interaction des flux et huile piezo-visqueuse :

Toujours dans le but de modéliser la zone d'entrée en laminage, et dans le prolongement du raisonnement de Wilson, nous reprenons le système (1.84). Cependant lors de la différentiation des équations, il sera tenu compte de la piézo-viscosité de l'huile :

(2.86) $\mu_d = \mu_{d,0} \exp(\Gamma P)$.

(2.87) Donc : $\begin{cases} Q_d = Uh - VF_5 UhGP \\ Q_c = Uh - F_6 UhGP \\ \phi Q_d = cste \\ (1-\phi) Q_c = cste \\ V = \dfrac{\mu_c}{\mu_{d,0}} e^{-\Gamma P} \end{cases}$ donne $\begin{cases} \dfrac{d(hGP)}{dh} = \widetilde{R}_3 \\ \dfrac{d\phi}{dh} = \dfrac{\phi}{h} \dfrac{1 - L_3 - VF_5 \dfrac{d(hGP)}{dh}}{-1 + VF_5 GP + L_2} \end{cases}$

(2.88) avec : $\begin{cases} \widetilde{R}_3 = \dfrac{(1-\phi)[1 - L_3(1-F_4)][-1 + VF_5 GP + L_2] - \phi(1-L_3)[1 - F_6 GP + L_1]}{(1-\phi)F_6[-1 + VF_5 GP + L_2] - \phi VF_5[1 - F_6 GP + L_1]} \\ L_1 = [F_4'(1 - VF_5) + VF_5'(1 - F_4)] GP(1-\phi) \quad \text{avec} \quad F_i' = \dfrac{dF_i}{d\phi} \\ L_2 = VF_5' GP\phi \\ L_3 = V' F_5 hGP \quad \text{avec} \quad V' = \dfrac{dV}{dh} \end{cases}$

Le système est formé d'équations dont la forme est la même que celles déjà présentées ((1.79), (1.84)) et par deux fois décrites.

Lorsque la piézoviscosité n'est pas considérée, V est indépendante de h : L_3 devient donc nul ce qui a pour conséquence naturellement de retrouver le système d'équations (1.85).

2. Conditions aux limites :

Dans le cadre du laminage les conditions aux limites considérées seront les suivantes :

Là où commence la déformation plastique, en $x = x_{cp}$, la pression sera considérée comme

(2.89) valant σ, sa dérivée étant prise nulle. Par conséquent : $P(x_{cp}) = \sigma \quad et \quad GP(x_{cp}) = 0$.

Le mécanisme de concentration de Wilson ne s'initie qu'à partir du moment où les gouttes d'huile ont été écrasées un certain nombre de fois entre la tôle et le cylindre. Par conséquent jusqu'à cet endroit (en $h = h_{init.}$) le taux d'huile reste constant égal à sa valeur nominale. En x_{init}, puisque la goutte d'huile a été écrasée alors $h_{init.} < 2r_g$. Nous considérerons par conséquent que l'expression de l'épaisseur à l'endroit où s'amorce le mécanisme de Wilson

(2.90) sera : $h_{init} = 2Cr_g$: où C (dont la valeur est inférieure à un) rend compte du phénomène d'écrasement.

(2.91) En résumé : $P(x_{cp}) = \sigma \quad GP(x_{cp}) = 0 \quad \phi(x_{init.}) = \phi_0$

3. Méthodes de résolution :
3.1. Ordre deux

Une première méthode de résolution (méthode A) consiste à travailler sur le système (2.88) qui fait intervenir l'équation de Reynolds d'ordre 2 avec les conditions aux limites (2.91). L'inconvénient majeur de cette méthode est que les temps de calculs sont extrêmement longs et qu'aucun résultat ne peut être obtenu pour les vitesses les plus basses. Un blocage de cette nature était en fait redouté : en effet, dans l'équation de Reynolds la grande raideur introduite par le terme en h^3 devient critique en terme de convergence lorsque les épaisseurs sont sub-microniques.

Vu les difficultés inhérentes à cette méthode, la résolution du problème se fait donc à partir de l'équation de Reynolds d'ordre 1 (méthode B).

3.2. Ordre un

Equations …

En reprenant le système (1.84), au lieu de dériver et de passer au second ordre, les équations sont laissées en l'état, ce qui rend l'approche toute différente.

(2.92)
$$\begin{cases} Q_d = Uh(1 - VF_5GP)\phi \\ Q_c = Uh(1 - F_6GP)(1-\phi) \end{cases}$$

Les débits d'huile (Q_d) et d'eau (Q_c) sont constants tout le long de l'emprise. Par conséquent :

(2.93)
$$\begin{cases} Uh_{init.}\left(1 - V_{init.}F_{5,init.}GP_{init.}\right)\phi_{init.} = Uh_{cp}\left(1 - V_{cp}F_{5,cp}GP_{cp}\right)\phi_{cp} \\ Uh_{init.}\left(1 - F_{6,init.}GP_{init.}\right)\left(1-\phi_{init.}\right) = Uh_{cp}\left(1 - F_{6,cp}GP_{cp}\right)\left(1-\phi_{cp}\right) \end{cases}$$

(2.94) Comme :
$$\begin{cases} h_{init.} = 2Cr_g \\ \phi_{init.} = \phi_0 \\ GP_{cp} = 0 \end{cases} \quad alors \quad (2.93) \quad donne \quad \begin{cases} 1 - V_{init.}F_{5,init.}GP_{init.} = \dfrac{h_{cp}\phi_{cp}}{2Cr_g\phi_0} \\ 1 - F_{6,init.}GP_{init.} = \dfrac{h_{cp}}{2Cr_g}\dfrac{1-\phi_{cp}}{1-\phi_0} \end{cases}$$

(2.95) D'où :
$$h_{cp} = 2Cr_g \frac{1 - \dfrac{F_{6,init.}}{V_{init.}F_{5,init.}}}{\dfrac{1-\phi_{cp}}{1-\phi_0} - \dfrac{\phi_{cp}}{\phi_0}\dfrac{F_{6,init.}}{V_{init.}F_{5,init.}}}$$

$V_{init.}$ est connue car en $h = h_{init.}$ car la pression est nulle. $F_{5,init.}$ est tout aussi connue car n'est fonction que de $\phi_{init.}$ qui vaut ϕ_0. Il en va de même pour $F_{6,init.}$ puisqu'elle n'est fonction que de V_{init} et de $\phi_{init.}$. Bref h_{cp} sera totalement identifiée dès l'instant où la valeur de ϕ_{cp} aura été trouvée.

Résolution du système …

Comme pour la résolution du système de Szeri, et pour les mêmes raisons, la résolution du système de Wilson sera rétrograde. Une fois les équations de Wilson (2.92) discrétisées, le Système se présente sous la forme suivante :

(2.96) $$\begin{cases} h_n\phi_n = h_{n-i}\left(1 - V_{n-i}F_{5,n-i}GP_{n-i}\right)\phi_{n-i} \\ h_n\left(1-\phi_n\right) = h_{n-i}\left(1 - F_{6,n-i}GP_{n-i}\right)\left(1-\phi_{n-i}\right) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} X_n = X_{cp} \\ X_o = X_{init.} \end{cases} \text{ où } X \text{ est une grandeur quelconque.}$$

Pour résoudre le système en question il faut, dans un premier temps, affecter une valeur de manière arbitraire à ϕ_n et calculer le h_n correspondant grâce à la formule (2.95). Une fois ceci réalisé il faut déterminer pour chaque itération nouvelle la valeur ϕ_{n-i} qui est solution de l'équation suivante

(2.97) $$\frac{F_{6,n-i}}{V_{n-i}F_{5,n-i}}\left(1 - \frac{h_{cp}\phi_{cp}}{h_{n-i}\phi_{n-i}}\right) = 1 - \frac{h_{cp}}{h_{n-i}}\frac{1-\phi_{cp}}{1-\phi_{n-i}}$$

Ce qui permet de calculer la valeur de V_{n-i}, GP_{n-i}, P_{n-i-1} grâce aux formules suivantes.

(2.98) $$V_{n-i} = \frac{\mu_c}{\mu_d}e^{-\Gamma P_{n-i}}$$

(2.99) $$GP_{n-i} = \frac{1}{V_{n-i}F_{5,n-i}}\left(1 - \frac{h_n\phi_n}{h_{n-i}\phi_{n-i}}\right)$$

(2.100) $$P_{n-i-1} = P_{n-i} - \frac{12\mu_c U}{h^2}GP_{n-i}$$

Une fois ce travail réalisé, comme la valeur de h_n a été établie en utilisant la formule (2.95) la pression en $h = h_{init.}$ est assurée d'être nulle. Pour savoir si la valeur ϕ_n donnée de manière arbitraire est la bonne, il suffit de vérifier que le valeur de ϕ_0 obtenue en fin de calcul est bien égale à valeur attendue.

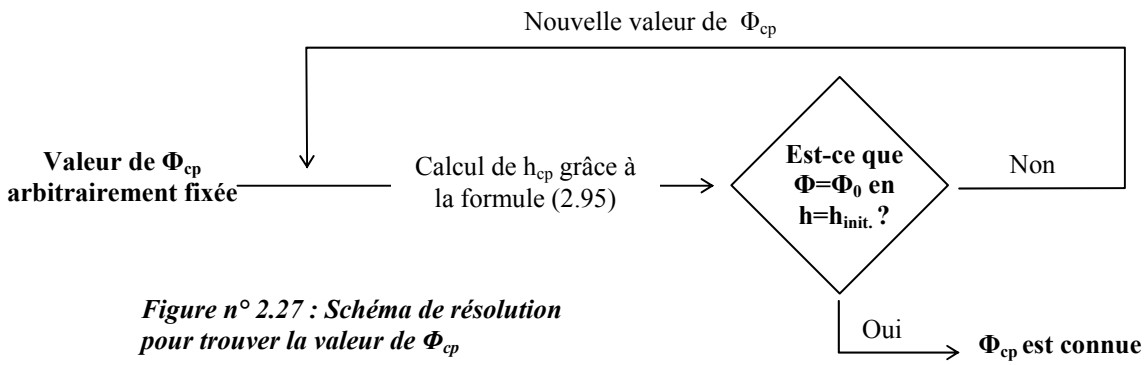


Figure n° 2.27 : Schéma de résolution pour trouver la valeur de Φ_{cp}

Autres précisions …

Le taux d'huile augmente de sa valeur ϕ_0 en $h=2Cr_g$ jusqu'à sa valeur maximale ϕ_{cp} en $x=x_{cp}$. Lorsque les vitesses sont grandes la valeur maximale atteinte (en $x=x_{cp}$) par le taux d'huile est inférieure à la valeur limite de 0,907. Dans ce cas le tir sur la concentration se fait bien sur ϕ_{cp}.

Pour les vitesses les plus basses, prendre un ϕ_{cp} égal à la valeur limite conduit à avoir en $h=2Cr_g$, une valeur pour la concentration inférieure à la valeur ϕ_0 souhaitée. Il faudrait donc augmenter la valeur de ϕ_{cp}. Mais, comme il est impossible de dépasser la valeur limite, le tir sur la concentration ne peut plus se faire sur ϕ_{cp}. Il se fait alors sur la longueur de la réserve d'huile, soit sur la position $\hat{x}$ (située en amont de x_{cp}, le sens étant rétrograde) à laquelle la concentration « décroche » de sa valeur maximale.

4. Résultats et discussion en laminage :

(2.101)
$$\begin{cases} \mu_c = 10^{-3}\ Pa.s \quad \mu_d = 10^{-1}\ Pa.s \quad r_g = 10^{-6}\ m \quad \sigma = 5.10^{8}\ Pa \quad \phi_0 = 2\% \quad \alpha = 30\% \quad C = 1 \\ \Gamma = 2.10^{-8}\ Pa^{-1} \quad V_i = 30\ m.s^{-1} \quad e_c = 10^{-3}\ m \quad R = 3.10^{-1}\ m \quad \rho_c = 10^{3}\ kg.m^{-3} \quad \rho_d = 8.10^{2}\ kg.m \end{cases}$$

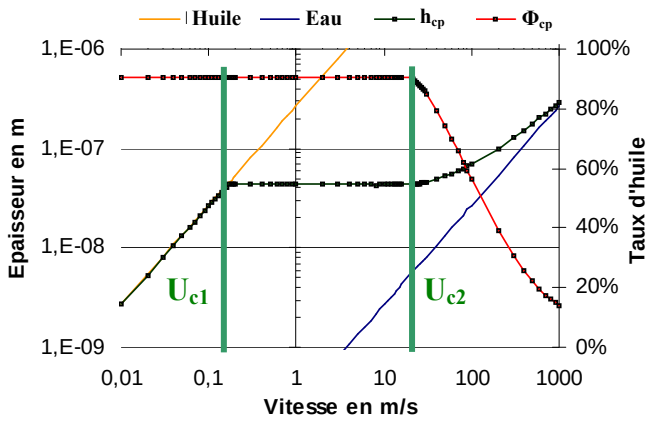


Figure n°2.28 : Evolution de l'épaisseur (en m) et du taux d'huile en fonction de la vitesse (en m/s). Noter que l'échelle de vitesse est prolongée jusqu'à 1000 m.s^{-1}, non que de telles vitesses ait un sens physique pour le lamineur, mais pour permettre l'analyse du troisième stade de l'évolution du système avec la vitesse.

Aux basses vitesses, il n'y a pas de différence d'épaisseur de film, entre émulsion et huile entière. Le taux d'huile est manifestement maximal, le contact est bien alimenté en huile pure.

Il y a bien existence d'une vitesse critique à partir de laquelle, le film, né d'une émulsion devient moins épais que le film né de l'huile entière correspondante. Ici est donc retrouvée la vitesse critique de Zhu, nommée U_{c1}. Pour cette vitesse U_{c1}, le modèle prévoit bien un effondrement de la réserve (fig. n° 2.34). Cependant la réserve, bien que considérablement affaiblie, ne disparaît pas totalement. Ainsi, la bifurcation des courbes d'épaisseur ne se traduit pas par un défaut d'alimentation en huile : le contact est toujours parfaitement lubrifié (Φ_{cp}=0,907). Ce résultat tend ainsi à montrer que pour cette vitesse, le frottement n'augmente pas. Il est à noter que l'épaisseur mesurée par Zhu et l'épaisseur ici calculée sont du même ordre de grandeur : quelques dizaines à quelques centaines de nanomètres. Idem pour la vitesse de bifurcation des courbes d'épaisseur (0,1 m.s^{-1}). Or cette vitesse est bien inférieure aux vitesses pour lesquelles on observe une hausse de la valeur du frottement en laminage.

Il y a une deuxième vitesse critique (U_{c2}) à partir de laquelle l'épaisseur recommence à croître. Or U_{c2} coïncide avec la vitesse pour laquelle le taux d'huile amorce une décroissance avec l'augmentation de la vitesse. A ce moment là, la réserve a complètement disparu et l'emprise n'est plus alimentée en huile pure. Dans ces conditions, une dégradation des propriétés lubrifiantes est à craindre, si on considère que c'est bien l'entrée de l'eau dans l'emprise en des proportions de plus en plus grandes qui est à l'origine de l'augmentation du frottement. Quoi qu'il en soit, au-delà de U_{c2}, plus les vitesses deviennent grandes, plus l'épaisseur du film créé par l'émulsion, se rapproche de celle de l'eau pure. En log-log le décalage d'épaisseur, constant avec l'augmentation de la vitesse, entre eau pure et émulsion n'est donc pas retrouvé avec le modèle de Wilson.

NB : Contrairement aux résultats de l'expérience de Zhu, l'épaisseur du film né de l'émulsion n'accuse ici aucune décroissance. Cette décroissance peut être expliquée par un grand nombre de raisons qui seront passées en revue au chapitre n°3.

Profil de pression et de concentration :

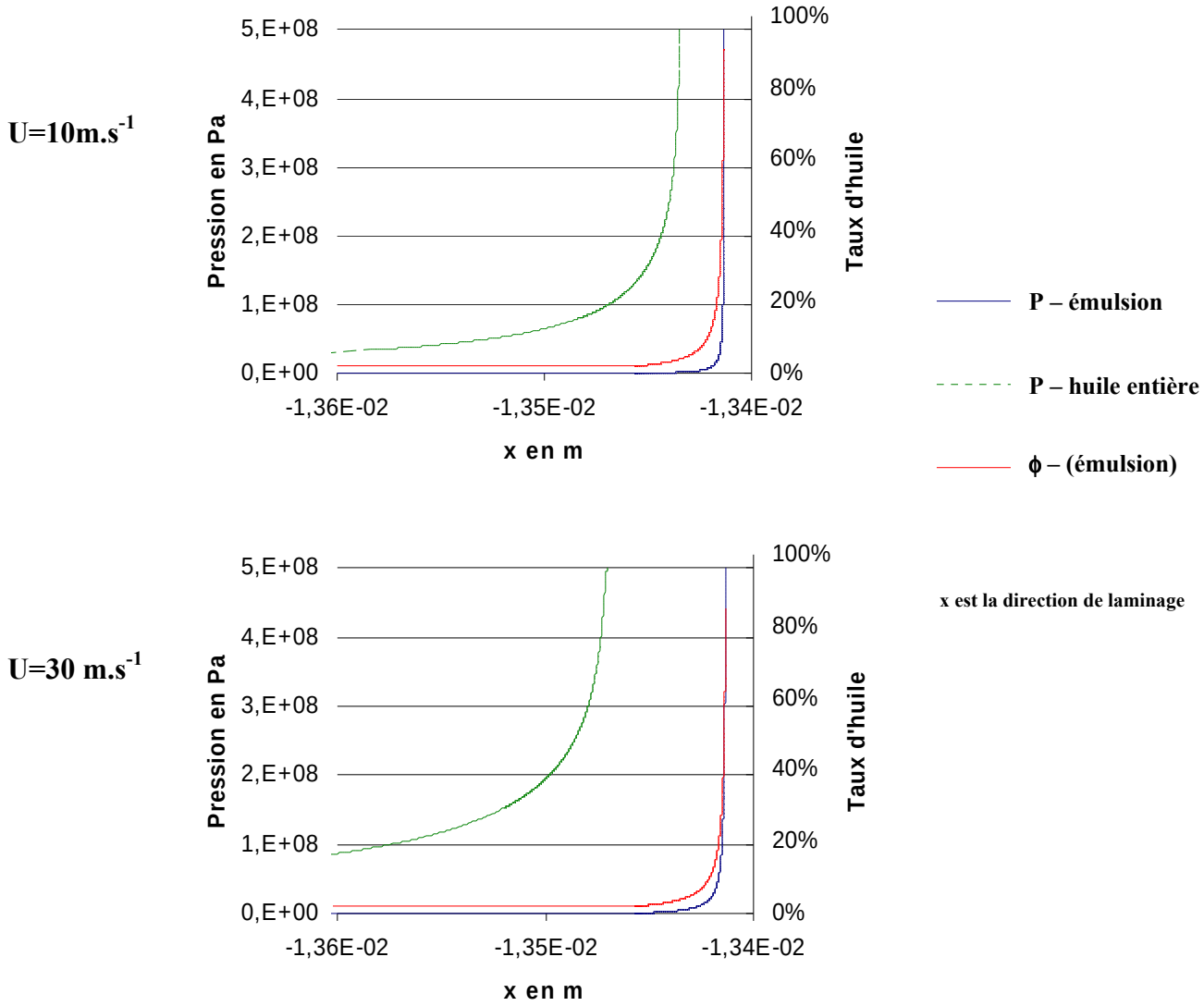


Figure n°2.29-a : La pression croît plus tard lorsque le système est dans un état de sous-alimentation. Plus la vitesse augmente et plus le système est sous-alimenté. En conséquence, l'écart entre les profils de pression (huile entière – émulsion) croît.

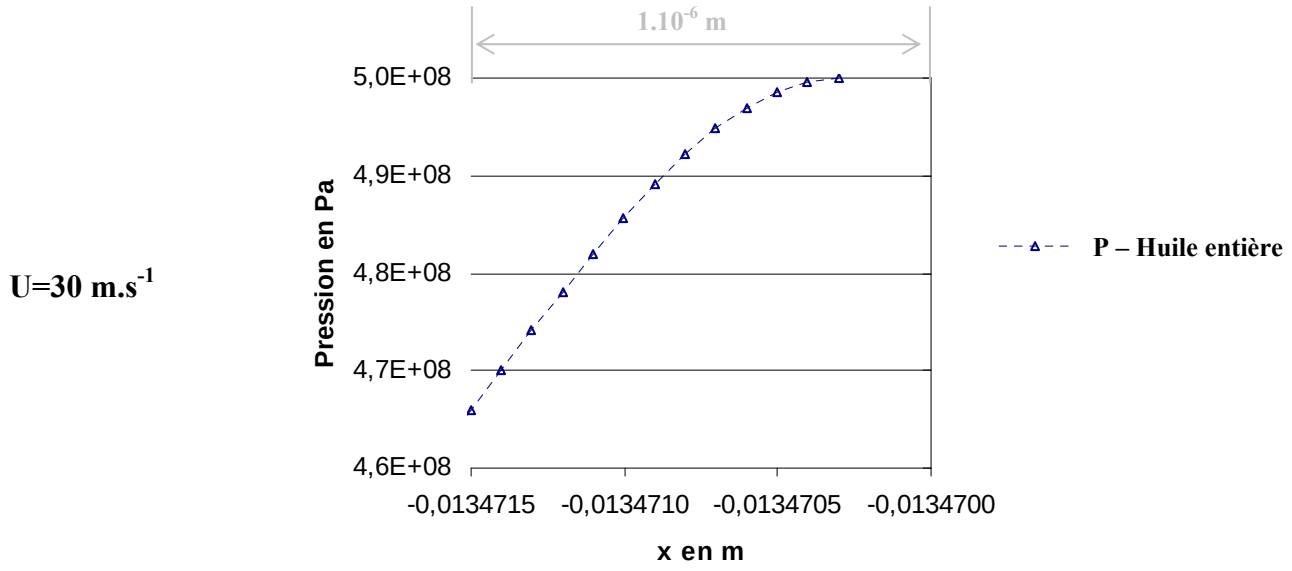


Figure n°2.30-a : Vision resserrée autour de x_{cp}

(2.102) Les conditions aux limites choisie $\begin{cases} \left.\dfrac{dP}{dx}\right|_{x_{cp}} = 0 \\ P(x_{cp}) = \sigma \end{cases}$ sont bien respectées.

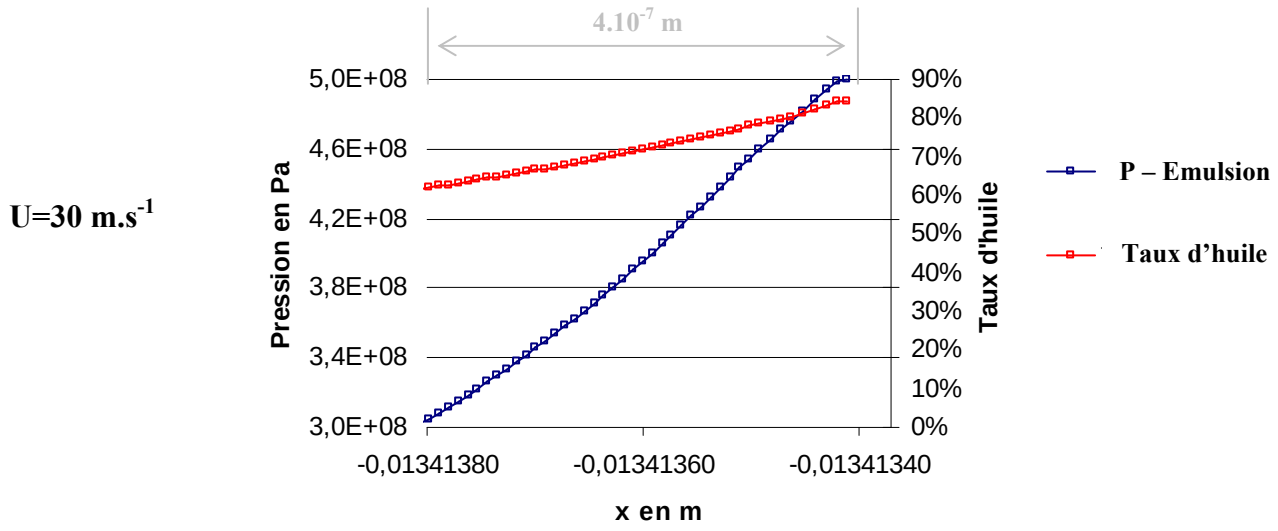


Figure n°2.30-b : Vision resserrée autour de x_{cp}

(2.103) Les conditions aux limites choisies $\begin{cases} \left.\dfrac{dP}{dx}\right|_{x_{cp}} = 0 \\ P(x_{cp}) = \sigma \end{cases}$ et $\left.\dfrac{d\phi}{dx}\right|_{x_{cp}} = 0$ sont bien respectées.

La figure n°2.30 donne l'évolution du taux d'huile pour différentes vitesses de laminage. Aux basses vitesses, la réserve est en mesure de se constituer. Lorsque la vitesse augmente, la réserve diminue.

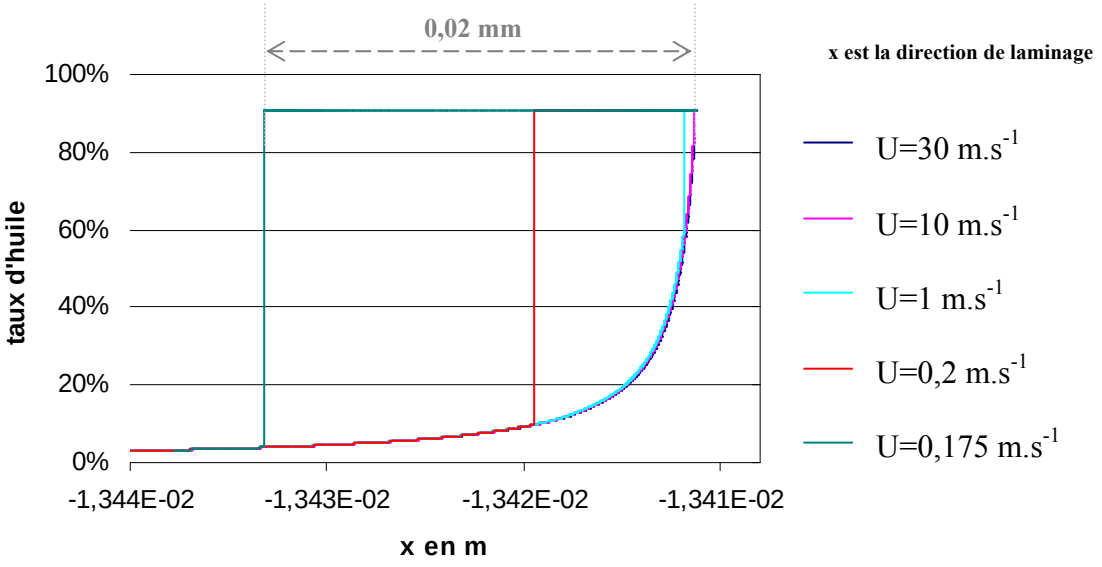


Figure n°2.31 : Plus la vitesse est petite, et la réserve se forme précocement.

4.1. Evolution autour de U_{c1} …

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

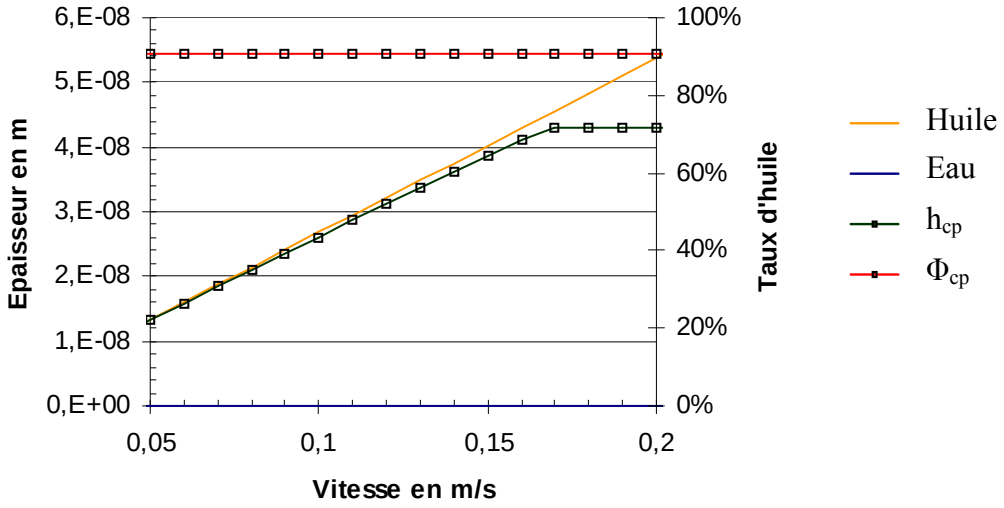


Figure n°2.32 : Vision plus resserrée autour cette première vitesse critique U_{c1}.

Aux vitesses les plus basses la courbe de l'émulsion et de l'huile entière sont véritablement confondues. Avec l'augmentation de la vitesse, un faible décalage se manifeste. Lorsque la vitesse U_{c1} est atteinte, un changement de pente est observé. Ce résultat doit être mis en regard de l'évolution de la réserve.

Longueur de la réserve d_2

Plus la valeur de d_2 est grande et plus la réserve remonte loin en amont de l'emprise, occupant ainsi un vaste volume.

Manifestement, jusqu'à U_{c1}, la réserve d'huile occupe la totalité de la zone d'alimentation. Si l'intégralité du volume de l'emprise est occupée par un liquide dont le taux d'huile est de 0,907, il n'est pas étonnant que l'épaisseur alors calculée finisse par avoisiner celle obtenue pour l'huile pure.

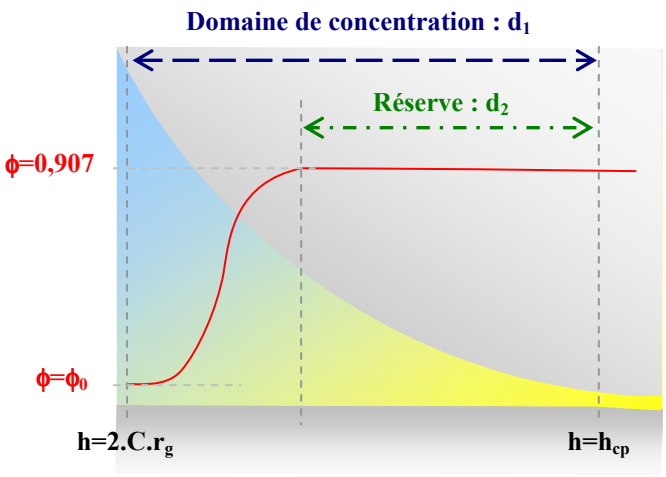


Figure n°2.33 : le taux d'occupation correspond au rapport d_1/d_2.

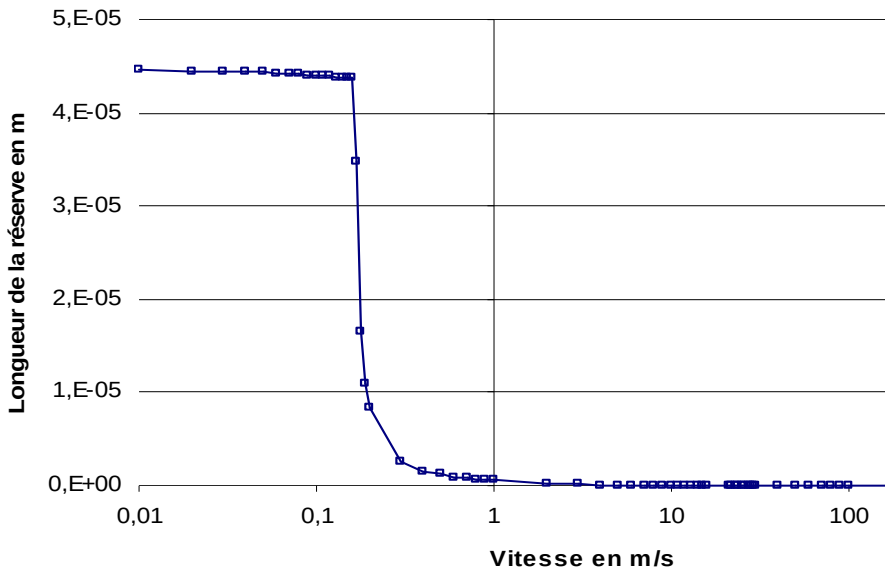


Figure n°2.34-a : Pour une certaine vitesse U_{c1}, il y a effondrement de la réserve.

Lorsque U_{c1} est atteinte, la réserve s'effondre brusquement. Compte tenu de la différence de viscosité entre l'huile et l'eau, la pression est majoritairement supportée par les zones où le taux d'huile est maximal, c'est à dire là où la réserve existe encore. Ainsi, au-delà de U_{c1}, la pression s'exerce sur un espace plus restreint, et naturellement, l'épaisseur calculée devient inférieure à l'épaisseur de l'huile pure. Tous ces résultats qualitatifs sont en parfait accord avec les résultats expérimentaux de Zhu.

4.2. Vision resserrée autour de U_{c2} …

Jusqu'à U_{c2}, la réserve d'huile continue d'exister : elle est faible mais elle existe. Et le simple fait de son existence suffit à alimenter le contact en huile pure (fig. n°2.34-b).

