HAL open science

Modélisation de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines

Jean-Luc Bouvard

To cite this version:

Jean-Luc Bouvard. Modélisation de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines. Mécanique [physics.med-ph]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006. Français. NNT : . tel-00271245

HAL Id: tel-00271245

https://pastel.hal.science/tel-00271245

Submitted on 8 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Nationale Supérieure
des Mines de Paris

Thèse

présentée par **Jean-Luc BOUVARD**

pour obtenir le titre de
Docteur de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris en
Sciences et Génie des Matériaux

Modélisation de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines

Soutenue le 13 Novembre 2006

Directeur de thèse : Jean-Louis CHABOCHE

Jury :

Claude PRIOUL	Rapporteur	Ecole Centrale de Paris
Rodrigue DESMORAT	Rapporteur	LMT-Cachan
Esteban BUSSO	Examinateur	Ecole des Mines de Paris
Bernard FEDELICH	Examinateur	BAM
Jean-Louis CHABOCHE	Examinateur	ONERA
Franck GALLERNEAU	Examinateur	ONERA
Arnaud SANSON	Invité	SNECMA

A mon grand-père...

Remerciements

Cette étude s'est déroulée au sein du Département de Mécanique du Solide et de l'Endommagement de l'ONERA. Je tiens à souligner la qualité de l'encadrement scientifique dont j'ai pu bénéficier pendant toute la durée de cette thèse, encadrement complet tant au niveau de la disponibilité des personnes que des moyens matériels qui m'ont été fournis.

Je tiens, tout d'abord, à exprimer ma profonde reconnaissance à Jean-Louis Chaboche qui a accepté d'être mon directeur de thèse. Il a fait preuve d'une grande disponibilié à mon égard et je ne peux que mettre en valeur ses qualités d'encadrements scientifique et pédagogique. De plus, sa passion pour son travail de chercheur a été une grande source de motivation durant ma thèse et pour la poursuite de ma carrière dans ce domaine.

Je souhaite aussi remercier sincèrement Franck Gallerneau qui m'a fait bénéficier d'un encadrement d'une grande qualité scientifique. Il a su, pendant ces trois années de thèse, m'apporter son soutien et ses encouragements dans les moments difficiles que traverse un doctorant.

Je souhaite à présent remercier Frédéric Feyel qui, au cours de l'encadrement de cette étude, a su me communiquer son goût pour le numérique. Il a été fort patient et très pédagogue tout au long de ces années.

Je tiens à remercier Claude Prioul de l'Ecole Centrale de Paris et Rodrigue Desmorat du LMT Cachan d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je leur suis reconnaissant du temps passé à lire ce mémoire. L'analyse fine qu'ils ont pu en faire a permis d'aboutir à des questions pertinentes et des discussions intéressantes lors de la soutenance. Je remercie Esteban Busso de l'Ecoles des Mines de Paris d'avoir accepté de participer et de présider mon jury de thèse. Je tiens également à remercier Bernard Fedelich du BAM et Arnaud Sanson du groupe SAFRAN d'avoir accepté d'être examinateurs. Leur présence, notamment dans le cadre du projet SOCRAX, a permis des échanges fructueux. Je leur en suis très reconnaissant.

Je remercie l'ensemble des partenaires SOCRAX pour l'accueil chaleureux qu'ils m'ont fait dans ce projet et plus particulièrement Nicolas Marchal. Une étroite collaboration est née entre nos deux thèses et les longues discussions que l'on a pu avoir lors des réunions SOCRAX ou au Centre des Matériaux font partie des bons moments de ma thèse.

Je souhaite remercier Monique Raffestin et Roger Valle pour leur gentillesse et leur aide précieuse dans la préparation et les observations microscopiques des échantillons.

Je remercie Pascal Paulmier de m'avoir initié aux essais de fissuration mais également Didier Pacou et Daniel Poirier du laboratoire de m'avoir accueilli et de m'avoir fait partager leur bonne humeur au quotidien. Un grand merci à Serge Kruch, Pascale Kanoute, Nicolas Carrère, Jean-François Maire, Frédéric Laurin, Daniel Louis et tous les thésards mais également à la Direction du DMSE et au Secrétariat pour leurs disponibilités et l'accueil qu'ils m'ont fait au sein de l'équipe LCME.

Je remercie, enfin, mes parents pour tout ce qu'ils ont fait pour moi et Clémence de m'avoir soutenu et supporté tout au long de ces années de travail.

Table des matières

1 Introduction générale **1**

2 Modélisation de la propagation de fissure de fatigue **7**
2.1 Approche globale vs Approche locale 8
2.1.1 L'approche globale : Mécanique de la Rupture 8
2.1.2 L'approche locale 15
2.1.3 Les modèles de zone cohésive 18
2.1.4 Conclusion 29
2.2 Propagation de fissure dans les matériaux métalliques 29
2.2.1 Principaux mécanismes de fissuration par fatigue en mode I 30
2.2.2 Les différents régimes de propagation de fissure en fatigue 32
2.2.3 Comportement en régime de fissure courte 33
2.2.4 Effet de fermeture des fissures en fatigue 35
2.2.5 Effets d'environnement dans les superalliages monocristallins : phénomène d'oxydation 36
2.2.6 Synthèse 41
2.3 Les modèles phénoménologiques de fissuration basés sur la Mécanique Linéaire de la Rupture 42
2.3.1 Modèles de fatigue 42
2.3.2 Effet du temps 45
2.3.3 Modèle du BAM 46
2.3.4 Modèle ONERA FAT-OX-FLU 47
2.3.5 Conclusion 49
2.4 Conclusion du chapitre 49

3 Etude expérimentale de la propagation de fissure en régime de fissure courte **51**
3.1 Le matériau 51
3.1.1 Elaboration 51
3.1.2 Microstructure du superalliage monocristallin AM1 52
3.1.3 Evolution microstructurale des précipités : phénomène de mise en radeau . 56
3.1.4 Anisotropie matérielle du monocristal 56
3.1.5 Comportement mécanique de l'AM1 58
3.2 Méthode expérimentale mise en place 60
3.2.1 Description du dispositif expérimental 60
3.3 Résultats d'essais 67
3.3.1 La matrice d'essais 67
3.3.2 Résultats expérimentaux 68
3.3.3 Observations *post-mortem* des mécanismes d'endommagement 74
3.4 Synthèse des résultats expérimentaux 98
3.4.1 Essais réalisés par la SNECMA 98
3.4.2 Centre des Matériaux 100

3.4.3 CNR-IENI 100
3.4.4 Comparaison des essais réalisés dans les différents laboratoires 100
3.5 Conclusion du chapitre 102

4 Développement d'une approche locale de la fissuration en fatigue 105
4.1 Introduction générale 105
4.2 Modèle cohésif proposé pour coupler la plasticité et la propagation 106
4.2.1 Description du modèle dans un cadre thermodynamique 106
4.2.2 Propriétés de base du modèle 108
4.2.3 Justifications du choix du modèle 111
4.3 Implantation des modèles couplés de propagation et problèmes rencontrés 115
4.3.1 Formulation de l'élément fini cohésif 115
4.3.2 Implantation du modèle dans le module ZebFront 116
4.3.3 Problèmes numériques rencontrés 119
4.4 Comment est traîté le problème de la propagation de fissure 129
4.4.1 Géométrie du problème 130
4.4.2 Lois de comportement inélastique du matériau 130
4.4.3 Etude de convergence 134
4.4.4 Problème du démarrage 139
4.5 Rôle et identification des différents paramètres du modèle 148
4.5.1 Rôle des différents paramètres du modèle 148
4.5.2 Identification du modèle à partir des résultats expérimentaux 151
4.5.3 Calage du modèle 152
4.6 Effets modélisés 156
4.6.1 Loi de Paris 160
4.6.2 Effets de rapport de charge 160
4.6.3 Effets de surcharge 164
4.6.4 Effet de l'orientation du monocristal sur les vitesses de fissuration 170
4.6.5 Régime de fissure courte 173
4.7 Conclusion du chapitre 178

5 Extension du modèle à la simulation des phénomènes thermiquement activés 181
5.1 Introduction 181
5.2 Extension du modèle couplé avec prise en compte des effets du fluage 181
5.2.1 Couplage de l'endommagement de fatigue avec l'endommagement de fluage dans le modèle cohésif 182
5.2.2 Propriété de base du modèle 182
5.2.3 Application dans le cas d'une pièce fissurée 184
5.2.4 Prévision du modèle 191
5.3 Extension du modèle avec prise en compte des effets d'oxydation 194
5.3.1 Epaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure 195
5.3.2 Fragilisation du matériau à la pointe de la fissure 200
5.4 Conclusion du chapitre 203

6 Modèle phénoménologique de propagation de fissure en fatigue-fluage-oxydation 205
6.1 Introduction 205
6.2 Développement d'un modèle phénoménologique de propagation de fissure en fatigue-fluage-oxydation en régime de fissure courte 206
6.2.1 Phénoménologie et application du modèle aux chargements complexes en condition anisotherme 206
6.2.2 Prise en compte de l'effet de fissure courte sur le seuil d'ouverture 210
6.2.3 Prise en compte de l'effet bénéfique de l'oxydation 216

6.3 Application du modèle au superalliage monocristallin AM1 221
6.3.1 Identification du modèle 221
6.3.2 Prévision de la vitesse de fissuration sous différents cycles de chargement à 950°C 231
6.3.3 Prévision de la vitesse de fissuration sous chargement thermomécanique complexe 243
6.4 Conclusion du chapitre 245

7 Conclusion Générale 249
7.1 Synthèse 249
7.1.1 Caractérisation expérimentale de la propagation de fissure 249
7.1.2 Modélisation numérique de la propagation de fissure 250
7.1.3 Modèle phénoménologique de propagation de fissure 251
7.2 Perspectives 252
7.2.1 Caractérisation expérimentale de la propagation de fissure 252
7.2.2 Modélisation couplée de la propagation de la fissure 253
7.2.3 Modèle phénoménologique de propagation de fissure 253

A Annexes 255

B Partie expérimentale 257
B.1 Mesure de propagation de fissure par la méthode du potentiel 259
B.2 Mesure de propagation de fissure par la méthode optique 260
B.3 Calcul d'un temps de maintien équivalent pour les cycles de fatigue 261
B.4 Calcul du facteur d'intensité des contraintes pour un matériau anisotrope 262
B.4.1 Calcul du facteur d'intensité des contraintes dans le cas d'un matériau élastique anisotrope en 2D 262
B.4.2 Détermination du taux de restitution d'énergie G 263
B.4.3 Application 264
B.4.4 Conclusion 264

C Approche zones cohésives 267
C.1 Description des différentes formules analytiques du modèle 269
C.1.1 Détermination de la forme de la loi contrainte-déplacement 269
C.1.2 Limite asymptotique de la loi de zone cohésive 269
C.1.3 Formulation analytique des grandeurs caractéristiques du modèle de zone cohésive 271

D Modèle phénoménologique de propagation de fissure 275
D.1 Détermination numérique des seuils d'ouverture de fissure 277
D.1.1 Méthode de relâchement de nœuds 277
D.1.2 Méthode de détermination des seuils d'ouverture de la fissure 278
D.1.3 Application en régime de fissure longue 278
D.2 Formulation des facteurs d'intensité des contraintes utilisée pour les différentes géométries d'éprouvettes 282
D.2.1 Eprouvettes trouées 282
D.2.2 Eprouvettes avec fente 283

E Références bibliographiques 285

Chapitre 1

Introduction générale

Cette thèse s'incrit dans un contexte industriel particulier. Il s'agit d'étudier le comportement en fissuration de pièces critiques de la turbine haute pression que sont les aubes du moteur M88 de l'avion militaire Rafale produit par SNECMA moteurs. Rappelons le principe de base de fonctionnement d'une turbomachine. Une turbine haute pression, placée à la sortie de la chambre de combustion, convertit l'énergie cinétique des gaz brûlés en énergie mécanique afin d'entraîner le compresseur à l'avant du moteur ainsi que les aubes de la soufflante. L'objectif est d'obtenir une température de sortie des gaz brûlés la plus élevée possible afin d'améliorer le rendement thermodynamique du moteur. Mais cette préoccupation conduit à de nombreux problèmes technologiques, notamment ceux concernant la tenue à haute température des composants critiques du moteur tels que les aubes et disques.

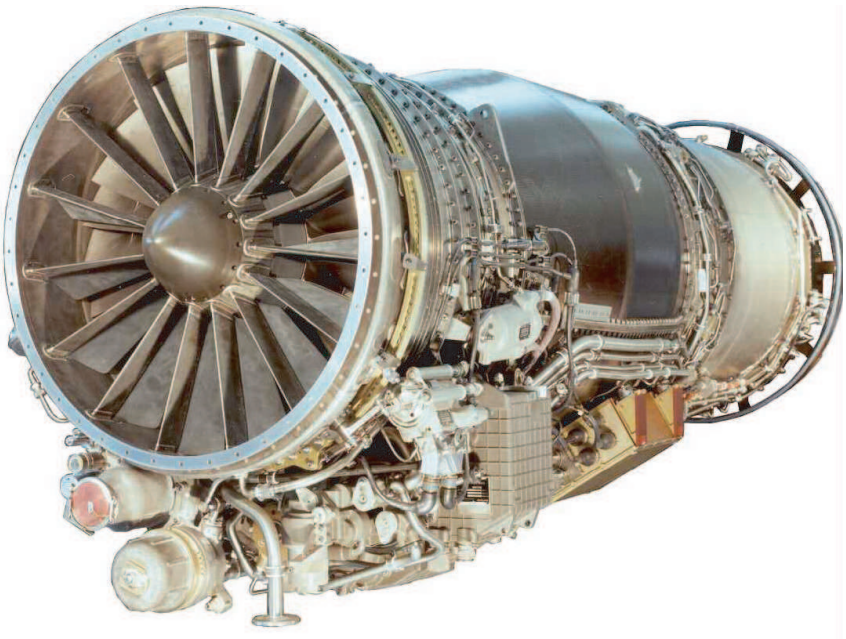


FIG. 1.1 – Moteur M88 (SNECMA moteurs).

De nombreux facteurs endommageants se superposent, ce qui diminue la tenue de ces pièces, parmi lesquels la température importante des gaz brûlés qui est souvent supérieure à la température de fusion des superalliages, mais également les phénomènes d'abrasion dûs à l'éjection de ces gaz et les effets néfastes de l'oxydation et de la corrosion à chaud qui sont actifs à haute température. Ces pièces sont également soumises à des sollicitations de fatigue thermique, notamment

lors des phases de décollage et d'atterissage, auxquelles viennent se superposer des contraintes de fluage (dues aux efforts centrifuges engendrés par la rotation du moteur). Enfin, la forme complexe des aubes peut induire des contraintes locales élevées. L'ensemble de ces phénomènes réduit la durée de vie des aubes. C'est pourquoi des solutions technologiques ont été apportées sur ces pièces critiques pour les rendre de plus en plus résistantes et pour en assurer l'intégrité.

Tout au long de ces 50 dernières années, trois grands axes de recherche ont été suivis afin d'améliorer la tenue des aubes à haute température. Tout d'abord, on peut citer le développement constant de nouveaux superalliages. Ainsi, l'amélioration des techniques de solidification a conduit, en éliminant les joints de grains, à la mise au point des superalliages monocristallins. L'utilisation des ces nouveaux matériaux a tout d'abord permis d'augmenter la température de fonctionnement de ces pièces. De plus, la direction de croissance privilégiée des aubes étant de type <001> (direction pour laquelle le module d'Young est minimal), la tenue de la pièce à des sollicitations de fatigue thermique est améliorée. Enfin, la suppression des joints de grains a permis de repousser les limites de la résistance du superalliage au fluage et à l'oxydation. Le second axe de recherche concerne les techniques de refroidissement des aubes. L'idée a été d'évider les aubes, jusqu'alors massives, pour faire circuler à l'intérieur de l'air froid sous pression, prélevé au niveau du compresseur. Les techniques se sont ensuite améliorées avec les progrès de l'aérothermique et la mise au point de la technique dite de "film cooling" qui nécessite notamment de nombreuses perforations en bord d'attaque et en bord de fuite. Enfin, le dernier axe est la mise au point d'un revêtement protecteur. En effet, afin de limiter la dégradation du superalliage due à l'environnement agressif dans lequel il est sollicité, les aubes de turbine subissent un traitement thermochimique conduisant au dépôt d'une couche protectrice d'aluminure sur la surface du matériau, couche qui a permis ainsi d'augmenter la température de sortie des gaz brûlés.

FIG. 1.2 – Aube de turbine haute pression du moteur M88.

Pour des raisons évidentes de fiabilité et de sécurité, il est indispensable d'être capable de prévoir la durée de vie de ces pièces. Cette nécessité suppose de prévoir le lieu et le temps au bout duquel une fissure pourra conduire à la ruine de la pièce, en connaissant au préalable l'histoire thermomécanique subie par cette dernière. Cela nécessite donc, dans un premier temps, de connaître l'état de contraintes et de déformations locales de la pièce, puis de disposer d'un modèle d'endommagement capable de calculer la durée de vie d'une pièce. Les superalliages monocristallins ont fait l'objet de nombreux travaux concernant le comportement mécanique et sa modélisation (Poubanne [1] et Cailletaud [2] entre autres). Ces études ont abouti au développement de modèles de comportement qui tiennent compte des effets d'anisotropie engendrés

par le caractère monocristallin du matériau, ainsi que de la nature cristallographique des glissements et de la plasticité. Ces lois de comportement, identifiées sur le superalliage monocristallin AM1, permettent, à haute température, d'estimer les contraintes et déformations sur ces pièces de géométrie complexe. Le comportement de ce type de matériau anisotrope étant désormais bien connu, des modèles de durée de vie ont été mis au point afin d'estimer la durée de vie de ces pièces (Defresnes [3], Fleury [4], Gallerneau [5], Flouriot [6], Marchal [7]). Une question s'est alors posée : à partir de quelle longueur de fissure doit-on changer la pièce ? Aujourd'hui, les modèles d'endommagement, utilisés dans les Bureaux d'Etude permettent de déterminer la durée de vie à amorçage de la fissure dans la pièce (la longueur à amorçage d'une fissure étant de l'ordre de $300\,\mu m$). Mais la présence d'une fissure déjà macroscopique (supérieure à $300\,\mu m$) dans une pièce ne pourrait-elle pas être acceptable dans le sens où elle ne conduit pas rapidement à sa rupture complète. En effet, la durée de vie de propagation peut effectivement être assez élevée par rapport à la durée de vie d'amorçage, surtout dans des pièces comme les aubes où une partie du chargement est d'origine thermique, ce qui peut ralentir la progression de la fissure.

La maîtrise de la problématique "fissure courte" (fissure dont la longueur reste inférieure au mm) est un enjeu important pour les Bureaux d'Etudes puisqu'elle permettrait d'étendre la durée de vie de certaines pièces critiques, telles que les aubes de turbines. Cette étude s'inscrit dans le cadre du programme européen SOCRAX sur "L'extension des limites des superalliages monocristallins à travers une analyse des fissures courtes en Mécanique de la Rupture" auquel participent l'ONERA, en tant que coordinateur, ses partenaires français privilégiés SNECMA et l'Ecole des Mines de Paris et 7 partenaires de cinq pays de l'Union Eropéenne (BAM, Imperial College, CNR IENI, NTUA, SIEMENS PG, MTU Aero Engines et IMMG). Dans le cadre de ce projet, deux superalliages monocristallins à base de nickel sont étudiés, l'AM1 produit par SNECMA pour la fabrication des aubes de la turbine haute pression du moteur M88 et le PWA1483, qui est un alliage d'origine Pratt et Whitney utilisé par SIEMENS PG pour l'élaboration d'aubes haute pression de turbines terrestres. L'objectif de ce projet est l'élaboration de modèles de durée de vie reposant sur la prise en compte de la propagation de fissure afin de disposer d'outils de calcul permettant de bénéficier de la durée de vie supplémentaire liée à la propagation.

L'objectif de cette étude sera, à partir du suivi d'un programme expérimental sur la propagation des fissures dans le superalliage monocrisallin AM1, de développer des outils de prévision de durée de vie en propagation de fissure. Deux axes ont été choisis. Tout d'abord, une méthodologie de simulation numérique de propagation de fissure sera développée, en appliquant une approche locale de la rupture basée sur la combinaison de la plasticité cristalline et d'un modèle de zone cohésive. Ensuite, un modèle phénoménologique de propagation de fissure sera exploité et étendu dans le cas des fissures courtes, sur la base des résultats d'essais et de simulations numériques. La démarche suivie au cours de la thèse est exposée figure 1.3.

Dans le chapitre 2, une étude bibliographique est réalisée, d'une part, sur l'approche numérique adoptée dans ce travail et, d'autre part, sur les différents phénomènes observés expérimentalement et actifs durant la phase de propagation de la fissure. Enfin, nous présentons les différents modèles phénoménologiques de fissuration basés sur la Mécanique Linéaire de la Rupture ainsi que la position adoptée dans ce travail en ce qui concerne le choix du modèle de fissuration.

L'étude expérimentale, menée au chapitre 3, présente les résultats d'essais obtenus, dans le cadre du projet SOCRAX, et la caractérisation expérimentale de la propagation de fissure pour le superalliage AM1. Ces essais ont pour but de définir les lois de propagation ainsi que les effets de fréquence et d'environnement sur le phénomène de fissuration, tout en délivrant des résultats sur des fissures suffisamment courtes. Une étude sur éprouvettes post-mortem est ensuite menée, afin d'observer les mécanismes d'endommagement actifs pendant la phase de propagation.

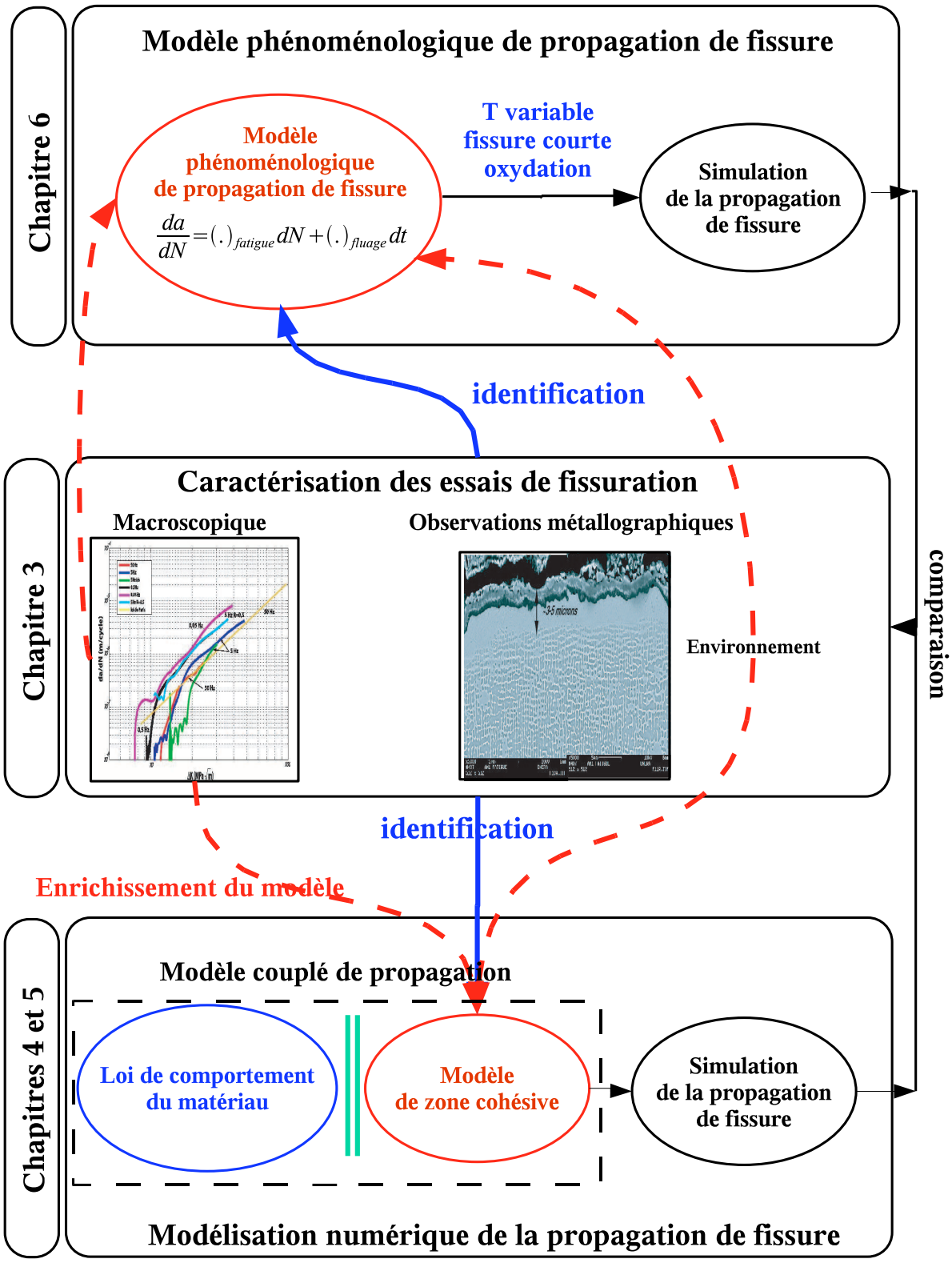


FIG. 1.3 – Démarche suivie au cours de la thèse.

Le chapitre 4 est consacré à la modélisation numérique de la propagation de fissure par fatigue. Nous y exposons le développement et l'application d'un modèle de zone cohésive qui permet de simuler sans discontinuité et avec un caractère prédictif la propagation de fissure en régime de fatigue pure. Nous parlerons, dans ce chapitre, des modèles couplés de propagation dans le sens où l'approche adoptée permet de coupler les phénomènes physiques dans le matériau en pointe de fissure, tels que la plasticité cristalline et la propagation continue, à l'aide d'un modèle cohésif. Le but de ce modèle est d'estimer les vitesses de fissuration en fonction des conditions de chargement en régime de fissure longue et d'être capable de décrire les effets de fissures courtes.

Le chapitre 5 constitue une extension du modèle développé au chapitre précédent avec la prise en compte des effets du temps et l'application de ce dernier pour simuler la propagation d'une fissure en régime de fluage. Une seconde extension du modèle est également réalisée avec la prise en compte des effets bénéfiques de l'oxydation au travers de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure, d'une part, et du phénomène de fragilisation par diffusion d'oxygène à la pointe de la fissure (effet néfaste), d'autre part.

Enfin, au chapitre 6, on présente le développement du modèle phénoménologique de propagation de l'ONERA, en particulier son extension aux monocristaux et au régime de fissure courte, son identification à différentes températures en régime de fatigue et de fatigue-fluage. Le caractère prédictif du modèle sera également vérifié par son application sur les différents essais réalisés à l'ONERA, à la SNECMA et au Centre des Matériaux pour des chargements isothermes et thermomécaniques complexes. La finalité de ce chapitre est de fournir aux industriels un outil fiable et rapide à mettre en œuvre au Bureau d'Etudes afin de prévoir le comportement de la fissure dans la structure réelle.

Chapitre 2

Modélisation de la propagation de fissure de fatigue

Sommaire

2.1 Approche globale vs Approche locale 8
2.1.1 L'approche globale : Mécanique de la Rupture 8
2.1.2 L'approche locale 15
2.1.3 Les modèles de zone cohésive 18
2.1.4 Conclusion 29
2.2 Propagation de fissure dans les matériaux métalliques 29
2.2.1 Principaux mécanismes de fissuration par fatigue en mode I 30
2.2.2 Les différents régimes de propagation de fissure en fatigue 32
2.2.3 Comportement en régime de fissure courte 33
2.2.4 Effet de fermeture des fissures en fatigue 35
2.2.5 Effets d'environnement dans les superalliages monocristallins : phénomène d'oxydation 36
2.2.6 Synthèse 41
2.3 Les modèles phénoménologiques de fissuration basés sur la Mécanique Linéaire de la Rupture 42
2.3.1 Modèles de fatigue 42
2.3.2 Effet du temps 45
2.3.3 Modèle du BAM 46
2.3.4 Modèle ONERA FAT-OX-FLU 47
2.3.5 Conclusion 49
2.4 Conclusion du chapitre 49

Ce chapitre présente différentes approches qui s'appliquent à la modélisation de la propagation de fissure dans les matériaux métalliques. On commence par faire quelques rappels sur la notion d'approche globale de la propagation de fissure. On verra, notamment, que cette dernière présente des faiblesses qui nous amèneront à considérer une approche locale, au sens où l'on tente de modéliser les phénomènes à proximité de la pointe de fissure. Cette description fine de la fissuration sera réalisée par une approche de type "zone cohésive". Puis, nous présentons les différents phénomènes observés expérimentalement et actifs durant la phase de propagation de la fissure. Enfin nous exposons différents modèles phénoménologiques de fissuration basés sur la Mécanique Linéaire de la Rupture ainsi que la position adoptée dans ce travail concernant le choix du modèle phénoménologique de fissuration.

2.1 Approche globale vs Approche locale

La mécanique de la rupture a été développée pour l'étude de fissures macroscopiques. Elle s'applique lorsqu'il existe dans le matériau des discontinuités qui modifient l'état de contrainte, de déformation et de déplacement, si bien que l'homogénéisation du milieu n'a plus de sens.

Cette approche globale a donné naissance à deux approches complémentaires de la propagation de fissure. En fonction du chargement et du matériau considérés, si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, l'étude de la fissuration sera alors du domaine de la Mécanique Non Linéaire de la Rupture. Si, au contraire, la plasticité est absente ou reste très confinée en pointe de fissure, les théories qui permettent de traiter le problème considèrent le matériau comme "globalement" élastique : c'est la Mécanique Linéaire de la Rupture.

Tout d'abord, nous exposerons les deux approches, présentées ci-dessus. Concernant la Mécanique Linéaire de la Rupture qui sera considérée dans toute la suite de cette étude, nous l'exposerons selon différents formalismes : en contrainte, en énergie et selon une formulation thermodynamique. Puis nous présenterons ses forces et ses faiblesses. Nous montrerons que l'analyse de la fissuration peut se faire par d'autres méthodes que la Mécanique de la Rupture, dont nous donnerons les limitations, notamment par des approches locales de l'endommagement et de la rupture et en particulier celle basée sur la notion de zone cohésive.

2.1.1 L'approche globale : Mécanique de la Rupture

Lorsqu'on étudie la propagation de fissure, il est nécessaire de s'intéresser à la Mécanique de la Rupture, qui permet de décrire les champs de contraintes, déplacements et déformations qui résultent de la présence d'une fissure. Cette discipline a contribué de manière essentielle à l'amélioration de la fiabilité des structures.

2.1.1.1 La Mécanique Linéaire de la Rupture

L'approche en contrainte

Malgré les travaux fondateurs de Griffith [8], la mécanique linéaire de la rupture ne connaît de réels développements qu'à partir des années cinquante. Rappelons que l'on peut distinguer trois modes élémentaires de fissuration (figure 2.1).

Les premiers résultats concernent l'étude de la singularité asymptotique du champ de contrainte en pointe de fissure, pour un problème statique de corps bidimensionnel fissuré, parfaitement élastique, sous l'hypothèse des transformations infinitésimales. Dans ce cas, Williams [10] montre que, quels que soient le chargement et la géométrie du problème, et pour tous les modes de propagation de la fissure, on a :

$$\sigma(r,\theta) = \frac{K_\alpha}{\sqrt{r}} f_\alpha(\theta) + j_\alpha(r,\theta) \qquad \text{pour } \alpha\text{=I, II ou III.} \tag{2.1}$$

où

- (r,θ) sont les coordonnées polaires d'un point du solide repéré par rapport à la pointe de la fissure,
- les fonctions $j_\alpha(r,\theta)$ restent bornées lorsque r tend vers 0,
- $f_\alpha(\theta)$ sont des fonctions d'angle,
- les termes K_I (traction normale), K_{II} (cisaillement plan) et K_{III} (cisaillement antiplan) sont les facteurs d'intensité des contraintes (FIC).

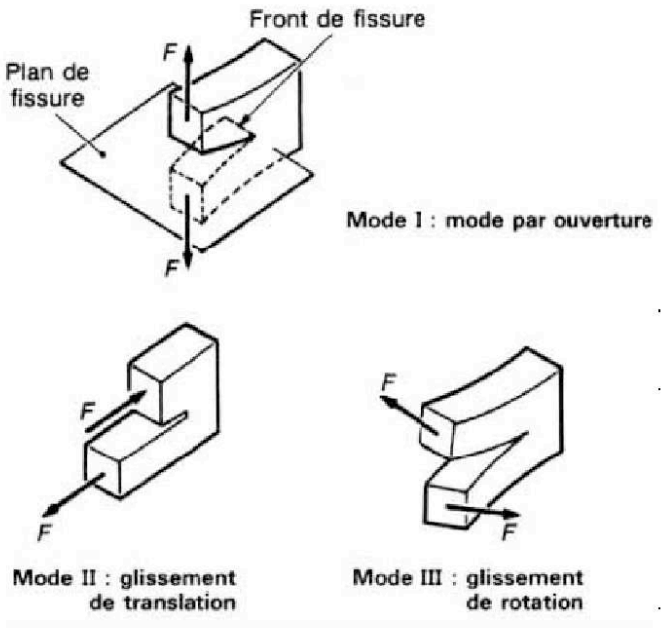


FIG. 2.1 – Modes de sollicitation d'une fissure (Engerand [9]).

Les facteurs d'intensité des contraintes (FIC) dépendent du chargement et de la géométrie du solide et sont exprimés en $MPa\sqrt{m}$.

Par exemple, pour un solide élastique homogène isotrope contenant une fissure rectiligne de longueur $2l$ et soumis à un chargement à l'infini σ_∞ orienté perpendiculairement à la fissure (mode I), on a :

$$K_I = \sigma_\infty \sqrt{\pi l} \tag{2.2}$$

A partir du résultat analytique de Williams, Irwin [11, 12] propose un critère de propagation de fissure qui suppose l'existence d'une valeur critique des FIC, qui peut être étendu à tous les modes de propagation.

<u>Critère d'Irwin</u> :

Il existe une valeur critique de K_α, notée $K_{\alpha c}$ telle que :

$$\begin{cases} Si\ K_\alpha < K_{\alpha c} \quad alors \quad \dot{l} = 0. \\ Si\ K_\alpha = K_{\alpha c} \quad alors \quad \dot{l} > 0. \end{cases} \tag{2.3}$$

pour α =I, II ou III.

Les constantes $K_{\alpha c}$ sont purement phénoménologiques. Elles sont intrinsèques au matériau.

<u>*Inconvénient de cette approche*</u> :

Le critère de propagation de la fissure défini dans l'Eq(2.3) est lié à la singularité des contraintes en pointe de fissure résultant de l'analyse en élasticité linéaire. Or, le sens physique impose que les contraintes restent finies en tout point du solide, ce que cette approche exclut au

voisinage de la pointe de la fissure. Cet inconvénient peut être évité par une approche énergétique globale.

L'approche en énergie

Le raisonnement de Griffith [8] est le suivant : l'approche énergétique consiste à analyser l'avancée de la fissure en considérant les échanges d'énergie qu'elle met en jeu.

Cette approche considère, en étudiant les processus de fissuration quasi-statiques pour des solides élastiques idéalement fragiles à l'équilibre, que l'énergie potentielle macroscopique du système (Energie Interne Elastique stockée + Energie Externe des chargements appliqués) varie avec la surface fissurée.

Ainsi pour une fissure de surface S s'accroissant de dS, l'énergie totale de la structure fissurée passe de $E(S)$ à $E(S+dS)$, avec :

$$E(S) = P(S) + 2S_\gamma \tag{2.4}$$

où,
- P est l'énergie potentielle mécanique,
- $2S_\gamma$ est l'énergie de surface relative aux deux lèvres de la fissure avec $dS_\gamma = \gamma da$, γ étant une énergie de surface créée par l'avancée da de la fissure.

En minimisant l'énergie du système, la fissure se propagera si :

$$E(S+dS) \leq E(S) \tag{2.5}$$

Un critère énergétique de propagation de la fissure peut alors être donné sous la forme :

<u>critère de Griffith</u> :

$$\begin{cases} Si\, G < 2\gamma \quad alors \qquad \dot{l} = 0. \\ Si\, G \geq 2\gamma \quad alors \qquad \dot{l} > 0. \end{cases} \tag{2.6}$$

avec

$$G = -\frac{dP}{dS} \tag{2.7}$$

G s'interprète donc comme un taux de restitution d'énergie par variation de surface de fissure dS. C'est l'un des paramètres essentiels en Mécanique Linéaire de la Rupture. Ce critère s'affranchit de la notion de singularité de contrainte en fond de fissure. Une approche thermodynamique permet de conserver la notion de taux de restitution d'énergie tout en complétant les notions d'énergie mises en oeuvre dans le processus de fissuration.

L'approche thermodynamique

Considérons un corps $\Omega(l)$ contenant une fissure de longueur l, à température T, de frontière $\partial\Omega$, de masse volumique ρ, de densité d'énergie élastique $w(\varepsilon)$, soumis à un champ de forces volumiques f, à des efforts $\bar{F}$ sur la partie frontière notée $\partial\Omega_F$ et à des déplacements imposés $\bar{U}$ sur la partie frontière notée $\partial\Omega_U$ (avec $\partial\Omega = \partial\Omega_F \cup \partial\Omega_U$,$\partial\Omega_F \cap \partial\Omega_U = \emptyset$).

Alors le premier principe de la thermodynamique nous donne le bilan des puissances mécaniques et calorifiques mises en jeu dans ce système :

$$\frac{d}{dt}(\varepsilon + \mathcal{C}) = \mathcal{P}_e + \mathcal{P}_{cal} \tag{2.8}$$

où ε est l'énergie interne du système, $\mathcal{C}$ l'énergie cinétique, $\mathcal{P}_e$ la puissance des efforts extérieurs et $\mathcal{P}_{cal}$ la puissance calorifique échangée par le système avec l'extérieur.

Le second principe de la thermodynamique permet d'introduire la notion d'entropie, notée $\mathcal{S}$ et assure la positivité de la dissipation intrinsèque totale $\mathcal{D}_1$ du système :

$$\mathcal{D}_1 = T\frac{d\mathcal{S}}{dt} - \mathcal{P}_e \geq 0 \tag{2.9}$$

Les équations 2.8 et 2.9 donnent :

$$\mathcal{D}_1 = -\mathcal{S}\dot{T} - \dot{W} + \mathcal{P}_e - \dot{\mathcal{C}} \tag{2.10}$$

où $W = \varepsilon - \mathcal{S}T$ est l'énergie libre totale du système.

L'énergie potentielle mécanique du système s'écrit :

$$P = W - L \text{ avec } W = \int_\Omega \rho w(\varepsilon)dx \text{ et } L = \int_\Omega \rho f u dx + \int_{\partial\Omega_F} \dot{F} u dS \tag{2.11}$$

L est l'opposé de l'énergie potentielle des efforts extérieurs ($\mathcal{P}_e = -\dot{L}$) et u est la solution du problème mécanique qui minimise la fonctionnelle P :

$$P(l) = min_{(u=U \text{ sur } \partial\Omega_U)} \left\{ \int_\Omega \rho w(\varepsilon)dx - \int_\Omega \rho f u dx - \int_{\partial\Omega_F} \dot{F} u dS \right\} \tag{2.12}$$

En négligeant l'énergie cinétique du système (évolution quasi-statique) et en considérant une évolution isotherme, on trouve que :

$$\mathcal{D}_1 = -\dot{P} \tag{2.13}$$

soit, encore :

$$\mathcal{D}_1 = G\dot{l} \qquad \text{avec} \qquad G = -\frac{dP}{dl}(l) \tag{2.14}$$

Un critère classique de propagation de la rupture peut alors s'énoncer sous la forme :
il existe une valeur critique de G, notée G_c telle que :

$$\begin{cases} Si\, G < G_c \quad alors \qquad \dot{l} = 0. \\ Si\, G = G_c \quad alors \qquad \dot{l} > 0. \end{cases} \tag{2.15}$$

Le paramètre G_c est le taux critique de restitution d'énergie. En considérant l'Eq(2.6), on trouve $G_c = 2\gamma +$ énergies dissipées durant le processus de fissuration (plasticité en pointe de fissure, frottement sur les lèvres de la fissure, ...). Pour une évolution quasi-statique de fissure,

un bilan énergétique complet permet donc de définir un critère sous forme d'égalité alors que le bilan initialement proposé par Griffith peut conduire à une propagation instable de la fissure.

Lien entre l'approche en contrainte et l'approche énergétique

Ces deux approches conduisent aux critères (2.3) et (2.15) dont la forme générale peut s'énoncer ainsi :
il existe une valeur critique de A, notée A_c telle que :

$$\begin{cases} Si\ A < A_c \quad alors \qquad \dot{l} = 0. \\ Si\ A = A_c \quad alors \qquad \dot{l} > 0. \end{cases} \tag{2.16}$$

Le paramètre A peut être de deux sortes, soit égal au facteur d'intensité des contraintes, soit égal au taux de restitution d'énergie, mais dans les deux cas cette approche garde son caractère global qui ne prend en compte "qu'en moyenne" les champs locaux à la pointe de la fissure.

Ces deux approches, apparemment antagonistes, sont pourtant reliées par la formule d'Irwin [13], valable en élasticité linéaire isotrope, pour une évolution quasi-statique de fissure :

$$G = \frac{k+1}{2\mu}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2\mu}K_{III}^2 \tag{2.17}$$

avec
- k, constante dépendant de l'hypothèse adoptée : déformations ou contraintes planes,
- μ, module de cisaillement.

La formule d'Irwin est complétée par l'intégrale de Rice [14], classiquement notée J :

$$J = \int_\Gamma \left(\rho w_e(\varepsilon) n_1 - \sigma_{ij} n_k \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds \tag{2.18}$$

où Γ est un contour orienté quelconque englobant la pointe de fissure et $w_e(\varepsilon)$ est une densité d'énergie élastique.

Remarque :

La valeur de cette intégrale J est indépendante du choix du contour Γ en élasticité linéaire, sans force volumique et sans moment volumique appliqués. En élasticité et pour une propagation rectiligne à vitesse constante, on a l'égalité $G = J$.

L'intégrale J est en fait la première composante de la partie vectorielle du tenseur moment-énergie [15], simplement calculée sur un contour ouvert. Cette partie vectorielle est appelée "premier invariant intégral d'Eshelby" et s'écrit :

$$J_i = \oint \left(\rho w_e(\varepsilon) n_i - \sigma_{ij} n_k \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) ds \qquad \text{pour i=1, 2, 3} \tag{2.19}$$

Ainsi, le calcul de J est un moyen simple de déterminer le taux de restitution d'énergie. L'avantage de cette méthode est qu'elle est indépendante du contour choisi. On peut donc calculer la valeur de cette intégrale loin de la pointe de la fissure et ne pas être ainsi affecté par des erreurs faites sur les champs statiques et cinématiques en pointe de fissure. Il s'agit de la méthode numérique la plus pratiquée dans les codes éléments finis. L'intégrale de Rice peut donc être

utilisée comme critère de propagation de fissure basé sur le taux critique de propagation de l'énergie.

En plasticité confinée

La Mécanique Linéaire de la Rupture peut être étendue dans le cas de propagation de fissure où la plasticité reste confinée en pointe de fissure, c'est-à-dire, dans le cas où la taille de la zone plastique reste très inférieure à la longueur de la fissure ou au "ligament restant".

En plasticité confinée, Irwin [13] a étudié le cas d'une fissure dans un matériau au comportement élastique-plastique parfait. Il a pu déterminer la taille de la zone plastique r_p, connaissant la limite d'élasticité du matériau σ_y :

En contraintes planes :

$$r_p = \frac{K_I^2}{\pi \sigma_y^2} \tag{2.20}$$

En déformations planes :

$$r_p = \frac{K_I^2}{\pi \sigma_y^2}(1-2\nu)^2 \tag{2.21}$$

En plasticité confinée, le facteur d'intensité des contraintes demeure pertinent car le matériau reste globalement élastique.

Dugdale [16] a montré que l'ouverture de fissure δ ("Crack Tip Opening Displacement" ou CTOD) peut être reliée au facteur d'intensité des contraintes et à deux paramètres matériau, le module d'Young E et la limite d'élasticité σ_y :

$$\delta \simeq \frac{K_I}{E\sigma_y} \tag{2.22}$$

Lorsque l'on s'écarte des conditions de plasticité confinée, le facteur K ne permet plus de donner une bonne description du champ de contrainte en pointe de fissure. La Mécanique Non Linéaire de la Rupture doit alors être utilisée.

2.1.1.2 En plasticité étendue : La Mécanique Non Linéaire de la Rupture

Des auteurs ont cherché des expressions analytiques pour décrire le champ de contrainte dans le domaine plastifié, lorsque ce dernier devient grand. C'est notamment le cas pour la propagation de fissure en régime de fluage pur lorsque la zone affectée par le fluage devient grande par rapport à la longueur de la fissure. Dans le cas d'une sollicitation monotone, en considérant un comportement rigide plastique, on obtient le champ de Prandtl [17] (François [18]). Fin des années 60, en considérant un comportement élastique avec un écrouissage en loi puissance, Hutchinson [19], Rice et Rosengren [20] ont proposé une formulation qui porte maintenant le nom de "champ H.R.R.". Les expressions des champs de déplacements, déformations et contraintes font appel à l'intégrale J, qui caractérise l'amplitude de la singularité. En ce qui concerne les monocristaux ductiles, une solution a été proposée par Rice [21].

Concernant la propagation de fissure en fluage pur, des paramètres macroscopiques ont été développés pour décrire l'avancée de fissure dans le cas d'une éprouvette fissurée que l'on charge de 0 à une charge constante suffisante pour engendrer des déformations inélastiques. Le matériau

considéré est rigide-visqueux non linéaire. La vitesse de déformation en fluage obéit à une loi puissance décrite par :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{c} = \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}_y \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_y}\right)^{n_c-1} \frac{s_{ij}}{\sigma_y} \tag{2.23}$$

où σ_e est la contrainte équivalente de Von Mises, σ_y est la limite d'élasticité, s_{ij} est le déviateur des contraintes et $\dot{\varepsilon}_y$ et n_c sont des coefficients.

En pointe de fissure, région où le fluage n'est plus négligeable, les champs de contraintes, de déformations (de fluage) et de déplacements sont donnés par des formules de types H.R.R., en raison de l'analogie entre les lois de comportement considérées. L'amplitude de la singularité est donnée par le paramètre $C(t)$ qui est une intégrale de contour analogue à J mais qui dépend du temps (Riedel et Rice [22]). Cette intégrale, tout comme J, est indépendante du contour dans la zone où le fluage domine. En considérant la relation de comportement donnée par l'Eq(2.23), on obtient :

$$C(t) = \int_\Gamma \left[\left(\frac{n_c}{n_c+1}\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}dy\right) - \sigma_{ij}n_j\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x}ds\right] \tag{2.24}$$

Au bout d'un certain temps, le fluage devient prédominant par rapport à la singularité élastique. On a alors un état de fluage étendu et stationnaire. L'intégrale $C(t)$ tend alors vers une valeur C^* qui ne dépend plus explicitement du temps et qui est indépendante du contour Γ partout dans l'éprouvette. Cette intégrale C^* est définie par :

$$C^* = \int_\Gamma \left[W^* dy - T\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}ds\right] \tag{2.25}$$

où $W^* = \int \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}$ est la puissance de déformation, $\dot{u}$ est la vitesse de déplacement et T est le vecteur contrainte en un point du contour Γ. Cette dernière équation donne, en connaissant la longueur de fissure a, la force appliquée P, la vitesse de déplacement des points d'application de la charge $\dot{\Delta}$ et l'épaisseur de l'éprouvette B (Riedel [23]) :

$$C^* = -\frac{\partial}{\partial a}\int (P/B)d\dot{\Delta} \tag{2.26}$$

Un temps de transition t_T peut être calculé entre la période pour laquelle le fluage est confiné et celle pour laquelle on a un fluage étendu :

$$t_T = \frac{\left(1-\nu^2\right)K^2}{(n_c+1)EC^*} \tag{2.27}$$

Ainsi, suivant le rapport entre la durée du cycle t_c et le temps de transition de fluage t_T, le paramètre pertinent pour décrire la propagation sera plutôt J, $C(t)$ ou C^*. Néanmoins, il apparaît souvent que de tels modèles ont un domaine de validité restreint : plage de vitesse de fissure limitée, peu d'interaction avec l'environnement, conditions de chargement peu variées.

2.1.1.3 Bilan

La Mécanique Linéaire de la Rupture présente le grand intéret de mettre en évidence un paramètre clé de la fissuration des matériaux : le taux de restitution d'énergie G. Sa définition thermodynamique (Eq.(2.14)) lui donne une signification physique indiscutable. De plus, la formule d'Irwin (Eq.(2.17)) relie G aux facteurs d'intensité des contraintes K. Enfin, l'intégrale de

Rice J (Eq(2.18)) offre un moyen simple de calculer numériquement le taux de restitution d'énergie.

L'utilisation de ce paramètre a fait de la Mécanique Linéaire de la Rupture un outil théorique et numérique indispensable dans de nombreuses situations standards (entre autres les propagations quasi-statiques de fissures dans les matériaux élastiques, ...). Cependant, cette approche présente certaines faiblesses qui limitent son utilisation dans les situations mécaniques complexes.

Tout d'abord, la Mécanique Linéaire de la Rupture ne peut être utilisée que dans les cas d'une plasticité confinée en pointe de fissure, ce qui est loin d'être toujours le cas dans les structures fissurées. La Mécanique Non Linéaire de la Rupture pourrait être alors utilisée, mais son domaine de validité reste restreint, comme nous l'avons précisé ci-dessus.

De plus, dans le cadre de cette étude, la simulation de la propagation d'une fissure doit être réalisée de manière prédictive (prédiction tant au niveau de l'évolution spatiale que temporelle) mais également sans discontinuité (continuité de l'endommagement au sein de la *process zone*, définie ci-dessous). Les outils de la Mécanique Linéaire de la Rupture sont insuffisants pour répondre à ce besoin. Nous utiliserons donc une approche locale de la rupture qui nous permettra d'associer un calcul précis des contraintes et des déformations en pointe de fissure, avec un critère d'endommagement faisant appel aux variables calculées.

Le paragraphe suivant présente donc, par l'analyse de différents modèles de propagation, l'introduction d'une approche, dite locale, de l'endommagement et de la rupture, afin de simuler de manière couplée la propagation d'une fissure.

2.1.2 L'approche locale

Une des limitations les plus sévères de la Mécanique Linéaire de la Rupture est son incapacité à prévoir l'amorçage des fissures, mais également les évolutions temporelles des fissures (instabilités), les évolutions spatiales (bifurcations ...) et les conditions de bord sur les lèvres (contact, frottement). Le développement de la méthode des éléments finis et l'augmentation des moyens de calcul qui permettent, aujourd'hui, un calcul précis des champs en pointe de fissure pour des problématiques toujours plus complexes, ont permis le développement de l'approche locale de la rupture.

Depuis une trentaine d'années, une approche, la mécanique de l'endommagement continu, s'est largement développée, grâce aux travaux de l'école russe et notamment à partir des concepts introduits initialement par Kachanov [24] puis Rabotnov [25]. L'endommagement est considéré comme un processus de dégradation de la matière, consécutif, mais non identique aux processus de déformation irréversible. Les défauts qui apparaissent alors résultent d'accumulations et de localisations de dislocations (dans les métaux) et sont nettement plus irréversibles que la déformation plastique.

Ce courant russe s'est ensuite développé en Europe, principalement pour des applications au fluage des matériaux métalliques. L'école anglaise a apporté une importante contribution au développement de cette approche avec, entre autres, les travaux de Leckie et Hayhurst [26] mais également certains apports, par exemple japonais avec Murakami [27]. Mais c'est en France que les concepts de base de la mécanique de l'endommagement ont été énoncés sur le plan théorique, en particulier par l'introduction du formalisme thermodynamique (Chaboche [28], Germain [29], Lemaitre [30]). C'est également en France que des exploitations ont été systématiquement recherchées pour d'autres types d'endommagement (fatigue, rupture ductile) et d'autres types de matériaux (Lemaitre [31], Chaboche [32], Ladevèze [33], Mazars [34]).

La mécanique de l'endommagement sera, au début des années 80, reconnue aux Etats-Unis, avec entre autres les travaux de Krajcinovic [35], Ortiz [36] ou Voyiadjis [37]. Ce domaine est en plein essor à travers le monde tant en terme de recherches de base que pour la diversité de ses applications (Desmorat *et al.* [38]).

En effet, de nombreux types de dommages sont pris en compte par les approches locales de la rupture. Dans les matériaux métalliques, ce sont par exemple :

- les microcavités de rupture ductile, qui proviennent de la décohésion aux interfaces entre inclusions et matrice, croissent puis coalescent pour, soit former un défaut macroscopique provoquant la rupture de l'échantillon, soit déclencher le processus de déchirure ductile de la structure (Pineau [39], François [18]),
- les glissements intercristallins et les cavités qui apparaissent aux joints de grain au cours des processus d'endommagement par fluage à haute température,
- les microfissures de fatigue qui s'amorcent généralement dans les bandes de glissement permanentes proches de la surface libre de l'éprouvette (stade I de fatique). Ces dernières progressent ensuite par cisaillement jusqu'à devenir une fissure macroscopique pouvant aboutir à la ruine de la structure.

Dans d'autres matériaux, les processus d'endommagement sont différents mais peuvent être traîtés par homogénéisation tels que dans les bétons, les roches ou les matériaux composites.

Dans cette étude, nous nous intéresserons à la propagation de fissure par fatigue dans les matériaux métalliques. Deux voies de modélisation de la propagation de fissure peuvent être identifiées dans cette approche : la première est basée sur la propagation de fissure par accumulation d'endommagement en pointe de fissure et la seconde sur la propagation par émoussement plastique en pointe de fissure.

Cette première voie a été introduite par McClintock [40]. Elle peut être qualifiée d'approche locale car elle associe un calcul de contraintes et déformations en pointe de fissure à un critère d'endommagement. En effet, ce dernier propose de définir une zone élémentaire en pointe de fissure notée "*process zone*", d'une taille suffisante pour englober un volume de matière représentatif des phénomènes d'endommagement. La vitesse de fissuration est alors calculée à partir du nombre de cycles pour casser cette "boite" que représente la "*process zone*".

La seconde voie consiste à prendre en compte, dans le cas des matériaux ductiles, le fait que l'avancée de la fissure soit engendrée par des mécanismes de déformation irréversible (plastique). C'est l'émoussement de la pointe de la fissure ("Crack Tip Blunting") qui est à l'origine de l'avancée de la fissure à chaque cycle, ce qui peut être rapproché des observations de stries de propagation faites initialement par Forsyth [41] et modélisées par Laird [42]. Cette voie de modélisation ne s'inscrit pas rigoureusement dans ce que l'on a défini comme l'approche locale, car il n'y a pas de critère d'endommagement. Néanmoins, nous l'incluons dans cette catégorie car la modélisation de la propagation de la fissure est réalisée grâce à la prise en compte des déformations en pointe de fissure.

Dans ce paragraphe, nous présenterons, tout d'abord, un modèle d'estimation de la vitesse de propagation par post-traitement de calculs par éléments finis (Marchal [7]), qui s'inscrit dans ce premier type de modèles, puis un modèle incrémental de propagation de fissure (Pommier [43]) s'inscrivant dans la seconde catégorie de modèles. Enfin, nous présenterons la position adoptée dans ce travail qui s'est traduite par l'utilisation d'un modèle de zone cohésive pour simuler la propagation de la fissure, c'est-à-dire un modèle de propagation de fissure basé sur un critère d'endommagement.

2.1.2.1 Analyse du modèle de post-traitement de propagation de fissure développé par l'Ecole des Mines de Paris (ARMINES)

Nous présentons, ci-dessous, le modèle développé par Marchal [7] dans le cadre du projet SOCRAX. Ce modèle a pour but d'estimer les vitesses de propagation d'une fissure qui se propagerait dans une structure, en fonction du chargement appliqué. Les seules données du problème sont l'historique des contraintes et déformations en pointe de fissure. Ces dernières sont obtenues par des simulations par éléments finis. La notion de "*process zone*" proposée par McClintock est ici utilisée. Les glissements et les contraintes de cisaillement résolus sont calculés sur tous les systèmes de glissement actifs en pointe de fissure. L'avancée virtuelle de la fissure est alors déterminée en post-traitement par :

$$\frac{da}{\lambda} = r\left[\sum_{s=1}^{12}\left(\frac{|\tau^s|}{\tau_{oct}}\right)^{\alpha}|d\gamma^s|\right] \tag{2.28}$$

où τ^s et γ^s sont respectivement la contrainte de cisaillement et le glissement résolus sur le système de glissement s. λ est la taille de la "*process zone*" qui est ici prise égale à la taille d'un élément en pointe de fissure ($\lambda = 5\,\mu m$). τ_{oct} est un paramètre qui est égal à la contrainte maximale de cisaillement. Finalement, il reste deux paramètres d'ajustement r et α qui doivent être identifiés à partir de résultats d'essais expérimentaux (droite de Paris).

L'équation permet donc de calculer une avancée virtuelle de la fissure ainsi que la vitesse de fissuration définie comme le temps nécessaire pour que l'incrément de fissuration atteigne la taille de la "*process zone*" λ. Ce modèle a été appliqué de manière satisfaisante en régime de fatigue et fatigue-fluage.

2.1.2.2 Analyse d'un modèle incrémental de propagation de fissure

Nous présentons dans ce paragraphe le modèle incrémental de propagation de fissure en régime de fatigue développé par Pommier [43]. Son approche consiste à décrire l'avancée de la fissure par le biais de l'étude de l'évolution de la partie plastique du CTOD (l'émoussement). Cependant le développement d'un modèle de propagation de fissure de type incrémental présente également l'intérêt de s'affranchir de l'utilisation de la méthode de type Rainflow très difficile à mettre en œuvre pour l'intégration des modèles en cycle, dans le cas de chargements complexes anisothermes.

Ce modèle est basé sur la thermodynamique des mécanismes dissipatifs. Trois variables d'état sont introduites dans ce modèle afin de caractériser l'état de la fissuration : la longueur de fissure a, la plasticité résiduelle en pointe de fissure ρ et l'intensité de l'ouverture de fissure C. Des forces thermodynamiques associées sont introduites pour chacune des variables du modèle. Une attention particulière est apportée à l'énergie élastique stockée dans la zone plastique en pointe de fissure. Cette énergie stockée est incluse dans l'équation du bilan d'énergie et conduit à l'apparition d'un terme d'écrouissage cinématique dans la fonction seuil de la structure fissurée. Aucune dissipation n'est associée à l'ouverture de fissure, mais simplement à la propagation de la fissure et au "blunting" (ou déplacement plastique résiduel) en pointe de fissure. Ainsi, ce modèle consiste en deux lois :

- une loi de propagation de fissure se traduisant par :

$$\frac{da}{dt} = \frac{\alpha}{2}H\left(\frac{d\rho}{dt}\right) \tag{2.29}$$

avec $\alpha \geq 1$, un paramètre d'ajustement et $H(x)$ la fonction d'Heaviside.

- une loi de comportement élasto-plastique pour la structure fissurée qui fournit $\frac{d\rho}{dt}$ en fonction de la charge appliquée.

Ce modèle traduit de manière correcte les caractéristiques principales de la propagation de fissure en fatigue tels que les effets de rapport de charge et les effets de retard dus à l'application de surcharges.

2.1.2.3 Discussion

L'approche de la mécanique de l'endommagement a cependant montré ses limites. En effet, ces modèles d'endommagement volumique sont caractérisés par des lois adoucissantes (ou "softening") qui localisent. Le résultat du calcul numérique est alors dépendant du maillage (Billardon [44], Bazant et Belytschko [45], Saanouni *et al.* [46]).

Une des solutions pour pallier à ce problème est l'utilisation d'une formulation "non-locale" de l'endommagement dans le sens où l'on considère une moyenne spatiale de la variable d'endommagement (Bazant et Pijaudier-Cabot [47], Saanouni et Lesne [48]). L'utilisation de cette formulation permet alors d'éliminer la dépendance au maillage. Mais, avec une telle "régularisation", l'épaisseur de la zone "totalement endommagée" (c'est-à-dire la fissure) est importante (au moins de la taille d'un ou plusieurs éléments) ce qui là encore pose des problèmes de fond.

L'approche zone cohésive adoptée dans cette étude, caractérisée par un endommagement surfacique avec des éléments d'épaisseur interne faible et modulable, est une réponse possible à ces problèmes intrinsèques à l'approche locale de la rupture.

2.1.3 Les modèles de zone cohésive

L'analyse de la fissuration des matériaux peut également se faire par une approche basée sur la notion de "zone cohésive". Cette dernière permet le couplage de l'avancée de la fissure avec les différents mécanismes d'endommagement actifs à la pointe de la fissure. Dans ce cas, la zone de décohésion complète est déjà localisée.

Dans ce paragraphe, nous commencerons par présenter l'historique de ces modèles, puis nous définirons ce qu'est l'approche "éléments de zone cohésive", en précisant les avantages et inconvénients d'une telle approche. Enfin, nous exposerons rapidement les différentes applications que l'on peut avoir de ces modèles en mécanique.

2.1.3.1 Petit historique des modèles cohésifs

La notion de zone cohésive a été initialement introduite par Dugdale [16], Barenblatt [49] et Rice [14] dans les années 60 et n'a concerné, dans un premier temps, que le comportement des efforts normaux agissant sur les lèvres d'une fissure (force de traction et/ou de compression en fonction de l'ouverture de la fissure).

La notion de zone cohésive a été ensuite étendue à la fin des années 1980 par Needleman [50] en proposant des modèles phénoménologiques de décohésion indépendants du trajet de chargement et inspirés des travaux atomistiques de Rose [51]. Ces modèles prennent en compte dès 1990 l'irréversibilité du comportement local (par exemple Tvergaard [52], Needleman [53]).

Les perspectives ouvertes par ces travaux sont mises aujourd'hui en valeur par de récents développements analytiques et numériques concernant les propagations de fissures en chargement monotone (Xu et Needleman [54] ; Xu *et al.* [55] ; Needleman et Rosakis [56]). Ils consistent en particulier à considérer chaque point d'une discrétisation spatiale comme une zone cohésive à part entière.

Le formalisme des zones cohésives a permis l'analyse de la fissuration quasi-statique des matériaux élasto-plastiques (par exemple Needleman [57] ; Tvergaard et Hutchinson [58]) et celle de leur fissuration dynamique (Xu et Needleman [59]). Cette analyse a été ensuite étendue aux matériaux élasto-visco-plastiques (Siegmund et Needleman [60]), ainsi qu'aux matériaux composites (Siegmund *et al.* [61]).

2.1.3.2 L'approche zone cohésive

L'approche zone cohésive permet d'envisager des situations mécaniques très complexes, notamment dans le domaine de l'analyse mécanique de l'amorçage et de la propagation des fissures, tout en conservant une compréhension fine de la physique à l'échelle locale.

L'équation d'équilibre mécanique incluant la notion de zone cohésive (décrit par le travail des puissances virtuelles) est écrite de la manière suivante :

$$\int_V \sigma : \delta\varepsilon \, dV + \int_{S_{int}} T_{cz} \cdot \delta\Delta U \, dS = \int_{Sext} T_e \cdot \delta u \, dS \tag{2.30}$$

Ici, V représente le volume du solide considéré, S_{ext}, la surface externe du solide. u_i et T_e^i sont respectivement les composantes des vecteurs déplacements et forces ; σ est la contrainte de Cauchy tandis que ε est la déformation. Le vecteur force est relié à σ par $T = n\sigma$, n étant la normale à la surface.

Le second terme de l'Eq.(2.30) est la contribution des zones cohésives sur la surface interne du solide S_{int}, représentant le travail des éléments de zone cohésive actifs (c'est-à-dire s'endommageant) à la pointe de la fissure.

Le processus de séparation est défini par une relation entre la force de traction cohésive, T_{cz}, et la discontinuité des déplacements $\delta u = u^+ - u^-$, où u^+ et u^- sont les déplacements respectifs de chaque lèvre de la fissure.

La plupart des modèles de zone cohésive (exceptés ceux de Dugdale [16] et Camacho [62]) sont définis, sous l'hypothèse d'une évolution croissante du déplacement, par la relation force de traction-déplacement caractérisée par l'évolution d'une force de traction qui va atteindre un maximum puis diminuer jusqu'à s'annuler, permettant la complète décohésion de l'élément comme cela est illustré figure 2.2.

Trois paramètres importants peuvent être dégagés de ces différents modèles : la force cohésive maximale T_{max}, la longueur de séparation de l'élément δ_{sep} et l'énergie de décohésion G, ces paramètres n'étant pas indépendants.

Cette énergie de décohésion (correspondant à l'aire sous la courbe de la réponse force de traction-déplacement de l'élément de zone cohésive) est déterminée de la manière suivante :

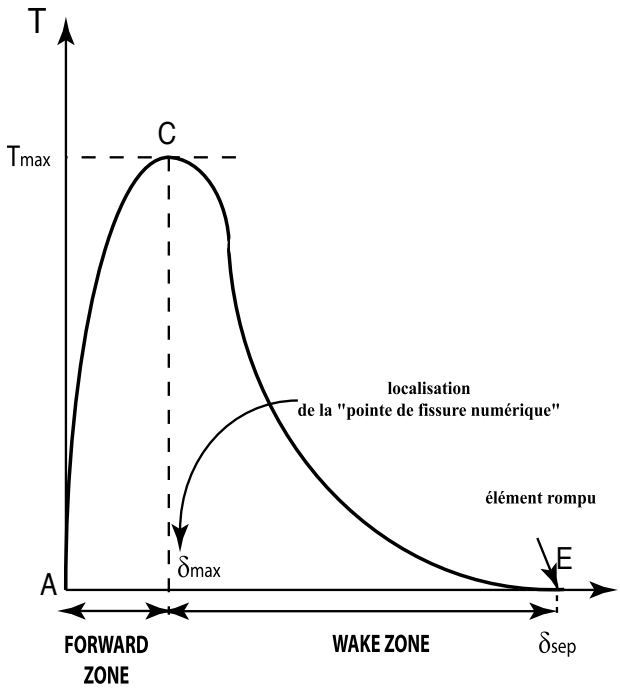


FIG. 2.2 – Courbe classique de la réponse traction-déplacement d'un élément de zone cohésive.

$$G = \int_0^{\delta_c} T_{cz}(\delta u).d\delta u \tag{2.31}$$

2.1.3.3 Terminologie de notions intrinsèques aux éléments de zones cohésives

Nous allons maintenant introduire deux notions très importantes lorsque l'on utilise les éléments de zone cohésive qui sont l'épaisseur intrinsèque de l'élément d'interface et la notion de "*process zone*".

Epaisseur intrinsèque d'un élément de zone cohésive

On se trouve confronté à un problème de théorie lorsqu'on utilise l'approche éléments de zone cohésive. Ces éléments peuvent être utilisés, soit pour décrire le comportement d'une interface d'épaisseur donnée, soit le comportement d'une fissure, donc sans épaisseur. Ce problème a été traité par Suquet [63] et Michel *et al.* [64]. Ainsi, une équivalence peut être trouvée entre un élément de zone cohésive, représentant une interface, et l'élément volumique équivalent grâce à la notion d'épaisseur intrinsèque. Dans notre cas, nous considérons des simulations de propagation de fissure. C'est pourquoi l'épaisseur intrinsèque de notre élément d'interface doit être très petite afin de valider cette hypothèse.

Supposons que l'épaisseur h est petite et que les déformations sont uniformes dans l'épaisseur, alors nous avons (Suquet [63]) :

$$\underset{\sim}{\varepsilon}^e = \frac{1}{h}\left(\vec{u}^e \otimes \vec{n}\right)_{sym} \tag{2.32}$$

où $\vec{n}$ est la normale à l'interface.

Considérons maintenant que le comportement élastique de l'élément volumique est donné pour un endommagement $D = 0$ par :

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\approx}{\mathbf{C}} : \underset{\sim}{\varepsilon}^e \tag{2.33}$$

où $\underset{\approx}{\mathbf{C}}$ est le tenseur des rigidités du matériau considéré.

Nous pouvons également écrire pour le modèle de zone cohésive, la relation liant le vecteur contrainte $\vec{T}$ au vecteur déplacement $\vec{u}^e$:

$$\vec{T} = k\frac{\vec{u}^e}{\delta_c} \tag{2.34}$$

où k est la rigidité scalaire de l'élément d'interface et $\vec{u}^e$ le déplacement élastique à ouverture critique de cet élément.

Nous avons par comparaison ;

$$\vec{T} = \underset{\sim}{\sigma} \cdot \vec{n} = \frac{1}{h}\vec{n} \cdot \underset{\approx}{\mathbf{C}} : (\vec{u}^e \otimes \vec{n})_s \tag{2.35}$$

On déduit alors des Eq.(2.34) et Eq.(2.35) :

$$h = E_{22}\frac{\delta_c}{k} \tag{2.36}$$

Le choix des propriétés du matériau et des paramètres k et δ_c du modèle de zone cohésive conduit à une estimation de l'épaisseur intrinsèque de l'élément de zone cohésive. La rigidité initiale de l'élément doit être importante lorsqu'on souhaite simuler la propagation d'une fissure, ce qui conduit à une épaisseur intrinsèque la petite possible. Dans le contexte d'une discrétisation par éléments finis, ce paramètre h doit être nettement inférieur à la plus petite taille d'élément, lorsque les éléments d'interface simulent le comportement d'une fissure.

Notion de "*process zone*"

Nous allons maintenant introduire la notion de "*process zone*". Nous nous référons à deux articles, celui de Chandra et Set [65] qui définit les notions de "*wake zone* et *forward zone*" et l'article de Ritchie [66] qui répertorie les différents micromécanismes actifs dans ces deux zones.

La *process zone* peut être définie comme la région dans laquelle des éléments de zone cohésive commencent à s'endommager jusqu'à ce que leur endommagement atteigne D_c (endommagement critique correspondant à la rupture de l'élément cohésif). Dans la figure 2.2, le point A représente l'élément initialement vierge, le point C correspond au maximum de la force cohésive admissible pour l'élément et le point E à la rupture de l'élément soumis à un déplacement δ_{sep}. La longueur de la *process zone* correspond à une région de la fissure dans laquelle les lèvres sont soumises à un déplacement de $\delta = 0^+$ à $\delta = \delta_{sep}$. Une question se pose alors : où se situe précisément la pointe de la fissure ? Chandra et Set se proposent, comme illustré sur la figure 2.3, de placer la pointe de la fissure cohésive à la distance $\delta = \delta_{max}$. Ils distinguent alors deux zones : du point A au point C, une zone nommée "*forward zone*" et du point C au point E, la "*wake zone*".

Ritchie [66] a, quant-à-lui, identifié les différents micromécanismes énergétiques actifs dans ces deux zones. Les phénomènes observables dans la "*forward zone*" sont des micromécanismes de dissipation extrinsèque d'énergie, autrement dit favorisant l'avancée de fissure, tels que l'amorçage de micro-fissures, la coalescence de cavités, la transformation de phase ou encore les phénomènes

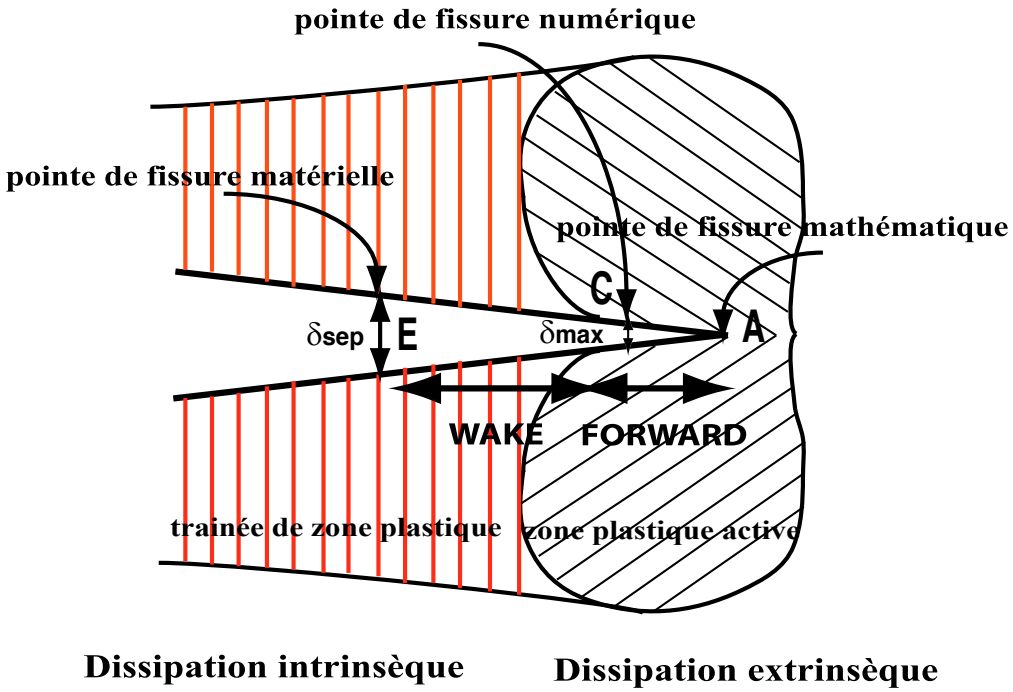


FIG. 2.3 – Caractérisation de la *process zone*.

de délaminage. Pour la "*wake zone*", il s'agit de micromécanismes de dissipation intrinsèque d'énergie qui vont ralentir la propagation de la fissure (fermeture de fissure due à un chargement en fatigue, blunting, oxydation des lèvres de la fissure, ...).

Cette notion de *process zone* est fondamentale dans l'utilisation d'éléments de zone cohésive. En effet, sa longueur et le nombre d'éléments actifs dans cette zone sont les garants de la qualité des résultats obtenus et de leur représentativité physique.

2.1.3.4 Limitations de la méthode de zones cohésives

La méthode possède des limitations en terme de calcul numérique telles que :
- l'introduction de rigidités parasites si l'on considère des épaisseurs intrinsèques importantes,
- la connaissance préalable du trajet de fissuration,
- le problème de saut de solution.

Nous pouvons pallier aux deux premières limitations en utilisant, d'une part, des raideurs initiales d'éléments de zone cohésive importantes pour minimiser l'épaisseur intrinsèque et, d'autre part, en appliquant une méthode de remaillage automatique à la pointe de la fissure couplée à un critère de bifurcation de fissure pour rendre l'approche prédictive en terme d'évolution spatiale.

Mais la limitation majeure de cette approche reste le problème de saut de solution, c'est-à-dire l'existence de solutions non régulières lorsque utilisée en régime indépendant du temps. Ces problèmes de sauts de solution ont été discutés par Chaboche *et al.* [67] et sont présentés figure 2.4. Le comportement local de l'élément de zone cohésive est défini par le point de fonctionnement entre la loi de comportement au noeud considéré et la réponse de la structure localement vue par l'interface, définissant le point C. Dans certains cas, il peut apparaître une discontinuité dans l'évolution de l'endommagement, ce qui se traduit par un saut de solution, noté δ_{jump}, représenté par le point de fonctionnement E. La vitesse de variation λ est alors très rapide. L'énergie élastique stockée par l'élément d'interface est instantanément restituée à la structure, et aux autres

noeuds de l'interface qui peuvent à leur tour être soumis à un saut de solution. Cela induit, dans le cas de l'utilisation d'un algorithme quasi-statique (qui ne peut transformer cette énergie excédentaire en énergie cinétique), une divergence de l'algorithme de résolution. L'existence d'un saut de solution dépend donc de la rigidité relative de l'élément d'interface par rapport à la rigidité du matériau vue par celui-ci.

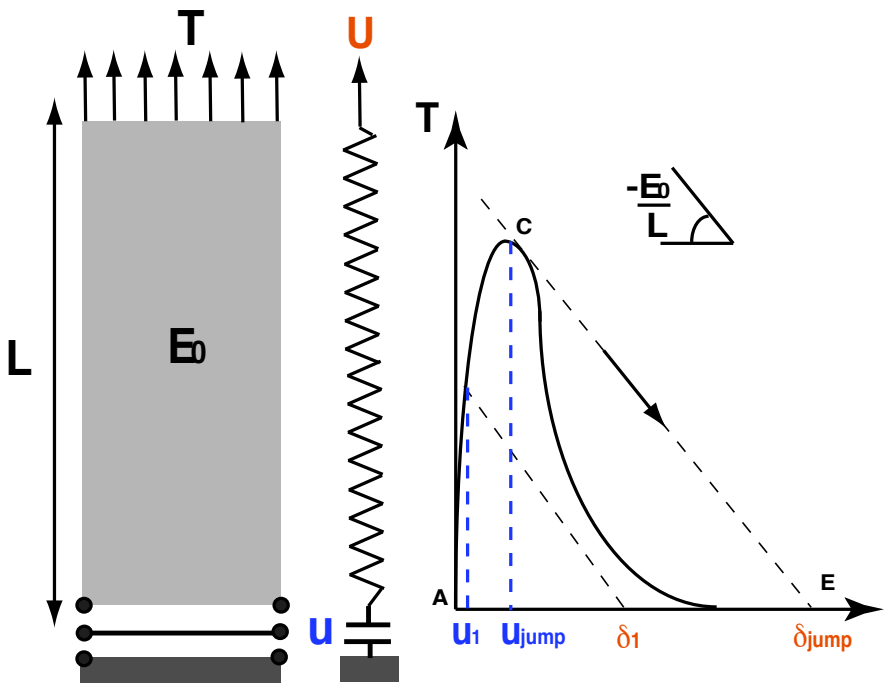


FIG. 2.4 – Mise en evidence des problèmes de sauts de solution par un exemple uniaxial.

Des méthodes existent pour réduire ces problèmes de sauts de solution :
- forcer la réponse globale à suivre la loi d'interface, notamment grâce au "snap-back" (diminution locale d'une variable de contrôle par ailleurs monotone croissante),
- utiliser un algorithme dynamique (qui permet de dissiper l'énergie excédentaire en énergie cinétique),
- utiliser un modèle d'endommagement interfacial non local qui permettrait de "moyenner" les champs et donc de réduire les sauts de solution,
- utiliser une régularisation visqueuse par l'introduction d'un paramètre de viscosité dans le modèle cohésif.

Les éléments de zone cohésive sont malgré tout utilisés dans de nombreux domaines de la mécanique. Nous avons réalisé dans le paragraphe suivant une liste non-exhaustive de ces différentes applications. Dans l'étude que nous menons plus loin, les problèmes de saut de solution seront évités pour deux raisons :
- les chargements en fatigue n'atteignent localement la situation de type adoucissante qu'en toute fin de rupture,
- le milieu volumique environnant est lui-même viscoplastique et les énergies de "saut" sont ainsi automatiquement dissipées par viscosité.

2.1.3.5 Application des modèles cohésifs

Les éléments d'interface cohésifs ont été appliqués dans de nombreux problèmes d'endommagement tels que :

- la fissuration dans les problèmes thermodynamiques (Bui *et al.* [68], Tzou [69], Zehnder et Rosakis [70]),
- la fissuration dans les problèmes dynamiques (Ortiz [71], Siegmund et Needleman [60]),
- la fissuration en viscoélasticité (Wnuk et Knauss [72], Knauss [73], Williams et Marshall [74]),
- la fissuration sous chargement cyclique (Yang [75], Roe et Siegmund [76], Nguyen *et al.* [77]).

Bilan

Cette approche permet, par la notion d'éléments de zone cohésive, de simuler la propagation d'une fissure, tout en conservant une compréhension et une modélisation fine des phénomènes physiques à l'échelle locale. Les avantages de cette approche sont nombreux. Tout d'abord, on s'affranchit de la singularité des contraintes en pointe de fissure, la solution est continue dans le temps et l'espace. Il est très simple de coupler les modèles de zone cohésive avec d'autres non-linéarités (telle que la plasticité par exemple). L'inconvénient majeur est le problème de saut de solution, autrement dit, l'existence de solutions non régulières. Cependant, des alternatives existent pour réduire ces problèmes. Le constat que l'on peut faire est que les éléments de zone cohésive sont utilisés dans de nombreux domaines de la mécanique. Dans le paragraphe suivant, nous nous intéresserons plus particulièrement au développement de ces modèles pour des applications concernant la fissuration sous chargement cyclique qui représentent le cœur de notre étude.

2.1.3.6 Application des modèles de zone cohésive dans le cas d'un chargement cyclique

En fatigue, les modèles d'élément d'interface ont été étendus afin de mieux prendre en compte les effets d'endommagement pour un chargement cyclique. Yang et Ravi-Chandar [78, 79], Ortiz [80] et Li *et al.* [81] ont tout d'abord enrichi les modèles de zone cohésive classiques en introduisant des effets de décharge. Cependant, ces auteurs considéraient ces charges et décharges de manière réversible, l'endommagement étant seulement actif sur la courbe du "damage locus", c'est-à-dire, la courbe correspondant à un endommagement monotone irréversible de l'interface. Cependant, en considérant de manière réversible ces charges-décharges, au bout d'un certain nombre de cycles et en raison des redistributions des contraintes en pointe de fissure, un phénomène d'accommodation est observé. Celui-ci aboutit à l'arrêt de la fissuration (Yang et Ravi-Chandar [82]).

Nous nous limitons à deux types d'approches pour la description de modèles de zone cohésive dans le cas d'un chargement cyclique. La première est de considérer l'élément de zone cohésive comme un ressort de rigidité non-linéaire. L'accumulation d'endommagement n'étant pas prise en compte de manière incrémentale mais définie cycle par cycle afin de pouvoir réaliser des calculs à très grand nombre de cycles. La seconde approche s'inscrit dans le cadre plus classique des modèles de zones cohésives (cadre thermodynamique) avec une évolution de l'endommagement définie de manière incrémentale. D'autres modèles existent dans la littérature mais ils s'incrivent dans l'une de ces deux approches avec certes des formulations différentes (Nguyen *et al.* [77], Tate [83], De-Andres *et al.* [84], Robinson *et al.* [85]).

Les principaux travaux sur ce sujet sont ceux de :
- Yang *et al.* [75]
- Roe et Siegmund [75]

2.1.3.7 Yang *et al.*, 2001

L'approche centrale de cet article repose sur l'idée de symboliser l'élément de zone cohésive par un ressort de rigidité non linéaire afin de simuler correctement la fissuration dans un matériau (figure 2.5). Cet article s'appuie sur les travaux de Yang et Ravi-Chandar [78, 79], Ortiz [80] et Li *et al.* [81] qui furent les pionniers dans la prise en compte de l'irréversibilité de l'endommagement de fatigue dans les éléments de zone cohésive.

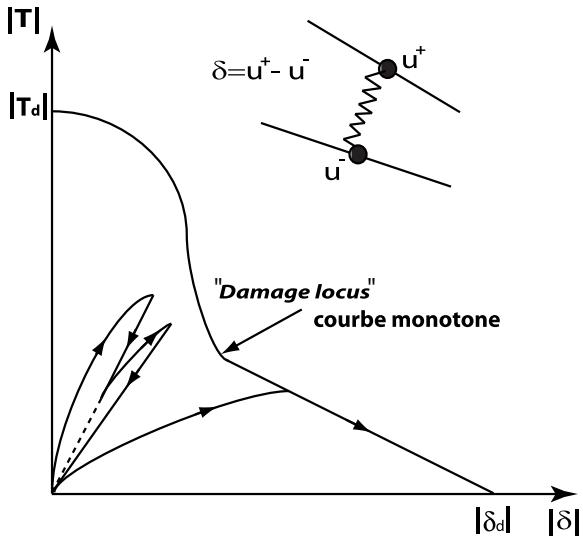


FIG. 2.5 – Loi du modèle de zone cohésive sous chargement cyclique (Ravi-Chandar [86]).

Le modèle de zone cohésive développé par ces auteurs peut être écrit de la manière suivante :

$$\vec{T} = k\vec{\delta} \tag{2.37}$$

où $\vec{T}$ représente le vecteur contrainte, k la rigidité scalaire de l'élément et $\vec{\delta}$ le vecteur saut de déplacement. Soit encore, suivant les composantes normales et tangentielles,

$$T_N = k\delta_N \tag{2.38}$$

$$T_T = k\delta_T \tag{2.39}$$

où T_N et T_T sont respectivement les composantes normale et tangentielle du vecteur de contrainte $\vec{T}$.

On note $T = |\vec{T}|$ et $\delta = |\vec{\delta}|$, respectivement la norme des vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{\delta}$.

La courbe, vecteur contrainte-saut de déplacement de l'élément de zone cohésive soumis à un chargement monotone, se caractérise par un maximum de traction puis un adoucissement de la rigidité de l'élément jusqu'à rupture de ce dernier. Les auteurs notent la courbe décrite sous chargement monotone : "damage locus". Ainsi, pour un chargement monotone, on a :

$$T_d = \bar{T}_d(\delta_d) \tag{2.40}$$

où T_d et δ_d sont le vecteur contrainte et le saut de déplacement lorsqu'on se situe sur la courbe monotone.

δ et δ_d sont considérés respectivement comme paramètres d'endommagement du modèle en régime de fatigue et en monotone.

Ainsi, lors d'une charge, c'est-à-dire pour $\dot{\delta} > 0$:

$$k = \bar{k}_1(\delta, \delta_d) = \begin{cases} \frac{T_d}{\delta_d} \frac{1+\sum_{l=1}^{L} \alpha_l (\frac{\delta}{\delta_d})^l}{(1+\sum_{l=1}^{L} \alpha_l)} & \text{si } \delta < \delta_d \\ \frac{T_d}{\delta} & \text{si } \delta = \delta_d \end{cases} \tag{2.41}$$

où α_l et L sont des constantes décrivant le comportement lors de la charge.

Afin de compléter la description, la vitesse d'endommagement δ_d est définie, pour $\dot{\delta} > 0$, par :

$$\dot{\delta}_d = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta < \delta_d \\ \dot{\delta} & \text{si } \delta = \delta_d \end{cases} \tag{2.42}$$

De même lors d'une décharge, $\dot{\delta} < 0$, on a :

$$k = \bar{k}_2(\delta) = \frac{T^{(turn)}}{\delta^{(turn)}} \frac{1 + \sum_{m=1}^{M} \beta_m \left(\frac{\delta}{\delta_d}\right)^m}{1 + \sum_{m=1}^{M} \beta_m \left(\frac{\delta^{(turn)}}{\delta_d}\right)^m} \tag{2.43}$$

où $T^{(turn)}$ et $\delta^{(turn)}$ sont l'effort de traction et le saut de déplacement au début de la décharge, β_m et M sont des constantes décrivant le comportement lors de la décharge.

Afin de pouvoir toujours garantir l'irréversibilité du dommage, il est requis que $\dot{\delta}_d \geq 0$, ce qui est équivalent à :

$$\sum_{l=1}^{L} \alpha_l \left(\frac{\delta}{\delta_d}\right)^l < 0 \qquad \text{et} \qquad \sum_{m=1}^{M} \beta_m \left(\frac{\delta}{\delta_d}\right)^m > 0 \tag{2.44}$$

La vitesse de variation de la rigidité de l'élément en fonction du nombre de cycles est obtenue en dérivant les équations Eq(2.41) et Eq(2.43). On obtient alors :

$$\frac{d \ln k}{d \ln N} = \frac{\sum_{l=1}^{L} \alpha_l \left(\frac{\delta_c}{\delta_d}\right)^l - \sum_{m=1}^{M} \beta_{lm} \left(\frac{\delta_c}{\delta_d}\right)^m}{1 + \sum_{m=1}^{M} \beta_m \left(\frac{\delta_c}{\delta_d}\right)^m} \tag{2.45}$$

où N représente le nombre de cycles et δ_c ($< \delta_d$) l'état courant du saut de déplacement en régime de fatigue. Lors de la dérivation de l'Eq(2.45), il est supposé que les variations de δ_d et k sont faibles au cours de chaque cycle. Les paramètres α_l et β_m de l'équation ci-dessus peuvent être identifiés à partir de données expérimentales [87].

Pour des cas de fissurations en mode II et III, c'est-à-dire pour $\delta_N = 0$, les effets de frottement entre les surfaces de contact le long des éléments de zone cohésive sont pris en compte de la manière suivante :

$$T_T = k(\delta_d)\delta_T - sign(\dot{\delta_T}) f T_N \tag{2.46}$$

où f est le coefficient de frottement de Coulomb.

Ce type de modèle est basé sur la dégradation de la rigidité de l'élément de zone cohésive sous sollicitation cyclique. Une catégorie identique de modèle a été développée par Nguyen *et al.* [77]. Ces derniers ont montré que leur modèle traduisait de manière correcte les effets de surcharge, le modèle rendant compte d'un effet de retard après l'application de la surcharge mais également les effets de fissure courte. Cet effet de fissure courte se traduit par des vitesses de propagation de fissure plus élevées pour des longueurs de fissure initiales décroissantes, les différents calculs étant réalisés pour un même ΔK initial. Cette catégorie de modèle est donc performante pour simuler la propagation de fissure par fatigue, mais un inconvénient majeur est leur formalisme. On restreint le symbolisme de l'élément cohésif à un ressort de rigidité k non linéaire. Ce type de modèle ne s'inscrit pas dans un cadre thermodynamique. Nous préfèrerons donc une deuxième catégorie définie par le modèle développé par Roe et Siegmund [76] et présenté ci-desous.

2.1.3.8 Roe et Siegmund

Le modèle présenté dans ce paragraphe s'inspire des travaux de Needleman [57] concernant le modèle de zone cohésive développé pour des cas de chargements monotones avec des composantes de tractions normale et tangentielle, T_N et T_T, dérivant d'une fonction potentielle Φ comme suit :

$$T_N = \sigma_{max,0}\, e \exp\left(-\frac{\delta_N}{\delta_0}\right)\left(\frac{\delta_N}{\delta_0}\exp\left(-\frac{\delta_t^2}{\delta_0^2}\right) + (1-q)\frac{\delta_N}{\delta_0}\left[1 - exp\left(-\frac{\delta_t^2}{\delta_0^2}\right)\right]\right) \quad (2.47)$$

$$T_T = 2\sigma_{max,0}\, e\, q\, \frac{\delta_N}{\delta_0}\left(1+\frac{\delta_N}{\delta_0}\right)\exp\left(-\frac{\delta_N}{\delta_0}\right)\exp\left(-\frac{\delta_t^2}{\delta_0^2}\right) \quad (2.48)$$

où $\sigma_{max,0}$ est la force normale maximale de traction en mode I pur, δ_0 est le déplacement normal correspondant à $\sigma_{max,0}$ et $\delta_N = 5\delta_0$ est le déplacement à rupture de l'élément.

De la même manière, la force maximale de cisaillement est notée $\tau_{max,0} = \sqrt{2eq}\sigma_{max,0}$ telle que $u = (\sqrt{2}/2)\delta_0$ et le déplacement à rupture est $\delta_T = 3\delta_0$. Le paramètre q correspond au ratio $\frac{\Phi_{T,0}}{\Phi_{N,0}}$ où $\Phi_{N,0}$ et $\Phi_{T,0}$ sont les énergies de décohésion normale ($\delta_T = 0$) et tangentielle ($\delta_N = 0$) définies de la manière suivante :

$$\Phi_{N,0} = \sigma_{max,0}\delta_0 e \quad (2.49)$$

$$\Phi_{T,0} = \sqrt{\frac{e}{2}}\tau_{max,0}\delta_0 \quad (2.50)$$

Dans leur approche, les auteurs introduisent la notion de variable d'endommagement D (Lemaitre [30]) dans leur modèle de zone cohésive afin de prendre en compte la dégradation progressive de la rigidité de l'élément avec les chargements cycliques. L'état courant de la variable d'endommagement est défini par le rapport $D = \frac{A_D}{A_0}$, A_D étant la section endommagée et A_0 la section vierge. La variable d'endommagement est intégrée dans la loi de traction-déplacement au travers de la notion de traction effective de zone cohésive, $\tilde{T}$:

$$\tilde{T} = \frac{T}{1-D} \quad (2.51)$$

autrement dit,

$$\sigma_{max} = \sigma_{max,0}(1-D) \quad (2.52)$$

$$\tau_{max} = \tau_{max,0}(1-D) \quad (2.53)$$

La cinétique d'endommagement par fatigue, notée $\dot{D}_c$ est définie par :

$$\dot{D}_c = \frac{\dot{\bar{\delta}}}{\delta_\Sigma}\left[\frac{\bar{T}}{\sigma_{max}} - C_f\right]\langle\bar{\delta} - \delta_0\rangle \qquad \text{et } \dot{D}_c \geq 0 \tag{2.54}$$

où $\langle . \rangle$ est la fonction définie par $\langle u \rangle = u$ si $u \geq 0$ et par $\langle u \rangle = 0$ si $u < 0$. $\dot{\bar{\delta}}$ est l'incrément de déplacement.

Les normes de déplacement et de traction sont définies par :

$$\bar{\delta} = \sqrt{\delta_N^2 + \delta_T^2} \tag{2.55}$$

$$\bar{T} = \sqrt{T_N^2 + \frac{T_T^2}{2eq^2}} \tag{2.56}$$

Dans l'Eq(2.54), σ_f, la limite d'endurance en fatigue de la zone cohésive est introduite par :

$$C_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_{max,0}} \qquad \text{et} \qquad 0 < C_f < 1 \tag{2.57}$$

où δ_Σ représente le déplacement à rupture de l'élément de zone cohésive (qui est un multiple de δ_0).

Roe et Siegmund définissent également le lieu de "damage locus" décrit par l'élément de zone cohésive sous chargement monotone par la variable d'endommagement monotone D_m, définie de la manière suivante :

$$\dot{D}_m = \frac{max(\bar{\delta}_t) - max(\bar{\delta}_{t-\Delta t})}{4\delta_0} \text{ si } max(\bar{\delta}_{t-\Delta t}) > \delta_0 \tag{2.58}$$

en satisfaisant les conditions suivantes : $D_m = 0$ pour $\bar{\delta} = \delta_0$ et $D_m = 1$ pour $\bar{\delta} = 5\delta_0$.

Les deux mécanismes d'endommagement définis, l'état courant d'endommagement est donné par :

$$D = \int max(\dot{D}_c, \dot{D}_m)dt \tag{2.59}$$

Les valeurs des rigidités normale et tangentielle sont respectivement données par :

$$k_N = \frac{\sigma_{max}e}{\delta} \qquad \text{et} \qquad k_T = \sqrt{2e}\frac{\tau_{max}}{\delta_0} \tag{2.60}$$

Ce modèle rend donc compte de la diminution de la rigidité de l'élément avec l'accumulation d'endommagement sous chargement cyclique.

Les forces de traction normale et tangentielle sont données par :

$$T_N = T_{N,max} + k_N(\delta_N - \delta_{N,max}) \tag{2.61}$$

$$T_T = T_{T,max} + k_T(\delta_T - \delta_{T,max}) \tag{2.62}$$

où $T_{N,max}$ et $T_{T,max}$ sont respectivement les forces de traction normale et tangentielle correspondant à $\delta_{N,max}$ et $\delta_{T,max}$, valeurs maximales des déplacements normal et tangentiel. On remarque également la prise en compte d'un déplacement résiduel de l'élément de zone cohésive.

En compression, c'est-à-dire, pour $\delta_N < 0$, le modèle de zone cohésive devient :

$$T_{N,comp} = T_N(\delta_N, \delta_T) + T_{N,max} - \sigma_{max}\, e\, \frac{\delta_{N,max}}{\delta_0} + \alpha\sigma_{max,0}\, e\, \frac{\delta_N}{\delta_0} \exp\left(-\frac{\delta_N}{\delta_0}\right) \quad \text{si } \delta_N < 0 \tag{2.63}$$

Dans le cas où l'élément est rompu ($D = 1$), les équations de non pénétration sont données par :

$$T_{N,contact} = \alpha\sigma_{max,0}\, e\, \frac{\delta_N}{\delta_0} \exp\left(-\frac{\delta_N}{\delta_0}\right) \quad \text{et} \quad T_T = 0 \quad \text{si } D = 1 \text{ et } \delta_N < 0 \tag{2.64}$$

Le facteur de pénalisation α est pris égal à 10. Les effets de frottement sont ici négligés.

Le modèle de Roe et Siegmund présente l'intérêt d'être un modèle d'endommagement incrémental. Le modèle a été validé par différents cas tests :

- évolution du nombre de cycles à rupture sous chargement d'amplitude constante, mais pour différents niveaux de contraintes moyennes (diagramme de Goodman),
- influence de l'accumulation d'endommagement sur la rupture en fatigue pour différentes combinaisons de chargement (normal-normal, tangentiel-tangentiel, normal-tangentiel, tangentiel-normal),
- nature du cumul pour des chargements d'amplitude variable.

Le modèle a donné toute satisfaction pour les différents cas tests précédents. Une bonne reproduction des diagrammes de Goodman a été observée. Le modèle prend également bien en compte des sollicitations mixtes normale et tangentielle. Enfin, ce modèle est caractérisé par un cumul non linéaire de l'endommagement. La prédictivité du modèle a été vérifiée dans le cas d'application de surcharge avec notamment un effet de retard observé sur les vitesses de fissuration ([88]).
Mais ce modèle présente des défauts majeurs. Le principal défaut de ce modèle réside dans l'écriture géométrique des forces de traction normale et tangentielle (Eq(2.62)), écriture qui s'avère plus complexe à intégrer dans un code éléments finis.

2.1.4 Conclusion

La Mécanique Linéaire de la Rupture est mise en défaut lorsque l'on souhaite simuler la propagation de fissure en terme d'évolutions temporelle ou spatiale. L'analyse de la fissuration peut alors se traduire par d'autres approches. La notion d'éléments de zone cohésive permet alors d'introduire une approche, dite locale, de l'endommagement et de la rupture afin de simuler avec un caractère prédictif la propagation de la fissure. Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes inspirés d'un modèle de type Roe et Siegmund caractérisé par un endommagement incrémental.

Dans la section suivante, nous nous éloignons du domaine proprement numérique pour présenter les spécificités qui caractérisent la propagation expérimentale de la fissure en régime de fatigue et en fatigue-fluage à haute température.

2.2 Propagation de fissure dans les matériaux métalliques

Expérimentalement, on peut distinguer différents régimes de propagation de fissure : des régimes de propagation stable ou instable. On rappellera ici les principaux mécanismes physiques de fissuration par fatigue en mode I. Comme nous le verrons dans la suite de ce paragraphe, une première variable s'impose dans la détermination de ces différents régimes, en plasticité confinée à la pointe de la fissure. Il s'agit de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes ΔK.

2.2.1 Principaux mécanismes de fissuration par fatigue en mode I

Lorsqu'on se situe à des facteurs d'intensité de contraintes faibles, la propagation de la fissure est fortement influencée par la microstructure du matériau. Dans les matériaux métalliques, à faible ΔK, et plus particulièrement, dans le cas des superalliages monocristallins, la fissure se propage généralement dans des plans de glissement privilégiés, selon l'orientation cristallographique de la microstructure. Par exemple, dans les premiers stades de fissuration, on observe généralement une propagation en mode de cisaillement dans des plans de glissement actifs (figure 2.6). Ce mécanisme conduit à des chemins de fissuration en zig-zag, définis par Forsyth [41] comme "stade I" de fissuration par fatigue.

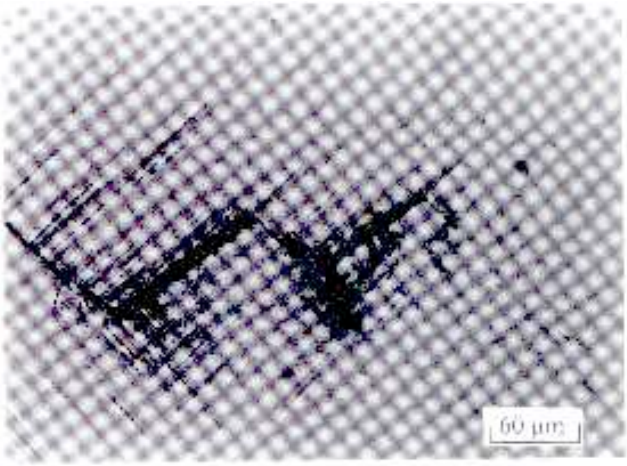


FIG. 2.6 – Un exemple de fissuration en stade I dans un monocristal base nickel (Mar M-200). La direction de sollicitation est normale au plan de propagation de la fissure (100). (Photographie de P.B. Aswath et S. Suresh.[89]).

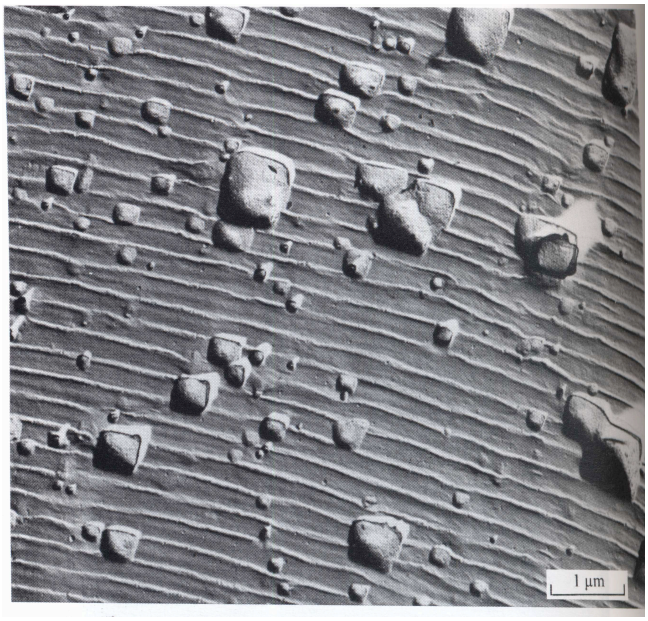


FIG. 2.7 – Stries de fatigue sur la surface de rupture dans un alliage d'aluminium 2024-T3 (Pelloux[90]).

Lorsque ΔK augmente, le nombre de systèmes de glissement actifs augmente également et les faciès de rupture présentent des reliefs moins importants. La fissure se propage plus régulièrement, avec une moindre sensibilité à la microstructure du matériau. Ce régime a été appelé "stade II" de fissuration (Forsyth [41]). Il est caractérisé par l'apparition de stries de fatigue sur la surface de rupture (figure 2.7) qui sont typiques de la propagation de fissure en régime de fatigue. Ces stries sont le résultat d'émoussements successifs à l'extrémité de la fissure qui se produisent lors des phases d'ouverture de la fissure.

Ces deux mécanismes de propagation en mode I, illustrés figure 2.6 (pour le chemin de fissuration en zigzag) et figure 2.7 (pour les stries de fatigue), ont été expliqués, respectivement, de la manière suivante par Laird [42] et par Neumann [91].

Chemin de fissuration en zigzag : lorsque le nombre de systèmes de glissement actifs est faible en pointe de fissure, soit à cause d'un faible niveau de contrainte appliquée, soit en raison de la structure du cristal, la fissure peut néanmoins se propager en mode I. Elle se propage alors alternativement sur un système puis sur un autre lors de l'ouverture (figure 2.8), une branche de fissure se formant sur chaque plan de glissement actif. Lors de la décharge, une déformation plastique de compression se produit, mais les nouvelles surfaces, exposées à l'environnement externe lors de l'ouverture de la fissure, ne se referment pas. La fissure s'est donc étendue d'une longueur qui dépend du cosinus de l'angle entre la direction de glissement et le plan de la fissure.

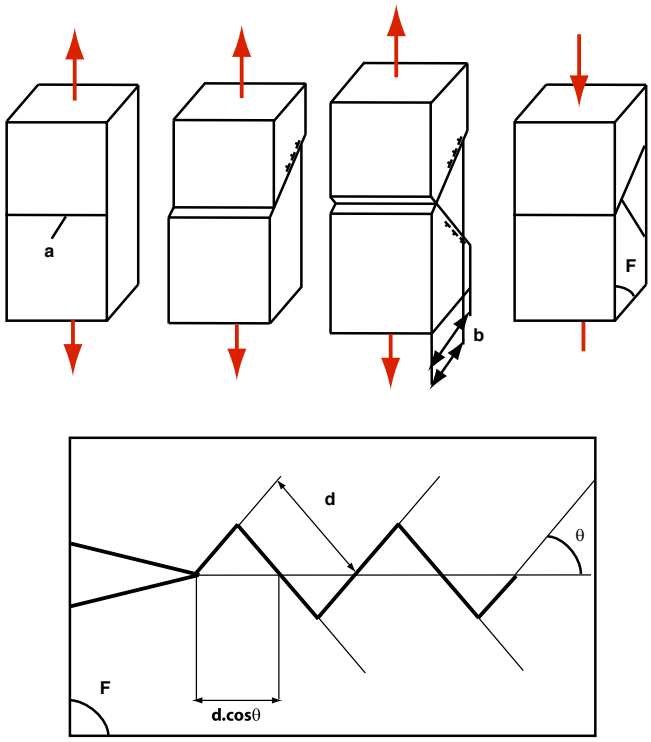


FIG. 2.8 – Mécanisme de formation des stries de fatigue selon Neuman, (a) extrémité de la fissure, (b) contraction plastique dans la direction de propagation, liée au glissement double.

Stries de fatigue : lorsque la déformation plastique à l'extrémité de la fissure est plus homogène, le mécanisme de formation des stries est alors essentiellement géométrique (figure 2.9). La fissure, sollicitée en mode I, s'ouvre sous l'effet des contraintes appliquées (a) et la pointe de fissure s'émousse au fur et à mesure que le niveau de contrainte augmente (d). L'émoussement plastique correspond à un allongement dans la direction normale au plan de la fissure et

une contraction dans la direction de propagation. Lors de la décharge, la fissure se referme (e-f). L'extrémité de la fissure subit donc une déformation plastique de compression. Cette déformation plastique se produit à la fin de la décharge, lorsque la fissure est presque refermée. La fissure s'est donc propagée d'une longueur approximativement égale au rayon d'émoussement. Ce mécanisme de propagation géométrique permet d'expliquer la formation des stries de fatigue dans les matériaux.

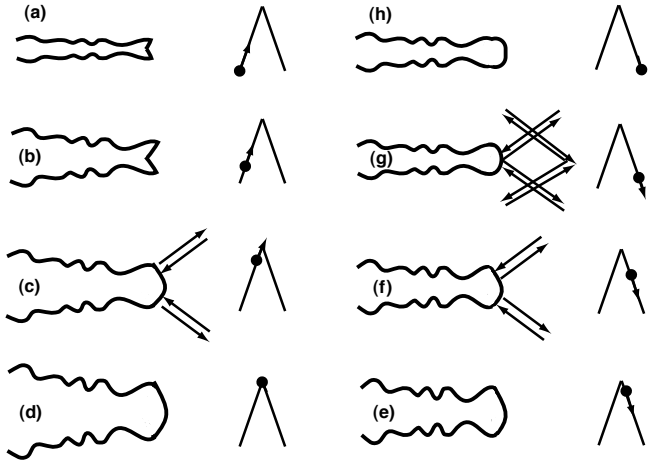


FIG. 2.9 – Mécanisme de formation des stries de fatigue selon Laird.

Pour ces deux mécanismes, le moteur majeur de la propagation de la fissure est la déformation plastique en pointe de fissure lors des charges et décharges successives. Le comportement plastique cyclique du matériau a donc un rôle important sur la vitesse de propagation de la fissure en fatigue.

2.2.2 Les différents régimes de propagation de fissure en fatigue

Paris, Gomez et Anderson [92] ont, au début des années soixantes, corrélé la vitesse de fissuration par fatigue à l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes. Dans le diagramme ci-dessous (figure 2.10), tracé en coordonnées logarithmiques, on peut distinguer trois régimes. Le régime (B), pour lequel la vitesse de fissuration est proportionnelle à l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes élevé à une puissance m. Ce régime est appelé le régime de Paris [92]. Au-delà, le régime C se caractérise par des vitesses de fissuration supérieures à celles prévues par la loi de Paris. La fissure se propage de manière instable lorsque K atteint la tenacité du matériau $K = K_c$. Enfin, le régime A correspond à des vitesses de fissuration inférieures à celles prévues par la loi de Paris. Si la sollicitation est telle que ΔK est inférieur au seuil de fissuration K_{th}, alors, théoriquement, celle-ci ne propage pas et la durée de vie de la pièce est illimitée.

L'intérêt de cette approche et de ce mode de représentation réside dans le régime B qui permet à l'ingénieur de définir des méthodes de dimensionnement des pièces pour assumer leur intégrité. Ces méthodes de dimensionnement ont tout d'abord été établies par des modèles phénoménologiques de propagation de fissure par fatigue basés sur les travaux de Paris, modèles que nous expliciterons au § 2.3. Mais l'utilisation de la loi de Paris est limitée à des conditions idéales (plasticité confinée en pointe de fissure, amplitude de chargement constant et régime de fissure longue). Cette loi peut néanmoins être étendue par la prise en compte de phénomènes complexes actifs lors de la propagation de la fissure (effet de fermeture plastique, surcharge, effet de rapport de charge, effet d'environnement,...). Nous nous attarderons, dans la suite de ce paragraphe, à décrire les phénomènes influençant la vitesse de propagation de fissure en régime de fatigue à

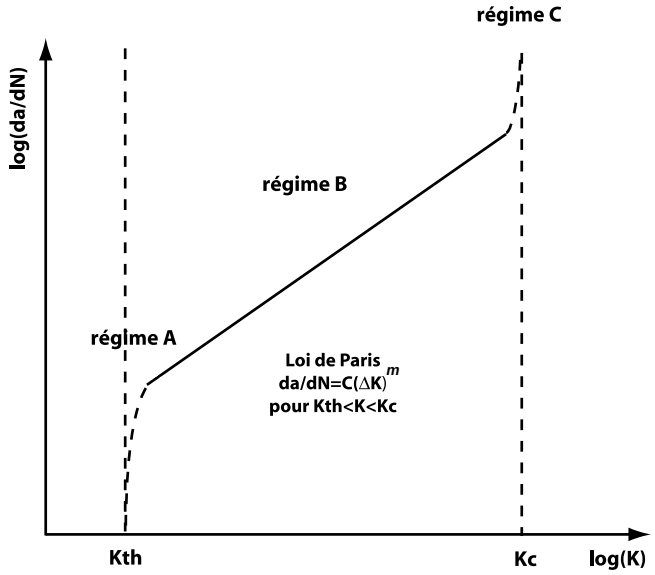


FIG. 2.10 – Représentation schématique de la loi de Paris dans un diagramme $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$.

haute température : effets de fissures courtes, effets de fermeture induits par plasticité cyclique et enfin effets d'environnement.

2.2.3 Comportement en régime de fissure courte

La problématique étudiée, c'est-à-dire la propagation de fissure en régime de fissure courte, est confrontée au choix de l'échelle des fissures observées. Pearson [93] a été le premier à observer que des fissures de fatigue de petite taille, inférieures à 0,5 mm, se propagent plus vite que des fissures plus longues, alors que les résultats sont corrélés avec la même variation de chargement (ΔK) (figure 2.11). Dès lors, différents travaux ont été réalisés pour tenter d'expliquer cet "effet petite fissure".

En fatigue, différents régimes de propagation des fissures ont été déterminés suivant la longueur de la fissure considérée. Le classement suivant a été proposé par Suresh et Ritchie [94] :

- les fissures microstucturalement petites : fissures de fatigue pour lesquelles les dimensions de l'unité métallurgique représentative, la taille de grain par exemple, ne sont plus totalement négligeables par rapport à la taille de la fissure,
- les fissures mécaniquement petites : fissures dont la taille de la zone plastique n'est pas négligeable devant la taille de cette dernière (ou lorsque la fissure est englobée par la zone plastique due à une entaille). Dans ce domaine, il a souvent été constaté que les vitesses de propagation sont beaucoup plus importantes que dans le régime des fissures longues,
- les fissures physiquement petites : fissures de surface significativement plus grandes que la taille de grain et que leur propre zone plastique, mais qui restent simplement "physiquement" plus petites vis-à-vis de la longueur des fissures conventionnellement étudiées (au minimum 1 à 2 mm).

L'ensemble de ces résultats peut être schématisé sous la forme d'un diagramme de Kitagawa et Takahashi [95]. Ces auteurs ont montré (figure 2.12) que le seuil de propagation des fissures longues correspond à un facteur d'intensité des contraintes seuil K_S, alors que le régime des fissures courtes dépend de l'amplitude de contrainte seuil $\frac{\Delta\sigma_S}{2}$, correspondant à la limite d'endurance σ_d.

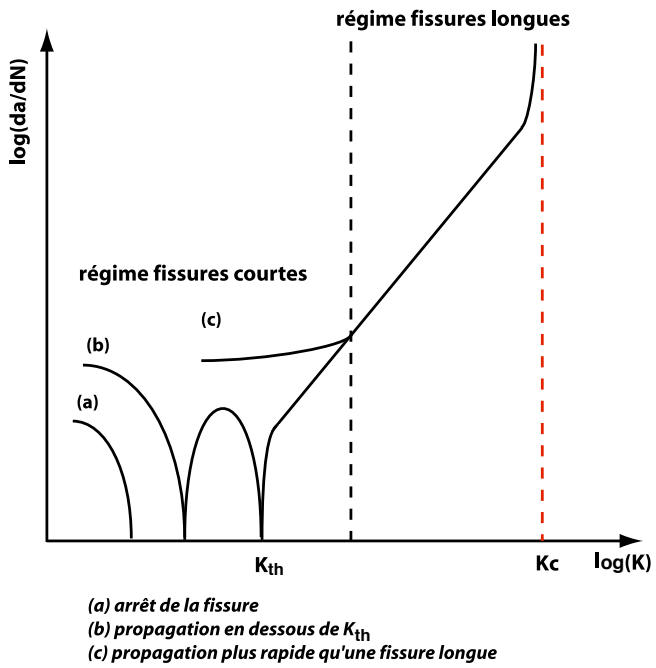


FIG. 2.11 – Représentations schématiques de l'évolution typique des vitesses de fissuration en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes.

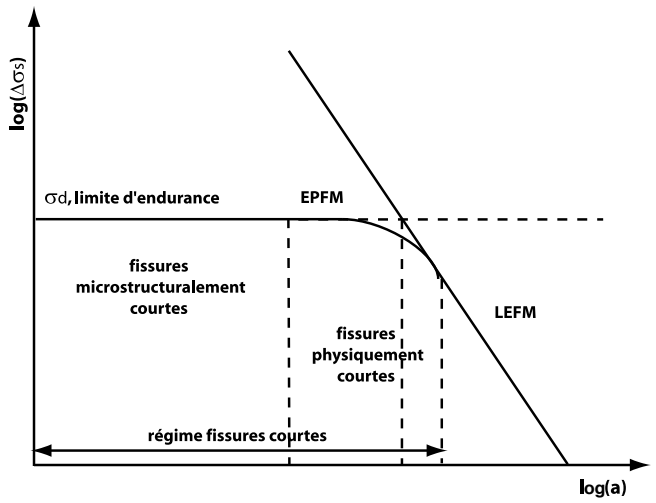


FIG. 2.12 – Diagramme de Kitagawa-Takahashi (LEFM, Mécanique de la Rupture Linéaire Elastique, EPFM Mécanique de la Rupture Elastoplastique).

Les fissures que nous avons étudiées se classent dans la catégorie des fissures "mécaniquement" petites. Cependant, quelques nuances doivent être apportées. Leur taille, variant de 0,1 mm (taille des espaces interdendritiques présents dans les superalliages monocristallins) à plus de 1 mm, reste significativement plus grande que celle de la zone plastique en pointe de fissure (10 à 100 μm).

La fissuration dans les superalliages monocristallins a été très largement étudiée. Ces travaux ont mis en évidence l'influence de la température et de l'orientation crystallographique sur la propagation de la fissure (Compton *et al.* [96]). Bien que cet aspect de l'étude soit développé plus amplement dans le chapitre suivant, nous nous permettrons d'en résumer ici les aspects essentiels liés à la propagation de fissure. Ainsi, pour des températures inférieures à $650°C$, il est observé, pour une éprouvette orientée dans les axes matériaux, une fissuration suivant des plans cristallographiques octaédriques de type <111> activés par un mécanisme de clivage ([97, 98, 99]). A hautes températures, on observe plutôt une fissuration perpendiculaire à la direction de sollicitation suivant des plans non-cristallographiques. A faibles températures, les précipités γ' sont cisaillés et la déformation est très localisée dans les bandes de glissement. En revanche, à haute température, la résistance relative des précipités γ' augmente et la fissure se propage dans la matrice γ qui est déformée de manière homogène par les effets de viscosité et les "cross-slip" activés thermiquement.

Il a également été observé que la vitesse de propagation n'est pas la même suivant l'orientation secondaire de l'éprouvette ([100, 101, 3]). Ainsi, pour une éprouvette dont l'axe principal est choisi égal à [001], la vitesse de fissuration est plus élevée pour une orientation secondaire selon <010> que dans la direction <110>. Cette dépendance de la vitesse de fissuration à l'orientation secondaire est expliquée par un niveau plus élevé du seuil d'ouverture pour l'orientation (001)<110>.

En régime de fissure courte, alors que la plupart des observations concerne les polycristaux, la caractéristique d'avoir des vitesses de fissuration plus élevées qu'en régime fissure longue est également observée dans les monocristaux ([102]). Lerch [99] suggère notamment que la structure dendritique des superalliages monocristallins a un effet sur le chemin de fissuration. En raison de la faible plasticité en pointe de fissure en régime de fissure courte, les effets de fermeture sont significativement réduits. Ceci explique généralement les vitesses élevées observées dans ce régime de propagation. Différentes mesures suggèrent que le seuil d'ouverture est une fonction croissante de la longueur de fissure ([103, 104]).

2.2.4 Effet de fermeture des fissures en fatigue

L'utilisation de la Mécanique Linéaire de la Rupture pour décrire la propagation des fissures de fatigue suppose, par l'emploi du facteur d'intensité des contraintes, que les contraintes responsables de l'avancée sont celles présentes en avant de la fissure. Les travaux d'Elber [105, 106] ont montré que les contraintes laissées sur les lèvres de la fissure par le sillage plastique ont également un rôle important. La prise en compte de ces contraintes résiduelles a ainsi permis d'expliquer le phénomène d'ouverture/fermeture de la fissure. C'est une surabondance de matière qui est à l'origine des contraintes résiduelles et de la fermeture de fissure à effort non nul. Cette surabondance de matière est la conséquence directe de la plasticité et de la présence de contraintes de compression qui apparaisent lors de la décharge, après plastification lors de la charge, et qui vont être responsables de l'ouverture de la fissure à force non nulle. Pendant longtemps, on a pensé que l'effet de fermeture de fissure ne pouvait être observé qu'en contraintes planes, car les mesures étaient difficiles en déformations planes. Pourtant, plusieurs auteurs ont montré expérimentalement et numériquement (Fleck [107], Fleck et Newman [108]) que ce phénomène existe aussi en

déformations planes. Mais l'explication à "l'échelle physique" dans le cas de déformations planes n'est venue que récemment avec les études de Riemelmoser et Pippan [109].

Fermeture en contraintes planes

Le surplus de matière vient de l'amincissement de l'éprouvette au niveau de la zone plastique en fond d'entaille, cette matière se déplace sur les lèvres de la fissure.

Fermeture en déformations planes

La concentration de contrainte en fond de fissure entraîne le mouvement des dislocations déjà présentes dans le matériau. Ces mouvements impliquent une augmentation de la plasticité et un réarrangement des dislocations tout autour de la fissure (figure 2.13).

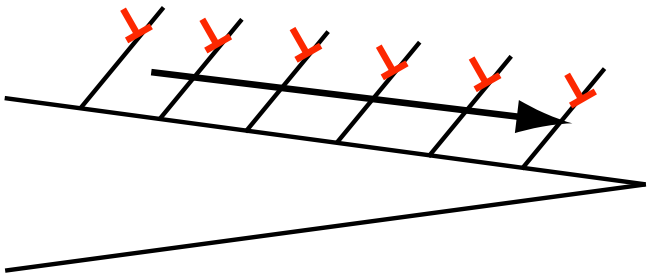


FIG. 2.13 – Déplacement de la matière en déformations planes.

Cet arrangement entraîne la rotation élastique autour de la ligne de dislocation du matériau. Cette rotation est à l'origine du transfert de matière vers le fond de la fissure. Le mouvement de matière vers le fond de la fissure est symbolisé sur ce schéma (figure 2.13) par la flèche noire. Finalement, c'est la présence d'un surplus de matière en pointe de fissure, due à la rotation du cristal autour de celle-ci, qui est à l'origine du phénomène de fermeture de fissure.

Mais d'autres phénomènes peuvent être à l'origine de ces effets de fermeture comme les effets de rugosité (contacts entre les facettes de deux lèvres de la fissure conduisant à une fermeture prématurée de cette dernière), transformation de phase en pointe de fissure... Tous ces différents mécanismes de fermeture ont été depuis identifiés.

Dans la suite de ce paragraphe, nous nous intéresserons plus particulièrement aux effets de fermeture dus à l'oxydation, qui est une de nos problématiques, les essais étant réalisés sous air à $950°C$.

2.2.5 Effets d'environnement dans les superalliages monocristallins : phénomène d'oxydation

Les superalliages monocristallins sont, par leur utilisation dans les aubes de turbine, très exposés aux environnements oxydants. De très nombreux travaux ont donc été réalisés pour étudier les phénomènes d'oxydation dans ces matériaux [110, 102, 111, 112, 113, 114, 115]. Les mécanismes d'oxydation du matériau sont supposés jouer un rôle important sur les mécanismes de propagation de la fissure.

Expérimentalement, deux effets de l'oxydation sont observables lorsqu'on réalise des essais de fissuration sous air à haute température :

- une croissance de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure qui a pour conséquence d'amplifier les effets de fermeture en augmentant le seuil d'ouverture de la fissure, ce qui entraîne un ralentissement de la propagation de la fissure,
- une fragilisation du matériau en pointe de fissure due à la diffusion d'oxygène qui diminue les propriétés mécaniques du matériau, ce qui induit une accélération de la propagation de la fissure.

Ces deux phénomènes, l'un néfaste, l'autre bénéfique, sont fortement couplés au chargement appliqué mais également au temps d'exposition à un environnement oxydant.

Croissance d'oxyde sur les lèvres de la fissure

Concernant la croissance d'oxyde sur les lèvres de la fissure, nous nous référons dans cette partie principalement à la thèse de Fleury [4] qui a étudié les effets d'un environnement oxydant sur l'AM1, mais nous ne pouvons omettre de citer les travaux réalisés par A. Pfenning [116] dans le cadre du projet européen SOCRAX sur le matériau PWA 1483. Cette étude très approfondie sur les phénomènes d'oxydation a permis de retrouver des résultats comparables à ceux de Fleury, les matériaux AM1 et PWA1483 étant de compositions chimiques très proches.

Dans le cadre de son étude, Fleury a étudié les phénomènes d'oxydation sur de l'AM1 standard ($\simeq$ 2 ppm de soufre) à 950°C, en exposant des échantillons à l'air pendant des temps de 10h, 27h et 100h. Il trouve alors une cinétique parabolique d'oxydation de surface, avec une constante d'oxydation $\alpha_m = 2,02.10^8\ ms^{-1/2}$. Les résultats sont présentés sur la figure 2.14. Il constate une évolution de l'oxyde en quatre couches (figure 2.15). Une analyse qualitative réalisée par microsonde donne la composition suivante des différentes couches :
- une couche externe constituée principalement d'oxyde de nickel NiO avec la présence de cobalt et de chrome sous la forme de $(Ni, Co)O$ et $NiCr_2O_4$,
- une deuxième couche composée de deux sous-couches, la première composée majoritairement de nickel, la deuxième comportant du cobalt, du titane, du tantale et de l'aluminium,
- une couche d'oxydation interne fine et discontinue. Cette couche est trop fine pour être analysée mais elle semblerait contenir de l'aluminium, du chrome et du titane après 27h d'exposition. Pour 100h d'exposition, cette couche est riche en aluminium,
- une dernière couche caractérisée par une zone appauvrie en phase γ'.

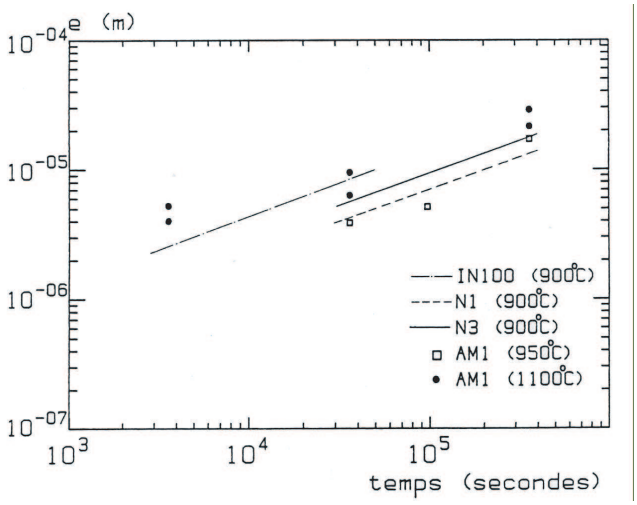


FIG. 2.14 – Résultat de la cinétique d'oxydation statique de l'AM1 menée par Fleury [4] et comparée aux valeurs obtenues avec d'autres superalliages base nickel.

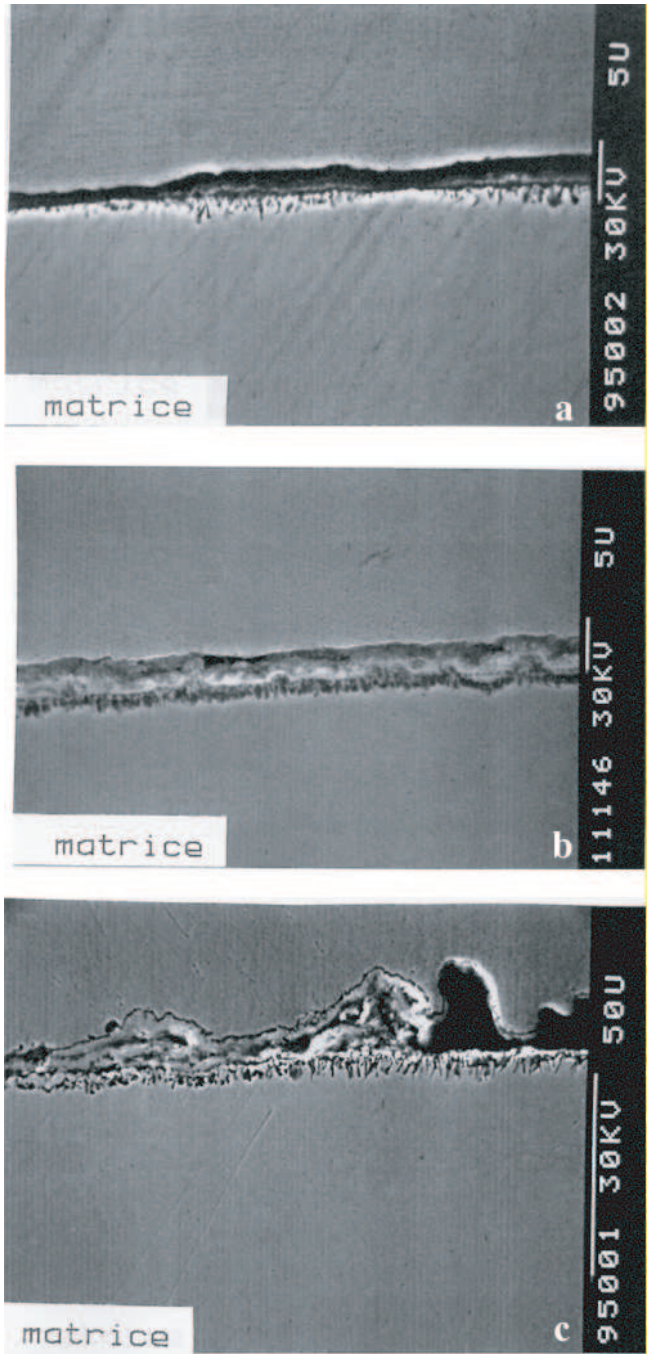


FIG. 2.15 – Micrographie MEB illustrant l'oxydation de l'AM1 à 950°C sous air. (a) après 10h, (b) après 27h, (c) après 100h (Fleury [4]).

