



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'endommagement en fatigue des superalliages monocristallins pour aubes de turbines en zone de concentration de contrainte

Myriam Kaminski

► **To cite this version:**

Myriam Kaminski. Modélisation de l'endommagement en fatigue des superalliages monocristallins pour aubes de turbines en zone de concentration de contrainte. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2007. Français. NNT : 2007ENMP1504 . tel-00268736

**HAL Id: tel-00268736**

**<https://pastel.hal.science/tel-00268736>**

Submitted on 1 Apr 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



MINES PARIS  
ParisTech

ED n°432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur

N° attribué par la bibliothèque

/--/--/--/--/--/--/--/--/--

## THESE

pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris**  
Spécialité Sciences et Génie des Matériaux

présentée et soutenue publiquement par

**Myriam KAMINSKI**

le 23 novembre 2007

**MODELISATION DE L'ENDOMMAGEMENT EN FATIGUE  
DES SUPERALLIAGES MONOCRISTALLINS  
POUR AUBES DE TURBINES  
EN ZONE DE CONCENTRATION DE CONTRAINTE**

*Directeur de thèse : Luc Rémy*

Jury

M. R. DESMORAT	Rapporteur	Ecole Normale Supérieure de Cachan
M. E. CHARKALUK	Rapporteur	Ecole Centrale Lille
M. L. REMY	Examineur	Ecole des Mines de Paris
M. C. PRIOUL	Examineur	Ecole Centrale Paris
Mme. P. KANOUTE	Examineur	ONERA
M. J. -L. CHABOCHE	Examineur	ONERA
M. F. COMTE	Examineur	SNECMA
M. P. CHEREAU	Examineur	DGA

**ONERA The French Aerospace Lab**  
29, avenue de la Division Leclerc, 92322 Châtillon Cedex

---



*A mes parents*



# Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé à l'ONERA au sein du Département de Mécanique du Solide et de l'Endommagement (DMSE). Je remercie le directeur Pascal Geoffroy de m'y avoir accueillie.

Je remercie Luc Rémy d'avoir supervisé cette étude. Il m'a laissé une grande autonomie dans l'accomplissement de ce travail.

Je tiens à remercier Claude Prioul d'avoir présidé le jury de thèse et tous les autres membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail et d'avoir ouvert les discussions le jour de la soutenance grâce à leurs expériences respectives. Je remercie particulièrement les rapporteurs Rodrigue Desmorat et Eric Charkaluk pour la relecture minutieuse et approfondie du manuscrit. Je profite également de remercier ici la SNECMA pour l'intérêt qu'elle a porté à ce travail.

L'aboutissement et la qualité de ce travail résultent de l'encadrement exceptionnel dont j'ai pu bénéficier à l'ONERA, aussi bien sur le plan scientifique qu'humain.

Je remercie particulièrement Pascale Kanouté qui m'a encadrée au quotidien. Sa disponibilité, son attention et son exigence ont été primordiales dans l'accomplissement de ce travail. Elle m'a prodigué de nombreux conseils et a fait preuve d'une grande gentillesse et de beaucoup de patience. Ce fut un immense plaisir de travailler avec elle. Par ailleurs, les résultats présentés dans ce mémoire n'auraient vu le jour sans l'intervention, non négligeable, de Jean-Louis Chaboche. Je le remercie de m'avoir fait bénéficier de toutes ses connaissances en matière de modélisation de l'endommagement. C'est au prix d'une incommensurable quantité de pages d'équations et de démonstrations (qui ne cessaient de s'empiler sur mon bureau) que le modèle présenté dans ce manuscrit a pu voir le jour. Merci également à Serge qui s'est montré disponible et toujours prêt à m'aider chaque fois que je le sollicitais. Merci pour le temps que vous m'avez tous accordé.

De nombreux résultats expérimentaux ont été exploités dans ce travail. Ils n'auraient existé sans le savoir-faire de l'équipe MECS. Je remercie Didier Pacou, Pascal Paulmier et Daniel Poirier pour la qualité de ces essais et pour leur bonne humeur. Les nombreuses analyses micrographiques ont, quant à elles, été réalisées avec l'aide de Monique Raffestin et Roger Valle. Qu'ils en soient ici sincèrement remerciés.

J'ai, par ailleurs, eu le plaisir d'encadrer, pendant cette thèse, deux stagiaires, Paul et Anaïs. Ils m'ont apporté une aide et un temps précieux. Merci et bonne chance pour votre thèse !

Je ne pourrais oublier de remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont encouragée, aidée tout au long de cette thèse. Je pense en particulier à toute l'équipe LCME,

Franck, Arjen, Nicolas, Jean-François, Frédéric(s), Vincent et Daniel. Merci à tous les thésards (certains devenus docteurs depuis) et post-docs du laboratoire d'y avoir insufflé la bonne humeur et l'ambiance propice au travail. Une dédicace particulière à Eva, avec qui ce fut un plaisir de partager le bureau pendant plus de deux ans. Encore un grand merci à Monsieur Valle pour la relecture complète et très minutieuse du manuscrit. Merci également à Marie-Line et Dominique du Secrétariat LCME pour leur aide et disponibilité ainsi que leurs sourires.

Enfin, je n'oublie pas ma famille qui m'entoure depuis toutes ces années et Maximilien qui a toujours été à mes côtés (parfois à quelques centaines de kms près ...). Merci pour votre soutien.

Je remercie enfin tous ceux que j'aurais pu oublier, qu'ils ne m'en veuillent pas trop ...

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Etude bibliographique</b>	<b>17</b>
2.1	Présentation du matériau . . . . .	17
2.1.1	Microstructure de l'AM1 . . . . .	18
2.1.2	Anisotropie cristalline de l'AM1 . . . . .	20
2.2	Comportement des monocristaux tels que l'AM1 . . . . .	21
2.2.1	Déformation du superalliage monocristallin AM1 . . . . .	21
2.2.2	Les modèles de comportement . . . . .	23
2.3	Modélisation de l'endommagement . . . . .	28
2.3.1	Les mécanismes de rupture en fatigue . . . . .	28
2.3.2	Les modes d'endommagement . . . . .	30
2.3.3	Etat de l'art sur les modèles d'endommagement . . . . .	33
2.3.4	Adaptation des modèles aux cas des monocristaux . . . . .	42
<b>3</b>	<b>Effet du gradient de contrainte en présence d'une perforation</b>	<b>49</b>
3.1	Dimensionnement des éprouvettes plates perforées . . . . .	52
3.1.1	Eprouvettes à un seul trou . . . . .	52
3.1.2	Eprouvettes avec entaille . . . . .	54
3.1.3	Eprouvettes multiperforées . . . . .	54
3.2	Définition de la matrice d'essais . . . . .	56
3.2.1	Les conditions d'essais . . . . .	56
3.2.2	La matrice d'essais . . . . .	58
3.3	Dispositif expérimental . . . . .	58
3.3.1	La machine d'essai . . . . .	58
3.3.2	Le dispositif de chauffage . . . . .	58
3.3.3	Le dispositif de mesure . . . . .	60
3.4	Analyse des durées de vie expérimentales . . . . .	61
3.5	Essais sur éprouvettes technologiques . . . . .	66
3.5.1	Essais sur éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous . . . . .	66
3.5.2	Essais sur tubes troués sous chargement complexe . . . . .	67
3.6	Analyses micrographiques . . . . .	74
3.6.1	Etat initial du matériau après perçage et avant sollicitation . . . . .	74
3.6.2	Influence du temps de maintien en température avant et après sollicitation sur l'état du matériau en bord de trou . . . . .	77
3.6.3	Faciès de rupture des éprouvettes . . . . .	84



3.7	Bilan de l'étude expérimentale . . . . .	93
3.8	Prévisions de durées de vie avec le modèle de fatigue ONERA . . . . .	93
3.9	Application du modèle sur les éprouvettes perforées . . . . .	96
3.10	Bilan de l'analyse sur la prévision de durée de vie . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Prise en compte des zones de concentrations de contrainte</b>	<b>101</b>
4.1	Etat de l'art sur les méthodes appliquées . . . . .	102
4.1.1	Définition du gradient de contrainte . . . . .	102
4.1.2	Le facteur de concentration de contrainte en fatigue $K_f$ . . . . .	102
4.1.3	Les approches "non locales" . . . . .	103
4.1.4	Applications des approches à coefficient d'entaille. . . . .	107
4.2	Méthodologies appliquées dans ce travail . . . . .	109
4.2.1	Présentation des méthodes . . . . .	109
4.2.2	Démarche adoptée pour l'identification de la longueur d'intégration . .	112
4.2.3	Identification de la longueur d'intégration en élasticité . . . . .	114
4.2.4	Identification de la longueur d'intégration en élastoviscoplasticité . . .	119
4.2.5	Discussion et méthode adoptée . . . . .	126
4.3	Validation de la méthode choisie sur des essais complexes . . . . .	126
4.3.1	Prévisions de durée de vie des éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous avec le modèle ONERA . . . . .	126
4.3.2	Prévisions de durée de vie des tubes troués sous chargement com- plexe avec le modèle ONERA . . . . .	129
4.4	Conclusions . . . . .	137
<b>5</b>	<b>Modèle incrémental d'endommagement de fatigue pour le monocristal</b>	<b>139</b>
5.1	Les propriétés recherchées . . . . .	140
5.2	Les équations du modèle . . . . .	143
5.2.1	Choix des variables . . . . .	143
5.2.2	Cadre général du modèle . . . . .	143
5.2.3	Lois d'évolutions et loi de viscoplasticité couplée à l'endommagement .	145
5.2.4	Loi d'évolution du dommage . . . . .	149
5.2.5	Effet du dommage sur l'élasticité . . . . .	151
5.2.6	Effet de l'oxydation . . . . .	154
5.2.7	Récapitulatif des équations du modèle . . . . .	156
5.3	Discussion sur les couplages entre plasticité et endommagement . . . . .	157
5.4	Formulation d'une intégration analytique simplifiée . . . . .	159
5.5	Implantation du modèle . . . . .	162
5.5.1	Implantation dans le code Z-set . . . . .	162
5.5.2	Vérification et mise en œuvre . . . . .	162
5.5.3	Acceptabilité du modèle . . . . .	170
<b>6</b>	<b>Identification du modèle</b>	<b>173</b>
6.1	Sur la base d'essais disponible . . . . .	173
6.1.1	Les différents types d'essais disponibles . . . . .	173
6.1.2	Détermination des durées de vie à amorçage (critère de longueur de fissure de 100 $\mu\text{m}$ ) des essais disponibles . . . . .	175
6.2	Identification des paramètres du modèle sur un élément de volume . . . . .	177

6.2.1	Identification des paramètres . . . . .	177
6.2.2	Application du modèle selon différentes directions de sollicitation . . .	193
6.2.3	Conclusions et discussion sur l'identification du modèle . . . . .	195
<b>7</b>	<b>Exploitation et validation du modèle</b>	<b>197</b>
7.1	Application du modèle d'endommagement . . . . .	197
7.2	Prévisions de durées de vie des éprouvettes perforées . . . . .	198
7.3	Application du modèle sur des essais complexes . . . . .	204
7.3.1	Essais de torsion sur tubes lisses . . . . .	204
7.3.2	Application du modèle sur les tubes perforés SOCRAX . . . . .	205
7.4	Conclusions . . . . .	208
<b>8</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>209</b>
<b>A</b>	<b>Partie expérimentale</b>	<b>215</b>
A.1	Application d'un modèle écrit en déformation . . . . .	216
A.2	Essais SOCRAX . . . . .	220
A.2.1	Essai 1 : torsion $\sigma_{eq} = 390$ MPa . . . . .	221
A.2.2	Essai 2 : traction-torsion $\sigma_{eq} = 390$ MPa . . . . .	226
A.2.3	Essai 3 : torsion $\sigma_{eq} = 447$ MPa . . . . .	229
A.2.4	Essai 4 : traction-torsion $\sigma_{eq} = 325$ MPa . . . . .	232
A.2.5	Essai 5 : torsion $\sigma_{eq} = 325$ MPa . . . . .	235
A.3	Formulation des facteurs d'intensité des contraintes utilisée pour les différentes géométries d'éprouvettes . . . . .	237
A.3.1	Eprouvettes trouées . . . . .	237
A.3.2	Eprouvettes avec fente . . . . .	238
<b>B</b>	<b>Modélisation</b>	<b>241</b>
B.1	Désactivation du dommage . . . . .	242
B.2	Démonstration de la positivité de la dissipation . . . . .	243



# Chapitre 1

## Introduction

Le moteur M88-2 de Snecma (Groupe Safran) a été conçu pour les avions Rafale de Dassault (figure 1). Un turboréacteur comporte un ou plusieurs étages de compresseur, une chambre de combustion et une turbine. La turbine Haute Pression (HP) est située après le distributeur, lui-même placé après la chambre de combustion (figure 1.2). Elle convertit l'énergie cinétique des gaz brûlés en énergie mécanique, qui sert à entraîner le compresseur à l'avant du moteur. La principale préoccupation des motoristes porte sur l'amélioration du rendement des turbomachines, c'est-à-dire l'obtention d'une température de sortie des gaz brûlés la plus élevée possible.



FIG. 1.1 – Moteur M88-2 ([www.snecma.com](http://www.snecma.com))

Ce sont les aubes qui conditionnent le rendement du réacteur. De fait, la modélisation de l'endommagement et la prévision correcte de leur durée de vie constituent un axe de recherche principal. Les aubes de turbines des étages les plus chauds sont les pièces qui subissent les sollicitations les plus endommageantes, en raison de nombreux facteurs tels que la température

très élevée des gaz brûlés (souvent supérieure à la température de fusion des alliages), les forts gradients thermiques présents, notamment lors des phases de décollage et d'atterrissage, le fluage dû à la force centrifuge, la corrosion à chaud, les contraintes élevées induites par la géométrie complexe ainsi que la fatigue vibratoire.

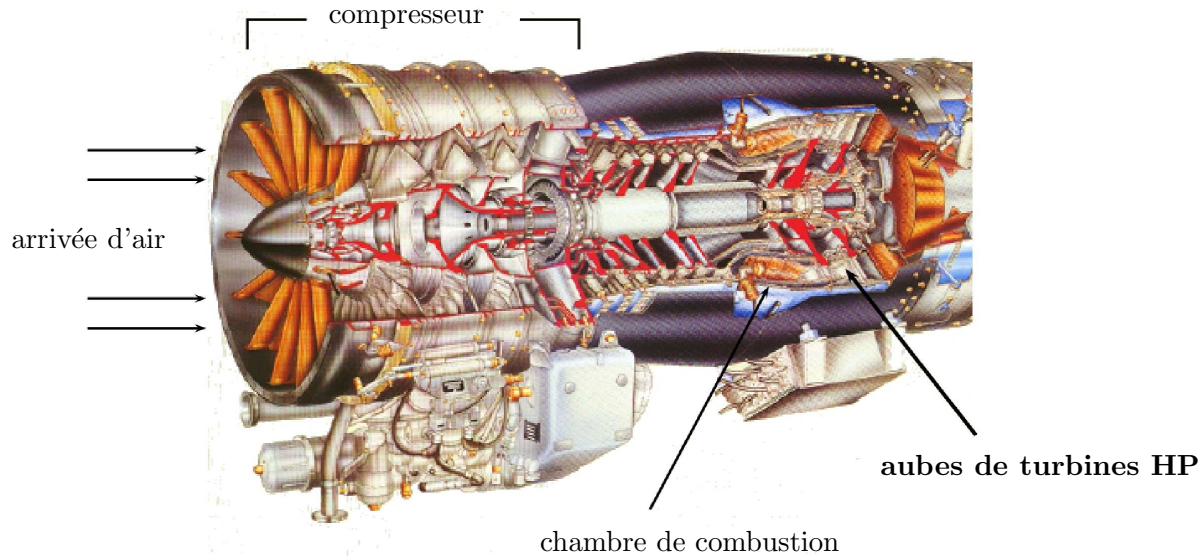


FIG. 1.2 – Moteur M88 (SNECMA Moteur)

D'importants progrès ont été réalisés sur les matériaux constituant les aubes. Le matériau traditionnellement utilisé est un matériau de fonderie, comportant de gros grains, à base nickel. Ayant constaté que les joints de grains étaient des sites privilégiés pour l'amorçage de petites fissures menant à la rupture de l'aube, les métallurgistes ont proposé de remplacer le matériau polycristallin par des alliages à solidification directionnelle ("directionally solidified") : tous les grains présentent un axe cristallin [001] dans la direction de l'axe de l'aube, les directions secondaires étant aléatoires. Puis, des aubes monocristallines ont été mises au point, par croissance cristalline à partir d'un germe sélectionné. L'aube a donc partout la même orientation cristalline, à savoir  $\langle 001 \rangle$  dans l'axe de l'aube. La figure 1.3 montre que l'amélioration des procédés de fabrication et de la métallurgie des alliages a permis d'obtenir des matériaux beaucoup plus résistants sur des plages de températures plus grandes. En effet, l'utilisation d'un monocristal permet d'accroître les propriétés mécaniques des aubes à haute température (résistance au fluage et à la fatigue thermique), les températures pouvant varier de  $600^{\circ}\text{C}$  au pied de l'aube jusqu'à  $1100^{\circ}\text{C}$  à son extrémité, suite à l'écoulement chaud des gaz de combustion.

L'utilisation du monocristal ayant permis d'augmenter notablement la température d'entrée du gaz dans la turbine, il s'est avéré nécessaire de protéger les aubes de l'environnement par un revêtement d'aluminures modifié par le chrome, C1A. Par ailleurs, dans certains cas, afin de diminuer la température sur le substrat, les aubes sont revêtues de barrières thermiques céramiques.

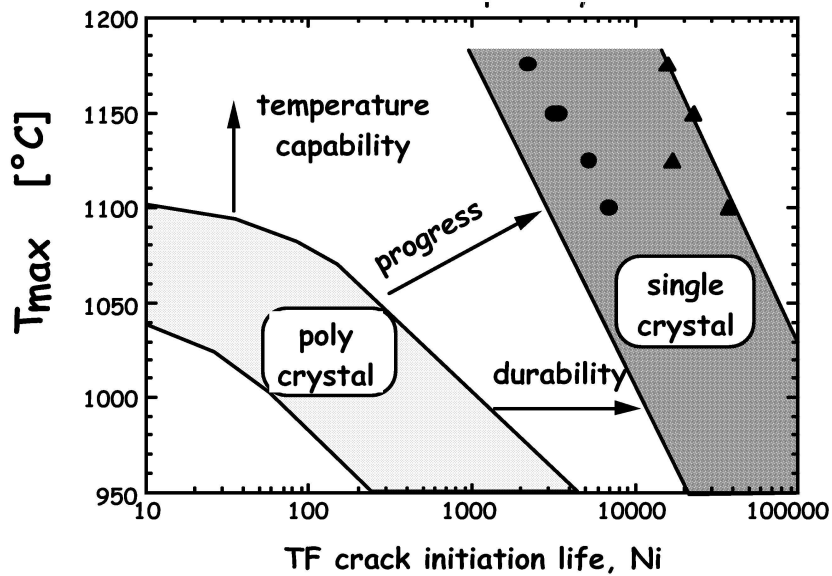


FIG. 1.3 – Amélioration des propriétés du superalliage ([Rezai-Aria 07])

Les progrès réalisés sur les matériaux ont été accompagnés par des progrès en conception mécanique et thermique. Le bord d'attaque d'une aube de turbine, étant la partie soumise aux températures les plus élevées, est donc une des régions les plus critiques à refroidir. Cette région est généralement refroidie par un système de refroidissement qui consiste à libérer de l'air à la surface du bord d'attaque par des rangées de trous. Cela génère un refroidissement par convection à l'intérieur des trous et produit un film d'air de refroidissement sur la surface du bord d'attaque (méthode dite de "film cooling"). Ainsi, le refroidissement par des cavités internes, une des principales évolutions apportées par les concepteurs, a permis, au cours des 30 dernières années, d'augmenter d'environ  $500^{\circ}\text{C}$  la température d'entrée turbine, ayant pour conséquence l'augmentation des gradients thermiques dans les aubes, ainsi que la complexité des champs de contrainte. Cependant, cette technique présente deux inconvénients. Ces rangées de trous, réalisées par électroérosion ou par procédé laser, sont actuellement percées après le dépôt du substrat et du revêtement C1A et présentent un risque d'écaillage en bord de trou ainsi que des zones de concentrations de contraintes qui génèrent d'importants gradients. Elles constituent alors des zones critiques vis-à-vis de l'amorçage de fissures.

Dans la modélisation, la présence de perforations est souvent prise en compte en introduisant, dans le calcul de durée de vie, un facteur de concentration de contrainte, indicateur des "points chauds" de la structure ou bien par le calcul par Eléments Finis des contraintes locales en fond d'entaille. Dans certains cas, une correction est effectuée pour tenir compte de la plasticité locale éventuelle. Cependant, cette technique ne suffit pas toujours. La contrainte locale maximale ne peut être utilisée dans un critère de rupture de façon satisfaisante car elle surestime le risque de rupture, ne prend pas en compte les effets de chargement, d'échelle ou de géométrie.

Des approches non locales existent dans plusieurs domaines de recherche afin de prendre en compte dans des critères de rupture, l'effet à distance de certaines quantités ou l'effet de voisinage. Tout d'abord, dans le domaine traditionnel de la fatigue à grande durée de vie et à température ambiante, quelques méthodes ont été proposées, en deux dimensions, comme par exemple la méthode de la couche critique ([Flavenot 83]), la méthode de la distance effective élaborée par [Pluvinage 99]. Puis des approches volumiques ont été proposées pour prévoir la résistance à la fatigue des pièces en tenant compte de la répartition volumique des contraintes et des déformations due à la fois aux chargements mécaniques et aux accidents géométriques. Ces méthodes n'ont pas été appliquées, à notre connaissance, sur les monocristaux et pourtant, si l'on considère que la sécurité d'une structure est assurée en l'absence d'amorçage de fissure, cette problématique peut intéresser les motoristes (Snecma) qui pourraient intégrer dans leur chaîne de calcul un outil capable d'améliorer les prévisions de durée de vie et de les rendre moins excessivement conservatives.

Parallèlement, la modélisation de l'endommagement des superalliages monocristallins a également fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Plusieurs facteurs influent sur l'endommagement des monocristaux : l'orientation cristallographique, la fréquence de sollicitation, l'environnement, etc. De nombreux modèles ont été proposés. Par exemple, le modèle multiaxial phénoménologique de fatigue-fluage-oxydation ([Gallerneau 95]) capable de décrire les phases de micro-amorçage et de micro-propagation d'une fissure sur le matériau revêtu. Or, ce modèle est un modèle d'endommagement macroscopique identifié en supposant un dommage isotrope et ne rend donc pas compte de l'anisotropie induite par l'endommagement. [Cardona 00] a exploité ce modèle en zone de concentration de contrainte sous chargement thermomécanique (qui prend en compte les gradients thermiques observés sur structures réelles). Dans ces conditions, le modèle sous-estime trop fortement la durée de vie de la structure. Les travaux de [Bonnand 06] ont également mis en défaut le modèle dans certains cas de chargements complexes de torsion. Ils ont montré également la nécessité d'utiliser une approche cristallographique et non macroscopique pour traduire les mécanismes conduisant à la ruine de la structure puisque les plans de fissuration sont intimement liés à la cristallographie.

Ainsi, à ce stade, la description de l'endommagement des monocristaux n'est rendue possible que grâce à l'utilisation de grandeurs macroscopiques et ne rend pas compte de l'anisotropie induite par le dommage. Le modèle d'endommagement appliqué en zone de concentration de contrainte n'intègre pas l'effet d'un gradient de contrainte et fournit par conséquent des durées de vie trop conservatives. Ces constatations justifient l'étude présentée dans ce mémoire. Elle a pour but de proposer un modèle d'endommagement de fatigue plus physique, qui rend compte de l'anisotropie du dommage. Il est écrit à l'échelle cristallographique pour la phase de micro-amorçage dans les superalliages monocristallins et est valable en zone de concentration de contrainte. Par ailleurs, l'un des objectifs est de définir des procédures pratiques de prise en compte des effets de gradient, au travers d'une approche de type non local.

La démarche adoptée pour parvenir à cette modélisation s'articule de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré à la présentation du matériau et à l'étude de son comportement. Un état de l'art sur les nombreux types de modèle d'endommagement sera également présenté en essayant, autant que faire se peut, de relever les ingrédients qui pourront nous aider à rendre compte de certaines spécificités du comportement observé.

---

Le deuxième chapitre concerne la mise en évidence de l'effet du gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage au travers d'une étude expérimentale. Des essais de fatigue sous sollicitations répétées, menés à 5 Hz et 950°C sur des éprouvettes contenant des trous de différents diamètres, afin de disposer de gradients de contrainte d'intensités différentes, seront réalisés et les résultats analysés. Les observations micrographiques, réalisées avant et après sollicitation, seront également détaillées. Les prévisions de durée de vie obtenues avec le modèle de fatigue ONERA seront comparées aux durées de vie expérimentales et le caractère prédictif du modèle, en zone de concentration de contrainte, sera discuté.

Une fois mise en évidence l'influence du gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage, le troisième chapitre a pour but de proposer une méthodologie qui permettra de le prendre en compte dans l'analyse de durée de vie. La finalité de ce chapitre est de fournir aux industriels un outil qui leur permette d'améliorer les prévisions de durée de vie des structures réelles en zone de concentration de contrainte.

Le quatrième chapitre est consacré au développement d'un modèle de fatigue incrémental anisotrope, adapté au monocristal, et qui pallie les déficiences mises en évidence avec les modèles macroscopiques présentés au premier chapitre. La prise en compte des phénomènes d'oxydation sera introduite. Y seront également exposés les différents cheminements qui nous ont amenés à formuler certaines hypothèses et à faire certains choix de modélisation. Par ailleurs, afin de faciliter l'identification des paramètres du modèle (cf. chapitre 5), une intégration analytique simplifiée du modèle sera proposée. Nous disposerons alors de "deux" modèles, le deuxième étant le modèle complet, entièrement couplé.

L'identification du modèle sera faite au cinquième chapitre à partir de la base de données expérimentales disponible sur l'AM1, à différentes fréquences, différents rapports de charge et différentes directions de sollicitation. Deux identifications du modèle seront présentées, avec et sans prise en compte du phénomène d'oxydation.

Le sixième et dernier chapitre est consacré à l'exploitation et la validation du modèle d'endommagement à partir d'essais de torsion isotherme sur tube lisse. L'intégration analytique du modèle sera appliquée pour déterminer la durée de vie à amorçage des éprouvettes perforées (cf. chapitre 2) ainsi que des tubes perforés sollicités en torsion en utilisant la méthodologie développée au chapitre 3 pour prendre en compte le gradient de contrainte.





# Chapitre 2

## Etude bibliographique

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Présentation du matériau</b>	<b>17</b>
2.1.1	Microstructure de l'AM1	18
2.1.2	Anisotropie cristalline de l'AM1	20
<b>2.2</b>	<b>Comportement des monocristaux tels que l'AM1</b>	<b>21</b>
2.2.1	Déformation du superalliage monocristallin AM1	21
2.2.2	Les modèles de comportement	23
<b>2.3</b>	<b>Modélisation de l'endommagement</b>	<b>28</b>
2.3.1	Les mécanismes de rupture en fatigue	28
2.3.2	Les modes d'endommagement	30
2.3.3	Etat de l'art sur les modèles d'endommagement	33
2.3.4	Adaptation des modèles aux cas des monocristaux	42

---

### 2.1 Présentation du matériau

L'AM1 est un superalliage à base nickel élaboré en barreaux cylindriques monocristallins par la fonderie SNECMA suivant un procédé de solidification dirigée. Les superalliages issus de la solidification dirigée, qu'ils soient colonnaires ou monocristallins, possèdent de meilleures caractéristiques de tenue en fluage à haute température que les superalliages conventionnels. Ils sont donc utilisés pour la fabrication des aubes de turbines HP de turboréacteur. Ces meilleures caractéristiques s'expliquent par l'amélioration de la ductilité de par l'alignement des joints de grains selon l'axe de solidification. Dans le cas des monocristaux, la suppression de ces joints de grains réduit d'autant plus les sites d'amorçage de fissure. D'autre part, ces caractéristiques sont liées au choix de l'orientation cristalline en fonction de l'axe de sollicitation. La résistance à la fatigue à chaud est en effet améliorée lorsque l'on fait correspondre l'orientation qui présente le plus faible module d'Young à l'axe de sollicitation. Ce sont les orientations de types  $\langle 001 \rangle$  qui présentent le plus faible module d'élasticité et, c'est précisément dans cette direction que s'effectue la croissance naturelle des dendrites, gouvernée par le gradient thermique, lors du refroidissement du métal en fusion.

### 2.1.1 Microstructure de l'AM1

La microstructure des superalliages à base nickel consiste essentiellement en une matrice austénitique  $\gamma$  (solution solide à base nickel) dans laquelle s'est formée une précipitation de cuboïdes de phase ordonnée  $\gamma'$  de type  $Ni_3Al$ . Les éléments qui favorisent la formation de la phase austénitique  $\gamma$  sont le nickel, le cobalt, le fer, le chrome, le molybdène et le tungstène. La formation de la phase  $\gamma'$  est favorisée par l'aluminium, le titane, le niobium, le tantale et l'hafnium. L'aluminium et le chrome jouent un rôle essentiel vis à vis de l'oxydation en surface. Ils assurent la formation de couches d'oxydes adhérentes et stables qui protègent l'alliage des effets de l'environnement. La composition chimique de l'alliage AM1 est donnée dans le tableau 2.1.

	Ni	Co	Cr	Mo	W	Ta, Nb	Al	Ti	C	Fe
%m	base	6-7	7-8	1,8-2,2	5-6	7,5-8,5	5,1-5,5	1-1	0,01	0,2

TAB. 2.1 – Composition chimique de l'AM1 en pourcentage pondéral base nickel.

Les deux phases  $\gamma$  et  $\gamma'$  ont la même structure cristalline cubique à faces centrées (CFC). Elles cristallisent en cohérence avec une différence de paramètre de maille cristalline inférieure à 0,5%. Cette différence est absorbée par simple déformation locale du cristal, ce qui engendre des contraintes internes. Ces contraintes, dites "contraintes de cohérence" participent au durcissement de ces alliages en créant des obstacles au déplacement des dislocations.

Afin d'obtenir une meilleure résistance mécanique, le matériau subit différents traitements thermiques. Ces traitements, appliqués après solidification, consistent en une remise en solution de la phase  $\gamma'$  à 1300°C pendant trois heures, suivie d'une trempe à l'air permettant d'obtenir une microstructure fine (T1) puis un premier traitement de revenu à 1050°C pendant 5 heures (R1). Ce premier revenu sert à simuler le traitement de chromaluminisation effectué sur les aubes. Un second revenu sous vide à 870°C pendant 16 heures (R2), traitement de vieillissement, permet l'optimisation de la fraction volumique des précipités  $\gamma'$  (figure 2.1).

Cette gamme de traitement conduit à une population de précipités  $\gamma'$  cuboïdaux alignés selon des directions du cube, d'une taille moyenne de 0,4 à 0,5  $\mu\text{m}$ . On observe cependant dans l'AM1 des défauts de microstructures inhérents au procédé d'obtention, tels que des porosités ou des hétérogénéités de composition. La figure 2.2 illustre ces deux types de défauts. Ce sont les phénomènes de retrait lors de la phase de solidification qui expliquent la présence de ces pores. En effet, les dendrites se solidifient en premier et disposent donc de toute la matière nécessaire. Les pores se forment dans les zones interdendritiques qui se solidifient en dernier et où l'apport de matière est difficile. Les tailles des pores varient d'une dizaine de micromètres à près de deux cents micromètres. Sur les micrographies de la figure 2.2, nous pouvons distinguer une porosité, c'est-à-dire un ensemble de pores, ainsi qu'un pore qui mesure environ 100 micromètres dans sa longueur.

Les hétérogénéités, quant à elles, sont dues à des anomalies locales de composition chimique et ont généralement une forme prismatique aux coins arrondis dont la taille excède rarement soixante micromètres dans leur plus grande longueur.

Nous verrons ultérieurement dans quelle mesure ces défauts peuvent intervenir dans les mécanismes d'endommagement du matériau. Les observations métallographiques de différents auteurs, notamment [Defresne 89], ont confirmé que l'amorçage des fissures dans les super-

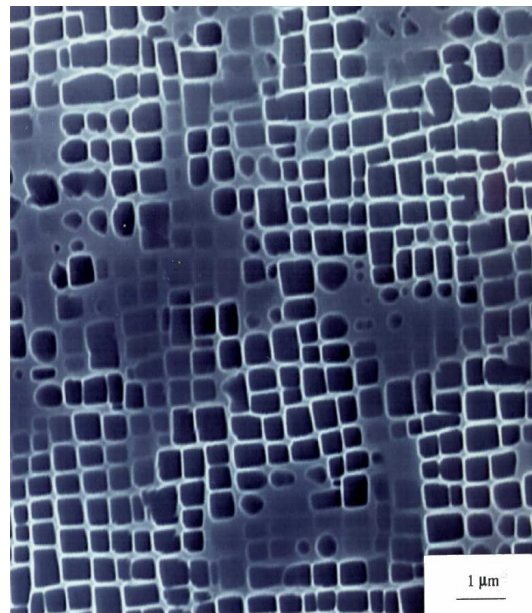


FIG. 2.1 – Microstructure des précipités à coeur de dentrite après traitements (T1, R1 et R2).

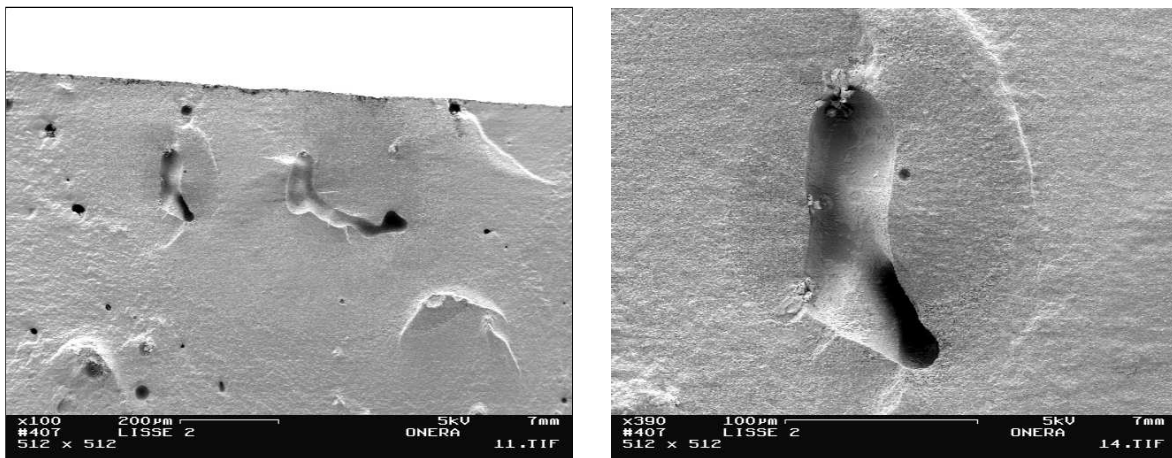


FIG. 2.2 – Ensemble de pores observés sur une éprouvette lisse en AM1 (à droite) et zoom sur l'un d'eux (à gauche). [M. Raffestin (ONERA)]

alliages monocristallins est lié à la présence de points faibles dans ces matériaux et non aux bandes de déformation. Les sites d'amorçage sont donc des hétérogénéités de microstructure ou de composition chimique dont la taille joue un rôle prédominant d'après l'auteur. Defresne a également démontré l'importance de la distance séparant le pore d'une surface sur la durée de vie d'un superalliage monocristallin tel que le CMSX2 à 650°C. Rappelons cependant qu'il s'agit essentiellement de durée de vie observées sur éprouvettes lisses non revêtues, dans lesquelles la probabilité de présence d'un défaut ou pore au voisinage de la surface est assez élevée.

### 2.1.2 Anisotropie cristalline de l'AM1

Le matériau possède 4 plans denses  $\{111\}$  dits octaédriques avec 3 directions denses  $\langle 110 \rangle$  par plan. Ceci forme les 12 systèmes de glissement octaédriques avec un vecteur de Burgers correspondant à la plus petite translation du réseau de type  $\frac{1}{2} \langle 110 \rangle$ . On note l'ensemble  $\frac{1}{2} \langle 110 \rangle (111)$ .

D'autres systèmes sont également envisageables malgré leurs énergies, liées à la distorsion locale du réseau, moins favorables. Ce sont les 6 systèmes de glissement cubiques qui sont caractérisés par 3 plans de type (001) avec chacun deux directions de glissement  $\langle 110 \rangle$ . On note l'ensemble  $\frac{1}{2} \langle 110 \rangle (001)$ . Une représentation de chacune des familles de systèmes est donnée sur la figure 2.3. Cependant il faut bien avoir conscience du caractère macroscopique de ces pseudo-systèmes. [Bettge 99] a montré que le glissement cubique est en fait du glissement dévié en zig-zag de dislocations vis sur des plans octaédriques. Ainsi, le glissement cubique macroscopique sur le système (001)[011] est en réalité du glissement en zig-zag de dislocations vis sur les systèmes octaédriques  $(1\bar{1}1)[011]$  et  $(11\bar{1})[011]$ . Et si les monocristaux CFC ductiles tels que le cuivre par exemple ne se déforment jamais par glissement sur les systèmes cubiques, certains auteurs ont montré que le glissement cubique dans les superalliages monocristallins à base nickel peut être activé par la présence d'éléments tels que Mo, Nb, Ta, Ti et W, éléments que contient l'AM1, à l'exception du niobium.

Dans la suite du travail, nous considérerons les systèmes octaédriques et cubiques définis précédemment. Le tableau 2.2 répertorie les différents systèmes de glissement de chaque famille.

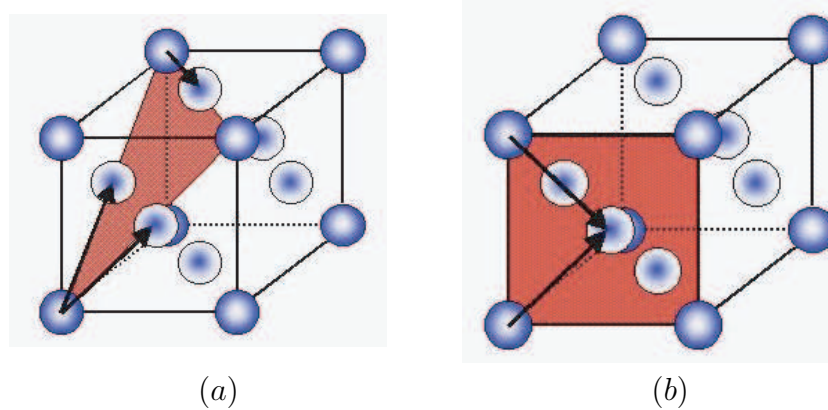


FIG. 2.3 – Représentation a) d'un des quatre plans de glissement octaédriques avec ses trois vecteurs de Burgers b) d'un des trois plans de glissement cubiques avec ses deux vecteurs de Burgers.

Famille de systèmes	Systèmes $s$	Plan de glissement $n^s$	Direction de glissement $l^s$
octaédrique	1	(111)	$[101]$
	2		$[011]$
	3		$[110]$
	4	$(1\bar{1}1)$	$[101]$
	5		$[011]$
	6		$[110]$
	7	$(\bar{1}11)$	$[0\bar{1}1]$
	8		$[110]$
	9		$[101]$
	10	$(11\bar{1})$	$[110]$
	11		$[101]$
	12		$[011]$
cubique	13	(001)	$[\bar{1}10]$
	14		$[110]$
	15	(100)	$[011]$
	16		$[0\bar{1}1]$
	17	(010)	$[101]$
	18		$[10\bar{1}]$

TAB. 2.2 – Systèmes de glissement dans un cristal CFC

## 2.2 Comportement des monocristaux tels que l'AM1

### 2.2.1 Déformation du superalliage monocristallin AM1

La déformation plastique est principalement liée au déplacement progressif de défauts linéaires appelés lignes de dislocations. Ces lignes se déplacent sur des plans denses du réseau

qui correspondent à la famille de plans  $\{111\}$  dans le cas des structures CFC.

La condition pour qu'une dislocation puisse se mouvoir est que la composante suivant la direction de glissement du vecteur contrainte appliqué sur son plan de glissement dépasse la valeur seuil  $\tau_c^s$  appelée contrainte critique.

La loi d'écoulement (ou loi de Schmid) s'écrit :

$$\tau^s = \underline{\sigma}^s : \underline{\mathbf{m}}^s = \underline{\sigma} : \frac{1}{2}(\underline{l}^s \otimes \underline{n}^s + \underline{n}^s \otimes \underline{l}^s) \quad (2.1)$$

Le glissement plastique sur le système est possible dès que la contrainte appliquée atteint la valeur critique  $\tau_c^s$  :

$$\dot{\gamma}^s \neq 0 \quad \text{si} \quad |\tau^s| = \tau_c^s \quad \text{et} \quad |\dot{\tau}^s| = \dot{\tau}_c^s \quad (2.2)$$

où  $\underline{n}^s$  est la normale au plan de glissement,

$\underline{l}^s$  la direction du glissement dans le plan,

$\dot{\gamma}^s$  la vitesse de glissement sur le système  $s$ .

Cependant, le déplacement d'une dislocation dans son plan de glissement est influencé par les différentes configurations que peuvent former les dislocations entre elles. Ces dernières peuvent entraver (dislocations immobiles "arbres de la forêt", formation de dipôles) ou faciliter (annihilation avec d'autres dislocations, mécanisme de production de Franck et Read) le mouvement des dislocations et jouent par conséquent sur les mécanismes du durcissement et la loi d'écrouissage. La contrainte critique  $\tau_c^s$ , qui reflète le degré de facilité de franchissement des obstacles du système  $s$ , doit tenir compte des obstacles entravant le mouvement.

Aux températures inférieures à  $850^\circ\text{C}$ , le comportement est dit élastique parfaitement plastique. En effet, les courbes de traction obtenues sur diverses orientations cristallographiques présentent un stade de déformation facile à la sortie du domaine élastique. D'un point de vue macroscopique, la déformation plastique est fortement hétérogène, elle se localise dans quelques bandes de cisaillement visibles optiquement ([Poubanne 89]). L'anisotropie des propriétés mécaniques se traduit par des valeurs de module différentes, ainsi que des valeurs de la limite d'élasticité différentes selon la direction de l'effort.

A  $950^\circ\text{C}$ , le comportement du monocristal dépend de la vitesse de sollicitation. Pour une même orientation cristallographique, la contrainte obtenue pour une déformation sera d'autant plus grande que la vitesse de sollicitation sera grande.

[Poubanne 89] a montré que pour l'AM1 testé à  $950^\circ\text{C}$ , les orientations [001] et [111] sont sensibles à la vitesse de déformation alors que l'orientation [011] ne l'est pas du tout. A cette température, l'écoulement est difficile et le matériau se consolide avec la déformation inélastique.

A l'échelle microscopique, les dislocations se répartissent systématiquement dans la phase  $\gamma$  ou à l'interface des deux phases  $\gamma - \gamma'$ , mais pénètrent rarement dans le précipité. La déformation est alors accommodée exclusivement par la matrice  $\gamma$  qui représente 30% du volume du matériau, formant des couloirs très fins tridimensionnels entourant les précipités de phase  $\gamma'$ . Les dislocations doivent alors se mouvoir dans un espace très réduit en utilisant le petit nombre de systèmes de glissement disponibles. Les précipités jouent en plus le rôle d'ancrage des dislocations. En résultent macroscopiquement un fort écrouissage et une déformation homogène (pas de localisation de la déformation). D'après Poubanne, trois mouvements de

dislocations sont possibles : le contournement des obstacles par le mécanisme d'Orowan, le glissement dévié permettant à une dislocation vis d'éviter un précipité et la montée de dislocations, le cisaillement des précipités n'intervenant que pour de très fortes contraintes.

### 2.2.2 Les modèles de comportement

La mise au point de relations de comportement pour les monocristaux est indispensable dès lors que l'on cherche à construire un modèle d'analyse de durée de vie prédictif fiable. De nombreux modèles existent pour décrire le comportement élasto-viscoplastique des monocristaux. Il existe des modèles à base de densités de dislocations, des modèles macroscopiques (basés sur la théorie des invariants) et des modèles cristallographiques plus ou moins phénoménologiques.

Le premier type de modèle rend compte du comportement plastique des cristaux à partir des mécanismes physiques qui sont à l'origine de la plasticité. Ce type de modélisation fait appel à la dynamique des dislocations, principales responsables de l'écoulement plastique des matériaux ductiles. Fivel et Forest (Techniques de l'Ingénieur) proposent un exemple de lois de comportement à froid pour les métaux purs de structure cubique à faces centrées. L'identification des coefficients et la détermination des matrices d'écrouissage associés aux mouvements des dislocations nécessite souvent des simulations numériques en dynamique des dislocations. La prouesse la plus importante dans ce domaine est certainement le développement de simulations 3D qui tiennent compte des effets cristallographiques et de la géométrie des glissements. Initiée par [Kubin 92] *et al.*, ces simulations sont aujourd'hui parvenues à une bonne maturité. Des résultats intéressants ont été obtenus comme par exemple les mécanismes de durcissement structural dans les CFC, l'obtention des matrices d'interaction pour les CFC ([Madec 01]), etc.

[Fedelich 99, Fedelich 02] a par ailleurs proposé un modèle basé sur les mécanismes de dislocations observés. Il considère le fait que plusieurs mécanismes de déformation sont activés thermiquement. Dans son modèle, les variables internes ont une réelle signification physique. De plus, les glissements cubiques et octaédriques sont intimement couplés, ce qui réduit considérablement le nombre de paramètres matériau pour le glissement cubique par rapport aux modèles classiques basés sur les systèmes de glissement où les deux types de systèmes sont traités indépendamment.

Les modèles macroscopiques basés sur la théorie des invariants constituent le deuxième type de modèle. Initialement, l'anisotropie cubique du matériau était traduite au travers d'un critère quadratique de type Hill ([Nouailhas 90],[Nouailhas 91]). Cependant, ce type de critère est insuffisant pour traduire le comportement réel du monocristal lors de sollicitations complexes de type traction-torsion, pression interne [Bonnand 06]. En effet, pour un tube d'axe  $\langle 001 \rangle$  sollicité en torsion pure, un modèle cristallographique utilisant la loi de Schmid prévoit une alternance de "zones molles" (en face des zones  $\langle 110 \rangle$ ) et de zones "dures" (zones  $\langle 100 \rangle$  plus difficiles à déformer), alors que le critère de type Hill prévoit les mêmes contraintes d'écoulement pour les deux directions. Des critères plus complexes ont donc été développés. Ils font intervenir des fonctions de charge d'ordre supérieur également exprimées en fonction des invariants ([Nouailhas 95]).

Enfin la troisième catégorie de modèle concerne les modèles cristallographiques qui sont issus de l'approche mécanique du comportement des matériaux. Ils s'appliquent très bien au



comportement viscoplastique à haute température. Le comportement oligocyclique du monocristal est traduit au travers de la notion d'écroissage cinématique au niveau de systèmes de glissement. Les limitations de ce type de modèle par rapport au précédent concernent l'écroissage isotrope et notamment l'interaction entre systèmes de glissement qui est moins bien transcrite et les variables internes utilisées n'ont pas toujours de réelles significations physiques. Au cours de mon travail, le modèle cristallographique proposé par Méric et Cailletaud ([Méric 91b], [Méric 91a]) a été utilisé. C'est un modèle de comportement à variables internes unifié et multicritères (un critère par systèmes de glissement) qui peut s'interpréter comme une version cristallographique des modèles de comportement macroscopiques isotropes. Seule la formulation en petites déformations a été utilisée ici. En utilisant la notion de systèmes de glissement, ce modèle ne prend pas en compte explicitement l'existence des dislocations, mais uniquement leurs effets au travers du cisaillement plastique. C'est ce modèle que nous nous proposons de décrire.

### Le modèle de comportement cristallographique

#### Hypothèses

La déformation (visco)-plastique est due au glissement des dislocations sur les systèmes de glissement. La loi de Schmid est validée dans le domaine de température considéré.

#### Formulation du modèle

La déformation totale se décompose en une partie élastique et une partie plastique :

$$\xi = \xi^e + \xi^p \quad (2.3)$$

De plus, on a :

$$\sigma = \underset{\sim}{\mathbf{L}} : \xi^e \quad (2.4)$$

où  $\underset{\sim}{\mathbf{L}}$  est le tenseur anisotrope d'élasticité. En effet, la structure CFC du monocristal engendre une anisotropie cubique du comportement mécanique.

En adoptant la notation de Voigt, il vient :

$\sigma_{11} = \sigma_1$	$\sigma_{22} = \sigma_2$	$\sigma_{33} = \sigma_3$	$\sigma_{23} = \sigma_4$	$\sigma_{13} = \sigma_5$	$\sigma_{12} = \sigma_6$
$\epsilon_{11} = \epsilon_1$	$\epsilon_{22} = \epsilon_2$	$\epsilon_{33} = \epsilon_3$	$2\epsilon_{23} = \epsilon_4$	$2\epsilon_{13} = \epsilon_5$	$2\epsilon_{12} = \epsilon_6$

On a alors :

$$\sigma_I = \underset{\sim}{\mathbf{L}}_{IJ} : \epsilon^e_J \quad (2.5)$$

avec :

$$\underset{\sim}{\mathbf{L}} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{12} & 0 & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{11} & L_{12} & 0 & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{12} & L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{44} \end{pmatrix}_{cristal} \quad (2.6)$$

La déformation plastique est la résultante de l'activation des plans de glissement sur les 12 systèmes octaédriques et les 6 systèmes cubiques. L'activation des plans est fonction du chargement appliqué et de l'orientation cristallographique du matériau.

On a alors :

$$\dot{\xi}^p = \sum_{s=1}^{12} \underline{\mathbf{m}}^s \dot{\gamma}^s + \sum_{s'=1}^6 \underline{\mathbf{m}}^{s'} \dot{\gamma}^{s'} \quad \text{avec} \quad \underline{\mathbf{m}}^s = \frac{1}{2}(\underline{\mathbf{l}}^s \otimes \underline{\mathbf{n}}^s + \underline{\mathbf{n}}^s \otimes \underline{\mathbf{l}}^s) \quad (2.7)$$

La résultante de la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^s$  est donnée par :

$$\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k} \right\rangle^n \text{sign}(\tau^s - x^s) \quad (2.8)$$

où  $r^s$  et  $x^s$  sont des variables internes qui désignent respectivement l'écroissage isotrope et l'écroissage cinématique.

L'écroissage isotrope est défini par :

$$r^s = r_0 + Q \sum_r H^{sr} (1 - e^{-bv^r}) \quad \text{avec} \quad v^r = |\dot{\gamma}^r| \quad (2.9)$$

où  $Q$  définit la valeur asymptotique qui correspond au régime cyclique stabilisé pour le système  $s$  et  $b$  indique la rapidité de stabilisation.

La limite d'élasticité initiale sur la famille de systèmes de glissement considérée est notée  $r_0$ . La matrice  $H^{sr}$  permet de tenir compte des éventuelles interactions entre les systèmes de glissement. Le modèle de l'EMP admet que le cisaillement plastique du système  $\mathbf{g}$  provoque de l'écroissage sur le système  $\mathbf{g}$  lui-même, mais également sur l'ensemble de tous les autres systèmes de glissement du cristal, de façon latente. La simplification adoptée par la SNECMA consiste à négliger l'écroissage latent. Il n'y a donc plus d'interaction entre systèmes de glissement dans ce modèle simplifié ([de Bussac 92]). Dans le cas des superalliages monocristallins, cette matrice est généralement prise égale à l'identité, le phénomène d'auto-écroissage étant prépondérant devant l'écroissage latent ([Méric 91b], [Méric 91a]). En effet, l'essentiel de l'écroissage est lié aux interactions avec les précipités, plutôt qu'avec les dislocations des autres systèmes de glissement.

Par ailleurs, un écroissage cinématique est introduit afin de traduire le déplacement du centre du domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes. Son existence est à relier à des hétérogénéités à l'échelle microscopique qui créent des champs de contraintes locaux non uniformes sur de "grandes" distances (contraintes à longue portée). La cission qui s'exerce sur les dislocations doit alors être calculée à l'aide de la contrainte locale effective, différence entre la contrainte appliquée et la contrainte interne qui exerce un effort de rappel pour favoriser la déformation opposée au sens de sollicitation courant. L'écroissage cinématique utilisé ici est non linéaire. Il est muni d'un terme de rappel en vitesse de déformation plastique cumulée (ici le glissement cumulé  $v^s$  sur le système  $s$ ) :

$$x^s = c\alpha^s \quad \text{avec} \quad \dot{\alpha}^s = \dot{\gamma}^s - dv^s \alpha^s - \omega(\alpha^s) \quad (2.10)$$

$c$  et  $d$  sont deux paramètres ajustables du modèle. Le terme  $d\dot{v}^s\alpha^s$  est un terme de rappel classique pour l'érouissage cinématique non-linéaire, basé sur la déformation plastique cumulée (ici, le glissement cumulé sur le système  $s$ ). Il permet de décrire les effets d'histoire du chargement, tels l'effet Bauschinger ou le déplacement du domaine d'élasticité dans l'espace des contraintes.

L'intégration de l'équation (2.10) (dépourvue du terme  $\omega(\alpha^s)$ ) pour un chargement de fatigue symétrique isotherme donne :

$$x^s = \pm \frac{c}{d}(1 - e^{\mp d\gamma^s}) \quad (2.11)$$

Par ailleurs, on observe dans les superalliages monocristallins à haute température une dissymétrie en traction/compression. La prise en compte de cette anisotropie initiale supplémentaire peut être faite en introduisant dans la loi d'érouissage cinématique des valeurs initiales non nulles.

Ce formalisme est décrit par [Hanriot 93] et [Flouriot 04] pour mettre en évidence un phénomène de rochet dans la bande de localisation située en avant d'une pointe de fissure (à l'aide d'une loi de plasticité cristalline). Pour ce faire, ils introduisent un terme constant, noté  $\bar{x}^s$ , dans l'érouissage cinématique non linéaire, ce qui conduit à l'expression suivante :

$$x^s = (\bar{x}^s \pm \frac{c}{d})(1 - e^{\mp d\gamma^s}) \quad (2.12)$$

### Limitations du modèle

[Bonnand 06] a montré dans ses travaux que le modèle de comportement tel qu'il a été identifié jusqu'à présent pour une gamme de déformations comprises entre  $10^{-4} s^{-1}$  et  $10^{-7} s^{-1}$  est difficile à utiliser à haute fréquence (50 Hz). La loi de comportement (loi de viscosité non saturée) surestime la contrainte visqueuse pour les chargements à fréquence élevée. [Bouvard 06] a donc modifié cette loi de façon à rendre compte de manière correcte de la réponse du matériau dans le régime des hautes vitesses de déformation. Pour cela, il a introduit une fonction de viscosité à deux pentes :

$$\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k_1} \right\rangle^{n_1} \text{sign}(\tau^s - x^s) + \left\langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k_2} \right\rangle^{n_2} \text{sign}(\tau^s - x^s) \quad (2.13)$$

Cette modification a permis d'élargir le régime de validité de la loi de comportement. Bouvard a choisi de rendre effectif le régime des fortes vitesses ( $n_2 > n_1$ ) de la loi à partir d'une vitesse de déformation de  $10^{-3} s^{-1}$ . Il s'est appuyé sur des essais SNECMA à déformation imposée à  $900^\circ\text{C}$  (rapport technique [Rémy 92]) qui montrent que la contrainte visqueuse tend à être saturée à partir d'une vitesse de déformation de l'ordre de  $3.10^{-2} s^{-1}$ .

Il a également choisi le paramètre  $n_2$  proportionnel à  $n_1(T)$  avec  $n_2 = \xi n_1(T)$  ( $\xi$  étant indépendant de la température et pris égal à 8 de façon arbitraire). La vitesse de changement de régime (égalité des deux termes) est choisie constante,  $\dot{\varepsilon}^* = 10^{-3} s^{-1}$ , indépendamment de la température. De façon évidente on a alors :

$$k_2(T) = k_1(T)\dot{\varepsilon}^* \frac{\xi-1}{\xi n_1(T)} \quad (2.14)$$

Deux paramètres supplémentaires sont donc nécessaires,  $\dot{\varepsilon}^*$  et  $\xi$ , facteur d'augmentation de l'exposant, tous deux indépendants de la température. La réponse du modèle en régime de forte vitesse est illustrée sur la figure 2.4.

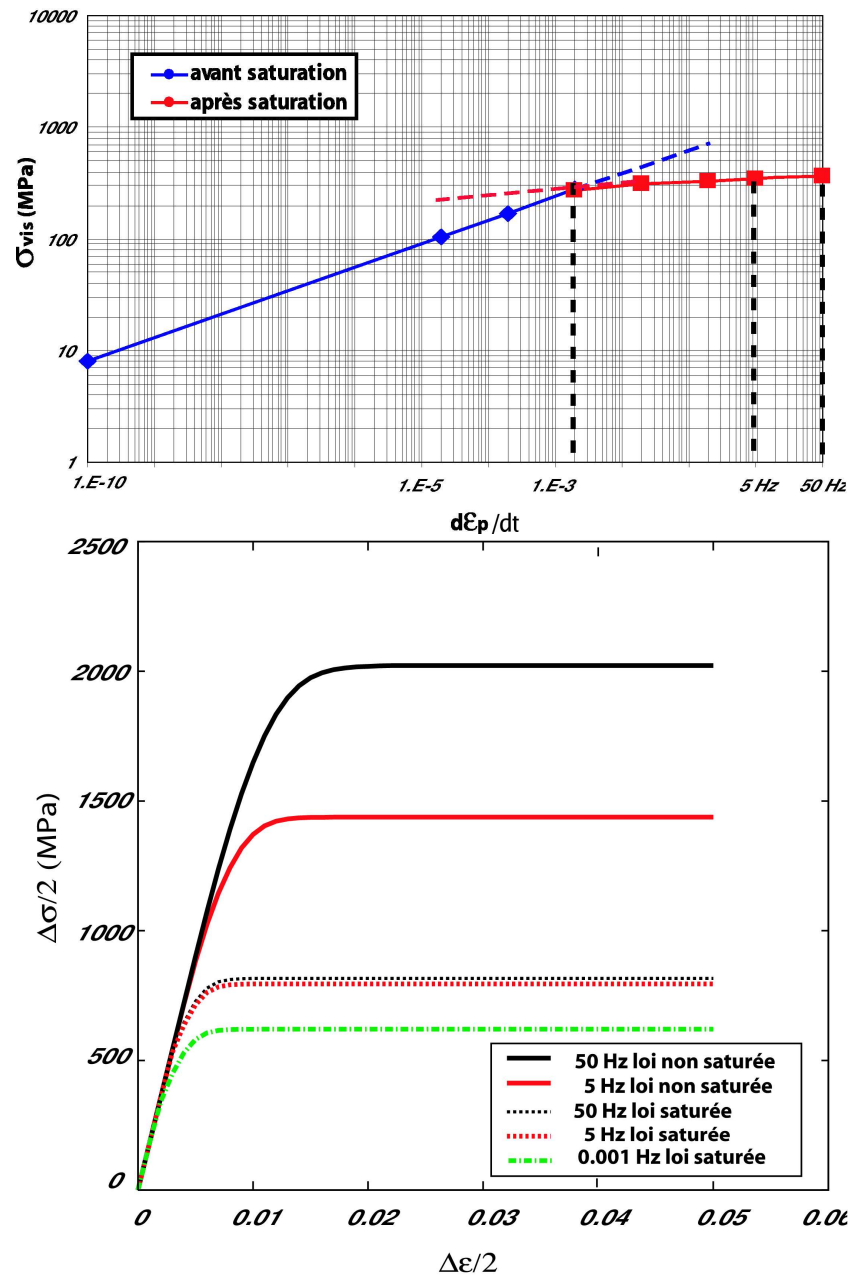


FIG. 2.4 – Saturation de la contrainte visqueuse à  $950^\circ\text{C}$  [Bouvard 06].

## 2.3 Modélisation de l'endommagement

La mécanique de l'endommagement continu s'est largement développée depuis une trentaine d'années grâce aux travaux de l'école russe et notamment à partir des concepts introduits initialement par [Kachanov 58] puis [Rabotnov 69]. Ce courant russe s'est ensuite développé en Europe, principalement pour traduire le fluage des matériaux métalliques. L'école écossaise a apporté une importante contribution au développement de cette approche avec, entre autres, les travaux de [Leckie 74] mais également certains apports, par exemple japonais avec [Murakami 80]. Cependant c'est en France que les concepts de base de la mécanique de l'endommagement ont été énoncés sur le plan théorique, en particulier par l'introduction du formalisme thermodynamique grâce à [Lemaitre 92], [Chaboche 77] et [Germain 83]. C'est également en France que des exploitations ont été systématiquement recherchées pour d'autres types d'endommagement (fatigue, rupture ductile) et d'autres types de matériaux ([Chaboche 74], [Lemaitre 85], [Ladevèze 83], [Mazars 86]).

La mécanique de l'endommagement sera par la suite, au début des années 80, reconnue aux Etats-Unis. On peut citer par exemple les travaux de [Krajcinovic 81], [Ortiz 85] ou [Voyiadjis 93]. Ce domaine fait toujours l'objet d'importants travaux de recherche.

### Définition de l'endommagement

Les déformations élastiques et permanentes qui se situent respectivement au niveau des atomes et des plans cristallins respectent la cohésion de la matière. L'endommagement détruit cette cohésion par création de discontinuités surfaciques ou volumiques au sein de la matière. Ces micro-vides peuvent, par des phénomènes successifs (nucléation-croissance-coalescence), conduire à l'amorçage d'une macro-fissure qui, en se propageant, mène à la ruine complète de la structure. Les mécanismes de formation de ces défauts dépendent de nombreux facteurs qui peuvent être aussi bien intrinsèques au matériau (influence de la microstructure) que liés aux sollicitations mécaniques ou à la température appliquées.

De ce fait, il existe différents mécanismes de rupture. La rupture peut intervenir brutalement quasi sans déformation préalable pour les matériaux qualifiés de fragiles (c'est la rupture fragile obtenue par clivage), tandis qu'elle n'intervient qu'après une étape de grande déformation permanente pour les matériaux qualifiés de ductiles (on parle de rupture ductile). Parmi ces mécanismes existe celui de la rupture en fatigue. C'est ce dernier que nous allons détailler ici.

### 2.3.1 Les mécanismes de rupture en fatigue

Les mécanismes de rupture vont dépendre du niveau de déformation imposée et peuvent être différents selon que l'on est en régime de fatigue oligocyclique ou de fatigue d'endurance. On distingue les mécanismes d'amorçage d'origine microscopique qui conduisent à la création de la microfissure et les mécanismes de propagation qui interviennent à une échelle plus macroscopique (la mesure de la plus petite fissure décelable étant en général de l'ordre de grandeur de la taille de grain pour un polycristal soit environ 0,1 mm).

## Les mécanismes d'amorçage

D'une manière générale, l'amorçage des fissures en fatigue se produit à la surface de l'éprouvette. Celui-ci peut se développer plus rarement à cœur, par exemple dans les soudures, dans les aciers moulés (micro-retassures), ou sous la peau lorsque des inclusions importantes modifient la répartition des contraintes.

Quatre raisons principales peuvent expliquer l'amorçage des fissures de fatigue à la surface des pièces :

- les défauts de surface (usinage, polissage) sont des sites de concentrations de contraintes,
- les dislocations sont plus mobiles à la surface qu'à cœur,
- la surface est un site préférentiel pour la génération des dislocations,
- la surface est soumise à l'agressivité de l'environnement.

Dans le cas de très faibles déformations, les sollicitations inférieures à la limite d'endurance se caractérisent par le fait que les mouvements des dislocations et les glissements sont parfaitement réversibles. Il n'y a ni blocage, ni réarrangement des dislocations et la structure n'est pas modifiée de façon irréversible.

Dans le domaine de l'endurance, des bandes de glissement, facilement observables sur des surfaces polies, apparaissent après un certain nombre de cycles dans quelques grains, suite à l'application de contraintes cycliques voisines de la limite d'endurance. Ces bandes de glissement permanentes ont été observées dans beaucoup de métaux et d'alliages. Dans certains métaux, elles conduisent à l'apparition de microfissures par le mécanisme des intrusions-extrusions. En effet, l'atmosphère réagit avec les surfaces des plans de glissements qui dépassent la surface (extrusion) et empêche la réversibilité de leur mouvement de va-et-vient, d'où un endommagement du métal. La formation des microfissures à la surface est alors une simple conséquence géométrique des mouvements de va-et-vient dans les bandes de glissement larges.

Les inclusions sont également des sites d'amorçage de fissures du fait des concentrations de contraintes qu'elles entraînent ou des clivages qui s'y développent. Dans les alliages légers, ce sont souvent les particules chargées en Fe ou en Si qui se clivent. L'amorçage des fissures dépend de la quantité, de la taille, de la nature et de la répartition des inclusions, de la cohérence de l'interface matrice-inclusion ainsi que de leur forme par rapport à la direction des efforts.

Enfin, l'amorçage des fissures oligocycliques dans le domaine des fortes déformations fait intervenir à l'échelle microscopique des mécanismes comparables à ceux décrits ci-dessus. La formation des microfissures se produit plus rapidement et les sites d'amorçage sont nettement plus nombreux. La déformation étant importante, les joints de grains peuvent constituer des sites d'amorçage privilégiés même en l'absence de fragilisation microstructurale de ceux-ci ou encore par la fragilisation des joints liée à l'environnement, l'oxydation en fatigue à chaud. Lorsque l'amorçage est transgranulaire les bandes de glissement intense sont les sites naturels d'amorçage des fissures. L'amorçage se produit alors suivant les bandes cristallographiques les plus sollicitées c'est-à-dire orientées aux environs de  $45^\circ$  par rapport à l'axe de l'éprouvette. A la surface de l'éprouvette ces bandes conduisent à la formation d'intrusions et d'extrusions de matière.

## Les stades de propagation

Aux stades d'amorçage d'une fissure succède la propagation de celle-ci dont on distingue deux stades. Lorsqu'on se situe à des facteurs d'intensité de contraintes faibles, la propagation de la fissure est fortement influencée par la microstructure du matériau.

Dans les matériaux métalliques, pour une faible variation du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K$ , et plus particulièrement, dans le cas des superalliages monocristallins, la fissure se propage généralement dans des plans de glissement privilégiés, selon l'orientation cristallographique de la microstructure. Par exemple, dans les premiers stades de fissuration, on observe généralement une propagation en mode de cisaillement dans des plans de glissement actifs. Ce mécanisme conduit à des chemins de fissuration en zig-zag, définis comme "stade I" de fissuration par fatigue.

Lorsque  $\Delta K$  augmente, le nombre de systèmes de glissement actifs augmente également et les faciès de rupture présentent des reliefs moins importants. La fissure se propage plus régulièrement, avec une moindre sensibilité à la microstructure du matériau. Ce régime a été appelé "stade II" de fissuration. Il est caractérisé par l'apparition de stries de fatigue sur la surface de rupture (figure 2.5) qui sont typiques de la propagation de fissure en régime de fatigue.

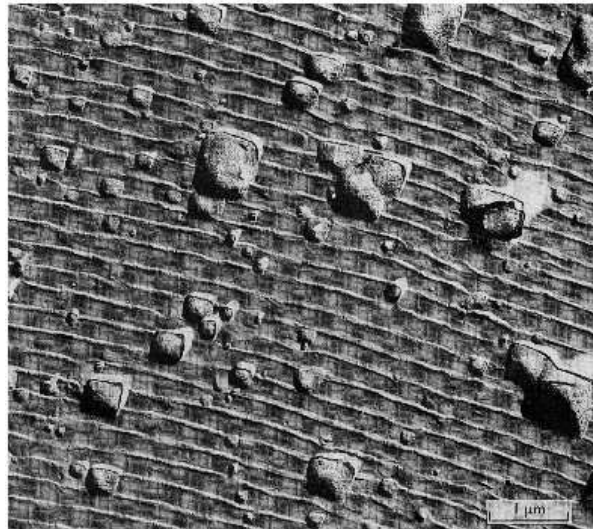


FIG. 2.5 – Stries de fatigue sur le faciès de rupture de l'alliage d'aluminium 2024-T3 (Pelloux, 1969).

Ces stries sont le résultat d'émoussesments successifs à l'extrémité de la fissure qui se produisent lors des phases d'ouverture de la fissure.

### 2.3.2 Les modes d'endommagement

#### 2.3.2.1 L'endommagement par fatigue

Les ruptures de pièces de machines ou de structures en fonctionnement normal sont le plus souvent dues à la fatigue. Le caractère lent et progressif de la fatigue est d'autant plus grave que la fissuration par fatigue conduit très souvent à une rupture brutale différée qui

peut provoquer un accident.

Lorsque la contrainte est appliquée de manière cyclique (fatigue) ou lorsque l'environnement est corrosif (fatigue corrosion), les fissures se forment et croissent lentement sous des contraintes plus faibles que celles conduisant à la rupture brutale. En effet, il arrive qu'une pièce ou structure soumise à des contraintes cycliques de façon répétée rompe sous des contraintes bien inférieures à la contrainte de résistance à la traction ou même souvent inférieures à la limite d'élasticité du matériau.

On distingue *la fatigue à grand nombre de cycles* qui correspond à une déformation plastique négligeable et qui concerne toutes les pièces soumises à des rotations, vibrations : roues, essieux, pièces de moteurs, de la *fatigue oligocyclique* qui correspond à une plastification substantielle au cours de chaque cycle et concerne les pièces de cœur de réacteur nucléaire, de turbines, et toutes les pièces soumises à surcharge occasionnelle.

Il existe différentes méthodes de mesure du dommage qui sont rappelées par exemple dans l'ouvrage BCCF ([Besson 01]). Parmi elles, les mesures de variation du comportement mécanique sont les plus adaptées à la modélisation mécanique. Deux méthodes peuvent être utilisées. Elles sont basées, soit sur la notion de contrainte nette, soit sur la notion de contrainte effective :

- Contrainte nette  $\sigma^*$  :

c'est la contrainte moyenne appliquée sur la section résistante (ou nette) de l'échantillon endommagé (figure 2.6). Elle se déduit de la contrainte de Cauchy  $\sigma$  par l'introduction d'un facteur de réduction de section qui tient compte de la moyenne  $\omega$  des réductions de section dues aux vides et fissures.

$$\sigma^* = \frac{S}{S^*} = \frac{\sigma}{1 - \omega} \quad (2.15)$$

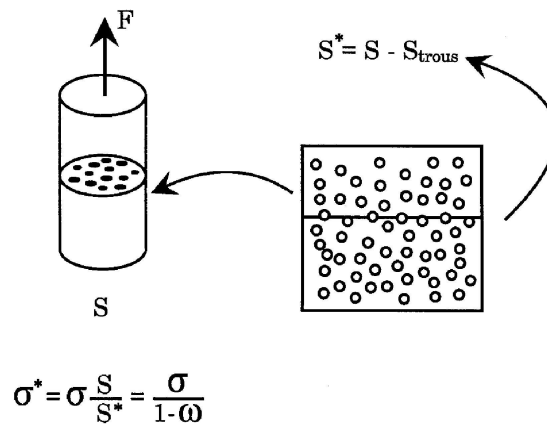


FIG. 2.6 – Définition de la contrainte nette

- Contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  :

“le tenseur des contraintes effectives  $\tilde{\sigma}$  est celui qu'il faudrait appliquer au matériau vierge de tout endommagement pour qu'il se déforme de la même façon (même tenseur



de déformation) que le matériau endommagé soumis au tenseur de contrainte actuel  $\underline{\sigma}$ . En définissant une section effective  $\bar{S}$  (figure 2.7), la contrainte effective s'écrit alors, en uniaxial :

$$\tilde{\sigma} = \frac{S}{\bar{S}} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (2.16)$$

où  $D$  est un dommage scalaire qui représente la perte de section effective, tenant compte des décohésions et des effets de concentration de contrainte locale. Cette notion se généralise en multiaxial, soit par l'hypothèse d'équivalence en déformation ([Chaboche 77]), soit par celle de l'équivalence en énergie ([Cordebois 79]).

La contrainte effective est utilisée dans les lois de comportement à la place de la contrainte de Cauchy afin de décrire l'influence de l'endommagement sur le comportement macroscopique du matériau. En première approximation, c'est la même quantité qui intervient quel que soit le type de comportement étudié (élastique, plastique, viscoplastique).

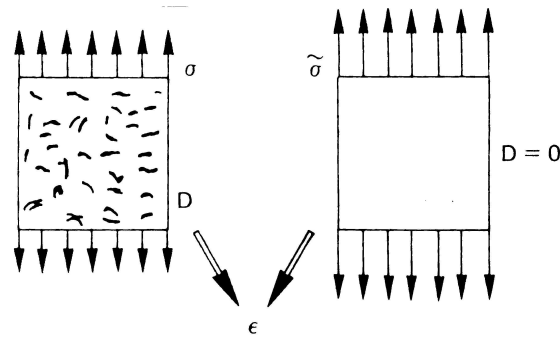


FIG. 2.7 – Définition de la contrainte effective

### Phases d'amorçage et de propagation de fissure

Il n'est pas facile de distinguer l'amorçage de la propagation de fissure. [Fleury 91], dans son étude sur l'AM1, considère qu'une microfissure de  $50 \mu\text{m}$  constitue l'amorçage au sens métallurgique, alors que, pour l'ingénieur, l'amorçage correspond à une fissure de quelques dixièmes de mm. Dans ce dernier cas, la durée de vie de la pièce est égale au temps d'amorçage. Pour se ramener à une dimension de fissure amorcée utilisable par l'ingénieur, on peut considérer que l'amorçage comprend une phase de micro-amorçage (par exemple amorçage d'une micro-fissure de  $50 \mu\text{m}$ ) et une phase de micro-propagation de fissure (de  $50$  à  $300 \mu\text{m}$  par exemple). Des modèles de durée de vie à amorçage ont alors été développés. Un de ces modèles sera présenté au paragraphe 2.3.4.

#### 2.3.2.2 L'endommagement de fluage

Les structures telles que les turbines, les réacteurs et les moteurs thermiques fonctionnent à des températures élevées. Sous l'action de charges qui, à basse température, ne provoquent pas de déformations plastiques permanentes, les matériaux commencent à fluer de manière irréversible lorsque l'on augmente la température. Le fluage est une déformation lente, continue qui est une fonction du temps  $t$  et de la température  $T$ , en plus de sa dépendance en

contrainte :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = f(\underline{\underline{\sigma}}, t, T) \quad (2.17)$$

Pour les polycristaux, les joints de grains constituent des sites privilégiés pour l'apparition de cavités. Ces dernières peuvent résulter du blocage des lignes de glissement sur les joints, ou encore et surtout du glissement des joints eux-mêmes qui est un phénomène actif à haute température. Les microcavités croissent à la fois sous l'effet de la déformation plastique et de la diffusion de lacunes. La rupture finale est alors intergranulaire.

Il existe deux mécanismes principaux de fluage :

1. le fluage dislocation lié à des mécanismes de mouvements de dislocations et de glissement au sein des grains,
2. le fluage diffusion qui intervient à plus haute température (considérée bien au-delà du tiers de la température de fusion du métal) et pour de plus faibles contraintes.

L'utilisation des superalliages monocristallins pour la réalisation d'aubes de turbines tient à la remarquable tenue en fluage de ces matériaux jusqu'à des températures très élevées. La réalisation d'aubes monocristallines permet de retarder encore plus la rupture, par rapport aux aubes initialement réalisées par solidification dirigée, en éliminant tous les joints de grains et permet d'augmenter la température d'utilisation des pièces. Malgré l'élimination de ces sites privilégiés d'apparition des cavités de fluage, d'après [Gallerneau 95], l'endommagement par fluage de ces superalliages monocristallins se caractérise par la formation et la croissance de microcavités au sein de la matière. Ces défauts sont initiés sur des microretassures inhérentes au procédé de solidification de l'alliage. Le mécanisme de fluage continue donc à se produire et à être observé, sur des sites différents. D'un point de vue macroscopique, on peut donc continuer à parler d'endommagement par fluage comme pour les superalliages polycristallins.

### 2.3.2.3 L'effet de l'environnement

Des études menées à partir de comparaisons en terme de durée de vie sur des superalliages à base nickel ([Rémy 83], [Chataigner 95], [Perruchaud 97]), avec notamment des essais réalisés sous air et sous vide, ont montré l'influence de l'environnement sur la durée de vie, et notamment l'effet néfaste de l'oxydation, effet d'autant plus marqué que la fréquence de sollicitation est faible. Outre le fait que la dégradation soit d'autant plus importante que la température est élevée, l'environnement semble influencer les divers mécanismes d'endommagement. En effet, en fatigue, les couches d'oxydes formées peuvent être rompues sous l'action de sollicitations mécaniques. Ces ruptures successives remettent à nu le métal, ce qui a pour effet d'accélérer les cinétiques des réactions chimiques. La fatigue est donc le phénomène d'endommagement le plus sensible en raison de la localisation préférentielle des défauts en surface, et donc dans une région au contact du milieu oxydant. L'oxydation est privilégiée au niveau des fissures, ce qui se traduit par une accélération de leur cinétique d'amorçage et de propagation.

### 2.3.3 Etat de l'art sur les modèles d'endommagement

La complexité de l'endommagement, ou tout du moins son (ou ses) mécanisme(s) physiques, explique la multitude des modèles proposés pour répondre à des cas bien spécifiques.

De nombreuses variables sont couramment utilisées pour exprimer le dommage par fatigue :

- des variables liées à la sollicitation : les contraintes et les déformations traduisent le chargement appliqué,
- les caractéristiques mécaniques monotones (le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$ , la limite élastique  $\sigma_e$ , la résistance à la rupture  $R_m$ , la résistance ultime  $R_u$ ) et cycliques (la limite d'endurance  $\sigma_D$ , le nombre de cycles à rupture  $N_r$ , etc.),
- les paramètres d'influence qui regroupent les coefficients d'écrouissage cyclique, les facteurs d'échelle, d'état de surface, de contraintes résiduelles, de gradient de contrainte et de triaxialité des contraintes,
- les paramètres de service qui traduisent les conditions de fonctionnement (température, surcharge, fréquence de sollicitation, environnement agressif, etc.).

Deux approches existent pour modéliser l'endommagement. On distingue les modèles écrits "en cycles", des modèles dits "incrémentaux".

### Les modèles écrits en cycles

Les modèles "en cycles" sont généralement basés sur des amplitudes et des valeurs moyennes (par cycle), soit des contraintes, soit des déformations. Pour des chargements complexes de type mission ou des chargements aléatoires, ils nécessitent une méthode de comptage (ou d'extraction) de cycles de type Rain-Flow ([Downling 82]). Celle-ci est discutée dans le cas de chargements multiaxiaux ([Banvillet 01]). Cette approche permet d'intégrer, dans des lois simples, des sollicitations cycliques d'amplitudes différentes, en couvrant tout le domaine de durée de vie (oligocyclique, grand nombre de cycles et limite de fatigue).

Par exemple, le modèle en contrainte développé par [Chaboche 74] et [Chaudonneret 93]), écrit en cycles, couvre toutes les durées de vie, prend en compte correctement les effets de contrainte moyenne du côté des grandes durées de vie, contient un critère de multiaxialité satisfaisant du côté de la limite de fatigue et permet aussi bien un cumul linéaire qu'un cumul non linéaire des dommages pour des chargements complexes ou missions non périodiques. En revanche, les limites et difficultés associées à ce modèle sont la forte sensibilité aux contraintes calculées qui influe sur la qualité de la loi de comportement et sur la précision de l'analyse inélastique de la pièce ainsi que le problème de l'asymptote pour les faibles durées de vie, à cause de la sensibilité au choix du paramètre de résistance statique. De plus, la prise en compte de la contrainte moyenne hydrostatique, sous chargement fortement biaxial, induit dans le régime oligocyclique des durées de vie calculées souvent trop courtes par rapport aux expériences.

### Les modèles incrémentaux

Avec l'approche dite incrémentale, on s'affranchit de la notion de cycles et de la méthode de comptage de cycles. Elle consiste à coupler la loi de comportement inélastique et la loi d'endommagement, chacune exprimée de façon temporelle. On peut avoir recours à ce couplage pour la fatigue oligocyclique des matériaux métalliques. Il convient, pour une telle formulation, d'intégrer ces lois pour les chargements ou missions considérées au cours du temps, et ce jusqu'à amorçage correspondant à une valeur critique du dommage. Ces modèles font

souvent appel à la déformation plastique cumulée dont la vitesse est notée  $\dot{p}$ , comme moteur de l'endommagement, comme c'est le cas du modèle proposé par [Lemaitre 85], [Lemaitre 90], [Lemaitre 92] *et al.*.

Dans sa formulation isotrope de l'endommagement et dans le cadre des matériaux standards généralisés, Lemaitre propose l'évolution du dommage suivante :

$$\dot{D} = \left(\frac{\bar{Y}}{S}\right)^s \dot{p} \quad \text{si } p > p_D \quad \text{et} \quad \dot{D} = 0 \quad \text{sinon} \quad (2.18)$$

où  $\bar{Y} = \frac{1}{2} E_{ijkl} \epsilon_{kl}^e \epsilon_{ij}^e$  est le taux de restitution de densité d'énergie,  $\dot{p} = \left(\frac{2}{3} \epsilon_{ij}^p \epsilon_{ij}^p\right)^{1/2}$  est le taux de déformation plastique cumulée,  $S$  et  $s$  sont deux paramètres caractéristiques du matériau.

Dans cette équation intervient également le terme  $p_D$  qui correspond au seuil de déformation plastique irréversible ou cumulée à partir duquel le dommage mécanique apparaît à l'échelle meso- ou microscopique. Ce seuil  $p_D$  dépend du matériau et est aussi lié fortement au type de chargement. Il est généralement écrit soit en déformation plastique cumulée si l'on ne considère que des chargements monotones, soit en énergie stockée par les écrouissages si l'on veut pouvoir également décrire l'endommagement sous chargements cycliques.

Par ailleurs, il s'est avéré nécessaire de modéliser dans un cadre thermodynamique la différence de comportement en traction et en compression (figure 2.8) qui se traduit par une augmentation de la raideur due à la refermeture partielle des micro-fissures au sein de l'élément de volume (effet que l'on appelle "conditions quasi-unilatérales).

Par exemple, le couplage d'un dommage isotrope, à l'élasticité, peut se faire avec l'utilisation de la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^+}{1-D} + \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^-}{1-hD} + \frac{\nu}{1-2\nu} \left( \frac{\delta_{kl} \langle \sigma \rangle_{kl}^+ - \langle \sigma_{kk} \rangle}{1-D} + \frac{\delta_{kl} \langle \sigma \rangle_{kl}^- + \langle -\sigma_{kk} \rangle}{1-hD} \right) \delta_{ij} \quad (2.19)$$

alors

$$Y = \frac{1+\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^+ \langle \sigma \rangle_{ij}^+}{(1-D)^2} + h \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^- \langle \sigma \rangle_{ij}^-}{(1-hD)^2} \right] - \frac{\nu}{2E} \left[ \frac{\langle \sigma_{kk} \rangle^2}{(1-D)^2} + h \frac{\langle -\sigma_{kk} \rangle^2}{(1-hD)^2} \right] \quad (2.20)$$

où  $h$  est un paramètre pour la fermeture des micro-défauts.

Une extension de cette loi au cas anisotrope est proposée par [Desmorat 99] dans laquelle la variable d'endommagement est toujours liée à la densité surfacique des micro-fissures et micro-cavités et est représentée par un tenseur du second ordre.

Pour décrire l'anisotropie induite par l'endommagement, ce tenseur, taux d'endommagement, est cette fois proportionnel à la valeur absolue du tenseur vitesse de déformation plastique en valeurs principales.

$$\dot{D}_{ij} = \left(\frac{\bar{Y}}{S}\right)^s |\dot{\epsilon}^p|_{ij} \quad (2.21)$$

Les directions principales du taux d'endommagement coïncident alors avec celles du taux de déformation plastique, ce qui est observé expérimentalement pour un endommagement gouverné par la plasticité.

En traction uniaxiale par exemple, les composantes transverses du dommage seront deux fois plus faibles que la composante axiale. Mais, au contraire, ce qui semble assez discutable

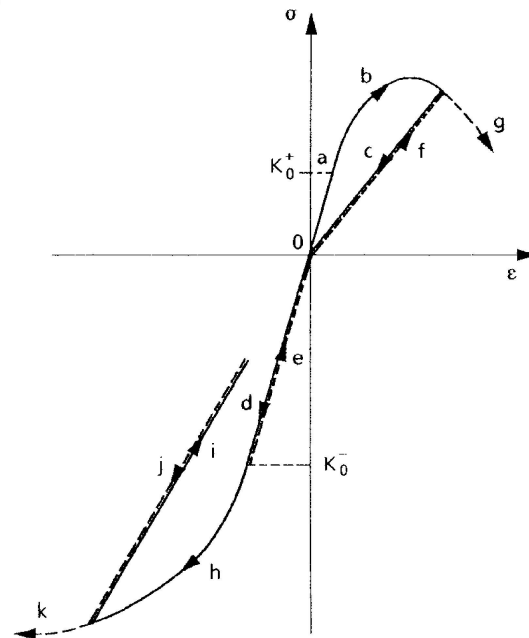


FIG. 2.8 – Représentation schématique en traction-compression du comportement élastique avec endommagement et effet unilatéral (BCCF [Besson 01])

et peu réaliste est la prévision dans le cas biaxial (équibiaxial par exemple) d'une composante transverse  $D_3$  deux fois plus élevée que chacune des composantes axiales  $D_1$  et  $D_2$ . [Desmorat 00] a également proposé une méthodologie pour modéliser l'effet de fermeture de fissure qui peut s'appliquer au cas où l'élasticité anisotrope est couplée ou non à l'endommagement.

Mais ce modèle, dans sa version isotrope ou anisotrope, s'applique seulement lorsque les déformations plastiques existent à l'échelle mésoscopique, c'est-à-dire dans la plupart des cas de rupture ductile, de fatigue à faible nombre de cycles et de fluage. Pour traiter les situations à grand nombre de cycles, dans lesquelles la plasticité et le dommage apparaissent à une échelle beaucoup plus petite que celle du Volume Élémentaire Représentatif (VER), [Lemaitre 92], [Lemaitre 99] *et al.* ont construit un modèle à deux échelles. L'endommagement dû à des mécanismes de micro-plasticité se développe sans affecter le comportement du matériau à l'échelle macroscopique. Le défaut est une inclusion élasto(visco)plastique et endommageable dont la faiblesse est constituée par sa limite d'élasticité prise égale à la limite de fatigue du matériau et plongée dans une matrice de même comportement élastique. Le passage "méso-micro" est réalisé à l'aide d'une loi de localisation. Ce modèle montre que la contrainte moyenne n'a pas d'influence pour des chargements de cisaillement. A cause d'un seuil d'initiation du dommage formulé en déformation plastique cumulée (ou énergie stockée), il conduit à un cumul de type bilinéaire. Par contre, il donne des effets de contraintes moyennes faibles dans le régime des grands nombres de cycles ( $10^6$  à  $10^7$ ).

Un modèle construit sur le même type d'approche thermodynamique a été développé à

l'UTC puis à l'UTT, autour de Saanouni [Saanouni 96]. Ses ingrédients principaux sont :

- une règle de localisation des contraintes (beta rule) et une écriture cristallographique de la (visco)plasticité à l'échelle du grain, basées sur les modèles de type Cailletaud,
- une variable d'endommagement définie sur chaque système de glissement actif, moyennée ensuite à l'échelle du grain puis du polycristal,
- un couplage comportement/endommagement basé sur la notion de contrainte effective et une équivalence en énergie,
- dans les exploitations ultérieures par [Abdul-Latif 04], le dommage est plutôt défini directement à l'échelle du grain et la règle de localisation est une formulation de type Molinari/Koudanne,
- une version récente introduit une influence de la contrainte normale au système de glissement, activée par les mécanismes de cavitation, afin de prendre en compte les effets volumiques en endommagement ductile [Chaboche 06].

Récemment, Flacelière *et al.* ont proposé un modèle basé sur l'approche micro-mécanique où la plasticité et le dommage sont couplés et exprimés à l'échelle mésoscopique. Les auteurs s'inspirent des modèles précédents et proposent de se placer dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu et à l'échelle mésoscopique, justifiée par la nature physique des mécanismes mis en jeu. Ils ont alors recours à une loi de localisation (Lin-Taylor) qui leur permet de déterminer les contraintes et déformations mésoscopiques à partir des champs macroscopiques. Ils s'attachent à traduire l'effet de contrainte moyenne, notamment l'effet de la contrainte moyenne normale qui a tendance à diminuer l'amplitude de contrainte admissible, contrairement à la contrainte moyenne de cisaillement qui, elle, n'a pas d'effet sur la limite de fatigue. Ils veulent également tenir compte du fait que, une fois le dommage initié, celui-ci peut continuer à augmenter pour des niveaux de chargements appliqués inférieurs à la limite de fatigue ou au seuil d'endommagement. Enfin, l'évolution du dommage doit être non linéaire et dépendre du niveau de contrainte appliqué.

Pour la modélisation, les auteurs ont choisi d'utiliser des potentiels de dissipation découplés pour la plasticité et l'endommagement, ce qui va faire qu'une déformation plastique locale apparaîtra avant que le dommage ne se développe (ce qui est aussi le cas des modèles de type Lemaitre évoqués plus haut). Dans d'autres cas, au contraire, il est possible de traduire un endommagement (critère d'endommagement atteint) sans qu'il y ait nécessairement plastification (critère de plasticité non atteint).

La particularité de ce modèle est qu'il présente deux variables distinctes de dommage : une pour décrire l'effet du dommage sur les propriétés du matériau (sur l'écrouissage isotrope) et une deuxième qui mesure le dommage cumulé et correspond à la création de nouvelles surfaces de décohérence (fissure mésoscopique). L'amorçage du dommage et sa propagation sont alors gouvernés par des lois non-associées qui permettent de distinguer le seuil du dommage au début de la vie de la pièce, de l'évolution du dommage durant le reste de vie de la pièce.

Les auteurs ont appliqué le modèle sur des données d'essais de fatigue multiaxiaux à amplitude constante sur des aciers bas carbone C36. Les prévisions obtenues sont correctes. Le modèle demande à être éprouvé sous chargements complexes avec des états de contraintes multiaxiaux et sous amplitude variable.

Par ailleurs, un autre type de modèle incrémental a été développé par [Jiang 00]. Ses spécificités consistent :

- à utiliser une énergie élastoplastique cumulée exprimée sur les plans critiques (modèle à

plan critique),

- à introduire une variable mémoire de la contrainte maximale (de Von Mises) subie par le matériau, celle-ci se stockant progressivement (formulation identique à celle du premier modèle de plasticité cyclique à mémoire introduit par [Chaboche 79]),

- cette mémoire joue un rôle à la fois pour traduire une partie des effets du cumul non linéaire, sous chargements en séquences de type H-L (High-Low) mais pas d'effet dans le cas contraire,

- les effets de contrainte moyenne sont partiellement traduits par l'emploi de la contrainte normale courante sur le plan critique.

### Classification des critères de fatigue

De nombreux critères de fatigue existent dans la littérature. Afin d'en faciliter l'analyse, nous les classerons suivant trois catégories, à savoir les modèles écrits en contrainte, les modèles faisant appel à la déformation plastique et les modèles en énergie.

#### • Les critères écrits en contraintes :

ils généralisent les courbes S-N ou courbes de Wöhler, utilisées surtout dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. Par exemple, le **critère de [Basquin 10]** décrit la relation entre le nombre de cycles à rupture et l'amplitude de contrainte  $\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f(2N_f)^b$  où  $b$  et  $\sigma'_f$  sont respectivement le coefficient de Basquin et la contrainte à rupture statique. Cette loi concerne plutôt la fatigue à grand nombre de cycles et ne prend pas en compte l'effet de contrainte moyenne.

#### • Les critères écrits en déformation :

l'endommagement est souvent associé aux déformations plastiques et à l'évolution de l'écroutissement. L'amorçage de fissure est gouverné par la déformation plastique dans le domaine de fatigue oligocyclique. Dans ce domaine, [Manson 53], [Manson 66] a proposé un modèle qui s'écrit :

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \epsilon'_f(2N_f)^c \quad (2.22)$$

où  $c$  et  $\epsilon'_f$  sont des coefficients matériaux.  $\epsilon'_f$  peut être considéré comme un paramètre de ductilité en statique.

En combinant la contribution de Basquin et celle de Manson, on peut couvrir tout le domaine de durée de vie par la relation :

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \quad (2.23)$$

soit

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \epsilon'_f(2N_f)^c \quad (2.24)$$

Les paramètres  $b$  et  $c$  correspondent aux pentes des droites  $\frac{\Delta\epsilon_e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} = f(N_f)$  et  $\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = g(N_f)$  dans un diagramme bilogarithmique alors que les coefficients  $\frac{\sigma'_f}{E}$  et  $\epsilon'_f$  correspondent

aux ordonnées à l'origine.

Ce modèle fait appel à la combinaison d'un terme élastique et d'un terme plastique, sans faire apparaître d'effet asymptotique. Du côté des faibles durées de vie, le terme plastique est prépondérant et, pour les grandes durées de vie, la limite de fatigue n'existe pas. La généralisation de cette approche au cas multiaxial se fait le plus souvent au travers de la notion de plan critique.

La prise en compte des effets de la contrainte moyenne peut se faire au travers de la correction de Morrow de la façon suivante :

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \epsilon'_f(2N_f)^c + \frac{\sigma'_f - b\sigma_{moy}}{E}(2N_f)^b \quad (2.25)$$

L'effet de multiaxialité est traduit ici en remplaçant la contrainte moyenne par la pression hydrostatique moyenne sur le cycle et l'amplitude de déformation  $\frac{\Delta\epsilon}{2}$  par  $\frac{\Delta\epsilon_{eq}}{2} = \epsilon_{aeq}^p + \frac{\sigma_{aeq}}{E}$  avec :

$$\epsilon_{aeq}^p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}(\epsilon'_{ijmax} - \epsilon'_{ijmin})(\epsilon'_{ijmax} - \epsilon'_{ijmin})} \quad (2.26)$$

Dans le cas du superalliage monocristallin AM1, [Gaubert 06] a identifié ces paramètres à partir de résultats expérimentaux en traction alternée à 50Hz. Les résultats de l'identification sont présentés en annexe A.1.

- **Les modèles basés sur l'énergie :**

Depuis les travaux de Manson-Coffin cités précédemment, la fatigue oligocyclique a été étudiée de façon intensive. Dans ce domaine, l'endommagement de fatigue est associé avec des déformations irréversibles i.e. avec l'énergie dissipée.

L'idée d'utiliser un paramètre de type énergie a été exploitée par de nombreux chercheurs qui ont proposé différents critères comme ceux, entre autres, de Morrow, de Smith-Watson-Topper (SWT), de Ostergen, de Ellyin *et al.*, etc. Le lecteur pourra d'ailleurs se référer au travail de revue des principaux critères réalisé par [Marquis 00] *et al.*

Ces critères s'expriment généralement sous la forme d'une relation entre une durée de vie en fatigue et une énergie dissipée. L'énergie de déformation par cycle, que ce soit l'énergie élastique, l'énergie plastique ou la somme des deux, est considérée comme paramètre de dommage.

Lefevre *et al.* proposent par exemple un critère basé sur une énergie de déformation plastique dissipée dans le matériau au cours d'un cycle de chargement. Ils supposent que la densité d'énergie de déformation plastique au cours d'un cycle de fatigue est le paramètre influent sur l'amorçage d'une fissure par fatigue pour des états de contrainte uniaxial et multiaxial.

Au contraire, pour les critères basés sur l'énergie élastique dans le régime des grandes durées de vie, il faut utiliser  $dW_e^+ = \sigma : d\epsilon^e$ , i.e. la partie croissante de l'énergie élastique (sinon réversible) comme dans les critères développés par [Palin-Luc 98] *et al.*, [Palin-Luc 04].