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

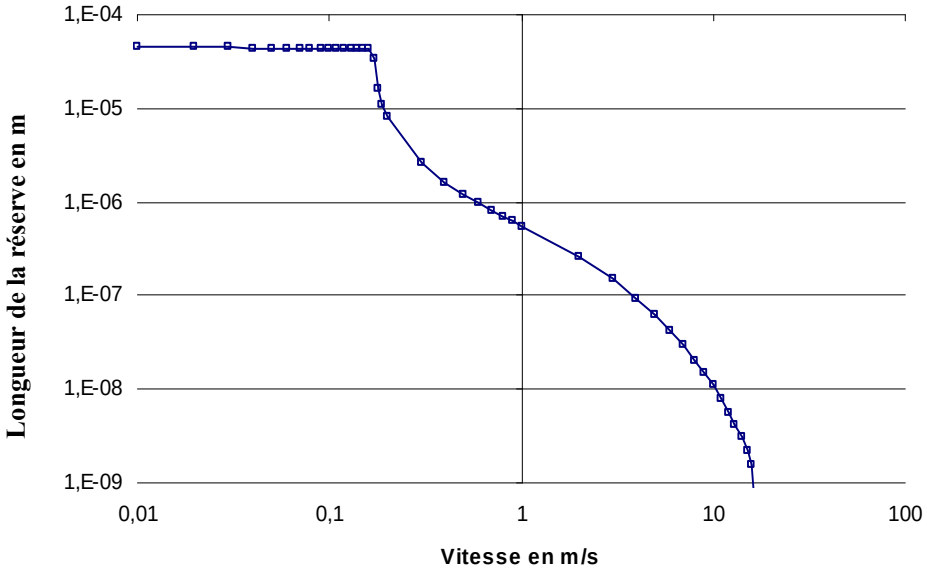


Figure n°2.34-b : Même diagramme que figure n°2.33-a, mais en log-log. Bien que faible au delà de U_{c1}, la réserve continue d'exister jusqu'à la vitesse U_{c2}. Le fait que cette réserve existe jusqu'à U_{c2} signifie que le contact est jusque là bien alimenté en huile pure.

Lorsque la valeur U_{c2} est atteinte, de plus en plus d'eau pénètre dans l'emprise ce qui entraîne une inexorable chute du taux d'huile (fig. n°2.35). C'est bien l'entrée de l'eau dans l'emprise qui pourrait effectivement être à l'origine de la hausse brutale du frottement mise en évidence par Reich [26].

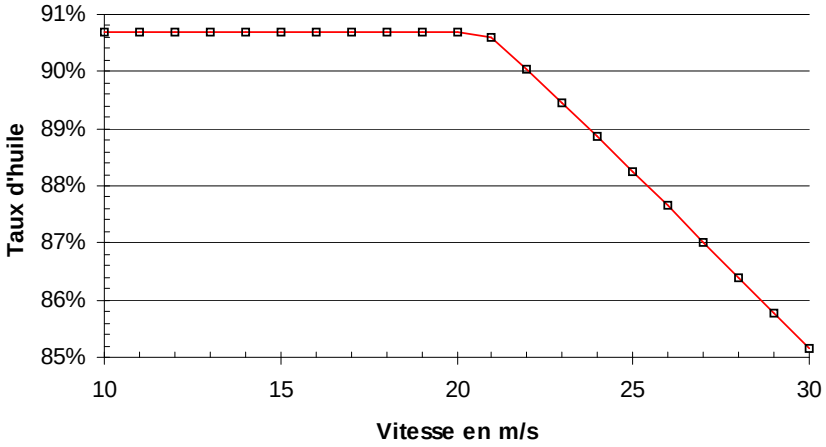


Figure n°2.35 : Lorsque la vitesse U_{c2} est atteinte le taux d'huile du liquide entrant dans le contact commence à décroître.

D'autres causes pourraient expliquer cette hausse du frottement, comme par exemple la baisse d'épaisseur du film (voir chapitre 3) entre les deux vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}. Cependant, à ce stade vu les résultats du modèle, seule l'hypothèse de l'entrée de l'eau semble pouvoir être retenue pour expliquer la hausse du frottement.

4.3. Débit d'alimentation :

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

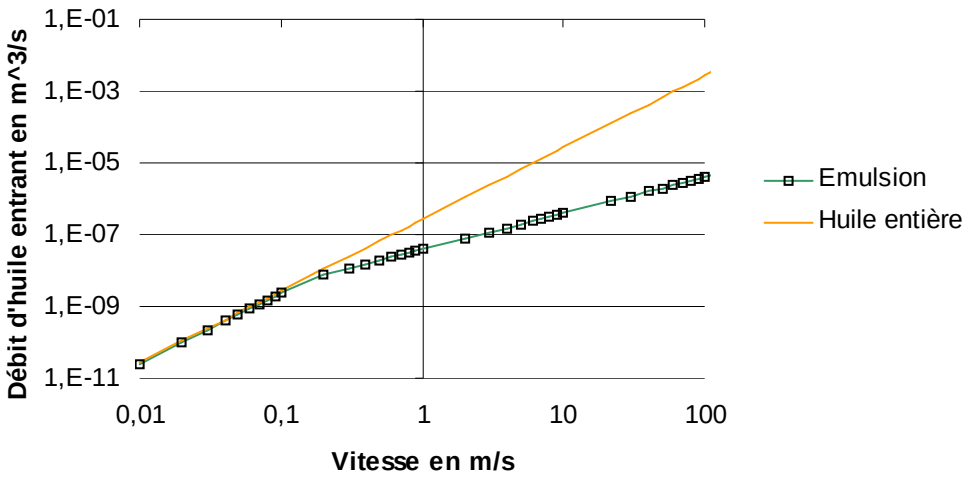


Figure n°2.36 : Evolution du débit d'huile entrant dans le contact en fonction de la vitesse (en m/s). Largeur de la tôle : 1m

En huile entière, le débit d'huile entrant est proportionnel au carré de la vitesse.

En émulsion, aux basses vitesses, le débit d'huile entrant est comme en huile entière, proportionnel au carré de la vitesse. Pour $U>U_{c1}$, le débit d'huile entrant varie linéairement avec la vitesse. Ainsi il y a bien une vitesse critique séparant deux régimes d'alimentation différents. C'est cette différence de régime qui conduit à diminuer la quantité d'huile alimentant l'emprise. Cette diminution évite donc la surlubrification. Et tant que le liquide continue d'être fortement enrichi en huile (ϕ_{cp}=0,907), le frottement n'a pas a priori de raison d'augmenter, dans la mesure ou l'épaisseur reste constante. Reste-t-elle constante, c'est ce dont on débattra au chapitre n°3.

5. Première tentative de simplification

Wilson propose de son modèle une version simplifiée (Chapitre n°1, § III 3.4.1.) dont l'épaisseur h_{cp} a pour expression :

(2.104) $$h_{cp} = 2Cr_g \frac{\phi_0}{\phi_{inv}}\left(K - \sqrt{K^2 - 1}\right) \quad avec \quad K = 1 + \frac{Cr_g}{h_{huile\ pure}} \frac{\phi_0}{\phi_{inv}}$$ avec ϕ_{inv}, le taux d'huile pour lequel il y a inversion de l'émulsion.

Nous comparons (fig. n°2.37) les résultats du modèle simplifié et du modèle complet.

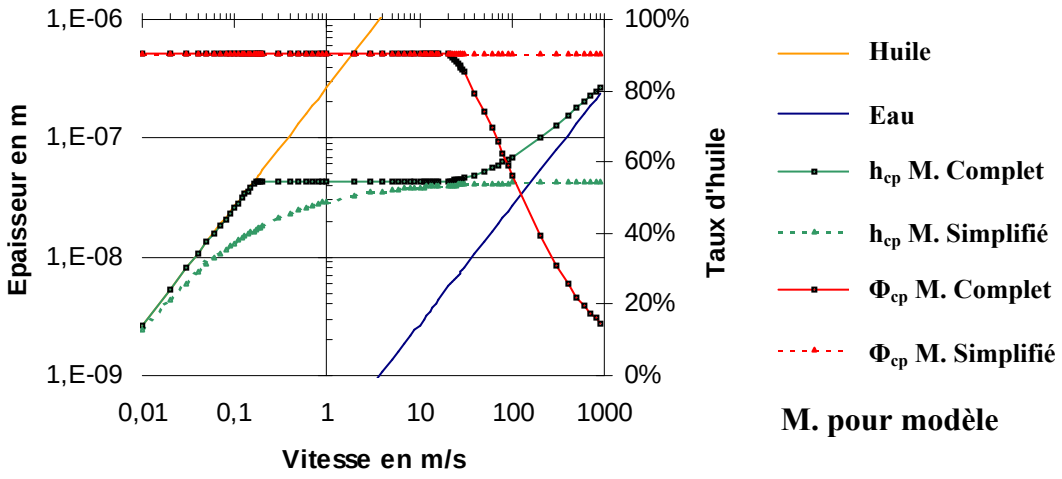


Figure n°2.37 : confrontation des résultats du modèle simplifié proposé par Wilson et du modèle complet. Voir l'annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

En terme de concentration, le problème de ce modèle simplifié est que le taux d'huile du liquide entrant dans le contact est toujours maximum. Manifestement, le modèle non simplifié donne une version somme toute bien différente:

- Aux basses vitesses, la courbe d'épaisseur du modèle simplifié finit bien par rejoindre la courbe de l'huile pure. Cependant, la séparation des courbes d'épaisseur n'a pas ici la netteté qu'elle peut avoir dans le cadre du modèle complet ou dans les résultats expérimentaux présentés par Zhu.
- Aux hautes vitesses, il y a formation d'un palier, et l'épaisseur finit, pour les *très* grandes vitesses, par devenir inférieure à l'épaisseur qui serait obtenue si on utilisait de l'eau pure. Cela vient de ce que l'on néglige toute mise en pression avant inversion de l'émulsion: négliger le caractère hydrodynamique de l'eau semble être une erreur.

L'intérêt de ce modèle simplifié est de montrer ce qu'il ne faut pas faire. Si ce modèle décrit qualitativement les phénomènes aux basses et moyennes vitesses, son comportement au-delà de 20 $m.s^{-1}$ est inquiétant: lorsque l'eau pure est capable de générer un film (h_{cp}) d'épaisseur de l'ordre de $h=2.C.r_g.\phi_0$, il est excessif de considérer que le système ne « voit » que l'huile constitutive de l'émulsion. C'est cette approximation qui empêche ce modèle simplifié de retrouver dans la zone des hautes vitesses, la croissance de l'épaisseur avec l'augmentation de la vitesse. En négligeant la présence de l'eau, il nous montre son influence.

6. Deuxième tentative de simplification :

Aux basses vitesses, l'épaisseur pour l'émulsion est égale à l'épaisseur de l'huile pure. Le taux d'huile est quant à lui maximum.

(2.105) Ainsi, lorsque $U \leq U_{c1}$: $\begin{cases} h_{cp} = h_{huile} \\ \phi_{cp} = \phi_{inv} \end{cases}$

Au-delà de U_{c1} et jusqu'à U_{c2}, le taux d'huile reste constant et égal au taux maximum. Par ailleurs, il a été montré (Chapitre n°1, § III 3.4.1.) que le produit du taux d'huile par l'épaisseur était égal à $\overline{A}$, grandeur indépendante de la vitesse.

(2.106) Dans ce cas, lorsque : $U_{c1} \leq U \leq U_{c2}$: $\begin{cases} h_{cp} = \dfrac{\overline{A}}{\phi_{inv}} \\ \phi_{cp} = \phi_{inv} \end{cases}$

Lorsque la vitesse devient supérieure à U_{c2}, de plus en plus d'eau pénètre dans l'emprise. Si la quantité d'huile entrant dans l'emprise est considérée comme constante (égale à $\overline{A}$), alors l'épaisseur et le taux d'huile peuvent s'exprimer de la manière suivante.

(2.107) Lorsque : $U_{c2} \leq U$: $\begin{cases} h_{cp} = \overline{A} + h_{eau} \\ \phi_{cp} = \dfrac{\overline{A}}{\overline{A} + h_{eau}} \end{cases}$ $car \quad \phi_{cp} h_{cp} = \overline{A}$

Expression des vitesses critiques …

La première vitesse critique U_{c1} correspond à la vitesse pour laquelle s'observe une bifurcation des courbes d'épaisseur. En utilisant la propriété de continuité de l'épaisseur, l'expression de U_{c1} s'écrit de la manière suivante :

(2.108) $$U_{c1} = \frac{\overline{A}}{3\mu_{d,0} \dfrac{\Gamma}{1-\exp(-\Gamma\sigma)} \sqrt{\dfrac{2R}{\alpha}}} \quad avec \quad \overline{A} = \phi_{inv} 2Cr_g \frac{1 - \dfrac{\mu_{d,0}}{\mu_c} \dfrac{F_{6,0}}{F_{5,0}}}{\dfrac{1-\phi_{inv}}{1-\phi_0} - \dfrac{\phi_{inv}}{\phi_0} \dfrac{\mu_{d,0}}{\mu_c} \dfrac{F_{6,0}}{F_{5,0}}}$$

La deuxième vitesse critique U_{c2} correspond à la vitesse à partir de laquelle le taux d'huile du liquide entrant dans le contact commence à décroître. En utilisant la propriété de continuité de la concentration, l'expression de U_{c2} s'écrit de la manière suivante :

(2.109) $$U_{c2} = \frac{\overline{A}}{\dfrac{3\mu_c}{\sigma} \sqrt{\dfrac{2R}{\alpha}}} \frac{1-\phi_{inv}}{\phi_{inv}}$$

Comparaison des résultats de ce nouveau modèle simplifié et du modèle complet …

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

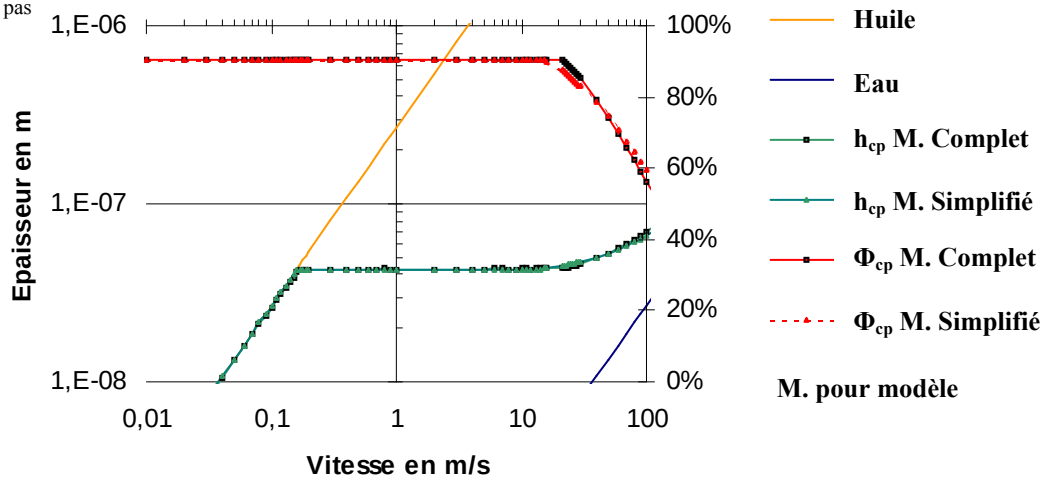


Figure n°2.38 : confrontation des résultats de ce nouveau modèle simplifié ((2.105) (2.106) (2.107)) et du modèle complet (dont les équations ont été résolues avec la méthode B-1).

Cette approximation conduit a des résultats acceptables, aussi bien pour le taux d'huile que pour l'épaisseur ou la première vitesse critique. Pour la deuxième vitesse critique un décalage est constaté : 15 m/s contre 20 m/s pour le modèle complet. Elle est cependant largement satisfaisante dans le sens ou l'ordre de grandeur est conservé et compte tenu des nombreuses approximations qui ont permis d'obtenir ce résultat et des approximations (paramètre C) du modèle complet.

7. Analyse de U_{c2} et h_{cp} :

(2.110) Pour $\phi_{inv} = 0{,}907$, lorsque $\mu_{d,0} >> \mu_c$, on a : $\overline{A} \approx 2Cr_g\phi_0$

(2.111) Dans ces conditions : (2.108) donne : $U_{c1} \approx \dfrac{2Cr_g\phi_0}{3\mu_{d,0}\dfrac{\Gamma}{1-\exp(-\Gamma\sigma)}\sqrt{\dfrac{2R}{\alpha.e_c}}}$

(2.112) (2.109) donne : $U_{c2} \approx \dfrac{2Cr_g\phi_0}{\dfrac{3\mu_c}{\sigma}\sqrt{\dfrac{2R}{\alpha.e_c}}}\dfrac{1-\phi_{inv}}{\phi_{inv}}$

(2.113) et (2.107) donne : $h_{cp} \approx 2Cr_g\dfrac{\phi_0}{\phi_{inv}}$ lorsque $U_{c1} < U < U_{c2}$

Par conséquent l'épaisseur du film d'huile ne dépend pas des paramètres physiques du système (R, α, σ ou e_c) mais seulement du taux d'huile initial et de la taille des gouttes (sans oublier la chimie dont l'influence se trouve incluse dans le paramètre C). Le régime de lubrification n'est donc déterminé que par le lubrifiant et la rugosité de la tôle et du cylindre.

D'après l'expression (2.111) la valeur de U_{c1} sera d'autant plus faible que les paramètres auront été choisis de manière à favoriser le caractère hydrodynamique de l'huile utilisée. L'expression (2.112) montre que la valeur de la vitesse critique U_{c2} augmente si on restreint la capacité de l'eau à former un film: en diminuant le rayon du cylindre, en accroissant le taux de réduction ou la dureté du métal (ce qui, en huile entière, reviendrait à dégrader les conditions de lubrification). Si la vitesse de transition U_{c2} est bien le déclencheur de l'augmentation du frottement, les lamineurs devraient ainsi pouvoir monter plus haut en vitesse.

Enfin, la figure n°2.39 compare les comportements d'une huile entière et d'une émulsion face à la sous-alimentation. La forme de la transition est plus brutale dans le second cas, ce qui correspond à la transition brusque en U_{c1}. Dans la zone notée "plateau", l'écart entre les deux courbes correspond à un facteur égal à la concentration de l'émulsion, soit $\phi_0 = 0.02$.

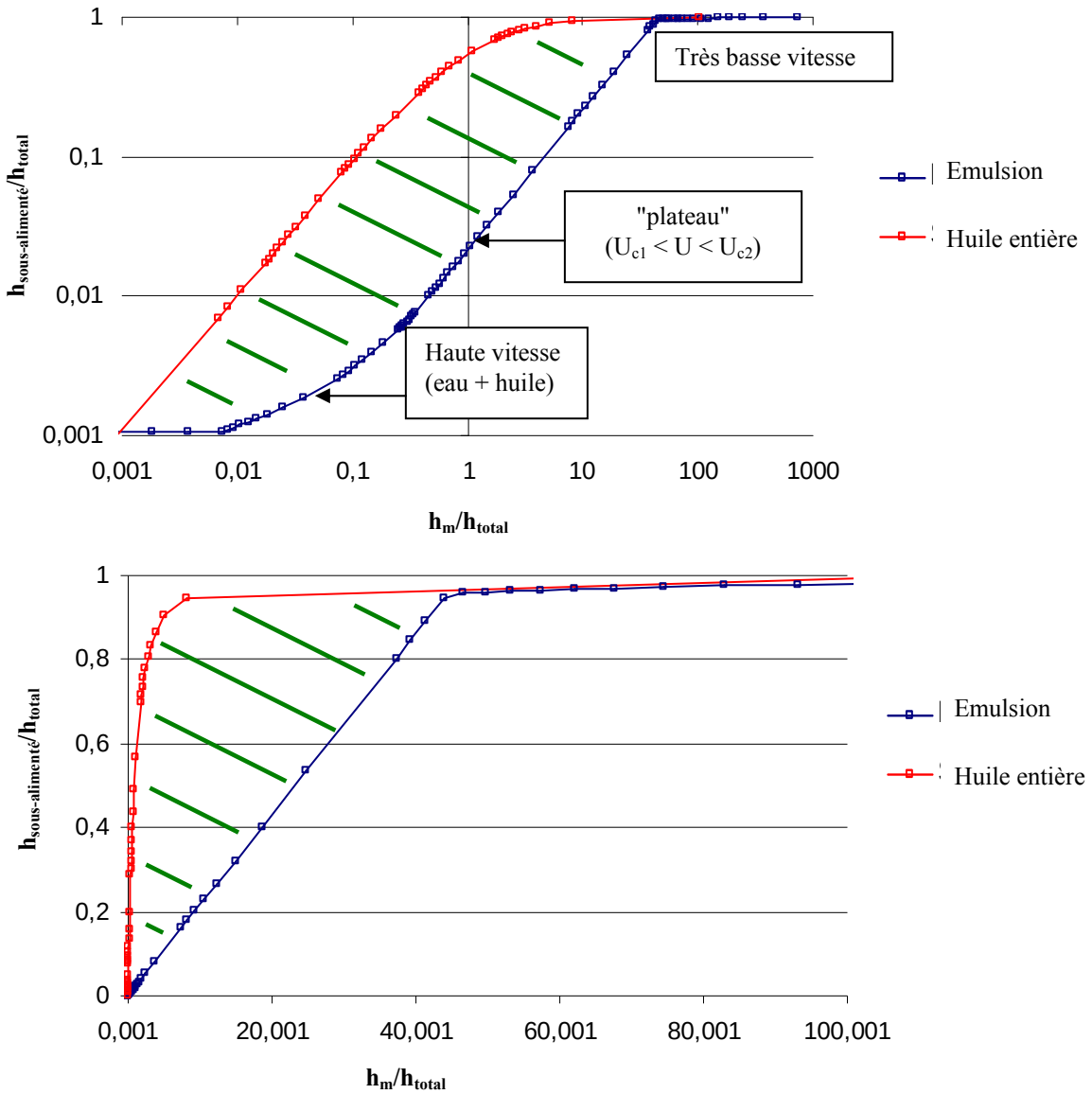


Figure n°2.39: description de la sous-alimentation en variables réduites, en échelles logarithmiques (en haut) et en échelles naturelles (en bas). Les courbes en rouge sont un rappel du comportement en sous-alimentation d'une huile entière (h_m imposé). En bleu, celles correspondant à une émulsion, avec sous alimentation par le mécanisme de concentration ($h_m = 2Cr_g$, h_{total} donné par le modèle de Wilson & Walowit). Les hachures vertes symbolisent l'écart entre les deux situations.

8. Etude paramétrique :

Pour bien décrire les figures suivantes il convient de distinguer trois plages de vitesses : la plage I pour $U<U_{c1}$, la plage II où $U_{c1}<U<U_{ec2}$ et la plage III pour $U_{ec2}>U$.

8.1. Rayon du cylindre, épaisseur de la tôle et taux de réduction :

Le fait de doubler la valeur de référence du rayon, ou de diviser par deux la valeur de référence de e_c ou celle de α, conduit aux même résultats en terme d'épaisseur et de taux d'huile. En effet les grandeurs R, α et e_c n'apparaissent que dans l'expression de l'angle d'attaque. Or précisément le profil de l'emprise reste inchangé si au lieu de multiplier par un coefficient quelconque la valeur du rayon, les valeurs de α ou de e_c sont divisées par ce même coefficient (ici 1/2).

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

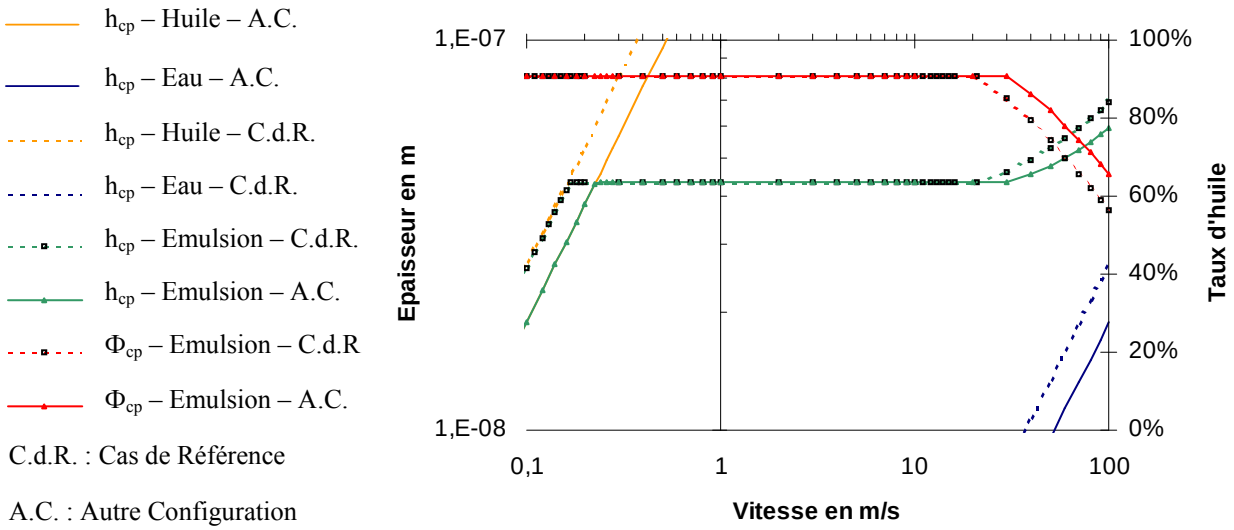


Figure n°2.40 : Aux basses vitesses, rien ne change. Lorsque $U>U_{ec2}$ (vitesse pour laquelle s'amorce la décroissance du taux d'huile) le modèle montre que pour les valeurs de référence l'épaisseur est plus grande et le taux d'huile plus faible que pour les valeurs de référence modifiées. Les valeurs de référence modifiées étant : $e_c=2.e_c^{ref}$ ou $\alpha=2.\alpha^{ref}$ ou $R=R^{ref}/2$.

Avec la nouvelle configuration, la vitesse U_{c1} augmente, comme on s'y attend. Quant à la plage II, on n'y constate aucune différence d'épaisseur d'huile passante: h_{cp} est indépendante de R, α, ou e_c.

Cependant la vitesse U_{c2} (vitesse pour laquelle le taux d'huile commence à décroître) est plus grande lorsque e_c ou α sont multipliées par 2 ou R divisé par 2. Pour les vitesses les plus élevées (en plage III), l'épaisseur (pour les valeurs de référence) est plus grande mais la concentration est plus faible. Ainsi il est difficile à partir de ces seuls résultats de dire si le coefficient de frottement a tendance à augmenter (du fait de la chute accrue du taux d'huile) ou à diminuer (du fait de l'augmentation de l'épaisseur du film).

(2.114) Donc : $U_{c1}=U_{c1}^{ref}.\sqrt{2}$; $U_{c2}=U_{c2}^{ref}.\sqrt{2}$; $h_{cp}=h_{cp}^{ref}$ en plage II. Bref, les courbes d'épaisseur et de concentration sont simplement décalées d'une valeur constante vers la droite (soit, dans ce diagramme log-log, un facteur $\sqrt{2}$).

8.2. Contrainte d'écoulement du métal :

$\sigma_{A.C.} = \sigma_{C.d.R.}/2$ Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

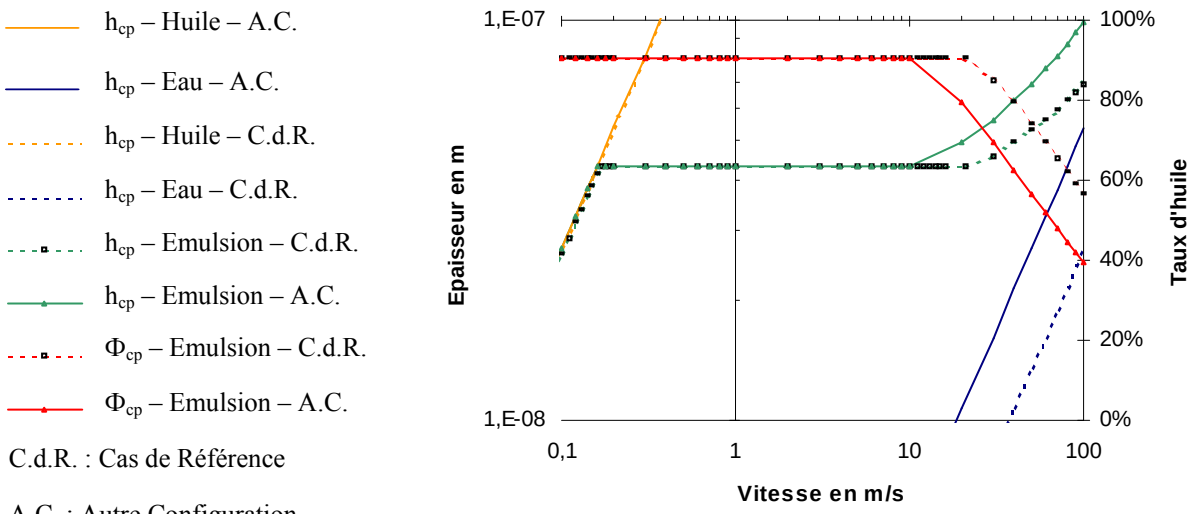


Figure n°2.41 : aux hautes vitesses, avec une diminution de la dureté du métal, le film est plus épais mais moins concentré en huile.

Aucune différence n'est observable entre les deux configurations simulées, jusqu'à ce que soit atteinte la plage III.

U_{c2}, conformément à la formule (2.112) diminue avec la diminution de la contrainte d'écoulement du métal.

En plage III, augmenter la dureté du métal revient à provoquer une diminution de l'épaisseur du film, et à augmenter le taux d'huile. Autrement dit le film lubrifiant est plus fin mais plus concentré. Comme dans le cas précédemment décrit, il est impossible de dire si le frottement a ainsi tendance à augmenter ou à baisser.

(2.115) Donc : $U_{c1} \approx U_{c1}^{ref}$; $U_{c2} = 2.U_{c2}^{ref}$; $h_{cp} = h_{cp}^{ref}$ en plage II

8.3. Piézo-viscosité :

Le fait d'utiliser une émulsion constituée d'une huile piézo-visqueuse ou iso-visqueuse n'a d'influence ni sur U_{c2} ni en plage II et III sur le taux d'huile ou l'épaisseur du film.

Lors de l'utilisation d'une émulsion, l'épaisseur d'huile passante est indépendante du
(2.116) caractère iso ou piézo-visqueux de l'huile : $h_{cp} \approx 2Cr_g\, \phi_0/\phi_{inv}$.

U_{c1} (2.108) diminue avec l'augmentation de la piezo-viscosité de l'huile.

(2.117) Donc : $U_{c2} = U_{c2}^{ref}$; $h_{cp} = h_{cp}^{ref}$ en plage II

$\Gamma_{A.C.} = 0$ Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

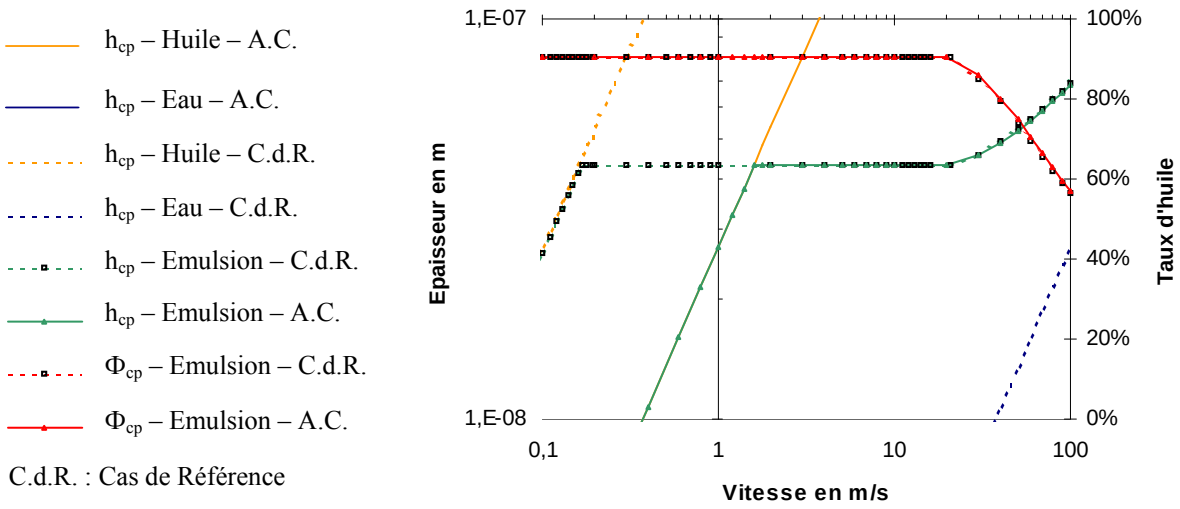


Figure n°2.42 : Pour les vitesses industrielles il n'y a aucune différence majeure, en terme d'épaisseur comme en terme de concentration entre deux huiles de piézo-viscosité différentes .