Fragilisation du matériau en pointe de fissure

La fragilisation des superalliages en pointe de fissure due à l'exposition à haute température a été mise en évidence sur une large gamme de matériaux par Rémy [117], Fleury [4] et plus récemment par Marchal [7].

Dans sa thèse, Fleury a montré que l'AM1 s'endommageait en fatigue anisotherme, principalement pour une exposition de la fissure à haute température suivie d'une traction à moyenne température. Ceci suggère qu'il y a fragilisation du matériau en pointe de fissure lors de son exposition à haute température. Afin de mettre en évidence cette fragilisation, ce dernier a réalisé des essais de préfissuration à $650°C$ sur des éprouvettes CT, à ΔK décroissants, jusqu'à $\frac{a}{w} = 0,35$ et une vitesse de propagation de l'ordre de 10^{-8} m/cycle. Les éprouvettes sont ensuite thermiquement traitées sous air à $950°C$ ou à $1100°C$. Puis un essai de propagation de fissure est de nouveau réalisé.

Cet essai, réalisé à $650°C$ et à des ΔK très faibles (sous le seuil de non-propagation) permet de déterminer la taille de la zone fragilisée. Les temps d'exposition à l'environnement oxydant varient de 100 h à 1000 h. Sur les 6 essais réalisés à $950°C$, le matériau est fragilisé 5 fois (voir le tableau de la figure 2.16). Le phénomène de fragilisation est caractérisé par des vitesses de fissuration très élevées à des niveaux de facteur d'intensité des contraintes bien inférieurs au seuil de non propagation. L'observation des faciès montre une zone fragilisée caractérisée sur les micrographies par un liseré blanc (figure 2.18). Les mesures sur les faciès de rupture de la longueur fragilisée sont reportées dans le tableau de la figure 2.16. La figure 2.19 illustre les différentes longueurs de zone fragilisée en fonction du temps d'exposition à un environnement oxydant. Une forte dispersion peut être observée sur cette courbe. On peut tout de même en extraire la relation suivante :

$$l_f = \alpha \cdot t^{\frac{1}{4}} \tag{2.65}$$

On retrouve une cinétique en $t^{\frac{1}{4}}$ caractéristique de l'oxydation préférentielle, la constante α ayant une valeur comprise entre $1,36.10^{-6}$ et $2,54.10^{-6}$ $ms^{-1/4}$ pour les éprouvettes traitées à $650°C$. Fleury associe la borne inférieure de la courbe à la rupture du film d'oxyde formé durant le traitement thermique, mais pas à la fragilisation du matériau, reprenant ainsi l'idée développée par Reuchet et Rémy [118] qui consiste à dire que l'avancée de la fissure est la somme de l'avancée due à la fatigue et de l'avancée due à la rupture du film d'oxyde formé en pointe de fissure.

température de préfissuration	650°C					
température d'oxydation	950°C					
durée de l'oxydation	100h	100h	300h		1000h	
fissuration finale	650°C					
Δa (μm)	fissure bloquée	33,3	47,9	81,5	105,3	64,2
orientation secondaire	[010]	[110]	[110]	[110]	[110]	[110]
nom de l'eprouvette	X1961F3	X2001F1	X2007A3	X2001F3	X2001A2	X2001A3

FIG. 2.16 – Résultats obtenus par Fleury concernant la fragilisation en pointe de fissure de l'AM1 standard traité à $950°C$.

température de préfissuration	650°C											
température d'oxydation	1100°C											
durée de l'oxydation	1h	2h	6h	20h	25h					100h		
fissuration finale	650°C		950°C	650°C								950°C
Δa (μm)	57,5	7,8	52,8	94,4	18,4	43,4	57	84,4	90,8	33	161,6	85
orientation secondaire	[110]	[110]	[110]	[010]	[010]	[110]	[110]	[110]	[110]	[010]	[010]	[010]
nom de l'eprouvette	X2261B3	X2001A1	X2007A2	X1961F1	X1961E2	X2007A1	X2261B2	X2261B1	X2001C1	X1961E1	X1961D2	X1961F2

FIG. 2.17 – Résultats obtenus par Fleury concernant la fragilisation en pointe de fissure de l'AM1 standard traité à 1100°C.

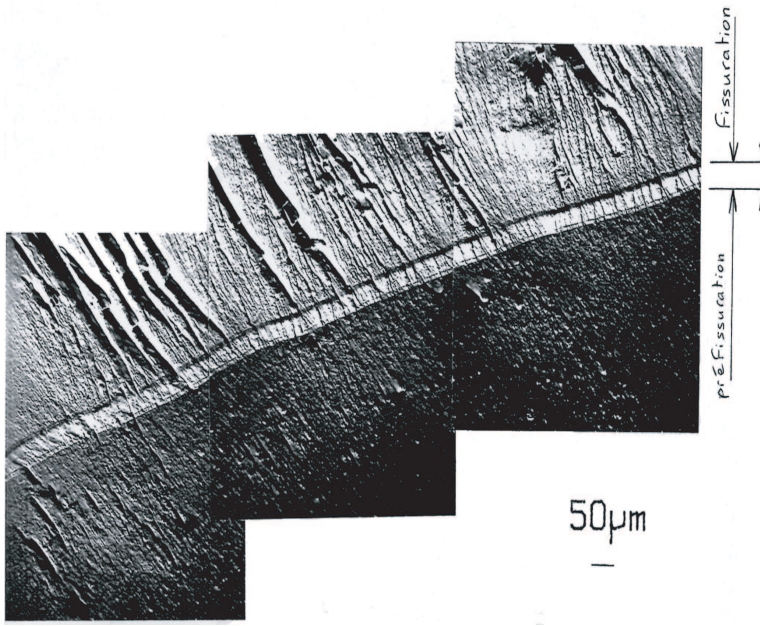


FIG. 2.18 – Micrographie MEB du faciès d'une éprouvette d'AM1 orientée (001)[100] oxydée à 950°C pendant 100h, puis testée à 650°C (Fleury [4]).

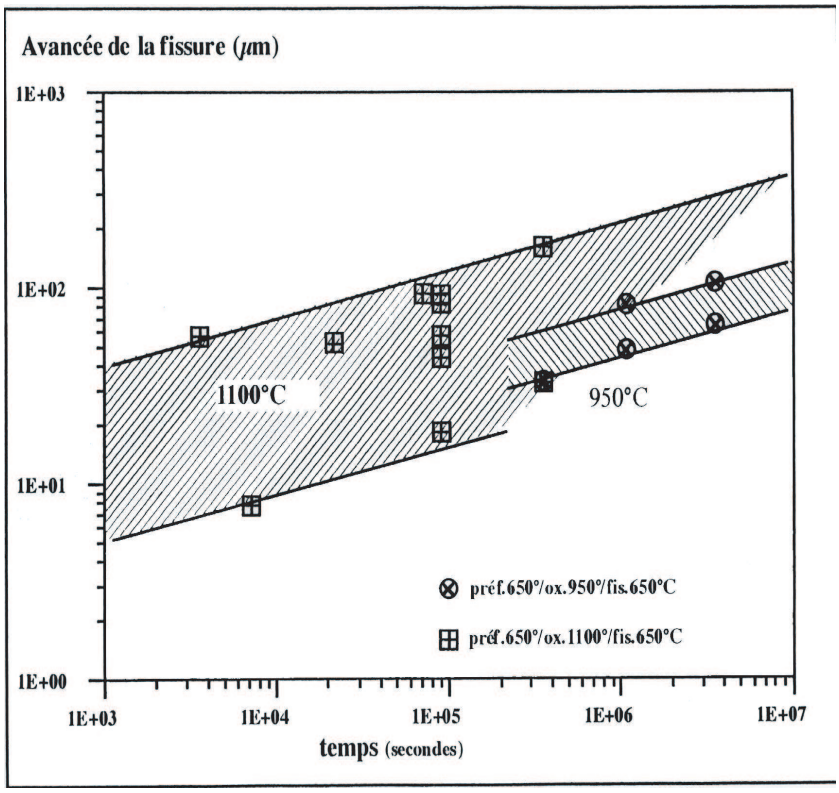


FIG. 2.19 – Longueur de la zone fragilisée en fonction du temps d'exposition à un environnement oxydant (Fleury [4]).

Des mesures par analyse WDS (Wave-length Dispersive Spectrography - dispersion de longueur d'onde) ont été également réalisées par Fleury afin de déterminer l'interaction entre la fragilisation du matériau en pointe de fissure et la diffusion d'oxygène dans le matériau. Ces résultats montrent une concentration en oxygène d'environ 7% sur une distance de 1 μm. Cette profondeur de pénétration est très faible par rapport aux longueurs de zone fragilisée comprises entre 30 μm et 100 μm, trouvées pour une température d'exposition de 950°C. Pour expliquer cette différence, Fleury suppose que l'oxygène diffuse plus profondément, dans les interfaces γ/γ' par exemple, mais que ce phénomène n'est pas accessible à la mesure par microsonde en raison de la taille trop importante de la poire d'analyse.

Des essais de fissuration ont été réalisés récemment par Marchal [7]. Les mêmes expériences que celles de Fleury ont été effectuées mais cette fois sur de l'AM1 à basse teneur en soufre afin d'estimer le rôle du soufre sur la fragilisation en pointe de fissure. Dans le cas d'une éprouvette oxydée pendant 300 h à 950°C, la zone fragilisée mesurée sur le faciès de rupture est de taille comparable à celle mesurée par Fleury. Des analyses par microsonde, sans doute plus performante que celle utilisée par Fleury, sur une éprouvette oxydée pendant 1200 h à 950°C n'ont pas permis de détecter d'oxygène à des distances supérieures à 1 μm ou 2 μm de la pointe de la préfissure.

2.2.6 Synthèse

Expérimentalement, de nombreux phénomènes sont observés lors de la propagation de fissure en fatigue dans les superalliages monocristallins, tant au niveau des chemins de fissuration et des régimes de propagation de fissure qu'au niveau des différents phénomènes microstructuraux actifs qui peuvent accélérer ou ralentir la propagation de la fissure.

Nous nous sommes restreints à réaliser un état de l'art axé sur les différents régimes de fissuration et plus particulièrement celui des fissures courtes. Notre conclusion sur ce sujet est que l'effet fissure courte a été également observé pour la propagation de fissure dans les superalliages monocristallins et que la microstructure dentritique semble avoir une influence sur le chemin de fissuration.

Dans un second temps, nous avons mis en évidence les différents phénomènes de fermeture de fissure en régime de fatigue à haute température, ceux induits par la plasticité cyclique et ceux induits par les différents phénomènes d'environnement actifs sur les lèvres de la fissure (effet bénéfique). Notons que l'oxydation du matériau en pointe de fissure peut conduire quant à elle à une accélération de la fissuration.

La campagne expérimentale menée lors de cette étude sera exploitée lors de l'application d'un modèle phénoménologique de propagation de fissure développé en régime de fatigue et de fatigue-fluage et rendant compte d'un environnement oxydant. Nous exposerons, ci-dessous, différents modèles phénoménologiques de propagation de fissure présents dans la littérature et s'inscrivant dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture.

2.3 Les modèles phénoménologiques de fissuration basés sur la Mécanique Linéaire de la Rupture

Dans cette partie, nous donnons un aperçu de différents modèles phénoménologiques de propagation de fissure en fatigue. Les modèles de propagation de fissure doivent, de manière idéale, rendre compte de l'influence de tous les paramètres qui affectent la propagation d'une fissure de fatigue pour des conditions de chargement données. Ces paramètres peuvent être divisés en deux classes : la première inclut les paramètres "intrinsèques" qui caractérisent le matériau lui-même (E, G, σ_u, K_c, K_{th}, ...), la deuxième inclut les paramètres "extrinsèques", tels que la température, la fréquence, l'environnement, la géométrie de l'éprouvette ou encore le type de sollicitation.

Par la suite, nous définissons les différentes familles de modèles développés sous conditions de fatigue pure, et de fatigue-fluage et dans l'hypothèse d'une plasticité confinée en pointe de fissure. Nous présentons ensuite plus particulièrement le modèle phénoménologique de propagation de fissure développé par Fedelich [119] au Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM) dans le cadre du projet SOCRAX. Enfin, nous présentons la position adoptée dans ce travail, en ce qui concerne le choix du modèle.

2.3.1 Modèles de fatigue

Paris et Erdogan [120] montrent que la vitesse de fissuration sous chargement cyclique est une fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes ($\Delta K = K_{max} - K_{min}$). Paris suggère alors l'équation suivante pour définir la propagation de fissure :

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K\right)^n \tag{2.66}$$

Mais cette équation reste insuffisante pour prendre en compte les effets de rapport de charge qui affectent la fissuration en fatigue. Elber [106] qui, en 1970, met en évidence le phénomène de fermeture de fissure dû à la plasticité en pointe de fissure introduit un nouveau paramètre $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op}$ où K_{op} est le seuil d'ouverture. Mais pour de forts rapports de charge, la détermination des vitesses de fissuration reste insuffisante. Forman [121] suggère donc le critère suivant (K_c représentant la tenacité du matériau) :

$$\lim_{K_{max} \to K_c} \frac{da}{dN} = +\infty \tag{2.67}$$

Il propose alors le modèle suivant qui tient également compte de l'effet du rapport de charge R ($R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$),

$$\frac{da}{dN} = C \frac{(\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \tag{2.68}$$

Cependant, aucun des modèles précédents ne pouvait être appliqué de manière générale à différents cas de matériaux et de chargements. Nicholson [122], en 1973, propose l'équation suivante afin de prendre en compte la propagation de la fissure aussi bien proche de la région de non propagation (pour $\Delta K = \Delta K_{th}$) que dans la région de rupture du matériau (pour $K_{max} = K_c$).

$$\frac{da}{dN} = A \frac{(\Delta K - \Delta K_{th})^n}{K_c - K_{max}} \tag{2.69}$$

Dans le cas d'histoires de chargements complexes, on note des effets de "retard de fissuration", induits par la zone plastique créée en pointe de fissure. Ces effets ont été introduits dans les modèles par Wheeler-Willenborg [123, 124] via des paramètres d'histoire tels que la prise en compte de l'évolution de la taille de la zone plastique et par une augmentation de l'effet de fermeture. Le modèle de Wheeler consiste donc à introduire une fonction puissance du rapport $\frac{\rho_{SS}}{\rho_{AS}}$ dans la loi de Paris :

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^n \left(\frac{\rho_{SS}}{\rho_{AS}}\right)^{\beta} \tag{2.70}$$

où ρ_{SS} serait la taille de la zone plastique sans surcharge et ρ_{AS} la taille de la zone plastique après application de la surcharge. Au cours de la propagation de la fissure au sein de la zone plastique créée par la surcharge, ρ_{AS} est décrémenté, ce qui permet de rejoindre progressivement la vitesse normale.

Ce modèle prend en compte l'effet de surcharges espacées mais donne des résultats incorrects dans d'autres cas comme l'application d'une série de surcharges (essai à deux niveaux). Cette déficience peut être comblée en considérant un autre paramètre d'histoire tel que le seuil de fissuration dont l'évolution suit l'histoire du chargement appliqué par l'ajout d'équations phénoménologiques (Schijve [125], De Konig [126], Baudin [127]). Ce seuil de fissuration ne doit pas être confondu avec le seuil de non propagation ΔK_{th}, constante matériau. Ici, il joue un rôle analogue au K_{ouv}, le facteur d'intensité des contraintes à ouverture d'Elber, bien que défini par la non propagation de la fissure (mesurée après environ 100 cycles de chargement ultérieur). L'évolution du seuil en fonction de l'histoire du chargement peut être mise en évidence expérimentalement en considérant deux cas extrêmes :

- le cas d'une surcharge : les valeurs des seuils de non-propagation K_s décrivent une courbe, $f_1(R)$, telle que,

$$f_1(R) = f\left(\frac{K_s}{K_{max}, R}\right) \tag{2.71}$$

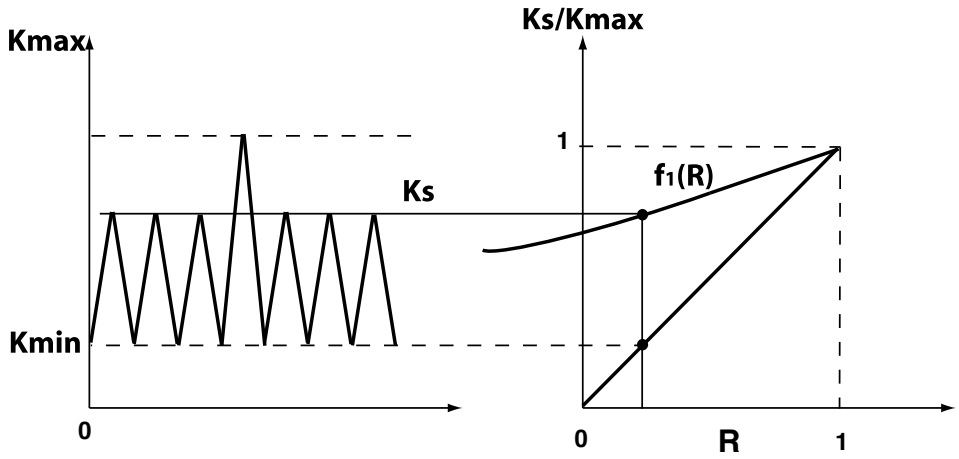


FIG. 2.20 – Cas d'une surcharge : mesure du seuil.

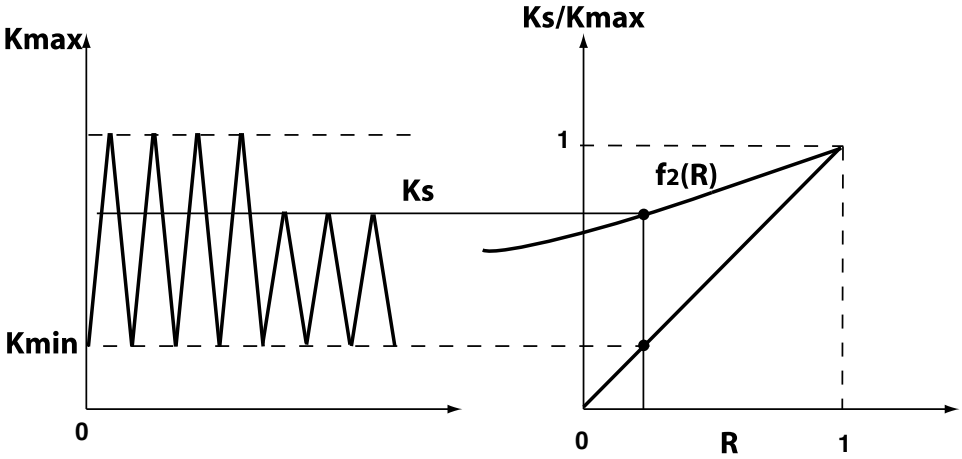


FIG. 2.21 – Cas d'un essai à deux niveaux : mesure du seuil.

– le cas à deux niveaux : le seuil de non-propagation après surcharge est donné par une fonction $f_2(R)$ similaire,

$$f_2(R) = f(\frac{K_s}{K_{max}, R}) \tag{2.72}$$

Les fonctions f_1 et f_2 sont intrinsèques au matériau. Il convient de préciser que la fonction f_1 est habituellement inférieure à la fonction f_2 pour une valeur donnée du rapport de charge R.

2.3.2 Effet du temps

2.3.2.1 Fluage

A haute température, les conditions de chargement qui sont définies par de long temps de maintien, peuvent être prédites en supposant deux mécanismes distincts de propagation de fissure : la fatigue d'une part et le fluage d'autre part. Les conditions de chargement en régime de fatigue-fluage sont alors prises en compte par la sommation suivante :

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN}\right)_{Fat} + \int_{cycle} \left(\frac{da}{dt}\right)_{fluage} dt \tag{2.73}$$

La vitesse de fissuration en régime de fluage obéit à l'expression suivante $\frac{da}{dt} = F_c(K(t))$ qui met en évidence les effets du temps sur la vitesse de fissuration. Cependant, il a été montré que les effets d'interaction fatigue-fluage sont complexes ([128, 129]). Ainsi, par exemple, le mécanisme de fluage (ou d'oxydation) augmente la vitesse de propagation de la fissure en fatigue pour un chargement cyclique (relaxation du seuil d'ouverture) qui, lui même, réduit la vitesse de fissuration durant le temps de maintien suivant (évolution du seuil d'ouverture durant le cycle de fatigue) ([129]).

2.3.2.2 Prise en compte des effets d'environnement

Les effets du temps à haute température peuvent être reliés aux effets d'environnement et, plus particulièrement, à la zone fragilisée par l'oxydation en pointe de fissure qui favorise la propagation de la fissure, ou à l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure. Plusieurs méthodes sont alors envisageables pour rendre compte de cet effet d'environnement. Tout d'abord, les phénomènes néfastes de l'oxydation peuvent être pris en compte grâce à la tenacité K_c du matériau en pointe de fissure qui diminuera si celui-ci s'oxyde, ou en sommant linéairement les vitesses de fissuration en régime de fatigue et fluage et en y ajoutant la contribution de l'oxydation comme indiqué ci-dessous :

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN}\right)_{Fat} + \left(\frac{da}{dN}\right)_{fluage} + \left(\frac{da}{dN}\right)_{ox} \tag{2.74}$$

Récemment, Martinez-Esnaola [130] a proposé un modèle de propagation de fissure appliquable aux superalliages monocristallins base nickel, incluant une sommation linéaire des vitesses de fissuration par fatigue et des effets d'oxydation. Cependant, un couplage supplémentaire est pris en compte entre la fatigue et l'oxydation en modifiant le facteur d'intensité des contraintes, ΔK afin de rendre compte des effets de fermeture de fissure induits par l'oxydation (effet bénéfique conduisant à une augmentation de ce seuil consécutif à l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure) :

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ox} = f(\Delta K, K_{cl}) \tag{2.75}$$

Le seuil de fermeture de la fissure K_{cl} est fonction de l'épaisseur de la couche d'oxyde, h, et de la vitesse de fissuration totale, $\left(\frac{da}{dN}\right)_{total}$ avec,

$$K_{cl} = f\left(h, \left(\frac{da}{dN}\right)_{total}\right) \tag{2.76}$$

De plus, la cinétique de croissance d'oxyde sur les lèvres de la fissure obéit à la loi suivante, $h = f(\theta, t)$, où θ et t sont respectivement la température et le temps d'oxydation. La fissuration de l'oxyde formée en pointe de fissure, par la propagation de microfissures, contribue à l'extension globale de la fissure. Cette contribution est traduite par la fonction suivante :

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ox} = g\left(h, \frac{da_{ox}}{dN}\right) \tag{2.77}$$

où $\frac{da_{ox}}{dN}$ correspond à la vitesse de propagation des microfissures dans l'oxyde.

2.3.3 Modèle du BAM

Ce modèle a été développé dans le cadre du programme SOCRAX et appliqué à des essais en régime de fatigue et fatigue-fluage à haute température. Sa spécificité porte sur l'utilisation des deux paramètres indépendants du temps de la Mécanique de la Rupture que sont K (Mécanique Linéaire de la Rupture) et C^* en régime de fluage étendu (Mécanique Non Linéaire de la Rupture).

La vitesse de fissuration totale est obtenue par sommation linéaire des vitesses de propagation dues aux phénomènes dits de "blunting" et de rupture "monotone" (fragile) :

$$\frac{da}{dN} = \frac{da}{dN}_{blunting} + \frac{da}{dN}_{fragile} \tag{2.78}$$

La plasticité et l'oxydation des lèvres de la fissure, deux phénomènes qui influent sur le seuil de fermeture de cette dernière, sont supposées être prises en compte au travers de la variable ΔK_{eff} (variation du facteur d'intensité des contraintes effectif) définie ultérieurement Eq(2.84).

La vitesse de fissuration totale peut alors être explicitée de la manière suivante :

$$\frac{da}{dN} = c_1 \left(\Delta K_{eff}\right)^{m_1} + c_2 \left(K_{max}\right)^{m_2} + c_3 \left[\int_{cycle} C^*(\lambda) d\lambda\right]^{m_3} \tag{2.79}$$

où c_1, m_1, c_2, m_2, c_3 et m_3 sont les paramètres du modèle.

L'application d'un temps de maintien entre les instants t_1 et t_2 conduit à une simplification de l'intégrale dans le dernier terme :

$$\frac{da}{dN} = c_1 \left(\Delta K_{eff}\right)^{m_1} + c_2 \left(K_{max}\right)^{m_2} + c_3 \left[C^*(t_1)(t_2 - t_1)\right]^{m_3} \tag{2.80}$$

Par hypothèse, le seuil de fermeture est obtenu par la sommation des contributions dues à la plasticité et au phénomène d'oxydation des lèvres de la fissure, soit :

$$K_{ouv} = K_{ouv,plast} + K_{ouv,ox} \tag{2.81}$$

Le terme $K_{ouv,plast}$ est défini par $K_{ouv,plast} = f(R)K_{max}$, où $f(R)$, fonction du rapport de charge, est déterminée par des simulations par éléments finis. Le terme $K_{ouv,ox}$ est, quant-à lui, défini par

la solution analytique initialement proposée par Suresh et Ritchie [131] et appliquée par Martinez-Esnaola [130]. Le facteur d'intensité des contraintes à ouverture, induit par la formation d'oxyde, est défini par :

$$K_{ouv,ox} = \frac{A_{ox} e E}{(1-\nu)^2 \sqrt{\frac{da}{dN}}} \tag{2.82}$$

où A_{ox} est un paramètre d'ajustement. La quantité e (en $[m]$) correspond à l'évolution de l'épaisseur de la couche d'oxyde. Cette épaisseur varie le long des lèvres de la fissure. La cinétique d'épaississement est déterminée à partir d'essais à haute température (Fedelich [116]). Pour un cycle relativement court de période Δt (en $[s]$), on relie l'épaisseur d'oxyde à la période du cycle par la relation :

$$e = 1,7.10^{-6} \left(\frac{\Delta t}{3600} \right)^{0,5} \tag{2.83}$$

Enfin, à l'expression usuelle de $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv}$, il a été préféré la formulation suivante qui décrit mieux le régime des faibles vitesses de propagation :

$$\Delta K_{eff} = (K_{max} - K_{ouv,plas}) e^{-\frac{K_{ouv,ox}}{K_{max} - K_{ouv,plas}}} \tag{2.84}$$

2.3.4 Modèle ONERA FAT-OX-FLU

Nous présentons, dans ce paragraphe, le modèle phénoménologique de propagation de fissure avec interaction fatigue-fluage-oxydation développé à l'ONERA dans le cadre de la thèse de P. Prigent [129]. Ce modèle de propagation de fissure, élaboré dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture, en admettant l'approximation du confinement plastique, permet de rendre compte, d'un point de vue phénoménologique, des effets du temps sur la vitesse de propagation par fatigue induits par l'application de cycles de fatigue avec temps de maintien, à haute température. Il combine propagation par fatigue et par fluage, effet mécanique de relaxation du seuil de non propagation durant un temps de maintien et prend également en compte les effets d'environnement avec la fragilisation du matériau par oxydation en pointe de fissure. Enfin, il permet également de prendre en compte correctement les effets d'histoire du chargement et notamment le cas d'une surcharge appliquée au cours d'un cycle via l'évolution de la zone plastique en pointe de fissure.

2.3.4.1 Rappels sur le modèle de propagation de fissure en isotherme

La vitesse de propagation totale de la fissure est classiquement obtenue par sommation linéaire de la vitesse de propagation par fatigue et de la vitesse de propagation par fluage. Les contributions de la fatigue et du fluage sont traduites respectivement par les équations suivantes :

Modèle de fatigue de type Forman :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_f \left[K_M - K_s^f \right]^{\eta_f}}{(1-R)\left[K_c - K_M \right]} \tag{2.85}$$

Modèle de fluage :

$$\frac{da}{dt} = \int_0^{tm} C_c \left[K(t) - K_s^c \right]^{\eta_c} \tag{2.86}$$

où les termes "K" désignent les différents facteurs d'intensité des contraintes. On distingue ainsi :

- K_s^f et K_s^c les seuils de non propagation appliqués respectivement en fatigue et en fluage,
- K_M la valeur maximale du FIC au cours du cycle, qui dépend de la géométrie de l'éprouvette, du type de chargement et de la longueur de la fissure,
- K(t) le FIC évoluant pendant l'application du temps de maintien,
- K_c la tenacité du matériau en pointe de fissure qui est couplée aux effets d'oxydation.

L'effet de retard induit par les surcharges est pris en compte en considérant comme paramètre d'histoire le seuil d'ouverture. L'évolution de ce seuil est défini par les fonctions $f_1(R)$ et $f_2(R)$ décrites précédemment. Afin de prendre en compte correctement des chargements d'amplitude variable, de nouvelles variables internes sont introduites. On considère ainsi que l'histoire du chargement, due à une quelconque sollicitation variable, peut être résumée jusqu'au dernier cycle (i) par $K_{Meq}(i-1)$ (FIC maximum équivalent), $K_{meq}(i-1)$ (FIC minimum équivalent) et $K_s(i-1)$ (FIC seuil de fatigue). Les rôles de K_{Meq} et de K_{meq} sont, respectivement, de mémoriser les surcharges et les effets de compression.

Le K_{Meq} est défini comme étant le FIC donnant ρ, la taille de la zone plastique en pointe de fissure avec une relation dérivée de la formule classique d'Irwin :

$$K_{Meq}(i) = \sigma_{el}\sqrt{2\pi\rho(i)} \tag{2.87}$$

Le seuil de fatigue K_s est proportionnel à K_{Meq} par un facteur g qui est une pondération des fonctions de surcharge f_1 et f_2. Il est donné par :

$$K_s = gK_{Meq} \tag{2.88}$$

avec

$$g(R_{eq}) = \alpha f_1(R_{eq}) + (1-\alpha)f_2(R_{eq}) \tag{2.89}$$

où $R_{eq} = \frac{K_{meq}}{K_{Meq}}$.

Dans le cas des chargements aéronautiques caractérisés par des successions de surcharges et non par une surcharge unitaire, nous considérons $\alpha = 0$. Pour d'autres types de chargement, le paramètre α $(0 < \alpha < 1)$ peut être défini par sommation linéaire de l'ensemble de la séquence considérée (Baudin [132]).

L'interaction fatigue-fluage est décrite par l'évolution des seuils de non propagation. Lors de l'application d'un cycle avec temps de maintien, pour lequel les effets de fluage vont intervenir, nous supposons que le seuil de non propagation par fatigue K_s^f va se relaxer et induire de ce fait une propagation accrue lors du cycle de fatigue suivant. La relaxation du seuil de non propagation par fatigue est décrite par :

$$d\left(\frac{K_s^f}{K(t)}\right) = -A\left(\frac{K_s^f}{K(t)}\right)^w dt \tag{2.90}$$

où A et w sont des constantes.

A contrario, en cas de surcharge, la propagation de fissure par fatigue a comme effet d'augmenter le seuil de non propagation K_s^c et donc de réduire la propagation en fluage.

Les effets d'environnement sur la vitesse de propagation par fatigue sont pris en compte par la fragilisation du matériau en pointe de fissure et donc par la diminution de la tenacité du

matériau en pointe de fissure.

En se basant sur des travaux menés à l'Ecole de Mines de Paris par Bernede [110], on rend compte de la fragilisation du matériau en avant de la pointe de la fissure par une diminution de la tenacité K_c du matériau et au travers d'une longueur de pénétration d'oxyde l_p fonction du temps d'exposition à haute température :

$$K_{c1} = K_{c0}\left[1 - u + u \cdot exp\left(\frac{mz^*}{l_p(t)}\right)\right] \tag{2.91}$$

$$K_c = min(K_{c1}, K_{cv}) \tag{2.92}$$

K_{c1} est la valeur effective de la tenacité du matériau à une distance z^* de la pointe de la fissure, K_{c0} la tenacité de l'oxyde formé et K_{cv} la tenacité du matériau vierge de toute oxydation. l_p est la longueur de pénétration de l'oxyde, fonction du temps et obéissant à une cinétique en $t^{\frac{1}{4}}$.

2.3.5 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons rappelé les différents modèles phénoménologiques de propagation de fissure en régime de fatigue, fatigue-fluage et couplés aux effets d'oxydation. Dans le cadre de cette étude, nous utiliserons le modèle ONERA FAT-OX-FLU de propagation de fissure et nous proposerons une extension de ce modèle au régime des fissures courtes et nous introduirons, également, l'effet bénéfique de l'oxydation par la prise en compte de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure.

2.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté différentes approches qui s'appliquent à la propagation de fissure dans les matériaux métalliques. Historiquement, la plus ancienne est l'approche globale ou Mécanique de la Rupture. Cette approche a largement contribué à l'amélioration de la fiabilité des structures. Mais cette dernière présente, néanmoins, certaines faiblesses telles que son incapacité à prévoir l'amorçage des fissures ou leurs évolutions spatiales (bifurcations).

C'est pourquoi, nous avons choisi de considérer une approche dite locale de la propagation de la fissure afin de simuler, avec un caractère prédictif, l'avancée de la fissure. Dans le cadre de cette étude, nous avons choisi de considérer une approche zone cohésive, en considérant un modèle d'endommagement de type incrémental (modèle de type Roe et Siegmund [75]).

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous nous sommes un peu éloignés du domaine numérique pour présenter les spécificités qui caractérisent la propapagation de fissure en régime de fatigue et fatigue-fluage à haute température.

Enfin, nous avons exposé, dans une troisième partie, les différents modèles phénoménologiques de propagation de fissure. Ce dernier point répond à un impératif bien particulier : fournir aux industriels un outil d'estimation du risque que représente une fissure dans la structure, qui soit à la fois rapide de mise en œuvre et possédant une capacité prédictive acceptable. Nous utiliserons pour ce faire le modèle ONERA FAT-OX-FLU de propagation de fissure. Nous proposerons une extension de ce modèle au régime des fissures courtes mais également une extension à l'effet bénéfique de l'oxydation par la prise en compte de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure. Enfin, nous utiliserons une extension du modèle aux chargements complexes anisothermes afin de réaliser une simulation d'essais thermomécaniques.

Chapitre 3

Etude expérimentale de la propagation de fissure en régime de fissure courte

Sommaire

3.1 Le matériau **51**
3.1.1 Elaboration 51
3.1.2 Microstructure du superalliage monocristallin AM1 52
3.1.3 Evolution microstructurale des précipités : phénomène de mise en radeau 56
3.1.4 Anisotropie matérielle du monocristal 56
3.1.5 Comportement mécanique de l'AM1 58
3.2 Méthode expérimentale mise en place **60**
3.2.1 Description du dispositif expérimental 60
3.3 Résultats d'essais **67**
3.3.1 La matrice d'essais 67
3.3.2 Résultats expérimentaux 68
3.3.3 Observations *post-mortem* des mécanismes d'endommagement 74
3.4 Synthèse des résultats expérimentaux **98**
3.4.1 Essais réalisés par la SNECMA 98
3.4.2 Centre des Matériaux 100
3.4.3 CNR-IENI 100
3.4.4 Comparaison des essais réalisés dans les différents laboratoires 100
3.5 Conclusion du chapitre **102**

Ce chapitre présente les résultats des essais de fissuration menés sur le superalliage monocristallin AM1 à $950°C$ et les analyses post-mortem des éprouvettes. Dans un premier temps, nous rappelons la microstructure et les propriétés mécaniques spécifiques au superalliage monocristallin AM1. Puis, nous présentons les différents moyens expérimentaux et les méthodes mises en œuvre pour l'étude de la propagation de fissure. Les différents résultats expérimentaux sont ensuite exposés et les éprouvettes post-mortem analysées. Enfin nous comparons l'ensemble des essais réalisés sur l'AM1 dans les différents laboratoires participant au projet SOCRAX.

3.1 Le matériau

3.1.1 Elaboration

L'AM1 est un superalliage à base de nickel élaboré en barreaux cylindriques monocristallins par la fonderie de SNECMA [133] suivant un procédé de solidification dirigée dont on peut

succinctement expliquer le principe figure 3.1. Le principe retenu industriellement est une application de la méthode de Bridgman.

Un gradient thermique est créé par un ensemble four, écran et refroidisseur. Un moule en céramique, initialement dans le four et contenant l'alliage liquide, est déplacé à vitesse contrôlée pour être amené dans le refroidisseur. Sa base repose sur une sole refroidie, afin de favoriser la germination des premiers grains de façon localisée. La croissance est dirigée par le gradient thermique, ce qui conduit à une structure polycristalline colonnaire. La structure monocristalline est obtenue en sélectionnant un seul grain au moyen d'un sélecteur intercalé entre la partie inférieure du moule et la pièce proprement dite. Par sa forme appropriée, le sélecteur favorise la croissance du grain dont l'axe cristallographique <001> est le plus proche des lignes de flux thermique. Ce grain se développe ensuite dans toute la pièce, qui peut très bien posséder une forme simple comme un barreau, ou plus complexe, comme une aube de turbine.

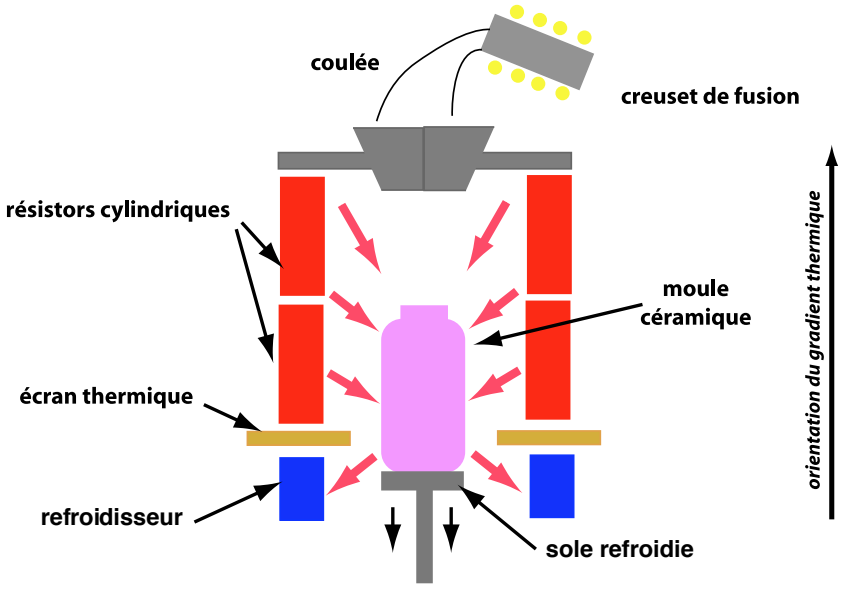


FIG. 3.1 – Schéma du dispositif de solidification dirigée.

Il est ainsi possible de contrôler approximativement l'orientation cristallographique de l'axe du barreau. En effet, la direction du gradient thermique étant celle de l'axe <001> du grain sélectionné, il suffit d'incliner le moule d'un angle adéquat vis-à-vis de cette direction pour obtenir l'orientation cristallographique voulue.

3.1.2 Microstructure du superalliage monocristallin AM1

La composition du superalliage AM1 est donnée dans le tableau 3.1 (en pourcentage pondéral base nickel). Pour les alliages récents, les teneurs des différents éléments sont strictement contrôlées.

Eléments	Co	Cr	Mo	W	Ta	Al	Ti	Fe
Teneur visée	6-7	7-8	1,8-2,2	5-6	7,5-8,5	5,1-5,5	1-1,4	0,2

TAB. 3.1 – Composition chimique de l'AM1 en pourcentage pondéral base nickel.

Ce superalliage monocristallin présente trois échelles caractéristiques que nous allons détailler :

- l'échelle dendritique (de l'ordre de la centaine de micromètres),
- l'échelle des précipités (de l'ordre du micromètre),
- l'échelle du réseau cristallographique (de l'ordre de l'Angström).

L'échelle dendritique est la résultante du procédé de fabrication par solidification dirigée du superalliage. L'arrangement des faisceaux de dendrites, leurs tailles et leurs formes sont directement reliées aux conditions de solidification : gradient thermique et vitesse de déplacement du barreau dans les isothermes. L'axe des dendrites primaires coïncide avec la direction de solidification du barreau, tandis que, perpendiculairement à cette direction, vont se développer des dendrites secondaires suivant les orientations <010> et <001> du réseau cristallin.

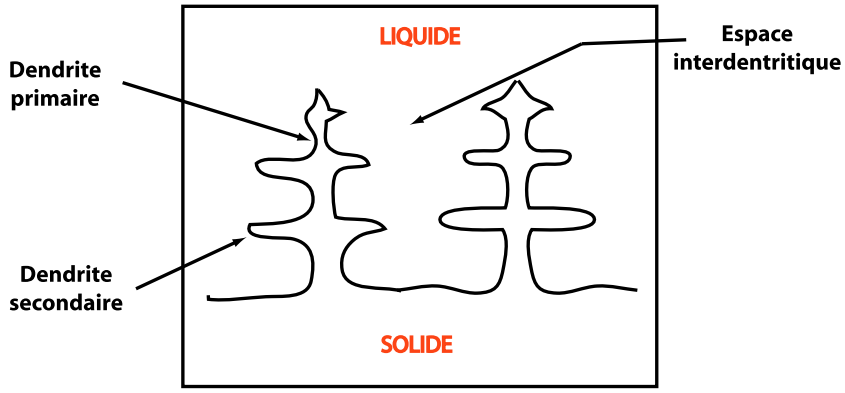


FIG. 3.2 – Schéma simplifié illustrant la croissance dentritique au front de solidification.

Le superalliage AM1 possède une structure biphasée. En effet, il est constitué de deux phases, une matrice austénitique γ, et des précipités de phase intermétallique γ'. Minoritairement, il peut également subsister des phases dites secondaires telles que des carbures.

Ce sont les précipités de phase γ' qui confèrent aux superalliages leurs excellentes propriétés mécaniques à haute température. En effet, les dislocations se propageant dans le monocristal, sont bloquées par les précipités tenant lieu d'obstacles à leur passage. Elles doivent alors les cisailler ou les contourner selon le mécanisme d'Orowan. L'enchevêtrement des dislocations empêche leur mouvement : il s'agit du principe du durcissement structural. Les performances de ces matériaux sont donc fortement liées aux différents paramètres concernant les précipités γ', tels que leur taille, leur forme, leur arrangement et leur fraction volumique.

Afin d'obtenir une meilleure résistance mécanique, différents traitements thermiques sont appliqués au matériau. Ces derniers, T1, R1 et R2, sont préconisés afin de contrôler et d'optimiser la microstructure du superalliage en influant d'une façon significative sur les tailles des précipités (figure 3.3).

Les barreaux monocristallins bruts de coulée sont d'abord soumis à un traitement de trois heures à $1300°C$ sous vide, suivi d'une trempe à l'air. Ce traitement thermique T1 permet une remise en solution de la phase γ' et une réduction des hétérogénéités de composition liées à la structure dendritique. Le second traitement est un revenu R1, s'effectuant à $1300°C$ durant 5 heures sous vide. Ce revenu permet de simuler le traitement de chromaluminisation effectué sur les aubes. Il permet également d'obtenir une population de précipités γ' cuboïdaux alignés selon

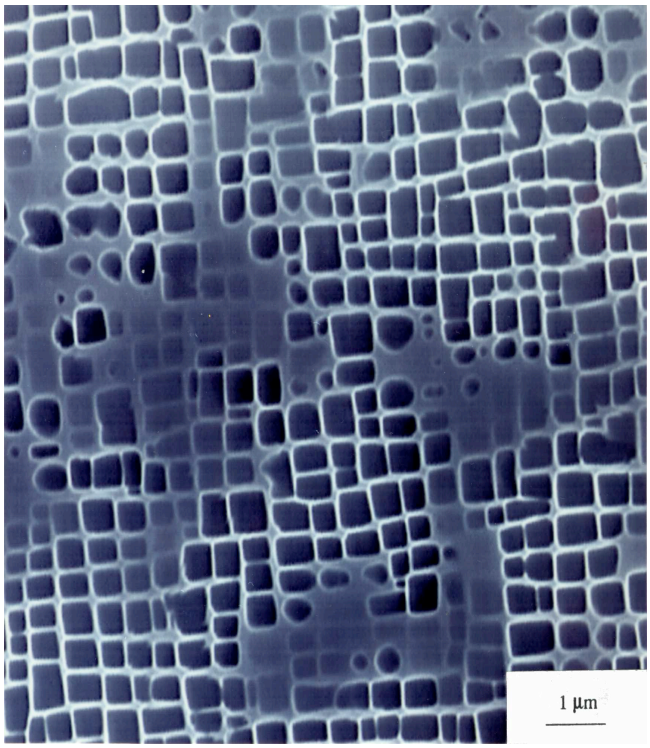


FIG. 3.3 – Microstructure des précipités à coeur de dentrite après traitements (T1, R1 et R2).

une direction du cube. Enfin, le dernier traitement est un traitement de vieillisement à $870°C$ durant 16 heures qui permet d'augmenter la fraction volumique de γ' secondaire en complétant les précipités γ' et/ou en les faisant coalescer.

L'ensemble de ces traitements induit une microstructure métallurgique très homogène caractérisée par une précipitation régulière, voire périodique de la phase γ' sous forme cuboïdale, noyée dans une matrice de phase γ. La taille des précipités avoisine les 0,5 μm alors que la largeur des couloirs de phase γ est comprise entre 0,05 et 0,1 μm. La fraction volumique (environ 70%), la taille, la forme et la répartition des précipités de phase γ', ont été choisies de façon à optimiser le comportement en fluage pour une sollicitation suivant <001>, direction suivant laquelle l'aube mobile est la plus fortement sollicitée du fait de la force centrifuge et de la température élevées (de plus, un module d'Young moindre selon cette direction est favorable afin de réduire les contraintes d'origine thermique, prépondérantes dans la direction axiale). On peut donc considérer, comme l'illustre la figure 3.4 que nous sommes en présence d'un matériau biphasé de motif cubique.

Si l'on se place maintenant à l'échelle du réseau cristallographique et que l'on considère les structures des phases γ et γ', il apparaît que celles-ci cristallisent toutes deux dans le système cubique à faces centrées (CFC), et ce en cohérence l'une vis-à-vis de l'autre.

La matrice, phase γ, solution désordonnée à base de nickel, sert de solvant aux éléments réfractaires tels que le tungstène, le molybdène et le chrome qui permettent de renforcer la matrice. Le chrome, quant-à-lui favorise la résistance à la corrosion et à l'oxydation jusqu'à des températures de l'ordre de $800°C$ par la formation d'oxydes de chrome en surface. L'aluminium a essentiellement deux rôles. D'une part, sa présence favorise la tenue à l'oxydation à haute température par la formation d'une couche continue protectrice d'alumine. D'autre part, il a un rôle durcissant comme constituant de la phase γ', composé Ni_3Al, dont il assure la stabilité de la structure ordonnée de type $L1_2$. Les éléments tels que le titane et le tantale sont ajoutés pour

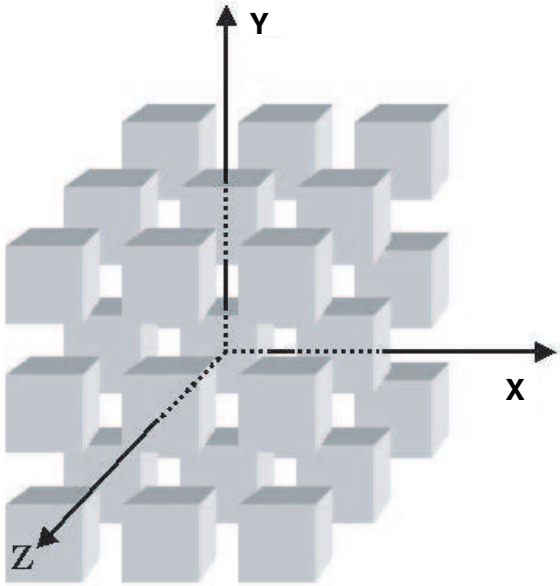


FIG. 3.4 – Réseau tridimensionnel du composé biphasé de motif cubique. Les cubes représentent les précipités de phase γ' (d'après Poubanne [1]).

leur tendance à former la phase γ' et conduisent à une plus grande stabilité thermique de cette phase.

La phase dispersée durcissante γ' est quant-à-elle, une phase ordonnée dans le réseau de structure CFC, de type $Ni_3(Al,(Ti))$ et de structure $L1_2$. L'alliage Ni_3Al, auquel la phase γ' est souvent comparée, présente l'avantage d'une structure simple. Les atomes de nickel occupent les centres des 6 faces, tandis que les atomes d'aluminium occupent les huit sommets du cube, comme l'indique la figure 3.5.

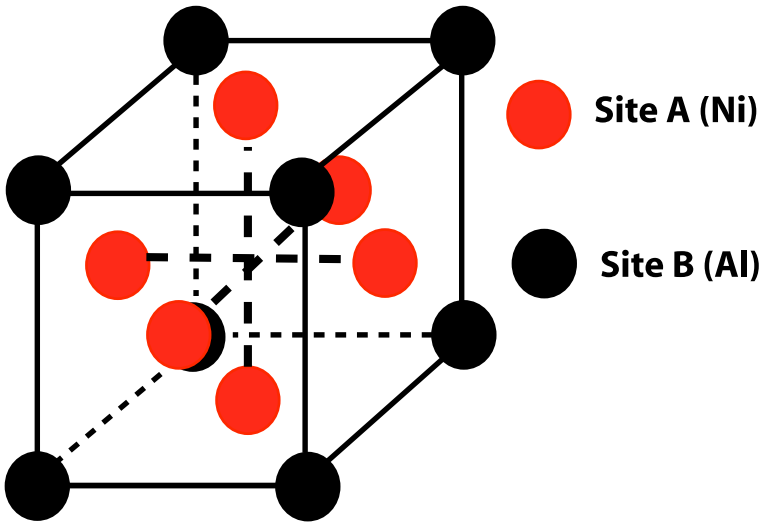


FIG. 3.5 – Répartition des sites A et B sur le réseau CFC dans la maille élémentaire du composé (Ni_3Al) de structure $L1_2$ (phase γ').

La structure CFC de la phase γ' permet une précipitation cohérente avec la matrice austéni-

tique γ CFC en raison du faible écart du pas du réseau, les phases γ et γ' possédant des paramètres de maille légèrement différents. Malgré cette différence de paramètres, appelée "désaccord paramétrique" ou "misfit", l'interface γ/γ' assure la cohésion nécessaire entre les deux phases, bien que, de façon générale, les interfaces soient à l'origine de discontinuités et d'hétérogénéités de la déformation.

3.1.3 Evolution microstructurale des précipités : phénomène de mise en radeau

Soumise à des déformations importantes et à haute température, la microstructure des précipités, initialement cuboïdale, peut évoluer et prendre une forme de plaquette. Ce phénomène appelé "mise en radeau", modifie énormément le comportement mécanique des superalliages biphasés. De nombreux travaux évoqués par Massaoudi [134] se sont portés sur la compréhension des mécanismes à l'origine de cette évolution de la microstructure dite de coalescence. Des observations ont montré que pour des superalliages à base nickel, la cinétique de coalescence orientée n'est pas négligeable à $950°C$ et qu'elle est même très importante à $1100°C$.

Massaoudi évoque les différents paramètres qui semblent gouverner les évolutions morphologiques de ces précipités. On y retrouve des caractéristiques de la microstructure initiale (telles que la fraction volumique, la taille des couloirs de la matrice...), mais également le désaccord paramétrique (et plus particulièrement son signe) qui est à l'origine d'un état de contrainte local important ainsi que le sens de la contrainte appliquée. En effet, il est désormais établi qu'à des températures élevées, lorsque le désaccord paramétrique du superalliage est négatif, les radeaux sont alignés perpendiculairement à l'axe de la déformation lors d'une traction et parallèlement à ce même axe lors d'une compression, comme l'illustre la figure 3.6. Cette tendance est inversée en cas d'un désaccord positif. L'auteur a notamment montré, par l'étude de la répartition des contraintes dans les différentes phases, que le processus de coalescence, issu des interactions entre précipités voisins et des contraintes provenant du désaccord paramétrique et de la contrainte appliquée, se manifeste par une chute significative de la contrainte locale, par rapport à son niveau dans la microstructure cuboïdale.

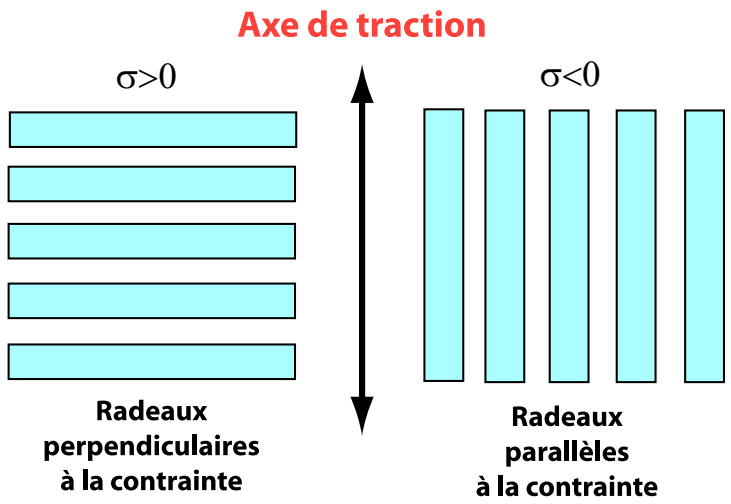


FIG. 3.6 – Orientation de la mise en radeau sur des monocristaux d'orientation <001>.

3.1.4 Anisotropie matérielle du monocristal

Malgré la présence de deux phases γ et γ', on peut considérer que le monograin AM1 est, cristallographiquement parlant, et, en première approximation, un monocristal. En effet, les deux

phases cristallisent sous la même holoédrie cubique et en cohérence. Nous ferons référence aux travaux de Poubanne [1] pour la description des éléments de symétrie laissant le monocristal identique à lui-même.

L'auteur décrit également les différents modes de déformation de l'AM1, et notamment le mode privilégié de déformation plastique des cristaux métalliques, à savoir le glissement des dislocations. Nous ne détaillerons pas ici les caractéristiques de l'écoulement plastique de chaque phase prise séparément. En revanche, nous nous intéresserons aux systèmes de glissement actifs du superalliage monocristallin décrit par Poubanne.

Un tel matériau possède 4 plans denses (111), dits octaédriques, avec 3 directions denses <110> par plan. L'ensemble noté $\frac{1}{2} < 110 > (111)$ forme les 12 systèmes de glissement octaédriques avec un vecteur de Burgers correspondant à la plus petite translation du réseau de type $\frac{1}{2} < 110 >$.

Cependant, d'autres systèmes de glissement sont également envisageables, malgré leurs énergies liées à la distorsion locale du réseau moins favorable. C'est le cas notamment des 6 systèmes de glissement cubiques. Ces systèmes sont caractérisés par 3 plans (001), avec chacun deux directions de glissement <110>. L'ensemble noté $\frac{1}{2} < 110 > (001)$ forme les 6 systèmes de glissement cubiques. Mais des études récentes semblent montrer que le glissement cubique, à haute température, correspond plutôt à du glissement octaédrique dévié dans les couloirs de matrice (Bettge [135]). Cependant, dans le modèle cristallographique macroscopique utilisé dans le présent travail, ce mécanisme de déformation restera assimilé à du glissement cubique.

Les figures 3.7 et 3.8 illustrent respectivement les familles de glissement octaédrique et cubique rencontrées dans les superalliages monocristallins à base nickel.

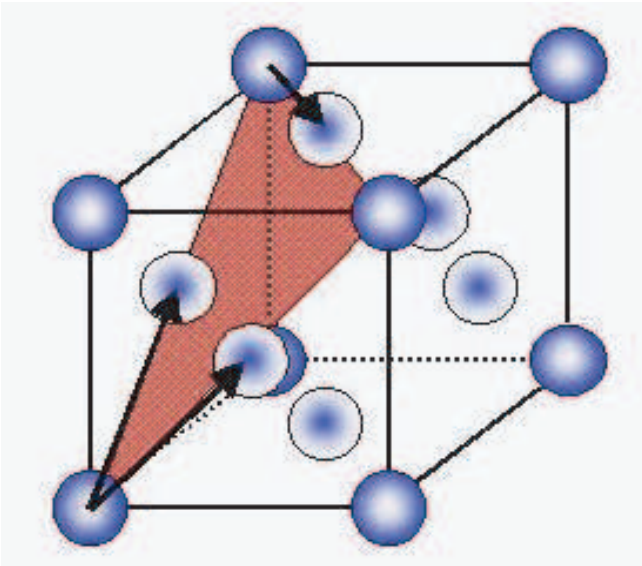


FIG. 3.7 – Représentation d'un des quatre plans de glissement octaédriques avec ses trois vecteurs de Burgers.

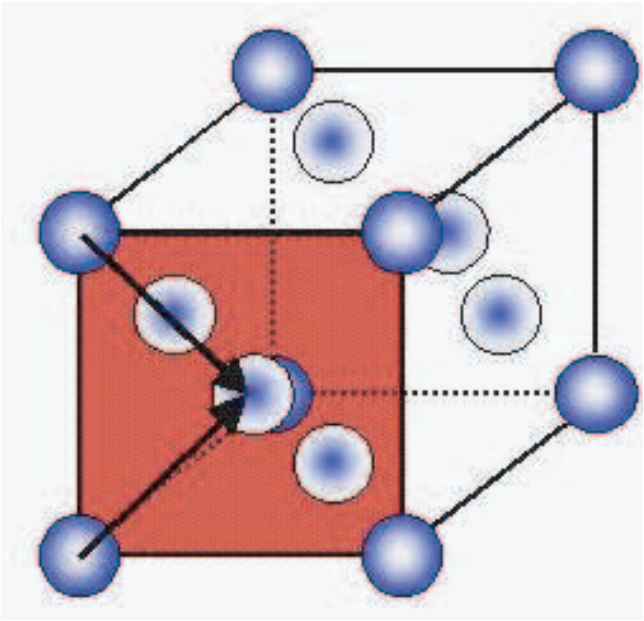


FIG. 3.8 – Représentation d'un des trois plans de glissement cubiques avec ses deux vecteurs de Burgers.

3.1.5 Comportement mécanique de l'AM1

La composition biphasée du superalliage donne à l'AM1 une évolution particulière au niveau de la limite d'élasticité et de la charge de rupture en fonction de la température, comme on peut le remarquer sur la figure 3.9. Un phénomène de fort durcissement actif jusqu'à des températures élevées peut être observé.

Ce phénomène résulte de la présence de la phase γ' de composition Ni_3Al. On distingue d'un point de vue macroscopique deux régimes différents de déformation de part et d'autre du domaine de durcissement situé entre $700°C$ et $850°C$ [1] :

- lorsque la température est inférieure à $850°C$, la courbe de traction obtenue présente un stade de déformation facile à la sortie du domaine élastique. Macroscopiquement, la déformation plastique est fortement hétérogène puisqu'elle se localise dans quelques bandes de cisaillement visibles à l'oeil nu sur le fût de l'éprouvette. Lorsque ces bandes de glissement recouvrent toute l'éprouvette, intervient alors la consolidation. L'anisotropie des propriétés mécaniques se traduit par des valeurs de modules et de limites d'élasticité différentes selon la direction de sollicitation. C'est suivant la direction $< 001 >$ que l'AM1 possède le module le plus faible et la limite d'élasticité la plus élevée.
- aux températures supérieures, le comportement devient visqueux et donc très sensible à la vitesse de déformation. La déformation plastique devient beaucoup plus homogène : il n'existe plus de stade facile, mais une légère consolidation du matériau avec la déformation plastique. L'orientation $< 001 >$ se différencie des autres orientations par un écrouissage beaucoup plus marqué (figure 3.10) : on a donc un phénomène d'écrouissage anisotrope caractéristique de ce superalliage monocristallin.

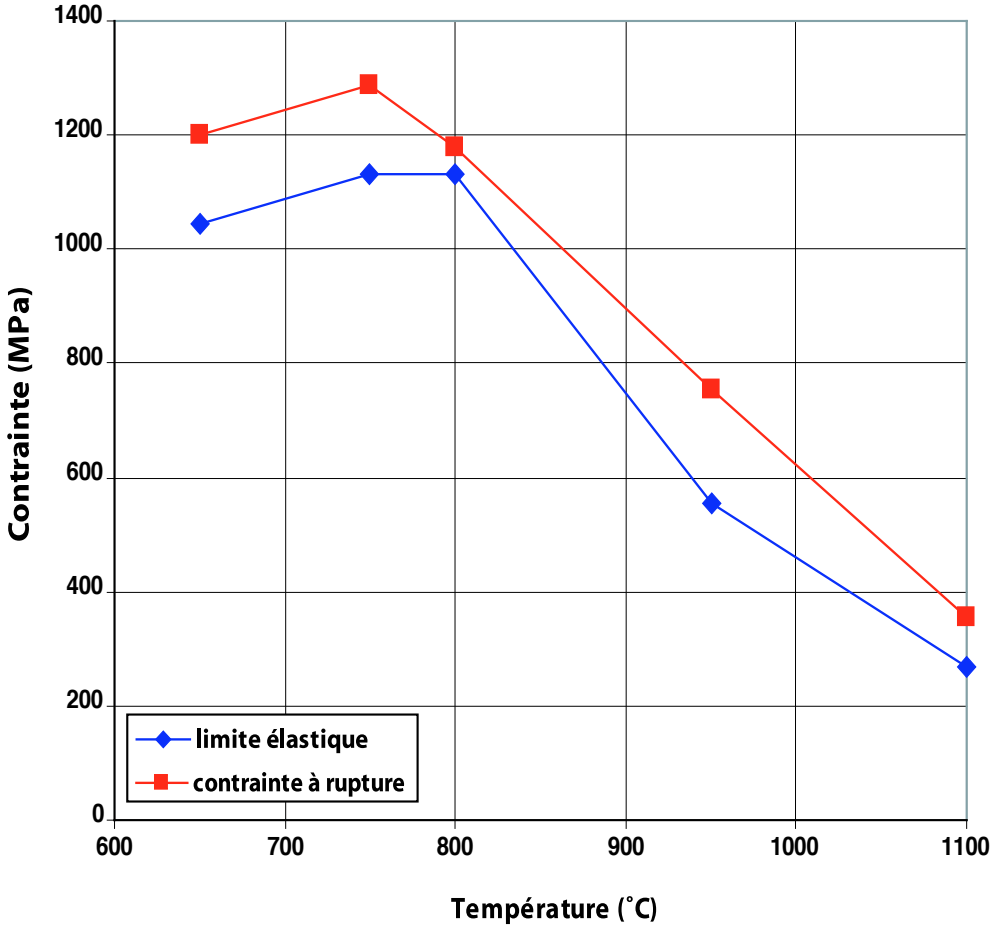


FIG. 3.9 – Evolution de la limite d'élasticité et de la contrainte de rupture de l'AM1 en fonction de la température pour une éprouvette sollicitée dans les axes matériaux.

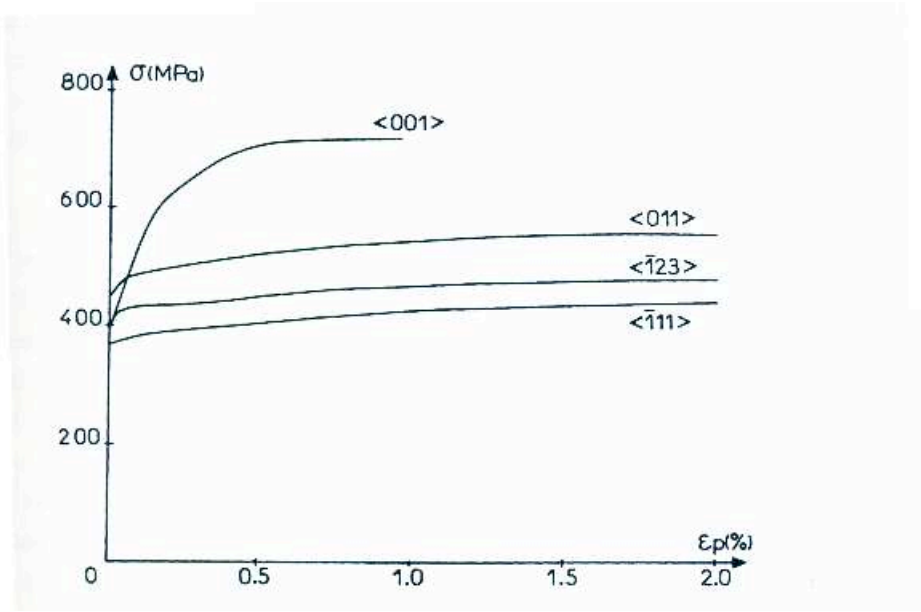


FIG. 3.10 – Comportement monotone de l'AM1 à 950°C pour différentes orientations cristallographiques (Poubanne [1]).

3.2 Méthode expérimentale mise en place

3.2.1 Description du dispositif expérimental

Les températures de fonctionnement très élevées des aubes des turbines haute pression du turboréacteur et le régime de propagation de fissures considéré, qui n'est autre que celui du régime des fissures courtes, ont conduit à des choix de techniques d'essai et de mesure adaptées à ce domaine et suffisamment souples : éprouvette plate "Single Edge Notch" (SEN), chauffage par induction, mesure d'avancée de fissure par méthode optique et méthode du potentiel, technique de préfissuration... Ce sont ces différents choix que nous expliciterons dans la suite de ce paragraphe.

3.2.1.1 Machine d'essai

L'effort de traction ou de compression agissant sur l'éprouvette est obtenu par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique asservi à paliers hydrostatiques de + ou - 4 tonnes. La course maximale du vérin est de + ou - 10 mm et la fréquence de sollicitation peut atteindre 100 Hz (machine Schenk). Au cours de l'essai, la sollicitation peut être asservie en contrainte ou en déformation. La génération des cycles se fait, soit par un générateur de signaux (dents de scie, carrés, sinusoïdaux) pour les sollicitations périodiques, soit par programmation dans le cas de génération de cycles plus complexes (surcharges, temps de maintien, ...). L'acquisition des données en cours d'essai se fait soit en continu, soit suivant des cycles donnés à l'aide d'un système informatique de génération-acquisition fonctionnant en temps réel de type National Instrument. Une circulation d'eau à débit constant dans les têtes d'amarrage permet le refroidissement des liaisons avec la machine. Un système de sécurité, basé sur le réglage d'un seuil de déplacement ou de force, permet d'arrêter le fonctionnement de la machine lors de la rupture de l'éprouvette.

3.2.1.2 Eprouvette

Nous avons utilisé des éprouvettes de traction de type SEN (Single Edge Notch) à simple entaille latérale représentées figure 3.11. Ces éprouvettes sont usinées à partir de barreaux en superalliage monocristallin de 20 mm de diamètre et de 120 mm de long. Cela nous a conduit à considérer des éprouvettes de 2 mm d'épaisseur et de 18 mm de large dans la partie utile. L'entaille en forme de V est obtenue par usinage (fraisage). L'orientation principale de ces éprouvettes est choisie de type <001> et l'orientation secondaire <010>.

L'éprouvette considérée est ici une éprouvette plate qui présente les avantages d'être facile à usiner et à polir. De plus, des longueurs d'entaille comprises entre 0,15 et 0,5 mm nous garantissent un amorçage et une propagation de fissure préférentielle au niveau de l'entaille. Nous utiliserons pour ce type d'éprouvette, l'expression analytique du facteur d'intensité des contraintes (FIC) K (Lemaitre et Chaboche [136]) suivant :

$$K_1 = \sigma_\infty \sqrt{\pi a} \left(\frac{2b}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2b} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{0.752 + 2.02\frac{a}{b} + 0.37\left[1 - \sin\frac{\pi a}{2b}\right]^3}{\cos(\frac{\pi a}{2b})} \right] \tag{3.1}$$

La formulation analytique du facteur d'intensité des contraintes est en parfait accord avec le calcul numérique réalisé par une méthode de Parks dont le résultat est illustré en annexe B.4.

Dans la suite de cette étude, nous considérons uniquement la variation du facteur d'intensité des contraintes $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ et non $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv}$ car nous n'avons pas effectué expérimentalement de mesures d'ouverture et de fermeture de fissure.

On adopte pour représenter les différentes orientations de fissure (résumées figure 3.13) le symbolisme utilisé par Marchal [7]. Le symbole $\succ$ indique qu'il s'agit d'une fissure et l'écriture

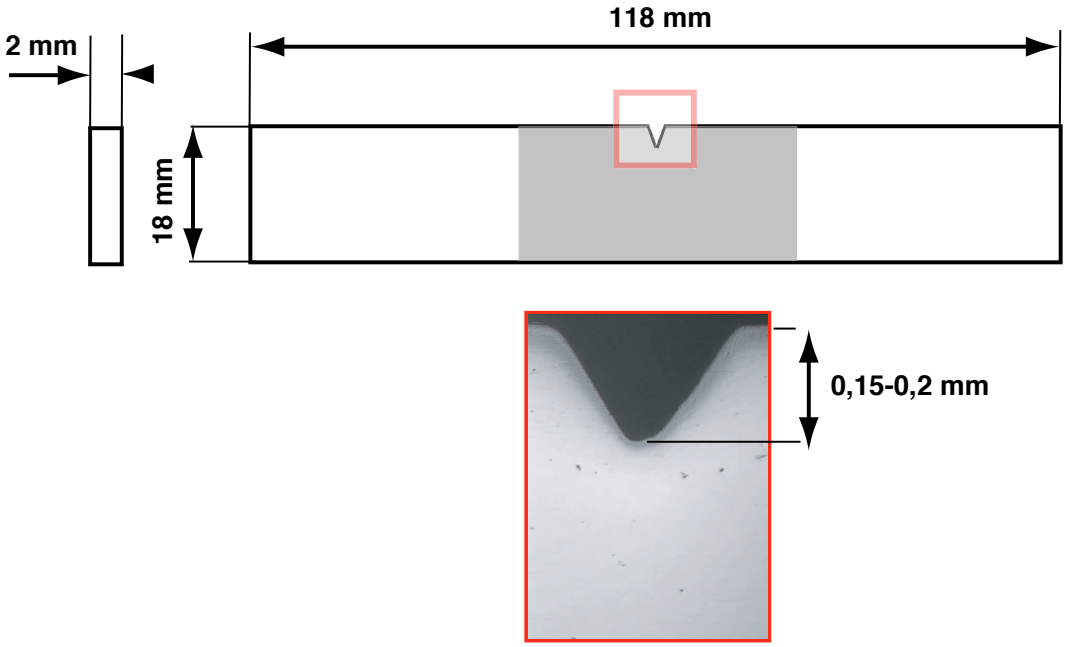


FIG. 3.11 – Plan de l'éprouvette (partie libre chauffée par induction en gris).

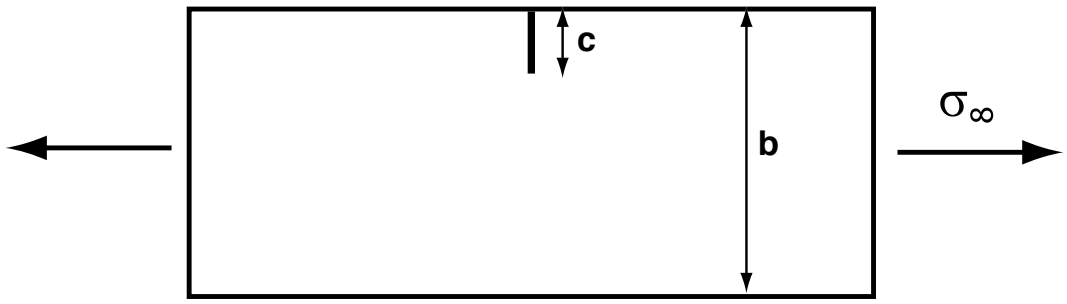


FIG. 3.12 – Eprouvette SEN.

$^{\succ}(hkl)[uvw]$ donne l'orientation d'une fissure se propageant sur le plan (hkl) suivant la direction de propagation $[uvw]$.

3.2.1.3 Système de chauffage

Le chauffage de l'éprouvette est réalisé à l'aide d'un système par induction moyenne fréquence équipé d'un inducteur conçu spécialement pour celle-ci. Cet inducteur permet le chauffage isotherme de la partie utile de l'éprouvette avec une très bonne répartition de la température comme l'illustrent les figures 3.14 et 3.15. La température est régulée en fonction du temps par un asservissement de type PID (EUROTHERM 822), utilisant la mesure d'un thermocouple de référence.

3.2.1.4 Mesure d'avancée de fissure

La mesure de longueur de fissure peut être faite soit de manière directe, par mesures optiques, soit de manière indirecte, par une mesure de différence de potentiel électrique. Dans notre cas, qui consiste en l'étude de la propagation de fissures courtes, nous avons choisi d'associer ces deux types de mesure.

Mesure par la méthode du potentiel

Nous avons choisi une méthode de détection électrique bien adaptée à notre étude car elle permet un suivi en continu de la longueur de fissure à haute température et cela même dans le régime dit de fissure courte.

Elle consiste à faire circuler un courant continu dans une éprouvette conductrice isolée et à mesurer la tension résultante entre deux prises de potentiel situées de part et d'autre de la fissure à observer. La progression de la fissure entraîne une variation de la tension mesurée dont l'étalonnage par mesures optiques permet de déduire l'avancée de la fissure. Nous présentons en annexe B.1 la méthode ONERA de suivi de fissure développée par G. Baudin et H. Policella (1978) [137].

Mesure par la méthode optique

Dans les essais de propagation de fissures, une des difficultés est de pouvoir générer des fronts de fissures qui soient droits. Il faut donc pouvoir à tout moment visualiser les deux faces de l'éprouvette. Le plus souvent, cela implique d'arrêter l'essai et de retirer l'éprouvette pour réaliser des mesures sur les deux faces de l'éprouvette. Pour éviter cela, un dispositif, réalisé par Paulmier, permet grâce à un jeu de prismes et de miroirs, la mesure de la longueur de fissure, face avant et face arrière, sans pour autant arrêter le chauffage ou retirer l'éprouvette. Ce système est présenté en annexe B.2.

La figure 3.16 illustre la bonne adéquation que l'on a entre les différentes méthodes de mesures d'avancée de fissures pour un essai de fissuration à une fréquence de 5 Hz.

3.2.1.5 Déroulement de l'essai et dépouillement

Les essais de propagation de fissure devant rendre compte des régimes de fissures courtes se déroulent en trois étapes :

La phase de préfissuration

La préfissuration en fatigue permet de créer une fissure droite (choix de l'orientation cristallographique de l'éprouvette) d'une taille adéquate pour mener ensuite l'essai de propagation

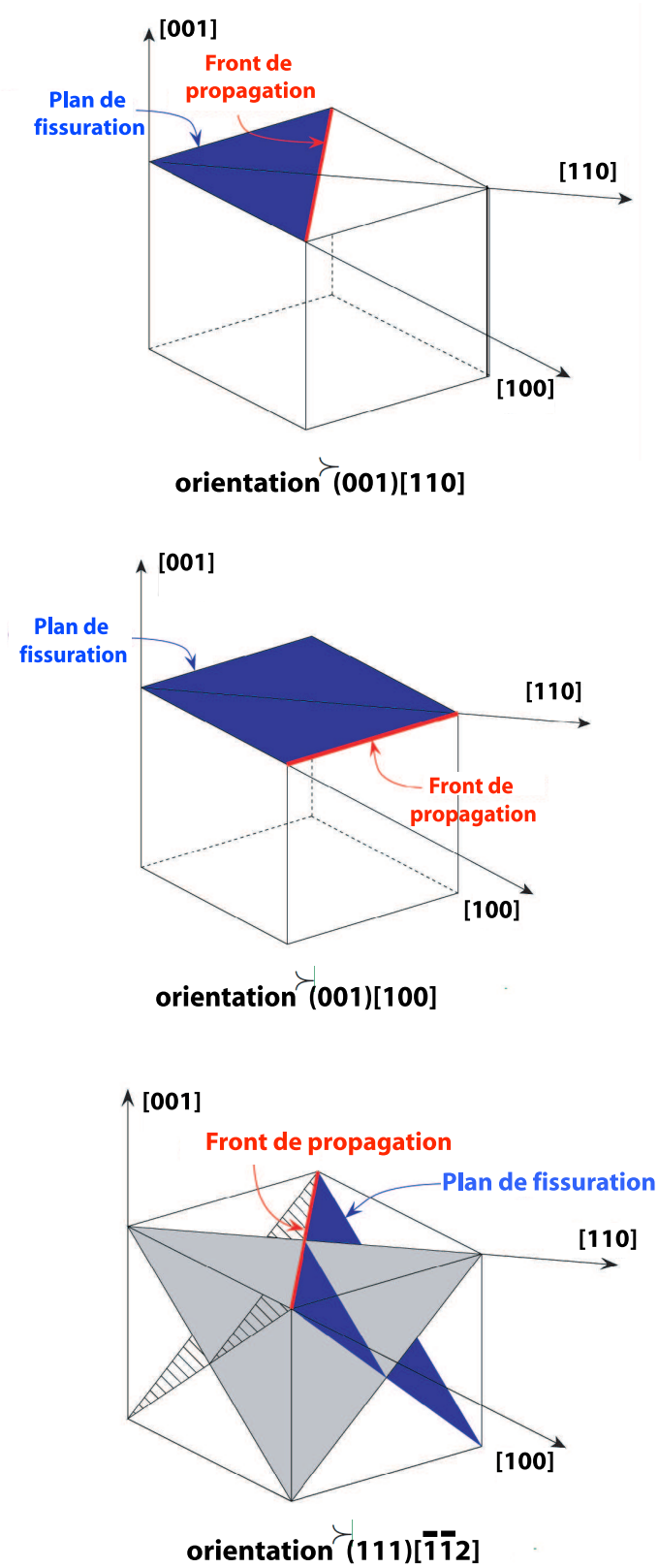


FIG. 3.13 – Représentation en perspective des trois orientations de fissure étudiées expérimentalement (Marchal [7]).

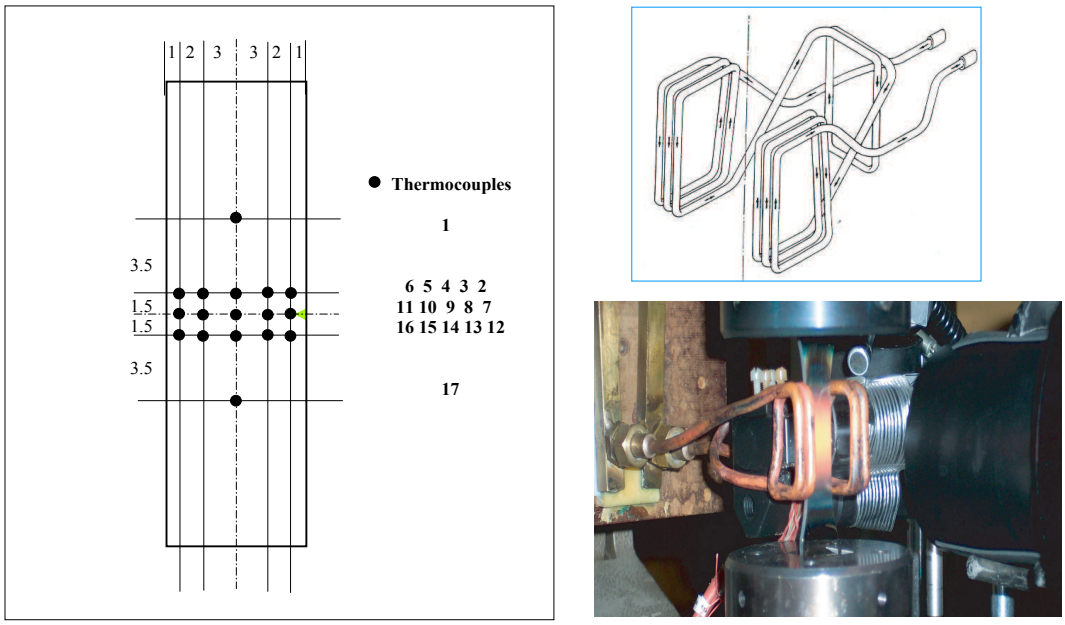


FIG. 3.14 – Localisation des thermocouples, schéma et photographie du montage utilisé.

TH1	TH2	TH3	TH4	TH5	TH6	TH7	TH8	TH9	TH10	TH11	TH12	TH13	TH14	TH15	TH16	TH17
632	646	650	650	650	647	648	647	651	648	647	650	652	651	652	646	632
918	945	948	949	948	944	946	946	948	950	945	945	950	950	947	945	920

FIG. 3.15 – Profil des températures ($°C$).

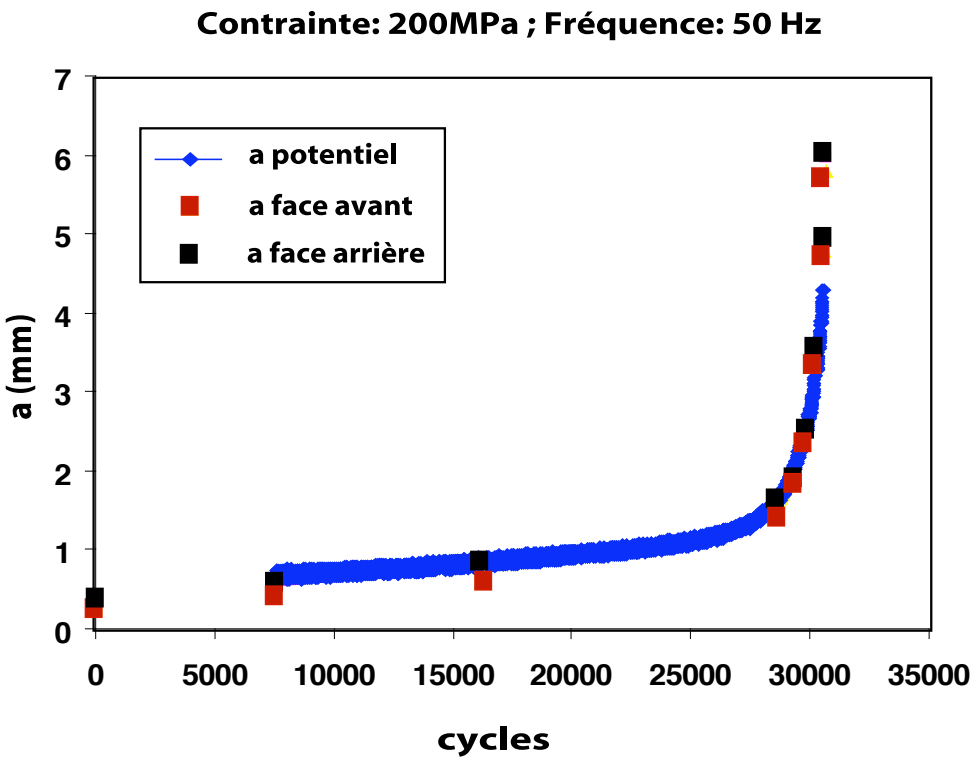


FIG. 3.16 – Comparaison des différentes méthodes d'observation d'avancée de fissure.

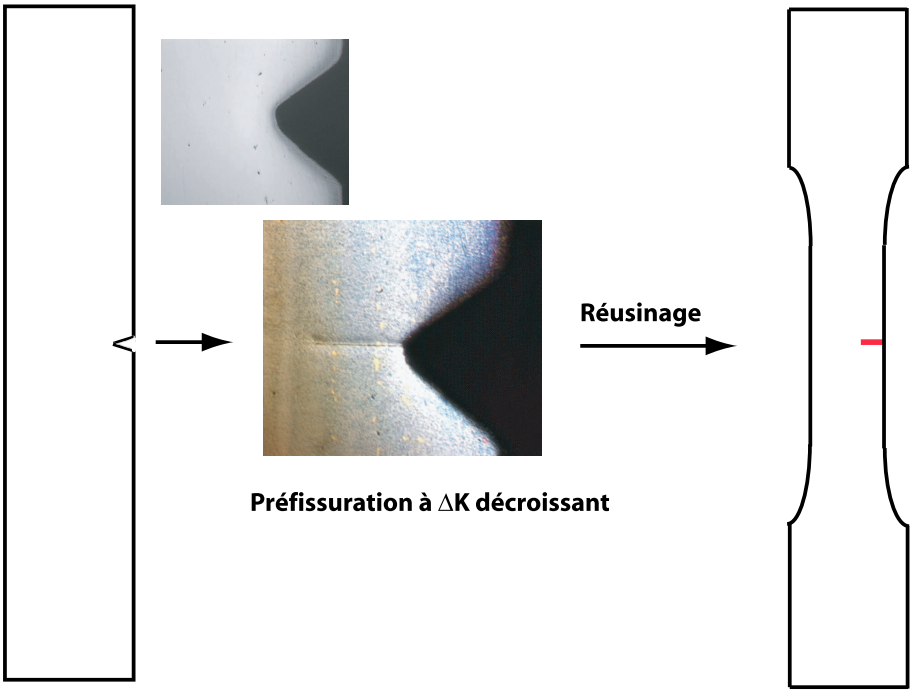


FIG. 3.17 – Déroulement de l'essai de propagation de fissure.

de fissure proprement dit. La préfissuration est menée à 650°C afin de limiter les amorçages de fissure de type fragile, à une fréquence de 25Hz et un rapport de charge R=0,1. La préfissuration est réalisée à ΔK décroissant (afin de limiter la taille de la zone plastique en pointe de fissure) et ce jusqu'à obtenir un front d'avancée de fissure qui soit droit, autrement dit pour des longueurs de fissure comprises entre 1 mm et 3 mm. La qualité du front de propagation de fissure est déterminée par les méthodes de mesure d'avancée de fissure des faces avant et arrière décrites ci-dessus.

Cette phase de préfissuration n'est pas sans difficulté. En effet, on peut remarquer figure 3.18 que la fissure peut bifurquer et ne plus être droite à cause de la plasticité induite par l'entaille mais également en raison des défauts présents dans le matériau qui ont une influence sur la direction de propagation de ces micro-fissures. Il faut atteindre une longueur de fissuration de l'ordre d'un ou plusieurs millimètres avant que cette dernière se redresse et devienne alors perpendiculaire à la direction de sollicitation.

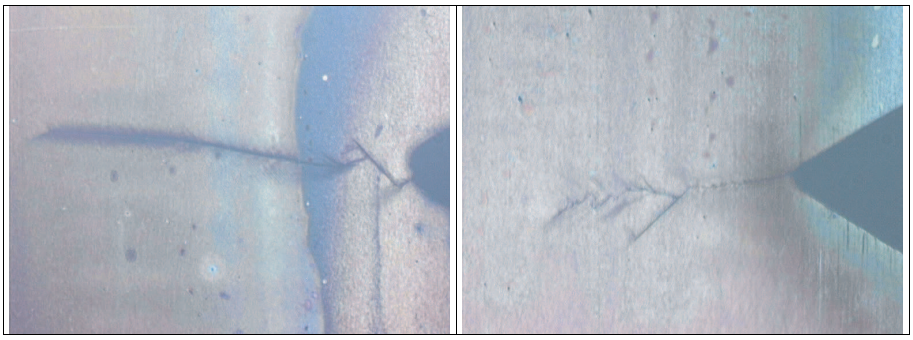


FIG. 3.18 – Exemples de préfissurations avec bifurcations de fissures.

La figure 3.19 présente un essai de préfissuration qui s'est déroulé de manière idéale.

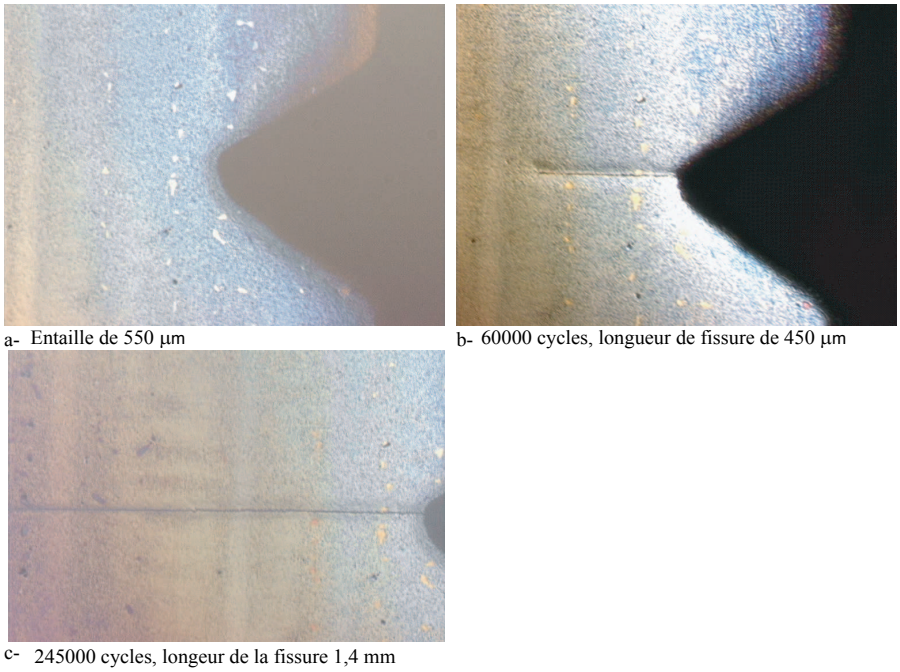


FIG. 3.19 – Préfissuration sans bifurcation de la fissure.

Le réusinage de l'éprouvette

L'éprouvette préfissurée est ensuite réusinée sur sa largeur afin d'obtenir une longueur de préfissure la plus petite possible comprise entre 150 et 300 μm.

La phase de propagation de la fissure

La phase d'essai de propagation de la fissure peut maintenant être lancée. Les éprouvettes sont soumises à une température de $950°C$ et sollicitées en fatigue. L'avancée de fissure est suivie par méthode optique et par méthode du potentiel. Nous pouvons observer, figure 3.20, des images réalisées à différents moments de l'essai de propagation.

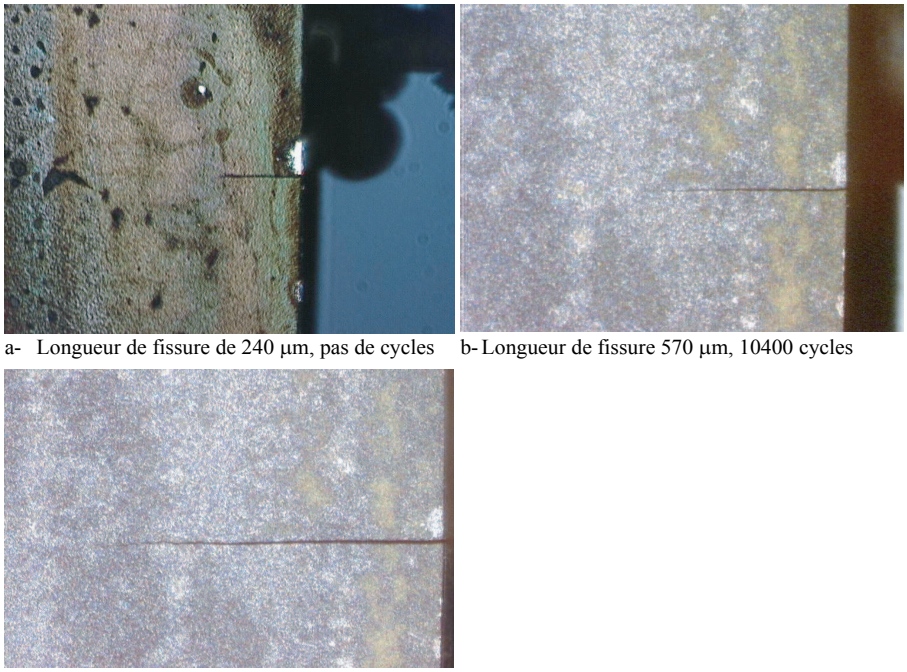
Le dépouillement

Les vitesses de fissuration sont calculées en utilisant la méthode de la norme ASTM (ASTM E647). Nous avons utilisé, dans notre cas, pour la détermination des vitesses de fissuration, la méthode polynomiale incrémentale.

Cette méthode consiste tout d'abord à interpôler par un polynome du second ordre un ensemble de $(2n+1)$ points successifs avec n compris généralement entre 1 et 4. La forme de l'équation interpolée est alors :

$$\hat{a}_i = b_0 + b_1 \left(\frac{N_i - C_1}{C_2} \right) + b_2 \left(\frac{N_i - C_1}{C_2} \right)^2 \tag{3.2}$$

Les paramètres de régression $(b_0,\ b_1,\ b_2)$ sont déterminés par une méthode des moindres carrés pour $a \in [a_{i-n},\ a_{i+n}]$ avec $C_1 = \frac{N_{i-n}+N_{i+n}}{2}$ et $C_2 = \frac{N_{i+n}-N_{i-n}}{2}$.



a- Longueur de fissure de 240 µm, pas de cycles b- Longueur de fissure 570 µm, 10400 cycles

c- Longueur de fissure de 1,07 mm, 11300 cycles

FIG. 3.20 – Essai de fatigue : R=0,05, f= 5Hz, $T = 950°C$, $\sigma_{max} = 300MPa$.

La vitesse de fissuration au cycle N_i est obtenue par dérivation de l'équation 3.2 soit :

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\hat{a}_i} = \frac{b_1}{C_2} + 2b_2\frac{N_i - C_1}{C_2^2} \tag{3.3}$$

Cette méthode de dépouillement a montré toute satisfaction dans l'étude du régime des fissures courtes à haute temprérature (Yamamoto et Kitamura [138]). Un ensemble de 20 points successifs pour la méthode des moindres carrés est recommandé pour filtrer le bruit électrique du signal de la méthode du potentiel.

3.3 Résultats d'essais

Dans cette partie, nous présenterons les différents résultats d'essai obtenus. Dans un premier temps, nous exposerons la matrice des différents essais réalisés par l'ONERA dans le cadre du projet SOCRAX. Ensuite, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus en termes de vitesses de propagation. Enfin, nous exploiterons plus précisément les faciès de rupture afin de comprendre les différents micromécanismes mis en oeuvre lors de ces essais de fissuration.

3.3.1 La matrice d'essais

L'ensemble des éprouvettes utilisées est en superalliage monocristallin AM1 bas soufre, leur axe principal correspondant à la direction <001>. La direction secondaire de propagation de la fissure est choisie identique pour tous les essais et est donnée par <010>. La sollicitation est contrôlée en niveau de contrainte, pour un rapport de charge R dont la valeur est fixée à 0,05. Tous les essais sont réalisés sous air à $950°C$.

Les éprouvettes ont été soumises :

- à des chargements de fatigue pour les différentes fréquences suivantes : ***f=[50Hz, 5Hz, 0,5Hz, 0,05Hz]***,
- à des chargements de fatigue-fluage pour les sollicitations suivantes : ***temps de maintien=[30 s, 90 s, 300 s, 900 s]***, montée et descente en charge en 1s,
- à des chargements complexes : ***chargements=[surcharge de 5% avant tm=300 s, surcharge de 5% après tm=300 s, superposition tm=300 s + f=5 Hz]***, montée et descente en charge en 1s.

Un tableau récapitulatif résume, figure 3.21, les différents types d'essais réalisés et les conditions de sollicitation appliquées.

Numéro essai	Nombre de tests	Type de cycles	Contrainte maximale appliquée (MPa)	a initiale (mm)	a finale (mm)	Commentaires	Essais réalisés
1	1	50 Hz	200	0,4	8,92		1
2	1	5 Hz	200	0,36	9,45		1
3	1	5 Hz	300	0,34	4,5		1
4	1	0,5 Hz	200	0,5	6,98		1
5	1	0,05 Hz	300	0,2	14,3		1
6	1	30 s [1-30-1]	350	0,18	11,15		1
7	1	90 s	290	0,44	8,92		1
8	1	300 s	380	0,2	12,84		1
9	1	900 s + 30 s	226	0,6	6,46	650 cycles à 900s et 806 cycles à 30s.	1
10	1	30 s + 300 s	335	0,3	8,75	1023 cycles à 30s et 250 cycles à 300s.	1
11	1	300 s	380	0,2	14,75	surch. de 5% avant temps de maintien	1
12	1	300 s	380	0,3	10,66	surch. de 5% après temps de maintien	1
13	1	30 s	284	0,3	12,4	superposition 5 Hz	1
14	1	5 Hz	528	0,3	13,8	R = 0,5	1
15	1	5 Hz + 900 s	240	0,2	13,47		1

FIG. 3.21 – Programme expérimental.

3.3.2 Résultats expérimentaux

3.3.2.1 Régime de fatigue

La figure 3.22 présente les vitesses de fissuration en fonction des ΔK pour différentes fréquences de sollicitation de 50 à 0,05 Hz. On peut remarquer l'existence de deux régimes distincts de vitesses de fissuration. Un premier régime correspond à des ΔK inférieurs à 20 $MPa\sqrt{m}$. Ce régime est caractérisé par des vitesses de propagation de fissures non stabilisées, voire élevées, par rapport au niveau de ΔK. Il correspond tout-à-fait à un régime dit de fissure courte caractérisé par des vitesses de fissuration instables et élevées. Le deuxième régime correspond à un régime dit de fissure longue où les vitesses suivent des droites de Paris en fonction des ΔK.

En régime de fatigue pure (f=50 Hz), une droite de Paris peut être identifiée par l'équation suivante : $\frac{da}{dN} = 3.10^{-10}\,(\Delta K)^{2,4}$ (en m/cycle).

De plus, on peut observer que la diminution de la fréquence de sollicitation entraîne une augmentation des vitesses de fissuration mettant en évidence les effets du temps. Ainsi, pour une diminution d'un facteur 100 de la fréquence, nous avons un facteur d'accélération de 2,5 sur les

vitesses de propagation obtenues.

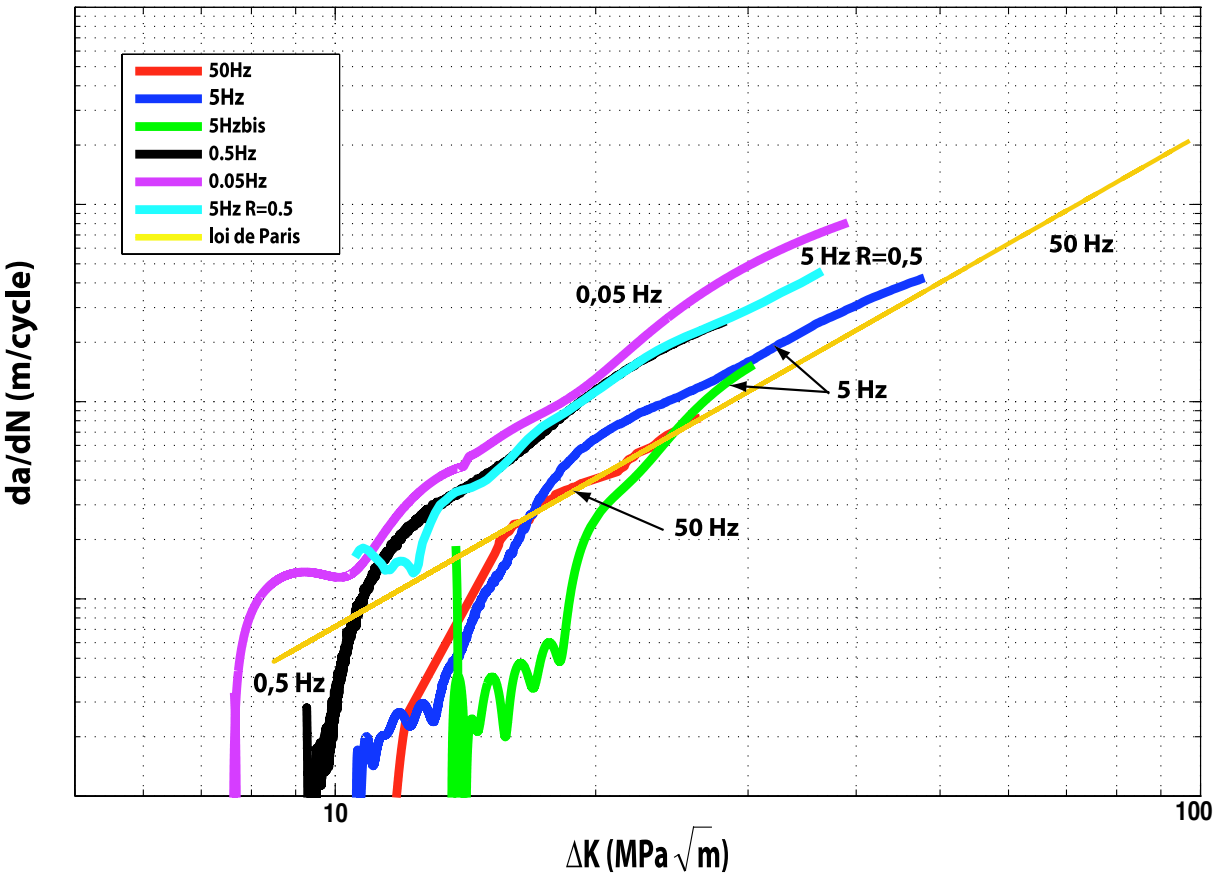


FIG. 3.22 – Vitesses de propagation de fissure en fonction de ΔK en régime de fatigue.

3.3.2.2 Régime de fatigue-fluage

On peut observer sur la figure 3.23 les vitesses de fissuration en fonction des ΔK pour différents temps de maintien de 30, 90, 300 et 900 s. Comme précédemment, on constate la présence, quelle que soit la durée du temps de maintien, de deux régimes de fissuration : un régime de fissure courte et un régime dit de Paris. On observe dans le régime de Paris une durée de vie en cycles (pour la même avancée de fissure) d'autant plus faible que la valeur du temps de maintien est importante. On distingue également deux niveaux différents de vitesses de fissuration, un premier niveau concernant les faibles temps de maintien (30 et 90 s) et un second niveau pour les longs temps de maintien (300 et 900 s). Pour ce second régime, on remarque que l'on n'a pas d'effet du temps entre les temps de maintien de 300 s et 900 s, c'est-à-dire que la vitesse de propagation est saturée à partir d'un temps de maintien de 300 s ce qui signifie que l'on a atteint un régime de fluage pur. Un facteur d'environ 12 sur les vitesses de fissuration peut être observé entre ces deux régimes.

Cette différence de vitesses de fissuration peut s'expliquer en observant la figure 3.24. On remarque sur les images une très forte déformation plastique en pointe de fissure (phénomène dit d'émoussement plastique). Ce phénomène provoque deux effets notables. Tout d'abord, on a observé une propagation de la fissure par à-coups : la fissure semblait bloquée, puis une propagation par arrachement sur une longueur *da* était observée. De plus, cette très forte plasticité

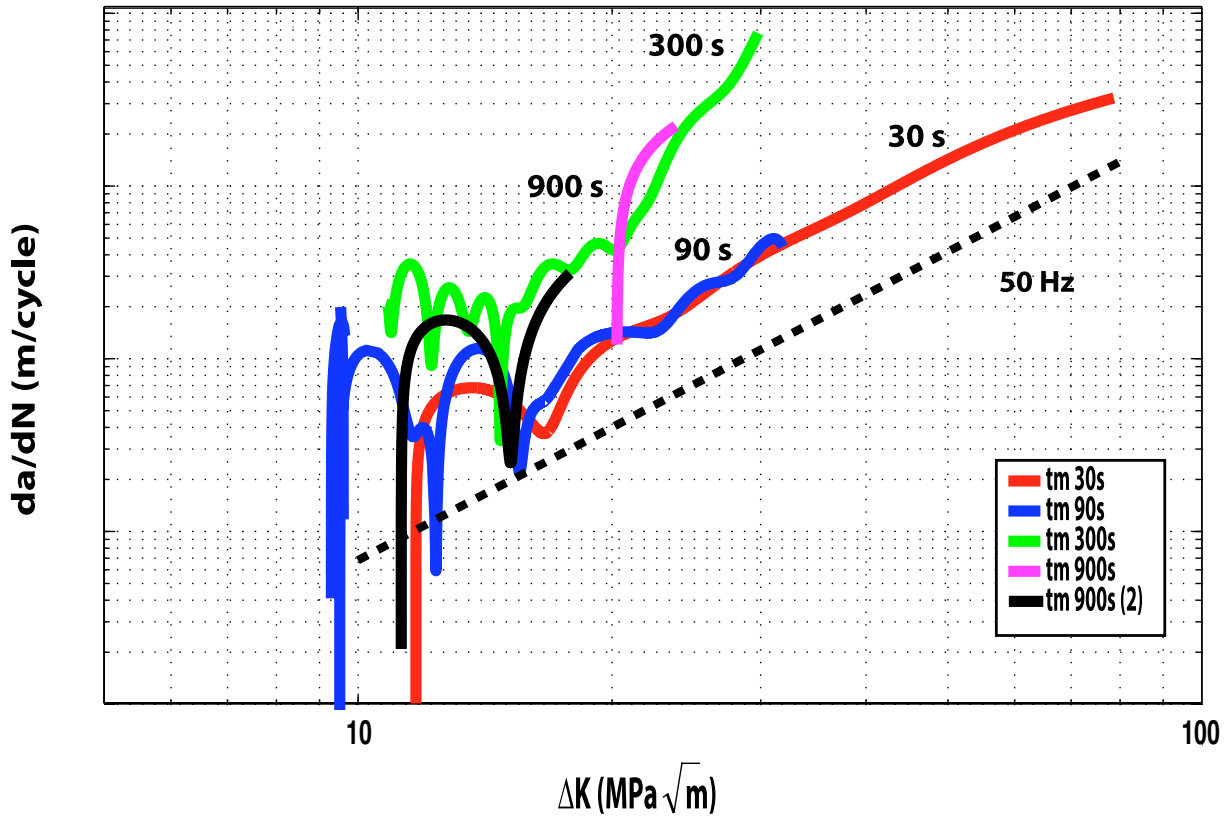


FIG. 3.23 – Vitesses de propagation de fissure en fonction de ΔK en régime de fatigue-fluage.

en pointe de fissure peut également provoquer de la multifissuration en pointe de fissure et des bifurcations suivant les plans de glissement préférentiels (figure 3.24). Les mesures de longueur de fissures et de vitesses de propagation obtenues peuvent alors être discutables. La longueur de fissure a est alors obtenue par projection dans la direction de propagation de la fissure imposée, supposée normale à la direction de sollicitation de l'éprouvette.

3.3.2.3 Chargements complexes

La figure 3.25 présente les différentes vitesses obtenues pour un essai avec un temps de maintien de 300 s sans surcharge et pour des essais avec une surcharge avant ou après le temps de maintien ($tm = 300\,s$).

Cet essai met en évidence la faible influence de l'effet de la position de la surcharge sur la vitesse de fissuration, que cette surcharge soit placée avant ou après le temps de maintien. Nous rappelons ici les résultats expérimentaux obtenus par Prigent [129] sur le superalliage base nickel, Astroloy. Prigent avait mis en évidence l'influence de l'ordre de chargement sur la vitesse de fissuration, c'est-à-dire le caractère plus ou moins endommageant de certains types de sollicitations. La figure 3.26 résume les résultats expérimentaux concernant les temps de maintien pour l'Astroloy. Il avait été ainsi montré que l'application d'une surcharge avant le temps de maintien avait pour effet de fermer la fissure. En revanche, quand le temps de maintien est appliqué avant la surcharge, la propagation par fluage joue pleinement. Le cycle est aussi beaucoup plus endommageant car la fissure n'est pas refermée.

Nous pouvons donc conclure, concernant l'AM1, que le matériau est peu sensible à ces effets

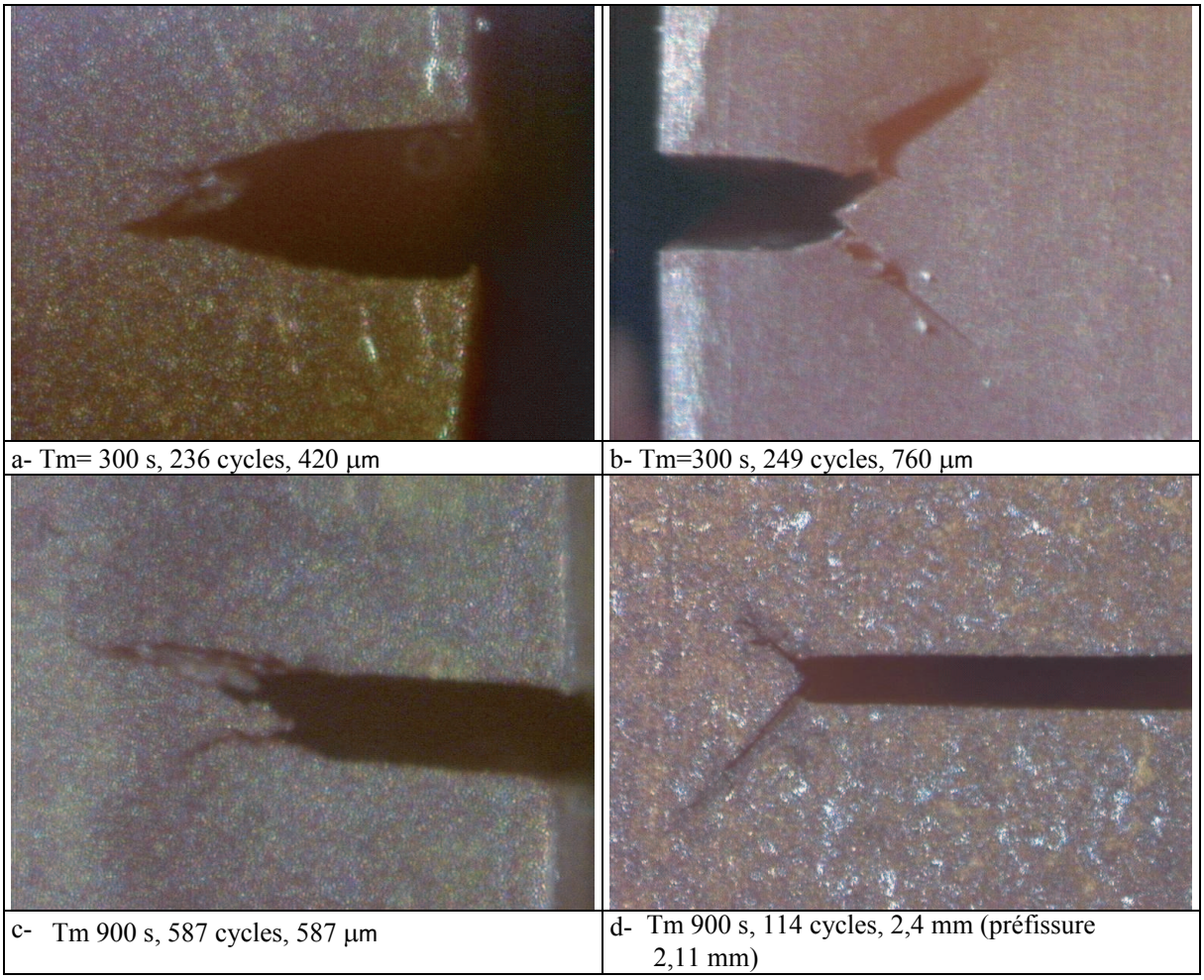


FIG. 3.24 – Différentes images en pointe de fissure concernant les essais de fluage à long temps de maintien.

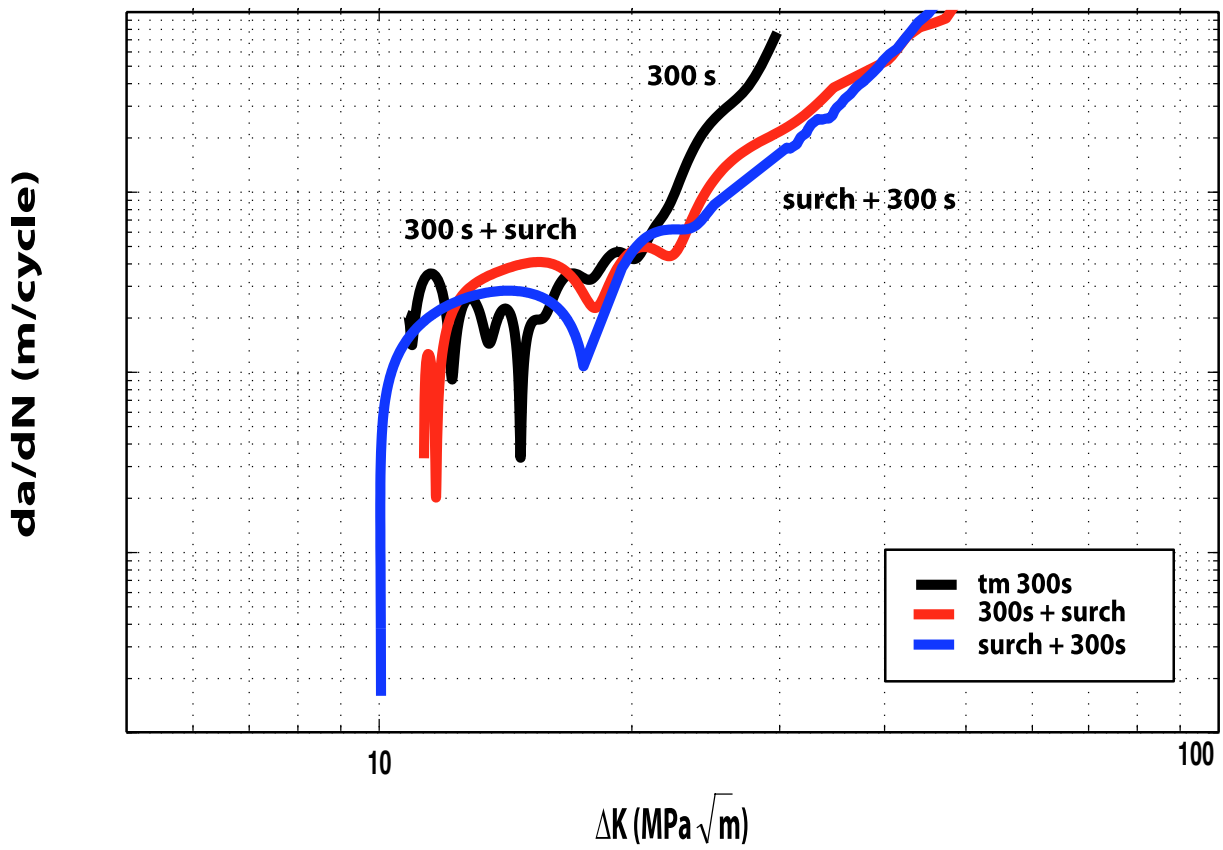


FIG. 3.25 – Vitesses de propagation de fissure en fonction de ΔK obtenues pour des chargements complexes.

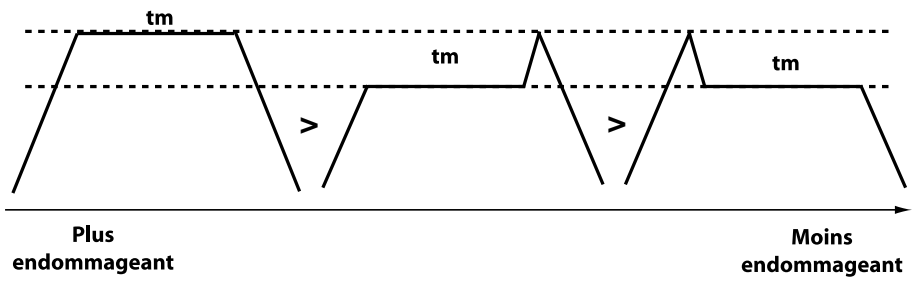


FIG. 3.26 – Mise en évidence de l'effet d'ordre.

d'ordre mais que l'application d'une surcharge pendant un temps de maintien provoque tout de même un effet de retard d'un facteur 3 sur les vitesses de fissuration.

Nous avons représenté, figure 3.27, les résultats de fissuration obtenus pour les essais suivants :
- des temps de maintien de 30 et 300 s,
- un essai avec un temps de maintien de 30 s appliqué après un essai avec un temps de maintien de 900 s pendant 650 cycles,
- un essai avec un temps de maintien de 300 s appliqué après un essai avec temps de maintien de 30 s pendant 1023 cycles,
- un essai de temps de maintien de 30 s avec une superposition d'un essai de fatigue à 5 Hz.

Je rappelle ici que ces différents essais ont été répertoriés et numérotés dans le tableau 3.21.

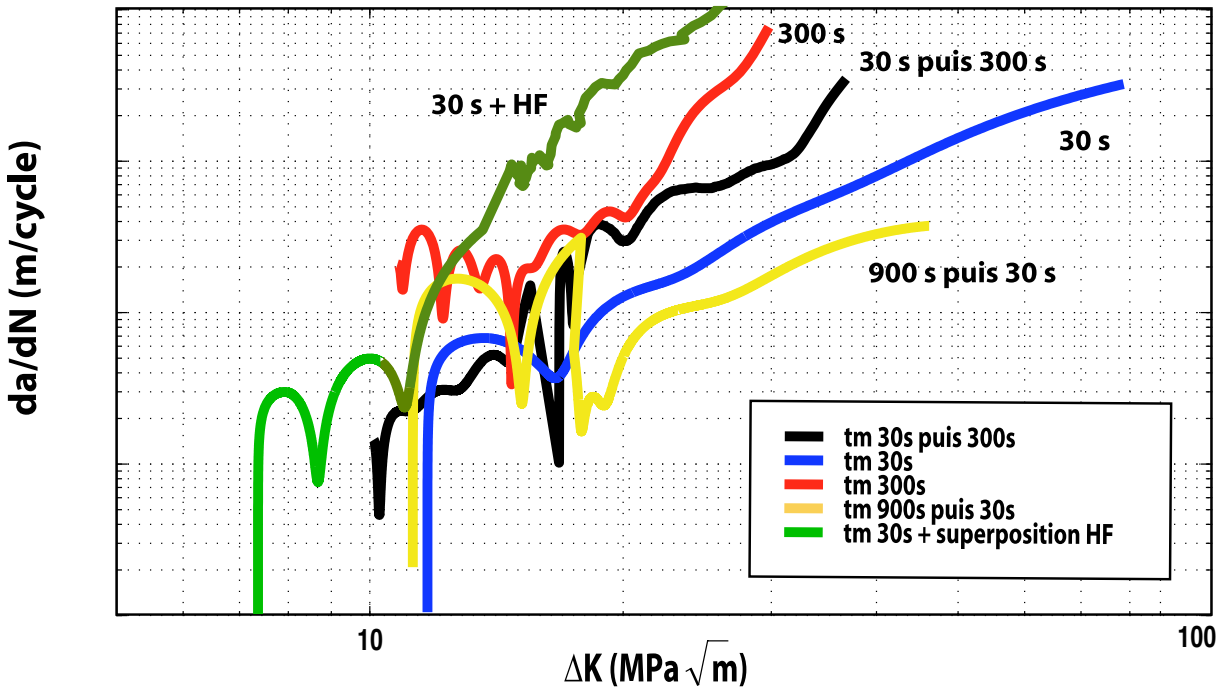


FIG. 3.27 – Vitesses de propagation de fissure en fonction de ΔK obtenues pour des chargements complexes.

On observe tout d'abord que la sollicitation de l'essai 13, superposition d'un essai haute fréquence à un temps de maintien, se révèle être la plus endommageante pour le matériau. Concernant les essais 9 et 10, respectivement temps de maintien successifs de 900 s puis 30 s et 30 s puis 300 s, on retrouve bien, dans un premier temps, des vitesses de fissuration en accord avec les essais précédents (essais 8 et 6), temps de maintien seul de 300 s et 300s, puis, après le changement de sollicitation, un léger retard peut être observé sur les vitesses de fissuration.

3.3.2.4 Comparaison des résultats en régime de fatigue et régime de fatigue-fluage

Les essais étant réalisés pour des valeurs de chargement extérieur différentes, nous avons normalisé et reporté l'ensemble des résultats de ces essais dans la figure 3.28, avec pour mode

de représentation N_T^*, le nombre de cycles à rupture de l'essai entre les longueurs de fissure $a_0 = 1\,mm$ et $a_c = 1,4\,mm$, en fonction de t_m, la valeur du temps de maintien. Pour les essais sans temps de maintien, la valeur qui a été reportée en abscisse, est la valeur calculée d'un temps de maintien équivalent. Les relations d'équivalence employées sont données en annexe B.3. Nous avons choisi de normaliser les résultats à partir de l'essai à 50 Hz en définissant la grandeur N_T^* de la manière suivante : $N_T^* = \frac{N_T}{N_T(50Hz)} = N_T(\sigma)\left(\frac{\sigma_{50\,Hz}}{\sigma}\right)^{2,4}$. Les deux essais de fluage pur réalisés par CNR-IENI dans le cadre du projet SOCRAX ont également été reportés sur cette figure. Ces derniers essais seront plus amplement présentés au § 3.4.3.

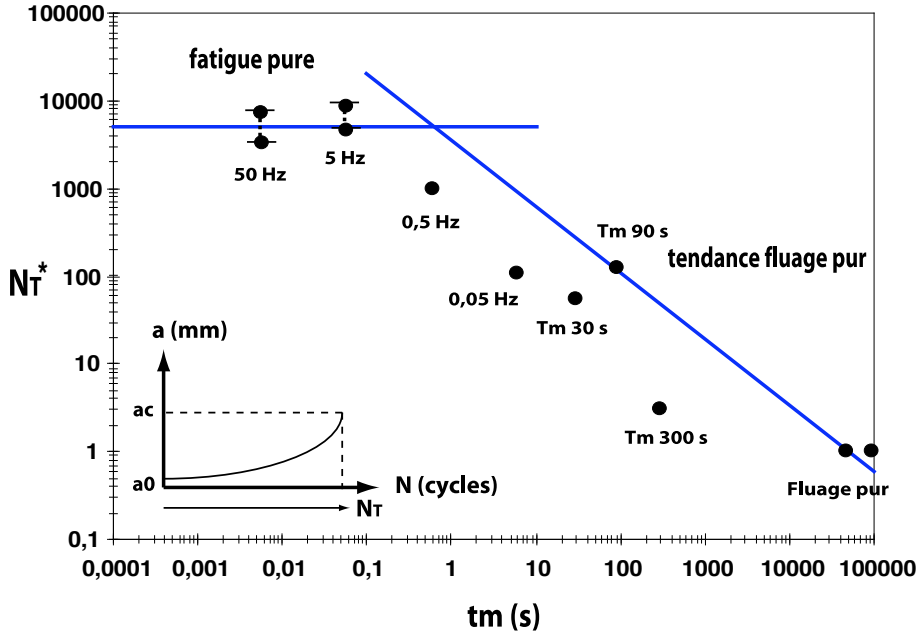


FIG. 3.28 – Récapitulatif des essais en terme de nombre de cycles à rupture entre les longueurs de fissure $a_0 = 1\,mm$ et $a_c = 1,4\,mm$, en fonction du temps de maintien.

Plusieurs enseignements sont apportés par les trois courbes. Tout d'abord, il est possible de tracer une droite qui relie les résultats des essais à long temps de maintien et les essais de fluage pur. Cette droite constitue ainsi une limite asymptotique de fluage. On constate ainsi que pour des valeurs du temps de maintien supérieures à 300 s, les essais correspondent à peu près à des essais de fluage pur. Cela signifie que le mécanisme prépondérant est lié au temps, que ce soit du fluage ou un effet lié à l'oxydation. Pour les essais effectués aux fréquences élevées, de 50 Hz à 5 Hz, on peut considérer que l'asymptote correspondant au régime de fatigue pure est atteinte. Enfin, pour des fréquences de sollicitation de 0,5 Hz, 0,05 Hz et des valeurs de temps de maintien de 30 s et 90 s, on évolue dans la partie intermédiaire où le matériau subit la superposition des effets du fluage et de la fatigue. Cette figure montre que l'on a un cumul non linéaire entre les mécanismes d'endommagement de la fatigue et du fluage. Il est possible, ainsi, d'avoir une vue d'ensemble de ces essais et de vérifier la cohérence des résultats obtenus. Ces résultats sont également présentés en terme de vitesse sur la figure 3.29.

3.3.3 Observations *post-mortem* des mécanismes d'endommagement

A haute température, les mécanismes de fissuration pour des essais conduits à 50 Hz sont différents de ceux relatifs aux essais avec temps de maintien. On sait, par exemple, le rôle important que jouent les phénomèmes d'environnement sur les vitesses de fissuration. Des faciès de rupture, ainsi que des coupes longitudinales, ont été observés par microscope optique et par

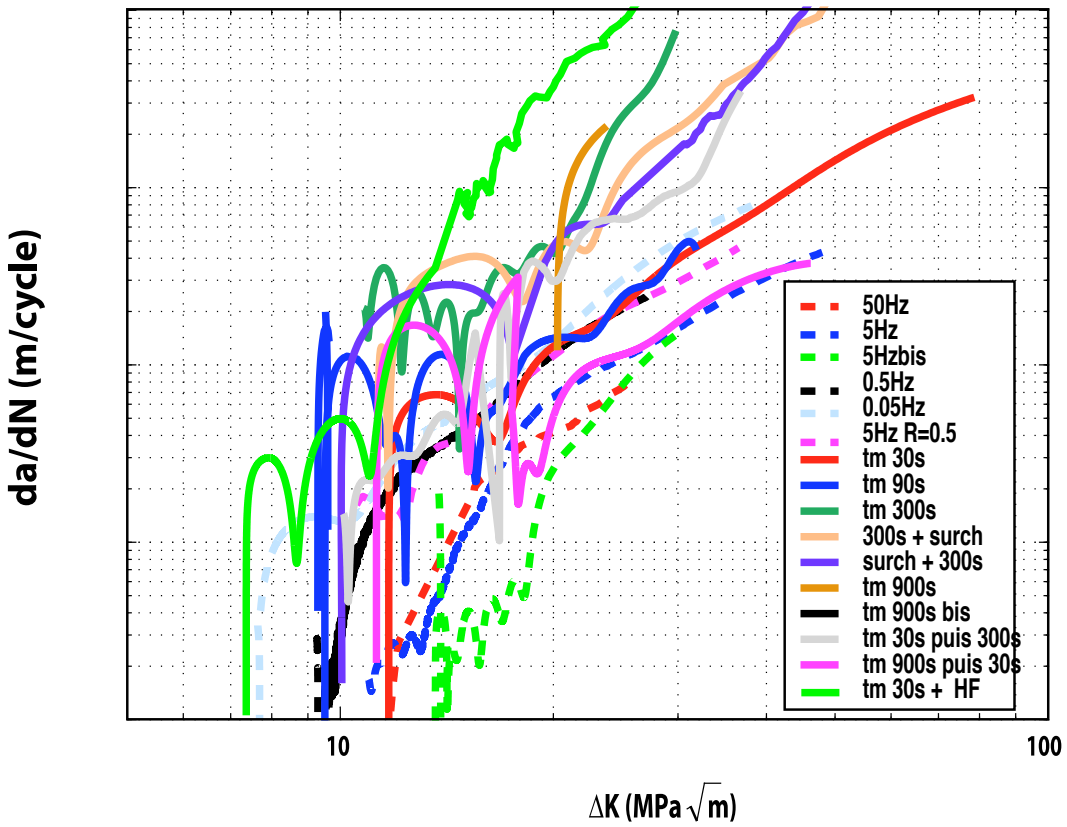


FIG. 3.29 – Récapitulatif des essais en terme de vitesse de fissuration.

microscopie électronique à balayage (MEB) afin de mettre en évidence, autant que faire se peut, les mécanismes prépondérants de fissuration.