Skelton propose, quant à lui, une interprétation de la fatigue oligocyclique fondée sur l'énergie dissipée et le comportement cyclique du matériau. Dans la lignée, [Charkaluk 02] *et al.* proposent une approche qui leur permet d'évaluer la durée de vie de structures complexes. Ils ont



utilisé l'énergie dissipée par cycle qui est une quantité intrinsèque additive qu'ils ont étendue afin de tenir compte des chargements anisothermes. Le critère peut être ainsi interprété comme une borne supérieure de l'énergie dissipée admissible de l'élément de volume représentatif qui va céder.

Il faut cependant noter que, dès la fin des années 60, [Halford 66] a montré que l'énergie dissipée cumulée ne pouvait pas, en elle-même, constituer un critère de rupture. En effet, celle-ci est variable avec la durée de vie observée. Il est clair que seule une fraction de cette énergie est utile pour créer l'endommagement, c'est pourquoi des modèles récents cherchent à se baser sur l'énergie bloquée comme paramètre de fatigue.

## Modèle de micro-propagation

A ces différentes classes de modèle, on peut ajouter les modèles de propagation de fissures. Ces derniers revêtent un intérêt marqué dès lors que la croissance du dommage est directement liée à l'évolution des paramètres physiques de la propagation, comme l'accroissement de la longueur de fissure par exemple.

Ils relèvent en général de la Mécanique Linéaire de la Rupture et sont pour l'essentiel basés sur l'intégration d'une expression de la vitesse de propagation de la fissure en tenant compte parfois de l'interaction des niveaux de charges successifs et des dimensions, changeantes, de la partie de l'éprouvette non fissurée.

### 1. La loi de Paris

[Paris 63] *et al.* montrent que la vitesse de fissuration sous chargement cyclique est une fonction de la variation du facteur d'intensité des contraintes ( $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ). Paris propose l'équation suivante pour définir la propagation de fissure :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m, \quad C \text{ et } m \text{ étant des coefficients matériaux} \quad (2.27)$$

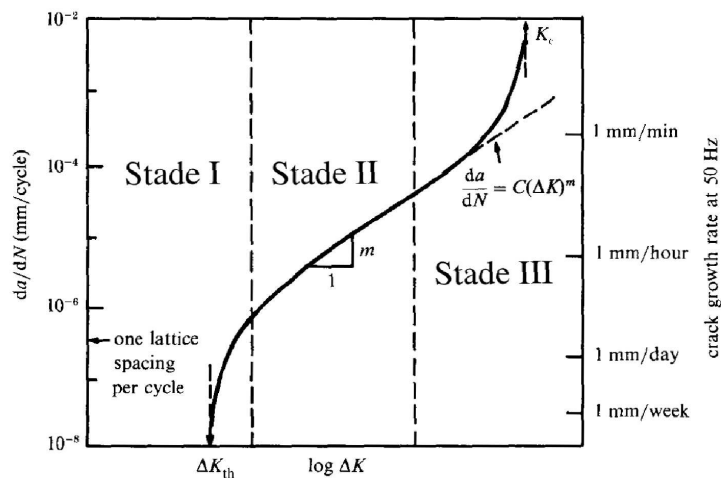


FIG. 2.9 – Schéma illustrant les trois stades de propagation stable d'une fissure de fatigue. (Suresh, 1998)

La loi de Paris traduit le stade II de propagation stable d'une fissure de fatigue (figure 2.9). Cependant cette équation ne prend pas en compte les effets de rapport de charge. Généralement, pour un  $\Delta K$  donné, la vitesse de propagation  $da/dN$  est plus grande quand le rapport de charge  $R$  est plus élevé. Pour de tels rapports de charge, la détermination des vitesses de fissuration reste insuffisante. [Forman 67] suggère donc le critère suivant pour le stade III qui traduit l'effet d'accélération :

$$\lim_{K_{max} \rightarrow K_c} \frac{da}{dN} = +\infty \quad (2.28)$$

où  $K_c$  représente la tenacité du matériau, et propose le modèle suivant pour tenir compte de l'effet du rapport de charge :

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (2.29)$$

D'autres modèles permettent de prendre en compte cet effet, en corrigeant l'équation par une fonction d'influence multiplicatrice :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K f(R))^m \quad (2.30)$$

La loi de Paris correspond à  $f(R) = 1 - R$ .

## 2. Le modèle de Tomkins [Tomkins 68, Tomkins 75] :

C'est un modèle de micro-propagation établi dans le cas d'alliages d'aluminium. Il est valable en plasticité généralisée. La croissance d'une fissure peut être décrite par les deux étapes présentées plus haut :

- Le stade I peut être considéré comme une étape d'amorçage durant laquelle la croissance a lieu suivant le plan cristallographique dans lequel la contrainte de cisaillement est maximale.
- Le stade II fait suite au stade I et la fissure se propage perpendiculairement à la direction de chargement.

Selon Tomkins, pour les deux stades de croissance, si l'on note  $D$  la taille de la zone de déformation plastique et  $l$  la longueur de fissure, il s'ensuit la relation :

$$\frac{D}{l} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2\bar{S}}\frac{\sigma}{2}\right)} - 1 \quad (2.31)$$

$\bar{S}$  étant la valeur moyenne de la contrainte de cisaillement le long de la bande de glissement.

L'avancée de la fissure s'exprime par  $\delta = \Delta\epsilon_p D = \frac{dl}{dN}$ .

Alors dans le cas de la traction répétée,

$$\frac{dl}{dN} = \left( \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2\bar{S}}\frac{\sigma}{2}\right)} - 1 \right) \Delta\epsilon_p l \quad (2.32)$$

Connaissant la courbe cyclique du matériau  $\Delta\sigma = k\Delta\epsilon_p^\beta$ , en posant  $\bar{T} = 2\bar{S}$ , il vient :

$$\frac{dl}{dN} = \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{k}{2\bar{T}} \right) \Delta\epsilon_p^{2\beta+1} l \quad (2.33)$$

Tomkins préconise de prendre la contrainte ultime ou la contrainte à rupture pour  $\bar{T}$ .

Si on intègre l'équation (2.33) entre  $l = l_0$  et  $l = l_f$  et en posant  $A = \frac{\pi^2}{2} \left( \frac{k}{2\bar{T}} \right)$  et  $\alpha = \frac{1}{2\beta+1}$  il vient  $\frac{l_f}{l_0} = A\Delta\epsilon_p^{1/\alpha} N_f$  soit quand  $l_0 \rightarrow l_f$ ,  $\Delta\epsilon_p = AN_f^{-\alpha}$ .

On retrouve la forme de Manson-Coffin avec une expression particulière du coefficient de ductilité  $\epsilon'_f$  de l'équation (2.22).

L'intérêt d'un tel modèle est de faire apparaître naturellement une distance  $l_f$ , taille de l'élément de matière qui devra être rompu par la fissure pour définir l'amorçage macroscopique.

A contrario, on peut arguer que cela revient à un modèle d'endommagement continu en remplaçant la lettre "l" par la lettre "D". L'amplitude de déformation plastique  $\Delta\epsilon_p$  est un paramètre macroscopique dont la définition n'a de signification que si l'on considère que c'est une quantité définie en présence de la fissure (définition au cycle stabilisé, par exemple en fatigue oligocyclique).

### 2.3.4 Adaptation des modèles aux cas des monocristaux

#### Modèle de Rémy et Alam

[Koster 02] *et al.* ont adapté le modèle de Tomkins aux monocristaux. Selon ces auteurs, le dommage est considéré comme la propagation de micro-fissures initiées aux pores. Le dommage global résulte de la propagation de fissures aussi bien internes que surfaciques et peut être décomposé en un endommagement de fatigue et un endommagement de fluage. Pour les équations du dommage de fatigue, ils proposent, soit la relation de Basquin, soit la relation de Tomkins pour laquelle l'évolution du dommage est définie comme suit :

$$\frac{da}{dN} = \sum_{s=1}^{18} \left( \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta\tilde{\tau}_s}{2\tau_c}\right)} - 1 \right) \Delta\gamma_s a \quad (2.34)$$

où  $\Delta\tilde{\tau}_s$  est l'amplitude de cisssion résolue effective sur le système  $s$  définie par

$$\Delta\tilde{\tau} = \frac{\Delta\tau}{1-D} \quad \text{où } D \text{ est le dommage résultant de l'avancée de fissure.} \quad (2.35)$$

Ce modèle a également été enrichi afin de prendre en compte l'oxydation et le fluage. Il donne des résultats satisfaisants en terme de durée de vie pour le CMSX4 sous chargements isothermes à faible nombre de cycles avec et sans temps de maintien ainsi que pour les essais TMF (fatigue thermo-mécanique) à température variable avec temps de maintien.

### Le modèle de fatigue-fluage-oxydation FATOXFLU

De nombreuses observations microscopiques indiquent clairement que la dégradation des matériaux métalliques par fatigue comporte deux périodes distinctes (stades I et II de la fatigue). Pour le monocristal, [Gallerneau 95] a montré que le rôle de la protection C1A justifiait la différenciation de la phase de micro-amorçage de celle de micro-propagation dans le cas du couple AM1/C1A. Dans ce cas, la différenciation étant encore plus nette que pour les alliages non revêtus (à cause en particulier de la relative fragilité du revêtement), cela a conduit à considérer des lois d'endommagement prenant explicitement en compte ces deux phases successives.

Le modèle de Gallerneau, FATOXFLU, est développé en détail ci-dessous car certaines facettes de ce modèle serviront dans la formulation proposée dans ce travail. La description de la détérioration du superalliage revêtu est effectuée sous l'approximation d'un endommagement isotrope.

Deux variables de dommage sont donc considérées :

- la variable  $D_a$  pour la phase de micro-amorçage qui correspond à la formation de microfissures ayant traversé la protection et la zone de diffusion. Cette variable représente ainsi une certaine densité de microfissures en surface (en particulier dans le revêtement) ;
- la variable  $D_p$  pour la phase de micro-propagation qui correspond à la progression de ces fissures dans le substrat. Cette variable constitue de fait un indicateur global de profondeur moyenne des microfissures dans le substrat.

Gallerneau prend en compte les effets néfastes du temps engendrés par les chargements lents appliqués à haute température. Il a montré expérimentalement qu'il existe une interaction entre la fatigue et l'oxydation au cours de la phase de microamorçage de fissures et une interaction entre la fatigue et le fluage pendant la phase de propagation des microfissures. Il introduit alors les variables de dommage  $D_{ox}$  et  $D_c$  qui traduisent respectivement l'effet de l'oxydation sur le microamorçage et l'effet du fluage sur la micropropagation.

Ainsi les interactions entre les différentes variables de dommage s'écrivent :

$$\begin{aligned} dD_A &= f_1(\sigma_a^{eq}, \bar{\sigma}_H, \sigma_{Max}^{eq}, D_{ox})dN \\ dD_{ox} &= f_2(X_{ox}(\chi_{ox}), D_{ox})dt \\ dD_p &= H(D_A - 1)f_3(\sigma_a^{eq}, \bar{\sigma}_H, \sigma_{Max}^{eq}, D_p + D_c)dN \\ dD_c &= f_4(X_c(\chi_c), D_c + D_p)dt \end{aligned}$$

où  $H(D_A - 1) = 0$  si  $D_A < 1$  et  $H(D_A - 1) = 1$  si  $D_A \geq 1$ .

On remarque qu'interviennent dans les fonctions  $f_2$  et  $f_4$ , des contraintes équivalentes retardées  $X_c$  et  $X_{ox}$ , fonctions des contraintes équivalentes  $\chi_c$  pour le fluage et  $\chi_{ox}$  pour l'oxydation. Ces contraintes retardées ont été introduites afin de régler les interactions fatigue-oxydation et fatigue-fluage en fonction de la fréquence en faisant intervenir des constantes de temps  $\tau_c$  et  $\tau_{ox}$ . Chaque contrainte retardée est solution de l'équation différentielle, en admettant que les contraintes en question ne peuvent pas suivre la contrainte appliquée lorsque l'on est à très haute fréquence :

$$\left( \frac{dX_r}{dt} \right) = \frac{(\chi_r - X_r)}{\tau_r} \quad r=c,ox \quad (2.36)$$

Revenons sur la modélisation du phénomène d'oxydation qui va nous intéresser dans la suite de notre étude. Une variable globale du dommage dû à l'oxydation  $D_{ox}$  a été définie de la manière suivante :

$$D_{ox} = \frac{e}{e_0} = \frac{k}{e_0} \sqrt{t} \quad (2.37)$$

où  $e_0$  est un paramètre de normalisation (en m) et  $k$  une constante de vitesse (en  $ms^{-1/2}$ ). La constante de vitesse  $k$  est supposée suivre une loi d'Arrhénius en fonction de la température  $k = k_0 \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$ .

La vitesse du dommage d'oxydation, sans effet de contrainte appliquée, est obtenue par différentiation de l'équation (2.37) :

$$dD_{ox} = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{e_0}\right)^2 D_{ox}^{-1} dt \quad (2.38)$$

Gallerneau s'est appuyé sur les travaux de [Rémy 83] *et al.* qui, dans leur modèle d'interaction fatigue-oxydation, ont traduit l'accélération de la cinétique d'oxydation (concernant la matrice du superalliage base cobalt MarM509) due au cyclage mécanique, par une évolution linéaire de la constante de vitesse avec l'amplitude de déformation inélastique.

Gallerneau a alors fait l'hypothèse que, sous l'effet d'un chargement appliqué au matériau, la constante de vitesse est augmentée au-delà d'un seuil de contrainte  $\sigma_{D_{ox}}$ . Cet effet est traduit en le faisant intervenir sous la forme d'une fonction puissance.

La constante de vitesse s'écrit alors  $k_{ox}$  :

$$k_{ox} = k \left[ 1 + \frac{\langle X_{ox}(\chi_{ox}) - \sigma_{lox}(\bar{\sigma}_H) \rangle}{B} \right]^m \quad (2.39)$$

où  $m$  est un coefficient matériau supposé indépendant de la température,  $\chi_{ox}$  est la contrainte équivalente en oxydation qui tient compte de l'anisotropie matérielle par la relation :

$$\chi_{ox} = \sqrt{\sigma^+ : M_{ox} : \sigma^+} \quad (2.40)$$

Dans cette relation,  $M_{ox}$  est un tenseur d'ordre 4 réduit à trois coefficients indépendants caractéristiques de l'anisotropie cubique.  $\sigma_{lox}$  est une contrainte seuil qui dépend de la contrainte hydrostatique moyenne  $\bar{\sigma}_H$  et qui permet de tenir compte de l'effet de contrainte moyenne.

La vitesse de dommage d'oxydation sous chargement appliqué se déduit en remplaçant  $k$  par  $k_{ox}$  dans l'équation (2.38) :

$$dD_{ox} = \frac{1}{2} D_{ox}^{-1} \left(\frac{k}{e_0}\right)^2 \left[ 1 + \frac{\langle X_{ox}(\chi_{ox}) - \sigma_{lox}(\bar{\sigma}_H) \rangle}{B} \right]^{2m} dt \quad (2.41)$$

Gallerneau a montré que les prévisions de durée de vie avec le modèle phénoménologique sont correctes compte tenu de la variété importante d'essais de traction-compression réalisés dans différents laboratoires. Différentes configurations d'essais ont été étudiées : plusieurs températures, différents rapports de charge, des fréquences de chargement variées ainsi que

plusieurs orientations cristallines. Des essais à temps de maintien ainsi que des essais thermomécaniques uniaxiaux ont été réalisés.

Cependant les travaux de [Bonnand 06] ont mis en défaut le modèle pour des chargements de torsion sur éprouvette tubulaire aussi bien en fatigue thermomécanique qu'à couple imposé. Ses résultats ont confirmé que l'approche macroscopique du modèle, basé sur les contraintes, ne peut rendre compte de l'endommagement précoce du matériau en cisaillement sous forte charge. Le modèle d'endommagement prévoit des durées de vie trop longues pour ces essais, ce qui ne va pas dans le sens de la sécurité.

Bonnand a montré que la précocité des ruptures en torsion à 950°C est due à un effet d'anisotropie matérielle de la contrainte à rupture, nettement plus basse en torsion qu'en traction. Or, dans le modèle de Gallerneau, cette contrainte est supposée isotrope et égale à celle identifiée selon la direction principale  $\langle 001 \rangle$ . Une voie envisagée pour décrire l'anisotropie de la contrainte à rupture statique a consisté à utiliser une écriture cristallographique. L'expression proposée combine l'effet de la cission résolue et de la contrainte normale.

$$\tau_{res}^i + c\sigma_n - \tau_u^i \leq 0 \quad (2.42)$$

où  $\tau_{res}^i$ ,  $\sigma_n$ ,  $\tau_u^i$  représentent respectivement la cission résolue pour chaque famille de système (avec  $i = \text{cubique ou octaédrique}$ ), la contrainte normale au plan cristallographique et la cission résolue ultime.

### Le modèle du BAM (Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung)

[Levkovitch 03] *et al.*, [Levkovitch 05] *et al.* proposent une formulation de loi incrémentale cristallographique 3D pour les superalliages monocristallins en s'inspirant d'un modèle proposé par [Sato 82] *et al.*

La loi de dommage est couplée au modèle de comportement viscoplastique de Cailletaud. L'évolution du dommage est alors gouvernée par la cission résolue combinée à la vitesse de cisaillement sur chaque système de glissement selon l'équation :

$$\dot{D} = \sum_{s=1}^{12} \left( \frac{|\tau^s|}{S_{Oct}} \right)^{m_{oct}} \left( \frac{|\dot{\gamma}^s|}{\dot{\gamma}_{0_{oct}}} \right)^{n_{oct}} \dot{\gamma}_{0_{oct}} + \sum_{s=1}^6 \left( \frac{|\tau^s|}{S_{Cub}} \right)^{m_{cub}} \left( \frac{|\dot{\gamma}^s|}{\dot{\gamma}_{0_{cub}}} \right)^{n_{cub}} \dot{\gamma}_{0_{cub}} \quad (2.43)$$

Chaque famille de systèmes de glissements requiert son propre jeu de paramètres qui sont au nombre de trois :  $S$ ,  $m$  et  $n$  ( $\dot{\gamma}_{0_{oct}}$  et  $\dot{\gamma}_{0_{cub}}$  sont des paramètres de normalisation) et qui permettent de modéliser la dépendance de la durée de vie à l'orientation cristallographique.

Les paramètres  $S$  et  $m$  décrivent la dépendance de la durée de vie à la contrainte. Ils sont déterminés par des essais LCF avec différents niveaux de déformation ou de contrainte sans temps de maintien. Les paramètres  $n$  traduisent la dépendance de la durée de vie au temps (fluage et oxydation). Si  $n = 0$ , cela signifie que l'évolution de la durée de vie est entièrement dépendante du temps.

La loi d'endommagement a été appliquée et a donné de bons résultats pour le superalliage CMSX4 soumis à des conditions de chargement diverses (essais cycliques à contrainte et déformation imposées selon différentes vitesses, différents rapports de charge, aussi bien avec que sans temps de maintien) selon différentes orientations cristallographiques. Le modèle a également été testé sous des conditions de chargements multiaxiaux en simulant des éprouvettes

contenant une perforation. Les durées de vie obtenues sont en bon accord avec les données expérimentales (moins d'un facteur 2 par rapport aux durées de vie mesurées).

### Le modèle d'endommagement continu cristallographique de [Marchal 06]

Plus récemment, Marchal a proposé un modèle capable de décrire non seulement la vitesse de propagation d'une fissure, mais aussi son chemin de fissuration pour un monocristal. L'idée est de prévoir si la fissure risque d'atteindre des zones critiques ou si au contraire sa propagation va s'arrêter. Ce modèle se situe dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu. L'idée de Marchal est d'associer ce type de modèle au problème de la propagation explicite d'une fissure en fatigue dans une structure. Cependant, dans le principe même, rien ne s'oppose à son application pour traiter le problème d'amorçage.

C'est un modèle d'endommagement continu cristallographique, couplé à la plasticité. La loi de comportement est considérée comme étant endommageable et les propriétés mécaniques du matériau diminuent lorsqu'il est endommagé. L'auteur parle d'endommagement volumique. [Flouriot 04] a constaté que les bifurcations ont lieu suivant des plans  $\langle 111 \rangle$  lorsque l'orientation de fissure est  $(001)[110]$ , c'est pourquoi Marchal associe l'endommagement à ces plans. Il le justifie par le fait que ce sont des plans de glissement privilégié en raison de leur densité atomique.

Marchal considère, pour un plan donné de type  $\{111\}$ , trois systèmes d'endommagement : un système d'ouverture qui permet de décrire la séparation de la matière selon la normale au plan  $\{111\}$  considéré, puis deux systèmes d'accommodation qui permettent de tenir compte des mouvements dans des directions coplanaires avec le plan d'endommagement considéré. Cela revient à autoriser les mouvements de translation possibles d'un solide rigide lorsque l'élément de matière casse comme schématisé sur la figure 2.10.

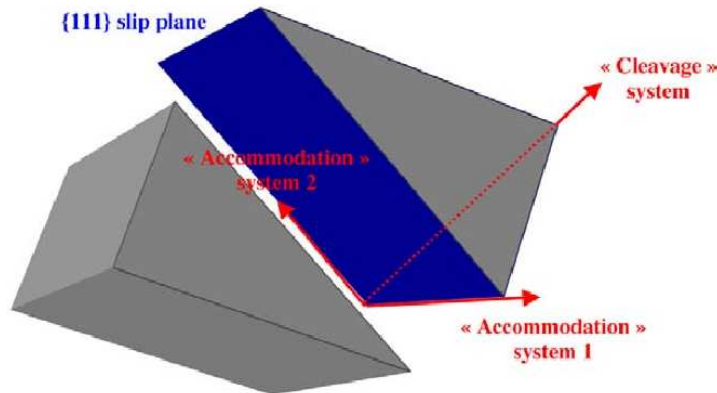


FIG. 2.10 – Schéma illustrant les trois systèmes d'endommagement associés à un plan  $\{111\}$  ([Marchal 06])

L'équation de partition des déformations contient un terme supplémentaire  $\dot{\xi}^d$  lié à l'endommagement :

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}^e + \dot{\xi}^p + \dot{\xi}^d \quad (2.44)$$

Ce nouveau tenseur de déformation associée à l'endommagement est défini par :

$$\dot{\underline{\epsilon}}^d = \sum_{s=1}^{N_d^{plane}} \dot{\delta}_c^s \underline{n}^s \otimes \underline{n}^s + \dot{\delta}_1^s \underline{n}^s \otimes \underline{l}_1^s + \dot{\delta}_2^s \underline{n}^s \otimes \underline{l}_2^s \quad (2.45)$$

où  $\dot{\delta}_c^s$  est la vitesse d'ouverture,  $\dot{\delta}_1^s$  est la vitesse de glissement dans la première direction d'accommodation et  $\dot{\delta}_2^s$  est la vitesse d'accommodation dans la deuxième direction d'accommodation.  $N_d^{plane}$  représente le nombre de systèmes d'endommagement considérés.

Marchal a également introduit une variable d'endommagement global  $d$  qu'il a définie comme :

$$\dot{d}^s = |\dot{\delta}_c^s| + |\dot{\delta}_1^s| + |\dot{\delta}_2^s| \quad (2.46)$$

qui fait que, si un système d'endommagement parmi les trois existant est endommagé, la résistance globale du matériau va être altérée : le seuil d'endommagement va alors diminuer pour les deux autres systèmes d'endommagement. Cette variable  $d$  peut dépasser 1.

Trois critères d'endommagement ont alors été définis.

Un pour l'ouverture :

$$f_c^s = |\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n}^s| - Y^s \quad (2.47)$$

Deux autres pour les deux directions d'accommodation dans le plan :

$$f_1^s = |\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{l}_1^s| - Y^s \quad (2.48)$$

$$f_2^s = |\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{l}_2^s| - Y^s \quad (2.49)$$

Le seuil d'endommagement  $Y^s$ , commun aux trois critères, diminue lorsque  $d$  augmente.

$$Y^s = \sigma_d^s - Hd^s \quad (2.50)$$

avec  $H$  constante positive qui détermine le taux de décroissance de  $Y^s$  lorsque  $d$  augmente.

Quand  $d$  atteint puis dépasse une valeur seuil  $d_{ult}$ , la contrainte  $\sigma_d^s$  reste égale à  $\sigma_{ult}$  :

$$H = \frac{\sigma_d^s - \sigma_{ult}}{d_{ult}^s}$$

Par ailleurs, Marchal a défini différemment l'évolution du dommage pour l'ouverture et l'accommodation. Il prend en compte l'effet d'une contrainte négative sur le critère d'évolution du dommage. Pour l'ouverture :

$$\text{si } \dot{\delta}_c^s \leq 0 \text{ et } \underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n}^s < 0 : \dot{\delta}_c^s = 0 \quad \text{sinon} \quad \dot{\delta}_c^s = \left\langle \frac{f_c^s}{K_d} \right\rangle^{n_d} \text{sign}(\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n}^s) \quad (2.51)$$

et pour les systèmes d'accommodation :

$$\text{si } \dot{\delta}_i^s \leq 0 \text{ et } \underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{l}_i^s < 0 : \dot{\delta}_i^s = 0 \quad \text{sinon} \quad \dot{\delta}_i^s = \left\langle \frac{f_i^s}{K_d} \right\rangle^{n_d} \text{sign}(\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{l}_i^s) \quad (2.52)$$

où  $i = 1, 2$  définit l'un des deux systèmes d'accommodation.



Ainsi, si la fissure est fermée ( $\delta_c^s \leq 0$ ) et des efforts de compression sont appliqués ( $\underline{n}^s \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n}^s < 0$ ), l'endommagement n'évolue plus et il ne peut plus y avoir de mouvement dû à ce dernier dans les directions d'accommodation. A contrario, la vitesse d'ouverture  $\dot{\delta}_c^s$  peut varier afin de permettre aussi bien l'écartement des lèvres de la fissure ( $\dot{\delta}_c^s > 0$ ) que leur rapprochement ( $\dot{\delta}_c^s < 0$ ).

Il est incorrect ici de parler d'aspect unilatéral du dommage, c'est en fait un comportement dissipatif différent qui n'a pas de caractère unilatéral. L'aspect unilatéral viendrait du comportement élastique (de type bilinéaire) comme présenté sur la figure 2.8, or il n'est pas introduit dans ce modèle. Son introduction nécessiterait d'avoir des  $\dot{\underline{\epsilon}}^d < 0$  ou une annulation brutale de la composante normale ( $\underline{n}^s \cdot \underline{\epsilon}^d \cdot \underline{n}^s$ ).

L'auteur a également montré que l'endommagement total d'un élément a bien pour conséquence une rigidité nulle dans les autres directions de sollicitation.

Il a identifié les paramètres du modèle sur des résultats expérimentaux de fatigue pour une orientation de fissure (001)[110] et une fréquence de 0,1 Hz. Il a également testé le modèle sur d'autres orientations de fissures et d'autres conditions de chargement (fatigue-fluage) afin d'estimer sa capacité prédictive. Il a ainsi montré que son modèle est capable de simuler une propagation de fissure droite ou bien caractérisée par une bifurcation initiale, et ce avec des vitesses conformes à celles observées expérimentalement.

Néanmoins, le modèle ne prend pas en compte l'oxydation qui, on le sait, influe sur la fermeture de fissure par croissance de l'oxyde sur les lèvres de la fissure et peut engendrer une fragilisation du matériau.

Des propositions d'améliorations ont été faites par l'auteur en ce qui concerne le temps de calcul par l'utilisation d'une intégration temporelle de la loi de comportement avec une méthode semi-implicite, par une technique de remaillage pour éviter la distorsion des éléments lors de la propagation de la fissure ainsi que des techniques de modélisation non locale afin de s'affranchir de la dépendance au maillage.

# Chapitre 3

## Mise en évidence de l'effet du gradient de contrainte en présence d'une perforation

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Dimensionnement des éprouvettes plates perforées . . . . .</b>	<b>52</b>
3.1.1	Eprouvettes à un seul trou . . . . .	52
3.1.2	Eprouvettes avec entaille . . . . .	54
3.1.3	Eprouvettes multiperforées . . . . .	54
<b>3.2</b>	<b>Définition de la matrice d'essais . . . . .</b>	<b>56</b>
3.2.1	Les conditions d'essais . . . . .	56
3.2.2	La matrice d'essais . . . . .	58
<b>3.3</b>	<b>Dispositif expérimental . . . . .</b>	<b>58</b>
3.3.1	La machine d'essai . . . . .	58
3.3.2	Le dispositif de chauffage . . . . .	58
3.3.3	Le dispositif de mesure . . . . .	60
<b>3.4</b>	<b>Analyse des durées de vie expérimentales . . . . .</b>	<b>61</b>
<b>3.5</b>	<b>Essais sur éprouvettes technologiques . . . . .</b>	<b>66</b>
3.5.1	Essais sur éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous . . . . .	66
3.5.2	Essais sur tubes troués sous chargement complexe . . . . .	67
<b>3.6</b>	<b>Analyses micrographiques . . . . .</b>	<b>74</b>
3.6.1	Etat initial du matériau après perçage et avant sollicitation . . . . .	74
3.6.2	Influence du temps de maintien en température avant et après sollicitation sur l'état du matériau en bord de trou . . . . .	77
3.6.3	Faciès de rupture des éprouvettes . . . . .	84
<b>3.7</b>	<b>Bilan de l'étude expérimentale . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>3.8</b>	<b>Prévisions de durées de vie avec le modèle de fatigue ONERA . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>3.9</b>	<b>Application du modèle sur les éprouvettes perforées . . . . .</b>	<b>96</b>
<b>3.10</b>	<b>Bilan de l'analyse sur la prévision de durée de vie . . . . .</b>	<b>99</b>

---

Les aubes de turbine HP sont soumises au cours de leur fonctionnement à des sollicitations sévères, mais également variables dans le temps, qui engendrent des contraintes d'origine thermiques et mécaniques très fortes. Ces conditions exigent donc un niveau élevé des propriétés mécaniques (fatigue-fluage) et une stabilité vis-à-vis de l'environnement (tenue à l'oxydation, à la corrosion). Ces aubes sont refroidies par un circuit complexe de microcanalisations. Ces microcanalisations débouchent en surface sous forme de réseaux de perforations, notamment en bord d'attaque et près du bord de fuite. Elles peuvent induire des concentrations de contraintes et constituer des sites privilégiés d'endommagement. Il est donc indispensable de prendre en compte la présence de la multiperforation dans le dimensionnement des aubes de turbines.

Afin de comprendre le rôle joué par le gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage de fissure, considérons une éprouvette plate infinie qui présente trois perforations de diamètres différents avec une contrainte locale maximale identique au bord de chaque perforation. On comprend aisément d'après la figure 3.1 que le volume de la zone fortement sollicitée est de plus faible étendue pour le trou de faible diamètre que celui de la perforation de diamètre élevé. Or, si le volume de la zone sollicitée à un fort niveau de contrainte est de faible étendue, cela n'aura pas la même répercussion, en terme de dommage et de durée de vie à amorçage de fissure (pour un critère d'amorçage d'une fissure de  $300 \mu\text{m}$ ), qu'une zone sollicitée au même niveau sur un volume bien plus étendu. On peut intuitivement penser que la présence d'un gradient de contrainte plus étendu au bord de la perforation de plus grand diamètre favorise l'amorçage précoce d'une fissure au niveau de ce trou. C'est cet effet du gradient de contrainte que je me propose d'étudier expérimentalement.

Sur le matériau de notre étude, l'AM1, quelques données en fatigue existent sur des éprouvettes perforées. Au cours des travaux de [Cardona 00], des chargements thermomécaniques, prenant en compte les gradients thermiques observés sur la structure réelle, ont été appliqués sur des éprouvettes perforées monocristallines revêtues C1A. Cependant, ces résultats conjuguent trop de paramètres différents (température variable, chargements complexes, présence du revêtement, etc.) pour procéder à une analyse correcte des effets du gradient de contrainte et séparer les différents effets les uns des autres. C'est la raison pour laquelle j'ai souhaité réaliser, au cours de cette thèse, des essais plus simples sur éprouvettes perforées non revêtues et constituer une base de données pour le superalliage AM1.

Une campagne expérimentale a été menée au laboratoire MECS (Mécanique Expérimentale et Contrôle Santé, unité de recherche du DMSE) à l'ONERA, au cours de laquelle plusieurs configurations géométriques ont été testées. Des éprouvettes plates perforées d'un seul trou ont été sollicitées dans un premier temps en fatigue isotherme sous chargement répété pour une étude quantitative de l'effet de gradient. Des éprouvettes contenant trois trous, sollicitées sous les mêmes conditions pour une étude qualitative de l'effet de gradient ont été testées. Des essais avec temps de maintien ont également été réalisés sur ces éprouvettes multiperforées. Enfin, des essais de fatigue sur des géométries d'éprouvettes tubulaires trouées plus complexes ont été réalisés sous sollicitations multiaxiales. En plus de tous les essais réalisés à l'ONERA, nous disposons de données sur éprouvettes contenant un réseau de trous qui nous ont été fournies par la SNECMA.

Dans la suite de l'étude, les lois utilisées pour tous les calculs sont la loi d'élasticité anisotrope cubique de l'AM1 et la loi élastoviscoplastique du modèle cristallographique de l'EMP (cf. paragraphe 2.2.2).

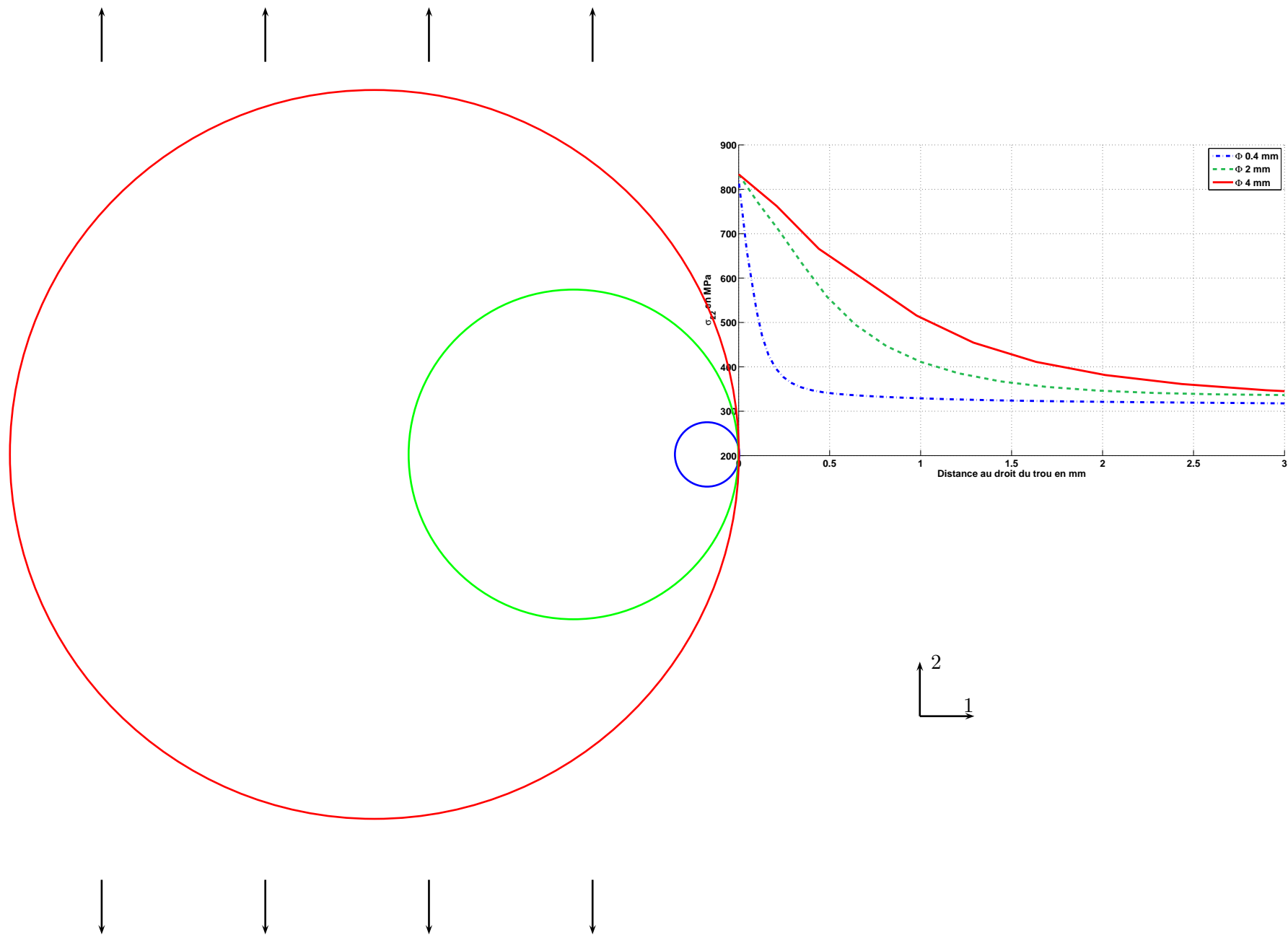


FIG. 3.1 – Evolution du gradient de contrainte dans une plaque infinie contenant trois trous de diamètres différents qui ont la même contrainte locale maximale en bord de perforation.

Avant de poursuivre, il est important de préciser ce que nous entendrons dans la suite par effet d'entaille et effet d'échelle (ou de volume) existant en fatigue.

L'effet d'entaille décrit une variation des contraintes au voisinage d'une géométrie brusquement et fortement perturbée. Pour les pièces qui travaillent en flexion, en torsion ou en traction avec présence d'entaille, l'évolution de la contrainte sous la surface influence la résistance à la fatigue : plus une pièce est de faible dimension, plus le gradient est élevé et plus la résistance à la fatigue sera grande.

L'effet d'échelle se traduit en fatigue par le fait qu'à contrainte superficielle égale, une pièce de plus grande dimension présentera une plus faible durée de vie. Typiquement, l'effet d'échelle "pur" (sans gradient) est celui que l'on a en traction-compression. Plus une pièce est de grande dimension, plus la probabilité de trouver un défaut (porosité, inclusion, défaut de rugosité de surface, micro-rayure, etc.) qui conduira à l'amorçage d'une fissure de fatigue sera grande, et ceci indépendamment de l'effet de gradient.

Sur éprouvette perforée (ou entaillée), les deux phénomènes se produisent simultanément : l'effet d'échelle (ou de volume sollicité) et l'effet de gradient conduisant à une réduction de contrainte en profondeur.

### 3.1 Dimensionnement des éprouvettes plates perforées

La direction de sollicitation en traction choisie lors des simulations est la direction  $\langle 010 \rangle$ . En effet, la direction de type  $\langle 100 \rangle$  correspond à l'axe radial lorsque l'aube est montée sur le disque et selon lequel la sollicitation mécanique vue par l'aube est maximale (effort centrifuge). Un module d'Young faible dans cette direction minimise également les contraintes d'origine thermique. La direction de l'axe du trou est une direction secondaire, dans la simulation, ce sera la direction  $\langle 001 \rangle$ . Tous les calculs de dimensionnement qui suivent sont des calculs réalisés en 3D.

#### 3.1.1 Eprouvettes à un seul trou

Des éprouvettes contenant un trou ont été dimensionnées afin de mettre en évidence l'existence d'un effet du gradient de contrainte et notamment son influence, s'il existe, sur la durée de vie.

Lors du dimensionnement des éprouvettes, quatre diamètres de perforations ont été retenus, 400  $\mu\text{m}$ , 1 mm, 2 mm et 4 mm. Tous les perçages ont été réalisés par EDM (Electro Discharge Machining). Le plus petit diamètre retenu, 400  $\mu\text{m}$ , correspond à la taille moyenne des perforations présentes sur les aubes de turbines. Afin de quantifier l'effet du gradient de contrainte, une fois celui-ci mis en évidence, nous avons choisi un facteur 10 au maximum pour le trou le plus grand par rapport au petit et des diamètres de trous intermédiaires.

J'ai dimensionné ces éprouvettes de façon à avoir la même contrainte maximale en bord de trou. Par un calcul élastique anisotrope cubique préalable nous avons "approché" le chargement à appliquer pour avoir égalité de la contrainte au bord de chacun des trous puis un calcul, avec la loi élastoviscoplastique de l'EMP, a été réalisé afin d'ajuster la contrainte en bord de trou.

L'épaisseur des éprouvettes a été choisie de façon à avoir à peu près le même rapport de multiaxialité au bord du trou ( $\frac{\sigma_{33}}{\sigma_{22}}$  environ égal à 0,3) quel que soit le rayon (état de déformation plane). Cependant, à la suite d'une erreur d'usinage, les éprouvettes percées du trou de 2 mm ont une épaisseur de 2 mm au lieu des 5 mm initialement prévus.

Les éprouvettes contenant un trou de 4 mm de diamètre présentent deux rapports de multiaxialité  $\frac{\sigma_{33}}{\sigma_{22}}$  égaux respectivement à 0,25 et 0,3 et obtenus pour des épaisseurs de 5 mm et 7 mm. Cela va permettre d'étudier, pour une même taille de trou, sur des éprouvettes d'épaisseurs différentes, les effets de la multiaxialité du champ de contrainte sur la durée de vie en fatigue.

La figure 3.2 présente l'évolution des champs des contraintes principales  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{33}$  en fonction de la distance au droit du trou rapportée au rayon pour chaque taille de perforation. Il s'agit de résultats de l'analyse élastoviscoplastique au 2ème cycle. Les trois perforations présentent, comme convenu, la même contrainte  $\sigma_{22}$  au bord de la perforation et la même évolution de la contrainte rapportée au rayon de l'éprouvette.

Comme attendu, concernant la composante de contrainte  $\sigma_{33}$ , les champs ne sont pas parfaitement homothétiques. La contrainte obtenue pour l'éprouvette d'épaisseur 5 mm contenant le trou de diamètre 4 mm est inférieure à la contrainte des trois autres géométries.

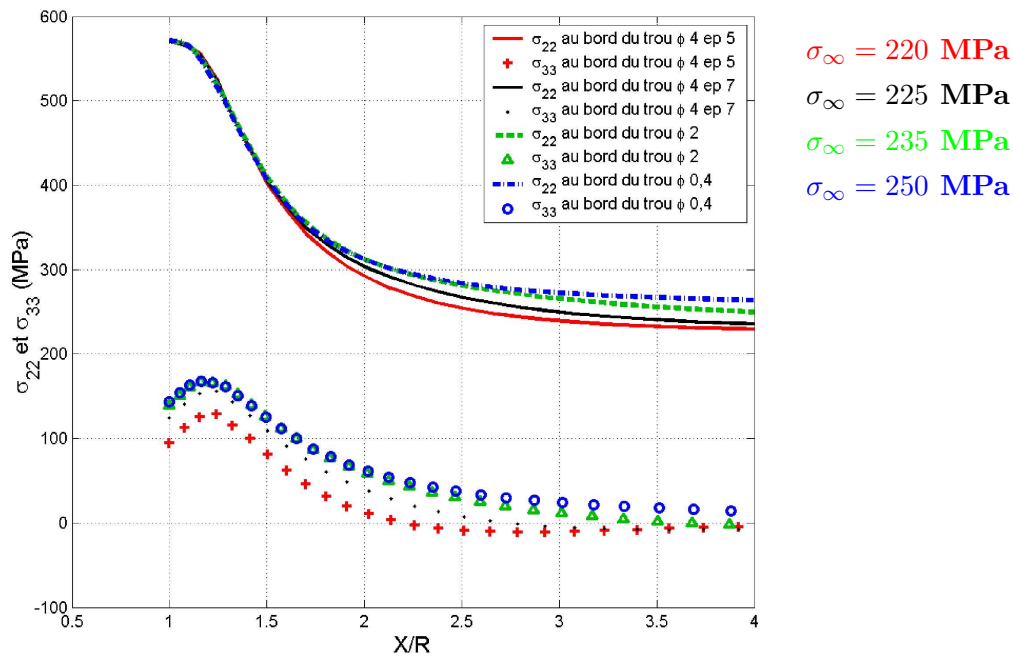


FIG. 3.2 – Evolution des champs de contraintes  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{33}$  en bord de perforation pour les éprouvettes contenant une seule perforation (calculs élastoviscoplastiques monotones).

Les géométries des éprouvettes ainsi dimensionnées sont présentées sur la figure 3.3.

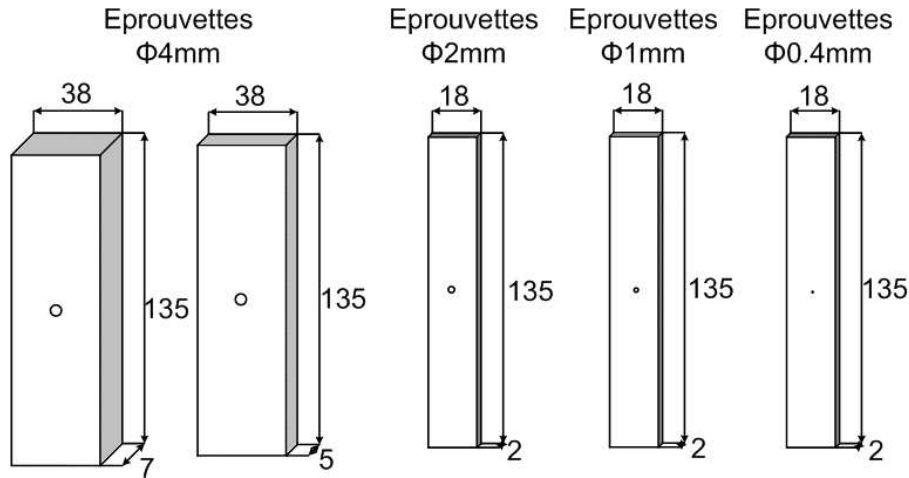


FIG. 3.3 – Géométrie des éprouvettes à un seul trou

### 3.1.2 Eprouvettes avec entaille

Les éprouvettes précédentes, perforées d'un seul trou, ont sensiblement la même valeur de facteur de concentration des contraintes élastique  $K_t$ , soit 2,6. Le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  est le rapport entre la contrainte locale  $\sigma_{22}$  en fond d'entaille et la contrainte nominale ( $\sigma_{nom} = F/S_{red}$ ). Afin d'élargir le domaine d'étude à une valeur de  $K_t$  différente, des éprouvettes contenant une fente de rayon 0,3 mm ont été dimensionnées (figure 3.4). Leur dimensionnement s'est fait à l'aide des abaques de [Peterson 74] pour le milieu isotrope afin d'obtenir un facteur de concentration de contrainte élevé de l'ordre de 3,9.

### 3.1.3 Eprouvettes multiperforées

Des éprouvettes multiperforées contenant trois trous de différents diamètres ont été dimensionnées. L'idée de définir une telle éprouvette répond à la volonté de disposer d'une vision statistique, au moins de façon qualitative, quant à la localisation de l'amorçage. En effet, intuitivement on s'attend à ce que la présence d'un gradient de contrainte plus faible au bord du trou de plus grand diamètre favorise l'amorçage précoce d'une fissure (pour un critère de  $300 \mu\text{m}$ ) au niveau de ce trou.

Cette éprouvette a été dimensionnée de façon à avoir la même contrainte locale  $\sigma_{22}$  au bord de chaque trou ( $\sigma_{22_{trou1}}(\lambda_1) = \sigma_{22_{trou2}}(\lambda_2) = \sigma_{22_{trou3}}(\lambda_3)$  avec  $\lambda_i = \frac{x}{r_i}$ ,  $x$  étant la distance au centre du trou et  $r_i$  les rayons respectifs des trous) et des champs de contraintes au droit des trous homothétiques les uns des autres par rapport au rayon des trous, au moins pour la contrainte principale  $\sigma_{22}$ .

La détermination de la géométrie de l'éprouvette a fait l'objet d'optimisations itératives. La procédure d'optimisation a dû respecter des contraintes liées à des impératifs géométriques

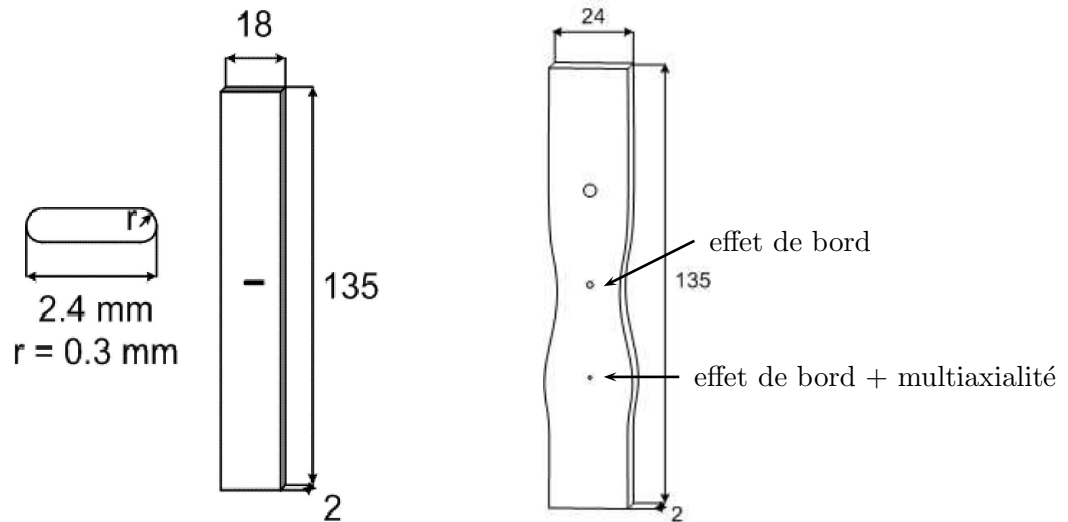


FIG. 3.4 – Géométries de l'éprouvette avec fente (à gauche) et de l'éprouvette multiperforée (à droite)

qui sont une épaisseur fixe de l'éprouvette de 2 mm, une longueur fixe de 135 mm dont 30 mm à chaque extrémité pour le passage des efforts par les mors de la machine et une largeur maximale de 24 mm définie par la taille de l'inducteur de chauffage par induction. Ainsi, pour obtenir un état de contrainte identique au bord des trois trous, nous avons fait varier la largeur de l'éprouvette au droit des trous dans la zone utile (75 mm de long). C'est sur cette zone qu'a porté l'optimisation. Celle-ci a d'abord été menée en élasticité anisotrope, ce qui a permis de limiter le temps d'exécution de chaque calcul par rapport à une analyse inélastique. Puis, une fois la solution élastique validée, on a réalisé le calcul avec la loi de comportement viscoplastique cristallographique. Ce calcul élasto-viscoplastique a permis d'obtenir une image plus réaliste et plus précise du champ de contrainte du fait de la plastification en bord de trou et de l'influence de la vitesse de mise en charge sur le niveau de contrainte atteint (effet visqueux non négligeable à  $950^{\circ}\text{C}$ ).

Concernant le maillage des éprouvettes, les zones fortement contraintes portent sur quelques centaines de micromètres au voisinage des perforations. Par conséquent, le maillage a été raffiné au voisinage des trous. Par ailleurs, au voisinage des perforations, le maillage a été construit de manière homothétique par rapport au diamètre des trous, ceci dans le but de rendre les distances auxquelles on compare les contraintes indépendantes du maillage. On a ainsi des valeurs identiques du paramètre  $\lambda$  au bord de chaque trou. La géométrie de l'éprouvette ainsi obtenue est présentée sur la figure 3.4.

Cette géométrie, peu commune, s'explique essentiellement par la différence de la multiaxialité au bord des trous. D'après le graphe 3.5, sur lequel sont représentées les évolutions des contraintes  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{33}$  au droit des trous, les contraintes  $\sigma_{22}$  en bord des trois trous sont sensiblement les mêmes :  $\sigma_{22} = 573,30$  MPa au bord du grand trou,  $\sigma_{22} = 571,13$  MPa au bord du trou moyen et  $\sigma_{22} = 557,67$  MPa au bord du petit trou (soit 2,7 % de différence entre le petit et le grand trou).



Les champs de contraintes en  $\sigma_{22}$  sont par ailleurs bien homothétiques par rapport au paramètre  $\lambda$  (distance au droit des trous, normée par la valeur des rayons correspondants). Cependant, le niveau de la contrainte  $\sigma_{33}$  diffère fortement d'un trou à l'autre. Par ailleurs, la contrainte  $\sigma_{33}$  en bord du petit trou (trou  $\emptyset$  0,4 mm) vaut environ un quart de  $\sigma_{22}$ . Ainsi, le trou de diamètre de 4 mm où le rapport rayon/épaisseur = 1 et  $\sigma_{33} = 0$  MPa se trouve dans un état de contraintes planes alors que le trou de diamètre 0,4 mm se trouve plutôt dans un état de déformations planes où le rapport rayon/épaisseur = 0,1 et  $\sigma_{33} = 140$  MPa.

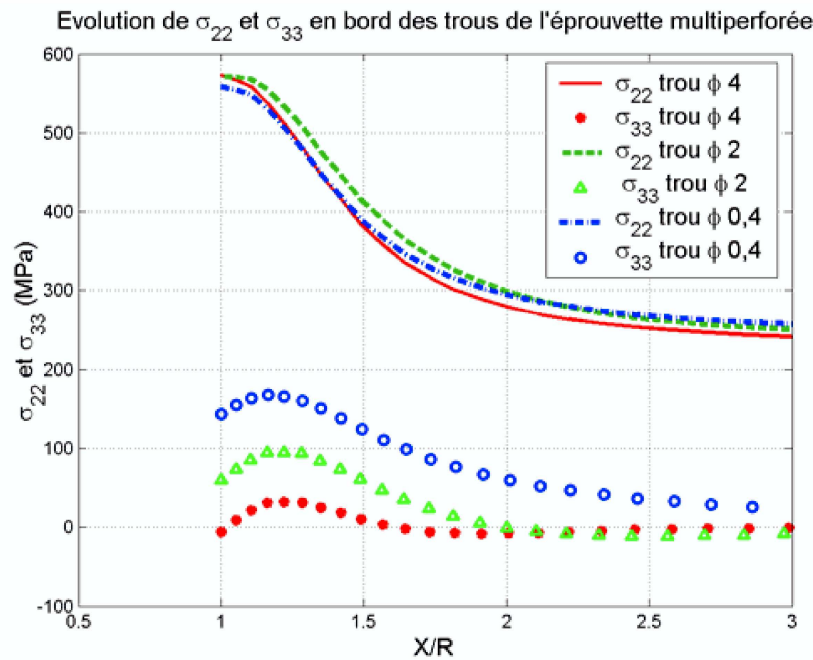


FIG. 3.5 – Evolution des champs de contrainte en bord de perforation pour l'éprouvette multiperforée - Calcul élastoviscoplastique (2 cycles)

La figure 3.6 présente les isovaleurs de la contrainte maximale principale  $\sigma_{22}$  issues du calcul élastoviscoplastique.

## 3.2 Définition de la matrice d'essais

### 3.2.1 Les conditions d'essais

Des essais de traction répétée ( $R_\sigma = 0$ ) ont été réalisés suivant l'orientation matériau  $\langle 001 \rangle$  à la fréquence de 5Hz et à la température de 950°C.

La fréquence de 5 Hz a été choisie notamment par rapport aux capacités de la machine (limite des asservissements), pour limiter les effets du temps (fluage) ainsi que la durée des essais. Par ailleurs, peu d'essais répétés réalisés à cette fréquence existent dans la base de donnée sur ce matériau, ils permettront donc de l'enrichir.

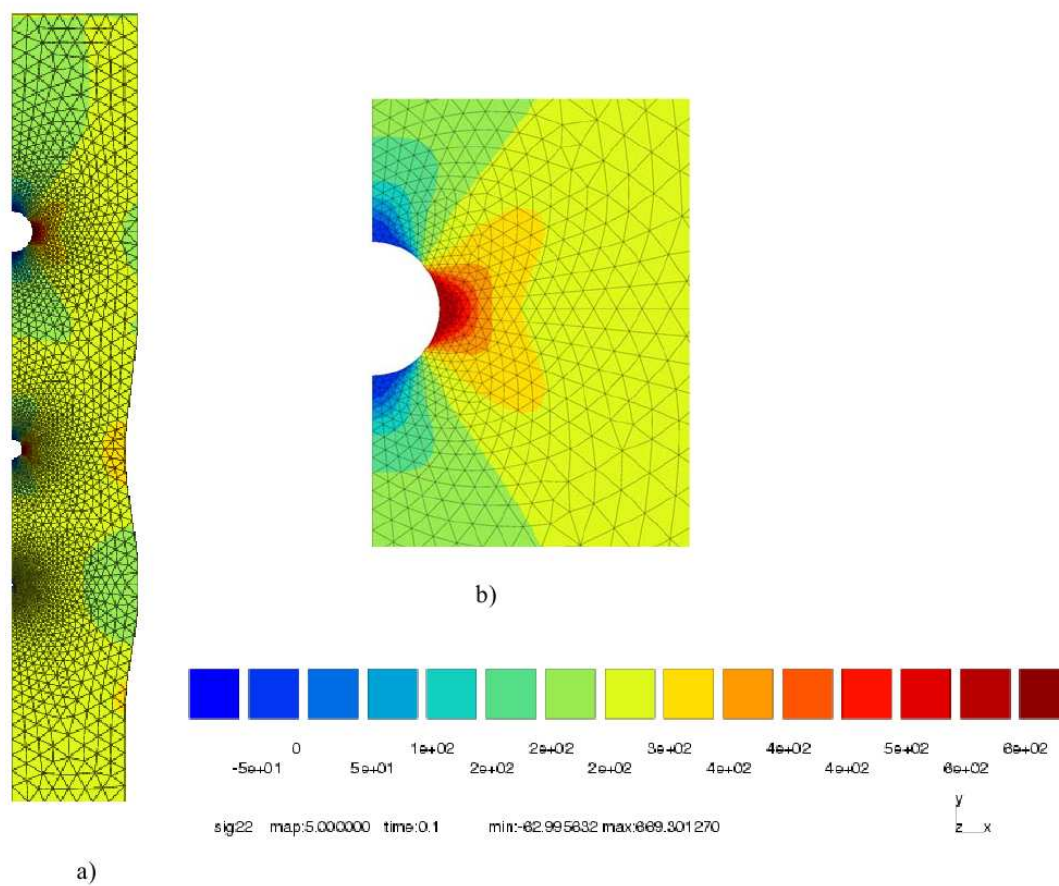


FIG. 3.6 – Carte des isovaleurs de  $\sigma_{22}$  - a) quart d'éprouvette - b) zoom au bord du trou de diamètre de 4 mm

Le choix du rapport de charge  $R_\sigma = 0$  est justifié par le fait que les éprouvettes sont des plaques de 2 millimètres d'épaisseur et que l'on risquerait d'avoir un flambement de l'éprouvette en la sollicitant en compression.

La température de 950°C correspond à la température critique pour laquelle le cumul des sollicitations mécaniques et thermiques est maximum dans la pièce.

L'objectif est d'atteindre des durées de vie comprises entre 10 000 et 100 000 cycles afin de répondre aux spécifications des motoristes.

### 3.2.2 La matrice d'essais

Tous les essais ont été réalisés sur éprouvettes non revêtues afin de s'affranchir de l'effet du revêtement. Afin d'avoir une vue d'ensemble de tous les essais réalisés, le tableau 3.1 récapitule le nombre d'essais pour chaque type d'éprouvette.

Eprouvette	Nombre d'essais	Fréquence	Rapport de charge $R_\sigma$	orientation
Lisses	2	5 Hz	0	< 001 >
Multiperforée	6	5Hz	0	< 001 >
	2	Temps maintien 90-10-90	0	< 001 >
Trou $\emptyset$ 4 mm	4	5Hz	0	< 001 >
Trou $\emptyset$ 2mm	2	5Hz	0	< 001 >
Trou $\emptyset$ 1 mm	2	5Hz	0	< 001 >
Trou $\emptyset$ 0,4 mm	5	5Hz	0	< 001 >
Fente	4	5Hz	0	< 001 >

TAB. 3.1 – Matrice d'essais

Les essais sur les éprouvettes lisses et contenant les trous de 4 mm et 0,4 mm de diamètres ont été réalisés au cours du stage de Master de [Wicker 05]. La campagne d'essais s'est achevée durant le stage de [Gaubert 06].

## 3.3 Dispositif expérimental

### 3.3.1 La machine d'essai

La machine d'essai est une machine hydraulique d'une capacité de 16 tonnes. Le cycle programmé est sinusoïdal. L'essai se fait à effort imposé. La figure 3.7 montre le dispositif expérimental dont les différents éléments sont détaillés dans ce qui suit.

### 3.3.2 Le dispositif de chauffage

La pièce est chauffée par un dispositif de chauffage à induction moyenne fréquence. Un solénoïde en cuivre à section rectangulaire, spécialement conçu pour ce type d'éprouvette, entoure celle-ci. Le champ magnétique créé par le solénoïde induit un courant électrique dans l'éprouvette qui s'échauffe alors par effet Joule.

Ce dispositif (Figure 3.8) présente l'avantage de laisser l'éprouvette accessible aux différents moyens de mesures. De plus, le chauffage étant localisé sur l'éprouvette, les moyens de refroidissement



FIG. 3.7 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental

dissement et d'isolation thermique sont moins lourds qu'avec d'autres dispositifs de chauffage. De plus, s'agissant d'une induction "moyenne fréquence", l'effet de peau, compte tenu de la bonne conduction du matériau, est inexistant.

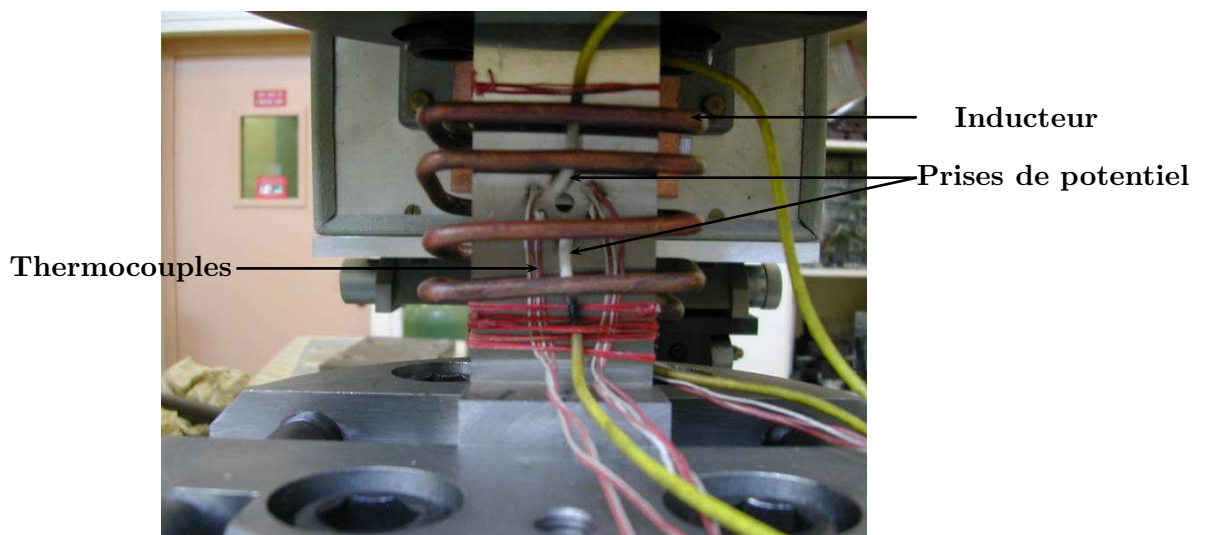


FIG. 3.8 – Dispositif expérimental de chauffage

Cependant les essais sont réalisés à l'air libre. Les éprouvettes sont donc soumises aux effets d'environnement tels que l'oxydation de surface.

### 3.3.3 Le dispositif de mesure

#### Mesure de température :

La température est contrôlée dans la zone utile de l'éprouvette au moyen de thermocouples afin de s'assurer qu'elle est uniformément répartie à la périphérie du trou. Dans le cas contraire, des gradients thermiques induiraient des gradients de contrainte locaux. La figure 3.9 présente la répartition de la température obtenue sur une des éprouvettes qui a servi pour l'étalonnage en température et l'étalonnage de la méthode du potentiel. On peut vérifier que la répartition du champ de températures dans la zone utile est correcte ( $\pm 10^\circ\text{C}$  dans le cas du trou de 4 mm de diamètre). La soudure des thermocouples pouvant créer des amorçages microscopiques prématurés de fissure sur la surface de l'éprouvette, des mesures de températures à distance par pyromètre infrarouge ont pu être réalisées dans la zone utile sur certaines éprouvettes à titre de contrôle. Ces mesures de températures par pyrométrie nécessitent de connaître l'évolution de l'émissivité du matériau à la surface duquel est prise la mesure (en fonction de l'oxydation, de l'angle de visée, etc.).

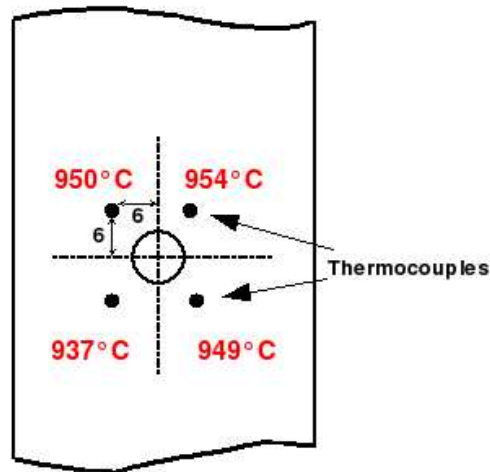


FIG. 3.9 – Répartition du champ de température autour d'un trou de 4mm de diamètre

#### Suivi du potentiel :

Le suivi du potentiel a pour objectif de détecter l'amorçage d'une fissure. La méthode du potentiel consiste à faire passer un courant électrique au travers de l'éprouvette et à mesurer la différence de potentiel entre deux points de l'éprouvette proches de la zone d'amorçage.

Lorsque le matériau commence à s'endommager, la section effective diminue. La relation (3.1) relie l'intensité du courant passant au travers d'un élément de volume à la différence de potentiel entre ses bornes :

$$dv = \rho \frac{dl}{dS} dl \quad (3.1)$$

En cas de diminution de la section, la résistance électrique augmente, ce qui induit une

augmentation du potentiel à courant imposé. Cette méthode de détection de l'amorçage nécessite une calibration. Pour ce faire, nous avons effectué pour quelques essais des marquages mécaniques qui consistent à changer le type de sollicitation (diminution du niveau de chargement durant quelques cycles par exemple). Ces marques sont ensuite repérées sur le faciès de l'éprouvette après sa rupture et permettent de remonter à une longueur de fissure pour une mesure de différence de potentiel donnée. Cette calibration a été effectuée sur les premiers essais réalisés. La taille de fissure minimale détectable par cette méthode est d'environ  $300 \mu m$ , ce qui correspond au critère d'amorçage de fissure et de durée de vie choisi.

### 3.4 Analyse des durées de vie expérimentales

Les durées de vie expérimentales à amorçage d'une fissure de  $300 \mu m$  obtenues pour l'ensemble des essais réalisés sur éprouvettes perforées sont présentées sur la figure 3.10 où la contrainte nominale est exprimée en fonction du nombre de cycles.

Ne disposant pas de résultats d'essais sur éprouvettes lisses sous chargement répété à 5Hz, nous avons réalisé deux essais sur ce type d'éprouvette (même géométrie de plaque, mais sans trou). Ces deux essais sont représentés par les triangles noirs sur la figure 3.10. Pour ces deux éprouvettes, l'amorçage a eu lieu sur des pores. Ce dernier point sera abordé au paragraphe 3.6.3.

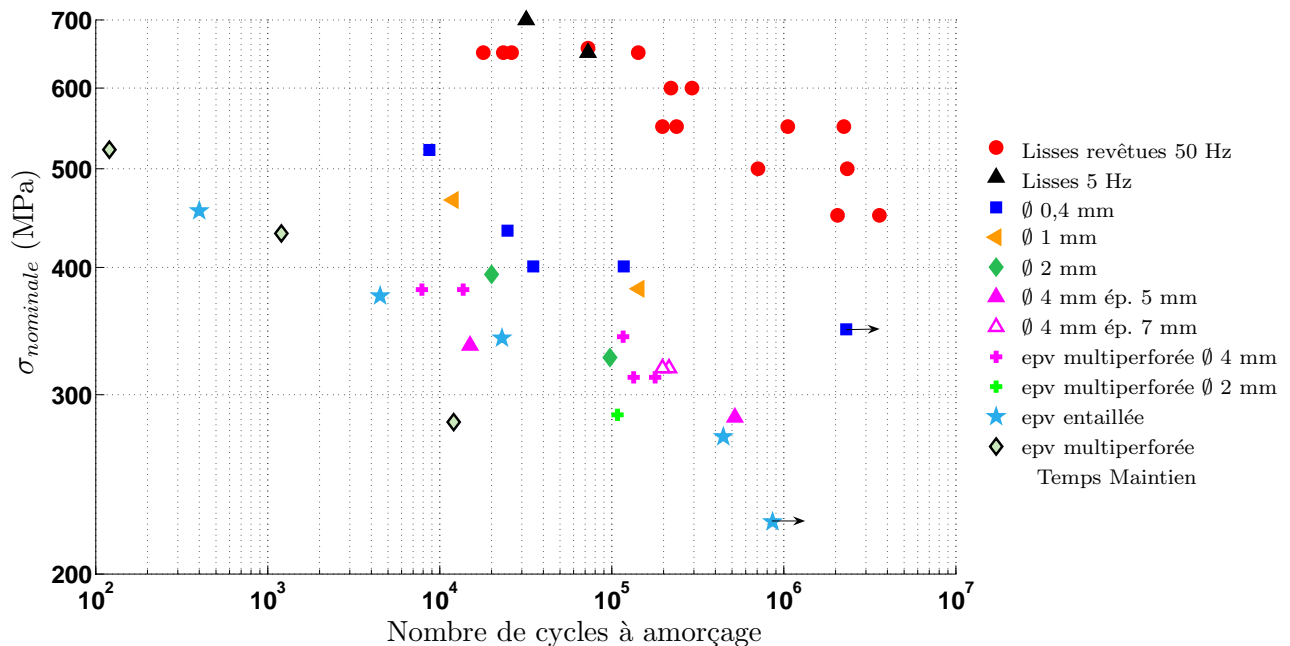


FIG. 3.10 – Résultats expérimentaux sur les éprouvettes perforées

Nous avons ajouté sur cette courbe S-N des résultats expérimentaux sur éprouvettes lisses à 50Hz pour disposer d'un plus grand nombre de points expérimentaux sur éprouvettes lisses afin d'avoir une idée plus précise de la tendance en fatigue. Nous remarquerons que nos essais à 5 Hz sur ce même type d'éprouvettes expérimentales coïncident avec ces derniers. Les

éprouvettes utilisées lors des essais à 50 Hz étaient des éprouvettes cylindriques de 6 mm de diamètre ayant donc une section d'environ  $28 \text{ mm}^2$  et les éprouvettes lisses utilisées à 5 Hz sont des éprouvettes plates de section en zone utile de  $20 \text{ mm}^2$ . Les sections sont du même ordre de grandeur, l'effet d'échelle, c'est-à-dire la probabilité de trouver un défaut est donc comparable. Par ailleurs, ces deux types d'éprouvettes lisses ne sont pas issus du même lot matière et les éprouvettes massives sollicitées à 50 Hz étaient revêtues, contrairement aux éprouvettes plates. Il semblerait donc que les éprouvettes utilisées pour nos essais soient plus résistantes que les éprouvettes sollicitées à 50 Hz.

Concernant les éprouvettes perforées, les résultats expérimentaux sont reportés sur la même figure. Sur les 6 essais menés sur les éprouvettes multiperforées, 5 ont rompu au niveau du trou de diamètre 4 mm (croix magenta sur la figure). Une éprouvette (X6433D2) a rompu au niveau du trou de diamètre 2 mm (représentée par une croix verte sur la figure) alors que nous nous attendions à ce que toutes les éprouvettes rompent au niveau du trou de plus grand diamètre.

Des observations microscopiques de l'éprouvette (Figure 3.11) ayant rompu sur le trou de 2 mm de diamètre ont révélé que des fissures se sont amorcées au niveau de pores situés au bord de la perforation. En effet, sur la micrographie (b), on observe un rayonnement autour des pores qui laisse penser que l'amorçage s'est initié au niveau de ces derniers. Cela constitue le cas le plus défavorable qu'il faudra envisager d'étudier par la suite.

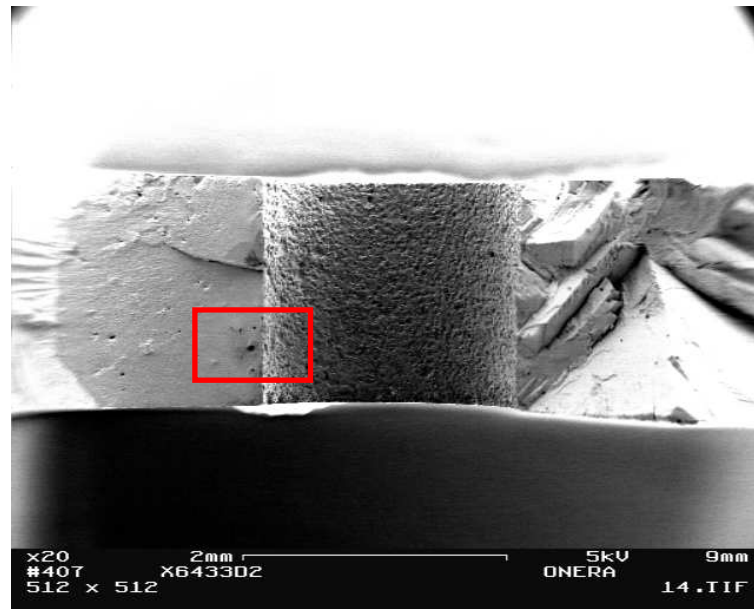
On peut, à ce stade, conclure sur l'aspect statistique de l'effet du gradient puisque, pour la majorité des éprouvettes multiperforées, l'amorçage s'est produit au bord du trou de plus grand diamètre, là où le gradient de contrainte est le moins important. On n'a noté aucune présence de pores dans tous les autres cas d'amorçage en bord de trou.

Pour les éprouvettes contenant une perforation de 4 mm de diamètre et d'épaisseurs différentes, les durées de vie obtenues sont du même ordre de grandeur. L'épaisseur semble donc peu influencer sur les durées de vie. Sur la figure 3.10, les résultats sont représentés par les triangles magenta et magenta évidés. Dans la suite de l'étude, toutes les éprouvettes ayant rompu sur un trou de 4 mm de diamètre seront représentées de la même couleur magenta.

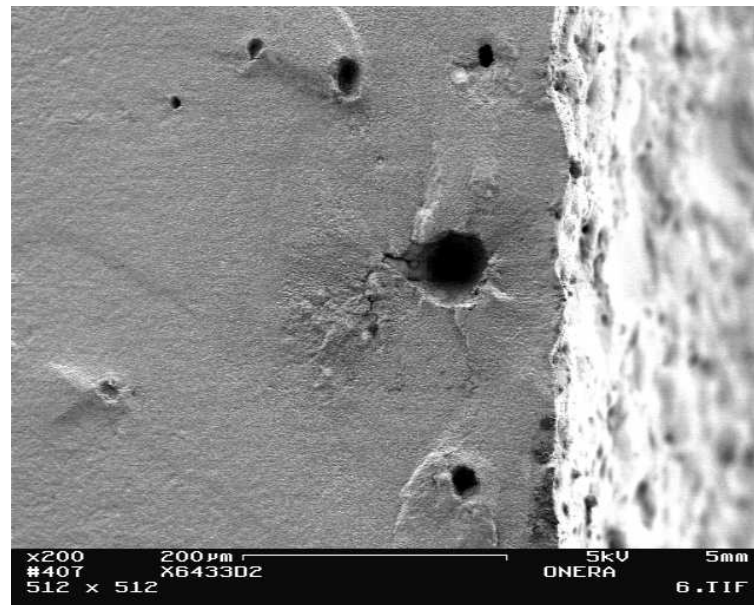
Enfin, sont représentés en gris sur la courbe les trois résultats expérimentaux sur les éprouvettes multiperforées avec temps de maintien (10-90-10). Les trois éprouvettes ont rompu au niveau du trou de 4 mm de diamètre.

Concernant l'analyse des résultats à proprement parler, on voit sur la figure 3.10 que pour une même contrainte nominale, la durée de vie à amorçage est d'autant plus grande que le diamètre de la perforation est petit. C'est l'effet du gradient de contrainte. En effet, le gradient de contrainte étant plus faible quand le diamètre de la perforation est grand, la zone avec une contrainte élevée est plus grande, entraînant un amorçage de fissure plus rapidement que sur le trou de plus petit diamètre. En raisonnant sur le début de la propagation de la fissure, entre quelques micromètres et 300 micromètres (taille de la fissure amorcée macroscopique), on peut aussi dire que celle-ci se propage plus lentement dans la zone à contrainte réduite dans le cas de l'éprouvette de trou de faible diamètre.

Une autre manière de représenter les résultats expérimentaux est d'exprimer la contrainte locale en fonction du nombre de cycles comme sur la figure 3.12. Pour une même contrainte locale, la durée de vie des éprouvettes lisses est inférieure à la durée des éprouvettes perforées. On peut expliquer ces différences par l'effet d'échelle (ou de volume) puisque la présence de pores a induit un amorçage précoce sur les éprouvettes lisses. Cependant l'effet de volume ne peut pas à lui seul expliquer ces différences puisque si tel était le cas, on pourrait penser que



a)



b)

FIG. 3.11 – a) Faciès de rupture de l'éprouvette multiperforée X6433D2 : amorçages multiples sur porosités sur la partie gauche et rupture brutale sur la partie droite et b) zoom sur les pores observés sur a).



les durées de vie des différentes éprouvettes perforées ne devraient pas montrer de différences significatives. Or d'après la figure, pour la même contrainte locale, plus le diamètre de la perforation est faible, plus la durée de vie est longue. A l'effet de volume s'ajoute donc un effet du gradient de contrainte dont le rôle est très marqué et prépondérant.

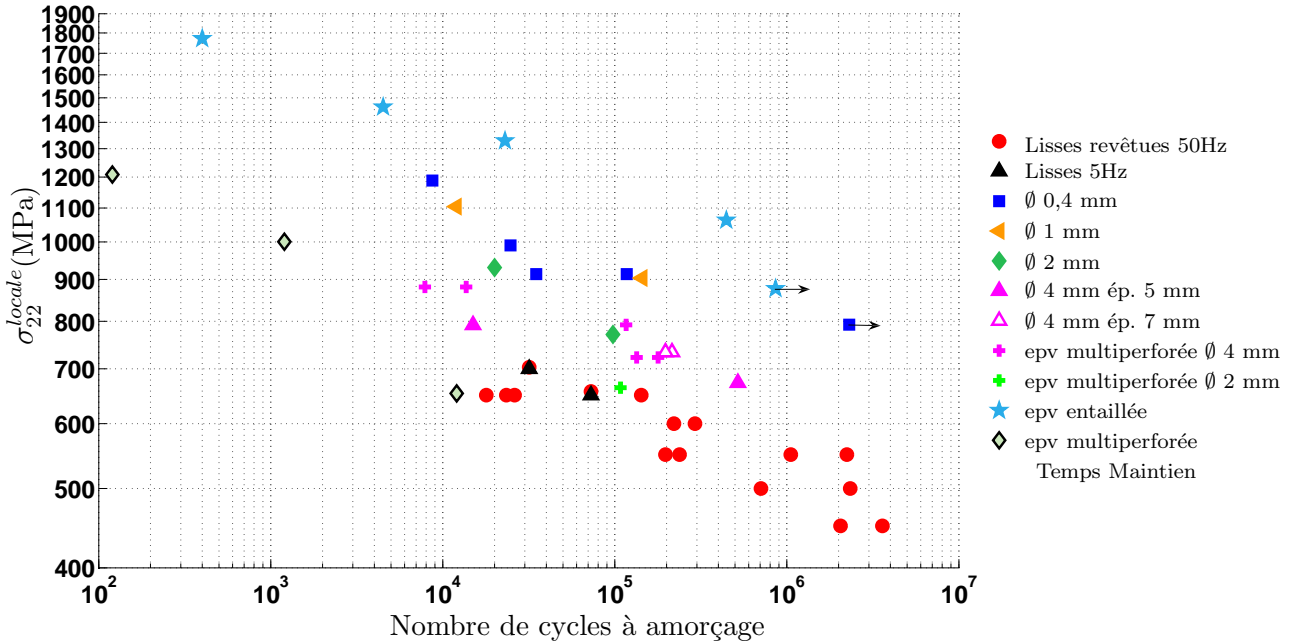


FIG. 3.12 – Résultats expérimentaux sur les éprouvettes perforées exprimés en termes de contrainte locale

L'ensemble des résultats expérimentaux sur les éprouvettes contenant une seule perforation est reporté dans le tableau 3.2 et les résultats sur les éprouvettes multiperforées sont répertoriés dans le tableau 3.3. Dans ces tableaux,  $N_A$  représente la durée de vie à amorçage de fissure,  $N_R$  est la durée de vie totale de l'éprouvette. Il s'ensuit la durée de vie en propagation de fissure  $N_P = N_R - N_A$  correspondant à la propagation de la fissure macroscopique de  $300 \mu\text{m}$  à la longueur critique de fissure atteinte à la rupture complète de l'éprouvette.

Parmi les éprouvettes contenant une entaille, celle référencée X6433 B3 dans le tableau 3.2 a été soumise à deux niveaux de chargement. Le niveau de chargement, initialement appliqué ( $\sigma_\infty = 220 \text{ MPa}$ ) étant trop faible et menant à une durée de vie infinie, a été augmenté à  $\sigma_\infty = 400 \text{ MPa}$ . La rupture a alors eu lieu à 400 cycles.

Eprouvette	Référence	Charge appliquée (MPa)	$N_A$	$N_R$	Surf. réduite $mm^2$
diamètre 4 mm ep. 5 mm	BG5	300	15 000	25 000	170
	CG5	255	519 000	539 126	170
diamètre 4 mm ep. 7 mm	EG7	285	215 000	226 643	238
	DG7	285	197 500	207 750	238
diamètre 2 mm	A1	290	97 700	110 640	32
	A2	350	20 000	arrêt à niveau 22638	32
diamètre 1 mm	X6433 A1	360	144 300	160 551	34
	X6433 A2	440	12 000	16 234	34
diamètre 0,4 mm	CP1	340		2 306 264 (rupture dans les mors)	35.2
	CP2	510	8 700	9 847	35.2
	BP1	425	31 600	33 980	35.2
	BP2	392	42 100	46 120	35.2
	AP1	392	117 300	144 911	35.2
fentes	X6433 B3	220		non rompue (860000)	35.18
		400		400	20*2
	X6433 B2	300	23 000	38 903	34.96
	X6433 B4			rupture mise en route	
	X6433 B1	240	445 000	446 331	34.22
	AP2	330	4 500	7 400	31.2

TAB. 3.2 – Résultats expérimentaux sur les éprouvettes contenant une seule perforation

Référence	Charge appliquée (MPa)	Localisation amorçage	$N_A$	$N_R$
X6433 D1	317	trou $\emptyset$ 4 mm fissure sur trou $\emptyset$ 0,4 mm	7 874	Arrêt avant rupture
X6433 D2	260	trou $\emptyset$ 2 mm	108 000	Arrêt avant rupture
X6433 D3	260	trou $\emptyset$ 4 mm	178 500	179 211
X6433 E1	260	trou $\emptyset$ 4 mm	134 000	136 745
X6433 E2	285	trou $\emptyset$ 4 mm	112 000	116 318
X6433 E3	317	trou $\emptyset$ 4 mm	13 683	F = 1800 daN jusqu'à rupture
X6433 F1	235 (TM)	trou $\emptyset$ 4 mm	12 040	cyclage en fatigue F = 1260 daN 4425 cycles
X6433 F2	360 (TM)	trou $\emptyset$ 4 mm	1 200	1 387
X6433 F3	435 (TM)	trou $\emptyset$ 4 mm	120	213

TAB. 3.3 – Résultats expérimentaux sur les éprouvettes multiperforées

### 3.5 Essais sur éprouvettes technologiques

#### 3.5.1 Essais sur éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous

L'effet des perforations sur la tenue en fatigue a fait l'objet d'une campagne d'essais à la SNECMA sur des éprouvettes cylindriques munies d'un réseau de trous<sup>1</sup>. Ces réseaux de trous sont composés de 3 rangées de perçages cylindriques disposées en quinconce. Deux angles de perçage ont été étudiés par la SNECMA : 30° et 90° par rapport à l'axe des éprouvettes afin de simuler des perçages inclinés respectivement de 60° et 0° par rapport à l'axe moteur. L'orientation cristallographique secondaire n'est généralement pas contrôlée sur pièce, c'est la raison pour laquelle les perçages ont été faits sur une génératrice choisie aléatoirement.

Par ailleurs, la taille des trous a été choisie de manière à être représentative des réseaux de trous de refroidissement sur aubes et les perçages ont été réalisés au laser.

Nous nous intéressons dans le cadre de cette étude uniquement aux éprouvettes dont les perforations sont à 90° par rapport à l'axe principal  $\langle 001 \rangle$  de l'éprouvette.

Des essais de fatigue sous sollicitation répétée ont été réalisés à 950°C à la fréquence de 0,5 Hz sur ces éprouvettes. Les durées de vie dont nous disposons sont des durées de vie à rupture. Afin d'appliquer un modèle de durée de vie à amorçage, il est nécessaire d'avoir accès aux durées de vie à amorçage pour ces essais. Pour cela, nous avons utilisé un modèle phénoménologique de propagation de fissure développé à l'ONERA dans le cadre de la thèse de [Prigent 93] pour les fissures longues et généralisé par [Bouvard 06] pour les fissures courtes. Ce modèle est un modèle de propagation de type Forman capable de prendre en compte l'effet de fissure courte. La propagation de fissure en fatigue s'exprime par :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_f [K_M - K_S^f]^{\eta_f}}{(1 - R) [K_C - K_M]} \quad (3.2)$$

où les termes  $K$  désignent les différents Facteurs d'Intensité des Contraintes :

- $K_S^f$  le seuil de non propagation en fatigue (fonction de la taille de zone plastique en pointe de fissure),
- $K_M$  la valeur maximale du facteur d'intensité des contraintes au cours du cycle,
- $K_C$  la ténacité du matériau en pointe de fissure couplée aux effets d'oxydation.

$C_f$ ,  $\eta_f$  sont des paramètres matériau et  $R$  désigne le rapport de charge.

Le début du domaine d'application du modèle correspond à des fissures d'environ 100  $\mu m$ . Nous avons appliqué ce modèle entre une longueur de fissure de 300  $\mu m$  et la rupture de l'éprouvette. Cette durée de vie est calculée en première approximation en utilisant la fonction de géométrie de l'éprouvette correspondant à une fissure émanant d'un trou dans une éprouvette plate infinie. La formulation du facteur d'intensité des contraintes utilisée pour cette géométrie est reportée en annexe A.3.

La durée de vie en propagation  $N_P$  ainsi calculée est de 3000 cycles environ. La durée de vie à amorçage  $N_A$  est obtenue par la relation  $N_A = N_R - N_P$ .

Nous disposons de quatre points expérimentaux pour un seul niveau de contrainte. Il existe une dispersion importante sur ces points expérimentaux, les durées de vie à amorçage

---

<sup>1</sup>Pour des raisons de confidentialité, les descriptions de cette éprouvette ne sont pas détaillées.

varient de 3000 à 40000 cycles). Cette dispersion peut s'expliquer, sans doute, par le fait que l'orientation secondaire n'est pas contrôlée lors du perçage.

### 3.5.2 Essais sur tubes troués sous chargement complexe

Une étude expérimentale a également été réalisée à l'ONERA au cours de cette thèse dans le cadre du programme européen SOCRAX. Ce programme européen portait sur "L'extension des limites des superalliages monocristallins à travers une analyse des fissures courtes en Mécanique de la Rupture" auquel ont participé, en plus de l'ONERA, coordinateur du projet, des partenaires français comme SNECMA et l'Ecole des Mines de Paris ainsi que 7 partenaires de cinq pays de l'Union européenne (BAM, Imperial College, CNR, IENI, NTUA, SIEMENS PG, MTU Aero Engines et IMMIG).

L'objectif initial de ce projet était l'élaboration de modèles de durée de vie reposant sur la prise en compte de la propagation de fissure afin de disposer d'outils de calcul permettant de bénéficier de la durée de vie supplémentaire liée à la propagation. Nous avons profité de la campagne expérimentale menée sur des tubes perforés pour étudier la phase d'amorçage de fissures. Ces essais plus complexes nous serviront à valider les méthodologies mises en place au cours de ce travail.

Ces essais sur tubes troués s'inscrivaient dans les tâches 2.5 (Creep-fatigue crack growth on complex specimen geometries and multiaxial cyclic loads [Paulmier 07]) et 5.1 (Application of the SOCRAX methods to AE components and test cases [Kaminski 07]) du projet. Ils ont été réalisés au laboratoire MECS.

Nous allons présenter brièvement dans ce qui suit les éprouvettes utilisées pour les essais de traction-torsion ainsi que le dispositif expérimental employé. Pour plus de détails, le lecteur est invité à se référer aux travaux de [Bonnand 06] au cours desquels l'installation de fatigue thermo-mécanique de traction-torsion a été développée. Dans son mémoire sont détaillées toutes les procédures employées pour la mise au point des essais, les mêmes éprouvettes et le même dispositif expérimental ayant été utilisés pour nos essais.

## Dimensionnement des éprouvettes

Le matériau utilisé est le superalliage monocristallin AM1 non revêtu. Les dimensions de l'éprouvette utilisée sont présentées sur le schéma 3.13. Les axes principaux de l'éprouvette correspondent aux directions cristallographiques  $\langle 001 \rangle$ . Les directions secondaires  $\langle 010 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$  ont été déterminées à l'aide de la méthode de Laue. Ces éprouvettes présentent deux perforations de 0,4 mm de diamètre, représentatives des trous de refroidissement des aubes, selon deux directions secondaires  $\langle 100 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$  (cf. figure 3.14). Le choix de la localisation des trous a été motivé par la nécessité d'avoir des trous isolés sans interaction en terme de déformation plastique. De même, l'encombrement du dispositif d'observation a été un facteur déterminant sur le nombre de trous observables.

Sur la figure 3.15 est tracée l'évolution de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{23}$  sur la périphérie du tube dans sa partie utile. On observe des gradients de contrainte de part et d'autre de chaque perforation et on voit qu'il n'y a pas d'interaction entre les perforations puisque l'évolution de la contrainte présente un plateau où la valeur de contrainte est identique à la valeur dans la zone non perforée.

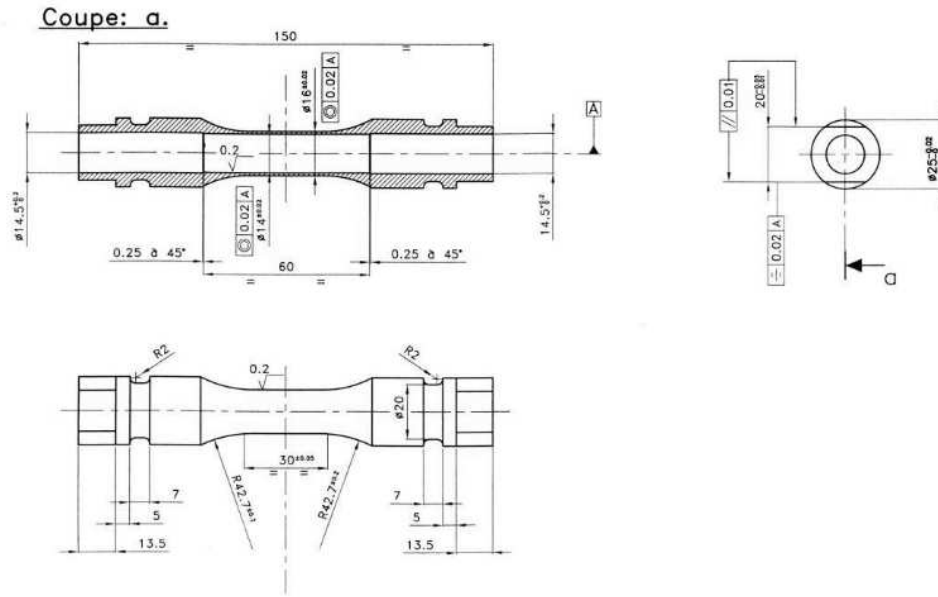


FIG. 3.13 – Schéma de l'éprouvette de traction-torsion

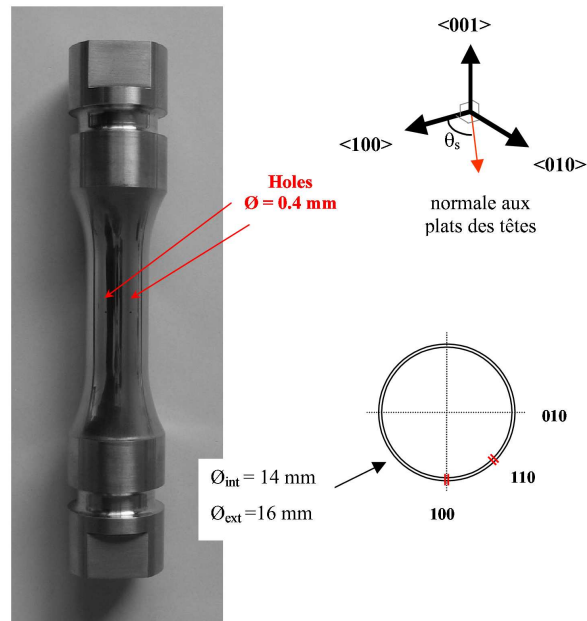


FIG. 3.14 – Localisation des trous dans l'éprouvette de traction-torsion

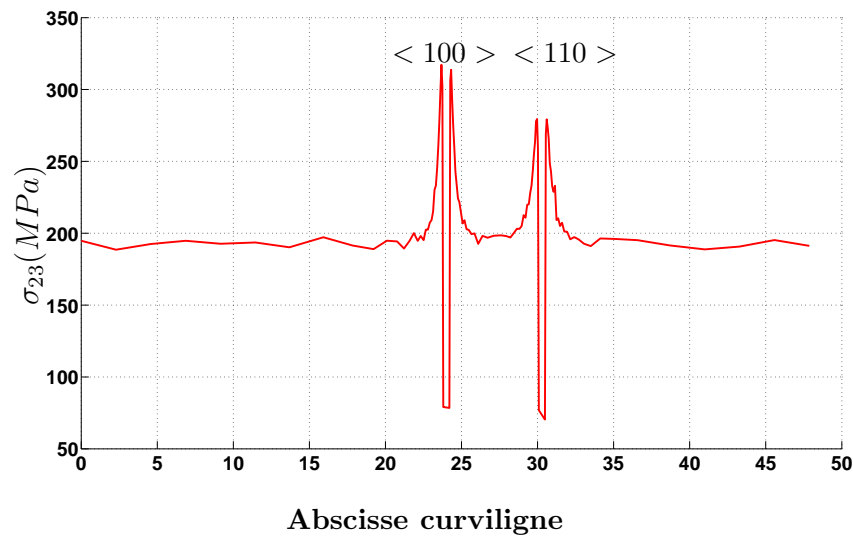


FIG. 3.15 – Evolution de la contrainte  $\sigma_{23}$  en fonction de l'abscisse curviligne sur la périphérie du tube en zone utile. Chargement de torsion :  $\sigma_{eq} = 323$  MPa.

### Description du dispositif d'essai

Les essais ont été réalisés sur une machine de fatigue Schenck multiaxiale présente au laboratoire (figure 3.16). Elle est constituée de deux vérins hydrauliques en série dont l'un, linéaire à paliers hydrostatiques permet d'appliquer des chargements de traction-compression, et l'autre, rotatif, des chargements de torsion. Les capacités respectives de ces vérins sont  $\pm 63$  kN et  $\pm 500$  N.m en efforts et de  $\pm 20$  mm et  $\pm 60^\circ$  en déplacements linéaire et angulaire.