8.4. Viscosité :

$\mu_{A.C.} = \mu_{C.d.R.}/10$ Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

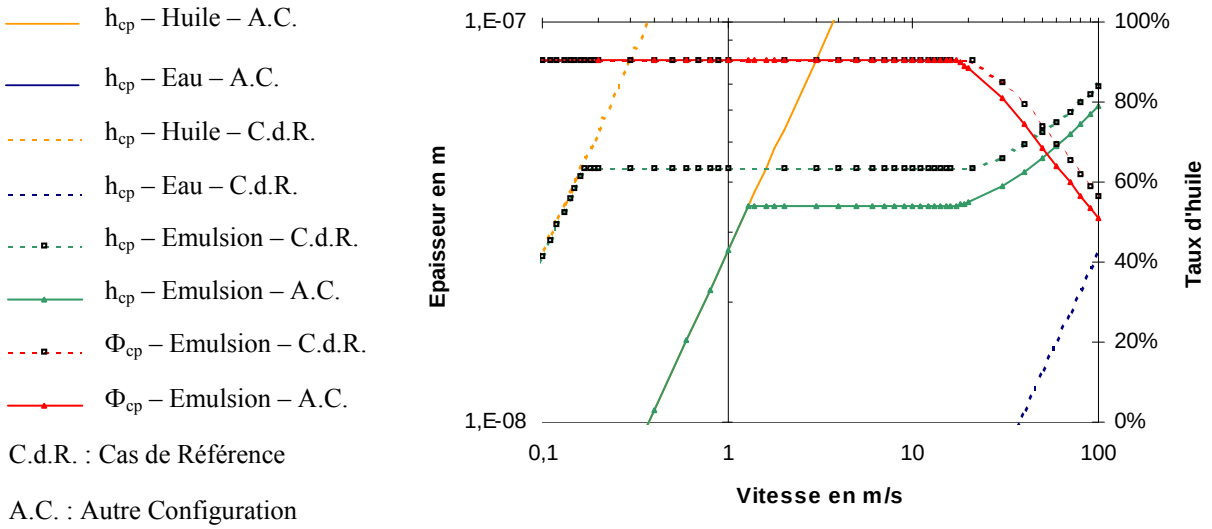


Figure n°2.43 : La diminution de la viscosité de l'huile provoque une diminution du taux d'huile ainsi qu'une baisse de l'épaisseur.

Diminuer la viscosité de l'huile provoque une faible diminution de l'épaisseur et du taux d'huile. Et, conformément à la formule (2.108), la valeur de U_{c1} évolue avec la viscosité de l'huile utilisée.

En zone II, l'épaisseur varie en fonction de la viscosité de l'huile utilisée, alors que cela n'est pas visible dans la formule (2.113), tout simplement parce que l'expression (2.113) n'est valable que lorsque la viscosité de l'huile est grande devant la viscosité de l'eau, ce qui n'est pas le cas ici.

U_{c2}, l'épaisseur et la concentration sont légèrement modifiées en plage III par le passage en plus grande abondance de l'huile la plus visqueuse.

(2.118) Donc : $U_{c1} \approx U_{c1}^{ref}/10$; $U_{c2} = U_{c2}^{ref}$

8.5. Taux initial d'huile :

Le fait de doubler le taux d'huile initial a eu pour conséquence de doubler la valeur des vitesses U_{c1} et U_{c2}. Si U_{c2} est comme nous le supposons la vitesse critique au delà de laquelle le frottement commence à augmenter, cela veut dire qu'accroître le taux initial d'huile permet de laminer à des vitesses plus élevées, ce que confirment les expériences de laminage de Reich.

En zone II, l'épaisseur est considérablement augmentée. Elle a en effet été multipliée par deux, car dans cette zone, selon le modèle, l'épaisseur est proportionnelle au taux d'huile initial.

En zone III on observe que la décroissance du taux d'huile est d'autant plus faible et tardive que le taux d'huile initial est grand.

$\phi_{0,A.C.} = 2.\phi_{0,C.d.R.}$ Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

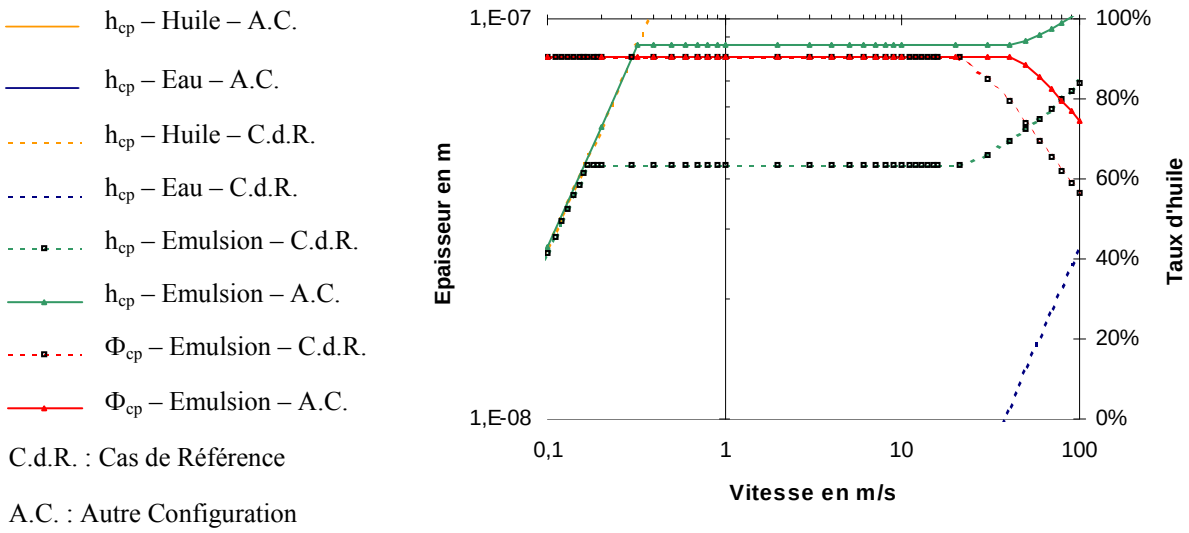


Figure n°2.44 : augmenter le taux initial d'huile permettrait de faire un gain de productivité important (compte tenu du fait que la vitesse U_{ec2} serait ainsi considérablement augmentée).

(2.119) Donc : $U_{c1} \approx 2.U_{c1}^{ref}$; $U_{c2} = 2.U_{c2}^{ref}$; $h_{cp} = 2.h_{cp}^{ref}$ en plage II

8.6. Taille des gouttes d'huile ou valeur du paramètre C :

La taille des gouttes d'huile et/ou la valeur du paramètre C détermine(nt) l'endroit où s'amorce le phénomène de concentration dans le modèle de Wilson. Plus ce phénomène s'amorce précocement (forte affinité des gouttes d'huile avec les parois et/ou grande valeur du rayon des gouttes d'huile) plus la valeur U_{c1} et de U_{c2} sera élevée.

Comme dans le cadre du taux d'huile initial, en zone II, l'épaisseur – proportionnelle à $C.r_g$ - augmente avec l'augmentation de r_g ou de C. En zone III, on observe une différence en terme de concentration. En effet la décroissance du taux d'huile sera d'autant plus faible que les valeurs de r_g ou C seront importantes.

$r_{g,A.C.} = r_{g,C.d.R.}/2 \quad ou \quad C_{A.C.} = C_{C.d.R.}/2$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

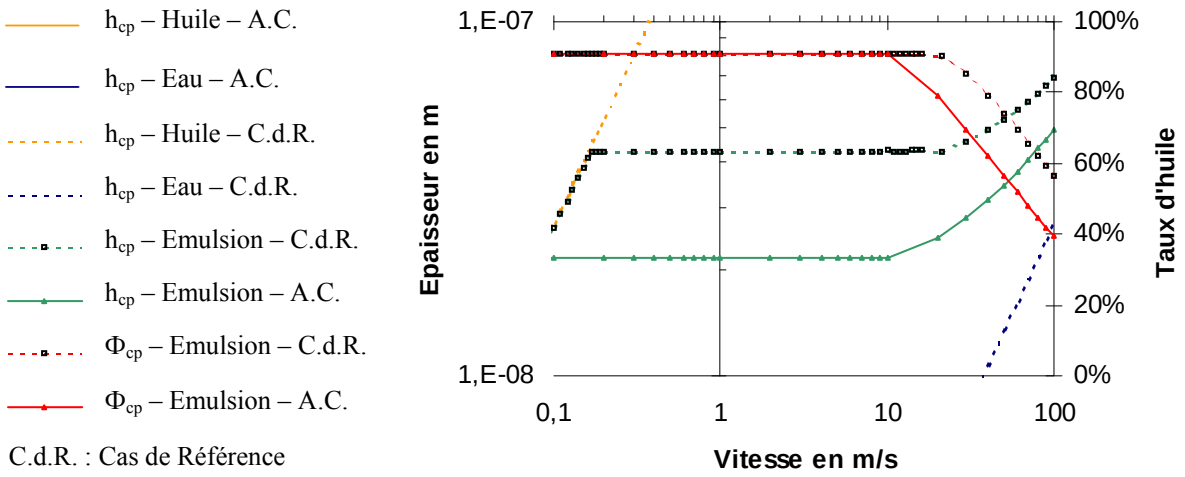


Figure n°2.45 : un gain de productivité très important est possible si sont accrus : le rayon des gouttes d'huile et/ou l'affinité de l'huile aux parois relativement à l'eau. Ici la valeur de C^{ref} ou la valeur de r_g^{ref} a été divisée par deux.

(2.120) Donc : $U_{c1} \approx U_{c1}^{ref}/2$; $U_{c2} = U_{c2}^{ref}/2$; $h_{cp} = h_{cp}^{ref}/2$ en plage II

9. Conclusion

Le modèle de Wilson, que nous avons généralisé en prenant en compte la piézoviscosité de l'huile, donne des résultats très intéressants. Aux basses vitesses les grandes tendances de la lubrification par émulsion sont retrouvées et les hypothèses formulées dans la conclusion du chapitre n°1 ont trouvé confirmation.

Aux basses vitesses il y a bien formation d'une réserve d'huile. Cette réserve (dont la longueur diminue lorsque la vitesse augmente) peut se constituer grâce à la différence de viscosité existant entre l'huile et l'eau. Le modèle montre qu'il existe bien une vitesse critique U_{c1} à partir de laquelle l'émulsion ne donne plus le même film que l'huile. Pour cette vitesse U_{c1} la réserve s'effondre, c'est-à-dire que le début de la zone plastique (x_{cp}), qui remonte lorsque le film passant s'épaissit, a atteint le point d'inversion (x_{inv}). Malgré ce raccourcissement brutal, la réserve continue d'exister jusqu'au moment (~ 20 m/s) où l'eau elle-même se met suffisamment en pression pour contribuer significativement à l'épaisseur de film. Dès lors (en U_{c2}) de l'eau commence à entrer dans l'emprise et le taux d'huile diminue. Identifiant cette entrée de l'eau comme la cause de la hausse du frottement, nous avons considéré que la vitesse (U_{c2}) pour laquelle s'observait la disparition totale de la réserve était bien U_{c2}. Cela n'est pas absolument certain et sera discuté au chapitre n°3.

III. Modèle de Szeri [11]

Szeri considère que les gouttes d'huile ont un diamètre dont la valeur est négligeable devant la taille de l'entrefer. Dès lors, les interactions prépondérantes seront celles existant entre les deux liquides en présence : les interactions liquide(s)-parois étant de fait secondaires. Le modèle se décline en un problème à deux champs (voir chapitre n°1 § III.2.).

1. Equations de Szeri :

Présentation …

(2.121)
$$\begin{cases} \dfrac{d}{dx}\left(\psi_1 \dfrac{dP}{dx} + \psi_2 \dfrac{d\phi}{dx}\right) = 12 \dfrac{d}{dx}(U\phi h) \\ \dfrac{d}{dx}\left(\psi_3 \dfrac{dP}{dx} - \psi_4 \dfrac{d\phi}{dx}\right) = 12 \dfrac{d}{dx}[U(1-\phi)h] \end{cases}$$

Le système est composé de deux équations dont les inconnues sont les dérivées de la pression et du taux d'huile. Ces deux équations sont de la même forme : la première traduit le comportement de l'huile, tandis que la deuxième traduit le comportement de l'eau. Ces équations ressemblent fortement à l'équation de Reynolds : les termes en ϕ sont là pour rendre compte du caractère diphasique du problème. Les termes Ψ_i, fonctions de la pression et du taux d'huile, traduisent le couplage des équations et rendent compte de l'interaction existante entre l'huile et l'eau.

Les équations du système (2.121) sont du deuxième ordre. Dans un souci de simplicité, elles ont été intégrées et ce sont les équations du premier ordre (2.122) ainsi obtenues qui ont été résolues.

Par intégration (2.121) donne :

(2.122)
$$\begin{cases} \psi_1 \dfrac{dP}{dx} + \psi_2 \dfrac{d\phi}{dx} = 12U\phi h + K_{15} \\ \psi_3 \dfrac{dP}{dx} - \psi_4 \dfrac{d\phi}{dx} = 12U(1-\phi)h + K_{16} \end{cases} \quad \text{avec } K_{15} \text{ et } K_{16} \text{ les constantes d'intégration}$$

Conditions aux limites et détermination des constantes :

Lorsque la tôle commence à se déformer la pression et le taux d'huile deviennent quasiment constants. Par conséquent :

(2.123)
$$\left.\frac{d\phi}{dx}\right|_{x_{cp}} = 0 \quad et \quad \left.\frac{dP}{dx}\right|_{x_{cp}} = 0$$

Avec x_{cp} l'endroit où la tôle commence à se déformer.

(2.124) D'où : $\begin{cases} K_{15} = -12U\phi_{cp}h_{cp} \\ K_{16} = -12U(1-\phi_{cp})h_{cp} \end{cases}$

(2.125) $$\begin{cases} \dfrac{dP}{dx} = 12U\dfrac{(\phi h - \phi_{cp}h_{cp})\psi_4 + [(1-\phi)h\psi_2 - (1-\phi_{cp})h_{cp}]\psi_2}{\psi_1\psi_4 + \psi_2\psi_3} \\ \dfrac{d\phi}{dx} = 12U\dfrac{(\phi h - \phi_{cp}h_{cp})\psi_3 + [-(1-\phi)h + (1-\phi_{cp})h_{cp}]\psi_1}{\psi_1\psi_4 + \psi_2\psi_3} \end{cases}$$

Après discrétisation :

(2.126) $$\begin{cases} P_{n-i-1} = P_{n-i} - 12U\dfrac{(\phi_{n-i}h_{n-i} - \phi_{cp}h_{cp})\psi_{4,n-i} + [(1-\phi_{n-i})h_{n-i}\psi_2 - (1-\phi_{cp})h_{cp}]\psi_{2,n-i}}{\psi_{1,n-i}\psi_{4,n-i} + \psi_{2,n-i}\psi_{3,n-i}} \\ \phi_{n-i-1} = \phi_{n-i} - 12U\dfrac{(\phi_{n-i}h_{n-i} - \phi_{cp}h_{cp})\psi_{3,n-i} + [-(1-\phi_{n-i})h_{n-i} + (1-\phi_{cp})h_{cp}]\psi_{1,n-i}}{\psi_{1,n-i}\psi_{4,n-i} + \psi_{2,n-i}\psi_{3,n-i}} \end{cases}$$

Dans le sens où les conditions aux limites sont bien connues en aval, l'intégration a été choisie rétrograde. L'intégration étant rétrograde la discrétisation a été prise gauche. Compte tenu de la forme des équations il aurait été impossible en mode explicite de résoudre le système si la discrétisation avait été centrée.

2. Méthode de résolution

L'intégration est rétrograde : $h_n=h_{cp}$. La valeur de h_{cp} et de ϕ_{cp} est fixée de manière arbitraire. Une fois h_{cp} et ϕ_{cp} fixées, il est aisé de connaître la valeur de la pression et de la concentration tout le long de l'emprise. Cependant, le couple (h_{cp},ϕ_{cp}) testé est le bon, si la pression est nulle et si $\phi=\phi_0$ en $h=h_m$. (Voir au paragraphe suivant les considérations qui président à la désignation de la valeur de h_m). Par conséquent un double tir sur h_{cp} et ϕ_{cp} est nécessaire (fig. n° 2.46-2.47).

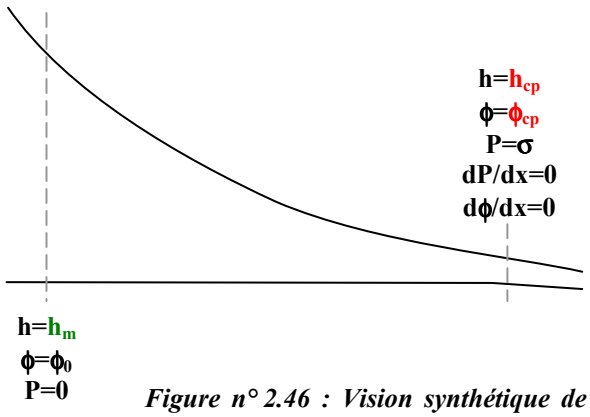


Figure n° 2.46 : Vision synthétique de l'emprise et des conditions aux limites.

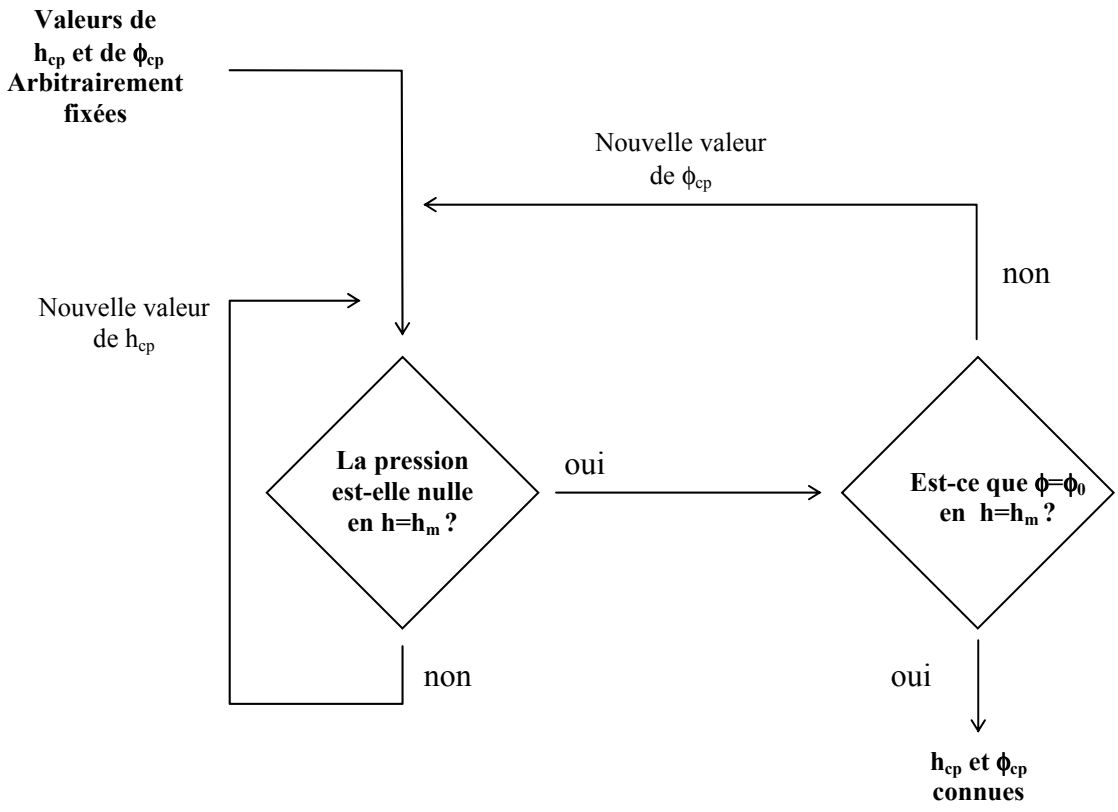


Figure n° 2.47 : Schéma de résolution : pour trouver les valeurs h_{cp} et ϕ_{cp} un double tir est nécessaire.

3. Position du ménisque :

Lorsque les gouttes d'huile se rapprochent du contact, la taille de l'entrefer se restreint. Il peut même arriver que cet entrefer devienne très mince ; si mince que l'hypothèse phare de Szeri (d<<h) n'est plus vérifiée. Or, pour utiliser le modèle de Szeri dans de bonnes conditions, il est impératif de respecter cette hypothèse. Afin précisément de la respecter, du moins le plus longtemps possible (même dans le cas où l'épaisseur finirait par devenir trop faible) la position du ménisque doit être située le plus loin possible du contact. Ainsi, sur l'immense majorité du parcours des gouttes, les équations présentées pourront bien être considérées comme parfaitement valables.

Les graphes suivants présentent, dans le cadre du laminage, l'évolution de l'épaisseur h_{cp} et de la concentration ϕ_{cp} en fonction de la vitesse, pour différentes positions du ménisque d'émulsion h_m. Les courbes ne sont pas complètes car aux basses vitesses, le modèle présente des problèmes de convergence. D'ailleurs, les paramètres R, α (…) ont dû être choisis de telle sorte que des résultats puissent être obtenus pour des vitesses pouvant malgré tout être considérées comme relativement basses. Szeri lui-même, fait d'ailleurs état dans une publication [44] de ces instabilités.

Manifestement, plus le ménisque est placé en amont du contact, et plus le mécanisme de Szeri a le temps de s'exprimer ; avec une augmentation d'autant plus importante du taux d'huile et de l'épaisseur du film lubrifiant.

$$(2.127)\quad \begin{cases} R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \\ \phi_0 = 0{,}1 \end{cases}$$

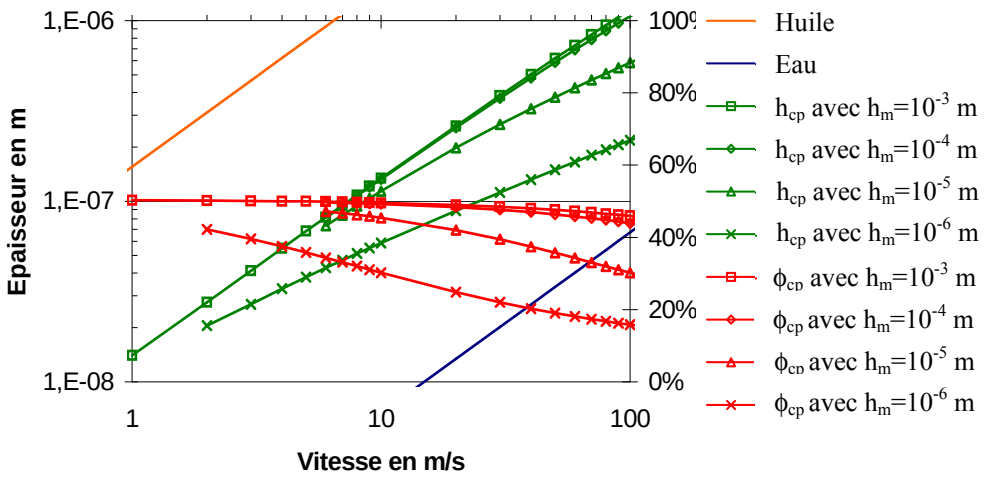


Figure n°2.48 : Il n'est pas nécessaire de positionner le ménisque en h_m=R, car peu de différences sont observées entre un ménisque pris en $h_m=10^{-4}$m et un autre pris en $h_m=10^{-3}$m.

Il n'est cependant pas nécessaire de placer le ménisque jusqu'en h_m=R. En effet entre $h_m=10^{-4}$ m et $h_m=10^{-3}$ m, aucune évolution significative n'est observée pour les vitesses industrielles (fig. n° 2.48). Cela est rassurant car le système étant instable (notamment aux basses vitesses et/ou pour certaines valeurs affectées aux divers paramètres), il requiert un grand nombre de points, d'autant plus important que h_m est grand : Ne pas placer la position du ménisque trop en amont du contact permet ainsi d'éviter une explosion des temps de calcul.

Cette remarque présente un autre intérêt majeur puisqu'elle permet d'éviter un écueil qui est lié au fait que la valeur de h_m n'est pas connue. En effet, dans le sens où le modèle est insensible à la valeur de h_m (pour un $h_m>10^{-4}$ m – valeur pouvant par ailleurs être jugée comme relativement basse, d'une part pour tenir compte des hypothèses du modèle, d'autre part car le ménisque émulsion/air est effectivement placé très en amont) l'introduction du paramètre h_m, dont la valeur est difficile à cerner, ne pose aucun problème.

4. Résultats du modèle :

Evolution de h_{cp} et Φ_{cp} en fonction de la vitesse …

(2.128)
$$\begin{cases} h_m = 10^{-3}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \\ \phi_0 = 0{,}1 \end{cases}$$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

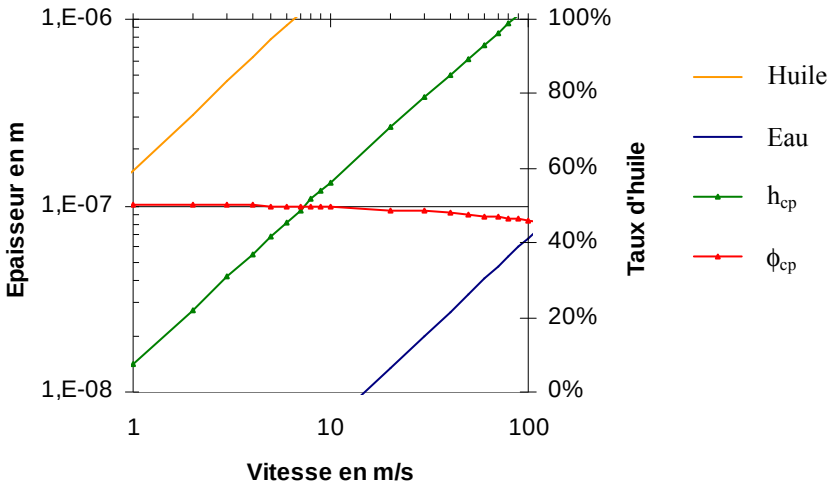


Figure n°2.49 : Evolution de l'épaisseur (en m) et du taux d'huile en fonction de la vitesse en (m/s)

Un point positif de ce modèle (voir fig. n°2.49) est qu'il y a bien une augmentation, non négligeable, de la concentration en huile : celle-ci passe en effet de 10 % à 50 %. Cependant, si la concentration croît jusqu'à 50 %, elle n'atteint que 50 %, alors que la concentration initiale est (avec 10 %) cinq fois supérieure à la concentration des émulsions habituellement utilisées dans l'industrie.

Aux basses vitesses, le modèle montre que la concentration passe de 10 % à 50 %. Il n'y a donc pas formation d'une réserve d'huile, alors que le taux d'huile initial est cinq fois supérieur aux taux d'huile généralement utilisés dans l'industrie. L'épaisseur du film né de l'émulsion n'est jamais égale à celle du film né de l'huile entière. Dans le sens où l'épaisseur de l'émulsion reste irrémédiablement parallèle (plus ou moins) en log-log aux courbes de l'huile et de l'eau, l'existence de la vitesse critique U_{c1} (vitesse de bifurcation des courbes d'épaisseur) n'est pas mise en évidence. Bref, ce mécanisme, s'il ne doit pas être négligé, semble être de second ordre, dans cette gamme de vitesses.

Aux hautes vitesses le bilan est beaucoup plus positif. En effet, le modèle permet de retrouver le décalage existant entre la courbe de l'huile et la courbe de l'émulsion. L'expérience de Zhu (fig. n°1.18) montre que ce décalage est d'autant plus important que le taux d'huile initial est grand. Un résultat qualitativement retrouvé par le modèle (fig. n° 2.50).

Influence de Φ_0 …

(2.129)
$$\begin{cases} h_m = 10^{-3}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \end{cases}$$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

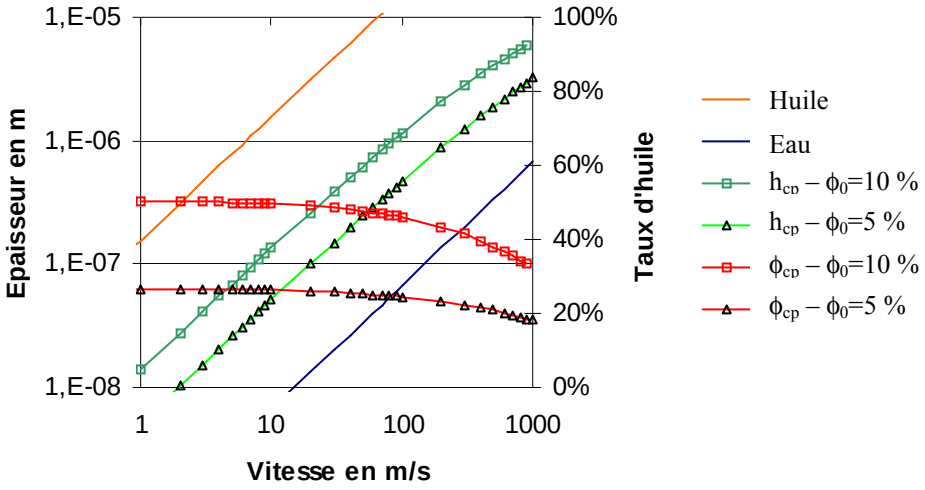


Figure n° 2.50 : Aux hautes vitesses le modèle de Szeri retrouve le décalage existant entre les courbes d'épaisseur de l'eau et de l'émulsion. Décalage d'autant plus important que la valeur du taux d'huile initial est grande.

Pour $\phi_0 = 5\%$ la réserve d'huile attendue ne se forme pas, quelle que soit la vitesse.

(2.130)
$$\begin{cases} h_m = 10^{-3}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \\ \phi_0 = 0{,}1 \end{cases}$$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

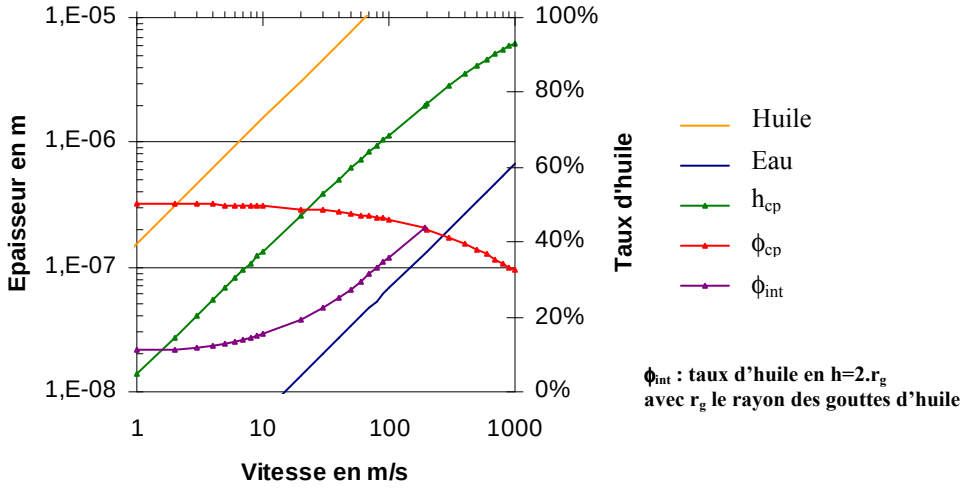


Figure n°2.51 : Evolution de l'épaisseur (en m) et du taux d'huile en fonction de la vitesse en (m/s)

Le modèle de Szeri conduit à des épaisseurs (h_{cp}) largement inférieures à la taille des gouttes d'huile (pour toutes les vitesses industrielles), violant ainsi lui-même sa propre hypothèse (d<<h). En figure n°2.51, a été tracée la concentration intermédiaire : ϕ_{int}. Cette concentration correspond au taux d'huile lorsque la taille de l'entrefer est égale au diamètre des gouttes d'huile (h=2.r_g) : donc à l'endroit précis où l'hypothèse faite par Szeri (h>>d) ne peut raisonnablement plus être considérée comme vérifiée. Il se trouve qu'à partir de ce moment là, l'interaction entre le fluide et la paroi n'a plus de raison d'être négligée.

Vu l'évolution de ϕ_{int}, la concentration en huile, due au mécanisme de Szeri (dans la partie où les équations peuvent encore être considérées comme valables), augmente avec la vitesse. (Voir partie IV, de quelle manière le mécanisme de Wilson peut être complété par le mécanisme de Szeri).

Industriellement, les valeurs prises par la vitesse sont généralement de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde. Le fait de décrire l'évolution du système jusqu'à 1000 $m.s^{-1}$ n'a donc aucun sens pratique, mais se révèle ici nécessaire pour analyser l'évolution du comportement du système.

5. Comparaison Szeri-Wilson :

Les deux modèles sont loin de donner les mêmes résultats. Cela n'a au fond rien d'étonnant dans le sens où les deux modèles ne prennent pas en compte les mêmes phénomènes. Le modèle de Szeri rend compte de l'interaction entre les deux liquides (huile et eau) alors que le modèle de Wilson se borne à décrire l'influence des surfaces antagonistes sur la progression el'huile dans l'emprise. Nous comparons leurs résultats figure n°2.52. Aux basses vitesses, le modèle de Wilson conduit à un comportement (au sens de $h_{cp}(U)$) plus proche de la réalité (mesures de Zhu par exemple) que celui de Szeri. Pour les conditions de la fig. n°2.52, le comportement du modèle de Szeri se rapproche d'un modèle à viscosité équivalente (≈ droite parallèle à celles de l'huile pure ou de l'eau pure), loin de ce qui a pu être mesuré.

Cependant, si on admet que les équations de Szeri sont valables jusqu'en h=2.C.rg, endroit où commence le mécanisme de Wilson, alors ne pas considérer le mécanisme de Szeri serait une erreur. En effet, à 20 m/s, en $h=2.C.r_g$ (là où devrait commencer le mécanisme de Wilson) la concentration initiale (qui était de 10 %) a été doublée (cf ϕ_{int} en fig. n°2.52).

