



**HAL**  
open science

# Modélisation, contrôle haptique et nouvelles réalisations de claviers musicaux

José Lozada

► **To cite this version:**

José Lozada. Modélisation, contrôle haptique et nouvelles réalisations de claviers musicaux. Automatique / Robotique. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. NNT : . tel-00280538

**HAL Id: tel-00280538**

**<https://pastel.hal.science/tel-00280538v1>**

Submitted on 19 May 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : Mécanique

présentée par

**José LOZADA**

Sujet :

---

*Modélisation, contrôle haptique et  
nouvelles réalisations de claviers musicaux*

---

préparée

au LABORATOIRE DE MÉCANIQUE DES SOLIDES (CNRS UMR7649)  
et au LABORATOIRE DES INTERFACES SENSORIELLES (CEA LIST)

Soutenue le 16 Octobre 2007 devant le jury composé de :

Vincent HAYWARD	Professeur, Université McGill	Rapporteur
Nicolas CHAILLET	Professeur, Université de Franche-Comté	Rapporteur
Thomas SIDLER	Responsable du groupe Laser et micro-usinage, EPFL	Examineur
Philippe GUILLAUME	Professeur, INSA Toulouse	Examineur
Claude ANDRIOT	Expert senior, CEA LIST	Examineur
Moustapha HAFEZ	Expert senior, CEA LIST	Encadrant CEA
Xavier BOUTILLON	Directeur de recherche CNRS, École Polytechnique	Directeur de thèse



*A Noémie,*

*A mis padres y hermanas,*

*A mi lindo Ecuador...*



# Remerciements

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'École Polytechnique et le Laboratoire des Interfaces Sensorielles du CEA-LIST. Je tiens à exprimer ici ma gratitude à toutes les personnes qui ont contribué directement ou indirectement à sa réalisation.

Tout d'abord, je remercie mon directeur de thèse Xavier Boutillon pour sa confiance et sa patience, pour tout le temps qu'il m'a accordé au cours de ces trois dernières années et pour tout les conseils scientifiques et humains qu'il m'a donné.

Je remercie Moustapha Hafez, mon encadrant au CEA, pour ses conseils, son aide et pour le temps qu'il m'a accordé malgré son emploi de temps si chargé. J'espère que la fin de ce travail marque le début d'une longue collaboration et amitié.

Je tiens à remercier tout particulièrement, Erik Guimbretiere pour son appui dans la réalisation matérielle de pratiquement toutes les expériences et prototypes de ce travail, pour ses conseils avisés en technologie, son soutien et surtout pour sa bonne humeur inébranlable.

Je voudrais également remercier Murilo Moreira Santos et Nicolas Mura, mes deux stagiaires, pour leur contribution à ce travail.

Je remercie mes collègues et amis Michel Eid, Nicolas Rupin et Samuel Roselier avec qui j'ai partagé de bons moments de détente indispensables. Merci aussi à toute l'équipe de techniciens du Laboratoire de Mécanique des Solides pour leurs conseils et surtout pour leur bonne humeur qui rend la journée plus légère.

J'exprime ma gratitude à tous les membres du Laboratoire de Mécanique des Solides et du Laboratoire des Interfaces Sensorielles pour m'avoir fourni un environnement de travail très agréable.

Merci à Noémie pour avoir su supporter mes changements d'humeur au cours de ces dernières années, pour ses encouragements permanents et son optimisme. Merci aussi à tous mes amis.

Pour finir, je tiens exprimer mes plus vifs remerciements à mes parents et à mes soeurs pour leur soutien inconditionnel (même à distance) pendant toutes ces longues années sans lequel je n'aurais jamais réussi à *monter la côte*.



# Résumé

Le piano est reconnu comme un instrument permettant une grande expressivité musicale. Cette caractéristique est due en grande partie à la finesse dans le contrôle de l'instrument que les pianistes peuvent atteindre. Le mécanisme traditionnel présente une particularité : les éléments responsables du rayonnement sonore sont découplés du pianiste au moment de la génération de la note. Donc, le pianiste ne peut pas agir sur le son au moment où il l'entend, le contrôle de la nuance de jeu est donc fortement conditionné par le retour tactile - que nous appellerons *toucher* - fourni par l'instrument. Le *toucher* est donc un indicateur de la qualité du clavier. La mécanique d'actionnement communique au marteau le mouvement imposé à la touche par le pianiste. Ce système dynamique complexe formé d'un ensemble de pièces en bois et feutre de laine, liées entre elles par des pivots et des contacts unilatéraux est responsable du *toucher*. Les pianos numériques actuels sont équipés de mécaniques d'actionnement simplifiées qui produisent un *toucher* pauvre par rapport à celui d'un piano à queue traditionnel (notamment dans la nuance *piano*).

L'objectif de ce travail est de concevoir un clavier numérique contrôlé capable de reproduire de manière satisfaisante le *toucher* d'un piano à queue. Pour cela, nous devons dans un premier temps étudier le fonctionnement de la mécanique traditionnelle puis concevoir et contrôler une interface haptique à base de fluide magnéto-rhéologique capable d'un rendu sensoriel de mêmes caractéristiques que celui d'un piano traditionnel.

Le modèle dynamique de la mécanique traditionnelle a été réalisé en tenant compte de tous les degrés de liberté du système et des comportements des liaisons pivots et des contacts unilatéraux. Un ensemble de procédures expérimentales ont permis de valider les lois de comportement utilisées dans le modèle et d'obtenir la valeur de tous les paramètres de la modélisation. Finalement, nous avons simulé numériquement le comportement du système dans le cas quasi-statique et dynamique à l'aide de Matlab/Simulink. Par ailleurs, nous avons conçu, modélisé et identifié un nouveau mode opératoire pour fluides magnéto-rhéologiques qui fût utilisé pour la conception de l'interface haptique pour claviers musicaux. L'interface haptique a été modélisée pour obtenir la loi de commande. Cette modélisation a été validée par la comparaison de la simulation numérique du modèle avec les mesures sur le système réel. Finalement nous avons mis en place une procédure de contrôle en temps réel de l'interface qui utilise un modèle virtuel (modèle dynamique de la touche traditionnelle, par exemple) et le modèle de l'interface.



# Abstract

The traditional acoustic piano action mechanism is composed of many different parts of wood, wool felt, leather, metal, and steel-springs. These parts form a multi-degree-of freedom system that transmits energy from the player to the hammer. In return, the action mechanism generates a specific tactile rendering that is felt by the pianist during playing. The haptic feedback is essential for a precise control of timing and loudness.

The action mechanisms used in numerical pianos are much simpler and therefore provide a poor haptic feedback. In the last few years, many developments have been carried out by keyboard manufacturers in order to improve the feeling of touch of their products. Most of these systems are not actively controlled and are based on simplified models of the dynamical behaviour of traditional pianos. According to users, improvements are still required in terms of size, performance and realism of the device.

Active systems capable of reproducing the dynamics of traditional piano have been developed as laboratory prototypes and commercial products. They are based on simplified models or pre-recorded dynamics that do not satisfactorily match the dynamical behaviour of the traditional piano key. Moreover, the size of these systems often based on electromagnetic actuators is not suitable for an industrial keyboard implementation. The resistant force provided by the traditional piano action mechanism varies from 0.5 N (the minimum force that initiates key motion), to 15 N (at fortissimo nuance). Extensive measurements of the kinematics of a grand piano action mechanism indicate that the duration of the key motion varies from 20 to 250 ms depending on the nuance whereas the key velocity varies from 0.1 m.s<sup>-1</sup> to 0.6 m.s<sup>-1</sup>.

The main objective of this research work is to develop a novel digital keyboard capable of reproducing the behaviour of a grand piano action mechanism. It is composed of two main parts. First, the dynamics of traditional piano is studied, then the design and the control of a novel haptic interface based on magneto-rheological fluids are presented.

The dynamic model of the traditional piano action mechanism presented in this thesis takes into account the six degrees of freedom of the system under the hypothesis of rigid bodies. It is completed by the contacts and rotational links elementary models. A set of experimental procedures is used to identify the parameters of the model. Finally, a numerical simulation using Matlab/Simulink is presented.

The modelling and the identification of an original operation mode for MR fluids is presented and used for the design of the haptic interface for musical keyboards. An analytical model of the interface key is built and used to develop the control law. The mechatronic model is numerically simulated and compared to the real behaviour of the interface. Finally a real time control loop coupled to a virtual model is used to command the interface (for instance the dynamical model of the traditional piano).

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de la mécanique traditionnelle du piano à queue</b>	<b>5</b>
1 Le piano à queue . . . . .	6
1.1 Schéma général de fonctionnement . . . . .	6
1.2 Bref historique de la mécanique du piano . . . . .	7
2 Fonctionnement et observations cinématiques de la mécanique traditionnelle . . . . .	9
2.1 Description des pièces et des interactions . . . . .	9
2.2 Description du mouvement . . . . .	11
3 Modélisations précédentes . . . . .	13
<b>2 Modélisation dynamique de la mécanique traditionnelle</b>	<b>15</b>
1 Définition des variables . . . . .	16
1.1 Structure et hypothèses . . . . .	16
1.2 Définition des paramètres géométriques . . . . .	18
1.3 Définition des angles et changements de repère . . . . .	24
2 Liaisons . . . . .	26
2.1 Pivots et ressorts de rappel . . . . .	26
2.2 Feutres . . . . .	26
3 Équations de la dynamique . . . . .	27
3.1 Théorème du moment sur la touche . . . . .	27
3.2 Théorème du moment sur le chevalet . . . . .	29
3.3 Théorème du moment sur l'étouffoir . . . . .	30

3.4	Théorèmes sur le bâton . . . . .	30
3.5	Théorèmes sur le levier de répétition . . . . .	32
3.6	Théorème du moment sur le marteau . . . . .	34
4	Équations de couplage (liaisons entre pièces) . . . . .	34
4.1	Couplage touche-chevalet . . . . .	35
4.2	Couplage touche-étouffoir . . . . .	35
4.3	Couplage bâton-butée de repos . . . . .	36
4.4	Couplage bâton-butée d'échappement . . . . .	37
4.5	Couplage bâton-marteau . . . . .	38
4.6	Couplage levier-butée de repos . . . . .	40
4.7	Couplage levier-vis de chute . . . . .	41
4.8	Couplage levier-marteau . . . . .	42
5	Récapitulatif . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Identification et caractérisation expérimentale des éléments de la mécanique traditionnelle du piano</b> . . . . .	<b>45</b>
1	Identification des liaisons pivot . . . . .	46
1.1	Liaison touche-bâti . . . . .	46
1.2	Séparation du mouvement de corps rigide et des modes de vibration . . . . .	48
1.3	Liaison marteau-bâti . . . . .	56
2	Identification des liaisons unilatérales . . . . .	62
2.1	Modèle de compression du feutre (C. Brenon) . . . . .	62
2.2	Modèle de contact du cuir de rouleau . . . . .	64
3	Autres paramètres . . . . .	68
3.1	Centres de masse et inerties . . . . .	68
3.2	Ressorts de rappel . . . . .	69
4	Récapitulatif . . . . .	70

<b>4</b>	<b>Résolution et simulation du modèle de la touche traditionnelle</b>	<b>73</b>
1	Équations en régime statique et simplifications . . . . .	74
2	Méthode de résolution . . . . .	76
3	Implémentation numérique sous Simulink . . . . .	81
4	Résultats de simulation et discussion . . . . .	83
5	Synthèse et perspectives . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Contrôle de force par fluide magnéto-rhéologique (MR)</b>	<b>87</b>
1	Possibilités d'actionnement . . . . .	88
1.1	Actionnement classique . . . . .	88
1.2	Actionneurs à base de matériaux actifs . . . . .	89
2	Caractéristiques des fluides magnéto-rhéologiques (MR) . . . . .	92
2.1	Principales caractéristiques d'un fluide MR . . . . .	92
2.2	Deux modes d'utilisation classiques . . . . .	94
2.3	Applications . . . . .	95
3	Cisaillement du fluide MR par plaque mince . . . . .	96
3.1	Protocole expérimental . . . . .	97
3.2	Cisaillement par plaque magnétique . . . . .	99
3.3	Le cisaillement par plaque amagnétique . . . . .	102
3.4	Proposition de structures remplaçant la plaque mince . . . . .	105
<b>6</b>	<b>Une interface haptique pour claviers musicaux</b>	<b>111</b>
1	État de l'art des interfaces pour claviers musicaux . . . . .	112
1.1	Prototypes de recherche . . . . .	112
1.2	Systèmes industriels . . . . .	115
2	Structure et dimensionnement de l'interface . . . . .	116
2.1	Principe de fonctionnement de l'interface . . . . .	117
2.2	Description de la mécanique mobile . . . . .	117
2.3	Description du frein commandé . . . . .	118
2.4	Instrumentation et conditionnement . . . . .	120

3	Modèle de l'interface . . . . .	122
3.1	Définition des paramètres . . . . .	122
3.2	Liaisons et comportements . . . . .	126
3.3	Équations de la dynamique . . . . .	128
3.4	Fermeture géométrique . . . . .	130
3.5	Équations électromagnétiques . . . . .	131
4	Simulation de l'interface . . . . .	135
4.1	Méthode de résolution du modèle direct . . . . .	135
4.2	Comparaison mesures/simulation . . . . .	138
4.3	Étude de sensibilité . . . . .	140
<b>7</b>	<b>Contrôle en temps réel de l'interface haptique</b>	<b>145</b>
1	Contrôle en temps réel des interfaces haptiques . . . . .	146
1.1	Généralités . . . . .	146
1.2	Utilisation de <i>LabView Real Time</i> . . . . .	147
2	Schéma de contrôle . . . . .	148
2.1	Principe de contrôle . . . . .	148
2.2	Traitement de l'acquisition et régulation de l'intensité . . . . .	151
2.3	Résolution numérique du modèle inverse de l'interface haptique . . . . .	152
2.4	Gestion du retour de la touche en position de repos . . . . .	156
2.5	Étude des performances . . . . .	158
3	Le prototype 5 touches . . . . .	161
3.1	Description du système . . . . .	161
3.2	Interaction électromagnétique . . . . .	162
3.3	Gestion d'un système multi-touches . . . . .	163
4	Récapitulatif . . . . .	168
	<b>Conclusion générale</b>	<b>171</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>175</b>

---

<b>Annexes</b>	<b>179</b>
<b>A Réglages de la mécanique traditionnelle</b>	<b>179</b>
<b>B Schémas électroniques</b>	<b>181</b>
1 Prototype monotouche . . . . .	181
1.1 Schéma d'amplification . . . . .	181
1.2 Filtre passe-haut . . . . .	182
1.3 Filtre passe-bas . . . . .	182
1.4 Schéma de commutation entre les deux accéléromètres . . . . .	183
1.5 Carte d'instrumentation . . . . .	184
2 Prototype 5 touches . . . . .	184
2.1 Carte d'instrumentation . . . . .	184
2.2 Schéma de multiplexage du prototype multitouche . . . . .	187



# Table des figures

1.1	Vue éclatée d'un piano à queue (d'après [7]) . . . . .	7
1.2	Schéma fonctionnel partiel du piano . . . . .	7
1.3	Fonctionnement du clavicorde . . . . .	8
1.4	Piano-forte de Cristofori (d'après [31]) . . . . .	8
1.5	Mécanique à double échappement inventée par Érard (d'après [31]). . . . .	9
1.6	Mécanique du piano moderne . . . . .	10
1.7	Attaque de la note : Positions limites de la première phase de mouvement . . . . .	12
1.8	Attaque de la note : Positions limites de la deuxième phase de mouvement . . . . .	12
1.9	Positions limites de la répétition . . . . .	13
1.10	Modèle de la mécanique traditionnelle de piano avec deux corps rigides (d'après [24])	14
2.1	Mécanique traditionnelle du piano à queue . . . . .	17
2.2	Schéma des relations entre les pièces constitutives de la mécanique de piano . . . . .	17
2.3	Définition des points . . . . .	18
2.4	Définition des angles et repères . . . . .	25
2.5	Accentuation des points de la touche utiles à la formulation des équations de la dynamique . . . . .	28
2.6	Accentuation des points du chevalet utiles à la formulation des équations de la dynamique . . . . .	29
2.7	Accentuation des points du bâton d'échappement utiles à la formulation des équations de la dynamique . . . . .	31
2.8	Accentuation des points du levier de répétition utiles à la formulation des équations de la dynamique . . . . .	32

2.9	Accentuation des points du marteau utiles à la formulation des équations de la dynamique . . . . .	34
2.10	Couplage touche - chevalet : localisation (gauche) et détail (droite). . . . .	35
2.11	Localisation du couplage touche - étouffoir . . . . .	36
2.12	Contact entre le bâton et la butée d'échappement. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite). . . . .	37
2.13	Contact entre le bâton et le rouleau de marteau. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite). . . . .	39
2.14	Contact entre le levier de répétition et la vis de chute. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite). . . . .	41
2.15	Contact entre le levier de répétition et le rouleau de marteau. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite). . . . .	42
3.1	Liaison pivot touche-bâti . . . . .	46
3.2	Vue en coupe de la liaison pivot touche-bâti. . . . .	46
3.3	Protocole expérimental pour l'identification du pivot touche-bâti . . . . .	47
3.4	Effort appliqué en fonction du temps (diagramme de gauche) et réponse en accélération de la touche en fonction du temps (diagramme de droite). . . . .	48
3.5	Courbe de frottement dans le pivot touche-bâti. Mesure expérimentale et modélisation choisie. . . . .	48
3.6	Spectre d'amplitude de l'accélération de la touche obtenu par FFT sur un signal de 0.5 s de durée . . . . .	49
3.7	Procédure globale de séparation de l'accélération vibratoire de celle de corps rigide . . . . .	49
3.8	Estimation de la réponse impulsionnelle (méthode traditionnelle) . . . . .	50
3.9	Impulsion réelle $f_{mes}$ (haut) et filtre $g$ (bas) pour la transformer en impulsion idéale avec $p = 50$ . . . . .	51
3.10	Procédure d'estimation des pôles et amplitudes complexes d'un signal $s(t)$ par l'algorithme ESPRIT . . . . .	55
3.11	Synthèse soustractive de l'accélération de corps rigide . . . . .	56
3.12	Schéma de principe de la caractérisation du pivot marteau-olive (gauche) et déplacement angulaire du marteau (droite) . . . . .	56
3.13	Schéma de l'ensemble {marteau - olive} . . . . .	57

3.14	Protocole expérimental pour l'identification du pivot marteau - bâti. À gauche une vue d'ensemble et à droite la définition des paramètres nécessaires à l'étalonnage du LASER . . . . .	58
3.15	Algorithme de calcul de la fonction signe . . . . .	59
3.16	Mesure de la position angulaire du marteau et calcul numérique optimal . . . . .	60
3.17	Évolution de l'erreur en fonction de la variation de 20% de chaque paramètre pris indépendamment . . . . .	61
3.18	Protocole expérimental pour la mesure du comportement du feutre de talon de chevalet. Vue d'ensemble (gauche) et détail du contact (droite) . . . . .	62
3.19	Force d'interaction pilote-chevalet en fonction de l'enfoncement du feutre de talon de chevalet (d'après [9]) . . . . .	63
3.20	Comparaison expérimental-simulation pour la force de compression du feutre du talon de chevalet (d'après [9]) . . . . .	63
3.21	Photographie de l'instrumentation pour l'identification du contact bâton-rouleau . . . . .	65
3.22	Points géométriques nécessaires à la modélisation de la mécanique traditionnelle du piano à queue (rappel) . . . . .	65
3.23	Montage du capteur d'effort <i>ATIMini40</i> . . . . .	66
3.24	Mesure de la force de contact bâton-marteau. Force normale (à gauche) et force tangentielle (à droite) . . . . .	67
3.25	Comparaison mesures-simulation pour la force de contact bâton-rouleau. Force normale (à gauche) et force tangentielle (à droite) . . . . .	68
3.26	Protocole pour la mesure du centre de masse d'un corps . . . . .	68
3.27	Photographie du chevalet . . . . .	69
3.28	Protocole expérimental pour la mesure de la raideur des ressorts du chevalet . . . . .	70
3.29	Caractéristique couple-angle du ressort de rappel chevalet-levier de répétition . . . . .	70
4.1	Schéma d'implémentation du modèle simplifié sous <i>Simulink</i> . . . . .	83
4.2	Comparaison simulation/mesure avec un pas de calcul temporel de 0.1 ms. . . . .	84
4.3	Comparaison simulation/mesure avec un pas de calcul temporel de 1 ms. . . . .	85
4.4	Réponse de la simulation à une accélération constante nulle avec un pas de calcul temporel de 1 ms. . . . .	85
5.1	Deux variantes de martensite présentes à température ambiante. L'application d'une contrainte favorise une des deux variantes au détriment de l'autre (d'après [28]) . . . . .	90

5.2	Rhéogramme théorique d'un fluide MR . . . . .	93
5.3	Effet magnéto-rhéologique. . . . .	93
5.4	Deux modes d'utilisation du fluide MR : le mode valve (gauche) et le mode de cisaillement direct (droite) . . . . .	94
5.5	Deux architectures utilisant le fluide MR en mode valve . . . . .	94
5.6	Deux architectures utilisant le fluide MR en mode de cisaillement direct . . . . .	95
5.7	Différentes applications du fluide MR . . . . .	96
5.8	Dispositif expérimental : vue d'ensemble (gauche) et vue de côté (droite) . . . . .	97
5.9	Support de plaque : vue d'ensemble à gauche et détail des fixations à droite . . . . .	98
5.10	Vue du dessus du système expérimental et paramètres géométriques . . . . .	98
5.11	Cisaillement du fluide MR par plaque magnétique. Gauche : pas de champ magnétique. Droite : avec champ magnétique. . . . .	99
5.12	Force en fonction de la vitesse pour une plaque magnétique de 0.15 mm d'épaisseur à différents niveaux d'intensité électrique dans les bobines . . . . .	101
5.13	Comparaison expérimental - théorique pour plusieurs modèles de comportement du cisaillement par plaque magnétique . . . . .	102
5.14	Cisaillement du fluide MR par plaque amagnétique. Gauche : pas de champ magnétique. Droite : avec champ magnétique. . . . .	102
5.15	Schéma des forces d'interaction entre le fluide MR et une plaque mince amagnétique	103
5.16	Résultats expérimentaux pour une plaque amagnétique de 0.15 mm d'épaisseur à différents niveau d'intensité . . . . .	104
5.17	Comparaison expérimental - théorique pour le modèle de comportement du cisaillement par plaque amagnétique proposé . . . . .	105
5.18	Influence de l'épaisseur de la plaque amagnétique sur l'effort résistant à intensité électrique constante. . . . .	106
5.19	Structure avec des fentes . . . . .	106
5.20	Comportement du fluide cisailé par une plaque amagnétique avec des fentes. . . . .	107
5.21	Structure type racleur . . . . .	108
5.22	Comportement du fluide cisailé par une structure de type racleur . . . . .	108
5.23	Vue en coupe schématique du slider « racleur » avec le positionnement des chaînes de particules . . . . .	108

---

6.1	Photographie du TGR (d'après [12]) . . . . .	112
6.2	Vues schématiques : actionneur de face à gauche et vue isométrique de deux actionneurs à droite (d'après [11]) . . . . .	113
6.3	Montage d'une touche du <i>Touchback Keyboard</i> (d'après [25]) . . . . .	114
6.4	Photographie du <i>Touchback Keyboard</i> (d'après [25]) . . . . .	114
6.5	Système de rendu de toucher Clavinova <sup>®</sup> . Une vue d'ensemble (gauche) et détail du « marteau » pivotant (droite). . . . .	115
6.6	Autres systèmes de restitution de toucher commerciaux. À gauche le système <i>Fatar Hammer Action</i> et à droite le <i>Kawai Enhanced Awa Grand Action</i> . . . . .	116
6.7	Interface haptique du piano pour une touche . . . . .	116
6.8	Analyse éléments finis de la touche ( <i>COSMOSXpress</i> ). Diagramme du haut : contrainte de Von Mises. Diagramme du bas : déplacement résultant. . . . .	119
6.9	Frein commandé comportant un circuit magnétique (1), un élément mobile (2), un système d'étanchéité (3), un guidage (4) et un bâti (5) . . . . .	119
6.10	Schéma d'amplification . . . . .	120
6.11	Principe de commutation des deux accéléromètres . . . . .	121
6.12	Définition des paramètres géométriques . . . . .	123
6.13	Définition des variables angulaires . . . . .	125
6.14	Courbes de comportement du fluide MRF-132DG (d'après [18]) . . . . .	127
6.15	Paramètres géométriques du circuit magnétique . . . . .	131
6.16	Schéma électrique complet . . . . .	135
6.17	Schéma fonctionnel de l'interface haptique pour claviers musicaux . . . . .	136
6.18	Diagramme de calcul du modèle direct de l'interface haptique . . . . .	137
6.19	Photographie du montage expérimental utilisé pour la caractérisation de l'interface haptique . . . . .	138
6.20	Comparaison modèle/mesure pour différents niveaux d'intensité dans les bobines . . . . .	139
6.21	Comparaison modèle/mesure pour des niveaux élevés d'intensité dans les bobines . . . . .	140
7.1	Interaction haptique. L'interface est munie de deux ports, un pour l'interaction avec l'humain et un deuxième pour l'interaction avec l'environnement virtuel (d'après [2]) . . . . .	146
7.2	Structure globale d'un système temps réel développé avec Labview . . . . .	147

7.3	Chronogramme d'exécution de l'application temps réel avec cadencement matériel (d'après [34]) . . . . .	148
7.4	Contrôle de l'interface haptique : schéma de principe . . . . .	149
7.5	Schéma global du contrôle . . . . .	150
7.6	Photographie de l'interface haptique et schéma des interactions entre les différentes parties . . . . .	151
7.7	Boucle d'asservissement de l'intensité . . . . .	152
7.8	Schéma de principe de résolution du modèle inverse . . . . .	153
7.9	Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique (d'après [29]) . . . . .	157
7.10	Profil temporel de l'intensité $I_r$ . . . . .	157
7.11	Comparaison de l'accélération réelle et de l'accélération tronquée de la touche . . .	159
7.12	Calcul de $\theta_1$ par double intégration de l'accélération réelle et de l'accélération tronquée	160
7.13	Évaluation du suivi de consigne . . . . .	160
7.14	Photographie du prototype à 5 touches . . . . .	161
7.15	Vues de détail du prototype 5 touches. Gauche : vue de face. Droite : vue de dessus.	162
7.16	Calcul par éléments finis d'un frein commandé pour une intensité de consigne de 0.5 A	163
7.17	Vérification de l'indépendance magnétique des freins commandés . . . . .	163
7.18	Schéma de multiplexage des voies d'acquisition pour 5 touches et 2 jeux de voies. .	165
B.1	Schéma amplificateur non inverseur . . . . .	182
B.2	Filtre passe-haut de Butterworth du quatrième ordre . . . . .	182
B.3	Filtre passe-bas de Butterworth du quatrième ordre . . . . .	183
B.4	Circuit redresseur . . . . .	183
B.5	Circuit comparateur . . . . .	184
B.6	Photographie de l'instrumentation du prototype mono-touche . . . . .	184
B.7	Routage de la face de dessus . . . . .	185
B.8	Routage de la face de dessous . . . . .	185
B.9	Photographie de la carte d'instrumentation du prototype 5 touches . . . . .	186
B.10	Schéma électronique d'un multiplexeur de la carte de multiplexage . . . . .	187
B.11	Schéma électronique du microcontrôleur et de son environnement . . . . .	188

---

B.12 Schéma de routage de la face dessus de la carte de multiplexage . . . . .	188
B.13 Schéma de routage de la face dessous de la carte de multiplexage . . . . .	189



# Liste des tableaux

2.1	Paramètres géométriques . . . . .	21
2.2	Variables d'espace . . . . .	21
2.3	Paramètres dynamiques caractéristiques . . . . .	24
3.1	Valeurs des couples de frottements pour la liaison touche-bâti . . . . .	48
3.2	Valeurs numériques pour les paramètres de la force de contact bâton-rouleau . . . . .	68
3.3	Caractéristiques des ressorts de chevalet . . . . .	70
5.1	Comparaison des propriétés des fluides MR et ER (valeurs typiques d'après [13]) . . . . .	92
6.1	Paramètres géométriques . . . . .	124
6.2	Variables d'espace . . . . .	124
6.3	Paramètres divers . . . . .	125
6.4	Paramètres électromagnétiques . . . . .	132
6.5	Variables électromagnétiques . . . . .	132
6.6	Erreur relative maximale de la force résultante $F_a$ pour une variation de $\pm 10\%$ de la valeur de chaque paramètre indépendamment . . . . .	141
6.7	Paramètres les plus significatifs (erreur relative $\geq 0.5\%$ ) . . . . .	142



# Introduction générale

Le piano est reconnu comme un instrument qui permet une grande expressivité dans l'interprétation et dont la nuance de jeu peut être contrôlée avec une grande finesse. Sur le plan mécanique, le piano présente une particularité : les éléments responsables du rayonnement sonore - cordes, table d'harmonie - sont découplés de ceux responsables de l'impact initial - doigt du pianiste et mécanique d'actionnement. En effet, le marteau n'est plus lié mécaniquement à la touche lorsqu'il entre en contact avec les cordes : ainsi le pianiste n'a plus aucun contrôle sur le son une fois que le marteau a échappé. L'expressivité de l'instrument est donc due aux possibilités de contrôle de l'instant et de la vitesse d'échappement du marteau. Ce contrôle s'effectue grâce au toucher du clavier - sensation tactile, reflet du comportement de la mécanique. Le toucher est donc un critère essentiel pour définir la qualité d'un clavier.

Le comportement dynamique de la mécanique d'actionnement du marteau - système à plusieurs degrés de liberté compris entre la touche et le marteau - est responsable du rendu sensoriel ressenti par le pianiste. Cette mécanique est composée de plusieurs pièces de bois, de feutre et d'acier, liées entre elles par des liaisons pivots et des contacts unilatéraux. Aujourd'hui, on dispose d'observations cinématiques détaillées qui décrivent le fonctionnement du système et de quelques modèles dynamiques très simplifiés. Ces modèles, non représentatifs de la complexité du système, ne suffisent pas pour comprendre la fonction mécanique responsable du toucher.

Par ailleurs, l'importance du toucher pour les pianistes oblige les fabricants de pianos numériques à chercher des systèmes mécaniques ou mécatroniques pour rendre le toucher de leurs produits proche de celui des pianos traditionnels. Les premiers claviers de synthétiseur étaient uniquement équipés de ressorts pour assurer le retour des touches en position d'origine, puis certains constructeurs ont mis au point des claviers à *toucher lourd*. Ces systèmes, souvent passifs, améliorent considérablement le retour sensoriel des claviers, qui reste encore insatisfaisant par rapport à celui d'une mécanique traditionnelle. La pauvreté du toucher de ces systèmes (spécialement en nuance *piano*) est due au fait qu'ils sont basés sur des modèles simplifiés et ne tiennent pas compte de la complexité du mécanisme traditionnel.

Les systèmes contrôlés en temps réel semblent, à ce stade, être la seule solution capable de reproduire de manière satisfaisante la dynamique de la mécanique traditionnelle. Des travaux de recherche, menés dans cette direction, ont mis en évidence les principales contraintes : encombrement, temps de cycle, stabilité, précision et coût afin de répondre aux exigences du marché des

pianos numériques. Les solutions existantes aujourd'hui ne répondent pas à toutes ces contraintes.

L'objectif principal de ces travaux est de réaliser un clavier numérique avec un toucher proche de celui d'un piano à queue. Pour cela nous devons étudier la mécanique traditionnelle, la modéliser et concevoir une interface haptique capable de reproduire ce comportement tout en restant compatible avec les exigences en termes d'encombrement et de coût.

L'étude de la mécanique traditionnelle est nécessaire d'une part, pour déterminer le comportement virtuel de notre interface haptique et d'autre part, pour comprendre quels sont les éléments nécessaires au contrôle de l'instrument. Nous cherchons à comprendre par cette étude pourquoi le comportement de la mécanique traditionnelle permet un contrôle très fin de la vitesse d'impact entre le marteau et la corde. Nous nous proposons de modéliser, d'identifier et de simuler la mécanique traditionnelle du piano en effectuant un minimum d'hypothèses simplificatrices.

Pour concevoir l'interface haptique - module élémentaire d'un clavier numérique à retour d'effort - nous avons choisi l'actionnement par fluides magnéto-rhéologiques. Cette technologie nous permet de respecter les contraintes de coût et encombrement. Le caractère dissipatif des fluides magnéto-rhéologiques rendent le système intrinsèquement passif ce qui assure la stabilité du système. L'étude et la modélisation des fluides MR est essentielle pour la conception et le contrôle de l'interface haptique.

Ce mémoire est composé de sept chapitres pratiquement autonomes, les quatre premiers concernent l'étude de la mécanique traditionnelle du piano à queue et les trois derniers l'interface haptique pour claviers musicaux.

Le premier chapitre présente le piano à queue et sa mécanique d'actionnement traditionnelle. Après un bref historique de son évolution, nous présentons une description détaillée de la mécanique traditionnelle et de son fonctionnement, nous résumons les observations cinématiques antérieures et enfin, nous présentons un état de l'art des modélisations dynamiques de la mécanique traditionnelle.

Un modèle dynamique de la mécanique traditionnelle complète reposant sur la prise en compte de six degrés de liberté est présenté dans le deuxième chapitre. Ce modèle considère des éléments à constantes localisées et se base sur l'écriture des équations de la dynamique pour six corps rigides, des équations de fermeture géométrique et des équations de comportement des liaisons. Après avoir défini les variables, paramètres et repères, nous présentons les modélisations choisies pour les liaisons, les équations de la dynamique et les équations de couplage, pour chaque corps. La dernière section donne un récapitulatif et une ébauche de résolution qui sera détaillée dans le chapitre 4.

Le chapitre 3 concerne la validation des différentes lois de comportement choisies pour la modélisation et l'identification des paramètres. Les modèles de comportement sont validés et identifiés expérimentalement pour les liaisons pivot et les contacts unilatéraux. De plus, nous présentons des procédures d'identification des paramètres dynamiques (moments d'inertie et centres de gravité des différentes pièces) et des raideurs des ressorts de rappel. Nous obtenons ainsi les valeurs numériques pour l'ensemble des paramètres nécessaires à la résolution du modèle de mécanique traditionnelle présenté dans le chapitre 2.

Le chapitre 4 présente le détail de la résolution du modèle de la mécanique traditionnelle. Deux cas sont envisagés : la résolution statique à la limite du mouvement et la résolution dynamique par *Matlab/Simulink*. L'objectif principal de la simulation de la mécanique traditionnelle est de servir d'environnement virtuel pour le contrôle de l'interface haptique.

Après avoir présenté une brève synthèse des technologies d'actionnement possibles pour la conception de l'interface haptique, le chapitre 5 présente les différents modes d'utilisation des fluides magnéto-rhéologiques (MR). Dans un premier temps, nous présentons le principe de fonctionnement, la modélisation usuelle et les applications actuelles des fluides MR. Nous présentons, ensuite, un nouveau mode d'interaction entre le fluide MR et une structure mécanique : le cisaillement par une plaque mince. Nous étudions donc le comportement du fluide MR lorsqu'il est cisailé par une plaque magnétique ou amagnétique. Des observations et mesures expérimentales nous permettent de proposer un modèle de comportement pour chacun de ces deux cas. Nous présentons également deux nouvelles structures de cisaillement qui permettraient d'améliorer les performances de systèmes à base de fluides MR.

Le chapitre 6 présente l'interface haptique. Après avoir présenté les principaux systèmes de rendu haptique pour claviers musicaux existants, nous présentons la structure mécanique, le circuit magnétique et l'électronique de conditionnement de notre interface haptique. À partir de la modélisation du cisaillement par plaque mince magnétique développée dans le chapitre 5, nous modélisons le comportement de l'interface haptique. Les paramètres du modèle sont identifiés et le modèle est validé. Une étude de sensibilité par rapport aux valeurs des paramètres est également présentée.

Le dernier chapitre présente le schéma de contrôle en temps réel retenu pour l'interface haptique ainsi que l'évaluation de ses performances. Ce schéma de contrôle allie le modèle inverse de l'interface haptique et le modèle à simuler (touche traditionnelle ou tout autre comportement dynamique). Pour terminer, nous présentons un prototype à cinq touches intégré, son électronique et l'algorithme nécessaire au multiplexage des signaux des touches actives.



# Chapitre 1

## Présentation de la mécanique traditionnelle du piano à queue

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Le piano à queue . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1	Schéma général de fonctionnement . . . . .	6
1.2	Bref historique de la mécanique du piano . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Fonctionnement et observations cinématiques de la mécanique traditionnelle . . . . .</b>	<b>9</b>
2.1	Description des pièces et des interactions . . . . .	9
2.2	Description du mouvement . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Modélisations précédentes . . . . .</b>	<b>13</b>

---

# 1 LE PIANO À QUEUE

## 1.1 Schéma général de fonctionnement

La figure 1.1 présente une vue éclatée d'un piano à queue. Il est composé de huit éléments principaux :

- le clavier composé de 88 touches actionnées par le pianiste pour générer chaque note ;
- le mécanisme qui transmet au marteau l'énergie fournie par le pianiste à la touche ;
- le sommier et les chevilles qui servent à régler la tension des cordes ;
- la table d'harmonie, grande pièce de bois rigidifiée par des barres en bois, dont la vibration est responsable du son ;
- le chevalet, barre de bois de forme courbe, collée sur la table d'harmonie, assure le lien mécanique entre la table d'harmonie et les cordes grâce à des pointes en acier ;
- le cadre en fonte supporte la tension des cordes ;
- les cordes, mises en vibration par la frappe du marteau, sont solidarisées au chevalet grâce à une chicane faite sur les pointes du chevalet et transmettent ainsi leur vibration au chevalet et à la table d'harmonie ;
- le meuble ou caisse dont la fonction est le maintien de l'ensemble du système.

La figure 1.2 présente le schéma de fonctionnement du piano [8]. Le pianiste agit avec l'un de ses doigts sur une touche ; cette action produit le mouvement du marteau qui actionne à son tour les cordes. La vibration des cordes est transmise à la table d'harmonie dont la vibration produit le son. La note produite arrive au pianiste par rayonnement acoustique.

À ce fonctionnement présenté comme une suite d'événements doivent être adjoints plusieurs couplages. Premièrement, nous devons considérer le couplage entre le pianiste et la touche. Lorsque le pianiste impose un mouvement à la mécanique, celle-ci répond par une force résistante qui est fonction de la nuance de jeu et peut être considérée comme une image du comportement dynamique de la mécanique. Ce retour sensoriel est nécessaire et suffisant pour informer le pianiste sur la manière dont il joue [46].

Il n'existe pas de couplage entre le clavier et les cordes car le marteau « échappe » de 1.5 millimètres avant de toucher la corde. Il évolue alors seul, frappe la corde et revient sur la mécanique.

La table d'harmonie et les cordes sont étroitement couplées : la vibration de la première suffit à provoquer la vibration de cordes non frappées lorsqu'elles sont libérées de leur étouffoir.

Le découplage entre le fonctionnement du mécanisme d'actionnement du marteau {clavier + mécanique} et la vibration des cordes permet l'étude séparée du comportement du mécanisme et du comportement sonore. Cette séparation se retrouve d'ailleurs dans l'évolution historique de l'instrument. Ce travail de recherche se limite à l'étude de la mécanique d'actionnement comprise entre le doigt du pianiste et le marteau.

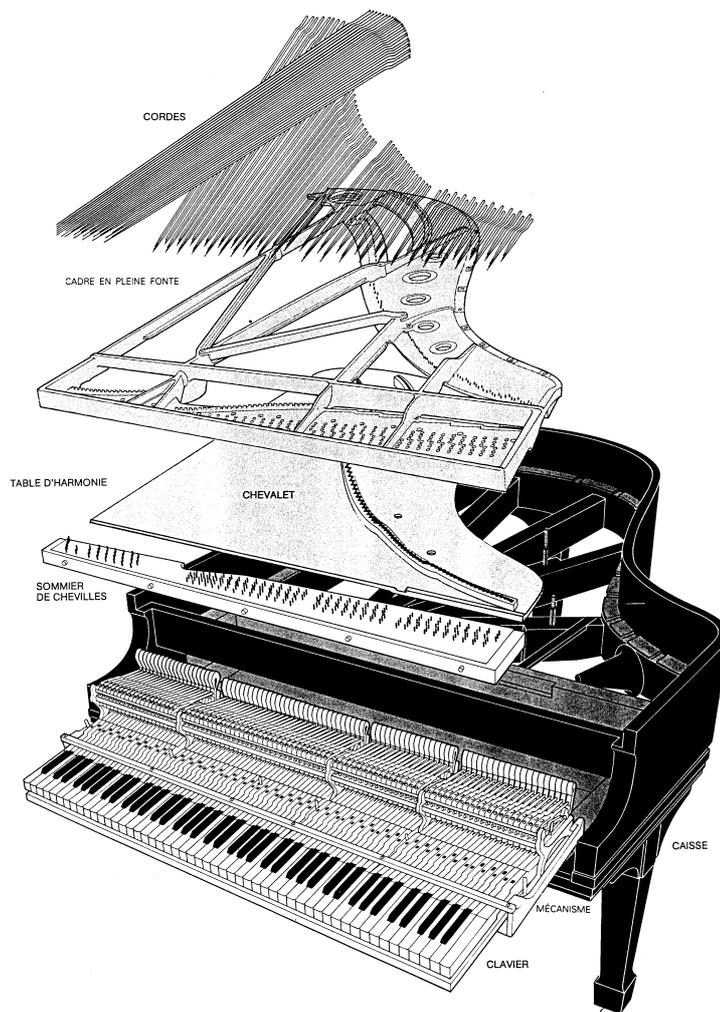
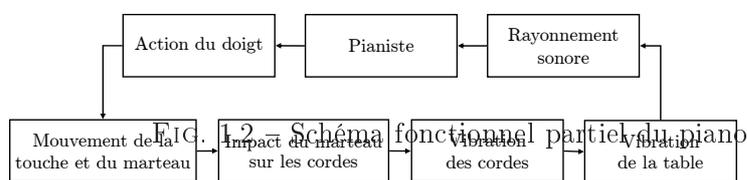


FIG. 1.1 – Vue éclatée d'un piano à queue (d'après [7])



## 1.2 Bref historique de la mécanique du piano

L'instrument prédécesseur du piano est le clavicorde. À la différence du clavecin, le clavicorde est un instrument à cordes frappées. La figure 1.3 présente son principe de fonctionnement. Lorsque l'instrumentiste appui sur la touche (a), une lamelle en acier (b)-la tangente- vient frapper un doublet de cordes (c) tendues au-dessus. Le contact entre les cordes et la tangente est maintenu tant que l'instrumentiste ne relâche pas la touche. Ainsi il a la possibilité d'imprimer un vibrato

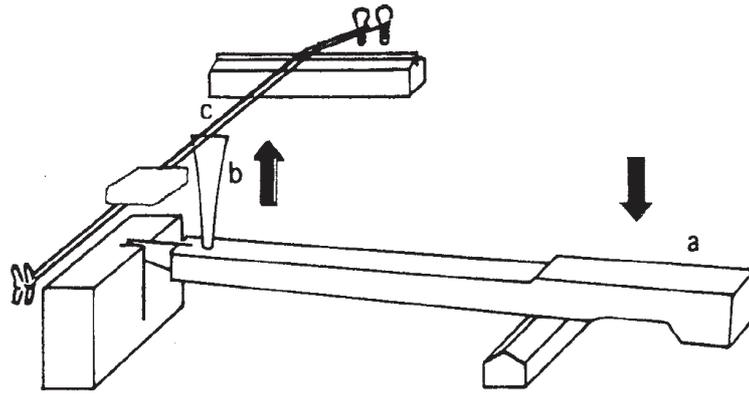


FIG. 1.3 – Fonctionnement du clavichord

au son en faisant légèrement varier la tension des cordes. Ce système mécanique ne permet de communiquer aux cordes que très peu d'énergie ; le son du clavichord est confidentiel.

En 1709, Bartolomeo Cristofori invente le premier piano-forte. C'est un instrument à cordes frappées par un petit marteau recouvert de cuir qui échappe avant la frappe (voir figure 1.4). L'excitateur des cordes n'est donc plus en contact avec le doigt de l'instrumentiste lors de la

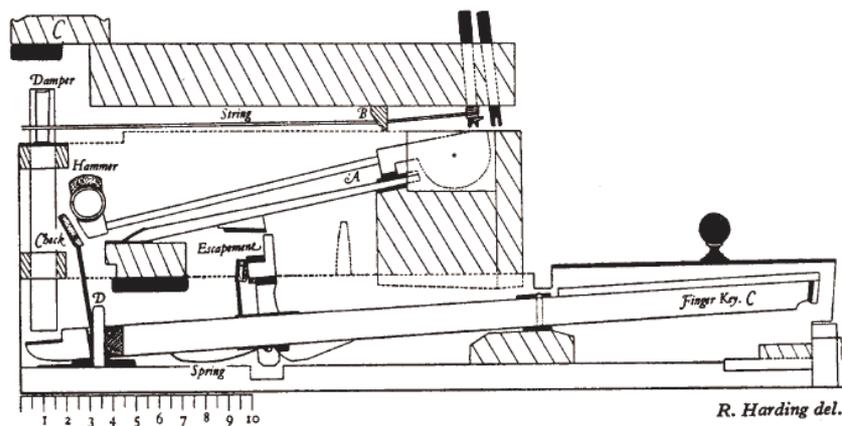


Fig. 18. Pianoforte by Cristofori, 1726 (Leipzig, No. 170). The drawing represents the action for C and the key for D (compass C to c'''). Inscription printed in Roman lettering: BARTHOLOMAEVS DE' CHRISTOPHORIS PATAVINVS INVENTOR FACIEBAT FLORENTIAE M. DCCXXVI.

*A*, intermediate lever; *B*, wrest-block bridge; *C*, 'Ruler', a strip of wood to prevent the dampers jumping out; *D*, one of two wood guide posts to keep the key steady. The natural keys are faced with box. The hammers strike the strings from below on to their bearings.

FIG. 1.4 – Piano-forte de Cristofori (d'après [31])

génération du son. La vitesse atteinte par le marteau au moment de l'échappement est la seule grandeur qui déterminera la nuance de jeu. Cette invention donne la même possibilité que sur le clavichord de graduer la nuance par la manière d'appuyer sur les touches. En revanche, elle donne à l'instrument un volume sonore adapté à la musique d'ensemble.

Mise à part l'amélioration apportée par Érard plus d'un siècle plus tard, le piano de Cristofori

possédait les éléments essentiels que nous retrouvons sur le piano moderne. Ce piano possède une touche, un levier intermédiaire qui deviendra plus tard le chevalet, un bâton d'échappement, une attrape et un marteau recouvert de cuir souple.

En 1821, Sébastien Érard, apporte une amélioration décisive à l'instrument : le levier de répétition (voir figure 1.5). Cette innovation introduit la possibilité de répéter la note sans que la touche doive revenir en position de repos. Un levier de répétition monté sur le chevalet s'abaisse durant la phase de lancement du marteau ; après le choc sur la corde, le marteau atterrit sur le levier de répétition qui tend un petit ressort de rappel ; le marteau est stoppé par l'attrape. Un léger relâchement de la touche libère le marteau de l'attrape. Il est alors poussé par le levier de répétition ce qui permet le retour du bâton d'échappement à sa position initiale et donc la répétition de la note.

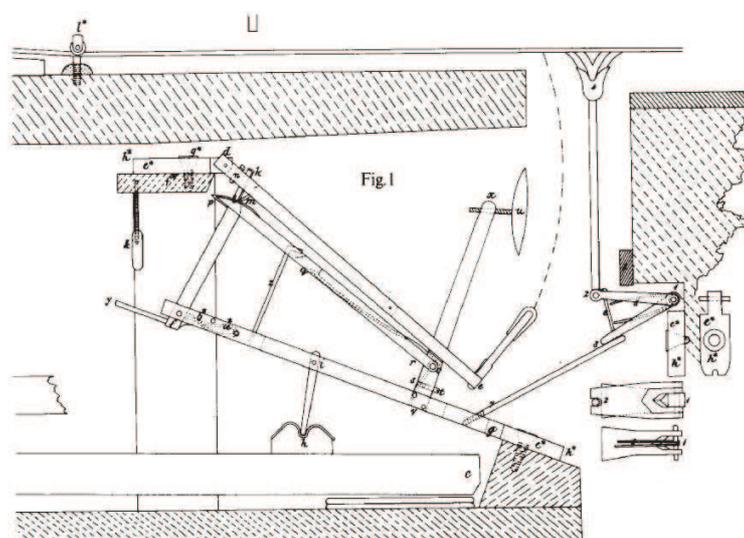


FIG. 1.5 – Mécanisme à double échappement inventé par Érard (d'après [31]).

## 2 FONCTIONNEMENT ET OBSERVATIONS CINÉMATIQUES DE LA MÉCANIQUE TRADITIONNELLE

### 2.1 Description des pièces et des interactions

La figure 1.6 présente la mécanique moderne du piano à queue.

Nous recensons 13 pièces principales. Chaque pièce est en relation avec une ou plusieurs autres pièces comme suit.

**Touche :** la touche pivote par rapport au *bâti* sur la *pointe de balancier*. Elle sert également de support au *pilote* et à l'*attrape*. Au cours du mouvement, elle entre en contact avec le *levier d'étouffoir*. Elle arrête son mouvement descendant sur la *mouche* -petit coussin en feutre de laine.

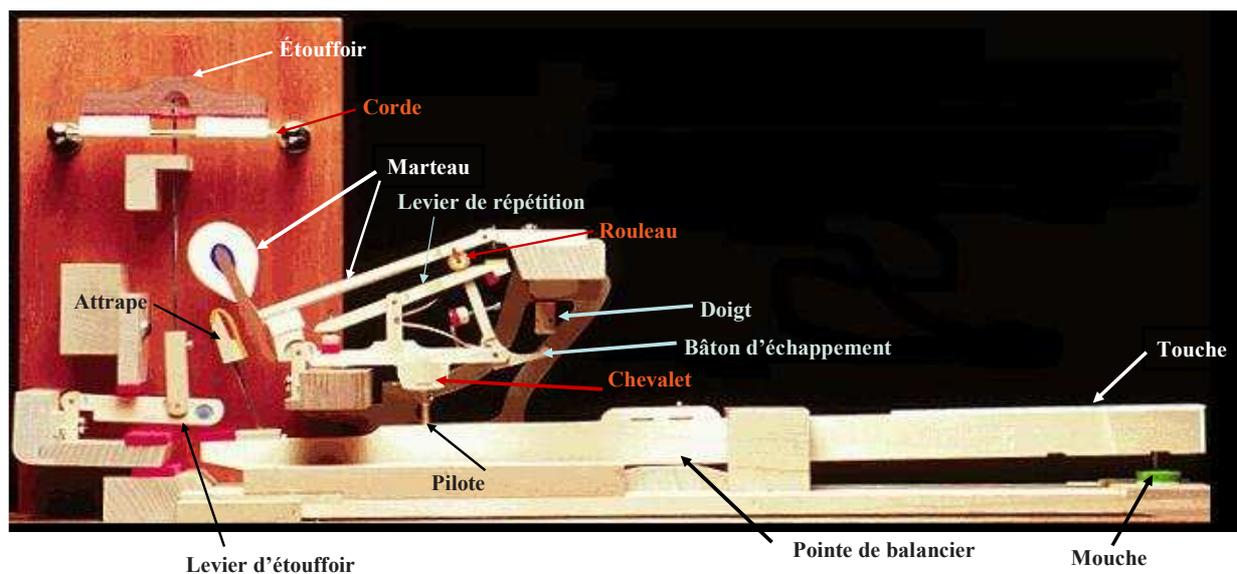


FIG. 1.6 – Mécanique du piano moderne

**Pointe de balancier** : la pointe de balancier est encastrée sur le *bâti* et assure la liaison pivot avec la *touche*.

**Attrape** : l'attrape est fixée sur la *touche*. Sa fonction est d'arrêter le mouvement du *marteau* après qu'il ait frappé la *corde*.

**Pilote** : le pilote est vissé sur la *touche*. Il permet d'entraîner le *chevalet* lors du mouvement de la *touche* par un contact unilatéral au travers du feutre de talon de *chevalet*.

**Chevalet** : le *chevalet* pivote par rapport au *bâti* lorsqu'il est poussé par le *pilote* lui-même actionné par la *touche*. Il supporte des liaisons pivot et des contacts unilatéraux de butée avec le *bâton d'échappement* et le *levier de répétition*.

**Bâton d'échappement** : le *bâton d'échappement*, pièce en bois en forme d'équerre, peut pivoter autour d'un point fixe sur le *chevalet*. Un ressort de rappel et une butée mécanique le lient également au *chevalet* et assurent son retour et maintien en position d'équilibre. Au cours du mouvement, le *bâton d'échappement* entre en contact unilatéral avec le *doigt* aussi appelé *butée d'échappement* puis avec le *rouleau*.

**Rouleau** : le *rouleau* est fixé sur le *marteau*. Il repose sur le *levier de répétition*.

**Doigt** : la butée d'échappement ou *doigt* est vissée sur le *bâti*. Elle entre en contact avec le *bâton d'échappement* quelques instants (quelques ms [4]) avant l'échappement.

**Levier de répétition** : le *levier de répétition* pivote autour d'un point fixe du *chevalet*. Il est rappelé sur sa butée d'équilibre, fixée au *chevalet*, par un ressort de rappel. Le *levier de répétition* pousse le *rouleau* jusqu'au moment où il entre en contact avec la *vis de chute* (fixée au *bâti*).

**Marteau** : le *marteau* est fixé au *bâti* par une liaison pivot. Il comporte le *rouleau*, en contact avec le *bâton d'échappement* et le *levier de répétition* durant la majeure partie du mouvement (avant l'échappement). Après l'échappement, il va frapper la *corde* puis retombe sur l'*attrape*.

**Corde :** la corde est fixée sur le *bâti*. Elle est en contact avec l'*étouffoir*, soulevé par le *levier d'étouffoir* actionné par la *touche* avant l'échappement du *marteau*.

**Levier d'étouffoir :** il peut pivoter par rapport au *bâti* et repose sur une barre de départ collectif actionnée par une des pédales. Par la suite, nous ne tiendrons pas compte du comportement des pédales et considérerons que la barre de départ collectif est fixe sur le bâti. Lors de son mouvement le levier d'étouffoir lève l'*étouffoir*.

**Étouffoir :** l'étouffoir est fixé sur le levier d'étouffoir. Lorsqu'il n'est pas actionné, il est en contact avec la *corde* inhibant ainsi toute vibration non désirée.

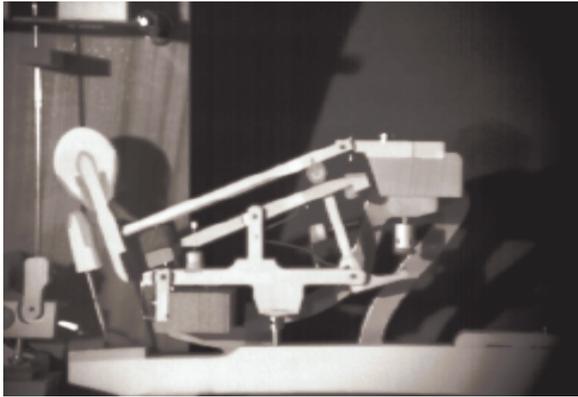
## 2.2 Description du mouvement

On peut considérer que la mécanique est composée de six degrés de liberté : la touche, l'étouffoir, le chevalet, le bâton d'échappement, le levier de répétition et le marteau. Les relations entre ces solides sont soit des liaisons pivots avec le bâti (pour la touche, le chevalet, l'étouffoir et le marteau), soit des liaisons pivots entre eux (chevalet-bâton et chevalet-levier), soit des contacts unilatéraux avec feutre et du frottement (contact rouleau-bâton et rouleau-levier). Le mouvement de la mécanique permet l'attaque de la note et le retour au repos ou la répétition (selon le choix du pianiste).

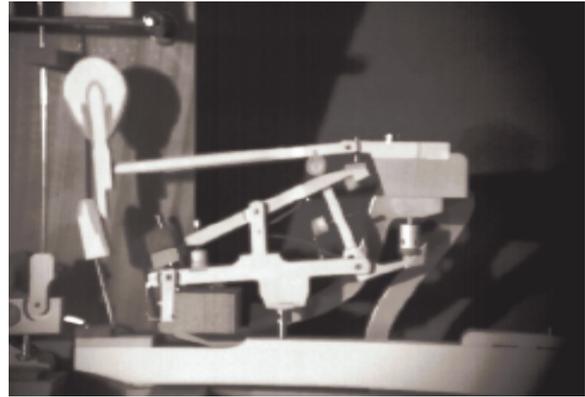
### 2.2.1 Attaque de la note

L'attaque de la note, ou lancement du marteau, peut être décomposé en deux phases.

1. Sous l'action du doigt, la touche pivote sur la pointe de balancier. À mi-course, elle rencontre le levier d'étouffoir qui est ensuite entraîné par la touche. L'étouffoir monte sous cette action et libère la corde. Par l'intermédiaire du pilote, la touche entraîne le chevalet qui pivote par rapport au bâti. Dans cette première phase, chevalet, levier de répétition et bâton d'échappement sont solidaires et poussent le marteau, en rotation par rapport au bâti. Cette phase s'achève lorsque le bâton d'échappement et le levier de répétition atteignent leurs butées respectives (simultanément pour une mécanique bien réglée). (voir figure 1.7)
2. Le chevalet continue son mouvement d'ascension. Arrêté sur la vis de chute, le levier pivote autour de son axe en comprimant son ressort de rappel. Il n'est plus en contact avec le marteau, que le bâton seul continue de pousser. Sur une mécanique bien réglée, au même moment que le levier de répétition rencontre la vis de chute, le bâton entre en contact avec sa butée ce qui le fait pivoter autour de son axe fixe sur le chevalet. Le contact entre le bâton et sa butée ralentit la progression vers le haut de l'ensemble chevalet-bâton-levier, ce qui provoque l'échappement du marteau. Le marteau parvient librement à la corde si l'énergie cinétique qu'il a acquise est suffisante. De son côté, la touche est arrêtée dans son mouvement sur la mouche. Une fois que le marteau a frappé les cordes, il revient sur la mécanique à une position plus basse que la position d'échappement. Le marteau est alors bloqué par l'attrape ; dans cette position, le rouleau maintient comprimé le ressort de rappel du levier de répétition

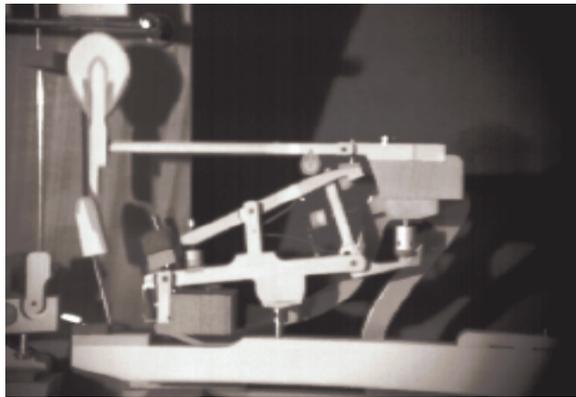


(a) au repos

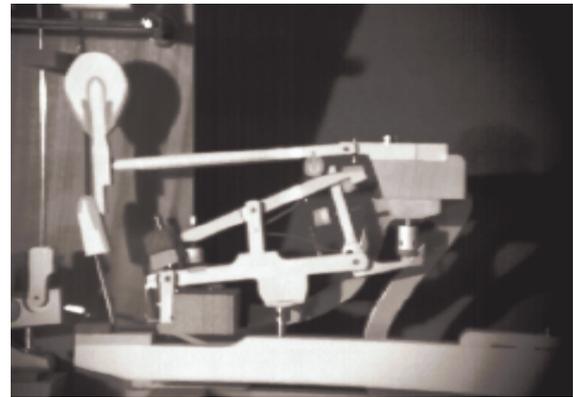


(b) le levier de répétition et le bâton d'échappement arrivent en butée

FIG. 1.7 – Attaque de la note : Positions limites de la première phase de mouvement (voir figure 1.8).



(a) échappement



(b) le marteau revient et s'immobilise sur l'attrape

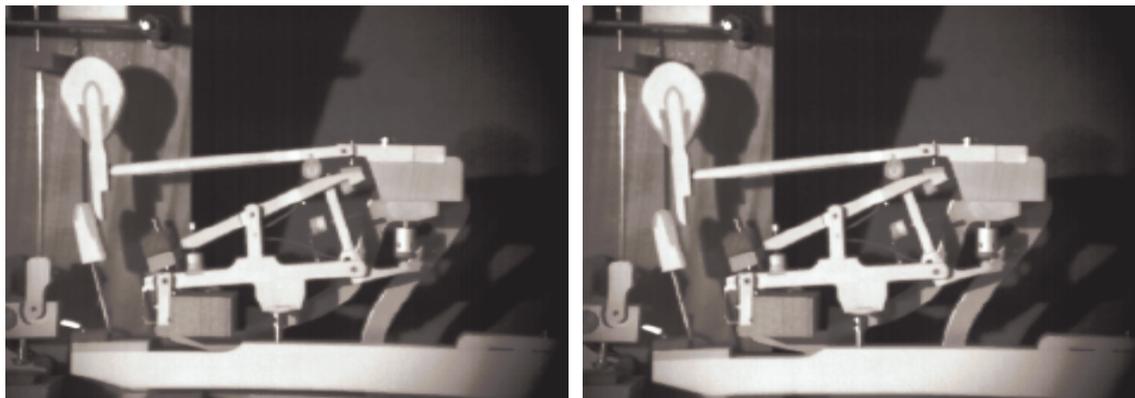
FIG. 1.8 – Attaque de la note : Positions limites de la deuxième phase de mouvement

### 2.2.2 Répétition ou retour à l'équilibre

L'arrivée du marteau sur l'attrape et l'arrêt du mouvement de la touche sur la mouche provoquent l'immobilisation du mécanisme. Lorsque le pianiste relève légèrement le doigt, l'attrape s'écarte et libère le marteau. Le ressort du levier de répétition se détend et fait monter légèrement le marteau. Ce mouvement ménage au bâton d'échappement un espace suffisant pour revenir en position d'équilibre, grâce à son ressort de rappel. Il se positionne donc sous le rouleau, les contacts avec les butées (doigt et vis de chute) sont rompus. La mécanique se trouve alors en position de répéter la note sans que la touche ait besoin de revenir à la position de repos (voir figure 1.9).

Le pianiste est libre à ce stade de relancer la note ou de relâcher complètement la touche, ce qui provoque la descente complète de tout le mécanisme.

La durée de montée du marteau varie d'environ 20 ms (pour un jeu *forte*) à 200 ms (pour un



(a) Le pianiste relâche légèrement

(b) la mécanique est prête pour une répétition

FIG. 1.9 – Positions limites de la répétition

jeu *piano*). La vitesse d'impact maximale est comprise entre 2 et 3  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  [4]. La mécanique sert uniquement à communiquer l'énergie nécessaire au marteau pour l'échappement. La dynamique complexe de ce système est responsable du toucher. C'est grâce à ce retour sensoriel que le pianiste a la possibilité de contrôler la vitesse d'échappement du marteau à 1% près [43]. On ne sait pas aujourd'hui quelle fonction mécanique rend cette précision de contrôle possible. Ma contribution à la compréhension du système et de la perception de l'humain se situe essentiellement dans la modélisation et l'identification du comportement de la mécanique lors de l'attaque de la note.

Des observations cinématiques détaillées ont été réalisées par A. Askenfelt [4], [5]. Il existe également une modélisation de la cinématique de la mécanique traditionnelle [33].

### 3 MODÉLISATIONS PRÉCÉDENTES

La mécanique traditionnelle du piano possède six degrés de liberté : la touche, l'étouffoir, le chevalet, le bâton d'échappement, le levier de répétition et le marteau. Parmi ces degrés de liberté, l'étouffoir et le levier de répétition ne sont pas indispensables à l'attaque de la note. On considérera, la masse et inertie du bâton d'échappement négligeables par rapport à celles de la touche et du marteau.

Par ailleurs, les différents bras de levier font que l'inertie du marteau rapportée à la touche est multipliée par un facteur 10 ou 12. En première approximation, il semblerait alors que le système se comporte comme un ensemble de deux corps (touche et marteau) liés par une liaison non linéaire.

À l'exception d'un modèle [23], la plupart des modèles dynamiques de la touche de piano publiés utilisent cette approximation [19], [25], [21], [41], [42].

La figure 1.10 présente la schématisation du modèle simplifié de la mécanique traditionnelle de la touche de piano proposée par B. Gillespie [24].

Dans cette modélisation, la touche représente l'association de la touche réelle, du chevalet et du

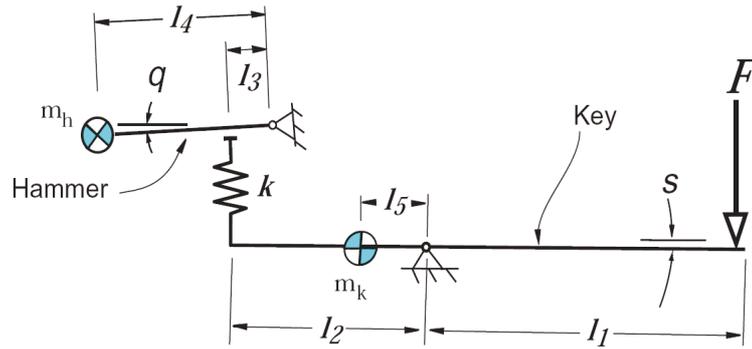


FIG. 1.10 – Modèle de la mécanique traditionnelle de piano avec deux corps rigides (d'après [24])

bâton de répétition liés au marteau par un ressort non linéaire. Deux configurations sont possibles : le marteau et la touche reliés par le ressort ou le marteau évoluant seul.

Dans tous les modèles publiés, les frottements dans les liaisons sont négligés alors qu'ils jouent un rôle essentiel dans le rendu sensoriel, surtout dans la nuance *piano*.

Dans la nuance *piano*, les interactions du bâton d'échappement (contact avec la butée d'échappement et friction avec le rouleau du marteau avant l'échappement) sont essentielles au rendu sensoriel. De plus, après l'échappement, le bâton d'échappement continue son mouvement permettant au marteau de se retrouver, après l'impact sur la corde, dans une position *inférieure* à celle d'où il a échappé. Cette disposition est essentielle pour éviter une répétition intempestive de la note par rebond. Le mouvement du bâton d'échappement est donc essentiel au bon fonctionnement de la mécanique.

Par ailleurs, une des principales différences entre le piano droit et le piano à queue tient à la présence du levier de répétition. Il agit sur le marteau après l'impact sur la corde et permet le retour du bâton d'échappement sous le marteau sans que la touche soit revenue à la position d'origine. Ce mécanisme de *répétition* augmente les capacités virtuoses du système.

À notre connaissance, il n'existe pas aujourd'hui de modélisation dynamique de la mécanique traditionnelle qui tienne compte de tous les phénomènes décrits ci-dessus. Nous avons donc choisi de modéliser la mécanique traditionnelle du piano à queue en considérant les six degrés de liberté avec un minimum d'hypothèses simplificatrices. Cette modélisation dynamique est détaillée dans le chapitre 2.

## Chapitre 2

# Modélisation dynamique de la mécanique traditionnelle

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Définition des variables</b> . . . . .	<b>16</b>
1.1	Structure et hypothèses . . . . .	16
1.2	Définition des paramètres géométriques . . . . .	18
1.3	Définition des angles et changements de repère . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Liaisons</b> . . . . .	<b>26</b>
2.1	Pivots et ressorts de rappel . . . . .	26
2.2	Feutres . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Équations de la dynamique</b> . . . . .	<b>27</b>
3.1	Théorème du moment sur la touche . . . . .	27
3.2	Théorème du moment sur le chevalet . . . . .	29
3.3	Théorème du moment sur l'étouffoir . . . . .	30
3.4	Théorèmes sur le bâton . . . . .	30
3.5	Théorèmes sur le levier de répétition . . . . .	32
3.6	Théorème du moment sur le marteau . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Équations de couplage (liaisons entre pièces)</b> . . . . .	<b>34</b>
4.1	Couplage touche-chevalet . . . . .	35
4.2	Couplage touche-étouffoir . . . . .	35
4.3	Couplage bâton-butée de repos . . . . .	36
4.4	Couplage bâton-butée d'échappement . . . . .	37
4.5	Couplage bâton-marteau . . . . .	38
4.6	Couplage levier-butée de repos . . . . .	40
4.7	Couplage levier-vis de chute . . . . .	41
4.8	Couplage levier-marteau . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Récapitulatif</b> . . . . .	<b>43</b>

---

La construction du modèle mécanique de la touche de piano poursuit deux objectifs :

- d’une part, l’identification du comportement de la mécanique de la touche d’un piano à queue. Ce comportement doit être une image fiable du système réel et intégrer les phénomènes physiques jugés significatifs *a priori*. Il ouvrira donc sur l’étude de l’influence des différents paramètres dans le ressenti du musicien et sur la compréhension fine d’un système complexe.
- d’autre part, ce modèle doit prédire de manière déterministe le comportement de la mécanique de la touche de piano pour permettre de le reproduire avec une interface haptique. Il doit pour cela être le plus simple possible pour que son calcul s’adapte dans la boucle de contrôle temps réel du système de rendu sensoriel.

Le modèle présenté ici résulte en un ensemble d’équations dynamiques, de liaison et de comportement qui traduisent le comportement du système.

Nous expliciterons successivement :

- la définition des paramètres et des variables utilisées ;
- les relations de comportement des différentes liaisons ;
- les équations de la dynamique des corps solides appliquées à la touche, à l’étouffoir, au chevalet, au levier de répétition, au bâton et au marteau ;
- les conditions de contact et/ou liaison entre la touche et le chevalet, la touche et l’étouffoir, le chevalet et le bâton, le levier de répétition et le chevalet, le marteau ou la vis de chute, le bâton et la butée d’échappement et enfin, le bâton et le marteau.

L’ensemble des équations permet de calculer la force appliquée par le pianiste en fonction du mouvement de la touche. Le principe de calcul sera présenté dans un récapitulatif final et la procédure de calcul sera détaillée dans le chapitre 4.

## 1 DÉFINITION DES VARIABLES

### 1.1 Structure et hypothèses

La mécanique se compose des éléments suivants (voir figure 2.1) :

- la touche,
- l’étouffoir,
- le chevalet,
- le levier de répétition,
- le bâton d’échappement (appelé simplement bâton),
- le marteau,
- les contacts sur le bâti : la mouche (feutre recevant la partie antérieure de la touche), le support (feutre recevant la partie postérieure de la touche), la butée d’échappement, dite parfois « doigt » (qui contraint le mouvement du bâton), la vis de chute (en contact avec la peau collée sur l’extrémité du levier de répétition et qui contraint son mouvement),
- les liaisons pivot entre le bâti et la touche, le chevalet, le marteau ;
- les contacts entre pièces mobiles : feutre d’étouffoir (entre touche et étouffoir), feutre de

talon de chevalet (entre touche et chevalet) et sur le chevalet, butées de repos du levier de répétition et du bâton.

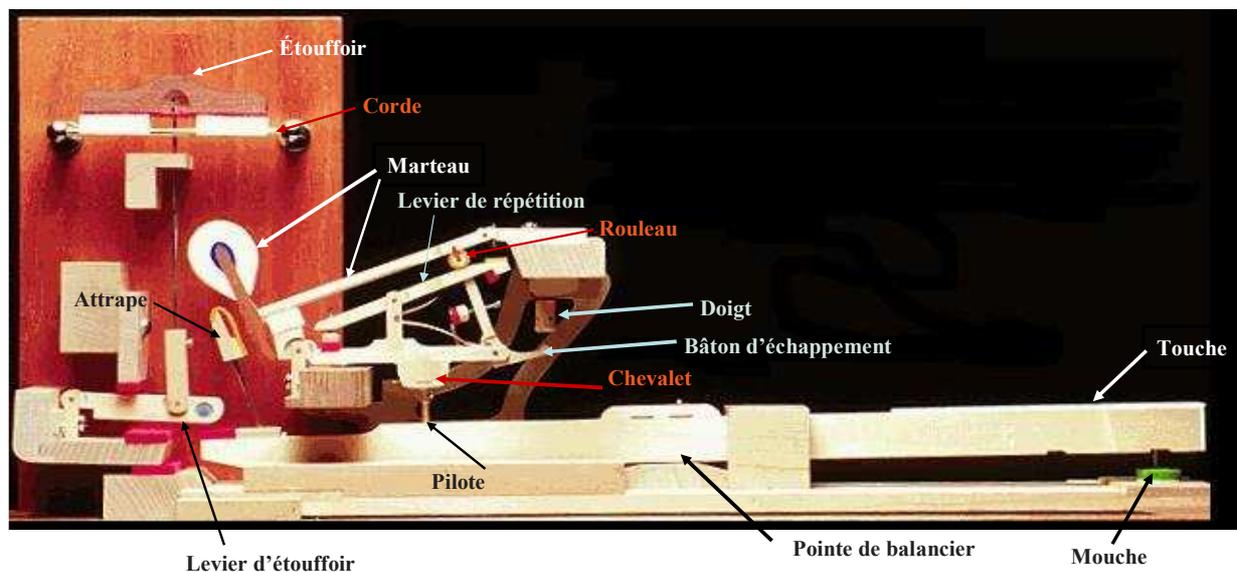


FIG. 2.1 – Mécanique traditionnelle du piano à queue

La figure 2.2 montre les différentes liaisons entre ces pièces dans un schéma de structure.

