HAL
open science

Mise en forme spectrale et temporelle de sources optiques infrarouges par mélange non-linéaire à trois ondes

Jean-Michel Melkonian

To cite this version:

Jean-Michel Melkonian. Mise en forme spectrale et temporelle de sources optiques infrarouges par mélange non-linéaire à trois ondes. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Ecole doctorale de l'Ecole Polytechnique (EDX) - ED 447, 2007. Français. NNT : . tel-00318682

HAL Id: tel-00318682

https://pastel.hal.science/tel-00318682

Submitted on 4 Sep 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : Physique

par

Jean-Michel MELKONIAN

Mise en forme spectrale et temporelle de sources optiques infrarouges par mélange non-linéaire à trois ondes

soutenue le 18 décembre 2007 devant le jury composé de :

Claude FABRE	LKB, Paris	Rapporteur
Eric FREYSZ	CPMOH, Bordeaux	Rapporteur
Manuel JOFFRE	LOB, Palaiseau	
Fabien BRETENAKER	LAC, CNRS, Orsay	
Antoine GODARD	ONERA, Palaiseau	
Patrick GEORGES	IOTA, Palaiseau	Directeur de thèse
Richard MONCORGÉ	CIRIL, Caen	Invité
Emmanuel ROSENCHER	ONERA, Palaiseau	Invité

Remerciements

Cette thèse a été menée principalement à l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA). Je tiens donc tout d'abord à remercier Pierre Touboul de m'avoir accueilli au sein du département Mesures Physiques (DMPH), ainsi que Brigitte Attal-Tretout pour son accueil au sein de l'unité Diagnostic Optique et Plasma (DOP), maintenant devenue Systèmes Lasers et Métrologie (SLM). Mais j'ai également eu la chance, prendant presque un an, d'effectuer des travaux au Laboratoire Aimé Cotton (LAC), et c'est pourquoi je remercie Pierre Pillet et Louis Cabaret de m'avoir integré très naturellement à leur laboratoire.

Je dois maintenant remercier, et à juste titre, les membres de mon jury, et en particulier mes deux rapporteurs, Claude Fabre et Eric Freysz, ainsi que Manuel Joffre et Richard Moncorgé, pour leur regards critique et leurs questions pertinentes.

À l'ONERA, je remercie très chaleureusement Michel Lefebvre pour sa rigueur et son exigence, et la confiance sans relâche qu'il m'a accordée en encadrant ma thèse. Merci à Antoine Godard, qui a suivi mon travail de très près et l'a souvent corrigé sans jamais se plaindre, pour son parrainage tout au long de ces trois années, et sa constante bonne humeur. Merci à Emmanuel Rosencher qui, malgré son emploi du temps de ministre, a pris la peine de suivre et d'orienter régulièrement l'avancée de mes travaux de thèse. Au LAC, je remercie très amicalement Fabien Bretenaker pour sa confiance, son optimisme, et sa force de caractère qui m'ont poussé à aller toujours plus loin dans mes recherches. Merci à Cyril Drag, également pour sa confiance et son optimisme, mais surtout pour son flegme légendaire, qui ont eu une forte influence sur moi durant ces trois ans. Avec ces-deux là, rien n'a jamais semblé impossible. Tous mes remerciements vont à Patrick Georges, de l'Institut d'Optique, qui a été, selon ses propres termes, mon directeur de thèse administratif, mais dont l'avis a été d'une importance déterminante à de nombreux moments au cours de cette thèse. I would like here to give special thanks to Jacob Khurgin, with whom I took a great pleasure to work and discuss; I will never forget his ironical point of view on the scientific community. Et bien sûr, merci à Nicolas Forget de m'avoir passé en toute modestie le relai des OPO à verrouillage actif, et d'avoir ensuite continué à contribuer activement à ce sujet. C'est avec le recul que je m'aperçois de la chance que j'ai eue de tomber entre les mains de toutes ces personnes !

De nombreuses personnes ont contribué, parfois sans le savoir, à la réussite de cette thèse. À l'ONERA, j'ai pû profiter de l'expertise de Jean-Pierre Faléni et de sa connaissance de la ramification complexe des services techniques de l'Office, ainsi que du savoir sans fond de Jean Bonnet (en sciences, mais pas seulement), et de son aide à l'atelier mécanique. Au LAC, rien n'aurait été possible sans la compétence et la promptitude de Patrice Leroy, qui règne sans partage sur l'atelier mécanique. Je n'oublie pas le travail de fourmi de Jean-Louis Doualan du CIRIL mené en amont sur le laser Tm:YLF. Pour leur aide administrative et leur gentillese, je tiens à remercier Florence Baumgartner et Hélène Meler à l'ONERA, et Amanda Trepagny au LAC, qui je crois peuvent être fières de leur rôles respectifs au sein de ces deux organismes.

J'ai également pu m'enrichir grâce à de nombreuses discussions scientifiques et extra-scientifiques avec Myriam (merci de m'avoir ôté un peu chaque jour de ma naïveté), Alexandre Bresson (pour la diode, tu prends les cartes bleues ?), Antoine (quand tu veux, je te prends à un contre un aux trois points), Jérémie (si je n'ai plus rien à lire, je peux encore t'appeler ?), Björn (je t'interdis de soutenir après mon mariage; ça vaut aussi pour Dominique), Fabienne (merci pour Vienne), Vincent (merci pour les tuyaux).

Comme je n'aime pas les remerciements trop longs, j'adresse un grand merci à toutes les collègues et ex-collègues de l'ONERA et du LAC que je n'ai pas cité, et avec qui j'ai partagé ces trois ans de thèse. Bonne chance à Hien et Jean-Baptiste. Enfin, cela va sans dire, merci à Mélanie pour tout, mais elle le sait bien.

Table des matières

Remerciements **3**

Table des matières **8**

Introduction **9**

1 Propriétés spécifiques des processus non-linéaires **15**

Objectifs 15

1.1 Accordabilité en fréquence 16

1.2 Un processus à plusieurs photons 17

1.3 Instantanéité 18

1.4 Un transfert d'énergie réversible : importance de la phase non-linéaire 19

1.5 L'amplification paramétrique : un processus large bande 20

1.6 Expressions du gain paramétrique 23

1.6.1 Approximation de la pompe non dépeuplée 23

1.6.2 Expressions approchées du gain paramétrique 25

1.6.3 Gain en fonction de la fréquence 26

1.6.4 Discussion sur la forme du gain : analogie entre laser et OPO 27

Synthèse 28

2 Amplification paramétrique intracavité pour l'amélioration du rendement d'un oscillateur paramétrique optique **29**

Objectifs 29

2.1 Contexte 30

2.2 Modélisation d'un OPO à amplification paramétrique intracavité (OPO-OPA) . 32

2.2.1 Formalisme utilisé 32

2.2.2 Détermination de l'architecture optimale de l'OPO-OPA 34

2.2.3 Modélisation en régime nanoseconde 36

2.3 Etude expérimentale d'un OPO-OPA nanoseconde à 3 µm 39

2.3.1 SRO à cavité courte 39
2.3.2 SRO à cavité longue 40
2.3.3 OPO–OPA 41
2.4 Optimisation de l'OPO–OPA 42
2.4.1 Prise en compte du profil spatial des faisceaux 43
2.4.2 Prise en compte du walk-off spatial 43
2.4.3 Prise en compte de l'absorption 43
2.4.4 Modélisation de l'OPO–OPA réalisé expérimentalement 44
2.4.5 Modélisation d'un OPO–OPA optimal 45
2.5 Discussion 46
Synthèse 47

3 Verrouillage en phase des modes d'un oscillateur paramétrique optique 49
Objectifs 49
3.1 Contexte 50
3.2 Modèles de verrouillage en phase actif des modes d'un OPO simplement résonnant 52
3.2.1 Modèle de Kuizenga et Siegman 53
3.2.2 Modèle de Haus 56
3.2.3 Durée d'impulsion attendue 58
3.3 Modèles de verrouillage en phase actif des modes d'un OPO doublement résonnant 60
3.3.1 Verrouillage en phase actif à la dégénérescence exacte 61
3.3.2 Verrouillage en phase actif hors dégénérescence 62
3.3.3 Point de vue fréquentiel : effet des clusters sur la bande de gain et la durée des impulsions 65
3.4 Verrouillage en phase actif d'un OPO doublement résonnant 68
3.4.1 Montage expérimental 69
3.4.2 Caractérisation du DRO en régime continu 72
3.4.3 Verrouillage actif des modes du DRO 73
3.4.4 Discussion et limitations de l'architecture 77
3.5 Verrouillage en phase actif d'un OPO simplement résonnant 77
3.5.1 Montage expérimental 77
3.5.2 Caractérisation du SRO en régime continu 80
3.5.3 Verrouillage en phase actif du SRO 82
3.5.4 Discussion 85
3.6 Modélisation du verrouillage en phase actif d'un OPO 86
3.6.1 Modélisation analytique dans le cas doublement résonnant 86
3.6.2 Modélisation numérique 90

3.6.3 Durée d'impulsion prévue par les modélisations 91
3.7 Discussion sur le rôle de la saturation 94
3.8 Verrouillage passif des modes dans un OPO avec balayage de la pompe 95
3.8.1 Principe 95
3.8.2 Ordre de grandeur de la durée d'impulsion 97
3.8.3 Modélisation numérique d'un OPO avec balayage de la pompe 99
Synthèse 103

4 Miroir non-linéaire pour la production d'impulsions courtes dans un laser infrarouge 105
Objectifs 105
4.1 Contexte 106
4.2 Principe du miroir non-linéaire d'ordre 2 107
4.3 Application du miroir non-linéaire au laser Cr:ZnSe 110
4.4 Modélisation analytique du miroir non-linéaire 112
4.5 Modélisation numérique du verrouillage des modes en phase 117
4.5.1 Principe du modèle 118
4.5.2 Résultats de modélisation 120
4.6 Dimensionnement d'une expérience de démonstration 128
4.6.1 Choix du cristal non-linéaire - efficacité et bande passante 128
4.6.2 Montage expérimental 131
4.6.3 Premières expériences 135
4.7 Vers un OPO comme miroir non-linéaire ? 140
4.7.1 Principe 140
4.7.2 Quelques éléments de modélisation 142
4.7.3 Quelques éléments expérimentaux 145
Synthèse 150

Conclusion 151

A Différentes écritures des équations non-linéaires 155
A.1 Domaine fréquentiel 156
A.2 Milieu non dispersif 158
A.3 Milieu dispersif loin d'une résonance 160

B Définitions de la bande passante d'amplification paramétrique 163

C Détails des calculs du chapitre 2 **167**
C.1 Expression du gain paramétrique dans les deux cristaux 167
C.2 Expression des flux normalisés en sortie 168
C.3 Rapport optimal des non-linéarités 168
C.4 Rapport optimal des non-linéarités dans l'approximation du champ moyen . . . 170

D Détails des calculs du chapitre 3 **173**
D.1 Calculs du modèle de Kuizenga et Siegman (Chap. 3.2.1) 173
D.2 Calculs du modèle de Haus (Chap. 3.2.2) 178
D.3 Calculs relatifs au verrouillage actif dans un DRO à la dégénéréscence exacte (Chap. 3.3.1) 185
D.4 Calculs relatifs au verrouillage actif dans un DRO hors dégénerescence (Chap. 3.3.2) 187
D.5 Calculs relatifs à l'OPO à verrouillage de modes passif (Chap. 3.8) 191
D.5.1 Gain de l'OPO à balayage de la pompe 192
D.5.2 Rendement de conversion 197
D.5.3 Durée d'impulsion en verrouillage de modes passif 199

E Oscillateur paramétrique optique continu pompé dans le vert et émettant dans le rouge (article) **203**

Bibliographie **209**

Introduction

L'optique occupe une place grandissante dans des secteurs aussi variés que les télécommunications, les transports, l'industrie des loisirs, la santé, le spatial, ou la défense. En particulier, les techniques optiques sont de plus en plus utilisées pour la mesure, la détection, le diagnostic, ou même la manipulation d'objets vivants ou non, car elles sont souvent plus précises, plus rapides, et moins intrusives que les techniques existantes. Pour ne citer que quelques exemples, les lasers sont maintenant employés couramment en chirurgie, ophtalmologie et dermatologie, en raison de leur sélectivité et de leur très grande précision de pointé. Ces mêmes propriétés sont utilisées pour la rénovation d'œuvres d'art, ou la découpe de matériaux, à l'aide d'impulsions lumineuses. Les radars optiques, ou lidars, sont utilisés pour effectuer des relevés topographiques ultra-précis et tridimensionnels, de scènes archéologiques ou de chantiers. Dans la défense et la sécurité, ils peuvent servir à détecter et mesurer la vitesse de véhicules ou d'objets ballistiques avec une très grande précision. Les industries automobile et aéronautique emploient des sources optiques cohérentes pour imager en temps réel les processus de combustion ou d'écoulement, étape indispensable à leur compréhension et à leur optimisation. Dans le domaine infrarouge, des sources cohérentes sont également utiles pour détecter à distance les polluants qui sont rejetés dans l'atmosphère, en les discriminant grâce à leur signature spectrale.

Toutes ces activités entraînent un besoin croissant en sources optiques, de puissance et de durée d'impulsions variées (de quelques milliwatts à plusieurs watts, et de quelques microsecondes à quelques femtosecondes), dans des domaines spectraux divers (de l'ultraviolet au lointain infrarouge). Pour certaines applications (spectroscopiques par exemple), la source optique doit de plus être accordable en longueur d'onde. Dans les domaines militaire, aéronautique, ou spatial, il existe très souvent des contraintes supplémentaires en termes de compacité et d'efficacité.

Pour répondre à ces besoins, les lasers ont largement démontré leurs potentialités. Ainsi, les lasers à fibre produisent des puissances très importantes en continu (> 100 W) avec une bonne qualité de faisceau [IPG], tandis que les diodes lasers ont une efficacité record (rendement électrique-optique > 60 %) pour un très faible encombrement [Sti06]. Certains lasers produisent maintenant de façon "routinière" des impulsions de quelques dizaines de femtosecondes [COH], tandis que d'autres émettent en continu avec une très grande pureté spectrale ($<$ Hz), et une

excellente stabilité de la fréquence (< 50 mHz) ou de la puissance [Eic05, Bai06].

Néanmoins, la technologie laser souffre de deux limitations intrinsèques : un choix restreint de longueurs d'ondes, et une accordabilité limitée pour chaque source. Ces deux limitations tiennent toutes deux au fait que l'effet laser est un processus d'amplification de la lumière utilisant des *résonances atomiques*. Ainsi, l'accès à une longueur d'onde ne sera possible que s'il existe un matériau présentant les bonnes résonances électroniques aux bonnes énergies : une transition de pompe permettant d'exciter le milieu (i.e. qui amène les ions ou les atomes du niveau fondamental à l'état excité), et une transition avec un gain laser à la longueur d'onde d'intérêt (i.e. avec une inversion de la population des ions ou des atomes entre le niveau haut et le niveau bas). De plus, le caractère résonnant du processus signifie souvent une émission très sélective en longueur d'onde, donc une faible accordabilité. Cette contrainte est parfois levée grâce à des phénomènes d'élargissement de la transition[1], mais ceux-ci n'ont pas lieu dans tous les milieux lasers. Une certaine accordabilité peut également être réalisée dans les lasers à semi-conducteurs (jusqu'à 10 % de la fréquence centrale), notamment dans l'infrarouge grâce aux diodes laser à cascade quantique. Mais cette solution n'est pas transposable à tous les domaines spectraux, ni à tous les régimes de fonctionnement. En particulier le régime nanoseconde n'est pas couvert.

L'apport de l'optique non-linéaire

Grâce à l'optique non-linéaire, il est possible de s'affranchir des limitations des lasers en termes de longueurs d'ondes couvertes et d'accordabilité. La mise en œuvre de matériaux non-centrosymmétriques permet en effet, sous certains conditions, d'obtenir une réponse qui n'est plus linéaire avec le champ électrique incident, mais proportionnelle à son carrée (non-linéarité d'ordre 2). Le phénomène principal qui en découle est la conversion de fréquences. L'intérêt principal de ces non-linéarités est qu'elles sont *non-résonnantes*, donc peu sélectives en longueur d'onde, et sans pertes (pas d'absorption). Grâce à ces propriétés, un même matériau non-linéaire peut effectuer de la conversion de fréquences sur une très large gamme spectrale. Souvent, la seule limitation à cette étendue spectrale est la zone de transparence du matériau, qui peut parfois atteindre plusieurs microns. L'optique non-linéaire fait maintenant partie de la "boite à outils" de nombreux lasers commerciaux, afin de doubler, tripler, quadrupler, ou sommer leurs fréquences [QUA]. L'optique non-linéaire permet également de couvrir l'infrarouge moyen ou lointain (au delà de 2 µm) en régime impulsionnel, là où les sources lasers existantes font défaut[2], ce qui est particulièrement utile pour des applications de spectroscopie ou liées à la défense.

[1] Élargissement vibro-électronique, ou *vibronique*, mettant en jeu les phonons.

[2] À l'exception de la zone 9–11 µm accessible au laser à CO_2, les diodes lasers à base d'antimoine ou à cascades quantiques n'offrant pas de solution en régime nanoseconde, ou au delà de 10 µm.

Les oscillateurs paramétriques optiques (OPO)

Le dispositif issu de l'optique non-linéaire qui est probablement le plus intéressant et le plus polyvalent est l'oscillateur paramétrique optique (OPO). Un OPO est constitué d'un cristal non-linéaire placé dans une cavité optique résonnante, qui utilise le processus de génération paramétrique. Une onde à ω_p issue d'un laser, dit de pompe, est convertie en une onde signal à ω_s et une onde complémentaire à $\omega_c \leq \omega_s$, avec la relation $\omega_p = \omega_s + \omega_c$. On parle d'OPO simplement ou doublement résonnant, notés respectivement SRO et DRO, selon que la cavité n'est résonnante qu'à une seule des deux ondes générées, ou aux deux. La mise en cavité du cristal non-linéaire permet d'amplifier à chaque tour de cavité les ondes résonnantes, de la même façon que dans un laser. Ainsi l'efficacité de la conversion de fréquences dans un OPO est généralement très supérieure à celle d'un cristal non-linéaire utilisé en simple passage. L'intérêt principal d'un OPO est qu'il possède une accordabilité bien supérieure à celle d'un laser. Pour fixer les ordres de grandeurs, il est possible de couvrir, *à partir d'un seul cristal*, de quelques dizaines de nanomètres au minimum à un millier de nanomètres autour de 2 µm, ou toute la gamme 4–12 µm [Vod00]. À titre de comparaison, les lasers ont une accordabilité typique de quelques nanomètres, jusqu'à un millier de nanomètres pour les diodes laser à cascade quantique autour de 8 µm [Wit06]. Seuls un nombre restreint de lasers présente une accordabilité encore supérieure, comme le Ti:saphir vers 800 nm ou le Cr:ZnSe vers 2,5 µm [Sor05].

Vers des sources non-linéaires plus efficaces

En ce qui concerne leur efficacité, les sources non-linéaires bénéficient de la découverte de nouveaux cristaux non-linéaires [Sch07], et de l'amélioration continue des lasers de pompe, notamment en termes de puissance et de qualité de faisceau. Toutefois, ces facteurs technologiques ne sont *pas* la limitation ultime de l'efficacité de ces sources. De nombreuses études montrent en effet que, de façon générale, la limitation provient d'une exploitation insuffisante des différentes longueurs d'ondes générées. En voici quelques exemples. La puissance de sortie des SRO nanosecondes, qui est généralement celle de l'onde non résonnante, est limitée par un phénomène de saturation. Cette saturation est due à un phénomène de reconversion des ondes générées vers la longueur d'onde de pompe, selon le processus $\omega_s + \omega_c \rightarrow \omega_p$. Cette reconversion se produit naturellement dans ces OPO dès lors que l'onde résonnante, le signal par exemple, dépasse une certaine puissance crête. La suppression de la saturation passe donc par une limitation intentionnelle de la puissance du signal. Moore *et al.* [Moo93] ont montré qu'il était possible de le faire en réutilisant le signal dans un deuxième étage de conversion de fréquences, placé dans la cavité de l'OPO. Grâce à un système similaire, utilisant à la fois l'onde signal et l'onde complémentaire, il est également possible de réduire l'effet de l'absorption de certains cristaux non-linéaires au-delà de 4,3 µm, qui limite habituellement le rendement des OPO infrarouges

continus [Che01]. Ces deux études ont ainsi abouti à une architecture originale à deux cristaux non-linéaires, sans équivalent dans le domaine des lasers. Dans un contexte différent, celui des OPO picosecondes, la saturation est un facteur limitant la production d'impulsions plus courtes [Lae93]. Pour limiter la saturation dans ce type d'OPO, Khaydarov *et al.* ont exploité la différence de vitesse de groupe entre la pompe et le signal, et ainsi divisé la durée d'impulsion d'un facteur 20 [Kha95]. Dans le même ordre d'idée, les performances d'un amplificateur paramétrique picoseconde sont optimales si la vitesse de groupe de la pompe se situe à mi-chemin entre celle du signal et du complémentaire [Ari07]. Dans le domaine de l'amplification paramétrique, la prise en compte de l'onde complémentaire dans un système à deux étages permet d'amplifier le signal sur fond noir, c'est-à-dire sans fond continu à la longueur d'onde signal en l'absence de faiceau de pompe [Jov06]. Un autre exemple est celui des OPO nanosecondes. Ces OPO sont naturellement multifréquences en régime impulsionnel, ce qui n'est pas satisfaisant pour des applications de spectroscopie. Pour résoudre ce problème, Scherrer *et al.* ont conçu un DRO dans lequel le signal et le complémentaire résonnent dans deux cavités distinctes [Sch00]. En modifiant les résonances des cavités indépendamment, il devient possible de ramener l'oscillation à une seul fréquence. De plus, à l'aide d'un miroir renvoyant le faisceau de pompe non utilisé vers le DRO, il est possible de diminuer la saturation, ce qui a pour effet d'abaisser le seuil et d'augmenter la plage d'accordabilité en longueur d'onde [Ber06]. Ainsi, chacune des trois longueurs d'onde mises en jeu, signal, complémentaire, et pompe, est mise à contribution pour améliorer les performances de l'OPO. Ces quelques exemples indiquent qu'il est possible de repousser les limitations traditionnellement avancées pour les sources non-linéaires, *à condition de tirer au mieux parti de toutes les longueurs d'ondes mises en jeu.* Pour les OPO, cela implique de s'écarter des architectures de cavité calquées sur celles des lasers, c'est-à-dire simplement composées d'une cavité résonnante à une longueur d'onde et d'un seul cristal amplificateur.

Nouvelles fonctionnalités issues de l'optique non-linéaire

Il existe une autre motivation à la recherche d'architectures originales pour les sources non-linéaires. Plusieurs études montrent en effet qu'il est possible de transformer un dispositif non-linéaire en une fonction optique rapide. Une première application qui en découle est l'analyse ou la manipulation d'une onde optique. L'exemple le plus connu est sûrement l'autocorrélateur à doublage de fréquence, qui permet de mesurer la durée d'une impulsion brève [Web67]. Un autre exemple est celui des non-linéarités d'ordre 2 en cascade [Ste96]. En utilisant un cristal non-linéaire en double passage, il est possible de déphaser fortement une onde laser, sans changer son intensité. L'amplitude du déphasage dépend de l'intensité de l'onde elle-même, mais peut être contrôlée par une autre onde à la même fréquence. Les non-linéarités en cascade permettent donc de faire de la modulation de phase, ce qui est à la base du routage optique [Bae95].

Un dispositif non-linéaire permet également de modifier la dynamique d'oscillation d'une source optique. Ainsi, les non-linéarités en cascade peuvent être utilisées pour faire de la modulation d'amplitude, sans changer la phase. Stankov *et al.* ont appliqué ce principe pour produire des impulsions courtes, en plaçant un cristal non-linéaire doubleur de fréquence dans la cavité d'un laser [Sta89b]. Le cristal non-linéaire peut être placé à même escient dans une cavité externe à celle du laser, créant ainsi deux cavités couplées [Lü94]. Plus généralement, l'introduction d'un système non-linéaire dans un laser en modifie fortement la dynamique d'oscillation. Paiss *et al.* ont ainsi utilisé un OPO intracavité pour forcer un laser impulsionnel à osciller en régime quasi-continu [Pai98].

Objectifs de la thèse

De très grands progrès ont donc été faits dans le domaine des lasers, notamment sur la couverture spectrale et la durée minimale d'impulsion. D'autre part, différents travaux ont été conduits dans le domaine des sources non-linéaires en vue d'améliorer leur rendement de conversion en tirant avantage de certaines spécificités de ces sources, comme la présence de plusieurs longueurs d'ondes, ou l'instantanéité de la conversion de fréquences. Toutefois, il nous semble que ces caractéristiques uniques sont encore largement sous-exploitées, par manque d'architectures adaptées à leur régime de fonctionnement. Par ailleurs, quelques études ont montré que l'interaction entre un laser et un dispositif non-linéaire permettait de créer des fonctions nouvelles. Cependant, ces interactions sont encore mal comprises, et leurs potentialités souvent insuffisamment exploitées. L'objectif de cette thèse est donc de proposer et de développer de nouvelles architectures de sources optiques, dans lesquelles un dispositif non-linéaire permet de mettre en forme spectralement ou temporellement l'émission de lumière. Cette approche nous conduit naturellement à approfondir notre compréhension des mécanismes physiques fondamentaux de l'optique non-linéaire, et de l'interaction entre un processus laser et un processus non-linéaire.

Présentation du manuscrit

Pour répondre aux objectifs de la thèse, il était d'abord nécessaire de revenir au **Chap. 1** sur quelques unes des propriétés incontournables de l'optique non-linéaire. Ces propriétés ont en effet été rencontrées et utilisées tout au long du travail de thèse. Ce chapitre devrait permettre au lecteur de mieux appréhender l'organisation du manuscrit, et au non-spécialiste de découvrir les principales caractéristiques de l'optique non-linéaire.

Au **Chap. 2**, nous avons voulu montrer comment l'une de ces spécificités de l'optique non-linéaire, la présence de plusieurs longueurs d'ondes, pouvait être utilisée pour améliorer le rendement d'un OPO. Pour cela, nous avons réalisé un OPO infrarouge nanoseconde avec une

architecture un peu particulière comprenant deux cristaux non-linéaires. Le système résultant, appelé OPO–OPA, a ensuite été comparé de manière critique à un OPO classique. Ses performances ont été évaluées au travers d'une étude théorique et expérimentale. Ce travail a fait l'objet d'un article détaillé dans *Applied Physics B* [Mel07c], et de plusieurs communications orales [Mel05, Mel06b, Mel06a, Mel06c].

Le **Chap. 3** est consacré à une autre propriété de l'optique non-linéaire, l'instantanéité du gain, mais dans un contexte différent, celui des impulsions courtes. Pour cela nous avons étudié la faisabilité du verrouillage en phase des modes d'un OPO, directement dans la cavité de l'oscillateur. Cette étude comporte une démonstration expérimentale avec des OPO doublement et simplement résonnants, et une modélisation complète des phénomènes. Les résultats expérimentaux, obtenus en collaboration avec le Laboratoire Aimé Cotton (CNRS), ont fait l'objet d'une publication dans *Optics Letters* [Mel07a], de plusieurs communications orales [For06c, Mel07b], et d'une conférence invitée [For07]. À l'occasion de cette collaboration, des avancées intéressantes ont pu être faites sur un OPO continu émettant dans le visible, ce qui a donné lieu à une autre publication dans *Optics Letters* [Mel07d], reproduit en Annexe E. La compréhension du mécanisme de verrouillage des modes dans un OPO a ensuite permis de proposer un concept original : le verrouillage passif des modes d'un OPO. Une modélisation du mécanisme sous pompage impulsionnel ou continu a pu être faite grâce à l'apport de Jacob Khurgin (Johns Hopkins University, Baltimore), avec publication d'un premier article dans *Optics Express* [Khu07a] et d'un deuxième dans *Optics Letters* [Khu07b].

Dans le **Chap. 4** nous avons mis en œuvre trois des spécificités de l'optique non-linéaire : la présence de plusieurs longueurs d'onde, la réversibilité des phénomènes, et l'instantanéité, pour créer un dispositif optique rapide : un miroir non-linéaire. Nous avons ensuite montré comment intégrer ce miroir dans un laser infrarouge large bande afin d'y verrouiller les modes en phase et de produire des impulsions picosecondes. Des expériences préliminaires ont été faites dans ce sens. Nous avons ensuite proposé d'élargir le concept de miroir non-linéaire en considérant un système où deux oscillateurs, un laser et un OPO, sont fortement couplés. Un code numérique a été développé pour prédire le comportement dynamique d'un tel système. Des expériences de validation du code ont ensuite été menées avec un OPO intracavité et un laser à 1 µm.

Chapitre 1

Propriétés spécifiques des processus non-linéaires

Objectifs

Le but de ce chapitre est de mettre en valeur les spécificités des processus non-linéaires d'ordre 2 qui seront rencontrées tout au long de ce mémoire. Tout d'abord, nous rappellerons l'origine et l'importance de l'accordabilité en fréquence des non-linéarités, et de l'amplification paramétrique en particulier. Puis nous expliquerons pourquoi la présence de deux ou trois fréquences distinctes doit être prise en compte pour utiliser efficacement ces non-linéarités dans un système pratique. Cet aspect sera mis en pratique au Chap. 2. Nous soulignerons l'importance du caractère instantané de ces non-linéarités qui interviendra tout au long de ce manuscrit. Nous insisterons sur la réversibilité du processus, et introduirons une quantité très importante, la phase non-linéaire. Celle-ci jouera un rôle de premier plan au Chap. 4. Puis nous nous attacherons plus particulièrement à l'amplification paramétrique. Nous montrerons d'abord dans quelles conditions la bande passante d'amplification peut être très large, et quelle est son lien avec le désaccord de phase. Nous établirons ensuite diverses expressions du gain paramétrique. Ces résultats seront utilisés au Chap. 3.

1.1 Accordabilité en fréquence

Considérons un cristal non-linéaire éclairé par une onde laser de pompe à ω_p, dans le but d'amplifier les ondes signal à ω_s et complémentaire à ω_c. La réponse du milieu (oscillations électroniques) au champ électrique incident $E(t)$ est décrite par la polarisation non-linéaire d'ordre 2 $P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t)$. La susceptibilité non-linéaire $\chi^{(2)}$ donne l'ordre de grandeur de cette réponse. La polarisation créée par la pompe est à l'origine de deux nouveaux champs optiques, le signal et le complémentaire. Ces champs créent à leur tour une polarisation non-linéaire qui rayonne à ω_p, et ainsi de suite. Au cours de leur propagation dans le cristal les trois ondes échangent donc de l'énergie, en respectant bien sûr la relation de conservation de l'énergie $\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_c$ [Blo80], où $\hbar$ est la constante de Planck divisée par 2π.

Avec une non-linéarité d'ordre 2, les ondes générées sont directement proportionnelles au carré du champ électrique. Cela signifie que leur phase dépend de la phase du champ pompe ainsi que de celle de l'autre onde générée. Plus exactement, les trois ondes sont couplées via la phase non-linéaire $\varphi = \varphi_p - \varphi_s - \varphi_c$, dont l'importance est discutée au Chap. 1.4. En résumé, il s'agit d'un processus *cohérent*. Par conséquent, pour que l'amplification soit efficace, il faut que l'onde générée en $z + \Delta z$ interfère constructivement avec l'onde générée un peu avant, en z. Ceci n'est possible que si les ondes ne se déphasent pas les unes par rapport aux autres, c'est-à-dire si elles se propagent "à la même vitesse". Plus exactement, les ondes doivent respecter la condition d'accord de phase

$$\Delta k = k_p - k_s - k_c \equiv 0, \tag{1.1}$$

où $k_i = k(\omega_i) = n(\omega_i)\,\omega_i/c$ est le vecteur d'onde, n l'indice de réfraction du milieu, et Δk le désaccord de phase. Cette relation peut également être vue comme une conservation de la quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$ des photons [Blo80]. Dans le cas de l'amplification paramétrique, k_p est fixé. Cela signifie que tout couple de fréquences (ω_s, ω_c) aboutissant à un désaccord de phase nul (et respectant la conservation de l'énergie) est susceptible d'être amplifié. Pour cela, il suffit de mettre les ondes en phase en ajustant leur k_i. Dans un matériau isotrope classique, l'accord de phase n'a pas lieu naturellement à cause de la dispersion de l'indice de réfraction, qui entraîne systématiquement $\Delta k \neq 0$. Il existe cependant de nombreux moyens de réaliser l'accord de phase, que ce soit dans les cristaux biréfringents [Gio62] ou dans des guides d'ondes [Fio98] en utilisant la dépendance en polarisation de l'indice de réfraction, ou dans les cristaux ferroélectriques ou semiconducteurs en remettant les ondes en phase périodiquement (quasi-accord de phase) [Fej92, Haï04, Vod07]. La propriété fondamentale de l'accord de phase est qu'il offre un large choix de (ω_s, ω_c), c'est-à-dire qu'il permet une très large accordabilité en fréquence des ondes générées. Il s'agit bien d'une spécificité des processus non-linéaires d'ordre 2, sans équivalent dans le domaine des lasers. Cette souplesse dans le choix des longueurs d'ondes

n'est pas spécifique à la génération paramétrique, et caractérise l'optique non-linéaire de façon générale. Elle sera exploitée tout au long de ce manuscrit. Au Chap. 2 elle servira à produire trois longueurs d'ondes à partir d'un seul type de cristal. Aux Chap. 3 et 4 seront présentés des concepts d'optique non-linéaires transposables à quasiment n'importe quel domaine de longueurs d'ondes. Cette spécificité de l'optique non-linéaire se révélera particulièrement utile dans l'infrarouge moyen et lointain, où les alternatives sont rares.

1.2 Un processus à plusieurs photons

À partir des équations régissant la propagation des ondes selon z dans un milieu non-linéaire (A.18), il est facile d'extraire quatre invariants (en l'absence d'absorption) :

$$m_1 = \phi_p(z) + \phi_s(z) \qquad m_2 = \phi_p(z) + \phi_c(z) \qquad m_3 = \phi_s(z) - \phi_c(z) \tag{1.2}$$

$$\Gamma = \sqrt{\phi_p(z)\,\phi_s(z)\,\phi_c(z)}\cos\varphi(z)\,, \tag{1.3}$$

où $\phi_{p,s,c}$ désigne le flux de la pompe, du signal, et du complémentaire, respectivement. φ est la phase relative des trois ondes dont nous reparlerons au Chap. 1.4. Pour l'amplification paramétrique, les trois premiers invariants se combinent pour donner les fameuses relations de Manley-Rowe [Blo80] portant sur les flux de photons :

$$\phi_p(0) - \phi_p(l_c) = \phi_s(l_c) - \phi_s(0) = \phi_c(l_c) - \phi_c(0)\,, \tag{1.4}$$

où l_c est la longueur du cristal non-linéaire. Cette relation signifie simplement que le nombre de photons signal ou complémentaire créé est égal au nombre de photons pompe détruits. D'après ces relations, l'image du photon pompe se "cassant" en deux pour donner un seul photon signal et un seul photon complémentaire est donc correcte. Cependant, tous les photons pompe ne sont pas forcément convertis, i.e. le taux de dépeuplement de la pompe est en général inférieur à 1. On définit alors le rendement photonique $\eta_{ph} = 1 - \phi_p(l_c)/\phi_p(0)$. Dans un oscillateur paramétrique optique simplement résonant (SRO) fonctionnant en régime continu, où gain et pertes s'équilibrent parfaitement, ce rendement est confondu avec le rendement de la source, qu'il soit compté pour le signal ou le complémentaire : $\eta_{ph} = \phi_s^{sortie}(l_c)/\phi_p(0) = \phi_c^{sortie}(l_c)/\phi_p(0)$.

Dans un SRO continu, rien ne limite fondamentalement le rendement photonique. En effet, il peut atteindre 100 % si la pompe est complètement dépeuplée en un passage à travers le cristal, ce qui est en théorie toujours possible pour une certaine puissance de pompe au dessus du seuil (environ 2,4× le seuil pour de faibles pertes) [Ros02]. Expérimentalement, la géométrie de la cavité et la qualité spatiale des faisceaux sont critiques pour atteindre de telles performances,

mais 93 % de dépeuplement de la pompe a tout de même pu être démontré [Bos96]. En régime impulsionnel, le dépeuplement complet n'est pas possible sur toute la durée de la pompe. En pompant très au-delà du seuil, il est toute de même possible d'atteindre 70 % de dépeuplement de la pompe dans certains OPO [Mye97]. L'amélioration du dépeuplement de la pompe en régime impulsionnel sera l'objet du Chap. 2.

Néanmoins, l'efficacité énergétique d'un SRO est fondamentalement limitée au rapport ω_c/ω_p si l'onde d'intérêt est le complémentaire. À l'instar d'un laser, un OPO a donc un défaut quantique $D_q = 1 - \lambda_p/\lambda_c = \lambda_p/\lambda_s$. Bien évidemment, amener ce rendement à 1 n'a pas d'intérêt, en particulier lorsqu'il s'agit de produire de l'infrarouge[1]. Mais contrairement aux lasers, l'énergie de ce défaut quantique n'est pas perdue en chaleur via des relaxations non radiatives : elle est transmise à une autre onde, le signal. Cela a de multiples avantages. Premièrement, les effets thermiques découlant habituellement du défaut quantique dans les lasers n'existent pas dans un OPO[2]. Ensuite, il n'est plus nécessaire de découpler l'onde résonnante, puisque l'autre onde générée peut être totalement extraite, ce qui permet d'abaisser le seuil de l'OPO au maximum (jusqu'au niveau des pertes passives). Au contraire, le signal peut être utilisé comme deuxième longueur d'onde de sortie : l'OPO est donc une source bi-fréquence naturelle. Cette deuxième sortie peut même être placée sur un autre miroir que le miroir de sortie du complémentaire, ce qui permet d'avoir deux rayonnements séparés spatialement [God05]. Plus intéressant, l'onde signal, si elle est résonnante, peut être recyclée dans un second cristal non-linéaire à l'intérieur même de la cavité. Ceci permet d'aller au delà de la limite habituelle de 100 % pour le rendement photonique, comme nous le verrons au Chap. 2. La présence de plusieurs longueurs d'onde permet également, à volonté, de pouvoir les traiter indépendamment les unes des autres, ou bien de les coupler entre elles. Cette propriété sera utilisée au Chap. 4.

1.3 Instantanéité

Les non-linéarités d'ordre 2 sont non résonnantes, c'est-à-dire que les fréquences mises en jeu sont loin de toute bande d'absorption du milieu non-linéaire. Dans ce cas, les susceptibilités linéaire $\chi^{(1)}$ et non-linéaire $\chi^{(2)}$ sont indépendantes de la fréquence, et les polarisations du milieu suivent instantanément l'oscillation du champ électrique : $P^{(1)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E(t)$ et $P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t)$. Puisque les photons ne sont pas absorbés sur un niveau excité, il n'y a pas de temps de vie associé, et donc pas de stockage de l'énergie. En réalité, le temps de réponse

[1]La situations est différente pour les lasers à faible défaut quantique pompés par diode. En effet, ces lasers permettent de convertir le faisceau des diodes laser de puissance, de mauvaise qualité spatiale, en un faisceau de très bonne qualité spatiale et spectrale, parfois de manière accordable. Ayant peu d'effets thermiques, il sont particulièrement bien adaptés aux forte puissances. Ces lasers peuvent ensuite être modifiés pour émettre des impulsions, ce qui est rarement possible avec des diodes lasers de puissance.

[2]Sauf si le complémentaire est absorbé, ce qui se produit par exemple dans le PPLN au delà de 4,5 µm.

du matériau n'est pas nul : il est de l'ordre de grandeur du temps de retour d'un électron élastiquement lié à sa position d'équilibre après excitation par un champ électromagnétique, soit quelques femtosecondes. À l'échelle des phénomènes étudiés dans ce manuscrit, de la picoseconde à la nanoseconde, ce temps est négligeable et tout se passe comme si la non-linéarité était instantanée.

Cette propriété a tellement de conséquences pratiques sur la conception et l'utilisation des sources non-linéaires qu'il serait inutile de vouloir toutes les citer ici. Nous en verrons quelques avantages et quelques inconvénients tout au long de ce manuscrit. La possibilité de convertir des fréquences de façon instantanée permet de créer des fonctions rapides à l'intérieur même d'un oscillateur paramétrique, comme au Chap. 2, ou d'un oscillateur laser, comme au Chap. 4. L'absence de stockage du gain et le dépeuplement instantané de l'énergie sont étudiés en détail au Chap. 3, ainsi que des approches permettant de contourner ces limitations.

1.4 Un transfert d'énergie réversible : importance de la phase non-linéaire

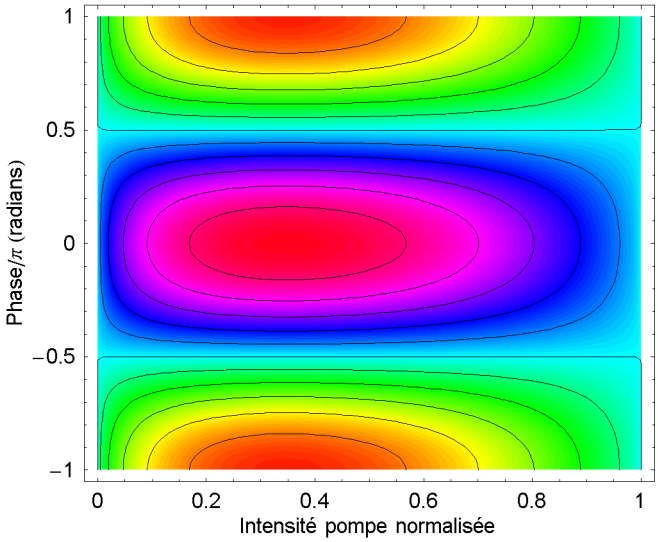


Fig. 1.1: Constante du mouvement $\Gamma = \sqrt{\phi_p(z)\,\phi_s(z)\,\phi_c(z)}\cos\varphi(z)$ en fonction de la phase non-linéaire et du flux de pompe normalisé ϕ'_p pour un accord de phase parfait. L'amplification paramétrique (pompe forte, signal faible) démarre au point ($\phi'_p \simeq 1, \varphi = \pi/2$) et suit une trajectoire correspondant à un Γ constant (contour en noir).

Dans un cristal non-linéaire, les trois ondes pompe, signal, et complémentaire sont fortement couplées et échangent en permanence de l'énergie entre elles. Le sens de ce transfert d'énergie dépend fortement des phases et des intensités relatives de ces ondes. Plus exactement, la

génération paramétrique dépend de la phase non-linéaire :

$$\varphi(z) = \varphi_p(z) - \varphi_s(z) - \varphi_c(z).$$

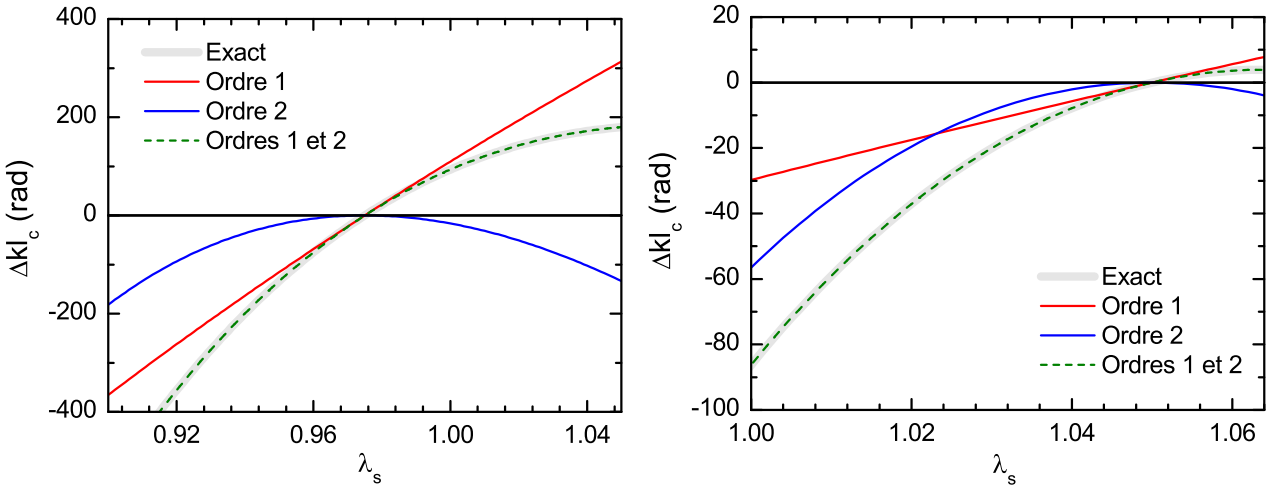
Cette phase apparaît naturellement dans les équations couplées non-linéaires (A.18) décrivant la propagation des trois ondes (voir l'Annexe A). Mais la phase de chaque onde dans le cristal non-linéaire dépend des intensités des deux autres ondes. L'interaction non-linéaire est donc décrite par deux systèmes d'équations couplant l'intensité et la phase, ce que nous verrons au Chap. 1.6. Ce couplage phase–intensité est illustré sur la Fig. 1.1.

Lorsque la phase vaut $\pi/2$, le transfert d'énergie se fait de la pompe vers le signal et le complémentaire, et inversement pour une phase de $-\pi/2$. Au démarrage d'un oscillateur paramétrique optique, la phase n'est pas déterminée car les ondes signal et complémentaire ne sont que du bruit. Lorsque leur amplitude augmente, la phase non-linéaire s'ajuste à $\pi/2$, afin de privilégier le transfert d'énergie de l'onde la plus puissante vers les ondes les plus faibles. Sur la Fig. 1.1, ceci correspond au point (1,$\pi/2$). La phase reste ensuite bloquée à $\pi/2$ tandis que la pompe est dépeuplée, soit une trajectoire horizontale vers la gauche sur la Fig. 1.1. Cependant, lorsque la pompe tombe à zéro, sa phase n'est plus définie. La phase non-linéaire s'ajuste alors à $-\pi/2$, pour maximiser le transfert vers l'onde la plus faible, ce qui correspond à la discontinuité en 0 sur la Fig. 1.1. C'est le phénomène bien connu de la reconversion : lorsque la pompe est totalement dépeuplée, le signal et le complémentaire se recombinent pour recréer de la pompe. Dans une impulsion, cet effet se produit d'abord au centre où la puissance crête est maximale. Dans un OPO, la reconversion apparaît lorsqu'on est suffisamment au dessus du seuil d'oscillation et finit par limiter la puissance générée : on parle alors de saturation.

La phase non-linéaire peut être modifiée en introduisant un élément dispersif sur le trajet des ondes. Par rotation de cet élément (i.e. modification de l'épaisseur traversée) il est possible de modifier à volonté le sens du transfert d'énergie $\omega_p \leftrightarrows \omega_s + \omega_c$. De plus, nous avons vu que ce transfert d'énergie est instantané (cf. Chap. 1.3) : il est donc possible de réaliser un "commutateur" optique très rapide. C'est ce qui sera présenté au Chap. 4.

1.5 L'amplification paramétrique : un processus large bande

La condition d'accord de phase (1.1) impose une condition aux fréquences pompe, signal, et complémentaire pour que la conversion non-linéaire ait lieu. En réalité, cette condition n'est pas stricte : même en présence d'un léger désaccord de phase (déphasage entre les ondes), il y aura amplification paramétrique. Ceci permet d'amplifier les fréquences voisines de l'accord de phase, donc le spectre d'une impulsion. Pour déterminer la bande passante de l'amplification



(a) Accord de phase à 975 nm

(b) Accord de phase à 1050 nm

Fig. 1.2: Désaccord de phase $\Delta k l_c$ en fonction de la longueur d'onde signal, pour un cristal de PPLN:MgO pompé à 532 nm, et deux longueurs d'ondes d'accord de phase (i.e. deux températures de cristal) : 975 nm et 1050 nm. Les contributions des différents ordres définis par (1.7) sont montrées.

paramétrique, voyons comme le désaccord de phase évolue avec la fréquence :

$$\Delta k\left(\omega\right) = k_p - k\left(\omega\right) - k\left(\omega_p - \omega\right), \tag{1.5}$$

où la fréquence de la pompe est fixée, et la fréquence du signal notée ω *pour simplifier l'écriture.* Ce désaccord de phase peut faire l'objet d'un développement limité autour de la porteuse signal ω_0 :

$$\Delta k\left(\omega\right) = \Delta k\left(\omega_0\right) + \left.\frac{d\Delta k}{d\omega}\right|_{\omega_0}\left(\omega - \omega_0\right) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2\Delta k}{d\omega^2}\right|_{\omega_0}\left(\omega - \omega_0\right)^2 + \ldots \tag{1.6}$$

Tout au long de ce manuscrit, on considérera que la porteuse est à l'accord de phase exact chaque fois que cette expression sera utilisée[3]. Le premier terme est donc nul. On trouve facilement, en s'arrêtant à l'ordre 2

$$\begin{gathered}\Delta k\left(\omega\right) \simeq -\left(k_s' - k_c'\right)\left(\omega - \omega_0\right) - \tfrac{1}{2}\left(k_s'' + k_c''\right)\left(\omega - \omega_0\right)^2 \\ k_s' = \left.\tfrac{dk}{d\omega}\right|_{\omega_0} \qquad k_c' = \left.\tfrac{dk}{d\omega}\right|_{\omega_p - \omega_0}.\end{gathered} \tag{1.7}$$

[3]Cette hypothèse n'est pas forcément automatique. Il existe en effet des cas où un désaccord de phase à la fréquence centrale est souhaité, pour les processus non-linéaires en cascade $\left[\chi^{(2)} : \chi^{(2)}\right]$ par exemple.

Posons tout de suite

$$\Delta\omega_1 = \frac{2\sqrt{3}}{l_c\left(k_s' - k_c'\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{l_c\left(v_{g,s}^{-1} - v_{g,c}^{-1}\right)} = \frac{2\sqrt{3}}{T_{g,s} - T_{g,c}} \tag{1.8}$$

$$D_{opa} = \frac{1}{6}\left(k_s'' + k_c''\right) l_c, \tag{1.9}$$

où l_c est la longueur du cristal, v_g désigne la vitesse de groupe et T_g le temps de groupe. Le désaccord de phase se réécrit donc

$$\Delta k l_c\left(\omega\right) \simeq -2\sqrt{3}\frac{\left(\omega - \omega_0\right)}{\Delta\omega_1} - 3D_{opa}\left(\omega - \omega_0\right)^2. \tag{1.10}$$

Cette expression nous apprend que le désaccord de phase dépend principalement de deux termes : la dispersion d'ordre 1 $\Delta\omega_1$ et la dispersion d'ordre 2 D_{opa}. Or nous avons dit que la bande passante d'amplification paramétrique dépendait de la tolérance du désaccord de phase en fréquence. Par conséquent *la bande passante d'amplification paramétrique dépend uniquement de la dispersion du matériau.*

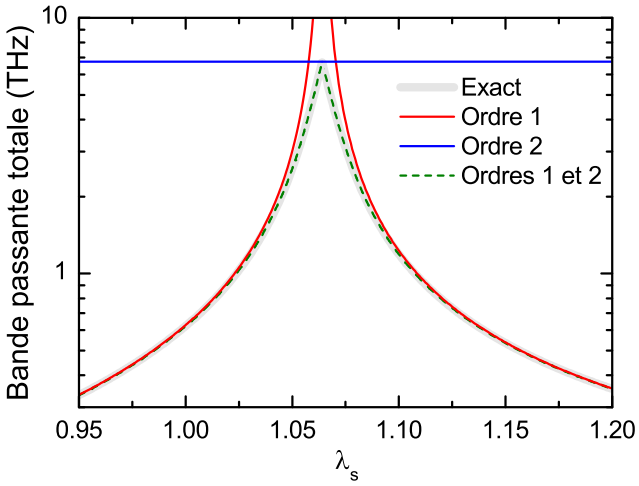


Fig. 1.3: Bande passante d'amplification dans un cristal de PPLN:MgO pompé à 532 nm en fonction de la longueur d'onde signal. La définition retenue pour cette figure est celle donnant $\Delta k l_c \equiv \pi$. Les contributions des différents ordres définis par(1.7) sont montrées.

En général, $\Delta\omega_1$ prévaut devant D_{opa}^{-1} , comme le montre la Fig. (1.2). Or $\Delta\omega_1$ n'est rien d'autre que l'inverse du délai de groupe entre le signal et le complémentaire (à un facteur numérique près). Donc la bande passante d'amplification est d'abord limitée par le fait que les impulsions signal et complémentaire tendent à se séparer spatialement (ou temporellement) lors de la propagation dans le cristal. En s'approchant de la dégénérescence, $\lambda_s \simeq \lambda_c$, les vitesses de groupe du signal et du complémentaire deviennent très proches, et $\Delta\omega_1$ tend vers l'infini. Ceci est

visible sur la Fig. 1.3. La bande passante est alors limitée par D_{opa}^{-1}, qui peut s'interpréter comme la variation de vitesse de groupe à l'intérieur du spectre de chaque impulsion. Très près de la dégénérescence, Δk varie maintenant avec le carré de la fréquence, et devient donc très tolérant. Nous venons de soulever un autre point spécifique à l'amplification paramétrique : *au voisinage de la dégénérescence la bande passante d'amplification paramétrique est très importante*. La Fig. 1.3 montre qu'elle peut ainsi atteindre plusieurs THz. Cette propriété sera utilisée au Chap. 3 pour amplifier des impulsions picosecondes. À noter que plusieurs définitions existent pour la bande passante. Nous avons tenté de clarifier les différentes définitions en Annexe B.

1.6 Expressions du gain paramétrique

L'objectif de cette partie est de montrer que sous certaines conditions le gain paramétrique est identique à celui d'un milieu laser. Pour cela, le gain est exprimé en fonction du désaccord de phase Δk, puis en fonction de la fréquence.

Le gain paramétrique est calculé dans l'approximation de la pompe non dépeuplée, ce qui sert de base au Chap. 3. La prise en compte du dépeuplement de la pompe est néanmoins nécessaire en régime impulsionnel lorsque les pertes de la cavité sont non négligeables. Ce cas est traité au Chap. 2 lors de l'étude d'un OPO nanoseconde.

1.6.1 Approximation de la pompe non dépeuplée

Chaque onde, pompe, signal, et complémentaire, est décrite par une enveloppe lentement variable autour de sa fréquence centrale ω_i, avec $i = p,s,c$:

$$E_i\left(z,t\right) = \frac{1}{2} A_i\left(z,t\right) e^{-i\omega_i t + ik_i z} + cc,$$

où la densité de puissance en W/m^2 s'écrit $I_i = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c n_i \left|E_i\right|^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c n_i \left|A_i\right|^2$, avec ε_0 la permittivité électrique dans le vide, c la vitesse de la lumière, et n_i l'indice de réfraction du milieu à la longueur d'onde considérée. Ce champ est ensuite décomposé en une partie réelle et une partie imaginaire, c'est-à-dire selon son amplitude u_i et sa phase φ_i :

$$A_i\left(z,t\right) = \sqrt{\frac{\omega_i}{n_i}} u_i\left(z,t\right) e^{i\varphi_i(z,t)},$$

où le flux de photons en s^{-1}/m^2 est $u_i^2/2\hbar Z_0$ et la densité de puissance en W/m^2 est $\omega_i u_i^2/2Z_0$, avec $Z_0 = 1/\varepsilon_0 c \simeq 377\,\Omega$ l'impédance du vide.

On peut montrer que loin d'une résonance du milieu (ce qui est le cas en pratique), la réponse non-linéaire du milieu est directement proportionnelle au carré du champ électrique

total (cf. Annexe A.2) :

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t),$$

où $\chi^{(2)}$ est la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2, dont la valeur dépend de l'accord de phase considéré, c'est-à-dire du choix du triplet (ω_p,ω_s,ω_c) et des polarisations des champs. En négligeant dans une première approche les différences de vitesse de groupe entre les trois ondes, les équations non-linéaires décrivant le transfert d'énergie entre les trois ondes sont alors (cf. Annexe A.2)

$$\begin{aligned}
\frac{du_p}{dz} &= \kappa u_s u_c \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_p}{dz} &= \kappa \frac{u_s u_c}{u_p} \cos(\varphi + \Delta k z) \\
\frac{du_s}{dz} &= -\kappa u_p u_c \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_s}{dz} &= \kappa \frac{u_p u_c}{u_s} \cos(\varphi - \Delta k z) \\
\frac{du_c}{dz} &= -\kappa u_p u_s \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_c}{dz} &= \kappa \frac{u_p u_s}{u_c} \cos(\varphi - \Delta k z),
\end{aligned} \tag{1.11}$$

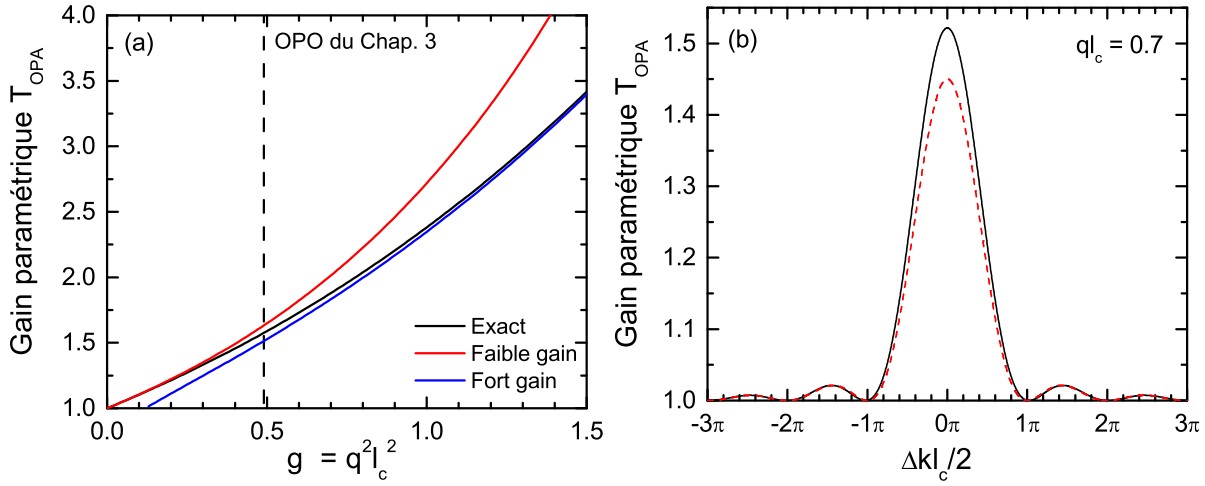
où on a posé $\kappa = \frac{\chi^{(2)}}{2c}\sqrt{\frac{\omega_p \omega_s \omega_c}{n_p n_s n_c}}$ le coefficient de couplage non-linéaire, et $\varphi = \varphi_p - \varphi_s - \varphi_c$ la phase non-linéaire. Intensité et phase sont donc couplées, ce que nous avions vu sur la Fig. 1.1. À partir de (1.11), on montre facilement que si $u_p(z) \simeq cste$ (pompe non dépeuplée), le gain paramétrique pour l'onde signal vaut [She84]

$$\begin{aligned}
\mathrm{t_{OPA}}(\Delta k) &= \left(\cosh \gamma l_c - i \frac{\Delta k}{2\gamma} \sinh \gamma l_c\right) e^{i \Delta k l_c / 2} \\
\gamma l_c &= \sqrt{(q l_c)^2 - (\Delta k l_c / 2)^2} \\
q &= \kappa u_p,
\end{aligned} \tag{1.12}$$

où q est le coefficient de gain dit "petit signal", car la pompe n'est pas dépeuplée. Cette approximation est parfois appelée "paramétrique". Il n'y aura amplification que si γl_c est réel, i.e. que si $q > \Delta k l_c/2$. Il est possible d'obtenir des expressions asymptotiques en fonction de $q l_c$. Les détails de ces calculs sont donnés ci-dessous, et les résultats sont tracés sur la Fig. 1.4(a). Le gain en intensité à la traversée du cristal s'écrit

$$\mathrm{T_{OPA}}(\Delta k) = \mathrm{t_{OPA}} \cdot \mathrm{t^*_{OPA}} = 1 + \frac{q^2}{\gamma^2} \sinh^2 \gamma l_c. \tag{1.13}$$

(1.13) est également tracée en fonction du désaccord de phase sur la Fig. 1.4(b). Pour un



(a) (b)

Fig. 1.4: (a) Gain exact dans l'approximation paramétrique (1.6.1), approximation en gain faible (1.15), et en gain fort (1.18). Le gain d'OPO continu "typique", celui du Chap. 3, est noté en trait pointillé. (b) Gain paramétrique en fonction du désaccord de phase (noir), pour un gain égal à celui de l'OPO du Chap. 3, d'après (1.13), et approximation faible gain (rouge pointillé), d'après (1.14).

gain faible, le gain paramétrique est essentiellement donné par un sinus cardinal :

$$\mathrm{T}_{\mathrm{OPA}}\left(\Delta k\right) \simeq 1 + q^2 l_c^2 \,\mathrm{sinc}^2\, \Delta k l_c/2. \tag{1.14}$$

1.6.2 Expressions approchées du gain paramétrique

Approximation quadratique (gain faible)

Pour obtenir une expression approchée de la transmission non-linéaire du cristal, nous considérons un gain faible, i.e. $\gamma l_c \ll 1$, et un faible désaccord de phase, i.e. $\Delta k l_c/2 \ll q l_c$. Dans (1.12), les différents termes sont développés à l'ordre le plus élevé possible, en se limitant à des termes d'ordre 2 dans le résultat final. Ainsi cosh est développé à l'ordre 4 en (γl_c) , sinh à l'ordre 3, et l'exponentielle à l'ordre 2. $(\gamma l_c)^2$ est développé à l'ordre 2 en $\Delta k l_c/2$ et $q l_c$. Nous obtenons alors les approximations quadratiques suivantes

$$\mathrm{t}_{\mathrm{OPA}}\left(\Delta k l_c\right) \simeq 1 + \frac{g}{2}\left[1 + \frac{2}{3} i \left(\frac{\Delta k l_c}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta k l_c}{2}\right)^2\right] \tag{1.15}$$

$$\mathrm{T}_{\mathrm{OPA}}\left(\Delta k l_c\right) \simeq 1 + g\left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta k l_c}{2}\right)^2\right], \tag{1.16}$$

avec $g = (ql_c)^2$. Nous pouvons vérifier qu'à l'accord de phase exact, le gain de l'OPA retrouve une forme familière

$$\mathrm{t_{OPA}}\,(0) = 1 + \frac{(ql_c)^2}{2} \simeq \cosh ql_c.$$

L'approximation du gain faible reste meilleure que 10 % pour ql_c< 0,92, comme le montre la Fig. 1.4. Comme le gain g est faible, la transmission en intensité peut également se mettre sous la forme

$$\mathrm{T_{OPA}}\,(\Delta kl_c) \simeq \exp g \left[1 - \frac{1}{3}\left(\frac{\Delta kl_c}{2}\right)^2\right]. \tag{1.17}$$

Approximation exponentielle (gain fort)

Ici, nous considérons que le gain est fort, i.e. $\gamma l_c \gg 1$, et que le désaccord de phase est faible, i.e. $\Delta kl_c/2 \ll ql_c$. Dans (1.12) les exponentielles positives de cosh et de sinh l'emportent sur le reste, ce qui donne

$$\mathrm{t_{OPA}}\,(\Delta kl_c) \simeq \frac{1}{2}\left[1 - i\left(\frac{\Delta kl_c}{2\gamma l_c}\right)\right] e^{\gamma l_c} \tag{1.18}$$

$$\mathrm{T_{OPA}}\,(\Delta kl_c) \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\exp 2ql_c \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta kl_c/2}{ql_c}\right)^2\right]. \tag{1.19}$$

Ces expressions sont valables (erreur < 10 %) pour ql_c> 1,15, c'est-à-dire pour un gain en intensité supérieur à 3 (cf. Fig. 1.4). Le gain en intensité devient purement exponentiel (facteur 1/2 négligeable avec une erreur < 10 %) pour ql_c>1,8, soit un gain en intensité très supérieur à 10.

1.6.3 Gain en fonction de la fréquence

Nous avons vu avec (1.7) comment le désaccord de phase pouvait être développé en fonction de la fréquence. Le gain paramétrique en amplitude s'écrit donc

$$\begin{aligned}
\mathrm{t_{OPA}}\,(\omega) &\simeq 1 + \frac{g}{2}\left[1 - \frac{2}{\sqrt{3}} i \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_1} - iD_{opa}\,(\omega - \omega_0)^2 - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_1^2}\right] \quad \text{pour un gain faible} \\
\mathrm{t_{OPA}}\,(\omega) &\simeq \frac{1}{2}\left[1 + \frac{3}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}} i \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_1} + iD_{opa}\,(\omega - \omega_0)^2 - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_1^2}\right)\right] \frac{e^{\sqrt{g}}}{\sqrt{g}} \quad \text{pour un gain fort,}
\end{aligned} \tag{1.20}$$

avec les notations déjà introduites aux Chap. 1.5. La bande de gain est donc donnée par $\Delta\omega_1 = \frac{2\sqrt{3}}{l_c(k_s' - k_c')}$ et $D_{opa} = \frac{1}{6}\left(k_s'' + k_c''\right) l_c$, c'est-à-dire uniquement par la dispersion du matériau.