(2.131)
$$\begin{cases} h_m = 10^{-3}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \\ \phi_0 = 0{,}1 \end{cases}$$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

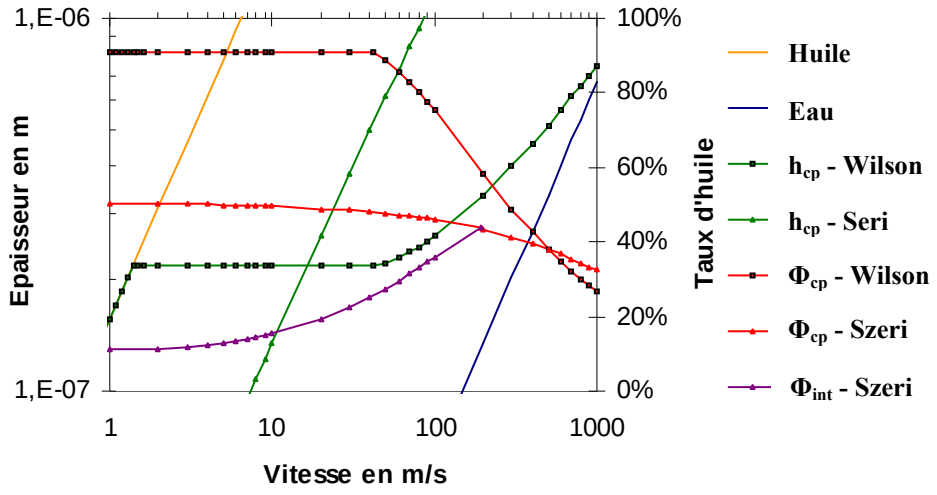


Figure n°2.52 : Evolution comparative de l'épaisseur et du taux d'huile selon les modèles de Wilson et de Szeri.

Par conséquent, le mécanisme de Szeri est certes secondaire, mais en rien négligeable. C'est ce qui nous conduira à proposer un modèle couplé Szeri-Wilson (voir en partie IV).

Comparaison des débits d'huile :

$$\begin{cases} h_m = 10^{-3}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ \alpha = 0{,}1 \\ \Gamma = 10^{-8}\,Pa \\ \sigma = 2.10^{8}\,Pa \\ \phi_0 = 0{,}1 \end{cases} \tag{2.132}$$

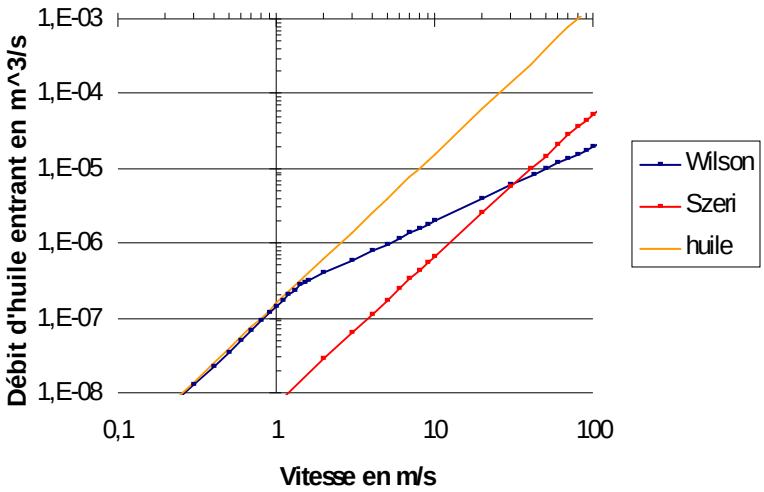


Figure n° 2.53 : Pour les vitesses industrielles, le mécanisme de Wilson alimente bien mieux l'emprise que le mécanisme de Szeri.

Aux basses vitesses le mécanisme de Wilson alimente l'emprise exactement comme le ferait une huile entière : l'alimentation est proportionnelle au carré de la vitesse. Puis, à partir de U_{c1}, un nouveau régime se met en place et l'alimentation devient linéaire en vitesse.

Pour le mécanisme de Szeri, cette transition, ce changement de régime n'existe pas : L'alimentation de l'emprise est toujours approximativement proportionnelle au carré de la vitesse. Pour autant, la quantité d'huile fournie par le mécanisme de Szeri est très nettement inférieure à ce que l'huile entière est capable d'apporter. Cependant l'écart entre ce qui est apporté par le mécanisme de Wilson et ce qui est apporté par le mécanisme de Szeri se restreint lorsque la vitesse augmente. Il finit même par s'annuler pour U=30 $m.s^{-1}$: d'où l'intérêt de ne pas négliger le mécanisme de Szeri.

Pour les vitesses les plus basses le mécanisme de Szeri n'explique donc manifestement pas les observations expérimentales de la lubrification par émulsion. Il présente cependant deux avantages:

- aux hautes vitesses il prévoit que l'épaisseur du film né de l'émulsion croît proportionnellement à la vitesse.
- Il retrouve aussi le décalage d'épaisseur qui existe entre les films obtenus lors de l'utilisation de l'eau pure et de l'émulsion.

Dans tous les cas, le modèle de Szeri nous servira, pour $h_{cp}<2Cr_g$, de mécanisme renfort du mécanisme de Wilson.

6. Modèle de Szeri lorsque r_g<<h

Le modèle de Szeri, très sophistiqué, semblait être complet. Pourquoi ces insuffisances ? En fait, ce modèle s'attache à décrire ce qui se passe dans la zone où l'entrefer est grand devant la taille des gouttes d'huile. Or le mécanisme prépondérant à lieu plus loin dans l'emprise, précisément là où l'entrefer est plus petit que le rayon des gouttes d'huile. Le modèle de Wilson part de cette constatation et se construit comme un modèle phénoménologique, finalement.

Les différences peuvent s'analyser d'un autre point de vue, non contradictoire. Le modèle de Szeri, comme tout modèle diphasique à deux champs, introduit une force d'interaction entre les deux fluides, force proportionnelle à la différence de vitesse. C'est donc l'interaction fluide - fluide qui est décrite, l'interaction avec les parois étant réduite à la condition de non-glissement. Cette dernière est imposée également aux deux fluides, bien que leur affinité pour les surfaces solides puissent être notablement différentes. Au contraire, dans le modèle de Wilson, l'interaction huile - paroi est privilégiée, et elle est supposée forte; l'interaction fluide - fluide n'est introduite que par les facteurs d'écoulement (F_5 et F_6 dans nos notations).

Si l'on applique le modèle de Szeri dans la zone où l'entrefer est plus petit que la taille des gouttes d'huile, il est clair que le rapport entre les interactions fluide - fluide et fluide - paroi ne peut pas être le même que pour les entrefers plus grands. En effet, dans cette situation, les gouttes d'huiles « attachées » aux parois lipophiles sont moins sujettes au retrait de l'eau. Un autre modèle, celui de Yan et Kuroda [34] permet de tester ces arguments.

6.1. La force d'entraînement est négligée : Yan et Kuroda [34]

L'hypothèse du mélange continu est ici l'hypothèse fondamentale. Le mélange, comme dans le modèle de Szeri, est considéré comme une superposition de deux phases continues.

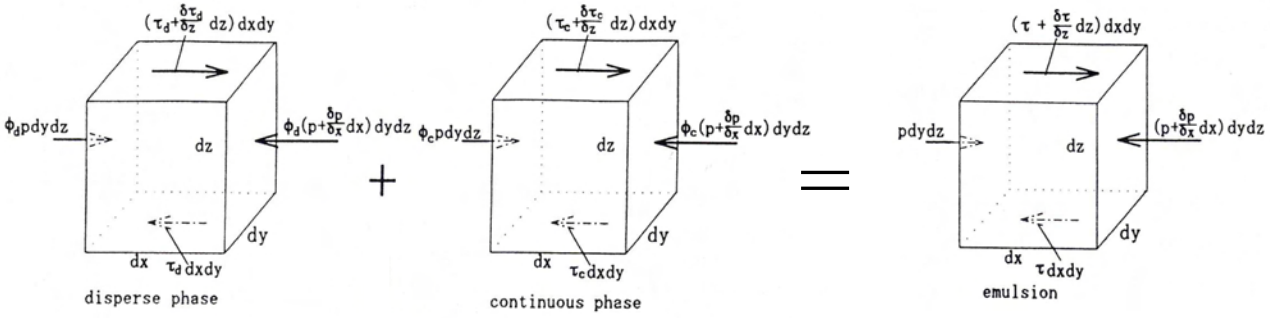


Figure n°2.54 : La pression est supportée par les deux phases au prorata de leur fraction volumique. **[34]**

La pression est supportée par les deux phases au prorata de leur fraction volumique. La traduction de Kuroda est différente de celle de Szeri (1.45).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \tau_d}{\partial z} = \phi \dfrac{\partial P}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \tau_c}{\partial z} = \phi_c \dfrac{\partial P}{\partial x} \end{cases} \qquad \tau \text{ est la contrainte de cisaillement} \tag{2.133}$$

$\phi \frac{dp}{dx}$ remplace $\frac{d\phi.p}{dx}$, sans explication de la part des auteurs. En admettant que chaque phase est un fluide Newtonien :

(2.134)
$$\begin{cases} \tau_d = \mu_d \frac{\partial U_d}{\partial z} + \mu_{dc} \frac{\partial U_c}{\partial z} \\ \tau_c = \mu_c \frac{\partial U_c}{\partial z} + \mu_{cd} \frac{\partial U_d}{\partial z} \end{cases}$$

De l'utilisation des équations (2.133) et (2.134) et en admettant que les coefficients μ_c, μ_d, μ_{dc} et μ_{cd} sont indépendants de z, on obtient :

(2.135)
$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_d \frac{\partial U_d}{\partial z} + \mu_{dc} \frac{\partial U_c}{\partial z}\right] = \phi \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_c \frac{\partial U_c}{\partial z} + \mu_{cd} \frac{\partial U_d}{\partial z}\right] = \phi_c \frac{\partial P}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_d \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} + \mu_{dc} \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} = \phi \frac{\partial P}{\partial x} \\ \mu_c \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} + \mu_{cd} \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} = \phi_c \frac{\partial P}{\partial x} \end{cases}.$$

On note la deuxième différence, majeure, avec le modèle de Szeri: l'absence de terme d'interaction fluide - fluide proportionnel à la différence de vitesse. L'expression de la dérivée seconde de chacune des deux vitesses donne:

(2.136)
$$\begin{cases} \mu_d \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} + \mu_{dc} \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} = \phi \frac{\partial P}{\partial x} \\ \mu_c \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} + \mu_{cd} \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} = \phi_c \frac{\partial P}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} = \frac{\mu_c \phi - \mu_{dc}\phi_c}{\mu_c \mu_d - \mu_{cd}\mu_{dc}} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} = \frac{\mu_d \phi_c - \mu_{cd}\phi}{\mu_c \mu_d - \mu_{cd}\mu_{dc}} \frac{\partial P}{\partial x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 U_d}{\partial z^2} = \frac{1}{\xi_d} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 U_c}{\partial z^2} = \frac{1}{\xi_c} \frac{\partial P}{\partial x} \end{cases}$$

(2.137) Avec
$$\begin{cases} \xi_d = \frac{\mu_c \mu_d - \mu_{cd}\mu_{dc}}{\mu_c \phi - \mu_{dc}\phi_c} \\ \xi_c = \frac{\mu_c \mu_d - \mu_{cd}\mu_{dc}}{\mu_d \phi_c - \mu_{cd}\phi} \end{cases}$$

Expression de chacune des deux vitesses :

(2.138)
$$\begin{cases} U_d = \frac{1}{\xi_d} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z^2}{2} + A_d z + B_d \\ U_c = \frac{1}{\xi_c} \frac{\partial P}{\partial x} \frac{z^2}{2} + A_c z + B_c \end{cases}$$

Conditions aux limites : adhérence aux parois.

(2.139)
Pour $z = h_a$ alors $U_d = U_c = U_a$
Pour $z = h_b$ alors $U_d = U_c = U_b$

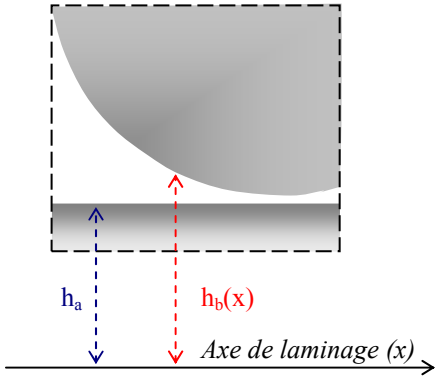


Figure n°2.55 : Représentation de h_a et h_b.

(2.138) et (2.139) donnent :

(2.140)
$$\begin{cases} U_d = \dfrac{(U_a - U_b)(z - h_b) + U_b(h_a - h_b)}{h_a - h_b} - \dfrac{(h_a + h_b)(z - h_b) - z^2 + h_b^{\,2}}{2\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x} \\ U_c = \dfrac{(U_a - U_b)(z - h_b) + U_b(h_a - h_b)}{h_a - h_b} - \dfrac{(h_a + h_b)(z - h_b) - z^2 + h_b^{\,2}}{2\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x} \end{cases}$$

(2.141) Soit
$$\begin{cases} U_d = F_7 - \dfrac{F_8}{2\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x} \\ U_c = F_7 - \dfrac{F_8}{2\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x} \end{cases} \quad avec \quad \begin{cases} F_7 = \dfrac{U_b h_a - U_a h_b + (U_a - U_b)z}{h_a - h_b} \\ F_8 = (h_a + h_b)z - z^2 - h_a h_b \end{cases}$$

Equations de conservation de la masse pour un mélange de deux fluides incompressibles.

(2.142)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \phi_d}{\partial t} + \dfrac{\partial(\phi U_d)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\phi V_d)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\phi W_d)}{\partial z} = 0 \\ \dfrac{\partial \phi_c}{\partial t} + \dfrac{\partial(\phi_c U_c)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\phi_c V_c)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\phi_c W_c)}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

En stationnaire, dans le cas de la déformation plane, avec $V_d \ll U_d$ et $V_c \ll U_c$ (2.142) devient monodimensionnelle.

(2.143)
$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\phi U_d)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial(\phi_c U_c)}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

En utilisant (2.144), l'intégration de (2.143) selon z donne (2.146) :

(2.144)
$$\begin{cases} \int_{h_a}^{h_b} F_7 dz = -\dfrac{(U_a + U_b)}{2}(h_a - h_b) \\ \int_{h_a}^{h_b} F_8 dz = -\dfrac{(h_a - h_b)^3}{6} \end{cases}$$

(2.145)
$$\begin{cases} \int_{h_a}^{h_b} \dfrac{\partial(\phi U_d)}{\partial x} dz = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\int_{h_a}^{h_b} \phi U_d dz\right] = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\phi_d \int_{h_a}^{h_b}\left(F_7 - \dfrac{F_8}{2\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x}\right)dz\right] = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\phi \int_{h_a}^{h_b} F_7 dz - \dfrac{\phi_d}{2\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x}\int_{h_a}^{h_b} F_8 dz\right] \\ \int_{h_a}^{h_b} \dfrac{\partial(\phi_c U_c)}{\partial x} dz = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\int_{h_a}^{h_b} \phi_c U_c dz\right] = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\phi_c \int_{h_a}^{h_b}\left(F_7 - \dfrac{F_8}{2\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x}\right)dz\right] = \dfrac{\partial}{\partial x}\left[\phi_c \int_{h_a}^{h_b} F_7 dz - \dfrac{\phi_c}{2\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x}\int_{h_a}^{h_b} F_8 dz\right] \end{cases}$$

(2.146) Donc :
$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\phi}{12}\dfrac{h^3}{\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x}\right) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\phi h \dfrac{U_a + U_b}{2}\right) \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\phi_c}{12}\dfrac{h^3}{\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x}\right) = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\phi_c h \dfrac{U_a + U_b}{2}\right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad h = h_a - h_b$$

En intégrant (2.143) une première fois, on obtient :

$$\text{(2.147)} \quad \begin{cases} \dfrac{\phi}{12}\dfrac{h^3}{\xi_d}\dfrac{\partial P}{\partial x} = \phi h U + K_{17} \\ \dfrac{\phi_c}{12}\dfrac{h^3}{\xi_c}\dfrac{\partial P}{\partial x} = \phi_c h U + K_{18} \end{cases} \Rightarrow \frac{\xi_c}{\xi_d}\frac{\phi}{1-\phi} = \frac{\phi h - \phi_{cp} h_{cp}}{(1-\phi)h - (1-\phi_{cp})h_{cp}}$$

Soit :

$$\text{(2.148)} \quad \phi h = \left[\phi_{cp} + \phi \frac{\xi_c}{\xi_c - \xi_d}\frac{1-\phi_{cp}}{1-\phi}\right] h_{cp} \Rightarrow \phi h = h_{cp}\phi_{cp} + h_{cp}(1-\phi_{cp})\frac{\mu_c \phi - \mu_{dc}\phi_c}{(\mu_c + \mu_{cd})\phi - (\mu_d + \mu_{dc})\phi_c}\frac{\phi}{1-\phi}$$

6.2. Résultats :

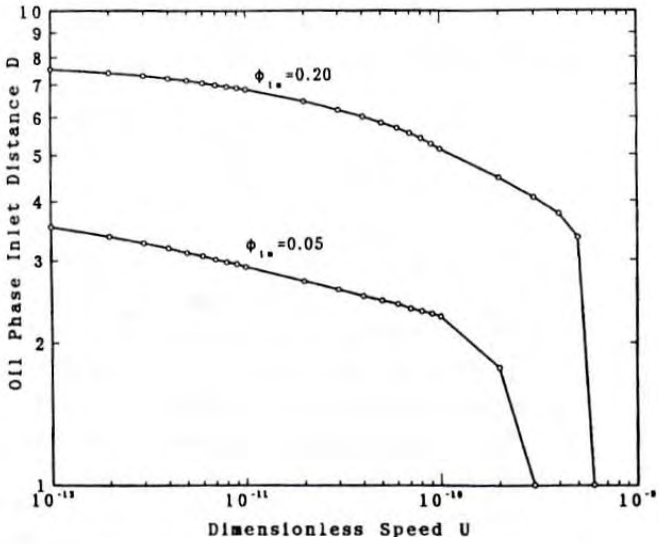


Figure n° 2.56 : Variation de la réserve d'huile pour différents taux d'huile

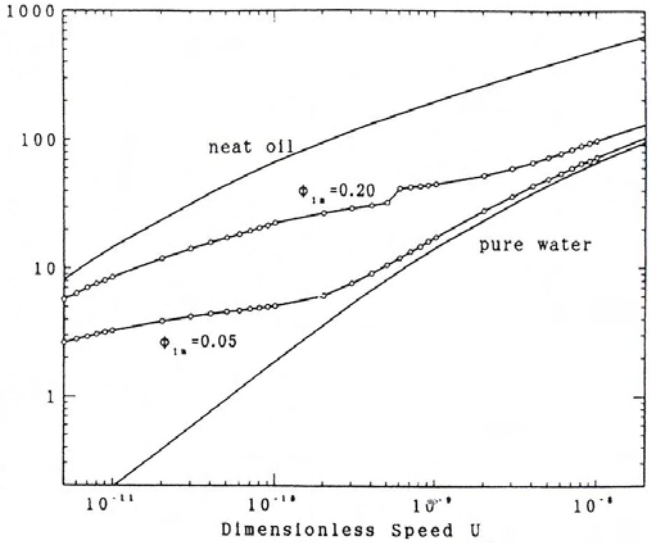


Figure n° 2.57 : les résultats sont globalement conformes aux résultats de Wilson.

Au bout du compte, le modèle de Kuroda donne des résultats proches de ceux du modèle de Wilson, comme le montrent les fig. n°2.56 et n°2.57, qui détaillent la longueur de la réserve l'huile (qu'il retrouve) et l'épaisseur fonction de la vitesse, respectivement. On voit donc qu'en partant du modèle de Szeri, dans lequel on supprime le terme d'interaction fluide - fluide, on retombe, certes pas exactement, sur les conclusions du modèle de Wilson. D'une part, aux basses vitesses, il y a formation d'une réserve d'huile (fig. n°2.56) qui diminue lorsque la vitesse augmente, puis s'effondre à une vitesse critique dépendant de la concentration initiale. Pour les épaisseurs, on observe cette transition en deux étapes entre un comportement "proche de l'huile" à basse vitesse, et un comportement "proche de l'eau" à haute vitesse; mais les transitions sont moins brutales.

Cette étude confirme donc l'importance capitale des intensités respectives des interactions fluide - fluide et fluide - paroi. Aux grandes épaisseurs, ce doit être tout naturellement l'interaction fluide - fluide qui prédomine, les parois étant "loin". Mais pour les très faibles épaisseurs, de l'ordre de la taille des gouttes ou inférieures, le classement doit être inverse. C'est l'idée qui va nous guider dans la construction d'un modèle hybride.

IV. Modèle couplé Szeri-Wilson :

1. Présentation :

Comme vu en partie III, le modèle de Szeri prévoit la formation de films dont l'épaisseur est largement inférieure à la taille des gouttes, mettant ainsi en défaut ses propres hypothèses.

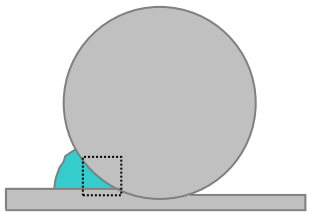


Figure n°2.58 : agrandissons la zone concernée, afin de mieux voir en quoi consiste le couplage.

Le modèle de Wilson, quant à lui, ne prend pas en compte toute la zone de l'emprise où l'épaisseur est supérieure à la taille des gouttes d'huile. Or le modèle de Szeri a montré que dans cette zone (où sa validité est avérée), il pouvait y avoir une augmentation non négligeable de la concentration en huile.

L'idée naturelle qui vient alors est de coupler ces deux modèles. Deux modèles qui, loin d'être antagonistes, présentent une véritable complémentarité.

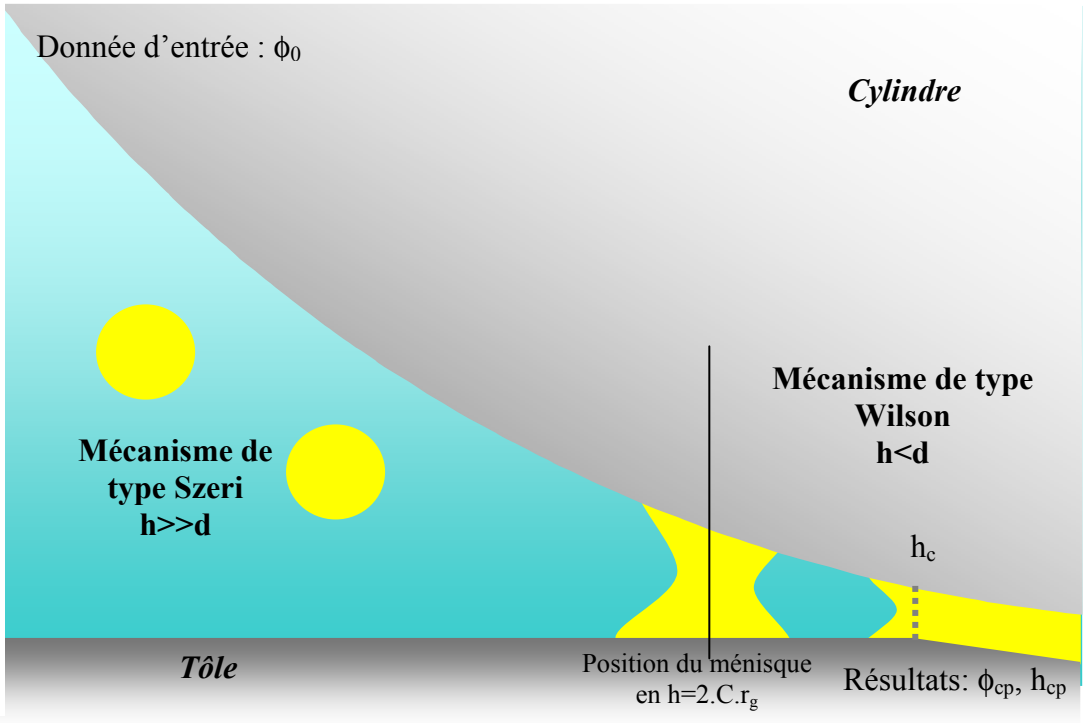


Figure n°2.59 : Le mécanisme de Wilson succède au mécanisme de Szeri.

2. Continuité des modèles :

Pour le modèle de Szeri comme pour le modèle de Wilson, l'intégration a été rétrograde et la discrétisation gauche. Dans le cadre du couplage de ces deux modèles l'intégration sera sans surprise rétrograde et la discrétisation gauche.

Le modèle de Szeri est valable lorsque h>>d. Ici son domaine de validité sera étendu jusqu'à l'endroit où $h=2.C.r_g$, endroit où s'amorce le mécanisme de Wilson.

3. Résultat :

(2.149) $R = 0{,}3\,\mathrm{m} \quad \alpha = 0{,}1 \quad \Gamma = 10^{-8}\,Pa \quad \sigma = 2.10^{8}\,Pa \quad \phi_0 = 5\,\%$

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

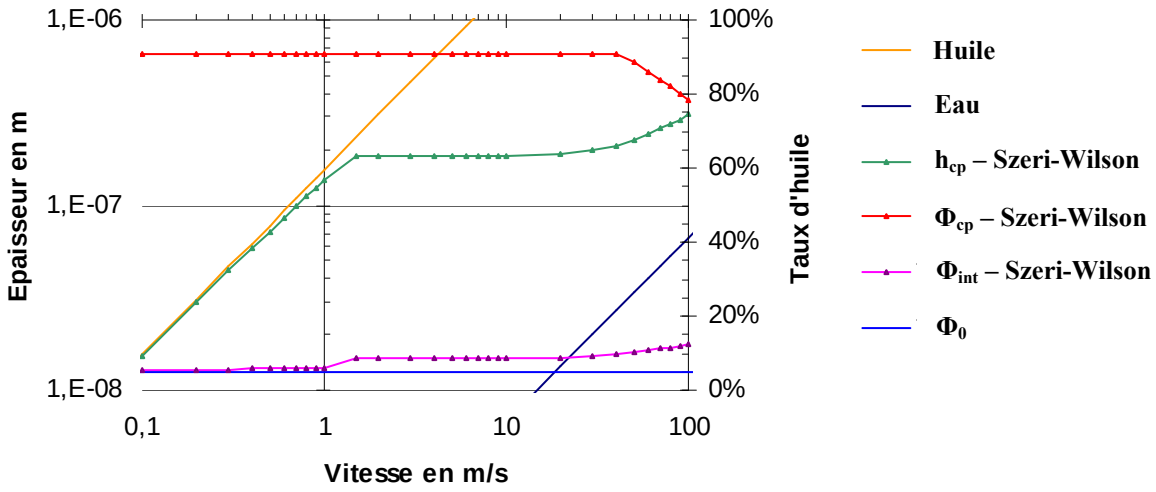
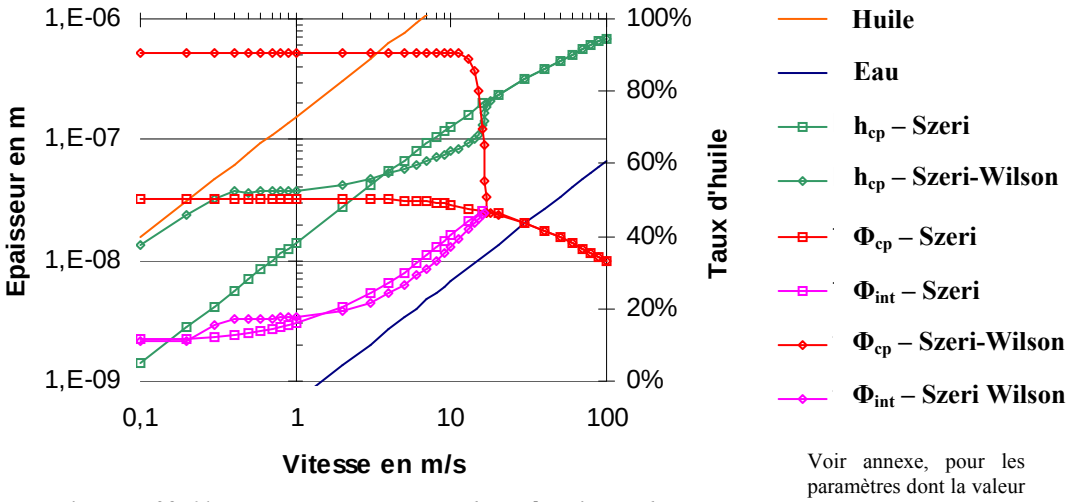


Figure n°2.60 : Résultats du modèle couplé Szeri-Wilson. Le ϕ_{int} représente la concentration d'huile au moment où commence le mécanisme de Wilson. Le mécanisme de Szeri alimente ainsi en huile le mécanisme de Wilson.

Le modèle couplé Szeri-Wilson retrouve les grandes tendances de la lubrification par émulsion en laminage à froid : influence normale du mécanisme de Wilson. La concentration d'huile obtenue grâce au mécanisme de Szeri (en $h=2.C.r_g$) est reportée sur le graphe sous le nom de ϕ_{int}. L'enrichissement en huile dû au mécanisme de Szeri augmente comme attendu avec la vitesse. Si aux basses vitesses ce mécanisme est totalement inefficace, il devient en revanche important pour les vitesses plus grandes, puisqu'il peut conduire sans difficulté à un doublement de la fraction d'huile. Le mécanisme de Wilson a donc à sa disposition une quantité d'huile bien plus importante que prévue.

4. Comparaison : Modèle de Szeri et modèle couplé Szeri-Wilson :

(2.150) $r_g = 10^{-7}\,m \quad \Gamma = 10^{-8}\,Pa \quad \sigma = 2.10^{8}\,Pa \quad \phi_0 = 10\,\%$



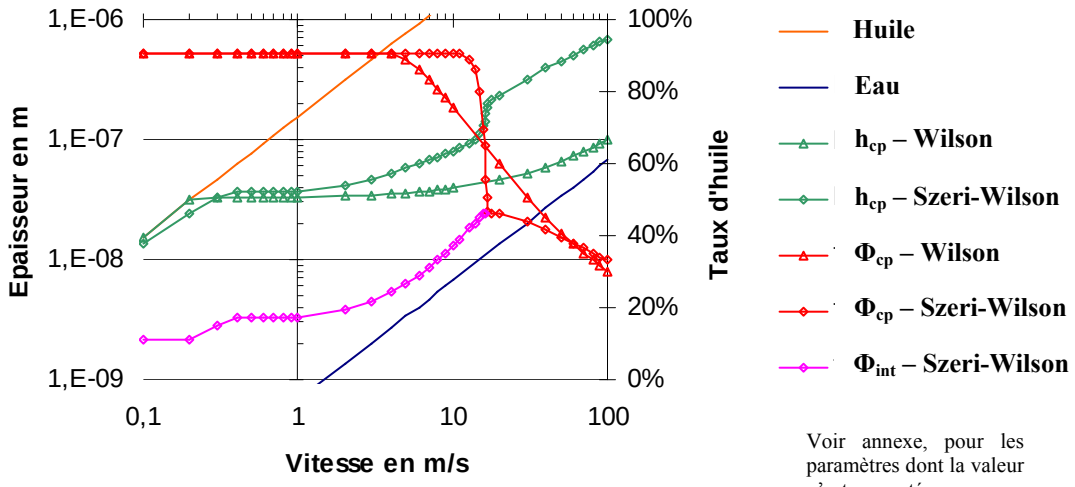
Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

Figure n°2.61 : En tenant compte du mécanisme de Szeri, la vitesse critique U_{c2} est considérablement augmentée, le film est plus épais, et le taux d'huile plus grand.

Pour les basses vitesses il y a bien formation d'une réserve d'huile dans le cas du modèle couplé Szeri-Wilson. Avec l'augmentation de la vitesse, la courbe de l'émulsion suit la courbe de l'huile avant de bifurquer en direction de la courbe de l'eau. L'épaisseur augmentant avec l'augmentation de la vitesse, il est une vitesse où l'épaisseur égale le diamètre des gouttes d'huile (à C près). A partir de cette vitesse, le seul modèle valable est le modèle de Szeri. Ce couplage permet de garder les avantages des deux modèles couplés : formation d'une réserve d'huile aux basses vitesses (influence de Wilson) et décalage des courbes d'épaisseurs aux hautes vitesses (influence de Szeri).

5. Comparaison : Modèle de Wilson et modèle couplé Szeri-Wilson :

Les valeurs utilisées sont celles énoncées en (2.150)



Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

Figure n° 2.62: En tenant compte du mécanisme de Szeri, la vitesse critique U_{c2} est considérablement augmentée, le film est plus épais, et le taux d'huile plus grand.

Le mécanisme de Szeri contribue à augmenter la concentration en huile. Ceci a un effet très important sur les vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}. Celles-ci sont considérablement augmentées. Par exemple, la vitesse U_{c2} est ici plus que triplée. Si cette vitesse est bien la vitesse maximale pouvant être atteinte en laminage pour ce mode de lubrification, comme nous le pensons, la nécessité de la prise en compte du mécanisme de Szeri devient évidente. Le couplage montre aussi une augmentation importante de l'épaisseur du film d'huile, qui est pratiquement doublée. Dans le sens où la transition entre le modèle couplé et le modèle de Szeri pur s'opère alors que le taux d'huile est encore à son apogée, la chute du taux d'huile vers 10 $m.s^{-1}$ est vertigineuse.