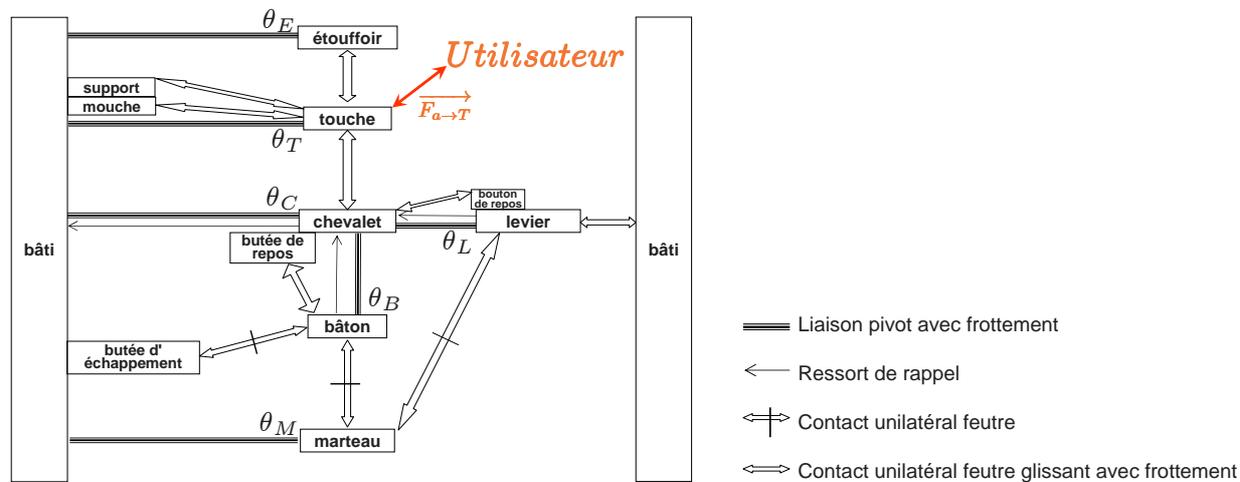


FIG. 2.2 – Schéma des relations entre les pièces constitutives de la mécanique de piano

Trois types de liaison sont observés :

- liaisons pivot, avec frottement solide et visqueux : entre le bâti et la touche, le marteau, le chevalet ou l'étouffoir, ainsi qu'entre le chevalet et le bâton ou le levier de répétition ;
- des ressorts précontraints (section 2.1) entre chevalet et bâti, chevalet et bâton ou levier de répétition ;
- des contacts unilatéraux, avec ou sans frottement, assurés par un feutre (loi de comportement décrite en section 2.2) : entre bâti et touche (support avant le mouvement, mouche en fin de mouvement), bâti et bâton d'échappement (butée d'échappement, avec glissement), bâti

et levier de répétition (par l'intermédiaire de la vis de chute), touche et étouffoir, touche et chevalet (feutre de talon de chevalet), chevalet et bâton (butée de repos, que l'on considèrera dure, *i.e.* de raideur quasi infinie), chevalet et levier de répétition (*idem*), bâton et rouleau du marteau (avec glissement).

Pour résoudre les équations de la dynamique, nous effectuons les hypothèses suivantes :

- les solides sont considérés comme rigides ;
- les axes de rotation sont fixes au cours du mouvement dans le repère correspondant ;
- les contacts sont ponctuels ;
- les angles, à l'exception de  $\theta_R$  (voir le tableau 2.2 page 21 et la figure 2.4 page 25), sont petits de sorte que l'on considère  $\cos \theta_i = 1$  et  $\sin \theta_i = \theta_i$  (pour la résolution de certaines équations, il sera plus commode de conserver l'écriture des fonctions trigonométriques sur  $\theta_M$ ) ;
- une fois réalisés, les contacts unilatéraux sont considérés comme maintenus continûment jusqu'à l'échappement (ce que l'on peut vérifier en surveillant le signe des forces de contact) ;
- les forces d'inertie sur le bâton et sur le levier de répétition sont négligeables devant les autres forces sur ces pièces.

## 1.2 Définition des paramètres géométriques

La figure 2.3 présente la position des différents points nécessaires à l'écriture des équations. Les points sont indexés avec la convention suivante :

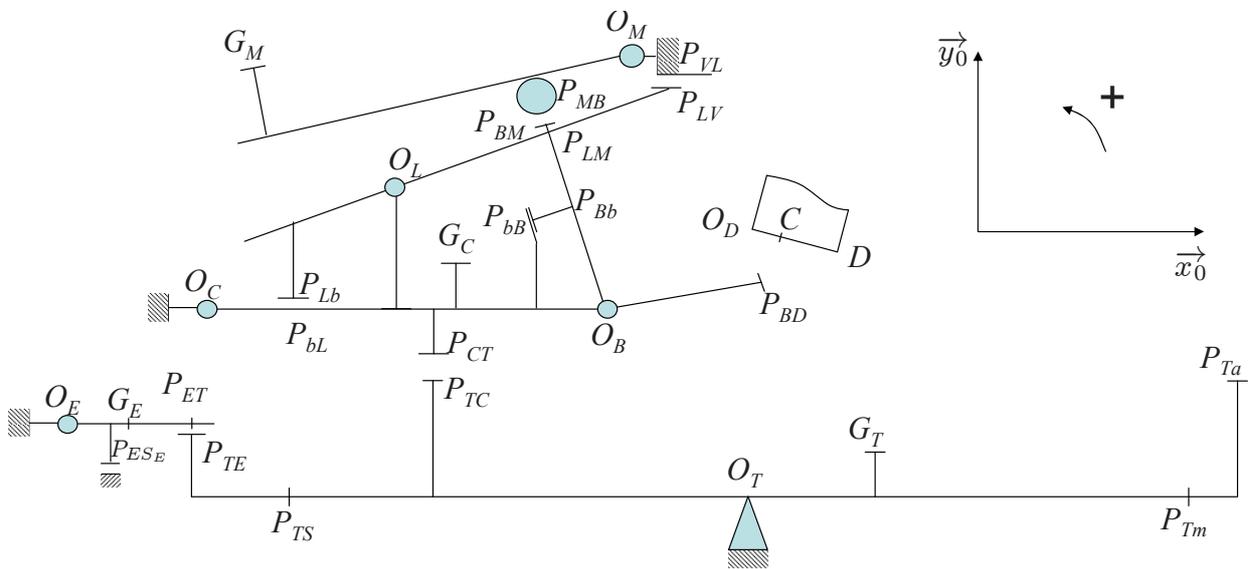


FIG. 2.3 – Définition des points

$P_{ij}$  : point du solide  $i$  en contact avec la liaison au solide  $j$ . Ainsi, la longueur variable des liaisons flexibles (feutres) explique que  $P_{ij} \neq P_{ji}$ , l'intervalle étant matériellement occupé par la liaison.

Une description détaillée des points (avec les forces qui s'y appliquent et leurs coordonnées en millimètres) sont répertoriées dans le tableau 2.1 ci-dessous.

Point	Description (point d'application de $F_{\alpha \rightarrow \beta}$ )	$x$ valeur (mm)	$y$ valeur (mm)	$x_0$ (mm)	$y_0$ (mm)
Touche		Repère $R_T$			
$P_{Ta}$	Contact avec l'utilisateur ( $F_{a \rightarrow T}$ )	$L_{Ta}$ 260.3	$h_{Ta}$ 26.5	$L_{Ta} - \theta_T h_{Ta}$	
$P_{Tm}$	Contact avec la mouche ( $F_{m \rightarrow T}$ )	$L_{Tm}$ 240.3	0 0	$L_{Tm}$	
$G_T$	Centre de masse ( $P_T = -m_T g$ )	$L_{G_T}$ 19	$h_{G_T}$ 14	$L_{G_T} - \theta_T h_{G_T}$	
$P_{TC}$	Contact avec le chevalet ( $F_{C \rightarrow T}$ )	$L_{TC}$ -129	$h_{TC}$ 42.8	$L_{TC} - \theta_T h_{TC}$	$L_{TC} \theta_T + h_{TC}$
$P_{TS}$	Contact avec le support ( $F_{S \rightarrow T}$ )	$L_{TS}$ -185	$h_{TS} = 0$ 0	$L_{TS} - \theta_T h_{TS}$	
$P_{TE}$	Contact avec l'étouffoir ( $F_{E \rightarrow T}$ )	$L_{TE}$ -232	$h_{TE}$ 21.6	$L_{TE} - \theta_T h_{TE}$	
$O_T$	Centre de rotation de la touche			0	0
Étouffoir		Repère $R_E$			
$P_{ET}$	Contact avec la touche ( $F_{T \rightarrow E}$ )	$L_{ET}$ 78	$h_{ET}$ 0	$L_{ET} - \theta_E h_{ET}$	
$G_E$	Centre de masse ( $P_E = -m_E g$ )	$L_{G_E}$ 50	$h_{G_E}$ 0	$L_{G_E} - \theta_E h_{G_E}$	
$P_{ES_E}$	Contact avec le support ( $F_{S_E \rightarrow E}$ )	$L_{ES_E}$ 45	$h_{ES_E}$ -24	$L_{ES_E} - \theta_E h_{ES_E}$	
$O_E$	Centre de rotation de l'étouffoir	0	0	$L_{O_E}$ 310	$h_{O_E}$ 38
Chevalet		Repère $R_C$			
$P_{CT}$	Contact avec la touche ( $F_{T \rightarrow C}$ )	$L_{CT}$ 60.7	$h_{CT}$ -17.6	$L_{CT} - \theta_C h_{CT}$	$L_{CT} \theta_C + h_{CT}$
$G_C$	Centre de masse ( $P_C = -m_C g$ )	$L_{G_C}$ 53	$h_{G_C}$ 7	$L_{G_C} - \theta_C h_{G_C}$	
$O_C$	Centre de rotation du chevalet	0	0	$L_{O_C}$ -191.4	$h_{O_C}$ 64.4
$O_B$	Centre de rotation du bâton ( $F_{B \rightarrow C}$ )	$L_{O_B}$ 99.2	0 0	$L_{O_B}$	$L_{O_B} \theta_C$
$P_{bB}$	Butée de blocage du bâton ( $F_{B \rightarrow b}$ )	$L_{bB}$ 76.6	$h_{bB}$ 20	$L_{bB}$ $-\theta_C h_{bB}$	$L_{bB} \theta_C$ $+h_{bB}$

Point	Description (point d'application de $F_{\alpha \rightarrow \beta}$ )	$x$ valeur (mm)	$y$ valeur (mm)	$x_0$ (mm)	$y_0$ (mm)
$O_L$	Centre de rotation du levier ( $F_{L \rightarrow C}$ )	$L_{O_L}$ 47.2	$h_{O_L}$ 29.3	$L_{O_L}$ $-\theta_C h_{O_L}$	$L_{O_L} \theta_C$ $+h_{O_L}$
$P_{bL}$	Butée de blocage du levier ( $F_{L \rightarrow b}$ )	$L_{bL}$ 16.3	$h_{bL}$ 1.71	$L_{bL}$ $-\theta_C h_{bL}$	$L_{bL} \theta_C$ $+h_{bL}$
Levier		Repère $R_L$			
$P_{Lb}$	Contact avec la butée de blocage ( $F_{b \rightarrow L}, C_{bL}$ )	$L_{Lb}$ -43	$h_{Lb}$ -13	$L_{Lb}$ $-(\theta_L + \theta_C) h_{Lb}$	$L_{Lb}(\theta_L + \theta_C)$ $+h_{Lb}$
$P_{LV}$	Contact avec la vis de chute ( $F_{V \rightarrow L}$ )	$L_{LV}$	0 0	$L_{LV}$	$L_{LV}(\theta_L + \theta_C)$
$P_{LM}$	Contact avec le marteau ( $F_{M \rightarrow L}$ )	$l$	$h_{LM}$ 2.47	$l$ $-(\theta_L + \theta_C) h_{LM}$	$l(\theta_L + \theta_C)$ $+h_{LM}$
$O_L$	Centre de rotation du levier	0	0		
Bâton		Repère $R_B$			
$P_{Bb}$	Contact avec la butée de blocage ( $F_{b \rightarrow B}, C_{bB}$ )	$L_{Bb}$ -18.2	$h_{Bb}$ 24.6	$L_{Bb}$ $-(\theta_B + \theta_C) h_{Bb}$	$L_{Bb}(\theta_B + \theta_C)$ $+h_{Bb}$
$P_{BD}$	Contact avec la butée d'échappement ( $F_{D \rightarrow B}$ )	$L_{BD}$ 26.9	0 0	$L_{BD}$	$L_{BD}(\theta_B + \theta_C)$
$P_{BM}$	Contact avec le marteau ( $F_{M \rightarrow B}$ )	$L_{BM}$ -9.97	$h_{BM}$ 50.14	$L_{BM}$ $-(\theta_B + \theta_C) h_{BM}$	$L_{BM}(\theta_B + \theta_C)$ $+h_{BM}$
$O_B$	Centre de rotation du bâton	0	0		
Marteau		Repère $R_M$			
$O_M$	Centre de rotation du marteau	0	0	$L_{O_M}$ -98.2	$h_{O_M}$ 125.7
$G_M$	Centre de masse du marteau ( $P_M = -m_M g$ )	$L_{G_M}$ -98.6	0	$L_{G_M}$	
$P_{MB}$	Centre du rouleau	$L_{MB}$ -15.5	$h_{MB}$ -12.3	$L_{MB} - h_{MB} \theta_M$	$L_{MB} \theta_M + h_{MB}$
Butée ("doigt")		Repère $R_D$			
$O_D$	Coin de la butée	0	0	$L_{O_D}$ -70.2	$h_{O_D}$ 74.4
$C$	Point de contact avec le bâton ( $F_{D \rightarrow B}$ )	$d$	$z_D$	$d - \theta_D z_D$	$z_D + \theta_D d$
$D$	Autre coin de la butée à la surface du feutre au repos	$L_D$ 10.4	0	-60.01	72.16
$P_{VL}$	Vis de chute dans le bâti			$L_{VL}$ -93.85	$h_{VL}$ 118.64

Point	Description (point d'application de $F_{\alpha \rightarrow \beta}$ )	$x$ valeur (mm)	$y$ valeur (mm)	$x_0$ (mm)	$y_0$ (mm)
-------	---	-----------------------	-----------------------	---------------	---------------

TAB. 2.1: Paramètres géométriques

Pour ne pas alourdir encore les notations, nous avons réservé le même indice «  $b$  » aux butées de blocage du levier de répétition et du bâton, bien que les deux points correspondants du chevalet soient différents. Les variables d'espace choisies pour décrire le mouvement sont données par le tableau 2.2. La valeur dite « initiale » de  $\theta_T$  est en réalité celle pour laquelle la touche quitte son support arrière ce qui définira également  $t = 0$ . Pour cela, le mouvement aura dû commencer légèrement avant. On négligera cette phase du mouvement.

Variable	Description	Valeur initiale (rd ou mm)
$\theta_T$	Angle de la touche	0.007
$z_P$	Déformation dynamique du feutre du talon de chevalet	$z_{P0}$
$\theta_E$	Angle de l'étouffoir	-0.150
$z_E$	Déformation dynamique du feutre de contact avec l'étouffoir	$z_{E0}$
$\theta_C$	Position angulaire du chevalet	-0.0364
$\theta_L$	Position angulaire du levier de répétition	0.45
$z_V$	Déformation dynamique de la peau de levier (opp. vis de chute)	0
$l$	$P_{LM}$ : point du levier de répétition en contact avec le rouleau (point d'application de $F_{M \rightarrow L}$ ) Position algébrique de $P_{LM}$ sur l'axe $\overrightarrow{O_L x_L}$	39.6
$R_L$	Distance entre $P_{LM}$ et $P_{BM}$ sur l'axe $\overrightarrow{y_L}$	
$z_L$	Déformation courante de la peau du rouleau de marteau en contact avec le levier	$z_{L0}$
$\theta_B$	Position angulaire du bâton	0.212
$d$	$C$ : point de la butée en contact avec le bâton (point d'application de $F_{D \rightarrow B}$ ) Position algébrique de $C$ sur l'axe $\overrightarrow{O_D x_D}$	
$z_D$	Position algébrique de $C$ sur l'axe $\overrightarrow{O_D y_D}$ (enfouissement du feutre de butée d'échappement)	
$R$	Distance entre le centre du rouleau $P_{MB}$ et le point de contact $P_{BM}$ bâton-rouleau	$R_0 = 3.7$
$z_R$	Déformation courante de la peau du rouleau de marteau en contact avec le bâton	$z_{R0}$
$\theta_R$	Angle de rotation du point de contact bâton-rouleau : $(\overrightarrow{x_M}, \overrightarrow{R})$	-1.55
$\theta_M$	Angle du marteau	0.163

TAB. 2.2 – Variables d'espace

Les autres paramètres du système (constantes de raideur, coefficient de frottement, etc.) sont donnés par le tableau 2.3 ci-dessous.

Paramètre	Description	Valeur	Unité
Touche			
$m_T$	Masse de la touche	0.103	kg
$J_{T,O_T}$	Moment d'inertie de la touche	$3.36 \times 10^{-3}$	kg.m <sup>2</sup>
$C_{sT}$	Couple de frottement sec de la liaison pivot touche-bâti	0.05	N.m
$C_{vT}$	Constante de frottement visqueux de la liaison pivot touche-bâti	0.22	N.m.s
$\theta_{TE}$	Position angulaire de rencontre de l'étouffoir	-0.0067	rd
$\theta_{Tm}$	Position angulaire de rencontre de la mouche	-0.021	rd
Feutre de talon de chevalet			
$k_P$	Constante de raideur statique du feutre touche-chevalet	$1.6 \times 10^{10}$	uSI
$r_P$	Exposant de raideur statique du feutre touche-chevalet	2.7	
$b_P$	Constante de raideur dynamique du feutre touche-chevalet	$2 \times 10^7$	N.s.m <sup>-3</sup>
Chevalet			
$m_C$	Masse du chevalet	$19.8 \times 10^{-3}$	kg
$J_{C,O_C}$	Moment d'inertie du chevalet	$3.97 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
$C_{sC}$	Couple de frottement sec de la liaison pivot chevalet-bâti	$9.92 \times 10^{-2}$	N.m
$C_{vC}$	Constante de frottement visqueux de la liaison pivot chevalet-bâti	$4.93 \times 10^{-5}$	N.m.s
$k_C$	Constante de rappel du ressort chevalet-bâti	0.0355	N.m.rd <sup>-1</sup>
$\theta_{Cr}$	Angle de repos pour le ressort chevalet-bâti	0.4185	rd
Feutre d'étouffoir			
$k_E$	Constante de raideur statique du feutre touche-étouffoir	$1.6 \times 10^{10}$	uSI
$r_E$	Exposant de raideur statique du feutre touche-étouffoir	2.7	
$b_E$	Constante de raideur dynamique du feutre touche-étouffoir	$2 \times 10^7$	N.s.m <sup>-3</sup>
Étouffoir			
$m_E$	Masse de l'étouffoir	$50.6 \times 10^{-3}$	kg
$J_{E,O_E}$	Moment d'inertie de l'étouffoir	$2.04 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
$C_{sE}$	Couple de frottement sec de la liaison pivot étouffoir-bâti	$9.92 \times 10^{-2}$	N.m

Paramètre	Description	Valeur	Unité
$C_{vE}$	Constante de frottement visqueux de la liaison pivot étouffoir-bâti	$4.93 \times 10^{-5}$	N.m.s
Levier de répétition			
$C_{sL}$	Couple de frottement sec de la liaison pivot levier-chevalet	$9.92 \times 10^{-4}$	N.m
$C_{vL}$	Constante de frottement visqueux de la liaison pivot levier-chevalet	$4.93 \times 10^{-5}$	N.m.s
$k_L$	Constante de rappel du ressort chevalet-levier	0.1171	N.m.rd <sup>-1</sup>
$\theta_{Lr}$	Position angulaire du levier qui relaxe le ressort de rappel	0.725	rd
$k_V$	Constante de raideur statique du cuir opposé à la vis de chute	$7 \times 10^9$	uSI
$r_V$	Exposant de raideur statique du cuir de vis de chute	3	
$b_V$	Constante de raideur dynamique du cuir de vis de chute	$3 \times 10^3$	N.s.m <sup>-3</sup>
Bâton			
$k_B$	Constante de rappel du ressort bâton-chevalet	0.0299	N.m.rd <sup>-1</sup>
$\theta_{Br}$	Angle de repos pour le ressort bâton-chevalet	0.98	rd
$\theta_D$	Angle d'inclinaison du plan de la butée d'échappement	-0.2164	rd
$\mu_D$	Coefficient de frottement du bâton sur la butée d'échappement	.54	
$k_D$	Constante de raideur statique du feutre de butée d'échappement	$1.6 \times 10^{10}$	uSI
$r_D$	Exposant de raideur statique du feutre de butée d'échappement	2.7	
$b_D$	Constante de raideur dynamique du feutre de butée d'échappement	$2 \times 10^7$	N.s.m <sup>-3</sup>
Cuir du rouleau			
$k_R$	Constante de raideur statique du cuir rouleau-bâton	$7 \times 10^9$	uSI
$r_R$	Exposant de raideur statique du cuir rouleau-bâton	3	
$b_R$	Constante de raideur dynamique du cuir rouleau-bâton	$10^3$	N.s.m <sup>-3</sup>
$\mu_R$	Coefficient de frottement de Coulomb du cuir rouleau-bâton	0.54	

Paramètre	Description	Valeur	Unité
Marteau			
$m_M$	Masse du marteau	$14.24 \times 10^{-3}$	kg
$J_{M,O_M}$	Moment d'inertie du marteau	$1.65 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
$C_{sM}$	Couple de frottement sec de la liaison pivot marteau-bâti	$9.92 \times 10^{-4}$	N.m
$C_{vM}$	Constante de frottement visqueux de la liaison pivot marteau-bâti	$4.93 \times 10^{-5}$	N.m.s

TAB. 2.3: Paramètres dynamiques caractéristiques

### 1.3 Définition des angles et changements de repère

Pour chaque solide en mouvement, la figure 2.4 définit un repère par son centre et une direction :

- pour la touche :  $R_T$  centré en  $O_T$  et tel que  $\vec{x}_T = \frac{\overrightarrow{O_T P_{Tm}}}{O_T P_{Tm}}$
- pour l' étouffoir :  $R_E$  centré en  $O_E$  et tel que  $\vec{x}_E = \frac{\overrightarrow{O_E P_{ET}}}{O_E P_{ET}}$
- pour le chevalet :  $R_C$  centré en  $O_C$  et tel que  $\vec{x}_C = \frac{\overrightarrow{O_C O_B}}{O_C O_B}$
- pour le levier :  $R_L$  centré en  $O_L$  et tel que  $\vec{x}_L = \frac{\overrightarrow{O_L P_{LV}}}{O_L P_{LV}}$
- pour le bâton :  $R_B$  centré en  $O_B$  et tel que  $\vec{x}_B = \frac{\overrightarrow{O_B P_{BD}}}{O_B P_{BD}}$
- pour le marteau :  $R_M$  centré en  $O_M$  et tel que  $\vec{x}_M = -\frac{\overrightarrow{O_M G_M}}{O_M G_M}$
- pour la butée d'échappement :  $R_D$  centré en  $O_D$  et tel que  $\vec{x}_D = \frac{\overrightarrow{O_D D}}{O_D D}$
- pour le rouleau :  $R_R$  centré en  $P_{MB}$  et tel que  $\vec{x}_R = \frac{\overrightarrow{P_{MB} P_{BM}}}{P_{MB} P_{BM}}$

Le repère  $R_0$  du laboratoire, lié au bâti, est centré sur  $O_T$  et défini dans la figure 2.3.

À chaque repère  $R_i$  est associée une variable de rotation  $\theta_i$  avec  $i \in \{T, E, C, L, B, M, D, R\}$  définie comme le montre la figure 2.4.

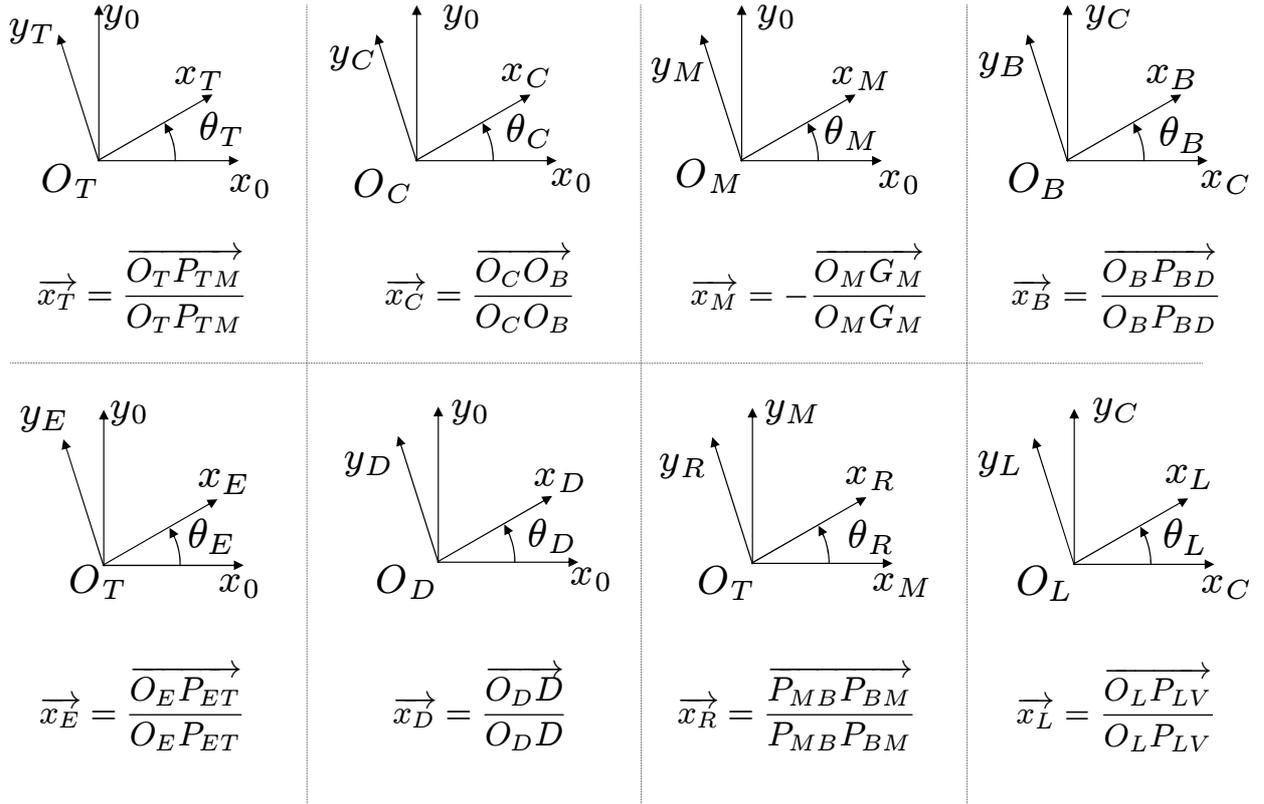


FIG. 2.4 – Définition des angles et repères

Le changement de repère entre le repère  $R_i$  et le repère du laboratoire  $R_0$  se fait à l'aide des matrices de passage  $P_0^i = \begin{pmatrix} 1 & -\theta_i \\ \theta_i & 1 \end{pmatrix}$  avec  $i \in \{T, E, C, M, D\}$  :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = P_0^i \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Pour les points du bâton et du levier de répétition, deux changements de repère successifs sont à effectuer : de  $R_B$  (ou  $R_L$ ) à  $R_C$  par la matrice  $P_C^{B,L} = \begin{pmatrix} 1 & -\theta_{B,L} \\ \theta_{B,L} & 1 \end{pmatrix}$  et de  $R_C$  à  $R_0$  :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & -\theta_C \\ \theta_C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\theta_{B,L} \\ \theta_{B,L} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{B,L} \\ y_{B,L} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & -(\theta_C + \theta_{B,L}) \\ \theta_C + \theta_{B,L} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{B,L} \\ y_{B,L} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Pour les points du rouleau (traitement du contact bâton-marteau), deux changements de repère sont également à effectuer mais l'un d'eux porte sur  $\theta_R$  qui ne peut être considéré comme petit. Il

vient alors :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_M & -\sin \theta_M \\ \sin \theta_M & \cos \theta_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_R & -\sin \theta_R \\ \sin \theta_R & \cos \theta_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\theta_M + \theta_R) & -\sin(\theta_M + \theta_R) \\ \sin(\theta_M + \theta_R) & \cos(\theta_M + \theta_R) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_R \\ y_R \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

## 2 LIAISONS

### 2.1 Pivots et ressorts de rappel

Le modèle proposé pour le couple résistant offert par les liaisons pivot, en bon accord avec l'expérience, est celui d'un frottement sec combiné à un frottement visqueux. En notant  $\hat{x} = \text{Sgn}(x)$ , on écrit donc :

$$\text{en l'absence de mouvement} \quad C_i = C_{s_i}^* \quad (2.4)$$

$$\text{avec un mouvement} \quad C_i = -C_{s_i} \hat{\theta}_i - C_{v_i} \dot{\theta}_i \quad (2.5)$$

où  $C_{s_i}^*$  est indéterminé entre  $-C_{s_i}$  et  $C_{s_i}$ .

De même, des ressorts de rappel opèrent entre bâti et chevalet, chevalet et bâton, chevalet et levier de répétition. Les couples produits sont fonction de la position angulaire des solides auxquels ils sont accrochés. Dans le montage de la mécanique du piano, les ressorts sont assemblés avec une déformation initiale de sorte qu'ils exercent un couple lorsque les pièces sont à l'équilibre initial ( $\theta_{i0}$ ).

Dans le cas du bâton et du levier, deux butées mécaniques sur le chevalet permettent de régler les angles  $\theta_{B_0}$  et  $\theta_{L_0}$  et exercent les couples  $C_{bB}$  et  $C_{bL}$  tant que ces éléments ne bougent pas par rapport au chevalet.

Lorsque les pièces quittent leur position initiale (intervention du contact avec la vis de chute et la butée d'échappement), on suppose un comportement linéaire des ressorts :

$$C_{r_C} = -k_C(\theta_C - \theta_{Cr}) \quad (2.6)$$

$$C_{r_L} = -k_L(\theta_L - \theta_{Lr}) \quad (2.7)$$

$$C_{r_B} = -k_B(\theta_B - \theta_{Br}) \quad (2.8)$$

Les ressorts chevalet-levier de répétition et chevalet-bâton d'échappement exercent aussi deux forces  $\overrightarrow{F_{r \rightarrow L}}$  et  $\overrightarrow{F_{r \rightarrow B}}$  sur le levier et sur le bâton respectivement. Ces forces sont négligeables par rapport aux autres forces appliquées sur ces pièces. Elles ne seront donc pas prises en compte pour l'écriture du théorème de la résultante sur le levier et sur le bâton.

### 2.2 Feutres

Différents tissus apparaissent dans le mécanisme : feutres et peau.

Les pièces en contact peuvent avoir un ou deux degrés de liberté (DDL) l'une par rapport à l'autre : compression et éventuellement, glissement.

Un modèle de comportement du feutre en compression a été proposé par C. Brenon et X. Bou-tillon [9]. La force  $F_i$  exercée par le feutre  $f_i$  comprimé dynamiquement de la quantité  $Z_i > 0$  y est donnée par :

$$F_i = k_i Z_i^{r_i} + b_i \dot{Z}_i Z_i^2 \quad (2.9)$$

Pour la précision des calculs, on montre plus loin qu'il est préférable d'exprimer ce comporte-ment sous une forme faisant intervenir la compression au repos  $z_{i0}$  et la compression dynamique  $z_i$  :

$$F_i = k_i (z_i + z_{i0})^{r_i} + b_i \dot{z}_i (z_i + z_{i0})^2 \quad (2.10)$$

où l'équation

$$F_{i0} = k_i z_{i0}^{r_i} \quad (2.11)$$

relie les grandeurs au repos. À partir du calcul préalable des forces au repos, l'équation (2.11) permet de calculer la compression au repos à insérer dans (2.10).

Si un glissement s'ajoute à la compression du feutre de liaison (bâton-butée d'échappement, bâton-rouleau du marteau et levier-rouleau du marteau), on le modélisera par un glissement dans une direction orthogonale à celle de la compression et régi par la loi de Coulomb :

$$\begin{cases} F_{ni} = k_i (z_i + z_{i0})^{r_i} + b_i \dot{z}_i (z_i + z_{i0})^2 \\ F_{ti} = -\mu_i F_{ni} \hat{v} \end{cases} \quad (2.12)$$

où  $\mu_i$  est le coefficient de frottement et  $\hat{v}$  le signe de la vitesse de glissement  $v$ .

### 3 ÉQUATIONS DE LA DYNAMIQUE

Nous appliquons successivement le principe fondamental de la dynamique aux différents corps rigides considérés. Les formules nécessaires et suffisantes pour décrire la dynamique du système seront encadrées au fur et à mesure de leur élaboration.

#### 3.1 Théorème du moment sur la touche

La figure 2.5 rappelle la définition des points nécessaires à l'écriture des équations de la dyna-mique.

Au cours du mouvement, la touche subit des forces différentes en fonction des pièces qu'elle entraîne. Dans le repère  $R_0$ , nous écrivons le théorème du moment en  $O_T$ , centre de rotation de la touche. La réaction du bâti au niveau de la liaison n'intervient pas ; elle serait donnée par le théorème de la résultante, dont l'écriture est donc inutile.



Pour  $\theta_T \geq \theta_{T_m}$ , la touche termine son mouvement et entre en contact avec la mouche à  $\theta_T = \theta_{T_m}$ . Aux forces précédentes s'ajoute la réaction de la mouche :

$$J_{T,O_T} \ddot{\theta}_T \vec{z} = \overrightarrow{O_T G_T} \wedge \overrightarrow{P_T} + \overrightarrow{O_T P_{TC}} \wedge \overrightarrow{F_{C \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_T P_{Ta}} \wedge \overrightarrow{F_{a \rightarrow T}} - (C_{s_T} \widehat{\dot{\theta}}_T + C_{v_T} \dot{\theta}_T) \vec{z} \\ + \overrightarrow{O_T P_{TE}} \wedge \overrightarrow{F_{E \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_T P_{Tm}} \wedge \overrightarrow{F_{m \rightarrow T}} \quad (2.19)$$

$$J_{T,O_T} \ddot{\theta}_T = -m_T g (L_{G_T} - \theta_T h_{G_T}) + F_{CTy} (L_{TC} - \theta_T h_{TC}) + F_{aTy} (L_{Ta} - \theta_T h_{Ta}) \\ - C_{s_T} \widehat{\dot{\theta}}_T - C_{v_T} \dot{\theta}_T + F_{ETy} (L_{TE} - \theta_T h_{TE}) + F_{mTy} (L_{Tm} - \theta_T h_{Tm}) \quad (2.20)$$

**Remarque :** nous ne prenons pas en compte l'évolution de la touche entre la fin du mouvement descendant et le rétablissement de l'état de repos qui n'a pas été étudiée.

### 3.2 Théorème du moment sur le chevalet

La figure 2.6 rappelle la définition des points nécessaires à l'écriture des équations de la dynamique pour le chevalet.

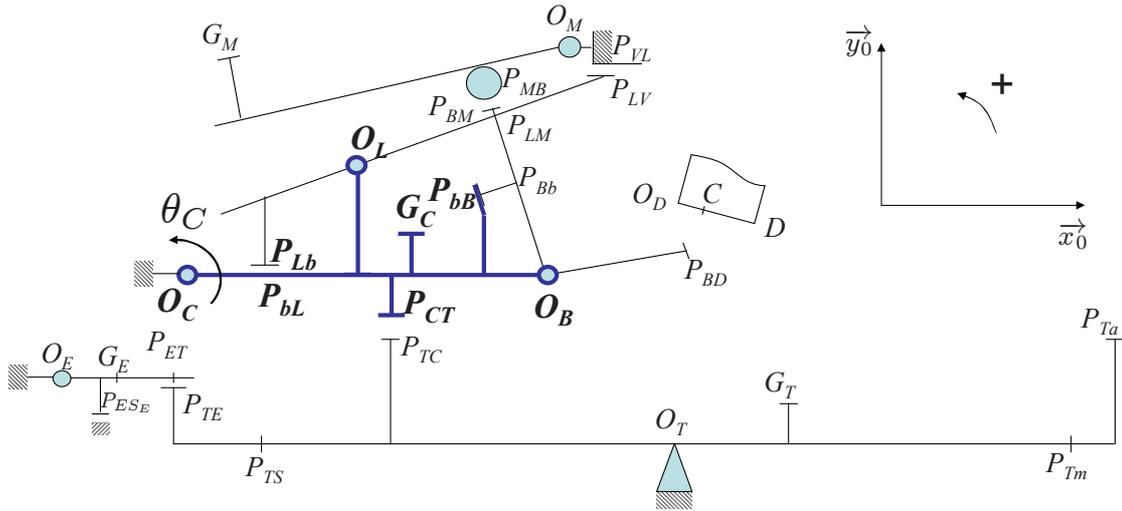


FIG. 2.6 – Accentuation des points du chevalet utiles à la formulation des équations de la dynamique

Au cours du mouvement, le chevalet est soumis en permanence aux mêmes actions mécaniques. Les forces appliquées sont le poids, la force appliquée par la touche, les forces exercées par le levier de répétition aux deux points de liaison  $P_{bL}$  et  $O_L$ , les forces exercées par le bâton aux deux points de liaison  $P_{bB}$  et  $O_B$ , le couple de frottement solide et visqueux au niveau de la liaison pivot et le couple du ressort de rappel entre le bâti et le chevalet (absent chez certains constructeurs). Dans  $R_0$ , le théorème du moment appliqué au chevalet en son centre de rotation  $O_C$  s'écrit donc :

$$J_{C,O_C} \ddot{\theta}_C \vec{z} = \overrightarrow{O_C G_C} \wedge \overrightarrow{P_C} + \overrightarrow{O_C P_{CT}} \wedge \overrightarrow{F_{T \rightarrow C}} + \overrightarrow{O_C P_{bL}} \wedge \overrightarrow{F_{L \rightarrow b}} + \overrightarrow{O_C O_L} \wedge \overrightarrow{F_{L \rightarrow C}} + \\ + \overrightarrow{O_C P_{bB}} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow b}} + \overrightarrow{O_C O_B} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow C}} - (C_{s_C} \widehat{\dot{\theta}}_C + C_{v_C} \dot{\theta}_C) \vec{z} \\ + C_{r_C} \vec{z} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
J_{C,O_C}\ddot{\theta}_C &= -m_C g(L_{G_C} - \theta_C h_{G_C}) + F_{TCy}(L_{CT} - \theta_C h_{CT}) \\
&\quad + F_{Lby}(L_{bL} - h_{bL}\theta_C) - F_{Lbx}(L_{bL}\theta_C + h_{bL}) + F_{LCy}(L_{O_L} - h_{O_L}\theta_C) - F_{LCx}(L_{O_L}\theta_C + h_{O_L}) \\
&\quad + F_{Bby}(L_{bB} - h_{bB}\theta_C) - F_{Bbx}(L_{bB}\theta_C + h_{bB}) + (F_{BCy} - F_{BCx}\theta_C)L_{O_B} \\
&\quad - C_{s_C}\widehat{\dot{\theta}}_C - C_{v_C}\dot{\theta}_C - k_C(\theta_C - \theta_{Cr})
\end{aligned} \tag{2.22}$$

### 3.3 Théorème du moment sur l'étauoir

L'étauoir reste au repos tant que  $\theta_T < \theta_{T_E}$ , angle pour lequel la touche entre en contact avec l'étauoir.

Avant l'établissement du contact, l'étauoir est soumis à son poids, à la force de sa butée de support  $\overrightarrow{F_{S_E \rightarrow E}}$  et au couple de frottement. Dans  $R_0$ , le théorème du moment appliqué à l'étauoir en son centre de rotation  $O_E$  s'écrit :

$$0 = \overrightarrow{O_E G_E} \wedge \overrightarrow{P_E} + \overrightarrow{O_E P_{E S_E}} \wedge \overrightarrow{F_{S_E \rightarrow E}} + C_{s_E}^* \vec{z} \tag{2.23}$$

$$0 = -m_E g(L_{G_E} - \theta_E h_{G_E}) + F_{S_E E y}(L_{E S_E} - \theta_E h_{E S_E}) + C_{s_E}^* \tag{2.24}$$

Avec  $C_{s_E}^*$  la valeur indéterminée du couple de frottement solide comprise entre  $-C_{s_E}$  et  $C_{s_E}$ .

Une fois le contact établi, l'étauoir est soumis à son poids, à la force appliquée par la touche, et au couple de frottement solide et visqueux au niveau de la liaison pivot. Dans  $R_0$ , le théorème du moment appliqué à l'étauoir en son centre de rotation  $O_E$  s'écrit :

$$J_{E,O_E}\ddot{\theta}_E \vec{z} = \overrightarrow{O_E G_E} \wedge \overrightarrow{P_E} + \overrightarrow{O_E P_{ET}} \wedge \overrightarrow{F_{T \rightarrow E}} - (C_{s_C}\widehat{\dot{\theta}}_C + C_{v_C}\dot{\theta}_C)\vec{z}$$

$$J_{E,O_E}\ddot{\theta}_E = -m_E g(L_{G_E} - \theta_E h_{G_E}) + F_{TEy}(L_{ET} - \theta_E h_{ET}) - C_{s_E}\widehat{\dot{\theta}}_E - C_{v_E}\dot{\theta}_E \tag{2.25}$$

### 3.4 Théorèmes sur le bâton

La figure 2.7 rappelle la définition des points nécessaires à l'écriture des équations de la dynamique pour le bâton d'échappement.

Le bâton est soumis aux forces appliquées par le marteau  $\overrightarrow{F_{M \rightarrow B}}$ , par le chevalet sur son pivot  $\overrightarrow{F_{C \rightarrow B}}$ , au couple de rappel exercé par un ressort et au frottement de la liaison bâton-chevalet. Il s'y ajoute la force  $\overrightarrow{F_{b \rightarrow B}}$  exercée par la butée de repos tant que le bâton reste en contact avec elle et celle exercée par la butée d'échappement  $\overrightarrow{F_{D \rightarrow B}}$  dès que le bâton entre en contact avec elle. On les conservera dans les écritures en les considérant nulles lorsque le contact est rompu ou pas encore établi.

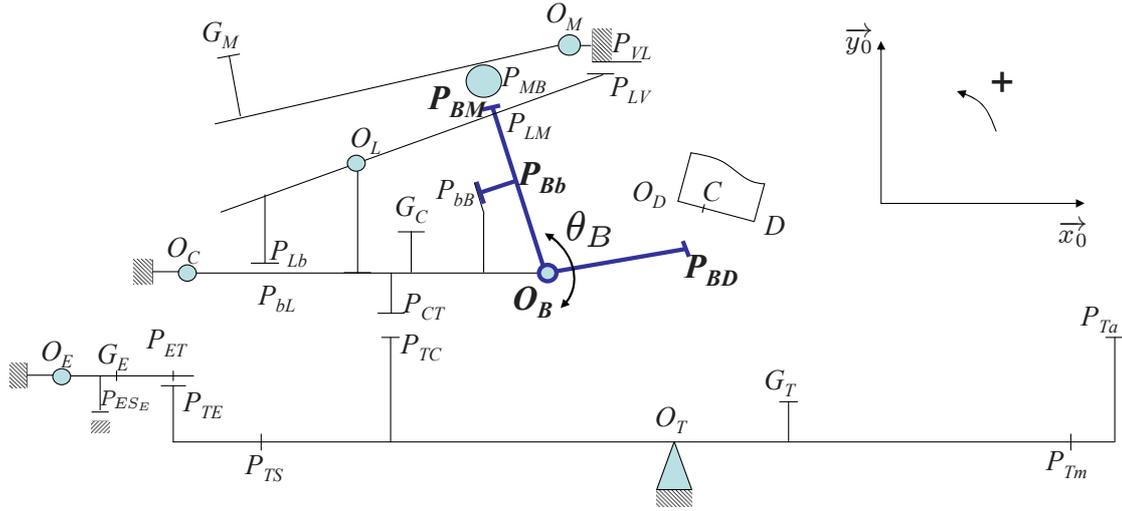


FIG. 2.7 – Accentuation des points du bâton d'échappement utiles à la formulation des équations de la dynamique

### 3.4.1 Théorème de la résultante sur le bâton

Comme nous considérons que le bâton possède une masse et une inertie négligeables, le théorème de la résultante peut s'écrire facilement dans le repère  $R_0$  :

$$\vec{0} = \overrightarrow{F_{M \rightarrow B}} + \overrightarrow{F_{C \rightarrow B}} + \overrightarrow{F_{b \rightarrow B}} + \overrightarrow{F_{D \rightarrow B}} \quad (2.26)$$

La force  $\overrightarrow{F_{T \rightarrow B}}$  appliquée par le ressort de rappel entre le chevalet et le bâton est négligeable par rapport aux autres forces appliquées sur le bâton.

### 3.4.2 Théorème du moment sur le bâton

Aux moments des forces précédentes, il faut ajouter le couple de frottement de la liaison pivot avec le chevalet et l'action du ressort ; on notera  $C_{bB}$  le moment de  $\overrightarrow{F_{b \rightarrow B}}$ , réaction de la butée de repos. Dans le repère  $R_B$ , le théorème du moment s'écrit :

$$\vec{0} = \overrightarrow{O_B P_{BM}} \wedge \overrightarrow{F_{M \rightarrow B}} + \overrightarrow{O_B P_{BD}} \wedge \overrightarrow{F_{D \rightarrow B}} + (-C_{s_B} \widehat{\theta}_B - C_{v_B} \dot{\theta}_B + C_{r_B} + C_{b_B}) \vec{z} \quad (2.27)$$

### 3.4.3 Équations de la dynamique du bâton dans le repère $R_0$

Les équations précédentes deviennent (changements de repère explicités dans le tableau 2.1) :

$$F_{MBx} + F_{CBx} + F_{bBx} + F_{DBx} = 0 \quad (2.28)$$

$$F_{MBy} + F_{CB_y} + F_{bBy} + F_{DB_y} = 0 \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} & [L_{BM} - h_{BM}(\theta_B + \theta_C)] F_{MB_y} - [L_{BM}(\theta_B + \theta_C) + h_{BM}] F_{MB_x} \\ & + C_{r_B} + C_{b_B} + L_{BD} F_{DB_y} - L_{BD}(\theta_B + \theta_C) F_{DB_x} - C_{s_B} \widehat{\theta}_B - C_{v_B} \dot{\theta}_B = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

où  $C_{r_B}$  prend la valeur  $-k_B(\theta_B - \theta_{Br})$ .



de la liaison pivot. À ces forces s'ajoutent la force exercée par sa butée de repos  $\overrightarrow{F_{b \rightarrow L}}$  tant que le contact est maintenu et celle exercée par la vis de chute  $\overrightarrow{F_{V \rightarrow L}}$  dès que le contact est établi. Ces forces seront gardées dans les écritures, en les considérant nulles quand le contact est rompu ou pas encore établi. La mise en équation du comportement du levier et de ses interactions avec les autres pièces est très proche de celle faite sur le bâton d'échappement. Nous considérons que le levier possède une masse et inertie dont les effets en termes de force et de couple sont négligeables devant les autres forces ou couples.

### 3.5.1 Théorème de la résultante sur le levier

Compte tenu de l'approximation précédente, le théorème de la résultante peut s'écrire dans  $R_0$  :

$$\vec{0} = \overrightarrow{F_{M \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{C \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{b \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{V \rightarrow L}} \quad (2.35)$$

La force  $\overrightarrow{F_{r \rightarrow L}}$  appliquée par le ressort de rappel entre le chevalet et le levier de répétition est négligeable par rapport aux autres forces appliquées sur le levier de répétition.

### 3.5.2 Théorème du moment sur le levier de répétition

On notera  $C_{bL}$  le moment de  $\overrightarrow{F_{b \rightarrow L}}$ , réaction de la butée de repos. Le théorème du moment s'écrit :

$$\vec{0} = \overrightarrow{O_L P_{LM}} \wedge \overrightarrow{F_{M \rightarrow L}} + \overrightarrow{O_L P_{LV}} \wedge \overrightarrow{F_{V \rightarrow L}} + (C_{bL} - C_{sL} \widehat{\theta}_L - C_{vL} \dot{\theta}_L + C_{rL}) \vec{z} \quad (2.36)$$

### 3.5.3 Équations de la dynamique du levier de répétition dans $R_0$

Les équations précédentes deviennent après changement de repère (voir table 2.1) :

$$F_{MLx} + F_{CLx} + F_{bLx} + F_{VLx} = 0 \quad (2.37)$$

$$F_{MLy} + F_{CLy} + F_{bLy} + F_{VLy} = 0 \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} [l - h_{LM}(\theta_L + \theta_C)] F_{MLy} - [l(\theta_L + \theta_C) + h_{LM}] F_{MLx} \\ + L_{LV} F_{VLy} + C_{bL} - C_{sL} \widehat{\theta}_L - C_{vL} \dot{\theta}_L - k_L(\theta_L - \theta_{Lr}) = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Pour expliciter  $F_{bLx}$  et  $F_{bLy}$  en fonction de  $C_{bL}$ , nous considérerons que dans le repère  $R_C$ , (où les coordonnées sont indicées provisoirement  $X_C$  et  $Y_C$ ) la réaction de la butée s'exerce selon  $\vec{y}_C$  compte tenue de la géométrie ; par conséquent  $F_{bLX_C} = 0$ .

$$C_{bL} = \overrightarrow{O_L P_{LC}} \wedge \overrightarrow{F_{b \rightarrow L}} \quad (2.40)$$

L'écriture de (2.40) sous forme scalaire dans  $R_0$  donne :

$$F_{bLY_C} = \frac{C_{bL}}{L_{LC} - (\theta_L + \theta_C)h_{LC} + \theta_C(L_{LC}(\theta_L + \theta_C) + h_{LC})} \quad (2.41)$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} F_{bLx} &= -\theta_C \frac{C_{bL}}{L_{LC} - (\theta_L + \theta_C)h_{LC} + \theta_C(L_{LC}(\theta_L + \theta_C) + h_{LC})} \\ F_{bLy} &= \frac{C_{bL}}{L_{LC} - (\theta_L + \theta_C)h_{LC} + \theta_C(L_{LC}(\theta_L + \theta_C) + h_{LC})} \end{aligned} \quad (2.42)$$

### 3.6 Théorème du moment sur le marteau

La figure 2.9 rappelle la définition des points nécessaires à l'écriture des équations de la dynamique pour le marteau.

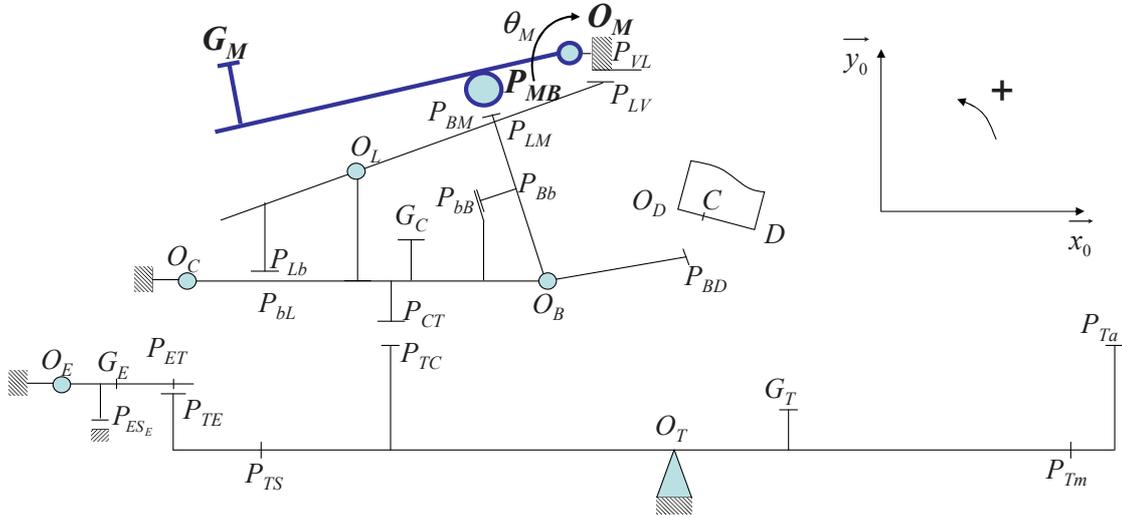


FIG. 2.9 – Accentuation des points du marteau utiles à la formulation des équations de la dynamique

Comme le chevalet, le marteau reste soumis aux mêmes forces (quel que soit l'état du contact bâton-butée) : son poids, l'action du bâton, l'action du levier et le frottement au niveau de la liaison pivot. Dans  $R_0$ , le théorème du moment en  $O_M$  s'écrit donc :

$$J_{M,O_M} \ddot{\theta}_M \vec{z} = \overrightarrow{O_M G_M} \wedge \overrightarrow{P_M} + \overrightarrow{O_M P_{MB}} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow M}} + \overrightarrow{O_M P_{MB}} \wedge \overrightarrow{F_{L \rightarrow M}} - (C_{s_M} \widehat{\dot{\theta}}_M + C_{v_M} \dot{\theta}_M) \vec{z} \quad (2.43)$$

$$\boxed{J_{M,O_M} \ddot{\theta}_M = -m_M g L_{G_M} + (L_{MB} - h_{MB} \theta_M)(F_{BMy} + F_{LMY}) - (L_{MB} \theta_M + h_{MB})(F_{BMx} + F_{LMx}) - C_{s_M} \widehat{\dot{\theta}}_M - C_{v_M} \dot{\theta}_M} \quad (2.44)$$

## 4 ÉQUATIONS DE COUPLAGE (LIAISONS ENTRE PIÈCES)

Les équations de couplage font intervenir deux types d'équations :

- la fermeture géométrique, portant sur les positions des pièces ;
- la modélisation des efforts entre les pièces (voir section 2).

### 4.1 Couplage touche-chevalet

Le couplage entre la touche et le chevalet se fait par la liaison unilatérale que constitue le feutre dit « de talon de chevalet » (voir figure 2.10). On considérera que le contact est maintenu tout au long du mouvement ; ceci permet de traiter la liaison comme bilatérale avec compression de ce feutre compris entre le pilote (d'où l'indice sur les grandeurs) et le talon de chevalet.

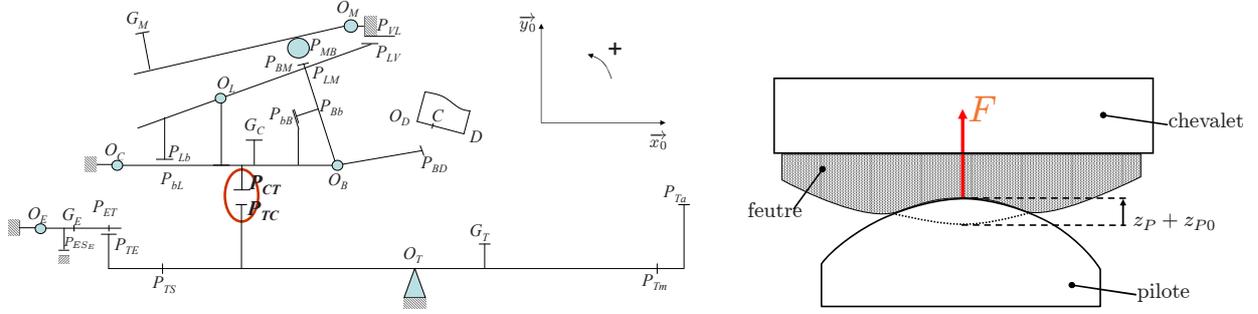


FIG. 2.10 – Couplage touche - chevalet : localisation (gauche) et détail (droite).

La déformation  $z_P$  du feutre par rapport au régime statique est donnée par :

$$z_P = h_{P0}(\theta_{T_0}, \theta_{C_0}) - h_P(\theta_T, \theta_C) \quad (2.45)$$

où  $h_P(\theta_T, \theta_C)$  est l'épaisseur de feutre en fonction des positions de la touche et du chevalet.

L'épaisseur  $h_P$  entre les points  $P_{TC}$  et  $P_{CT}$ , fixes dans la touche et le chevalet respectivement, est donnée par :

$$\begin{aligned} h_P(\theta_T, \theta_C) &= \overrightarrow{P_{TC}P_{CT}} \cdot \vec{y}_0 \\ &= \theta_C L_{CT} + h_{CT} - \theta_T L_{TC} - h_{TC} \end{aligned} \quad (2.46)$$

de sorte que  $z_P$  devient<sup>1</sup> :

$$\boxed{z_P(\theta_T, \theta_C) = (\theta_T - \theta_{T_0})L_{TC} - (\theta_C - \theta_{C_0})L_{CT}} \quad (2.47)$$

La force de couplage s'écrit à partir de (2.10) :

$$\boxed{F_{TCy} = k_P (z_P + z_{P0})^{r_P} + b_P \dot{z}_P (z_P + z_{P0})^2} \quad (2.48)$$

### 4.2 Couplage touche-étouffoir

Le couplage entre la touche et l'étouffoir se fait par une liaison unilatérale constituée de feutre (voir figure 2.11).

La déformation du feutre  $z_E$  est donnée par :

$$z_E = h_{Ec}(\theta_{T_E}, \theta_{E_0}) - h_E(\theta_T, \theta_E) \quad (2.49)$$

<sup>1</sup>On vérifie que si le chevalet est bloqué, le mouvement de la touche ( $\theta_T < 0$ ) à partir d'une position initiale nulle donne  $z_P > 0$  puisque  $L_{TC} < 0$ .

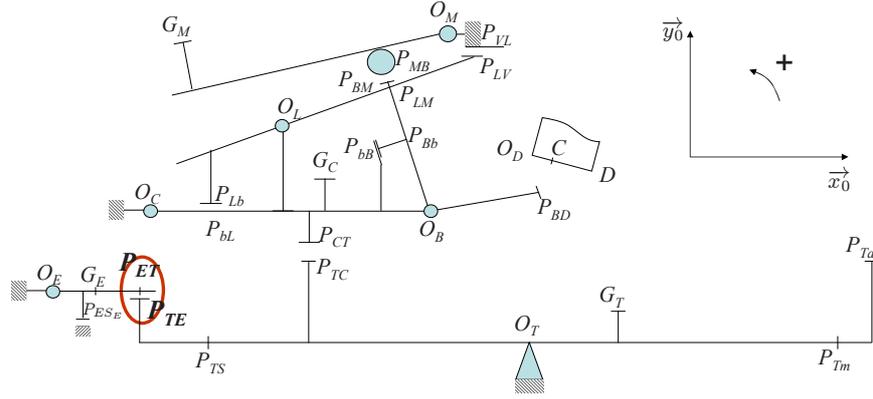


FIG. 2.11 – Localisation du couplage touche - étouffoir

où  $h_{Ec}(\theta_{T_E}, \theta_{E_0})$  est l'épaisseur de feutre au moment du contact et  $h_E(\theta_T, \theta_C)$  est la distance courante entre les deux pièces en fonction du mouvement de la touche et de l'étouffoir.

La distance courante  $h_E$  entre les points  $P_{TE}$  et  $P_{ET}$ , fixes dans la touche et l'étouffoir respectivement est donnée par :

$$\begin{aligned} h_E(\theta_T, \theta_E) &= \overrightarrow{P_{TE}P_{ET}} \cdot \vec{y}_0 \\ &= \theta_E L_{ET} + h_{ET} - \theta_T L_{TE} - h_{TE} \end{aligned} \quad (2.50)$$

de sorte que  $z_E$  devient<sup>2</sup> :

$$\boxed{z_E(\theta_T, \theta_E) = (\theta_T - \theta_{T_E})L_{TC} - (\theta_E - \theta_{E_0})L_{CT}} \quad (2.51)$$

La force de couplage s'écrit à partir de (2.10) :

$$\boxed{\begin{aligned} F_{TEy} &= k_E z_E^{r_E} + b_E \dot{z}_E z_E^2 \\ \text{et } F_{TEy} &\geq 0 \end{aligned}} \quad (2.52)$$

### 4.3 Couplage bâton-butée de repos

Avant que l'échappement ne se déclenche, le bâton repose de manière mobile sur sa butée de repos : liaison unilatérale constituée de feutre. Pour simplifier, on supposera que ce feutre se déforme dans la direction  $\vec{X}_B$  dans le repère du bâton (voir section 3.4.3 p. 31).

La déformation dynamique  $z_b$  du feutre (par rapport au régime statique) ne dépend que de la position du bâton  $\theta_B$  par rapport au chevalet :

$$\boxed{z_b = h_{Bb}(\theta_B - \theta_{B_0})} \quad (2.53)$$

où  $h_{Bb}$  est la coordonnée en  $Y_B$  du point de contact du bâton avec sa butée de repos.

<sup>2</sup>On vérifie que si l'étouffoir est bloqué, le mouvement de la touche ( $\theta_T < 0$ ) à partir de la position de contact ( $\theta_T = \theta_{T_E}$ ) donne  $z_E > 0$  puisque  $L_{TE} < 0$ .

En ajoutant à  $z_b$  la déformation statique  $z_{b0}$ , on calcule la force exercée par la butée à partir de (2.10) :

$$F_{bBX_B} = k_b (z_b + z_{b0})^{r_b} + b_b \dot{z}_b (z_b + z_{b0})^2 \quad (2.54)$$

d'où

$$\boxed{\begin{array}{l} C_{bB} = -h_{Bb} [k_b (z_b + z_{b0})^{r_b} + b_b \dot{z}_b (z_b + z_{b0})^2] \\ \text{et } C_{bB} \leq 0 \quad \text{pour respecter le contact unilatéral} \end{array}} \quad (2.55)$$

#### 4.4 Couplage bâton-butée d'échappement

##### 4.4.1 Équations de fermeture géométrique

La fermeture géométrique du système (voir figure 2.12) relie la position angulaire  $\theta_B$  du bâton, la position du chevalet  $\theta_C$  et, dans une faible mesure, la déformation du feutre de butée d'échappement. Si l'on appelle  $P_{BD}$  le point du bâton qui va entrer en contact avec la butée, on obtient :

$$\overrightarrow{O_C O_B} + \overrightarrow{O_B P_{BD}} + \overrightarrow{P_{BD} O_D} + \overrightarrow{O_D O_C} = \vec{0} \quad (2.56)$$

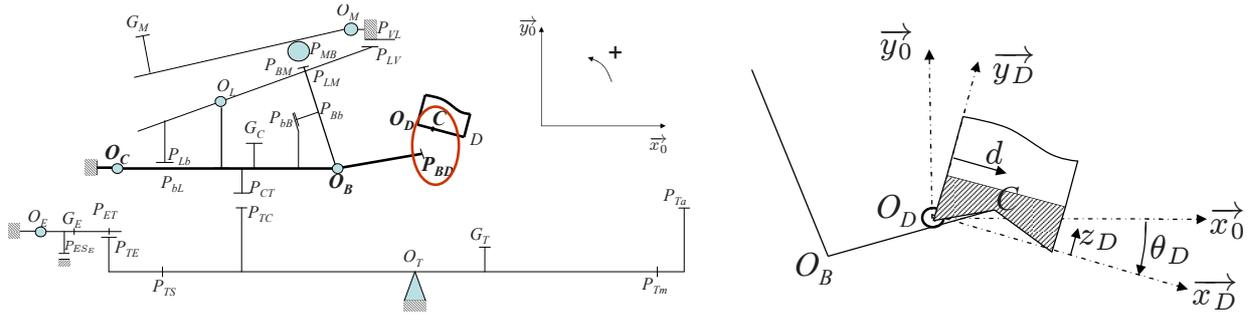


FIG. 2.12 – Contact entre le bâton et la butée d'échappement. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite).

Durant le contact, le point  $P_{BD}$  pénètre dans le feutre de butée d'échappement et glisse à sa surface. La figure 2.12 présente le détail du contact entre le bâton et la butée d'échappement. La condition de contact entre le bâton et la butée d'échappement s'écrit (voir figure 2.12) :

$$\overrightarrow{O_D P_{BD}} \cdot \vec{y}_D \geq 0 \quad (2.57)$$

L'équation vectorielle de fermeture géométrique donne un système de deux équations scalaires (2.58) ayant pour inconnues  $d = \overrightarrow{O_D P_{BD}} \cdot \vec{x}_D$ ,  $z_D = \overrightarrow{O_D P_{BD}} \cdot \vec{y}_D$  et  $\theta_B$ .

$$\begin{cases} L_{O_B} + L_{BD} - (d - \theta_D z_D) + L_{O_C} - L_{O_D} = 0 \\ \theta_C L_{O_B} + L_{BD}(\theta_C + \theta_B) - (z_D + \theta_D d) + h_{O_C} - h_{O_D} = 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

où  $\theta_D$  est une donnée géométrique. On les réécrit sous la forme :

$$d - \theta_D z_D = L_{O_B} + L_{O_C} - L_{O_D} + L_{BD} \quad (2.59)$$

$$\boxed{z_D = \theta_C L_{O_B} + L_{BD}(\theta_C + \theta_B) - \theta_D d + h_{O_C} - h_{O_D}} \quad (2.60)$$

La première équation montre que  $d$  ne varie pratiquement pas dans la limite des approximations retenues (petits angles) et dans la mesure où  $z_D$  reste faible. Le point de contact  $C$  n'a donc qu'un seul DDL effectif  $z_D$ .

#### 4.4.2 Force exercée au point de contact bâton-butée d'échappement

On donnera provisoirement les indices  $X_D$  et  $Y_D$  aux composantes de la force  $\overrightarrow{F_{D \rightarrow B}}$  dans le repère de la butée d'échappement. La composante  $F_{DBY_D}$  de la force exercée par la butée sur le bâton est donnée en fonction de  $z_D$  par l'équation (2.10) :

$$F_{DBY_D} = -k_D z_D^{r_D} - b_D \dot{z}_D z_D^2 \quad (2.61)$$

Même si on vient de montrer que la liaison entre le bâton et la butée n'a qu'un seul DDL, en première approximation, le contact reste certainement glissant au niveau local. Avec un frottement de Coulomb, les deux composantes de la force de contact  $\overrightarrow{F_{D \rightarrow B}}$  sont liées par :

$$F_{DBX_D} = -\mu_D \hat{d} |F_{DBY_D}| \quad (2.62)$$

où  $\mu_D$  est le coefficient de frottement.

Dans  $R_0$ , ces équations deviennent (en utilisant la matrice de passage  $P_D^0 = (P_0^D)^{-1}$  sur  $F_{DBX_D}$  et  $F_{DBY_D}$  et en considérant que  $\theta_D$  (donnée géométrique) est faible) :

$$\boxed{F_{DBy} = -(k_D z_D^{r_D} + b_D \dot{z}_D z_D^2)} \quad (2.63)$$

Dans le contact unilatéral,  $F_{DBY} < 0$  :

$$\begin{aligned} F_{DBx} &= F_{DBX_D} - \theta_D F_{DBY_D} \\ &= (\mu_D \hat{d} - \theta_D) F_{DBY_D} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Même si  $d$  est pratiquement constant, on observe  $\hat{d} > 0$  de sorte que :

$$\boxed{F_{DBx} = F_{DBy}(\mu_D - \theta_D)} \quad (2.65)$$

La surface du bâton est très lisse et arrondie de sorte que  $\mu_D$  est certainement faible. Comme  $\theta_D$  est faible également, la composante  $F_{DBx}$  est certainement largement plus faible que  $F_{DBy}$ .

#### 4.5 Couplage bâton-marteau

La figure 2.13 présente le contact entre le bâton et le rouleau du marteau. Seuls les axes  $x_i$  ont été représentés. Les forces  $F_{nR}$  et  $F_{tR}$  sont ici représentées respectivement positive et négative.

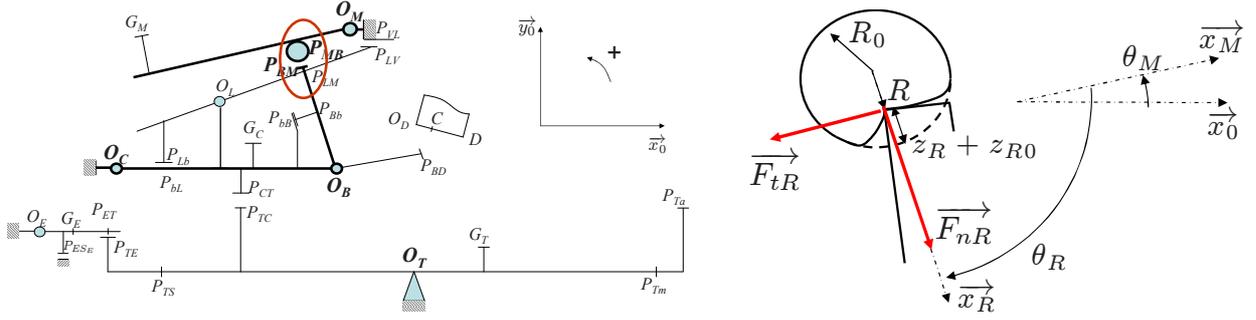


FIG. 2.13 – Contact entre le bâton et le rouleau de marteau. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite).

#### 4.5.1 Position du point de contact

L'équation de la liaison bâton-marteau s'obtient également par une fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{O_T O_C} + \overrightarrow{O_C O_B} + \overrightarrow{O_B P_{BM}} + \overrightarrow{P_{BM} P_{MB}} + \overrightarrow{P_{MB} O_M} + \overrightarrow{O_M O_T} = \vec{0} \quad (2.66)$$

On en déduit un système de deux équations sur les deux inconnues de position  $R$  et  $\theta_R$  du point de contact  $P_{BM}$ , définies dans le tableau (2.2) :

$$\begin{cases} 0 = L_{O_C} + L_{O_B} + L_{BM} - h_{BM}(\theta_B + \theta_C) \\ \quad - R \cos(\theta_R + \theta_M) - L_{MB} \cos \theta_M + h_{MB} \sin \theta_M - L_{O_M} \\ 0 = h_{O_C} + L_{O_B} \theta_C + L_{BM}(\theta_B + \theta_C) + h_{BM} \\ \quad - R \sin(\theta_R + \theta_M) - L_{MB} \sin \theta_M - h_{MB} \cos \theta_M - h_{O_M} \end{cases} \quad (2.67)$$

que l'on résout en

$$\boxed{\theta_R + \theta_M = \arctan \frac{B}{A}} \quad (2.68)$$

et

$$R = \frac{A}{\cos(\theta_R + \theta_M)} \quad (2.69)$$

d'où (par le biais de relations trigonométriques) :

$$\boxed{R = \sqrt{A^2 + B^2}} \quad (2.70)$$

avec

$$\begin{cases} A = L_{O_C} + L_{O_B} + L_{BM} - h_{BM}(\theta_B + \theta_C) - L_{MB} \cos \theta_M + h_{MB} \sin \theta_M - L_{O_M} \\ B = h_{O_C} + L_{O_B} \theta_C + L_{BM}(\theta_B + \theta_C) + h_{BM} - L_{MB} \sin \theta_M - h_{MB} \cos \theta_M - h_{O_M} \end{cases} \quad (2.71)$$

#### 4.5.2 Force de contact exercée par le marteau sur le bâton

Le comportement du cuir recouvrant le rouleau associe un comportement de feutre (2.10) dans la direction normale au contact ( $F_{nR}$ ) et un frottement de Coulomb dans la direction tangentielle ( $F_{tR}$ ).

On admettra qu'au repos, le feutre du rouleau est légèrement comprimé (de la quantité  $z_{R0}$ ) par le poids du marteau. Si on note par  $R_0$  le rayon en position de repos, la compression du rouleau vaut  $z_R = R_0 - R$  et on peut donc écrire :

$$F_{nR} = k_R (z_R + z_{R0})^{r_R} + b_R \dot{z}_R (z_R + z_{R0})^2 \quad (2.72)$$

avec  $k_R$ ,  $r_R$  et  $b_R$  coefficients du comportement en compression.