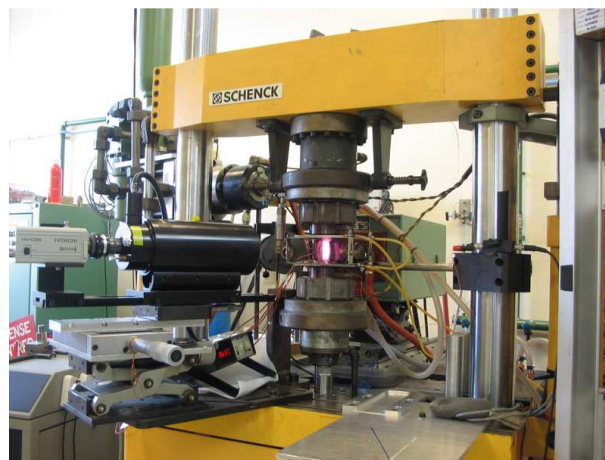


FIG. 3.16 – Vue d'ensemble du dispositif expérimental où l'on peut voir le dispositif optique de suivi de fissure.

### Dispositif de chauffage

L'éprouvette est chauffée à l'aide d'un inducteur plan à spires inversées développé au laboratoire (figure 3.17). Malgré un rendement assez faible il permet d'obtenir une excellente répartition de la température sur l'éprouvette et une certaine aisance pour l'accessibilité des moyens de mesures.

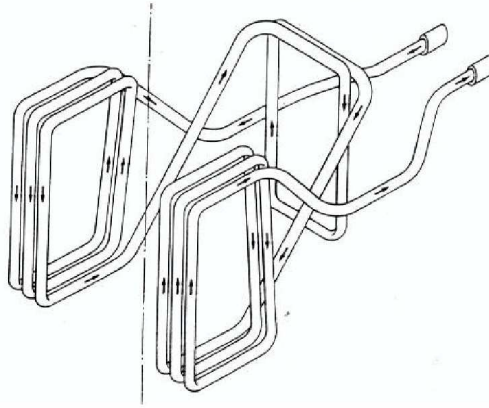


FIG. 3.17 – Inducteur plan à spires inversées

Le générateur utilisé, d'une puissance de 12 kW, est couplé à un coffret d'adaptation de "moyenne fréquence", de l'ordre de 100 kHz, afin d'avoir une profondeur de pénétration suffisante dans l'éprouvette. Ce type d'inducteur génère des lignes de champ particulières et complexes, ce qui entraîne un échauffement excessif des mors d'amarrage. Une cage de Faraday refroidie à l'aide d'une circulation d'eau, limitant ainsi l'action du champ magnétique, est placée autour de l'échantillon afin de pallier l'effet "cheminée", responsable de la dissymétrie en température dans le cas de chauffage sur tube.

Les essais sont réalisés à 950°C. La température est mesurée par des thermocouples de type K (chromel/alumel) de 0,3 mm de diamètre. L'étalonnage de ce type d'éprouvette avait été réalisé lors de la campagne d'essais de Bonnard au cours duquel vingt-quatre thermocouples avaient été soudés sur la surface externe de l'éprouvette tubulaire, suivant la génératrice et sur la circonférence (figure 3.18).

Les températures mesurées sont mémorisées sur un enregistreur multivoies permettant de scanner et de numériser à chaque seconde l'ensemble des voies et de les visualiser en temps réel. Un étalonnage rapide a été réalisé sur l'éprouvette perforée pour s'assurer que la température visée est bien atteinte dans la zone utile de l'éprouvette notamment au bord des perforations. Nous ne disposons malheureusement pas du profil de température associé à cet étalonnage.

La photo 3.19 montre l'éprouvette chauffée, les thermocouples, l'inducteur ainsi que la cage de Faraday.

### Détection de l'amorçage de fissure

L'objectif est de déterminer la durée de vie à amorçage d'une fissure macroscopique dans l'éprouvette, typiquement 300  $\mu\text{m}$ . Des mesures optiques et la technique du potentiel ont

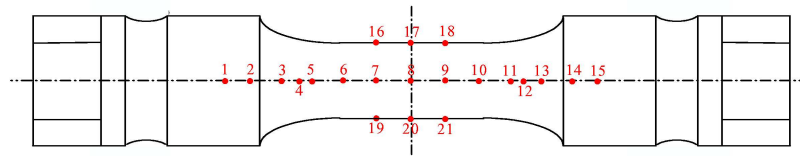


FIG. 3.18 – Positionnement des thermocouples (les thermocouples 22, 23 et 24 sont respectivement en vis-à-vis des thermocouples 7, 8 et 9)



FIG. 3.19 – Dispositif de chauffage où l'on peut voir les thermocouples, l'inducteur et la cage de Faraday



permis de suivre l'évolution de la fissure. Dans le cas des essais de fatigue thermo-mécanique réalisés par Bonnard, ce dernier avait, de la même manière que ses prédécesseurs, observé que la technique du potentiel donnait des résultats mitigés sur tube lisse. La technique du potentiel (Figure 3.20) donne les meilleurs résultats pour des inclinaisons de la fissure perpendiculaires aux lignes de courant (sensibilité maximale du potentiel électrique). Or, dans le cas d'un essai de torsion seule où la fissure progresse suivant l'axe principal de l'éprouvette, ou à environ  $50^\circ$  dans le cas d'un essai de traction-torsion, Bonnard a montré qu'il n'y a pas eu de variation sensible de la différence de potentiel et cela malgré des longueurs de fissures importantes, de l'ordre de 10 mm. Par ailleurs, une des difficultés de la méthode du potentiel dans le cas de la torsion sur tube lisse est l'indétermination de la position circonférentielle où va s'amorcer la fissure. Dans notre cas, on s'attend a priori à ce que la fissure s'amorce en bord de l'une ou de l'autre des perforations. Les prises de potentiel ont été positionnées au-dessus et au-dessous des perforations, deux millimètres de part et d'autre du premier trou et trois millimètres de part et d'autre du second. Les deux mesures ont été enregistrées sur un seul canal. En plus de la méthode du potentiel, une caméra à grande distance frontale a été utilisée pour suivre la propagation de fissure, comme présenté sur la figure 3.19.

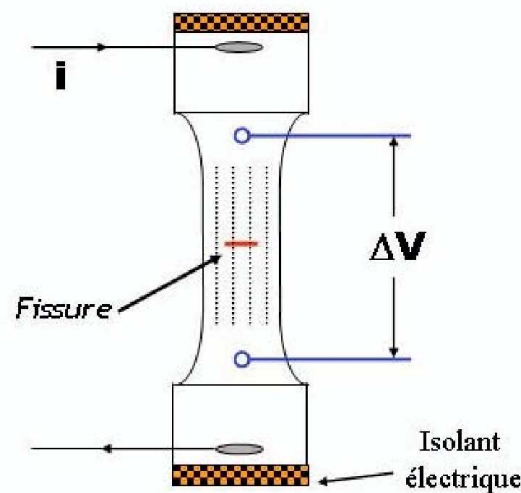


FIG. 3.20 – Schéma de principe de la technique du potentiel ([Bonnand 06]).

### Résultats d'essais

Les éprouvettes ont été sollicitées sous chargement cyclique à la fréquence de 5Hz comme pour les éprouvettes plates contenant un trou, avec un rapport de charge nul, à  $950^\circ\text{C}$  et sous air. Cinq essais ont été effectués : trois essais de torsion pure et deux essais de traction-torsion en phase. Les chargements appliqués et les durées de vie obtenues (à rupture, à amorçage et en propagation) sont présentés dans le tableau 3.4.

Les points expérimentaux sont reportés sur la figure 3.21 où la contrainte équivalente, calculée dans la partie utile de l'éprouvette, est exprimée en fonction du nombre de cycles à amorçage.

Pour chaque essai, les fissures se sont amorcées au niveau des perforations. Cependant,

Type de chargement	Chargement appliqué	Contrainte équivalente $\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ (MPa)	$N_A$	$N_P$	$N_R$
torsion	C = 75 Nm	390	121 500	21 368	142 868
traction-torsion	F = 1300 daN C = 53 Nm	390	9 500	2 942	12 442
torsion	C = 86 Nm	447	10 500	204	12 604
traction-torsion	F = 1084 daN C = 44 Nm	323	58 500	5 665	64 165
torsion	C = 62 Nm	323	245 000	20 220	265 220

TAB. 3.4 – Récapitulatif des essais effectués avec le chargement appliqué et les durées de vie à amorçage ( $N_A$ ), en propagation ( $N_P$ ) et à rupture ( $N_R$ ). La contrainte équivalente est calculée sur la partie utile de l'éprouvette.

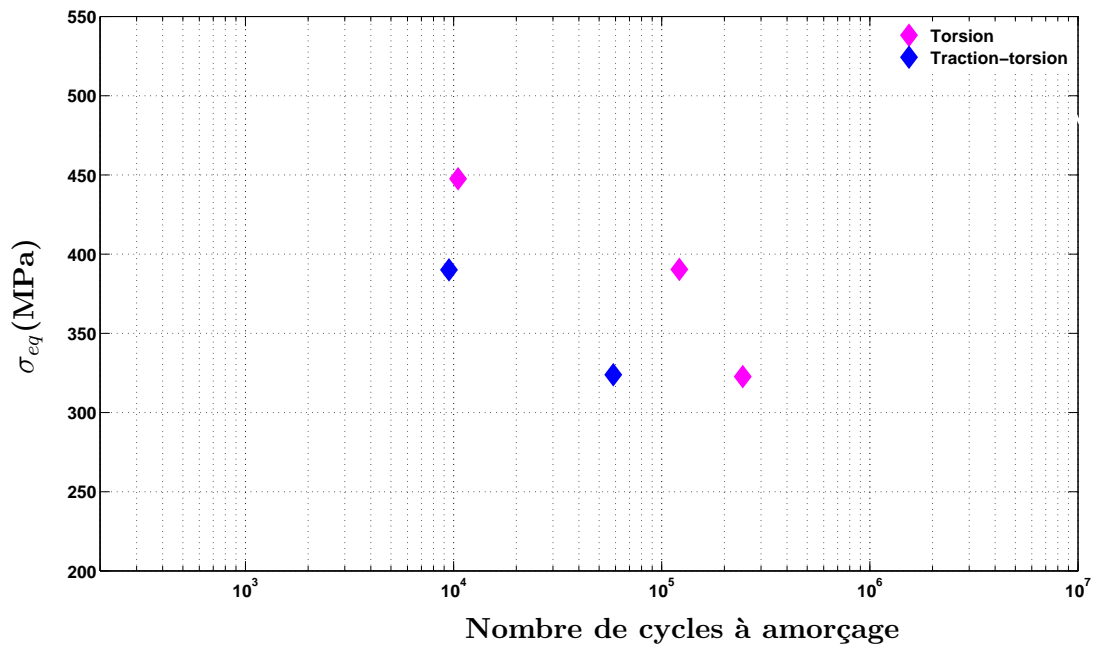


FIG. 3.21 – Résultats expérimentaux de torsion (en magenta) et de traction-torsion (en bleu) dans un diagramme  $\sigma_{eq}=f(\text{Nombre de cycles à amorçage})$ .

il est difficile de conclure sur la localisation préférentielle de l'amorçage de la fissure sur l'une ou l'autre des perforations, l'amorçage des fissures sur l'un ou l'autre des trous est plutôt aléatoire. Si une fissure s'est amorcée sur une des deux perforations, une autre fissure s'amorcera sur l'autre perforation, très peu de temps après la première. Les observations des faciès de rupture de deux éprouvettes parmi les cinq (une sollicitée en torsion pure et une autre en traction-torsion) sont présentées plus loin au paragraphe 3.6.3.

En annexe A.2 sont présentées pour chaque essai les évolutions des longueurs de fissures pour chacune des perforations en fonction du nombre de cycles, ainsi que des photographies des fissures au niveau de chaque perforation.

## 3.6 Analyses micrographiques

Dans cette section vont être présentées les analyses micrographiques qui ont été réalisées à l'ONERA au cours de ce travail, à la fois par microscopie optique et par microscopie électronique à balayage.

Dans un premier temps, il m'a semblé important de caractériser l'état du matériau avant toute sollicitation et en particulier d'étudier les effets des conditions de perçage EDM sur la sensibilité à l'amorçage de fissure. Ensuite, une fois les éprouvettes sollicitées, les faciès de rupture ont systématiquement été observés.

### 3.6.1 Etat initial du matériau après perçage et avant sollicitation

Pour caractériser l'état initial du matériau, j'ai fait percer dans un tronçon de matière d'épaisseur 2 mm, un trou de 0,4 mm de diamètre par électro-érosion.

On rappelle que les perçages réalisés sur l'ensemble des éprouvettes testées au cours de mon travail ont été obtenus par électro-érosion, aussi appelé EDM (Electrical Discharge Machining). Cependant, il convient de noter que les trous sur les aubes des turbines sont aussi bien percés par électro-érosion que par laser.

L'électro-érosion est un procédé d'usinage qui consiste à enlever de la matière dans une pièce en utilisant des décharges électriques. Deux pièces conductrices (électrode/pièce usinée) connectées à une source de tension à courant continu sont disposées dans un liquide isolant. Quand on met en service la source de courant, il se forme une tension électrique entre ces pièces. En réduisant l'écart entre les pièces jusqu'à une certaine distance, il se produit une décharge électrique et une étincelle jaillit. A l'endroit où cette étincelle se produit, le métal fond. Un grand nombre de ces étincelles, l'une après l'autre (jamais simultanément) vont permettre de percer le matériau. Pour obtenir une érosion efficace, plusieurs centaines de milliers d'étincelles par seconde sont nécessaires.

Les paramètres de contrôle du procédé EDM sont la fréquence, la tension, le courant, le matériau de l'électrode, la vitesse de coupe, etc. Comme un important gradient de température est inévitablement généré dans la région où est appliquée la décharge, le taux d'enlèvement de matière et l'état de surface dépendent de ces paramètres.

Le perçage réalisé ici est présenté sur la figure 3.22. Les conditions de perçage appliquées sont une tension de 0,3 V, un courant de 0,8 A, une impulsion périodique (période d'environ 1 ns) sur une machine CHARMILLES Isopulse de type P25. Le tronçon de matière est plongé dans un bain de pétrole. Le temps de perçage du trou débouchant, effectué par électrode

tournante, a été d'environ 1h.

Nous observons sur la figure 3.22 un écart à la cylindricité non négligeable. Une micrographie prise en bord de trou nous montre que sur sa périphérie existe une couche fondue qui, d'après la figure 3.23, est de très faible épaisseur. Il apparaît également des gouttelettes de métal fondues retombées sur les parois du trou, phénomène inhérent au procédé de perçage, comme indiqué sur la figure 3.24.

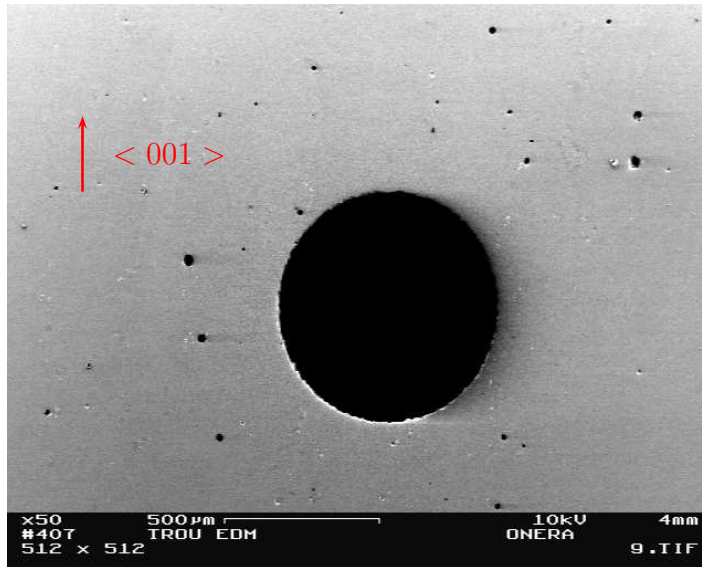


FIG. 3.22 – Perçage EDM dans une plaque de superalliage AM1.

D'un point de vue métallurgique, le matériau ne présente plus, en surface du trou, de cuboïdes de phase  $\gamma'$  ; cette zone de déplétion atteint une épaisseur d'un micromètre environ. Par ailleurs, ce mode de perçage par étincelage peut parfois induire des amorces de microfissures sur la périphérie du trou. A cet égard, rappelons que l'utilisation d'une décharge électrique pour amorcer une fissure est un processus couramment employé dans les études de fissuration. On peut également penser aux effets néfastes des carbures qui peuvent apparaître lors d'un perçage effectué dans un bain de kérosène.

Notons qu'une étude des effets du procédé de perçage EDM sur la sensibilité à l'amorçage de fissures dans des alliages à base nickel résistant aux hautes températures a été réalisée par [Kang 05]. Kang *et al.* ont étudié les effets des conditions de perçage EDM sur le Hastelloy X et notamment l'impact des processus de traitement thermique de recuit sur la zone altérée. Ils ont étudié deux cas, selon que les perçages sont réalisés dans un bain de kérosène ou dans de l'eau déionisée, suivis ou non d'un traitement thermique.

Dans le cas d'une décharge réalisée dans un bain de kérosène, ils ont observé que la carburation du matériau et la propagation de fissures le long des joints de grains apparaissent après traitement thermique. Les fissures se propagent dès qu'une déformation en traction de 20% est appliquée à température ambiante. Mais, si aucun traitement thermique n'est appliqué, une amorce de fissure apparaît, cependant la fissure ne se propage pas.

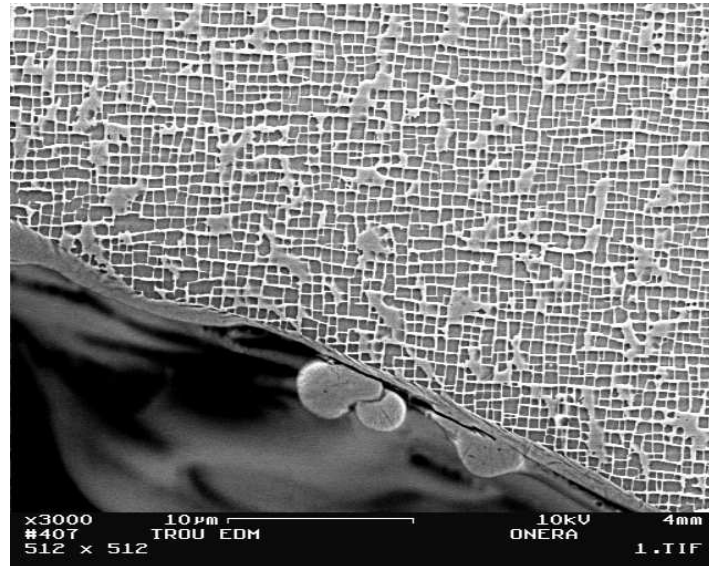


FIG. 3.23 – Présence en bord de trou, sous la surface fondue, d'une zone de déplétion en bord de trou sur une épaisseur de l'ordre du micromètre. Notons l'écart à la géométrie cylindrique.

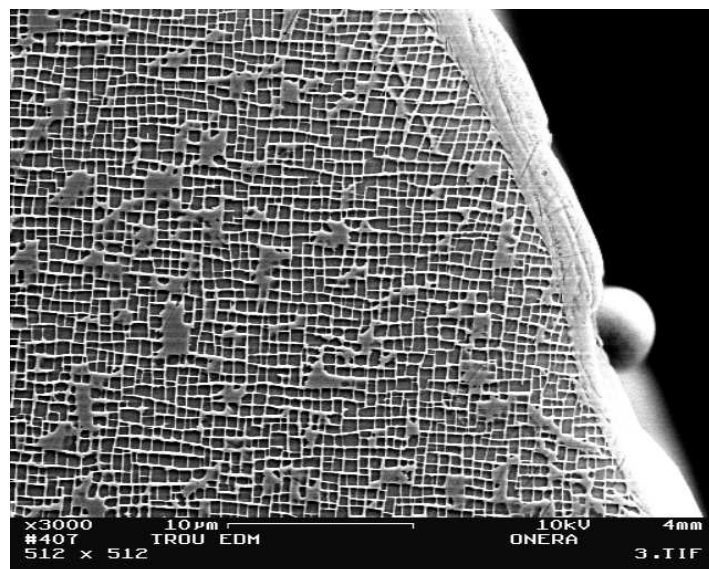


FIG. 3.24 – Présence d'une gouttelette de métal fondu, phénomène inhérent au procédé de perçage EDM

Par contre, lorsque le perçage est réalisé dans de l'eau déionisée et que la même déformation est appliquée, la sensibilité à la propagation de fissure est très faible. Aucune carburation n'a en effet été observée, ce qui évite la formation de précipités de carbure, notamment aux joints de grains. D'autre part, le taux d'enlèvement de matière dans le cas du procédé EDM dans l'eau déionisée est plus faible que dans le kérosène.

Si l'on compare les résultats obtenus par Kang *et al.* à nos propres observations, nous notons que les micrographies réalisées sur l'échantillon que nous avons fait percer par EDM dans un bain de kérosène n'ont pas révélé d'amorçage de fissure, tout au moins sur la face observée.

### 3.6.2 Influence du temps de maintien en température avant et après sollicitation sur l'état du matériau en bord de trou

Les essais de fatigue à haute température ont été réalisés à l'air ambiant à 950°C. Après l'étape de perçage, un temps de mise en chauffe permet d'atteindre la température d'essai souhaitée. Or, la mise en chauffe est réalisée à l'air libre. Dans de telles conditions, l'environnement, notamment l'effet de l'oxydation, joue un rôle non négligeable sur les conditions métallurgiques initiales de l'essai de fissuration.

Pour déterminer dans quel état métallurgique se trouvait l'éprouvette trouée lors de l'amorçage de fissure, nous avons fait subir à notre échantillon la même histoire "thermique" que celle subie par une de nos éprouvettes d'essais. Nous avons pris pour exemple une des éprouvettes contenant un seul trou de 400  $\mu m$  de diamètre.

Le temps de montée en chauffe de l'éprouvette à l'aide de l'inducteur est d'environ 2h, décomposé en 1h de montée en température suivie d'un palier d'1 heure. Ce traitement thermique, noté TT1, a été appliqué à notre échantillon dans un four tubulaire, sous une libre circulation d'air. L'échantillon a ensuite été observé au MEB après avoir été poli et attaqué de manière à révéler la structure en cuboïdes de  $\gamma'$ .

Sur les micrographies 3.25 et 3.26 nous remarquons que la zone de déplétion observée sur les micrographies précédentes s'est épaissie. Elle est maintenant de l'ordre de 2  $\mu m$ . La phase  $\gamma'$  commence à disparaître pour former de l'alumine  $Al_2O_3$  (phases noires observées sur la micrographie 3.25).

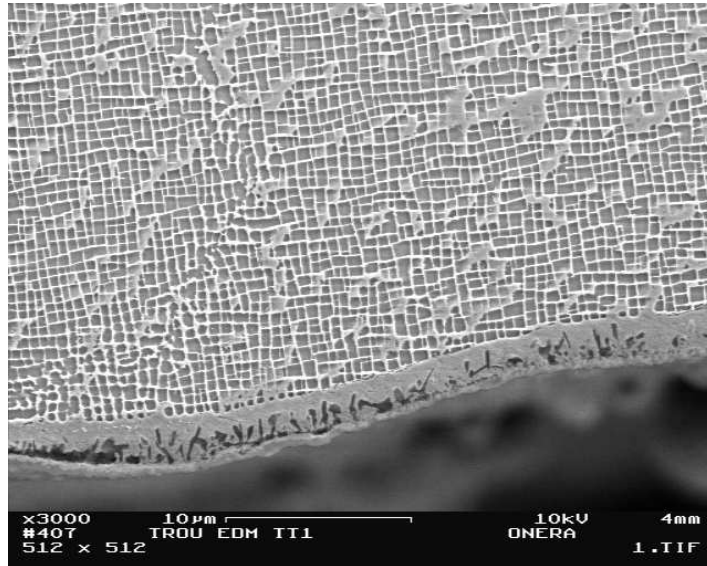


FIG. 3.25 – Observation en bord de trou après maintien en température TT1. La zone de déplétion s'est légèrement épaissie. On observe la présence d'alumine (phases noires sur la figure).

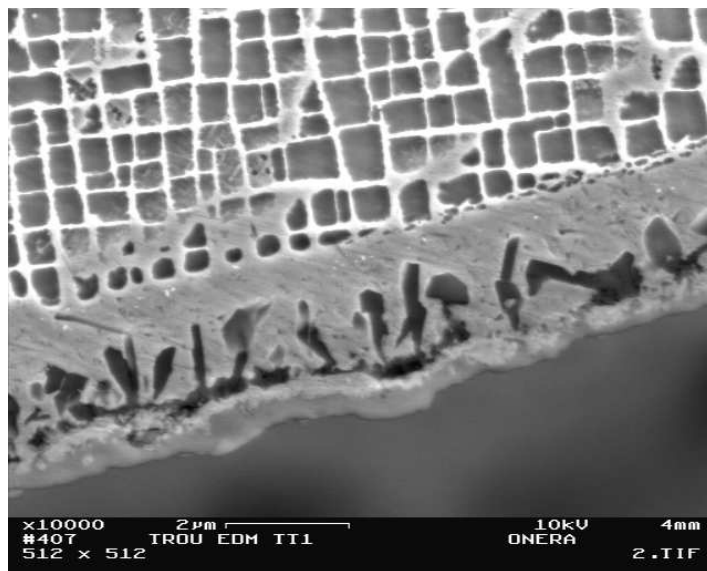


FIG. 3.26 – Formation d'alumine  $Al_2O_3$  (phases noires) par disparition de la phase  $\gamma'$ .

L'éprouvette a été chauffée 2 heures de plus, soit  $TT2 = TT1 + 2h$ . Cela correspond à l'état "initial" du matériau avant le démarrage de l'essai. D'après la figure 3.27, la zone de déplétion est d'environ 2,5 micromètres. Elle ne s'est pas réellement épaissie au cours de ce chauffage supplémentaire. Sur la micrographie 3.28, l'aluminium présent dans la phase  $\gamma/\gamma'$  diffuse pour former de l'alumine  $Al_2O_3$  (phase noire), ce qui explique la zone grise homogène  $\gamma$  pauvre en Al. En surface, on note la formation de grains d'oxyde de nickel  $NiO$ .

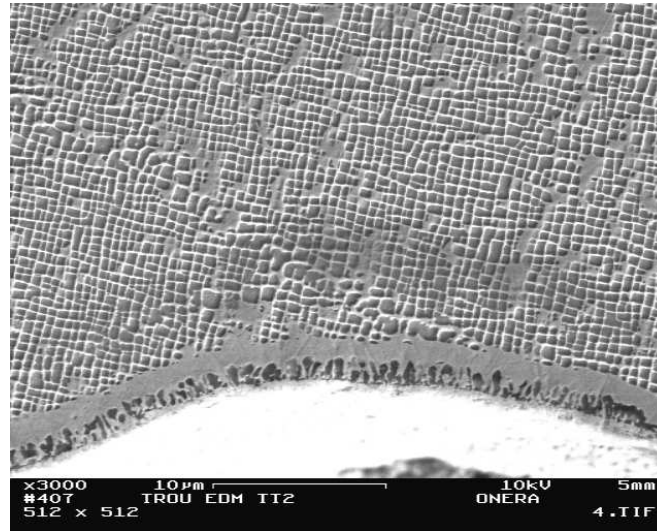


FIG. 3.27 – Zone de déplétion à  $t = TT2$ . L'épaisseur de la zone affectée est d'environ 2,5  $\mu m$ .

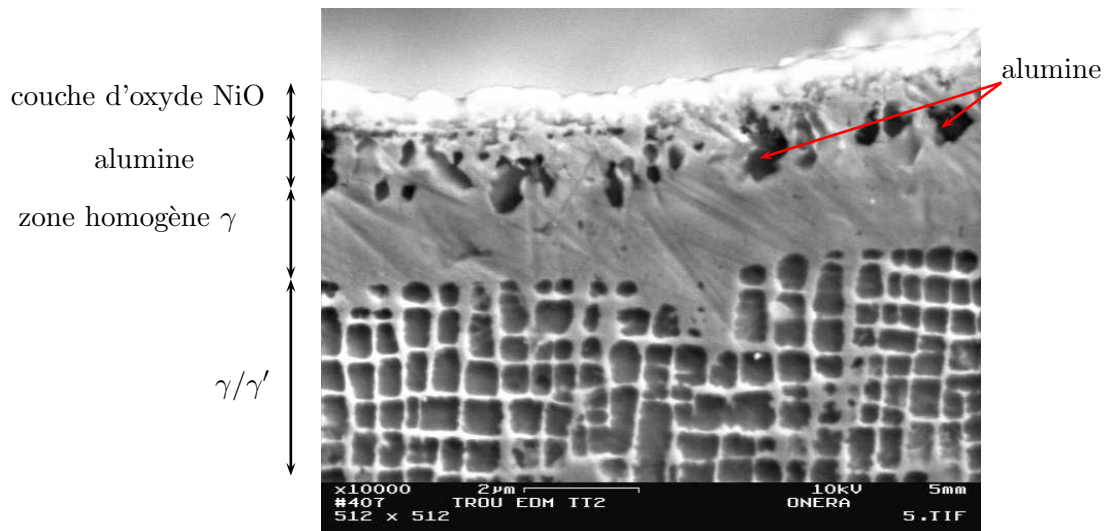


FIG. 3.28 – Observation de la zone de déplétion à  $t = TT2$ . Couche d'oxyde  $NiO$  en surface.

Il semblerait que le temps d'exposition à haute température pour la mise en chauffe de



l'éprouvette et en particulier l'effet de l'oxydation n'influe pas outre mesure sur l'épaisseur de la zone de déplétion. Cette zone est donc faible au début de l'essai.

Nous avons ensuite décidé de poursuivre le chauffage de façon à simuler un essai réel en prenant pour référence l'éprouvette contenant une perforation de  $400\ \mu\text{m}$  (référéncée CP2 dans le tableau 3.2) pour laquelle l'essai a duré environ 8 heures. L'idée est de voir si la zone affectée continue à croître au cours de l'essai.

Nous avons chauffé l'échantillon 6 heures de plus pour avoir  $TT3 = TT2 + 6\text{h} = 10\text{h}$ . Cela nous permettra d'obtenir une approximation de la cinétique de croissance de la zone affectée par l'EDM.

L'observation du bord du trou à  $t = TT3$  est présentée sur la figure 3.29. La zone de déplétion ne s'est pas épaissie, son épaisseur varie entre  $2$  et  $2,5\ \mu\text{m}$  selon les endroits. Cependant, localement, on observe une couche continue d'alumine noire qui forme une portion de nappe cylindrique en bord de trou. Cette couche d'alumine n'est cependant pas continue autour du trou.

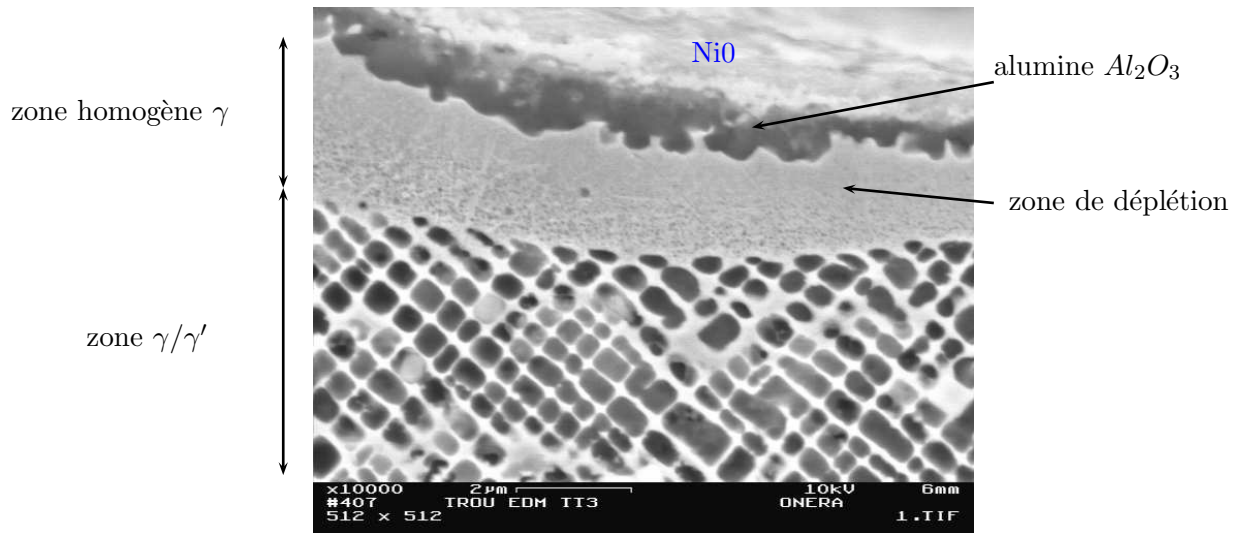


FIG. 3.29 – Observation de la zone de déplétion à  $t = TT3$ , couche localement continue d'alumine, couche de NiO en surface.

Dans le cas des essais réels (fatigue à  $950^\circ\text{C}$ ), l'oxydation est très importante après de longues durées d'exposition des éprouvettes à haute température. Ainsi, les observations réalisées sur la surface du trou d'une éprouvette rompue après 6 heures de maintien en température ont permis de révéler la structure de cette zone entièrement recouverte de cristaux de NiO d'une taille moyenne de  $0,5\ \mu\text{m}$  (figure 3.30).

Une telle oxydation se produisant sur chacune des lèvres de la fissure dès le début de la propagation, la présence de la couche d'oxyde sur les faciès de rupture rend l'observation et l'interprétation difficile.

En ce qui concerne l'usinage des parties planes de l'éprouvette, celui-ci a été réalisé par rectification plane. La surface brute d'usinage présente un endommagement sous forme d'entraînement de matière visible par l'aspect déformé de la structure en cuboïdes au voisinage de

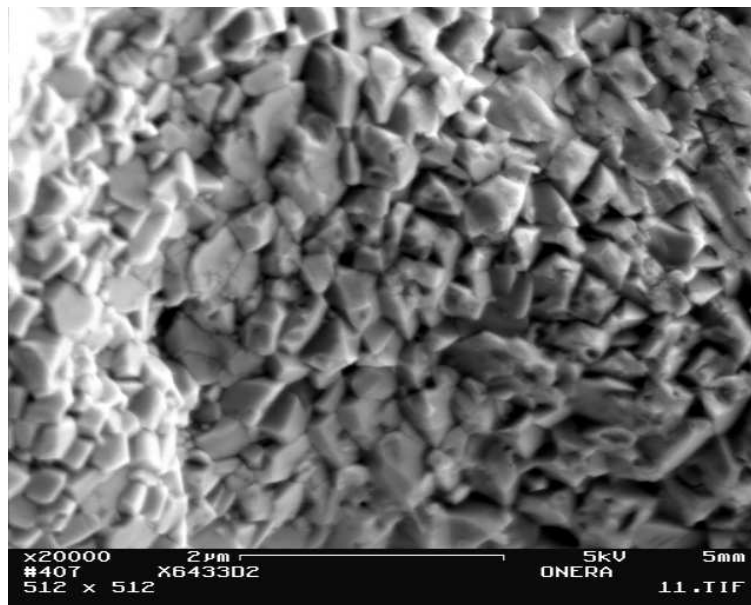


FIG. 3.30 – Structure fine d’oxyde NiO à la surface du trou d’une éprouvette rompue (temps d’exposition d’environ 6 h).

la surface (figure 3.31). Cette zone écrouie s’étend sur une profondeur d’environ 2 micromètres.

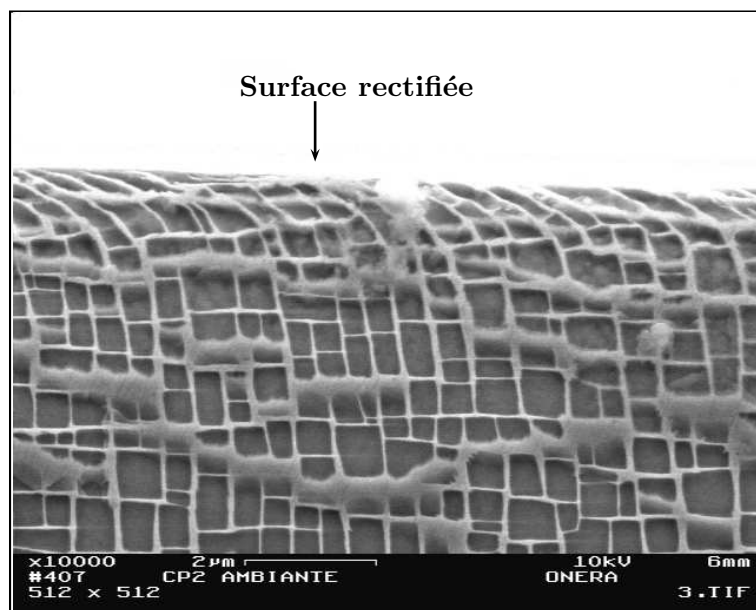


FIG. 3.31 – Effet de la rectification sur le matériau au voisinage de la surface (avant maintien en température).

L’effet de cet écrouissage sur l’épaisseur de la zone affectée après maintien en température (11

heures à  $950^{\circ}\text{C}$ ) semble plus modeste que dans la partie usinée par EDM (figure 3.32). Ainsi, la zone affectée correspondant à la surface usinée par rectification ((zone 1) sur la figure 3.32) s'étend sur une épaisseur de l'ordre de 2 micromètres alors qu'elle s'étend sur une profondeur de l'ordre de 10 micromètres sur les bords du trou usinés par EDM (zone 2).

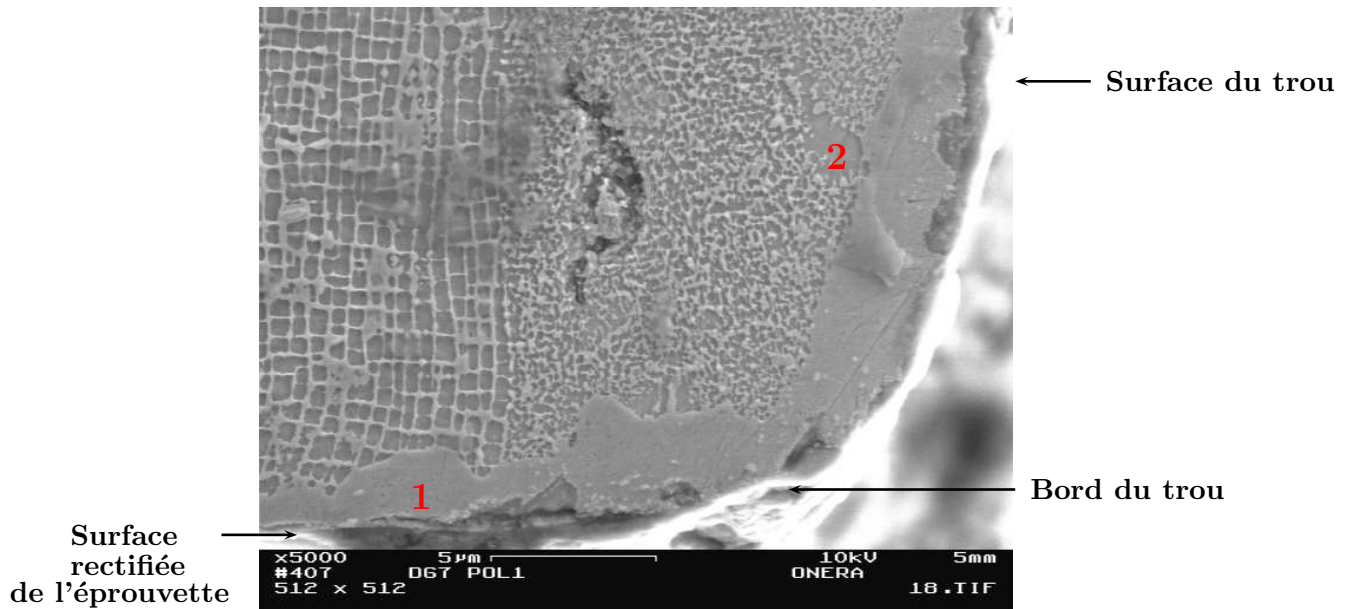


FIG. 3.32 – Effets comparés de la rectification en surface de l'éprouvette et du perçage EDM, sur la profondeur de la zone affectée après maintien en température de l'éprouvette trouée.

Ainsi, concernant le rôle éventuel de la zone affectée en tant que source de nucléation de fissures, il semble que l'endommagement de la surface induit par la rectification soit négligeable par rapport à l'effet du perçage par EDM.

Bien que ce mode de perçage corresponde à la réalité industrielle, il serait possible d'envisager, au vu de ces observations, un perçage par EDM suivi d'une reprise à l'alésoir et d'une opération de rodage, au moins en ce qui concerne les trous de plus gros diamètre. Avant maintien en température, le matériau serait alors sain, avec un arrangement régulier de cuboïdes, jusqu'au bord du trou. Il serait ainsi possible, à condition de disposer d'une machine d'essai équipée d'un four sous vide poussé, d'effectuer une étude fondamentale de l'amorçage de fissure en bord de trou dans le superalliage AM1 parfait.

Par ailleurs, nous avons eu l'opportunité, au cours de ce travail, d'observer une des éprouvettes d'essais SNECMA contenant un réseau de trous (cf. paragraphe 3.5.1). Les perçages ont été réalisés au laser. La micrographie prise au bord de l'un des trous est présentée figure 3.33.

La zone affectée a une épaisseur moyenne d'environ  $10\ \mu\text{m}$ . Elle semble plus régulière que pour le perçage EDM. Cependant, dans ce cas précis, l'épaisseur de la zone affectée thermiquement (ZAT) est encore bien inférieure aux spécifications des motoristes pour ce mode de perçage pour lequel l'épaisseur de ZAT tolérée est comprise entre 220 et  $260\ \mu\text{m}$ .

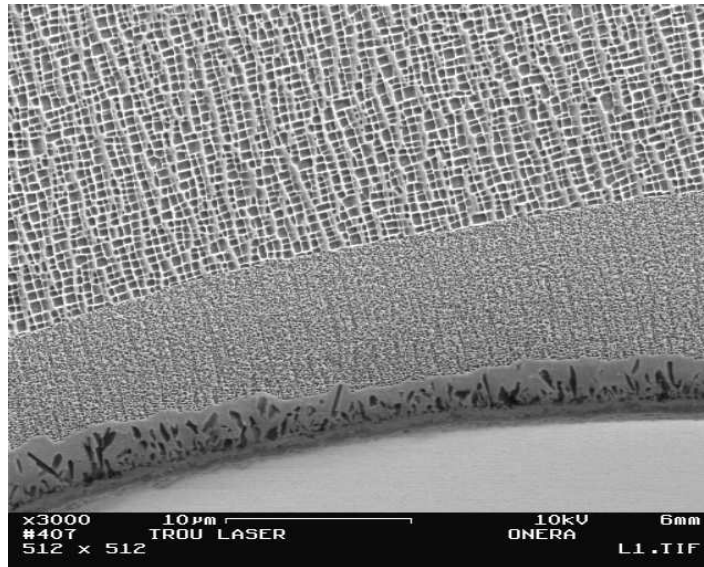


FIG. 3.33 – Zone de déplétion au bord d'une des perforations laser constituant le réseau de trou.

#### **Bilan :**

Cette étude qualitative nous a permis de connaître l'état du matériau au début de l'essai et de déterminer ainsi les conditions opératoires initiales de nos essais.

Avant sollicitation de l'éprouvette, il existe une zone de déplétion, zone affectée thermiquement (ZAT), autour du trou, inhérente au procédé de perçage, mais dont l'épaisseur est faible (de l'ordre du micromètre).

Nous avons ensuite suivi qualitativement l'évolution de l'épaisseur de la zone de déplétion en simulant l'histoire thermique subie par une de nos éprouvettes au cours d'un essai. La couche de déplétion ne s'est pas significativement épaissie, mais une couche d'oxyde s'est rapidement formée sur la surface de l'échantillon. En revanche, sur des observations micrographiques réalisées sur les éprouvettes perforées de nos essais, la zone de déplétion observée est parfois de l'ordre de  $10\ \mu m$ . Or, il est important de noter ici que les conditions de perçage de l'échantillon de l'étude ne sont pas celles qui ont été réellement appliquées aux éprouvettes. Les perçages ont été réalisés, selon le diamètre demandé, par différents prestataires et nous ne connaissons pas les spécifications utilisées par ces derniers. Il n'est donc pas étonnant que pour deux diamètres de trou différents les épaisseurs des ZAT puissent varier. Les épaisseurs de ZAT admises par les motoristes sont comprises entre 40 et  $50\ \mu m$  pour le perçage EDM. Les épaisseurs des ZAT relevées sur nos éprouvettes sont donc bien au-dessous des épaisseurs de zone affectée tolérées.

Au vu des résultats, il faut cependant noter que l'éprouvette dans laquelle va s'effectuer l'amorçage de fissure diffère notablement de l'éprouvette idéale prise en compte dans les calculs :

- sur le plan géométrique, le trou présente non seulement un certain écart à la cylindricité, mais également des irrégularités locales, sources de concentrations de contraintes, et des gouttelettes de matériau fondu. Par contre, aucune fissure résultant du perçage par étincelage

n'a pu être détectée,

- sur le plan métallurgique, on est loin du matériau parfait avec une structure en cuboïdes  $\gamma'$  s'étendant jusqu'au bord du trou. Au contraire, le trou se trouve tapissé par des oxydes NiO en surface puis  $Al_2O_3$  (phases fragiles à la géométrie complexe pouvant être sources de concentrations de contraintes) et enfin par une zone de déplétion dépourvue de phase  $\gamma'$ . Même s'il s'avère que ces écarts géométriques et métallurgiques à l'éprouvette (prise en compte dans les calculs) n'ont que peu d'effet sur l'amorçage des fissures, cette connaissance de l'état initial demeure indispensable.

### 3.6.3 Faciès de rupture des éprouvettes

Revenons maintenant aux éprouvettes de nos essais. Certaines éprouvettes ont été rompues au cours des essais. Nous avons alors observé les faciès de rupture au microscope optique dans un premier temps, puis utilisé la microscopie électronique à balayage, quand nous désirions avoir des informations plus précises.

Sur éprouvettes lisses, les faciès de rupture présentés sur les figures 3.34 et 3.35 ont révélé des amorçages sur pores. La propagation radiale, à partir de ces pores, est clairement visible.

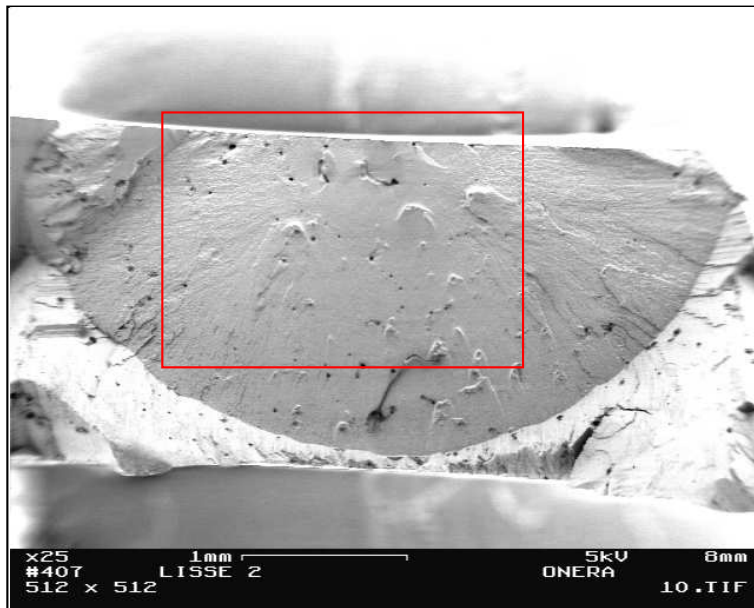


FIG. 3.34 – Faciès de rupture d'une des deux éprouvettes lisses testées au cours de cette étude, qui présente une porosité élevée

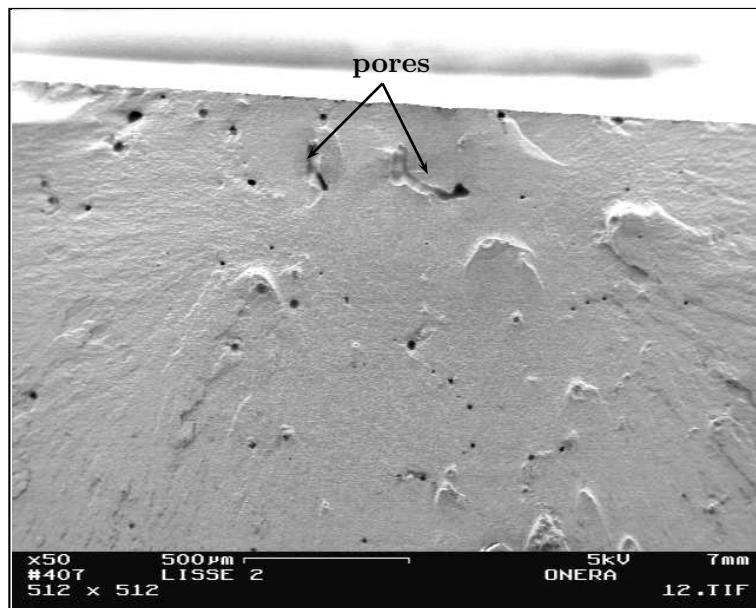


FIG. 3.35 – Détail du faciès de rupture de l'éprouvette lisse.

Les observations par microscopie optique des éprouvettes perforées, dont un exemple est présenté sur la figure 3.36, n'ont pas montré d'amorçage sur pores. Les fissures se sont amorcées sur la surface du trou.

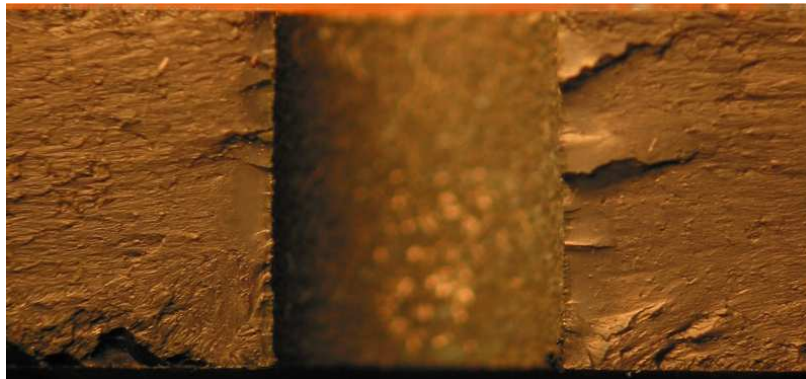


FIG. 3.36 – Faciès de rupture d'une éprouvette perforée d'un trou de 4 mm de diamètre (BG5) observé par microscopie optique.

Nous présentons sur la micrographie de la figure 3.37, le faciès de rupture d'une éprouvette

contenant un trou de 4 mm de diamètre. Un marquage à l'encre, réalisé au cours de l'essai, permet de visualiser le front de fissure dont la forme suggère un amorçage au centre de l'éprouvette.

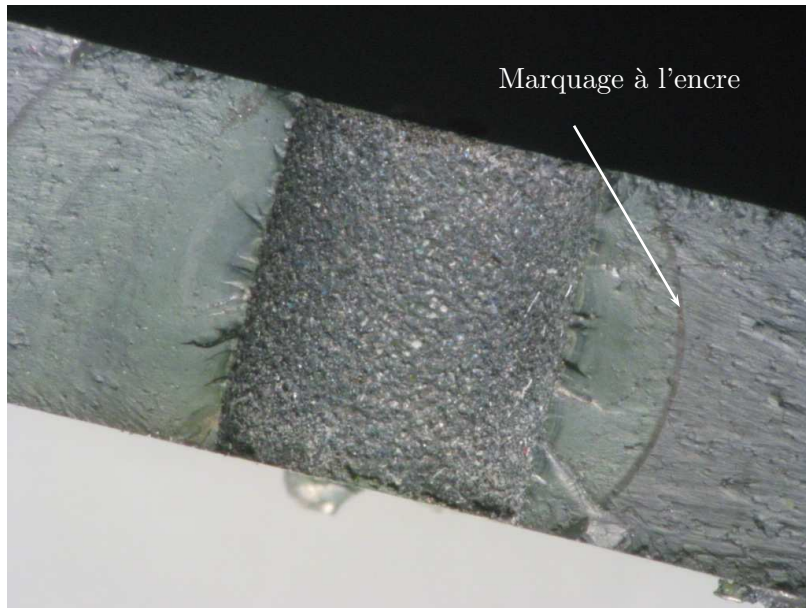


FIG. 3.37 – Faciès de rupture d'une éprouvette perforée d'un trou de 4 mm de diamètre (CG5) observé par microscopie optique.

Sur la micrographie de la figure 3.38 est présenté le faciès de rupture de l'éprouvette multiperforée qui a rompu au niveau du trou de 2 mm de diamètre. Nous observons, à gauche, les sites d'amorçage des fissures (les pores en noir). La partie droite de la micrographie constitue la zone d'arrachement où l'on peut distinguer une propagation suivant différents plans cristallographiques.

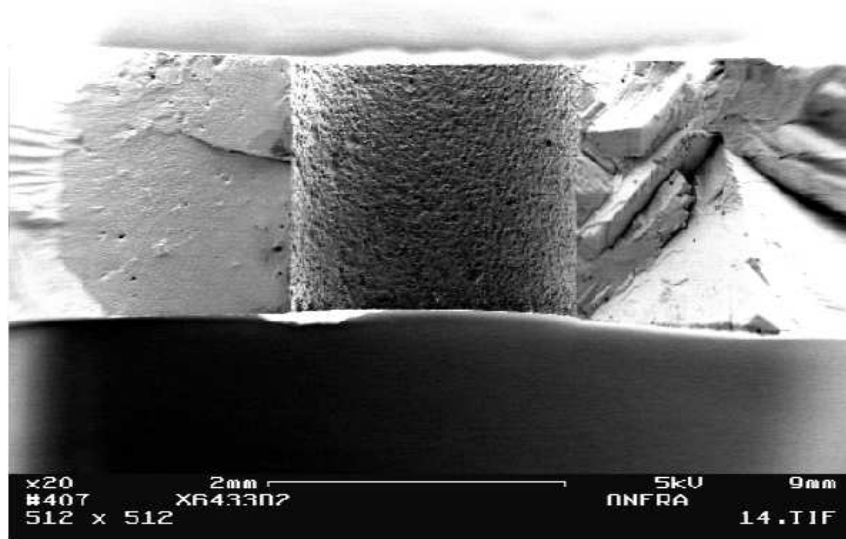


FIG. 3.38 – Faciès de l'éprouvette multiperforée (trou  $\emptyset = 2$  mm) avec à gauche la zone où se sont amorcées les fissures (amorçage sur pores) et à droite la zone de rupture brutale.

A plus fort grandissement (figure 3.39), la zone gauche semble présenter un amorçage sur un pore (détail (a)), puis une propagation rayonnante avec réamorçage sur un défaut en surface du trou (détail (b)). Ce réamorçage s'accompagne d'une marche sur le chemin de propagation (détail (b)).



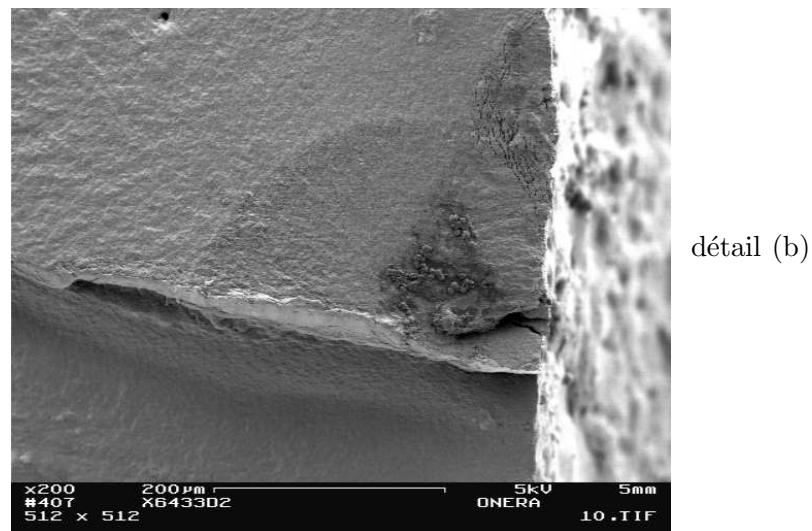
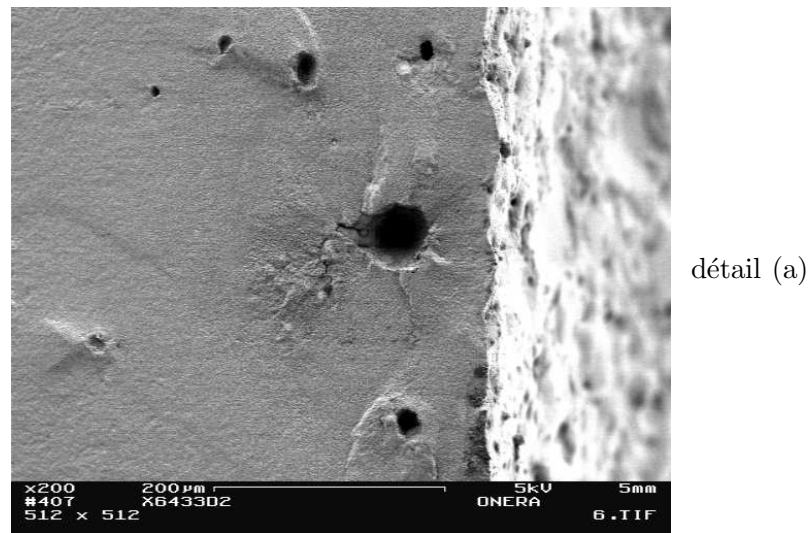
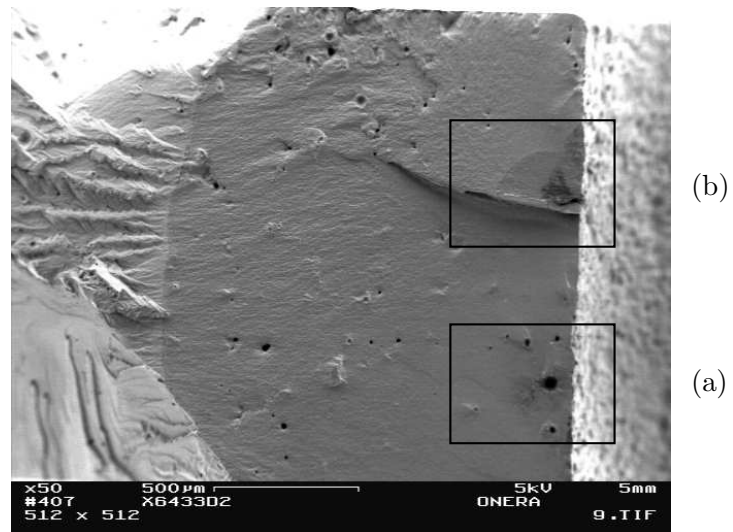


FIG. 3.39 – Partie gauche du faciès de rupture de l'éprouvette multiperforée (trou  $\emptyset = 2$  mm). Amorçages sur un pore (détail (a)) et sur un défaut en surface du trou (détail (b)).

▷ Faciès de rupture des tubes troués SOCRAX

Deux éprouvettes ont été observées au MEB, une ayant été sollicitée en torsion (X6746B,  $\sigma_{eq} = 323$  MPa) et l'autre en traction-torsion (X6747D,  $\sigma_{eq} = 323$  MPa).

Sur l'éprouvette sollicitée en torsion, seul le trou dans la direction  $\langle 110 \rangle$  a rompu au cours de l'essai. La fissure s'est propagée dans une direction faisant un angle d'environ  $45^\circ$  avec l'axe de l'éprouvette (cf. figure 3.40).

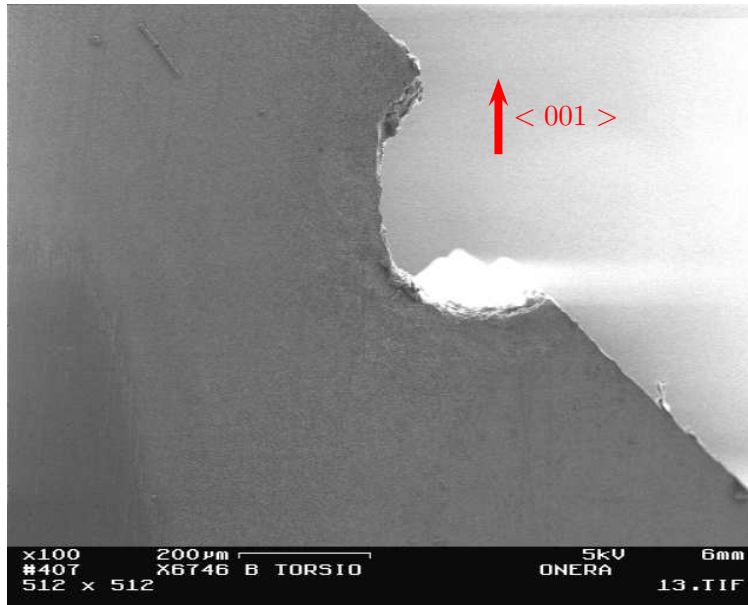
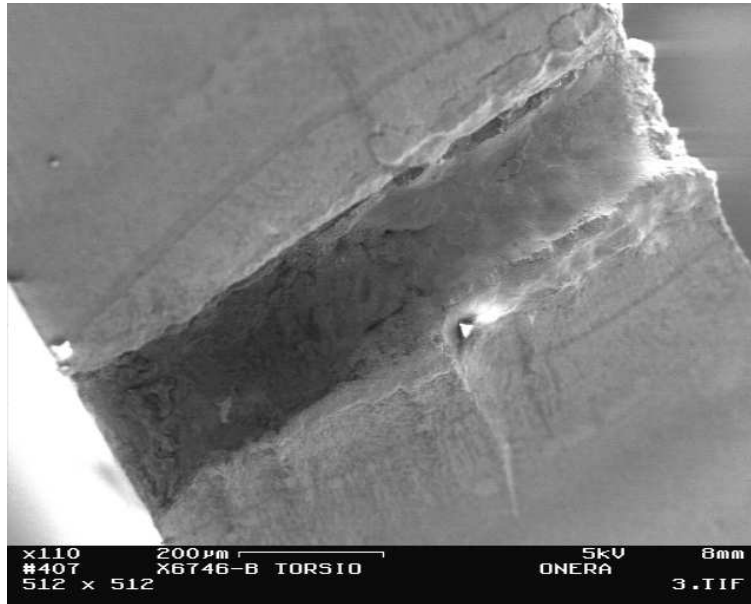
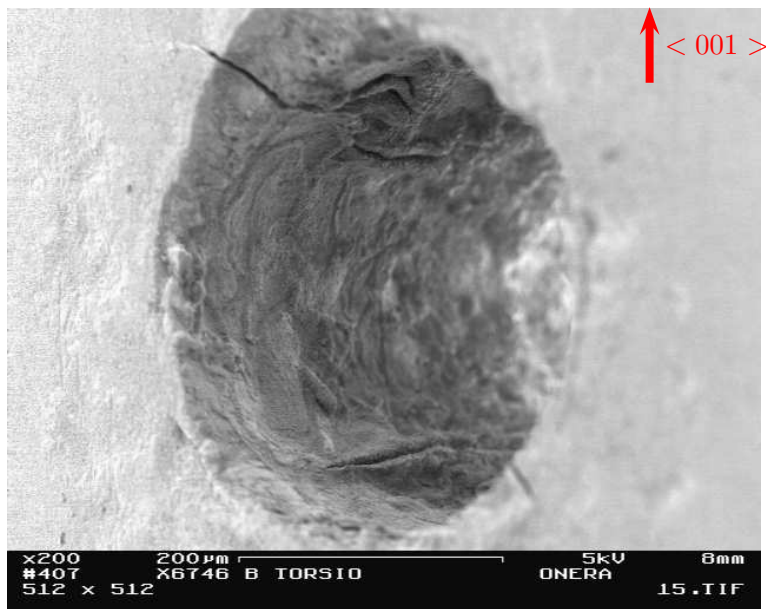


FIG. 3.40 – Rupture au niveau du trou  $\langle 110 \rangle$

Le faciès de rupture de ce trou est présenté sur la figure 3.41.

Par ailleurs, au niveau du deuxième trou, percé dans la direction secondaire  $\langle 100 \rangle$ , nous pouvons observer sur la figure 3.42, des amorfes de fissures d'environ 30 micromètres. Elles sont situées à environ 45 degrés par rapport à l'axe de sollicitation, en accord avec les résultats numériques présentés au paragraphe 4.3.2. Des photographies prises avec un appareil numérique sont également présentées en annexe A.2.

FIG. 3.41 – Faciès de rupture du trou  $\langle 110 \rangle$ FIG. 3.42 – Amorçage de fissures au niveau du trou  $\langle 100 \rangle$ .

Les observations réalisées sur l'éprouvette ayant été sollicitée en traction-torsion ( $\tau = 133$  MPa,  $\sigma = 230$  MPa) (figure 3.43) montrent des amorces de fissures au niveau du trou percé dans la direction  $\langle 110 \rangle$  alors que l'autre trou  $\langle 010 \rangle$  est rompu. Nous rappelons que l'axe de traction correspond à la direction  $\langle 001 \rangle$ .

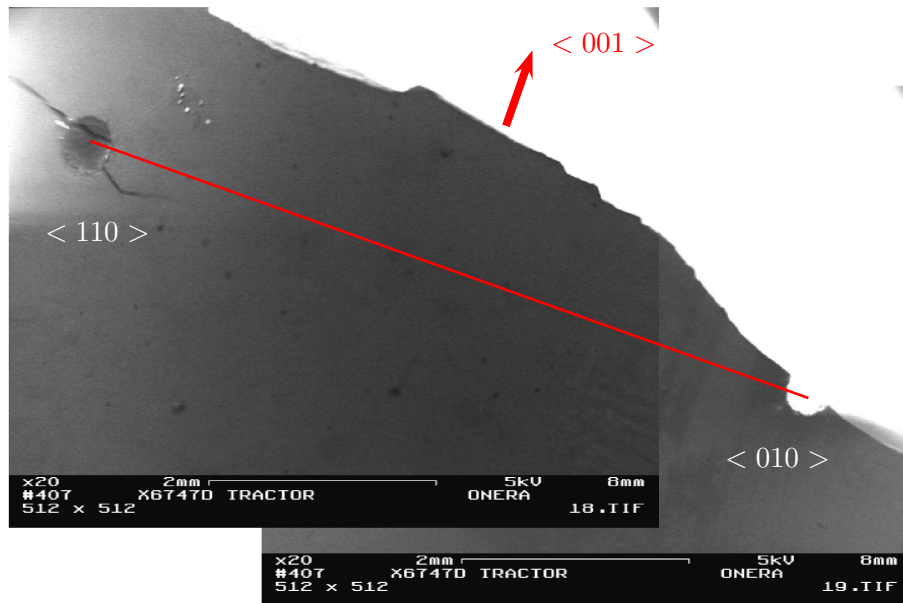


FIG. 3.43 – Observation des deux trous, l'un présentant des amorces de fissures et l'autre ayant rompu.

La figure 3.44 présente le faciès de rupture du trou percé dans la direction  $\langle 010 \rangle$ . En raison d'un temps de maintien à haute température très important, le faciès est totalement oxydé. Il est difficile de localiser précisément l'amorçage de la fissure.

L'observation du deuxième trou dans la direction secondaire  $\langle 110 \rangle$  est présentée sur la figure 3.45. On voit clairement des fissures qui se propagent dont la longueur est d'environ 600 micromètres. Dans leur tout premier stade de propagation, elles font un angle par rapport à l'axe  $\langle 001 \rangle$  de  $45^\circ$  environ. Notons qu'à un stade de propagation plus avancé, les directions de propagation changent brutalement. La fissure qui se propage le plus est celle qui se trouve perpendiculaire à l'axe de l'effort de traction (figure 3.45).

D'après les faciès de rupture que nous venons de présenter, que l'éprouvette ait été sollicitée en traction ou en traction-torsion, il est difficile de localiser précisément l'amorçage de la fissure, et donc de dire si cette dernière s'est amorcée plutôt dans l'épaisseur ou sur la périphérie des trous. Cependant, au vu du faciès présenté figure 3.41, il semble, d'après les marques matérialisant le front de propagation de fissure, que l'amorçage s'est produit au milieu de l'épaisseur.

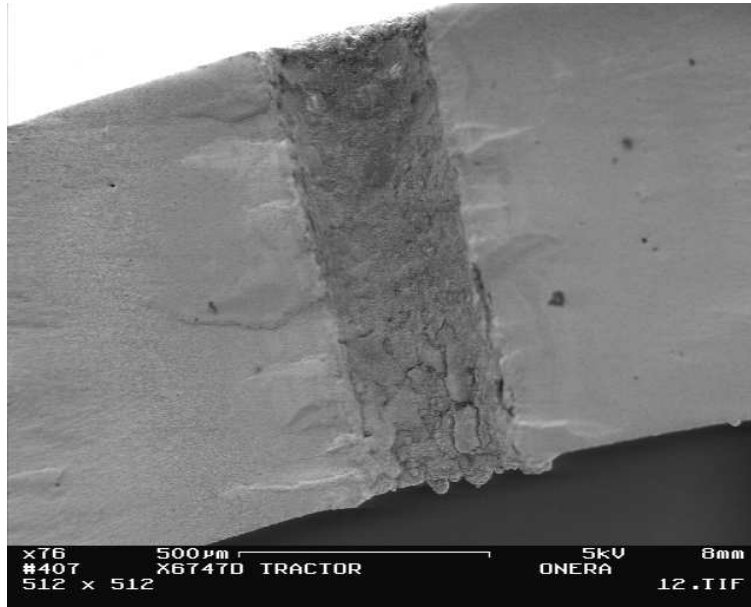


FIG. 3.44 – Faciès de rupture de l'éprouvette sollicitée en traction-torsion - Observation du trou localisé dans la direction  $\langle 010 \rangle$ .

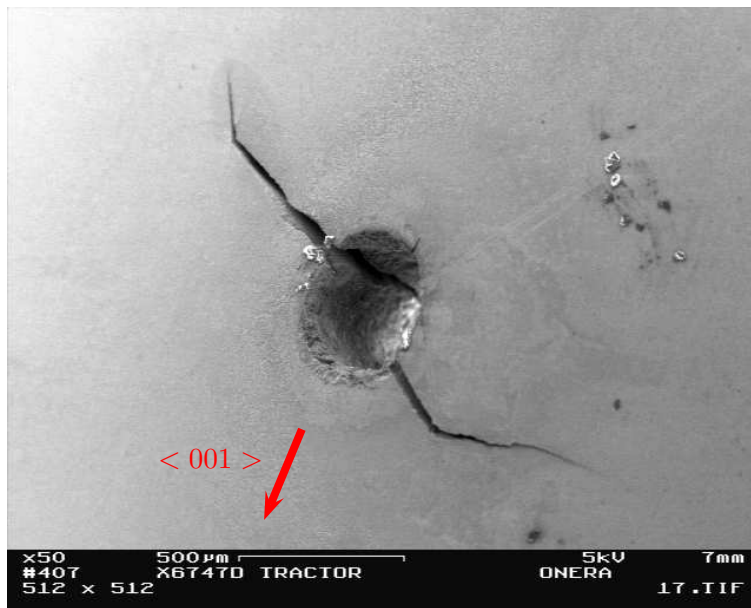


FIG. 3.45 – Observation du trou percé dans la direction  $\langle 110 \rangle$ . On voit des fissures qui émanent du trou et dont la longueur est de l'ordre de 600 micromètres.

### 3.7 Bilan de l'étude expérimentale

Une campagne d'essais a été réalisée sur des éprouvettes perforées d'un seul trou de différents diamètres, sur éprouvettes entaillées et sur éprouvettes multiperforées sous chargement de traction répétée à 5 Hz et 950°C.

Cette étude expérimentale a été réalisée dans le but de mettre en évidence l'effet du gradient de contrainte sur la durée de vie en fatigue. Des éprouvettes lisses ont d'abord été sollicitées en fatigue afin de servir d'essais de référence. Puis des essais sur éprouvettes perforées ont été réalisés et ont permis de mettre en évidence un fort effet du gradient de contrainte en bord de perforation sur la durée de vie des éprouvettes. Les essais sur éprouvettes multiperforées ont servi à montrer qualitativement l'effet du gradient de contrainte. Statistiquement, la majorité des éprouvettes a rompu au niveau de la perforation de plus grand diamètre. Seule une éprouvette a rompu au niveau du trou de diamètre 2 mm et des observations microscopiques ont permis, dans ce cas, de mettre en cause la présence de sites de multi-amorçages sur de nombreux pores.

Les essais sur les éprouvettes perforées avec un seul trou ont, quant à eux, permis de quantifier l'effet du gradient de contrainte. Les résultats d'essais ont montré que pour une même contrainte nominale, plus le diamètre de la perforation est élevé, plus la durée de vie est faible.

Des observations systématiques des faciès de rupture ont été réalisées au microscope optique et au MEB. On a obtenu, comme attendu, des types d'amorçage différents selon que l'éprouvette est lisse ou perforée et ce, en accord avec l'effet de volume. L'amorçage de fissure est lié à la probabilité de trouver un défaut, cette probabilité étant plus élevée sur éprouvettes lisses que sur éprouvettes perforées (car la zone sollicitée est bien plus petite dans le cas des éprouvettes perforées).

Par ailleurs, les éprouvettes perforées ont montré l'existence d'une zone de déplétion autour du trou et autour de la fissure dans laquelle la phase  $\gamma'$  a disparu. Cette zone est cependant très faible puisqu'elle est de l'ordre du micromètre.

Des essais de traction-torsion ont également été réalisés sur éprouvettes tubulaires perforées dans les mêmes conditions que les éprouvettes plates perforées. Au vu des résultats obtenus, il semblerait que la position des perforations n'ait pas d'influence sur l'amorçage des fissures puisque nous ne sommes pas en mesure de privilégier l'une ou l'autre des perforations pour l'amorçage. Par ailleurs, nous disposons de résultats expérimentaux réalisés sur des éprouvettes tubulaires contenant un réseau de trous, à une fréquence plus faible (0,5 Hz), qui nous ont été fournies par SNECMA.

### 3.8 Prévisions de durées de vie avec le modèle de fatigue ONERA

L'objectif de ce paragraphe est de calculer la durée de vie à amorçage pour les différentes éprouvettes utilisées au cours de nos essais afin de les comparer aux durées de vie expérimentales. Pour cela, nous allons, dans ce qui suit, appliquer le modèle de fatigue ONERA. Celui-ci est présenté dans un premier temps dans sa version uniaxiale puis étendu aux cas de chargements multiaxiaux.

Dans le cas des aubes de turbines, le dommage est supposé isotrope et  $D$  est une variable

scalaire. Cette approximation est valable, car les chargements sont principalement uniaxiaux.

- Modèle Onera en uniaxial

Le modèle Onera est un modèle d'amorçage (et non de propagation de fissure). Le critère d'amorçage d'une fissure de l'ordre de  $300 \mu m$  est atteint lorsque  $D = 1$ . Il s'exprime de la façon suivante :

$$dD = \left[ 1 - (1 - D)^{\beta+1} \right]^{\alpha(\sigma_{max}, \sigma_{moy})} \left( \frac{\sigma_a}{M(\sigma_{moy})(1 - D)} \right)^{\beta} dN \quad (3.3)$$

avec

$$\alpha = 1 - a \frac{\langle \sigma_a - \sigma_{l_0}(1 - b\sigma_{moy}) \rangle}{\langle \sigma_u - \sigma_{max} \rangle} \quad (3.4)$$

$$\sigma_l = \sigma_{l_0}(1 - b\sigma_{moy}) \quad (3.5)$$

$$M = M_0(1 - b'\sigma_{moy}) \quad (3.6)$$

$M_0$ ,  $\beta$ ,  $b$  et  $b'$  sont des paramètres matériau. On rappelle que  $\sigma_a$  est l'amplitude de contrainte et  $\sigma_{moy}$  est la contrainte moyenne. En fatigue pure, le paramètre  $a$  s'élimine par intégrations successives.  $\sigma_u$  est la contrainte ultime de traction et  $\sigma_{l_0}$  est la limite de fatigue sous chargement alterné. Le nombre de cycles à amorçage sous chargement d'amplitude constante est obtenu en intégrant l'équation (3.3) entre  $D = 0$  et  $D = 1$  :

$$N_a = \frac{1}{(\beta + 1)aM_0^{-\beta}} \frac{\langle \sigma_u - \sigma_{max} \rangle}{\langle \sigma_a - \sigma_{l_0}(1 - b\sigma_{moy}) \rangle} \left( \frac{\sigma_a}{1 - b'\sigma_{moy}} \right)^{-\beta} \quad (3.7)$$

- Modèle Onera en multiaxial

Dans le cas d'un chargement multiaxial, on utilise l'amplitude de contrainte équivalente, définie pour un chargement proportionnel par :

$$\sigma_{aeq} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma'_{ijmax} - \sigma'_{ijmin}) (\sigma'_{ijmax} + \sigma'_{ijmin})} \quad (3.8)$$

où  $\sigma'_{ijmax}$  et  $\sigma'_{ijmin}$  sont respectivement les valeurs maximales et minimales durant le cycle de la composante  $ij$  du déviateur des contraintes. On obtient donc le nombre de cycles à amorçage par la relation suivante :

$$N_a = \frac{1}{(\beta + 1)aM_0^{-\beta}} \frac{\langle \sigma_u - \sigma_{max}^{eq} \rangle}{\langle \sigma_{aeq} - \sigma_{l_0}(1 - 3b\sigma_H) \rangle} \left( \frac{\sigma_{aeq}}{1 - 3b'\sigma_H} \right)^{-\beta} \quad (3.9)$$

Dans cette expression  $\sigma_{max}^{eq}$  est la contrainte équivalente maximale sur le cycle et  $\sigma_H$  la pression hydrostatique moyenne, définies par :

$$\sigma_{max}^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ijmax} \sigma'_{ijmax}} \quad (3.10)$$

et

$$\sigma_H = \frac{1}{3} moy(tr(\sigma))_{cycle} \quad (3.11)$$

Ce modèle a été ré-identifié pour l'AM1 dans le cadre du stage de Paul Wicker ([Wicker 05]) sur la base de données expérimentales sur éprouvettes lisses avec une contrainte ultime de 1250 MPa. Les valeurs des paramètres matériau utilisés sont résumées dans le tableau 3.5 et les courbes identifiées pour deux rapports de charge sont présentées sur la figure 3.46.

$\beta$	$M_0$	$b$	$b'$	$a$
7	1,24	2,5	0,5	0,1

TAB. 3.5 – Paramètres de la loi d'endommagement de l'AM1 (valeurs normées par la contrainte ultime)

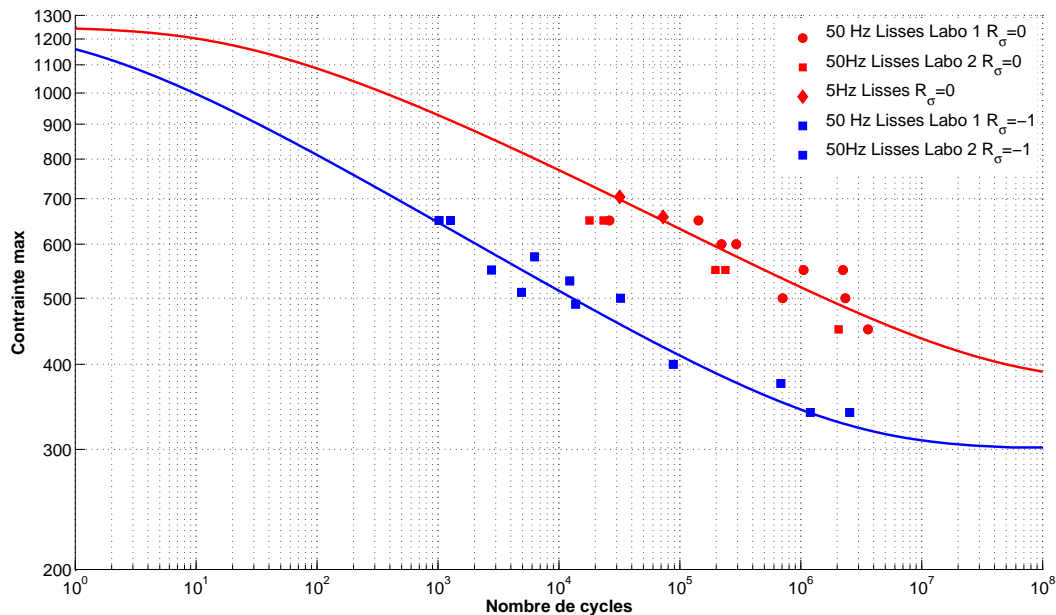


FIG. 3.46 – Identification de la loi d'endommagement de l'AM1 à 950°C ([Wicker 05])

Afin de simplifier l'analyse du problème, le fluage et l'oxydation n'ont pas été pris en compte dans cette étude (excepté pour les essais avec temps de maintien). Cette simplification est justifiée pour des essais à fréquence élevée (entre 5 Hz et 50 Hz). Ce modèle est appliqué en post-traitement des calculs élastoviscoplastiques cycliques en tout point de Gauss du maillage. L'évolution du dommage est fortement non linéaire dans les structures métalliques. Il est donc couramment admis que le dommage ne modifie le comportement qu'en fin de vie du matériau. L'analyse de durée de vie est alors faite en découplant comportement et endommagement. Le modèle est appliqué à partir des valeurs de contraintes du cycle supposé stabilisé. Les calculs



réalisés dans ce travail ont été menés sur 1000 cycles. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des sauts de cycles.

### 3.9 Application du modèle sur les éprouvettes perforées

#### • Allure des champs de contraintes

Des calculs élastiques anisotropes puis élastoviscoplastiques ont été réalisés sur les éprouvettes perforées d'un seul trou et les éprouvettes multiperforées. Ces calculs ont été menés avec le code de calcul ZeBuLoN.

Les allures des champs de contraintes de Von Mises, de la pression moyenne ainsi que des contraintes principales maximales sont présentées sur les figures 3.47. L'AM1 a un comportement cyclique qui stabilise en général très vite (une dizaine de cycles suffit sur un élément de volume isolé). Or la comparaison des champs élastiques et élastoviscoplastiques montre que la présence d'une perforation entraîne une redistribution de contrainte progressive. Même après 100 cycles simulés, le cycle stabilisé ne semble pas atteint. Nous avons simulé 1000 cycles pour chaque calcul et supposé que le cycle stabilisé était alors atteint.

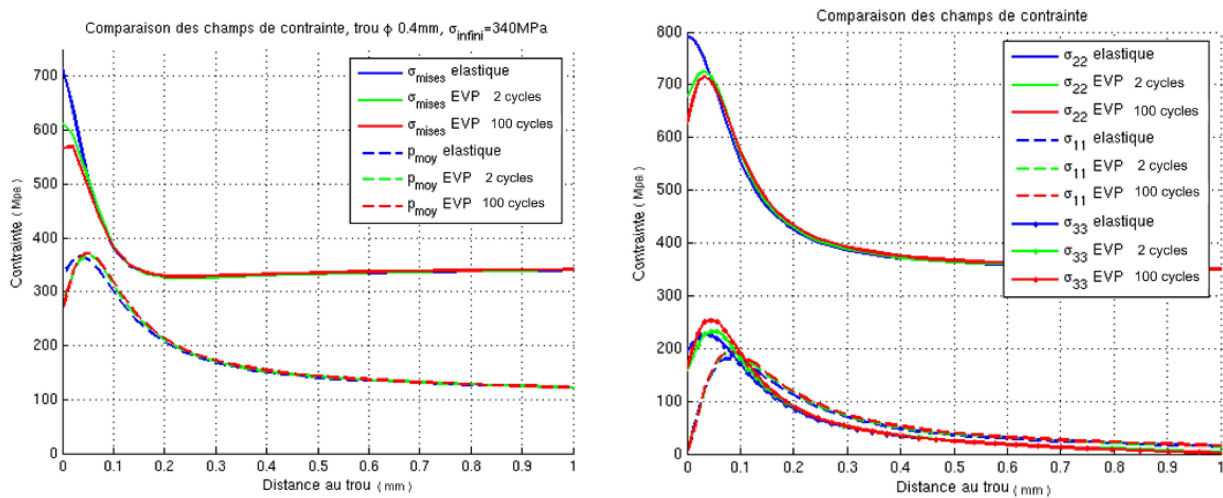


FIG. 3.47 – Comparaison des champs de contraintes maximales dans le cas de calculs en élasticité et en plasticité au droit du trou de 0,4 mm de diamètre.

#### • Application du modèle ONERA

La figure 3.48 présente les prévisions de durée de vie du modèle ONERA pour les éprouvettes perforées. Il est clair que ce dernier ne prend pas en compte le gradient de contrainte mis en évidence par les résultats expérimentaux. En effet, il ne tient compte que de la valeur maximale des contraintes au bord de la perforation et non du volume de la zone fortement

sollicitée. De plus, la dispersion des résultats expérimentaux ne peut pas expliquer à elle seule les différences entre durées de vie calculée et expérimentale. Le modèle est incapable de rendre compte de l'existence du gradient de contrainte entre les éprouvettes perforées d'un trou de 4 mm et d'un trou de 0,4 mm. Les prévisions du modèle sont trop conservatives par rapport aux durées de vie expérimentales comme l'atteste la figure 3.49.

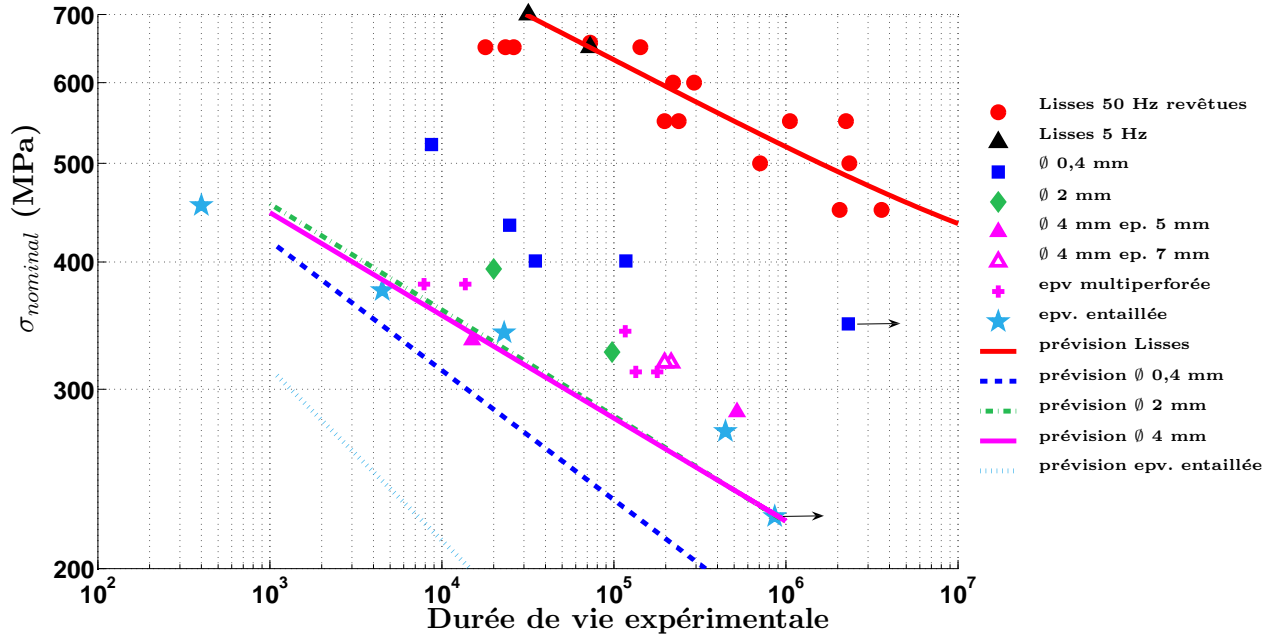


FIG. 3.48 – Prévisions de durée de vie du modèle ONERA sur les éprouvettes perforées

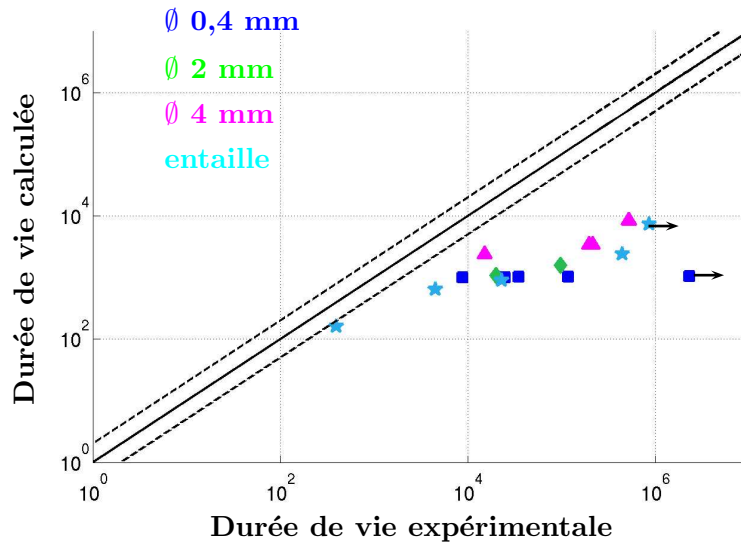


FIG. 3.49 – Durée de vie calculée par le modèle ONERA exprimée en fonction de la durée de vie expérimentale pour les essais sur éprouvettes perforées.

Afin de vérifier que le cycle stabilisé est atteint, nous avons appliqué le modèle de durée de vie ONERA sur le 800<sup>e</sup>, 900<sup>e</sup> et 1000<sup>e</sup> cycle. Les résultats de ces simulations sont présentés sur la figure 3.50 et nous pouvons dire qu'à partir du 800<sup>e</sup> cycle nous convergeons en terme de durée de vie pour les éprouvettes entaillées. A fortiori, nous admettrons que la convergence en terme de durée de vie est assurée pour toutes les autres éprouvettes puisqu'elles présentent une redistribution des contraintes moins importante que les éprouvettes entaillées.

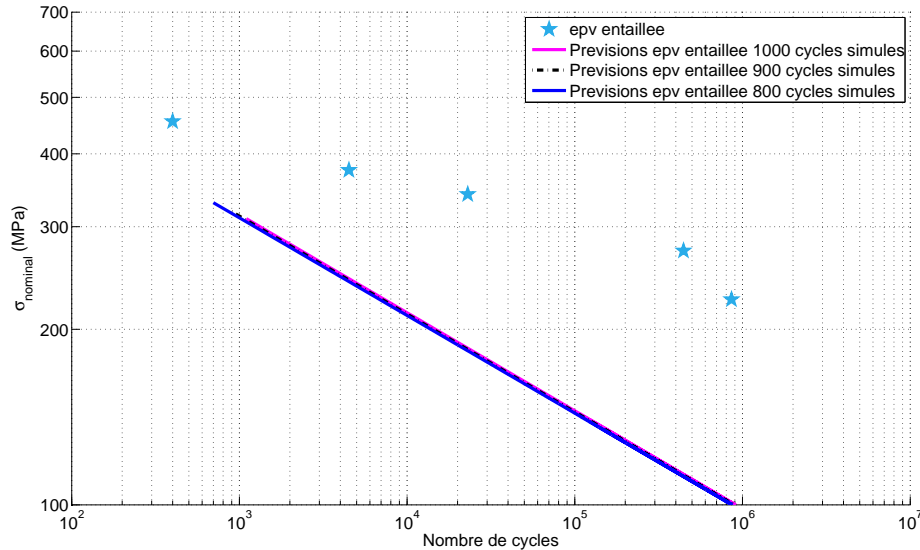


FIG. 3.50 – Prévisions de durée de vie obtenues avec le modèle ONERA pour les éprouvettes entaillées selon que l'on simule 800, 900 ou 1000 cycles.

D'autre part, afin de s'assurer que les mauvaises prévisions ne sont pas à attribuer au fait que le modèle Onera soit écrit en termes de contrainte, nous avons appliqué un modèle écrit en déformation plastique. L'annexe A.1 décrit l'identification sur éprouvettes lisses et l'application d'un modèle de Manson-Coffin sur les éprouvettes contenant une perforation. En fait, le gradient de contrainte présent en bord de trou pour l'analyse élastique ne peut être que fortement amplifié dans le cas de l'analyse élastoplastique. On comprend bien alors que les résultats obtenus par exploitation du critère de Manson-Coffin ne seraient pas meilleurs que dans le cas du modèle en contrainte. En conséquence, l'effet de taille des trous et la présence de forts gradients de contrainte dans le cas des perforations de faible diamètre est un fait avéré, quel que soit le choix du modèle d'endommagement. Il est alors nécessaire de prendre en compte celui-ci dans le calcul de durée de vie.

### 3.10 Bilan de l'analyse sur la prévision de durée de vie avec le modèle de fatigue ONERA

Nous avons appliqué le modèle de fatigue ONERA pour déterminer la durée de vie de l'ensemble des éprouvettes plates perforées dont nous disposons. Ce dernier fournit des prévisions trop conservatives par rapport aux résultats expérimentaux. Ces résultats ne sont pas étonnants puisque le modèle n'utilise que la valeur de la contrainte maximale au bord de la perforation et ne tient pas compte du volume de la zone fortement sollicitée.

Par ailleurs, nous avons montré qu'un modèle écrit en terme de déformation présente également un gradient de déformation et les durées de vie prédites par le modèle sont conservatives. Ce n'est donc pas la nature des quantités (contrainte, déformation, etc.) utilisée dans la formulation du modèle qui est mise en cause ici, mais le fait que le gradient ne soit pas pris en compte dans la modélisation.

Au vu de ces résultats, il s'avère donc nécessaire de développer une méthodologie qui va nous permettre d'intégrer l'effet du gradient de contrainte dans la modélisation. La mise en place de cette méthodologie va faire l'objet du chapitre suivant.



# Chapitre 4

## Prise en compte des zones de concentrations de contrainte dans le calcul de durée de vie

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Etat de l'art sur les méthodes appliquées . . . . .</b>	<b>102</b>
4.1.1	Définition du gradient de contrainte . . . . .	102
4.1.2	Le facteur de concentration de contrainte en fatigue $K_f$ . . . . .	102
4.1.3	Les approches "non locales" . . . . .	103
4.1.4	Applications des approches à coefficient d'entaille. . . . .	107
<b>4.2</b>	<b>Méthodologies appliquées dans ce travail . . . . .</b>	<b>109</b>
4.2.1	Présentation des méthodes . . . . .	109
4.2.2	Démarche adoptée pour l'identification de la longueur d'intégration .	112
4.2.3	Identification de la longueur d'intégration en élasticité . . . . .	114
4.2.4	Identification de la longueur d'intégration en élastoviscoplasticité . .	119
4.2.5	Discussion et méthode adoptée . . . . .	126
<b>4.3</b>	<b>Validation de la méthode choisie sur des essais complexes . . . . .</b>	<b>126</b>
4.3.1	Prévisions de durée de vie des éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous avec le modèle ONERA . . . . .	126
4.3.2	Prévisions de durée de vie des tubes troués sous chargement complexe avec le modèle ONERA . . . . .	129
<b>4.4</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>137</b>

---

L'état de l'art réalisé a mis en évidence l'existence de nombreuses approches pour prendre en compte l'effet du gradient de contrainte. Plusieurs d'entre elles ont été appliquées dans le cadre de ce travail. Dans un premier temps, nous avons exploité une approche de type Bureau d'Etudes par coefficient d'entaille qui utilise les formules de Neuber, Peterson et Heywood. Ensuite, nous nous sommes intéressés à des méthodes applicables dans le cadre de la mécanique de l'endommagement, telles que les méthodes de distance critiques. Enfin, au vu des résultats obtenus avec chacune d'entre elles, nous présenterons la méthodologie qui nous semble la mieux adaptée dans notre étude. Une partie de la recherche préliminaire et les tests d'application de différentes méthodes ont été menés dans le cadre du stage de fin d'études de [Gaubert 06].