Le développement précédent montre combien les mécanismes de Szeri et de Wilson sont complémentaires. Aux basses vitesses le mécanisme de Wilson est prépondérant et l'influence de Szeri ne se conçoit qu'en terme de renfort. Mais pour les hautes vitesses le modèle de Szeri permet de retrouver le décalage d'épaisseur existant entre le film né de l'émulsion et celui né de l'eau pure, décalage qui semble se dégager des mesures expérimentales. Bref, Szeri-Wilson : une collaboration fructueuse ?

Conclusion du chapitre 2

Après étude de la lubrification en huile entière, et du mécanisme spécifique à la sous-alimentation en contact linéique, il a été constaté que l'épaisseur du film d'huile était sensible à la position du ménisque, c'est à dire à l'endroit où la pression peut commencer à croître. De nombreuses situations (sous alimentation d'un contact ponctuel bille- plan en huile entière, oui d'un contact linéique, lubrification par une émulsion) peuvent conduire le ménisque d'huile à n'être pas placé en l'infini.

Le modèle de Wilson, de fait, est typiquement un modèle de sous-alimentation en linéique, puisque sa version complète n'autorise la pression à croître qu'à partir d'une certaine position, estimée comme l'endroit où les gouttes d'huile ont été écrasées un certain nombre 1/C de fois (d'où $h(x) = 2.C.r_g$) entre la tôle et le rouleau. Les gouttes d'huile, dans ce modèle, sont des "piliers" liquides pontant les deux surfaces solides, et s'écrasant tout en s'élargissant au fur et à mesure qu'elles se rapprochent de la zone plastique et que l'entrefer se restreint. Cela a pour effet de chasser l'eau, qui domine l'écoulement retour, et d'augmenter le taux d'huile. C'est ainsi que la réserve d'huile se constitue.

Les résultats donnés par le modèle de Wilson montrent que pour $U < 0.1$ m/s, il y a formation d'une réserve d'huile abondante et (a priori) mesurable. Tant que cette réserve existe il n'y a pas de différence en terme d'épaisseur entre émulsion et huile entière. Puis pour une vitesse critique (U_{c1}) cette réserve s'effondre brutalement : ce qui a pour conséquence que l'épaisseur d'huile passante (car le contact continue malgré tout d'être alimenté en huile pure ou quasi-pure) reste constante avec l'augmentation de la vitesse.
Cette constance de l'épaisseur, et celle du frottement que l'on peut en inférer, est certainement une caractéristique intéressante pour le lamineur: son procédé devient plus stable lors des transitoires de vitesse, sans les variations de frottement que l'on peut observer si l'on utilise des huiles entières et qui compliquent les pré-réglages

Cependant, la vitesse augmentant encore, le pouvoir filmogène de l'eau finit par ne plus être négligeable. C'est à ce moment là, pour $U=U_{c2}$, que la réserve disparaît totalement et que le taux d'huile commence à décroître. Si on en croit les résultats du modèle de Wilson, la hausse du frottement peut être envisagée comme une conséquence directe de l'entrée de l'eau dans le contact, car les additifs liposolubles ne seront plus présents en aussi grande quantité sur les plateaux. Or en régime mixte, cela fait immanquablement croître le frottement.
Ce serait l'explication de l'existence, bien connue des lamineurs, de vitesses critiques au-delà le frottement se met à dériver dangereusement, vitesses critiques caractéristiques des émulsions, et bien moins sensibles en huile entière.

Pour sa part, le mécanisme de Szeri donne des résultats médiocres aux basses vitesses, au regard des comportements expérimentaux observés. Il est cependant en mesure de retrouver dans le domaine des hautes vitesses une observation intéressante: la courbe d'épaisseur, après avoir quitté son plateau, ne rejoint pas la courbe de l'eau, mais une asymptote parallèle à celle-ci, et d'autant plus proche que le taux d'huile initial est faible. Ce comportement n'est pas prédit par le modèle de Wilson, mais si nous couplons le modèle de Szeri en amont au modèle de Wilson en aval, ce résultat réapparaît. En outre, dans la première partie du convergent, pour les basses vitesses et dans le cadre de ce modèle couplé, le mécanisme de Szeri constitue pour le mécanisme de Wilson, un contributeur net en terme d'alimentation en huile. Le modèle couplé Szeri-Wilson que nous avons développé permet ainsi de conserver les avantages de ses deux modèles-parents.

CHAPITRE 3

DECROISSANCE
OU
DEGRADATION DU PLATE-OUT

Introduction ---------- **p. 151**

I. Comment améliorer la physique du modèle hydrodynamique ---------- **p. 152**

1. Amorce du mécanisme de Wilson ---------- **p. 152**

2. Intégrité des piliers ---------- **p. 152**
2.1. Description du phénomène d'érosion latérale ---------- p.152
2.2. Détermination du profil de vitesse ---------- p.153
2.3. Situation des gouttes d'huile ---------- p.155
2.4. Equations et méthode de résolution ---------- p.156
2.5. Résultats ---------- p.157

3. Conclusion ---------- **p. 157**

II. Le plate-out ---------- **p. 159**

1. Formation du plate-out ---------- **p. 159**
1.1. La première goutte d'émulsion ---------- p. 159
1.2. Hypothèses simplificatrices ---------- p. 160
1.3. Mise en équation ---------- p. 161
1.4. Epaisseur d'huile maximale déposée sur la tôle ---------- p. 165
1.5. En application directe : vitesse de première restriction ---------- p. 166

2. Destruction du plate-out ---------- **p. 167**
2.1. Force centrifuge ---------- p.167
2.2. Entrée dans le mur d'eau ---------- p.167
2.3. Diminution du grammage (en application directe) ---------- p.167

3. Couplage Plate-out – Szeri – Wilson ---------- **p. 170**
3.1. Couplage Plate-out – Wilson ---------- p.170
3.2. Couplage Plate-out – Szeri – Wilson ---------- p.172

4. Conclusion ---------- **p.174**

Conclusion ---------- **p.175**

Introduction

Les modèles hydrodynamiques développés donnent comme seule explication possible à la dégradation du frottement, l'entrée massive de l'eau pour une certaine vitesse critique. Cependant ils ne rendent pas compte d'une tendance révélée par plusieurs expériences qui est la décroissance de l'épaisseur du film, lors de l'utilisation de certaines émulsions. Or une baisse d'épaisseur conduit à une hausse du taux de plateaux donc du frottement. Dès lors se posent les questions suivantes : est-ce que la hausse du frottement est due à l'entrée de l'eau ou à cette baisse d'épaisseur ? Sommes nous en présence de deux causes possibles ? Si tel est le cas laquelle survient en premier ?

Pour certaines huiles, une hausse minime de la vitesse provoque une croissance brutale du frottement, alors que pour d'autres l'augmentation du frottement avec la vitesse se fait de manière progressive [8]. Doit-on voir dans cette différence comportementale le signe de l'existence effective de deux mécanismes différents ?

Pour illustrer ce phénomène de décroissance, seront cités les résultats de l'expérience de Spikes [31]. Spikes a tracé la courbe (fig. n°3.1) donnant l'évolution de l'épaisseur (mesurée par interférométrie) en fonction de la vitesse (en contact ponctuel) pour deux émulsions aux taux d'émulsifiant différents. Aux basses vitesses et comme attendu l'une et l'autre suivent la courbe de l'huile pure. Cependant, avec l'augmentation de la vitesse l'une quitte la courbe de l'huile pour former un palier alors que l'autre accuse une décroissance des plus brutale. Cela montre encore une fois l'importance de la chimie, et souligne la complexité des mécanismes mis en jeu : en effet, ce phénomène de décroissance n'existe que dans certaines circonstances qu'il nous faudra bien déterminer.

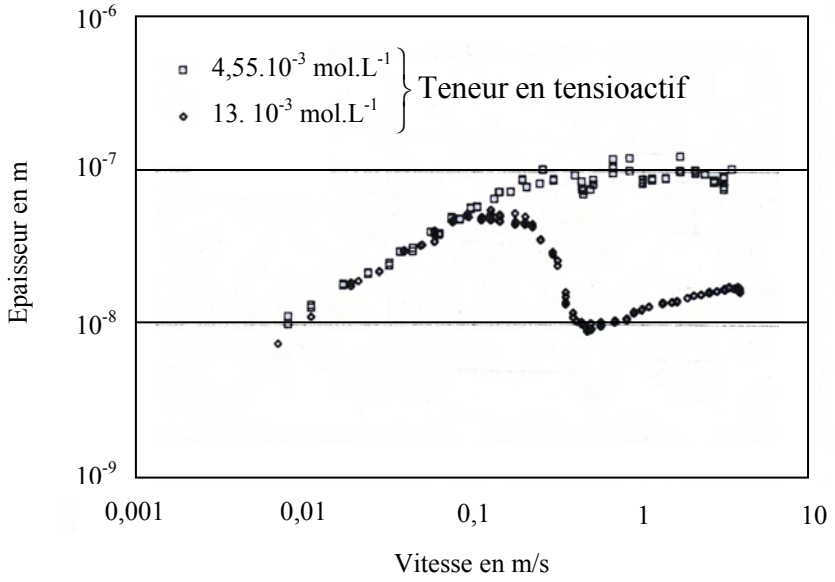


Figure n° 3.1 : la courbe d'épaisseur de l'émulsion (4% d'huile) peut soit former un palier soit accuser une forte décroissance. Fig. (1.23) [31]

Comment se fait-il que les modèles présentés ne sont pas en mesure de faire état de cette décroissance ? En effet le modèle de Szeri montre que l'épaisseur croît avec l'augmentation de la vitesse. Idem pour Wilson, à ceci près que Wilson fait état de l'existence d'un palier. Certes un palier n'est pas une décroissance, mais le modèle montre qu'il existe bien une zone où l'épaisseur cesse de croître.

I. Comment améliorer la physique du modèle hydrodynamique

1. Amorce du mécanisme de Wilson :

Le mécanisme de Wilson, s'initie lorsque $h=2.C.r_g$. Rien ne dit que les valeurs de C et de r_g restent constantes lorsque la vitesse augmente.

En effet, les taux de cisaillement augmentent avec la vitesse, ce qui pourrait entraîner un fractionnement des gouttes d'huile et donc une diminution de la valeur de r_g. A ce sujet, les auteurs de l'étude [45] sont arrivés au résultat suivant : dans le cas d'une goutte peu visqueuse, placée dans un flux visqueux cisaillant, si le nombre capillaire (Ca) est plus grand qu'une certaine valeur critique $(Ca_{cr.})$ liée au rapport des viscosités, alors l'intégrité de la goutte n'est plus préservée [45].

(3.1)
$$\begin{cases} Ca = \mu_c r_g \dot{\gamma} / \zeta_s \\ Ca_{cr.} = 0{,}05.(\mu_d / \mu_c)^{2/3} \end{cases} \quad avec \quad \begin{cases} \zeta_s : \text{tension de surface} \\ \dot{\gamma} : \text{taux de cisaillement} \end{cases}$$

Si ce résultat est valable pour les gouttes visqueuses placées dans un flux cisaillant peu visqueux, alors l'hypothèse, du fractionnement des gouttes d'huile, pourrait bien devenir très intéressante. En effet, dans le cas qui nous préoccupe, la valeur du nombre capillaire est proche de 1, donc bien supérieure à la valeur de Ca_{cr}. Le taux de cisaillement augmentant lorsqu'on avance dans le contact, le fractionnement pourrait intervenir dans le convergent à partir d'un point tel $Ca > Ca_{cr}$. Ce fractionnement entraînerait par contrecoup une diminution de l'épaisseur d'huile (comme le montre particulièrement le modèle de Wilson).

De même, la valeur du paramètre C détermine l'endroit où la goutte d'huile est capable de s'accrocher aux surfaces antagonistes et de rester accrochée ; faisant ainsi face au retour de l'eau, qui selon toute vraisemblance œuvre au décrochage des gouttes d'huile. Or plus la vitesse augmente, plus le rejet de l'eau est vigoureux, et plus il faudra (a priori) que la goutte d'huile soit écrasée (que les piliers soient larges, et C petit) pour faire face à l'importance du reflux.

Par conséquent, une décroissance de C ou de r_g pourrait être une explication tout à fait valable de la chute d'épaisseur qui est constatée expérimentalement. Nous allons plus particulièrement détailler une autre cause potentielle.

2. Intégrité des piliers

2.1. Description du phénomène d'érosion latérale

Les "piliers" d'huile sont écrasés au fur et à mesure qu'ils progressent dans l'emprise, et l'eau de l'écoulement retour circule autour de ces piliers, à grande vitesse comme nous allons le voir. Wilson a considéré que les piliers d'huile constituaient une gêne à l'écoulement retour de l'eau, et a introduit des facteurs d'écoulement pour en tenir compte. Mais cette interaction huile → eau ne s'accompagne pas, chez lui, de l'interaction réciproque eau → huile. Celle-ci pourrait prendre la forme de l'érosion latérale des gouttes d'huile - voire même du décrochement de l'huile des surfaces solides en mouvement, mais nous n'irons pas jusque là.
Toute l'huile ainsi arrachée aux piliers et entraînée vers l'arrière par l'écoulement retour majoritairement composé d'eau diminuerait le débit positif d'huile, ce qui ne manquerait pas d'amincir le film. Avant d'essayer de rendre compte de ce phénomène il est intéressant d'évaluer la vitesse de retrait de l'eau.

2.2. Détermination du profil de vitesse

Le modèle de Wilson donne les équations suivantes :

(3.2) $$\begin{cases} Q_d = Uh\phi(1 - VF_2GP) \\ Q_c = Uh(1-\phi)(1 - F_5GP) \end{cases}$$

Les débits d'huile et d'eau, Q_d et Q_c restent naturellement constants tout le long de l'emprise.

Expression du profil de vitesse du lubrifiant, lorsque la tôle et le cylindre ont même vitesse.

(3.3) L'équation de Reynolds donne : $\bar{v}(x,z) = \frac{1}{2\eta}\frac{dP}{dx}z[z - h(x)] + U$

Une fois résolu le système précédent, et les valeurs de $\frac{dP}{dx}$ relevées, il est possible de tracer les

(3.4) courbes d'iso-vitesse. Il suffit pour cela de résoudre : $\bar{v}(z)\big|_x = U_e$ avec U_e la vitesse du fluide considéré. Les solutions étant :

(3.5) $$z_1 = \frac{1}{2}\left(h - \sqrt{h^2 - 8\mu\frac{U - U_e}{\frac{dP}{dx}}}\right) \text{ et } z_2 = \frac{1}{2}\left(h + \sqrt{h^2 - 8\mu\frac{U - U_e}{\frac{dP}{dx}}}\right)$$

Champ de vitesse de l'huile dans le convergent :

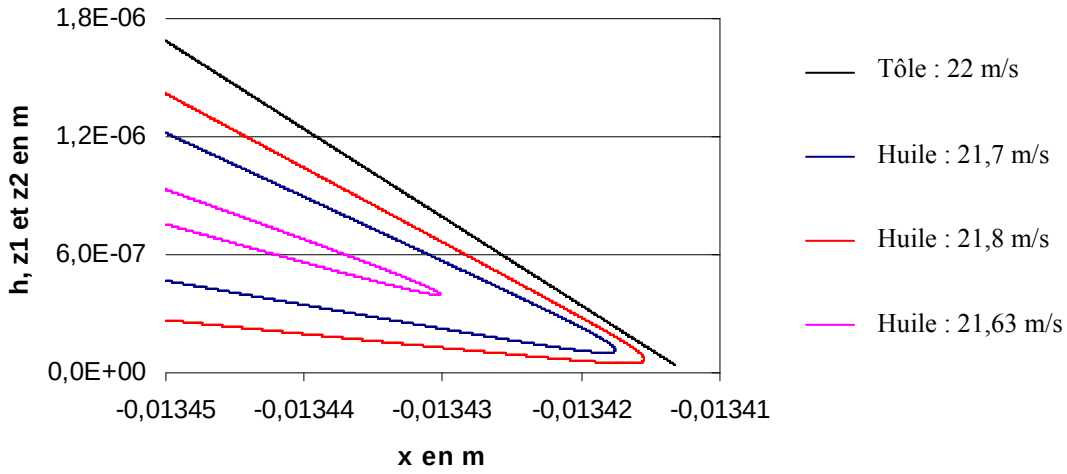


Figure n°3.2 : Courbes d'iso vitesse pour l'huile dans la zone d'entrée en laminage. La vitesse des parois est ici de 22 m/s. N.B. : Le débit d'huile reste bien constant car si h diminue, Φ augmente.

Le profil de vitesse de l'huile (fig. n°3.2) montre sans ambiguïté que les gouttes sont irrémédiablement entraînées vers l'aval et ce dès qu'elles touchent les deux surfaces antagonistes. Par conséquent toute l'huile qui arrive en $h=2.r_g$ sert à alimenter le contact. Comme cela fait parfois beaucoup d'huile, l'idée a été d'introduire un paramètre C : le mécanisme de Wilson ne commence alors qu'à partir du moment où la goutte a été écrasée k_c fois, avec $k_c=1/C$. Mais parfois il arrive que la valeur de k soir supérieure 30. Cette valeur, il est vrai laisse perplexe : une goutte écrasée 30 fois !

Champ de vitesse de l'eau dans le convergent :

L'espace près des parois où l'eau a encore la possibilité de progresser dans le contact est des plus restreint. Majoritairement l'eau est éjectée du contact, avec une vitesse d'autant plus élevée qu'elle se trouve au cœur (donc loin des parois en mouvement) et près du contact (voir figure n°3.3).

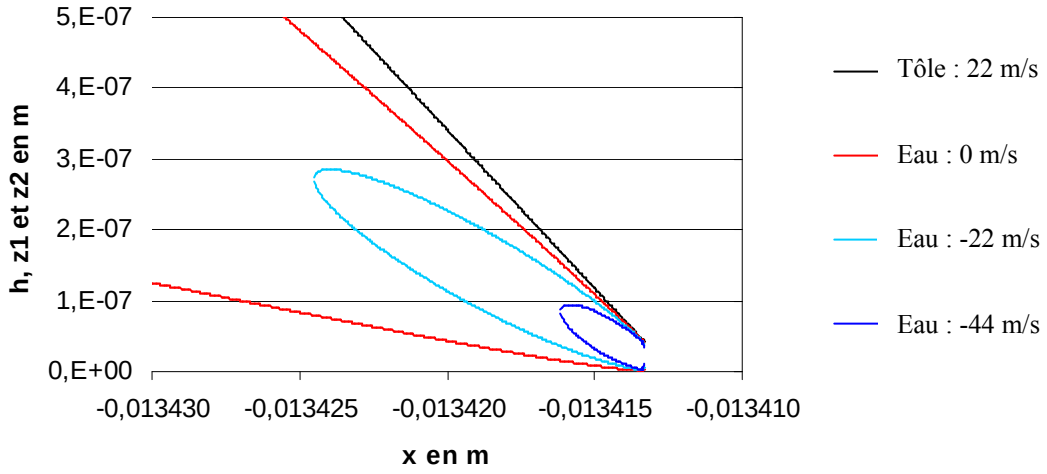


Figure n°3.3 : Courbes d'iso vitesse pour l'eau

Evaluons la vitesse moyenne du retrait de l'eau :

(3.6) $$\left|V^{moyenne}_{retrait\ de\ l'eau}\right| = \left|\frac{1}{z_2 - z_1}\int_{z_1}^{z_2} v(z)\big|_x\, dz\right| \quad d'\text{où} : \left|V^{moyenne}_{retrait\ de\ l'eau}\right| = \left|\left[\frac{1}{2\mu_c}\frac{dP}{dx}\left(\frac{z^3}{3} - \frac{hz^2}{2}\right) + Uz\right]_{z_1}^{z_2}\right|$$

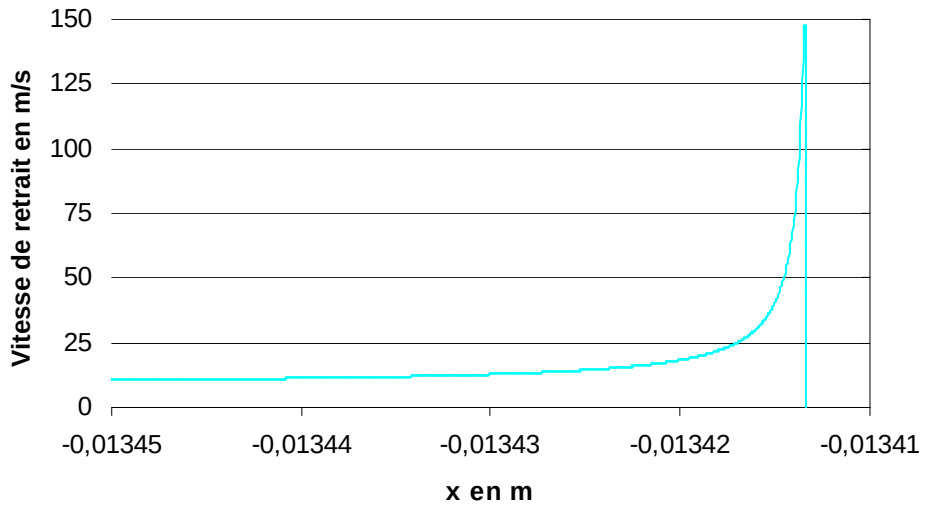


Figure n°3.4 : Vitesse moyenne du retrait de l'eau le long de l'emprise

Lorsque la vitesse d'entraînement U = 20m/s, l'écoulement retour de l'eau peut atteindre localement 150 m/s ! A cette vitesse, des interactions avec les piliers d'huile ne sont pas improbables.

2.3. Situation des gouttes d'huile

L'hypothèse selon laquelle l'eau circulant autour des gouttes d'huile écrasées n'altérerait pas les piliers d'huile est donc plutôt forte.

Deux configurations extrêmes se présentent d'abord à nous :

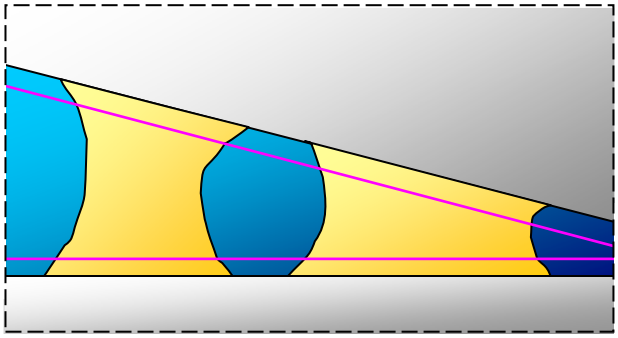


Figure n° 3.5 : les gouttes d'huiles sont écrasées entre la tôle et le cylindre et progresse vers la zone de contact. Cependant l'eau évolue en sens inverse dans l'espace délimité par les deux courbes roses.

- l'adhérence de la goutte aux parois est suffisamment grande pour faire face au reflux. C'est le cas si la chimie de l'émulsion est telle que l'huile mouille fortement les parois (et on peut penser qu'on est alors proche de C =1).
- Au contraire, dès que le courant d'eau devient trop fort, les gouttes d'huile se décrochent des deux surfaces antagonistes. Cela revient à dire que l'huile a peu de chances d'entrer dans l'emprise. Ce sera le cas des émulsions à faible pouvoir de déplacement (et C sera "petit" - il est difficile de préciser davantage, tant ce paramètre est difficile à cerner).

Pour une émulsion efficace, la première hypothèse nous semble plus proche de la réalité. Mais nous allons en fait en examiner une variante, dans laquelle la goutte présente une forte adhésion aux deux parois (comme "pilier"), ce qui fait que le maillon faible est la cohésion de la goutte d'huile : sous l'effet des forces hydrodynamiques d'interaction avec l'eau, ce n'est pas l'interface huile - paroi qui cède, mais la goutte elle-même qui s'érode (fig. n°3.6).

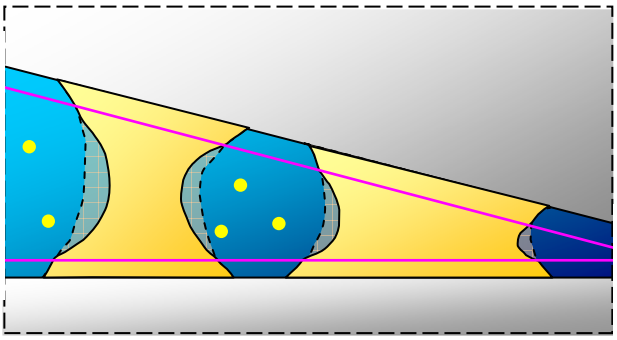


Figure n° 3.6 : l'eau circulant autour des piliers d'huile érode ces piliers et en diminue la portance.

L'eau, *chargée en tensio-actifs*, passe à grande vitesse autour de ces piliers. La quantité d'huile ξ qui est arrachée aux piliers se retrouve dispersée dans le volume de l'eau située alentours. Nous nous retrouvons donc avec un système complexe : grosses gouttes d'huile qui vont conduire à la mise en pression et gouttelettes d'huile dispersées dans la phase aqueuse.

Afin de simplifier le problème, nous avons considéré que cette phase aqueuse, dans laquelle sont dispersées les gouttelettes d'huile, a la viscosité de l'eau. Cette approximation n'a rien d'exceptionnel. En effet, lorsqu'une émulsion adopte la configuration présentée dans le chapitre 1 paragraphe III.1.1, alors la présence des gouttelettes d'huile a peu d'influence sur la viscosité du mélange. Voir par ailleurs les résultats de la figure n°0.6.

2.4. Equations et méthode de résolution

L'intégration est ici rétrograde.

Conditions aux limites : en h_n, est fixée la valeur de la pression et du gradient de pression adimentionnalisé :

(3.7) $$\begin{cases} P = \sigma \\ GP = 0 \end{cases}$$

Une double recherche est ensuite effectuée sur les valeurs de ϕ_n et h_n.

Connaissant ϕ_n, P_n et GP_n, il est alors possible de calculer les valeurs de $Q_{d,n}$ et de $Q_{c,n}$, car :

(3.8) $$\begin{cases} Q_{d,n} = Uh_n\phi_n \\ Q_{c,n} = Uh_n(1-\phi_n) \end{cases}$$

Tout ceci permet de calculer la valeur de la vitesse moyenne d'éjection de la phase aqueuse (avec gouttelettes) en x_n :

(3.9) $$z_{1,n} = \frac{1}{2}\left(h_n - \sqrt{h_n^2 - 8\mu_c \frac{U}{\left.\frac{dP}{dx}\right|_n}}\right) \text{ et } z_{2,n} = \frac{1}{2}\left(h_n + \sqrt{h_n^2 - 8\mu_c \frac{U}{\left.\frac{dP}{dx}\right|_n}}\right)$$

(3.10) $$\left|V^{moyenne}_{retrait\ de\ l'eau}\right|_n = \left|\left[\frac{1}{2\mu_c}\left.\frac{dP}{dx}\right|_{x_n}\left(\frac{z^3}{3} - \frac{hz^2}{2}\right) + Uz\right]_{z_{1,n}}^{z_{2,n}}\right|$$

Nous proposons que l'érosion soit proportionnelle à la valeur absolue de la vitesse moyenne de retrait de la phase aqueuse : (3.11) $\xi_n = \bar{k}_c\left|V^{moyenne}_{retrait\ de\ l'eau}\right|_n$. Cela revient d'une certaine manière à réintroduire un terme d'interaction huile - eau (entraînement de la phase huile par la phase eau), sous une forme simple facile à intégrer au modèle de Wilson, la quantité d'huile arrachée aux piliers étant proportionnelle à la vitesse de l'eau. Afin de poursuivre le calcul à l'incrément précédent, il suffit d'ajouter (l'intégration étant rétrograde) ξ_n au débit de la phase huile et de soustraire ce même ξ_n au débit de la phase aqueuse.

(3.12) $$\begin{cases} Q_{d,n-1} = Q_{d,n} + \xi_n = Uh_{n-1}\phi_{n-1}\left(1 - V_{n-1}F_{2,n-1}GP_{n-1}\right) \\ Q_{c,n-1} = Q_{c,n} - \xi_n = Uh_{n-1}(1-\phi_{n-1})\left(1 - F_{5,n-1}GP_{n-1}\right) \end{cases}$$

Au final, en $h=2.r_g$, la pression doit être nulle et le taux d'huile doit valoir ϕ_0. Cela s'obtient par un bon ajustement des valeurs de ϕ_{cp} et de h_{cp}.

Certes, a été substituée une inconnue par une autre : C par $\bar{k}_c$, tout aussi indéterminable. Cependant, la physique paraît ici plus complète. Cette approche heuristique ne se justifiera que si les résultats obtenus présentent en meilleur accord avec les résultats expérimentaux.

2.5. Résultats :

Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

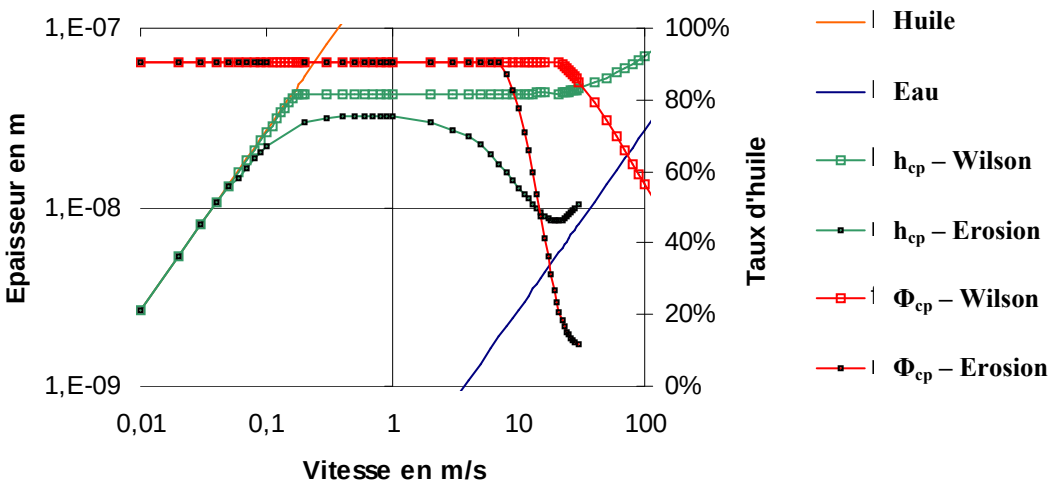


Figure n°3.7 : Intégrant le phénomène d'érosion latérale le modèle rend compte de la décroissance de l'épaisseur.

La figure 3.7 montre, pour les conditions - standards utilisées tout au long de ce mémoire, l'effet d'une érosion des piliers d'huile par l'écoulement retour de l'eau, avec un coefficient $\bar{k}_c$ dont la valeur a été choisie pour montrer qu'une décroissance peut effectivement apparaître dans la zone droite du plateau d'épaisseur. C'est donc un mécanisme possible d'explication du phénomène dans le cadre du modèle de Wilson (ou du modèle couplé Szeri-Wilson), mais l'incertitude sur le coefficient de proportionnalité ne permet pas d'affirmer que c'est bien là le seul mécanisme, ou même le mécanisme principal.

3. Conclusion

Bien que le modèle couplé Szeri-Wilson puisse retrouver un grand nombre de résultats il n'est pas en mesure de prévoir la baisse d'épaisseur du film qui peut survenir pour certaines émulsions dans le domaine des vitesses intermédiaires, car la description qu'il fait de la physique des interactions est manifestement trop simple.
Afin de l'enrichir, des raisons pouvant induire cette décroissance ont été décrites. Il a ainsi, entre autre, été fait mention de l'amorçage tardif du mécanisme de Wilson dû au retrait de l'eau, du fractionnement des gouttes consécutif au cisaillement élevé, ou encore de l'érosion des piliers d'huile. C'est ce dernier mécanisme que nous avons détaillé, montrant qu'il *pourrait* être à l'origine de tout ou partie du phénomène.

Tout ceci reste cependant fortement spéculatif et nous ne sommes pas en mesure de dire exactement laquelle de ces raisons est la cause réelle de cette chute d'épaisseur.

II. Le plate-out

Une autre cause potentielle de baisse d'épaisseur à vitesse moyenne - forte est le plate-out, c'est-à-dire la quantité d'huile déposée sur la tôle, film formé avant même l'entrée de la zone de mise en pression et participant donc au premier chef à l'alimentation du contact. Il est logique de penser que la quantité d'huile déposée est sensible à deux phénomènes dépendant de la vitesse :

- Une plus grande vitesse, c'est pour chaque surface élémentaire de tôle moins de temps passé sous les buses. Le débit de celles-ci étant rarement assujetties à la vitesse, la quantité d'huile fournie baisse.
- Une plus grande vitesse, c'est aussi un temps plus court entre l'arrosage et l'entrée d'emprise, et donc probablement un phénomène de déposition moins achevé.

Avant de nous lancer dans une description de tous les phénomènes qui de près ou de loin pourraient être à l'origine d'une altération du film plate-out, il est intéressant de se demander quelle est l'épaisseur de ce film.

Il convient également de présenter au préalable les deux grandes méthodes d'aspersion.

- **L'application directe :** le débit d'émulsion est faible, donc le débit d'huile très petit. Si la vitesse augmente on peut penser que le système sera facilement sous-alimenté par manque d'huile. Par contre, l'émulsion est très instable, l'huile se dépose très bien (ou très vite) et s'accroche à la surface ("l'émulsion a un bon plate out").
- **La recirculation :** il y a un très fort débit d'émulsion, donc beaucoup d'huile est envoyée sur la tôle. Mais seule une petite partie de cette huile s'y accroche, parce que l'émulsion est plus stable par construction (tensio-actifs). Dans ce cas les mécanismes hydrodynamiques Szeri-Wilson semblent avoir un rôle important à jouer dans la formation du film lubrifiant.