Lorsque  $\theta_C \geq \theta_{C_c}$ , le choix de la loi de Coulomb donne :

$$F_{tR} = -\mu_R F_{nR} \widehat{\theta}_R \quad (2.73)$$

avec  $\mu_R$  coefficient de frottement. On remarque que les facteurs de piano déposent par frottement du graphite sur le bâton dont l'effet est certainement de minimiser  $\mu_R$ .

Dans le repère  $R_0$ , la force de couplage s'écrit en utilisant la matrice de passage (2.3) :

$$F_{MBx} = \cos(\theta_M + \theta_R) F_{nR} - \sin(\theta_M + \theta_R) F_{tR} \quad (2.74)$$

$$F_{MBy} = \sin(\theta_M + \theta_R) F_{nR} + \cos(\theta_M + \theta_R) F_{tR} \quad (2.75)$$

soit

$$\boxed{\begin{aligned} F_{MBx} &= \frac{A}{R} F_{nR} - \frac{B}{R} F_{tR} \\ F_{MBy} &= \frac{B}{R} F_{nR} + \frac{A}{R} F_{tR} \end{aligned}} \quad (2.76)$$

#### 4.6 Couplage levier-butée de repos

Avant que le levier de répétition entre en contact avec la vis de chute, il repose sur sa butée. Comme celle-ci est constituée de feutre, la liaison unilatérale est mobile pendant cette phase.

On considère que le feutre de la butée se déforme uniquement suivant la direction  $\overrightarrow{XC}$ . La déformation dynamique  $z_{bL}$  ne dépend que de la position du levier par rapport au chevalet.

$$z_{bL} = L_{bL}(\theta_L - \theta_{L_0}) \quad (2.77)$$

avec  $L_{bL} = \sqrt{L_{LC}^2 + h_{LC}^2}$ , la distance entre le point de contact  $P_{LC}$  et le centre de rotation du levier  $O_L$ .

La force d'interaction se calcule à partir de (2.10) en ajoutant la déformation statique  $z_{bL0}$  :

$$F_{bLYC} = k_b (z_{bL} + z_{bL0})^{r_b} + b_b \dot{z}_{bL} (z_{bL} + z_{bL0})^2 \quad (2.78)$$

d'où

$$\boxed{\begin{aligned} C_{bL} &= [L_{LC} - (\theta_L + \theta_C)h_{LC} + \theta_C(L_{LC}(\theta_L + \theta_C) + h_{LC})] \\ &\quad [k_b (z_{bL} + z_{bL0})^{r_b} + b_b \dot{z}_{bL} (z_{bL} + z_{bL0})^2] \\ \text{et } C_{bL} &\leq 0 \quad \text{pour respecter le contact unilatéral} \end{aligned}} \quad (2.79)$$

## 4.7 Couplage levier-vis de chute

### 4.7.1 Point de contact

L'équation de liaison levier-vis de chute s'obtient par une fermeture géométrique. La position angulaire du levier dépend de celle du chevalet et de l'écrasement du cuir qui entrera en contact avec la vis de chute. Lorsque le levier de répétition entre en contact avec la vis de chute les points  $P_{LV}$  et  $P_{VL}$  sont confondus, alors :

$$\overrightarrow{O_T O_C} + \overrightarrow{O_C O_L} + \overrightarrow{O_L P_{VL}} + \overrightarrow{P_{VL} O_T} = \vec{0} \quad (2.80)$$

Durant le contact le point  $P_{VL}$  pénètre dans le cuir du levier. La figure 2.14 montre le détail du contact entre la vis de chute et le levier de répétition.

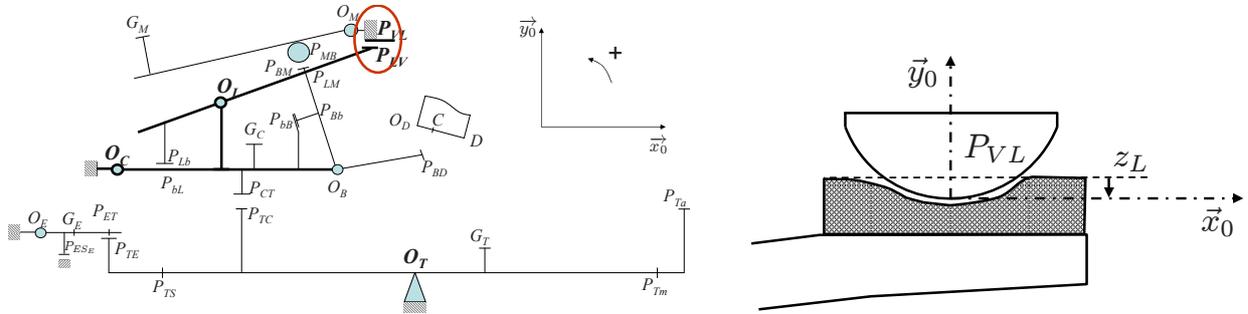


FIG. 2.14 – Contact entre le levier de répétition et la vis de chute. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite).

La condition de contact s'écrit :

$$\overrightarrow{P_{LV} P_{VL}} \cdot \vec{y}_0 \leq 0 \quad (2.81)$$

L'équation vectorielle de fermeture géométrique donne un système de deux équations à deux inconnues  $L_{LV}$  et  $z_V$  :

$$\begin{cases} L_{OC} + L_{OL} - \theta_C h_{OL} + L_{LV} - L_{VL} = 0 \\ h_{OC} + L_{OL} \theta_C + h_{OL} + L_{LV} (\theta_C + \theta_L) + z_V - h_{VL} = 0 \end{cases} \quad (2.82)$$

On les réécrit sous la forme :

$$L_{LV} = \theta_C h_{OL} + L_{VL} - L_{OC} - L_{OL} \quad (2.83)$$

$$\boxed{z_V = h_{VL} - h_{OC} - L_{OL} \theta_C - h_{OL} - (\theta_C + \theta_L) (\theta_C h_{OL} + L_{VL} - L_{OC} - L_{OL})} \quad (2.84)$$

La première équation n'apporte aucune information utile car  $\theta_C h_{OL}$  est très négligeable par rapport aux autres grandeurs intervenant dans l'équation ( $L_{VL}$ ,  $L_{OC}$ ,  $L_{OL}$  et  $L_{LV}$ ).

### 4.7.2 Force exercée au point de contact

La force de contact est issue de la compression du cuir. Comme le déplacement est très faible, on négligera la force tangente au contact. En tenant compte la compression statique  $z_{L0} = 0$ , l'équation (2.10) donne :

$$F_{VLy} = k_V z_V^r + b_V \dot{z}_V z_V^2 \quad (2.85)$$

## 4.8 Couplage levier-marteau

La figure 2.15 présente le contact entre le levier et le rouleau.

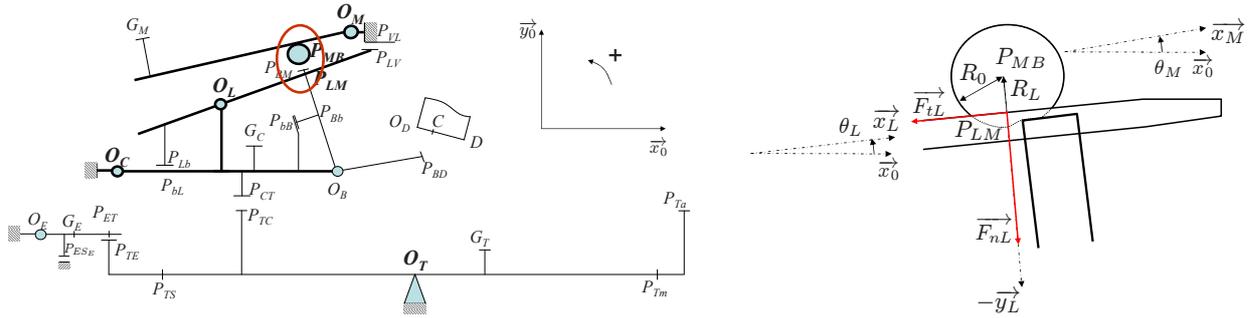


FIG. 2.15 – Contact entre le levier de répétition et le rouleau de marteau. Fermeture géométrique (gauche) et vue de détail (droite).

La surface de contact entre le levier de répétition et le rouleau du marteau et la direction définie par  $\vec{x}_L$  sont pratiquement parallèles. Nous considérerons donc que le contact levier-rouleau se fait dans le plan  $(P_{LM}, \vec{x}_L, \vec{z})$ . La force normale au contact  $\vec{F}_{nL}$  est donc colinéaire de  $\vec{y}_L$ .

### 4.8.1 Position du point de contact

On considère que le contact est ponctuel en  $P_{LM}$  et que les vecteurs  $\overrightarrow{P_{LM}P_{MB}}$  et  $\vec{y}_L$  sont colinéaires. Sous ces hypothèses, l'équation de liaison levier-marteau s'obtient par la fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{O_T O_C} + \overrightarrow{O_C O_L} + \overrightarrow{O_L P_{LM}} + \overrightarrow{P_{LM} P_{MB}} + \overrightarrow{P_{MB} O_M} + \overrightarrow{O_M O_T} = \vec{0} \quad (2.86)$$

On en déduit un système de deux équations scalaires avec deux inconnues de position  $L_{LM} = l$  et  $R_L$  :

$$\begin{cases} L_{O_C} + L_{O_L} - \theta_C h_{O_L} + l - (\theta_C + \theta_L) h_{LM} - (\theta_C + \theta_L) R_L - L_{M_B} + \theta_M h_{M_B} - L_{O_M} = 0 \\ h_{O_C} + L_{O_L} \theta_C + h_{O_L} + l(\theta_C + \theta_L) + h_{LM} + R_L - L_{M_B} \theta_M + h_{M_B} - h_{O_M} = 0 \end{cases} \quad (2.87)$$

qui se résout en :

$$\begin{cases} l &= L_{MB} + L_{OM} - L_{OC} - L_{OL} - \theta_L h_{OL} - (\theta_M + \theta_C + \theta_L) h_{MB} + (\theta_C + \theta_L)(h_{OC} + h_{OM}) \\ R_L &= h_{OC} - h_{OL} - h_{LM} - h_{MB} + h_{OM} + \theta_L L_{OL} + (\theta_M - \theta_C - \theta_L) L_{MB} - (\theta_C + \theta_L)(L_{OM} - L_{OC}) \end{cases} \quad (2.88)$$

#### 4.8.2 Force du marteau sur le levier

Le contact levier-marteau introduit une force normale  $F_{nL}$  de type feutre liée à la compression du cuir et une force tangentielle due au frottement de Coulomb. La force normale est obtenue en appliquant la relation (2.10) :

$$F_{nL} = k_R (z_L + z_{L0})^{r_R} + b_R \dot{z}_L (z_L + z_{L0})^2 \quad (2.89)$$

avec  $z_L = R_0 - R_L$ , compression dynamique du cuir de rouleau au niveau du contact avec le levier de répétition et  $z_{L0}$ , compression statique. On considère que la variation de la forme de la surface de contact a peu d'influence dans les coefficients de compression de rouleau par rapport à ceux identifiés pour le bâton.

La force tangentielle s'obtient à partir de la force normale par la loi de frottement de Coulomb.

$$F_{tL} = -\mu_L F_{nL} \hat{l} \quad (2.90)$$

$F_{nL}$  et  $F_{tL}$  sont définies dans le repère du levier de répétition. Ainsi, dans le repère  $R_0$ , la force de couplage s'écrit en utilisant la matrice de passage (2.2) :

$$\boxed{\begin{aligned} F_{MLx} &= F_{tL} + (\theta_L + \theta_C) F_{nL} \\ F_{MLy} &= F_{tL}(\theta_L + \theta_C) - F_{nL} \end{aligned}} \quad (2.91)$$

## 5 RÉCAPITULATIF

La mécanique traditionnelle du piano à queue est composée de six degrés de liberté (touche, étouffoir, chevalet, bâton d'échappement, levier de répétition et marteau), quatre en rotation par rapport au bâti et deux en rotation par rapport aux chevalet (bâton d'échappement et levier de répétition).

Les équations de la dynamique ont été écrites sous les hypothèses suivantes :

- les solides sont rigides ;
- les axes de rotation sont fixes au cours du mouvement dans le repère correspondant ;
- les contacts sont ponctuels ;
- les angles, à l'exception de  $\theta_R$ , sont petits de sorte que l'on considère  $\cos \theta_i = 1$  et  $\sin \theta_i = \theta_i$  ;
- une fois établis, les contacts unilatéraux sont considérés comme maintenus jusqu'à l'échappement ;

- les forces d’inertie sur le bâton et sur le levier de répétition sont négligeables devant les autres forces sur ces corps.

Les positions des degrés de liberté sont données par six variables d’espace  $\theta_T$ ,  $\theta_E$ ,  $\theta_C$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_L$  et  $\theta_M$ . Ces variables d’espace s’obtiennent par la résolution des six équations différentielles régissant le mouvement de chaque corps : 6 équations et 6 inconnues.

Ces six corps sont liés entre eux et au bâti par des liaisons pivot et huit contacts unilatéraux avec ou sans glissement. Les contacts touche-chevalet, touche-étouffoir, bâton-butée de repos, levier-butée de repos et levier-vis de chute sont sans glissement. Chacun de ces cinq contacts unilatéraux sans glissement est décrit par une grandeur d’espace obtenue par une fermeture géométrique. Chaque contact fait intervenir en outre une inconnue d’effort obtenue par la loi de comportement du contact. On obtient 10 équations et 10 inconnues.

Les trois contacts bâton-butée d’échappement, bâton-marteau et levier-marteau se font avec glissement. Chaque contact unilatéral avec glissement est décrit par deux grandeurs d’espace obtenues par une fermeture géométrique vectorielle ; et introduit deux inconnues d’effort obtenues grâce aux lois de comportement des contacts. Les trois contacts introduisent donc 12 équations et 12 inconnues.

Finalement, les deux liaisons pivot chevalet-bâton d’échappement et chevalet-levier de répétition transmettent les efforts  $F_{CBx}$ ,  $F_{CBy}$ ,  $F_{CLx}$  et  $F_{CLy}$  qui sont obtenus par le théorème de la résultante appliqué respectivement au bâton d’échappement et au levier de répétition. 4 équations et 4 inconnues rendent compte de ces liaisons.

Dans le cas du contact entre le bâton d’échappement et la butée d’échappement une variable d’espace ( $d$ ) peut être ignorée, compte tenu des hypothèses de modélisation. On élimine ainsi une grandeur d’espace et une équation. On obtient donc un système de 31 équations et 31 inconnues.

La résolution du modèle se fait en utilisant les équations différentielles pour obtenir les positions des corps et les équations de couplage pour obtenir les efforts. La résolution détaillée est donnée dans la section 2 du chapitre 4.

## Chapitre 3

# Identification et caractérisation expérimentale des éléments de la mécanique traditionnelle du piano

### Sommaire

---

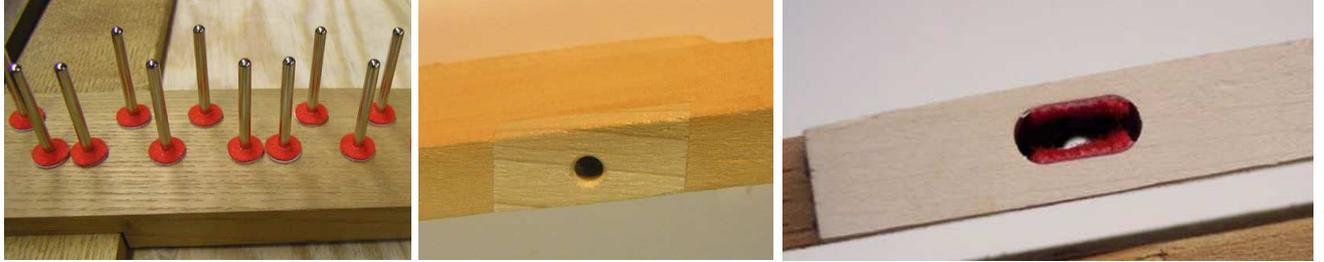
<b>1</b>	<b>Identification des liaisons pivot</b> . . . . .	<b>46</b>
1.1	Liaison touche-bâti . . . . .	46
1.2	Séparation du mouvement de corps rigide et des modes de vibration . . . . .	48
1.3	Liaison marteau-bâti . . . . .	56
<b>2</b>	<b>Identification des liaisons unilatérales</b> . . . . .	<b>62</b>
2.1	Modèle de compression du feutre (C. Brenon) . . . . .	62
2.2	Modèle de contact du cuir de rouleau . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Autres paramètres</b> . . . . .	<b>68</b>
3.1	Centres de masse et inerties . . . . .	68
3.2	Ressorts de rappel . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Récapitulatif</b> . . . . .	<b>70</b>

---

## 1 IDENTIFICATION DES LIAISONS PIVOT

### 1.1 Liaison touche-bâti

Le pivot touche-bâti est formé par une pointe en acier qui traverse la touche appelée pointe de balancier. La figure 3.1(a) montre une vue du rail de balancier avec ses pointes. Les figures 3.1(b) et 3.1(c) montrent deux vues du perçage de la touche de dessous et de dessus respectivement.



(a) Vue d'ensemble du rail de balancier (b) Vue de dessous du perçage de la touche (c) Vue de dessus du perçage de la touche

FIG. 3.1 – Liaison pivot touche-bâti

La figure 3.2 montre une vue schématique en coupe de la liaison pivot. Lorsque la touche est mise en rotation par le pianiste, le bois se déforme au niveau de la zone d'ajustement.

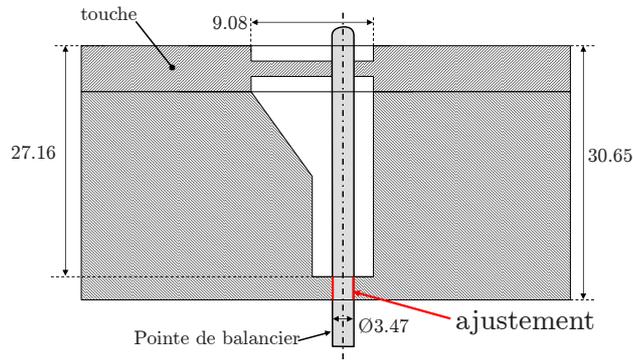


FIG. 3.2 – Vue en coupe de la liaison pivot touche-bâti.

Cet ajustement est très finement réglé lors de la mise au point de la mécanique et régulièrement contrôlé par les facteurs/accordeurs de piano. Il semblerait donc que le comportement de la liaison participe au rendu sensoriel de la mécanique traditionnelle.

La dynamique de la touche fait intervenir le couple résistant transmis par la liaison. Nous avons choisi de modéliser ce couple résistant par un modèle de frottement de Coulomb avec un couple de frottement solide et une composante de frottement visqueux. Le couple de frottement  $C_f$  s'écrit alors en fonction de l'angle  $\theta_T$  de la touche :

$$C_f = C_s \widehat{\theta}_T + C_v \dot{\theta}_T \quad (3.1)$$

où  $C_s$  est le couple de frottement solide,  $C_v$  le coefficient de frottement visqueux et  $\widehat{\theta}_T$  le signe de  $\dot{\theta}_T$ .

Cette étude expérimentale vise à valider le comportement choisi et à déterminer la valeur numérique de ses paramètres.

### 1.1.1 Protocole expérimental

La figure 3.3 présente un schéma du protocole expérimental utilisé pour identifier le comportement de la liaison touche-bâti<sup>1</sup>.

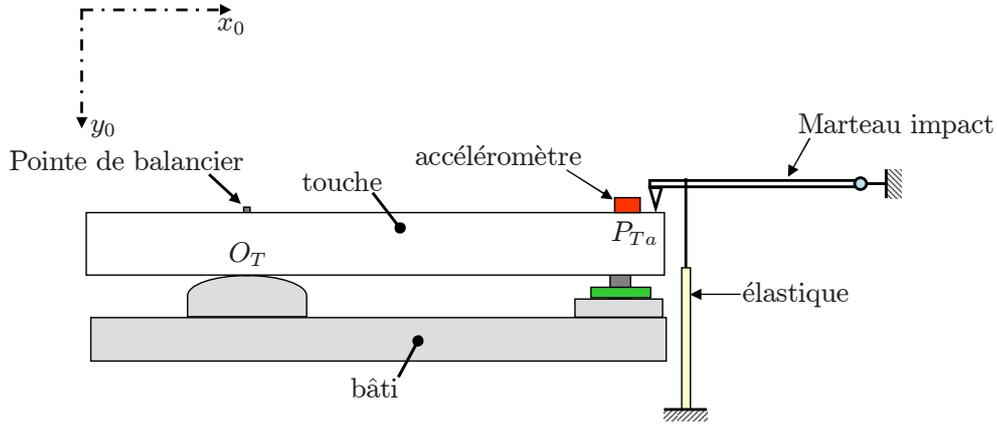


FIG. 3.3 – Protocole expérimental pour l'identification du pivot touche-bâti

On applique une force de type échelon temporel sur la touche dissociée du reste de la mécanique. La force est fournie par un élastique très allongé pour assurer une force sensiblement constante sur toute la course. Le capteur d'un marteau d'impact *PCB Piezotronics model 086D80* mesure la force appliquée sur la touche sans modifier les caractéristiques dynamiques de celle-ci. L'accéléromètre *Endevco Isotron triaxial* permet de mesurer le mouvement de la touche.

Ainsi, la touche est soumise à son poids  $\vec{P}_T$ , à la force d'excitation  $f_{ech}(t)\vec{y}_0$  verticale dirigée vers le bas et appliquée en  $P_{Ta}$  et au couple de frottement dans la liaison pivot  $C_f\vec{z}_0$ . Le théorème du moment appliqué à la touche en  $O_T$  donne :

$$J_{T,O_T}\ddot{\theta}_T = -m_Tg(L_{GT} - \theta_T h_{GT}) + f_{ech}(L_{Ta} - \theta_T h_{Ta}) + C_f \quad (3.2)$$

La figure 3.4 montre les courbes expérimentales obtenues. On remarque une composante vibratoire dans la réponse de la touche. Il n'est pas facile d'extraire l'accélération de corps rigide de cette réponse. La section 1.2 explique la procédure de séparation de l'accélération vibratoire de celle de corps rigide.

Une fois l'accélération de corps rigide extraite de l'accélération mesurée, nous appliquons (3.2) pour obtenir le couple de frottement. (voir figure 3.5)

Au vu de ces résultats, nous choisissons un modèle de frottement de type Coulomb solide et visqueux ( $C_f = C_s\widehat{\theta}_T + C_v\dot{\theta}_T$ ) pour décrire le comportement de la liaison. La table 3.1 donne les valeurs obtenues par régression linéaire.

<sup>1</sup>On remarquera que pour cette identification nous considérerons que l'axe vertical ( $O_T\vec{y}_0$ ) est dirigé vers le bas.

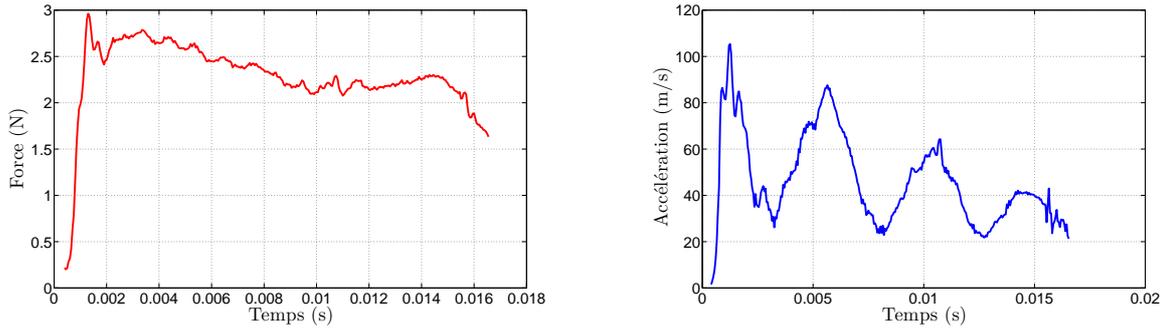


FIG. 3.4 – Effort appliqué en fonction du temps (diagramme de gauche) et réponse en accélération de la touche en fonction du temps (diagramme de droite).

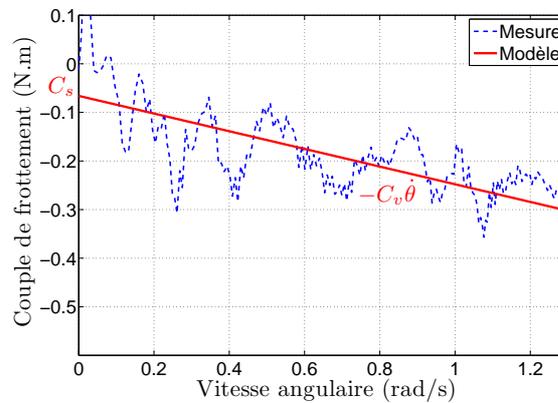


FIG. 3.5 – Courbe de frottement dans le pivot touche-bâti. Mesure expérimentale et modélisation choisie.

## 1.2 Séparation du mouvement de corps rigide et des modes de vibration

Soumise à une force transitoire, l'accélération de la touche isolée des autres éléments de la mécanique n'est pas composée uniquement de l'accélération de corps rigide (voir figure 3.4). L'analyse de Fourier ne peut séparer aisément les différentes composantes modales que si l'écart en fréquence entre ces modes est supérieur à la largeur du pic de résonance.

La figure 3.6 présente le spectre d'amplitude de l'accélération de la touche de la mécanique traditionnelle mesurée dans les conditions décrites ci-dessus sur une durée 0.02 s limitant ainsi la résolution spectrale de l'analyse de Fourier à 50 Hz. On observe que les amplitudes des premiers modes sont de même ordre de grandeur que la composante continue. Ces modes sont par ailleurs, fortement amortis. L'extraction de la composante continue de l'accélération mesurée s'assimile à un problème d'analyse modale.

Dans ce cas, l'analyse modale par transformée de Fourier ne donne pas de bons résultats à

$C_s$	0.05 N.m
$C_v$	0.22 N.m.s

TAB. 3.1 – Valeurs des couples de frottements pour la liaison touche-bâti

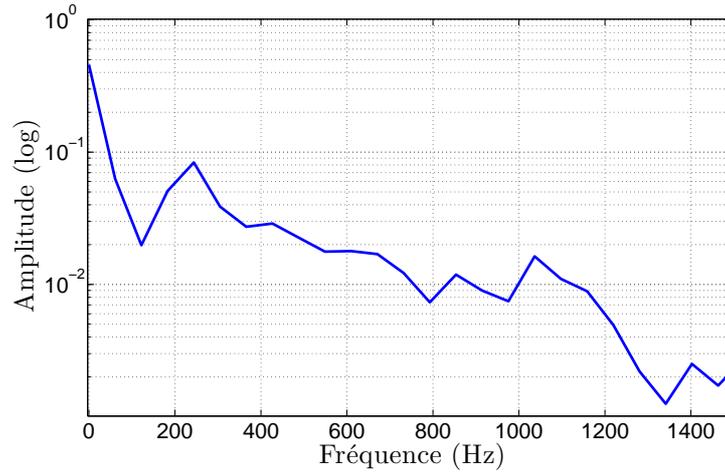


FIG. 3.6 – Spectre d'amplitude de l'accélération de la touche obtenu par FFT sur un signal de 0.5 s de durée

cause de l'amortissement des premiers modes de vibration de la touche.

Nous présentons ici une procédure d'analyse modale capable [37] d'identifier les composantes modales de manière paramétrique (fréquence, amortissement, amplitude et phase) afin d'extraire l'accélération vibratoire  $\gamma_{vib}(t)$  de celle de corps rigide  $\gamma_{rig}(t)$  dans la réponse de la touche  $\gamma_{ech}(t)$  à une force de type échelon temporel  $f_{ech}(t)$ .

Le diagramme de la figure 3.7 présente un schéma de principe de la procédure.

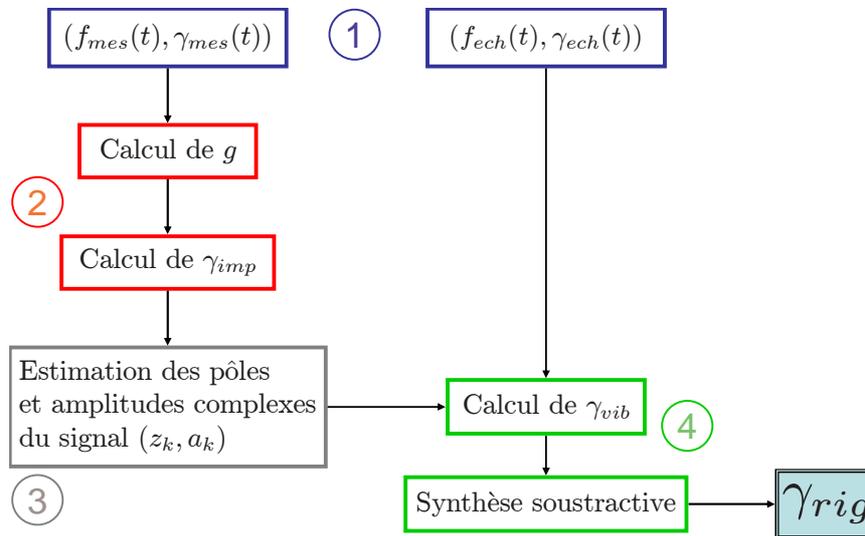


FIG. 3.7 – Procédure globale de séparation de l'accélération vibratoire de celle de corps rigide

L'analyse modale est réalisée sur une mesure auxiliaire (1) de la réponse de la touche libre  $\gamma_{mes}(t)$  à une excitation proche de l'impulsion  $f_{mes}(t)$ . À partir de cette mesure, nous estimons (2) la réponse impulsionnelle en deux étapes : le calcul de la transformation  $g$  à appliquer à  $f_{mes}$  pour obtenir une impulsion parfaite puis le calcul de la réponse impulsionnelle. Cette réponse impul-

sionnelle sert d'entrée pour l'estimation paramétrique (3) des modes par l'algorithme ESPRIT<sup>2</sup>, présenté dans la section 1.2.2. Finalement, nous reconstruisons l'accélération vibratoire nécessaire à la synthèse de l'accélération de corps rigide par soustraction (4).

### 1.2.1 Estimation de la réponse impulsionnelle

L'ingrédient de base de toute analyse modale est la réponse impulsionnelle du système mécanique à étudier. En pratique cette information est obtenue par une excitation proche de l'impulsion effectuée par un marteau d'impact. Nous effectuons donc une mesure auxiliaire de force et accélération  $(f_{mes}(t), \gamma_{mes}(t))$  sur la touche qui va nous permettre d'estimer la réponse impulsionnelle.

La force est mesurée avec une période d'échantillonnage  $\Delta t_e$  sur une durée de  $n$  échantillons tels que  $f_{mes}(i\Delta t_e) = f_i$ , pour tout  $i \in [1 \dots n]$ .

Traditionnellement, la mesure de la réponse en accélération  $a(t)$  et de la force appliquée  $f(t)$  donnent la réponse impulsionnelle  $s(t)$  grâce à la transformée de Fourier selon le diagramme 3.8. Les signaux étant de longueur finie, cette méthode impose le choix d'un fenêtrage et utilise une division spectrale ce qui introduit des pseudo-pôles qui perturberaient l'analyse que nous voulons effectuer ensuite.

$$\begin{array}{ccc} a(t) & \xrightarrow{\text{T.F.}} & A(\omega) \\ f(t) & \xrightarrow{\text{T.F.}} & F(\omega) \end{array} \quad \frac{A(\omega)}{F(\omega)} = S(\omega) \xrightarrow{\text{T.F.}^{-1}} s(t)$$

FIG. 3.8 – Estimation de la réponse impulsionnelle (méthode traditionnelle)

Nous avons donc mis en œuvre une procédure suggérée par B. David<sup>3</sup> pour estimer la réponse impulsionnelle  $\gamma_{imp}(t)$  en deux temps :

1. Estimation du filtre  $g$  qu'il faudrait appliquer à la force  $f_{mes}(t)$  exercée par le marteau d'impact sur la structure pour que cette force devienne une impulsion.

Si  $g$  est causal, cette impulsion n'intervient pas à  $t = 0$  mais est décalée dans le temps de  $p$  échantillons, on la note  $\delta_p$ . On cherche  $g$  tel que :

$$f_{mes} * g = \delta_p \tag{3.3}$$

Nous choisissons la longueur  $c^4$  de la partie causale du filtre  $g$ ; la longueur de la partie anti-causale  $a$  est alors donnée par une contrainte de symétrie que l'on impose sur le résultat approchant  $\delta_p^5$  :  $a = c + n - 1$ .

$$\delta_p = [\underbrace{0 \dots 0}_{p-1}, 1, \underbrace{0 \dots 0}_{p-1}]$$

<sup>2</sup> *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques* [47]

<sup>3</sup> Département signal, ENST.

<sup>4</sup> On peut choisir une valeur arbitraire,  $c = 5n$  par exemple.

<sup>5</sup> On notera les vecteurs et les matrices par des caractères en gras, minuscules pour les premiers et majuscules pour les seconds.

Le filtre  $g$  est alors donné dans sa représentation discrète, par le vecteur de longueur  $l$  :  $\mathbf{g} = [g_1 \dots g_l]$  ( $l = a + c + 1$ ).

L'équation (3.3) peut alors s'écrire comme un système linéaire :

$$\mathbf{T} \mathbf{g} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_1 & 0 & \dots & 0 \\ f_2 & f_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ f_n & & & f_1 \\ 0 & f_n & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & f_{n-1} \\ 0 & \dots & 0 & f_n \end{pmatrix}}_{(l+n-1) \times l} \begin{pmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \delta_p \quad (3.4)$$

La résolution de ce système linéaire peut s'effectuer en utilisant la pseudo-inverse  $\mathbf{T}^+$  de  $\mathbf{T}$  ou par une méthode de moindres carrés.

$$\mathbf{T}^+ = (\mathbf{T}^H \mathbf{T})^{-1} (\mathbf{T}^H \mathbf{T}) \quad (3.5)$$

La figure 3.9 montre un exemple d'impulsion réelle et le filtre  $g$  qu'il faut lui appliquer pour la transformer en impulsion  $\delta_p$ .

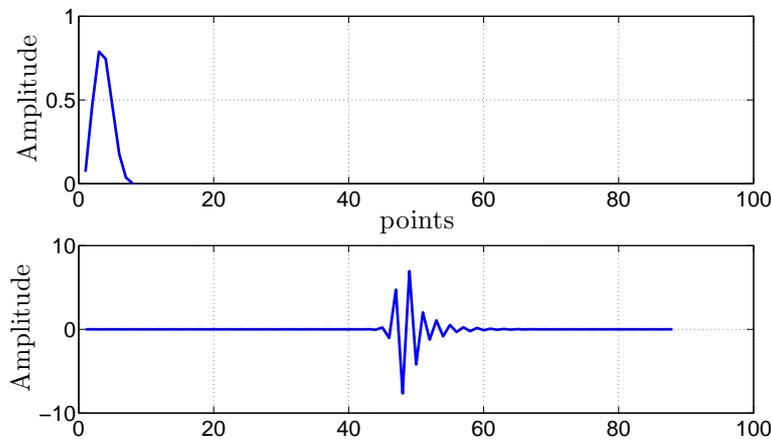


FIG. 3.9 – Impulsion réelle  $f_{mes}$  (haut) et filtre  $g$  (bas) pour la transformer en impulsion idéale avec  $p = 50$

## 2. Calcul de $\gamma_{imp}(t)$ à partir de la réponse réelle $\gamma_{mes}$ .

La réponse impulsionnelle  $x_{imp}(t)$  d'un système vibratoire linéaire décrit complètement son comportement. Considérons un tel système linéaire initialement au repos et soumis à une excitation quelconque  $f(t)$  non nulle pour  $t \geq 0$ . Sa réponse  $x(t)$  s'obtient par le produit de convolution :

$$x(t) = x_{imp}(t) * f(t) \quad (3.6)$$

On note  $x(t), v(t)$  et  $\gamma(t)$  les réponses en position, vitesse et accélération du système,  $X(p), V(p)$  et  $\Gamma(p)$  leurs transformées de Laplace respectives. Dans le domaine de Laplace, l'équation (3.6) donne :

$$\begin{aligned} X(p) &= X_{imp}(p) F(p) \\ \Rightarrow pX(p) &= pX_{imp}(p) F(p) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Or quelque soit la fonction  $\varphi$

$$\mathcal{L} \left[ \frac{d\varphi}{dt}(t) \right] = p\mathcal{L}(\varphi) - \varphi(0^+) \quad (3.8)$$

donc

$$pX(p) = V(p) + x(0^+) \quad (3.9)$$

ce qui appliqué à l'équation (3.7) donne :

$$[V(p) + x(0^+)] = [V_{imp}(p) + x_{imp}(0^+)]F(p) \quad (3.10)$$

Pour un oscillateur initialement au repos,  $x_{imp}(0^+) = 0$  et  $x(0^+) = 0$  donc :

$$V(p) = V_{imp}(p) F(p) \quad (3.11)$$

De même,

$$\begin{aligned} V(p) &= V_{imp}(p) F(p) \\ \Rightarrow pV(p) &= pV_{imp}(p) F(p) \\ \Rightarrow [\Gamma(p) + v(0^+)] &= [\Gamma_{imp}(p) + v_{imp}(0^+)]F(p) \\ \Rightarrow \Gamma(p) &= \Gamma_{imp}(p) F(p) + v_{imp}(0^+) \cdot F(p) \\ \Rightarrow \gamma(t) &= \gamma_{imp}(t) * f(t) + v_{imp}(0^+) \cdot f(t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

On note ici qu'une impulsion de force occasionne en général une vitesse à  $t = 0^+$  non nulle sur un système initialement au repos (discontinuité de vitesse).

Ce résultat peut être appliqué à la réponse de la touche  $\gamma_{mes}(t)$  soumise à une excitation de force  $f_{mes}(t)$  proche de l'impulsion :

$$\gamma_{mes}(t) = \gamma_{imp}(t) * f_{mes}(t) + v_{imp}(0^+) \cdot f_{mes}(t) \quad (3.13)$$

ce qui donne après convolution par  $g$  :

$$\boxed{\gamma_{imp}(t) = [\gamma_{mes}(t) * g(t)]_{-p\Delta t_e} - v_{imp}(0^+) \cdot \delta_0} \quad (3.14)$$

où  $[\dots]_{-p\Delta t_e}$  indique le décalage temporel de  $-p\Delta t_e$ .

### 1.2.2 Analyse modale par la méthode haute résolution ESPRIT

La réponse impulsionnelle obtenue par la méthode précédente correspond à la vibration d'un système mécanique linéaire. Elle peut alors être décrite par une somme de sinusoïdes amorties

exponentiellement  $x(t)$ . Notre modèle de signal  $y$  adjoindra un bruit blanc gaussien complexe  $bb(t)$ . Dans ces conditions, le signal considéré  $s(t)$  s'écrit :

$$s(t) = \Re[x(t) + bb(t)] = \Re \left[ \sum_{k=1}^K a_k e^{j\phi_k} e^{-\alpha_k t + 2\pi j f_k t} + bb(t) \right] = \Re \left[ \sum_{k=1}^K b_k z_k^t + bb(t) \right] \quad (3.15)$$

où  $K$  est le nombre de sinusoides amorties,  $b_k$  les amplitudes complexes,  $z_k$  les pôles du signal et  $bb(t)$  le bruit blanc gaussien.

L'algorithme ESPRIT [47] fait partie de la famille des méthodes d'analyse spectrale à haute résolution [6]; il recherche une décomposition du signal en somme de sinusoides amorties dont il donne les pôles et amplitudes complexes, c'est-à-dire la fréquence et l'amortissement des modes, ainsi que leur amplitude et phase au point de mesure (Eq 3.15). Il s'agit donc d'une méthode paramétrique correspondant précisément à la forme du signal que l'on veut analyser, à la différence de la transformée de Fourier, non paramétrique. Ces méthodes paramétriques sont bien évidemment inadaptées à l'analyse de signaux qui ne seraient pas proches de modèle du signal décrit ici.

Nous résumons ici l'algorithme donné par R. Badeau dans [6].

Supposons que le signal  $s(t)$  possède  $K'$  composantes modales réelles; alors pour que le modèle de signal choisi (Eq 3.15) soit capable de décrire le signal réel, nous devons choisir un nombre de sinusoides amorties supérieur à  $K'$  :  $K > 2K'$ .

Le signal est observé sur une durée de  $N$  échantillons à une période d'échantillonnage  $\Delta t_e$ . Le signal  $s(t)$  est donc représenté de manière discrète par le vecteur  $\mathbf{s} = [s_1 \dots s_i \dots s_N]$  pour  $i \in [1 \dots N]$  ( $s_i = s(i\Delta t_e)$ ). De même pour  $x(t)$  et  $bb(t)$  :  $\mathbf{s} = \mathbf{y} + \mathbf{bb}$ .

Le vecteur  $\mathbf{s}$  appartient à un espace de dimension  $n$  ( $\mathbb{C}^n$ ) qui contient le sous-espace signal (de dimension  $K$ ) et le sous-espace bruit. D'autre part, si toutes les composantes de  $\mathbf{s}$  sont indépendantes on aura  $n = N$  donc  $K < n \leq N$ .

Les signaux réel et sans bruit sont alors représentés sous forme matricielle :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_l \\ \vdots & & & \vdots \\ s_n & s_{n+1} & \dots & s_N \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_l \\ \vdots & & & \vdots \\ x_n & x_{n+1} & \dots & x_N \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

avec  $l = N - n + 1$ . La méthode impose alors une nouvelle condition au choix de  $K$  :  $N > K$ .

On calcule alors la matrice de corrélation  $\mathbf{R}_{ss} = \mathbb{E} \left( \frac{1}{l} \mathbf{S} \mathbf{S}^H \right)$  puis ses valeurs propres  $\lambda'_i$  et vecteurs propres  $\{\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_K, \mathbf{w}_{K+1}, \dots, \mathbf{w}_n\}$ . On peut montrer [6] que  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{R}_{xx} = \frac{1}{l} \mathbf{X} \mathbf{X}^H$  sont de même rang  $K$  et que  $\mathbf{R}_{ss} = \mathbf{R}_{xx} + \sigma^2 \mathbf{I}_n$  (hypothèse de modèle de signal).

<sup>6</sup>Puisqu'il faut deux exponentielles complexes pour décrire une sinusoides

Il vient donc que les valeurs propres  $\lambda'_i$  associées à  $\{\mathbf{w}_{K+1}, \dots, \mathbf{w}_n\}$  valent  $\sigma^2$  tandis que celles associées à  $\{\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_K\}$  valent  $\lambda_i + \sigma^2$ ,  $\lambda_i$  étant les valeurs propres de  $\mathbf{R}_{xx}$ . Ceci permet d'identifier quels sont, parmi les  $\mathbf{w}_i$  ceux décrivant le sous-espace bruit et ceux décrivant le sous-espace signal.

Par ailleurs, les colonnes de la matrice de Vandermonde du signal  $\mathbf{V}^n$ , elle aussi de rang  $K$ , forment également une base du sous-espace signal. Il existe donc une matrice de passage  $\mathbf{C}$  telle que :

$$\mathbf{V}^n = \mathbf{W}\mathbf{C} \quad (3.18)$$

$$\text{avec } \mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_K] \text{ et } \mathbf{V}^n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_1 & z_2 & \dots & z_K \\ z_1^2 & z_2^2 & \dots & z_K^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{n-1} & z_2^{n-1} & \dots & z_K^{n-1} \end{pmatrix}$$

Soit  $\mathbf{V}^{n\uparrow}$  la matrice formée par les  $n-1$  dernières lignes de  $\mathbf{V}^n$  et  $\mathbf{V}^{n\downarrow}$  la matrice formée par les  $n-1$  premières lignes de  $\mathbf{V}^n$ . On montre que :

$$\mathbf{V}^{n\uparrow} = \mathbf{V}^{n\downarrow} \mathbf{D} \quad (3.19)$$

$$\text{avec}^7 \mathbf{D} = \begin{pmatrix} z_1 & & (0) \\ & \ddots & \\ (0) & & z_K \end{pmatrix}$$

En utilisant (3.19) et (3.18) on obtient :

$$\mathbf{W}_{\uparrow} = \mathbf{W}_{\downarrow} \mathbf{C} \mathbf{D} \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{W}_{\downarrow} \mathbf{\Phi} \quad (3.20)$$

Donc en utilisant (3.20) et la pseudo-inverse de la matrice  $\mathbf{W}_{\downarrow}$  ( $\mathbf{I} = (\mathbf{W}_{\downarrow}^H \mathbf{W}_{\downarrow})^{-1} \mathbf{W}_{\downarrow}^H \mathbf{W}_{\downarrow}$ ), on peut calculer  $\mathbf{\Phi}$  :

$$\mathbf{\Phi} = (\mathbf{W}_{\downarrow}^H \mathbf{W}_{\downarrow})^{-1} \mathbf{W}_{\downarrow}^H \mathbf{W}_{\uparrow} \quad (3.21)$$

Les valeurs propres de  $\mathbf{\Phi}$  sont les pôles recherchés  $\{z_1 \dots z_K\}$  du signal. Il reste à trouver les amplitudes complexes  $\{a_1 \dots a_K\}$  solutions du système (3.22) par une méthode de maximum de vraisemblance type moindres carrés.

$$\mathbf{V}^N \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_K \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^N \mathbf{a} &= \mathbf{s} \\ \Rightarrow \mathbf{a} &= (\mathbf{V}^{NH} \mathbf{V}^N)^{-1} \mathbf{V}^{NH} \mathbf{s} \end{aligned} \quad (3.23)$$

<sup>7</sup>On rappelle que les  $z_k$  sont les pôles complexes de  $s(t)$

Ainsi nous déterminons les pôles et les amplitudes complexes des modes de vibration d'un système mécanique.

La figure 3.10 présente un diagramme global récapitulatif de l'algorithme ESPRIT.

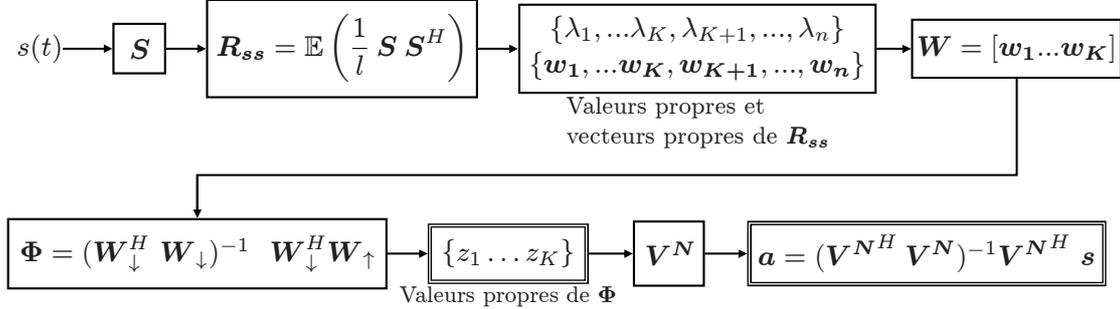


FIG. 3.10 – Procédure d'estimation des pôles et amplitudes complexes d'un signal  $s(t)$  par l'algorithme ESPRIT

Après avoir choisi  $n$  et  $K$ , on construit la matrice  $S$  à partir du signal  $s(t)$  échantillonné sur  $N$  échantillons. On calcule alors la matrice  $R_{ss}$  puis ses vecteurs propres. Ensuite, on construit la matrice  $W$ . On calcule la matrice  $\Phi$  et ses valeurs propres. On obtient ainsi les pôles du signal, ces pôles permettent de calculer la matrice de Vandermonde  $V^N$  et par résolution d'un système linéaire, de calculer les amplitudes complexes.

### 1.2.3 Reconstruction de l'accélération vibratoire et synthèse soustractive

L'application des deux premières parties de cette méthode à la réponse de la touche à une excitation proche de l'impulsion ( $f_{mes}(t), \gamma_{mes}(t)$ ) nous donne l'ensemble des composantes modales du système sous forme paramétrique. En appliquant (3.24), nous pouvons reconstruire une réponse impulsionnelle  $\gamma_{imp}(t)$  ne contenant que les composantes issues des premiers modes de vibration.

$$\gamma_{imp}(t) = \sum_j A_j e^{-\alpha_j t} \sin(\omega_j t + \varphi_j) \quad (3.24)$$

Puis, en appliquant (3.12) on obtient l'accélération vibratoire de la touche en réponse à l'excitation de type échelon temporel  $f_{ech}$  :

$$\gamma_{vib}(t) = \gamma_{imp}(t) * f_{ech}(t) - v_{imp}(0) \cdot f_{ech}(t) \quad (3.25)$$

Finalement, l'accélération de corps rigide est obtenue par soustraction :

$$\gamma_{rig}(t) = \gamma_{ech}(t) - \gamma_{vib}(t) \quad (3.26)$$

où  $\gamma_{ech}$  est l'accélération mesurée en réponse à l'excitation de type échelon temporel  $f_{ech}$ . La figure 3.11 présente l'accélération mesurée, l'accélération vibratoire reconstituée et l'accélération de corps rigide obtenue par synthèse soustractive.

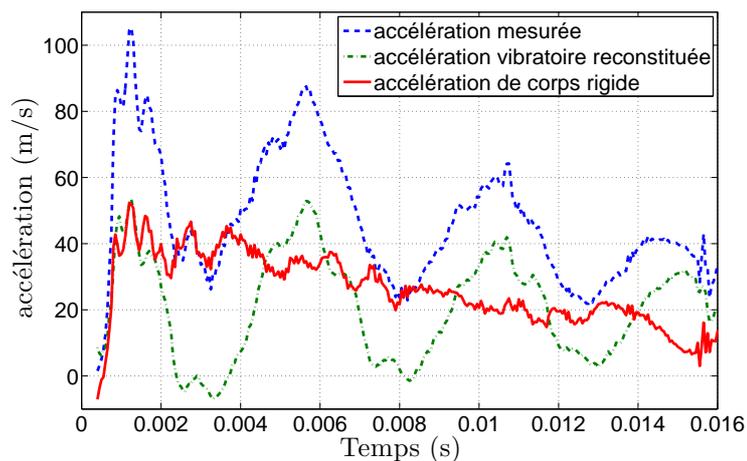


FIG. 3.11 – Synthèse soustractive de l'accélération de corps rigide

On observe que l'accélération de corps rigide  $\gamma_{rig}(t)$  obtenue ne contient plus les composantes vibratoires de faible fréquence et d'amplitude proche de celle de la composante continue. Cette composante quasi-continue devient donc la grandeur dominante dans la variation de l'accélération. On peut alors appliquer le théorème du moment à la touche (Eq. 3.2) pour obtenir le couple résistant (voir figure 3.5).

### 1.3 Liaison marteau-bâti

La figure 3.12 montre le déplacement angulaire du marteau  $\theta_M$  en fonction du temps. On constate un mouvement oscillatoire très amorti et un écart final par rapport à la position d'équilibre. Pour décrire la liaison, nous choisissons d'explorer un modèle de frottement de Coulomb solide et

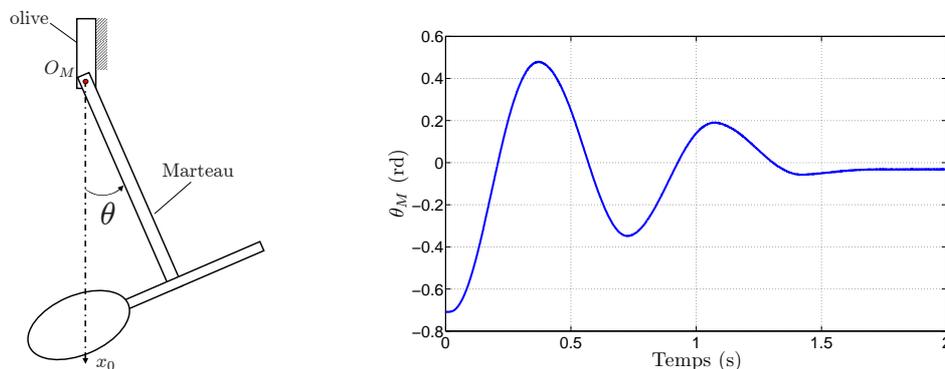


FIG. 3.12 – Schéma de principe de la caractérisation du pivot marteau-olive (gauche) et déplacement angulaire du marteau (droite)

visqueux :  $C_s \widehat{\theta}_M + C_v \dot{\theta}_M$  avec  $C_s$  le couple de frottement solide et  $C_v$  le coefficient de viscosité.

### 1.3.1 Protocole expérimental

La figure 3.13 présente un schéma de l'ensemble {marteau - olive}. L'olive est vissée sur le bâti et elle est liée au marteau par une liaison pivot.

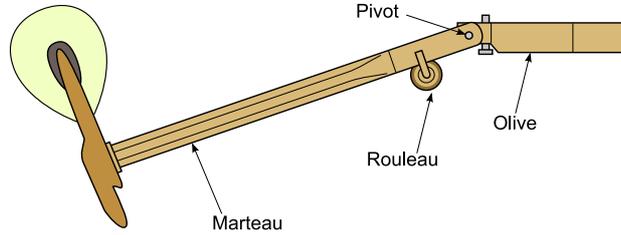


FIG. 3.13 – Schéma de l'ensemble {marteau - olive}

La liaison pivot est réalisée par une tige en acier entourée d'un coussinet de feutre de laine. L'ajustement de la liaison est réglé finement par le facteur de pianos lors de la mise au point de la mécanique. Le réglage est défini par le nombre de périodes qu'effectue le pendule formé par le marteau lorsqu'il est lâché sans vitesse initiale à partir d'un angle initial de  $90^\circ$ . Toutes les autres liaisons pivots du système, à l'exception de la liaison touche-bâti, sont réalisées de manière semblable et rarement contrôlées par l'accordeur<sup>8</sup>.

Nous avons donc identifié la liaison marteau-bâti et considéré que les autres liaisons ont le même comportement.

Inspirée du réglage traditionnel de la liaison, une expérience de pendule libre est utilisée pour examiner la validité du modèle de liaison choisi. Le marteau est lâché sans vitesse initiale à partir d'un angle initial  $\theta_{M0}$  quelconque mais petit. Nous mesurons le mouvement de ce pendule libre avec un télémètre LASER *Keyence LB-72*.

La figure 3.14 présente une vue schématique de l'expérience ainsi que l'ensemble de paramètres nécessaires au calcul de la position angulaire du marteau  $\theta_M$  en fonction du déplacement linéaire  $z_{mes}$  mesurée par le LASER.

L'axe  $(O_M, \vec{x}_M)$  du repère du marteau passe par le centre de rotation du marteau  $O_M$  et par le centre de gravité du marteau  $G_M$ . Cet axe est positionné par rapport à l'axe du manche de marteau par l'angle  $\theta_{G_M}$ . L'angle  $\theta_M = \widehat{(\vec{x}_0; \vec{x}_m)}$  définit alors la position angulaire du marteau par rapport au repère du laboratoire (voir figure 3.14 (gauche)).

Le déplacement angulaire du marteau  $\theta_M$  est déterminé à partir de la mesure du déplacement linéaire  $z_{mes}$  d'un point du manche du marteau de coordonnée  $x_2$  selon l'axe  $\vec{x}_0$ .

La position d'équilibre du marteau étant indéterminée en raison du frottement solide, il est difficile de faire le réglage du zéro du LASER. Le point M de coordonnées connues  $(x_1, e_1)$  dans le repère du laboratoire  $R_0$  permet de définir le zéro pour  $z_{mes}$ . La longueur  $e_1$  correspond au

<sup>8</sup>D'après une conversation avec M. Eric Marandas facteur et réparateur de pianos.

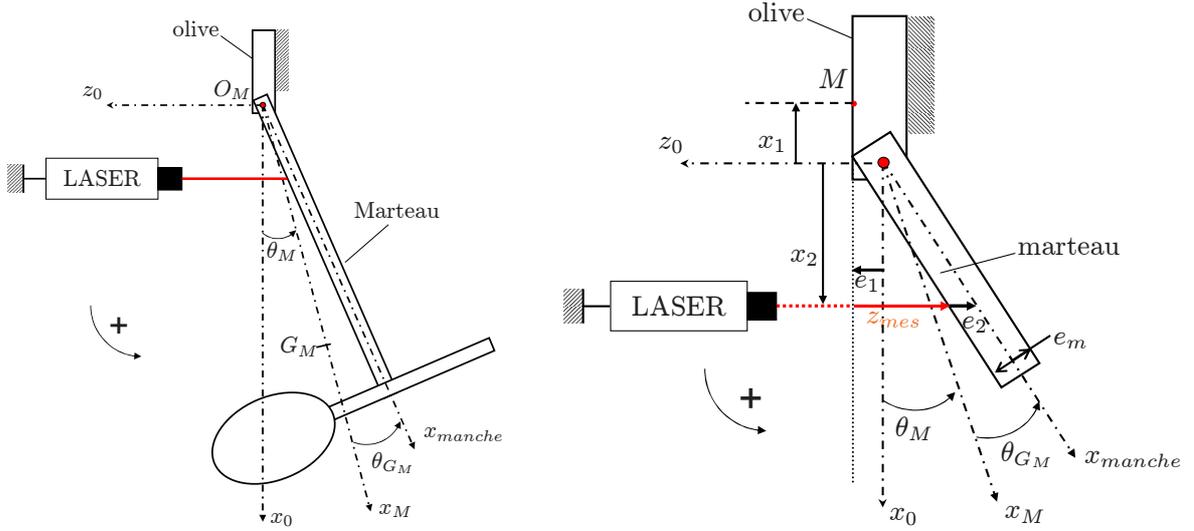


FIG. 3.14 – Protocole expérimental pour l'identification du pivot marteau - bâti. À gauche une vue d'ensemble et à droite la définition des paramètres nécessaires à l'étalonnage du LASER

décalage entre le plan de réglage du zéro de  $z_{mes}$  et le plan contenant l'axe  $(O_M, \vec{x}_0)$ . La longueur  $e_m$  correspond à la largeur du manche de marteau (voir figure 3.14 (droite)).

L'équation (3.27) donne l'expression de  $\theta_M$  en fonction de la distance  $z_{mes}$  sous l'hypothèse des petits angles.

$$\theta_M = \arctan\left(\frac{z_{mes} - e_1 + e_2}{x_2}\right) - \theta_{G_M} \quad \text{avec} \quad e_2 = \frac{e_m}{2} \quad (3.27)$$

De même, comme la position d'équilibre du marteau est indéterminée en raison du frottement solide, l'angle  $\theta_{G_M}$  n'est pas mesurable. Le frottement solide transforme la position d'équilibre en une plage angulaire d'équilibre dont les extrêmes sont mesurables. Sous l'hypothèse que le frottement est égal dans les deux directions du mouvement, l'angle  $\theta_{G_M}$  est donné par le point milieu de la plage d'équilibre :  $\theta_{G_M} = 0.178$  rad.

### 1.3.2 Comportement théorique et simulation numérique

Le comportement du pendule libre est régi par l'équation (on notera  $\hat{x}$  le signe de  $x$ ) :

$$J_{M,O_M} \ddot{\theta}_M + m_M g O_M G_M \sin(\theta_M) + C_{v_M} \dot{\theta}_M + C_{s_M} \widehat{\theta}_M = 0 \quad (3.28)$$

avec

- $J_{M,O_M}$  : moment d'inertie du marteau par rapport à l'axe de rotation,
- $m_M$  : masse du marteau,
- $C_{v_M}$  : coefficient de frottement visqueux,
- $C_{s_M}$  : couple de frottement solide,
- $g$  : accélération de la pesanteur,
- $O_M G_M$  : distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du marteau.

La résolution numérique de cette équation différentielle peut se faire au moyen du schéma d'intégration par différences finies centrées suivant :

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_i &= \frac{1}{2\tau} (\theta_{i+1} - \theta_{i-1}) \\ \ddot{\theta}_i &= \frac{1}{\tau^2} (\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1})\end{aligned}\quad (3.29)$$

avec  $\tau = \frac{1}{F_e}$  et  $F_e$  la fréquence d'échantillonnage. L'équation (3.28) devient :

$$\begin{aligned}\theta_{M_{i+1}} &= \frac{2}{2F_e^2 J_{O_M} + C_{v_M} F_e} \left( -C_{s_M} \widehat{\theta}_{M_i} - M_m g O_M G_M \sin(\theta_{M_i}) \right. \\ &\quad \left. + J_{O_L} F_e^2 (2\theta_{M_i} - \theta_{M_{i-1}}) + \frac{C_{v_M} F_e}{2} \theta_{M_{i-1}} \right)\end{aligned}\quad (3.30)$$

Nous obtenons ainsi la valeur de  $\theta_{M_{i+1}}$  en fonction des valeurs précédentes de  $\theta_M$  et de  $\widehat{\dot{\theta}}_{M_i}$  qui reste inconnu.

Le schéma de la figure 3.15 présente l'algorithme de calcul qui permet de résoudre la fonction *signe*<sup>9</sup>. Pour tout  $i \geq 1$  on calcule  $\theta_{i+1}$  en utilisant  $\widehat{\dot{\theta}}_{i-1}$  à la place de  $\widehat{\dot{\theta}}_i$ . Puis on calcule  $\dot{\theta}_i$  avec

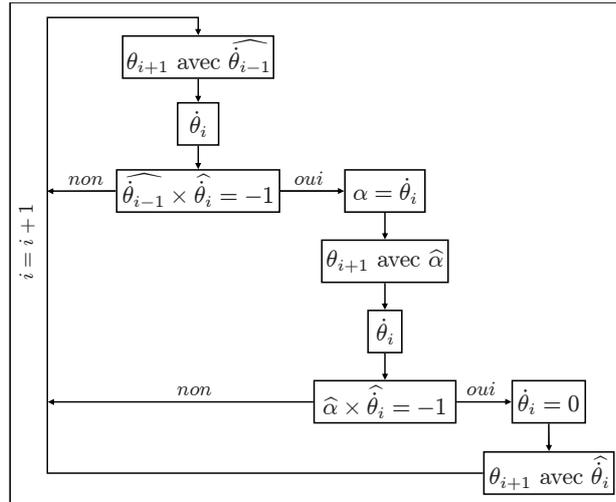


FIG. 3.15 – Algorithme de calcul de la fonction signe

(3.29). Si le signe de  $\dot{\theta}_i$  et  $\dot{\theta}_{i-1}$  est différent on notera  $\alpha = \dot{\theta}_i$  sinon on passe au pas de calcul suivant. Dans le premier cas, on recalcule  $\theta_{i+1}$  en utilisant  $\widehat{\alpha}$  à la place de  $\widehat{\dot{\theta}}_i$  puis  $\dot{\theta}_i$  avec (3.29). Si le signe de  $\alpha$  est différent de celui de  $\dot{\theta}_i$  ainsi calculé on impose  $\dot{\theta}_i = 0$  et on recalcule  $\theta_{i+1}$  avec  $\widehat{\dot{\theta}}_i = 0$  puis on passe alors au pas de calcul suivant. Sinon on passe directement au pas de calcul suivant.

### 1.3.3 Identification des coefficients de l'équation de mouvement du pendule

Les grandeurs  $m_M$  et  $g$  étant connues,  $J_{M,O_M}$ ,  $O_M G_M$ ,  $C_{v_M}$  et  $C_{s_M}$  sont donc les paramètres à identifier à partir de la mesure du mouvement de pendule libre pour connaître entièrement le

<sup>9</sup>La fonction *signe* existant dans *Matlab* est incompatible avec la résolution numérique de l'équation différentielle (3.28) que nous avons choisi.

comportement de la liaison et les grandeurs caractéristiques de la dynamique du marteau.

Nous utilisons une méthode de minimisation de la distance entre la mesure du déplacement angulaire  $\theta_{M_{mes}}$  et ce même déplacement calculé  $\theta_M(X, \theta_{M_0})$  en fonction de la valeur initiale  $\theta_{M_0}$  et de  $X$ , vecteur des paramètres (voir la section 1.3.2). L'équation (3.31) donne l'expression à minimiser :

$$\frac{1}{2} \sum_i [\theta_M(X, \theta_{M_0})_i - \theta_{M_{mes}i}]^2 \quad (3.31)$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} J_{M, O_M} \\ O_M G_M \\ C_{s_M} \\ C_{v_M} \\ N_{plat} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Le paramètre  $N_{plat}$  correspond au nombre de points présents dans la mesure avant le début du mouvement. L'angle est maintenu à sa valeur initiale  $\theta_{M_0}$  sur ces points. Ce paramètre est nécessaire pour pallier la difficulté de déterminer de manière fiable l'instant précis du lâcher.

La figure 3.16 présente la comparaison entre la position angulaire du marteau et la position calculée en utilisant le jeu de paramètres issu de l'optimisation (3.33).

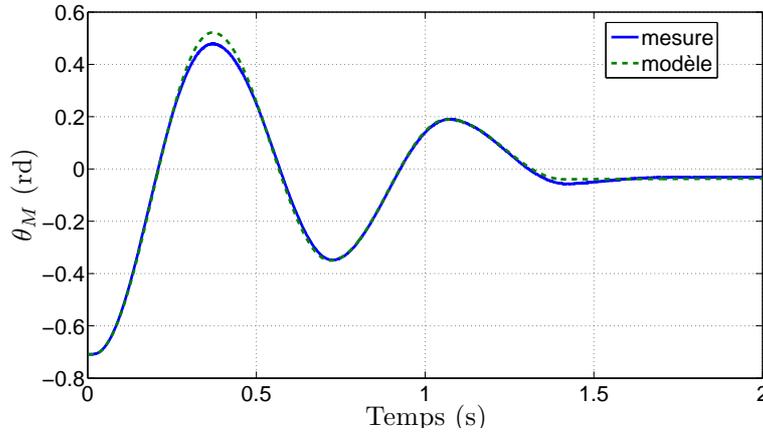


FIG. 3.16 – Mesure de la position angulaire du marteau et calcul numérique optimal

Le résultat de l'optimisation est :

$$X = \begin{bmatrix} J_{O_M} = 1.65 \times 10^{-4} \\ O_M G_M = 9.86 \times 10^{-2} \\ C_{s_M} = 9.92 \times 10^{-4} \\ C_{v_M} = 4.93 \times 10^{-5} \\ N_{plat} = 17 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

avec une erreur relative résiduelle de 0.27%. Afin de vérifier la bonne convergence de la procédure d'optimisation, nous calculons l'erreur relative (3.34) pour une variation de chaque paramètre pris

indépendamment. La variation relative à été limitée à  $\pm 20\%$  de la valeur issue de l'optimisation. Les résultats sont donnés dans la figure 3.17.

$$Er = \frac{\sum_i (\theta_M(X, \theta_0)_i - \theta_{M_{mes_i}})^2}{\sum_i (\theta_{M_{mes_i}})^2} \quad (3.34)$$

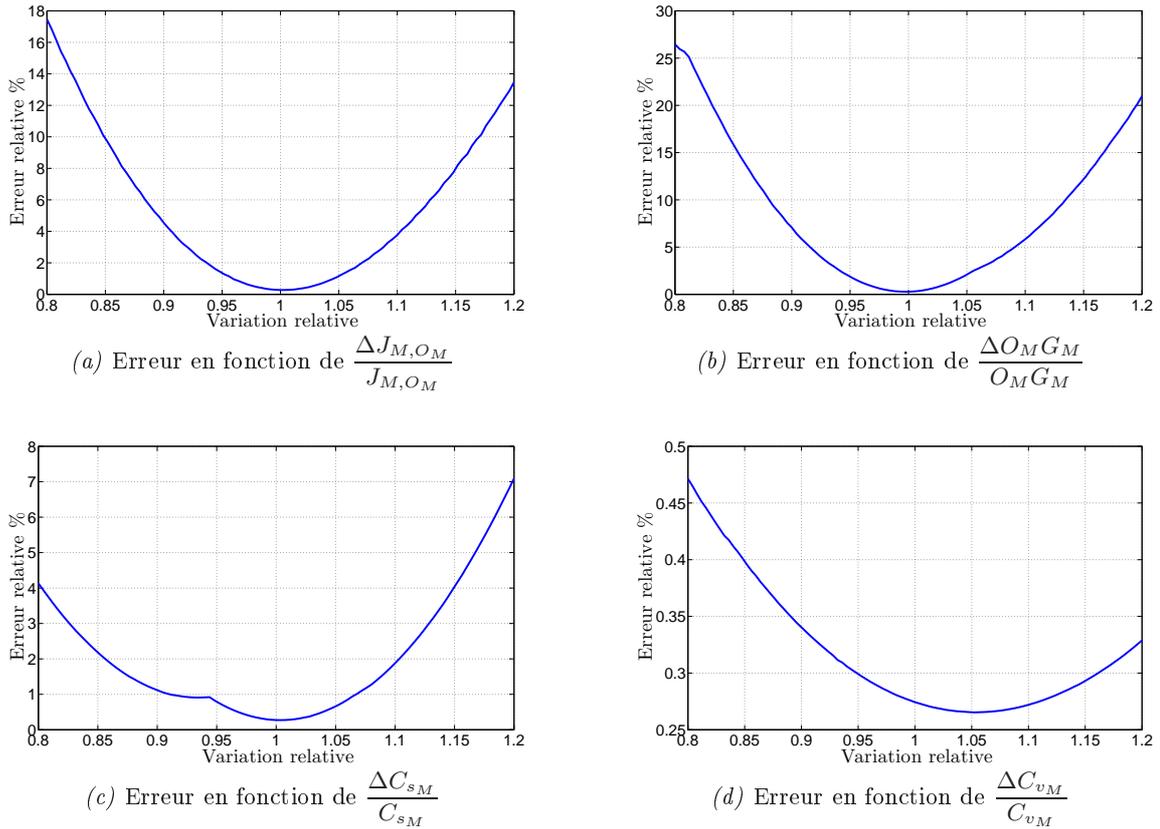


FIG. 3.17 – Évolution de l'erreur en fonction de la variation de 20% de chaque paramètre pris indépendamment

Nous constatons que les valeurs obtenues par optimisation pour  $J_{M,OM}$  et  $O_M G_M$  correspondent bien à des minima de la fonction coût (3.31). De plus, pour ces deux cas, l'erreur relative augmente considérablement avec la variation des paramètres. La procédure d'optimisation converge donc facilement vers le minimum global.

En ce qui concerne les couples de frottement, la courbe d'erreur liée au couple de frottement solide  $C_{sM}$  présente un minimum local proche de la valeur optimale. La procédure d'optimisation converge néanmoins vers le minimum global. Le couple de frottement visqueux  $C_{vM}$  influe peu sur le résultat global car une faible variation autour de sa valeur minimum introduit une très faible erreur relative.

## 2 IDENTIFICATION DES LIAISONS UNILATÉRALES

### 2.1 Modèle de compression du feutre (C. Brenon)

Des feutres de laine sont présents à plusieurs endroits dans la mécanique traditionnelle du piano à queue. Leur principale fonction est d'assurer des contacts unilatéraux sans chocs et d'éviter des discontinuités dans les efforts transmis. On aura ainsi des liaisons souples qui contribuent à un « toucher » agréable.

Nous considérerons que tous les feutres présents dans la mécanique possèdent les mêmes caractéristiques<sup>10</sup>. Notamment l'expression de la force de compression  $F$  en fonction de l'enfoncement du feutre  $x$  est donnée en fonction de trois paramètres par :

$$F = kx^r + b\dot{x}x^2 \quad (3.35)$$

Les valeurs numériques des paramètres du feutre de talon de chevalet seront utilisées pour tous les autres feutres lors de la simulation du système complet (voir chapitre 4). Nous exposons pour mémoire l'identification réalisée par Céline Brenon lors de son stage de DEA encadré par X. Boutillon[9]. La figure 3.18 présente un schéma du protocole expérimental.