Dans un premier temps, nous analyserons sur un faciès de rupture les deux régimes de fissuration observés. Puis, nous étudierons les différents mécanismes d'oxydation actifs lors de la propagation de la fissure à haute température pour des essais avec temps de maintien, ainsi que pour un essai de fatigue à 5 Hz sous air et sous vide. Enfin, nous mettrons en évidence le phénomène de mise en radeau, très actif en régime de fluage en raison de la plasticité importante en pointe de fissure et des conditions d'essai à haute température.

3.3.3.1 Mise en évidence du régime fissure courte

On a pu observer, paragraphe 3.3.2.1, deux régimes de propagation de fissure, un régime dit de fissure courte caractérisé par des vitesses de fissuration instables et un régime dit de fissure longue ou régime de Paris.

Nous allons donc analyser les évolutions des vitesses obtenues en régime fissure courte et nous allons tenter de savoir si les zigzags observés proviennent d'un bruitage du signal ou sont directement liés à la propagation de la fissure dans la microstructure biphasée. Différents essais sont ici considérés : deux essais de fatigue pour f=5 Hz et f=0,05 Hz et deux essais avec temps de maintien (tm=90 s et tm=300 s). Nous représentons figures 3.30 et 3.31 les évolutions des vitesses pour différentes valeurs du nombre de points moyennés de l'essai.

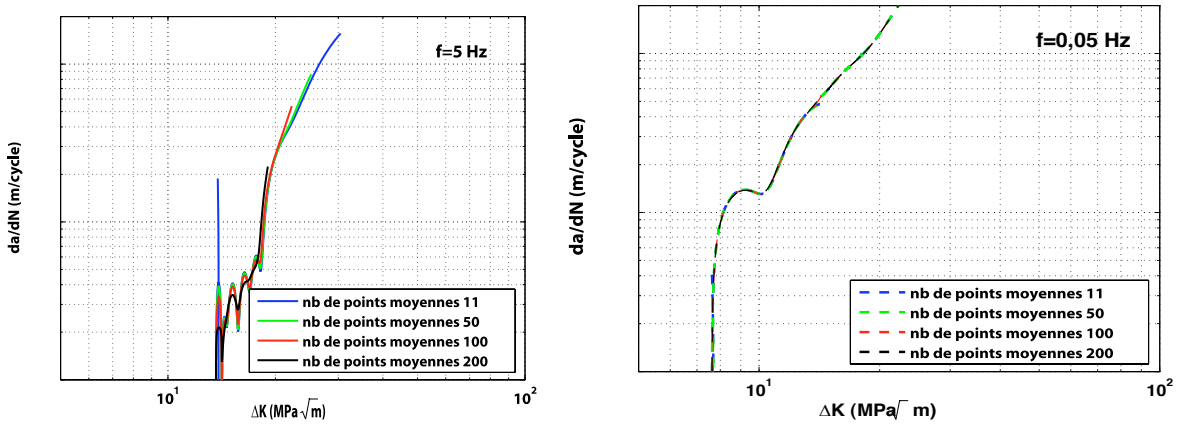


FIG. 3.30 – Evolution des vitesses de fissuration en fonction de l'avancée de fissure en régime de fatigue (f=5 Hz et f=0,05 Hz) pour différents nombres de points moyennés.

On remarque que pour des valeurs de nombre de points moyennés importants, nous diminuons l'amplitude des zigzags sans pour autant les supprimer. Les évolutions des vitesses obtenues en régime fissure courte peuvent donc être supposées directement liées à la microstructure du matériau. De la même manière, on observe ce type d'évolution des vitesses dans les polycristaux où, en régime fissure courte, le chemin de fissuration est très influencé par la microstructure (dans ce cas-ci, les grains). La même analogie peut être faite dans le cas des superalliages monocristallins, en considérant la nature dendritique de la microstructure qui peut influencer la vitesse de propagation de la fissure (Lerch [99]).

Considérons plus précisément l'essai réalisé à une fréquence de 5 Hz. La figure 3.32 illustre l'évolution des vitesses de fissuration en fonction de la longueur de fissure. Nous pouvons estimer sur cette figure que la frontière entre les deux régimes correspond à une longueur de fissure

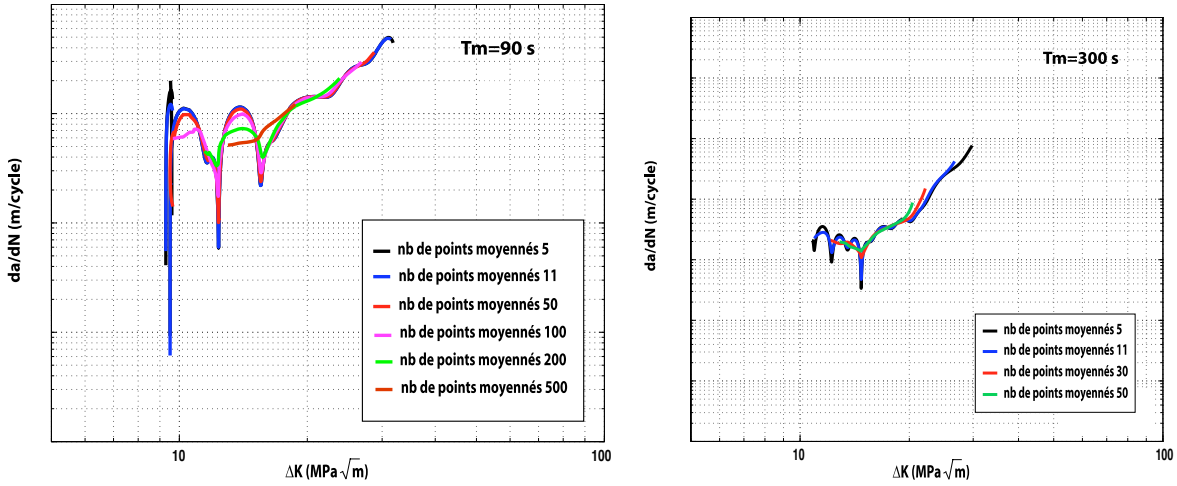


FIG. 3.31 – Evolution des vitesses de fissuration en fonction de l'avancée de fissure en régime de fatigue-fluage (tm=90 s et tm=300 s) pour différents nombres de points moyennés.

d'environ 0,9 mm.

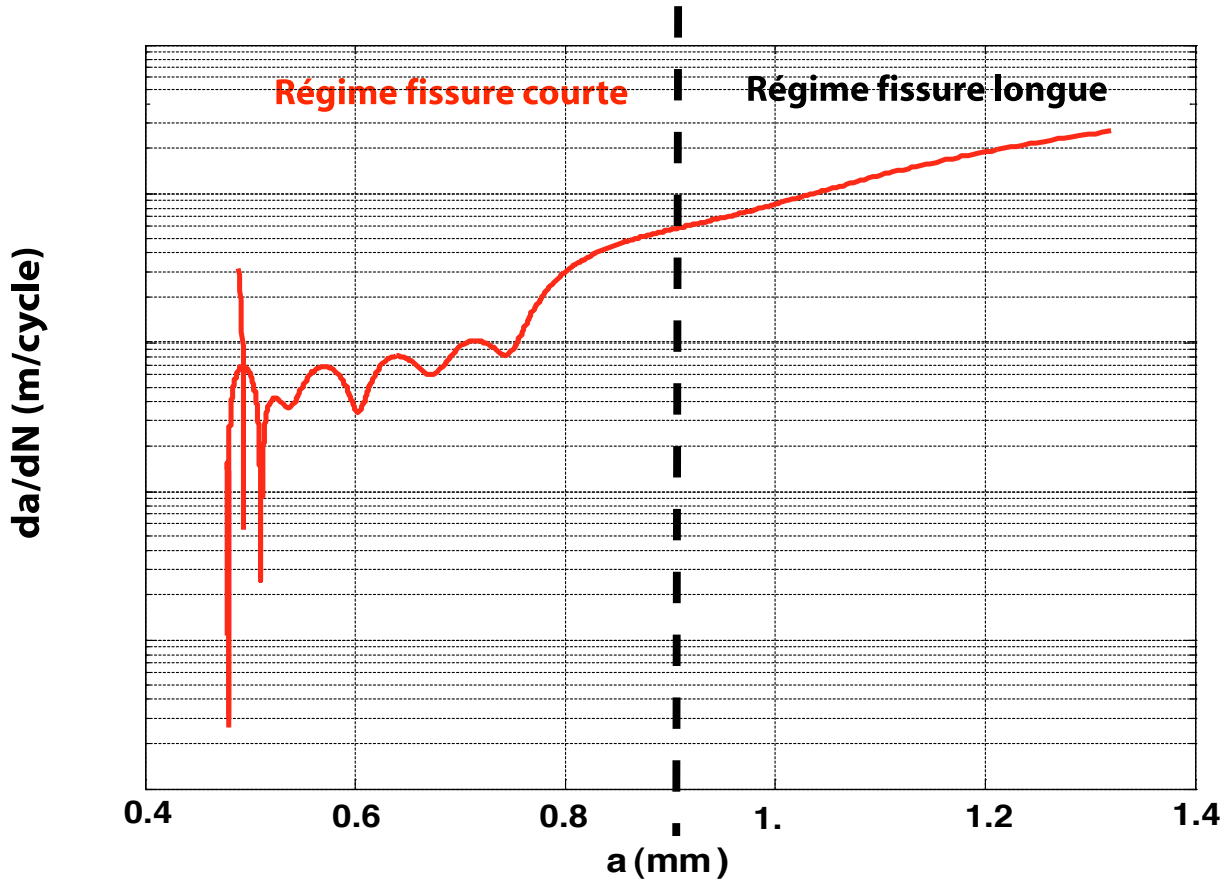


FIG. 3.32 – Evolution des vitesses de fissuration en fonction de l'avancée de fissure pour une fréquence de sollicitation de 5 Hz.

Afin de mieux comprendre les mécanismes de fissuration mis en jeu pour les deux régimes de propagation de fissure, nous avons observé le faciès de rupture de l'éprouvette au microscope

optique (figure 3.33) et au MEB (figure 3.34). Nous distinguons, figure 3.34, une différence de rugosité sur la surface de rupture. La première zone correspond à la zone préfissurée ($a \simeq 0,5\,mm$), puis nous observons une surface lisse ($a \in [0,5\ mm; 0,9\ mm]$) correspondant au régime de fissure courte où la plasticité moindre en pointe de fissure donne une surface de rupture peu perturbée et lisse. Nous observons ensuite une surface beaucoup plus rugueuse et perturbée ($a > 0,9\ mm$). Cette troisième zone caractérise le régime de fissure longue où la plasticité, moteur principal de la fissuration, a pour conséquence de perturber la surface de propagation de la fissure, formant notamment des rivières de propagation. La dernière région correspond à la zone de rupture finale de l'éprouvette.

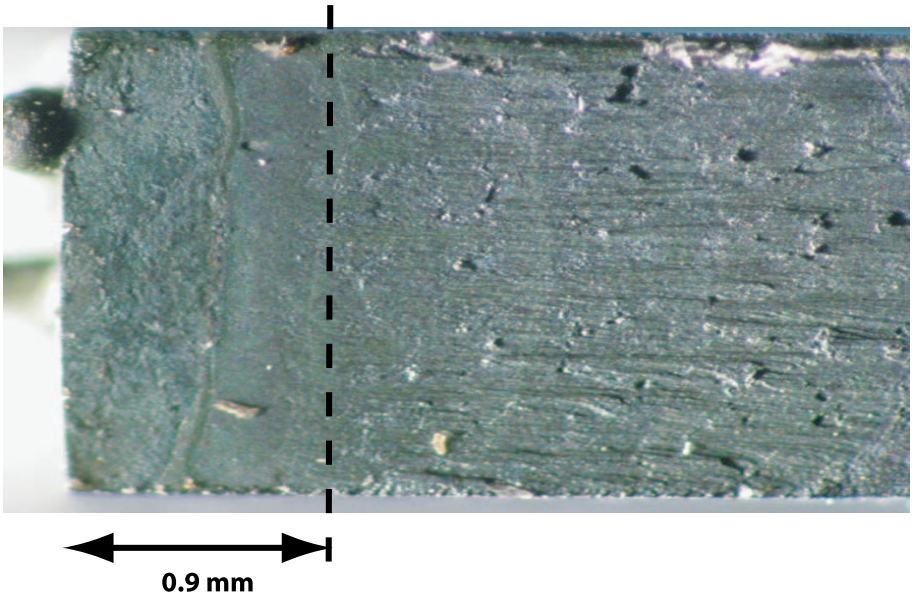


FIG. 3.33 – Faciès de rupture de l'éprouvette observé au microscope optique.

Nous avons réalisé sur la figure 3.34 une étude plus approfondie des deux régimes de propagation de fissure en observant les surfaces au MEB. La figure 3.34 présente ainsi les images à fort grandissement. Malheureusement, l'épouvette étant très oxidée, on ne peut observer l'influence de ces différents régimes de propagation sur la microstructure du matériau. Sur ces images, seuls des grains de NiO [139, 116], représentant la couche externe d'oxyde sur les lèvres de la fissure, peuvent être observés.

Nous avons estimé sur la figure 3.32 la largeur des zigzags obtenus sur les vitesses de fissuration. Cette même observation peut être réalisée sur les vitesses de fissuration obtenues pour les autres essais. La longueur caractéristique de ces variations de vitesse est de l'ordre de la centaine de micromètres, autrement dit, de l'ordre la taille des dendrites et cela en accord avec les observations réalisées par Lerch [99] qui suppose également l'influence de ces dernières sur la fissuration en régime de fissure courte.

En conclusion, deux régimes de propagation de fissure ont donc pu être mis en évidence, non seulement sur les vitesses de propagation, mais également sur les différentes natures des surfaces de rupture en terme de rugosité. Malheureusement, une étude approfondie de ces surfaces n'a rien donné, en raison de la forte oxydation des éprouvettes. On peut néanmoins tirer quelques conclusions de cette étude.

Tout d'abord, le régime des fissures courtes est caractérisé par une faible plasticité dans le sens où cette plasticité n'engendre pas de rugosité sur le faciès de rupture (mécanismes de

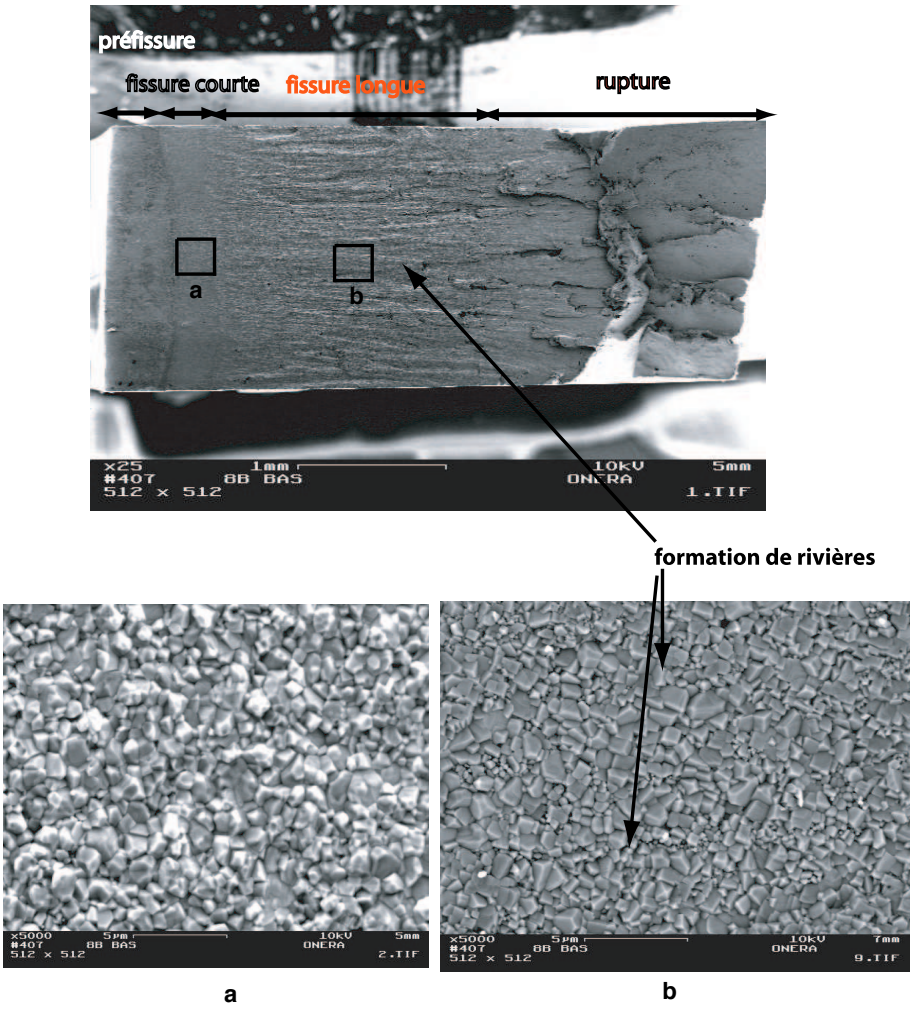


FIG. 3.34 – Observation des différentes zones du faciès de rupture au MEB.

Laird). De plus, les instabilités observées sur les vitesses de propagation de fissure semblent être influencées par la microstructure du matériau, très certainement ici, par la microstructure dendritique. Mais ce dernier résultat reste une supposition. Des observations supplémentaires pourraient être réalisées, dans des travaux futurs, sur les différents faciès de rupture après avoir retiré la couche d'oxyde externe (par procédé chimique), en observant alors la microstructure du superalliage et plus particulièrement la structure dentritique de ce dernier.

3.3.3.2 Phénomène d'oxydation

Pour tenter de comprendre l'influence de l'oxydation sur les mécanismes de fissuration à haute température, nous avons réalisé des observations au MEB sur quatre éprouvettes différentes. Je tiens ici à remercier le Centre des Matériaux pour nous avoir permis d'analyser deux de leurs éprouvettes d'essais testées dans le cadre du programme SOCRAX.

Les éprouvettes considérées sont les suivantes :

- Eprouvette SEN sollicitée en fluage pour un temps de maintien de 300 s : l'observation sera réalisée sur le faciès de rupture mais également sur la demi-éprouvette rompue. Cette éprouvette reçoit d'abord un dépôt de nickel afin de protéger la surface de rupture, ensuite un polissage de la face latérale sur une distance de plusieurs centaines de micromètres permet une observation "à coeur". Une attaque acide de la phase γ' a ensuite été réalisée afin de mettre en évidence la microstructure de l'AM1.
- Eprouvette SEN sollicitée en régime de fatigue pour une fréquence de 5 Hz : la préparation est identique à celle ci-dessus.
- Eprouvette CT (Centre des Matériaux) préfissurée et exposée à $950°C$ sous air pendant 750 h : la face latérale de cet échantillon a été ensuite polie jusqu'à une granulométrie de 1 μm, afin de s'affranchir de la couche d'oxyde superficielle. Une attaque acide de la phase γ' a été effectuée afin de révéler la microstructure.
- Eprouvette CT sollicitée en fatigue pour une fréquence de 5 Hz sous vide : aucun traitement n'a été effectué. On observera le faciès de rupture.

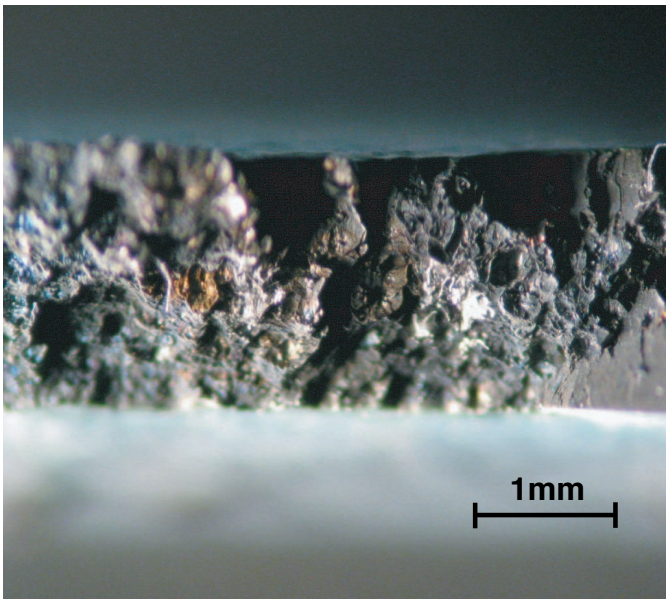
Nous exposons ci-dessous les différentes observations réalisées afin de mettre en évidence les phénomènes d'oxydation présents sur les lèvres de la fissure puis en pointe de fissure.

Lèvres de la fissure

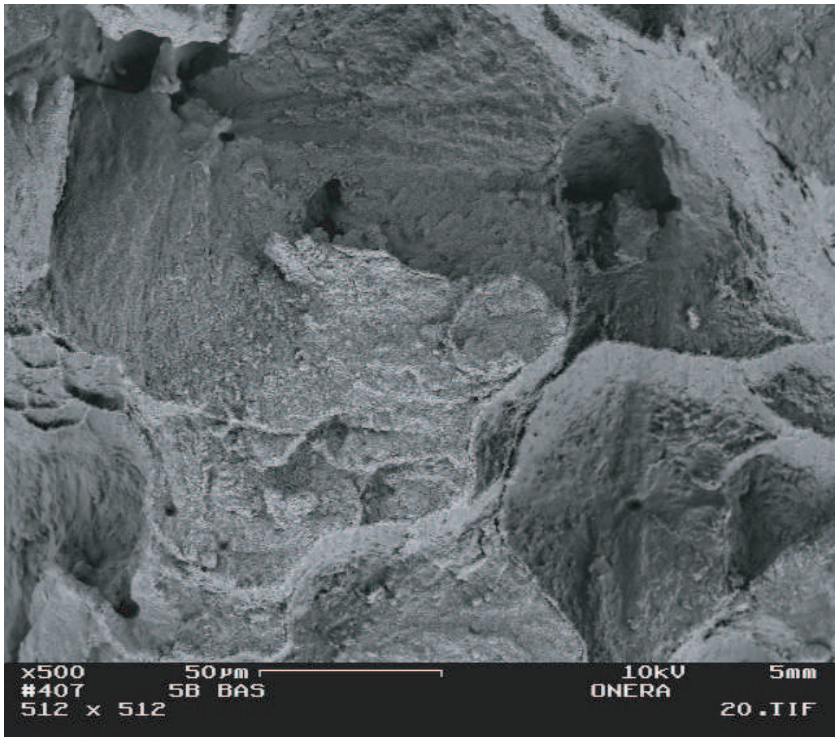
Dans un premier temps, des observations de l'éprouvette sollicitée en régime de fluage pour un temps de maintien de 300 s ont été réalisées au MEB. En effet, le phénomène d'oxydation est très actif sur ce type d'essai en raison de durées d'exposition importantes à haute température (dans notre cas environ 24 h) et de fortes déformations en pointe de fissure qui accentuent la cinétique d'oxydation. Ces observations ont permis de mettre en évidence les différentes couches d'oxyde présentes sur les lèvres de la fissure.

Nous présentons, tout d'abord, le faciès de rupture observé au microscope optique (figure 3.35). On remarque la formation de nombreuses cupules sur ce faciès. Ces cupules témoignent de la croissance et de la coalescence de défauts microstructuraux (microcavités) soumis à de fortes déformations plastiques, observables en pointe de fissure par le phénomème de blunting (figure 3.24). Ces cupules ne sont plus observables sur les faciès de rupture des éprouvettes testées pour tm=30 et 90 s.

Un zoom de l'image 3.35(b) a permis de révéler la texture de cette zone entièrement recouverte de cuboïdes de NiO [139, 116] de taille comprise entre 0,5 et 2 μm (figure 3.36). Cette couche représente la stucture externe de l'oxyde.



(a)



(b)

FIG. 3.35 – (a) Faciès de rupture de l'éprouvette soumise à un essai de type fluage (tm=300 s). (b) Détail de (a).

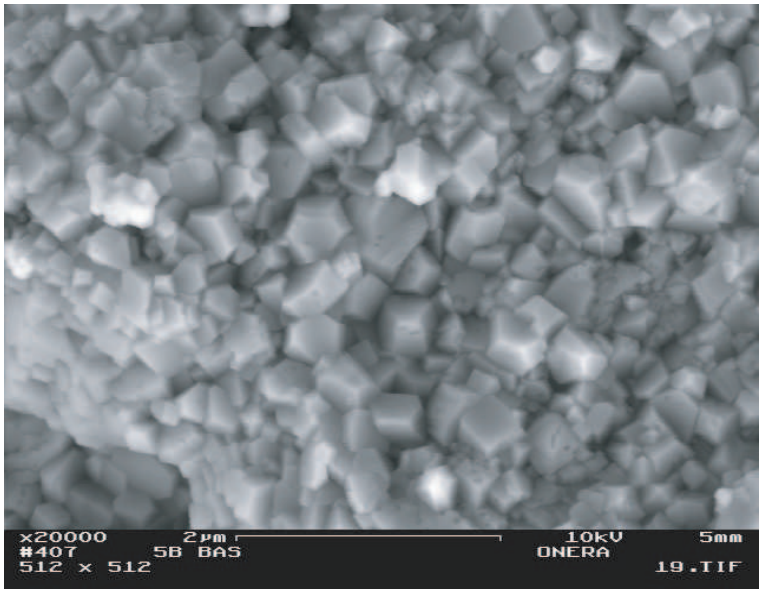


FIG. 3.36 – Structure fine d'oxyde à la surface des cupules.

On présente figure 3.37 la face latérale du faciès de rupture de l'éprouvette de fluage afin de déterminer les différentes couches d'oxyde en présence. Il s'agit de deux observations réalisées au MEB de ces différentes couches d'oxyde ayant une épaisseur d'environ 25 μm.

On remarque que quatre couches d'oxyde sont visibles sur cette figure. Nous avons également réalisé une analyse chimique par EDS (Energy Dispersive Spectrography) en pointant sur les zones 1 à 5 afin de vérifier que l'on retrouve bien la composition chimique des différentes couches déterminées par Fleury [4] dans le cas de l'AM1 et par Pfenning [116] pour le PWA1483.

Cette analyse des couches a ainsi donné :

- une couche externe composée principalement de NiO et de $NiCr_2O_4$ et comportant de nombreuses microfissures (zone 1),
- une deuxième couche fine blanchâtre composée de Cr_2O_3 et de Al_20_3 (zone 2),
- les zones 3 et 4 sont majoritairement composées d'Al_20_3,
- la zone 5 représente une zone appauvrie en précipités γ' avec des teneurs plus élevées en Ti, sans pour autant observer, comme dans le cas du PWA1483, des batonnets de $Ti - Ni$.

Nous retrouvons précisement les différentes couches décrites par Fleury [4] et notamment la fine couche blanchâtre d'épaisseur uniforme. Cette couche très fine n'avait pu être identifiée par ce dernier. Nous avons déterminé sa composition comme étant Cr_2O_3 et Al_20_3.

Cette structure n'est pas complètement identique à celle observée sur le PWA1483 mais les analogies sont tout de même nombreuses en raison de la proche composition chimique des deux superalliages. Nous n'avons pas observé la présence de carbures comme cela est le cas pour le PWA (Pfenning [116] et Marchal [7]), ni la présence de batonnets de $Ti - Ni$.

Des couches d'oxyde identiques sont observables sur les lèvres de la fissure pour l'éprouvette de fatigue à 5 Hz (figure 3.38). La figure 3.39 représente la couche externe d'oxyde formée principalement de grains de NiO [139, 116]. Cette observation a été réalisée dans la région cor-

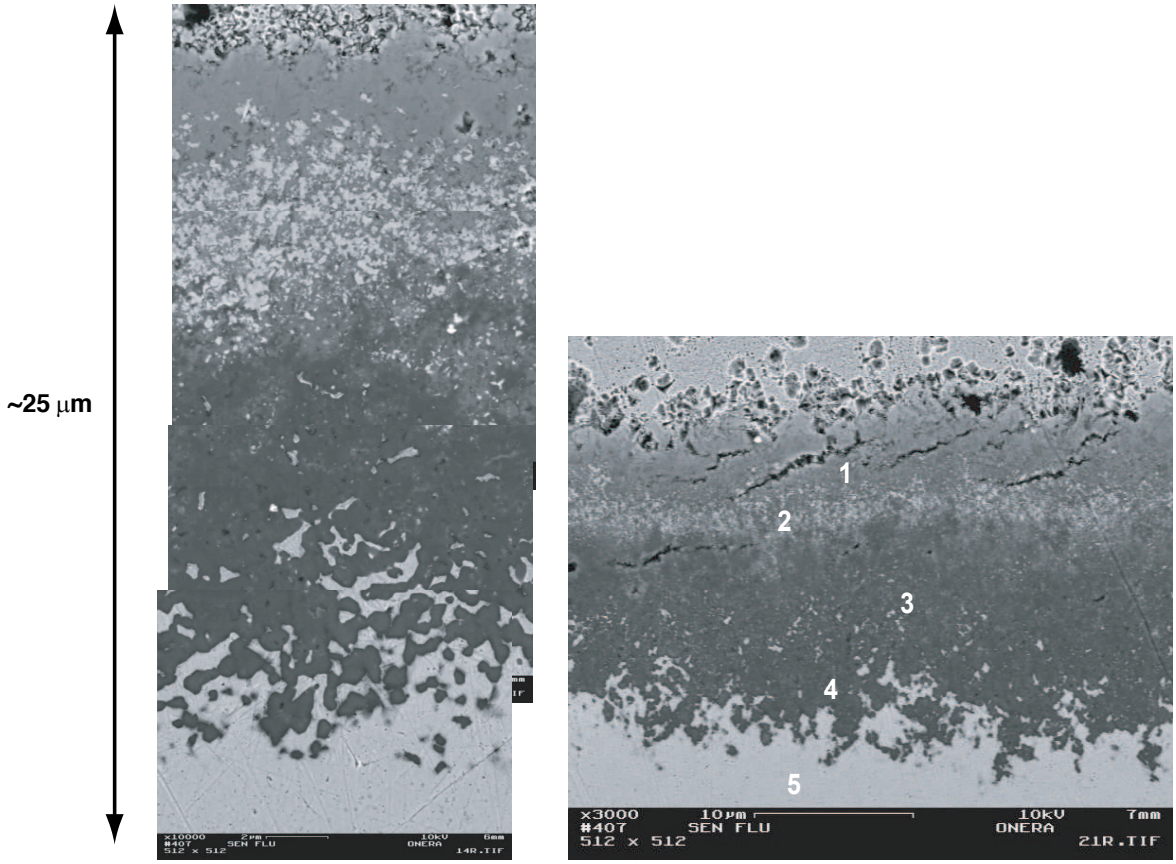


FIG. 3.37 – Les différentes couches d'oxyde présentes sur les lèvres de la fissure.

respondant au régime des fissures longues.

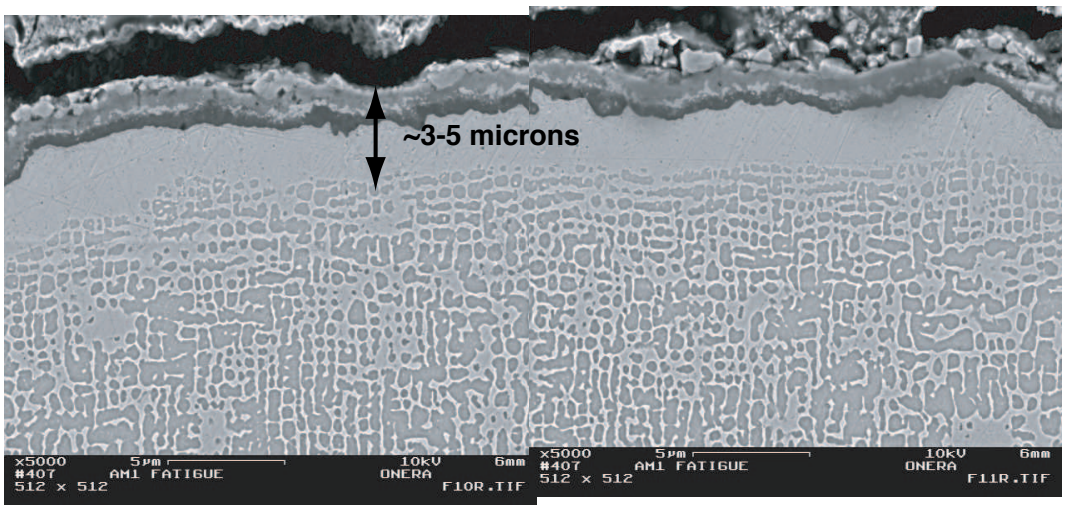


FIG. 3.38 – Observation MEB de l'éprouvette de fatigue à 5 Hz.

Des observations ont été également réalisées sur une éprouvette CT fissurée à 5 Hz et à 950°C sous vide. La figure 3.40 représente le faciès de rupture de l'éprouvette avec un amorçage de la fissure à la pointe du chevron. Les figures 3.41 (a) et 3.42 (a) représentent respectivement des images au MEB à fort grossissement des zones 1 et 2, localisées figure 3.40.

Concernant la zone 1 qui a été plus longtemps exposée à l'environnement que la zone 2, on retrouve, même sous vide, des nodules d'oxyde. Cependant, ils sont d'un aspect différent de celui observé sous air, avec non pas des cuboïdes, mais des structures en forme de cristaux (figure 3.41 (b)). Dans la zone 2, moins longtemps exposée à l'environnement, on observe la naissance et la croissance de ces cristaux d'oxyde dans les phases γ' (figure 3.42 (b)).

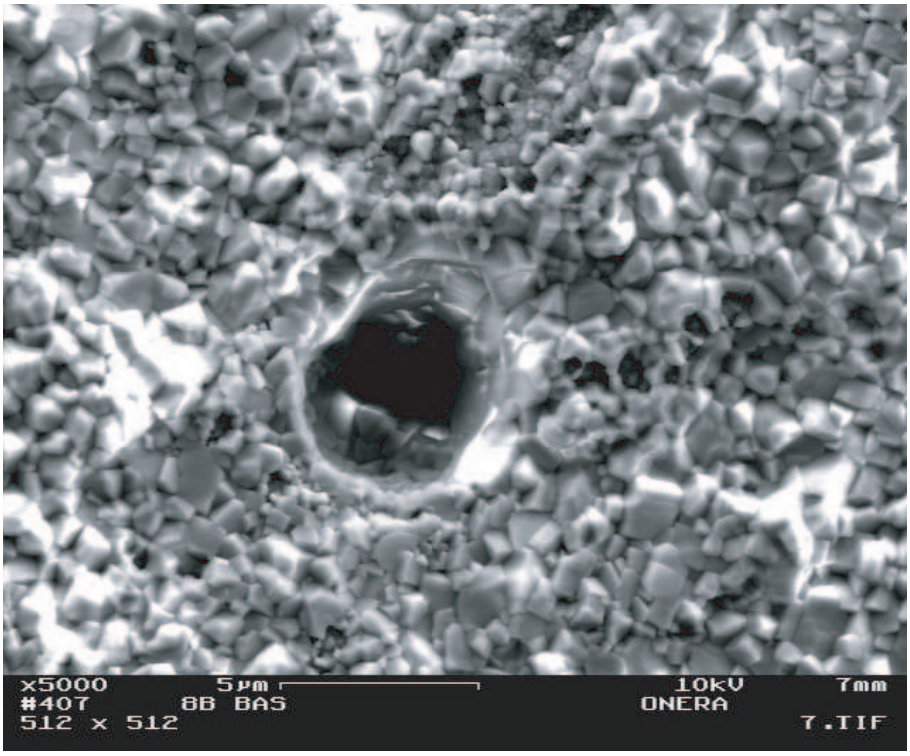
Conclusion sur la cinétique d'oxydation des lèvres de la fissure

Nous avons donc identifié les différentes couches d'oxyde présentes dans l'AM1 à 950°C. Pour résumer la cinétique de formation des couches, ce phénomène d'oxydation intervient dès la mise en exposition des éprouvettes à haute température. Les oxydes suivants se forment en surface : $NiCr_2O_4$, NiO, Al_20_3 et $(Ni/Co)O$. Ces oxydes denses forment une barrière de diffusion qui va empêcher par la suite l'oxygène de pénétrer et donc diminuer la cinétique de formation de cette couche externe.

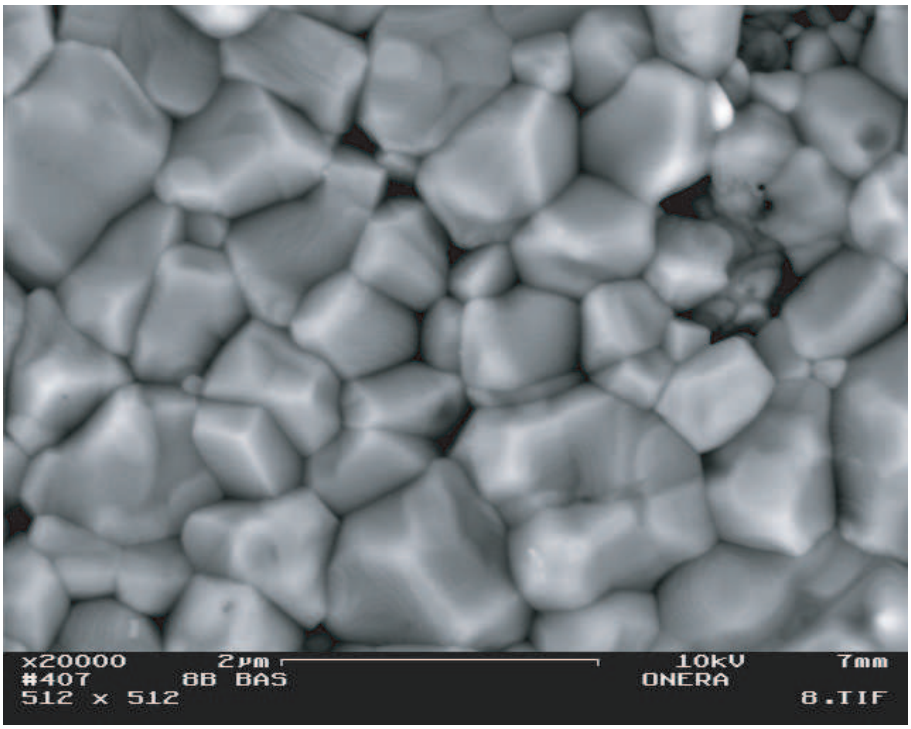
La diffusion initiale d'oxygène dans l'alliage entraîne un phénomène d'oxydation interne qui est entretenu par la perméabilité relative du film d'oxyde externe. De l'alumine Al_20_3 très stable est ensuite formée. Dans cette zone, l'alliage est appauvri en chrome et en cobalt car ces éléments diffusent vers la couche externe. La formation d'alumine entraîne une dissolution des précipitiés γ'. Lorsque le temps d'exposition augmente, cette dernière couche évolue et la couche interne, composée de Al_20_3, se retrouve donc comprimée. La figure 3.43 synthétise les mécanismes de formation et de croissance des différentes couches d'oxyde.

Cette cinétique d'oxydation est très différente sous vide, puisque nous n'avons plus ces différentes couches d'oxyde. Seule une croissance de cristaux d'oxyde dans les phases γ' est observée.

Pointe de fissure



(a)



(b)

FIG. 3.39 – (a) Observation MEB de grains de NiO sur le faciès de rupture.(b) Détail de (a).

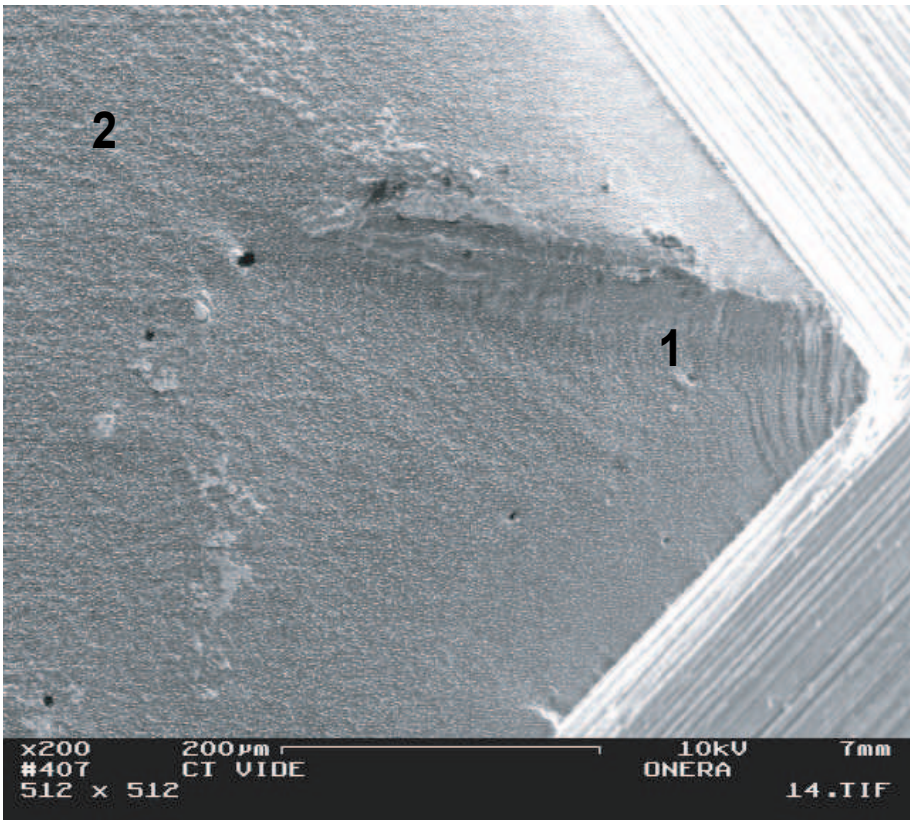
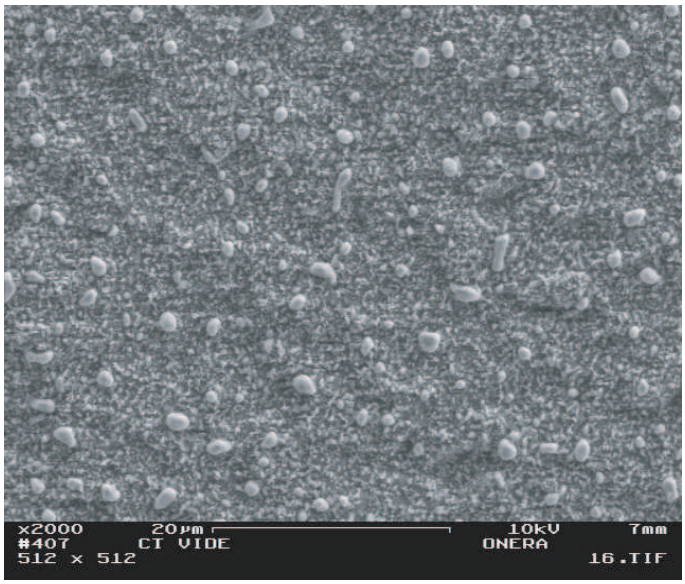


FIG. 3.40 – Faciès de rupture de l'éprouvette CT pour un essai de fatigue sous vide.

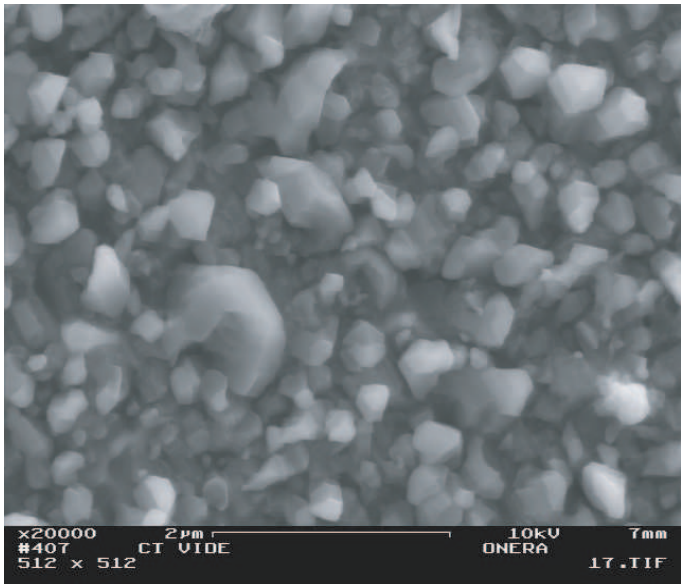
Dans cette section, nous étudierons le phénomène d'oxydation en pointe de fissure qui se traduit par une fragilisation du matériau. Dans un premier temps, nous analyserons la taille de la région oxydée en pointe de fissure. Puis nous comparerons nos résultats avec ceux obtenus par Fleury [4] et Marchal [7] sur l'AM1.

Nous analysons au MEB, figure 3.44, la face latérale de l'éprouvette CT exposée pendant 750 h à 950°C. Un zoom de la pointe de fissure est réalisé figure 3.45. On observe alors une région oxydée qui contient la pointe de la fissure complètement refermée. Cette région, qui s'étend sur une zone d'environ 7μm, résulte de la dissolution de la phase γ' par processus chimique dû à la diffusion d'oxygène dans le matériau. Une analyse par pointé EDS de cette zone a mis en évidence une région, composée principalement de Ni mais également riche en Al et Cr. A haute température, cette zone qui ne dispose plus d'une microstructure biphasée γ/γ' verra, très probablement, ses propriétés mécaniques diminuer.

Nous avons présenté § 2.2.5 les résultats obtenus par Fleury et Marchal concernant cette fragilisation en pointe de fissure due à l'oxydation par la pénétration d'oxygène. Nous rappelons, ci-dessous, les résultats les plus récents obtenus par Marchal [7] concernant cet aspect du phénomène d'oxydation. Deux éprouvettes CT sont préfissurées à 650°C, puis oxydées durant respectivement 300 et 1200 h. Un essai de fissuration est ensuite réalisé à 650°C pour une fréquence de 0,1 Hz et un rapport de charge de 0,1. De plus, une éprouvettte de référence, n'ayant pas subi de préoxydation, a été testée à 650°C et 20 Hz. Les courbes $da/dN - \Delta K$ obtenues pour l'éprouvette de référence et les deux éprouvettes préoxydées sont représentées sur la figure 3.46. On remarque alors, pour les éprouvettes préoxydées, des vitesses de fissuration très élevées en tout début d'essai pour rejoindre ensuite la courbe de référence. Dans le cas des éprouvettes oxydées pendant 300 h et 1200 h à 950°C, la zone fragilisée mesurée sur le faciès de rupture est

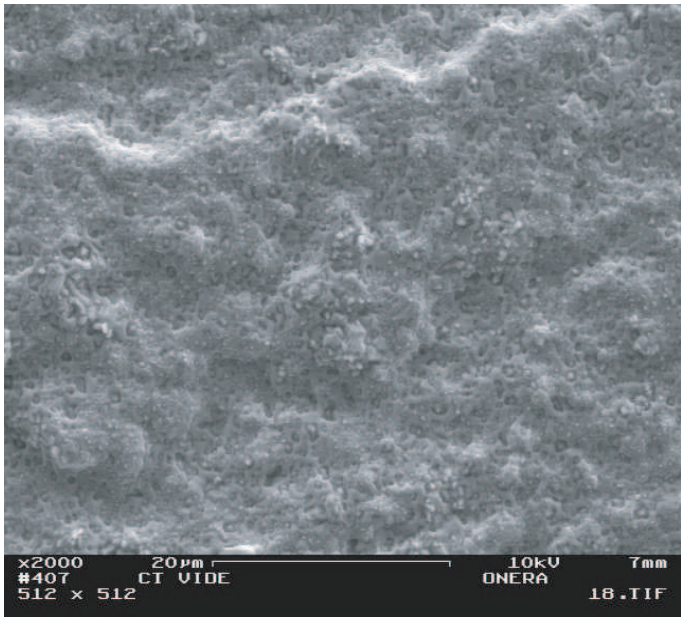


(a)

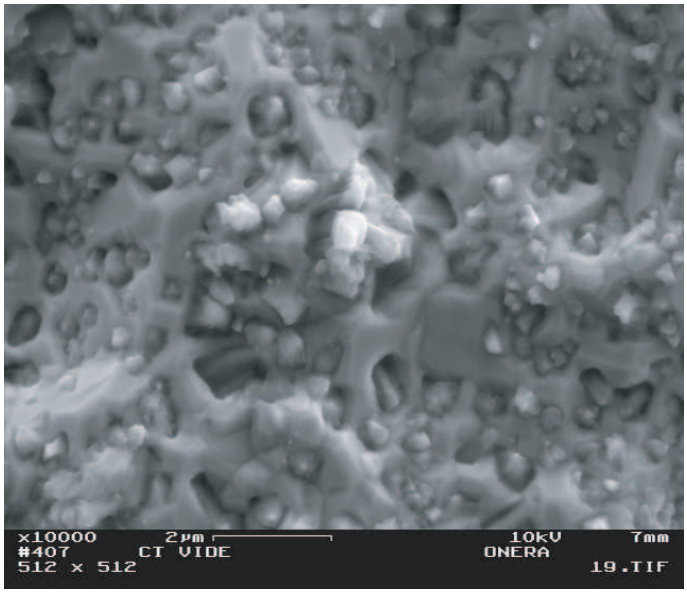


(b)

FIG. 3.41 – (a) Surface de rupture en début de fissuration.(b) Détail de (a).



(a)



(b)

FIG. 3.42 – (a) Surface de rupture en fin de fissuration.(b) Détail de (a).

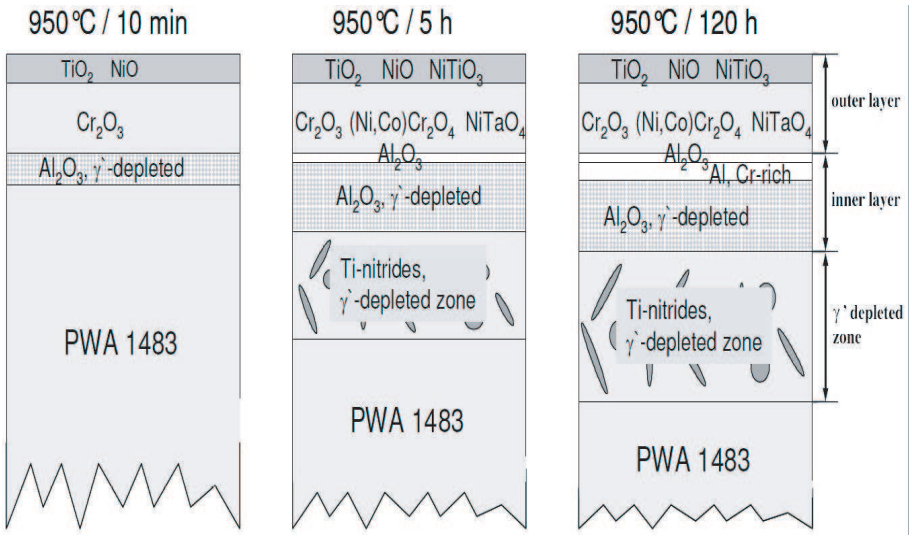


FIG. 3.43 – Schéma illustrant le processus d'oxydation du PWA1483 à 950°C. Etude du BAM (Pfenning [116]).

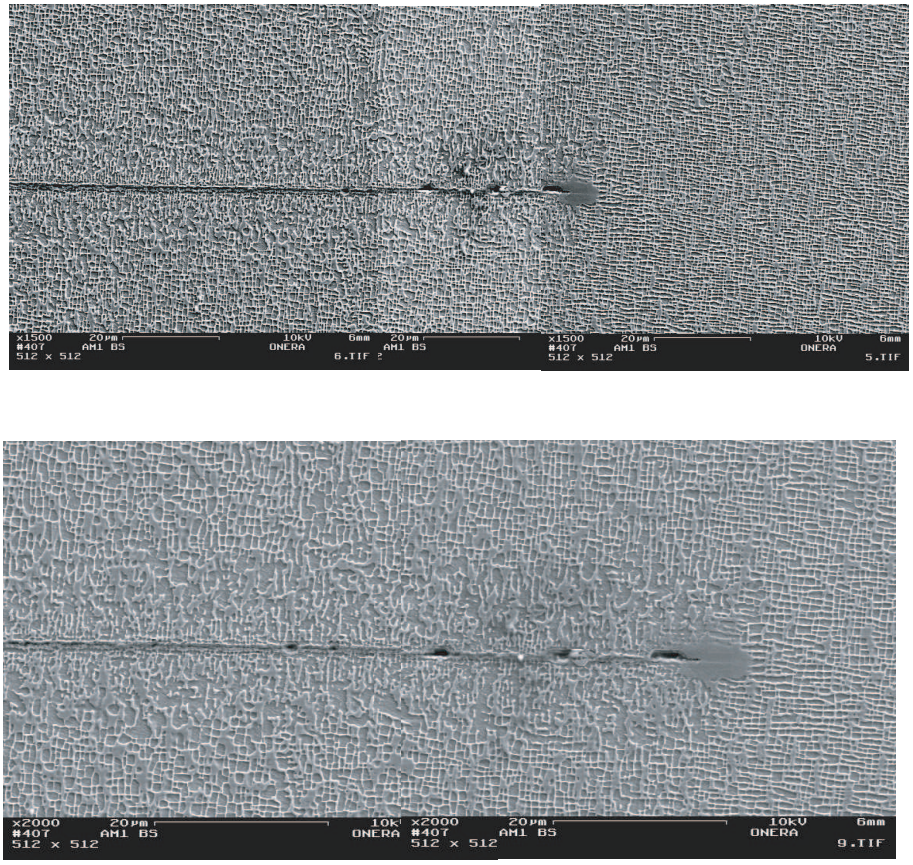
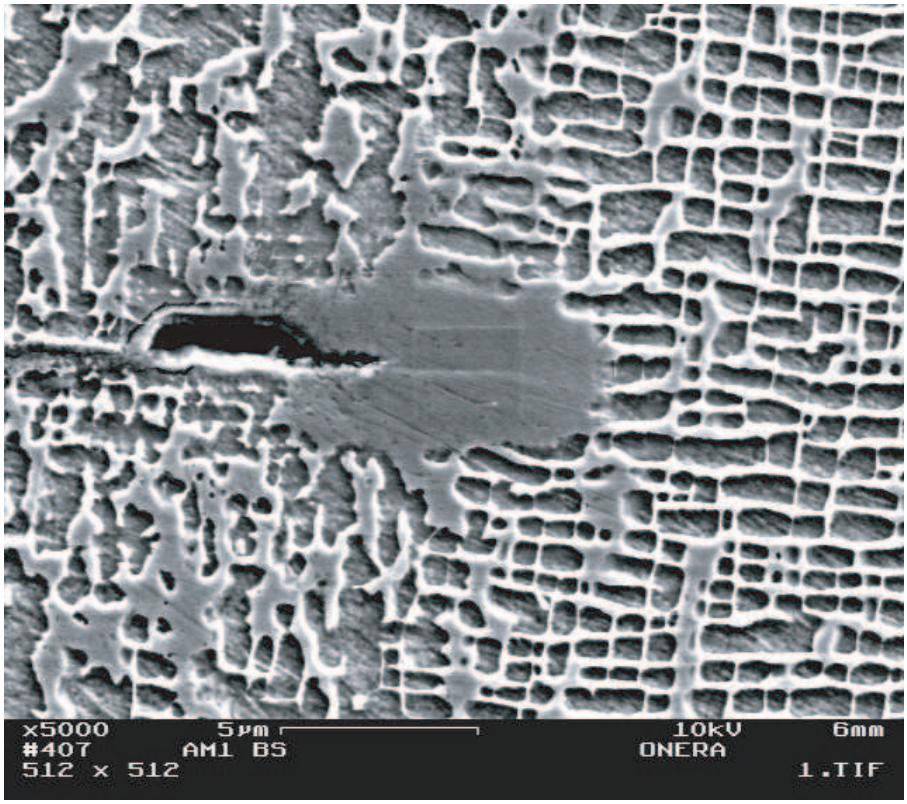


FIG. 3.44 – Faces latérales de l'éprouvette CT fissurée en régime de fatigue (5 Hz).



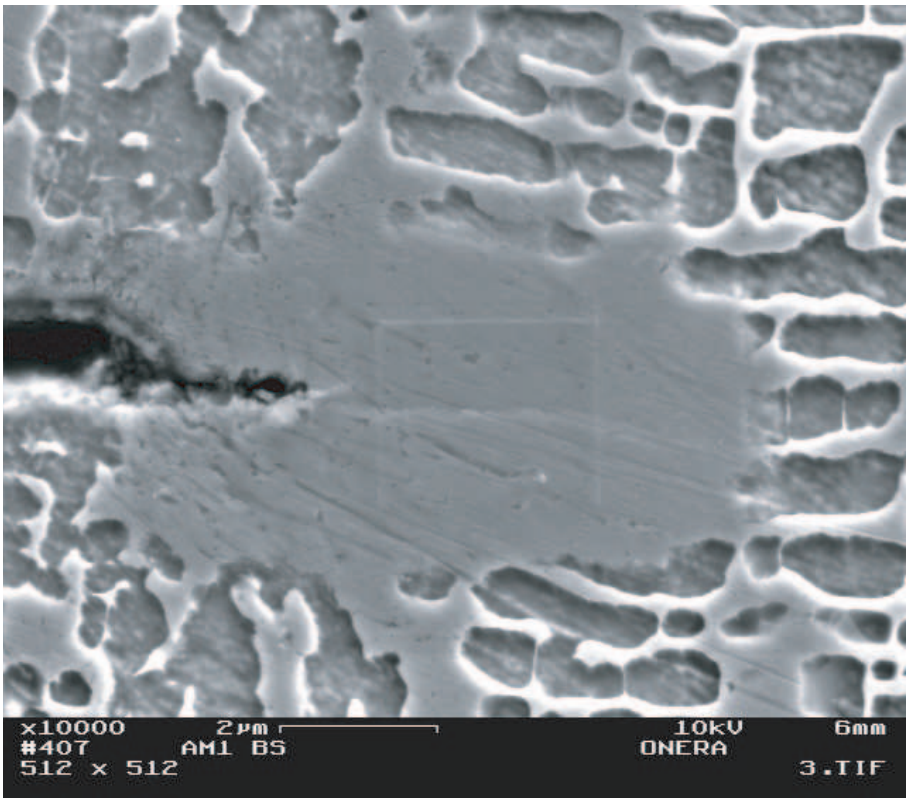


FIG. 3.45 – Zoom de la zone oxydée en pointe de fissure.

de taille comparable aux résultats obtenus par Fleury, i.e., une zone fragilisée en pointe de fissure d'environ 60 μm. Cette estimation de la zone fragilisée est toutefois très éloignée des dimensions de la zone que l'on a pu observer au MEB en pointe de fissure.

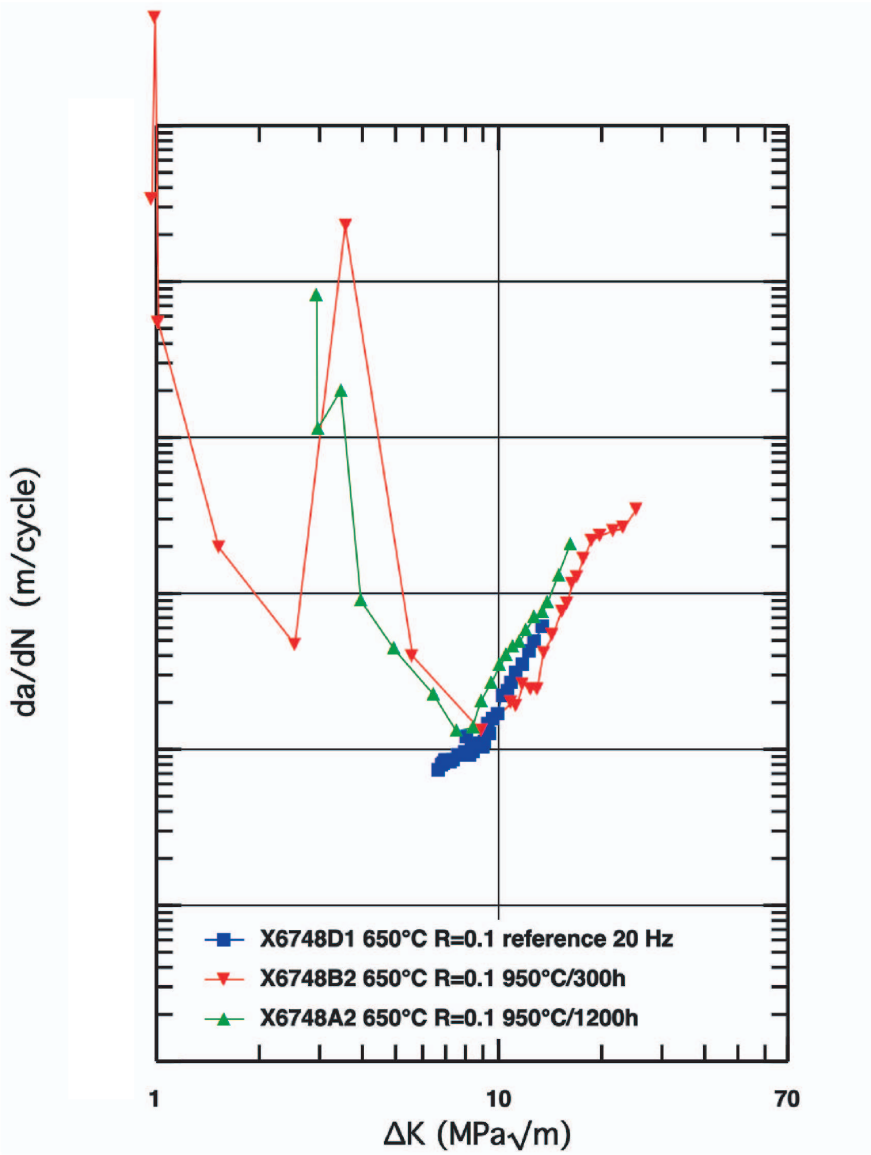


FIG. 3.46 – Comparaison à 650°C des courbes de fissuration sur l'éprouvette de référence et les éprouvettes en AM1 bas soufre préoxydées à 950°C (Marchal [7]).

Sur l'éprouvette précédente, au vu des micrographies de la microstructure (figure 3.45), nous avons voulu détecter d'éventuelles modifications de la composition chimique du superalliage. Pour ce faire, nous avons effectué différents pointés d'analyses qualitatifs ou EDS, superposé et comparé les spectres obtenus. Les mesures ont été faites, d'abord en pointe de fissure, puis respectivement à des distances de 5, 15 et 50 μm. Les conditions d'analyse (5 keV, 200 s) ont été choisies afin d'optimiser la détection de la raie de l'oxygène. Les résultats mettent en évidence une augmentation de la teneur en oxygène en pointe de fissure qui devient négligeable dès que l'on s'en éloigne. La composition chimique du matériau est quant à elle homogène dans les différentes zones (figure 3.45).

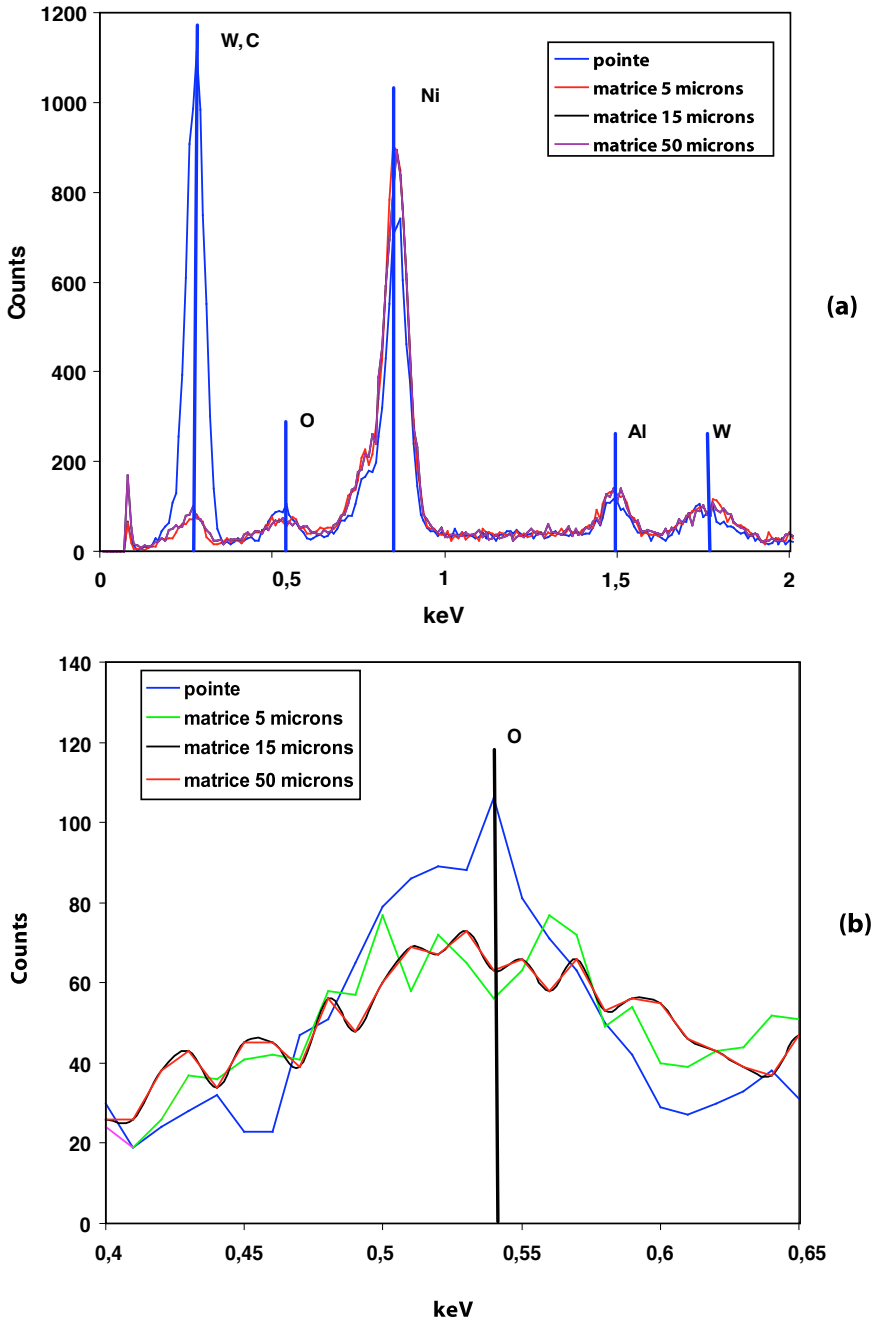


FIG. 3.47 – (a) Comparaison des spectres EDS des différentes zones analysées de la figure 3.45 (200 secondes d'acquisition sous 5kV).
(b) Détail de (a).

Les résultats concernant la fragilisation en pointe de fissure obtenus par Marchal [7] sont présentés pour une éprouvette préoxydée à 950°C pendant 1200 h. Cette éprouvette a été analysée à la microsonde de Castaing. Les images X ne révèlent pas de zones riches en oxygène au delà d'1 ou 2 μm de la pointe de la fissure. La figure 3.48 représente un segment d'analyse quantitative de 300 μm réalisé en partant de 4 μm avant la pointe de la fissure. Cette dernière ne révèle pas de concentration d'oxygène en aval de la pointe de la fissure.

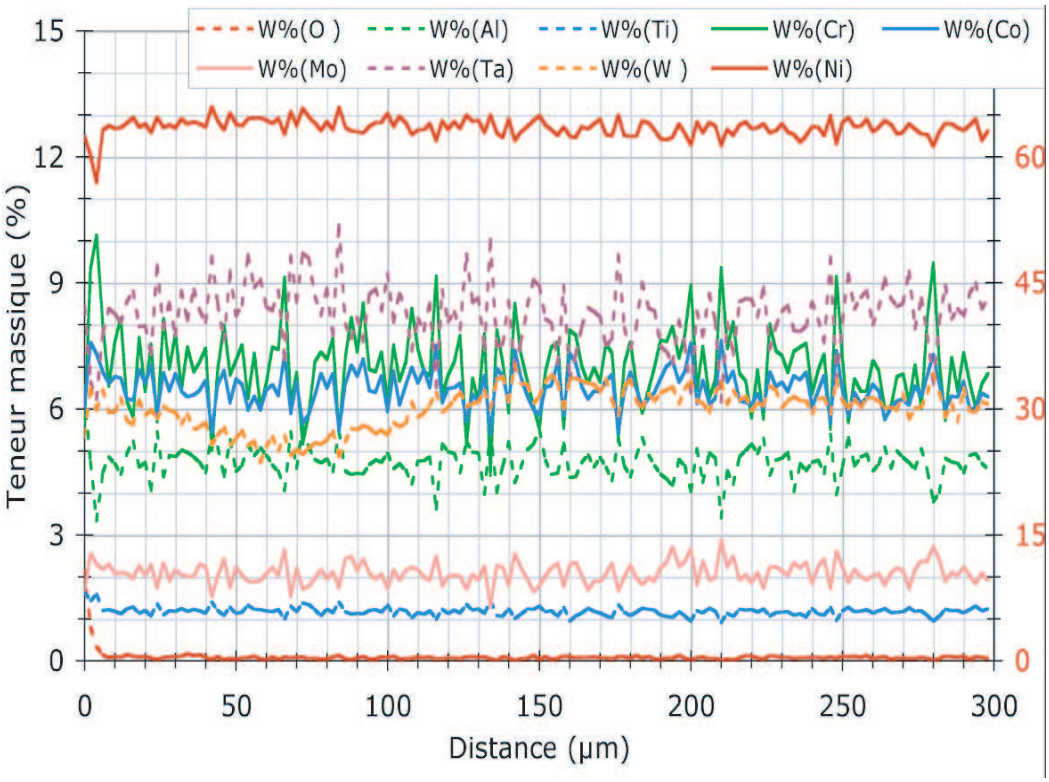


FIG. 3.48 – Teneur en éléments sur le segment horizontal, éprouvette AM1 bs 950°C/1200 h (Marchal [7]). La pointe de fissure se situe à 4 μm.

Conclusion sur la fragilisation du matériau en pointe de fissure

Les observations réalisées sur une éprouvette préoxydée pendant 750 h à 950°C ont montré une zone oxydée en pointe de fissure de l'ordre de 7 μm. Des analyses chimiques réalisées sur cette même éprouvette ont permis de détecter des concentrations en oxygène uniquement dans la zone oxydée, le matériau ayant une composition chimique homogène en aval de la pointe de fissure.

Toutefois dans le cadre de l'étude menée par Fleury [4] et Marchal [7], une zone fragilisée d'une centaine de micromètres a été trouvée en pointe de fissure par essai de fissuration et comparaison avec un essai de référence. Cependant des analyses par microsonde avec les moyens disponibles ne permettent pas, compte tenu de la précision sur la mesure, de détecter d'oxygène à partir du moment où l'on se situe à plus de 1 ou 2 micromètres de la pointe de la préfissure. La fragilisation en avant de la pointe de la fissure serait consécutive à des mécanismes de diffusion d'oxygène à l'échelle nanométrique. Une diffusion de l'oxygène aux interfaces γ/γ', indétectable par des mesures à la microsonde, serait la cause de cette fragilisation du matériau en pointe de fissure. Des analyses complémentaires suggérées par Marchal telles que la microscopie électronique haute résolution, SIMS (Secondary Ion Mass Spectrometry) ou les électrons Auger seraient donc nécessaires afin de statuer véritablement sur la nature et la zone de migration de l'oxygène

fragilisant le matériau en pointe de fissure.

De notre point de vue, nous ne pensons pas que le phénomène de fragilisation en pointe de fissure soit aussi important. Lors de la préoxydation, la fissure se referme par relaxation des contraintes à haute température et le phénomène d'épaississement d'oxyde sur les lèvres de la fissure est actif. Ce dernier phénomène peut alors "reboucher" la pointe de la fissure (effet bénéfique). Pendant l'essai de détermination de la taille de la zone fragilisée (essai macroscopique), la longueur estimée peut raisonnablement inclure une zone de fissure qui s'est rebouchée. La figure 3.49 illustre les essais de fissuration réalisés par Fleury [4], sous air et sous vide à $950°C$ pour une fréquence de 0,05 Hz et un rapport de charge de 0,1. La figure 3.50, quant-à-elle, représente des essais de fissuration réalisés par Marchal [7] sous vide et sous air pour une fréquence de 0,05 Hz et un rapport de charge de 0,05. On remarque alors, pour ces deux derniers essais, que la fissuration sous vide est plus rapide que la fissuration sous air. Le phénomène d'épaississement de l'oxyde sur les lèvres de la fissure (effet bénéfique) est donc un mécanisme prédominant face à la fragilisation du matériau en pointe de fissure.

3.3.3.3 Phénomène de mise en radeau

Nous avons présenté au § 3.1.3 le phénomène de mise en radeau qui peut être actif dans ce type de superalliage à haute température. Nous observons au MEB, figure 3.51, l'éprouvette soumise à un temps de maintien de 300 s à $950°C$ pendant 281 cycles soit un temps total d'essai d'environ 23,5 h. La figure 3.51 représente, sur la figure de gauche, la fissure pendant le temps de maintien. On observe une importante déformation plastique en pointe de fissure. Nous avons observé la microstructure sur différentes zones : proche de la pointe de la fissure (a), éloignée d'une centaine de micron de la pointe de la fissure (b) et enfin une zone au cœur du matériau "sain" (c).

On observe dans la zone (a) un phénomène très actif de mise en radeau. Cette dernière est perpendiculaire à l'axe de la déformation lors d'une traction, en accord avec les observations de Massaoudi [134]. En effet, pour une température élevée ($950°C$) et un désaccord paramétrique du superalliage négatif, les radeaux sont alignés perpendiculairement à l'axe de la déformation lors d'une traction. Nous observons ce même phénomène dans une zone éloignée d'une centaine de micromètres de la zone fissurée, en notant tout de même une coalescence moindre des précipités (zone b). Dans une zone très éloignée de la pointe de fissure, nous retrouvons un matériau sain avec la présence de la microstructure cuboïdale (zone c).

Les phénomèmes de mise en radeau sont très actifs dans les superalliages monocristallins soumis à de fortes déformations plastiques et à haute température. Nous citerons ici l'article pertinent de Kamaraj [140] qui a réalisé un état de l'art sur les phénomènes de mise en radeau dans les superalliages base nickel en régime de fluage. Il présente, entre autres, les essais réalisés par Mughrabi [141] qui a étudié les effets de la mise en radeau sur les propriétés en fluage d'un superalliage monocristallin, le SRR99. La figure 3.52 présente le diagramme de la contrainte de rupture pour différentes conditions d'essai en considérant deux types de microstructure initiale : des éprouvettes à structure cuboïdale et des éprouvettes 'pre-rafted', c'est-à-dire traitées thermiquement afin d'activer la mise en radeau. Il est intéressant de noter que pour les deux types d'éprouvette testés en fluage à $950°C$, quel que soit le niveau de contrainte considéré, les éprouvettes de structure cuboïdale (non traitées initialement) ont des durées de vie en fluage plus importantes que les éprouvettes 'pre-rafted'. Cependant, à $1050°C$, le phénomène est inversé pour des niveaux de contrainte inférieurs à 150 MPa. Ce type d'effet bénéfique est expliqué par la réduction des canaux de matrice γ, ce qui perturbe le mécanisme de glissement/montée des dislocations et conduit à la création d'un réseau stable de dislocations.

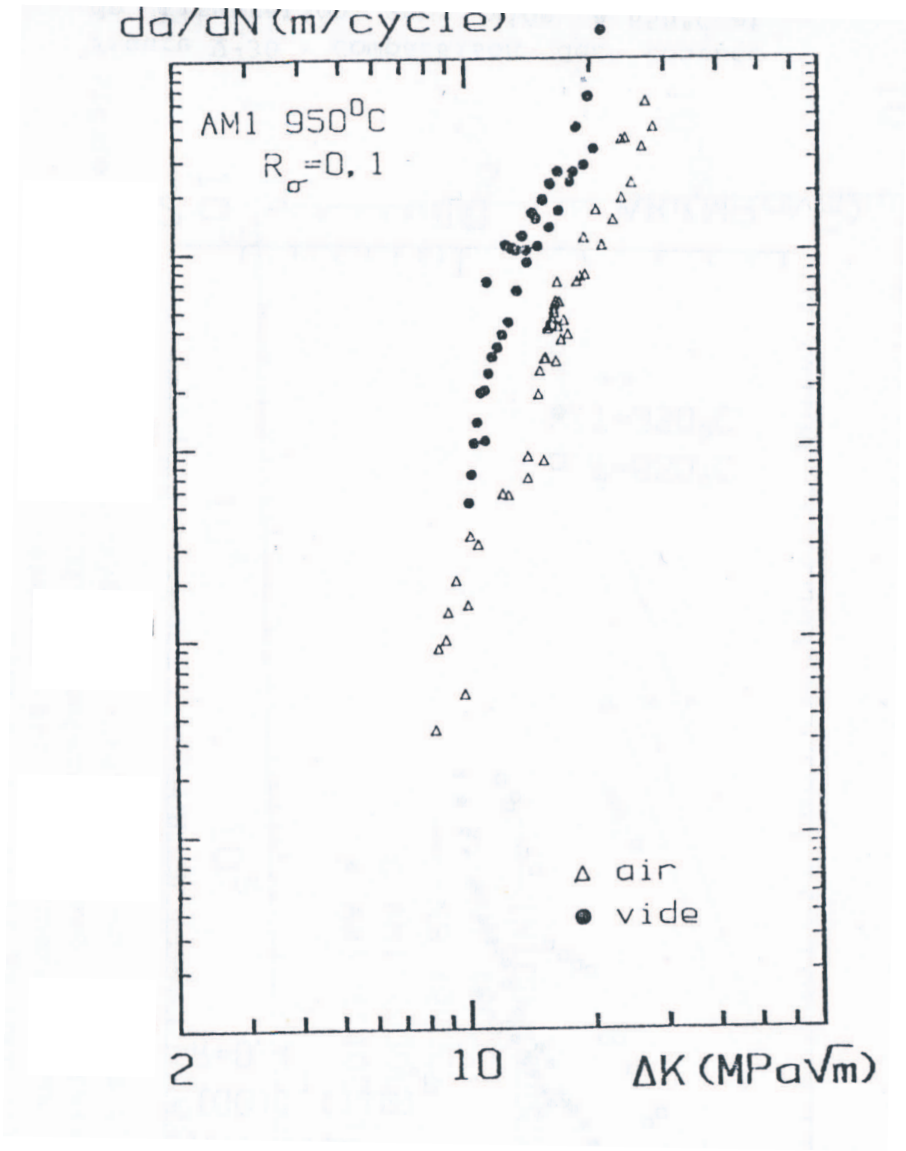


FIG. 3.49 – Courbe $da/dN - \Delta K$ pour la propagation de fissure en fatigue de l'AM1 à $950°C$ sous air et sous vide (Fleury) [4].

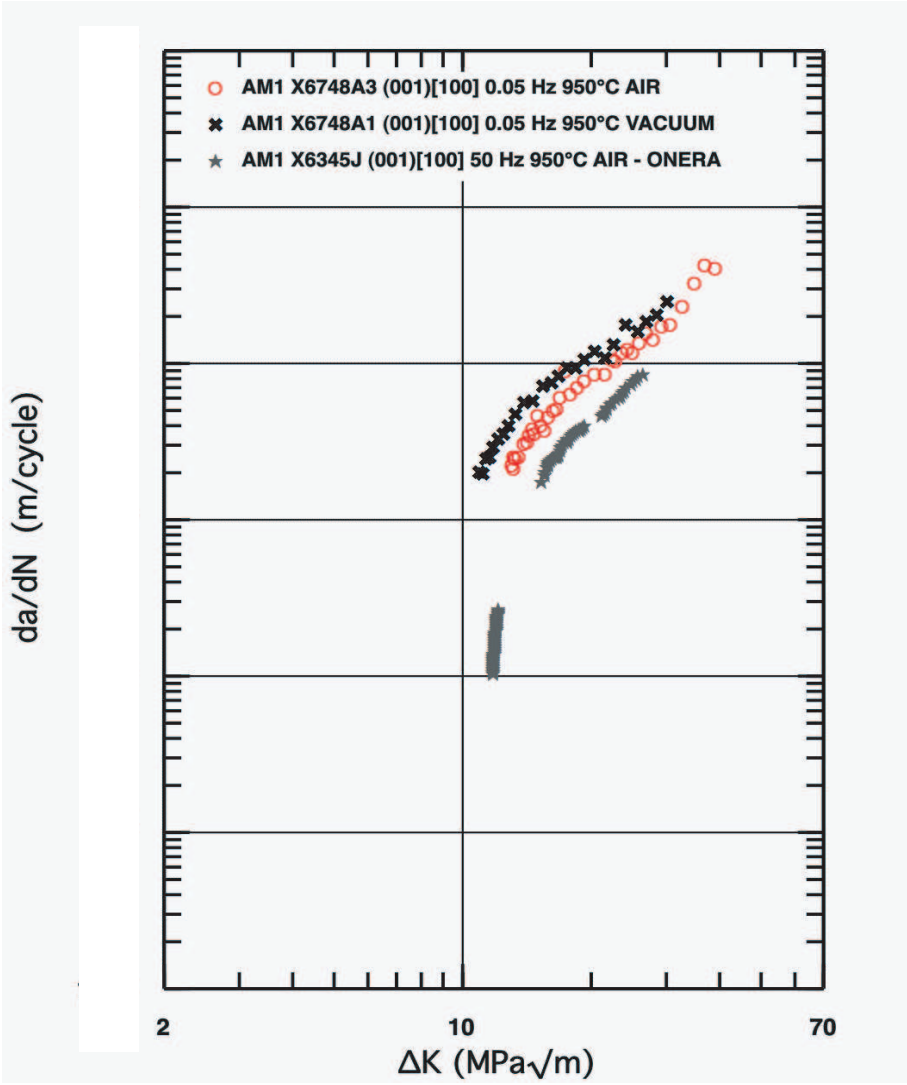


FIG. 3.50 – Courbe $da/dN - \Delta K$ pour la propagation de fissure en fatigue de l'AM1 bas soufre à $950°C$ sous air et sous vide (Marchal [7]).

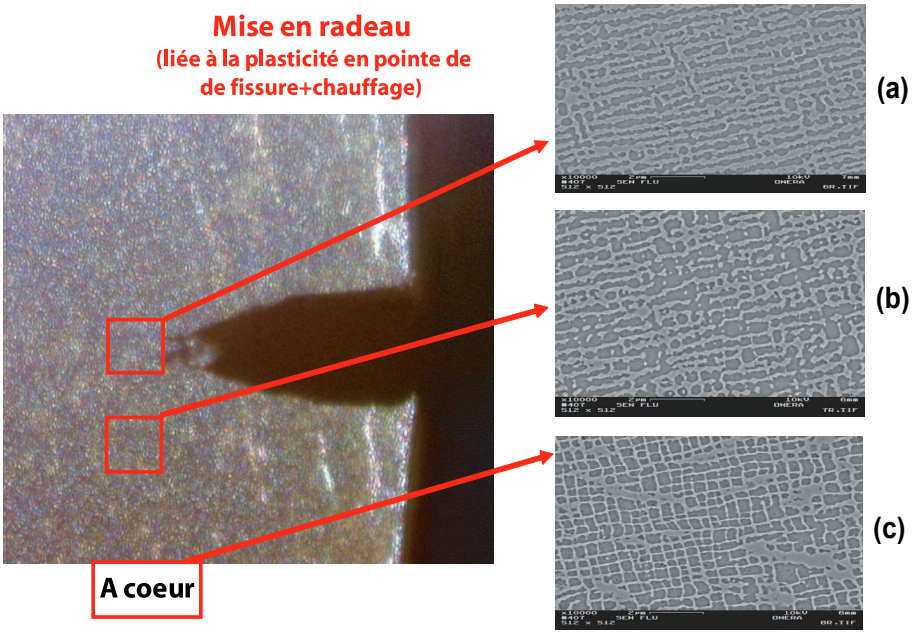


FIG. 3.51 – Phénomème de mise en radeau pour une éprouvette soumise à un essai de type fluage ($tm = 300s$).

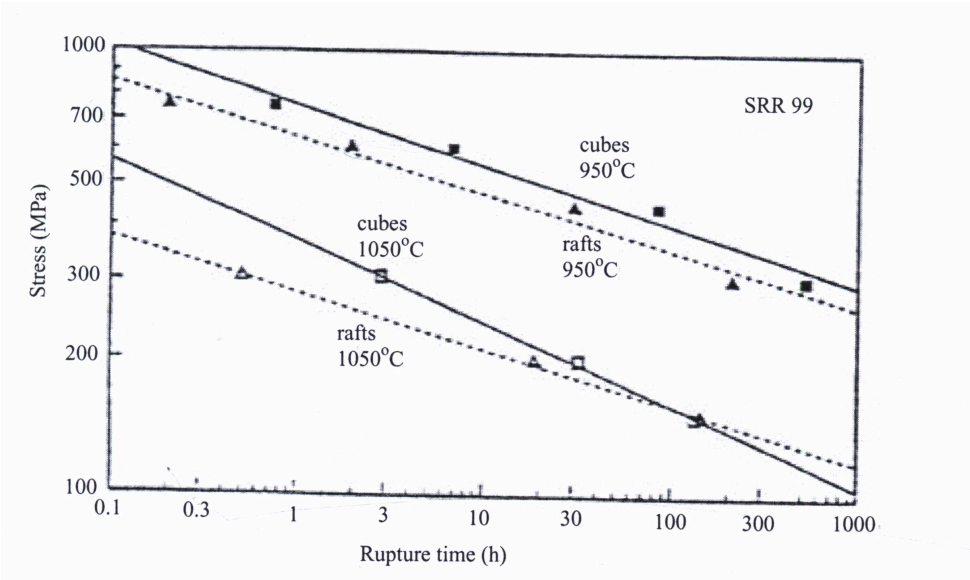


FIG. 3.52 – Comparaison des propriétés en fluage d'un superalliage monocristallin 'non traité' et 'pre-rafted' (Mughrabi).

Ces données expérimentales indiquent clairement deux mécanismes de fluage actifs dépendant des conditions de température et des niveaux de sollicitation :

- faibles températures ($T < 950°C$) et forts niveaux de sollicitation (Low temperature and high stress, LTHS),
- températures élevées et faibles niveaux de sollicitation (High temperature and low stress, HTLS).

La mise en radeau est donc un phénomène qui va fragiliser le matériau dans la plupart des cas en raison de la modification de la microstructure (adoucissement du matériau en terme de comportement et abaissement de la durée de vie résiduelle en terme d'endommagement). Cependant, à haute température et à faible niveau de sollicitation, la mise en radeau a un effet bénéfique sur la tenue du matériau. Cet aspect de mise en radeau de la microstructure ne sera pas pris en compte dans la suite de cette étude, plus précisément dans les modélisations proposées. Nous considèrerons donc que notre matériau garde une microstructure cubique biphasée.

3.4 Synthèse des résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous présentons les différents résultats expérimentaux obtenus dans le cadre du projet SOCRAX et disponibles sur l'AM1. Tout d'abord, nous exposons les résultats des essais réalisés par la SNECMA. Dans un second temps, nous analysons les essais de fissuration réalisés sous air et sous vide par le Centre des Matériaux (ARMINES) et enfin, nous observons les différents essais en régime de fluage pur effectués par le Consiglio Nazionale delle Ricerche-Istituto per l'Energetica e le Interfasi (CNR-IENI). Les résultats d'essais sont décrits en détails dans les rapports SOCRAX (D2.4.1 et D2.4.2). Ils sont brièvement résumés ici.

3.4.1 Essais réalisés par la SNECMA

De nombreux essais de propagation de fissure ont été réalisés sur l'AM1 par la SNECMA. Ces essais sont caractérisés par :

- différents rapports de charge :-1, 0,05 et 0,7,
- différentes températures d'essai : $650°C$, $800°C$, $950°C$ et $1150°C$,
- différents types de chargement appliqués : sinusoïdaux de fréquence 0,5 Hz et 10 Hz et différents temps de maintien.

Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes de type SEN de 2 mm d'épaisseur et des éprouvettes de type FC7 (corner crack) en utilisant la procédure de préfissuration à ΔK décroissant décrite § 3.2.1.5.

Nous présentons ci-dessous les principaux résultats obtenus :

Effet de l'orientation cristallographique sur les vitesses de propagation de fissure

Nous présentons, figure 3.53, l'influence de l'orientation cristallographique sur les vitesses de propagation de fissure. Nous remarquons pour les éprouvettes entaillées SEN qu'il n'y a pas clairement d'influence de l'orientation cristallographique sur les vitesses de fissuration pour les orientations de fissure $\succ(001)[100]$, $\succ(001)[110]$ et $\succ(\bar{1}\bar{1}2)[111]$. Par contre, pour les éprouvettes FC7, l'influence de la direction de propagation de la fissure est visible sur les vitesses de propagation. Cet effet semble donc être beaucoup plus marqué dans le cas d'éprouvettes massives que dans le cas d'éprouvettes minces.

Influence des effets du temps sur les vitesses de fissuration pour un rapport de charge $R = -1$

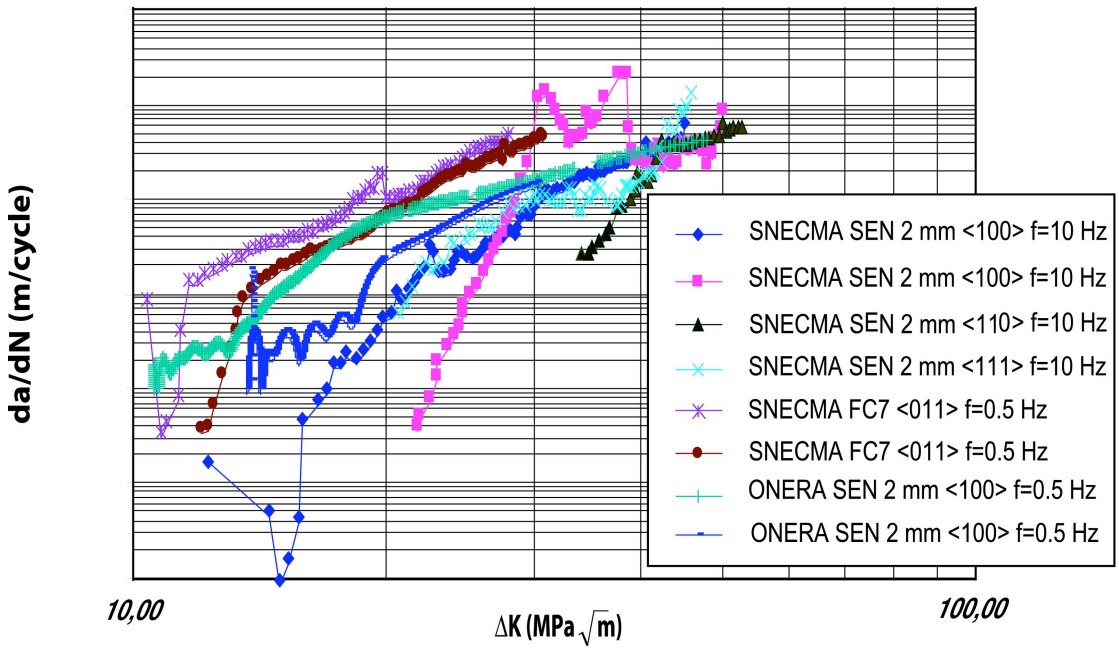


FIG. 3.53 – Influence de l'orientation cristallographique à $950°C$ pour $R = 0,05$.

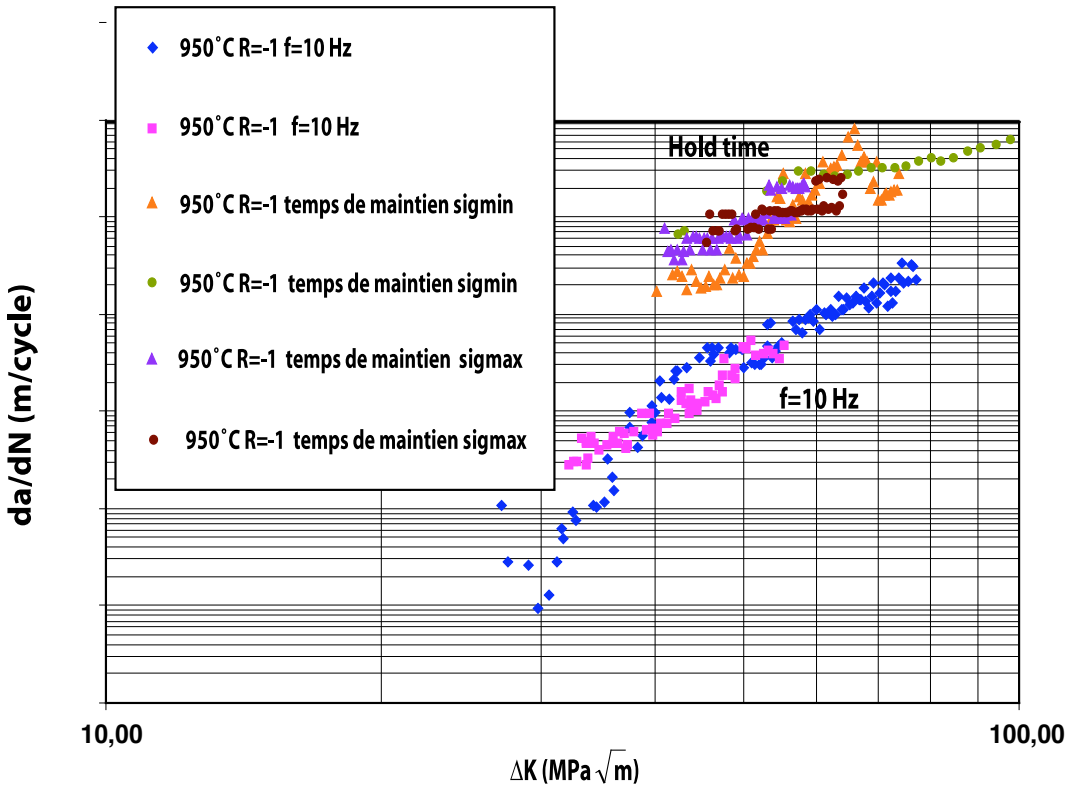


FIG. 3.54 – Influence du temps de maintien pour $R = -1$.

Nous représentons, figure 3.54, l'évolution des vitesses de fissuration en fonction des facteurs d'intensité des contraintes pour des chargements en régime de fluage (temps de maintien de 90 s) ainsi que pour des chargements en regime de fatigue pure ($f = 10$ Hz). Nous remarquons une accélération de la vitesse de fissuration pour les essais avec temps de maintien. Un facteur 15 est trouvé entre les vitesses de fissuration en régime de fatigue pure et celles mesurées en régime de fluage.

3.4.2 Centre des Matériaux

Des essais ont été réalisés sur l'AM1 au Centre des Matériaux sur éprouvette CT16 (6 mm d'épaisseur) d'orientation principale <001>, pour une orientation de fissure $^{\succ}(001)[100]$ et un rapport de charge de 0,1. Deux essais de fatigue sous air et sous vide ont été réalisés pour une fréquence de 0,05 Hz. Deux autres essais en régime de fluage ont également été réalisés pour la sollicitation 10s-90s-10s, cependant les résultats ne sont pas, pour le moment, disponibles.

La figure 3.50 illustre les vitesses de fissuration obtenues sous air et sous vide en régime de fatigue. On peut noter que la vitesse de fissuration obtenue sous vide est légèrement supérieure à celle obtenue sous air et ceci en accord avec les essais réalisés par Fleury [4] dans la même configuration. Ces essais montrent donc que le phénomène d'oxydation dans l'AM1 ralentit la propagation de la fissure.

3.4.3 CNR-IENI

Le CNR-IENI a principalement réalisé des essais en fluage pur sur des éprouvettes préfissurées. Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes SENT, d'épaisseur 4,4 mm, à $950°C$, pour un rapport de charge R=0,1 et pour des orientations de la fissure suivant $^{\succ}(001)[100]$ et $^{\succ}(\bar{1}\bar{1}2)[111]$.

Le tableau, figure 3.55, récapitule les différentes conditions d'essai et les résultats obtenus.

Eprouv ID	R=Fmin/Fm ax	Type eprouv	Orientation	Environ	Status	Durée [h]	a0 [mm]	Force appl [Kg]	Chargt appl [MPA]
AM1-1	0,1	SENT	[001]	air	done	52	0,8	1000	200
AM1-2	0,1	SENT	[001]	air	done	45	1,1	1000	200
AM1-3c	0,1	SENT	[111]	air	done	15	2,15	1000	230

FIG. 3.55 – Tableau récapitulatif des différents essais réalisés au CNR-IENI.

Les figures 3.56, 3.57 et 3.58 représentent les vitesses de fissuration obtenues pour les orientations considérées en régime de fluage pur en fonction des ΔK.

3.4.4 Comparaison des essais réalisés dans les différents laboratoires

Différents essais de référence SNECMA, ONERA et Centre des Matériaux sont comparés afin de valider la globalité des résultats obtenus. Les essais représentés figure 3.59 ont été réalisés pour une température de $950°C$ et des directions de charge et de propagation de fissure dans les axes matériaux (du type <001>).

Les essais suivants ont été choisis pour établir cette comparaison :
- SNECMA, SEN 2 mm : f=0,5 Hz, R=0,05,
- ONERA, SEN 2 mm : f=0,5 Hz, R=0,05,
- ARMINES, CT16 6 mm : f=0,05 Hz, R=0,1,

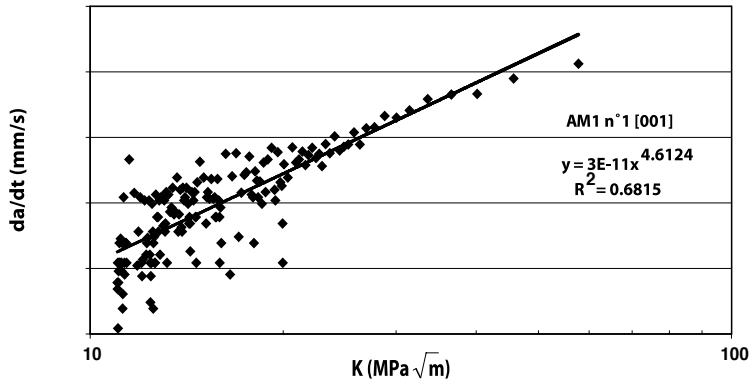


FIG. 3.56 – Vitesse de fissuration en régime de fluage pur en fonction de K (FIC) pour l'orientation de fissure $^{\succ}(001)[100]$ au CNR-IENI ($\frac{da}{dt} = A(K)^n$).

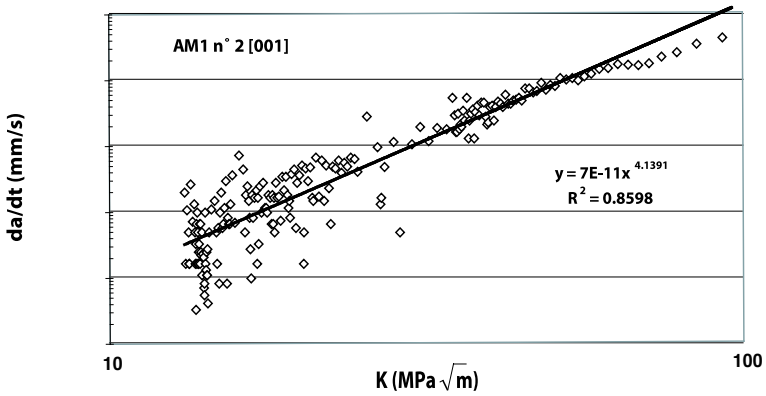


FIG. 3.57 – Vitesse de fissuration en régime de fluage pur en fonction de K (FIC) pour l'orientation de fissure $^{\succ}(001)[100]$ au CNR-IENI ($\frac{da}{dt} = A(K)^n$).

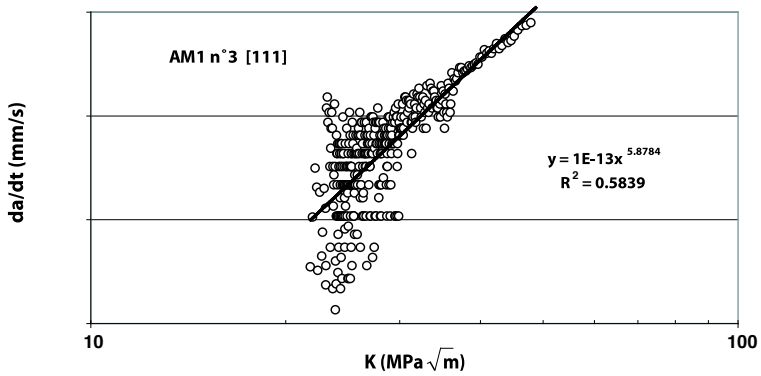


FIG. 3.58 – Vitesse de fissuration en régime de fluage pur en fonction de K (FIC) pour l'orientation de fissure $^{\succ}(\bar{1}\bar{1}2)[111]$ au CNR-IENI ($\frac{da}{dt} = A(K)^n$).

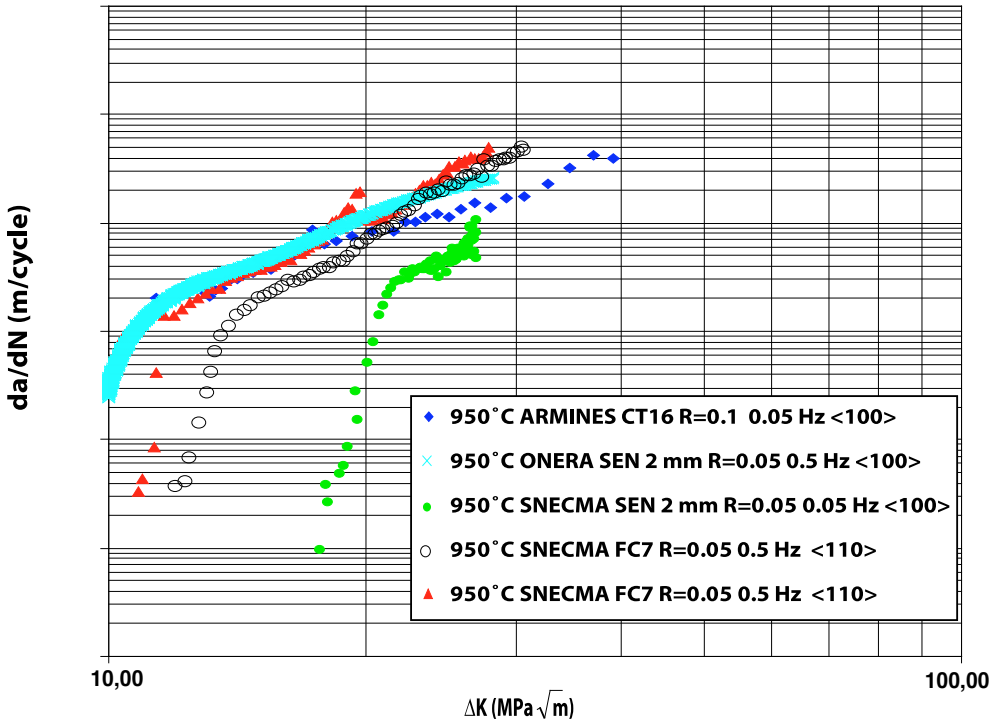


FIG. 3.59 – Courbes de référence $da/dN - \Delta K$ obtenues dans les laboratoires.

Une bonne similitude entre les vitesses de fissuration est obtenue pour les essais de référence réalisés dans les différents laboratoires sauf pour l'essai SNECMA sur une éprouvette SEN à 0,05 Hz pour lequel les vitesses de propagation de la fissure sont plus faibles. Nous avons également noté, au cours de l'exploitation de ces différents essais, des différences notables pour la valeur de la pente de Paris obtenue en régime de fatigue pour des fissures longues. En effet, la pente de la droite de Paris est identifiée à environ $n = 2,4$ pour les essais ONERA et ARMINES et à $n = 4,9$ pour les essais SNECMA.

3.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté la structure cristallographique et les propriétés mécaniques du superalliage monocristallin AM1 bas soufre obtenu par solidification dirigée. Puis, nous avons décrit le dispositif expérimental mis en oeuvre afin de réaliser des essais de fissuration en régime fissure courte.
L'étude expérimentale de la fissuration en fatigue et en fatigue-fluage a permis de mettre en évidence les points suivants :

- Pour l'ensemble des essais, on observe la présence d'un régime de fissure courte caractérisé par des vitesses de fissuration instables précédant un régime de propagation stable, dit de Paris,
- On observe un effet marqué du temps : les fissures se propagent plus vite à faible fréquence et à fort temps de maintien,
- Le régime de fluage pur est obtenu à partir d'un temps de maintien de 300 s,
- Pour les essais sous chargement complexe, on a pu observer la faible influence de la position de la surcharge sur la vitesse de fissuration, que cette surcharge soit placée avant ou après le temps de maintien. On note tout de même que l'application d'une surcharge pendant un temps de maintien provoque un effet de retard d'un facteur 3 sur les vitesses de fissuration.
- Les essais réalisés par la SNECMA ont montré une faible influence de l'orientation cristal-

lographique de l'éprouvette (SEN 2 mm) sur la vitesse de propagation de la fissure. Pour des éprouvettes massives de types FC7, cette influence est nettement plus marquée.
- Les essais ARMINES ont montré que l'oxydation n'accélère pas la propagation des fissures, voire les ralentit par comparaison avec des résultats d'essais réalisés sous vide.

Des observations métallographiques ont été réalisées afin de mieux appréhender les micromécanismes actifs lors la propagation de la fissure. Les mécanismes observés sont les suivants :
- Le régime des fissures courtes est caractérisé par une faible plasticité dans le sens où cette plasticité n'engendre pas de rugosité sur le faciès de rupture. De plus, les instabilités observées au niveau des vitesses de fissuration semblent pouvoir être reliées à la microstructure dendritique du superalliage,
- En ce qui concerne les mécanismes d'oxydation et plus particulièrement celui d'épaississement de la couche d'oxyde :
  1. Nous retrouvons des couches d'oxyde identiques à celles décrites par Fleury [4] dans le cas de l'AM1.
  2. La cinétique d'oxydation est très différente sous vide car seule une croissance de cristaux d'oxyde dans les phases γ' est observée.
- Pour le mécanisme de fragilisation :
  1. Seule une zone oxydée de l'ordre de $7\mu m$ en pointe de fissure a été observée.
  2. Au delà de cette région, aucune concentration en oxygène n'a pu être mesurée.
  3. Ainsi, les longueurs de zone fragilisée décrites par les essais ARMINES n'ont pu être validées par des analyses à la microsonde.
- Nous pensons donc que le mécanisme de fragilisation du matériau en pointe de fissure est en fait négligeable dans l'AM1 bas soufre. En revanche, il n'en est pas de même du mécanisme d'épaississement de la couche d'oxyde qui semble être le mécanisme prédominant de l'oxydation (effet bénéfique sur les vitesses de fissuration) et cela en accord avec les essais réalisés sous air et sous vide par ARMINES.
- Enfin, le phénomène de mise en radeau a été retrouvé pour les essais de fluage à long temps de maintien. Ce phénomène affaiblit les propriétés mécaniques du matériau. Cet aspect ne sera pas pris en compte dans la modélisation dans le cadre de cette étude. Nous considèrerons donc que notre matériau garde une microstructure cubique biphasée.

Chapitre 4

Développement d'une approche locale de la fissuration en fatigue

Sommaire

4.1 Introduction générale 105
4.2 Modèle cohésif proposé pour coupler la plasticité et la propagation 106
4.2.1 Description du modèle dans un cadre thermodynamique 106
4.2.2 Propriétés de base du modèle 108
4.2.3 Justifications du choix du modèle 111
4.3 Implantation des modèles couplés de propagation et problèmes rencontrés 115
4.3.1 Formulation de l'élément fini cohésif 115
4.3.2 Implantation du modèle dans le module ZebFront 116
4.3.3 Problèmes numériques rencontrés 119
4.4 Comment est traîté le problème de la propagation de fissure 129
4.4.1 Géométrie du problème 130
4.4.2 Lois de comportement inélastique du matériau 130
4.4.3 Etude de convergence 134
4.4.4 Problème du démarrage 139
4.5 Rôle et identification des différents paramètres du modèle 148
4.5.1 Rôle des différents paramètres du modèle 148
4.5.2 Identification du modèle à partir des résultats expérimentaux 151
4.5.3 Calage du modèle 152
4.6 Effets modélisés 156
4.6.1 Loi de Paris 160
4.6.2 Effets de rapport de charge 160
4.6.3 Effets de surcharge 164
4.6.4 Effet de l'orientation du monocristal sur les vitesses de fissuration . . . 170
4.6.5 Régime de fissure courte 173
4.7 Conclusion du chapitre 178

4.1 Introduction générale

Dans les deux chapitres concernant la partie numérique de cette thèse, nous exposerons le développement d'une approche locale basée sur l'emploi d'un modèle de zone cohésive afin de simuler la propagation d'une fissure dans les régimes de fatigue et de fatigue-fluage. L'objectif

de ce modèle est de prendre en compte deux phénomènes : les endommagements de fatigue et de fluage et les effets d'environnement tels que l'oxydation. La finalité est de décrire, de manière prédictive :

- L'endommagement du matériau en fatigue par des vitesses de fissuration en régime fissures longues.
- L'endommagement du matériau en fluage par des vitesses de fissuration en régime fissures longues.
- De prendre en compte des effets d'environnement tels que l'oxydation à haute température qui joue un rôle important sur les vitesses de propagation.
- De mettre en évidence les phénomènes de fissure courte, c'est-à-dire des vitesses de propagation de fissure pouvant être plus élevées dans ce régime que dans celui des fissures longues.

On note que, par rapport à d'autres approches existantes, numériques ou analytiques, la voie choisie ici correspond à une approche locale de la fissuration. Dans celle-ci, on cherche à traduire les mécanismes et phénomènes intervenant en pointe de fissure et dans la région de "préparation", mais en remplaçant les phénomènes de décohésion prononcée (dans leur phase terminale de réalisation de la rupture) par une approche numérique "localisée" à une zone "cohésive". Mais il serait trop restrictif de parler seulement d'un modèle de zone cohésive. Nous préfèrerons ici parler de modèle couplé de propagation dans le sens où l'approche adoptée permet de coupler les phénomènes physiques dans le matériau en pointe de fissure et la propagation continue à l'aide d'un modèle cohésif.

Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle développé en régime de fatigue pure et la réponse de ce modèle soumis à des sollicitations de référence, puis nous définirons le problème à traiter. Cette approche couplée sera ensuite validée par une étude de convergence. Enfin, nous identifierons les paramètres du modèle couplé de propagation sur la base des résultats de la campagne expérimentale présentée § 3.3.2. Les paramètres du modèle identifiés, nous mettrons en évidence les différents effets traduits par ce modèle.

4.2 Modèle cohésif proposé pour coupler la plasticité et la propagation

4.2.1 Description du modèle dans un cadre thermodynamique

La loi de comportement des modèles de zone cohésive est définie par une relation entre le vecteur contrainte, T, et le déplacement à ouverture de l'élément, U. Le modèle couplé de propagation, développé pour décrire la fissuration du matériau en régime de fatigue, est établi sur la base d'une fonction potentielle, ϕ. Le potentiel d'état thermodynamique peut être postulé comme étant une fonction de différentes variables d'état D, U_T et U_N :

$$\Phi = \frac{1}{2}(1-D)k_N\left[\frac{\langle U_N\rangle^2}{\delta_0} + \alpha\frac{U_T^2}{\delta_0}\right] \tag{4.1}$$

Nous en déduisons alors les contraintes normale et tangentielle, T_N et T_T, qui dérivent du potentiel d'état. Nous avons choisi de caractériser le modèle couplé de propagation par une loi de comportement dans laquelle la contrainte est une fonction linéaire du déplacement à ouverture de l'élément, tandis que l'énergie de dissipation est prise en compte par l'introduction d'une variable d'endommagement non linéaire D.

$$\begin{cases} T_T = \frac{\partial\Phi}{\partial U_T} = \alpha k_N(1-D)\frac{U_T}{\delta_0} \\ T_N = \frac{\partial\Phi}{\partial U_N} = k_N(1-D)\frac{U_N}{\delta_0} \end{cases} \tag{4.2}$$

Les paramètres matériaux de l'Eq.(4.2) sont la rigidité initiale de l'élément de zone cohésive, k_N et une constante, α (qui traduit le mode de cisaillement par rapport au mode d'ouverture normale). Les équations sont normées par l'introduction d'un déplacement constant δ_0 (ce qui compte c'est en fait le paramètre $\frac{k}{\delta_0}$ qui traduit la raideur de l'élément). La variable d'endommagement D est choisie égale à 0 pour un élément de zone cohésive non-endommagé et atteint la valeur de 1 pour un élément rompu.

La force thermodynamique associée à l'endommagement cumulé durant les cycles de fatigue est définie par :

$$Y = -\frac{\partial \Phi}{\partial D} = \frac{1}{2} k_N \left[\frac{\langle U_N \rangle^2}{\delta_0} + \alpha \frac{U_T^2}{\delta_0} \right] \tag{4.3}$$

Motivés par la formulation de Roe et Siegmund [76], nous avons choisi une cinétique d'endommagement caractérisée par une fonction $\dot{D} = \dot{D}(D, Y, \dot{U})$. La variable d'endommagement est définie par une loi d'évolution qui prend en compte l'accumulation d'endommagement durant les phases de charge et un endommagement constant durant les phases de décharge. La loi d'endommagement suivante est donc adoptée :

$$\begin{cases} \dot{D} = A\delta_0 (1-D)^m \left\langle \sqrt{Y} - \sqrt{Y_0} \right\rangle^n \frac{\|\dot{U}\|}{\delta_0} & \text{si } \dot{Y} \geq 0 \\ \dot{D} = 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.4}$$

où A est une constante contrôlant l'accumulation d'endommagement. $\|U\|$ est la norme du déplacement égale à $\sqrt{\frac{\langle U_N \rangle^2}{\delta_0} + \alpha \frac{U_T^2}{\delta_0}}$, $\dot{U}$ la vitesse du déplacement à ouverture de l'élément cohésif. m et n sont des constantes contrôlant la vitesse des mécanismes d'endommagement. Y_0 est le seuil de non-endommagement de l'élément et $\langle . \rangle$ est la fonction définie par $\langle u \rangle = u$ si $u \geq 0$ et par $\langle u \rangle = 0$ si $u < 0$. On note que l'expression de $\dot{D}$ est proportionnelle au taux de variation du déplacement à ouverture (en module), afin d'avoir une expression homogène de degré 1 par rapport au temps. En effet nous considérons ici que l'évolution de l'endommagement de fatigue proprement dit doit être introduit comme indépendant du temps. Les effets du temps interviendront par ailleurs, d'abord dans la viscoplasticité (volumique) du matériau puis dans les modèles d'endommagement par fluage ou par oxydation.

En présence d'un mode de compression, c'est-à-dire $U_N < 0$, le modèle devient :

$$\begin{cases} T_T = \frac{\partial \Phi}{\partial U_T} = \alpha k_N (1-D) \frac{U_T}{\delta_0} \\ T_N = \frac{\partial \Phi}{\partial U_N} = k_c \frac{U_N}{\delta_0} \end{cases} \tag{4.5}$$

où k_c est un facteur de pénalisation dont la valeur est fixée à $10k_N$.

Le fait de conserver $1 - D$ dans T_t lorsque le modèle est en compression néglige totalement les effets de rugosité de surface et de frottement. Ce n'est sans doute pas totalement réaliste. Une modélisation plus réaliste consisterait à introduire un U_p^T tangentiel (avec frottement) comme Chaboche [142], dans un contexte totalement différent. Ici, ne considérant pas des effets de cisaillement (mode II) significatifs, on se limite à cette formulation analytique.

La figure 4.1 illustre, de manière schématique, la réponse du modèle d'endommagement soumis à un chargement cyclique. Durant le premier chargement, caractérisé par un fort niveau, le "damage locus" est atteint (décrivant la réponse du modèle de propagation pour un chargement monotone). Puis, pour un chargement cyclique à rapport de charge non nul, le modèle décrit des

boucles d'hystérésis caractérisant les charges/décharges entre deux niveaux minimal et maximal de contraintes.

Le modèle sera par la suite principalement utilisé en mode I pur de sollicitation. Il peut donc être simplifié en remplaçant $H(\sqrt{Y} - \sqrt{Y_0})^n$ par $H(\frac{\|T\|}{1-D} - T_0)^n$ ou par $H(k\frac{\|U\|}{\delta_0} - T_0)^n$.

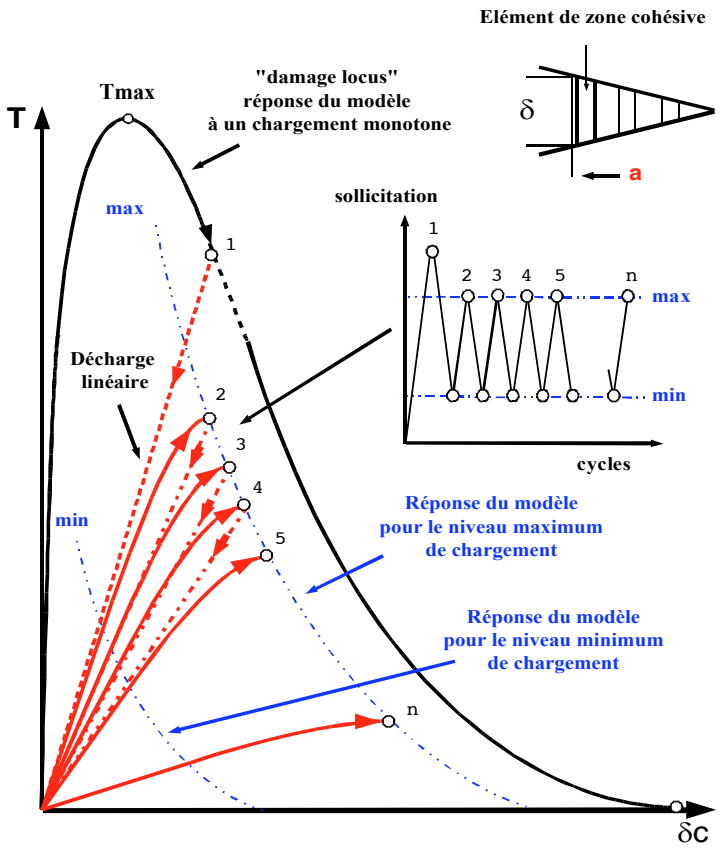


FIG. 4.1 – Modèle de zone cohésive avec accumulation d'endommagement durant la charge.

Ce modèle présente un avantage majeur, celui d'être un modèle analytique. Dans un premier temps, nous présentons, en annexe C.1, les différents choix que nous avons faits quant-à la "forme" de la loi de zone cohésive. Puis, nous explicitons les différentes formules analytiques qui permettent de déterminer le déplacement à rupture de l'élément, U_{rupt}, la contrainte maximale T_{max} et l'énergie de décohésion, G_c, du modèle.

4.2.2 Propriétés de base du modèle

Nous avons étudié, sur un cas simple, la validité du modèle soumis à des chargements de référence. Le système étudié est composé d'un élément volumique quadrangle linéaire associé à un élément d'interface fixé. L'étude est réalisée en déformations planes. Les constantes, arbitraires, choisies pour la loi d'endommagement sont $m = 2$, $n = 1$, $k = 10^6\,MPa$, $A = 1\,mm^{-1}MPa^{-n}$ et $T_0 = 0\,MPa$ et les données matériaux sont celles de l'acier, autrement dit $E = 210000\,MPa$ et $\gamma = 0,3$.

On applique tout d'abord un chargement cyclique (figure 4.2). Soumis à un chargement cyclique, l'élément d'interface s'endommage pendant la charge et l'endommagement reste constant

durant la décharge (figure 4.3). La rigidité de l'élément diminue avec l'accumulation d'endommagement.

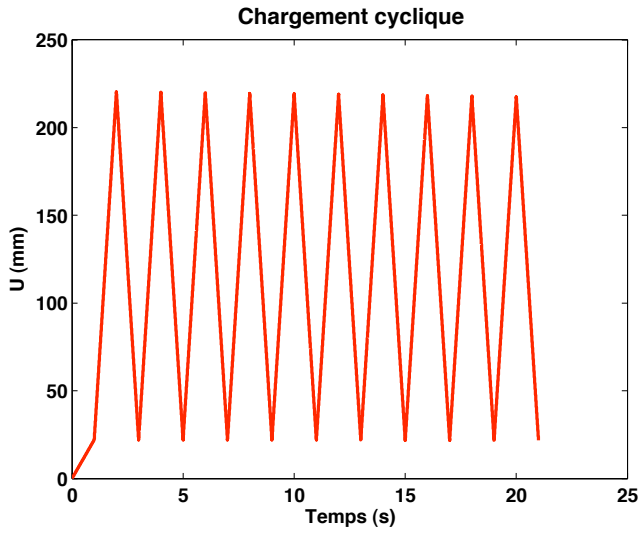


FIG. 4.2 – Chargement appliqué.

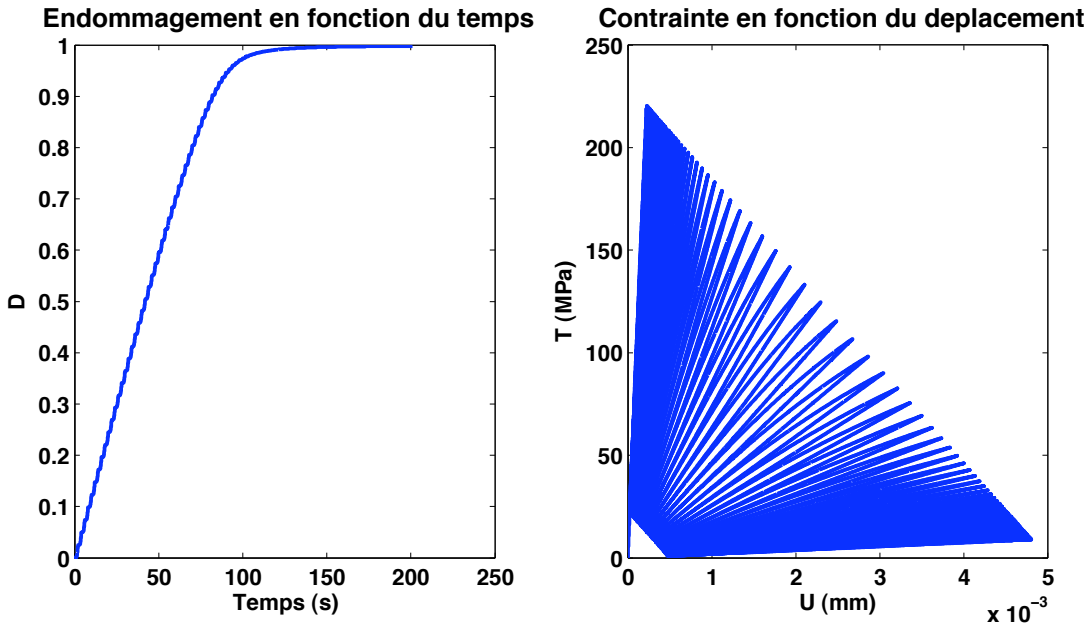


FIG. 4.3 – Evolution de la loi d'endommagement sous chargement cyclique.

On applique maintenant un chargement cyclique à deux niveaux (figure 4.4). Le chargement cyclique à deux niveaux montre l'effet de la vitesse de chargement sur l'évolution du dommage (figure 4.5). On observe une diminution de la vitesse d'endommagement de l'élément d'interface, conséquence d'une diminution de l'intensité du chargement imposé.

Enfin, nous avons testé le comportement du modèle couplé de propagation en compression pour une sollicitation à un rapport de charge $R = -1$ avec $\sigma_{max} = 400\,MPa$. La figure 4.6

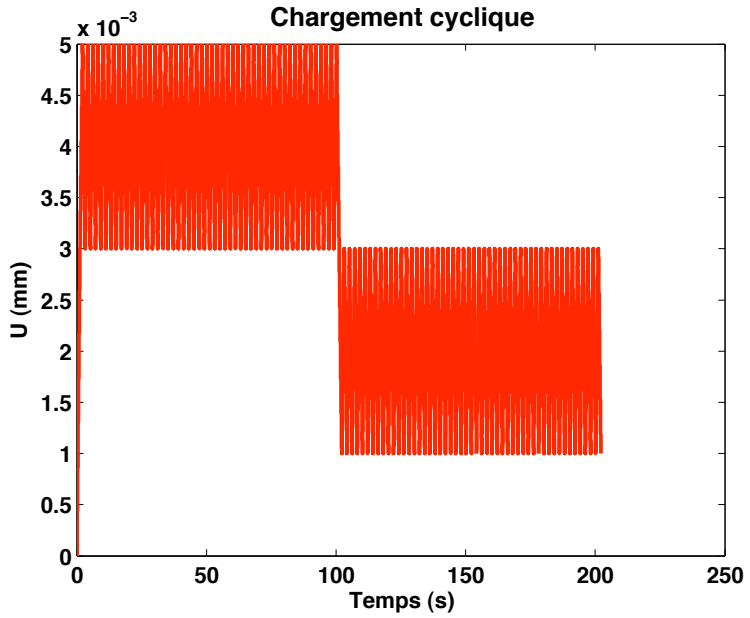


FIG. 4.4 – Chargement cyclique à deux niveaux.

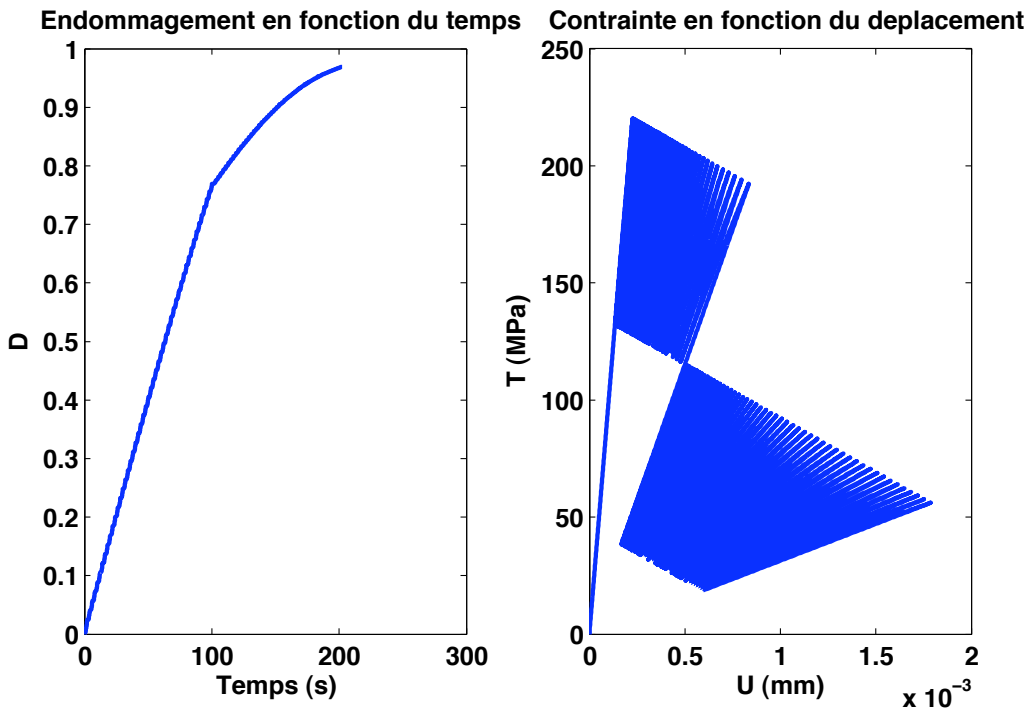


FIG. 4.5 – Evolution de l'endommagement sous chargement cyclique à deux niveaux.

présente la réponse du modèle. On remarque en compression l'activation du contact unilatéral qui empêche la pénétration des lèvres de la fissure.