## 4.1 Etat de l'art sur les méthodes appliquées pour la prise en compte des perforations

### 4.1.1 Définition du gradient de contrainte

Le gradient de contrainte se traduit par une évolution spatiale des contraintes vers l'intérieur de la structure, que celle-ci soit simple ou complexe. On parle généralement d'effet d'entaille. Cependant, il faut bien distinguer l'effet d'entaille, qui décrit une variation des contraintes au voisinage d'une géométrie brusquement et fortement perturbée, de la présence d'une fissure de taille macroscopique, pour laquelle on s'intéresse habituellement à sa propagation sous sollicitations de fatigue en mécanique de la rupture. Dans cette étude, nous nous intéressons uniquement aux concentrations de contraintes induites par des impératifs géométriques de conception ou des défauts métallurgiques (pores, inclusions ...).

### 4.1.2 Le facteur de concentration de contrainte en fatigue $K_f$

Les premières approches proposées pour la prise en compte en fatigue des concentrations de contrainte dans une structure peuvent être attribuées à [Peterson 61] et [Neuber 58] dans les années 50. Ces auteurs proposent des formules empiriques qui utilisent le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  et le facteur de concentration de contrainte en fatigue  $K_f$ .

Le facteur de concentration de contrainte  $K_t$  est le rapport entre les contraintes locales maximales (calculées en élasticité) et la contrainte nominale, celle qui serait présente en l'absence de concentration de contrainte (le plus souvent la contrainte calculée sur la surface extérieure d'une pièce fictive dans laquelle on aurait supprimé l'entaille pour la ramener fictivement à sa section minimale (ou nominale)).

$$K_t = \frac{\sigma_{local}^{max}}{\sigma_{nom.}} \quad (4.1)$$

On trouve dans la littérature technique de nombreuses tables et figures qui donnent les valeurs de  $K_t$  pour différentes géométries et types de sollicitations.

[Peterson 59] traduit l'effet d'une concentration de contrainte sur l'analyse de la pièce en fatigue au travers du facteur  $K_f$ , défini comme le rapport entre la limite d'endurance d'une éprouvette lisse et la limite d'endurance d'une éprouvette entaillée (quantités exprimées à chaque fois en contrainte nominale).

$$K_f = \frac{\sigma_{D,L}}{\sigma_{D,N}} \quad (4.2)$$

où  $\sigma_{D,L}$  et  $\sigma_{D,N}$  sont respectivement les limites d'endurance des éprouvettes lisses et entaillées.

D'autres définitions étendent l'utilisation de ce facteur dans le domaine de l'endurance limitée, en l'écrivant comme le rapport de l'amplitude de contrainte d'une éprouvette lisse et l'amplitude de contrainte d'une éprouvette entaillée à une durée de vie donnée.

$$K_{f(N_r)} = \frac{\sigma_L}{\sigma_N} \quad (4.3)$$

Ce facteur est un coefficient expérimental, calculé à partir d'essais de fatigue. Sa valeur est généralement comprise entre 1 et  $K_t$ ,  $1 \leq K_f < K_t$ . La réduction de la limite d'endurance

est donc plus faible que celle attendue théoriquement à partir du facteur de concentration de contrainte élastique  $K_t$ .

#### 4.1.2.1 Relation entre le facteur de concentration de contrainte élastique ( $K_t$ ) et le facteur de concentration de contrainte en fatigue ( $K_f$ )

Peterson a défini un coefficient de sensibilité à l'entaille  $q$  qui s'exprime par :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (4.4)$$

Le paramètre  $q$  est fonction des caractéristiques mécaniques du matériau et en particulier de sa charge à la rupture. Il permet d'estimer le facteur de concentration de contrainte en fatigue  $K_f$  de ce matériau entaillé ( $K_t$  connu) et permet une première approximation de la limite d'endurance sans avoir à réaliser d'essais.

On peut évoquer également le coefficient d'adaptation dynamique présenté par [Brand 80] défini par  $\delta_f = \frac{K_t}{K_f}$ . Ces travaux ont montré que l'utilisation du facteur de sensibilité à l'entaille  $q$ , proposé par Peterson, conduit à une plus grande dispersion comparée à l'utilisation du coefficient d'adaptation dynamique.

#### 4.1.2.2 Modèles utilisant des relations empiriques

Plusieurs auteurs ont proposé des formulations de  $K_f$  en fonction de  $K_t$  et du rayon à fond d'entaille. Citons, entre autres, les formules de [Peterson 59], [Neuber 58] et [Heywood 55] présentées dans le tableau 4.1, dans lequel  $a_P$ ,  $a_N$  et  $a_H$  sont des paramètres matériaux.

	Peterson	Neuber	Heywood
Formule	$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a_P}{r}}$	$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{a_N}{r}}}$	$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + 2\sqrt{\frac{a_H}{r}}}$

TAB. 4.1 – Formules de Peterson, Neuber et Heywood

Ces formules seront appliquées et les résultats obtenus dans le cadre de notre étude sur les éprouvettes perforées seront discutés au paragraphe 4.1.4.

#### 4.1.3 Les approches “non locales”

Les méthodes précédentes, utilisées en fatigue, se sont avérées inadéquates pour l'analyse de géométries dans lesquelles d'importantes contraintes et déformations apparaissent en pointe d'entaille. Les formules proposées ne sont pas suffisantes pour caractériser une entaille puisque, si l'on considère deux géométries d'éprouvettes différentes, ces facteurs peuvent être identiques même si les limites de fatigue expérimentales diffèrent.

[Devaux 80] *et al.* ont proposé un critère basé sur le calcul de la variation sur un cycle de la contrainte normale ( $\Delta\sigma_{\theta\theta}$ ) à une certaine profondeur  $d$ . La valeur de  $d$  est déterminée à partir de résultats expérimentaux d'essais d'amorçage en fatigue pour différents aciers inoxydables



sur éprouvettes présentant des rayons à fond d'entaille différents, à l'aide d'une procédure bien définie. Les auteurs ont montré que l'établissement d'une "courbe de conception" était possible, reliant  $\Delta\sigma_{\theta\theta}$  à la distance  $d$ , au nombre de cycles à amorçage  $N_a$ . La distance caractéristique  $d$  est alors établie expérimentalement pour chaque famille de matériau.

Par ailleurs, en fatigue à grand nombre de cycles, le type de chargement mécanique appliqué a une influence non négligeable sur la résistance à la fatigue du matériau. On observe expérimentalement que les limites d'endurance en traction, flexion rotative, flexion plane sont différentes. De même, les limites d'endurance en traction-torsion combinées et en flexion-torsion combinées le sont également, bien que les tenseurs de contraintes et de déformations sont identiques au point critique, vis-à-vis de l'amorçage d'une fissure de fatigue.

On justifie généralement ces constatations expérimentales par l'effet des gradients de contraintes-déformations et l'effet d'échelle. Or [Papadopoulos 96] *et al.* ont mis en évidence la différence entre l'effet de gradient pur et l'effet d'échelle pur (qui est en fait un effet de taille). Pour ces auteurs, ces deux types d'effets ont des origines distinctes et conduisent à des résistances à la fatigue différentes, bien qu'ils agissent souvent de façon couplée. L'effet de gradient semble être plus important sur la résistance à la fatigue que l'effet d'échelle seul.

Jusqu'à présent, les méthodes proposées sont des méthodes "ponctuelles" de calculs puisqu'elles ne font intervenir que les tenseurs de contraintes et de déformations en un point. Elles ne peuvent pas distinguer à la fois les effets d'échelle et de gradient.

[Flavenot 83] *et al.*, souhaitant disposer d'un critère indépendant de la géométrie de la pièce, ont proposé l'approche "épaisseur de couche critique". Sous l'hypothèse d'un endommagement volumique (pour qu'une fissure de fatigue s'amorce, il faut au moins dépasser un niveau de contrainte critique sur un certain volume, par exemple un grain), les auteurs ont choisi de prendre en compte, non plus les contraintes calculées en surface, mais les contraintes à une certaine épaisseur de couche critique caractéristique de chaque matériau. De nombreuses données expérimentales sur différents matériaux ont été exploitées par les auteurs pour identifier une profondeur critique. On peut noter que les valeurs des épaisseurs de couche critique trouvées pour des aciers trempés revenus ( $50 \mu m$ ) sont du même ordre de grandeur que la distance  $d$  obtenue par [Devaux 80] *et al.*

De nombreuses publications de la littérature sont basées sur des observations identiques et des méthodologies similaires à celles évoquées plus haut. On notera par exemple les nombreux travaux de l'école anglo-saxonne autour de [Taylor 99], [Taylor 02], [Belett 05] *et al.*, proposant des approches qui utilisent, soit la contrainte à une certaine distance du point le plus sollicité (*Point Method*), soit la contrainte moyennée sur une ligne de longueur donnée (*Line Method*) ou sur un volume donné, comme présenté sur la figure 4.1. Ces distances sont en général des longueurs caractéristiques dépendant du matériau.

[Chiandussi 05] *et al.* ont appliqué les méthodes du point et de la ligne de Taylor sur des résultats expérimentaux à fort rapport de charge. Ils ont mis en évidence une différence importante entre les résistances à la fatigue expérimentales et calculées pour de tels rapports de charge. Les auteurs justifient ces différences par la présence d'une zone plastique en fond d'entaille qui n'est pas prise en compte dans la théorie basée sur un comportement élastique linéaire du matériau.

Enfin, d'autres auteurs ont étendu le concept de distance surfacique proposé par Flavenot et Devaux en proposant de faire une moyenne volumique de l'état de contrainte ou de

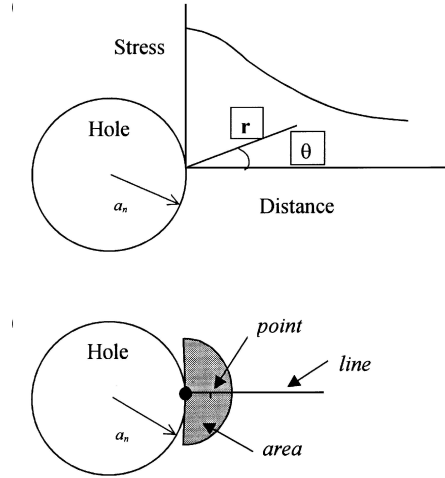


FIG. 4.1 – Définition géométrique des méthodes de distance critique [Taylor 99]

déformation autour du trou. Cette approche “non locale” est basée sur le fait que le principe de l'état local, fondement de la Mécanique des milieux continus, n'est plus valable en présence de fortes singularités. [Pijaudier-Cabot 87], dans le domaine du génie civil pour les matériaux fragiles, puis Kröner, Edelen et Eringen, repris par [Tovo 04], pour les matériaux métalliques, ont proposé de considérer des moyennes volumiques :

$$\bar{\xi}(x) = \frac{1}{\int_V \phi(x, y) dV} \int_V \xi(y) \phi(x, y) dV \quad (4.5)$$

La fonction  $\phi$  (équation 4.6) est une fonction de poids, une gaussienne par exemple, maximale au point considéré et décroissante :

$$\phi(s) = \exp\left(\frac{-s^2}{l^2}\right) \quad (4.6)$$

où  $s = \|x - y\|$  est la distance au point  $x$ . Le paramètre  $l$ , distance caractéristique, représente la longueur d'intégration. L'approche non locale introduit nécessairement une telle longueur caractéristique.

Parmi les critères proposés, on peut citer le critère de volume effectif de [Pluvinage 03] *et al.*. Les auteurs supposent que la rupture par fatigue est causée par une accumulation locale de dommage dans une zone dont la taille est de l'ordre de plusieurs grains. Cette zone est représentée par une distance effective  $x_{eff}$ . Le rôle de la distribution des contraintes élastoplastiques réelles et du gradient des contraintes correspondant au niveau de l'entaille sont ainsi pris en compte par l'utilisation de cette distance effective.

On trouve également le concept de volume maximum contraint de [Sonsino 97] qui utilise le concept de volume fortement contraint et déformé,  $V_{90}$ . Il s'agit du volume, autour du point le plus contraint de la pièce étudiée (i.e. où la contrainte équivalente de Von Mises admet un maximum local), au sein duquel la contrainte équivalente de Von Mises est supérieure à 90% de la contrainte équivalente de Von Mises au point critique.

Enfin, le critère énergétique de fatigue multiaxiale de [Palin-Luc 98] utilise le concept de volume d'influence autour du point critique. L'auteur a remarqué que les microfissures n'apparaissent que dans les zones chargées avec une amplitude de contrainte supérieure à un seuil, notée  $\sigma^*$  et inférieure à la limite d'endurance conventionnelle  $\sigma_D$ . Il a alors postulé que l'ensemble des points environnant le point critique, qui se trouve généralement à la surface de la pièce et subissant une amplitude de contrainte supérieure au seuil  $\sigma^*$ , influence l'apparition d'une fissure détectable sur une machine d'essai de fatigue par perte de raideur en général. Palin-Luc a alors supposé que, pour une pièce soumise à un état de contrainte uniaxial, l'amorçage de fatigue est influencé par un volume de matière, qu'il appelle volume d'influence  $V^*$ , entourant le point critique  $C_i$ .

Il définit ce volume par  $V^* = \{M(x, y, z) \text{ autour de } C_i \text{ tel que } \sigma(x, y, z) > \sigma^*\}$ .

Ce concept est illustré par la figure 4.2 sur la section droite d'une éprouvette lisse chargée en flexion plane.

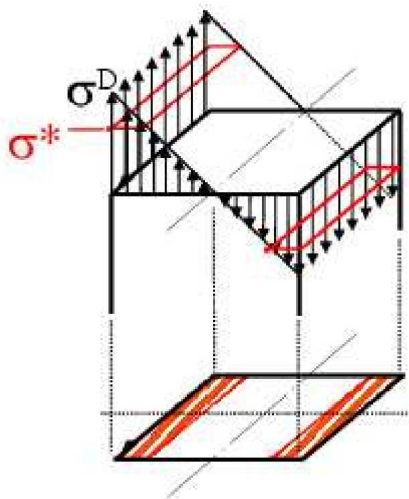


FIG. 4.2 – Illustration du concept de volume d'influence sur la section droite d'une éprouvette chargée en flexion plane [Palin-Luc 04]

Une grande variété de modèles non-locaux est apparue depuis ces vingt dernières années. Une revue des progrès concernant les modèles non-locaux de type intégrale est proposée par [Bazant 02] dans laquelle l'auteur discute des justifications physiques, des avantages de ces méthodes et des applications numériques.

Le recours à la mécanique linéaire de la rupture peut également être envisagé. Pour déterminer la durée de vie en fatigue d'éprouvettes entaillées ou perforées, [Gaubert 07] a par exemple utilisé le modèle de micro-propagation de type Tomkins afin de décrire l'amorçage de la fissure macroscopique en terme de propagation d'un défaut initial (de quelques dizaines de micromètres à une longueur critique  $a_c$  de  $300 \mu m$ ). Ensuite un modèle phénoménologique, issu de la Mécanique Linéaire de la Rupture ([Bouvard 06]), a été appliqué afin de décrire les stades plus avancés de la propagation de la fissure (taille de fissure comprise entre  $300 \mu m$  et la rupture complète de l'éprouvette). Les résultats obtenus, satisfaisants, montrent que cette méthode est capable de rendre compte de l'effet de gradient existant entre des perforations de

tailles différentes. Cependant, cette méthode, simple et rapide d'utilisation, s'appuie sur des hypothèses assez fortes sur la localisation de l'amorçage et sur le chemin de propagation de la fissure macroscopique. Cette méthodologie demande à être éprouvée sur des applications industrielles.

#### 4.1.4 Applications des approches à coefficient d'entaille.

Chaque formule présentée dans le tableau 4.1 du paragraphe 4.1.2.2 a été appliquée sur les éprouvettes perforées testées pendant cette étude. Les expressions de Peterson, Neuber et Heywood ont été utilisées. Afin d'identifier les coefficients intervenant dans chaque expression et étant donnée leur forme, trois points expérimentaux au moins ont été nécessaires. Les résultats sur les éprouvettes contenant un trou de 0,4, 2 et 4 mm ont donc été utilisés pour l'identification. Le facteur de concentration de contrainte pour chacune des éprouvettes est obtenu à l'aide des abaques de Peterson. Le coefficient d'entaille est déterminé à partir des résultats expérimentaux.

On choisit de se placer à une durée de vie fixée de  $10^5$  cycles. Les coefficients matériau ont alors été choisis afin de passer au mieux par les points expérimentaux. La figure 4.3 présente les courbes d'identification de ces coefficients matériau. On remarque que, dans le cas présent au moins, c'est la méthode de Neuber qui donne les meilleurs résultats. Les valeurs identifiées sont reportées dans le tableau 4.2.

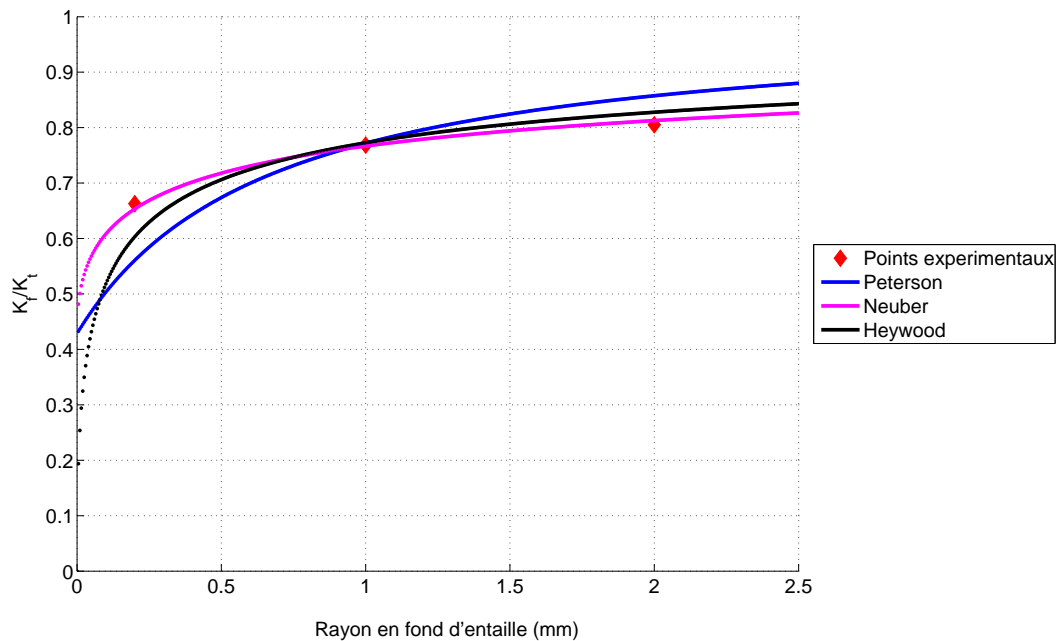


FIG. 4.3 – Identification des formules de Neuber, Peterson et Heywood à  $10^5$  cycles et 5 Hz.

La figure 4.4 montre que dans le diagramme S-N obtenu expérimentalement, les pentes des courbes représentant les durées de vies des éprouvettes contenant un trou ont été choisies égales à la pente de la droite représentant les éprouvettes lisses (en rouge sur la figure).

	$a_P$	$a_N$	$a_H$
coefficient (mm)	0,66	0,47	0,02

TAB. 4.2 – Valeurs des coefficients matériaux identifiées à partir des formules de Peterson ( $a_P$ ), de Neuber ( $a_N$ ) et de Heywood ( $a_H$ ).

C'est pourquoi l'identification des paramètres matériau faite à  $10^5$  cycles est identique quelle que soit la durée de vie. Ainsi les méthodes de Neuber, Peterson et Heywood donneront des courbes parallèles à la courbe représentant les éprouvettes lisses pour les différentes géométries d'éprouvettes.

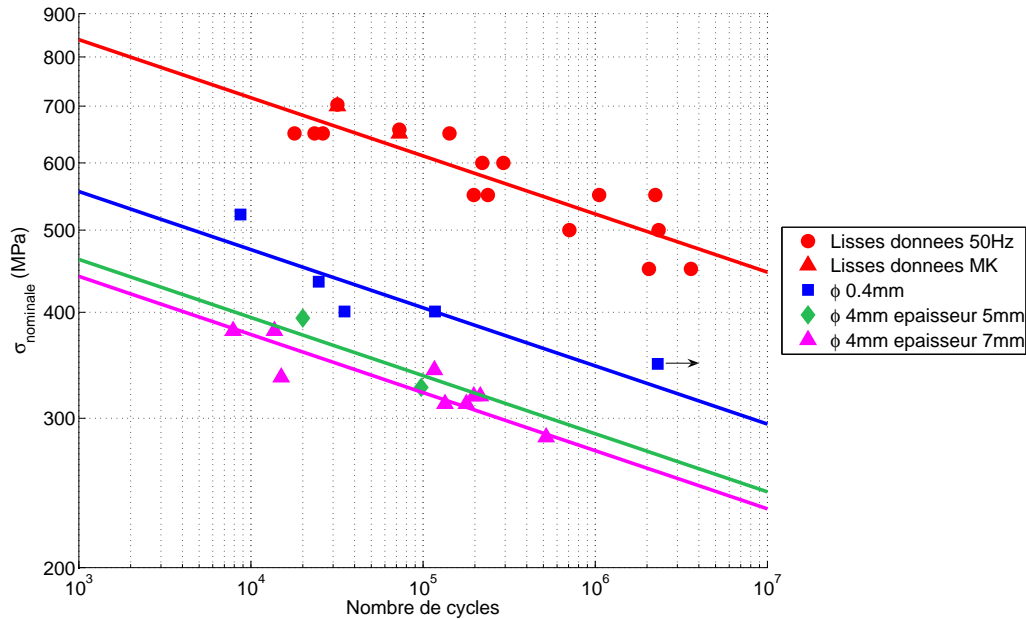


FIG. 4.4 – Extrapolation des résultats expérimentaux sur éprouvettes trouées

### Application pour les essais sur les éprouvettes contenant une entaille

Après avoir été identifiées sur les éprouvettes perforées, les trois formules ont été appliquées au cas des éprouvettes contenant une fente. La valeur du coefficient de concentration de contrainte ( $K_t = 3,9$ ) pour ces éprouvettes est issue d'un calcul par éléments finis en élasticité. Les formules de Peterson, Neuber et Heywood permettent alors d'obtenir la valeur du coefficient d'entaille effectif.

Les résultats tracés sur la figure 4.5 sont trop conservatifs par rapport aux résultats expérimentaux et ce, quelle que soit l'approche utilisée. Les méthodes par coefficient d'entaille utilisent une approche élastique, ce qui explique les durées de vie trop courtes prévues par ces méthodes dans le cas d'éprouvettes contenant une fente pour lesquelles la redistribution de contrainte due à la plasticité est importante.

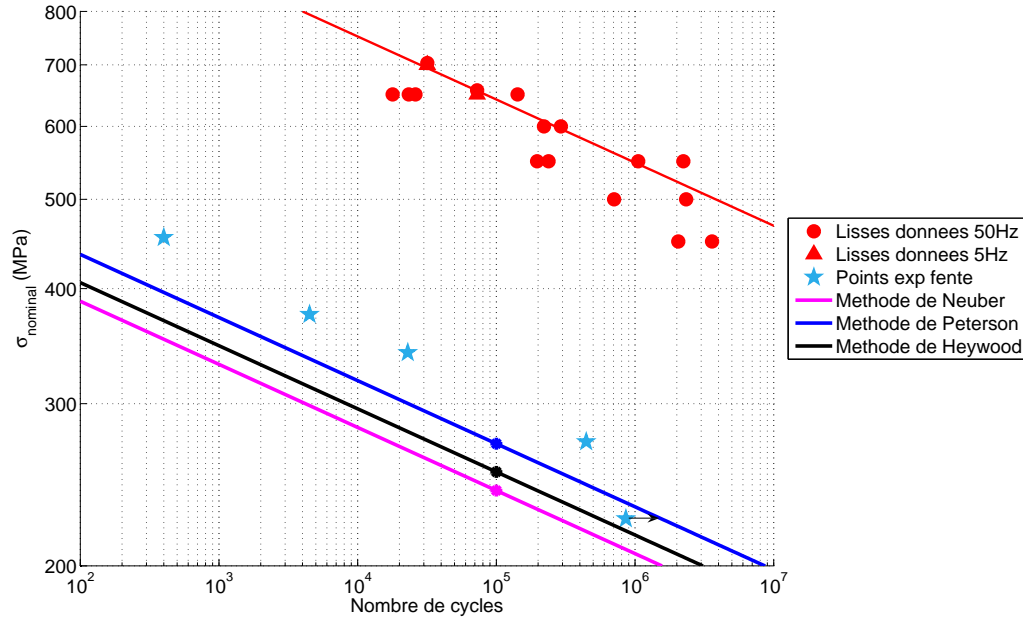


FIG. 4.5 – Application des formules de Neuber, Peterson et Heywood sur les éprouvettes avec fente

L'application des formules empiriques de Neuber, Peterson et Heywood sur les éprouvettes perforées de cette étude a donné des résultats plutôt mitigés, les prévisions sont dans l'ensemble trop conservatrices. Cependant, ce sont des méthodes simples à appliquer. En revanche, elles ne sont applicables que dans le cas où l'on dispose de suffisamment d'expériences pour caler le coefficient matériau ( $a_P$ ,  $a_N$ ,  $a_H$ ) qui intervient dans ces expressions.

## 4.2 Méthodologies appliquées dans ce travail pour la prise en compte du gradient de contrainte

Au cours de ce travail, j'ai choisi d'appliquer, sur nos essais sur éprouvettes perforées, les méthodes de distance critique telles que : la méthode du point, la méthode de la ligne et la méthode volumique.

### 4.2.1 Présentation des méthodes

La **méthode du point** consiste à utiliser directement dans le modèle de durée de vie la valeur de la contrainte obtenue à la distance critique  $d_c$  comme illustré sur la figure 4.6.

La **méthode de la ligne** (figure 4.7) requiert le calcul de la moyenne du champ de contrainte sur une ligne émanant de la perforation. L'expression du champ de contrainte

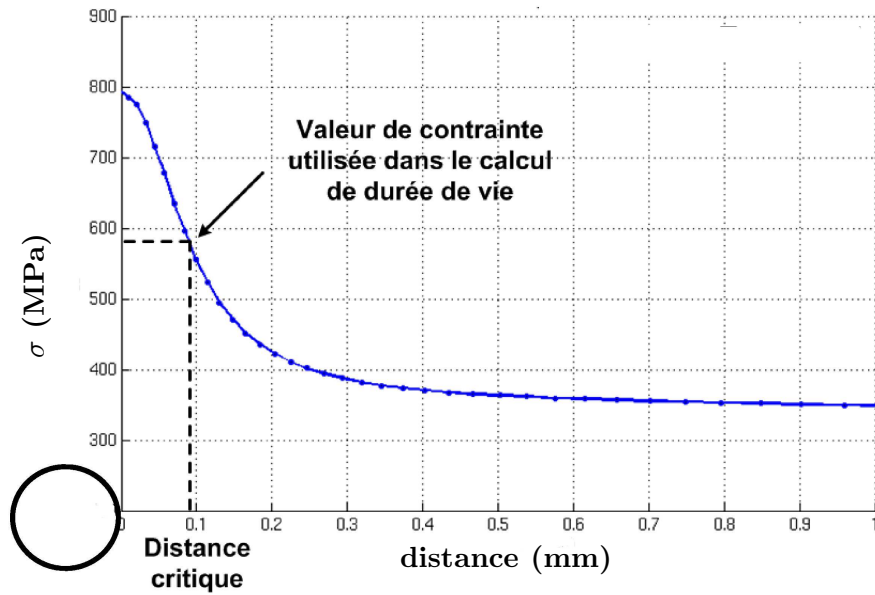


FIG. 4.6 – Schéma de principe de la méthode du point

moyenné s'écrit alors :

$$\langle \sigma_{moyenne} \rangle = \frac{1}{l_0} \int_0^{l_0} \sigma(x) dx \quad (4.7)$$

$l_0$  représente la longueur d'intégration critique à identifier.

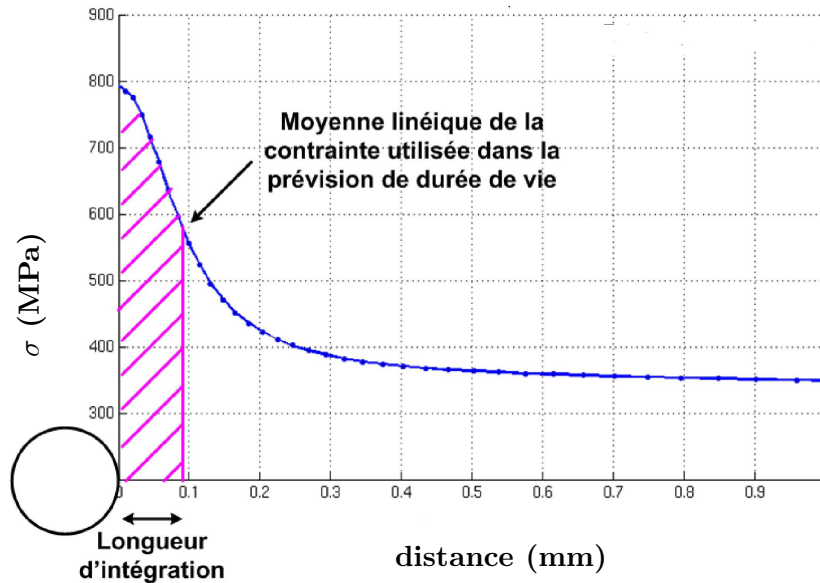


FIG. 4.7 – Schéma de principe de la méthode de la ligne

Enfin, une méthode plus générale, la **méthode volumique**, consiste à intégrer le champ de contrainte sur un volume représentatif du matériau. La moyenne est effectuée sur un volume de rayon  $r$  (sphère en 3D, disque en 2D) telle que  $\langle \xi(r) \rangle = \frac{1}{V} \int_V \xi dV$  où  $V$  représente le volume. Notons que la méthode ne fait pas spécifiquement référence à la surface de la pièce (contrairement à la méthode de la ligne). Par contre, la moyenne n'est réalisée que sur la partie de matière située dans le solide, si bien que la formulation exacte de la moyenne est plutôt donnée par :

$$\bar{\xi}(x) = \frac{1}{\Omega^*(x)} \int_{\Omega_r(x)} \xi(y) dy \quad (4.8)$$

où  $\Omega_r(x)$  est le domaine de rayon  $r$  centré en  $x$  (cf. figure 4.8) et où  $\Omega^*(x)$  représente le volume effectif de matière du domaine  $\Omega_r(x)$  :

$$\Omega^*(x) = \int_{\Omega_r(x)} dy \quad (4.9)$$

Remarquons que ce choix est un cas particulier de la définition non locale (eq. 4.5) dans laquelle la fonction  $\Phi$  serait la fonction créneau :

$$\Phi(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \|x - y\| < r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

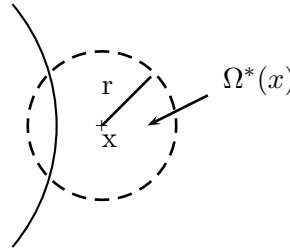


FIG. 4.8 – Représentation du domaine  $\Omega_r(x)$  de rayon  $r$  centré en  $x$



### 4.2.2 Démarche adoptée pour l'identification de la longueur d'intégration

Dans un premier temps, ces méthodes ont été appliquées en élasticité, comme elles le sont couramment dans la littérature. Cependant, il m'a semblé plus pertinent de tenir compte de la plasticité et plus précisément de la viscoplasticité en raison de la plastification importante en bord de perforation.

Je propose une approche élastoviscoplastique générale qui consiste à effectuer, pour les méthodes de la ligne et volumique, une moyenne du tenseur des contraintes ou de toutes autres grandeurs nécessaires au modèle de durée de vie (tenseur des déformations, tenseur des déformations plastiques, etc.), sur un certain volume, à chaque instant du cycle en post-traitement du calcul par éléments finis, mais en pré-traitement du calcul de durée de vie. Cela permet alors d'utiliser n'importe quel modèle de durée de vie.

Le modèle de fatigue ONERA présenté au chapitre 3.8 sera utilisé dans ce qui suit car c'est un modèle de durée de vie à amorçage identifié sur le matériau de l'étude, simple d'utilisation et déjà éprouvé pour de nombreux types de chargements. Les longueurs d'intégration seront identifiées pour les différentes méthodes et sont supposées être à chaque fois un paramètre supplémentaire caractéristique du matériau.

L'idée est de ne plus calculer la durée de vie à partir de la donnée du champ de contrainte ponctuel (en un point de Gauss) mais de tenir compte de son voisinage. Pour cela, il faut déterminer la distance sur laquelle la moyenne du champ de contrainte ou de la durée de vie va être réalisée. J'utiliserai dans la suite les notions de longueur d'intégration pour la méthode de la ligne et de rayon d'intégration pour la méthode volumique que je noterai respectivement  $l_c$  ou  $r_c$ . Cette longueur ou rayon d'intégration est censé être une caractéristique relative à la taille de fissure prédite, donc indépendante de la géométrie de l'éprouvette.

Les différentes étapes sont les suivantes :

1) Des calculs élastiques ou élastoviscoplastiques sont réalisés pour trois éprouvettes perforées de trous de diamètres différents. La valeur du chargement imposé pour chaque éprouvette est déterminée à partir de l'interpolation des résultats expérimentaux de façon à obtenir une durée de vie de  $10^5$  cycles environ (figure 4.9). Nous supposons pour cela une évolution linéaire de la durée de vie en fonction de la contrainte nominale dans un diagramme bi-logarithmique.

Les valeurs de contraintes appliquées au loin sont respectivement de 392, 290 et 275 MPa pour les trous de 0,4 mm, 2 mm et 4 mm de diamètre. Ces valeurs seront les mêmes pour toutes les analyses qui suivront.

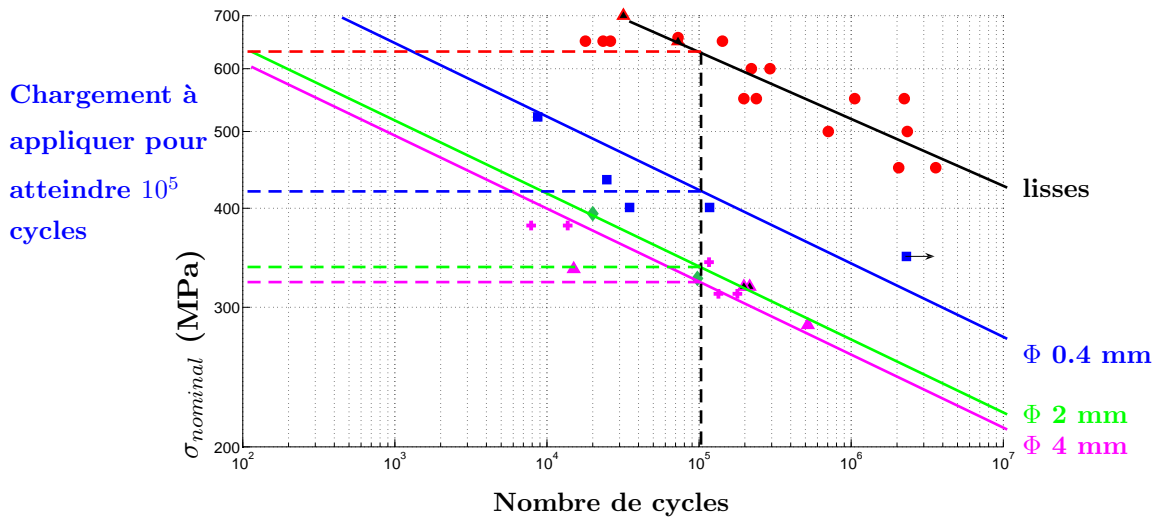


FIG. 4.9 – Détermination du chargement à appliquer pour atteindre une durée de vie de  $10^5$  cycles

2) A partir de ces calculs,

▷ si nous utilisons la méthode du point, il suffit de tracer l'évolution du gradient de contrainte pour les trois perforations en fonction de la distance au droit du trou. L'intersection de ces courbes donne la distance critique recherchée.

Cependant il est important de rappeler que le modèle de fatigue ONERA que nous utilisons pour l'identification de la longueur d'intégration a été identifié sur des résultats d'essais sur *éprouvettes lisses présentant des pores* puisque les observations microscopiques ont montré que les fissures se sont amorcées systématiquement sur des pores, contrairement aux éprouvettes perforées qui n'ont pas montré ce type d'amorçage.

Aussi, afin de pouvoir identifier correctement la longueur d'intégration, il serait plus correct que le modèle de durée de vie soit ajusté sur la base d'essais sur éprouvettes lisses sans pores. Or, nous ne disposons pas expérimentalement de résultats sur de telles éprouvettes. Pour pallier ce manque, il convient de réajuster la courbe d'identification de façon à traduire ces points expérimentaux. La nouvelle courbe obtenue, appelée dans la suite courbe de référence, est alors définie par méthode inverse par le niveau de contrainte où se croisent les trois courbes d'évolution du gradient de contrainte pour la durée de vie visée (ici,  $10^5$  cycles). Cette courbe, tracée en rouge sur la figure 4.10, est choisie comme étant parallèle à la courbe identifiée initialement sur les points expérimentaux des éprouvettes lisses (en noir sur la figure) et se situe au-dessus de celle-ci. On note que cette opération de réajustement doit être menée conjointement avec l'établissement de la distance critique.

Une fois cette distance critique déterminée, on peut obtenir de façon prédictive les durées de vie des éprouvettes contenant des perforations de diamètre ou de type différents (entaille) comme illustré sur la figure 4.10. En se plaçant à la distance critique trouvée, on déduit la contrainte équivalente de référence. Cette contrainte, reportée sur le diagramme  $(N_f, \sigma_{nominal})$ , va nous donner la durée de vie prévue par la courbe de référence.

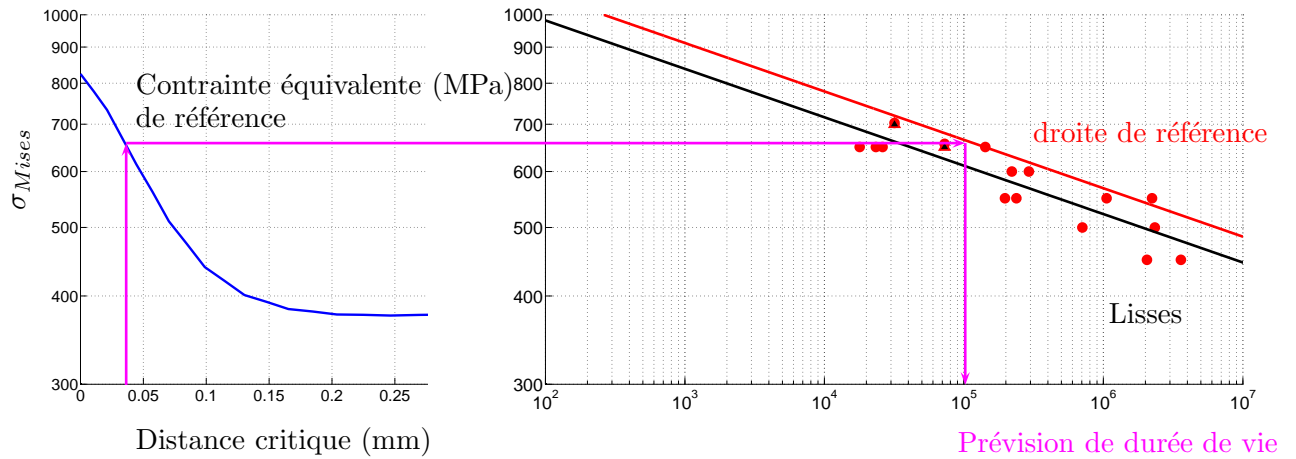


FIG. 4.10 – Détermination de la durée de vie avec la méthode du point

▷ si nous utilisons la méthode de la ligne ou de la moyenne volumique, nous effectuons la moyenne des quantités nécessaires au modèle de durée de vie ( $\langle \sigma(t) \rangle, \langle \epsilon(t) \rangle, \langle \sigma_{aeq} \rangle, \langle \sigma_H \rangle$ , etc., ces variables dépendant du choix du modèle). Pour la méthode de la ligne, on effectue la moyenne de chaque composante du tenseur des contraintes le long d'une ligne au droit du trou. Avec ces quantités moyennées, nous pouvons ensuite calculer la durée de vie le long de cette ligne. Pour la méthode volumique, nous effectuons la moyenne du tenseur des contraintes sur différents rayons d'intégration autour de chaque point de Gauss et nous calculons, à partir de ces grandeurs moyennées, la durée de vie correspondante à l'aide d'un modèle de durée de vie.

Cela nous permet de disposer des courbes traduisant l'évolution de la durée de vie ou du dommage en fonction de la longueur (resp. du rayon) d'intégration.

La longueur (resp. le rayon) d'intégration  $l_c$  (resp.  $r_c$ ) correspond à l'intersection des courbes d'évolution de  $N_f$  en fonction de la longueur d'intégration pour les trous de 0,4, 2 et 4 mm de diamètre. On peut ensuite, de la même façon que pour la méthode du point, déterminer de façon prédictive les durées de vie d'autres éprouvettes contenant des perforations de diamètre ou de type différents (entaille) en calculant la durée de vie en post-traitement du calcul EF sur la longueur d'intégration ainsi déterminée au préalable.

### 4.2.3 Identification de la longueur d'intégration en élasticité

Dans un premier temps, chaque méthode a été appliquée à la suite d'un calcul en élasticité. Il est important de souligner que pour tracer les courbes de Wöhler qui vont être présentées dans ce qui suit, les calculs n'ont été réalisés que pour deux ou trois niveaux de chargements selon les éprouvettes. Les courbes obtenues ne traduisent pas les asymptotes que présente le modèle ONERA. Il aurait été nécessaire de réaliser plus de calculs pour chaque éprouvette en balayant une plage plus importante pour les niveaux de chargements appliqués.

## 4.2.3.1 Méthode du Point

Des calculs EF ont été réalisés avec la loi de comportement du matériau élastique anisotrope. Nous avons appliqué le modèle de fatigue ONERA pour calculer la durée de vie pour les trois éprouvettes. L'évolution du dommage (inverse de la durée de vie) est ensuite tracée sur la figure 4.11 en fonction de la distance au trou pour chaque éprouvette. Les courbes doivent se croiser pour la valeur du dommage de  $10^{-5}$ . Elles ne se croisent pas tout à fait en un point unique, mais nous pouvons néanmoins déterminer une distance critique d'environ  $50 \mu\text{m}$  en privilégiant l'intersection des courbes à 0,4 mm et 4 mm (il n'y a que deux points expérimentaux pour les trous de 2 mm). D'ailleurs, dans la suite, on choisira toujours la distance caractéristique par l'intersection des courbes 0,4 et 4 mm, les plus extrêmes (pour l'effet de taille de trou) et les mieux documentées.

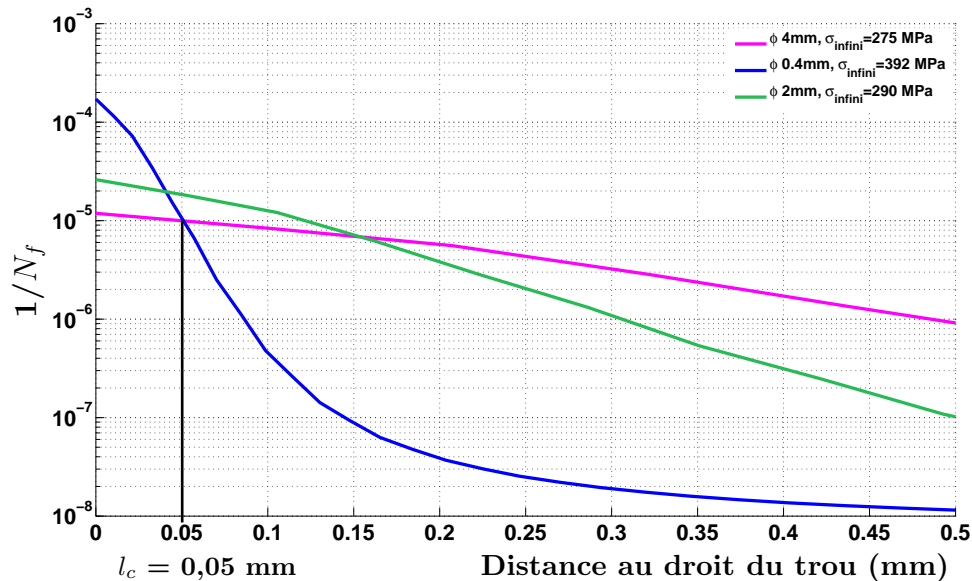


FIG. 4.11 – Détermination de la distance critique pour la méthode du point en élasticité.

La valeur de durée de vie des autres éprouvettes est obtenue à la distance critique. Les prévisions sont reportées sur la figure 4.12. On peut voir d'après les résultats présentés que la méthode est capable de traduire l'effet de gradient entre les différentes éprouvettes perforées. Cependant, dans le détail, si les prévisions sont correctes pour les éprouvettes avec les perforations de 0,4 mm et 4 mm de diamètre, elles sont conservatives pour les éprouvettes présentant une entaille.

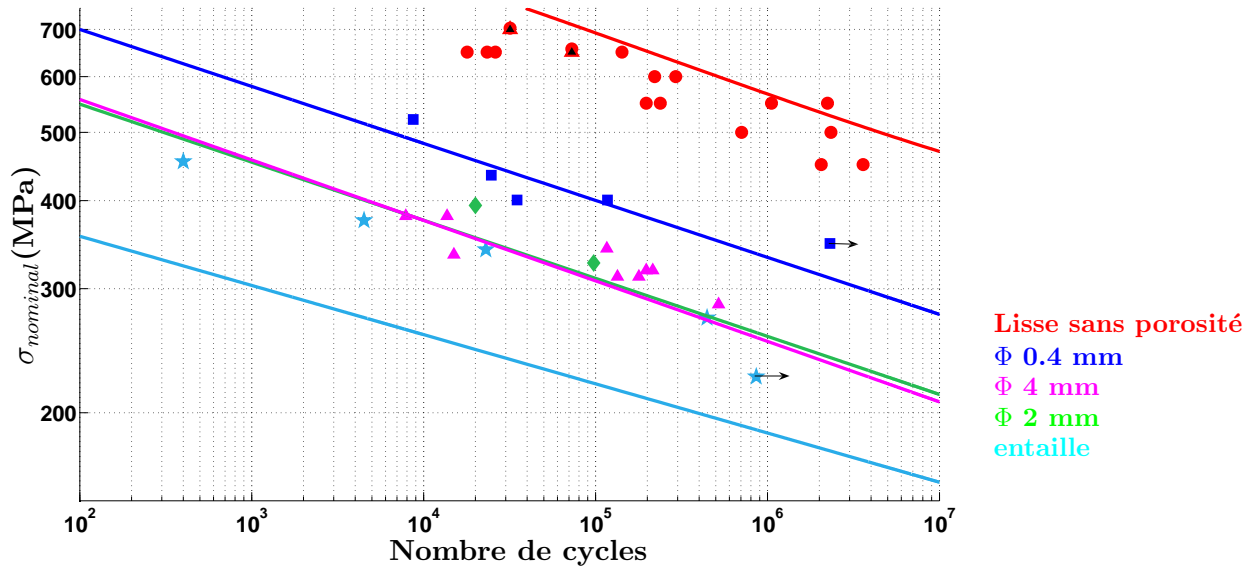


FIG. 4.12 – Prédiction de durée de vie avec la méthode du point en élasticité anisotrope

Une analyse simpliste a, par ailleurs, été réalisée sans utiliser le modèle de fatigue mais plutôt l'amplitude de contrainte équivalente ou la contrainte de Von Mises. Dans le calcul en élasticité, on peut dire que la contrainte de Von Mises, calculée au maximum du chargement, est identique à deux fois l'amplitude de contrainte équivalente  $A_{II}$  du modèle ONERA ( $R_\sigma = 0$ ), définie au paragraphe 3.8. Les prévisions de durée de vie obtenues sont identiques aux prévisions précédentes.

Par ailleurs, un calcul inélastique montre que l'éprouvette plastifie fortement au bord de l'entaille. Une importante redistribution des contraintes apparaît, le champ de contrainte est donc atténué par rapport au champ de contrainte élastique utilisé pour la méthode du point. On peut penser que la prise en compte de la plasticité va induire des durées de vie plus longues et donc plus proches des résultats expérimentaux.

#### 4.2.3.2 Méthode de la ligne

Nous avons calculé pour la méthode de la ligne la moyenne du tenseur des contraintes le long de la ligne au droit du trou. A partir de ces grandeurs moyennées, nous calculons la durée de vie à l'aide du modèle de durée de vie ONERA.

Comme précédemment, la longueur d'intégration  $l_c$  est déterminée par l'intersection des courbes de dommage obtenues pour les trois perforations de 0,4, 2 et 4 mm de diamètre exprimées en fonction de la distance au trou sur la figure 4.13. Nous obtenons une longueur  $l_c$  d'environ 110  $\mu m$ .

Une fois la longueur d'intégration déterminée, pour chaque éprouvette et pour différents niveaux de chargement, nous effectuons la moyenne du tenseur des contraintes sur la longueur critique et calculons ensuite la durée de vie. Les prévisions de durée de vie déterminées avec cette longueur d'intégration pour l'ensemble des éprouvettes sont présentées sur la figure 4.14. Les résultats sont très proches des résultats obtenus avec la méthode du point en élasticité.

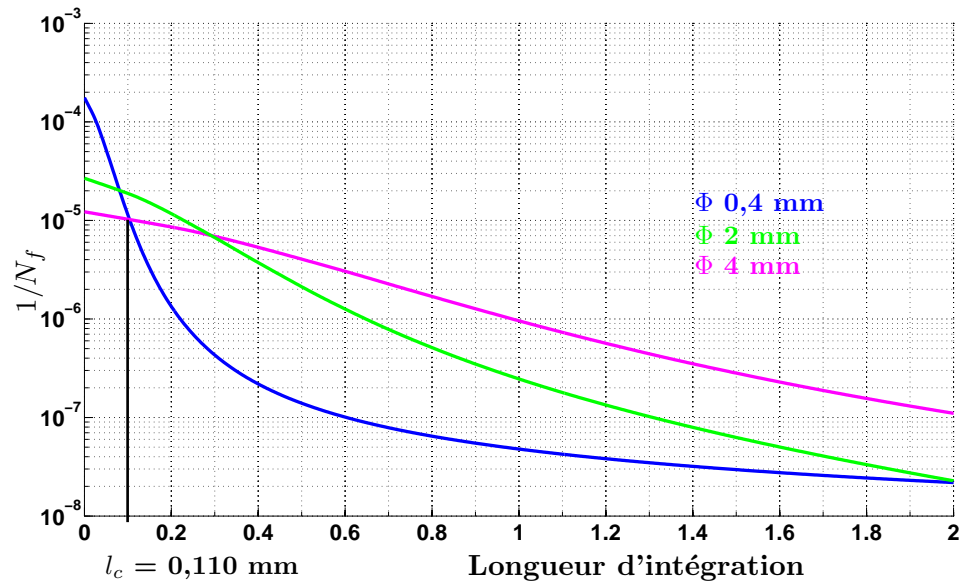


FIG. 4.13 – Détermination de la longueur critique en élasticité anisotrope pour la méthode de la ligne.

La méthode linéique appliquée en élasticité n'apporte finalement pas d'amélioration.

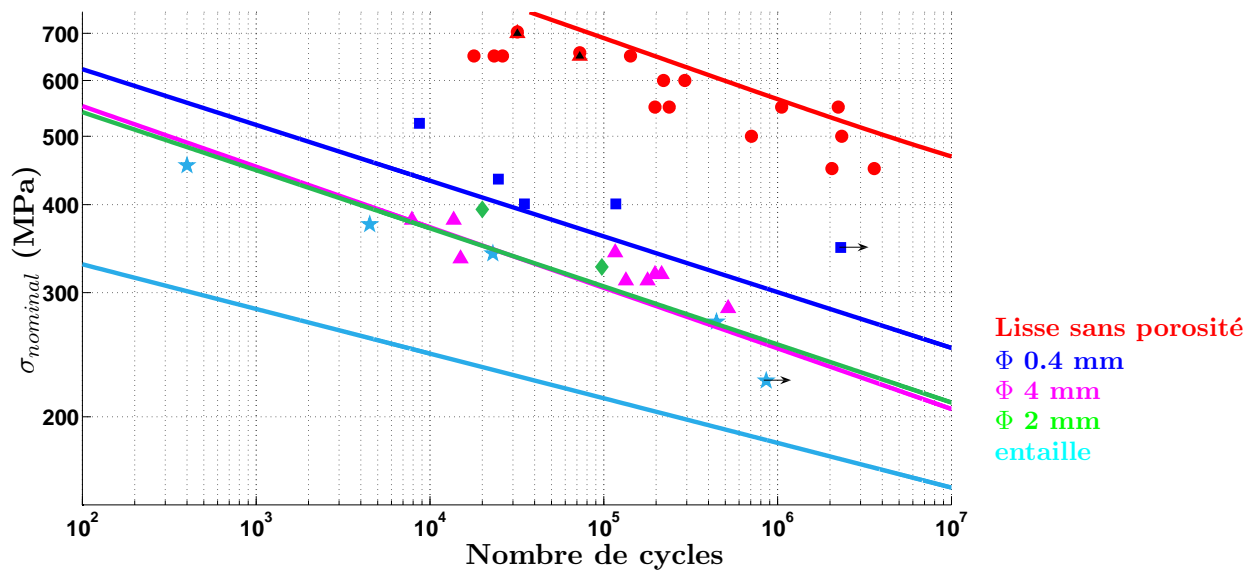


FIG. 4.14 – Prédiction de durée de vie avec la méthode de la ligne en élasticité anisotrope.

### 4.2.3.3 Méthode de la moyenne volumique

Nous avons défini une zone autour du trou, prenant en compte les éléments dans l'épaisseur, sur laquelle est moyenné le tenseur des contraintes issu du calcul élastique anisotrope. La moyenne est réalisée autour de chaque point de Gauss de la zone choisie, sur des volumes de différents rayons d'intégration pour les trois éprouvettes considérées. On applique ensuite le modèle de durée de vie avec ces quantités moyennées. On peut alors tracer l'évolution du dommage en fonction du rayon d'intégration sur la figure 4.15.

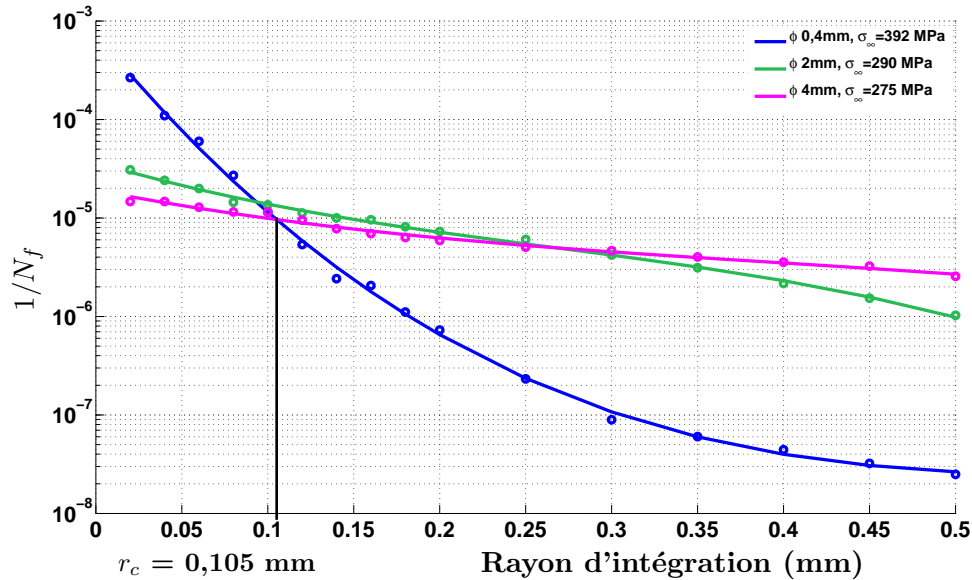


FIG. 4.15 – Détermination du rayon d'intégration en élasticité anisotrope pour la méthode volumique en calculant le dommage à partir de la moyenne du tenseur des contraintes pour différents rayons d'intégration (points).

On voit sur la figure que la qualité des résultats est fortement dépendante de la finesse du maillage. Les points correspondent aux différentes valeurs des rayons d'intégration choisies et les courbes en trait plein sont les courbes de tendance. Nous aurions pu raffiner davantage le maillage pour éviter la présence de paliers, mais cela induirait des calculs trop coûteux. Nous pourrions également modifier la fonction de moyenne volumique dans le code de calcul afin d'y ajouter une fonction de poids de type gaussienne qui lisserait les résultats. Nous avons choisi d'effectuer une interpolation polynômiale à partir des points calculés. Cette solution donne des résultats satisfaisants et est simple à mettre en œuvre.

L'intersection des trois courbes pour le dommage de  $10^{-5}$  donne le rayon d'intégration  $r_c = 0.105$  mm. Il faut noter, comme précédemment, que les paramètres du modèle ONERA ont ici aussi été recalés afin de retranscrire les prévisions de l'éprouvette lisse sans porosité.

Nous calculons ensuite, pour les autres éprouvettes, la durée de vie à partir de la moyenne du tenseur des contraintes sur le volume de rayon d'intégration  $r_c$  (aussi bien dans l'épaisseur qu'en surface de l'éprouvette). La durée vie est obtenue au point de Gauss qui présente la

durée de vie minimale. Les résultats sont reportés sur la figure 4.16.

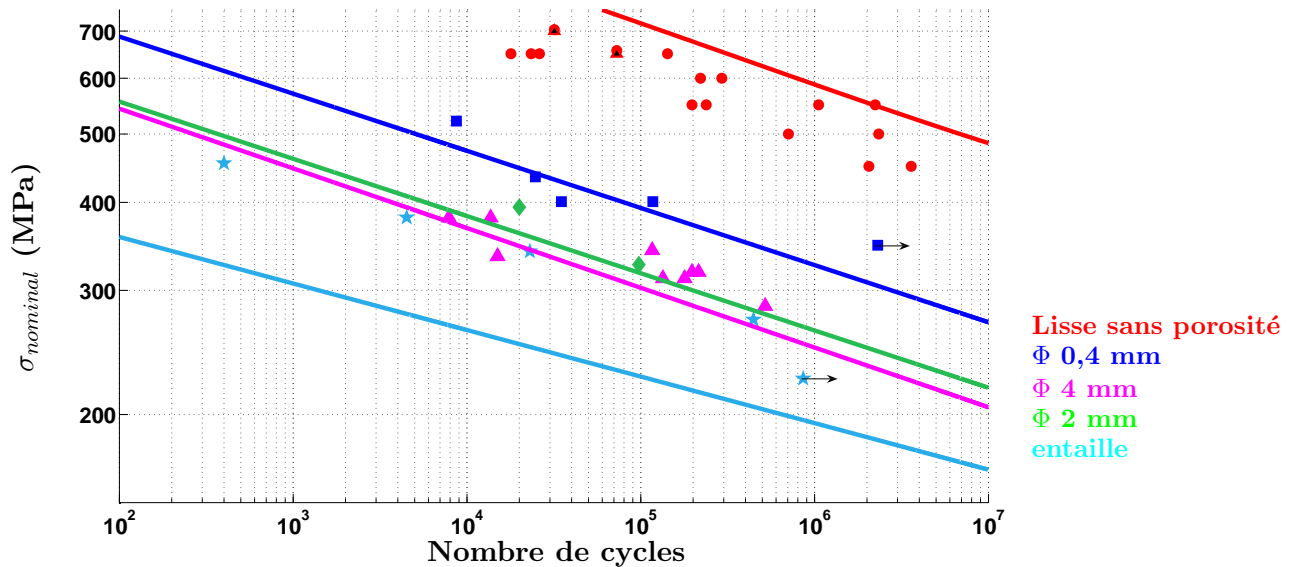


FIG. 4.16 – Prévisions de durée de vie avec la moyenne volumique en élasticité anisotrope

Les prévisions de durée de vie sont améliorées par rapport aux prévisions obtenues avec la moyenne linéique. Pour les perforations de 0,4 mm et 2 mm de diamètre (resp. bleues et vertes sur la figure), elles sont en meilleure adéquation avec les résultats expérimentaux. Les prévisions de durée de vie des éprouvettes entaillées sont elles aussi améliorées mais restent encore trop conservatives. On peut s'attendre toutefois à des prévisions moins conservatives en réalisant des calculs élastoviscoplastiques.

#### 4.2.4 Identification de la longueur d'intégration en élastoviscoplasticité

Dans ce qui suit et d'après les remarques effectuées précédemment, des calculs élastoviscoplastiques ont été réalisés. Nous avons simulé 1000 cycles pour chaque calcul en utilisant la méthode des sauts de cycles.

##### 4.2.4.1 Méthode du Point

La méthode a été ici aussi, de la même manière qu'en élasticité, appliquée en utilisant les durées de vie calculées avec le modèle ONERA en post-traitement du calcul par éléments finis. Ainsi, sur la figure 4.17 sont reportées les évolutions du dommage (inverse de  $N_f$ ) obtenues pour trois éprouvettes, contenant des trous de diamètres différents, en fonction de la distance au droit de la perforation. On détermine une distance de  $105 \mu\text{m}$  environ. Il a été nécessaire, ici aussi, d'effectuer un recalage des paramètres du modèle de fatigue ONERA afin d'avoir pour référence une éprouvette lisse sans porosité. On peut constater, d'après la figure, que la durée de vie est minimale pour chaque éprouvette non pas au bord du trou, mais en profondeur, alors que l'amorçage de fissure en fatigue est censé être un phénomène de surface.



Le point minimum de la courbe a tendance à s'éloigner de la surface de la perforation plus le nombre de cycles simulés est important. En effet, on observe une importante redistribution de la contrainte, liée à la plastification, qui fait que le point le plus sollicité s'éloigne du bord du trou quand le nombre de cycles simulés augmente. Par exemple, comme en atteste la figure 4.18 où seulement 2 cycles ont été simulés, le dommage le plus grand est localisé au bord du trou. Par ailleurs, la distance critique déterminée est inférieure à la distance trouvée lorsque 1000 cycles sont simulés.

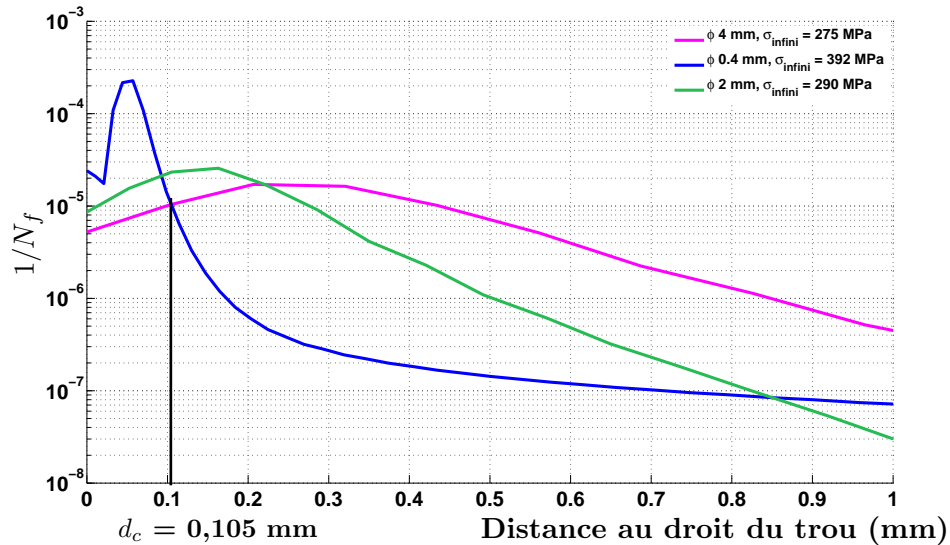


FIG. 4.17 – Détermination de la distance critique  $d_c$  pour la méthode du point en élastoviscoplasticité avec 1000 cycles simulés.

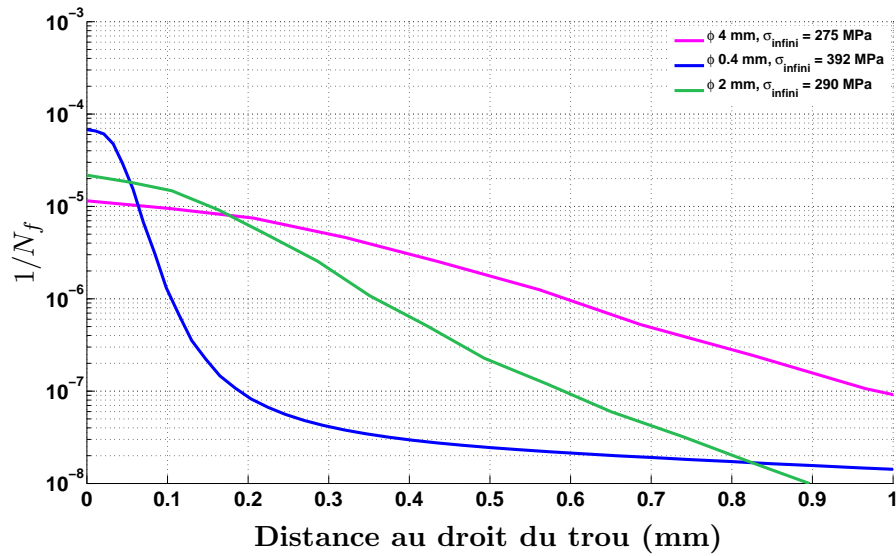


FIG. 4.18 – Détermination de la distance critique  $d_c$  pour la méthode du point en élastoviscoplasticité avec 2 cycles simulés.

Les prévisions de durée de vie obtenues avec la distance de  $105 \mu m$  sont présentées sur la figure 4.19.

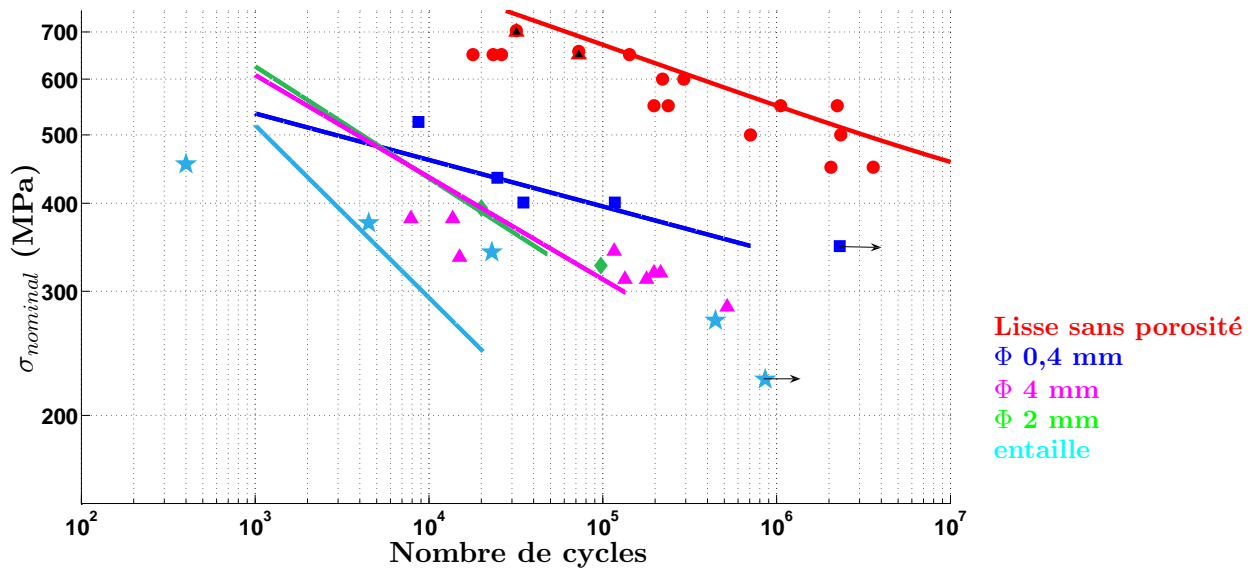


FIG. 4.19 – Prévisions de durée de vie par la méthode du point en élastoviscoplasticité - 1000 cycles simulés.

La pente de la droite représentant les prévisions de durée de vie de l'éprouvette perforée d'un trou de 4 mm de diamètre est plus importante que la pente qu'on pouvait attendre.

Pour les éprouvettes contenant une fente, la pente est également très importante : les résultats pour les faibles durées de vie paraissent plus proches des points expérimentaux. Par contre, la prévision est moins bonne qu'en élasticité pour les durées de vie plus longues. En effet, dans le cas d'un chargement important (conduisant à une durée de vie faible), le cycle stabilisé est obtenu rapidement, un faible nombre de cycles simulés suffit. En revanche, pour les faibles niveaux de chargement, même en simulant 1000 cycles, les prévisions de durée de vie demeurent conservatives. Il paraît nécessaire d'avoir plus de cycles simulés pour les faibles niveaux dans le cas des éprouvettes entaillées.

La méthode du point en élastoviscoplasticité ne me paraît pas concluante. Dès lors que l'on prend en compte la plasticité, les prévisions ne sont pas améliorées par rapport à la même méthode appliquée en élasticité.

#### 4.2.4.2 Méthode de la ligne

La longueur d'intégration obtenue en élastoviscoplasticité pour la méthode de la ligne (figure 4.20) est de l'ordre de 200 micromètres.

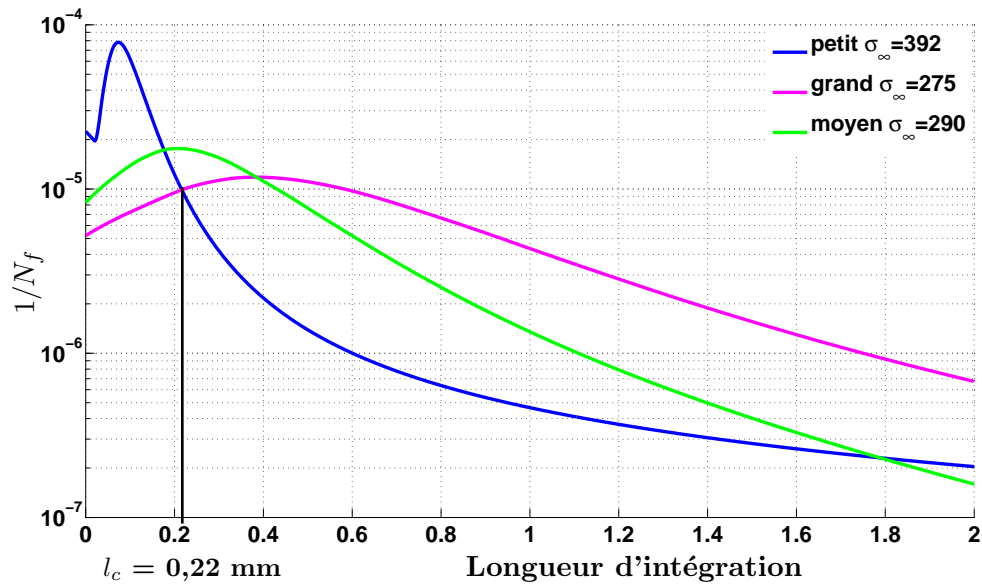


FIG. 4.20 – Détermination de la longueur d'intégration pour la méthode de moyenne linéique en élastoviscoplasticité avec 1000 cycles simulés.

Les prévisions de durée de vie obtenues sont reportées sur la figure 4.21. On remarque que la courbe rouge, traduisant les prévisions de durée de vie des éprouvettes lisses sans porosité, se situe dans la partie inférieure de l'ensemble des résultats expérimentaux. Ces résultats sont discutables et montrent les limites de la méthode linéique puisque la durée de vie des éprouvettes lisses sans porosité est censée être supérieure aux durées de vie des essais présentées.

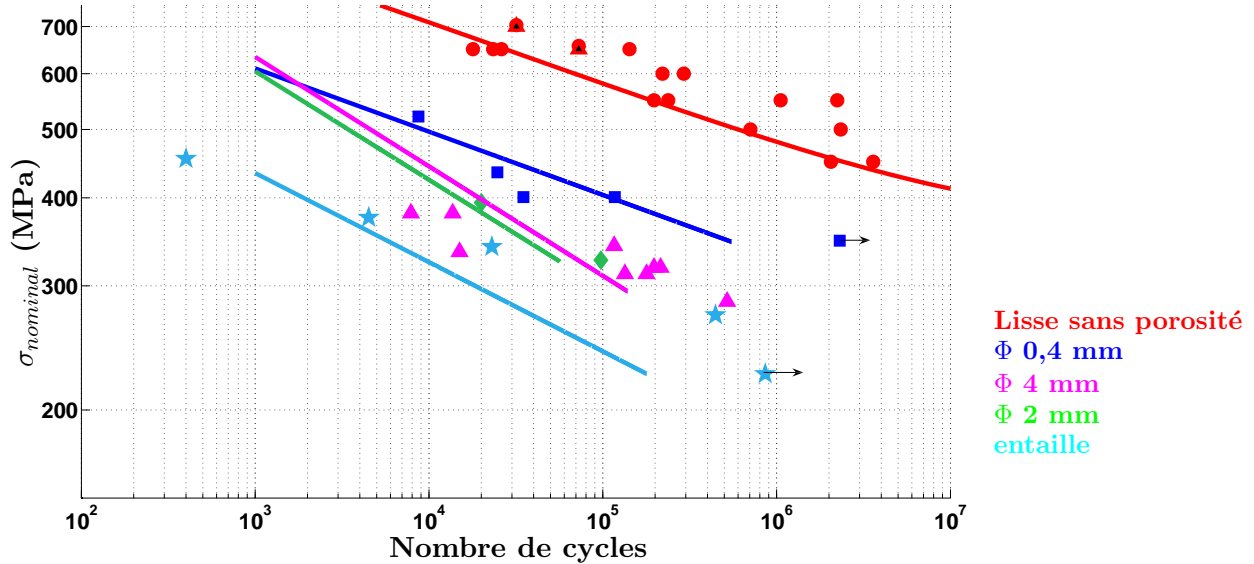


FIG. 4.21 – Prévisions de durée de vie par la méthode de moyenne linéique en élastoviscoplasticité avec 1000 cycles simulés

#### 4.2.4.3 Méthode de la moyenne volumique

La figure 4.22 présente l'évolution du dommage calculé à partir du tenseur des contraintes moyenné en fonction du rayon d'intégration utilisé pour effectuer la moyenne. Le rayon d'intégration déterminé par la méthode volumique est d'environ 100 micromètres.

La figure 4.23 présente les durées de vie calculées pour chaque éprouvette à partir de ce rayon d'intégration. Les résultats sont plutôt satisfaisants aussi bien pour les éprouvettes lisses que pour les éprouvettes perforées. Cette méthode nous paraît la mieux appropriée pour traduire les effets de gradients de contrainte.

Par ailleurs, les observations microscopiques sur les éprouvettes lisses ont montré des pores de taille avoisinant  $140 \mu m$ . Nous avons voulu vérifier que cette méthode est capable de prévoir l'influence d'un gradient de contrainte induit par la présence d'un défaut. Nous avons donc réalisé le maillage de l'éprouvette contenant cette porosité (figure 4.24).

Les prévisions de durée de vie obtenues avec la porosité sont reportées sur la figure précédente 4.23 et représentées par le trait plein noir. La courbe obtenue est en accord avec les résultats expérimentaux. C'est un résultat intéressant qui montre que la méthode est capable de prendre en compte le gradient de contrainte présent en bord de porosité.

A titre de comparaison, la figure 4.25 présente les durées de vie obtenues en simulant 2 cycles. Le rayon d'intégration obtenu est de  $0,0961 \text{ mm}$ , il est très proche du rayon d'intégration obtenu en simulant 1000 cycles où sa valeur est de  $0,0976 \text{ mm}$ .

Les prévisions de durée de vie obtenues sont également très proches des prévisions présentées sur la figure 4.23 où 1000 cycles ont été simulés. Ce résultat n'est pas surprenant car, bien qu'il existe une redistribution importante de la contrainte d'un point de Gauss à l'autre, le fait de moyenner le tenseur des contraintes efface les différences de durée de vie que l'on

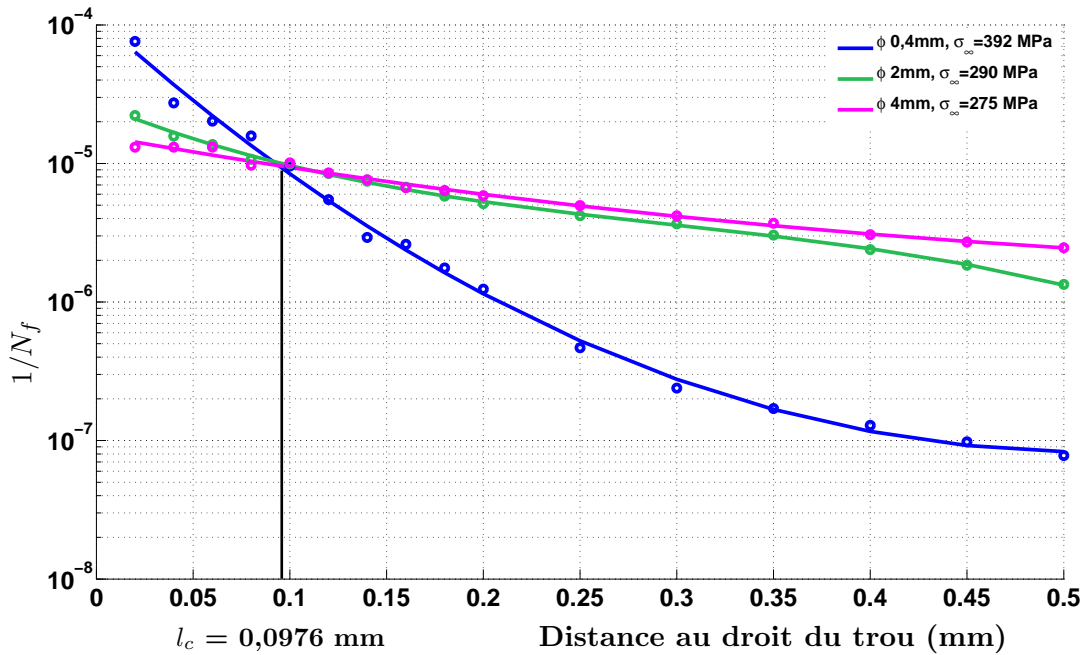


FIG. 4.22 – Détermination du rayon d'intégration pour la méthode de moyenne volumique en élastoviscoplasticité avec 1000 cycles simulés.

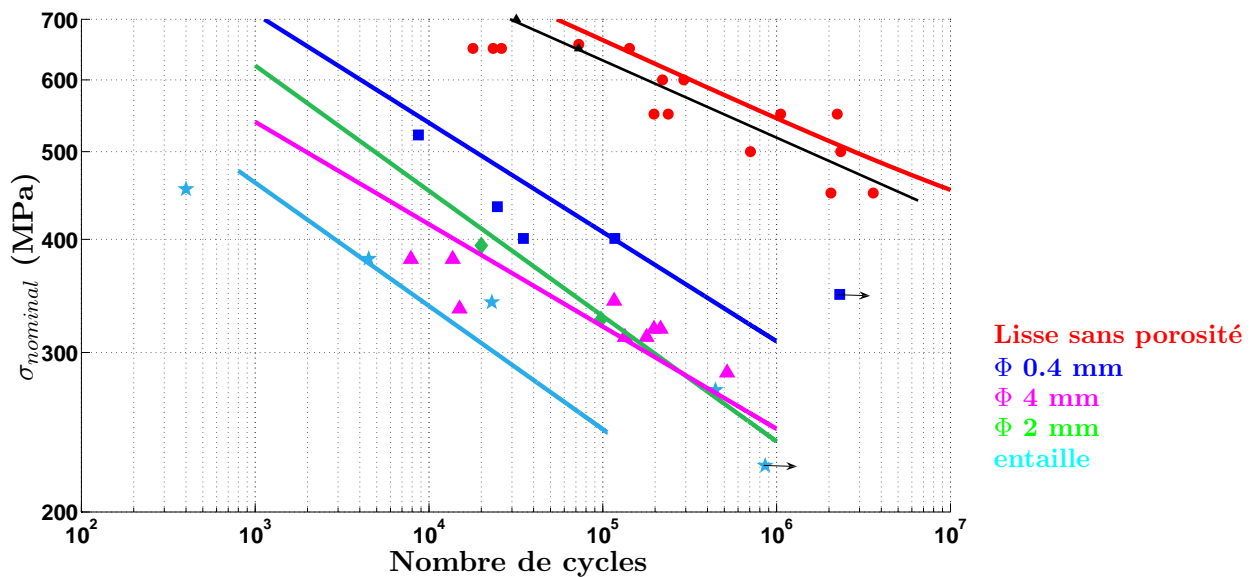


FIG. 4.23 – Prévisions de durée de vie par la méthode de moyenne volumique en élastoviscoplasticité avec 1000 cycles simulés.

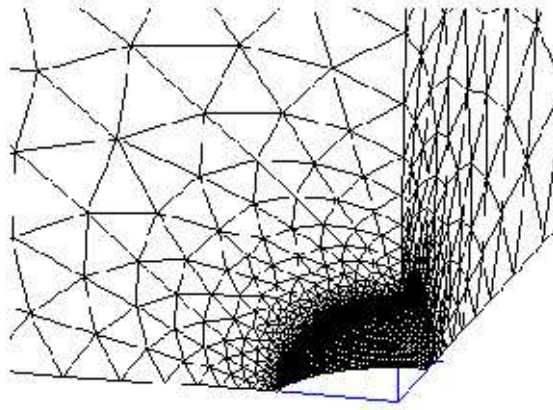


FIG. 4.24 – Maillage d'une éprouvette lisse contenant une porosité.

peut obtenir selon que l'on simule 2 ou 1000 cycles (a contrario du modèle appliqué à chaque point de Gauss où la différence est bien marquée). Les résultats donnés par les méthodes du point et de la ligne sont plus sensibles au nombre de cycles simulés. Ainsi il semblerait que l'on puisse s'affranchir de la simulation d'un nombre important de cycles avec la méthode de moyenne volumique.

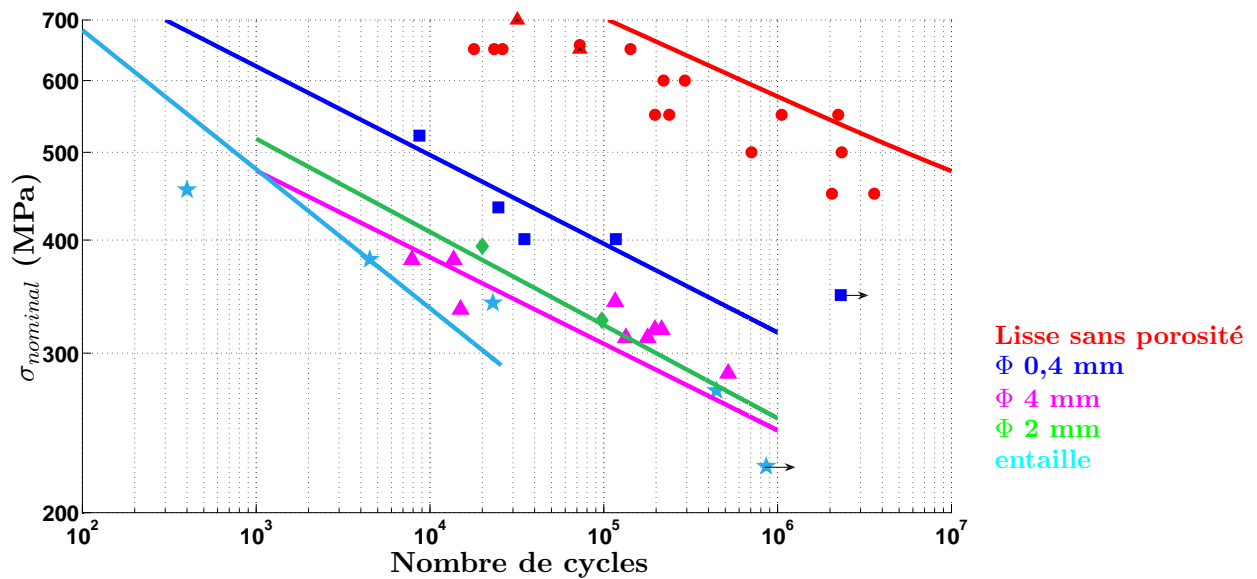


FIG. 4.25 – Prévisions de durée de vie par la méthode de moyenne volumique en élastoviscoplasticité avec 2 cycles simulés.

### 4.2.5 Discussion et méthode adoptée

Au vu des résultats présentés, j'ai choisi de retenir la méthode de moyenne volumique appliquée en élastoviscoplasticité. Elle me paraît la mieux adaptée pour prendre en compte le gradient de contrainte dans le calcul de la durée de vie. C'est une méthode générale, qui peut s'appliquer quel que soit le modèle de durée de vie choisi. A partir d'un calcul élastoviscoplastique, il suffit de moyenniser sur un volume donné les quantités utiles au modèle de durée de vie que l'on souhaite utiliser. Il semblerait qu'un faible nombre de cycles simulés soit suffisant pour le calcul EF, cela permet alors de réaliser un nombre plus important de calculs et de tracer une courbe de Wöhler plus précise.

Il est à noter que pour que les résultats de la méthode soient corrects, lorsque le gradient de contrainte en bord de perforation est très important, il est impératif de disposer d'un maillage raffiné.

## 4.3 Validation de la méthode choisie sur les essais sur tubes troués en chargement de traction/torsion et sur le réseau de trous SNECMA

### 4.3.1 Prévisions de durée de vie des éprouvettes SNECMA contenant un réseau de trous avec le modèle ONERA

L'utilisation des résultats expérimentaux sur les éprouvettes contenant un réseau de trou va nous permettre de valider les méthodes de prise en compte de l'effet du gradient de contrainte dans les calculs de durée de vie sur une structure complexe, proche d'une aube de turbine.

Rappelons que les essais ont été réalisés à la fréquence de 0,5 Hz sous sollicitations répétées ( $R_{\sigma} = 0$ ). Le maillage de l'éprouvette a été réalisé à l'aide du mailleur INRIA ([Laug 99]). Nous ne nous sommes intéressés qu'à la géométrie de la pièce qui contient des trous orientés à 90° par rapport à l'axe de l'éprouvette. Compte tenu de la géométrie de la pièce et de l'anisotropie du matériau, la pièce a été maillée en 3D en considérant 1/8<sup>e</sup> de l'éprouvette comme représenté sur la figure 4.26. Le maillage doit être raffiné au bord des trous, ce qui implique un maillage très lourd étant donné leur nombre (plus de 200 000 degrés de liberté pour un maillage relativement grossier).

Une étude de convergence a donc été menée sur un maillage plus petit et ne contenant qu'un seul trou. La convergence du calcul en fonction du maillage est obtenue pour une taille de maille de 0,025 mm en bord de perforation. Les éléments utilisés sont des éléments quadratiques de type c3d10 (tétraèdres), imposés par le mailleur. Ces éléments ne possèdent que 5 points de Gauss contre 6 pour les c3d15 réduits utilisés pour les autres maillages. C'est pourquoi il faut plus d'éléments, comparativement, pour obtenir un calcul correct.

Le maillage volumique à 200 000 degrés de libertés sera utilisé pour les calculs sur l'éprouvette SNECMA car nous n'avons pas souhaité raffiner davantage le maillage pour ne pas avoir à mener de calculs en parallèle. Par conséquent, étant donnée la grossièreté du maillage, les résultats obtenus seront approchés.

Le modèle de fatigue ONERA a été appliqué en introduisant l'endommagement de fluage. Pour cela, l'interaction fatigue-fluage a été ajoutée et le modèle réidentifié sur la base d'essais disponibles sur éprouvettes lisses à 0,5 Hz.

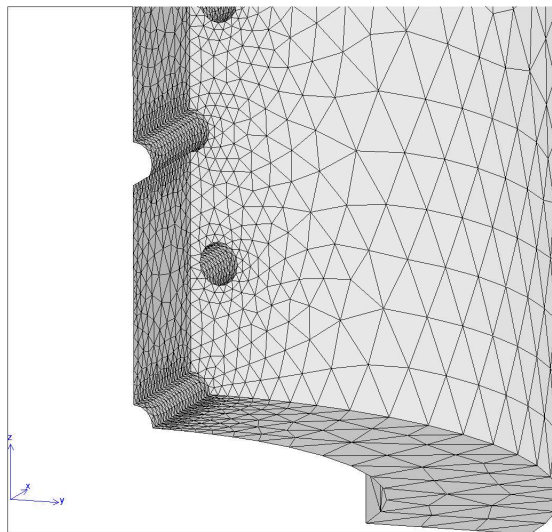
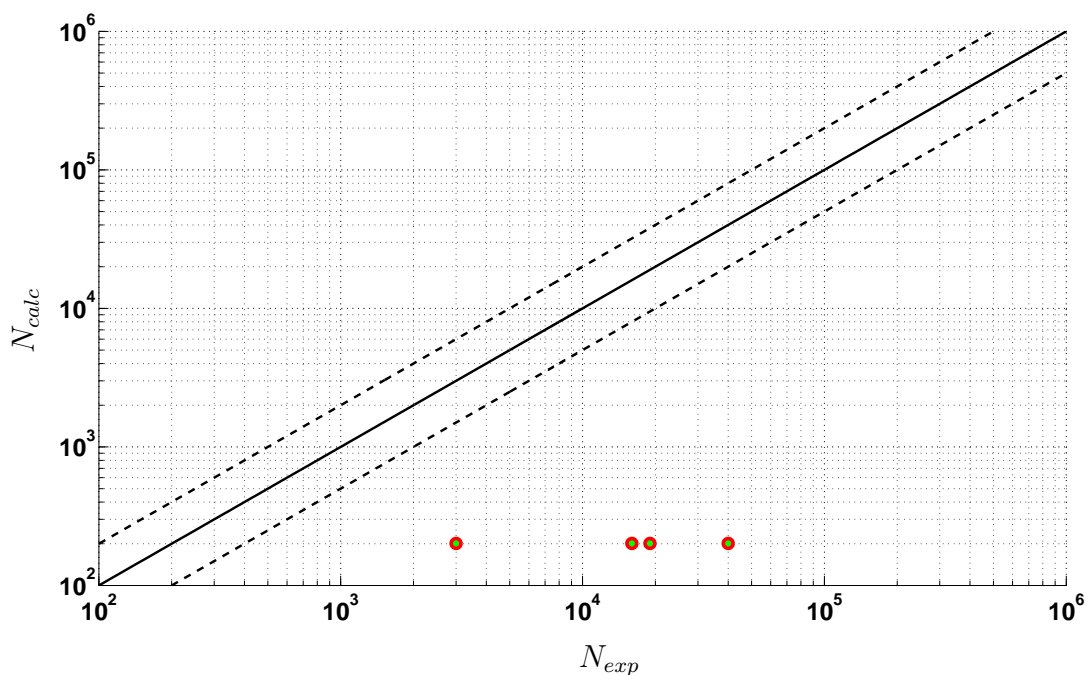


FIG. 4.26 – Vue partielle du maillage de l'éprouvette SNECMA

Les prévisions de durée de vie du modèle avec interaction fatigue-fluage sont comparées aux résultats expérimentaux sur la figure 4.27. Une fois encore, les durées de vie calculées sont beaucoup trop conservatives. Il est également nécessaire ici de tenir compte dans la modélisation de la présence du gradient de contrainte en bord de trou.

FIG. 4.27 – Comparaison entre la durée de vie expérimentale et la durée de vie calculée pour le réseau de trous Snecma à  $f = 0,5$  Hz, sans prise en compte du gradient de contrainte



### 4.3.1.1 Application de la moyenne volumique

La moyenne volumique a également été appliquée sur le réseau de trous fourni par SNECMA et a été calculée avec la longueur d'intégration définie précédemment. Le dommage de fluage a été pris en compte pour le calcul de la durée de vie. Seuls deux cycles ont été réalisés au cours du calcul élastoviscoplastique. Les résultats expérimentaux sont reportés sur la figure 4.28 où est représentée la durée de vie calculée en fonction de la durée de vie expérimentale.

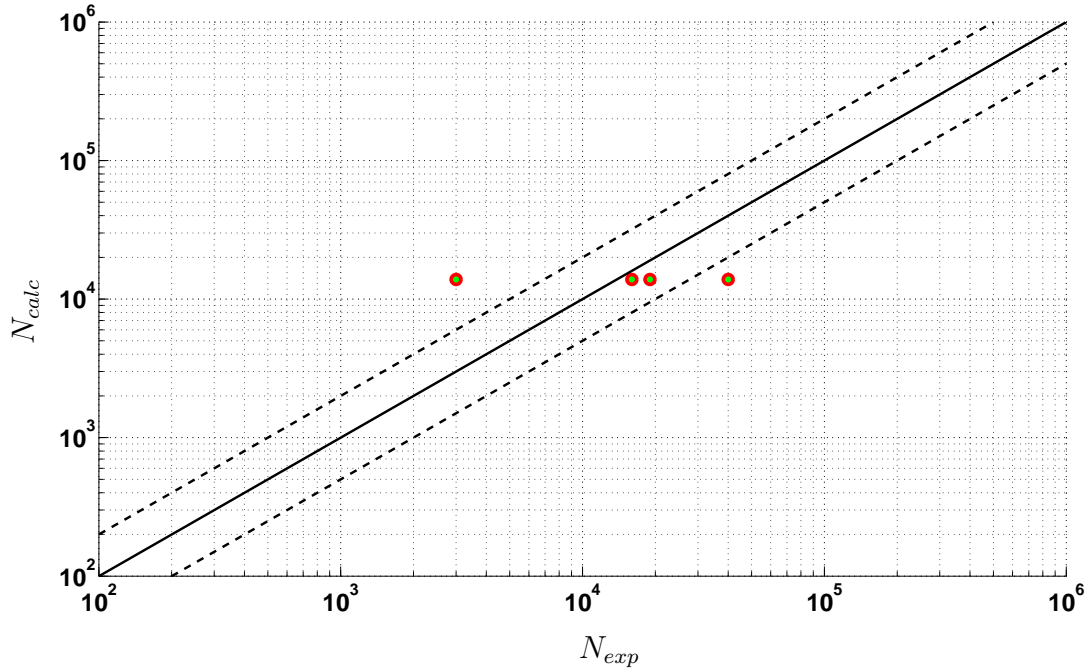


FIG. 4.28 – Application de la moyenne volumique (2 cycles simulés) - Comparaison entre la durée de vie expérimentale et la durée de vie calculée pour le réseau de trous Snecma à  $f = 0,5$  Hz.

L'utilisation de la méthode volumique a permis également de prévoir la localisation de l'amorçage de fissures sur la structure (cf. figure 4.29). Les prévisions obtenues par la méthode volumique rejoignent les observations expérimentales. En effet, les essais SNECMA montrent que l'amorçage a lieu préférentiellement sur l'un des trous du réseau et occasionnellement sur un deuxième. Les résultats indiquent un amorçage sur ce deuxième trou.