Il est intéressant de noter que $\Delta\omega_1$ et D_{opa}^{-1} peuvent avoir des effets opposés selon qu'on considère un gain faible ou un gain fort. Le gain paramétrique en amplitude, tel que donné par (1.20), sera utilisé au Chap. 3.2.2 pour modéliser l'OPO à modes verrouillés en phase.

Gain loin de la dégénérescence

Dans ce cas, la dispersion d'ordre 2 peut être négligée, et le gain en intensité vaut

$$\begin{aligned} \mathrm{T_{OPA}}\left(\omega\right) &\simeq 1 + g\left[1 - \frac{\left(\omega-\omega_0\right)^2}{\Delta\omega_1^2}\right] \simeq \exp g\left[1 - \frac{\left(\omega-\omega_0\right)^2}{\Delta\omega_1^2}\right] \quad \text{pour un gain faible} \\ \mathrm{T_{OPA}}\left(\omega\right) &\simeq \frac{1}{4}\exp g_h\left[1 - \frac{\left(\omega-\omega_0\right)^2}{\Delta\omega_{1h}^2}\right] \quad \text{pour un gain fort,} \end{aligned} \tag{1.21}$$

avec $\Delta\omega_{1h} = \sqrt{\frac{2}{3}}ql_c\Delta\omega_1$ et $g_h = 2ql_c > 3{,}6$. La bande passante de l'amplificateur paramétrique est donc principalement limitée par $\Delta\omega_1$, c'est-à-dire par la séparation temporelle (*temporal walk-off*) du signal et du complémentaire. Cette définition de la bande de gain n'est pas unique (cf. Annexe B), mais c'est celle que nous utiliserons dans ce manuscrit.

Gain près de la dégénérescence

Dans ce cas $\Delta\omega_1$ tend vers l'infini et d'après (1.20) le gain en intensité est

$$\begin{aligned} \mathrm{T_{OPA}}\left(\omega\right) &\simeq 1 + g\left[1 - \frac{\left(\omega-\omega_0\right)^4}{\Delta\omega_2^4}\right] \quad \text{pour un gain faible} \\ \mathrm{T_{OPA}}\left(\omega\right) &\simeq \frac{1}{4}\exp g_h\left[1 - \frac{\left(\omega-\omega_0\right)^4}{\Delta\omega_{2h}^4}\right] \quad \text{pour un gain fort,} \end{aligned} \tag{1.22}$$

avec $\Delta\omega_2^2 = \frac{2}{\sqrt{3}}D_{opa}^{-1} = \frac{4\sqrt{3}}{l_c(k_s''+k_c'')}$ et $\Delta\omega_{2h}^2 = \sqrt{\frac{2}{3}}ql_c\Delta\omega_2^2$. La bande passante de l'amplificateur paramétrique possède donc une dépendance quartique avec la fréquence. Elle est très large et donc particulièrement bien adaptée à l'amplification d'impulsions courtes. Cette propriété sera utilisée au Chap. 3.

1.6.4 Discussion sur la forme du gain : analogie entre laser et OPO

En gain faible (1.16), comme en gain fort (1.19), le gain en intensité d'un amplificateur paramétrique prend une forme exponentielle, dont l'argument dépend de façon quadratique de la fréquence. Cette dépendance est exactement celle d'un amplificateur laser [Sie86]. Par consé-

quent, au premier ordre, *amplificateur paramétrique et amplificateur laser sont formellement équivalents*. Cette analogie surprenante sera le point de départ du Chap. 3, où nous montrerons comment les techniques de production d'impulsions courtes développées pour les lasers peuvent être appliquées aux oscillateurs paramétriques optiques. Loin de la dégénérescence, la bande de gain dépend uniquement de la différence de vitesse de groupe entre le signal et le complémentaire, donc de la dispersion du matériau. Près de la dégénérescence le gain paramétrique dépend de la fréquence de façon quartique, et est limité par la dispersion d'ordre 2. Il n'est alors plus équivalent à un gain laser. Par contre, il est extrêmement large bande, et ce de façon systématique quelque soit le cristal non-linéaire utilisé. Ce gain semble donc particulièrement adapté à l'amplification d'impulsions courtes, ce que nous étudierons au Chap. 3.

Synthèse

Nous avons insisté sur six propriétés essentielles des non-linéarités d'ordre 2 : l'accordabilité en longueur d'onde, la présence de plusieurs longueurs d'ondes simultanément, l'instantanéité du processus, la réversibilité contrôlée par la phase, la très grande bande passante du gain paramétrique, et sa forte ressemblance avec le gain laser. Nous avons vu que la présence de longueurs d'ondes différentes, en interaction non-linéaire cohérente, ouvre la voie à de nombreuses fonctions optiques sans équivalent dans d'autres systèmes. Il est ainsi possible de manipuler les différentes longueurs d'ondes indépendamment les unes des autres, avec un miroir dichroïque par exemple. Au contraire, ces ondes peuvent être couplées et échanger de l'énergie dans un cristal non-linéaire. Comme ce couplage est cohérent, c'est-à-dire qu'il dépend de la phase relative entre les ondes, il est possible de le contrôler en ajustant la phase non-linéaire. Ce couplage est instantané, ce qui permet de créer des fonctions rapides, mais peut également conduire à des limitations. La largeur naturellement grande du gain paramétrique au voisinage de la dégénérescence permet de générer des impulsions très courtes. Toutes les propriétés citées ici seront exploitées à un moment ou à un autre dans ce manuscrit

Chapitre 2

Amplification paramétrique intracavité pour l'amélioration du rendement d'un oscillateur paramétrique optique

Objectifs

Au Chap. 1, nous avons vu quelques spécificités des oscillateurs paramétriques optiques, en particulier la présence d'au moins 3 longueurs d'ondes en interaction cohérente, ainsi que l'effet de saturation ou de reconversion. L'objectif de ce chapitre est justement de montrer comment la gestion de la saturation, ainsi que l'utilisation de toutes les longueurs d'ondes générées, permet d'améliorer le rendement d'un OPO vers la bande spectrale d'intérêt. Pour cela, nous présentons une architecture à deux cristaux non-linéaires appelée OPO–OPA qui permet une meilleure utilisation de l'onde signal résonnante par rapport à une architecture classique. La mise en cascade de deux cristaux n'est toutefois bénéfique que sous certaines conditions, qui seront déterminées à l'aide d'un modèle semi-analytique développé spécifiquement pour l'OPO–OPA. Ce modèle permettra de comprendre le fonctionnement du système, de prédire ses performances, et de dimensionner une expérience. Puis, une étude expérimentale de l'OPO–OPA et d'un SRO sera menée afin de quantifier l'apport de l'OPO-OPA pour la production d'énergie (plusieurs millijoules) dans l'infrarouge moyen (autour de 3 µm) en régime nanoseconde. L'optimisation de l'OPO–OPA sera également discutée.

2.1 Contexte

Le contexte général de cette étude est l'amélioration du rendement des OPO infrarouge en régime impulsionnel. En effet, ce type d'OPO souffre de plusieurs limitations importantes. Tout d'abord, seule une des deux ondes produites est généralement utile à l'application visée. S'il s'agit du complémentaire, situé dans l'infrarouge moyen, cela limite le rendement au rapport $\omega_c/\omega_p < 50$ %. Dans le cas d'une conversion de 1 µm vers 3 µm, ce rendement maximum vaut 30 %. De plus, en régime impulsionnel l'énergie contenue dans le début de l'impulsion de pompe est mal utilisée par le signal, car celui-ci est encore faible. C'est le phénomène bien connu du temps de construction déjà décrit au Chap. 1. Le troisième phénomène limitant est la saturation, qui se traduit par une reconversion vers la pompe particulièrement forte en régime impulsionnel. En pratique le rendement dépasse difficilement 10 % [Vys01].

Ces limitations peuvent être préjudiciables à un certain nombre d'applications qui nécessitent des impulsions énergétiques (quelques millijoules) dans le proche infrarouge (autour de 3 µm). Une de ces applications est l'inspection non destructive[1] de matériaux composites. De tels matériaux étant utilisés dans l'assemblage d'engins volants, il est indispensable de pouvoir détecter la présence de défauts ou de fissures, parfois localisés en profondeur dans la structure. C'est d'ailleurs un des objectifs du contrat européen INCA (projet GRD1- 2000-25309) qui encadre cette étude. Une méthode consiste à générer des ondes ultrasonores dans le matériau, et à étudier leur propagation et leur réflexion sur les défauts afin d'en tirer un diagnostic. Un moyen efficace de générer ces ultrasons est d'utiliser un laser infrarouge impulsionnel comme un laser CO_2 [Scr90, Hut92, Mon93]. Or il a été montré que pour toute une classe de composites, notamment à matrice de polymère, l'efficacité pouvait être fortement améliorée en utilisant des impulsions dans la gamme 3–3,5 µm [Dub01]. Cette gamme peut facilement être couverte avec un OPO, mais près d'une dizaine de millijoules sont néanmoins nécessaires. Avec les rendements habituels des OPO infrarouges en régime impulsionnel, cela nécessite des énergies de pompe d'au moins 100 mJ, ce qui devient difficile et coûteux à mettre en œuvre. Il est donc nécessaire d'améliorer le rendement de ces OPO.

Une voie d'amélioration intéressante consiste à combiner l'amplification paramétrique à une différence de fréquence intracavité en ajoutant un deuxième cristal non-linéaire dans la cavité. Cette idée a été proposée par Koch *et al.* sous le nom d'OPO–DFM, pour *difference-frequency mixing* [Koc95, Dea98, Fuk98]. La conversion de photons dans un tel système est schématisée sur la Fig. 2.1. Un photon pompe produit d'abord dans le premier cristal un photon complémentaire et un photon signal. Le photon signal produit dans le deuxième cristal un photon complémentaire et un autre photon par différence de fréquences, de fréquence $\omega_d = \omega_s - \omega_c$. En fait, ce deuxième cristal agit comme un amplificateur optique (OPA) intracavité

[1] En anglais, *non destructive evaluation* ou NDE

pour l'onde complémentaire, l'onde signal servant de pompe [Lee05]. En théorie il est donc possible de doubler l'efficacité quantique vers le complémentaire et donc de doubler l'énergie de sortie.

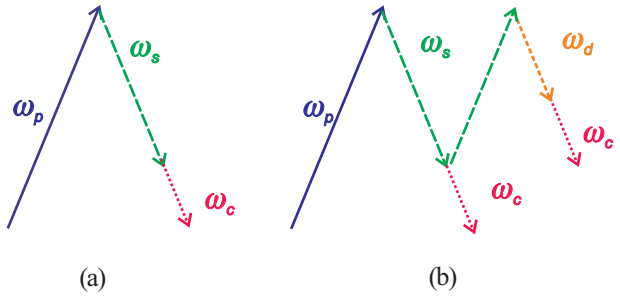


Fig. 2.1: Schéma de la conversion de photons dans (a) un OPO et (b) un OPO–OPA.

La configuration OPO–OPA a d'abord été modélisée théoriquement par Koch *et al.* en ondes planes et en régime continu. Les auteurs avaient prédit une efficacité quantique vers le complémentaire de plus de 100 %, pour un choix judicieux des non-linéarités relatives des deux cristaux. Plus tard, la même équipe a en effet obtenu expérimentalement une efficacité de 110 % en régime picoseconde [Dea98]. D'autre part, une amélioration de l'efficacité a été démontrée en régime nanoseconde en utilisant deux cristaux de PPLN [Fuk98, Lee05]. Les auteurs ont ainsi obtenu 57 µJ à 3,8 µm pour 211 µJ de pompe à 1,06 µm, soit une efficacité quantique 96 %, puis 310 µJ à 3,4 µm avec une efficacité de 76 %.

À la lumière de ces résultats, l'OPO–OPA semble donc extrêmement efficace pour augmenter la production d'énergie. En réalité, toutes ces études ont été menées dans un contexte particulier qui interdit toute transposition à notre domaine d'intérêt, celui de la production d'impulsions nanosecondes millijoules dans l'infrarouge moyen. Tout d'abord, ces études ont été réalisées avec des cristaux de PPLN. Très fortement non-linéaires (d_{eff} = 16 pm/V), ils expliquent les efficacités impressionnantes obtenues jusqu'ici. Or ces cristaux retournés périodiquement ne peuvent être produits commercialement qu'avec de faibles ouvertures (< 3 mm), et possèdent un faible seuil de dommage, ce qui les rend inadaptés aux fortes énergies (plusieurs millijoules). Des recherches sont actuellement menées sur le PPLN:MgO pour en augmenter l'ouverture, et des résultats impressionnants ont déjà été démontrés [Ish05]. Néanmoins, à l'heure actuelle, les cristaux commerciaux les mieux adaptés à la production d'impulsions de quelques millijoules dans l'infrarouge moyen restent le KTP (phosphate de potassium et de titanyle, $KTiOPO_4$) dans la fenêtre 0,6–3 µm et le KTA (arséniate de potassium et de titanyle, $KTiOAsO_4$) dans la fenêtre 0,5–3,5 µm. Ces cristaux ont en effet un seuil de dommage et une ouverture maximale environ 10 fois supérieurs à ceux du PPLN, et leur coût de production est plus faible. Cependant, leur non-linéarité est environ 5 fois plus faible ($d_{eff} \sim 3$ pm/V) ce qui réduit l'efficacité du processus OPA.

Un autre point important est qu'une partie de ces expériences ont été réalisées soient en régime continu, soit en régime picoseconde, deux régimes pour lesquels l'effet du temps de construction est négligeable. Or, en régime nanoseconde, l'introduction du cristal OPA allonge la cavité et augmente de façon importante le temps de construction. Cet effet inéluctable peut sensiblement diminuer le rendement de l'OPO–OPA.

À ce stade, il est donc indispensable de réévaluer les performances de l'OPO–OPA en régime nanoseconde avec des cristaux de grande ouverture. Pour cette raison, nous avons choisi de mener une étude comparative de l'OPO–OPA et d'un SRO "classique". Nous déterminons, expérimentalement et théoriquement, l'importance relative du temps de construction, qui augmente le seuil, et de l'OPA, qui augmente l'efficacité quantique. Pour cela, nous considérons le cas d'un OPO nanoseconde pompé à 1,06 µm et émettant à 3,45 µm. Une étude théorique est d'abord menée au Chap. 2.2 afin d'exposer en détails le fonctionnement de l'OPO–OPA. Cette étude est très importante puisqu'elle permet ensuite le dimensionnement d'une expérience, exposée au Chap. 2.3. Les performances de l'OPO–OPA et du SRO y sont comparées en utilisant des cristaux de KTA et un laser Nd:YAG émettant des impulsions de 90 mJ sur 27 ns. Puis une optimisation de l'OPO–OPA pour de futures expériences est proposée au Chap. 2.4, à l'aide d'un modèle basé sur les calculs de la première partie. Enfin, une discussion est faite au Chap. 2.5 permettant de conclure sur les potentialités de l'OPO–OPA.

2.2 Modélisation d'un OPO à amplification paramétrique intracavité (OPO-OPA)

2.2.1 Formalisme utilisé

Le modèle utilisé suit les grandes lignes de [Ros02, God04]. Il passe par la résolution exacte des équations couplées non-linéaires en ondes planes [Arm62], et inclut donc le dépeuplement de la pompe, les effets de reconversion, et le désaccord de phase. L'avantage de ce formalisme est qu'il permet de décrire l'oscillation même s'il existe de rapides variations d'intensité au sein de la cavité. C'est typiquement le cas des OPO en régime impulsionnel, où le dépeuplement de la pompe dépasse couramment 20 %, et où les pertes peuvent être relativement élevées (10 % ou plus), comme nous le verrons dans la partie expérimentale. Dans ces situations, les formalismes utilisant l'hypothèse du "champ fort ou champ moyen", où l'onde résonnante a une intensité quasi-constante sur un tour de cavité, ne sont plus adaptées [Ros02, Bey72, Sha97, Gra00, God05]. C'est une situation analogue de celle des lasers, où le formalisme de Rigrod permet de s'affranchir de l'hypothèse souvent restrictive d'un faible gain et de faibles pertes [Sie86].

Nous considérons une cavité simplement résonnante à la longueur d'onde signal, sans pertes

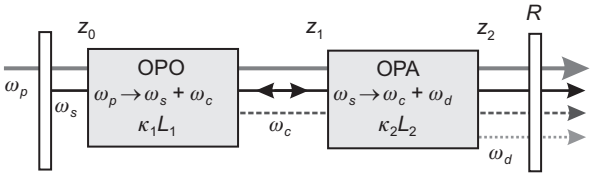


Fig. 2.2: Schéma de la cavité OPO–OPA avec les notations utilisées dans ce chapitre.

Tab. 2.1: Notations des variables normalisées

Quantité	Symbole	Expression
Pompe	X	ϕ_p/ϕ_s^{cw}
Signal intracavité	Y	ϕ_s/ϕ_s^{cw}
Complémentaire	Z	ϕ_c/ϕ_s^{cw}
Différence de fréquences (DFG)	D	ϕ_d/ϕ_s^{cw}
Rapport des non-linéarités des 2 cristaux	γ	$\kappa_2 L_2/\kappa_1 L_1$
Désaccord de phase dans le cristal OPA	Θ	$\frac{\Delta k\, L_2/2}{\gamma\ \mathrm{arccosh}\left(1/\sqrt{R}\right)}$
Temps	T	t/T_{cav}

passives, avec un coupleur de sortie de transmission $1-R$, telle que représentée sur la Fig. 2.2. Pour la cavité réalisée expérimentalement, le coefficient R regroupe l'ensemble des pertes pour le signal. Les notations des différentes variables normalisées sont regroupées dans le Tab. 2.1. Nous faisons l'approximation que les ondes sont monochromatiques. Ceci n'a pas d'incidence sur la justesse des résultats qui seront obtenus car les vitesses de groupe des ondes mises en jeu sont très proches [Ari01]. L'interaction non-linéaire se fait en accord de phase parfait dans le cristal OPO, tandis qu'un désaccord de phase peut avoir lieu dans le cristal OPA. Cela revient à supposer que les longueurs d'onde émises sont déterminées par la position du maximum de la courbe de gain au démarrage de l'oscillation, mais restent inchangées en présence d'une amplification intracavité. Les équations seront établies pour les densités de flux de photons en $\mathrm{m}^{-2}.\mathrm{s}^{-1}$, notés ϕ_i, où i désigne la pompe (p), le signal (s), le complémentaire (c) ou l'onde de différence de fréquence (d). Ces flux sont reliés au champs u_i introduits au Chap. 1 par la relation $\phi_i = u_i^2/2\hbar Z_0$, où $Z_0 = 377\,\Omega$ est l'impédance du vide. Afin de manipuler des expressions simples, ces flux seront normalisés par rapport au seuil d'oscillation *en régime continu*, dont

nous rappelons l'expression ici :

$$\phi_{\mathrm{s}}^{\mathrm{cw}} = \frac{1}{2\,\hbar\,Z_0}\left[\frac{\operatorname{arccosh}\left(1/\sqrt{R}\right)}{\kappa_1 L_1}\right]^2 . \tag{2.1}$$

Nous ne donnerons dans ce chapitre que les étapes principales du calcul, les détails étant reportés en Annexe C.

2.2.2 Détermination de l'architecture optimale de l'OPO-OPA

L'objectif de cette partie est de déterminer le rapport optimal entre les non-linéarités des deux cristaux de l'OPO–OPA. Ce rapport est optimal lorsque toute l'énergie de la pompe est utilisée, ce qui équivaut à maximiser l'énergie de l'onde complémentaire en sortie. Bien que supposant dans un premier temps un régime stationnaire, nous verrons que les résultats obtenus s'appliquent également au régime impulsionnel.

L'OPO–OPA est régit par les équations couplées non-linéaires (A.18). Ici nous nous intéressons au gain paramétrique pour le signal après la traversée du cristal OPO, noté $G_1\left(X_0,Y_0\right) = Y_1/Y_0$. Dans le cristal OPA, le signal joue le rôle de pompe et le complémentaire celui d'un signal. Il y donc un gain pour l'onde complémentaire, noté $G_2\left(Y_1,Z_1,\gamma,\Theta\right) = Z_2/Z_1$. Ce gain dépend du rapport entre les non-linéarités des deux cristaux, $\gamma = \kappa_2 L_2/\kappa_1 L_1$, et du désaccord de phase éventuel dans le cristal OPA

$$\Theta = \frac{\Delta k\, L_2/2}{\gamma\,\operatorname{arccosh}\left(1/\sqrt{R}\right)}. \tag{2.2}$$

Les expressions complètes de G_1 et G_2 sont données en Annexe C.1. L'amplification OPA équivaut à des pertes non-linéaires pour le signal (dépeuplement) :

$$Y_2 = Y_1 - Z_1\left[G_2\left(Y_1,Z_1,\gamma,\Theta\right) - 1\right], \tag{2.3}$$

Le gain sur un aller-retour de cavité pour le signal est $G\left(X_0,Y_0,\gamma,\Theta\right) = Y_2/Y_0$, avec

$$\begin{aligned} G\left(X_0,Y_0,\gamma,\Theta\right) = {} & G_1\left(X_0,Y_0\right) - \left[G_1\left(X_0,Y_0\right) - 1\right] \\ & \times \left\{G_2\left[G_1\left(X_0,Y_0\right)Y_0, \left(G_1\left(X_0,Y_0\right) - 1\right)Y_0,\gamma,\Theta\right] - 1\right\}. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Bien que complexes, ces expressions exactes sont indispensables pour décrire correctement un OPO ou un OPO–OPA, comme nous l'avons déjà mentionné. Pour une valeur de pompe X_0

donnée, il existe une valeur de γ permettant l'utilisation de toute l'énergie de la pompe sans reconversion, ou *dépeuplement complet de la pompe* [Koc95]. Ce rapport optimal, noté γ_{opt}, peut être déterminé en régime stationnaire en résolvant l'équation

$$G\left(X_0,Y_0,\gamma,\Theta\right) = 1/R. \tag{2.5}$$

À noter que la résolution de l'équation précédente permet également d'obtenir le flux signal Y_0 en $z = z_0$ en fonction de la puissance de pompe incidente X_0. Ensuite, les flux de la pompe dépeuplée X_2, du signal Y_2, du complémentaire Z_2, et de l'onde de différence de fréquences D_2 peuvent être calculés en utilisant les expressions reportées en Annexe C.2. γ_{opt} peut être déterminé numériquement en utilisant (2.5), et en recherchant l'annulation du flux X_2 pour différentes valeurs de X_0. Une expression approchée peut néanmoins être établie de façon analytique pour de faibles pertes :

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{2}{\pi}\left[1-\left(\frac{\Delta k\, L_2}{\pi\gamma_{\text{opt}}}\right)^2\right]^{-1/2} \times \operatorname{arcsinh}\left\{\left(1-\frac{\pi^2}{4X_0}\right)^{1/2}\left[1-\left(\frac{\Delta k\, L_2}{\pi\gamma_{\text{opt}}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}. \tag{2.6}$$

Dans le cas d'un accord de phase parfait dans le second cristal (qui est la situation atteinte en pratique lorsque le réglage de l'OPO–OPA est optimisé), nous obtenons une expression très simple :

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{2}{\pi}\operatorname{arcsinh}\left[\left(1-\frac{\pi^2}{4X_0}\right)^{1/2}\right]. \tag{2.7}$$

Les expressions approchées ci-dessus sont tracées sur la Fig. 2.3 en fonction de la pompe, ainsi que la valeur obtenue numériquement. On constate qu'en l'absence de désaccord de phase, γ_{opt} tend très rapidement vers 0,5 pour un pompage quelque fois au dessus du seuil, et varie assez peu ensuite. Cela a une conséquence heureuse sur le régime impulsionnel. En effet, comme nous le verrons par la suite, en régime impulsionnel le seuil en puissance crête se situe vers 4, et l'OPO–OPA est pompé autour de 8. À ce taux de pompage, la valeur optimale de γ vaut 0,48 et vaut encore 0,37 lorsque la puissance de pompe redescend au seuil impulsionnel. Cela signifie que pour $\gamma \sim 0{,}45$, l'OPA est quasi-optimal tant que la pompe est au dessus du seuil continu, c'est-à-dire pendant presque toute la durée de l'oscillation. Ce résultat concorde avec celui rapporté dans [Koc95].

La Fig. 2.3 montre également que même si le cristal OPA est en dehors de l'accord de phase, il est encore possible d'atteindre le dépeuplement complet de la pompe en prenant une valeur plus élevée de γ. Inversement, la présence d'un cristal OPA trop long (γ trop grand) peut être compensée en désaccordant ce cristal *sans changer l'énergie en sortie*. Par exemple, un OPO–OPA avec $\gamma = 0{,}8$ et un désaccord de phase de $\Delta k L_2/2 = 1{,}8$ donne une caractéristique

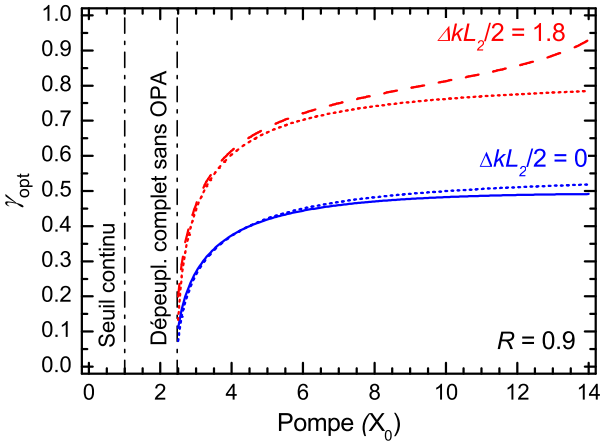


Fig. 2.3: Valeur du paramètre γ conduisant au dépeuplement complet de la pompe en fonction du flux de pompe normalisé. Le trait plein correspond à un accord de phase parfait, le trait tireté à un désaccord de phase de 1,8. Les courbes en pointillées sont obtenues avec l'expression approchée (2.7).

entrée-sortie identique à celle d'un OPO–OPA avec $\gamma = 0{,}5$ et un désaccord de phase nul.

La valeur approchée de γ_{opt} est très proche de la valeur obtenue numériquement lorsque la puissance de pompe n'est pas trop élevée. Nous avons vérifié que l'erreur ne dépasse pas 10 % pour $X_0 < 10$ et $R > 0{,}8$. L'expression approchée est donc applicable à des cas réels tels que celui étudié expérimentalement au Chap. 2.3.

2.2.3 Modélisation en régime nanoseconde

En régime impulsionnel, gain et pertes ne s'équilibrent pas encore, si bien que le flux signal intracavité évolue du passage n au passage $n+1$ selon la relation

$$Y_0^{(n+1)} = R\,G\left(X_0^{(n)},Y_0^{(n)},\Theta\right)Y_0^{(n)}. \tag{2.8}$$

Nous faisons ensuite l'hypothèse que la variation de puissance du signal reste faible sur un tour de cavité, c'est-à-dire qu'on puisse faire l'approximation $\mathrm{d}Y/\mathrm{d}t \approx \left(Y^{(n+1)} - Y^{(n)}\right)/\tau$ où τ est le temps d'aller-retour dans la cavité. Cette hypothèse est vérifiée en régime nanoseconde dans tous les cas réalistes. (2.8) devient donc une équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}T} + (1-R)\,(Y - Y_{\text{bruit}}) = R\,[G\,(X,Y,\Theta) - 1]\,Y, \tag{2.9}$$

où $T\,(= t/\tau)$ est le temps normalisé, Y_{bruit} est le niveau du signal en l'absence de pompe (bruit paramétrique) et où l'indice "0" a été omis. En l'absence de pompe, le terme source de droite est nul, et le signal décroit de sa valeur initiale jusqu'au niveau de bruit avec un temps carac-

téristique $\tau_{\text{cav}} \simeq \tau/(1-R)$ qui correspond au temps de vie des photons dans la cavité.

À partir de maintenant nous supposons que la pompe est donnée par une gaussienne d'amplitude X_{pic}, centrée en T_0, avec une largeur totale à mi-hauteur ΔT :

$$X(T) = X_{\text{pic}}(\Delta T)\exp\left[\frac{-4\ln 2}{\Delta T^2}(T-T_0)^2\right]. \tag{2.10}$$

La valeur pic dépend de ΔT car elle est définie à partir de l'énergie totale de l'impulsion. L'évolution du signal $Y(T)$ s'obtient en intégrant numériquement (2.9), avec la condition initiale $Y(0) = Y_{\text{bruit}}$ prise égale à un demi photon par mode. Les flux en sortie pour les autres ondes (complémentaire, différence de fréquences et pompe dépeuplée) peuvent alors être obtenus en utilisant les équations (C.4)–(C.7) données en Annexe C.2.

Pour comparer l'OPO–OPA à une configuration classique de SRO, nous devons prendre des paramètres proches de la situation expérimentale. Avec un deuxième cristal, la cavité OPO-OPA est plus longue que la cavité SRO : $\Delta T = 40$ au lieu de $\Delta T_{\text{sro}} = 55$. Les pertes sont élevées dans notre expérience car $R = 0{,}8$. Le rapport des non-linéarités des deux cristaux est très proche du cas $\gamma = 0{,}5$. La Fig. 2.4 montre les courbes d'entrée-sortie du SRO et de l'OPO–OPA, calculées dans les conditions expérimentales du Chap. 2.3.

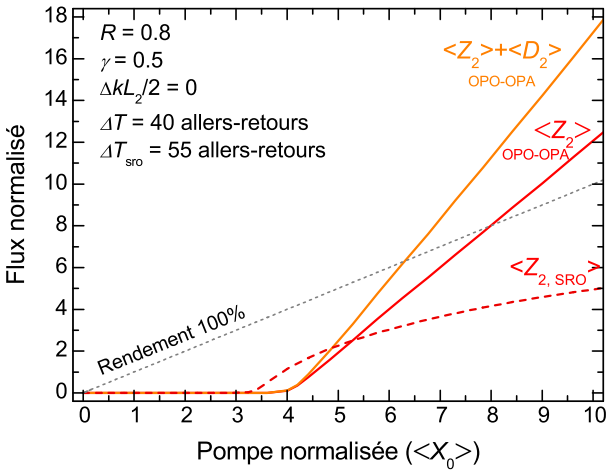


Fig. 2.4: Flux complémentaire $\langle Z_2\rangle$ et flux infrarouge total $\langle Z_2\rangle + \langle D_2\rangle$ en fonction de la pompe $\langle X_0\rangle$ pour le SRO et l'OPO–OPA. La moyenne est définie par l'expression $\langle x\rangle = (1/\Delta T)\int x(T)\,\mathrm{d}T$.

En régime impulsionnel le seuil du SRO est plus faible que celui de l'OPO–OPA car la cavité est plus courte, et donc le temps de construction est plus court. Cependant, le flux

complémentaire en sortie du SRO quitte rapidement une loi linéaire et finit par saturer. Dans l'OPO–OPA, la saturation semble quasiment absente, si bien que le flux en sortie dépasse celui du SRO pour un pompage seulement 1,6 fois au dessus du seuil. À $\sim 2{,}5\times$ le seuil, le gain d'efficacité par rapport au SRO atteint un facteur 2. Comme nous l'avions annoncé au Chap. 2.1, cela signifie que chaque photon signal produit un photon complémentaire supplémentaire, soit une efficacité quantique de 200 %. D'autre part, le gain non-linéaire subi par le signal dans le cristal OPO, qui aboutit généralement à une saturation de l'énergie de sortie, est ici compensé par les pertes non-linéaires dans le cristal OPA. Ainsi, le flux signal reste proche de la valeur optimale permettant le dépeuplement complet de la pompe ($Y_0\,(1-R) \simeq \pi^2/4$ en régime stationnaire, voir Annexe C.3). Cet effet se voit nettement sur les profils temporels de la Fig. 2.5. Dans le SRO une forte reconversion vers la pompe a lieu à partir de $T \sim 90$ allers-retours, ce qui a pour effet de faire chuter le flux complémentaire. Dans l'OPO–OPA en revanche, la pompe dépeuplée reste quasiment à zéro pendant toute la durée de l'oscillation, ce qui se traduit par une augmentation constante du complémentaire jusqu'à un flux environ deux fois supérieur à celui obtenu dans le SRO. De plus, le profil temporel généré est beaucoup plus lisse.

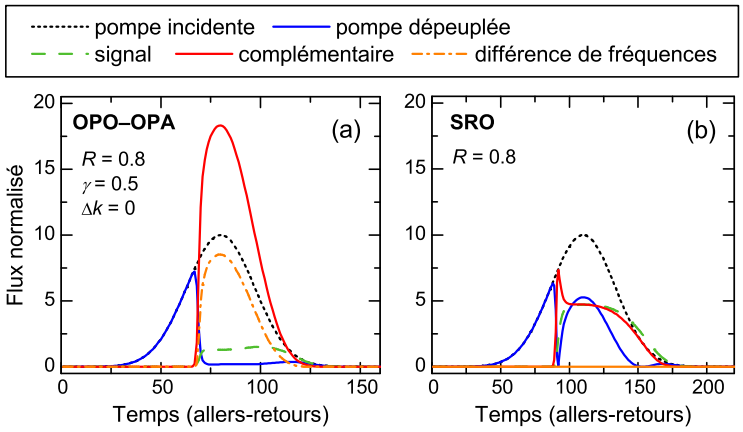


Fig. 2.5: Profils temporels de la pompe, de la pompe dépeuplée, du signal, du complémentaire et de l'onde de différence de fréquences pour l'OPO–OPA et le SRO. Les flux sont calculés en sortie. Les paramètres utilisés sont indiqués dans le texte.

La Fig. 2.4 montre également que le flux de l'onde de différence de fréquences est loin d'être négligeable. À $2\times$ le seuil, il vaut environ le tiers de celui du complémentaire. Nous verrons un peu plus tard que cette contribution peut être utile pour certaines applications.

Nous avons également vérifié que la valeur de γ choisie grâce à (2.6) était bien l'optimum en régime impulsionnel. En effet, en modélisant l'OPO–OPA avec différentes valeurs de γ nous n'avons pas constaté d'amélioration significative ($> 5\%$) du flux complémentaire en sortie.

2.3 Etude expérimentale d'un OPO-OPA nanoseconde à 3 µm

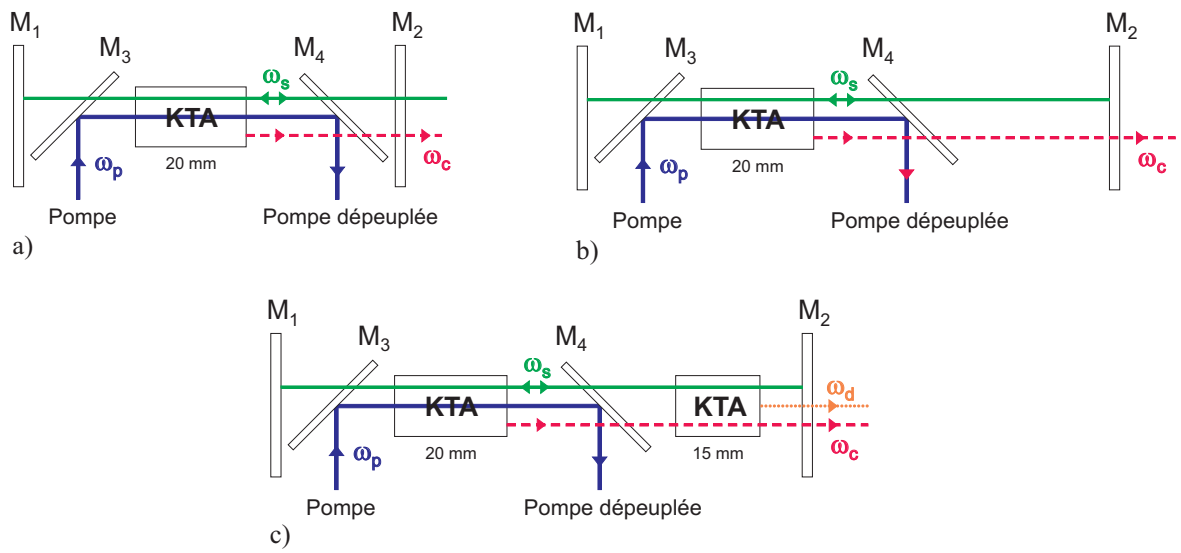


Fig. 2.6: Schéma des différentes cavités OPO étudiées, toutes résonnantes au signal : (a) SRO avec une cavité courte de 60 mm, (b) SRO avec une cavité longue de 75 mm, (c) OPO–OPA avec une cavité de 75 mm. Le processus d'OPA peut être éteint en déréglant le deuxième cristal en dehors de l'accord de phase.

Dans cette partie nous voulons évaluer de manière quantitative les avantages et les inconvénients de l'OPO–OPA en régime nanoseconde par rapport au SRO. Pour cela, nous considérons les 3 architectures de cavité décrites sur la Fig. 2.6. La source de pompe est un laser Nd:YAG pompé par flash, émettant des impulsions de 27,5 ns LTMH à $\lambda_p = 1{,}064$ µm avec un taux de répétition de 12,5 Hz. Le faisceau est collimaté avec un waist de ~ 720 µm. L'énergie de pompe disponible est ~ 90 mJ (3,7 MW/cm^2), ce qui est bien inférieur au seuil de dommage des miroirs.

2.3.1 SRO à cavité courte

La première cavité est un OPO simplement résonnant à cavité courte, décrit sur la Fig. 2.6(a). La cavité de 60 mm de long est formée d'un cristal de KTA de 5x5x20 mm^3 et de deux miroirs plans M_1 et M_2. Ce cristal est utilisé à l'accord de phase de type II non critique selon l'axe x ($\phi = 90°$ and $\theta = 0°$). Ceci permet de bénéficier d'un coefficient non-linéaire effectif de $d_{\text{eff}} = 3{,}18$ pm/V [Nik05], sans séparation spatiale des faisceaux pompe, signal et complémentaire par effet de double réfraction. Les deux faces du cristal sont traitées anti-reflet pour la pompe ($\lambda_p = 1{,}064$ µm), le signal ($\lambda_s = 1{,}54$ µm) et le complémentaire

Tab. 2.2: Caractéristiques spectrales mesurées des optiques de l'OPO–OPA. La perte à 2,78 µm est celle d'une seule face du cristal.

Optique	Réflectivité (%)			Pertes à λ_c (%)
	λ_s = 1,54 µm	λ_c = 3,45 µm	λ_d = 2,78 µm	
M_1, M_2	98,5	6	48	
M_3, M_4	2,5	4		
KTA 20 mm	< 0,6	< 0,7		17
KTA 15 mm	< 0,2	< 0,7	59	16

(λ_c = 3,45 µm). Les miroirs de cavité M_1 et M_2 sont traités T_{max} pour le complémentaire et R_{max} pour le signal. Afin d'éviter un possible endommagement de ces miroirs, le faisceau de pompe entre dans la cavité par le miroir M_3 à 45° et en ressort par le miroir M_4 à 45°. La cavité étant linéaire, ceci permet également d'éviter un retour de pompe. Les miroirs à 45° sont bien sûr T_{max} pour le signal et le complémentaire, et R_{max} pour la pompe. Les caractéristiques spectrales des optiques aux différentes longueurs d'onde ont été mesurées et sont reportées dans le Tab. 2.2. Ces mesures révèlent des pertes anormalement élevées dans les cristaux de KTA. Cette valeur est largement supérieure à ce qui est rapporté pour l'absorption typique du KTA pour l'accord de phase utilisé, qui donnerait plutôt 4 % [Han00]. Il est possible qu'il s'agisse d'un problème avec les traitements diélectriques. Cette perte limite fortement les performances du SRO, et plus encore celles de l'OPO–OPA qui utilise deux cristaux de KTA. Cependant, grâce au modèle développé au Chap. 2.2.3, il est possible de prédire les performances de ces systèmes en l'absence d'absorption.

La Fig. 2.7 donne les courbes d'entrée-sortie pour les différentes situations étudiées dans ce chapitre. Le SRO en cavité courte présente un seuil de 40 mJ et une efficacité de 7,2 % pour une énergie de pompe de 86,4 mJ.

2.3.2 SRO à cavité longue

La deuxième étape consiste à allonger la cavité du SRO jusqu'à 75 mm, longueur physique de l'OPO–OPA, comme illustré sur la Fig. 2.6(b). L'efficacité différentielle est la même qu'en cavité courte, mais le seuil augmente à 48 mJ. Ceci est évidemment dû à l'augmentation du temps de construction dans cette cavité. En effet, pendant une même durée le signal et le complémentaire font moins d'aller-retours dans la cavité longue que dans la cavité courte. L'amplification est plus faible et il faut plus de temps pour que le signal sorte du bruit. À cause de la durée limitée de l'impulsion de pompe (∼50 tours de cavité), ce temps de construction diminue l'efficacité de

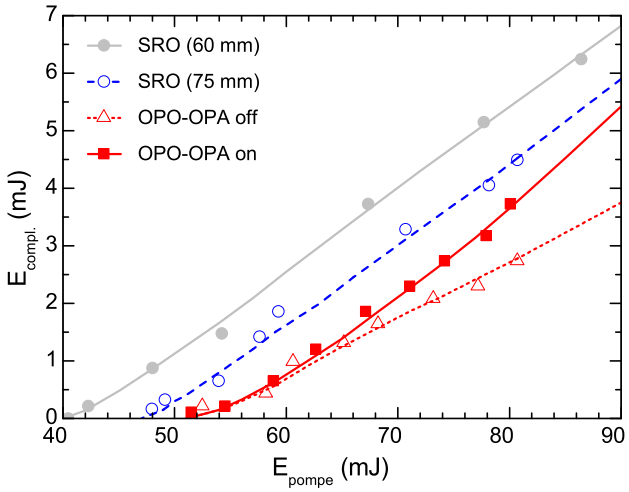


Fig. 2.7: Energie du complémentaire en fonction de l'énergie de pompe pour les 4 situations d'OPO étudiées. Les points sont des mesures expérimentales et les courbes sont des guides visuels.

l'OPO.

2.3.3 OPO–OPA

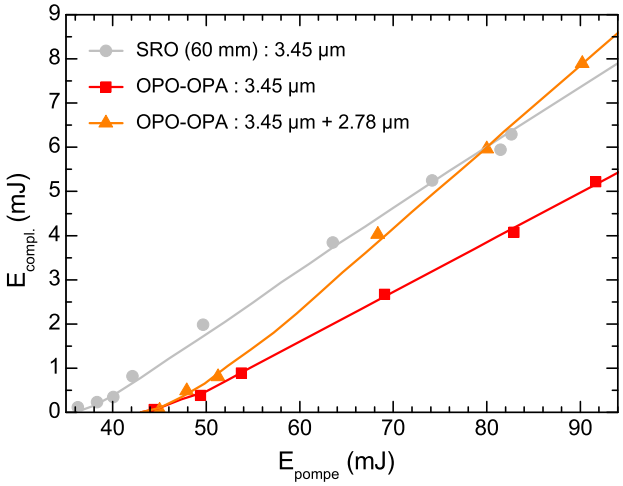


Fig. 2.8: Energie complémentaire pour le SRO (60 mm) et énergie infrarouge totale (3,45 µm + 2,78 µm) pour l'OPO–OPA en fonction de l'énergie de pompe. Les points sont des mesures expérimentales et les courbes sont des guides visuels. Les pertes infrarouges du cristal OPA et du miroir de sortie M_2 ont été soustraites.

L'OPO–OPA est réalisé en ajoutant un deuxième cristal non-linéaire, comme sur la Fig. 2.6(c). Ce cristal de KTA de 7x7x15 mm^3 est utilisé en type II ($\phi = 70°$ et $\theta = 0°$) et effectue l'amplification paramétrique 1,54 µm – 2,78 µm → 3,45 µm. La longueur de ce

deuxième cristal est choisie afin d'être assez proche de l'optimum déterminé au Chap. 2.2.2. Il est monté sur une platine de rotation très précise afin de pouvoir optimiser l'accord de phase. Appartenant à la même série que le premier cristal de KTA, il est traité antireflet pour le signal et le complémentaire, mais possède une perte de 16 % pour le complémentaire.

L'OPO–OPA présente un seuil de 50 mJ avec ou sans OPA (selon que le deuxième cristal est à l'angle d'accord de phase ou non). L'augmentation du seuil par rapport au SRO est principalement due à l'augmentation du temps de construction. En revanche, l'OPA lui-même n'affecte pas le seuil car le dépeuplement de l'onde signal dans le deuxième cristal n'apparait qu'au delà d'un certain seuil, lorsque la puissance signal intracavité est suffisamment importante. Sans OPA, 2,7 mJ de complémentaire sont produits pour 81 mJ de pompe, soit une efficacité de 3,3 %. Avec OPA, ces chiffres passent à 3,8 mJ et 4,7 % pour la même puissance de pompe. L'OPA augmente donc l'énergie disponible à 3,45 µm de 35 %. Ceci avait été correctement prédit par la modélisation qui prévoyait une augmentation de 40 %. Il est important de se rappeler que ces performances sont fortement dégradées par les pertes indésirables dans les deux cristaux de KTA. De plus, le paramètre γ obtenu expérimentalement est légèrement sous-optimal, en partie à cause du walk-off dans le deuxième qui réduit la longueur effective d'interaction. L'amélioration des performances de l'OPO–OPA est discutée au chapitre suivant.

Par ailleurs, l'OPO–OPA produit un rayonnement supplémentaire dans le deuxième cristal, par différence de fréquences selon la relation 1,54 µm – 3,45 µm → 2,78 µm. Si nous mesurons l'énergie totale dans l'infrarouge, nous obtenons maintenant les courbes de la Fig. 2.8. Dans cette figure, nous avons dû ôter les pertes à la longueur d'onde complémentaire et de différence de fréquences afin de pouvoir comparer correctement leurs apports relatifs. Nous voyons maintenant qu'en dépit de son seuil plus élevé, et d'une configuration loin d'être optimale, l'OPO–OPA produit plus d'infrarouge que le SRO à partir de 80 mJ (2× le seuil).

2.4 Optimisation de l'OPO–OPA

Les expériences menées sur l'OPO–OPA ont révélé une augmentation du rendement grâce au processus OPA. Cependant, les performances enregistrées sont loin d'être optimales, d'une part à cause de l'absorption indésirable dans les cristaux de KTA, d'autre part parce que le rapport des longueurs des cristaux n'est pas tout à fait optimal. Pour évaluer les performances ultimes de l'OPO–OPA, un modèle quantitatif est nécessaire. Pour cela le modèle en ondes planes développé au Chap. 2.2.3 n'est pas suffisant, pour des raisons qui seront détaillées peu après. L'objectif de cette partie est d'apporter quelques améliorations à ce modèle afin d'en faire un outil de prédiction de performances plus fidèle à la réalité.

2.4.1 Prise en compte du profil spatial des faisceaux

Le modèle en ondes planes développé précédemment permet une bonne compréhension du fonctionnement de l'OPO–OPA et de ses avantages par rapport au SRO. Cependant, tel quel il ne donne pas une description *quantitative*. En effet, comme tout modèle en ondes plane, il surestime l'effet de la saturation dans les caractéristiques d'entrée-sortie [Bjo71, Deb97]. Pour pouvoir modéliser les expériences faites au Chap. 2.3, il est nécessaire de prendre en compte le profil spatial des faisceaux. Une façon simple de le faire est de considérer que tous les faisceaux ont un profil spatial gaussien, et de découper chaque faisceau en une série de couronnes indépendantes. Si le découpage est suffisamment fin, chaque couronne a une intensité à peu près constante spatialement et peut donc être traitée comme une onde plane. Les faisceaux entiers sont ensuite reconstitués en sommant les différentes couronnes [Bjo71, Deb97]. Pour que ce modèle fonctionne, il faut que les couronnes puissent être considérées comme étant indépendantes. Cela est le cas si les effets de la diffraction, qui mélange l'énergie entre différentes parties d'un faisceau, peuvent être négligés. Cela est possible dans l'OPO–OPA considéré, car le faisceau de pompe est collimaté avec une distance de Rayleigh bien plus grande que la longueur de la cavité optique, et le faisceau signal résonne dans une cavité plan-plan, c'est-à-dire dans un mode de grand diamètre et très peu divergent (phase quasi-plane).

2.4.2 Prise en compte du walk-off spatial

Pour l'OPO–OPA, il faut tenir compte de l'angle de double réfraction de 1,5° entre le signal et le complémentaire dans le cristal OPA en KTA. D'après [Bro79], cet angle a pour effet de diminuer la longueur d'interaction effective entre le signal et la pompe, de façon plus ou moins importante selon la taille des faisceaux. Pour une cavité plan-plan, la taille de faisceau de l'onde résonnante (signal) est déterminée par la compétition entre le profil du gain, donné par le faisceau de pompe, et la diffraction du faisceau. Toujours d'après [Bro79], nous calculons un waist signal de 315 µm dans la cavité de l'OPO–OPA pour un waist pompe de 720 µm. Ceci aboutit à une longueur effective d'interaction inférieure de 30 % de la longueur réelle du cristal OPA. Dans la modélisation, le facteur γ , qui est directement proportionnel à la longueur du cristal OPA, est réduit de la même quantité.

2.4.3 Prise en compte de l'absorption

Dans les expériences, les deux cristaux de KTA utilisés ont une perte indésirable de 16 % à la longueur d'onde complémentaire. Les miroirs présentent également des pertes (faibles) à cette même longueur d'onde. Comme l'onde complémentaire est non résonnante, il est possible d'appliquer ces pertes dans le modèle en une seule fois, en multipliant l'énergie de sortie

complémentaire par la transmission des différents éléments traversés. Pour la même raison, et également parce que les faisceaux sont quasiment collimatés, et que la pompe est de faible cadence (12,5 Hz), il est également possible de négliger les effets thermiques dus à toute absorption. Dans une approche plus rigoureuse, il faut tenir compte du fait que des pertes ont lieu entre le cristal OPO et le cristal OPA. En effet, ces pertes modifient la dynamique de l'OPO–OPA, en changeant le gain dans le cristal OPA et donc la saturation dans le cristal OPO au tour suivant. Nous avons rigoureusement tenu compte de ces pertes en effectuant le remplacement $Z_1 \rightarrow \eta Z_1$ dans le modèle, où $\eta < 1$ est la transmission résultant des pertes entre le cristal OPO et le cristal OPA. En pratique cependant, les deux méthodes possibles pour tenir compte des pertes donnent des énergies de sortie qui diffèrent de moins de 5 %.

2.4.4 Modélisation de l'OPO–OPA réalisé expérimentalement

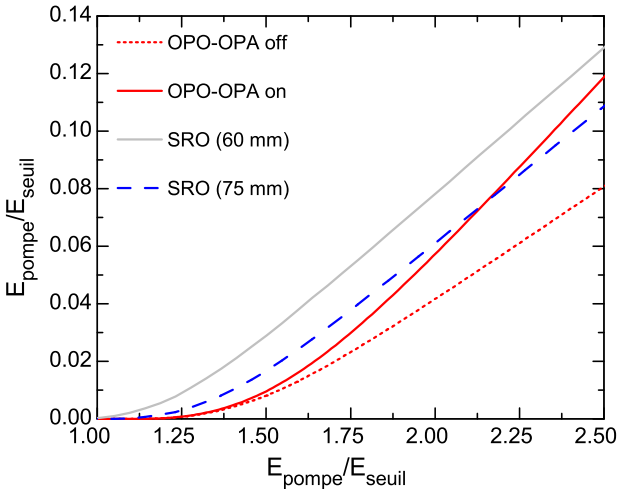


Fig. 2.9: Courbes d'entrée-sortie issues de la modélisation du Chap. 2.2.3, pour le SRO à cavité courte (60 mm), le SRO à cavité longue (75 mm), et l'OPO–OPA avec (on) ou sans (off) le processus d'OPA. Les paramètres utilisés sont ceux du Chap 2.3. Les énergies sont normalisées au seuil du SRO à cavité courte (environ 40 mJ expérimentalement).

En utilisant le modèle du Chap. 2.2.3, complété par les points que nous venons d'exposer, il est possible de prédire les performances des différents OPO étudiés expérimentalement au Chap. 2.3. Les paramètres utilisés dans le modèle correspondent soit à des valeurs mesurées expérimentalement (réflectivités des miroirs, durée de l'impulsion de pompe, etc.), soit aux spécifications des différents éléments (coefficients non-linéaires des cristaux par exemple). Il est très important de noter qu'aucun ajustement n'a été fait. La longueur de cavité est estimée à partir de la longueur physique de la cavité et des indices des cristaux et des miroirs intracavité à la longueur d'onde de pompe. Le bruit paramétrique est pris égal à un demi photon par mode

électromagnétique. Enfin, la forme spatiale du faisceau de pompe est très proche de celle d'un faisceau gaussien, et son profil temporel est très proche de celui d'une gaussienne[2].

Les résultats de la modélisation sont présentés sur la Fig. 2.9. Comme attendu, le seuil de l'OPO–OPA est supérieur à celui du SRO en raison d'un temps d'aller-retour plus long dans la cavité. Nous voyons également que la pente de l'OPO–OPA est supérieure à celle des SRO, ce qui permet de sortir plus d'énergie complémentaire que le SRO à cavité longue au delà de $\sim 2\times$ le seuil. Cependant, l'OPO–OPA ne dépasse pas le SRO à cavité courte, à cause des pertes importantes dans le cristal OPA. De plus, la longueur du cristal OPA utilisé expérimentalement (20 mm) n'est pas tout à fait optimale (22 mm).

Les courbes simulées sont assez fidèles à l'expérience et permettent de reproduire assez bien les performances *relatives* de l'OPO–OPA et du SRO. Cependant, en valeur absolue les seuils calculés (et les énergies de sortie) sont systématiquement inférieurs aux seuils expérimentaux. Pour cette raison les résultats de modélisation ont été normalisés par rapport au seuil du SRO à cavité courte. Cet écart se retrouve avec les mêmes proportions dans plusieurs autres modèles de la littérature, y compris dans ceux prenant en compte la diffraction des faisceaux. Nous l'avons nous-mêmes vérifié en utilisant un code numérique développé à l'ONERA tenant compte de la diffraction et validé sur plusieurs OPO en régime nanoseconde. Il semblerait que cet écart soit dû à la difficulté de modéliser une oscillation paramétrique dans une cavité plan-plan [Smi95]. Une telle cavité est instable en l'absence de gain, et les modes qui s'y établissent sont déterminés par la compétition du gain et de la diffraction : on parle de guidage par le gain. Les modes ne sont pas déterminés à priori comme dans une cavité concave-concave par exemple. Cette situation échappe à la plupart des modèles, y compris le nôtre, qui présupposent l'existence de modes de cavité. De plus, cette stabilité est probablement dynamique, car elle dépend d'un gain qui varie sur un nombre de tours de cavité relativement modeste ($\sim$50). À notre connaissance, cette différence entre la modélisation et l'expérience n'a jamais fait l'objet d'une analyse détaillée dans la littérature.

2.4.5 Modélisation d'un OPO–OPA optimal

En considérant un OPO–OPA optimisé "normal" (c'est-à-dire sans la perte accidentelle dans le cristal OPA), nous obtenons les résultats de la Fig 2.10. Nous voyons que cette fois l'OPO–OPA sort plus d'énergie que le SRO à cavité courte dès $2\times$ le seuil. Par ailleurs, l'énergie contenue dans l'onde de différences de fréquences est loin d'être négligeable. En l'ajoutant à l'énergie complémentaire, nous obtenons une énergie infrarouge totale 2 fois supérieure à celle du SRO pour un pompage 2,4 fois au dessus du seuil seulement. Comme nous l'avions pressenti, la marge d'amélioration de l'OPO–OPA par rapport aux résultats expérimentaux est importante.

[2]Ces deux points ont été vérifiés mais les résultats ne seront pas montrés ici.

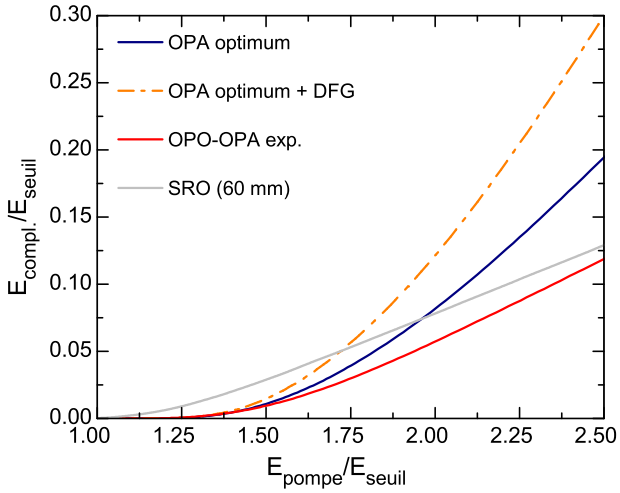


Fig. 2.10: Courbes d'entrée-sortie modélisées pour le SRO (60 mm), l'OPO–OPA tel que réalisé expérimentalement, et l'OPO–OPA optimisé sans perte supplémentaire dans le cristal OPA. Les énergies sont normalisées au seuil du SRO à cavité courte (environ 40 mJ expérimentalement)

2.5 Discussion

Les résultats expérimentaux (cf. Fig. 2.7), appuyés par la simulation (cf. Fig. 2.9), permettent une première conclusion : un OPO–OPA optimisé donnera plus d'énergie à 3,45 µm qu'un SRO pour un pompage au-delà de ∼2× le seuil. Malgré une augmentation importante de l'énergie à 3,45 µm par OPA, l'intérêt de l'OPO–OPA est donc limité en régime nanoseconde à cause de son seuil plus élevé. Cependant, cette limite inférieure de pompe pourrait être abaissée significativement en réduisant le seuil de l'OPO–OPA, par exemple en supprimant les miroirs à 45° (la cavité serait en effet plus courte et il y aurait moins de pertes pour le signal).

Pour les applications où la finesse spectrale de la source n'a pas une très grande importance (comme la génération d'ultrasons par laser), l'OPO–OPA devient une source très intéressante. En effet, le rayonnement à 2,78 µm se situe également dans l'infrarouge moyen autour de 3 µm. Comme nous l'avons vu, une part importante de l'énergie se trouve encore dans cette onde. En changeant l'accord de phase dans le premier et le deuxième cristal, il est même possible de ramener les longueurs complémentaire et de différence de fréquences toutes deux à 3,2 µm (signal à 1,6 µm). Ceci évite notamment de compliquer le traitement diélectrique du miroir de sortie de la cavité. La modélisation de la Fig. 2.10 montre alors que l'OPO–OPA optimisé peut produire plus d'énergie à 3,2 µm que le SRO seulement 1,6× au dessus du seuil, et qu'à 2,4× le seuil il en produit déjà 2 fois plus. En se basant sur les énergies obtenues expérimentalement, on peut espérer au moins 14 mJ pour 100 mJ de pompe à 3,2 µm, ce qui est tout à fait suffisant pour des applications comme la génération d'ultrasons par laser.

Synthèse

Cette étude a montré que la présence simultanée de plusieurs longueurs d'onde dans un OPO n'était pas seulement un état de fait mais pouvait constituer un avantage. En effet, nous avons vu que le recyclage des photons signal vers l'infrarouge à l'aide d'un deuxième cristal non-linéaire permettait d'améliorer le rendement et de diminuer fortement la saturation. Nous avons montré que ce rendement peut encore être amélioré en exploitant la quatrième longueur d'onde mise en jeu, l'onde de différence de fréquences. Pour cela, il a fallu développer une architecture de cavité originale *sans équivalent dans le domaine des lasers*.

Dans le prochain chapitre, nous allons nous intéresser à une autre spécificité des OPO : l'instantanéité du gain. Nous verrons comment celle-ci intervient dans le contexte de la production d'impulsions courtes.

Chapitre 3

Verrouillage en phase des modes d'un oscillateur paramétrique optique

Objectifs

Une des spécificités d'un OPO par rapport à un laser vient du fait que l'amplification paramétrique est un processus non résonnant. Par conséquent il n'y pas de stockage d'énergie dans le cristal non-linéaire et le gain est instantané. Nous avons déjà souligné ce point au Chap. 1. Pour cette raison, on considère généralement que les techniques de production d'impulsions courtes développées dans les lasers, qui consistent à rassembler les photons en "paquets" de courtes durées, ne peuvent pas être transposées aux OPO. Pourtant, nous avons vu au Chap. 1.6 qu'amplificateur laser et paramétrique sont équivalents lorsque la saturation peut être négligée. L'objet du présent chapitre est de réexaminer ce fait à la lumière des progrès réalisés ces dernières années dans le domaine des sources optiques et des cristaux non-linéaires. Dans un premier temps, nous verrons s'il est possible de transposer le formalisme du verrouillage en phase des modes d'un laser à un OPO. Puis nous présenterons des résultats expérimentaux portant sur des OPO à modes verrouillés en phase en pompage continu. À la suite de ces expériences, un nouveau modèle sera proposé pour décrire plus précisément le mécanisme du verrouillage en phase actif dans un OPO. Le rôle particulier de la saturation sera discuté. Ces résultats seront mis à profit pour proposer une méthode de verrouillage passif dans un OPO.

3.1 Contexte

Le champ d'application des sources optiques ultrabrèves (picosecondes et femtosecondes) est maintenant presque aussi large que celui des lasers en général. Il s'étend du secteur médical, avec l'ablation des tissus [Nee96], la chirurgie réfractive [Sug02] et la microscopie [Kön00, Stu07], à la spectroscopie des semiconducteurs [Mig85, Smi88], en passant par la découpe de précision pour l'industrie [Sem98], l'étude de la combustion [Roy05, Gei05], la métrologie [Bak03], l'évaluation non-destructive de matériaux [Gra89], l'imagerie térahertz [Mit96, Woo05], et la défense.

Cependant, le développement des sources ultrabrèves est fortement dépendant de la découverte de matériaux laser aux propriétés adéquates. En particulier, ils doivent posséder : une large bande spectrale de fluorescence, pour amplifier des impulsions courtes; une absorption située dans une gamme spectrale accessible à un laser de pompe de forte puissance; un temps de fluorescence pas trop élevé ($<$ ms) pour éviter des instabilités liées au déclenchement passif. Parmi ces matériaux on trouve le saphir dopé au titane (750–900 nm), ainsi que les verres, fluorures, borates, tungstates ou oxyapatites dopés au néodyme ou à l'ytterbium (1060–1090 nm) [Bru00, Che02], et plus récemment les semiconducteurs II-VI dopés chrome (2300–2500 nm) [Sor04].

Toutefois, les longueurs d'ondes couvertes par ces lasers sont très restreintes et souvent limitées au visible ou au proche infrarouge. Il faut donc systématiquement recourir à une source secondaire pour couvrir d'autres domaines, comme l'infrarouge moyen. Cette source secondaire peut être un cristal doubleur de fréquences [Rei95], mais l'accès est limité aux longueurs d'onde plus courtes. S'il s'agit d'un cristal utilisé en différence de fréquences pour accéder à des longueurs d'ondes supérieures, ou d'un amplificateur paramétrique, deux lasers de pompe ultrabrefs sont nécessaires. De plus, dans ces configurations l'accordabilité est limitée à celle des lasers de pompe. Une alternative est celle des oscillateurs paramétriques optiques à pompage synchrone (SP-OPO) [Hal93]. Cette solution est particulièrement efficace car elle profite de la large accordabilité des OPO ainsi que de la forte largeur du gain paramétrique qu'il est possible d'obtenir dans certains cristaux[1]. Comme le gain est limité dans le temps par la durée des impulsions de pompe, les SP-OPO émettent généralement des impulsions signal de durée comparable à celle de la pompe, ce qui leur confère un rendement très élevé. Comme le gain paramétrique est non linéaire avec l'éclairement optique de pompe et que les impulsions de pompe ont une puissance crête d'une dizaine voire d'une centaine de kilowatts, ces SP-OPO ont également un seuil d'oscillation très bas. Cependant, un inconvénient majeur est qu'une deuxième cavité optique doit être mise en place avec un temps de répétition ajusté à celui du laser de pompe, ce qui nécessite de stabiliser la longueur de la cavité OPO. Parfois une

[1] Accord de phase non-critique, accord de phase non-collinéaire, accord de phase collinéaire dégénéré, ou accord de phase non critique à "l'angle magique".

étape supplémentaire est nécessaire pour convertir la longueur d'onde du laser ultrabref avant de pomper l'OPO [Pot98]. Mais surtout, ces OPO nécessitent déjà une source d'impulsions courtes pour créer... des impulsions courtes.

Évidemment, une solution séduisante serait de pouvoir générer des impulsions courtes directement dans un OPO, alors que celui-ci est pompé par un laser continu (ou quasi-continu). Cette solution, schématisée sur la Fig. 3.1, conserverait l'accordabilité de l'OPO et bénéficierait de la relative disponibilité et facilité d'utilisation des lasers continus par rapport aux lasers ultrabrefs. Cependant, cette idée a été écartée très tôt par Becker *et al.* dans un travail pionnier concernant le verrouillage des modes en phase dans un OPO [Bec74]. Les auteurs suggèrent en effet que cette idée est inapplicable, et serait de toute façon inefficace à cause de l'absence de stockage du gain dans le cristal non-linéaire, sans pour autant apporter de démonstration expérimentale.