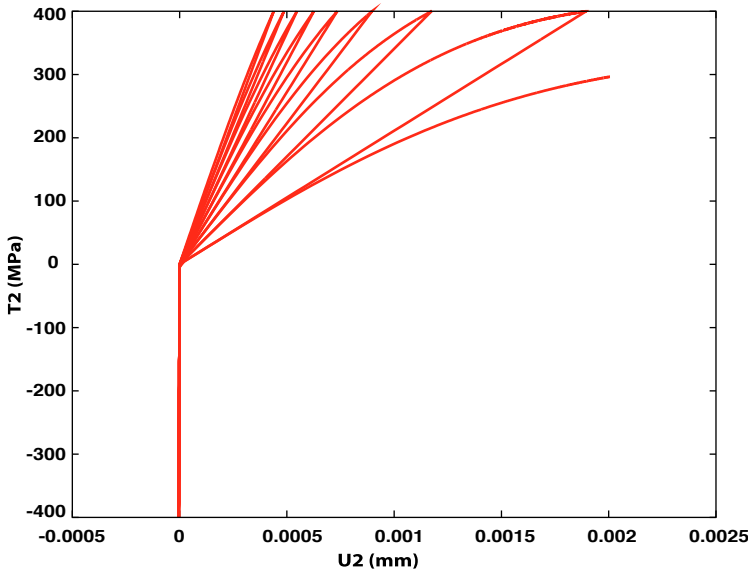


FIG. 4.6 – Comportement du modèle de zone cohésive en compression.

4.2.3 Justifications du choix du modèle

Dans cette partie, nous décrivons les différents choix qui nous ont poussés à adopter le modèle présenté ci-dessus. Nous mettrons en avant ses forces et ses faiblesses. Nous détaillerons, ensuite, d'autres formes de modèles qui nous permettront de pallier les difficultés que nous avons pu rencontrer lors de cette étude.

4.2.3.1 Discussion

Après une étude bibliographique, réalisée § 2.1.3.6, nous avons choisi d'utiliser le modèle d'endommagement incrémental développé par Roe et Siegmund [76]. Le premier point positif de ce modèle est d'être entièrement analytique, ce qui nous a permis de mieux appréhender son utilisation. Le second point est qu'il est aisément implantable dans un code élément fini.

En revanche, ce modèle s'est avéré posséder, lors de son utlisation, un inconvénient majeur. Il manque des degrés de liberté. Nous donnerons, ci-dessous, seulement quelques exemples liés à ce problème, d'autres exemples seront plus amplement détaillés dans les parties suivantes.

Nous avons défini analytiquement, en annexe C.1, les grandeurs caractérisiques T_{max} (la contrainte maximale), U^* (le déplacement à rupture) et G_c (l'énergie de décohésion). On remarque alors que T_{max} et U^* sont toutes deux fonctions des mêmes paramètres A, n, m, k, δ_0. A partir de ce constat, on s'aperçoit qu'on ne peut modifier indépendemment la longueur de la *wake zone* et de la *forward zone*, que la modification de la rigidité initiale de l'élémént modifie l'épaisseur intrinsèque de ce dernier mais aussi la valeur du T_{max}. La forme de la partie adoucissante de la loi de zone cohésive ne peut être également modifiée aisément.

Concernant l'étude de la propagation de fissure en régime de fatigue pure, nous avons fait le choix de ne pas coupler directement le modèle de zone cohésive à la plasticité du matériau, dans

un but de simplification du modèle. En régime de fatigue pure, c'est-à-dire pour des fréquences de sollicitation élevées, nous supposons que les phénomèmes de plasticité tels que l'émoussement plastique en pointe de fissure, ne jouent pas de rôle prédominant dans la fissuration du matériau. Mais un couplage entre l'élément de zone cohésive et la plasticité du matériau peut être effectué. Ce couplage a notamment été réalisé par Besson [143] qui a utilisé les éléments de zone cohésive afin de simuler la corrosion sous contrainte des alliages de Zirconium par de l'iode. Ce dernier a décomposé le déplacement total des lèvres de la fissure en une partie élastique $\vec{U}_e$ et une partie irréversible provenant du travail plastique $\vec{U}_p$.

L'ouverture irréversible de l'interface est donnée par une loi de normalité :

$$\dot{\vec{U}}_p = \dot{U}_\star \frac{\partial \phi}{\partial \vec{T}} \tag{4.6}$$

où ϕ est une surface d'écoulement et $\dot{U}_\star$, une vitesse d'ouverture équivalente donnée par une loi de Norton de type :

$$\dot{U}_\star = \dot{U}_0 \left(\frac{\phi}{\sigma_0} \right)^n \tag{4.7}$$

où les valeurs des paramètres σ_0 et n sont identifiées sur la partie visqueuse de la loi de comportement du matériau massif et $\dot{U}_0$ est une constante.

Ce couplage pourra être introduit dans le modèle couplé avec les effets du temps afin de prendre en compte le phénomène d'émoussement plastique en pointe de fissure, prédominant en régime de fluage pur, comme on a pu le constater § 3.3.2.2.

4.2.3.2 Autres formes possibles

Deux autres variantes du modèle couplé de propagation décrit par les Eq(4.2) et Eq(4.4) ont été développées afin de résoudre les problèmes liés au manque de degrés de liberté de ce dernier. Nous décrivons, ci-dessous, les modèles ainsi que leurs finalités. Leurs applications seront détaillées dans les parties suivantes.

On a pu noter que la valeur du T_{max} était dépendante du paramètre A. Le modèle défini par l'Eq(4.8) a été développé dans le but de découpler le paramètre A, qui contrôle la vitesse d'endommagement et donc qui aura un rôle prédominant dans la vitesse de fissuration en régime de fatigue, de la grandeur T_{max} par l'introduction d'un nouveau paramètre a.

$$\begin{cases} T_T = \alpha k_N \frac{(1-D)}{a+D} \frac{U_T}{\delta_0} \\ T_N = k_N \frac{(1-D)}{a+D} \frac{U_N}{\delta_0} \end{cases} \tag{4.8}$$

$$\begin{cases} \dot{D} = A(1-D)^m H(\frac{k}{a} \frac{\|U\|}{\delta_0} - T_0)^n \|\dot{U}\| \quad \text{si } \|\dot{U}\| \geq 0 \\ \dot{D} = 0 \quad \text{sinon} \end{cases}$$

Application : Comparons les 2 modèles précédents. Le choix des valeurs des paramètres du modèle originel est le suivant, $m = 1,5$, $n = 1$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 10\,mm^{-1}MPa^{-n}$ et $T_0 = 0\,MPa$ et $\delta_0 = 0,01\,mm$. Pour le second modèle, les mêmes valeurs de paramètres sont choisies avec $a = 0,8$. On a représenté, figure 4.7, l'évolution contrainte-déplacement pour chacun des modèles. On remarque que la valeur de a influence la grandeur T_{max}.

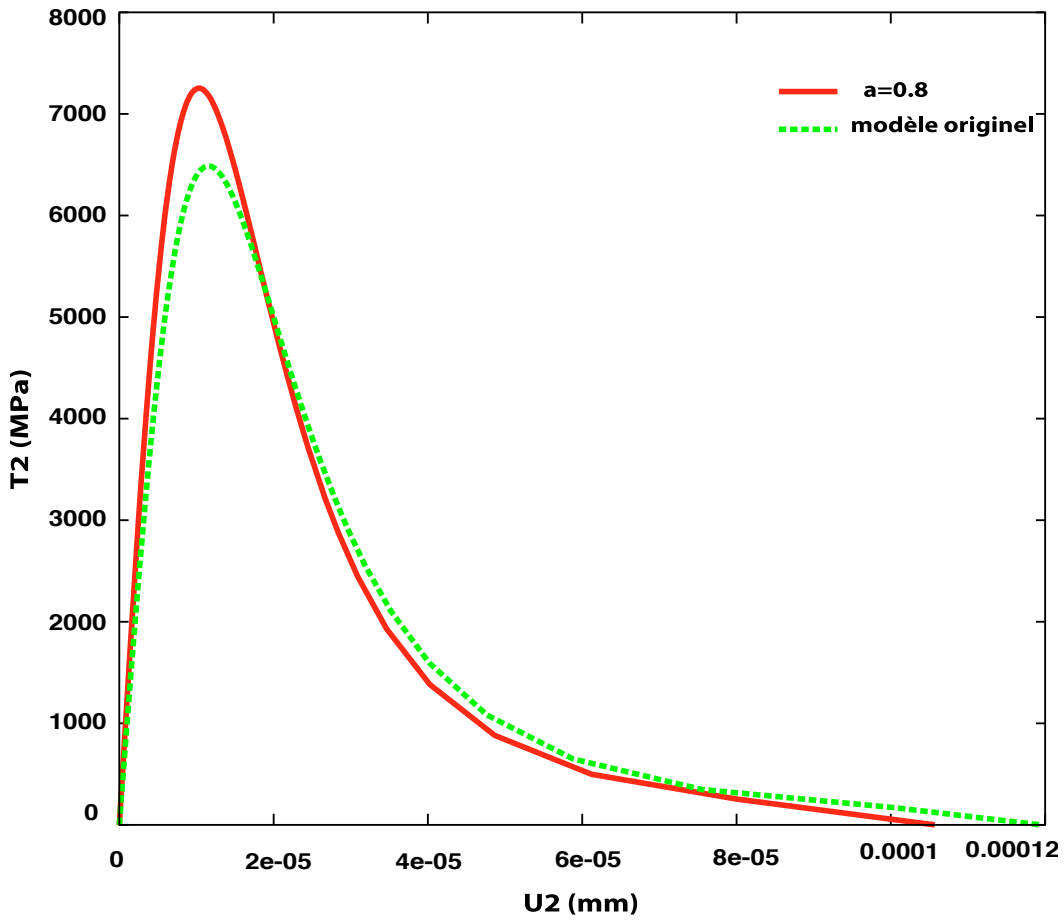


FIG. 4.7 – Influence du paramètre a sur l'évolution contrainte-déplacement de l'élément de zone cohésive.

Un deuxième modèle a été développé mais ici que sous une forme monotone. Un nouveau paramètre entre en jeu, q. Ce modèle est détaillé ci-dessous :

$$\begin{cases} T_T = \alpha k_N \frac{(1-D^q)}{a+D^q} \frac{U_T}{\delta_0} \\ T_N = k_N \frac{(1-D^q)}{a+D^q} \frac{U_N}{\delta_0} \end{cases} \tag{4.9}$$

$$D = \left(\frac{\frac{k}{a} \frac{\|U\|}{\delta_0 - T_0}}{\frac{k}{a} - T_0} \right)^{\left(\frac{n+1}{m-1}\right)} \tag{4.10}$$

L'introduction du paramètre q permet de modifier la forme de la partie adoucissante de la courbe. Ce paramètre permet d'évacuer des formes de partie adoucissante asymptotiques et donc l'introduction d'un paramètre D_{lim} (choisi voisin de 0,999) pour définir la rupture de l'élément cohésif. La figure 4.8 représente l'évolution contrainte-déplacement obtenue pour les valeurs suivantes des paramètres $m = 0,5$, $n = 3$, $k = 6.10^3\, MPa$, $a = 0.01$, $\delta_0 = 0,03\, mm$, $T_0 = 502\, MPa$, $q = 0,2$ et $\delta_0 = 0,01\, mm$.

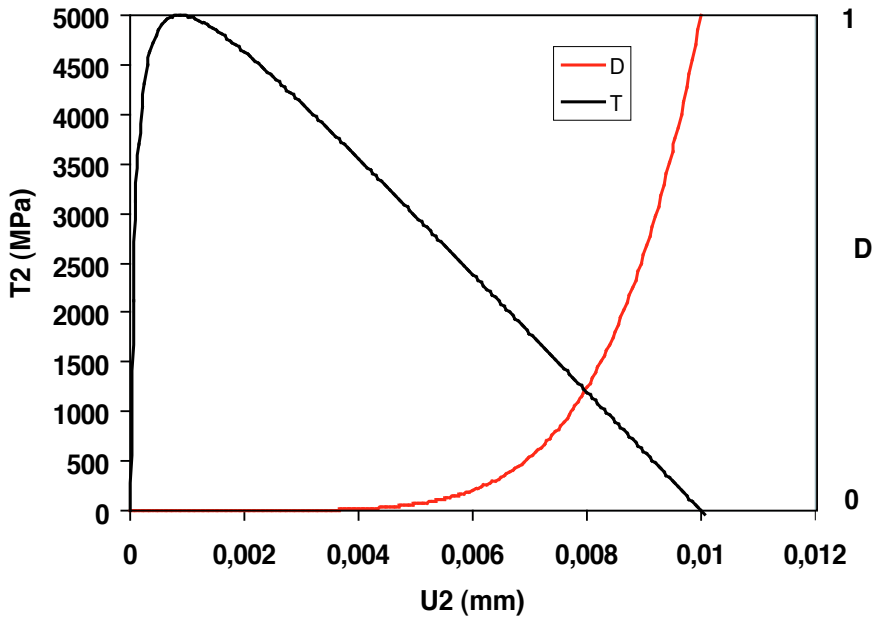


FIG. 4.8 – Evolution contrainte-déplacement de l'élément de zone cohésive.

Le paramètre a permet de contrôler, à T_{max} fixé, la raideur initiale k, en lui donnant une valeur élevée, c'est-à-dire, aussi, d'avoir une épaisseur "intrinsèque" suffisamment petite pour le modèle couplé de propagation (§ 4.5.1.1). Cela permet également de contrôler la longueur de la *wake zone* indépendamment de celle de la *forward zone*. Les valeurs des paramètres restent identiques. Un exemple du comportement du modèle est donné pour différentes valeurs de a, $a = [0,001; 1]$ (figure 4.9).

Ce modèle permet de répondre aux différents défauts intrinsèques du premier modèle développé. Mais écrit sous forme monotone, il faudra tout d'abord l'étendre en régime de fatigue.

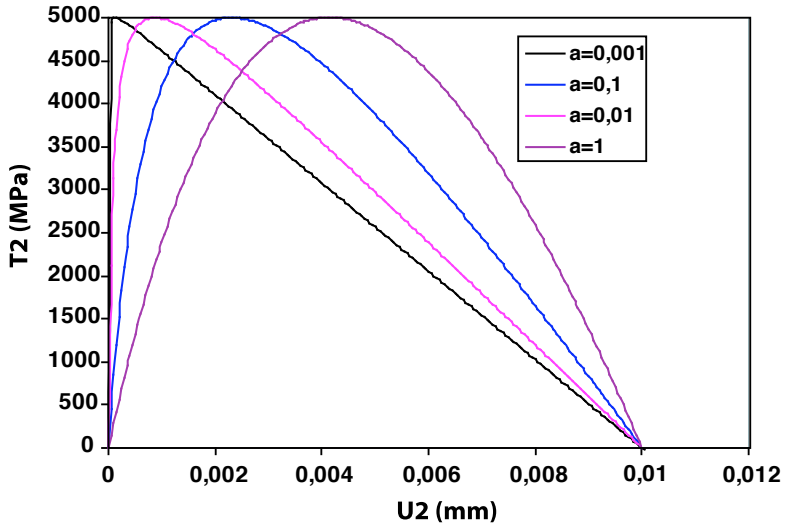


FIG. 4.9 – Evolution contrainte-déplacement de l'élément de zone cohésive pour différentes valeurs du paramètre a.

4.3 Implantation des modèles couplés de propagation et problèmes rencontrés

Nous exposerons plus particulièrement dans cette partie la mise en œuvre de l'implantation numérique du modèle choisi dans le code éléments finis ZéBuLoN. Puis, nous expliciterons les différents problèmes numériques rencontrés lors de l'utilisation des éléments de zone cohésive.

4.3.1 Formulation de l'élément fini cohésif

Les éléments de zone cohésive consistent en deux rangées de nœuds représentant les deux faces de l'interface (figure 4.10). Les intégrales sont déterminées par une méthode de Gauss sur la surface moyenne.

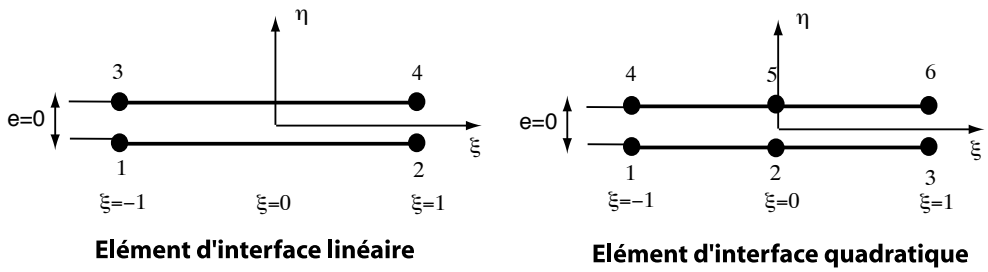


FIG. 4.10 – Exemples d'éléments d'interface.

Les déplacements sont discrétisés aux nœuds et le saut de déplacement est donné par :

$$\vec{U} = N_U \left(U_{haut} - U_{bas}\right) \tag{4.11}$$

où la matrice N_U contient les fonctions d'interpolation usuelles. U_{haut} (resp. U_{bas}) est le vecteur des déplacements nodaux pour la surface haute (resp. basse).

Les réactions élémentaires associées aux degrés de liberté en déplacement sont :

$$F_U^{haut} = \int_V N_U^T \cdot \vec{T} dV \tag{4.12}$$

avec $F_U^{bas} = -F_U^{haut}$. Les intégrales sont évaluées dans la configuration courante.

Dans une formulation élément fini, une loi de comportement est requise afin de décrire la relation entre la contrainte et le déplacement à ouverture de l'élément. C'est l'implantation de cette relation que nous décrirons ci-dessous.

4.3.2 Implantation du modèle dans le module ZebFront

Le modèle de zone cohésive a été implémenté en ZebFront dans le code élément fini ZeBuLoN. Il s'agit d'un langage propre au code élément fini, qui ressemble au $C++$ et est destiné à faciliter la programmation de lois de comportement dans le code. A la compilation, le fichier est pré-traité avec ZebFront et transformé en véritable $C++$, qui est ensuite compilé pour obtenir au final le fichier ".so" de librairie dynamique. L'intégration temporelle de la loi peut soit être effectuée grâce à une méthode explicite de Runge-Kutta soit par une méthode implicite de type $\theta-$méthode. Cette intégration est effectuée localement au niveau de la loi de comportement. La matrice tangente cohérente déterminée dans ZebFront permettra d'assembler la matrice de rigidité globale du système, ce système étant résolu par un algorithme de Newton-Raphson global.

4.3.2.1 Méthode implicite de type $\theta-$méthode

Nous avons privilégié, dans notre étude, une intégration temporelle de la loi de zone cohésive par une méthode implicite. La différence avec une méthode de type Runge-Kutta est que la vitesse de variation des inconnues est évaluée à un instant t_θ compris entre t_0 et t_1, ce qui implique un schéma itératif pour la résolution. Cette méthode est paramétrée par le facteur θ de sorte que : $t_\theta = t_0 + \theta\Delta t$ avec $0 < \theta \leq 1$.

Suivant la valeur de θ, on peut avoir une méthode d'intégration implicite (pour $\theta = 1$) ou explicite (pour $\theta = 0$). Cette méthode est très intéressante. Certes, elle demande une implantation du modèle plus compliquée car il faut calculer, entre autre, la matrice jacobienne et la matrice tangente cohérente. Mais la détermination de cette dernière permet, lorsqu'elle est utilisée par l'algorithme du Newton-Raphson global, d'améliorer la convergence du calcul et donc de minimiser le temps CPU. Ce n'est pas le cas avec une méthode explicite de type Runge-Kutta pour laquelle la matrice tangente cohérente est approximée, ce qui provoque des itérations supplémentaires de la méthode de résolution globale du système.

La mise en donnée de cette $\theta-$méthode est décrite de manière générale dans le cas du modèle de zone cohésive avec $\theta = 1$.

Nous posons l'ensemble des équations du système :

$$\vec{U} = \vec{U}_e + \vec{U}_p \tag{4.13}$$

$$\dot{D} = A(1-D)^m H\left(\frac{k}{a}\frac{\|U\|}{\delta_0} - T_0\right)^n \|\dot{U}\| \quad \text{si } \dot{Y} \geq 0 \tag{4.14}$$

Dans notre cas, nous avons supposé $\vec{U}_p = 0$. Les deux inconnues du modèle qui représentent nos variables internes sont donc le déplacement élastique $\vec{U}_e$ de l'élément d'interface et la variable d'endommagement D. $\vec{U}$ est la variable d'entrée, c'est-à-dire le déplacement imposé.

L'ensemble des équations (Eq(4.14) et Eq(4.14)) est réécrit de manière incrémentale, ce qui donne :

$$\underline{\mathbf{R}}_{U_e} = \Delta\vec{U} - \Delta\vec{U}_e \tag{4.15}$$

$$\mathbf{R}_D = \Delta D - A(1-D)^m H\left(\frac{k}{a}\frac{\|U\|}{\delta_0} - T_0\right)^n \|\Delta U\| \quad \text{si } \Delta Y \geq 0 \tag{4.16}$$

où $\underline{\mathbf{R}} = (\underline{\mathbf{R}}_{U_e}, \mathbf{R}_D)$ est le vecteur résidu.

Dans l'Eq(4.16), toutes les quantités sont supposées être calculées au temps $t_\theta = t_0 + \theta\Delta t$ avec par exemple $f = f(t_0) + \theta\Delta f$. Ce qui implique pour chaque variable d'état x : $\frac{\partial x}{\partial \Delta x} = \theta \times$ identité.

La résolution de $\vec{\mathbf{R}}(\Delta\vec{U}_e, \Delta D) = \vec{\mathbf{0}}$ requiert le calcul de la matrice jacobienne $\mathbf{J}$, définie de la manière suivante :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \underline{\mathbf{R}}_{U_e}}{\partial \Delta\vec{U}_e} & \frac{\partial \underline{\mathbf{R}}_{U_e}}{\partial \Delta D} \\ \frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \Delta\vec{U}_e} & \frac{\partial \mathbf{R}_D}{\partial \Delta D} \end{pmatrix} \tag{4.17}$$

l'ensemble x des variables internes du système est alors déterminé à partir de l'équation : $\{\partial x\} = \left[\mathbf{J^{-1}}\right] \cdot \{\partial \mathbf{R}\}$.

L'inverse de la matrice jacobienne peut être écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{J^{-1}} = \begin{pmatrix} J^\star_{uu} & J^\star_{ud} \\ J^\star_{du} & J^\star_{dd} \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

La matrice tangente cohérente (c-à-d cohérente avec le schéma de discrétisation temporel), notée $[L_c]$, est alors décrite par :

$$[L_c] = \frac{\partial \Delta T}{\partial \Delta U_e} \tag{4.19}$$

$$= (1-D)\frac{k}{\delta_0}\frac{\partial \Delta U_e}{\partial \Delta U_e} - \frac{k}{\delta_0}U_e\frac{\partial \Delta D}{\partial \Delta U_e} \tag{4.20}$$

$$= (1-D)\frac{k}{\delta_0}\left[J^\star_{uu}\right] - \frac{k}{\delta_0}U_e\left[J^\star_{du}\right] \tag{4.21}$$

Cette matrice permettra l'assemblage de la matrice de rigidité globale de la structure utilisée dans l'intégration globale du problème.

4.3.2.2 Contrôle de la convergence locale du modèle

Nous avons réalisé, après avoir implanté le modèle, une étude de convergence du calcul. Nous avons comparé, pour différents nombres d'incréments, la solution analytique avec le calcul par éléments finis afin d'avoir une meilleur compréhension de la convergence du modèle d'endommagement. Une différence, au niveau des courbes contrainte/déplacement, peut être notée à partir de 100 incréments entre le calcul numérique et le calcul analytique. Le module "$stepping-controls$" a été utilisé afin d'optimiser le temps de calcul en limitant le nombre d'incréments. Ce module est une méthode de contrôle du pas de temps qui s'applique à l'intégration locale de la loi de comportement afin d'augmenter la précision de cette dernière, sans pour autant modifier le pas de temps de l'algorithme de Newton global.

La figure 4.11 illustre la comparaison entre le calcul analytique et le calcul numérique, avec et sans le module, pour 100 incréments. Nous avons, dans la suite de nos calculs par éléments finis, gardé ce module qui est nécessaire pour obtenir une convergence locale avec des temps de calcul acceptables.

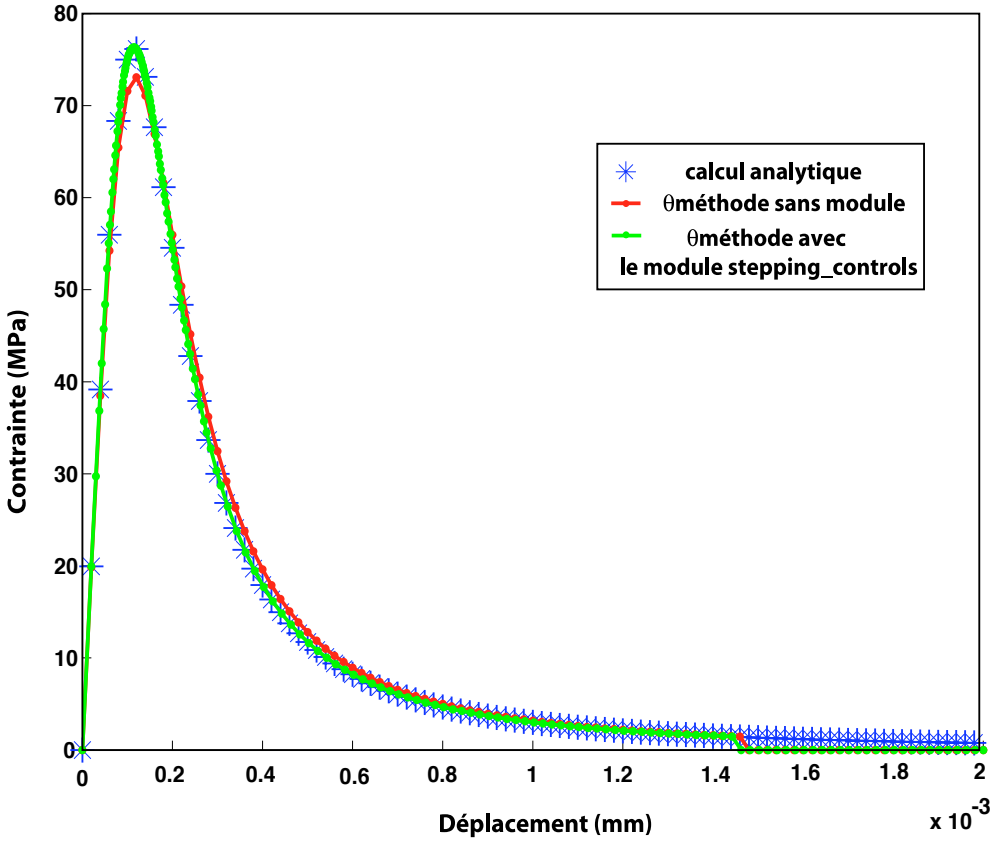


FIG. 4.11 – Convergence du modèle d'endommagement en utilisant le module "*stepping – controls*".

4.3.3 Problèmes numériques rencontrés

De nombreux problèmes numériques peuvent apparaître lors de l'utilisation de modèles de zone cohésive. Nous avons déjà parlé § 2.1.3.4 d'un problème inhérent à ce type d'approche : le problème des sauts de solution. Mais d'autres problèmes se posent également, non plus numériques mais plutôt conceptuels tels que : "quelle taille doit avoir la *process zone* ?" ou bien "quelle doit être l'épaisseur intrinsèque de l'élément de zone cohésive ?", "quelle doit être la taille des éléments en pointe de fissure afin d'assurer une convergence du calcul par éléments finis ?" ou encore "quel type d'élément dois-je utiliser afin d'avoir une description correcte des champs en pointe de fissure ?". C'est à ces différentes questions que nous tenterons de répondre dans ce paragraphe mais également tout au cours de cette étude.

4.3.3.1 Principe adopté pour éviter le problème de saut de solution

Les problèmes de saut de solution (§ 2.1.3.4) sont une limitation majeure de l'utilisation de la méthode de zone cohésive. Afin de remédier à ce problème, nous avons couplé la variable d'endommagement cyclique à un endommagement monotone en utilisant un modèle de type Crisfield [144]. L'introduction d'un modèle de type Crisfield permet de contrôler la pente de la partie adoucissante de la loi de zone cohésive et donc, si cette pente est assez raide, d'éviter la divergence du calcul (figure 4.12).

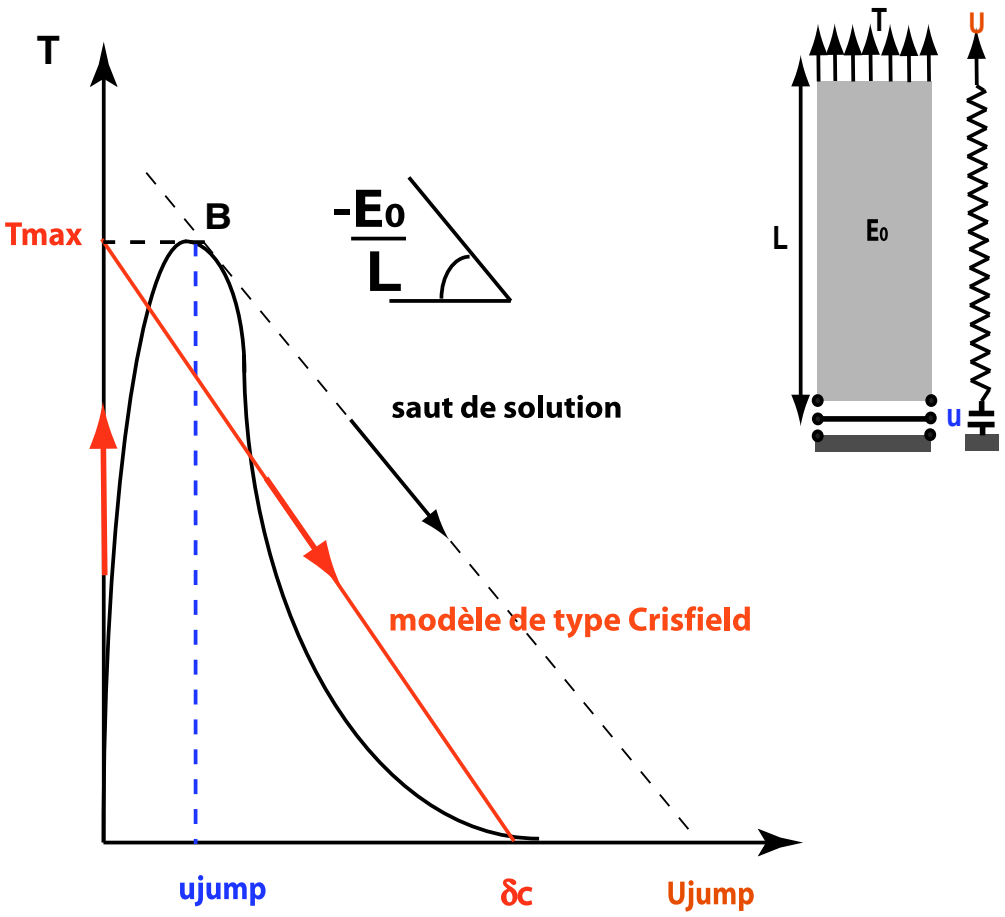


FIG. 4.12 – Couplage de l'endommagement cyclique à l'endommagement monotone afin d'éviter les problèmes de saut de solution.

Nous décrivons, très brièvement, le modèle de Crisfield, figure 4.13. Ce modèle est caractérisé

par une montée en charge linéaire. La raideur initiale peut être aussi grande que souhaité, afin de minimiser l'impact de l'introduction des modèles de zone cohésive sur la solution du problème d'élasticité (c'est-à-dire pour limiter l'épaisseur intrinsèque de l'élément cohésif). L'endommagement s'active alors lorsque $T \geq T_{max}$ ce qui produit une décroissance linéaire de la loi jusqu'à rupture de l'élément.

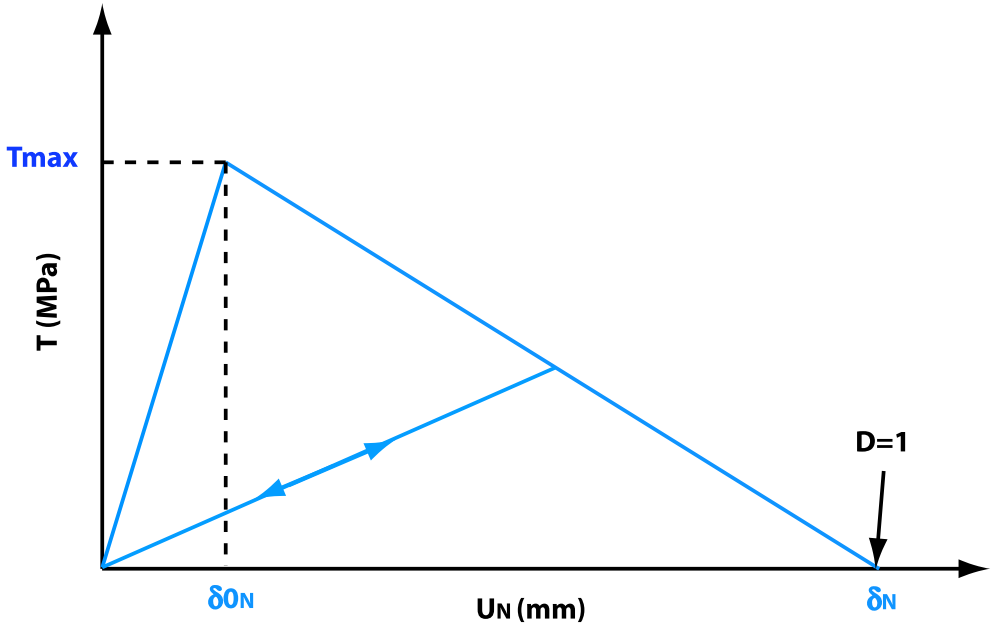


FIG. 4.13 – Modèle de zone cohésive de type Crisfield.

Le couplage avec l'endommagement monotone a été réalisé de la manière suivante :

$$D = D_{cyc} + D_{mono} \tag{4.22}$$

où D représente l'endommagement total, D_{cyc}, l'endommagement cyclique défini par l'Eq(4.4) et D_{mono} l'endommagement monotone.

L'activation de l'endommagement monotone est contrôlée par la fonction seuil suivante :

$$f = \|T\| - \|T_{mono}\| \tag{4.23}$$

où T est la contrainte définie par l'Eq(4.2) et T_{mono} la contrainte monotone définie par :

$$\begin{cases} T_T = \alpha T^m_{\max} \left(1 - D_{mono}\right) \frac{U_T}{\delta^m_{0T}} \\ T_N = T^m_{\max} \left(1 - D\right) \frac{U_N}{\delta^m_{0N}} \end{cases} \tag{4.24}$$

La variable d'endommagement D_{mono} est définie de la manière suivante :

$$D_{mono} = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\langle \kappa \rangle}{1 + \langle \kappa \rangle} \text{ avec } \begin{cases} \kappa = \sqrt{\left(\frac{\langle U_N \rangle}{\delta^m_{0N}}\right)^2 + \left(\frac{U_T}{\delta^m_{0T}}\right)^2} - 1 \\ \eta = 1 - \frac{\delta^m_{0N}}{\delta^m_N} = 1 - \frac{\delta^m_{0T}}{\delta^m_T} \end{cases} \tag{4.25}$$

où δ_{0T}^m et δ_{0N}^m sont respectivement les déplacements correspondant aux maxima de contrainte tangentielle et normale, δ_T^m et δ_N^m, respectivement les déplacements à rupture tangentiel et normal de l'élément. La variable d'endommagement D_{mono} est nulle tant que $T < T_{\max}$, puis varie linéairement de 0 à 1.

Lorsque le seuil f d'endommagement monotone est atteint ($f = 0$), par exemple, lors d'applications de surcharges, les équations différentielles suivantes sont obtenues :

$$\text{Si } f = 0 \qquad \text{et} \qquad \dot{f} = 0 \Longrightarrow \dot{D}_{mono} \geq 0 \tag{4.26}$$

Les constantes du modèle monotone sont choisies en respectant la relation suivante :

$$G_c = \frac{1}{2} T_{max} \delta_N^m = \frac{K_{Ic}^2}{E}(1 - \nu^2) \tag{4.27}$$

où G_c est l'énergie critique du matériau et K_{Ic} la tenacité du matériau. Ainsi, pour une valeur de tenacité de $30 MPa\sqrt{m}$ et pour les caractéristiques matériaux d'un superalliage monocristallin, c'est-à-dire $E = 89000\, MPa$ et $\nu = 0,3$, on obtient $G_c = 9,2\, KJm^{-2}$.

Un exemple d'application du modèle couplé est donné figures 4.14 et 4.15. Un élément de zone cohésive couplé à un élément volumique est soumis à une sollicitation cyclique comportant une surcharge. On remarque que l'activation de l'endommagmement monotone apparaît pendant la phase de surcharge. On peut également noter que l'évolution contrainte-déplacement du modèle de propagation suit bien une loi de type Crisfield pendant la surcharge.

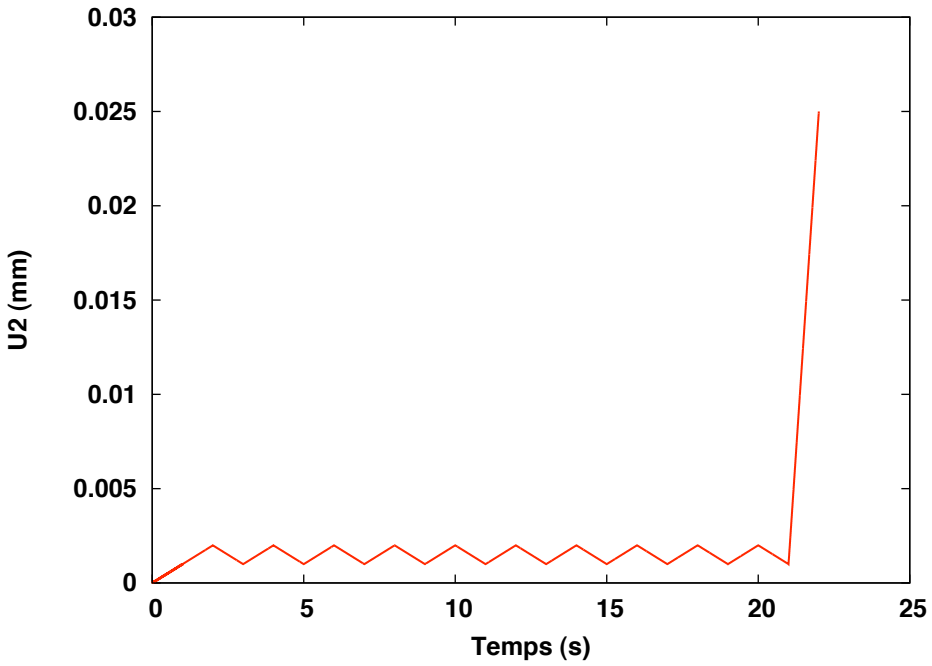


FIG. 4.14 – Sollicitation appliquée.

4.3.3.2 Principe adopté quant à la taille des éléments de zone cohésive

En raison des gradients importants des champs que l'on peut avoir en pointe de fissure, une taille d'élément fine est requise dans cette région afin d'obtenir une discrétisation correcte de ces

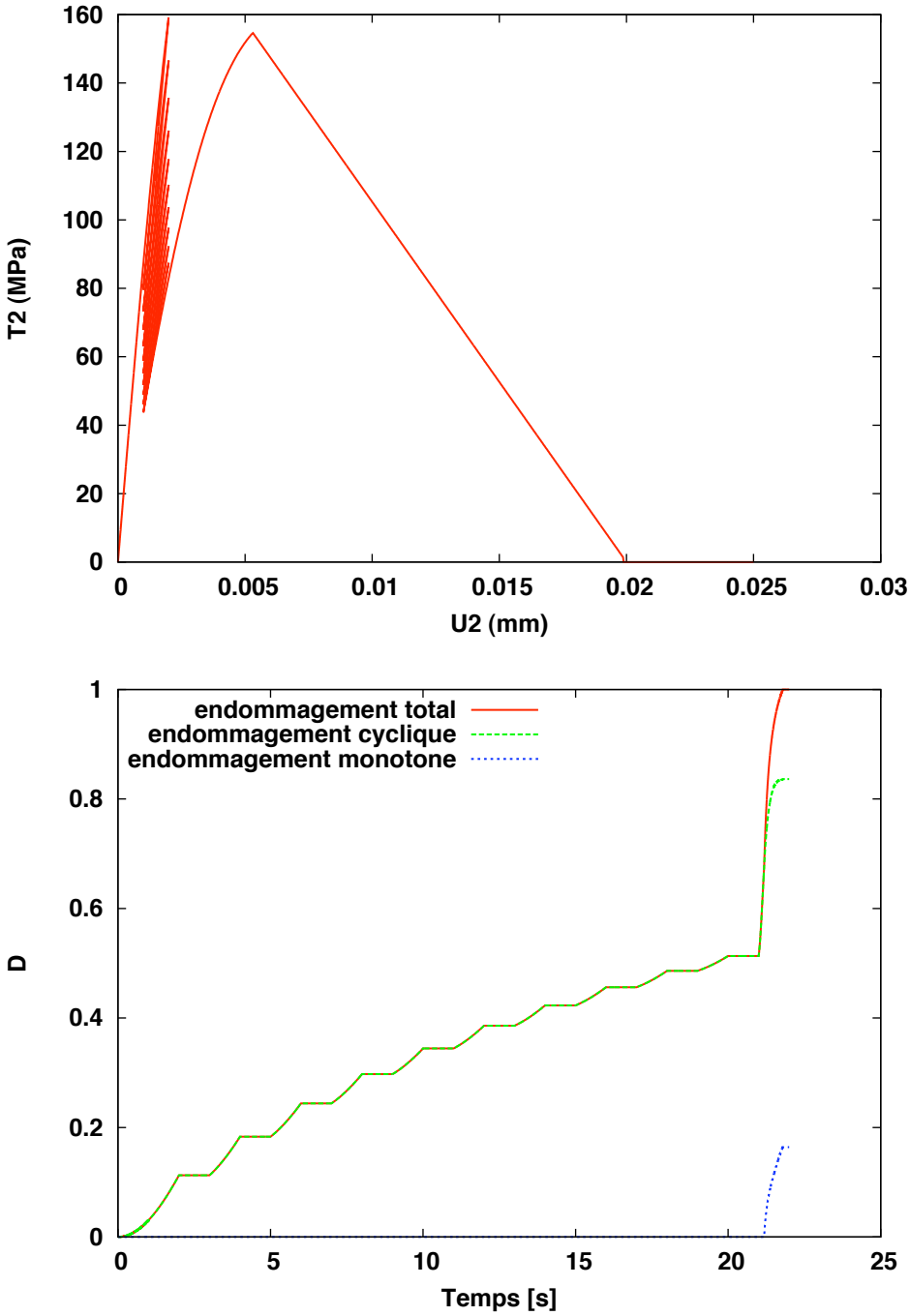


FIG. 4.15 – Réponse du modèle couplé soumis à une surcharge.

champs. Dans le cadre de cette étude, nous avons choisi de respecter un certain critère concernant la taille des éléments en pointe de fissure, critère décrit et utilisé par Fedelich [145, 146] dans le cadre du projet SOCRAX. Une étude récente [147], concernant la convergence des seuils d'ouverture, a établi que 3 à 4 éléments inclus dans la zone plastique en pointe de fissure permettaient d'obtenir une bonne précision des valeurs de seuils d'ouverture. Nous avons, dans la suite de cette étude, respecté une taille d'élément en pointe de fissure définie par $\delta_{size} \leq 0,1 r_p$ (Gonzalez-Herrera [148]).

Dans notre cas, la taille de la zone plastique est calculée en déformation plane selon l'équation suivante :

$$r_p = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{max}}{\sigma_y}\right)^2 (1-2\nu)^2 \tag{4.28}$$

avec $\sigma_y = 450\,MPa$ et $K_{max} = \sigma_\infty\sqrt{\pi a}$ est le facteur d'intensité des contraintes à l'infini pour une longueur de fissure donnée a.

Concernant la taille des éléments de zone cohésive, une étude de convergence sera menée § 4.4.3.1 afin de vérifier la validitié de l'approche considérée.

4.3.3.3 Détermination de la taille de la *process zone*

Nous avons déjà défini § 2.1.3.3 la notion de *process zone*, composée en amont de la *wake zone* et de la *forward zone* en aval (figure 4.17). Cette notion est très importante pour l'approche de zone cohésive. En effet, doit-on avoir 1 élément, 5 élements, 10 ou 100 éléments inclus dans cette *process zone* ? Quelle sera la conséquence de la taille de cette dernière sur la qualité des résultats obtenus ?

La première question à se poser serait : comment estimer la taille de la zone affectée par l'endommagement en pointe de fissure ? Une première réponse a été donnée par Rice [149]. Ce dernier estime la taille de cette *process zone* en utilisant l'équation suivante :

$$R_{PZ} = \frac{9\pi}{32}\frac{E}{1-\nu^2}\frac{G_c}{T_0^2} \tag{4.29}$$

où E est le module d'Young, ν le coefficient de poisson du matériau, G_c l'énergie de décohésion et T_0 le seuil d'endommagement. Cette taille inclut les longueurs de la *wake* et de la *forward zone*.

Une estimation de la longueur de la *forward zone* peut être donnée par analogie à la taille de la zone plastique en pointe de fissure. Dans le cas des déformations planes, cette estimation est donnée par :

$$R_{FZ} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_I}{T_0}\right)^2 (1-2\nu)^2 \tag{4.30}$$

où $K_I = \sigma_\infty\sqrt{\pi a}$ est le facteur d'intensité des contraintes pour une longueur de fissure donnée a.

Ces différentes formulations donnant la taille de *process zone* seront appliquées dans la suite de cette étude à titre de comparaison.

Nous avons essayé de comprendre qu'elle était l'influence de la longueur de la *process zone* sur la qualité du calcul obtenu. La figure 4.16 donne les évolutions de l'endommagement et

de la contrainte le long du chemin de fissuration à différents cycles. On note que l'évolution de l'endommagement est continu sur le chemin de fissuration. La solution élastique analytique en pointe de fissure a également été tracée, la pointe de la fissure étant choisie au niveau du maximum de contrainte. On remarque alors que l'on a une bonne discrétisation, par les éléments de zone cohésive, des contraintes en pointe fissure. La qualité de cette discrétisation est à relier au nombre d'éléments de zone cohésive présents dans la *process zone* et donc à la taille de cette dernière.

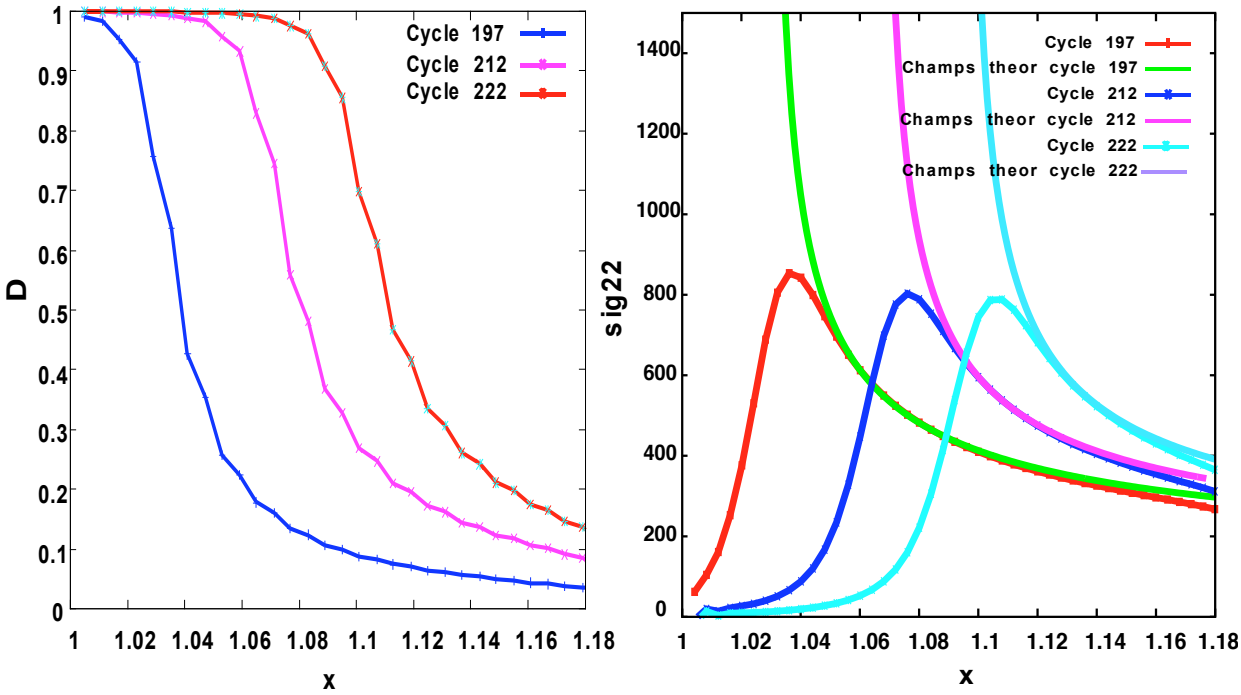


FIG. 4.16 – Evolutions de l'endommagement de fatigue et du champ de contrainte le long du chemin de fissuration à différents cycles.

Nous avons représenté, figure 4.17, un schéma qui récapitule les différentes notions introduites ci-dessus.

4.3.3.4 Choix du type d'élements finis volumiques

Différents types d'éléments peuvent être utilisés dans les simulations numériques. La structure est maillée avec des éléments triangulaires. Dans cette étude, nous avons comparé le cas d'un maillage 2D linéaire avec un maillage 2D quadratique. Les éléments utilisés sont précisés dans le tableau 4.1.

Maillage	n_n	n_g	méthode	nom
2D	3	3	standard	c2d3
linéaire	4	2	interface	i2d4
2D	6	3	standard	c2d6r
quadratique	6	3	interface	i2d6

TAB. 4.1 – Liste des éléments employés pour les simulations numériques (n_n étant le nombre de nœuds et n_g le nombre de points de Gauss).

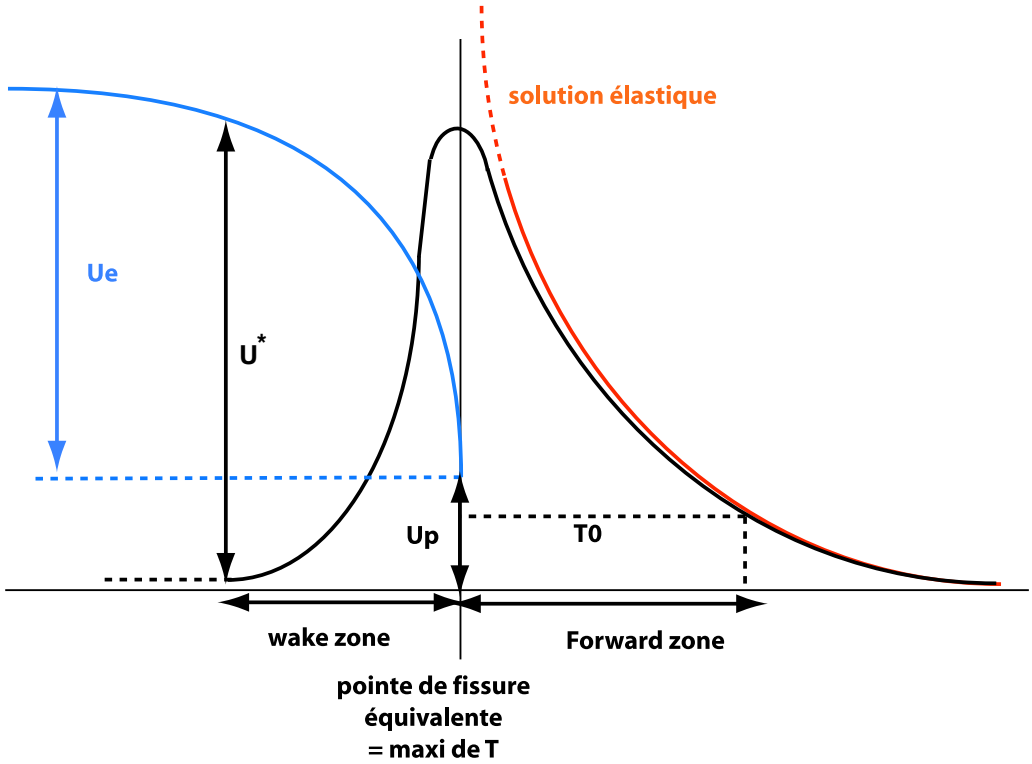


FIG. 4.17 – Schéma de synthèse des notions intrinsèques aux éléments de zone cohésive.

Le cas du maillage linéaire, on le sait, peut amener à des problèmes de verrouillage d'éléments ([150]). Dans notre cas, une première phase du calcul consiste à simuler une préfissure (§ 4.4.4.1) par une méthode de relâchement de nœuds (détaillée annexe D.1). Le maillage dans cette zone étant irrégulier (maillage progressif), la méthode de relâchement de nœud est très approximative (le relâchement du nœud étant réalisé si la position de ce dernier est supérieure à une longueur caractéristique qui évolue à chaque incrément de temps et est dépendant d'une longueur spatiale constante). Dans le cas d'un maillage linéaire, deux ou trois nœuds peuvent donc être relâchés en même temps. Maintenant, si on considère le cas d'un maillage quadratique, pendant la phase de relâchement de nœuds et dans le cas d'un maillage non régulier, la pointe de la fissure peut se retrouver au milieu de l'élément. Or, l'enrichissement de l'élément dans le cadre des éléments finis n'est pas capable de traduire correctement la singularité à la pointe de la fissure ce qui peut provoquer des phénomènes parasites lors de l'intégration de cet élément.

L'utilisation d'un maillage linéaire permet un gain au niveau des calculs éléments finis mais présente le risque de verrouillage d'éléments. L'utilisation d'un maillage quadratique peut quant-à-lui présenter des problèmes lors du relâchement de nœuds mais il assure une qualité au niveau des champs obtenus à la pointe de la fissure pendant la phase de propagation de la fissure.

Nous comparons, ci-dessous, un calcul de propagation de fissure pour un maillage linéaire (taille d'éléments de $4\,\mu m$ dans la zone raffinée) et quadratique (taille d'éléments de $8\,\mu m$ dans la zone raffinée) afin de vérifier la validité de chacun de ces calculs. Dans un premier temps, nous simulons la phase de préfissuration par une méthode de relâchement de nœuds jusqu'à une longueur de préfissure de $4,1\,mm$ puis la phase de propagation en activant les éléments de zone cohésive. Cette procédure de simulation de la propagation de fissure sera plus amplement explicitée § 4.4.4.1 et § 4.4.4.2. Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 présentent, respectivement, les champs de contrainte, de déformation plastique et de pression hydrostatique obtenus pour une longueur

de fissure de $4,4\,mm$ et un nombre de cycles de 616 cycles.

On remarque que les différents champs sont assez similaires pour les deux calculs éléments finis avec néanmoins une différence dans la phase de préfissuration pour la traînée plastique de la fissure. On constate, pour le maillage quadratique, une zone de compression à la limite entre le maillage progressif et le maillage régulier (figure 4.19). Cette zone n'est pas visible sur le maillage linéaire et démontre bien que le relâchement des nœuds milieux peut provoquer des artefacts numériques.

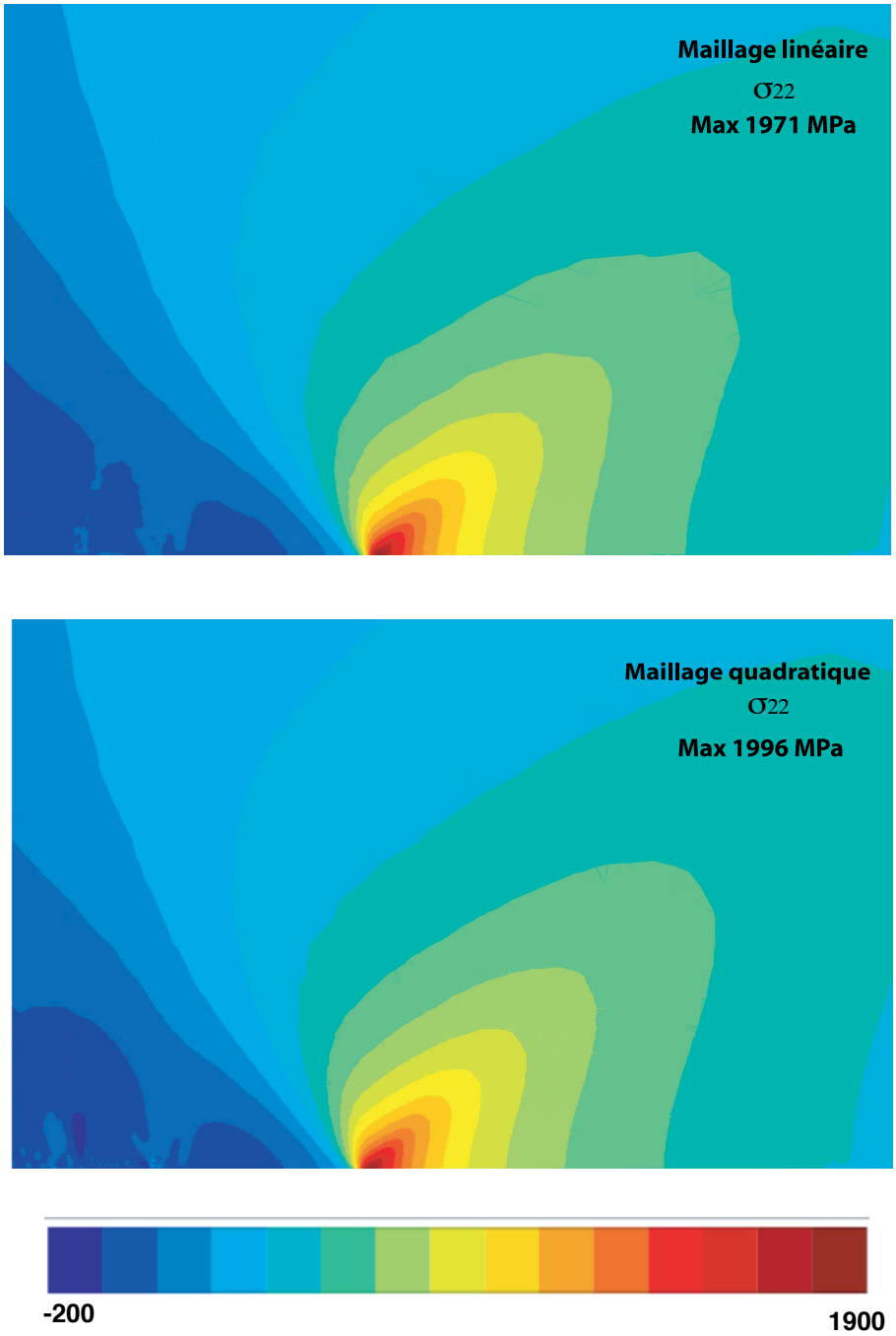


FIG. 4.18 – Champ de contrainte en pointe de fissure pour une avancée de fissure de $4,4\,mm$.

Néanmoins, on note, en relevant les vitesses de fissuration (figure 4.21), certes différentes

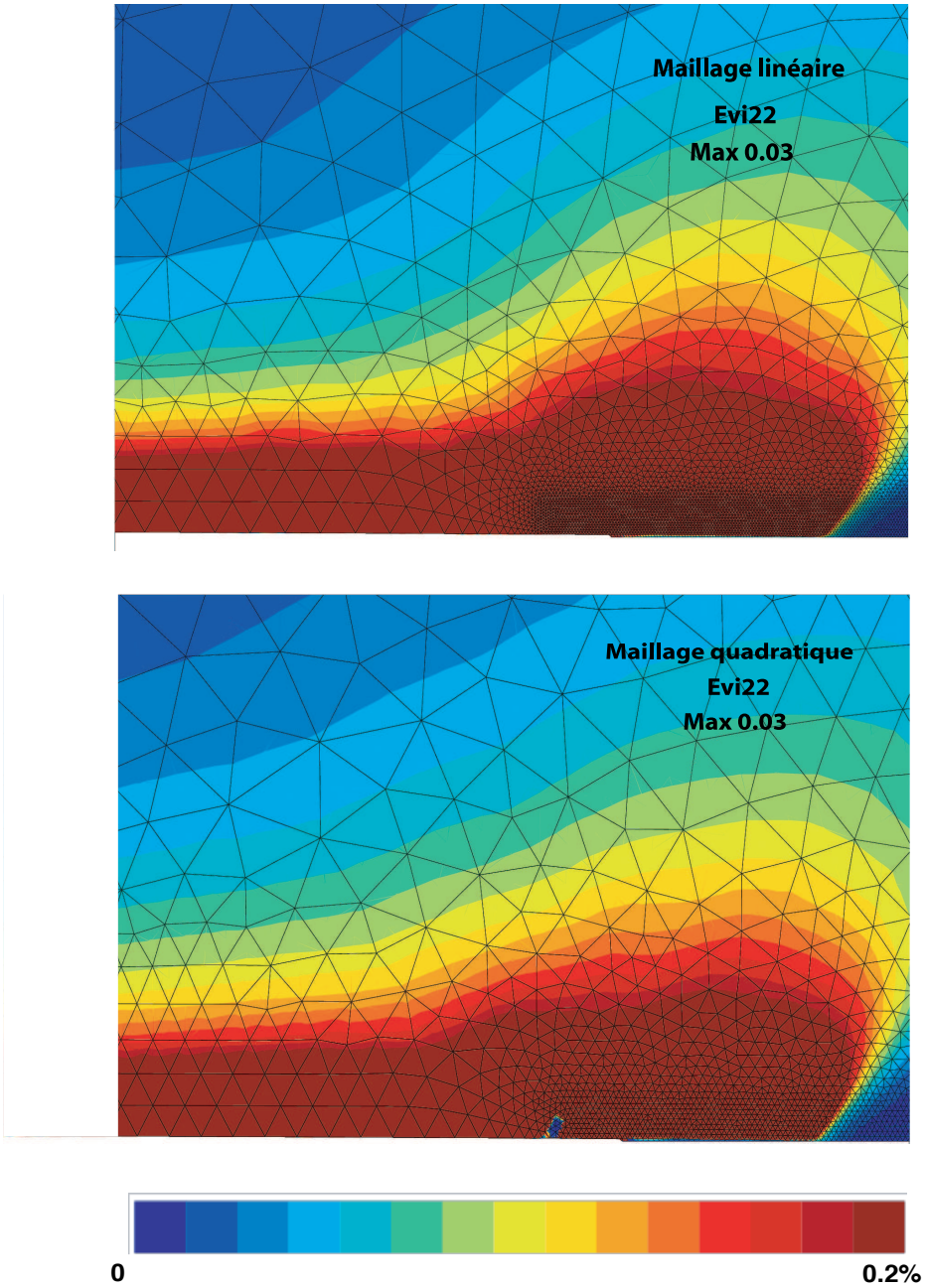


FIG. 4.19 – Champ de déformation plastique en pointe de fissure pour une avancée de fissure de $4,4\,mm$.

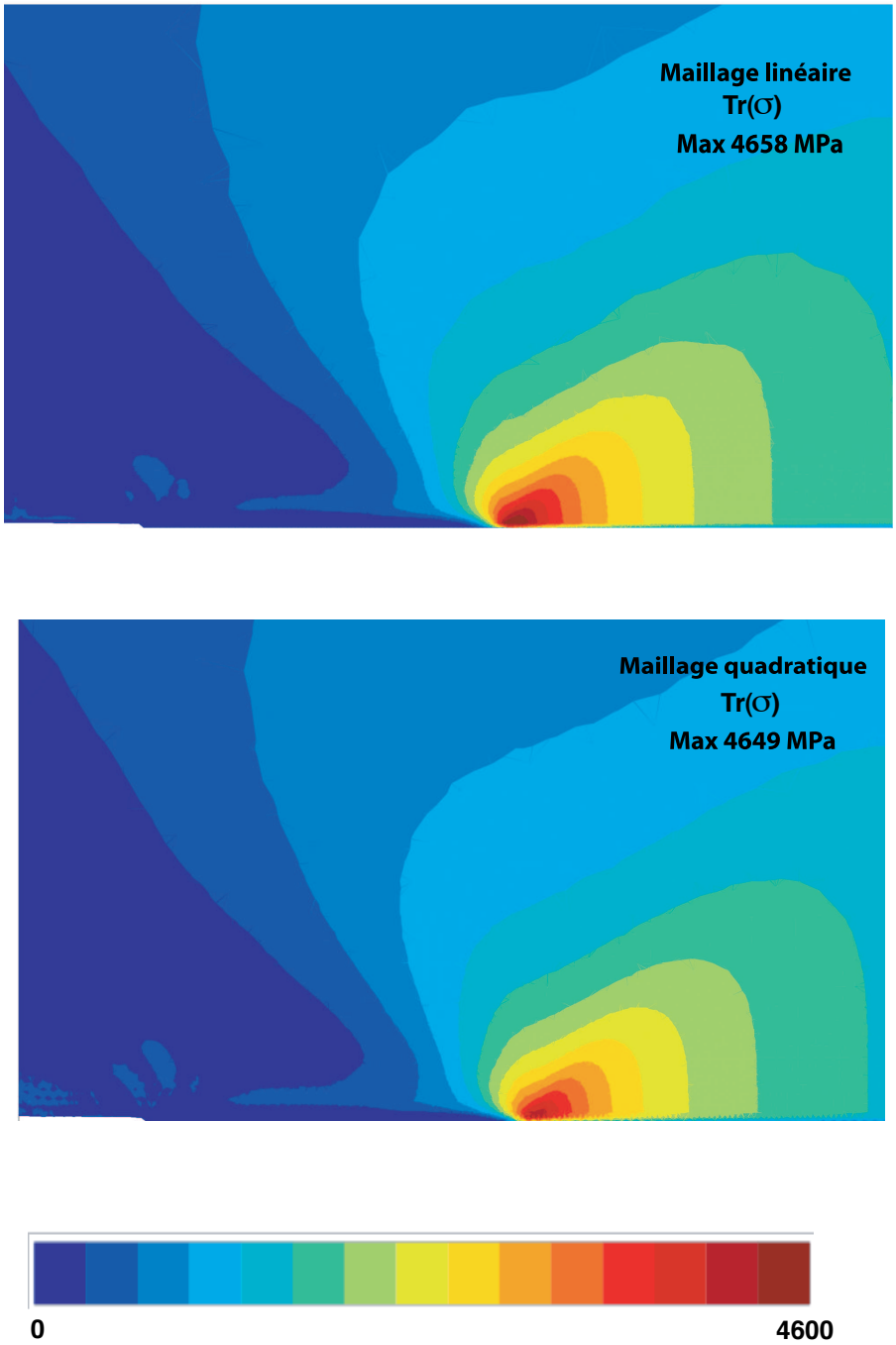


FIG. 4.20 – Pression hydrostatique en pointe de fissure pour une avancée de fissure de $4,4\,mm$.

pour les deux calculs (amplitude du pic différent), que la phase de transition "relâchement de nœuds/éléments de zone cohésive" est rapidement oubliée. Pendant la phase de propagation de la fissure, les deux calculs donnent des vitesses comparables. Les deux types de maillage peuvent donc être utilisés en régime de fatigue pure. Nous privilégierons pour la plupart des calculs l'utilisation d'éléments quadratiques, l'utilisation d'un maillage linéaire ne sera réalisée qu'afin d'obtenir un temps de calcul raisonnable pour des problèmes plus importants.

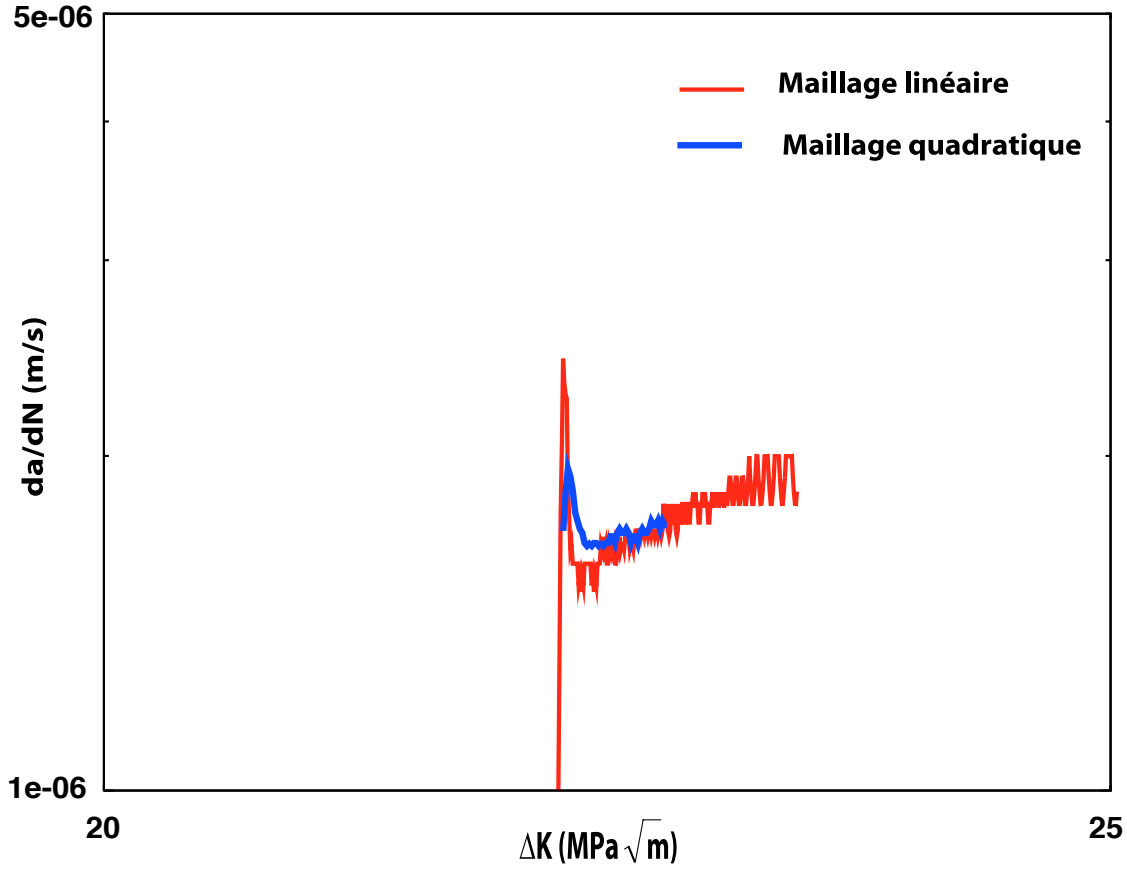


FIG. 4.21 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes, ΔK.

D'autres éléments pourraient être utilisés pour cette problématique tels que les éléments linéaires "bulle" (Taylor [151]). Des simulations numériques de propagation de fissure par éléments de zone cohésive ont été réalisées par Besson [143] en utilisant ce type d'élément. Les éléments "bulle" linéaires triangulaires sont des éléments à 3 nœuds et 3 points de Gauss possédant un nœud au centre (figure 4.22) qui est condensé ensuite dans la matrice de rigidité. Ce type d'élément, comme les éléments quadratiques, permet de diminuer les problèmes liés à la pression hydrostatique qui peut amener au verrouillage de l'élément.

4.4 Comment est traîté le problème de la propagation de fissure

La méthode développée dans cette thèse s'applique en principe à toute situation de propagation de fissure dans laquelle, pour le moment, le plan de propagation de la fissure est supposé connu. La généralisation à des situations de fissure de surface de propagation non connue nécessiterait à la fois des critères de bifurcation adaptés et des techniques de remaillage automatique que nous n'avons pas voulu considérer dans le présent travail. Nous présentons, dans la suite de

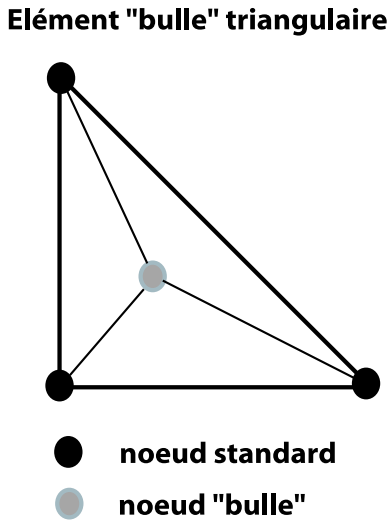


FIG. 4.22 – Elément "bulle".

ce paragraphe, un exemple test, l'éprouvette SEN, qui va servir à qualifier et valider la méthode de propagation de fissure en utilisant l'approche élément de zone cohésive.

4.4.1 Géométrie du problème

Nous considérons une éprouvette préfissurée (SEN), illustrée sur la figure 4.23, comportant une fissure initiale de longueur a_0. Cette éprouvette est orientée suivant $< 001 >$ et la direction du front de propagation de la fissure étudiée est $< 100 >$. La discrétisation par éléments finis prend en compte les symétries de chargement et de géométrie. Les détails du maillage en pointe de fissure sont donnés sur la figure 4.24.

Les éléments choisis sont des éléments triangulaires et les analyses éléments finis sont réalisées sous les hypothèses des déformations planes. Un zoom de la zone de maillage raffinée montre une boîte régulièrement maillée où sont situés les éléments de zone cohésive. Le chemin de fissuration est supposé prédéfini le long de la ligne de symétrie. Le trajet de fissuration a été défini conformément aux observations de propagation de fissures expérimentales. Ce chemin de fissuration est modélisé par des éléments de zone cohésive. Différentes tailles d'éléments seront considérées dans cette étude. On note que la taille de l'éprouvette est grande devant la taille maximale des fissures que l'on souhaite traduire. De ce fait on a admis la symétrie du problème, ce qui revient à considérer une fissure de part et d'autre mais sans aucune interaction (symétrie parfaite).

4.4.2 Lois de comportement inélastique du matériau

Nous présentons ici le modèle de comportement élastoviscoplastique choisi dans ce travail pour décrire le milieu moncristallin dans lequel se propage la fissure. Il est issu de la formulation de l'Ecole de Mines de Paris (Cailletaud [2]) et correspond au modèle de base utilisé pour les monocristaux pour aubes de turbine, de type AM1, ou MC2, ou MCN6 utilisés par la SNECMA. Ce modèle, utilisé ici dans le cas des petites déformations, est basé sur la théorie de la plasticité cristalline. La déformation totale se décompose en une partie élastique ($\underset{\sim}{\mathbf{C}}$ étant le tenseur anisotrope d'élasticité) et une partie plastique :

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\varepsilon}^e + \underset{\sim}{\varepsilon}^p, \qquad \underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{\mathbf{C}} : \underset{\sim}{\varepsilon}^e \tag{4.31}$$

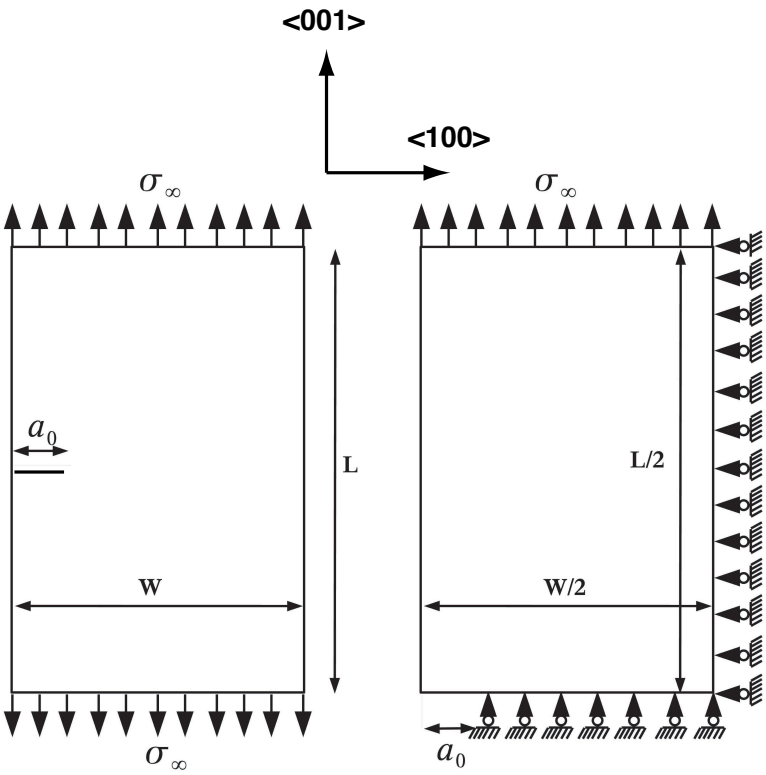


FIG. 4.23 – Dimension de l'éprouvette préfissurée, géométrie et conditions aux limites utilisées dans le modèle éléments finis.

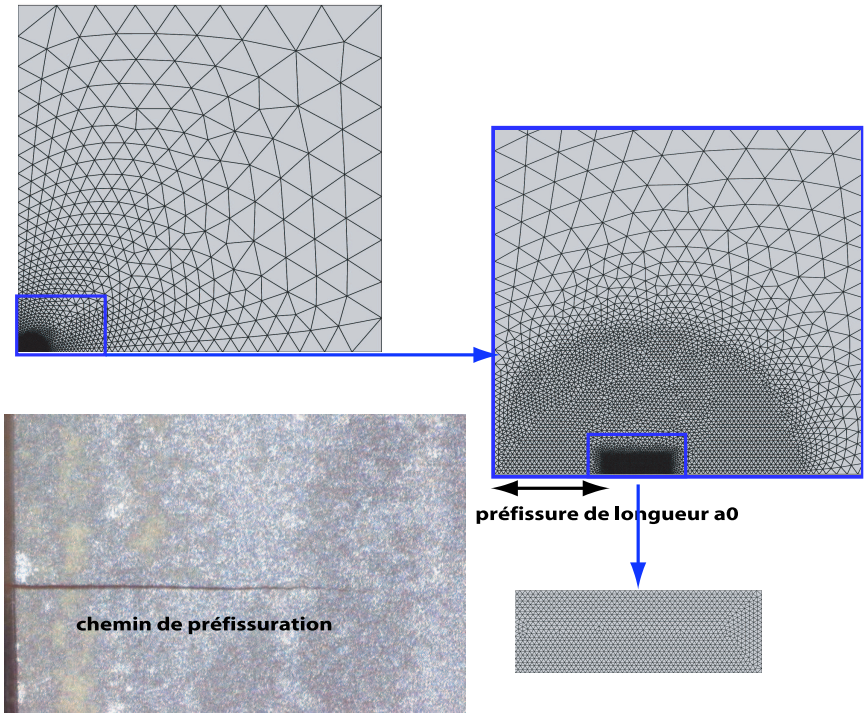


FIG. 4.24 – Maillage utilisé.

La déformation plastique est la résultante de l'activation des plans de glissement sur les 12 sytèmes octahédriques et les 6 systèmes cubiques. Cette activation des plans de glissement est fonction du chargement appliqué et de l'orientation cristallographique du matériau. On a donc :

$$\dot{\underset{\sim}{\varepsilon}}^p = \sum_{s=1}^{12} \underset{\sim}{\mathbf{m}}^s \dot{\gamma}^s + \sum_{s'=1}^{6} \underset{\sim}{\mathbf{m}}^{s'} \dot{\gamma}^{s'} \qquad \text{avec} \qquad \underset{\sim}{\mathbf{m}}^s = \frac{1}{2}(\underline{l}^s \otimes \underline{n}^s + \underline{n}^s \otimes \underline{l}^s) \tag{4.32}$$

où $\underline{l}^s$ est la direction de glissement et $\underline{n}^s$ la normale au plan de glissement, pour le système considéré s.

La résultante des vitesses de glissement $\dot{\gamma}^s$ est donnée par :

$$\dot{\gamma}^s = \langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k} \rangle^n \text{ sign}(\tau^s - x^s) \tag{4.33}$$

où $\tau^s = \underset{\sim}{\sigma} : \underset{\sim}{\mathbf{m}}^s$ est la contrainte de cisaillement résolue sur le plan de glissement s (critère de Schmid). Des variables internes sont introduites pour chaque système de glissement afin de traduire le caractère écrouissable du matériau : les variables d'écrouissage isotrope r^s et d'écrouissage cinématique x^s. Pour l'écrouissage isotrope, la matrice d'interaction des systèmes de glissement H^{sr} est choisie égale à l'identité.

$$r^s = r_0 + Q \sum_r H^{sr}(1 - e^{-bv^r}) \qquad \text{avec} \qquad \dot{v}^r = |\dot{\gamma}^r| \tag{4.34}$$

La formulation suivante est retenue pour l'écrouissage cinématique non linéaire :

$$\dot{x}^s = c\dot{\gamma}^s - \dot{v}^s d(x^s - \bar{x}) \tag{4.35}$$

La dissymétrie en traction/compression, observée dans les superalliages monocristallins à haute température, est prise en compte dans le second terme de l'équation 4.35 via le terme $\bar{x}$. En ne considérant qu'un seul système de glissement, l'intégration de l'équation 4.35 sous des tractions (+) et des compressions (-) monotones donne :

$$x = (\bar{x} \pm \frac{c}{d})(1 - e^{\mp d\gamma}) \tag{4.36}$$

Mais ce modèle, identifié, jusqu'à présent, pour une gamme de vitesses de déformation comprises entre $10^{-4}\, s^{-1}$ et $10^{-7}\, s^{-1}$, ne peut être utilisé sans modification pour des régimes de fatigue pure (c'est-à-dire pour des fréquences égales ou supérieures à 1 Hz). En effet, comme cela est illustré figure 4.25, la non saturation de la viscosité à haute fréquence nous donne une surestimation des contraintes (visqueuses) qui fausse tout calcul par éléments finis à haute fréquence (pour une fréquence de 50 Hz, on note une surestimation des contraintes de 1200 MPa pour la loi non saturée par rapport à la loi saturée de l'AM1). Un deuxième mécanisme de déformation viscoplastique est donc considéré. Dans un souci de simplicité, on se limite à l'introduction d'une fonction de viscosité à deux pentes. Cela permet d'élargir le régime de validité de la loi de comportement (Eq.(4.37)).

$$\dot{\gamma}^s = \langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k_1} \rangle^{n_1} \text{sign}(\tau^s - x^s) + \langle \frac{|\tau^s - x^s| - r^s}{k_2} \rangle^{n_2} \text{sign}(\tau^s - x^s) \tag{4.37}$$

Nous avons choisi de rendre effectif le régime des fortes vitesses (exposant $n_2 > n_1$) de cette loi à partir d'une vitesse de déformation de $10^{-3}\, s^{-1}$, en accord avec des essais SNECMA à

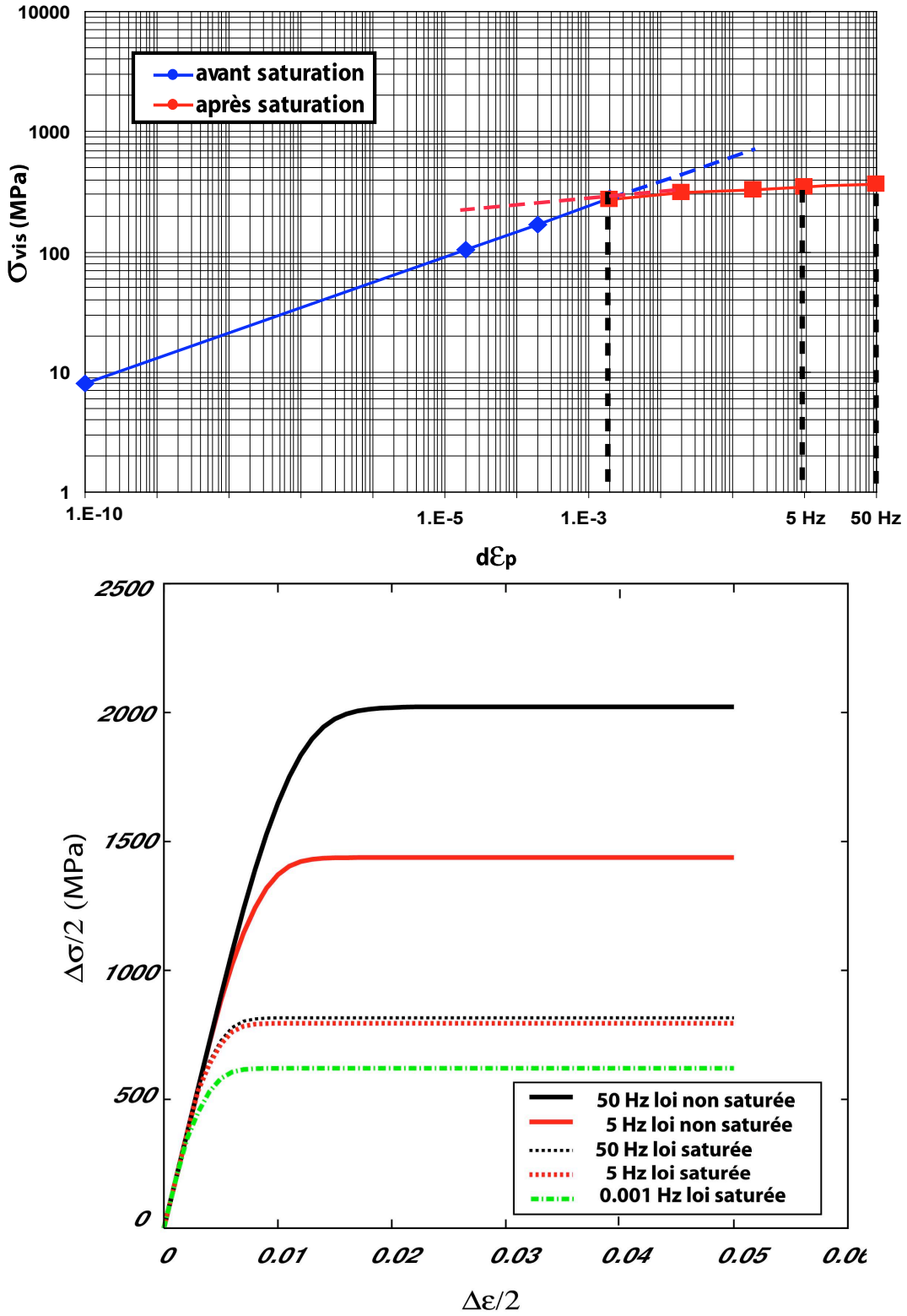


FIG. 4.25 – Saturation de la contrainte visqueuse à haute température.

déformation imposée à $900°C$ (rapport technique [152]) qui montrent que la contrainte visqueuse tend à être saturée à partir d'une vitesse de déformation de $3,33.10^{-2}\,s^{-1}$. Le paramètre n_2 est alors choisi en proportion de $n_1(T)$ avec $n_2 = \xi n_1(T)$ où ξ est indépendant de la température et est égal à 8 dans notre cas. De même, la vitesse de changement de régime (égalité des deux termes) est choisie de façon constante, $\dot{\varepsilon}^\star = 10^{-3}\,s^{-1}$, indépendemment de la température. On a alors :

$$k2(T) = k1(T)\dot{\varepsilon}^{\star\,\frac{\xi-1}{\xi n_1(T)}} \tag{4.38}$$

Les seuls paramètres supplémentaires sont la vitesse limite $\dot{\varepsilon}^\star$ et le facteur ξ d'augmentation de l'exposant, tous deux indépendants de la température. On peut observer figure 4.25 la réponse du modèle en régime de forte vitesse.

4.4.3 Etude de convergence

Afin de valider l'approche adoptée dans ce travail, mais également de garantir la robustesse des calculs, nous devons nous assurer que la solution converge indépendamment de la taille des éléments d'interface utilisés dans le calcul par éléments finis. Cette étude de convergence a été tout d'abord menée dans le cas d'un problème élastique mais aussi en viscoplasticité à haute température, en considérant alors la loi de comportement non saturée de l'AM1.

4.4.3.1 En élasticité

Pour cette étude de convergence, nous prenons un matériau élastique isotrope de module d'Young E=210 000 MPa et de coefficient de poisson $\nu = 0,3$. Les calculs sont réalisés en déformations planes généralisées, pour un mode I de sollicitations, pour une fréquence de 5 Hz et une contrainte maximale de 200 MPa. Dans un premier temps, nous définirons la méthode d'identification des paramètres du modèle couplé de propagation, puis nous étudierons la convergence de la solution avec la taille d'élément.

Identification des paramètres du modèle couplé de propagation pour l'étude de convergence

Nous considérons dans ce paragraphe une éprouvette possédant une fissure centrale de longueur 2a (a=4,1 mm) et supposée suffisamment large afin de n'avoir aucune interaction avec les bords d'éprouvette (figure 4.26).

Afin d'avoir une approximation de la contrainte maximale que nous allons choisir pour le modèle couplé de propagation, nous utilisons la solution élastique exacte de Muskhelishvili. Les contraintes dans le prolongement de la fissure (y=0) s'expriment par :

$$\sigma_y = \frac{\sigma_\infty}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{x}\right)^2}} \tag{4.39}$$

A partir de l'équation précédente, nous avons déterminé l'évolution du champ de contrainte normale en pointe de fissure pour une longueur de fissure comprise entre $a_0 = 4,1$ mm et $a_1 = 4,8$ mm. Cette fourchette correspond au domaine de longueurs de fissure étudiées. La valeur de la contrainte maximale pour le modèle couplé de propagation est alors choisie égale à 5000MPa, ce qui correspond à une valeur moyenne des maxima de contrainte pour ces deux longueurs de fissure.

Nous présentons, figure 4.27, trois calculs réalisés pour des choix de paramètres correspondant à la même énergie de décohésion $G_c = 2\,KJ.m^{-2}$ mais pour des maxima de contrainte différents, 2500 MPa, 5000 MPa et 7000 MPa. Cette figure illustre la très bonne correspondance que l'on

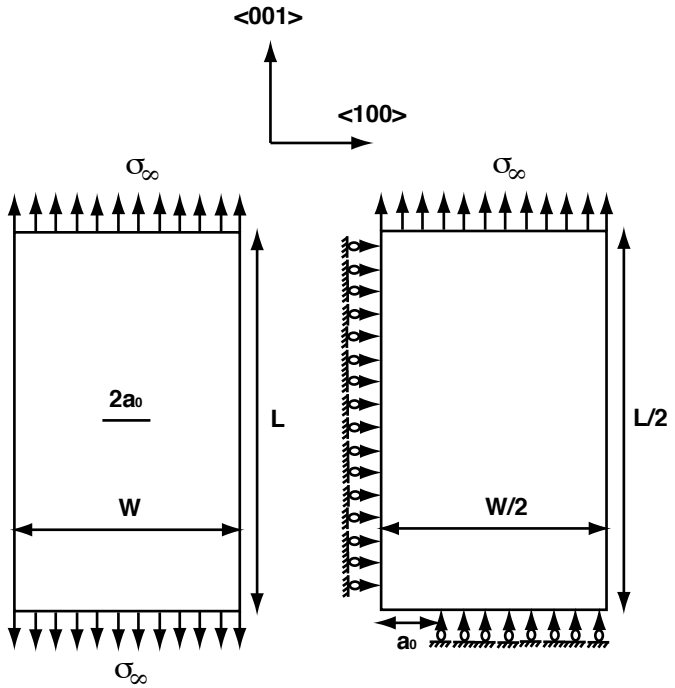


FIG. 4.26 – Géométrie et conditions aux limites de l'éprouvette utilisée dans l'étude de convergence.

a à partir d'un maximum de contrainte de 5000 MPa, entre le champ de contrainte analytique en pointe de fissure et celui obtenu dans le cadre de l'utilisation des éléments cohésifs. Bien sûr, la solution concorde à peu près avec la solution élastique dans la zone lointaine. Dans la zone proche, les contraintes sont plus faibles, et vont jusqu'à s'annuler dans la région où les éléments cohésifs deviennent totalement rompus. On remarque que les contraintes maximales obtenues, dans la région que l'on veut considérer comme la pointe de fissure effective avec cette approche, sont plus faibles que le T_{max} indiqué. Cette valeur maximale correspond à celle du fonctionnement du modèle cohésif en chargement monotone. En fatigue, la valeur maximale est évidemment bien inférieure.

L'énergie à rupture du modèle cohésif a été déterminée afin d'obtenir des vitesses de propagation de l'ordre de $10^{-6}\,ms^{-1}$ correspondant aux vitesses obtenues expérimentalement pour une fréquence de 5 Hz. Les valeurs des paramètres du modèle sont $A = 0,000003\,m^{-1}MPa^{-n}$, $n = 2,5$, $m = 2,1$, $T_0 = 1000\,MPa$, $D_{lim} = 0,999$, $\delta_0 = 0,3\,mm$, $k = 10^7\,MPa$, $k_c = 10k$ ce qui donne donc $T_{max} = 5000\,MPa$ et $G_c = 2\,KJ.m^{-2}$.

Le choix des paramètres étant maintenant fixé, nous pouvons réaliser l'étude de convergence en fonction de la taille des éléments.

Etude de convergence de la solution en fonction de la taille de maille

Nous considérons pour cette étude des tailles d'éléments comprises entre 2 et 20 μm. L'éprouvette considérée est celle présentée figure 4.23 comportant une fissure au bord. L'évolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycles pour les différentes tailles d'éléments est représentée figure 4.28. En basant notre analyse de convergence sur le critère d'avancée de fissure, on remarque que, pour une taille d'élément de $2\,\mu m$, la convergence n'est pas atteinte (pas de superposition des courbes). On peut donc se demander si ce critère de convergence est pertinent. En effet, les premiers éléments doivent tout d'abord absorber le problème de la singularité en

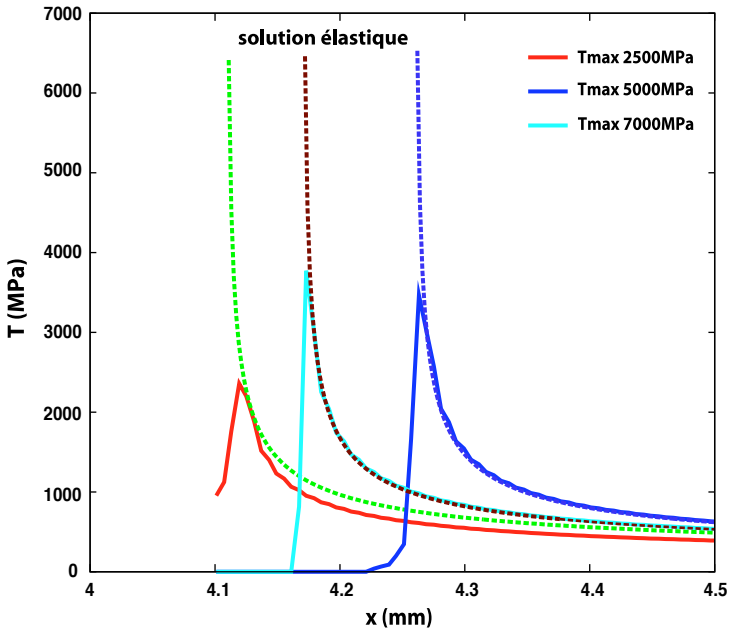


FIG. 4.27 – Comparaison des champs de contraintes analytiques en pointe de fissure avec les champs de contraintes obtenus par éléments finis.

pointe de fissure et ce n'est qu'après la mise en place de la *process zone* que l'on a un régime permanent de fissuration. L'inconvénient de considérer un tel critère est qu'il mémorise le début du calcul que l'on sait faux.

Considérons donc maintenant un critère basé sur la vitesse de fissuration. L'avantage de ce dernier est qu'il permet de s'affranchir des problèmes précédents (pas de mémorisation des phénomènes passés). Si l'on reporte dans une courbe la vitesse de fissuration en fonction de la taille des éléments pour une longueur de fissure de $4,4\,mm$ (figure 4.29), on constate que l'on a bien convergence de la solution à partir d'une taille d'éléments de $4\,\mu m$. La solution est donc indépendante de la taille des éléments.

4.4.3.2 En viscoplasticité

Pour la présente étude, nous considérons une analyse de la propagation de fissure à $950°C$, en mode I, sous chargement cyclique (f=5 Hz), avec le maillage présenté précédemment et en considérant différentes tailles d'éléments (2 à 8 μm). Les paramètres du modèle couplé de propagation sont les suivants : $A = 0,6\,m^{-1}MPa^{-n}$, $n = 1,4$, $m = 1,8$, $T_0 = 0\,MPa$, $D_{lim} = 0,999$, $\delta_0 = 0,01\,mm$, $k = 10^7\,MPa$, $k_c = 10k$.

Nous avons tracé, figure 4.30, l'évolution des avancées de fissure pour les différentes tailles d'élément en fonction du nombre de cycles. On peut alors remarquer que la solution ne converge pas en terme de superposition des différentes courbes d'avancée de fissure. En revanche, pour une longueur de fissure donnée, si nous représentons l'évolution de la vitesse de propagation de la fissure en fonction des différentes tailles d'éléments choisies (figure 4.31), alors, à partir d'une taille d'éléments de $4\,\mu m$, on remarque que la convergence est atteinte et que l'approche zone cohésive devient alors indépendante du maillage. Cette dernière taille d'éléments est donc choisie pour les analyses par éléments finis présentées ultérieurement.

En résumé, nous avons donc une convergence de la solution en terme de vitesses de fissuration

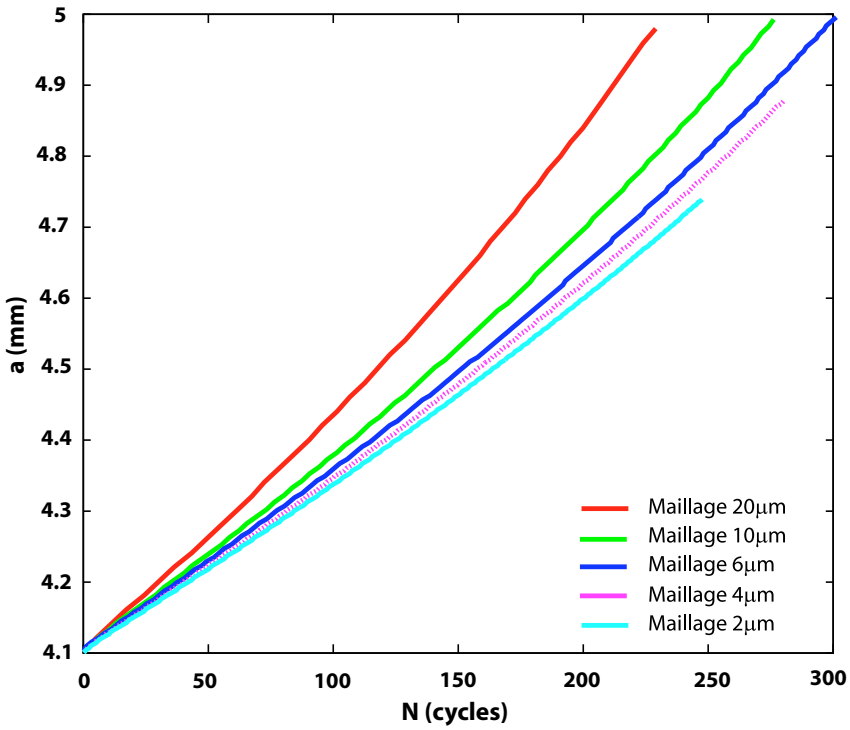


FIG. 4.28 – Etude de la convergence en élasticité.

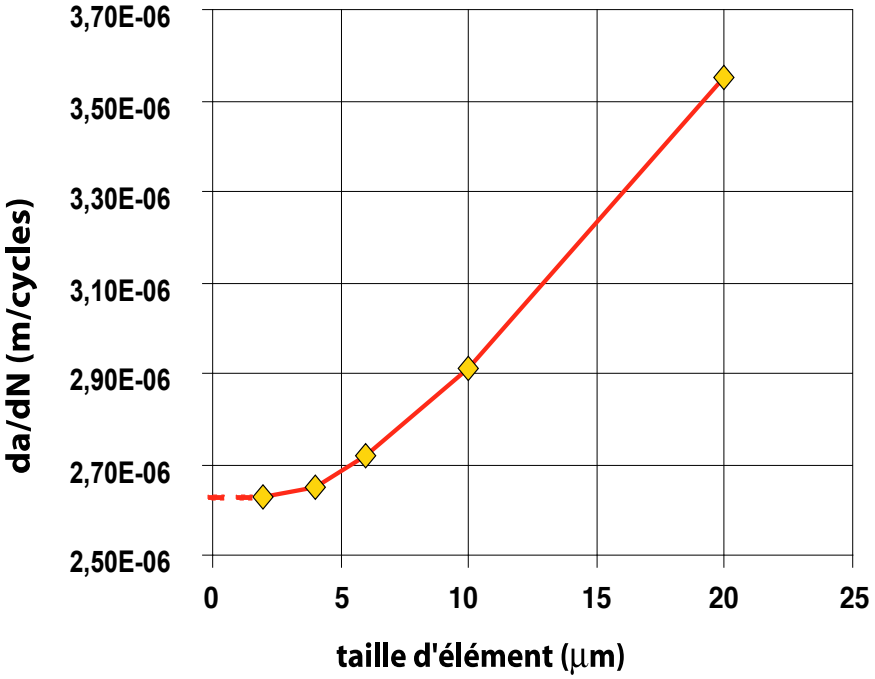


FIG. 4.29 – Convergence de la solution avec la taille d'éléments en élasticité.

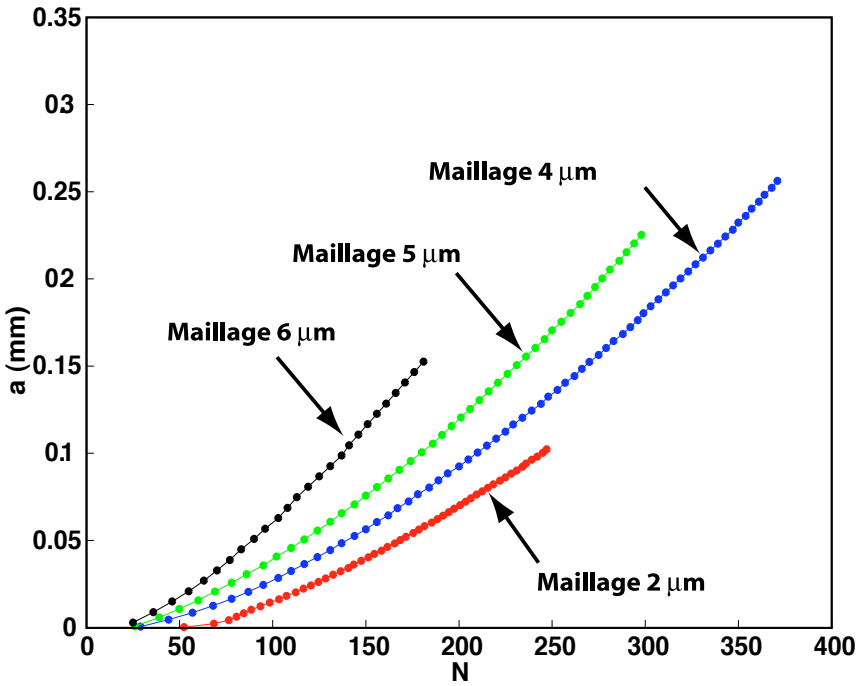


FIG. 4.30 – Etude de convergence en viscoplasticité.

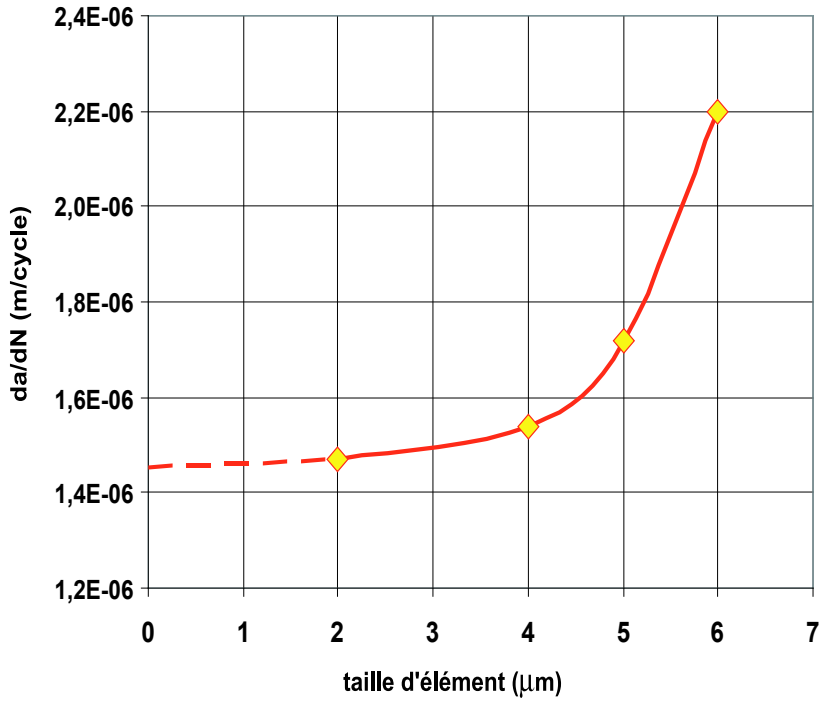


FIG. 4.31 – Convergence de la solution avec la taille d'éléments en viscoplasticité.

mais pas en terme d'avancée de fissure. Cela s'explique par le choix qui est fait pour prendre en compte la préfissure, ici la préfissure est "élastique". En effet, on peut remarquer sur la figure 4.32 la présence d'une zone de très forte localisation des déformations plastiques en début de simulation, caractéristique de l'amorçage de la propagation de la fissure. Cette localisation provoque un choc visible au niveau des avancées de fissure mais celui-ci sera "oublié" à partir d'une certaine longueur de fissure, notamment au niveau des vitesses de fissuration.

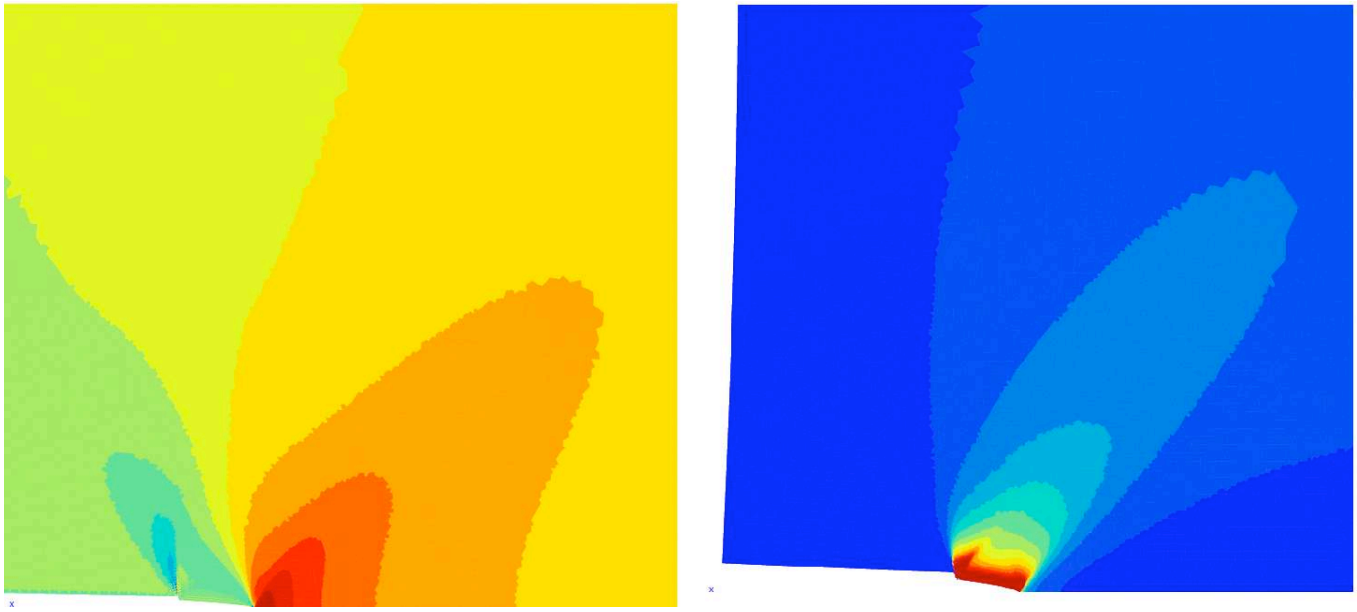


FIG. 4.32 – Localisation des champs de contraintes et de déformations plastiques en pointe de fissure sans simulation de la préfissuration.

Le choix de la méthode de démarrage est donc très important pour assurer la qualité des résultats obtenus. Nous expliciterons dans la partie suivante les problèmes rencontrés mais également la solution de simulation de la préfissure retenue.

4.4.4 Problème du démarrage

Comme nous venons de le voir, la méthode numérique considérée pour simuler la préfissuration de l'éprouvette influe sur la qualité des résultats obtenus lors de la phase de fissuration utilisant des éléments de zone cohésive. Ainsi, considérer la préfissure de manière élastique provoque un choc numérique lors de la phase de propagation de fissure avec l'endommagement et la rupture des éléments de zone cohésive. Ce choc numérique se répercute sous la forme d'une importante localisation plastique à l'amorçage de la propagation de la fissure. Dans le cas où le premier élément de zone cohésive qui s'endommage ne peut pas absorber ce fort niveau de déformation, le phénomène de localisation plastique peut entraîner la divergence du calcul (saut de solution). De plus, les résultats obtenus lors de la propagation de la fissure ne seront valables qu'à partir d'une certaine longueur de fissure lorsque la trace plastique de cette localisation aura été oubliée par l'histoire plastique de la fissure. Une simulation numérique correcte de la préfissure est donc nécessaire afin d'obtenir une bonne estimation de la traînée plastique. Tous les calculs de propagation de fissure, réalisés dans les pragraphes qui suivent, sont effectués pour la loi de comportement saturée de l'AM1.

4.4.4.1 Simulation de la préfissure par une méthode de relâchement des nœuds

Une première méthode utilisée pour réaliser la simulation numérique de la préfissure (figure 4.33) a consisté à utiliser le relâchement de nœud dans une première phase de calcul jusqu'à atteindre la longueur de préfissure désirée. Cette procédure est décrite en annexe D.1. Le relâchement de nœud est effectué tous les 4 cycles au minimum du chargement afin de minimiser les chocs numériques. Pour un choix de taille des éléments finis de $4\,\mu m$, ce nombre de cycles à relâchement nous donne une vitesse de fissuration constante de l'ordre de $10^{-6}\,m.s^{-1}$ en adéquation avec les vitesses de fissuration obtenues lors des essais en régime de fatigue pure. Ensuite, nous effectuons un raccord sur le calcul précédent en activant les éléments de zone cohésive, autrement dit en passant d'un élément de zone cohésive de rigidité infinie, donc indéformable, à une rigidité finie ($k = 10^7\,MPa$), d'une part, et en activant l'endommagement de l'élément (seuil d'endommagement T_0 de l'ordre de 800MPa), d'autre part. La valeur du T_0 correspond à la contrainte normale σ_{yy}. A la pointe de la fissure, on a pu remarquer une forte triaxialité (figure 4.20), ce qui fait que la contrainte de Von Mises est bien inférieure à σ_{yy}. La comparaison ne peut pas être faite directement avec l'expression de T_0 et les valeurs de la figure 4.25. Cette étude est tout d'abord réalisée avec des éléments triangulaires linéaires et dans un second temps avec des éléments triangulaires quadratiques.

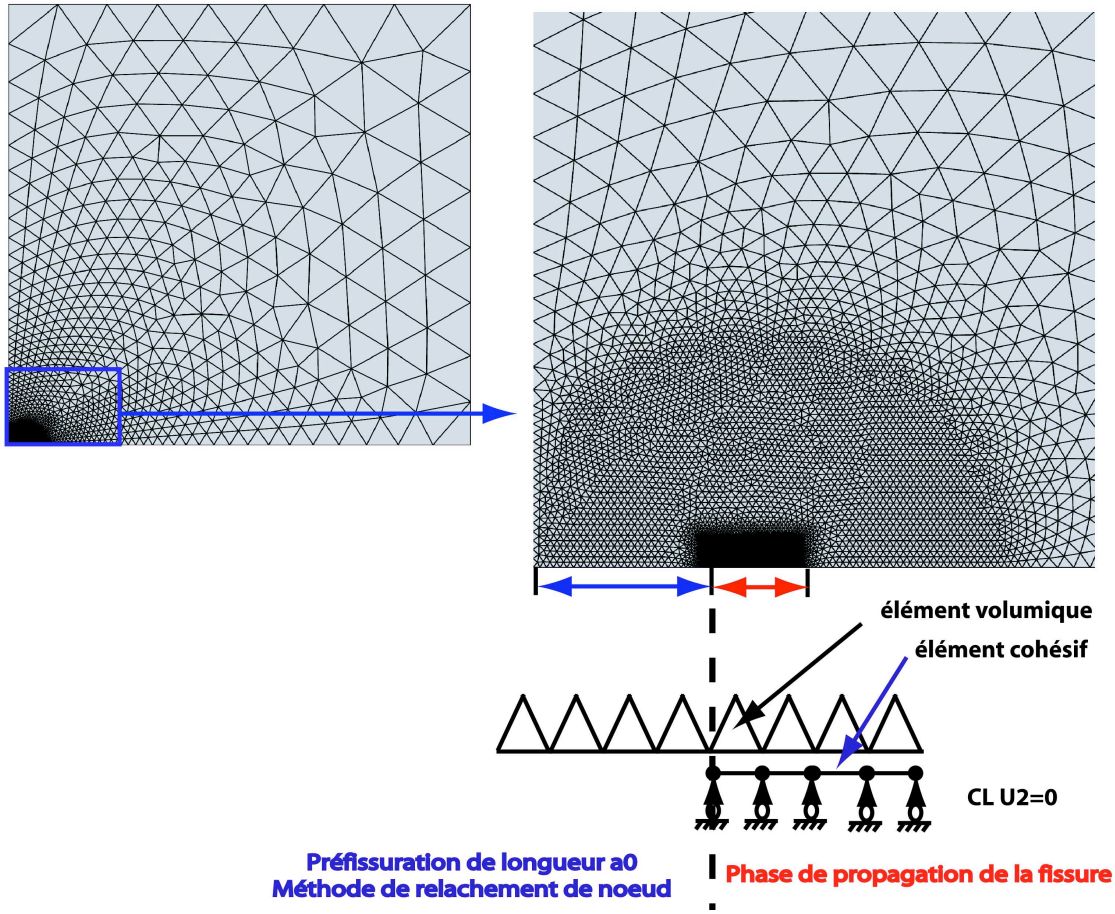


FIG. 4.33 – Maillage et procédure de calcul considérés.

Nous représentons, figure 4.34, l'évolution de la déformation totale normale au cours du temps vue par le premier élément volumique couplé à un élément d'interface. On note au passage que la première phase du calcul fait apparaître des paliers de quatre cycles, associés aux quatre cycles de redistribution appliqués après chaque relâchement de nœud. Lors de la reprise du

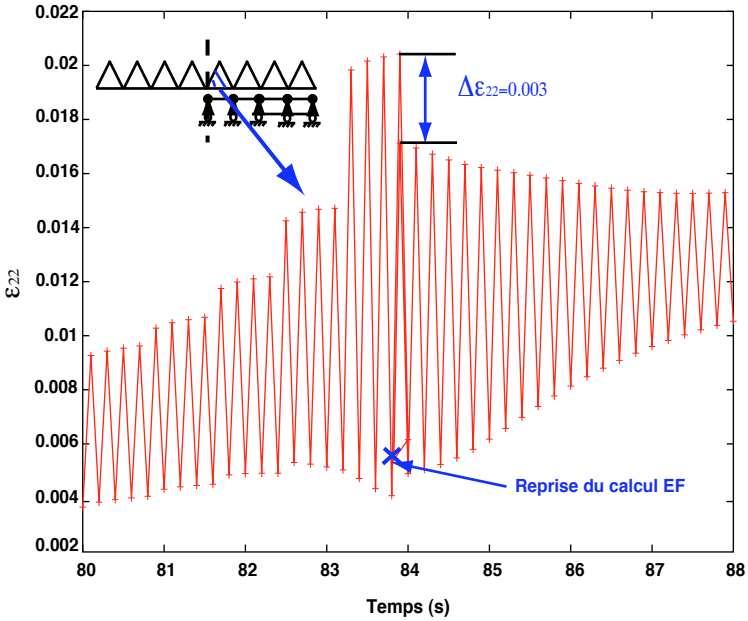


FIG. 4.34 – Réponse en déformation normale totale en fonction du temps de l'élément volumique situé à la frontière des deux procédures (maillage linéaire).

calcul par éléments finis, après la préfissuration, nous constatons une forte diminution de la déformation totale normale vue par l'élément volumique, de l'ordre de 15%. En effet, l'élément de zone cohésive, auparavant de rigidité infinie, va maintenant être activé et, par conséquent, se déformer. On peut estimer la déformation normale induite par l'élément de zone cohésive par le calcul ci dessous.

$$T = \frac{k}{\delta_0} u \quad \text{soit} \quad u \approx \frac{\delta_0}{k} T_{max} \tag{4.40}$$

et l'épaisseur intrinsèque de cet élément de zone cohésive est donnée par :

$$e = \frac{E\delta_0}{k} \tag{4.41}$$

soit pour $E = 89000\,MPa$, $k = 10^7\,MPa$, $\delta_0 = 0,3\,mm$, une déformation normale de :

$$\varepsilon_{cze} = \frac{u}{e} = 0,05 \approx 3\varepsilon_{vol} \tag{4.42}$$

L'élément de zone cohésive se déforme donc plus que l'élément volumique adjacent. Cette perte de continuité à la reprise du calcul n'est pas acceptable. De plus, l'activation des éléments de zone cohésive va également modifier la rigidité de l'élément volumique adjacent comme cela est visible sur la figure 4.35. On note que seuls deux instants sont visualisés à chaque cycle, ce qui exclut la visualisation correcte de l'évolution non linéaire entre les mini-maxi. Cette déformation importante de l'élément de zone cohésive s'explique par l'épaisseur intrinsèque de ce dernier qui provoque donc ce choc numérique. Cette épaisseur doit être la plus petite possible. Nous avons exposé, § 4.2.3.1, les problèmes liés au manque de degrés de liberté du modèle. Des compromis doivent donc être faits concernant notamment la valeur de l'épaisseur intrinsèque.

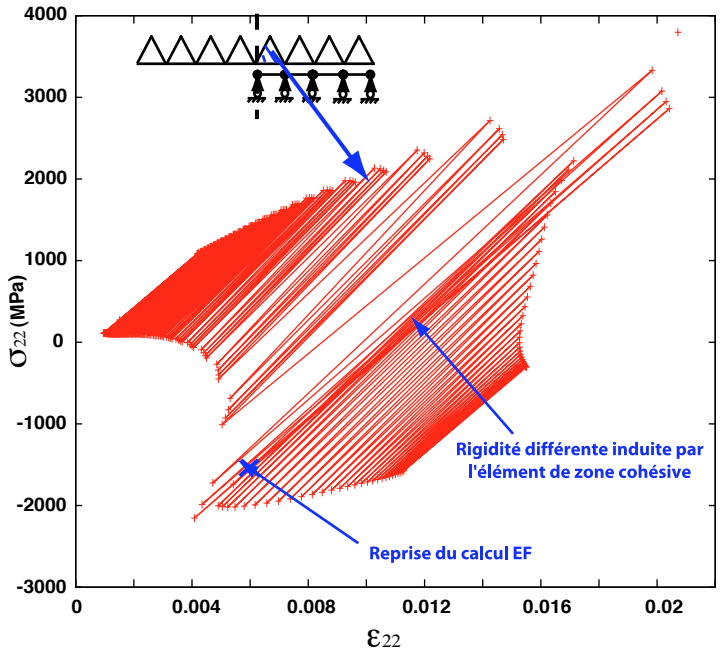


FIG. 4.35 – Réponse normale de la contrainte en fonction de la déformation totale du premier élément volumique situé au raccord "préfissure-propagation de fissure" (maillage linéaire).

Si maintenant nous comparons la réponse (contrainte en fonction du temps) de l'élément de zone cohésive avec celle de l'élément volumique adjacent (figure 4.36), nous remarquons que l'équilibre entre ces deux éléments n'est pas respecté localement, tant au niveau des minima de contraintes que des maxima. L'erreur numérique, liée au changement de procédure, et à l'épaisseur interne de l'élément de zone cohésive, est donc mémorisée pour le premier élément. Par contre, le problème se rééquilibre dès le troisième élément (figure 4.37). La figure 4.38 présente l'évolution de la contrainte normale en fonction du temps d'un élément de zone cohésive et de l'élément volumique correspondant pour une longueur de fissure de 3,37 mm. Nous nous apercevons alors que les réponses des deux éléments se superposent parfaitement, l'équilibre du problème local est donc respecté.

Nous avons donc constaté, lors de l'utilisation de cette première procédure de simulation de la préfissuration, que l'introduction d'éléments de zone cohésive uniquement dans la partie du maillage concernant la simulation de la propagation de fissure pose des problèmes de continuité du calcul.

Les écarts obtenus au niveau de la déformation normale totale ne sont pas corrects si l'on souhaite modéliser au mieux la propagation de la fissure. La procédure doit donc être modifiée afin de minimiser cet effet.

4.4.4.2 Rajout d'éléments de zone cohésive au niveau de la préfissure

Dans ce paragraphe, nous présentons une deuxième procédure de calcul, illustrée figure 4.39, qui consiste à introduire des éléments de zone cohésive, non seulement au niveau de la phase de propagation de la fissure, mais également lors de la phase de préfissuration.

Nous constatons sur la figure 4.40(a) que l'écart obtenu sur la déformation normale totale a été diminué d'un facteur 6 et que l'on a une rigidité homogène tout au long du calcul, la rigidité de l'élément étant choisie finie ($k = 10^7\,MPa$) et l'endommagement étant désactivé lors de la

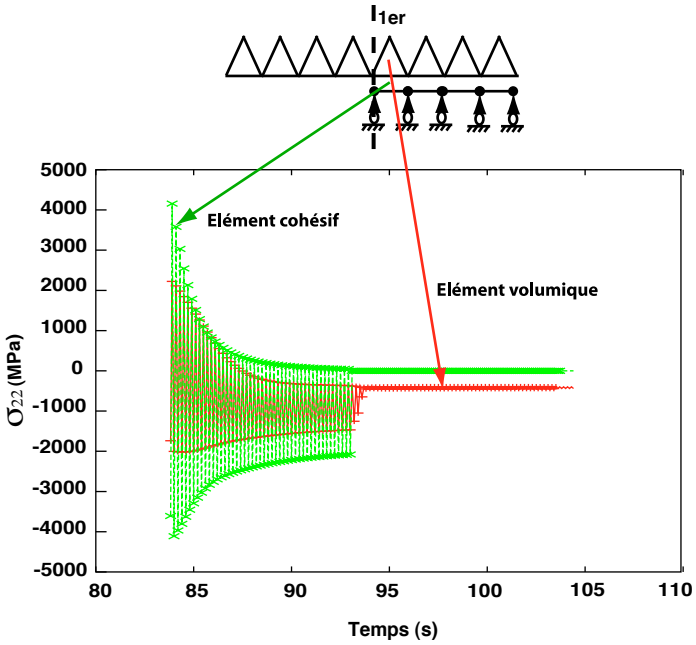


FIG. 4.36 – Comparaison de la contrainte normale fonction du temps pour le premier élément de zone cohésive et l'élément volumique adjacents (maillage linéaire).

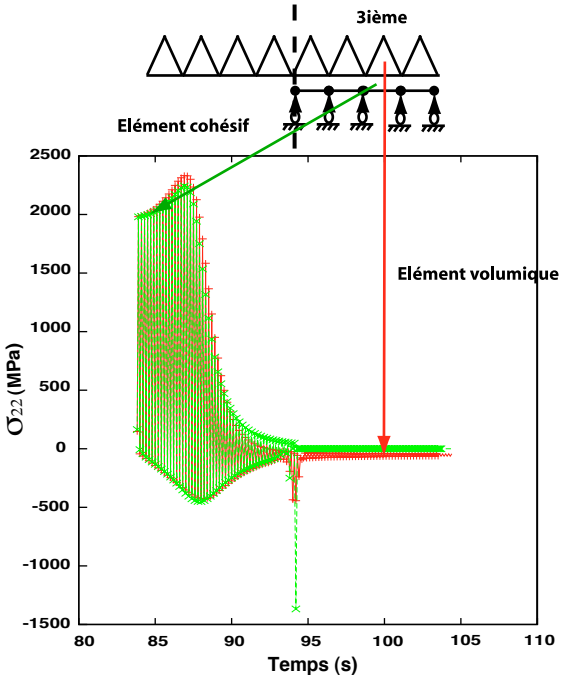


FIG. 4.37 – Comparaison de la contrainte normale fonction du temps pour le troisième élément de zone cohésive et l'élément volumique adjacents situés à une longueur de fissure de 3,112 mm (maillage linéaire).

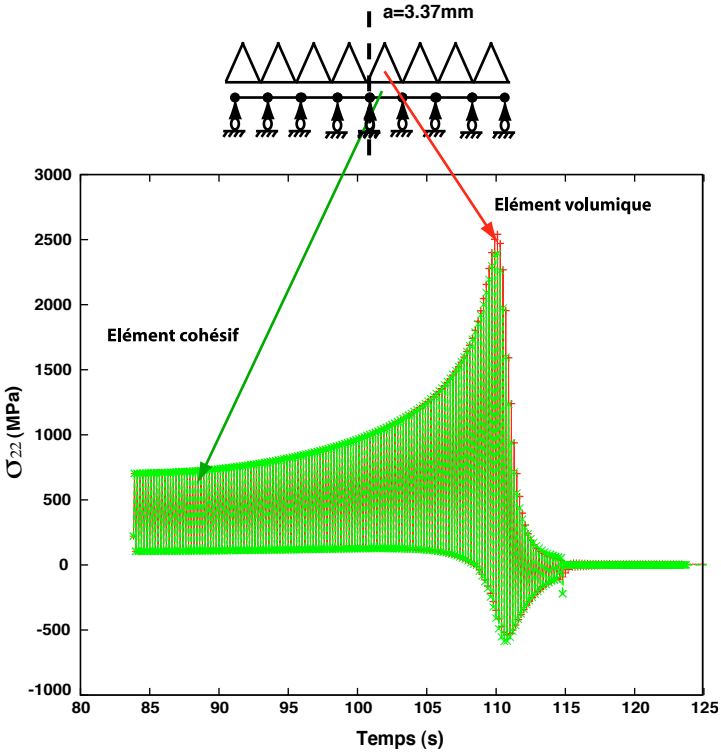


FIG. 4.38 – Comparaison de la contrainte normale fonction du temps pour l'élément de zone cohésive et l'élément volumique adjacents situés à une longueur de fissure de 3,37 mm (maillage linéaire).

phase de préfissuration par le choix d'un seuil d'endommagement T_0 très élevé. On remarque également, figure 4.41, que la rigidité est homogène lors de la reprise du calcul élément fini.