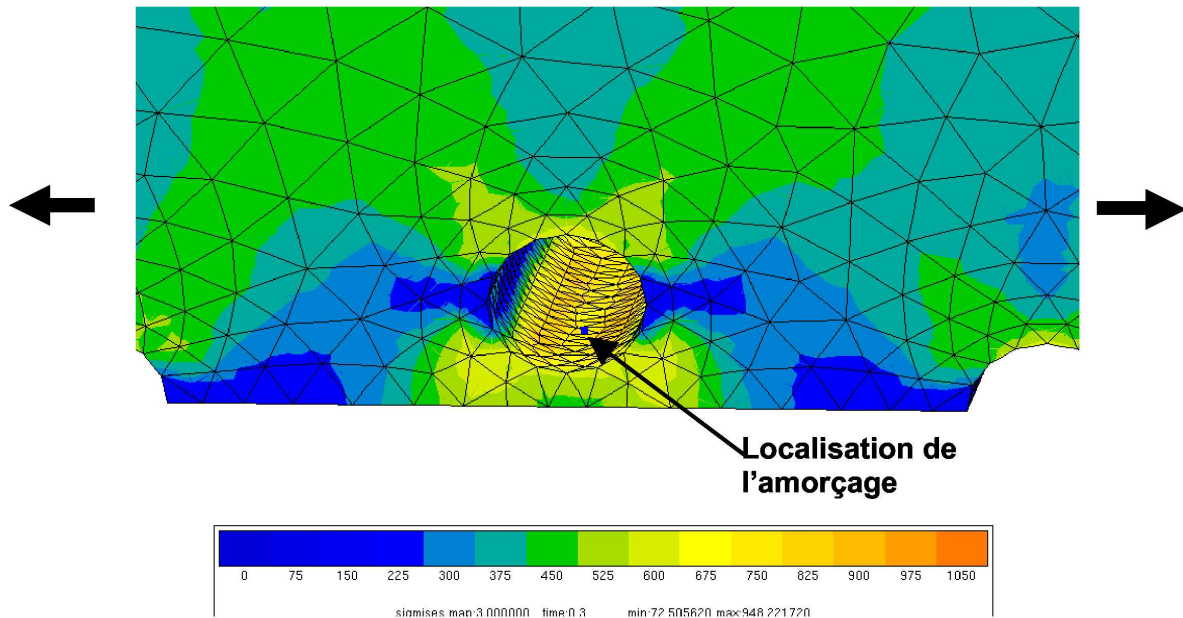


FIG. 4.29 – Localisation de l'amorçage prévu par la méthode volumique sur l'éprouvette SNECMA ( $f = 0,5$  Hz)

#### 4.3.2 Prévisions de durée de vie des tubes troués sous chargement complexe avec le modèle ONERA

- Analyse élastoviscoplastique

Avant le lancement des essais, une étude préalable a permis de déterminer la position des trous sur l'éprouvette de manière à ce que ces derniers n'interagissent pas entre eux et que l'on puisse utiliser correctement les moyens de mesures et d'observation disponibles. L'idée initiale était surtout de pouvoir discriminer, quand cela est possible, l'un ou l'autre des trous en ce qui concerne la localisation de l'amorçage de la fissure.

Cette étude a consisté, dans un premier temps, à réaliser le maillage de l'éprouvette à l'aide du mailleur INRIA. Un premier calcul élastoviscoplastique nous a amené à positionner les trous à  $45^\circ$  l'un de l'autre. Les deux trous ont donc été placés selon les directions  $\langle 100 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$ . Le maillage retenu contient près de 23000 éléments (c3d10) imposés par le mailleur et près de 40000 noeuds. La principale difficulté a consisté à raffiner suffisamment le maillage au bord des perforations et à le déraffiner très vite au loin des perforations. Le nombre d'éléments dans l'épaisseur, difficilement maîtrisable, a rendu le maillage très lourd. Ce dernier est présenté sur la figure 4.30.

- Conditions aux limites

Pour le calcul par éléments finis, le bas de l'éprouvette est fixé verticalement et une réaction nodale (équivalente au couple imposé expérimentalement) est appliquée sur le haut de l'éprouvette.

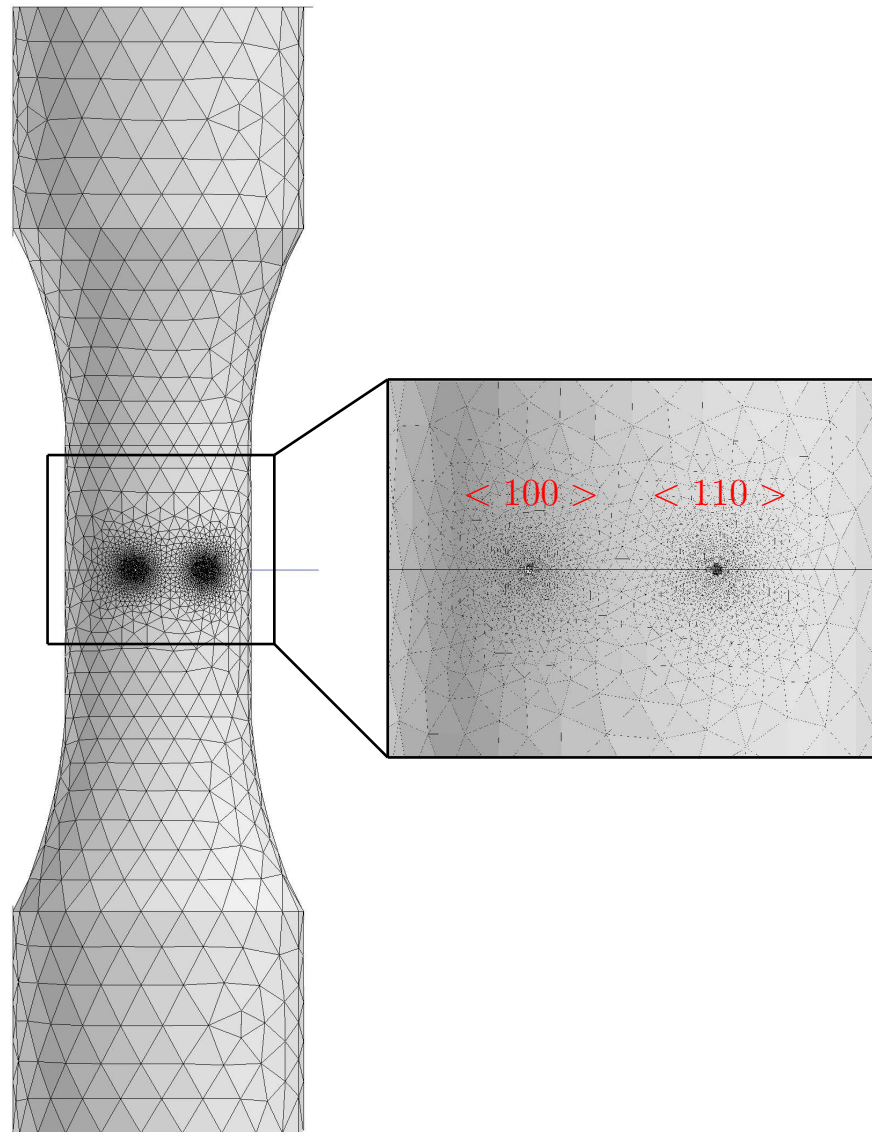


FIG. 4.30 – Maillage de l'éprouvette tubulaire perforée de deux trous positionnés selon les directions  $\langle 100 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$ .

La force appliquée est définie par  $R_{u\theta} = \frac{C \cdot 1000}{R_{ext} \cdot N}$  où C correspond au couple imposé (Nm),  $R_{ext}$  au rayon extérieur (mm) et N au nombre de noeuds en périphérie de la face supérieure de l'éprouvette. Pour les chargements de traction-torsion, la part de traction est définie de façon à ce que  $\tau\sqrt{3} = \sigma$  et  $\sigma_{eq} = \sqrt{(\tau\sqrt{3})^2 + \sigma^2}$ .

#### • Calculs élastoviscoplastiques

Les calculs EF élastoviscoplastiques sont menés jusqu'au cycle stabilisé en terme de plasticité et de redistribution de contraintes afin d'appliquer en post-traitement le modèle de durée de vie ONERA sur ce cycle stabilisé en chaque point de Gauss de la structure.

Nous avons simulé 100 cycles pour approcher le cycle stabilisé en appliquant la méthode du saut de cycles.

Notons que nous observons un important phénomène de rochet aussi bien dans les simulations numériques que lors des essais. Il est également intéressant de rappeler que [Bonnand 06] dans ses travaux avait aussi observé un important phénomène de rochet lors d'essais de torsion à couple imposé en isotherme et sous chargement alterné. Il a cependant montré que la description de l'asymétrie de traction/compression introduite à l'échelle des systèmes de glissement permettait de reproduire ce phénomène. En effet, dans la loi de comportement proposée par [Cailletaud 87], un terme supplémentaire ( $\bar{x}$ ) est introduit par famille de glissement dans le terme d'écrouissage cinématique non linéaire selon l'équation :

$$\dot{x}^s = c\dot{\gamma}^s - d^s(x^s - \bar{x})\dot{\gamma}^s \quad (4.10)$$

qui intégrée pour un chargement de traction (+) ou de compression (-) donne :

$$x^s = (\bar{x} \pm \frac{c}{d})(1 - e^{\pm d\gamma}) \quad (4.11)$$

Cela permet au modèle, en plus de la possibilité de tenir compte de l'angle de basculement toujours présent en pratique, de décrire la sensibilité exacerbée de la sollicitation de torsion au rochet. Cependant, dans notre cas, les angles de basculement étant faibles, nous n'en tiendrons pas compte.

#### • Prévisions du modèle de fatigue multiaxial

Dans les tableaux suivants sont reportées les durées de vie calculées à l'aide du modèle de fatigue ONERA multiaxial. Les durées de vie expérimentales sont les durées de vie définies pour un critère de longueur de fissure de 300  $\mu\text{m}$ . Le tableau 4.3 concerne les durées de vie calculées pour la perforation dans la direction  $\langle 100 \rangle$  et le tableau 4.4 celles pour la perforation dans la direction  $\langle 110 \rangle$ . La valeur de la contrainte équivalente donnée correspond à la contrainte équivalente de la zone utile, loin des trous. Les durées de vie ont été calculées au 100<sup>ème</sup> cycle, en supposant le cycle stabilisé.

D'après les tableaux 4.3 et 4.4, on voit que la durée de vie calculée est trop conservatrice par rapport à l'expérience, particulièrement pour les essais de traction-torsion comme en atteste la figure 4.31. Bien évidemment, on retrouve l'effet des gradients importants induits par les

Chargement	Contrainte équiv. ( $\tau\sqrt{3}$ )	$N_i$ exp.	$N_i$ calculée 100 cycles
torsion	390	136000	3 140
traction-torsion	390	11100	433
torsion	447	10500	1 015
traction-torsion	323	58500	3 185
torsion	323	255000	20 312

TAB. 4.3 – Durées de vie expérimentales et calculées (100 cycles simulés) - Direction &lt; 100 &gt;.

Chargement	Contrainte équiv. ( $\tau\sqrt{3}$ )	$N_i$ exp.	$N_i$ calculée 100 cycles
torsion	390	121500	8 632
traction-torsion	390	9500	1 687
torsion	447	12000	2 548
traction-torsion	323	61500	8 268
torsion	323	245000	53 997

TAB. 4.4 – Durées de vie expérimentales et calculées (100 cycles simulés) - Direction &lt; 110 &gt;

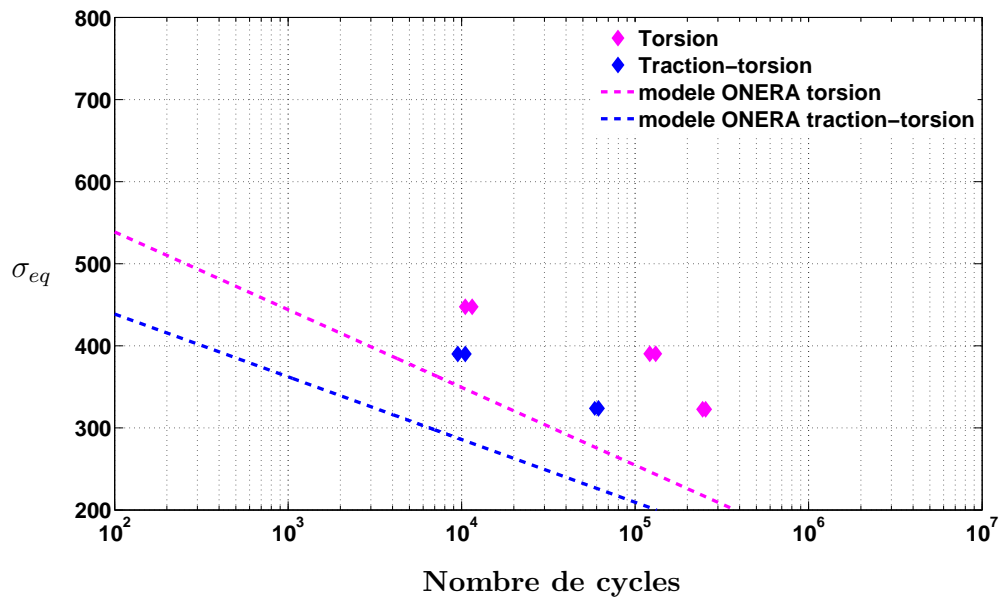


FIG. 4.31 – Durées de vie calculées par le modèle ONERA et durées de vie expérimentales pour les chargements de traction-torsion sur tubes perforés.

perforations de 0,4 mm de diamètre. Comme pour les chargements de traction répétée, la méthodologie classique de prévision de durée de vie est beaucoup trop conservatrice.

Le modèle prévoit, pour chaque essai, un amorçage de fissure selon la direction  $\langle 100 \rangle$  (durées de vie les plus faibles). Ceci est en accord avec l'écriture intrinsèque du modèle (en terme de contrainte). En effet, on sait qu'un monocristal CFC soumis à une sollicitation de torsion présente une alternance de zones "dures" et de zones "molles" (au sens de la plasticité cristalline). Des bandes localisées de déformation apparaissent dans les directions de type  $\langle 110 \rangle$  tandis que les zones dans les directions de type  $\langle 100 \rangle$  sont soumises à des contraintes plus importantes comme l'attestent les figures 4.32 et 4.33.

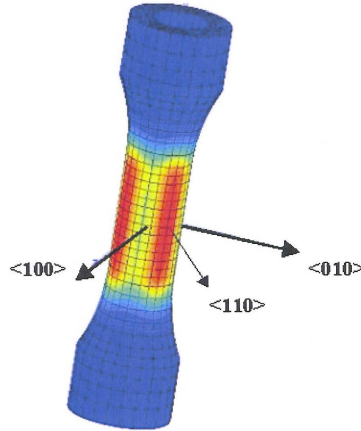


FIG. 4.32 – Isovaleurs de la composante  $\epsilon_{\theta z}$  sous chargement de torsion (loi monocristalline de l'AM1) - éprouvette orientée suivant  $\langle 001 \rangle$  ([Bonnand 06])

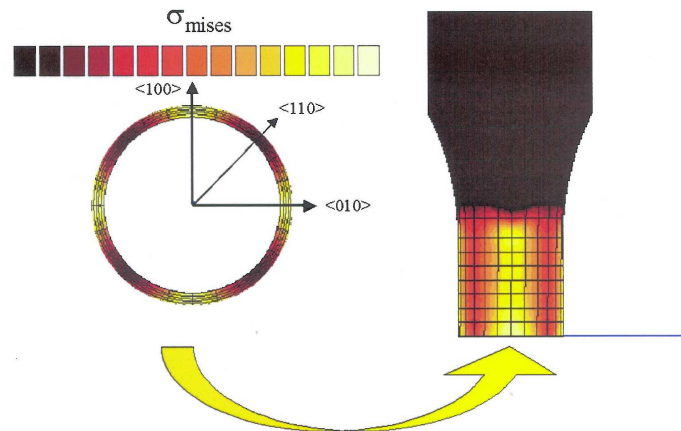


FIG. 4.33 – Isovaleurs de la contrainte de Von Mises sous chargement de torsion sur demi-éprouvette et sur une coupe transversale (loi monocristalline de l'AM1) - éprouvette orientée suivant  $\langle 001 \rangle$  ([Bonnand 06])

Dans le cas de la torsion ( $C = 86 \text{ Nm}$ ), la contrainte équivalente maximale est la plus importante autour de la zone  $\langle 100 \rangle$  (figure 4.34) alors que le comportement du matériau reste globalement élastique puisque la contrainte équivalente loin du trou est de l'ordre de 323 MPa. Evidemment, il existe une plasticité importante au niveau de chaque trou, mais celle-ci est du même ordre de grandeur autour de chaque perforation (figures 4.35).

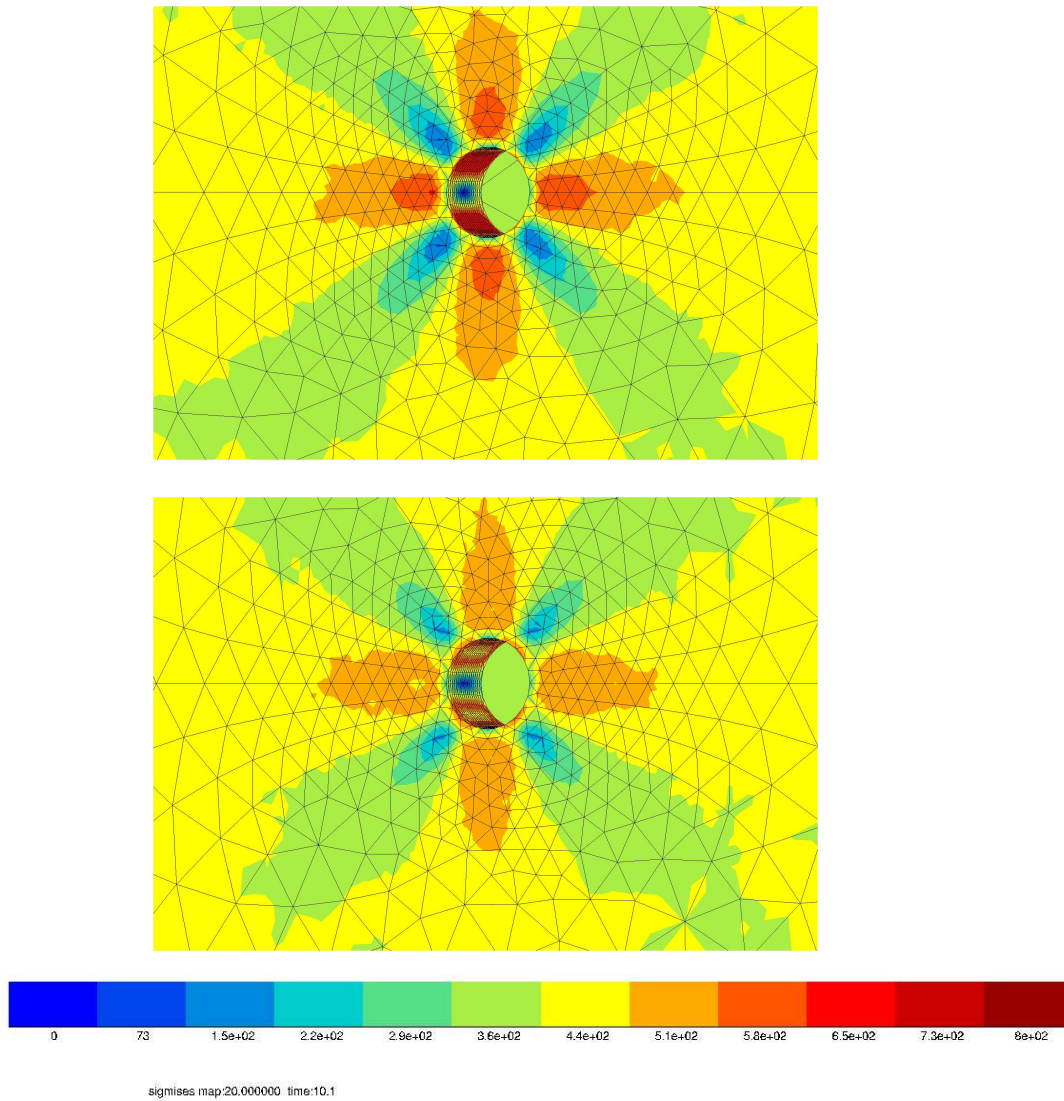


FIG. 4.34 – Isovaleurs de la contrainte équivalente au niveau du trou  $\langle 100 \rangle$  (haut) et  $\langle 110 \rangle$  (bas) pour l'essai de torsion ( $C = 86 \text{ Nm}$ )

Par ailleurs, en ce qui concerne la localisation de la fissure au niveau de chaque trou, le modèle prévoit correctement la zone d'amorçage au niveau des deux perforations en accord avec les observations expérimentales (figures 4.36). Il existe cependant un facteur cinq sur les durées de vie prévues entre chaque trou, alors que, comme nous l'avons dit précédemment,

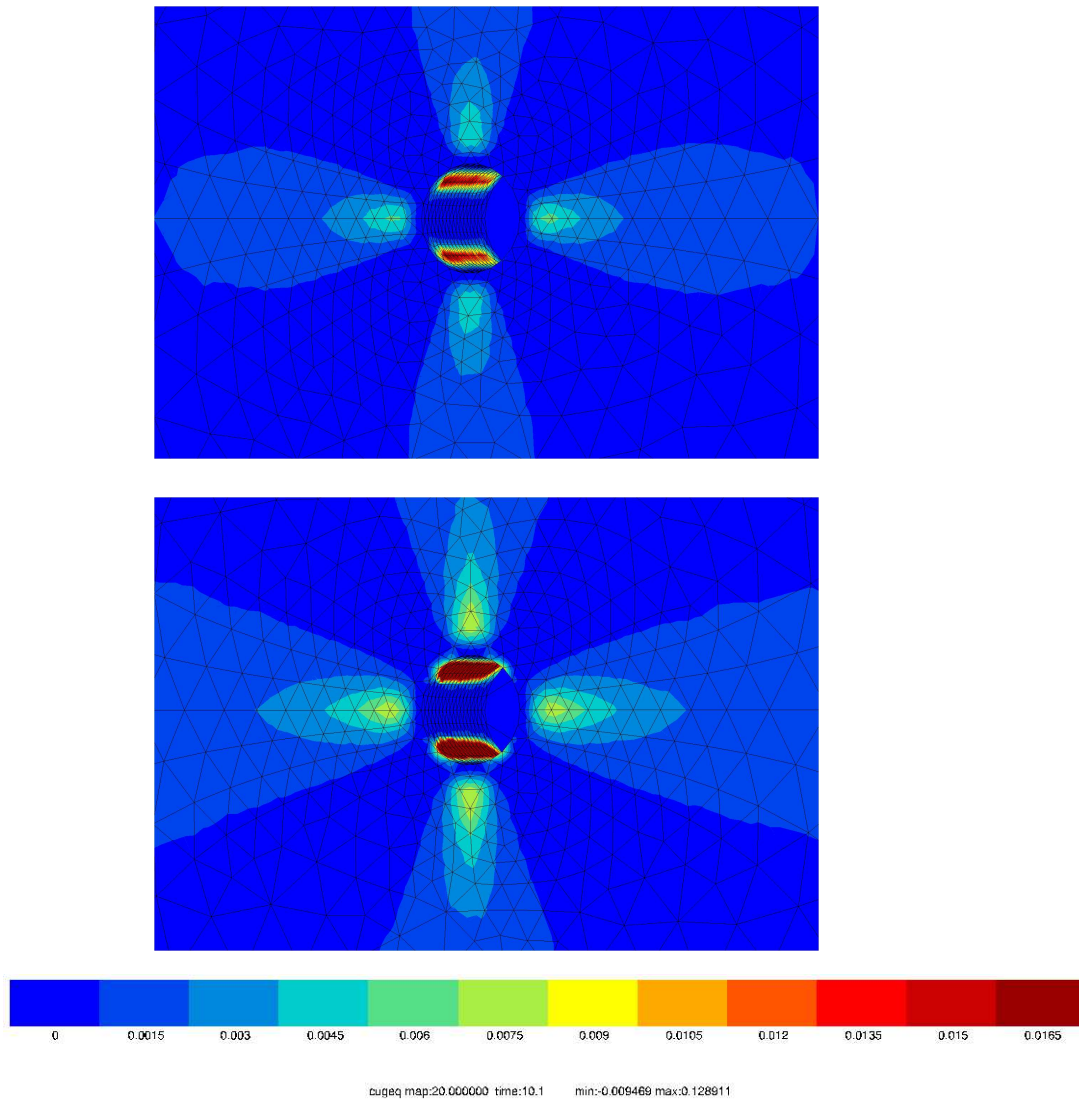


FIG. 4.35 – Isovaleurs de la déformation plastique cumulée des systèmes cubiques au niveau du trou  $\langle 100 \rangle$  (haut) et  $\langle 110 \rangle$  (bas) pour l'essai de torsion ( $C = 86 \text{ Nm}$ )



il est difficile d'affirmer, au vu des résultats expérimentaux, quelle perforation va voir une fissure s'amorcer en premier.

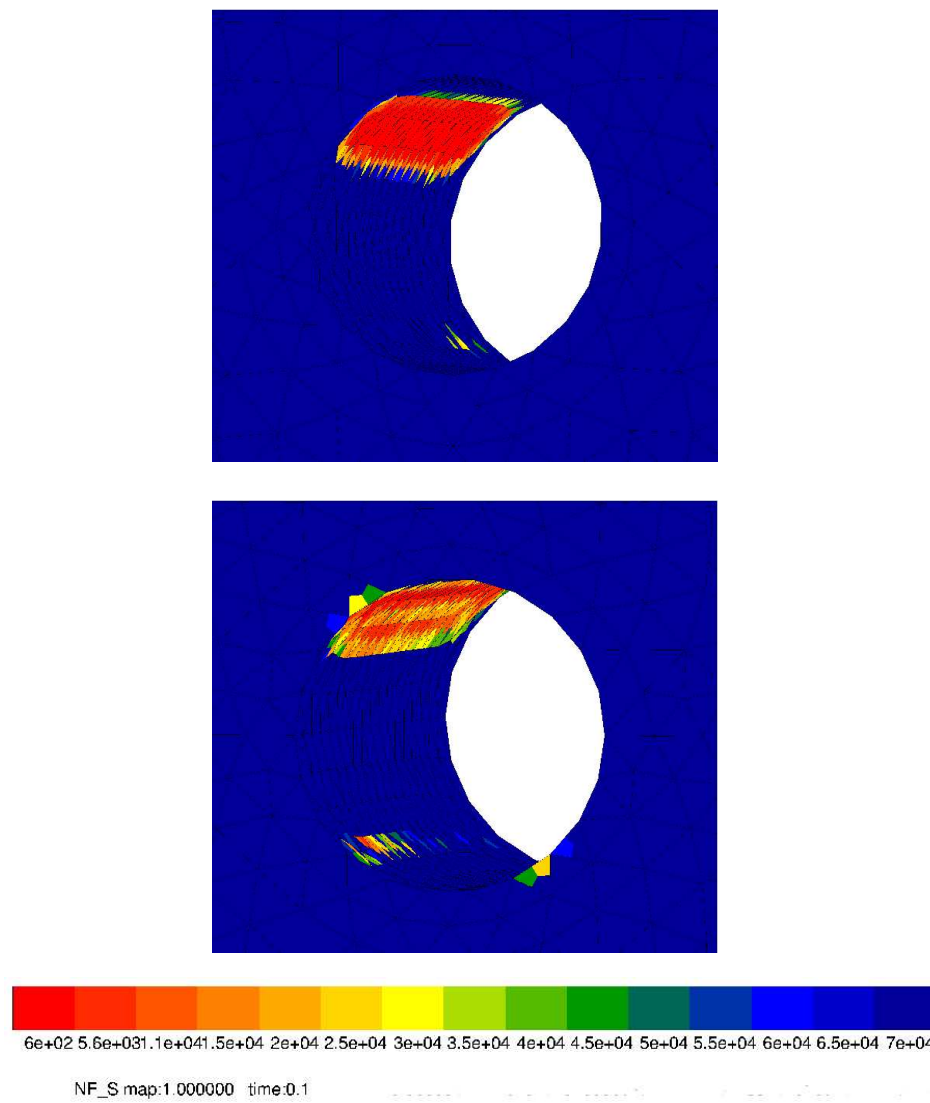


FIG. 4.36 – Localisation de l'amorçage en torsion ( $C = 86 \text{ Nm}$ ) au niveau de la perforation dans la direction  $\langle 100 \rangle$  (haut) et  $\langle 110 \rangle$  (bas)

### 4.3.2.1 Application de la moyenne volumique

Les premiers résultats obtenus avec l'application de la moyenne volumique (figure 4.37) ont donné des durées de vie beaucoup trop longues par rapport aux points expérimentaux.

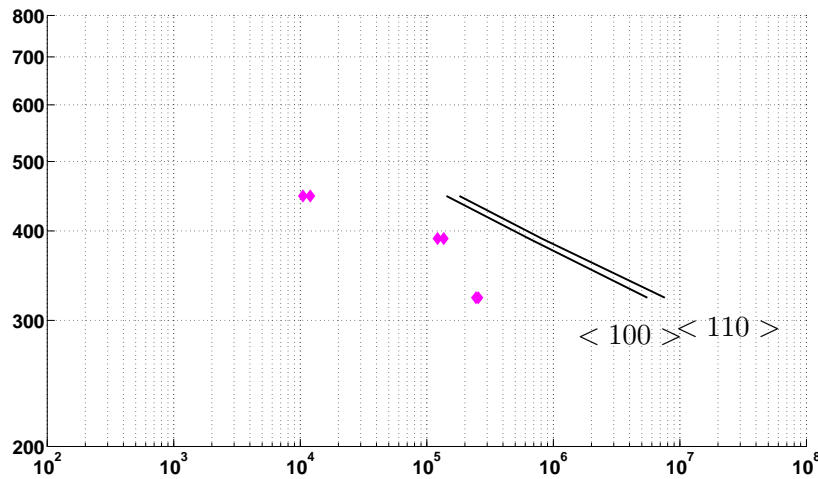


FIG. 4.37 – Application de la moyenne volumique sur les essais de torsion sur tubes perforés.

Or, les travaux de [Bonnand 06], comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, ont montré que le modèle ONERA, appliqué en torsion sur les tubes lisses, présente les mêmes déficiences (nous reviendrons sur ces résultats au chapitre 6). Le modèle ONERA n'est pas correct pour ce type de chargement, il semble alors cohérent que l'application de la moyenne volumique n'améliore pas les prévisions sur tubes perforés. Nous verrons, au chapitre 6, si le modèle, développé au chapitre suivant, améliore les prévisions en zone de concentration de contrainte sous chargement de torsion.

## 4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, différentes méthodologies de prise en compte du gradient de contrainte ont été appliquées sur nos résultats d'essais sur éprouvettes perforées. Les différents résultats obtenus avec chaque méthode nous ont permis de ne retenir qu'une méthode : la méthode de moyenne volumique, appliquée en élastoviscoplasticité. Celle-ci améliore sensiblement les prévisions de durée de vie obtenues avec les modèles classiques qui ne prennent pas en compte le gradient de contrainte. Son application sur le réseau de trous fourni par SNECMA a donné des résultats concluants. La méthode est par ailleurs capable de fournir une localisation correcte des sites d'amorçage. C'est une méthode efficace et simple à appliquer. Par contre, la méthodologie n'a pu être validée avec le modèle ONERA en torsion, ce dernier étant mis en défaut pour ce type de sollicitation sur tubes lisses.



# Chapitre 5

## Un modèle incrémental d'endommagement de fatigue pour le monocristal

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Les propriétés recherchées . . . . .</b>	<b>140</b>
<b>5.2</b>	<b>Les équations du modèle . . . . .</b>	<b>143</b>
5.2.1	Choix des variables . . . . .	143
5.2.2	Cadre général du modèle . . . . .	143
5.2.3	Lois d'évolutions et loi de viscoplasticité couplée à l'endommagement	145
5.2.4	Loi d'évolution du dommage . . . . .	149
5.2.5	Effet du dommage sur l'élasticité . . . . .	151
5.2.6	Effet de l'oxydation . . . . .	154
5.2.7	Récapitulatif des équations du modèle . . . . .	156
<b>5.3</b>	<b>Discussion sur les couplages entre plasticité et endommagement</b>	<b>157</b>
<b>5.4</b>	<b>Formulation d'une intégration analytique simplifiée . . . . .</b>	<b>159</b>
<b>5.5</b>	<b>Implantation du modèle . . . . .</b>	<b>162</b>
5.5.1	Implantation dans le code Z-set . . . . .	162
5.5.2	Vérification et mise en œuvre . . . . .	162
5.5.3	Acceptabilité du modèle . . . . .	170

---

Nous présentons dans ce chapitre le modèle incrémental d'endommagement de fatigue développé au cours de ce travail. Après avoir exposé les propriétés que nous souhaitons traduire avec le modèle, nous développerons le cheminement qui nous a amenés à formuler certains choix. Nous présenterons une formulation analytique du modèle qui facilitera par la suite l'identification de ses paramètres. Nous vérifierons ensuite l'implantation et la mise en œuvre du modèle, puis l'acceptabilité de son intégration analytique vis-à-vis de la version complète.

## 5.1 Les propriétés recherchées

### Modèle d'endommagement de fatigue à amorçage de fissure

Dans ce travail de modélisation, je propose de décrire la phase de microamorçage de fissure en m'appuyant sur le modèle de [Gallerneau 95] qui, dans un contexte un peu différent, considère une phase de micro-amorçage et une phase de micro-propagation.

Par la notion de micro-amorçage, j'entends une fissure dont la longueur atteint  $100 \mu m$  et ensuite se propage. Je ne parle donc ni de macro-amorçage de fissure au sens de l'ingénieur pour qui le critère d'amorçage de fissure est atteint lorsque cette dernière est d'une dimension significative, par exemple  $300 \mu m$ , ni de l'amorçage au sens du physicien pour qui la longueur de la fissure au cours de la phase d'amorçage est certainement très inférieure à  $100 \mu m$ .

### Modèle incrémental

Par rapport aux modèles d'amorçage appliqués jusqu'à présent sur les monocristaux, j'utiliserai une formulation incrémentale. Celle-ci va permettre de s'affranchir de la notion de cycle et notamment de la méthode de comptage de cycle indispensable pour les modèles de fatigue écrits en cycles. Les effets de triaxialité seront par ailleurs naturellement pris en compte. En ce qui concerne la notion de linéarité du cumul du dommage, je suppose un cumul linéaire au cours de la phase d'amorçage.

### Modèle écrit à l'échelle cristallographique

Comme cela a déjà été évoqué au paragraphe 2.3.4 du chapitre I, les modèles d'amorçage macroscopiques présentent des déficiences pour les chargements multiaxiaux (torsion). Il s'est alors avéré nécessaire d'écrire le modèle à l'échelle cristallographique en s'appuyant sur la physique au niveau des systèmes de glissement. Comme dans les modèles développés par Abdul-Latif, j'utiliserai la déformation plastique cumulée sur les plans de glissement, qui sera alors le moteur de l'endommagement.

Dans le contexte d'un modèle d'endommagement incrémental, afin de rester à tout prix cohérent avec le modèle cristallographique de [Cailletaud 87], utilisé par Snecma et Turboméca pour les aubes de turbines monocristallines, j'ai imposé au modèle de décrire les effets de viscoplasticité, et ceci sans modification des coefficients.

### Anisotropie matérielle et anisotropie induite par le dommage

Ce modèle prend en compte l'anisotropie cristalline du comportement, mais également l'anisotropie matérielle du processus d'endommagement. Il traduit également l'anisotropie induite par l'endommagement sur le comportement élastique et plastique.

### Prise en compte des effets du temps

Il est par ailleurs important de pouvoir traduire les effets du temps, en particulier les effets de l'environnement tel que l'oxydation qui est importante pour ce matériau, à haute température.

L'effet de la fréquence de sollicitation sur la durée de vie est présenté sur la figure 5.1.

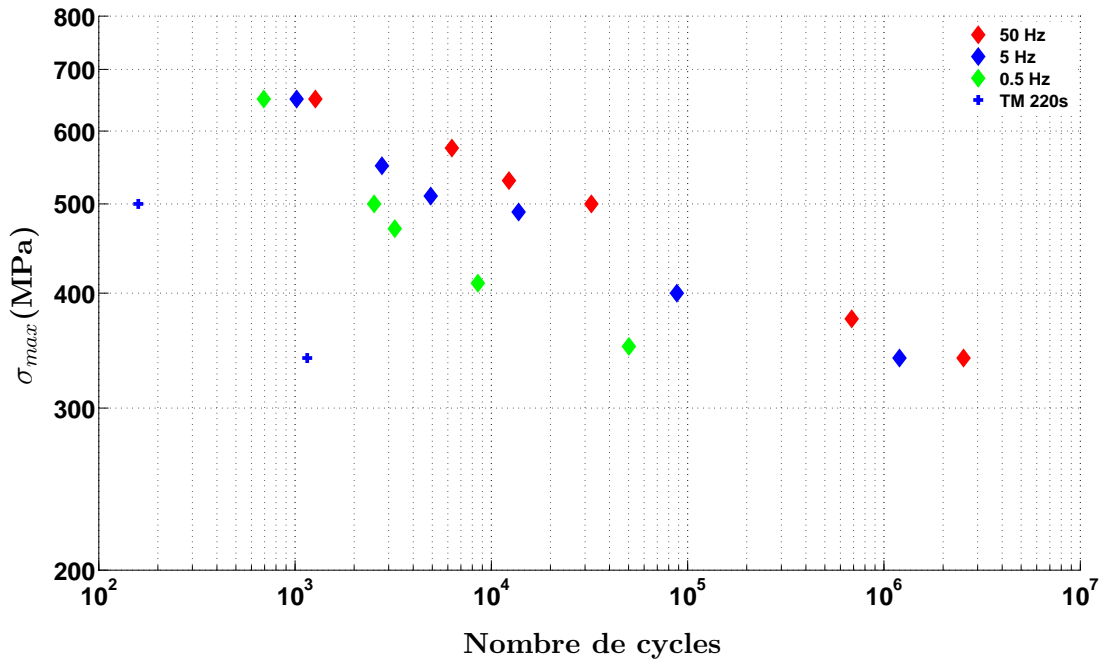


FIG. 5.1 – Effet de la fréquence sur la durée de vie du superalliage monocristallin AM1 à 950°C à  $R_\sigma = -1$  ([Gallerneau 95])

### Prise en compte des effets de contrainte moyenne

Le modèle s'attache également à traduire les effets de contrainte moyenne, particulièrement significatifs sur l'AM1, comme le montre la figure 5.2 sur laquelle l'amplitude de contrainte est exprimée en fonction du nombre de cycles. Nous observons en effet, entre les résultats obtenus pour  $R_\sigma = 0$  et  $R_\sigma = -1$ , une réduction de l'amplitude de contrainte admissible d'environ 33%, et ceci sur tout le domaine de durée de vie.

Le diagramme de Haigh donne la limite d'endurance en fonction de la contrainte moyenne. Des exemples de diagramme sont présentés figures 5.3 et 5.4 dans lesquels sont reportés les points expérimentaux de quatre matériaux différents. On peut observer, dans le domaine des contraintes moyennes positives, des comportements différents selon les matériaux. Le diagramme montre, par exemple, que pour la fonte il y a une saturation de l'effet de contrainte moyenne alors que pour le matériau INCO l'effet de la contrainte moyenne est élevé.

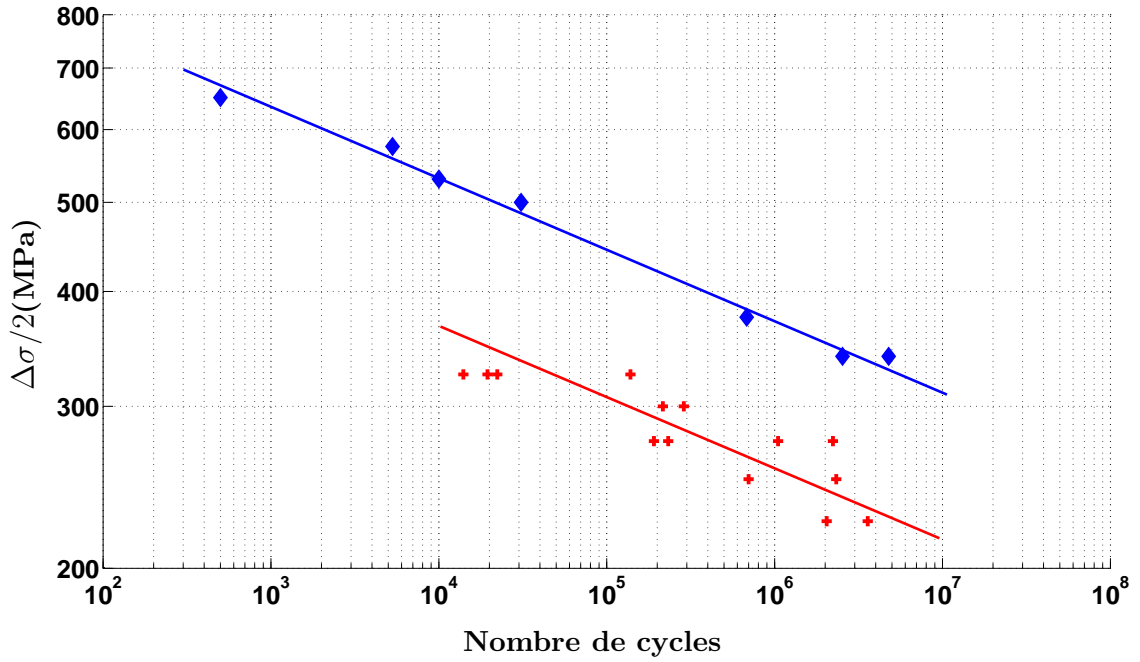


FIG. 5.2 – Résultats expérimentaux sur l'AM1 à 50Hz et 950°C pour deux rapports de charge  $R_\sigma = -1$  (bleu) et  $R_\sigma = 0$  (rouge)

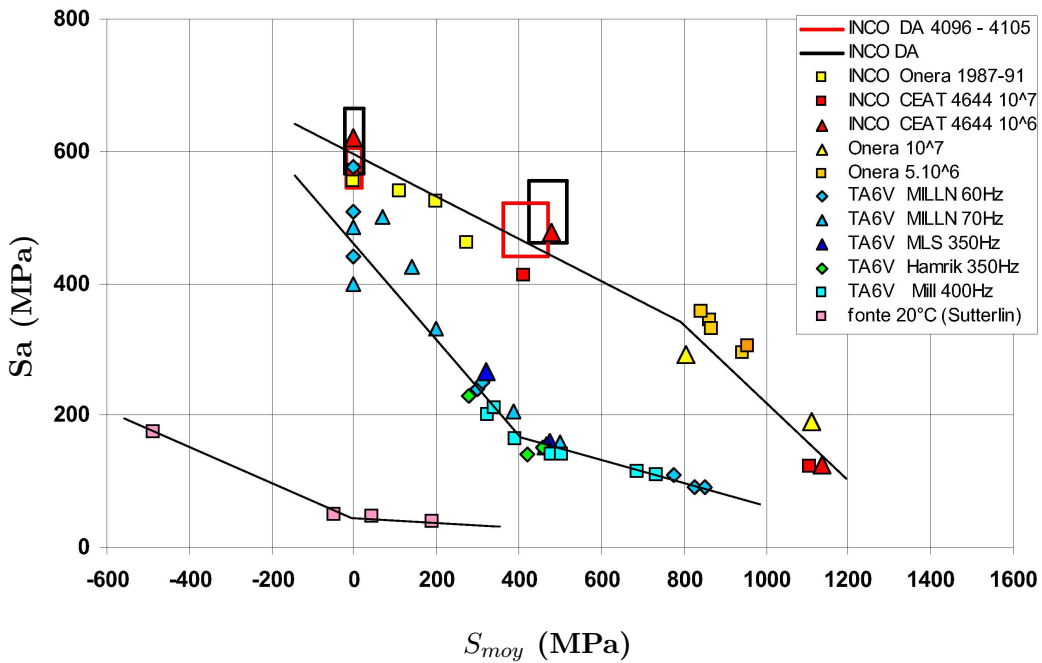


FIG. 5.3 – Diagramme de Haigh à  $10^7$  cycles - Divers matériaux

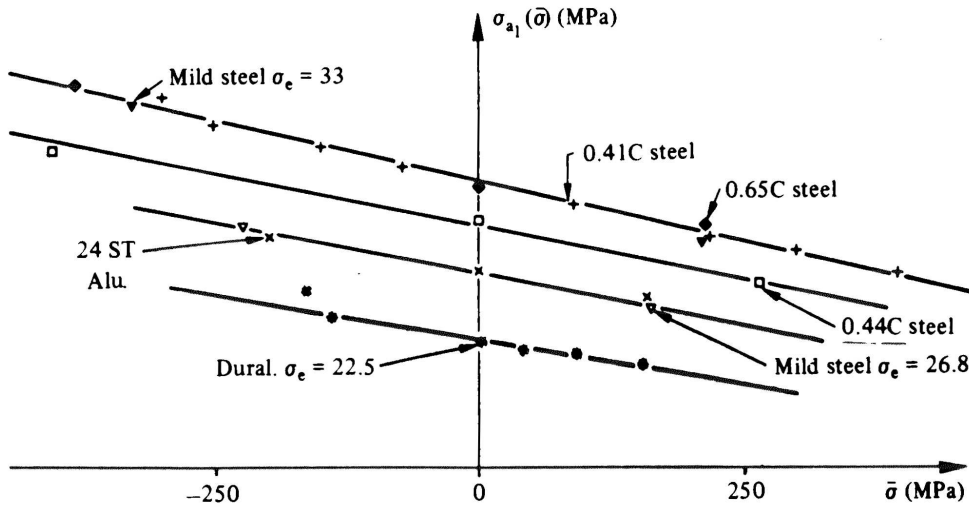


FIG. 5.4 – Diagramme de Haigh pour quatre matériaux différents [DangVan 73]

## 5.2 Les équations du modèle

### 5.2.1 Choix des variables

Dans tout ce qui suit,

- $s$  est associé au système de glissement,  $s$  allant de 1 à 18 et  $S = S^{oct} \cup S^{cub}$ ,
- $(s)$  est associé au type de système (octaédrique ou cubique)
- $i$  est associé au plan de glissement du système  $s$  et  $P = P^{oct} \cup P^{cub}$  est l'ensemble des plans de glissement.

### 5.2.2 Cadre général du modèle

Le modèle est formulé dans le cadre de la mécanique de l'endommagement continu et de la thermodynamique des processus irréversibles. On postule l'existence d'un potentiel thermodynamique duquel dérivent les lois d'états. Le découplage entre comportement élastique et écoulement impose d'écrire l'énergie libre sous la forme additive :

$$\rho\Psi = \Psi^e(\epsilon_e, D^i) + \Psi^p(\alpha_j, r, D^i) \quad (5.1)$$

où  $\epsilon_e$  est le tenseur des déformations élastiques,  $\alpha_j$  l'ensemble des variables d'écrouissage et  $D^i$  les variables de dommage.

#### Loi d'élasticité et forces thermodynamiques :

On postule une forme du potentiel d'énergie libre spécifique de Helmholtz  $\Psi$  tel que :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}\xi^e : \tilde{\mathbf{I}} : \xi^e + \frac{1}{2} \sum_{i \in P} \sum_{s \in i} \sum_{k=1}^2 C_k^{(s)} (\alpha_k^s)^2 + \frac{1}{2} \sum_s Q^{(s)} \sum_r H_{sr} q^r q^s \quad (5.2)$$



dans lequel l'endommagement est couplé uniquement sur la partie élastique. Le couplage de l'endommagement sur l'énergie bloquée associée à l'écroutissage cinématique sera discuté au paragraphe 5.3. L'écroutissage isotrope n'est également pas couplé à l'endommagement.

Le modèle de viscoplasticité généralise le modèle de base de Cailletaud. Ainsi, pour chaque système de glissement  $s$  appartenant au plan de glissement  $i$  (octaédrique ou cubique), on aura une variable d'écroutissage "isotrope"  $q^s$  et deux variables d'écroutissage "cinématique"  $\alpha_1^s$  et  $\alpha_2^s$ . Les variables de dommage  $D^i$  sont associées aux directions des plans de glissement du monocristal (plans octaédriques ou cubiques). Comme dans le modèle de [Marchal 06], elles représentent, macroscopiquement, l'effet mécanique de microfissures qui seraient parallèles à ces plans.

Les variables forces thermodynamiques associées aux variables d'état sont données par :

$$\triangleright \boxed{\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}} = \underline{\underline{\tilde{\mathbf{L}}}} : \underline{\underline{\epsilon}}^e} \quad (5.3)$$

On a choisi ici de coupler l'élasticité aux divers endommagements  $D^i$  associés aux plans de glissement  $i$ , en faisant appel à une écriture anisotrope des tenseurs de rigidité et de souplesse. Le raisonnement qui a motivé ces choix est détaillé dans le paragraphe 5.2.5.

Ainsi  $\underline{\underline{\tilde{\mathbf{L}}}}$ , le tenseur des rigidités endommagé, s'exprime par :

$$\underline{\underline{\tilde{\mathbf{L}}}} = \underline{\underline{\mathbf{L}}} + \sum_i (\exp(-D^i) - 1) \underline{\underline{\mathbf{K}}}^i \quad (5.4)$$

avec les tenseurs d'ordre quatre  $\underline{\underline{\mathbf{K}}}^i$  qui traduisent la modification du comportement élastique induite par une densité de fissures  $D^i$  parallèles au plan de glissement  $\mathbf{i}$ .

En terme de souplesse, au second ordre près (i.e  $\forall i \in P, D^i$  assez petit), il vient :

$$\underline{\underline{\tilde{\mathbf{S}}}} = \underline{\underline{\mathbf{S}}} + \sum_i (\exp(D^i) - 1) \underline{\underline{\mathbf{H}}}^i \quad (5.5)$$

Nous verrons également au paragraphe 5.2.5 comment peuvent être choisis les tenseurs  $H^i$  et, en conséquence, les tenseurs  $K^i$ . On notera ici le choix fait d'une variable de dommage  $D^i$  qui évolue entre zéro et l'infini, plutôt que l'approche classique avec  $0 \leq 1 \leq D$  et une contrainte effective du type  $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D}$ . L'intérêt est alors d'éliminer une partie des difficultés numériques associées à l'approche de  $D = 1$ . La rupture intervient lorsque  $D^i$  est suffisamment grand, par exemple  $D^i > 5$ , c'est-à-dire le facteur  $\exp(-D^i)$  devient pratiquement nul, ce qui permet d'annuler progressivement la contrainte agissant sur le plan  $P^i$ .

En se basant sur la notion de taux d'énergie élastique libérée par accroissement du dommage [Chaboche 77], et avec l'intention de s'appuyer sur une modélisation proche de celle développée pour les polycristaux par [Lemaitre 92], [Lemaitre 99] *et al.*, on n'utilisera dans le critère d'endommagement que la partie élastique de la force thermodynamique associée à l'endommagement. Celle-ci s'exprime à l'aide du tenseur des souplesses, ainsi :

$$Y^i = -\rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial D^i} = -\frac{1}{2} \underline{\underline{\epsilon}} : \frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\mathbf{L}}}}}{\partial D^i} : \underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}} : \frac{\partial \underline{\underline{\tilde{\mathbf{S}}}}}{\partial D^i} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (5.6)$$

d'où :

$$\triangleright \boxed{Y^i = \frac{1}{2} \exp(D^i) \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\mathbf{H}}}^i : \underline{\underline{\sigma}}} \quad (5.7)$$

L'écroissage cinématique est déterminé à partir de l'équation (5.2) par :

$$\triangleright \boxed{\forall k = 1, 2 \quad x_k^s = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_k^s} = C_k^{(s)} \alpha_k^s} \quad (5.8)$$

Les variables  $x_k^s$  qui interviennent dans le critère de (visco)plasticité étant les variables associées à l'écroissage cinématique  $\alpha_k^s$ . J'introduis un double écroissage cinématique. Les raisons qui ont motivé ce choix sont explicitées plus loin. Ainsi, j'obtiens une décomposition en deux variables cinématiques pour chaque système de glissement.

$$x_1^s = C_1^{(s)} \alpha_1^s \quad (5.9)$$

$$x_2^s = C_2^{(s)} \alpha_2^s \quad (5.10)$$

$$x^s = x_1^s + x_2^s \quad (5.11)$$

Par ailleurs, l'écroissage isotrope s'obtient par :

$$\triangleright \boxed{R^s = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial q^r} = Q^{(s)} \sum_r H_{sr} q^r} \quad (5.12)$$

où  $H_{sr}$  est la matrice d'interaction entre les systèmes de glissement, classiquement introduit dans le modèle de Cailletaud.

### 5.2.3 Lois d'évolutions et loi de viscoplasticité couplée à l'endommagement

#### Le critère d'écoulement :

Les contraintes projetées sur les systèmes de glissement  $s$  s'expriment par la contrainte résolue  $\tau^s$  et la contrainte normale  $\sigma_n^s$  :

$$\tau^s = \underline{\underline{\mathbf{M}}}^s : \underline{\underline{\sigma}} \quad \sigma_n^s = \underline{\underline{\mathbf{N}}}^s : \underline{\underline{\sigma}} \quad (5.13)$$

avec

$$\underline{\underline{\mathbf{M}}}^s = [n^s \otimes l^s]_{sym} \quad \underline{\underline{\mathbf{N}}}^s = [n^s \otimes n^s]_{sym} \quad (5.14)$$

Nota : la contrainte normale au système  $s$  est aussi la contrainte normale au plan de glissement  $P^i$  contenant le système  $s$ .

L'effet du dommage sur le comportement inélastique est supposé intervenir via les concepts de contrainte effective, ce qui conduit :

- aux contraintes effectives :

$$\boxed{\tilde{\tau}^s = \tau^s \exp(D^i)} \quad (5.15)$$

$$\boxed{\tilde{\sigma}_n^s = \sigma_n^s \exp(D^i)} \quad (5.16)$$

– aux écrouissages cinématiques effectifs :

$$\boxed{\tilde{x}^s = x^s \exp(D^i) = C^{(s)} \alpha^s \exp(D^i)} \quad (5.17)$$

mais il n'y a pas de couplage sur l'écrouissage isotrope, donc

$$\boxed{\tilde{R}^s = R^s} \quad (5.18)$$

Notons de nouveau que le dommage  $D^i$  dans les expressions ci-dessus est celui associé au plan de glissement qui contient le système  $s$ .

Je définis une contrainte de cisaillement équivalente sur chaque système en me basant sur le modèle de [Cailletaud 87]. Cette variable  $\tau_{eq}^s$  dépend du dommage et je choisis une forme elliptique similaire au critère de Gurson pour combiner la contrainte de cisaillement et la contrainte normale (comme on peut trouver dans différents travaux sur les modèles poreux [Gurson 77], [Chaboche 06]) dans laquelle  $D^*$  est une fonction de  $D^i$ , définie plus loin. Ainsi,

$$\tau_{eq}^s = \sqrt{(\tau^s - x^s)^2 + a_0 D^* (\sigma_n^s)^2} \quad (5.19)$$

L'effet du dommage sur la contrainte de cisaillement équivalente s'écrit alors :

$$\forall i \in P, \quad \boxed{\tilde{\tau}_{eq}^s = \tau_{eq}^s \exp(D^i)} \quad (5.20)$$

et donc,

$$\forall i \in P, \quad \tilde{\tau}_{eq}^s = \sqrt{(\tilde{\tau}^s - \tilde{x}^s)^2 + a_0 D^* (\tilde{\sigma}_n^s)^2} \quad (5.21)$$

Le critère de limite d'élasticité (ou d'écoulement en plasticité indépendante du temps) s'écrit :

$$\boxed{\tilde{f}^s = \tilde{\tau}_{eq}^s - R^s - R_0^{(s)}} \quad (5.22)$$

soit,

$$\tilde{f}^s = \tau_{eq}^s \exp(D^i) - R^s - R_0^{(s)} = \sqrt{(\tau^s - x^s)^2 + a_0 D^* (\sigma_n^s)^2} \exp(D^i) - R^s - R_0^{(s)} \quad (5.23)$$

**Les lois d'évolution :**

▷ Loi d'évolution de  $\epsilon^p$  :

De façon tout à fait classique, l'évolution de la déformation plastique est donnée par la sommation des glissements sur l'ensemble des systèmes :

$$\dot{\epsilon}^p = \sum_{s \in P} \dot{\lambda}^s \frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial \sigma} \quad (5.24)$$

Cela s'introduit, dans le cadre de la viscoplasticité standard à critères multiples :

$$\dot{\xi}^p = \sum_s \frac{\partial \Omega^s}{\partial \sigma} \quad (5.25)$$

Je choisis, comme [Bouvard 06], d'introduire une loi à deux pentes pour la viscoplasticité, telle que :

$$\Omega^s = \frac{K_1^{(s)}}{n_1^{(s)} + 1} \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_1^{(s)}} \right\rangle^{n_1^{(s)} + 1} + \frac{K_2^{(s)}}{n_2^{(s)} + 1} \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_2^{(s)}} \right\rangle^{n_2^{(s)} + 1} \quad (5.26)$$

où  $n_1^{(s)}$ ,  $n_2^{(s)}$ ,  $K_1^{(s)}$  et  $K_2^{(s)}$  sont des paramètres de la viscosité éventuellement différents selon le type de systèmes de glissement ( $s$ ). Là encore, les raisons qui motivent ce choix sont liées au domaine d'identification du modèle cristallographique de base, dans des régimes de vitesse utiles dans les calculs d'aube. Son application pour des fréquences élevées de 5 Hz ou 50 Hz, comme cela sera fait dans le présent travail, conduirait à des contraintes très élevées, totalement irréalistes. La simple loi à deux pentes (équation 5.26), dans laquelle l'exposant  $n_2$  est un multiple (fixé) de  $n_1$ , suffira à limiter la contrainte dans le régime des fortes vitesses. Avec ce choix de potentiel viscoplastique, il vient alors

$$\frac{\partial \Omega^s}{\partial \sigma} = \frac{\partial \Omega^s}{\partial \tilde{f}^s} \frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial \sigma} = \dot{\lambda}^s \frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial \sigma} \quad (5.27)$$

soit

$$\dot{\lambda}^s = \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_1^{(s)}} \right\rangle^{n_1^{(s)}} + \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_2^{(s)}} \right\rangle^{n_2^{(s)}} \quad (5.28)$$

Compte tenu du critère elliptique choisi en (5.19), qui conduit à une composante de déformation viscoplastique normale au plan de glissement induite par l'endommagement, on a :

$$\frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial \sigma} = \exp(D^i) \underline{\mathbf{M}}^{s*} \quad (5.29)$$

avec

$$\underline{\mathbf{M}}^{s*} = \frac{(\tilde{\tau}^s - \tilde{x}^s) \underline{\mathbf{M}}^s + a_0 D^* \tilde{\sigma}_n^s \underline{\mathbf{N}}^s}{\tilde{\tau}_{eq}^s} = \frac{(\tau^s - x^s) \underline{\mathbf{M}}^s + a_0 D^* \sigma_n^s \underline{\mathbf{N}}^s}{\tau_{eq}^s} \quad (5.30)$$

et donc,

$$\boxed{\dot{\xi}^p = \sum_s \dot{\lambda}^s \exp(D^i) \mathbf{M}^{s*} = \sum_s \dot{\gamma}^s \mathbf{M}^{s*}} \quad (5.31)$$

avec

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\lambda}^s \exp(D^i) > 0 \quad (5.32)$$

▷ Lois d'évolution de  $\alpha_1^s$  et  $\alpha_2^s$ , variables associées à l'érouissage cinématique :

Dans le cas d'une approche standard, pour un érouissage cinématique linéaire, on aurait :

$$\dot{\alpha}_k^s = -\dot{\lambda}^s \frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial x_k^s}, \quad k = 1, 2 \quad (5.33)$$

$$\frac{\partial \tilde{f}^s}{\partial x_k^s} = \frac{\partial \tau_{eq}^s}{\partial x^s} = \exp(D^i) \frac{\partial \tau_{eq}^s}{\partial x^s} = -\exp(D^i) \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} \quad (5.34)$$

alors

$$\dot{\alpha}_k^s = \dot{\lambda}^s \exp(D^i) \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} = \dot{\gamma}^s \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} \quad (5.35)$$

En fait, dans le modèle de Cailletaud, il y a un érouissage cinématique non linéaire dans lequel intervient un terme de rappel (restauration dynamique) déduit d'un potentiel de dissipation non formulé ici.

$$\boxed{\dot{\alpha}_1^s = \dot{\gamma}^s \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} - d_1^{(s)} (\alpha_1^s - \bar{\alpha}_1^{(s)}) \dot{\gamma}^s} \quad (5.36)$$

$$\boxed{\dot{\alpha}_2^s = \dot{\gamma}^s \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} - d_2^{(s)} (\alpha_2^s - \bar{\alpha}_2^{(s)}) \dot{\gamma}^s} \quad (5.37)$$

Dans la présente version,  $\bar{\alpha}_1^{(s)}$  et  $\bar{\alpha}_2^{(s)}$  représentent des valeurs d'équilibre, positives ou négatives, dans le but de décrire les effets de dissymétrie entre traction/compression observés dans les superalliages monocristallins à haute température, *a priori*  $\bar{\alpha}_1^{(s)} \neq \bar{\alpha}_2^{(s)}$ .

De la même façon, la loi d'évolution de l'érouissage isotrope s'obtient par :

$$\dot{q}^s = (1 - bq^s) \dot{\gamma}^s \quad (5.38)$$

En supposant des valeurs initiales nulles, cette relation peut d'ailleurs s'intégrer explicitement :

$$q^s = \frac{1}{b} (1 - \exp(-b\gamma_s)) \quad (5.39)$$

De la même manière que pour l'érouissage cinématique, j'introduis une non linéarité au travers du terme de rappel  $bq^r$  déduit d'un potentiel non détaillé ici. Les valeurs initiales éventuelles des  $q^r$  sont prises en compte dans le paramètre  $R^{(s)} = R_0^{(s)} + \sum_r H_{sr} q_0^r$ .

### 5.2.4 Loi d'évolution du dommage

▷ Formulation principale :

Nous avons défini une variable de dommage par plan de glissement. Dans le but de traduire les contributions possibles des différents systèmes de glissement à l'endommagement d'un plan, je propose d'utiliser une matrice d'interaction  $H'_{sr}$ . La structure de cette matrice d'interaction est détaillée plus loin.

Le dommage associé au système  $s$  est défini par :

$$\dot{\delta}_s = \sum_r H'_{sr} \dot{\gamma}^r \quad (5.40)$$

et le dommage associé au plan de glissement  $i$  du système  $s$  est obtenu par intégration d'une loi non linéaire telle que

$$\dot{D}^i = g(Y^i, D^i) \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f} \right)^\omega \dot{\delta}_s \quad (5.41)$$

Je choisis alors d'utiliser une fonction  $g(Y^i, D^i)$  qui décrit une évolution de l'endommagement du type Lemaitre, par exemple

$$g(Y^i, D^i) = \left( \frac{Y^i}{M} \right)^m \exp(\beta D^i) \quad (5.42)$$

Par ailleurs, afin de décrire les effets de contrainte moyenne, le facteur suivant est introduit dans l'équation (5.41) avec une formulation à l'échelle des systèmes de glissement :

$$\sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f} \right)^\omega \quad (5.43)$$

Usuellement en fatigue, l'effet de contrainte moyenne est un effet de pression hydrostatique d'où l'utilisation de  $\sigma_n^s$  dans la fonction proposée qui, à travers une sommation sur les systèmes, joue le même rôle que  $trace(\sigma)$ .

Ainsi l'évolution du dommage est donnée par :

$$\boxed{\dot{D}^i = \left( \frac{Y^i}{M} \right)^m \exp(\beta D^i) \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f} \right)^\omega \sum_{r \notin i} H'_{sr} \dot{\gamma}^r} \quad (5.44)$$

Ne disposant que de peu d'informations véritablement utilisables, à notre connaissance, pour ce type de modèle, notamment en fatigue, nous supposons que l'endommagement du plan  $i$  est uniquement provoqué par les glissements des systèmes non coplanaires. On pourrait alors envisager, comme il existe dans les cristaux CC et HCP, l'existence d'obstacles formés par des jonctions sessiles qui résultent de l'interaction entre les systèmes de deux plans.

Par ailleurs, l'expression de la contrainte de cisaillement de l'équation (5.19) fait intervenir la fonction  $D^*$  qui traduit l'augmentation, avec l'endommagement, de la densité de vide due aux pores. Son évolution est donnée par :

$$\dot{D}^* = Tr\left(\sum_{i \in P} \dot{D}^i n^i \otimes n^i\right) \quad \text{avec} \quad P = P^{oct} \cup P^{cub} \quad (5.45)$$

Notons ici que ce facteur n'interviendra dans le couplage avec la viscoplasticité que pour les charges et déformations importantes, dans le régime de l'endommagement de type ductile (nucléation, croissance et coalescence de microvides). En choisissant  $D^*(0) = 0$ , on supprime facilement cet effet. Au contraire, pour le prendre en compte, il suffit d'introduire une porosité initiale non nulle  $D^*(0) = D_0^* \neq 0$  (valeur plus ou moins faible  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$ , ...).

Evoquons ici la raison pour laquelle j'introduis une seconde variable cinématique  $x_2^s$ . Le moteur du modèle d'endommagement incrémental est l'augmentation des glissements viscoplastiques cumulés sur les systèmes. Or, dans le modèle de Cailletaud, intervient un seuil ( $R_0 + R^s$ ) en-dessous duquel il n'y aura aucune plasticité. Ce modèle a été identifié dans un régime de déformations significatives, à l'échelle macroscopique, mais, sans modification, il donnera une limite de fatigue beaucoup trop élevée. Comme modification, on pourrait envisager :

- un modèle à deux échelles (pour le régime des déformations macroscopiques élastiques), comme ce qui est fait par [Desmorat 99] *et al.*.
- le remplacement de l'écroissage isotrope intervenant sous forme de seuil ( $R_0 + R^s$ ) par une contrainte de type trainée (drag stress) au dénominateur ( $K^s + R^s$ ;  $R_0 = 0$ ).
- un écoulement avec un seuil plus faible ( $R_0 <$  valeur du modèle de Cailletaud), mais compensé par un écroissage cinématique non linéaire très rapide,  $x_2^s$ , ce qui ne modifie pas le comportement macroscopique dans le régime des déformations significatives. C'est cette dernière solution que j'ai choisie.

▷ Matrice d'interaction et critère de rupture :

La matrice  $H'_{sr}$  a la forme présentée dans le tableau 5.1. Le paramètre  $h'_{oct}$  traduit l'interaction entre les systèmes d'un plan octaédrique donné et ceux des trois autres plans octaédriques,  $h'_{cub}$  traduit l'interaction entre les systèmes d'un plan cubique donné et les systèmes des deux autres plans cubiques et enfin  $h'_{oct/cub}$  traduit l'interaction entre les systèmes octaédriques et cubiques des différents plans. On notera que la diagonale est nulle de façon à ce qu'il n'y ait pas d'interaction entre les systèmes d'un même plan, ce qui permet d'assurer la condition  $r \notin i$  dans l'expression (5.44).

Nota : La définition des systèmes de glissement est donnée dans le tableau 2.2 du paragraphe 2.1.2.

### **Le critère de rupture :**

Le critère de rupture choisi est un critère de rupture par plan. Le plan endommagé sera le plan qui présente le dommage le plus important. La rupture suivant ce plan intervient lorsque  $D^i$  atteint une valeur élevée, par exemple  $D^i = 5$ , auquel cas le facteur  $\exp(-D^i)$  devient pratiquement nul.

		Systèmes octaédriques										Systèmes cubiques											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18				
1																							
2		0																					
3																							
4																							
5					0		$h'_{oct}$																
6																							
7																							
8																							
9																							
10					$h'_{oct}$																		
11																							
12																							
13												0											
14																							
15															0			$h'_{cub}$					
16																		$h'_{oct/cub}$					
17																		$h'_{cub}$		0			
18																							

TAB. 5.1 – Structure de la matrice  $H'_{sr}$ 

### 5.2.5 Effet du dommage sur l'élasticité

Comme spécifié au paragraphe 5.2.2, je me suis intéressée à l'influence de l'endommagement sur le comportement élastique, endommagement préexistant ou induit, qui, *a priori*, altère les caractéristiques élastiques du matériau en traction comme en compression. L'effet est moindre, dans le dernier cas, à cause de la refermeture partielle des micro-fissures.

L'effet de l'endommagement sur le tenseur d'élasticité peut s'exprimer au travers d'un tenseur d'élasticité endommagé sous les deux formes suivantes :

$$\tilde{\mathbf{L}}(D^i) - \mathbf{L} = -\Delta\mathbf{L} = + \sum_i \Phi(D^i)\mathbf{K}^i \quad (5.46)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}(D^i) - \mathbf{S} = \Delta\mathbf{S} = \sum_i \Phi^*(D^i)\mathbf{H}^i \quad (5.47)$$

où

- les  $D^i$  sont les variables scalaires de dommage,
- $\mathbf{K}^i$  et  $\mathbf{H}^i$  sont des tenseurs d'ordre 4 associés à chaque plan de glissement  $i$  et déduits d'approximations micromécaniques (réseaux de microfissures parallèles). Notons malgré tout que, avec la symétrie cubique, ces tenseurs se déduisent les uns des autres par rotation.



- $\Phi(D^i) = \exp(-D^i) - 1$   
 $\Phi(0) = 0$  : il n'y a pas de perte de rigidité  
 $\Phi(D^i \rightarrow \infty) = 1$  : la rigidité diminue,
- $\Phi^*(D^i) = \exp(D^i) - 1$   
 $\Phi^*(0) = 0$  : il n'y a pas de perte de souplesse  
 $\Phi^*(D^i \rightarrow \infty) = \infty$  : la souplesse augmente.

Dans le cas d'une formulation en termes de souplesse, l'expression du tenseur  $\mathbf{H}^i$  dans le repère  $(n^i, l_1^i, l_2^i)$  du plan  $i$  se déduit d'une approche micromécanique simplifiée en considérant une fissure plane.  $(l_1^i, l_2^i)$  sont des directions orthogonales quelconques du plan.

En première approximation, en considérant les résultats connus pour le milieu élastique isotrope [Kachanov 93], et en négligeant ici le caractère cubique pour simplifier, je postule que pour un réseau de microfissures parallèles au plan  $i$ , le tenseur des souplesses, exprimé dans les axes du plan, est de la forme :

$$\mathbf{H}^i_{\tilde{\sim}} = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha S_{66} \end{bmatrix}_{(n^i, l_1^i, l_2^i)} \quad (5.48)$$

avec  $S_{11} = 1/E_{\langle 111 \rangle}$ , où  $E_{\langle 111 \rangle}$  désigne le module de Young dans la direction orthogonale au plan de glissement  $\{111\}$ .

$\mathbf{H}^i_{\tilde{\sim}}$  traduit la modification du module  $\frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}}$  ainsi que des modules des termes de cisaillement pur en  $\sigma_{12}$  ou  $\sigma_{13}$ . En revanche, les termes hors diagonale ne sont pas affectés, en première approximation. On note qu'un seul paramètre matériau,  $\alpha$ , intervient ici, mais les solutions micromécaniques montrent qu'il est voisin de 0,5.

Une fois ce tenseur  $\mathbf{H}^i_{\tilde{\sim}}$  défini pour chacun des plans octaédriques et cubiques, il est possible de déterminer l'expression du tenseur  $\mathbf{K}^i_{\tilde{\sim}}$  si l'on veut utiliser une écriture thermodynamique du potentiel à partir des déformations.

Une fois le tenseur  $H^i$  défini pour une écriture en terme de souplesse, on obtient facilement le tenseur  $K^i$  pour une écriture en rigidité, en réalisant une identification au premier ordre. Supposons un seul système de fissures, parallèles au plan  $P^i$ . Avec (5.46) et (5.47), il vient :

$$\tilde{\tilde{\mathbf{L}}} : \tilde{\tilde{\mathbf{S}}} = \tilde{\tilde{\mathbf{L}}} : \tilde{\tilde{\mathbf{S}}} + \Phi(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{K}}}^i : \tilde{\tilde{\mathbf{S}}} + \Phi^*(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{L}}} : \tilde{\tilde{\mathbf{H}}}^i + \Phi(D^i) \Phi^*(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{K}}}^i : \tilde{\tilde{\mathbf{H}}}^i \quad (5.49)$$

on néglige le dernier terme, du second ordre en  $D^i$  et il vient :

$$\Phi(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{K}}}^i : \tilde{\tilde{\mathbf{S}}} = \Phi^*(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{L}}} : \tilde{\tilde{\mathbf{H}}}^i \quad (5.50)$$

en linéarisant  $\Phi(D^i)$  et  $\Phi^*$  pour les faibles valeurs de  $D^i$  on a :

$$\boxed{\underset{\sim}{\mathbf{K}}^i = \underset{\sim}{\mathbf{L}} : \underset{\sim}{\mathbf{H}}^i : \underset{\sim}{\mathbf{L}}} \quad (5.51)$$

C'est cette relation qui sera utilisée en pratique,  $\underset{\sim}{\mathbf{L}}$  étant connu et  $\underset{\sim}{\mathbf{H}}^i$  donné par (5.48).

▷ Expression de la variable  $Y^i$  associée à l'endommagement selon le type de formulation choisie :

De l'équation (5.49), il vient

$$\frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{L}}}{\partial D^i} : \underset{\sim}{\mathbf{S}} + \underset{\sim}{\mathbf{L}} : \frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{S}}}{\partial D^i} = 0 \quad (5.52)$$

or,

$$\frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{S}}}{\partial D^i} = \exp(D^i) \underset{\sim}{\mathbf{H}}^i \quad (5.53)$$

$$\frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{L}}}{\partial D^i} = -\exp(-D^i) \underset{\sim}{\mathbf{K}}^i \quad (5.54)$$

par ailleurs,

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{\mathbf{L}} : \underset{\sim}{\xi}^e \quad (5.55)$$

La variable  $Y^i$  associée à l'endommagement s'obtient par dérivation du potentiel (5.2) :

$$Y^i = -\rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial D^i} = -\frac{1}{2} \underset{\sim}{\xi}^e : \frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{L}}}{\partial D^i} : \underset{\sim}{\xi}^e \quad (5.56)$$

qui donne :

$$\boxed{Y^i = \frac{1}{2} \exp(-D^i) \underset{\sim}{\xi}^e : \underset{\sim}{\mathbf{K}}^i : \underset{\sim}{\xi}^e} \quad (5.57)$$

et par ailleurs,

$$\frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{L}}}{\partial D^i} = -\underset{\sim}{\mathbf{L}} : \frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{S}}}{\partial D^i} : \underset{\sim}{\mathbf{L}} \quad (5.58)$$

donc l'équation (5.56) devient :

$$Y^i = \frac{1}{2} \underset{\sim}{\sigma} : \frac{\partial \underset{\sim}{\mathbf{S}}}{\partial D^i} : \underset{\sim}{\sigma} \quad (5.59)$$

ainsi,

$$\boxed{Y^i = \frac{1}{2} \exp(D^i) \underset{\sim}{\sigma} : \underset{\sim}{\mathbf{H}}^i : \underset{\sim}{\sigma}} \quad (5.60)$$

On a ainsi obtenu deux expressions pour la force thermodynamique  $Y^i$  selon que l'on veut l'écrire en termes de déformations ou de contraintes. Cependant, il faut noter que le fait de négliger les termes du second ordre dans l'équation (5.49) induit une approximation pour la détermination du tenseur  $\underset{\sim}{\mathbf{K}}^i$ . Tant que le dommage est très faible, les deux expressions

de  $Y^i$  sont équivalentes. Mais dès que le dommage atteint des valeurs importantes, elles ne le sont plus. Dans la suite, nous utiliserons l'expression en contrainte, essentiellement par souci de simplification numérique, la plupart des essais étudiés dans les applications étant en contrainte contrôlée.

La formulation adoptée, avec des variables de dommage scalaires et des orientations du dommage prédéfinies par les orientations des plans de glissement est assez naturelle. L'anisotropie induite par l'endommagement est guidée à la fois par ces orientations privilégiées, mais aussi par une combinaison :

- d'un critère de type dissipation plastique sur les systèmes de glissement, restituant bien les caractères cristallographiques du monocristal,
- d'un effet de contrainte normale aux plans de glissement mais, comme dans le modèle de [Marchal 06], induit ici par l'effet d'amplification par l'endommagement orienté d'un critère énergétique ( $Y^i$ ), similaire à celui utilisé dans les modèles de Lemaitre ou Desmorat.
- d'un facteur supplémentaire de type 'Non Schmid' qui intervient éventuellement, accélérant ou non l'endommagement par rapport aux glissements cumulés.

La matrice d'interaction  $H'_{sr}$  permet de privilégier ou non l'effet endommageant des systèmes de glissement hors du plan de glissement considéré (mécanisme de type Cottrell), ce qui fait que l'on peut aussi bien favoriser l'amorçage sur des plans plus ou moins orthogonaux à la contrainte principale maximale que, plus classiquement, sur les plans de glissement les plus activés. Le fait d'utiliser des variables scalaires pour décrire l'anisotropie du dommage facilite l'écriture du critère unilatéral de désactivation des dommages. Cet aspect n'a pas été développé dans le cadre du présent travail mais il serait possible de suivre une démarche analogue à celle suivie pour les composites par [Maire 97] (cf. annexe B.1).

### 5.2.6 Effet de l'oxydation

[Gallerneau 95] a introduit, dans son modèle phénoménologique, un effet de l'oxydation sur la phase de micro-amorçage de fissure dans le superalliage monocristallin. Bien qu'il s'agisse dans ce cas d'un matériau revêtu, je propose d'appliquer la même démarche dans le cas du matériau non revêtu. Pour cela, j'introduis comme lui dans le modèle une variable globale du dommage dû à l'oxydation  $D_{ox}$ , en faisant intervenir un paramètre de normalisation  $e_0(m)$  et la constante de vitesse  $k$  ( $ms^{-1/2}$ ), tels que :

$$D_{ox} = \frac{e}{e_0} = \frac{k}{e_0} \sqrt{t} \quad (5.61)$$

La constante de vitesse  $k$  est supposée suivre une loi d'Arrhénius avec la température :

$$k = k_0 \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) \quad (5.62)$$

La différentiation de l'équation (5.61) donne la vitesse de dommage d'oxydation (sans effet de contrainte appliquée) :

$$dD_{ox} = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{e_0}\right)^2 D_{ox}^{-1} dt \quad (5.63)$$

Dans le modèle d'interaction fatigue-oxydation développé par Reuchet et Rémy, l'accélération de la cinétique d'oxydation (concernant la matrice du superalliage base cobalt MarM509) par le cyclage mécanique est prise en compte par une évolution linéaire de la constante de vitesse avec l'amplitude de déformation inélastique. Sous l'effet d'un chargement appliqué au matériau, on fait l'hypothèse que la constante de vitesse est augmentée au-delà d'un seuil de contrainte  $\sigma_{D_{ox}}$ . Cet effet est traduit en le faisant intervenir sous la forme d'une fonction puissance. La constante de vitesse s'écrit alors  $k_{ox}$  :

$$k_{ox} = k \left\langle 1 + \sum_i \left( \frac{\sigma_n^i - \sigma_{D_{ox}}}{B} \right)^{\alpha_{ox}} \right\rangle^\xi \quad (5.64)$$

où  $\xi$  est un coefficient matériau supposé indépendant de la température et

$$\sigma_n^i = \mathbf{N}^i : \underline{\sigma} \quad \text{avec} \quad \mathbf{N}^i = [n^i \otimes n^i]_{sym} \quad (5.65)$$

L'oxydation est alors favorisée pour le mode d'ouverture I. Contrairement au modèle de [Gallerneau 95], nous ne mettons pas de partie positive dans l'expression de  $k_{ox}$ , ce qui implique que lorsque la contrainte normale au plan  $\sigma_n^i$  sera négative (lors de sollicitations alternées par exemple), il y aura une décélération du dommage d'oxydation.

La vitesse de dommage d'oxydation, sous chargement appliqué, se déduit en remplaçant  $k$  par  $k_{ox}$  dans l'équation (5.63) :

$$\boxed{dD_{ox} = \frac{1}{2} D_{ox}^{-1} \left( \frac{k}{e_0} \right)^2 \left\langle 1 + \sum_i \left( \frac{\sigma_n^i - \sigma_{D_{ox}}}{B} \right)^{\alpha_{ox}} \right\rangle^{2\xi} dt} \quad (5.66)$$

Le dommage dû à l'oxydation est introduit dans l'équation (5.44) de la façon suivante :

$$\boxed{\dot{D}^i = \left( \frac{Y^i \exp(2D_{ox})}{M} \right)^m \exp(\beta D^i) \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \dot{\gamma}^r} \quad (5.67)$$

Dans cette expression, le facteur  $(\exp(D_{ox}))^2$  est justifié par une notion de type contrainte effective puisque, dans l'expression de  $Y^i$ , on a déjà  $(\sigma \exp(D^i))^2$ . L'équation (5.66) étant singulière en  $D_{ox} = 0$ , en pratique on démarre avec une valeur initiale non nulle, très faible, par exemple  $D_{ox}(0) = 10^{-9}$ . Il est facile de vérifier, avec une cinétique en  $\sqrt{t}$ , que cela ne joue aucunement sur le résultat du modèle.

### 5.2.7 Récapitulatif des équations du modèle

Les équations présentées jusqu'ici sont répertoriées dans le tableau 5.2 :

Partition des déformations	$\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$
Elasticité	$\epsilon^e = \underset{\sim}{\mathbf{S}} : \underset{\sim}{\sigma}$ $\underset{\sim}{\mathbf{S}} = \underset{\sim}{\mathbf{S}} + \sum_i (\exp(D^i) - 1) \underset{\sim}{\mathbf{H}}^i$
Viscoplasticité	$\dot{\epsilon}^p = \sum_s \dot{\gamma}^s \frac{(\tilde{\tau}^s - \tilde{x}^s) \underset{\sim}{\mathbf{M}}^s + a_0 D^* \tilde{\sigma}_n^s \underset{\sim}{\mathbf{N}}^s}{\tilde{\tau}_{eq}^s}$ $\dot{\gamma}^s = \dot{\lambda}^s \exp(D^i) > 0$ $\tilde{R}^s = R^s = Q^{(s)} \sum_r H_{sr} q^r$ $\tilde{x}_k^s = x_k^s \exp(D^i) = C_k^{(s)} \alpha_k^s \exp(D^i)$
Dommage	$\dot{D}^i = \left( \frac{Y^i \exp(2D_{ox})}{M} \right)^m \exp(\beta D^i) \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma_f} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \dot{\gamma}^r$ $Y^i = \frac{1}{2} \exp(D^i) \underset{\sim}{\sigma} : \underset{\sim}{\mathbf{H}}^i : \underset{\sim}{\sigma}$ $\dot{D}_{ox} = \frac{1}{2} D_{ox}^{-1} \left( \frac{k}{e_0} \right)^2 \left\langle 1 + \sum_i \left( \frac{\sigma_n^i - \sigma_{D_{ox}}}{B} \right)^{\alpha_{ox}} \right\rangle^{2\xi} dt$
Multiplicateur viscoplastique	$\dot{\lambda}^s = \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_1^{(s)}} \right\rangle^{n_1^{(s)}} + \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K_2^{(s)}} \right\rangle^{n_2^{(s)}}$

TAB. 5.2 – Récapitulatif des équations du modèle

### 5.3 Discussion sur les couplages entre plasticité et endommagement

Pour l'écriture du potentiel thermodynamique dans l'expression (5.2), j'ai choisi de ne pas coupler la plasticité et l'endommagement. Il aurait été tout aussi possible de mettre un couplage.

Nous souhaitons que les deux conditions suivantes soient vérifiées par le modèle :

- La contrainte macroscopique chute-t-elle (pour tendre vers 0) lorsque le dommage croît, comme il est généralement observé dans une pièce ou dans le cas d'une déformation contrôlée (par exemple) ?

- Afin de faciliter l'identification des paramètres du modèle, peut-on disposer d'un modèle à variables séparables ? Pour avoir la séparabilité, il faudrait pouvoir mettre en facteur  $\exp(D^i)$  dans l'expression de  $\tilde{f}^s$ , mais en tenant compte du fait que c'est la contrainte qui est imposée et que, via la loi d'écrouissage, c'est  $\alpha^s$  qui est la variable d'état.

Les exemples ci-dessous vont nous permettre de répondre aux deux questions.

#### 1. Couplage sur l'énergie bloquée :

Le potentiel d'énergie libre spécifique de Helmholtz  $\Psi$  s'exprime de la façon suivante :

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}\epsilon^e : \tilde{\mathbf{L}} : \epsilon^e + \frac{1}{2} \sum_{i \in P} \sum_{s \in i} \sum_{k=1}^2 C_k^{(s)} \exp(-D^i) (\alpha_k^s)^2 + \frac{1}{2} \sum_s Q^{(s)} \sum_r H_{sr} q^r q^s \quad (5.68)$$

Nous avons alors

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}^s &= \tau^s \exp(D^i) & \tilde{\sigma} &= \tilde{\mathbf{L}} : \epsilon^e \\ \tilde{x}^s &= x^s \exp(D^i) & x^s &= C^{(s)} \alpha^s \exp(-D^i) \end{aligned}$$

et, si l'on néglige, dans l'expression (5.23) de  $\tilde{f}^s$ , le dommage induit par la croissance de cavité, si l'on suppose que la limite d'élasticité  $R_0^{(s)}$  est très faible et si l'on ne considère qu'une simple viscosité pour simplifier, on a :

$$|\tau^s - x^s| \exp(D^i) - R^s - K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n} = 0 \quad (5.69)$$

soit

$$\tau^s = x^s + \left[ R^s - K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n} \right] \exp(-D^i) \quad (5.70)$$

Ainsi, lorsque  $D^i$  tend vers l'infini,  $x^s$  tend vers 0,  $\left[ R^s - K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n} \right] \exp(-D^i)$  tend vers 0 et donc  $\boxed{\tau^s \text{ tend vers } 0}$ .

En revanche, la séparabilité des variables n'est pas assurée puisque :

$$\tilde{f}^s = \sqrt{(\tau^s \exp(D^i) - C^{(s)} \alpha^s)^2 + a_0 D^* (\sigma_n^s \exp(D^i))^2} - (R^s + R_0^{(s)}) \quad (5.71)$$

Ici, deux termes posent problème, le seuil  $R^s + R_0^{(s)}$  et le terme d'écroissage cinématique. Pour le premier, on peut remarquer que, dans les applications pratiques, il sera relativement négligeable. Pour le second, au contraire, prépondérant dans le modèle de viscoplasticité, le fait de ne pas pouvoir mettre  $\exp(D^i)$  en facteur réduit trop la possibilité d'une séparabilité.

## 2. Pas de couplage sur l'énergie bloquée :

**2-a** : cas où l'on ne met pas non plus la variable effective  $\tilde{x}^s$  dans le critère  $\tilde{f}^s$  :

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}^s &= \tau^s \exp(D^i) & \varrho &= \tilde{\mathbf{L}} : \epsilon^e \\ \tilde{x}^s &= x^s & x^s &= C^{(s)} \alpha^s\end{aligned}$$

on a alors

$$\tau^s = (x^s + R^s + K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n}) \exp(-D^i) \quad (5.72)$$

et donc  $\boxed{\tau^s \rightarrow 0}$  lorsque  $D^i \rightarrow \infty$ .

Et comme précédemment,

$$\tilde{f}^s = \sqrt{(\tau^s \exp(D^i) - C^{(s)} \alpha^s)^2 + a_0 D^* (\sigma_n^s \exp(D^i))^2 - (R^s + R_0^{(s)})} \quad (5.73)$$

la séparabilité des variables n'est donc pas assurée.

**2-b** : cas où l'on met, tout de même,  $\tilde{x}^s$  dans le critère  $\tilde{f}^s$  :

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}^s &= \tau^s \exp(D^i) & \varrho &= \tilde{\mathbf{L}} : \epsilon^e \\ \tilde{x}^s &= x^s \exp(D^i) & x^s &= C^{(s)} \alpha^s\end{aligned}$$

alors

$$\tau^s \exp(D^i) - x^s \exp(D^i) - R^s - K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n} = 0 \quad (5.74)$$

et donc

$$\tau^s = x^s + (R^s + K(\dot{\gamma}^s \exp(-D^i))^{1/n}) \exp(-D^i) \quad (5.75)$$

or lorsque  $D^i$  tend vers  $\infty$ ,  $x^s$  ne tend pas vers 0, par conséquent  $\tau^s$  ne tend pas vers 0.

Cependant, nous avons la séparabilité des variables, à l'approximation près du terme seuil :

$$\tilde{f}^s = \left[ \sqrt{(\tau^s - C^{(s)} \alpha^s)^2 + a_0 D^* (\sigma_n^s)^2 - (R^s + R_0^{(s)}) \exp(-D^i)} \right] \exp(D^i) = f^s \exp(D^i) \quad (5.76)$$

Par ailleurs, dans l'équation (5.28), on voit que la double viscosité est aussi une cause de non séparabilité.

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}^s &= \left\langle \frac{f^s \exp(D^i)}{K_1^{(s)}} \right\rangle^{n_1^{(s)}} + \left\langle \frac{f^s \exp(D^i)}{K_2^{(s)}} \right\rangle^{n_2^{(s)}} \\ &= \left[ \left\langle \frac{f^s}{K_1^{(s)}} \right\rangle^{n_1^{(s)}} + \left\langle \frac{f^s}{K_2^{(s)}} \right\rangle^{n_2^{(s)}} \exp((n_2^{(s)} - n_1^{(s)})D^i) \right] \exp(n_1^{(s)}D^i)\end{aligned}$$

Dans la pratique, comme il y a clairement deux régimes ( $\dot{\lambda}_1^s \gg \dot{\lambda}_2^s$  dans le domaine des faibles vitesses et  $\dot{\lambda}_1^s \ll \dot{\lambda}_2^s$  pour les vitesses élevées), on considèrera la mise en facteur, soit de  $\exp(n_1^{(s)}D^i)$ , soit de  $\exp(n_2^{(s)}D^i)$  dans chacun des deux régimes.

#### Résumé :

Si je mets le couplage sur l'énergie bloquée, il y a bien annulation de la contrainte mais je ne pourrai pas avoir la séparabilité des variables. Au contraire, si je m'affranchis du couplage sur l'énergie bloquée, associée à l'écroutissage cinématique, la contrainte macroscopique ne s'annulera pas. En revanche, la séparabilité des variables est assurée, en mettant la variable effective  $\tilde{x}^s$  dans le critère  $\tilde{f}^s$ .

C'est cette dernière option (2-b) que j'ai choisie dès le début du chapitre. Je privilégie la séparabilité des variables au détriment de l'annulation de la contrainte due à la plasticité (mais celle-ci reste possible grâce au couplage sur l'élasticité). Notons que le choix (2-a) est celui généralement retenu dans les modèles développés par [Lemaitre 92] ou [Desmorat 99].

## 5.4 Formulation d'une intégration analytique simplifiée

L'objectif de cette section est d'obtenir une version simplifiée du modèle incrémental, qui, au moins dans une première étape d'identification, permette d'éviter l'intégration numérique incrémentale sur des centaines de milliers (ou millions) de cycles. Nous avons privilégié une écriture du modèle d'endommagement qui permet une approximation par un modèle à variables séparables. Le modèle est alors facilement intégrable grâce à cette séparation en ne faisant fonctionner l'intégration numérique que sur quelques centaines ou milliers de cycles, en étant découplé, i.e. avec une valeur de  $D = D_{ox} = 0$ .

Deux cas vont être successivement présentés, sans, puis avec, prise en compte de l'oxydation.

### Cas 1 : sans prise en compte de l'oxydation

Pour l'intégration simplifiée, j'utilise des essais dont la variable de contrôle est la contrainte. En mettant en facteur les termes où intervient le dommage, la loi d'évolution devient, dans le cas des fréquences assez faibles où le second terme de la loi de viscosité est négligeable :

$$\dot{D}^i = \left( \frac{\frac{1}{2} \sigma : H^i : \sigma}{M} \right)^m \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma_f} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \dot{\lambda}^r \exp((n_1^{(s)} + 1 + \beta + m)D^i) \quad (5.77)$$



On pose

$$\dot{\Phi}^i = \left( \frac{\frac{1}{2} \sigma : H^i : \sigma}{M} \right)^m \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma_f'} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \dot{\lambda}^r \quad (5.78)$$

Cette quantité est intégrée numériquement jusqu'à stabilisation de la réponse élasto-viscoplastique découplée ( $D^i = 0$ ). Après stabilisation de la réponse, l'intégration de cette quantité sur le cycle stabilisé est donnée par :

$$\Phi^i = \int_{cycle} \dot{\Phi}^i dt \quad (5.79)$$

En considérant que  $D$  varie peu au cours d'un cycle, l'intégration sur le cycle stabilisé de

$$\exp(-(n_1^{(s)} + 1 + \beta + m)D^i) \dot{D}^i = \dot{\Phi}^i \quad (5.80)$$

conduit immédiatement à une équation différentielle en cycles

$$\frac{\delta D^i}{\delta N} = \exp(\Lambda D_N^i) \Phi^i \quad (5.81)$$

où l'on a posé  $\Lambda = n_1^{(s)} + 1 + \beta + m$  et où  $\Phi^i$  est donné par (5.79) pour le chargement périodique considéré.

En intégrant entre  $D^i = 0$  et  $D^i = \infty$ , il vient :

$$\left[ -\frac{1}{\Lambda} \exp(-\Lambda D^i) \right]_0^\infty = [\Phi^i N]_0^{N_f} \quad (5.82)$$

et donc

$$\boxed{N_f = \frac{1}{(n_1^{(s)} + 1 + \beta + m) \Phi^i}} \quad (5.83)$$

On montre que l'on peut se ramener à une écriture en amplitude mais notons que le caractère incrémental demeure puisqu'il est nécessaire d'intégrer sur un nombre de cycles important avant d'atteindre la stabilisation de la réponse. Par ailleurs, le modèle obtenu étant à variables séparables, le cumul du dommage est alors linéaire.

### **Cas 2 : avec prise en compte de l'oxydation**

Lorsqu'on ajoute l'oxydation, de la même manière que précédemment, on découple les mécanismes de plasticité et de dommage.

Soit  $\Phi^{ox}$  tel que

$$d\phi_{ox} = \frac{1}{2} \left( \frac{k}{e_0} \right)^2 \left[ 1 + \sum_i \left\langle \frac{\sigma_n^i - \sigma_{D_{ox}}}{B} \right\rangle^{\alpha_{ox}} \right]^{2\xi} dt \quad (5.84)$$

on a alors, d'après l'équation (5.66),

$$D_{ox} dD_{ox} = d\phi_{ox} \quad (5.85)$$

Par ailleurs,

$$\exp(-\Lambda D^i) dD^i = \sum_{s \in i} \left[ \frac{Y^i}{M \exp(-2D_{ox})} \right]^m \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma_f'} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \lambda^r \quad (5.86)$$

soit

$$\exp(-\Lambda D^i) \dot{D}^i \exp(-2mD_{ox}) = \dot{\Phi}^i \quad (5.87)$$

Les équations (5.85) et (5.87) conduisent alors à résoudre le système suivant

$$\begin{cases} D_{ox} \dot{D}_{ox} & = \dot{\Phi}^{ox} \\ \exp(-\Lambda D^i) \dot{D}^i \exp(-2mD_{ox}) & = \dot{\Phi}^i \end{cases} \quad (5.88)$$

soit, après intégration sur le cycle stabilisé des deux quantités  $\dot{\Phi}^{ox}$  et  $\dot{\Phi}^i$  :

$$\begin{cases} D_{ox} dD_{ox} & = \left( \int_{cycle} \dot{\Phi}^{ox} dt \right) dN = \Phi_{cycle}^{ox} dN \\ \exp(-\Lambda D^i) \exp(-2mD_{ox}) dD^i & = \left( \int_{cycle} \dot{\Phi}^i dt \right) dN = \Phi_{cycle}^i dN \end{cases} \quad (5.89)$$

l'intégration de la première équation entre 0 et N donne  $D_{ox}$  en fonction du nombre de cycles

$$D_{ox} = \sqrt{2\Phi^{ox}N} \quad (5.90)$$

en reportant dans la seconde équation et en posant  $A = 2m\sqrt{2\Phi^{ox}}$ , on a

$$\int_0^\infty \exp(-\Lambda D^i) dD^i = \int_0^{N_f} \exp(A\sqrt{N}) \Phi_{cycle}^i dN \quad (5.91)$$

Après intégration du premier membre, on a :

$$\frac{1}{\Lambda \Phi_{cycle}^i} = \int_0^{N_f} \exp(A\sqrt{N}) dN \quad (5.92)$$

Avec le changement de variable  $u = \sqrt{N}$ , on obtient :

$$\frac{1}{\Lambda \Phi_{cycle}^i} = \int_0^{\sqrt{N_f}} 2u \exp(Au) du \quad (5.93)$$

et en intégrant par parties,

$$\begin{aligned}
\int_0^{\sqrt{N_f}} Au \exp(Au) du &= [u \exp(Au)]_0^{\sqrt{N_f}} - \int_0^{\sqrt{N_f}} \exp(Au) du \\
&= \exp A \sqrt{N_f} \left[ \sqrt{N_f} - \frac{1}{A} \right] + \frac{1}{A}
\end{aligned}$$

si bien que

$$\frac{1}{\Lambda \Phi_{cycle}^i} = \frac{2}{A} \exp(A \sqrt{N_f}) \left[ \sqrt{N_f} - \frac{1}{A} \right] + \frac{2}{A^2} \quad \text{avec} \quad \Lambda = n_1^{(s)} + 1 + \beta + m \quad \text{et} \quad A = 2m \sqrt{2\Phi_{cycle}^{ox}}$$

(5.94)

Cette équation se résout par une méthode de Newton.