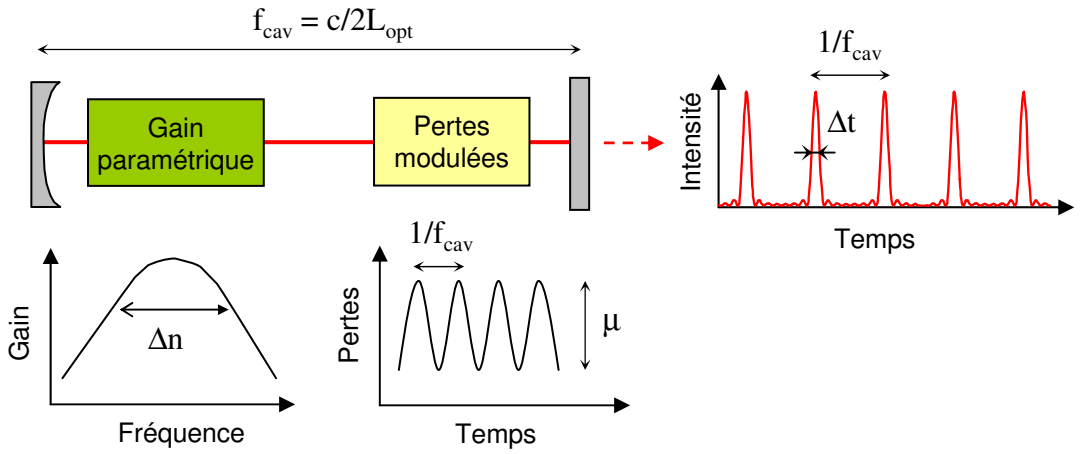


Fig. 3.1: Principe du verrouillage en phase actif des modes d'un oscillateur paramétrique optique.

L'originalité de notre approche est de montrer que lorsque le dépeuplement de la pompe peut être négligé, il y a en fait une analogie parfaite entre un laser et un OPO simplement résonnant. Cette analogie a été le point de départ du travail de thèse de N. Forget [For06a], et sera brièvement rappelée au Chap. 3.2. De plus, un OPO au voisinage de la dégénérescence possède naturellement une bande d'amplification très large, de plusieurs THz [Did99]. En utilisant le formalisme de Haus développé pour les lasers à modes verrouillés en phase [Hau75a], et appliqué ensuite aux SP-OPO [Che90], Forget a montré qu'il était possible de verrouiller les modes d'un OPO en phase de façon *active*, en modulant les pertes dans la cavité. Un OPO à modes verrouillés peut alors produire des impulsions de 100 ps sous pompage continu. Ce travail théorique a ensuite été partiellement validé dans un OPO doublement résonnant au voisinage de la dégénérescence [For06b]. Néanmoins, cette étude expérimentale présentait de nombreuses limitations : le régime stationnaire n'a pas été atteint car le pompage était quasi-continu; un

allongement continuel des impulsions au cours du temps a été observé et attribué à une dérive en fréquence de la pompe; la démonstration a été faite uniquement sur un OPO *doublement* résonnant, ce qui présentait de sérieux inconvénients à la fois pratiques (stabilité, sauts de modes, dispersion susceptible d'allonger les impulsions) et théoriques (analogie avec un laser impossible, manque d'outils pour modéliser l'effet de la double résonance).

À la suite de ces travaux, il reste toujours à apporter une réponse définitive au problème du verrouillage en phase actif dans un OPO. C'est l'objet de ce chapitre. Pour cela, il est d'abord nécessaire de reprendre et de prolonger les théories de verrouillage en phase actif, et de les appliquer aux OPO simplement et doublement résonnants afin de calculer les durées d'impulsions attendues, notamment en présence de dispersion dans la cavité. C'est ce qui est fait aux Chap. 3.2 et 3.3. Il est ensuite nécessaire de faire une démonstration expérimentale en régime stationnaire, sous pompage continu, en particulier en configuration *simplement* résonnante. C'est l'objet des Chap. 3.4 et 3.5. Il est également apparu nécessaire de reconsidérer un effet habituellement négligé lors du verrouillage en phase : la saturation du gain. Ce point sera étudié au Chap. 3.7. Grâce à la collaboration de Jacob Khurgin de l'Université Johns Hopkins (Baltimore MD, USA), ces travaux ont donné naissance à une idée originale : le verrouillage *passif* des modes d'un OPO, qui sera présenté au Chap. 3.8.

3.2 Modèles de verrouillage en phase actif des modes d'un OPO simplement résonnant

Nous avons montré au Chap. 1.6 qu'il y a une analogie surprenante entre un amplificateur laser et un amplificateur paramétrique. Cette analogie existe tant que ces deux milieux à gain sont utilisés dans les mêmes conditions, c'est-à-dire sans saturation pour le laser, et sans dépeuplement de la pompe pour le cristal non-linéaire. À partir de cette hypothèse, nous rappelons ici deux modèles décrivant le verrouillage actif des modes dans un oscillateur à gain simplement résonnant. Nous utiliserons ensuite ces modèles pour prédire la durée d'impulsion dans un OPO simplement résonnant (SRO) à modes verrouillés.

3.2.1 Modèle de Kuizenga et Siegman

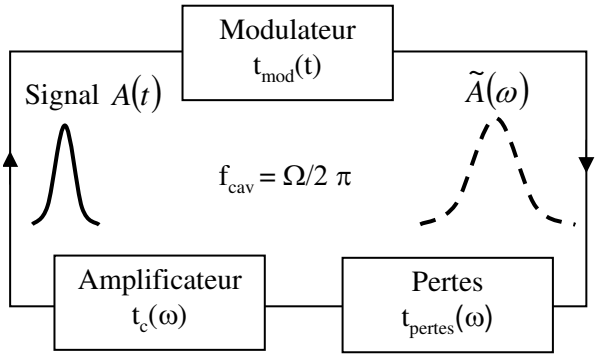


Fig. 3.2: Schéma de principe du modèle de Kuizenga et Siegman.

Le modèle de Kuizenga et Siegman est relativement simple. On considère le passage d'une impulsion optique à travers les différents éléments d'une cavité de fréquence de répétition $\Omega/2\pi$, comme schématisé sur la Fig. 3.2. Les éléments, amplificateur, modulateur, et pertes, sont décrits par leur transmission t_i, soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel. Le principe est de calculer analytiquement le champ au tour de cavité n en fonction de sa valeur au tour n-1. L'objectif du modèle est de déterminer une équation d'évolution de la durée d'impulsion, ainsi que sa valeur en régime stationnaire. Seuls les hypothèses et les résultats marquants du modèle seront donnés ici, le détail des calculs étant reporté en Annexe D.1.

Hypothèses du modèle

Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes :

- Le SRO est en dehors de la dégénérescence, et suffisamment proche de l'accord de phase, pour que son gain en amplitude soit donné par (1.21);
- Les impulsions soit suffisamment courtes, $\tau \ll 1/\Omega$, pour que les pertes du modulateur, normalement sinusoïdales, soient essentiellement donnée par une gaussienne;
- La bande de gain du cristal non-linéaire est bien supérieure à la fréquence de modulation, soit $\Delta\omega \gg \Omega$;
- La dispersion de la cavité au premier ordre est compensée, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de glissement temporel de l'impulsion;
- La dispersion au deuxième ordre, ou dérive de fréquence, ainsi que les ordres supérieurs, sont négligés;

– Les effets transverses ou de polarisation ne sont pas pris en compte, car ils ne doivent normalement pas changer la nature des résultats.

Le champ électrique de l'impulsion signal est décrit par une enveloppe gaussienne lentement variable :

$$A(t) = A_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} e^{-i\omega_0 t}, \tag{3.1}$$

où τ est la largeur (réelle) à $1/e^2$ du champ, et ω_0 est la pulsation de la porteuse optique. Le terme complexe conjugué a été omis car toutes les opérations appliquées au champ sont linéaires (pas de termes en $E.E$). La transformée de Fourier du champ est

$$\tilde{A}(\omega) = \tilde{A}_0 e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{\delta\omega}\right)^2}.$$

Les largeurs spectrale $\delta\omega$ et temporelle τ du champ sont limitées par la transformée de Fourier, c'est-à-dire :

$$\tau\delta\omega = 2. \tag{3.2}$$

Avec ces notations, les largeurs temporelle ΔT et fréquentielle $\Delta\nu$, définies comme les largeurs totales à mi-hauteur (LTMH) de l'intensité et du spectre respectivement, sont données par :

$$\Delta T = \tau\sqrt{2\ln 2} \qquad \Delta\nu = \frac{\delta\omega}{2\pi}\sqrt{2\ln 2}$$

$$\Delta T \Delta\nu \simeq 0{,}44 \quad .$$

Durée d'impulsion en régime stationnaire

Un régime stationnaire d'impulsions courtes est atteint si le champ revient identique à lui-même après un tour de cavité. Cette condition de bouclage porte à la fois sur l'amplitude du champ A_0 et la durée des impulsions τ, la largeur spectrale étant toujours donnée par (3.2). Elle permet d'obtenir la durée d'impulsion (cf. Annexe D)

$$\tau_{sta} \simeq \left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4} \frac{2}{\sqrt{\Omega\Delta\omega}}, \tag{3.3}$$

avec g le gain, égal aux pertes p de la cavité, μ le taux de modulation des pertes, et $\Delta\omega = \Delta\omega_1$ la bande de gain, qui prend l'indice h dans le cas d'un fort gain (cf. Chap. 1.6.1). Afin d'interpréter physiquement cette formule, écrivons la largeur spectrale de l'impulsion en fonction du nombre

de modes longitudinaux compris dans la bande de gain, donné par $N_{modes} = 2\Delta\omega/\Omega$:

$$\delta\omega_{sta} = \frac{2}{\tau_{sta}} \simeq \left(\frac{\mu}{g}\right)^{1/4} \frac{\Omega\sqrt{N_{modes}}}{\sqrt{2}}. \tag{3.4}$$

Le premier facteur dans (3.4) montre que le verrouillage actif des modes est le résultat d'une compétition entre le gain et la modulation. Le deuxième facteur montre que seule la racine carré du nombre de modes intervient dans la durée de l'impulsion. La bande de gain n'est donc pas complètement utilisée. Ces deux résultats sont caractéristiques du verrouillage en phase actif avec un amplificateur à gain homogène [Sie86]. Dans l'espace des fréquences, cela traduit le fait que le modulateur tend à élargir le spectre en transférant de l'énergie d'un mode longitudinal à ses voisins, tandis que le gain privilégie l'oscillation d'un seul mode, le mode central. Ce résultat se voit également en comparant (3.3) à la limite de Fourier $\tau_{TF} = 2/\Delta\omega$ donné par (3.2) :

$$\tau_{sta} = \left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{\Delta\omega}{\Omega}}\tau_{TF}. \tag{3.5}$$

Le verrouillage en phase actif est donc optimal pour des bandes passantes modérées et des cavités courtes. Dans un OPO, $\Delta\omega/\Omega$ est typiquement d'un facteur 2000–4000, et le préfacteur de l'ordre de 0,5 (voir Chap. 3.2.3), soit une durée 20–30 fois au dessus de la limite de Fourier. Le verrouillage actif n'est donc pas adapté à la production d'impulsion femtosecondes qui ont besoin de toute la bande de gain de l'amplificateur. Néanmoins, il est parfaitement adapté à la production d'impulsions picosecondes, ce que nous allons vérifier avec une application numérique au Chap. 3.2.3.

Temps d'établissement du régime stationnaire

Le modèle de Kuizenga et Siegman étant itératif, il est possible de relier la durée de l'impulsion au tour $n+1$ en fonction de sa durée au tour n. Comme en pratique elle évolue peu sur un tour de cavité, il est possible de se ramener à une équation différentielle portant sur la durée d'impulsion en fonction du temps. Pour un démarrage à partir du continu ($\tau_0 \gg \tau_{sta}$) cette équation différentielle a pour solution (cf. Annexe D.1) :

$$\tau(t) = \frac{\tau_{sta}}{\sqrt{\tanh\left(\frac{t}{T_{sta}}\right)}}, \tag{3.6}$$

avec $T_{sta} = 2T_{cav}\Delta\omega/\Omega\sqrt{g\mu}$ où $T_{cav} = 2\pi/\Omega$ est le temps d'aller-retour dans la cavité. L'évolution de la durée d'impulsion donnée par (3.6) est tracée sur la Fig. 3.3. Nous voyons que la durée d'impulsion diminue en fonction du temps. Elle atteint sa valeur stationnaire τ_{sta} à moins

de 2 % près au bout d'un temps $t = 2T_{sta}$. Nous définissons donc le temps de construction du verrouillage en phase par

$$T_{constr} = 2T_{sta} = \frac{2}{\sqrt{\mu g}} T_{cav} N_{modes}. \tag{3.7}$$

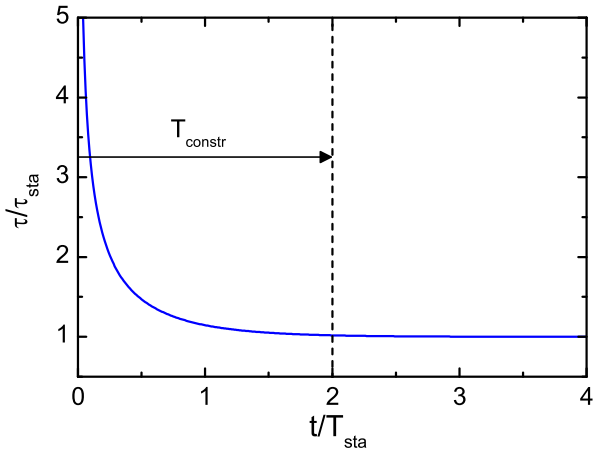


Fig. 3.3: Évolution de la durée d'impulsion d'un SRO à modes verrouillés dans le modèle de Kuizenga et Siegman, d'après (3.6).

Naturellement, le temps de construction est proportionnel au temps d'aller-retour de la cavité. À gain et taux de modulation constants, il est d'autant plus long qu'il y a de modes à verrouiller en phase, ce qui est intuitif.

3.2.2 Modèle de Haus

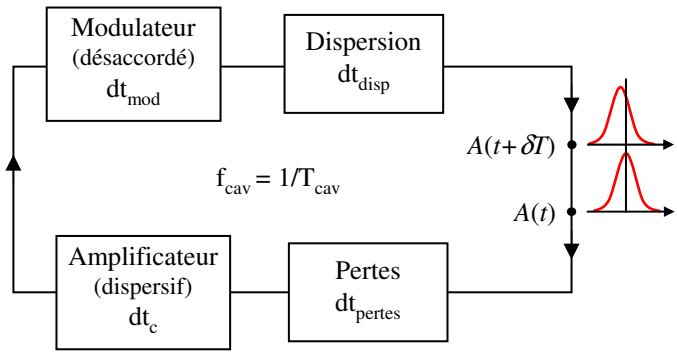


Fig. 3.4: Schéma de principe du modèle de Haus.

Le modèle de Haus peut être utilisé pour prendre en compte la dispersion qui avait été négligée dans le modèle de Kuizenga et Siegman. Celle-ci peut en effet conduire à un allongement non négligeable de la durée d'impulsion. L'objectif est ici d'établir une équation différentielle d'évolution du champ électrique, afin de déduire les conditions de stabilité du verrouillage en phase et la durée des impulsions en régime stationnaire.

On considère le passage d'une impulsion à travers les différents éléments de la cavité, amplificateur, modulateur, pertes et dispersion, comme présenté sur la Fig. 3.4. Comme précédemment, le champ signal est décrit par une enveloppe lentement variable notée $A(t)$ et une porteuse optique de pulsation ω_0. Le référentiel de temps est celui de la porteuse, qu'on supposera parfaitement résonnante avec la cavité. La transmission de chaque élément i pour le champ électrique est notée $\mathrm{t_i}$. La dispersion est constituée de la dispersion de la cavité au premier et deuxième ordre (appelées respectivement retard de vitesse de groupe et dispersion de vitesse de groupe), et de la dispersion au premier ordre de l'amplificateur (appelée tirage de fréquence pour un laser).

L'hypothèse fondamentale de ce modèle est de supposer que l'impulsion ne subit que des changements infinitésimaux à chaque tour de cavité. Dans ce modèle perturbatif, chaque opérateur t peut être linéarisée : $\mathrm{t} \simeq 1 + \mathrm{dt}$, où la norme et l'argument (déphasage) des transmissions t sont petits devant 1. C'est donc l'expression (1.20) en gain faible qui est utilisée pour l'amplificateur. Comme c'est le cas en pratique, la période de modulation des pertes est supposée très grande devant la durée d'impulsion en régime stationnaire, $\Omega\tau \gg 1$. De plus, le spectre de l'impulsion reste petit devant la bande de gain de l'amplificateur, $\delta\omega \ll \Delta\omega$, ce qui est bien le cas en verrouillage de phase actif où seule une partie de la bande de gain est exploitée (cf. Chap. 3.2.1).

Régime stationnaire

Le régime stationnaire est atteint si l'enveloppe du champ électrique revient à l'identique sur un tour de cavité, ce qui s'écrit $A(t + T_{cav}) \equiv A(t)$ en l'absence de retard de l'impulsion ($\delta T = 0$). Après avoir calculé les opérateurs de transmission t des éléments de la cavité, on obtient (cf. Chap. D.2) :

$$\left\{ -\left(\frac{g}{2\Delta\omega^2} + iD \right) \frac{d^2}{dt^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2 \right\} A(t) = \frac{g-p}{2} A(t), \tag{3.8}$$

où $D = D_{disp} + \frac{g}{2} D_{opa}$ est la dispersion totale dans la cavité. En l'absence de dispersion, ($D = 0$), cette équation a pour solution une enveloppe gaussienne sans dérive de fréquence de largeur τ, qui s'obtient lorsque gain et pertes s'équilibrent, $g = p$. La durée d'impulsion τ a alors exactement la même expression que dans le modèle de Kuizenga et Siegman.

Résolution de l'équation en présence de dispersion

Lorsque $D \neq 0$, le champ solution de l'équation d'évolution (3.8) possède généralement une dérive de fréquence. Nous cherchons donc les solutions sous la forme :

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2} - i\beta t^2}. \tag{3.9}$$

La fréquence instantanée du champ est alors $\omega(t) = \omega_0 + 2\beta t$. Cette écriture suppose implicitement que la dispersion est faible. Les hypothèses faites dans ce modèle seront vérifiées au Chap. 3.2.3 lors d'une application numérique. L'introduction de (3.9) dans (3.8) aboutit à un système d'équations (cf. Annexe D.2) qui peut être résolu exactement avec pour solutions

$$\tau^4 \simeq 16\frac{g}{\mu\Delta\omega^2\Omega^2} + 48\frac{D^2\Delta\omega^2}{g\mu\Omega^2} = \tau^4_{D=0} + \frac{48}{g\mu}\frac{\Delta\omega^2}{\Omega^2}D^2 \tag{3.10}$$

$$\beta^2 \simeq \frac{D^2\mu\Omega^2\Delta\omega^6}{16g^3} \tag{3.11}$$

$$g \simeq p. \tag{3.12}$$

3.2.3 Durée d'impulsion attendue

Tab. 3.1: Valeurs de la demi bande passante et de la dispersion pour le SRO étudié expérimentalement.

Grandeur	Notation	Expression	Valeur
Bande passante (ordre 1)	$\Delta\omega_1$	$\frac{2\sqrt{3}}{l_c\left(k'_s - k'_c\right)}$	1,5 10^{12} rad.s^{-1} (0,24 THz; 0,76 nm)
Dispersion de l'amplification	D_{opa}	$\frac{1}{6}\left(k''_s + k''_c\right) l_c$	2,4 10^{-3} ps^2
Dispersion du modulateur	$D_{mod} + D_{cri}$	$\frac{1}{2}k''_s l_{mod} + \frac{1}{2}k''_s l_{cri}$	1,2 10^{-2} ps^2
Dispersion totale	D	$D_{disp} + D_{cri} + \frac{g}{2}D_{opa}$	1,2 10^{-2} ps^2

Nous allons utiliser les résultats théoriques établis précédemment pour calculer la durée d'impulsion attendue dans un OPO à verrouillage de phase actif. Pour cela nous prendrons comme référence l'OPO simplement résonnant qui sera réalisé expérimentalement au Chap. 3.5. Il s'agit en effet d'un SRO "typique", au sens où sa conception résulte d'un certain nombre de compromis entre ce qu'il est souhaitable d'avoir en théorie pour obtenir des impulsions courtes,

et ce qu'il est possible de faire en pratique (longueur de cavité, longueurs d'ondes, etc.). Le SRO comprend un cristal non-linéaire de PPLN:MgO chauffé à 93 °C de longueur $l_c = 30$ mm, et un modulateur en $LiNbO_3$ à température ambiante de longueur $l_{mod} = 60$ mm. Il est simplement résonnant à la longueur d'onde de 975 nm dans une cavité en anneau de 2,5 m, le complémentaire se trouvant à 1084 nm pour un pompage à 532 nm. La fréquence du modulateur est d'environ 122 MHz, soit $\Omega = 766$ rad.s^{-1}, et le taux de modulation μ proche de 0,5. Les pertes totales sont prises à 3,6 %, soit $p = 0{,}037$, ce qui correspond à un temps de vie des photons dans la cavité de 0,2 µs. Toutes les données de dispersion (k',k'',D) sont calculées à partir des équations de Sellmeier donnant l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde et de la température pour les deux matériaux [Jun97, Zel97].

Tab. 3.2: Calcul de la durée d'impulsion (LTMH) dans le SRO à modes verrouillés, avec et sans dispersion.

Grandeur	Notation	Expression	Valeur
LTMH impulsion sans dispersion	$\Delta T_{D=0}$	$\sqrt{2\ln 2}\frac{2}{\sqrt{\Delta\omega\Omega}}\left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4}$	36 ps
LTMH impulsion avec dispersion	ΔT	$\sqrt{2\ln 2}\left(\tau_{D=0}^4 + \frac{48}{\mu g}\frac{\Delta\omega^2}{\Omega^2}D^2\right)^{1/4}$	46 ps
Dérive de fréquence	β	$\frac{D\Omega\Delta\omega^3}{4g}\sqrt{\frac{\mu}{g}}$	8 10^{-4} ps^{-2}
Temps de construction	T_{constr}	$\frac{8\pi}{\sqrt{\mu g}}\frac{\Delta\omega}{\Omega^2}$	480 µs

Les pertes étant de quelques pourcents, nous sommes dans une situation de gain faible (on pourra s'en assurer en se référant au Chap. 1.6.1). La valeur du gain est alors fixée par la condition de seuil $g = p$. D'autre part, l'OPO est suffisamment éloigné de la dégénérescence pour que le facteur limitant la bande passante du gain soit le terme d'ordre 1, $\Delta\omega_1$. La bande passante du gain et les paramètres de dispersion de la cavité sont calculés dans le Tab. 3.1. La durée d'impulsion prévue en régime stationnaire est calculée dans le Tab. 3.2 à l'aide des résultats établis avec le modèle de Haus (Chap. 3.2.2) tenant compte de la dispersion. Une valeur du temps de construction du verrouillage en phase est également donnée à partir du modèle de Kuizenga et Siegman (Chap. 3.2.1).

Un certain nombre d'approximations ayant été faites dans les modèles utilisés, il est bon de vérifier leur validité dans le cas du SRO étudié expérimentalement. C'est ce que récapitule le Tab. 3.3.

Tab. 3.3: Vérification des approximations effectuées dans les modèles de Kuizenga et Siegman et de Haus. Les valeurs calculées doivent être petites devant 1.

Quantité	Valeur
$\Omega\tau_{D=0}$	0,02
$\Omega/\Delta\omega_1$	5 10^{-4}
$(\Delta\omega_1\tau)^{-1}$	0,02
$D\Delta\omega_1^2$	0,03
$\beta\tau/\Delta\omega_1$	0,02

Plusieurs remarques peuvent être faites à la lumière de ces résultats numériques. Tout d'abord, le verrouillage en phase actif des modes d'un SRO peut théoriquement conduire, avec des valeurs réalistes, à des impulsions très courtes puisqu'elles font moins de 40 ps. De plus, même en présence de dispersion, et dans un cas réaliste, la dérive de fréquence dans l'impulsion reste très faible. Par conséquent la durée d'impulsion reste très proche de la durée optimale (sans dispersion) et quasiment limitée par la transformée de Fourier.

Par ailleurs, nous constatons qu'il n'est pas nécessaire d'être très proche de la dégénérescence pour produire des impulsions courtes. En effet, si le SRO fonctionnait à 1063 nm, la durée des impulsions (sans dispersion) serait de 10 ps. Dans le cas considéré, le SRO oscille à 975 nm, soit un écart de 10 % par rapport à la dégénérescence, et produit en théorie des impulsions d'environ 40 ps. Ce résultat s'explique par le fait qu'à 1064 nm le SRO reste limité par la bande de gain à l'ordre 2. Bien que celle-ci soit 17 fois plus grande que la bande de gain à 975 nm, elle n'intervient qu'au travers de sa racine carrée, soit un gain de 4 seulement sur la durée de l'impulsion. De plus, l'utilisation d'un OPO au voisinage immédiat de la dégénérescence pose quelques problèmes expérimentaux, comme nous le verrons au Chap. 3.4.

3.3 Modèles de verrouillage en phase actif des modes d'un OPO doublement résonnant

Les formalismes décrits aux Chap. 3.2.1 et 3.2.2, originellement développés pour les sources laser, sont adaptés au cas où une seule onde oscille dans la cavité. Pour un OPO, cela signifie qu'à chaque tour de cavité, l'intensité d'une des deux ondes mises en jeu (signal ou complémentaire) doit être nulle à l'entrée du cristal non-linéaire. De plus, la modulation d'amplitude ne s'applique qu'à l'onde résonnante. Ces formalismes ne peuvent donc pas être utilisés tels quels pour traiter le cas d'un OPO doublement résonnant (DRO). Or ce type d'OPO est très intéressant en

raison de son faible seuil d'oscillation. C'est en effet avec un DRO qu'ont été réalisées les premières expériences de validation de verrouillage actif des modes, décrites au Chap. 3.4. En nous inspirant du modèle de Haus, nous allons développer ici trois approches adaptées au cas du DRO.

3.3.1 Verrouillage en phase actif à la dégénérescence exacte

Le premier cas considéré est celui d'un DRO à la dégénérescence exacte, tel que $\lambda_s = \lambda_c = 2\lambda_p$. Les champs signal et complémentaire sont parfaitement dégénérés, c'est-à-dire $A_s = A_c$. Il n'y a donc qu'*une seule* impulsion circulant dans la cavité. Bien que ce cas ne soit pas totalement réaliste, puisqu'il néglige entre autres les effets de clusters (cf. Chap. 3.3.3), il permet une première approche simple du verrouillage en phase dans un DRO. Nous reprenons les équations couplées non-linéaires (A.8). Nous supposons un gain faible par passage dans le cristal, et une situation proche de l'accord de phase. Pour pouvoir travailler avec des champs réels et écrire $A_s = A_s^*$, nous supposons que la dispersion totale dans la cavité est nulle ($D_{dro} = D_{disp} + 3g_{dro}D_{opa} = 0$). Les détails du calcul sont reportés en Annexe D.3. On montre que l'évolution du champ signal est donnée par

$$\left\{-\frac{1}{\Delta\omega_f^2}\frac{d^2}{dt^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2\right\} A_s(t) = \frac{g_{dro} - p}{2} A_s(t)\,, \tag{3.13}$$

où nous avons introduit $\Delta\omega_f$ afin de limiter la bande passante. En effet, en régime doublement résonnant, le désaccord de phase ne vient limiter la bande de gain qu'à l'ordre 4 en $\omega - \omega_s^0$, comme nous l'avons vu au Chap. 1.6. Or le calcul n'en tient pas compte car nous avons choisi de n'utiliser que des dérivées temporelles du second ordre (approximation parabolique), afin d'obtenir une solution analytique. Ceci conduirait à une bande de gain infinie. D'où la nécessité d'introduire un terme *ex nihilo*, $\Delta\omega_f$, qui représente par exemple la bande de réflectivité des miroirs.

L'équation précédente est formellement identique à (3.8) avec les substitutions suivantes : $g \to g_{dro}$, $g/2\Delta\omega^2 \to 1/\Delta\omega_f^2$, $D \to 0$. La durée des impulsions en régime stationnaire d'un DRO dégénéré en l'absence de dispersion est donc

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega_f \Omega}}\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/4}. \tag{3.14}$$

À bande passante constante, cette équation est similaire celle obtenue pour un SRO avec un gain $g = 2$. Comme $g \ll 1$ dans un SRO, les impulsions produites par le DRO sont plus longues, d'un facteur $(2/g)^{1/4}$. En revanche, la bande de gain d'un DRO peut être bien supérieure à celle

d'un SRO. Si elle est totalement exploitée ($\Delta\omega_f$ suffisamment grand), les impulsions du DRO dégénéré peuvent alors être comparables à celles du SRO[2]. Le Tab. 3.4 illustre numériquement ce résultat.

Tab. 3.4: Bande passante et durée d'impulsion dans un DRO (3.14) et un SRO (3.3) à modes verrouillés. Les valeurs numériques des autres paramètres sont celles de l'OPO pompé à 532 nm réalisé expérimentalement.

Type d'OPO	Bande passante	LTMH impulsion
SRO dégénéré $\lambda_s = 1064$ nm	$\Delta\omega_{1064} = 2{,}2\ 10^{13}$ rad.s^{-1} (3,5 THz; 13 nm)	9 ps
SRO $\lambda_s = 1050$ nm	$\Delta\omega_{1050} = 8\ 10^{12}$ rad.s^{-1} (1,3 THz; 4,7 nm)	16 ps
DRO dégénéré	$\Delta\omega_f = \Delta\omega_{1064}$	26 ps
DRO dégénéré à bande passante limitée	$\Delta\omega_f \equiv \Delta\omega_{1050}$	43 ps

En conclusion, la situation la plus avantageuse en terme de durée d'impulsion reste celle d'un *SRO fonctionnant le plus près possible de la dégénérescence*. À 1050 nm par exemple, des miroirs diélectriques adaptés devraient permettre à la fois d'exploiter toute la bande de gain (9,5 nm) et de séparer le signal et le complémentaire (distants de 35 nm). Néanmoins, un DRO dégénéré reste intéressant puisqu'il permet de produire des impulsions de seulement 26 ps, avec une moindre exigence sur les miroirs (un seul traitement diélectrique centré à 1064 nm). Par ailleurs, son seuil d'oscillation est bien plus faible, ce qui lui confère un avantage expérimental considérable.

3.3.2 Verrouillage en phase actif hors dégénérescence

L'OPO doublement résonnant (DRO) non dégénéré, tel que $\lambda_s \neq \lambda_c$, est particulièrement intéressant puisqu'il s'agit du cas réalisé dans la pratique. Il y a ici *deux* impulsions distinctes

[2]En effet, un SRO utilisant un accord de phase de type 0 ou 1 doit nécessairement être en dehors de la dégénérescence afin de pouvoir séparer les ondes signal et complémentaire. Sa bande de gain est alors plus faible que celle d'un DRO dégénéré.

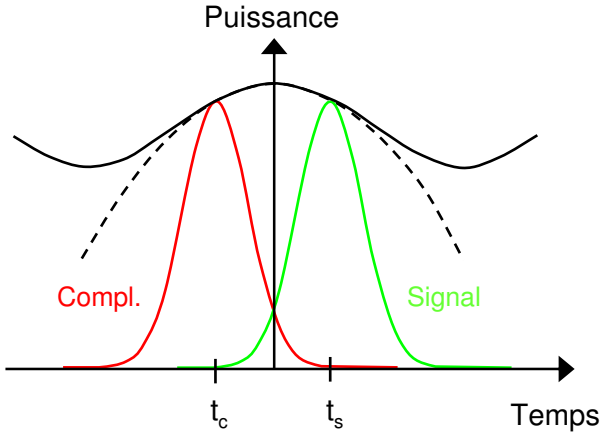


Fig. 3.5: Schéma de principe du modèle de verrouillage en phase actif d'un DRO hors dégénérescence. La modulation est en trait plein, et son approximation parabolique en trait pointillés.

circulant dans la cavité, signal et complémentaire. Si la dispersion n'est pas exactement compensée, ce qui est le cas expérimentalement, les deux impulsions voyagent avec des vitesses de groupe différentes. Elles tendent donc à se séparer temporellement au fur et à mesure des tours de cavité, d'une quantité t_s (t_c) par rapport à la modulation active des pertes, comme illustré sur la Fig. 3.5. Nous proposons ici un modèle dans le domaine temporel essayant de rendre compte de ce phénomène, afin de prédire la durée des impulsions obtenues par verrouillage de phase actif. Ce modèle utilise largement le formalisme du modèle de Haus présenté au Chap. 3.2.2. Le détail des calculs est reporté en Annexe D.4. On note t le temps dans le référentiel de chaque impulsion.

Dans un souci de simplification, nous nous limiterons au cas où les champs signal et complémentaire sont réels et identiques (pas de dérive de fréquence), décalés dans le temps de façon symétrique ($t_c = -t_s$) et d'amplitude gaussienne, soit

$$A_c^*(t) = A_c(t) = A_s(t) = A_{s0} e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}.$$

Après quelques calculs détaillés en Annexe D.4, on obtient la durée d'impulsion en régime stationnaire, et le retard par rapport à la modulation :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Omega \Delta\omega_{dro}}} \left(\frac{g_{dro}}{\mu}\right)^{1/4} \tag{3.15}$$

$$t_s = \frac{1}{2\Delta\omega_{dro}}. \tag{3.16}$$

Nous retrouvons l'expression familière de la durée d'impulsion obtenue dans le SRO, avec

toutefois une nouvelle bande passante pour le DRO :

$$\Delta\omega_{dro} = \frac{g_{dro}}{-\delta T_s}, \tag{3.17}$$

où δT_s est le retard de groupe du signal par rapport à la porteuse optique. Dans le cas où le seul élément dispersif est le cristal amplificateur, et à l'état stationnaire, $g_{dro} = p$, cette bande passante est

$$\Delta\omega_{dro} = \frac{2g_{dro}}{-2\delta T_s} = \frac{2g_{dro}}{-\delta T_s + \delta T_c} = \frac{2p}{\frac{l_c}{v_{g,s}} - \frac{l_c}{v_{g,c}}}. \tag{3.18}$$

La bande passante du DRO est donc limitée par la différence de vitesse de groupe entre l'onde signal et l'onde complémentaire, ce qui cohérent avec le principe du modèle. Cependant, elle dépend des pertes, contrairement à la bande passante du SRO $\Delta\omega_1$, si bien qu'on a

$$\Delta\omega_{dro} = \frac{p}{\sqrt{3}}\Delta\omega_1. \tag{3.19}$$

Comme les pertes sont de l'ordre du pourcent, cette dernière relation montre qu'en dehors de la dégénérescence, *la bande de gain effective d'un DRO est bien plus faible que celle d'un SRO aux mêmes longueurs d'onde.* Un exemple numérique à $\lambda_s = 1050$ nm pour le DRO qui sera réalisé expérimentalement au Chap. 3.4 est consigné dans le Tab. 3.5.

Tab. 3.5: Bande passante (3.17) et durée d'impulsion (3.15) dans un DRO à $\lambda_s = 1050$ nm, comparées à celles d'un SRO à $\lambda_s = 975$ nm. Les valeurs numériques des autres paramètres sont celles de l'OPO pompé à 532 nm réalisé expérimentalement. La cavité est en anneau, sauf mention contraire.

Type d'OPO	Bande passante	LTMH impulsion et décalage signal - complémentaire
SRO à 975 nm (dispersion totale)	$\Delta\omega_{975} = 1{,}4\ 10^{12}$ rad.s^{-1} (0,2 THz; 0,7 nm)	$\tau = 45$ ps
DRO à 1050 nm (dispersion cristal)	$\Delta\omega_{dro} = 2{,}2\ 10^{11}$ rad.s^{-1} (0,035 THz; 0,13 nm)	$\tau = 95$ ps $t_s = 4{,}5$ ps
DRO (dispersion totale)	$\Delta\omega_{dro} = 7{,}3\ 10^{10}$ rad.s^{-1} (0,01 THz; 0,04 nm)	$\tau = 165$ ps $t_s = 14$ ps
DRO cavité linéaire (dispersion totale)	$\Delta\omega_{dro} = 3{,}6\ 10^{10}$ rad.s^{-1} (0,006 THz; 0,02 nm)	$\tau = 230$ ps $t_s = 27$ ps

Dans une configuration réaliste, les impulsions peuvent dépasser 100 ps dans un DRO à cause de la dispersion, alors qu'elles ne font que 45 ps dans un SRO éloigné de la dégénérescence (λ_s = 975 nm). Par ailleurs, les durées calculées pour le DRO sont 2 à 5 fois plus importantes que dans le modèle précédent ne tenant pas compte de la dispersion. De plus, les impulsions signal et complémentaire peuvent être décalées temporellement de 5–30 ps, soit des temps aussi longs que les durées d'impulsions prédites en l'absence de dispersion. En conclusion, *l'effet de la dispersion sur la durée d'impulsion est très important dans un DRO non dégénéré*. Malgré tout, les durées d'impulsions prévues restent dans la gamme picoseconde.

3.3.3 Point de vue fréquentiel : effet des clusters sur la bande de gain et la durée des impulsions

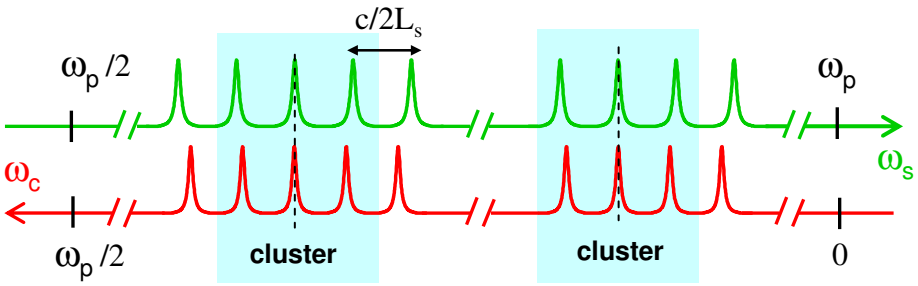


Fig. 3.6: Peignes de modes du signal et du complémentaire tels que $\omega_p = \omega_s + \omega_c = cste$ dans un OPO doublement résonnant. Les modes se recouvrant partiellement forment les clusters. L_s est la longueur optique de la cavité signal.

Dans le modèle précédent, le verrouillage actif des modes d'un DRO a été traité dans le domaine temporel. Le résultat principal est que la durée des impulsions résulte d'une bande de gain réduite par la différence de vitesse de groupe entre le signal et le complémentaire. Nous allons adopter ici une approche dans le domaine fréquentiel, et montrer que la dispersion joue, de manière générale, un rôle particulièrement important dans le DRO. L'objectif est encore d'évaluer la durée des impulsions produites par un DRO à modes verrouillés en phase.

La Fig. 3.6 schématise les peignes de fréquence signal et complémentaire dans le diagramme de Giordmaine et Miller [Gio66]. Dans ce diagramme, les résonances de la cavité à ω_s et ω_c sont tracées dans deux directions opposées. Les modes de cavité alignés selon une verticale sont ceux respectant la conservation de l'énergie $\omega_p = \omega_s + \omega_c$. Par conséquent ce sont les seuls autorisés à osciller. On parle de modes coïncidents. En raison de la finesse limitée de la cavité, cette condition de coïncidence n'est pas stricte et l'oscillation est possible pour des groupes de modes se recouvrant partiellement, ou *clusters*. La Fig. 3.7 présente le résultat d'un calcul des

clusters dans un DRO pompé à 532 nm similaire à celui étudié au début de ce chapitre ainsi qu'au chapitre expérimental 3.4.

Le principe de ce calcul est simple. Les peignes de fréquence signal et complémentaire sont modélisés par la fonction de transmission d'un étalon Fabry-Perot dont l'intervalle spectral libre est celui de la cavité du DRO :

$$\mathrm{T}\left(\varphi\right) = \frac{\left(1-R\right)^2}{1-2R\cos\left(\varphi\right)+R^2}, \tag{3.20}$$

où R est la réflectivité d'un des miroirs du Fabry-Perot, si bien que $1-R^2$ sont les pertes de la cavité, supposées identiques pour le signal et le complémentaire. Ces pertes sont d'environ 6 %, soit une finesse de 50. φ est le déphasage sur un aller-retour dans l'étalon, c'est-à-dire sur un tour de cavité. Il dépend de la longueur d'onde et de la longueur optique de la cavité L_{opt} à travers la relation classique

$$\varphi\left(\lambda\right) = \frac{2\pi L_{opt}\left(\lambda\right)}{\lambda}. \tag{3.21}$$

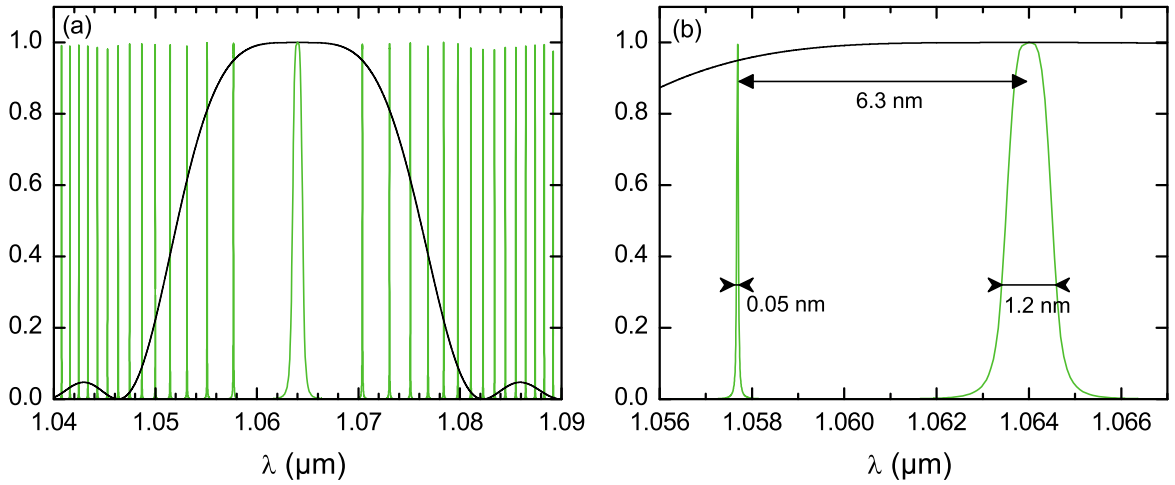


Fig. 3.7: (a) Modélisation des clusters dans un DRO pompé à 532 nm en cavité linéaire et fonctionnant à la dégénérescence. L'ISL de la cavité est de 115 MHz et sa finesse de 50. Courbe noire : bande de gain. Courbe verte : Clusters, d'après (3.23). (b) Zoom montrant les deux premiers clusters.

Le déphasage des ondes sur un tour de cavité dépend de la dispersion des différents éléments optiques, comme le cristal non-linéaire et le modulateur de pertes (la dispersion des miroirs est négligée), mais il dépend également du déphasage non-linéaire à la traversée du cristal. Ce déphasage non-linéaire dépend du désaccord de phase, qui dépend lui-même de la longueur

d'onde. Ceci s'écrit pour une cavité en anneau :

$$\varphi(\lambda) = -\Delta k(\lambda) l_c + \frac{2\pi}{\lambda}\left(L_{cav} - l_c - l_{mod} + n_c(\lambda) l_c + n_{mod}(\lambda) l_{mod}\right), \tag{3.22}$$

où L_{cav} est la longueur physique de la cavité, et $\Delta k(\lambda)$ est le désaccord de phase. Dans une cavité linéaire, le déphasage est multiplié par deux. Dans le calcul nous supposons que le désaccord de phase est exactement nul à la dégénérescence à $2\lambda_p = 1{,}064$ µm. Les clusters sont formés par la superposition des peignes de fréquence signal et complémentaire. Cette superposition est donnée par le produit des fonctions de transmissions pour l'onde signal et l'onde complémentaire :

$$\mathrm{T}_{\text{clusters}}(\lambda) = T(\lambda) \cdot T\left(\frac{1}{\lambda_p^{-1} - \lambda^{-1}}\right), \tag{3.23}$$

où λ désigne indifféremment la longueur d'onde signal ou complémentaire. De plus, la longueur de la cavité est ajustée de sorte que le mode situé exactement à la dégénérescence (1,064 µm) soit résonnant. La conséquence est la présence d'un cluster autour de 1,064 µm, comme sur la Fig. 3.7. Parce que le gain est faible ($q^2 l_c^2 \simeq 0{,}45$), le gain par passage en fonction du désaccord de phase, normalisé à son maximum, est approximativement donné par (cf. Chap. 1.6.1)

$$\left(q l_c \mathrm{sinc} \Delta k l_c / 2\right)^2.$$

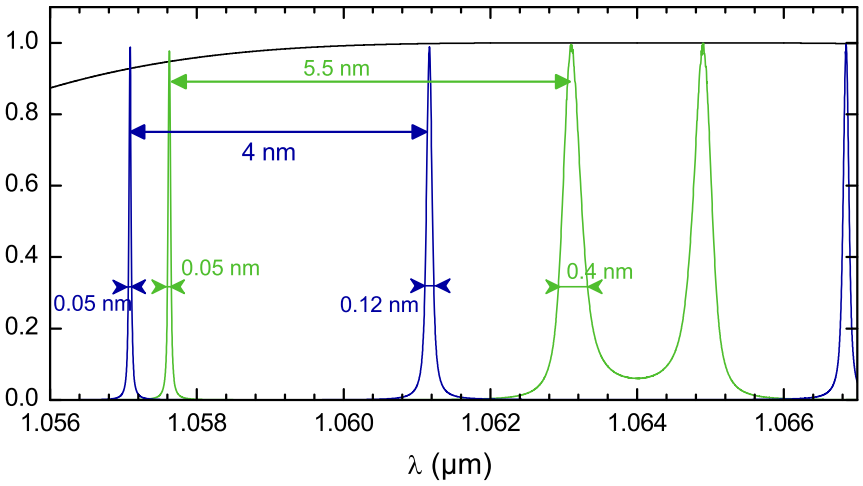


Fig. 3.8: Modélisation similaire à celle de la Fig. 3.7 avec cette fois une première résonance à $\lambda_0 - \lambda_0/100$ (vert) ou $\lambda_0 - \lambda_0/10$ (bleu foncé).

Les modes qui oscillent dans le DRO doivent appartenir aux clusters et être situés sous la bande de gain paramétrique. On peut ainsi considérer que la bande de gain *effective* du DRO

est donnée par le produit de la bande de gain paramétrique et de la fonction représentant les clusters. Cette nouvelle bande de gain a une forme et une largeur très différente de la bande de gain paramétrique. Sur la Fig. 3.7, nous voyons qu'environ 5 clusters signal sont susceptibles d'osciller, comprenant au total 1600 modes. En réalité, rien n'impose l'existence d'une résonance à la dégénérescence exacte à λ_0. Au contraire, les fluctuations (mécaniques, thermiques, etc.) de la longueur optique de la cavité font sans cesse glisser les peignes de fréquences, empêchant ainsi qu'une résonance exacte ait lieu à λ_0. Ceci a une conséquence importante sur l'allure de la bande de gain effective, puisque le premier cluster n'est plus nécessairement situé autour de λ_0. Un exemple est donné sur la Fig. 3.8, où le premier mode résonnant est maintenant situé à $\lambda_0/100$ de la dégénérescence exacte. Ceci permet également d'expliquer les sauts de modes caractéristiques du DRO. Si la longueur de la cavité varie, le cluster le plus proche de la dégénérescence disparaît, tandis qu'un nouveau cluster apparaît ailleurs dans la bande de gain, ce qui provoque un saut d'un cluster à l'autre, donc des sauts de modes.

Les exemples précédents montrent que largeur du premier cluster peut varier et que tous les clusters n'ont pas une largeur identique. Nous pouvons néanmoins considérer que la largeur typique d'un cluster signal proche du milieu de la courbe de gain est comprise entre 0,05 et 0,6 nm, soit entre 0,013 THz et 0,16 THz[3] ou encore 100 à 1400 modes signal. D'après (3.15) les impulsions correspondantes font entre 45 et 150 ps. Il est intéressant de voir que ce modèle donne une durée d'impulsion du même ordre de grandeur que l'approche dans le domaine temporel du Chap. 3.3.2. Ceci provient du fait que dans les deux cas c'est la dispersion entre l'onde signal et l'onde complémentaire qui est à l'origine du rétrécissement de la courbe de gain. Ici encore nous remarquons que la dispersion en régime doublement résonnant a un effet important sur la durée d'impulsion, mais que cette dernière reste néanmoins dans le domaine picoseconde.

3.4 Verrouillage en phase actif d'un OPO doublement résonnant

Toutes les expériences de ce chapitre ont été réalisées au Laboratoire Aimé Cotton (LAC, CRNS, Orsay), en collaboration avec Cyril Drag et Fabien Bretenaker. Cette collaboration a également donné naissance à un travail portant sur un OPO continu stabilisé en fréquence émettant dans le rouge (voir Annexe E).

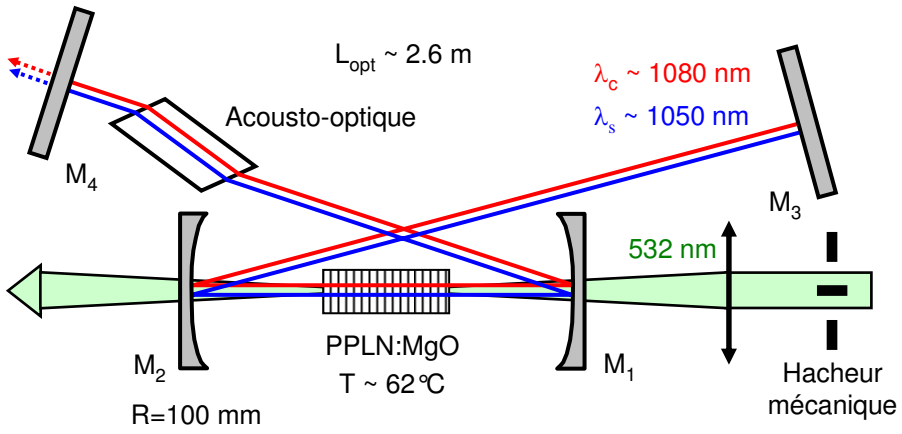


Fig. 3.9: Schéma de la cavité linéaire de l'OPO doublement résonnant (DRO).

3.4.1 Montage expérimental

La cavité de l'OPO doublement résonnant (DRO) est schématisée sur la Fig. 3.9. C'est une cavité linéaire de 1,2 m, soit 2,4 m aller-retour, formée par 2 miroirs plan-concaves M_1 et M_2 de rayon de courbure 100 mm, et de deux miroirs plans M_3 et M_4. L'angle d'incidence sur les miroirs concaves est limité à 4° afin de réduire l'astigmatisme. Tous les miroirs possèdent un traitement diélectrique hautement réfléchissant (R > 98 %) entre 1044 et 1084 nm avec une haute transmission (T > 95 %) à 532 nm. Le verrouillage des modes en phase est réalisé grâce à un modulateur acousto-optique. Ce type de modulateur est fiable et simple à mettre en œuvre, et il est déjà largement utilisé dans les lasers solides commerciaux. En revanche, la fréquence de modulation est comprise entre 20 et 400 MHz environ (limitée par le temps de propagation de l'onde acoustique), et dépasse rarement 100 MHz pour un coût raisonnable. Ceci impose une longueur minimale pour la cavité optique. Dans notre cas, nous disposions d'un modulateur fonctionnant de manière optimale à 50 MHz, avec une accordabilité d'au moins ±10 MHz, ce qui donne une longueur optique de cavité comprise entre 2,5 m et 4 m.

L'amplification paramétrique est effectuée grâce à un cristal périodiquement retourné de niobate de lithium dopé MgO, ou PPLN:MgO. Il est conçu par la société HC Photonics [HCP] avec une période de retournement 6,92 µm afin d'effectuer la conversion 532 nm → 1064 nm + 1064 nm à une température de cristal de 60 °C. Ses dimensions sont 30 mm en longueur et 0,5 mm en épaisseur. Les faces d'entrée et de sortie du cristal sont traitées anti-reflet à 532 et 1064 nm, avec une réflectivité résiduelle nominale inférieure à 1 % entre 950 nm et 1150 nm.

[3]Ces valeurs sont évaluées à la hauteur de 0,32, valeur que prend le gain paramétrique pour un désaccord de phase de $\sqrt{12}$. Cette valeur de désaccord de phase correspond en effet à la convention choisie au Chap. 1 pour évaluer la largeur de gain au premier ordre.

Le dopage MgO est indispensable pour réduire l'effet photoréfractif à la longueur d'onde de pompe, particulièrement important dans le cas du niobate de lithium éclairé en continu à 532 nm [Bry84]. Nous avons vérifié l'absence de dommage photoréfractif dans notre cristal jusqu'à une puissance de 2,8 W pour un waist[4] pompe de 47 µm, en observant la tache du faisceau en transmission. Au delà de 2,8 W, la tache du faisceau se déforme nettement : le centre du faisceau devient moins lumineux, preuve qu'une partie de la lumière a été déviée vers les bords sous l'effet d'une lentille photoréfractive. En augmentant la puissance, l'effet de lentille devient plus complexe : la tache est alors constituée d'un point central lumineux entouré d'un anneau lumineux.

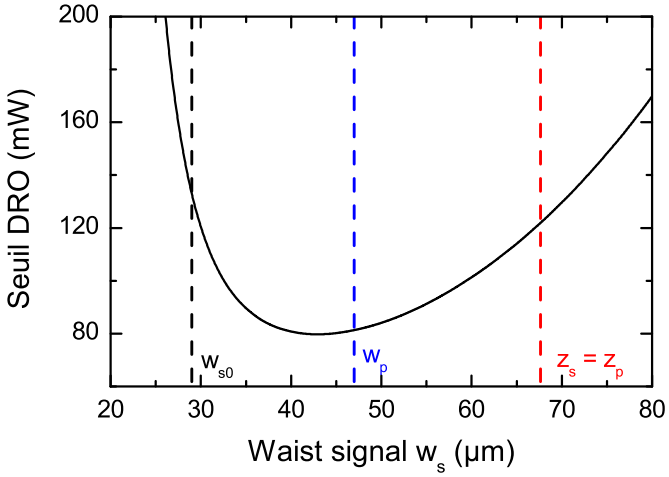


Fig. 3.10: Évolution du seuil du DRO avec modulateur en fonction du waist signal à 1064 nm. Le waist signal vaut 29 µm (ligne pointillée noire), le waist de pompe à 532 nm vaut 47 µm (ligne pointillée bleue), et le waist signal pour lequel la longueur de Rayleigh est égale à celle de la pompe est 68 µm (ligne pointillée rouge).

Le laser de pompe est un laser continu VERDI 10 W, commercialisé par Coherent [COH]. C'est un laser fiable, monomode longitudinalement et spatialement, avec une très bonne qualité de faisceau. Sa stabilité en fréquence est d'environ 20 MHz sur une minute, ce qui est largement suffisant pour nos expériences. Le faisceau de pompe est focalisé dans le cristal sur un waist de 47 µm par une lentille de 200 mm. La taille du waist et sa position en l'absence de cristal ont été mesurées par la méthode "du couteau". En tenant compte de la réfraction, le cristal est placé afin que le waist de pompe soit localisé en son centre. Le pompage se fait habituellement en continu, mais un hacheur mécanique peut également être utilisé pour produire des impulsions de pompe de 800 µs. Comme nous le verrons plus loin, ceci permet d'étudier la dynamique du DRO aux temps courts, tout en permettant l'établissement du régime stationnaire aux temps longs.

[4]Dans ce manuscrit, il s'agira toujours de la demi-largeur à $1/e^2$ de l'intensité.

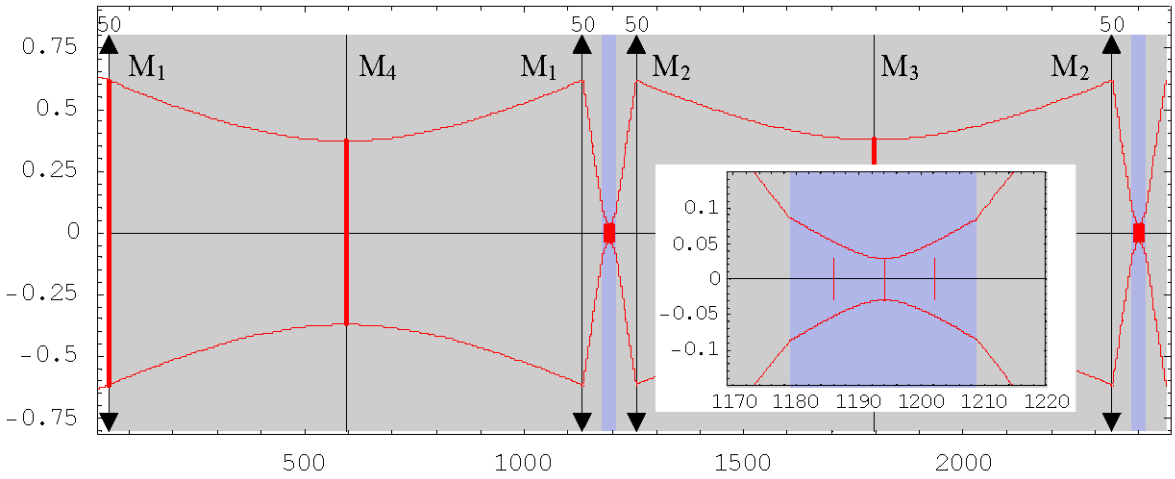


Fig. 3.11: Diamètre du faisceau résonnant à 1064 nm dans la cavité du DRO sur un aller-retour. Toutes les unités sont en mm. Les miroirs concaves sont figurés par des lentilles convergentes de focale 50 mm. Encadré : zoom dans le cristal.

Le choix d'une cavité linéaire résulte d'un compromis entre un choix restreint pour les rayons de courbure des miroirs concaves, une longueur de cavité proche de 2,4 m et la nécessité d'avoir une taille de waist pour l'onde résonnante similaire à celle de la pompe. En effet, en calculant le seuil d'oscillation du DRO d'après la méthode détaillée dans [Zon97], on s'aperçoit qu'un minimum est atteint pour un waist signal très légèrement inférieur au waist de pompe (Fig. 3.10). Pour ce calcul, l'absorption[5] à la longueur d'onde de pompe est égale à 0,18 cm^{-1}. Comme il est impossible de rendre compte de l'ensemble des pertes de façon exacte à l'aide des seules caractéristiques des optiques, nous avons supposé des pertes 0,7 % par miroir et par face du cristal afin de retrouver le seuil expérimental (voir Chap. 3.4.2). Cette valeur reste réaliste. Le calcul de stabilité de la cavité du DRO, présenté sur la Fig. 3.11, donne un waist signal de 29 µm. Le seuil théorique de 130 mW n'est pas trop éloigné de la valeur optimale, et est facilement atteignable avec notre laser de pompe.

Le verrouillage en phase est réalisé en insérant dans la cavité un modulateur acousto-optique (ML-50Q, 60 mm de long, fabriqué par IntraAction Corp. [IAC]) avec des faces d'entrée et de sortie inclinées à l'angle de Brewster afin de minimiser les pertes d'insertion. Le modulateur est alimenté par un générateur RF suivi d'un amplificateur 40 dB. Nous avons vérifié les performances du modulateur en l'éclairant avec un faisceau collimaté à 1064 nm issu d'un laser d'injection. Nous avons d'abord mesuré la puissance restante dans l'ordre 0. Pour une puissance acoustique de -9,2 dBm avant amplification, la transmission est de 50 % (le reste étant diffracté dans les ordres supérieurs). Dans une cavité linéaire où la lumière fait deux passages dans le

[5]Une mesure de transmission effectuée au spectromètre visible sur un échantillon de $LiNbO_3$:MgO fourni par HC Photonics a permis de déterminer une absorption de 0,18 cm^{-1} à 532 nm.

modulateur par tour de cavité, une transmission de 70 % en simple passage est suffisante, ce qui est atteint avec une puissance acoustique de -16 dBm environ.

3.4.2 Caractérisation du DRO en régime continu

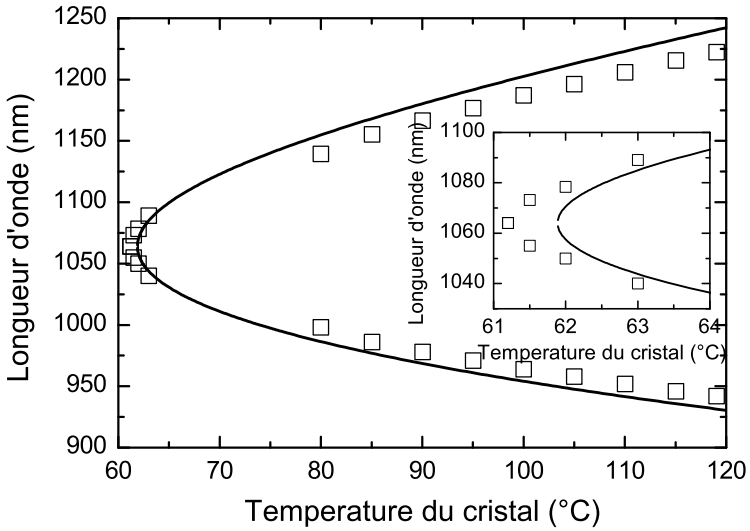


Fig. 3.12: Longueurs d'ondes du signal et du complémentaire mesurées en fonction de la température du cristal de PPLN:MgO (carrés). La série autour de 60 °C (voir aussi l'encadré) est obtenue avec le DRO tandis que la série entre 80 °C et 120 °C est obtenue avec le SRO (cf. Chap. 3.5). La courbe en trait plein est obtenue en calculant la condition d'accord de phase avec [Zel97] pour une période de retournement de 6,92 µm.

Grâce au faible seuil du DRO, et à la facilité d'alignement de la cavité linéaire, l'oscillation est obtenue rapidement. Le seuil minimum sans modulateur est de 95 mW en pompage continu avec une optimisation fine de la cavité et de la température du cristal. Avec le modulateur dans la cavité, mais sans enclencher la modulation, le seuil est de 130 mW, ce qui correspond à une perte d'insertion de 0,7 %, toujours d'après la formule proposée par [Zon97]. Ces pertes correspondent à un temps de vie des photons dans la cavité de 104 ns, valeur qui nous servira par la suite pour interpréter les résultats de verrouillage en phase des modes. Les longueurs d'onde émises par le DRO sont mesurées à l'aide d'un spectromètre fibré de résolution 0,4 nm (AvaSpec-2048 fabriqué par Avantes [AVA]), en récupérant la fuite du miroir M_4, et reportées dans la Fig. 3.12 en fonction de la température du cristal. Nous obtenons la dégénérescence, $\lambda_s = \lambda_c = 1064$ nm à une température de cristal de 61,2±0,5°. Le désaccord entre les points expérimentaux et la courbe issue de la littérature provient principalement des fluctuations de compositions chimiques exactes, et donc d'indice, entre cristaux de provenances différentes. Une erreur systématique entre la température mesurée et celle régnant réellement à l'intérieur du cristal peut également intervenir.

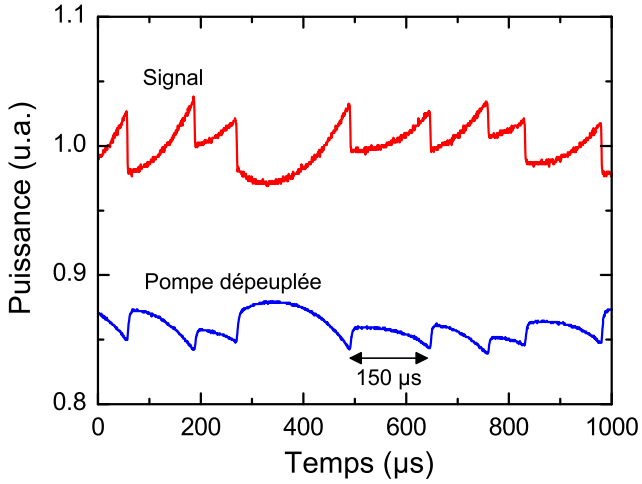


Fig. 3.13: Puissance du signal et de la pompe dépeuplée en fonction du temps pour le DRO pompé près du seuil et un signal à 1040 nm.

Il est difficile de déterminer plus précisément la température de dégénérescence, car les longueurs d'onde mesurées fluctuent rapidement. Dans le cas du DRO, ceci est principalement dû aux sauts de modes des clusters, dont nous avons déjà parlé au Chap. 3.3.3. Temporellement, ceci se traduit par des sauts d'intensité, comme illustré sur la Fig. 3.13. Dans notre cas, les sauts d'intensité se produisent toutes les 150 µs environ, et n'évoluent pas de façon sensible avec la température ou la puissance de pompe. En suivant l'approche de [AT98], nous calculons qu'à température et fréquence de pompe fixes, la résonance de la cavité change de mode longitudinal dès que la longueur de cavité change de 25 pm. Une si petite variation peut être provoquée par de nombreux facteurs tels que les vibrations des miroirs, des fluctuations de température de l'air dans la cavité ou au sein du cristal.