1. Formation du plate-out

1.1. La première goutte d'émulsion

Lorsqu'une goutte, d'huile pure ou d'émulsion, est projetée sur une tôle, elle commence par s'aplatir, et la surface de contact croît sous l'effet de la collision : on parle alors de mouillage forcé. A cette phase d'étalement peut succéder une deuxième phase de rétraction [46].

Si cette deuxième phase est dominée par des effets capillaires et dépend de la nature de l'émulsion ou de l'état de surface de la plaque, il n'en va pas de même pour la phase d'étalement. En effet, cette phase est essentiellement fonction du nombre de Reynolds, défini par les conditions de l'impact. En conséquence l'étalement est quasi-identique pour toutes les émulsions, du moins aux concentrations modérées ($\mu \sim \mu_{eau}$).

Les forces visqueuses ont tendance à s'opposer à l'étalement. Le caractère peu visqueux de l'eau fait que la goutte d'émulsion (faiblement chargée en huile) va s'étaler assez facilement et rapidement sur la tôle. En conséquence, les petites gouttes d'huile (µm) – contenues dans la grande goutte d'eau (mm) – seront aisément étalées sur la tôle, sous l'effet plaquant de l'eau.

Seulement 5 ms après l'impact, l'eau commencera sa phase de rétraction [46]. 20 à 30 ms plus tard, sur une surface hydrophobe, la goutte d'eau a retrouvé la forme de calotte sphérique de l'équilibre thermodynamique, alors que les gouttes d'huile sont restées étalées sur la tôle.

Pour l'application directe, la durée entre l'aspersion de la tôle et le passage de celle-ci dans l'emprise peut atteindre quelques dizaines de millisecondes. Autrement dit, il est possible que la tôle soit laminée, une fois terminée la phase de rétractation de l'eau : au moment où les gouttes d'huile mouillent parfaitement la tôle, alors que l'eau est à l'équilibre sur cette surface hydrophobe, prête à en être chassée.

Le comportement de cette première goutte d'émulsion est donc bien connu grâce aux travaux de Mme Vigne-Adler. Cependant, le problème ne se résume hélas pas à une seule goutte. En effet lorsque la tôle progresse en direction du contact, elle traverse le jet d'émulsion. Ainsi, en chaque point tombent successivement plusieurs gouttes d'émulsion.

Que se passe-t-il alors ? C'est à cette question précisément qu'il nous faut répondre pour pouvoir donner un ordre de grandeur du film d'huile déposé sur la tôle.

Goutte après goutte, la tôle est recouverte (ou se recouvre) d'un film d'émulsion. Une nouvelle goutte d'huile ne pourra venir s'additionner au film d'huile déjà présent (ou en formation) qu'à condition de pouvoir traverser le film d'émulsion. Afin de modéliser cette contrainte, quelques hypothèses simplificatrices ont été réalisées.

1.2. Hypothèses simplificatrices

H_1 : L'eau n'a aucune influence sur le devenir des gouttes d'huile lorsque celles-ci entrent en collision avec le film d'émulsion.

Si tel est le cas, la situation représentée par la figure 3.8 est équivalente à celle représentée en figure 3.9 :

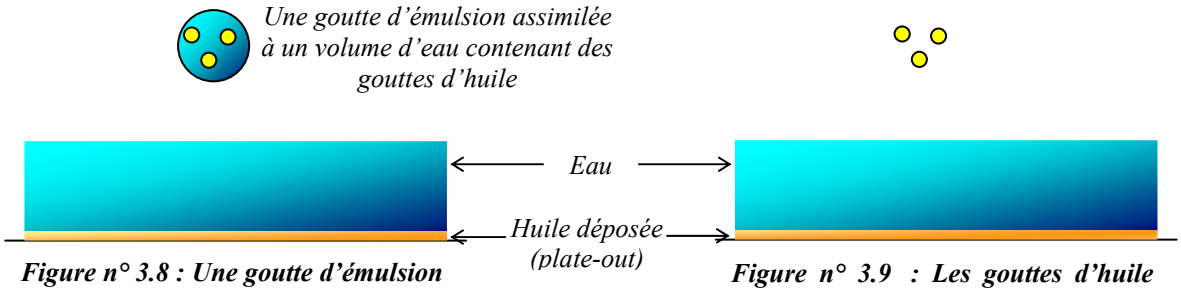


Figure n° 3.8 : Une goutte d'émulsion juste avant qu'elle n'entre en collision avec le film d'eau qui recouvre la tôle.

Figure n° 3.9 : Les gouttes d'huile contenues dans la goutte d'émulsion ne peuvent compter que sur elles même pour traverser le film d'eau.

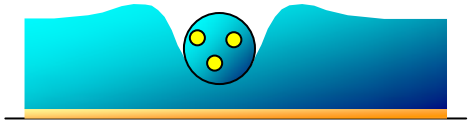


Figure n° 3.10 : La goutte d'émulsion traverse sans problème le film d'eau présent, au risque d'altérer le film d'huile déjà adsorbé sur la tôle.

Pour traverser le film d'émulsion et atteindre la tôle, les gouttes d'huile ne peuvent compter que sur leur énergie propre. En fonction de leur taille, de leur vitesse, de l'épaisseur du film à traverser, il est possible que celles-ci n'atteignent jamais la tôle.

Voyons ce qu'implique l'hypothèse n°1 en nous plaçant dans la situation où cette hypothèse n'est pas faite.

La goutte d'eau qui contient les gouttes d'huile peut aider à traverser le film d'émulsion. A ce moment là les gouttes d'huile ont de fait, toutes les chances d'atteindre la tôle (fig. 3.10). Mais si tel est le cas, l'eau qui contient ces gouttes d'huile va aussi entrer en collision avec le film d'huile déposé sur la tôle, et risque fort de le ré-émulsifier. Le film d'huile déjà présent peut être un reliquat du film déposé sur la tôle lors du passage de celle-ci dans la cage précédente. Il est ainsi difficile de dire si ce phénomène tend à diminuer ou à augmenter l'influence du plate-out. Nous nous placerons cependant dans le cadre défini par l'hypothèse n°1, tout en retenant qu'ainsi les analyses qui suivent ne peuvent donner que des estimations qualitatives.

H_2 : Les gouttes d'huile sont assimilées à des solides indéformables.

Il est difficile de dire si une telle hypothèse conduit à sous-estimer ou à surestimer la valeur du plate-out. Si les gouttes d'huile sont déformables, à la traversée du film d'eau, sous l'effet de la **décélération**, elles vont s'aplatir, offrant ainsi une surface de contact de plus en plus grande et diminuant d'autant ses capacités de pénétration. Inversement **l'interaction avec l'eau** donne la tendance inverse : la goutte d'huile a tendance à s'allonger, ce qui augmente ses capacités de pénétration.

H_3 : toutes les gouttes d'huile qui atteignent la tôle s'y fixent automatiquement.

On néglige ainsi notamment le fait que les gouttes d'huile pourraient lors de la collision dégrader le film d'huile présent, qu'elles pourraient aussi rebondir et se perdre dans le volume de l'émulsion. On néglige également le fait que la tôle ne peut pas emmagasiner une quantité infinie d'huile. Cette hypothèse contribue ainsi à maximiser la quantité d'huile déposée.

1.3. Mise en équation

L'épaisseur limite est l'épaisseur maximale du film d'eau déposé que les gouttes d'huile peuvent traverser avant que ne s'annule leur vitesse.

(3.13) On a : $\rho_h V_g \vec{a} = \vec{f}_l - (\rho_e - \rho_h) V_g \vec{g}$ avec $\vec{a}$ le vecteur accélération, $\vec{f}_l$ la force de frottement et V_g le volume de la goutte d'huile.

Détermination du type d'écoulement afin d'établir le profil de la force de frottement :

(3.14) $$\mathrm{Re} = \frac{2 r_g \rho_e}{\mu_c} V_i \quad avec \quad \begin{cases} r_g = 10^{-6}\, m \\ \rho_e = 10^3\, kg.m^{-3} \\ \mu_c = 10^{-3}\, Pa.s \\ V_i = 30\, m.s^{-1} \end{cases} \quad \text{on a : } \mathrm{Re} = 60$$

Les valeurs prises ici pour le rayon des gouttes d'huile et pour leur vitesse d'impact sont typiques des valeurs rencontrées en laminage à froid d'acier (voir § 1.4.)

Puisque le nombre de Reynolds est inférieur à 100, alors l'écoulement est laminaire. Dans ces conditions, selon Stockes [47], la force de frottement s'exerçant sur une sphère de rayon r_g est proportionnelle à la vitesse et prend la forme suivante :

(3.15) $$\vec{f}_l = -6\pi\mu_c r_g \vec{v}$$

(3.16) $$Avec: \quad \tau = \frac{\rho_h V_g}{6\pi\mu_c r_g} \Rightarrow \tau = \frac{2}{9}\frac{\rho_h r_g^2}{\mu_c} \quad : \quad \text{L'équation } (3.13) \text{ devient}: \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = -\frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} g$$

(3.17) $$\text{D'où}: \quad \rho_h V_g \vec{a} = -6\pi\mu_c r_g \vec{v} - (\rho_e - \rho_h) V_g \vec{g} \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = -\frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} g$$

(3.18) $$v = K_{15} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} \tau g$$

Détermination de K_{15}, la constante d'intégration :

$à \quad t = 0, \; v = V_i$ avec V_i la vitesse d'impact

(3.19) $$\Rightarrow \quad v = \left(V_i + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} \tau g\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} \tau g$$

Temps nécessaire pour que la vitesse des gouttes d'huile s'annule

(3.20) $$Si \; v = 0, \; t = \tau \ln\left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_e - \rho_h} \frac{V_i}{\tau g}\right)$$

Evaluation du temps nécessaire pour que les gouttes d'huile impactent la tôle :

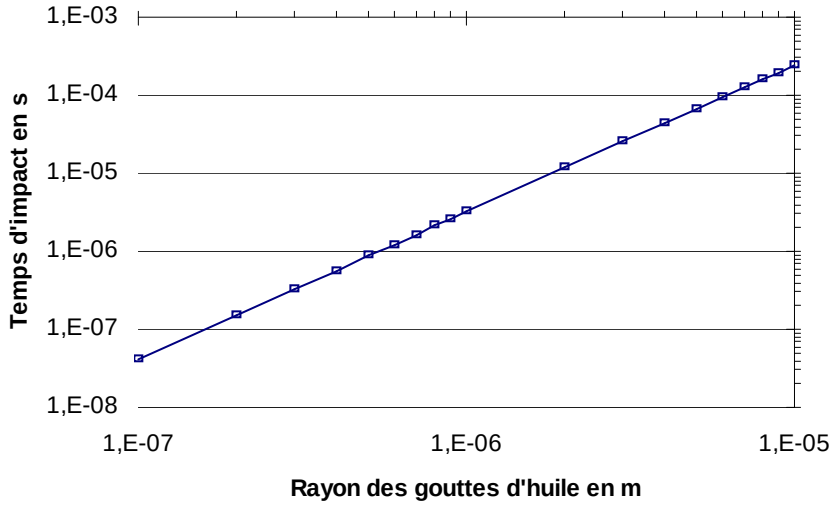


Figure n°3.11 : Quelle que soit la taille des gouttes d'huile, la durée d'impact, donc l'instauration du plate-out se fait pour des temps inférieurs à la milliseconde.

Dans le sens où les gouttes d'huile entrent en contact avec la tôle en moins d'une milliseconde, alors la distance d'aspersion ne devrait pas (du moins selon ce critère) avoir d'importance.

On a :

(3.21) $$\frac{dz}{dt} = -\left(V_i + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g$$

(3.22) $$\Rightarrow \quad z = K_{16} + \tau\left(V_i + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g t$$

Détermination de K_{16}, la constante d'intégration :

(3.23) $$\grave{a}\ t = 0,\ z = h \quad \Rightarrow \quad z = h - \tau\left(V_i + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] + \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\tau g t$$

Détermination de l'épaisseur maximale d'émulsion pouvant être traversée par ces gouttes d'huile :
Lorsque la vitesse est nulle pour $z = 0$ alors $h = E_{\lim}$

(3.24) $$D'où : \quad E_{\lim} = \tau V_i\left[1 - \frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h}\frac{\tau g}{V_i}\ln\left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_e - \rho_h}\frac{V_i}{\tau g}\right)\right]$$

(3.25) Lorsque $r_g^2 << \frac{9\mu_c}{\rho_e - \rho_h}\frac{V_i}{2g}$, ce qui est toujours vrai en pratique

(3.26) $$Alors : \tau << \frac{\rho_h}{\rho_e - \rho_h}\frac{V_i}{g} \Rightarrow E_{\lim} = \tau V_i$$

(3.27) $$D'où : E_{\lim} = \frac{2\rho_h}{9\mu_c} r_g^2 V_i$$

Manifestement, le $E_{\lim}$ est proportionnel à la vitesse d'impact et au carré du rayon des gouttes d'huile.

Ce résultat peut être obtenu de manière plus aisée en considérant d'entrée que l'influence des forces de gravité est quantité négligeable, compte tenu du fait que la vitesse d'impact est importante :

(3.28) On a : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = -\frac{\rho_e - \rho_h}{\rho_h} g$ avec : $\tau = \frac{2}{9}\frac{\rho_h r_g^2}{\mu_c}$

Lorsque les forces de pesanteur sont négligées devant les forces de frottement visqueux, alors

(3.29) (3.28) devient : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$

(3.30) $$d'où : \quad v = K_{15}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Détermination de K_{15}, la constante d'intégration :

(3.31) $\grave{a}\ \ t = 0,\ v = V_i$ avec V_i la vitesse d'impact

(3.32) $$\Rightarrow \quad v = V_i \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

On a :

(3.33) $$\frac{dz}{dt} = -V_i \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

(3.34) $$\Rightarrow \quad z = K_{16} + \tau V_i \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Détermination de K_{16}, la constante d'intégration :

(3.35) $$\grave{a}\ t = 0,\ z = h \quad \Rightarrow \quad K_{16} = h - \tau V_i$$

(3.36) D'où : $z = h - \tau(V_i - v)$

Détermination de l'épaisseur maximale d'émulsion pouvant être traversée par ces gouttes d'huile :

(3.37) Lorsque la vitesse est nulle pour $z = 0$ alors h = $E_{\lim}$

(3.38) D'*où* : $E_{\lim} = \frac{2\rho_h}{9\mu_c} r_g^2 V_i$

Si la valeur du rayon venait à être plus grande, la valeur du nombre de Reynolds serait supérieure à 100 sans pour autant être supérieure à 1000.

Dans la situation intermédiaire où le nombre de Reynolds est compris entre 100 et 1000, seul un encadrement du E_{lim} est possible. En effet lorsque 100<Re<1000, l'écoulement n'est plus tout à fait laminaire et n'est pas encore vraiment turbulent.

Lors de la pénétration, la vitesse des gouttes d'huile diminue jusqu'à ce que l'écoulement devienne réellement laminaire. Considérer que l'écoulement est quoi qu'il arrive (du début à la fin de la pénétration) laminaire revient à faire de $E_{\lim}^{laminaire}$ un maximum. Considérer à l'inverse que l'écoulement est turbulent (alors qu'il ne l'est pas réellement puisque 100<Re<1000) du début de la pénétration jusqu'au moment où Re finit par devenir inférieur à 100, revient à faire de $E_{\lim}^{turbulent}$ un minimum.

Pour une sphère, lorsque l'écoulement est turbulent, l'expression de la force de frottement [47] est :

(3.39) $$\vec{f}_t = -\frac{1}{4}\rho_e \pi r_g^2 v \vec{v} \quad Soit : \quad \tilde{\tau} = \frac{4\rho_h V_g}{\rho_e \pi r_g^2} \quad \Rightarrow \quad \tilde{\tau} = \frac{16}{3}\frac{\rho_h}{\rho_e} r_g \qquad \text{On a} : \rho_h V_g \vec{a} = \vec{f}_t - (\rho_e - \rho_h) V_g \vec{g}$$

(3.40) De même, en négligeant le poids : $$\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{\tilde{\tau}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dz}{dt} = \frac{1}{\frac{t}{\tilde{\tau}} + \frac{1}{V_i}} \quad \Rightarrow \quad E_1 = \tilde{\tau} \ln\left(\frac{V_i}{V_{transition}}\right)$$

(3.41) où E_t est l'épaisseur traversée par la goutte d'huile alors que l'écoulement est considéré comme turbulent.

(3.42) Lorsque la vitesse égale $V_{transition}$, l'écoulement redevient laminaire : $V_{transition} = \frac{\mathrm{Re}\,\mu_c}{2 r_g \rho_e}$ avec $\mathrm{Re} = 100$

D'après (3.27) l'épaisseur pouvant encore être traversée est donc : $E_1 = \tau V_{transition}$

(3.43) Par conséquent : $$E_{\lim} = \frac{\rho_h}{\rho_e} r_g \left[\frac{100}{9} + \frac{16}{3}\ln\left(\frac{V_i}{V_{transition}}\right)\right]$$

1.4. Epaisseur d'huile maximale déposée sur la tôle

D'après l'hypothèse n° 3, tant que l'épaisseur du film d'émulsion n'est pas supérieure à E_{lim}, alors toutes les gouttes d'huile arrivant participent à la formation du film d'huile. Par conséquent H_{lim}, l'épaisseur d'huile maximale déposée sur la tôle peut s'écrire de la manière suivante : $H_{lim} = \phi_0 E_{lim}$ où ϕ_0 est la concentration de l'émulsion avant impact. (3.44)

Evolution de H_{lim} en fonction de la vitesse d'impact, avec r_g=2.10^{-6} m :

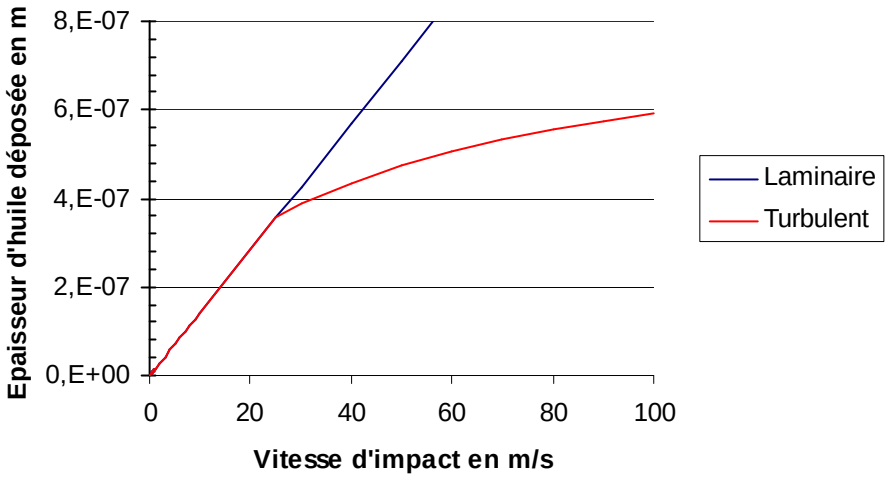


Figure n° 3.12 : l'épaisseur du film plate-out est très faible puisque inférieure au rayon des gouttes d'huile : il n'en est pas moins tribologiquement significatif.

Evolution de H_{lim} en fonction de la taille des gouttes d'huile avec V_i=30 m.s^{-1} :

$$\begin{cases} r_g = 10^{-6}\ m \\ \mu_c = 0{,}001\ Pa.s \\ \rho_e = 10^3\ kg.m^{-3} \\ \rho_h = 800\ kg.m^{-3} \\ g = 10\ m.s^{-2} \\ V_i = 30\ m.s^{-1} \\ \phi_0 = 0{,}02 \end{cases} \quad (3.45)$$

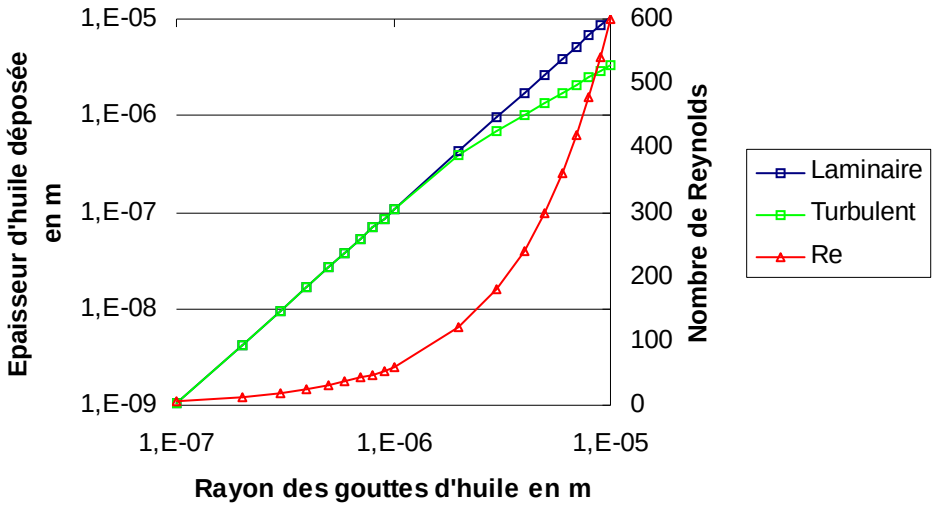


Figure n°3.13 : Evolution du nombre de Reynolds (Re) et de l'épaisseur maximale du film d'huile pouvant se déposer sur la tôle, en fonction du rayon des gouttes d'huile.

Justification des valeurs prises pour le rayon des gouttes d'huile…

A ARCELOR, une étude du système de lubrification a permis d'avoir de précieux renseignements sur la taille des gouttes d'huile. Lorsque l'émulsion (identique à celle utilisée sur site industriel) est préparée et simplement agitée par des pales, le rayon des gouttes est de l'ordre de 10 µm. Après passage dans les pompes qui sont très fortement cisaillantes, le rayon est divisé par dix et devient donc égal à 1 µm. Par la suite, ces gouttes seront de nouveau très fortement cisaillées, lorsqu'elles passeront dans les buses d'aspersion. Tout ceci nous incite à penser que dans l'industrie, le rayon des gouttes d'huile est typiquement égal ou inférieur au micromètre.

Lorsque le rayon des gouttes d'huile est inférieur au micromètre, la quantité d'huile déposée sur la tôle est extrêmement faible, et ce malgré les hypothèses maximalistes qui ont pu être faites.
Cependant, lorsque le rayon des gouttes est supérieur au micromètre, la quantité d'huile entrant commence à devenir véritablement importante. Une étude visant à déterminer la quantité maximale d'huile que la tôle est capable de fixer permettrait peut-être de relativiser ceci. En effet, l'hypothèse n° 3 paraît ici trop forte. Sans compter le fait que la valeur prise pour la vitesse d'impact correspond, selon toute vraisemblance, à un véritable maximum.

En effet ici la vitesse d'impact a été pris égale à 30 m.s^{-1}, ce qui correspond en réalité à la vitesse du liquide en sortie de buse (V_{sb}). Or comme il y a formation d'un cône d'aspersion (la surface d'impact S_i étant bien supérieure à la section de la buse S_b) si on considère que le

(3.46) liquide ne se fractionne pas alors : $V_i = \frac{S_i}{S_b} V_{sb}$. Mais comme rien ne nous dit que le liquide ne se fractionne pas, le choix a été fait de donner à la vitesse d'impact la vitesse maximale qui pouvait lui être affectée. En conséquence l'épaisseur du film formé est surévaluée.

1.5. En application directe : vitesse de première restriction :

Nous nommons ainsi la vitesse à partir de laquelle la quantité d'huile déposée sur la tôle devient inférieure à ce que prendrait l'emprise dans le cadre d'une lubrification à l'huile entière suralimentée. Ainsi pour cette vitesse limite, le plate-out n'est plus suffisant pour alimenter seul le contact.

(3.47)
$$\begin{cases} H_{\lim} = \dfrac{2\phi_0 \rho_h}{9\mu_c} r_g^2 V_i \\ h_{cp} = 3\mu_d U \dfrac{\Gamma}{1-e^{-\Gamma\sigma}} \sqrt{\dfrac{2R}{\alpha e_c}} \end{cases} \Rightarrow \quad U_{pr} = \frac{2\phi_0 \rho_h r_g^2 V_i}{27\mu_c \mu_d} \frac{1-e^{-\Gamma\sigma}}{\Gamma} \sqrt{\frac{\alpha e_c}{2R}}$$
, avec U la vitesse de la tôle

La courbe nommée $H_{passante}$ correspond à l'épaisseur du film dans le cas où le système a comme ménisque un $h_m = H_{lim}$. En adaptant la formule (1.78), on obtient :

(3.48)
$$H_{passante} = H_{\lim}\left(K_{11} - \sqrt{K_{11}^2 - 1}\right) \text{ avec } K_{11} = 1 + \frac{H_{\lim}}{2.h_{cp}}$$

$$(3.49)\quad \begin{cases} r_g = 10^{-6}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ D = 5.10^{-4}\ m^3.s^{-1} \\ l = 0{,}1\,m \\ \text{Les autres valeurs sont} \\ \text{les valeurs de référence} \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{pr} = 0{,}7\ m.s^{-1}$$

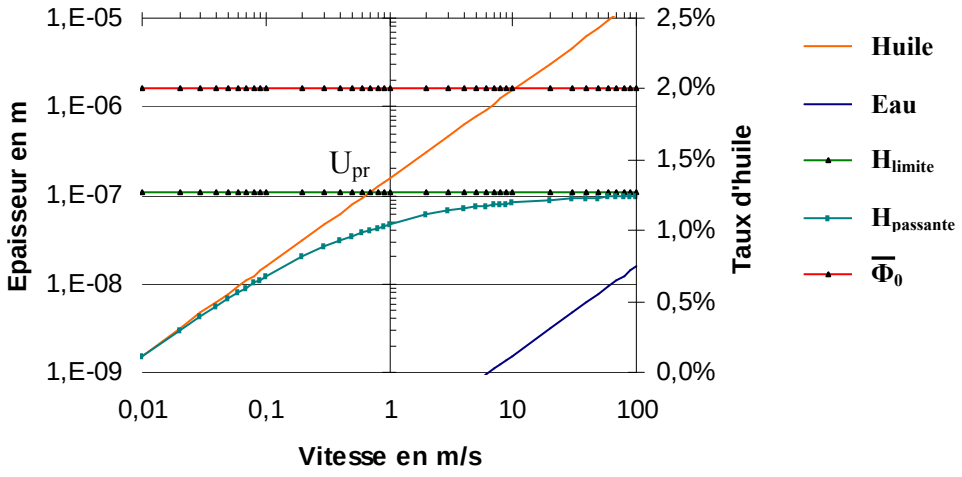


Figure n°3.14 : Mise en relation des besoins de l'emprise en huile entière et de l'épaisseur du film d'huile déposé sur la tôle. Le débit d'émulsion étant ici considéré comme grand, le taux d'huile disponible dans le volume de l'émulsion pourra raisonnablement être considéré comme constant, égal à sa valeur initiale.

2. Destruction du plate-out :

Les causes pouvant être à l'origine de la dégradation du plate-out sont nombreuses. Il est cependant fort difficile de dire laquelle est prépondérante.

2.1. Force centrifuge

Avec l'augmentation de la vitesse du cylindre, l'huile qui s'était déposée sur celui-ci finit par être éjectée sous l'effet de la force centrifuge. Ce phénomène sera d'autant plus accentué que la vitesse du cylindre sera grande, diminuant d'autant l'épaisseur du film résiduel.

2.2. Entrée dans le mur d'eau

La tôle pénètre dans un mur d'eau en entrée d'emprise : cela peut aussi conduire à une érosion du film préformé. Cette érosion sera a priori d'autant plus importante que la vitesse (et donc la violence de l'impact) sera grande.

2.3. Diminution du grammage (en application directe)

Avec l'augmentation de la vitesse, la quantité d'huile envoyée par m^2 de tôle diminue. Nous pensons que nous avons là une des meilleures explications à une baisse de l'épaisseur aux vitesses moyennes, dans la configuration du laminage. Nous détaillons donc évaluation de la lacune d'alimentation en huile pouvant en résulter.

Soient $\phi_0 D/lU$, le volume d'huile envoyé par mètre carré de tôle (l représente la largeur de la tôle, et D le débit d'émulsion). Pour un faible débit d'aspersion, lorsque la vitesse de défilement de la tôle est grande, la quantité d'huile ainsi projetée conduit à former un film dont l'épaisseur

(3.50) est inférieure à H_{lim}. Soit U_{dr} (vitesse de deuxième restriction) cette vitesse, au-delà de laquelle nous considérerons que toute l'huile envoyée se dépose sur la tôle : $U_{dr} = \dfrac{\phi_0 D}{l H_{lim}}$

Deux cas sont alors possibles :

(3.51) Lorsque $U < U_{dr}$: $h_{pl} = H_{lim}$ *et* $\overline{\phi_0} = \phi_0 \dfrac{D - UlE_{lim}}{(1+\phi_0)D - UlE_{lim}}$

(3.52) Lorsque $U > U_{dr}$: $h_{pl} = \dfrac{\phi_0 D}{Ul}$ *et* $\overline{\phi_0} = 0$

$\overline{\phi_0}$ représente le taux d'huile de l'émulsion déposée, après qu'une partie de son huile s'est fixée sur la tôle.

Vitesse de croisement :

Nous nommons ainsi la vitesse pour laquelle le plate-out seul n'est plus suffisant pour alimenter l'emprise en huile pure :

(3.53) Lorsque $U_{pr} < U_{dr}$: $\begin{cases} h_{pl} = H_{lim} \\ h_{cp} = 3\mu_d U \dfrac{\Gamma}{1-e^{-\Gamma\sigma}} \sqrt{\dfrac{2R}{\alpha e_c}} \end{cases} \Rightarrow U_{cr} = U_{pr} = \dfrac{2\phi_0 \rho_h r_g^2 V_i}{27\mu_c \mu_d} \dfrac{1-e^{-\Gamma\sigma}}{\Gamma} \sqrt{\dfrac{\alpha e_c}{2R}}$

(3.54) $\begin{cases} R = 0{,}1\,m \\ D = 4.10^{-6}\ m^3.s^{-1} \\ l = 0{,}1\,m \\ \text{Les autres valeurs sont} \\ \text{les valeurs de référence} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} U_{dr} = 7{,}5\ m.s^{-1} \\ U_{pr} = 7{,}5.10^{-2}\ m.s^{-1} \end{cases}$

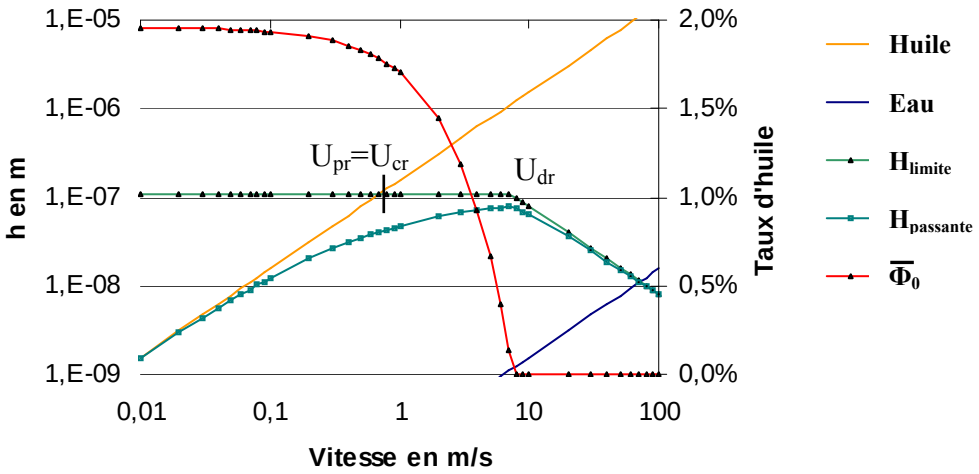


Figure n°3.15 : Evolution en fonction de la vitesse, de l'épaisseur du film d'huile déposé sur la tôle et du taux d'huile de l'émulsion après impact. Mise en relation avec les besoins en huile de l'emprise.

(3.55) Lorsque $U_{pr} > U_{dr}$:

$$\begin{cases} h_{pl} = \dfrac{\phi_0 D}{Ul} \\ h_{cp} = 3\mu_d U \dfrac{\Gamma}{1-e^{-\Gamma\sigma}} \sqrt{\dfrac{2R}{\alpha e_c}} \end{cases} \Rightarrow \quad U_{cr} = \sqrt{\frac{\phi_0 D}{3l\mu_d} \frac{1-e^{-\Gamma\sigma}}{\Gamma} \sqrt{\frac{\alpha e_c}{2R}}}$$

(3.56)

$$\begin{cases} r_g = 10^{-5}\, m \\ R = 0{,}1\, m \\ D = 4.10^{-6}\ m^3.s^{-1} \\ l = 0{,}1\, m \\ \text{Les autres valeurs sont} \\ \text{les valeurs de référence} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{pr} = 7{,}5\, m.s^{-1} \\ U_{dr} = 7{,}5.10^{-2}\, m.s^{-1} \end{cases}$$

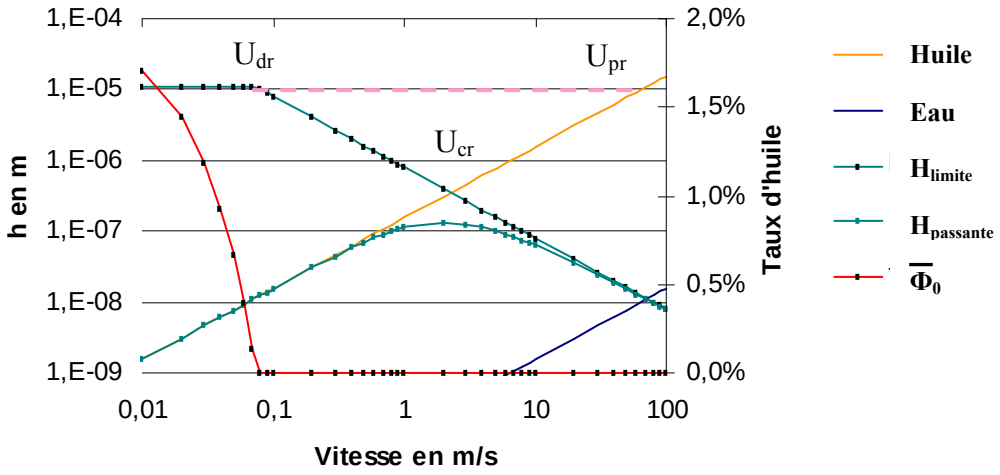


Figure n°3.16 : Evolution en fonction de la vitesse, de l'épaisseur du film d'huile déposé sur la tôle et du taux d'huile de l'émulsion après impact. Mise en relation avec les besoins en huile de l'emprise.