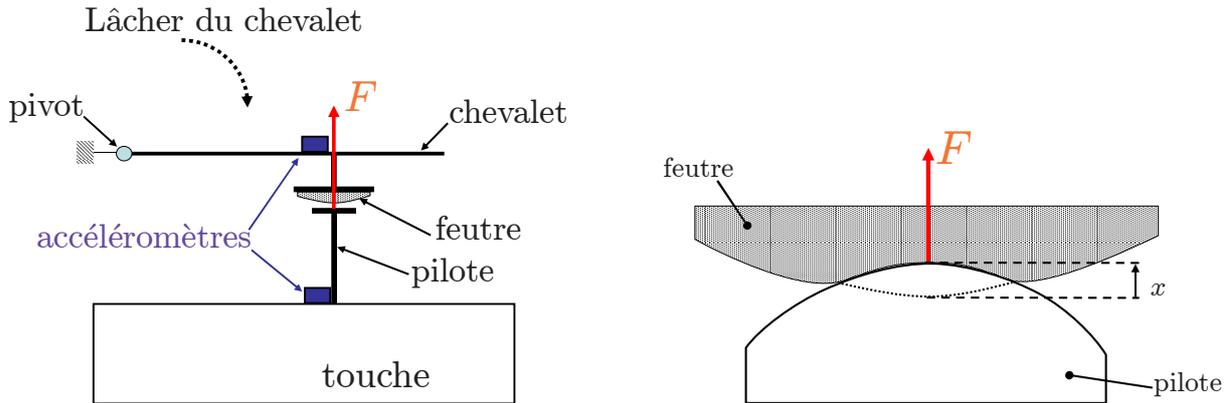


FIG. 3.18 – Protocole expérimental pour la mesure du comportement du feutre de talon de chevalet. Vue d'ensemble (gauche) et détail du contact (droite)

Le chevalet est lâché sans vitesse initiale d'une position quelconque. Sous l'hypothèse des petits angles durant le contact, le mouvement du chevalet est régi par l'équation :

$$m\gamma = mg + F_{T \rightarrow C} \quad (3.36)$$

avec  $\gamma(t)$  l'accélération du chevalet,  $m$  sa masse et  $F_{T \rightarrow C}(t)$  la force exercée par le pilote sur le chevalet. La mesure de l'accélération du chevalet et de celle de la touche permet d'obtenir l'enfoncement du feutre par double intégration numérique et recalage de l'origine. L'équation (3.36) permet de calculer la force due à la compression du feutre :

<sup>10</sup>D'après une conversation avec M. Eric Marandas facteur et réparateur de pianos.

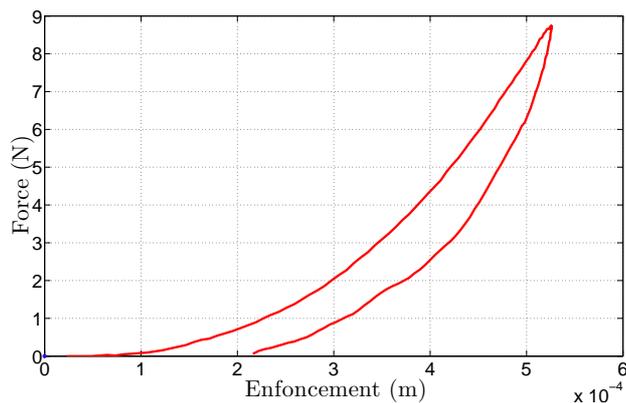


FIG. 3.19 – Force d’interaction pilote-chevalet en fonction de l’enfoncement du feutre de talon de chevalet (d’après [9])

Le comportement non linéaire de ces feutres de laine est bien connu de même que le caractère hystérétique lors du mouvement. C. Brenon [9] propose un modèle de composante dynamique aboutissant à une force de compression  $F$  en fonction de l’enfoncement du feutre  $x$  donnée par :

$$F = kx^r + b\dot{x}x^2 \quad (3.37)$$

Le premier terme correspond à la non-linéarité du feutre. Le second terme rend compte de l’hystérésis observée sur la figure 3.19. La figure 3.20 présente la comparaison entre la force mesurée et la force calculée.

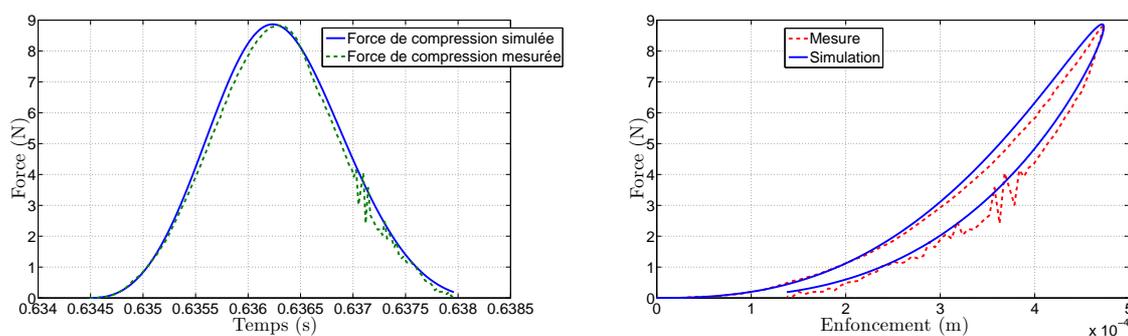


FIG. 3.20 – Comparaison expérimental-simulation pour la force de compression du feutre du talon de chevalet (d’après [9])

Les valeurs obtenues pour les paramètres sont (d’après [9]) :

$$\left\{ \begin{array}{l} k = 1.6 \times 10^{10} \\ r = 2.7 \\ b = 2 \times 10^7 \end{array} \right. \quad (3.38)$$

## 2.2 Modèle de contact du cuir de rouleau

Nous proposons d'utiliser pour le cuir du rouleau un modèle de compression (voir figure 3.21) de même type que celui du feutre, accompagné d'un modèle de frottement de type Coulomb. La force de contact est alors donnée par :

$$\begin{cases} F_n = k_R (z_R + z_{R0})^{r_R} + b_R \dot{z}_R (z_R + z_{R0})^2 \\ F_t = -\mu_R F_n \widehat{\theta}_R \end{cases} \quad (3.39)$$

avec  $k_R$ ,  $r_R$  et  $b_R$  coefficients du comportement en compression,  $R_0$  le rayon en position de repos,  $z_R = R_0 - R$  la compression dynamique du rouleau et  $z_{R0}$  sa compression statique.

### 2.2.1 Protocole expérimental

Le contact bâton-marteau semble essentiel dans le contrôle de la vitesse d'échappement du marteau ; il se fait par l'intermédiaire du rouleau, pièce cylindrique recouverte de cuir et solidaire du marteau (voir figure 3.13).

Lorsque le pianiste appuie sur la touche, celle-ci entraîne le chevalet et le bâton d'échappement. Le contact bâton-rouleau transmet le mouvement vers le marteau. Le contact impose une compression au cuir du rouleau et donc une force de contact normale qui est fonction de cet enfoncement. D'autre part, le marteau est contraint dans sa trajectoire par la liaison pivot avec le bâti. De même, le mouvement du bâton est gouverné par la liaison pivot bâton-chevalet et la liaison bâton-butée d'échappement selon la phase du mouvement. Il existe donc un mouvement relatif non nul au niveau du contact bâton-marteau. Ce déplacement sera accompagné par une force résistante, opposée au déplacement, issue du frottement bâton rouleau et proportionnelle à la force normale. Ces deux phénomènes sont responsables de la force d'interaction bâton-rouleau.

Cette procédure expérimentale vise donc à mesurer d'une part la position du point de contact entre le bâton et le rouleau à partir du mouvement de la mécanique et d'autre part, la force d'interaction bâton-rouleau. L'exploitation de ces données expérimentales permet de valider le modèle de comportement choisi et de déterminer la valeur des différents paramètres.

La figure 3.21 présente une photographie du dispositif expérimental.

Trois accéléromètres permettent de mesurer les mouvements respectifs du chevalet, du bâton et du marteau. Deux contacteurs donnent une indication booléenne de contact entre le bâton et le rouleau d'une part, le bâton et sa butée d'échappement d'autre part. Un capteur de force *ATI Mini40* mesure les 6 composantes de l'effort transmis par l'olive au bâti dont on déduit l'effort au contact bâton-rouleau. On neutralise l'action du levier de répétition et les mesures s'effectuent en appliquant un mouvement arbitraire à la touche, suffisant pour provoquer l'échappement du marteau.

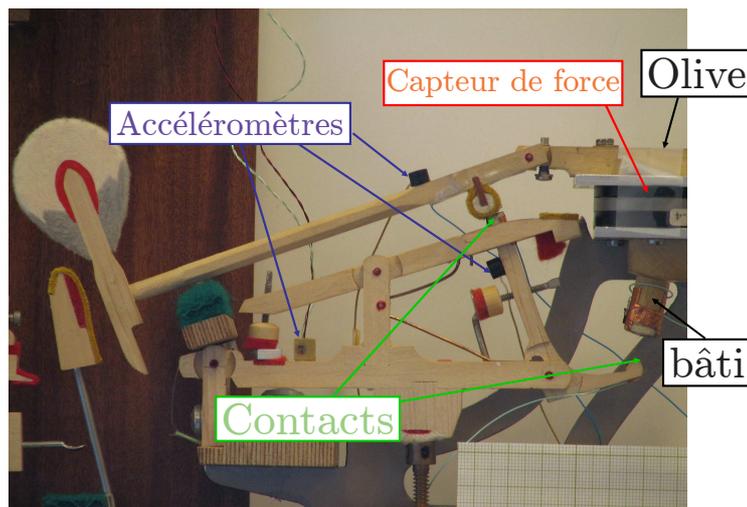


FIG. 3.21 – Photographie de l'instrumentation pour l'identification du contact bâton-rouleau

## 2.2.2 Traitement des données

### Détermination des mouvements et positions

Le mouvement de l'ensemble de la mécanique est déterminé à partir des mesures d'accélération du chevalet et du marteau.

Deux intégrations numériques suffisent à déterminer  $\theta_C$ ,  $\dot{\theta}_C$ ,  $\ddot{\theta}_C$ ,  $\theta_M$ ,  $\dot{\theta}_M$  et  $\ddot{\theta}_M$ , respectivement positions, vitesses et accélérations angulaires du chevalet et du marteau. Le mouvement commence à partir de la position d'équilibre de la mécanique, donc les vitesses angulaires initiales sont toutes nulles. Les valeurs des angles initiaux sont données par l'analyse de photographies de la mécanique en position de repos (tableau 2.2).

La figure 3.22 rappelle la définition des points géométriques utilisés dans la modélisation de la mécanique traditionnelle.

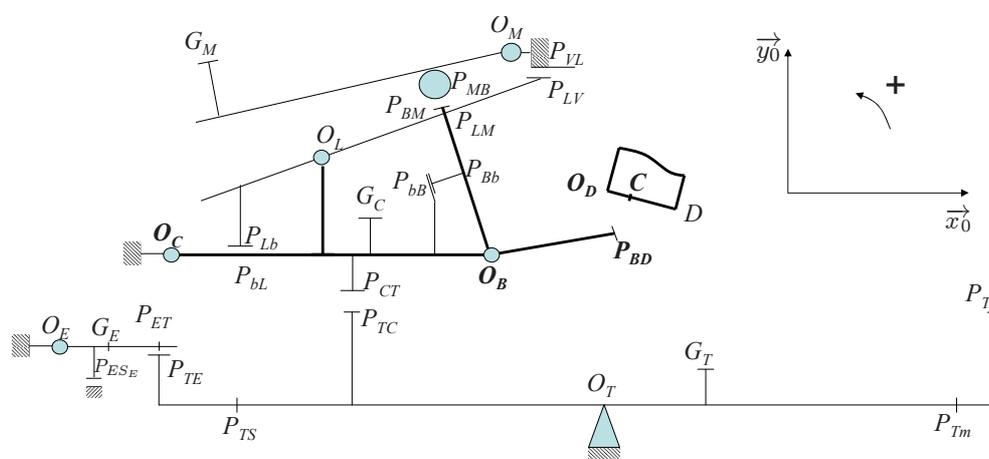


FIG. 3.22 – Points géométriques nécessaires à la modélisation de la mécanique traditionnelle du piano à queue (rappel)

La position du bâton d'échappement est déterminée grâce à la fermeture géométrique du système (cf. section 4.4 du chapitre 2). Pour simplifier, nous ferons l'hypothèse que la butée d'échappement et la butée de repos du bâton sont dures. La fermeture géométrique s'écrit alors :

$$\overrightarrow{O_C O_B} + \overrightarrow{O_B P_{BD}} + \overrightarrow{P_{BD} O_D} + \overrightarrow{O_D O_C} = \vec{0} \quad (3.40)$$

Cette équation donne en  $R_0$  un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} L_{OB} + L_{BD} - (d - \theta_D z_D) + L_{OC} - L_{OD} = 0 \\ \theta_C L_{OB} + L_{BD}(\theta_C + \theta_B) - (z_D + \theta_D d) + h_{OC} - h_{OD} = 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

Le contact est établi pour  $z_D = 0$ ; dans l'hypothèse d'une butée d'échappement dure, cette condition équivaut à une condition sur  $\theta_C$ . On obtient alors :

$$\begin{cases} \theta_B = \theta_{B0} & \text{pour } \theta_C \leq \theta_{C_c} \\ \theta_B = \frac{h_{OD} - h_{OC} - \theta_D(L_{OD} - L_{OC}) - (\theta_C - \theta_D)(L_{OB} + L_{BD})}{L_{BD}} & \text{pour } \theta_C > \theta_{C_c} \end{cases} \quad (3.42)$$

avec  $\theta_{C_c} = \frac{h_{OD} - h_{OC} - L_{BD}\theta_{B0} - \theta_D(L_{OD} - L_{OC} - L_{OB} - L_{BD})}{L_{OB} + L_{BD}}$ , position critique du chevalet qui impose le contact bâton-butée d'échappement.

Les équations de la section 4.5 du chapitre 2 donnent les expressions de  $\theta_R$  et de  $R$  qui explicitent la position du point de contact ainsi que la base locale de projection de la force de contact ( $\vec{T} = \vec{y}_R$ ;  $\vec{N} = -\vec{x}_R$ ).

### Détermination des forces

L'équilibre statique de l'olive donne la force (résultante  $\overrightarrow{F_{M \rightarrow o}}$  et moment  $M_{Moz\vec{z}}$ ) transmise par la liaison pivot du marteau à l'olive. La figure 3.23 définit les points et repères nécessaires à l'écriture de l'équilibre de l'olive.

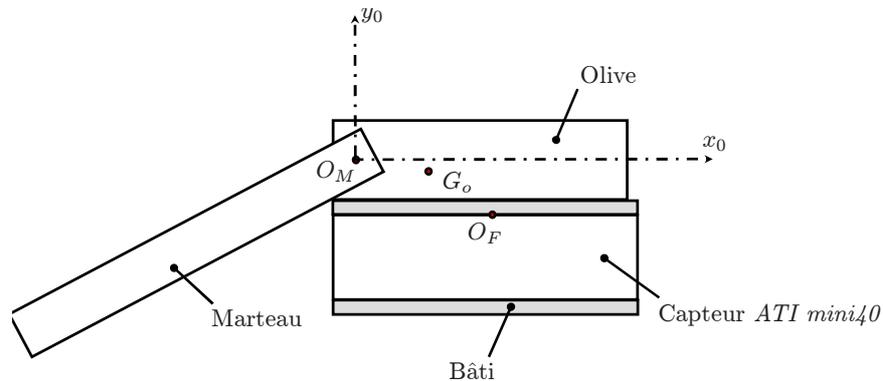


FIG. 3.23 – Montage du capteur d'effort ATIMini40

Le repère  $R_o$  lié à l'olive est centré sur  $O_M$  centre de rotation du marteau et orienté tel que  $\vec{x}_o = \vec{x}_0$  et  $\vec{y}_o = \vec{y}_0$ . Le point  $O_{G_o}$  est le centre de masse de l'olive, de coordonnées ( $L_{G_o} = 19.5$

mm ;  $h_{G_o} = -0.5$  mm) dans  $R_o$ . Le point  $O_F$  de mesure du capteur de force a pour coordonnées ( $L_{O_F} = 40$  mm ;  $h_{O_F} = -8.5$  mm) dans  $R_o$ . On note  $F_{x,y,z}$  les résultantes et  $M_{x,y,z}$  les moments mesurés par le capteur dans le repère  $R_o$ .

L'olive est soumise à son poids  $\vec{P}_o$ , à la force de liaison avec le marteau  $\vec{F}_{M \rightarrow o}$ , au couple de liaison  $M_{Moz} \vec{z}$  et à la force exercée par le capteur  $\vec{F}_{ati \rightarrow o}$ . L'application du principe fondamental de la mécanique donne :

$$\begin{aligned} F_{Mox} - F_x &= 0 \\ F_{Moy} - F_y - m_o g &= 0 \\ M_{Moz} - M_z - (L_{O_F} F_y - h_{O_F} F_x) - L_{G_o} m_o g &= 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

où  $m_o$  est la masse de l'olive.

La dynamique du marteau donne accès à la force de contact en fonction de la force mesurée par le capteur *ATI mini40*. Le marteau est soumis à son poids  $\vec{P}_M$ , à la force exercée par le bâton  $\vec{F}_{B \rightarrow M}$  et la force exercée par l'olive  $\vec{F}_{o \rightarrow M}$ . Le théorème de la résultante appliqué au marteau donne :

$$\begin{aligned} L_{G_M} (\dot{\theta}_M^2 \cos \theta_M - \ddot{\theta}_M \sin \theta_M) &= -F_{Mox} + F_{BMx} \\ L_{G_M} (\dot{\theta}_M^2 \sin \theta_M - \ddot{\theta}_M \cos \theta_M) &= -F_{Moy} - m_M g + F_{BM_y} \end{aligned} \quad (3.44)$$

On obtient ainsi la force de contact  $\vec{F}_{B \rightarrow M}$  dans  $R_0$  en fonction de la mesure de l'interaction olive-bâton et de  $L_{G_M}$  déterminé par la procédure d'optimisation décrite dans la section 1.3. ( $L_{G_M} = -O_M G_M$ )

La figure 3.24 présente la force de contact  $\vec{F}_{B \rightarrow M}$  projetée dans la base locale.

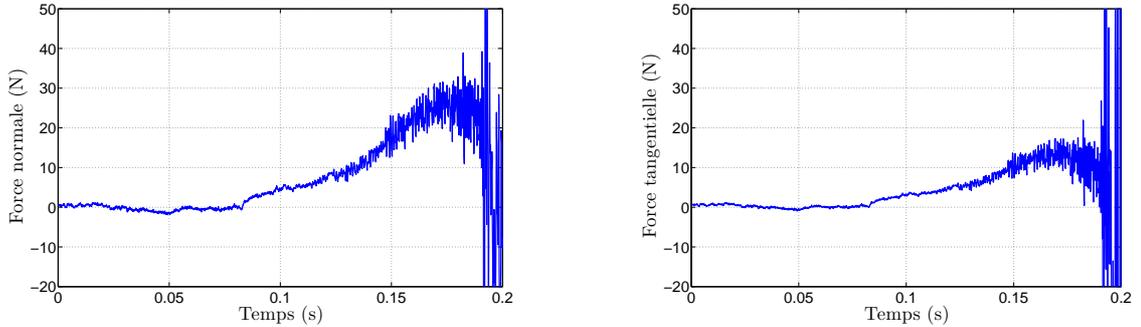


FIG. 3.24 – Mesure de la force de contact bâton-marteau. Force normale (à gauche) et force tangentielle (à droite)

Il est clair qu'un modèle simple pourra rendre compte de la relation entre la force normale et la force tangentielle.

### 2.2.3 Identification des paramètres

On identifie les quatre paramètres du modèle avec une optimisation par la méthode des moindres carrés. La figure 3.25 présente la comparaison entre les mesures expérimentales et le

résultat de l'optimisation donné dans la table 3.2.

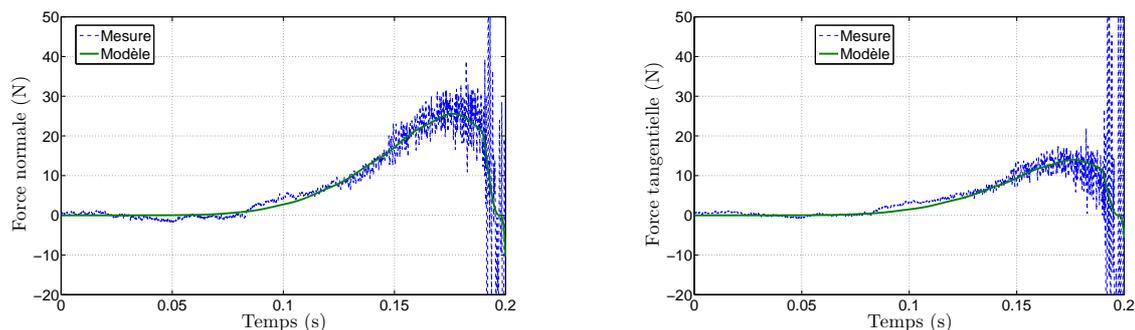


FIG. 3.25 – Comparaison mesures-simulation pour la force de contact bâton-rouleau. Force normale (à gauche) et force tangentielle (à droite)

Paramètre	Valeur	Unité
$k_R$	$7 \times 10^9$	uSI
$r_R$	3	
$b_R$	$10^3$	N.s.m <sup>-3</sup>
$\mu_R$	0.54	

TAB. 3.2 – Valeurs numériques pour les paramètres de la force de contact bâton-rouleau

### 3 AUTRES PARAMÈTRES

#### 3.1 Centres de masse et inerties

##### Centre de masse

Le centre de masse d'un corps peut être déterminé en le suspendant en deux points. L'équilibre des moments impose que le centre de masse se trouve sur la verticale pour tout jeu de deux points d'attache. La figure 3.26 présente le protocole de mesure.

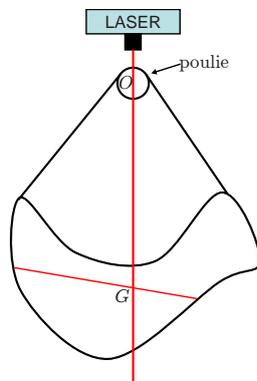


FIG. 3.26 – Protocole pour la mesure du centre de masse d'un corps

La verticale est donnée par un Laser préalablement réglé à l'aide d'un fil de plomb. Nous

suspendons successivement l'objet par deux jeux de deux points (les objets considérés sont de géométrie plane donc deux mesures sont suffisantes à déterminer complètement la position du centre de gravité). Le centre de masse se trouve alors à l'intersection des deux droites.

### Moment d'inertie

Le moment d'inertie est mesuré en suspendant chaque corps par un fil inextensible (supposé sans masse). Le moment d'inertie au centre de rotation du pendule ainsi formé est donné par :

$$J_O = mgl \left( \frac{T}{2\pi} \right)^2 \quad (3.45)$$

avec  $m$  la masse du corps,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $l$  la distance du centre de rotation au centre de masse et  $T$  la période du pendule. Le théorème de Huygens (3.46) donne alors le moment d'inertie au centre de gravité et en tout autre point du solide à géométrie plane considéré.

$$J_G = J_O - ml^2 \quad (3.46)$$

Cette procédure a permis d'identifier les valeurs de  $J_{C,O_C}$  et de  $J_{T,O_T}$  (tableau 2.3)

### 3.2 Ressorts de rappel

Le chevalet comporte trois ressorts de rappel : chevalet-bâti, chevalet-bâton d'échappement et chevalet-levier de répétition. (voir figure 3.27)

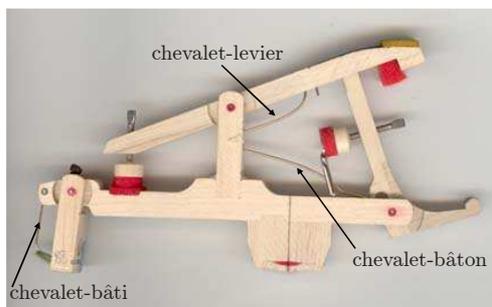


FIG. 3.27 – Photographie du chevalet

Le chevalet étant fixe par rapport au bâti, nous mesurons indépendamment la raideur de chaque ressort par l'intermédiaire d'un capteur de force à jauges *FGP Sensors FN3148*. Prenons l'exemple du ressort chevalet-levier. La figure 3.28 présente le protocole expérimental.

La vis micrométrique permet d'appliquer un déplacement quasi-statique connu au capteur de force suivant l'axe  $y_0$ . Le capteur entre en contact avec le levier de répétition au point  $P_m$ .

Le mouvement appliqué par la vis provoque la rotation du levier autour de son axe. On peut alors mesurer la force de rappel du ressort en fonction de l'angle  $\theta_L$ . Nous obtenons ainsi la caractéristique {couple de rappel - angle} pour le ressort levier-chevalet (voir figure 3.29).

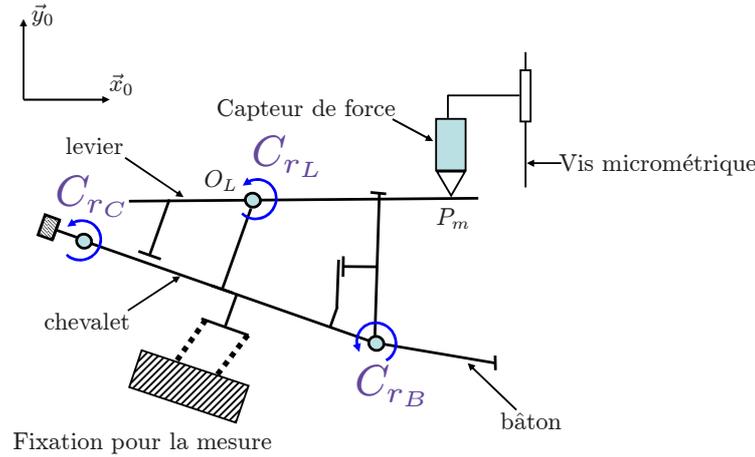


FIG. 3.28 – Protocole expérimental pour la mesure de la raideur des ressorts du chevalet

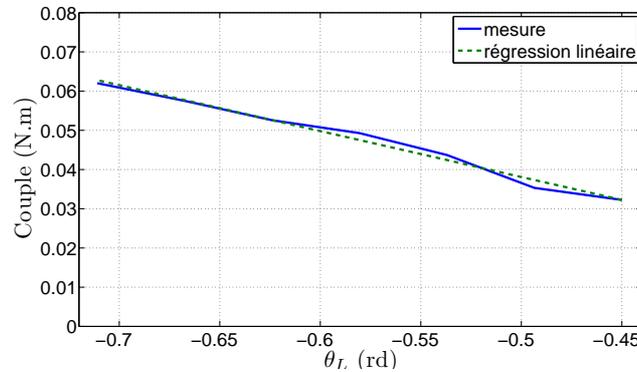


FIG. 3.29 – Caractéristique couple-angle du ressort de rappel chevalet-levier de répétition

Finalement en exploitant la pente et l'ordonnée à  $\theta_{L0}$  de cette caractéristique, on obtient facilement la raideur angulaire du ressort ainsi que l'angle au repos. Le tableau 3.3 présente un récapitulatif des caractéristiques des ressorts.

Ressort	Raideur angulaire (N.m.rd <sup>-1</sup> )	Angle de repos (rd.)
Chevalet-bâti	0.0355	0.4185
Chevalet-bâton	0.0299	0.98
Chevalet-levier	0.1171	0.725

TAB. 3.3 – Caractéristiques des ressorts de chevalet

## 4 RÉCAPITULATIF

Les différentes procédures d'identification décrites dans ce chapitre ont permis d'une part, de valider les hypothèses de comportement effectuées sur le comportement des différentes liaisons et d'autre part, de donner des valeurs numériques à tous les paramètres non géométriques du modèle décrit dans le chapitre 2.

En ce qui concerne les liaisons pivot, nous avons constaté que les liaisons faites avec des arbres en acier et des coussinets en feutre (marteau-bâti, chevalet-bâti, chevalet-bâton, chevalet-levier et étouffoir-bâti) ainsi que la liaison entre la touche et le bâti (pointe de balancier) introduisent un couple de frottement bien décrit par la loi de Coulomb solide et visqueux :  $C_s \widehat{\dot{\theta}}_M + C_v \dot{\theta}_M$  avec  $C_s$  le couple de frottement solide et  $C_v$  le coefficient de viscosité.

Pour les liaisons acier-feutre, le comportement de la liaison marteau-bâti est considéré comme référence pour les autres liaisons et a été identifié par une procédure d'optimisation en moindres carrés. L'étude des résidus vis-à-vis de chaque paramètre pris indépendamment a montré la bonne convergence de la minimisation.

Dans le cas de la liaison touche-bâti, nous avons utilisé une méthode d'analyse modale sans transformée de Fourier pour extraire l'accélération de corps rigide de la mesure. Cette accélération reconstituée nous a permis de calculer le couple résistant.

Par ailleurs, en ce qui concerne les contacts unilatéraux, les travaux de C. Brenon proposent un modèle de compression du feutre qui donne des résultats satisfaisants pour le contact entre le pilote et le chevalet. Nous considérons que tous les autres feutres de la mécanique ont un comportement similaire.

La modélisation du contact entre le bâton et le rouleau est essentiel pour le calcul de la réponse du système. Nous avons choisi un modèle de compression similaire à celui du feutre de laine couplé avec un modèle de frottement de Coulomb pour tenir compte de la force tangentielle. Ce comportement est en accord avec les mesures effectuées. Les quatre paramètres du modèle ont été identifiés par optimisation en moindres carrés.

Nous avons ainsi validé les lois de comportement des différentes liaisons et identifié les paramètres de ces lois. Nous avons également présenté deux procédures qui permettent d'identifier de manière expérimentale les paramètres dynamiques (inertie et centre de masse) et les paramètres des ressorts de rappel.

La table 2.3 présente un récapitulatif de tous les paramètres non géométriques identifiés. Ces valeurs numériques nous permettent de résoudre le modèle de comportement du système complet. La procédure de résolution et les résultats de simulation sont présentés dans le chapitre 4.



## Chapitre 4

# Résolution et simulation du modèle de la touche traditionnelle

### Sommaire

---

1	Équations en régime statique et simplifications . . . . .	74
2	Méthode de résolution . . . . .	76
3	Implémentation numérique sous Simulink . . . . .	81
4	Résultats de simulation et discussion . . . . .	83
5	Synthèse et perspectives . . . . .	85

---

La modélisation dynamique de la mécanique traditionnelle du piano poursuit deux objectifs : la compréhension des facteurs responsables du toucher (étude ultérieure à cette thèse) et la prédiction de la réponse du système en connaissant soit la force appliquée soit le mouvement imposé à la touche par le pianiste.

Afin d'atteindre ces deux objectifs il est indispensable de résoudre numériquement le modèle exposé dans le chapitre 2 en utilisant les paramètres et les lois de comportement identifiés dans le chapitre 3.

Dans le cadre de ce travail, nous utiliserons cette simulation dynamique comme modèle virtuel pour le contrôle de l'interface haptique qui sera présentée dans le chapitre 6. Nous choisissons donc de calculer la force d'interaction  $\overrightarrow{F_{a \rightarrow T}}$  entre le pianiste et la touche en fonction du mouvement imposé par le pianiste. Nous faisons précéder le calcul du régime dynamique de la résolution en régime statique, à la limite du mouvement.

Nous présenterons ensuite l'implémentation sous *Matlab/Simulink* et les résultats de la simulation numérique.

## 1 ÉQUATIONS EN RÉGIME STATIQUE ET SIMPLIFICATIONS

Pour le calcul du régime dynamique, il est nécessaire de connaître les expressions des forces en l'absence de mouvement, juste au début d'un mouvement quasi-statique.

Les valeurs initiales des déformations des feutres pourraient être considérées comme les solutions des équations, en régime statique. Pour les trois feutres « talon de chevalet », « butée d'échappement », « rouleau de marteau », il faudrait ainsi utiliser respectivement la fermeture géométrique du système « touche-feutre-chevalet », « chevalet-bâton-feutre-butée » et « chevalet-bâton-feutre-marteau ». Une erreur faible sur les mesures géométriques se répercuterait de manière importante sur l'estimation de la déformation initiale du feutre et par conséquent sur les valeurs des forces en régime dynamique. Cette hyper-sensibilité aux incertitudes sur les mesures géométriques nous conduit à proposer une approche légèrement différente :

- dans les équations de fermeture géométrique, on compte la déformation  $z_i$  de chaque feutre à partir de sa déformation en régime statique, considérée comme négligeable ;
- à partir des forces  $F_{i0}$  calculées en régime statique, on évalue la compression correspondante  $z_{i0}$  de chaque feutre (équation 2.11) ;
- dans l'expression des forces de liaison (équation 2.10), on considère que la compression de chaque feutre est la somme de cette compression initiale et de la déformation.

L'équation (2.34) écrite en position de repos donne le couple exercé par la butée de blocage en régime statique :

$$C_{b_{B0}} = - [L_{BM} - h_{BM}(\theta_{B0} + \theta_{C0})] F_{MB_{y0}} + [L_{BM}(\theta_{B0} + \theta_{C0}) + h_{BM}] F_{MB_{x0}} - C_{s_B}^* + k_B(\theta_{B0} - \theta_{Br}) \quad (4.1)$$

où  $C_{s_B}^*$  est un couple de frottement indéterminé compris entre  $-C_{s_B}$  et  $C_{s_B}$ .

De même, l'équation (2.39) écrite en position de repos donne le couple exercé par la butée de blocage du levier de répétition en régime statique :

$$C_{bL_0} = -[l_0 - h_{LM}(\theta_{L_0} + \theta_{C_0})] F_{MLy_0} + [l_0(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}) + h_{LM}] F_{MLx_0} - C_{s_L}^* + k_L(\theta_{L_0} - \theta_{L_r}) \quad (4.2)$$

avec  $C_{s_L}^* \in [-C_{s_L}; C_{s_L}]$ .

Puis l'équation (2.42) donne l'expression de  $F_{bLx_0}$  et  $F_{bLy_0}$  :

$$\begin{aligned} F_{bLx_0} &= -\theta_{C_0} \frac{C_{bL_0}}{L_{LC} - (\theta_{L_0} + \theta_{C_0})h_{LC} + \theta_{C_0}(L_{LC}(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}) + h_{LC})} \\ F_{bLy_0} &= \frac{C_{bL_0}}{L_{LC} - (\theta_{L_0} + \theta_{C_0})h_{LC} + \theta_{C_0}(L_{LC}(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}) + h_{LC})} \end{aligned} \quad (4.3)$$

On utilise les identités  $F_{XY} = -F_{YX}$  et on utilise les inégalités suivantes valables au seuil du mouvement :  $\widehat{\theta}_T < 0$ ,  $\widehat{\theta}_C > 0$ ,  $\widehat{\theta}_B < 0$ ,  $\widehat{\theta}_M < 0$ ,  $\widehat{\theta}_L < 0$ . Les équations (2.16) p. 28, (2.22), (2.32), (2.33), (2.37) et (2.38), deviennent alors respectivement :

$$F_{aTy_0} = \frac{+m_T g(L_{GT} - \theta_{T_0} h_{GT}) + F_{TCy_0}(L_{TC} - \theta_{T_0} h_{TC}) - C_{sT}}{L_{Ta} - \theta_{T_0} h_{Ta}} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} F_{TCy_0} &= -\frac{1}{L_{CT} - \theta_{C_0} h_{CT}} [-m_C g(L_{GC} - \theta_{C_0} h_{GC}) \\ &+ (F_{BCy_0} - F_{BCx_0} \theta_{C_0}) L_{OB} + F_{LCy_0}(L_{OL} - h_{OL} \theta_{C_0}) - F_{LCx_0}(L_{OL} \theta_{C_0} + h_{OL}) \\ &+ F_{Lby_0}(L_{bL} - h_{bL} \theta_{C_0}) - F_{Lbx_0}(L_{bL} \theta_{C_0} + h_{bL}) + \frac{C_{bB0}}{h_{Bb}}(\theta_{B_0} L_{bB} - h_{bB}) \\ &- C_{sC} - k_C(\theta_{C_0} - \theta_{C_r})] \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$F_{BCx_0} = F_{MBx_0} - \frac{C_{bB0}}{h_{Bb}} \quad (4.6)$$

$$F_{BCy_0} = F_{MBy_0} - (\theta_{C_0} + \theta_{B_0}) \frac{C_{bB0}}{h_{Bb}} \quad (4.7)$$

$$F_{LCx_0} = F_{MLx_0} + F_{bLx_0} \quad (4.8)$$

$$F_{LCy_0} = F_{MLy_0} + F_{bLy_0} \quad (4.9)$$

Les composantes de la force exercée par le marteau sur le bâton et sur le levier s'obtiennent à partir du modèle des liaisons bâton-marteau et levier-marteau, en considérant que l'on est à la limite du mouvement (ce qui assure  $\dot{\theta}_R > 0$  et  $\dot{i} > 0$ ) et en prenant en compte l'équation (2.44) p. 34. On obtient cinq équations sur six inconnues :

$$-\sin(\theta_{M_0} + \theta_{R_0}) F_{MBx_0} + \cos(\theta_{M_0} + \theta_{R_0}) F_{MBy_0} = -\mu_R F_{n_{B0}} \quad (4.10)$$

$$\cos(\theta_{M_0} + \theta_{R_0}) F_{MBx_0} + \sin(\theta_{M_0} + \theta_{R_0}) F_{MBy_0} = F_{n_{B0}} \quad (4.11)$$

$$F_{MLx_0} + (\theta_{L_0} + \theta_{C_0}) F_{MLy_0} = -\mu_L F_{n_{L0}} \quad (4.12)$$

$$(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}) F_{MLx_0} - F_{MLy_0} = F_{n_{L0}} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} -(L_{MB} \theta_{M_0} + h_{MB}) F_{MBx_0} + (L_{MB} - h_{MB} \theta_{M_0}) F_{MBy_0} \\ -(L_{MB} \theta_{M_0} + h_{MB}) F_{MLx_0} + (L_{MB} - h_{MB} \theta_{M_0}) F_{MLy_0} = -m_M g L_{GM} + C_{sM} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Dans une mécanique bien réglée, c'est le levier de répétition qui soutient le marteau au repos et un intervalle infime existe entre le sommet du bâton et le rouleau. L'indétermination sur le système précédent est donc levée en considérant  $F_{n_{B0}} = 0$ ,  $F_{MBx_0} = 0$  et  $F_{MB y_0} = 0$ . Il reste trois équations sur trois inconnues :  $F_{n_{L0}}$ ,  $F_{MLx_0}$  et  $F_{MLy_0}$ . En éliminant  $F_{n_{L0}}$ , on obtient le système de deux équations et deux inconnues :

$$(1 + \mu_L(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}))F_{MLx_0} + (\theta_{L_0} + \theta_{C_0} - \mu_L)F_{MLy_0} = 0 \quad (4.15)$$

$$-(L_{MB}\theta_{M_0} + h_{MB})F_{MLx_0} + (L_{MB} - h_{MB}\theta_{M_0})F_{MLy_0} = -m_M g L_{G_M} + C_{s_M} \quad (4.16)$$

que l'on résout en :

$$\Delta = (\theta_{L_0} + \theta_{C_0} - \mu_L)(L_{MB}\theta_{M_0} + h_{MB}) + (1 + \mu_L(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}))(L_{MB} - h_{MB}\theta_{M_0}) \quad (4.17)$$

$$F_{MLx_0} = \frac{-(\theta_{L_0} + \theta_{C_0} - \mu_L)(-m_M g L_{G_M} + C_{s_M})}{\Delta} \quad (4.18)$$

$$F_{MLy_0} = \frac{(1 + \mu_L(\theta_{L_0} + \theta_{C_0}))(-m_M g L_{G_M} + C_{s_M})}{\Delta} \quad (4.19)$$

## 2 MÉTHODE DE RÉOLUTION

Le système comprend six degrés de liberté (touche, étouffoir, chevalet, bâton, levier, marteau) dont deux (le bâton et le levier) considérés sans inertie<sup>1</sup>. Les variables d'espace correspondantes  $\theta_T$ ,  $\theta_E$ ,  $\theta_C$ ,  $\theta_B$ ,  $\theta_L$  et  $\theta_M$  sont donc régies par six équations différentielles du second ordre, couplées, non linéaires. Ces équations sont (2.20), (2.25), (2.22), (2.34), (2.39) et l'équation (2.44).

Les couplages entre

- touche et chevalet (par (a) le feutre de talon de chevalet),
- touche et étouffoir (par (b) le feutre de contact porté par la touche),
- chevalet et bâton (par (c) la liaison pivot sans frottement et par (d) la butée de repos au début du mouvement),
- bâton et bâti (par (e) la butée d'échappement) en fin de mouvement,
- bâton et marteau (par (f) le cuir de rouleau de marteau),
- chevalet et levier (par (g) la liaison pivot et par (h) la butée de repos au début du mouvement),
- levier et bâti (par (i) la vis de chute) en fin de mouvement,
- levier et marteau (par (j) le cuir de rouleau de marteau),

font respectivement intervenir :

- les grandeurs d'espace  $z_P$ ,  $z_E$ ,  $z_b$  (en début de mouvement) et  $z_D$  (en fin de mouvement),  $z_{bL}$  (en début de mouvement) puis  $z_V$  (en fin de mouvement),  $R_L$  et  $l$ ,  $R$  et  $\theta_R$ , déductibles

---

<sup>1</sup>En effet, l'inertie du bâton d'échappement et du levier de répétition sont très faibles (rapport  $\frac{1}{100}$ ) par rapport à l'inertie de la touche ou du marteau

par les fermetures géométriques (2.47),(2.49), (2.53), (2.60), (2.77), (2.84), (2.88), (2.68) et (2.70).

– les forces ou couples issus de lois de couplage

- \* (a)  $F_{TCy}$  avec (2.48),
- \* (b)  $F_{TEy}$  avec (2.52),
- \* (c)  $F_{BCx}$  et  $F_{BCy}$  avec (2.32) et (2.33)
- \* (d)  $C_{b_B}$  avec (2.55) en début de mouvement,
- \* (e)  $F_{DBx}$  et  $F_{DBy}$  avec (2.65) et (2.63) en fin de mouvement,
- \* (f)  $F_{MBx}$  et  $F_{MBy}$  avec les deux équations (2.76),
- \* (g)  $F_{LCx}$  et  $F_{LCy}$  avec (2.37) et (2.38),
- \* (h)  $C_{b_L}$  avec (2.79) en début de mouvement,
- \* (i)  $F_{VLy}$  avec (2.85) en fin de mouvement,
- \* et (j)  $F_{MLx}$  et  $F_{MLy}$  avec les deux équations (2.91).

Le système comporte donc 25 inconnues et équations en début de mouvement, 26 en fin de mouvement. Pour la résolution, nous considérons toutes les variables impliquées soit 31 inconnues et 31 équations comme suit.

Les degrés de liberté sont couplés de sorte que la dynamique de chacun fait intervenir la force exercée par chacun de ses voisins. Il s'ensuit un schéma de résolution où l'on peut effectuer successivement le calcul explicite des forces et celui des mouvements. En fonction de l'économie du calcul, on peut utiliser les équations de mouvement pour obtenir les positions des pièces mobiles et les équations de liaison pour obtenir les forces ou l'inverse.

L'objectif de ce modèle est de calculer la force  $-F_{a \rightarrow T}$  ressentie par l'utilisateur en fonction du mouvement  $\theta_T(t)$  de la touche, considéré comme connu (par la mesure, par exemple). On réécrit donc l'équation (2.20) : dans le premier membre apparaissent successivement les termes en  $\theta_T(t)$  puis le terme de couplage (à  $\theta_C$ ) en  $F_{TCy}$ , puis le terme de couplage (à  $\theta_E$ ) en  $F_{TEy}$ , puis des termes constants ou connus. En substituant  $F_{TCy}$  à  $-F_{CTy}$  et  $F_{TEy}$  à  $-F_{ETy}$ , l'équation s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{L_{Ta} - \theta_T h_{Ta}} [J_{T,O_T} \ddot{\theta}_T + C_{v_T} \dot{\theta}_T + (F_{mTy} h_{Tm} - m_T g h_{GT}) \theta_T \\
 & \quad + F_{TCy} (L_{TC} - h_{TC} \theta_T) \\
 & \quad + F_{TEy} (L_{TE} - h_{TE} \theta_T) \\
 & \quad + m_T g L_{GT} - F_{mTy} L_{Tm} + C_{s_T} \widehat{\theta}_T] = F_{aTy}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Les forces  $F_{ETy}$  et  $F_{mTy}$  sont nulles pour  $\theta_T < \theta_{TE}$  et  $\theta_T < \theta_{Tm}$  respectivement.

La résolution de cette équation demande la connaissance des termes de couplage  $F_{TCy}$  et  $F_{TEy}$ .

$F_{TEy}$  est donné par les équations de liaison (2.49) et (2.10) relative au feutre d'étouffoir. On calcule l'enfoncement du feutre à partir des variations des positions angulaires de la touche et de l'étouffoir :

$$\boxed{z_E(\theta_T, \theta_E) = (\theta_T - \theta_{T_E})L_{TC} - (\theta_E - \theta_{E_0})L_{CT}} \quad (4.21)$$

$$\boxed{\begin{aligned} F_{TEy} &= k_P z_E^{r_P} + b_P \dot{z}_E z_E^2 \\ \text{et } F_{TEy} &\geq 0 \quad \text{pour respecter le contact unilatéral} \end{aligned}} \quad (4.22)$$

La position de l'étauoir  $\theta_E$  résulte de la résolution de l'équation différentielle régissant son mouvement  $\boxed{(2.25)}$ .

$F_{TCy}$  est donné par les équations de liaison (2.47) et (2.10) relatives au feutre de talon de chevalet. On prend en compte sa précontrainte  $z_{P0}$  (calculée à partir de  $F_{TCy0}$ ) et on calcule son enfoncement à partir des variations des positions (angulaires) de la touche et du chevalet :

$$\boxed{z_P(\theta_T, \theta_C) = (\theta_T - \theta_{T_0})L_{TC} - (\theta_C - \theta_{C_0})L_{CT}} \quad (4.23)$$

$$\boxed{F_{TCy} = k_P(z_{P0} + z_P)^{p_P} + b_P \dot{z}_P(z_{P0} + z_P)^2} \quad (4.24)$$

La position  $\theta_C$  du chevalet résulte de la solution de l'équation différentielle de son mouvement (2.22). En substituant  $-F_{bB}$  à  $F_{Bb}$ , en utilisant les coordonnées de  $F_{bB}$  données par le système (2.31) et en tenant compte de l'hypothèse des petits angles, on la réécrit en portant au second membre les termes cinématiques, les termes de couplage et les termes constants :

$$\boxed{\begin{aligned} J_{C,O_C} \ddot{\theta}_C &= -C_{v_C} \dot{\theta}_C - C_{s_C} \widehat{\theta}_C + (m_C g h_{G_C} - k_C) \theta_C \\ &+ \frac{C_{b_B}}{h_{Bb}} (\theta_B L_{bB} - h_{bB}) + F_{Lby} (L_{bL} - h_{bL} \theta_C) - F_{Lbx} (L_{bL} \theta_C + h_{bL}) \\ &+ F_{LCy} (L_{OL} - h_{OL} \theta_C) - F_{LCx} (L_{OL} \theta_C + h_{OL}) + (F_{BCy} - F_{BCx} \theta_C) L_{OB} \\ &+ F_{TCy} (L_{CT} - \theta_C h_{CT}) \\ &- m_C g L_{G_C} + k_C \theta_C \end{aligned}} \quad (4.25)$$

$F_{bLx}$  et  $F_{bLy}$  sont données en fonction de  $C_{b_L}$  par le système (2.42).

Une résolution numérique possible consiste à calculer  $\theta_C$  et  $\dot{\theta}_C$  par intégration des valeurs précédentes de  $\ddot{\theta}_C$ .

L'ensemble de l'équation différentielle régissant le mouvement du bâton (eq. 2.34) et de la fermeture géométrique chevalet-bâton-butée de repos ou d'échappement (eq. (2.53) ou (2.60)) et

de la condition de basculement d'un contact à l'autre donnent les inconnues  $\theta_B$ ,  $C_{b_B}$  et  $z_D$  :

$$\begin{array}{l}
 C_{v_B} \dot{\theta}_B = [L_{BM} - h_{BM}(\theta_B + \theta_C)] F_{MB_y} - [L_{BM}(\theta_B + \theta_C) + h_{BM}] F_{MB_x} \\
 \quad + C_{b_B} + L_{BD} F_{DB_y} - L_{BD}(\theta_B + \theta_C) F_{DB_x} + C_{s_B} - k_B(\theta_B - \theta_{B_r}) \\
 z_b = h_{Bb}(\theta_B - \theta_{B_0}) \\
 \text{et } z_b \geq 0 \\
 C_{b_B} = -h_{Bb} [k_b (z_b + z_{b0})^{p_b} + b_b \dot{z}_b (z_b + z_{b0})^2] \\
 \text{et } C_{b_B} \leq 0 \\
 z_D = h_{O_C} - h_{O_D} + \theta_D (L_{O_D} - L_{O_C}) + (\theta_C - \theta_D) (L_{O_B} + L_{BD}) - L_{BD} \theta_B \\
 \text{et } z_D \geq 0
 \end{array} \tag{4.26}$$

On calcule  $F_{DB_y}$  et  $F_{DB_x}$  à partir des équations  $\boxed{(2.63)}$  et  $\boxed{(2.65)}$  régissant le comportement du feutre de butée d'échappement (l'identité  $z_D \geq 0$  assurant automatiquement la condition de nullité de ces forces durant la première phase du mouvement). Pour éviter un problème de bouclage numérique dans ce calcul, il faut simplifier le comportement du feutre des butées de repos et d'échappement en ne tenant pas compte de leur hystérésis éventuel :  $b_b = b_D = 0$  ; cette approximation n'a évidemment aucune incidence pratique.

On obtient  $F_{BC_x}$  et  $F_{BC_y}$  à partir de (2.32) et (2.33), équations de la dynamique du bâton relatives à la résultante, en tenant compte de la nullité de  $\overrightarrow{F_{DB}}$  et de  $C_{b_B}$  durant respectivement la première et la deuxième phase du mouvement :

$$\begin{array}{l}
 F_{BC_x} = F_{MB_x} + F_{DB_x} - \frac{C_{b_B}}{h_{Bb}} \\
 F_{BC_y} = F_{MB_y} + F_{DB_y} - (\theta_C + \theta_B) \frac{C_{b_B}}{h_{Bb}}
 \end{array} \tag{4.27}$$

La résolution des grandeurs relatives au levier de répétition suit un chemin exactement parallèle à celui pris pour le bâton. L'ensemble de l'équation différentielle régissant le mouvement du levier (eq. 2.39) et de la fermeture géométrique chevalet-levier-butée de repos ou d'échappement (eq. (2.77) ou (2.84)) et de la condition de basculement d'un contact à l'autre, donnent les inconnues  $\theta_L$ ,  $C_{b_L}$  et  $z_V$  :

$$\begin{aligned}
C_{v_L} \dot{\theta}_L &= [l - h_{LM}(\theta_L + \theta_C)] F_{MLy} - [l(\theta_L + \theta_C) + h_{LM}] F_{MLx} \\
&\quad + L_{LV} F_{VLy} + C_{bL} - C_{s_L} \widehat{\theta}_L - k_L(\theta_L - \theta_{Lr}) \\
z_{bL} &= L_{bL}(\theta_L - \theta_{L0}) \quad \text{avec} \quad L_{bL} = \sqrt{L_{LC}^2 + h_{LC}^2} \\
\text{et} \quad z_V &\geq 0 \\
C_{bL} &= [L_{LC} - (\theta_L + \theta_C)h_{LC} + \theta_C(L_{LC}(\theta_L + \theta_C) + h_{LC})] \\
&\quad [k_b(z_{bL} + z_{bL0})^{r_b} + b_b z_{bL}(z_{bL} + z_{bL0})^2] \\
\text{et} \quad C_{bL} &\leq 0 \\
z_V &= h_{VL} - h_{OC} - L_{OL}\theta_C - h_{OL} - (\theta_C + \theta_L)(\theta_C h_{OL} + L_{VL} - L_{OC} - L_{OL}) \\
\text{et} \quad z_V &\geq 0
\end{aligned} \tag{4.28}$$

On calcule  $F_{VLy}$  à partir de l'équation (2.85) régissant le comportement du cuir de la vis de chute (l'identité  $z_V \geq 0$  assurant automatiquement la condition de nullité de ces forces durant la première phase du mouvement). Pour éviter un problème de bouclage numérique dans ce calcul, on simplifie le comportement du feutre des butées de repos et de vis de chute en ne tenant pas compte de leur hystérésis éventuel :  $b_{bL} = b_L = 0$  ; sans incidence quantitative appréciable.

On obtient  $F_{LCx}$  et  $F_{LCy}$  à partir des équations de la dynamique du levier relatives à la résultante, (2.37) et (2.38) en tenant compte de la nullité de  $\overrightarrow{F_{VL}}$  et de  $C_{bL}$  durant respectivement la première et la deuxième phase du mouvement :

$$\begin{aligned}
F_{LCx} &= F_{MLx} + F_{bLx} + F_{VLx} \\
F_{LCy} &= F_{MLy} + F_{bLy} + F_{VLy}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Les composantes  $F_{MBx}$  et  $F_{MBy}$  de la force de couplage bâton-marteau sont directement données par les deux équations (2.76), auxquelles il faut adjoindre les relations (2.68) et (2.70) exprimant la fermeture géométrique du contact bâton-rouleau. L'équation (2.68) sert uniquement à expliciter la valeur de  $\theta_R$ , sans que l'on utilise cette grandeur par ailleurs.

Les composantes  $F_{MLx}$  et  $F_{MLy}$  de la force de couplage entre le levier de répétition et le marteau sont données par les deux équations (2.91), auxquelles il faut adjoindre les relations de fermeture géométrique (2.88).

La dernière coordonnée à expliciter est  $\theta_M$ . Elle se calcule grâce à l'équation différentielle qui régit le mouvement du marteau (2.44) réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned}
J_{M,O_M} \ddot{\theta}_M &= (h_{MB}(F_{MBy} + F_{MLy}) + L_{MB}(F_{MBx} + F_{MLx}))\theta_M - C_{v_M} \dot{\theta}_M \\
&\quad - L_{MB}(F_{MBy} + F_{MLy}) + h_{MB}(F_{MBx} + F_{MLx}) \\
&\quad - m_M g L_{G_M} - C_{s_M} \widehat{\theta}_M
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Une résolution numérique possible consiste à calculer  $\theta_M$  et  $\dot{\theta}_M$  par intégration des valeurs précédentes de  $\ddot{\theta}_M$ .

### 3 IMPLÉMENTATION NUMÉRIQUE SOUS SIMULINK

Nous avons choisi d'implémenter la résolution numérique du modèle dynamique de la mécanique traditionnelle avec *Matlab/Simulink*. Cet outil de simulation permet de représenter les équations différentielles par des schémas blocs ce qui rend l'implémentation très aisée à partir des équations décrites dans la section 2.

Par ailleurs, la résolution du modèle de la mécanique traditionnelle doit être compatible avec le contrôle en temps réel de l'interface haptique donc nous ne pouvons pas utiliser des méthodes de résolution à pas variable.

Afin de réaliser une implémentation progressive du modèle complet, nous pouvons effectuer certaines simplifications. Une simplification consiste à considérer que la butée d'échappement, les butées de repos du levier et du bâton et la butée de vis de chute sont dures. Ceci entraîne les modifications suivantes :

#### Butée d'échappement

Le contact avec la butée d'échappement intervient lorsque  $\theta_C$  atteint la valeur critique  $\theta_{C_c}$  donnée par :

$$\theta_{C_c} = \frac{h_{O_D} - h_{O_C} - L_{BD}\theta_{B_0} - \theta_D(L_{O_D} - L_{O_C} - L_{O_B} - L_{BD})}{L_{O_B} + L_{BD}} \quad (4.31)$$

Lorsque le bâton atteint sa butée d'échappement, l'équation (2.60) devient :

$$\theta_B = \frac{h_{O_D} - h_{O_C} - \theta_D(L_{O_D} - L_{O_C}) - (\theta_C - \theta_D)(L_{O_B} + L_{BD}) + z_D}{L_{BD}} \quad (4.32)$$

qui donne directement  $\theta_B$  lorsque  $z_D \approx 0$ . Cette identité remplace l'équation de comportement (2.63) et  $F_{DB_y}$  est alors donnée par l'équation du moment du bâton, à laquelle on combine l'équation (2.65) :

$$F_{DB_x} = F_{DB_y}(\mu_D - \theta_D) \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} [1 + (\theta_B + \theta_C)(\theta_D - \mu_D)] L_{BD} F_{DB_y} = & - [L_{BM} - h_{BM}(\theta_B + \theta_C)] F_{MB_y} \\ & + [L_{BM}(\theta_B + \theta_C) + h_{BM}] F_{MB_x} \\ & + C_{s_B} \widehat{\theta_T} + C_{v_B} \dot{\theta}_B + k_B(\theta_B - \theta_{Br}) \end{aligned} \quad (4.34)$$

#### Butée de repos du bâton

Avant que le contact avec la butée d'échappement soit établi, une butée de repos dure permet de considérer que  $\theta_B = \theta_{B_0}$ . Le théorème du moment du bâton donne alors la valeur du couple de contact avec la butée de repos.

$$C_{b_B} = - [L_{BM} - h_{BM}(\theta_{B_0} + \theta_C)] F_{MB_y} + [L_{BM}(\theta_{B_0} + \theta_C) + h_{BM}] F_{MB_x} - C_{s_B} + k_B(\theta_{B_0} - \theta_{Br}) \quad (4.35)$$

### Butée de vis de chute

Dans une mécanique bien réglée, le levier de répétition et le bâton entrent en contact avec leurs butées respectives (vis de chute, doigt) au même instant donné par (4.31). Lorsque le levier de répétition atteint la vis de chute, l'équation (2.84) devient :

$$\theta_L = \frac{h_{VL} - h_{OC} - L_{OL}\theta_C - h_{OL} - \theta_C(\theta_C h_{OL} + L_{VL} - L_{OC} - L_{OL})}{\theta_C h_{OL} + L_{VL} - L_{OC} - L_{OL}} \quad (4.36)$$

qui donne directement  $\theta_L$  lorsque  $[z_L \approx 0]$ . Cette identité remplace l'équation de comportement (2.85) et  $F_{VLy}$  est alors donnée par l'équation du moment du levier :

$$F_{VLy} = -\frac{1}{L_{LV}} \left[ (l - h_{LM}(\theta_L + \theta_C)) F_{MLy} - (l(\theta_L + \theta_C) + h_{LM}) F_{MLx} - C_{sL} \widehat{\theta}_L - C_{vL} \dot{\theta}_L - k_L(\theta_L - \theta_{Lr}) \right]$$

### Butée de repos du levier de répétition

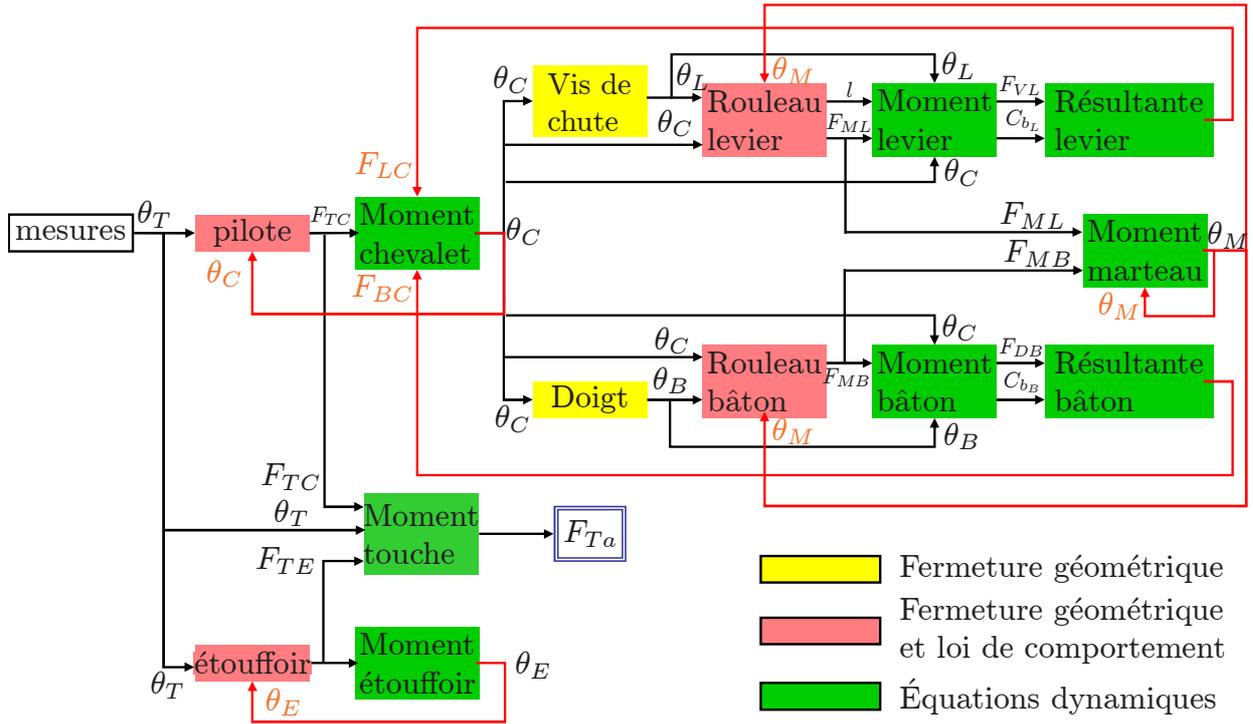
Pour  $\theta_C < \theta_{Ce}$ , le théorème du moment appliqué au levier de répétition donne la valeur du couple de contact avec la butée de repos :

$$C_{bL} = (l(\theta_L + \theta_C) + h_{LM}) F_{MLx} - (l - h_{LM}(\theta_L + \theta_C)) F_{MLy} + C_{sL} \widehat{\theta}_L + C_{vL} \dot{\theta}_L + k_L(\theta_L - \theta_{Lr}) \quad (4.37)$$

Dans le cadre de ces simplifications, le schéma de résolution implémenté sous *Simulink* est présenté sur la figure 4.1.

Afin de simplifier les notations utilisées dans la figure, les valeurs notées  $\theta_i$  correspondent à la position angulaire du corps  $i$  et ses dérivées, les forces notées  $F_{jk}$  correspondent à l'ensemble des composantes utiles de la force  $\overrightarrow{F_{j \rightarrow k}}$  dans le repère  $R_0$ .

À l'intérieur de chaque bloc, nous implémentons les équations décrites dans la section 2 (sauf pour les simplifications présentées ici). Ainsi à chaque instant la force d'interaction avec le pianiste  $F_{Ta}$  est calculée en fonction de la mesure du mouvement de la touche ( $\theta_T$  et ses dérivées).

FIG. 4.1 – Schéma d'implémentation du modèle simplifié sous *Simulink*

## 4 RÉSULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSION

Parmi les six degrés de liberté du système, le levier de répétition et l'étouffoir ne sont pas indispensables au fonctionnement du système dans la phase d'attaque de la note. Nous avons donc restreint l'implémentation sous *Simulink* aux quatre degrés de liberté indispensables (touche, chevalet, bâton d'échappement et marteau) en considérant la butée de repos du bâton et la butée d'échappement comme rigides.

Le comportement statique de la mécanique traditionnelle est réglé par le facteur de piano au moyen de la mesure du « poids de descente » et du « poids de remontée » (voir annexe A). Le poids de descente correspond au poids minimal qui doit être appliqué sur la touche de manière statique pour vaincre les frottements et amorcer le mouvement de descente. La touche pousse le chevalet jusqu'au contact entre le bâton d'échappement et sa butée d'échappement, position dans laquelle elle s'immobilise. À partir de cette position, on définit le poids de remontée comme le poids que la touche est capable de soulever dans son mouvement de retour à la position d'équilibre.

Habituellement, on règle le poids de descente entre 50 et 60 grammes et le poids de remontée entre 25 et 30 grammes<sup>2</sup>.

Avec les valeurs des paramètres mesurées sur une mécanique bien réglée, la résolution des équations décrites dans la section 1 à la position initiale et pour  $\theta_C = \theta_{C_c}$  donnent un poids de descente de 54.8 g et un poids de remontée de 28.5 g. Ce calcul valide en partie le modèle global

<sup>2</sup>Le poids de descente et de remontée permettent de vérifier les réglages de la mécanique (voir annexe A). Au besoin on peut modifier ces grandeurs par l'application de poids additionnels dans le corps de la touche.

de la mécanique traditionnelle.

Afin de comparer la simulation dynamique du modèle avec le comportement du système réel, nous appliquons un mouvement arbitraire à la touche traditionnelle en éliminant l'étouffoir et en neutralisant l'effet du levier de répétition. Nous mesurons l'accélération de la touche et celle du marteau ainsi que la force d'interaction entre la touche et l'utilisateur. L'accélération de la touche permet de calculer l'accélération angulaire qui sert de variable d'entrée à la simulation numérique. L'accélération du marteau donne par intégration numérique, la position angulaire du marteau  $\theta_M$ .

La figure 4.2 présente la comparaison entre les grandeurs calculées et mesurées. Le calcul pour des pas temporels de 0.1 ms.

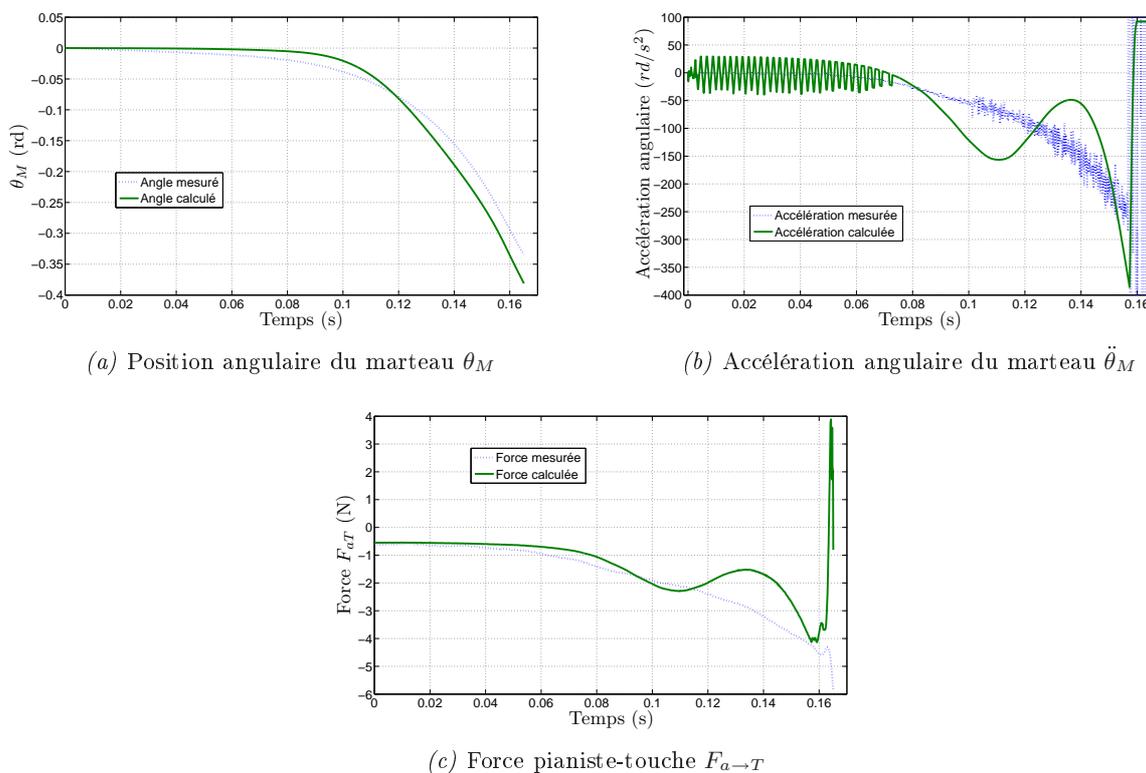


FIG. 4.2 – Comparaison simulation/mesure avec un pas de calcul temporel de 0.1 ms.

Dans les trois cas, les ordres de grandeur des variations calculées sont conformes aux mesures. La figure 4.2(a) montre un bon accord entre la mesure et la simulation de la position angulaire. Par contre, les figures 4.2(b) et 4.2(c) présentent une oscillation de grande amplitude dans la deuxième moitié du mouvement. Sur la figure 4.2(b), on constate une deuxième oscillation de plus haute fréquence et de faible amplitude dans la première moitié du mouvement.

Ces oscillations semblent provenir d'instabilités numériques dans la résolution du modèle. La figure 4.3 montre la comparaison mesure/simulation des mêmes grandeurs avec un pas de calcul de 1 ms.

La modification du calcul influe sur les oscillations observées ce qui tend à confirmer qu'il s'agit

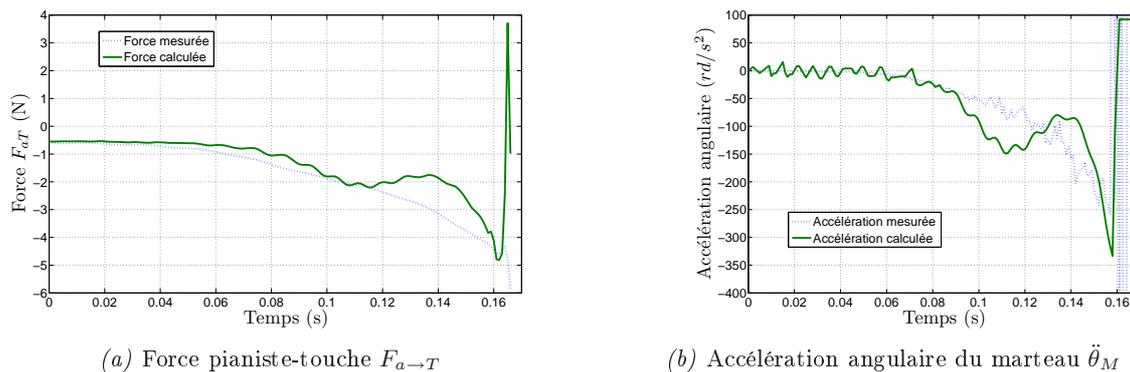


FIG. 4.3 – Comparaison simulation/mesure avec un pas de calcul temporel de 1 ms.

d'un artefact de calcul. D'une part, on constate une variation de l'amplitude et de la fréquence de l'oscillation de grande amplitude présente dans la deuxième moitié du mouvement. D'autre part, dans la figure 4.3(a), on observe l'apparition d'une oscillation de petite amplitude et dans la figure 4.3(b) on constate la modification de la fréquence et de l'amplitude de l'oscillation présente dans la première moitié du mouvement.

Les instabilités numériques sont aussi observées en appliquant une entrée nulle. La réponse du système réel serait une force constante. La figure 4.4 présente la réponse du modèle à une accélération de la touche nulle.

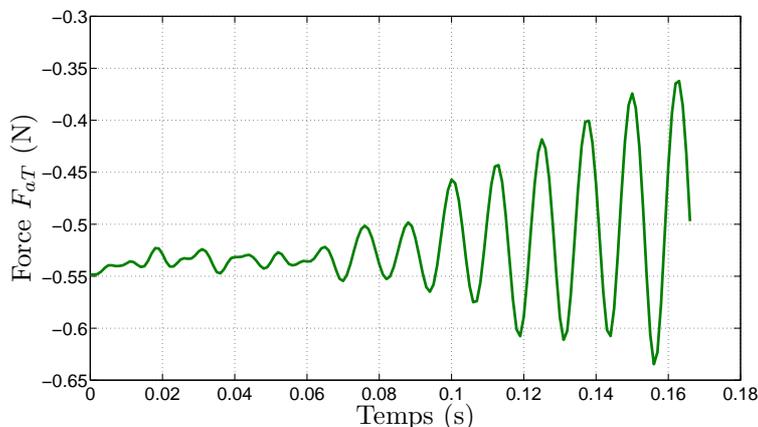


FIG. 4.4 – Réponse de la simulation à une accélération constante nulle avec un pas de calcul temporel de 1 ms.

On observe que la force calculée diverge au bout de 0.08 s ce qui confirme la présence d'instabilités numériques dans la résolution du modèle de la mécanique traditionnelle.

## 5 SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES

La résolution du modèle dynamique de la touche traditionnelle est nécessaire au contrôle de l'interface haptique car elle fournit la force d'interaction à émuler avec le frein contrôlé. Dans ce

chapitre nous avons détaillé la résolution du modèle dynamique établi dans le chapitre 2. Cette résolution utilise les paramètres identifiés dans le chapitre 3, qui présente aussi l'ensemble des procédures de caractérisation mises en œuvre pour vérifier les modèles élémentaires utilisés pour construire le modèle global de la mécanique traditionnelle.

Dans un premier temps, nous présentons le calcul de la réponse statique qui valide en partie le modèle global. Nous présentons également une synthèse des 31 inconnues et 31 équations du modèle et la procédure de résolution étape par étape. Les équations dynamiques permettent d'obtenir les variables de mouvement alors que les équations de couplage donnent les efforts transmis à chaque liaison.

Finalement, nous présentons aussi un modèle simplifié implémenté avec *Matlab/Simulink*. La comparaison entre la simulation et les mesures mettent en évidence des instabilités numériques qui restent à résoudre. Pour aboutir à une simulation du comportement de la mécanique traditionnelle, il faudra résoudre ces problèmes d'instabilité numérique et intégrer le comportement du levier de répétition et de l'étouffoir.

On pourra, alors, envisager de compléter le modèle et la simulation par le comportement du retour de la mécanique en position d'équilibre.