Nous considérons maintenant le cas d'un maillage quadratique. Nous constatons, en traçant l'évolution de la contrainte normale en fonction du temps, que le raccord se fait parfaitement à la reprise du calcul "préfissure/propagation de la fissure" (figure 4.42) par rapport au calcul avec le maillage linéaire où un écart de contrainte est visible à la reprise (figure 4.40(b)). Nous avons exposé, § 4.3.3.4, les différents problèmes liés à l'utilisation d'éléments quadratiques lors de la phase de relâchement de nœud, lorsque le nœud du milieu est relâché (zone de compression à la frontière "maillage progressif/maillage régulier"). On a pu également noter que cette phase de préfissuration est oubliée par la fissure dans la phase de propagation à partir d'une certaine longueur de fissure.

Comme précédemment, nous observons sur la figure 4.43 que le problème de l'équilibre ne se pose que sur le premier élément. Une très bonne similitude des réponses en contrainte normale en fonction du temps est observée pour le douzième élément. L'erreur numérique mémorisée sur le premier élément est ensuite oubliée pendant la phase de propagation de la fissure.

4.4.4.3 Synthèse

Ainsi, pour les calculs de propagation suivants, nous adoptons la deuxième démarche présentée ci-dessus. Les calculs sont effectués, soit en utilisant des éléments linéaires (afin de minimiser le temps de calcul), soit avec des éléments quadratiques (pour les calculs à fort niveau de plasticité tels que les surcharges ou en régime de fluage). La méthode de simulation de la préfissure ayant

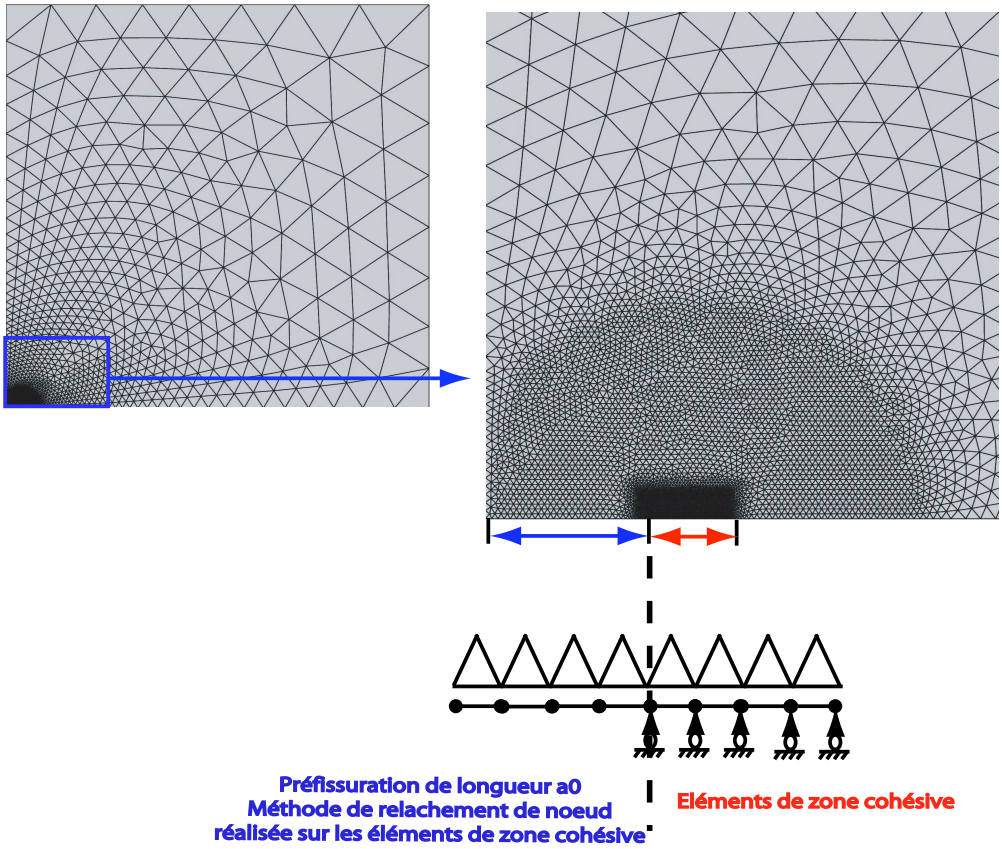


FIG. 4.39 – Maillage et procédure de calcul considérés.

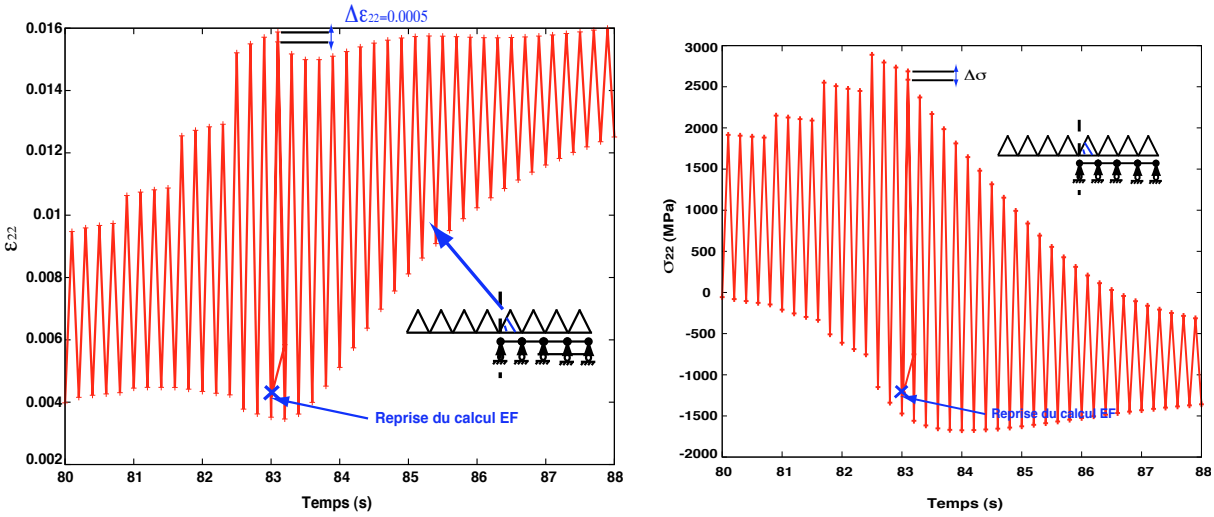


FIG. 4.40 – (a) Réponse déformation normale en fonction du temps et (b) réponse contrainte normale en fonction du temps de l'élément volumique situé au raccord des deux procédures (maillage linéaire).

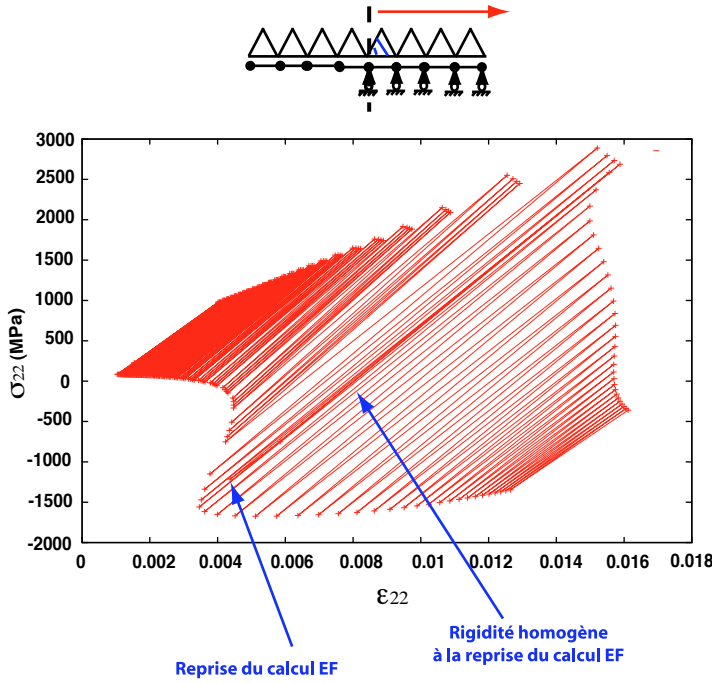


FIG. 4.41 – Réponse contrainte normale en fonction de la déformation normale totale du premier élément volumique situé au raccord "préfissure-propagation de fissure" (maillage linéaire).

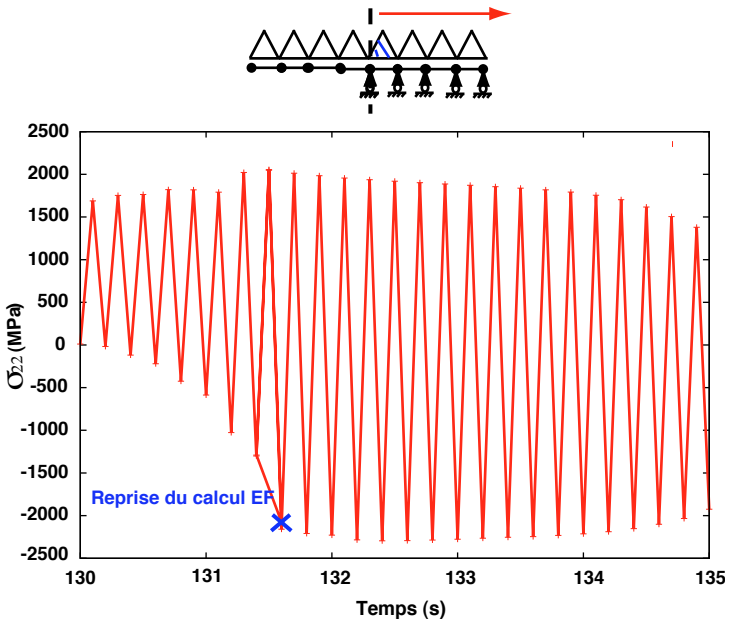


FIG. 4.42 – Réponse contrainte normale en fonction du temps de l'élément volumique situé au raccord des deux procédures (maillage quadratique).

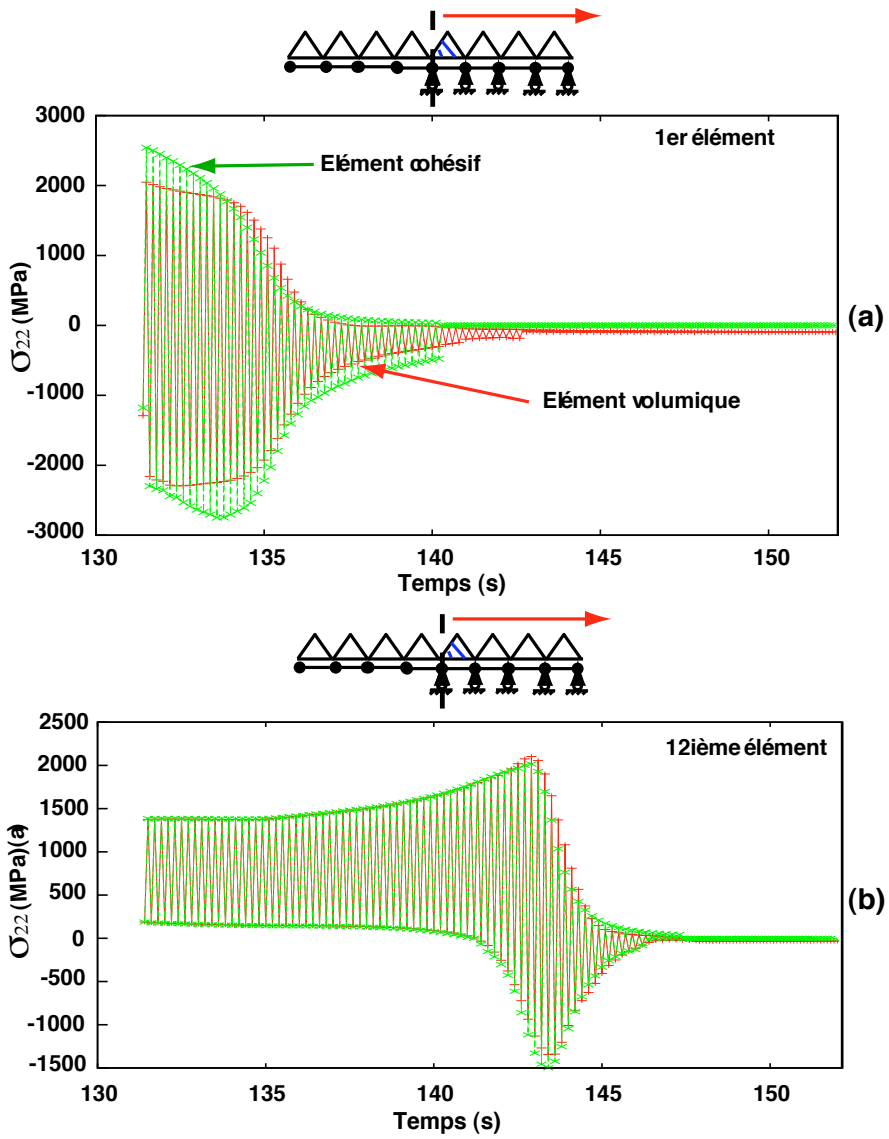


FIG. 4.43 – (a) Comparaison de la contrainte normale en fonction du temps pour le premier élément de zone cohésive et pour l'élément volumique adjacent.
(b) Comparaison contrainte normale en fonction du temps entre un élément de zone cohésive et l'élément volumique adjacent pour une longueur de fissure de 3,148 mm.

été validée, nous présentons, dans le paragraphe suivant, le rôle des différents paramètres du modèle dans le phénomène de fissuration par fatigue et leur identification en régime de fatigue pure.

4.5 Rôle et identification des différents paramètres du modèle

4.5.1 Rôle des différents paramètres du modèle

Dans cette partie, nous présentons la méthodologie qui est adoptée pour identifier les paramètres du modèle couplé de propagation sur la base des résultats d'essais de fissuration en régime de fatigue pure.

Cette méthodologie se décompose en trois parties :
- Détermination de l'épaisseur initiale,
- Identification de la taille de la *process zone*,
- Calibration des paramètres de zone cohésive en régime de Paris.

4.5.1.1 Rigidité initiale

Comme nous l'avons présenté au paragraphe 2.1.3.3, l'épaisseur intrinsèque de l'élément de zone cohésive h est déterminée par :

$$h = E_{22}\frac{\delta_0}{k} \tag{4.43}$$

Ainsi, le choix des propriétés du matériau E_{22} et du paramètre $\frac{k}{\delta_0}$ nous donne une estimation de l'épaisseur intrinsèque de l'élément. Cette épaisseur h doit être la plus faible possible afin de simuler la propagation d'une fissure, d'une part afin de minimiser la différence entre le calcul avec élément cohésif et le calcul sans élément cohésif (et les chocs numériques tels qu'examinés ci-dessus), d'autre part afin de correspondre à une distance caractéristique matériau qui soit justifiable physiquement.

4.5.1.2 Longueur de la *process zone*

L'identification de la taille de la *process zone* est réalisée en ajustant les paramètres m, $\frac{k}{\delta_0}$ et T_0. Nous observons sur les figures 4.44 et 4.45 que le paramètre m permet de contrôler la longueur de la *process zone* dans la région correspondant à la *wake zone*. Ainsi, en traçant le champ de contrainte le long du chemin de fissuration, nous constatons que le nombre d'éléments de zone cohésive dans la *wake zone* augmente lorsque m augmente.

Le paramètre T_0 qui représente le seuil d'endommagement permet, quant-à-lui, de contrôler la longueur de la *forward zone*. La figure 4.46, décrivant l'évolution de l'endommagement le long du chemin de fissuration, montre que plus la valeur de T_0 est importante, plus la longueur de la *forward zone* diminue.

Une estimation des longueurs de *process zone*, notées respectivement δ_{PZ1} et δ_{PZ2} pour $T_0 = 400\,MPa$ et $T_0 = 800\,MPa$ est réalisée sur la figure 4.46. Cette estimation est réalisée pour un endommagement D compris entre $0,998$ et 10^{-7} (valeur pour laquelle on retrouve $T(x) = T_0$). On obtient :
- pour $T_0 = 400\,MPa$, $\delta_{PZ1} = 640\,\mu m$. L'énergie de décohésion du modèle est $G_c = 4\,KJ.m^{-2}$,
- pour $T_0 = 800\,MPa$, $\delta_{PZ2} = 240\,\mu m$. L'énergie de décohésion du modèle est $G_c = 3,7\,KJ.m^{-2}$.

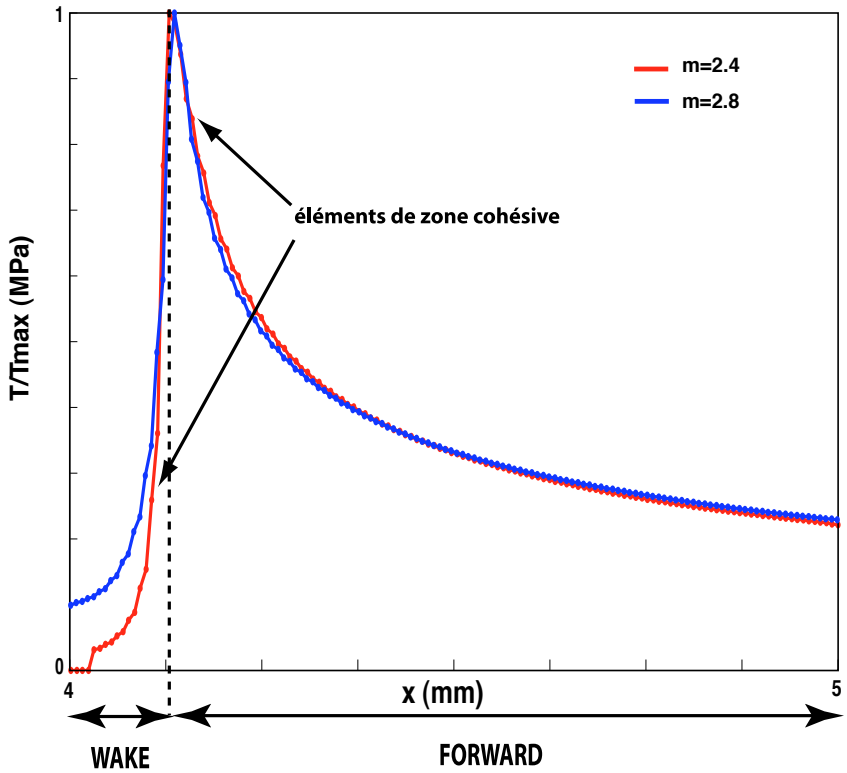


FIG. 4.44 – Influence du paramètre m sur la longueur de la *process zone* le long du chemin de fissuration.

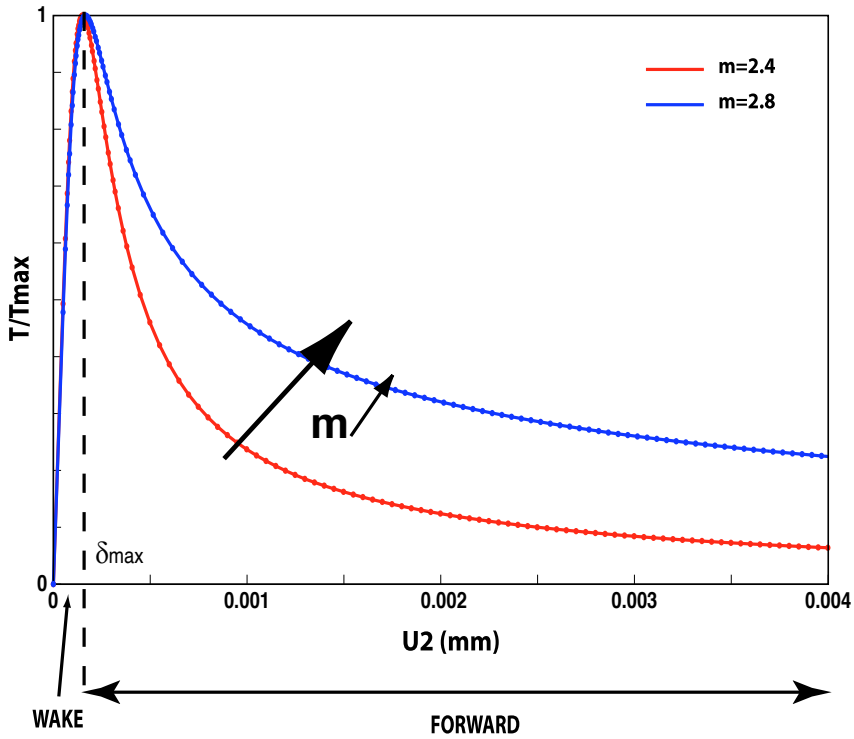


FIG. 4.45 – Influence du paramètre m sur la longueur de la *process zone*.

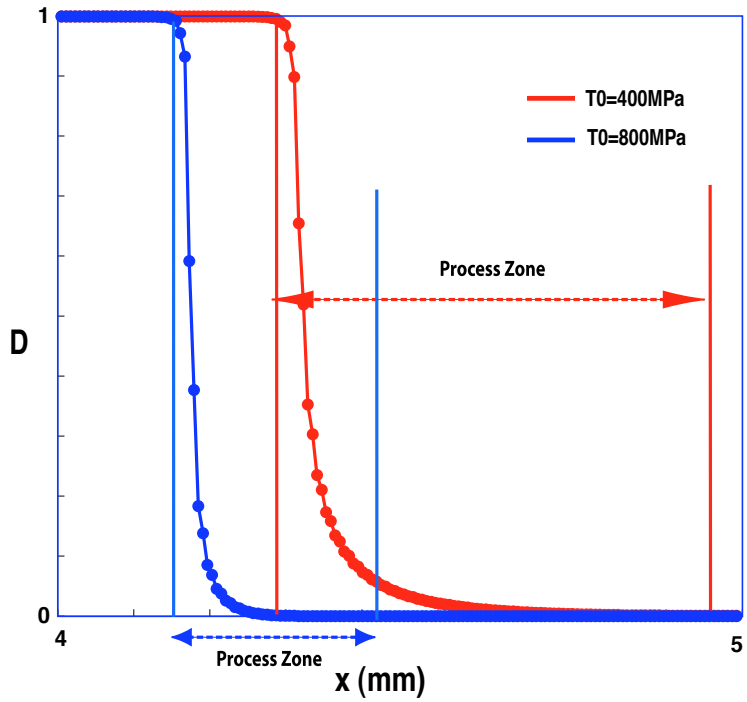


FIG. 4.46 – Influence du paramètre d'endommagement, T_0, sur la *process zone*.

Nous avons résumé, dans le tableau 4.2, les différentes valeurs de longueur de *process zone* obtenues en utilisant les expressions analytiques développées au § 4.3.3.3 pour un module d'Young de l'AM1 dans l'orientation considérée de $E = 89000\,MPa$ et un coefficient de poisson $\nu = 0,3$. Nous notons R_{PZ} la longueur de *process zone* obtenue par analogie à la taille de la zone plastique en pointe de fissure (Eq 4.30) et R_{rice} la longueur de *process zone* définie par Rice [149] (Eq 4.29).

T_0	G_c	R_{PZ}	R_{rice}	$\delta_{PZ,simu}$
400 MPa	$G_c = 4\,KJ.m^{-2}$	$395\,\mu m$	$2170\,\mu m$	$640\,\mu m$
800 MPa	$G_c = 3,7\,KJ.m^{-2}$	$50\,\mu m$	$509\,\mu m$	$240\,\mu m$

TAB. 4.2 – Estimation analytique des tailles de *process zone*.

On note que la formulation analytique donnée par Rice surestime la taille de la *process zone* notamment pour de faibles valeurs de T_0. L'analogie à la taille de la zone plastique en pointe de fissure permet d'avoir un ordre d'idée de cette longueur plus raisonnable. Nous privilégierons cette dernière expression afin d'avoir un ordre de grandeur de la taille de la *process zone*.

Le paramètre $\frac{k}{\delta_0}$ permet, non seulement, de déterminer la rigidité initiale de l'élément de zone cohésive mais aussi de contrôler la longueur de la *process zone*, comme cela est illustré sur la figure 4.47. Cependant, ce paramètre ne permet pas de modifier indépendamment les tailles de la *wake zone* et de la *forward zone*. De plus le rapport $\frac{k}{\delta_0}$ doit plutôt être fixé, comme on l'a vu plus haut, par la notion d'épaisseur équivalente de la zone cohésive à considérer.

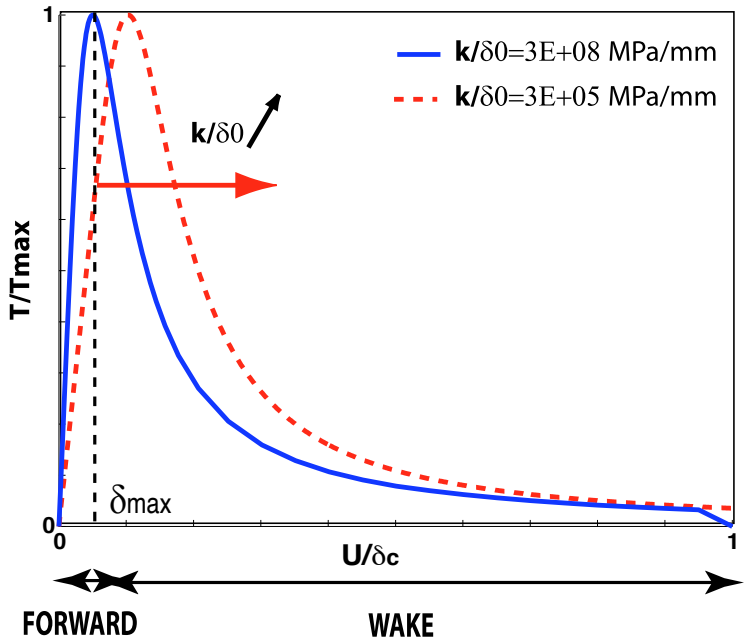


FIG. 4.47 – Rôle joué par le paramètre $\frac{k}{\delta_0}$.

4.5.2 Identification du modèle à partir des résultats expérimentaux

4.5.2.1 Identification des paramètres de zone cohésive en régime de Paris

Dans le but de comprendre l'influence des paramètres du modèle de zone cohésive sur la vitesse de propagation de fissure en régime de fatigue, nous avons calculé la vitesse d'endommagement $\frac{dD}{dN}$ en intégrant l'Eq(4.4) au cours d'un cycle :

$$(1-D)^{-m}\frac{\partial D}{\partial t} = A\delta_0\left(\frac{k}{\delta_0}\delta - T_0\right)^n \frac{\dot{\delta}}{\delta_0} \tag{4.44}$$

soit,

$$\int_{D(N)}^{D(N+1)} (1-D)^{-m} dD = A \cdot \int_{\delta(N)}^{\delta(N+1)} \left(\frac{k}{\delta_0}\delta - T_0\right)^n d\delta \tag{4.45}$$

En supposant que la dérivée $\frac{dD}{dN}$ évolue peu au cours du cycle, comme cela est le cas pour la fatigue à grand nombre de cycles, il est raisonnable d'écrire que :

$$D(N+\Delta N) \approx D(N) + \frac{dD}{dN}\Delta N \tag{4.46}$$

On obtient alors :

$$[1-D(N+1)]^{1-m} \simeq (1-D(N))^{1-m}\left(1+(1-m)\frac{dD}{dN}\frac{1}{1-D(N)}\right) \tag{4.47}$$

La vitesse d'endommagement au cours des cycles de fatigue est alors donnée par :

$$\frac{dD}{dN} = \frac{A}{n+1}(1-D(N))^m\left(\left(\frac{k\delta_{max}}{\delta_0} - T_0\right)^{n+1} - \left(\frac{k\delta_{min}}{\delta_0} - T_0\right)^{n+1}\right) \tag{4.48}$$

où δ_{max} et δ_{min} sont respectivement le maximum et le minimum du déplacement à ouverture δ au cours du cycle.

On considère en première approximation que :
- l'ouverture δ_{min} est négligeable, ce qui fait sauter le deuxième terme de la parenthèse,
- l'ouverture locale δ_{max} (de l'élément de zone cohésive actif) est, toutes choses égales par ailleurs, proportionnelle au facteur d'intensité des contraintes,
- la vitesse d'évolution de D (sur chaque élément cohésif) est proportionnelle à la vitesse d'évolution de la longueur de fissure.

On remarque alors que la vitesse de propagation $\frac{da}{dN}$, dans le régime fissure longue (de Paris), devrait être proportionnelle à ΔK^{n+1}.

Dans le but de calibrer le modèle couplé de propagation avec les données expérimentales, des calculs éléments finis ont été réalisés pour différents choix de paramètres du modèle et cela pour deux niveaux de chargement (200 MPa et 400 MPa). La figure 4.48 illustre les différentes droites de Paris obtenues par simulations numériques. Nous remarquons que les paramètres A et n ont une influence importante dans l'identification de la droite de Paris. Ainsi, A permet de translater la droite de Paris et n de contrôler la pente et ceci en accord avec l'Eq(4.48).

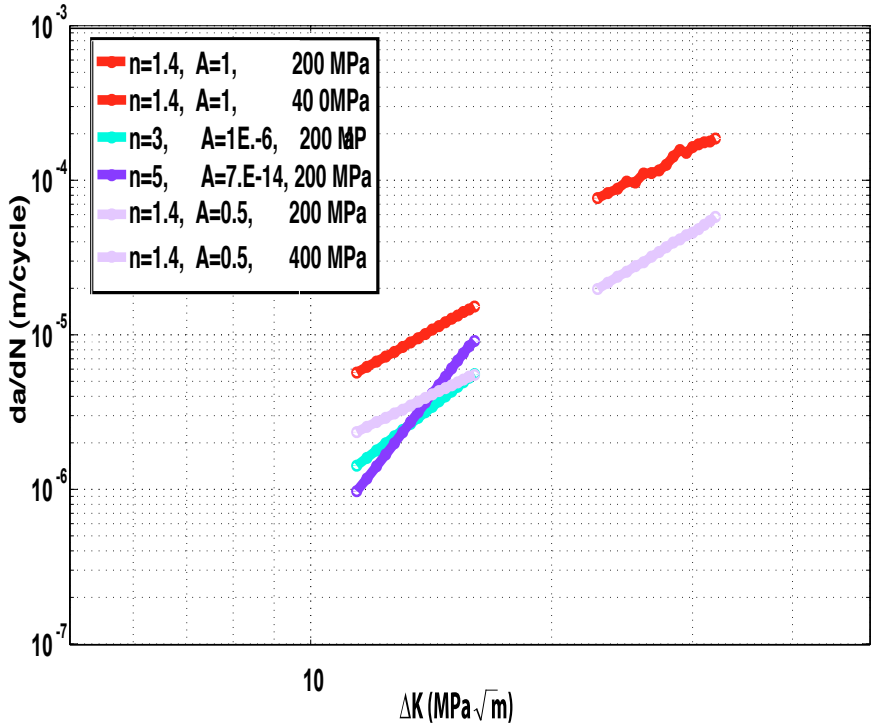


FIG. 4.48 – Rôle des différents paramètres dans l'identification de la loi de Paris.

4.5.3 Calage du modèle

Nous décrivons, ci-dessous, la méthodologie que nous avons utilisée pour identifier les paramètres du modèle couplé de propagation en régime de fatigue pure. Nous avons choisi d'identifier les paramètres du modèle pour une fréquence de sollicitation de 5 Hz, un rapport de charge $R = 0,05$ et une contrainte de sollicitation de 200 MPa. La figure 4.49 présente l'évolution des vitesses de fissuration en fonction des facteurs d'intensité des contraintes pour différents jeux de

paramètres.

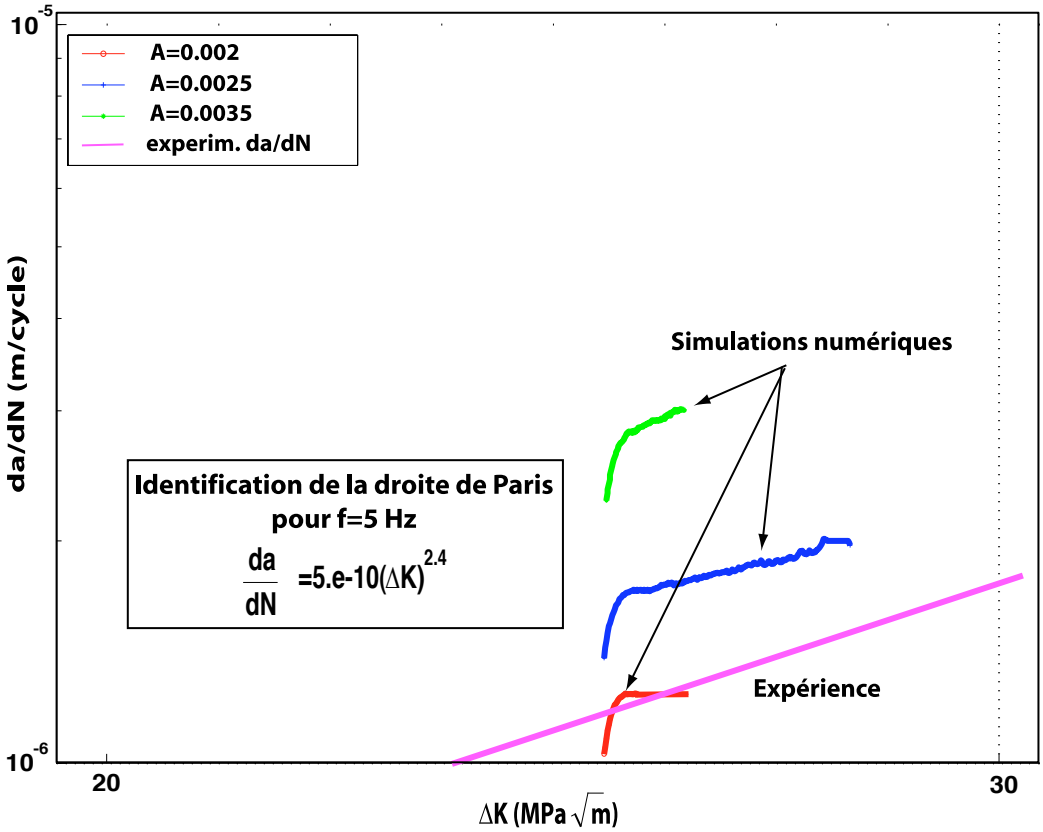


FIG. 4.49 – Identification de la loi de Paris et mise en évidence du problème de vitesse de fissuration constante.

La méthode d'identification des paramètres du modèle peut être décomposée en plusieurs étapes :

1. La première phase de cette identification est la détermination de l'épaisseur intrinsèque, h. Cette épaisseur est contrôlée par les paramètres k et δ_0. Les valeurs de ces paramètres sont fixées pour $k = 10^7\,MPa$ et $\delta_0 = 0,3\,mm$, ce qui donne une épaisseur intrinsèque $h = 2,6\mu m$, le module d'Young de l'AM1 dans l'orientation considéré étant $E_{22} = 89000\,MPa$. Cette valeur de h est inférieure au plus petit élément utilisé dans le cas de nos calculs numériques ($4\,\mu m$). Raisonnablement, il faudrait diminuer la valeur de cette épaisseur équivalente de la zone cohésive pour qu'elle soit de l'ordre de quelques nanomètres. Mais le modèle d'endommagement actuel ne permet pas d'avoir les degrés de liberté nécessaires à l'obtention de telles valeurs. C'est pourquoi les prochaines études devront se focaliser sur le développement du modèle défini en monotone par les équations Eq(4.9) et Eq(4.10). Ce modèle est la réponse au problème du manque de degrés de liberté du modèle actuel. Dans notre cas, des compromis doivent être faits. Le choix de cette valeur d'épaisseur équivalente en est un exemple.

2. La seconde phase consiste en l'identification de la taille de la *process zone*. Cette longueur de *process zone* est déterminée par les paramètres $\frac{k}{\delta_0}$, m et T_0. Mais k et δ_0 ayant été fixés précédemment, deux paramètres sont à identifier : m et T_0. Nous avons donné, § 4.3.3.3, différentes formules analytiques pour estimer la longueur de cette dernière. Nous avons choisi d'utiliser l'analogie à la taille de la zone plastique en pointe de fissure. Un critère

recommandé dans la littérature [153] est également utilisé. Ce dernier précise qu'au moins dix éléments doivent être inclus dans la zone plastique en pointe de fissure.

En appliquant le critère suivant sur la taille de la zone plastique :

$$\delta_{elem} = 0,1 r_{plas} \tag{4.49}$$

où δ_{elem} est la taille d'élément considérée et r_{plas} la taille de la zone plastique.

En transposant ce critère pour l'estimation de la taille de *process zone*, on obtient pour une taille minimale de *process zone* de $r_{pz} = 40\mu m$ (correspondant à un $\Delta K = 10\, MPa\sqrt{m}$), une taille d'éléments de $4\,\mu m$. Afin de répondre au critère précédent, nous avons choisi $m = 2,1$ et $T_0 = 400\, MPa$ ($T_0 \simeq \sigma_{0.2\% deplasticit} \simeq 400\, MPa$).

3. La dernière étape est l'identification des paramètres A et n du modèle couplé de propagation sur la droite de Paris calée sur les essais à 5 Hz : $\frac{da}{dN} = 5.10^{-10}\,(\Delta K)^{2,4}$. Nous devons fixer $n = 1,7$ pour avoir une pente observée expérimentalement de l'ordre de 2,4. La puissance n doit être augmentée (par rapport au cas $T_0 = 0\, MPa$) afin de prendre en compte le seuil de non-propagation T_0 qui affaiblit la pente de la droite et ceci en accord avec l'équation 4.48. Enfin, A permet de translater la droite de Paris provenant de la simulation numérique sur la droite de Paris obtenue expérimentalement. La valeur de $A = 0,002\, mm^{-1} MPa^{-n}$ permet d'obtenir une bonne correspondance entre la simulation numérique et l'essai à 5 Hz.

Cependant un problème apparaît alors sur la figure 4.49 : une vitesse de fissuration qui tend vers une valeur constante en fonction de ΔK croissant !

Tentons d'expliquer le phénomène observé sur les vitesses de fissuration. Chandra [65] a montré, dans le cas d'un chargement monotone, qu'une valeur trop importante du T_{max} conduisait à une augmentation de la plasticité en pointe de fissure et, en terme d'énergie, à une augmentation de l'énergie dissipée par plasticité en pointe de fissure au détriment de l'énergie dissipée par les éléments de zone cohésive en terme de fissuration.

En effet, supposons un système donné et un bilan d'énergie parfait entre le travail des forces extérieures et l'addition de l'énergie élastique ($E_{el} = \int_0^t \left(\int_V \sigma : \dot{\varepsilon}_{el} dV\right) d\tau$), de l'énergie plastique dissipée ($E_{el} = \int_0^t \left(\int_V \sigma : \dot{\varepsilon}_{pl} dV\right) d\tau$) et de l'énergie cohésive ($E_{cz} = \int_0^t \left(\int_V \sigma : \dot{\varepsilon}_{el} dV\right) d\tau$), alors :

$$E_{tot} = E_{el} + E_{pl} + E_{cz} = E_{ext} \tag{4.50}$$

Supposons comme cela a été montré numériquement par Chandra que la plus grande partie de l'énergie provenant du travail des forces extérieures est transformée en énergie élastique et que cette énergie reste constante en régime stabilisé de propagation de fissure. On a alors un couplage qui s'effectue entre l'énergie plastique et l'énergie de zone cohésive.

Ce couplage est d'autant plus important que le rapport σ_{max}/σ_y (vu par les éléments volumiques en pointe de fissure) est élevé. Nous devons donc déterminer lors de notre procédure d'identification une valeur du T_{max} pour nos éléments de zone cohésive. Nous nous fixons tout d'abord une gamme d'étude pour les facteurs d'intensité des contraintes comprise entre 20 et $40\, MPa\sqrt{m}$. Une étude rapide des champs de contraintes pour une fissure stationnaire à $\Delta K = 25\, MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 40\, MPa\sqrt{m}$ permet d'avoir une estimation des contraintes maximales en pointe de fissure. Dans notre cas, nous avons choisi de fixer $T_{max} = 3300\, MPa$.

Un deuxième phénomène peut intervenir lors du calcul par éléments finis : il s'agit de l'interaction des champs à la pointe de la fissure avec un maillage grossier, c'est-à-dire, lorsque ces derniers ne sont plus contenus dans la boîte régulièrement maillée. Nous avons observé les champs obtenus en pointe de fissure dans la zone où la vitesse de fissuration est constante (figure 4.50) pour deux longueurs d'avancée de fissure : $a_1 = 4,2\,mm$ qui correspond à un nombre de cycles total de 780 cycles et pour $a_2 = 4,4\,mm$ soit 1005 cycles et $\Delta\sigma_\infty = 190\,MPa$.

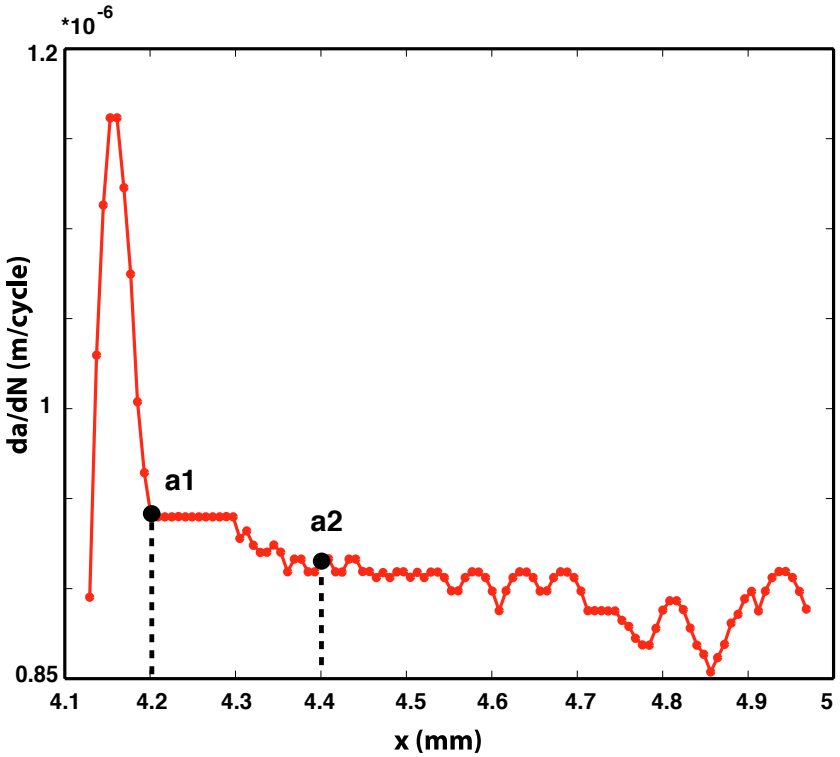


FIG. 4.50 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction de la longueur d'avancée de fissure.

La figure 4.51 représente l'évolution de l'endommagement le long du chemin de fissuration. On vérifie ainsi que les champs n'interagissent pas avec la fin de la boîte où le maillage devient plus grossier.

Nous représentons, figure 4.52 et figure 4.53, le champ de contrainte normale à la pointe de la fissure et la trainée plastique pour les longueurs d'avancée de fissure a_1 et a_2. On remarque pour une valeur de $0,2\%$ de plasticité que la trainée plastique interagit fortement avec le maillage grossier ce qui est moins le cas pour le champ de contrainte normale à la pointe de la fissure. Cette interaction avec un maillage grossier peut être problématique lors de la propagation de la fissure. La solution serait d'utiliser un maillage évolutif glissant associé à une méthode de transfert de champs afin d'augmenter la hauteur de cette boîte tout en minimisant la taille du calcul par éléments finis.

La procédure précédente est de nouveau réalisée mais une modification est apportée pour la dernière étape. Nous nous sommes fixés $T_{max} = 3300\,MPa$ pour une valeur de A donnée. La translation des lois de Paris numériques sur les essais en régime de fatigue pure est réalisée par la modification du paramètre m qui permet d'augmenter l'énergie de décohésion du modèle de zone cohésive et donc de diminuer la vitesse de fissuration.

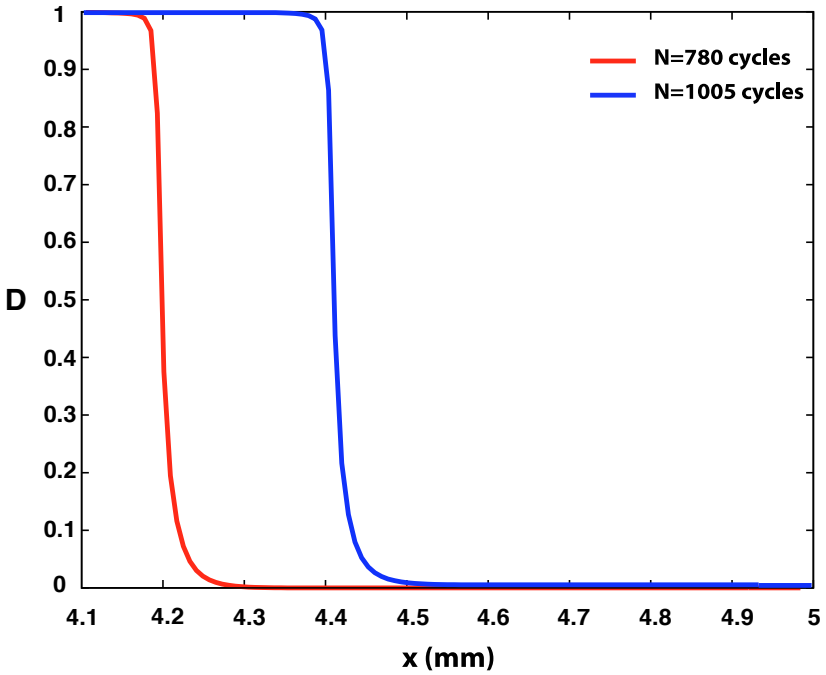


FIG. 4.51 – Evolution de l'endommagement le long du chemin de fissuration.

Les paramètres du modèle identifiés en régime de fissure longue sont donc les suivants : $m = 2,64$, $n = 1,7$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 0,002\,mm^{-1}MPa^{-n}$, $\delta_0 = 0,3\,mm$ et $T_0 = 800\,MPa$ (figure 4.54). Pour les calculs suivants, les paramètres A, m et T_0 pourront être modifiés afin d'obtenir des vitesses de fissuration un peu plus élevées et ainsi optimiser le temps CPU du calcul.

Remarque : On peut considérer pour l'identification des modèles en fatigue l'énergie de décohésion représentative d'un chargement monotone, comme on l'a fait ci-dessus, afin de translater les vitesses de fissuration en régime de fatigue. Mais cela doit être fait à T_{max} constant, à cause du rôle joué par la plasticité en pointe de fissure. La figure 4.55 représente les évolutions des vitesses de fissuration en fonction des facteurs d'intensité des contraintes pour différents maxima de modèles couplés de propagation et différentes énergies de décohésion. Les zig-zags obtenus sur les vitesses de fissuration, mais également sur les avancées de fissures, proviennent du traitement d'un problème discret. En effet, aucune méthode de lissage n'a été utilisée sur le résultat $a(N)$. Ici, c'est la tendance de la vitesse de fissuration qui nous intéresse.

Les différentes caractéristiques des modèles considérés sont les suivantes :
- modèle 1 : $T_{max} = 2500MPa$ et $G_c = 2,31KJm^{-2}$,
- modèle 2 : $T_{max} = 3300MPa$ et $G_c = 2,32KJm^{-2}$,
- modèle 3 : $T_{max} = 3500MPa$ et $G_c = 1,92KJm^{-2}$

En raisonnant sur les énergies de décohésion monotone, on pourrait être amené à considérer que $V_{modele3} > V_{modele1} \simeq V_{modele2}$. La figure 4.55 montre bien que ce raisonnement est erroné car les couplages entre l'énergie de dissipation par fissuration et l'énergie de dissipation par plasticité ne sont pas identiques en régime de fatigue et en sollicitation monotone.

4.6 Effets modélisés

Dans cette partie, nous présentons les différents effets reproduits par l'utilisation du modèle développé couplé avec la plasticité du matériau. Cette partie a donc pour but de révéler la capacité

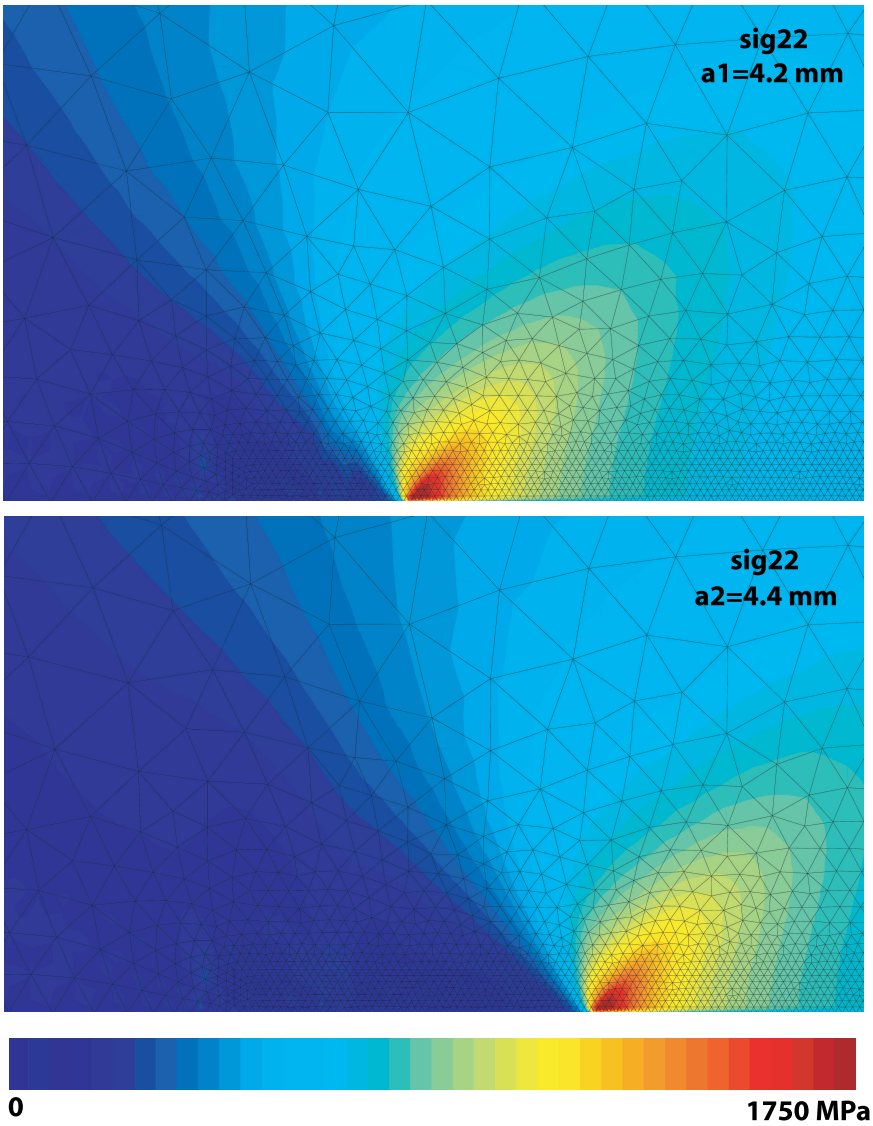


FIG. 4.52 – Champ de contrainte en pointe de fissure pour les longueurs d'avancée de fissure a_1 et a_2.

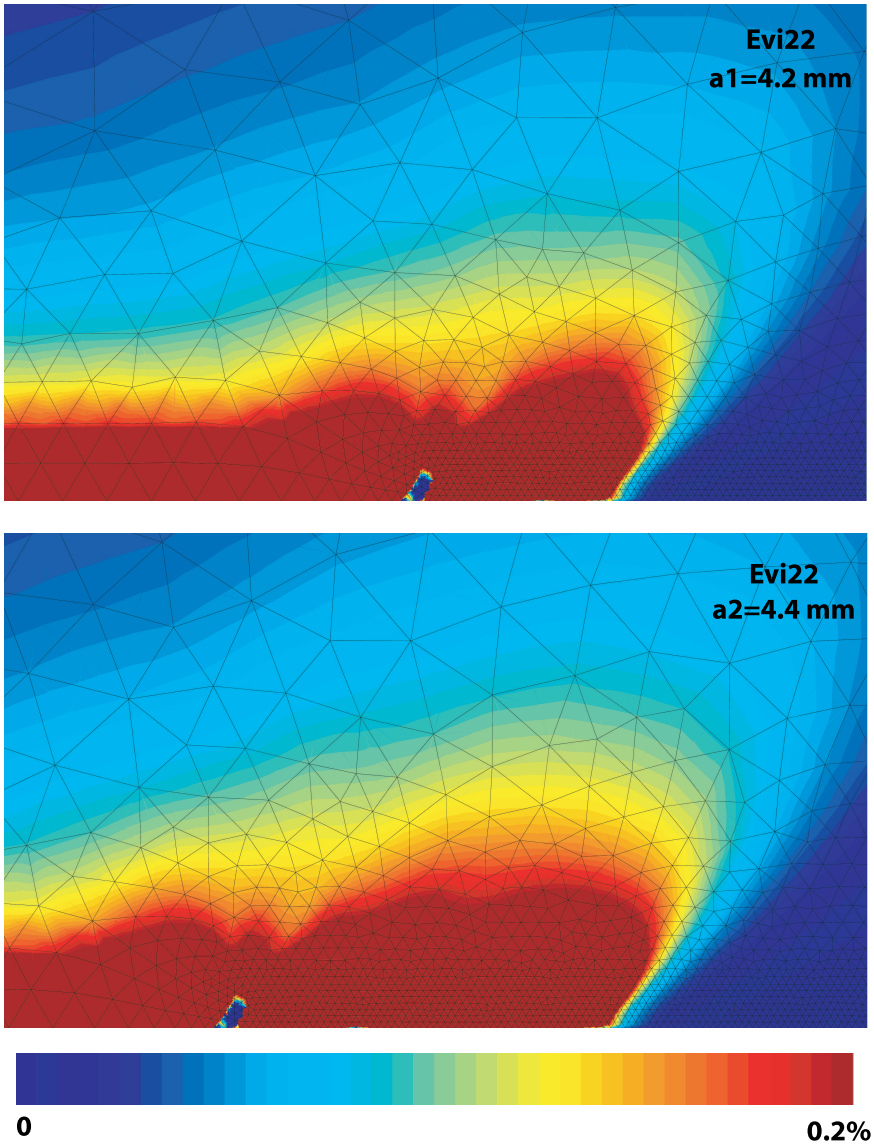


FIG. 4.53 – Traînée plastique le long du chemin de fissuration pour les longueurs d'avancée de fissure a_1 et a_2.

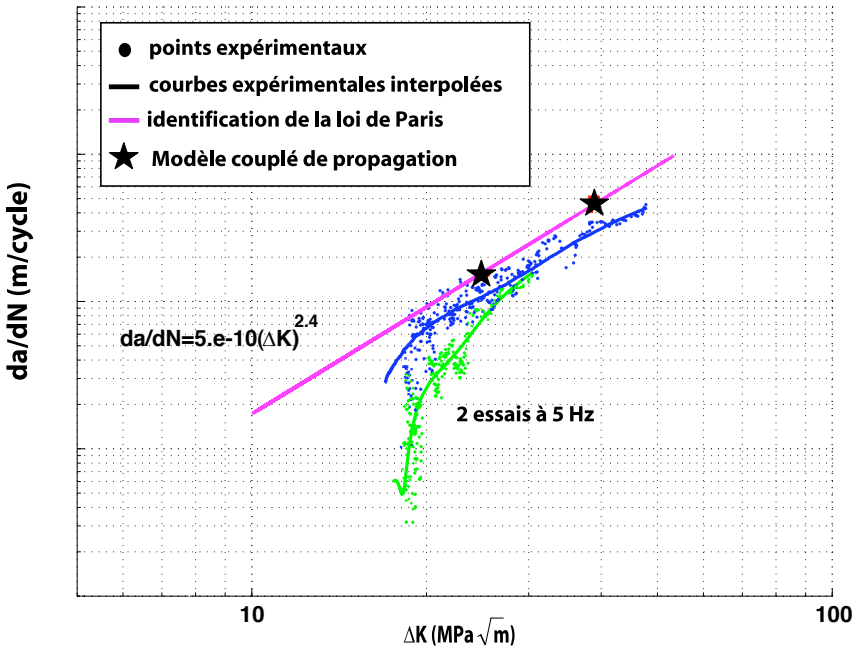


FIG. 4.54 – Identification des différents paramètres du modèle en régime de fatigue pure.

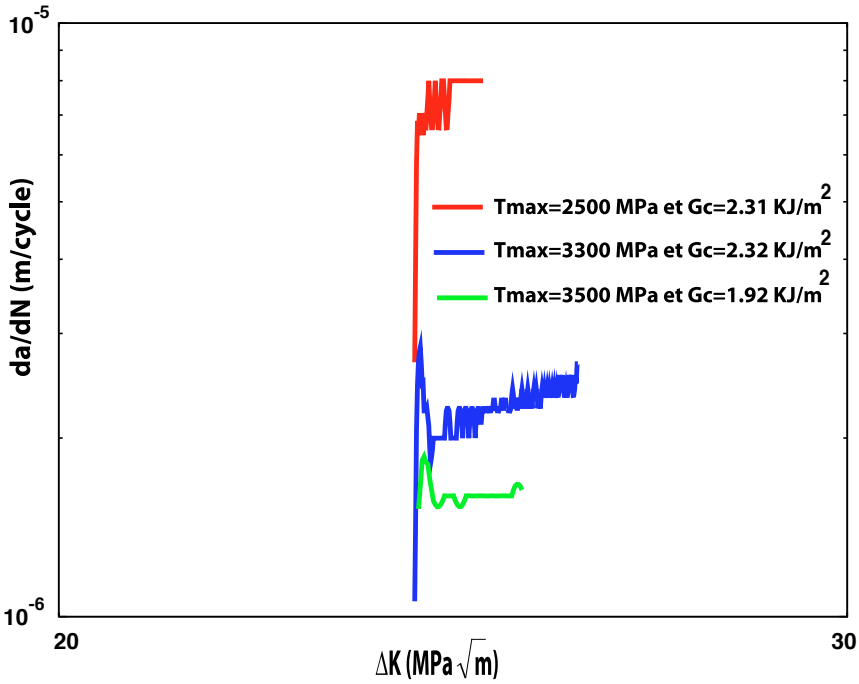


FIG. 4.55 – Choix des maxima et énergie de décohésion monotone.

prédictive et/ou les faiblesses d'un tel modèle. Dans un premier temps, nous avons vérifié que celui-ci rend compte correctement d'une loi de type Paris en régime de fissures longues. Puis, nous avons analysé comment le modèle traduisait les effets de rapport de charge, de surcharge et quel était l'effet de l'orientation secondaire de la fissure sur la vitesse de propagation. Enfin, nous avons étudié les effets de petites fissures sur les vitesses de propagation de fissure prévues alors par le modèle.

4.6.1 Loi de Paris

Nous avons réalisé ici deux calculs de propagation de fissure pour deux niveaux de chargement, de 200 MPa et 400 MPa, avec une fissure utile de longueur 4 mm, fixant une gamme d'étude de facteur d'intensité des contraintes comprise entre 25 et 40 $MPa\sqrt{m}$. La figure 4.56 illustre l'évolution des vitesses de propagation de fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour ces deux niveaux. Une même droite de Paris est trouvée pour ces deux niveaux de sollicitation.

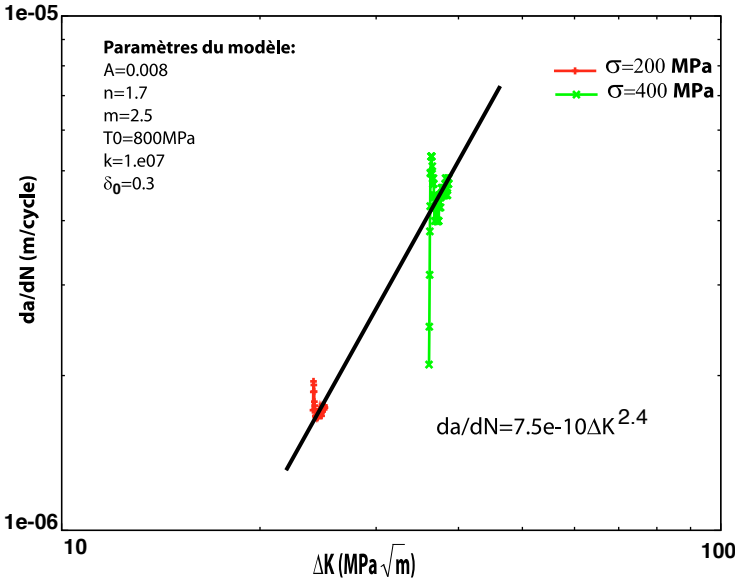


FIG. 4.56 – Droite de Paris numérique.

La figure 4.57 présente les évolutions des champs de contraintes en pointe de fissure et la solution analytique de ces champs calculée en élasticité. On peut remarquer qu'il existe une très bonne similitude entre ces deux champs. Cela confirme donc que les éléments de zone cohésive traduisent correctement, en plasticité confinée, les champs de contrainte en pointe de fissure. La figure 4.58 présente l'évolution de l'endommagement le long du chemin de fissuration. On constate que le nombre d'éléments inclus dans cette *process zone* est tout à fait convenable et permet donc de traduire avec précision la singularité en pointe de fissure.

4.6.2 Effets de rapport de charge

La loi de base décrivant l'évolution de la vitesse de fissuration dans un milieu sollicité en chargement simple périodique est la loi de Paris [92] :

$$\frac{da}{dN} = CK_{max}^{n} \tag{4.51}$$

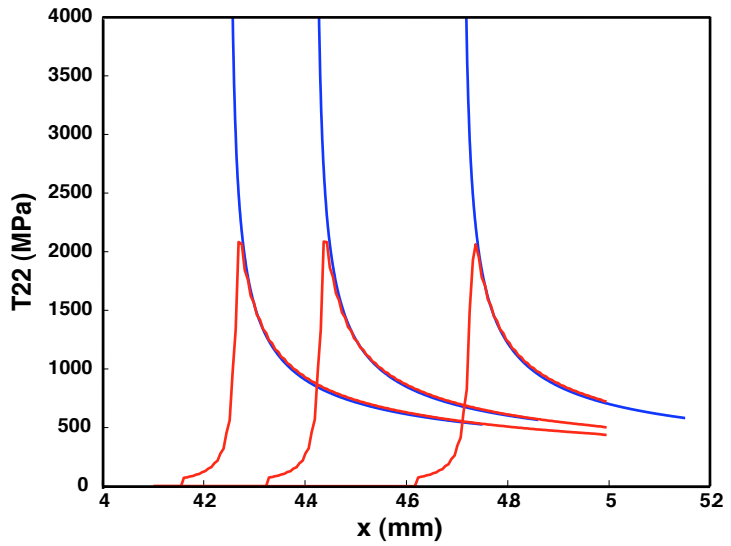


FIG. 4.57 – Comparaison des champs numériques et analytiques de la contrainte normale en pointe de fissure.

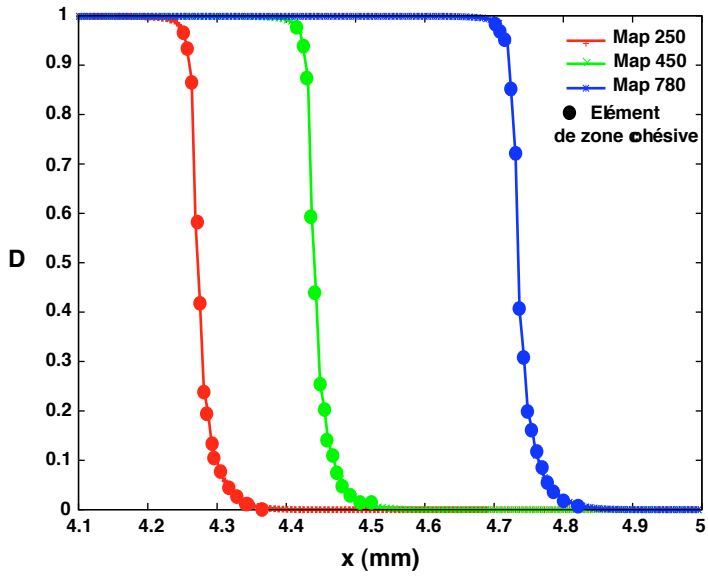


FIG. 4.58 – Evolution de l'endommagement le long du chemin de fissuration pour différentes avancées de fissure.

où K_{max} est la valeur maximale du facteur d'intensité des contraintes au cours du cycle, C et n deux constantes liées au matériau.

Cette loi reste valable tant que la contrainte minimale est nulle et pour des valeurs du facteur d'intensité des contraintes K_{max} inférieures à la tenacité K_{Ic} du matériau. L'influence de la contrainte minimale se traduit en introduisant le rapport de charge :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \tag{4.52}$$

où σ_{min} et K_{min} désignent respectivement les valeurs minimales de la contrainte et du facteur d'intensité des contraintes. L'effet de la contrainte moyenne peut être traduit plus précisément en utilisant une loi de fissuration de la forme :

$$\frac{da}{dN} = C(K_{max} f(R))^n \tag{4.53}$$

Les principales formes utilisées dans la littérature sont les suivantes :

$$\text{Paris} \quad f(R) = 1 - R \tag{4.54}$$
$$\text{Walker} \quad f(R) = (1 - R)^2 \tag{4.55}$$
$$\text{Elber} \quad f(R) = 2(1 - R)(0,5 + 0,4R) \tag{4.56}$$
$$\text{ONERA} \quad f(R) = 1 - 0,5R - 0,5R^2 \tag{4.57}$$

Afin de comprendre comment le modèle couplé de propagation traduit les effets de rapport de charge au travers de la plasticité monocristralline, nous avons réalisé différentes simulations de propagation de fissure pour les rapports de charges suivants $R = [-1;\ 0;\ 0,05;\ 0,2;\ 0,5;\ 0,7]$, la contrainte maximale appliquée étant fixée à 200 MPa. Les paramètres du modèle utilisé sont ceux identifiés paragraphe 4.5.3. Les résultats présentés ci-dessous sont issus de simulations effectuées en utilisant des éléments triangulaires linéaires. Ces mêmes simulations ont été réalisées en utilisant des éléments quadratiques et donnent des vitesses de propagation pour les différents rapports de charges strictement identiques.

La figure 4.59 présente l'évolution des vitesses de propagation de fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour différentes valeurs de rapport de charge.

Nous avons reporté sur la figure 4.60 différentes fonctions correctrices f(R) en fonction des différents rapports de charge :
- la fonction de Paris,
- les points donnés par le modèle couplé de propagation,
- la fonction correspondant à un alliage léger AU4G1-T3,
- les points correspondant à des résultats d'essais concernant l'AM1 à $650°C$ et à $950°C$ réalisés par l'ONERA et la SNECMA [154].

Nous avons limité cette étude aux rapports de charge positifs.

Pour les simulations numériques avec le modèle couplé de propagation, on retrouve une fonction correctrice en $f(R) = 1 - R$ qui ne traduit pas correctement les effets de contrainte moyenne. Rappelons rapidement l'équation 4.48 :

$$\frac{dD}{dN} = \frac{A}{n+1}(1 - D(N))^m \left(\left(\frac{k\delta_{max}}{\delta_0} - T_0 \right)^{n+1} - \left(\frac{k\delta_{min}}{\delta_0} - T_0 \right)^{n+1} \right) \tag{4.58}$$

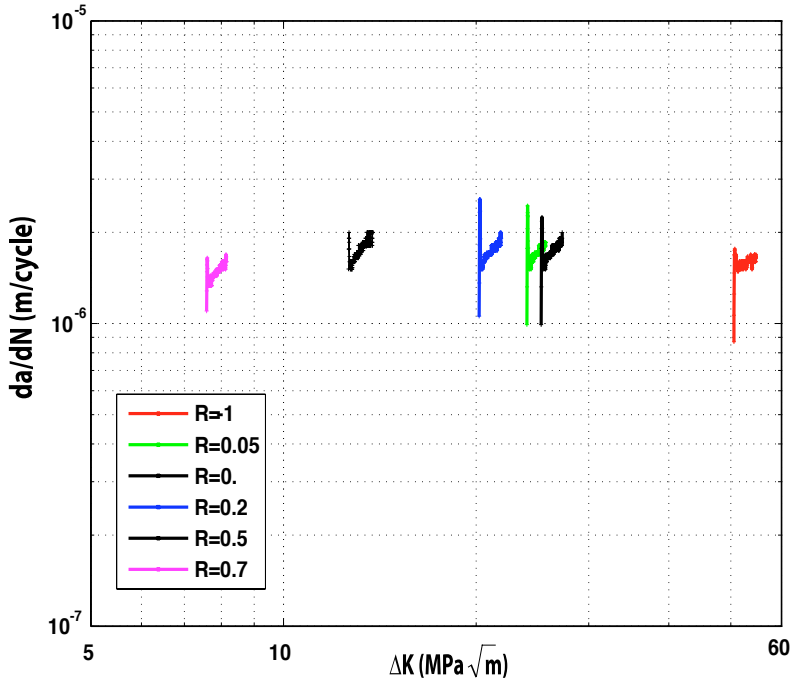


FIG. 4.59 – Evolution des vitesse de propagation de la fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes pour différentes valeurs du rapport de charge.

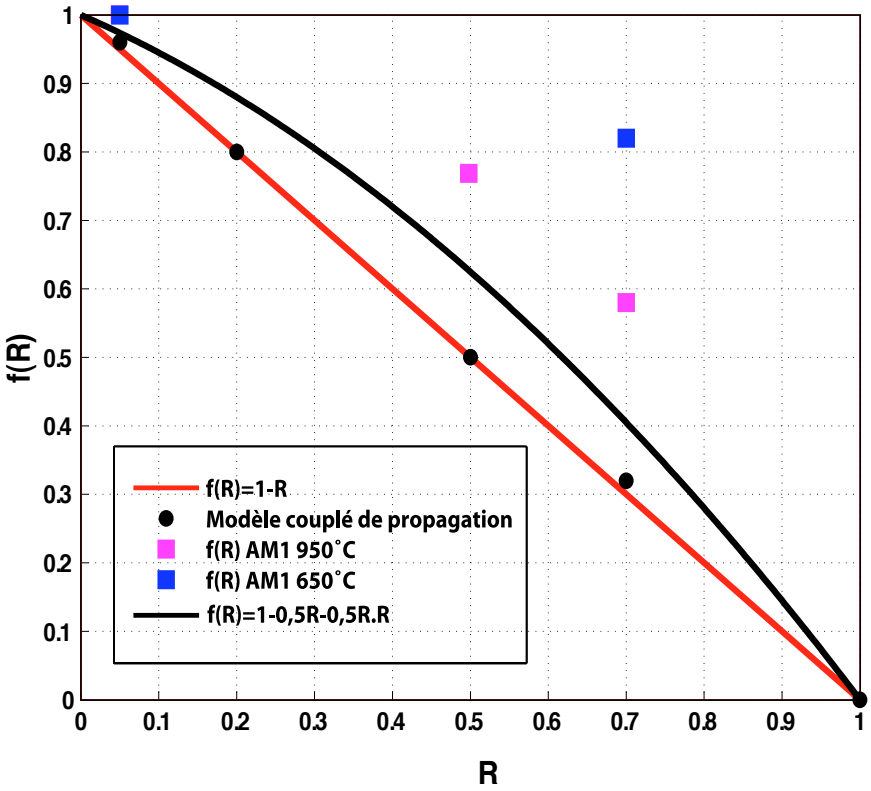


FIG. 4.60 – Fonction d'influence du rapport de charge.

Si on suppose que δ_{min} et δ_{max} sont proportionnels à K_{min} et K_{max}, on obtient une vitesse d'endommagement locale $\frac{da}{dN}$ en $\delta_{max}(1-R^{n+1})^{\frac{1}{n+1}}$ ce qui correspond à :

$$f(R) = (1-R^{n+1})^{\frac{1}{n+1}} \tag{4.59}$$

Pour $R = 0,2$, on a alors $f(R) = 0,99$, pour $R = 0,5$ $f(R) = 0,95$ et pour $R = 0,8$ $f(R) = 0,78$.

Mais l'hypothèse faite sur les δ_{min} et δ_{max} reviendrait à considérer comme négligeables les effets de fermeture et d'ouverture à la pointe de la fissure, ainsi que les autres effets liés à la plasticité locale, ce qui est peu réaliste.

L'effet de contrainte moyenne est en fait traduit par la plasticité du matériau. Le modèle de propagation est certes découplé de la plasticité, cette dernière agit sur les déplacements vus par ces éléments dans la *process zone*. En effet, la loi cristallographique est à écrouissage cinématique non linéaire sans seuil car le matériau est monocristallin, en opposition aux matériaux polycristallins où des incompatibilités des déformations plastiques locales d'un grain à l'autre provoquent des contraintes internes.

En conséquence, la contrainte moyenne en pointe de fissure est très rapidement relaxée. Le phénomène de relaxation des champs à la pointe de fissure a été étudié par Marchal [7] pour des simulations de fissure fixe dans le superalliage AM1 à $950°C$. Ces simulations ont été réalisées pour un maillage 2D représentatif d'une éprouvette CT ("Compact Tension") (figure 4.61). Le chargement appliqué est un chargement cyclique avec un temps de maintien. La figure 4.62 illustre la relaxation de la contrainte de cisaillement résolue en fonction du glissement sur le système octahédrique considéré et ce pour différents zones d'analyse en pointe de fissure (figure 4.61). On remarque une relaxation très rapide de la contrainte moyenne pour le point 1. Un effet de rochet peut être observé sur les points 2 à 4. Ainsi, avec le modèle cristallographique utilisé, on a automatiquement une relaxation très rapide de la contrainte moyenne.

La même étude a été réalisée dans notre cas pour une éprouvette SEN. Considérons la simulation numérique de propagation de fissure à $R = 0,5$ pour une longueur de fissure $a = 4,42\,mm$. La figure 4.64 présente la relaxation de la contrainte normale en fonction du temps pour les différentes zones d'analyse présentées figure 4.63. On remarque une relaxation très rapide de l'élément adjacent à l'élément de zone cohésive qui s'endommage jusqu'à rupture, c'est-à-dire, à $\sigma = 0$. Cette relaxation est également effective pour les éléments des différentes zones d'analyse. Une telle relaxation de la contrainte explique que l'on ne puisse pas traduire l'effet de la contrainte moyenne.

La prise en compte de cet effet de rapport de charge observé expérimentalement pourrait être traduite par l'introduction d'un émoussement plastique en pointe de fissure. En effet, l'effet du rapport de charge est observé sur l'évolution du "Crack Tip Opening Displacement" ou CTOD. Cet aspect a notamment été observé par Fedelich [119] dans le cas du superalliage monocristallin PWA1483 (figure 4.65). Le modèle actuel ne prend pas en compte ce phénomème d'émoussement plastique puisque la décharge est entièrement élastique mais ce dernier peut être simulé par l'introduction d'un déplacement normal résiduel plastique tel que celui défini § 4.2.3.1 par Besson [143].

4.6.3 Effets de surcharge

Considérons un chargement d'amplitude constante, $\sigma_m = 10MPa$, $\sigma_M = 200MPa$ et pour une longueur a_s de fissure appliquons un nombre N de surcharges de contrainte maximale σ_{Ms}.

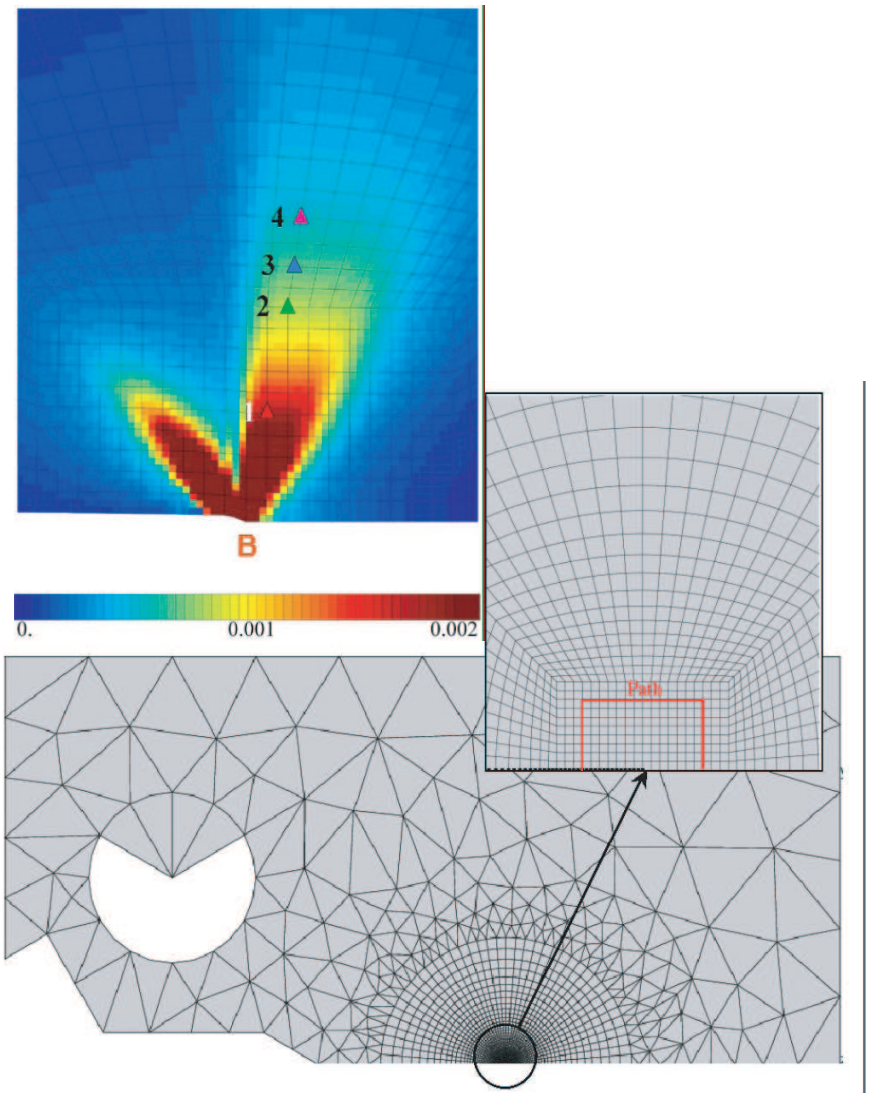


FIG. 4.61 – Maillage de l'éprouvette CT (Marchal [7]).

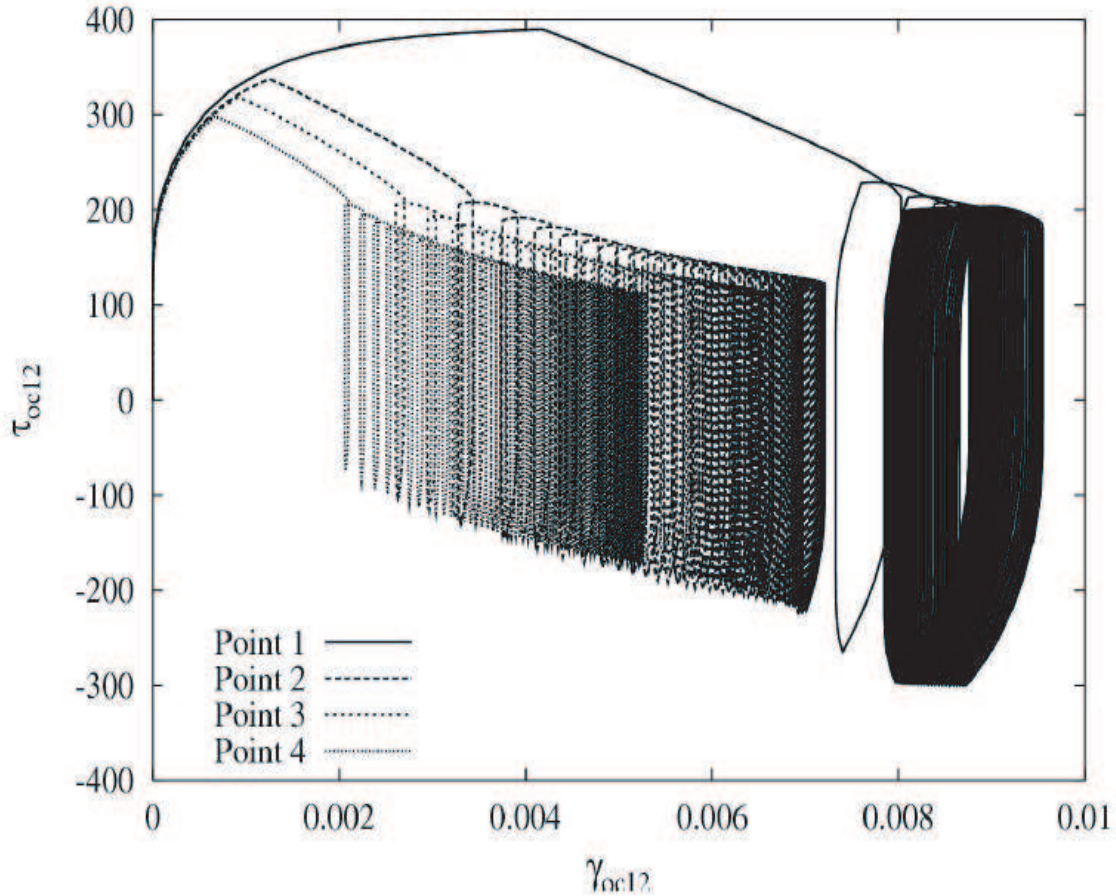


FIG. 4.62 – Relaxation de la contrainte de cisaillement résolue en fontion du glissement sur un sytème octahédrique considéré après plus de 80 cycles (Marchal [7]).

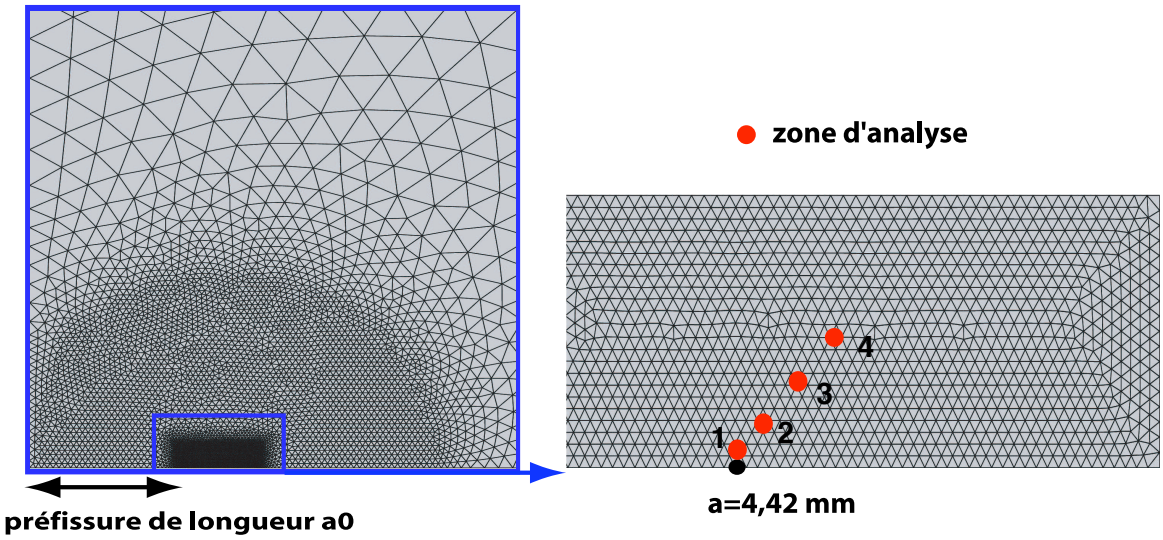


FIG. 4.63 – Les différentes zones d'analyse.

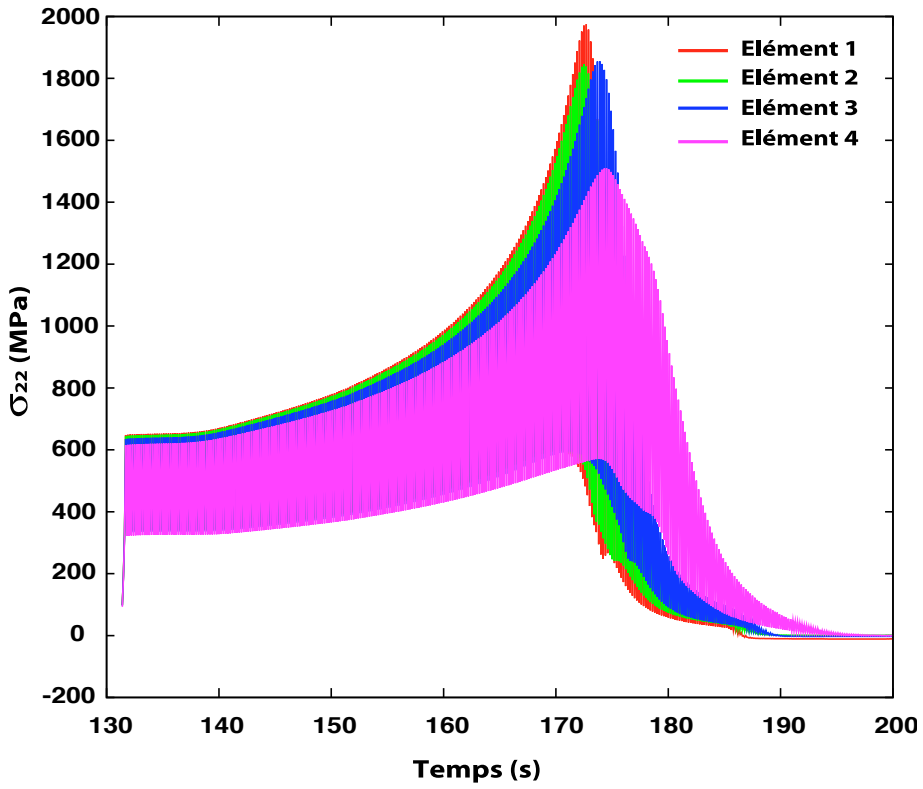


FIG. 4.64 – Relaxation de la contrainte des éléments des différentes zones d'analyse en fonction du temps.

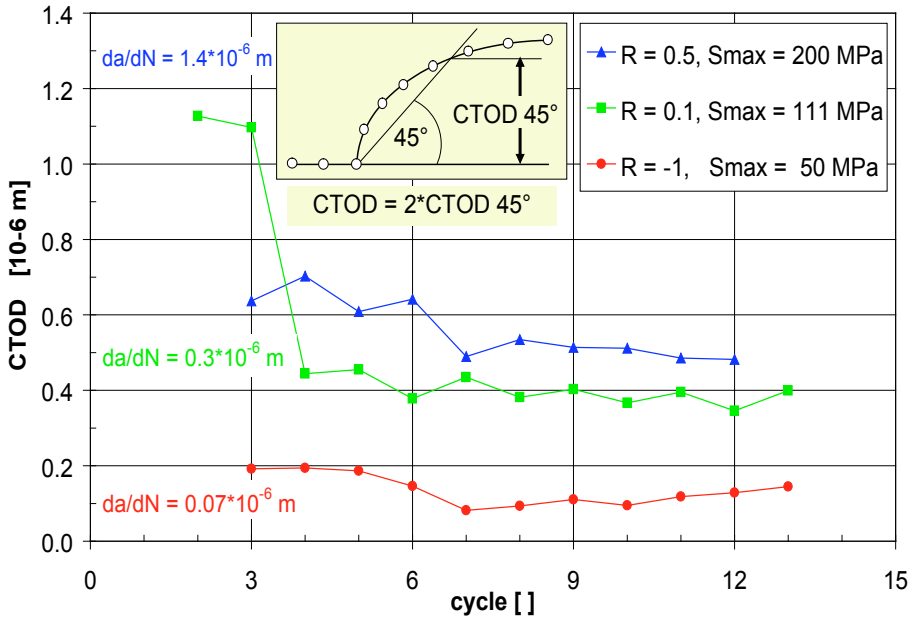


FIG. 4.65 – Influence du rapport de charge sur le CTOD (f=0,1Hz, $\Delta K = 14\,MPa\sqrt{m}$)(Fedelich [119]).

Désignons par R_s le rapport $R_s = \frac{\sigma_{Ms}}{\sigma_M}$.

La figure 4.66 présente les évolutions d'avancée de fissure pour 1, 2 et 20 surcharges de rapport $R_s = 1,5$ et la figure 4.67 présente les vitesses de fissuration correspondantes.

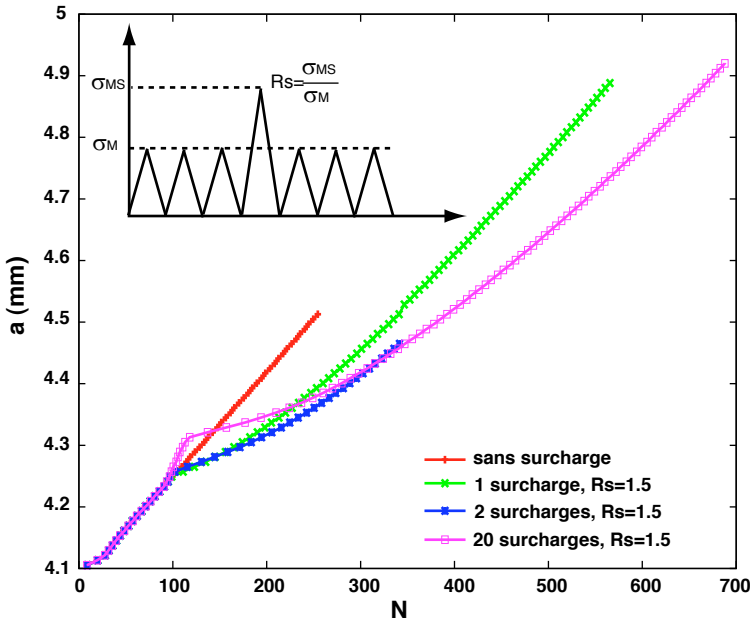


FIG. 4.66 – Evolution des avancées de fissures pour différents cas de surcharge.

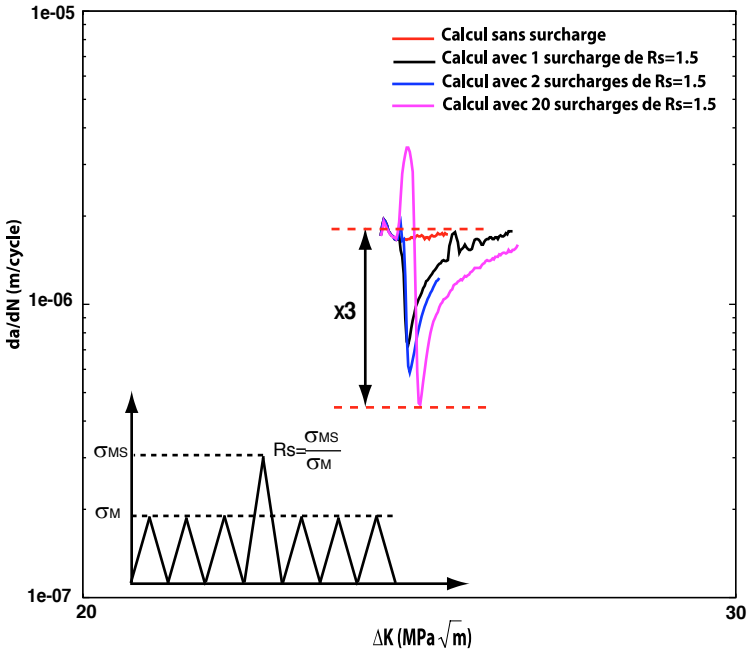


FIG. 4.67 – Evolution des vitesses de propagation de fissure pour différents cas de surcharge.

On observe sur ces figures un effet de retard au niveau des vitesses de fissuration, ce retard provenant de la plasticité importante induite par les surcharges en pointe de fissure. Ce dernier est évalué à 3 sur les vitesses de fissuration obtenues par rapport à un essai de référence sans

surcharge. Néanmoins, nous n'avons pas pu comparer ces résultats numériques à des données expérimentales réalisées sur le même matériau. Nous sommes seulement en mesure de vérifier la pertinence de notre résultat à partir d'un simple calcul d'évaluation de l'effet de retard induit par les surcharges sur les seuils d'ouverture.

Considérons le chargement suivant composé d'un grand nombre de surcharges de rapport $R_s = 1,5$ suivi de chargements de rapport $R_s = 1$, et cela pour un rapport de charge $R = 0$ pour le chargement de base. Nous représentons figure 4.68 la sollicitation appliquée ainsi que les facteurs d'intensité des contraintes à ouverture dans les deux cas, avec et sans surcharge. Le seuil à ouverture de l'AM1 pour un rapport de charge $R = 0$ est estimé à 0,19 en régime de fatigue pure. Cette valeur a été déterminée en annexe D.1 en utilisant une méthode de relâchement de nœud.

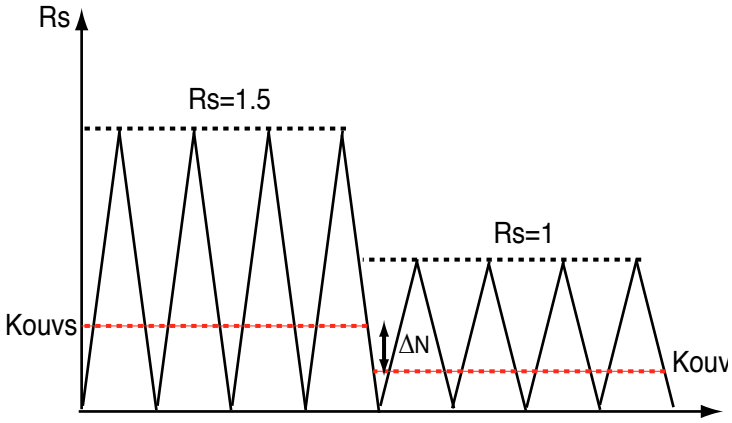


FIG. 4.68 – Estimation du facteur de retard des vitesses du à l'application d'un grand nombre de surcharges.

Ainsi pour un chargement périodique, quel que soit ΔK, en régime permanent, on a

$$K_{ouv} = 0,19K_{max} \tag{4.60}$$

Avec le chargement K^s_{max}, on a $K_{ouv} = 0,19K^s_{max}$.

Donc, en régime de retard, on a $K_{max} - K_{ouv}$. Si l'on normalise maintenant par K_{max}, on obtient :

$$K^s_{max} = 1,5K_{max} \tag{4.61}$$
$$K^s_{ouv} = 0,285K_{max} \tag{4.62}$$

Soit encore :

$$K_{eff}(R_s = 1) = K_{max} - 0,19K_{max} = 0,81K_{max} \tag{4.63}$$
$$K^s_{eff}(\text{après surch}) = K_{max} - 0,285K_{max} = 0,715K_{max} \tag{4.64}$$

Le retard correspond alors au rapport des vitesses : $\left(\frac{0,715}{0,81}\right)^{2,4} = 0,74$, c'est-à-dire un facteur de 1,3 sur les vitesses. On est donc loin du facteur 3 trouvé sur les vitesses lors de la simulation numérique. Mais rappelons que le calcul analytique précédent n'est basé que sur les seuils

d'ouverture et qu'il ne prend pas en compte l'effet de retard dû à la taille de zone plastique et les conséquences que peuvent avoir les sollicitations de surcharge sur les contraintes locales. Le modèle numérique de propagation de fissure rend compte qualitativement de l'effet de retard dû aux surcharges.

Les différents résultats concernant le champ de traînée de la zone plastique avec et sans surcharges peuvent être observés figure 4.69. L'application d'une ou de plusieurs surcharges est effectuée après avoir réalisé 95 cycles de fatigue, soit une avancée de fissure d'environ 150 μm.

On remarque après l'application de la surcharge une forte plasticité à la pointe de la fissure. Une zone de compression est observée également après l'application de la surcharge par la présence d'une zone plastique "négative" (en bleu). C'est cette zone de compression qui induit l'effet de retard observé lors de surcharges. Il est intéressant de noter que ce modèle est tout-à-fait prédictif tant au niveau des effets attendus (effet de retard) mais également par la fine description des champs obtenus à la pointe de la fissure.

4.6.4 Effet de l'orientation du monocristal sur les vitesses de fissuration

L'effet de l'orientation cristallographique sur la vitesse de fissuration est une propriété bien connue dans les superalliages monocristallins. Pour plus de précisions, le lecteur est renvoyé aux références citées § 2.2.3. Il a été montré que la vitesse de fissuration suivant l'orientation $^{\succ}(001)[100]$ était plus élevée que suivant l'orientation $^{\succ}(001)[110]$. En raison de l'anisotropie du matériau, le changement d'orientation de la direction de fissuration <hkl> va induire un champ de contrainte et de déformation différent à la pointe de la fissure.

Fleury [4] a mis en évidence l'influence de l'orientation cristallographique sur la vitesse de fissuration de l'AM1 à $650°C$. Pour les orientations $^{\succ}(001)[100]$ et $^{\succ}(001)[110]$, les courbes de fissuration sont parallèles en régime de Paris. La vitesse de fissuration suivant la direction $^{\succ}(001)[100]$ est environ quatre fois supérieure à la vitesse de fissuration pour l'orientation $^{\succ}(001)[110]$ pour un rapport de charge de $R = 0,1$. Les mêmes constatations ont été faites à $950°C$.

En considérant les paramètres identifiés pour l'orientation de fissure $^{\succ}(001)[100]$, on effectue un calcul identique sur l'orientation $^{\succ}(001)[110]$, pour un rapport de charge $R = 0,05$ à $950°C$ afin de vérifier que la propagation de fissure par éléments de zone cohésive traduit correctement cet effet de l'orientation cristallographique.

Nous pouvons observer figure 4.70 l'évolution des vitesses de fissuration en fonction des facteurs d'intensité des contraintes pour les deux orientations considérées. Nous retrouvons une bonne similitude sur les vitesses de fissuration obtenues avec les résultats de Fleury [4], à savoir $V_{\succ(001)[100]} > V_{\succ(001)[110]}$. Le facteur trouvé numériquement entre les vitesses est de l'ordre de 2 à $950°C$.

Ce résultat a été également observé expérimentalement par Defresne [3] pour le superalliage CMSX-2 à $650°C$, notamment au niveau des seuils de fermeture de la fissure, différents pour les deux orientations. Le constat suivant a été fait : le niveau de fermeture est plus faible pour une fissure d'orientation $^{\succ}(001)[100]$ que pour une orientation $^{\succ}(001)[110]$.

Mais le niveau de fermeture ne peut expliquer à lui seul la différence de vitesse de fissuration obtenue pour différentes orientations cristallographiques. En effet, cette même différence de vitesse de fissuration a été observée pour un rapport de charge R=0,7 (Fleury [4]). Pour ce rapport de charge, l'effet de fermeture de la fissure est dans ce cas négligeable. D'autres explications peuvent être données pour justifier cette différence de vitesse de fissuration.

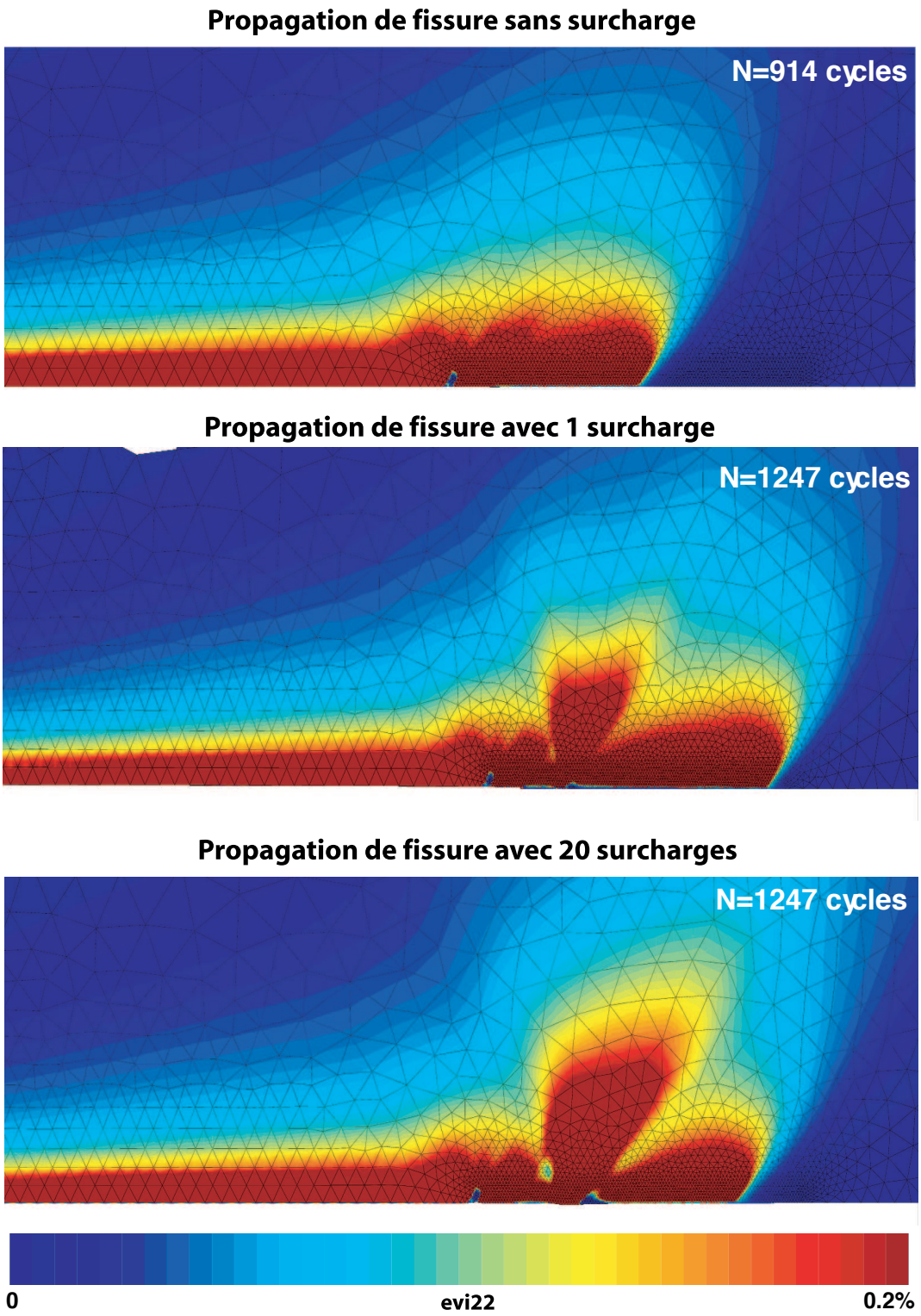


FIG. 4.69 – Evolution de la trainée plastique pour les différents types de chargement considérés.

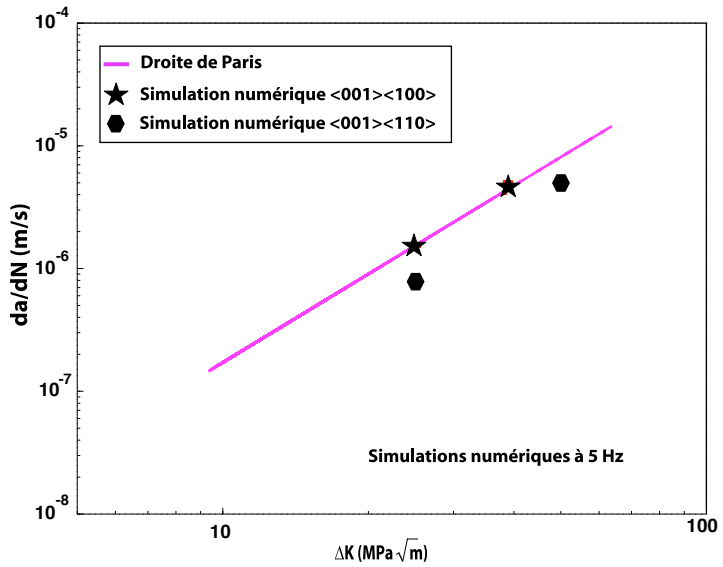


FIG. 4.70 – Vitesses de fissuration obtenues pour les différentes orientations secondaires considérées.

Flouriot [6] a constaté une différence d'environ 10% entre l'orientation $^{\succ}(001)[100]$ et l'orientation $^{\succ}(001)[110]$ sur l'ouverture de la fissure calculée en élasticité anisotrope :

$$U2_{\succ(001)[100]} = 1,1U2_{\succ(001)[110]} \tag{4.65}$$

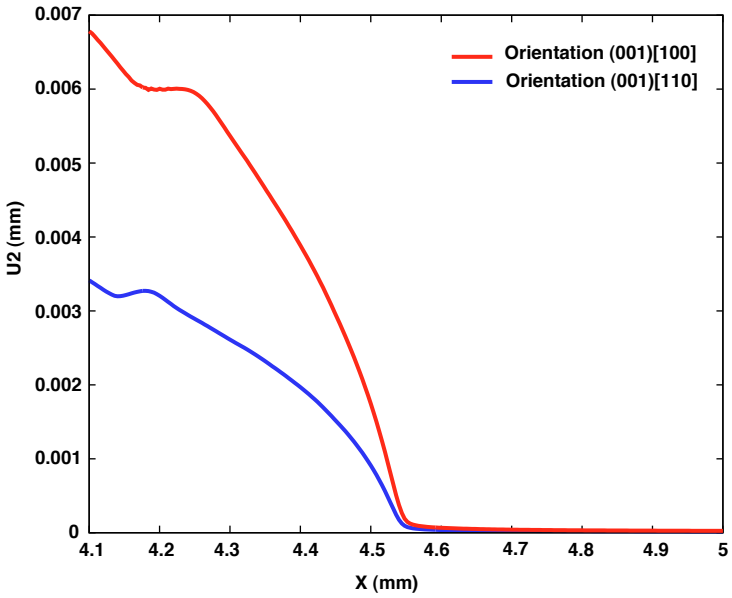


FIG. 4.71 – Ouverture de la fissure U2 en fonction de la distance à la pointe de la fissure pour les orientations $^{\succ}(001)[100]$ et $^{\succ}(001)[110]$ obtenue en utilisant le modèle couplé de propagation.

La figure 4.71 illustre, dans notre cas, pour une longueur de fissure donnée, l'ouverture de la fissure U2 donnée par le calcul numérique en fonction de la distance à la pointe de la fissure pour les orientations $^{\succ}(001)[100]$ et $^{\succ}(001)[110]$ à $950°C$. On constate que l'on trouve un rapport

d'environ 1,5 entre l'orientation $^{\succ}(001)[100]$ et l'orientation $^{\succ}(001)[110]$ sur l'ouverture de la fissure calculée en plasticité anisotrope à $950°C$ en régime de fatigue :

$$U2_{^{\succ}(001)[100]} = 1,5U2_{^{\succ}(001)[110]} \tag{4.66}$$

Cette différence du déplacement à ouverture entre les orientations considérées provient de l'intensité de la plasticité en pointe de fissure. La figure 4.72 représente l'évolution de la plasticité normale en pointe de fissure en fonction du temps. On constate que cette plasticité est beaucoup plus importante pour l'orientation $^{\succ}(001)[100]$ que pour l'orientation $^{\succ}(001)[110]$. La différence de vitesse observée par le calcul par éléments finis avec les éléments cohésifs est expliquée par la différence d'ouverture induite par la plasticité. L'endommagement de l'élément cohésif étant contrôlé par le déplacement total à ouverture de l'élément, le modèle rend donc correctement compte de l'effet d'orientation.

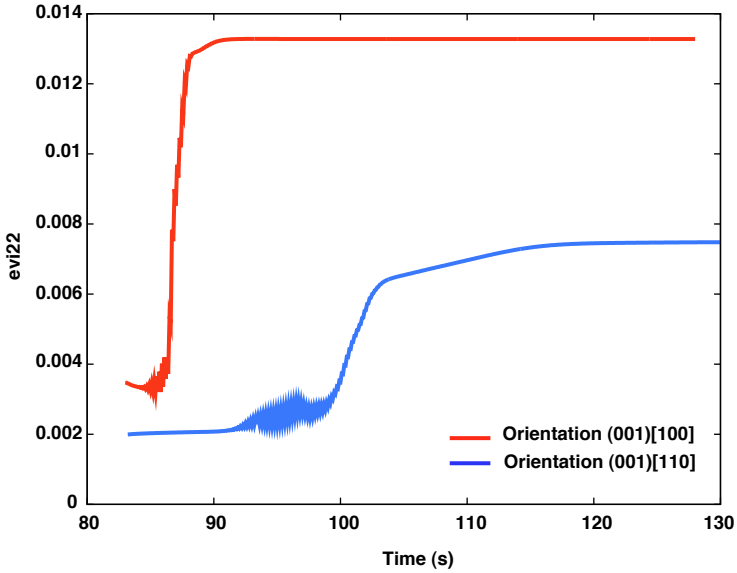


FIG. 4.72 – Evolution de la plasticité en pointe de fissure en fonction du temps pour une longueur de fissure de $4,15\,\mu m$.

Dans le cadre du projet SOCRAX, l'influence de l'orientation cristallographique n'a pas pu être clairement démontrée au niveau des essais réalisés. Ces résultats numériques ne pourront alors être corrélés par les récents résultats expérimentaux obtenus sur l'AM1 bas soufre.

4.6.5 Régime de fissure courte

Dans cette étude, l'une des questions posées, était de savoir si un modèle couplé de propagation était capable de rendre compte de l'effet de fissure courte. Cet effet de fissure courte peut être traduit de différentes façons : l'un des aspects est d'avoir des vitesses de fissuration plus importantes dans ce régime qu'en régime de fissure longue, un autre aspect est l'interaction de la plasticité sur la vitesse de propagation d'une petite fissure. Ce sont ces deux aspects que nous allons étudier dans ce paragraphe. La valeur des paramètres du modèle est fixée pour : $m = 2,54$, $n = 2,7$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 0,008\,mm^{-1}MPa^{-n}$, $\delta_0 = 0,3\,mm$ et $T_0 = 400\,MPa$.

4.6.5.1 Effet petites fissures sur la vitesse de propagation

Nguyen *et al.* [77] ont montré que leur modèle de zone cohésive (différent de celui que l'on utilise et qui est décrit § 2.1.3.6) traduisait de manière correcte les effets de fissure courte. Nous

vérifierons donc, dans ce paragraphe, que le modèle couplé, développé et utilisé pour simuler la propagation de fissure dans un superalliage monocristallin, à haute température, vérifie de la même façon cet effet de fissure courte. Nous considérons, ici, l'étude des fissures mécaniquement courtes, c'est-à-dire, des fissures dont la taille de la zone plastique n'est pas négligeable devant la longueur de cette dernière. L'idée est alors de se fixer une valeur de ΔK qui correspond à une taille donnée de zone plastique en pointe de fissure. Cette taille de zone plastique déterminée, des simulations numériques de propagation de fissure sont réalisées pour différentes longueurs initiales de fissure. Les différents calculs sont résumés dans la table 4.3. Ils sont réalisés pour une fréquence de sollicitation de 5 Hz et un rapport de charge $R = 0,05$.

ΔK $(MPa\sqrt{m})$	r_p (mm)	a_0 (mm)	σ (MPa)
19	0,09	10	100
19	0,09	4	160
19	0,09	1	320
19	0,09	0,5	450
19	0,09	0,1	900

TAB. 4.3 – Liste des différentes longueurs initiales de fissure étudiées.

La figure 4.73 présente l'évolution de la vitesse de fissuration pour les différentes longueurs initiales de fissures. On remarque que l'approche couplée proposée permet de reproduire, au moins partiellement, un effet de fissure courte puisque, plus la longueur initiale de la fissure est petite devant la taille de la zone plastique, plus la vitesse de propagation de cette dernière est importante lorsque l'on est en régime de propagation stable de la fissure. Dans le régime des calculs réalisés, l'effet observé, bien que dans le bon sens, reste très faible (écart de 5 à 10 % en vitesse). Malheureusement, pour des raisons numériques mal cernées, nous n'avons pas réussi à faire fonctionner le calcul pour une longueur initiale $a_0 = 0,1\,mm$. On retrouve ici les problèmes de sauts de solution puisque, la longueur de fissure étant faible, à ΔK fixé on est amené à augmenter la contrainte maximale appliquée.

4.6.5.2 Interaction plasticité/vitesse de fissuration : cas d'une éprouvette sans entaille

Nous avons simulé, dans ce paragraphe, la propagation d'une fissure de longueur initiale $a_0 = 50\,\mu m$ (obtenue par la méthode de relâchement de nœuds), se propageant ensuite jusqu'à une longueur de $a_0 = 0,6\,mm$. La taille des éléments en pointe de fissure est fixée à $2\,\mu m$. La fréquence de sollicitation est de 5 Hz et le rapport de charge est appliqué à $R = 0,05$ pour une contrainte maximale $\sigma_{max} = 550\,MPa$ ce qui correspond à un $\Delta K = 7,2MPa\sqrt{m}$. Nous souhaitons ici observer comment le modèle rend compte de l'effet de la plasticité sur le début de propagation de la fissure par fatigue.

Nous avons tracé, figure 4.74, l'évolution de la vitesse de propagation en fonction de l'avancée de la fissure. On remarque au début du calcul une diminution de la vitesse de fissuration sur une longueur d'environ $25\,\mu m$, précédant un régime stable de propagation de la fissure.

Tout au long de ce travail, nous avons choisi, pour déterminer la taille de la zone plastique, une valeur de $\sigma_{0,2\%\,\text{deplasticit}} = 450\,MPa$. Mais cette valeur, à haute fréquence et à $950°C$, est comprise entre 450 MPa et 650 MPa ce qui nous donne, pour un $\Delta K = 7,2MPa\sqrt{m}$, une estimation de la taille de la zone plastique comprise entre 20 et 40 μm. On note alors que la région frontière caractérisant une propagation instable/stable de fissuration correspond à la sortie de la fissure de la zone plastique initiée par la préfissure. Toutefois, on sait que la simulation de

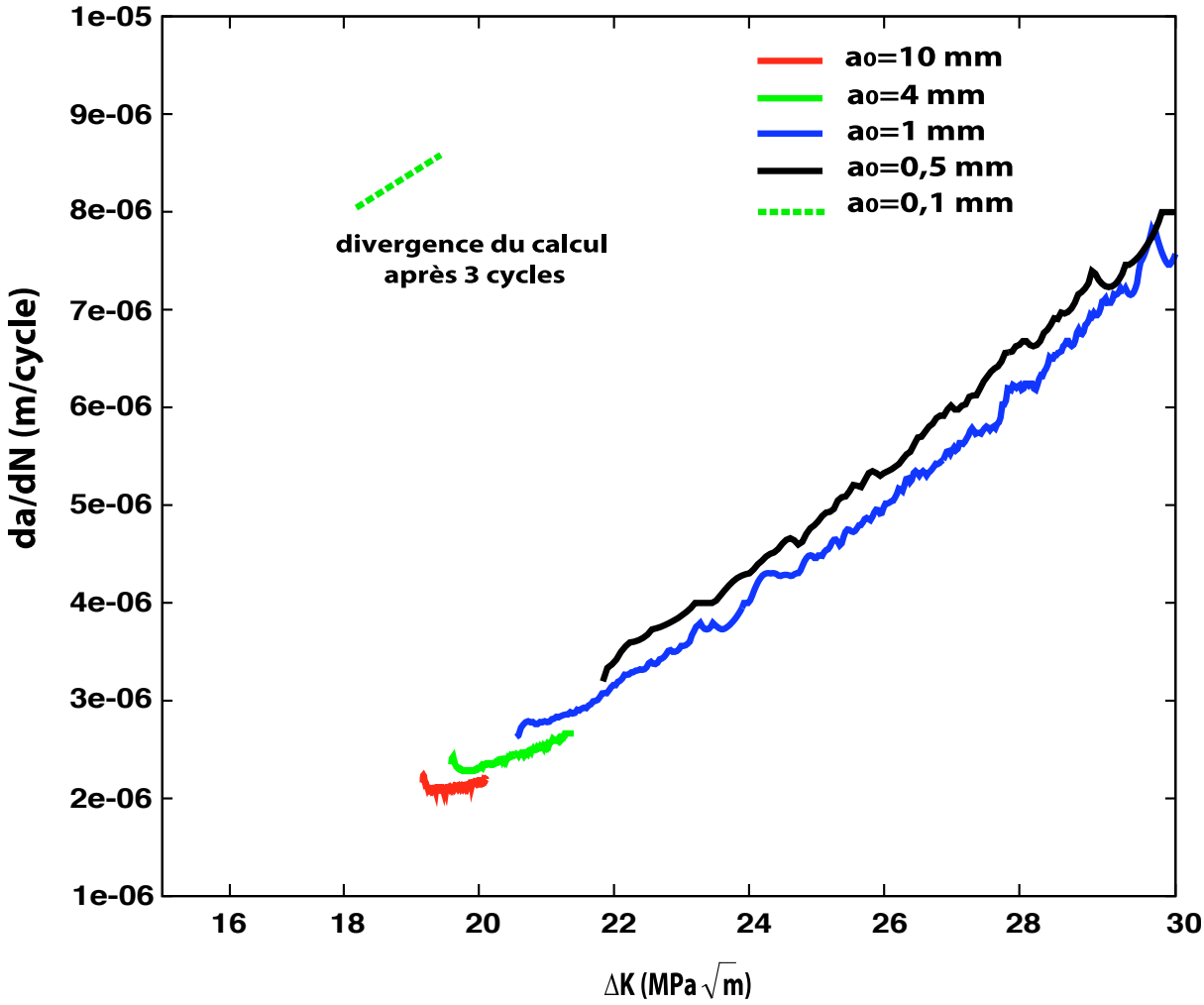


FIG. 4.73 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction des ΔK pour différentes longueurs initiales de fissures.

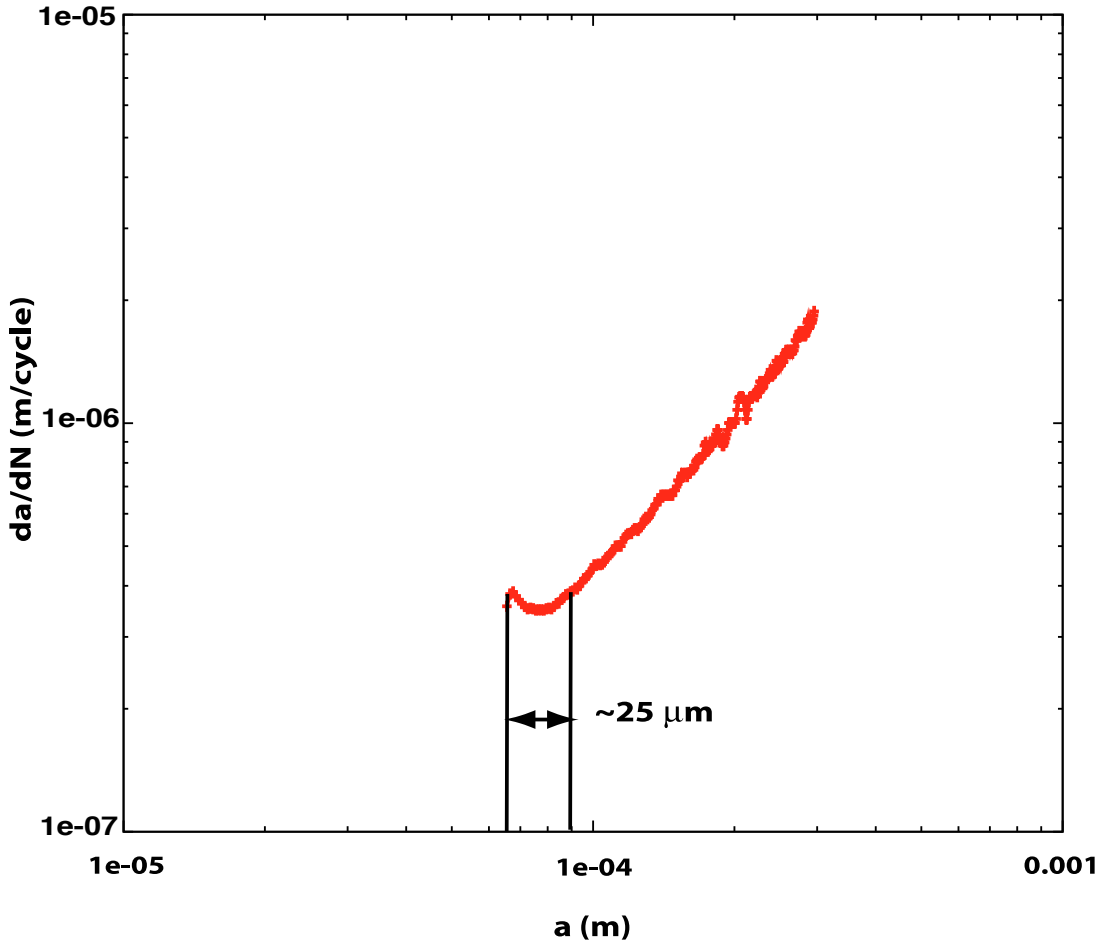


FIG. 4.74 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction de l'avancée de la fissure.

la préfissuration par relâchement de nœuds donne un calcul incorrect au début de la phase de propagation sur les premiers éléments (au maximum 5 éléments). Mais, cette longueur de taille de zone plastique initiale d'environ $25\,\mu m$ précédant le régime stable de propagation représente une propagation de la fissure de plus d'une dizaine d'éléments. La phase de préfissuration est donc oubliée. On note que l'approche de zone cohésive permet d'avoir une bonne description locale de la propagation de la fissure couplée à la plasticité du matériau.

4.6.5.3 Interaction plasticité/vitesse de fissuration : cas d'une éprouvette entaillée

Nous avons vu, précédemment, que le modèle développé permettait de prédire de manière correcte l'interaction entre la vitesse de fissuration et la plasticité du matériau. Nous étudions, maintenant, le comportement d'une fissure, noyée dans la plasticité engendrée par une entaille.

Nous définissons, figure 4.75, la géométrie et les conditions aux limites utilisées pour le maillage de l'éprouvette entaillée. Les hauteur et largeur W et L de l'éprouvette sont fixés à $W = L = 40\,mm$. La taille des éléments en pointe de fissure est de $4\,\mu m$. Le rayon en fond d'entaille est fixé à $R = 0,2\,mm$ et la longueur totale de l'entaille est notée a_0 avec $a_0 = 0,6\,mm$. On considère, dans ce problème, une taille d'éprouvette très grande devant la longueur de la fissure. Deux calculs sont alors réalisés pour des longueurs de préfissure $a_1 = 50\,\mu m$ et $a_1 = 100\,\mu m$ (la préfissuration étant réalisée par une méthode de relâchement des nœuds). La contrainte maximale appliquée est de 200 MPa pour un rapport de charge considéré $R = 0,05$.

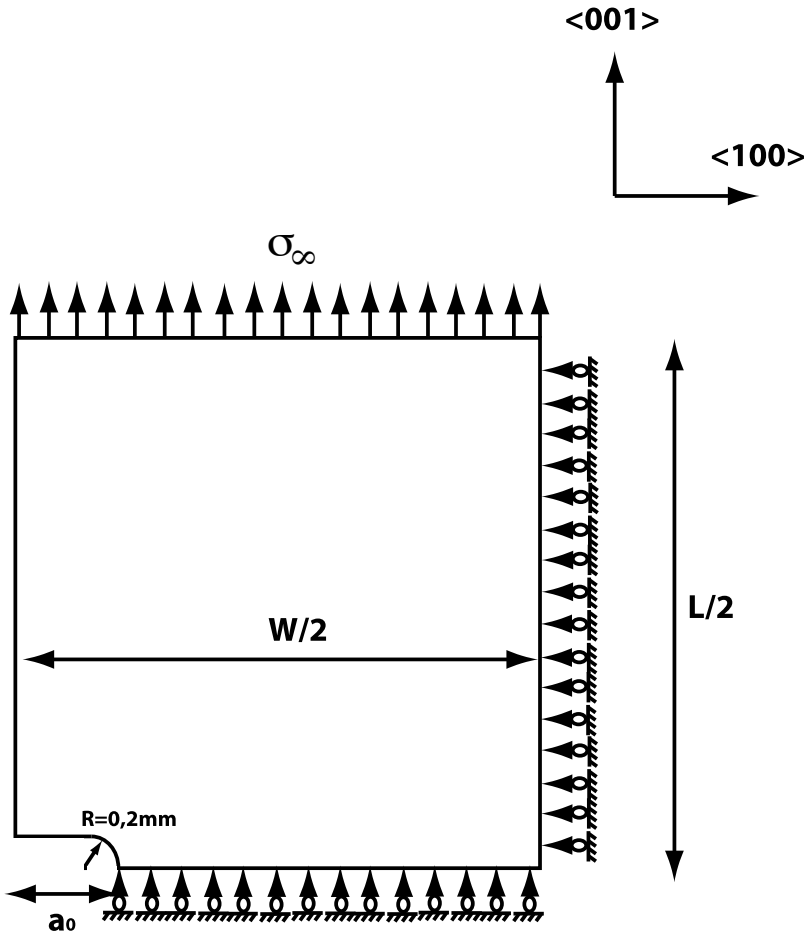


FIG. 4.75 – Géométrie et conditions aux limites utilisées pour le maillage d'une éprouvette entaillée (les dimensions respectives de a_0 et W ne sont pas respectées dans ce schéma).

On trace, figure 4.76, l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de la longueur totale a (longeur de l'entaille + longueur de la fissure). On remarque alors deux régimes, un régime de propagation instable précédent un régime de propagation stable de la fissure, identique quelque soit la longueur a_1 de la préfissure. La frontière de ces deux régimes de fissuration correspond à une longueur d'avancée de la fissure d'environ 400 μm.

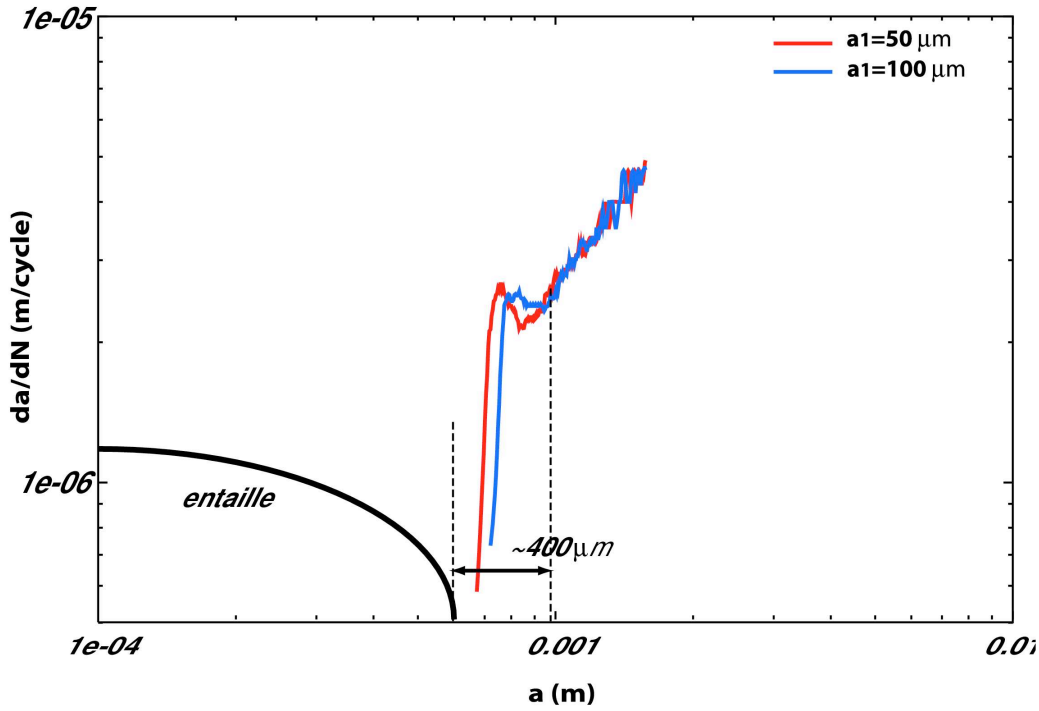


FIG. 4.76 – Evolution de la vitesse de fissuration pour les deux longueurs de préfissure.