Dans tous les cas présentés, il semble qu'aux vitesses les plus basses, le plate-out est en mesure de fournir une quantité d'huile largement supérieure aux besoins de l'emprise, il est suffisant pour permettre la formation d'une réserve d'huile. Dans les conditions utilisées ci-dessus à titre de démonstration, une baisse de l'épaisseur passante apparaît par contre à des vitesses de quelques m/s, domaine qui correspond bien aux mesures de frottement en laminage de Reich.

Au delà de la forme, toutes les hypothèses avancées ont ceci de commun : elles abordent le problème sous l'angle de la sous-alimentation. En effet, si l'épaisseur décroît, c'est selon ces hypothèses, parce que la quantité d'huile apportée au système est plus faible que ce que prendrait l'emprise si on lui en apportait davantage. Les résultats des figures n°3.15 et n°3.16 ont été obtenus avec un modèle simplifié de sous-alimentation (analogue à la version simplifiée du modèle de Wilson), ce qui fait que l'on n'observe pas la recroissance de l'épaisseur au-delà de U_{c2}. Dans la suite, nous allons coupler notre estimation du plate-out avec le modèle complet, afin de construire une approche satisfaisante sur l'ensemble du domaine de vitesse intéressant.

Nous constatons enfin que, au moins lorsque les débits d'aspersion sont grands, de l'huile reste disponible dans le volume de l'émulsion après déposition du film "plate-out". Cette huile peut naturellement être « récupérée » et contribuer à la formation (ou au renforcement) de la réserve d'huile. Cela peut se faire via la mise en place d'un mécanisme hydrodynamique de type Szeri-Wilson (voir chapitre n°2)

3. Couplage Plate-out – Szeri – Wilson

Avant de parler du couplage, Plate-Out – Szeri – Wilson, il convient de dire un mot sur ce que pourrait être le couplage Plate-Out – Wilson. Une telle démarche permettra de simplifier l'approche, rendant ainsi plus aisée la prise en compte de l'interaction des trois mécanismes.

3.1. Couplage Plate-Out – Wilson :

1ère phase : Lorsque $h_{pl}>h_{huile\ pure}$:

Dans ce cas, où le plate-out apporte plus d'huile que l'emprise n'en souhaite avoir, le film lubrifiant (pour peu que h_m ne soit pas trop petit) aura pour épaisseur, l'épaisseur de l'huile pure. Ainsi, les phénomènes de concentration hydrodynamiques n'entreront pas en jeu.

2ère phase : Lorsque $h_{pl}<h_{huile\ pure}$:

Dans cet autre cas, les mécanismes hydrodynamiques vont se mettre en place. Pour prendre en compte l'existence des films préexistants (plate-out) deux visions peuvent se concevoir :

Approche additive : une première tentative visant à intégrer les films préexistants pourrait tout simplement consister à additionner l'épaisseur du plate-out à l'épaisseur hydrodynamique. Cela reviendrait à considérer que les films d'huile sont si solidement accrochés à la tôle et au rouleau qu'ils se comportent comme s'ils faisaient partie intégrante de la tôle et du rouleau. Dans ce cas, entre les deux vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}, selon l'approximation (2.113) (et avec un $\phi_{inv}=1$) l'expression simplifiée de h_{cp} est donc : $h_{cp}^{aa} = h_{pl} + 2Cr_g\phi_0$. Avec h_{pl} l'épaisseur du plate-out. Cette vision est bien évidemment très optimiste, et cette épaisseur constitue de fait un maximum. (3.57)

Approche hydrodynamique : une autre approche consisterait en effet à intégrer la quantité d'huile déposée sur la tôle en modifiant le degré d'huile initial. Ceci reviendrait à estimer que toute l'huile déposée est réémulsifiée et participe au phénomène hydrodynamique : phénomène hydrodynamique devenant par conséquent le seul mécanisme opérant.

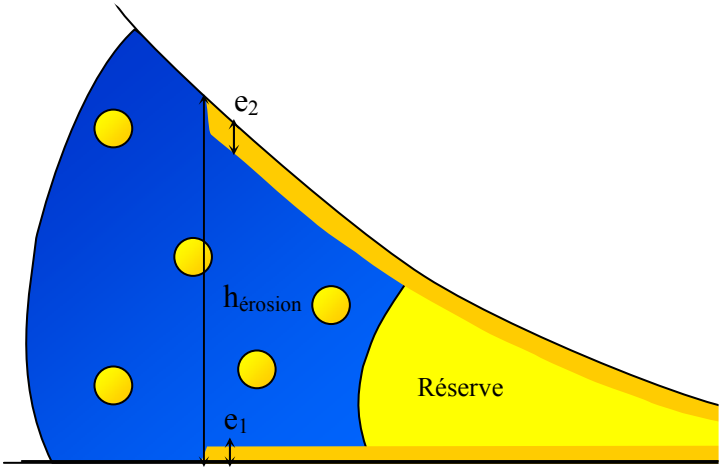


Figure n°3.17 : Plus le phénomène d'érosion à lieu précocément, moins il contribue à augmenter le taux initial d'huile.

(3.58) Soit : h_{pl} (avec $h_{pl} = e_1 + e_2$) l'épaisseur du plate-out. Soit $h_{érosion}$, l'endroit où toute l'huile déposée sera ré-émulsifiée se retrouvant ainsi au cœur de l'émulsion. Cette huile ré-émulsifiée va alors se retrouver sous forme de gouttes. Dans l'hypothèse où ces nouvelles gouttes ont les mêmes propriétés que les autres gouttes (notamment le même rayon) : le nouveau taux d'huile $\phi_0^{'}$ à considérer a pour expression :

(3.59) $$\phi_0^{'} = \kappa + (1-\kappa)\phi_0 \text{ avec } \kappa = \frac{h_{pl}}{h_{érosion}}$$

(3.60) Lorsque : $\kappa = 0$ alors $\phi_0^{'} = \phi_0$

(3.61) Lorsque : $\kappa = 1$ alors $\phi_0^{'} = 1$

Ainsi, tous les taux, de ϕ_0 à 1, peuvent être atteints : tout dépend de l'endroit où l'huile déposée se voit ré-émulsifiée. La question qui se pose alors est de savoir à quel endroit ce film est érodé.

Si on admet que les gouttes peuvent s'accrocher aux surfaces et y rester fixées, alors on est plus ou moins contraint d'admettre que l'érosion ne peut avoir lieu avant l'endroit $h=2.C.r_g$. En effet plus l'on se place en amont du lieu où s'amorce le mécanisme de Wilson, et moins l'effet du terme de Poiseuille (seul responsable de l'érosion) se fait ressentir sur le film d'huile déposé.

Or considérer que $h_{érosion}=2.C.r_g$ revient à doublement sous-estimer l'influence du plate-out. D'une part, car $h_{érosion}$ pourrait être encore inférieur à $h=2.C.r_g$. D'autre part, parce que le simple fait de considérer qu'absolument toute l'huile qui s'est au préalable déposée sur les parois est ré-émulsifiée est une vision bien pessimiste.

(3.62) Bref, dans ce cas : $$\phi_0^{'} = \frac{h_{pl}}{2Cr_g} + \left(1 - \frac{h_{pl}}{2Cr_g}\right)\phi_0$$

Entre les deux vitesses critiques U_{c1} et U_{c2}, selon l'approximation (2.113) (et avec un $\phi_{inv}=1$) l'expression simplifiée de h_{cp} selon l'approche hydrodynamique (ah) est donc :

(3.63) $$h_{cp}^{ah} = h_{pl} + (2Cr_g - h_{pl})\phi_0$$

Cette expression de h_{cp} donne une valeur inférieure à celle trouvée avec l'approche additive. La différence, $h_{pl}\phi_0$ (minime – voir figure n°3.18) s'explique par le fait que selon les hypothèses (de l'approche additive ou hydrodynamique) le raisonnement ne conduit pas à la valeur de h_{cp} mais seulement à des estimations.

(3.64) Dans le cas où $2Cr_g >> h_{pl}$, alors : $h_{cp}^{ah} \approx h_{pl} + 2Cr_g\phi_0$. On retrouve bien l'expression obtenue dans le cadre de l'approche additive.

(3.65) Dans le cas où $2Cr_g << h_{pl}$, alors : $\begin{cases} h_c^{ah} = h_{pl}(1-\phi_0) \\ h_c^{aa} = h_{pl} \end{cases}$. Pour une valeur faible de ϕ_0, les deux expressions donnent bien des résultats analogues.

(3.66) $\begin{cases} C = 1 \\ r_g = 10^{-6}\,m \\ \phi_0 = 2\,\% \end{cases}$

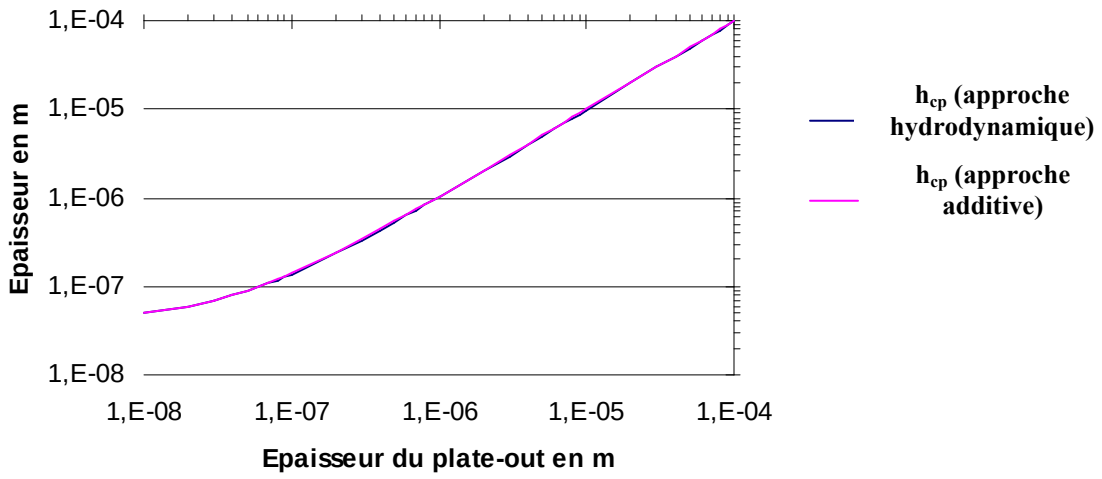


Figure n° 3.18 : pour les faibles valeurs de h_{pl} peu de différences existe entre h_{cp}(aa) et h_{cp}(ah). Pour les valeurs de h_{pl} importantes, l'erreur relative est bornée par ϕ_0.

3.2. Couplage Plate-Out – Szeri – Wilson :

Le raisonnement tenu, aussi bien dans l'approche additive que dans l'approche hydrodynamique, peut sans difficulté être refait dans le cadre d'un modèle couplé Plate-Out – Szeri – Wilson.

En effet, selon l'approche additive, vision optimiste des choses, les films d'huile sont si solidement accrochés à la tôle et au rouleau qu'ils se comportent comme s'ils faisaient partie intégrante de la tôle et du rouleau. Cela conduit pour h_{cp} à l'expression suivante :

(3.67) $h_{cp} = h_{pl} + h_{cp,hydro}$, avec $h_{cp,hydro}$ l'épaisseur obtenue lors de l'utilisation du modèle couplé Szeri – Wilson décrit en partie IV du chapitre n°2.

Selon l'approche hydrodynamique : si les gouttes d'huile peuvent assurer la jonction entre les deux surfaces antagonistes (en $h=2.C.r_g$) alors le film d'huile déposé sur la tôle et le cylindre ne devrait pas être érodé avant l'endroit où $h=2.C.r_g$, puisque le terme de Poiseuille (responsable de l'érosion) y est moins élevé.

(3.68) Par conséquent : $h_{cp} = h_{cp,hydro}^{S-W}$ en remplaçant ϕ_0 par $\phi_0^{'}$ avec $\phi_0^{'} = \kappa + (1-\kappa)\phi_0$ et $\kappa = \dfrac{h_{plate-out}}{2Cr_g}$

Résultats …

En sortie, la formule donnant la nouvelle concentration en huile, à partir de celle obtenue grâce au modèle couplé hydrodynamique Szeri-Wilson est :

(3.69) $\phi_{cp}^{'} = \overline{\kappa} + (1-\overline{\kappa})\phi_{cp}$ avec $\overline{\kappa} = \dfrac{h_{plate-out}}{h_{c,hydro}^{S-W}}$

La figure n°3.19 montre bien que pour un plate-out conséquent, la réévaluation d'un taux d'huile en sortie (même s'il est faible : ici 10 % par exemple) peut être tout à fait spectaculaire. Lorsque la valeur du plate-out devient égale ou supérieure au h_{hydro}, alors le taux d'huile est normalement maximum égal à 1.

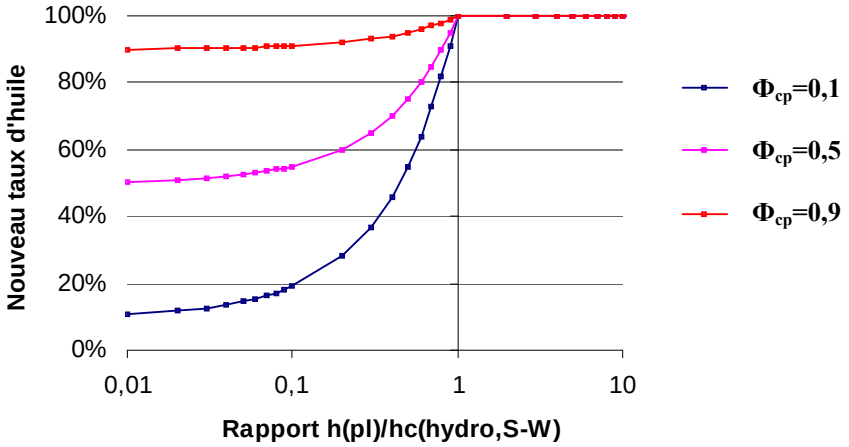
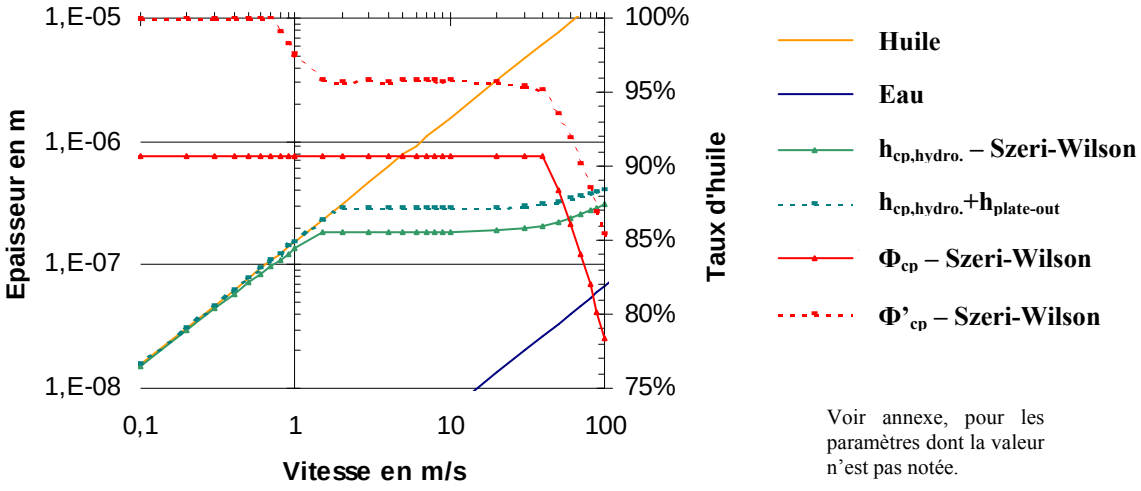


Figure n° 3.19 : plus le plate-out est grand devant h_{cp}, et plus l'augmentation du taux d'huile en entrée du contact sera élevée.

Ici, la valeur du plate-out a été prise égale à 10^{-7} m, conformément au résultat obtenu pour ce type de goutte ($r_g=10^{-6}$m) dans l'étude faite en partie I.

Dans le modèle couplé Plate-out – Szeri – Wilson , les grandes tendances de la lubrification sont bien retrouvées (grâce à la pertinence des équations de Wilson). Ce qui change, par rapport au modèle de Wilson (et d'une manière plus générale par rapport au modèle Szeri-Wilson) c'est que le plate-out contribue à apporter une quantité d'huile supérieure.

(3.70) $R = 0{,}3\,\mathrm{m} \quad \alpha = 0{,}1 \quad \Gamma = 10^{-8}\,Pa \quad \sigma = 2.10^{8}\,Pa \quad \phi_0 = 5\,\% \quad h_{pl} = 10^{-7}\,m$



Voir annexe, pour les paramètres dont la valeur n'est pas notée.

Figure n° 3.20 : le plate-out réévalue à la hausse, aussi bien l'épaisseur du film que le taux d'huile.

Dans le cas où le grammage diminue

Afin de bien montrer que cette décroissance peut être retrouvée, le dernier phénomène est à titre d'exemple illustré en figure n° 3.21.

(3.71) Pour calculer le h_{cp} La formule suivante a été utilisée : $h_{cp} = h_{pl} + 2Cr_g\phi_0 + h_{eau}$. Il s'agit de la formule (3.57) à laquelle a été ajoutée le h_{eau}. Cette formule prend en fait en compte le plate-out ainsi qu'une variante à peine remaniée de la version simplifiée du mécanisme de Wilson (décrite au chapitre n°2 § II.6.). Comme attendu, aux basses vitesses, l'épaisseur ainsi calculée est supérieure à l'épaisseur de l'huile pure. Dans ce cas l'épaisseur de l'huile pure a été substituée à l'épaisseur calculée.

(3.72)
$$\begin{cases} r_g = 10^{-6}\,m \\ R = 0{,}1\,m \\ D = 4.10^{-6}\ m^3.s^{-1} \\ l = 0{,}1\,m \\ \text{Les autres valeurs sont} \\ \text{les valeurs de référence} \end{cases}$$

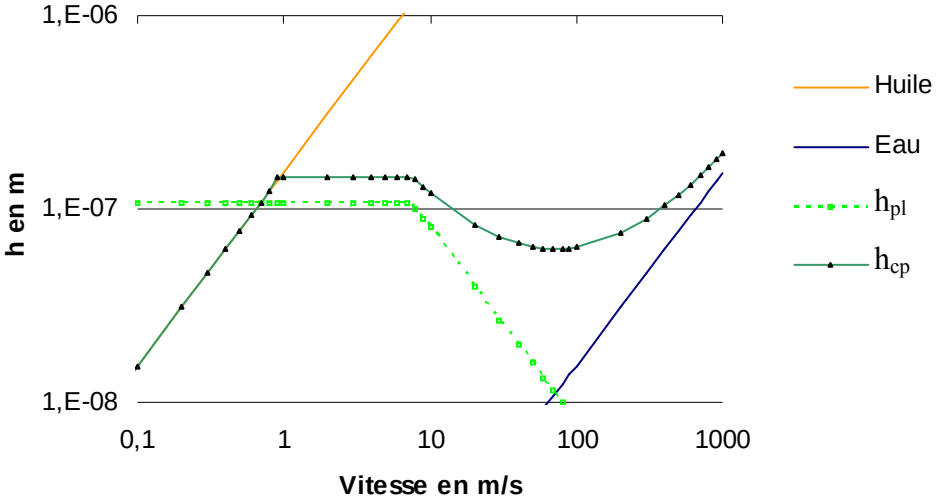


Figure n° 3.21 : Le mécanisme hydrodynamique de Wilson compense un temps la chute du plate-out.

Jusqu'à 0,7 m.s^{-1} le plate-out seul amène suffisamment d'huile pour qu'aucune différence ne soit perceptible entre l'huile entière et l'émulsion. A partir de 0,7 m.s^{-1} le plate-out seul n'est plus suffisant pour masquer ces différences. Le mécanisme hydrodynamique de Wilson se met alors en place et empêche le décrochage de la courbe d'épaisseur jusqu'à la vitesse de 1 m.s^{-1}. De 1 à 8 m.s^{-1}, il y a un palier suivi d'un décrochage. Ce décrochage est dû, selon cette hypothèse à la chute du plate-out, consécutive à la diminution du grammage. La tendance finira par s'inverser, l'épaisseur recommençant à croître pour les hautes vitesses, parce que de plus en plus d'eau pénètre dans l'emprise.

4. Conclusion

Cette étude sommaire du plate-out vise à dégrossir le problème et à poser des questions que l'on veut croire intéressantes. Aussi, dans le développement précédent, ont été abordés divers problèmes, comme par exemple, la diminution du grammage avec l'augmentation de la vitesse ; ou encore la capacité qu'ont les gouttes d'huile de traverser le film d'émulsion pour rejoindre la tôle et s'y fixer.

Cette approche a notamment conduit à nous demander de quelle manière la formation du plate-out pouvait être influencée par des actionneurs potentiels, comme le débit, la vitesse d'impact, la taille des gouttes d'huile.

Une fois ce travail réalisé, une manière simple visant à tenir compte de la présence du plate-out dans la lubrification par émulsion a été exposé : le modèle couplé plate-out – Szeri – Wilson.

Conclusion du chapitre 3

Lorsque $U>U_{c1}$, il a été montré que pour certaines émulsions, l'épaisseur du film lubrifiant décroissait avec l'augmentation de la vitesse. Il semble d'ailleurs qu'il en soit ainsi pour l'émulsion testée à l'IRSID (voir fig. n°0.8) dans la gamme de vitesse choisie. Cette décroissance de l'épaisseur conduit immanquablement à accroître le taux de plateaux et donc la valeur du frottement. Les explications possibles sont nombreuses et il était important d'en établir une liste, malheureusement pas exhaustive. De plus le bon choix dans cette liste n'est pas forcément connu et prouvé.

Ce chapitre, il est vrai, pose au fond plus de questions qu'il n'apporte de réponses claires et définitives. Il nous semble cependant que les explications les plus probables de cette décroissance (qui pourrait bien être la cause de l'existence de U_{c2}) ont bel et bien été identifiés:

- divers mécanismes liés aux interactions huile - eau et fluides - parois: érosion ou désancrage des "piliers" d'huile, fractionnement des gouttes d'huile.
- diminution du grammage d'huile fournie, conduisant à une baisse du plate-out identifié comme une des composantes majeures de la lubrification;

En effet, le modèle de Wilson ne prend pas en compte le fait que les gouttes d'huile peuvent se fractionner sous l'effet du cisaillement en entrée d'emprise, à fort nombre capillaire (proportionnel à la vitesse).

De même (dans le cas où les gouttes d'huile restent entières) a été négligée la capacité plus ou moins grande que ces gouttes ont de s'accrocher aux surfaces. Or ce phénomène d'adhésion est capital, car les gouttes d'huile doivent faire face au reflux de l'eau, qui risque de les décrocher d'autant plus que la vitesse augmente. Le paramètre C cherche à en tenir compte, mais quelle valeur choisir ?

Le cas où les gouttes d'huile restent entières et solidement ancrées aux surfaces antagonistes a également été évoqué. Dans cette situation, les gouttes d'huile forment des piliers qui peuvent être érodées par le reflux de l'eau. Avec l'augmentation de la vitesse, la force d'érosion augmente.

Bref, autant d'idées pour améliorer l'analyse du mécanisme hydrodynamique de Wilson pour expliquer qu'une décroissance de l'épaisseur s'observe aux fortes vitesses. Mais elles ne pourront devenir modèle quantitatif que par de multiples analyses fines de physiques complexes.

Une autre idée a été d'expliquer le phénomène de décroissance de l'épaisseur du film lubrifiant par une altération du plate-out. Pour cela il fallait au préalable évaluer (ou tenter d'évaluer) la quantité d'huile effectivement déposée sur la tôle lors de l'aspersion. Ce travail a permis de mettre en lumière l'influence d'un grand nombre de paramètres, qui à terme pourraient bien devenir des actionneurs. On citera à titre d'exemple, le choix délicat de la vitesse d'impact : les gouttes d'huile doivent en effet être dotées d'une vitesse suffisamment grande pour traverser ce film d'émulsion, afin de rejoindre la tôle et de s'y fixer, sans pour autant éroder le film d'huile déjà présent.

Entre autres causes possibles de la dégradation du plate-out avec l'augmentation de la vitesse, a été évoqué la faiblesse du débit d'alimentation en huile et la diminution du grammage qui

pourrait en résulter. On sait bien que tant le débit d'arrosage que la concentration initiale de l'émulsion sont des paramètres attentivement considérés par les lamineurs. Asservir le débit à la vitesse de laminage, de manière à maintenir un grammage fourni constant, pourrait être une réponse au problème que pose la vitesse critique avec son frottement qui augmente - osus réserve que le temps disponible pour la déposition du film soit suffisant, ce qui demande des émulsions très instables. Sur certains laminoirs travaillant en application directe, les rampes d'arrosage peuvent d'ailleurs être plus ou moins éloignées de l'emprise, de manière à jouer sur ce temps disponible.

Pour tenir compte de l'existence des films préformés, une méthode a été proposée. Elle consiste en une simple addition de l'épaisseur du plate-out à l'épaisseur obtenue par le modèle hydrodynamique couplé Szeri-Wilson. Bien que très simple, cette méthode permet de décrire qualitativement, les principales observations expérimentales.

Les considérations précédentes touchent plutôt à la configuration "application directe". Dans le cas de la recirculation, un phénomène dont nous n'avons pas parlé jusqu'ici tient à la grande quantité d'huile présente sur la tôle jusqu'assez loin en amont d'emprise, "mare de lubrifiant" dans laquelle des phénomènes turbulents pourraient bien se produire, dont l'impact sur la lubrification reste à examiner.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Conclusion

Lors de l'utilisation d'une émulsion, au-delà d'une plage de fonctionnement stable où le frottement reste à peu près constant, il existe souvent une vitesse critique de quelques m/s - fortement dépendante de l'émulsion utilisée et des conditions de laminage - au-delà de laquelle accélérer provoque une hausse du frottement. En conséquence, les lamineurs ne peuvent raisonnablement laminer pour des vitesses supérieures à U_{c2} : les gains de productivité se voient ainsi plafonnés. Pourquoi cette augmentation, et comment pourrait-on l'éviter ?

Pour répondre à cette question, nous avons d'abord mis en relation des observations "extérieures" (frottement moyen) en laminage [26] et des mesures d'épaisseur de film lubrifiant faites par Zhu et al. [25] dans un contexte assez différent, l'EHD. Le comportement observé en EHD, avec un régime basse vitesse sans différence avec une huile pure, un "plateau" (plus ou moins chahuté) d'épaisseur constante, et enfin une reprise d'épaisseur aux plus grandes vitesses nous a paru susceptible de fournir une bonne explication au comportement relevé en laminage.

Conforter cette analogie entre deux situations nettement différentes passe par la modélisation. Il faut cerner les mécanismes qui concourent à la formation du film lubrifiant dans le deux cas. Nous avons donc repris des modèles de la littérature [11,12]. Nous les avons complétés (piézoviscosité) et couplés, après avoir constaté que chacun devait représenter de manière satisfaisante les conditions régnant dans les diverses partie du contact.

Les objectifs et la démarche de la thèse ainsi rappelés, il est temps de résumer les grandes conclusions auxquelles notre modèle nous a conduit.

- En plage I – $U<U_{c1}$: conformément aux observations expérimentales en EHD, il y a formation d'une réserve d'huile et l'épaisseur du film d'huile issu de l'émulsion est égale à l'épaisseur du film formé par l'huile entière.

La réserve en question peut se constituer grâce au plate-out d'une part, et d'autre part à un effet hydrodynamique lié à la différence de viscosité entre l'huile et l'eau. Au début du convergent, le diamètre des gouttes d'huile est petit devant la taille de l'entrefer et c'est le mécanisme de Szeri qui prévaut: le rétrécissement de l'espace crée un gradient de pression, dans lequel l'eau moins visqueuse et plus mobile que l'huile sera préférentiellement rejetée du contact: le taux d'huile augmente.

Lorsque l'espace séparant les deux surfaces antagonistes devient inférieur à la taille des gouttes d'huile, le mécanisme de Wilson se met en place. Les gouttes d'huile, écrasées entre les deux surfaces antagonistes, forment des "piliers", des ponts entre les deux surfaces solides. Ces piliers vont s'élargir au fur et à mesure qu'ils s'avancent vers le contact et chasser l'eau restante. Le mécanisme de Wilson finit ainsi par éliminer le reste de l'eau que le mécanisme de Szeri n'avait pas réussi à chasser.

Dans cette plage le contact est donc parfaitement alimenté en huile. L'eau reste en dehors du contact. Grâce à sa grande capacité calorifique elle refroidit la tôle et les cylindres. Ainsi l'énergie libérée lors de la déformation plastique de la tôle est évacuée et elle ne contribue pas à échauffer l'huile lubrifiante. C'est là une des forces de l'émulsion. En effet en huile entière, l'énergie libérée (non évacuée par l'eau) échauffe l'huile qui voit sa viscosité chuter. Or si la viscosité de l'huile est altérée, l'épaisseur du film diminue, le taux de plateaux augmente et le frottement avec.

- En plage II - $U_{c1}<U<U_{ec2}$: Le modèle de Wilson a clairement montré que la réserve pour $U=U_{c1}$ voit sa longueur diminuer brutalement (comme le montre là encore l'expérience EHD) sans être pour autant anéantie.

La conséquence est que le contact continue ainsi d'être alimenté en huile pure, alors que l'épaisseur du film d'huile (issu de l'émulsion) cesse de croître. Cette constance pourrait être une caractéristique très positive des émulsions, qui apporte de la stabilité au laminoir - stabilité tout aussi importante qu'un bas frottement.

L'expérience montre en fait que selon l'émulsion utilisée (probablement sa stabilité et/ou sa propension à bien mouiller d'huile les surfaces), l'épaisseur peut décroître ou rester constante lorsque la vitesse augmente. Cette observation n'est pas sans conséquences en laminage, puisque les seules mesures d'épaisseur d'huile résiduelle en laminage dont nous avons trouvé trace suggèrent une telle diminution entre 1.5 m/s et 13 m/s, c'est-à-dire dans une plage de vitesse compatible avec celle mesurée en EHD. Dans le cas où l'épaisseur décroît avec la vitesse, il n'est pas aberrant d'envisager que le frottement augmente de manière progressive, et ce, jusqu'à devenir industriellement inacceptable. Dans ce cas, la vitesse couperet U_{c2} pour laquelle une augmentation de la vitesse provoque une augmentation du frottement n'existe pas vraiment.

Les modèles de la littérature (Wilson ou Szeri) ne permettent pas d'expliquer simplement cette décroissance de l'épaisseur de film, sauf à faire dépendre arbitrairement certains paramètres (C) de la vitesse. C'est que s'ils prennent bien en compte la mécanique, leur physique est plus sommaire, au regard de la complexité du système réel. Nous avons donc proposé plusieurs mécanismes qui pourraient l'expliquer plus physiquement, au moins qualitativement. Nous en avons détaillé deux, une décroissance du grammage du film "plate-out" bien connu des lamineurs lorsque la vitesse augmente, et un mécanisme d'interaction eau - huile dans l'intimité du convergent d'entrée. Nous croyons plutôt en la détérioration du plate-out. En tous cas, ces deux mécanismes permettent bien de retrouver l'effet de décroissance, mais ce sont des modèles ad hoc, assez phénoménologiques, qui demandent confirmation par des observations expérimentales plus précises. Au moins la proposition en est-elle faite.

Si l'épaisseur reste constante, la hausse du frottement est difficile à expliquer en plage II. Est-ce à dire qu'il faut admettre dans tous les cas, en laminage, une phase de décroissance de l'épaisseur de film, comme mesurée avec les émulsions trop stables en EHD ? Pas forcément. On peut imaginer un autre mécanisme, qui fait appel à la troisième plage de vitesse.

- En plage III: $U>U_{c2}$: les capacités filmogènes de l'eau ne peuvent plus être négligées du fait des grandes vitesses (supérieures typiquement à 10 - 20 m/s), devant la quantité d'huile emmenée dans le convergent. En conséquence de l'eau entre dans le contact et le taux d'huile diminue. Notre modèle, à la suite de celui de Wilson et Schmid, attribues précisément la remontée de l'épaisseur du film à la contribution de l'eau.