## Chapitre 5

# Contrôle de force par fluide magnéto-rhéologique (MR)

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Possibilités d'actionnement</b> . . . . .	<b>88</b>
1.1	Actionnement classique . . . . .	88
1.2	Actionneurs à base de matériaux actifs . . . . .	89
<b>2</b>	<b>Caractéristiques des fluides magnéto-rhéologiques (MR)</b> . . . . .	<b>92</b>
2.1	Principales caractéristiques d'un fluide MR . . . . .	92
2.2	Deux modes d'utilisation classiques . . . . .	94
2.3	Applications . . . . .	95
<b>3</b>	<b>Cisaillement du fluide MR par plaque mince</b> . . . . .	<b>96</b>
3.1	Protocole expérimental . . . . .	97
3.2	Cisaillement par plaque magnétique . . . . .	99
3.3	Le cisaillement par plaque amagnétique . . . . .	102
3.4	Proposition de structures remplaçant la plaque mince . . . . .	105

---

Pour concevoir une interface haptique capable de reproduire le comportement de la mécanique traditionnelle du piano, nous avons choisi un actionnement par fluide magnéto-rhéologiques. Ce chapitre présente dans un premier temps un aperçu des technologies d'actionnement existantes ainsi que leurs avantages et inconvénients pour notre application haptique. Nous détaillons ensuite le comportement du fluide MR et ses applications. Finalement, nous présentons le nouveau mode d'opération retenu pour l'interface haptique.

## 1 POSSIBILITÉS D'ACTIONNEMENT

L'objectif de cette section est de présenter brièvement les différentes technologies d'actionnement utilisables pour la conception de l'interface haptique avec leurs avantages et inconvénients pour notre application.

### 1.1 Actionnement classique

#### 1.1.1 Hydraulique

L'actionnement hydraulique utilise un fluide incompressible à haute pression pour générer des forces mécaniques à l'aide de systèmes de type piston pour l'actionnement linéaire ou pompe inversée pour l'actionnement rotatif. On peut obtenir de grandes puissances mécaniques, une haute précision et une grande raideur. Par contre, la bande passante est souvent faible à cause de l'inertie du fluide. Le fonctionnement des systèmes hydrauliques requiert un compresseur hydraulique et un réservoir, éléments volumineux et onéreux. L'encombrement et le coût des systèmes basés sur ce type d'actionnement le rend peu adapté à notre application.

#### 1.1.2 Pneumatique

Les actionneurs pneumatiques fonctionnent sur le même principe que les actionneurs hydrauliques, le fluide incompressible étant remplacé par de l'air. Les contraintes d'étanchéité et le volume global de l'installation sont réduits au détriment de la précision et des forces maximales. Les limitations en terme de précision font que ce mode d'actionnement n'est pas adapté à la réalisation d'une interface haptique pour claviers musicaux.

#### 1.1.3 Électrostatique

L'électrostatique concerne l'étude des interactions entre éléments chargés électriquement. Deux électrodes chargées séparées par une barrière non conductrice, s'attirent et génèrent ainsi une force qui varie selon le carré de la différence de potentiel entre les électrodes. Cet actionnement est couramment utilisé dans les MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) à cause de la simplicité de mise en œuvre à l'échelle microscopique. Les forces obtenues sont liées à la taille et au voltage d'alimentation, ce mode d'actionnement est donc difficilement applicable dans la conception d'interfaces haptiques grand public.

### 1.1.4 Électromécanique

C'est le mode d'actionnement le plus répandu dans les systèmes automatisés. Il est mis en œuvre dans toutes sortes de machines rotatives à courant continu ou alternatif ainsi que dans des actionneurs linéaires. Ceux-ci peuvent être électrodynamiques, électromagnétiques ou à réluctance variable.

Les actionneurs électrodynamiques comprennent un aimant permanent, un circuit magnétique fixe et une bobine mobile. Ils sont utilisés dans des systèmes qui requièrent un positionnement précis sur une course faible.

Les actionneurs électromagnétiques comprennent une bobine fixe et un aimant permanent mobile. Leur principal avantage est d'avoir une position d'équilibre en l'absence de courant. En revanche, l'aimant permanent augmente considérablement l'inertie des parties mobiles ce qui limite la réponse dynamique.

Les actionneurs à réluctance variable ne comportent pas d'aimants permanents : la force est liée (de façon non linéaire) au courant qui traverse la bobine. Ils sont de conception simple mais possèdent un faible rendement lorsqu'ils sont de taille réduite.

Tous ces actionneurs présentent de bonnes bandes passantes et de bonnes caractéristiques force-déplacement. En revanche, obtenir des forces conformes aux spécifications de notre application haptique, demande un volume d'actionneur trop important. Par ailleurs, la stabilité peut s'avérer difficile à assurer dans un contrôle dynamique.

## 1.2 Actionneurs à base de matériaux actifs

Les matériaux actifs sont des matériaux dont les propriétés physiques changent en fonction d'une excitation extérieure. En général, ils se déforment sous l'influence d'un champ électrique, magnétique ou d'un changement de température. Ils sont donc naturellement aptes à fournir un travail mécanique contrôlé par une grandeur extérieure. Le principal avantage vient du fait qu'une pièce de matériau actif peut remplacer un assemblage compliqué d'un système électromécanique. Ils permettent ainsi la conception d'actionneurs à encombrement réduit.

### 1.2.1 Céramiques piézoélectriques

Ce sont des céramiques qui se déforment dans une direction privilégiée sous l'action d'un champ électrique. Elles peuvent être utilisées comme actionneur ou comme capteur. Les principaux avantages de ces actionneurs sont la raideur, le temps de réponse (de l'ordre de la micro seconde), la résolution et la génération de niveaux de force élevés (plusieurs dizaines de kN). Malgré cela, la faible amplitude de mouvement (typiquement 0.015% de la longueur totale de l'actionneur) et les tensions d'excitation de l'ordre de 100V les rendent peu adaptés à la réalisation d'une interface haptique pour claviers musicaux. Les céramiques piézoélectriques ont été récemment couplées à des systèmes d'amplification mécanique pour obtenir de plus grands déplacements au détriment

des forces maximales [15]. Ces amplificateurs mécaniques sont souvent encombrants.

### 1.2.2 Alliages à mémoire de forme

L'effet mémoire de forme repose sur la transformation de phase martensite-austenite d'un alliage métallique ( $NiTi$ , par exemple). Il est accompagné d'un phénomène de superélasticité.

À température ambiante, la phase martensitique du matériau est stable. Le matériau est alors facilement déformable de manière apparemment plastique. En réalité, la déformation se produit en favorisant la présence d'une phase orientée de la martensite (voir figure 5.1). Le matériau peut alors subir des grandes déformations ( $\approx 8\%$ ) sans atteindre la zone plastique de la courbe contrainte-déformation. Lorsque la température augmente, la transformation martensite-austénite se produit et la pièce retrouve sa forme initiale. Le chauffage peut être externe ou par effet Joule.

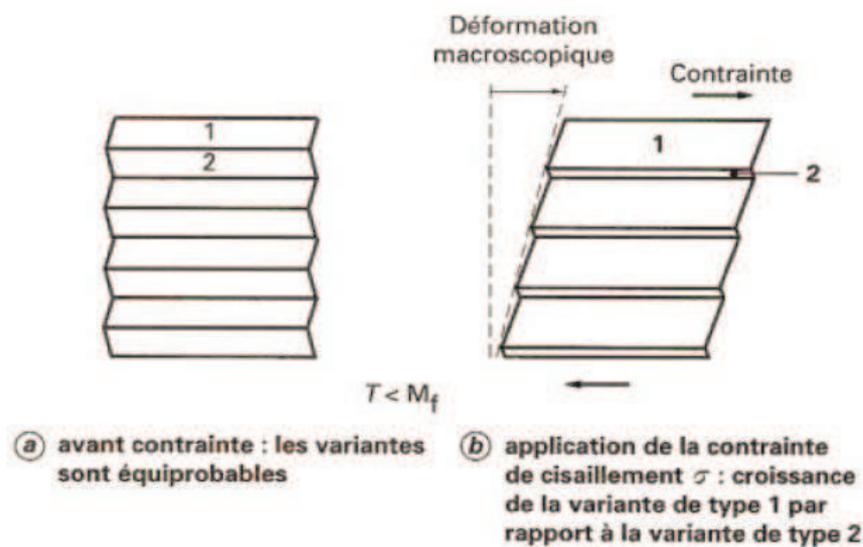


FIG. 5.1 – Deux variantes de martensite présentes à température ambiante. L'application d'une contrainte favorise une des deux variantes au détriment de l'autre (d'après [28])

Ces alliages sont utilisés pour fabriquer essentiellement des fils et/ou des ressorts dont l'élongation à charge constante dépend de la température. Le principal inconvénient de ce type d'actionnement est le temps de réponse car les échanges thermiques sont lents et le temps de cycle est en grande partie limité par le temps de refroidissement.

### 1.2.3 Polymères électroactifs

Les polymères électroactifs changent de forme en réponse à une excitation électrique. Ils possèdent tous les avantages des polymères : faible poids, faible coût, flexibilité.

Ils se classent en deux catégories : polymères ioniques et polymères électriques. Lors de l'application d'une excitation électrique, un déplacement d'ions au sein d'un polymère ionique tend

à l'équilibre électrique et occasionne une déformation mécanique. Dans le cas des polymères électriques, l'application d'un champ électrique provoque un phénomène proche de l'effet piézoélectrique.

Ces polymères peuvent fournir des déformations supérieures à 10% et des contraintes de l'ordre de 3 MPa avec un temps de réponse pouvant varier de la microseconde à la minute. Les faibles forces développées les rendent peu adaptées à notre application.

#### 1.2.4 Fluides rhéologiques

La dénomination *fluide rhéologique* renvoie à un changement des propriétés de viscosité du fluide sous l'action d'une excitation extérieure. Sous l'action d'un champ externe, des particules micrométriques en suspension dans le fluide forment des chaînes, ce qui rend le fluide *apparemment* plus visqueux (voir section 2). Ce changement de viscosité apparente peut être utilisé pour fournir une résistance mécanique à l'écoulement du fluide ou au mouvement d'une partie mobile en son sein. Par ailleurs, le temps de réponse du fluide -de l'ordre de la milliseconde- et son caractère dissipatif le rendent particulièrement intéressant pour des applications contrôlées en temps réel car la dissipation d'énergie rend l'actionneur intrinsèquement stable.

Il existe deux grandes familles de fluides rhéologiques utilisables dans l'actionnement : les fluides magnéto-rhéologiques<sup>1</sup> réagissent à l'action d'un champ magnétique et les fluides électrorhéologiques sont sensibles à un champ électrique.

Leurs performances sont très proches. Nous pouvons toutefois dégager quelques différences majeures. L'utilisation de fluides magnéto-rhéologiques nécessite des tensions de l'ordre de la dizaine de Volts mais des courants souvent importants (quelques ampères) alors que les fluides électrorhéologiques nécessitent des tensions de l'ordre du kV mais de très faibles courants. La génération d'un champ magnétique suffisant nécessite l'utilisation de noyaux ferromagnétiques et de bobines ce qui rend les systèmes à fluide magnéto-rhéologiques volumineux.

La contrainte seuil d'écoulement correspond à la contrainte maximale que peuvent supporter les chaînes de particules avant rupture, elle est directement liée à la force résistante développée par le système. Cette contrainte seuil est une fonction du champ d'excitation (magnétique ou électrique). Elle atteint des valeurs maximales de 100 kPa pour les fluides magnéto-rhéologiques et de 5 kPa pour les fluides électrorhéologiques. La contrainte maximale est donc 20 fois plus grande pour les fluides magnéto-rhéologiques. La table 5.1 présente une comparaison des valeurs typiques des deux fluides.

Les faibles tensions d'alimentation ainsi que les contraintes plus élevées font que les fluides MR semblent mieux adaptés à une application haptique grand public comme les pianos numériques.

---

<sup>1</sup>La section 2 de ce chapitre présente les fluides magnéto-rhéologiques en détail.

Property	ER fluid	MR fluid
Yield strength (Field)	2–5 kPa (3–5 kV/mm) Field limited by breakdown	50–100 kPa (150–250 kA/m) Field limited by saturation
Viscosity (No field)	0.2–0.3 Pas at 25°C	0.2–0.3 Pas at 25°C
Operating temperature	+10–+90°C (ionic, DC) -25–+125°C (non-ionic, AC)	-40–+150°C (Limited by the carrier fluid)
Current density	2–15 mA/cm <sup>2</sup> (4kV/mm, 25°C) (x 10–100 at 90°C)	Can energise with permanent magnets
Specific gravity	1–2.5	3–4
Ancillary materials	Any (conductive surfaces)	Iron/steel
Colour	Any, opaque or transparent	Brown, black, grey/opaque

TAB. 5.1 – Comparaison des propriétés des fluides MR et ER (valeurs typiques d’après [13])

## 2 CARACTÉRISTIQUES DES FLUIDES MAGNÉTO-RHÉOLOGIQUES (MR)

### 2.1 Principales caractéristiques d’un fluide MR

Les fluides magnéto-rhéologiques (MR) sont des suspensions de particules ferromagnétiques de taille micrométrique (typiquement 1 à 10  $\mu\text{m}$ ) dans un liquide porteur non magnétique (huiles minérales, huiles synthétiques ou eau). L’action d’un champ magnétique induit l’aimantation des particules qui forment alors comme autant d’aimants microscopiques, un réseau d’agrégats ou de chaînes orientées dans le sens des lignes de champ. D’un point de vue macroscopique, cette aimantation est perçue comme un changement presque instantané (quelques ms) de la viscosité du fluide.

L’attraction magnétique entre les particules se traduit par l’apparition d’un seuil d’écoulement correspondant à la contrainte nécessaire pour casser les chaînes de particules. Ce seuil d’écoulement est fonction de l’intensité du champ magnétique.

Un fluide MR typique possède une concentration massique en particules ferromagnétiques comprise entre 80 et 85% soit une concentration volumique comprise entre 20 et 40 % dans de l’huile minérale. Ce liquide permet d’atteindre des seuils d’écoulement maximaux de 50 à 100 kPa pour des champs magnétiques de l’ordre de 150 à 200 kA/m

En l’absence de champ magnétique, le fluide MR peut être considéré comme un fluide newtonien. Le modèle le plus utilisé pour rendre compte du phénomène magnéto-rhéologique est le modèle viscoplastique de Bingham [26], représenté par l’équation (5.1) pour un fluide en cisaillement simple :

$$\tau(\dot{\gamma}, H) = \tau_y(H) + \eta\dot{\gamma} \quad (5.1)$$

avec  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide newtonien en absence de champ magnétique,  $\dot{\gamma}$  le taux de

cisaillement et  $\tau_y$  la contrainte seuil (*yield stress*) fonction du champ magnétique  $H$ . La figure 5.2 présente l'allure théorique des rhéogrammes des fluides MR sous l'approximation du comportement de Bingham. En faisant varier simultanément la vitesse de cisaillement et l'intensité du champ

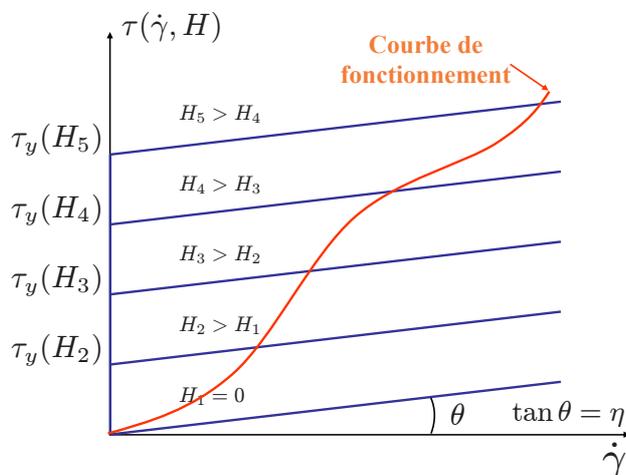


FIG. 5.2 – Rhéogramme théorique d'un fluide MR

magnétique, nous obtenons une courbe de fonctionnement dans le plan  $(\dot{\gamma}, \tau)$  qui s'apparente à celle d'un fluide dont la viscosité changerait. On parle de variation de *viscosité apparente*.

Le mécanisme d'organisation des particules suit les étapes suivantes (voir figure 5.3) :

1. en l'absence de champ magnétique les particules sont réparties de manière homogène dans le liquide porteur ;
2. l'application d'un champ magnétique provoque l'aimantation des particules qui portent alors un moment magnétique de même direction que le champ magnétique ;
3. les particules aimantées se comportent comme des dipôles magnétiques qui subissent des forces d'interaction magnétique ;
4. des chaînes se forment suivant les lignes de champ, organisation qui correspond au minimum d'énergie ;
5. lorsque le champ magnétique est annulé, l'agitation thermique suffit à rompre les agrégats et ramène le fluide à l'état initial.

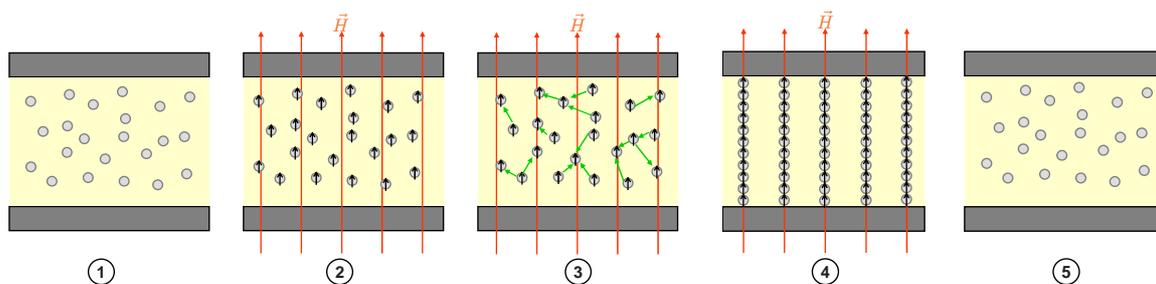


FIG. 5.3 – Effet magnéto-rhéologique.

## 2.2 Deux modes d'utilisation classiques

Les fluides MR permettent de dissiper de l'énergie mécanique par la chaleur grâce au travail des forces de viscosité. Cette dissipation peut être contrôlée en modifiant le champ magnétique appliqué. Il existe deux principaux modes de fonctionnement [35] : le mode valve et le mode de cisaillement direct. (voir figure 5.4)

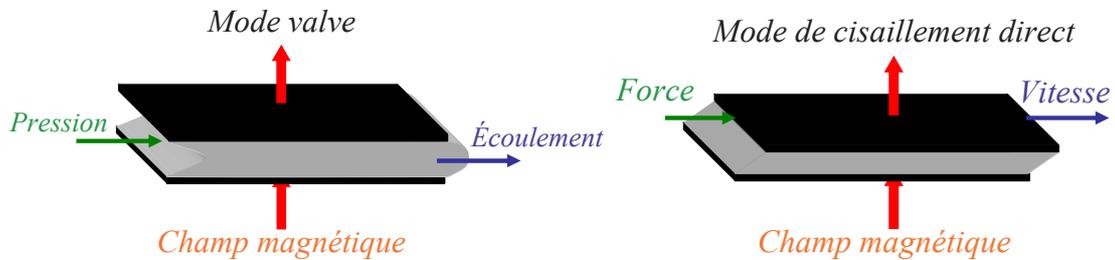


FIG. 5.4 – Deux modes d'utilisation du fluide MR : le mode valve (gauche) et le mode de cisaillement direct (droite)

### 2.2.1 Mode valve

Le mode valve suppose qu'une différence de pression entre deux cavités provoque un écoulement de fluide MR au travers d'une zone active souvent rétrécie. Un système de génération de champ magnétique est placé de part et d'autre de la zone active. L'application d'un champ provoque la formation de chaînes qui vont ralentir voire stopper l'écoulement de fluide. Ce mode est souvent utilisé pour la conception d'amortisseurs semi-actifs dont le coefficient d'amortissement est fonction du champ magnétique. La géométrie la plus répandue est le piston. La figure 5.5 présente deux exemples d'architecture possibles [49]. Dans le premier cas, la zone active se situe dans l'espace

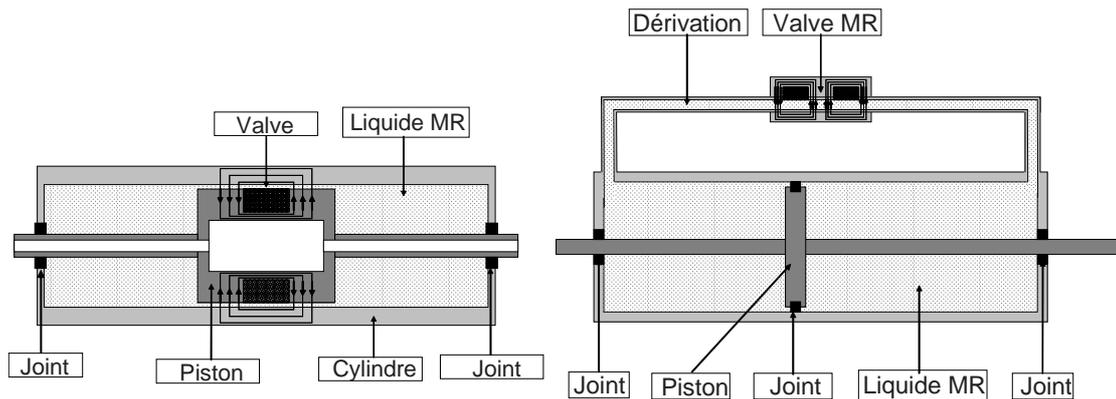


FIG. 5.5 – Deux architectures utilisant le fluide MR en mode valve

entre le piston et la chambre. Dans le deuxième cas, une dérivation de fluide dans un conduit rétréci forme la zone active. Ces deux configurations sont « à tige traversante ». Bien entendu, des géométries à tige simple auraient un fonctionnement équivalent. Dans tous les cas, les contraintes d'étanchéité imposent l'utilisation de joints élastomères qui introduisent des forces de frottement importantes. Ce mode permet d'obtenir des forces de résistance maximale importantes mais avec

des forces minimales élevées ce qui le rend peu adapté à l'application d'interface de rendu haptique qui nécessite une bonne transparence<sup>2</sup>.

### 2.2.2 Mode de cisaillement direct

Le mode de cisaillement direct suppose qu'un mouvement relatif entre les pôles magnétiques cisaille le fluide. L'application d'un champ magnétique provoque la formation de chaînes perpendiculaires au mouvement relatif. La résistance des chaînes va permettre soit de ralentir un pôle par rapport à l'autre soit de transmettre la force entre les deux éléments. Ce mode de fonctionnement est souvent utilisé dans des systèmes rotatifs comme des freins actifs ou des embrayages. La figure 5.6 montre deux architectures possibles appliquant le mode de cisaillement direct [51]. Dans les

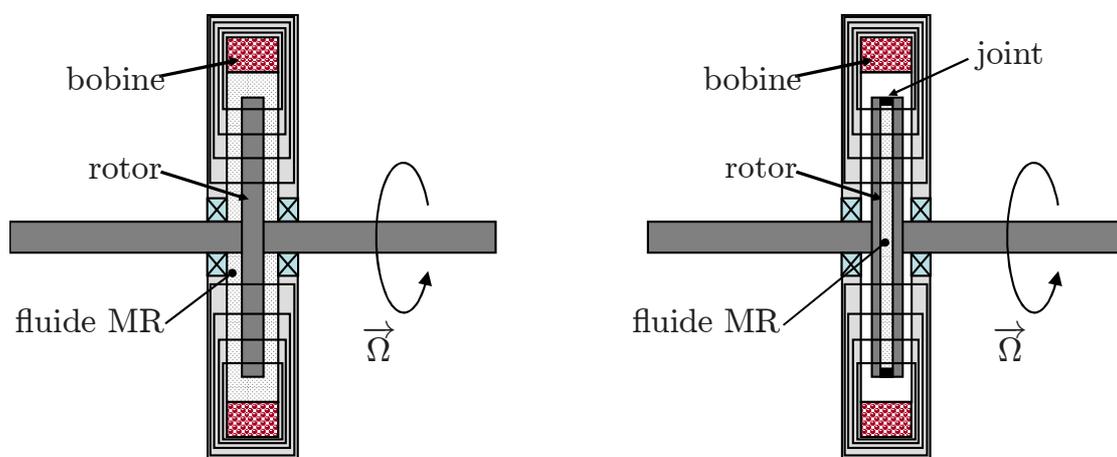


FIG. 5.6 – Deux architectures utilisant le fluide MR en mode de cisaillement direct

deux cas, l'inertie apportée par les pièces en rotation est importante ce qui nuit à la bande passante du système.

## 2.3 Applications

Il existe plusieurs applications commerciales et prototypes de recherche à base de fluides MR. La liste ci-dessous ne se veut pas exhaustive mais permet d'avoir un aperçu des domaines d'application potentiels.

**Génie civil :** les fluides MR sont utilisés pour la réalisation de systèmes anti-sismiques [36] ou pour le contrôle des vibrations des haubans de ponts fortement exposés au vent [48]. Ces amortisseurs sont basés sur le mode valve et peuvent développer des forces de plusieurs kN. La figure 5.7(a) présente un amortisseur anti-sismique développé par LORD Corporation et le Structural Dynamics and Control/Earthquake Engineering Laboratory (SDC/EEL). Long de 1 m, pesant 250 kg, et contenant 5 l de fluide MR, cet amortisseur est capable de supporter 200 kN.

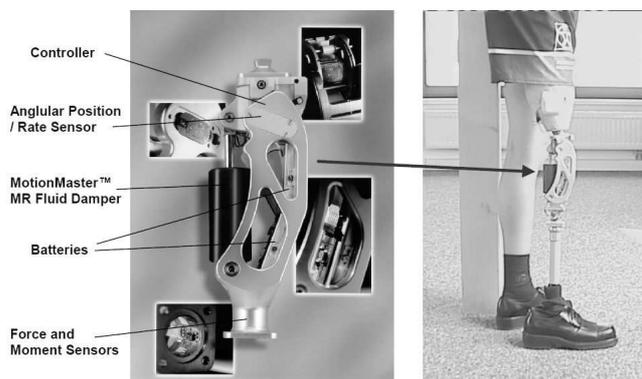
<sup>2</sup>La transparence d'une interface haptique est définie comme le rapport entre la force transmise à l'opérateur et la force à simuler. Dans le cas idéal, l'interface n'introduit aucune perturbation et l'opérateur sent « uniquement » le comportement à simuler [38].



(a) Amortisseur anti-sismique d'après [52]



(b) Suspension primaire pour automobile d'après [17]



(c) Prothèse du genou d'après [14]



(d) Interface haptique d'après [44]

FIG. 5.7 – Différentes applications du fluide MR

**Industrie des transports :** les principales applications des fluides MR dans l'industrie des transports terrestres sont les systèmes de suspension [50], [27], [22]. La figure 5.7(b) montre un absorbeur de choc développé par Delphi Automotive Systems. Ce système permet d'adapter la suspension du véhicule aux sollicitations de la route dans un très court laps de temps (10 ms). Par ailleurs, on retrouve des systèmes de suspension de siège pour camions et des systèmes de commande électronique de direction (*steer by wire*) [3].

**Domaine médical :** les fluides MR sont utilisés pour stabiliser des prothèses (voir sur la figure 5.7(c) les prothèses développées par Biedermann Motech) ou pour concevoir des systèmes de rééducation où la raideur doit être adaptée aux progrès du patient et à la difficulté des exercices [20], [53].

**Recherche en haptique :** la figure 5.7(d) montre un exemple typique d'interface haptique semi-active à plusieurs degrés de liberté qui utilise des freins magnéto-rhéologiques commercialisés par Lord Corporation [45].

### 3 CISAILLEMENT DU FLUIDE MR PAR PLAQUE MINCE

Le mode de fonctionnement du fluide MR dit « de cisaillement direct » semble être le mode le plus indiqué pour la conception d'un système haptique. Toutefois, il suppose le mouvement relatif

des pôles magnétiques. Dans les architectures existantes, ceci se traduit souvent par des systèmes rotatifs où l'un des pôles magnétiques est entraîné par l'axe de rotation.

Afin de réaliser un système plus compact et de minimiser les forces résistantes non contrôlables (rendre le système plus transparent) nous proposons ici un nouveau mode de fonctionnement pour le fluide MR : le cisaillement du fluide MR par une plaque mince se déplaçant entre les pôles.

Nous nous proposons de concevoir l'interface haptique pour claviers musicaux en utilisant ce nouveau mode de fonctionnement. Il est donc utile d'étudier le comportement rhéologique du fluide MR ainsi utilisé pour le dimensionnement et la modélisation de l'interface haptique.

L'objectif de cette section est de présenter le protocole expérimental et la modélisation du comportement du fluide MR cisailé par une plaque mince.

### 3.1 Protocole expérimental

L'objectif de ce qui suit est d'étudier le comportement rhéologique du fluide MR soumis au cisaillement par une plaque mince. Dans cette étude, nous nous limiterons au cas quasi-statique. Pour cela, nous avons mis en place un dispositif d'essai qui permet des observations microscopiques ainsi que la mesure de la caractéristique Force / Vitesse.

#### 3.1.1 Description du dispositif d'essai

La figure 5.8 montre une vue d'ensemble du système expérimental. Le système est composé de deux noyaux magnétiques (1), de deux bobines (2), d'un support de plaque (3) mobile en translation par rapport au bâti (5), d'un carter (4) lié au bâti par l'intermédiaire d'un capteur d'effort 6 axes *ATI Mini40* (6) et d'un bâti.

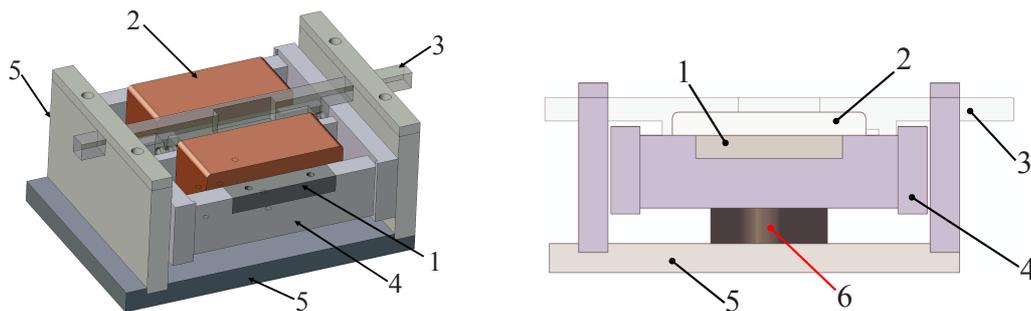


FIG. 5.8 – Dispositif expérimental : vue d'ensemble (gauche) et vue de côté (droite)

La fonction principale du support de plaque est de guider la plaque mince dans l'entrefer. Il est composé d'un arc en aluminium, et de deux fixations. Chaque fixation comporte une vis et un écrou auquel la plaque mince est fixée par une goupille (voir figure 5.9). L'ensemble permet donc de pré-contraindre la plaque mince pour assurer sa planéité. L'arc en aluminium sert de bâti pour la plaque mince et intègre le guidage de l'ensemble par rapport au bâti. Sa géométrie permet l'observation au microscope de la zone de contact entre le fluide et la plaque mince.

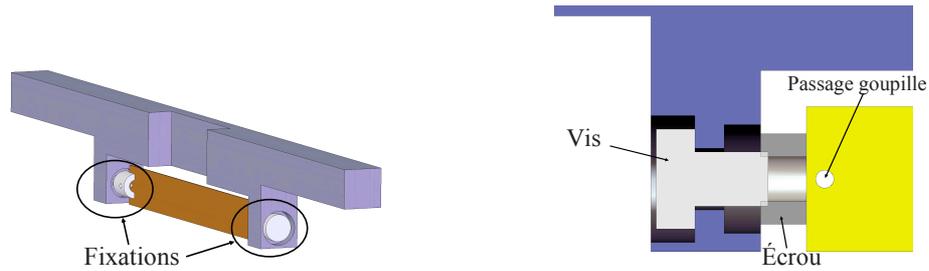


FIG. 5.9 – Support de plaque : vue d'ensemble à gauche et détail des fixations à droite

Le carter reçoit les noyaux, les deux bobines et le fluide MR. Il est fixé sur le capteur d'effort *ATI Mini40*. Les noyaux sont mobiles en translation ce qui permet de régler l'entrefer. Chaque bobine de 500 tours est fixée sur l'un des pôles magnétiques. Elles sont reliées en série et placées de part et d'autre de l'entrefer. Le bâti est en contact d'une part avec le support de plaque par l'intermédiaire d'une liaison glissière et d'autre part avec le capteur *ATI Mini40*.

### 3.1.2 Fonctionnement

Nous appliquons une tension constante aux bornes des bobines. Le champ magnétique dans l'entrefer provoque la formation de chaînes de particules entre les pôles magnétiques et la plaque mince. Une fois le courant établi, nous imposons un mouvement arbitraire au support de plaque. Les chaînes sont cisailées en offrant une résistance au mouvement de la plaque mince. La seule force (hormis le poids propre) appliquée sur le carter est due à l'interaction fluide-plaque mince. Le capteur d'effort mesure ainsi directement la force due à cette interaction. Le mouvement est mesuré par un télémètre LASER. La figure 5.10 montre une vue du dessus schématique du système complet.

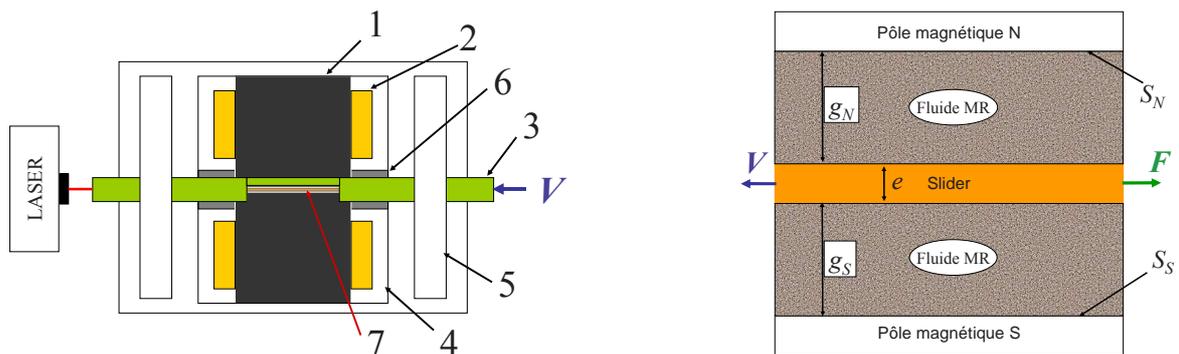


FIG. 5.10 – Gauche : vue du dessus du système expérimental. (1) noyau magnétiques, (2) bobines, (3) support de plaque, (4) carter, (5) bâti, (6) fluide MR, (7) plaque mince. Droite : paramètres géométriques nécessaires à la modélisation du cisaillement par plaque mince.

Les grandeurs nécessaires à la modélisation du comportement quasi-statique du fluide MR cisailé par une plaque mince sont (voir figure 5.10) :

- la force résistante  $F$ ,
- la vitesse  $V$  imposée à la plaque mince,

- l'épaisseur  $e$  de la plaque mince,
- les distances  $g_N$  et  $g_S$  entre la plaque mince et les pôles nord et sud respectivement,
- les surfaces actives  $S_N$  et  $S_S$  des pôles nord et sud, respectivement.

## 3.2 Cisaillement par plaque magnétique

### 3.2.1 Observations

La figure 5.11 montre le cisaillement par une plaque en acier doux de 0.15 mm d'épaisseur dans un entrefer total de 1 mm et sous un courant d'excitation de 1 A. Nous observons la formation

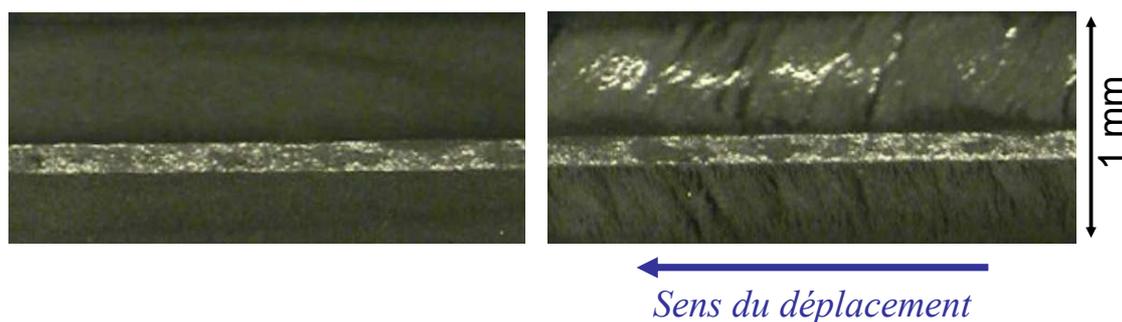


FIG. 5.11 – Cisaillement du fluide MR par plaque magnétique. Gauche : pas de champ magnétique. Droite : avec champ magnétique.

d'amas de chaînes de particules qui adhèrent magnétiquement aux pôles magnétiques ainsi qu'à la plaque mince. Lorsque le mouvement est imposé, les chaînes s'inclinent puis cassent ce qui produit une force antagoniste au mouvement. Deux comportements différents sont mis en évidence :

- la contrainte de cisaillement est inférieure à la contrainte-seuil nécessaire pour casser les chaînes. Le fluide se comporte comme un solide élastique. Dans ce régime, nous parlerons de « chaînes statiques ».
- la contrainte de cisaillement est supérieure à la contrainte-seuil, les chaînes sont alors cassées et se reforment de manière quasi-instantanée (temps de formation des chaînes de l'ordre de la milliseconde). Le fluide suit un comportement de Bingham (5.2). Dans ce régime, nous parlerons de « chaînes dynamiques ».

$$F = F_\eta + F_\tau = \frac{\eta VS}{g} + \tau_y(H)S \quad (5.2)$$

avec  $\eta$  la viscosité du fluide porteur,  $V$  la vitesse de cisaillement,  $S$  la surface de cisaillement,  $g$  la largeur de l'entrefer et  $\tau_y$  la contrainte-seuil à l'écoulement<sup>3</sup>.

### 3.2.2 Modélisation

L'équation (5.3) décrit le comportement de Bingham appliqué au cisaillement par plaque magnétique avec les paramètres définis dans la figure 5.10, en admettant que la contrainte-seuil soit

<sup>3</sup>Cette contrainte correspond à la contrainte de cisaillement maximale que peuvent supporter les chaînes avant rupture. Elle est fonction du champ magnétique.

la même de part et d'autre de la plaque.

$$F = \frac{\eta V S_N}{g_N} + \frac{\eta V S_S}{g_S} + \tau_y(H)(S_N + S_S) \quad (5.3)$$

Cette loi de comportement ne tient pas compte du comportement observé pour une contrainte de cisaillement inférieure à la contrainte-seuil  $\tau_y(H)$ .

Pour  $\tau < \tau_y$ , le fluide MR se comporte comme un *solide sollicité en cisaillement simple*. La contrainte tangentielle de cisaillement  $\tau$  est une fonction linéaire de  $\gamma$  la déviation (ou glissement relatif) de coefficient  $G$  :

$$\tau = G\gamma \quad (5.4)$$

De plus, le fluide porteur est cisailé dans ce régime. La contrainte de cisaillement du fluide porteur  $\tau_s$  s'ajoute à celle du « solide élastique équivalent ». Ainsi la contrainte de cisaillement  $\tau_e$  est donné par (5.5) :

$$\tau_e = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (5.5)$$

La force résistante est donc la somme :

- d'une force non contrôlable fonction de  $\eta$  (viscosité du fluide porteur), de  $V$  (vitesse de cisaillement), de  $S$  (surface de cisaillement) et de  $g$  (épaisseur de fluide cisailé) ;
- d'une force contrôlable fonction du déplacement de la plaque mince  $\delta$ , du module de cisaillement  $G$ , de  $g$  et de  $S$  pour le comportement élastique et de  $\tau_y$  la contrainte limite d'écoulement et de  $S$  pour le comportement de Bingham (5.6).

$$F = \frac{\eta V S}{g} + \begin{cases} \frac{G\delta S}{g} & \text{pour } F \leq \tau_y S \\ \tau_y S & \text{pour } F > \tau_y S \end{cases} \quad (5.6)$$

Ce modèle de comportement appliqué au cisaillement par plaque mince donne l'équation (5.7).

$$F = \eta V \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) \begin{cases} G\delta \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) & \text{pour } F \leq \tau_y (S_N + S_S) \\ \tau_y (S_N + S_S) & \text{pour } F > \tau_y (S_N + S_S) \end{cases} \quad (5.7)$$

### 3.2.3 Comparaison modèle - mesure

Pour un mouvement imposé et une consigne en tension constante, nous mesurons à la fois le déplacement et la force d'interaction fluide - plaque. Ainsi, pour chaque jeu de mesures et à chaque instant, nous avons un couple de valeurs de force et vitesse. Nous traçons alors la courbe représentant l'ensemble de ces couples dans le plan  $(V, F)$ . La figure 5.12 présente les mesures pour une plaque magnétique d'épaisseur 0.15 mm pour des valeurs croissantes de l'intensité électrique dans les bobines.

On peut rendre compte de ces observations par l'existence de deux régimes :

- l'effort de cisaillement insuffisant pour casser les chaînes,

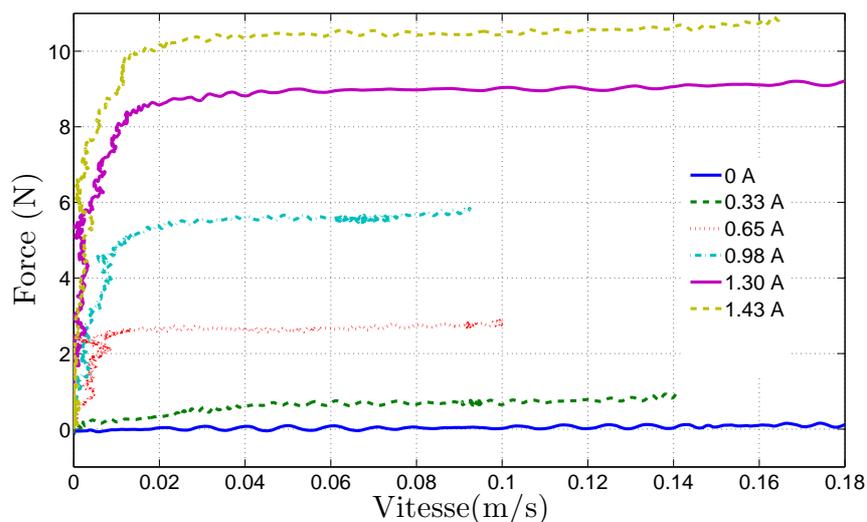


FIG. 5.12 – Force en fonction de la vitesse pour une plaque magnétique de 0.15 mm d'épaisseur à différents niveaux d'intensité électrique dans les bobines

– le comportement de Bingham lorsque les chaînes sont cassées et réformées à chaque instant.

Dans le premier régime, le fluide se comporte comme un solide élastique cisailé entre la plaque mince et les pôles magnétiques.

Dans le deuxième régime, la force d'interaction entre la plaque mince et le fluide MR est supérieure à la force  $\tau_y(H)S$  nécessaire pour casser les chaînes. Le fluide se comporte alors comme un fluide de Bingham cisailé entre la plaque mince et les pôles magnétiques.

À partir du mouvement mesuré, nous pouvons calculer la réponse du système selon le modèle proposé dans la section 3.2.2. Les paramètres du modèle sont choisis de sorte à minimiser l'écart par rapport à la courbe expérimentale.

La figure 5.13 montre la comparaison entre la mesure et la réponse calculée.

Le modèle proposé décrit de manière satisfaisante la courbe expérimentale. Nous utiliserons donc ce comportement pour la modélisation de l'interface haptique décrite dans le chapitre 6.

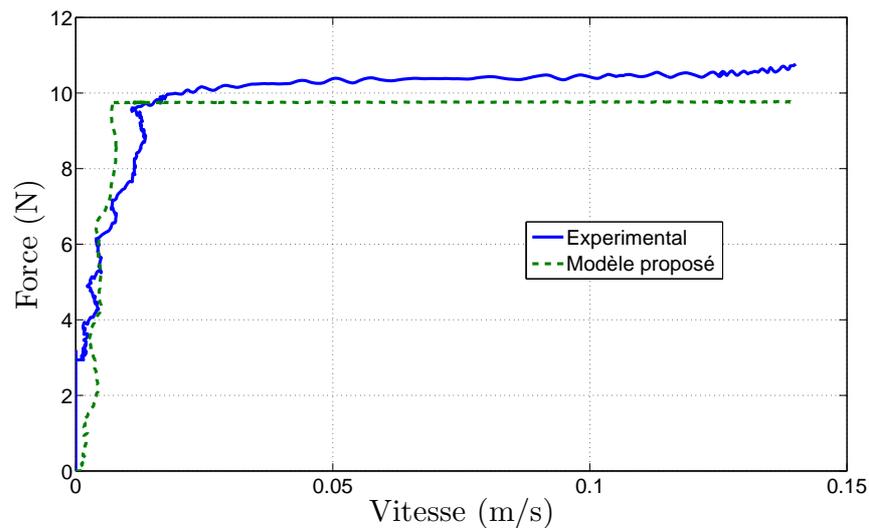


FIG. 5.13 – Comparaison expérimental - théorique pour plusieurs modèles de comportement du cisaillement par plaque magnétique

### 3.3 Le cisaillement par plaque amagnétique

#### 3.3.1 Observations

La figure 5.14 montre le cisaillement du fluide MR compris dans un entrefer de 1 mm, par une plaque de 0.4 mm en laiton (ce qui laisse 0.3 mm de fluide en moyenne de chaque côté de la plaque). Les bobines sont alimentées par un courant constant de 1 A.

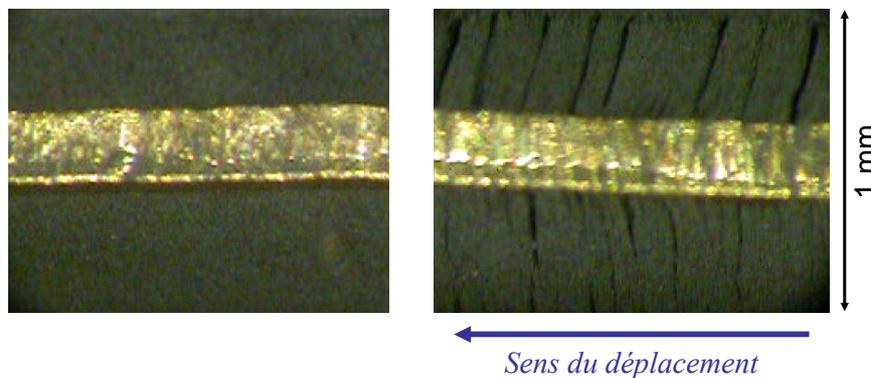


FIG. 5.14 – Cisaillement du fluide MR par plaque amagnétique. Gauche : pas de champ magnétique. Droite : avec champ magnétique.

Nous observons des amas de chaînes de particules. Lorsqu'un déplacement est imposé les chaînes ne sont pas cassées et s'inclinent. Leur extrémité ne suit pas la surface de la plaque dans son mouvement. Les chaînes conservent la même organisation spatiale au cours du mouvement et frottent contre la plaque. Comme la plaque n'est pas magnétique, il n'existe pas d'interaction mécanique d'origine magnétique entre celle-ci et les particules. La force opposée au mouvement est donc issue d'un phénomène de frottement entre le fluide MR et la plaque mince.

### 3.3.2 Modélisation

Nous choisissons de modéliser l'interaction fluide-plaque amagnétique par une loi de frottement de Coulomb (solide et visqueux). La force  $F_\sigma$  par unité de surface est donnée en fonction de la force  $F_{\sigma,n}$  normale au contact et de la vitesse de glissement  $V$  (voir figure 5.15) :

$$F_\sigma = (f_s \widehat{V} + f_v V) F_{\sigma,n} \quad (5.8)$$

où  $f_s$  est le coefficient de frottement solide et  $f_v$  le coefficient de frottement visqueux<sup>4</sup>.

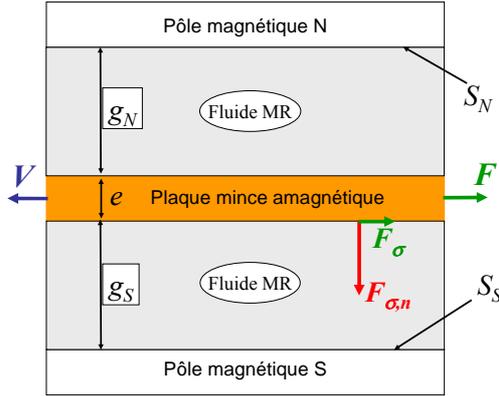


FIG. 5.15 – Schéma des forces d'interaction entre le fluide MR et une plaque mince amagnétique

Ce modèle de frottement donne la force d'interaction pour une force supérieure à  $f_s \widehat{V} F_{\sigma,n}$ . Pour  $F_\sigma < f_s \widehat{V} F_{\sigma,n}$ , le fluide MR se comporte comme un solide élastique cisailé entre la plaque mince amagnétique et les pôles. Comme dans le cas de la plaque magnétique, nous pouvons modéliser ce comportement par une dépendance linéaire entre la contrainte de cisaillement et le glissement relatif (voir (5.4) p. 100). Puis, en tenant compte du cisaillement du fluide solvant, le comportement du fluide cisailé par une plaque mince amagnétique est donné par (5.9) :

$$F = \eta V \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) + \begin{cases} G \delta \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) & \text{pour } F \leq f_s (S_N + S_S) F_n \\ (f_s + f_v V) (S_N + S_S) F_n & \text{pour } F > f_s (S_N + S_S) F_n \end{cases} \quad (5.9)$$

La force normale au contact  $F_n$  ( $F_n = \int_S F_{\sigma,n} dS$ ), due à l'attraction électromagnétique des particules électromagnétiques de part et d'autre de la plaque, s'exprime comme une fonction de l'induction magnétique  $B$ , considérée comme homogène dans l'entrefer et la perméabilité absolue de la plaque  $\mu_0$  (assimilable à celle de l'air) (5.10)

$$F_n = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (5.10)$$

Le flux magnétique  $\Phi$  s'exprime en fonction de l'intensité  $I$  dans les bobines, du nombre de tours  $N$  et de la réluctance  $\mathcal{R}$  du circuit magnétique :

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}} \quad (5.11)$$

<sup>4</sup>Dans ce chapitre, on note  $\widehat{x}$  le signe de  $x$

À l'interface du fluide, on a donc :

$$B = \frac{NI}{\mathcal{R}S} \quad (5.12)$$

avec  $S$  la section du circuit magnétique.

La réductance est donnée par :

$$\mathcal{R} = \sum_i \frac{l_i}{\mu_i S_i} \quad (5.13)$$

$l_i$ ,  $\mu_i$  et  $S_i$  étant respectivement la longueur des lignes de champ, la perméabilité absolue et la section du circuit magnétique dans le matériau  $i$ .

La force  $F_n$  est donc fonction décroissante de l'épaisseur de la plaque ( $F_n = \mathcal{F}(e)$ )<sup>5</sup>.

L'équation (5.9) devient :

$$F = \eta V \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) + \begin{cases} G\delta \left( \frac{S_N}{g_N} + \frac{S_S}{g_S} \right) & \text{pour } F \leq f_s(S_N + S_S)\mathcal{F}(e) \\ (f_s + f_v V)(S_N + S_S)\mathcal{F}(e) & \text{pour } F > f_s(S_N + S_S)\mathcal{F}(e) \end{cases} \quad (5.14)$$

### 3.3.3 Comparaison modèle - mesure

On applique une tension constante aux bornes des bobines. Une fois le courant électrique établi, on applique un mouvement arbitraire à la plaque mince et on mesure le déplacement et la force d'interaction fluide-plaque. Nous traçons ainsi pour des valeurs de tension croissantes les caractéristiques Force/Vitesse.

La figure 5.16 montre le réseau de courbes obtenu pour une plaque en laiton de 0.15 mm d'épaisseur sous différentes valeurs constantes du courant.

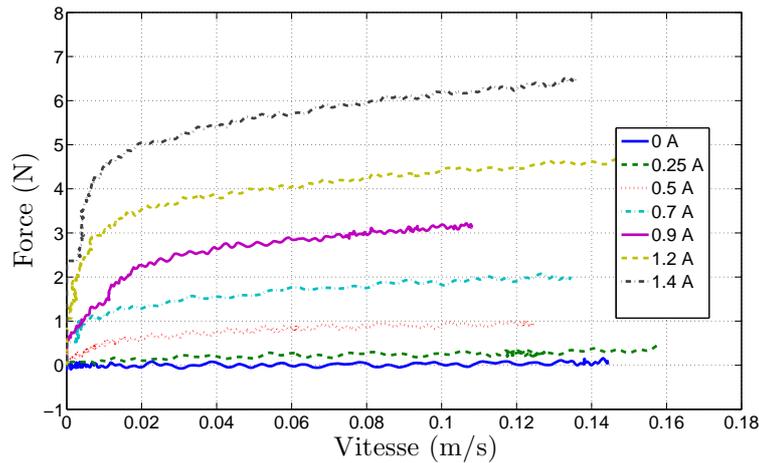


FIG. 5.16 – Résultats expérimentaux pour une plaque amagnétique de 0.15 mm d'épaisseur à différents niveaux d'intensité

On remarque deux régimes différents :

<sup>5</sup>La force  $F_n$  est proportionnelle à  $\frac{I^2}{e^2}$  si la réductance de la plaque est très grande par rapport à la somme des autres réductances ( $\mathcal{R}_{\text{plaque}} \gg \sum_{i \neq \text{plaque}} \mathcal{R}_i$ )

- un régime d'établissement de l'effort nécessaire à vaincre le frottement entre les chaînes et la plaque mince,
- un comportement de type frottement de Coulomb.

La force nécessaire à vaincre le frottement solide et la pente de la courbe dans la deuxième phase augmentent en fonction de l'intensité électrique dans les bobines.

Nous calculons la réponse du système au déplacement appliqué selon le modèle présenté dans la section 3.3.2. La figure 5.17 montre la comparaison entre la mesure et la simulation.

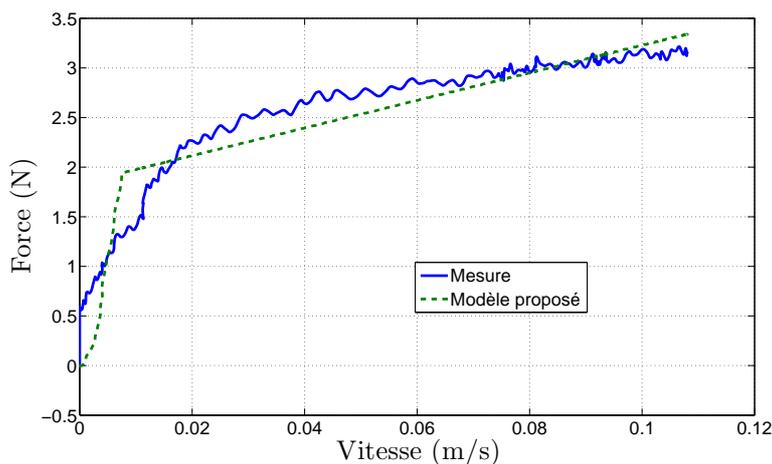


FIG. 5.17 – Comparaison expérimental - théorique pour le modèle de comportement du cisaillement par plaque amagnétique proposé

Le modèle proposé décrit assez bien la courbe expérimentale ; les erreurs restent importantes dans le premier régime et la force seuil est mal estimée. Pour améliorer les résultats, il faudrait concevoir une machine d'essai avec un circuit magnétique en matériau ferromagnétique afin de déterminer l'expression analytique de  $B$  en fonction de  $I$ , des paramètres géométriques et des constantes matériau.

La figure 5.18 met en évidence la dépendance de l'effort résistant en fonction de l'épaisseur de la plaque à intensité constante.

Ces courbes mettent en évidence la dépendance décroissante de la force normale  $F_n$  en fonction de l'épaisseur de la plaque ( $\mathcal{F}(e)$ ). Une expression analytique de  $B$  en fonction de  $I$  permettrait d'expliciter  $\mathcal{F}(e)$  et de vérifier l'accord avec les courbes expérimentales.

### 3.4 Proposition de structures remplaçant la plaque mince

À champ magnétique donné, le cisaillement par une plaque amagnétique génère une résistance mécanique inférieure d'environ 50% à celle produite par le cisaillement par une plaque magnétique. Par contre, le guidage de la plaque amagnétique entre les pôles n'est pas nécessaire ce qui simplifie considérablement la mécanique adjointe. Nous présentons dans cette partie deux structures

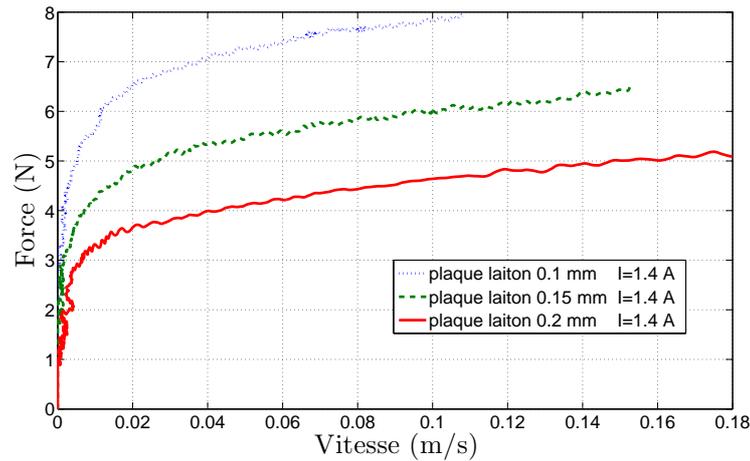


FIG. 5.18 – Influence de l'épaisseur de la plaque amagnétique sur l'effort résistant à intensité électrique constante.

qui permettent de profiter de la caractéristique amagnétique tout en augmentant les forces résistantes. Ces deux structures furent l'objet de quelques observations au microscope et de mesures élémentaires. Les résultats ne permettent pas aujourd'hui de modéliser le comportement de chaque structure. Nous nous limiterons donc à formuler des hypothèses de fonctionnement basées sur les observations microscopiques.

### 3.4.1 Plaque avec fentes ou perçages

La figure 5.19 montre une vue schématique d'une structure de cisaillement composée d'une plaque amagnétique avec des fentes de  $250 \mu\text{m}$  et une photographie d'un premier prototype en forme de peigne qui permet l'observation au microscope du comportement. Afin d'étudier l'influence de

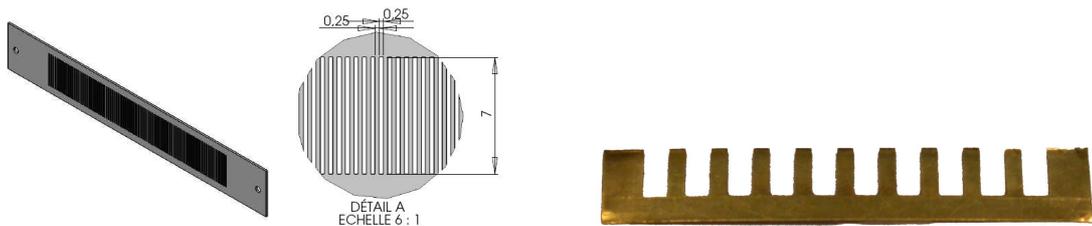


FIG. 5.19 – Structure avec des fentes. Gauche : vue schématique d'une structure composée d'une plaque en laiton de 0.2 mm comportant 100 fentes de 0.25 mm. Droite : structure en forme de peigne composée une plaque en laiton de 0.2 mm comportant 10 fentes de 3 mm.

la largeur des fentes sur le comportement global du système, il est intéressant de réaliser plusieurs prototypes avec des largeurs de fente variables.

La figure 5.20 montre une vue au microscope du comportement du fluide cisailé par une plaque amagnétique comportant des fentes.

En absence de mouvement, nous observons des chaînes sur toute la surface. Lors du mouvement,

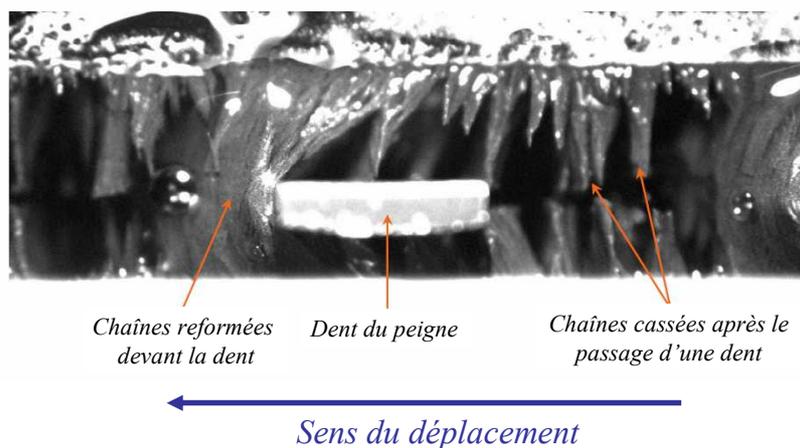


FIG. 5.20 – Comportement du fluide cisailé par une plaque amagnétique avec des fentes.

les chaînes se tassent à l'avant de chaque « dent » jusqu'à atteindre une concentration en particules maximale puis sont cassées par le passage de la dent. À l'arrière de chaque dent les chaînes ne se reforment pas immédiatement car la densité volumique de particules est localement faible, les particules ayant été entraînées à l'avant de la dent.

Le comportement observé ne peut pas être facilement relié à un des comportements décrits plus haut. Une approche serait de considérer que le champ magnétique se concentre uniquement sur la surface libre (fentes) et que les chaînes se forment uniquement sur cette même surface car la perméabilité relative du fluide est supérieure à celle de la plaque.

En première approximation, négliger le phénomène de tassement conduit à considérer un cisaillement simple avec la surface trouée comme surface active et se rapprocher ainsi d'une modélisation type Bingham.

### 3.4.2 Racleur

La structure de cisaillement peut être constituée d'un assemblage de plaques minces. La figure 5.21 montre une vue éclatée et une photographie d'un tel assemblage. Dans ce cas, la structure est composée d'une plaque magnétique autour de laquelle sont positionnées deux plaques amagnétiques avec des fentes. Entre la plaque magnétique et les plaques amagnétiques sont placés deux couples de baguettes amagnétiques qui ménagent un espace entre les plaques amagnétiques et la plaque magnétique dans lequel le fluide circule librement. L'assemblage est tel que l'épaisseur totale du système remplit l'entrefer du circuit magnétique. L'assemblage des plaques amagnétiques et des baguettes permettent un guidage aisé de la plaque magnétique.

La figure 5.22 montre une image de l'observation au microscope du fonctionnement.

Lorsque le champ est appliqué, des chaînes se forment dans tout le fluide. Certaines se forment entre la plaque magnétique et la plaque amagnétique (1) et d'autres se forment entre le pôle magnétique et la plaque magnétique à travers les sortes de fenêtres dans la plaque amagnétique

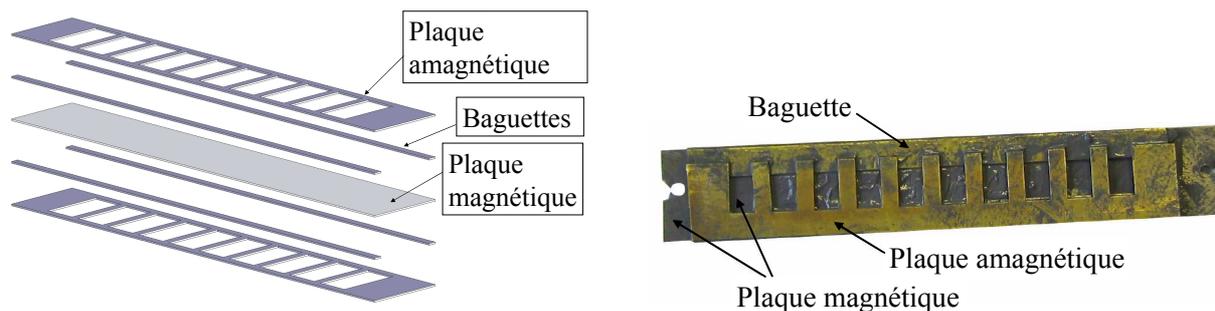


FIG. 5.21 – Structure type racleur composée d’une plaque magnétique, de deux couples de baguettes amagnétiques et de deux plaques amagnétiques avec des fentes. Gauche : vue éclatée. Droite : photographie du premier prototype

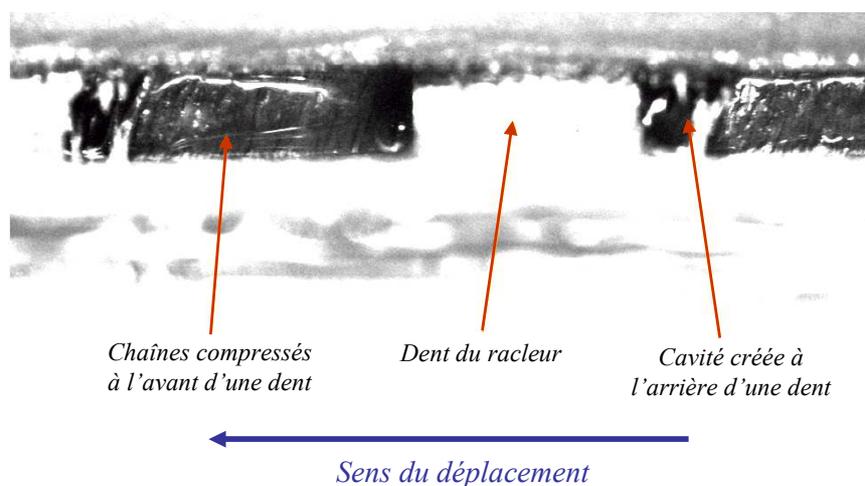


FIG. 5.22 – Comportement du fluide cisailé par une structure de type racleur

(2) (voir figure 5.23).

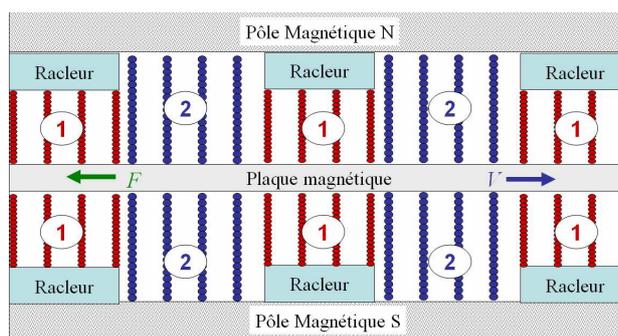


FIG. 5.23 – Vue en coupe schématique du slider « racleur » avec le positionnement des chaînes de particules

Lorsqu’un mouvement est appliqué, les chaînes (1) restent immobiles tandis que les chaînes (2) se tassent à l’avant des dents et s’écartent de l’arrière des dents au fur et à mesure de l’avancement. Ainsi, les racleurs de la plaque amagnétique cassent les chaînes au fur et à mesure de l’avancement car ils frottent contre les pôles magnétiques. Le nombre de chaînes cassées augmente

donc avec le déplacement. Lorsque la concentration maximale de particules est atteinte à l'avant d'un racleur, l'ensemble des chaînes est entraîné et donc cassé et recomposé à chaque instant. La densité volumique en particules est localement faible à l'arrière des dents.

On peut donc imaginer deux composantes pour la force :

- une composante non contrôlable qui correspond à la combinaison du frottement entre les plaques amagnétiques et les pôles avec le cisaillement du fluide porteur (*a priori* très faible par rapport au frottement)
- une composante contrôlable fonction du champ magnétique selon deux régimes :
  - \* le premier régime correspond à l'augmentation progressive du nombre de chaînes cisillées en fonction du déplacement et de la concentration maximale à l'avant de chaque racleur. Cette augmentation peut être traitée de deux façons : soit on considère que l'induction magnétique augmente du fait du tassement des chaînes en même temps que la surface active (image du nombre de chaînes) ; soit on considère uniquement une surface croissante jusqu'à atteindre la valeur de la largeur de la fenêtre.
  - \* le deuxième régime correspond au cisaillement du nombre maximum de chaînes sous un champ constant (niveau maximal du transitoire).

Ce comportement hypothétique ne rend compte que d'un mouvement unidirectionnel à sens unique sous un champ constant. La zone à faible densité en particules n'est pas modélisée ; or elle intervient nécessairement si la vitesse change de signe.

Des mesures préliminaires de la caractéristique force-vitesse du fluide MR cisailé par les deux structures présentées ci-dessus montrent une augmentation de la force obtenue par rapport au cas des plaques minces magnétique et amagnétique.

Nous n'avons pas effectué de caractérisation expérimentale du comportement du fluide MR cisailé par les deux structures présentées ici. Des mesures de la caractéristique force-vitesse, pour des valeurs de courant constantes en appliquant un mouvement arbitraire, permettraient de valider les hypothèses de comportement que nous formulons et de construire un modèle pour chaque structure.

Les caractérisations expérimentales visant à obtenir un modèle prédictif font partie des perspectives de ces travaux.



## Chapitre 6

# Une interface haptique pour claviers musicaux

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>État de l'art des interfaces pour claviers musicaux</b>	<b>112</b>
1.1	Prototypes de recherche	112
1.2	Systèmes industriels	115
<b>2</b>	<b>Structure et dimensionnement de l'interface</b>	<b>116</b>
2.1	Principe de fonctionnement de l'interface	117
2.2	Description de la mécanique mobile	117
2.3	Description du frein commandé	118
2.4	Instrumentation et conditionnement	120
<b>3</b>	<b>Modèle de l'interface</b>	<b>122</b>
3.1	Définition des paramètres	122
3.2	Liaisons et comportements	126
3.3	Équations de la dynamique	128
3.4	Fermeture géométrique	130
3.5	Équations électromagnétiques	131
<b>4</b>	<b>Simulation de l'interface</b>	<b>135</b>
4.1	Méthode de résolution du modèle direct	135
4.2	Comparaison mesures/simulation	138
4.3	Étude de sensibilité	140

---

## 1 ÉTAT DE L'ART DES INTERFACES POUR CLAVIERS MUSICAUX

Les pianos numériques haut de gamme actuels possèdent des moyens de synthèse du son de qualité suffisante pour simuler un instrument traditionnel. Ces mêmes pianos sont souvent équipés de systèmes de rendu haptique supposés rendre un toucher réaliste mais jugés insuffisants par les pianistes. Dans les réalisations visant à reproduire un toucher *réaliste*, nous recensons quelques prototypes de recherche datant des années 1990 ainsi que des réalisations industrielles commercialisées plus récentes.

### 1.1 Prototypes de recherche

#### 1.1.1 Modular Feedback Keyboard (C. Cadoz 1990)

Le clavier modulaire proposé par C. Cadoz [10] est composé d'un ensemble de *Transducteurs Gestuels Rétroactifs*. La modularité recherchée concerne le nombre de touches ainsi que leur forme extérieure.

La figure 6.1 présente une vue d'ensemble d'un clavier de 16 touches. [20] Chaque touche

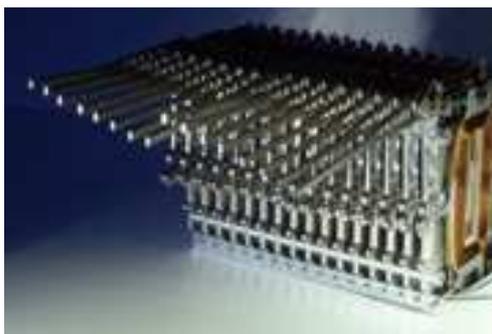


FIG. 6.1 – Photographie du TGR (d'après [12])

est équipée d'un *actionneur-capteur tranche* breveté [11]. Chaque actionneur est composé d'une bobine plate de largeur inférieure à la largeur d'une touche traditionnelle de piano (13.75mm). Cette bobine est mobile en translation par rapport au circuit magnétique polarisé par des aimants permanents. Le circuit magnétique est commun à toutes les touches du système, il est composé d'autant d'éléments magnétiques plats qu'il y a de touches.

La figure 6.2 montre une vue schématique de face d'un actionneur et une vue isométrique schématique de l'assemblage de deux actionneurs.