La figure 4.77 présente les champs de déformation plastique résiduelle en fond d'entaille à différents instants du calcul (figures 4.77(a), (b) et (c)) et le champ de contrainte en bord d'entaille au début du calcul (figure 4.77(a bis)). Tout d'abord, on remarque sur les figures 4.77(a), 4.77(b) et 4.77(c) différentes formes de la traînée plastique le long du chemin de fissuration. On distingue une première forme de la traînée engendrée par la plasticité en fond d'entaille et la plasticité induite par la préfissure (régime instable de propagation). Puis, on observe une zone de traînée plastique régulière, correspondant au régime de propagation stable de la fissure. En estimant la taille de la frontière entre ces deux formes de traînée, on retrouve une estimation de la longueur correspondant à la frontière entre les deux regimes de fissuration. On note, également, sur la figure 4.77(a bis) représentant le champ de contrainte à la pointe de la fissure en début de calcul, une interaction de ce dernier avec le bord de l'entaille.

On note, donc, que l'utilisation du modèle couplé permet d'avoir un outil prédictif de l'interaction complexe qui existe entre la propagation d'une fissure, la plasticité en pointe de fissure et les effets de bord.

4.7 Conclusion du chapitre

Nous avons exposé, dans ce chapitre, le développement et l'application d'un modèle couplé de propagation de fissure en régime de fatigue pure. Ce modèle est basé sur une approche numérique "localisée" mais également couplée dans le sens où l'on a une interaction directe entre

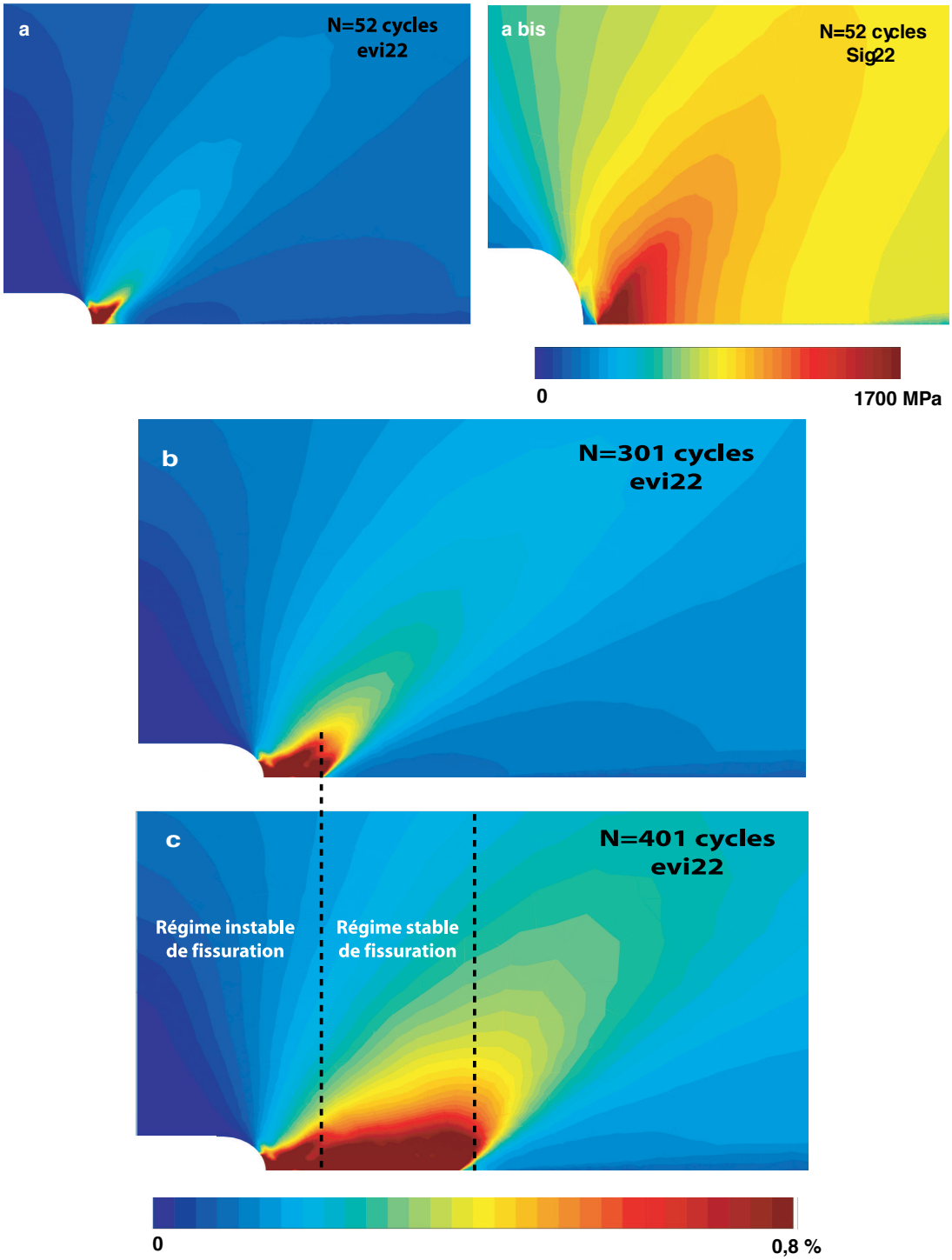


FIG. 4.77 – Champs plastiques résiduels et champ de contrainte en pointe de fissure pour $a_1 = 50\,\mu m$ à différents instants du calcul.

les mécanismes actifs dans le matériau à la pointe de la fissure et la propagation simultanée, continue et prédictive de la fissure à l'aide des éléments cohésifs.

Dans un premier temps, nous avons présenté le modèle développé en justifiant son choix mais également en précisant ses forces et ses faiblesses. D'autres formes possibles de modèles ont été proposées afin de répondre aux défauts intrinsèques du modèle cohésif utilisé. Puis, nous avons présenté l'implantation de ce modèle dans le code élément fini ZéBuLoN et les problèmes numériques rencontrés (problèmes de saut de solution, du choix de la taille de la process zone et du type d'éléments finis volumiques).

Dans un second temps, nous avons montré comment était traîté le problème de la propagation de fissure. Une étude de convergence a permis de vérifier que l'approche considérée était convergente avec la taille de maillage. Puis, nous avons mis en évidence le problème du démarrage du calcul lors de la fissuration des éléments cohésifs en raison de la simulation de la préfissuration par la méthode de relâchement de nœuds. Enfin, nous avons indiqué le rôle des différents paramètres du modèle afin d'établir ensuite une méthode d'identification du modèle couplé à partir des résultats expérimentaux. Nous avons constaté que certains paramètres vont intervenir dans le choix de la taille de la process zone (m, D_c et T_0), d'autres dans la taille de l'épaisseur intrinsèque du modèle (k et δ_0) ou dans l'estimation de la droite de Paris (A et n). Il est à noter que le modèle couplé s'appuie directement sur un modèle de (visco)plasticité cristalline, bien validé pour le matériau considéré, et dont l'identification est figée depuis longtemps. Seule une modification mineure a été proposée afin de pouvoir décrire correctement des cycles de fatigue de 5 à 50 Hz, ce que ne permettait pas la formulation antérieure.

Les paramètres du modèle couplé de propagation une fois identifiés en régime de fatigue pure, nous avons tenté de révéler la capacité de prédiction du modèle. On a pu remarquer que ce dernier ne reproduisait pas l'effet de rapport de charge en raison d'une relaxation rapide des contraintes au voisinage de la pointe de la fissure. Nous avons pu cependant noter lors de l'application de surcharges que ce modèle numérique de propagation rendait compte, au moins qualitativement, de l'effet de retard dû aux surcharges. Ce dernier modèle permet également de rendre compte de l'influence de l'orientation cristallographique de la fissure sur la vitesse de propagation. Enfin, nous avons pu vérifier que l'approche couplée de la propagation adoptée dans ce travail rendait compte de certains effets de fissure courte et que cette approche était un outil prédictif pour la simulation de l'interaction entre la propagation de la fissure et la plasticité matérielle à la pointe de la fissure.

De nombreuses modifications ou ajouts pourraient être faits dans les travaux futurs afin d'améliorer le modèle couplé et ses capacités actuelles :

- Concernant le modèle cohésif lui-même, sa forme devra être modifiée afin de lui donner plus de degrés de liberté et en particulier une raideur initiale indépendante de la contrainte de résistance maximale T_{max},
- De la même façon, il serait intéressant d'introduire un couplage fort avec la plasticité du matériau en ajoutant un déplacement résiduel plastique U_p (Besson [143]). Cette interaction permettrait d'auto-réguler la contrainte maximale en fonction de la vitesse de plasticité et permettrait de diminuer les problèmes d'interaction propagation/plasticité qui aboutissent à des vitesses de propagation constantes. Cela fournirait peut-être la possibilité d'une meilleure prévision de l'effet de rapport de charge,
- Afin de diminuer l'interaction des champs avec des éléments grossiers tout en gardant un calcul de taille raisonnable, une méthode de remaillage automatique sera par la suite nécessaire. Elle pourrait consister en une boite glissante contenant la fissure.

Chapitre 5

Extension du modèle à la simulation des phénomènes thermiquement activés

Sommaire

5.1 Introduction 181
5.2 Extension du modèle couplé avec prise en compte des effets du fluage181
5.2.1 Couplage de l'endommagement de fatigue avec l'endommagement de fluage dans le modèle cohésif 182
5.2.2 Propriété de base du modèle 182
5.2.3 Application dans le cas d'une pièce fissurée 184
5.2.4 Prévision du modèle 191
5.3 Extension du modèle avec prise en compte des effets d'oxydation . 194
5.3.1 Epaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure 195
5.3.2 Fragilisation du matériau à la pointe de la fissure 200
5.4 Conclusion du chapitre 203

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'extension du modèle couplé de propagation, développé en régime de fatigue pure dans le chapitre précédent, aux effets dépendants du temps tels que le fluage et les phénomènes d'oxydation, processus activés à haute température dans les superalliages monocristallins.

Dans un premier temps, nous exposons l'extension du modèle avec la prise en compte des effets du temps et l'application de ce dernier pour simuler la propagation de la fissure dans le cas d'une structure. Dans une seconde partie, nous développons l'extension du modèle avec la prise en compte des effets d'oxydation que sont l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure, d'une part, et la fragilisation du matériau à la pointe de la fissure par diffusion d'oxygène, d'autre part. Une application du modèle est ensuite réalisée dans le cas d'une éprouvette SEN.

5.2 Extension du modèle couplé avec prise en compte des effets du fluage

Les résultats d'essai en régime de fatigue-fluage ont montré que la diminution de la fréquence de sollicitation entraînait une augmentation des vitesses de fissuration mettant en évidence les

effets du temps. C'est cet effet du temps que nous allons introduire dans le modèle couplé de propagation afin qu'il puisse traduire les effets de fréquence.

5.2.1 Couplage de l'endommagement de fatigue avec l'endommagement de fluage dans le modèle cohésif

Les contraintes normale et tangentielle, T_N et T_T restent données par l'équation utilisée en régime de fatigue pure (Eq(4.2), § 4.2), où D est la variable d'endommagement totale définie Eq(5.1).

La sommation des endommagements de fatigue et de fluage est justifiée par la notion de contrainte effective, i.e., la sommation non pas des défauts physiques entre-eux, mais de leurs effets mécaniques. Cela conduit à une loi d'endommagement de la forme :

$$D = D_f + D_c \tag{5.1}$$

On rappelle, ci-dessous, la cinétique choisie pour l'endommagement de fatigue :

$$\begin{cases} \dot{D}_f = A\delta_0(1-D)^m \left\langle \sqrt{Y} - \sqrt{Y_0} \right\rangle^n \frac{\|\dot{U}\|}{\delta_0} & \text{si } \dot{Y} \geq 0 \\ \dot{D}_f = 0 \qquad \text{sinon} \end{cases} \tag{5.2}$$

où D est l'endommagement total.

Nous choisissons de décrire l'endommagement de fluage par une loi de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] de la forme :

$$\dot{D}_c = (1-D)^{-p} \left\langle \frac{\frac{\|T\|}{1-D} - T_1}{C} \right\rangle^r \tag{5.3}$$

où C, p et r sont des constantes. $\|T\|$ est la norme de la contrainte égale à $\sqrt{\langle T_N \rangle^2 + \frac{1}{\alpha} T_T^2}$, T_1 est le seuil de non propagation pour l'endommagement de fluage.

On note que, dans ce modèle de zone cohésive, on a fait le choix d'un couplage fort entre les endommagements de fatigue et de fluage.

5.2.2 Propriété de base du modèle

Nous avons testé sur un cas simple le couplage du modèle de zone cohésive avec ces effets du temps dus au fluage. Un système composé d'un élément volumique quadrangle linéaire couplé avec un élément de zone cohésive fixé est sollicité, soit à une fréquence de $f = 5\,Hz$, soit avec un temps de maintien $Tm = 300\,s$. Ces calculs sont réalisés en déformations planes. Les constantes, arbitraires, choisies pour la loi d'endommagement sont $m = 2$, $n = 2$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 0,002\,mm^{-1}MPa^{-n}$ et $T_0 = T_1 = 0\,MPa$, $\delta_0 = 0,1\,mm$, $C = 5000\,MPa^{-1}$, $p = 6$, $r = 5$ et les données matériaux sont celles de l'acier, autrement dit $E = 210000\,MPa$ et $\gamma = 0,3$.

La figure 5.1 représente, en terme d'endommagement, la réponse du modèle couplé de propagation soumis à un chargement de fréquence 5 Hz. A haute fréquence, on note une prédominance de l'endommagement de fatigue sur l'endommagement de fluage. En revanche, la réponse du modèle couplé de propagation soumis à un chargement avec un temps de maintien de 300 s est très différente puisque l'endommagement de fluage est maintenant prédominant sur l'endommagement de fatigue en raison des effets de temps (figure 5.2).

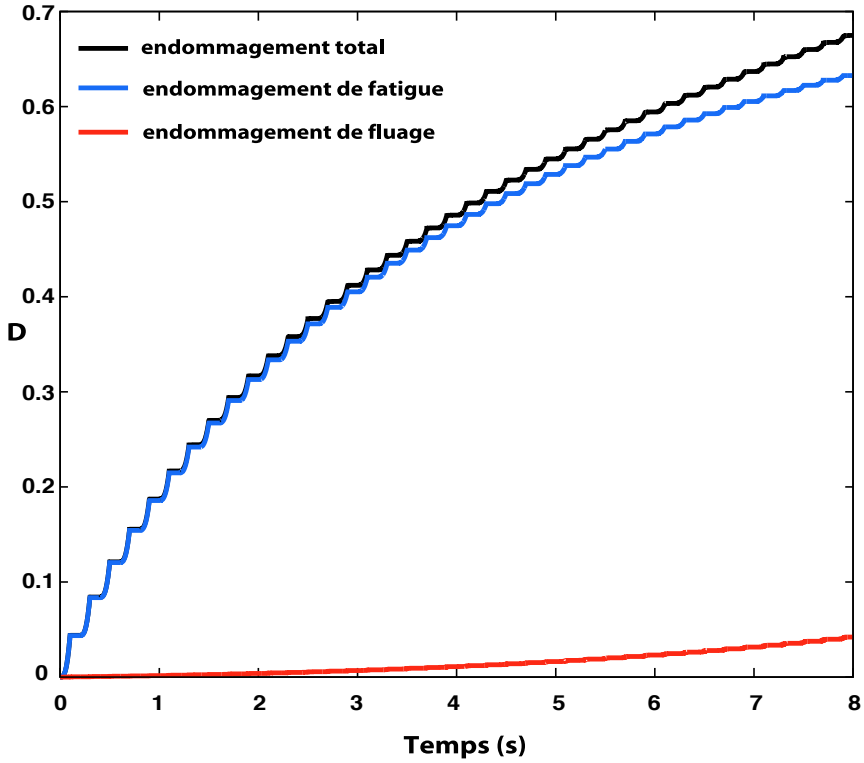


FIG. 5.1 – Evolution des endommagements total, de fatigue et de fluage pour une fréquence de sollicitation de 5 Hz.

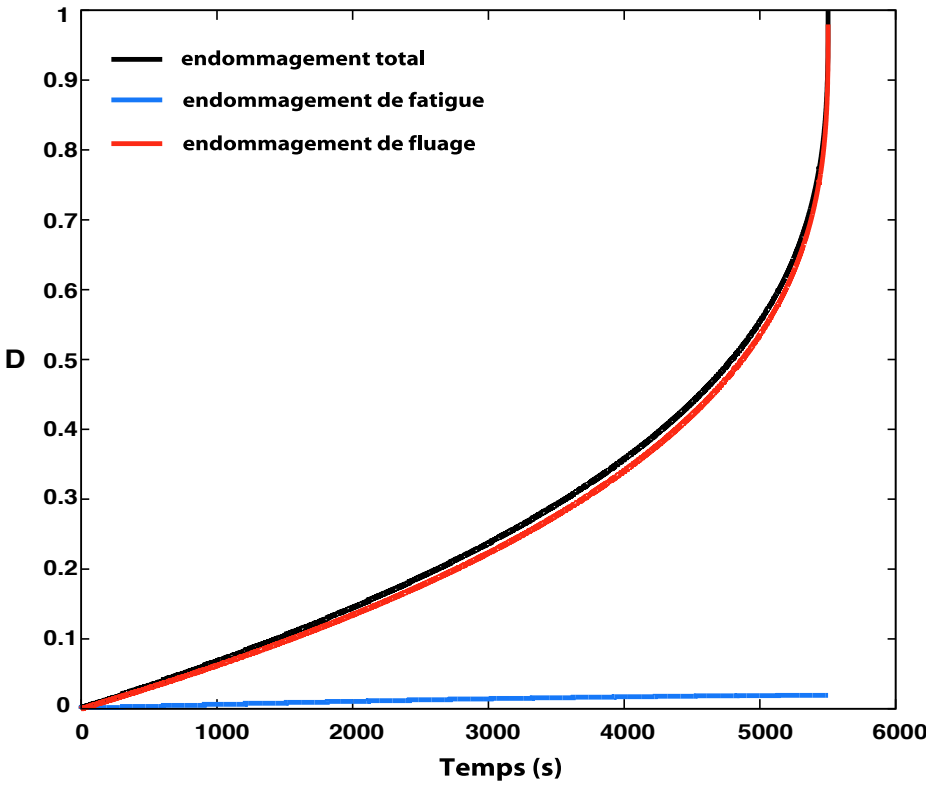


FIG. 5.2 – Evolution des endommagements total, de fatigue et de fluage pour une sollicitation avec un temps de maintien de 300 s.

Nous avons pu noter, sur un cas test simple, que le modèle couplé de propagation traduisait les effets du temps en fonction de la fréquence de sollicitation. Nous allons, dans le paragraphe suivant, valider l'utilisation d'une telle loi dans le cas plus complexe d'une structure préfissurée par une méthode de relâchement de nœuds.

5.2.3 Application dans le cas d'une pièce fissurée

Nous appliquons, maintenant, le modèle de propagation couplé aux effets du temps au cas de l'éprouvette préfissurée. Les calculs sont réalisés en déformations planes généralisées pour un rapport de charge $R = 0,05$. Le maillage utilisé est celui du § 4.4.1 pour une longueur de préfissure $a_0 = 4,1\,mm$. Les éléments considérés sont des éléments triangulaires quadratiques à intégration réduite de taille $8\mu m$ dans la boîte régulièrement maillée. En raison de l'interaction des effets du temps à haute fréquence, nous avons modifié la valeur du paramètre m (initialement identifiée pour $m = 2,54$ dans le chapitre précédent). La valeur de ce paramètre, réidentifiée à haute fréquence ($f = 5\,Hz$), permet, sans modifier le maximum de contrainte, d'augmenter le taux de restitution d'énergie du modèle. Les différentes valeurs des paramètres du modèle sont alors : $m = 2,64$, $n = 1,7$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 0,002\,mm^{-1}MPa^{-n}$, $T_0 = 800\,MPa$ et $\delta_0 = 0,3\,mm$. Les calculs sont réalisés à 50 Hz, 5 Hz et à basse fréquence de sollicitation, pour des chargements de 200 MPa et 300 MPa. Différents cas sont considérés dans cette étude :

- le cas d'un modèle de propagation sans couplage avec les effets du temps,
- le cas d'un modèle de propagation couplé aux effets du temps (dommage de fluage),
- le cas d'un modèle de propagation couplé aux effets du temps et la loi de comportement du matériau (volumique) couplée à un endommagement volumique de type Rabotnov-Kachanov [24, 25].

5.2.3.1 Modèle sans couplage avec les effets du temps

Nous étudions, dans ce paragraphe, le comportement du modèle de propagation sans couplage avec les effets du temps, mais soumis à une sollicitation à basse fréquence. Une des questions à dégager est de savoir si la viscosité du matériau à $950°C$ est suffisante pour traduire les effets de fréquence.

La figure 5.3 représente l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction des ΔK d'un essai réalisé à 5 Hz, les vitesses de fissuration obtenues pour deux valeurs de ΔK ($\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 37\,MPa\sqrt{m}$) par la simulation numérique de la propagation de fissure à 5 Hz que l'on compare à la simulation réalisée à $f = 0,05\,Hz$ pour une valeur de $\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$. On remarque que le résultat obtenu au niveau des vitesses de fissuration est tout-à-fait contraire à l'effet de fréquence puisque $V_{f=0,05\,Hz} < V_{f=5\,Hz}$.

Nous allons, ci-dessous, analyser le comportement du septième élément situé après le raccord "préfissure-propagation de fissure" pour deux simulations numériques réalisées aux fréquences de sollicitation de 0,05 et 5 Hz. Comme nous avons pu le noter dans le Chapitre 4, ce septième élément n'est plus perturbé par le procédé de relâchement de nœuds réalisé pour simuler la préfissure.

On trace, dans un premier temps, figure 5.4, l'évolution de l'endommagement de cet élément en fonction du temps pour les deux fréquences de sollicitation. On remarque alors que la vitesse d'endommagement de l'élément de zone cohésive est beaucoup plus importante à 5 Hz qu'à la fréquence de 0,05 Hz. Rappelons que la cinétique d'endommagement est donnée par $\dot{D} = f(D, T, \dot{U}_N)$ et qu'aucun endommagement de fluage n'est introduit dans le modèle cohésif.

La figure 5.5 représente l'évolution de la contrainte en fonction du déplacement à ouverture de l'élément considéré. On remarque tout d'abord que le maximum de contrainte est plus faible

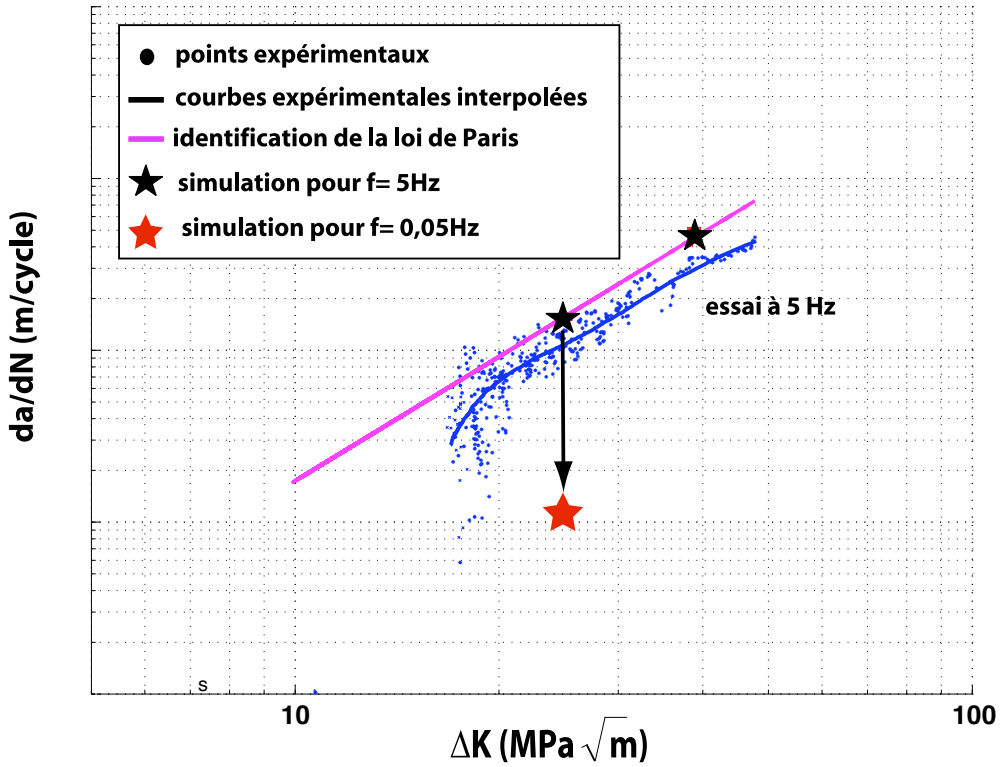


FIG. 5.3 – Identification du modèle de fatigue-fluage sur les résultats de l'essai de propagation.

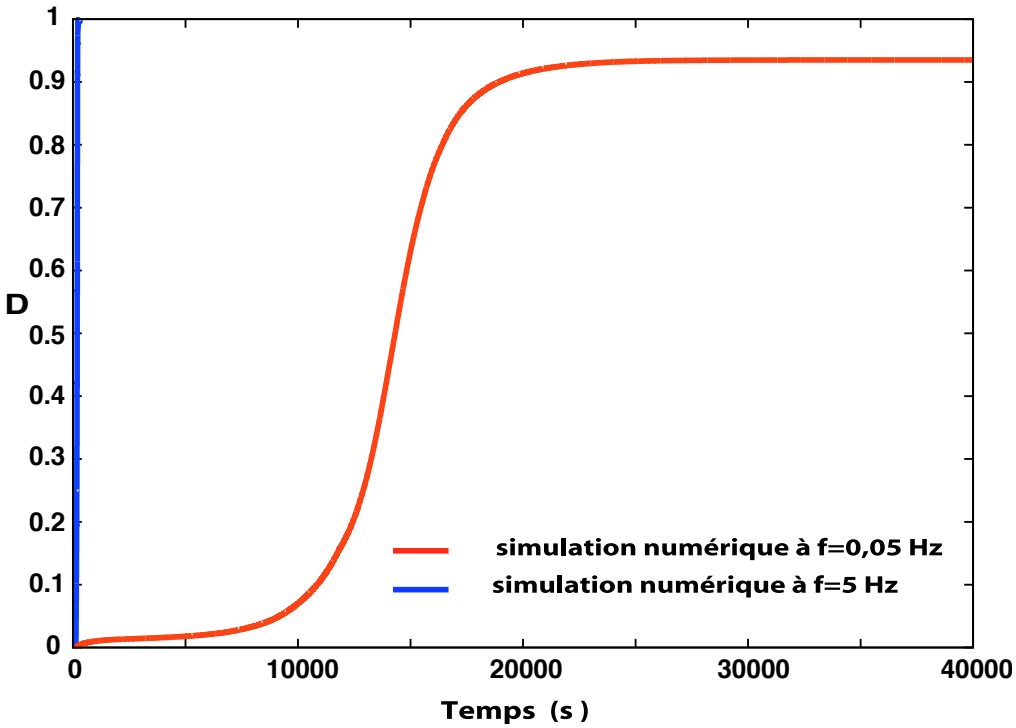


FIG. 5.4 – Evolution de l'endommagement en fonction du temps pour le 7^{ieme} élément.

pour l'essai à $f = 0,05\,Hz$ et que cette dernière se relaxe beaucoup plus vite qu'à la fréquence de sollicitation de 5 Hz. En effet, si maintenant, nous comparons l'évolution de la déformation plastique au cours du calcul pour les deux fréquences de sollicitation (figure 5.6), on note que la déformation plastique est beaucoup plus importante à faible fréquence. Cette forte plasticité induit une relaxation rapide des contraintes en pointe de fissure et par conséquent un endommagement moindre.

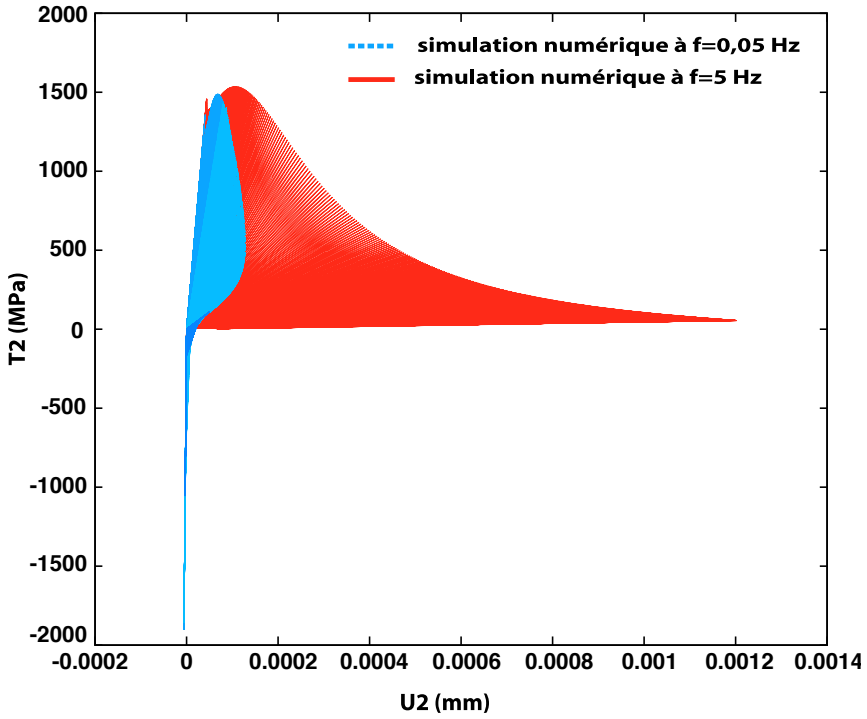


FIG. 5.5 – Evolution de la contrainte en fonction du déplacement à ouverture pour le 7^{ieme} élément.

L'introduction d'un endommagement de fluage, ou d'autres effets, est donc nécessaire pour simuler correctement les effets de fréquence.

5.2.3.2 Introduction des effets du temps dans le modèle couplé de propagation

Dans ce paragraphe, nous analysons le comportement du modèle cohésif de fatigue-fluage indiqué § 5.2.1 en vue de simuler la propagation d'une fissure pour une sollicitation avec un temps de maintien. Pour fixer les valeurs des paramètres de la loi de fluage du modèle cohésif, nous avons décidé d'utiliser l'identification réalisée par Gallerneau [5] dans le cadre de sa thèse sur la modélisation de l'amorçage de fissure dans le superalliage monocristallin AM1. Ce dernier avait identifié les paramètres de la loi de fluage de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] à $950°C$ pour ce matériau à partir des résultats d'essai de fluage pur. Les valeurs des différents paramètres étaient $p = 6$, $r = 5$ et $C = 3700\,MPa^{-1}$. Nous avons choisi, dans notre cas, de garder les mêmes valeurs pour les paramètres p et r et d'ajuster le paramètre C. Celui-ci est identifié sur l'essai de propagation réalisé avec un temps de maintien $T_m = 30\,s$. Les paramètres de la loi de fatigue sont ceux exposés dans le paragraphe précédent.

La figure 5.7 représente l'évolution de la vitesse de propagation de la fissure obtenue pour l'essai avec un temps de maintien $T_m = 30\,s$ et la réponse du modèle de fatigue-fluage avec

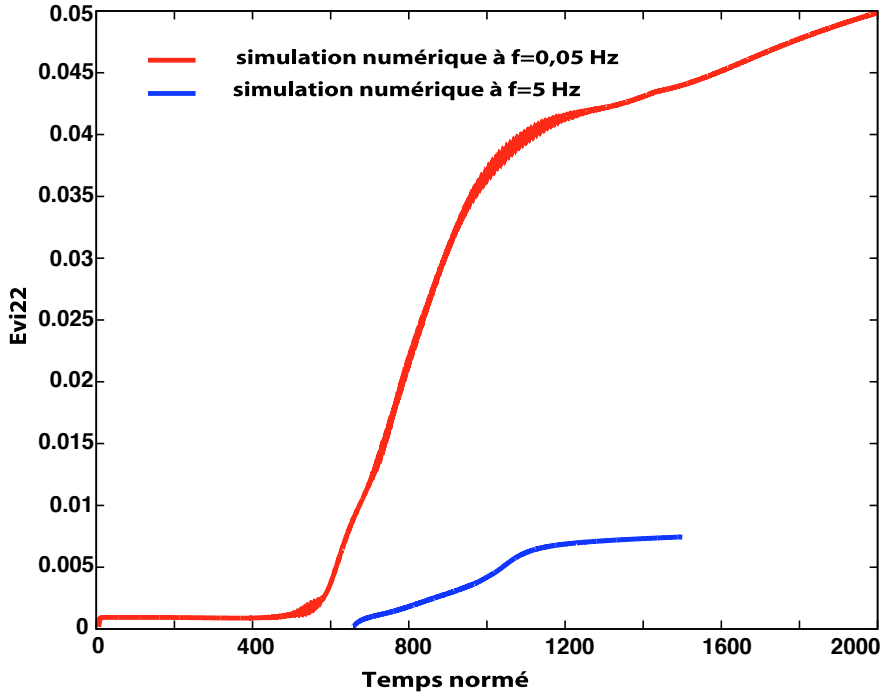


FIG. 5.6 – Evolution de la plasticité en fonction du temps total du calcul normé par la période de sollicitation pour le 7^{ieme} élément volumique.

une valeur de $C = 5600\,MPa^{-1}$ pour deux valeurs de ΔK ($\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 35\,MPa\sqrt{m}$). On note que la pente de la loi de Paris choisie numériquement est légèrement inférieure à celle de l'essai. Il faudrait augmenter la valeur du paramètre r et réidentifier le paramètre C. Cette nouvelle identification ne sera pas réalisée ici, les résultats obtenus étant tout-à-fait convenables pour analyser le caractère prévisionnel du modèle couplé de propagation.

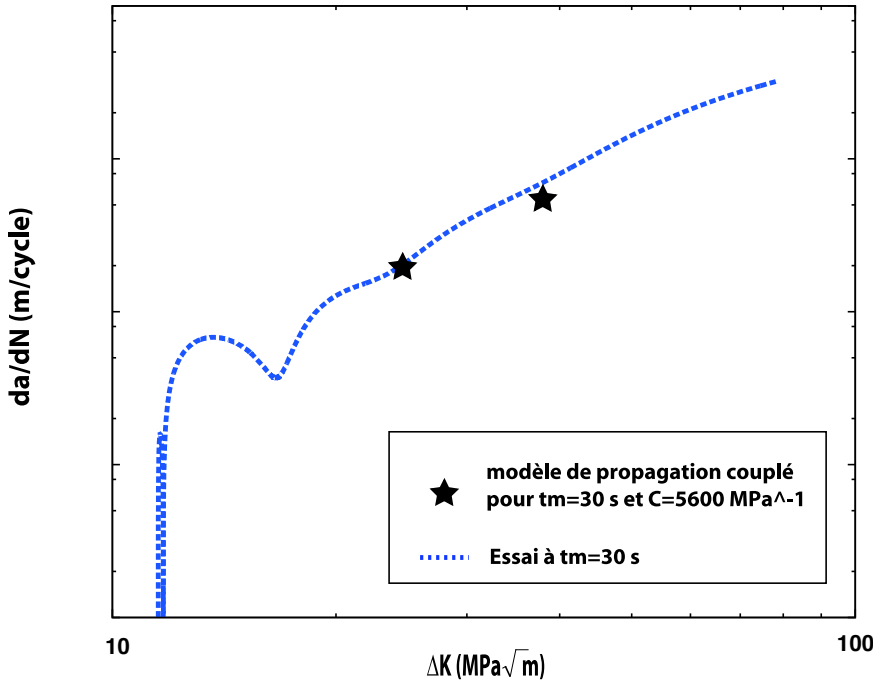


FIG. 5.7 – Identification du modèle de fatigue-fluage sur les résultats de l'essai de propagation.

5.2.3.3 Introduction des effets du temps dans l'élément de zone cohésive et dans la loi de comportement volumique du matériau

Les calculs réalisés, dans ce paragraphe, sont similaires à ceux présentés ci-dessus. Nous avons gardé des valeurs de paramètres identiques pour le modèle cohésif couplé aux effets du temps. Par contre, nous avons introduit dans la loi du matériau un endommagement de fluage de type volumique. En effet, l'endommagement de fluage n'est pas un endommagement localisé, comme il le serait s'il n'était qu'appliqué dans le modèle couplé de propagation, mais c'est un endommagement "global" qui se caractérise par la croissance et la coalescence de cavités dans le volume formant ultérieurement une fissure. C'est pourquoi cet endommagement doit être présent dans l'élément de zone cohésive et dans le volume. Nous utilisons pour ce faire le module **creep* développé dans le code éléments finis ZéBuLoN qui permet de coupler des mécanismes d'endommagement volumique au modèle de comportement élastoviscoplastique du matériau.

Cet endommagement est défini par un modèle de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] utilisant le critère de Hayhurst défini de la manière suivante :

$$\chi(\sigma) = \alpha J_0 + \beta J_1 + (1 - \alpha - \beta) J_2 \tag{5.4}$$

où J_0 est la contrainte principale maximale, J_1 est la trace du tenseur de contrainte et J_2 est le second invariant du déviateur $\left(\frac{3}{2}\underset{\approx}{\mathbf{s}} : \underset{\approx}{\mathbf{s}}\right)^{0,5}$. La cinétique de l'endommagement volumique est définie par la relation :

$$\dot{D}_v = \left\langle \frac{\chi(\sigma)}{A_c} \right\rangle^r (1 - D_v)^{-k} \tag{5.5}$$

Les paramètres de cette loi sont identifiés sur les valeurs des paramètres déterminées dans la thèse de Gallerneau [5], i.e., $k = 6$, $r = 5$, $A_c = 3700\, MPa^{-1}$ et $\alpha = \beta = 0$.

On trace, figure 5.8, l'évolution de la vitesse de propagation de la fissure de l'essai pour un chargement avec un temps de maintien $T_m = 30\, s$ et la réponse du modèle de fatigue-fluage identifié précédemment pour une valeur de $C = 5600\, MPa^{-1}$ et ce pour deux valeurs de ΔK ($\Delta K = 25\, MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 35\, MPa\sqrt{m}$). La pente de la loi de Paris identifiée numériquement est toujours légèrement inférieure à celle observée expérimentalement. On remarque que l'ajout d'un endommagement volumique dans la loi de comportement matériau semble légèrement diminuer la vitesse de propagation de la fissure calculée numériquement par rapport au cas où l'on n'a pas d'endommagement volumique.

On a pu noter que les valeurs d'endommagement volumique obtenues lors de ce calcul sont très faibles (de l'ordre de 1% d'endommagement). Ces faibles valeurs proviennent du choix qui a été fait de prendre comme moteur de l'endommagement la contrainte de Von Mises (par le choix de $\alpha = \beta = 0$). On rappelle, tout d'abord, dans le chapitre 4, les figures 4.18 et 4.20 qui représentent les champs de contrainte normale et de contrainte hydrostatique à la pointe de fissure pour un calcul de propagation en régime de fatigue. On remarque que la valeur de la contrainte hydrostatique est élevée dans le cas traîté, ce qui tend à minimiser la contrainte de Von Mises. Il faudrait réidentifier le modèle d'endommagement volumique de fluage en modifiant les valeurs de α et β. On pourrait choisir des valeurs comparables à celles identifiées par Hayhurst [155] dans le cas des alliages à base nickel pour $\alpha = 0$ et $\beta = 0,25$.

La figure 5.9 représente la comparaison des évolutions de la contrainte normale de l'élément cohésif situé à $a = 4,45\, mm$ pour les calculs avec et sans introduction d'endommagement volumique dans la loi matérielle. On note, en raison de l'endommagement du volume, une diminution de la contrainte maximale de l'élément cohésif par rapport au cas sans couplage avec le dommage de fluage dans le matériau.

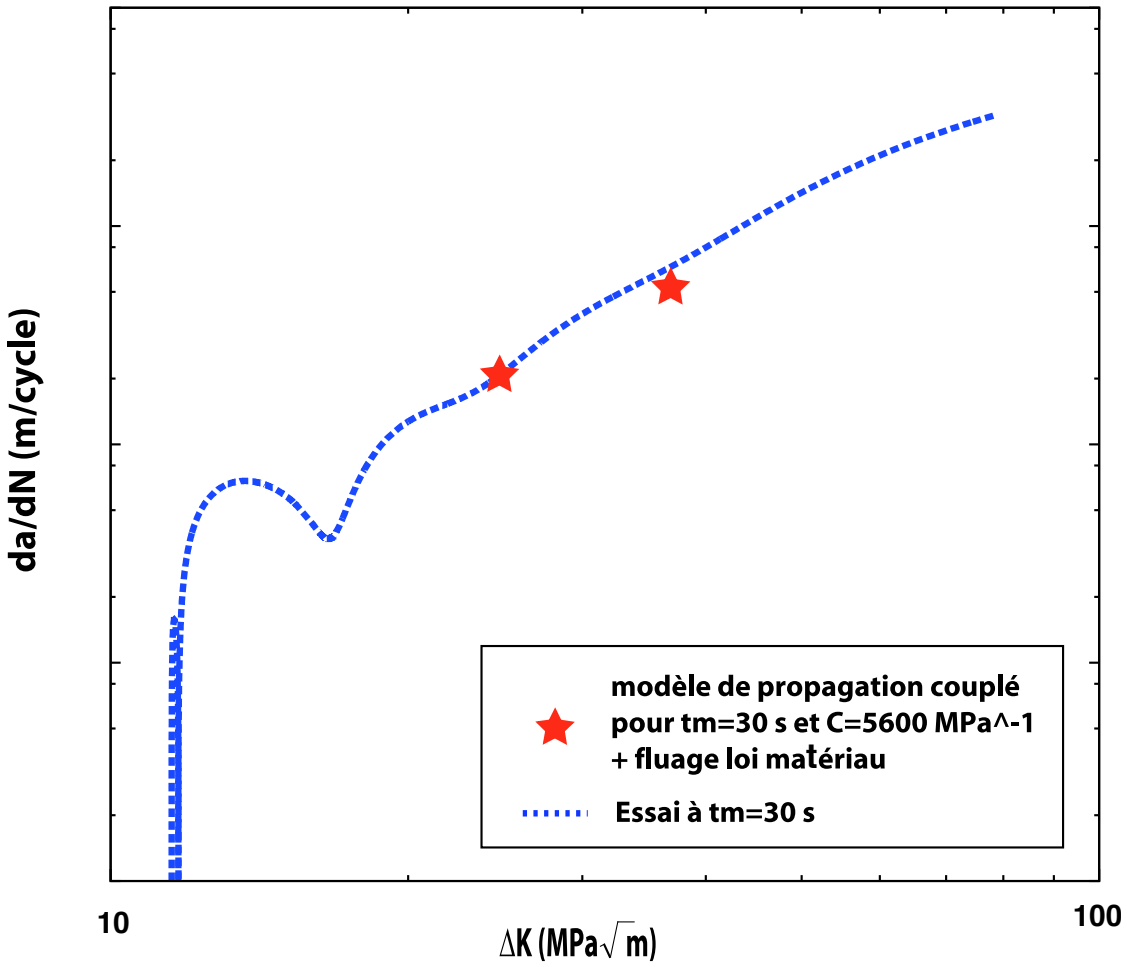


FIG. 5.8 – Identification du modèle de fatigue-fluage sur les résultats de l'essai de propagation.

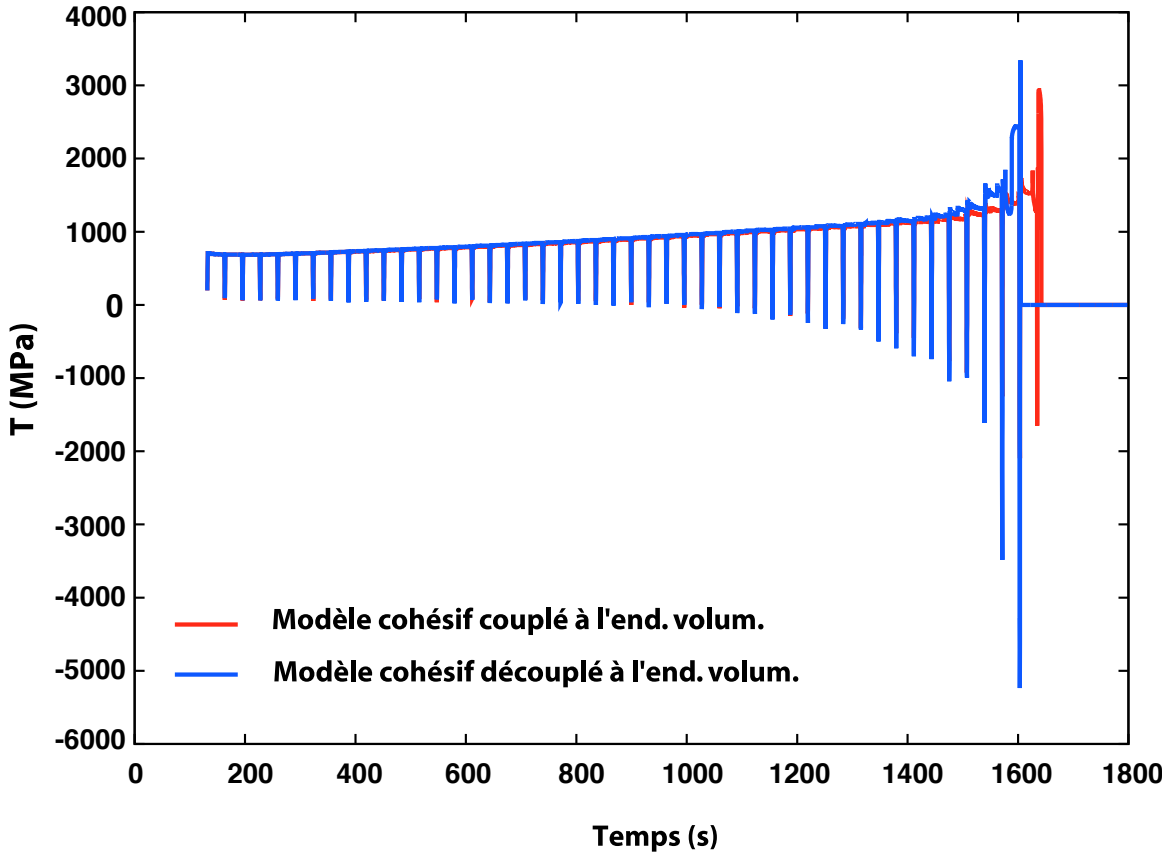


FIG. 5.9 – Comparaison des évolutions de la contrainte normale en fonction du temps de l'élément de zone cohésive situé à $a = 4,45\,mm$ pour les calculs avec et sans introduction d'endommagement volumique dans la loi volumique du matériau.

5.2.4 Prévision du modèle

En considérant l'identification des paramètres réalisée précédemment, nous vérifions, dans ce paragraphe, la qualité de prévision du modèle sur la base des résultats des différents essais de fissuration. Les calculs sont réalisés pour deux valeurs de ΔK ($\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 35\,MPa\sqrt{m}$). Nous rappelons les paramètres utilisés pour le modèle couplé de propagation : $m = 2,64$, $n = 1,7$, $k = 10^7\,MPa$, $A = 0,002\,mm^{-1}MPa^{-n}$, $T_0 = 800\,MPa$, $\delta_0 = 0,3\,mm$ pour la partie fatigue et $p = 6$, $r = 5$, $C = 5600\,MPa^{-1}$, $T_1 = 800\,MPa$ pour la partie fluage.

Un premier calcul est réalisé pour une fréquence de sollicitation de 50 Hz, afin de s'assurer que le modèle couplé de propagation étendu aux effets du temps ne surestime pas la vitesse de fissuration en régime de fatigue pure, i.e. que l'endommagement de fluage ne soit pas prépondérant par rapport à l'endommagement de fatigue. Je rappelle ici que la réidentification de la partie fatigue du modèle étendu aux effets du temps a été réalisée pour la fréquence de 5 Hz. La loi de comportement du matériau n'est pas ici couplée à l'endommagement volumique de fluage. On représente figure 5.10 les réponses du modèle en vitesse de fissuration par rapport aux essais de fissuration pour les fréquences de 50 Hz et 5 Hz. On remarque que les vitesses de fissuration obtenues par la simulation numérique sont en bonne adéquation avec l'expérience, mais que la pente de la loi de Paris obtenue numériquement pour la fréquence de 5 Hz est supérieure à celle de l'essai.

Nous analysons, maintenant, la réponse du modèle couplé de propagation soumis à différentes conditions de chargement, résumées dans le tableau 5.1. Deux cas sont considérés : celui du modèle cohésif couplé aux effets du temps (cas 1) et le cas du modèle cohésif étendu aux effets du temps avec la loi de comportement du matériau couplée à l'endommagement volumique (cas 2). Les calculs sont toujours réalisés pour deux valeurs de ΔK ($\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$ et $\Delta K = 35\,MPa\sqrt{m}$).

Types de sollicitation appliquée	$T_m = 300\,s$	$T_m = 90\,s$	$f = 0,05\,Hz$	$f = 0,5\,Hz$
Cas considérés	cas 1 cas 2	. cas 2	cas 1 cas 2	cas 1 cas 2

TAB. 5.1 – Conditions des chargements appliqués.

Nous traîtons, tout d'abord, les résultats donnés par le modèle en régime de fatigue. La figure 5.11 représente l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction des ΔK du modèle couplé de propagation soumis aux différentes fréquences de sollicitation (50 Hz, 5 Hz, 0,5 Hz et 0,05 Hz) pour les cas 1 et 2. On note, au niveau des vitesses de fissuration, une faible différence entre les cas 1 et 2 de calcul. On remarque également, pour une fréquence de sollicitation de 0,5 Hz, une légère sous-estimation des vitesses de fissuration par rapport aux résultats d'essai. Maintenant pour une fréquence de sollicitation de 0,05 Hz, les vitesses de fissuration obtenues numériquement surestiment de 10% les vitesses observées expérimentalement.

On trace figure 5.12 la réponse du modèle couplé de propagation que l'on compare à l'expérience pour des temps de maintien de 30, 90 et 300 s. Sur cette figure, nous avons également reporté les vitesses de fissuration obtenues expérimentalement en régime de fluage pur qui nous donne une borne supérieure du mécanisme de fissuration en fluage. En régime de fluage, les vitesses de fissuration obtenues numériquement sont très légèrement inférieures dans le cas 2 par rapport au cas 1. Pour un temps de maintien de 30 s qui correspond à la sollicitation pour laquelle nous avons identifié les paramètres du modèle en fluage, nous avons une bonne corrélation entre les différentes vitesses de fissuration. Le modèle donne également une prévision correcte de l'essai

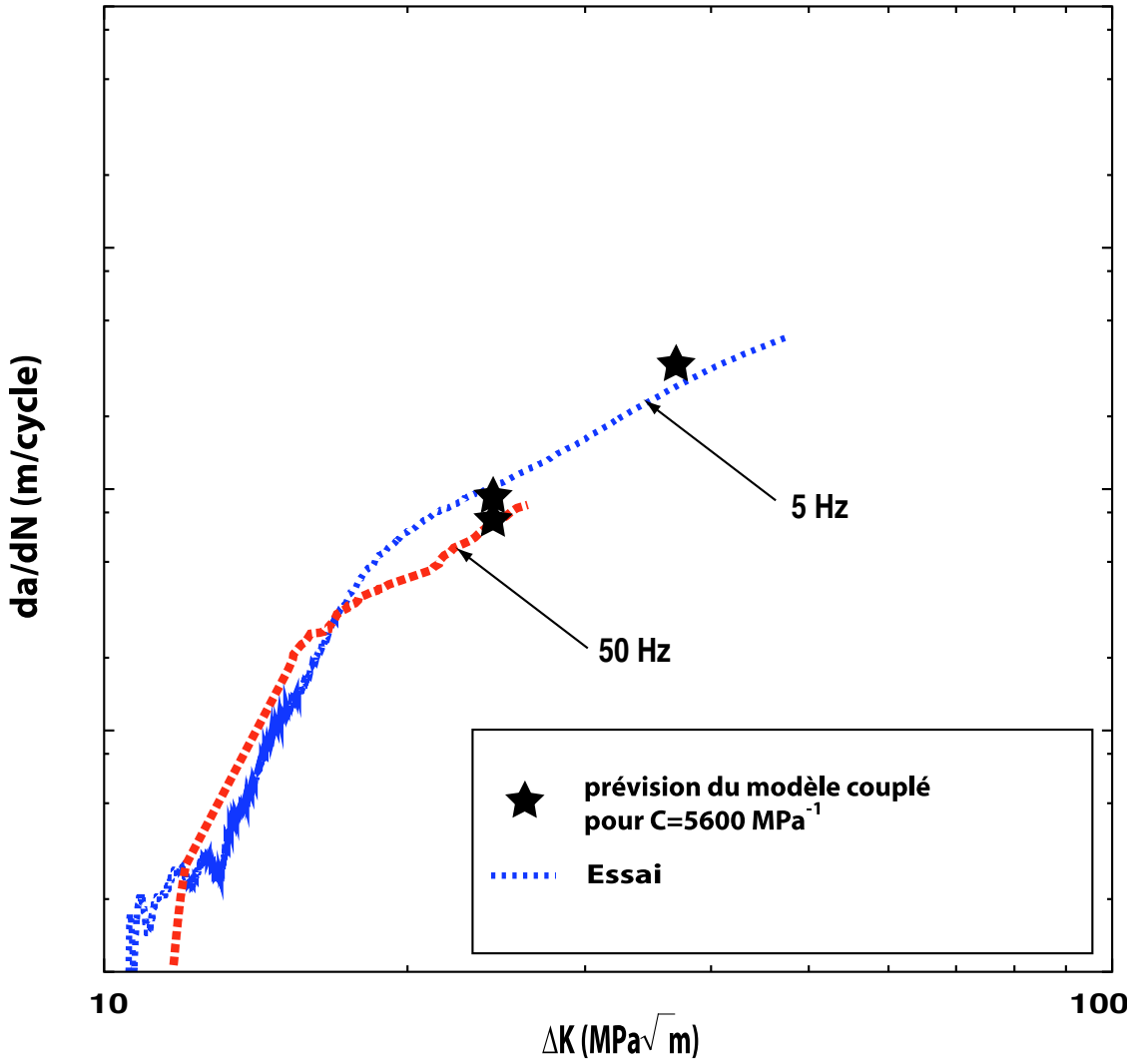


FIG. 5.10 – Réponses du modèle couplé de propagation soumis à des fréquences de sollicitation de 50 Hz et 5 Hz.

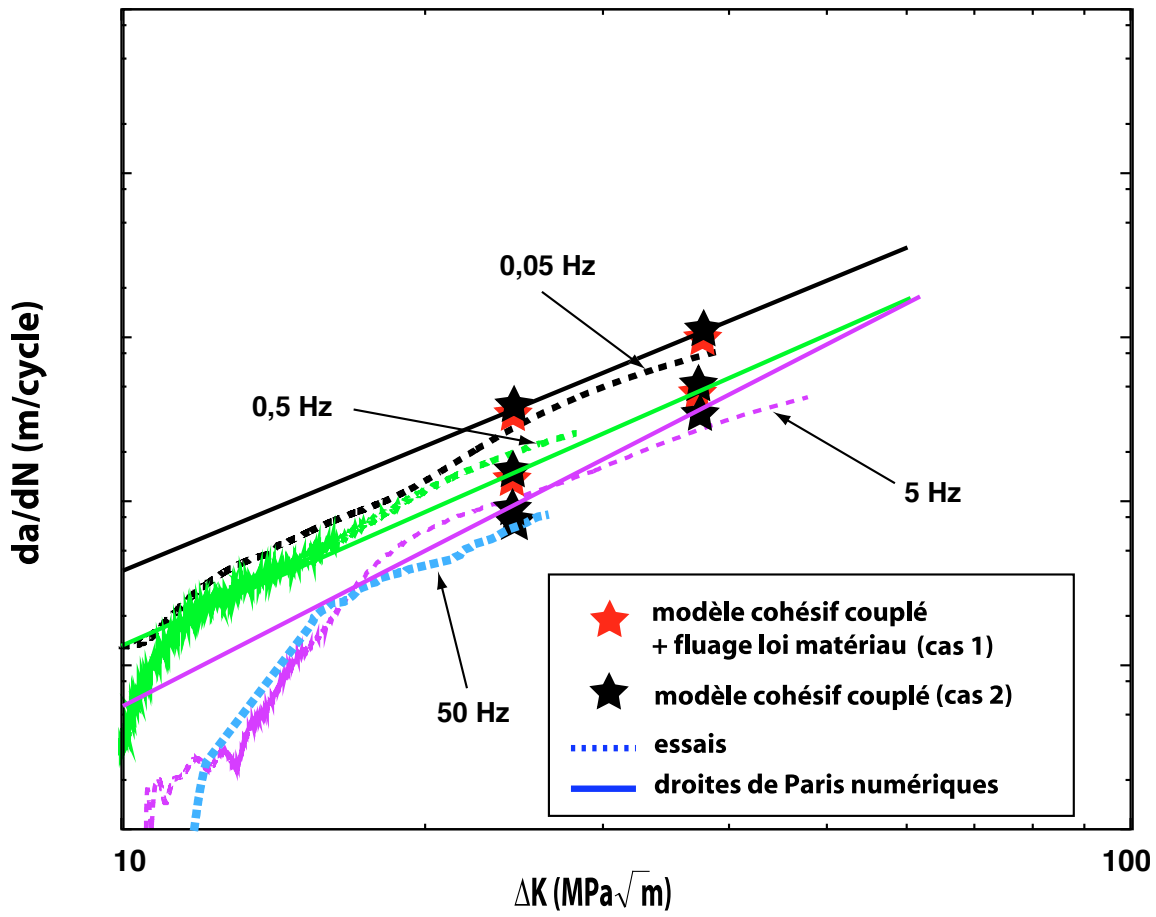


FIG. 5.11 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction des ΔK du modèle couplé de propagation soumis aux différentes fréquences de sollicitation (50 Hz, 5 Hz, 0,5 Hz et 0,05 Hz).

pour un temps de maintien de 90 s. Concernant maintenant la sollicitation pour un temps de maintien de 300 s, on note que la pente de la droite de Paris est alors sous-estimée. Cependant, le modèle numérique donne l'ordre de grandeur des écarts entre les essais et apparaît donc comme remarquablement prédictif des effets de fréquence et des effets des temps de maintien.

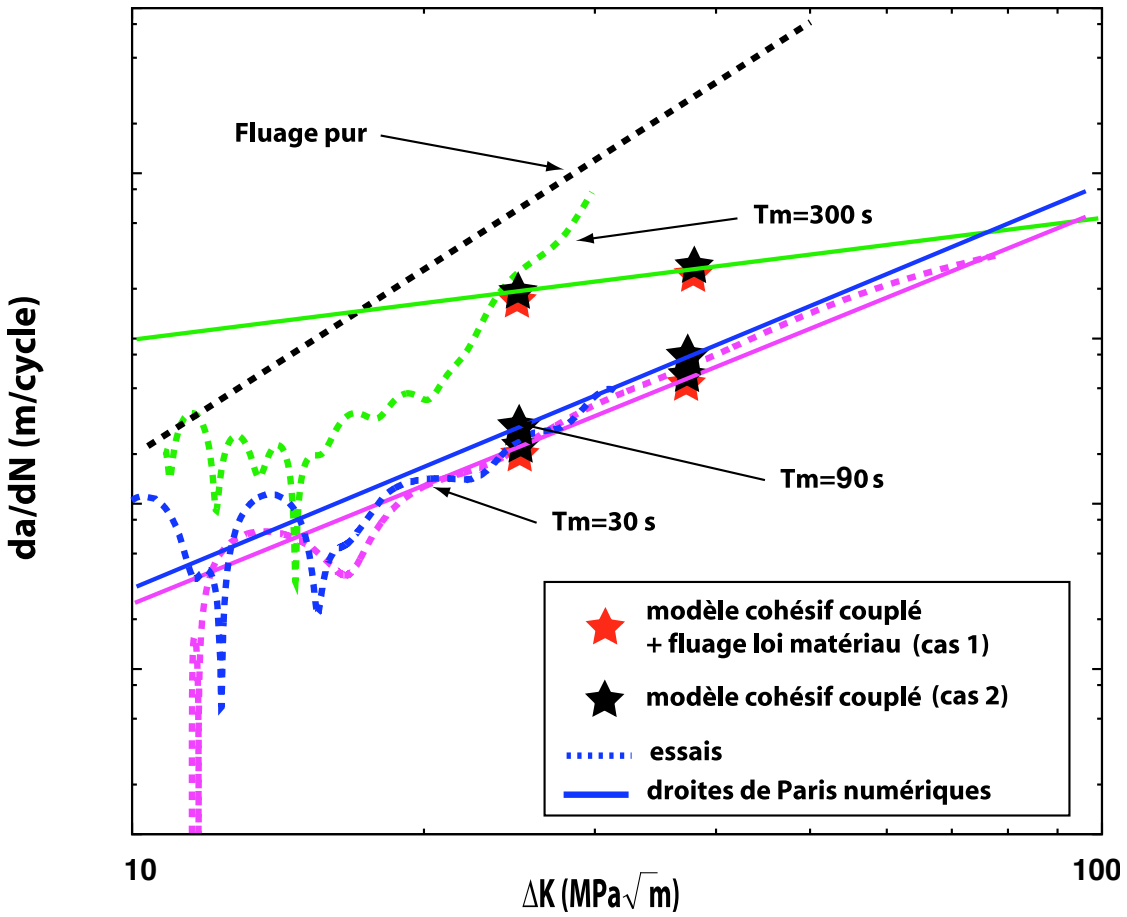


FIG. 5.12 – Evolution de la vitesse de fissuration en fonction des ΔK du modèle couplé de propagation pour des temps de maintien de 30, 90 et 300 s.

5.3 Extension du modèle avec prise en compte des effets d'oxydation

Les mécanismes d'oxydation du matériau sont supposés jouer un rôle important dans la propagation de la fissure. Deux phénomènes d'oxydation, explicités § 3.3.3.2, sont observés expérimentalement dans le cas de la propagation de fissure à haute température : l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure, induisant une évolution du seuil de fermeture (effet bénéfique), et la fragilisation du matériau par diffusion d'oxygène à la pointe de la fissure (effet non bénéfique). Ce sont ces deux effets que nous allons tenter d'introduire dans le modèle couplé de propagation.

5.3.1 Epaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure

5.3.1.1 Cinétique d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure

Cet épaississement a été explicitement donné dans le cadre de la thèse de Fleury [4] qui a étudié l'oxydation statique de l'AM1 à $950°C$ et $1100°C$. Il a mis en évidence que la croissance de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure suivait une cinétique parabolique décrite par :

$$e = \alpha_m \sqrt{t} \tag{5.6}$$

avec $\alpha_m = 2,02.10^{-8}\, m.\sqrt{s}$ à $950°C$ et $\alpha_m = 8,37.10^{-8}\, m.\sqrt{s}$ à $1100°C$.

Cet épaississement d'oxyde e est pris en compte dans le modèle couplé de propagation par l'introduction d'un déplacement d'irréversibilité supplémentaire dû à l'oxyde, défini par :

$$U^{tot} = U^{el} + U^{ox} \tag{5.7}$$

où le déplacement U^{ox} est défini par :

$$\begin{cases} U_T^{ox} = 0 \\ U_N^{ox} = e \end{cases} \tag{5.8}$$

La variable e est définie avec l'Eq(5.6) comme l'épaississement de la couche d'oxyde pour le temps passé avec la fissure ouverte, c'est-à-dire l'élément cohésif tel que $U_N^{tot} > U_N^{ox}$. En pratique, cet épaississement n'est activé que lorsque l'élément est rompu, i.e., pour une variable d'endommagement $D = D_c$.

5.3.1.2 Application du modèle sur un cas test

Le modèle couplé de propagation étendu aux effets bénéfiques d'oxydation a été testé sur un cas simple défini par un système composé d'un élément volumique quadrangle linéaire couplé avec un élément de zone cohésive fixé. L'étude est réalisée en déformations planes généralisées. Les constantes, arbitraires, choisies pour la loi d'endommagement sont $m = 1,8$, $n = 1,4$, $k = 10^7\, MPa$, $A = 1\, mm^{-1} MPa^{-n}$ et $T_0 = 0\, MPa$. La cinétique d'oxydation est choisie parabolique avec $\alpha_m = 1,7.10^{-3}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$ et est effective à partir de $D_c = 0,999$. Les données matériau sont celles de l'acier, autrement dit $E = 210000\, MPa$ et $\gamma = 0,3$. On trace figure 5.13 la sollicitation appliquée au système.

La figure 5.14 représente l'évolution du déplacement total à ouverture, du déplacement élastique et de l'épaississement de la couche d'oxyde en fonction du temps. On remarque, tout d'abord, que l'on a bien un accroissement parabolique de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure. On note également que nous n'avons pas d'accroissement de la couche d'oxyde si $U_N^{tot} < U_N^{ox}$, c'est-à-dire, lorsque la fissure est refermée. La cinétique d'épaississement est de nouveau activée lorsque $U_N^{tot} > U_N^{ox}$, c-à-d, dès que les lèvres de la fissure ne sont plus en contact.

5.3.1.3 Application du modèle dans le cas d'une structure préfissurée

Nous avons appliqué le modèle couplé de propagation étendu aux effets bénéfiques de l'oxydation au cas de l'éprouvette préfissurée. La fréquence de sollicitation est choisie à $f = 5\, Hz$, pour une contrainte à l'infini de 200 MPa et un rapport de charge de 0,05. Les paramètres du modèle sont : $m = 2,54$, $n = 1,7$, $k = 10^7\, MPa$, $A = 0,008\, mm^{-1} MPa^{-n}$ et $T_0 = 800\, MPa$, $D_c = 0,999$ et $\alpha_m = 6.10^{-3}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$.

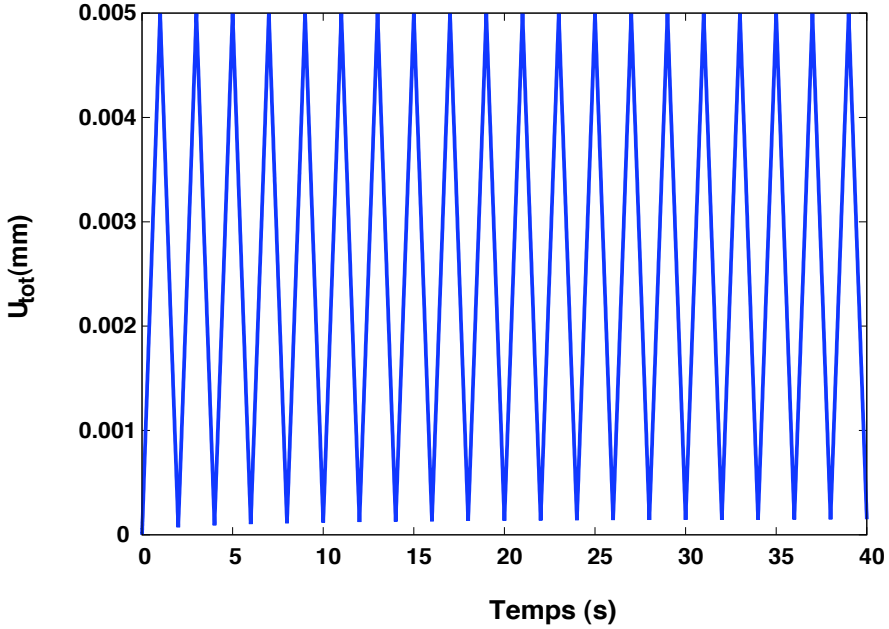


FIG. 5.13 – Sollicitation appliquée.

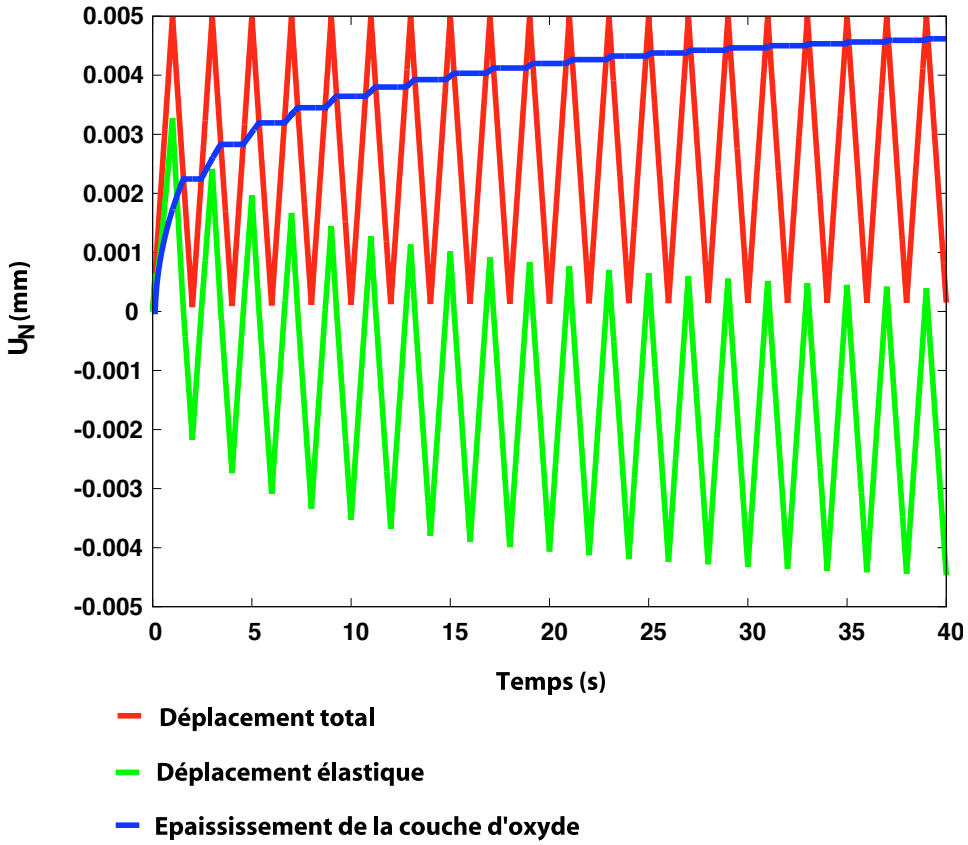


FIG. 5.14 – Epaississement de la couche d'oxyde.

Nous traçons figure 5.15 l'évolution de la vitesse de fissuration obtenue par le modèle de fatigue pure et le modèle étendu aux effets d'oxydation avec $\alpha_m = 6.10^{-3}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$ pour une valeur de $D_c = 0,999$. On note qu'il n'y a aucun effet bénéfique de l'oxydation sur la vitesse de fissuration que l'on devrait noter par un retard au niveau des vitesses pour le modèle couplé à l'oxydation.

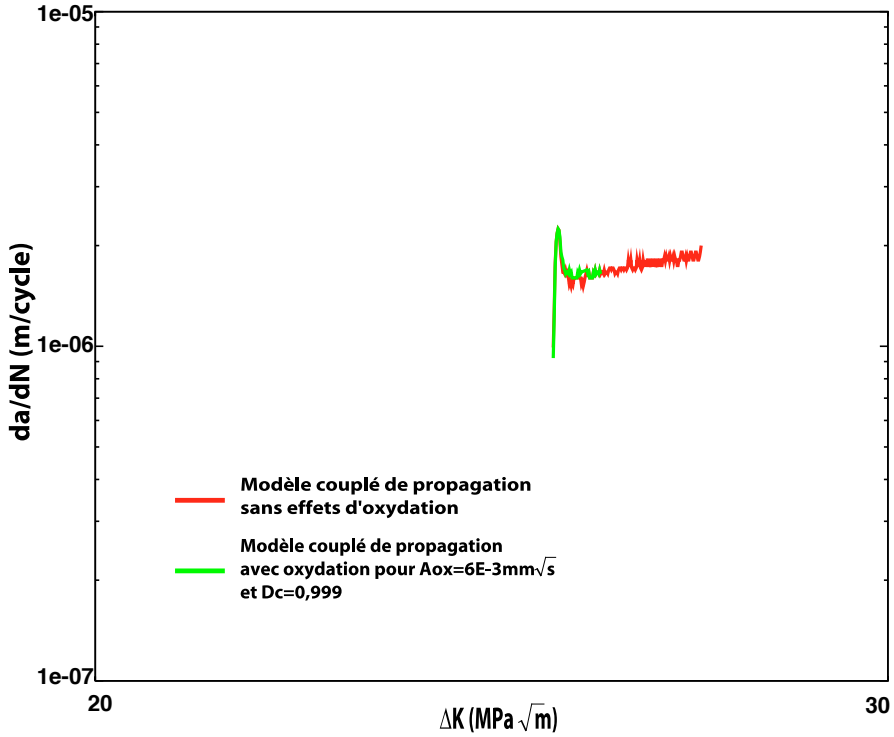


FIG. 5.15 – Evolution de la vitesse de fissuration obtenue par le modèle de fatigue pure et par le modèle étendu aux effets d'oxydation avec $\alpha_m = 6.10^{-3}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$.

Cela est expliqué par l'observation de la figure 5.16. En effet, on a choisi d'activer la cinétique d'oxydation à la rupture de l'élément de zone cohésive, i.e., pour une valeur de $D_c = 0,999$. On remarque, sur cette même figure, que l'activation du phénomène est trop éloignée de la pointe de la fissure pour avoir un effet sur la région vraiment active de la *process zone*. C'est pourquoi nous avons réalisé des calculs supplémentaires en diminuant la valeur de D_c afin de se rapprocher de la pointe de la fissure.

De nouveaux calculs sont maintenant réalisés pour une valeur de $D_c = 0,6$. Un premier calcul est réalisé avec le modèle de fatigue pure. Les résultats en vitesses de fissuration sont comparés au cas d'un calcul avec le modèle étendu aux effets d'oxydation et ce pour différents choix de paramètres α_m : $\alpha_m = 2,02.10^{-5}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$ (valeur de la cinétique d'oxydation déterminée expérimentalement par Fleury [4] pour l'AM1 à $950°C$), $\alpha_m = 8.10^{-5}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$ et $\alpha_m = 2.10^{-4}\, mm.s^{\frac{1}{2}}$.

On observe figure 5.17 les différentes vitesses de fissuration obtenues pour les différents cas de calcul traités. On note que plus la cinétique d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure est importante plus le retard observé sur les vitesses de fissuration est important par rapport au cas du calcul avec le modèle de fatigue.

On peut également observer, figure 5.18, l'évolution du déplacement total à ouverture, du déplacement élastique et de l'épaississement de la couche d'oxyde en fonction du temps, pour

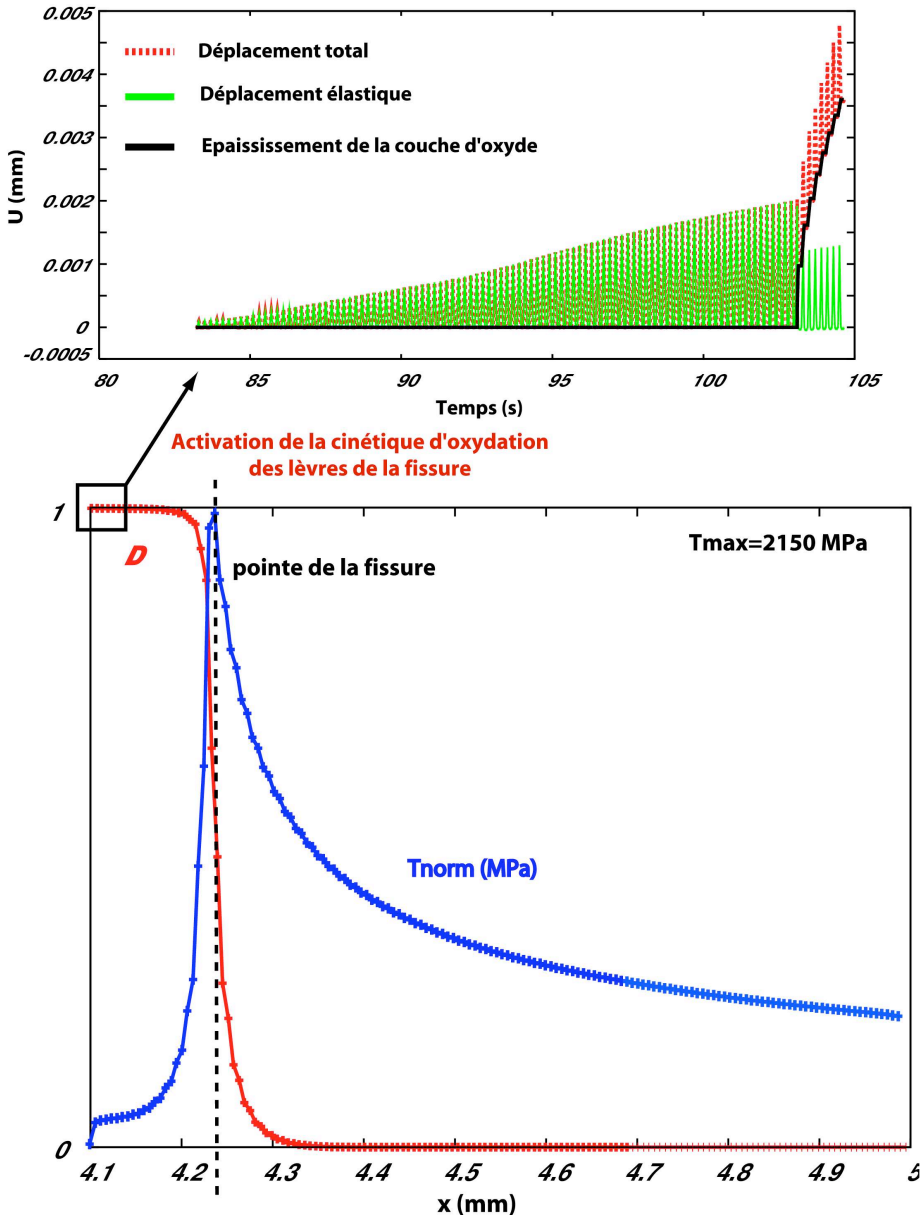


FIG. 5.16 – Evolution des champs de contrainte et d'endommagement à la pointe de la fissure et cinétique d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure pour un élément situé à une longueur de fissure $a = 4,13\,mm$.

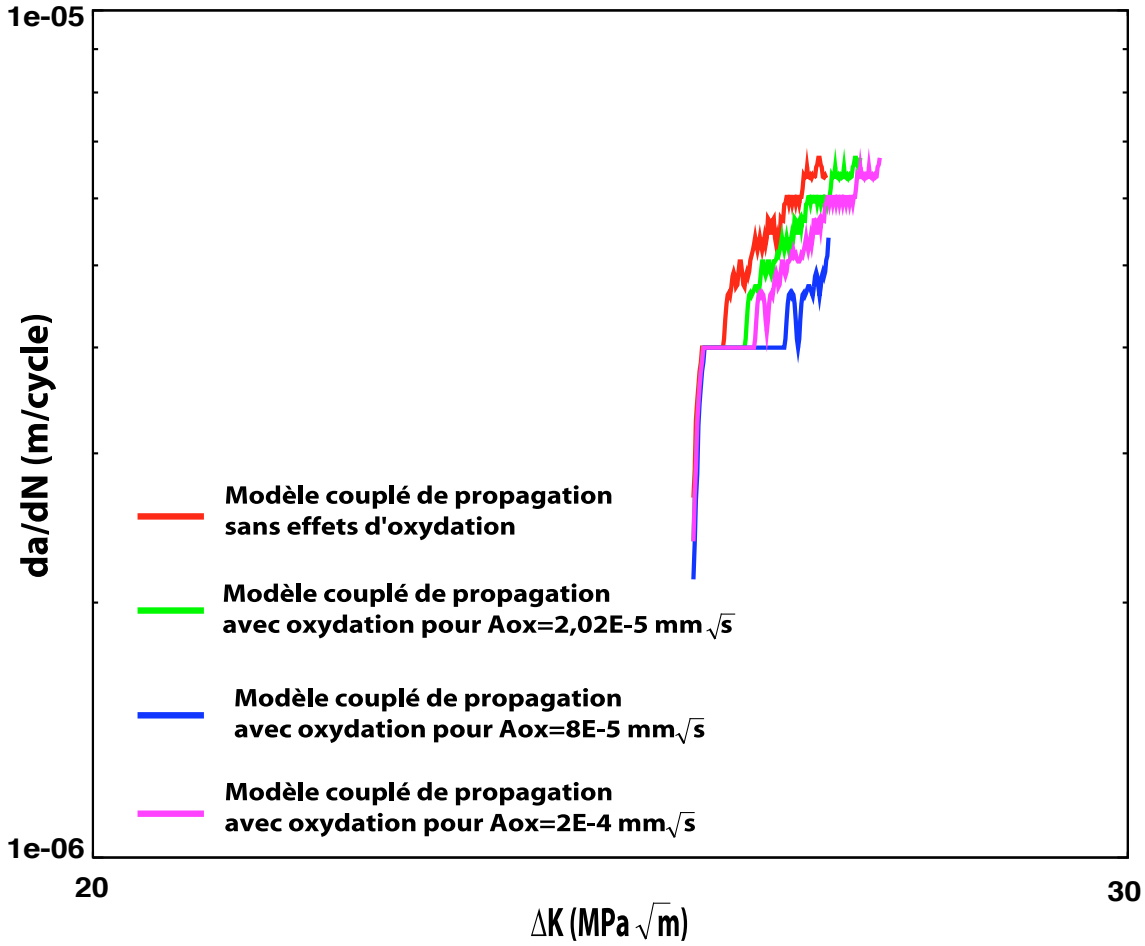


FIG. 5.17 – Evolution des vitesses de fissuration obtenues pour les différents cas de calcul traités.

un élément situé à une longueur de fissure $a = 4,13\,mm$ et ce pour une cinétique d'oxydation $\alpha_m = 2,02.10^{-5}\,mm.s^{\frac{1}{2}}$. On note que la cinétique parabolique de l'épaississement de la couche d'oxyde est activée dès la rupture de l'élément.

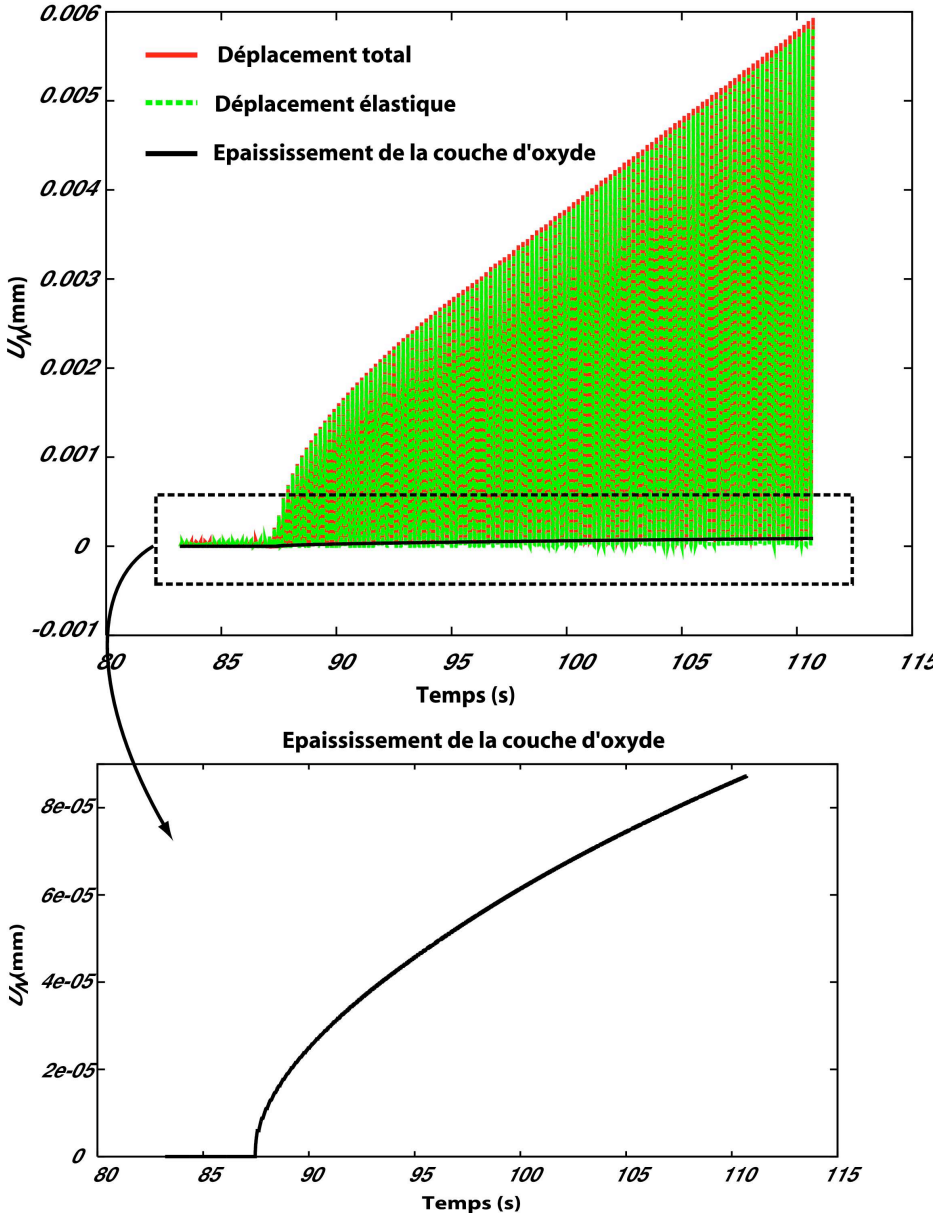


FIG. 5.18 – Evolutions du déplacement total à ouverture, du déplacement élastique et de l'épaississement de la couche d'oxyde en fonction du temps pour un élément situé à une longueur de fissure $a = 4,13\,mm$ et une cinétique d'oxydation $\alpha_m = 2,02.10^{-5}\,mm.s^{\frac{1}{2}}$.

5.3.2 Fragilisation du matériau à la pointe de la fissure

La région fragilisée à la pointe de la fissure, de longueur l_{ox}, correspond à une zone où le matériau a des propriétés mécaniques moindres en raison de la diffusion d'oxygène dans le matériau. Nous nous sommes inspirés, pour définir la cinétique de fragilisation, des équations phénoménologiques développées par Bernède [110] et utilisées aussi dans le modèle phénoménologique de propagation de fissure FAT-OX-FLU (voir chapitres 2 et 6).

Nous expliciterons, dans un premier temps, l'implantation du modèle dans le code d'éléments finis ZéBuLoN, puis la méthodologie adoptée pour obtenir la cinétique de fragilisation du matériau par l'oxydation à la pointe de la fissure.

Ce modèle a été programmé en $C++$ dans le module POST – INCREMENT du code ZéBuLoN. Le principe de fonctionnement est résumé sur la figure 5.19.

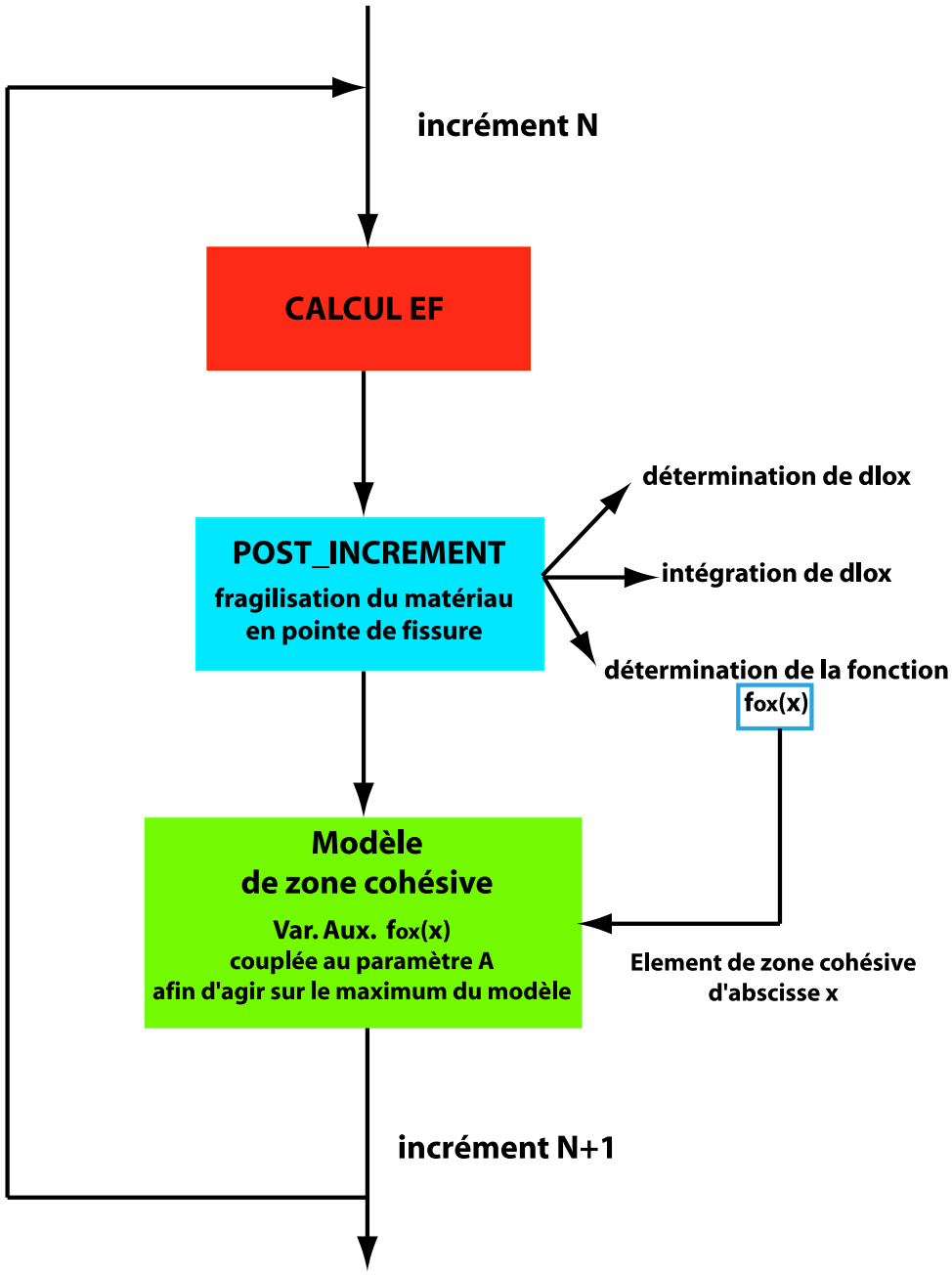


FIG. 5.19 – Schéma de principe du modèle en post-incrément.

Un calcul par éléments finis est réalisé à l'incrément N. Les variables d'état de ce calcul sont utilisées pour réaliser un post-traitement à la fin de cet incrément. Dans le module de post-traitement, différentes étapes, définies plus précisément dans la suite de ce travail, sont réalisées :

– détermination de la variable dl_{ox},

– intégration de cette dernière variable par une méthode explicite de type Runge-Kutta,
– détermination de la cinétique de fragilisation $f_{ox}(x)$,
– injection de la variable $f_{ox}(x)$ dans la loi de comportement de l'élément de zone cohésive d'abscisse x, modifiant le paramètre A qui joue sur la contrainte maximale du modèle, donc sur la ténacité du matériau.

La méthodologie de prise en compte de la fragilisation du matériau par l'oxydation à la pointe de la fissure est résumée figure 5.20 et définie ci-dessous :

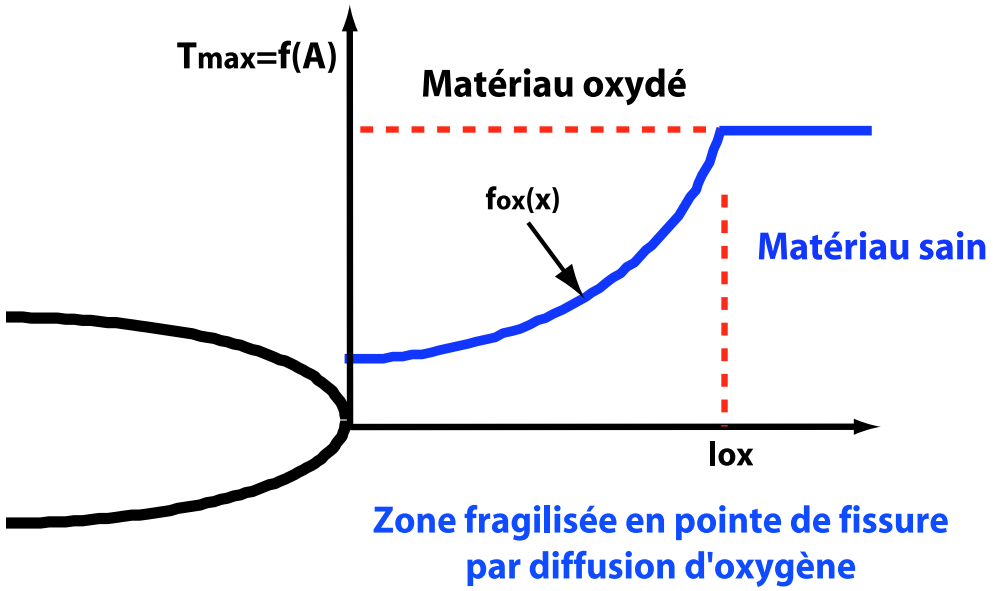


FIG. 5.20 – Introduction de l'effet d'oxydation par fragilisation du matériau à la pointe de la fissure dans le modèle couplé de propagation.

1. La longueur de la zone fragilisée l_{ox} est supposée dépendre explicitement du temps et de la température et est donnée par :

$$dl_{ox} = a_{ox}\left(F^*(t)\right)^{b_{ox}} l_{ox}^{-c_{ox}} dt \tag{5.9}$$

$$\alpha_{ox} = \alpha_0 e^{\frac{-Q_0}{RT}} \tag{5.10}$$

où a_{ox}, b_{ox}, c_{ox}, α_0 et R sont des constantes, T est la température. $F^*(t)$ est une fonction dépendante du temps définie par $F^*(t) = \frac{U_N^{moy}}{\delta_c}$, U_N^{moy} étant la moyenne des déplacements normaux vus par les éléments de zone cohésive sur la zone affectée par la fragilisation l_{ox}. Cette fonction prend en compte les effets du chargement, augmentant la cinétique d'oxydation, par exemple, durant un temps de maintien ou pendant une surcharge, lorsque le matériau en pointe de fissure est fortement sollicité en ouverture normale.

Pour le paramètre c_{ox}, décrivant la cinétique d'oxydation, nous prenons une valeur de 3, ce qui traduit une évolution parabolique pour la variable l_{ox}. On note ici que notre proposition cherche à éviter de résoudre un problème d'oxydation couplé (avec des équations de diffusion de type Fick) mais plutôt à se servir de résultats phénoménologiques se traduisant par la profondeur l_{ox} de la zone oxydée et fragilisée.

2. L'effet d'oxydation est introduit dans le modèle cohésif par la variable f_{ox} qui décrit la cinétique de fragilisation du matériau et donc la décroissance de la contrainte maximale

admissible par le matériau, notée T_{max}. Cette cinétique de fragilisation du matériau est définie par analogie avec le modèle de Bernède [110] :

$$f_{ox}(x) = \left[1 - u + ue^{\frac{zx}{l_{ox}}}\right] \tag{5.11}$$

où z et u sont des constantes matérielles. La fonction f_{ox} varie entre $f_{ox}(x = 0) = 1$ et $f_{ox}(x = l_{ox}) = 1 - u + ue^z > 1$.

3. La fragilisation du matériau est donc traduite par la décroissance de la contrainte maximale admissible par le matériau, notée T_{max}. Mais la contrainte maximale T_{max} n'est pas un paramètre du modèle. Cette dernière est définie comme une fonction de différents paramètres avec $T_{max} = f(A, m, n, k, \delta_0)$ (annexe C.1). Nous avons choisi d'appliquer la cinétique de fragilisation f_{ox} sur le paramètre A. En effet, la variable f_{ox} augmente la valeur du paramètre A qui a pour conséquence de diminuer T_{max} et donc de prendre en compte la fragilisation du matériau. On a ainsi :

$$\tilde{A} = \tilde{A}^{crit} f_{ox}^{-(n+1)} \tag{5.12}$$

et

$$A = max(\tilde{A}, \tilde{A}^0) \tag{5.13}$$

où $\tilde{A}^{crit}$ est la valeur maximale de A, i.e. celle du matériau complètement fragilisé et $\tilde{A}^0$ la valeur pour le matériau sain.

Nous avons présenté, ci-dessus, la première étape du travail. La démarche adoptée a été mise en oeuvre dans le cas d'une éprouvette préfissurée mais les premiers calculs ont montré des problèmes de divergence de la simulation numérique. Le principal problème provient du choix qui a été fait de coupler la fragilisation au modèle de zone cohésive à chaque instant du calcul. Ce choix pose le problème des sauts de solution car le paramètre A augmentant, la contrainte maximale T_{max} diminue en même temps que l'augmentation de l'endommagement D et de la plasticité. Il serait numériquement moins sévère et plus stable de réaliser ce couplage à la fin de chaque cycle en modifiant la tenacité du matériau à force nulle ou lorsque la fissure est fermée (c'est-à-dire lorsque les éléments cohésifs sont inactifs). Une autre approche, réalisée par Besson [143], serait d'intégrer le problème de diffusion dans la formulation de l'élément fini. L'élément fini développé permettrait de résoudre simultanément le problème mécanique et le problème de diffusion, ce qui serait beaucoup plus stable. Cette approche nécessite donc une étude beaucoup plus approfondie qui sera réalisée ultérieurement.

5.4 Conclusion du chapitre

Nous avons présenté, dans ce chapitre, l'extension du modèle couplé de propagation aux phénomènes thermiquement activés que sont les effets du temps à basse fréquence et les phénomènes d'oxydation actifs pendant la propagation de la fissure dans le matériau à haute température.

Nous avons, dans un premier temps, étendu au régime de fluage le modèle couplé de propagation développé en fatigue. Nous avons choisi pour la partie de fluage un endommagement de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] avec un couplage fort entre les endommagements de fatigue et de fluage. Le modèle étendu est identifié en régime de fluage pour un temps de maintien de 30 s. Le choix est fait de garder les mêmes valeurs que celles déterminées par Gallerneau [5] pour les paramètres r et p (contrôlant respectivement la pente de la loi de Paris en fluage pur et le couplage fatigue/fluage) et d'identifier uniquement le paramètre C sur l'essai avec un temps de

maintien de 30 s.

Les résultats du modèle couplé de propagation étendu aux effets du temps ont montré en régime de fatigue pure une légère surestimation de la pente de la droite de Paris. Sur les calculs à $f = 0,5\,Hz$, $f = 0,05\,Hz$, $t_m = 90s$ et $t_m = 300s$, on note qu'avec les effets du temps la pente de la droite de Paris, qui était surestimée en fatigue pur, est sous estimée en fluage. On note toutefois, à l'exception du temps de maintien $t_m = 300\,s$, que les vitesses de fissuration obtenues numériquement sont en très bon accord avec les essais de fatigue et de fatigue/fluage. Enfin, on a pu remarquer que le couplage avec un endommagement volumique de fluage n'avait que peu d'effet sur la cinétique de fissuration avec le choix des valeurs des paramètres considérés.

Dans un second temps, le phénomène d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure a été introduit dans le modèle couplé de propagation afin de rendre compte de l'effet bénéfique de ce mécanisme d'oxydation sur la propagation de la fissure. Des simulations de propagation de fissure dans le cas d'une éprouvette préfissurée ont montré, dans le cas où cette cinétique est activée à proximité de la pointe de la fissure, un effet de retard significatif obtenu sur les vitesses de propagation.

Enfin, une démarche a été tentée afin de prendre en compte la fragilisation du matériau à la pointe de la fissure qui a un effet néfaste sur la tenue du matériau à haute température. Mais cette démarche, testée dans le cas d'une éprouvette préfissurée, n'a pas permis d'obtenir de résultats probants et nécessiterait une étude plus approfondie.

Chapitre 6

Modèle phénoménologique de propagation de fissure en fatigue-fluage-oxydation

Sommaire

6.1 Introduction **205**
6.2 Développement d'un modèle phénoménologique de propagation de fissure en fatigue-fluage-oxydation en régime de fissure courte . . . **206**
6.2.1 Phénoménologie et application du modèle aux chargements complexes en condition anisotherme 206
6.2.2 Prise en compte de l'effet de fissure courte sur le seuil d'ouverture . . . 210
6.2.3 Prise en compte de l'effet bénéfique de l'oxydation 216
6.3 Application du modèle au superalliage monocristallin AM1 . . . . . **221**
6.3.1 Identification du modèle 221
6.3.2 Prévision de la vitesse de fissuration sous différents cycles de chargement à $950°C$ 231
6.3.3 Prévision de la vitesse de fissuration sous chargement thermomécanique complexe 243
6.4 Conclusion du chapitre **245**

6.1 Introduction

Ce dernier chapitre répond à un impératif bien précis de l'industrie confrontée au développement d'outils rapides à mettre en œuvre qui puissent prévoir le comportement de la fissure dans une structure. Les principes du modèle de base ont déjà été décrits au chapitre 2 pour des conditions isothermes tels qu'ils avaient été utilisés pour l'analyse de la propagation de fissures longues dans les alliages pour disques de turbine. On s'intéresse à la prévision de la propagation de fissure, par un modèle phénoménologique qui pourra ensuite être applicable au Bureau d'Etudes. Le modèle développé s'appuie sur le modèle de propagation de fissure FAT-OX-FLU de l'ONERA, initialement proposé pour les alliages polycristallins pour disques de turbines.

Dans un premier temps, on présente les développements du modèle, en particulier, son extension en régime de fissure courte. Nous explicitons, tout d'abord, la phénoménologie et l'application du modèle aux chargements complexes, en condition anisotherme. Dans l'extension proposée au régime des fissures courtes, on s'attache à rendre compte de l'effet bénéfique de l'oxydation par

la prise en compte de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure. Dans un second temps, nous appliquons le modèle au cas du superalliage monocristallin AM1. Le modèle est identifié sur la base des essais de propagation de fissure disponibles en régimes de fatigue et de fluage à différentes températures. Enfin, il est appliqué à des cas de chargements complexes en conditions isotherme et anisotherme.

6.2 Développement d'un modèle phénoménologique de propagation de fissure en fatigue-fluage-oxydation en régime de fissure courte

6.2.1 Phénoménologie et application du modèle aux chargements complexes en condition anisotherme

En condition anisotherme, les modèles de fluage et d'oxydation s'intègrent naturellement. Par contre, la généralisation du modèle au cas anisotherme (Gallerneau [5]) n'est pas immédiate pour le cas de la fatigue, puisqu'il s'agit d'une formulation en cycle. Si la température varie peu au cours d'un cycle donné, alors nous pouvons nous ramener à un problème isotherme en considérant les coefficients du modèle identifiés à la température du cycle. Au contraire, si la température varie fortement au cours du cycle, le problème peut être résolu si l'effet de la température sur la résistance de l'alliage vis-à-vis de la fatigue est décrit par l'évolution d'un paramètre matériau avec la température, tel que par exemple, la limite d'élasticité, la contrainte à rupture ou encore la ténacité du matériau.

Modèle de fatigue

Dans le cas d'un modèle de propagation faisant intervenir le facteur d'intensité des contraintes, on a choisi de considérer la ténacité du matériau (vierge de toute oxydation), $K_{cv}(T)$ comme paramètre matériau dont l'évolution en température est supposée refléter l'évolution de ses propriétés en propagation de fissure par fatigue. Ainsi, en considérant la variable réduite $S = \frac{K}{K_{cv}(T)}$, les courbes $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$ obtenues à différentes températures se réduisent à une seule courbe maîtresse dans un diagramme $\frac{da}{dN} = f(\Delta S)$. Ce jeu d'écriture conduit à l'équation suivante pour le modèle de fatigue :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_f^* \left[S_M - S_s^{f*}\right]^{\eta_f^*}}{(1-R)\left[S_c - S_M\right]} \tag{6.1}$$

pour laquelle les coefficients matériaux C_f^*, S_s^{f*} et η_f^* sont alors indépendants de la température.

Le modèle prend en compte l'effet de surcharge en considérant comme paramètre d'histoire le seuil de fissuration ou seuil d'ouverture de la fissure. L'évolution du seuil de fissuration en fonction de l'histoire du chargement est traduite en considérant les fonctions $f_1(R)$ et $f_2(R)$, explicitées § 2.3.1. Dans cette étude, ces fonctions sont identifiées à partir du seuil d'ouverture obtenu numériquement par une méthode de relâchement de nœuds (Annexe D.1) en régime fissure longue pour un rapport de charge $R = 0$ en sollicitation de fatigue pure. Ces fonctions sont considérées comme indépendantes de la température.

Modèle de fluage

L'application du modèle de fluage en anisotherme ne pose pas de problème majeur, vu le caractère "incrémental" de ce modèle. En effet, un cycle (temps, effort, température) est traité

en découpant celui-ci en un nombre de pas de temps suffisant pour assurer la convergence du calcul, et en considérant à chaque pas de temps les valeurs instantanées des paramètres $C_c(T(t))$ et $\eta_c(T(t))$:

$$da = \int_{t_1}^{t_2} C_c(T(t)) \left[K(t) - K_s^c\right]^{\eta_c(T(t))} dt \tag{6.2}$$

Le fluage est pris en compte sur tout le cycle dès que le facteur d'intensité des contraintes est supérieur au seuil de non propagation K_s^c. Lorsque le temps de maintien a lieu avant le maximum du cycle, c'est-à-dire, dans le cas d'un palier lent à charge croissante, la valeur seuil initiale utilisée pour le fluage est égale au seuil de non propagation en fatigue K_s^f calculé à la fin du cycle précédent. De la même manière, lorsque le temps de maintien a lieu au maximum de charge (figure 6.1), ou après le maximum, le seuil K_s^c est réactualisé à la fin du cycle. Une réduction de la vitesse de propagation de la fissure due au fluage lorsque le temps de maintien augmente ayant été observée, l'interprétation suivante a été proposée :

- par l'augmentation de la propagation par fatigue, il y a un effet de blocage de type "effet de surcharge",
- cet effet de surcharge est introduit par l'intermédiaire du rapport des vitesses au cycle (i-1) et au cycle actuel (i) défini par $\frac{(da/dN)_{i-1}}{(da/dN)_i}$ qui va induire une augmentation de la grandeur K_{Meq} (défini § 2.3.4.1) et par conséquent de la valeur K_s^c.

Notons que ce seuil est pris constant au cours du cycle, et égal au seuil de non propagation en fatigue K_s^f calculé à la fin du cycle précédent. Il n'est réactualisé que lorsque la fatigue est comptabilisée, i.e. en fin de cycle, à la décharge suivante. En revanche, pendant le fluage, la relaxation du seuil de non propagation en fatigue est calculée par une loi de type relaxation pour en rendre compte au cycle de fatigue suivant. On appelle $q(t)$ le rapport instantanné $q(t) = \frac{K_s^f(t)}{K(t)}$ et on postule une loi d'évolution telle que :

$$dq = -A(T(t))q^{w(T(t))}dt \tag{6.3}$$

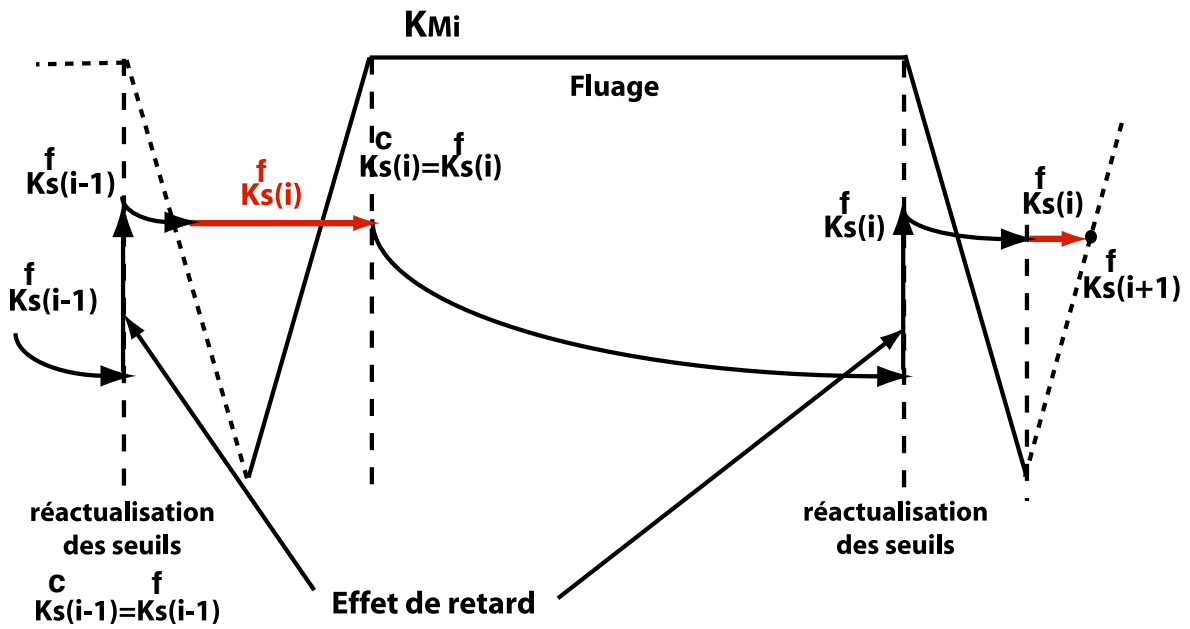


FIG. 6.1 – Relaxation du seuil d'ouverture de la fissure en régime de fatigue-fluage.

De même que pour l'intégration du modèle de fluage, les valeurs instantanées des paramètres A(T(t)) et w(T(t)) sont considérées à chaque pas de temps du calcul. Les valeurs de ces deux paramètres sont déterminées, soit par des mesures expérimentales du seuil à ouverture de la fissure au cours d'un essai avec palier, soit de manière numérique avec des simulations d'avancée de fissure par la méthode de relâchement de nœuds. C'est cette dernière méthode que nous avons adoptée dans cette étude (annexe D.1).

Modèle d'oxydation

Le processus d'oxydation et de fragilisation de l'alliage en pointe de fissure est décrit par une équation temporelle. Son intégration dans le cas d'un chargement anisotherme ne pose pas de problème de principe. Cependant, compte tenu du nombre important de paramètres qui, a priori, dépendent tous de la température, certaines hypothèses doivent être émises pour simplifier l'identification et l'intégration de la loi sur un cycle complexe :

- Les coefficients u, m et z^* intervenant dans la fonction qui décrit la variation spatiale de la ténacité du matériau, de la surface oxydée au matériau vierge de tout oxydation en avant du front de fissure, seront supposés indépendants de la température,
- Les ténacités du matériau vierge de toute oxydation et du matériau oxydé seront supposées obéir à une loi de type Arrhénius et évoluer de la même façon avec la température (même énergie d'activation Q_0) :

$$K_{cv}(T) = K_{cv}^0 exp\left(\frac{Q_0}{RT(t)}\right) \tag{6.4}$$

$$K_{cox}(T) = K_{cox}^0 exp\left(\frac{Q_0}{RT(t)}\right) \tag{6.5}$$

Ces hypothèses conduisent à une expression simplifiée de la variable réduite S_c rendant compte des effets de l'oxydation sur la vitesse de propagation de fissure par fatigue :

$$S_{c1}(t) = \frac{K_{cox}^0}{K_{cv}^0}\left[1 - u + u \cdot exp\left(\frac{mz^*}{l_p(t)}\right)\right] \tag{6.6}$$

$$S_c = Min(S_{c1}, 1) \tag{6.7}$$

où u, m, z^*, $\frac{K_{cox}^0}{K_{cv}^0}$ sont des coefficients matériaux indépendants de la température.

La longueur de pénétration d'oxyde à la pointe de la fissure, notée l_p, est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$dl_p(t) = \frac{1}{4}\left(F(x)\alpha\right)^4 l_p^{-3} dt \tag{6.8}$$

avec,

$$\alpha = \alpha_0 e^{\frac{-Q_0}{RT(t)}} \tag{6.9}$$

où α_0 et l'énergie d'activation Q_0 sont des coefficients matériaux indépendants de la température.

La fonction $F(x)$ traduit l'effet du chargement sur la cinétique d'oxydation, par exemple un palier après une surcharge, sur la cinétique d'oxydation. Une fonction analogue à celle identifiée sur l'Astroloy par P. Prigent [129], à savoir une fonction puissance pour laquelle la variable x est

égale dans le cas d'une décharge au rapport entre l'effort à l'instant t et l'effort atteint lors de la surcharge précédente :

$$F(x) = cx^4 = c\left(\frac{F(t)}{F_M}\right)^4 \tag{6.10}$$

Le coefficient c est une constante. Dans le cas d'une charge, x vaut 1 et l'oxydation est pleinement active.

6.2.1.1 Application du modèle dans le cas de chargements complexes

La difficulté de la mise en application d'un tel modèle réside, pour le traitement d'un chargement complexe et lorsque la température varie fortement au cours des cycles, dans la définition des instants du cycle auxquels vont être calculées les avancées de fissure par fatigue et les variables réactualisées, sous l'effet de l'environnement et lors de chargements de fluage. L'ordre suivant lequel on applique les différents modèles de fatigue, d'oxydation et de fluage peut en effet fortement modifier le résultat de l'intégration des fonctions.

Les principales hypothèses de calcul adoptées sont indiquées sur la figure 6.2 dans le cas où le temps de maintien précède la sollicitation à F_{max}.

- En mémorisant le minimum de la charge, l'avancée de fissure par fatigue est comptabilisée en rencontrant la décharge suivante, c'est-à-dire lorsque l'on atteint le maximum du chargement sur le cycle considéré. Cet instant peut correspondre à la fin d'un palier si celui-ci est appliqué à la charge maximale,
- Seuls les effets du temps (avancée de fissure par fluage, relaxation du seuil de non propagation, longueur de pénétration d'oxyde) sont pris en compte pendant la charge. Précisons que le seuil de propagation en fluage $K_s^c = K_s^f(cycle\ (n-1))$ est supposé constant pour le calcul de l'avancée de fissure par fluage ; celui en fatigue est quant-à-lui actualisé $K_s^f = f(relaxation, temps, temperature)$ juste après la comptabilisation de la propagation de la fissure par fatigue, puis on rend immédiatement compte du cycle actuel et de l'histoire de chargement $K_s^f = f(cycle\, n, histoire\, du\, chargement)$ comme, par exemple, d'une augmentation du seuil consécutive à une surcharge,
- L'effet de l'oxydation de l'alliage en pointe de fissure est traduit par une augmentation de la longueur de pénétration de l'oxygène. La ténacité du matériau est une fonction de cette longueur de pénétration. Elle n'est mise à jour qu'après avoir calculé l'avancée de fissure par fluage pendant le cycle et par fatigue à la fin du cycle. Le calcul de la ténacité en pointe de fissure tient ainsi compte de cette avancée de fissure au cours du cycle considéré et l'effet de l'oxydation ne sera donc effectif qu'au cycle suivant.

6.2.1.2 Synthèse

Le modèle FAT-OX-FLU développé à l'ONERA a montré la qualité de son caractère prédictif dans la simulation de la propagation de fissure dans des matériaux pour disques tels que l'Astroloy (Prigent [129]) en isotherme ou le N18 en isotherme et en anisotherme (Gallerneau [5]). Mais son application reste restreinte au régime de fissure longue.

En effet, le modèle actuel ne permet pas de simuler la propagation de la fissure en régime de fissure courte, caractérisé par des vitesses de fissuration élevées par rapport au régime de fissure longue. C'est pourquoi ce modèle est étendu ci-dessous par la prise en compte de l'effet fissure courte sur le seuil d'ouverture de fissure.

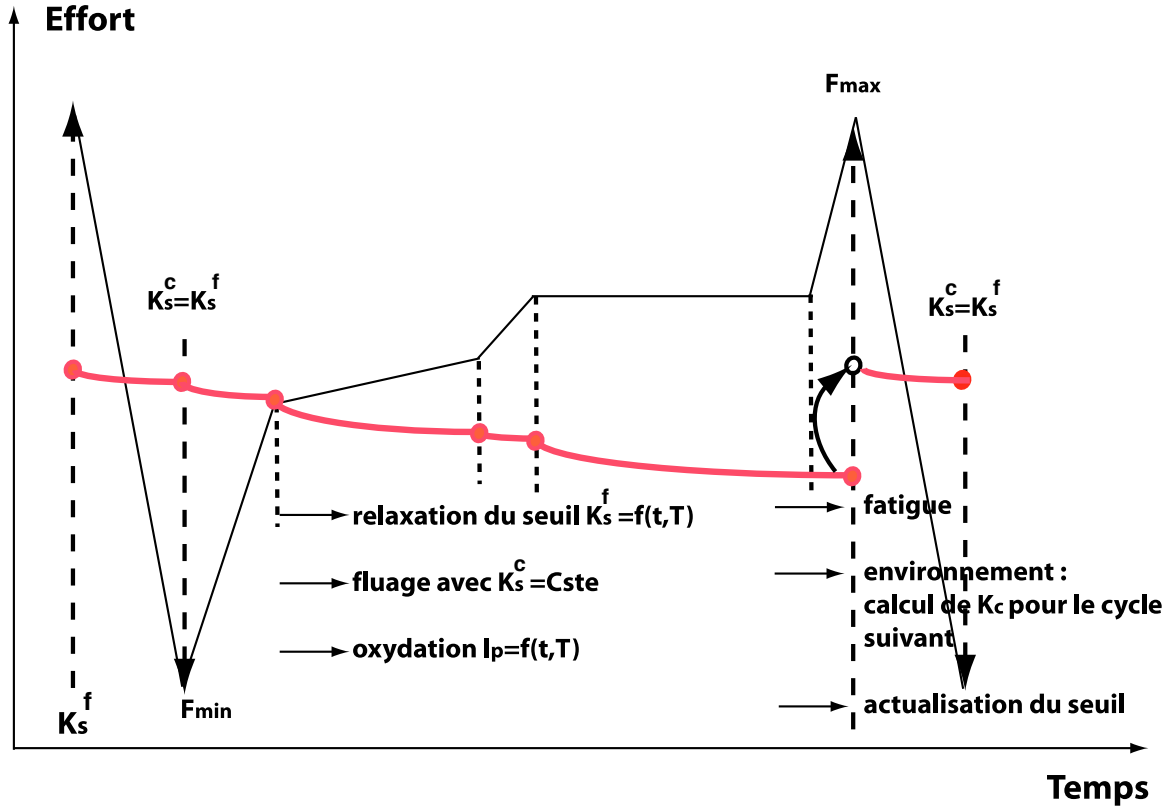


FIG. 6.2 – Schéma d'intégration du modèle avec interaction fatigue-fluage-oxydation.

Enfin, le modèle existant ne prend en compte que le caratère fragilisant de l'oxydation par la diffusion d'oxygène en pointe de fissure qui accélère la vitesse de fissuration. Or, nous avons vu § 3.3.3.2 que le phénomène d'épaississement d'oxyde sur les lèvres de la fissure n'est pas négligeable pour les superalliages monocristallins. Ce phénomène présente un caractère bénéfique puisqu'il diminue la vitesse de fissuration en augmentant le seuil d'ouverture. Ce dernier phénomène sera intégré dans le modèle et également pris en compte au travers de l'évolution du seuil d'ouverture de la fissure.

6.2.2 Prise en compte de l'effet de fissure courte sur le seuil d'ouverture

En raison de la faible plasticité en pointe de fissure, les effets de fermeture sont significativement réduits pour les fissures courtes. Différentes mesures expérimentales suggèrent que la contrainte à ouverture est une fonction croissante de la longueur de fissure jusqu'à ce qu'un niveau de saturation soit atteint (Murakami [104], Pineau [103]). Cette propriété a été récemment confirmée sur la contrainte à ouverture par des simulations numériques de propagation de fissure (Newman [156], Skinner [157]). Pommier [158] puis Sansoz [159] ont également étudié l'évolution du seuil à ouverture dans une éprouvette avec ou sans entaille pour des petites fissures sur le superalliage N18. Sur la figure 6.3 est représentée l'évolution calculée du seuil d'ouverture de la fissure en fonction de la longueur de la fissure dans le cas d'une éprouvette avec ou sans entaille pour le superalliage N18.

Dans le cadre du stage de DEA [160], des calculs d'estimation des seuils d'ouverture ont été réalisés en régime de fissure courte sur des éprouvettes monocristallines en AM1 avec ou sans entaille. Ces calculs numériques ont été conduits à une fréquence de 50 Hz en appliquant la loi de comportement non saturée de l'AM1. La figure 6.4 présente la géométrie du maillage utilisé

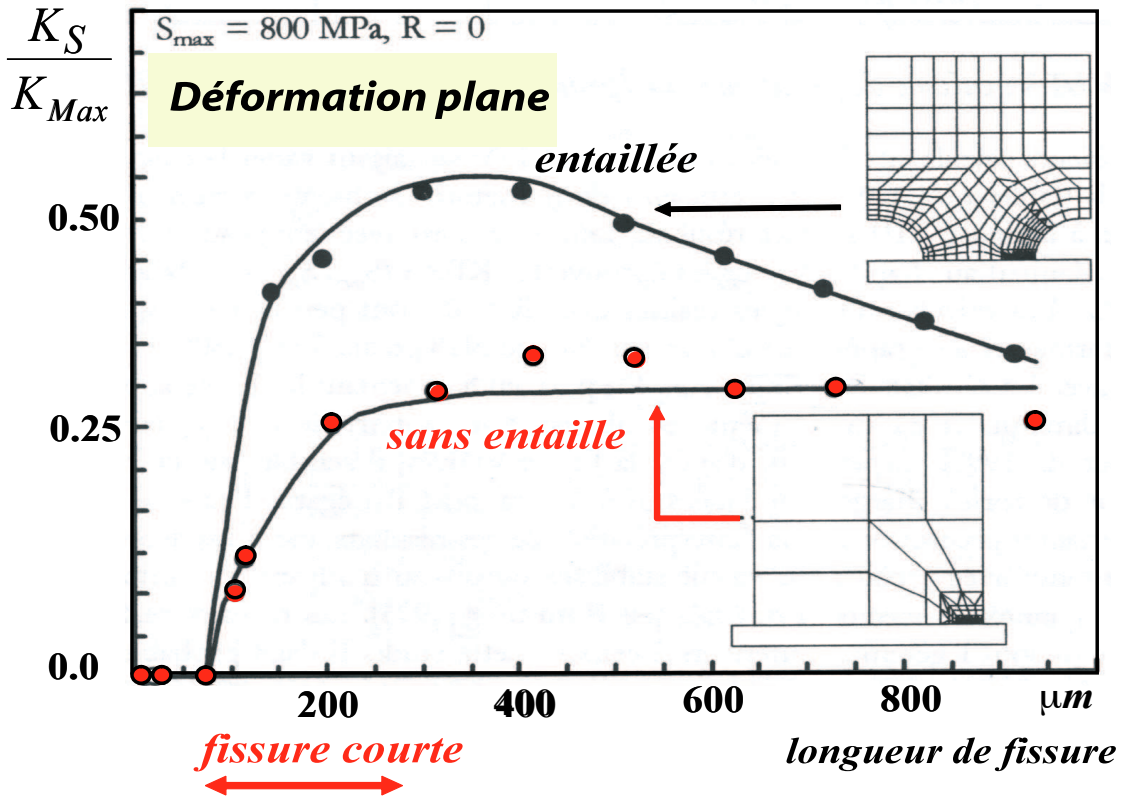


FIG. 6.3 – Evolution du seuil d'ouverture de la fissure dans une éprouvette avec ou sans entaille (Sansoz [159]).

dans le cas d'une éprouvette sans entaille. La taille des éléments est fixée à $20\,\mu m$ dans la boite régulièrement maillée (éléments triangulaires linéaires). Les seuils d'ouverture de fissure ont été mesurés pour le deuxième nœud placé en amont de la pointe de la fissure.

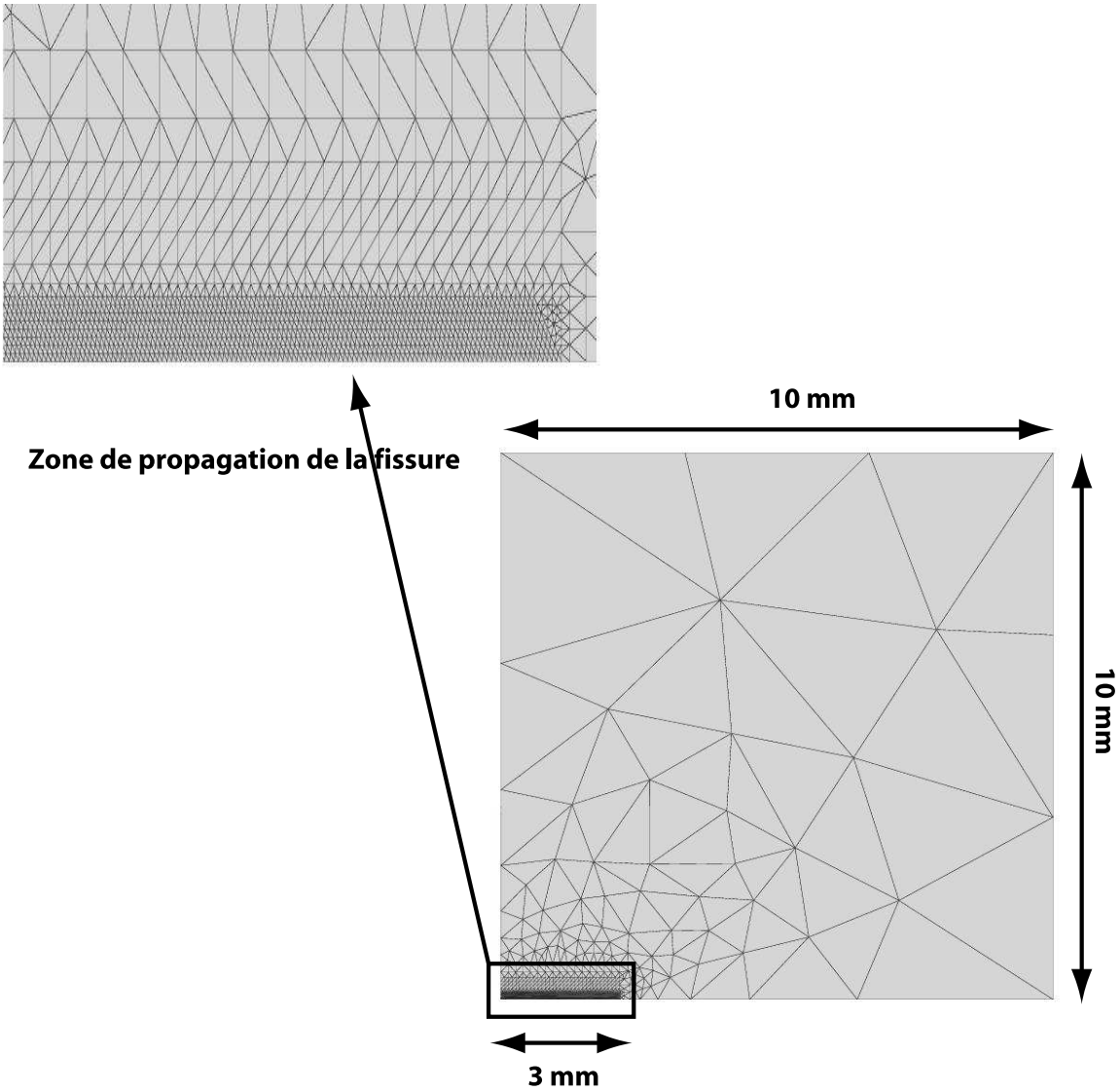


FIG. 6.4 – Géométrie des éprouvettes sans entaille.