L'intervalle spectral libre (ISL) de la cavité est mesuré en analysant les battements entre les différents modes longitudinaux émis par le DRO à la dégénérescence au moyen d'une photodiode (bande passante de 1 GHz) et d'un analyseur de spectre électronique (Agilent). Le pic de plus basse fréquence dans le spectre enregistré correspond au battement entre modes voisins et donc à l'ISL de la cavité. Nous mesurons 114,5 MHz, soit une longueur optique de 2,62 m.

Enfin, le faisceau, lorsqu'il est observé sur une caméra CCD ou sur une simple carte IR, possède une bonne symétrie de révolution, ce qui indique que le DRO oscille sur le mode spatial fondamental TEM_{00}.

3.4.3 Verrouillage actif des modes du DRO

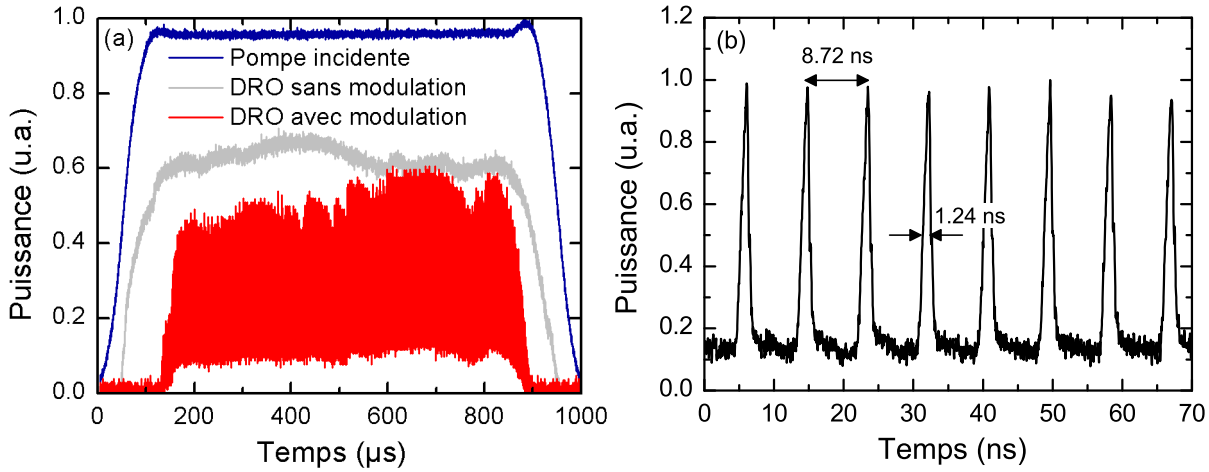


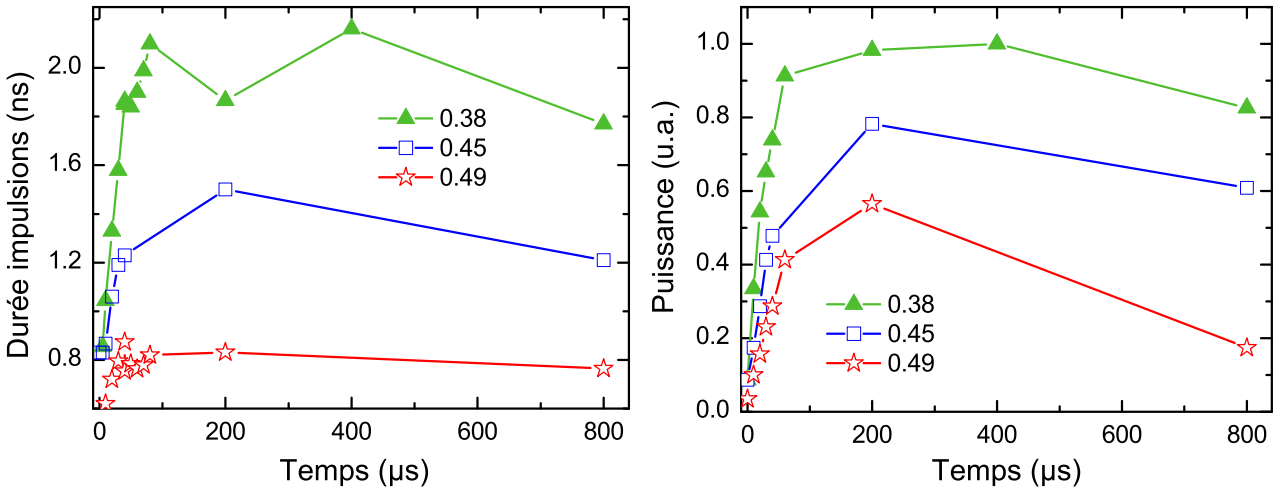
Fig. 3.14: (a) Profils temporels de la pompe incidente, du complémentaire sans modulation, et du complémentaire avec modulation. (b) Puissance du complémentaire à l'échelle ns en présence de modulation. L'origine des temps se situe 820 µs après le début du créneau de pompe. L'onde signal est à 1050 nm, et le DRO est pompé 4 fois au dessus du seuil avec une pompe découpée. La profondeur de modulation est de 0,35, avec une fréquence de 57,355 MHz.

Afin d'analyser une seule des deux ondes produites par l'OPO, le cristal est porté à 62 °C. Les faisceaux signal et complémentaire sont alors à 1050 nm et 1080 nm respectivement, ce qui permet de les séparer hors cavité à l'aide d'un prisme équilatéral. Même lorsqu'on s'écarte légèrement de la dégénérescence, la bande passante d'amplification reste assez large pour produire des impulsions picosecondes. D'après ce que nous avons vu au Chap. 3.3.2, la bande passante effective vaut 6 GHz (0,02 nm à 1050 nm) en double passage, ce qui correspond à des impulsions de 230 ps.

Le modulateur est ensuite mis en marche. L'intensité de l'onde complémentaire est analysée avec une photodiode rapide en InGaAs (temps de monté 70 ps) et un oscilloscope de bande passante 2,5 GHz (temps de montée de 170 ps). Pour une fréquence de modulation quelconque, nous vérifions que le DRO n'oscille pas. En revanche, lorsque la fréquence de modulation avoisine la moitié de l'ISL de la cavité, des oscillations rapides apparaissent sur l'allure temporelle du complémentaire, traduisant l'apparition d'impulsions courtes. La Fig. 3.14(a) montre le résultat obtenu pour un créneau de pompe de 800 µs.

On remarque sur cette figure que le temps de construction du DRO passe de ∼100 µs sans modulation à ∼150 µs avec modulation, et que la puissance crête diminue légèrement avec la modulation. Notons par ailleurs que les sauts d'intensité du DRO sont présents à la fois en régime continu et en régime modulé. Enfin, l'intensité en régime modulé ne tombe jamais à zéro : il existe un fond continu d'environ 10 %.

La structure détaillée des impulsions est ensuite analysée à la fin de créneau du complémen-



(a) Durée (LTMH) des impulsions du complémentaire

(b) Puissance crête du complémentaire

Fig. 3.15: Dynamique du DRO pour un pompage 8 fois au dessus du seuil et 3 trois taux de modulation différents. L'origine des temps correspond au moment où les impulsions sont détectables (voir le texte principal).

taire, à t = 820 µs. Sur la Fig. 3.14(b), nous voyons que la puissance du complémentaire en sortie est constituée d'impulsions courtes séparées en moyenne de 8,72 ns. Ce train d'impulsions est stable au cours du temps, et se maintient tel quel en pompage continu (non montré ici). La durée (LTMH) des impulsions en régime stationnaire est de 1,24 ns. Il existe donc bel et bien un régime stationnaire d'impulsions courtes. Autrement dit, ce résultat démontre la faisabilité du verrouillage en phase continu des modes d'un OPO doublement résonnant. La fréquence de répétition des impulsions vaut 114,68 MHz et correspond bien à la fois au double de la fréquence de modulation (114,71 MHz) et à l'ISL de la cavité (114,5 MHz). Par ailleurs, la présence d'un fond continu d'environ 10 % est confirmée. En augmentant le taux de modulation, il est possible de raccourcir les impulsions jusqu'à 800 ps, mais cela se traduit par une diminution de la puissance crête. Avec un taux de modulation plus important, le DRO n'oscille plus.

La dynamique du verrouillage en phase est ensuite étudiée en mesurant la durée des impulsions en fonction du temps écoulé depuis le début de l'oscillation. Les résultats sont reportés sur la Fig. 3.15 pour différents taux de modulation à puissance de pompe fixe. Sur cette figure, l'origine des temps est le moment où les impulsions sont suffisamment puissantes pour être détectées avec notre photodiode, c'est-à-dire lorsqu'elles sortent du bruit. Par exemple, sur la Fig. 3.14(a), ce moment se situerait à t = 135–140 µs. La Fig. 3.15(a) montre que la durée des impulsions augmente rapidement sur une durée d'environ 100 µs. Cette période est le temps

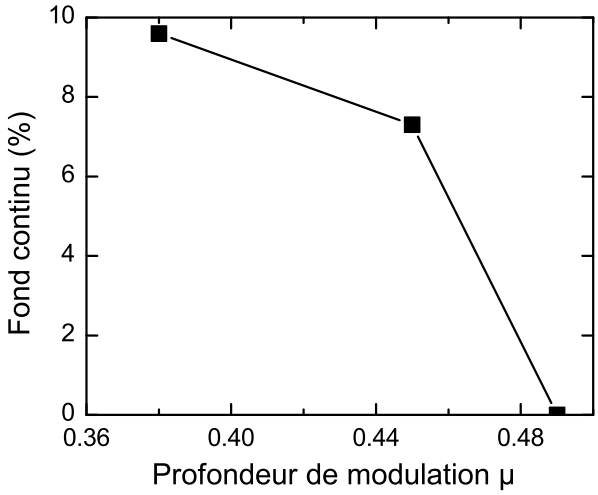


Fig. 3.16: Évolution du fond continu du DRO verrouillé en phase avec le taux de modulation, pour un pompage 8 fois au dessus du seuil.

de construction de l'oscillation, comme le montre la Fig. 3.15(b). Au delà de ∼100 µs, le DRO atteint un régime stationnaire d'impulsions courtes. Aux temps longs (t > 800 µs), la pompe commence à décroître, ce qui se traduit par une diminution de la puissance et de la durée des impulsions du DRO. Cette évolution porte à croire que les impulsions sont encore plus courtes au démarrage du DRO (temps négatifs), mais elles sont alors trop faibles pour être détectées. Ce point sera discuté lors de la modélisation de l'OPO à modes verrouillés (Chap. 3.6.2).

De façon générale, la durée et la puissance crête des impulsions diminuent lorsque le taux de modulation augmente, à puissance de pompe fixe. Le même phénomène se produit lorsque la puissance de pompe diminue à taux de modulation fixe. Cette compétition entre gain et taux de modulation se retrouve également dans les lasers à verrouillage de phase actif, et apparaît d'ailleurs dans l'expression de la durée d'impulsion sous la forme du facteur g/μ. L'augmentation du taux de modulation se traduit également par une diminution du fond continu relativement à la puissance crête des impulsions, comme montré sur la Fig. 3.16. L'ensemble de ces comportements peut s'interpréter de la façon suivante. Lorsque le taux de modulation augmente, d'avantage d'énergie est transférée d'un mode longitudinal à son mode voisin : le nombre final de modes verrouillés en phase est plus important, et donc les impulsions générées plus courtes. Comme le fond continu est constitué des modes non verrouillés, il diminue. De même, lorsque la pompe augmente, le gain augmente à pertes fixes : il y a davantage de modes longitudinaux se retrouvant au dessus du seuil d'oscillation. Si le taux de modulation est laissé inchangé, ces nouveaux modes oscillants ne sont pas verrouillés en phase et viennent contribuer au fond continu.

3.4.4 Discussion et limitations de l'architecture

De façon évidente, la dynamique du DRO verrouillé en phase n'est pas celle attendue. En effet, nous avons vu au Chap. 3.2.1 que la durée d'une impulsion doit d'abord diminuer avec le temps, c'est-à-dire que son spectre doit s'élargir avec le nombre de passages dans le modulateur. Puis, la bande de gain étant bornée, le spectre doit se stabiliser, ainsi que la durée de l'impulsion. C'est également ce qui se passe dans les lasers à verrouillage de phase actif [Sie86]. Or nous avons ici le comportement inverse : l'impulsion s'élargit au cours du temps. Malgré tout, il n'y a pas de retour au régime continu : un état stationnaire est réellement atteint.

Un autre résultat inattendu est que la durée finale des impulsions est au moins 25 fois plus grande que celle prévue par le calcul dans le cas d'un DRO quasi-dégénéré (Chap. 3.3.1) : 0,8–1,2 ns au lieu de ∼30 ps. Dans le cas d'un OPO doublement résonnant, nous avons vu aux Chap. 3.3.3 et 3.3.2 qu'il fallait tenir compte de la dispersion car elle est susceptible de rallonger fortement les impulsions. La théorie prévoit alors des impulsions d'environ 230 ps, soit 4 fois plus courtes que ce qui est observé expérimentalement. Cependant, ces estimations ont été faites en supposant que le DRO oscillait sur un ensemble restreint de modes, mais déterminés une fois pour toutes. En réalité, nous avons vu que les modes qui oscillent dans le DRO ne sont pas les mêmes d'un instant à l'autre, ce qui provoque des sauts en longueur d'onde et en intensité. Or ces sauts d'intensité se reproduisent avec une période proche du temps de construction de l'oscillation (100–200 µs), qui n'est rien d'autre que le temps nécessaire à l'OPO pour atteindre un régime stationnaire. Il est donc envisageable que l'état stable observé expérimentalement ne soit pas réellement stationnaire. Autrement dit, les sauts d'intensité dus aux clusters empêcheraient l'impulsion d'atteindre sa durée nominale de 230 ps prévue par le calcul. Nous avons en effet remarqué qu'à la suite d'un saut de mode, la durée des impulsions augmentait légèrement. Pour s'affranchir de cette limitation, il est nécessaire d'étudier un OPO simplement résonnant (SRO), malgré son seuil plus élevé. Pour le verrouillage en phase, cette configuration a surtout l'avantage d'être équivalente à un laser, comme nous l'avons montré aux Chap. 3.2.2 et 3.2.1.

3.5 Verrouillage en phase actif d'un OPO simplement résonnant

3.5.1 Montage expérimental

Pour passer en mode simplement résonnant, il faut introduire de fortes pertes pour une

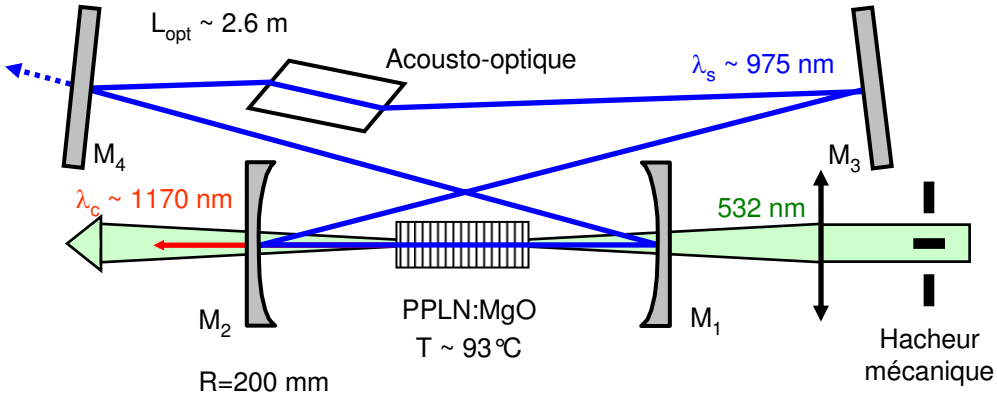


Fig. 3.17: Schéma de la cavité en anneau de l'OPO simplement résonnant (SRO).

des deux ondes, signal ou complémentaire. L'idéal serait de rester à la dégénérescence, afin de profiter de la plus grande largeur de gain possible. Ce n'est pas possible dans notre cas, car les deux ondes sont dégénérées à la fois en fréquence et en polarisation, ce qui les rend indiscernables. Une solution serait de s'écarter légèrement de la dégénérescence et d'introduire un élément très dispersif dans la cavité, comme un prisme en $LiNbO_3$ incliné à l'angle de Brewster. Malheureusement, cette méthode introduit en pratique des pertes qui élèvent rapidement le seuil d'oscillation, et rend par ailleurs la cavité difficile à aligner. La méthode que nous avons retenue est de chauffer le cristal non-linéaire pour s'écarter suffisamment de la dégénérescence et pouvoir séparer signal et complémentaire avec des miroirs appropriés. Nous avons ainsi choisi un signal autour de 975 nm et un complémentaire autour de 1170 nm, obtenus en chauffant le cristal autour de 95 °C. La bande de gain à ces longueurs d'onde est de 0,2 THz (0,7 nm à 975 nm), ce qui correspond à des impulsions de 45 ps. Nous voyons donc que même à 100 nm de la dégénérescence, la bande de gain de notre SRO est suffisamment large pour produire des impulsions courtes.

La cavité du SRO est schématisée sur la Fig. 3.17. C'est une cavité en anneau de 2,5 m, formée par 2 miroirs plan-concaves M_1 et M_2 de rayon de courbure 200 mm, et de deux miroirs plans M_3 et M_4. Tous les miroirs possèdent un traitement diélectrique hautement réfléchissant ($R > 99{,}8$ %) entre 900 et 980 nm et une haute transmission ($T > 99$ %) entre 1160 et 1300 nm. Le cristal utilisé est le même que pour le DRO. Ses traitements antireflets, centrés à 1064 nm, sont assez larges spectralement pour ne pas introduire plus de 1% de pertes entre 950 nm et 1064 nm.

Le laser de pompe est identique à celui utilisé pour le DRO. En raison du rayon de courbure différent du miroir M_1, qui agit comme une lentille divergente pour le faisceau de pompe, le waist mesuré au niveau du cristal est maintenant de 41 µm. Le calcul de stabilité correspondant est présenté sur la Fig. 3.18. Comme pour le DRO, il faut que le waist du signal résonnant soit

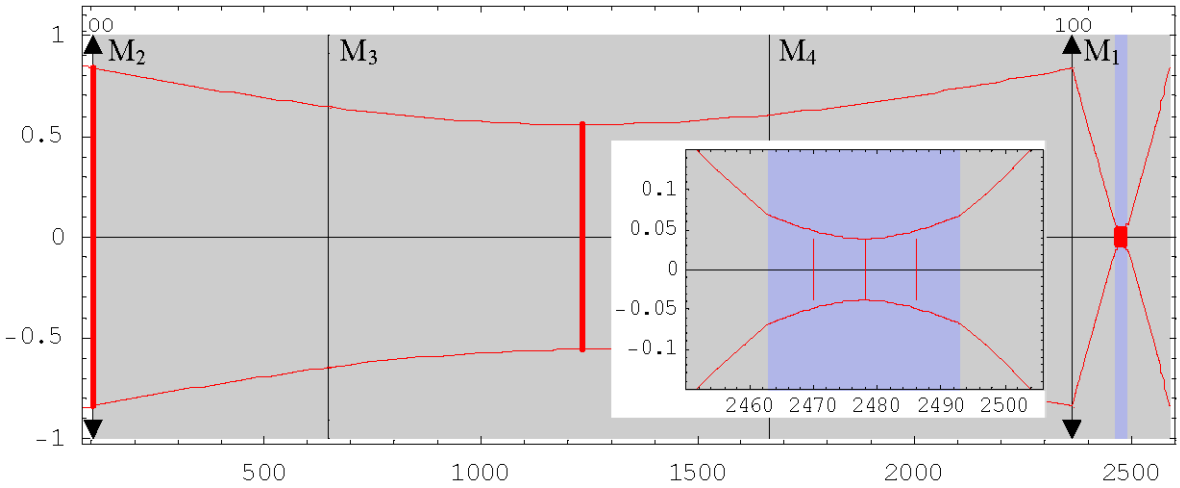


Fig. 3.18: Diamètre du faisceau signal résonnant dans la cavité du SRO sur un tour de cavité. Toutes les unités sont en mm. Les miroirs concaves sont figurés par des lentilles convergentes de focale 100 mm. Encadré : zoom dans le cristal.

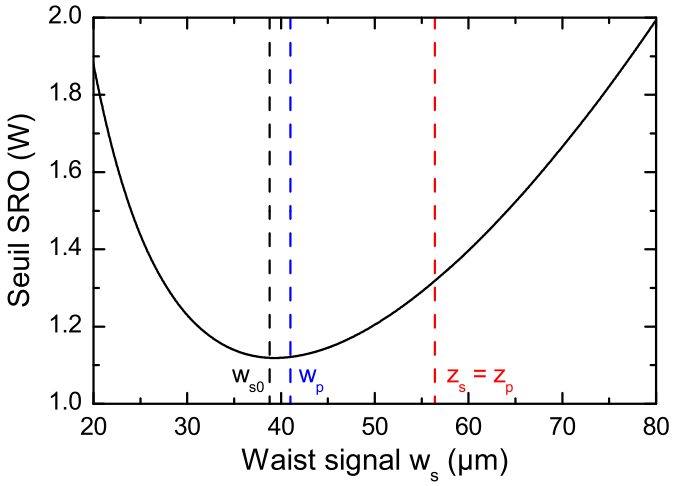


Fig. 3.19: Évolution du seuil du SRO en fonction du waist signal à 975 nm, tenant compte des pertes d'insertion du modulateur, d'après [Guh98]. Le waist signal vaut 39 µm (ligne pointillée noire), le waist de pompe à 532 nm vaut 41 µm (ligne pointillée bleue), et le waist signal pour lequel la longueur de Rayleigh est égale à celle de la pompe est 56 µm (ligne pointillée rouge).

comparable au waist de pompe, comme le montre le calcul du seuil du SRO en fonction du waist signal, reporté sur la Fig. 3.19. Avec les rayons de courbure dont nous disposions pour les miroirs concaves, il est possible d'obtenir un waist signal de 39 µm, c'est-à-dire très proche du waist optimum. Le seuil d'oscillation calculé est de 0,9 W en supposant 0,5 % de pertes par optique, une absorption de 0,18 cm^{-1} à 532 nm dans le cristal non-linéaire [Guh98]. En comptant les pertes d'insertion du modulateur (0,7 %), le seuil est de 1,1 W. Pour une cavité linéaire dans laquelle les pertes sont doublées, le seuil théorique passerait à 1,9 W. Cette valeur est trop proche de la puissance de pompe utilisable (2,8 W sans dommage photoréfractif) pour espérer atteindre expérimentalement le seuil d'oscillation, ce qui justifie le choix d'une cavité en anneau.

3.5.2 Caractérisation du SRO en régime continu

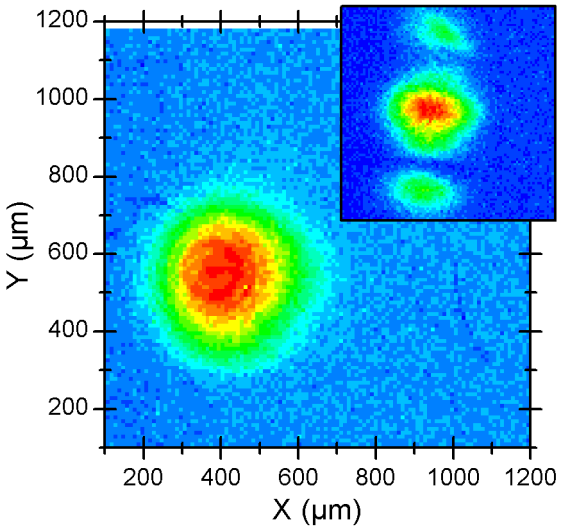


Fig. 3.20: Image CCD du faisceau signal émis par le SRO après le miroir M_4, pour un pompage deux fois au dessus du seuil. Encadré : le faisceau est multimode pour une distance inadéquate entre les miroirs concaves.

Compte tenu de la faible marge de manœuvre entre le seuil d'oscillation du SRO et le seuil de dommage photoréfractif du cristal, l'obtention de l'oscillation est assez difficile à obtenir. Il est par exemple nécessaire d'aligner soigneusement le modulateur à l'angle de Brewster à l'aide d'un faisceau de référence polarisé. Finalement, nous obtenons un seuil d'oscillation minimum de 1 W sans modulateur et de 1,4 W avec modulateur. Ces deux valeurs sont assez proches des seuils de 0,9 W et 1,1 W calculés précédemment. À l'aide d'une caméra CCD, nous ajustons finement la distance entre les deux miroirs concaves et le réglage de la cavité afin que le faisceau signal en sortie du SRO soit TEM_{00} (Fig. 3.20). Afin de vérifier le fonctionnement simplement

résonnant du SRO à la longueur d'onde choisie, nous mesurons derrière le miroir M_4 la longueur d'onde signal en fonction de la température du cristal. La Fig. 3.21 présente ces résultats, ainsi que le seuil d'oscillation.

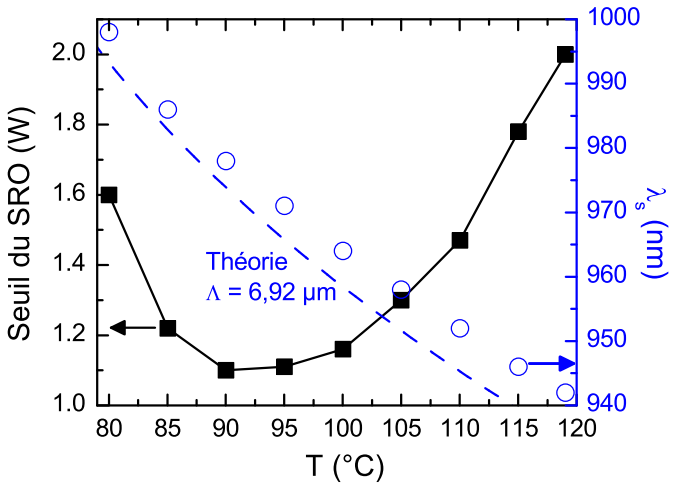


Fig. 3.21: Seuil d'oscillation du SRO (carrés noirs) en l'absence de modulateur et longueur d'onde signal (cercles bleus) en fonction de la température du cristal. La courbe bleue pointillée est obtenue en calculant la condition d'accord de phase avec [Zel97] pour une période de retournement de 6,92 µm.

Le SRO est accordable entre 942 et 998 nm en variant la température du cristal de 120 °C à 80 °C. La plage d'accordabilité est limitée par les bandes passantes des traitements diélectriques des miroirs et du cristal non-linéaire, et par la puissance de pompe disponible en dessous du seuil de dommage photoréfractif. Le seuil minimum est de 1,1 W, très proche de la valeur calculée théoriquement. Il est obtenu pour une température de 90–95 °C, soit une longueur d'onde signal de 970–980 nm. Par la suite, nous nous placerons à T = 93 °C, ce qui donne un signal à environ 975 nm.

Afin de confirmer le fonctionnement simplement résonnant de l'OPO, nous avons enregistré l'intensité émise en fonction du temps avec une photodiode (temps de réponse 1 ns), ainsi qu'on peut le voir sur la Fig. 3.22. L'intensité du SRO est stable à l'échelle de la seconde : il est donc beaucoup moins sensible aux fluctuations de la cavité que le DRO qui présentait des sauts de modes toutes les 150 µs environ. C'est bien le comportement attendu. Le spectre et la longueur d'onde du signal ont également été mesurés à l'aide d'un lambdamètre de haute finesse (Angstrom-WS/U, fabriqué par HighFinesse GmbH [HFG]). Cette mesure confirme que la longueur d'onde signal est stable à l'échelle de la seconde. La mesure du spectre, présentée sur la Fig. 3.23, indique qu'en l'absence de modulation, et entre deux sauts de modes, le SRO est monomode longitudinal.

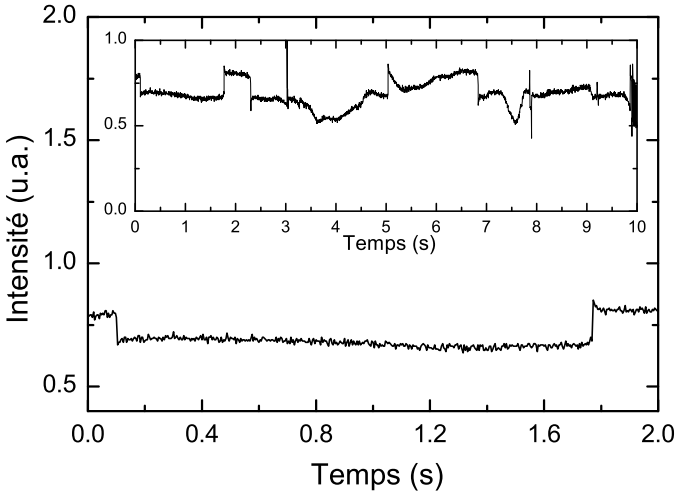
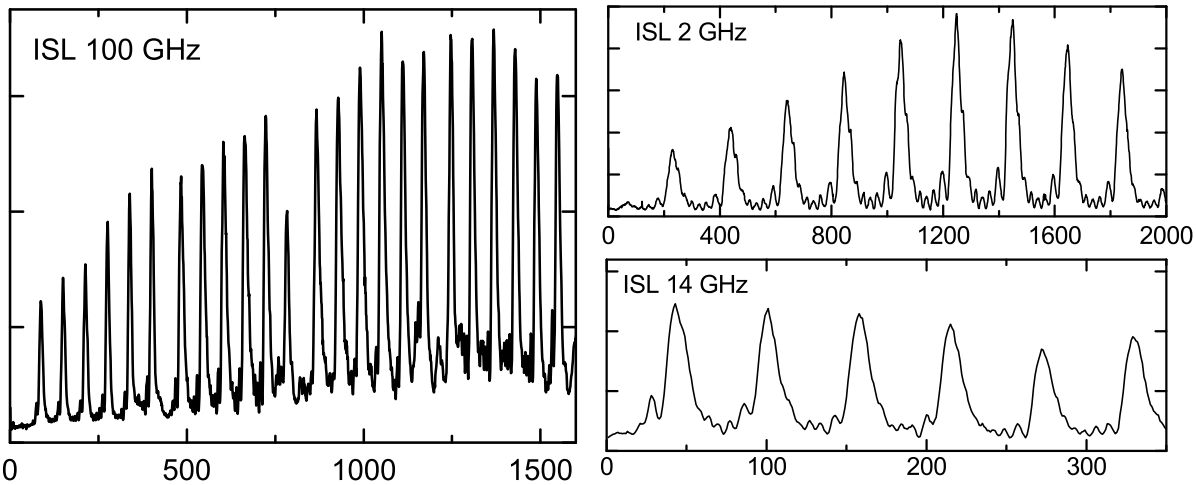


Fig. 3.22: Intensité émise par le SRO en fonction du temps, pour un pompage deux fois au dessus du seuil et une onde signal à 975 nm.

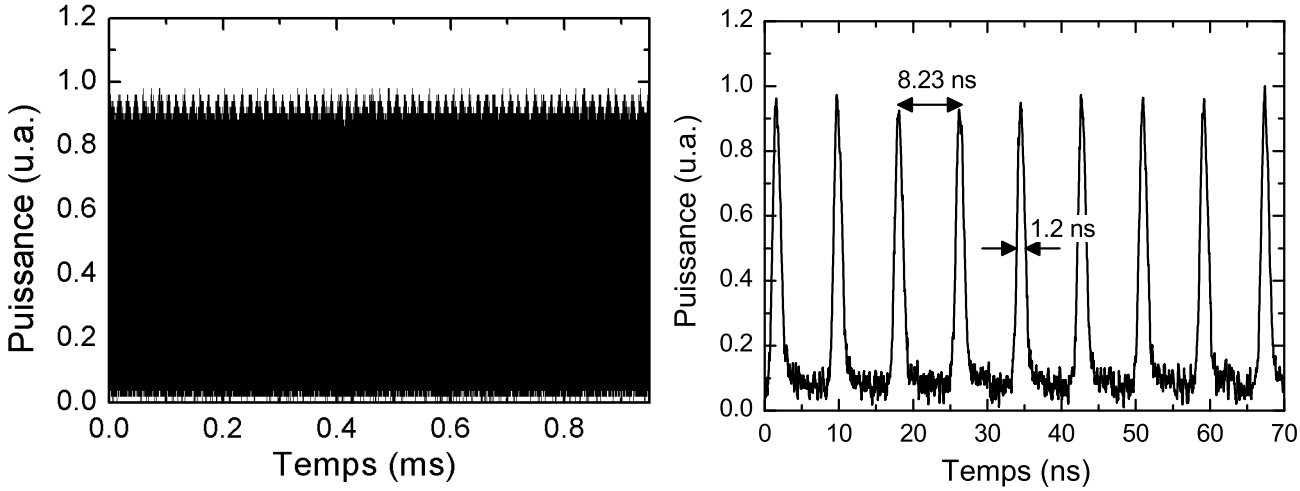


(a) Cinq coins de Fizeaux d'ISL 100 GHz (b) Coins de Fizeau d'ISL 2 GHz et 14 GHz

Fig. 3.23: Figures d'interférences obtenue avec le lambdamètre composé de six coins de Fizeau. Le temps d'intégration typique est de 10 ms. Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles de la Fig. 3.22.

3.5.3 Verrouillage en phase actif du SRO

Le verrouillage en phase continu des modes du SRO est obtenu pour une fréquence de modulation de 60,782 MHz. Le résultat est présenté sur la Fig. 3.24 pour un pompage 1,4 fois au dessus du seuil et un signal à 975 nm.



(a) Train modulé à l'échelle ms

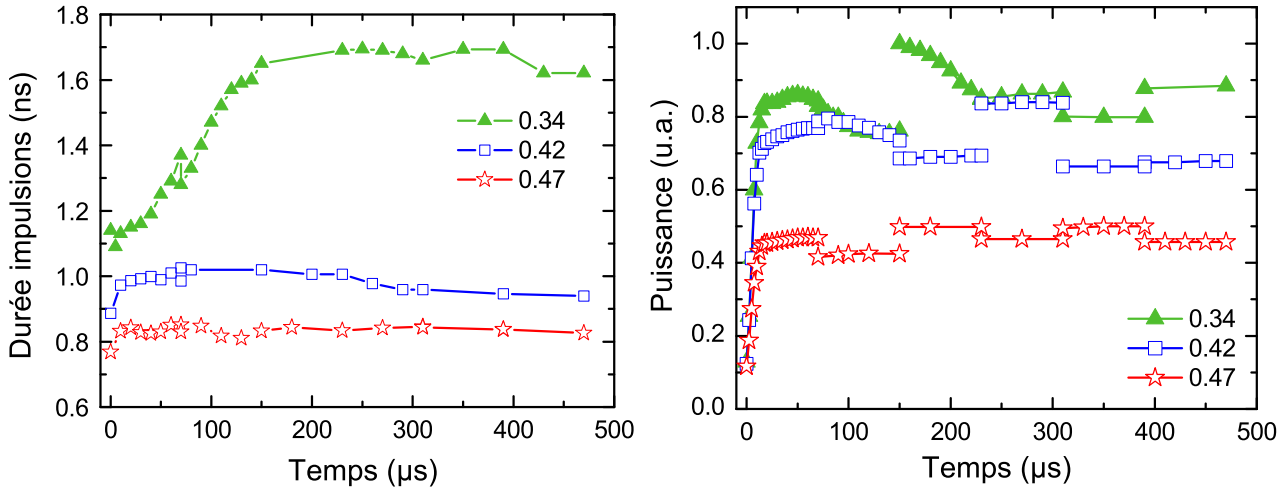
(b) Impulsions à l'échelle ns

Fig. 3.24: Puissance du signal à 975 nm émis en continu par le SRO en présence de modulation, pour un pompage 1,4 fois au dessus du seuil, et le taux de modulation de 0,4. L'oscillation étant continue, l'origine des temps est arbitraire.

Comme attendu, le train modulé est très stable en intensité, contrairement à ce qui avait été observé pour le DRO. Les impulsions sont espacées en moyenne de 8,23 ns, ce qui correspond à un ISL de 121,5 MHz double de la fréquence de modulation. La durée stationnaire des impulsions (LTMH) est de 1,2 ns. La dynamique du SRO est ensuite étudiée avec un créneau de pompe de 800 µs et présentée sur la Fig. 3.25.

La dynamique observée est similaire à celle observée sur le DRO. Une première période très courte, d'environ 20 µs, voit l'intensité du SRO augmenter tandis que les impulsions s'allongent. Puis, un régime stationnaire est atteint, avec des durées d'impulsions de 800 ps à 1,6 ns selon le taux de modulation. Le SRO est stable en intensité et en longueur d'onde sur environ 1 s sans saut de mode. Cette échelle de temps est beaucoup plus grande que le temps de construction du verrouillage des modes en phase qui est de ∼20 µs. Nous pouvons donc affirmer cette fois que le régime stationnaire est atteint. Comme précédemment, augmenter le taux de modulation raccourcit les impulsions finales et diminue l'importance du fond continu, comme le montre la Fig. 3.26.

Les impulsions les plus courtes sont de 700 ps pour un taux de modulation de 0,5. Au-delà, le SRO n'oscille plus. Le meilleur compromis entre le raccourcissement des impulsions courtes et la perte de puissance crête par rapport au fonctionnement continu semble se situer vers une profondeur de modulation de 0,4, avec des impulsions de 1,2 ns en régime stationnaire et un



(a) Durée (LTMH) des impulsions du signal

(b) Puissance crête du signal

Fig. 3.25: Dynamique du SRO verrouillé en phase pour trois taux de modulation différents. L'origine des temps correspond au moment où les impulsions sont détectables. Les conditions expérimentales sont identiques à celles de la Fig. 3.24. Ces figures ont été réalisées en regroupant des acquisitions faites pendant des créneaux de pompe différents. Les discontinuités observées, notamment en (b), sont donc dues à des fluctuations lentes de la puissance du SRO d'une acquisition à l'autre, et non à des sauts de mode.

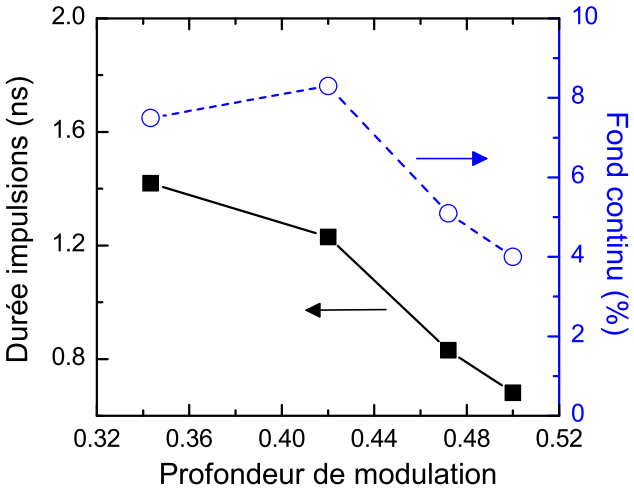


Fig. 3.26: Évolution du fond continu et de la durée des impulsions signal avec la puissance de modulation pour le SRO verrouillé en phase. Les conditions expérimentales sont identiques à celles de la Fig. 3.24.

fond continu de 5 %. En diminuant le taux de modulation à 0,35, le plancher d'intensité entre deux impulsions successives commence à disparaître. À des taux de modulation décroissants, il y a retour progressif vers le régime continu en passant par un régime modulé sinusoïdal.

3.5.4 Discussion

En SRO comme en DRO, la dynamique du verrouillage en phase actif est la suivante : lorsque la puissance intracavité est encore faible, les impulsions sont courtes puisqu'elles font moins de 800 ps. La durée des impulsions augmente ensuite de pair avec la puissance crête, pendant environ 50 µs, jusqu'à ce qu'un régime stationnaire soit atteint. L'ordre de grandeur de la durée finale des impulsions est 1 ns, quelque soit le type d'OPO. Cette valeur diminue lorsque la profondeur de modulation augmente, mais de façon minime. En résumé, la dynamique et l'état stationnaire du verrouillage actif des modes en phase sont quasiment identiques dans le DRO et dans le SRO. La première conséquence de ce résultat est que les effets de clusters du DRO ne permettent plus d'expliquer ni l'origine de la dynamique particulière observée, ni la durée finale des impulsions. Leur effet sur le verrouillage actif est au contraire négligeable puisqu'il ne modifie pas significativement la durée des impulsions par rapport au SRO. La deuxième conséquence est qu'il doit exister un phénomène commun au SRO et au DRO, et donc en quelque sorte "fondamental", permettant d'expliquer les résultats. Ce phénomène a probablement été négligé ou sous-évalué dans les théories du verrouillage actif des modes en phase.

Nous avons déjà vu au Chap. 3.2.3 que la dispersion globale de la cavité était trop faible pour influer significativement sur la durée des impulsions lorsque celles-ci font quelques dizaines de picosecondes. Elle devient surtout critique dans le régime femtoseconde, où un facteur 10 sur la durée des impulsions peut parfois être gagné en la compensant [Gal95]. À fortiori, elle devient complètement négligeable dans notre cas où les impulsions sont de l'ordre de 1 ns. Une preuve supplémentaire est que le SRO (cavité en anneau) donne des impulsions de durée quasiment identique au DRO (cavité linéaire) avec pourtant une dispersion globale deux fois plus faible dans la cavité.

Remarque sur la fréquence de modulation et le taux de répétition

En théorie, la fréquence de modulation n'est pas nécessairement rigoureusement égale à la fréquence de répétition de la cavité. Pour le SRO, il peut exister un décalage de 200–300 kHz qui dépend de la dispersion de temps de groupe et du gain. Cet effet est discuté en Annexe D.2. En pratique, nous constatons que l'écart maximum n'est que de 60 kHz, ce qui est compatible avec l'incertitude sur la fréquence de répétition des impulsions, de 100 kHz environ (déviation standard). En revanche, dans le cas du DRO la fréquence de modulation optimum diffère de

200 kHz de l'intervalle spectral libre mesuré de la cavité. En réalité, la fréquence de modulation optimale est quelque part entre la fréquence de répétition pour le signal et pour le complémentaire, car les deux impulsions sont séparées temporellement. Nous avons vu dans le modèle développé au Chap. 3.3.2 que ce décalage peut atteindre 30 ps dans un DRO, soit 200 kHz. De plus, le modulateur a des fréquences de résonances espacées de 330 kHz environ, et a donc tendance à ramener la valeur de la fréquence de modulation vers ses points de fonctionnement optimum. Ces deux phénomènes, ainsi que l'incertitude de mesure, expliquent l'écart observé entre la fréquence de modulation et la fréquence de répétition.

3.6 Modélisation du verrouillage en phase actif d'un OPO

L'objectif de cette partie est de fournir des modèles permettant de comprendre les résultats expérimentaux de verrouillage de modes obtenus précédemment. Contrairement aux théories exposées en début de chapitre, ces modèles intègrent l'effet de la saturation, afin de déterminer son influence sur la durée d'impulsion. Un premier modèle analytique simple est exposé dans le cas d'un OPO doublement résonnant. Puis un modèle numérique plus général permet de traiter le cas du SRO, et d'inclure l'effet de la dispersion. Ces modèles sont inédits et ont été développés spécialement pour décrire le verrouillage des modes d'un OPO.

3.6.1 Modélisation analytique dans le cas doublement résonnant

Dans ce modèle, nous considérons comme d'habitude des ondes planes dont l'enveloppe est lentement variable et le spectre étroit. L'interaction paramétrique est alors décrite dans l'espace par (A.18). Il est possible de résoudre ces équations de manière analytique simple en considérant le cas d'un OPO doublement résonnant et parfaitement dégénéré[6]. Dans ce cas le signal est $u_s = u_c \equiv u$ et la phase non-linéaire s'ajuste automatiquement à $\varphi = \pi/2$ en dessous du régime de reconversion. On néglige également le désaccord de phase et la dispersion, ce qui implique une bande de gain plate en fréquence. Bien que cette hypothèse semble irréaliste puisqu'elle autorise à priori une largeur spectrale infinie, nous verrons par la suite qu'elle est parfaitement adaptée aux situations expérimentales rencontrées dans ce manuscrit. Les équations non-linéaires décrivant l'amplification du signal et le dépeuplement de la pompe

[6]Il est également possible de le faire dans le cas d'un OPO simplement résonnant en utilisant des fonctions de Jacobi [Ros02]. Mais cela se fait au détriment de la simplicité.

sont donc

$$\frac{du_p}{dz} = -\kappa u^2$$
$$\frac{du}{dz} = \kappa u_p u.$$

Ce modèle prend en compte la saturation via le dépeuplement de la pompe, ainsi que le régime de reconversion via le changement de signe des u (équivalent à un saut de la phase non-linéaire de π), bien que ce dernier ne soit pas atteint dans notre cas. Lors de la propagation dans le cristal, la quantité suivante est conservée :

$$p_0 = u_p^2(0) + u^2(0) = u_p^2(z) + u^2(z),$$

où $p_0 + u^2$ est proportionnel au flux total intracavité. En introduisant cette constante dans l'équation différentielle on obtient

$$\kappa dz = \frac{du}{u\sqrt{p_0 - u^2}}.$$

La clé de ce modèle est que cette équation peut être intégrée de manière analytique sur la longueur l_c du cristal non-linéaire :

$$\kappa l_c \sqrt{p_0} = \ln\left(\frac{u_c}{u_0}\right) + \ln\left(\frac{\sqrt{p_0} + \sqrt{p_0 - u_0^2}}{\sqrt{p_0} + \sqrt{p_0 - u_c^2}}\right),$$

avec $u_0 = u(0)$ et $u_c = u(l_c)$. Avant d'aller plus loin, nous pouvons dès à présent regarder ce qu'il se passe près du seuil, c'est-à-dire pour u_0,$u_c \ll p_0$:

$$u_c = u_0 e^{\kappa l_c u_p}.$$

En notant R la réflectivité en intensité sur un tour de cavité (les pertes sont alors 1-R), la condition de seuil s'écrit

$$G_s = e^{2\kappa l_c u_{ps}} = \frac{1}{R},$$

où G_s représente le gain seuil et u_{ps} le champ pompe seuil. En introduisant la variable normalisée $v = u/\sqrt{p_0}$ et le gain saturé $G = e^{2\kappa l_c \sqrt{p_0}}$, l'équation pour le signal devient, après quelques calculs,

$$v_c = 2\sqrt{G} v_0 \frac{1 + \sqrt{1 - v_0^2}}{v_0^2(G-1) + 2(1 + \sqrt{1 - v_0^2})}.$$

Nous avons donc établi une expression analytique *explicite* pour l'onde signal après am-

plification dans le cristal non-linéaire. La modulation active des pertes en amplitude dans la cavité est décrite par une fonction arbitraire $\mathrm{f}(t)$. Après un tour de cavité, l'amplitude de l'onde signal est $v_c^{'} = v_c \cdot \mathrm{f}(t) \cdot \sqrt{R}$. Le régime stationnaire est défini par $v_c^{'} = v_0 \equiv v_{sta}$, ce qui permet d'obtenir, après quelques calculs, la valeur du flux signal :

$$v_{sta}^2 = \frac{4}{(G-1)^2}\left(G - \mathrm{f}(t)\sqrt{N}\right)\left(\mathrm{f}(t)\sqrt{N} - 1\right), \tag{3.24}$$

où $N = RG = G/G_s$ est le nombre de fois au dessus du gain seuil[7]. Au dessus du seuil, lorsque le gain est supérieur aux pertes, le champ v_{sta} est réel, donc v_{sta}^2 est positif. Ceci n'est possible que si

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{N}} &\leq \mathrm{f}(t) \leq \frac{G}{\sqrt{N}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{G}} &\leq \sqrt{R}\mathrm{f}(t) \leq \sqrt{G}. \end{aligned}$$

L'inégalité de droite est triviale : elle signifie que le gain doit être supérieur aux pertes totales. Pour une modulation sinusoïdale des pertes, de la forme donnée par (D.5), nous avons

$$1 - \frac{2}{\mu}\left(1 - \frac{1}{N}\right) \leq \cos(\Omega t) \leq 1 - \frac{2}{\mu}\left(1 - \frac{G^2}{N}\right). \tag{3.25}$$

En réalité, la borne supérieure de cette inégalité est toujours supérieure à 1. En effet, le cas contraire nécessiterait $G^2 > N$ soit $N < R^2$, ce qui est impossible puisque $R \leq 1$ et que $N > 1$ au dessus du seuil. Seule l'inégalité de gauche a donc réellement un sens, ce qui permet d'aboutir à la durée totale des impulsions :

$$\Delta t = \left|\frac{2}{\Omega}\arccos\left[1 - \frac{2}{\mu}\left(1 - \frac{1}{N}\right)\right]\right|. \tag{3.26}$$

Les résultats (3.24) et (3.26) obtenus avec ce modèle sont très importants : ils montrent que l'état stationnaire est atteint par la seule compétition entre la modulation des pertes et la saturation du gain. Autrement dit, même en l'absence de dispersion, l'OPO atteint un nouvel état stationnaire qui n'est pas prédit par les modèles précédents (Chap. 3.2). *La largeur spectrale de l'impulsion est ici limitée par l'effet de la saturation.* Comme dans les modèles précédents, la durée des impulsions diminue lorsque la profondeur de modulation μ ou le taux de répétition de la cavité Ω augmentent. Toutefois, les lois de variation sont très différentes dans les deux

[7] À ne pas confondre avec la définition utilisant le rapport de la puissance pompe au seuil, $X = p_0/u_{ps}^2 = (\ln G/\ln G_s)^2$, ces deux quantités étant liées par $N = R^{1-\sqrt{X}}$.

cas. De plus, la durée des impulsions dépend cette fois du nombre de fois au dessus du seuil N, c'est-à-dire des pertes R de la cavité et non plus seulement du gain G. Les impulsions les plus courtes sont obtenues pour un pompage proche du seuil. Les expressions (3.25) et (3.26) seront tracées au du Chap. 3.6.2, lors d'une comparaison avec un modèle numérique.

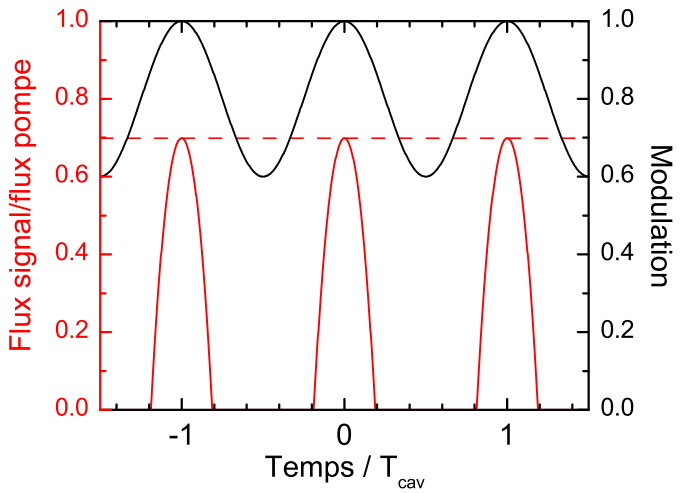


Fig. 3.27: Résultat du modèle analytique du verrouillage en phase actif des modes d'un DRO. Courbe noire : modulation de profondeur 0,4. Courbe rouge pleine : flux signal en présence de modulation. Trait rouge tireté : flux signal en l'absence de modulation. Le flux signal est défini comme le carré de la partie réelle du champ donné par (3.24). Le pompage est 4 fois au dessus du seuil en intensité, soit N = 1,14 , et les pertes de la cavité correspondent à R = 0,875.

La Fig. 3.27 présente le calcul du champ donnée par (3.24) pour le DRO à modes verrouillés. Tout d'abord, la puissance crête des impulsions ne dépasse par la puissance du régime continu. Ceci est attendu puisqu'il n'y a pas de stockage d'énergie dans le cristal non-linéaire. La durée des impulsions en régime stationnaire, telle que définie dans ce modèle, est d'environ 0,4 fois le temps d'aller-retour de la cavité, soit 3,5 ns pour la cavité étudiée expérimentalement. Avec la définition de la largeur totale à mi-hauteur, la durée des impulsions est de 2,4 ns. Cette valeur est très proche de la valeur expérimentale de 2 ns. Contrairement aux modèles développées précédemment, ce modèle donne donc le bon ordre de grandeur pour la durée des impulsions. La différence restante peut être attribuée au fait que le modèle utilise des ondes planes, et non des faisceaux gaussiens comme c'est le cas expérimentalement. En effet, nous avons déjà montré au Chap. 2.4.1, lors de l'étude d'un OPO en régime nanoseconde, que la saturation était fortement surestimée en ondes planes. Or ici c'est l'importance relative de la saturation qui détermine la durée des impulsions. C'est probablement pourquoi cette dernière est surestimée dans ce modèle.

3.6.2 Modélisation numérique

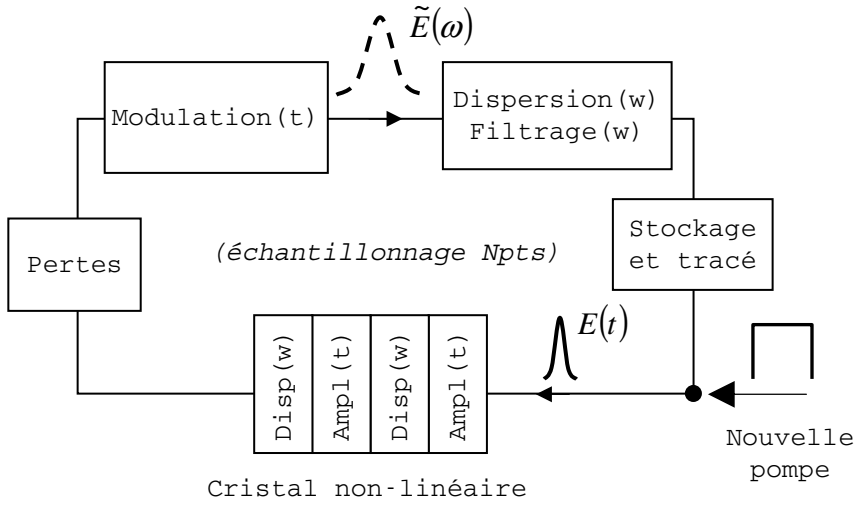


Fig. 3.28: Principe du modèle numérique de l'OPO à modes verrouillés en phase.

Le modèle analytique développé précédemment à l'avantage d'être simple, mais il ne donne aucune information sur le ou les régimes transitoires de l'OPO à modes verrouillés, en particulier au démarrage de l'oscillation. Pour cela, il est nécessaire de développer un modèle numérique. Ce modèle nous permettra également d'étudier le cas d'un OPO simplement résonnant, ainsi que l'influence de la dispersion, ce qui n'était pas possible avec le modèle analytique.

Le principe du modèle se rapproche de celui développé dans la théorie de Kuizenga et Siegman (Chap. 3.2.1). On considère le passage d'une impulsion unique, de durée inférieure au temps d'aller-retour dans la cavité, traversant différents éléments optiques, tel que le décrit la Fig. 3.28. L'impulsion est donnée par l'enveloppe du champ électrique autour d'une porteuse optique en résonance avec la cavité. Comme nous l'avons déjà vu, cette porteuse peut être éliminée de tous les calculs (hormis lors de l'évaluation de l'indice de réfraction), ce qui revient à lui attribuer une valeur nulle. Il est donc possible de décrire l'enveloppe du champ par un tableau de valeurs complexes de taille N_{pts} (typiquement 2048), définissant une fenêtre temporelle allant de $-T_{cav}/2$ à $T_{cav}/2$. Le spectre est alors décrit sur une fenêtre fréquentielle bornée par la fréquence de Nyquist (ou de coupure) $f_{nyq} = 0{,}5\, N_{pts}/T_{cav}$. La fenêtre temporelle est centrée sur le signal en SRO, et à mi-distance entre le signal et le complémentaire en DRO. Ceci revient à compenser le délai de groupe signal ou le délai de groupe moyen, respectivement.

Les grandes lignes de ce modèle sont les suivantes. Les indices de réfraction sont calculés sur la fenêtre fréquentielle autour des 3 porteuses optiques pompe, signal, et complémentaire,

en utilisant les équations de Sellmeier appropriées pour le cristal et pour le modulateur. Ceci permet de définir le vecteur d'onde

$$k = (n(\omega) - n_g)\frac{\omega}{c},$$

où ω est la pulsation, n l'indice et n_g l'indice de groupe (SRO) ou l'indice de groupe moyen (DRO) à la fréquence centrale. On définit ensuite un opérateur de dispersion dans l'espace des fréquences

$$\mathrm{V}(\omega) = \exp\left(iL\left(k(\omega) - k_0\right)\right),$$

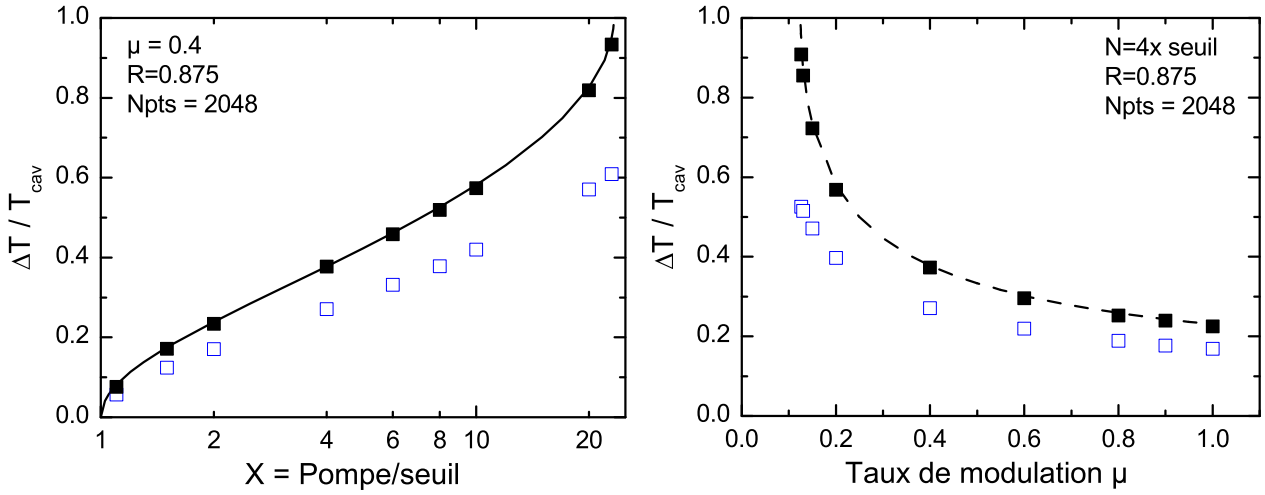
où k_0 est la valeur de k au centre de la fenêtre fréquentielle, et L la longueur de milieu traversée. Cet opérateur s'applique sur la transformée de Fourier (FFT) de l'enveloppe du champ. La modulation est calculée en la supposant synchrone avec l'impulsion, c'est-à-dire centrée et $t = 0$. L'amplification se fait par une résolution numérique des équations non-linéaires couplées (Annexe A), dans l'espace des temps. Ces équations sont discrétisées à l'ordre 2 en découpant le cristal en plusieurs segments (typiquement une vingtaine), ce qui permet un bon compromis entre vitesse de calcul et précision du calcul[8]. Dans ce modèle, le désaccord de phase est compris dans la dispersion du cristal. Celle-ci est appliquée dans l'espace des fréquences après chaque étape d'amplification (méthode *split-step*). À chaque tour de cavité, la pompe est réinitialisée à son niveau de pompe initial. Au départ, les champs signal et complémentaire sont initialisés par un bruit plat temporellement. Un autre type de bruit (blanc, gaussien...) peut être utilisé sans changer la nature du verrouillage en phase, puisque celui-ci est imposé de toutes façons par la modulation active des pertes. La validation du modèle numérique est d'abord effectuée en régime continu, en vérifiant que le seuil est identique à la valeur théorique en ondes planes. Il est ensuite comparé à l'expérience et au modèle analytique du Chap. 3.6.1. Cette dernière comparaison est présentée au paragraphe suivant.

3.6.3 Durée d'impulsion prévue par les modélisations

La Fig. 3.29 présente le résultat des deux modèles précédents, analytique et numérique, dans le cas d'un DRO sans dispersion, avec $R = 0{,}875$, $\mu = 0{,}4$. Le nombre de points utilisé dans le modèle numérique est 2048. La dispersion n'intervenant pas dans les calculs, les résultats ne dépendent pas de la longueur d'onde. D'après le modèle analytique la durée des impulsions est directement proportionnelle au temps d'aller-retour dans la cavité T_{cav}, ce que nous avons vérifié avec le modèle numérique. Les résultats sont donc présentés sous forme normalisée. Nous

[8]Il est même possible de montrer qu'une discrétisation à l'ordre 1 (méthode d'Euler) est instable (en pratique, divergence de la puissance) si le pas de calcul n'est pas plus petit que la période caractéristique d'évolution du système. Cette condition stricte est levée par une discrétisation à l'ordre 2. Une discrétisation d'ordre supérieur à 2 n'est pas nécessaire et n'est pas forcément plus précise [Pre93].

constatons tout d'abord un accord parfait entre les deux modèles. Cela confirme d'une part que le modèle analytique, bien que très simple, décrit correctement l'OPO à modes verrouillés en phase, et d'autre part que le code numérique utilisé est exempt d'erreur majeure et possède une précision suffisante. Sur la Fig. 3.29, nous voyons que même en baissant la puissance de pompe ou en augmentant la profondeur de modulation, il n'est pas possible d'obtenir des impulsions plus courtes qu'environ 0,1 tours de cavités, soit 800 ps. C'est bien ce que nous avions constaté expérimentalement.



(a) Durée d'impulsion en fonction du pompage

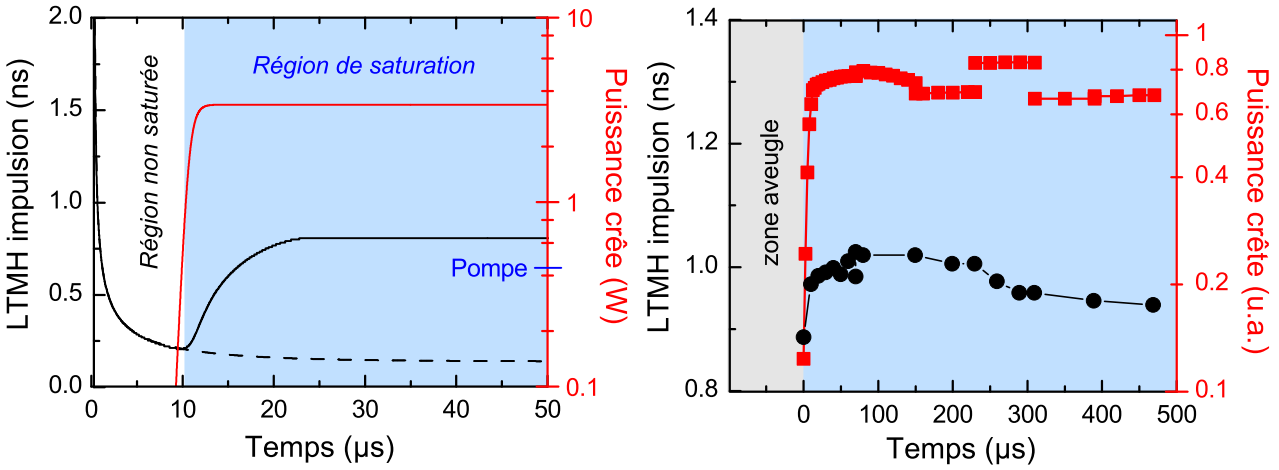
(b) Durée d'impulsion en fonction du taux de modulation

Fig. 3.29: Durée d'impulsion calculée pour le DRO à modes verrouillés en phase. La courbe pointillée correspond au calcul analytique du Chap. 3.6.1, et les carrés au modèle numérique de ce chapitre. Les carrés pleins noirs donnent la largeur totale pour laquelle le champ est positif, tandis que les carrés bleus creux correspondent à la largeur totale à mi-hauteur de l'intensité.

Le modèle numérique nous permet de déterminer le régime stationnaire du SRO, ce qui n'était pas possible avec le modèle analytique précédent limité au DRO. De manière qualitative, les résultats sont similaires à ceux du DRO et ne seront donc pas présentés. Cette similarité de comportement avait déjà été constatée expérimentalement. Elle s'explique par le fait que les principales différences entre le SRO et le DRO, qui sont la dispersion et les effets de clusters, jouent en fait un rôle négligeable sur la durée des impulsions. Tandis que le principal mécanisme mis en jeu, la saturation du gain, joue un rôle analogue en SRO et en DRO.

Le comportement dynamique (i.e. avant le régime stationnaire) du SRO à modes verrouillés en phase est ensuite étudié. La durée et la puissance crête des impulsions en fonction du temps,

obtenues par le modèle numérique décrit précédemment, sont tracées sur la Fig. 3.30(a). La simulation est faite pour un SRO émettant à 975 nm avec des valeurs des paramètres qui correspondent aux valeurs expérimentales. Dans un premier temps, la dispersion et le désaccord de phase dans le cristal sont négligés. Les résultats expérimentaux sont rappelés sur la Fig. 3.30(b) pour comparaison.