Les caractéristiques de chaque actionneur sont les suivantes :

- Espace de travail - 30 mm par axe
- Force transitoire max - 80 N
- Résolution en position au point de manipulation - 2  $\mu\text{m}$
- Force permanente max - 40 N
- Distance minimale entre les points de manipulation - 13.75 mm

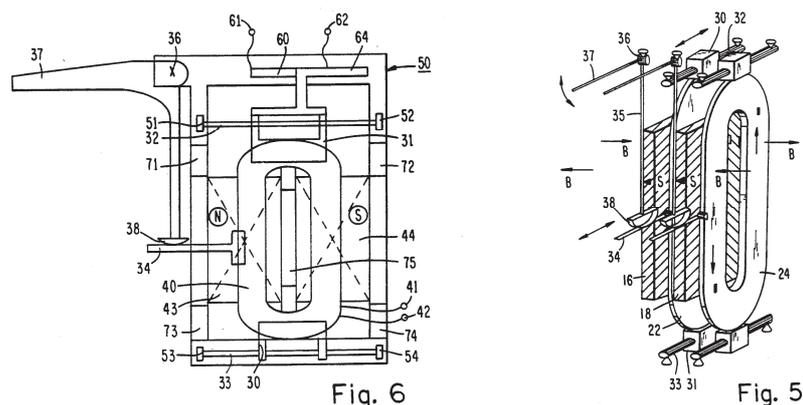


FIG. 6.2 – Vues schématiques : actionneur de face à gauche et vue isométrique de deux actionneurs à droite (d'après [11])

- Temps de réponse à la commande en force - 0.2 ms
- Résolution en force -  $1.3 \times 10^{-3}$  N
- Force de frottement résiduelle -  $5 \times 10^{-3}$  N
- Accélération maximale à vide -  $660 \text{ m.s}^{-2}$
- Vitesse maximale -  $1.8 \text{ m.s}^{-1}$
- Fréquence de coupure de la réponse en force - 5 kHz

La conception des actionneurs est telle que le système global répond aux besoins en termes de force, dynamique et encombrement latéral d'un clavier de piano. Par contre, les autres dimensions ( $180 \times 100$  mm) et surtout le poids (600 g par touche, soit 54 kg pour 88 touches) ne permettent pas une adaptation facile au marché des claviers numériques.

Ce système fût décliné en interface haptique à plusieurs degrés de liberté pour la manipulation d'objets virtuels [12].

### 1.1.2 The Touchback Keyboard (B. Gillespie 1996)

B. Gillespie proposa dans sa thèse [25] une interface haptique pour claviers musicaux. Son objectif était de créer un système capable de reproduire le comportement d'une mécanique de piano à queue traditionnelle. Le *Touchback keyboard* utilise des moteurs à courant continu et une transmission à câbles. La figure 6.3 présente un schéma du montage d'une touche. Par l'intermédiaire d'une poulie, le moteur électrique tire le câble fixé sur un tambour solidaire de la touche. Les axes de rotation du moteur et de la touche sont parallèles (verticaux dans la figure 6.3). La rotation du moteur est démultipliée et transmise à la touche par cet assemblage.

Par ailleurs, le moteur est équipé d'un codeur optique pour la mesure de la position de la touche. Cette information est utilisée pour calculer la réponse du piano traditionnel représentée par un modèle numérique simplifié afin de déterminer la consigne des moteurs.

Nous observons que le moteur est très grand par rapport à la largeur d'une touche. Pour résoudre ce problème, les moteurs des touches adjacentes sont distribués autour de l'axe de rotation

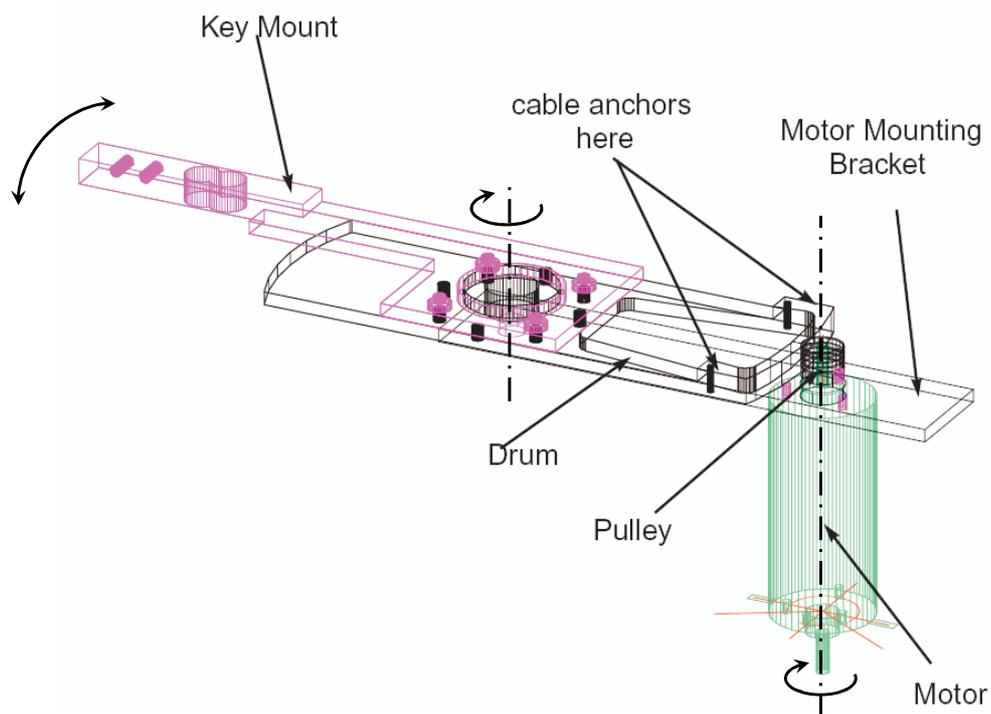


FIG. 6.3 – Montage d'une touche du *Touchback Keyboard* (d'après [25])

en 7 positions différentes qui permettent l'assemblage de 7 touches en évitant l'interpénétration des moteurs. La figure 6.4 présente une photographie du prototype final :



FIG. 6.4 – Photographie du *Touchback Keyboard* (d'après [25])

Le contrôle de cette interface haptique utilise un modèle simplifié de la mécanique traditionnelle de piano. La résolution numérique de systèmes avec des contraintes unilatérales introduit des instabilités inexistantes dans le système réel. Ces instabilités se traduisent par une vibration parasite des touches de l'interface haptique. Ces problèmes de stabilité de l'interface la rendent difficile à mettre au point pour une application de clavier musical.

## 1.2 Systèmes industriels

L'importance du toucher dans le contrôle du jeu de piano et dans l'expressivité qui peut être tirée de l'instrument fait que les fabricants de claviers numériques cherchent à reproduire ce toucher.

Les premiers claviers numériques étaient équipés de ressorts qui fournissaient une résistance croissante linéairement en fonction de l'enfoncement de la touche. Aujourd'hui, il existe plusieurs claviers dit à *toucher lourd*. Ces claviers comportent généralement une masse calibrée ou marteau entraînée par la touche. La force dépend alors également de la vitesse de la touche à cause de l'inertie du marteau. On retrouve plusieurs tentatives au cours des dernières années. La figure 6.5 présente un démonstrateur du système Yamaha - Clavinova<sup>©</sup>.

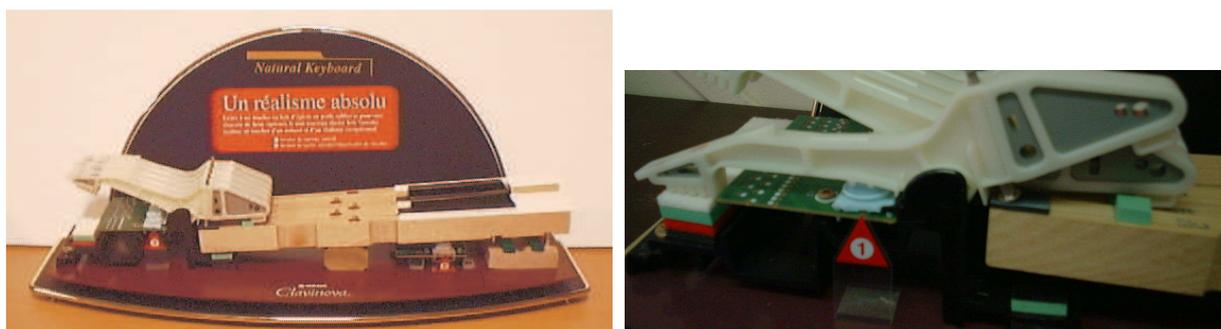


FIG. 6.5 – Système de rendu de toucher Clavinova<sup>©</sup>. Une vue d'ensemble (gauche) et détail du « marteau » pivotant (droite).

Le système est composé de 5 sous-systèmes parallèles qu'on appellera « notes ». Chaque note est composée d'une touche en bois très proche de la touche traditionnelle pivotant sur une pointe de balancier. Elle entraîne lors de son mouvement une masse calibrée (marteau). Le contact unilatéral se fait par l'intermédiaire d'un caoutchouc qui pourrait être assimilé à un ressort non linéaire. La fonction du caoutchouc est de simuler l'échappement mais on n'observe pas de rupture du contact touche-marteau. Le marteau pivote autour d'un axe fixe par rapport au bâti. Les deux butées (fond de touche et marteau-touche) se font à travers un élastomère qui simule le feutre.

Par rapport à la mécanique traditionnelle ce système ne possède que deux degrés de liberté. L'absence d'échappement et de répétition limite considérablement le rendu sensoriel. Ainsi le toucher est bien meilleur que celui des premiers claviers numériques mais il reste insuffisant pour obtenir le même niveau de contrôle du jeu et l'expressivité d'un clavier traditionnel.

La figure 6.6 présente deux autres systèmes de rendu de toucher. Ils ont le même fonctionnement que le Clavinova<sup>©</sup>. Le *Fatar Hammer Action*<sup>©</sup> [40] possède un actionneur électromagnétique qui agit sur chaque marteau. Cet actionneur permet de faire varier le « poids » du clavier. La force fournie par l'actionneur n'est pas adaptée en temps réel en fonction de la nuance de jeu. Il ne permet donc pas de contrôler la résistance au mouvement appliqué par le pianiste.

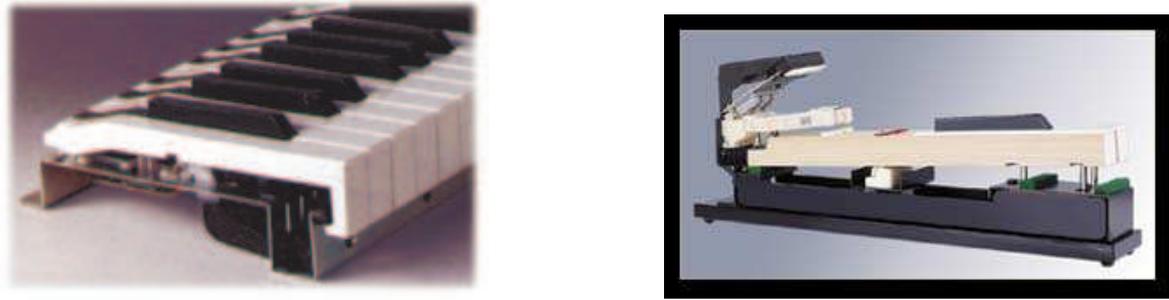


FIG. 6.6 – Autres systèmes de restitution de toucher commerciaux. À gauche le système *Fatar Hammer Action* et à droite le *Kawai Enhanced Awa Grand Action*.

## 2 STRUCTURE ET DIMENSIONNEMENT DE L'INTERFACE

La figure 6.7 est une photographie du prototype mono-touche, module élémentaire d'un clavier musical. Ce module élémentaire est conçu en sorte que le passage à un système multi-touche soit le plus direct possible comme le montrera la section 3 du chapitre 7.

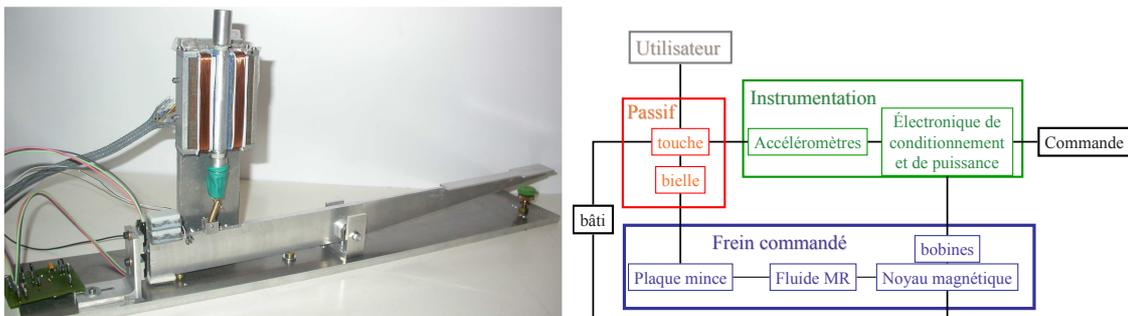


FIG. 6.7 – Interface haptique du piano pour une touche. Lorsque le doigt appuie sur la touche, le mouvement de rotation est transformé en mouvement de translation de la plaque magnétique grâce à la bielle. La plaque cisaille le fluide contenu dans l'entrefer.

L'interface est composée de trois parties :

1. Un levier (passif) et une bielle servent d'élément d'interface avec l'utilisateur et transmettent l'énergie mécanique produite par le pianiste à la partie commandée.
2. Un frein commandé permet de moduler la force de résistance au mouvement imposé par le pianiste. Par construction, cette partie du dispositif ne peut que dissiper l'énergie mécanique. Elle est reliée mécaniquement à la partie mécanique passive et électriquement à l'instrumentation.
3. L'instrumentation comprend les circuits de puissance pour alimenter les bobines ainsi que les capteurs avec leur conditionnement. Les capteurs mesurent le mouvement imposé par le pianiste. Cette information est transmise au système de commande. Le circuit de puissance impose un courant dans les bobines en fonction de la consigne fournie par le système de commande. L'instrumentation et le système de commande sont reliés par l'intermédiaire des voies d'une carte d'acquisition.

Cette section présente une description détaillée de ces éléments et des contraintes de dimensionnement associées.

## 2.1 Principe de fonctionnement de l'interface

Lorsque le pianiste applique un mouvement à la touche, la bielle transmet celui-ci à la lame magnétique qui coulisse dans l'entrefer. Le contrôle du courant dans les bobines permet de contrôler la force qui résiste au déplacement de la lame.

Une tension de consigne donnée en temps réel par le système de commande, impose un courant dans les bobines ce qui génère un champ magnétique dans l'entrefer. Sous l'action de ce champ magnétique, la viscosité apparente du fluide magnéto-rhéologique change ce qui permet de contrôler la résistance mécanique au déplacement de la plaque magnétique.

L'intensité désirée est calculée par le schéma de commande qui intègre d'une part, le comportement dynamique du système à simuler (la touche traditionnelle chapitre 2) et d'autre part, celui du système haptique décrit ci-dessous, calculés chacun en fonction de la mesure du mouvement de la touche.

Finalement, un contrôleur de type *PID* veille à l'accord entre l'intensité désirée dans les bobines et l'intensité réelle (Le schéma de contrôle sera détaillé dans le chapitre 7).

## 2.2 Description de la mécanique mobile

La structure mécanique est composée d'un levier, d'une bielle et d'un bâti, reliés par des liaisons pivot. Cette structure sert d'interface avec le pianiste et transmet l'énergie mécanique fournie par le doigt au frein commandé. De plus, la dynamique de la structure mécanique doit assurer le retour de la touche en position d'équilibre lorsque le pianiste relâche la note. Le retour doit respecter la dynamique de la mécanique traditionnelle.

Trois types de contrainte doivent être respectées.

1. L'interfaçage avec le pianiste impose la géométrie de certains éléments pour correspondre à un clavier traditionnel :
  - les dimensions de la partie frontale,
  - la course,
  - l'angle initial et final donc la position du centre de rotation par rapport à l'extrémité frontale.
2. Nous pouvons mettre en avant deux caractéristiques liées au fonctionnement de la touche traditionnelle qui agissent sur le ressenti du pianiste.
  - La touche traditionnelle possède deux butées (avant et arrière) en feutre qui interviennent dans le comportement global du système et sur le retour sensoriel perçu par le pianiste. Les contacts de butée avant et arrière du levier doivent être de type feutre.

- La touche traditionnelle se déforme peu sous l'action du doigt. La déformation du levier doit donc être négligeable par rapport à la course. Les contraintes doivent rester à tout instant inférieures à la limite d'élasticité du matériau.
3. Comme nous ne disposons pas d'autre actionneur que le frein actif, nous ne pouvons pas introduire de l'énergie mécanique dans le système pour compenser des forces passives trop importantes (inerties ou frottements par exemple). Les grandeurs caractéristiques de la dynamique de la touche traditionnelle ainsi que des grandeurs usuelles liées à son réglage imposent donc des contraintes de réalisation. Il faut assurer :
- une masse et inertie du levier inférieures à celles de la touche traditionnelle,
  - des forces de frottement minimales afin de respecter le « poids de descente »<sup>1</sup>.

Dans la pratique, nous cherchons à nous rapprocher le plus possible des caractéristiques de la touche traditionnelle pour minimiser la force à produire par le frein contrôlé (diminution de la consommation électrique et de la taille du système).

Finalement, il faut minimiser le jeu dans les liaisons mécaniques pour faciliter la précision de la commande.

La touche en aluminium possède les mêmes caractéristiques de masse et d'inertie que la touche traditionnelle en bois. L'analyse par éléments finis des efforts statiques sur la touche montre que, pour un chargement très supérieur à celui imposé par l'utilisation normale d'un piano (40 N appliqué par le pianiste à l'avant et arrière bloqué), la flèche reste faible - 0.5mm - et la limite d'élasticité n'est pas atteinte (voir figure 6.8).

Le retour de la touche en position d'équilibre est assuré par une masse supplémentaire ajoutée à l'extrémité arrière de la touche. La liaison pivot touche - bâti est réalisée avec deux roulements à billes (*SKF 618-4*). Les liaisons touche-bielle et bielle-frein commandé sont réalisées par des axes directement montés sur des alésages prévus à cet effet. Les butées avant et arrière sont identiques à celles de la mécanique traditionnelle. La bielle transforme la rotation de la touche en translation de l'élément mobile sur lequel agit le fluide magnéto-rhéologique.

### 2.3 Description du frein commandé

Le frein commandé associe un circuit magnétique (1), un élément mobile (2), un système d'étanchéité (3) et un guidage (4) ; le tout est fixé sur le bâti (5) (figure 6.9).

Le circuit magnétique est composé de deux noyaux ferromagnétiques en forme de U et de deux bobines de 100 tours chacune. L'assemblage ménage un entrefer de 1 mm où se déplace une plaque magnétique allongée.

La partie mobile est composée par une plaque magnétique qui coulisse dans l'entrefer et de deux tiges de part et d'autre de la plaque. Ces tiges associées à deux bagues assurent le guidage

---

<sup>1</sup>Le poids de descente correspond à la plus petite masse nécessaire pour entamer le mouvement de la touche traditionnelle. Il est habituellement réglé entre 50 et 60 g pour un piano à queue. L'annexe A présente la procédure de réglage de la mécanique d'un piano à queue.

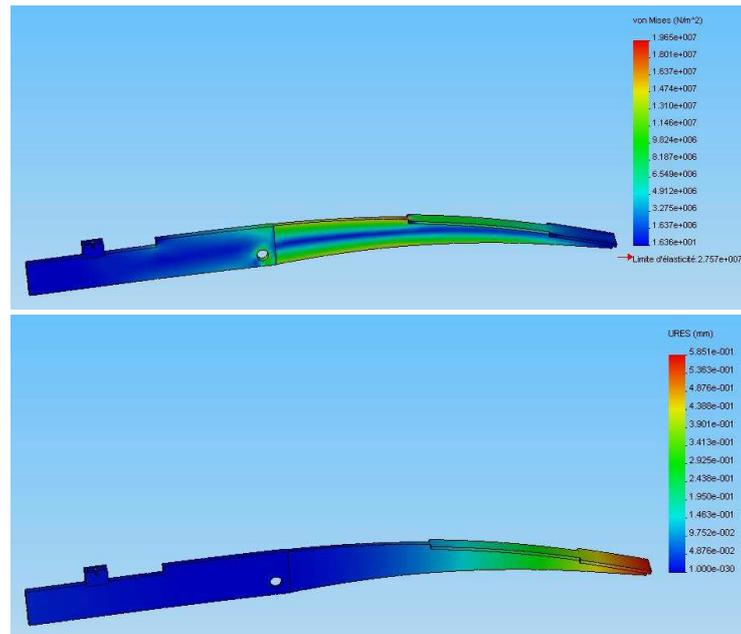


FIG. 6.8 – Analyse éléments finis de la touche (*COSMOSXpress*). Diagramme du haut : contrainte de Von Mises. Diagramme du bas : déplacement résultant.

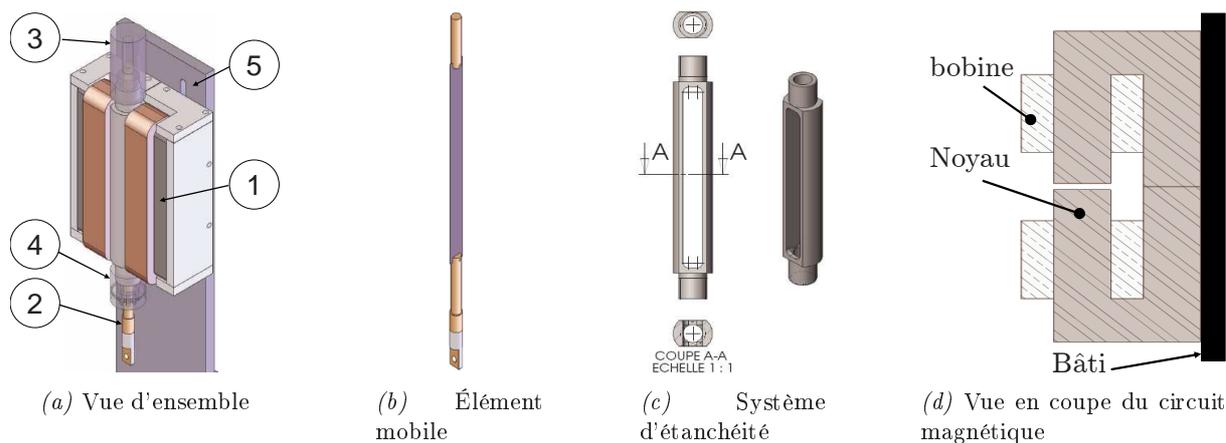


FIG. 6.9 – Frein commandé comportant un circuit magnétique (1), un élément mobile (2), un système d'étanchéité (3), un guidage (4) et un bâti (5)

en translation de la plaque.

La cavité étanche contenant le fluide magnéto-rhéologique est formée par la pièce (c), les pôles magnétiques, un bouchon supérieur, une bague inférieure et une membrane flexible (non représentée sur la figure). La membrane est fixée d'une part sur la bague inférieure et d'autre part sur la tige inférieure de la partie mobile. La membrane permet le mouvement de translation de la plaque dans le fluide en assurant l'étanchéité et en éliminant les frottements.

Les dimensions de l'ensemble permettent l'assemblage en quinconce de plusieurs touches (voir section 3 du chapitre 7).

Le frein commandé présenté répond à la fonction principale du système : opposer une résistance

contrôlée à l'avancement de l'élément mobile comprise entre  $F_{min}$ , force minimale, et  $F_{max}$ , force maximale désirées. Il faut assurer :

- des frottements faibles pour respecter le « poids de descente »,
- le guidage en translation et le maintien de la plaque centrée dans l'entrefer de 1 mm,
- l'étanchéité de la cavité contenant le fluide MR,
- une surface d'entrefer suffisante pour assurer la force  $F_{max}$  (proportionnelle au champ magnétique maximal et à la surface de cisaillement),
- un encombrement compatible avec le montage en quinconce sur un clavier de 88 touches,
- une puissance électrique consommée minimale.

La conception présentée ici avec les paramètres numériques donnés dans le tableau 6.5 semble capable de reproduire le comportement de la mécanique traditionnelle. Une optimisation portant sur la minimisation de la puissance électrique consommée dans le cas le plus défavorable, de la masse et de la force  $F_{min}$  sous contrainte de respecter la force objectif  $F_{max}$  permettrait d'obtenir un jeu de paramètres encore plus adapté à la réalisation d'un clavier de 88 touches.

## 2.4 Instrumentation et conditionnement

L'instrumentation remplit deux fonctions : fournir la puissance électrique adéquate aux bobines en fonction de la consigne et mesurer le mouvement de la touche qui sert d'entrée à l'algorithme de commande.

La première fonction est assurée grâce à un circuit amplificateur non inverseur représenté dans le schéma de la figure 6.10.

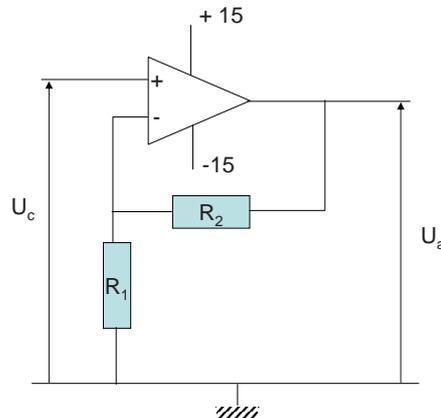


FIG. 6.10 – Schéma d'amplification

Ce circuit utilise l'amplificateur opérationnel *Texas Instruments OPA548*. Il amplifie linéairement la consigne venant de la carte d'acquisition. Le schéma électrique détaillé du circuit est présenté en annexe B.1.1.

Le mouvement angulaire (position, vitesse et accélération) de la touche est calculé à partir de la mesure d'accélération linéaire de la touche mesurée à son extrémité, du côté opposé au doigt,

selon un axe tangent à la rotation.

Cette accélération varie entre 0 et  $60 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  en fonction de la nuance de jeu. L'utilisation d'un seul accéléromètre d'un prix compatible avec la réalisation d'un clavier de 88 touches ne permet pas de couvrir toute la gamme avec une bonne précision. Nous utilisons donc deux accéléromètres MEMS *Analog Devices ADXL103* et *ADXL321*.

Afin de réduire au maximum le nombre de voies d'acquisition analogique (dans la perspective de réaliser un clavier à 88 touches), nous avons implémenté un système analogique pour commuter les signaux analogiques des deux accéléromètres. Le montage électrique détaillé est donné dans l'annexe B.1.4.

Par leur principe de fonctionnement, les accéléromètres MEMS sont sensibles à l'accélération de la pesanteur. Ceci se traduit par la présence d'une composante continue qui dépend du positionnement et de l'inclinaison du capteur. Comme l'inclinaison des accéléromètres varie au cours du mouvement, nous utilisons un filtre passe-haut de *Butterworth* d'ordre 4 de fréquence de coupure 1 Hz pour éliminer la composante continue (composants (1) du schéma 6.11).

Un filtre passe-bas de *Butterworth* d'ordre 4 de fréquence de coupure 1500 Hz fait office de filtre anti-repliement et permet aussi de réduire le bruit de mesure (composant (5) du schéma 6.11). Les schémas électriques détaillés des filtres sont présentés dans les annexes B.1.2 et B.1.3.

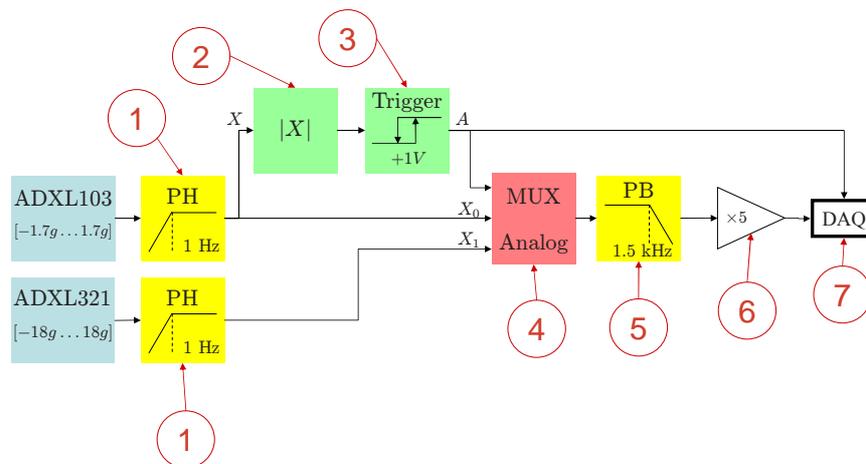


FIG. 6.11 – Principe de commutation des deux accéléromètres. (1) filtres passe-haut, (2) redresseur, (3) commutateur, (4) multiplexeur, (5) filtre-passe bas, (6) amplificateur, (7) carte d'acquisition

Le signal de chaque accéléromètre est filtré par les filtres passe haut (1). On obtient alors une mesure de l'accélération centrée autour de zéro. Un redresseur (2) donne la valeur absolue du signal de l'accéléromètre *ADXL103* (gamme d'amplitude faible). Cette valeur absolue est comparée à une tension stabilisée à 1 V (3) en vue de commuter l'entrée de la carte d'acquisition (7) par l'intermédiaire du multiplexeur (4). Le signal de commutation est également acquis par une voie numérique de la carte d'acquisition (7).

En résumé, lorsque le signal du *ADXL103* est inférieur à 1 V la voie  $X_0$  est passante sinon, c'est la voie  $X_1$  qui est passante.

La sortie du multiplexeur est filtrée par le passe bas (5) et amplifiée (6) pour utiliser la pleine échelle de la carte d'acquisition (7). Lors du traitement numérique des données, le signal issu du comparateur (3) sert à déterminer de quel accéléromètre vient la mesure ; la valeur du gain numérique (sensibilité de chaque capteur) est adaptée à chaque échantillon.

À partir de la mesure d'accélération de la touche, nous calculons la vitesse et position angulaires de la touche par intégration numérique. Deux capteurs de position à effet Hall donnent une information booléenne de la présence de la touche aux butées arrière et avant : en position d'équilibre  $\theta_{T_0}$  ou en contact avec la mouche  $\theta_{T_m}$ . Nous utilisons ces informations pour recalibrer les intégrations numériques.

De plus, ces deux informations booléennes nous informent sur les différentes phases du mouvement de la touche : repos, mouvement descendant, arrêt sur la mouche et retour en position d'équilibre. Ainsi elles permettent la gestion du retour de la touche en position d'équilibre (voir chapitre 7 section 2.4)

### 3 MODÈLE DE L'INTERFACE

La modélisation de l'interface haptique pour touche de piano est indispensable pour l'implémentation du contrôle en temps réel. En effet, le comportement dynamique de l'interface sera inversé pour déterminer la consigne électrique en fonction de la force d'interaction désirée entre l'utilisateur et la touche. Ce modèle doit être une image fidèle et prédictive du comportement de l'interface au cours du fonctionnement. Il doit également être inversable et donc le plus simple possible.

Ce modèle comporte plusieurs étapes :

- la définition des paramètres et des variables,
- les relations de comportement et de liaison (frottements, feutres et fluide),
- les équations de la dynamique des différents corps rigides en mouvement,
- le comportement électromagnétique des moyens de génération de champ magnétique.

L'ensemble de ces équations permet de calculer la force d'interaction entre le pianiste et la touche en fonction de la tension de consigne et du mouvement de la touche selon un schéma de résolution présenté dans la section 4.1.

Cette modélisation suit une démarche similaire de celle présentée pour la modélisation de la mécanique traditionnelle donnée dans le chapitre 2.

#### 3.1 Définition des paramètres

Afin de poser et de résoudre les équations de la dynamique du système, nous effectuons les hypothèses suivantes :

- tous les solides sont considérés comme rigides,

- les axes de rotation sont considérés comme fixes au cours du mouvement dans le repère correspondant,
- les forces d'inertie et de masse de la bielle sont négligeables devant les autres forces en jeu,
- les couples de frottement dans les liaisons pivot sont négligeables devant les autres forces en jeu,
- l'angle de rotation de la touche est petit :  $\cos \theta_1 \approx 1$  et  $\sin \theta_1 \approx \theta_1$ .

### 3.1.1 Paramètres géométriques

La figure 6.12 montre l'ensemble des points qui entrent en jeu dans le modèle de l'interface.

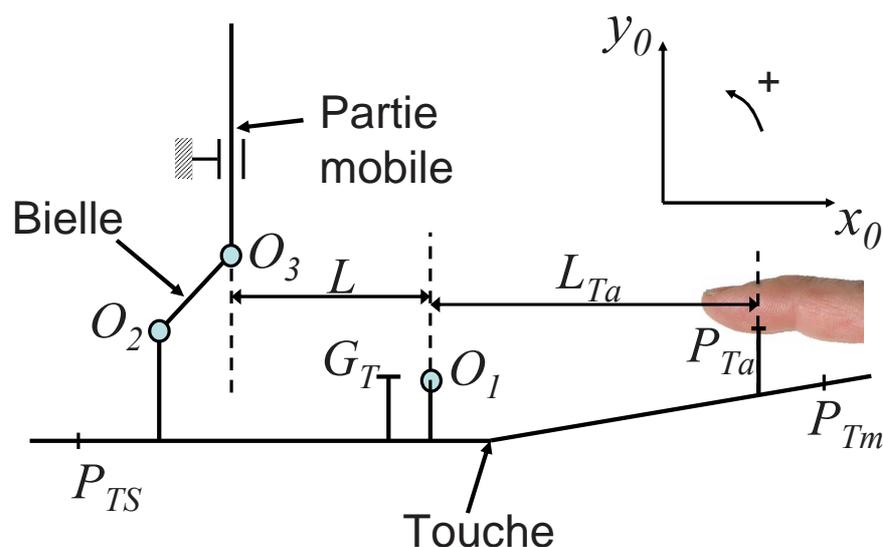


FIG. 6.12 – Définition des paramètres géométriques

La description détaillée des points (avec les forces qui s'y appliquent et leurs coordonnées en mm) est donnée dans le tableau 2.1 (les repères sont définis dans la figure 6.13).

				Repère du laboratoire (figure 6.13)	
Point	Description (point d'application de $F_{\alpha \rightarrow \beta}$ )	$x$ valeur (mm)	$y$ valeur (mm)	$x_0$ (mm)	$y_0$ (mm)
Touche		Repère $R_1$			
$P_{Ta}$	Contact avec l'utilisateur ( $F_{a \rightarrow T}$ )	$L_{Ta}$ 267	$h_{Ta}$ 23	$L_{Ta} - \theta_1 h_{Ta}$	
$P_{Tm}$	Contact avec la mouche ( $F_{m \rightarrow T}$ )	$L_{Tm}$ 240	$h_{Tm}$ 11	$L_{Tm} - \theta_1 h_{Tm}$	
$G_T$	Centre de masse ( $P_T = -m_T g$ )	$L_{G_T}$ 1.67	$h_{G_T}$ 8.67	$L_{G_T} - \theta_1 h_{G_T}$	
$P_{TS}$	Contact avec le support	$L_{TS}$	$h_{TS}$	$L_{TS} - \theta_1 h_{TS}$	

Point	Description (point d'application de $F_{\alpha \rightarrow \beta}$ )	$x$ valeur (mm)	$y$ valeur (mm)	$x_0$ (mm)	$y_0$ (mm)
	$(F_{S \rightarrow T})$	-172	-9		
$P_{Tmr}$	Position masse de rappel $(F_{mr \rightarrow T})$	$L_{Tmr}$ -176	$h_{Tmr}$ 21	$L_{Tmr} - \theta_1 h_{Tmr}$	
$O_2$	Centre de rotation bielle-touche $(F_{B \rightarrow T})$	$L_{O_2}$ -131	$h_{O_2}$ 27	$L_{O_2} - \theta_1 h_{O_2}$	$L_{O_2} \theta_1 + h_{O_2}$
$O_1$	Centre de rotation de la touche			0	0
Bielle		Repère $R_2$			
$O_3$	Centre de rotation bielle - lame $(F_{L \rightarrow B})$	$L_{O_3}$ 21	0	$L_{O_3} \cos \theta_2$	$L_{O_3} \sin \theta_2$

TAB. 6.1: Paramètres géométriques

Les variables d'espace choisies pour décrire le mouvement sont données par la table 2.2.

Variable	Description	Valeur initiale (rd ou mm)
$\theta_1$	Angle de la touche	0.024
$\theta_2$	Position angulaire de la bielle	1.28
$L$	Position de la lame par rapport à $O_1$	-125
$y$	Position de la lame suivant $\vec{y}_0$	47

TAB. 6.2 – Variables d'espace

Les autres paramètres mécaniques du système (constantes de raideur, coefficient de frottement, etc.) sont donnés par la table 2.3.

Paramètre	Description	Valeur	Unité
Touche			
$m_T$	Masse de la touche	0.172	kg
$J_{T,O_1}$	Moment d'inertie de la touche par rapport à $O_1$	$2.5 \times 10^{-3}$	kg.m <sup>2</sup>
$m_r$	Masse ajoutée pour faciliter le retour de la touche en position d'équilibre	0.03	kg
Feutre de mouche			
$k_m$	Constante de raideur statique du feutre de mouche	$1.6 \times 10^{10}$	uSI
$p_m$	Exposant de raideur statique du feutre de mouche	2.7	

Paramètre	Description	Valeur	Unité
$b_m$	Constante de raideur dynamique du feutre de mouche (voir eq. (6.3))	$2 \times 10^7$	N.s.m <sup>-3</sup>
Lame			
$m_L$	Masse des parties mobiles	$13.8 \times 10^{-3}$	kg
$f_L$	Coefficient de frottement sec de la liaison glissière lame-bâti	0.2	
$k_r$	Constante du ressort de rappel lame-bâti équivalent à la présence de la membrane flexible et de l'air dans bouchon.	10	N.m <sup>-1</sup>
Fluide MR			
$k_\tau$	Coefficient liant $\tau_y$ et $H$ (voir eq. (6.7))	0.15	uSI
$k_G$	Coefficient liant $G$ et $H$ (voir eq. (6.8))	0.035	uSI
$\mu_f$	Perméabilité relative du fluide	5	

TAB. 6.3: Paramètres divers

### 3.1.2 Définition des angles et changement de repère

Pour chaque corps en mouvement, nous définissons un repère :

- pour la touche, le repère  $R_1$  centré sur  $O_1$  et tel que  $\vec{x}_1$  soit colinéaire avec le plan d'interaction entre la touche et le pianiste ;
- pour la bielle, le repère  $R_2$  centré sur  $O_2$  et tel que  $\vec{x}_2$  soit colinéaire avec  $\overrightarrow{O_2O_3}$  ;
- pour la lame, le repère  $R_3$  centré sur  $O_3$  orienté comme  $R_0$ .

La figure 6.13 définit les variables angulaires qui positionnent les deux premiers repères.

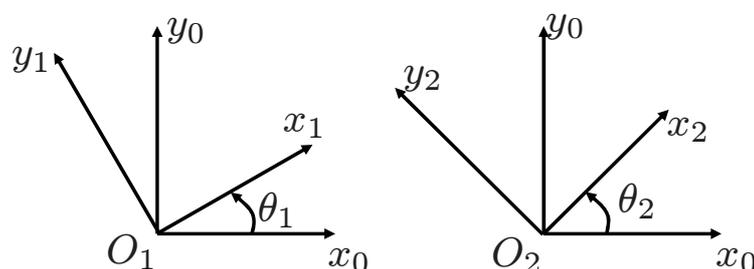


FIG. 6.13 – Définition des variables angulaires

Pour les changements de repère, on utilise des matrices de passage  $P_1^0$  et  $P_2^0$  définies par :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\theta_1 \\ \theta_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

## 3.2 Liaisons et comportements

### 3.2.1 Comportement du feutre de mouche

Les butées avant et arrière du levier de l'interface haptique sont garnies de feutre afin d'éviter les chocs et les discontinuités dans les efforts transmis. L'expression de la force de compression  $F$  en fonction de l'enfoncement  $\delta$  du feutre est donnée par :

$$F = k\delta^r + b\dot{\delta}^2 \quad (6.1)$$

où  $k$  est la raideur statique,  $r$  l'exposant de raideur statique et  $b$  la constante de raideur dynamique du feutre.

On note  $\theta_m$  l'angle qui correspond au contact touche-mouche. La compression  $\delta$  vaut donc :

$$\delta = -L_{TM}(\theta_1 - \theta_m) \quad (6.2)$$

Ainsi, dans  $R_0$ , la force exercée par la mouche sur la touche est donnée par :

$$\overrightarrow{F_{m \rightarrow T}} = \begin{pmatrix} 0 \\ k_m[-L_{TM}(\theta_1 - \theta_m)]^{r_m} + b_m(-L_{TM}\dot{\theta}_1)[-L_{TM}(\theta_1 - \theta_m)]^2 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

### 3.2.2 Comportement du ressort

La compression de l'air dans le bouchon lors du mouvement et la déformation de la membrane flexible peuvent être modélisées en première approximation par un ressort linéaire de raideur  $k_r$ . On suppose que ce ressort n'applique aucune force sur le système à l'équilibre. La force du ressort est donc donnée par l'équation (6.4) :

$$\overrightarrow{F_{r \rightarrow L}} = -k_r(y - y_0)\vec{y} \quad (6.4)$$

où  $y$  est le déplacement linéaire et  $y_0$  la position à l'équilibre de la lame.

### 3.2.3 Contact frottant avec éléments guidant la lame

La force normale au contact entre les éléments de guidage et l'élément mobile est dirigée suivant  $\vec{x}$ . Soit  $f_L$  le coefficient de frottement dans le guidage linéaire (bas et haut). Les composantes de la force exercée par le guidage sur la lame  $\overrightarrow{F_{g \rightarrow L}}$  sont liées par la relation :

$$F_{gL_y} = -f_L F_{gL_x} \hat{y} \quad (6.5)$$

avec  $\hat{y}$  le signe de  $\dot{y}$

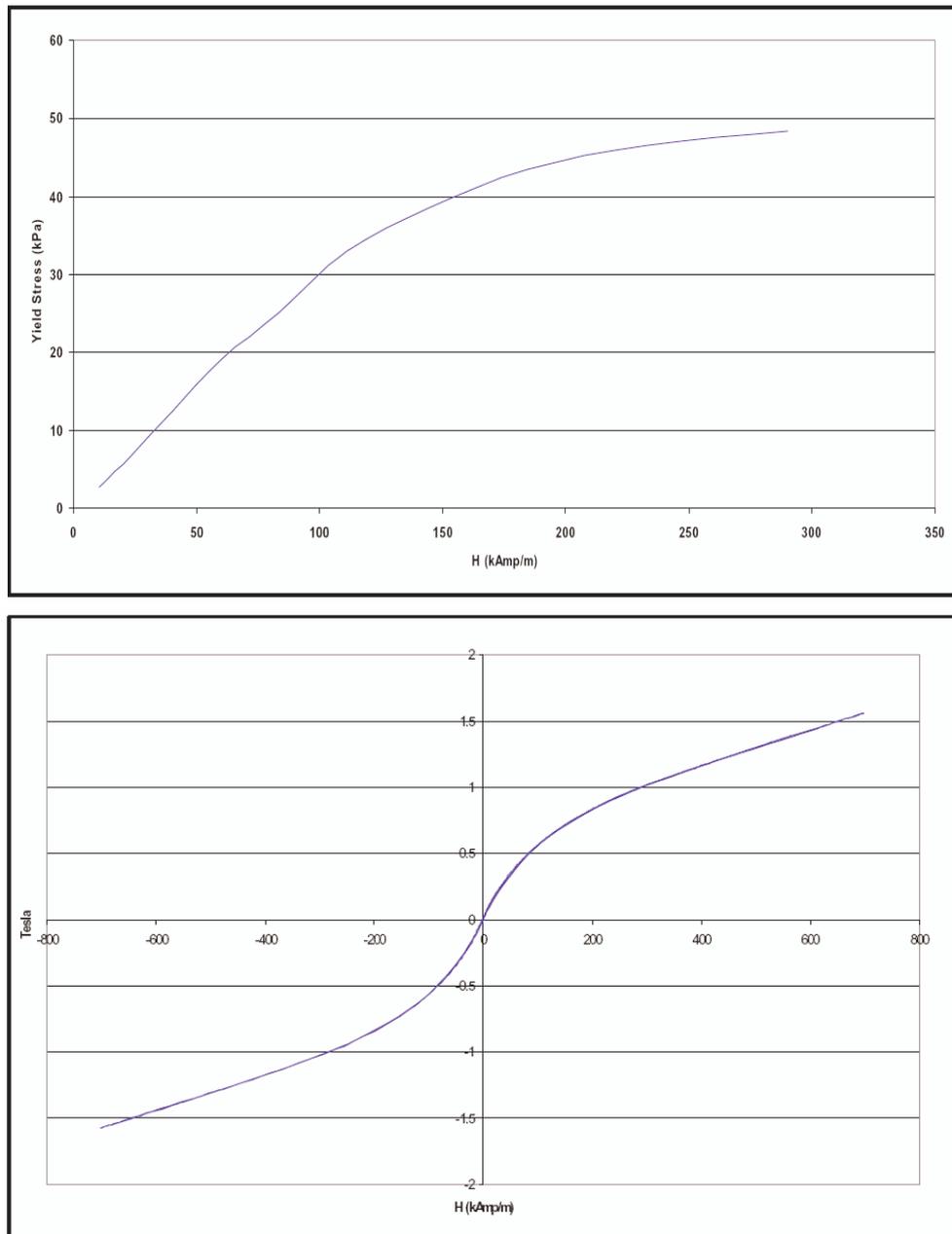


FIG. 6.14 – Courbes de comportement du fluide MRF-132DG (d'après [18]). Haut : contrainte limite d'écoulement en fonction du champ magnétique. Bas : induction magnétique en fonction du champ magnétique.

### 3.2.4 Comportement du fluide MR

La figure 6.14 présente les courbes de comportement du fluide MR.

Dans le domaine d'utilisation choisi ( $B \leq 0.5$  T), nous considérons comme linéaires les relations qui donnent  $\tau_y$ , contrainte-seuil d'écoulement, et  $B$ , induction magnétique, en fonction du champ

magnétique  $H$  :

$$\tau_y = k_\tau H \quad (6.6)$$

$$B = \mu_f H \quad (6.7)$$

De plus, avant la cassure des chaînes de particules, le fluide se comporte comme un solide élastique caractérisé par le module  $G$  (Voir chapitre 5). Par hypothèse, nous considérons que  $G$  est une fonction linéaire du champ magnétique  $H$  :

$$G = k_G H \quad (6.8)$$

La force appliquée par le fluide sur la lame  $F_{fLy}$  est la somme d'une force non contrôlable due à la viscosité du fluide porteur  $F_\eta$  et d'une force contrôlable due au champ magnétique  $F_\tau$ . La force  $F_{fLy}$  d'interaction fluide-lame s'oppose toujours au mouvement de la lame. L'équation (6.9) donne la force appliquée par le fluide sur la lame magnétique en fonction de  $\tau_y(H)$  et  $G(H)$  (voir chapitre 5 section 3.2).

$$F_{fLy} = F_\eta + F_\tau = - \frac{\eta S \dot{y}}{g_f} - \hat{y} \left| \begin{array}{ll} \frac{G(H)\delta y S}{g_f} & \text{pour } F_{fLy} \leq \tau_y S \\ \tau_y S & \text{pour } F_{fLy} > \tau_y S \end{array} \right. \quad (6.9)$$

où  $\delta y = y - y_0$  est le déplacement de la lame,  $S$  la surface de cisaillement,  $g_f$  l'épaisseur de fluide cisailé et  $\eta$  la viscosité du fluide porteur.

Dans le cas du cisaillement par plaque mince, la plaque est maintenue centrée dans l'entrefer. La surface de cisaillement est donc égale à deux fois la section des pôles magnétiques  $S$  et l'épaisseur de fluide cisailé  $g_f$  correspond à la moitié de l'épaisseur totale de fluide  $e_f$ . La force d'interaction fluide-lame est donnée par :

$$F_{fLy} = - \frac{4\eta S \dot{y}}{e_f} - \hat{y} \left| \begin{array}{ll} \frac{4G\delta y S}{e_f} & \text{pour } F_{fLy} \leq \tau_y S \\ 2\tau_y S & \text{pour } F_{fLy} > \tau_y S \end{array} \right. \quad (6.10)$$

### 3.3 Équations de la dynamique

Nous appliquons successivement le principe fondamental de la dynamique aux différents corps rigides.

#### 3.3.1 Théorème du moment en $O_1$ sur la touche

Au cours de son mouvement, la touche subit des forces différentes en fonction de l'état des contacts unilatéraux de butée avant et arrière.

Pour  $t < 0$ , la touche est au repos et soumise à son poids, le poids de la masse ajoutée, la force exercée par la bielle et la réaction de la butée arrière :

$$\vec{0} = m_T \overrightarrow{O_1 G_T} \wedge \vec{g} + \overrightarrow{O_1 P_{Tmr}} \wedge \overrightarrow{F_{mr \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_1 P_{TS}} \wedge \overrightarrow{F_{S \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_1 O_2} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} \quad (6.11)$$

$$0 = -m_T g(L_{G_T} - h_{G_T} \theta_1) - m_r g(L_{Tmr} - h_{Tmr} \theta_1) + F_{ST}(L_{TS} - h_{TS} \theta_1) \\ + (L_{O_2} - h_{O_2} \theta_1) F_{BTy} - (L_{O_2} \theta_1 + h_{O_2}) F_{BTx} \quad (6.12)$$

Pour  $t = 0$ , la touche est encore au repos mais l'utilisateur applique une force suffisante pour compenser la réaction de la butée arrière. Le contact avec cette butée va être rompu. Les forces en jeu sont le poids de la touche, le poids de la masse ajoutée, la force exercée par la bielle et la force exercée par l'utilisateur :

$$\vec{0} = m_T \overrightarrow{O_1 G_T} \wedge \vec{g} + m_r \overrightarrow{O_1 P_{Tmr}} \wedge \vec{g} + \overrightarrow{O_1 O_2} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_1 P_{Ta}} \wedge \overrightarrow{F_{a \rightarrow T}} \quad (6.13)$$

$$0 = -m_T g(L_{G_T} - h_{G_T} \theta_1) - m_r g(L_{Tmr} - h_{Tmr} \theta_1) + (L_{O_2} - h_{O_2} \theta_1) F_{BTy} \\ - (L_{O_2} \theta_1 + h_{O_2}) F_{BTx} + F_{aT}(L_{Ta} - h_{Ta} \theta_1) \quad (6.14)$$

Pour  $|\theta_1| < |\theta_m|$ , le contact avec la mouche n'est pas encore établi. Les forces en jeu sont le poids de la touche, le poids de la masse ajoutée, la force exercée par la bielle et la force exercée par l'utilisateur :

$$J_{T,O_1} \ddot{\theta}_1 \vec{z} = m_T \overrightarrow{O_1 G_T} \wedge \vec{g} + m_r \overrightarrow{O_1 P_{Tmr}} \wedge \vec{g} + \overrightarrow{O_1 O_2} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_1 P_{Ta}} \wedge \overrightarrow{F_{a \rightarrow T}} \quad (6.15)$$

$$J_{T,O_1} \ddot{\theta}_1 = -m_T g(L_{G_T} - h_{G_T} \theta_1) - m_r g(L_{Tmr} - h_{Tmr} \theta_1) + (L_{O_2} - h_{O_2} \theta_1) F_{BTy} \\ - (L_{O_2} \theta_1 + h_{O_2}) F_{BTx} + F_{aT}(L_{Ta} - h_{Ta} \theta_1) \quad (6.16)$$

Pour  $|\theta_m| \leq |\theta_1|$ , la touche termine son mouvement descendant en contact avec la mouche. Aux forces précédentes s'ajoute la réaction de la mouche :

$$J_{T,O_1} \ddot{\theta}_1 \vec{z} = m_T \overrightarrow{O_1 G_T} \wedge \vec{g} + m_r \overrightarrow{O_1 P_{Tmr}} \wedge \vec{g} + \overrightarrow{O_1 O_2} \wedge \overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} \\ + \overrightarrow{O_1 P_{Ta}} \wedge \overrightarrow{F_{a \rightarrow T}} + \overrightarrow{O_1 P_{Tm}} \wedge \overrightarrow{F_{m \rightarrow T}} \quad (6.17)$$

$$J_{T,O_1} \ddot{\theta}_1 = -m_T g(L_{G_T} - h_{G_T} \theta_1) - m_r g(L_{Tmr} - h_{Tmr} \theta_1) \\ + (L_{O_2} - h_{O_2} \theta_1) F_{BTy} - (L_{O_2} \theta_1 + h_{O_2}) F_{BTx} \\ + F_{aT}(L_{Ta} - h_{Ta} \theta_1) + F_{mT}(L_{Tm} - h_{Tm} \theta_1) \quad (6.18)$$

Nous ne tenons compte que de la phase descendante du mouvement de la touche car le modèle de la touche traditionnelle décrit dans le chapitre 2 se limite à l'attaque de la note. Le rendu sensoriel sera actif uniquement sur la phase descendante du mouvement de la touche. Lors du retour de la touche en position de repos, le système de commande impose une intensité dans les bobines de sorte à rendre ce retour le plus rapide possible (voir section 2.4 du chapitre 7).

### 3.3.2 Dynamique de la bielle

Au cours du mouvement, la bielle est soumise à la force  $\overrightarrow{F_{T \rightarrow B}}$  de la touche sur la bielle et à la force  $\overrightarrow{F_{L \rightarrow B}}$  de la lame sur la bielle.

#### Théorème de la résultante

Le théorème de la résultante appliqué à la bielle, sous les hypothèses énoncées ci-dessus, donne :

$$\vec{0} = \overrightarrow{F_{L \rightarrow B}} + \overrightarrow{F_{T \rightarrow B}} \quad (6.19)$$

#### Théorème du moment en $O_2$

Le théorème du moment appliqué à la bielle en  $O_2$  donne une relation entre les deux composantes de la force  $\overrightarrow{F_{L \rightarrow B}}$  :

$$\vec{0} = \overrightarrow{O_2 O_3} \wedge \overrightarrow{F_{L \rightarrow B}} \quad (6.20)$$

$$0 = L_{O_3} \cos \theta_2 F_{LB y} - L_{O_3} \sin \theta_2 F_{LB x} \quad (6.21)$$

$$\boxed{\tan \theta_2 = \frac{F_{LB y}}{F_{LB x}}} \quad (6.22)$$

### 3.3.3 Dynamique de la lame mobile

Au cours du mouvement, la lame est soumise en permanence aux mêmes actions mécaniques. Les forces appliquées sont le poids  $\overrightarrow{P_L}$  de l'ensemble {lame, tige et fluide}, la force de contact  $\overrightarrow{F_{g \rightarrow L}}$  entre la lame et les éléments de guidage, la force  $\overrightarrow{F_{r \rightarrow L}}$  due à la compression de l'air dans le bouchon et à la déformation de la membrane flexible (assimilée à un ressort linéaire), la force transmise par la bielle  $\overrightarrow{F_{B \rightarrow L}} = -\overrightarrow{F_{L \rightarrow B}}$  et la force appliquée par le fluide MR  $\overrightarrow{F_{f \rightarrow L}}$ .

Le théorème de la résultante appliqué à la lame mobile donne :

$$m_L \vec{\gamma} = \overrightarrow{P_L} + \overrightarrow{F_{g \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{r \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{B \rightarrow L}} + \overrightarrow{F_{f \rightarrow L}} \quad (6.23)$$

La projection de cette équation vectorielle selon  $y_0$  et  $x_0$  donne deux équations scalaires :

$$m_L \ddot{y} = -m_L g - f_L F_{g L x} \hat{y} - k(y - y_0) + F_{B L y} - \frac{4\eta S \dot{y}}{e_f} \hat{y} \left| \begin{array}{l} \frac{4G\delta y S}{e_f} \text{ pour } |F_\tau| \leq \tau_y S \\ 2\tau_y S \text{ pour } |F_\tau| > \tau_y S \end{array} \right. \quad (6.24)$$

$$0 = F_{g L x} + F_{B L x} \quad (6.25)$$

## 3.4 Fermeture géométrique

La fermeture géométrique (6.26) donne la position de la lame mobile en fonction de la position de la touche et des paramètres géométriques.

$$\overrightarrow{O_1 O_2} + \overrightarrow{O_2 O_3} + \overrightarrow{O_3 O_1} = \vec{0} \quad (6.26)$$

avec

$$\overrightarrow{O_1O_2} = \begin{pmatrix} L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1 \\ L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2} \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{O_2O_3} = \begin{pmatrix} L_{O_3} \cos \theta_2 \\ L_{O_3} \sin \theta_2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{O_1O_3} = \begin{pmatrix} L \\ y \end{pmatrix}$$

L'équation vectorielle de fermeture géométrique donne un système linéaire de deux équations scalaires ayant pour inconnues  $\theta_2$  et  $y$  :

$$\begin{cases} L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1 + L_{O_3} \cos \theta_2 - L = 0 \\ L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2} + L_{O_3} \sin \theta_2 - y = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

On les réécrit sous la forme :

$$\boxed{\cos \theta_2 = \frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}}} \quad (6.28)$$

$$\boxed{\sin \theta_2 = \sqrt{1 - \left( \frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}} \right)^2}} \quad (6.29)$$

$$\boxed{y = L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2} + L_{O_3} \sqrt{1 - \left( \frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}} \right)^2}} \quad (6.30)$$

### 3.5 Équations électromagnétiques

#### 3.5.1 Définition des paramètres

La figure 6.15 présente les paramètres géométriques définissant les dimensions du circuit magnétique. Ces grandeurs sont nécessaires au calcul de la réluctance  $\mathcal{R}$  du circuit magnétique.

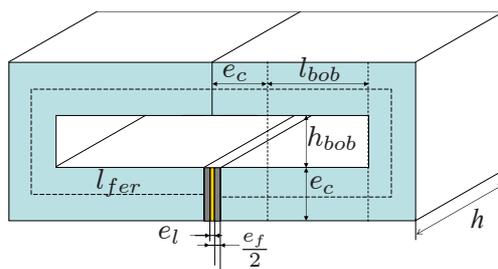


FIG. 6.15 – Paramètres géométriques du circuit magnétique

Le tableau 6.4 définit l'ensemble des paramètres nécessaires au calcul du comportement électromagnétique.

Paramètre	Description	Valeur	Unité
Circuit magnétique (voir figure 6.15)			

Paramètre	Description	Valeur	Unité
$h$	Hauteur du circuit magnétique	70	mm
$e_c$	Épaisseur circuit magnétique	7	mm
$e_l$	Épaisseur de la lame	0.2	mm
$e_f$	Épaisseur totale de fluide MR	0.8	mm
$l_{bob}$	Largeur de chaque bobine	11	mm
$h_{bob}$	Hauteur de chaque bobine	4	mm
$N$	Nombre total de spires	200	
$\mu_{fer}$	Perméabilité magnétique du noyau	$4 \times 10^4 \mu_0$	H.m <sup>-1</sup>
$\mu_{lame}$	Perméabilité magnétique de la lame	$4 \times 10^3 \mu_0$	H.m <sup>-1</sup>
Circuit électrique			
$d$	Diamètre du fil des bobines	0.25	mm
$\rho_{cuivre}$	Résistivité du cuivre	$1.7 \times 10^{-8}$	$\Omega\text{m}$
$R1$	Résistance du circuit d'amplification	220	k $\Omega$
$R2$	Résistance du circuit d'amplification	10	k $\Omega$
$R_{mes}$	Résistance de mesure de l'intensité $I$	1.55	$\Omega$

TAB. 6.4: Paramètres électromagnétiques

Les variables choisies pour décrire le comportement électromagnétique sont données par la table 6.5.

Variable	Description
$H$	Champ magnétique
$B$	Induction magnétique
$\mathcal{R}$	Réductance du circuit magnétique
$I$	Intensité qui parcourt les bobines
$R$	Résistance du circuit électrique
$L$	Inductance du circuit électrique

TAB. 6.5 – Variables électromagnétiques

### 3.5.2 Comportement du circuit magnétique

La réductance  $\mathcal{R}$  du circuit magnétique est donnée par :

$$\mathcal{R} = \sum_i \frac{l_i}{\mu_i S_i} \quad (6.31)$$

avec  $l_i$  la longueur moyenne d'une ligne de champ dans le matériau  $i$ ,  $\mu_i$  la perméabilité absolue du matériau  $i$  et  $S_i$  la section traversée par le flux magnétique dans le matériau  $i$ .

Cette relation appliquée au circuit magnétique de notre interface haptique (voir figure 6.15) donne :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_{fer} + \mathcal{R}_{lame} + \mathcal{R}_{fluide} \quad (6.32)$$

$$\mathcal{R} = \frac{l_{fer}}{\mu_{fer}S_{fer}} + \frac{e_l}{\mu_{lame}S_{lame}} + \frac{e_f}{\mu_f S_{fluide}} \quad (6.33)$$

Par construction,

$$S = S_{fer} = S_{lame} = S_{fluide} = he_c \quad (6.34)$$

$$l_{fer} = 4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f) \quad (6.35)$$

On en déduit l'expression analytique de la réluctance du circuit magnétique en fonction des paramètres géométriques et de matériau :

$$\mathcal{R} = \frac{4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f)}{\mu_{fer}he_c} + \frac{e_l}{\mu_{lame}he_c} + \frac{e_f}{\mu_f he_c} \quad (6.36)$$

### Couplage avec le fluide MR

L'objectif de la modélisation électromagnétique est de calculer les grandeurs de couplage  $\tau_y$  et  $G$  en fonction de l'intensité  $I$ , afin d'explicitier l'interaction entre le fluide MR et la lame dans la modélisation dynamique du système.

La loi d'Ampère (6.37) relie le flux magnétique  $\Phi$ , la réluctance  $\mathcal{R}$  du circuit magnétique, l'intensité  $I$  dans les bobines et le nombre de tours  $N$  :

$$NI = \mathcal{R}\Phi \quad (6.37)$$

Le flux magnétique  $\Phi$  est donné en tout point du circuit magnétique par :

$$\Phi = BS \quad (6.38)$$

avec  $B$  l'induction magnétique et  $S$  la section traversée. Ainsi, au sein du fluide MR et en utilisant ses relations de comportement (6.6), (6.7) et (6.8), on obtient l'expression du flux  $\Phi$  en fonction des paramètres du modèle de fluide  $k_\tau$  et  $k_G$  :

$$\Phi = \begin{cases} \frac{\mu_f}{k_\tau} \tau_y he_c \\ \frac{\mu_f}{k_G} G he_c \end{cases} \quad (6.39)$$

$$(6.40)$$

La loi d'Ampère donne l'expression de l'intensité  $I$  en fonction des paramètres géométriques et des variables  $\tau_y$  et  $G$  nécessaires au calcul de la force  $F_\tau$ .

$$NI = \left( \frac{4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f)}{\mu_{fer}} + \frac{e_l}{\mu_{lame}} \right) \frac{\mu_f}{k_\tau} \tau_y + \frac{e_f}{k_\tau} \tau_y \quad (6.41)$$

$$NI = \left( \frac{4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f)}{\mu_{fer}} + \frac{e_l}{\mu_{lame}} \right) \frac{\mu_f}{k_G} G + \frac{e_f}{k_G} G \quad (6.42)$$

On les réécrit sous la forme :

$$\tau_y = \frac{NI}{\left(\frac{L_{circuit}}{\mu_{fer}} + \frac{e_l}{\mu_{lame}}\right) \frac{\mu_f}{k_\tau} + \frac{e_f}{k_\tau}} \quad (6.43)$$

$$G = \frac{NI}{\left(\frac{L_{circuit}}{\mu_{fer}} + \frac{e_l}{\mu_{lame}}\right) \frac{\mu_f}{k_G} + \frac{e_f}{k_G}} \quad (6.44)$$

avec  $L_{circuit} = 4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f)$ .

### 3.5.3 Comportement du circuit électrique

Le circuit électrique comprend les bobines, une résistance annexe de mesure et le circuit d'amplification.

#### Inductance

L'inductance totale du système  $L$  est donnée en fonction du nombre de spires total  $N$  et de la réluctance du circuit magnétique  $\mathcal{R}$  par la relation :

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} \quad (6.45)$$

d'où,

$$L = \frac{N^2}{\frac{4l_{bob} + 2h_{bob} + 8e_c - (e_l + e_f)}{\mu_{fer} h e_c} + \frac{e_l}{\mu_{lame} h e_c} + \frac{e_f}{\mu_f h e_c}} \quad (6.46)$$

#### Résistance

La résistance interne des bobines est donnée en fonction de la longueur de fil de cuivre  $L_{fil}$ , de sa section  $S_{fil}$  et de la résistivité du cuivre  $\rho_{cuivre}$  par :

$$R_{int} = \rho_{cuivre} \frac{L_{fil}}{S_{fil}} \quad (6.47)$$

La section du fil vaut :  $S_{fil} = \pi \frac{d^2}{4}$ . On calcule la longueur totale de fil à partir de la longueur moyenne d'un tour  $L_{moy} = 2(2h_{bob} + e_c + h)$  et du nombre de spires  $N$ . On obtient ainsi l'expression de la résistance totale en fonction des paramètres :

$$R = R_{int} + R_{mes} = \rho_{cuivre} \frac{8N(2h_{bob} + e_c + h)}{\pi d^2} + R_{mes} \quad (6.48)$$

avec  $R_{mes}$  une résistance annexe nécessaire à la mesure de l'intensité.

### Schéma d'amplification

La figure 6.10 montre le schéma du montage amplificateur non-inverseur utilisé pour alimenter les bobines. Sous l'hypothèse d'un fonctionnement dans la zone linéaire de l'amplificateur opérationnel, le gain d'amplification  $\mathcal{K}$  est donné par :

$$\mathcal{K} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (6.49)$$

Le circuit électrique total est représenté par le schéma 6.16.

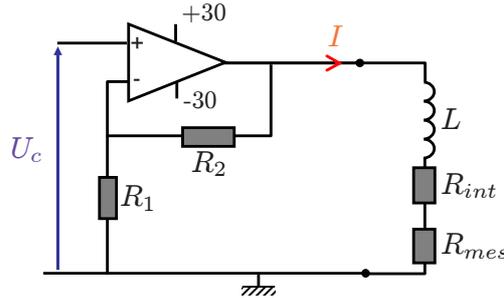


FIG. 6.16 – Schéma électrique complet

Ce circuit électrique est régi par l'équation différentielle (6.50) liant la tension de consigne  $U_c$  et l'intensité qui parcourt le circuit  $I$ .

$$L \frac{dI}{dt} + (R_{int} + R_{mes})I = \mathcal{K} U_c \quad (6.50)$$

## 4 SIMULATION DE L'INTERFACE

### 4.1 Méthode de résolution du modèle direct

Le système comporte trois degrés de liberté (touche, bielle et lame) dont un (bielle) considéré sans masse. Les variables d'espace correspondantes sont  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $y$ . Le mouvement de la touche  $\theta_1$  est régi par une équation différentielle du second ordre (6.18). Les grandeurs d'espace  $\theta_2$  et  $y$  sont données par les équations de fermeture géométrique du système (6.28) et (6.29).

Les couplages touche-bielle et bielle lame font intervenir respectivement les forces de couplage  $\overrightarrow{F_{B \rightarrow T}}$  et  $\overrightarrow{F_{L \rightarrow B}}$  obtenues par l'application du théorème de la résultante à la bielle (équation vectorielle 6.19) et à la lame ((6.24) et (6.25)).

Le contact entre la lame et les éléments de guidage fait intervenir la force  $\overrightarrow{F_{g \rightarrow L}}$  donnée par le théorème du moment appliqué à la bielle (6.22) et par la loi de comportement choisie pour décrire le contact (6.5).

Par ailleurs, le comportement du circuit magnétique est décrit par l'intensité  $I$  dans les bobines, régie par l'équation différentielle (6.50). Le couplage magnétique-mécanique qui se produit au sein

du fluide MR est représenté par les variables de couplage  $\tau_y(I)$  et  $G(I)$  données par les équations (6.43) et (6.44)

Nous avons donc un système avec 12 inconnues et 12 équations.

L'objectif du modèle direct de l'interface est de calculer la force d'interaction pianiste - touche  $F_a$  en fonction du mouvement de la touche  $\theta_1(t)$  considéré comme connu (par la mesure, par exemple) et de la consigne électrique  $U_c(t)$  connue également.

La figure 6.17 montre le schéma fonctionnel de l'interface haptique.

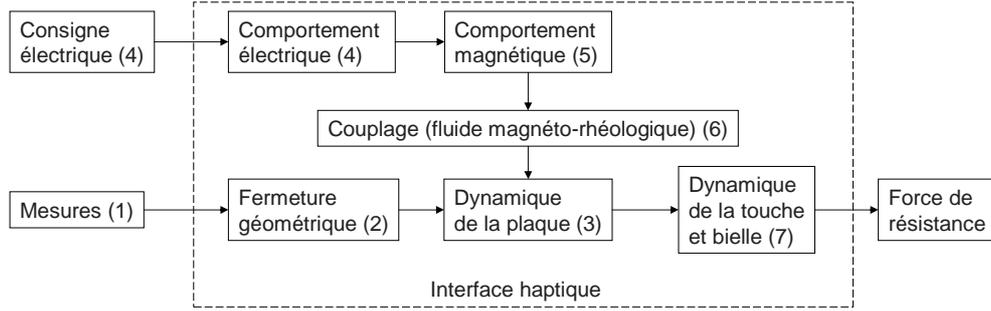


FIG. 6.17 – Schéma fonctionnel de l'interface haptique pour claviers musicaux

À partir de la mesure de l'accélération de la touche (1), nous calculons par intégration numérique la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_1(t)$  et la position angulaire  $\theta_1(t)$  de la touche.

La fermeture géométrique (2) donne accès à la position angulaire de la bielle et au mouvement de la lame  $y$ . Les équations (6.28) et (6.29) donnent  $\tan \theta_2$  :

$$\tan \theta_2 = \frac{L_{O_3}}{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}} \sqrt{1 - \left( \frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}} \right)^2} \quad (6.51)$$

Le déplacement  $y$  de la lame est obtenu par l'équation (6.30) :

$$y = L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2} + L_{O_3} \sqrt{1 - \left( \frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}} \right)^2} \quad (6.52)$$

Le théorème de la résultante appliqué à la lame (6.24) fait intervenir les forces de frottement dans les guidages. L'application du théorème du moment sur la bielle en  $O_2$  (6.22) et du théorème de la résultante sur la lame (6.25) donnent l'expression de  $F_{gLx}$  en fonction de  $F_{BLy}$  :

$$F_{gLx} = \frac{F_{BLy}}{\tan \theta_2} \quad (6.53)$$

Ainsi, le théorème de la résultante sur la lame (3) (6.24) donne l'expression de  $F_{BLy}$  en fonction du mouvement de la lame et des variables de couplage  $\tau_y$  et  $G$  :

$$m_L \ddot{y} + m_L g + k_r (y - y_0) + \frac{4\eta S \dot{y}}{e_f} + \hat{y} \begin{cases} \frac{4G\delta y S}{e_f} & \text{pour } F_\tau \leq \tau_y S \\ 2\tau_y S & \text{pour } F_\tau > \tau_y S \end{cases} = -F_{BLy} \left( \frac{f_L \hat{y}}{\tan \theta_2} + 1 \right) \quad (6.54)$$

D'autre part, le comportement du circuit électrique (4) est régi par l'équation différentielle (6.50). Sa résolution donne l'intensité  $I$  à partir de la tension de consigne  $U_c$  considérée comme connue.

Le couplage (6) intervient par le comportement du fluide MR qui donne le module  $G$  et la contrainte-seuil  $\tau_y$  en fonction du champ magnétique. Ces grandeurs sont alors exprimées en fonction de l'intensité  $I$  qui traverse les bobines dans (6.43) et (6.44). On peut alors calculer la force  $F_{LB_y}$  à partir de la mesure de mouvement et de la consigne en tension.

La dynamique de l'ensemble {Touche + Bielle} (7) transmet l'effort  $F_{LB_y}$  à l'utilisateur. Comme la bielle est considérée de masse et d'inertie nulles, on a :

$$\overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} = \overrightarrow{F_{L \rightarrow B}} \quad (6.55)$$

Finalement en appliquant le théorème du moment sur la touche (6.18) on obtient :

$$F_{aT} = \frac{1}{(L_{Ta} - h_{Ta}\theta_1)} \left[ J_{T,O_1} \ddot{\theta}_1 + m_T g (L_{GT} - h_{GT}\theta_1) + m_r g (L_{Tmr} - h_{Tmr}\theta_1) - [(L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1) - \frac{1}{\tan \theta_2} (L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2})] F_{LB_y} - F_{mT} (L_{Tm} - h_{Tm}\theta_1) \right] \quad (6.56)$$

Le schéma de la figure 6.18 présente un récapitulatif de la méthode de résolution avec les liens entre les différentes étapes du calcul et les variables calculées à chaque étape.