## 5.5 Implantation du modèle

### 5.5.1 Implantation dans le code Z-set

J'ai programmé le modèle en langage Zebfront qui est le méta-langage spécialisé dans le code Z-Set pour l'écriture des lois de comportement. La compilation délivre d'abord la loi écrite en C++, langage natif du code ZeBuLoN. L'intégration temporelle de la loi est effectuée grâce à une méthode explicite de Runge-Kutta du deuxième ordre.

Pour décrire une courbe de Wöhler complète, les calculs peuvent être enchaînés de façon automatique.

D'autre part, l'intégration cyclique finale du modèle simplifié est réalisée sous Matlab à l'aide d'une méthode de Newton, après relecture automatique des résultats de l'intégration temporelle au cycle stabilisé (cf. paragraphe 5.4).

### 5.5.2 Vérification et mise en œuvre

Afin de vérifier la justesse de l'implantation du modèle dans le code, j'ai effectué une comparaison entre le modèle classique de comportement du monocristal (process "gen-*evp*") et notre modèle. On simule un chargement cyclique alterné à 50 Hz à l'aide du simulateur. L'endommagement est désactivé dans notre modèle. La loi de comportement utilisée est celle de l'AM1 à 950°C avec double saturation et un seul écrouissage cinématique. On compare, sur la figure 5.5, la réponse  $\sigma$ - $\epsilon$  obtenue après 5 cycles simulés. Nous obtenons les mêmes résultats avec les deux modèles.

### Etude de convergence

Une étude de convergence du calcul a été réalisée sur un élément fini. Celui-ci est sollicité de façon uniforme, en contrainte uniaxiale imposée.

Dans un premier temps, j'ai fait varier le nombre d'incrémentations en utilisant une précision assez grossière pour l'intégration de Runge-Kutta ( $10^{-3}$ ). Le but est d'imposer un incrément constant au cours de chaque branche de chargement, sans faire jouer l'algorithme de définition

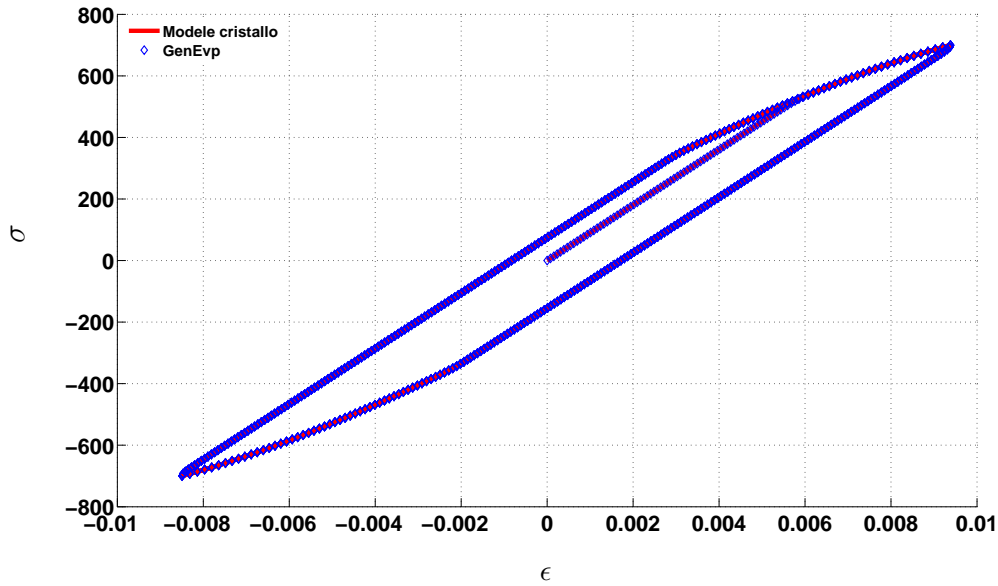


FIG. 5.5 – Comparaison des courbes cycliques obtenues avec le modèle gen-eva standard et le modèle cristallographique avec  $D^i=0$ .

automatique de la taille de l'incrément local dont on dispose dans Runge-Kutta (pour des précisions demandées plus fortes,  $10^{-6}$  par exemple). La solution obtenue est comparée avec la solution convergée de GenEvp établie pour un très grand nombre d'incrémentes (par exemple 10000) et une précision pour l'intégration de Runge-Kutta élevée ( $10^{-6}$ ).

D'après les deux courbes présentées (figures 5.6 et 5.7), afin d'obtenir une erreur relative la plus petite possible, il est nécessaire d'utiliser un nombre d'incrémentes très grand. Il est important de constater une convergence de type quadratique (ce que l'on attend avec Runge-Kutta d'ordre 2 à incrémentes constants), puisque, en multipliant le nombre d'incrémentes par 10, on diminue l'erreur d'un facteur 100.

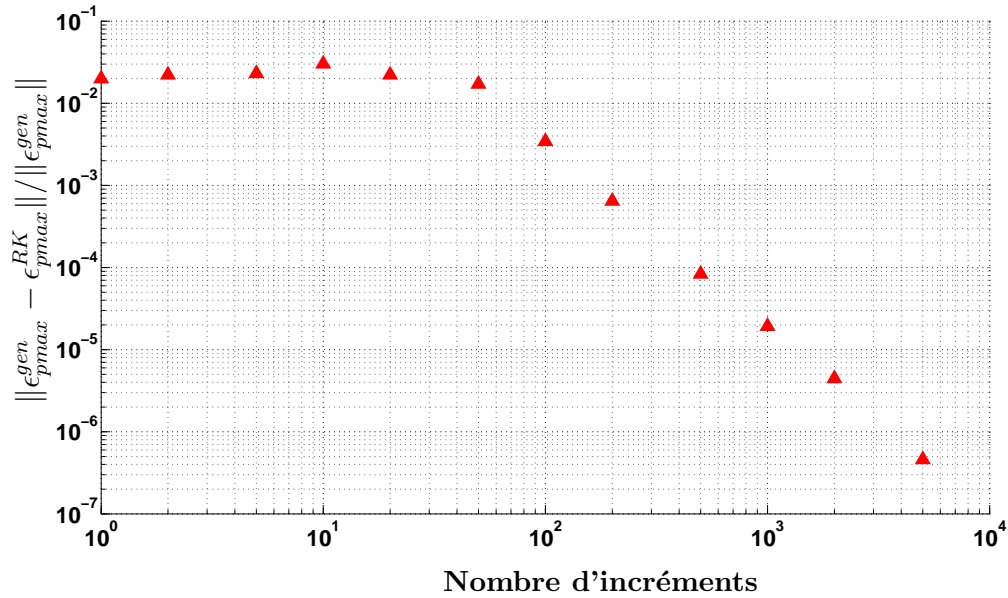


FIG. 5.6 – Erreur relative  $\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\| / \|\epsilon_{pmax}^{gen}\|$  exprimée en fonction du nombre d'incrément total effectués pour une précision grossière de Runge-Kutta de  $10^{-3}$  (5 cycles alternés simulés)

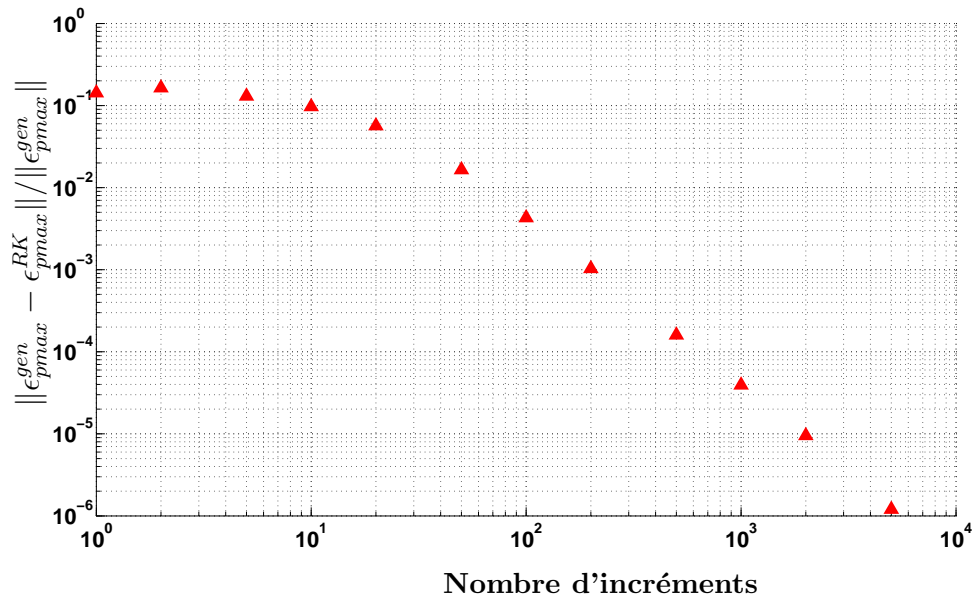


FIG. 5.7 – Erreur relative  $\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\| / \|\epsilon_{pmax}^{gen}\|$  exprimée en fonction du nombre d'incrément total effectués pour une précision de Runge-Kutta de  $10^{-3}$  (5 cycles répétés simulés)

J'ai, dans un deuxième temps, fait varier le paramètre gouvernant l'intégration de Runge-Kutta en n'utilisant qu'un seul incrément et comparé la solution obtenue avec la solution convergée de GenEvp. Les figures 5.8 et 5.9 présentent l'erreur relative exprimée en fonction de la précision appliquée.

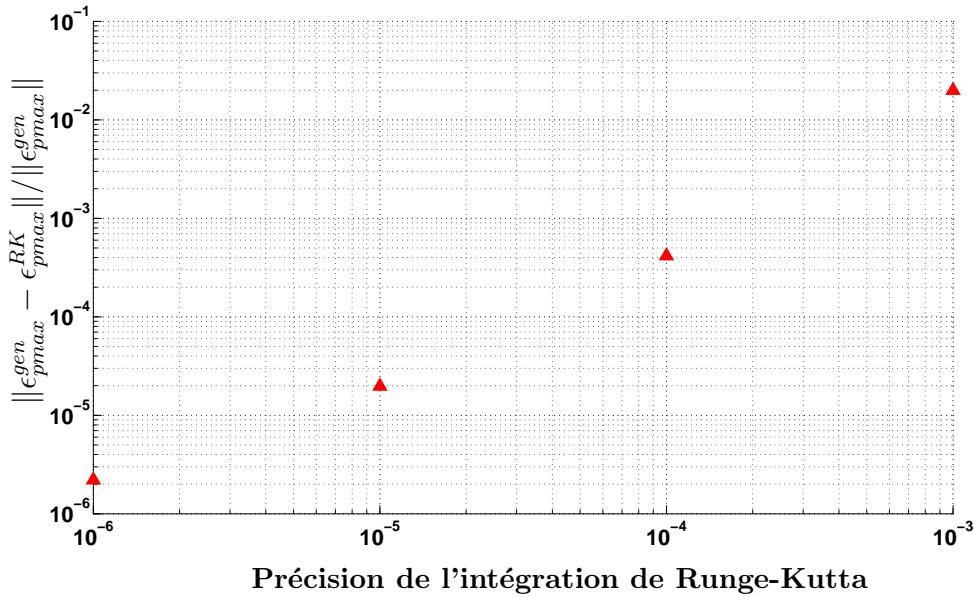


FIG. 5.8 – Erreur relative  $\frac{\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\|}{\|\epsilon_{pmax}^{gen}\|}$  exprimée en fonction de la précision de Runge-Kutta (5 cycles alternés simulés)

On voit ici qu'il est nécessaire d'avoir une précision très faible ( $10^{-6}$ ) pour que l'erreur relative soit la plus faible possible. Dans le cas où j'utilise une précision pour l'intégration de Runge-Kutta qui est très élevée ( $10^{-6}$ ), je montre par les courbes des figures 5.10 et 5.11 que je peux obtenir une erreur relative qui demeure assez faible même en utilisant 2 incréments seulement par alternance. L'erreur est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-6}$  sous sollicitations cycliques alternées et de  $4 \cdot 10^{-6}$  sous sollicitations cycliques répétées. L'ensemble de cette étude de convergence montre en tous cas que l'implantation du modèle est correcte et rigoureusement équivalente à celle du modèle de base de ZeBuLoN. Dans la suite de l'étude, les calculs seront réalisés avec deux incréments et une précision de Runge-Kutta de  $10^{-6}$ .

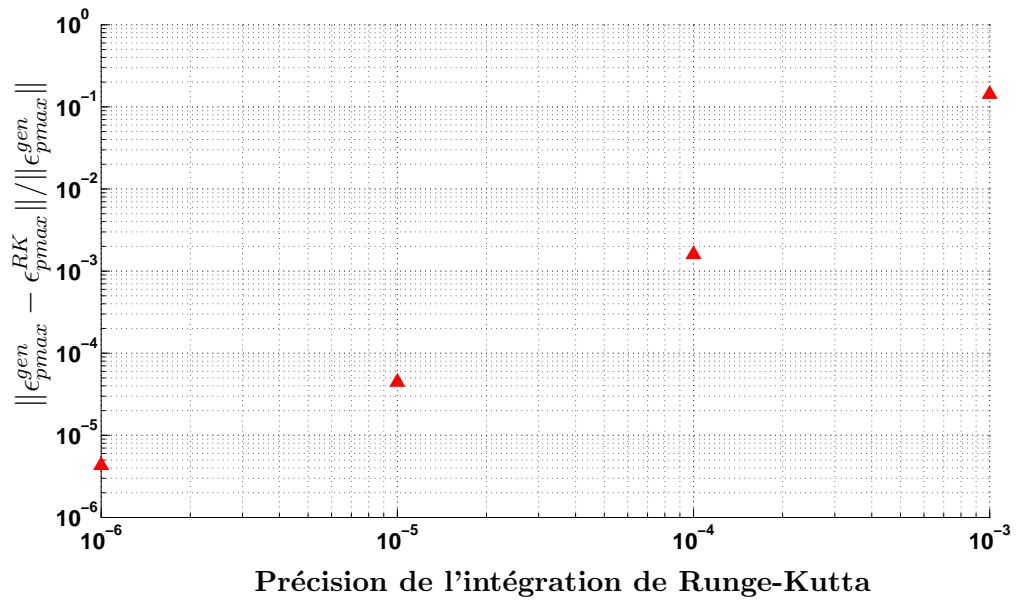


FIG. 5.9 – Erreur relative  $\frac{\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\|}{\|\epsilon_{pmax}^{gen}\|}$  exprimée en fonction de la précision de Runge-Kutta - 5 cycles répétés simulés

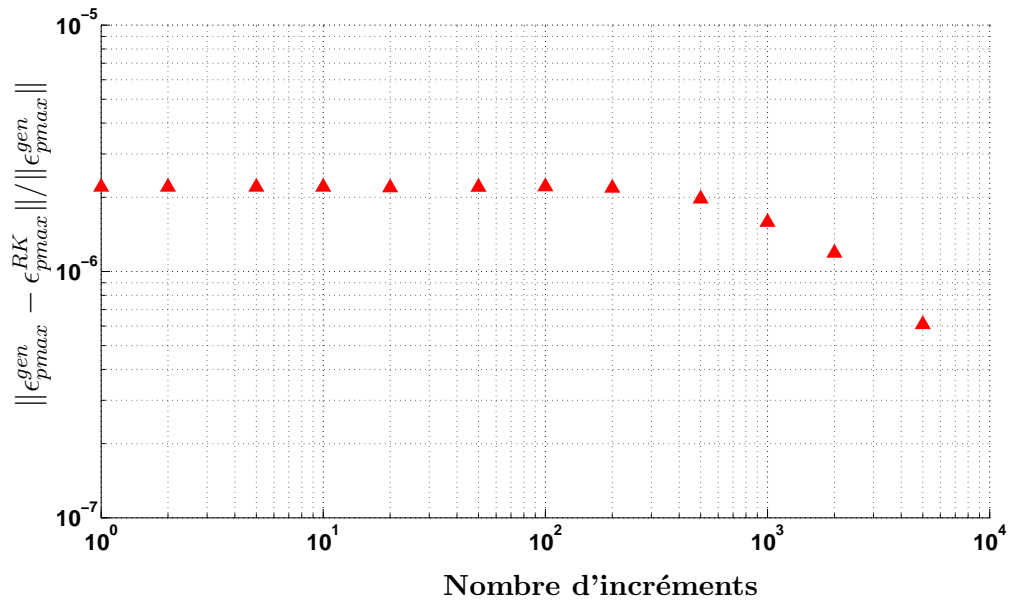


FIG. 5.10 – Erreur relative  $\frac{\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\|}{\|\epsilon_{pmax}^{gen}\|}$  exprimée en fonction du nombre total d'incrément effectués pour une précision de Runge-Kutta de  $10^{-6}$  (5 cycles alternés simulés)

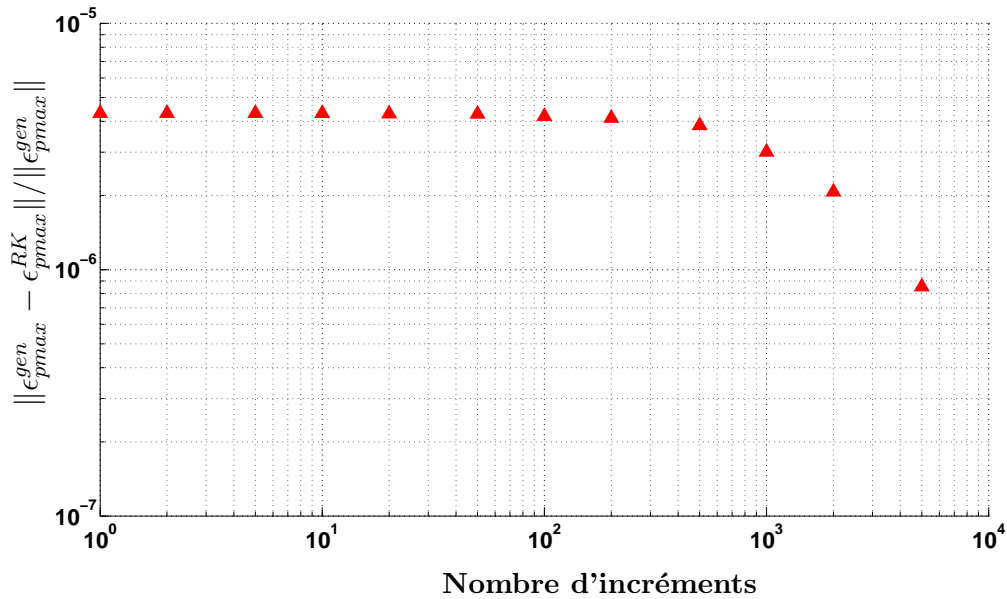


FIG. 5.11 – Erreur relative  $\|\epsilon_{pmax}^{gen} - \epsilon_{pmax}^{RK}\| / \|\epsilon_{pmax}^{gen}\|$  exprimée en fonction du nombre total d'incrément effectués pour une précision de Runge-Kutta de  $10^{-6}$  (5 cycles répétés simulés)

### Etude de convergence pour le nombre de cycles simulés

Nous avons mené une étude de convergence sur le nombre de cycles à simuler avant stabilisation du résultat cyclique. Les calculs ont été réalisés avec les conditions suivantes :

- $f = 50$  Hz,
- double viscosité,
- double écrouissage,
- prise en compte de l'oxydation.

Dans le cas d'un chargement alterné, on montre, d'après la figure 5.12, qu'il suffit de simuler 5 cycles pour que la durée de vie obtenue converge. Le cycle stabilisé semble alors atteint.

En revanche, lors d'un chargement répété, on observe un important fluage progressif. Celui-ci est présenté sur la figure 5.13 où 2000 cycles ont été simulés.

Si l'on trace l'évolution de la déformation plastique en fonction du temps (figure 5.14), au cours du 1000<sup>ème</sup> cycle en rouge et du 2000<sup>ème</sup> cycle en bleu, on voit que son amplitude, entre le début du cycle ( $t = 0$  s) et la fin du cycle ( $t = 0,02$  s), diminue lorsque le nombre de cycles simulés augmente.

Par ailleurs, au cours d'un cycle et lors de la décharge, on remarque que la déformation plastique diminue, la déformation "revient en arrière" lorsque la contrainte atteint son minimum.



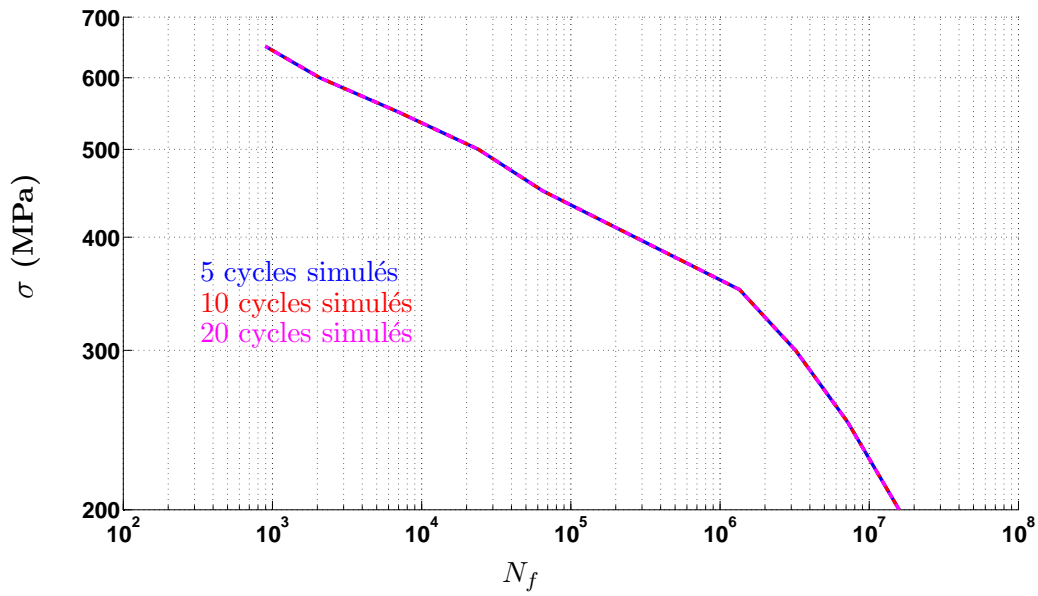


FIG. 5.12 – Courbes de Wöhler obtenues sous chargement alterné en fonction du nombre de cycles simulés.

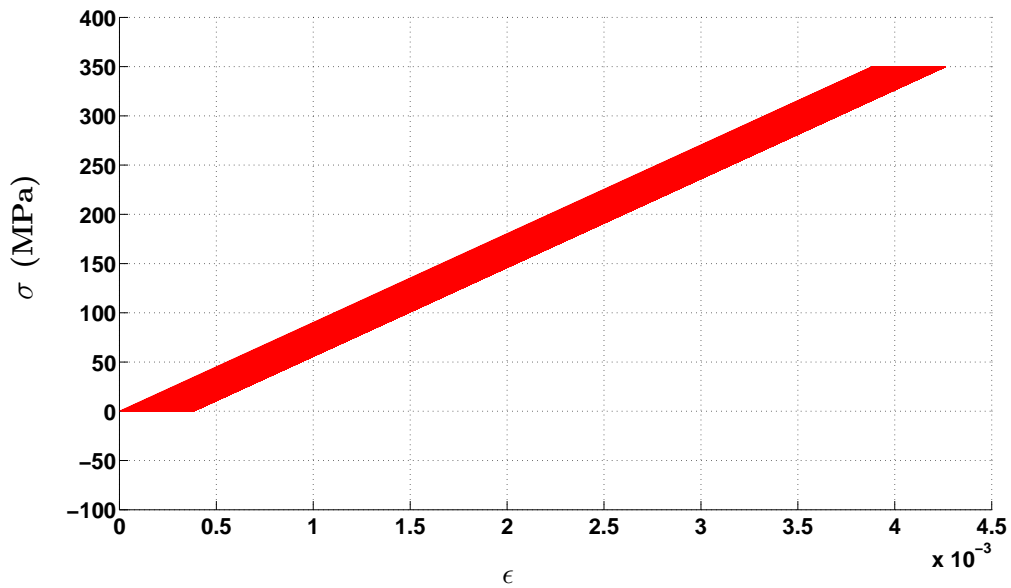


FIG. 5.13 – Courbe cyclique obtenue sous chargement répété (2000 cycles simulés) montrant un important phénomène de fluage progressif

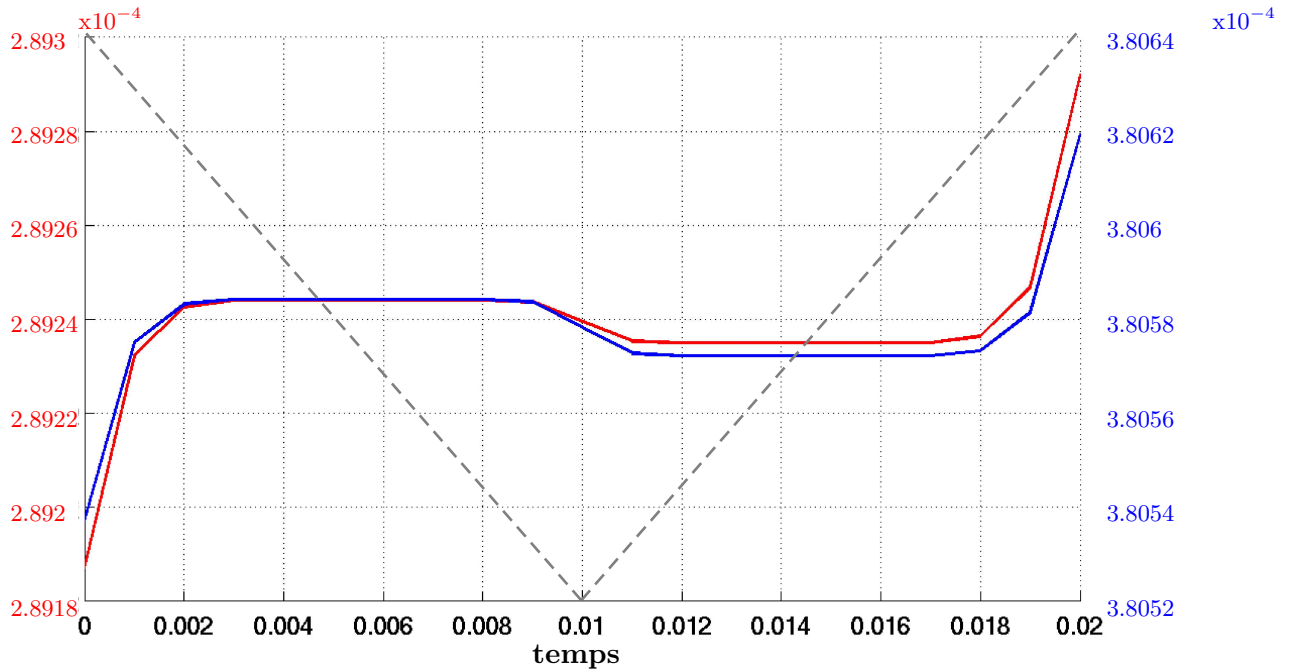


FIG. 5.14 – Evolution de la déformation plastique au 1000 ème cycle (rouge) et au 2000 ème cycle (bleu). L’allure du cycle en terme de chargement est représentée par les traits pointillés gris.

De ce fait, on montre sur la figure 5.15 qu’il est nécessaire de simuler un nombre élevé de cycles, notamment pour les faibles niveaux de chargement. Le cycle stabilisé est difficile à atteindre et il serait nécessaire de simuler plus de 2000 cycles pour l’atteindre. Ceci est caractéristique du comportement de type fluage monotone du modèle élastoviscoplastique avec ce type de sollicitation. En effet, il faut beaucoup de temps pour tendre vers le régime du fluage secondaire pour lequel l’amplitude de déformation par cycle doit alors être stabilisée. Afin d’obtenir rapidement des résultats, notamment lors de l’identification du modèle, nous simulerons par la suite 1000 cycles. L’erreur sur la durée de vie obtenue par rapport à celle obtenue avec 2000 cycles simulés est alors d’environ 4 %.

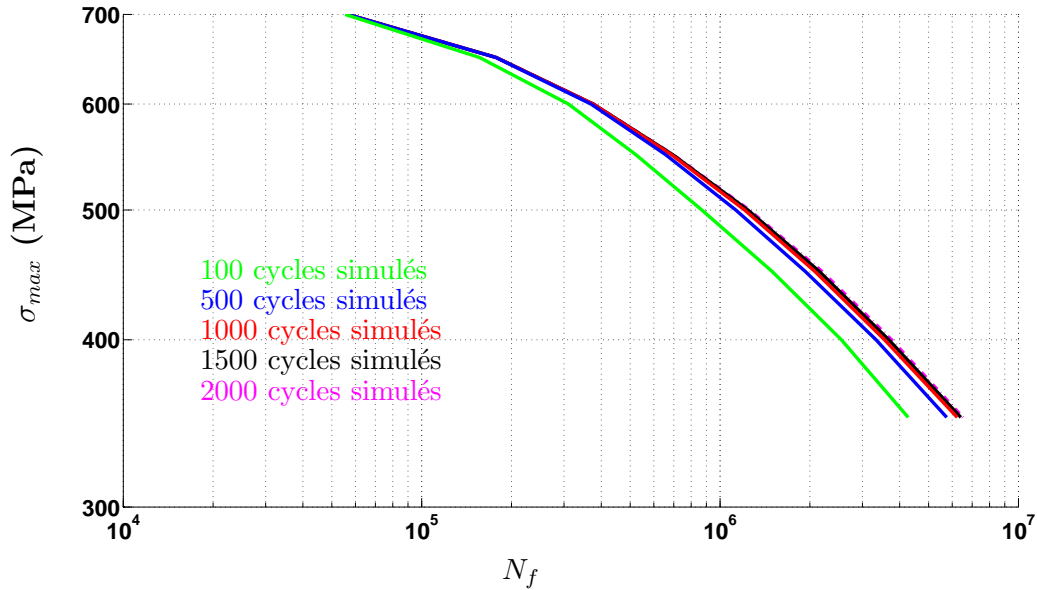


FIG. 5.15 – Courbes de Wöhler obtenues sous chargement répété en fonction du nombre de cycles simulés.

### 5.5.3 Acceptabilité du modèle

La figure 5.16 permet de comparer les durées de vie calculées sur un élément de volume lorsqu'on utilise l'intégration analytique simplifiée d'une part et le modèle complet d'autre part, pour des sollicitations cycliques alternées et répétées, à 50 Hz, en tenant compte de l'oxydation. Pour le chargement alterné (resp. répété), les courbes en trait plein bleu (resp. rouge) correspondent aux prévisions du modèle analytique simplifié, selon que l'on utilise l'un ou l'autre des coefficients de viscosité associé à chaque type de plan (octaédrique ou cubique).

Nota : avec le modèle complet, lorsque l'endommagement d'un des plans atteint des valeurs trop élevées, le calcul diverge et s'arrête. La durée de vie à amorçage est donc donnée par la durée de vie du plan dont l'endommagement est maximal, l'endommagement des autres plans n'atteindra donc jamais sa valeur maximale.

On remarque que les prévisions du modèle analytique simplifié sont toujours plus conservatives que celles du modèle complet. Cela n'a rien de surprenant dans la mesure où nous avons fait des hypothèses pour assurer la séparabilité des variables.

En effet,

$$|\tau^s - x^s| \exp(D) - R = [|\tau^s - x^s| - R] \exp(D) + (\exp(D) - 1)R$$

solution vraie                      solution séparée                      écart > 0

ce qui induit  $\dot{D}^i_{vrai} > \dot{D}^i_{approche}$  et donc  $N_{f_{approche}} < N_{f_{vraie}}$ .

Le tableau 5.3 permet de comparer les temps de calcul du modèle à intégration simplifiée et

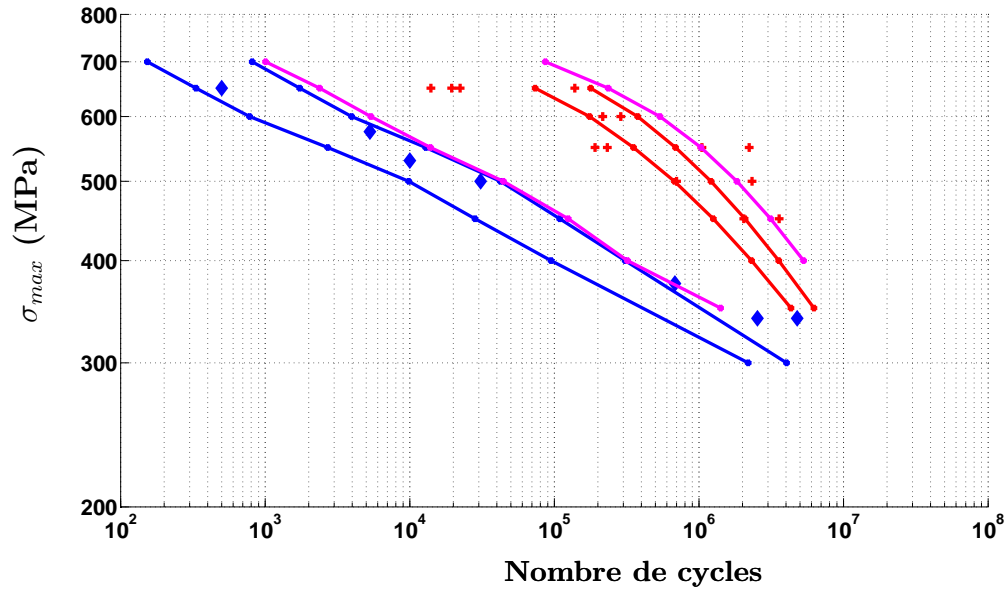


FIG. 5.16 – Courbes de Wöhler obtenues sous chargement répété et alterné à 50 Hz en appliquant l’intégration analytique simplifiée (courbes bleues et rouges) et en utilisant le modèle complet (courbes magenta) sur un élément de volume.

du modèle complet sur un élément de volume pour les deux types de sollicitations, à 50 Hz. On note le gain très important et le caractère indispensable de l’utilisation de l’intégration simplifiée pour “dégrossir” l’identification.

	Alterné		Répété	
	analytique (5 cycles)	complet	analytique (1000 cycles)	complet
$\sigma = 450$ MPa	11.24	33205.71	119.6	38072.43
$\sigma = 650$ MPa	15.04	1166.52	155.97	10702.17

TAB. 5.3 – Comparaison entre les temps de calcul CPU du modèle analytique et du modèle complètement couplé pour des sollicitations alternées (5 cycles simulés) et répétées (1000 cycles simulés) en secondes CPU.

La figure 5.17 présente l’évolution du dommage en fonction du temps sous sollicitation répétée ( $\sigma = 450$  MPa) et à 50 Hz.

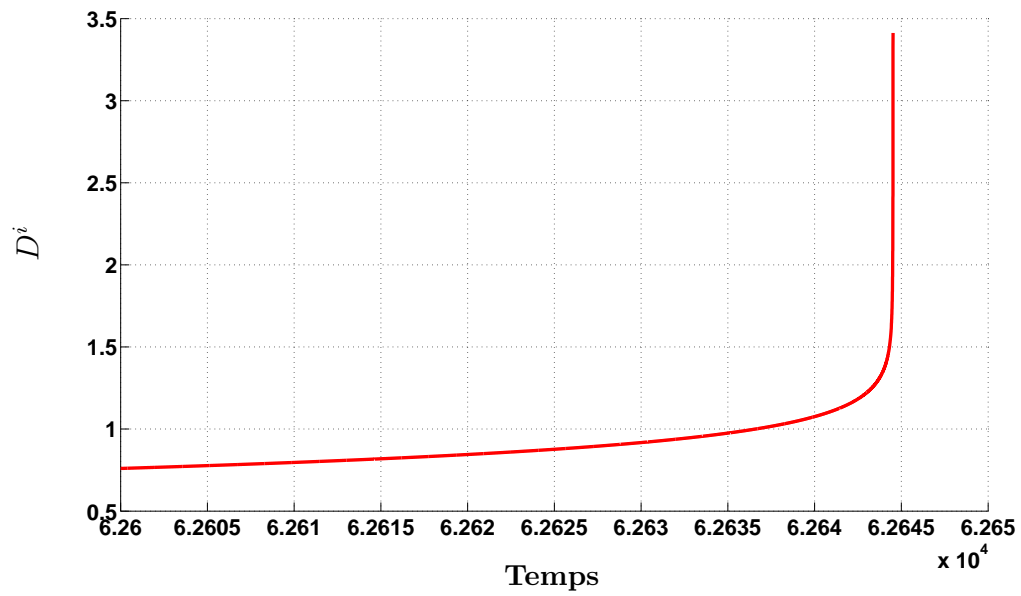


FIG. 5.17 – Evolution du dommage pour un plan octaédrique en fonction du temps sous sollicitation répétée ( $\sigma = 450$  MPa) à 50 Hz ( $\beta = 3$ ).

# Chapitre 6

## Identification du modèle

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Sur la base d'essais disponible . . . . .</b>	<b>173</b>
6.1.1	Les différents types d'essais disponibles . . . . .	173
6.1.2	Détermination des durées de vie à amorçage (critère de longueur de fissure de 100 $\mu\text{m}$ ) des essais disponibles . . . . .	175
<b>6.2</b>	<b>Identification des paramètres du modèle sur un élément de volume</b>	<b>177</b>
6.2.1	Identification des paramètres . . . . .	177
6.2.2	Application du modèle selon différentes directions de sollicitation . .	193
6.2.3	Conclusions et discussion sur l'identification du modèle . . . . .	195

---

Ce chapitre est consacré à l'identification des paramètres du modèle à partir de la base d'essais disponible sur l'AM1 à l'aide de l'intégration analytique du modèle. Dans un premier temps, nous procéderons à l'identification des paramètres du modèle en l'absence d'oxydation. Une nouvelle identification du modèle sera ensuite effectuée avec la prise en compte du phénomène d'oxydation. L'identification du modèle sera validée à partir d'essais de fatigue sous sollicitation de traction répétée et alternée selon différentes directions cristallographiques.

### 6.1 Sur la base d'essais disponible

#### 6.1.1 Les différents types d'essais disponibles

Nous disposons d'une base d'essais de fatigue conséquente sur l'AM1, issue de travaux antérieurs. Les essais disponibles ont été réalisés dans différents laboratoires sur matériau revêtu ou non, à différentes fréquences, différentes températures, différents rapports de charge et différentes orientations de sollicitation. Nous ne nous intéresserons dans ce qui va suivre qu'aux essais réalisés à 950°C.

Les tableaux 6.1 et 6.2 récapitulent les essais utilisés dans la suite de l'étude.

Direction sollicitation	Etat (nu ou revêtu)	Fréquence (Hz)	$R_\sigma$	Laboratoire
< 100 >	revêtu	50	0	ONERA
< 100 >	non revêtu	50	-1	SNECMA
< 100 >	revêtu	50	-1	SNECMA
< 100 >	non revêtu	5	0	ONERA
< 100 >	non revêtu	5	-1	SNECMA / ONERA
< 100 >	non revêtu	0.5	0	SNECMA
< 100 >	revêtu	0.5	0	CEAT
< 100 >	non revêtu	0.5	-1	SNECMA / ENSMA
< 100 >	revêtu	0.5	-1	SNECMA / ENSMA / ONERA

TAB. 6.1 – Essais disponibles sur l’AM1 à 950°C selon < 100 > à différentes fréquences et différents rapports de charge et utilisés dans cette identification.

Direction sollicitation	Etat (nu ou revêtu)	Fréquence (Hz)	$R_\sigma$	Laboratoire
< 111 >	revêtu C1A	50	0	ONERA
< 111 >	revêtu C1A	50	-1	ONERA
< 111 >	revêtu C1A	5	-1	ONERA
< 111 >	revêtu C1A	0.5	-1	ONERA
< 111 >	revêtu C1A	80 s	-1	ONERA
< 111 >	revêtu C1A	220 s	-1	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	50	0	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	50	-1	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	5	-1	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	0.5	-1	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	80 s	-1	ONERA
< 110 >	revêtu C1A	220 s	-1	ONERA

TAB. 6.2 – Essais disponibles sur l’AM1 à 950°C selon < 111 > et < 110 > à différentes fréquences et différents rapports de charge

### 6.1.2 Détermination des durées de vie à amorçage (critère de longueur de fissure de 100 $\mu\text{m}$ ) des essais disponibles

Les durées de vie expérimentales dont nous disposons sont, la plupart du temps, des durées de vie à amorçage, pour lesquelles la longueur d'amorçage de la fissure est d'environ 300 micromètres, ou des durées de vie à rupture (pour lesquelles la phase de propagation est très rapide).

Or, nous considérons que le critère d'amorçage de fissure du modèle de fatigue développé au cours de ce travail est de l'ordre de 100 micromètres.

Afin d'identifier notre modèle de fatigue, il est alors nécessaire de disposer des durées de vie à amorçage d'une fissure de 100 micromètres de longueur.

Pour cela, la même démarche que celle adoptée au paragraphe 3.5.1 a été appliquée. Nous avons cette fois-ci utilisé la formule de Paris pour déterminer la durée de vie de propagation de la fissure entre 100 micromètres et 300 micromètres. Les coefficients de la loi de Paris ont été à chaque fois déterminés pour la fréquence de sollicitation et le rapport de charge correspondants. L'influence du rapport de charge  $R = \frac{K_m}{K_M}$ , où  $K_m$  et  $K_M$  sont respectivement les facteurs d'intensité des contraintes correspondant au minimum et au maximum du chargement appliqué, n'est pas correctement reproduite par la loi de Paris. Elle peut alors être corrigée par une fonction d'influence multiplicatrice ([Lemaitre 04]) :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C(K_M f(R))^m \quad (6.1)$$

L'expression que nous avons choisie pour  $f$  est  $f(R) = 1 - R$ .

Finalement, par rapport aux durées de vie initiales, on montre sur les figures 6.1 et 6.2 que la différence entre la durée de vie pour une longueur de fissure de 100 micromètres et 300 micromètres est minime dans le domaine des grandes durées de vie. Elle est notable en revanche dans le domaine des faibles durées de vie pour lequel la durée de vie est essentiellement consommée par la phase de micro-propagation.



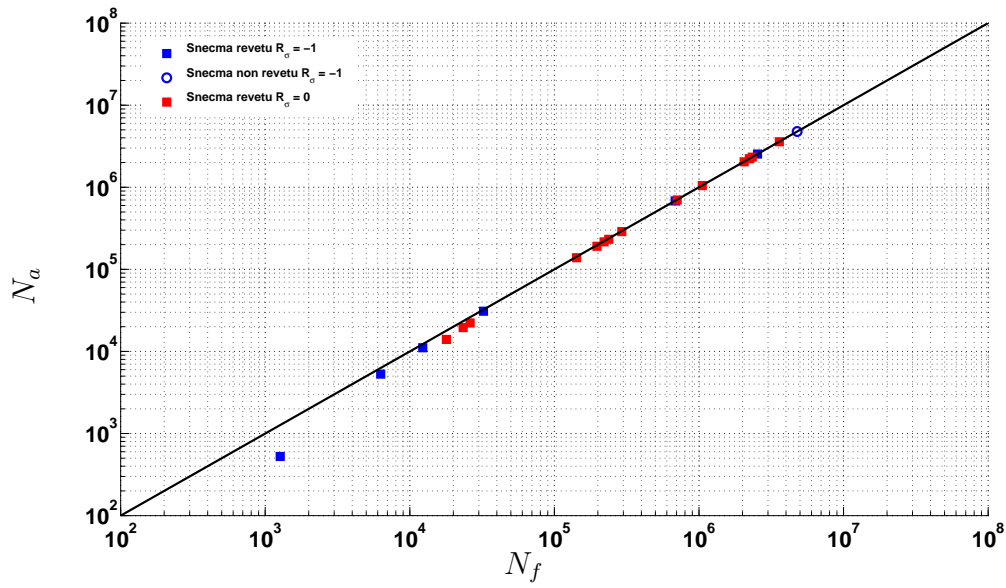


FIG. 6.1 – Durée de vie à amorçage en fonction de la durée de vie à rupture sous sollicitations répétées et alternées à 50 Hz

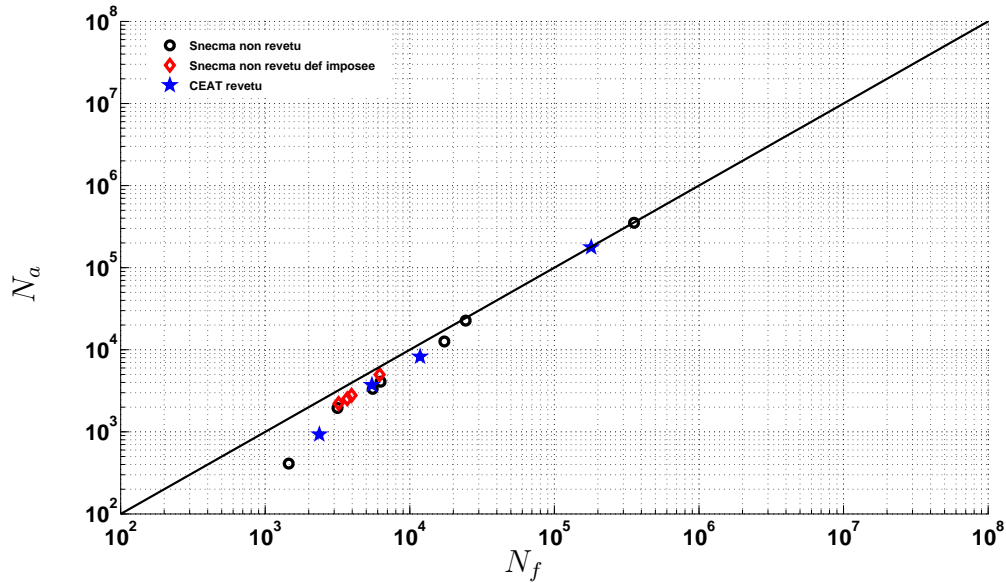


FIG. 6.2 – Durée de vie à amorçage en fonction de la durée de vie à rupture sous sollicitations répétées à 0,5 Hz

## 6.2 Identification des paramètres du modèle sur un élément de volume à différentes fréquences et différents rapports de charge

### 6.2.1 Identification des paramètres

Les paramètres du modèle à identifier sont répertoriés dans le tableau 6.3.

Paramètres	unité	Définition
M	MPa	résistance à l'endommagement
m	-	exposant de l'endommagement
$\beta$	-	paramètre de non linéarité du dommage
$\omega$	-	exposant pour l'effet de contrainte moyenne
$\sigma'_f$	MPa	paramètre pour l'effet de contrainte moyenne
$\alpha_{ox}$	-	exposant pour l'amplification de l'oxydation
$\beta_{ox}$	-	exposant pour l'amplification de l'oxydation
B	MPa	paramètre d'amplification de l'oxydation
k	$\text{ms}^{-1/2}$	constante de vitesse
$e_0$	m	paramètre de normalisation
$h'_{oct}, h'_{cub}, h'_{oct/cub}$		coefficients d'interaction

TAB. 6.3 – Paramètres du modèle à identifier

L'identification du modèle a été réalisée à l'aide du modèle analytique à intégration simplifiée présenté au paragraphe 5.4. Les paramètres ont été identifiés, dans un premier temps, sans introduire l'oxydation, à la fréquence de 50 Hz. Ensuite, les paramètres d'oxydation ont été déterminés à la fréquence de 0,5 Hz.

Dans tout ce qui va suivre, nous nous placerons dans le sens de la sécurité, c'est-à-dire nous utiliserons pour le calcul de la durée de vie le coefficient de viscosité le plus grand, avec  $n_2^{(s)}$  dans l'équation (5.83) (qui correspond, pour les deux types de systèmes, au coefficient de la viscosité ajoutée pour la saturation). En fait, sur la courbe 2.4 exprimant la contrainte visqueuse en fonction de la vitesse de déformation, présentée au paragraphe 2.2.2, selon le niveau de chargement appliqué, le domaine de fréquence avec lequel nous travaillons fait que nous nous trouvons dans la zone de transition entre les deux pentes. Dans certains cas, nous présenterons donc les deux évaluations (avec  $n_1^{(s)}$  puis  $n_2^{(s)}$  dans l'équation (5.83)). Seule l'utilisation du modèle complet permettra de s'affranchir de cette approximation.

#### 6.2.1.1 Paramètres de dommage (sans oxydation)

Dans ce paragraphe, nous présentons la méthodologie appliquée pour identifier les paramètres du modèle sans prise en compte de l'oxydation. Pour cela, nous utilisons les résultats expérimentaux de fatigue à 50 Hz sous sollicitations répétées et alternées.

Les différents jeux de paramètres qui vont être présentés vont nous permettre d'appréhender le rôle de chaque paramètre pour la détermination de la courbe de Wöhler.

On choisit d'abord de ne pas mettre le facteur pour l'effet de contrainte moyenne, en choisissant  $\omega = 0$ . De plus, l'exposant  $\beta$  est fixé arbitrairement à 3, sachant qu'il ne peut pas jouer de rôle significatif, sauf dans les situations à déformation contrôlée ou dans les calculs de structures avec le modèle complètement couplé.

Pour l'effet de contrainte moyenne, on fixe le paramètre  $\sigma'_f$  à la valeur  $\sigma'_f = 400$  MPa, de manière un peu arbitraire, mais en cohérence avec le domaine de fonctionnement  $350 \text{ MPa} < \sigma < 700 \text{ MPa}$ . En traction  $\langle 001 \rangle$ , cela correspond à une contrainte normale  $\sigma_n^s$  de 350 à 700 MPa pour les systèmes cubiques et de 350/3 à 700/3 MPa pour les octaédriques.

### Rôle des paramètres $M$ et $m$

Le coefficient  $m$  du modèle donne la pente de la droite dans un diagramme bi-logarithmique. Au vu des résultats expérimentaux, nous choisissons, dans un premier temps,  $m = 2$ .

On donne, tout d'abord et arbitrairement, la valeur 10 MPa au coefficient  $M$ .

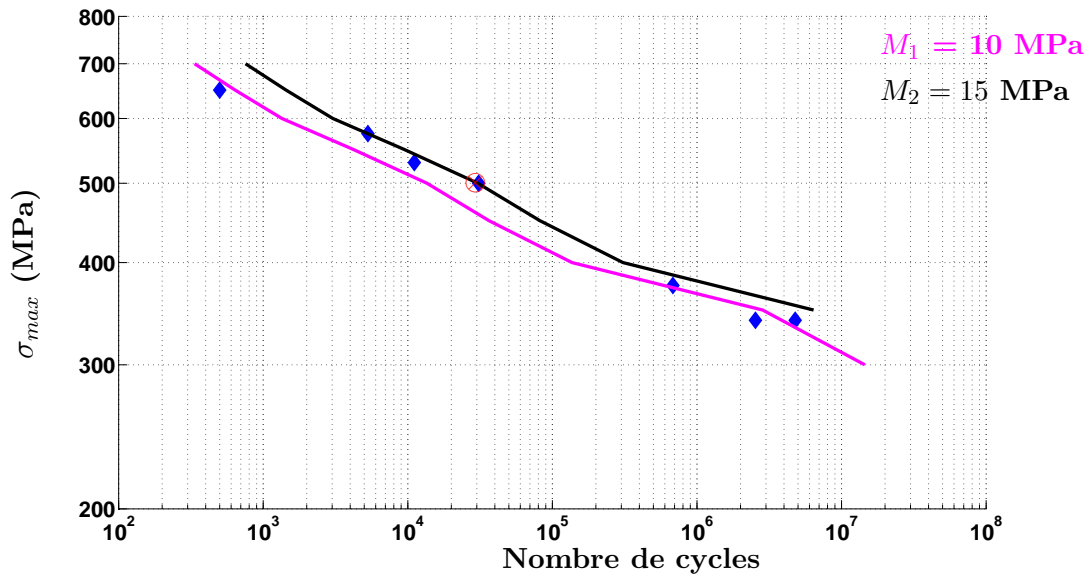


FIG. 6.3 – Courbe obtenue avec le premier jeu de paramètres ( $m = 2$ ,  $M_1 = 10$  MPa,  $\omega = 0$ ,  $\beta = 3$ ,  $\sigma_f = 400$  MPa)

Les prévisions de durée de vie obtenues avec ce premier jeu de paramètres sont présentées sur la figure 6.3 par la courbe magenta. Notons que la pente finale de la courbe est de l'ordre de 13 (en log-log). Ceci est dû au fait que dans un modèle incrémental on a évidemment une forte influence (prépondérante) de la loi d'élastoviscoplasticité (fixée). La pente est bonne mais la première évaluation donne des prévisions de durée de vie trop conservatives. Il faudrait que la courbe soit translatée horizontalement vers les durées de vie croissantes. Cela revient à modifier le paramètre  $M$ .

Pour cela, imposons à la nouvelle courbe de passer par le point de coordonnées ( $N_2 = 30000$ ,  $\sigma_{imp} = 500$  MPa), identifié par le sigle  $\otimes$  sur la figure 6.3. La détermination de la nouvelle

valeur du paramètre  $M$  se fait analytiquement.

Si on se place au maximum d'un cycle, les valeurs de  $Y_{max}$  et de  $\phi_1$  sont obtenues numériquement pour un plan de glissement donné et un niveau de contrainte donné.

Connaissant les valeurs des paramètres  $\beta$ ,  $n_1^{(s)}$ ,  $m_1$  et  $M_1$  et d'après l'équation (5.83) du paragraphe 5.4,  $\Lambda = n_1^{(s)} + 1 + \beta + m$  et donc,  $N_1 = \frac{1}{\Lambda\phi_1}$ .

Pour que la courbe passe par le point de coordonnées  $(N_2, \sigma_{imp})$ , il faut que  $\phi_2 = \frac{1}{\Lambda N_2}$ .

Ainsi, on peut déterminer un coefficient multiplicateur  $\Upsilon$  qui permet de translater la courbe horizontalement, tel que  $\Upsilon = \phi_2/\phi_1$ .

La nouvelle valeur  $M_2$  vaut :

$$M_2 = \frac{M_1^{m_1/m_2} \Upsilon^{1-\frac{m_1}{m_2}} Y_{max}^{m_2}}{\frac{\phi_2}{\phi_1}^{1/m_2}} \quad (6.2)$$

La valeur de  $M_2$  obtenue est de 15 MPa. La nouvelle courbe est représentée en noir sur la figure 6.3. Elle passe bien par le point que nous avons choisi.

#### Rôle du paramètre $\omega$ :

Avec ce nouveau jeu de paramètres,  $m = 2$ ,  $M = 15$  MPa,  $\beta = 3$ ,  $\omega = 0$ ,  $\sigma'_f = 400$  MPa, la courbe obtenue pour les chargements répétés  $R_\sigma = 0$  (figure 6.4) ne passe pas par les points expérimentaux correspondants.

Rappelons que, pour l'instant, l'exposant  $\omega$ , qui intervient dans le terme  $\left(1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f}\right)^\omega$  traduisant l'effet de la contrainte moyenne, est nul. Le facteur introduisant l'effet de contrainte moyenne est constant, égal à 1. Or, on voit clairement sur la figure que le modèle contient intrinsèquement un effet de contrainte moyenne qui, dans le cas présent, n'est pas assez élevé. La courbe obtenue pour des chargements répétés surestime la durée de vie.

D'autre part, l'augmentation de la valeur du coefficient  $\omega$  va induire une augmentation de  $\dot{D}^i$  et tendre à diminuer la durée de vie, que le chargement soit répété ou alterné. Par contre, la diminution de durée de vie sera plus importante pour le chargement répété que pour le chargement alterné puisque, pour une même durée de vie, la contrainte maximale est plus élevée sous sollicitation répétée. Le facteur  $\left(1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma'_f}\right)^\omega$  sera donc plus important, pour une même valeur de  $\omega$ , et la diminution de durée de vie sera plus importante.

Nous avons donc choisi d'augmenter la valeur de  $\omega$  à 15 afin de mieux traduire les essais répétés. Comme on le voit sur la figure 6.5, la prise en compte de l'exposant  $\omega$  tend bien à réduire les durées de vie puisque les deux courbes se décalent vers la gauche, de façon plus importante dans le cas d'une sollicitation répétée.

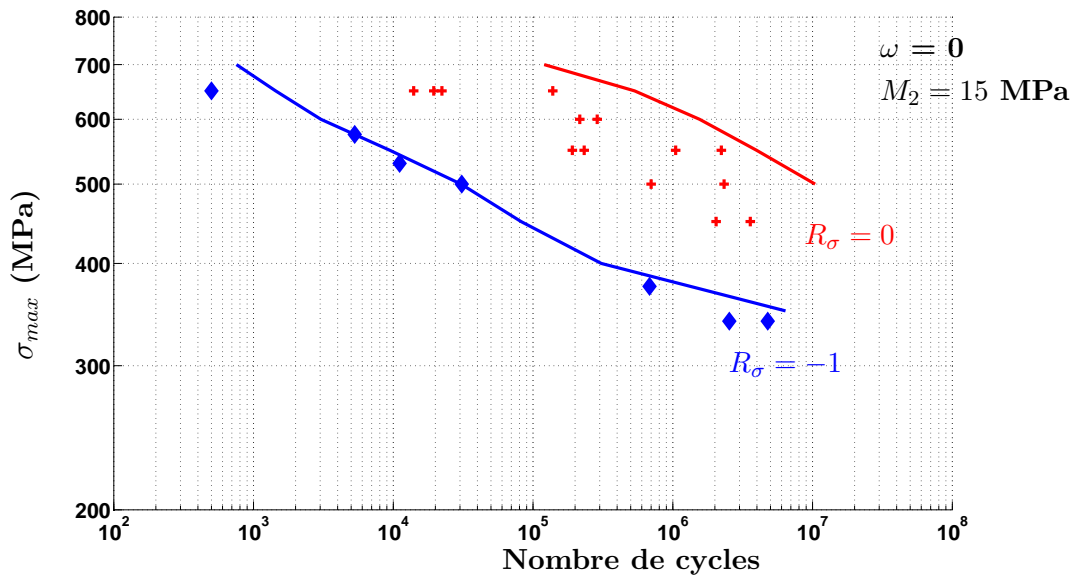


FIG. 6.4 – Courbes obtenues en chargements alterné et répété avec le deuxième jeu de paramètres  $m_2 = 2$ ,  $M_2 = 15$  MPa

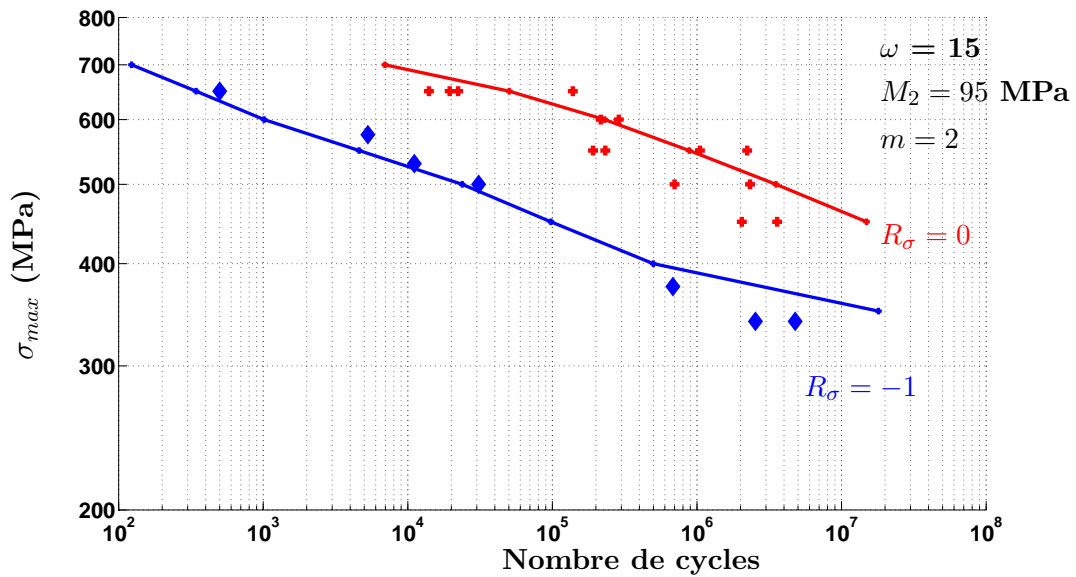


FIG. 6.5 – Courbes obtenues en chargements alterné et répété en introduisant un effet de contrainte moyenne  $\omega = 15$

Diagramme de Haigh :

L'effet de contrainte moyenne est difficile à appréhender et à maîtriser avec un modèle incrémental tel que celui-ci. Afin de mieux comprendre le rôle et la nécessité du paramètre  $\omega$ , nous avons tracé le diagramme de Haigh pour trois configurations, de la plus simple à la plus complexe. Nous avons simplifié le modèle en enlevant, pour la première configuration, les écrouissages cinématique et isotrope ainsi que la saturation de la loi de viscosité. Puis, nous avons ajouté les écrouissages dans la deuxième configuration et ajouté enfin la double saturation pour la troisième configuration.

Configuration 1 : pas d'écrouissage cinématique, pas d'écrouissage isotrope et pas de saturation de la viscosité.

Pour ce faire, il suffit d'annuler les variables  $x^s$  et  $R_s$  et d'enlever la double saturation dans la loi à deux pentes de l'équation (5.26).

Sur le diagramme de la figure 6.6 où est exprimée la contrainte maximale en fonction du nombre de cycles, nous montrons qu'il est nécessaire que le paramètre  $\omega$  soit négatif avec  $\omega = -11$ .

En effet, si  $\omega = 0$ , les courbes de prévisions des essais alterné et répété sont confondues dans un diagramme  $(N, \sigma_{max})$ . Donc, sur le diagramme de Haigh, présenté sur la figure 6.7 et tracé pour les deux rapports de charge étudiés, pour  $\omega$  nul, la pente du diagramme est de -1.

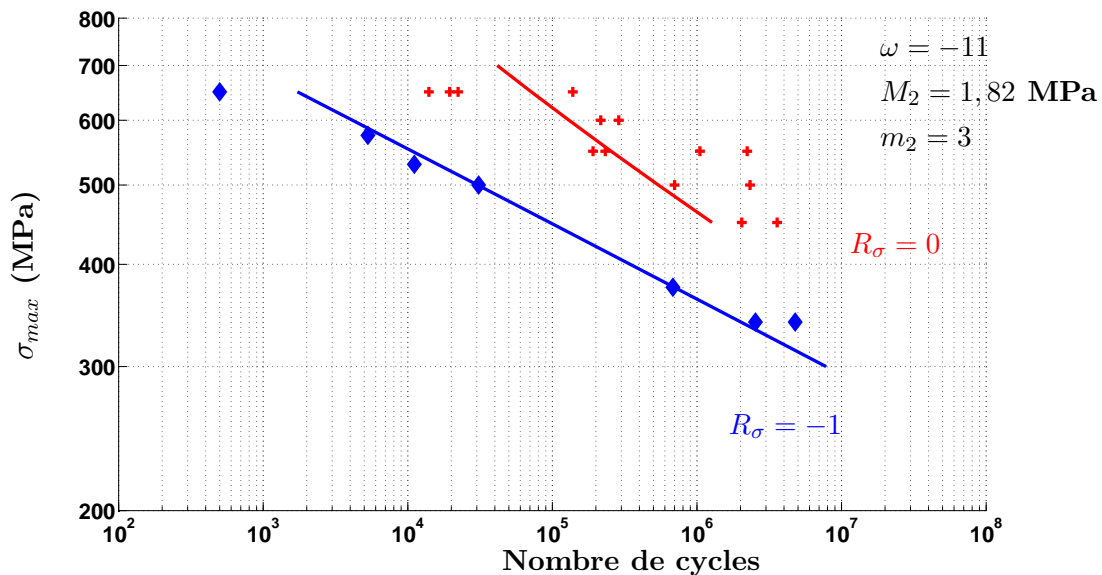


FIG. 6.6 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété lorsque les deux écrouissages cinématiques et isotrope et la double saturation ne sont pas pris en compte.

Cette configuration simplifiée est intéressante car elle montre que, dans le cas d'une loi viscoplastique sans écrouissage, la prévision du modèle incrémental donne une pente de -1 dans le diagramme de Haigh. Cet effet de contrainte moyenne est alors beaucoup trop fort.

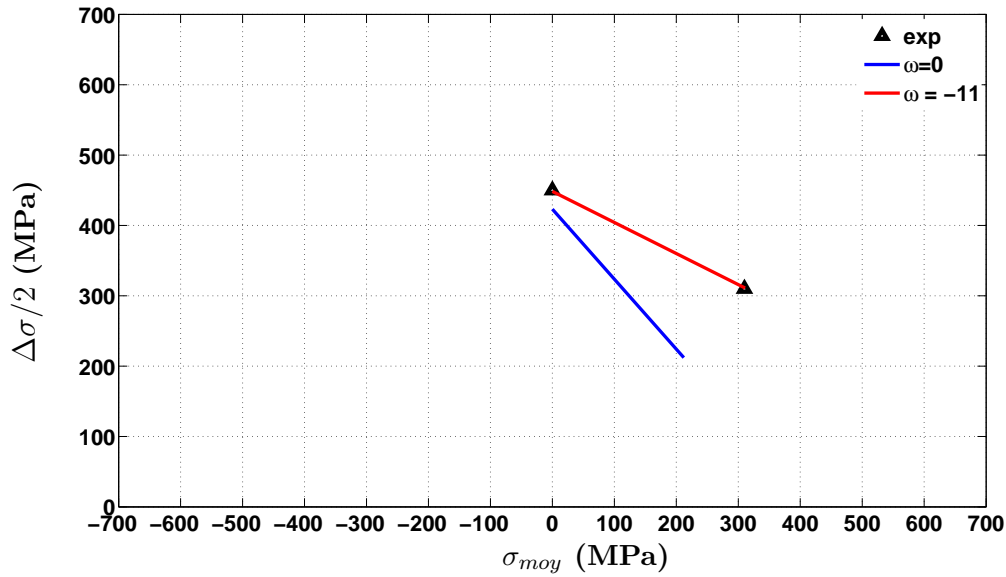


FIG. 6.7 – Diagrammes de Haigh obtenus à  $10^5$  cycles pour différentes valeurs de  $\omega$  lorsque les écrouissages cinématique et isotrope et la double saturation ne sont pas pris en compte

Parmi les matériaux connus, seuls les alliages de titane (type TA6V) donnent une pente pouvant aller jusqu'à  $-0,8$ . Avec l'écrouissage, on peut montrer que la pente est amoindrie. C'est ce que l'on trouve ci-dessous.

Configuration 2 : écrouissages cinématique et isotrope mais pas de saturation de la viscosité.

Lorsqu'on ajoute uniquement les écrouissages, on montre sur la figure 6.8 qu'il n'est pas nécessaire d'ajouter un effet de contrainte moyenne, i.e.  $\omega = 0$  suffit. Et, contrairement à la configuration 1, la pente du diagramme de Haigh de la figure 6.9 n'est pas égale à  $-1$  et passe bien par les points expérimentaux. Néanmoins, il est important de noter que, dans le cas d'un autre matériau, si ce dernier présente des effets de contraintes moyennes différents, il serait certainement nécessaire de jouer sur l'exposant  $\omega$ .

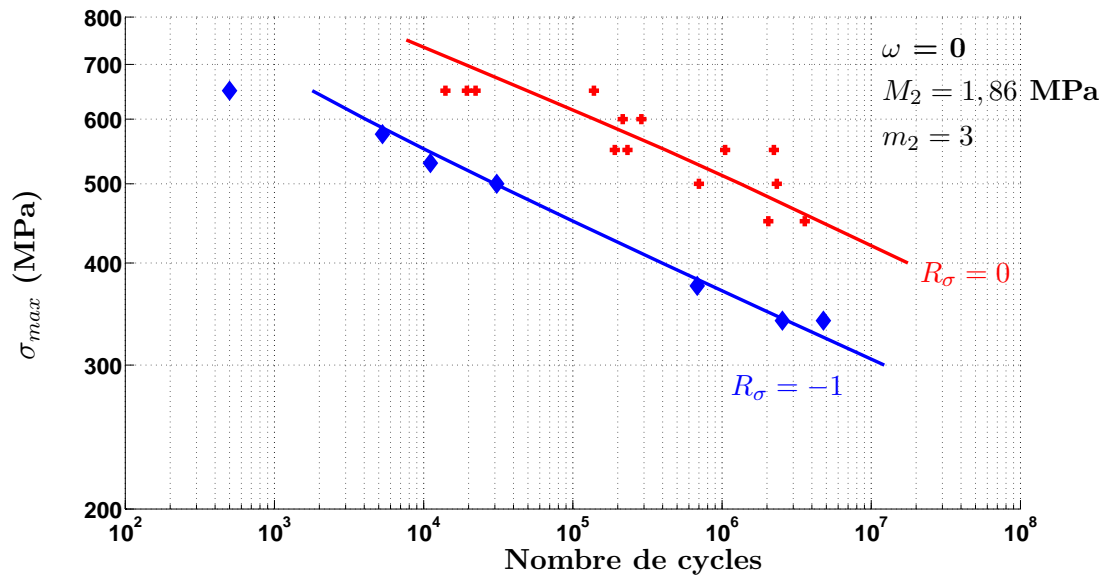


FIG. 6.8 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété avec écrouissages cinématique et isotrope, mais sans double viscosité

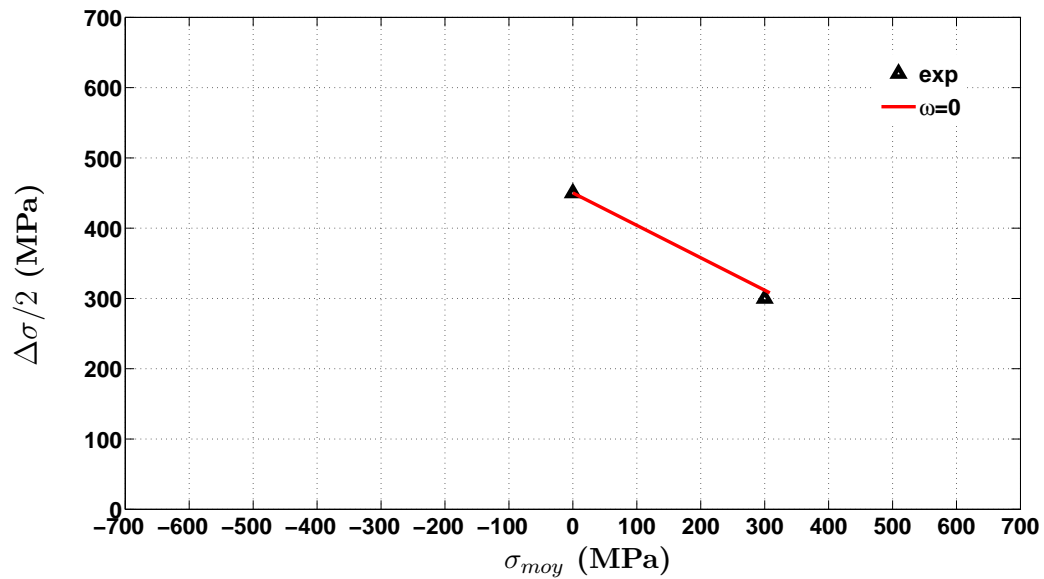


FIG. 6.9 – Diagramme de Haigh à  $10^5$  cycles obtenu pour  $\omega = 0$  avec écrouissages cinématique et isotrope, mais sans double viscosité



Configuration 3 : écrouissages cinématique et isotrope et saturation de la viscosité.

Les figures 6.4 et 6.5 présentées plus haut correspondent à cette configuration. On a montré que la valeur de  $\omega = 15$  convenait mieux que  $\omega = 0$ . Le diagramme de Haigh à  $10^5$  cycles, obtenu pour la valeur de  $\omega = 15$  et différents rapports de charge, est présenté sur la figure 6.10.

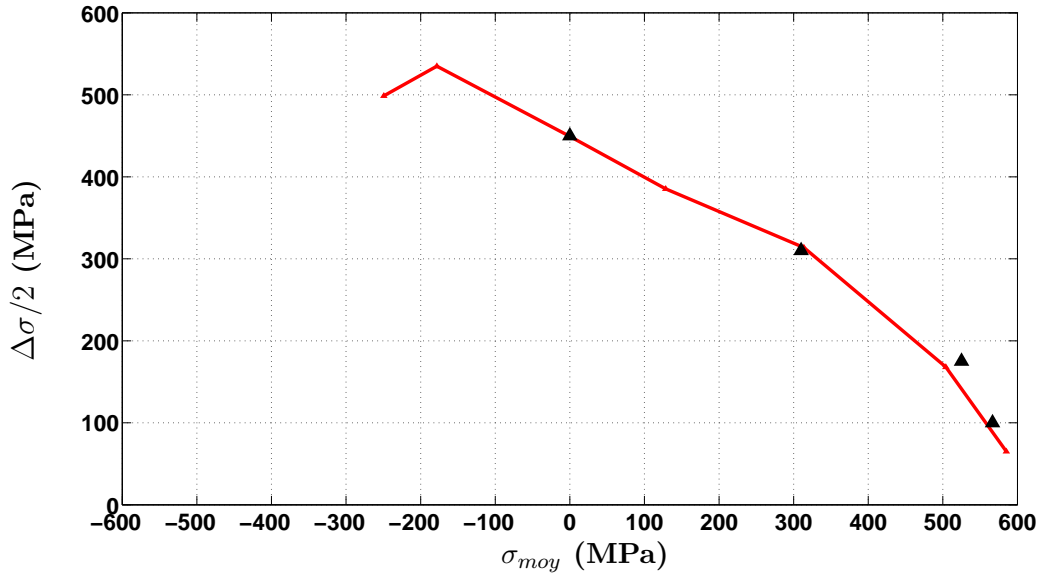


FIG. 6.10 – Diagramme de Haigh à  $10^5$  cycles obtenu pour  $\omega = 15$  avec écrouissages cinématique et isotrope et double viscosité pour différents rapports de charge

En résumé, les tendances obtenues avec le modèle sans oxydation sont les suivantes :

- le coefficient  $m$  permet de régler la pente de la courbe, en complément du modèle de comportement viscoplastique,
- le coefficient  $M$  permet de translater horizontalement la courbe (en conservant la pente). Plus  $M$  augmente, plus les durées de vie augmentent,
- le modèle présente intrinsèquement un effet de contrainte moyenne, qui, lorsque l'on n'introduit pas la double viscosité, est suffisant ( $\omega = 0$  convient) sur ce matériau,
- Dès lors que l'on sature la viscosité, le paramètre  $\omega$  est utile, car il permet de diminuer l'écart entre les courbes ( $\omega > 0$ ) ou de l'augmenter ( $\omega < 0$ ).

Dans ce paragraphe, notons que les coefficients de la matrice d'interaction  $H'_{sr}$  de l'équation (5.40) ont été choisis de façon à ne pas mettre d'interaction entre les systèmes cubiques ( $sr_{cub} = 1$ ,  $sr_{oct} = 1$  et  $sr_{oct/cub} = 0$ ) et octaédriques. Les prévisions de durée de vie que nous traçons sont des prévisions pour les plans octaédriques.

Si nous nous intéressons maintenant aux prévisions du modèle sans oxydation à la fréquence de 0,5 Hz, nous obtenons les prévisions reportées sur la figure 6.11, avec les coefficients déterminés ci-dessus à partir des essais à 50 Hz. Notons au passage que, pour chaque rapport de charge,

sont reportés les points expérimentaux selon que le matériau est revêtu (symbole plein) ou non revêtu (symbole vide). Ces points expérimentaux sont issus de laboratoire différents.

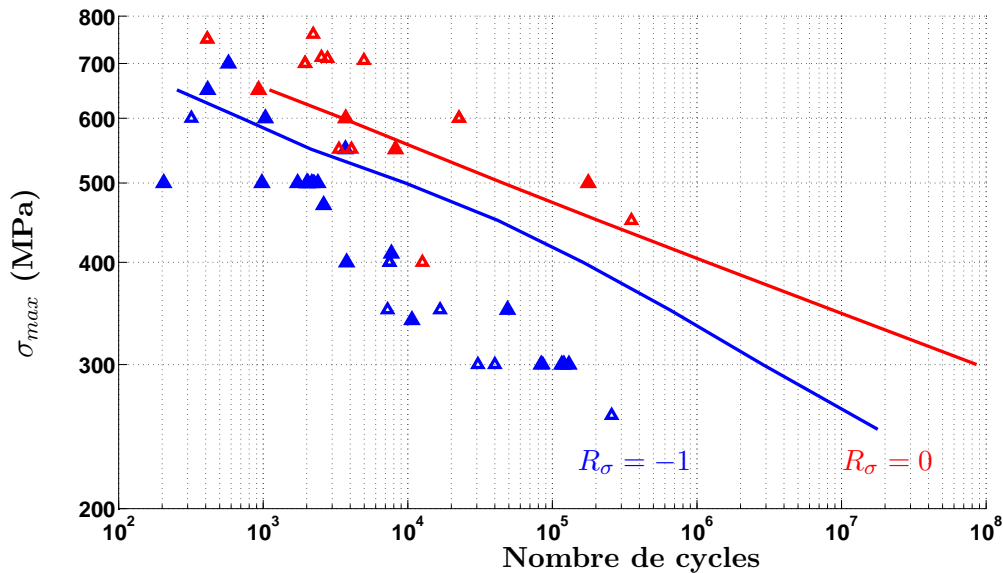


FIG. 6.11 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété à  $f = 0,5$  Hz  
- Paramètres :  $m = 2$ ,  $M = 15$  MPa,  $\beta = 3$ ,  $\sigma'_f = 400$  MPa

On voit que le modèle traduit en partie les effets de fréquence. Néanmoins, les prévisions sous sollicitations alternées sont un peu trop longues par rapport aux données expérimentales, notamment pour les faibles niveaux de contrainte. On peut s'attendre à ce que la prise en compte de l'oxydation dans la modélisation améliore les prévisions.

### 6.2.1.2 Identification des paramètres pour l'oxydation

Nous avons ensuite procédé à l'identification des paramètres d'oxydation que sont  $k_0$ ,  $\alpha_{ox}$ ,  $\xi$ ,  $B$  et  $\sigma_{D_{ox}}$ , à partir des résultats expérimentaux disponibles aux différentes fréquences. Pour le moment, nous ne mettons pas de seuil pour le terme d'effet d'accélération de l'oxydation par la contrainte ( $\sigma_{D_{ox}} = 0$ ).

#### Détermination du paramètre $k_0$

Nous avons commencé par identifier le paramètre  $k_0$  en imposant  $\xi = 0$ .

Pour cela, nous avons exprimé, dans un diagramme bi-logarithmique, la durée de vie calculée pour un niveau de chargement donné en fonction de la fréquence pour les deux types de sollicitation (alterné et répété).

Après plusieurs itérations, nous avons choisi  $k_0 = 150$  et reporté les prévisions ainsi obtenues, avec et sans prise en compte de l'oxydation, sur les figures 6.12 pour un faible niveau de chargement ( $\sigma_{max} = 400$  MPa) sous sollicitations alternées (courbes bleues) et répétées (courbes rouges). Les points reportés sur les figures ne sont pas des points expérimentaux mais des interpolations des points expérimentaux à la contrainte  $\sigma_{max} = 400$  MPa. Sur la figure sont

tracées les courbes obtenues en fonction de la fréquence de sollicitation avec et sans prise en compte de l'oxydation (resp. en trait plein et pointillés). Nous tracerons à chaque fois deux courbes, chacune correspondant à l'un ou l'autre des exposants utilisés dans la loi de viscosité (on prendra ici les coefficients des systèmes octaédriques, à savoir  $n_1 = 5$  et  $n_2 = 40$ ).

On montre que les prévisions surestiment beaucoup moins les durées de vie lorsqu'on ajoute l'oxydation, notamment pour les faibles fréquences. En revanche, les prévisions sont trop courtes par rapport aux durées de vie expérimentales pour les hautes fréquences.

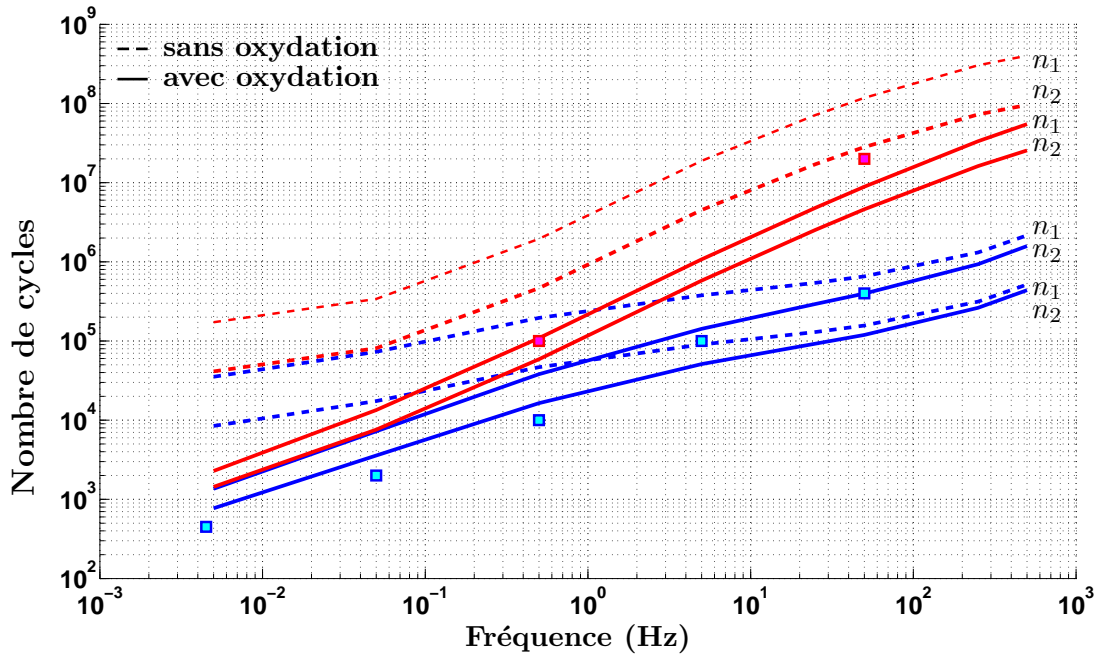


FIG. 6.12 – Prévisions de durée de vie exprimées en fonction de la fréquence de sollicitation avec oxydation (trait plein) et sans oxydation (pointillés) pour un niveau de contrainte donné  $\sigma_{imp} = 400$  MPa sous sollicitation alternée (bleu) et répétée (rouge) avec  $n_1 = 5$  et  $n_2 = 40$ .

### Détermination de $\alpha_{ox}$ et $\xi$

L'oxydation étant un phénomène temporel dans notre modèle, on a observé que son effet est beaucoup plus important pour les faibles niveaux de contrainte appliqués que pour les forts niveaux. En effet, plus le niveau est faible, plus la durée de l'essai est grande et donc plus l'oxydation a le temps d'opérer et tend donc à réduire la durée de vie.

Nous avons donc choisi les paramètres  $\alpha_{ox}$  et  $\xi$  de façon à amplifier l'effet de l'oxydation pour les forts niveaux de chargement par rapport aux faibles niveaux. Pour cela nous avons

tracé, sur la figure 6.13, l'évolution de la fonction  $F = \left\langle 1 + \sum_i \left\langle \frac{\sigma_n^i - \sigma_{Dox}}{B} \right\rangle^{\alpha_{ox}} \right\rangle^\xi$ , qui est

un facteur d'accélération de l'oxydation dans l'expression 5.64, en fonction de la contrainte appliquée. Le paramètre  $\xi$  est pris égal à 0,5 et  $\alpha_{ox}$  égal à 2. Le paramètre  $B$  est un paramètre d'ajustement, une fois  $\alpha_{ox}$  et  $\xi$  choisis.

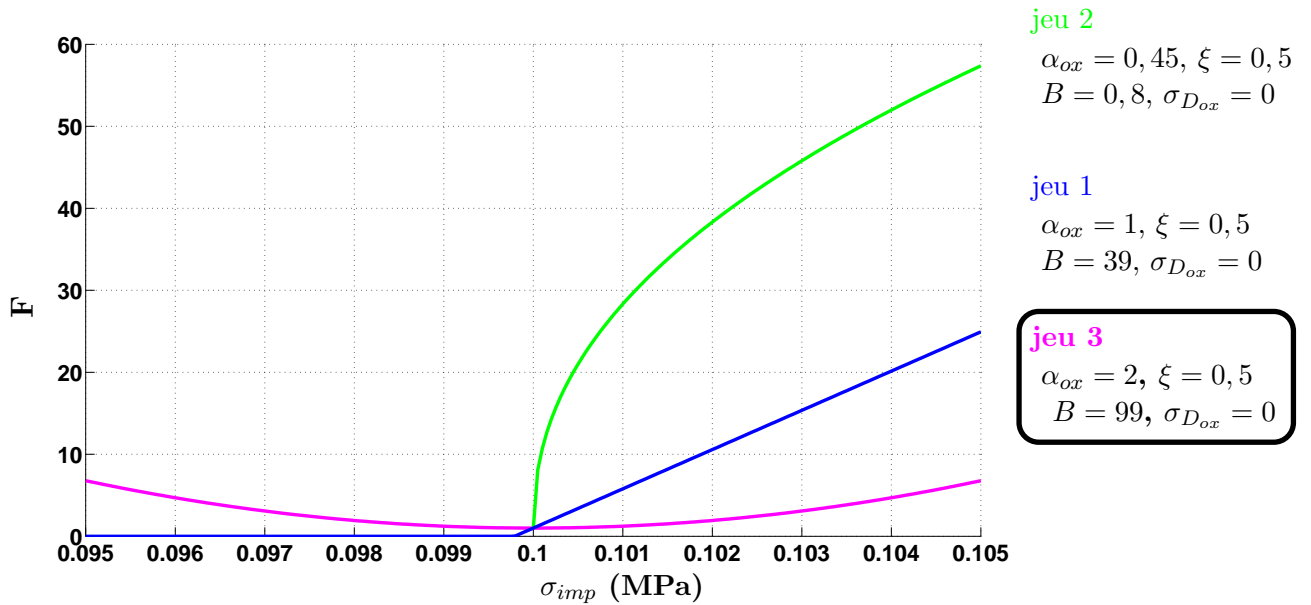


FIG. 6.13 – Evolution de la fonction  $F = \left\langle 1 + \sum_i \left\langle \frac{\sigma_n^i}{B} \right\rangle^{\alpha_{ox}} \right\rangle^\xi$  en fonction de la contrainte imposée pour une sollicitation alternée.

La figure 6.13 présente trois jeux de paramètres pour la fonction  $F$ . Selon les jeux de paramètres que l'on choisit, la fonction  $F$  peut être symétrique ou non. Si l'on prend une fonction non symétrique (jeu 1 et 2), il n'y a pas d'accélération de l'oxydation pour des chargements de compression, ce qui, physiquement, est justifié. Mais, du fait de la non symétrie de la fonction  $F$ , l'effet de l'oxydation est plus important pour le chargement répété (puisqu'il n'y a pas d'effet amplificateur en compression). Sous sollicitation alternée, l'effet de l'oxydation n'est encore pas suffisant pour notre matériau.

Nous avons alors utilisé une fonction symétrique (jeu de paramètres n° 3). Mais, physiquement, il est difficile de concevoir que l'effet d'amplification par la contrainte puisse être identique en traction ( $\sigma_n^i > 0$ ) et en compression ( $\sigma_n^i < 0$ ). Notre choix s'est alors porté sur une fonction  $F'$  qui couple les mécanismes de glissement au phénomène d'oxydation. La contrainte normale au plan  $\sigma_n^i$  a été remplacée par la contrainte résolue  $\tau^s$ . En conservant le jeu de paramètres n° 3, la nouvelle fonction devient  $F' = \left( 1 + \sum_{s \in i} \left( \frac{\tau^s}{B'} \right)^2 \right)$ .

Pour résumer, on a ainsi cherché à déterminer les paramètres de la fonction amplificatrice du phénomène d'oxydation de façon à ce que son effet soit non négligeable pour une sollicitation alternée et moindre dans le cas d'une sollicitation répétée.

Cependant, l'ajout de l'oxydation remet en cause l'identification précédente des paramètres du modèle et parfois même l'influence de certains paramètres. La pente identifiée sans oxydation a été modifiée. Par ailleurs, l'augmentation de la valeur du paramètre  $M$  fait que ce dernier n'induit plus simplement une translation horizontale de la courbe vers les durées de

vie élevées. La pente de la courbe est modifiée, sa valeur augmente puisque, plus le niveau de chargement appliqué est faible, plus l'oxydation agit et diminue les durées de vie.

### Effet de la contrainte moyenne

L'ajout de l'oxydation fait qu'il n'est plus nécessaire d'introduire un effet de contrainte moyenne, donc  $\omega = 0$  dans le tableau 6.4. Le diagramme de Haigh obtenu avec les paramètres identifiés est tracé sur la figure 6.14. Dans la zone de compression ( $R_\sigma < 0$ ), au lieu d'une augmentation de la contrainte admissible, on observe une diminution. Pour éliminer un tel effet, la seule solution envisageable serait d'introduire un effet de désactivation des dommages comme dans les modèles de Lemaitre (cf. annexe B.1).

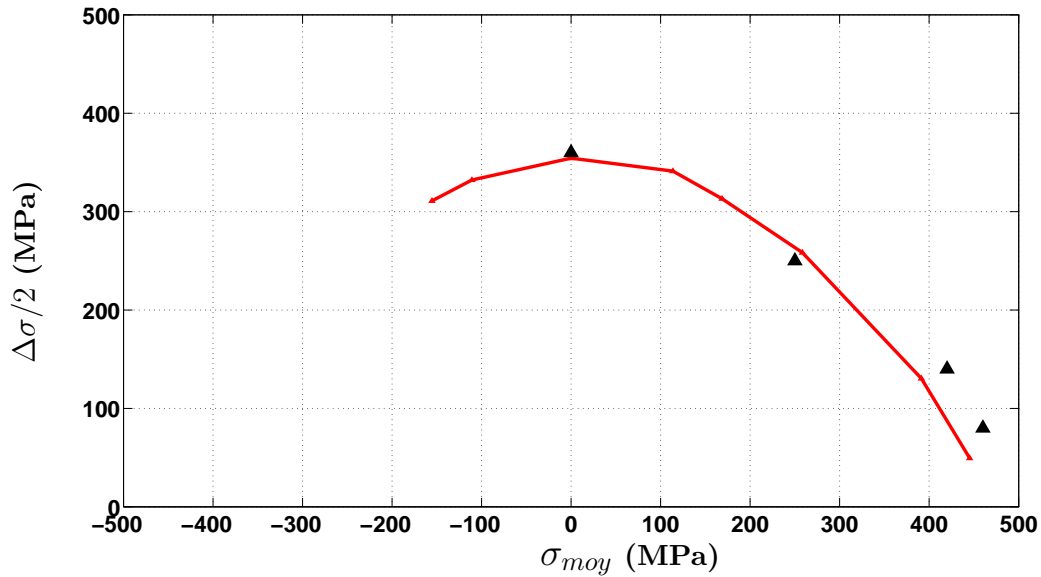


FIG. 6.14 – Diagramme de Haigh à  $10^6$  cycles et 50 Hz obtenu avec les paramètres du tableau 6.4.

#### 6.2.1.3 Choix de la matrice d'interaction entre glissements cubiques et octaédriques

La structure de la matrice a été présentée au paragraphe 5.2 (tableau 5.1).

Cette matrice permet de jouer sur l'interaction entre les divers systèmes de glissement de manière à influencer sur l'endommagement d'un plan, si tant est que nous ayons les informations expérimentales disponibles.

Dans ce qui suit, nous supposons que l'endommagement est gouverné par les mécanismes de plasticité, ainsi le critère de rupture sera atteint par le plan qui s'endommagera le plus.

Notons  $F_r = \sum_r H'_{sr} \dot{\gamma}^r$  le facteur d'activation de l'endommagement, pour un chargement donné, associé à chaque système  $r$  d'un plan donné,  $s$  correspondant aux systèmes des autres plans de glissement.

Dans un premier temps, les paramètres de la matrice ont été choisis de façon à ce que, pour un plan d'une famille donnée (octaédrique ou cubique), les systèmes des autres plans de glissement de la même famille contribuent uniquement à l'endommagement de ce plan, ainsi  $h'_{oct} = 1$ ,  $h'_{cub} = 1$ . On ne met donc pas d'interaction entre les systèmes de glissement cubiques et octaédriques, soit  $h'_{cub/oct} = 0$ . Par exemple, seuls les systèmes de glissement des plans  $(\bar{1}11)$ ,  $(1\bar{1}1)$  et  $(11\bar{1})$  contribueront à l'endommagement du plan  $(111)$ .

Pour une sollicitation de traction dans la direction  $\langle 100 \rangle$ , la vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^r$  est nulle pour chaque système cubique. Le facteur  $F$  associé à ces systèmes est donc nul et les plans cubiques ne s'endommageront pas. Seuls les plans octaédriques vont s'endommager. Cela est en accord avec l'hypothèse de départ.

Dans le cas d'une sollicitation de traction dans la direction  $\langle 111 \rangle$ , ce sont les systèmes cubiques qui plastifient le plus, leur vitesse de glissement  $\dot{\gamma}^s$  étant plus élevée que pour les systèmes octaédriques. On s'attend donc à ce que les plans cubiques s'endommagent le plus. Cependant, la construction du tenseur  $\mathbf{H}^i_{\tilde{\sim}}$ , qui intervient dans l'expression de la force thermodynamique associée à l'endommagement, induit une valeur de  $Y$  maximale pour le plan orthogonal à la direction de sollicitation (ici le plan de la famille  $\{111\}$ ). Cette valeur est, en outre, supérieure aux valeurs maximales de  $Y$  des autres plans. L'expression de  $\dot{\Phi}^i$  est donnée, rappelons-le, par l'équation :

$$\dot{\Phi}^i = \left( \frac{\frac{1}{2} \sigma : H^i : \sigma}{M} \right)^m \sum_{s \in i} \left( 1 + \frac{\langle \sigma_n^s \rangle}{\sigma_f} \right)^\omega \sum_r H'_{sr} \dot{\lambda}^r \quad (6.3)$$

Le calcul de  $\dot{\Phi}^i$  montrera que c'est le plan normal à la direction de sollicitation qui va s'endommager le plus, ici le plan de la famille octaédrique  $\{111\}$ . Ce résultat n'est donc pas en accord avec le fait que l'endommagement est gouverné par les mécanismes de plasticité.

On voit donc qu'avec les paramètres choisis pour la matrice  $H'_{sr}$ , ce n'est pas la plasticité seule qui gouverne l'endommagement, mais une combinaison entre les mécanismes de plasticité et l'influence de la force thermodynamique associée au couplage avec l'élasticité dans laquelle intervient le tenseur  $\mathbf{H}^i_{\tilde{\sim}}$ .

Afin de satisfaire l'hypothèse de départ, nous proposons les valeurs  $h'_{oct} = 1$ ,  $h'_{cub} = 4$  et  $h'_{cub/oct} = 0$ . Ainsi, lors d'une sollicitation dans la direction  $\langle 111 \rangle$ , le critère de rupture sera atteint par les plans cubiques, en accord avec les mécanismes de plasticité. Ce sont ces valeurs de paramètres que nous retiendrons dans les applications qui suivront. Notons qu'il convient de réajuster la valeur du paramètre  $M$  dès que l'on change les valeurs des coefficients de la matrice  $H'_{sr}$ .