Des calculs numériques de propagation de fissure par relâchement de nœuds ont alors été effectués en modifiant la contrainte maximale appliquée (500, 600, 700 et 800 MPa) afin de mieux appréhender l'influence de ce paramètre sur le seuil d'ouverture de la fissure. Sur la figure 6.5 sont présentés les résultats obtenus.

On remarque que plus la contrainte augmente, plus le seuil se stabilise rapidement. Il semblerait donc que la plasticité joue un rôle important dans la stabilisation du seuil d'ouverture. On observe des évolutions du seuil d'ouverture de la fissure en fonction de l'avancée de la fissure en adéquation avec les résultats trouvés par Sansoz (figure 6.3). On note, également, que le niveau d'ouverture se stabilise, vers à peu près la même valeur, $0,18$ à $0,22$, pour une fissure longue. Dans le régime de fissure inférieure à 1,5 mm, on observe le phénomène typique des fissures courtes, avec une dépendance significative au chargement appliqué. On notera cependant que le

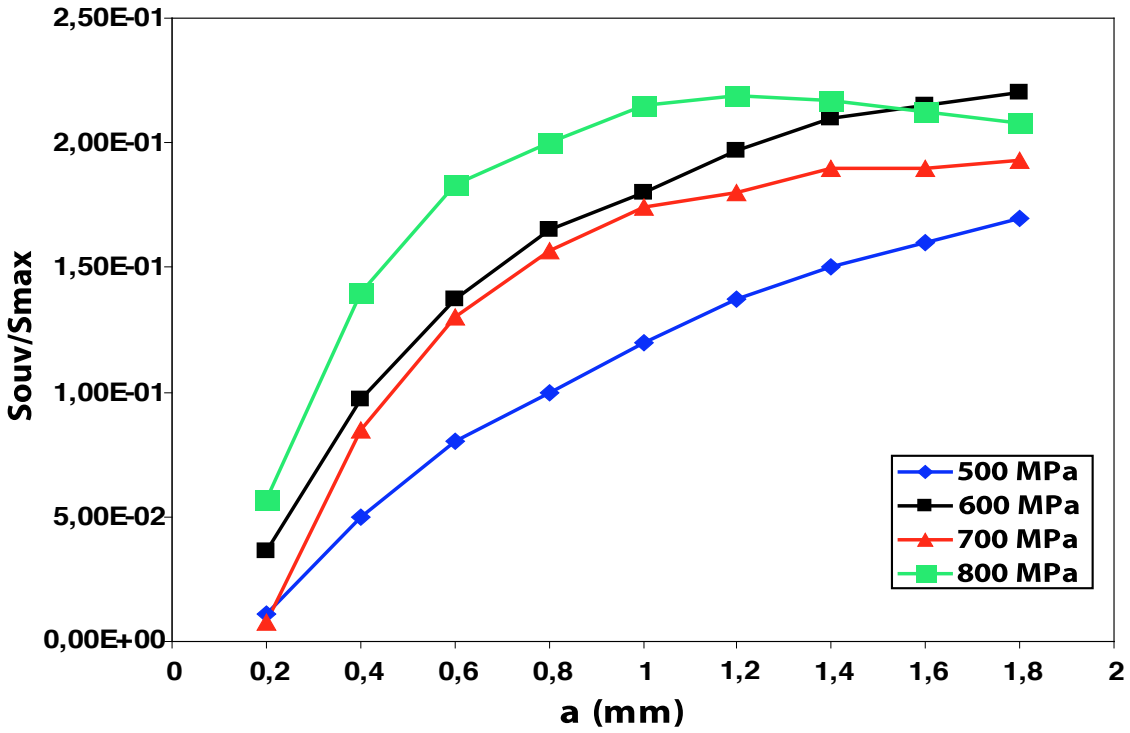


FIG. 6.5 – Influence de la contrainte maximale appliquée sur le seuil d'ouverture de la fissure.

régime de fissure courte est d'une portée nettement plus élevée pour le monocristal AM1 que pour le polycristal (Sansoz [159]), pour lequel la stabilisation semblait intervenir avant 0,5 mm.

Dans le cadre de ce travail, des calculs supplémentaires ont été réalisés avec la loi saturée de l'AM1 et pour des tailles d'éléments beaucoup plus petites, à une fréquence de 5 Hz. Le maillage utilisé et la méthode de relâchement de nœuds sont présentés en annexe D.1. Une boite régulièrement maillée est de nouveau utilisée, de longueur 2 mm. La taille des éléments est choisie égale à $2\,\mu m$ de 0 à 1 mm et à $4\,\mu m$ de 1 à 2 mm. Les seuils d'ouverture sont estimés par la méthode expérimentale.

On a tracé sur la figure 6.6 l'évolution des seuils d'ouverture en fonction de l'avancée de la fissure en régime de fissure courte. Deux calculs sont réalisés pour une charge appliquée de 200 et 400 MPa ($R = 0$) en relâchant les nœuds tous les 4 cycles et un calcul est réalisé à 200 MPa ($R = 0$) en relâchant les nœuds tous les 8 cycles. Les différentes vitesses de fissuration imposées sont reportées dans le tableau 6.1.

Taille des éléments (μm)	Nb cycles avant relâchts	V_{prop} en $m/cycle$	Contrainte appliquée (MPa)
2	4	5.10^{-7}	200 ou 400
4	4	1.10^{-6}	200 ou 400
2	8	$2,5.10^{-7}$	200
4	8	5.10^{-7}	200

TAB. 6.1 – Liste des différentes conditions de relâchement des nœuds.

On retrouve deux caractéristiques observées précédemment :
- une évolution du seuil d'ouverture de la fissure avec l'avancée de la fissure,

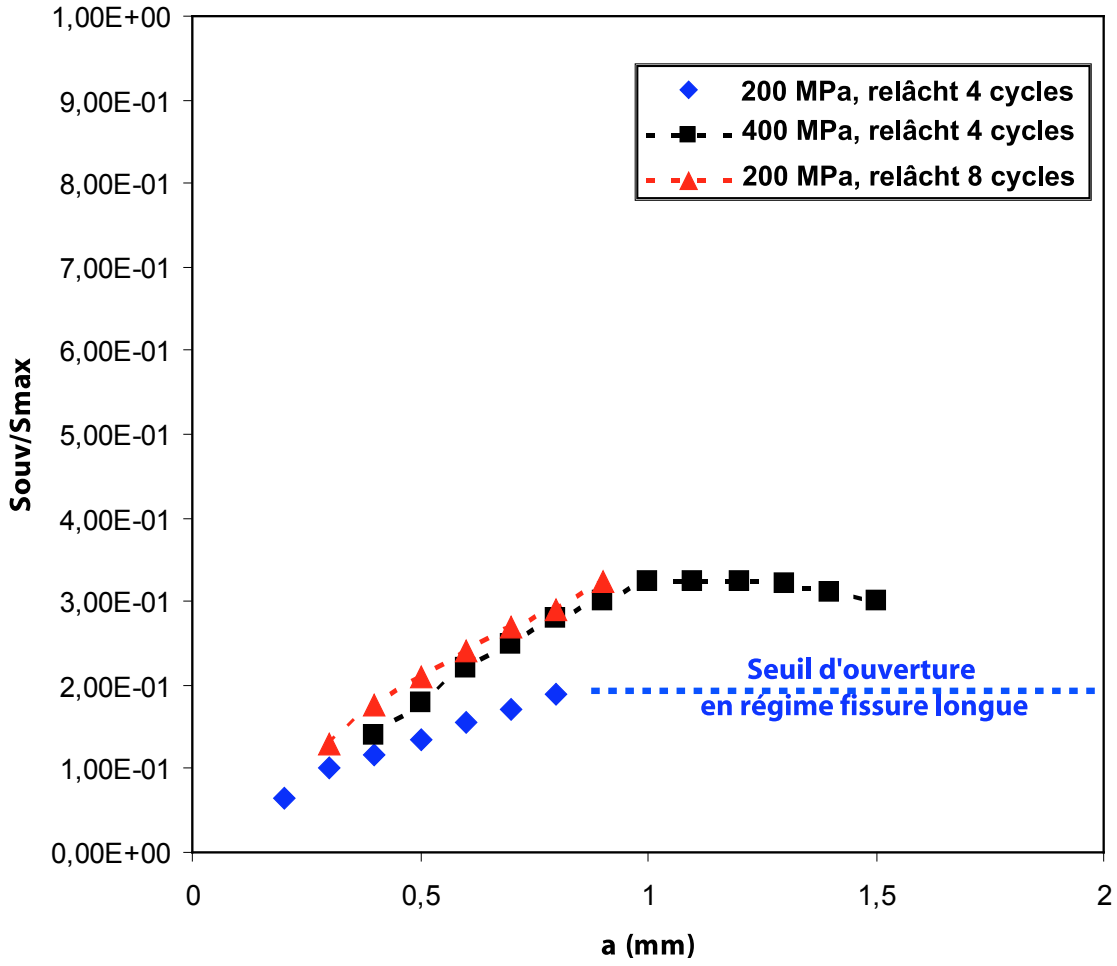


FIG. 6.6 – Evolution des seuils d'ouverture en fonction de l'avancée de la fissure en régime de fissure courte.

– le phénomène typique des fissures courtes, avec une dépendance significative au chargement appliqué.

On note également une forte dépendance de la valeur du seuil d'ouverture, avec le nombre de cycles successifs, calculé après chaque relâchement de nœud afin de stabiliser la solution. Les seuils d'ouverture sont plus importants lorsque le nombre de cycles avant relâchement est augmenté, en raison de la forte plasticité développée en pointe de fissure. On notera que relâcher un élément de $2\,\mu m$ tous les 8 cycles correspondrait à une vitesse de propagation moyenne de $0,25.10^{-6}$ m/cycle, vitesse réaliste pour les fissures très courtes à 5 Hz (voir la droite caractéristique de la loi de Paris sur la figure 6.7), vitesse, par contre, un peu sous-estimée lorsque la fissure avance, puisqu'alors les vitesses expérimentales s'approchent de 5.10^{-6} m/cycle, voire plus, ce qui correspondrait plutôt à 4 cycles entre chaque relâchement. On voit, ici, l'une des limites de la méthode de relâchement (propagation découplée), en particulier pour les fissures courtes, puisque l'on ne peut pas utiliser de maillage suffisamment fin sans un coût en temps de calcul prohibitif.

A partir de ces résultats, nous avons étendu l'application du modèle de propagation de fissure en régime fissure longue aux effets petites fissures en couplant cet effet sur le seuil d'ouverture de la fissure. Nous supposons que le seuil d'ouverture stabilisé, déterminé en régime de fissure longue, est indépendant de la contrainte maximale appliquée et ne dépend que du rapport de charge.

Les résultats des essais de fissuration en régime de fatigue pure sont résumés figure 6.7. On peut noter deux régimes de fissuration : un régime fissure courte et un régime fissure longue.

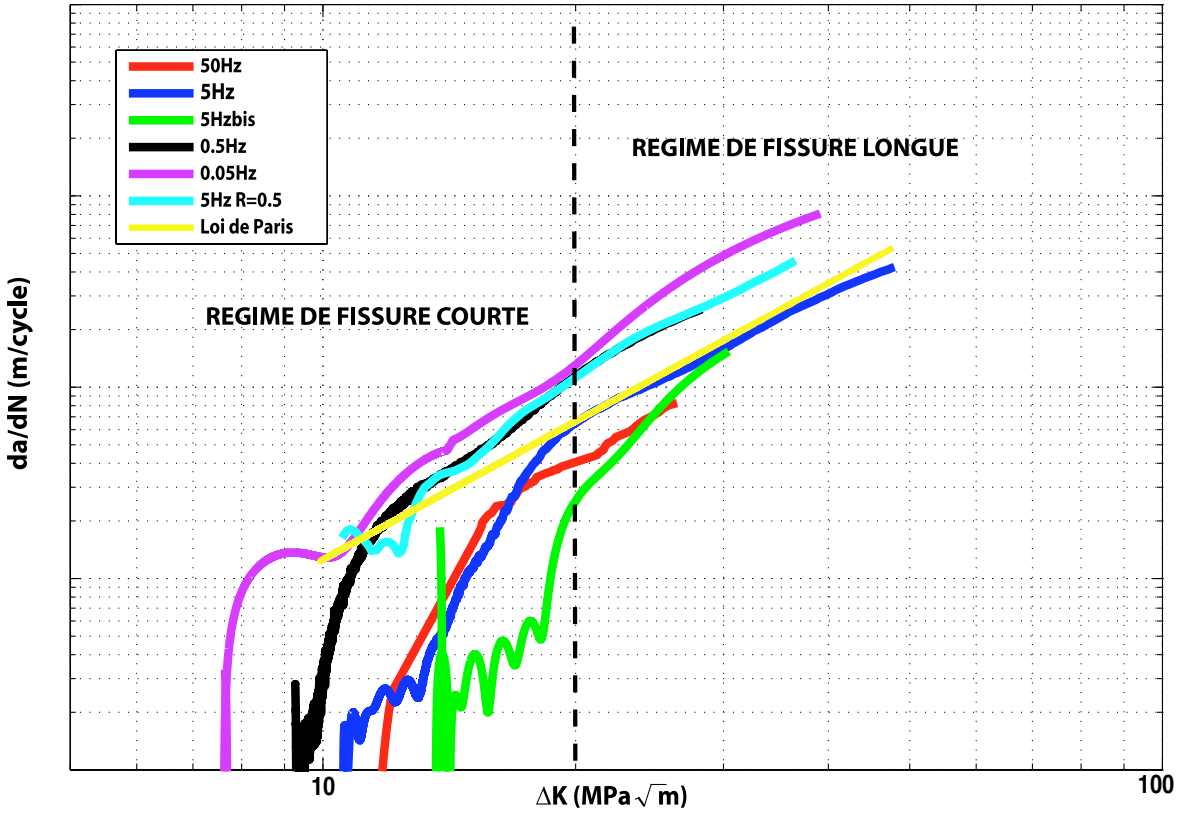


FIG. 6.7 – Evolution de la vitesse de fissuation en fonction de ΔK : 2 régimes de fissuration.

Une frontière délimitant ces deux régimes peut être choisie pour une valeur de variation de

facteur d'intensité des contraintes $\Delta K_{lim} = 20\,MPa\sqrt{m}$. Cette valeur nous donne une estimation de la taille de la zone plastique limite. Cette dernière est définie avec l'hypothèse des déformations planes par la relation suivante :

$$r_{plim} = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\Delta K_{lim}}{\sigma_y}\right)^2 (1-2\nu)^2 \tag{6.11}$$

La taille de zone plastique pour une longueur d'avancée de fissure a est de la même façon donnée par :

$$r_p = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\Delta K}{\sigma_y}\right)^2 (1-2\nu)^2 \tag{6.12}$$

avec $\Delta K = F(Y)\sigma\sqrt{\pi a}$, $F(Y)$ étant fonction de la géométrie de l'éprouvette et $\sigma_y = 450\,MPa$ pour le superalliage monocristallin AM1.

La fonction suivante a été choisie pour décrire l'évolution du seuil d'ouverture de la fissure en régime fissure courte :

$$\frac{K_{ouv}}{K_{max}} = \left(\frac{K_{ouv}}{K_{max}}\right)_{fatigue\,pure}\left(1 - e^{-c_1 \frac{a}{r_{plim}} r_p}\right) \tag{6.13}$$

Cette expression est identifiée sur les résultats numériques de seuil d'ouverture obtenus précédemment pour des chargements de 200 et 400 MPa. On observe figure 6.8 l'identification du modèle pour une valeur de $c_1 = 0,05\,m^{-1}$ et une valeur de seuil d'ouverture stabilisée en régime de fissure longue, déterminée plus loin dans cette étude, et fixée à $0,19$.

La figure 6.9 présente la réponse du modèle en régime de fissure courte avant et après l'extension de celui-ci pour une fréquence de 50 Hz, un rapport de charge $R = 0,05$ et une sollicitation maximale de 200 MPa. Dans ce cas, on peut évidemment négliger tout effet de fluage ou d'oxydation. On remarque que le modèle traduit de façon qualitative l'effet fissure courte avec une augmentation de la vitesse de propagation par rapport au régime fissure longue.

6.2.3 Prise en compte de l'effet bénéfique de l'oxydation

Les observations en microscopie électronique, commentées § 3.3.3.2, ont montré que le phénomène d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure n'est pas négligeable comme on peut l'observer figure 6.10 pour les superalliages monocristallins. La figure 6.11 illustre les vitesses de fissuration obtenues sous air et sous vide en régime de fatigue pour un essai réalisé au Centre des Matériaux. On note que la vitesse de fissuration obtenue sous vide est légèrement supérieure à celle obtenue sous air et cela en accord avec les essais réalisés par Fleury [4] dans la même configuration. Ces essais montrent donc que le phénomène d'oxydation dans l'AM1 ralentit la propagation de la fissure en augmentant le seuil d'ouverture de la fissure par épaississement de la couche d'oxyde et que ce phénomène bénéfique d'oxydation ne peut être négligé.

Nous présentons, ci-dessous, la méthodologie appliquée pour prendre en compte cet effet d'oxydation sur le seuil d'ouverture de la fissure.

6.2.3.1 Cinétique d'oxydation choisie

Dans le cadre de sa thèse, Fleury [4] a étudié l'oxydation statique de l'AM1 à $950°C$ et à $1100°C$. Il a mis en évidence que la croissance de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure suivait une cinétique parabolique décrite par :

$$e_{ox} = \alpha_m\sqrt{t} \tag{6.14}$$

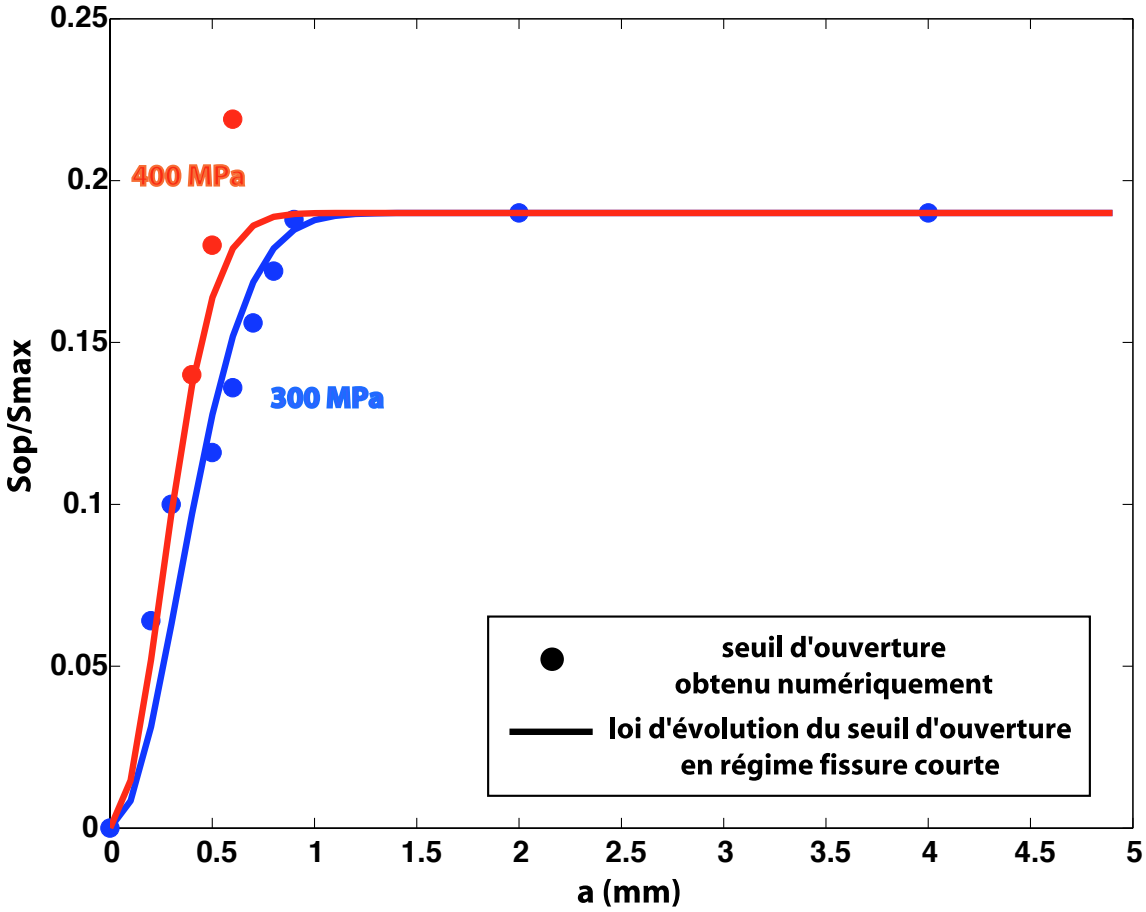


FIG. 6.8 – Prise en compte de l'effet fissure courte sur le seuil d'ouverture.

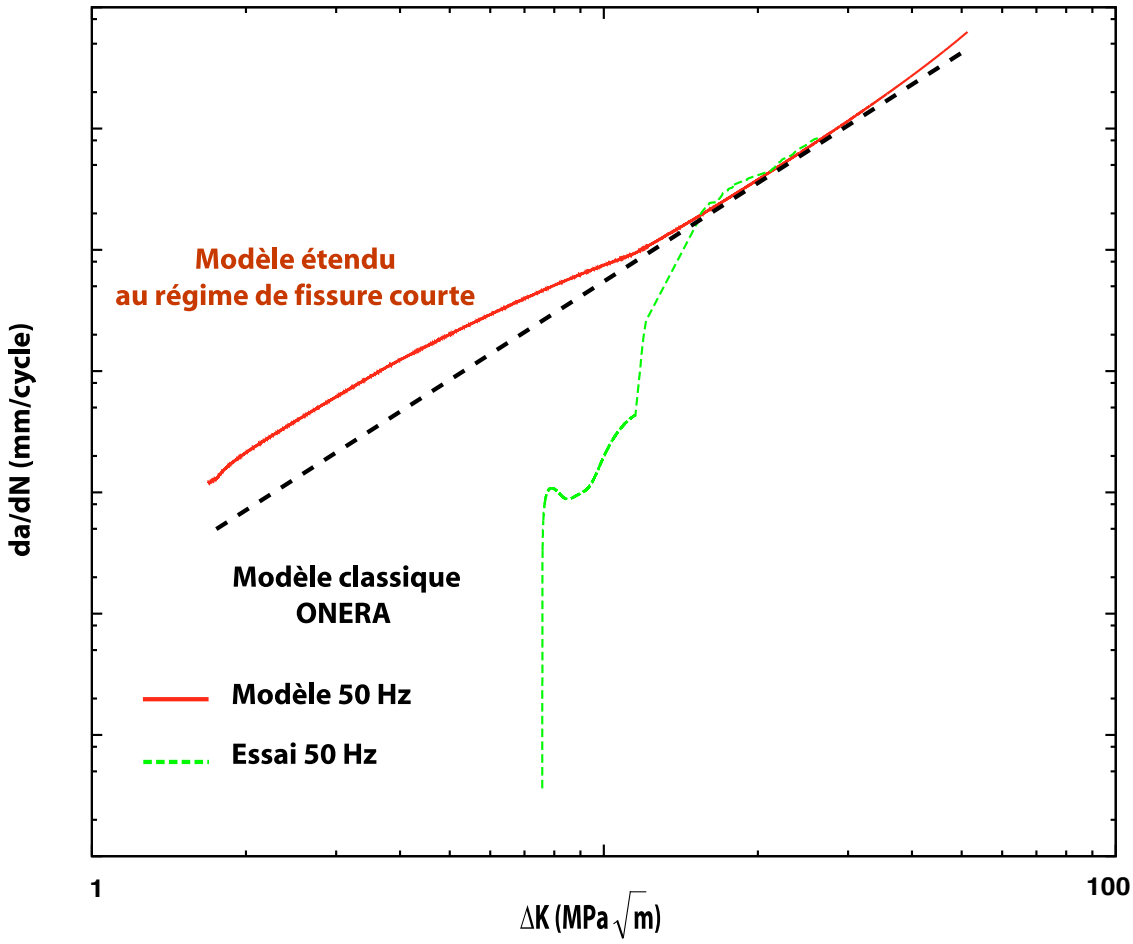


FIG. 6.9 – Réponse du modèle en régime fissure courte pour une fréquence de 50 Hz.

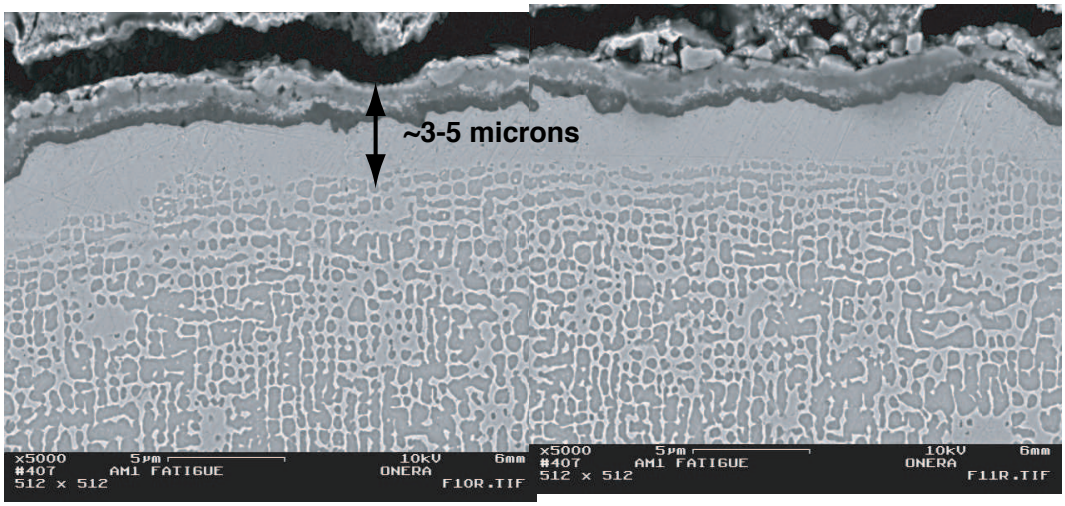


FIG. 6.10 – Observation MEB de l'éprouvette de fatigue à 5 Hz.

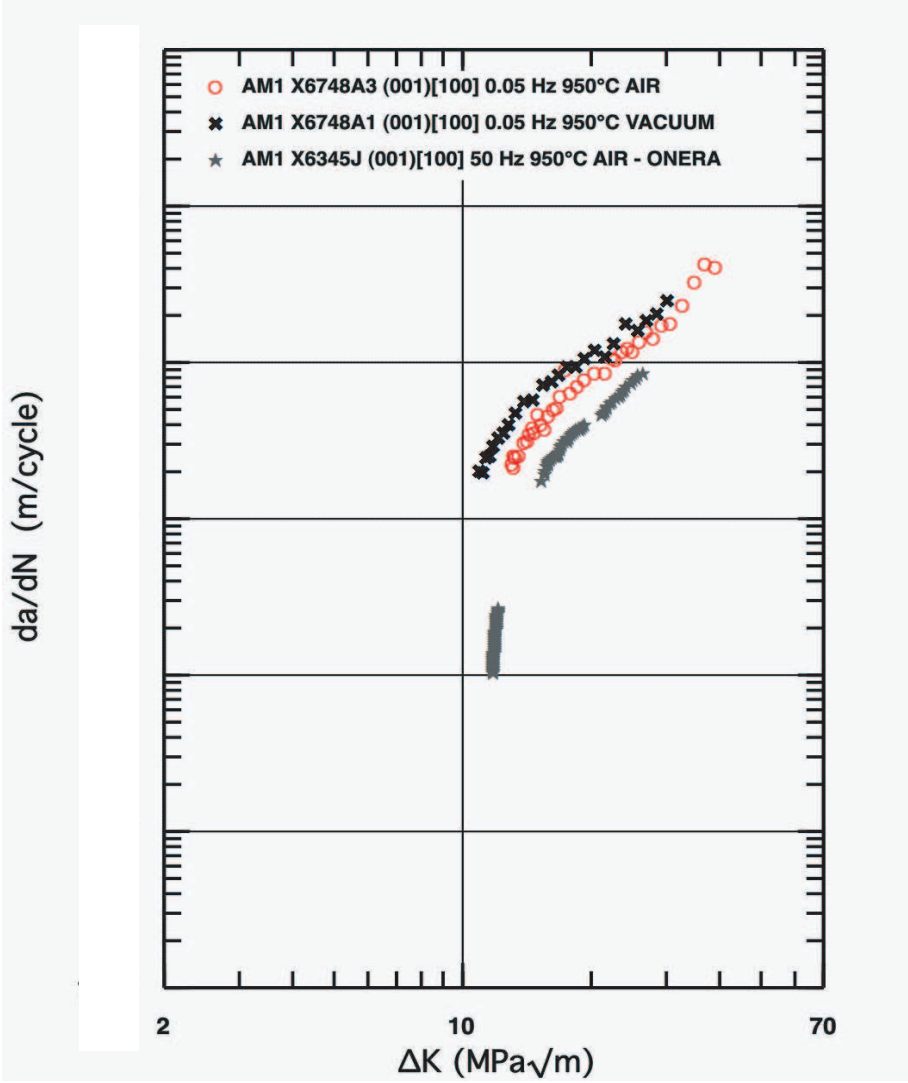


FIG. 6.11 – Courbes de référence $da/dN - \Delta K$ obtenues pour des essais de fatigue sous vide et sous air (Marchal [7]).

avec $\alpha_m = 2,02.10^{-8}\, m.s^{-\frac{1}{2}}$ à $950°C$ et $\alpha_m = 8,37.10^{-8}\, m.s^{-\frac{1}{2}}$ à $1100°C$.

Nous choisirons cette même cinétique d'oxydation pour décrire la croissance de la couche d'oxyde.

6.2.3.2 Prise en compte de l'évolution de la couche d'oxyde le long de la lèvre de la fissure

Dans un premier temps, nous nous plaçons, pour un nombre de cycles donné, à une certaine distance en amont de la pointe de la fissure notée $a - \delta$. Cette position est choisie par analogie avec l'abscisse à laquelle on se place pour réaliser la mesure des seuils d'ouverture en régime de fatigue, ici le sixième nœud en amont de la pointe de la fissure. Nous avons donc $\delta = \delta_{num} \simeq 20\mu m$.

Dans un second temps, nous prenons en compte l'évolution de la couche d'oxyde qui n'est pas homogène le long de la lèvre de la fissure (figure 6.12).

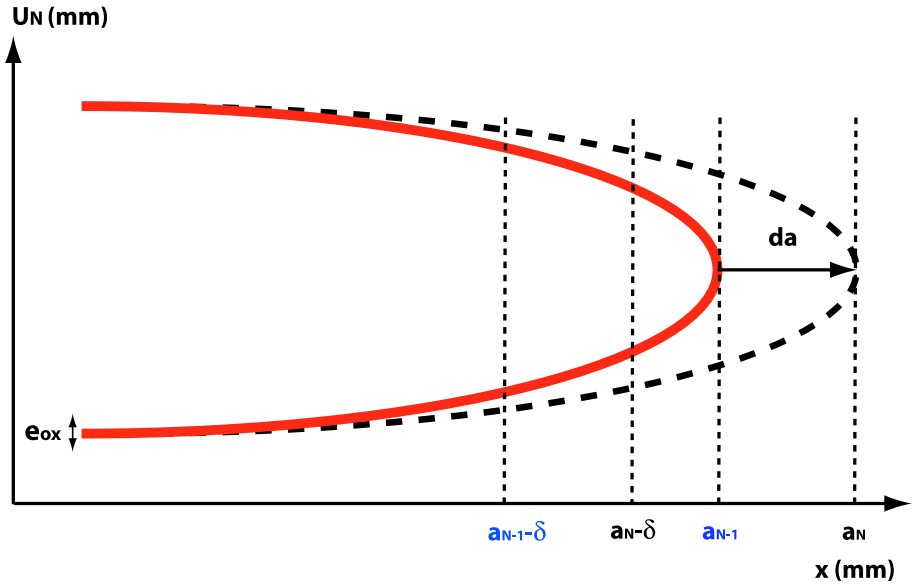


FIG. 6.12 – Prise en compte de l'évolution de la couche d'oxyde le long de la lèvre de la fissure.

On considère alors deux cas. Soit l'avancée de la fissure est petite et au cycle $N+1$, on se retrouve pour notre distance d'analyse, à la position $a_{N+1} - \delta$ correspondant à une surface précédemment oxydée au cycle N. Soit l'avancée de la fissure est importante et au cycle $N+1$, on se retrouve à une position $a_{N+1} - \delta$ qui n'était pas fissurée au cycle N donc pas oxydée. Ces deux cas sont résumés, ci-dessous, par l'introduction de différentes valeurs initiales de l'épaisseur de la couche d'oxyde :

- soit $da < \delta$ auquel cas on se retrouve dans une région précédemment oxydée et la valeur initiale d'épaisseur de la couche d'oxyde pour la position $a_{N+1} - \delta$ est déterminée par une moyenne des valeurs des couches à la position $a_N - \delta$ aux cycles N et $N+1$, telle que :

$$e_{ox}^{ini} = \frac{e_{ox}^{N} - e_{ox}^{N+1}}{2} \tag{6.15}$$

- soit $da > \delta$ auquel cas on se retrouve dans une région vierge de tout oxydation, telle que :

$$e_{ox}^{ini} = 0 \tag{6.16}$$

6.2.3.3 Détermination de la contrainte à ouverture de la fissure

Dans cette troisième étape, nous déterminons la contrainte à ouverture, notée σ_{ouv}, à appliquer pour ouvrir les lèvres de la fissure oxydée par une couche d'épaisseur e_{ox}. On utilise pour cela la solution analytique de Mushkelishvili valable pour une plaque infinie sollicitée par une contrainte σ_∞ et contenant une fissure de longueur $2a$. La demi-ouverture de la fissure est alors définie par :

$$U_N = \frac{2a\sigma_\infty}{E}\sqrt{1 - \frac{a-\delta}{a}} \tag{6.17}$$

En considérant que la couche d'oxyde formée sur les lèvres de la fissure est d'épaisseur e_{ox}, nous pouvons écrire que la fissure sera ouverte si la demi-ouverture de la lèvre est supérieure à l'épaisseur e_{ox} soit à partir de $U_N = e_{ox}$. Cette dernière relation permet de déterminer la contrainte à ouverture σ_{ouv} à appliquer. Cette dernière est définie par la relation suivante :

$$\sigma_{ouv}^{ox} = \frac{Ee_{ox}}{2a}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a-\delta}{a}}} \tag{6.18}$$

6.2.3.4 Détermination du seuil à ouverture de la fissure

Enfin, nous déterminons le facteur d'intensité des contraintes à ouverture K_{ouv}^{ox} par la relation suivante :

$$K_{ouv}^{ox} = C_{ox}F(Y)\sigma_{ouv}\sqrt{\pi a} \tag{6.19}$$

où C_{ox} est un paramètre matériau et $F(Y)$ une fonction dépendante de la géométrie de l'éprouvette.

Le facteur d'intensité des contraintes à ouverture globale du modèle est déterminé par la relation suivante :

$$K_s = max\left(K_s^f, K_{ouv}^{ox}\right) \tag{6.20}$$

où K_s^f est le facteur d'intensité des contraintes à ouverture en fatigue et K_{ouv}^{ox} le facteur d'intensité des contraintes à ouverture correspondant à l'épaississement de l'oxyde sur les lèvres de la fissure.

Nous présentons, figure 6.13, une application du modèle de propagation de fissure avec et sans la prise en compte de la croissance d'oxyde sur les lèvres de la fissure pour un chargement avec un temps de maintien de $300\,s$ à $950°C$. On remarque que l'effet bénéfique de l'épaississement est très marqué au début de la simulation avec une diminution de la vitesse de propagation de la fissure causée par une augmentation du seuil d'ouverture de la fissure due à l'oxydation.

6.3 Application du modèle au superalliage monocristallin AM1

Le modèle de propagation de fissure ayant été étendu, nous allons maintenant identifier les paramètres des différentes fonctions en régime de fatigue et fatigue-fluage à $650°C$, $800°C$ et $950°C$. Enfin, nous appliquons le modèle sur la base des résultats expérimentaux disponibles, tout d'abord en condition isotherme, puis en condition de sollicitation thermo-mécanique.

6.3.1 Identification du modèle

Le modèle est identifié sur les résultats des différents essais réalisés à l'ONERA en régime de fatigue et fatigue-fluage à $950°C$ et sur la base des essais SNECMA disponibles à $650°C$ et à $800°C$.

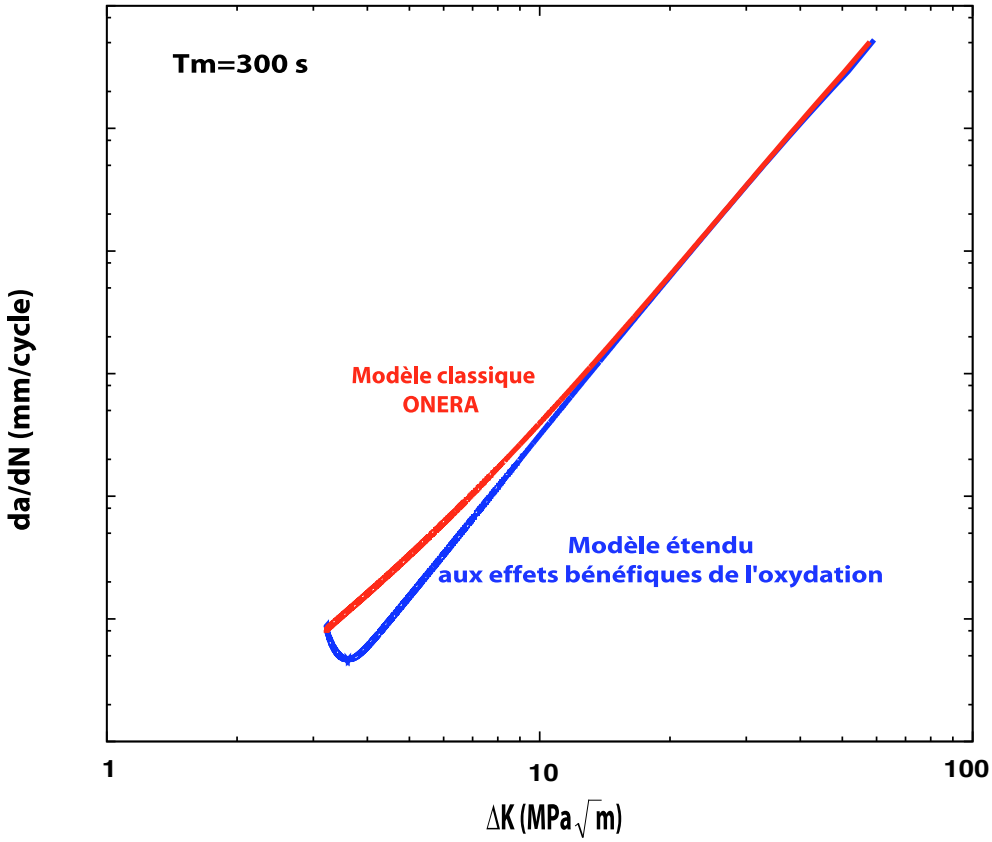


FIG. 6.13 – Effet bénéfique de l'oxydation sur la vitesse de fissuration.

6.3.1.1 Régime de fatigue pure

La première identification consiste à établir la valeur initiale du seuil de fatigue. Pour ce faire, nous avons réalisé des calculs par éléments finis de propagation de fissure par la méthode de relâchement de nœuds. Ces calculs sont présentés en annexe D.1. Nous rappelons figure 6.14 l'évolution du seuil d'ouverture de fatigue en fonction de la longueur de la fissure pour différentes méthodes d'obtention du seuil. Nous avons choisi de fixer initialement le seuil de non-propagation S_s^{f*} à $0,19$, paramètre supposé indépendant de la température.

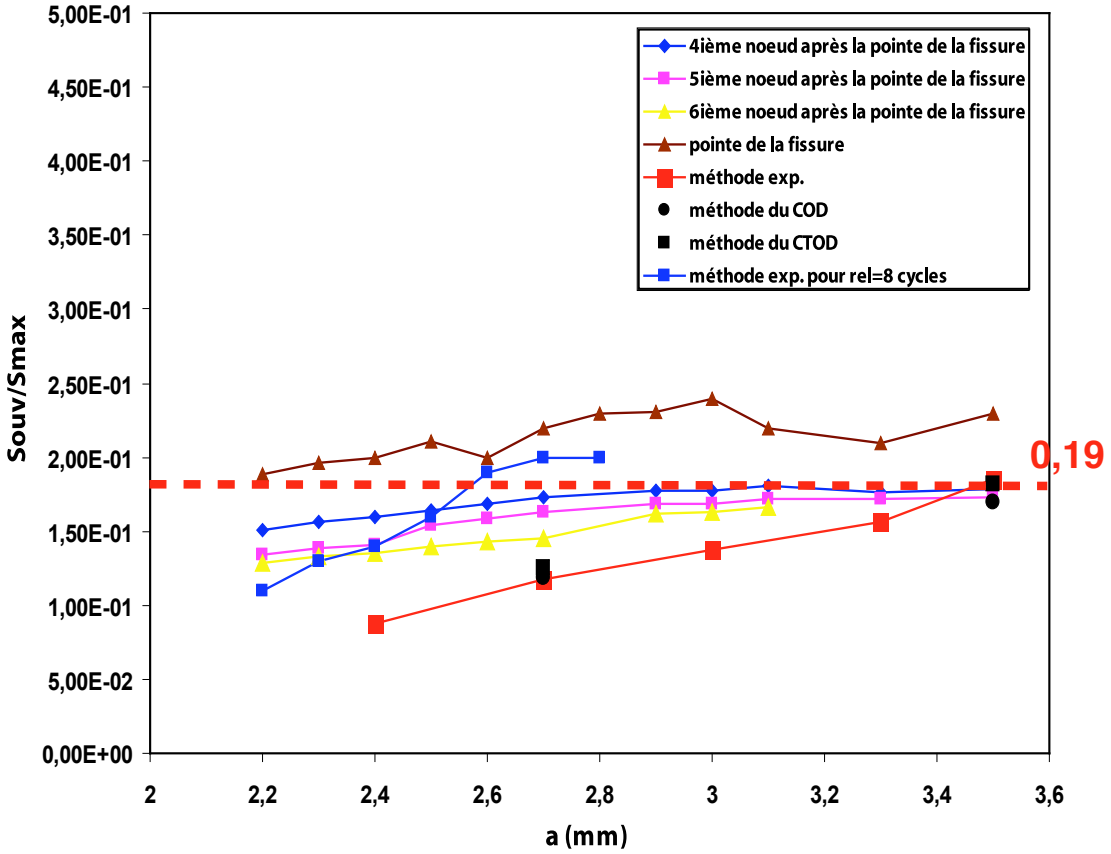


FIG. 6.14 – Evolution du seuil d'ouverture de fatigue en fonction de la longueur de la fissure pour différentes méthodes d'exploitation.

L'évolution avec la température de la ténacité du superalliage monocristallin AM1 n'étant pas connue, nous avons choisi des valeurs correspondantes de ténacités physiquement acceptables qui soient en accord avec les maxima de facteurs d'intensité des contraintes appliqués pendant les essais de fissuration. Une valeur de ténacité à $950°C$, $K_{cv}(950°C) = 120\,MPa\sqrt{m}$, a été choisie. Ce paramètre est supposé obéir à une loi d'Arrhénius ce qui permet de déterminer $K_{cv}^0 = 66\,MPa\sqrt{m}$ et $Q = 6076\,J$ pour une valeur de ténacité déterminée par l'expression suivante : $K_{cv} = K_{cv}^0 e^{\frac{Q}{RT}}$ (avec $R = 8,32\,JK^{-1}mol^{-1}$).

Sur la figure 6.15, nous avons reporté, dans un diagramme $\left(\frac{da}{dN}, \Delta S\right)$, les résultats d'essais conduits à $650°C$ et $800°C$ par la SNECMA pour une fréquence f=10 Hz et à $950°C$ par l'ONERA pour une fréquences de 50 Hz, i.e., dans un régime de fatigue pure. La courbe maîtresse obtenue est donnée pour les différentes valeurs de ténacité $K_{cv}(T)$ regroupées dans le tableau 6.2. On note que l'essai à $800°C$ est bien en dessous de la courbe maîtresse, mais ceci n'est guère surprenant au regard des remarques réalisées par la SNECMA sur la mauvaise qualité des résultats pour cet

essai. A $650°C$ et $950°C$, les essais sont en bonne adéquation avec la courbe maîtresse représentée pour les valeurs de ténacité choisies.

Température ($°C$)	650	800	950
$K_{cv}(T)$ ($MPa\sqrt{m}$)	145	130	120

TAB. 6.2 – Evolution de la ténacité avec la température.

Le dépouillement des différents résultats d'essai à $950°C$ a montré que la pente de la droite de Paris des essais SNECMA, identifiée à $\eta_f = 4,9$, est supérieure à celle obtenue pour les essais ONERA (valeur de la pente $\eta_f = 2,4$). Nous avons choisi de garder une pente pour la droite de Paris fixée à $2,4$ car elle est en adéquation avec la pente identifiée dans les essais de référence en régime de fatigue pure par le Centre des Matériaux. De cette représentation graphique, en variable réduite, on peut déterminer les valeurs des paramètres $C_f^* = 3.10^{-2}$ et $\eta_f^* = 2,4$ de l'Eq(6.1).

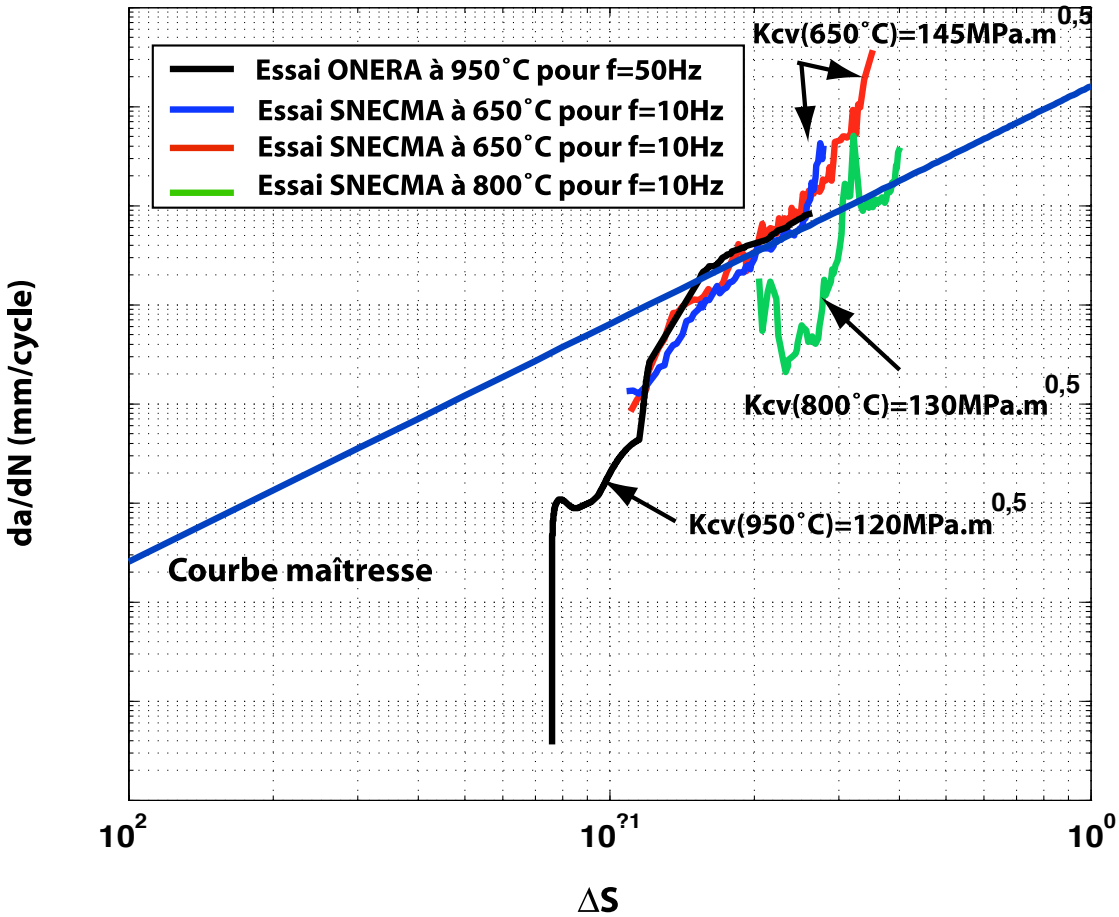


FIG. 6.15 – Identification du modèle de fatigue pure.

6.3.1.2 Régime de fluage pur et relaxation du seuil d'ouverture

Nous avons identifié le régime de fluage pur sur la base des résultats de deux essais réalisés par le CNR-IENI pour une orientation de fissure $\succ(001)[100]$ et une contrainte appliquée de 200 MPa pendant 52h pour le premier essai et 45h pour le second. Les résultats de l'identification sont pré-

sentés figure 6.16. Les valeurs des paramètres du modèle de fluage sont $C_c(950°C) = 3,8.10^{-10}$ et $\eta_c(950°C) = 3,6$.

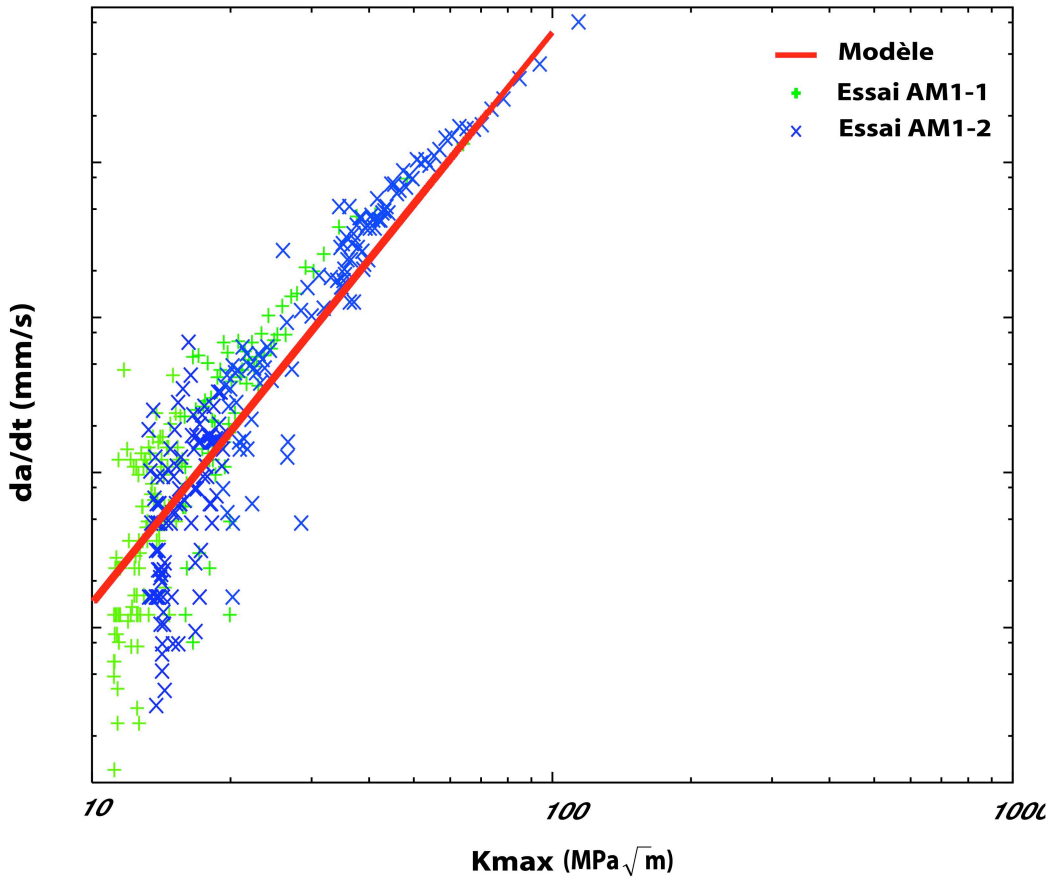


FIG. 6.16 – Identification du modèle en régime de fluage pur.

N'ayant aucun essai de fissuration en régime de fluage pur ou en régime de fatigue-fluage à $650°C$ (où le fluage doit être négligeable) et à $800°C$, les paramètres de la loi de fluage seront identifiés, à différentes températures, à partir des essais de fluage pur exploités par Gallerneau [5] sur l'AM1 et obtenus sur éprouvettes massives lisses. La figure 6.17 représente, dans un diagramme bilogarithmique, les temps à rupture obtenus en fonction de la contrainte appliquée.

A partir de ces essais, un modèle d'endommagement isotrope (variable de dommage scalaire) de fluage de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] a été identifié pour une gamme de températures variant de $20°C$ à $1100°C$. Ce modèle est défini par la relation suivante :

$$\dot{D}_c = (1 - D_c)^{-k} \left(\frac{\sigma}{A}\right)^r \tag{6.21}$$

où A, k et r sont des constantes.

L'intégration de ce modèle entre $D_c = 0$ et $D_c = 1$, en considérant une contrainte de traction constante correspondant à un essai de fluage pur, donne l'expression du temps à rupture en fonction de la contrainte appliquée :

$$t_R = \frac{1}{k+1} \left(\frac{\sigma}{A}\right)^{-r} \tag{6.22}$$

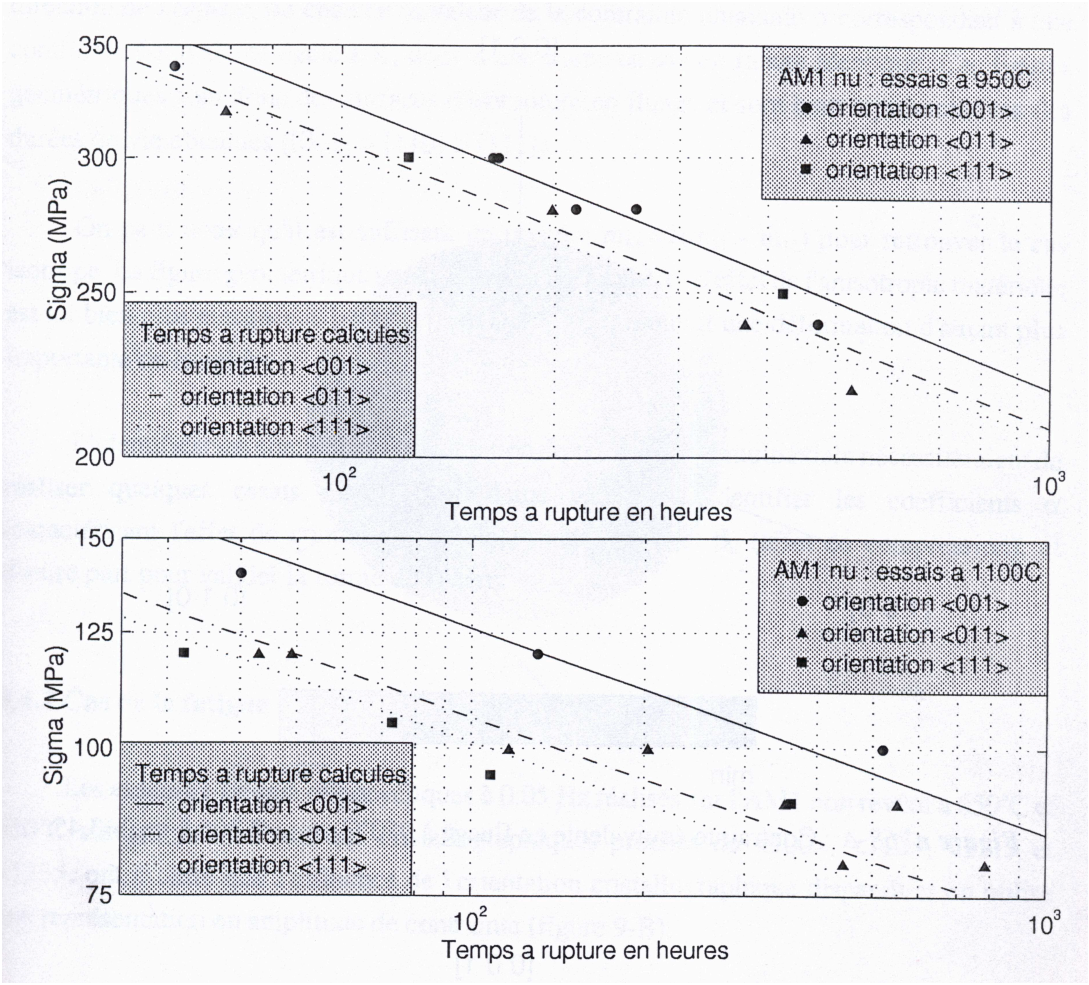


FIG. 6.17 – Essais de fluage à 950°C et à 1100°C (Gallerneau [5]).

On se fixe, maintenant, une valeur de temps à rupture de 100h et on trace, figure 6.18, l'évolution de la contrainte appliquée avec la température.

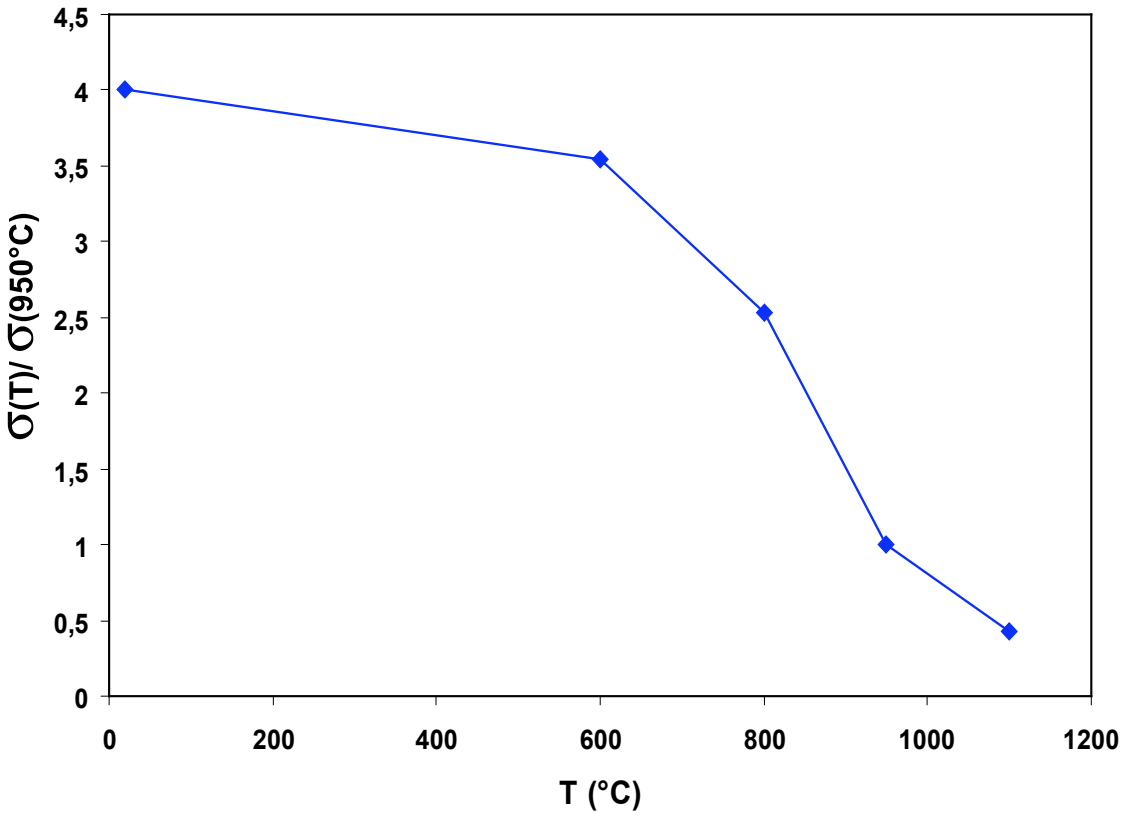


FIG. 6.18 – Evolution normée de l'inverse de la contrainte appliquée avec la température en régime de fluage pur pour un temps de rupture de 100h.

Pour l'identification de notre modèle à $650°C$ et à $800°C$, aucun résultat d'essai de propagation par fluage n'étant disponible, nous ferons donc les hypothèses suivantes :

- la pente du modèle de fluage est considérée indépendante de la température,
- le paramètre $C_c(T)$ est supposé obéir à une loi d'évolution similaire à celle du paramètre $C_c^*(T) = \left(\frac{1}{\sigma(T)}\right)^{\eta_c}$ en régime de fluage en fonction du temps (figure 6.18).

Nous en déduisons donc les valeurs de C_c à $650°C$ et à $800°C$ (tableau 6.3) :

Température ($°C$)	650	800	950
$C_c(T)$	$5,7.10^{-12}$	$1,7.10^{-11}$	$3,8.10^{-10}$

TAB. 6.3 – Evolution des paramètres de la loi de propagation en fluage en fonction de la température.

L'interaction entre les régimes de fatigue/fluage est traduite dans le modèle par la sommation, à chaque cycle, des avancées de fissure par fatigue pure et par fluage pur, mais aussi par la prise en compte de la relaxation du seuil d'ouverture pendant les temps de maintien (Eq(6.3)). Une étude par éléments finis de la propagation de fissure et des redistributions des contraintes associées a été menée. Il s'agit d'obtenir des informations sur l'évolution du seuil d'ouverture pendant les temps de maintien. Différents calculs par éléments finis ont été réalisés pour simuler la propagation de la fissure par la méthode de relâchement de nœuds pour différents temps

de maintien de 30s, 90s et 300s. Le maillage et les conditions de relâchement des nœuds sont identiques à ceux exposés en annexe D.1. Le seuil d'ouverture est déterminé sur le sixième nœud en amont de la pointe de la fissure. Nous avons représenté, figure 6.19, la relaxation du seuil d'ouverture en fonction du temps de maintien imposé à $950°C$. Nous pouvons remarquer que l'on a un bon accord avec le calcul numérique pour une relaxation des seuils identifiée avec les valeurs suivantes des paramètres : $A(950°C) = 0,16$ et $w(950°C) = 3,5$ (Eq(6.3)).

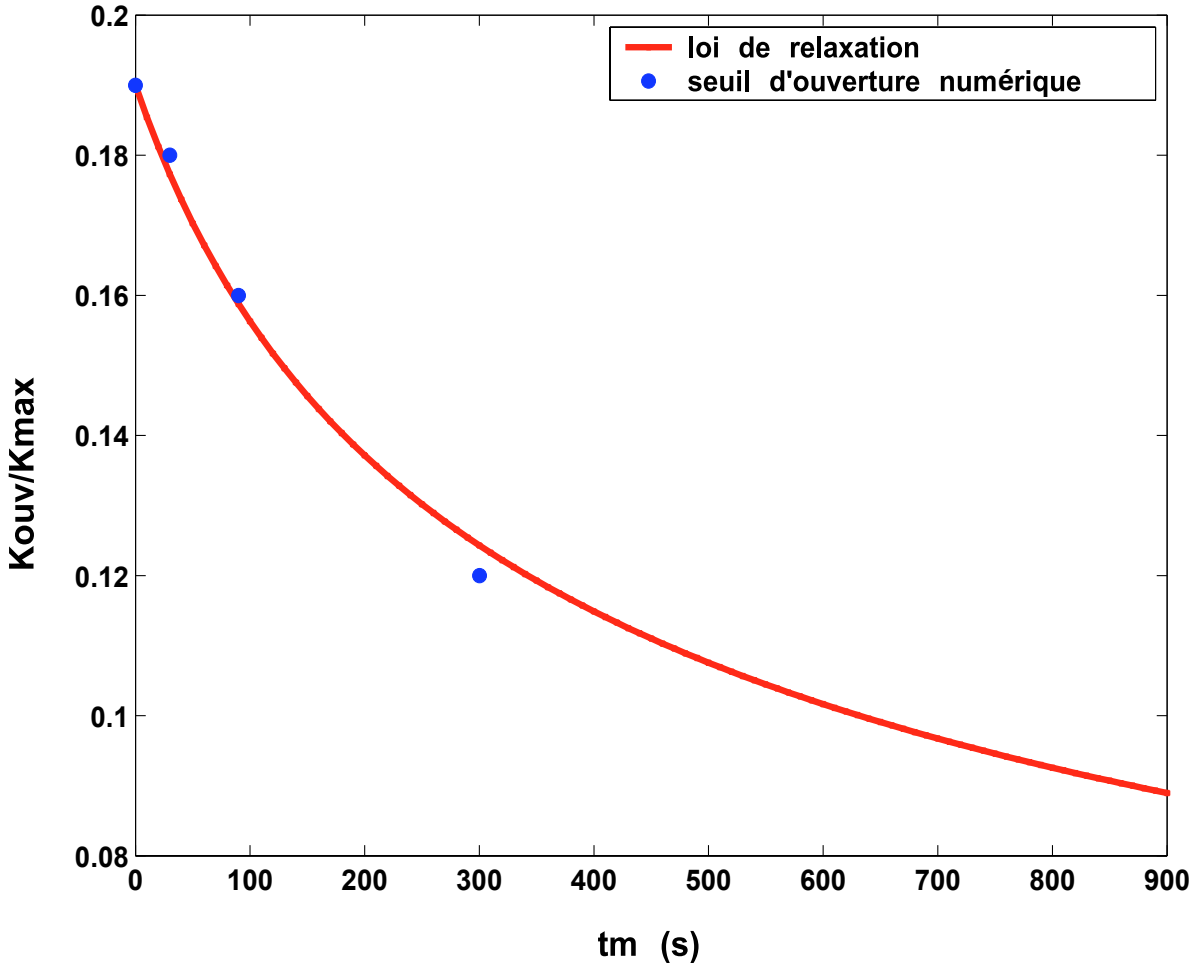


FIG. 6.19 – Relaxation du seuil d'ouverture avec le temps de maintien à $950°C$.

La relaxation du seuil d'ouverture étant directement liée à la relaxation de la contrainte pendant le temps de maintien au travers de la viscosité du matériau, nous avons choisi pour identifier les paramètres A et w à $650°C$ et à $800°C$ de suivre l'évolution des paramètres de la loi de viscosité de l'AM1 avec la température. La viscosité du matériau est décrite par une loi de Norton :

$$\dot{p} = \left\langle \frac{f}{K(T)} \right\rangle^{n(T)} \tag{6.23}$$

où $\dot{p}$ est la norme de la déformation plastique, f est la fonction seuil (ou contrainte visqueuse), $n(T)$ et $K(T)$ sont des paramètres matériau dépendants de la température.

Les paramètres de l'équation de relaxation des seuils pendant les temps de maintien (Eq(6.3)) sont donc identifiés en choisissant une évolution similaire à la température des paramètres de

viscosité. Ainsi, le paramètre $w(T)$ suit la loi d'évolution du paramètre $n(T)$, d'une part, et le paramètre A suit la loi d'évolution du paramètre $C^* = C^{-n}$, d'autre part. Nous avons tracé, figure 6.20, l'évolution normée du paramètre de viscosité $n(T)$ en fonction de la température.

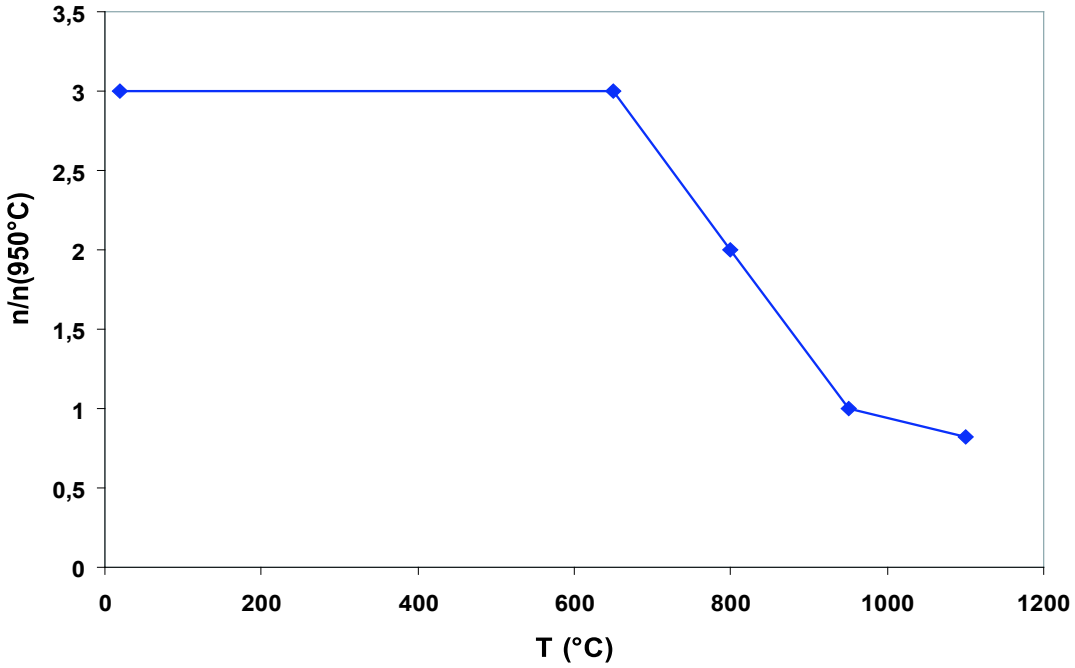


FIG. 6.20 – Evolution normée du paramètre de viscosité $n(T)$ en fonction de la température.

Les valeurs des paramètres de la loi de relaxation en fonction de la température sont alors déduites de la figure 6.20 et reportées dans le tableau 6.4.

Température ($°C$)	650	800	950
$A(T)$	0	0,004	0,16
$w(T)$	10,4	7,0	3,5

TAB. 6.4 – Evolution des paramètres de la loi de relaxation du seuil en fonction de la température.

6.3.1.3 Identification des effets d'environnement

Nous allons, dans ce paragraphe, identifier les deux phénomènes d'oxydation actifs pendant la propagation de la fissure que sont l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure et la fragilisation du matériau en pointe de fissure.

Epaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure

Comme nous l'avons précisé précédemment, la cinétique d'oxydation choisie pour l'épaississement de la couche d'oxyde est celle déterminée par Fleury [4] dans le cadre de sa thèse, c'est-à-dire, $\alpha_m = 2,02.10^{-8}\, m.s^{-\frac{1}{2}}$ à $950°C$. Ce paramètre étant supposé obéir à la loi d'Arrhénius, il est défini par $\alpha_m = \alpha_{ox} e^{-\frac{Q}{RT}}$ avec $\alpha_{ox} = 6,89.10^3\, \mu m.s^{-\frac{1}{2}}$ et $Q = 130\, KJ$.

La valeur de la constante d'oxydation est donnée dans le tableau 6.5 pour les 3 températures d'identification du modèle.

Température ($°C$)	650	800	950
α_m en $m.s^{-\frac{1}{2}}$	$3,22.10^{-10}$	$3,4.10^{-9}$	$2,02.10^{-8}$

TAB. 6.5 – Evolution de la constante d'oxydation de l'AM1 avec la température.

Le paramètre δ de l'Eq(6.17) est choisi égal à la position où l'on se place pour réaliser la mesure des seuils d'ouverture, i.e., $\delta = 20\,\mu m$. Enfin, la valeur du paramètre matériau C_{ox} défini Eq(6.19) est fixé à $0,01$. Ces deux derniers paramètres sont supposés indépendants de la température.

Fragilisation du matériau en pointe de fissure

Des données sont disponibles dans la thèse de Fleury [4] pour identifier les effets d'environnement. Différentes éprouvettes ont été préoxydées à $950°C$ et $1100°C$ pour des temps d'exposition variant de 1h à 1000h. Un essai de propagation de fissure est ensuite réalisé en régime de fatigue, à faible ΔK. La figure 6.21 présente l'évolution de la contrainte locale de rupture dans la région située en aval de la pointe de la fissure.

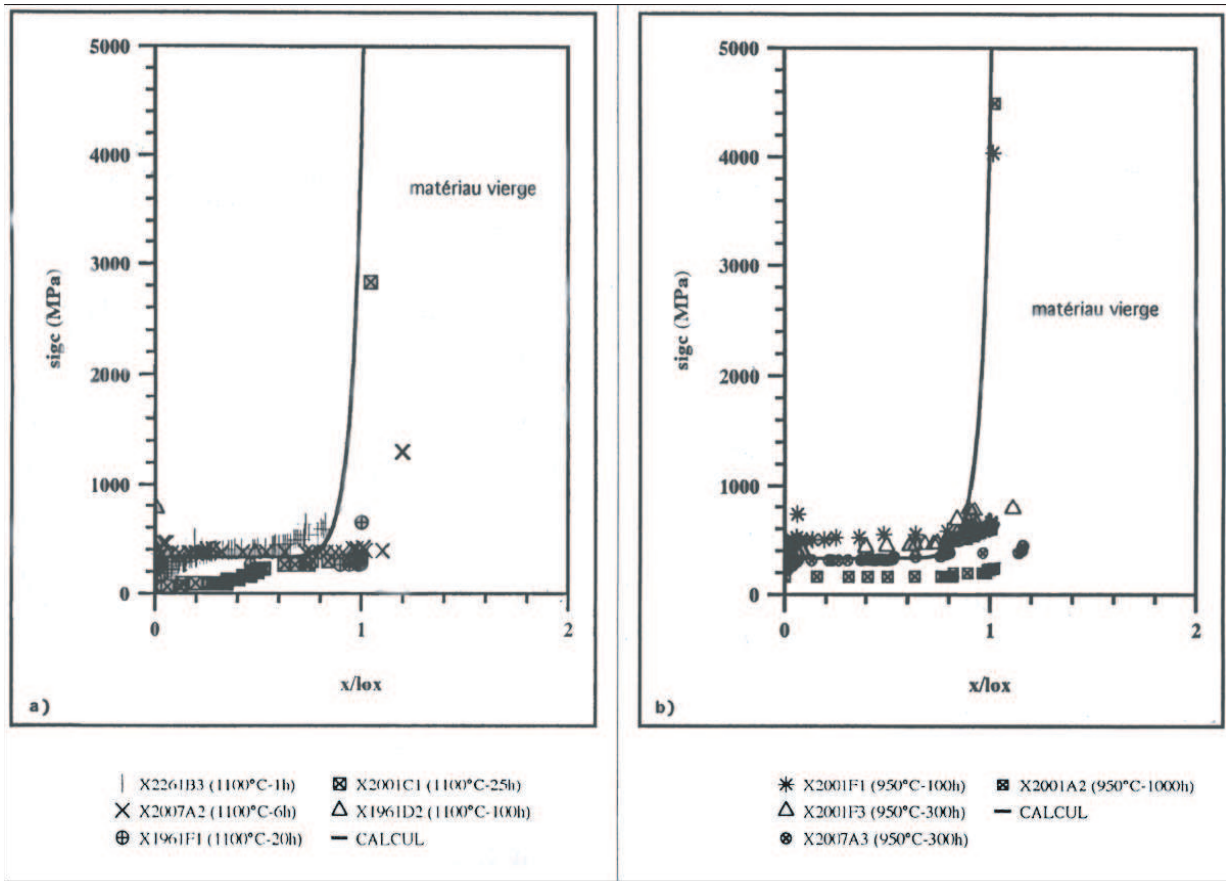


FIG. 6.21 – Evolution de la contrainte locale de rupture dans la région située en aval de la pointe de la fissure (Fleury [4]).

Une identification du modèle d'oxydation, à partir de ces données, n'a pas permis d'obtenir une bonne adéquation entre le modèle phénoménologique de propagation de fissure et les résultats d'essais disponibles à $950°C$. Le phénomème de fragilisation semble être largement surestimé

par les travaux de Fleury [4]. Nous avons donc réalisé une réidentification de la cinétique de fragilisation du matériau en pointe de fissure résumée dans le tableau 6.22.

Nous faisons l'hypothèse que ces ténacités évoluent de la même façon avec la température, ce qui suppose le rapport $\frac{K^0_{cox}}{K^0_{cv}}$ constant et pris égal à $\frac{2}{3}$.

6.3.1.4 Synthèse

Les valeurs de tous les coefficients du modèle, ainsi que leurs évolutions avec la température, sont résumées dans le tableau 6.22. Pour une exploitation en anisotherme, on suppose une évolution linéaire des paramètres entre deux températures d'identification.

Fatigue	$C^*_f = 3.10^{\ 2}$	$\eta^*_f = 2,4$		$S^{f*}_s = 0,19$	
	$K^0_{cox} = 44\ MPa\sqrt{m}$	$K^0_{cv} = 66\ MPa\sqrt{m}$		Q=6075 J	
	Température (°C)	650	800	950	
	Limite élastique (MPa)	1044	1133	450	
	Fissure courte	$\gamma = 0,3$	$\Delta K_{lim} = 20\ MPa\sqrt{m}$	$c_1 = 0,05\ m^{-1}$	
Fluage et relaxation	Température (°C)	C_c	η_c	A	w
	650	$5,7.10^{-12}$	3,6	0	10,4
	800	$1,7.10^{-11}$	3,6	0,004	7
	950	$3,8.10^{-10}$	3,6	0,16	3,5
Oxydation	Fragilisation	$\alpha_o = 8,495.10^5\ \mu m / s^{\frac{1}{4}}$	$Q_0 = 130000\ J$	c=80	
		u=0,2	$z^* = 60\ \mu m$	m=10	
	Epaississement de la couche d'oxyde	$\alpha_{ox} = 6,89.10^3\ \mu m / \sqrt{s}$	$\delta = 0,02\ mm$	$c_{ox} = 0,01$	

FIG. 6.22 – Récapitulatif des coefficients des modèles de fatigue, de fluage et d'oxydation.

6.3.2 Prévision de la vitesse de fissuration sous différents cycles de chargement à $950°C$

Le modèle phénoménologique de propagation de fissure FAT-OX-FLU a été appliqué sur l'ensemble des essais ONERA, SNECMA et des essais ARMINES, obtenus à $950°C$. Les figures 6.26, 6.27, 6.29 et 6.32 regroupent les prévisions en terme de vitesses données par le modèle sur la base des résultats expérimentaux. Les essais ONERA et SNECMA ont été réalisés sur une éprouvette de type SEN de 2 mm d'épaisseur et les essais ARMINES sur une éprouvette CT de 6 mm d'épaisseur. Ces essais ont été réalisés pour une orientation de fissure $\succ(001)[100]$. L'ensemble des conditions d'essais est résumé dans le tableau 6.23 pour les essais ONERA, dans le tableau 6.24 pour les essais SNECMA et dans le tableau 6.25 pour les essais ARMINES. Les essais ont été conduits :

- à différentes fréquences ($f = 50; 10; 5; 0,5; 0,05\,Hz$),
- pour différents temps de maintien ($tm = 30; 90; 300\,s$),
- pour différents rapports de charge ($R = -1; 0,05; 0,5; 0,7$),

– pour différentes conditions d'environnement (sous air et sous vide).

Numéro essai	Nombre de tests	Type de cycles	Contrainte maximale appliquée (MPa)	a initiale (mm)	a finale (mm)	Commentaires	Essais réalisés
1	1	50 Hz	200	0,4	8,92		1
2	1	5 Hz	200	0,36	9,45		1
3	1	5 Hz	300	0,34	4,5		1
4	1	0,5 Hz	200	0,5	6,98		1
5	1	0,05 Hz	300	0,2	14,3		1
6	1	30 s [1-30-1]	350	0,18	11,15		1
7	1	90 s	290	0,44	8,92		1
8	1	300 s	380	0,2	12,84		1
9	1	900 s + 30 s	226	0,6	6,46	650 cycles à 900s et 806 cycles à 30s.	1
10	1	30 s + 300 s	335	0,3	8,75	1023 cycles à 30s et 250 cycles à 300s.	1
11	1	300 s	380	0,2	14,75	surch. de 5% avant temps de maintien	1
12	1	300 s	380	0,3	10,66	surch. de 5% après temps de maintien	1
13	1	30 s	284	0,3	12,4	superposition 5 Hz	1
14	1	5 Hz	528	0,3	13,8	R = 0,5	1
15	1	5 Hz + 900 s	240	0,2	13,47		1

FIG. 6.23 – Récapitulatif des essais de fissuration réalisés à l'ONERA.

6.3.2.1 Cas d'une éprouvette préfissurée

Essais ONERA

Les figures 6.26 et 6.27 donnent, en terme de vitesse de propagation, les courbes expérimentales comparées aux courbes calculées. On remarque que le modèle de propagation de fissure FAT-OX-FLU décrit correctement les différents essais de fissuration de l'ONERA et plus particulièrement les effets du temps et l'interaction fatigue-fluage. On remarque également, concernant les essais avec surcharge, au début ou à la fin du temps de maintien, que l'on a une très bonne adéquation entre le modèle et l'essai.

Sur la figure 6.28, les prévisions du modèle phénoménologique de propagation de fissure sont comparées à celles données par un modèle classique, dit de "cumul linéaire", avec addition des accroissements de fissure par fatigue et par fluage. Dans le même diagramme, les valeurs expérimentales correspondantes sont reportées en fonction de la valeur du temps de maintien, ou du temps de maintien équivalent, pour les différents cas de sollicitation. Les essais étant réalisés pour des valeurs de chargement extérieur différentes, on rappelle que N_T^* (défini § 3.3.2.4) représente le nombre de cycles à rupture de l'essai normalisé entre les longueurs de fissure $a_0 = 1\,mm$ et $a_c = 1,4\,mm$, en fonction de t_m, la valeur du temps de maintien. On remarque que le modèle donne des durées de vie tout-à-fait en adéquation avec celles déterminées expérimentalement ce qui n'est pas le cas du modèle à cumul linéaire qui prévoit des durées de vie trop grandes en régime de fatigue-fluage. En revanche, on note que le modèle ONERA sous-estime les durées de vie à haute fréquence, mais en allant dans le sens de la sécurité. Notons pour ces essais à hautes fréquences que d'importantes fluctuations de la longueur d'avancée de la fissure en fonction du nombre de cycles rendent plus imprécis leur dépouillement.

Numéro d'essai	Nombre de tests	Fissuration						Etat
		a initiale (mm)	T°	R	F(Hz)	Sigma (MPa)	a finale (mm)	courbe
X6738F	1	0,6	950°	-1	10	220	6,4	ok
X6738C	1	1,1	950°	-1	10	250	6,4	ok
X6739D	1	1,0	950°	-1	10-90-10 σ min	280	6,4	ok
X6739C	1	1,0	950°	-1	10-90-10 σ min	280	6,4	ok
X6739B	1	1,2	950°	-1	20-90-20 σ max	280	6,4	ok
X6739E	1	1,0	950°	-1	20-90-20 σ max	280	6,4	ok
X6738D	1	0,6	950°	0,05	10	250	6,4	ok
X6738E	1	1,0	950°	0,05	10	280	6,4	ok
X6738H	1	1,2	950°	0,05	0,5	280	6,4	ok
X6739A	1	1,2	950°	0,05	0,5	280	6,4	moy
X6738B	1	2,5	950°	0,7	10	280	6,4	ok
X6738G	1	1,0	950°	0,7	10	280	6,4	ok

FIG. 6.24 – Récapitulatif des essais de fissuration réalisés à la SNECMA.

Numéro d'essai	Nombre de tests	Fissuration				
		a initiale (mm)	T°	R	F(Hz)	Envir.
X6748B3	1	11,26	950°	0,1	10-90-10	Air
X6748A3	1	9,34	950°	0,1	0,05	Air
X6748D2	1	10,4	950°	0,1	10-90-10	Vide
X6748A1	1	11,03	950°	0,1	0,05	Vide

FIG. 6.25 – Récapitulatif des essais de fissuration réalisés par le Centre des Matériaux.

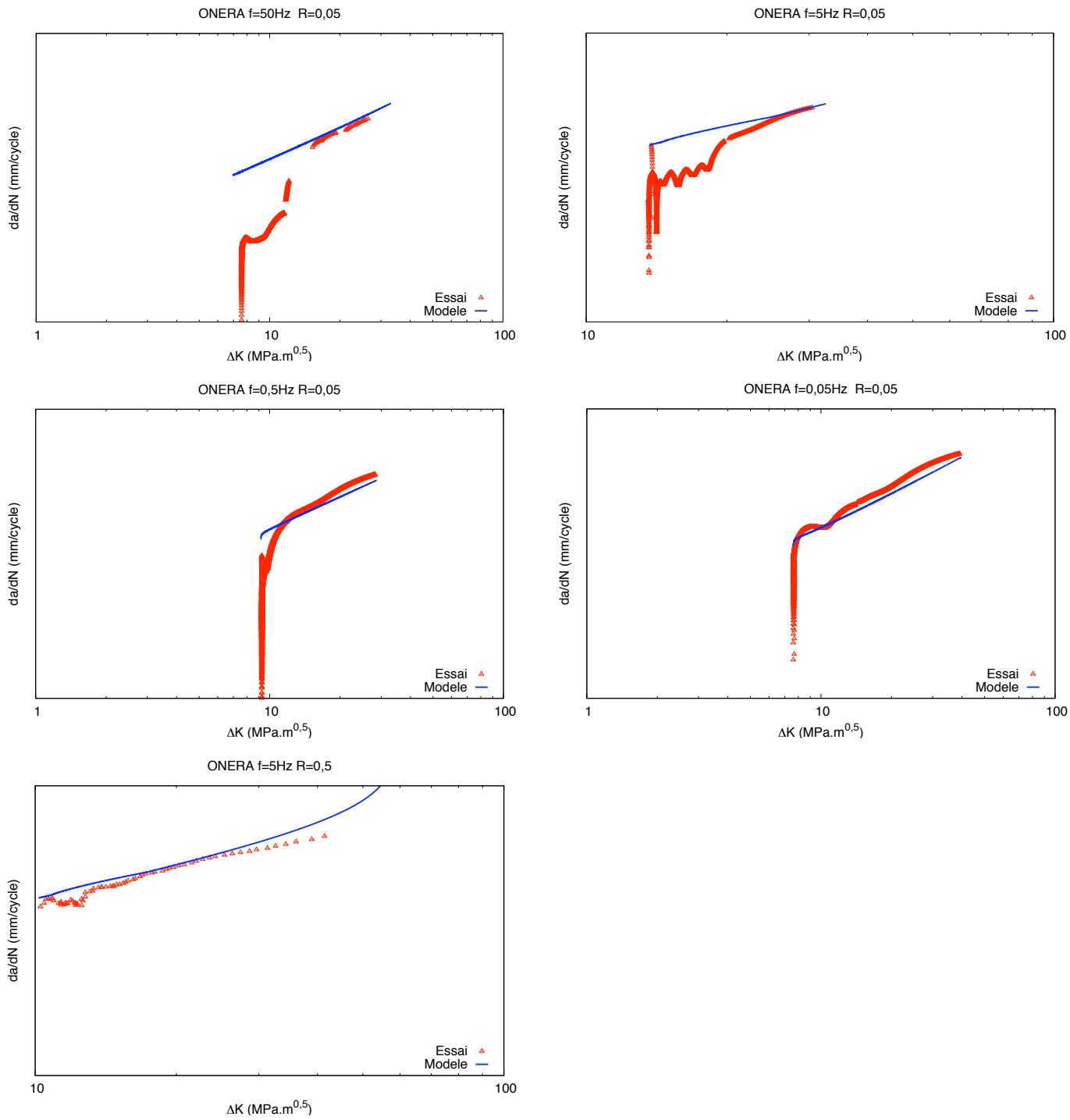


FIG. 6.26 – Comparaison modèle/essais ONERA : effet de la fréquence d'essai.

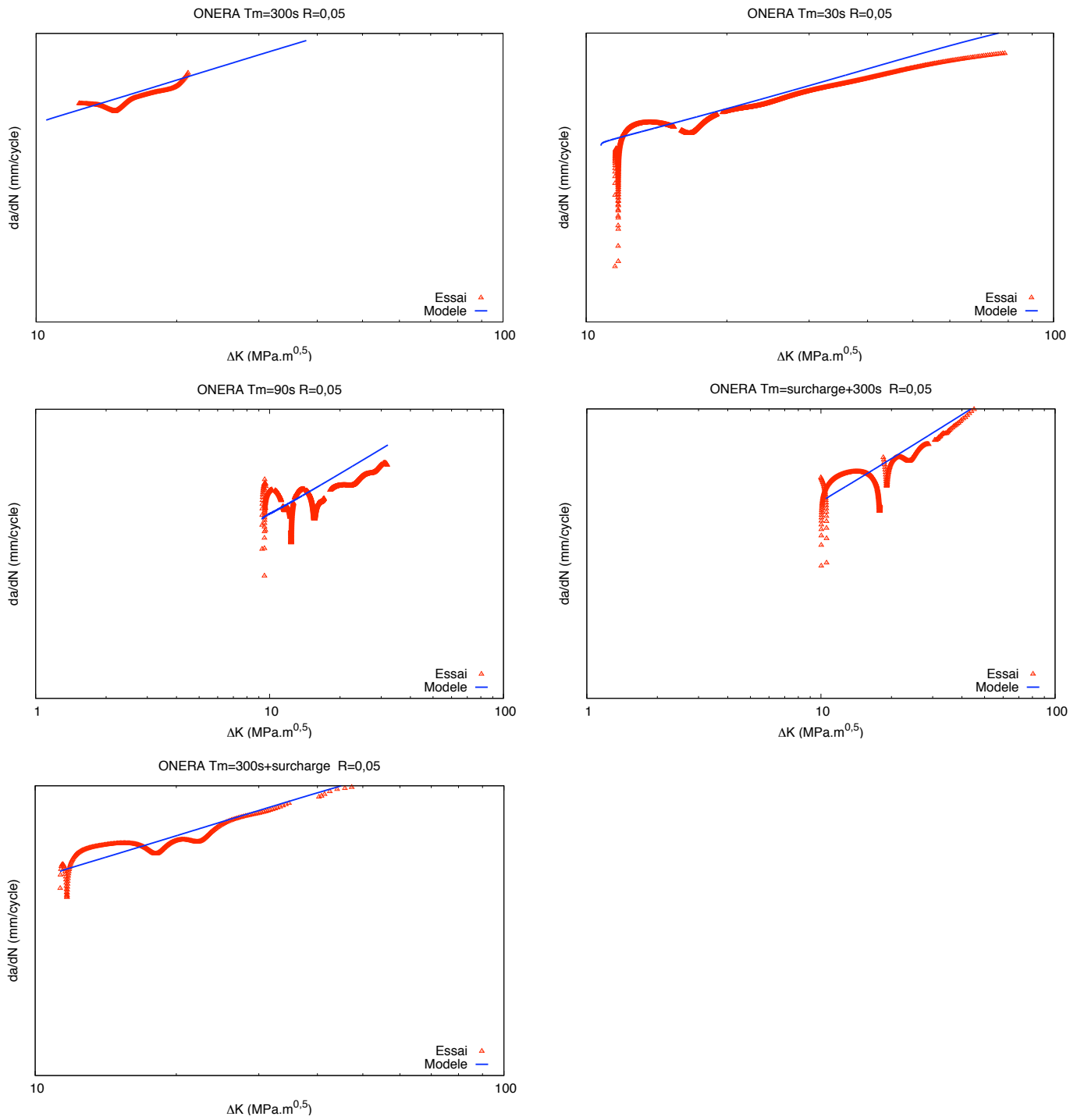


FIG. 6.27 – Comparaison modèle/essais ONERA : effet du temps de maintien et de surcharge.

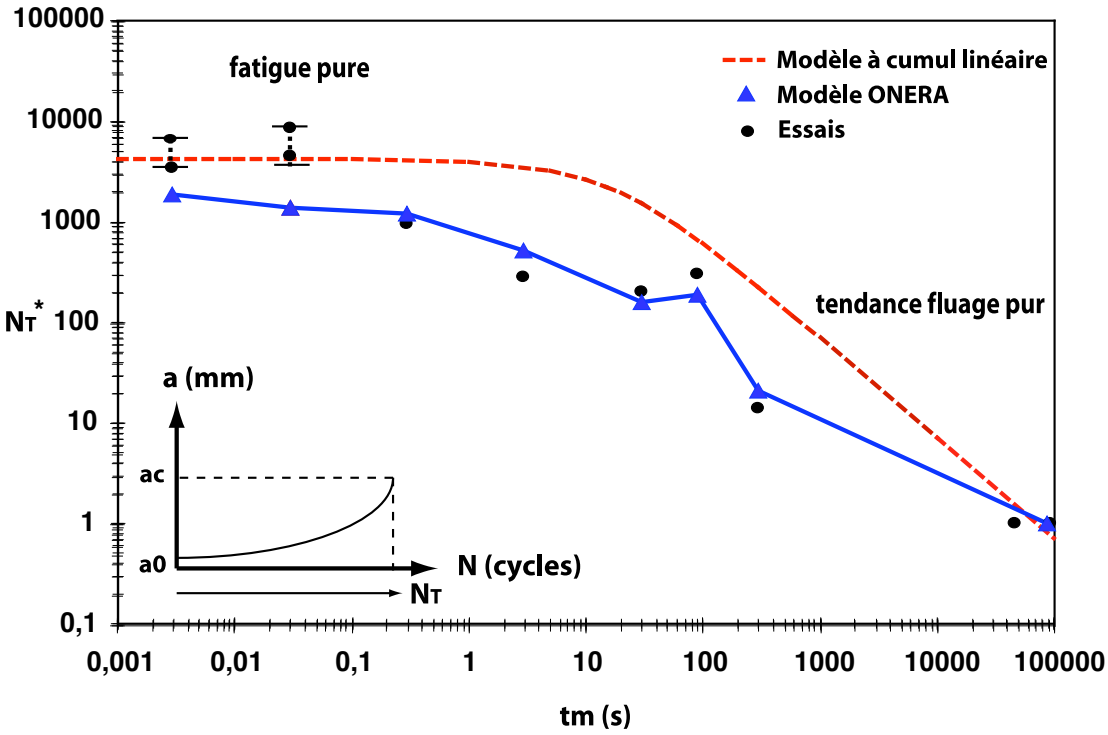


FIG. 6.28 – Comparaison essais, modèle FAT-OX-FLU et modèle de cumul linéaire pour les différents essais de fatigue et fatigue-fluage ($a_0 = 1\,mm$ et $a_c = 1,4\,mm$).

Essais SNECMA

Concernant les essais SNECMA, on note que le modèle donne une description correcte des effets de fréquence et des effets de contrainte moyenne avec toutefois une légère surestimation des vitesses de fissuration pour un rapport de charge $R = 0,7$. On remarque également que les essais avec temps de maintien à σ_{max} sont correctement décrits ce qui n'est pas le cas pour les essais avec temps de maintien à σ_{min}. En effet, les mécanismes physiques induits en compression par ce type de sollicitation ne sont pas pris en compte dans la formulation même du modèle. Les résultats expérimentaux sont surprenants, tendant à supposer que le superalliage présente une faible résistance en fluage-compression, point qu'il serait nécessaire d'approfondir.

Comparaison entre le modèle SNECMA et le modèle ONERA

Dans le cadre du projet SOCRAX, la SNECMA a identifié un modèle à cumul linéaire sur les différents essais disponibles en régime de fatigue et de fatigue-fluage. Ce modèle de propagation est défini de la manière suivante :

$$\frac{\delta a}{\delta N} = C_f\left[(aR+b)(1-R)K_{max}\right]^{m_f} + \int_{cycle} C_c K(t)^{m_c} dt \tag{6.24}$$

Le premier terme $C_f\left[(aR+b)(1-R)K_{max}\right]^{m_f}$ décrit l'impact de la fatigue sur la propagation de la fissure. Le terme $(aR+b)$ correspond à la correction d'Elber qui permet de décrire l'effet du rapport de charge sur la vitesse de propagation de la fissure. Le paramètre a peut prendre deux valeurs :

- a_+ si $R > 0$ avec $a_+ + b = 1$
- a_- si $R > 0$

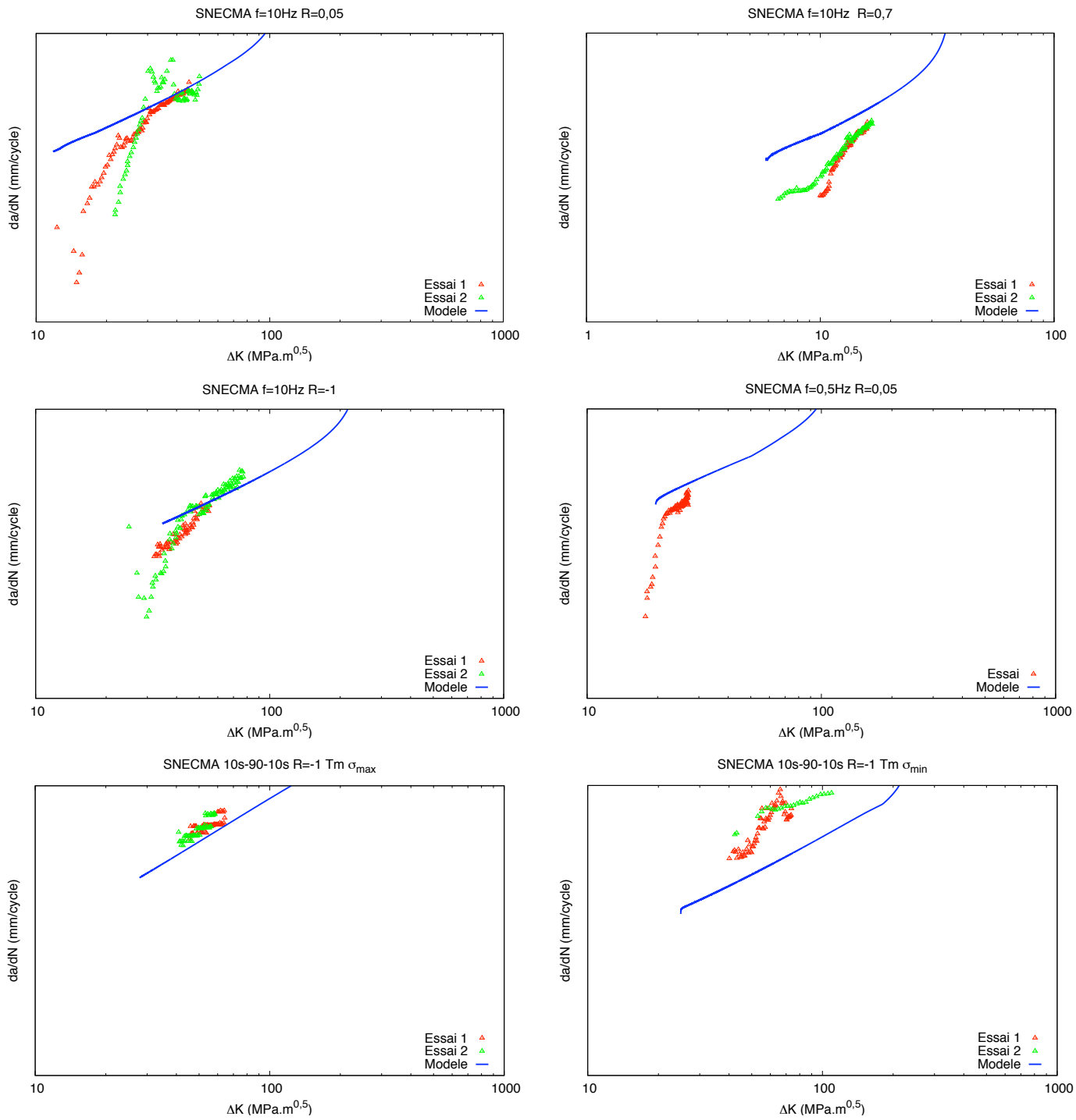


FIG. 6.29 – Comparaison modèle/essais SNECMA.

Le second terme rend compte du phénomène de fluage sur le mécanisme de fissuration.

Ce modèle a été identifié en régime de fatigue pure sur les essais de la SNECMA pour les différents rapports de charge étudiés. En ce qui concerne la partie fluage, deux identifications ont été réalisées. Une première identification consiste à identifier les paramètres du modèle sur la base des essais en régime de fluage pur fournis par le CNR-IENI, la seconde à identifier, cette fois-ci, les valeurs C_c et m_c sur les essais réalisés par la SNECMA pour des temps de maintien et un rapport de charge $R = -1$. Les deux jeux de paramètres identifiés en régime de fluage sont ensuite validés sur les essais ONERA.

Nous avons comparé, figures 6.30 et 6.31, les prévisions en terme de vitesse de fissuration données par le modèle phénoménologique de propagation de l'ONERA d'une part, et les résultats des prévisions obtenues par le modèle de propagation de la SNECMA pour les deux identifications réalisées en régime de fluage, d'autre part.

Concernant tout d'abord les essais avec temps de maintien, on note que le modèle de propagation identifié sur les essais de la SNECMA a tendance à surestimer les vitesses de fissuration, l'identification des paramètres sur la base des essais de fluage pur du CNR-IENI donnant de meilleures prévisions. En régime de fatigue, on remarque que la pente de la loi de Paris identifiée par la SNECMA est supérieure à celle identifiée pour le modèle de propagation de l'ONERA. Le modèle de la SNECMA prend mieux en compte les effets de rapport de charge que le modèle ONERA. Mais une des faiblesses de ce modèle est de ne prendre en compte qu'un cumul de type linéaire des vitesses de propagation et donc de ne pas rendre compte de l'interaction fatigue-fluage comme on peut le constater pour les prévisions données par le modèle à faible fréquence et faible valeur du temps de maintien.

Essais ARMINES

Des essais ont été réalisés par le Centre des Matériaux afin de mettre en évidence les effets d'environnement sur la vitesse de propagation de la fissure. On remarque, pour l'essai conduit à une fréquence de $f = 0,05\,Hz$ sous air et sous vide, que la vitesse de propagation sous vide est plus rapide que sous air ce qui met en évidence l'effet bénéfique de l'oxydation sur la propagation de la fissure. On observe ici que l'effet bénéfique de l'oxydation, introduit dans le modèle, n'est pas encore assez fort puisque l'on prévoit un effet contraire au niveau des vitesses de propagation, c'est-à-dire une surestimation de l'effet de fragilisation en pointe de fissure. Pour l'essai avec temps de maintien, l'effet bénéfique de l'oxydation est très marqué pour des faibles ΔK et semble disparaître pour des valeurs de ΔK plus élevées. Le modèle de propagation ONERA surestime, de ce fait, la vitesse de fissuration pour les forts ΔK, l'effet de fragilisation annihilant alors l'effet d'épaississement de la couche d'oxyde.

6.3.2.2 Eprouvettes trouées ONERA

Une des problématiques actuelles de la SNECMA consiste à établir des modèles d'amorçage fiables qui puissent donner des durées de vie à amorçage raisonnables pour des fissures localisées au niveau des trous de refroidissement des aubes de turbine HP. De nombreux essais ont été réalisés dans le cadre des stages de DEA de Wicker [161] et Gaubert [162], à l'ONERA, sur des éprouvettes trouées afin d'étudier l'effet du gradient de contrainte en bord de trou sur le phénomène d'amorçage de la fissure. Les différents essais ont été menés jusqu'à rupture de l'éprouvette. Dans ce travail, nous ne nous intéresserons pas au phénomène d'amorçage mais nous allons vérifier si le modèle de propagation, dans le cas d'éprouvettes trouées, prévoit de manière correcte

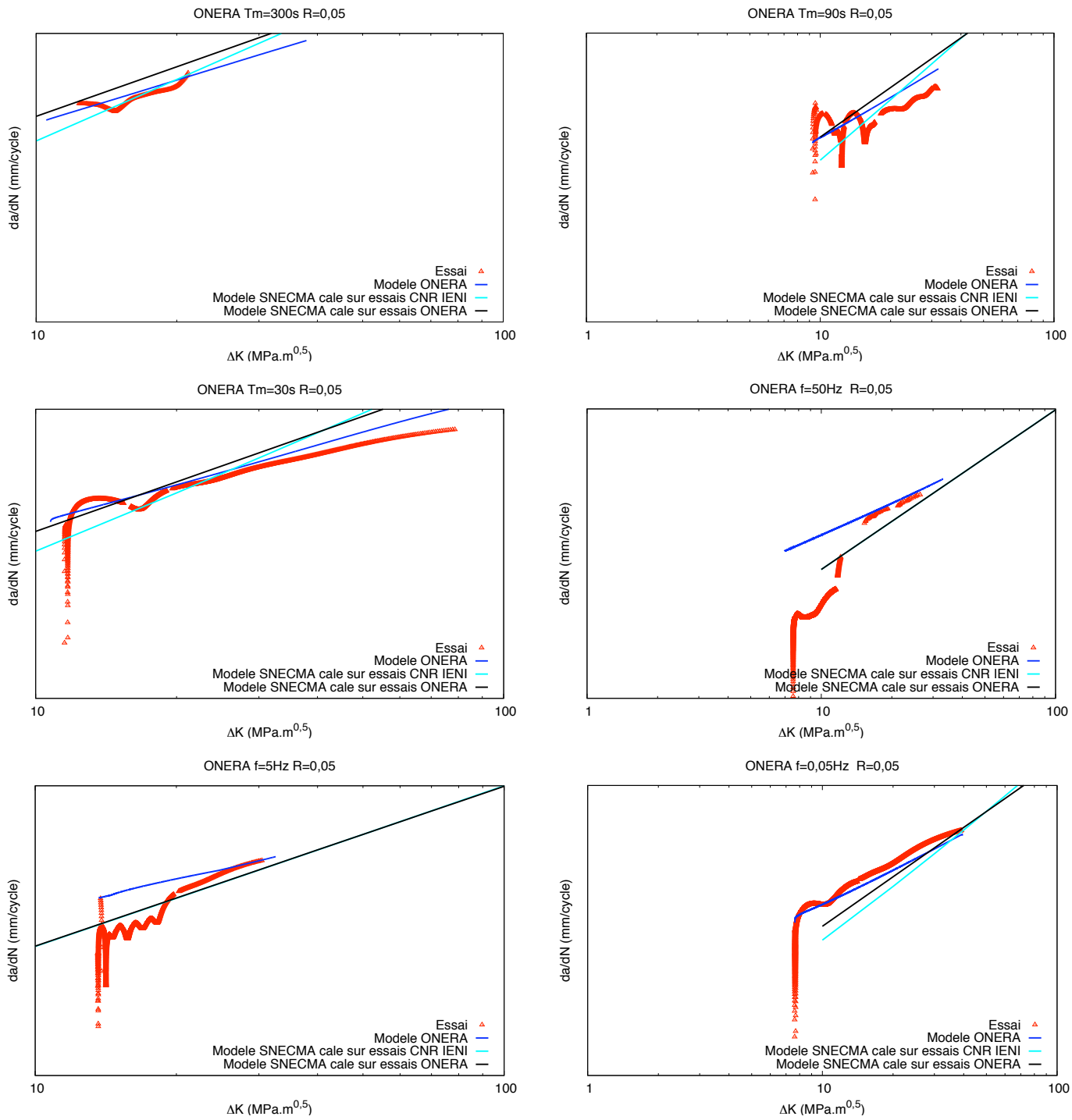


FIG. 6.30 – Comparaison modèle ONERA/SNECMA.

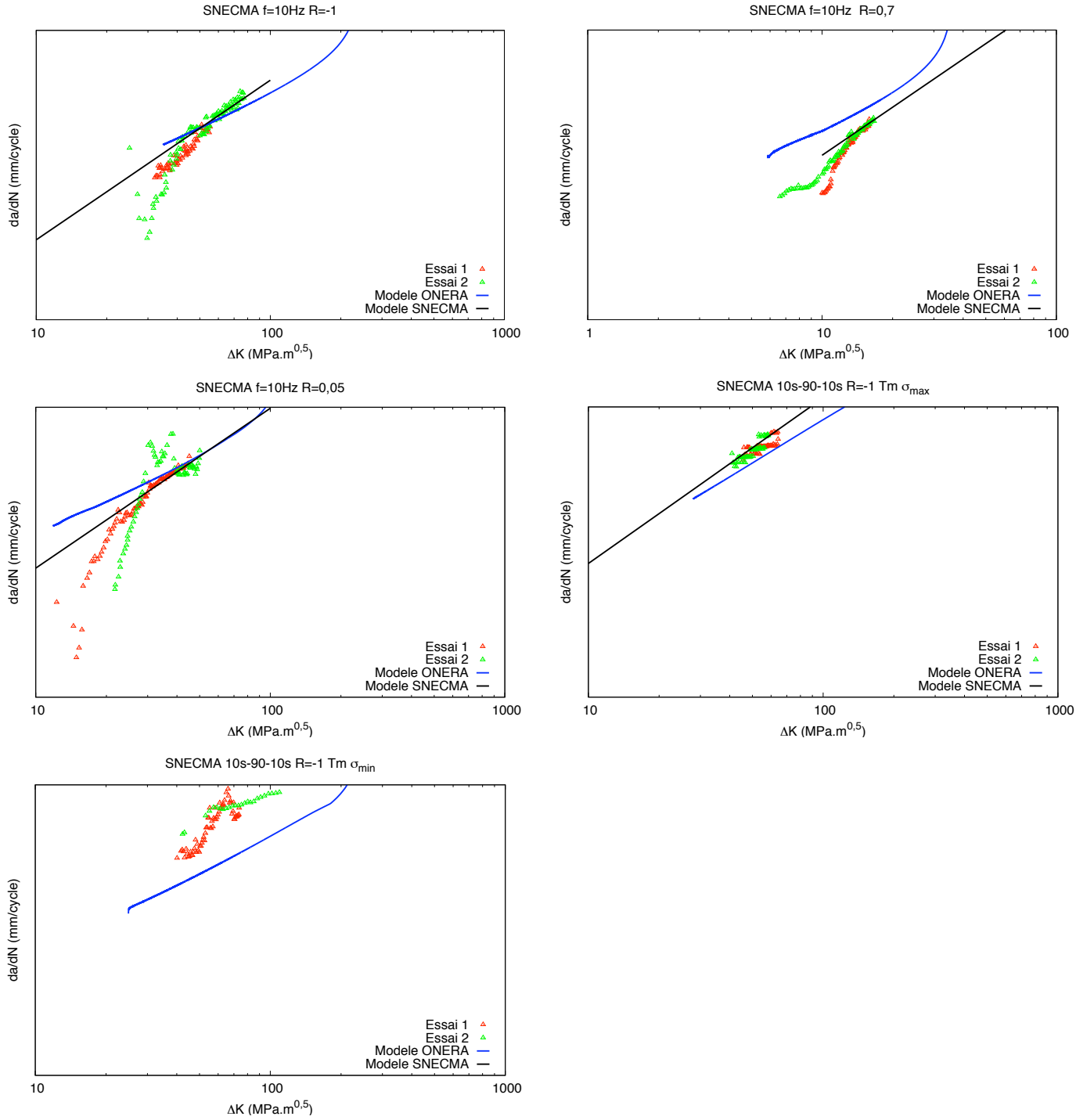


FIG. 6.31 – Comparaison modèle ONERA/SNECMA.

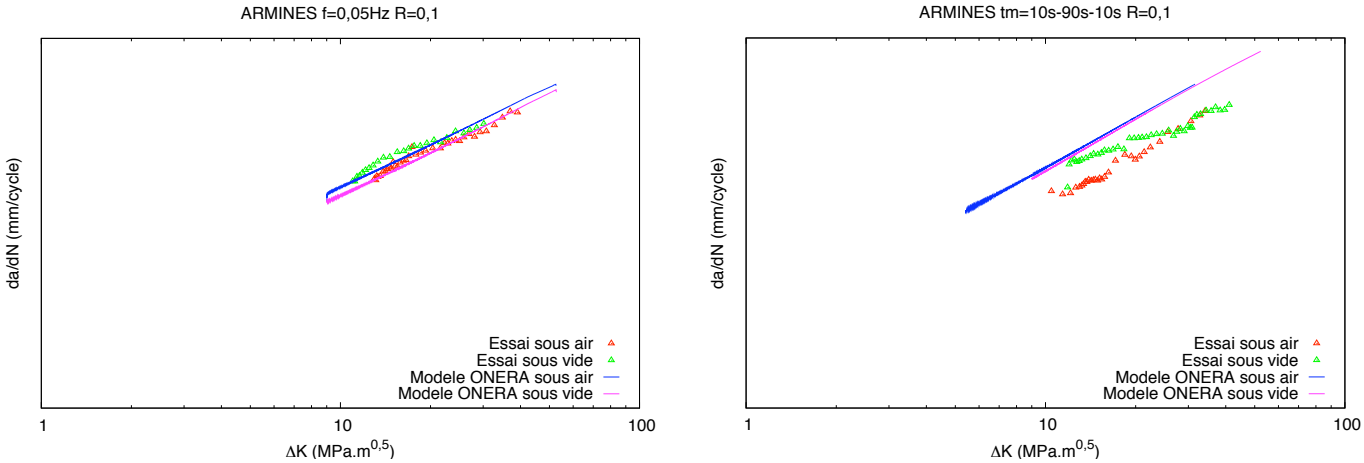


FIG. 6.32 – Comparaison modèle/essais ARMINES.

le nombre de cycles à propagation menant jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

Le nombre de cycles à propagation est obtenu de la manière suivante :

$$N_{prop} = N_{rupt} - N_{amorc} \tag{6.25}$$

où le nombre de cycle à amorçage, N_{amorc}, est supposé être déterminé pour une longueur de fissure de $300\,\mu m$.

Nous présentons figure 6.33 les géométries des différentes éprouvettes trouées. Différents rayons de trou sont considérés mais également des éprouvettes avec fentes et des éprouvettes multiperforées.

La figure 6.34 présente la matrice des essais réalisés, mais également les comparaisons durée de vie expérimentale (en propagation)/durée de vie calculée pour le modèle de propagation ONERA correspondant à une longueur de fissure en fin d'amorçage $a_0 = 300\,\mu m$ et une longueur à rupture $a_{rupt} = w/2$ (w étant le ligament de l'éprouvette). Les formulations des différents facteurs d'intensité des contraintes utilisées pour les différentes géométries d'éprouvette sont reportées en annexe D.2.

On trace figure 6.35 les prévisions du modèle pour les différentes géométries d'éprouvettes. On note, pour l'éprouvette présentant un rayon de trou de 2 mm, une prévision de durée de vie très conservative (rapport d'environ 5 sur les durées de vie). En revanche, plus le rayon du trou diminue, plus la prévision du modèle est correcte, voire très bonne, pour un rayon de 0,2 mm. Ce constat doit être rattaché à l'influence relative de l'épaisseur de l'éprouvette et de la dimension du trou. A épaisseur faible (2 mm), pour un trou de rayon de 0,2 mm, la triaxialité et la plasticité, propre à la présence du trou, ne sont plus significatives pour une propagation à partir d'une longueur de fissure de 0,3 mm. En revanche, pour un trou de rayon 1 mm ou 2 mm et une forte épaisseur (5 ou 7 mm), la fissure se propage dans la zone plastique induite par le trou, ce qui explique qu'elle se propage plus lentement. Pour les rayons élevés (0,5 et 1 mm) avec une épaisseur de 2 mm, on a une situation intermédiaire.

Dans la modélisation par la Mécanique Linéaire de la Rupture, il faudrait prendre en compte les contraintes résiduelles (de compression) induites par la plasticité en bord de trou, en considérant ces contraintes, comme faisant partie du chargement appliqué. Cela n'a pas été fait dans

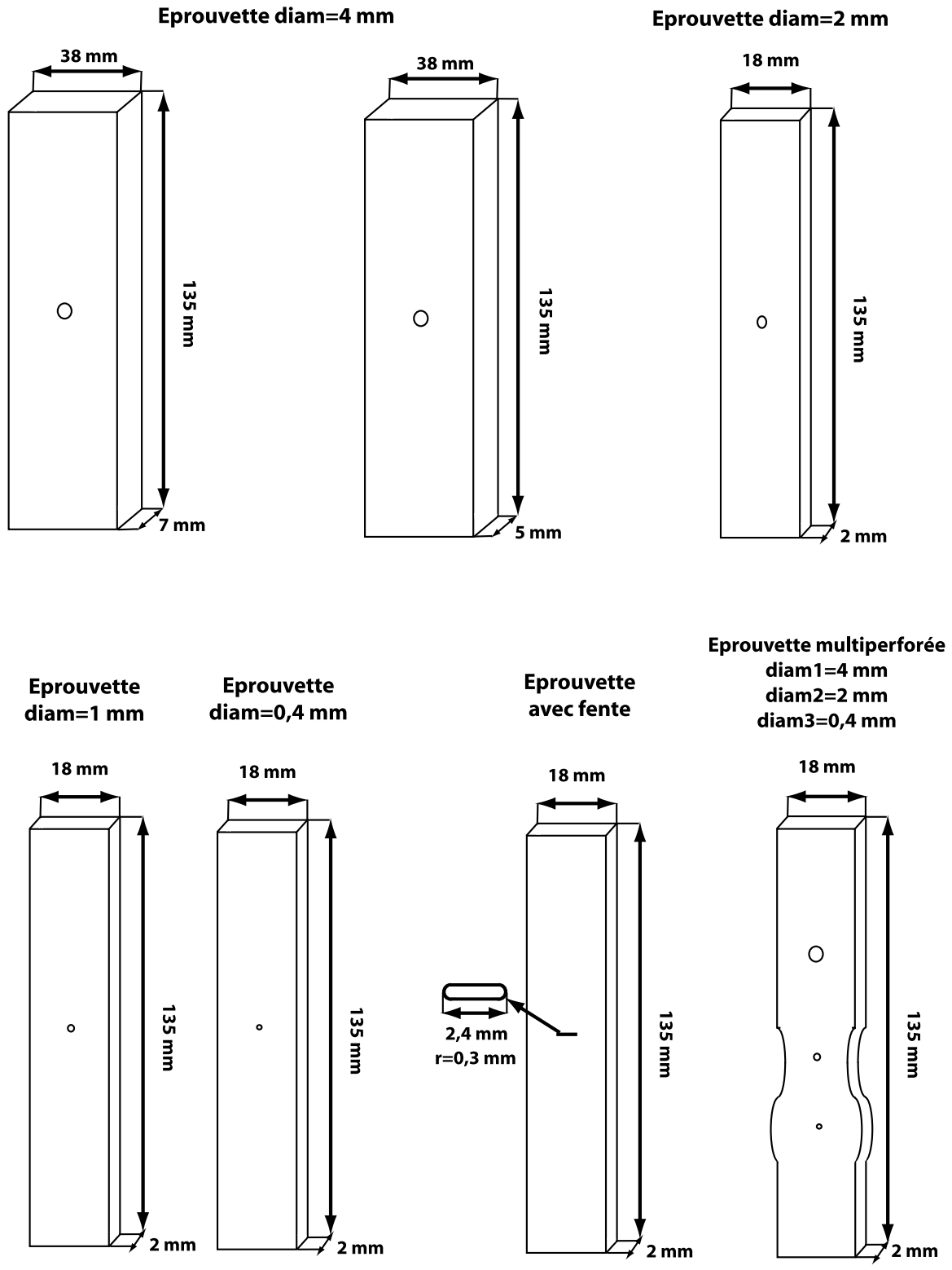


FIG. 6.33 – Géométries des éprouvettes trouées.

le cadre de la présente comparaison qui se limite à un calcul purement élastique du FIC. On observe également expérimentalement, pour les éprouvettes d'épaisseur importante, un front de propagation qui n'est pas droit (figure 6.36) et qui peut expliquer partiellement l'écart que l'on a entre le nombre de cycles de propagation expérimental et le nombre de cycles prévu par le modèle.

Eprouvette	Ref	Sollicit.	Charge appl. (MPa)	DDV à prop. exp	DDV à prop. pour aini=300 µm
Rayon 2 mm,épaisseur 5 mm	BG5	5 Hz	300	10000	2540
	CG5	5 Hz	255	20126	4038
Rayon 2 mm,épaisseur 7 mm	EG7	5 Hz	285	11643	2946
	DG7	5 Hz	285	10250	2946
Rayon 1 mm, épaisseur 2 mm	A1	5 Hz	290	12940	3086
Rayon 0,5 mm, épaisseur 2 mm	X6433 A1	5 Hz	360	16251	2719
	X6433 A2	5 Hz	440	4234	1545
Rayon 0,2 mm, épaisseur 2 mm	CP2	5 Hz	510	1147	1525
	BP1	5 Hz	425	2380	2552
	BP2	5 Hz	392	4020	3188
	AP1	5 Hz	392	27611	3188
Eprouvette avec fente, épaisseur 2 mm, rayon 0,3 mm	X6433 B2	5 Hz	300	15903	2364
	X6433 B1	5 Hz	240	1331	4376
	AP2	5 Hz	330	2900	1802
Eprouvette multiperforée, épaisseur 2 mm, rayon 2 mm	X6433 D3	5 Hz	260	711	2732
	X6432 E1	5 Hz	260	2745	2732
	X6432 E2	5 Hz	285	4318	2109
	X6432 F2	10s-90s-10s	360	187	132
	X6432 F3	10s-90s-10s	435	97	68

FIG. 6.34 – Matrice d'essai et résultats obtenus en nombre de cycles de propagation : expérimentaux (DDV à prop. exp.) et issus de simulations par le modèle de propagation (DDV à prop. pour $a_{ini} = 300\,\mu m$).

6.3.3 Prévision de la vitesse de fissuration sous chargement thermomécanique complexe

Nous présentons dans ce paragraphe les prévisions données par le modèle pour deux chargements thermomécaniques complexes, les essais devant être réalisés ultérieurement au Centre des Matériaux. L'éprouvette considérée est de type SEN, d'épaisseur $4\,mm$. Les chargements sont définis figure 6.37. La température varie de $750°C$ à $950°C$. Le rapport de charge considéré est $R = 0,1$ et le chargement consiste en une montée en charge de $40\,s$ suivie d'un temps de maintien de $220\,s$ pour une contrainte de $250\,MPa$ (ce qui correspond à une valeur $\Delta K_{ini} = 15\,MPa\sqrt{m}$) puis d'une descente à charge minimale en $40\,s$. Un essai sera réalisé en phase, c'est-à-dire, pour une sollicitation maximale exercée à la température maximale (et la sollicitation minimale exercée à la température minimale). Le deuxième essai, quant-à-lui, sera effectué pour un chargement hors phase (la sollicitation maximale exercée à la température minimale et vice-versa).

On a tracé figures 6.38(a) et (b) l'évolution des vitesses de fissuration prévue par le modèle pour le chargement en et hors phase mais également pour des chargements identiques en condition

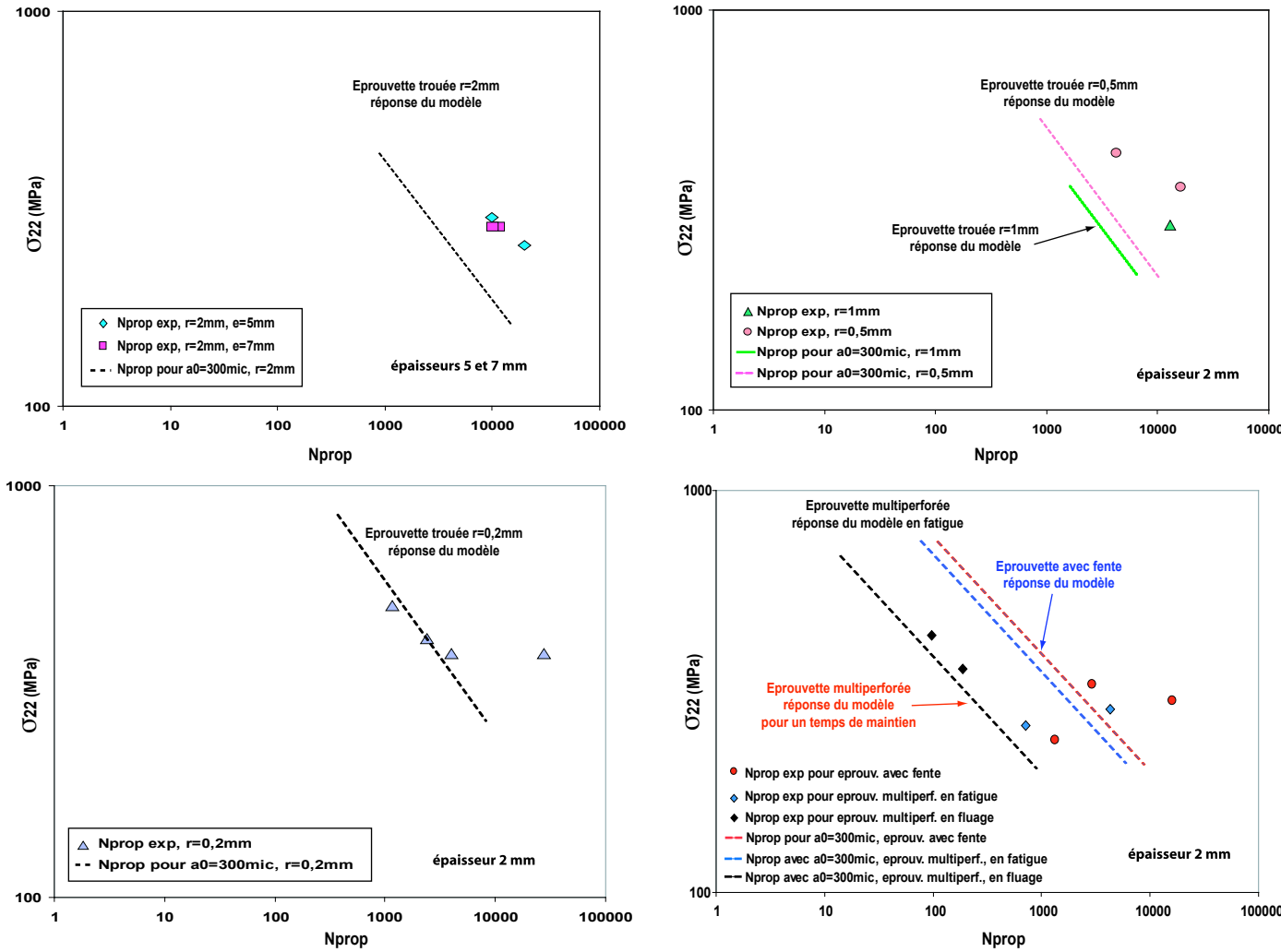


FIG. 6.35 – Prévision du modèle de propagation ONERA pour les différentes géométries d'éprouvettes.

FIG. 6.36 – Front de propagation de la fissure pour une éprouvette trouée d'épaisseur 5 mm et de rayon de trou de 2 mm sollicitée en régime de fatigue (5 Hz) (observation de Wicker [161]).

isotherme respectivement à $750°C$ et à $950°C$. On remarque, pour le chargement en phase, que les vitesses de fissuration obtenues pour la sollicitation en anisotherme sont très proches du cas isotherme à $950°C$, les mécanismes de fissuration étant principalement actifs dans les deux cas pendant le temps de maintien à $950°C$. En condition hors phase, la sollicitation anisotherme semble être la plus endommageante pour le matériau par rapport aux deux conditions isothermes. En anisotherme, on note que le chargement en phase est plus endommageant que le chargement hors phase. Ceci est corroboré par l'évolution de la variable $\Delta S^f_{eff} = \Delta S^f - \Delta S^f_{ouv}$ en fatigue en fonction du nombre de cycles (figure 6.39) dont la valeur est supérieure pour la sollicitation en phase. Ces résultats demandent à être confrontés à l'expérience.