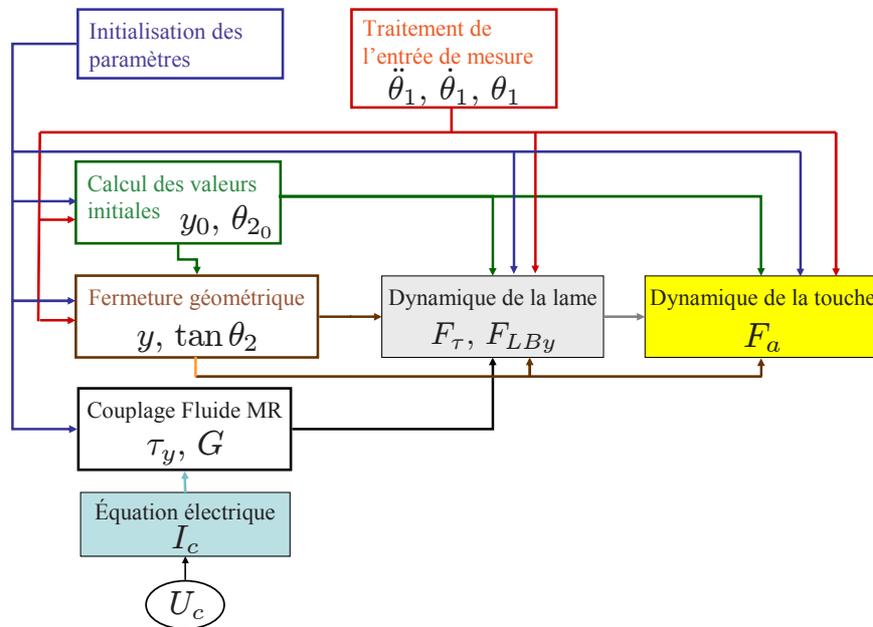


FIG. 6.18 – Diagramme de calcul du modèle direct de l'interface haptique

La résolution numérique du modèle direct de l'interface haptique sous LabView 8.0 permet de calculer la force d'interaction touche - utilisateur  $F_a(t)$  pour une tension de consigne  $U_c(t)$  et un

mouvement  $\theta_1(t)$  donnés. Ce comportement est alors comparé avec le comportement du système réel afin de valider le modèle de l'interface.

## 4.2 Comparaison mesures/simulation

Nous appliquons une tension de consigne constante. Une fois que le courant est établi dans les bobines, l'utilisateur applique un mouvement arbitraire à la touche. On mesure l'accélération de la touche qui permet par intégration numérique de calculer la vitesse et position angulaires. Un capteur de force *Kistler 9211sp* est utilisé pour mesurer la force d'interaction touche - utilisateur (voir figure 6.19).

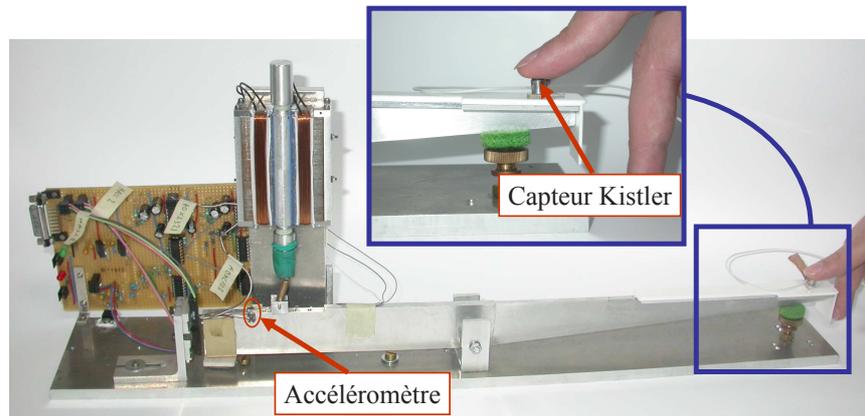


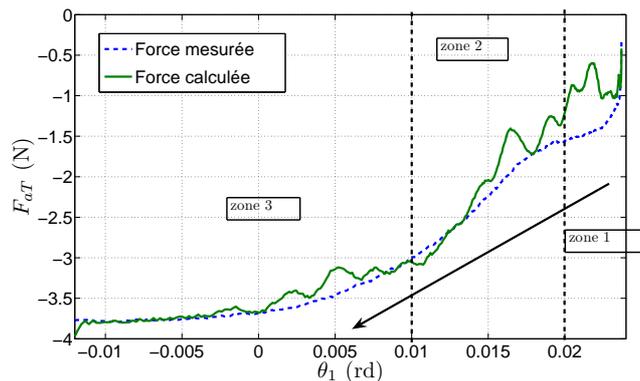
FIG. 6.19 – Photographie du montage expérimental utilisé pour la caractérisation de l'interface haptique

Le mouvement mesuré  $\ddot{\theta}_1$  et la tension de consigne appliquée servent d'entrées pour le calcul du modèle numérique. La figure 6.20 montre la comparaison entre la force mesurée et la force calculée par le modèle de l'interface pour différents niveaux d'intensité dans les bobines.

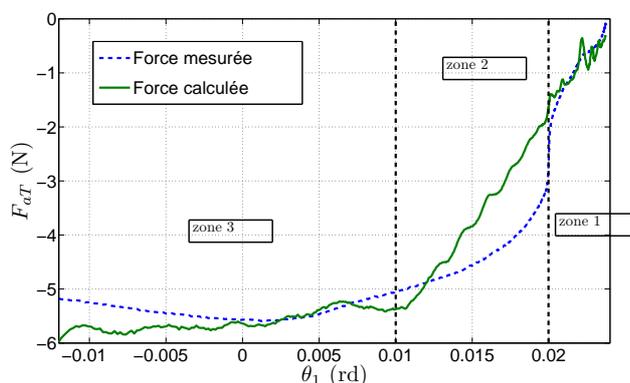
La force  $F_{aT}$  est la projection sur l'axe vertical de la force appliquée par le pianiste sur la touche, elle est donc négative pendant la phase d'attaque de la note. L'angle de la touche est compté positif dans le sens trigonométrique. Donc, lorsque l'utilisateur appuie sur la touche, l'angle  $\theta_1$  diminue à partir de sa valeur initiale  $\theta_{10} = 0.024$  rad.

On distingue trois zones dans chaque courbe de la figure 6.20.

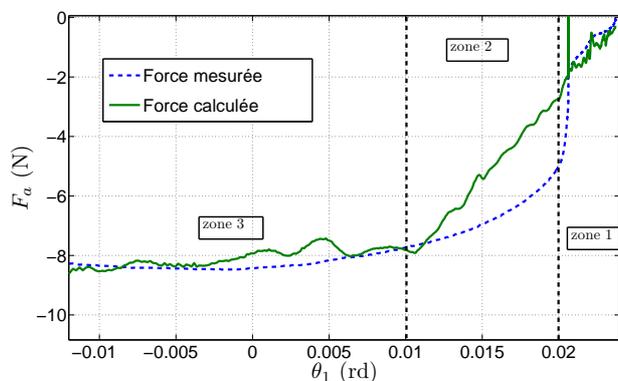
1. Pour  $\theta_{10} > \theta_1 \geq 0.02$ , le comportement diffère entre la figure 6.20(a) et les figures 6.20(b) et 6.20(c). Dans le premier cas, la force calculée par le modèle est supérieure à la force expérimentale. Ceci correspond au tassement des jeux dans les liaisons pivot et dans le guidage de la lame. Dans les deux autres cas, la force appliquée par le fluide MR sur la lame est plus importante ce qui provoque un tassement beaucoup plus rapide des jeux des liaisons pivots. La zone est bien décrite par le comportement du fluide avant la cassure des chaînes donc les deux courbes coïncident. De plus, dans ce deuxième cas, pour  $\theta_1 \approx 0.02$ , le guidage atteint une position d'arc-boutement. On observe alors une augmentation de la force sans déplacement. L'arc-boutement se maintient tant que la force n'est pas suffisante à vaincre le frottement.



(a) Intensité 0.1 A



(b) Intensité 0.2 A



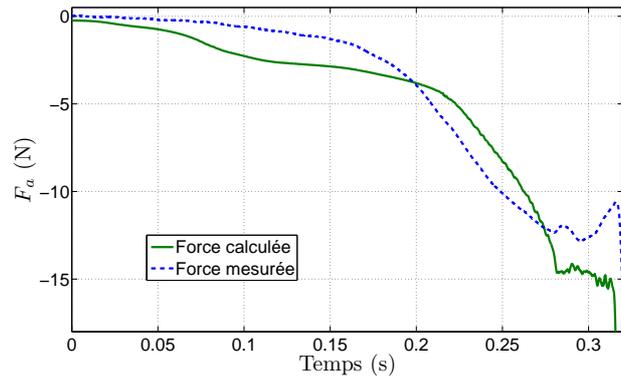
(c) Intensité 0.3 A

FIG. 6.20 – Comparaison modèle/mesure pour différents niveaux d'intensité dans les bobines

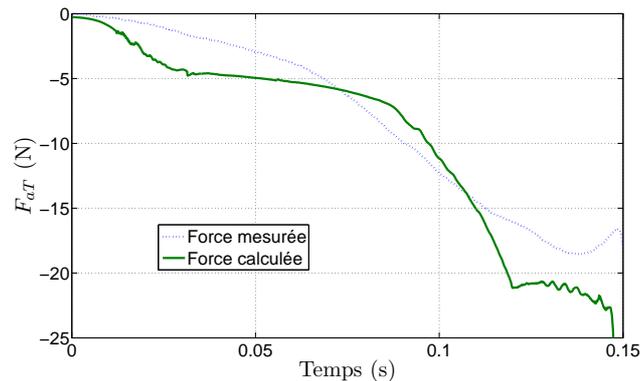
2. Pour  $0.02 > \theta_1 \geq 0.01$ , la force de cisaillement au sein du fluide MR n'a pas atteint la force nécessaire pour commencer à casser les chaînes. Le fluide chargé en particules ferromagnétiques se comporte alors comme un solide élastique. Pour les figures 6.20(b) et 6.20(c), nous observons un écart entre la mesure et la simulation dû à l'arc-boutement du guidage évoqué ci-dessus.
3. Pour  $0.01 > \theta_1$ , la force de cisaillement est supérieure à la force nécessaire pour commencer à casser les chaînes. L'accord entre la force mesurée et la force calculée est bon dans cette zone.

Le modèle linéaire décrit bien le comportement de l'interface pour des intensités faibles (voir figure 6.20(a)). Toutefois, plus l'intensité augmente, plus le champ magnétique est important et le comportement magnétique du fluide MR s'éloigne de la zone linéaire (voir figure 6.14).

La figure 6.21 présente la comparaison entre la force calculée par le modèle linéaire et la force mesurée pour différentes intensités d'excitation. On observe que plus l'intensité est élevée,



(a) Intensité 0.6 A



(b) Intensité 0.9 A

FIG. 6.21 – Comparaison modèle/mesure pour des niveaux élevés d'intensité dans les bobines

plus l'écart entre la courbe expérimentale et la courbe théorique est important. Le comportement magnétique du fluide MR sort de la zone linéaire pour des intensités d'excitation supérieures à 0.5 A ( $B \approx 0.5$  T). Les coefficients  $k_\tau$  et  $k_G$  (voir eq. (6.6) et (6.8)), sont alors surestimés par rapport au comportement réel. La force maximale calculée est donc supérieure à la force maximale mesurée.

### 4.3 Étude de sensibilité

La résolution numérique du modèle de l'interface haptique suppose la connaissance de tous les paramètres donnés dans les tables 6.1 et 6.3. Nous pouvons classer les paramètres en quatre catégories en fonction de la précision de la valeur numérique par ordre décroissant.

**A :** Cette catégorie contient les grandeurs physiques traditionnelles (résistivité du cuivre, accél-

ration de la pesanteur) et des données constructeur très fiables (diamètre du fil de cuivre, par exemple) ou calibrées.

**B** : Cette catégorie contient les grandeurs géométriques soumises aux tolérances de fabrication.

**C** : Cette catégorie contient les grandeurs géométriques issues de l'assemblage, soumises aux tolérances de fabrication et aux jeux d'assemblage.

**D** : Cette catégorie contient les caractéristiques matériaux données à titre indicatif par le fabricant et difficilement mesurables (caractéristiques du fluide MR et perméabilités relatives), les caractéristiques mécaniques qui ne sont pas mesurées mais issues de la CAO (masses et inerties non calibrées) ou qui furent identifiées sur un système analogue (caractéristiques du feutre de laine).

Pour étudier l'influence de chaque paramètre sur le résultat du modèle, nous considérons la réponse donnée sur la figure 6.20(a) comme la réponse de référence. Nous appliquons alors une variation de  $\pm 10\%$  aux paramètres pris indépendamment. L'erreur relative  $Er$  entre la force de référence et la force calculée<sup>2</sup> avec un paramètre modifié est donnée par :

$$Er = \frac{1}{K} \sum_i \left| \frac{F_i - F_{ref_i}}{F_{ref_i}} \right| \quad (6.57)$$

où  $F_{ref}$  est la force de référence,  $F_i$  la force calculée avec un paramètre modifié et  $K$  le nombre de points de  $F_{ref}$ .

Le tableau 6.6 donne les erreurs relatives pour chaque paramètre.

Paramètre	Erreur	Type	Paramètre	Erreur	Type	Paramètre	Erreur	Type
$L_{Ta}$	$9.73 \times 10^{-2}$	Ø	$h_{Ta}$	$1.31 \times 10^{-4}$	B	$m_t$	$3.19 \times 10^{-4}$	D
$L_{Tb}$	0	B	$h_{Tb}$	0	B	$J_T$	$4.88 \times 10^{-4}$	D
$L_{Tmr}$	$2.20 \times 10^{-3}$	C	$h_{Tmr}$	$5.66 \times 10^{-6}$	C	$m_r$	$2.21 \times 10^{-3}$	A
$L_{Tm}$	$1.27 \times 10^{-6}$	B	$h_{Tm}$	$3.41 \times 10^{-10}$	B	$m_l$	$1.28 \times 10^{-3}$	D
$L_{GT}$	$3.59 \times 10^{-4}$	D	$h_{GT}$	$4.02 \times 10^{-5}$	D	$g$	$3.14 \times 10^{-3}$	A
$L_{O_2}$	$2.10 \times 10^{-1}$	B	$h_{O_2}$	$1.13 \times 10^{-3}$	B	$L$	$2.99 \times 10^{-1}$	C
$L_{O_3}$	$6.77 \times 10^{-3}$	B	$h_{O_3}$	0	B	$f$	$4.19 \times 10^{-3}$	D
$k$	$2.74 \times 10^{-7}$	D	$b$	$7.62 \times 10^{-11}$	D	$r$	$3.38 \times 10^{-5}$	D
$\mu_{fer}$	$9.12 \times 10^{-4}$	D	$\mu_{laine}$	$1.03 \times 10^{-5}$	D	$\mu_{fluide}$	$8.33 \times 10^{-4}$	D
$l_{bob}$	$3.38 \times 10^{-4}$	B	$h_{bob}$	$6.15 \times 10^{-5}$	B	$N$	$5.31 \times 10^{-2}$	A
$k_\tau$	$5.86 \times 10^{-3}$	D	$k_G$	$4.87 \times 10^{-2}$	D	$\eta$	$1.97 \times 10^{-5}$	D
$d_{fil}$	0	A	$R1$	0	A	$R2$	0	A
$e_c$	$5.27 \times 10^{-2}$	B	$e_l$	$8.07 \times 10^{-6}$	A	$e_f$	$1.16 \times 10^{-1}$	C
$h$	$5.31 \times 10^{-2}$	B	$k_r$	$4.69 \times 10^{-5}$	D	$\rho_{cuivre}$	0	A

TAB. 6.6 – Erreur relative maximale de la force résultante  $F_a$  pour une variation de  $\pm 10\%$  de la valeur de chaque paramètre indépendamment

Les mesures (et *a fortiori* les calculs) sont effectuées avec un courant constant dans les bobines. Donc les paramètres liés au comportement électrique du système (le diamètre de fil  $d_{fil}$ , les

<sup>2</sup>Pour ce calcul d'erreur nous ne tiendrons pas compte de la force due au contact avec la mouche car le système haptique possède une butée similaire. Donc cette force n'intervient pas dans le rendu sensoriel.

résistances  $R_1$  et  $R_2$  et la résistivité du cuivre  $\rho_{cuivre}$ ) n'interviennent pas dans le calcul de la force  $F_a$ . L'influence de leur variation sur le comportement de l'interface apparaît donc comme nulle.

Le tableau 6.7 donne les erreurs relatives en pourcentage pour les paramètres dont la variation entraîne une variation globale de plus de 0.5%.

Paramètre	Erreur Relative (%)	Type
$L$	29.9	C
$LO_2$	21	B
$e_f$	11.6	C
$L_{Ta}$	9.73	Ø
$N$	5.31	A
$h$	5.31	B
$e_c$	5.27	B
$k_G$	4.87	D
$LO_3$	0.677	B
$k_\tau$	0.586	D

TAB. 6.7 – Paramètres les plus significatifs (erreur relative  $\geq 0.5\%$ )

Nous avons 10 paramètres significatifs qui agissent sur trois phénomènes physiques :

- $L$ ,  $LO_2$  et  $LO_3$  agissent sur la transmission de l'énergie mécanique de la touche à l'élément mobile qui coulisse dans le fluide MR. Ils définissent notamment le bras de levier et sont intimement liés.
- $e_f$  et  $N$  agissent sur la génération de champ magnétique en modifiant la réluctance et le nombre d'ampères-tours.
- $h$ ,  $e_c$ ,  $k_\tau$ ,  $k_G$  et  $e_f$  agissent sur la force d'interaction entre le fluide MR et la lame. Ils définissent la surface active, l'entrefer mais également le couplage magnétique-mécanique. L'influence de  $k_\tau$  est très faible par rapport à celle de  $k_G$  car le protocole expérimental considéré maintient le fonctionnement du système dans la partie élastique de la courbe d'effort, pour l'essentiel.

Le paramètre  $L_{Ta}$  n'appartient à aucune catégorie car il correspond au point d'application de la force  $F_a$ . Il influe donc directement sur le bras de levier. Néanmoins, le choix de ce point n'a pas d'incidence sur le ressenti final de l'utilisateur quelque soit le point réel d'application. Il est par contre, important que ce point d'application corresponde strictement avec le point de calcul de la force donnée par le modèle de la mécanique traditionnelle. Il correspond ainsi au point virtuel d'application de la force sur la mécanique traditionnelle représentée par son modèle dynamique.

L'interface haptique présentée dans cette section possède les caractéristiques nécessaires à simuler un piano traditionnel en termes de gamme d'effort, de temps de réponse et d'encombrement. De plus, l'utilisation de fluides magnéto-rhéologiques rend l'interface intrinsèquement stable ce qui la met à l'abri des perturbations dues au calcul numérique.

Nous avons également présenté une modélisation de l'interface qui fait intervenir la dynamique, le comportement électromagnétique et le couplage par le fluide magnéto-rhéologique. Ce modèle décrit de manière satisfaisante le comportement de l'interface sous l'hypothèse de liaisons parfaites.

Certaines améliorations sont possibles. Sur le plan mécanique d'une part, la transmission de mouvement de la touche à la lame ainsi que son guidage peuvent être remplacés par une structure flexible qui résoudrait les problèmes de jeu, d'arc-boutement et de frottement. Une autre solution serait de remplacer la lame magnétique mince par une structure incluant le guidage ou ne nécessitant pas de guidage, telles que celles présentées dans la section 3.4 du chapitre 5.

D'autre part, la modélisation peut être enrichie en tenant compte de la non-linéarité du comportement du fluide magnéto-rhéologique. Pour cela, on pourrait considérer une loi liant la contrainte  $\tau_y$  et le champ  $H$  de type polynomiale du troisième degré ; l'identification des paramètres du polynôme par une expérience de rhéologie serait indispensable.

L'étude de sensibilité du modèle vis à vis de la variation de chaque paramètre pris indépendamment montre que le modèle est robuste par rapport aux paramètres moins bien connus (catégorie D). Les paramètres de la loi de comportement du fluide MR sont les seuls paramètres mal connus à avoir une incidence significative sur la réponse globale du système.



# Chapitre 7

## Contrôle en temps réel de l'interface haptique

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Contrôle en temps réel des interfaces haptiques . . . . .</b>	<b>146</b>
1.1	Généralités . . . . .	146
1.2	Utilisation de <i>LabView Real Time</i> . . . . .	147
<b>2</b>	<b>Schéma de contrôle . . . . .</b>	<b>148</b>
2.1	Principe de contrôle . . . . .	148
2.2	Traitement de l'acquisition et régulation de l'intensité . . . . .	151
2.3	Résolution numérique du modèle inverse de l'interface haptique . . . . .	152
2.4	Gestion du retour de la touche en position de repos . . . . .	156
2.5	Étude des performances . . . . .	158
<b>3</b>	<b>Le prototype 5 touches . . . . .</b>	<b>161</b>
3.1	Description du système . . . . .	161
3.2	Interaction électromagnétique . . . . .	162
3.3	Gestion d'un système multi-touches . . . . .	163
<b>4</b>	<b>Récapitulatif . . . . .</b>	<b>168</b>

---

# 1 CONTRÔLE EN TEMPS RÉEL DES INTERFACES HAPTIQUES

## 1.1 Généralités

Une interface haptique<sup>1</sup> est un système qui fournit une sensation tactile ou d'effort à l'opérateur quand celui-ci est immergé dans un environnement virtuel. L'interface haptique doit perturber le moins possible la manipulation de l'environnement virtuel. Afin de quantifier cette « transparence », on définit l'*impédance* mécanique du système comme la relation linéaire (par hypothèse) entre la force et la vitesse. Un système haptique doit pouvoir simuler de faibles impédances (mouvement en espace libre) ainsi que de fortes impédances (contact avec un objet rigide). On définit alors la *Z-Width* de l'interface haptique comme étant la gamme d'impédances que l'interface peut simuler [16] de manière stable.

En général, ces interfaces utilisent des moteurs à courant continu pour générer le retour d'effort. Garantir la stabilité de ces systèmes est essentiel pour assurer leur bon fonctionnement mais aussi pour des questions de sécurité de l'utilisateur. Les lois de contrôle des interfaces haptiques visent à maximiser la finesse du rendu sensoriel tout en garantissant la stabilité du système, ce qui revient à maximiser la *Z-width*.

Adams [2] a donné une représentation de l'interface haptique et de ses interactions avec l'utilisateur et l'environnement virtuel. L'interface haptique est considérée comme un système avec deux ports d'interaction : un premier port lié à l'utilisateur et un deuxième port lié à l'environnement virtuel (voir figure 7.1). Cette modélisation, naturelle dans le cas de la téléopération bilatérale [30], permet d'évaluer de manière rigoureuse la stabilité du système dans son espace de travail et dans sa gamme dynamique.

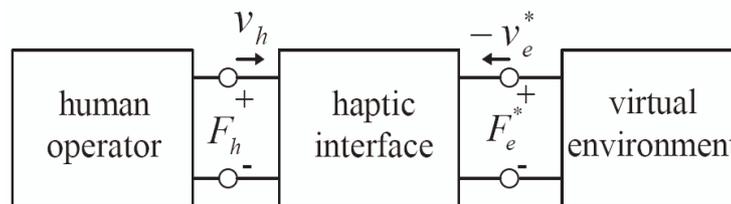


FIG. 7.1 – Interaction haptique. L'interface est munie de deux ports, un pour l'interaction avec l'humain et un deuxième pour l'interaction avec l'environnement virtuel (d'après [2])

L'instabilité d'une interface haptique n'est possible que si le système est équipé de moyens de génération d'énergie mécanique (moteurs ou autre actionneur). L'énergie ainsi introduite par le système peut être source d'instabilité.

Dans le cas de l'interface haptique pour claviers musicaux présentée dans ce travail, le frein contrôlé ne peut que dissiper l'énergie mécanique introduite par l'utilisateur. L'interface est donc naturellement stable.

La modélisation de l'interface haptique comme un système bi-port permet de séparer la loi de

<sup>1</sup>Une synthèse sur les interfaces haptiques actuelles est donnée en [32]

commande de l'interface de l'environnement virtuel à simuler. Nous utiliserons ce formalisme afin de faciliter l'implémentation de plusieurs claviers virtuels différents (clavier de piano, de clavecin ou de synthétiseur).

## 1.2 Utilisation de *LabView Real Time*

Une application en « temps réel » présente un temps de cycle constant quelque soit l'excitation.

Afin de développer une commande en temps réel pour notre interface haptique, nous avons choisi d'utiliser le module temps réel de Labview. La figure 7.2 montre la structure globale d'un système temps réel développé avec Labview. Le système est composé de :

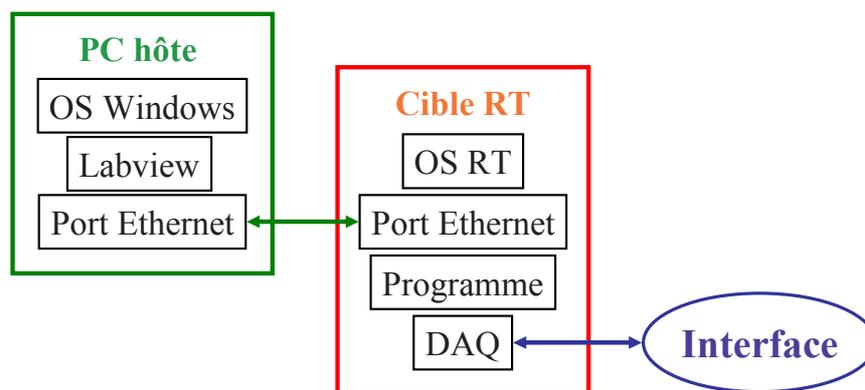


FIG. 7.2 – Structure globale d'un système temps réel développé avec Labview

- un PC hôte sous un OS<sup>2</sup> traditionnel possédant Labview ;
- une cible RT<sup>3</sup> sous un OS temps réel (*Ardence Phar Lap*) ;
- l'interface à commander.

Le code est développé sur le PC hôte puis transmis à la cible RT par une connexion Ethernet. La cible reçoit et exécute le programme en temps réel. Pour des applications de contrôle, la cible doit également être équipée d'une carte d'acquisition (DAQ) dont les entrées et sorties sont reliées à l'interface à commander.

Pour notre application nous avons choisi un PC Desktop Dell équipé d'une carte d'acquisition National Instruments NI-DAQ PCI-6229 comme cible RT. L'utilisation d'un PC desktop comme cible permet d'avoir une grande puissance de calcul (Pentium4 2GHz) et une mémoire pratiquement illimitée au détriment de la portabilité ou de la fiabilité que présentent des systèmes *Compact Field Point* ou *PXI* proposés par National Instruments. Par ailleurs, le choix d'une carte d'acquisition NI-DAQ PCI limite le nombre de voies ainsi que la cadence d'échantillonnage maximale mais facilite la programmation des entrées/sorties.

Les cartes NI-DAQ PCI permettent également d'utiliser un cadencement matériel pour synchroniser les entrées/sorties. La figure 7.3 montre le chronogramme du cadencement choisi pour notre application.

<sup>2</sup>Operating System

<sup>3</sup>Cible Real-Time

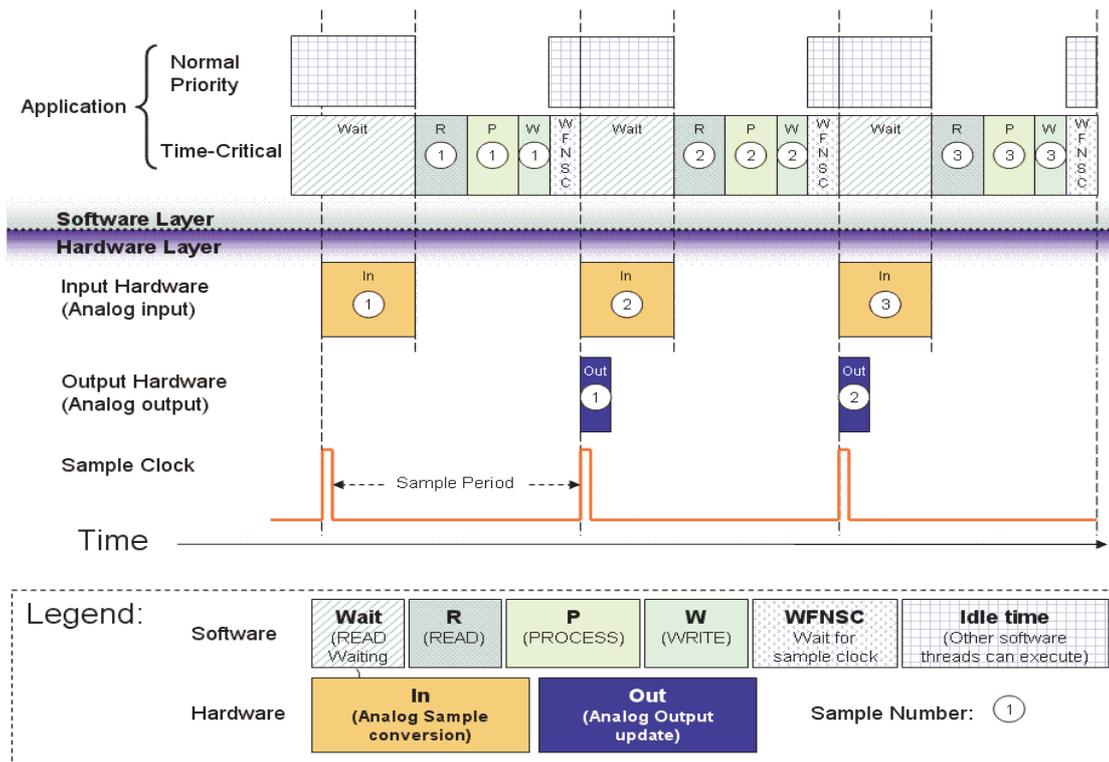


FIG. 7.3 – Chronogramme d'exécution de l'application temps réel avec cadencement matériel (d'après [34])

Le front montant de l'horloge matérielle (*Sample Clock*) définit l'instant de chaque acquisition. Le logiciel attend l'acquisition des données (entrée analogique) nécessaire au processus (*process*). Le processus calcule la réponse du système à l'excitation mesurée et prépare la sortie analogique. Le logiciel attend (*Wait For Next Sample Clock*) alors le prochain front montant de l'horloge matérielle pour acquérir les entrées et effectuer la sortie analogique de manière synchrone.

La lecture des entrées et l'écriture de la consigne sont ainsi synchronisées avec l'horloge interne de la carte. Le temps de cycle doit être supérieur à la somme du temps de lecture, du temps d'écriture et du temps de calcul. Ce type de cadencement n'accepte pas de retard dans le temps de cycle ce qui rend le système parfaitement déterministe.

## 2 SCHÉMA DE CONTRÔLE

### 2.1 Principe de contrôle

La figure 7.4 présente la description pour notre système haptique selon la représentation en *bi-port* proposée par Adams [1].

L'interface haptique comporte deux éléments principaux :

- l'interface matérielle décrite en détail dans le chapitre 6,
- la structure logicielle de contrôle qui comprend l'acquisition des données, le modèle inverse de l'interface matérielle et le contrôleur responsable de la régulation de l'intensité dans les

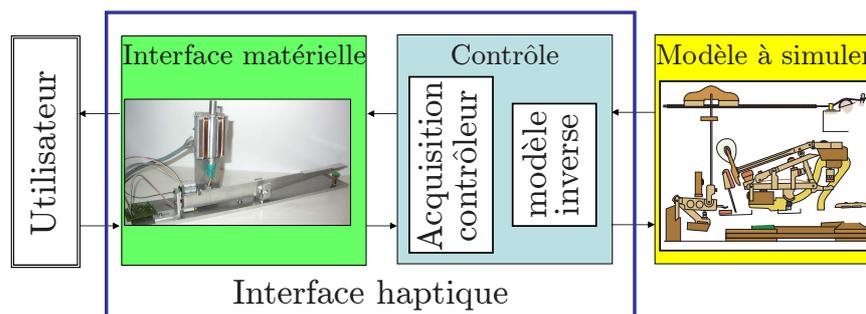


FIG. 7.4 – Contrôle de l'interface haptique : schéma de principe

bobines.

L'interface haptique interagit avec l'utilisateur par l'intermédiaire de l'interface matérielle et avec le modèle virtuel à simuler par l'intermédiaire de la structure de contrôle.

Deux modèles d'interaction sont possibles :

- le modèle en admittance (ou mobilité mécanique) lorsque l'interface génère des mouvements en fonction d'une force appliquée par l'utilisateur,
- le modèle en impédance lorsque l'interface génère une force en fonction du mouvement appliqué par l'utilisateur.

Les deux modèles d'interaction s'appliquent également à l'interaction entre l'interface haptique et le modèle virtuel. On parlera de modèle en impédance quand le modèle à simuler calcule une force en fonction du mouvement de l'interface matérielle et de modèle en admittance quand il calcule un mouvement en fonction de la force appliquée à l'interface matérielle. Les modèles d'interaction côté utilisateur et côté modèle à simuler sont indépendants.

Notre système est équipé uniquement d'un frein commandé ce qui rend le modèle en impédance plus adapté pour décrire l'interaction utilisateur-interface. Nous avons choisi un modèle en impédance pour décrire l'interaction entre le modèle à simuler et le contrôle.

La figure 7.5 présente un schéma détaillé de la structure de contrôle retenue.

L'utilisateur applique un mouvement  $\theta_1$  à la touche. L'interface réagit à cette excitation par une force  $F_{aT}$ . La force  $F_{aT}$  est la somme d'une force passive  $F_p$ , qui vient de la dynamique des pièces mobiles et des frottements, et d'une force contrôlée  $F_c$  issue de l'interaction entre le fluide et la lame magnétique. Nous notons  $\varphi$  et  $\psi$  les fonctions donnant respectivement  $F_p$  en fonction de  $\theta_1$  et  $F_c$  en fonction de  $\theta_1$  et de  $I_c$  l'intensité dans les bobines.

Par ailleurs, le comportement du circuit électrique (fonction de transfert  $H$ ) donne l'intensité  $I_c$  en fonction de la tension de consigne  $U_c$ .

Lorsque l'utilisateur appuie sur la touche, le mouvement est mesuré par les capteurs notés  $C$ . On acquiert la tension  $U_{mes}$  qui permet de calculer par intégration numérique une estimation<sup>4</sup> des grandeurs  $\hat{\theta}_1$ ,  $\hat{\dot{\theta}}_1$  et  $\hat{\ddot{\theta}}_1$  qui décrivent le mouvement. Elles servent d'entrée pour le calcul du modèle

<sup>4</sup>Dans ce chapitre on notera  $\hat{x}$  l'estimation de la grandeur  $x$ .

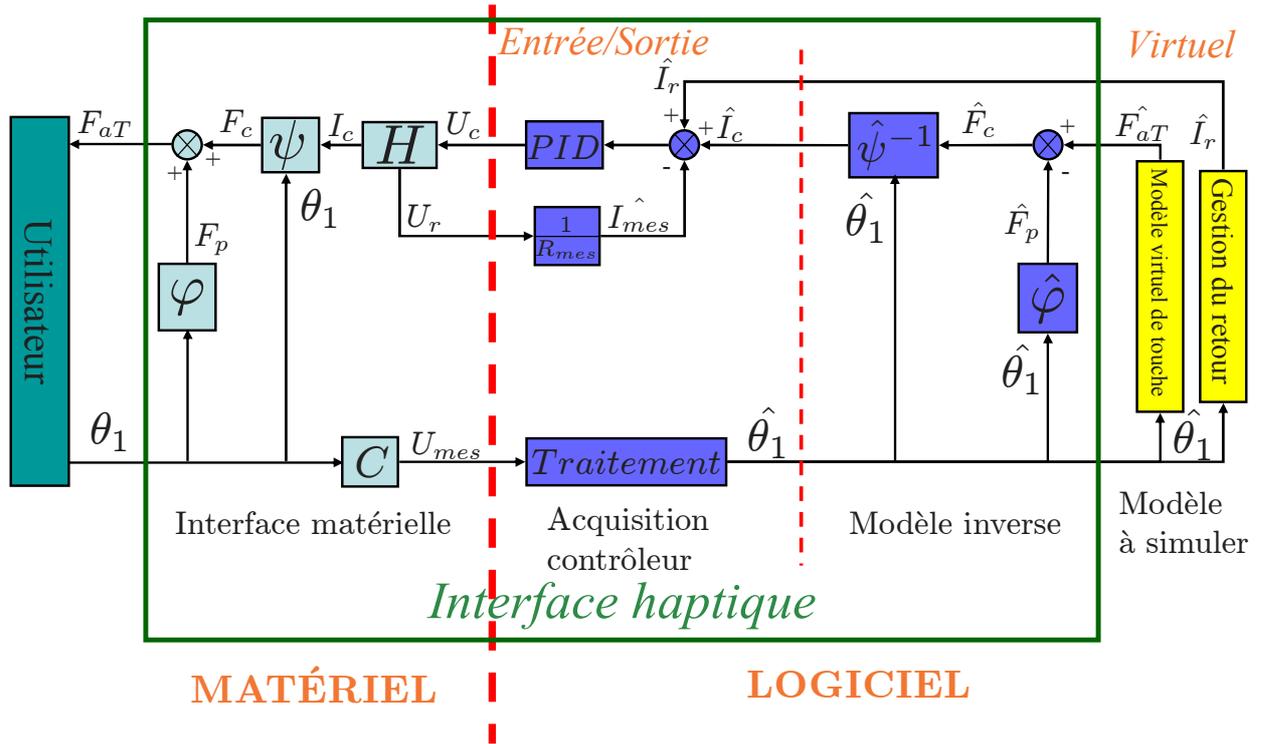


FIG. 7.5 – Schéma global du contrôle

à simuler et pour le calcul du modèle inverse  $\hat{\psi}^{-1}$ . On calcule aussi, par  $\hat{\varphi}$ , une estimation  $\hat{F}_p$  de la réponse passive de l'interface.

Comme le modèle à simuler ne tient pas compte du retour de la touche en position d'équilibre, le rendu sensoriel n'est donné que pendant la phase d'attaque de la note. Pendant la phase d'appui sur la touche (attaque de la note), le modèle à simuler détermine la force d'interaction  $\hat{F}_{aT}$  désirée en fonction du mouvement de la touche.

La procédure de *gestion du retour de la touche en position de repos* calcule l'intensité de consigne  $I_r$  nécessaire pour contrer la rémanence magnétique dans les noyaux ferromagnétiques et ainsi assurer le retour de la touche en position d'équilibre. La procédure de gestion du retour de la touche en position d'équilibre est détaillée dans la section 2.4.

On calcule une estimation de la force à contrôler  $\hat{F}_c$  à partir de la force d'interaction désirée  $\hat{F}_{aT}$  et l'estimation de la force passive  $\hat{F}_p$  par :

$$\hat{F}_c = \hat{F}_{aT} - \hat{F}_p \quad (7.1)$$

Ainsi, le modèle inverse  $\hat{\psi}^{-1}$  de la fonction de transfert  $\psi$  donne la valeur de l'intensité de consigne  $\hat{I}_c$ . Le calcul de l'intensité de consigne en fonction de la force désirée  $\hat{F}_{aT}$  et du mouvement mesuré  $\hat{\theta}_1$  est détaillé dans la section 2.3.

Finalement, un contrôleur de type *PID* régule l'intensité dans les bobines en fonction de l'intensité de consigne  $\hat{I}_c$  et de la mesure de l'intensité réelle  $I_{mes}$ . Le contrôle de l'intensité et le traitement des données acquises sont détaillés dans la section 2.2.

La boucle de contrôle définie ci-dessus (acquisition des données, calcul de la réponse du système et tension de consigne) est implémentée sous *Labview Real time* à une fréquence de 2 kHz.

## 2.2 Traitement de l'acquisition et régulation de l'intensité

Le système de contrôle communique avec l'interface matérielle par l'intermédiaire des voies d'une carte d'acquisition. Deux entrées analogiques sont utilisées pour la mesure de l'accélération angulaire  $\ddot{\theta}_1$  de la touche et de l'intensité  $I_{mes}$  dans les bobines. Trois entrées numériques sont utilisées pour la mesure des contacts avec les butées avant et arrière de la touche et pour la mesure de l'état de la commutation entre les deux accéléromètres (voir la section 2.4 du chapitre 6). Une sortie analogique est utilisée pour transmettre la tension de consigne  $U_c$  au circuit de puissance. La figure 7.6 présente une photographie de l'interface haptique avec le schéma des relations entre les différentes parties.

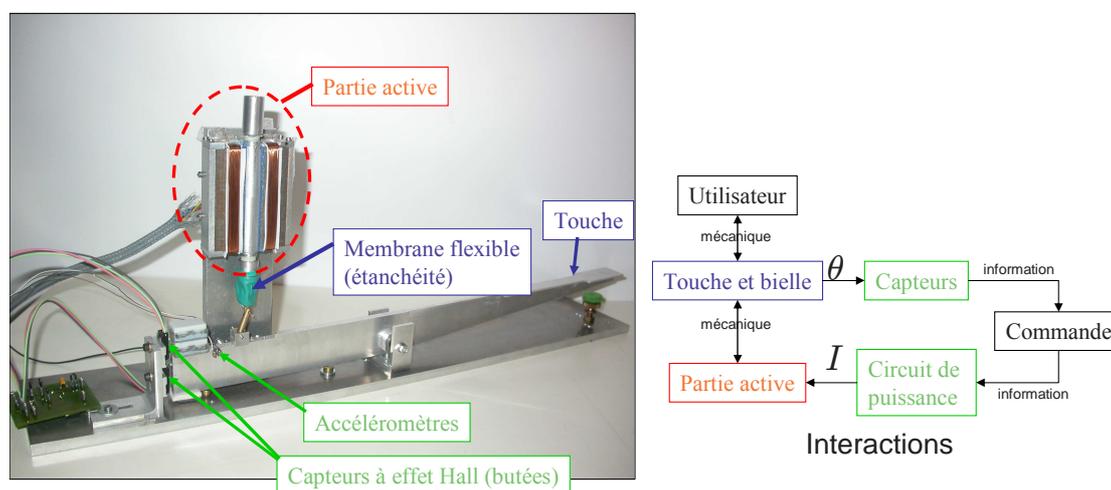


FIG. 7.6 – Photographie de l'interface haptique et schéma des interactions entre les différentes parties

La vitesse et position angulaires de la touche sont calculées par intégration numérique de la mesure de l'accélération de la touche. Pour éviter l'effet des dérives (dues au bruit de mesure, par exemple) nous utilisons les mesures des contacts avec les butées arrière et avant pour recalibrer les intégrations à chaque jeu d'une note.

Nous utilisons deux accéléromètres aux gammes de mesure différentes pour couvrir l'ensemble de la plage de variation de l'accélération de la touche avec une bonne précision. La commutation entre les deux accéléromètres se fait par une électronique analogique décrite dans la section 2.4 du chapitre 6. Toutefois, la sensibilité de l'accéléromètre est utilisée dans le calcul de l'accélération angulaire de la touche. Nous utilisons donc une voie numérique pour mesurer l'état de la commutation et ainsi adapter la sensibilité du capteur à chaque échantillon.

La régulation de l'intensité dans les bobines se fait par l'intermédiaire d'un correcteur *PID* selon le schéma d'asservissement de la figure 7.7. Cette régulation utilise la mesure de l'intensité

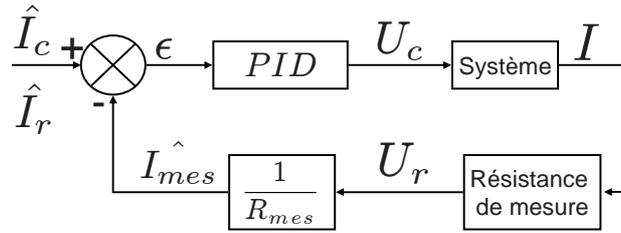


FIG. 7.7 – Boucle d'asservissement de l'intensité

dans les bobines (mesurée grâce à une résistance de mesure de précision 1%) et calcule la tension de consigne  $U_c$  nécessaire au suivi de la consigne  $I_c$ .

Le *PID* assure également le suivi de la consigne lors de la phase de retour de la touche en position d'équilibre. L'intensité  $I_c$  issue du modèle inverse de l'interface est alors remplacée par l'intensité  $I_r$  issue de la procédure de gestion du retour de la touche en position de repos (voir section 2.4).

### 2.3 Résolution numérique du modèle inverse de l'interface haptique

Au cours de l'attaque de la note, le modèle inverse de l'interface haptique permet de calculer l'intensité de consigne  $I_c$  en fonction du mouvement appliqué sur la touche  $\theta_1$  et de la force d'interaction désirée  $F_{aT}$ .

Le schéma de la figure 7.8 montre le principe de résolution du modèle inverse.

Le traitement des données présenté dans la section 2.2 donne  $\theta_1$ , le mouvement angulaire de la touche. La résolution numérique en temps réel du modèle dynamique de la mécanique traditionnelle donne la force de résistance désirée  $F_{aT}$ .

#### Calcul de $\varphi$

À partir de  $\theta_1$ , les équations de fermeture géométrique (6.28), (6.29) et (6.30) (p. 131) donnent la position angulaire de la bielle  $\theta_2$  et la variable d'espace  $y$  qui décrit le mouvement linéaire de la lame :

$$y = L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2} + L_{O_3}\sqrt{1 - \left(\frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}}\right)^2} \quad (7.2)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{L_{O_3}}{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}\sqrt{1 - \left(\frac{L + h_{O_2}\theta_1 - L_{O_2}}{L_{O_3}}\right)^2} \quad (7.3)$$

La lame est soumise à son poids, à la force de contact avec le guidage linéaire  $\overrightarrow{F_{g \rightarrow L}}$ , à la force d'interaction avec le fluide MR, à la force appliquée par la bielle  $\overrightarrow{F_{B \rightarrow L}}$  et à la force appliquée par le ressort de rappel (déformation de la membrane flexible et compression de l'air dans le bouchon). Les équations de la dynamique appliquées à la lame sont données dans la section 3.3.3 du chapitre 6.

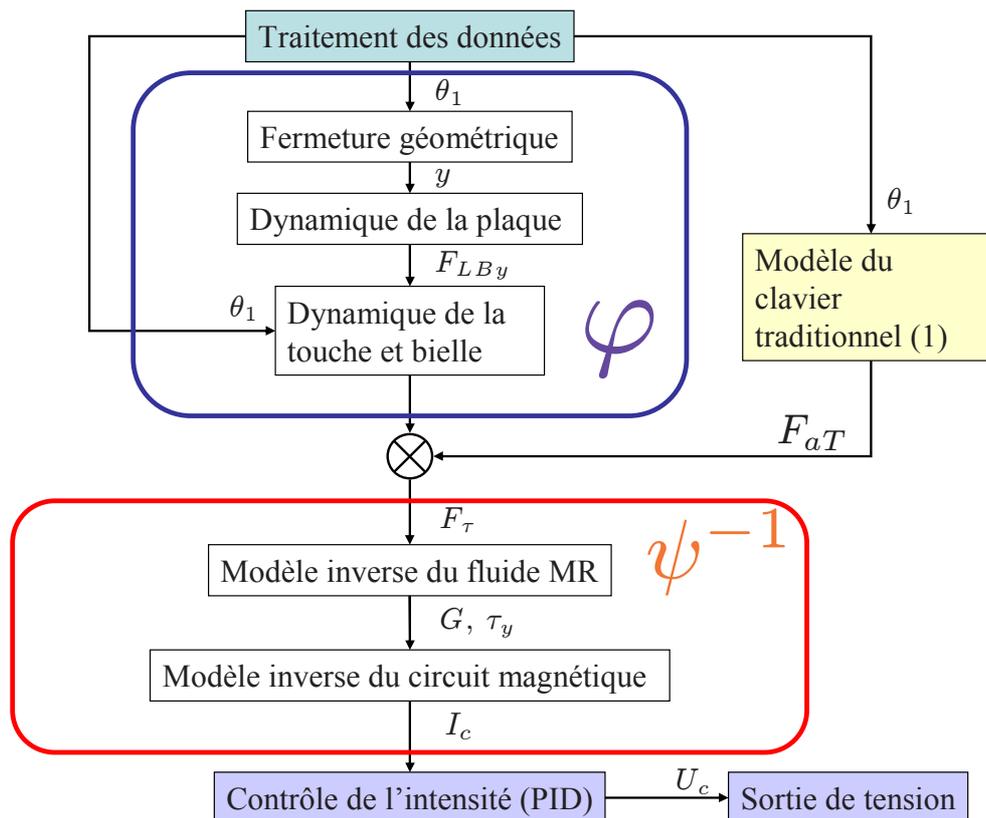


FIG. 7.8 – Schéma de principe de résolution du modèle inverse

La composante  $F_{gLx}$  de la force de contact entre le guidage et la lame est donnée en fonction de la force  $F_{LBy}$  par :

$$F_{gLx} = \frac{F_{LBy}}{\tan \theta_2} \quad (7.4)$$

en utilisant successivement le théorème du moment sur la bielle (6.22) (p. 130) et la projection sur l'axe  $\vec{x}$  du théorème de la résultante appliqué à la lame (6.25).

La projection suivant  $\vec{y}$  du théorème de la résultante sur la lame (6.24) donne<sup>5</sup> :

$$m_L \ddot{y} + m_L g + k_r (y - y_0) + \frac{4\eta S \dot{y}}{e_f} = -F_{LBy} \left( \frac{f_L S \operatorname{sgn}(\dot{y})}{\tan \theta_2} + 1 \right) - S \operatorname{sgn}(\dot{y}) \begin{cases} \frac{4G\delta y S}{e_f} & \text{pour } F_\tau \leq \tau_y S \\ 2\tau_y S & \text{pour } F_\tau > \tau_y S \end{cases} \quad (7.5)$$

avec  $\delta y = y - y_0$  le déplacement linéaire de la lame.

La dynamique de la touche fait intervenir son poids, le poids de la masse de rappel, la force  $F_{aT}$  exercée sur l'utilisateur, la force appliquée par la bielle et la force appliquée par la mouche lorsque le contact est établi. Le théorème du moment appliqué à la touche donne (voir chapitre 6

<sup>5</sup>On notera dans ce chapitre  $\operatorname{sgn}(\dot{y})$  le signe de  $\dot{y}$

section 3.3.1) :

$$\begin{aligned}
J_{T,O_1}\ddot{\theta}_1 &= -m_Tg(L_{G_T} - h_{G_T}\theta_1) - m_rg(L_{Tmr} - h_{Tmr}\theta_1) \\
&+ (L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1)F_{BTy} - (L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2})F_{BTx} \\
&+ F_{aT}(L_{Ta} - h_{Ta}\theta_1) + F_{mT}(L_{Tm} - h_{Tm}\theta_1)
\end{aligned} \quad (7.6)$$

Comme la bielle est considérée de masse nulle, elle transmet entièrement la force appliquée par la lame :

$$\overrightarrow{F_{B \rightarrow T}} = \overrightarrow{F_{L \rightarrow B}} \quad (7.7)$$

On peut résumer le théorème du moment sur la touche sous la forme :

$$\begin{aligned}
J_{T,O_1}\ddot{\theta}_1 + m_Tg(L_{G_T} - h_{G_T}\theta_1) + m_rg(L_{Tmr} - h_{Tmr}\theta_1) - F_{mT}(L_{Tm} - h_{Tm}\theta_1) = \\
((L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1) - \frac{1}{\tan \theta_2}(L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2}))F_{LBy} + F_{aT}(L_{Ta} - h_{Ta}\theta_1)
\end{aligned} \quad (7.8)$$

Après calcul on obtient :

$$F_{mec} = K_a F_{aT} + K_{mag} F_\tau \quad (7.9)$$

On obtient ainsi  $F_\tau$  en fonction de la force  $F_{aT}$  et du mouvement mesuré :

$$F_\tau = \frac{1}{K_{mag}}(F_{mec} - K_a F_{aT}) \quad (7.10)$$

où  $F_{mec}$  est la force passive issue de la dynamique de l'interface,  $F_{aT}$  la force exercée sur l'utilisateur,  $F_\tau$  la force contrôlée par le champ magnétique,  $K_a$  et  $K_{mag}$  des facteurs dépendant uniquement des variables de mouvement  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $y$  et de ses dérivées. Ces grandeurs sont données par :

$$\begin{aligned}
F_{mec} = & J_{T,O_1}\ddot{\theta}_1 + m_Tg(L_{G_T} - h_{G_T}\theta_1) + m_rg(L_{Tmr} - h_{Tmr}\theta_1) - F_{mT}(L_{Tm} - h_{Tm}\theta_1) \\
& + \left[ \frac{(L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1) - \frac{1}{\tan \theta_2}(L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2})}{\frac{f_L Sgn(\dot{y})}{\tan \theta_2} + 1} \right] \left[ m_L\ddot{y} + m_Lg + k_r(y - y_0) + \frac{4\eta S\dot{y}}{e_f} \right]
\end{aligned} \quad (7.11)$$

$$F_\tau = -Sgn(\dot{y}) \begin{cases} \frac{4G\delta y S}{e_f} & \text{pour } F_\tau \leq \tau_y S \\ 2\tau_y S & \text{pour } F_\tau > \tau_y S \end{cases} \quad (7.12)$$

$$K_a = (L_{Ta} - h_{Ta}\theta_1) \quad (7.13)$$

$$K_{mag} = \frac{(L_{O_2} - h_{O_2}\theta_1) - \frac{1}{\tan \theta_2}(L_{O_2}\theta_1 + h_{O_2})}{\frac{f_L Sgn(\dot{y})}{\tan \theta_2} + 1} \quad (7.14)$$

L'équation (7.9) s'écrit :

$$-\frac{K_{mag}F_\tau}{K_a} = F_{aT} - \frac{F_{mec}}{K_a} \quad (7.15)$$

les grandeurs  $\widehat{F}_p$  et  $\widehat{F}_c$  de 7.1 sont donc respectivement  $\widehat{F}_p = \frac{F_{mec}}{K_a}$  et  $\widehat{F}_c = -\frac{K_{mag}F_\tau}{K_a}$ .

### Calcul de $\psi^{-1}$

La force  $F_\tau$  correspond à la composante contrôlable de la force appliquée par le fluide MR à la lame magnétique<sup>6</sup> :

- pour  $F_\tau \leq \tau_y S$ , le fluide se comporte comme un solide élastique caractérisé par le module  $G$ . Dans ce régime, qui correspond à la phase d'établissement de la note, la force  $F_\tau$  dépend de  $G$  qui est lui-même une fonction du champ magnétique  $H$ .
- pour  $F_\tau > \tau_y S$ , les chaînes formées dans le fluide cassent et sont reformées à chaque instant, la force  $F_\tau$  dépend alors de la contrainte-seuil  $\tau_y$  qui est une fonction du champ magnétique  $H$ .

On peut inverser le modèle du fluide MR pour obtenir  $\tau_y$  et  $G$  en fonction de la force  $F_\tau$  :

$$\begin{cases} G = -\frac{F_\tau S \operatorname{sgn}(\dot{y}) e_f}{4\delta y S} & \text{pour } \delta y \leq \delta y_{seuil} \\ \tau_y = -\frac{F_\tau S \operatorname{sgn}(\dot{y})}{2S} & \text{pour } \delta y > \delta y_{seuil} \end{cases} \quad (7.16)$$

Les expressions (6.43) et (6.44) (p. 134) donnent la dépendance (linéaire) entre l'intensité de consigne  $I_c$  et les grandeurs caractéristiques du fluide MR  $\tau_y$  et  $G$ . En appliquant (7.16) et en remarquant que le signe de  $I$  n'influe pas sur la force résultante, on obtient l'expression de  $I$  en fonction de  $F_\tau$  :

$$I_c = F_\tau \mu_f \frac{\mathcal{R}}{N} \begin{cases} \frac{e_f}{4k_G \delta y} & \text{pour } \delta y \leq \delta y_{seuil} \\ \frac{1}{2K_\tau} & \text{pour } \delta y > \delta y_{seuil} \end{cases} \quad (7.17)$$

où  $\mu_f$  est la perméabilité du fluide MR,  $\mathcal{R}$  la réluctance du circuit magnétique,  $N$  le nombre de tours dans les bobines,  $e_f$  l'épaisseur totale de fluide,  $\delta y$  le déplacement relatif de la lame et  $K_G$  et  $K_\tau$  les constantes décrivant le comportement du fluide MR.

Nous considérons que la vitesse de la touche ne change pas de signe durant le mouvement descendant de la touche (entre la position de repos et le contact avec la mouche) et que le champ magnétique ne change pas de polarité et qu'il ne s'annule pas. Ainsi, le fluide se comporte comme un solide élastique uniquement au début du mouvement. Lorsque un mouvement est appliqué à la lame, les chaînes formées par les particules ferromagnétiques du fluide MR s'inclinent jusqu'à atteindre le seuil de contrainte  $\tau_y$  puis cassent (et se reforment à chaque instant). À la limite entre les deux comportements, la force appliquée à la lame est égale à la force  $2\tau_y S$  correspondant à la contrainte  $\tau_y$ . On peut ainsi calculer le déplacement  $\delta y_{seuil}$  nécessaire à casser les chaînes :

<sup>6</sup>Le comportement du fluide MR utilisé dans l'interface haptique est modélisé dans la section 3.2.4 du chapitre 6.

$$\frac{4G \delta y_{seuil} S}{e_f} = 2\tau_y S \quad (7.18)$$

$$\delta y_{seuil} = e_f \frac{\tau_y}{2G} \quad (7.19)$$

$$(7.20)$$

puis, en utilisant (6.7) et (6.8) (p. 128) :

$$\delta y_{seuil} = e_f \frac{k_\tau}{2k_G} \quad (7.21)$$

Le fluide se comporte donc comme un solide élastique tant que le déplacement relatif de la lame reste inférieur à  $\delta y_{seuil}$ . Les chaînes cassent pour  $\delta y = \delta y_{seuil}$  et le fluide se comporte alors selon une loi de Bingham.

Pour  $\delta y \leq \delta y_{seuil}$ , l'intensité doit être calculée par la fonction :

$$I_c = F_\tau \mu_f \frac{\mathcal{R}}{N} \frac{e_f}{4 k_G \delta y} \quad (7.22)$$

Comme  $\delta y$  s'écarte de 0 au début du mouvement,  $I_c$  tend vers l'infini quelque soit la valeur de  $F_\tau$  (*a priori* non nulle à cause du bruit de mesure). L'interface haptique ne peut pas supporter une intensité supérieure à 1 A. Nous avons donc ajouté au schéma de contrôle une fonction de saturation de l'intensité de consigne.

## 2.4 Gestion du retour de la touche en position de repos

Le modèle de la touche traditionnelle ne prend en compte que l'appui sur la touche. Ce travail ne porte pas sur le rendu sensoriel lors de la phase de retour de la touche en position de repos.

Lorsque la touche atteint la mouche, la force appliquée par le fluide sur la lame doit être minimale afin de faciliter le retour de l'interface haptique en position de repos. La dynamique de cette phase n'est pas régie par une variation contrôlée de l'état du fluide MR.

Les noyaux ferromagnétiques sont soumis à un champ magnétique lors de la phase d'appui sur la touche or ils possèdent une rémanence magnétique due à la non-linéarité de la courbe d'aimantation  $BH$  du fer (figure 7.9).

En conséquence, l'induction magnétique dans l'entrefer n'est pas nulle lorsque l'intensité appliquée aux bobines devient nulle. La force  $F_\tau$ , liée à l'induction magnétique dans l'entrefer, n'est donc pas nulle.

Une induction magnétique nulle dans l'entrefer est obtenue en appliquant le champ coercitif, lui même obtenu par l'application de l'intensité  $I_{coer}$  dans les bobines. L'hystérésis de l'aimantation du fer fait que la valeur du champ coercitif est dépendante de l'induction magnétique maximale et de la variation de  $B$  depuis sa valeur maximale. La procédure de gestion du retour de la touche en position de repos vise à s'affranchir de ces dépendances.

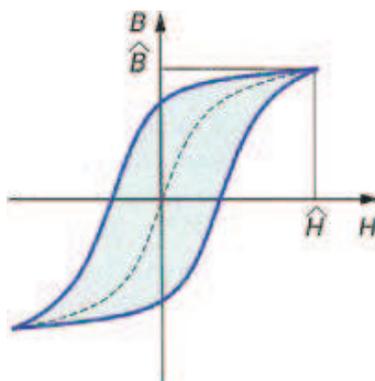
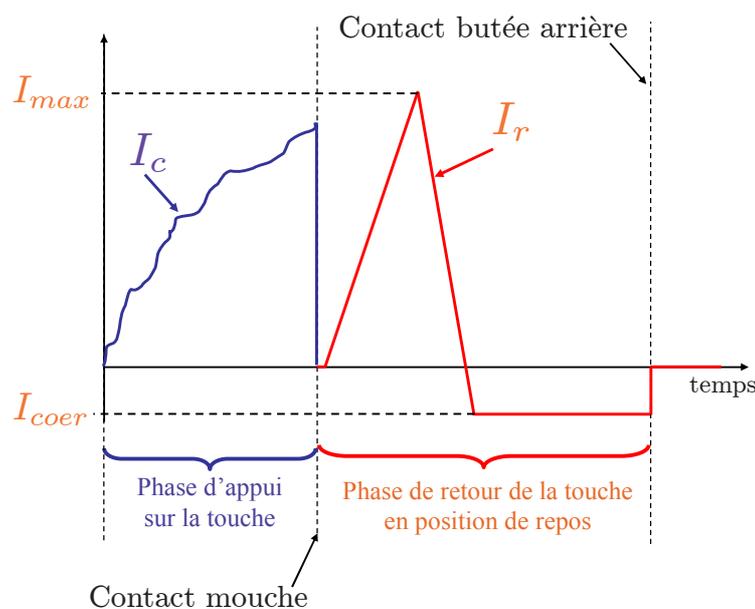


FIG. 7.9 – Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique (d'après [29])

Afin d'annuler l'induction magnétique dans l'entrefer, la procédure de gestion du retour de la touche en position impose un profil d'intensité  $I_r$ . Cette grandeur se substitue à l'intensité de consigne  $I_c$  tant que la touche n'est pas revenue en position de repos (voir figure 7.5).

La figure 7.10 présente le profil temporel de l'intensité  $I_r$  appliqué.

FIG. 7.10 – Profil temporel de l'intensité  $I_r$ 

Lorsque le contact avec la mouche est établi, nous appliquons une intensité croissante jusqu'à la valeur  $I_{max}$  supérieure à  $I_c$ , quelque soit le mouvement imposé antérieurement. On impose ainsi une induction magnétique  $B_{max}$  dans le circuit magnétique dont on s'assure simplement qu'elle soit supérieure à n'importe quelle valeur pouvant être obtenue lors de la phase antérieure. On diminue alors l'intensité  $I_r$  de manière contrôlée vers la valeur  $I_{coer}$  déterminée expérimentalement. Cette procédure permet de bénéficier d'une valeur constante du champ coercitif quelque soit le mouvement appliqué à la touche pendant la phase active.

L'intensité  $I_{coer}$  est maintenue jusqu'au contact avec la butée arrière.

Cette procédure impose une limitation dans la dynamique du clavier : lorsque le pianiste commence le mouvement d'une touche, celle-ci doit atteindre la mouche pour que la procédure de retour s'enclenche ; et le pianiste ne peut pas rejouer une note avant que le contact entre la touche et la butée arrière soit établi.

Le contrôle du rendu sensoriel dans la phase de retour permettra, en principe, de lever cette limitation.

## 2.5 Étude des performances

Le schéma de contrôle en temps réel présenté ci-dessus a été mis en œuvre sous *Labview Real Time*. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 2000 Hz, le cadencement matériel, qui utilise l'horloge interne de la carte d'acquisition, assure le déterminisme du système. En cas de retard dans la synchronisation des voies entrée/sortie avec l'horloge, le logiciel génère une erreur de retard et arrête le système.

Afin d'évaluer les performances du contrôle en boucle ouverte, nous utilisons une carte d'acquisition et un ordinateur auxiliaires. On acquiert donc les six voies nécessaires au contrôle du système (mesure de l'accélération, mesure de l'état du commutateur de l'accélération, mesure des deux capteurs des butées avant et arrière (à effet Hall), mesure de l'intensité dans les bobines et mesure de la tension de consigne). On utilise, par ailleurs, un capteur de force externe *Kistler 9211sp* pour la mesure de la force d'interaction entre l'utilisateur et la touche.

En ce qui concerne le modèle virtuel à simuler, nous choisissons des modèles simples<sup>7</sup> : proportionnel à la position, à la vitesse ou à l'accélération.

À partir des mesures, nous évaluons :

- le traitement numérique de l'accélération (intégrations numériques, recalage et commutation) ;
- le suivi de la consigne par comparaison entre la consigne et la réponse en effort mesurée par le capteur de force ;
- la capacité de prédiction du modèle direct de l'interface.

Les calculs numériques nécessaires à ces évaluations (traitement, calcul de la consigne et modèle direct de l'interface) sont effectués hors ligne par le PC auxiliaire afin de perturber le moins possible le fonctionnement du système temps réel.

La figure 7.11 présente la comparaison entre deux calculs différents de l'accélération angulaire de la touche  $\ddot{\theta}_1$ . Le premier calcul dit d'« accélération complète », est obtenu à partir du signal acquis par le système auxiliaire. Le deuxième calcul, dit d'« accélération tronquée », est obtenue par le traitement programmé dans le système temps réel. On utilise le signal des capteurs à effet Hall pour déclencher et stopper la mesure.

---

<sup>7</sup>Nous avons vu dans le chapitre 4 que la résolution numérique du modèle dynamique de la touche traditionnelle est perturbé par des instabilités numériques ce qui le rend inutilisable en l'état pour le contrôle.

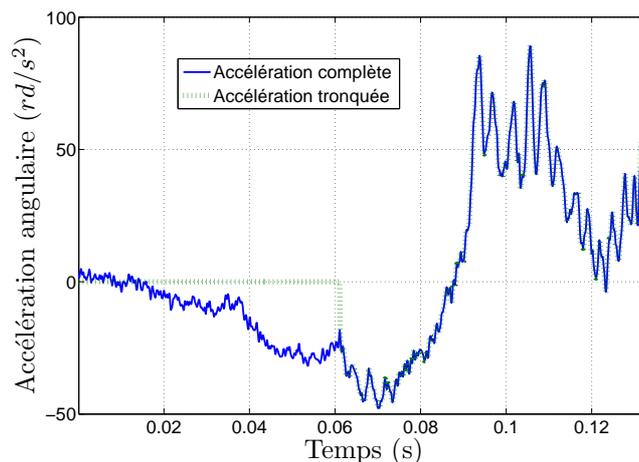


FIG. 7.11 – Comparaison de l'accélération réelle et de l'accélération tronquée de la touche

L'instant de début de mesure est donné par le capteur à effet Hall qui détecte le contact entre la touche et la butée arrière. On observe un décalage important entre le début de la mesure et le début effectif du mouvement. Ce décalage est dû d'une part, au réglage de la position du capteur et d'autre part, à l'hystérésis dans le comportement du capteur à effet Hall.

Le capteur indique la rupture du contact entre la touche et le feutre de la butée arrière et le retour de la touche en position de repos. Ces deux détections sont soumises aux éventuels rebonds de la touche sur la butée arrière donc le réglage optimum de la détection de la rupture du contact se traduit par des problèmes de détection du retour en position d'équilibre.

La technologie de mesure peut être remplacée par une mesure optique ou capacitive voire un couplage de deux technologies. On pourra obtenir une meilleure précision de mesure au détriment du coût du système.

Par ailleurs, nous constatons un changement de signe de l'accélération pour  $t = 0.09$  s. Le ralentissement de la touche observé est dû à l'arc-boutement dans le guidage de la lame. Ce phénomène nuisible a été mis en évidence lors de l'identification du comportement de l'interface haptique dans la section 4.2 du chapitre 6.

L'accumulation du décalage dans la mesure de l'accélération et de l'arc-boutement dans le guidage peut provoquer des erreurs importantes dans le calcul de la vitesse et de la position par intégration. La figure 7.12 présente la comparaison de deux calculs de la position angulaire  $\theta_1$  de la touche. La première courbe, dit d'« angle complet », est obtenue par double intégration numérique de l'accélération réelle de la touche. La deuxième courbe, dit d'« angle tronqué », est obtenue par double intégration numérique de l'« accélération tronquée ».

D'une part, nous observons un retard dans la position calculée par intégration de l'accélération tronquée. Ce retard est introduit par le décalage du début de la mesure de l'accélération.

D'autre part, l'amplitude du mouvement est sous-estimée et l'influence de l'arc-boutement (forte décélération) est amplifiée. On observe un changement de direction dans le mouvement de

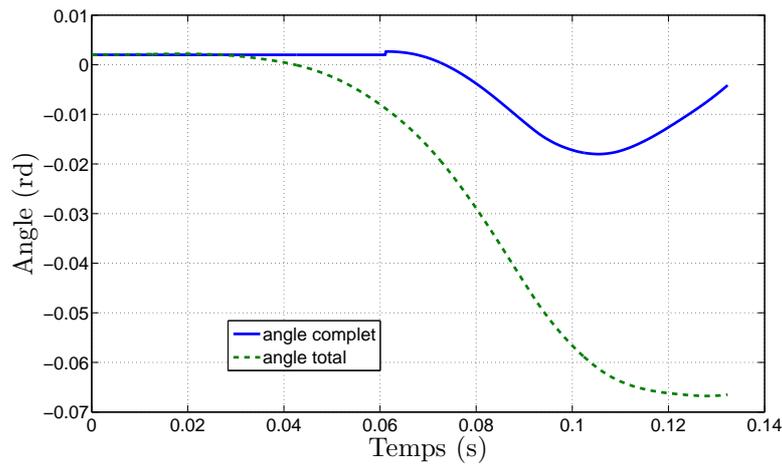


FIG. 7.12 – Calcul de  $\theta_1$  par double intégration de l'accélération réelle et de l'accélération tronquée

la touche pour  $t \approx 0.11$  s qui n'est pas observé dans la réalité.

Finalement, la figure 7.13 présente la comparaison entre la force mesurée  $F_{aT}$ , la force de consigne  $\widehat{F}_{aT}$  et la prédiction de la force d'interaction donnée par la résolution du modèle direct (observateur).

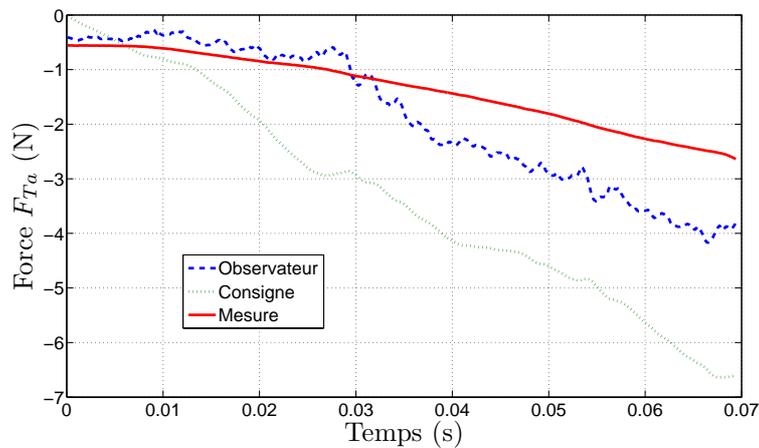


FIG. 7.13 – Évaluation du suivi de consigne

Le suivi de la consigne est assez approximatif. On remarque un décalage important entre la force mesurée et la consigne. Les différentes perturbations signalées ci-dessus nuisent au fonctionnement global du système. De plus, ces courbes montrent les limitations du contrôle en boucle ouverte.

On observe un assez bon accord entre la force estimée par le modèle direct et la force mesurée. L'écart observé dans la deuxième partie est dû à l'arc-boutement dans le guidage de la lame. Étant donné que l'ajout d'un capteur de force par touche, nécessaire au contrôle en boucle fermée, augmente la complexité et le coût du système, il est envisageable d'utiliser la prédiction du comportement par le modèle direct comme observateur d'état. Il serait alors possible d'utiliser une

commande par anticipation ce qui améliorerait le suivi de consigne.

### 3 LE PROTOTYPE 5 TOUCHES

#### 3.1 Description du système

La figure 7.14 montre une photographie d'un prototype de l'interface haptique pour claviers musicaux comprenant cinq touches. L'objectif de ce prototype est d'étudier le faisabilité d'un clavier complet (88 touches).