(a) Modélisation (b) Expérience

Fig. 3.30: Modélisation du SRO à modes verrouillés en phase et comparaison avec l'expérience. Le SRO est pompé 1,4 fois au dessus du seuil, la cavité a un temps d'aller-retour de 8,23 ns et des pertes de 5 %, et le taux de modulation est 0,4. La courbe pointillée de (a) est donnée par (3.6) en ajustant seulement le temps de construction pour que la courbe se superpose à la simulation.

Ce résultat permet de distinguer deux régimes. Au démarrage, l'OPO est en régime non saturé, et la durée d'impulsion décroît au cours du temps, de façon strictement identique à celle prévue par le modèle de Kuizenga et Siegman exposé au Chap. 3.2.1. La valeur du temps de construction issue de la comparaison entre ce modèle est la simulation est 20 µs, identique à la valeur expérimentale. La durée d'impulsion en régime stationnaire prévue par le modèle en régime non saturé est 140 ps. Lorsque la puissance crête de l'impulsion approche celle de la pompe, la pompe commence à être dépeuplée : c'est le régime de saturation. Il se caractérise par un étirement de l'impulsion : la durée de celle-ci augmente et ne suit plus du tout la loi prévue par le modèle en régime non saturé. Finalement, un régime stationnaire est atteint pour la puissance lorsque le gain est complètement saturé. Cela se traduit également par un régime stationnaire pour la durée d'impulsion grâce à la modulation active des pertes. La présence de deux régimes avait déjà été observée expérimentalement et est confirmée par la modélisation.

De plus, la durée des impulsions prévue par ce modèle est de 800 ps, ce qui est très proche de la valeur mesurée expérimentalement de ∼1 ns. Ce très bon accord entre expérience et modélisation a également été obtenue avec le DRO, les résultats ne seront donc pas présentés ici.

Avec ce modèle, il est également possible d'étudier l'influence de la dispersion. Comme attendu pour des impulsions de ∼1 ns, celle-ci a un effet négligeable pour le SRO comme pour le DRO, avec moins de 1 % de variation sur la durée d'impulsion.

3.7 Discussion sur le rôle de la saturation

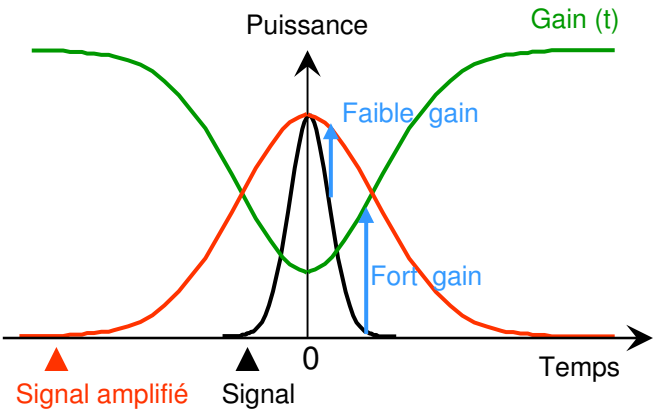


Fig. 3.31: Effet de la saturation du gain paramétrique sur une impulsion.

Le modèle analytique et les simulations numériques ont montré que la saturation du gain est le phénomène limitant le raccourcissement de la durée des impulsions dans l'OPO à verrouillage de phase actif. Ceci se comprend très facilement en examinant la Fig. 3.31 : le dépeuplement de la puissance de pompe a lieu au centre de l'impulsion signal. Le gain est donc relativement plus important pour les ailes de l'impulsion, ce qui provoque son allongement après amplification dans le cristal. Cet étirement de l'impulsion au cours du temps finit par être arrêté par la modulation périodique des pertes de la cavité. Cet effet est dû à l'instantanéité (échelle femtoseconde) du gain paramétrique : c'est une situation très différente de celle des lasers où le temps de réponse du milieu amplificateur est au moins de l'ordre de la nanoseconde (lasers à semiconducteur), et généralement plutôt de l'ordre de la microseconde (lasers solides). Alors que la saturation peut être négligée pour le verrouillage en phase actif d'un laser, *elle ne peut pas l'être pour un OPO*. Ceci explique l'échec des modèles présentés au début de ce chapitre à prédire correctement la durée d'impulsion. Nous verrons au prochain chapitre qu'un moyen

efficace pour contourner la saturation dans un OPO est d'allonger le temps de réponse effectif de l'amplification.

Il est remarquable que les résultats de la modélisation numérique de l'OPO à modes verrouillés en phase soient très semblables à ceux obtenus par l'équipe de R. Laenen concernant les OPO à pompage synchrone en régime picoseconde [Lae93]. Nous retrouvons dans ces travaux le passage d'un régime non saturé d'impulsions courtes à un régime saturé d'impulsions plus longues, suivi d'un régime stationnaire. Toutefois, les ordres de grandeurs mis en jeu dans ces deux situations sont très différents. Dans le cas des OPO à pompage synchrone, le gain par passage est en effet très élevé et très étroit temporellement puisqu'il provient d'une impulsion picoseconde. Le dépeuplement de la pompe, qui accompagne un fort rendement de conversion d'environ 30 %, entraîne ensuite un allongement des impulsions signal et complémentaire, jusqu'à une durée comprise entre 0,5 et 1,5 fois celle de la pompe. En revanche, dans le cas de l'OPO à verrouillage de phase actif, le gain par passage est faible et varie lentement, puisqu'il provient de la combinaison d'une pompe continue et de pertes modulées sinusoïdalement avec une période de l'ordre d'une dizaine de nanosecondes. Bien que la puissance de pompe soit faible, la saturation est néanmoins assez importante pour conduire à un allongement des impulsions, mais jusqu'à une durée qui reste encore 10 fois inférieure à la période de modulation.

3.8 Verrouillage passif des modes dans un OPO avec balayage de la pompe

Les travaux sur l'OPO à verrouillage de phase actif ont montré que le dépeuplement de la pompe était le facteur principal limitant la réduction de la durée d'impulsion. Ce phénomène intervient également dans les OPO à pompage synchrones où les impulsions générées sont rarement beaucoup plus courtes que la pompe. Nous montrons ici que la situation peut être très différente dans un cristal fortement dispersif, où le signal "glisse" par rapport à la pompe. Cet OPO avec balayage de la pompe peut alors être verrouillé en phase par un absorbant saturable et générer des impulsions courtes.

3.8.1 Principe

Dans un cristal non-linéaire fortement dispersif, plus précisément avec une forte dispersion de vitesse de groupe, les impulsions pompe et signal se séparent temporellement lors de l'amplification. Cette séparation temporelle, ou *walk-off* temporel, est donnée par $\delta t_{ps} = L_c \left(v_p^{-1} - v_s^{-1}\right)$, où $v_{p,s}$ est la vitesse de groupe de la pompe ou du signal. Comme le schématise la Fig. 3.32, il

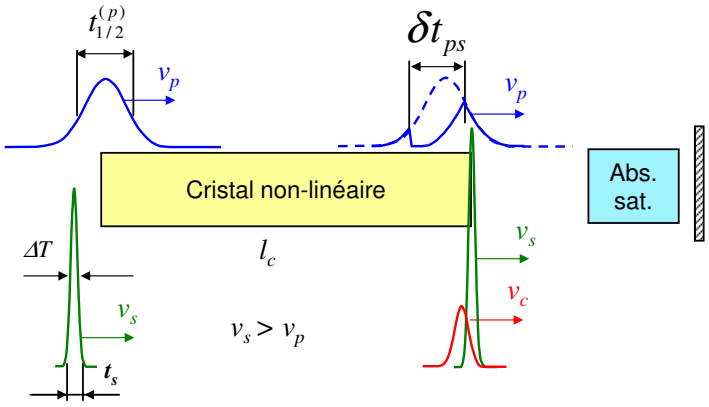


Fig. 3.32: Principe de l'OPO avec balayage de la pompe, avec absorbant saturable. $v_{s,c,p}$ est la vitesse de groupe du signal, complémentaire, ou de la pompe respectivement. $\delta t_{ps} = L_c\left(v_p^{-1} - v_s^{-1}\right)$ est le walk-off temporel pompe/signal. L_c est la longueur physique du cristal non-linéaire. Les autres notations sont utilisées en annexe : $t_{1/2}^{(p)}$ (durée LTMH de la pompe), ΔT (durée LTMH du signal), t_s (durée totale du signal).

est possible de profiter de ce phénomène pour amplifier une impulsion signal courte en utilisant toute l'énergie de pompe contenue dans l'intervalle de temps δt_{ps}. Dans ce cas, le signal voit toujours un gain fort en son centre et sur son front avant, et un gain faible (pompe dépeuplée) sur son front arrière. L'effet du dépeuplement de la pompe n'est donc plus de rallonger les impulsions, mais au contraire de les compresser. Cette idée a d'abord été proposée par [Akh68] puis démontrée par plusieurs groupes dans des OPO à pompage synchrone utilisant des cristaux de BBO, KTP, PPLN, et AgGaS2 [Lae90, Kha94, Umb94, Kha95, Lef99].

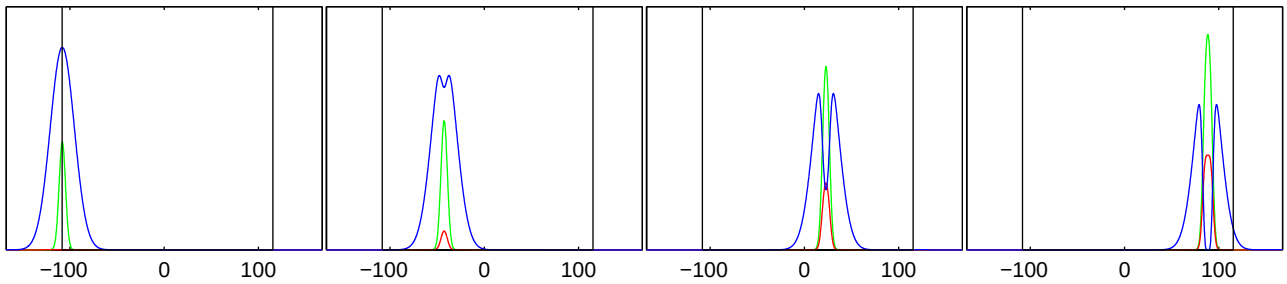


Fig. 3.33: Amplification *sans dispersion* d'une impulsion signal (puissance, en vert) de 8 ps à 1000 nm par une impulsion de pompe (en bleu) de 30 ps et 0,45 nJ à 532 nm, dans un cristal de PPLN:MgO de 30 mm (rectangle noir). L'abscisse est en picosecondes dans un repère qui se déplace à la vitesse de groupe du signal. À l'entrée du cristal le nombre de photons signal et pompe sont égaux, et le complémentaire (en rouge) est nul.

Pour une pompe à 1064 nm et un signal à 2000 nm, dans un cristal de 2 cm, le walk-off temporel peut atteindre -15 ps dans le GaSe et 30 ps dans le PPGaAs. Pour une pompe à

532 nm et un signal à 1000 nm, il peut atteindre 15 ps dans le PPLN:MgO. L'importance de cet effet est illustrée sur les Fig. 3.33 et 3.34 qui présentent l'amplification paramétrique d'une impulsion signal en pompage synchrone, en l'absence de dispersion et en présence de dispersion, respectivement. En l'absence de dispersion, le dépeuplement de la pompe allonge l'impulsion signal de 8 ps à 11 ps : c'est le phénomène d'élargissement décrit dans la partie précédente. En présence de dispersion, le dépeuplement de la pompe est étalé dans le temps. L'impulsion signal n'est alors élargie que vers 8,3 ps.

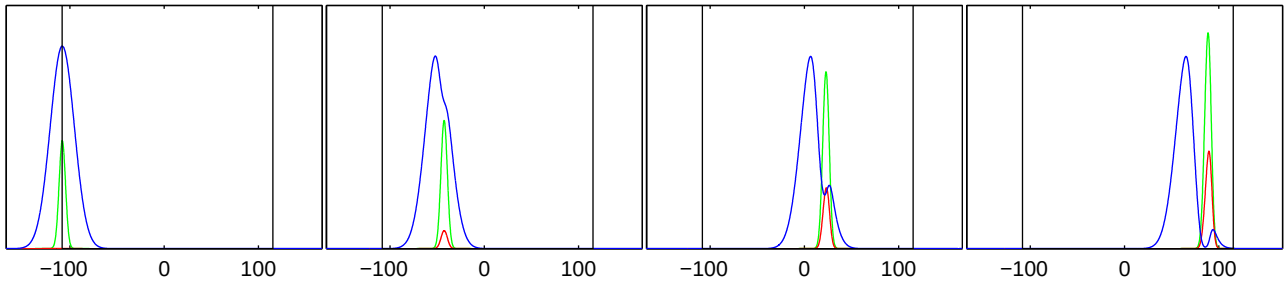


Fig. 3.34: Amplification *avec dispersion* d'une impulsion signal (puissance, en vert) de 8 ps à 1000 nm par une impulsion de pompe (en bleu) de 30 ps et 0,45 nJ à 532 nm, dans un cristal de PPLN:MgO de 30 mm (rectangle noir). L'abscisse est en picosecondes dans un repère qui se déplace à la vitesse de groupe du signal. Le walk-off temporel pompe-signal est de 23 ps. À l'entrée du cristal le nombre de photons signal et pompe sont égaux, et le complémentaire (en rouge) est nul.

D'une certaine façon, l'amplification ne dépend plus de la puissance crête P_p, mais de l'*énergie* de pompe balayée par le signal, $P_p \cdot \delta t_{ps}$. Une autre façon de voir ce phénomène est de dire que le walk-off temporel δt_{ps} est en fait le temps de réponse du milieu amplificateur, l'équivalent du temps de vie des amplificateurs lasers. La dispersion de vitesse de groupe a créé l'équivalent d'un stockage de l'énergie. À partir de là, il devient possible d'envisager dans l'OPO une technique de verrouillage des modes existante dans les lasers : le verrouillage passif avec un absorbant saturable ou un milieu à effet Kerr optique. Dans ce cas, c'est l'absorbant saturable qui est chargé de raccourcir les impulsions et à priori il n'est plus nécessaire d'employer une source de pompe ultrabrève. L'idée d'utiliser un effet Kerr optique dans un OPO a d'ailleurs déjà été proposée par [Lae95], mais sous pompage synchrone d'un cristal de KTP. Le mécanisme avancé par les auteurs est celui d'un verrouillage des modes en phase "hybride". Une compression des impulsions d'un facteur 2 a été observée, très certainement limitée par la trop faible dispersion de vitesse de groupe du cristal ($\delta t_{ps} = 0{,}75$ ps sur 6 mm).

3.8.2 Ordre de grandeur de la durée d'impulsion

Pour obtenir un ordre de grandeur de la durée d'impulsion, nous partons des équations non-linéaires couplées (A.29) tenant compte de la dispersion. L'OPO est supposé suffisamment loin

de la dégénérescence pour que sa bande passante soit principalement limitée par la différence de vitesse de groupe entre le signal et le complémentaire. En résolvant analytiquement ces équations non-linéaires couplées, et avec certaines hypothèses[9], il est possible de montrer que la dynamique du gain de l'OPO avec balayage de la pompe est très semblable à celle d'un milieu laser. Le temps de recouvrement du gain est alors approximativement égal à $\delta t_{ps}/2$, et la densité d'énergie de saturation à $2\delta t_{ps}\omega_s/\left(\kappa^2 Z_0\right)$. Le détail de ces calculs est donné en Annexe D.5, et a également fait l'objet d'une publication [Khu07a]. Contrairement à ce que nous avons vu auparavant dans ce chapitre, l'équivalence OPO–laser est préservée même en présence de saturation. Il est donc justifié d'appliquer la théorie de Kuizenga et Siegman à ce type d'OPO. En considérant dans le calcul un absorbant saturable de réponse instantanée, ce qui est équivalent à une lentille de Kerr, il est possible de donner une estimation de la durée d'impulsion en régime stationnaire (voir Annexe D.5) :

$$\Delta T \simeq \frac{0{,}45}{\Delta v}\sqrt{C},$$

où $\Delta v \simeq 0{,}19\Delta\omega_1$ est la bande passante *totale* d'amplification loin de la dégénérescence, limitée par le désaccord de phase entre le signal et le complémentaire, et $C = p/q_{sat}$ où q_{sat} sont les pertes saturées et p les pertes totales de la cavité [10]. On a supposé une pleine saturation de l'absorbant, i.e. $q_{sat} \ll q_0 < 1$ où q_0 sont les pertes non saturées. Pour un OPO avec un coupleur de sortie de 5 %, et des pertes saturées de 1 %, $\sqrt{C}$ vaut 2,5. Il est donc possible d'obtenir des impulsions quasiment limitées par la transformée de Fourier de la bande d'amplification. Pour un cristal de GaAs de 1 cm pompé à 1,064 µm et un signal à 2 µm, la bande passante est 0,6 THz, ce qui donne des impulsions de quelques picosecondes. Le résultat est à peu près le même dans 30 mm de PPLN pompé à 532 nm et fonctionnant à 975 nm.

Dans ce calcul, la dispersion d'ordre 2 à l'intérieur du spectre de l'impulsion signal n'est pas prise en compte. Dans le cas du GaAs, une impulsion s'élargit d'un facteur $\sqrt{2}$ à la traversée du cristal si sa durée est inférieure à $\sqrt{4\ln 2\, k_s'' l_c} = 170$ fs. Cette valeur est bien en dessous de la durée d'impulsion attendue. Loin de la dégénérescence, et pour des impulsions de l'ordre de la picoseconde, cette dispersion est donc négligeable par rapport à la dispersion de vitesse de groupe.

Il est important de noter que la durée de l'impulsion prédite par l'équation précédente n'est qu'un *ordre de grandeur*. En effet, elle dépend normalement du taux de pompage et des pertes, deux paramètres qui n'ont pas été pris en compte. Mais surtout, puisqu'il s'agit de verrouillage de modes *passif*, la durée d'impulsion dépend de l'interaction entre l'absorbant saturable et le

[9] Ces hypothèses sont : un régime stationnaire, un fort champ signal intracavité (approximation du champ fort), et une impulsion signal courte devant δt_{ps}.

[10] $p = \ln 1/R \simeq 1 - R$ si ces faibles pertes sont ramenées à une réflectivité.

milieu à gain, c'est-à-dire de la dynamique et de l'amplitude de la saturation dans chacun de ces deux milieux. À défaut d'une expérience, une modélisation numérique est donc indispensable pour prédire correctement la durée d'impulsion. C'est ce qui est proposé dans la partie suivante.

3.8.3 Modélisation numérique d'un OPO avec balayage de la pompe

La modélisation consiste à résoudre numériquement les équations couplées non-linéaires, en introduisant une dispersion de vitesse de groupe entre les ondes pompe, signal et complémentaire. Comme expliqué plus haut, les autres termes de dispersion sont négligés. L'absorbant saturable est modélisé par une fonction de saturation "classique" du type [Sie86]

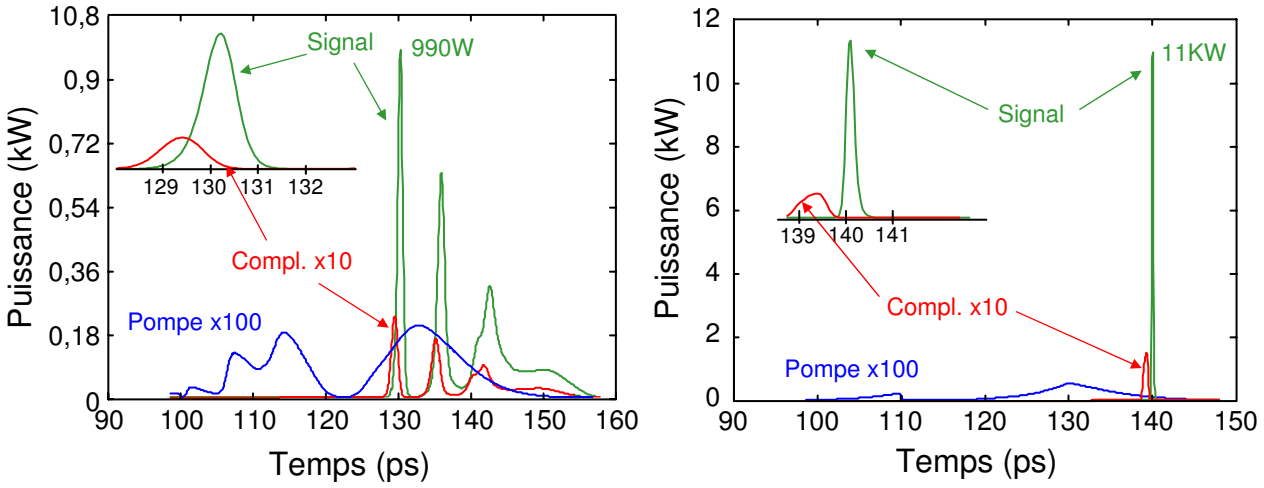
$$q\left(x\right) = \frac{q_0}{1 + x/x_{sat}},$$

où x désigne l'intensité de l'impulsion dans le cas d'une lentille de Kerr, ou son énergie dans le cas d'un temps de réponse non nul. Le cristal retenu pour les simulations, en raison de sa forte dispersion, est du GaAs retourné périodiquement [Vod07] de 1 cm de long. Il est pompé à 1,06 µm dans une cavité simplement résonnante à l'onde signal à 2,0 µm. Contrairement à ce qui se passe en régime nanoseconde, où les puissances crêtes à 1 µm sont importantes, l'absorption à deux photons du GaAs n'est pas un problème ici. En effet, l'OPO est pompé de façon synchrone, et la puissance de pompe n'a pas besoin d'être très élevée. En pratique elle ne dépassera pas une centaine de watts sur un waist de 60 µm, soit une densité de puissance de 2 MW/cm^2. Le coefficient d'absorption à deux photons étant d'environ 0,5 10^{-8} cm/W, cela signifie que moins de 1 % de la pompe est absorbée. Par conséquent l'absorption à deux photons à 1,06 µm peut être négligée.

Pompage synchrone

Pour accélérer le temps de calcul, nous avons dû choisir un OPO avec un faible temps de construction, c'est-à-dire avec des pertes relativement importantes (donc un seuil théorique élevé), et un pompage très au dessus du seuil. Pour la même raison le temps d'aller-retour de la cavité est limité à 300 ps, soit une cavité de 9 cm seulement. Le champ signal est au départ un bruit d'intensité aléatoire. Quelques centaines de tours de cavité sont alors nécessaires pour atteindre un régime stationnaire, selon le taux de pompage et les pertes. Tout d'abord, l'OPO est pompé de façon synchrone en l'absence d'absorbant saturable. Son seuil théorique est de 75 W. La pompe est un train d'impulsions gaussiennes espacées d'un aller-retour de cavité, de puissance crête 450 W (6× au dessus du seuil) et de durée 20 ps, soit une énergie de 9 nJ.

La Fig. 3.35(a) montre l'émission en régime stationnaire. Nous voyons que le signal présente de fortes oscillations. Elles sont dues à deux phénomènes se produisant lorsque l'OPO est



(a) Régime relaxé (pas d'absorbant saturable)

(b) Modes verrouillés (avec absorbant saturable)

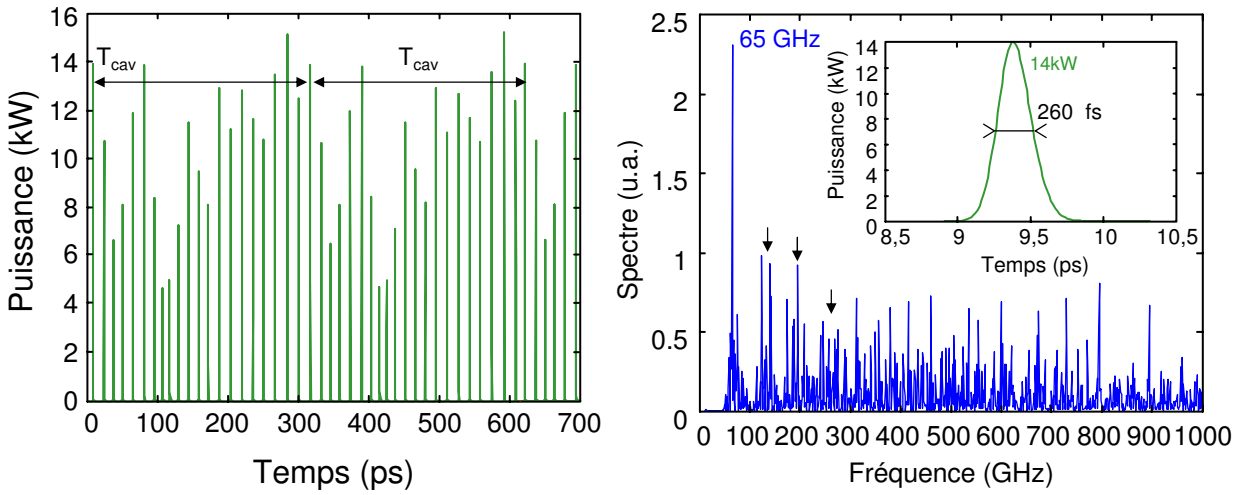
Fig. 3.35: Allures temporelles du signal, complémentaire, et de la pompe dépeuplée dans un OPO GaAs à modes verrouillés passivement. L'absorbant saturable répond instantanément à la puissance avec une puissance de saturation de 25 kW. La pompe fait 20 ps et 9 nJ. Pertes de la cavité 3 %.

pompé très au dessus du seuil, ce qui est le cas ici. Le premier est la reconversion du signal et du complémentaire, ce qui crée une nouvelle impulsion de pompe, décalée dans le temps, qui régénère à son tour une impulsion signal. Le deuxième phénomène se produit pour des puissances de pompe encore supérieures, telles que la pompe fournit du gain *pendant un temps plus long que* δt_{ps}, permettant à plusieurs impulsions de naître du bruit les unes à la suite des autres. Nous avons d'ailleurs constaté qu'à 2× le seuil, il n'y avait plus qu'une seule impulsion signal. Une autre façon de comprendre ces oscillations est de se rappeler que l'OPO a maintenant un temps de réponse non nul, égal à $\delta t_{ps}/2$. Il s'agit donc d'oscillations de relaxation, analogues à celle d'un laser. La différence majeure est que la période de ces oscillations est reliée à δt_{ps} (et à la puissance de pompe), et est donc beaucoup plus courte que le temps de vie des photons dans la cavité. De même le temps d'amortissement est très court. Ce phénomène avait été prédit par d'autres travaux et observé expérimentalement [Umb94, Kha95, Lef99]. La durée de la première impulsion signal est 1 ps et sa puissance intracavité 990 W. Le rendement de conversion photonique vers le signal est de 70 %.

Un absorbant saturable de réponse instantané et de puissance de saturation 25 kW est ensuite inséré dans la cavité. L'émission est alors constituée d'un pic signal unique, de durée 250 fs et de puissance crête 11 kW, visible sur la Fig. 3.35(b). Le rendement de conversion photonique est de 60 %. Le signal est donc 80 fois plus court que la pompe, et 25 fois plus intense, avec un très bon rendement. Un résultat très similaire est obtenu avec un absorbant saturable de temps de réponse 2 ps et d'intensité de saturation 12 kW.

Ces résultats illustrent bien l'effet de "compression" dû à l'action conjointe du walk-off temporel, de la saturation et de l'absorbant saturable. En effet, la durée de l'impulsion signal dans les OPO synchrones est rarement inférieure à 10 ou 20 fois la durée de l'impulsion pompe pour des rendements similaires [Kha94, Gal95]. Même lorsqu'un effet de lentille de Kerr est utilisé, l'effet de compression reste faible tant que le walk-off n'est pas suffisant [Lae95].

Pompage continu



(a) (b)

Fig. 3.36: (a) Signal sur deux tours de cavité de temps d'aller-retour T_{cav}. (b) Spectre du signal sur un tour de cavité (la composante à fréquence nulle a été effacée). Les multiples de la fréquence fondamentales ont été indiqués par des flèches. Encadré : vue agrandie de la première impulsion signal de (a).

Le SRO GaAs est ensuite pompé en *continu*. Pour accélérer le temps de calcul, les pertes ont été augmentées à 9 % et l'OPO est pompé 6 fois au dessus du seuil. En l'absence d'absorbant saturable, le régime stationnaire est une oscillation continue avec 390 W intracavité dans le signal. Avec un absorbant saturable instantané, le régime continu n'est plus possible et des impulsions apparaissent, visibles sur la Fig. 3.36(a). La durée des impulsions signal est d'environ 300 fs, et leur puissance crête d'une dizaine de kilowatts. Comme nous l'avions annoncé précédemment, un pompage synchrone n'est donc pas nécessaire pour verrouiller les modes de cet OPO. Toutefois, l'OPO émet plusieurs impulsions par tour de cavité (~ 20). Ce phénomène se produit dès que l'impulsion de pompe est plus longue que le temps de walk-off δt_{ps}, qui vaut 18 ps ici. Du gain est alors disponible pour que plusieurs impulsions séparées naissent. Entre deux impulsions se crée un intervalle où le gain est absent car la pompe y a été dépeuplée. Cet intervalle est bien sûr de l'ordre de grandeur de δt_{ps}, ce qu'atteste le pic à 65 GHz $= 1/15$ ps

sur le spectre de la Fig 3.36(b), et la présence de ses harmoniques. Après plusieurs tours de cavité, chacune des impulsions présente dans la cavité, indépendamment de ses voisines, finit par former en sortie de l'OPO un train d'impulsions verrouillées en phase. Ce train a une période égale au temps d'aller-retour de la cavité, comme on peut le voir sur la Fig. 3.36(a). En plus de procurer à l'émission une fréquence de répétition élevée, ce phénomène à l'avantage de permettre un très bon recouvrement temporel entre les impulsions signal et la pompe continue, ce qui contribue à améliorer le rendement.

Ce phénomène rappelle le verrouillage de modes harmonique. Dans cette situation les modes longitudinaux qui sont verrouillés en phase ne sont pas immédiatement adjacents, i.e. séparés de l'intervalle spectral libre de la cavité $1/T_{cav}$. Ils sont séparés par un multiple de l'intervalle spectral libre, $N \times 1/T_{cav}$. Le taux de répétition des impulsions est alors augmenté d'un facteur N, qui vaudrait environ 20 dans notre cas. Ce type de verrouillage de modes est très facile à obtenir par des méthodes actives, mais en verrouillage passif il nécessite une certaine "auto-organisation" des modes. Ici les impulsions ne sont pas rigoureusement équidistantes, ce qui se voit par la largeur des pics de la Fig. 3.36(b), et l'aspect "bruité" du spectre. Ceci s'explique par le fait que chaque impulsion naît d'un pic de bruit dont la position temporelle est aléatoire. Il y a toutefois une différence importante avec le verrouillage de modes harmonique. Ici, il n'y a pas de relation de phase entre deux impulsions voisines séparées de $\sim \delta t_{ps}$. Par contre, en sortie il y a bien une relation de phase entre les impulsions appartenant à un même train qui sont séparées de T_{cav}.

Nous avons vérifié qu'en l'absence de walk-off temporel, l'émission est continue, qu'il y ait un absorbant saturable ou non. Un certain stockage du gain est donc nécessaire pour enclencher le verrouillage des modes. Nous avons également vérifié la précision de la simulation en divisant le pas de calcul par deux, sans changement significatif des résultats.

À la lumière de ces résultats théoriques, il semble que l'OPO avec balayage de la pompe permet de générer des impulsions sub-picosecondes, soit avec des impulsions de pompe de plusieurs dizaines de picosecondes, soit en pompage quasi-continu. Le point fort de cette technique est le fort rendement de conversion qui peut être atteint par rapport au verrouillage actif. En utilisant du GaAs périodiquement retourné, cet OPO pourrait émettre autour de 2 µm. Pour une démonstration expérimentale, il serait en revanche plus commode d'utiliser du PPSLT:MgO (30 mm par exemple), pompé à 532 nm par un laser Nd:YAG quasi-continu doublé en fréquence. Dans ce cas le milieu à effet Kerr optique pourrait être le cristal lui-même, ou un cristal de KTP placé au foyer d'un télescope [Lae95]. Ces matériaux possédant en effet un coefficient non-linéaire d'ordre 3 assez élevé, comparé au saphir par exemple [DeS96]. À plus long terme, il est envisageable d'augmenter le walk-off temporel δt_{ps} (et donc des pics plus espacés en pompage continu) en ralentissant fortement l'onde de pompe à l'aide d'un réseau de Bragg inscrit dans le cristal non-linéaire [Khu07b].

Synthèse

Nous avons démontré la possibilité du verrouillage de phase actif dans un OPO malgré l'absence de stockage du gain. Des impulsions d'environ 1 ns ont été produites. Nous avons identifié la saturation due au dépeuplement de la pompe comme étant le principal mécanisme limitant la réduction de la durée d'impulsion. Nous avons ensuite établi un modèle analytique simple et un modèle numérique permettant tous deux de rendre fidèlement compte de ce phénomène. Ceci nous a permis de proposer une nouvelle technique de production d'impulsions courtes dans un OPO. Cette méthode, entièrement *passive*, évite les problèmes dus au dépeuplement de la pompe, et devrait permettre de générer des impulsions sub-picosecondes à partir d'une pompe de durée beaucoup plus longue, avec un *très bon rendement*. Dans le prochain chapitre, nous verrons au contraire comment ce dépeuplement de la pompe peut être maximisé afin de produire des impulsions courtes dans un laser.

Chapitre 4

Miroir non-linéaire pour la production d'impulsions courtes dans un laser infrarouge

Objectifs

Nous avons vu au Chap. 2 que le dépeuplement de la pompe limitait le rendement des OPO nanosecondes, et au Chap. 3 qu'il limitait la réduction des impulsions de l'OPO à modes verrouillés. Pour ces sources paramétriques, diminuer ou contourner ce phénomène permet donc d'améliorer leurs performances. Nous allons voir ici que si la source contient un milieu laser, l'augmentation contrôlée du dépeuplement de la pompe et de la reconversion peut au contraire être souhaitable, car elle permet de créer de nouvelles fonctions optiques. Pour cela, nous allons nous placer dans le cas simple d'un cristal non-linéaire doubleur de fréquence associé à un miroir dichroïque, et montrer que ce dispositif peut former un miroir non-linéaire, dont la fonction de transfert est celle d'une porte optique. Nous montrerons ensuite qu'un tel miroir non-linéaire permet de produire des impulsions courtes dans un laser par verrouillage passif des modes. Un modèle sera développé afin de prédire les performances d'un tel système. Puis nous montrerons comment mettre en œuvre de façon pratique le miroir non-linéaire dans un laser Cr:ZnSe autour de 2,5 µm. Nous justifierons d'abord les choix des différents composants et présenterons ensuite quelques résultats préliminaires. Le concept de miroir non-linéaire sera ensuite étendu aux systèmes couplant fortement deux oscillateurs, laser et paramétriques.

4.1 Contexte

Le contexte de ce chapitre est l'étude de l'interaction des sources laser et non-linéaires. L'idée générale est de profiter du stockage de l'énergie propre aux milieux laser, et des phénomènes de conversion de fréquences spécifiques aux sources non-linéaires. Un certain nombre d'études montrent qu'en exploitant ces deux aspects, il est possible de créer des sources optiques avec de nouvelles propriétés. L'exemple le plus simple est le cristal doubleur intracavité. En introduisant des pertes non-linéaires sélectives en fréquence, le doubleur peut modifier le spectre d'émission du laser, ou amortir fortement les oscillations de relaxation au démarrage [Cab00].

Un dispositif plus avancé est le miroir non-linéaire d'ordre 2, constitué d'un doubleur de fréquences et d'un miroir dichroïque. En exploitant le phénomène de reconversion non-linéaire, ce dispositif permet de moduler les pertes d'un laser de façon passive, à la manière d'un absorbant saturable. Il est ainsi possible de verrouiller les modes en phase et de générer des impulsions picosecondes. Inventé par Stankov en 1989 [Sta89b, Sta90, Sta91b], il a été appliqué avec succès[1] au verrouillage de modes dans les lasers solides de forte puissance à 1 µm [Sta91a, Dan94, Sai03, Dat04, Lin05, Yu06], ainsi qu'au laser Ti:saphir [Ham91].

L'avantage de ce dispositif est qu'il est transposable à presque tous les domaines spectraux, car il repose sur une non-linéarité non résonnante. Pour la même raison, son temps de réponse est quasi-instantané. Par ailleurs, il ne fait appel qu'à des composants optiques standards, ce qui facilite sa mise en œuvre. Ce miroir non-linéaire est donc un très bon candidat pour verrouiller les modes d'un laser infrarouge. Pour la première fois à notre connaissance, nous suggérons de l'utiliser dans un laser Cr:ZnSe autour de 2–3 µm pour générer des impulsions picosecondes. Outre pour des applications de lidar ou de spectroscopie non-linéaire résolue en temps, un tel laser picoseconde serait particulièrement utile comme source de pompe pour les OPO émettant en bande III (8–12 µm). En effet, la plupart des cristaux non-linéaires adaptés à la bande III ne sont pas transparents à 1 µm [Vod00, Sch07, Vod07], où se situent les lasers picosecondes les plus répandus et les plus efficaces. En particulier, GaAs présente une absorption à deux photons très importante qui le rend difficilement utilisable en pompage impulsionnel autour de 1 µm. Ces cristaux bénéficieraient donc d'un laser de pompe picoseconde situé au delà de 2 µm[2]. Nous nous proposons donc d'exposer le fonctionnement du miroir non-linéaire dans les Chap. 4.2 et 4.4, et de montrer comment il peut être utilisé pour verrouiller les modes d'un laser Cr:ZnSe à 2,5 µm aux Chap. 4.5 et 4.6.

Le miroir non-linéaire d'ordre 2 est un bon exemple des avantages qu'on peut tirer d'une interaction forte entre un laser et une source non-linéaire. Mais son principe peut être généralisé,

[1] Un laser picoseconde est même commercialisé par la société ALPHALAS [ALP]

[2] Une solution est bien sûr d'utiliser un étage de conversion de fréquence entre le laser à 1 µm et l'OPO infrarouge, mais cela complique le dispositif et diminue fortement l'efficacité, en particulier en régime picoseconde.

pour créer d'autres dispositifs. Le cristal non-linéaire peut être placé dans une deuxième cavité, couplée à celle du laser, afin d'obtenir des impulsions plus courtes [Bar89b]. Le doublage peut aussi être remplacé par de la somme ou de la différence de fréquences [Zha92]. Il est également possible de placer une source paramétrique dans la cavité du laser. Les OPO intracavité sont ainsi utilisés pour améliorer le rendement de conversion non-linéaire [Dub98]. De plus, les OPO intracavités sont connus pour modifier la dynamique d'oscillation du laser. Cependant, très peu proposent de tirer profit de ce phénomène [Pai98]. Or, sous certaines conditions la reconversion dans ce type OPO peut être très forte, ce qui signifie que l'OPO peut jouer le rôle de miroir non-linéaire pour le laser. Nous proposons ainsi d'utiliser un OPO intracavité pour verrouiller les modes d'un laser ou le déclencher passivement. Par rapport à un simple miroir non-linéaire, ce type d'OPO ouvrirait l'accès à un autre domaine spectral, situé plus loin dans l'infrarouge, avec une très bonne accordabilité. Cette idée est développée aux Chap. 4.7.2 et 4.7.3.

4.2 Principe du miroir non-linéaire d'ordre 2

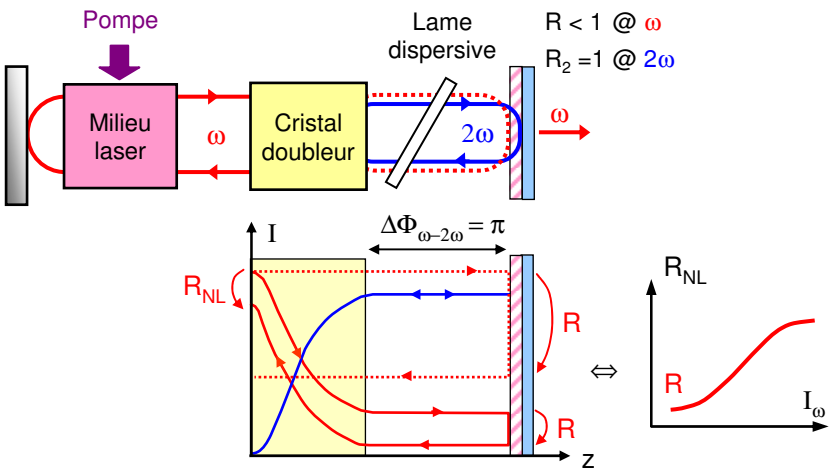


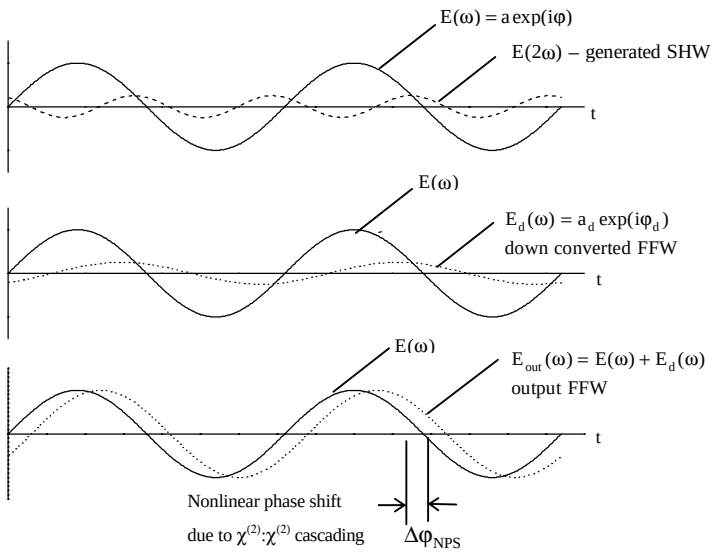
Fig. 4.1: Principe du miroir non-linéaire d'ordre 2.

Le principe du miroir non-linéaire d'ordre 2 est schématisé sur la Fig. 4.1. La cavité laser oscille à ω avec un coupleur de sortie partiellement réfléchissant à ω, $R < 1$, et hautement réfléchissant à 2ω, $R_2 = 1$. Un cristal doubleur de fréquence est inséré dans la cavité près du coupleur. Il est réglé à l'accord de phase de tel sorte à maximiser la conversion $\omega + \omega \rightarrow 2\omega$ (la phase non-linéaire vaut $\varphi = \pi/2$). La distance optique entre le cristal et le coupleur est telle que les ondes à ω et 2ω se déphasent de π, afin de maximiser la reconversion $2\omega \rightarrow \omega+\omega$ au retour (la phase non-linéaire vaut maintenant $\varphi = -\pi/2$). Comme l'onde à 2ω subit beaucoup moins de pertes que l'onde à ω, la puissance qui revient vers le laser est plus élevée en présence du cristal

non-linéaire. La réflectivité de sortie équivalente vue par le laser est donc $R_{NL} \geq R$. Comme schématisé sur la Fig. 4.1, la réflectivité équivalente R_{NL} augmente avec l'intensité à ω, car l'efficacité des processus de doublage et de reconversion augmente avec l'intensité. Autrement dit, l'ensemble {cristal non-linéaire + miroir dichroïque} forme un miroir non-linéaire, dont la fonction de transfert est celle d'une porte optique.

La fonction de porte optique est la fonction de base servant à favoriser le régime impulsionnel, constitué d'impulsions courtes et intenses, par rapport au régime continu, de faible intensité. Pour que ce système fonctionne correctement, l'efficacité de doublage du cristal, et la réflectivité à ω du miroir dichroïque sont deux paramètres critiques. Leur détermination nécessite une modélisation dynamique du système complet, ce qui sera effectué au Chap. 4.5. Le déphasage entre les ondes au retour est également très important, mais il peut facilement être ajusté : soit en ajustant la distance du miroir dichroïque au cristal doubleur, si c'est la dispersion de l'air qui est utilisé pour créer ce déphasage; soit par rotation de l'élément dispersif utilisé pour déphaser les ondes.

Lien avec les non-linéarités en cascade



(a)

Fig. 4.2: Origine physique du déphasage non-linéaire. D'après [Sal99]. L'onde à ω issue de la reconversion (deuxième ligne) est déphasée par rapport à l'onde d'origine. L'onde totale a donc un retard de phase $\triangle\phi_{NPS}$.

Le miroir non-linéaire décrit plus haut est en réalité un cas particulier de non-linéarités d'ordre 2 en cascade, notées plus généralement $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ [Ste96, Sal99]. Il s'agit du cas particulier où les processus de doublage puis différence de fréquences sont réalisés à l'accord de

phase parfait. De plus, au retour la phase non-linéaire vaut exactement $-\pi/2$ ce qui maximise la reconversion. Pour ces deux raisons le miroir non-linéaire d'ordre 2 est un pur modulateur d'intensité. Dans le cas général, il existe un désaccord de phase entre les ondes à ω et 2ω à l'aller comme au retour (pour les fréquences centrales). À l'aller, ce désaccord de phase diminue l'efficacité de conversion, et introduit un déphasage sur l'onde fondamentale, comme le montre la Fig. 4.2. Au retour, le désaccord de phase introduit encore un déphasage sur l'onde fondamentale, représenté sur la Fig. 4.3. Mais ce déphasage dépend également de la phase relative des deux ondes à l'entrée du cristal, tout comme l'efficacité de conversion. Dans cette situation le miroir non-linéaire est à la fois modulateur d'intensité et modulateur de phase.

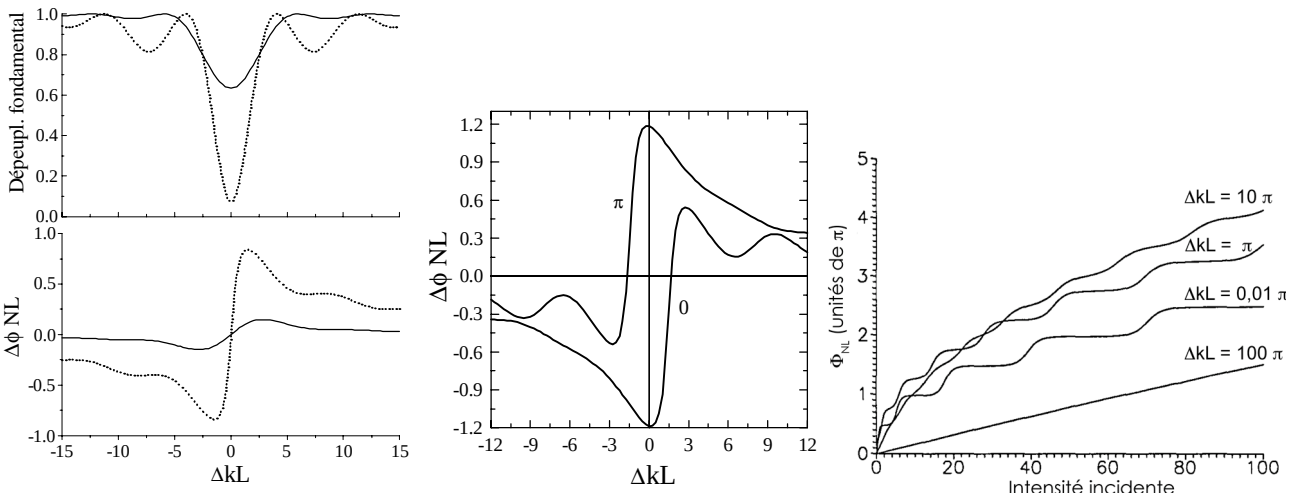


Fig. 4.3: (a) Dépeuplement et déphasage non-linéaire de l'onde fondamentale à l'aller en fonction du désaccord de phase, pour deux puissances incidentes différentes. (b) Déphasage en fonction du désaccord de phase pour deux valeurs initiales de la phase non-linéaire. D'après [Sal99]. (c) Déphasage en fonction de l'intensité incidente pour différentes valeurs du désaccord de phase, d'après [Ste96].

Lorsque le déphasage non-linéaire ϕ_{NL} varie linéairement avec l'intensité, il est possible de ramener cette cascade $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ à une non-linéarité d'ordre 3 équivalente $\chi^{(3)}$. Le miroir non-linéaire se comporte alors comme une lentille de Kerr (pour la partie réelle de $\chi^{(3)}$), où l'indice est proportionnel à l'intensité I : $n = n_0 + n_{2,casc}I$, avec $n_{2,casc} \propto d\phi_{NL}/dI$. Comme on peut le voir sur la Fig. 4.3(c), cette relation affine est valable si le désaccord de phase est suffisamment grand. L'intérêt des non-linéarités d'ordre 2 en cascade est que leur amplitude est généralement bien plus forte que les non-linéarités d'ordre 3. L'effet de lentille de Kerr avec des cristaux en cascade a ainsi été utilisé avec succès pour verrouiller les modes d'un laser Nd:YAG [Cer95]. Une variante bien connue de ces cascades est la rotation non-linéaire de polarisation qui se produit dans les cristaux biréfringents utilisés en type I ou II. Couplé à un polariseur, le cristal

agit encore comme un miroir non-linéaire qui peut être utilisé pour verrouiller les modes d'un laser [Lou01].

4.3 Application du miroir non-linéaire au laser Cr:ZnSe

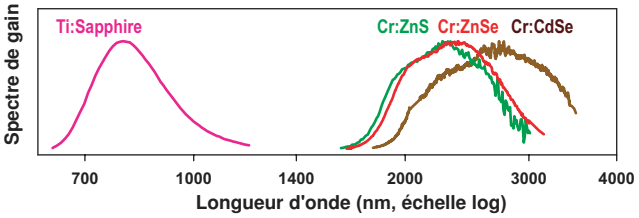


Fig. 4.4: Spectres de gain de quelques lasers infrarouges large bande comparés à ceux du Ti:Saphir. D'après [Sor04].

Le miroir non-linéaire d'ordre 2 n'a jusqu'ici été utilisé que dans des lasers visibles ou autour de 1 µm. Or son principe est directement transposable à presque tous les domaines spectraux. Il serait donc très intéressant pour verrouiller les modes d'un laser infrarouge relativement récent, le Cr:ZnSe.

Découvert en 1997 [DeL96, Pag97], le ZnSe:Cr^{2+} fait partie d'une nouvelle famille de matériaux lasers à base de semiconducteurs II–VI dopés chrome [Sor04, Sor05, Mir07]. Les propriétés de ce milieu laser sont assez exceptionnelles. Tout d'abord, il présente un gain laser autour de 2,5 µm, dans une région qui compte peu ou pas d'alternatives. Ensuite, sa bande d'émission est très large, puisqu'elle s'étend de 2 à 3 µm, comme on peut le voir sur la Fig. 4.4. Elle est même comparable à celle du Ti:Saphir, ce qui permet de produire des impulsions très courtes. L'efficacité de ce laser est renforcé par son caractère quatre-niveaux, sa forte section efficace d'émission, sa faible absorption dans l'état excité, et une efficacité quantique de fluorescence proche de 1 à température ambiante.

Pour la génération d'impulsions courtes, le Cr:ZnSe a l'avantage de posséder une forte non-linéarité d'ordre 3, ce qui permet d'envisager le verrouillage de modes par effet Kerr optique, comme dans le Ti:Saphir. Il présente également une très forte non-linéarité d'ordre 2, ce qui a déjà été utilisé pour réaliser des dispositifs intégrant effet laser et conversion de fréquence dans un même cristal, notamment au cours de la thèse de Myriam Raybaut [Ray06]. Son seul défaut est une forte variation de l'indice avec la température (6 fois celle du Nd:YAG ramenée à l'indice de réfraction). Il a donc tendance à former une lentille thermique à forte puissance, bien que cet effet soit partiellement compensé par sa bonne conductivité thermique (1,2 fois celle du Nd:YAG).

Le laser Cr:ZnSe est donc un candidat idéal pour la génération d'impulsions courtes à

2–3 µm, et de manière accordable. Parmi les travaux déjà publiés sur ce sujet, les premiers concernent le verrouillage des modes par modulation active des pertes [Car00, Sor01a]. Des impulsions de 4,4 ps pour 82 mW de puissance moyenne ont été obtenues. Cette méthode est très simple à mettre en œuvre, mais elle a l'inconvénient d'être active. Le verrouillage des modes de manière passive par effet de lentille Kerr a été présenté [Sor01a], mais les résultats se sont avérés décevants à ce jour (impulsions longues avec un faible contraste). Bien que tout ne soit pas clair, il est possible que cela soit dû à des problèmes de stabilité du verrouillage de modes et à la difficulté d'optimiser la lentille de Kerr [Kal03].

Plus tard, le verrouillage des modes de manière passive a été obtenu à l'aide d'un miroir semiconducteur à absorbant saturable, ou SESAM [Pol05, Sor06]. Cette méthode est très efficace puisque des impulsions ultrabrèves de 100 fs ont été obtenues avec 75 mW de puissance moyenne. Néanmoins, elle nécessite de concevoir un composant par épitaxie dans un domaine spectral peu usuel (au delà du proche infrarouge des télécommunications). Le composant doit être optimisé à la longueur d'onde choisie, avec une reproductibilité parfois difficile à assurer. Cela représente un développement technologique assez lourd. De plus, le SESAM exploite une non-linéarité résonnante d'ordre 3, ce qui a trois conséquences importantes : il n'est opérationnel qu'autour d'une certaine longueur d'onde; la gestion des effets thermiques due à l'absorption peut être problématique; le temps de réponse est limité par la dynamique des porteurs [Kel96].

Dans le domaine des impulsions picosecondes, le miroir non-linéaire d'ordre 2 étudié dans ce chapitre n'a aucun des inconvénients technologiques attribués aux SESAM puisqu'il n'utilise que des composants optiques standards. Comme son principe repose sur de l'optique non-linéaire d'ordre 2, il est transposable à n'importe quelle longueur d'onde, et son temps de réponse est quasi-instantané. C'est donc à priori un très bon candidat pour le verrouillage des modes du laser Cr:ZnSe. Toutefois, comme pour tout miroir non-linéaire, il doit être dimensionné spécifiquement pour le laser dans lequel il est inséré, afin d'obtenir un régime stable d'impulsions courtes. En l'absence de travaux antérieurs, il est nécessaire de mener une étude complète, théorique et expérimentale, du miroir non-linéaire appliqué au Cr:ZnSe. Dans un premier temps, nous allons calculer analytiquement les performances de ce miroir, afin de vérifier qu'elles sont adaptées au Cr:ZnSe et à la production d'impulsions picosecondes (Chap. 4.4). Puis nous utiliserons un modèle numérique afin d'étudier la dynamique du verrouillage des modes en phase dans le Cr:ZnSe (4.5). Le dimensionnement d'une expérience de démonstration sera ensuite proposé au Chap. 4.6. Les premiers résultats expérimentaux seront présentés au Chap. 4.6.3.

4.4 Modélisation analytique du miroir non-linéaire

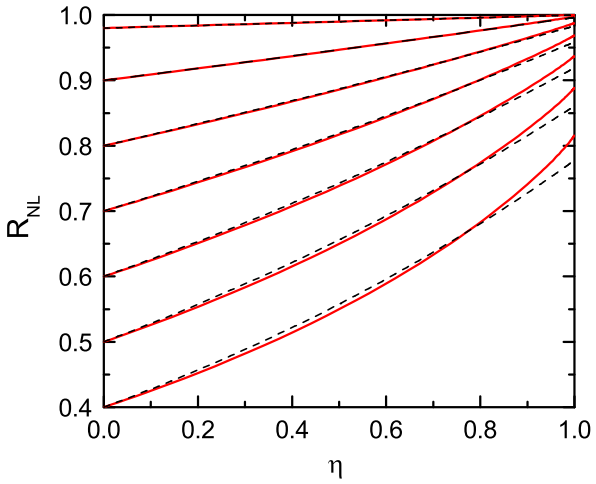


Fig. 4.5: Réflectivité non-linéaire en fonction de l'efficacité de doublage, pour différentes valeurs de la réflectivité linéaire R du coupleur (valeur à $\eta = 0$), et $R_2 = 1$. La valeur exacte est en trait tireté, et l'approximation (4.2) en trait plein rouge.

Dans le cas d'un accord de phase parfait, à l'aller comme au retour, on peut montrer que la réflectivité du miroir non-linéaire est donnée par [Sta89b]

$$R_{NL}(\eta) = B\left\{1 - \tanh^2\left[\sqrt{B}\text{arctanh}\sqrt{\eta} - \text{arctanh}\sqrt{\eta R_2/B}\right]\right\}$$
$$B = \eta R_2 + (1-\eta)R; \quad \eta(t) = \tanh^2\left[\sqrt{f(t)}\text{arctanh}\sqrt{\eta_0}\right] \tag{4.1}$$

où η est l'efficacité de doublage à l'aller, η_0 sa valeur maximum au pic de l'impulsion, R et R_2 la réflectivité linéaire du coupleur à ω et à 2ω, respectivement, et $f(t)$ la forme temporelle de l'impulsion. Quand l'efficacité η tend vers 0, B tend vers R et R_{NL} tend vers R. Quand η tend vers 1, R_{NL} tend vers une valeur intermédiaire entre R et R_2. La réflectivité correspondante est tracée sur la Fig. 4.5 pour $R_2 = 1$.

L'expression (4.1) étant assez complexe, il est tentant de vouloir la simplifier par un développement limité aux faibles η par exemple. Ceci n'est pas possible, car la valeur de l'efficacité de doublage augmente énormément lorsqu'on passe du régime continu, où elle vaut moins de 1 %, au régime impulsionnel à modes verrouillés en phase, où elle dépasse 50 %. Cependant, elle peut être approximée de manière empirique par une exponentielle [Bar89a] :

$$R_{NL}(\eta) \simeq Re^{\sigma(R)\eta} \tag{4.2}$$

où $\sigma(R)$ est un paramètre d'ajustement, dont la valeur est déterminée numériquement en

minimisant l'erreur quadratique moyenne entre la forme approchée et la forme exacte de R_{NL}. Sa valeur a été calculée dans le Tab. 4.1 pour différentes valeurs de R. La formule approchée a également été tracée sur la Fig. 4.5. Cette expression sera utilisée plus loin pour calculer une expression approchée de la durée d'impulsion.

Tab. 4.1: Valeurs du paramètre d'ajustement de (4.2) en fonction de R, pour $R_2 = 1$.

R (%)	σ
40	0,66
60	0,43
85	0,15
92	0,08
96	0,04

La fonction de transfert du miroir non-linéaire est obtenue en traçant R_{NL} en fonction de la puissance P comme sur la Fig. 4.6. La fonction de transfert est caractérisée par son contraste $R_{NL}\,(P \to \infty) - R$ et son intensité de saturation correspondant au point d'inflexion (par rapport au logarithme de la puissance)[3]. Ces paramètres dépendent de R et de la non-linéarité du cristal. Nous avons utilisés des valeurs réalistes, qui sont proches des valeurs expérimentales du Chap. 4.6 : un laser Cr:ZnSe à 2530 nm, un cristal doubleur de PPLN:MgO ($d_{\text{eff}} = 14$ pm/V) de 20 mm de long, un waist $w_g = 70$ µm dans le milieu laser et de $w_c = 90$ µm dans le doubleur. On définit un paramètre de focalisation $\gamma = (w_g/w_c)^2$, qui vaut ici 0,60.

Nous voyons sur la Fig. 4.6(a) que le miroir non-linéaire a bien une réponse de porte optique. La puissance de saturation intracavité est d'environ 380 W crête, soit 6 W en puissance moyenne intracavité en supposant des impulsions de 50 ps (valeurs intracavité), et une cavité de longueur optique 1 m. La puissance de saturation varie peu avec R, mais la pente de la réflectivité autour de la puissance de saturation en dépend fortement. Si R_2 est inférieur à 1, le contraste de la réponse diminue, et la réflectivité redescend à nouveau aux très fortes intensités[4]. En effet, si $R_2 < 1$ la conversion $2\omega \to \omega$ au retour peut finir par dépeupler complètement l'onde à 2ω. Il y a alors conversion dans le sens inverse, $\omega \to 2\omega$, ce qui diminue la réflectivité non-linéaire du miroir. Toutefois, cette zone n'est pas atteinte en pratique pour des impulsions picosecondes.

Il n'est pas nécessaire que la puissance laser soit supérieure à la puissance de saturation pour que le régime impulsionnel se mette en place. D'un point de vue qualitatif, il faut que

[3]Ce point correspond à une puissance environ 1,2 fois supérieure à celle donnant une réflectivité non-linéaire à mi-chemin entre la réflectivité linéaire et la réflectivité saturée.

[4]Ce phénomène de *roll-over* rappelle celui créé par l'absorption à deux photons dans un absorbant saturable (ou par tout autre limitateur de puissance)

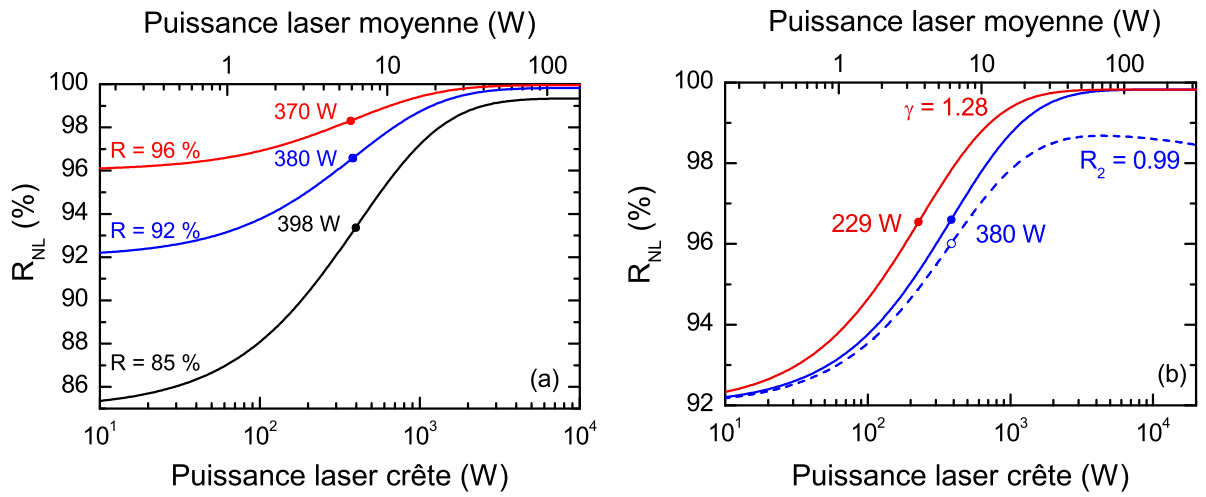


Fig. 4.6: Réflectivité non-linéaire en fonction de la puissance laser en échelle logarithmique. (a) Différents coupleurs R = (85 %; 92 %; 96 %) à γ = 0,60 fixe. (b) Deux focalisations γ, et effet d'un coupleur non optimal à 2ω (R_2 = 0,99), pour R = 92 % fixé. La position de l'intensité de saturation est marquée par un point. La puissance moyenne est calculée pour des impulsions gaussiennes de 50 ps et une cavité de 1 m. Sauf mention contraire, $R_2 = 1$.

la réflectivité augmente suffisamment avec la puissance lorsque le laser est encore en régime continu. Autrement dit, le temps de construction du verrouillage des modes en phase doit être suffisamment faible [Kel96]

$$T_{constr.} \propto \frac{1}{\frac{dR_{NL}}{dP}\Big|_{P_{cw}} P}, \tag{4.3}$$

où P_{cw} est la puissance en régime continu. Mais cette pente doit être suffisamment faible pour éviter les instabilités de déclenchement passif

$$\frac{dR_{NL}}{dP}\Big|_{P_{cw}} P < r\frac{T_{cav}}{T_1}, \tag{4.4}$$

où T_1 est le temps de vie du laser, T_{cav} le temps d'aller-retour de la cavité, r le taux de pompage (nombre de fois l'inversion de population seuil). Cette équation s'interprète facilement en se rappelant que le déclenchement passif consiste à encourager le laser à émettre des impulsions de relaxation sans jamais atteindre le régime continu. Or ces oscillations de relaxation proviennent du fait que le gain évolue plus lentement que les photons dans la cavité, c'est-à-dire avec un temps $T_1 > T_{cav}$. Plus le rapport T_{cav}/T_1 sera petit, et plus le laser aura tendance à fonctionner en régime déclenché à la moindre fluctuation de pertes $\frac{dR_{NL}}{dP}$. Au regard de la condition (4.4) le laser Cr:ZnSe considéré est un bon candidat pour le verrouillage des modes en phase sans instabilité. En effet, son temps de vie est faible (6 µs par rapport à 230 µs pour Nd:YAG), et la cavité est longue (environ 1 m). Nous reviendrons sur cette problématique de manière plus

quantitative en modélisant le laser à miroir non-linéaire au Chap. 4.5.

D'un point de vue expérimental, il est indispensable de pouvoir faire varier la puissance de saturation du miroir non-linéaire par rapport à celle du laser. En effet, le régime de modes verrouillés en phase peut être très étroit dans l'espace des paramètres (puissance, pertes, puissances de saturation, etc.). Or il n'est pas possible de s'assurer précisément que le dispositif expérimental correspondra aux bonnes valeurs de ces paramètres : des degrés de libertés sont nécessaires. Ces degrés de liberté sont le taux de pompage du laser, la transmission du coupleur, le paramètre de focalisation $\gamma = (w_g/w_c)^2$, et éventuellement le désaccord de phase dans le doubleur. La Fig. 4.6(a) montre l'effet du coupleur de sortie. Le contraste de la porte optique varie, mais la puissance de saturation évolue peu. En guise d'illustration, la Fig. 4.6(b) montre qu'une plus forte focalisation dans le cristal doubleur ($\gamma = 1{,}28$) permet d'abaisser sensiblement la puissance de saturation. Expérimentalement, la variation de γ est faite en translatant un ou deux miroirs de la cavité (cf. Chap. 4.6.2).