6.4 Conclusion du chapitre

Ce dernier chapitre a été réalisé dans le but de disposer d'un outil rapide et précis qui puisse permettre la prévision du comportement d'une fissure dans une structure. On s'est intéressé ici à la prévision de la propagation de fissure par un modèle de type phénoménologique qui pourra être ensuite appliqué au Bureau d'Etudes pour de très faibles coûts en temps de calcul et une mise en œuvre simple et rapide. Le modèle de propagation de fissure FAT-OX-FLU développé par l'ONERA pour des applications de chargement en condition anisotherme a été étendu au régime de fissure courte en terme de taille de zone plastique vis-à-vis de la longueur de la fissure (effet néfaste induit par un diminution du seuil de propagation) et aux effets bénéfiques de l'environnement au travers de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure qui induit une augmentation du seuil de propagation.

Les paramètres du modèle ont ensuite été identifiés sur la base des résultats d'essais disponibles à $650°C$, $800°C$ et $950°C$ en régime de fatigue et fatigue-fluage. Le modèle a été identifié en régime de fatigue pure sur l'essai ONERA à 50 Hz, les paramètres de fluage sur les essais de

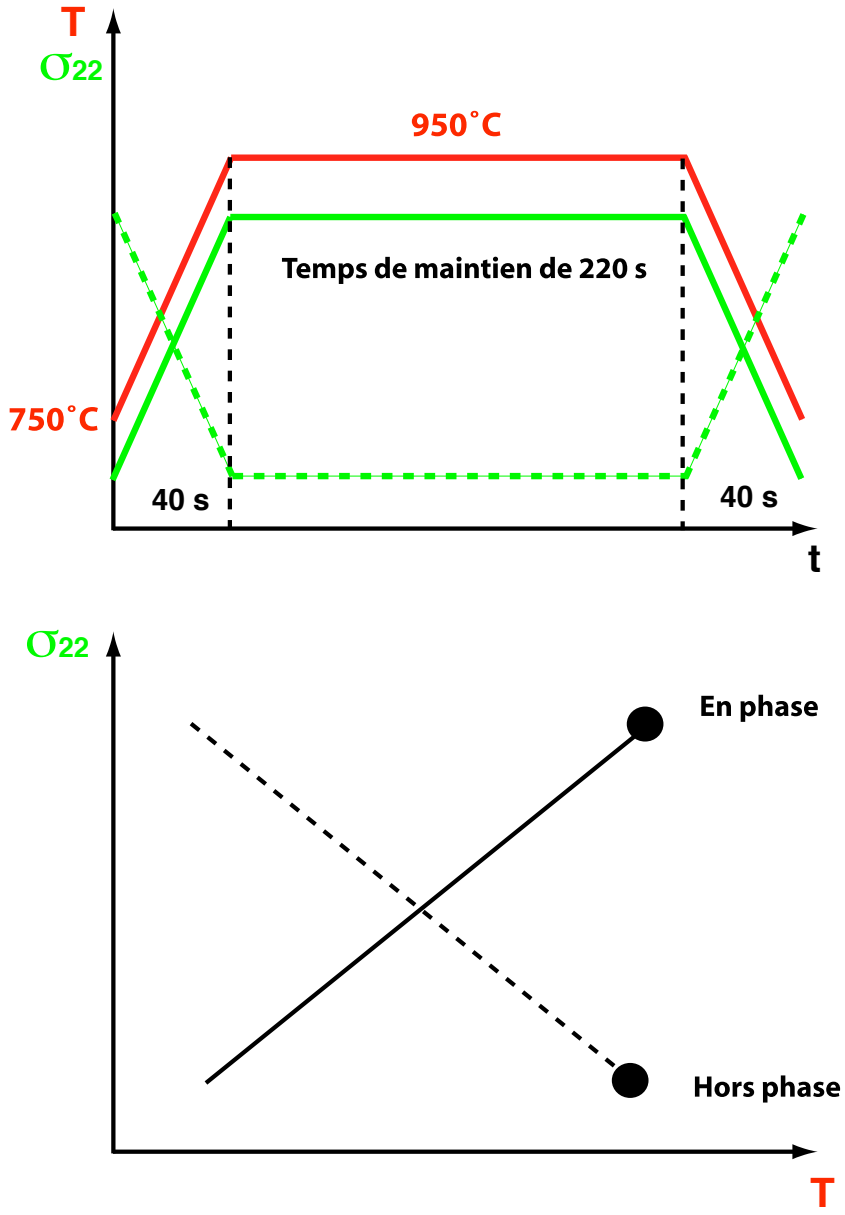


FIG. 6.37 – Définition du chargement thermomécanique.

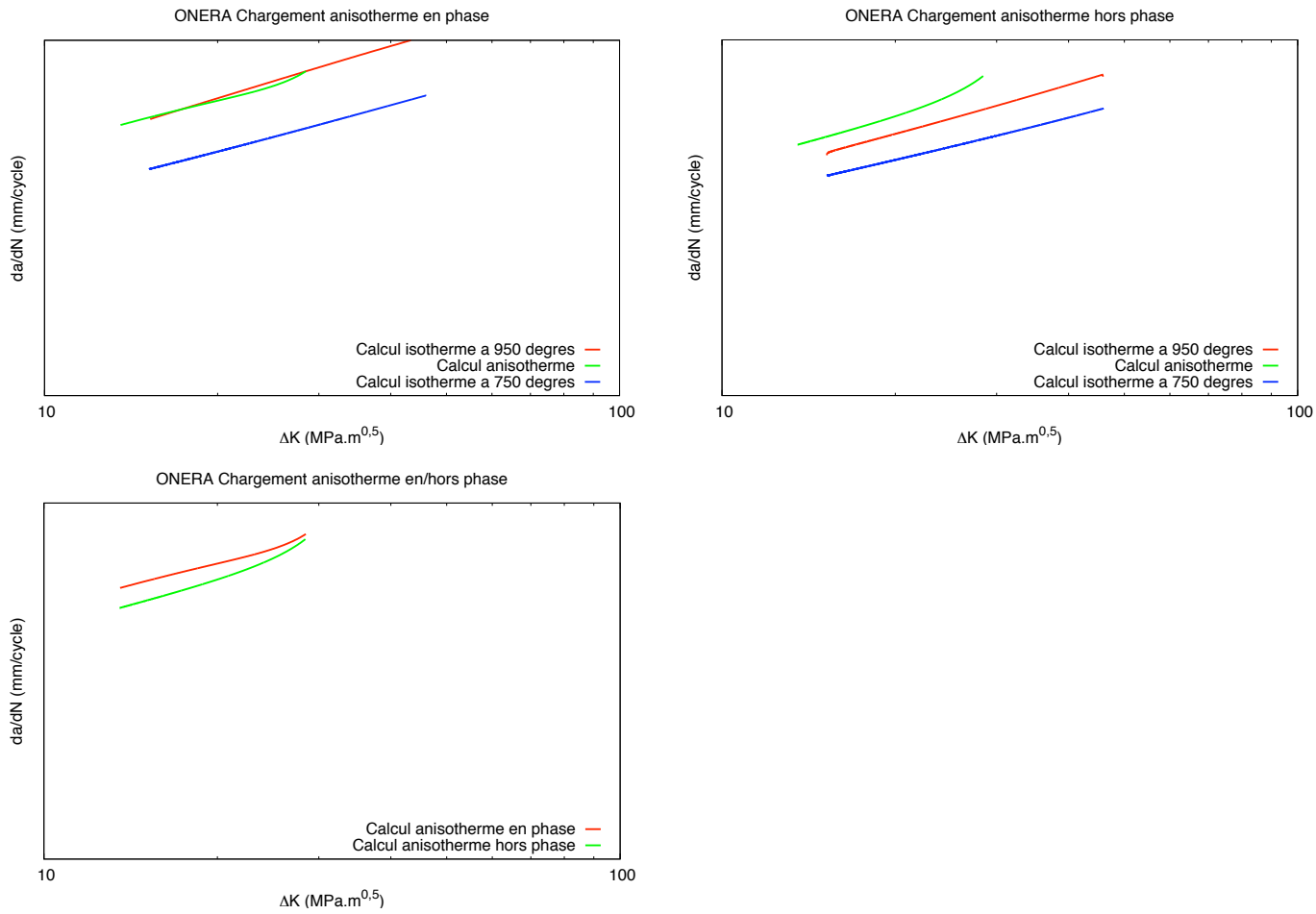


FIG. 6.38 – Evolution des vitesses de fissuration donnée par le modèle de propagation ONERA pour des chargements en et hors phase en condition anisotherme.

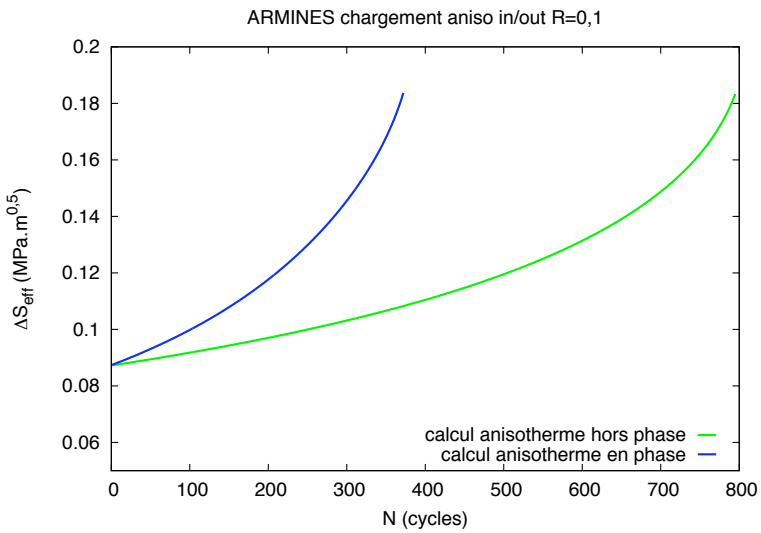


FIG. 6.39 – Evolution de la variable ΔS_{eff} en fatigue en fonction du nombre de cycles pour les chargements en et hors phase.

fluage pur fournis par le CNR-IENI et l'interaction fatigue-fluage par une étude numérique de la relaxation du seuil d'ouverture en fonction du temps de maintien. Des simulations numériques de propagation de fissure par la méthode de relâchement de nœuds a permis de caractériser l'évolution des seuils d'ouverture en régime de fissure courte et d'étendre le modèle dans ce régime. Enfin, l'identification des effets d'environnement a été réalisée sur la base des résultats d'observations micromécaniques réalisées par le Centre des Matériaux sur l'AM1.

Ce modèle a été, tout d'abord, appliqué en condition isotherme sur la gamme des essais réalisés par la SNECMA, l'ONERA et le Centre des Matériaux à $950°C$, puis comparé au modèle de propagation de fissure utilisé par la SNECMA. Les résultats obtenus sont très concluants et prometteurs quant à la bonne description par le modèle du comportement en fissuration du matériau en régime de fatigue, fatigue-fluage et des essais sous sollicitations complexes incluant différents rapports de charge. Enfin, la capacité de prévision en terme de durée de vie en propagation du modèle ONERA a été testée dans le cas d'éprouvettes trouées d'épaisseurs différentes. On a pu constater que ces essais mettaient en évidence un défaut intrinsèque du modèle, ce dernier ne rendant pas compte de l'effet d'épaisseur de l'éprouvette sur la durée de vie de propagation de la fissure. En revanche, on a pu noter, dans le cas d'épaisseur d'éprouvette faible (de l'ordre de 2 mm), pour des rayons de trou de 0,2 mm et dans le cas des éprouvettes multiperforées, une très bonne correspondance entre les prévisions du modèle et l'expérience.

Le modèle a également été appliqué sous condition de chargement thermomécanique complexe, la température variant de $750°C$ à $950°C$, pour des chargements avec un temps de maintien de 220 s, un rapport de charge $R = 0,1$ et des conditions d'essai en phase et hors phase dans les chargements thermique et mécanique. On note que la sollicitation anisotherme en phase est plus endommageante pour le matériau que celle hors phase. Les prévisions en terme de vitesse de fissuration du modèle seront ultérieurement vérifiées ou infirmées expérimentalement.

Ce modèle phénoménologique de propagation de fissure identifié pour le superalliage monocristallin AM1 répond tout-à-fait aux impératifs bien précis de l'industriel de disposer d'un outil rapide et simple d'utilisation qui soit prédictif quant au comportement d'une structure fissurée.

Chapitre 7

Conclusion Générale

7.1 Synthèse

La principale contribution de cette thèse a été de développer des outils de simulation de durée de vie en propagation de fissure en régime de fatigue à haute température. Deux voies ont été choisies. D'une part, un modèle couplé de propagation de fissure a été proposé qui permet de faire interagir les phénomènes physiques en pointe de fissure tels que la plasticité avec la propagation continue de la fissure à l'aide d'éléments cohésifs. Il a été développé et appliqué en régime de fatigue et de fatigue-fluage sur la base des essais disponibles. D'autre part, un modèle macroscopique phénoménologique de propagation de fissure a été identifié, exploité et étendu dans le cas des fissures courtes. Ce modèle a été appliqué sur une large gamme d'essais en conditions isothermes et anisothermes, pour des géométries d'éprouvettes variées.

7.1.1 Caractérisation expérimentale de la propagation de fissure

Les outils numériques mis en place et explicités précédemment ont été développés après une discussion des différents phénomènes observés expérimentalement et actifs durant la phase de propagation de la fissure. Dans un premier temps, nous avons caractérisé expérimentalement la propagation de fissure dans le superalliage monocristallin AM1. Après avoir présenté la structure cristallographique et les propriétés mécaniques du superalliage monocristallin AM1 bas soufre obtenu par solidification dirigée, nous avons décrit le dispositif expérimental mis en œuvre afin de réaliser des essais de fissuration en régime de fissure courte. L'étude expérimentale de la fissuration en fatigue et en fatigue-fluage a permis de mettre en évidence les caractéristiques suivantes. Pour l'ensemble des essais, nous avons observé un premier régime de fissuration défini par des vitesses de fissuration instables qui caractérisent l'effet de fissure courte, suivi d'un régime de propagation stable, dit de Paris. On a pu remarquer également que les fissures se propageaient plus vite à faible fréquence et à fort temps de maintien, mettant en évidence les effets marqués du temps. Concernant les fissures sous chargement complexe, on a pu observer la faible influence de la position de la surcharge sur la vitesse de fissuration, que cette surcharge soit placée avant ou après le temps de maintien. Il apparaît, des essais réalisés par la SNECMA, que l'AM1 est peu sensible à l'orientation de la fissure dans le cas d'une éprouvette SEN de 2 mm d'épaisseur. Au contraire, l'influence de l'orientation est nettement plus marquée pour des éprouvettes massives de type FC7. Les essais réalisés par ARMINES, sous air et sous vide à basse fréquence, ont montré l'effet bénéfique de l'effet d'environnement sur la propagation de la fissure, l'oxydation n'accélérant pas la vitesse de propagation des fissures, mais les ralentissant par comparaison avec des résultats d'essais sous vide.

Des observations métallographiques ont été ensuite réalisées, afin de mieux appréhender les micromécanismes actifs lors de la propagation de la fissure. On a pu noter, d'une part, que le

régime des fissures courtes est caractérisé par une faible plasticité dans le sens où cette plasticité n'engendre pas de rugosité sur le faciès de rupture et d'autre part que les instabilités observées au niveau des vitesses de fissuration semblent pouvoir être reliées à la microstructure dendritique du superalliage. Concernant maintenant les mécanismes d'oxydation et plus particulièrement l'épaississement de la couche d'oxyde, on retrouve dans les essais réalisés des couches d'oxyde identiques à celles décrites par Fleury [4] dans le cas de l'AM1. La cinétique d'oxydation est très différente sous vide car seule une croissance de cristaux d'oxyde dans les phases γ' est observée. Pour le mécanisme de fragilisation, l'observation au MEB d'une éprouvette soumise à un environnement oxydant à haute température pendant plusieurs heures n'a permis de mesurer qu'une zone oxydée de l'ordre de $7\mu m$ en pointe de fissure. Au delà de cette région, aucune concentration en oxygène n'a pu être mesurée. Ainsi, les longueurs de zone fragilisée décrites par les essais ARMINES n'ont pu être validées par des analyses à la microsonde. Notre conclusion est que le mécanisme de fragilisation du matériau en pointe de fissure est en fait négligeable dans l'AM1 bas soufre. En revanche, il n'en est pas de même du mécanisme d'épaississement de la couche d'oxyde qui semble être le mécanisme prédominant de l'oxydation (effet bénéfique sur les vitesses de fissuration) et cela en accord avec les essais réalisés sous air et sous vide par ARMINES. Enfin, le phénomène de mise en radeau a pu être observé sur les éprouvettes soumises à de longs temps de maintien. Ce phénomène, qui affaiblit les propriétés mécaniques du matériau, ne sera pas pris en compte dans la modélisation numérique de la propagation de fissure.

7.1.2 Modélisation numérique de la propagation de fissure

Après avoir caractérisé les courbes de fissuration indispensables pour calibrer les modèles et identifier les mécanismes moteurs de la fissuration du matériau en fatigue, nous avons développé une approche locale de la propagation de fissure dans le superalliage monocristallin AM1 à haute température. Nous avons exposé, dans le chapitre 4, les choix effectués, la formulation et l'application d'un modèle couplé de propagation de fissure en régime de fatigue pure. Ce modèle est basé sur une approche numérique "localisée" mais également couplée dans le sens où l'on a une interaction directe entre les mécanismes actifs de plasticité dans le matériau à la pointe de la fissure et la propagation continue et prédictive de la fissure à l'aide des éléments cohésifs. La méthode développée ici s'applique en principe à toute situation de propagation de fissure dans laquelle le plan de propagation de la fissure est supposé connu. C'est pourquoi la méthode des XFEM ou toute autre approche prédictive, au niveau du chemin de fissuration, n'a pas été envisagée ici. Dans un premier temps, nous avons présenté le modèle développé en justifiant le choix réalisé mais également en précisant ses forces et ses faiblesses. Puis nous avons présenté l'implantation de ce modèle dans le code de calcul par élément fini ZéBuLoN et les problèmes numériques rencontrés tels que les problèmes de sauts de solution, le choix de la taille de la *process zone* ou encore le type d'éléments finis volumiques afin d'avoir un bon compromis entre la qualité du calcul et le temps de résolution du problème.

Dans un second temps, nous avons montré comment était traîtée la propagation de fissure dans le cas d'une éprouvette préfissurée. Une étude de convergence a permis de vérifier que l'approche considérée était convergente avec la taille de maille. Nous avons ensuite mis en évidence le problème du démarrage du calcul lors de la fissuration des éléments cohésifs en raison de la simulation de la préfissuration par une méthode de relâchement de nœuds. Enfin, nous avons identifié le rôle des différents paramètres du modèle afin d'établir ensuite une méthode de calibration à partir des résultats expérimentaux. Nous avons constaté que certains paramètres vont intervenir dans le choix de la taille de la *process zone* (m, D_c et T_0), d'autres dans la taille de l'épaisseur intrinsèque du modèle (k/δ_0) ou dans la prévision de la droite de Paris (A et n).

Une fois le modèle identifié en régime de fatigue pure, nous avons testé sa capacité de pré-

diction. On a pu remarquer que le modèle ne reproduisait pas totalement l'effet de rapport de charge en raison d'une relaxation rapide des contraintes au voisinage de la pointe de la fissure. En revanche, lors de l'application de surcharges, nous avons noté que le modèle numérique de propagation rendait compte qualitativement de l'effet de retard dû aux surcharges. Un deuxième effet reproduit par le modèle est l'influence de l'orientation cristallographique de la fissure sur la vitesse de propagation de cette dernière. Enfin, nous avons pu vérifier que l'approche locale de la propagation adoptée dans ce travail rendait compte de certains effets de fissure courte et que cette approche était un outil prédictif pour la simulation de l'interaction entre la propagation de la fissure et la plasticité en pointe de fissure comme cela a pu être illustré dans le cas des éprouvettes entaillées.

Le modèle, développé et appliqué en régime de fatigue pure, a été étendu aux phénomènes thermiquement activés à haute température que sont les effets du temps à basse fréquence et les phénomènes d'oxydation actifs pendant la propagation de la fissure dans le matériau. Nous avons, dans un premier temps, étendu au régime de fluage le modèle couplé de propagation développé en fatigue, en choisissant pour la partie de fluage un endommagement de type Rabotnov-Kachanov [24, 25] avec un couplage fort entre les endommagements de fatigue et de fluage. Le modèle étendu a été identifié en régime de fluage pour un temps de maintien de 30 s puis appliqué avec différentes fréquences de chargement ou différents temps de maintien. Les résultats de ce modèle couplé, étendu aux effets du temps, montrent que l'on retrouve à peu près les pentes expérimentales constatées dans le régime de la loi de Paris (fissures longues). On remarque que, à l'exception du temps de maintien $t_m = 300\,s$, les vitesses de fissuration obtenues numériquement sont en très bon accord avec les essais de fatigue et de fatigue/fluage. Enfin, on a pu remarquer que le couplage avec un endommagement de fluage de type volumique n'avait que peu d'effet sur la cinétique de fissuration avec le choix de la valeur des paramètres considérés.

Dans un second temps, les effets d'environnement ont été introduits dans le modèle couplé de propagation afin de rendre compte, d'une part, de l'effet bénéfique sur la propagation de la fissure du phénomène d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure, d'autre part, du phénomène de fragilisation du matériau en pointe de fissure qui a un effet néfaste sur la tenue du matériau à haute température. Des simulations de propagation de fissure dans le cas d'une éprouvette préfissurée ont montré un effet de retard obtenu sur les vitesses de propagation, dans le cas où la cinétique d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure est activée. Une démarche a également été développée afin de prendre en compte la fragilisation du matériau en pointe de fissure. Mais cette démarche, testée dans le cas d'une éprouvette préfissurée, nécessite une étude plus approfondie. Rappelons cependant que l'essentiel de l'effet observé dans les essais sur l'AM1 est l'effet bénéfique dû à l'épaississement de l'oxyde.

7.1.3 Modèle phénoménologique de propagation de fissure

Enfin, le dernier chapitre de ce travail a été réalisé afin de fournir au Bureau d'Etudes un outil fiable et à très faible coût en temps de calcul, qui puisse permettre la prévision du comportement d'une fissure dans une structure. Le modèle de propagation de fissure FAT-OX-FLU développé par l'ONERA pour des chargements thermomécaniques sur des alliages pour disques a été étendu au monocristal AM1. De plus, une extension a été réalisée pour tenir compte du régime de fissure courte en terme de rapport de la taille de zone plastique vis à vis de la longueur de la fissure (effet néfaste qui induit une diminution du seuil de propagation). Une autre extension concerne les effets bénéfiques de l'environnement au travers de l'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure (effet qui induit une augmentation du seuil de propagation). Le modèle a été calibré sur la base des résultats d'essais disponibles à $650°C$, $800°C$ et $950°C$ en régime de fatigue et de fatigue-fluage. Ce modèle a tout d'abord été appliqué à $950°C$ sur la gamme des

essais réalisés par la SNECMA, l'ONERA et le Centre des Matériaux, puis comparé en terme de vitesse de propagation au modèle de propagation de fissure développé par la SNECMA. Les résultats obtenus sont très concluants et prometteurs quant à la bonne description par le modèle du comportement en fissuration du matériau en régime de fatigue, de fatigue-fluage et la prévision correcte des essais sous sollicitations complexes incluant différents rapports de charge. Enfin, la capacité de prévision en terme de durée de vie en propagation du modèle a été testée dans le cas d'éprouvettes trouées d'épaisseurs différentes. On a pu constater, lors de la simulation de ces essais, que le modèle ne rendait pas compte de l'effet d'épaisseur de l'éprouvette sur la durée de vie à propagation de la fissure. En revanche, on a pu noter, dans le cas d'éprouvettes de plus faible épaisseur (de l'ordre de 2 mm), pour des rayons de trou de 0,2 mm, mais également dans le cas des éprouvettes multiperforées, une très bonne correspondance entre les prévisions du modèle et l'expérience. Le modèle a également été appliqué sous des conditions de chargement thermo-mécanique complexes, la température variant de $750°C$ à $950°C$, pour des conditions d'essais en phase et hors phase. On note que la sollicitation anisotherme en phase est plus endommageante pour le matériau que celle hors phase. Les essais en cours de réalisation au Centre des Matériaux permettront de vérifier ou d'infirmer les prévisions du modèle.

7.2 Perspectives

7.2.1 Caractérisation expérimentale de la propagation de fissure

La large gamme d'essais de fissuration, réalisée dans le cadre du projet SOCRAX, a permis de caractériser le comportement en fissuration du superalliage monocristallin AM1. Néanmoins, de nombreuses questions restent posées sur la nature de la propagation en régime de fissure courte. Des essais complémentaires, sous vide, afin de s'affranchir du phénomène d'oxydation et d'améliorer l'observation au MEB du faciès de rupture, pourraient être réalisés en régime de fatigue, afin de vérifier l'influence de la microstructure dendritique du superalliage sur la fissuration.

Concernant maintenant l'effet de l'orientation de la fissure sur la vitesse de propagation, on a pu noter, pour les essais SNECMA, un effet nettement plus marqué pour des éprouvettes massives de type FC7 que pour des éprouvettes SEN de 2 mm d'épaisseur. Des essais supplémentaires pourraient être réalisés pour les orientations $\succ(001)[110]$ et $\succ(1\bar{1}2)[111]$ sur des éprouvettes CT afin de confirmer ou d'infirmer l'influence de l'orientation de la fissure sur la cinétique de propagation.

Les essais réalisés par ARMINES en fatigue-fluage sous air et sous vide ont permis de quantifier l'effet de l'environnement sur la propagation. A faible fréquence, on a pu mettre en évidence l'effet bénéfique de l'environnement sur la propagation de la fissure qui ralentit cette dernière par comparaison avec les résultats d'essais sous vide. Les essais de fragilisation réalisés par ARMINES ont pourtant mis en avant des longueurs de zone fragilisée importantes pour les éprouvettes oxydées pendant 350, 750 et 1200 h. Néanmoins, ces longueurs de zone fragilisée n'ont pu être validées, ni par des analyses à la microsonde, ni par des observations au MEB qui n'ont permis de révéler qu'une zone oxydée de l'ordre de $7\mu m$ en pointe de fissure. L'observation systématique, au MEB, avant chaque essai de fissuration, des éprouvettes oxydées à haute température permettrait d'avoir une information sur la taille de la zone fragilisée. De plus, comme le préconise Marchal [7], des mesures avec des moyens expérimentaux plus fins tels que le SIMS, ou les électrons Auger permettraient peut-être de comprendre plus précisément le mécanisme de fragilisation.

7.2.2 Modélisation couplée de la propagation de la fissure

Nous avons développé et appliqué, dans ce travail, une approche locale de la fissuration s'appuyant sur un couplage entre la plasticité cristalline et un modèle cohésif. Celle-ci permet de traduire les vitesses de fissuration en régime de fatigue et fatigue-fluage et rend compte des effets d'environnement. Mais de nombreux efforts doivent être encore fournis afin de l'améliorer.

Dans cette approche, l'épaisseur intrinsèque de l'élément de zone cohésive reste importante alors que cette dernière doit être la plus petite possible lorsqu'on simule la propagation d'une fissure. Une première solution serait de modifier le modèle existant et de considérer la loi d'endommagement décrite Eq(4.9) et Eq(4.10). Cette loi, définie pour des chargements monotones, doit alors être généralisée au cas de la fatigue, ce qui ne pose aucun problème particulier. Une deuxième solution serait d'introduire une rigidité initiale infinie en utilisant un élément enrichi par un multiplicateur de Lagrange. Ainsi, tant que $T < T_{max}$, une force de rappel empêcherait la décohésion de l'élément. Pour $T > T_{max}$, l'endommagement serait activé.

Un autre problème rencontré lors de l'utilisation du modèle couplé en fatigue est l'interaction propagation/plasticité qui aboutit à des vitesses de propagation constantes. Il semble ici qu'il soit nécessaire de coupler fortement la valeur de la contrainte T_{max} du modèle à la vitesse de la déformation plastique en pointe de fissure afin d'avoir une auto-régulation de la contrainte. L'introduction d'un déplacement résiduel plastique U_p tel qu'il a été défini § 4.2.3.1 est une solution à ce problème de vitesses de fissuration constantes. Enfin, une méthode de remaillage automatique, consistant en une boite glissante contenant la fissure, est indispensable à mettre en œuvre afin de diminuer l'interaction des champs avec des éléments grossiers tout en gardant un calcul de taille raisonnable.

Pour la partie fluage, nous avons, entre autres, introduit dans la loi de comportement du matériau un endommagement de fluage de type volumique afin de rendre compte de la nature diffuse de cet endommagement. On a pu remarquer que le couplage avec un endommagement volumique de fluage n'avait que peu d'effet sur la cinétique de fissuration avec le choix qui a été fait de privilégier la contrainte de Von Mises comme moteur de l'endommagement. Il faudrait réidentifier le modèle d'endommagement volumique de fluage en modifiant les valeurs des paramètres α et β afin d'augmenter la cinétique d'endommagement volumique.

Enfin, concernant les effets d'environnement pour la fragilisation du matériau en pointe de fissure par diffusion d'oxygène, la démarche adoptée doit être approfondie et les paramètres du modèle d'oxydation doivent être identifiés sur la base des essais de fragilisation disponibles.

7.2.3 Modèle phénoménologique de propagation de fissure

Dans le dernier chapitre de ce travail, nous avons développé, étendu au régime de fissure courte, et appliqué le modèle de propagation de fissure FAT-OX-FLU développé par l'ONERA. Les résultats des simulations sont très concluants et prometteurs quant à la bonne description par le modèle du comportement en fissuration du matériau en régime de fatigue, fatigue-fluage et des essais sous sollicitations complexes incluant différents rapports de charge. Une très bonne correspondance entre les prévisions du modèle et l'expérience a également été notée pour le cas d'éprouvettes trouées de 2 mm d'épaisseur. Mais des améliorations doivent encore être apportées. Concernant les essais sous air et sous vide réalisés par ARMINES, on a pu remarquer, tel que le modèle avait été identifié, que le phénomème de fragilisation restait prédominant, ce que contredit les résultats d'essais à faible fréquence. Une nouvelle identification du modèle devrait donc être réalisée afin de privilégier l'effet bénéfique d'épaississement de la couche d'oxyde sur les lèvres de la fissure par rapport au phénomène de fragilisation. On a pu également noter que les essais

avec temps de maintien à σ_{min} réalisés par la SNECMA ne sont pas correctement décrits par le modèle. Il faudrait approfondir les mécanismes physiques induits en compression par ce type de sollicitation afin de les intégrer dans le modèle de propagation. Un autre point concerne la simulation de la fissure dans le cas d'éprouvettes trouées. On a pu noter que le modèle ne rendait pas compte de l'influence relative de l'épaisseur de l'éprouvette et de la dimension du trou. Pour ce faire, il faudrait prendre en compte les contraintes résiduelles (de compression) induites par la plasticité en bord de trou, en considérant ces contraintes comme faisant partie du chargement appliqué. Enfin, des simulations de propagation de fissure ont été réalisées sous condition de chargements thermomécaniques complexes. Nous attendons les résultats d'essais afin de vérifier ou d'infirmer la qualité de prédiction du modèle par ce type d'essai.

Annexe A

Annexes

Annexe B

Partie expérimentale

B.1 Mesure de propagation de fissure par la méthode du potentiel

Nous décrivons, ci-dessous, la méthodologie utilisée pour l'estimation des longueurs de fissure par la méthode du potentiel. La forme de l'éprouvette et la densité de courant constante dans la section autorisent l'utilisation de la formule de Johnson [163], reliant V, la tension de mesure prise de part et d'autre de la fissure, à a, la longueur de fissure, pour des formes géométriques simples d'éprouvettes :

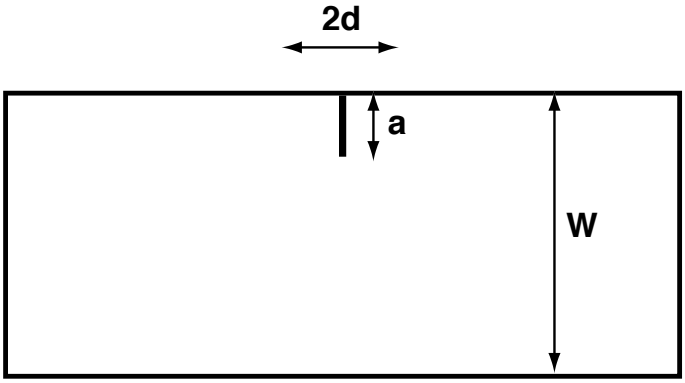


FIG. B.1 – Eprouvette SEN.

$$V(a,d) = \alpha U(a,d) \text{ avec } U = \frac{\pi d}{2W} \cdot ch^{-1}\left[\frac{ch(\frac{\pi d}{2W})}{\cos(\frac{\pi a}{2W})}\right] \tag{B.1}$$

où a est la longueur de la fissure, d est la demi-distance entre les prises de potentiel, W est la largeur de l'éprouvette et α est un facteur de proportionnalité homogène à une tension et tenant compte de la densité de courant, de la résistivité et de l'amplification.

La procédure usuelle de détermination de la constante α consiste à calculer a à partir du ratio $\frac{V(a,d)}{V(a_0,d)}$ (a_0 étant la longueur de fissure initiale au début de l'essai). Cela présuppose que l'on connaît précisément la position d des prises de potentiel, ce qui n'est pas le cas. Pour surmonter cette difficulté, nous utilisons la procédure suivante. Une mesure préliminaire de différence de potentiel est réalisée sur une éprouvette non fissurée, soit $a = 0$, et pour $2d = 2W$, ce qui nous donne $U = 1$. Une valeur de référence du coefficient α est ainsi obtenue à partir de l'équation B.1 pour un courant et une amplification donnés.

$$V_{ref} = \alpha = V(0,W) \tag{B.2}$$

De plus, a_0 est connue et peut être évaluée par une méthode optique. Enfin la mesure de $V(a_0,d)$ rend possible la détermination de "d" à partir de :

$$\frac{V(a_0,d)}{V_{ref}} = U(a_0,d) \text{ avec } ch(\frac{\pi d}{2W}) = \cos(\frac{\pi a_0}{2W}) \cdot ch\left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{V(a_0,d)}{V_{ref}}\right] \tag{B.3}$$

Pendant l'essai, la longueur de fissure est déterminée à partir des mesures de V(a,d) avec,

$$a = \frac{2W}{\pi} \cdot \cos^{-1}\left[\frac{ch(\frac{\pi d}{2W})}{ch\left[\frac{\pi}{2} \cdot \frac{V(a,d)}{V_{ref}}\right]}\right] \tag{B.4}$$

Cette procédure est couramment utilisée dans les essais de propagation de fissure et est en bon accord avec la méthode optique.

B.2 Mesure de propagation de fissure par la méthode optique

Le dispositif de mesure d'avancée de fissure par méthode optique est constitué d'un prisme en verre, d'un miroir, de tubes de protection, d'une caméra 3CCD (Hitachi avec une résolution de 752*582 pixels) et d'un microscope à longue distance frontale (de type Questar QM100 avec une résolution de 1 micromètre et une distance de travail comprise entre 15 et 38 cm). Cette installation est décrite figure B.2.

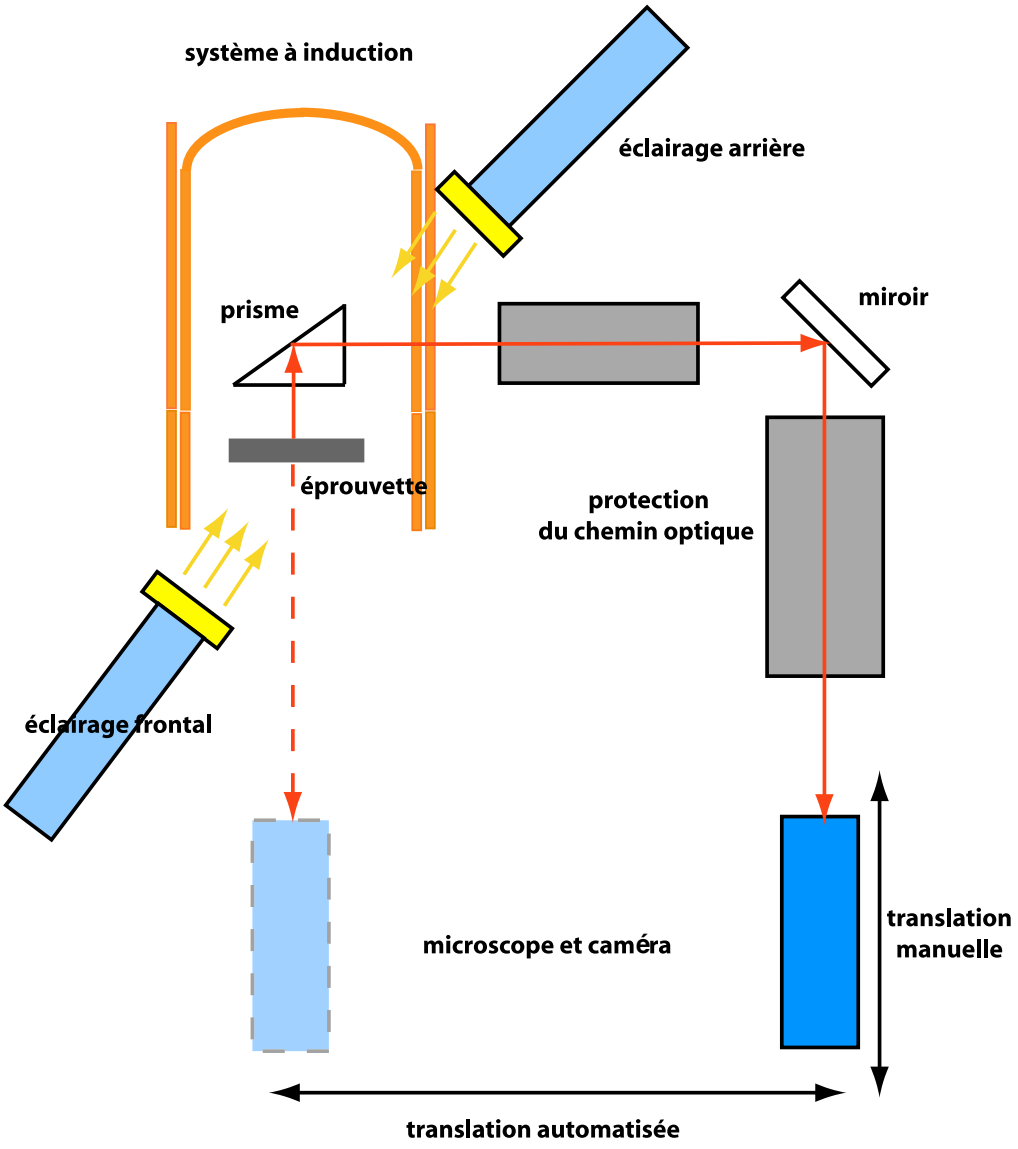


FIG. B.2 – Dispositif expérimental ONERA de suivi de fissure par méthode optique.

Les images face arrière sont obtenues par ce jeu de prisme et de miroir qui permet de dévier le rayon optique vers la caméra. La qualité de l'image est également améliorée en ajoutant des tubes de protection sur le chemin optique, protégeant ainsi le rayon optique de la convection de chaleur induite par le chauffage par induction qui modifie l'indice de l'air.

Nous présentons figure B.3 des images de l'installation.

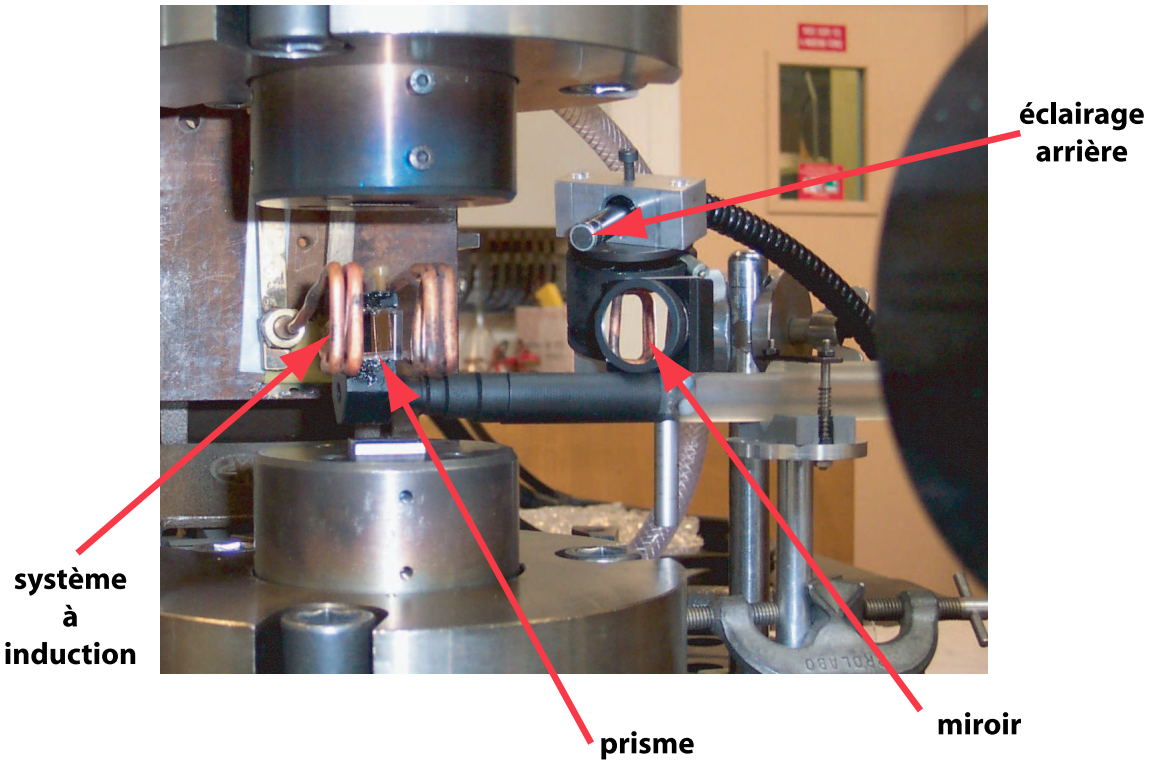


FIG. B.3 – Dispositif expérimental.

B.3 Calcul d'un temps de maintien équivalent pour les cycles de fatigue

Afin de situer tous les cycles sur la figure 3.28, il a été déterminé un temps de maintien équivalent, suivant une formule aussi simple que possible.

Le principe consise à intégrer la loi de fluage sur la partie transitoire du cycle à étudier et sur le cycle de fluage équivalent et à comparer les résultats obtenus.

Expression du temps de maintien équivalent :

Pour un cycle triangulaire de type $t_c - t_d$, montée t_c, descente t_d, en ne considérant que les parties positives du chargement :

$$\int_0^{t_c} C\,[K(t)]^{\eta_c}\,dt = C\int_0^{t_c}\left[\frac{K_M}{t_c}t\right]^{\eta_c}dt = C{K_M}^{\eta_c}\frac{t_c}{\eta_c+1} \tag{B.5}$$

Pour un temps de maintien t_{eq} :

$$\int_0^{t_{eq}} C\,[K(t)]^{\eta_c}\,dt = C{K_M}^{\eta_c}t_{eq} \tag{B.6}$$

Soit en égalisant les deux fonctions :

$$t_{eq} = \frac{t_c}{\eta_c + 1} \tag{B.7}$$

Pour un cycle 15-15, on obtient :

$$t_{eq} = \frac{15}{3+1} = 3,75s \tag{B.8}$$

Expression du temps de maintien équivalent pour un cycle sinusoïdal de fréquence f (Hz) :

On assimile pour simplifier le cycle sinusoïdal en chargement répété à un cycle triangulaire dont le temps de charge correspond à la période du cycle sinusoïdal ($T = 1/f$), soit :

$$t_{eq} = \frac{1/f}{\eta_c + 1} \tag{B.9}$$

B.4 Calcul du facteur d'intensité des contraintes pour un matériau anisotrope

Une forme de facteur d'intensité des contraintes, définie Eq(3.1) au § 3.2.1.2, a été choisie pour le dépouillement des résultats d'essai sur éprouvette SEN. Nous rappelons que l'expression du facteur d'intensité des contraintes est indépendant dans sa formulation de l'anisotropie du matériau (Bouvard [160]) et ne dépend que de la géométrie de l'éprouvette. Nous vérifierons, dans cette annexe, si l'expression du facteur d'intensité des contraintes théorique est en adéquation avec celle calculée numériquement.

Nous rappelons, dans un premier temps, la solution analytique du champ de contrainte en pointe de fissure dans un milieu élastique anisotrope proposée par Sih et Liebowitz [164] puis l'expression anisotrope du taux de restitution d'énergie correspondant. Enfin, nous comparons l'expression analytique du FIC à son expression numérique déterminée à partir de la méthode de Parks [165].

B.4.1 Calcul du facteur d'intensité des contraintes dans le cas d'un matériau élastique anisotrope en 2D

Sih et Liebowitz [164] ont proposé une solution analytique du champ de contrainte en pointe de fissure dans un milieu élastique anisotrope. Dans un milieu élastique, la relation entre contrainte et déformation peut s'écrire :

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{\mathbf{S}} : \underset{\sim}{\sigma} \tag{B.10}$$

ou

$$\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{\mathbf{C}} : \underset{\sim}{\varepsilon} \tag{B.11}$$

où $\underset{\sim}{\mathbf{S}}$ est le tenseur des souplesses et $\underset{\sim}{\mathbf{C}}$ le tenseur des rigidités. Le champ de contrainte est donné, en mode I, par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_2}{\sqrt{\cos\theta + s_2 \sin\theta}} - \frac{s_1}{\sqrt{\cos\theta + s_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \sigma_{22} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[\frac{1}{s_1 - s_2} \left(\frac{s_1}{\sqrt{\cos\theta + s_2 \sin\theta}} - \frac{s_2}{\sqrt{\cos\theta + s_1 \sin\theta}} \right) \right] \\ \sigma_{12} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \Re \left[\frac{s_1 s_2}{s_1 - s_2} \left(\frac{1}{\sqrt{\cos\theta + s_2 \sin\theta}} - \frac{1}{\sqrt{\cos\theta + s_1 \sin\theta}} \right) \right] \end{array} \right. \tag{B.12}$$

avec $s_j = \alpha_j + i\beta_j$ les racines de l'équation caractéristique :

$$S'_{11}s^4 - 2S'_{16}s^3 + (2S'_{12} + S'_{66})s^2 - 2S'_{26}s + S'_{22} = 0 \tag{B.13}$$

$$S'_{ij} = \begin{cases} S_{ij} \text{ en contraintes planes} \\ S_{ij} - \frac{S_{i3}S_{j3}}{S_{33}} \text{ en déformations planes} \end{cases} \tag{B.14}$$

B.4.2 Détermination du taux de restitution d'énergie G

Il est possible de calculer le taux de restitution d'énergie G pour un matériau anisotrope. En effet, le taux de restitution d'énergie, pour une fissure se propagant dans son plan, est donné par (Sih et Liebowitz [164]) :

$$G = \frac{S_{22}}{2}\Re\left[\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} i\right] K_1^2 \tag{B.15}$$

Le taux de restitution d'énergie, dans un milieu élastique isotrope en déformation plane, est donné par :

$$G = K_1^2 \cdot \frac{1 - \nu^2}{E} \tag{B.16}$$

On note d'ailleurs que l'on retrouve l'Eq(B.16) à partir de l'Eq(B.17).

Nous allons, maintenant, déterminer l'expression du taux de restitution d'énergie G, en déformations planes, pour l'AM1 à $950°C$.

Le tenseur des souplesses s'exprime dans le repère $\mathbf{R}_{[001][100]}$ par :

$$\underset{\approx}{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{pmatrix} \tag{B.17}$$

avec

$$S_{11} = 1,10189.10^{-5}\, MPa^{-1} \tag{B.18}$$
$$S_{12} = -0,47834.10^{-5}\, MPa^{-1} \tag{B.19}$$
$$S_{44} = 1,07527.10^{-5}\, MPa^{-1} \tag{B.20}$$

Pour une fissure orientée $^{\succ}(001)[010]$, l'Eq(B.13) devient :

$$s^4 - 0,331805s^2 + 1 = 0 \tag{B.21}$$

Les racines de cette équation sont :

$$\begin{cases} s_1 = 7,63512.10^{-1} + 6,45793.10^{-1}i \\ s_2 = -7,63512.10^{-1} + 6,45793.10^{-1}i \end{cases} \tag{B.22}$$

L'Eq(B.15) devient alors :

$$G = 5,77493.10^{-6} \cdot K_1^2 \tag{B.23}$$

B.4.3 Application

Dans ce paragraphe, nous comparons l'expression analytique du FIC à son expression numérique déterminée à partir de la méthode de Parks [165]. Cette méthode permet de calculer le taux de restitution d'énergie G équivalent à une avancée de la fissure da. Cette avancée est représentée par une petite perturbation imposée au nœud en pointe de fissure. Dans le cadre du stage de DEA [160], on a remarqué que pour une perturbation supérieure à $10^{-4}\,mm$, la valeur du taux de restitution d'énergie G s'effondre, la solution n'est plus correcte. La valeur choisie de la perturbation pour la suite de l'analyse est fixée à $10^{-8}\,mm$.

Le maillage utilisé est celui d'une éprouvette SEN, avec une taille d'élément de $5\,\mu m$ en pointe de fissure. Les calculs sont réalisés en déformations planes. L'orientation de la fissure considérée est $^{\succ}(001)[010]$. On fait varier la longueur de la fissure de 0,5 mm à 4 mm et on applique une contrainte de $400\,MPa$ pour une sollicitation à 5 Hz.

On compare, figure B.4, la formule analytique de K_1 déterminée au § 3.2.1.2 aux valeurs de K_1 calculées selon différentes méthodes :

1. En faisant un calcul par éléments finis, avec le comportement élastique isotrope de l'AM1 à $950°C$. La valeur du K_1 est calculée à partir de G en utilisant l'Eq(B.16) définie pour les matériaux isotropes.
2. En faisant un calcul par éléments finis, avec le comportement élastique isotrope de l'AM1 à $950°C$. La valeur du K_1 est calculée à partir de G en utilisant l'Eq(B.15) définie pour les matériaux anisotropes.
3. En faisant un calcul par éléments finis, avec le comportement élastique anisotrope de l'AM1 à $950°C$. La valeur du K_1 est calculée à partir de G en utilisant l'Eq(B.16) définie pour les matériaux isotropes.
4. En faisant un calcul par éléments finis, avec le comportement élastique anisotrope de l'AM1 à $950°C$. La valeur du K_1 est calculée à partir de G en utilisant l'Eq(B.15) définie pour les matériaux anisotropes.

On remarque que le calcul par éléments finis avec le comportement élastique anisotrope de l'AM1 et la valeur du K_1 calculée à partir de la formule anisotrope surestime légèrement l'expression analytique du FIC ($3,7\%$ d'écart). A l'inverse, le calcul par éléments finis avec le comportement élastique isotrope de l'AM1 et la valeur du K_1 calculée à partir de la formule isotrope sousestime l'expression analytique du FIC ($4,2\%$ d'écart). La différence observée peut provenir de l'hypothèse de déformations planes émise, la formule analytique définissant K_1 étant définie dans un cas 3D. Enfin, l'application de la formule isotrope à un matériau anisotrope et vice-versa augmente l'écart avec l'expression analytique de K_1, ce qui n'est guère surprenant compte tenu des hypothèses considérées.

B.4.4 Conclusion

On peut conclure des résultats précédents qu'en restant homogène dans la détermination du FIC (c'est-à-dire pour une loi matériau isotrope, on utilise la formule de G isotrope et pour une loi matériau anisotrope, on utilise la formule anisotrope de G), on obtient une bonne description de l'expression analytique de K_1. L'expression analytique du K_1 est utilisée pour l'analyse des essais. Pour la partie numérique et dans un souci d'écriture simplifiée, nous avons choisi, pour déterminer le taux de restitution d'énergie G, d'appliquer l'Eq(B.16) définie pour les matériaux isotropes.

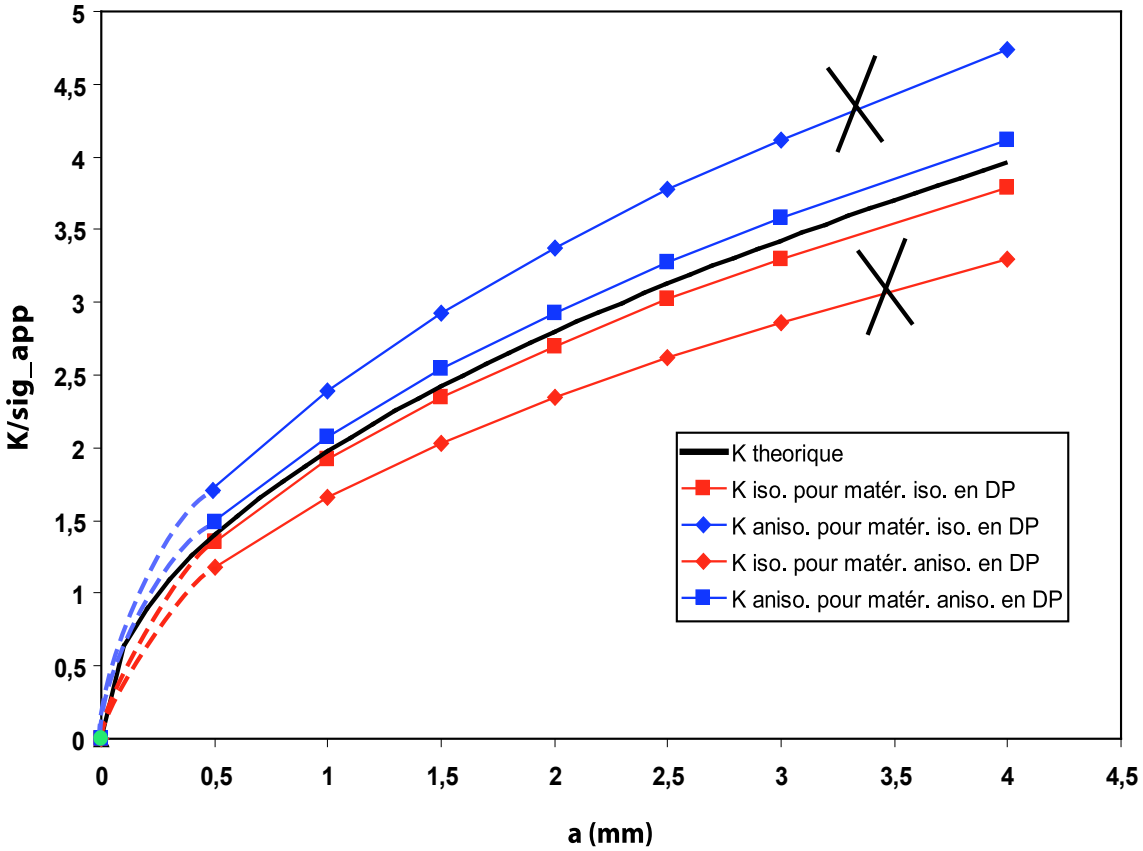


FIG. B.4 – Comparaison des valeurs de K_1 obtenues avec la formule analytique et en considérant différentes méthodes de détermination du FIC.

Annexe C

Approche zones cohésives

C.1 Description des différentes formules analytiques du modèle

Cette annexe a pour but de décrire les différents choix réalisés sur la "forme" de la loi cohésive, puis d'expliciter de manière analytique différentes grandeurs caractéristiques du modèle de zone cohésive telles que l'énergie de décohésion, la contrainte maximale ou encore le déplacement à rupture de l'élément.

Nous utiliserons des équations simplifiées du modèle pour établir les expressions analytiques des grandeurs décrites ci-dessus. Ainsi, nous considérons uniquement la composante normale des contraintes et déplacements (c'est-à-dire une utilisation du modèle en mode I pur en négligeant les effets de cisaillement) et nous supposons que $T_0 = 0\,MPa$. Le modèle devient alors :

$$T = k(1-D)\frac{U}{\delta_0} \tag{C.1}$$

$$\dot{D} = A(1-D)^m \left\langle k\frac{U}{\delta_0} - T_0 \right\rangle^n \dot{U} \tag{C.2}$$

C.1.1 Détermination de la forme de la loi contrainte-déplacement

L'intégration entre les bornes 0 et D de l'Eq(C.2) pour un déplacement U croissant et monotone donne :

$$(1-D) = \frac{1}{(1+B\cdot u^{n+1})^{\frac{1}{m-1}}} \tag{C.3}$$

$$\tag{C.4}$$

avec

$$B = A\cdot\left(\frac{k}{\delta_0}\right)^n \frac{m-1}{n+1} \tag{C.5}$$

$$\tag{C.6}$$

Un premier choix se pose alors. Nous pouvons considérer :
- soit $m < 1$, au quel cas nous aurons comme condition de rupture $D = 1$,
- soit $m > 1$, dans ce cas la valeur $D = 1$ sera une valeur asymptotique qui nous oblige à définir une valeur limite de D notée D_{lim} à partir de laquelle l'élément est rompu.

La figure C.1 présente l'évolution contrainte-déformation pour les deux cas considérés et la figure C.2, l'évolution temporelle de l'endommagement correspondant.

Le cas $m < 1$ n'a pas été considéré dans cette étude. En effet, la décroissance abrupte de la contrainte engendre des divergences plus fréquentes du calcul numérique, en raison des problèmes de sauts de solution (§ 2.1.3.4). Nous avons donc privilégié le cas $m > 1$. L'avantage est d'avoir une décroissance de T asymptotique vers 0 qui minimise les problèmes de sauts de solution. L'inconvénient majeur est l'introduction d'un paramètre supplémentaire D_{lim} à partir duquel l'élément est rompu.

C.1.2 Limite asymptotique de la loi de zone cohésive

Nous présentons, ci-dessous, l'étude asymptotique du modèle de zone cohésive. En effet, comme nous l'avons vu précédemment, le paramètre m contrôle la forme de la partie adoucissante de la loi de zone cohésive. En substituant l'Eq(C.4) dans l'Eq(C.1), on obtient la relation suivante :

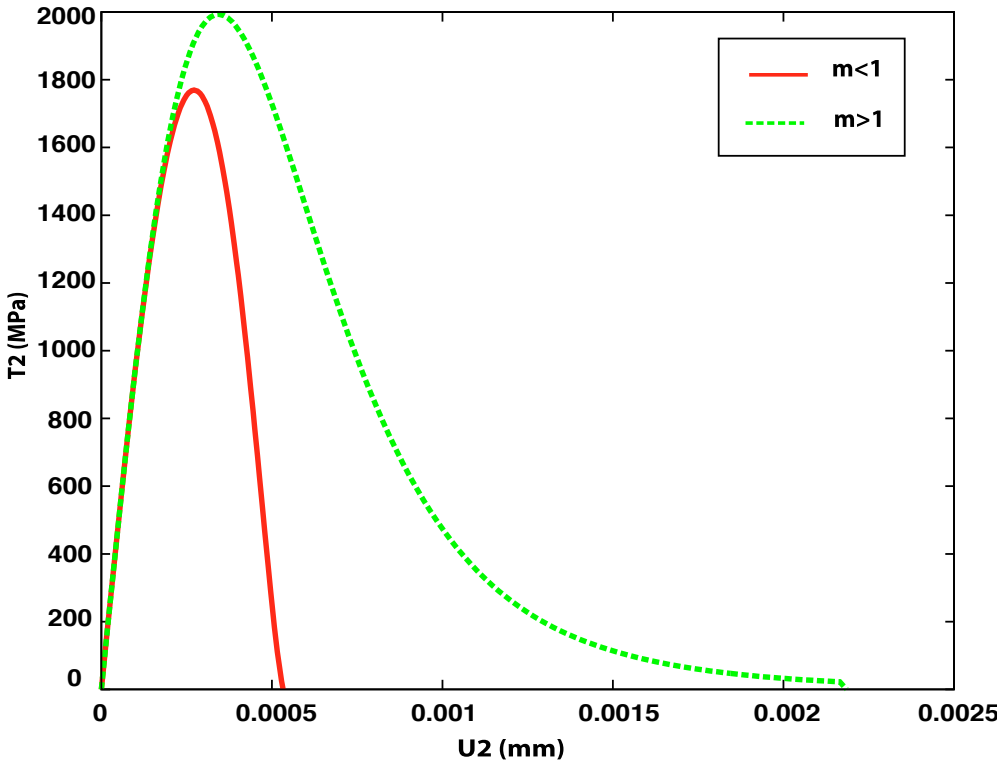


FIG. C.1 – Evolution contrainte-déformation pour $m < 1$ et $m > 1$.

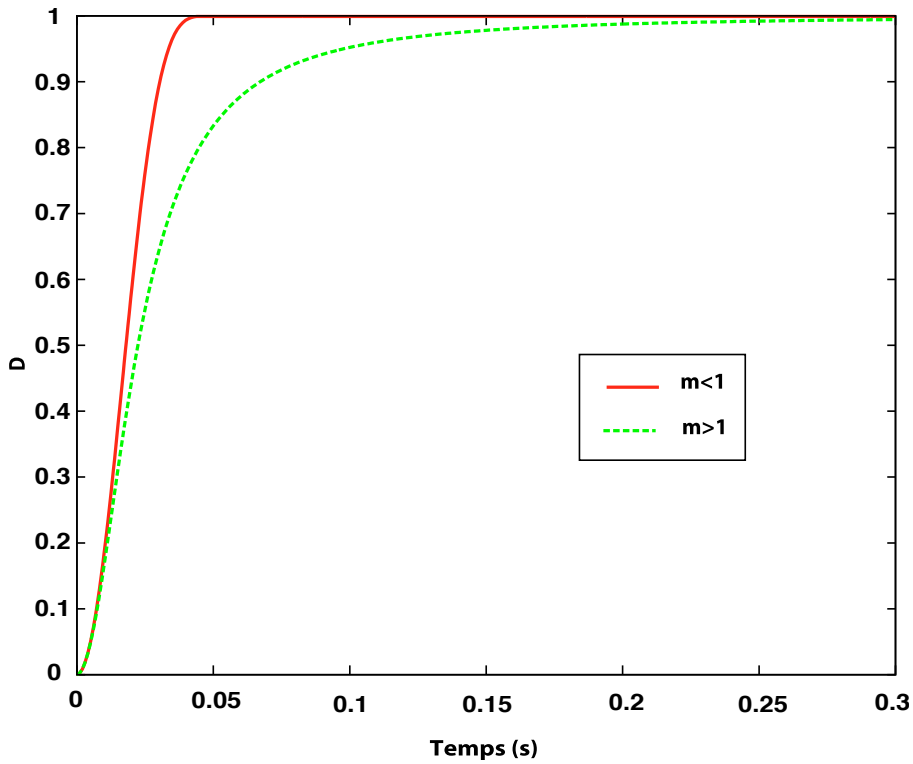


FIG. C.2 – Evolution de l'endommagement en fonction du temps pour $m < 1$ et $m > 1$.

$$T = \frac{kU/\delta_0}{(1 + B \cdot u^{n+1})^{\frac{1}{m-1}}} \tag{C.7}$$

L'étude des limites de cette fonction donne pour $U \rightarrow +\infty$ les courbes reportées sur la figure C.3 :

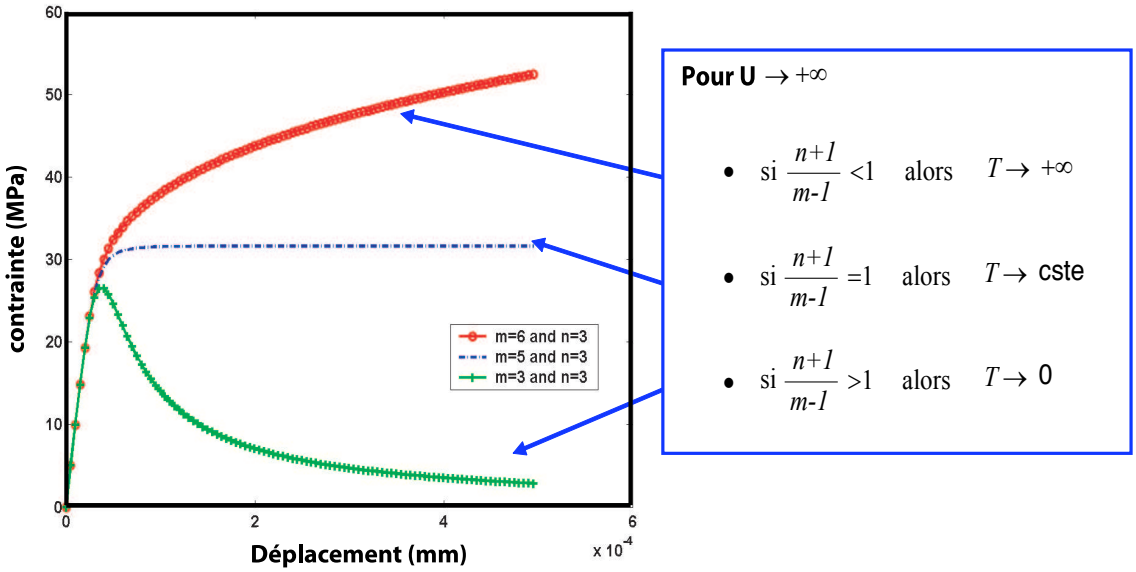


FIG. C.3 – Limites de la fonction.

Ainsi, pour permettre à l'élément d'aboutir à la rupture pour $T \rightarrow 0$ (et non pas pour une valeur positive), la relation entre m et n doit vérifier $\frac{n+1}{m-1} > 1$.

C.1.3 Formulation analytique des grandeurs caractéristiques du modèle de zone cohésive

Nous définissons, dans ce paragraphe, de manière analytique différentes grandeurs caractéristiques du modèle de zone cohésive que sont l'énergie de décohésion, la contrainte maximale ou encore le déplacement à rupture de l'élément.

La contrainte maximale est déterminée pour $dT = 0$. Le déplacement correspondant à la valeur maximale de contrainte est donné par :

$$U_{max} = \left(\frac{m-1}{B \cdot (n-m+2)} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{C.8}$$

On obtient, alors, pour la contrainte maximale, T_{max} :

$$T_{max} = \frac{k}{\delta_0 \cdot B^{\frac{1}{n+1}}} \cdot \frac{(\frac{m-1}{n-m+2})^{\frac{1}{n+1}}}{(\frac{n+1}{n-m+2})^{\frac{1}{m-1}}} \tag{C.9}$$

L'ouverture U^*, correspondant à l'élément rompu à $D = D_{lim}$, est donnée par :

$$U^* = \left(\frac{1}{B} \cdot \left(\frac{1}{1 - D_{lim}} \right)^{m-1} - 1 \right)^{\frac{1}{n+1}} \tag{C.10}$$

Enfin, l'énergie de décohésion, G_c, est obtenue de la manière suivante :

$$G_c = \int_0^{U^*} T du \tag{C.11}$$

Dans le cas où $n = 1$ et $m \neq 2$, le calcul de G_c est analytique et donne :

$$G_c = \frac{1}{2A} \left(\frac{n+1}{2-m} \right) \tag{C.12}$$

Dans les autres cas, une estimation de l'aire sous la courbe par une méthode des trapèzes sera réalisée.

Application :

Considérons le jeu de paramètres suivant : $m = 1,5, n = 1, k = 10^7\, MPa$, $A = 1\, mm^{-1} MPa^{-n}$, $T_0 = 0\, MPa$ et $D_{lim} = 0,999$. Un calcul est réalisé en utilisant le code de calcul par éléments finis ZeBuLoN, sur un élément de zone cohésive.

On oberve, figure C.4, l'évolution contrainte-déplacement de l'élément que nous comparons aux valeurs analytiques des grandeurs décrites ci-dessus.

Nous trouvons comme valeurs analytiques : $T_{max} = 6495 MPa$, $U_{max} = 0,00011 mm$, $U^* = 0,0011 mm$, en bon accord avec les différentes valeurs de la figure C.4.

La valeur analytique de l'énergie de décohésion déterminée pour $G_c = 2\, KJ.m^{-2}$ est également cohérente avec la valeur déterminée par une méthode des trapèzes $G_c = 1,96\, KJ.m^{-2}$. On note ici que considérer la valeur de l'énergie de décohésion comme approximativement $\frac{1}{2} T_{max} U^*$ surestime le resultat puisqu'une valeur de $3,6\, KJ.m^{-2}$ est alors trouvée.

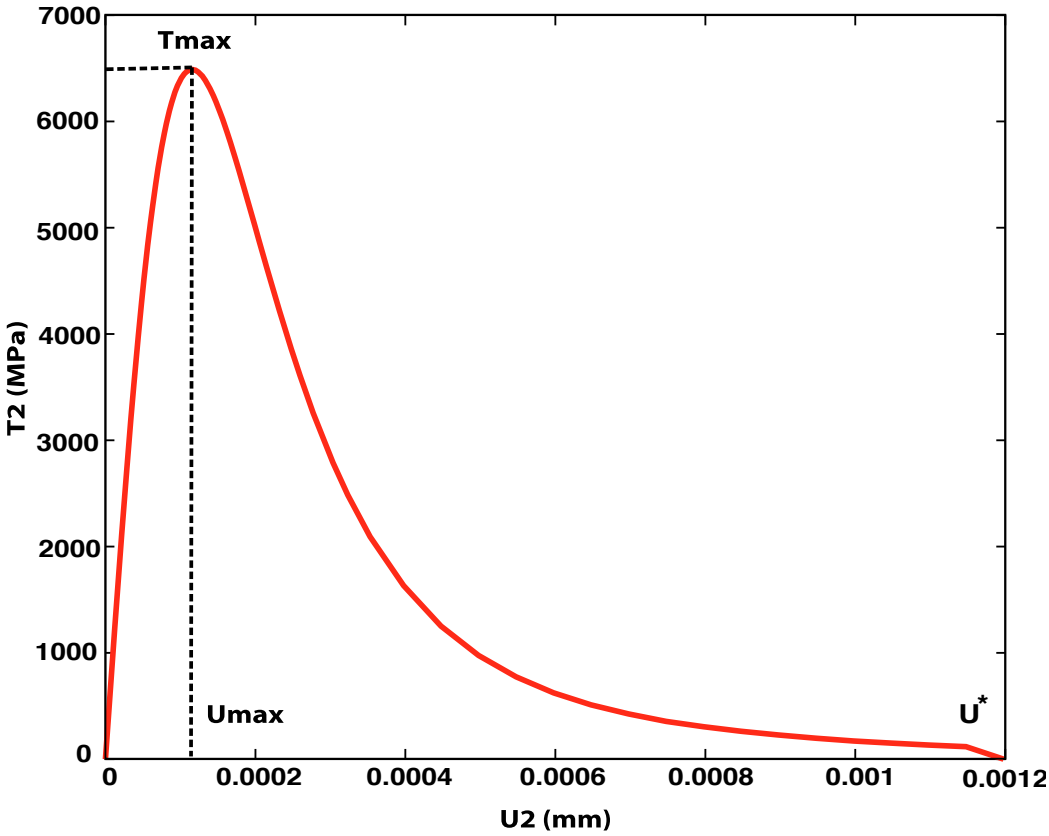


FIG. C.4 – Evolution contrainte-déplacement du modèle de zone cohésive.

Annexe D

Modèle phénoménologique de propagation de fissure

D.1 Détermination numérique des seuils d'ouverture de fissure

Cette annexe apporte des précisions sur l'utilisation de la méthode de relâchement de nœuds pour la détermination des seuils d'ouverture de fissure en régime de fatigue et de fatigue-fluage. Nous rappelons, tout d'abord, le principe de la méthode de relâchement de nœuds puis les différentes méthodes d'estimation des seuils d'ouverture. Enfin, nous appliquons et comparons ces différentes méthodes au cas des fissures longues.

D.1.1 Méthode de relâchement de nœuds

Newman et Armen [166] ont proposé la première étude numérique d'estimation du seuil de fermeture de fissure par la méthode des éléments finis. Ces calculs simulent la propagation d'une fissure par libération de nœuds dans un maillage pour faire apparaître le sillage laissé par la zone plastique en pointe de fissure.

Le principe de la propagation de fissure par relâchement de nœuds consiste, comme le montre la figure D.1, à relâcher successivement les nœuds d'un maillage en imposant arbitrairement pour seul critère la durée entre deux relâchements.

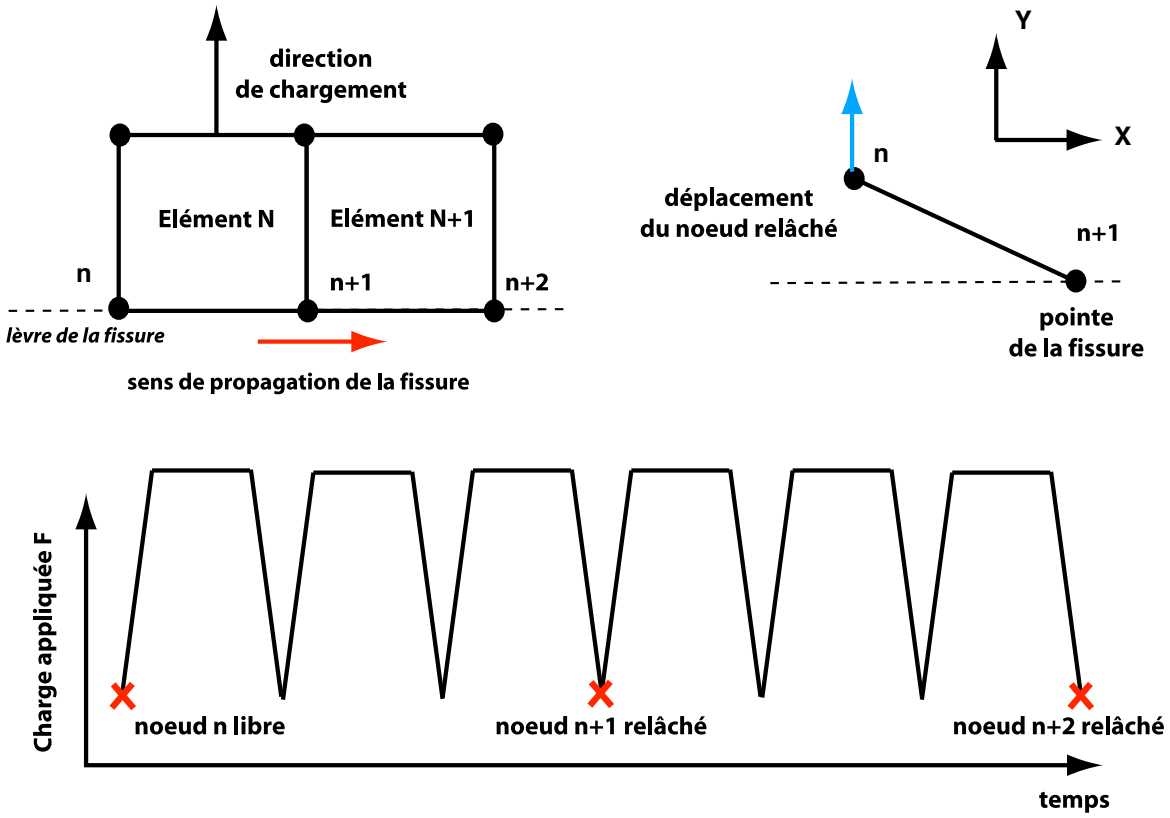


FIG. D.1 – Principe de propagation de fissure par relâchement de nœuds.

Dans le cas d'un chargement cyclique, un seul nœud constitue la pointe de la fissure. Plusieurs cycles sont alors appliqués pour redistribuer les contraintes à la pointe de la fissure. Ensuite, ce noeud est relâché et plusieurs cycles sont de nouveau appliqués. De proche en proche, cette méthode permet de faire propager une fissure en simulant, de ce fait, la traînée plastique sur les lèvres de la fissure. De nombreuses études ont été menées sur le sujet. Nous pouvons notamment citer Prigent [129] qui a étudié l'évolution des seuils d'ouverture de fissure sur l'Astroloy

afin d'identifier les paramètres du modèle phénoménologique exploité dans cette étude, Pommier [158] qui a réalisé une étude sur l'alliage N18 et Sansoz [159] qui a estimé l'évolution des seuils d'ouverture de fissure pour le superalliage N18 en régimes de fissure courte et de fissure longue pour des éprouvettes avec ou sans entailles.

Dans le cadre de cette étude, le relâchement est réalisé à charge minimale afin de faciliter la convergence du calcul. En raison des contraintes résiduelles de compression (dues à la plasticité à la pointe de la fissure) à la fin de la décharge, une condition de non pénétration est utilisée dans le calcul par éléments finis. Cette condition est gérée par un multiplicateur de Lagrange qui permet d'introduire une force de rappel aux nœuds critiques empêchant ces derniers de pénétrer dans la matière.

D.1.2 Méthode de détermination des seuils d'ouverture de la fissure

Différentes méthodes de détermination du seuil d'ouverture existent. Nous définissons, ici, les méthodes les plus usuelles qui seront comparées dans le paragraphe suivant. La fissure est dite "ouverte" lorsque le déplacement du noeud est strictement positif. Il suffit ensuite de déterminer l'instant d'ouverture qui vérifie le critère précédent, pour en déduire l'effort d'ouverture de la fissure.

Dans cette étude, la détermination du seuil d'ouverture est réalisée pour différentes positions du nœud où l'on se place pour faire la mesure :
- premier noeud après la pointe de la fissure,
- 4^{ieme} nœud après la pointe de la fissure,
- 5^{ieme} nœud après la pointe de la fissure,
- 6^{ieme} nœud après la pointe de la fissure,
- en appliquant la méthode du "Crack Tip Opening Displacement" ou CTOD,
- en appliquant la méthode du "Crack Opening Displacement" ou COD déterminée à partir de la taille de la demi-zone plastique, notée ρ,
- en appliquant la méthode expérimentale.

Ces différentes méthodes sont explicitées sur la figure D.2. On remarque que les 4 premières méthodes sont dépendantes du nœud où l'on se place pour faire la mesure et donc sont dépendantes du maillage. Les 3 dernières méthodes présentent, quant-à-elles, l'avantage d'être indépendantes du type de maillage utilisé.

D.1.3 Application en régime de fissure longue

Nous appliquons les différentes méthodes, présentées ci-dessus, au cas d'un chargement de fatigue pour une fréquence de 5 Hz et un rapport de charge $R = 0$. Nous rappelons sur la figure D.3 le maillage utilisé, comportant une fissure initiale de longueur $a_0 = 2\,mm$. Cette éprouvette est orientée suivant $< 001 >$ et la direction du front de propagation de la fissure étudiée est $< 100 >$. La préfissuration est obtenue par la méthode de relâchement de nœuds qui se poursuit ensuite pour la phase de propagation de fissure dans la boîte régulièrement maillée jusqu'à une longueur finale d'avancée de fissure $a_f = 4\,mm$. C'est au cours de cette seconde phase que sont évalués les seuils d'ouverture de la fissure. Le maillage est composé d'éléments triangulaires linéaires. La taille de ces éléments est de l'ordre de $4\,\mu m$.

Dans notre cas, on a imposé qu'un nœud soit relâché tous les 4 cycles, ce qui correspond à une vitesse constante de propagation de fissure de $10^{-6}\,m.s^{-1}$. Cette vitesse est cohérente avec les essais de propagation de fissure réalisés à l'ONERA en régime de fatigue pure à $950°C$ sur le superalliage monocristallin AM1 pour une valeur de facteur d'intensité des contraintes

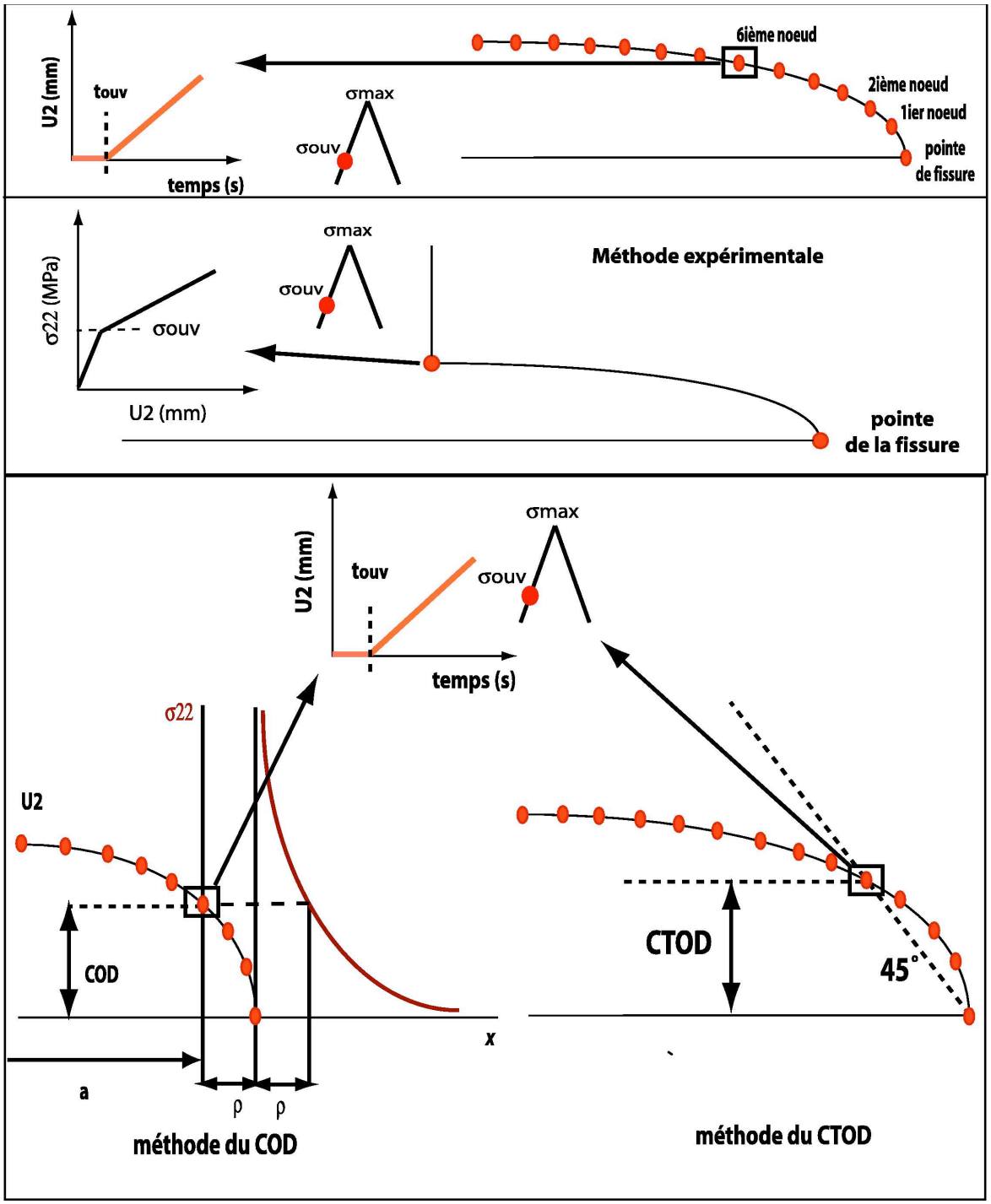


FIG. D.2 – Différentes méthodes d'estimation du seuil à ouverture de la fissure.

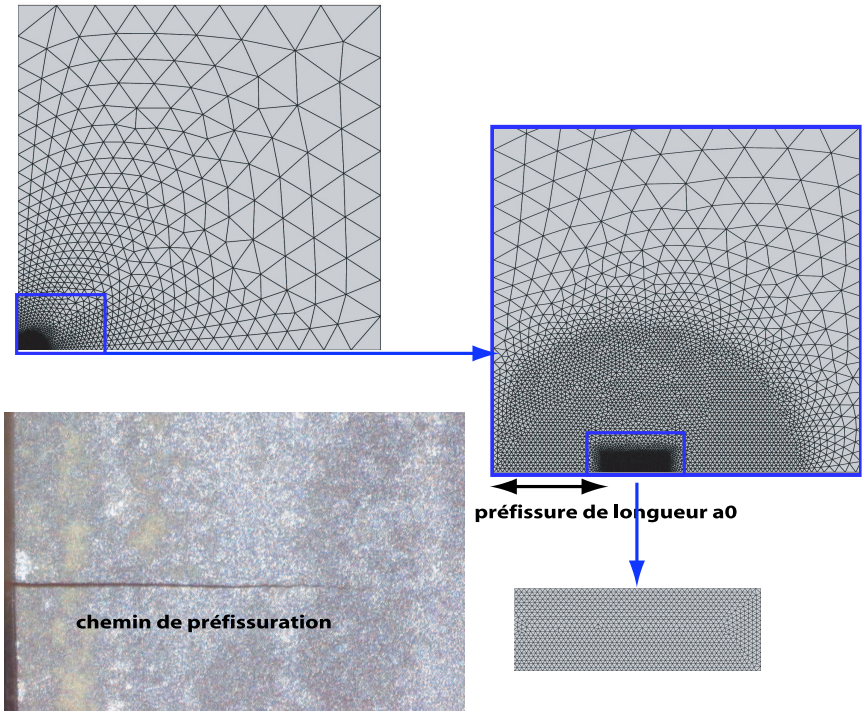


FIG. D.3 – Maillage utilisé.

$\Delta K = 25\,MPa\sqrt{m}$. Des simulations numériques ont également été réalisées pour des nœuds relâchés tous les 8 cycles (i.e. pour une vitesse de fissuration de $5.10^{-7}\,m.s^{-1}$) afin d'oberver l'influence de la vitesse de fissuration imposée sur la redistribution des contraintes en pointe de fissure et donc sur les seuils d'ouverture de la fissure.

La figure D.4 présente l'estimation du seuil à ouverture de la fissure pour les différentes méthodes d'analyse considérées.

On remarque que les différentes méthodes présentées, à l'exception de la détermination du seuil d'ouverture réalisée sur le nœud le plus proche de la pointe de la fissure, donnent une estimation homogène du seuil à ouverture en régime de fissure longue. On peut noter la très bonne correspondance des résultats obtenus avec la méthode expérimentale, la méthode du COD et du CTOD qui présentent l'avantage d'être indépendantes de la taille de maille. On observe également que la détermination du seuil d'ouverture réalisée à partir du quatrième nœud donne des résultats comparables aux méthodes précédentes. Enfin, l'application d'un relâchement de nœud tous les 8 cycles conduit à un seuil d'ouverture plus élevé, résultat qui n'est guère surprenant puisque la plasticité en pointe de fissure est plus importante.

En régime de fatigue, nous utiliserons la méthode expérimentale pour déterminer les seuils d'ouverture. En revanche, en régime de fluage, cette dernière n'est plus applicable en raison d'un important phénomène de Blunting en pointe de fissure. On déterminera alors le seuil d'ouverture à partir du quatrième nœud situé après la pointe de la fissure.

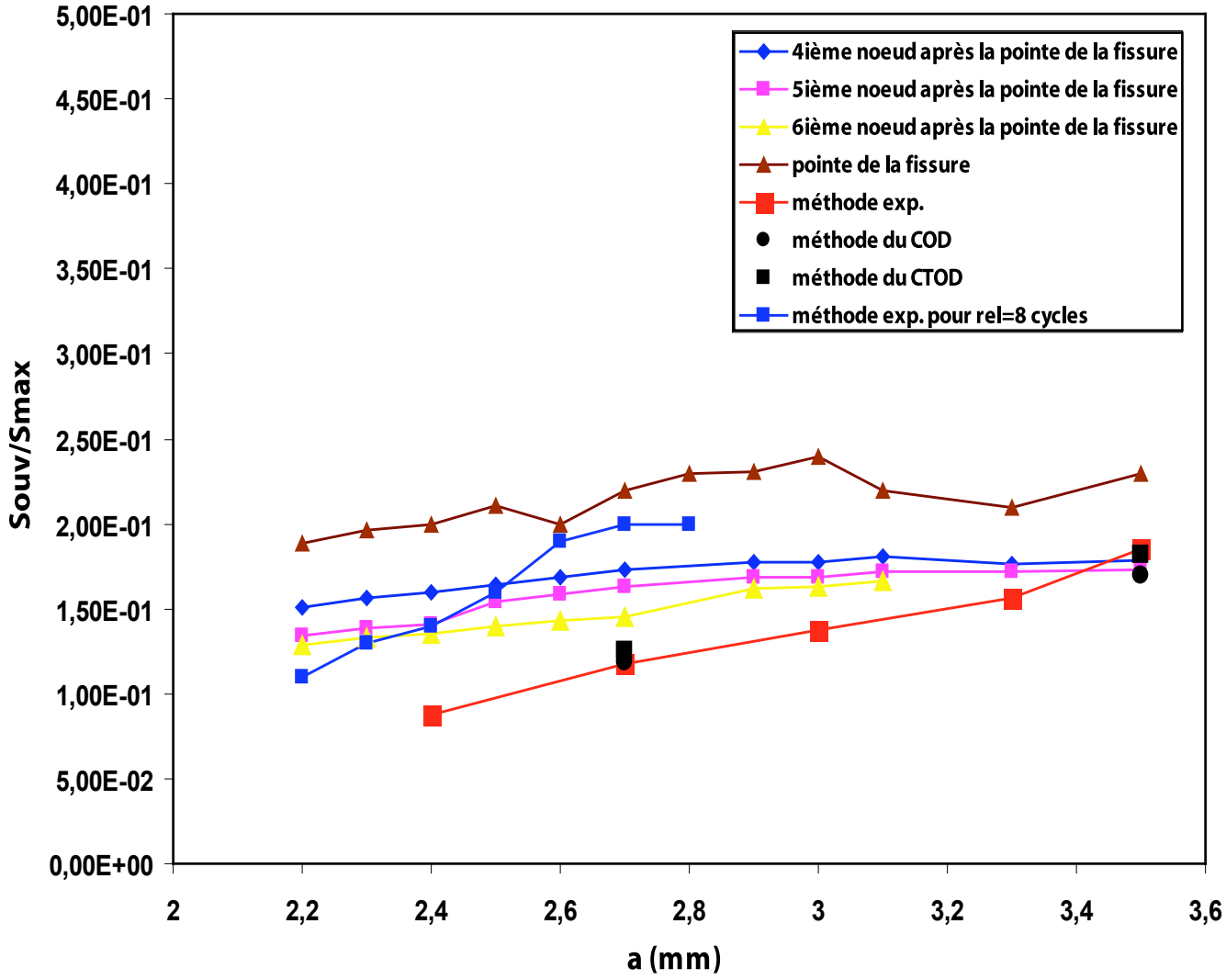


FIG. D.4 – Comparaison des différentes méthodes d'estimation du seuil à ouverture de la fissure pour un calcul numérique de propagation en fatigue en régime de fissure longue.

D.2 Formulation des facteurs d'intensité des contraintes utilisée pour les différentes géométries d'éprouvettes

Nous définissons, dans cette annexe, les différentes formulations des facteurs d'intensité des contraintes utilisées dans le modèle phénoménologique pour décrire la propagation de la fissure.

D.2.1 Eprouvettes trouées

Nous utilisons la formule empirique déterminée par Führung [167] pour une géométrie d'éprouvette décrite figure D.5.

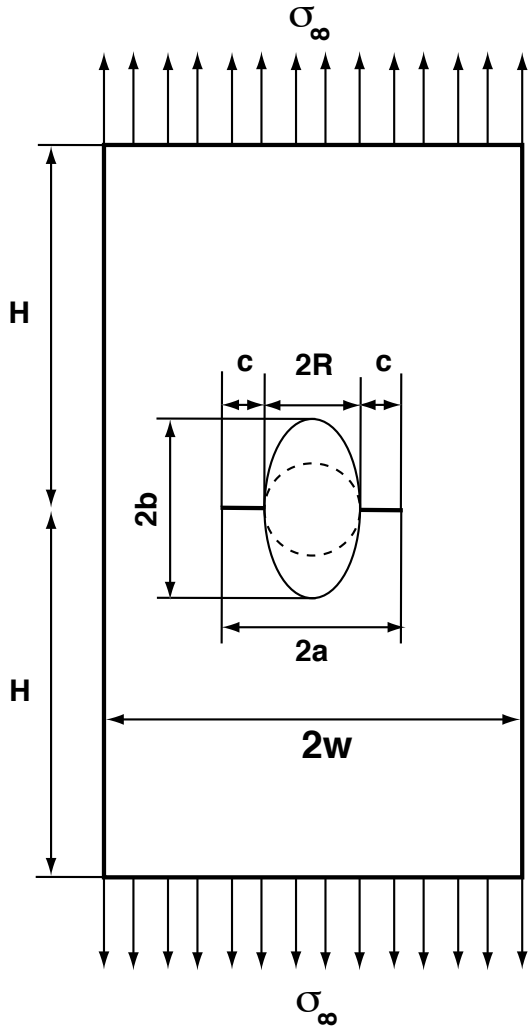


FIG. D.5 – Géométrie de l'éprouvette trouée utilisée pour le calcul du facteur d'intensité des contraintes.

Le facteur d'intensité des contraintes est donné par :

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a} \tag{D.1}$$

où la fonction F est défine par :

$$F = \varphi \cdot \psi \tag{D.2}$$

Différents paramètres sont introduits afin d'alléger l'écriture de la fonction F tels que $\alpha = \frac{a}{W}$, $\bar{\alpha} = \frac{\pi}{2}\alpha$, $\delta = \frac{b}{R}$, $\gamma = \frac{R}{W}$ et $\beta = \frac{\alpha-\gamma}{1-\gamma}$.

La fonction φ est définie par :

$$\varphi = \frac{\pi\left[\sqrt{\frac{1}{\bar{\alpha}}(tan(\bar{\alpha}) + g \cdot sin(2\bar{\alpha}))} \cdot (1 + \frac{\varepsilon^2(2-\varepsilon^2)}{1-\varepsilon})\right] - \sqrt{1+2g}}{\pi - 1} \tag{D.3}$$

avec

$$g = 0,13\left(\frac{2}{\pi} \cdot arctan(\delta)\right)^2 \tag{D.4}$$

$$\varepsilon = \alpha \cdot \frac{2}{\pi} \cdot arctan(0,6\sqrt[3]{\delta}) \tag{D.5}$$

La fonction ψ est décrite de la manière suivante :

$$\psi = \xi\left(3\beta^{\frac{2}{3}P} - 2\sqrt{\xi}\beta^P\right) \tag{D.6}$$

avec

$$P = log(\xi^{-\frac{3}{2}})/log(\beta^*) \tag{D.7}$$

$$\beta^* = \frac{\gamma \cdot \delta}{\gamma(2\delta - 1) + 1} \tag{D.8}$$

$$\xi = 1 + \frac{2}{\pi} \cdot artan(1,5\sqrt{\delta}) \tag{D.9}$$

D.2.2 Eprouvettes avec fente

Concernant la géométrie de l'éprouvette avec fente, nous avons utilisé, dans ce travail, le facteur d'intensité des contraintes d'une plaque rectangulaire plate contenant une fissure centrale (illustrée figure D.6).

Le facteur d'intensité des contraintes est donné par :

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \cdot F(\alpha, \beta) \tag{D.10}$$

où la fonction F dépend de la géométrie de l'éprouvette. Les paramètres α et β sont respectivement définis par $\alpha = \frac{2a}{W}$ et $\beta = \frac{2H}{W}$.

Les géométries des éprouvettes traitées dans ce problème nous donnent une valeur du paramètre $\beta = \infty$. La fonction F est alors définie par l'équation suivante :

$$F(\alpha, \infty) = 5,5006\alpha^2 - 0,1991\alpha + 1,0395 \tag{D.11}$$

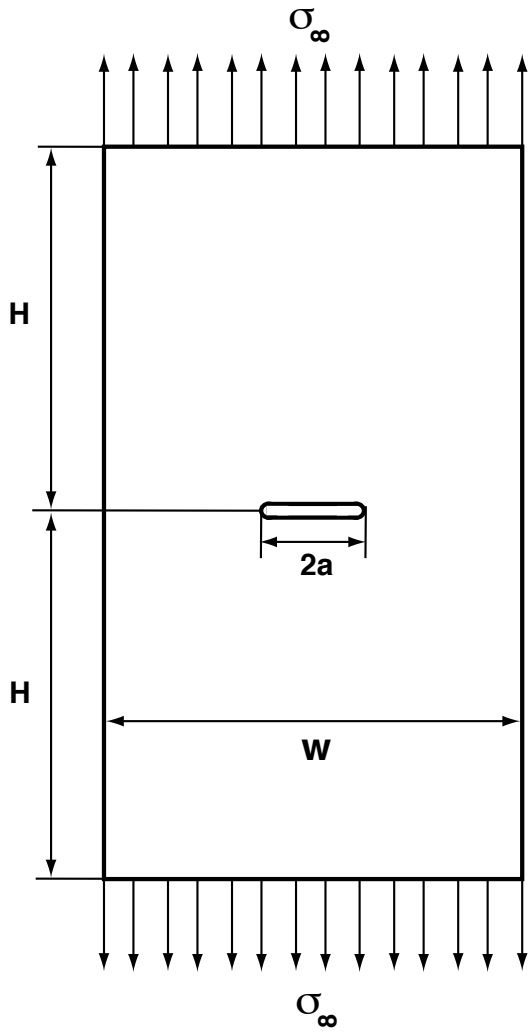


FIG. D.6 – Géométrie de l'éprouvette avec fente utilisée pour le calcul du facteur d'intensité des contraintes.

Annexe E

Références bibliographiques

Bibliographie

[1] Poubanne P. *Etude et modélisation du comportement mécanique d'un superalliage monocristallin pour aube de turbine.* PhD thesis, Ecole Centale de Paris, 1989.

[2] Cailletaud G. *Une approche micromécanique phénoménologique du comportement inélastique des matériaux.* PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, 1987.

[3] Defresne A. and Rémy L. Fatigue behaviour of CMSX 2 superalloy [001] single crystals at high temperature. ii : Fatigue crack growth. *Material Science and Engng.*, A129 :45–53, 1990.

[4] Fleury E. *Endommagement du superalliage monocristallin AM1 en fatigue isotherme et anisotherme.* PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, Centre des matériaux, 1991.

[5] Gallerneau F. *Etude et modélisation de l'endommagement d'un superalliage monocristallin revêtu pour aube de turbine.* PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1995.

[6] Flouriot S. *Détermination expérimentale et simulation numérique des phénomènes de localisation de la déformation en pointe de fissure dans un monocristal C.F.C.* PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.

[7] Marchal N. *Propagation de fissure en fatigue-fluage à haute température de superalliages monocristallins à base nickel.* PhD thesis, Ecole Nationale des Mines de Paris, 2006.

[8] Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society (London)*, A221 :163–198, 1920.

[9] Engerand J.L. *Mécanique de la Rupture.* Techniques de l'Ingénieur, traité de génie mécanique, bm 5066 edition, 2000.

[10] Williams M.L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 79 :109–144, 1957.

[11] Irwin G.R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 79 :361–364, 1957.

[12] Irwin G.R. *Fracture*, volume 6. In : Handbuch der Physik, Springer edition, 1958.

[13] Irwin G.R. *Fracture Mechanics*, volume 177. In : Goodier et Hoff, Structural Mechanics edition, 1960.

[14] Rice J.R. *Mathematical analysis in the mechanics of fracture*, volume 2. Liebowitz, Fracture edition, 1968.

[15] Eshelby J.D. *The continuum theory of lattice defects*, volume 2. Seitz et Turnbull, Progress in solid state physics edition, 1956.

[16] Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits. *J. Mech. Phys. Solids*, 8 :100–104, 1960.

[17] Prandtl L. Anwendungsbeispiele zu einem henckyschen Satz über das plastische Gleichgewicht. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 3 :401–406, 1923.

[18] François D., Pineau A., and Zaoui A. *Comportement mécanique des matériaux : viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact.* Hermès edition, 1993.

[19] Hutchinson J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16 :13–31, 1968.

[20] Rice J. R. and Rosengren G. F. Plane strain deformation near a crack tip in a power law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16 :1–12, 1968.

[21] Rice J. R. Tensile crack tip fields in elastic-ideally plastic crystals. *Mechanics of Materials*, 6 :317–355, 1987.

[22] Riedel H. and Rice J. R. Tensile cracks in creeping solids. In *Fracture Mechanics, Twelth Conference*, ASTM STP 700, pages 112–130. American Society for Testing and Materials, 1980.

[23] Riedel H. *Fracture at high temperature.* Materials Research and Engineering, Springer-Verlag edition, 1987.

[24] Kachanov M. Time of the rupture process under creep conditions. *Isv. Akad. Nauk. SSR. Otd. Tekh. Nauk.*, 8 :26–31, 1958.

[25] Rabotnov Y.N. Creep problems in structural members. *North-Holland*, 1969.

[26] Leckie F.A. and Hayhurst D.R. Creep rupture of structures. *Proc. Royal Soc. London*, 340 :323–347, 1974.

[27] Murakami S. and Ohno N. *A continuum theory of creep and creep damage.* A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst, IUTAM, Springer Verlag edition, 1980.

[28] Chaboche J.L. Sur l'utilisation des variables d'état interne pour la description de la visco-plasticité cyclique avec endommagement. In Symposium Franco-Polonais de Rhéologie et Mécanique, editor, *Problèmes Non Linéaires de Mécanique*, pages 137–159, 1977.

[29] Germain P., Nguyen Q.S., and Suquet P. Continuum thermodynamics. *J. of Applied Mechanics*, 50 :1010–1020, 1983.

[30] Lemaitre J. *A course on damage mechanics.* Berlin : Springer-verlag edition, 1996.

[31] Lemaitre J. et Chaboche J.L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. *J. de mécanique appliquée*, 2(3) :317–365, 1978.

[32] Chaboche J.L. Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire. *Revue française de mécanique*, 50-51 :71–82, 1974.

[33] Ladevèze P. Sur une théorie de l'endommagement anisotrope. Technical report, Laboratoire de Mécanique et Technologie, Cachan, 1983.

[34] Ladevèze P. A model of unilateral elastic damageable material and its application to concrete. Lausanne, 1986. RILEM Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete, Elsevier.

[35] Krajcinovic D. and Fonseka G.U. The continuous damage theory of brittle materials. Parts 1 and 2. *J. of Applied Mechanics*, 48 :809–824, 1981.

[36] Ortiz M. A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete. *Mech. of Materials*, 4 :67–93, 1985.

[37] Voyiadjis G.Z. and Kattan P. Damage of fiber reinforced composite materials with micro-mechanical characterization. *Int. J. Solids Structures*, 30(20) :2757–2778, 1993.

[38] Lemaitre J. and Desmorat R. *Engineering Damage Mechanics. Ductile, creep, fatigue and brittle failures.* Springer Berlin, 2005.

[39] Pineau A. Review of fracture mechanisms and local approaches to predicting crack resistance in low strength steels. Cannes, 1981. Int. Conf. of Fracture, Advances in Fracture Researches, Pergamon Press.

[40] McClintock F. A. *On the Plasticity of the Growth of Fatigue Cracks.* Drucker D. C. and Gilman J. J., Fracture of Solids, Interscience, New York edition, 1963.

[41] Forsyth P.J.E. A two stage process of fatigue crack growth. *In : Crack Propagation : Proceedings of Cranfield Symposium*, London : Her Majesty's Stationery Office :76–94, 1962.

[42] Laird C. The influence of metallurgical structure on the mechanisms of fatigue in crack propagation. *STP*, 415 :131–168, 1967.

[43] Pommier S. and Risbet M. Time-derivative equations for fatigue crack growth in metals. *Int. J. of Fract.*, 131 :79–106, 2005.

[44] Billardon R. Fully coupled strain analysis of ductile fracture. Moret-sur-Loing, France, 1986.

[45] Bazant Z.P. and Belytschko T. Proceedings of the 2nd international conference on constitutive laws for engineering materials : Theory and applications. New York, 1987. Elsevier.

[46] Saanouni K., Chaboche J.L., and Lesne P.M. On the creep crack growth prediction by a non local damage formulation. *Eur. J. Mech., A/Solids*, 8 :437–459, 1989.

[47] Bazant Z.P. and Pijaudier-Cabot. *Numerical Methods in Fracture Mechanics.* UK Pineridge Press, 1987.

[48] Saanouni K. and Lesne P.M. Non local damage model for creep crack growth prediction. France, 1987. In : Mech. Engineering Publications.

[49] Barenblatt G. I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.*, 7 :55–129, 1962.

[50] Needleman A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, 54 :525–531, 1987.

[51] Rose J.H., Ferrante J., and Smith J.R. Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces. *Phy. Rev. Lett.*, 47 :675–678, 1981.

[52] Tvergaard V. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials Science and Engineering*, A125 :203–213, 1990.

[53] Needleman A. Micromechanical modeling of interfacial decohesion. *Ultramicroscopy*, 40 :203–214, 1992.

[54] Xu G. and Needleman A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *J. Mech. Phys. Solids.*, 42(9) :1397–1434, 1994.

[55] Xu G., Bower A.F., and Ortiz M. The influence of crack trapping on the toughness of fiber reinforced composites. *J. Mech. Phys. Solids.*, 46(10) :1815–1833, 1998.

[56] Needleman A. and Rosakis A.J. The effect of bond strength and loading rate on the conditions governing the atteinment of intersonic crack growth along interfaces. *J. Mech. Phys. Solids*, 47 :2411–2450, 1999.

[57] Needleman A. An analysis of tensile decohesion along an interface. *J. Mech. Phys. Solids*, 38(3) :289–324, 1990.

[58] Tvergaard V. and Hutchinson J.W. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 40 :1377–1397, 1992.

[59] Xu G., Needleman A., and Abraham F.F. Effect of inhomogeneities on dynamic crack growth in an elastic solid. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 5 :489–516, 1997.

[60] Siegmund T. and Needleman A. A numerical study of dynamic crack growth in elastic-viscoplastic solids. *Int. J. Solids Structures*, 34(7) :769–787, 1997.

[61] Siegmund T., Fleck N.A., and Needleman A. Dynamic crack growth across an interface. *Int. J. Fracture*, 85 :381–402, 1997.

[62] Camacho G. T. and Ortiz M. A computational modeling of impact damage in brittle materials. *Int. J. Sol. Struct.*, 42 :1397–1434, 1994.

[63] Suquet P. *Discontinuities and plasticity.* Nonsmooth Mechanics and Applications, Moreau, Panagiotopoulos edition, 1987.

[64] Michel J.C., Suquet P., and Thebeaud F. Une modélisation du rôle des interfaces dans le comportement des composites à matrice métallique. *Revue européenne des Elements Finis*, 4 :573–595, 1994.

[65] Chandra N. and Shet C. Analysis of energy balance when using cohesive zone models to simulate fracture processes. *Journal of Eng. Mat. Techn.*, 124 :440–450, 2002.

[66] Ritchie R. O. Mechanisms of fatigue-crack propagation in ductile and brittle solids. *Int. J. of Fract*, 100 :55–83, 1999.

[67] Chaboche J.L., Feyel F., and Monerie Y. Interface debonding models : a viscous regularization with a limit rate dependency. *Int. J. Solids Structures*, 38 :3127–3160, 2001.

[68] Bui H. D., Van K. D., and Stolz C. Mécanique des solides anélastiques-formulations variationnelles du problème en vitesse pour le solide élastique-fragile avec zone endommagée. *C. R. Acad. Sc. Ser. II*, 292,3 :251–254, 1981.

[69] Tzou D. Y. Experimental evidence for the temperature waves around a rapidly propagating crack tip. *J. Heat Transfer*, 114 :1042–1051, 1992.

[70] Zehnder A. T. and Rosakis A. J. On the temperature distribution at the vicinity of dynamically propagating cracks. *J. Mech. Phys. Sol.*, 39 :385–415, 1991.

[71] Ortiz M. Microcrack coalescence and macroscopic crack growth initiation in brittle solids. *Int. J. Sol. Struct*, 24 :231–250, 1988.

[72] Wnuck M. P. and Knauss W. G. Delayed fracture in viscoelastic-plastic solids. *Int. J. Solids Struct*, 6 :995–1009, 1971.

[73] Knauss W. G. Time dependent fracture and cohesive zones. *J. Eng Mater. Tech.*, 115 :262–267, 1993.

[74] Williams J. G. and Marshall G. P. Environmental crack and craze growth phenomena in polymers. *Proceedings of the Royal Society, London*, A342 :55–77, 1975.

[75] Yang B., Mall S., and Ravi-Chandar K. A cohesive zone model for fatigue crack growth in quasibrittle materials. *Int. J. Solids Struct*, 38 :3927–3944, 2001.

[76] Roe K.L. and Siegmund T. An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation. *Eng. Fract. Mech.*, 70 :209–232, 2003.

[77] Nguyen Q.S., Repetto E.A., Ortiz M., and Radovitzky. A cohesive model of fatigue crack growth. *Int. J. of Fract*, 110 :351–369, 2001.

[78] Yang B. and Ravi-Chandar K. On the role of process zone in dynamic fracture. *J. Mech. Phys. Sol.*, 44 :1955–1976, 1996.

[79] Yang B. and Ravi-Chandar K. Antiplane crack growth under quasistatic loading in a damaging material. *Int. J. Sol. Struct.*, 35 :3695–3715, 1998.

[80] Ortiz M. Computational micromechanics. *Comput. Mech.*, 18 :321–338, 1996.

[81] Li N. Y., Hong A. P., and Binienda W. K. Theory of cohesive model with interactive cracks. *Int. J. Sol. Struct.*, 35 :981–994, 1998.

[82] Yang B. and Ravi-Chandar K. A single domain dual-boundary-element formulation incorporating a cohesive zone model for elastostatic cracks. *Int. J. Fract.*, 93 :115–144, 1998.

[83] Tate N. *A finite element implementation of cohesive zone theory.* PhD thesis, Imperial College London, 2002.

[84] De-Andres A., Perez J., and Ortiz M. Elastoplastic finite element analysis of three-dimensional fatigue crack growth in aluminium shaft subjected to axial loading. *Int. J. Solids Struct*, 36 :2231–2258, 1999.

[85] Robinson P., Galvanetto U., Tumino D., Bellucci G., and Violeau D. Numerical simulation of fatigue-driven delamination using interface elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63 :1824 – 1848, 2005.

[86] Ravi-Chandar K. Dynamic fracture of nominally brittle materials. *Int. J. Fract.*, 90 :83–102, 1998.

[87] Hay J.C. and White K.W. The stiffness of grain bridging elements in a monotonic alumina. *Journal of American Ceramic Society*, 80 :1293–1297, 1997.

[88] Siegmund T. A numerical study of transient fatigue crack growth by use of an irreversible cohesive zone model. *International Journal of Fatigue*, 26 :929–939, 2004.

[89] Aswath P.B., Suresh S., Holm D.K., and Blom A.F. Load interaction effects on compression fatigue crack growth in ductile solids. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 110 :278–285, 1988.

[90] Pelloux R.M.N. Mechanisms of formation of ductile fatigue striations. *Transactions of the American Society for Metals*, 62 :281–285, 1969.

[91] Neumann P. Coarse slip model of fatigue. *Acta Metallurgica*, 17 :1219–1225, 1969.

[92] Paris P., Gomez M., and Anderson W. A rational analytic theory of fatigue. *The trend in engineering*, 13 :9–14, 1961.

[93] Pearson S. Initiation of fatigue cracks in commercial aluminium alloys and the subsequent propagation of very short cracks. *Engng. Fracture Mech.*, 7 :235–247, 1975.

[94] Suresh S. and Ritchie R. O. Propagation of short fatigue cracks. *Int. Metals Reviews*, 29, 6 :445–476, 1984.

[95] Kitagawa H. and Takahashi S. Applicability of fracture mechanics to very small cracks or the cracks in the early stages. *Proc. Int. Conf. on the Mechanical Behaviour of Materials (ICM2)*, American Society of Metals :627–631, 1976.

[96] Compton J.S. and Martin J.W. Crack growth in a single crystal alloy at elevated temperatures. *Metallurgical Transactions A*, 15 :1711–1719, 1984.

[97] Li S.X., Smith D.J., and Ellison E.G. *Creep-Fatigue crack growth in a single crystal nickel base superalloy.* Mechanical Engineering Publications, Ainsworth R.A. and Skelton R.P. edition, 1993.

[98] Chan K.S. and Leverant G.R. Elevated temperatures fatigue crack growth behavior of MAR-M200 single crystal. *Metallurgical Transactions A*, 18A :593–632, 1987.

[99] Lerch B.A. and Antolovitch S.D. Fatigue crack propagation behavior of single crystalline superalloy. *Metallurgical Transactions A*, 21A :2169–2177, 1990.

[100] Anton D.L. Low cycle fatigue characteristics of <001> and randomly aligned superalloys single crystals. *Acta Metall.*, 32, 1984.

[101] Ziebs J. and Frenz H. Final report of the joint research project SFB 339 of the Technical University and the BAM, Berlin. Part D1 iv, 1997.

[102] Okazaki M. and Yamazaki Y. Creep-fatigue small crack propagation in a single crystal Ni-base superalloy, CMSX-2. Microstructural influences and environmental effects. *Int. J. of Fatigue*, 21 :79–86, 1999.

[103] Pineau A. Short fatigue cracks behavior in relation to three-dimensional aspects. In *AIME Conference*, Santa-Barbara, USA, 1996.

[104] Murakami Y. Metal fatigue : Effects of small defects and nonmetallic inclusions. *Elsevier, Oxford*, 2002.

[105] Elbert W. Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engng Frac. Mech.*, 2 :37–45, 1970.

[106] Elbert W. The significance of fatigue crack closure. *ASTM STP 486*, pages 230–242, 1971.

[107] Fleck N.A. Finite element analysis of plasticity-induced crack closure under plane strain conditions. *Engineering Fracture Mechanics*, 25 :441–449, 1986.

[108] Fleck N.A. and Newman J.C. Jr. *Analysis of Crack Closure Under Plane Strain Conditions*, volume ASTMP STP 982. Newman J.C. Jr et Elber W., Philadelphia, USA, American Society for Testing and Materials edition, 1988.

[109] Riemelmoser F.O. and Pippan R. Mechanical reasons for plasticity induced crack closure under plane strain conditions. *Fatigue Fact. Engng Mater. Struct.*, 21 :1425–1433, 1998.

[110] Bernède P. and Rémy L. Fatigue crack growth of small defects in a superalloy at high temperature in air and vacuum, in 'short fatigue cracks'. *ESIS 13*, K.J. Miller and E.R. de Los Rios Eds :251–262, 1992.

[111] Suresh S., Zamiski G.F., and Ritchie R.O. Oxide-induced crack closure : an explanation for near threshold corrosion fatigue crack growth behaviour. *Metall. Trans.*, 12A :1435–1443, 1981.

[112] Antolovitch S.D., Baur R., and Liu S. A mechanistically based model for high temperature LCF of Ni-base superalloys. *In : Superalloys 1980*, pages 605–613, 1980.

[113] Bouhanek K., Oquab D., and Pieraggi B. High temperature oxidation of single-crystal Ni-base superalloys. *Mater. Sci. Forum 251-254*, pages 33–40, 1997.

[114] King J.E. and Cotterill P.J. Role of oxides in fatigue crack propagation. *Mater. Sci. Tech.*, 6 :19–31, 1990.

[115] Zhao L.G., O'Dowd N.P., and Busso E.P. A coupled kinetic-constitutive approach to the study of high temperature crack initiation in single crystal nickel-base superalloys. *J. Mech. Phys. Sol.*, 54 :288–309, 2006.

[116] Fedelich B., Kunecke G., May T., Pfenning A., and Wedell W. The characterisation of the short/long crack growth behaviour of the single crystal superalloys AM1 and PWA1483 : Crack growth data and microstructural observations. Report D2.4.2, SOCRAX, 2005.

[117] Remy L. *Oxidation effects in high temperature creep and fatigue of engineering alloys.* Corrosion-deformation interactions, Fontainebleau, France, Les Editions de Physique edition, 1992.

[118] Reuchet J. and Rémy L. Fatigue oxidation interaction in a superalloy - application to life prediction in high temperature low cycle fatigue. *Metallurgical Transactions A*, 14A :141–149, 1983.

[119] Fedelich B. and Kiyak Y. Formulation, validation and comparison of simplified crack growth models for the selected single crystal superalloys. Report D4.3.2, SOCRAX, 2006.

[120] Paris P.C. and Erdogan F.C. A critical analysis of crack propagation laws. *Trans. ASME, J. of Basic Engineering*, pages 528–533, 1963.

[121] Forman R.G. Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structure. *Trans. ASME, J. of Basic Engineering*, 69 :459, 1967.

[122] Nicholson C.E. Proceedings of conference of mechanics and mechanisms of crack growth. *Cambridge, England*, 1973.

[123] Wheeler O. E. *Trans ASME, J. of Basic Engineering*, pages 181–186, 1972.

[124] Willenborg J.D., Engle R.M., and Wood H.A. A crack growth retardation model using an effective stress concept. *AFFDL-TM-FBR-71-1*, 1971.

[125] Schijve J. Fatigue crack growth under variable amplitude loading. *Fatigue and Fracture*, 19 :110–133, 1996.

[126] De Konig A.U. *A simple crack-closure model for prediction of fatigue crack growth rates under variable-amplitude loading.* Fracture mechanics, R. Roberts Ed., ASTM STP 743 edition, 1981.

[127] Baudin G. Crack growth lifetime prediction under aeronautical type loadings. 1984.

[128] Larsen J.M. and Nicholas T. Cumulative-damage modelling of fatigue crack growth in turbine engine materials. *Engng. Fract. Mech.*, 22, num4 :713–730, 1985.

[129] Prigent P. *Modélisation de la propagation de fissure dans l'Astroloy à 650° C avec interaction fatigue-fluage-oxydation.* PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.

[130] Martinez-Esnaola J.M., Martin-Meizoso A., Affeldt E.E., Bennett A., and Fuentes M. High temperature fatigue in single crystal superalloys. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 20 :721–736, 1997.

[131] Suresh S. and Ritchie R.O. Some considerations on the modelling of oxide-induced fatigue crack closure using solutions for a rigid wedge inside a linear elastic crack. *Scripta Met.*, 17 :575–580, 1983.

[132] Baudin G., Robert M., and Anquez L. A check of crack growth models against test results generated under transport and military aircraft flight simulation loading. Technical Report TP 54, Rapport GARTEUR, 1991.

[133] Tintillet R. L'AM1 : solidification et mise en oeuvre en fonderie. *Colloque Mecamat*, 1989.

[134] Massaoudi M. *Contribution à la modélisation du comportement mécanique des matériaux biphasés* γ/γ'. PhD thesis, Université de Toulouse, 2002.

[135] Bettge D. and Österle W. 'cube slip' in near-[111] oriented specimens of a single-crystal nickel-base superalloy. *Scripta Materialia*, 40 :389–395, 1999.

[136] Lemaitre J. et Chaboche J.L. *Mécanique des matériaux solides.* 1988.

[137] Baudin G. and Policella H. Nouvelle méthode de mesure électrique de longueur de fissure. *La Recherche aérospatiale*, 4 :195–203, 1978.

[138] Yamamoto M. and Kitamura T. Effect of microstructure on crack propagation in high-temperature fatigue of directionally solidified Ni-based superalloy. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 29 :431–439, 2006.

[139] Liu C.T., Sun X.F., and Hu Z.Q. Oxidation of the single crystal Ni-base superalloy dd32 containing rhenium in air at 900°C and 1000°C. *Surface and Coatings Technology*, 197 :39–44, 2004.

[140] Kamaraj M. Rafting in single crystal nickel-base superalloys-an overview. *Sadhana*, 28, Parts 1 and 2 :115–128, 2003.

[141] Mughrabi H., Schneider W., Sass V., and Lang C. Rafting in single crystal nickel-base superalloys : An Overview. *10th Int. Conf. Proc. on Strength of Materials*, pages 705–708, 1994.

[142] Chaboche J.L., Girard R., and Levasseur P. On the interface debonding models. *Int. J. of Damage Mechanics*, 6 :220–257, 1997.

[143] Besson J. and Bugat S. Modélisation mécanique de la corrosion sous contrainte : modèle de zone cohésive appliqué à la corrosion par l'iode des alliages de zirconium. *Colloque national MECAMAT-Aussois 2006*, pages 705–708, 2006.

[144] Crisfield M.A. *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures.* Volume 1 : Essentials, John Wiley and Sons, Inc. New York edition, 1991.

[145] Fedelich B. State of the art. Reports D1.1 and D1.2, SOCRAX, 2003.

[146] Fedelich B. and Kiyak Y. Application of Fracture Mechanics based methodologies to the crack growth experiments of WP2. Report D4.1.2, SOCRAX, 2005.

[147] Solanki K., Daniewicz S.R., and Newman J.C. Finite element modeling of plasticity-induced crack closure with emphasis on geometry and mesh refinement effects. *Engng. Fract. Mech.*, 70 :1475–1489, 2003.

[148] Gonzalez-Herrera A. and Zapatero J. Influence of minimum element size to determine crack closure stress by the finite element method. *Engng. Fract. Mech.*, 72 :337–355, 2005.

[149] Rice J.R. The mechanics of earthquake rupture. *Proceedings of internation school of physics 'Enrico Fermi'*, pages 555–649, 1980.

[150] Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L. *The finite element method.* Volume 1 : The basis, Butterworth Heinemann edition, 2000.

[151] Taylor R.A. A mixed-enhanced formulation for tetrahedral finite elements. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 47 :205–227, 2000.

[152] Rémy L., Cailletaud G., and Nouailhas D. Loi de comportement anisotrope de l'AM1 de 20°C à 1100°C. Technical report, SNECMA, 1992.

[153] Gonzales-Herrera A. and Zapatero J. Influence of minimum element size to determine crack closure stress by finite element method. *Engineering Fracture Mechanics*, 72 :337–355, 2005.

[154] Sanson A. and Delautre J. Application of Fracture Mechanics based methodologies to the crack growth experiments of WP2. Report D2.4.2, SOCRAX, 2005.

[155] Hayhurst D.R. Creep rupture and multi-axial states of stress. *J. Mech. Phys. Solids*, 20 :381–390, 1972.

[156] Newman J.C. Fracture mechanics parameters for small fatigue cracks. *ASTM STP 1149*, pages 6–33, 1992.

[157] Skinner J.D. and Daniewicz S.R. Simulation of plasticity-induced fatigue crack closure in part-through cracked geometries using finite element analysis. *Engng. Fract. Mech.*, 69 :1–11, 2002.

[158] Pommier S. *Amorçage et propagation de fissure courtes en fond d'entaille. Etude du superalliage N18 en fatigue fluage.* PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 1995.

[159] Sansoz F. *Propagation des petites fissures de fatigue dans les zones de concentration de contraintes dans le superalliage N18.* PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2000.

[160] Bouvard J.L., Chaboche J.L., Feyel F., and Gallerneau F. Simulation numérique de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines. Master's thesis, ESIM, 2003.

[161] Wicker P., Gallerneau F., and Kanoute P. Effet du gradient de contrainte en bord de trou sur la durée de vie à amorçage d'un superalliage monocristallin. Master's thesis, INSA Toulouse, 2005.

[162] Gaubert A., Gallerneau F., and Kanoute P. Modélisation des effets de gradient de contrainte en fatigue multiaxiale dans les superalliages monocristallins pour aubes de turbine. Master's thesis, Ecole Centrale Lille, 2006.

[163] Johnson H. H. Calibrating the electrical potentiel method for studying slow crack growth. *Material Research of Standards*, 5 :442–445, 1965.

[164] Sih G.C. and Liebowitz H. *Mathematical theories of brittle fracture*, volume 2. 1968.

[165] Parks D. A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors. *International Journal of Fracture*, 10 :487–502, 1974.

[166] Newman Jr J.C. and Armen Harry Jr. Elastic-plastic analysis of a propagation crack under cyclic loading. 1974.

[167] Führung H. Approximation functions for k-factors of cracks in notches. *Int. J. Fract.*, 9 :328–331, 1973.

Résumé

Modélisation de la propagation de fissure dans les aubes de turbines monocristallines

RESUME

Les aubes de turbine en superalliage monocristallin AM1 sont des pièces soumises à des chargements complexes et des températures extrêmes. Elles sont actuellement dimensionnées, dans les Bureaux d'Etudes, en durée de vie par amorçage de fissure. La question qui est soulevée dans cette étude est de savoir si le dimensionnement de ces pièces en régime de fissure courte est acceptable ou non. Un programme expérimental sur la propagation des fissures courtes dans les superalliages monocristallins a été réalisé pour des essais de fatigue et de fatigue-fluage à haute température. L'objectif de ce travail a tout d'abord été de développer une méthodologie de simulation numérique de propagation de fissure, en appliquant une approche couplée en chargement cyclique. On s'est intéressé, plus particulièrement, à l'utilisation d'éléments de zones cohésives couplés à une loi de comportement spécifique, afin de simuler, sans discontinuité, et avec un caractère prédictif, l'avancée d'une fissure. Puis, nous avons établi un modèle phénoménologique de propagation, dans le cadre de la Mécanique Linéaire de la Rupture, qui rend compte des effets de fissure courte et, à haute température, des effets de fluage et d'oxydation sur la vitesse de propagation par fatigue. L'objectif de ce modèle est de fournir aux Bureaux d'Etudes un outil rapide et facile à mettre en œuvre afin de dimensionner des pièces industrielles telles que les aubes de turbines.

Cette étude, très riche en termes de résultats expérimentaux de propagation de fissure, a permis de développer une approche locale basée sur les modèles de zones cohésives pour la simulation numérique de la propagation de fissure. Mais les perspectives futures de l'application de telles méthodes sont de pouvoir fournir des informations sur le couplage complexe qui existe entre la plasticité en pointe de fissure et le phénomène de propagation qui permettront d'enrichir des modèles phénoménologiques applicables en Bureaux d'Etudes.

Mots clés : Monocristal, Superalliage, Fatigue, Fluage, Oxydation, Eléments de zone cohésive, Endommagement, Modèle phénoménologique de propagation de fissure.

Crack growth modelling in single-crystal turbine blades

ABSTRACT

Turbine components such as AM1 superalloy single-crystal blades are subjected to severe mechanical and thermal loadings. Currently, these blades are designed according to the fatigue design criteria used by Design Offices, which are typically based on the time to crack initiation. The central question of this thesis is to determine whether these lifetime predictions are still valid in the short crack regime. An experimental program on crack growth in short crack regime in single-crystal superalloys is carried out for fatigue and creep-fatigue tests at high temperature. The aim of this study is first to develop a simulation methodology of crack growth under cycling loading by using a coupled approach. This methodology uses cohesive zone elements coupled with a specific constitutive behaviour in order to simulate the crack growth without discontinuity and with a predictive character. We have then developed a phenomenological model of crack growth, based on linear fracture mechanics, which takes into account the effects of short cracks and, at high temperature, the creep and oxidation effects on the crack growth rate. The aim of this model is to provide Design Offices with a tool for predicting the failure of industrial components (such as turbine blades), which is rapid and easy to use.

This study contains many crack growth measurements, which supported the development of a local approach based on cohesive zone models for the numerical simulation of crack growth. However, in future applications, this approach can provide data on the complex coupling between plasticity at crack tip and crack growth phenomena in order to improve the phenomenological models for their application in Design Offices.

Keywords : Single-crystal, Superalloy, Fatigue, Creep, Oxidation, Cohesive zone model, Damage, Phenomenological model of crack growth.