Nous aurions pu envisager, par exemple, que la fissure s'amorce perpendiculairement à la direction de sollicitation. Les coefficients de la matrice d'interaction doivent alors être choisis de façon à favoriser l'endommagement des plans orthogonaux à la direction de sollicitation. Cela revient à introduire une interaction entre les systèmes de glissement des plans cubiques et octaédriques. Par exemple, dans le cas d'une sollicitation de traction dans la direction

$\langle 100 \rangle$ , pour laquelle seuls les systèmes octaédriques s'activent, il serait alors possible d'obtenir un facteur d'activation du dommage pour les plans cubiques de telle sorte que la fissure s'amorce en premier sur le plan (100).

Comme on peut le voir, nous disposons d'une certaine latitude dans le choix des coefficients de la matrice, ce qui permet de traduire les informations expérimentales, lorsque celles-ci sont disponibles.

Les paramètres, qui seront finalement retenus pour les applications ultérieures, sont reportés dans le tableau 6.4. Nous utiliserons deux jeux de paramètres, selon que l'on considère que l'endommagement est gouverné par la plasticité (jeu 1) et selon que nous favorisons un endommagement dans le plan normal à la direction de sollicitation (jeu 2).

	m	M	$\beta$	$\omega$	$\sigma'_f$	$\alpha_{ox}$	$\xi$	B	$h'_{oct}$	$h'_{cub}$	$h'_{cub/oct}$
jeu 1	3	3	3	0	400	2	0,5	200	1	4	0
jeu 2	3	3	3	0	400	2	0,5	200	1	0,3	0,3

TAB. 6.4 – Deux jeux de paramètres du modèle identifiés avec la prise en compte de l'oxydation.

Les figures 6.15 et 6.17 et 6.18 présentent les prévisions de durées de vie du modèle à 0,5 Hz et 5 Hz avec le jeu 1 de paramètres du tableau 6.4.

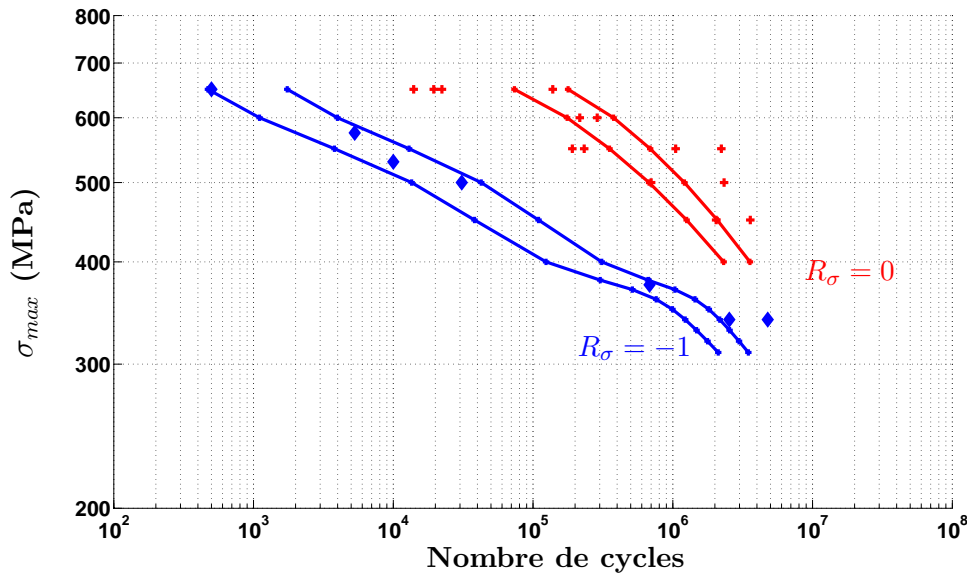


FIG. 6.15 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété à  $f = 50$  Hz

Sur la figure 6.15, à la fréquence de 50 Hz, nous observons une rupture de pente sur les courbes obtenues sous sollicitations alternées. Il semblerait que la saturation de la viscosité en soit à l'origine. En effet, si l'on trace, figure 6.16, les prévisions de durées de vie en alterné et répété en tenant compte de la saturation (traits pleins) et en l'enlevant (traits pointillés),

on s'aperçoit que la saturation de la viscosité a un effet, sous sollicitation alternée, sur une grande partie de la plage de contrainte appliquée. Par contre, sous chargement répété, à 50 Hz, la saturation ne joue qu'à partir d'un niveau de contrainte élevé (600 MPa environ).

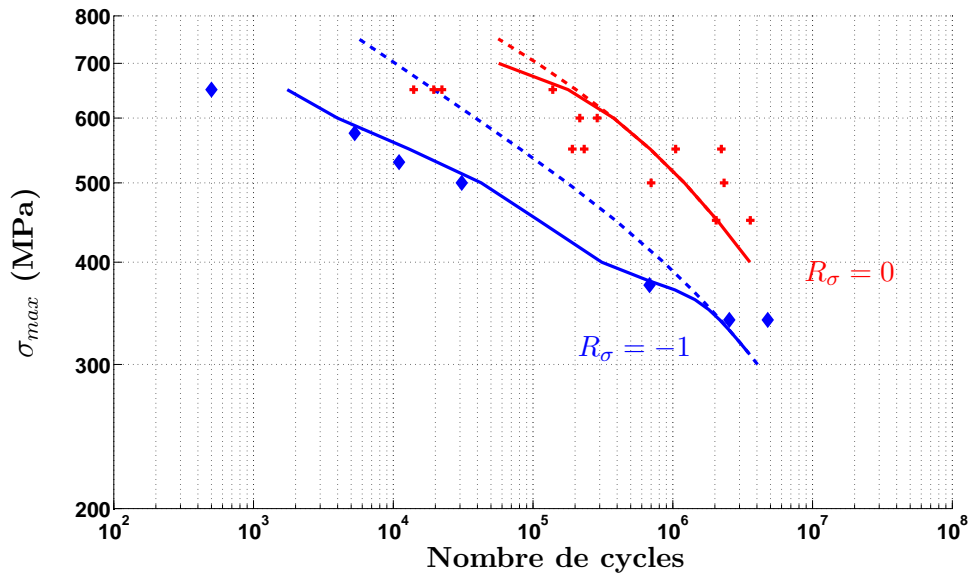


FIG. 6.16 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété à  $f = 50$  Hz avec saturation de la viscosité (traits pleins) et sans la saturation (traits en pointillés).

A la fréquence de 0,5 Hz, on montre que les prévisions ont été améliorées par rapport aux prévisions à la même fréquence sans prise en compte de l'oxydation (figure 6.11). L'ajout de l'oxydation a cependant trop réduit les durées de vie sous sollicitations répétées.

A la fréquence de 5 Hz (figure 6.18), les prévisions sous sollicitation alternée sont correctes. Elles sont, en revanche, trop conservatives pour le chargement répété (en rouge) par rapport aux points expérimentaux. Rappelons que les essais sur éprouvettes lisses en chargement répété sont ceux réalisés au cours de cette étude, or ces éprouvettes lisses sont issues d'un lot matière différent du lot dont proviennent les éprouvettes pour les essais en chargement alterné. Ils ne sont donc certainement pas représentatifs du lot matière des essais alternés.



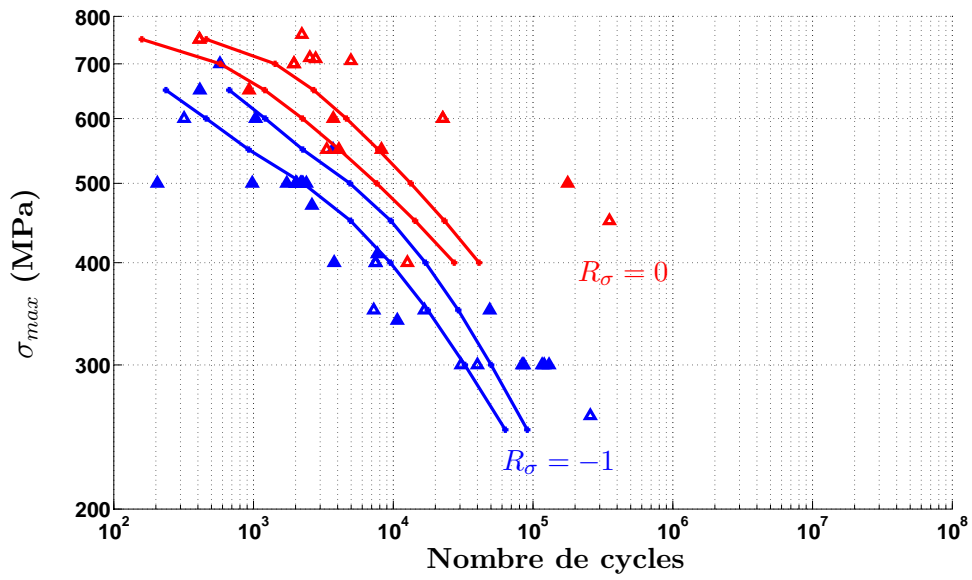


FIG. 6.17 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété à  $f = 0,5$  Hz

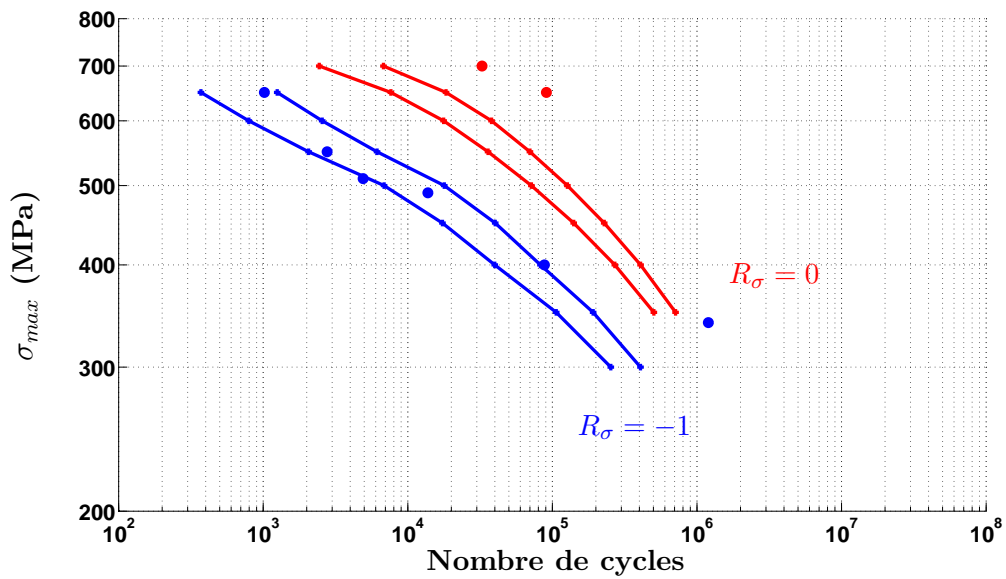


FIG. 6.18 – Courbes de Wöhler obtenues pour des chargements alterné et répété à  $f = 5$  Hz

### 6.2.2 Application du modèle selon différentes directions de sollicitation

De nombreux essais ont été réalisés à l'ONERA ([Gallerneau 98]) suivant les directions cristallographiques  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$ . Il n'a pas été observé, en régime de fatigue, d'effet de l'anisotropie sur les durées de vie (figure 6.19), et ceci quelle que soit la température.

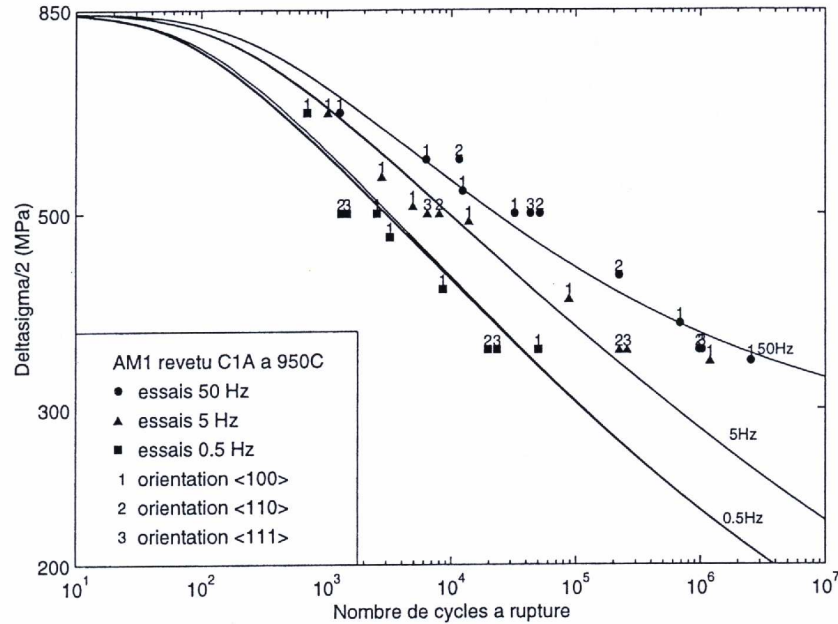


FIG. 6.19 – Courbes de Wöhler expérimentales et calculées à 950°C (50, 5 et 0,5 Hz;  $R_\sigma = -1$ ), sollicitation suivant  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$

Les prévisions de durée de vie obtenues avec le modèle à intégration simplifiée, pour ces différentes directions de sollicitations à 50 Hz sont présentées sur les figures 6.20 et 6.21. Les simulations, avec le jeu de paramètre 1 et dans le cas d'une sollicitation dans la direction  $\langle 111 \rangle$  (figure 6.20) montrent que ce sont trois plans cubiques qui s'endommagent le plus, les courbes étant superposées.

Pour la direction de sollicitation  $\langle 110 \rangle$  (figure 6.21), ce sont les plans octaédriques (111) et (11 $\bar{1}$ ) qui s'endommagent.

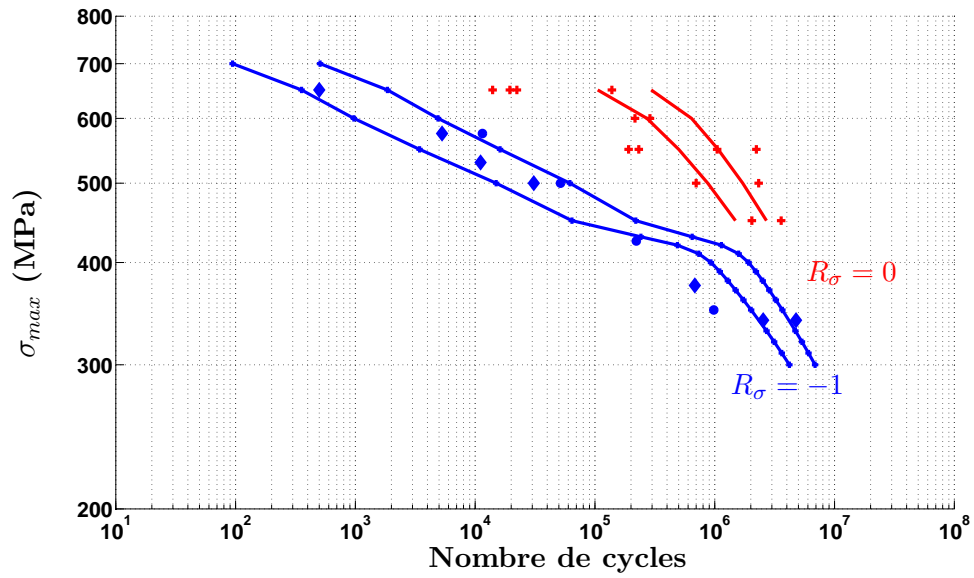


FIG. 6.20 – Courbes de Wöhler obtenues pour des sollicitations répétées et alternées à 50 Hz dans la direction  $\langle 111 \rangle$ . Les points d’essais en chargement alterné dans la direction  $\langle 111 \rangle$  sont représentés par les ronds bleus.

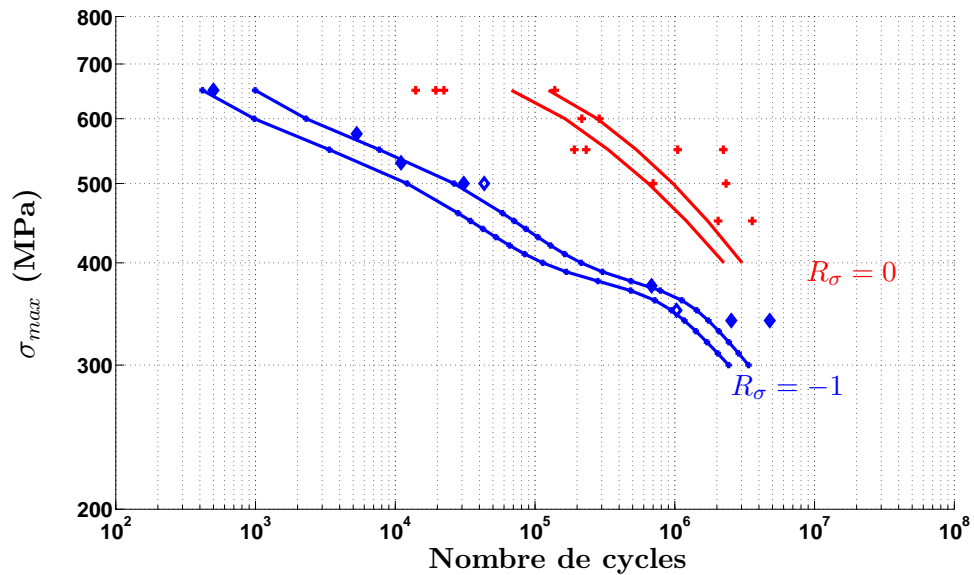


FIG. 6.21 – Courbes de Wöhler obtenues pour des sollicitations répétées et alternées à 50 Hz dans la direction  $\langle 110 \rangle$ . Les points d’essais en chargement alterné dans la direction  $\langle 110 \rangle$  sont représentés par les losanges bleus vides.

### 6.2.3 Conclusions et discussion sur l'identification du modèle

Ce chapitre a été consacré à l'identification des paramètres du modèle d'endommagement. Dans un premier temps, les paramètres ont été identifiés sans prendre en compte l'oxydation. Un jeu de paramètres a alors été proposé, mais ce dernier n'est valable que dans un domaine de fréquence limité.

Lorsque l'effet de l'oxydation est pris en compte, un compromis pour le choix des paramètres a été proposé et jugé acceptable.

On a ainsi pu remarquer certaines difficultés pour reproduire les tendances expérimentales sur éprouvettes lisses. En particulier, on observe, sur le modèle final avec oxydation, une tendance générale au croisement des courbes de durées de vie calculées et expérimentales, à savoir des prévisions trop courtes pour les grandes durées de vie expérimentales et des prévisions trop longues pour les faibles durées de vie expérimentales.

On peut, bien évidemment, supposer que ceci est dû à des choix insuffisamment judicieux effectués lors de l'élaboration et de l'identification de ce modèle. Ayant étudié de nombreuses autres possibilités et variations autour du canevas général, je considère que, au moins en partie, ces insuffisances sont liées :

- au caractère incrémental du modèle, avec une évolution du dommage sensible à la déformation plastique cumulée et, puisqu'on est en viscoplasticité, sensible par ce biais aux effets de fréquence (indépendamment de l'oxydation).

- au fait que nous nous sommes imposés de décrire, par ce modèle, les effets de viscoplasticité. Cela induit une difficulté supplémentaire pour l'identification du modèle puisque la viscosité joue un rôle non négligeable pour ce matériau. De plus, une forte contrainte était de ne pas modifier les paramètres du modèle de viscoplasticité, modèle standard utilisé par SNECMA pour l'AM1, au moins dans le domaine où il a été identifié. Ainsi, c'est seulement pour les très faibles déformations plastiques et pour les très fortes vitesses de déformation que des ingrédients supplémentaires ont été introduits dans ce modèle. Bien évidemment, on aurait pu facilement aboutir à une meilleure description de la durée de vie, sur toute la gamme, en modifiant complètement le modèle de comportement. Mais que voudrait alors dire un modèle d'endommagement couplé au comportement, si ce dernier n'était pas compatible avec les lois utilisées dans les calculs des pièces ?

Signalons que, au-delà du caractère figé du squelette principal de la loi de comportement, nous avons souhaité que le modèle décrive :

- l'effet de saturation de la viscosité pour les fortes vitesses (loi à deux pentes), indispensables pour éviter d'aboutir à des contraintes irréalistes pour l'AM1 dans le régime de 5 à 50 Hz.

- le double écrouissage cinématique, afin de diminuer la limite d'élasticité (ne jouant que pour les très faibles déformations inélastiques) et être capable de traduire des durées de vie finies pour de très faibles niveaux de contrainte (sans avoir à introduire de modèle à deux échelles).

- le mieux possible, toute la gamme de durée de vie expérimentale disponible, à savoir de 100 à  $10^6$  cycles, et ceci pour des fréquences allant de 0,05 Hz à 50 Hz (en passant par 0,5 Hz et 5 Hz).

- la prise en compte des effets de contrainte moyenne tels qu'observés sur l'AM1 (et sur de nombreux autres matériaux), aussi bien dans le régime des grandes durées de vie ( $10^6$  cycles) que dans le régime plus oligocyclique (à contrainte imposée), c'est ce dernier facteur qui a constitué la plus grande difficulté rencontrée pour l'élaboration et l'identification du modèle.



# Chapitre 7

## Exploitation et validation du modèle

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Application du modèle d'endommagement . . . . .</b>	<b>197</b>
<b>7.2</b>	<b>Prévisions de durées de vie des éprouvettes perforées . . . . .</b>	<b>198</b>
<b>7.3</b>	<b>Application du modèle sur des essais complexes . . . . .</b>	<b>204</b>
7.3.1	Essais de torsion sur tubes lisses . . . . .	204
7.3.2	Application du modèle sur les tubes perforés SOCRAX . . . . .	205
<b>7.4</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>208</b>

---

Ce dernier chapitre est consacré à l'exploitation et à la validation du modèle à partir des essais disponibles sur les éprouvettes perforées sous sollicitation de traction répétée puis sur les essais de torsion pure disponibles sur tubes lisses et perforés. Dans un premier temps, l'intégration analytique du modèle va être utilisée pour prédire la durée de vie de chaque type d'éprouvette selon les différents chargements. Ensuite, la méthodologie développée au chapitre 3 pour la prise en compte du gradient de contrainte va être appliquée.

### 7.1 Application du modèle d'endommagement

Le modèle développé et identifié aux chapitres précédents peut s'appliquer :

- soit de manière complètement couplée. Cette approche consiste à calculer le dommage des différents points de la structure en même temps que les contraintes et les déformations. Cela nécessite que l'analyse élastoviscoplastique et couplée soit menée sur toute la durée de vie de la pièce.

- soit en post-traitement, de façon non couplée du point de vue calcul de structure. On peut utiliser la version analytique du modèle et la version complète (dite couplée) sans intégration simplifiée. La prévision de durée de vie est alors réalisée à partir des évolutions calculées des contraintes aux points critiques considérés.

## 7.2 Prévisions de durées de vie des éprouvettes perforées avec l'intégration analytique du modèle

Dans ce qui suit, nous avons utilisé l'intégration analytique du modèle pour calculer la durée de vie des éprouvettes perforées.

Nous rappelons ici que ces éprouvettes ont été sollicitées à 5 Hz sous chargement répété et qu'elles sont issues du même lot matière que les éprouvettes lisses qui ont été testées, également à 5 Hz, au cours de cette étude. Il semblerait, d'après la figure 3.10 du paragraphe 3.4, que ce lot matière semble être plus résistant que celui utilisé lors des essais antérieurs puisque les essais réalisés à 5 Hz en chargement répété coïncident avec les résultats d'essais antérieurs à 50 Hz, réalisés sur un lot matière différent. On peut alors supposer que, si nous réalisions des essais répétés à 50 Hz sur des éprouvettes issues de notre lot matière, les durées de vie expérimentales seraient supérieures aux durées de vie des éprouvettes antérieures sollicitées à la même fréquence.

Les figures 7.1, 7.2 et 7.3 présentent les durées de vie prédites par le modèle sans prise en compte du gradient de contrainte. Sur chaque figure sont présentées les durées de vie obtenues pour chacun des plans, avec pour chacun d'eux, deux courbes qui correspondent à l'utilisation des deux coefficients de viscosité selon le régime de vitesse où l'on se situe. Les jeux de paramètres utilisés sont ceux proposés précédemment dans le tableau 6.4 en modifiant le paramètre  $M$  ( $M = 10$  MPa) pour déterminer la droite passant au mieux par les deux essais sur éprouvettes lisses réalisés au cours de ce travail.

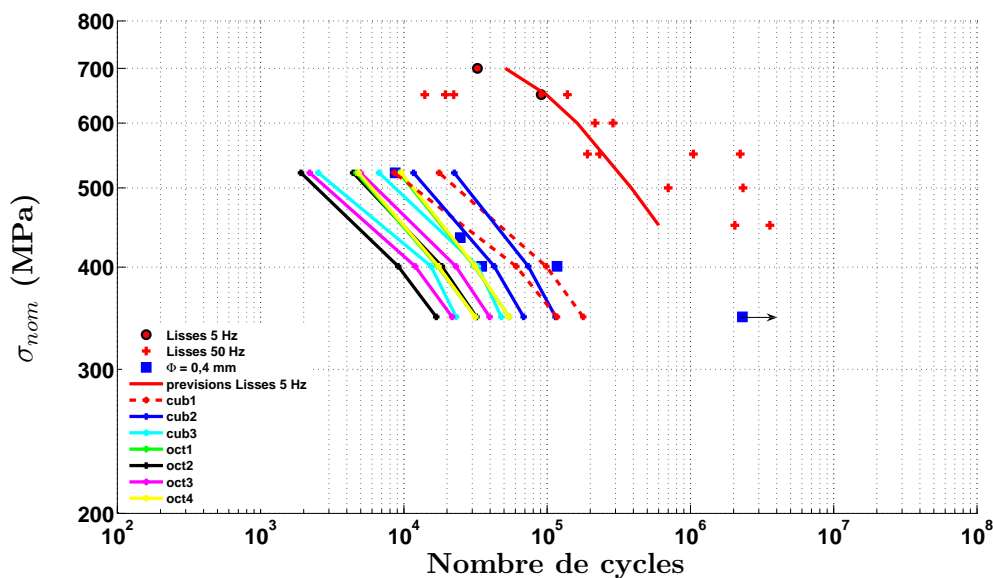


FIG. 7.1 – Prévisions de durée de vie en utilisant l'intégration simplifiée du modèle sur les éprouvettes contenant un trou de 0,4 mm de diamètre - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

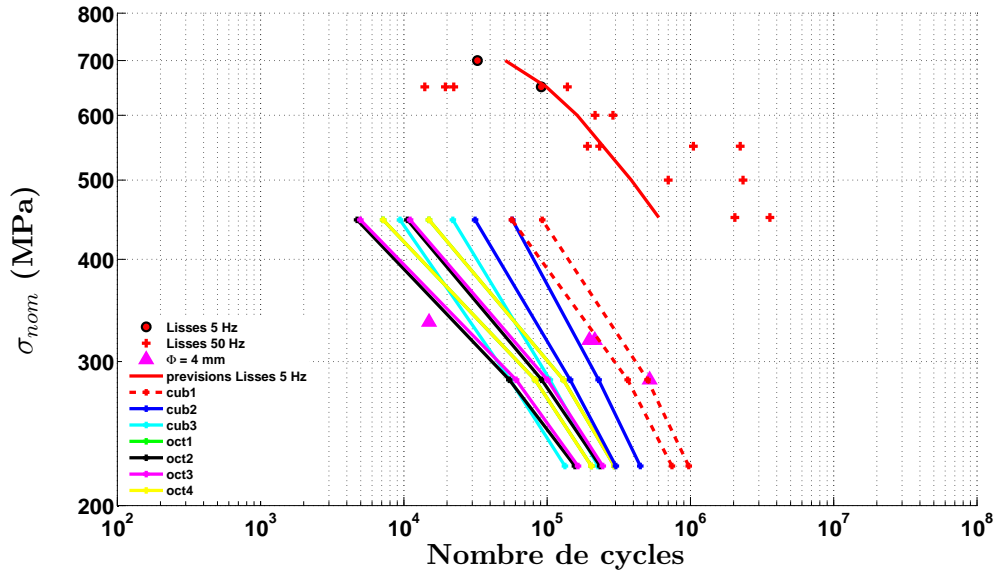


FIG. 7.2 – Prévisions de durée de vie en utilisant l'intégration simplifiée du modèle sur les éprouvettes contenant un trou de 4 mm de diamètre - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

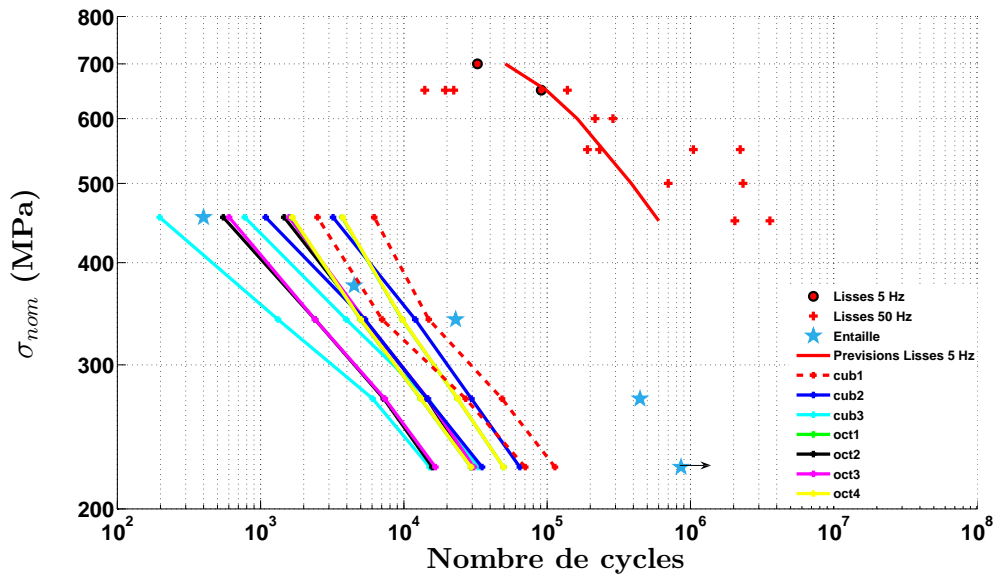


FIG. 7.3 – Prévisions de durée de vie en utilisant l'intégration simplifiée du modèle sur les éprouvettes contenant une entaille - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.



Les durées de vie obtenues avec le modèle, dont l'intégration a été faite analytiquement, sont un peu conservatives pour les éprouvettes contenant un trou de 0,4 mm de diamètre et celles contenant une entaille. En revanche, elles sont plutôt correctes pour les éprouvettes contenant le trou de 4 mm de diamètre, le gradient de contrainte étant beaucoup moins important au bord de ce trou. Dans l'ensemble, les prévisions sont meilleures que les prévisions obtenues avec le modèle ONERA sans prise en compte du gradient de contrainte et présentées au chapitre 3.8. On peut penser que le modèle développé au cours de ce travail prend mieux en compte les effets de multiaxialité. Surtout, il a un caractère mixte, se basant d'une part sur la déformation plastique cumulée, d'autre part sur la contrainte (dans le paramètre  $Y$ ). Ainsi les effets de gradient sont naturellement pondérés.

Sur la figure 7.4 sont comparées les durées de vie expérimentales et calculées en utilisant l'intégration simplifiée, sans moyenne volumique. Nous n'avons considéré, pour chaque type d'éprouvette, que le plan qui présente la durée de vie la plus courte. Les durées de vie calculées sont conservatives, notamment pour les éprouvettes contenant un trou de 0,4 mm de diamètre, ainsi que pour les éprouvettes entaillées.

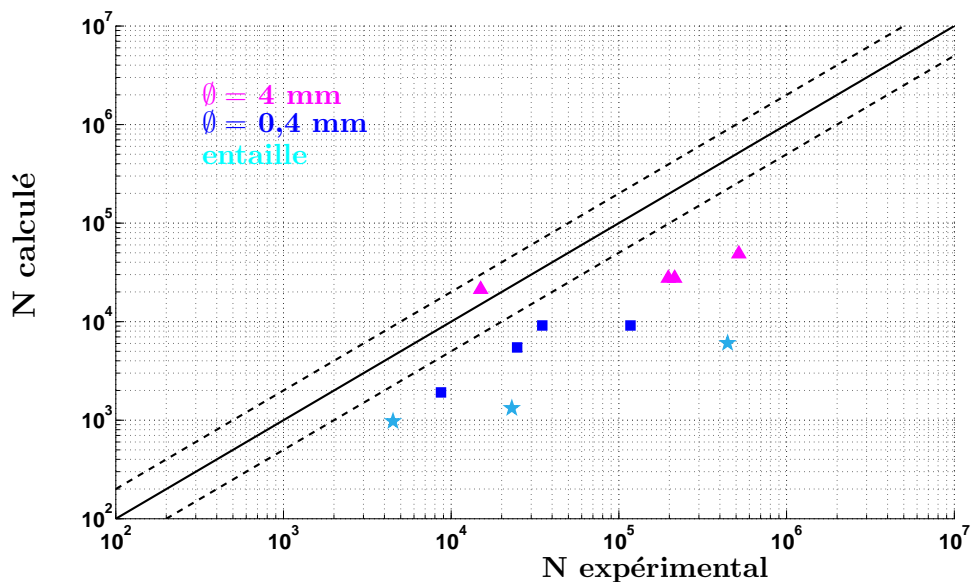


FIG. 7.4 – Comparaison entre la durée de vie calculée et la durée de vie expérimentale en utilisant l'intégration simplifiée du modèle sur les éprouvettes contenant un trou ou une entaille - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

Nous avons ensuite appliqué la méthode de moyenne volumique, mise en place au chapitre 4.2, afin de prendre en compte le gradient de contrainte et d'améliorer ainsi les prévisions de durée de vie précédentes. Nous procédons de la même manière que lors de l'application de la méthode de moyenne volumique avec le modèle ONERA, nous définissons une courbe lisse sans porosité à 5 Hz avec le modèle proposé dans cette étude (représentée en traits continus rouges sur la figure 7.5). Il convient de réajuster le paramètre  $M$  de notre modèle pour l'identification de la courbe sous sollicitation répétée à 5 Hz en faisant en sorte, autant que faire se peut, que la courbe soit proche de la courbe de référence identifiée avec le modèle ONERA (représentée en traits discontinus rouges sur la figure 7.5). Les points expérimentaux à 50 Hz et  $R_\sigma = 0$  sont représentés par les croix et les deux résultats d'essais à 5 Hz en chargement répété par les ronds rouges à bordure noire.

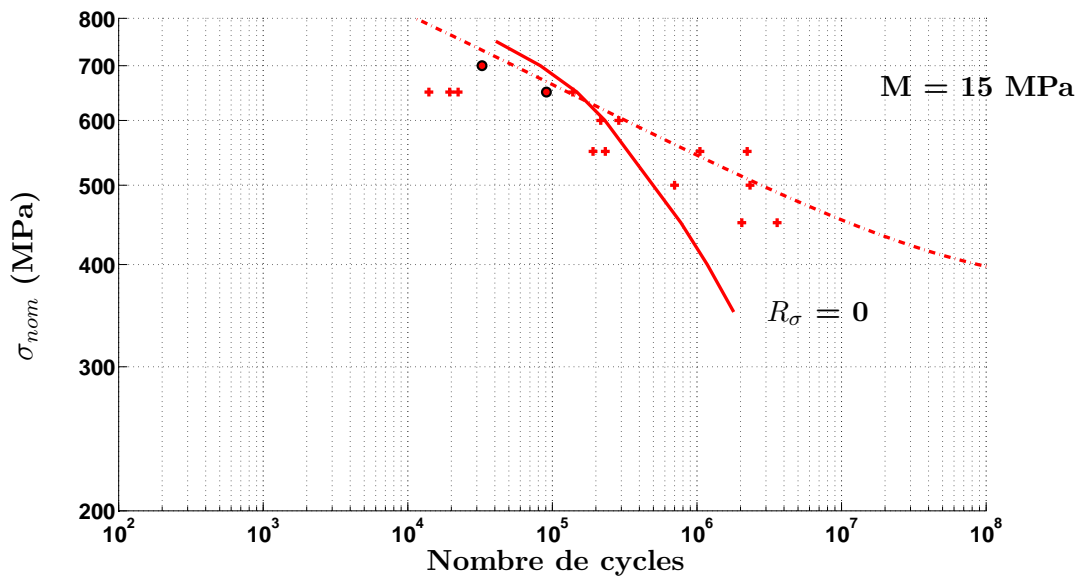


FIG. 7.5 – Détermination de la courbe de référence des éprouvettes lisses sans porosité pour les essais à 5 Hz sous sollicitation répétée (traits rouges). En traits discontinus rouges est tracée la courbe de référence de l'éprouvette lisse sans porosité, déterminée avec le modèle ONERA.

Les jeux de paramètres utilisés sont ceux proposés précédemment dans le tableau 6.4, mais en modifiant la valeur du paramètre  $M$  ( $M = 15$  MPa).

La méthode de moyenne volumique a été appliquée en faisant la moyenne de la quantité  $\phi^i$  sur la longueur d'intégration déterminée au paragraphe 4.2.4 (c'est-à-dire  $l = 0,0976$  mm), puis en calculant la durée de vie à l'aide de la relation (5.83), en remplaçant  $\phi^i$  par  $\bar{\phi}^i$ .

Les prévisions de durée de vie ainsi obtenues pour les éprouvettes contenant un trou de 0,4 mm de diamètre ou bien de 4 mm de diamètre ou une entaille sont présentées, respectivement, sur les figures (7.6), (7.7), (7.8). Sur chacune d'entre elles sont tracées les prévisions de durée de vie pour l'ensemble des plans de glissement. La durée de vie finale correspondra à celle du plan qui s'endommage le plus.

La figure 7.9 montre que les prévisions de durée de vie sont améliorées par rapport à la figure 7.4, en particulier pour les éprouvettes contenant le trou de 0,4 mm de diamètre. Seuls

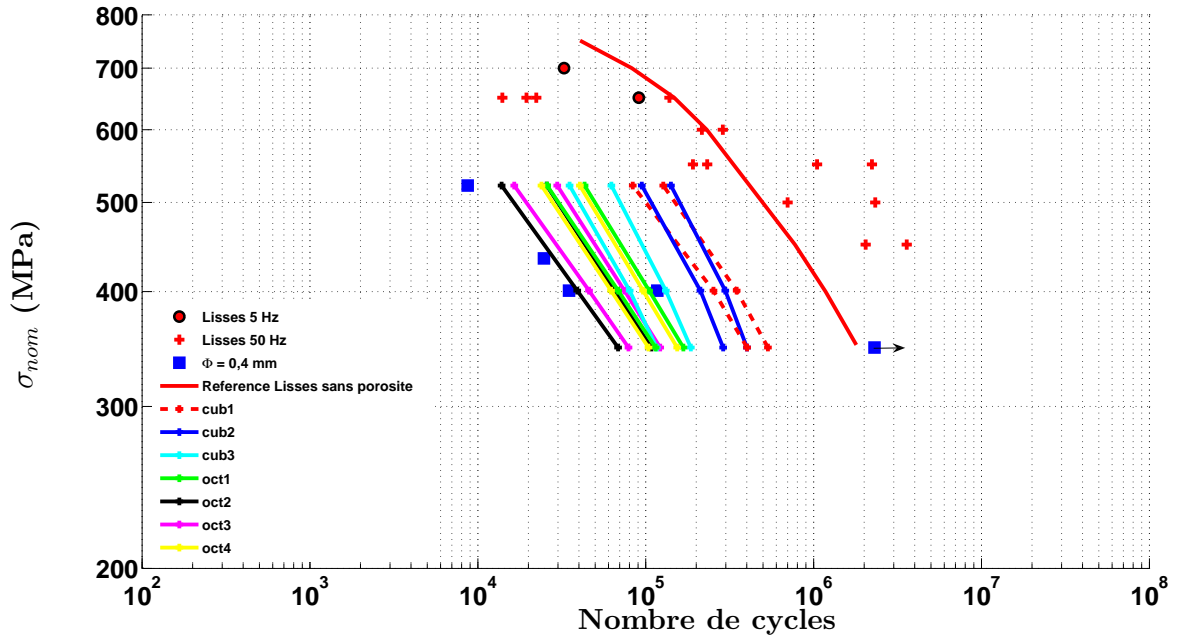


FIG. 7.6 – Prévisions de durée de vie avec la moyenne volumique sur les éprouvettes contenant un trou de 0,4 mm de diamètre - Utilisation du jeu 1 avec  $M = 15$  MPa pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

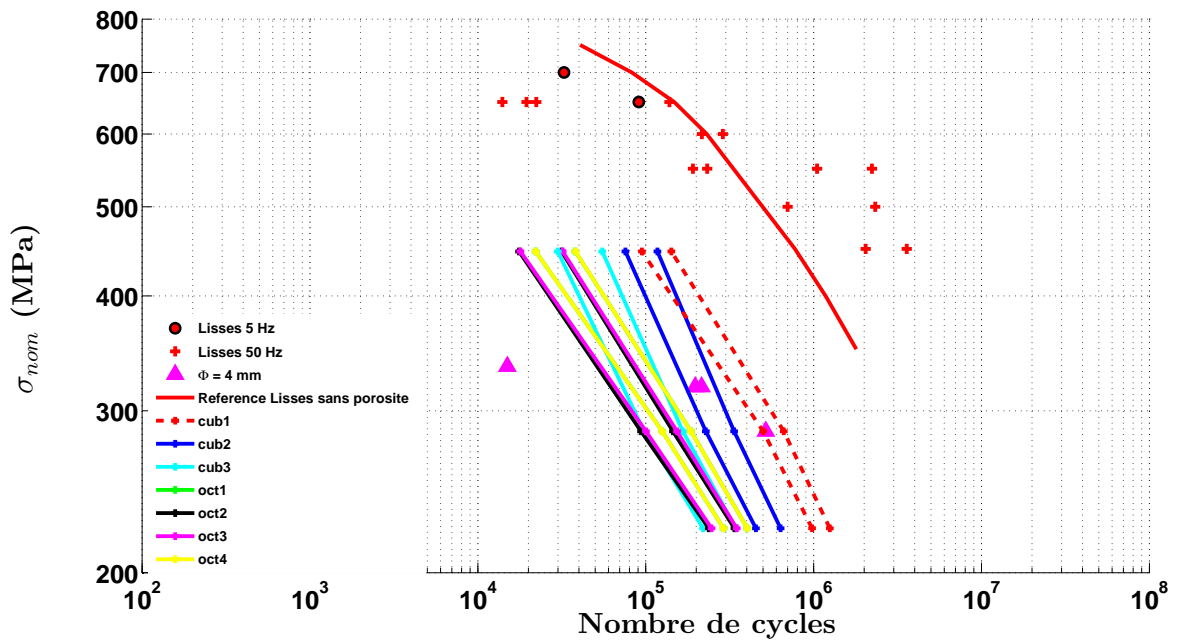


FIG. 7.7 – Prévisions de durée de vie avec la moyenne volumique sur les éprouvettes contenant un trou de 4 mm de diamètre - Utilisation du jeu 1 avec  $M = 15$  MPa pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

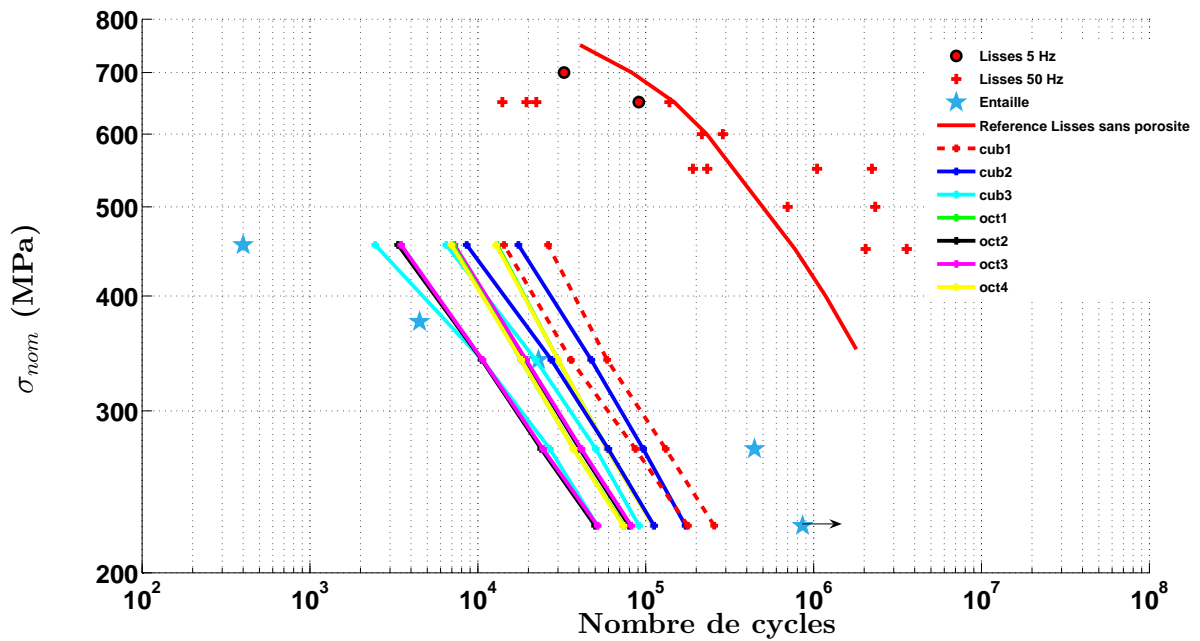


FIG. 7.8 – Prévisions de durée de vie avec la moyenne volumique sur les éprouvettes contenant une entaille - Utilisation du jeu 1 avec  $M = 15$  MPa pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

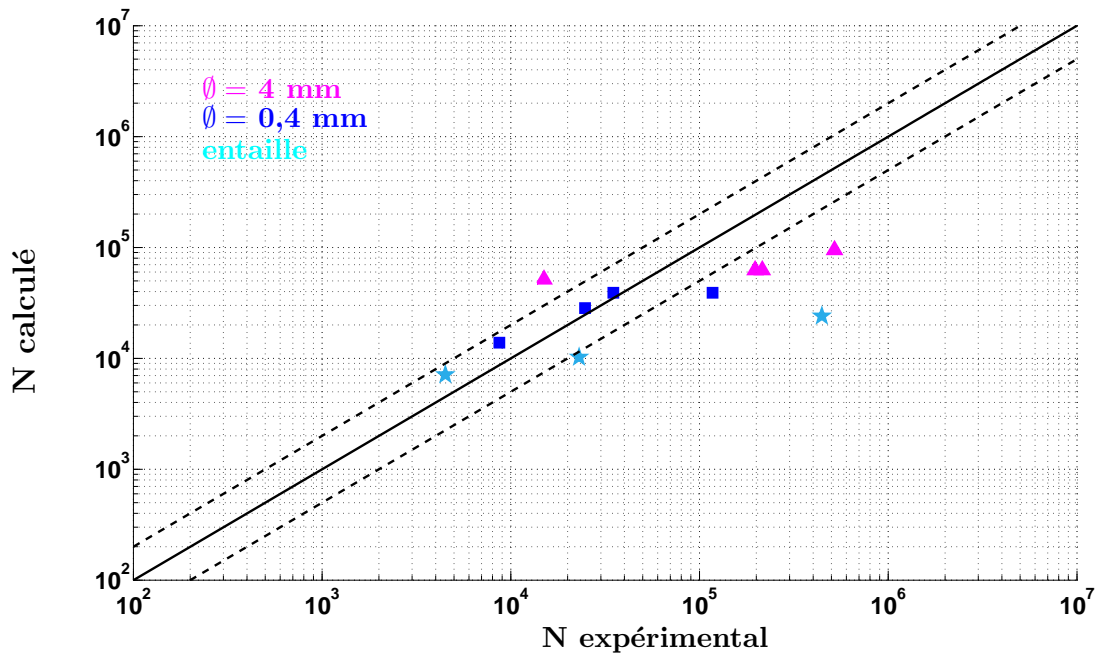


FIG. 7.9 – Comparaison entre la durée de vie calculée et la durée de vie expérimentale en appliquant la moyenne volumique sur les éprouvettes contenant un trou ou une entaille - Utilisation du jeu 1 avec  $M = 15$  MPa pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

10 cycles ont été simulés, on peut alors supposer que les prévisions des éprouvettes entaillées pourraient être améliorées si un plus grand nombre de cycles étaient simulés, donnant alors, pour les bas niveaux et grandes durées de vie, des prévisions moins conservatives.

## 7.3 Application du modèle sur des essais complexes (traction-torsion)

### 7.3.1 Essais de torsion sur tubes lisses

L'intégration analytique du modèle a été appliquée sur le tube lisse utilisé lors des essais de torsion à couple imposé à 5 Hz réalisés au cours des travaux de [Bonnand 06]. Les durées de vie obtenues sont comparées (figure 7.10) aux durées de vie expérimentales obtenues au cours des travaux de [Bonnand 06]. Le jeu 1 de paramètres présenté dans le tableau 6.4 a été utilisé dans ces simulations.

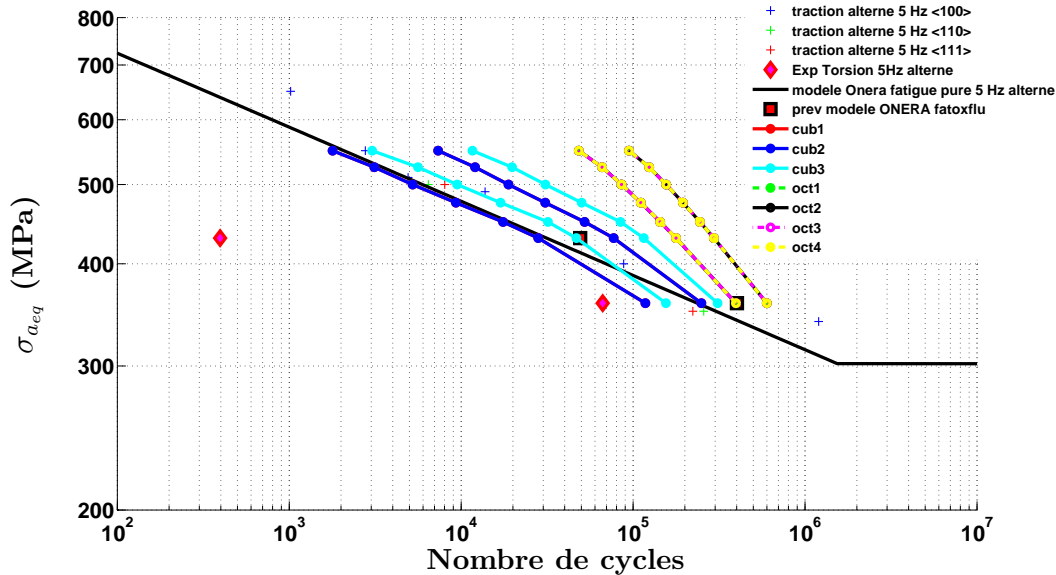


FIG. 7.10 – Torsion alternée à 5 Hz à 950°C sur un élément de volume (jeu de paramètre 1). Amplitude de contrainte équivalente en fonction de la durée de vie.

Sur la figure 7.10 est tracée, en noir, la courbe obtenue avec le modèle ONERA en fatigue pure sous sollicitation de traction alternée à 5 Hz, identifiée sur les points expérimentaux selon différentes directions et représentés par les croix. Les points expérimentaux correspondant à une sollicitation en torsion pure et issus des travaux de [Bonnand 06] sont représentés par des losanges magenta. Sont reportées également sur la figure les prévisions du modèle ONERA en fatigue-fluage-oxydation identifiables par les ronds rouges. Puis les prévisions de durée de vie obtenues en utilisant l'intégration simplifiée du modèle sont représentées par les différentes courbes correspondant aux différents plans de glissement. Ces prévisions sont meilleures par rapport aux prévisions du modèle FatOxFlu mais demeurent dans l'ensemble encore trop longues au regard de l'expérience. Cela dit, nous ne disposons que de deux points

expérimentaux, dont l'un, à fort niveau, présente une durée de vie très courte. Par ailleurs, avec le jeu de paramètres utilisé, ce sont les plans cubiques qui vont s'endommager le plus.

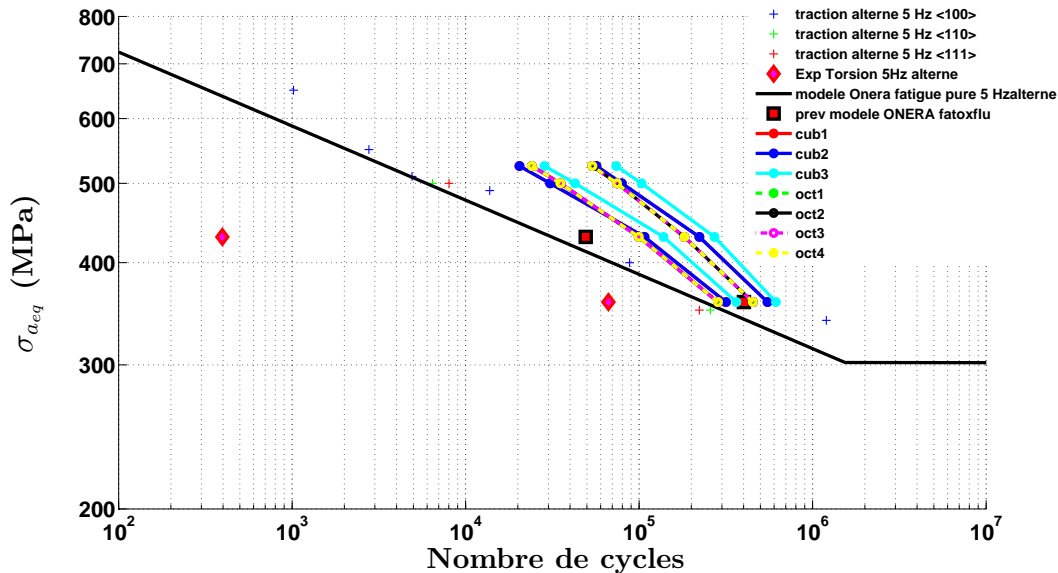


FIG. 7.11 – Torsion alternée à 5 Hz à 950°C sur un élément de volume (jeu de paramètre 2). Amplitude de contrainte équivalente en fonction de la durée de vie.

La figure 7.11 présente, toutes choses égales par ailleurs, les prévisions données par l'intégration analytique du modèle en utilisant le jeu de paramètres 2, c'est-à-dire celui qui favorise l'amorçage de fissures sur des plans orthogonaux à la contrainte principale maximale. Avec ce jeu de paramètres, les durées de vie les plus courtes sont obtenues pour les plans de type octaédriques. On remarque qu'elles sont très proches des prévisions de durée de vie obtenues avec le modèle FatOxFlu ONERA.

Si l'on compare les figures 7.10 et 7.11, l'utilisation du jeu de paramètre 1, favorisant l'endommagement des plans les plus activés, fournit des durées de vie plus proches des résultats expérimentaux. Dans la suite de l'étude, nous privilégierons donc le jeu de paramètres 1, qui à notre sens, permet de mieux traduire les résultats expérimentaux.

### 7.3.2 Application du modèle sur les tubes perforés SOCRAX

Nous avons vu, au chapitre 3, que l'application de la moyenne volumique réalisée à partir des grandeurs calculées avec le modèle ONERA prévoyait des durées de vie beaucoup trop longues, en raison de la déficience du modèle ONERA pour des chargements de torsion. Dans cette partie, nous avons utilisé l'intégration analytique de mon modèle pour calculer la durée de vie des tubes perforés sollicités en torsion répétée à 5 Hz avec le jeu 1 de paramètre et  $M = 10$  MPa.

Dans un premier temps, les prévisions du modèle sur tubes perforés, sans prise en compte du gradient de contrainte au bord des perforations, sont présentées figures 7.12 et 7.13. Les prévisions sont obtenues ici sans prise en compte de l'effet d'échelle, i.e. ici la référence utilisée est celle présentée sur la figure 7.1 pour laquelle  $M = 10$  MPa.

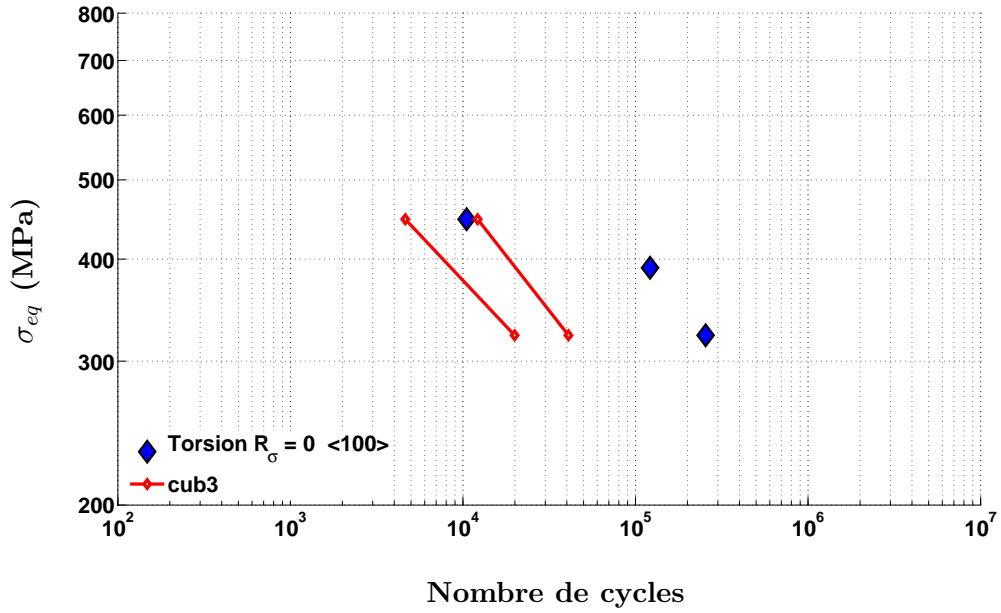


FIG. 7.12 – Prévisions de durées de vie sur les tubes perforés sous chargement de torsion répétée à 5 Hz au niveau du trou < 100 > sans moyenne volumique ( $M = 10$  MPa) - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

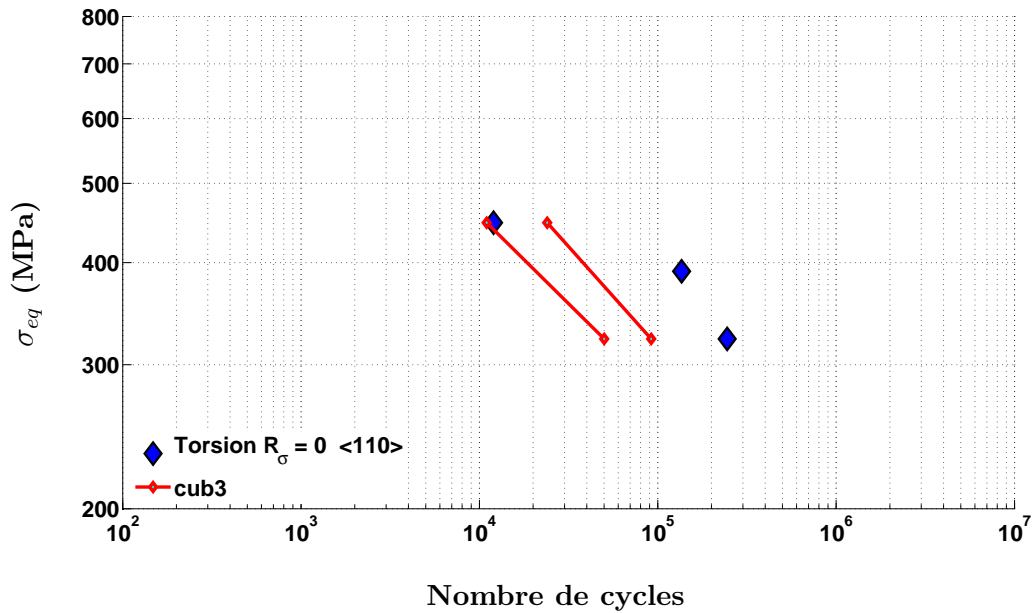


FIG. 7.13 – Prévisions de durées de vie sur les tubes perforés sous chargement de torsion répétée à 5 Hz au niveau du trou < 110 > sans moyenne volumique ( $M = 10$  MPa) - Utilisation du jeu 1 pour l'intégration analytique simplifiée du modèle.

Dix cycles ont été simulés à chaque fois pour disposer de résultats rapidement. Sur chaque figure sont reportées uniquement les prévisions de durée de vie du plan qui s'endommage le plus, c'est-à-dire les courbes dont la durée de vie est la plus courte. Comme chaque fois, deux courbes sont tracées, correspondant respectivement à l'utilisation du coefficient de viscosité le plus grand et le plus petit.

Les prévisions sont très semblables pour les deux trous situés dans les directions  $\langle 100 \rangle$  et  $\langle 110 \rangle$ . A chaque fois, c'est un plan cubique qui s'endommage le plus.

La moyenne volumique a ensuite été appliquée pour prendre en compte le gradient de contrainte de la même manière que pour les éprouvettes perforées. Les prévisions du modèle, en prenant en compte le gradient de contrainte, sont présentées figures 7.14 et 7.15. Cette fois, la courbe de référence de l'éprouvette lisse sans porosité est utilisée ( $M = 15$  MPa).

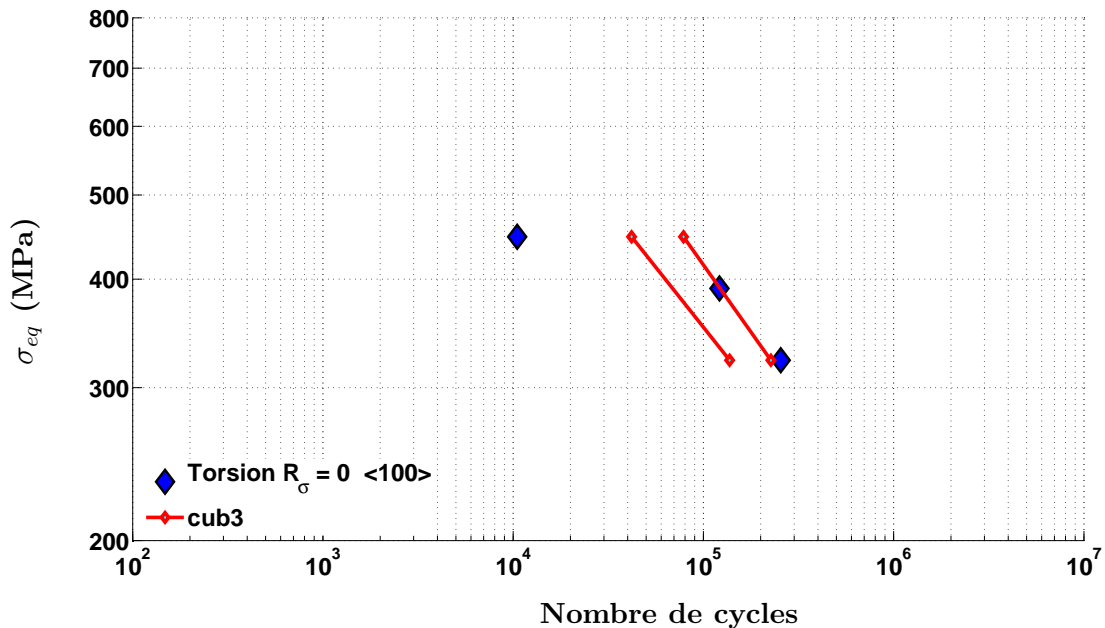


FIG. 7.14 – Application de la moyenne volumique sur les tubes perforés sous chargement de torsion répétée à 5 Hz au niveau du trou  $\langle 100 \rangle$  - Utilisation du jeu 1 de paramètres pour l'intégration analytique simplifiée du modèle et  $M = 15$  MPa.

On voit, d'après les figures 7.14 et 7.15, que les prévisions de durée de vie sont correctes pour l'éprouvette sollicitée avec les chargements les plus faibles. La durée de vie la plus courte est prédite pour le trou situé dans la direction  $\langle 100 \rangle$  et est obtenue, pour les deux trous, pour un plan cubique, de la même manière que le modèle ONERA prévoyait une durée de vie minimale au trou  $\langle 100 \rangle$ . Rappelons, que expérimentalement, il a été difficile de conclure quant à la localisation de l'amorçage sur l'un ou l'autre des trous.

Pour le chargement de niveau fort, les prévisions sont trop longues par rapport au point expérimental. Nous constatons néanmoins que les prévisions du modèle sont, dans l'ensemble, plus proches des résultats expérimentaux lorsqu'on applique la moyenne volumique. Le fait, cependant, que le modèle n'améliore pas vraiment les prévisions pour la torsion à fort niveau est induit principalement par le chargement répété mal modélisé, même en traction-compression à 5 Hz.



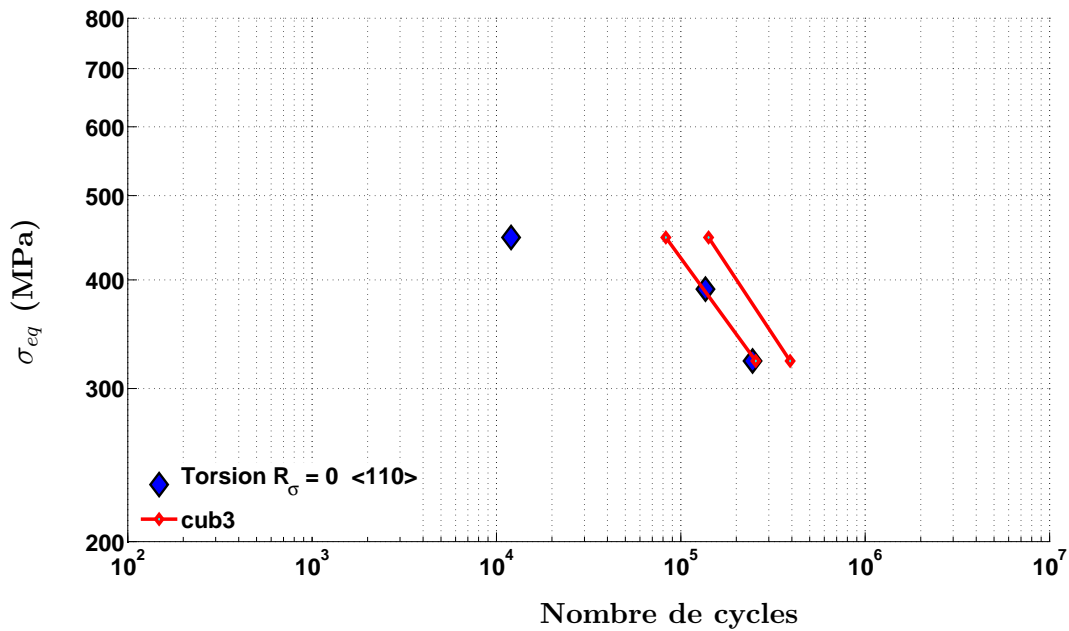


FIG. 7.15 – Application de la moyenne volumique sur les tubes perforés sous chargement de torsion répétée à 5 Hz au niveau du trou  $\langle 110 \rangle$  - Utilisation du jeu 1 de paramètres pour l'intégration analytique simplifiée du modèle et  $M = 15$  MPa.

## 7.4 Conclusions

Ce chapitre a consisté à exploiter le modèle sur des configurations plus complexes, telles que les éprouvettes perforées ou à fentes et les essais de torsion pure sur éprouvettes lisses ou entaillées. Nous observons une amélioration des prévisions du modèle dans le cas de la torsion pure par rapport au modèle FatOxFlu de l'ONERA, bien que celles-ci soient encore trop grandes au regard de l'un des points d'essais. Lorsque nous appliquons le modèle tel quel, toujours dans sa version analytique, sur les éprouvettes perforées, les durées de vie prédites sont encore conservatives. Elles sont améliorées lorsque nous utilisons la méthodologie de moyenne volumique développée au chapitre 3. Les mêmes améliorations sont constatées lors de l'application du modèle avec prise en compte du gradient de contrainte sur les tubes perforés.

# Chapitre 8

## Conclusion générale

### Synthèse

L'objectif principal de ces travaux de recherche était de modéliser l'endommagement des superalliages monocristallins en zone de concentration de contrainte. Dans un premier temps, une étude expérimentale menée sur le superalliage AM1 a permis de mettre en évidence, qualitativement et quantitativement, l'effet d'un gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage pour des éprouvettes contenant des perforations de différents diamètres. Nous avons ensuite montré que l'application des modèles d'endommagement macroscopiques, utilisés jusqu'à présent au Bureau d'Etudes, fournit des prévisions de durée de vie beaucoup trop conservatives, puisqu'ils ne tiennent pas compte du gradient de contrainte au voisinage du trou. Cette constatation nous a alors conduit à proposer une méthodologie, applicable en Bureau d'Etude, qui prenne en compte les effets de gradients de contrainte dans l'analyse de durée de vie. Par ailleurs, l'étude bibliographique réalisée sur les modèles d'endommagement appliqués sur les monocristaux a montré la nécessité de développer un modèle d'endommagement de fatigue anisotrope écrit à une échelle plus fine, celle des systèmes de glissement, pour pallier certaines déficiences observées avec les modèles macroscopiques. La nouveauté, par rapport aux modèles développés jusqu'ici à l'ONERA, est la formulation incrémentale du modèle. Le développement d'un nouveau modèle est lié au fait que le matériau de l'étude est un matériau non revêtu alors que le modèle ONERA FatOxFlu utilisé jusqu'à présent est adapté pour le matériau revêtu. Nous avons également subodoré l'effet des porosités et d'une micropropagation à partir de micropores, c'est la raison pour laquelle nous proposons une modélisation différente du microamorçage. Enfin, le modèle doit être valable en zone de perforation. Après l'identification du modèle, la finalité de ce travail de modélisation a consisté en sa validation en zone de concentration de contrainte en utilisant la méthodologie de prise en compte du gradient de contrainte.

### Mise en évidence expérimentale de l'effet du gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage

L'étude expérimentale réalisée sur les éprouvettes perforées de trous de différents diamètres (exhibant, par une variation d'épaisseur, le même état de contrainte en bord de perforation) a montré l'influence du gradient de contrainte sur la durée de vie à amorçage. Aussi bien qualitativement puisque, pour les éprouvettes contenant un seul trou de diamètre donné et dimensionnées de façon à présenter la même contrainte locale et le même gradient de

contrainte rapporté au rayon, l'amorçage se produit plus tôt sur les éprouvettes contenant le trou de plus gros diamètre, que quantitativement, puisque l'éprouvette multiperforée a rompu systématiquement sur le plus gros trou.

Des observations métallographiques ont ensuite été réalisées. D'une part, une étude qualitative nous a permis de connaître l'état du matériau au début de l'essai et de déterminer ainsi les conditions opératoires initiales de nos essais. Il s'est avéré que le mode de perçage par électroérosion induit des écarts géométriques et métallurgiques qui n'ont que peu d'effet sur l'amorçage des fissures. L'analyse des faciès de rupture a montré des types d'amorçage différents selon que l'éprouvette est lisse ou perforée et ce, en accord avec l'effet de volume. L'amorçage de fissure est lié à la probabilité de trouver un défaut, cette probabilité étant plus élevée sur éprouvettes lisses que sur éprouvettes perforées (car la zone sollicitée est bien plus petite dans le cas des éprouvettes perforées).

Nous avons montré que l'analyse classique de durée de vie est mise en défaut en cas de fort gradient de contrainte (ou de déformation) dans le volume de matière considéré au voisinage du point le plus sollicité, et ceci indépendamment du modèle de durée de vie, étant dû au fait que les modèles ne considèrent que le point le plus sollicité, le plus souvent le point situé à la surface.

### Méthodologie de prise en compte du gradient de contrainte

Une étude de l'état de l'art sur la prise en compte du gradient de contrainte dans l'analyse de durée de vie nous a amené à tester différentes méthodes. Des méthodes à coefficient d'entaille, qui font appel à des relations empiriques faisant intervenir le facteur de concentration de contrainte, ont été appliquées, en élasticité, sur les résultats sur éprouvettes perforées issus de nos essais. Les durées de vie obtenues sont un peu trop conservatives pour les éprouvettes présentant une plasticité importante en fond d'entaille. Ensuite, des méthodes "non locales" ont été testées, comme la méthode du point, la méthode de moyenne linéique, puis la méthode de moyenne volumique. Chacune d'entre elles a été appliquée en élasticité et en élastoviscoplasticité. Pour prévoir des durées de vie en adéquation avec l'expérience, l'approche retenue consiste à effectuer une moyenne volumique, en pré-traitement du calcul de durée de vie, des champs de contrainte obtenus à partir de calculs élastoviscoplastiques. Cette méthode nous a permis d'identifier la valeur du rayon d'intégration avec lequel va être réalisée la moyenne volumique des quantités nécessaires au modèle de durée de vie. La méthode a été appliquée en élastoviscoplasticité sur les résultats d'essais sur éprouvettes perforées. Elle a fourni des résultats tout à fait satisfaisants. Elle permet de plus de traduire l'amorçage en bord de porosité de façon compatible avec les résultats expérimentaux sur éprouvettes lisses (non revêtues). Cependant, dans le cas d'un chargement de torsion à couple imposé sur des éprouvettes tubulaires et pour les fort niveaux appliqués, une étude antérieure a montré que le modèle ONERA présente des durées de vie trop longues par rapport aux essais. Cela étant, rappelons que seuls deux points d'essais étaient disponibles, celui à un fort niveau présentant une durée de vie très faible. Par contre, sur les tubes perforés, le modèle ONERA appliqué en torsion et traction-torsion est trop conservatif et dès que nous appliquons la moyenne volumique, les durées de vie deviennent beaucoup trop longues. Néanmoins, la méthode a pu être validée sur les essais présentant un réseau de trous fournis par SNECMA.

## Modélisation incrémentale de l'endommagement de fatigue anisotrope

Nous avons présenté, au chapitre 4, le développement d'un modèle incrémental d'endommagement de fatigue pour le monocristal. Le modèle assure une certaine synthèse entre quatre modèles de mécanique de l'endommagement français existants : les modèles de type LMT-Cachan qui n'ont pas encore été exploités dans le contexte du monocristal, les modèles de type Onera, avec superposition de dommages de fatigue, de fluage et d'oxydation, les modèles de type cristallographiques développés à l'EMP, d'abord pour la viscoplasticité, puis pour l'endommagement et les modèles cristallographiques utilisés dans le cadre des alliages polycristallins par l'UTC et l'UTT.

Nous nous sommes attachés à ce que le modèle traduise correctement les effets de contrainte moyenne, les effets du temps au travers d'un dommage dû à l'oxydation et également l'effet du dommage sur l'élasticité. Les orientations du dommage sont prédéfinies par les orientations des plans de glissement et l'anisotropie induite par l'endommagement est guidée à la fois par ces orientations privilégiées mais également par les interactions entre systèmes de glissement.

L'introduction d'une matrice d'interaction dans le modèle d'endommagement nous permet de privilégier ou non l'effet endommageant des systèmes de glissement actifs situés hors du plan de glissement considéré, ce qui fait que nous disposons d'une certaine latitude pour traduire les informations expérimentales, lorsqu'elles sont disponibles.

Nous avons également souhaité décrire les effets de viscoplasticité et, par une volonté délibérée de notre part, les paramètres du modèle de viscoplasticité, qui est le modèle standard utilisé par SNECMA pour l'AM1, n'ont pas été modifiés. Afin de faciliter l'identification des paramètres du modèle d'endommagement, nous avons proposé une intégration analytique du modèle. Celle-ci a nécessité la formulation d'hypothèses assez fortes pour assurer la séparabilité des variables de dommage.

Une étude de convergence a montré que l'implantation du modèle de comportement est correcte et rigoureusement équivalente à celle du modèle de base de ZeBuLoN dans le cas où il n'y a pas d'endommagement.

En ce qui concerne l'identification du modèle, les paramètres ont, dans un premier temps, été identifiés sans prise en compte de l'oxydation à partir d'essais de fatigue à 50 Hz. Nous avons montré que le modèle traduisait seulement en partie les effets de fréquence puisqu'à 0,5 Hz les prévisions sous sollicitations alternées sont trop longues pour les faibles niveaux de sollicitation. Par ailleurs, l'introduction d'un effet de saturation dans la loi de viscosité nous oblige à ajouter un effet de contrainte moyenne.

En revanche, dès que nous introduisons l'effet de l'oxydation, il s'est avéré nécessaire de procéder à une nouvelle identification. On observe une rupture de pente sur les courbes obtenues sous chargement alterné, rupture que nous attribuons à la saturation de la viscosité. Par ailleurs, les effets de contrainte moyenne sont intrinsèquement assez bien traduits, sauf dans le domaine des rapports de charge négatifs pour lequel il serait nécessaire d'introduire un effet de désactivation du dommage. Nous avons ensuite appliqué le modèle avec intégration simplifiée selon différentes directions de sollicitation. Expérimentalement, il n'est pas observé d'effet de l'anisotropie sur les durées de vie. Cette tendance a bien été retrouvée avec le modèle.

Enfin, pour tester sa capacité de prédiction, nous avons appliqué le modèle au cas des éprouvettes perforées. Cela a été réalisé en post-traitement des calculs par éléments finis (sans couplage avec le dommage), après stabilisation de la réponse cyclique locale, en utilisant la version analytique du modèle. Quelques exploitations avec la version complète montrent peu

de différences. Appliqué tel quel sur des perforations, on montre que le modèle est conservatif (mais un peu moins que le modèle ONERA). En revanche, on constate une amélioration des prévisions avec la prise en compte du gradient de contrainte.

Dans le cas de sollicitations complexes, par exemple les essais de torsion sur tubes lisses dans un premier temps, nous avons montré que, bien que le modèle améliore les prévisions obtenues par rapport au modèle de fatigue-fluage-oxydation de l'ONERA, celles-ci demeurent un peu trop longues pour les essais à faibles durées de vie et ne vont donc toujours pas dans le sens de la sécurité. L'application du modèle sur les tubes perforés sollicités en torsion pure sont quant à elles trop conservatives mais redeviennent correctes avec la prise en compte du gradient de contrainte par la méthode de la moyenne volumique.

## Perspectives

A court terme, il est envisagé d'exploiter les résultats d'essais disponibles avec temps de maintien, aussi bien ceux réalisés sur les tubes lisses issus des travaux de [Bonnand 06] que sur les éprouvettes perforées. Ces derniers constitueront des essais de validation supplémentaires pour la méthode de moyenne volumique.

La validation et une exploitation plus complète de la méthodologie à partir d'un calcul sur composant structural, l'aube de turbine (configuration plus proche des conditions réelles sur moteur), sont actuellement en cours dans le cadre d'un projet mis en place entre l'ONERA et SNECMA dans l'optique d'une industrialisation de la méthodologie.

Concernant la modélisation de l'endommagement développée au cours de ce travail, des calculs avec le modèle complet sont en cours sur les éprouvettes perforées en fatigue répétée. Il sera également intéressant de tester la capacité prédictive du modèle avec des sollicitations complexes telles que la torsion, toujours de façon couplée.

La prise en compte de l'oxydation proposée dans le modèle nécessiterait des améliorations. L'effet de l'oxydation est trop marqué à 50 Hz, on pourrait envisager d'introduire un effet de contrainte retardée comme par exemple dans le modèle de [Gallerneau 95]. Par ailleurs, nous avons constaté que la saturation de la viscosité rendait l'identification du modèle délicate. On peut remettre en question l'identification de la pente de la fonction de double viscosité. Également nous avons pensé, pour une description correcte des effets de contrainte moyenne dans le cas de chargements de type compression-compression, d'introduire un effet de désactivation du dommage. L'identification des paramètres du modèle a été réalisée par itérations successives selon des choix que je me suis donnés. Cependant cette identification pourra certainement être optimisée grâce à des outils d'identification automatique. Il sera aussi nécessaire de considérer les effets de cumul du dommage, avant l'industrialisation éventuelle du modèle. D'un point de vue numérique, l'intégration actuelle par une méthode de Runge-Kutta est lente pour simuler des centaines ou des milliers de cycles. Des gains substantiels peuvent être obtenus en utilisant une  $\theta$ -méthode mais son implantation est complexe et n'a pas pu être réalisée dans le temps imparti.

Par ailleurs, nous n'avons pas traité le cas de la présence d'une porosité en bord de perforation qui est le cas le plus défavorable mis en évidence lors des analyses métallographiques dans le cas d'une des éprouvettes de nos essais. Il serait intéressant d'introduire un aspect statistique dans les critères d'endommagement afin de rendre compte des effets de dispersion liés à la présence des défauts dans le matériau, des lots matière et de l'incertitude sur la connaissance des chargements. Le modèle pourra être exploité, couplé à une analyse probabiliste et à

des lois de propagation de fissure. Une étude, actuellement en cours dans le cadre des travaux de [Geuffrard 09], consiste à développer un modèle d'amorçage basé sur la micropropagation à partir d'un défaut. Il y est envisagé de traiter la propagation de la microfissure de façon déterministe, en considérant une fissure dominante.

Enfin, le modèle devra être appliqué et validé sous conditions anisothermes (fatigue thermomécanique) et sous des chargements complexes typiques des zones critiques des aubes de turbines. Son caractère incrémental nous laisse penser que son utilisation sera facilitée sous conditions thermomécaniques complexes à température variable.



Annexe A

Partie expérimentale



## A.1 Application d'un modèle écrit en déformation

L'amorçage de fissures est généralement gouverné par la déformation plastique dans le domaine de la fatigue oligocyclique. En revanche, le domaine de fatigue à grand nombre de cycle est plutôt gouverné par la contrainte. Le modèle de fatigue ONERA a la particularité d'être écrit en terme de contrainte et de couvrir à la fois les domaines de fatigue oligocyclique et à grand nombre de cycles. Cependant, ce modèle n'est pas capable de rendre compte de l'effet du gradient existant entre des trous de diamètres différents. On peut se demander si cette incapacité ne tient pas au fait que le modèle est écrit en contrainte. Afin d'infirmer cette hypothèse, nous allons vérifier qu'un modèle écrit en déformation présente les mêmes déficiences que le modèle ONERA.

### Gradient de déformation plastique en bord de perforation

Les courbes suivantes montrent l'existence d'un gradient de déformation plastique au bord des trous de diamètre 0,4 mm et 4 mm. Cela laisse présager le fait qu'un modèle écrit en terme de déformation rencontre les mêmes difficultés qu'un modèle écrit en terme de contrainte pour rendre compte de l'effet de gradient.

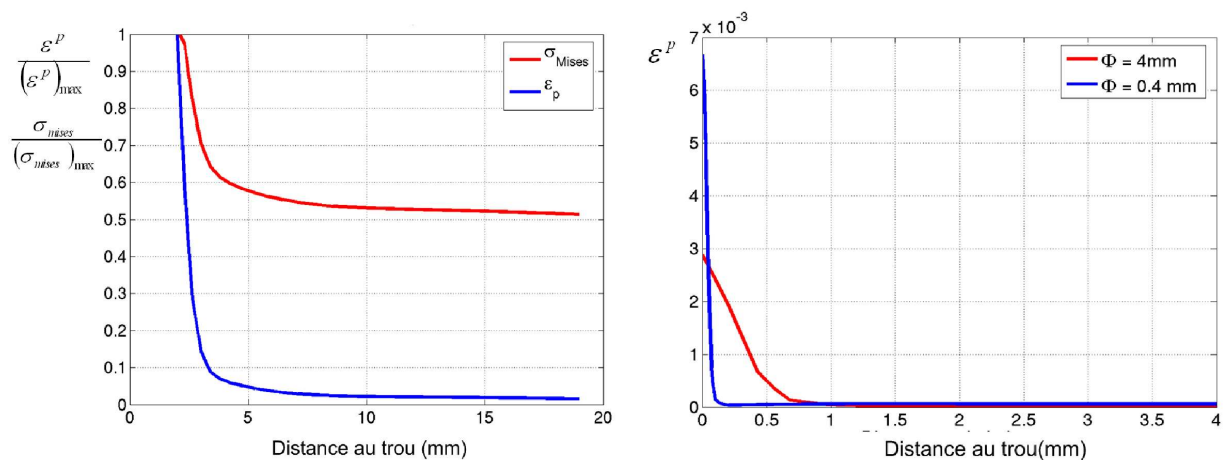


FIG. A.1 – Comparaison des gradients de contrainte et de déformation plastique pour l'éprouvette avec un trou de diamètre 4mm (gauche), comparaison des gradients de déformation plastique pour les éprouvettes avec un trou de diamètre 4 mm et 0,4 mm (droite)

### Identification d'un modèle de Manson-Coffin sur éprouvettes lisses

Afin d'étudier la pertinence d'un modèle écrit en terme de déformation en présence de gradient, nous avons choisi d'utiliser le modèle de Manson-Coffin ([Manson 53],[Manson 66]) détaillé au paragraphe 2.3.3 mais dont nous rappelons dans ce qui suit les équations dans un souci de clarté.

Ce modèle fait appel à une combinaison d'un terme élastique et d'un terme plastique ce qui permet de couvrir tout le domaine de durée de vie par la relation :

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \quad (\text{A.1})$$

soit

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_f)^b + \epsilon'_f(2N_f)^c \quad (\text{A.2})$$

Les paramètres  $b$  et  $c$  correspondent aux pentes des droites  $\frac{\Delta\epsilon_e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} = f(N_f)$  et  $\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = g(N_f)$  dans un diagramme bilogarithmique alors que les coefficients  $\frac{\sigma'_f}{2}$  et  $\epsilon'_f$  correspondent aux ordonnées à l'origine.

Ces paramètres ont été identifiés sur des résultats expérimentaux en traction alternée à 50 Hz. Les déformations plastiques ont été déduites des contraintes grâce à la courbe d'écrouissage cyclique du matériau.

L'identification des paramètres du modèle de Manson-Coffin est présentée sur la figure A.2

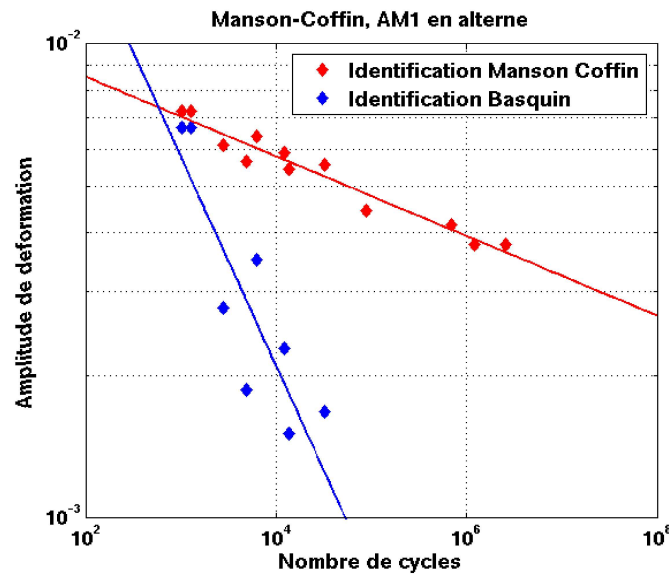


FIG. A.2 – Identification du modèle de Manson-Coffin en traction alternée pour l'AM1 à 950°C

Afin de comparer le modèle de Manson-Coffin au modèle Onera, il est nécessaire qu'il prenne en compte l'effet de contrainte moyenne et l'effet de multiaxialité. La prise en compte de l'effet de contrainte moyenne se fait au travers de la correction de [Morrow 68] en ajoutant un terme fonction de la contrainte moyenne selon l'équation :

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \epsilon'_f(2N_f)^c + \frac{\sigma'_f - b\sigma_{moy}}{E}(2N_f)^b \quad (\text{A.3})$$

L'effet de multiaxialité est ajouté en remplaçant  $\sigma_{moy}$  par la pression hydrostatique moyenne sur le cycle et  $\frac{\Delta\epsilon}{2}$  par  $\frac{\Delta\epsilon_{eq}}{2} = \epsilon_{aeq}^p + \frac{\sigma_{aeq}}{E}$  avec

$$\epsilon_{aeq}^p = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} (\epsilon'_{ijmax} - \epsilon'_{ijmin}) (\epsilon'_{ijmax} - \epsilon'_{ijmin})} \quad (A.4)$$

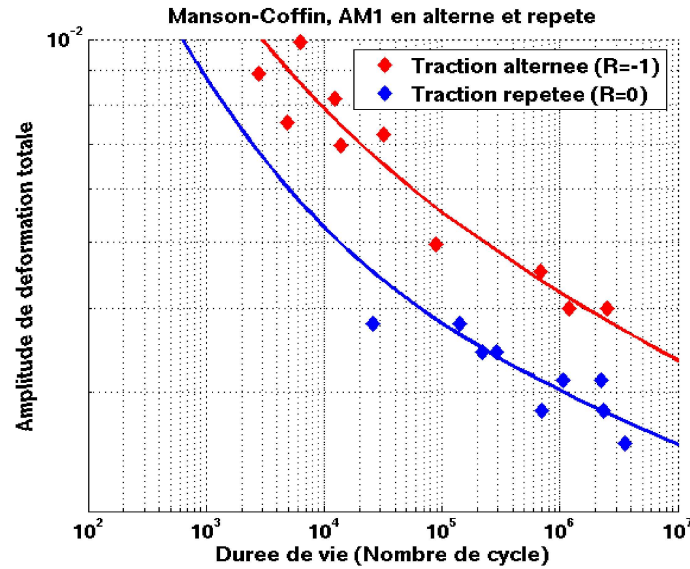


FIG. A.3 – Modèle de Manson-Coffin avec correction de Morrow

### Utilisation du modèle de Manson-Coffin (en multiaxial et avec correction de Morrow) sur les éprouvettes avec un trou de 0,4 mm et 4 mm

Les essais effectués au cours de ce travail sont des essais à contrainte imposée. Afin de pouvoir utiliser le modèle de Manson-Coffin, la déformation plastique en bord de trou a été déterminée à partir de calculs élastoviscoplastiques sur 2 cycles. La figure A.4 montre que le modèle de Manson-Coffin est trop conservatif pour les éprouvettes avec un trou de 0,4 mm et 4 mm. De plus, les résultats obtenus par ce modèle pour les deux types d'éprouvettes sont proches. On peut donc en conclure qu'un modèle écrit en déformation ne permet pas non plus de rendre compte de l'effet de gradient entre les éprouvettes de diamètre 0,4 mm et 4 mm. Les résultats sont même tout à fait comparables à ceux obtenus avec le modèle Onera en contrainte.

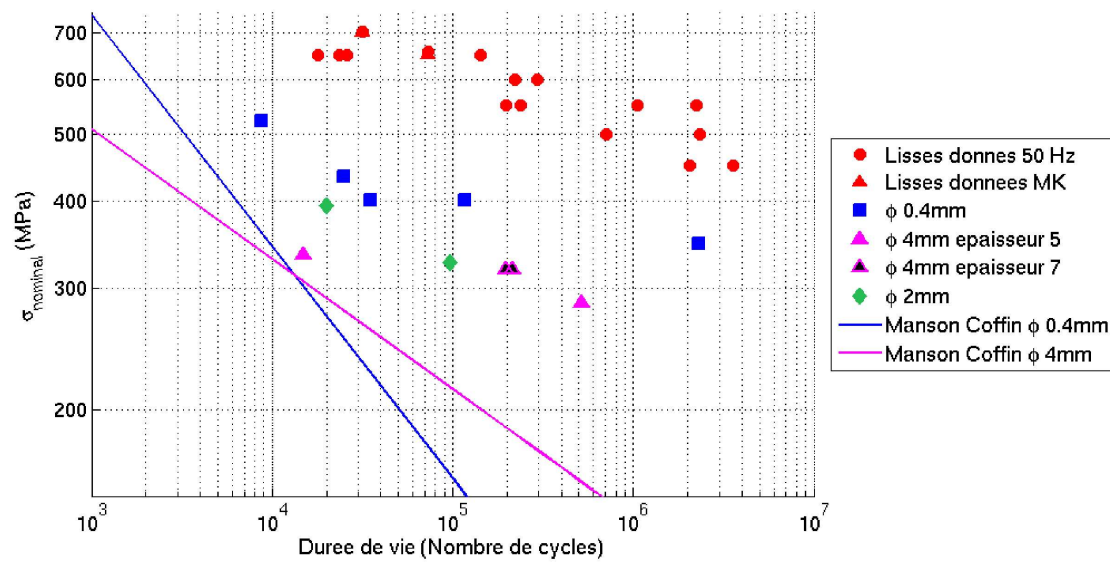


FIG. A.4 – Modèle de Manson-Coffin en multiaxial avec correction de Morrow appliqué aux éprouvettes trouées

## A.2 Essais SOCRAX

### Sommaire

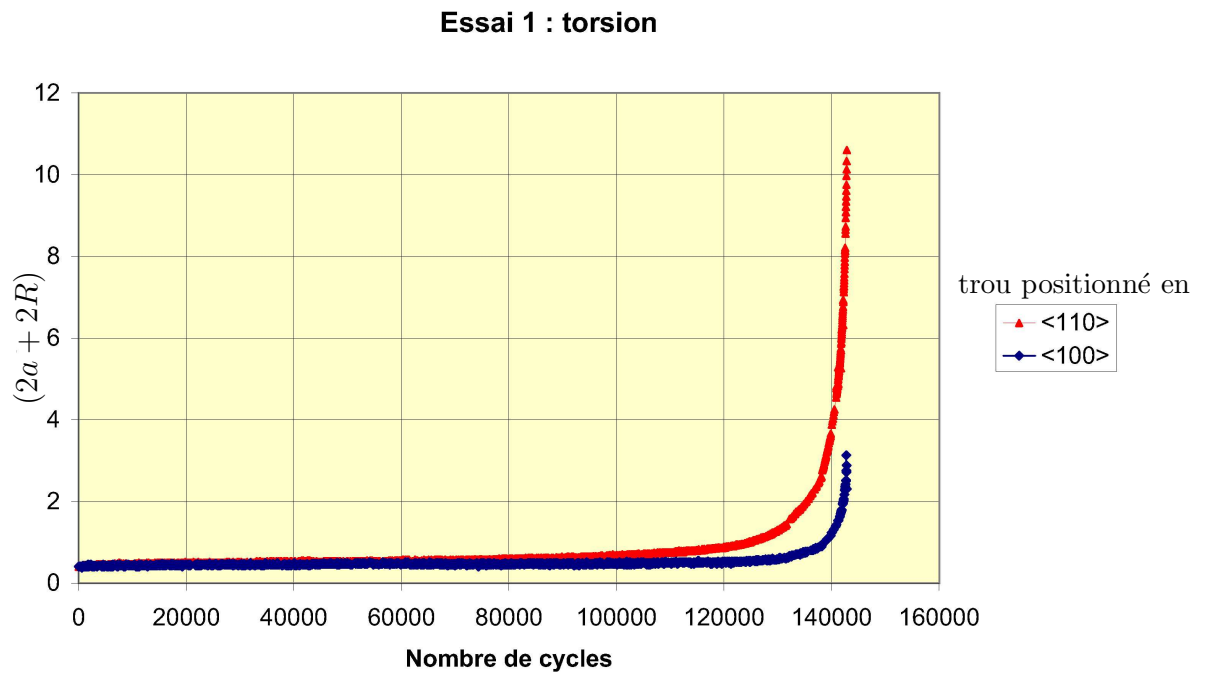
---

<b>A.1</b>	<b>Application d'un modèle écrit en déformation . . . . .</b>	<b>216</b>
<b>A.2</b>	<b>Essais SOCRAX . . . . .</b>	<b>220</b>
A.2.1	Essai 1 : torsion $\sigma_{eq} = 390$ MPa . . . . .	221
A.2.2	Essai 2 : traction-torsion $\sigma_{eq} = 390$ MPa . . . . .	226
A.2.3	Essai 3 : torsion $\sigma_{eq} = 447$ MPa . . . . .	229
A.2.4	Essai 4 : traction-torsion $\sigma_{eq} = 325$ MPa . . . . .	232
A.2.5	Essai 5 : torsion $\sigma_{eq} = 325$ MPa . . . . .	235
<b>A.3</b>	<b>Formulation des facteurs d'intensité des contraintes utilisée pour les différentes géométries d'éprouvettes . . . . .</b>	<b>237</b>
A.3.1	Eprouvettes trouées . . . . .	237
A.3.2	Eprouvettes avec fente . . . . .	238

---

Dans cette annexe sont présentées pour chaque essai :

- l'évolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycle pour chaque essai,
- les photographies de l'évolution des fissures pour chaque perforation au cours de l'essai.