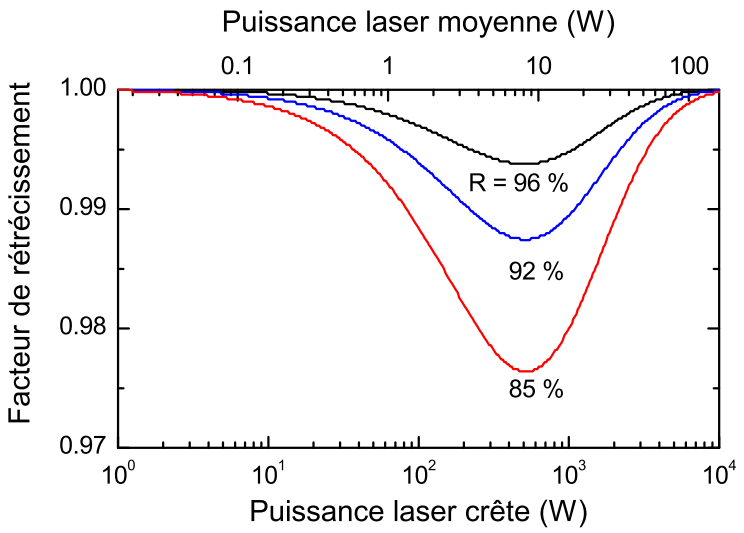


Fig. 4.7: Rétrécissement d'une impulsion à ω après une réflexion sur le miroir non-linéaire en fonction de la puissance, pour différentes valeurs de la réflectivité linéaire R du coupleur, et $R_2 = 1$. La puissance moyenne est calculée pour des impulsions de 50 ps et une cavité de 1 m.

Une autre donnée intéressante est le facteur de rétrécissement du miroir non-linéaire. Ce facteur est défini comme le rapport de la largeur à mi-hauteur de l'impulsion à ω avant et après réflexion sur le miroir. Il est tracé sur la Fig. 4.7 pour des impulsions gaussiennes. À 1 W et pour un coupleur de 92 %, le rétrécissement est de ∼99,5 %. Il peut descendre à 97,5 % pour un coupleur de 85 % et une puissance incidente de 10 W. Néanmoins, nous verrons dans les simulations numériques du Chap. 4.5 que le bon point de fonctionnement est en réalité à 1 W car il permet un verrouillage des modes en phase sans déclencher passivement le laser. Ce point correspond à une efficacité de doublage en ondes planes de 17 % en tenant compte du

dépeuplement de la pompe.

Le calcul exact de la durée d'impulsion pour un verrouillage de modes passif est difficile car ce mécanisme met en jeu deux systèmes couplés, laser et cristal doubleur. Aucun de ces systèmes ne fonctionne en régime linéaire puisque la saturation y joue le rôle principal : saturation du gain pour le laser, et saturation (inverse) du miroir non-linéaire. Le régime stationnaire est alors déterminé par les interactions non-linéaires entre ces deux milieux, et leurs dynamiques respectives, sans contrôle possible par un signal extérieur. En conséquence, une détermination précise de la durée d'impulsion requiert généralement un traitement numérique. Il est néanmoins possible de conduire un traitement analytique approché en appliquant la méthode proposée par Barr [Bar89a]. Cette méthode consiste à considérer un modulateur d'amplitude dans la cavité en plus du miroir non-linéaire. Cet élément permet de forcer des solutions gaussiennes qui se prêtent bien à un calcul analytique, similaire à celui proposé par Kuizenga et Siegman [Kui70a]. Barr montre ensuite numériquement que l'amplitude de modulation modifie peu la durée d'impulsion, et que la forme des impulsions est proche d'une gaussienne. Nous ne donnerons ici que la formule *approchée* de la durée d'impulsion (LTMH) issue de ce calcul. Elle est valable pour une efficacité de doublage faible, $\eta_0 < 20\%$, ce qui est bien le cas pour un point de fonctionnement autour de 1 W :

$$\Delta T_{Barr} = 1{,}49\sqrt{2\ln 2}\sqrt{\frac{\frac{g}{2}\left(1+\sigma\eta_0\right)}{\sigma\eta_0}}\frac{4}{\Delta\omega}, \tag{4.5}$$

où g est le gain en intensité tel que $R\,e^g = 1$ définisse le seuil d'un laser de pertes $1-R$, σ est le paramètre d'ajustement dont la valeur est tabulée dans le Tab. 4.1, η_0 est l'efficacité de doublage au sommet de l'impulsion, et $\Delta\omega$ est la bande passante d'amplification (définie comme au Chap. 3). Le préfacteur numérique correspond à une correction de l'erreur systématique introduite par cette formule [Bar89a]. Bien qu'une modulation active des pertes soit introduite dans le calcul, nous voyons que ni le taux de modulation, ni le temps d'aller-retour de la cavité n'apparaissent dans le résultat final, ce qui valide l'approche. En revanche, à notre connaissance cette expression n'a jamais été comparée à un résultat expérimental.

Nous voyons dans (4.5) que contrairement au verrouillage actif du Chap. 3, toute la bande de gain est utilisée, et non pas seulement sa racine carrée. La comparaison de (4.5) avec la limite de Fourier (3.2) pour une bande passante $\triangle\omega$ aboutit à

$$\Delta T_{Barr} = 1{,}49\sqrt{\frac{\frac{g}{2}\left(1+\sigma\eta_0\right)}{\sigma\eta_0}}2\Delta T_{\Delta\omega}. \tag{4.6}$$

Pour un laser avec 5 % de pertes passives et un coupleur de 8 %, fonctionnant à 1 W, $\sigma = 0{,}08$ et $\eta_0 = 0{,}2$, donc $\Delta T_{Barr} \simeq 6\Delta T_{\Delta\omega}$. Le miroir non-linéaire d'ordre 2 permet donc d'obtenir des impulsions utilisant $1/6 \simeq 17$ % de la bande passante $\Delta\omega$. Il est possible d'obtenir

des impulsions plus courtes en augmentant η_0 ou σ, c'est-à-dire en augmentant la focalisation dans le cristal non-linéaire et en augmentant la transmission du coupleur, respectivement. Ceci revient également à abaisser la puissance de saturation de la porte optique et à augmenter le contraste de sa fonction de transfert, respectivement (voir Fig. 4.6). Cependant, cela présente un risque important de déclencher passivement le laser, ce que nous verrons plus en détails au Chap. 4.5.

Une prédiction *absolue* de la durée d'impulsion nécessite de connaître la bande passante d'amplification $\Delta\omega$. Celle-ci peut être imposée par la largeur de raie du laser, la bande passante du miroir non-linéaire, ou un éventuel élément filtrant. Pour le laser Cr:ZnSe à élargissement vibronique, la largeur de raie est très importante. Dans notre cas une accordabilité de plus de 100 nm a été mesurée en pompage impulsionnel (cf. Chap. 4.6.3), soit plus de 10 THz. Concernant la bande passante $\Delta\nu$ du miroir non-linéaire, nous avons vu aux Chap. 1 et 3 que l'acceptance spectrale du doublage de fréquence est limitée par la différence des vitesses de groupe du rayonnement laser et de sa seconde harmonique :

$$\Delta\omega = \frac{2\sqrt{3}}{l_c\left(k'_p - k'_s\right)},$$

où p désigne le laser (pompe), s la seconde harmonique (signal), et l_c est la longueur du cristal. À $\lambda = 2530$ nm dans 20 mm de PPLN:MgO, $\Delta\nu = \Delta\omega/\pi = 2$ THz. *C'est donc le miroir non-linéaire qui limite la bande passante dans notre cas.*

Si la bande passante du miroir est prise comme étant la moitié de celle correspondant au doublage (aller-retour dans le cristal), la durée d'impulsion vaut $\Delta T_{Barr} = 4$ ps. En appliquant un facteur empirique de 10 pour prendre en compte tous les autres effets de réduction de la bande passante (effet d'étalon, traitements diélectriques, dispersion d'ordre 2, etc.), des impulsions de 40 ps ou moins sont réalisables avec ce type de miroir non-linéaire. Ceci est rendu possible grâce à la très grande acceptance spectrale dans l'infrarouge des cristaux retournés périodiquement du type PPLN, comme nous le verrons à nouveau au Chap. 4.6. Toutefois ce type de miroir n'est pas adapté aux impulsions femtosecondes, pour lesquelles les SESAM ont déjà montré de bons résultats [Sor06].

4.5 Modélisation numérique du verrouillage des modes en phase

Le traitement analytique présenté dans la partie précédente permet de tracer les grandes lignes quant à la conception du miroir non-linéaire. Cependant, il ne permet pas réellement de déterminer la valeur des paramètres permettant le basculement du laser du régime continu

au régime à modes verrouillés en phase. De plus, il ne donne pas d'information précise sur l'évolution de la durée d'impulsion, ni sur la stabilité du verrouillage des modes en phase vis-à-vis des instabilités de déclenchement passif. Quant à la formule approchée (4.5) de la durée d'impulsion, elle est établie avec des hypothèses restrictives, et ne permet pas de prédire ce qui se passe à forte puissance par exemple. Pour toutes ces raisons, une modélisation numérique du laser avec miroir non-linéaire est nécessaire pour étudier la dynamique et la stabilité du verrouillage de modes.

4.5.1 Principe du modèle

Le code MATLAB utilisé est très similaire à celui du Chap. 3.6.2. L'enveloppe du champ électrique est décrite par un tableau de valeurs complexes de taille N_{pts} (typiquement 2048), définissant une fenêtre temporelle allant de $-T_{cav}/2$ à $T_{cav}/2$, où T_{cav} est le temps d'aller-retour dans la cavité. Le spectre est donc décrit sur une fenêtre fréquentielle bornée par la fréquence de Nyquist (ou de coupure) $f_{nyq} = 0{,}5\, N_{pts}/T_{cav}$. La fenêtre temporelle est synchrone avec l'impulsion laser de fréquence centrale ω_0, i.e. avec la vitesse de groupe $v_g(\omega_0)$. On considère ensuite la propagation de cette impulsion à travers les différents éléments de la cavité, dont les épaisseurs sont négligées. Les effets transverses ne sont pas pris en compte (ondes planes). La cavité est linéaire, et les effets d'onde stationnaire (*spatial hole burning*) sont négligés. Dans ces conditions le gain en amplitude dans le milieu laser pour un tour complet de cavité est

$$\mathrm{g}(\omega) = \exp\left(\Delta N \sigma_g l_g \mathrm{f}(\omega)\right),$$

où ΔN est l'inversion de population moyenne du milieu laser, σ_g est la section efficace d'émission laser, l_g la longueur du milieu laser, et $\mathrm{f}(\omega)$ la forme de la raie laser, supposée de profil Lorentzien et de largeur $\Delta\omega = \pi/T_2$, où T_2 le temps de décohérence de la transition. À chaque tour de cavité, l'inversion de population est mise à jour pour tenir compte de la saturation. Ceci se fait en résolvant l'équation différentielle classique [Sie86]

$$\frac{d\Delta N}{dt} = \frac{1}{T_1}\left(\Delta N_0 - \Delta N - 2\,2^{*}\Delta N \frac{\langle I\rangle}{I_{sat}}\right),$$

où T_1 est le temps de vie effectif du niveau excité, ΔN_0 est un terme de pompage (valeur qu'atteint ΔN en l'absence d'oscillation), $I_{sat} = 1/T_1\sigma_g$ est l'intensité de saturation, et $\langle I\rangle$ est l'intensité laser en $\mathrm{s}^{-1}.\mathrm{m}^{-2}$ dans la cavité, moyennée sur la fenêtre temporelle. Le facteur 2 provient du fait que la cavité est linéaire (aller-retour dans le milieu à gain). Le facteur 2^{*}, ou *bottleneck factor*, introduit par Siegman, tient compte de la durée de vie du niveau inférieur de la transition laser, qui réduit l'inversion de population disponible. Il vaut 1 pour un laser à

4 niveaux idéal, et 2 pour un laser à trois niveaux. En pratique, il permet un ajustement du modèle aux résultats expérimentaux. Par la suite nous prendrons la valeur pessimiste $2^* = 2$. Par ailleurs, le temps de vie T_1 n'est pas forcément confondu avec le temps de vie de la transition laser, car il peut exister d'autres modes de relaxation pour le niveau excité. Néanmoins, pour simplifier l'analyse, nous confondrons T_1 avec le temps de fluorescence mesuré dans la littérature pour le Cr:ZnSe [Sor04].

Le fait de prendre une intensité moyenne revient à négliger les effets de façonnage de l'impulsion par la saturation, ce qui est possible pour des lasers à gain modéré[5] comme celui dimensionné au Chap. 4.6. Ceci est également justifié par le fait que le temps de vie de ce laser (6 µs) est très long devant le temps d'aller-retour de la cavité (3 ns) ou la durée d'impulsion attendue ($<$ 100 ps). La saturation du milieu laser se fait donc grâce à plusieurs impulsions successives, après plusieurs tours de cavité, et non par une impulsion individuelle. De plus, on peut montrer que dans ce cas la saturation par une impulsion unique n'est pas nécessaire pour assurer la stabilité du verrouillage de modes[6] [Hau76, Kel96].

L'interaction dans le cristal non-linéaire est décrite par la résolution exacte des équations non-linéaires (1.11), de manière similaire au Chap. 2. Pour résoudre ces équations, on suppose l'accord de phase exact aux fréquences des porteuses ω_0 et $2\omega_0$. De plus, puisque la seconde harmonique est nulle à l'entrée du cristal, sa phase est libre de s'ajuster automatiquement pour maximiser l'efficacité de doublage. La phase non-linéaire vaut donc $\varphi = \pi/2$. De même, au retour dans le cristal, on suppose que la phase non-linéaire a été ajustée à $-\pi/2$ à l'aide d'une lame dispersive afin de maximiser la reconversion. Les champs u sont alors réels et leur expressions sont très simples puisque seules des fonctions hyperboliques sont impliquées. Dans ce cas, la réflectivité non-linéaire est donnée par

$$R_{NL} = \frac{u_1'^2\left(l_c\right)}{u_1^2\left(0\right)} \mathrm{t}_{\mathrm{FP}}^2\left(\omega\right),$$

où $u_1\left(0\right)$ est le champ de l'onde fondamentale à l'entrée du cristal, et

$$u_1'\left(l_c\right) = u_1'\left(0\right) \operatorname{sech}\left(\kappa l_c \sqrt{u_1'^2\left(0\right)/2 + u_2'^2\left(0\right)}\right) \times \left[1 - \sqrt{\frac{u_2'^2\left(0\right)}{u_1'^2\left(0\right)/2 + u_2'^2\left(0\right)}} \tanh\left(\kappa l_c \sqrt{u_1'^2\left(0\right)/2 + u_2'^2\left(0\right)}\right)\right]^{-1}$$

le champ de l'onde fondamental au retour, avec κ le coefficient de couplage non-linéaire, et l_c

[5] Cet effet de *pulse shaping* est en revanche très important dans les lasers Nd:YAG oscillants avec des coupleurs de 4 %, où une analyse de Frantz-Nodvik devient nécessaire [Sie86].

[6] Cette conclusion serait différente avec un laser à semiconducteur par exemple ($T_1 \sim$ ns).

la longueur du cristal. $u_1'(0) = Ru_1(l_c)$ est le champ fondamental réfléchi par le coupleur. Avec ces notations les densités de puissance sont données par $\omega u^2/2Z_0$. À l'aller les champs pour l'onde fondamentale et la seconde harmonique sont

$$u_1(l_c) = u_1(0)\sqrt{1-\tanh^2\left(\kappa l_c u_1(0)/\sqrt{2}\right)}$$

$$u_2(l_c) = u_1(0)\tanh\left(\kappa l_c u_1(0)/\sqrt{2}\right)/\sqrt{2}.$$

Pour des raisons de simplicité et de temps de calcul, nous avons choisi d'utiliser des fonctions analytiques pour décrire le miroir non-linéaire. Ces fonctions donnent les expressions exactes des champs, et dispensent d'une résolution numérique approchée des équations non-linéaires. Cependant, la dispersion dans le cristal (ou le désaccord de phase) n'est pas contenue dans ces équations. La bande passante du miroir non-linéaire est donc prise en compte par un filtre Fabry-Perot de transmission en amplitude $\mathrm{t_{FP}}(\omega)$ (élevée au carré car la lumière passe deux fois dans le filtre par tour de cavité). Ceci permet par ailleurs d'éviter les problèmes d'*aliasing*[7]. À noter que cette méthode a également été utilisée par Barr pour modéliser le miroir non-linéaire dans un laser à 1 µm [Bar91]. Pour prendre en compte la dispersion de façon rigoureuse, il faudrait recourir à une approche numérique (comme au Chap. 3.6.2), ou utiliser des fonctions de Jacobi incluant le désaccord de phase (comme au Chap. 3).

Pour accélérer le temps de calcul, le laser est démarré avec les conditions initiales du régime continu, soit une intensité et une inversion de population correspondants à la solution stationnaire gain = pertes. Ces valeurs sont $I_{cw} = I_{sat}(r-1)/(2\,2^*)$ et $\triangle N_{cw} = p/2\sigma_g l_g$, où $p = q + p_{passives}$ sont les pertes totales de la cavité, somme des pertes du miroir non-linéaire $q = \ln 1/R$ et des pertes passives $p_{passives}$, et $r = \triangle N_0/\triangle N_{cw}$ est le taux de pompage, ou nombre de fois au dessus de l'inversion de population seuil. Partant de ces conditions initiales, quelques milliers de tours de cavité sont nécessaires pour que l'oscillation se stabilise au niveau de la précision de calcul, selon le taux de pompage. Un pic de bruit, d'amplitude correspondant à celle de l'émission spontanée dans le mode laser, est ensuite injecté au milieu de la fenêtre temporelle pour initier le verrouillage de modes.

4.5.2 Résultats de modélisation

Le verrouillage des modes en phase dépend principalement de rapports entre paramètres

[7]La bande passante est limitée à la fenêtre de calcul de largeur $2f_{nyq}$, en général très inférieur à $\Delta\omega$. Cette fenêtre joue le rôle d'un filtre aux flancs abrupts, ce qui provoque des oscillations non physiques dans le domaine temporel. Ces rebonds sont ceux du sinus cardinal, transformée de Fourier de la fonction carrée. Cet effet doit être prévenu par un filtre numérique, rôle joué ici par le filtre Fabry-Perot.

Tab. 4.2: Valeurs des paramètres de modélisation.

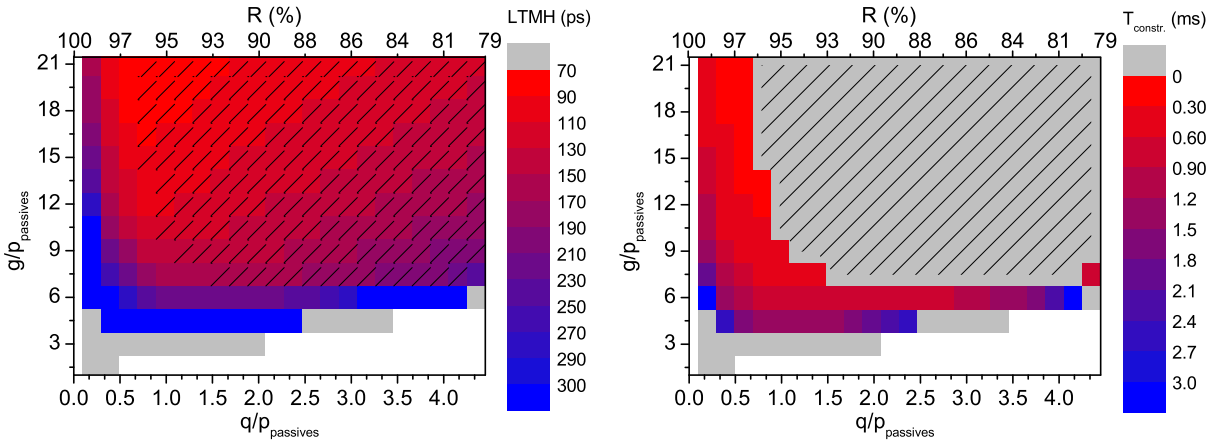
Grandeur	Notation	Valeur
Longueur d'onde fondamentale	λ	2530 nm
Section efficace d'émission laser	σ_g	0,8 10^{-18} cm^2
Épaisseur cristal laser	l_g	2,8 mm
Temps de vie	T_1	6 µs
Puissance de saturation laser	$\hbar\omega S_g/\sigma_g T_1$	210 kW
Temps d'aller-retour cavité	T_{cav}	3,3 ns (0,3 GHz)
Fréquence de Nyquist	f_{nyq}	300 GHz (1024 pts)
LTMH du filtre Fabry-Perot	$\triangle \upsilon_{FP}$	90 GHz
Non-linéarité du cristal	d_{eff}	14 pm/V
Longueur du cristal non-linéaire	l_c	20 mm
Rapport des surfaces laser/cristal	$\gamma = (S_g/S_c)^2$	0,60
Réflectivité du coupleur à ω	R	0,8–0,98
Réflectivité du coupleur à 2ω	R_2	1
Pertes passives de la cavité	$R_{passives}$	0,95
Nombre d'itérations		10^6 (3,3 ms)

du laser et du miroir non-linéaire : rapport des puissances de saturation, rapport des temps de réponse, rapport des pertes non-linéaires aux pertes linéaires, rapport du gain aux pertes. Sachant cela, une façon pratique de présenter les résultats de verrouillage en phase est la cartographie pertes–gain, proposée par Haus pour les absorbants saturables [Hau75b, Hau76]. Dans cette représentation, gain laser et pertes non saturées du miroir non-linéaire sont normalisés aux pertes passives de la cavité $p_{passives}$. Ces pertes (absorption, réflexions parasites, fuites des miroirs, etc.) sont celles qui resteraient dans le laser même avec un coupleur parfaitement réfléchissant ($R = 1$). Nous avons donc

$$g' = g/p_{passives} = \Delta N_{cw}\sigma_g l_g / \ln(1/R_{passives})$$

$$q' = q/p_{passives} = \ln(1/R) / \ln(1/R_{passives})$$

où g' est le gain réellement disponible, c'est-à-dire "débarrassé" des pertes passives, et q' est le supplément de pertes apporté par le miroir non-linéaire. Le seuil du laser est tel $g = q + p_{passives}$, soit $g' = q' + 1$. À noter que le gain g' n'est pas équivalent au taux de pompage r, car si le premier est défini par rapport aux pertes passives, le deuxième dépend des pertes *totales*, donc des pertes du miroir non-linéaire q. La cartographie pertes–gain est réalisée pour un laser Cr:ZnSe et un miroir non-linéaire à base de PPLN:MgO, en faisant varier q' et g' via R et ΔN_{cw} respectivement. Les valeurs des paramètres sont consignées dans le Tab. 4.2, et correspondent aux valeurs expérimentales du Chap. 4.6.

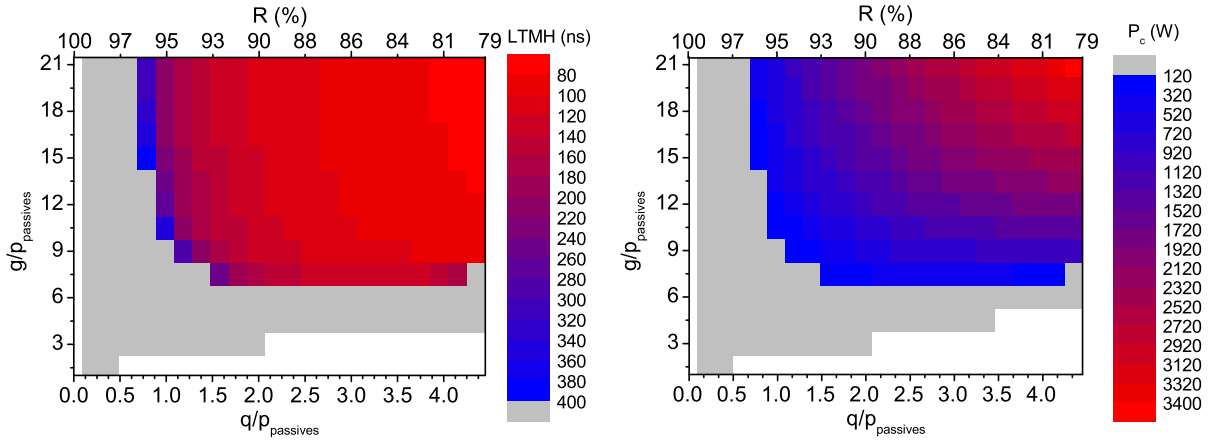


(a) Durée des impulsions à modes verrouillés (b) Temps de construction du verrouillage de modes

Fig. 4.8: Cartographie pertes-gain du Cr:ZnSe pour les impulsions à modes verrouillés. Zone blanche : laser en dessous du seuil. Zone hachurée : déclenchement passif et modes verrouillés simultanément. Zone grise non hachurée : pas de verrouillage des modes au bout de 3 ms. En présence de déclenchement passif, c'est la durée moyenne des impulsions à modes verrouillés qui est présentée. Les paramètres utilisés sont ceux du Tab. 4.2.

Environ 10^6 itérations/tours de cavité sont nécessaires pour être sûr d'atteindre le régime stationnaire du verrouillage de modes. Pour réduire le temps de calcul à moins de 1 h sous MATLAB, nous avons limité le nombre de points décrivant le champ à 1024. Ceci impose une fréquence de Nyquist de 300 GHz, et une bande passante de 90 GHz pour le Fabry-Perot (facteur de sécurité d'environ 6). Ce Fabry-Perot a alors une transmission équivalente (au voisinage de la fréquence centrale) à celle d'un milieu laser de $\sim$ 17 Ghz de largeur de raie. Cette valeur est bien inférieure à la bande d'amplification du Cr:ZnSe ou à la bande passante du miroir non-linéaire. Cependant, l'objectif de cette partie est de comprendre le mécanisme du verrouillage des modes en phase dans un tel laser plutôt que de donner un résultat quantitatif. En effet, comme pour toute modélisation, un certain nombre de paramètres sont "libres" au départ car leur valeur *nominale* n'est pas connue (pertes, bande passante, non-linéarité du cristal, etc.). Ces paramètres doivent être déterminés ou "étalonnés" en fonction des résultats expérimentaux afin de donner un caractère quantitatif à la modélisation.

Les résultats de la modélisation sont présentés sur les Fig. 4.8 pour les impulsions à modes verrouillés en phase. La zone hachurée correspond au déclenchement passif du laser. Dans ce cas, les impulsions courtes sont contenues dans une enveloppe dont la puissance varie lentement. La largeur et la puissance crête de cette enveloppe est représentée sur la Fig. 4.9.



(a) Durée des impulsions déclenchées passivement (enveloppe)

(b) Puissance crête des impulsions déclenchées passivement (enveloppe)

Fig. 4.9: Cartographie pertes-gain du Cr:ZnSe pour l'enveloppe de déclenchement passif. Zone blanche : laser en dessous du seuil. Zone grise : pas de déclenchement passif (régime continu ou régime à modes verrouillés stationnaire). Les paramètres utilisés sont ceux du Tab. 4.2.

La cartographie de la Fig. 4.8 est très semblable à celle des lasers à absorbant saturable. À savoir, la région inférieure gauche (en gris) correspond à des impulsions très longues. Ici, le temps de construction est tellement long ($>$ 3 ms) que le régime stationnaire semble être une oscillation continue. En réalité, un verrouillage des modes est observable si le temps de calcul est

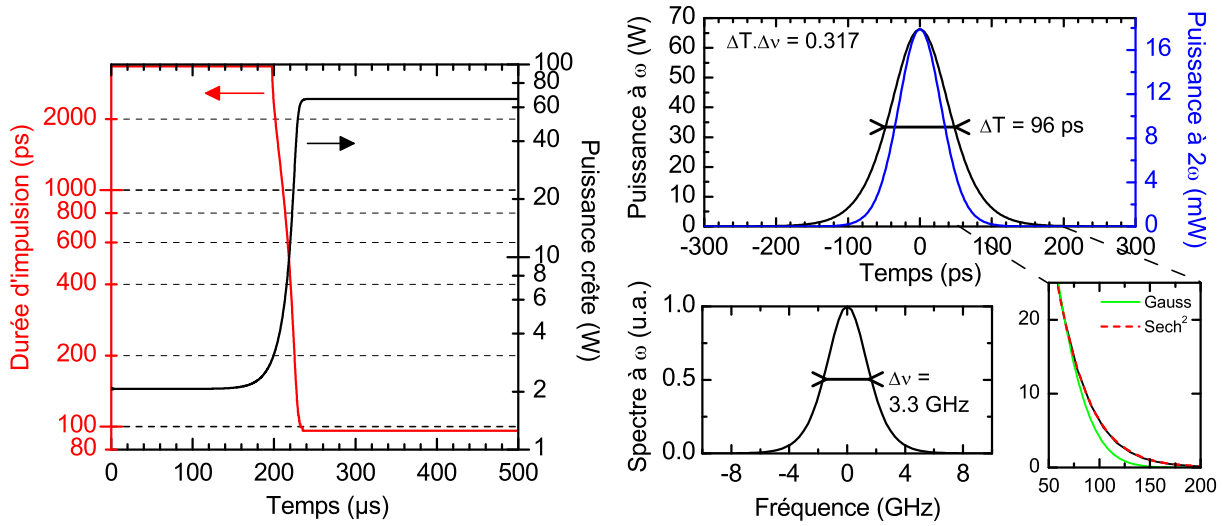
prolongé suffisamment. Les impulsions deviennent plus courtes pour un fort gain ou un miroir non-linéaire avec de fortes pertes. Ceci se comprend en revenant à la Fig. 4.7 : plus la puissance moyenne est élevée au départ, ou plus R est faible, et plus le pouvoir de rétrécissement du miroir non-linéaire est élevé.

Lorsque le gain ou les pertes sont trop élevés, le laser est déclenché passivement (zone hachurée). Les impulsions déclenchées les plus courtes et les plus puissantes sont obtenues pour les plus fortes valeurs du couple $(q' ; g')$. Rien de très surprenant puisque cela correspond à un fort pompage et un miroir non-linéaire à fort contraste (cf. Fig. 4.6).

L'optimisation du verrouillage des modes en phase requiert donc un choix judicieux du couple $(q' ; g')$ en particulier pour éviter le déclenchement passif du laser. Ceci se fait en choisissant d'abord une réflectivité R convenable pour le coupleur de sortie. D'après la Fig. 4.8(a), il semble que cette valeur soit $R \geq 98\%$, en particulier si le laser est pompé très au dessus du seuil. Toutefois, cette valeur optimum n'est qu'indicative et n'a pas de valeur quantitative pour un système réel : il est indispensable de la déterminer expérimentalement en essayant plusieurs réflectivités. Il est ensuite possible d'ajuster continûment $(q' ; g')$ en variant le gain via le taux de pompage du laser, et la réponse du miroir non-linéaire via la focalisation dans le cristal. À noter que si $(q' ; g')$ sont trop grands, il n'est pas intéressant de les réduire en augmentant les pertes passives, car la puissance de sortie sera toujours plus faible que dans un laser sans pertes passives et avec un miroir non-linéaire et un pompage adaptés. Autrement dit il s'agit d'une solution sous-optimale.

La Fig. 4.10(a) présente l'évolution de la puissance crête et de la durée d'une impulsion à modes verrouillés pour $(q' ; g') = (0{,}79 ; 13{,}5)$. Ce point correspond à des valeurs de réflectivité R et de de pompage r pouvant être atteintes en pratique : $(R ; r) = (0{,}96 ; 7{,}5)$. Le temps de construction du verrouillage de modes est d'environ 200 µs dans cet exemple. La durée de l'impulsion diminue très rapidement pour atteindre 96 ps en environ 40 µs. Parallèlement la puissance crête passe de 2 W à 66 W intracavité. La Fig. 4.10(b) montre l'impulsion à modes verrouillées en régime stationnaire ainsi que son spectre. La durée d'impulsion en régime stationnaire est 96 ps, et la largeur du spectre de l'impulsion est 3,3 GHz. Comme attendu pour un blocage de modes passif, la forme de l'impulsion est celle d'une sécante hyperbolique, comme le montre l'ajustement mathématique de la Fig. 4.10(b). Le produit durée–largeur spectrale est 0,317, quasiment identique à la limite de Fourier de 0,315 pour une sécante hyperbolique. Comme attendu en l'absence de dispersion, la durée de l'impulsion est donc limitée par la transformée de Fourier de son spectre.

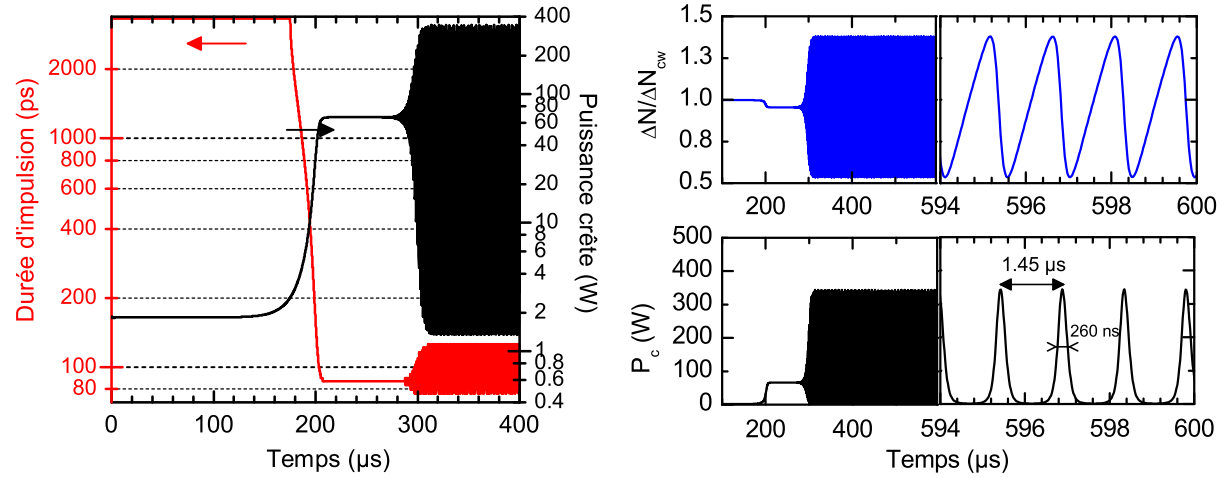
Nous nous sommes assuré que la cartographie de la Fig. 4.8 est bien celle du régime stationnaire en doublant le nombre d'itérations de 10^6 à $2\,10^6$. Puissance et durée d'impulsion restent alors stables à mieux que 1 % : le verrouillage des modes se maintient sans évoluer vers le déclenchement passif du laser. Par contre, si en bordure de la zone de déclenchement passif,



(a) Durée et puissance crête des impulsions à modes verrouillés

(b) Impulsion à modes verrouillés (haut), spectre de l'impulsion (bas, gauche), ajustements mathématiques (bas, droite)

Fig. 4.10: Évolution du verrouillage des modes en phase dans le Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire d'ordre 2. Les paramètres utilisés sont ceux du Tab. 4.2, avec $R = 0{,}96$ et $r = 7{,}5$. En (a) la valeur initiale de la durée d'impulsion est le temps d'aller-retour dans la cavité, soit 3,3 ns. En (b) un agrandissement montre la queue de l'impulsion, ajustée par une gaussienne et une sécante hyperbolique.



(a) Durée et puissance crête des impulsions à modes verrouillés

(b) Inversion de population (haut) et impulsions déclenchées passivement (bas)

Fig. 4.11: Évolution du déclenchement passif dans le Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire d'ordre 2. Les paramètres utilisés sont ceux du Tab. 4.2, avec $R = 0{,}95$ et $r = 6{,}8$. À noter qu'en (b) seule *l'enveloppe* de déclenchement passif est présentée.

on augmente les pertes q du miroir non-linéaire sans changer le gain, le laser est déclenché passivement au bout d'un petit nombre d'itérations ($\sim$ 200 000). Ce régime se maintient ensuite de façon stable jusqu'à la fin du calcul.

Nous avons également vérifié qu'en augmentant la bande passante du filtre Fabry-Perot, les impulsions à modes verrouillés étaient plus courtes. En revanche, si la bande passante est trop importante, la zone de déclenchement passif a tendance à s'étendre vers les faibles valeurs de $(q'\,;\,g')$. En réalité, ceci est dû au fait qu'avec un filtre plus large, les pertes *intégrées en fréquence* sont moins importantes pour le laser. Ceci revient à diminuer la valeur de $p_{passives}$, et donc à augmenter *q'*, ce qui place le laser dans la zone d'instabilité de déclenchement passif. Cet artefact de calcul ne peut pas être compensé à priori, car les pertes en fréquence dépendent de la largeur effective du spectre de l'impulsion. Les paramètres du filtre, largeur et profondeur de modulation, doivent donc être ajustés à posteriori en fonction des résultats expérimentaux.

Lorsque le laser est déclenché passivement, la puissance crête varie fortement, comme le montre la Fig. 4.11 obtenue pour $(q'\,;\,g') = (1{,}0\,;\,13{,}5)$, soit $(R\,;\,r) = (0{,}95\,;\,6{,}8)$. La période des impulsions déclenchées passivement est de 1,45 µs, ce qui est comme attendu du même ordre de grandeur que la durée de vie du laser. La durée des impulsions de déclenchement passif est de 260 ns. Toutefois, les modes du laser sont toujours verrouillés en phase, avec une durée d'impulsion oscillant autour de 100 ps, comme on peut le voir sur la Fig. 4.11(a). Ce régime hybride de modes verrouillés et de déclenchement passif, ou *Q-switched mode locking*, est tout à fait classique pour ce type de laser possédant un temps de vie relativement long. C'est un mode de fonctionnement que nous souhaitons éviter, non seulement à cause des larges variations de puissance, mais surtout à cause des larges variations de la durée d'impulsion. Pour cela, plusieurs valeurs de R doivent être essayées expérimentalement, ce que nous proposons au Chap. 4.6. Le déclenchement passif peut aussi être évité en baissant légèrement la valeur de R_2, mais cela revient à baisser le contraste de la réponse du miroir non-linéaire, donc à augmenter R.

Nous avons également tracé l'efficacité de doublage η_{cw} en régime continu, i.e. au démarrage du laser, sur la Fig. 4.12. Nous voyons par comparaison avec la Fig. 4.8 que les impulsions à modes verrouillés les plus courtes sont obtenues pour les efficacités les plus grandes. Lorsque l'efficacité diminue ou le gain diminue, la durée d'impulsion et le temps de construction du verrouillage de modes augmentent fortement. On peut alors définir une frontière *arbitraire* au-delà de laquelle le verrouillage des modes ne présente plus d'intérêt car les impulsions sont trop longues. De plus, un temps de construction trop long devant, par exemple, le temps sur lequel la longueur de cavité est stable peut empêcher la réalisation expérimentale du verrouillage des modes. Ceci avait déjà été proposé par Haus [Hau75b], qui avait placé cette frontière à une durée d'impulsion faisant moins de 10 fois la limite de Fourier de la largeur de raie laser. Ici, nous pouvons placer cette limite à des impulsions plus courtes que 300 ps, pour lesquelles le

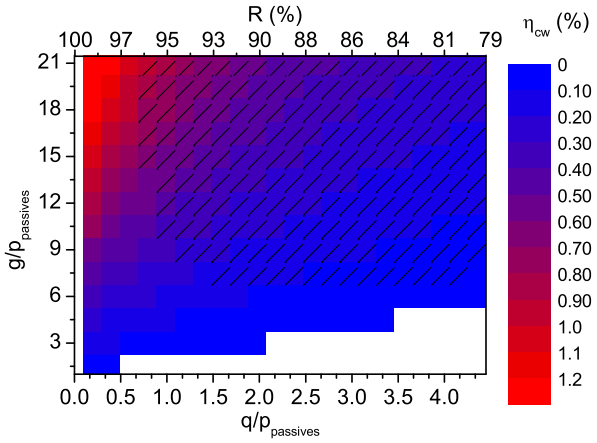


Fig. 4.12: Cartographie pertes-gain de l'efficacité de doublage en régime continu dans le laser Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire d'ordre 2. Zone blanche : laser en dessous du seuil. Zone hachurée : déclenchement passif et modes verrouillés simultanément. Zone grise : pas de verrouillage des modes au bout de 3 ms. Les paramètres utilisés sont ceux du Tab. 4.2.

temps de construction est inférieur à 1,2 ms. Ceci correspond à $g' \gtrsim 4{,}5$ sur la Fig. 4.8. En terme d'efficacité de doublage, cette limite se situe à $\eta_{cw} \gtrsim 0{,}2\,\%$ d'après la Fig. 4.12.

Il faut noter une différence importante entre les résultats rapportés ici et ceux publiés par Barr [Bar91]. En effet, l'auteur observe l'existence d'un seuil d'efficacité de 0,6 % en dessous duquel tout verrouillage des modes est impossible. En réalité, ce "seuil" se traduit par une forte augmentation du temps de construction et est donc moins abrupt que ne le suggère l'auteur. C'est pourquoi le verrouillage de modes est encore possible à $\eta_{cw} \simeq 0{,}6$ %, avec des impulsions d'une centaine de picosecondes. Dans le même article, Barr avait également déterminé une efficacité maximum de 0,7 % au delà de laquelle le laser (temps de vie 0,6 µs) était déclenché passivement. En réalité, nous voyons sur les Fig. 4.10(a) et 4.12 qu'une très grande efficacité de doublage est possible, et même souhaitable pour obtenir des impulsions courtes, à conditions de réduire en même temps les pertes *q'* du miroir non-linéaire pour éviter le déclenchement passif. Autrement dit, il est souhaitable de baisser à la fois la puissance de saturation et le contraste de la fonction de transfert du miroir non-linéaire (cf. Fig. 4.6). Toutefois, le contraste doit rester suffisant pour enclencher le verrouillage des modes : un compromis est donc nécessaire.

Pour maximiser η_{cw} et optimiser le miroir non-linéaire, il est bien sûr possible de faire varier *q'* et *g'*. Toutefois, la marge de manœuvre est étroite, car *g'* est limité par la puissance de pompe tandis que *q'* est limité par le nombre de réflectivités R disponibles pour le coupleur. Une autre façon de modifier η_{cw} est de changer la focalisation γ dans le cristal non-linéaire. Ceci se fait en modifiant la géométrie de la cavité, comme nous le verrons au Chap. 4.6.

4.6 Dimensionnement d'une expérience de démonstration

La plupart des travaux précédents portant sur le miroir non-linéaire d'ordre 2 ont été effectués avec des lasers à ion Nd ou Yb (1030–1080 nm selon la matrice cristalline) de puissance moyenne toujours supérieure à 5 W intracavité. Par ailleurs, nous avons vu précédemment que le matériau laser de choix pour réaliser une source laser picoseconde dans l'infrarouge moyen est le Cr:ZnSe. Or ce laser présente des différences importantes par rapport aux lasers Nd/Yb. Premièrement, son temps de fluorescence est d'environ 6 µs, ce qui est bien plus court que les 0,1–1 ms des lasers Nd/Yb. On s'attend donc à ce que son comportement lors du verrouillage en phase des modes soit assez différent, en particulier vis-à-vis des instabilités de déclenchement passif. Le Cr:ZnSe possède une bande de gain exceptionnellement large, ce qui est favorable à la production d'impulsions courtes, à condition que le miroir non-linéaire ait une bande passante suffisante. Mais cela peut poser des problèmes de stabilité en longueur d'onde lors du verrouillage des modes. La longueur d'onde d'émission du Cr:ZnSe est située bien plus dans l'infrarouge que les lasers Nd/Yb, ce qui pose des contraintes différentes sur le choix du cristal non-linéaire. Cela diminue également de façon intrinsèque l'efficacité des processus non-linéaires, à cause de la forte dépendance du coefficient non-linéaire κ avec la longueur d'onde (voir Chap. 1). Cette tendance est renforcée par le fait que la puissance du laser Cr:ZnSe est encore modérée par rapport aux lasers solides traditionnels à 1 µm. Ces trois derniers points, bande passante, longueur d'onde et puissance, ont d'importantes conséquences sur le choix du cristal non-linéaire, ce qui est discuté au Chap. 4.6.1. Un dispositif expérimental est proposé au Chap. 4.6.2, où quelques premières caractérisations du laser sont faites.

4.6.1 Choix du cristal non-linéaire - efficacité et bande passante

Tab. 4.3: Quelques efficacités de doublage des miroirs non-linéaires utilisés dans la littérature. $\eta_{O.P.}$ est l'efficacité en ondes planes. η_{Gauss} est l'efficacité en faisceaux gaussiens, tenant compte du walk-off spatial et de la divergence des faisceaux, d'après [Boy68, Zon03]. NC : accord de phase non-critique (angle de double réfraction nul).

P_{intra} (W)	Cristal	Type	w_{cri} (µm)	$\eta_{O.P.}$ (10^{-2} %)	η_{Gauss} (10^{-2} %)	Référence
8,8	LBO 15 mm	I NC	60	16,6	7,8	[Dan94]
5	LBO 5 mm	I NC	30	4,4	2,0	[Sai03]
13,5	LBO 15 mm	I	84	12	4,8	[Dat04]
1	KTP 10 mm	II	100	7,5	3,6	[Lin05]

La modélisation du miroir non-linéaire dans un laser Cr:ZnSe a permis de montrer qu'il exis-

tait une efficacité de doublage minimum en régime continu d'environ 0,2 % autorisant ensuite un régime impulsionnel. Afin de confirmer cette valeur, il serait souhaitable de la comparer à celle obtenue expérimentalement dans la littérature pour des lasers à 1 µm. Même si ces lasers sont assez différents du Cr:ZnSe, la comparaison à travers l'efficacité de doublage reste possible, car celle-ci joue le rôle d'un facteur de mérite qui ne dépend plus explicitement des longueurs d'ondes, puissances, etc. Le résultat de ce travail est résumé dans le Tab. 4.3.

Pour cela, nous calculons d'abord l'efficacité en ondes planes $\eta_{O.P.}$ à partir des données disponibles dans les références. Ceci permet une comparaison avec la valeur utilisée dans le modèle du Chap. 4.5. Puis, nous calculons la valeur η_{Gauss} en faisceaux gaussiens focalisés, afin de pouvoir comparer avec la situation expérimentale du Chap. 4.6.2. η_{Gauss} dépend de la focalisation du cristal, c'est-à-dire de la taille du faisceau et de sa divergence par rapport à la longueur du cristal. De plus, pour des cristaux biréfringents en accord de phase critique, il faut tenir compte de la séparation angulaire entre l'onde fondamentale et la seconde harmonique, appelée *walk-off* spatial. Cet effet aura plus ou moins d'importance selon le recouvrement des deux faisceaux dans le cristal, donc il dépend aussi de la focalisation. Pour tenir compte de tous ces phénomènes, nous avons utilisé le formalisme de Boyd-Kleinman [Boy68], étendu ensuite par Zondy à l'accord de phase de type II [Zon03]. À noter que le faisceau à 2ω étant 2 fois plus petit[8] que le faisceau à ω, il y a une différence systématique d'un facteur 2 entre les définitions de $\eta_{O.P.}$ (rapport des intensités) et de η_{Gauss} (rapport des puissances).

Nous voyons donc qu'il faut une efficacité minimum de ∼0,1 % en ondes planes pour verrouiller les modes en phase. Cette valeur concorde avec les 0,2 % issus de la modélisation du Chap. 4.5, et est bien inférieure au seuil de 0,6 % prédit par Barr [Bar91]. Dans un cas réel, i.e. avec des faisceaux gaussiens, l'efficacité nécessaire est de 2–8 10^{-2} %. Pour les expériences reportées dans le Tab. 4.3, cette efficacité était relativement facile à atteindre, en raison de la forte puissance des lasers utilisés, et de la très bonne efficacité à 1 µm des cristaux non-linéaires. Dans notre cas, celui d'un laser Cr:ZnSe à 2,5 µm, l'efficacité du processus est intrinsèquement moins efficace. La longueur d'onde laser étant 2,5 fois plus grande, κ est 15 fois plus faible, ainsi que l'efficacité. De plus, la puissance de ce type de laser est encore 2 à 4 fois plus faible en régime continu que les lasers à 1 µm. Au total le rendement de doublage est au moins 30 plus faible. Ceci doit être compensé par l'utilisation d'un cristal non-linéaire possédant un d_{eff} au moins 5 fois plus élevé, ou une plus forte focalisation. Or cette dernière option n'est pas possible avec des cristaux biréfringents, car ceux-ci présentent en plus un walk-off spatial qui diminue fortement l'efficacité, sans possibilité d'accord de phase non critique vers 2,5 µm. Ceci est illustré par la Fig. 4.13, qui résume les efficacités des cristaux non-linéaires transparents à 2,5 µm. Ainsi, seuls les cristaux périodiquement retournés transparents autour de 2,5 µm, tels que le

[8]La polarisation non-linéaire qui génère le faisceau à 2ω est proportionnelle au carré du champ à ω, donc sa surface est deux fois plus petite [Boy68].

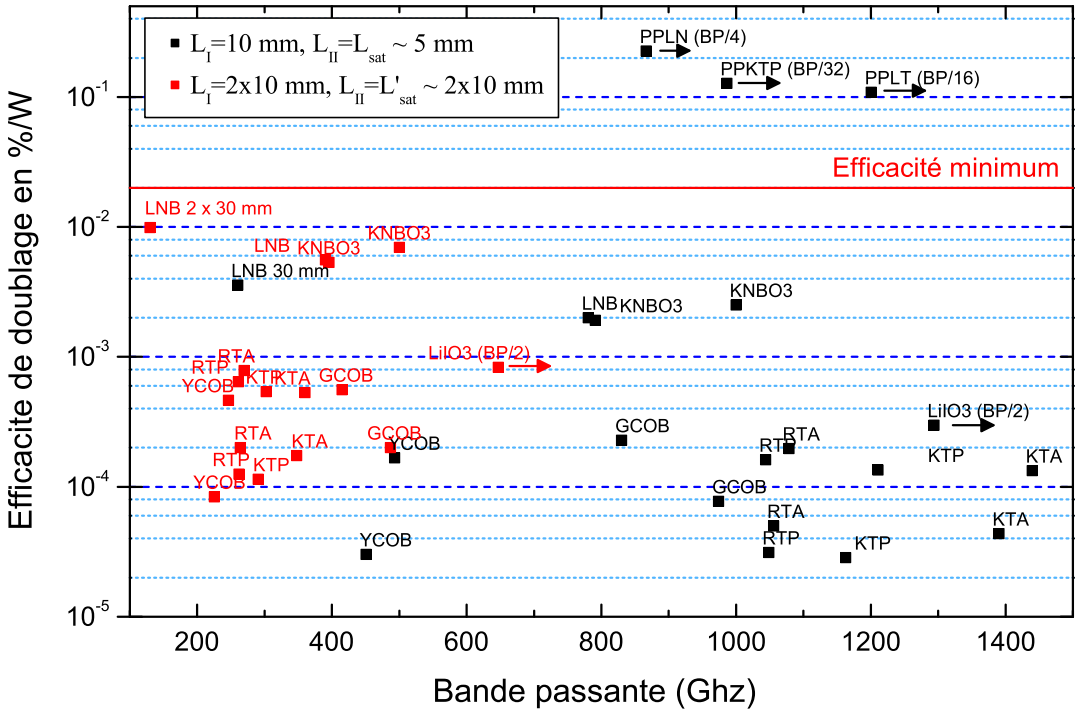


Fig. 4.13: Efficacité et bande passante de doublage de quelques cristaux non-linéaires, à $\lambda = 2530$ nm, pour une focalisation optimum, au sens de [Boy68, Zon03]. Points noirs : un seul cristal de 10 mm en type I, et de $\sim$ 5 mm en type II (l'efficacité sature pour des cristaux plus longs, à cause du walk-off). Points rouges : deux cristaux avec compensation du walk-off. Deux points différents pour un même cristal correspondent à deux angles d'accord de phase différents. La bande passante des cristaux notés BP/x a été volontairement réduite d'un facteur x pour une question d'échelle. La ligne rouge démarque l'efficacité minimum de 2 10^{-2} % requise pour le miroir non-linéaire.

PPLN, permettent de réaliser un miroir non-linéaire efficace dans l'infrarouge moyen. De plus, ces cristaux possèdent une très grande bande passante, supérieure à 3 THz, particulièrement bien adaptée à des cristaux laser large bande telle que le Cr:ZnSe.

4.6.2 Montage expérimental

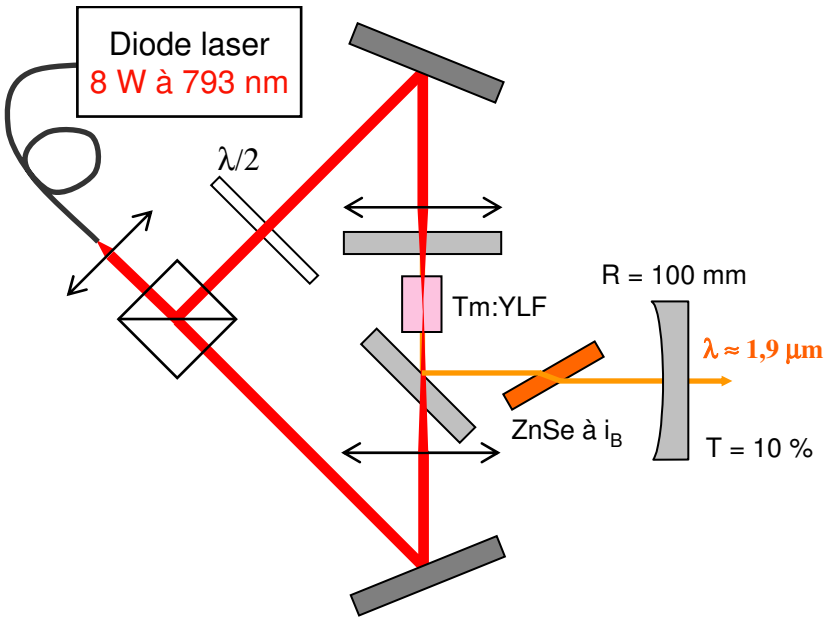


Fig. 4.14: Laser Tm:YLF. i_B : angle de Brewster (68°).

Pour réaliser la démonstration du verrouillage de modes d'un laser Cr:ZnSe, nous avons réalisé les montages présentés sur les Fig. 4.14 et 4.4. Ceux-ci sont les fruits d'une collaboration avec Jean-Louis Doualan et Richard Moncorgé du Centre Interdisciplinaire de Recherche sur les Ions Lasers (CIRIL), à Caen. La source de pompe est un laser à 1,9 µm fonctionnant en régime continu. Il est constitué d'un cristal de Tm^{3+}:$LiYF_4$ (Tm:YLF) de 6 mm de long et dopé à 5 %, dont la croissance a été faite au CIRIL. Ce cristal présente un pic d'absorption à 792 nm de quelques nanomètres de large. Il est pompé par une diode laser multi-émetteurs réalisée par Thales Laser Diodes qui émet jusqu'à 8 W à 793 nm par une fibre multimode (diamètre de cœur 400 µm, ouverture numérique 0,22). Un pompage dans les deux sens a été retenu, d'une part afin d'augmenter la puissance totale absorbée, et d'autre part afin d'éviter la réabsorption de l'émission laser dans les zones non pompées[9]. Le cristal est placé dans une monture en laiton refroidie par eau. La cavité du laser Tm:YLF est une simple cavité en L, constituée d'un miroir

[9]Il s'agit en effet d'un laser quasi trois niveaux : en l'absence de pompage les ions actifs s'accumulent dans le niveau bas de la transition laser, et sont prêts à être réexcités vers le niveau haut par l'émission laser.

plan au voisinage immédiat du cristal, d'un miroir de repli, et d'un coupleur concave de rayon de courbure 100 mm et de transmission 10 % à la longueur d'onde d'émission. Seule une des faces du cristal est traitée anti-reflet autour de la longueur d'onde d'émission, les réflexions sur l'autre face étant évitées par un effet de Fabry-Perot avec le miroir plan de fond de cavité. Ce Fabry-Perot étant très peu épais (< 1 mm), et le laser étant en régime continu, ce dispositif ne pose pas de problème de bande passante. Une lame de ZnSe est placé dans le bras long afin de forcer une émission polarisée TM (horizontale).

Le laser Tm:YLF émet ainsi jusqu'à 1,6 W à 1,9 µm, avec une efficacité différentielle de 30 %, ce qui n'est pas très éloigné de la limite de 42 % due au défaut quantique. En revanche, l'émission est très bruitée, car le laser est très sensible aux perturbations extérieures. En particulier, son temps de vie étant très long (14,5 ms), il est particulièrement sensible aux retours de lumière qui provoquent du bruit assimilable à des oscillations de relaxations. Nous verrons même au Chap. 4.6.3 que lorsque ce laser pompe un cristal de Cr:ZnSe, de faibles retours suffisent à le déclencher passivement.

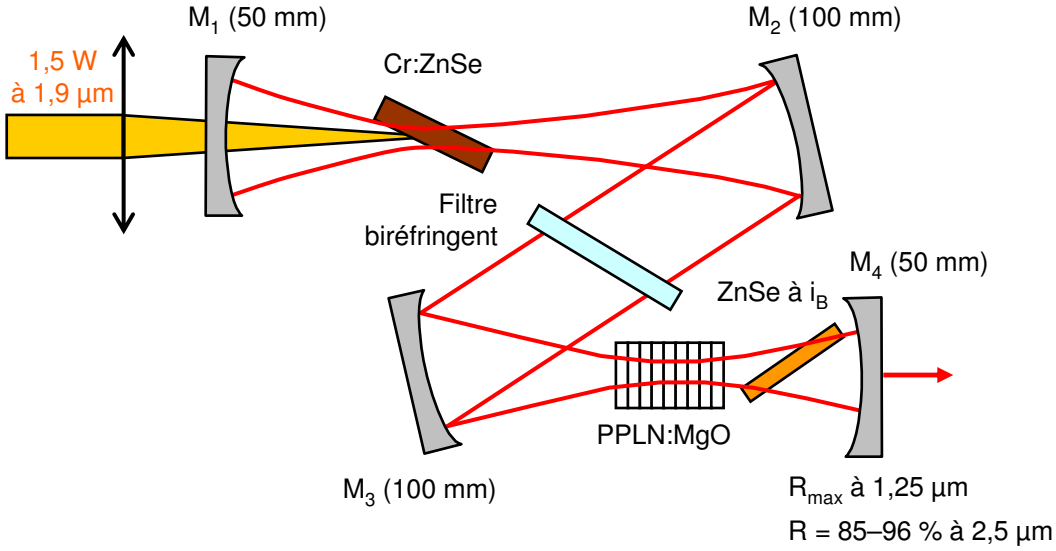


Fig. 4.15: Laser Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire. i_B : angle de Brewster (68°).

Le faisceau du Tm:YLF est collimaté puis focalisé dans le cristal de Cr:ZnSe, sur un waist de 56 µm avec un M^2 de 2. Le cristal de Cr:ZnSe est fourni par le GEMaC (Groupe d'Études de la Matière Condensée, CNRS, Meudon). Il s'agit de matériau polycristallin approvisionné chez la société II-VI [TSI], et dopé Cr^{2+} par diffusion. Il absorbe 80 % de la pompe sur 2,5 mm d'épaisseur, soit un coefficient d'absorption $\alpha = 6{,}3\ \mathrm{cm}^{-1}$. Cette valeur est très proche de l'optimum de 6,9 cm^{-1} déterminé expérimentalement par [Sen07] en régime continu. Le cristal est placé dans une monture en laiton, avec une feuille d'indium comme contact thermique.

Nous vérifions que l'élévation de température au sein du cristal reste raisonnable. Pour

cela, nous mesurons la température en bordure du cristal sous 1,6 W de pompe. Puis, nous remontons à la température au cœur du cristal à l'aide d'une modélisation très simple sous FEMLAB [FEM]. Nous prenons comme condition aux limites soit la température mesurée en bord de cristal, soit un flux dissipatif dont la valeur est ajustée afin de retrouver cette température en bord de cristal. Nous trouvons ainsi une élévation de température 9 °C, ce qui correspond bien aux prédictions de [Sen00]. Cette élévation de température est normalement trop faible pour avoir un effet quelconque sur le rendement de fluorescence [Pag97, Sen00] ou sur la stabilité de la cavité [Sen00]. Il semble donc inutile de refroidir activement le cristal. Nous vérifions également par la modélisation qu'un tel refroidissement, bien qu'abaissant la température globale du cristal, n'aurait aucun effet sur la lentille thermique, car celle-ci est proportionnelle au *gradient* de température qui est indépendant de la température moyenne [Che02].

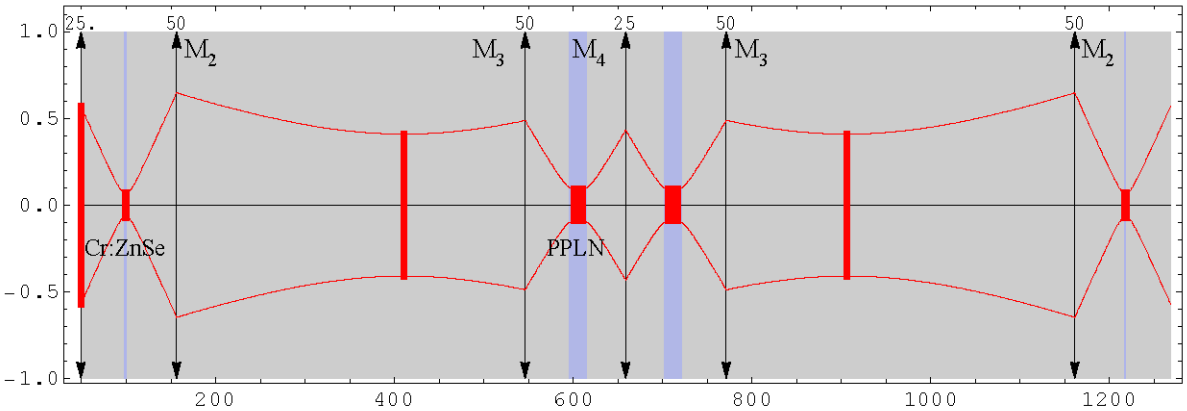


Fig. 4.16: Diamètre du faisceau laser résonnant dans la cavité du Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire, sur un tour de cavité. Les unités sont en millimètres. Les miroirs concaves sont figurés par des lentilles convergentes.

La cavité du Cr:ZnSe comprenant le miroir non-linéaire est représentée sur la Fig. 4.4. Elle comprend quatre miroirs concaves qui forment trois bras. Le premier bras contient le cristal de Cr:ZnSe où le waist laser est de 70 µm. Dans le deuxième bras le faisceau est collimaté, ce qui permet d'insérer des éléments filtrants. Il comprend notamment une lame biréfringente en quartz de 2 mm d'épaisseur, placée à l'angle de Brewster ($\sim$ 57 °), qui permet d'accorder le laser en longueur d'onde. L'action de cette lame est décrite un peu plus loin. Le troisième bras contient le miroir non-linéaire : le cristal de PPLN:MgO de 20 mm, régulé en température, la lame dispersive en ZnSe, de 2 mm d'épaisseur, et le miroir dichroïque. Hormis le coupleur de sortie, tous les miroirs sont hautement réfléchissants autour de 2,5 µm (R $>$ 99 %). Le cristal de PPLN:MgO est traité anti-reflet large bande à 2,5 µm et 1,25 µm (R $<$ 1 % pour 1,2–1,275 µm et 2,4–2,55 µm). Il est conçu par HC Photonics [HCP] pour le doublage de 2470 nm à 47 °C. Les

éléments à Brewster ne sont pas traités car ils présentent des pertes quasiment nulles pour la polarisation TM (horizontale), avec une très faible dépendance en longueur d'onde. Le coupleur de sortie a une réflectivité à 2,5 µm qui peut être choisie parmi les valeurs de 85 %, 92 %, ou 96 %. Il est hautement réfléchissant à 1,25 µm (R > 99,8 %). Le diagramme de stabilité de la cavité est présenté sur la Fig. 4.16.