Cette arrivée de l'eau, selon toute vraisemblance, fait peser un risque en terme de frottement. En effet, dans l'industrie, c'est le régime mixte qui est utilisé. Or avec ce type de régime, la valeur du frottement est essentiellement due à la composante "plateaux". Sur ces plateaux, le frottement est essentiellement gouverné par les agents chimiques, qui sont liposolubles. Avec l'entrée de l'eau, les plateaux seraient privés de ces additifs chimiques et le frottement risque d'augmenter considérablement.

C'est donc une explication alternative à l'augmentation du frottement, hypothèse qui serait plus compatible avec une augmentation brutale - et c'est bien ce que l'on semble observer dans nombre de cas. Nous favorisons donc cette explication, sans trancher définitivement. Là encore, le recours à des expériences bien conçues s'impose

Afin d'éviter ce problème, le modèle préconise de limiter au maximum la capacité de l'eau à former des films d'épaisseur significative (par exemple en diminuant le rayon des cylindres) ou d'augmenter la quantité d'huile emmenée dans le convergent (en augmentant le taux d'huile, la taille des gouttes, paramètres depuis longtemps reconnus essentiels par les fournisseurs d'émulsions).

Perspectives

Analyse quantitative …

A travers les modèles de Szeri et de Wilson, ou encore du modèle couplé, il a été montré, que des épaisseurs de film et des taux d'huile, pouvaient être calculés. Cependant, ces résultats n'ont pu être comparés, du point de vue quantitatif, avec les résultats expérimentaux disponibles:

- à cause, d'une part, de l'insuffisance des mesures en laminage et de la méconnaissance des conditions expérimentales. Les résultats présentés en fig. n°0.8 peuvent en ce sens être pris en exemple : pour montrer l'évolution de la quantité d'huile passante, avec l'augmentation de la vitesse, seulement deux points (100 et 800 m/mn) ont été relevés. Sans compter que la fiabilité de la méthode utilisée pour y parvenir est loin d'être avérée. A tel point que dans ces conditions, il est même difficile de comprendre (toujours d'un point de vue quantitatif) l'évolution de la courbe en huile entière…

- D'autre part, dans le modèle de Wilson, l'influence de la chimie est négligée. Ceci se traduit par l'introduction d'un paramètre C, qui rend délicate toute interprétation quantitative.

Cependant, la comparaison des deux modèles, et nos propres analyse du chapitre 3, nous ont permis de mettre en évidence le point-clé de ces modèles diphasiques, quelle que soit la différence de leur sophistication : le ratio des interactions fluide - fluide et de chacun de ces fluides avec les parois. Si traiter par une simple continuité des vitesses l'interaction fluide - paroi paraît légitime aux grandes épaisseurs, il faut absolument enrichir le modèle pour les faibles épaisseurs (de l'ordre de, ou inférieures à la taille initiale de goutte) où, de fait, se passe l'essentiel de la mise en pression et donc de la formation du film. Enlevez la force d'interaction fluide - fluide au modèle de Szeri, et vous retombez bien près du modèle de Wilson [34]. Rajoutez-en un peu, sous forme d'érosion des piliers, ou de fragmentation des gouttes à fort nombre capillaire, et vous expliquez qualitativement une décroissance de l'épaisseur. Il est clair que cette physique-là est fondamentale pour ce problème, et qu'un progrès de la modélisation passera par là aussi - voire par là surtout.

Idées concernant les expériences qu'il serait intéressant de conduire…

Ce qui nous manque, ce sont des mesures propres et conjointes de l'évolution de l'épaisseur et du niveau de frottement, avec l'augmentation de la vitesse, pour une huile entière d'abord, puis pour une émulsion (contenant l'huile testée) en relevant en plus le taux d'huile du liquide passant.
Comment faire ? Si l'épaisseur se mesure bien par interférométrie sur un dispositif EHD bille-plan, il n'en va pas de même en laminage. Une piste pourrait être la technique de mesure par

fluorescence proposée par Azushima [48] pour des huiles entières: une molécule fluorescente est ajoutée à l'huile de laminage; la mesure de l'intensité de fluorescence post-emprise permet de remonter à la quantité présente, donc, connaissant sa concentration, à l'épaisseur du film. Cela suppose bien sûr qu'il n'y ait pas d'adsorption préférentielle sur les surfaces, ou de passage préférentiel de ce colorant dans l'emprise par effet de démixtion, comme cela a été vu pour des additifs polaires. Mais les calibrations montrées dans [48] semblent solides. Pour une émulsion, il faudrait disposer de deux molécules fortement sélectives, l'une liposoluble, l'autre hydrosoluble, qui donneraient respectivement l'épaisseur équivalente de leur solvant.

De tels résultats expérimentaux permettraient de répondre à un grand nombre de questions. En superposant toutes ces courbes on pourrait, en effet, confirmer (ou infirmer) les résultats du modèle couplé de Szeri-Wilson et ainsi mieux cerner l'influence de l'alimentation sur le niveau de frottement. Pour $U>U_{c1}$, lorsqu'il y a bifurcation des courbes d'épaisseur entre huile entière et émulsion, on pourrait voir comment se comporte le système. Cela autoriserait la corrélation entre niveau de frottement, épaisseur et taux d'huile. S'il est constaté, par exemple, que le frottement augmente avec la vitesse, alors que l'épaisseur et le taux d'huile restent constants, on pourra en déduire que la hausse du frottement n'est pas liée aux phénomènes d'alimentation, mais à d'autres mécanismes qui peuvent par exemple avoir cours dans l'emprise.
Ces résultats permettraient notamment de trancher entre les deux hypothèses qui ont été avancées pour expliquer la hausse du frottement : l'entrée brutale de l'eau qui marque le début de la plage III, ou la baisse plus progressive de l'épaisseur en plage II..

Mais de telles mesures restent très difficiles, à la limite du possible. On peut plus simplement tenter de confirmer ou d'infirmer des conséquences plus globales de nos modèles, en faisant varier les conditions de laminage - la plus intéressante restant la vitesse. Dans ce cas, une mesure de frottement et si possible une mesure assez précise de la quantité d'huile résiduelle suffirait. Par exemple, si on parie sur "frottement fort = pénétration de l'eau" il faut augmenter U_{c2}. Il serait alors intéressant de prouver le résultat du modèle de Wilson qui dit que pour augmenter U_{c2}, il faut empêcher l'eau d'entrer dans le système. On obtiendrait le résultat surprenant suivant : avec des cylindres plus petits ou des tôles plus épaisses (c'est-à-dire en augmentant l'angle d'attaque), le laminage peut s'effectuer, sans dégradation forte du frottement, jusqu'à des vitesses plus élevées - au contraire de ce que l'on sait en huile entière. Si par contre, c'est une diminution progressive de l'épaisseur d'huile en plage II qui est la bonne explication, alors certains de ces essais vont conclure l'inverse. Ces essais peuvent se faire plsu « simplement » et de différentes façons: en mesurant l'évolution du frottement avec la vitesse pour une même émulsion avec deux jeux de cylindres, ou deux tôles d'épaisseurs différentes.

Le plate-out

S'il est constaté qu'il y a baisse d'épaisseur, lorsque $U>U_{c1}$, il faudra rechercher quelles en sont les causes, en s'intéressant de plus près à l'influence du plate-out, à sa formation et à son altération à grande vitesse. Il serait notamment intéressant de pouvoir *quantifier* le volume d'huile entrant dans l'emprise par ce biais, afin de déterminer quelle part prend le plate-out dans la formation du film lubrifiant. Il existe pour cela des "lignes pilotes de plate-out", sur lesquelles on peut mesurer précisément l'épaisseur du film formé dans diverses conditions d'arrosage (débit d'huile, vitesse d'impact, forme et inclinaison des jets...). On peut aussi tenter la même expérience sur laminoir (pilote !), en arrosant sans laminer, puis mesurant

l'huile déposée. Les conditions ne sont certes pas tout à fait les mêmes que lorsqu'on lamine, mais on en tirerait certainement des renseignements intéressants.

A une échelle plus fine, plus proche de la goutte individuelle, des expériences peuvent être conduites en laboratoire, en s'inspirant des méthodes développées au LPTM (Laboratoire des Phénomènes de Transport dans les Mélanges – CNRS). En faisant tomber n gouttes d'émulsion (diamètre 2 mm) à vitesse déterminée sur une tôle de grande dimension (propre ou enduite d'huile), il serait possible de cerner les paramètres, physiques et chimiques, qui favorisent la formation du plate-out, l'accrochage des gouttelettes d'huile sur les surfaces métalliques.

Mais le plate-out peut difficilement ne pas être influencé par l'ensemble des phénomènes hydrodynamiques qui se produisent dans la "mare d'émulsion" plus ou moins épaisse suivant que l'on travaille en application directe ou en recirculation, mais qui existe toujours en amont de l'emprise.

Suite à ces réflexions, une étude numérique de mécanique des fluides monophasique et diphasiques a été initiée pour tenter de cerner les mécanismes les plus importants qui se produisent entre l'émission d'une goutte d'émulsion par une buse, et l'arrivée du film en entrée de convergent.

Retour à la modélisation du laminage

Nous nous sommes cantonné à l'entrée d'emprise, en amont de la zone de déformation plastique de la tôle, suivant en cela les modèles PHD pionniers. Cela présente au moins deux inconvénients :

- Des modèles de régime mixtes montrent bien que ce découplage brutal est réducteur dans bon nombre de cas, car la rugosité va interagir avec les films, surtout aux épaisseurs largement sub-micrométriques que nous mettons en évidence.
- Ce dont a besoin d'industriel est un modèle de laminage prédictif, intégrant ces mécanismes de formation de film, autrement dit l'équivalent de ce qui a été fait pour les huiles entières par le passé [9].

Cette intégration n'a pas été abordée dans le cadre de cette thèse, et reste une perspective importante de ce travail. On peut signaler à cet égard qu'à défaut d'un couplage complet de notre modèle, du moins certaines de ces conclusions ont été intégrées, sous forme d'une raréfaction contrôlée de l'huile en entrée, dans une version améliorée du modèle de laminage en régime mixte de Marsault [9], due à Stéphany [10].

BIBLIOGRAPHIE

[1] **Felder E.,** Modèle de la vague, application à la modélisation de l'usure par abrasion, Cours de tribologie de la mise en forme, Ecole des Mines de Paris – Centre de Mise en Forme des Matériaux, Groupe : Surface et Tribologie.

[2] **Becher P.,** Emulsions : theory and practice, 2nd ed., Reinhold Publishing Corp., New-York, 1965

[3] **Wilson, W.R.D., et Walowit, J.A.,** An isothermal hydrodynamic lubrication theory for strip rolling with front and back tensions, Tribology Convention, pp. 169-172, 1971

[4] http://www.lsbu.ac.uk/water/explan2.html

[5] **Lévêque P., de Werbier P.** (Unirec), **Biausser H.** (Irsid St Germain), **Fromholz C.** (Irsid Maizières), Fiche technique, La revue métallurgique - CIT, Septembre 1991

[6] **Vergne P., Kamel M., Querry M.,** Behaviour of Cold-Rolling Oil-in-Water Emulsions : A Rheological Approach, Transactions of the ASME, Vol. 119, pp. 250-258, April 1997.

[7] **Vergne P.,** Comportement rhéologique des lubrifiants et lubrification : approches expérimentales, Mémoire pour obtenir l'habilitation à diriger des recherches, Institut national des sciences appliquées de Lyon, Université Claude Bernard, Lyon I, 2002.

[8] **Fournel, B.,** Etude et interprétation de l'évolution des conditions d'emprise en laminage double-réduction en fonction de la réduction, la vitesse, et la lubrification., Document interne : IRSID – USINOR SACILOR, LAMEF 97 N 1180, mai 1997.

[9] **Marsault N.,** Modélisation du régime de lubrification mixte en laminage à froid, Thèse, Ecole des Mines de Paris, Cemef, 28 mai 1998.

[10] **Stéphany A.,** communication personnelle

[11] **Szeri, A.Z.,** On the flow of emulsions in tribological contacts, Wear 200, pp. 353 – 364, 1996.

[12] **Wilson, W.R.D., SAKAGUCHI, Y. and SCHMID, S.R.,** A mixed flow model for lubrication with emulsions, Tribology Transactions, Vol. 37 – 3, pp. 543-551, 1994.

[13] **Reynolds, O.,** 1886, On the theory of lubrication and its applications to Mr Beauchamp tower's experiments including an experimental determination of olive oil, Phil. Trans. Roy. Soc., Vol. 177, pp. 157-234.

[14] **Hugues, T.G., Elcoate C.D. and Evans H.P.,** A novel method for integrating first-and-second-order differential equations in elastohydrodynamic lubrication for the solution of smooth isothermal, line contact problems, International journal for numerical methods in engineering, Vol. 44, pp. 1099-1113, 1999.

[15] http://fr.wikibooks.org/wiki/Tribologie_-_Lubrifiants_liquides#coefficient_de_viscosit.C3.A9-pression

[16] **Molimard J., Querry M., Vergne P.,** Rhéologie du lubrifiant en conditions réelles : mesures et confrontation à un contact bille/disque, La revue de métallurgie – CIT / science et génie des matériaux, pp. 141-148, 2001

[17] **Vergne P., Chan Hew Wai C.,** Propriétés et comportement rhéologiques des lubrifiants fluides pour machines tournantes, EDF-DER, Service IPN, Département PROVAL, Vol. 116, 1997.

[18] **Jahanmir S., Beltzer M.,** An absorption model for friction in boundary lubrication, ASLE trans., Vol. 29–3, pp. 423-430, 1986.

[19] **Delamare F.,** Lubrification limite et transfert, Cours de tribologie de la mise en forme, Ecole des Mines de Paris – Centre de Mise en Forme des Matériaux, Groupe : Surface et Tribologie.

[20] **Dowson D., Higginson G.R.**, Elastohydrodynamic Lubrication - Fundamentals of roller and gear lubrication, Pergamon Press, Oxford, 1966.

[21] **Hamrock B.J., Dowson D.**, Isothermal elasto-hydrodynamic lubrication of point contacts.
I - Theoretical formulation, J. Lubr. Technol. (Trans ASME) 98 (1976) 223-229
III - Fully flooded results. J. Lubr. Technol. (Trans ASME) 99 (1977) 264-276

[22] **Spikes H.A.,** Wear and fatigue problems in connection with water-based hydraulic fluids, Jour. Synth. Lubr., Vol. 4, pp. 115-135 (1987).

[23] **Montmitonnet P., Felder E.,** Régimes de lubrification et lubrification hydrodynamique visqueuse, Cours de tribologie de la mise en forme, Ecole des Mines de Paris – Centre de Mise en Forme des Matériaux, Groupe : Surface et Tribologie.

[24] **Sheu S., Wilson W.R.D.,** Mixed Lubrication of Strip Rolling, STLE Tribology Transaction, Vol. 37, pp. 483-493, 1994.

[25] **Zhu D., Biresaw G., Clark S.J., Kasun T.,** Elastohydrodynamic lubrication with O/W emulsions, Transactions of the ASME, Vol. 116, pp.310-320, 1994.

[26] **Reich R., Panseri N., Bohaychick J.,** The effects of lubricant starvation in the cold rolling of aluminium metal when using an oil-in-water emulsion, Journal of the society of tribologists and lubrication engineers, November 12, 2000.

[27] **Nakahara T., Makino T., Kyogoku K.,** Observations of liquid droplet behaviour and oil film formation in O/W type emulsion lubrication, Transactions of ASME, Vol. 110, pp. 348-353, April 1988

[28] **Kumar A., Schmid S. R., Wilson W. R. D.,** Particle behaviour in two-phased lubrication, Wear, Vol. 206, pp. 130-135, 1997.

[29] **Gay M. N.** Contribution à l'étude de la tribologie du laminage, formulation rationnelle d'une émulsion et maîtrise du frottement en laminage à froid des aciers au carbone, Thèse, Ecole des Mines de Paris, Cemef, 11 mai 1990.

[30] **Kimura Y., Okada K.,** Lubrication properties of oil-in-water emulsions, Tribology Transactions, Vol. 32, p. 524, 1988.

[31] **Ratoi-SalageanM., Spikes H. A.,** Optimising film formation by oil-in-water emulsions, Tribology transactions, Vol. 40-4, pp. 569-578, 1997.

[32] **Einstein A.,** Eine neue Bestimmung der Molekuldimensionen, Ann. Phys., Vol. 19, pp. 289 - 306, 1906.

[33] **Barnea E., Mizrahi J.,** On the effective viscosity of liquid-liquid dispersions, Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 15, pp.120-125, 1976.

[34] **Yan S., Kuroda S.,** Lubrication with emulsion, Wear, Vol. 206, pp. 238-243, 1997.

[35] **Dow T.A.,** A rheology model for oil-in-water, Technical paper n° MS77-339, Society of manufacturing engineers, Dearborn, MI, 1977.

[36] **Wan G.T.Y., Kenny P., and Spikes H.,** Elastohydrodynamic properties of water-based fire-resistant hydraulic fluids, Trib. Int'l., Vol. 17, pp. 309-315, 1984.

[37] **Schmid S.R., WilsonW.R.D.,** Lubrication of aluminium rolling by oil-in-water emulsions, Tribology Transactions, Vol. 38, pp. 452-458, 1995.

[38] **Guangteng G., Cann P.M. and Spikes H.,** A study of parched lubrication, Wear, Vol. 153, pp. 91-105, 1992.

[39] **Schmid S., Wilson W.,** Lubrication mechanisms for oil-in-water emulsions, STLE, Vol. 52 – 2 , pp. 168-175, 1996.

[40] **Chiu Y.P.,** An analysis and prediction of lubricant film starvation in rolling contact systems, ASLE transactions, Volume 17, 1, pp. 22-35, 1974.

[41] **Wu C.W., Sun H.X.,** A new hydrodynamic lubrication theory for bilinear rheological fluids, Elsevier - Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 56, pp. 253-266, 1995.

[42] **Chevalier F., Lubrecht A.A., Cann P.M.E., Colin F., Dalmaz G.,** Film thickness in starved EHL point contacts, Trans ASME J. Trib. 120 (1998) 126-133

[43] **Lugt P., Lubrication in cold rolling** – Numerical Simulation Using Multigrid Techniques, Thèse, 25 Septembre 1992.

[44] **Szeri A.Z., Wang S.H.,** An elasto-plasto-hydrodynamic model of strip rolling with oil/water emulsion lubricant, Tribology International, ELSEVIER, Vol. 37, pp. 169-176, 2004.

[45] **Patlazhan S.A., Lindt J.T.,** Kinetics of structure development in liquid-liquid dispersions under simple shear flow theory, Journal of Rheology, 40 (6), pp. 1095-1113, 1996.

[46] **Prunet-Foch B., Legay F., Vignes-Adler M., Delmotte C.,** Impacting emulsion drop on a steel plate : Influence of the solid substrate, Journal of colloid and interface science, 199, pp. 151-168, 1997.

[47] **Stockes G.G.,** On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums *Trans. Cambridge Philos. Soc.* IX 8-106, 1851. Reprint: *Mathematical and Physical Papers* 2nd ed., Vol. 3 New York: Johnson Reprint Corp, p 1, 1966

[48] **Azushima A., Ideue T.,** In Situ Measurement of Interface between Tool and Workpiece under MPH Lubrication by Means of Direct Fluorescence Observation Technique, Journal of the japan society for technology of plasticity, vol.42 no.491, December 2001.

ANNEXE

Annexe

Nomenclature et cas de référence

Pour les différents modèles étudiés, sont faites dans ce document, de nombreuses études paramétriques. Cela permet de tester la performance du modèle, de voir s'il est en mesure de donner des résultats, y compris dans les cas les plus sévères. Cela permet aussi, bien sûr de voir de quelle manière tel ou tel paramètre peut influencer la lubrification.

Afin d'éviter des répétitions, il est donc intéressant de définir une valeur de référence pour chacun des paramètres suivants. Ainsi, dans tout le document, la valeur d'un paramètre n'est notée que dans le cas où elle est différente de la valeur qui lui a été ci-après affectée.

$$\begin{cases} \mu_c^{ref} = 10^{-3}\ Pa.s \quad \text{Viscosité de la phase continue : l'eau} \\ \mu_d^{ref} = 10^{-1}\ Pa.s \quad \text{Viscosité de la phase discontinue : l'huile} \\ \rho_c^{ref} = 10^{3}\ kg.m^{-3} \quad \text{Masse volumique de l'eau} \\ \rho_d^{ref} = 8.10^{2}\ kg.m^{-3} \quad \text{Masse volumique de l'huile} \\ \sigma^{ref} = 5.10^{8}\ Pa \quad \text{Contrainte d'écoulement du matériaux constitutif de la tôle} \\ r_g^{ref} = 10^{-6}\ m \quad \text{Rayon des gouttes d'huile} \\ R^{ref} = 3.10^{-1}\ m \quad \text{Rayon du cylindre} \\ C^{ref} = 1 \quad \text{taux d'écrasement de la goutte lorsque s'amorce le mécanisme de Wilson} \\ e_c^{ref} = 10^{-3}\ m \quad \text{Demi - épaisseur de la tôle} \\ V_i^{ref} = 30\ m.s^{-1} \quad \text{Vitesse d'impact des gouttes d'huile} \\ \Gamma^{ref} = 2.10^{-8}\ Pa^{-1} \quad \text{Coefficient de piézo - viscosité} \\ \phi_0^{ref} = 2\,\% \quad \text{Taux d'huile initial} \\ \alpha^{ref} = 30\,\% \quad \text{Taux de réduction} \end{cases} \tag{A.1}$$

NOMENCLATURE

$\widetilde{A}_c$: surface eau/métal : **en m^2**

$\widetilde{A}_d$: surface huile/métal : **en m^2**

$\widetilde{A} = \widetilde{A}_c + \widetilde{A}_d$: surface : **en m^2**

A : taux de plateaux : **sans dimension**

$\vec{a}$: vecteur accélération : **en m.s^{-2}**

C : paramètre de calage dans le modèle de Wilson : **sans dimension**

Ca : nombre capillaire : **sans dimension**

$Ca_{cr.}$: nombre capillaire critique : **sans dimension**

$C_{p,liq.}^{eau}$: Capacité calorifique de l'eau liquide en **J.kg^{-1}.K^{-1}**

C_p^{huile} : Capacité calorifique de l'huile en **J.kg^{-1}.K^{-1}**

D : débit d'émulsion envoyée sur la tôle : **en m^3.s^{-1}**

e_c : demi-epaisseur de tôle : **en m**

e_1 : épaisseur d'huile fixée sur la tôle : **en m**

e_2 : épaisseur d'huile fixée sur le cylindre : **en m**

E_{lim} : épaisseur maximale d'émulsion pouvant être traversée par les gouttes d'huile : **en m**

E_l : épaisseur de l'émulsion traversée en écoulement laminaire : en m

E_t : épaisseur d'émulsion traversée en écoulement turbulent : en m

ED : énergie de déplacement : **en J**

F_c : Force partielle supportée par la phase continue : **en N**

F_d : Force partielle supportée par la phase discontinue : **en N**

F_1 : Intermédiaire de calcul : **en m.s^{-1}**

F_2 : Intermédiaire de calcul : **en m^2**

F_3 : Intermédiaire de calcul : **en m^2.Pa^{-2}.s^{-2}**

F_4 : Intermédiaire de calcul : **sans dimension**

F_5 : coefficient d'interaction huile-eau dans le modèle de Wilson : **sans dimension**

F_6 : coefficient d'interaction huile-eau dans le modèle de Wilson : **sans dimension**

f_l : force de frottement en écoulement laminaire : **en N**

f_t : force de frottement en écoulement laminaire : **en N**

GP : Gradient de pression adimensionné : **sans dimension**

$\vec{g}$: accélération de la pesanteur : **en m.s^{-2}**

h : épaisseur du film d'huile : **en m**

h* : h pour x valant x* : **en m**

h_o : épaisseur minimale du film en EHD: **en m**

h_{eau} : épaisseur du film né de l'eau pure : **en m**

$h_{ém.}$: épaisseur du film né de l'émulsion : **en m**

$h_{érosion}$: épaisseur du film lorsque toute l'huile constitutive du plate-out est réémulsifiée : **en m**

h_{inv} : épaisseur pour laquelle il y a inversion de l'émulsion : **en m**

h_m : épaisseur où s'établit le ménisque : **en m**

h_{pl} : épaisseur du plate-out : **en m**

h_t : épaisseur d'huile du film moyen : **en m**

h_{cp}^{aa} :épaisseur du film d'huile au col de pression dans le cadre de l'approche additive : **en m**

h_{cp}^{ah} :épaisseur du film d'huile au col de pression dans le cadre de l'approche hydrodynamique : **en m**

H_{lim} : épaisseur d'huile maximale déposée sur la tôle : **en m**

k : intermédiaire de calcul : **en m^{-1}**

$\tilde{k} = \frac{R_x}{R_y}$: **sans dimension**

k_c : inverse de C : **sans dimension**

$\bar{k}_c$: coefficient de proportionnalité : **en m^2**

K_i : constantes

P : pression : **en Pa**

P_a : pression supportée par les plateaux : **en Pa**

P_b : pression supportée par le lubrifiant dans vallées : **en Pa**

Q : débit en **m^3.s^{-1}**

Q_c : débit de la phase continue (l'eau) : **en m^3.s^{-1}**

Q_d : débit de la phase discontinue (l'huile) : **en m^3.s^{-1}**

R : rayon des cylindres : **en m**

R_e : nombre de Reynolds : **sans dimension**

r_g : rayon des gouttes d'huile : **en m**

R_q : rugosité composite

R_x : rayon de courbe selon l'axe x : **en m**

R_y : rayon de courbe selon l'axe y : **en m**

S : coefficient d'ajustement : **sans dimension**

U : vitesse moyenne de la tôle et du cylindre : **en m.s^{-1}**

$\tilde{U}_c$: vitesse de la phase continue : **en m.s^{-1}**

$\tilde{U}_d$: vitesse de la phase discontinue : **en m.s^{-1}**

U_c : vitesse moyenne de la tôle et du cylindre pour laquelle il y a augmentation du frottement : **en m.s^{-1}**

U_{c1} : vitesse moyenne de la tôle et du cylindre pour laquelle il y a effondrement de la réserve d'huile : **en m.s^{-1}**

U_{c2} : vitesse moyenne de la tôle et du cylindre pour laquelle l'épaisseur du film lubrifiant recommence à croître : **en m.s^{-1}**

U_{pr} : vitesse pour laquelle le plate-out n'est plus suffisant pour alimenter seul l'emprise : **en m.s^{-1}**

U_{dr} : vitesse au delà de laquelle toute l'huile envoyée s'adsorbe sur la tôle : **en m.s^{-1}**

V : rapport de la viscosité dynamique de l'eau sur la viscosité dynamique de l'huile : **sans dimension**

V_1 : Vitesse de laminage : **en m.s^{-1}**

V_2 : Vitesse de laminage : **en m.s^{-1}**

V_c : vitesse du cylindre : **en m.s^{-1}**

V_d : vitesse de la tôle : **en m.s^{-1}**

$V_{x,c}$: vitesse du cylindre dans la direction x : **en m.s^{-1}**

$V_{x,t}$: vitesse de la tôle dans la direction x : **en m.s^{-1}**

$V_{y,c}$: vitesse du cylindre dans la direction y : **en m.s^{-1}**

$V_{y,t}$: vitesse de la tôle dans la direction y : **en m.s^{-1}**

V_g : volume des gouttes d'huile : **en m^3**

V_i : vitesse d'impact : **en m.s^{-1}**

$V_{transition}$: Vitesse pour laquelle l'écoulement devient laminaire : **en m.s^{-1}**

$V^{moyenne}_{retrait\ de\ l'eau}$: Vitesse moyenne de retrait de l'eau : **en m.s^{-1}**

v : vitesse de la goutte d'huile lorsqu'elle pénètre le film d'émulsion : **en m.s^{-1}**

$\bar{x}$: constante valant $\bar{x} \approx 0{,}4751299202$: **sans dimension**

x^* : endroit où s'annulent, en EHD, la pression et la dérivée de la pression : **en m**

z_1 : première solution de l'équation (3.3) **: en m**

z_2 : deuxième solution de l'équation (3.3) **: en m**
α : taux de réduction de la tôle : **sans dimension**
β : force d' entraînement : **en N**
$\dot{\gamma}$: taux de cisaillement : **sans dimension**
θ : angle d'attaque : **en °**
$\theta_{h/a}$: angle que fait une goutte d'huile déposée sur une plaque d'acier : **en °**
$\theta_{e/a}$: angle que fait une goutte d'huile déposée sur une plaque d'acier : **en °**
$\gamma_{h/a}$: Energie de l'interface huile - acier : **en J**
$\gamma_{e/a}$: Energie de l'interface eau - acier : **en J**
μ_{eq} : viscosité dynamique équivalente : **en Pa.s**
μ_c : viscosité dynamique de la phase continue, ici l'eau : **en Pa.s**
μ_d : viscosité dynamique de la phase discontinue, ici l'huile : **en Pa.s**
μ_{cd} : coefficient de viscosité dynamique : **en Pa.s**
μ_{dc} : coefficient de viscosité dynamique : **en Pa.s**
μ : viscosité dynamique : **en Pa.s**
μ_0 : viscosité dynamique à pression nulle : **en Pa.s**
ρ : masse volumique : **en kg.m^{-3}**
ρ_e : masse volumique de l'eau : **en kg.m^{-3}**
ρ_h : masse volumique de l'huile : **en kg.m^{-3}**
τ_a : coefficient de frottement solide
τ_b : coefficient de frottement fluide
τ : temps caractéristique lorsque l'écoulement est laminaire : **en s**
$\tilde{\tau}$: temps caractéristique lorsque l'écoulement est turbulent : **en s**
σ : contrainte d'écoulement de la tôle : **en Pa**
ϕ_0 : taux d'huile initial : **sans dimension**
$\phi_0^{'}$: taux d'huile de l'émulsion lorsque toute l'huile constitutive de plate-out a été réémulsifiée : **sans dimension**
$\overline{\phi}_0$: taux d'huile de l'émulsion déposée après qu'une partie de son huile s'est fixée sur la tôle : **sans dimension**
ϕ_{int} : taux d'huile en $h=2.C.r_g$: **sans dimension**
ϕ_{inv} : taux d'huile pour lequel il y a inversion de l'émulsion : **sans dimension**
ϕ : taux d'huile : **sans dimension**
ϕ_{cp} : taux d'huile au col de pression : **sans dimension**
ω : vitesse en **tours.mn^{-1}**
Γ : coefficient de piezo-viscosité en **Pa^{-1}**
κ : rapport de h_{pl} et de $h_{\text{érosion}}$: **sans dimension**

Résumé

Lors de l'utilisation d'une émulsion en tant que lubrifiant, au-delà d'une plage de fonctionnement stable où le frottement reste à peu près constant, il existe souvent une vitesse critique de quelques m/s, au-delà de laquelle accélérer provoque une hausse du frottement. En conséquence, les lamineurs ne peuvent raisonnablement laminer pour des vitesses supérieures à cette vitesse critique. Les gains de productivité se voient ainsi plafonnés. Pourquoi cette augmentation, et comment pourrait-on l'éviter ?

Pour répondre à cette question, nous avons d'abord mis en relation des mesures globales en laminage (frottement moyen, Reich et al.) avec des mesures d'épaisseur de film lubrifiant faites par Zhu et al. dans un contexte assez différent : l'Elasto-HydroDynamique (EHD). En effet, le comportement observé en EHD nous a paru susceptible de fournir une bonne explication au comportement relevé en laminage.

Conforter cette analogie entre deux situations nettement différentes passe par la modélisation. Il faut cerner les mécanismes qui concourent à la formation du film lubrifiant dans les deux cas. Nous avons donc repris des modèles de la littérature : celui de Szeri et celui de Wilson. Nous les avons complétés et couplés, après avoir constaté que chacun devait représenter de manière satisfaisante les conditions régnant dans les diverses parties du contact.

En matière de lubrification, le modèle développé montre que la taille des gouttes d'huile et la capacité qu'elles ont de s'adsorber, de former un plate-out conséquent constituent des paramètres nettement plus influents que la viscosité.

Abstract

When using an emulsion as a lubricant, one often observes a speed range with stable working conditions, namely friction remains approximately constant. But at higher speeds in some cases, above a critical speed in the m/s range, accelerating increases friction. As a consequence, the rolling mill cannot reasonably work at higher speed, limiting expected productivity gains. Why does friction increase, and how to avoid it?

To answer this question, we try to relate global observations in strip rolling ("average friction", Reich et al.) and lubricant film thickness measurements by Zhu et al. in a rather different context: Elasto-Hydrodynamics (EHD). Indeed, we consider that the behaviour observed in EHD provides a viable explanation to emulsion behaviour in strip rolling.

To confirm this analogy between two sharply different situations, we turned to modelling. It is necessary to analyze the mechanisms which contribute to the formation of the lubricant film in both cases. The literature offers two kinds of diphasic thin lubricant film models: Szeri's and Wilson's. We completed and coupled them, noting that each may represent correctly the conditions prevailing in the diverse parts of the contact.

In lubrication, the model developed shows that emulsification-related properties, such as the size of the oil droplets and their capacity to wet the solid surfaces and form a significant "plate – out film", are much more influential than oil-related properties (viscosity).

Mots clefs

Laminage – Lubrification – Emulsion – Epaisseur de film d'huile – Contact sous-alimenté

Keywords

Strip rolling – Lubrication – Emulsion – Oil film thickness – Starved contact