A.2.1 Essai 1 : torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPaFIG. A.5 – Essai 1 torsion - Détermination du nombre de cycles à amorçage (critère  $300 \mu\text{m}$ )

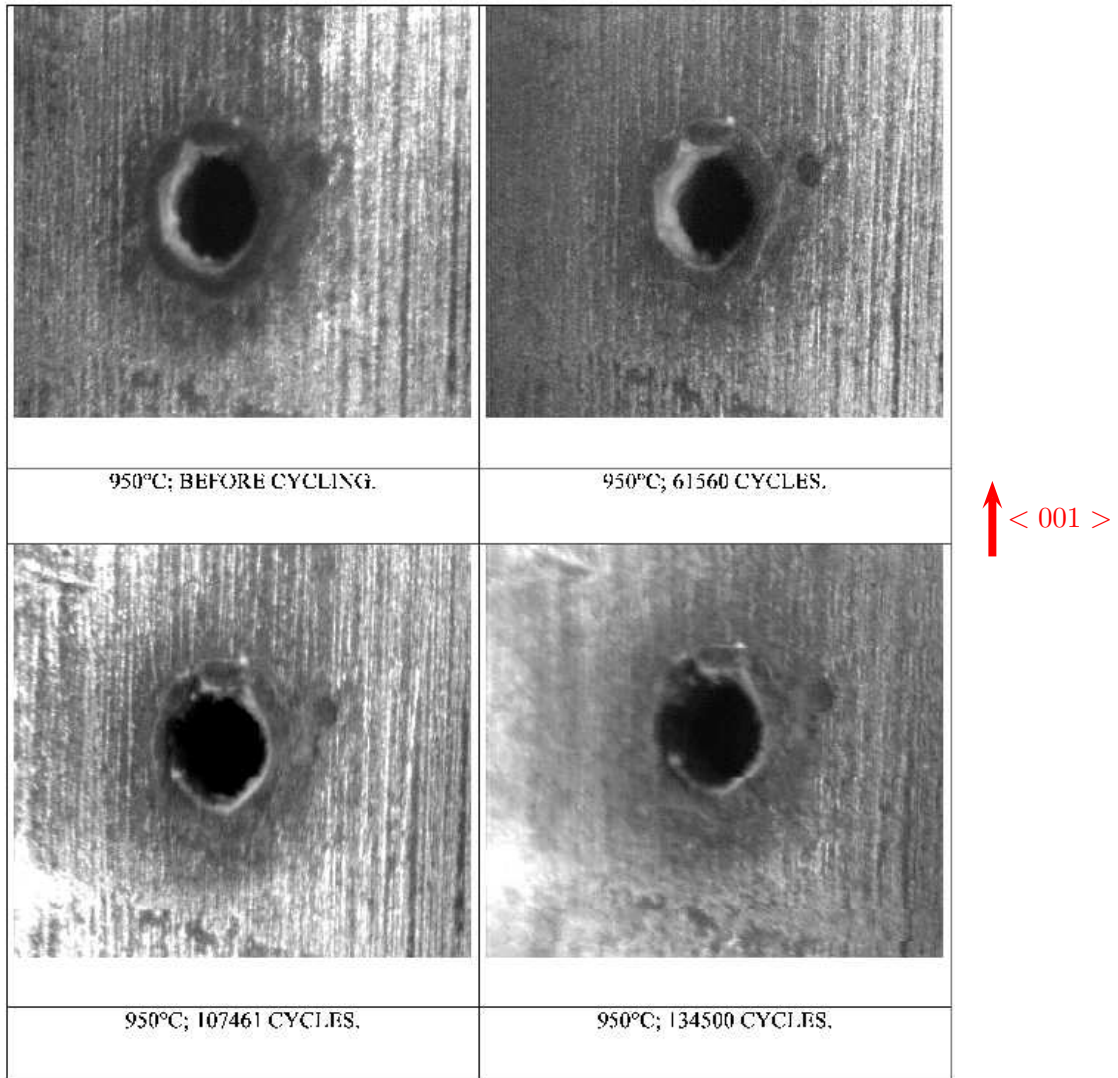
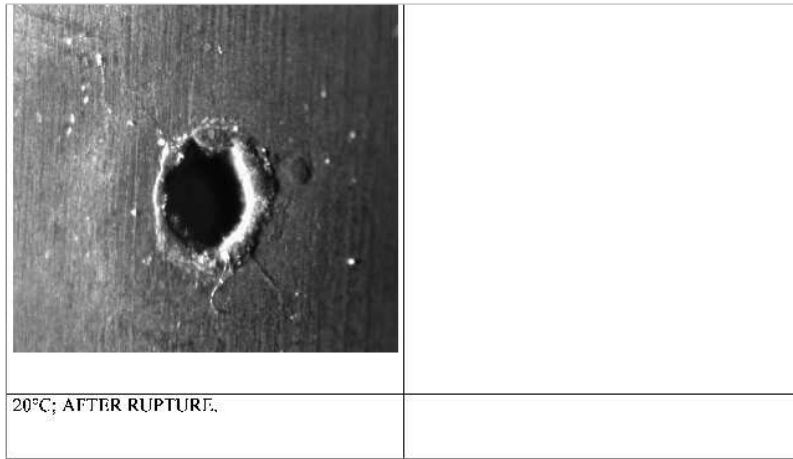


FIG. A.6 – Essai 1 torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation < 100 >



ANNEXE 2.II: TEST 01, LEFT HOLE FRAMES.

↑ < 001 >

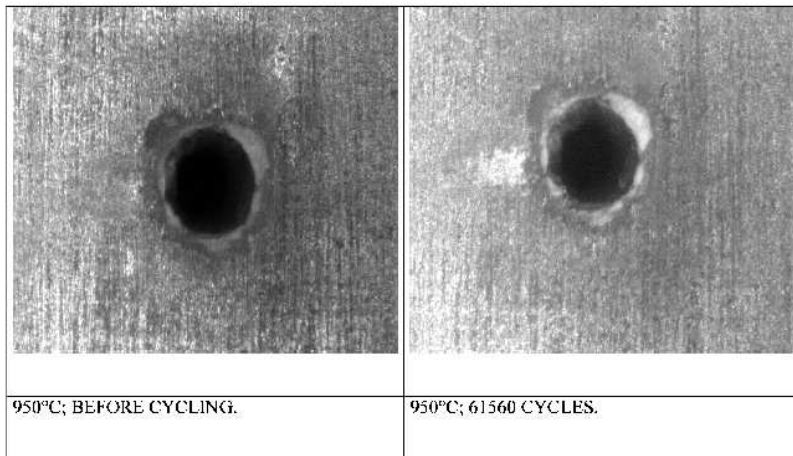


FIG. A.7 – Essai 1 torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation < 100 > (haut) et perforation < 110 > (bas)



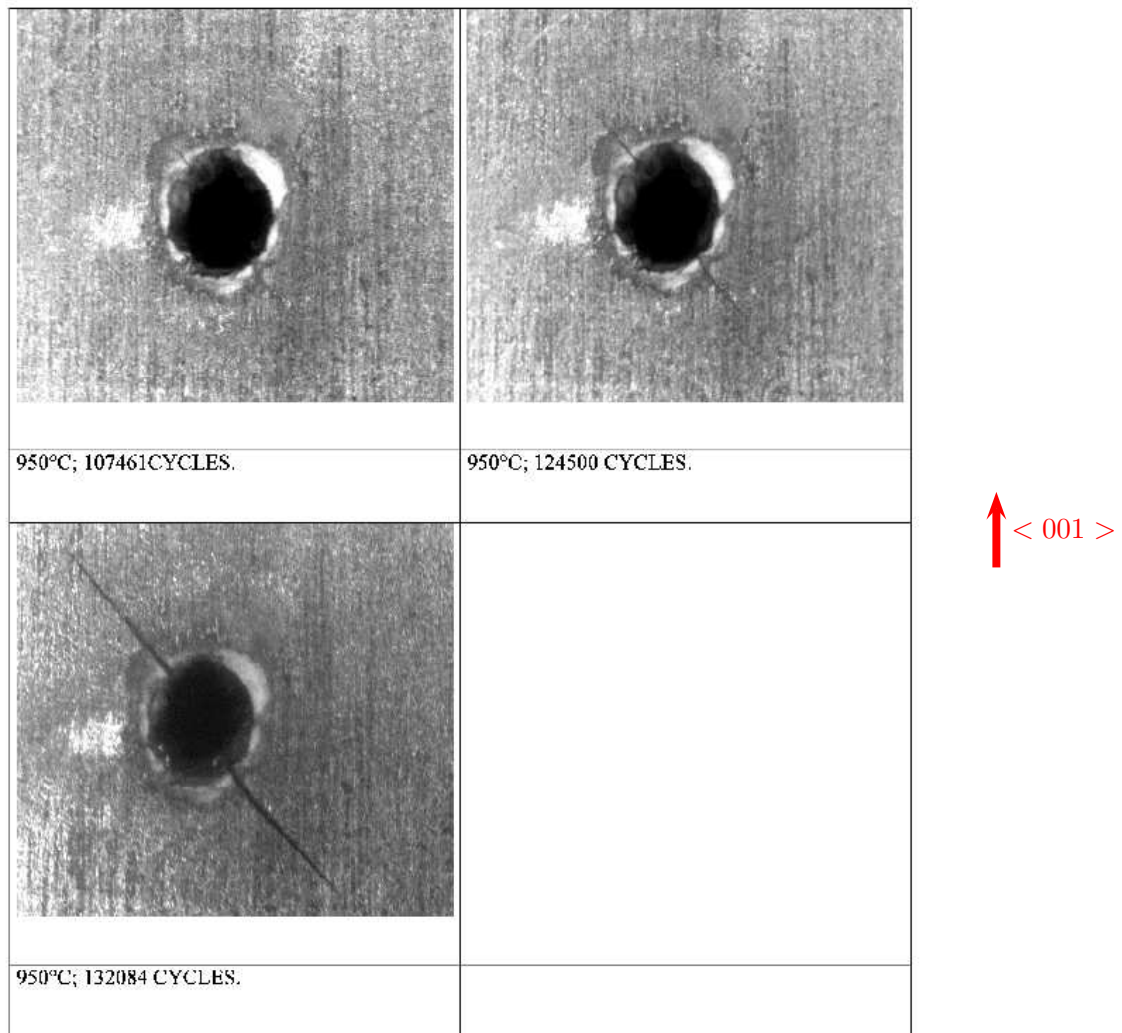


FIG. A.8 – Essai 1 torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation < 110 >

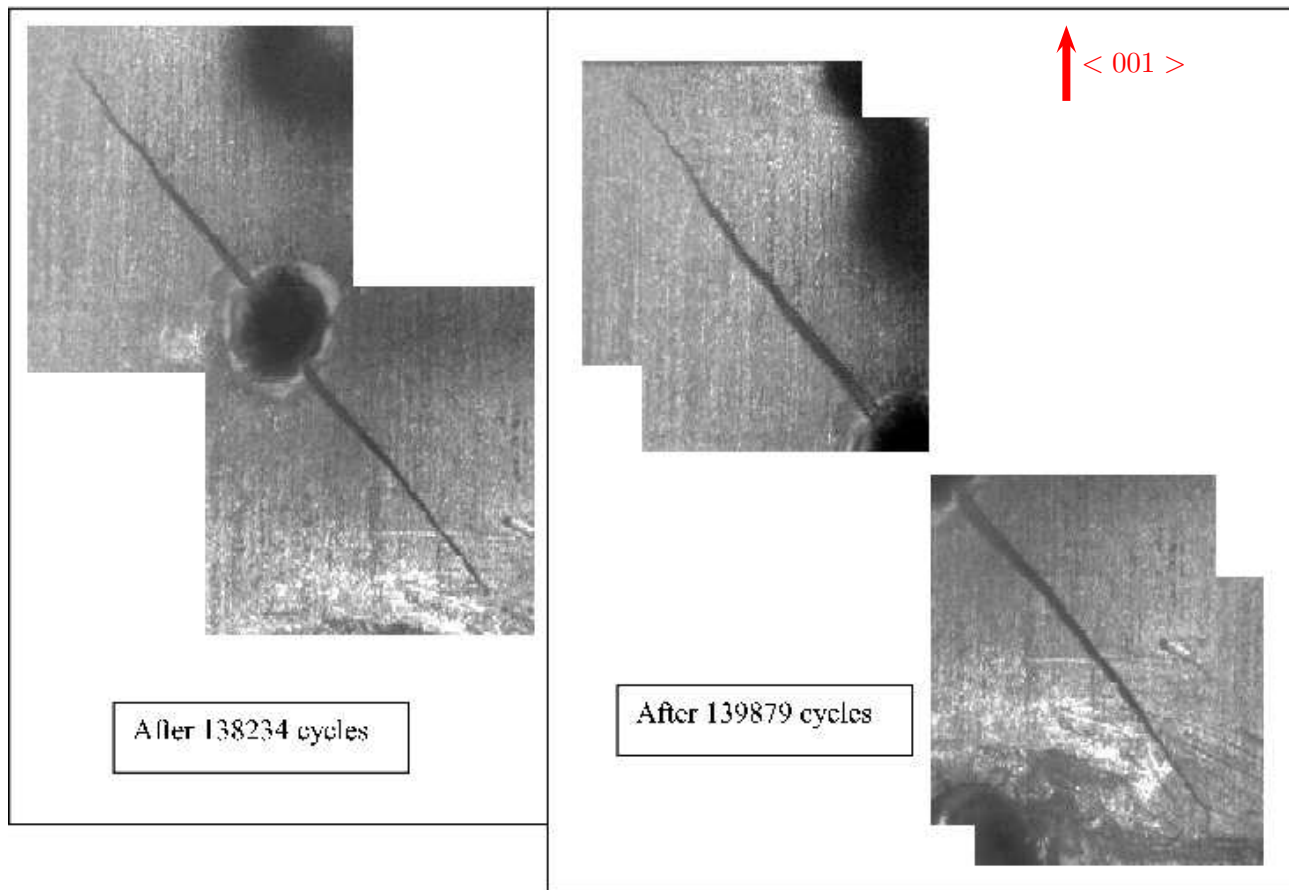
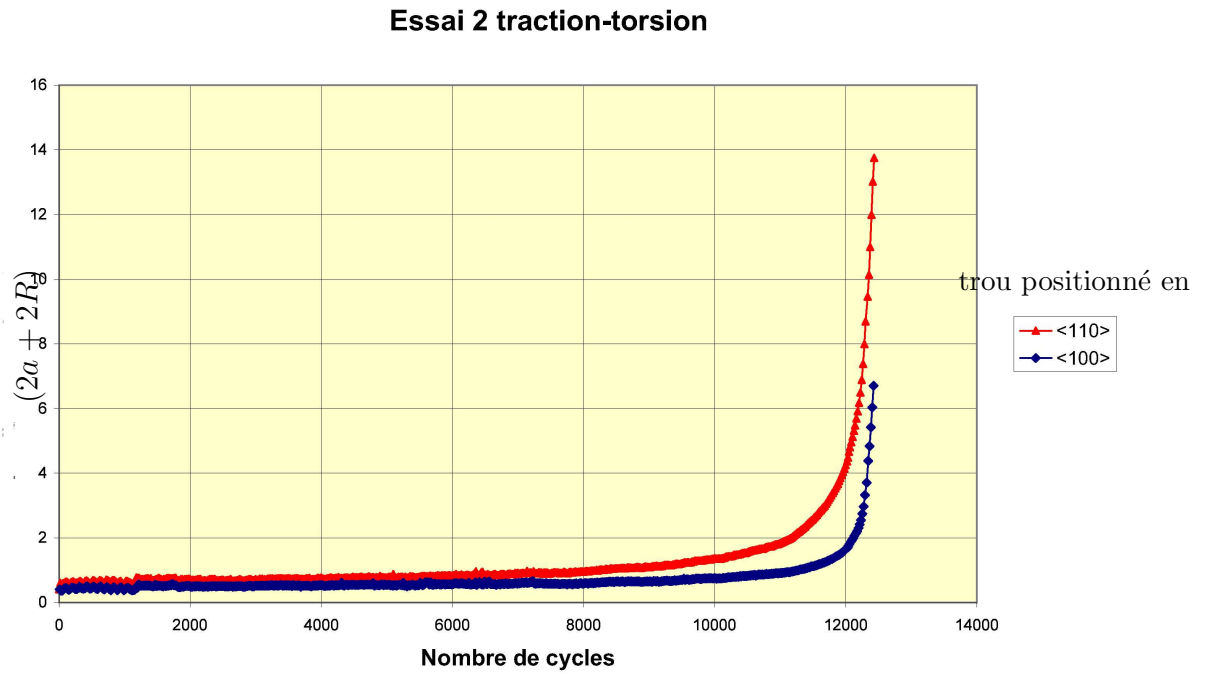


FIG. A.9 – Essai 1 torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation  $\langle 110 \rangle$

A.2.2 Essai 2 : traction-torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPaFIG. A.10 – Essai 2 traction-torsion - Détermination du nombre de cycles à amorçage (critère  $300 \mu\text{m}$ )

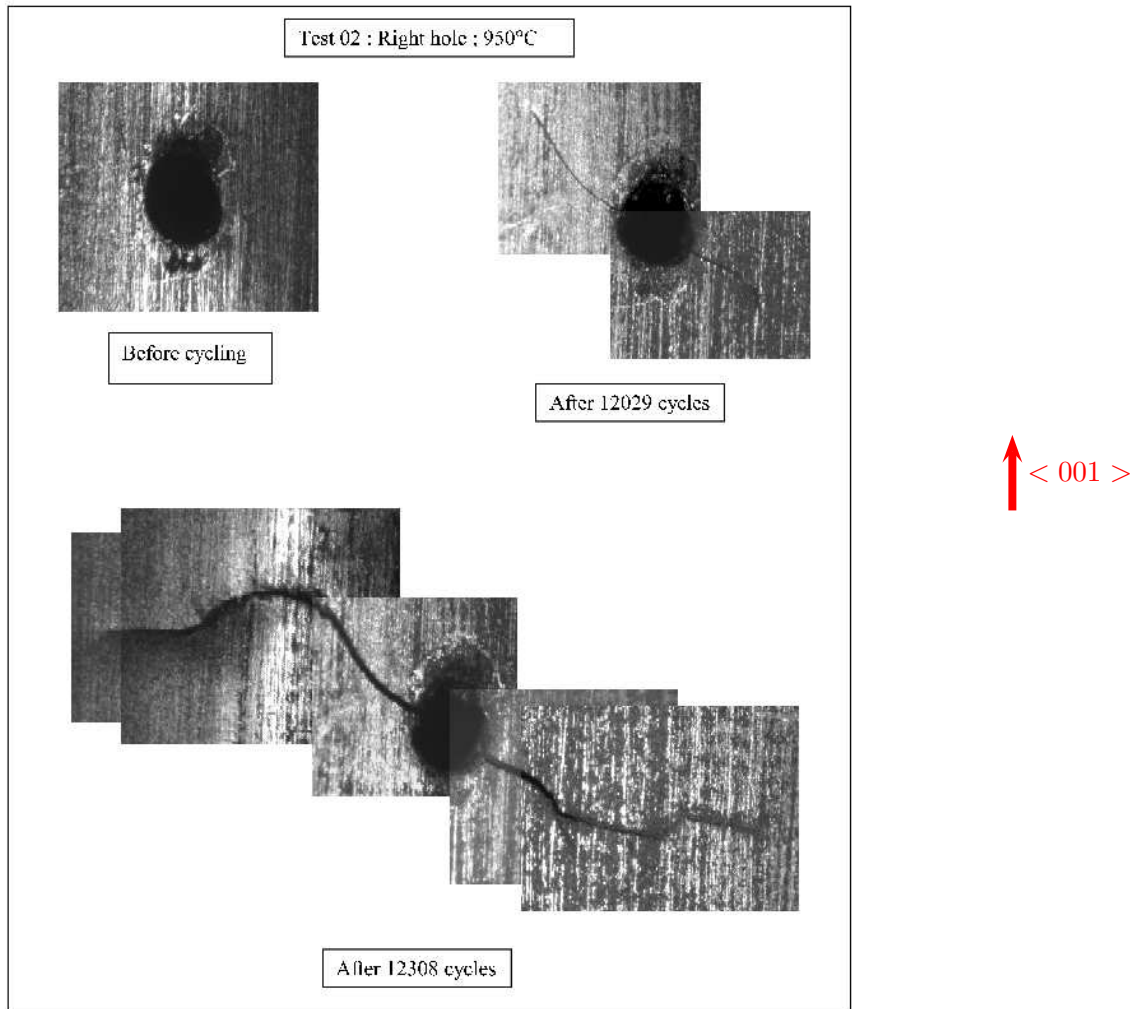


FIG. A.11 – Essai 2 traction-torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation < 100 >

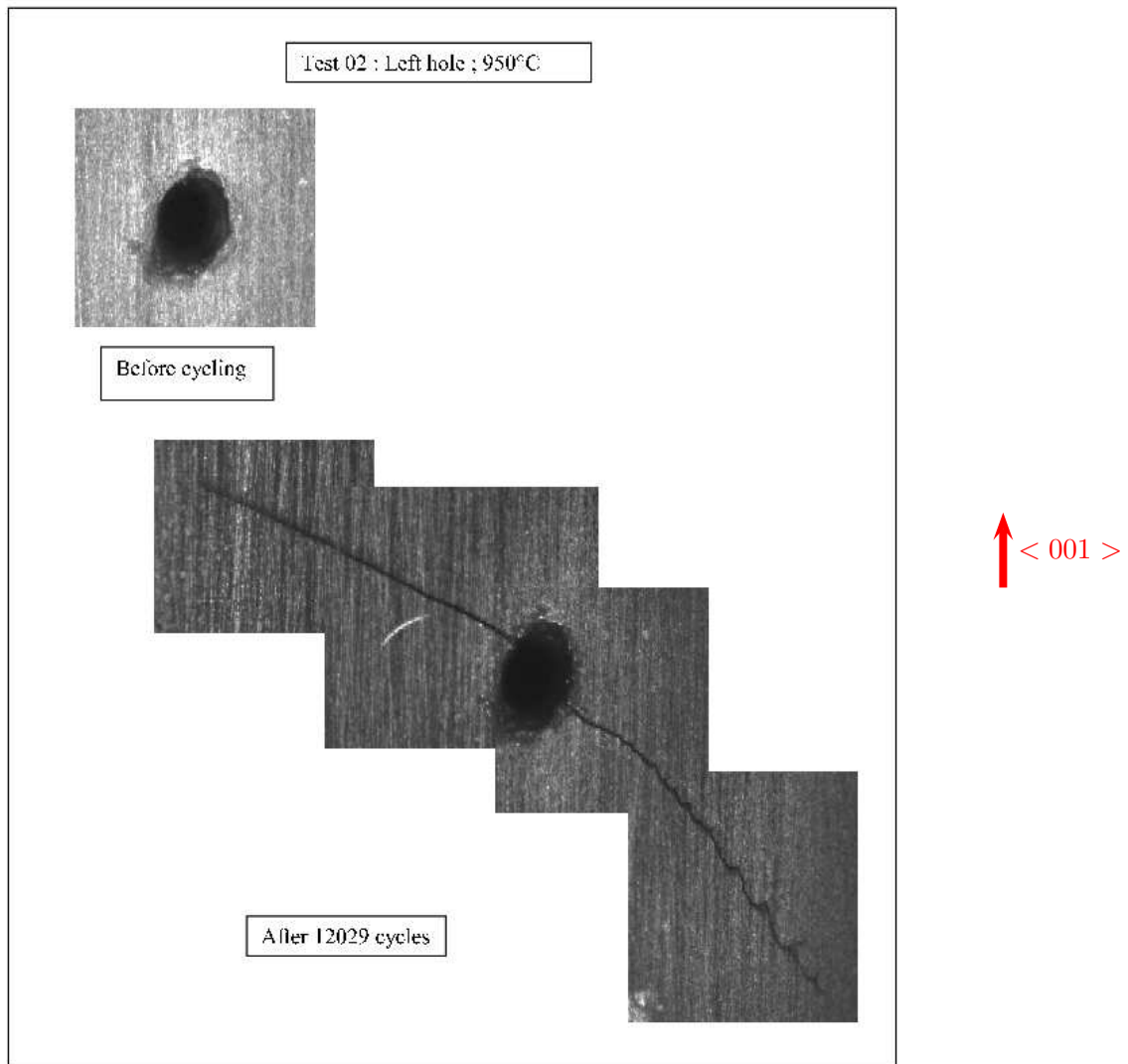
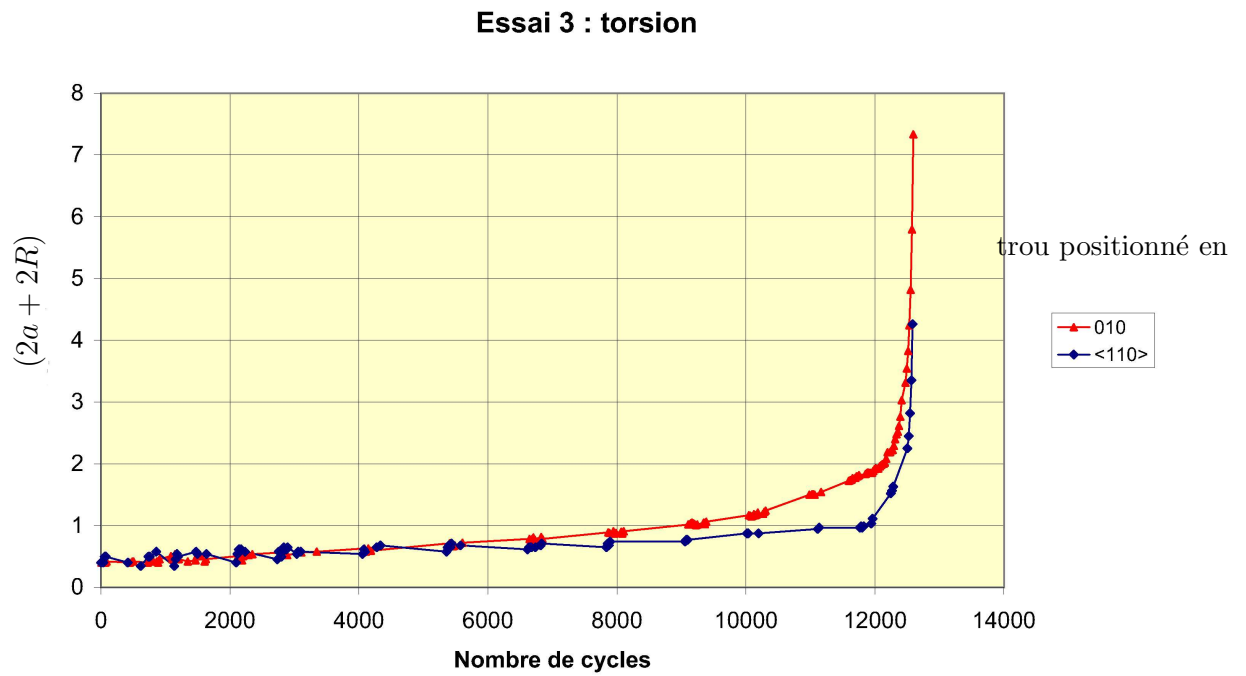
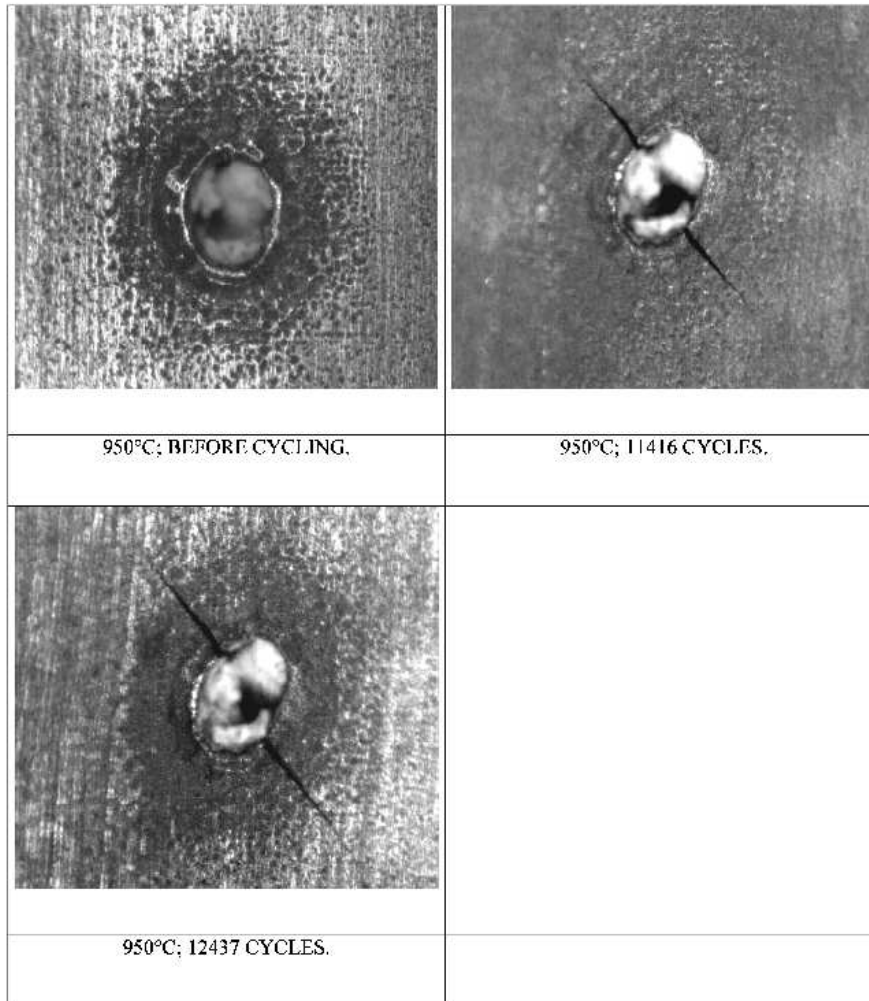


FIG. A.12 – Essai 2 traction-torsion  $\sigma_{eq} = 390$  MPa - Perforation  $< 110 >$

A.2.3 Essai 3 : torsion  $\sigma_{eq} = 447$  MPaFIG. A.13 – Essai 3 torsion - Détermination du nombre de cycles à amorçage (critère  $300 \mu\text{m}$ )



↑ < 001 >

FIG. A.14 – Essai 3 torsion  $\sigma_{eq} = 447$  MPa - Perforation < 110 >

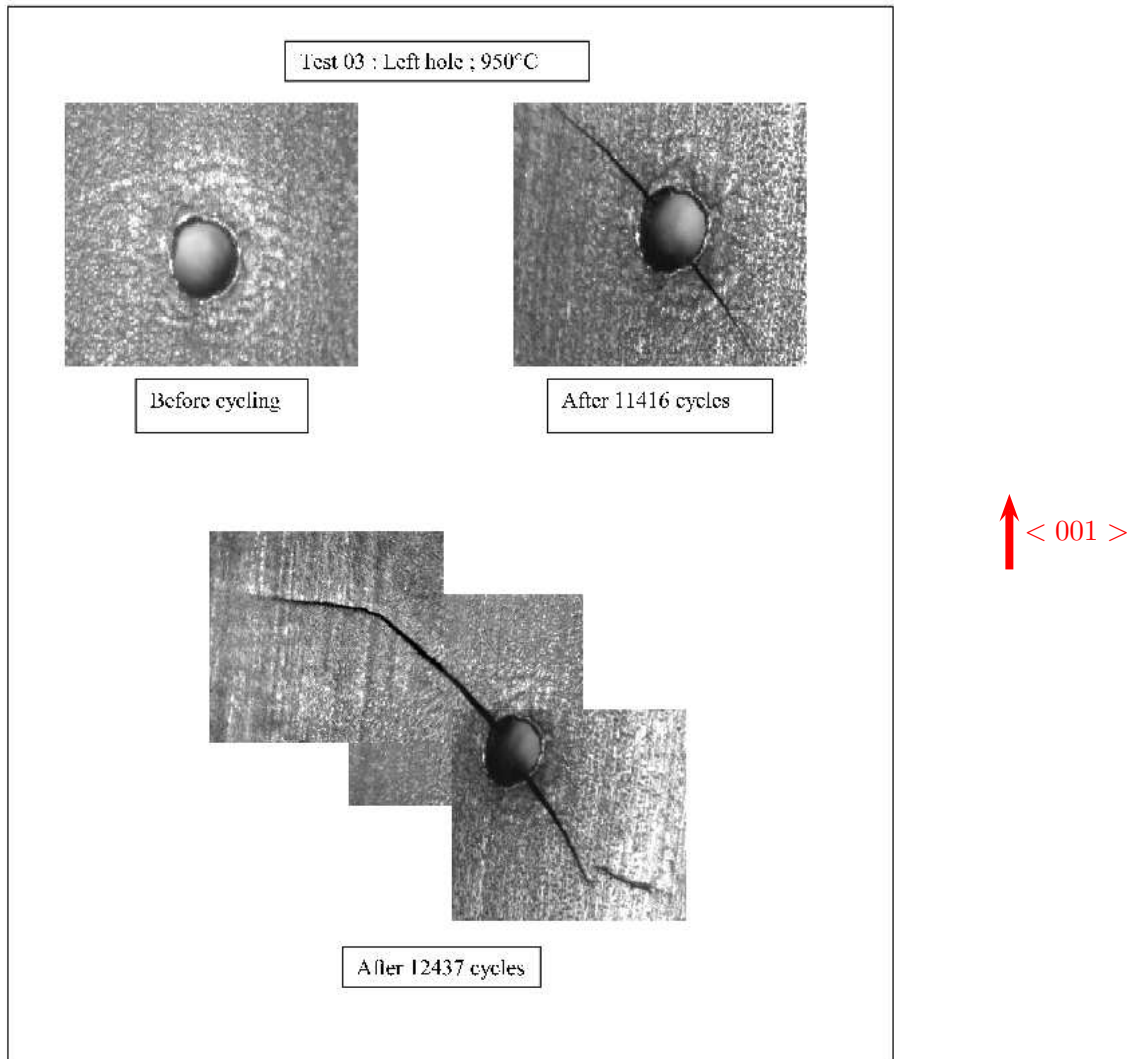
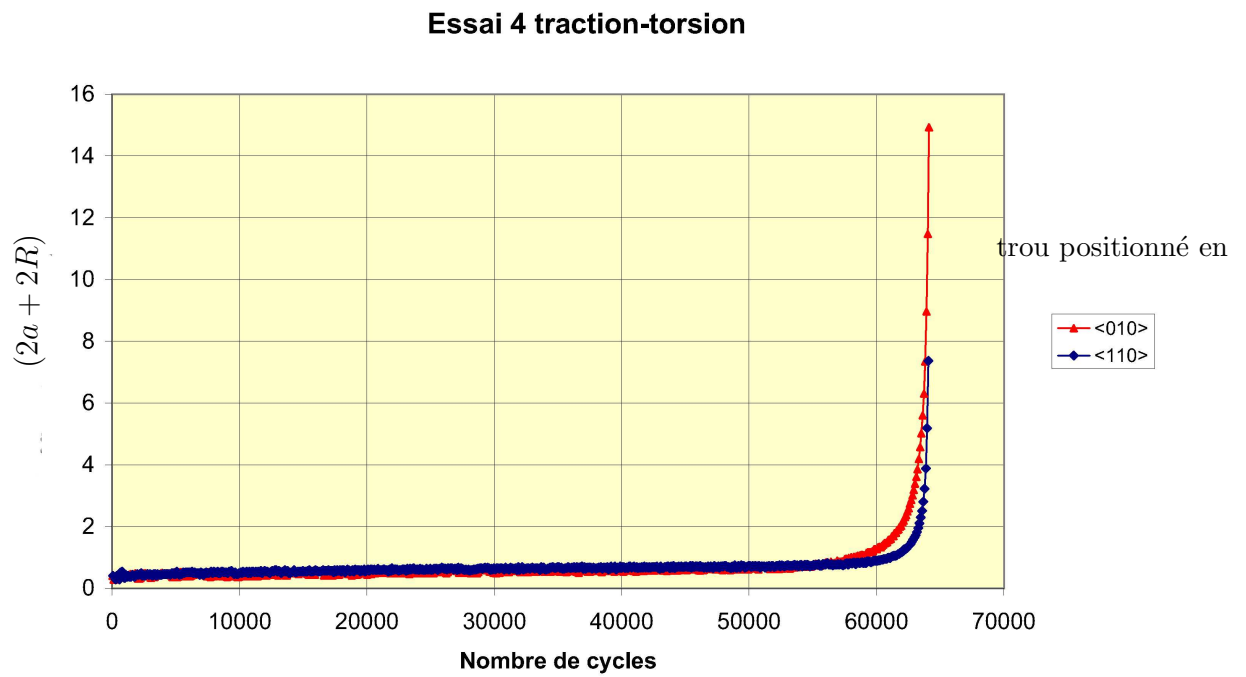


FIG. A.15 – Essai 3 torsion  $\sigma_{eq} = 447$  MPa - Perforation < 010 >



A.2.4 Essai 4 : traction-torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPaFIG. A.16 – Essai 4 traction-torsion - Détermination du nombre de cycles à amorçage (critère  $300 \mu\text{m}$ )

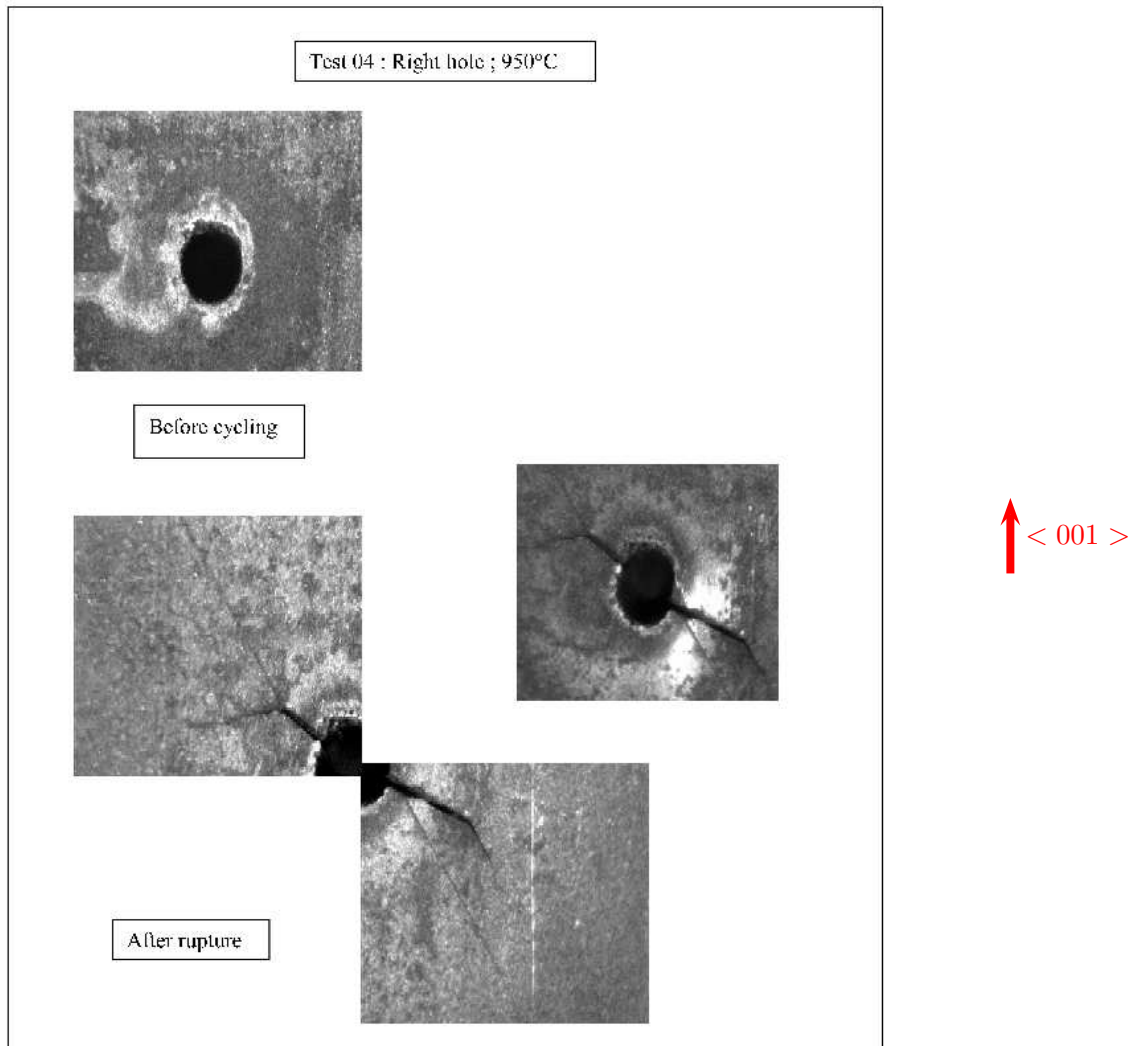


FIG. A.17 – Essai 4 : traction-torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPa - Perforation  $< 110 >$

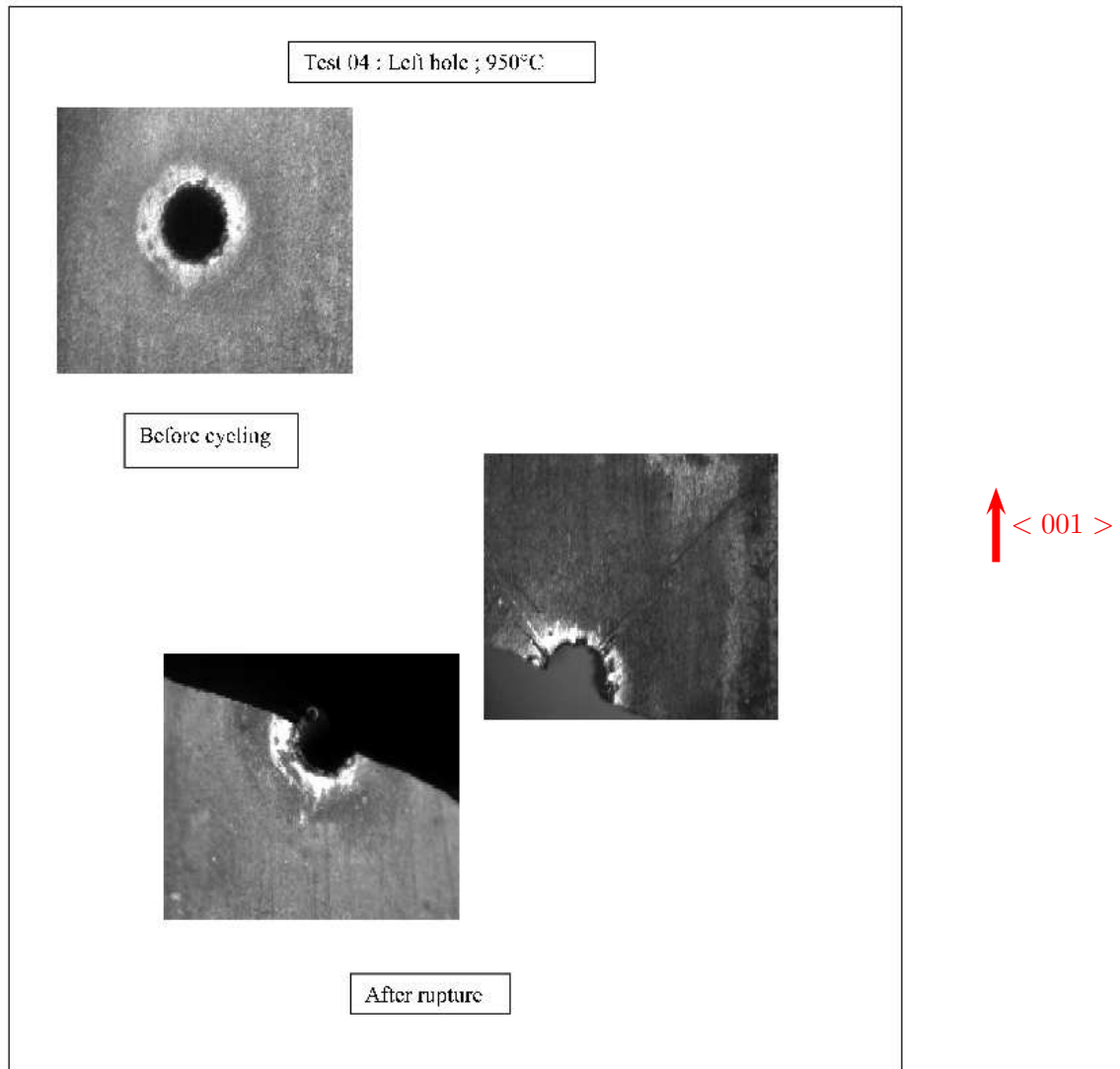
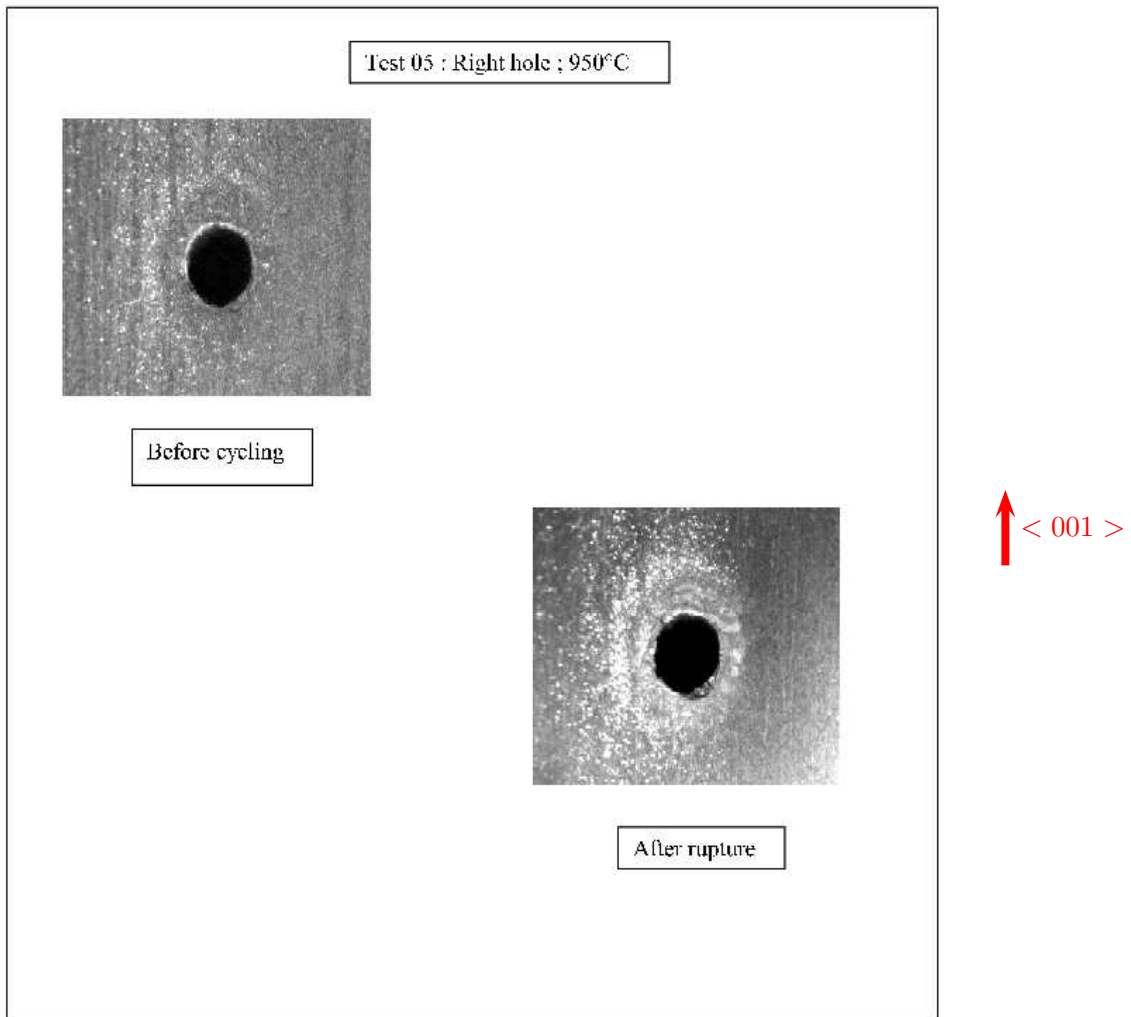


FIG. A.18 – Essai 4 : traction-torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPa - Perforation < 010 >

A.2.5 Essai 5 : torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPaFIG. A.19 – Essai 5 : torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPa - Perforation  $< 100 >$

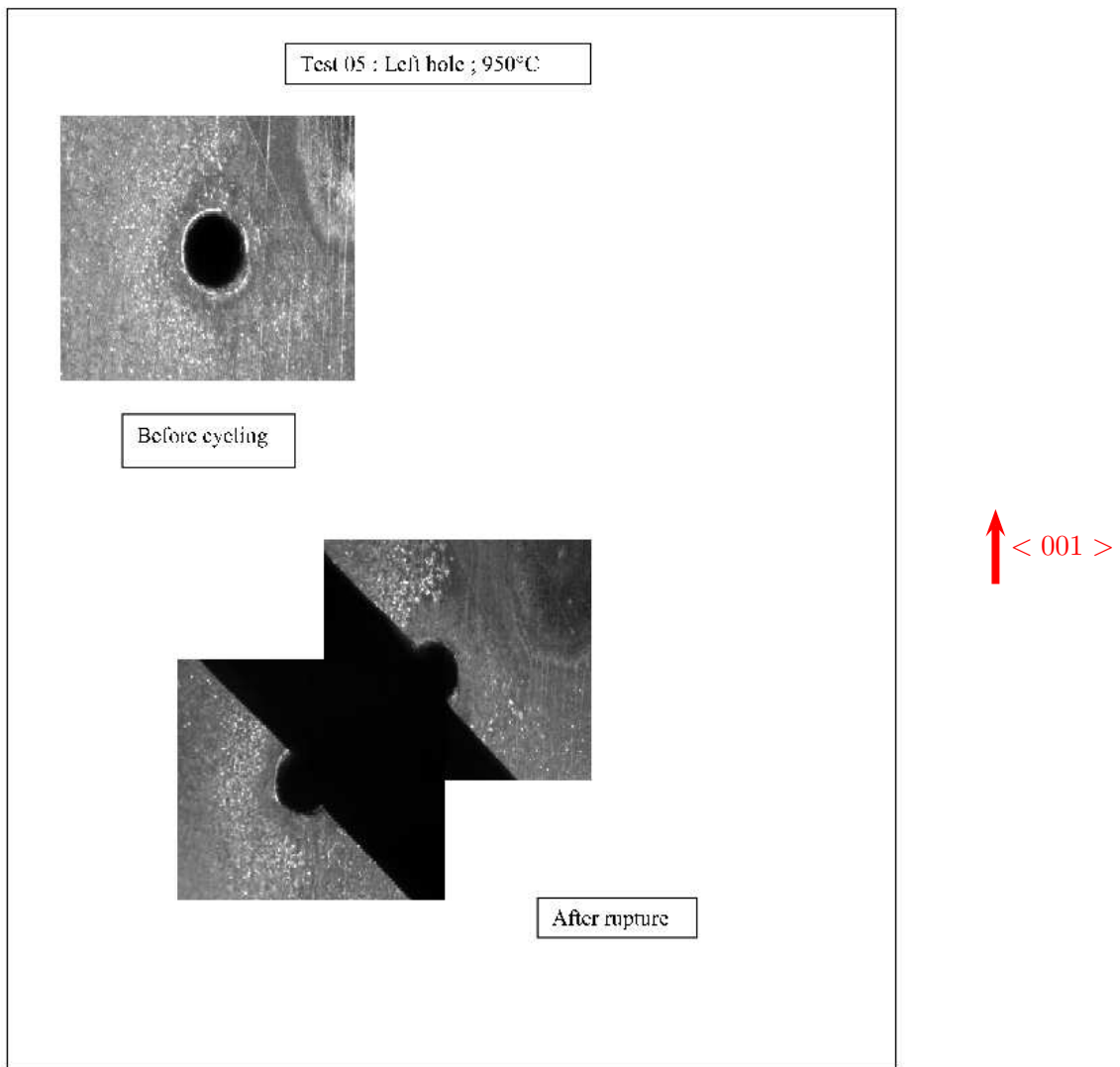


FIG. A.20 – Essai 5 : torsion  $\sigma_{eq} = 325$  MPa - Perforation < 110 >

### A.3 Formulation des facteurs d'intensité des contraintes utilisée pour les différentes géométries d'éprouvettes

Nous définissons, dans cette annexe, les différentes formulations des facteurs d'intensité des contraintes utilisées dans le modèle phénoménologique pour décrire la propagation de la fissure.

#### A.3.1 Eprouvettes trouées

Nous utilisons la formule empirique déterminé par Führung [Führung 73] pour une géométrie d'éprouvette décrite figure A.21.

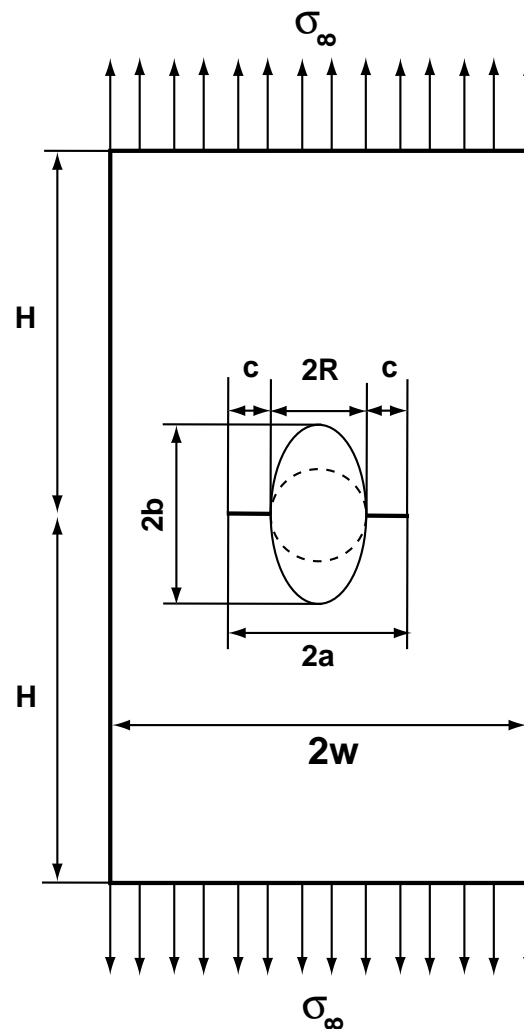


FIG. A.21 – Géométrie de l'éprouvette trouée utilisée pour le calcul du facteur d'intensité des contraintes.

Le facteur d'intensité des contraintes est donné par :

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a} \quad (\text{A.5})$$

où la fonction  $F$  est définie par :

$$F = \varphi \cdot \psi \quad (\text{A.6})$$

Différents paramètres sont introduits afin d'alléger l'écriture de la fonction  $F$  tels que  $\alpha = \frac{a}{W}$ ,  $\bar{\alpha} = \frac{\pi}{2}\alpha$ ,  $\delta = \frac{b}{R}$ ,  $\gamma = \frac{R}{W}$  et  $\beta = \frac{\alpha-\gamma}{1-\gamma}$ .

La fonction  $\varphi$  est définie par :

$$\varphi = \frac{\pi \left[ \sqrt{\frac{1}{\bar{\alpha}}(\tan(\bar{\alpha}) + g \cdot \sin(2\bar{\alpha})) \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon^2(2-\varepsilon^2)}{1-\varepsilon}\right)} \right] - \sqrt{1+2g}}{\pi - 1} \quad (\text{A.7})$$

avec

$$g = 0,13 \left( \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\delta) \right)^2 \quad (\text{A.8})$$

$$\varepsilon = \alpha \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(0,6\sqrt[3]{\delta}) \quad (\text{A.9})$$

La fonction  $\psi$  est décrite de la manière suivante :

$$\psi = \xi \left( 3\beta^{\frac{2}{3}P} - 2\sqrt{\xi}\beta^P \right) \quad (\text{A.10})$$

avec

$$P = \log(\xi^{-\frac{3}{2}})/\log(\beta^*) \quad (\text{A.11})$$

$$\beta^* = \frac{\gamma \cdot \delta}{\gamma(2\delta - 1) + 1} \quad (\text{A.12})$$

$$\xi = 1 + \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(1,5\sqrt{\delta}) \quad (\text{A.13})$$

### A.3.2 Eprouvettes avec fente

Concernant la géométrie de l'éprouvette avec fente, nous avons utilisé dans ce travail, le facteur d'intensité des contraintes d'une plaque rectangulaire plate contenant une fissure centrale (illustré figure A.22).

Le facteur d'intensité des contraintes est donné par :

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot F(\alpha, \beta) \quad (\text{A.14})$$

où la fonction  $F$  dépend de la géométrie de l'éprouvette. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement définis par  $\alpha = \frac{2a}{W}$  et  $\beta = \frac{2H}{W}$ .

Les géométries des éprouvettes traitées dans ce problème nous donnent une valeur du paramètre  $\beta = \infty$ . La fonction  $F$  est alors définie par l'équation suivante :

$$F(\alpha, \infty) = 5,5006\alpha^2 - 0,1991\alpha + 1,0395 \quad (\text{A.15})$$

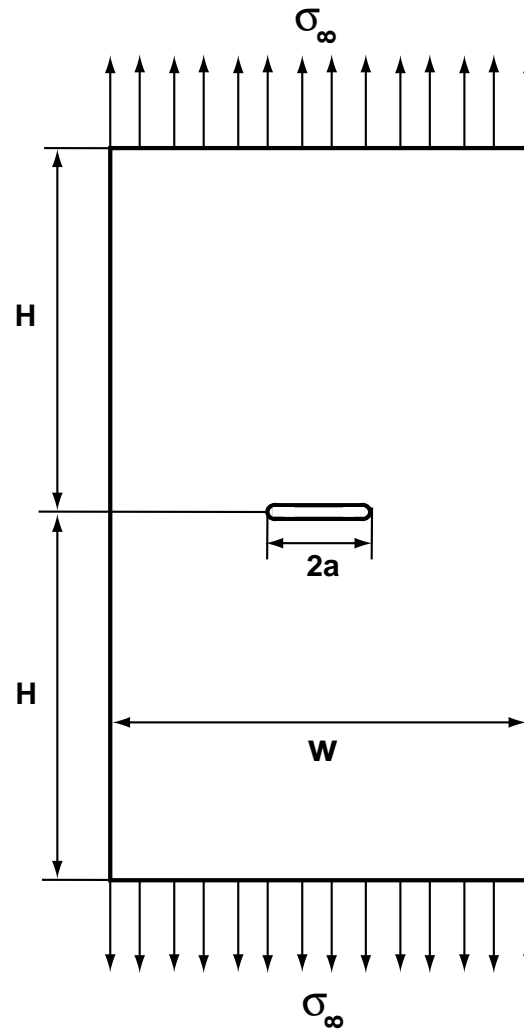


FIG. A.22 – Géométrie de l'éprouvette avec fente utilisée pour le calcul du facteur d'intensité des contraintes.





**Annexe B**

**Modélisation**

## B.1 Désactivation du dommage

Avec le choix d'une formulation en contrainte, par exemple, lorsque le dommage est actif, nous avons :

$$\tilde{\tilde{\mathbf{S}}}(D^i) - \tilde{\tilde{\mathbf{S}}} = \sum_i \Phi^*(D^i) \tilde{\tilde{\mathbf{H}}}^i \quad (\text{B.1})$$

Rappelons que  $H^i$ , dans un repère lié au plan de glissement  $i$  (de normale  $n^i$ ) s'exprime sous une forme diagonale (5.48),  $(S_{11}, 0, 0, \alpha S_{44}, 0, \alpha S_{66})$ . Le critère de désactivation proposé porte alors sur le signe de la contrainte normale  $n^i$  au plan de glissement  $\sigma_n^i = n^i \cdot \sigma \cdot n^i$ . Deux solutions sont possibles :

1 - on ne désactive que l'effet du dommage associé à la composante de contrainte normale au plan de glissement. Cela revient à remplacer  $H^i$ , ci-dessus, par le tenseur diagonal d'ordre quatre  $(H(\sigma_n^i)S_{11}, 0, 0, \alpha S_{44}, 0, \alpha S_{66})$ ,  $H$  étant la fonction d'Heaviside. Dans ce cas, on peut vérifier qu'il y a continuité de la réponse en déformation  $\epsilon = \tilde{S} : \sigma$ , quelles que soient les contraintes appliquées à cet instant lorsque l'un des dommages  $D^i$  est désactivé, c'est-à-dire lorsque la contrainte normale au plan  $n^i$  change de signe. L'inconvénient de cette solution est que la désactivation est incomplète et que les modules de cisaillement (dans le repère du plan de glissement) gardent une valeur affectée par le dommage. A l'échelle des microfissures, une telle solution correspond à une lubrification parfaite des lèvres de fissures (même si celles-ci sont fermées, avec une compression normale).

2 - lorsqu'on désactive le dommage, on stocke la contrainte  $\tilde{\sigma}_f^i$  à l'instant de désactivation. Cette approche, initiée à partir de [Andrieux 86] puis [Boursin 96] conduit à stocker ensuite l'énergie élastique associée à la fermeture. Cette approche correspond au cas extrême d'un coefficient de frottement infini des lèvres de fissure lorsque celle-ci sont fermées. Elle permet la désactivation complète de l'effet du dommage, avec par exemple, le tenseur  $H^i$  sous la forme  $\tilde{\tilde{\mathbf{H}}} = H(\sigma_n^i) \text{diag}(S_{11}, 0, 0, \alpha S_{44}, 0, \alpha S_{66})$  sans produire de discontinuité lors de la désactivation du dommage  $D^i$ . Par contre, si la réactivation du dommage ( $\sigma_n^i > 0$ ) a lieu pour un état de contrainte différent de  $\tilde{\sigma}_f^i$ , il y aura libération brutale de l'énergie et discontinuité de la réponse. La solution la plus valable est alors de dissiper par frottement l'énergie élastique provisoirement emmagasinée (coefficient de frottement fini) comme considéré par [Andrieux 86] *et al.*.

## B.2 Démonstration de la positivité de la dissipation

Concernant l'écriture thermodynamique, notons que les critères indiqués ci-dessus, ne posent aucun problème. L'énergie libre (Helmoltz ou Gibbs) est définie, continue, les tenseurs d'élasticité restants symétriques. La force thermodynamique  $Y^i$  associée à l'endommagement  $D^i$  est bien définie et continue. Bien évidemment, au point de fermeture, il y a discontinuité des dérivées de l'énergie (en contrainte ou en déformation), ce qui est le but recherché pour un critère unilatéral.

A propos du contexte thermodynamique, reprenons l'ensemble des équations du modèle afin de vérifier que la dissipation reste toujours positive, bien que l'on n'ait pas cherché à le faire découler d'une approche standard généralisée.

Vérifions que  $\mathcal{D} = \sigma : \dot{\epsilon} - \rho \dot{\Psi} \geq 0$ .

Nous avons, à partir de l'équation 5.2 et dans le cas où l'on met le couplage sur l'énergie bloquée :

$$\rho \Psi = \Psi_e + \Psi_p \quad (\text{B.2})$$

soit

$$\rho \Psi = \frac{1}{2} \tilde{\epsilon}^e : \tilde{\mathbf{L}} : \tilde{\epsilon}^e + \frac{1}{2} \sum_{i \in P} \sum_{s \in i} \sum_{k=1}^2 C_k^{(s)} \exp(-D^i) (\alpha_k^s)^2 + \frac{1}{2} \sum_s Q^{(s)} \sum_r H_{sr} q^r q^s \quad (\text{B.3})$$

alors

$$\mathcal{D} = \tilde{\sigma} : \dot{\epsilon} - \epsilon^e : \tilde{\mathbf{L}} : (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}^p) - \frac{\partial \Psi_e}{\partial D^i} \dot{D}^i - \frac{\partial \Psi_p}{\partial D^i} \dot{D}^i - x^s \dot{\alpha}^s - R^s \dot{q}^s \quad (\text{B.4})$$

soit

$$\mathcal{D} = \tilde{\sigma} : \epsilon^p + \sum_i Y_e^i \dot{D}^i + \sum_i Y_p^i \dot{D}^i - \sum_s x^s \dot{\alpha}^s - \sum_s R^s \dot{q}^s \quad (\text{B.5})$$

$$\text{où } Y_e^i = -\frac{\partial \Psi_e}{\partial D^i}, \quad Y_p^i = -\frac{\partial \Psi_p}{\partial D^i}, \quad x^s = \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha^s} = C \exp(-D^i) \alpha^s \quad \text{et} \quad R^s = Q \sum_r H_{sr} q^r$$

Dans le cas d'une écriture en déformation, il vient

$$Y_e^i = -\frac{1}{2} \epsilon_e : \frac{\partial \tilde{\mathbf{L}}}{\partial D^i} : \epsilon_e = \frac{1}{2} \exp(-D^i) \epsilon^e : \tilde{\mathbf{K}}^i : \epsilon^e \geq 0$$

$$Y_p^i = \exp(-D^i) \frac{1}{2} \sum_{s \in i} C (\alpha^s)^2 \geq 0$$

Avec une écriture en contrainte, il vient

$$Y_e^i = \frac{1}{2} \exp(D^i) \sigma : H^i : \sigma \geq 0$$

Concernant la partie plastique, nous avons

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_p &= \sigma : \dot{\epsilon}_p - \sum_s x^s \dot{\alpha}^s - \sum_s R^s \dot{q}^s \\ &= \sum_s \dot{\gamma}^s \tilde{\sigma} : \tilde{\mathbf{M}}^{s*} - \sum_s C \exp(-D^i) \alpha^s \dot{\alpha}^s - \sum_s R^s \dot{q}^s \end{aligned}$$

avec, rappelons-le,

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_p &= \sum_s \dot{\lambda}^s \underline{\mathbf{M}}^{s*} \exp(D^i) & \dot{\alpha}^s &= \dot{\gamma}^s \frac{\tau^s - x^s}{\tau_{eq}^s} - d(\alpha^s - \bar{\alpha}^s) \dot{\gamma}^s \\ \underline{\sigma} : \underline{\mathbf{M}}^{s*} &= \frac{(\tau^s - x^s) \tau^s + a_0 D^*(\sigma_n^s)^2}{\tau_{eq}^s} & \dot{q}^s &= (1 - bq^s) \dot{\gamma}^s \end{aligned}$$

ainsi

$$\mathcal{D}_p = \sum_s \dot{\gamma}^s \left[ \tau_{eq}^s - R^s + dC \exp(-D^i) \alpha^s (\alpha^s - \bar{\alpha}^s) + bQ \sum_r H_{sr} q^s q^r \right] \quad (\text{B.6})$$

La loi de viscoplasticité (en prenant une pente pour simplifier) donne  $\dot{\gamma}^s = \left\langle \frac{\tilde{f}^s}{K} \right\rangle^n \exp(D^i)$

soit  $\tilde{f}^s = K [\dot{\gamma}^s \exp(-D^i)]^{1/n} = \tilde{\tau}_{eq}^s - R^s - R_0^{(s)}$  par ailleurs.

Donc,  $\tilde{\tau}_{eq}^s - R^s = R_0^{(s)} + K [\dot{\gamma}^s \exp(-D^i)]^{1/n} \geq 0$  ou encore  $R_0^{(s)} + \sigma_v^s \geq 0$

Ainsi nous avons

$$\mathcal{D} = \sum_s \left[ R_0^{(s)} + \sigma_v^s \right] \dot{\gamma}^s + \sum_s \left[ dC \exp(-D^i) \alpha^s (\alpha^s - \bar{\alpha}^s) + bQ \sum_r H_{sr} q^s q^r \right] \dot{\gamma}^s + \sum_i (Y_e^i + Y_p^i) \dot{D}^i \quad (\text{B.7})$$

Le premier terme est toujours positif, comme dans les modèles macroscopiques, on voit que c'est la contrainte visqueuse et la partie constante du seuil qui dissipent en chaleur (les énergies d'écroissage sont évidemment stockées). Le second terme est toujours positif si la variable de dissymétrie  $\bar{\alpha}^s$  est faible, ce qui est supposé être le cas. Le dernier terme, d'endommagement, est toujours positif puisque les  $Y_e^i$  et  $Y_p^i$  le sont et que les  $D^i$  sont toujours positifs ou nuls. On vérifie donc que le fait de ne pas avoir utilisé la partie  $Y_p^i$  du taux d'énergie libérée par endommagement ne pose aucun problème du point de vue de la vérification du Second Principe.

La positivité de la dissipation se démontre de la même manière lorsque, comme Lemaitre ou Desmorat, on ne met pas d'influence du dommage sur l'énergie bloquée par écroissage cinématique ( $x^s = C^s \alpha^s$ ) et que, de plus, on ne mettrait pas dans le critère, la contrainte effective correspondante  $\tilde{f}^s = \sqrt{(\tilde{\tau}^s - x^s)^2 + a_0 D^*(\tilde{\sigma}_n^s)^2} - R^s - R_0^{(s)}$ . La démonstration est seulement un peu plus longue puisque dans ce cas  $\exp(D^i)$  ne se met pas en facteur dans  $\tilde{\tau}_{eq}^s$  et l'expression de  $\underline{\mathbf{M}}^{s*}$  est modifiée.

Dans le cas mixte finalement retenu dans ce travail, où l'on n'a pas de dommage dans l'énergie bloquée par écroissage cinématique.

$$\Psi_p = \frac{1}{2} \sum_s C^{(s)} (\alpha^s)^2 \quad (\text{B.8})$$

mais on conserve  $\tilde{x}^s = x^s \exp(D^i)$  dans le critère (avec  $\tilde{f}^s$ ) la positivité de la dissipation est tout aussi immédiate. Pour la partie (visco)plastique, elle est d'ailleurs inchangée. Pour la

partie endommagement, à cause de l'absence du terme positif  $Y_p^i \dot{D}^i$  elle est plus faible.

Notons enfin que, avec les effets de désactivation des dommages tels que considérés dans l'annexe B.1, la contrainte de  $Y_e^i$  est assurée.

Il est facile de voir que, le cas le plus critique où  $\alpha^s(\alpha^s - \bar{\alpha}^s)$  est négatif et minimal, a lieu pour  $\alpha^s = \frac{1}{2}\bar{\alpha}^s$ . On a alors :

$$\sum_s \left[ K [\dot{\gamma}^s \exp(-D^i)]^{1/n} + R_0^{(s)} - \frac{1}{2} C \bar{\alpha}^s \bar{\alpha}^s \right] \dot{\gamma}^s \quad (\text{B.9})$$

Le cas le plus défavorable serait celui où : - il n'y a pas de terme non linéaire d'érouissage isotrope,  $b = 0$  ou  $Q = 0$ ,

- la vitesse est très faible (donc  $\sigma_v^{(s)}$  très petit), pour que la dissipation soit toujours positive, il faut donc imposer, dans le choix des paramètres, la condition  $R_0^{(s)} > \frac{1}{2} \max_s C^{(s)} \bar{\alpha}^s \bar{\alpha}^s$ . Cette condition est très peu restrictive, mais ne semble pas avoir été notée jusqu'à présent pour ce type de modèle avec asymétrie de l'érouissage cinématique.



# Bibliographie

- [Abdul-Latif 04] A. Abdul-Latif. *A Comparison of Two Self-Consistent Models to Predict the Cyclic Behavior of Polycrystals*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 126, pages 62–69, 2004.
- [Andrieux 86] S. Andrieux, Y. Bamberger & J. J. Marigo. *Un modèle de matériau fissuré pour les bétons et les roches*. J. Theor. and Appl. Mech., vol. 5, pages 471–515, 1986.
- [Banvillet 01] A. Banvillet. *Prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale sous chargements réels : vers des essais accélérés*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 2001.
- [Basquin 10] O. H. Basquin. *The exponential law of endurance tests*. Proceedings of the American Society for Testing and Materials, vol. 10, pages 625–630, 1910.
- [Bazant 02] Z. P. Bazant & M. Jirasek. *Nonlocal Integral Formulations of Plasticity and Damage : Survey of Progress*. Journal of Engineering Mechanics, pages 1119–1149, 2002.
- [Belett 05] D. Belett, D. Taylor, S. Marcos, E. Mazzeo, J. Guillois & T. Pircher. *The fatigue behaviour of three dimensional stress concentrations*. Int. J. Fatigue, vol. 27, pages 207–221, 2005.
- [Besson 01] J. Besson, G. Cailletaud, J.-L. Chaboche & S. Forest. *Mécanique non linéaire des matériaux*. 2001.
- [Bettge 99] D. Bettge & W. Österle. *Cube slip in near-[111] oriented specimens of a single-crystal nickel-base superalloy*. Scripta Materialia, vol. 40(4), pages 389–395, 1999.
- [Bonnand 06] V. Bonnand. *Etude de l'endommagement d'un superalliage monocristallin en fatigue thermo-mécanique multiaxiale*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2006.
- [Boursin 96] A. Boursin, J.-L. Chaboche & F. Roudolff. *Damage mechanics with unilateral conditions and elastic energy storage*. Academie des Sciences (Paris), Comptes Rendus, Serie IIb, Mécanique des Milieux Continus, vol. 323, pages 369–376, 1996.
- [Bouvard 06] J. L. Bouvard. *Etude et modélisation de la propagation des fissures courtes dans les aubes de turbines monocristallines*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2006.
- [Brand 80] A. Brand & R. Sutterlin. *Calcul des pièces à la fatigue - Méthodes du gradient*, CETIM. 1980.



- [Cailletaud 87] G. Cailletaud. *Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des métaux*. Thèse de doctorat, d'Etat, Paris VI, 1987.
- [Cardona 00] J. M. Cardona. *Comportement et durées de vie des pièces multiperforées : application aux aubes de turbines*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2000.
- [Chaboche 74] J. L. Chaboche. *Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire*. Revue Française de Mécanique, vol. 50-51, pages 71–82, 1974.
- [Chaboche 77] J. L. Chaboche. *Sur l'utilisation des variables d'état interne pour la description de la viscoplasticité cyclique avec endommagement*. Dans Problèmes Non Linéaires de Mécanique, Symposium Franco-Polonais de Rhéologie et Mécanique, pages 137–159, 1977.
- [Chaboche 79] J. L. Chaboche, K. Dang Van & G. Cordier. *Modelization of the strain memory effect on the cycle hardening of 316 stainless steel*. Rapport technique, ONERA TP 1979-109, 5th International Conference on structural mechanics in reactor technology (SMIRT-5), BERLIN, 13-21 août 1979.
- [Chaboche 06] J. L. Chaboche, M. Boudifa & K. Saanouni. *A CDM approach of ductile damage with plastic compressibility*. International Journal of Fracture, vol. 137, pages 51–75, 2006.
- [Charkaluk 02] E. Charkaluk, A. Bignonnet, A. Constantinescu & K. Dang Van. *Fatigue design of structures under thermomechanical loadings*. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, vol. 25, Issue 12, page 1199, Dec. 2002.
- [Chataigner 95] E. Chataigner & L. Rémy. *Thermomechanical fatigue behavior of coated and bare Nickel-based superalloy single crystals*. Dans : Fatigue under thermal and Mechanical loading, Petten, Netherland, May 22-24. International Symposium, 1995.
- [Chaudonneret 93] M. Chaudonneret. *A simple and efficient multiaxial fatigue damage model for engineering applications of macro-crack initiation*. J. Eng. Mat. Tech, Trans ASME, vol. 115, pages 373–379, october 1993.
- [Chiandussi 05] G. Chiandussi & M. Rossetto. *Evaluation of the fatigue strength of notched specimens by the point and line methods with high stress ratios*. Int. J. Fatigue, vol. 27, pages 639–650, June 2005.
- [Cordebois 79] J. P. Cordebois & F. Sidoroff. *Anisotropie élastique induite par l'endommagement*. Grenoble, 1979. Editions du CNRS.
- [DangVan 73] K. DangVan. *Sur la résistance à la fatigue des métaux*. Sciences et Techniques de l'Armement - Mémorial Artillerie Française, vol. 47-3, pages 647–722, 1973.
- [de Bussac 92] A. de Bussac & P. Poubanne. *Loi de comportement anisotrope de l'AM1 de 20° C à 1100° C*. Rapport technique, YKOM1/YLEV No 60291 - SNECMA, 1992.

- [Defresne 89] A. Defresne. *Endommagement en fatigue oligocyclique à 650°C des superalliages monocristallins à base nickel : influence de l'orientation cristallographique et d'une concentration de contrainte*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1989.
- [Desmorat 99] R. Desmorat, J. Lemaitre & M. Sauzay. *Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope*. C.R. Acad. Sci. Paris, vol. 327, Série II b, pages 1231–1236, 1999.
- [Desmorat 00] R. Desmorat. *Dissymétrie de comportement élastique anisotrope couplé ou non à l'endommagement*. C.R. Acad. Sci. Paris, vol. t. 328, Série II b, pages p. 445–450, 2000.
- [Devaux 80] J. C. Devaux, Y. C. d'Escatha, J. L. Bernard & A. Pellissier-Tanon. *A criterion for analysing fatigue crack initiation in geometrical singularities*. Pressure Vessel Technology, London, England, vol. 1, pages 211–222, 19-23 May, 1980.
- [Downling 82] N. E. Downling & D. F. Socie. *Simple Rainflow counting algorithms*. International Journal of Fatigue, vol. 10, pages 179–185, 1982.
- [Fedelich 99] B. Fedelich. *A microstructure based constitutive model for the mechanical behavior at high temperatures of nickel-base single crystal superalloys*. Computational Materials Science, vol. 16, pages 248–258, 1999.
- [Fedelich 02] B. Fedelich. *A microstructural model for the monotonic and the cyclic mechanical behavior of single crystals of superalloys at high temperatures*. International Journal of Plasticity, vol. 18, pages 1–49, 2002.
- [Flavenot 83] J. F. Flavenot & N. Skalli. *L'épaisseur de couche critique ou une nouvelle approche du calcul en fatigue des structures soumises à des sollicitations multiaxiales*. Mec. Mater. Electr, vol. 397, pages 15–25, Jan-Feb 1983.
- [Fleury 91] E. Fleury. *Endommagement du superalliage monocristallin AM1 en fatigue isotherme et anisotherme*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1991.
- [Flouriot 04] S. Flouriot. *Détermination expérimentale et simulation numérique des phénomènes de localisation de la déformation en pointe de fissure dans un monocristal CFC*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2004.
- [Forman 67] R. G. Forman. *Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structure*. Trans. ASME, J. of Basic Engineering, vol. 69, page 459, 1967.
- [Führung 73] H. Führung. *Approximation functions for K-factors of cracks in notches*. Int. J. Fract., vol. 9, pages 328–331, 1973.
- [Gallerneau 95] F. Gallerneau. *Etude et modélisation de l'endommagement d'un superalliage monocristallin revêtu pour aube de turbine*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1995.
- [Gallerneau 98] F. Gallerneau & P. Paulmier. *Comportement et endommagement des monocristaux, No RTS 3/7283 DMSE/Y*. Rapport technique, ONERA, 1998.

- [Gaubert 06] A. Gaubert. *Modélisation des effets de gradient de contrainte en fatigue multiaxiale dans les superalliages monocristallins*. Rapport technique, 2006.
- [Gaubert 07] A. Gaubert, J. L. Bouvard & F. Gallerneau. *Etude et modélisation de la propagation de fissure dans les superalliages monocristallins en zone de concentration de contrainte*. Colloque National Mécamat Aussois, Ecole de mécanique des matériaux, 2007.
- [Germain 83] P. Germain, Q. S. Nguyen & P. Suquet. *Continuum thermodynamics*. J. of Applied Mechanics, vol. 50, pages 1010–1020, 1983.
- [Geuffrard 09] M. Geuffrard. *Amélioration des modèles d'endommagement des superalliages monocristallins (à paraître)*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2006-2009.
- [Gurson 77] A. L. Gurson. *Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part 1 - Yield criteria and flow rules for porous ductile media*. J. Eng. Mater. Technol., vol. 99, pages 2–15, 1977.
- [Halford 66] G. R. Halford. *The energy required for fatigue (Plastic strain hysteresis energy required for fatigue in ferrous and nonferrous metals)*. Journal of Materials, vol. 1, pages 3–18, mars 1966.
- [Hanriot 93] F. Hanriot. *Comportement du superalliage monocristallin AM1 sous sollicitations cycliques*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1993.
- [Heywood 55] R. B. Heywood. *Stress concentration factors : relating theoretical and practical factors in fatigue loading*. Engineering, vol. 179, pages 146–148, 1955.
- [Jiang 00] Y. Jiang. *A fatigue criterion for general multiaxial loading*. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, vol. 23, no 1, pages 19–32, 2000.
- [Kachanov 58] L. M. Kachanov. *Time of the rupture process under creep conditions*. Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekn. Nauk 8 edition, 1958.
- [Kachanov 93] M. Kachanov. *Elastic solids with many cracks and related problems*, Advances in Applied Mechanics, volume 30. J. Hutchinson and T. Wu edition, 1993.
- [Kaminski 07] M. Kaminski, J. L. Bouvard, J. L. Chaboche, F. Feyel, F. Gallerneau, A. Phelippeau, S. Forest & N. Marchal. *Application of the SOCRAX methods to AE components and test cases*. Report D5.1, SOCRAX, 2007.
- [Kang 05] S. H. Kang & D. E. Kim. *Effect of electrical discharge machining process on crack susceptibility of nickel based heat resistant alloy*. Materials Science and Technology, vol. 7, 21, page 817, 2005.
- [Koster 02] A. Koster, A. M. Alam & L. Rémy. *A physical-base model for life prediction of single crystal turbine blades under creep-fatigue loading and thermal transient conditions*. International Conference on Temperature-Fatigue Interaction- Ninth International Spring Meeting, SF2M, pages 203–212, 2002.

- [Krajcinovic 81] D. Krajcinovic & G. U. Fonseka. *The continuous damage theory of brittle materials. Parts 1 and 2*. J. of Applied Mechanics, vol. 48, pages 809–824, 1981.
- [Kubin 92] L. P. Kubin, G. Canova, M. Condat, B. Devincre, V. Pontikis & Y. Bréchet. *Dislocation microstructures and plastic flow : a 3D simulation*. Solid State Phenom., vol. 23-24, pages 455–472, 1992.
- [Ladevèze 83] P. Ladevèze. *Sur une théorie de l'endommagement anisotrope*. Rapport technique, Laboratoire de Mécanique et Technologie, Cachan, 1983.
- [Laug 99] P. Laug & H. Borouchaki. *BLSURF - Maillageur de surfaces composées de carreaux paramétrés - Manuel d'utilisation, n° 0232, thème 4*. Rapport technique, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 1999.
- [Leckie 74] F. A. Leckie & D. R. Hayhurst. *Creep rupture of structures*. Proc. Royal Soc. London, vol. 340, pages 323–347, 1974.
- [Lemaitre 85] J. Lemaitre. *A continuous damage mechanics model for ductile fracture*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 107, pages 83–89, 1985.
- [Lemaitre 90] J. Lemaitre & J. L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge, 1990.
- [Lemaitre 92] J. Lemaitre. *A course on damage mechanics*. Berlin : Springer-verlag edition, 1992.
- [Lemaitre 99] J. Lemaitre, J. P. Sermage & R. Desmorat. *A two scale damage concept applied to fatigue*. Int. J. of Fracture, vol. 97, pages 67–81, 1999.
- [Lemaitre 04] J. Lemaitre & J. L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*, ed. Dunod, 2ème édition. 2004.
- [Levkovitch 03] V. Levkovitch, R. Sievert & B. Svendsen. *Life analysis of a fcc single crystal and simulation of crack propagation by blunting and re-sharpening*. Herrera, C. A., 2003.
- [Levkovitch 05] V. Levkovitch, R. Sievert & B. Svendsen. *Simulation of fatigue crack propagation in ductile metals by blunting and re-sharpening*. Turin, Italy, 2005.
- [Madec 01] R. Madec. *Des interactions entre dislocations à la plasticité du monocristal cfc : Etude par dynamique des dislocations*. Thèse de doctorat, Université Paris VI-Orsay, 2001.
- [Maire 97] J. F. Maire & J. L. Chaboche. *A new formulation of continuum damage mechanics (CDM) for composite materials*. Aerospace Science and Technology, vol. 4, pages 247–257, 1997.
- [Manson 53] S. S. Manson. *Behaviour of materials under conditions of thermal stresses*, NACA TN-2933. 1953.
- [Manson 66] S. S. Manson. *Interface between fatigue creep and fracture*. International Journal of Fracture Mechanics, vol. 2, pages 327–363, 1966.
- [Marchal 06] N. Marchal. *Propagation de fissures en fatigue-fluage à haute température de superalliages monocristallins à base de nickel*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2006.

- [Marquis 00] G. B. Marquis & D. F. Socie. *Multiaxial Fatigue*. Society of Automotive Engineers, Warrendale, Pa, USA, 2000.
- [Mazars 86] J. Mazars. *A model of unilateral elastic damageable material and its application to concrete*. New York, 1986. Elsevier.
- [Méric 91a] L. Méric & G. Cailletaud. *Single Crystal Modeling for Structural Calculations. Part II - Finite Element Implementation*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 113(3), pages 171–182, 1991.
- [Méric 91b] L. Méric, P. Poubanne & G. Cailletaud. *Single Crystal Modeling for Structural Calculations. Part I - Model Presentation*. Journal of Engineering Materials and Technology, vol. 113(1), pages 162–170, 1991.
- [Morrow 68] J. D. Morrow. Fatigue Design Handbook, Advances in Engineering, vol. 4, sec. 2.3, Warrendale, Pa : Society of Automotive Engineers, pp. 21-29. 1968.
- [Murakami 80] S. Murakami & N. Ohno. A continuum theory of creep and creep damage. A. R. S. Ponter et D. R. Hayhurst, IUTAM, Springer Verlag edition, 1980.
- [Neuber 58] H. Neuber. *Kerbspannungslehre. Translation : Theory of notch stresses*. US Office of Technical Services, Washington DC 1961, Berlin : Springer, 1958.
- [Nouailhas 90] D. Nouailhas. *Un modèle de viscoplasticité cyclique pour matériaux anisotropes à symétrie cubique*. Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences - série II, vol. 310, pages 887–890, 1990.
- [Nouailhas 91] D. Nouailhas & J.P. Culié. *Development and Application of a model for single crystal superalloys*. International Conference on High Temperature Constitutive Modeling, Atlanta, USA, vol. ASME, 1991.
- [Nouailhas 95] D. Nouailhas, J. P. Culié, G. Cailletaud & L. Méric. *Finite element analysis of the stress-strain behavior of single crystal tubes*. European Journal of Mechanics A/Solids, vol. 14, pages 137–154, 1995.
- [Ortiz 85] M. Ortiz. *A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete*. Mech. of Materials, vol. 4, pages 67–93, 1985.
- [Palin-Luc 98] T. Palin-Luc & S. Lasserre. *An energy based criterion for high cycle multiaxial fatigue*. Eur. J. Mechanics, A/Solids, vol. 17(2), pages 237–51, 1998.
- [Palin-Luc 04] T. Palin-Luc. *Approche énergétique et volumique de la fatigue multiaxiale des métaux*. Habilitation à Diriger des Recherches, Décembre 2004.
- [Papadopoulos 96] I. V. Papadopoulos & V. P. Panoskaltzis. *Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion*. Engng. Fract. Mech., vol. 55, no. 4, pages 513–528, 1996.
- [Paris 63] P. C. Paris & F. C. Erdogan. *A critical analysis of crack propagation laws*. Trans. ASME, J. of Basic Engineering, pages 528–533, 1963.

- [Paulmier 07] P. Paulmier, F. Gallerneau, A. Köster, L. Rémy, H. Harders, P. Michelis, J. Delautre & A. Phelippeau. *Creep-fatigue crack growth in complex specimen geometries and multiaxial cyclic loads*. Report D2.5.2, SOCRAX, 2007.
- [Perruchaud 97] P. Perruchaud. *Etude des interactions fatigue-fluage-oxydation sur l'endommagement du superalliage monocristallin AM1*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1997.
- [Peterson 59] R. E. Peterson. Notch sensitivity, in : G. Sines and J.L Waissman (eds.), *Metal fatigue*, Mc Graw Hill, New York, pp. 293-306. 1959.
- [Peterson 61] R. E. Peterson. *The role of stress distribution in fatigue*. *Experimental Mechanics*, vol. 1, n° 4, pages 105–115, 1961.
- [Peterson 74] R. E. Peterson. *Stress concentration factors*, New-York, Wiley. 1974.
- [Pijaudier-Cabot 87] G. Pijaudier-Cabot & Z. P. Bazant. *Non local damage theory*. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 113, n° 10, pages 1512–1533, 1987.
- [Pluvillage 99] G. Pluvillage, S. Bentachfine, J. Gilbert, Z. Azari & D. Bouami. *Notch effect in low cycle fatigue*. *Int. J. Fatigue*, vol. 21, n° 5, pages 421–430, May 1999.
- [Pluvillage 03] G. Pluvillage & H. Adib. *Theoretical and numerical aspects of the volumetric approach for fatigue life prediction in notched components*. *Int. J. Fatigue*, vol. 25 n° 1, pages 67–76, Jan. 2003.
- [Poubanne 89] P. Poubanne. *Etude et modélisation du comportement mécanique d'un superalliage monocristallin pour aube de turbine*. Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, 1989.
- [Prigent 93] P. Prigent. *Modélisation de la propagation de fissure dans l'Astroloy à 650° C avec interaction fatigue-fluage-oxydation*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.
- [Rabotnov 69] Y. N. Rabotnov. *Creep problems in structural members*, North Holland. 1969.
- [Rémy 83] L. Rémy & J. Reuchet. *Fatigue-Oxydation interaction in a superalloy - Application to life prediction in high temperature low cycle fatigue*. *Metallurgical Transactions*, vol. 14 A, pages 141–49, 1983.
- [Rémy 92] L. Rémy, G. Cailletaud & D. Nouailhas. *Loi de comportement anisotrope de l'AM1 de 20°C à 1100°C*. Rapport technique, SNECMA, 1992.
- [Rezai-Aria 07] F. Rezai-Aria, M. Blümm, F. Meyer-Olbersleben & C. C Engler-Pinto. *Crack initiation and propagation of some nickel base superalloys : Effect of material anisotropy and test conditions*. Paris, 15th and 16th February, 2007. Proceedings of SOCRAX Workshop : Deformation and Fracture in nickel-base superalloys at elevated temperatures : testing, modelling and applications.
- [Saanouni 96] K. Saanouni & A. Abdul-Latif. *Micromechanical modeling of low cycle fatigue under complex loadings. I. Theoretical formulation*. *International Journal of Plasticity*, vol. 12, pages 1111–1121, 1996.

- [Satoh 82] M. Satoh & E. Krempl. An incremental life prediction law for creep-fatigue interaction, volume 10, p.71-79. American Society of Mechanical Engineers, New York, Yamada Y. et al. edition, 1982.
- [Sonsino 97] C. M. Sonsino, H. Kaufmann & V. Gubrisic. *Transferability of material data for the example of a randomly loaded truck stub axle*. SAE Tech. Paper Series (970708), pages 1–22, 1997.
- [Taylor 99] D. Taylor. *Geometrical Effects in fatigue : a unifying theoretical model*. Int J. Fatigue, 1999.
- [Taylor 02] D. Taylor. *Fatigue : Some novel applications of fracture mechanics concepts to the problem of stress concentrations*. Parma, 2002. Proceedings of XXXI conference of the Italian Association of Stress Analysis (AIAS).
- [Tomkins 68] B. Tomkins. *Fatigue crack propagation - An analysis*. Phil. Mag., vol. 18, pages 1041–1066, 1968.
- [Tomkins 75] B. Tomkins. *The development of fatigue crack propagation models for engineering application at elevated temperatures*. J. Eng. Tec., pages 289–297, 1975.
- [Tovo 04] R. Tovo, E. Benvenuti & P. Livieri. *A gradient formulation for the prediction of the static failure load of brittle notched components*. XV Congresso Italiano di Meccanica Computazionale, AIMETA, 2004.
- [Voyiadjis 93] G. Z. Voyiadjis & P. Kattan. *Damage of fiber reinforced composite materials with micromechanical characterization*. Int. J. Solids Structures, vol. 30(20), pages 2757–2778, 1993.
- [Wicker 05] P. Wicker. *Effet du gradient de contrainte en bord de trou sur la durée de vie à amorçage d'un superalliage monocristallin*. Rapport technique, INSA Toulouse, 2005.

---

## **Modélisation de l'endommagement en fatigue des superalliages monocristallins pour aubes de turbines en zone de concentration de contrainte.**

Les aubes de turbine Haute Pression des moteurs d'avion, constituées du superalliage monocristallin AM1, sont refroidies par un circuit complexe de microcanalisations. Ce réseau de perforations est situé en bord d'attaque et près du bord de fuite. Il peut constituer des sites privilégiés d'endommagement et d'amorçage de fissures, qu'il est indispensable de prendre en compte dans le dimensionnement en fatigue des aubes de turbines. Ce travail a consisté, dans un premier temps, à réaliser une étude expérimentale sur des éprouvettes perforées de trous de différents diamètres. Elle a permis de mettre en évidence qualitativement et quantitativement l'effet du gradient de contrainte sur l'amorçage de fissure (critère de longueur de fissure de 300  $\mu\text{m}$ ). Cependant, la contrainte locale maximale (ou la déformation maximale) ne peut suffire dans un critère de rupture, car elle surestime le risque de rupture, ne prenant pas en compte les effets d'échelle ou de géométrie. Une méthode de moyenne volumique a alors été proposée pour prendre en compte le gradient de contrainte dans le calcul de durée de vie et a ainsi permis d'améliorer les prévisions de durée de vie. Parallèlement, un modèle d'endommagement de fatigue anisotrope, qui couple plasticité et endommagement, en s'attachant tout particulièrement à décrire la phase de micro-amorçage, a été développé. L'identification et la validation du modèle ont été réalisées à partir d'une base de données expérimentales conséquente sur l'AM1 et sur les essais sur éprouvettes perforées réalisés au cours de ce travail. Enfin, afin de prendre en compte les effets de gradient dans les zones à forte concentration de contrainte, la méthode de moyenne volumique a été appliquée avec ce modèle et a fourni des résultats encourageants.

**Mots-clés** : gradient de contrainte, endommagement anisotrope, superalliage monocristallin.

## **Fatigue damage modelling of single crystal turbine blades containing stress concentration regions.**

The AM1 superalloy blades of aeronautical High Pressure turbines are cooled by a complex system of micro-channels, located at the leading edge and near the trailing edge. These micro-channels constitute preferential sites for damage and crack initiation, phenomena which have to be taken into account in the design of turbine blades. The aim of this work was, first, to carry out an experimental study on perforated specimens with different hole diameters. The effect of the stress gradient on the crack initiation (300  $\mu\text{m}$  criterion for the crack length) has been demonstrated qualitatively as well as quantitatively. However, the use of a maximum stress (or maximum strain) criterion is not sufficient as a failure criterion since it overestimates the risk of failure and does not take into account the length scale or geometrical effects. A volume average method has been proposed in order to take into account the stress gradient effect in the lifetime calculation. It has significantly improved the lifetime predictions. At the same time, an anisotropic fatigue damage model has been developed. In this model, plasticity is coupled with damage in order to describe the micro-initiation stage. The model identification and validation have been realised with respect to existing experimental data on unperforated samples and on the results of the experimental campaign carried out in this work, on perforated specimens. Finally, in order to take into account the stress gradients in the high stress concentration regions, the volume average method has been applied to the results obtained with the previously described model and has provided encouraging results.

**Keywords** : stress gradient, anisotropic damage, single crystal superalloy