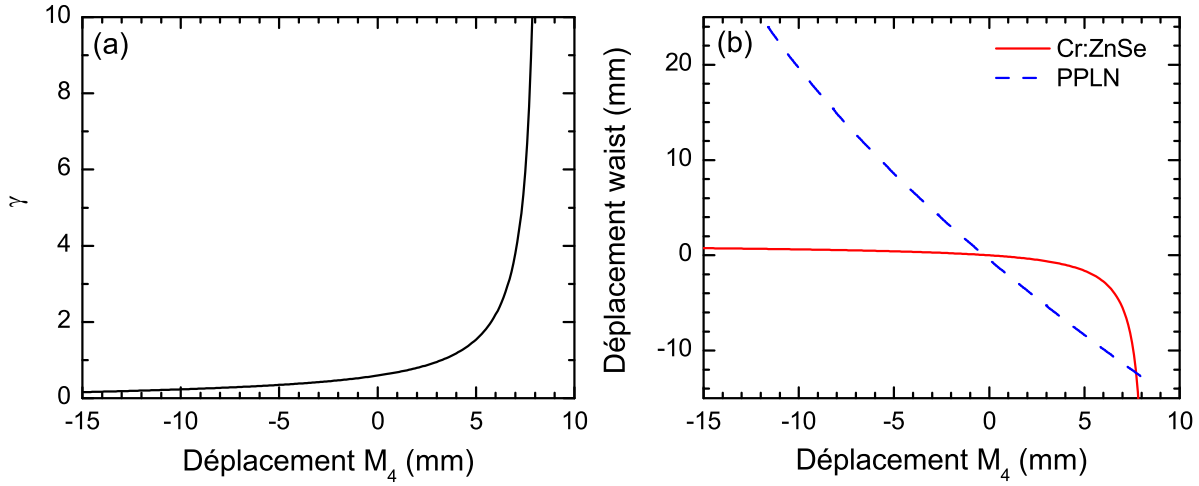


Fig. 4.17: (a) Facteur de focalisation $\gamma = (w_g/w_c)^2$ en fonction de l'écart du miroir M_4 au centre de la zone de stabilité. (b) Déplacement des waists dans les deux cristaux. Un déplacement négatif correspond à un rapprochement par rapport au miroir de fond de cavité le plus proche, soit M_1 pour le waist dans le Cr:ZnSe et M_4 pour le waist dans le PPLN:MgO.

La longueur totale de la cavité est de 1,2 m, ce qui est un encombrement raisonnable. Une certaine variation des waists dans le cristal laser et dans le cristal non-linéaire est possible, *sans réalignement*, par une translation du miroir M_4 de fond de cavité. Ce changement déplace les waists longitudinalement, et doit donc être accompagnée d'une légère translation des cristaux. La variation des waists peut être importante, mais leur rapport au carré γ évolue plus lentement, comme le montre la Fig. 4.17. De plus, en pratique il n'est pas possible de se placer trop près de la zone d'instabilité. Une variation plus importante de γ nécessite alors un changement de géométrie de cavité, où du rayon de courbure de quelques miroirs.

Le déphasage de π entre l'onde fondamentale et la seconde harmonique est réalisé grâce à la lame de ZnSe de 2 mm. L'ajustement du déphasage se fait par rotation de la lame autour d'un axe vertical. En dehors de l'angle de Brewster des pertes par réflexion apparaissent, mais celles-ci ne dépassent pas quelques pourcents. Ce point est illustré par la Fig. 4.18. La dispersion de vitesse de groupe entre ω et 2ω introduite par la lame de ZnSe est relativement importante. Ajoutée à celle du cristal non-linéaire, la différence de délai de groupe est de 4 ps au total sur un aller-retour [Zel97, Tro95]. D'après [Sta92], cela limite la durée d'impulsion à plus de 6 ps. Comme nous l'avons déjà dit, ce miroir non-linéaire est donc très bien adapté à la production

d'impulsions picosecondes, et non femtosecondes.

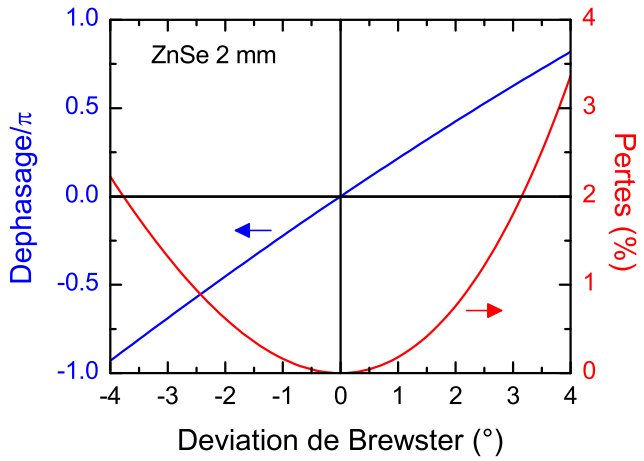


Fig. 4.18: Déphasage et pertes de Fresnel à 2,5 µm introduites par la lame de ZnSe de 2 mm placée dans la cavité du laser Cr:ZnSe avec miroir non-linéaire. Indice du ZnSe d'après [Tro95].

La dispersion à ω introduite par les différents éléments de la cavité n'est pas prise en compte. En effet, elle joue un rôle très faible pour des impulsions picosecondes, dont le spectre est relativement étroit. Ce point doit être revu après l'obtention du verrouillage des modes pour quantifier son influence exacte. Une compensation par une lame de saphir [Sor06], une paire de prismes, ou un miroir de Gire-Tournois [Kuh86] est toujours possible.

Les performances attendues pour le miroir non-linéaire ont déjà été vues au Chap. 4.4 où nous avons utilisé les valeurs expérimentales. En ce qui concerne l'efficacité de doublage en régime continu, elle vaut dans notre configuration $\eta_{O.P.} = 0{,}3$ % en ondes planes et $\eta_{Gauss} = 0{,}14$ % en faisceaux gaussiens, pour une puissance intracavité de 1 W. Elle est donc suffisante pour initier le verrouillage des modes en phase.

Enfin, comme nous l'avons vu au Chap. 1, la conversion non-linéaire dépend de la phase relative des ondes. Un rayonnement parasite à 2ω à l'entrée du cristal doubleur peut alors diminuer l'efficacité de doublage, car il s'apparente à un signal d'injection avec la mauvaise phase. Ce problème, déjà constaté par Stankov *et al.* [Sta89a], peut être éliminé avec un miroir dichroïque placé entre M_2 et M_3.

4.6.3 Premières expériences

Au moment de la rédaction de ce mémoire, le dispositif présenté dans la partie précédente n'a pas permis d'obtenir l'oscillation du Cr:ZnSe en régime continu. En effet, le système de niveaux de Cr^{2+} forme un absorbant saturable particulièrement efficace pour le rayonnement à 1,9 µm. Or, lorsque le faisceau du Tm:YLF est absorbé dans le cristal de Cr:ZnSe, une partie

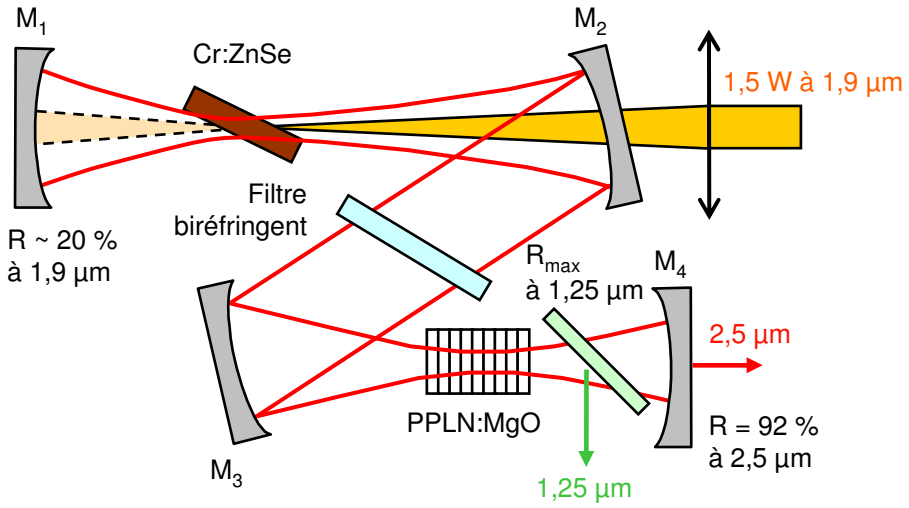


Fig. 4.19: Cavité laser du Cr:ZnSe utilisée pour caractériser l'accordabilité du laser et le doublage de fréquences. Un miroir dichroïque est placé entre le PPLN:MgO et le miroir M_4 pour extraire le rayonnement doublé. L'effet de miroir non-linéaire n'est pas exploité ici. On a également matérialisé le faisceau à 1,9 µm se réfléchissant sur le miroir M_1 et provoquant le déclenchement indésirable du laser de pompe.

est toute de même transmise, puis partiellement réfléchie sur le miroir de fond de cavité, et finit par revenir vers le Tm:YLF. Ainsi le laser Cr:ZnSe se comporte comme un miroir à absorbant saturable pour le laser Tm:YLF. Celui-ci est alors déclenché passivement, avec des impulsions d'une centaine de nanosecondes espacées de quelques microsecondes. Le Cr:ZnSe est alors pompé non pas en continu, mais en régime de déclenchement par le gain ou *gain-switching*. Nous avons clairement identifié ce phénomène, avec ou sans miroir non-linéaire, indépendamment du fait que le Cr:ZnSe oscille ou non. Cet effet a déjà été rapporté dans la littérature [Sor01b]. Son importance peut surprendre. En réalité, les premières expériences ont été faites en pompant le cristal par le miroir M_2, comme présenté sur la Fig. 4.19. Or ceci place en autocollimation le miroir M_1 qui réfléchit environ 20 % de la pompe. De plus, rien dans le dispositif ne filtre réellement la pompe, et l'absorption dans le cristal diminue fortement (saturation) dès lors que le Tm:YLF passe en régime impulsionnel. Cette configuration doit donc être abandonnée au profit de celle décrite sur la Fig. 4.15. Néanmoins, le Tm:YLF reste un laser extrêmement sensible aux perturbations et aux retours optiques. Lorsqu'il oscille en régime continu, des oscillations de relaxation peuvent être provoquées simplement par un tapotement sur le support du laser, ou par n'importe quel retour optique issu d'une surface quelque peu réfléchissante. Ce régime impulsionnel ne permet pas le verrouillage des modes du Cr:ZnSe, car le laser oscille sur une durée beaucoup plus courte que le temps de construction (cf. Chap. 4.5). Des dispositifs d'isolation de ce laser sont actuellement à l'étude (isolateur optique, miroir coupant la pompe...). Quelques caractérisations préliminaires peuvent tout de même être faites sur le laser Cr:ZnSe

pompé en impulsionnel, avec la configuration de la Fig. 4.19. Nous les présenterons rapidement.

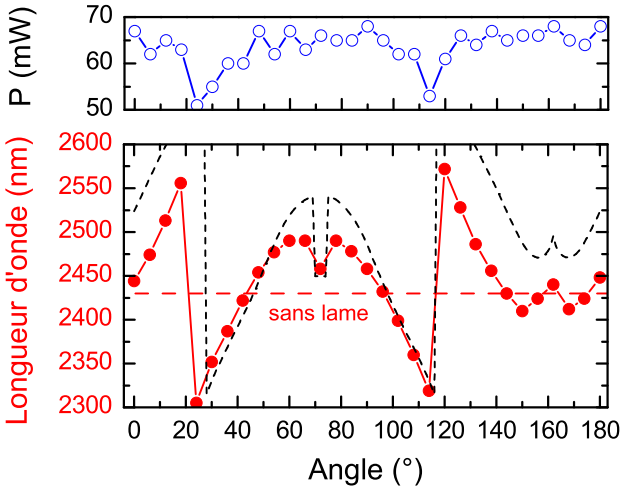


Fig. 4.20: Courbes d'accordabilité expérimentale et théorique du laser par rotation de la lame de quartz autour de son axe de symétrie. L'origine des angles est arbitraire. Les angles pour lequels la polarisation TM est parallèle à l'un des axes neutres de la lame sont environ 70 ° et 160 °. Pour le calcul, d'après [Kob92], la bande passante est donnée par une super-gaussienne d'ordre 2 et de largeur 160 nm, centrée à 2495 nm. Ces valeurs ont été ajustées pour reproduire au mieux la courbe expérimentale. L'écart aux grandes longueurs d'onde s'explique par l'absorption de l'eau qui n'est pas prise en compte ici. Indice du quartz d'après [CVI].

Le laser est d'abord caractérisé sans miroir non-linéaire, les miroirs M_3 et M_4 ayant été remplacés par un seul miroir plan, de transmission 18 % autour de 2,5 µm. L'accordabilité du laser à l'aide de la lame de quartz est présentée sur la Fig. 4.20. La lame a pour effet de tourner la polarisation de tout rayonnement pour lequel le déphasage entre les polarisations ordinaire et extraordinaire n'est pas un multiple de 2π. Grâce aux pertes de Fresnel induites par les éléments placés à Brewster pour toute polarisation non TM, cette lame forme un filtre fréquentiel (Lyot à un seul élément) dont l'intervalle spectral libre est approximativement donné par $c/\ell\Delta n$, où ℓ est l'épaisseur de la lame et Δn sa biréfringence. Les positions des maxima de transmission du filtre peuvent être changées par rotation de la lame autour de son axe de symétrie. Ceci permet d'accorder la longueur d'onde du laser, car celui-ci aura tendance à osciller là où les pertes sont les plus faibles. La largeur des pics de transmission dépend des pertes pour les polarisations non TM, donc du nombre d'interfaces à Brewster ainsi que de l'angle de la lame. Elle est en général assez large ($>$ 100 nm), mais cela suffit pour accorder la longueur d'onde centrale du laser.

En l'absence de lame, le laser oscille autour de 2430 nm avec un spectre très large lorsqu'il est mesuré au spectromètre ($>$ 80 nm). Il n'est pas possible d'en dire plus, ni d'extrapoler cette mesure au régime continu, car à cause du couplage avec le laser de pompe Tm:YLF, le laser

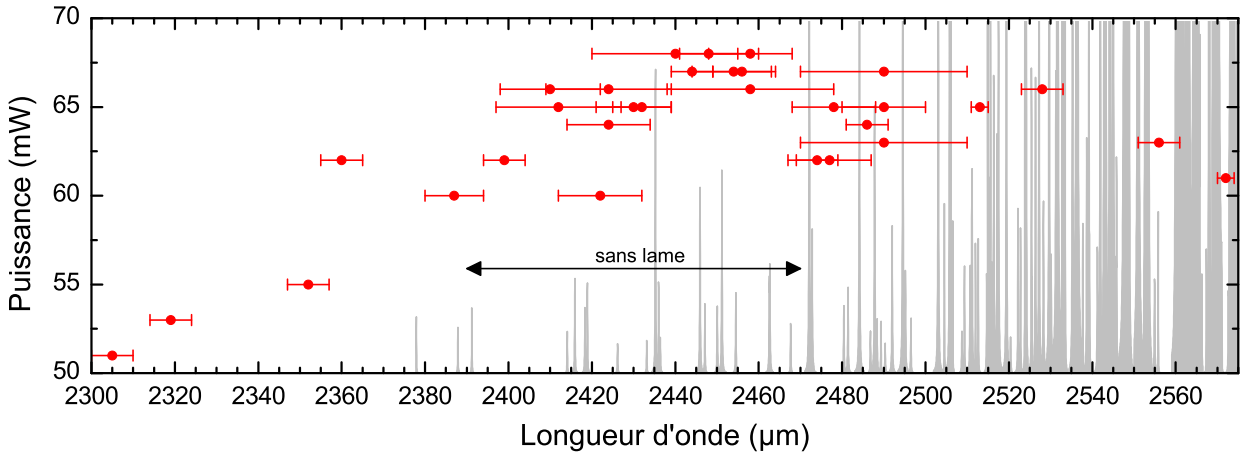


Fig. 4.21: Puissance moyenne en sortie du laser Cr:ZnSe en fonction de la longueur d'onde, en pompage impulsionnel et avec la lame de quartz. Les barres horizontales indiquent la largeur approximative du spectre. Le spectre d'absorption de l'eau sur 1 m a également été représenté, d'après [HIT]. La plage d'oscillation sans lame de quartz est donnée à titre indicatif.

souffre de nombreux sauts de modes, ce qui a tendance à élargir le spectre mesuré en moyenne.

Avec la lame, le spectre est globalement beaucoup plus étroit ($<$ 10 nm), mais il s'élargit fortement (40 nm) lorsque l'un des axes neutres de la lame est parallèle à la polarisation TM. Ce point correspond également à un saut de mode du laser vers sa longueur d'onde sans lame de 2430 nm. Ce comportement est attendu puisque vers 70 ° le filtre est centré à 2,5 µm et est peu sélectif (largeur supérieure à 200 nm).

La puissance du laser en fonction de la longueur d'onde centrale est présentée sur la Fig. 4.21, ainsi que le spectre d'absorption de l'eau. La vapeur d'eau contenu dans l'air est en effet bien connue pour limiter l'accordabilité et la puissance des lasers Cr:ZnSe, car elle présente de nombreuses raies d'absorptions au delà de 2,5 µm. Nous voyons toutefois que cela n'empêche pas le laser Cr:ZnSe d'osciller, en se plaçant entre deux raies d'absorption. Ceci ne devrait pas non plus empêcher le verrouillage des modes en phase. En effet, la longueur d'onde d'accord de phase est ajustable, et la bande passante de doublage est très large bande. Le doublage de fréquence devrait donc toujours être possible. Par contre, le voisinage de raies d'absorption autour d'un point de fonctionnement est susceptible de réduire la bande de gain disponible. Cependant, le régime de modes verrouillés est favorable au laser, puisqu'il diminue les pertes du miroir non-linéaires, et ce d'autant plus que les impulsions sont courtes, ou que le spectre est large. On s'attend donc à ce que le laser choisisse une fenêtre de transparence assez large. Par ailleurs, si la présence de nombreuses fenêtres de transmission éloignées les unes des autres peut inciter le laser à faire des sauts de modes, cet effet devrait pouvoir être maîtrisé en forçant le laser à osciller dans la fenêtre définie par le filtre biréfringent. Enfin, les raies de l'eau pouvant être saturées, un effet de déclenchement passif du Cr:ZnSe est à priori possible. Nous n'avons

pas pu mettre en évidence ce phénomène, puisque le laser est déjà en régime impulsionnel. S'il devait poser un problème, il faudrait alors purger l'atmosphère de la cavité du Cr:ZnSe par une circulation d'azote gazeux [Sor01b].

Nous pouvons également caractériser le doublage de fréquences intracavité du Cr:ZnSe en plaçant un miroir dichroïque (R_{max} à 1,25 µm, T_{max} à 2,5 µm) entre le cristal non-linéaire et le coupleur de sortie pour extraire le rayonenemnt doublé (voir Fig. 4.19). L'accordabilité du doublage de fréquences est présentée sur la Fig. 4.22. En revanche, aucune donnée sur le rendement de doublage ne peut être extraite, car le laser ne fonctionne pas en régime continu.

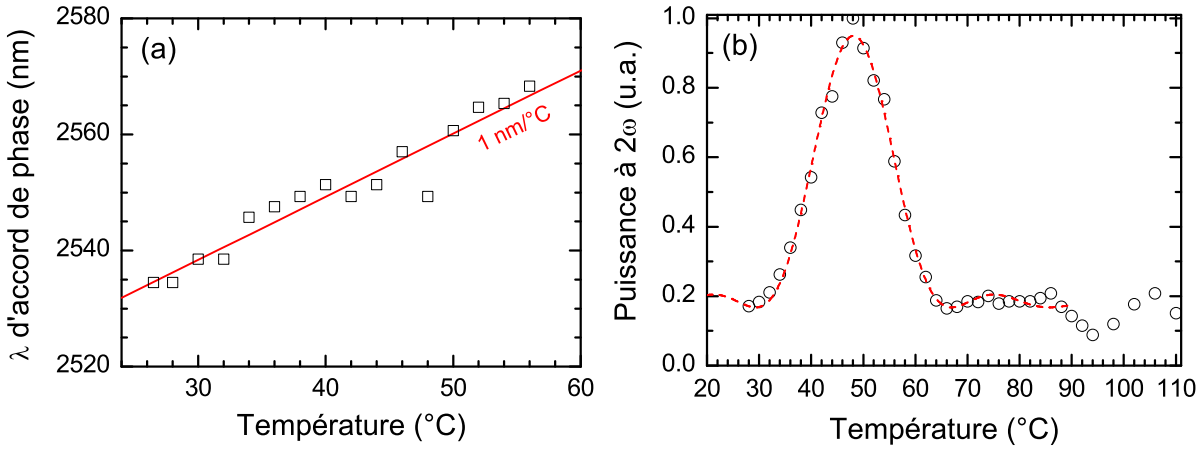


Fig. 4.22: Doublage de fréquence intracavité dans le Cr:ZnSe avec le cristal de PPLN:MgO de 20 mm. (a) Longueur d'onde d'accord de phase en fonction de la température du cristal non-linéaire. La longueur d'onde est trouvée en accordant le laser avec la lame de quartz afin de maximiser la puissance à 2ω. (b) Courbe de désaccord de phase, à longueur d'onde fixe, $\lambda = 2556$ nm. La courbe en pointillé rouge est un ajustement par la fonction sinc^2.

Une accordabilité continue peut être obtenue en faisant varier la température entre 30 et 60 °C, avec une pente d'environ 1 nm/°C. Au-delà le laser n'est plus accordable. La puissance à 2ω est quasiment constante sur toute la plage d'accordabilité. Une forme de sinus cardinal est retrouvée pour la courbe de désaccord de phase à longueur d'onde fixe. Elle possède toutefois un fond continu, attribué à du doublage de phase de modes très éloignés de la longueur d'onde centrale, qui sont atteints par le laser lors de ses fréquents sauts de mode. Nous voyons que la bande d'accord de phase en température est très large, environ 15 °C, conformément à ce qu'on peut calculer. La température n'est donc pas un paramètre critique, ce qui facilitera le verrouillage des modes.

4.7 Vers un OPO comme miroir non-linéaire ?

4.7.1 Principe

Le concept du miroir non-linéaire basé sur du doublage de fréquence peut être généralisé de plusieurs manières.

Tout d'abord, le doublage peut être remplacé par un autre type de conversion de fréquences, comme la somme ou la différence de fréquences. Cette idée a été proposée par Stankov très peu de temps après l'invention du miroir non-linéaire d'ordre 2. Elle nécessite toutefois deux fréquences en entrée du cristal, c'est-à-dire... deux lasers. De plus, cela change la nature du verrouillage de modes : la conversion non-linéaire dépend maintenant de la phase relative des deux lasers. Il faut alors contrôler la phase d'un des lasers, ce qui revient à faire du verrouillage de modes *actif* commandé *optiquement*. Ce concept a été démontré expérimentalement sous le nom de verrouillage de modes paramétrique [Zha92]. Les auteurs ont utilisé un laser à colorant (Styryl 9 M) à 810 nm comme laser principal, pompé de façon synchrone à 532 nm, et un Nd:YAG comme laser de contrôle. Un cristal de KTP effectue la somme de fréquence 1064 nm + 810 nm → 460 nm à l'aller, et la différence de fréquences correspondante au retour. Une réduction de la durée d'impulsion d'un facteur 2 a été observée grâce au miroir paramétrique. Néanmoins l'accordabilité d'un tel système reste limitée à celle des deux lasers.

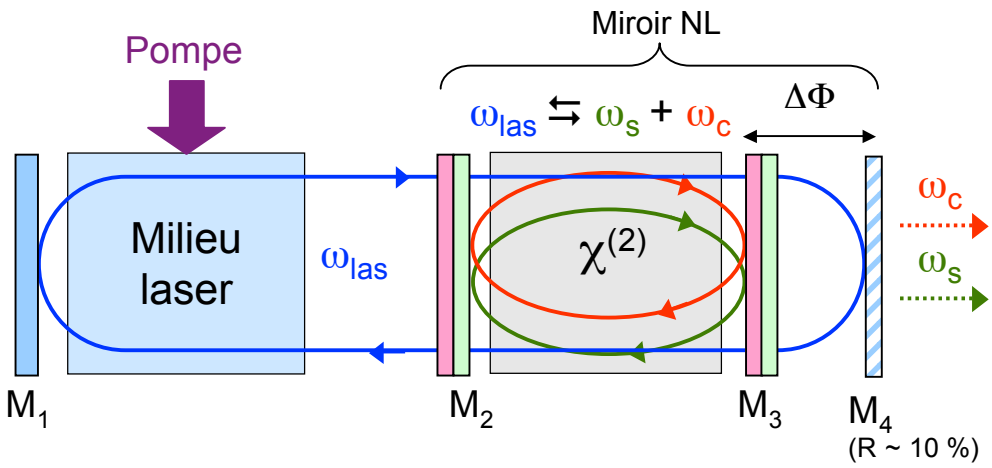


Fig. 4.23: Principe de l'OPO intracavité comme miroir non-linéaire d'ordre 2.

D'autre part, le miroir non-linéaire peut être placé à *l'extérieur* de la cavité laser, dans une cavité auxiliaire. Cette idée a été proposée très tôt par Barr *et al.* afin éviter les pertes d'insertion du cristal dans la cavité laser, et l'effet d'étalon entre ses faces qui peut limiter la bande passante [Bar89b, Bar90, Lü94]. L'idée n'est pas neuve puisqu'elle a été appliquée auparavant aux absorbant saturables à semiconducteurs [Kel92] et aux non-linéarités d'ordre 3, en particulier à l'automodulation de phase dans les fibres optiques [Ipp89]. La première

cavité, qui contient le cristal laser, est formée d'un miroir de fond hautement réfléchissant M_1 et d'un miroir partiellement réfléchissant M_2 à la longueur d'onde laser. La cavité auxiliaire, qui contient le cristal non-linéaire, est formée de M_2 et du miroir dichroïque M_3 propre au miroir non-linéaire, qui joue également le rôle de coupleur de sortie. Les longueurs des deux cavités doivent être égales afin que l'impulsion qui vient de la cavité externe interfère constructivement avec l'impulsion qui vient de la cavité laser et se réfléchit sur le miroir central M_2. Nous avons donc deux cavités couplées résonnant à la longueur d'onde laser. La second harmonique n'est pas résonnante. Le verrouillage de modes qui en résulte est dit additif (*additive mode locking*). Des impulsions de $\sim$ 15 ps ont ainsi été obtenues dans un laser Nd:YAG et avec un cristal de KTP. Ce sont parmi les impulsions les plus courtes jamais produites dans ce laser avec ce type de miroir non-linéaire.

Maintenant, que se passe-t-il si un miroir paramétrique est placé dans une sous-cavité du laser de pompe ? Plus exactement, que se passe-t-il si de la génération paramétrique $\omega_{las} \rightarrow \omega_s + \omega_c$ est réalisée dans une cavité auxiliaire couplée à celle du laser, et que cette cavité est également *résonnante aux ondes générées* à ω_s et ω_c ? Nous avons alors deux oscillateurs couplés, un OPO et un laser, comme schématisé sur la Fig. 4.23. Dans ce schéma l'OPO M_2–M_3 est intracavité, et le laser oscille entre les deux miroirs de fond de cavité M_1 et M_4. Dans une configuration alternative, M_2 est partiellement réfléchissant à la longueur d'onde laser. Il y a alors deux sous-cavités laser M_1–M_4 et M_2–M_4 et la cavité OPO M_2–M_3. À l'aller, la pompe crée (ou amplifie) le signal et le complémentaire. Au retour, signal et complémentaire se recombinent pour refaire de la pompe, qui est alors réinjectée dans la cavité laser. La phase des ondes au retour est ajustée par une translation du miroir M_4, ou la rotation d'un élément dispersif placé entre M_3 et M_4. L'OPO semble donc pouvoir jouer le rôle de miroir non-linéaire. Il semble même potentiellement très efficace car en cavité linéaire et doublement résonnante, la reconversion du signal et du complémentaire vers la pompe peut atteindre 20 % de l'énergie de la pompe incidente. Ce phénomène a d'ailleurs été qualifié de réflexion dépendant de la puissance dès les débuts des OPO [Bjo71]. Il est normalement évité en insérant un isolateur optique entre le laser et l'OPO.

Par rapport aux configurations évoquées précédemment, un tel système présenterait de très nombreux avantages. Tout d'abord, un seul laser est nécessaire pour réaliser la génération paramétrique, puisque celle-ci est ensuite amplifiée dans la cavité de l'OPO. Ensuite, les fréquences générées sont inférieures à celle du laser, ce qui permet d'atteindre l'infrarouge moyen à partir d'un laser à 1 µm. Plus important, l'OPO offre potentiellement une très large accordabilité, et assure lui-même l'obtention du régime impulsionnel, ce qui dispense l'utilisation d'un laser impulsionnel accordable. Bien sûr, cela nécessite que le miroir M_2 ou M_3 soit partiellement réfléchissant à ω_s ou ω_c. Enfin, la présence de l'OPO à l'intérieur de la cavité laser permet d'utiliser la forte puissance qui y règne, et donc potentiellement d'atteindre de hauts rendements.

L'OPO comme miroir non-linéaire pourrait être utilisé soit pour verrouiller les modes en phase, soit pour déclencher passivement le laser. Dans le cas du déclenchement passif, il est bien connu par exemple que l'élément inséré dans le laser doit saturer avant le gain [Sie86]. Dans le cas du verrouillage de modes la situation est plus complexe et on doit distinguer différents cas, selon que l'élément saturant peut être considéré comme rapide ou non [Sie86, Kel96]. Dans tous les cas, un des paramètres critiques est le rapport des puissances de saturation du laser et de l'OPO. La puissance de saturation de l'OPO est directement liée à son seuil d'oscillation. On définit donc un paramètre de saturation $\gamma_{sat} = P_{sat}/P_{s,OPO} = (I_{sat}/I_{s,DRO})\,\gamma$, où $\gamma = (w_g/w_c)^2$ est le paramètre de focalisation que nous avions déjà introduit pour le miroir non-linéaire d'ordre 2. En pratique, γ_{sat} peut être ajusté en changeant le seuil de l'OPO, par exemple en déréglant la cavité de l'OPO, ou bien en changeant γ, c'est-à-dire la focalisation dans le cristal non-linéaire. Les paramètres de saturation les plus grands sont obtenus pour des OPO doublement résonnant au voisinage de la dégénérescence, et c'est pourquoi nous nous limiterons à ce cas par la suite. Néanmoins, le principe du miroir non-linéaire est extensible aux SRO, aux DRO de faible finesse, et à n'importe quelles configurations de longueurs d'ondes.

Le chapitre suivant 4.7.2 est consacré à la modélisation de l'OPO comme miroir non-linéaire. Le Chap. 4.7.3 est consacré à une étude expérimentale préliminaire, concernant un OPO doublement résonnant placé dans la cavité d'un laser. Il s'agit d'une version modifiée du schéma de la Fig. 4.23 où M_4 est hautement réfléchissant à la longueur d'onde laser (pas d'effet de miroir non-linéaire).

4.7.2 Quelques éléments de modélisation

Avant-propos

Il apparaît rapidement qu'un système où laser et OPO sont *fortement* couplés possède une dynamique très complexe, qu'il est impossible de décrire avec la plupart des modèles analytiques habituels. En effet, nous sommes en présence de deux oscillateurs à gain, dont les temps caractéristiques peuvent être à la fois trop semblables ou trop différents pour pouvoir en négliger certains par rapport à d'autres. Par exemple, les temps d'aller-retour des deux cavités sont similaires, mais pas nécessairement rigoureusement identiques. Les temps de vie des photons eux, peuvent différer d'un ordre de grandeur : les pertes d'un laser Nd:YAG sont typiquement de 90 % (coupleur de sortie de 10 %), mais celle d'un OPO doublement résonnant de quelques pourcents seulement. La réponse de l'OPO ne peut donc pas être considérée comme étant instantanée, comme pour le miroir de Stankov décrit précédemment. Ceci est d'autant plus vrai que le temps de construction de l'oscillation paramétrique est non négligeable (quelques nanosecondes).

La cavité de l'OPO étant très surtendue, il peut être tentant de faire une approximation

de champ fort. Mais cela revient à négliger le dépeuplement et la reconversion très rapides de la pompe, donc l'effet de miroir non-linéaire. La même approximation est impossible pour le laser, parce que celui-ci peut avoir naturellement un fort gain et de fortes pertes (cas du Nd:YAG), et également parce que de fortes variations de puissance peuvent être provoquées par l'OPO (réflectivité non-linéaire). L'inversion de population ne peut pas être considérée comme constante, car l'OPO est susceptible de déclencher passivement le laser. De plus, la dynamique de la saturation du gain doit être prise en compte, en particulier dans les lasers à forts gain comme le Nd:YAG. Cela interdit de considérer que l'inversion de population est saturée par la puissance moyenne dans la cavité, ce qui est fait habituellement dans les équations de débit.

D'un point de vue spectral, aucun des deux oscillateurs ne peut bien sûr être considéré comme monomode. La phase non-linéaire dans l'OPO ne peut pas non plus être fixée à l'avance, car elle est amenée à évoluer pendant le verrouillage des modes. De plus, on doit distinguer sa valeur à l'aller de sa valeur au retour, car la conversion non-linéaire ne se fait pas vers les mêmes ondes dans les deux sens. Dans le cas où l'OPO est doublement résonnant, la situation se complique puisque l'oscillation doit être maintenue pour les deux ondes, ce qui rajoute une contrainte sur la phase. Cette oscillation doit d'ailleurs être possible pour tous les modes qui seront amenés à être verrouillés en phase. Cette contrainte est très forte lorsque la cavité du DRO est fortement surtendue, ce qui est nécessaire par avoir un seuil d'oscillation bas, et donc une saturation plus facile du DRO en tant que miroir non-linéaire.

En conclusion, l'OPO intracavité utilisé comme miroir non-linéaire nécessite une modélisation spatio-temporelle des champs $E\,(z,t)$, tenant compte de l'inversion de population et de la cohérence du milieu laser (gain et phase). Elle doit également comporter la résolution exacte des équations non-linéaires, et si possible tenir compte de la dispersion.

Principe du modèle

Pour la partie laser, le modèle se fonde sur les travaux de Fleck [JAF70] portant sur les lasers à absorbant saturable, déclenchés passivement ou à modes verrouillés. Nous invitons fortement le lecteur à se référer à cette publication pour en savoir plus sur les détails de ce modèle. L'idée de base est de se placer dans le domaine temporel. L'inversion de population, la cohérence du milieu et le champ électrique (onde plane) sont décrits par trois équations différentielles couplées, dépendant du temps t et de la coordonnée longitudinale z. L'avantage de ce modèle est qu'il ne fait aucune présupposition sur le profil spatial des champs en z. Le *hole burning spatial* peut être inclus, mais nous choisirons de ne pas le faire, par soucis de simplicité. La prise en compte de la largeur de gain $\Delta\upsilon$ du laser, et donc de son caractère multimode, se fait via la description de l'évolution temporelle de la cohérence. Cela nécessite une discrétisation en temps inférieure au temps de décohérence $T_2 = 1/\pi\Delta\nu$. Pour un laser relativement étroit

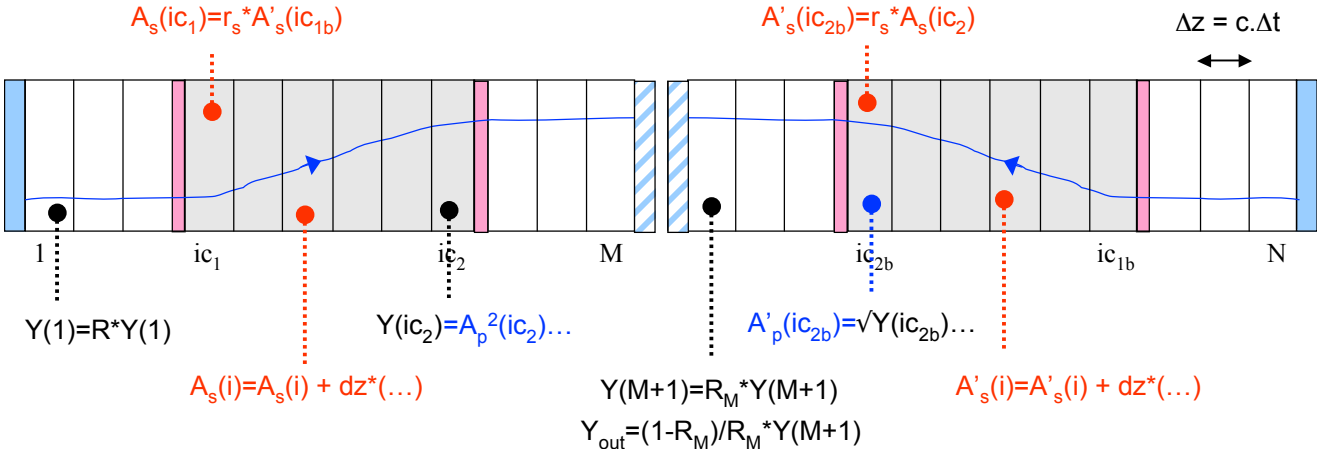


Fig. 4.24: Principe de la discrétisation dans la modélisation du laser avec DRO intracavité.

comme le Nd:YAG, $T_2 = 2{,}6$ ps, soit un pas spatial $\Delta z = cT_2 = 0{,}8$ mm. Une cavité linéaire de 1 m nécessite donc au moins 2500 points pour être décrite. Un tour de cavité comprend donc $2500^2 \simeq 6\ 10^6$ itérations pour chacune des équations différentielles à résoudre. Ce nombre est important, mais il est nécessaire si l'on veut décrire la dynamique du laser à toutes les échelles de temps, i.e. aussi bien le verrouillage des modes (ps) que le déclenchement passif (ns), tout en tenant compte de l'évolution du gain (µs). En pratique le calcul se fait sur une largeur de gain environ 10 fois plus faible, afin de réduire le nombre d'itérations de deux ordres de grandeur.

Pour la partie OPO, le modèle résout numériquement les équations non-linéaires (A.17) dans le domaine temporel, discrétisées à l'ordre 2. La dispersion n'est pas prise en compte. Afin de pouvoir décrire l'interaction entre les deux cavités, la cavité est discrétisée spatialement avec un pas Δz et les équations résolues en fonction de z seulement. Puis les champs sont propagés sur la distance Δz qui correspond au laps de temps $\Delta t = \Delta z/c$. Chaque cavité linéaire est décrite dans deux directions, mais de façon indépendante. Ceci est possible car nous avons négligé le *hole burning spatial.* La réflexion est décrite en réinjectant les "tranches" de champs arrivées en bout de cavité, corrigées du coefficient de réflexion du miroir. Ce principe est décrit sur la Fig. 4.24. Afin de tenir compte de la focalisation dans le cristal non-linéaire, le facteur w_g/w_c est appliqué au champ laser à l'entrée dans l'OPO. Pour faciliter la gestion des tableaux de données, le modèle est codé sous MATLAB.

Un DRO à la dégénérescence exacte (coupleur de sortie 95 %), placé dans la cavité d'un laser Nd:YAG (coupleur de sortie 10 %) a été modélisé. L'objectif de cette simulation était de tester la robustesse du code de calcul. L'allure des impulsions s'avère très complexe et se prête difficilement à toute interprétation à priori. S'agissant de deux oscillateurs couplés non-linéaires en interaction forte, on peut également douter de la stabilité et de la précision du calcul. Dans certaines conditions, un comportement "chaotique" a été observé, sans qu'il soit possible de

l'attribuer de façon certaine à du verrouillage de modes. Bien qu'il ne soit pas rare d'obtenir un tel comportement lors de la modélisation d'un OPO [Moo93], il est apparu comme indispensable de valider le code sur des résultats expérimentaux avant de pouvoir présenter des résultats de simulation. C'est ce qui est proposé dans le paragraphe suivant.

4.7.3 Quelques éléments expérimentaux

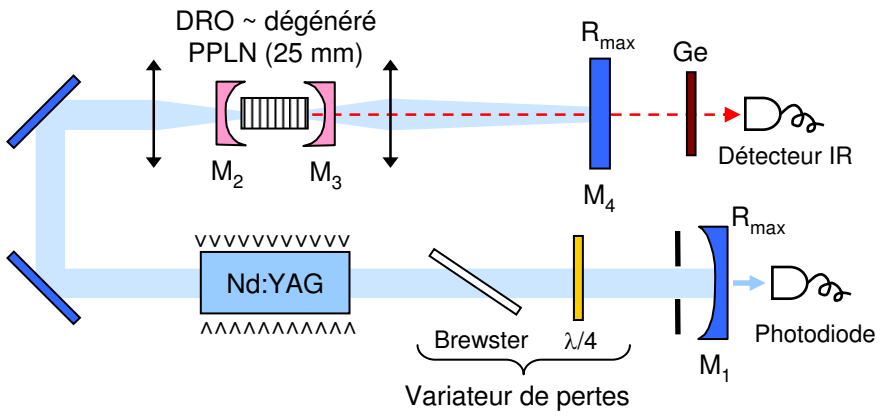
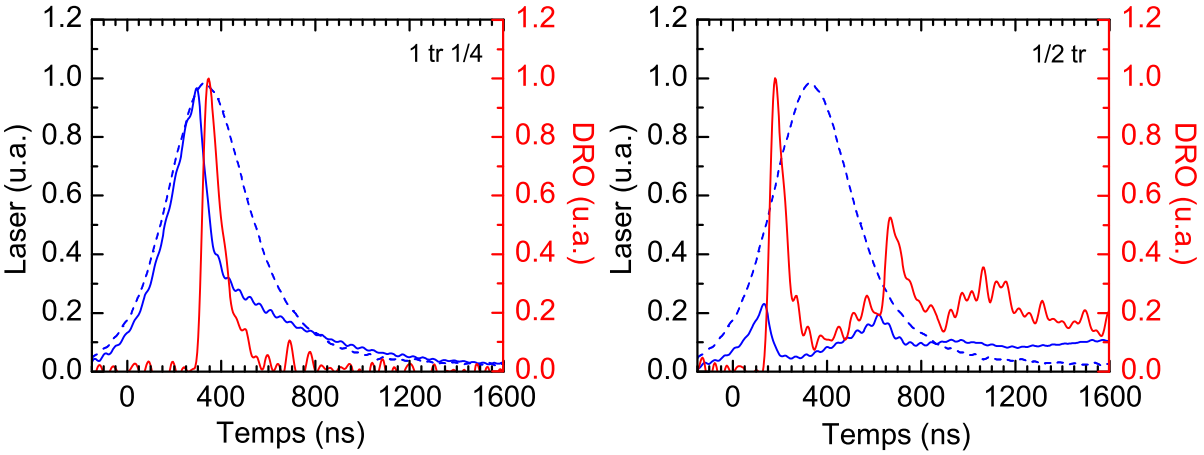


Fig. 4.25: Schéma expérimental simplifié du DRO intracavité (toutes les optiques ne sont pas forcément représentées).

Au regard de la complexité de l'OPO utilisé comme miroir non-linéaire, nous avons conçu une expérience afin de se ramener à un cas connu et déjà rapporté dans la littérature. Il s'agit d'un OPO intracavité dans une cavité laser de haute finesse, c'est-à-dire avec un miroir de sortie M_4 hautement réfléchissant. Dans ce cas l'effet de miroir non-linéaire dû à l'OPO n'est pas exploité. Nous allons voir que malgré tout la dynamique du système peut être très riche. Cette expérience nous servira également à valider le modèle développé au Chap. 4.7.2.

L'OPO intracavité est normalement utilisé pour augmenter l'efficacité de conversion non-linéaire grâce à la très forte intensité qui règne à l'intérieur de la cavité laser. Il a fait l'objet de nombreuses études théoriques [Osh68, Fal71, Deb96] et expérimentales [Dub98, Pai98, Phu00, Lin07], et sa dynamique est maintenant assez bien connue. Le dispositif expérimental est présenté sur la Fig. 4.25. La cavité d'un laser Nd:YAG pompé par flash à 12,5 Hz est constituée d'un miroir de fond M_1 de cavité de rayon de courbure 3 m, et d'un miroir plan M_4 monté sur une cale piézoélectrique. Tous deux sont hautement réfléchissants à 1,06 µm. D'après les optiques présentes dans la cavité, les pertes passives du laser sont évaluées à 25 %. La puissance intracavité peut être ajustée en créant des pertes à l'aide d'une lame à Brewster et d'une lame de phase quart d'onde. Le laser oscille naturellement sur deux ou trois modes. Si comme ici un effet de verrouillage de modes n'est pas recherché, le laser peut être rendu monomode

avec un étalon Fabry-Perot non traité de 130 mm de long (ISL de 750 MHz). Néanmoins cet aspect a très peu d'influence sur les résultats qui vont suivre. La cavité de l'OPO doublement résonnant est constituée d'un cristal de PPLN de 25 mm, fourni par Laser 2000, et de deux miroirs concaves M_2 et M_3 de rayon de courbure 50 mm fournis par Layertec [LAY]. Le DRO est conçu pour fonctionner à la dégénérescence à environ 120 °C. Le cristal est donc traité anti-reflet autour de 2,1 µm, tandis que les miroirs sont hautement réfléchissants (R > 99,8 %) à 2,1 µm, et hautement transparents (R < 0,2 %) à 1,06 µm. Ce DRO a été conçu afin d'avoir le seuil d'oscillation le plus bas possible, ce qui permet de le pomper très au dessus du seuil, et de maximiser la reconversion (grand γ_{sat}). Il est ensuite très facile de diminuer la non-linéarité du DRO en désalignant progressivement un des miroirs de la cavité.



(a) Cavité DRO déréglée de 1 tour 1/4

(b) Cavité DRO déréglée de 1/2 tour

Fig. 4.26: Allures temporelles du laser seul (trait pointillé bleu), du laser avec DRO intracavité (trait plein bleu), et du signal en sortie du DRO (trait rouge). Deux déréglages de la cavité DRO, en tours de clef sur les montures des miroirs par rapport au réglage optimal, sont présentés. Une valeur plus forte correspond à une conversion non-linéaire plus faible dans le DRO.

Les longueurs physiques des cavités sont d'environ 2 m pour le laser, et de 65 mm pour le DRO. Les waists sont estimés à 600 µm dans le barreau de Nd:YAG (avec un faisceau très peu divergent) et à 130 µm dans le PPLN, soit un facteur de focalisation $\gamma = (w_g/w_c)^2 = 21$. L'infrarouge généré par le DRO est détecté avec un détecteur magnéto-optique HgCdZnTe non refroidi (société VIGO [VIG]), placé derrière une lame de germanium pour filtrer tout rayonnement parasite à 1,06 µm ou dans le visible. L'émission laser est détectée par une fuite du miroir concave M_1, avec une photodiode rapide. Les signaux des photodiodes sont recueillis par un oscilloscope de bande passante 500 MHz. Comme un verrouillage des modes n'est pas recherché ici, la chaîne de détection est assez rapide ($\sim$ ns) pour observer la dynamique du DRO intracavité (> 10 ns).

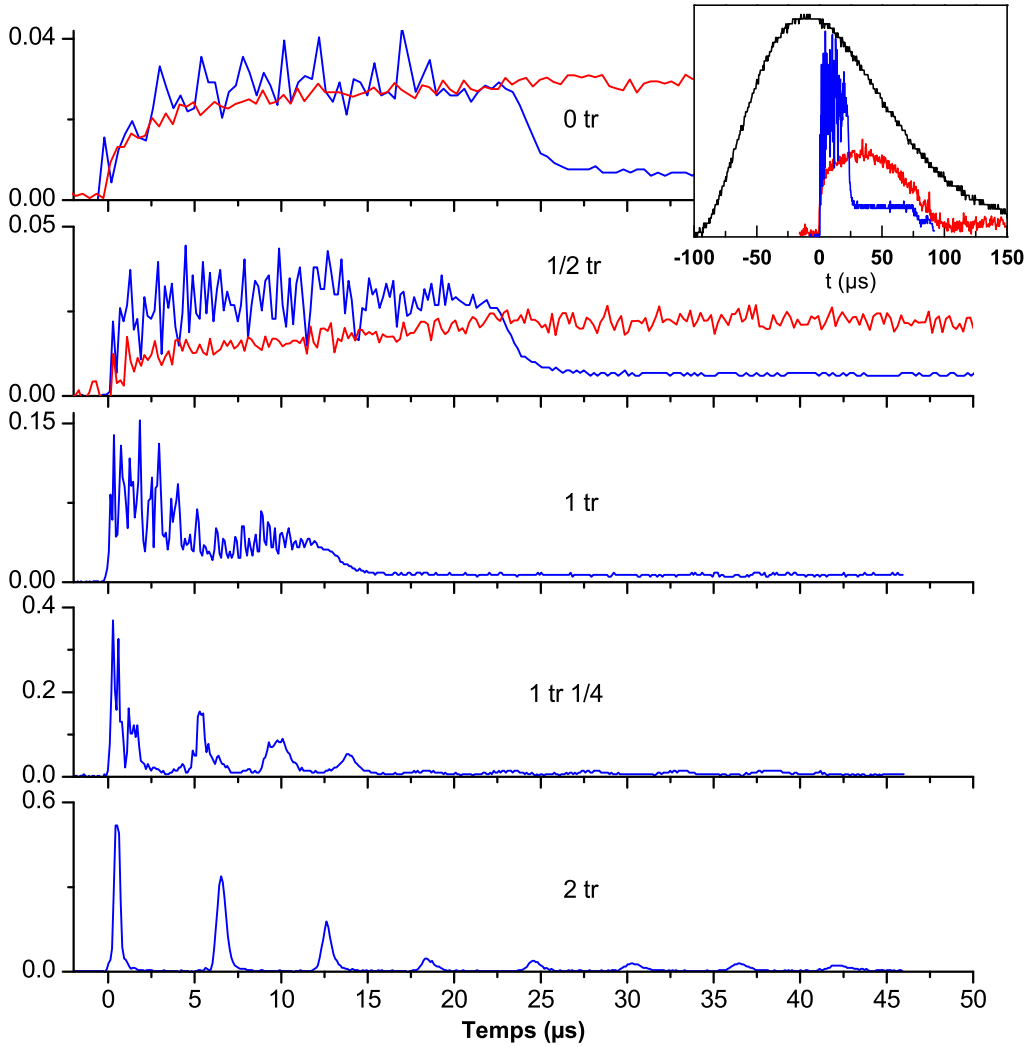


Fig. 4.27: Profils temporels du laser avec DRO intracavité bleu), et du signal en sortie du DRO (rouge), pour plusieurs déréglages de la cavité DRO, en tours de clef. Une valeur plus forte correspond à une conversion non-linéaire plus faible dans le DRO. Encadré : Profils temporels de la fluorescence des lampes flash, du laser, et du signal, pour un DRO optimisé (0 tr).

La Fig. 4.26 présente l'essentiel des résultats à l'échelle de la nanoseconde. Une vue à l'échelle de la microseconde est visible sur la Fig. 4.27. En l'absence d'oscillation paramétrique, le laser présente au démarrage les oscillations de relaxation habituelles, suivies du régime continu. La largeur des premières impulsions est d'environ 400 ns, et leur espacement de 6 µs. Lorsque l'oscillation paramétrique est volontairement maintenue à un niveau faible, le DRO se comporte comme s'il était pompé à l'extérieur de la cavité. La dynamique du laser n'est que peu modifiée. Comme dans tous les OPO nanosecondes "classiques", le dépeuplement de la pompe se produit lorsque la puissance dépasse le seuil du DRO, avec un retard dû au temps de construction de l'oscillation (non visible ici).

En revanche, lorsque la non-linéarité du DRO est augmentée, une deuxième impulsion de pompe apparaît, 500 ns seulement après la première. Elle est créée par la reconversion du signal du DRO vers la pompe, qui est ensuite amplifiée dans le milieu laser. Cette deuxième impulsion est suffisamment puissante pour faire osciller à nouveau le DRO, qui vient dépeupler à nouveau la pompe. Ce phénomène peut se répéter plusieurs fois si la non-linéarité du DRO ou la puissance de pompe du laser sont augmentés, avec une reconversion plus ou moins complète entre deux impulsions.

Ces cycles de génération/dépeuplement/reconversion sont très bien décrits par Falk *et al.* [Fal71]. Ils sont également prévus par la modélisation décrite précédemment, comme le montre la Fig. 4.28. Le calcul de la phase, non accessible expérimentalement, met en évidence la reconversion partielle vers la pompe entre deux impulsions. La dynamique obtenue par notre modèle est qualitativement comparable au résultat expérimental de la Fig 4.26. Le désaccord d'un facteur 2 environ sur l'échelle de temps s'explique par la difficulté à déterminer certains paramètres expérimentaux (pertes, gain, profil temporel du pompage), et également par le fait qu'à $t = 0$ le milieu laser est complètement inversé dans la simulation, alors qu'il s'inverse progressivement en réalité. Ce résultat valide notre modèle dans le cas des faibles non-linéarités.

Lorsque la non-linéarité du DRO est progressivement augmentée jusqu'à son maximum, la dynamique du laser change totalement d'aspect à l'échelle microseconde (Fig. 4.27). Les oscillations de relaxation laissent progressivement la place aux cycles de dépeuplement/reconversion décrit précédemment. Au final, le régime transitoire du laser est amorti beaucoup plus rapidement, pour devenir une oscillation quasi-continue sur environ 25 µs. Puis, la puissance chute à une valeur proche de celle du continu. Enfin, elle finit par tomber à zéro lorsqu'il n'y a plus de gain disponible, ce qui se produit après un temps comparable au temps de fluorescence. Ce comportement a également été observé au cours de nos simulations (non présenté ici). L'amortissement très rapide des oscillations de relaxation se produit également dans les lasers à doublage de fréquence intracavité [Cab00]. Il s'explique par le fait que la conversion de fréquences est une perte pour le laser. Cette perte variant de façon non-linéaire avec la puissance crête, l'OPO agit comme un limitateur de puissance. En revanche, très peu de publications mentionnent

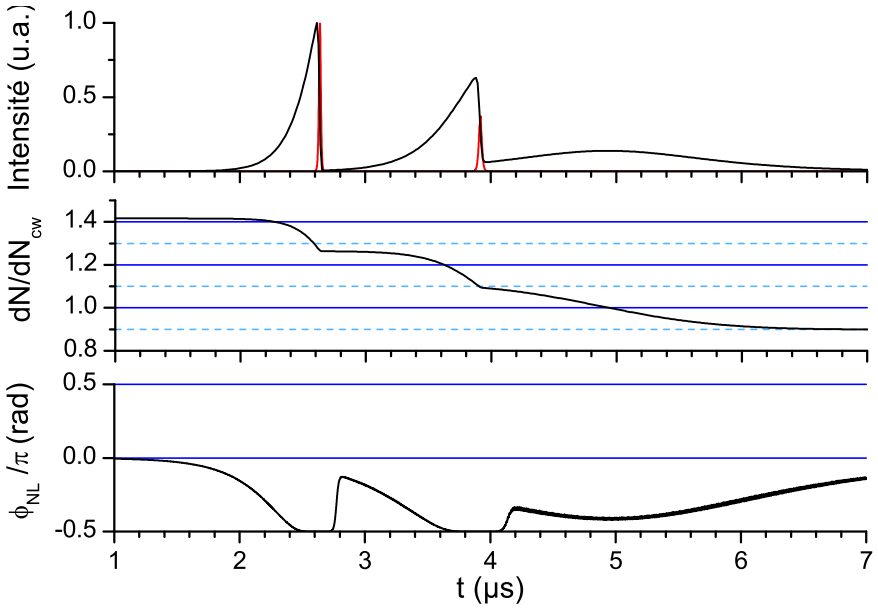


Fig. 4.28: Modélisation du DRO intracavité. Haut : intensité du laser et du signal du DRO. Milieu : inversion de population du milieu laser, normalisée à la valeur en régime continu. Bas : phase non-linéaire à l'aller dans le cristal non-linéaire du DRO.

le phénomène d'oscillation quasi-continue, car celui-ci se produit seulement pour un OPO de haute finesse ou pompé très au dessus du seuil, c'est-à-dire lorsque la reconversion est importante [Pai98, Lin07]. Or pour beaucoup d'applications ce phénomène est indésirable et évité en diminuant la finesse de l'OPO [Phu00, Lin07, Vel07]. À noter que Paiss *et al.* ont proposé au contraire de tirer parti de ce phénomène pour supprimer les oscillations de relaxation du laser et le forcer à produire une impulsion plus longue. Le temps de construction de l'oscillation paramétrique devient alors négligeable, et l'OPO utilise au mieux toute l'énergie du laser, ce qui augmente l'efficacité de conversion par rapport à un pompage nanoseconde extracavité.

Cette expérience est une première étape dans la validation de notre modèle. En raison de la complexité du système étudié, il sera nécessaire par la suite de développer d'autres expériences dédiées à la validation du modèle. Il sera ensuite possible de tester le modèle avec de fortes non-linéarités afin de voir s'il reste stable, et s'il continue de prédire correctement la dynamique du laser et de l'OPO couplés. Il pourra ensuite être utilisé pour obtenir numériquement le déclenchement passif ou le verrouillage de modes du laser, lorsque le coupleur de sortie n'est que partiellement réfléchissant. Une étude de l'influence des différents paramètres serait alors intéressante. Pour cela il serait souhaitable de réduire le temps de calcul, un facteur 10 pouvant être gagné en réécrivant le code en langage C.

Le modèle proposé devrait également servir à élucider le rôle de la phase non-linéaire. En particulier il serait intéressant d'étudier la compatibilité d'une valeur de la phase non-linéaire

permettant la reconversion (donc l'effet de miroir non-linéaire) avec l'oscillation simultanée des trois champs mis en jeu. Pompe, signal, et complémentaire, doivent en effet être tous résonnants avec leurs cavités respectives, ce qui n'est pas sans rappeler la situation sur-contrainte des OPO triplement résonnants, où l'émission peut devenir chaotique (au sens propre) [Fab00, Ric95].

Synthèse

Nous avons vu que l'association d'un cristal doubleur de fréquences et d'un miroir dichroïque formait un miroir non-linéaire, lorsqu'on était capable de contrôler le sens et la force de la reconversion non-linéaire. Comme nous l'avions annoncé au Chap. 1, c'est la phase non-linéaire qui pilote ce processus. Nous avons ensuite montré que ce miroir non-linéaire pouvait être inséré dans une cavité laser pour verrouiller les modes en phase et générer des impulsions courtes. À l'aide d'une modélisation numérique, nous avons illustré comment les différents paramètres devaient être ajustés pour optimiser la durée d'impulsion tout en évitant les instabilités de déclenchement passif. Nous avons ensuite proposé et réalisé un dispositif expérimental mettant en jeu ce miroir non-linéaire dans un laser Cr:ZnSe émettant autour de 2,5 µm. Les premières caractérisations de ce montage ont révélé quelques difficultés expérimentales liées au laser de pompe qui devront être résolues avant de pouvoir démontrer le verrouillage des modes du Cr:ZnSe par le miroir non-linéaire.
Le principe du miroir non-linéaire d'ordre 2 peut être généralisé à un système constitué de deux oscillateurs couplés, laser et paramétrique. À l'aide de quelques résultats expérimentaux appuyés d'une modélisation aussi complète que possible, nous avons montré que la dynamique en est extrêmement riche. Ces résultats montrent que toutes les potentialités de l'oscillation paramétriques sont loin d'être exploitées, et ouvrent la voie à un genre nouveau de sources impulsionnelles compactes émettant dans l'infrarouge moyen. La compréhension et la maîtrise des processus mis en jeu dans ce type de sources constitue toutefois un défi de taille.

Conclusion et perspectives

Tout au long de ce manuscrit, nous avons montré comment le mélange non-linéaire à trois ondes permettait de mettre en forme spectralement et temporellement l'émission d'une source de lumière cohérente. Cette mise en forme peut conduire à augmenter le rendement ou l'accordabilité de la source, à générer des longueurs d'ondes additionnelles, ou à produire des impulsions courtes. Nous avons expliqué au Chap. 1 que ceci était possible grâce aux caractéristiques uniques des non-linéarités d'ordre 2, que sont l'instantanéité, la conversion de fréquences, la souplesse de l'accord de phase, et le contrôle du transfert d'énergie entre les ondes par la phase non-linéaire.

L'étude du Chap. 2 a d'abord montré que deux de ces propriétés, la génération de plusieurs longueurs d'ondes et l'instantanéité, pouvaient être exploitées pour améliorer le rendement de conversion d'un oscillateur paramétrique (OPO) infrarouge. Pour cela, nous avons considéré une architecture d'OPO à deux cristaux non-linéaires appelée OPO–OPA, dans laquelle le signal produit dans le premier cristal (OPO) est recyclé dans de deuxième cristal (OPA) afin d'amplifier le complémentaire. Les performances de cet OPO–OPA ont été évaluées, en termes de rendement et d'énergie produite, dans le cas d'un pompage nanoseconde à 1 µm, et d'un complémentaire situé vers 3,5 µm. Nous avons d'abord démontré qu'il y avait bien une augmentation du rendement de conversion vers 3,5 µm par rapport à un OPO à seul cristal. Cette augmentation apparaît pour un pompage situé au-delà de 2 fois le seuil d'oscillation, ce qui est favorable à la stabilité de l'OPO. Nous avons souligné en revanche que cette amélioration était limitée en régime nanoseconde, en raison du seuil plus élevé de l'OPO–OPA par rapport à un OPO classique; ce point n'avait pas été soulevé lors des études précédentes sur le sujet. Par ailleurs, nous avons mis en évidence un avantage majeur de l'OPO–OPA : la production d'une quatrième onde par différence de fréquences dans le deuxième cristal, avec une énergie non négligeable. La fréquence de cette onde peut être ajustée à celle du complémentaire pour augmenter l'énergie totale à 3,2 µm, ou au contraire en être écartée afin d'aboutir à une source bi-fréquence. L'ensemble de ces résultats a pu être obtenu grâce à une étude critique de l'OPO–OPA, comprenant une étude expérimentale comparée et une modélisation analytique et numérique aussi complète que possible.

Au Chap. 3, nous avons démontré de façon non ambigüe la faisabilité du verrouillage actif des modes d'un OPO, sous pompage continu. Pour cela, nous avons d'abord montré que le gain d'un tel OPO était, en l'absence de saturation, équivalent à celui d'un milieu laser, et que la situation la plus favorable à la production d'impulsions courtes par modulation active des pertes était celle d'un OPO simplement résonnant (SRO) placé au plus près de la dégénérescence. Nous avons ensuite réalisé un SRO à 975 nm et pompé en continu à 532 nm, comprenant un modulateur acousto-optique. Nous avons alors obtenu, pour la première fois à notre connaissance, le verrouillage des modes en régime continu dans un SRO. À l'aide d'un modèle analytique et d'une simulation numérique développés spécifiquement pour cet OPO, nous avons pu reproduire fidèlement les résultats expérimentaux. Ceci a permis d'identifier le principal facteur limitant la réduction de la durée d'impulsion. Il s'agit d'une des spécificités des non-linéarités d'ordre 2 : le dépeuplement instantané de la pompe, ou saturation.

Partant de cette conclusion, nous avons proposé au Chap. 3.8 un nouveau concept d'OPO dit à "balayage de la pompe". Cet OPO exploite la forte séparation temporelle entre la pompe et le signal au cours de la propagation dans le cristal non-linéaire, afin d'éviter l'allongement excessif des impulsions dû à la saturation. Ici encore, c'est une spécificité des sources non-linéaires qui est exploitée : la possibilité de différencier deux longueurs d'ondes par leurs vitesses de groupe. Nous avons montré analytiquement que dans ce cas, l'OPO acquiert un temps de réponse égal à cette séparation temporelle. Son gain devient donc équivalent à celui d'un milieu laser. En insérant un modulateur passif des pertes, tel qu'un absorbant saturable ou un milieu à effet Kerr optique, il est alors possible de verrouiller les modes en phase pour produire des impulsions sub-picosecondes, sous pompage continu ou impulsionnel. La durée d'impulsion prévue est quelques fois au dessus de la limite de Fourier, et le rendement photonique est supérieur à 50 %. Ce résultat théorique a été obtenu grâce à une modélisation analytique et numérique de l'OPO à balayage de la pompe utilisant des paramètres réalistes.

Au Chap. 4, nous avons vu que les non-linéarités d'ordre 2 étaient particulièrement intéressantes lorsqu'elles étaient associées à un milieu à gain stockant de l'énergie, c'est-à-dire un milieu laser. Dans ce contexte, elle permettent de créer des fonctions optiques inédites. Nous avons illustré cet aspect par un miroir non-linéaire d'ordre 2 permettant le déclenchement passif ou le verrouillage des modes d'un laser Cr:ZnSe à 2,5 µm, pompé par un laser Tm:YLF à 1,9 µm. Ce miroir non-linéaire est constitué d'un cristal doubleur de fréquences en PPLN:MgO, et d'un miroir dichroïque, partiellement réfléchissant à la longueur d'onde laser et hautement réfléchissant à la seconde harmonique. Premièrement, nous avons montré que ce miroir non-linéaire était très bien adapté à la production d'impulsions picosecondes dans l'infrarouge moyen, et qu'il pouvait être accordé à la longueur d'onde centrale du laser. Puis nous avons exposé comment sa conception devait être optimisée pour assurer la stabilité du verrouillage de modes. Pour cela, il a fallu modéliser analytiquement et numériquement le miroir non-linéaire dans le

cas du laser Cr:ZnSe. Une première expérience a ensuite confirmé que le miroir non-linéaire était très simple à mettre en œuvre, à condition de s'assurer au préalable de la stabilité de fonctionnement continu du laser Cr:ZnSe et du laser de pompe Tm:YLF.