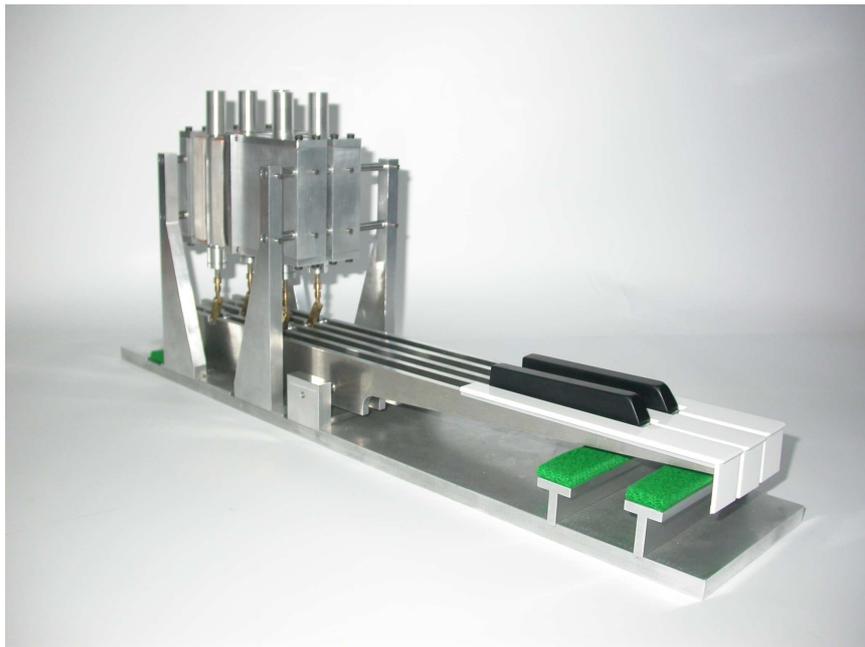


FIG. 7.14 – Photographie du prototype à 5 touches

Chaque touche de ce prototype comporte la même structure que l'interface mono-touche présentée dans le chapitre 6.

La figure 7.15 montre deux vues de détail de l'interface haptique à cinq touches. Chaque touche respecte les caractéristiques et les contraintes de l'interface mono-touche. De plus, le système respecte les contraintes liées à l'assemblage d'un système multi-touche :

- la partie frontale de la mécanique mobile est conçue de sorte à respecter la forme et les dimensions d'un clavier traditionnel ;
- les liaisons pivot des touches sont supportées par le même arbre ;
- l'espacement des touches permet d'intercaler des paliers de support (nécessaires dans la conception d'un clavier à 88 touches) ;
- les butées avant et arrière sont en feutre et leurs positions sont choisies pour respecter la course de 10 mm ;
- les leviers sont équipés de deux points d'attache pour les bielles afin de permettre le montage en quinconce des freins commandés.

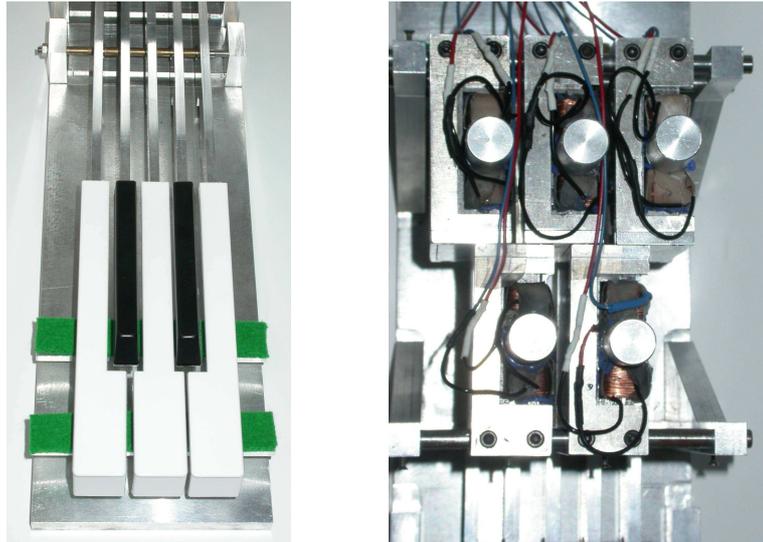


FIG. 7.15 – Vues de détail du prototype 5 touches. Gauche : vue de face. Droite : vue de dessus.

La figure 7.15 (droite) présente une vue de dessus du montage des cinq freins commandés. Le montage en quinconce permet de respecter la largeur totale du clavier quelque soit le nombre de touches. La conception du frein commandé est donc adaptée à la réalisation d'un clavier de 88 touches.

En ce qui concerne l'instrumentation, chaque touche est munie du même jeu de capteurs et du même conditionnement que le prototype mono-touche. Cette instrumentation est complétée par un système de multiplexage capable de gérer deux touches simultanément (le multiplexage est détaillé dans la section 3.3 de ce chapitre). Les schémas électriques des circuits de conditionnement et de puissance sont donnés dans l'annexe B.

### 3.2 Interaction électromagnétique

La proximité des freins commandés dans le système multi-touches mène à s'interroger sur la possible interaction magnétique entre les éléments commandés.

La figure 7.16 présente les lignes de champ et l'amplitude de l'induction magnétique pour le frein commandé du prototype mono-touche soumis à une intensité constante de 0.5 A. Ce résultat est obtenu par une méthode de calcul par éléments finis en deux dimensions (logiciel libre *FEMM 4.0 (Finite Element Method Magnetics)* [39]).

On constate que l'induction magnétique est sensiblement constante dans tout le circuit magnétique et que les lignes de champ sont perpendiculaires à la lame magnétique. Par ailleurs, on constate que les pertes magnétiques sont très faibles (0.07 T) et localisées aux bords de l'entrefer. Ce qui laisse penser à une interaction nulle entre les freins du système multi-touche.

La figure 7.17 présente le comportement magnétique du système multi-touches. Afin d'observer l'interaction entre les cinq freins, nous imposons un courant de 1 A dans les bobines de quatre des cinq freins et une intensité nulle dans les bobines du frein restant.

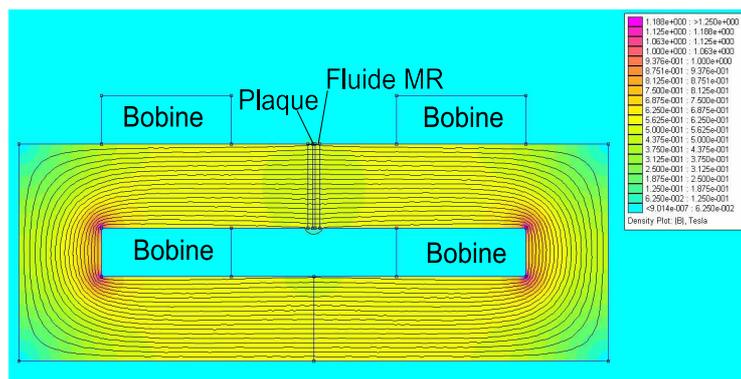


FIG. 7.16 – Calcul par éléments finis d'un frein commandé pour une intensité de consigne de 0.5 A

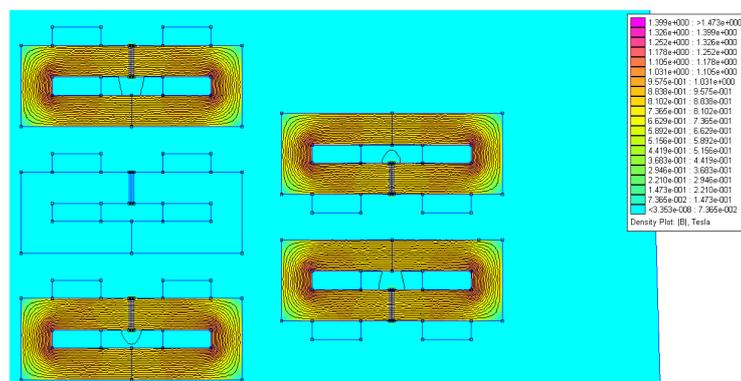


FIG. 7.17 – Vérification de l'indépendance magnétique des freins commandés

Pour des inductions magnétiques dans les circuits magnétiques excités de l'ordre de 0.9 T, l'induction magnétique dans l'entrefer du circuit non excité est d'environ  $10^{-4}$  T. L'interaction magnétique entre les freins commandés est donc négligeable dans une structure multi-touche. Ce raisonnement est applicable certainement à un clavier de 88 touches.

Les bobines sont alimentées par un générateur de tension (impédance faible) donc l'état non activé d'un frein correspond à un circuit fermé (tension nulle) plutôt qu'à un circuit ouvert (intensité nulle). L'évaluation de l'interaction magnétique entre les freins du prototype à cinq touches en circuit ouvert est plus restrictive que cette même évaluation réalisée en circuit fermé. Dans le cas du circuit fermé, un champ magnétique dans le circuit magnétique du frein non activé génère un courant induit et un champ magnétique induit qui s'oppose au champ appliqué. Dans le cas du circuit ouvert, il ne peut avoir de courant induit donc le champ observé correspond uniquement au champ produit par les freins voisins.

### 3.3 Gestion d'un système multi-touches

La configuration idéale pour le calcul et le contrôle de la réponse du système est de disposer, pour chaque touche, d'un calculateur et des voies d'acquisition entrée/sortie nécessaires. Cette configuration n'est pas optimale en terme d'utilisation des ressources électroniques ni en terme de coût global du système.

Dans la plupart des cas, le pianiste n'utilise que quelques touches simultanément (10 dans une utilisation purement « digitale » du piano). Il n'est donc pas utile de disposer d'un calculateur et de six voies d'acquisition entrée/sortie (mesure de l'accélération, commutateur de l'accélération, 2 capteurs à effet hall, mesure de l'intensité et tension de consigne) pour chaque touche.

Pour réduire la puissance de calcul ainsi que la taille du système d'acquisition, deux stratégies sont possibles en considérant que nous disposons d'une puissance de calcul et de moyens d'acquisition capables de gérer  $n$  touches simultanément :

- attribuer  $\frac{88}{n}$  touches à chaque jeu de voies<sup>8</sup> et balayer de manière séquentielle les  $\frac{88}{n}$  à chaque itération haptique,
- surveiller les 88 touches pour savoir quelle touche est activée et attribuer un jeu de voies libre à chaque touche activée. Les capteurs à effet hall donnent une indication de contact avec la butée arrière. Ils mesurent donc l'instant de départ.

Dans la pratique, 20 touches devront être contrôlées de manière indépendante. Le clavier de 88 touches devra donc être équipé d'une puissance de calcul suffisante pour réaliser 20 calculs en parallèle et d'un moyen d'acquisition comportant au moins 20 jeux de voies.

Par ailleurs, les notes extrêmes dans le grave et dans l'aigu sont rarement utilisées en comparaison des médianes. Il est donc préférable d'attribuer un jeu de voies à chaque touche activée plutôt que de multiplexer temporellement un nombre donné de touches sur un jeu de voies ; la puissance de calcul est ainsi mieux utilisée.

Afin de vérifier la faisabilité de ce mode de multiplexage pour l'ensemble du clavier, nous choisissons d'utiliser deux jeux de voies  $A$  et  $B$  pour commander le prototype à 5 touches.

La figure 7.18 présente un schéma du multiplexage de l'acquisition dans les conditions décrites ci-dessus.

Le fonctionnement de chaque touche utilise six voies : la mesure de l'accélération (ADXL), la mesure numérique de l'état du commutateur des deux accéléromètres (Commutateur), la mesure numérique des deux capteurs à effet Hall (Hall1 et Hall2), la mesure de l'intensité dans les bobines ( $U_{mes}$ ) et la sortie de tension de consigne ( $U_c$ ). Chaque jeu de voies dispose des mêmes six voies liées à un programme de contrôle indépendant.

Pour chaque voie d'un jeu donné ( $A$  ou  $B$ ), un multiplexeur ( $A.1 \dots A.6$  ou  $B.1 \dots B.6$ ) reçoit en entrée le signal des cinq touches. Par exemple, le multiplexeur  $MUXA.1$  reçoit en entrée le signal des cinq mesures d'accélération et sa sortie est connectée avec la voie dédiée à la mesure de l'accélération du jeu de voies  $A$ . Ainsi nous avons six multiplexeurs par jeu de voies. Cette architecture permet de connecter indifféremment chaque touche aux deux jeux de voies.

Les multiplexeurs (six par jeu de voies) sont commandés par un vecteur d'état composé de trois variables nommées « sélecteurs » ( $s_A = [a_A \ b_A \ c_A]$  pour le jeu  $A$ , et  $s_B = [a_B \ b_B \ c_B]$  pour le jeu  $B$ ). Chaque ligne de la matrice  $U$  ci-dessous représente un état possible pour les vecteurs

<sup>8</sup>On désigne par « jeu de voies » l'ensemble de voies nécessaires au contrôle d'une touche : mesure de l'accélération, commutation des accéléromètres, deux capteurs à effet Hall, mesure de l'intensité et sortie de la tension de consigne.

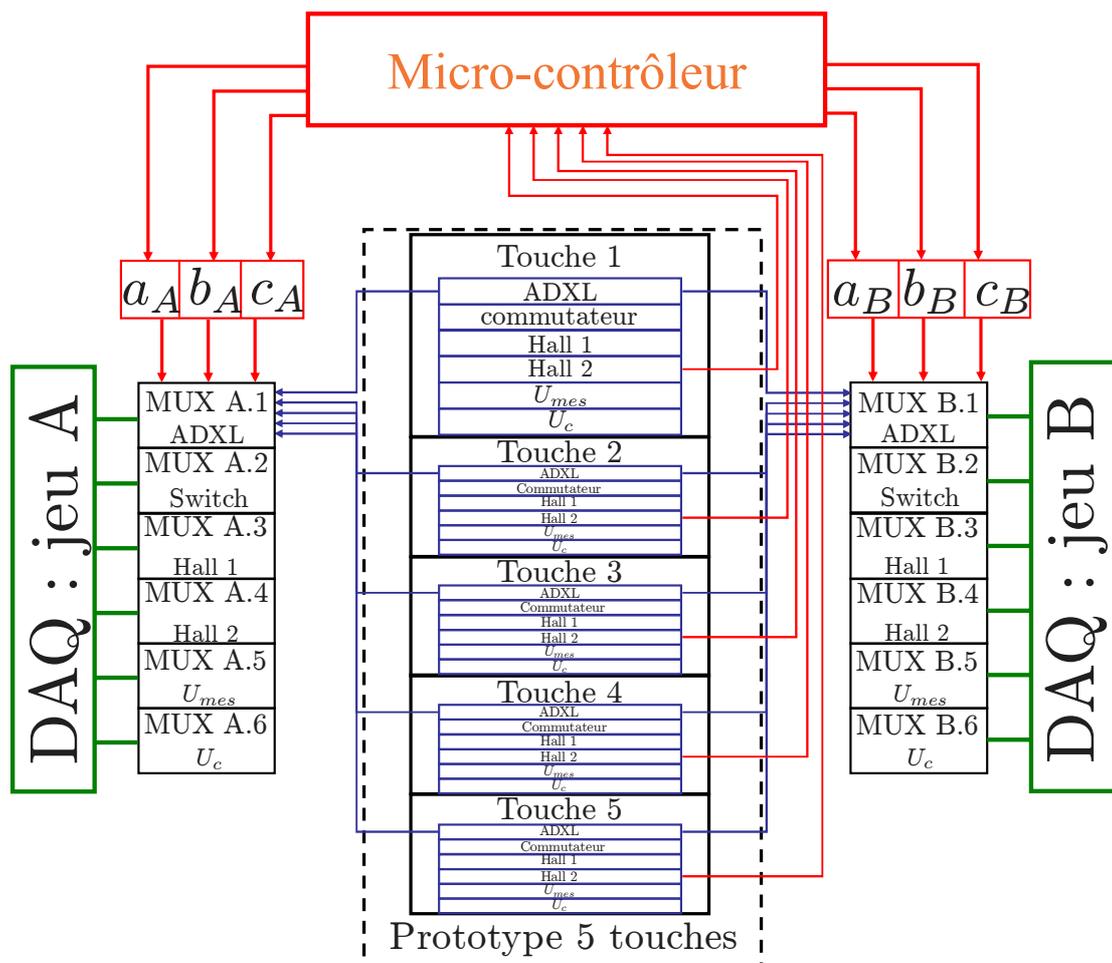


FIG. 7.18 – Schéma de multiplexage des voies d'acquisition pour 5 touches et 2 jeux de voies.

d'état  $s_A$  et  $s_B$  :

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

Les cinq premières lignes correspondent aux états reliant les cinq touches au jeu de voies, les trois dernières sont des états où aucune touche est reliée au jeu de voies.

Les vecteurs d'état des sélecteurs ( $s_A$  et  $s_B$ ) sont générés par un microcontrôleur en fonction des signaux fournis par les cinq capteurs à effet Hall donnant l'indication de début de mouvement de chaque touche. Les algorithmes<sup>9</sup> 1 et 2 présentent le programme qui définit l'état des sélecteurs en fonction de l'état des cinq capteurs.

<sup>9</sup>Les commentaires sont entre crochets et en italique.

```

sA : vecteur ; [vecteur d'état associé au jeu de voies A]
sa ← [ 1 1 1 ] ; [initialisation]
sB : vecteur ; [vecteur d'état associés au jeu de voies B]
s1 ← [ 1 1 1 ] ; [initialisation]
H1...5 : booléens ; [H1...5 capteurs à effet Hall]
U : matrice ; [U matrice des états possibles de sA et sB]
U ← 
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
 ; [initialisation]
C : entier ; [compteur]
i, j : entiers ; [indices pour boucles]
T0 : entier ; [mémoire de l'indice de la première touche activée]
T1 : entier ; [mémoire de l'indice de la deuxième touche activée]
T1 ← 0 ; [initialisation]
T2 ← 0 ; [initialisation]
p : booléen ; [indication sur le jeu de voies libre]
p ← 0 ; [initialisation]

```

Algorithme 1: initialisation des variables

L'algorithme 1 présente l'initialisation des variables nécessaires au contrôle des deux vecteurs de sélecteurs  $s_A$  et  $s_B$ . La matrice  $U$  des états possibles des sélecteurs ne possède que six lignes car il est inutile de définir plusieurs conditions donnant le même résultat (une seule combinaison donnant un jeu de voies libres). Le booléen  $p$  donne une indication sur le jeu de voies non utilisé. Lorsque  $p = 0$  le jeu de voies  $A$  est libre, lorsque  $p = 1$  le jeu de voies  $B$  est libre. Lorsque les deux jeux de voies sont occupés,  $p$  indique quel est le dernier jeu affecté. Le jeu de voies  $A$  est prioritaire.

Pour l'extension à 88 touches il faudra remplacer  $p$  par un vecteur de booléens avec autant d'états que de jeux de voies dans le système.

L'algorithme 2 présente la procédure de définition de la valeur des sélecteurs en fonction de l'état des capteurs à effet Hall. Le compteur  $C$  peut prendre trois valeurs différentes :

**C=0** : aucune touche n'est activée. Le système scrute à la suite les cinq capteurs à effet Hall. Si une touche est activée, on mémorise l'indice  $i$  de la touche activée dans la variable  $T_0$ , on affecte les valeurs de la ligne  $i$  de la matrice  $U$  au vecteur de sélecteurs  $s_p$  ( $s_p = s_A$  si  $p = 0$  et  $s_p = s_B$  si  $p = 1$ ), on modifie la valeur de  $p$  et on incrémente  $C$ .

**C=1** : la première touche  $T_0$  est activée. Deux cas sont alors possibles :

- la touche  $T_0$  est maintenue ; le système scrute alors les autres touches. Si une autre touche est activée, on mémorise l'indice  $j$  de la nouvelle touche activée dans la variable  $T_1$ , on affecte les valeurs de la ligne  $j$  de la matrice  $U$  au vecteur de sélecteurs  $s_p$  (la valeur de  $p$  a

été modifiée si une touche est activée donc  $s_p$  est le sélecteur du jeu libre) et on incrémente le compteur ;

- la touche  $T_0$  est relâchée sans qu'une autre touche ne soit activée ; on libère alors le jeu qui était affecté à la touche  $T_0$  (sélecteurs  $s_{\bar{p}}$ <sup>10</sup>) par l'application de la 6<sup>ème</sup> ligne de la matrice  $U$ , on modifie la valeur de  $p$  et on décrémente le compteur  $C$ .

**C=2 :** deux touches sont actives. L'appui sur une nouvelle touche sans relâcher les deux touches actives est sans effet sur l'état du système. Deux évolutions sont possibles :

- la touche  $T_1$  est relâchée ; on applique alors la 6<sup>ème</sup> ligne de la matrice  $U$  au vecteur de sélecteurs  $s_p$  et on décrémente le compteur.
- la touche  $T_0$  est relâchée, on applique alors la 6<sup>ème</sup> ligne de la matrice  $U$  au vecteur de sélecteurs  $s_{\bar{p}}$ , associés au jeu qui fut affecté à la touche  $T_0$  et on décrémente le compteur. Pour que le système se trouve dans un état compatible avec le traitement du cas  $C = 1$ , nous devons identifier la touche restée appuyée comme la première touche. On modifie donc la valeur de  $T_0$  et de  $p$ .

Les algorithmes décrits ci-dessus permettent de contrôler le multiplexage des voies d'acquisition à la vitesse de boucle du microcontrôleur (16 MHz) qui est très grande par rapport au temps de cycle haptique. L'adressage est donc transparent pour le système de commande.

---

<sup>10</sup>on note  $\bar{p}$  le complémentaire de  $p$ .

```

Tant que (le système est actif) faire
  Selon que
    C=0 :  $i \leftarrow 1$ ;
      Répéter
        |  $i \leftarrow i + 1$ ;
      jusqu'à ce que ( $H_i = 1$  OU  $i = 6$ )
      Si ( $i \leq 5$ ) Alors
        |  $T_0 \leftarrow i$ ;
        |  $s_p \leftarrow U(i, :)$ ;
        |  $p \leftarrow 1$ ;
        |  $C \leftarrow C + 1$ ;
      Fin Si
    C=1 : Si ( $H_{T_0} = 1$ ) Alors
      |  $j \leftarrow 1$ ;
      | Répéter
      | |  $j \leftarrow j + 1$ ;
      | jusqu'à ce que ( $(H_j = 1$  ET  $j \neq T_0)$  OU  $j = 6$ )
      | Si ( $j \leq 5$ ) Alors
      | |  $T_1 \leftarrow j$ ;
      | |  $s_p \leftarrow U(j, :)$ ;
      | |  $C \leftarrow C + 1$ ;
      | Fin Si
    Sinon
      |  $s_{\bar{p}} \leftarrow U(6, :)$ ;
      |  $p \leftarrow 0$ ;
      |  $C \leftarrow C - 1$ ;
    Fin Si
    C=2 : Si ( $H_{T_1} = 0$ ) Alors
      |  $s_p \leftarrow U(6, :)$ ;
      |  $C \leftarrow C - 1$ ;
    Fin Si
    Si ( $H_{T_0} = 0$ ) Alors
      |  $s_{\bar{p}} \leftarrow U(6, :)$ ;
      |  $C \leftarrow C - 1$ ;
      |  $p \leftarrow \bar{p}$ ;
      |  $T_0 \leftarrow T_1$ ;
    Fin Si
  Fin Selon que
Fait

```

Algorithme 2: algorithme de commande du multiplexage des voies d'acquisition

## 4 RÉCAPITULATIF

Le contrôle de l'interface haptique présenté dans ce travail est basé sur la représentation de l'interface comme un système à deux ports de communication : un port de communication avec l'utilisateur et un port de communication avec le modèle à simuler (voir section 1). Cette repré-

sensation permet de séparer le contrôle de l'interface et le modèle à simuler. Le schéma global de contrôle proposé est composé de l'acquisition et du traitement des données, de la régulation du courant par un asservissement de type *PID* et du modèle inverse de l'interface haptique. On calcule ainsi l'intensité de consigne nécessaire pour restituer la force à générer, donnée par le modèle direct du système mécanique à simuler.

Nous avons programmé ce schéma de contrôle avec *Labview Real Time* et nous avons évalué les performances obtenues pour des modèles simples. Les défauts mécaniques de l'interface (arc-boutement) et de mesure (retard dans les capteurs à effet Hall) ont une grande incidence dans le suivi de consigne. Par ailleurs, le contrôle en boucle ouverte s'est avéré insuffisant pour atteindre les objectifs bien que l'interface soit intrinsèquement stable. Nous avons donc proposé des pistes d'amélioration pour la mesure du mouvement et pour le schéma de contrôle.

D'autre part, nous avons présenté un prototype de 5 touches. Ce prototype montre que l'encombrement du frein contrôlé est compatible avec l'assemblage d'un clavier de 88 touches. Nous avons également présenté une procédure de multiplexage qui permettra la gestion de plusieurs touches avec un nombre minimal de voies d'acquisition et en limitant la puissance de calcul nécessaire à la gestion du clavier complet. La prochaine étape est la mise au point du prototype 5 touches afin de valider la procédure de multiplexage.



# Conclusion générale

Ce travail de recherche poursuit un objectif final ambitieux : réaliser un clavier numérique capable de reproduire le toucher d'un piano à queue. Pour cela, il fallait tout d'abord comprendre et modéliser le fonctionnement de la mécanique traditionnelle et réaliser une interface haptique aux performances dynamiques suffisantes pour émuler le comportement de la mécanique traditionnelle. Nous avons en grande partie atteint cet objectif.

Nous avons modélisé la mécanique traditionnelle de piano et identifié les paramètres du modèle. Nous avons également conçu, réalisé et contrôlé une première interface haptique mono-touche à base de fluide magnéto-rhéologique puis un deuxième prototype à cinq touches qui démontre la faisabilité d'un clavier complet de 88 touches.

Le modèle dynamique de la mécanique traditionnelle de piano est construit à partir de l'écriture des équations de la dynamique des corps rigides pour les six degrés de liberté : touche, étouffoir, chevalet, bâton d'échappement, levier de répétition et marteau. Les équations de mouvement sont complétées par des équations de couplage faisant intervenir la structure du système complet et les liaisons entre les différents corps. Chaque liaison est modélisée par une loi de comportement : pour les liaisons pivots nous considérons un couple de frottement de Coulomb et pour les liaisons de contact unilatéral par feutre nous utilisons une loi de compression non linéaire.

Ce modèle ne prend en compte que l'attaque de la note : mouvement compris entre la position d'origine et l'impact du marteau sur la corde ; il devra être complété par la modélisation du comportement du système lors du retour de la touche en position de repos. Les phénomènes intervenants lors du retour étant très semblables à ceux observés lors de l'attaque, il est clair que ce deuxième volet de modélisation empruntera largement au premier. Le rendu sensoriel sera ainsi complété et permettra d'émuler le dispositif de répétition de la mécanique de piano à queue dans un clavier numérique.

Le modèle dynamique de la mécanique traditionnelle fait intervenir des paramètres géométriques, dynamiques et de comportement. Nous avons présenté les procédures d'identification expérimentale permettant d'obtenir les valeurs numériques nécessaires à la simulation. Ces procédures ont permis de valider le choix des lois de comportement pour les différentes liaisons.

Le modèle de la mécanique a été résolu numériquement. Nous avons présenté la résolution quasi-statique et la résolution dynamique du modèle, que nous avons programmées sous Simulink. Les résultats de la résolution quasi statique valident en partie la modélisation. La résolution dynamique

est perturbée par des instabilités numériques. Pour résoudre ce problème, il faudra mener une analyse numérique du système d'équations différentielles afin d'identifier l'origine des perturbations et d'obtenir une simulation stable de l'attaque de la note.

Puis, la simulation devra être complétée par la programmation du comportement du système lors du retour de la touche à la position de repos. Une fois la simulation stable et complète, on devra envisager de mener une étude de sensibilité pour déterminer les paramètres prépondérants et réduire le modèle.

Le modèle de la mécanique traditionnelle a été élaboré en vue de commander une interface haptique (clavier numérique) et d'obtenir un toucher proche de celui d'un piano à queue. Le piano est un système passif où toute l'énergie est introduite par le pianiste. Lors de l'attaque de la note, les forces d'inertie et de frottement sont prépondérantes par rapport à celles dues aux ressorts de rappel. L'interface haptique peut donc être constituée uniquement d'un frein contrôlé qui module la résistance mécanique qu'oppose le système au mouvement appliqué par l'utilisateur.

Après une analyse des technologies d'actionnement possibles, nous avons choisi d'utiliser les fluides magnéto-rhéologiques pour réaliser l'interface haptique de la touche de piano. La stabilité du système est assurée par le caractère dissipatif de l'actionneur.

Afin de réduire l'encombrement total du frein commandé, nous avons proposé un nouveau mode de fonctionnement : le cisaillement par plaque mince. Nous avons alors dû étudier le comportement du fluide magnéto-rhéologique lorsqu'il est cisailé par une plaque mince (magnétique ou amagnétique). Le cisaillement par plaque magnétique est analogue au mode de fonctionnement classique par cisaillement direct. Le cisaillement par plaque amagnétique fait intervenir un phénomène de frottement. Dans ce cas, les forces commandées sont moindres mais la nécessité de guider la plaque au milieu de l'entrefer disparaît, ce qui simplifie considérablement la mécanique du système.

Nous avons établi un modèle de comportement qui tient compte du comportement du système avant et après le début de la cassure des chaînes pour le cas de la plaque magnétique et celui de la plaque amagnétique. Le cisaillement par plaque mince magnétique a été choisi comme mode opératoire pour la conception de l'interface haptique pour claviers musicaux. Enfin, nous avons envisagé de remplacer la plaque mince par une structure formée d'une ou plusieurs plaques magnétiques ou amagnétiques ce qui améliorerait les performances du système en simplifiant la mécanique adjacente tout en développant des forces semblables à celles obtenues dans le cisaillement par une plaque magnétique. Afin de valider cette approche, il faudra réaliser une étude expérimentale portant sur la modélisation et l'identification du comportement du fluide en fonction des paramètres définissant la structure de cisaillement.

Nous avons réalisé une interface haptique de faible coût composée d'une structure mécanique, d'un frein contrôlable et d'une instrumentation électronique. La structure mécanique respecte les dimensions d'un clavier traditionnel et transmet le mouvement du levier au frein contrôlé. Le frein oppose une force variable en fonction de la tension de consigne générée par le système de contrôle. L'instrumentation conditionne les signaux des capteurs (accéléromètres et capteurs à effet hall)

nécessaires à la capture du mouvement de la touche. Nous avons établi et validé expérimentalement un modèle analytique de l'interface haptique. Ces validations expérimentales ont mis en évidence l'influence néfaste du jeu mécanique dans les liaisons et l'apparition d'un phénomène d'arc-boutement dans le guidage de la plaque magnétique. Pour réduire les jeux dans les liaisons, il conviendra de modifier ou d'améliorer la mécanique existante. Par exemple, on pourra remplacer la transmission du mouvement de la touche au frein par un guidage flexible ou remplacer la lame magnétique par une structure ne nécessitant pas de guidage. Par ailleurs, il conviendrait d'optimiser les dimensions du circuit magnétique afin de réduire encore l'encombrement global et la consommation électrique. Finalement, l'ajout du rendu sensoriel dans la phase de retour de la touche en position d'équilibre requerra le couplage d'un autre actionneur pour introduire l'énergie nécessaire car dans la mécanique traditionnelle, le système restitue lors du retour à la position de repos l'énergie potentielle stockée à l'attaque de la note. Par exemple, ce deuxième actionneur peut fournir une force constante uniquement pendant le retour de la touche en position de repos et le frein commandé modulera cette force pour créer le rendu sensoriel.

L'interface développée est capable de créer les forces de résistance nécessaires à la simulation de la mécanique traditionnelle de la touche dans la phase d'attaque de la note. Nous avons choisi un schéma de contrôle en boucle ouverte pour éviter l'utilisation d'un capteur de force par touche qui rendrait le système trop cher pour l'application visée.

Comme la simulation de la mécanique traditionnelle est perturbée par des instabilités numériques, nous avons dû utiliser des modèles mécaniques simplifiés pour évaluer les performances du système de contrôle. Outre celui dû aux jeux et à des arc-boutements observés lors de l'identification de l'interface, nous avons observé un retard spécifique introduit par les capteurs à effet Hall. Pour résoudre ce problème, des technologies de mesure alternatives devront être envisagées. Par ailleurs, il s'est avéré que le contrôle en boucle ouverte n'est pas suffisant pour garantir un bon suivi de la consigne. Dans une version ultérieure, nous proposons d'utiliser le modèle direct de l'interface haptique comme retour d'état ce qui permettra de réduire l'écart par rapport à la consigne sans avoir recourt à un capteur de force dans chaque touche.

Finalement, nous avons réalisé un prototype à 5 touches en vue de l'extension à 88 touches (clavier complet) : encombrement et commande. Nous avons développé un algorithme d'adressage des touches actives afin de réduire au minimum la puissance de calcul embarquée ainsi que les acquisitions de données. Les délais de réalisation de ce clavier ont rendu impossible la validation de ce prototype dans le temps imparti. Dans un futur proche, ce prototype sera contrôlé pour valider le principe d'adressage automatique des touches.

La réalisation d'un clavier numérique avec un toucher proche de celui d'un piano traditionnel fait appel à de nombreux domaines scientifiques : la dynamique des corps rigides pour l'élaboration des modèles dynamiques de la touche traditionnelle et de l'interface haptique ; l'haptique, la commande en temps réel, le magnétisme et l'électronique pour la conception, le dimensionnement, la modélisation et la réalisation de l'interface haptique ; la rhéologie des fluides magnéto-rhéologiques. Ce travail de recherche nous a permis de développer des compétences expérimentales pour la vali-

dation des modèles et l'identification des paramètres.

Nous disposons aujourd'hui d'un nouveau modèle dynamique de la mécanique traditionnelle et d'une identification fiable de tous ses paramètres. Deux prototypes de l'interface haptique ont été réalisés et contrôlés en temps réel à une cadence compatible avec la tâche à simuler. Nous avons également exposé plusieurs pistes d'amélioration aussi bien pour l'interface et son contrôle que pour le modèle de la touche traditionnelle et sa simulation. Ces travaux seront poursuivis dans les années à venir par des travaux de recherche doctorales et post-doctorales, dès la rentrée 2007.

# Bibliographie

- [1] R. J. Adams and B. Hannaford. A two-port framework for the design of unconditionally stable haptic interfaces. volume 2, pages 1254–1259 vol.2, 1998.
- [2] R. J. Adams and B. Hannaford. Stable haptic interaction with virtual environments. *Ieee Transactions on Robotics and Automation*, 15(3) :465–474, 1999.
- [3] F. Ahmadkhanlou, G. N. Washington, S. E. Bechtel, and Y. R. Wang. Magnetorheological fluid based automotive steer-by-wire systems - art. no. 61710i. In E. V. White and L. P. Davis, editors, *Smart Structures and Materials 2006 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, volume 6171 of *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (Spie)*, pages I1710–I1710. 2006.
- [4] A. Askenfelt and E.V. Jansson. From touch to string vibrations .1. timing in the grand piano action. *Journal of the Acoustical Society of America*, 88(1) :52–63, 1990.
- [5] A. Askenfelt and E.V. Jansson. From touch to string vibrations .2. the motion of the key and hammer. *Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5) :2383–93, 1991.
- [6] Roland Badeau. *Méthodes à haute résolution pour l'estimation et le suivi de sinusoides modulées - Application aux signaux de musique*. PhD thesis, ENST, 2005.
- [7] E.D. Blackham. Sons et musique. *Bibliothèque Pour la Science*, page 31, 1980.
- [8] X. Boutillon. Le piano : la mécanique et l'interaction marteau-cordes. Séminaire, 2005.
- [9] C. Brenon. Mécanique de la touche de piano. Mémoire du DEA de Mécanique de l'Université Pierre et Marie Curie, 2002.
- [10] C. Cadoz, L. Lisowski, and J. L. Florens. A modular feedback keyboard design. *Computer Music Journal*, 14(2) :47–51, 1990.
- [11] C. Cadoz, L. Lisowski, and J. L. Florens. Modular retroactive keyboard and a flat modular actuator. United States Patent US005107262A, 1992.
- [12] C. Cadoz, A. Luciani, J. L. Florens, and N. Castagné. Acroe - ica : artistic creation and computer interactive multisensory simulation force feedback gesture transducers. In *NIME'03 : Proceedings of the 2003 conference on New interfaces for musical expression*, pages 235–246, Singapore, Singapore, 2003. National University of Singapore.
- [13] J. D. Carlson, D. M. Catanzarite, and K. A. StClair. Commercial magneto-rheological fluid devices. *International Journal of Modern Physics B*, 10(23-24) :2857–2865, 1996.

- [14] J. David Carlson, Wilfried Matthis, and James R. Toscano. Smart prosthetics based on magnetorheological fluids. In *Smart Structures and Materials 2001 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, volume 4332, pages 308–316, Newport Beach, CA, USA, 2001. SPIE.
- [15] F. Claeysen, R. Le Letty, F. Barillot, N. Lhermet, H. Fabbro, P. Guay, M. Yorck, and P. Bouchilloux. Mechanisms based on piezoactuators. In *Proc. SPIE, Smart Structures and Materials 2001 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, Anna-Maria R. McGowan ; Ed.*, volume 4332, pages 225–233, June 2001.
- [16] J. E. Colgate and J. M. Brown. Factors affecting the z-width of a haptic display. pages 3205–3210 vol. 4, 1994.
- [17] Delphi Corporation. Hydrocarbon-based mr fluid mrf-132dg. Product Bulletin, 2005.
- [18] Lord Corporation. Hydrocarbon-based mr fluid mrf-132dg. Product Bulletin, 2005.
- [19] P.R. Dijksterhuis. De piano. *Nederlandse Akoest. Genootschap*, 7 :50–65, 1965.
- [20] S. F. Dong, K. Q. Lu, J. Q. Sun, and K. Rudolph. Rehabilitation device with variable resistance and intelligent control. *Medical Engineering & Physics*, 27(3) :249–255, 2005.
- [21] H. Mori E. Hayashi, M. Yamane. Behavior of piano-action in a grand piano. i. analysis of themotion of the hammer prior to string contact. *Journal of the Acoustical Society of America*, 105(6) :3534–44, 1999.
- [22] Abbas Fotoohi, Aghil Yousefi-koma, and Naser Yasrebi. Active control of train bogies with mr dampers. In Edward V. White, editor, *Smart Structures and Materials 2006 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, volume 6171 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, pages 169–177, 2006.
- [23] W. Minten G. Vandenberghe, B. Demoor. Modeling a grand piano key action. *Computer Music Journal*, 19(2) :15–22, 1995.
- [24] B. Gillespie. The virtual piano action : Design and implementation. In *Proceedings of the 1994 International Computer Music conference*, pages 167–170. Danish Institute of Electroacoustic Music, Computer Music Association, 1994.
- [25] B. Gillespie. *Haptic Display of Systems with Changing Kinematic Constraints : The Virtual Piano Action*. PhD thesis, Stanford University, 1996.
- [26] Fernando D. Goncalves, Jeong-Hoi Koo, and Mehdi Ahmadian. A review of the state of the art in magnetorheological fluid technologies - part i : Mr fluid and mr fluid models. *The Shock and Vibration Digest*, 38(3) :203–219, 2006.
- [27] John Gravatt. Magneto-rheological dampers for super-sport motorcycle applications. Masters of Science Thesis at the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, 2003.
- [28] Gérard Guenin. Alliages à mémoire de forme. *Techniques de l'ingénieur*, MR30 :1–10, 1996.
- [29] Gérard Guenin. Circuits magnétiques. *Techniques de l'ingénieur*, D1050 :1–30, 1996.
- [30] B. Hannaford. A design framework for teleoperators with kinesthetic feedback. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 5(4) :426–434, 1989.

- [31] R. Harding. *The Piano-Forte - its history traced to the great exhibition of 1851*. Gresham Books, Old Woking (England), 1933, 1978.
- [32] V. Hayward, O. R. Astley, M. Cruz-Hernandez, D. Grant, and G. Robles-De-La-Torre. Haptic interfaces and devices. *Sensor Review*, 24 :16–29, 2004.
- [33] Martin Hirschhorn, John McPhee, and Stephen Birkett. Kinematic model of a piano action mechanism. In *Proc. 19th Canadian Congress of Applied Mechanics (CANCAM)*, Calgary, Canada, 2003.
- [34] National Instruments. Ni-daqmx key concepts. LabVIEW 8 help, 2006.
- [35] M. R. Jolly, J. W. Bender, and J. D. Carlson. Properties and applications of commercial magnetorheological fluids. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 10(1) :5–13, 1999.
- [36] H. J. Jung, K. M. Choi, J. E. Jang, S. W. Cho, and I. W. Lee. Mr damper-based smart passive control system for seismic protection of building structures - art. no. 61740o. In M. Tomizuka, C. B. Yun, and V. Giurgiutiu, editors, *Smart Structures and Materials 2006 : Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical , and Aerospace Systems, Pts 1 and 2*, volume 6174 of *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (Spie)*, pages O1740–O1740. 2006.
- [37] J. Lozada, X. Boutillon, and B. David. Analyse modale sans transformée de fourier. In *Proceedings of Congrès Français d'Acoustique*, page 4, 2006.
- [38] S. T. McJunkin, Y. Li, and M. K. O'Malley. Human-machine admittance and transparency adaptation in passive user interaction with a haptic interface. pages 283–289, 2005.
- [39] D. Meeker. Finite element method magnetics. URL : <http://femm.foster-miller.net>, 2006.
- [40] D. Meisel. Key actuation system for keyboard instruments. United States Patent US7,019,201B2, 2006.
- [41] A. Oledzki. Dynamics of piano mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 7(4) :373–85, 1972.
- [42] W. Pfeiffer. *The piano hammer (or. Vom Hammer)*. Das Musikinstrument, Frankfurt, 1948, 1962, 1978.
- [43] N. Principeaud. Mécanique du piano : précision et reproductibilité. Mémoire pour le diplôme d'acoustique du Conservatoire National Supérieur de Musique de Paris, sous la direction de Xavier Boutillon, 2002.
- [44] M. R. Reed. Development of an improved dissipative passive haptic display. Masters of Science Thesis at the Georgia Institute of Technology, 2003.
- [45] M. R. Reed and W. J. Book. Modeling and control of an improved dissipative passive haptic display. In *2004 Ieee International Conference on Robotics and Automation, Vols 1- 5, Proceedings*, Ieee International Conference on Robotics and Automation, pages 311–318. 2004.
- [46] B.H. Repp. Effects of auditory feedback deprivation on expressive piano performance. *Music Perception*, 16(4) :409–38, 1999.

- [47] R. Roy and T. Kailath. Esprit - estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 37(7) :984–995, 1989.
- [48] A. Ruangrassamee and K. Kawaskima. Seismic response control of a cable-stayed bridge by variable dampers. *Journal of Earthquake Engineering*, 10(1) :153–165, 2006.
- [49] Memet Unsal, Christopher Niezrecki, and Carl D. Crane Iii. Six dof vibration control using magnetorheological technology. In *Smart Structures and Materials 2006 : Modeling, Signal Processing, and Control*, volume 6166, pages 61661F–10, San Diego, CA, USA, 2006. SPIE.
- [50] En Rong Wang, Xiao Qing Ma, S. Rakheja, and C.-Y. Su. Semi-active control of vehicle vibration with mr dampers. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2270–2275, Maui, Hawaii, USA, 2003.
- [51] J. Wang and G. Meng. Magnetorheological fluid devices : principles, characteristics and applications in mechanical engineering. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L : Journal of Materials : Design and Applications*, 215(3) :165–174, 2001.
- [52] G. Yang, B. F. Spencer, J. D. Carlson, and M. K. Sain. Large-scale mr fluid dampers : modeling and dynamic performance considerations. *Engineering Structures*, 24(3) :309–323, 2002.
- [53] J. L. Zite, F. Ahmadkhanlou, V. A. Neelakantan, and G. N. Washington. A magnetorheological fluid based orthopedic active knee brace - art. no. 61710h. In E. V. White and L. P. Davis, editors, *Smart Structures and Materials 2006 : Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*, volume 6171 of *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (Spie)*, pages H1710–H1710. 2006.

## Annexe A

# Réglages de la mécanique traditionnelle

Nous avons vu que la mécanique de piano est responsable du toucher ressenti par le pianiste et donc, de l'expressivité du jeu. Le réglage de la mécanique est une opération délicate qui garantit le bon fonctionnement du clavier. Il assure de plus la régularité entre les différentes touches, ce qui est essentiel pour le pianiste.

L'accordeur-réparateur vérifie l'état de toutes les pièces de la mécanique et remplace les éléments usés. Les réglages suivent les étapes ci-dessous :

- alignement de la touche, du chevalet et du marteau dans le même plan. Le mouvement doit être plan pour ne pas interférer avec celui des touches voisines.
- au repos, le bâton doit être perpendiculaire au manche du marteau.
- lorsque le marteau est soulevé, le sommet du bâton doit être situé à 0.2 mm en dessous du plan de contact levier-rouleau. De la sorte, le marteau repose sur le levier de répétition jusqu'à ce que la vis de chute soit atteinte.
- le ressort du levier de répétition et du bâton d'échappement sont réglés.
- l'arrête du bâton doit être légèrement cassée et la surface graphitée.
- au repos, le manche du marteau appuie sur le levier de répétition, pas sur le coussin qui ne sert qu'en jeu *forte* pour éviter les chocs.
- au repos, la distance entre le sommet du marteau et la corde est de 47 mm.
- quand le bâton touche sa butée d'échappement, la distance entre le sommet du marteau et la corde est de 1.5 mm et la distance entre le bas de la touche et la mouche est d'environ 1 mm.
- le contact bâton-butée d'échappement et levier-vis de chute doivent être simultanés.
- après l'impact avec la corde, le marteau est arrêté par l'attrape sur une longueur de 12 à 15 mm.
- au relâchement, lorsque le contact entre le marteau et l'attrape est rompu, le marteau doit remonter et le bâton doit revenir à la position initiale sous le rouleau.
- l'étouffoir doit partir à mi-course du marteau.

Une fois ces réglages effectués, on procède à deux vérifications :

- étouffoir levé, la touche doit se mettre en mouvement lorsqu'on applique un poids de 45-50

grammes-force. Le mouvement doit se poursuivre jusqu'au contact bâton-butée d'échappement ;

- à l'échappement, la touche doit se soulever avec un poids de 25-30 grammes-force.

# Annexe B

## Schémas électroniques

Les schémas électroniques présentés ici comprennent les différentes parties de l'instrumentation des deux prototypes de l'interface haptique (1 touche et 5 touches). Chaque touche du prototype 5 touches possède la même instrumentation que le prototype monotouche.

### 1 PROTOTYPE MONOTOCHE

L'instrumentation d'une touche est composée des parties suivantes :

- le circuit de puissance,
- le filtrage des signaux délivrés par les accéléromètres (passe-haut et passe-bas),
- la commutation entre les deux accéléromètres.

Le principe de fonctionnement est donné dans la section 2.4 du chapitre 6.

#### 1.1 Schéma d'amplification

L'amplification permet de fournir de la puissance électrique aux bobines en fonction d'une consigne donnée par le système de commande. Le schéma de la figure B.1 présente le circuit amplificateur non inverseur retenu.

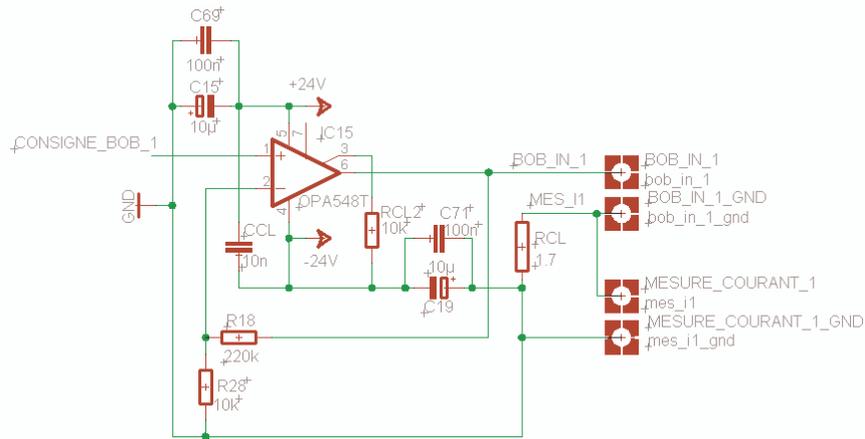


FIG. B.1 – Schéma amplificateur non inverseur

## 1.2 Filtre passe-haut

Les accéléromètres MEMS utilisés dans l'interface haptique sont sensibles aussi à l'accélération de la pesanteur. Afin d'extraire de la mesure l'accélération de la touche, nous utilisons un filtre passe haut donné dans la figure B.2

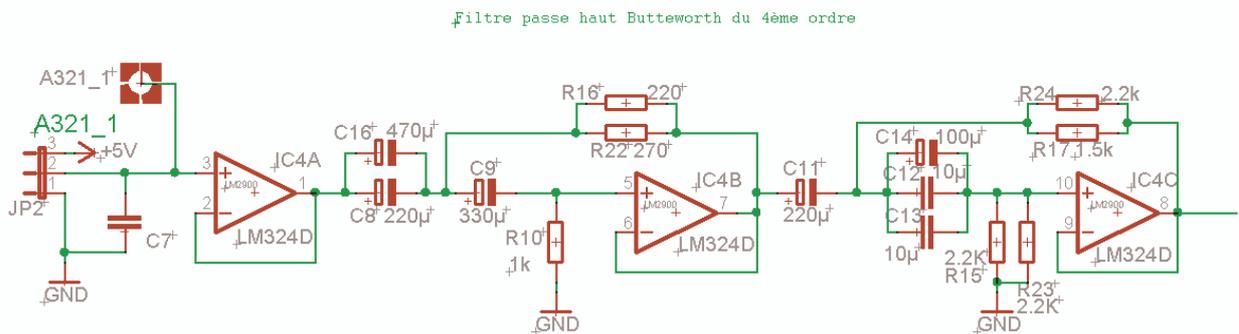


FIG. B.2 – Filtre passe-haut de Butterworth du quatrième ordre

## 1.3 Filtre passe-bas

La figure B.3 présente le filtre passe-bas utilisé d'une part comme filtre anti-repliement et d'autre part pour diminuer le bruit dans la mesure de l'accélération.

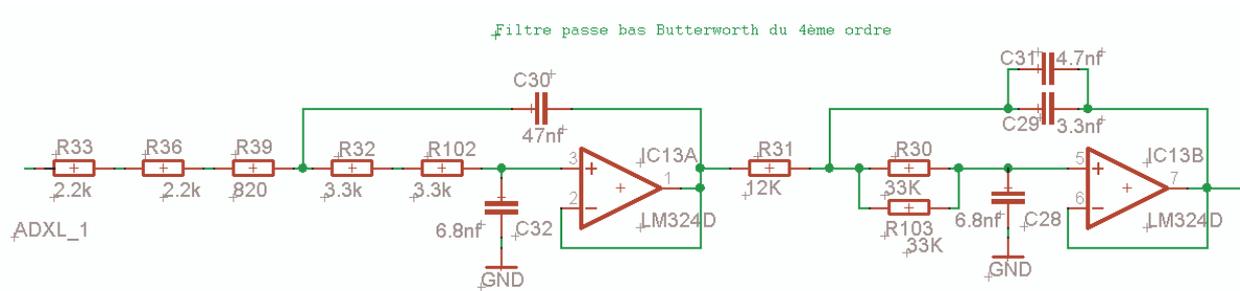


FIG. B.3 – Filtre passe-bas de Butterworth du quatrième ordre

#### 1.4 Schéma de commutation entre les deux accéléromètres

Nous utilisons deux accéléromètres différents afin de couvrir la gamme de variation de l'accélération de la touche avec une bonne précision. La commutation est gérée par un circuit comparateur et un multiplexeur.

La figure B.4 présente le circuit redresseur qui donne la valeur absolue de l'accélération de l'accéléromètre à plus petite gamme de mesure.

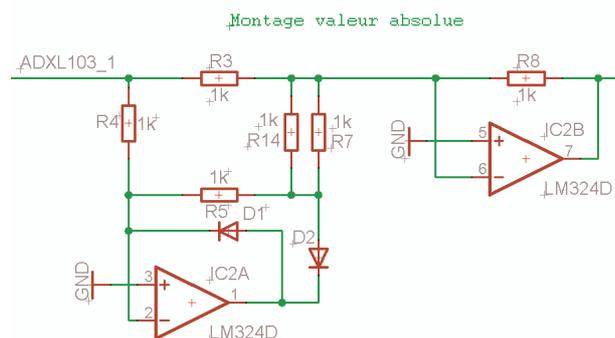


FIG. B.4 – Circuit redresseur

La valeur absolue ainsi obtenue est comparée à une tension constante de 1 V fournie par une source de tension stabilisée. Le circuit comparateur est donné dans la figure B.5.

Le comparateur fournit une variable booléenne qui pilote le multiplexeur. Quand la mesure de l'accélération par l'accéléromètre à petite gamme de mesure dépasse 1 V, le multiplexeur connecte l'accéléromètre de grande gamme de mesure à l'entrée analogique de la carte d'acquisition.

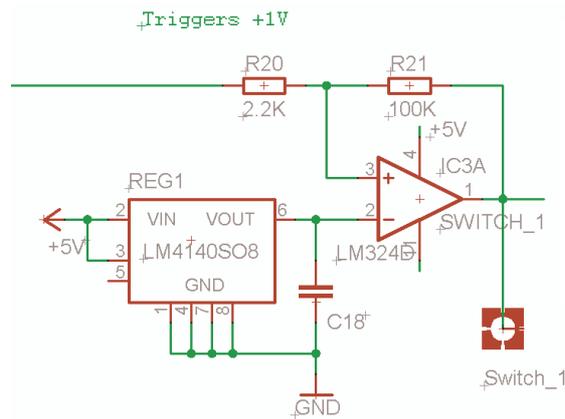


FIG. B.5 – Circuit comparateur

## 1.5 Carte d'instrumentation

La figure B.6 présente une photographie de la carte d'instrumentation complète du prototype monotouche.

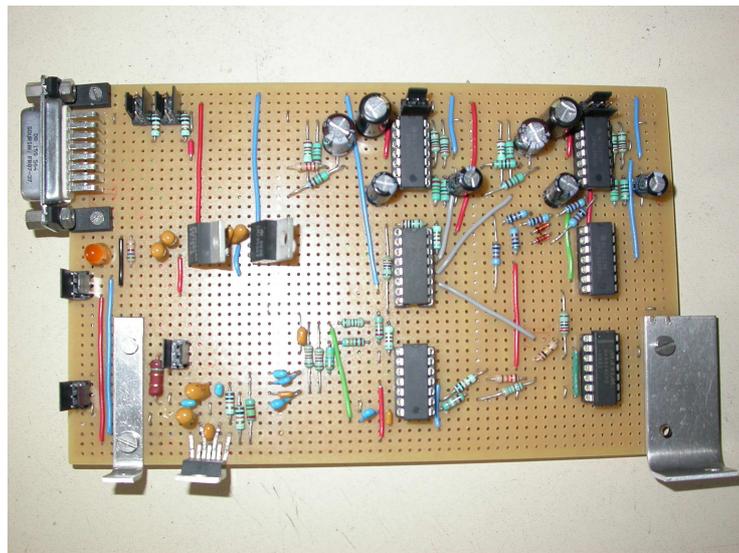


FIG. B.6 – Photographie de l'instrumentation du prototype mono-touche

## 2 PROTOTYPE 5 TOUCHES

### 2.1 Carte d'instrumentation

La carte d'instrumentation du prototype 5 touches est composée de cinq sous-ensembles identiques à l'instrumentation du prototype mono touche. Chaque touche est donc munie d'un circuit de puissance et d'un circuit d'instrumentation. Les signaux de l'ensemble des voies sont communiqués à la carte de multiplexage par un connecteur de type nappe.

La figure B.7 présente le routage de la face de dessus de la carte finale.

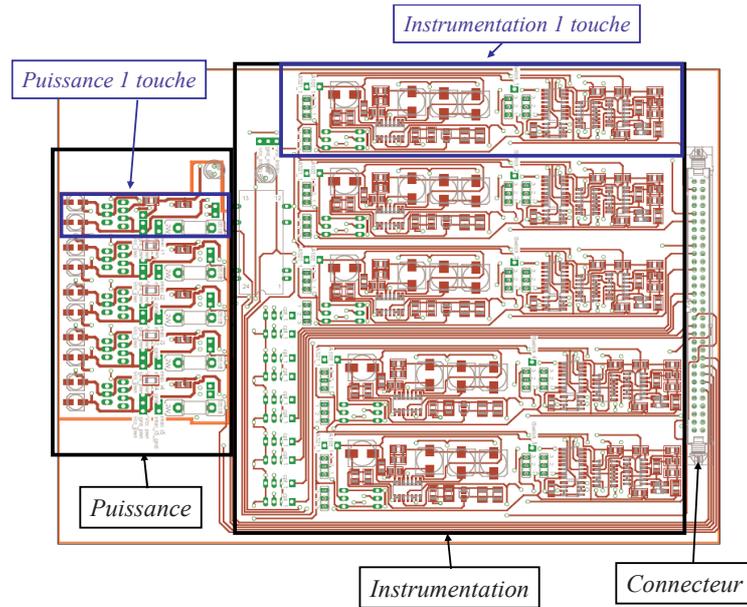


FIG. B.7 – Routage de la face de dessus

La figure B.8 présente le routage de la face de dessous de la carte finale.

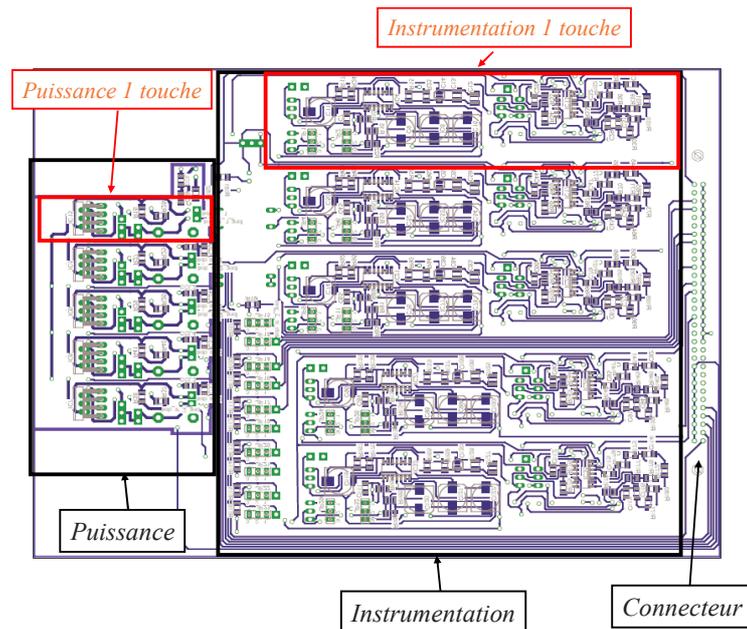


FIG. B.8 – Routage de la face de dessous

La figure B.9 présente une photographie du dessus de la carte d'instrumentation du prototype 5 touches.

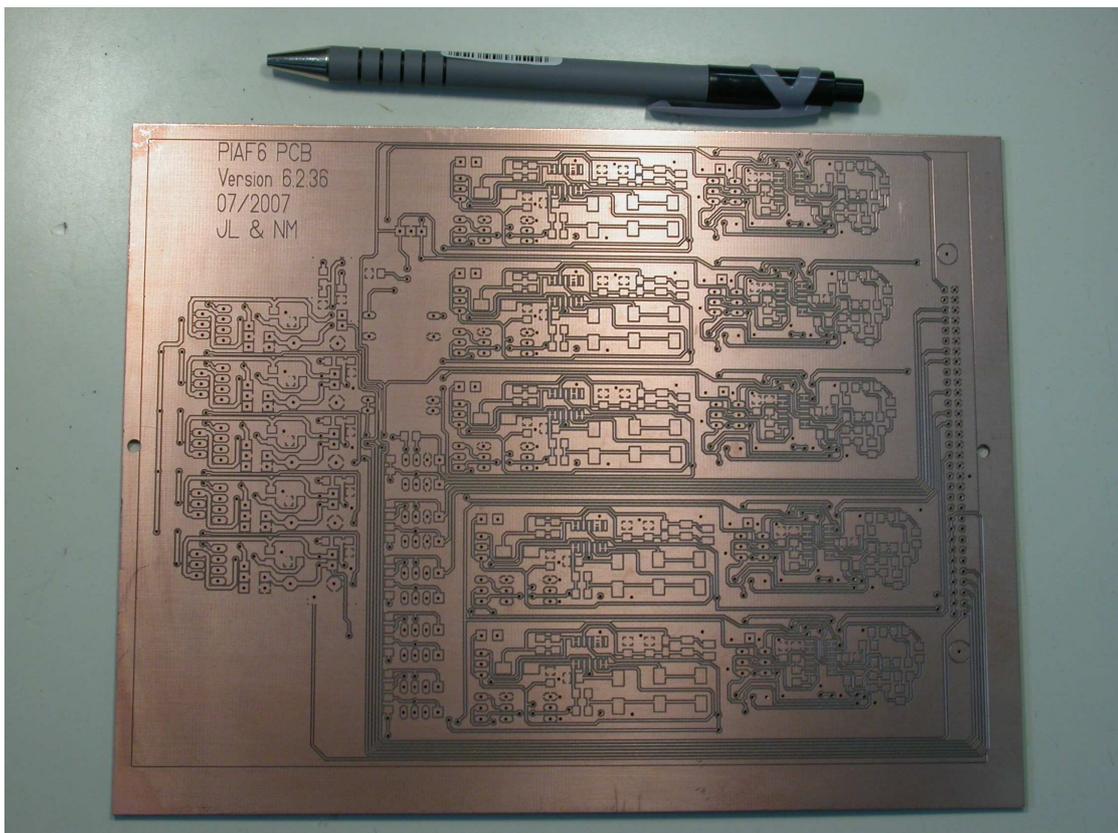


FIG. B.9 – Photographie de la carte d'instrumentation du prototype 5 touches

## 2.2 Schéma de multiplexage du prototype multitouche

Le multiplexage des voies de l'instrumentation du prototype à cinq touches vise à connecter de manière dynamique un jeu de voies de la carte d'acquisition avec une touche activée (voir section 3.3 du chapitre 7).

Nous limitons notre système à deux touches activées en parallèle. Ainsi pour chaque jeu de voies ( $A$  ou  $B$ ), la carte de multiplexage possède six multiplexeurs chacun dédié à un des six types de voies (mesure de l'accélération, des deux capteurs à effet Hall, de l'intensité dans les bobines, du commutateur des accéléromètres et la sortie de la tension de consigne). Ces multiplexeurs sont contrôlés par deux jeux de trois sélecteurs ( $s_A = [a_A b_A c_A]$  et  $s_B = [a_B b_B c_B]$ ) qui sont générés par un microcontrôleur en fonction de la mesure des capteurs à effet Hall.

La figure B.10 présente le schéma électronique d'un des multiplexeurs.

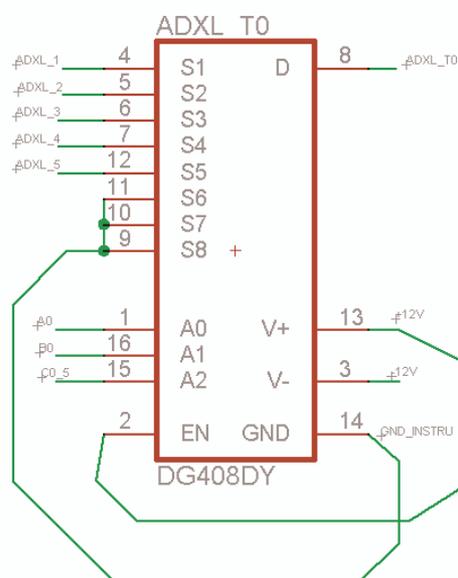


FIG. B.10 – Schéma électronique d'un multiplexeur de la carte de multiplexage

Il reçoit le signal des cinq accéléromètres et les envoie vers une voie d'acquisition de la carte d'acquisition en fonction de l'état des sélecteurs.

La figure B.11 présente le schéma électronique du microcontrôleur avec son environnement. Les diodes indiquent la (ou les) touches actives.

Par ailleurs, nous avons choisi de permettre un adressage manuel des deux touches actives. Pour cela, on utilise un circuit de portes logiques qui génère le signal des sélecteurs en fonction de la position de deux cavaliers. Cette position indique la touche activée. La commutation entre le mode manuel et le mode automatique se fait en utilisant deux relais, eux mêmes commandés par un interrupteur.

Les figures B.12 et B.13 présentent respectivement le routage des faces de dessus et de dessous de la carte de multiplexage.

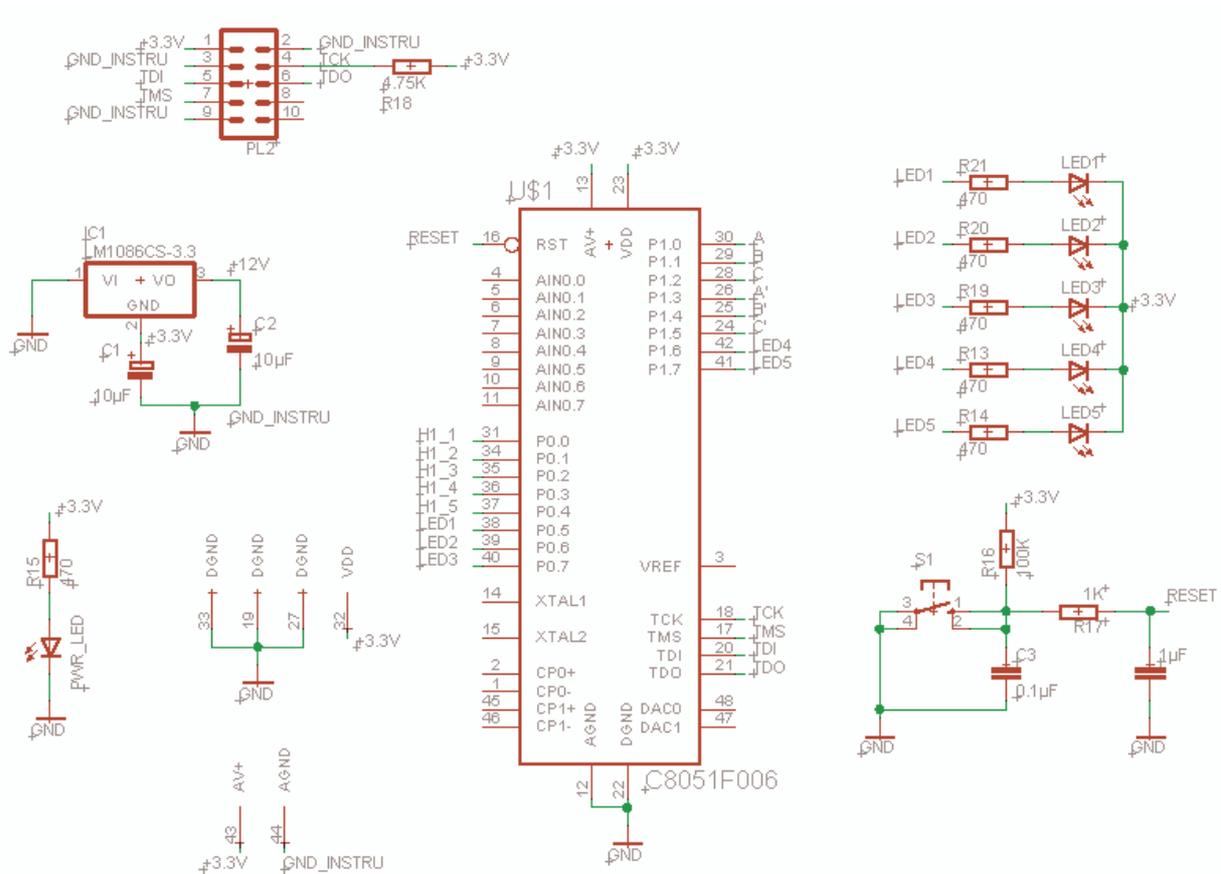


FIG. B.11 – Schéma électronique du microcontrôleur et de son environnement

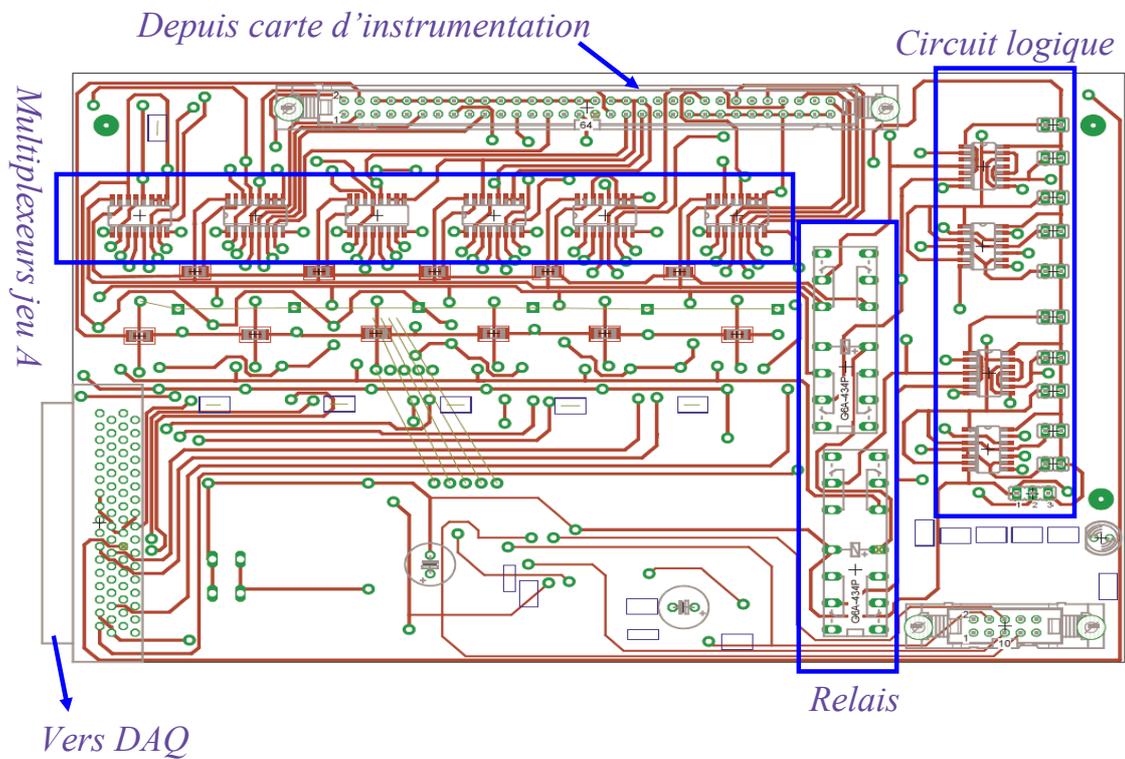


FIG. B.12 – Schéma de routage de la face dessus de la carte de multiplexage

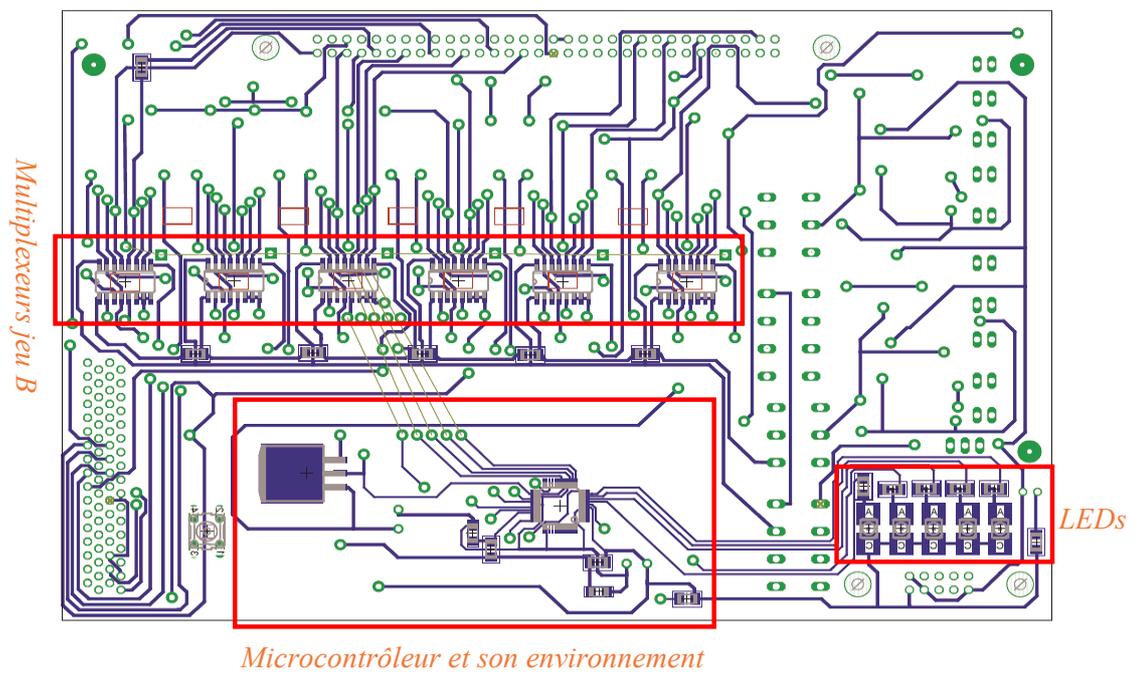


FIG. B.13 – Schéma de routage de la face dessous de la carte de multiplexage