Au Chap. 4.7, nous avons généralisé le concept du miroir non-linéaire aux systèmes couplant fortement une source non-linéaire à un oscillateur laser. En allant dans ce sens, nous avons proposé d'utiliser un OPO intracavité, dans lequel l'effet de la reconversion est maximisé, pour déclencher passivement un laser. Pour vérifier la faisabilité d'un tel dispositif, nous avons développé un modèle prenant en compte la dynamique des deux oscillateurs, laser et paramétrique, à toutes les échelles de temps. Parallèlement, une expérience a été montée afin de valider les premiers résultats de ce modèle. Grâce à cette étude, nous avons confirmé que l'OPO intracavité modifiait fortement les oscillations de relaxation du laser. Plus généralement, nous avons vu que les systèmes couplant effets laser et paramétrique ont une dynamique d'oscillation très riche, mais également très complexe.

Au cours de ce travail, nous avons exploré quelques pistes mettant à profit les spécificités de l'optique non-linéaire, dans le but d'améliorer ou de créer des sources optiques cohérentes. Ces pistes peuvent et doivent être prolongées.

L'architecture de l'OPO–OPA devra être optimisée afin d'abaisser le seuil d'oscillation, d'augmenter le rendement, et d'extraire plus efficacement l'onde de différence de fréquences. De manière plus générale, l'exemple de l'OPO–OPA montre que le chemin à suivre pour la conception d'OPO efficaces passe probablement par des architectures originales à plusieurs cristaux.

L'étude de l'OPO à verrouillage en phase actif montre que pour concilier rendement et impulsions très courtes, il est nécessaire de réduire l'effet de la saturation. À ce titre, l'OPO à balayage de la pompe à verrouillage de modes passif semble être un très bon candidat. Une démonstration expérimentale devra être faite afin de vérifier que ses performances sont conformes à la modélisation.

Le miroir non-linéaire d'ordre 2 a prouvé qu'il était un dispositif efficace pour produire des impulsions picosecondes dans un laser proche infrarouge. Nous avons montré que cela devait également être le cas pour un laser situé dans l'infrarouge moyen à base de Cr:ZnSe. La démonstration expérimentale correspondante devra être menée à son terme, afin de mesurer les performances en termes de durée d'impulsion, d'efficacité, de stabilité, et d'accordabilité. Ceci devrait permettre d'éprouver puis d'améliorer les modèles développés dans ce manuscrit. La source impulsionnelle à 2,5 µm ainsi réalisée pourra ensuite être utilisée pour le pompage synchrone d'OPO en bande III.

L'étude de l'OPO intracavité a montré que le couplage entre un laser et un OPO aboutissait à une dynamique d'oscillation impulsionnelle très riche. Nous pensons que si ce couplage est

suffisamment fort, et ajusté en phase, il devrait permettre la création d'un nouveau type de sources compactes, émettant des impulsions nanosecondes ou picoseconde dans l'infrarouge de manière accordable. Pour cela, il est nécessaire de continuer à décrypter la dynamique de ces systèmes, par une approche progressive, et combinant en parallèle expériences et modélisations. En particulier, le rôle exact de la phase, vis-à-vis des résonances multiples et de l'interaction non-linéaire, devra être précisé.

La poursuite des ces différentes études continuera sans aucun doute à révéler les nombreuses potentialités de l'optique non-linéaire.

Annexe A

Différentes écritures des équations non-linéaires

La physique des processus non-linéaires d'ordre 2 est quasiment toujours décrite par un ensemble d'équations différentielles couplées mettant en jeu trois champs électromagnétiques. Avant même leur résolution, les conditions d'obtention de ces équations sont rarement rappelées. Or, nous allons voir que ceci devient nécessaire pour des impulsions courtes, donc à spectre large, ou dès lors qu'on s'intéresse à une résolution spatio-temporelle des équations. Ces deux cas de figure étant présents dans ce manuscrit, il nous est apparu nécessaire de faire ce rappel ici.

En négligeant les effets transverses (ondes planes), les effets d'anisotropie ou de polarisation (champ scalaire, susceptibilités scalaires, interaction collinéaire), l'équation de propagation d'une onde dans un milieu non-linéaire d'ordre 2 s'écrit

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2 P^{(1)}}{\partial t^2} + \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2 P^{(2)}}{\partial t^2}, \tag{A.1}$$

où $E\,(z,t)$ est le champ électrique (en V/m), $P^{(1)}\,(z,t)$ la polarisation linéaire, et $P^{(2)}\,(z,t)$ la polarisation non-linéaire d'ordre 2. c est la vitesse de la lumière dans le vide et ε_0 la permittivité électrique dans le vide. Pour obtenir les équations couplées, il faut considérer un champ constitué d'une porteuse optique et d'une enveloppe lentement variable par rapport à l'oscillation du champ électrique : c'est l'approximation quasi-stationnaire. Pour l'amplification paramétrique, cette approximation reste valable tant que les impulsions ne descendent pas en dessous de $\sim$100 fs [Ser00]. Le champ électrique est composé de trois champs de fréquences centrales (porteuses) ω_1, ω_2 et ω_3 : $E = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{1}{2}\left[\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + c.c\right]$, où c.c désigne le complexe conjugué. Ces fréquences obéissent à la conservation de l'énergie $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Il y a ensuite trois façons de procéder :

– passer dans le domaine fréquentiel (Chap. A.1);

– négliger la dépendance en fréquence de la susceptibilité d'ordre 2 (Chap. A.2);
– négliger la dépendance en fréquence des susceptibilités d'ordres 1 et 2 (Chap A.3).

A.1 Domaine fréquentiel

En utilisant la transformation temps-fréquence suivante

$$\begin{aligned} -i\omega &\leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} \\ -\omega^2 &\leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{A.2}$$

la transformée de Fourier de (A.1) s'écrit pour le champ total

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\tilde{E} = \frac{-\omega^2}{\varepsilon_0 c^2}\tilde{P}^{(1)} - \frac{\omega^2}{\varepsilon_0 c^2}\tilde{P}^{(2)}. \tag{A.3}$$

La polarisation linéaire est reliée au champ électrique total *dans l'espace des fréquences* par $\tilde{P}^{(1)} = \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\omega)\,\tilde{E}(\omega)$, l'indice de réfraction n est donné par $n^2(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega)$, et le vecteur d'onde par $k(\omega) = n(\omega)\,\omega/c$, si bien que l'équation précédente devient

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + k^2(\omega)\,\tilde{E} = -\frac{\omega^2}{\varepsilon_0 c^2}\tilde{P}^{(2)}. \tag{A.4}$$

Le membre de gauche de (A.4) décrit la propagation d'une onde plane dans un milieu d'indice $n(\omega)$ tandis que le membre de droite est un terme source non-linéaire. Chaque champ est décrit autour de sa porteuse à ω_i, par une enveloppe lentement variable :

$$\tilde{E}_i(z,\bar{\omega}) = \frac{1}{2}\tilde{\mathcal{E}}_i(z,\bar{\omega}) + cc = \frac{1}{2}\tilde{A}_i(z,\bar{\omega})\,e^{ik_i(\bar{\omega})z} + cc \tag{A.5}$$

$$\left|\frac{\partial^2 \tilde{A}_i}{\partial z^2}\right| \ll \left|2k_i \frac{\partial \tilde{A}_i}{\partial z}\right|, \tag{A.6}$$

avec $k_i(\bar{\omega}) = k(\bar{\omega} + \omega_i)$ et $\tilde{A}_i(z,\bar{\omega}) = \tilde{A}(z,\bar{\omega} + \omega_i)$. $\bar{\omega}$ est l'écart de fréquence à la porteuse. Avec ces notations l'intensité en W/m^2 s'écrit $I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 cn\,|E|^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 cn\,|A|^2$. La polarisation non-linéaire totale est décomposée en termes complexes conjugués, $\tilde{P}^{(2)} = \frac{1}{2}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)} + cc$, si bien que (A.4) devient pour chaque champ

$$\frac{\partial \tilde{A}_i}{\partial z} = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 c n_i}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)} e^{-ik_i z}, \tag{A.7}$$

où $n_i = n_i(\bar{\omega})$. La polarisation non-linéaire d'ordre 2 est reliée au champ électrique total par $\tilde{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)}(\omega) \tilde{E}^2(\omega)$. L'écriture de $\tilde{P}^{(2)}$ fait apparaître des termes qui oscillent à la même fréquence qu'un des trois champs ($\tilde{\mathcal{E}}_1\tilde{\mathcal{E}}_2$ pour ω_3 ou $\tilde{\mathcal{E}}_3\tilde{\mathcal{E}}_1^*$ pour ω_2), et des termes qui oscillent à des fréquences supérieures (comme $\tilde{\mathcal{E}}_2\tilde{\mathcal{E}}_3$ à $\omega_2+\omega_3$). Nous supposerons que l'accord de phase est à peu près réalisé pour la conversion $\omega_3 \leftrightarrows \omega_1+\omega_2$ et ne retiendrons donc que les termes oscillant à la même fréquence que le champ considéré. Nous voyons alors émerger trois contributions

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{P}}_3^{(2)} &= \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{\mathcal{E}}_1\tilde{\mathcal{E}}_2 = \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{A}_1\tilde{A}_2 e^{i(k_1+k_2)z} \quad \text{oscillant à } \omega_3,\\
\tilde{\mathcal{P}}_2^{(2)} &= \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{\mathcal{E}}_3\tilde{\mathcal{E}}_1^* = \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{A}_3\tilde{A}_1^* e^{i(k_3-k_1)z} \quad \text{oscillant à } \omega_2,\\
\tilde{\mathcal{P}}_1^{(2)} &= \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{\mathcal{E}}_3\tilde{\mathcal{E}}_2^* = \varepsilon_0\chi^{(2)}\tilde{A}_3\tilde{A}_2^* e^{i(k_3-k_2)z} \quad \text{oscillant à } \omega_1.
\end{aligned}$$

(A.7) est maintenant écrite pour chaque champ, en ne conservant que les contributions oscillant autour de chacune des porteuses

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial z} &= \frac{i\omega}{2cn_3(\omega)}\chi^{(2)}\tilde{A}_1\tilde{A}_2 e^{-i\Delta k z}\\
\frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial z} &= \frac{i\omega}{2cn_2(\omega)}\chi^{(2)}\tilde{A}_3\tilde{A}_1^* e^{i\Delta k z}\\
\frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial z} &= \frac{i\omega}{2cn_1(\omega)}\chi^{(2)}\tilde{A}_3\tilde{A}_2^* e^{i\Delta k z},
\end{aligned} \tag{A.8}$$

où le désaccord de phase est noté $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$. Les enveloppes sont évaluées autour des porteuses à $\bar{\omega} = \omega - \omega_i$.

Les équations couplées non-linéaires (A.8) sont souvent présentées avec les champs exprimés dans le domaine temporel, i.e. avec les A_i. Nous voyons qu'en réalité ces équations s'appliquent aux transformées de Fourier $\tilde{A}_i$ de ces champs, évaluées autour de chaque porteuse. Dans le cas de champs purement monochromatiques en revanche, ces équations peuvent être appliquées directement aux A_i. Nous verrons plus bas que c'est également possible si la dispersion est négligée.

A.2 Milieu non dispersif

Dans cette section, l'hypothèse centrale est que la polarisation peut être directement reliée au champ électrique *dans l'espace des temps* :

$$P^{(1)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \tag{A.9}$$

$$P^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t). \tag{A.10}$$

Il existe deux cas dans lesquels cette hypothèse est justifiée. Le premier cas est lorsque la dépendance en fréquence de la susceptibilité linéaire est tout simplement négligée (milieu non dispersif). Nous avons dans ce cas pour un ordre n quelconque

$$\begin{aligned} P^{(n)}(t) &= \varepsilon_0 \int \frac{d\omega_1}{2\pi} \dots \int \frac{d\omega_n}{2\pi} \chi^{(n)}(\omega_1,\omega_2,\dots\omega_n,) E(\omega_1) E(\omega_2) \dots E(\omega_n) e^{-i(\omega_1+\omega_2+\dots+\omega_n)t} \\ &\simeq \varepsilon_0 \chi^{(n)} E_1 E_2 \dots E_n, \end{aligned} \tag{A.11}$$

si les différentes fréquences sont suffisamment éloignées entre elles. *La dépendance en fréquence de la susceptibilité peut éventuellement être réintroduite à posteriori.* Le deuxième cas est lorsque le champ possède une enveloppe lentement variable, et qu'on est suffisamment loin de toute résonance. En effet, le champ à enveloppe lentement variable s'écrit $E(t) = \mathcal{E}(s) e^{-i\omega t} + cc$, où s est un temps lent et t un temps rapide traités indépendamment [Man03]. La polarisation d'ordre 1 s'écrit dans ce cas

$$\begin{aligned} P^{(1)}(t) &= \varepsilon_0 \int_0^\infty R^{(1)}(\tau) E(t-\tau) d\tau \\ &= \varepsilon_0 \int_0^\infty R^{(1)}(\tau) \left(\mathcal{E}(s) e^{-i\omega t} e^{i\omega\tau} + cc\right) d\tau \\ &= \varepsilon_0 \mathcal{E}(s) e^{-i\omega t} \int_0^\infty R^{(1)}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau + cc \\ &= \varepsilon_0 \mathcal{E}(s) e^{-i\omega t} \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_0 \mathcal{E}^*(s) e^{i\omega t} \chi^{(1)}(-\omega), \end{aligned}$$

où $R^{(1)}$ est la réponse linéaire du milieu, transformée de Fourier inverse de $\chi^{(1)}$. On utilise ensuite le fait que $\chi^{(1)}(-\omega) = \chi^{(1)*}(\omega)$, et que loin de toute résonance, c'est-à-dire pour une absorption nulle, la susceptibilité est réelle : $\chi^{(1)} = \chi^{(1)*}$. Nous avons donc

$$P^{(1)}(t) = \varepsilon_0 E(t) \chi^{(1)}(\omega).$$

La même démonstration peut être faite dans le domaine fréquentiel, en considérant un champ

à spectre étroit autour de ω. Loin d'une résonance, la dépendance en fréquence de la polarisation non-linéaire peut également être négligée. Il en ressort que dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable, se placer loin d'une résonance équivaut à négliger la dépendance en fréquence de la susceptibilité. La dépendance en fréquence de la susceptibilité linéaire, donc de l'indice, est réintroduite à posteriori. Dans ce cadre, (A.1) s'écrit

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n^2(\omega)}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}\frac{\partial^2 P^{(2)}}{\partial t^2}. \tag{A.12}$$

Chaque champ a une enveloppe lentement variable

$$E_i(z,t) = \frac{1}{2}\mathcal{E}_i(z,t) + cc = \frac{1}{2}A_i(z,t)\, e^{-i\omega_i t + ik_i z} + cc \tag{A.13}$$

$$\left|\frac{\partial^2 A_i}{\partial z^2}\right| \ll \left|2k_i\frac{\partial A_i}{\partial z}\right| \tag{A.14}$$

$$\left|\frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2}\right| \ll \left|2\omega_i\frac{\partial A_i}{\partial t}\right|. \tag{A.15}$$

En ne gardant que les termes oscillant aux fréquences d'intérêt, la polarisation non-linéaire est

$$P^{(2)}(t) = \frac{1}{2}\varepsilon_0\chi^{(2)}\left[\mathcal{E}_1\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1^*\mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_2^*\mathcal{E}_2\right] + cc. \tag{A.16}$$

Cette polarisation est aussi lentement variable, c'est-à-dire

$$\left|\frac{\partial^2 P^{(2)}}{\partial t^2}\right| \ll \left|2\omega\frac{\partial P^{(2)}}{\partial t}\right| \ll \left|\omega^2\frac{\partial P^{(2)}}{\partial t}\right|.$$

Après quelques calculs élémentaires, (A.12) prend finalement la forme d'un système d'équations couplées

$$\begin{aligned}
\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{n_3}{c}\frac{\partial A_3}{\partial t} &= \frac{i\omega_3}{2cn_3}\chi^{(2)}A_1A_2e^{-i\Delta kz}\\
\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{n_2}{c}\frac{\partial A_2}{\partial t} &= \frac{i\omega_2}{2cn_2}\chi^{(2)}A_3A_1^*e^{i\Delta kz}\\
\frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{n_1}{c}\frac{\partial A_1}{\partial t} &= \frac{i\omega_1}{2cn_1}\chi^{(2)}A_3A_2^*e^{i\Delta kz}.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

L'indice en facteur de la dérivée temporelle est en fait l'indice de groupe, ici confondu avec l'indice de réfraction. Chaque membre de gauche correspond donc à la propagation d'une onde plane en l'absence de dispersion se propageant à sa propre vitesse c/n_i. Nous verrons

plus tard que pour tenir compte de la dispersion, le membre de gauche doit être modifié. En supposant que les vitesse de propagation des trois ondes sont très proches, ou bien que les champs sont purement monochromatiques (amplitude indépendante du temps) la dérivée temporelle disparait. Il est alors commode de réécrire (A.17) en séparant la phase de l'amplitude [Ros02, God04], pour obtenir le système suivant :

$$\begin{aligned}
\frac{du_3}{dz} &= \kappa u_1 u_2 \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_3}{dz} &= \kappa \frac{u_1 u_2}{u_3} \cos(\varphi + \Delta k z) \\
\frac{du_2}{dz} &= -\kappa u_3 u_1 \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_2}{dz} &= \kappa \frac{u_3 u_1}{u_2} \cos(\varphi - \Delta k z) \\
\frac{du_1}{dz} &= -\kappa u_3 u_2 \sin(\varphi + \Delta k z) & \frac{d\varphi_1}{dz} &= \kappa \frac{u_3 u_2}{u_1} \cos(\varphi - \Delta k z),
\end{aligned} \tag{A.18}$$

avec $A_i(z,t) = \sqrt{\frac{\omega_i}{n_i}} u_i(z,t) e^{i\varphi_i(z,t)}$, $\kappa = \frac{\chi^{(2)}}{2c}\sqrt{\frac{\omega_1\omega_2\omega_3}{n_1 n_2 n_3}}$ le coefficient de couplage non-linéaire, $\varphi = \varphi_3 - \varphi_2 - \varphi_1$ la phase non-linéaire. Avec ces notations, le flux de photons en $\mathrm{m}^{-2}.\mathrm{s}^{-1}$ est $u_i^2/2\hbar Z_0$ et la densité de puissance en $\mathrm{W.m}^{-2}$ est $\omega_i u_i^2/2Z_0$, où $Z_0 = 1/\varepsilon_0 c \simeq 377\,\Omega$ est l'impédance du vide.

Ces équations peuvent s'appliquer à des champs $u(z,t)$ impulsionnels ($t = nz/c$), donc possédant un certain spectre, à trois conditions : une dispersion négligeable; une différence faible entre les vitesses de groupe des trois ondes; une impulsion beaucoup plus longue que le temps de traversée dans le cristal, de telle sorte que $u(0,t)$ soit quasiment constant pendant la résolution des équations. Ces conditions sont satisfaites dans la plupart des OPO nanosecondes. Les solutions de A.18 sont intensivement utilisées au Chap. 2 pour modéliser un oscillateur paramétrique optique nanoseconde.

A.3 Milieu dispersif loin d'une résonance

Pour des impulsions plus courtes, picosecondes par exemple, il est nécessaire d'aller plus loin en incluant l'effet de la dispersion dans le milieu non-linéaire, même loin d'une résonance. Celle-ci peut en effet avoir un effet non négligeable sur la durée d'impulsion, comme expliqué au Chap. 3. Ici, l'idée est de tenir compte de la dépendance en fréquence de $\chi^{(1)}$, tout en continuant à négliger la dépendance en fréquence de $\chi^{(2)}$. La dispersion est contenue dans le développement du vecteur d'onde autour de la porteuse de chaque champ

$$k_i(\omega) \simeq k_i + k_i'(\omega - \omega_i) + \frac{1}{2} k_i''(\omega - \omega_i)^2 + \dots \tag{A.19}$$

Pour le calcul, nous avons limité le développement au deuxième ordre. Numériquement, il

est possible de tenir compte de la dispersion exacte de k. Dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, nous avons

$$\tilde{E}_i\left(z,\omega\right) = \frac{1}{2}\tilde{\mathcal{E}}_i\left(z,\omega\right) + cc \tag{A.20}$$

$$\mathcal{E}_i\left(z,t\right) = A_i\left(z,t\right)e^{-i\omega_i t + ik_i z} \tag{A.21}$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_i\left(z,\omega\right) = \tilde{A}_i\left(z,\omega-\omega_i\right)e^{ik_i z}. \tag{A.22}$$

$\mathcal{E}_i$ a été développé autour d'une porteuse de fréquence ω_i fixe. La transformée de Fourier de son enveloppe est centrée autour de $\omega - \omega_i = 0$. L'équation de propagation (A.4) s'écrit pour le champ complexe total

$$\frac{\partial\tilde{\mathcal{E}}}{\partial z} - ik\left(\omega\right)\tilde{\mathcal{E}}\left(z,\omega\right) = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 cn\left(\omega\right)}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}\left(z,\omega\right). \tag{A.23}$$

En utilisant (A.19) elle devient pour chaque champ

$$\frac{\partial\tilde{\mathcal{E}}_i}{\partial z} - ik_i\tilde{\mathcal{E}}_i - ik_i'\left(\omega-\omega_i\right)\tilde{\mathcal{E}}_i - \frac{1}{2}ik_i''\left(\omega-\omega_i\right)^2\tilde{\mathcal{E}}_i + \ldots = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 cn\left(\omega\right)}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}\left(z,\omega\right), \tag{A.24}$$

où le membre de gauche contient tous les termes issus du développement du vecteur d'onde. En utilisant (A.22) nous avons

$$\frac{\partial\tilde{A}_i}{\partial z} - ik_i'\left(\omega-\omega_i\right)\tilde{A}_i - \frac{1}{2}ik_i''\left(\omega-\omega_i\right)^2\tilde{A}_i + \ldots = \frac{i\omega}{2\varepsilon_0 cn\left(\omega\right)}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}\left(z,\omega\right)e^{-ik_i z}. \tag{A.25}$$

Nous passons ensuite dans le domaine temporel grâce aux transformations suivantes :

$$\begin{aligned} -i\left(\omega-\omega_i\right) &\leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} \\ -\left(\omega-\omega_i\right)^2 &\leftrightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ 1 &\leftrightarrow e^{i\omega_i t}. \end{aligned} \tag{A.26}$$

Pour cela il est nécessaire de considérer que le préfacteur du membre de droite de (A.25) est constant. Cette approximation est valable tant que la largeur spectrale reste modérée. C'est bien le cas du Chap. 3, où les impulsions considérées font plus de 100 ps. (A.25) s'écrit donc dans le domaine temporel

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} + k_i' \frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{1}{2} i k_i'' \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} + \ldots = \frac{i\omega_i}{2\varepsilon_0 c n_i} \mathcal{P}^{(2)}(z,t)\, e^{i\omega_i t - i k_i z} \tag{A.27}$$

La susceptibilité non-linéaire $\chi^{(2)}$ est supposée indépendante de la fréquence, ce qui permet d'écrire la polarisation non-linéaire en fonction des champs :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathcal{P}}^{(2)}(t) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} \left(\mathcal{E}_3 \mathcal{E}_2^* + \mathcal{E}_3 \mathcal{E}_1^* + \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2\right) \\ &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} \left(A_3 A_2^* e^{i(k_3-k_2)z} e^{-i(\omega_3-\omega_2)t} + A_3 A_1^* e^{i(k_3-k_1)z} e^{-i(\omega_3-\omega_1)t} + A_1 A_2 e^{i(k_1+k_2)z} e^{-i(\omega_1+\omega_2)t}\right).\end{aligned} \tag{A.28}$$

En ne gardant pour chaque champ que les termes oscillant autour de la porteuse, la combinaison de (A.27) et (A.28) aboutit aux équations couplées

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{v_{g,3}} \frac{\partial A_3}{\partial t} + i \frac{k_3''}{2} \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} + \ldots &= \frac{i\omega_3}{2 c n_3} \chi^{(2)} A_1 A_2 e^{-i\Delta k_0 z} \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{v_{g,2}} \frac{\partial A_2}{\partial t} + i \frac{k_2''}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + \ldots &= \frac{i\omega_2}{2 c n_2} \chi^{(2)} A_3 A_1^* e^{i\Delta k_0 z} \\ \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{v_{g,1}} \frac{\partial A_1}{\partial t} + i \frac{k_1''}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + \ldots &= \frac{i\omega_1}{2 c n_1} \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{i\Delta k_0 z},\end{aligned} \tag{A.29}$$

où $v_{g,i} = k_i'^{-1}$ est la vitesse de groupe, et $\Delta k_0 = k(\omega_3) - k(\omega_2) - k(\omega_1)$ est le désaccord de phase aux fréquences centrales. (A.29) est la version "dispersive" de (A.17). Cette fois-ci c'est bien la vitesse de groupe qui intervient en facteur de la dérivée temporelle. Le terme de dérivée seconde décrit les effets d'étalement et de dérive de fréquence (*chirp*) des impulsions au cours de la propagation. Cette représentation a l'avantage de montrer que *l'effet du désaccord de phase peut être ramené dans l'espace des temps à un problème de dispersion dans le cristal non-linéaire*. Nous reverrons cette équivalence au Chap. 3. Numériquement, ces équations peuvent être résolues en traitant l'amplification et la dispersion séparément (*split-step*), comme au Chap. 3.6.2.

Annexe B

Définitions de la bande passante d'amplification paramétrique

Nous allons rappeler les différentes définitions présentes dans la littérature pour la bande passante d'amplification paramétrique. L'objectif est de clarifier leurs relations mutuelles et de choisir une convention pour l'ensemble du manuscrit. À noter que nous donnons ici les demi bandes passantes $\Delta\omega$ (i.e. comptabilisées d'un seul côté par rapport à l'accord de phase). La bande passante totale est alors donnée par $2\Delta\omega$. Toutes ces définitions font appel aux l'expression du gain paramétrique établies au Chap. 1.6.1 à l'aide des équations non-linéaires rappelées au Chap. A, ainsi qu'au développement du désaccord de phase en fonction de la fréquence détaillé au Chap. 1.5.

Critère du gain paramétrique réel

La condition d'amplification est que le gain petit signal doit être supérieur au désaccord de phase : $ql_c > \frac{\Delta k(\omega) l_c}{2}$. Seules les fréquences suffisamment proches de l'accord de phase seront amplifiées, d'où une première définition de la bande passante d'amplification :

$$\Delta\omega_1^q = \frac{2q}{k_s' - k_c'} \quad \text{loin de la dégénérescence,}$$

$$\Delta\omega_2^q = \sqrt{\frac{4q}{k_s'' + k_c''}} \quad \text{près de la dégénérescence.} \tag{B.1}$$

Cette définition a l'avantage de montrer que la bande passante *augmente* pour de très forts gains q, contrairement à ce qui se passe dans un milieu laser.

Convention en situation de gain fort

En gain fort, la transmission non-linéaire du cristal est donnée par (1.19). On peut définir la bande passante comme étant la variation de fréquence diminuant le gain d'un facteur 2, i.e. $\mathrm{T}_{\mathrm{OPA}}(\Delta k) = \frac{1}{2}\mathrm{T}_{\mathrm{OPA}}(0)$. On trouve alors

$$\begin{aligned}
\Delta k l_c &\equiv 2\sqrt{q l_c \ln 2}, \\
\Delta\omega_1^h &= \frac{2\sqrt{q \ln 2}}{\sqrt{l_c}\,(k_s' - k_c')} \quad \text{loin de la dégénérescence,} \\
\Delta\omega_2^h &= \frac{2\,(q \ln 2)^{1/4}}{l_c^{1/4}\sqrt{k_s'' + k_c''}} \quad \text{près de la dégénérescence.}
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Ici aussi, la bande passante augmente avec le gain q, mais diminue avec la longueur du cristal. Ces expressions ne sont valables que si $q l_c > 1{,}8$, soit un gain en intensité très supérieur à 10.

Définition à partir du gain quadratique

En gain faible, la bande passante est définie comme la variation de fréquence pour laquelle le gain quadratique s'annule, ce qui donne

$$\begin{aligned}
\Delta k l_c &\equiv 2\sqrt{3}, \\
\Delta\omega_1 &= \frac{2\sqrt{3}}{l_c\,(k_s' - k_c')} \quad \text{loin de la dégénérescence,} \\
\Delta\omega_2 &= \frac{2 \cdot 3^{1/4}}{\sqrt{l_c}\sqrt{k_s'' + k_c''}} \quad \text{près de la dégénérescence.}
\end{aligned} \tag{B.3}$$

C'est cette définition que nous utilisons dans ce manuscrit.

Définition directe à partir du désaccord de phase

On peut également définir un critère arbitraire portant directement sur le désaccord de phase. Ainsi la convention $\Delta k l_c = \pi$ est retrouvée assez fréquemment dans la littérature[1]. Elle

[1] C'est également celle du logiciel de calcul d'accord de phase SNLO [Smi03]

donne

$$\begin{aligned}
\Delta k l_c &\equiv \pi \\
\Delta\omega_1^{\pi} &= \frac{\pi}{l_c\left(k_s' - k_c'\right)} \quad \text{loin de la dégénérescence} \\
\Delta\omega_2^{\pi} &= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{l_c}\sqrt{k_s'' + k_c''}} \quad \text{près de la dégénérescence.}
\end{aligned} \tag{B.4}$$

Cette convention s'apparente à la précédente, mais elle a l'avantage d'aboutir à une expression très simple pour la bande passante *totale* à l'ordre 1, exprimée en cm^{-1} : $2\Delta\sigma_1 = 1/l_c\left(n_{g,s} - n_{g,c}\right)$, où $n_g = ck'$ désigne l'indice de groupe.

Définition par analogie avec le doublage de fréquence

La variation d'efficacité du doublage de fréquence en fonction du désaccord de phase est donnée par $\mathrm{sinc}^2 \Delta k l_c/2$. Elle chute de 50 % pour $\Delta k l_c \simeq 2{,}78$. En transposant ce critère à l'amplification paramétrique nous avons un nouvelle définition de la bande passante :

$$\begin{aligned}
\Delta k l_c &\equiv 2{,}78, \\
\Delta\omega_1^{SHG} &= \frac{2{,}78}{l_c\left(k_s' - k_c'\right)} \quad \text{loin de la dégénérescence,} \\
\Delta\omega_2^{SHG} &= \frac{2{,}36}{\sqrt{l_c}\sqrt{k_s'' + k_c''}} \quad \text{près de la dégénérescence.}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Lien entre les différentes définitions - convention choisie

Les relations entre les différentes bandes passantes sont

$$\begin{aligned}
\Delta\omega_1 &= 1{,}25\Delta\omega_1^{SHG} = 1{,}10\Delta\omega_1^{\pi} = \frac{1{,}73}{q l_c}\Delta\omega_1^{q} = \frac{2{,}08}{\sqrt{q l_c}}\Delta\omega_1^{h} \\
\Delta\omega_2 &= 1{,}12\Delta\omega_2^{SHG} = 1{,}06\Delta\omega_2^{\pi} = \frac{1{,}31}{\sqrt{q l_c}}\Delta\omega_2^{q} = \frac{1{,}44}{\left(q l_c\right)^{1/4}}\Delta\omega_2^{h}.
\end{aligned}$$

Pour $q l_c$ de l'ordre de 1, comme c'est le cas pour l'OPO à modes verrouillés en phase du Chap. 3, *toutes ces estimations de la bande passante sont suffisamment proches pour être confondues dans la pratique.* De plus, dans le cas d'un verrouillage actif des modes, la bande passante n'intervient qu'à travers sa racine carrée dans la durée d'impulsion. Une erreur de définition a donc peu d'influence. Par convention nous utiliserons toujours la définition en faible gain (B.3) dans ce manuscrit.

Annexe C

Détails des calculs du chapitre 2

C.1 Expression du gain paramétrique dans les deux cristaux

Dans cette annexe, nous donnons les expressions analytiques du gain pour l'onde signal (complémentaire) dans le premier (second) cristal.

Comme expliqué au Chap. 2.2, il est possible de résoudre exactement les équations couplées non-linéaires dans chaque cristal, en suivant une approche détaillée dans [Arm62, Ros02, God04]. Ces solutions font intervenir des fonctions de Jacobi, définies par des intégrales elliptiques [Abr70]. Avec les notations du Tab. 2.1, le gain paramétrique $G_1\left(X_0,Y_0\right) = Y_1/Y_0$ pour le signal Y de z_0 à z_1 est donné par

$$G_1\left(X_0,Y_0\right) = 1 - \mathrm{sn}^2\left(i\,\mathrm{arccosh}\left(\frac{1}{\sqrt{R}}\right)\sqrt{X_0}\,\middle|\,-\frac{Y_0}{X_0}\right), \tag{C.1}$$

où sn est la fonction "sinus de Jacobi", définie par

$$a\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{\left[\left(a^2-t^2\right)\left(b^2\,-\,t^2\right)\right]^{1/2}} = \mathrm{sn}^{-1}\left(\frac{x}{b}\,\middle|\,\frac{b^2}{a^2}\right).$$

De même, le gain pour le complémentaire $G_2\left(Y_1,Z_1,\Theta\right) = Z_2/Z_1$ de z_1 à $z_2$est

$$G_2\left(Y_1,Z_1,\gamma,\Theta\right) = 1 - \frac{\tilde{Z}_1}{Z_1}\,\mathrm{sn}^2\left(i\gamma\,\mathrm{arccosh}\left(\frac{1}{\sqrt{R}}\right)\sqrt{\tilde{Y}_1}\,\middle|\,-\frac{\tilde{Z}_1}{\tilde{Y}_1}\right), \tag{C.2}$$

où $\gamma = \kappa_2 L_2/\kappa_1 L_1$ est le rapport de non-linéarité entre le second cristal (OPA) et le premier

cristal (OPO). $\tilde{Y_1}$ et $\tilde{Z_1}$ sont donnés par

$$\tilde{Y_1} = \frac{1}{2}\left\{Y_1 - Z_1 - \Theta^2 + \left[(Y_1+Z_1)^2 - 2\Theta^2\left(Y_1 - Z_1 - \frac{\Theta^2}{2}\right)\right]^{1/2}\right\},$$

et

$$\tilde{Z_1} = \frac{1}{2}\left\{Z_1 - Y_1 + \Theta^2 + \left[(Y_1+Z_1)^2 - 2\Theta^2\left(Y_1 - Z_1 - \frac{\Theta^2}{2}\right)\right]^{1/2}\right\},$$

où Θ est le désaccord de phase normalisé dans le second cristal

$$\Theta = \frac{\Delta k\, L_2/2}{\gamma \text{ arccosh}\left(1/\sqrt{R}\right)}. \tag{C.3}$$

Si l'accord de phase est parfait ($\Theta = 0$), $\tilde{Y_1}$ et $\tilde{Z_1}$ deviennent simplement Y_1 et Z_1 respectivement.

C.2 Expression des flux normalisés en sortie

Ici, nous donnons les expression de la pompe dépeuplée X_2, du signal $(1-R)\,Y_2$, du complémentaire Z_2, et de la différence de fréquences D_2 en fonction de la pompe incidente X_0 et du flux signal intracavité Y_0 en z_0:

$$X_2 = X_0 - Y_0\left[G_1\left(X_0,Y_0\right) - 1\right], \tag{C.4}$$

$$Y_2 = Y_0 G\left(X_0,Y_0,\Theta\right), \tag{C.5}$$

$$Z_2 = Y_0\left[G_1\left(X_0,Y_0\right) - 1\right] \times G_2\left\{G_1\left(X_0,Y_0\right)Y_0, \left[G_1\left(X_0,Y_0\right) - 1\right]Y_0,\Theta\right\} \tag{C.6}$$

et

$$D_2 = Y_0\left[G_1\left(X_0,Y_0\right) - G\left(X_0,Y_0,\Theta\right)\right]. \tag{C.7}$$

C.3 Rapport optimal des non-linéarités

Comme expliqué au Chap. 2.2.2, le dépeuplement quasi-complet de la pompe peut être réalisé sur une large plage de puissance de pompe dans l'OPO–OPA, sous certaines conditions. Nous détaillons ici ces conditions.

Pour une valeur de pompe X_0, le flux signal $Y_0 = Y_0^{\text{opt}}$ à l'entrée du cristal OPO doit aboutir

à $X_1 = 0$, c'est-à-dire

$$Y_0^{\text{opt}} \left[G_1 \left(X_0, Y_0^{\text{opt}} \right) - 1 \right] = X_0, \tag{C.8}$$

où (C.4) a été utilisée. Pour de faibles pertes, i.e. $\delta = 1 - R \to 0$, nous avons $\operatorname{arcosh}\left(1/\sqrt{1-\delta}\right) \approx \sqrt{\delta}$ et en notant $Y' = (1-R)\, Y_0^{\text{opt}}/R$ le flux signal en sortie, la condition de dépeuplement complet de la pompe (C.8) peut être réécrite :

$$-\operatorname{sn}^2 \left[i\sqrt{\delta\, X_0} \middle| -\frac{Y'}{\delta\, X_0} \right] = \frac{\delta\, X_0}{Y'}. \tag{C.9}$$

Cette expression peut être simplifiée en utilisant des transformations propres aux fonctions de Jacobi [Abr70] :

$$\operatorname{sn}(u\,|{-m}) = \sqrt{\mu_1}\operatorname{sd}(v\,|\mu), \tag{C.10}$$

$$\operatorname{sd}(u\,|1) = \sinh(u)$$

où $\mu = m/(1+m)$, $\mu_1 = 1/(1+m)$, et $v = u/\sqrt{\mu_1}$. (C.9) devient tout simplement

$$\sin^2\left(\sqrt{Y'}\right) = 1. \tag{C.11}$$

Par conséquent le dépeuplement de la pompe est atteint lorsque $Y' = \pi^2/4$ ou $Y_0^{\text{opt}} \simeq \pi^2/4\,(1-R)$.

La seconde étape est de déterminer la valeur γ_{opt} du rapport des non-linéarités qui permet $Y_0 = Y_0^{\text{opt}}$ lorsque l'OPO–OPA oscille en régime stationnaire. En supposant que la relation exacte (C.8) est satisfaite, la condition d'oscillation (2.5) s'écrit

$$G_2\left(X_0 + \frac{R}{(1-R)}Y', X_0, \gamma_{\text{opt}}, \Theta\right) = 2 - \frac{Y'}{X_0}. \tag{C.12}$$

À nouveau pour de faibles pertes, $\delta = 1 - R \to 0$, un développement limité au premier ordre en δ permet de simplifier l'expression de G_2. En toute rigueur, deux cas doivent alors être considérés :

– premier cas : $Y' \geq \Delta k\, L_2/2$, le développement de G_2 aboutit à

$$G_2\left(X_0 + \frac{Y'}{\delta}, X_0, \gamma_{\text{opt}}, \frac{\Delta k\, L_2}{2\sqrt{\delta}}\right) \to 1 + \frac{4\gamma_{\text{opt}}^2 Y'}{4\gamma_{\text{opt}}^2 Y' - (\Delta k\, L_2)^2} \sinh^2\left(\sqrt{\gamma_{\text{opt}}^2 Y' - \frac{(\Delta k\, L_2)^2}{4}}\right);$$

– deuxième cas : $Y' < \Delta k\, L_2/2$, et en utilisant (C.10), on obtient

$$G_2\left(X_0+\frac{Y'}{\delta},X_0,\gamma_{\text{opt}},\frac{\Delta k\, L_2}{2\sqrt{\delta}}\right)\rightarrow 1+\frac{4\gamma_{\text{opt}}^2 Y'}{(\Delta k\, L_2)^2-4\gamma_{\text{opt}}^2 Y'}\sin^2\left(\sqrt{\frac{(\Delta k\, L_2)^2}{4}-\gamma_{\text{opt}}^2 Y'}\right).$$

En réalité, ces deux cas se ramènent à un seul en utilisant la relation $\sinh(u) = -i\sin(i\,u)$. En combinant (C.12) et l'expression approchée de G_2, on obtient finalement

$$\gamma_{\text{opt}}=\frac{2}{\pi}\left[1-\left(\frac{\Delta k\, L_2}{\pi\gamma_{\text{opt}}}\right)^2\right]^{-1/2}\times\operatorname{arcsinh}\left\{\left(1-\frac{\pi^2}{4X_0}\right)^{1/2}\left[1-\left(\frac{\Delta k\, L_2}{\pi\gamma_{\text{opt}}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}. \tag{C.13}$$

Dans le cas d'un accord de phase parfait dans le second cristal, nous obtenons une expression très simple :

$$\gamma_{\text{opt}}=\frac{2}{\pi}\operatorname{arcsinh}\left[\left(1-\frac{\pi^2}{4X_0}\right)^{1/2}\right]. \tag{C.14}$$

Bien sûr, il est également possible de résoudre numériquement (C.12) et c'est ce qui a été fait sur la Fig. 2.3.

C.4 Rapport optimal des non-linéarités dans l'approximation du champ moyen

Nous montrons ici que l'approximation faibles pertes utilisée au Chap. C.3 est équivalente à l'approximation du champ moyen. En effet, le flux signal intracavité est très élevé par rapport à celui de la pompe et du complémentaire, car ces derniers ne sont pas résonnants. On peut donc considérer que le signal est constant, $Y(z) \simeq Y_0$, lors de l'intégration des équations non-linéaires. À titre d'exemple, si les flux en sortie du signal et du complémentaire valent chacun la moitié du flux de pompe incident, alors pour $R = 0{,}9$ le signal intracavité est environ 5 fois plus fort que la pompe, et 10 fois plus fort que le complémentaire. Dans l'approximation du champ moyen, la pompe dépeuplée X_1 après le premier cristal devient

$$X_1 = X_0\cos^2\left[\operatorname{arccosh}\left(\frac{1}{\sqrt{R}}\right)\sqrt{Y_0}\right], \tag{C.15}$$

et le flux signal aboutissant au dépeuplement de la pompe ($X_1 = 0$) est alors

$$Y_0=\frac{(\pi/2)^2}{\operatorname{arccosh}^2\left(\frac{1}{\sqrt{R}}\right)}. \tag{C.16}$$

Nous voulons maintenant déterminer γ_{opt}. Pour cela, nous devons calculer les flux après le premier puis le second cristal. Sans approximations, la quantité $X + Y$ est une constante du mouvement, donc $X_1 + Y_1 = X_0 + Y_0$, et on a

$$Y_1 = Y_0 + X_0 \sin^2 \left[\text{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right) \sqrt{Y_0} \right]. \tag{C.17}$$

Dans l'approximation du champ moyen, l'onde de différence de fréquences a un flux donné par

$$D_2 = X_0 \sin^2 \left[\text{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right) \sqrt{Y_0} \right] \times \sinh^2 \left[\gamma \text{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right) \sqrt{Y_0} \right] \tag{C.18}$$

où, pour des raisons de simplicité, nous avons supposé un accord de phase parfait dans le second cristal. Le signal dépeuplé après le second cristal est ensuite

$$Y_2 = Y_0 + X_0 \sin^2 \left[\text{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right) \sqrt{Y_0} \right] \times \left\{ 1 - \sinh^2 \left[\gamma \text{arccosh} \left(\frac{1}{\sqrt{R}} \right) \sqrt{Y_0} \right] \right\}. \tag{C.19}$$

La condition d'oscillation en régime stationnaire étant $R\,Y_2 = Y_0$, la combinaison de (C.16) et (C.19) donne

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{2}{\pi} \text{arcsinh} \left[\left(1 - \frac{\pi^2}{4X_0} \right)^{1/2} \right]. \tag{C.20}$$

Cette expression est identique à (C.14). Par conséquent l'approximation du champ moyen est équivalente à l'approximation faibles pertes pour le dépeuplement complet de la pompe. La même conclusion peut être faite en incluant le désaccord de phase dans le deuxième cristal. À noter qu'en utilisant la relation $\cosh(2x) = 1 + 2\sinh^2(x)$, une expression légèrement plus simple peut être obtenue ;

$$\gamma_{\text{opt}} = \frac{1}{\pi} \text{arccosh} \left(3 - \frac{\pi^2}{2X_0} \right). \tag{C.21}$$

Annexe D

Détails des calculs du chapitre 3

D.1 Calculs du modèle de Kuizenga et Siegman (Chap. 3.2.1)

Le modèle de Kuizenga et Siegman est relativement simple. On considère le passage d'une impulsion optique à travers les différents éléments d'une cavité de fréquence de répétition $\Omega/2\pi$ (voir la Fig. 3.2). Les éléments sont décrits par leur transmission $\mathrm{t_i}$, soit dans le domaine temporel, soit dans le domaine fréquentiel. L'objectif du modèle est de déterminer une équation d'évolution de la durée d'impulsion, ainsi que sa valeur en régime stationnaire.

Le SRO est considéré en dehors de la dégénérescence, et suffisamment proche de l'accord de phase, pour que son gain en amplitude soit donné par (1.21). Le modulateur introduit des pertes qui varient sinusoïdalement, à la fréquence de répétition de la cavité. On considère que les impulsions soit suffisamment courtes, $\tau \ll 1/\Omega$, pour que ces pertes soient essentiellement données par une gaussienne. Seuls les résultats marquants du modèle seront donnés ici, le détail des calculs étant reporté en Annexe D.

Dans ce modèle, on considère que la dispersion de la cavité au premier ordre est compensée, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de glissement temporel de l'impulsion. La dispersion au deuxième ordre, ou dérive de fréquence, ainsi que les ordres supérieurs, sont négligés. Les effets transverses ou de polarisation ne sont pas pris en compte. L'impulsion signal est alors décrite comme au Chap. 1 par une enveloppe gaussienne lentement variable, telle que son champ électrique s'écrive :

$$A\left(t\right) = A_0 e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} e^{-i\omega_0 t} + c.c, \tag{D.1}$$

où τ est la largeur (réelle) à $1/e^2$ du champ, et ω_0 est la pulsation de la porteuse optique et c.c désigne le complexe conjugué. Dans la suite, on omettra le terme conjugué car toutes les opérations appliquées au champ seront linéaires (pas de termes en $A.A$). La transformée de

Fourier du champ est alors

$$\tilde{A}(\omega) = \tilde{A}_0 e^{-\left(\frac{\omega-\omega_0}{\delta\omega}\right)^2},$$

avec $\tilde{A}_0 = A_0\tau/\sqrt{2}$, la transformée de Fourier et son inverse étant définies par

$$\tilde{A} = TF[A] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int A(t)\, e^{i\omega t} dt$$

$$A = TF^{-1}\left[\tilde{A}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \tilde{A}(\omega)\, e^{-i\omega t} d\omega.$$

Les largeurs spectrale $\delta\omega$ et temporelle τ du champ sont donc limitées par la transformée de Fourier, c'est-à-dire :

$$\tau\delta\omega = 2. \tag{D.2}$$

Passage à travers l'amplificateur

Nous avons vu au Chap. 1.6.3 que suffisamment proche de l'accord de phase, et en dehors de la dégénérescence, le gain en amplitude pour l'onde signal est donné par

$$\mathrm{t_{opa}}(\omega) = \exp\left[\frac{g}{2}\left(1 - \left(\frac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2\right)\right] \qquad \text{pour un gain faible } (ql_c \ll 1) \tag{D.3}$$

$$\mathrm{t_{opa}}(\omega) = \frac{1}{2}\exp\left[\frac{g_h}{2}\left(1 - \left(\frac{\omega-\omega_0}{\Delta\omega_h}\right)^2\right)\right] \qquad \text{pour un gain fort } (ql_c \gg 1), \tag{D.4}$$

avec $g = q^2 l_c^2$ et $g_h = 2ql_c$ le gain petit signal, $\Delta\omega_h = \sqrt{2/3}ql_c\Delta\omega$, et $\Delta\omega = \Delta\omega_1$ la bande de gain telle que définie au Chap. B. La forme de (D.3) est identique à celle qui serait obtenue en considérant un amplificateur laser[1], dans l'hypothèse d'un gain non saturé, et sans tirage de fréquence [Kui70b, Kui70a]. Comme nous l'avions annoncé au Chap. 1.6, au premier ordre le gain paramétrique est formellement identique au gain laser. Nous nous attendons donc à retrouver par la suite les résultats de verrouillage en phase établis par Kuizenga et Siegman dans les lasers.

Après amplification, le champ donné par $\tilde{A}'(\omega) = t_c(\omega)\,\tilde{A}(\omega)$ conserve une enveloppe gaussienne. Il est toujours décrit par (D.1), avec une nouvelle durée τ' encore limitée par la trans-

[1] À noter que dans un laser, la bande passante est souvent définie par la largeur de raie $\Delta\omega_a = 2\Delta\omega$. C'est cette largeur de raie qui correspond aux fameux $\Delta\omega_a/2\pi = 120\,\mathrm{GHz}$ du Nd:YAG.

formée de Fourier. Dans le cas d'un gain faible on a

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{A}_0'}{\tilde{A}_0} &= \frac{A_0'}{A_0} = e^{\frac{g}{2}} \\
\tau'^2 &= \tau^2 + \frac{2g}{\Delta\omega^2} \\
\frac{1}{\delta\omega'^2} &= \frac{1}{\delta\omega^2} + \frac{2g}{\Delta\omega^2} \\
\tau'\delta\omega' &= 2.
\end{aligned}$$

L'amplification induit donc un rétrécissement spectral et un allongement temporel de l'impulsion.

Passage à travers le modulateur

Nous avons choisi de réaliser le verrouillage en phase à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Le principe de base d'un tel modulateur est de créer une onde acoustique dans un milieu photoélastique tel que le niobate de lithium. Cette onde acoustique est généralement produite en appliquant une tension radio-fréquence sur un transducteur piézoélectrique. La déformation engendrée par l'onde acoustique crée une variation d'indice qui dépend du temps. Dans notre cas, l'onde acoustique est stationnaire, ce qui donne un réseau d'indice de la forme

$$\Delta n = \Delta n_0 \sin\left(\frac{\Omega}{2}t\right).$$

Pour un faisceau de longueur d'onde λ, ce réseau d'indice constitue un réseau de diffraction fonctionnant en régime de Bragg. Sa transmission (puissance diffractée dans l'ordre 0) s'écrit

$$\mathrm{T}_{\mathrm{mod}}(t) = 1 - \sin^2\left[\frac{\pi e}{\lambda}\Delta n_0 \sin\left(\frac{\Omega}{2}t\right)\right],$$

où e est la longueur du modulateur. On peut montrer qu'une très bonne approximation de cette transmission est donnée par :

$$\mathrm{T}_{\mathrm{mod}}(t) \simeq 1 - \mu \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right), \tag{D.5}$$

avec $\mu = \sin^2\left(\frac{\pi e}{\lambda}\Delta n_0\right)$ la profondeur de modulation, comprise entre 0 et 1, et $\Omega/2\pi$ est la fréquence de modulation. Par la suite, le modulateur sera toujours modélisé par cette fonction,

qui s'écrit en amplitude

$$\mathrm{t_{mod}}\left(t\right) = \sqrt{1 - \mu \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right)}. \tag{D.6}$$

On a supposé que la modulation est parfaitement synchrone avec l'impulsion, et que la fréquence de modulation est rigoureusement égale à la fréquence de répétition de la cavité. Afin de garder un caractère simple au modèle, on considère une impulsion assez courte, c'est-à-dire telle que $\tau \ll 1/\Omega$. Pour cette impulsion le modulateur est essentiellement décrit par

$$\mathrm{t_{mod}}\left(t\right) \simeq \sqrt{1 - \mu\frac{\Omega^2}{4}t^2} \simeq \exp\left(-\mu\frac{\Omega^2}{8}t^2\right), \tag{D.7}$$

ce qui permet de décrire encore le champ sous forme d'une gaussienne, avec cette fois

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{A}_0''}{\tilde{A}_0'} &= \frac{A_0''}{A_0'} = 1 \\
\frac{1}{\tau''^2} &= \frac{1}{\tau'^2} + \mu\frac{\Omega^2}{8} \\
\delta\omega^2 &= \delta\omega'^2 + \frac{1}{2}\mu\Omega^2 \\
\tau''\delta\omega'' &= 2.
\end{aligned}$$

Le modulateur a donc pour effet de raccourcir l'impulsion et d'élargir son spectre.

Pertes

On considère des pertes plates en fréquences, c'est-à-dire

$$\mathrm{t_{pertes}} = \exp\left(-p/2\right). \tag{D.8}$$

L'amplitude du champ est donc modifiée selon la relation

$$\frac{\tilde{A}_0'''}{\tilde{A}_0''} = \frac{A_0'''}{A_0''} = e^{-\frac{p}{2}}.$$

Des pertes dépendant de la fréquences peuvent être incluses au modèle à condition qu'elles soit exprimées sous forme exponentielle. Ceci permet par exemple d'ajouter l'effet d'un filtre intracavité ou d'un miroir étroit en fréquence, de largeur $\Delta\omega_f$, qui viendrait réduire davantage la bande spectrale autorisée par le gain du milieu amplificateur. Il suffit alors d'effectuer la

substitution

$$\frac{g}{\Delta\omega^2} \rightarrow \frac{g}{\Delta\omega^2} + \frac{2}{\Delta\omega_f^2}. \tag{D.9}$$

Régime stationnaire

Un régime stationnaire d'impulsions courtes est atteint si le champ revient identique à lui-même après un tour de cavité. Cette condition de bouclage porte à la fois sur l'amplitude du champ, $A_0''' = A_0$, et la durée des impulsions, $\tau'' = \tau$, la largeur spectrale étant toujours donnée par (D.2). Ce qui donne

$$A_0''' = A_0 e^{\frac{g}{2} - \frac{p}{2}} = A_0 \tag{D.10}$$

$$\frac{1}{\tau''^2} = \frac{1}{\tau^2} = \frac{1}{\tau^2 + \frac{2g}{\Delta\omega^2}} + \mu\frac{\Omega^2}{8} \tag{D.11}$$

$$\tau\delta\omega = 2.$$

La première équation est la condition usuelle du seuil : le gain doit compenser les pertes en régime stationnaire, soit $g = p$. Pour un fort gain, cette équation devient $g_h = p + 2\ln 2$. La seconde équation peut se résoudre exactement :

$$\tau = \left(\frac{g}{\Delta\omega^2}\right)^{1/2} \left(\sqrt{1 + \frac{16\Delta\omega^2}{g\mu\Omega^2}} - 1\right)^{1/2}, \tag{D.12}$$

où g et $\Delta\omega$ prennent l'indice h dans le cas d'un fort gain. En pratique, la bande de gain du cristal non-linéaire est bien supérieure à la fréquence de modulation, soit $\Delta\omega \gg \Omega$, ce qui est justifié par une application numérique au Chap. 3.2.3. Ceci avait déjà été supposé implicitement lors de l'écriture de la transmission du modulateur en écrivant$\tau \ll 1/\Omega$. En effet, cela équivaut à $\delta\omega \gg \Omega$, et comme la largeur spectrale d'une impulsion est limitée par la bande de gain, soit $\delta\omega < \Delta\omega$, nous avons bien $\Delta\omega \gg \Omega$. En faible gain ($g \ll 1$) comme en fort gain ($g_h \gg 1$) nous pouvons alors dériver une expression approchée de la durée des impulsions :

$$\tau_{sta} \simeq \left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4} \frac{2}{\sqrt{\Omega\Delta\omega}}, \tag{D.13}$$

où g et $\Delta\omega$ prennent l'indice h dans le cas d'un fort gain.

Temps d'établissement du régime stationnaire

L'équation (D.11) peut être réécrite pour exprimer la durée de l'impulsion au tour $n+1$ en fonction de la durée de l'impulsion au tour n :

$$\frac{1}{\tau_{n+1}^2} = \frac{1}{\tau_n^2 + \frac{2g}{\Delta\omega^2}} + \mu\frac{\Omega^2}{8}.$$

On normalise la durée de l'impulsion à sa valeur stationnaire donnée par (D.13) en posant $y_n = \tau_{sta}^2/\tau_n^2$. L'impulsion évolue du régime continu au régime stationnaire, soit $0 < y_n \leq 1$, et par ailleurs $\Delta\omega \gg \Omega$, ce qui permet d'écrire

$$y_{n+1} - y_n \simeq \frac{T_{cav}}{T_{sta}}\left(1 - y_n^2\right),$$

avec $T_{sta} = 2T_{cav}\Delta\omega/\Omega\sqrt{g\mu}$ où $T_{cav} = 2\pi/\Omega$ est le temps d'aller-retour dans la cavité. L'équation précédente peut se mettre sous forme différentielle dès lors que y_n varie peu sur un tour de cavité. Il peut être facilement démontré que c'est bien le cas si $\Delta\omega \gg \Omega$, ce que nous avons déjà supposé. Nous avons donc

$$\frac{dy}{dt} \simeq \frac{1}{T_{sta}}\left(1 - y^2\right). \tag{D.14}$$

La solution exacte de cette équation est

$$y\left(t\right) = \tanh\left(\frac{t}{T_{sta}} + \text{arctanh}y_0\right), \tag{D.15}$$

ou encore

$$\tau\left(t\right) = \tau_{sta}\tanh^{-1/2}\left(\frac{t}{T_{sta}} + \text{arctanh}\frac{\tau_{sta}^2}{\tau_0^2}\right), \tag{D.16}$$

avec $\tau_0 = \tau\left(0\right) = y_0^{-1/2}$ la durée initiale de l'impulsion au temps $t = 0$. Pour une durée initiale d'impulsion très grande devant la durée en régime stationnaire (ce qui est le cas en pratique), l'équation précédente de simplifie en

$$\tau\left(t\right) = \frac{\tau_{sta}}{\sqrt{\tanh\left(\frac{t}{T_{sta}}\right)}}. \tag{D.17}$$

D.2 Calculs du modèle de Haus (Chap. 3.2.2)

Le modèle de Haus peut être utilisé pour prendre en compte un certain nombre de phénomènes négligés dans le modèle de Kuizenga et Siegman. Ces phénomènes sont la dispersion de la cavité au premier et deuxième ordre, appelées respectivement retard de vitesse de groupe

et dispersion de vitesse de groupe, la dispersion au premier ordre de l'amplificateur (appelée tirage de fréquence pour un laser), ainsi qu'un désaccord de fréquence entre le modulateur et la résonance de la cavité. L'objectif est ici d'établir une équation différentielle d'évolution du champ électrique, afin de déduire les conditions de stabilité du verrouillage en phase et la durée des impulsions en régime stationnaire.

On considère le passage d'une impulsion à travers les différents éléments de la cavité, amplificateur, modulateur, pertes et dispersion, de transmission en amplitude t (voir Fig. 3.4). Comme pour les pertes, la dispersion des éléments est ramenée en un seul point de la cavité, ce qui sera justifié par le fait qu'il s'agit d'un modèle linéaire. L'hypothèse fondamentale de ce modèle est de supposer que l'impulsion ne subit que des changements infinitésimaux à chaque tour de cavité. Dans ce modèle perturbatif, chaque opérateur t peut être linéarisée : $t \simeq 1 + \mathrm{dt}$, où la norme et l'argument (déphasage) des t sont petits devant 1.

Comme précédemment, le champ est décrit par une enveloppe lentement variable notée $A(t)$ et une porteuse optique de pulsation ω_0. Nous utiliserons alors l'équivalence suivante entre les opérateurs fréquentiels et temporels :

$$\begin{aligned} -i(\omega - \omega_0) &\leftrightarrow \frac{d}{dt} \\ -(\omega - \omega_0)^2 &\leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}, \end{aligned} \tag{D.18}$$

qui peut se démontrer facilement en utilisant les propriétés de dérivation de la transformée de Fourier. Dans la suite, le référentiel de temps sera celui de la porteuse, qu'on supposera parfaitement résonnante avec la cavité.

Amplificateur

Nous avons déjà vu au Chap. 1.6.3 que suffisamment proche de l'accord de phase, pour un gain faible, et en dehors de la dégénérescence, le gain *en amplitude* pour l'onde signal est donné par

$$\mathrm{t_{opa}}(\omega) = 1 + \frac{g}{2}\left(1 - i\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} - iD_{opa}(\omega - \omega_0)^2 - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega^2}\right), \tag{D.19}$$

avec les notations habituelles définies au Chap. 1 et $\Delta\omega = \Delta\omega_1$. L'hypothèse de base du modèle de Haus nous interdit de considérer le cas d'un gain fort, comme cela avait été fait dans le modèle précédent de Kuizenga et Siegman. Dans le domaine temporel, l'opérateur infinitésimal s'écrit

$$\mathrm{dt_{opa}} = \frac{g}{2}\left(1 + \frac{2}{\sqrt{3}\Delta\omega}\frac{d}{dt} + iD_{opa}\frac{d^2}{dt^2} + \frac{1}{\Delta\omega^2}\frac{d^2}{dt^2}\right). \tag{D.20}$$

Ce développement ne sera valable que pour une impulsion dont la largeur spectrale reste petite devant la bande de gain de l'amplificateur, c'est-à-dire $\Delta\omega \gg \delta\omega = 2/\tau$. Nous retrouvons ici un résultat remarquable que nous avions déjà vu au Chap. 1.6.3 et 3.2.1 : l'amplification est formellement identique à celle obtenue dans un laser. Autrement dit, le gain ne dépend pas, au premier ordre, de la nature du milieu amplificateur. Rappelons que c'est principalement ce résultat qui nous permet d'envisager le verrouillage de phase actif direct dans un OPO.

Modulateur

En considérant une impulsion courte devant la période de modulation, l'opérateur du modulateur est

$$\mathrm{t_{mod}} \simeq 1 - \mu\frac{\Omega^2}{8}t^2. \tag{D.21}$$

De plus, la fréquence Ω du modulateur n'est pas nécessairement égale à celle de la cavité, mais en diffère d'une quantité $+\delta\Omega$, qu'on supposera petite devant la fréquence de la cavité. Après un tour, le champ électrique est donc en avance d'un temps δT_Ω par rapport à la modulation :

$$\delta T_\Omega = \frac{2\pi}{\Omega} - T_{cav} \simeq -\frac{1}{2\pi}\delta\Omega T_{cav}^2 \ll T_{cav}.$$

La valeur du champ au maximum de la modulation est approximativement donnée par

$$A\left(t + \delta T_\Omega\right) \simeq A\left(t\right) + \delta T_\Omega \frac{dA}{dt}\left(t\right).$$

L'opérateur complet associé au modulateur est donc

$$\mathrm{dt_{mod}} \simeq -\mu\frac{\Omega^2}{8}t^2 + \delta T_\Omega \frac{d}{dt}. \tag{D.22}$$

Dispersion

La dispersion est décrite par un opérateur de déphasage associé à chaque élément i de la cavité, cristal compris :

$$\mathrm{t_i} = e^{-ik_i(\omega)l_i},$$

où $k_i\left(\omega\right)$ et l_i sont respectivement le vecteur d'onde et la longueur de l'élément i. Le produit de tous ces opérateurs T_i décrit la dispersion globale de la cavité, ce qui permet de définir un seul opérateur :

$$\mathrm{t_{disp}} = e^{-ik(\omega)L}, \tag{D.23}$$

avec $k(\omega)L = \sum_i k_i(\omega) l_i$. Au voisinage de la fréquence de la porteuse, ce terme peut faire l'objet d'un développement limité :

$$k(\omega) \simeq k_0 + k_0^{'}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k_0^{''}(\omega - \omega_0)^2,$$

ce qui donne pour l'opérateur de dispersion :

$$\mathrm{t_{disp}} \simeq e^{-ik_0 L} e^{-ik_0^{'}(\omega-\omega_0)L} e^{-\frac{1}{2}ik_0^{''}(\omega-\omega_0)^2 L}. \tag{D.24}$$

La porteuse étant en résonance avec la cavité, le premier facteur de l'équation précédente est rigoureusement égal à 1. Dans le cadre du modèle de Haus, la dispersion doit être relativement faible sur un tour de cavité afin que les deux autres facteurs puissent être développés au premier ordre. Ce qui donne

$$\mathrm{t_{disp}} \simeq \left[1 - ik_0^{'}(\omega - \omega_0)L\right]\left[1 - \frac{1}{2}k_0^{''}(\omega - \omega_0)^2 L\right] \simeq 1 - ik_0^{'}(\omega - \omega_0)L - \frac{1}{2}ik_0^{''}(\omega - \omega_0)^2 L. \tag{D.25}$$

On reconnaît le temps de groupe $T_g = k_0^{'}L$, et la dispersion de temps de groupe $D_{disp} = \frac{1}{2}k_0^{''}L$. Comme le temps est repéré par rapport à la porteuse optique, le temps de groupe n'intervient sur l'enveloppe qu'au travers du délai de groupe $\delta T_{vg} = T_g - k_0 L/\omega$. En utilisant les relations D.18, l'opérateur infinitésimal de dispersion s'écrit finalement

$$\mathrm{dt_{disp}} = \delta T_{vg}\frac{d}{dt} + iD_{disp}\frac{d^2}{dt^2}. \tag{D.26}$$

Pertes

Les pertes de la cavité sont plates en fréquences et décrites par l'opérateur

$$\mathrm{t_{pertes}} = e^{-\frac{p}{2}}, \tag{D.27}$$

ce qui donne, au premier ordre

$$\mathrm{dt_{pertes}} = -\frac{p}{2}. \tag{D.28}$$

Régime stationnaire

Le régime stationnaire est atteint si l'enveloppe du champ électrique revient à l'identique sur un tour de cavité, ce qui s'écrit normalement $A(t + T_{cav}) \equiv A(t)$. Toutefois, en raison du retard de groupe engendré par la dispersion, l'enveloppe se décale temporellement par rapport à la porteuse sur un tour de cavité. La condition de bouclage est maintenant $A(t + T_{cav}) \equiv$

$A(t+\delta T)$. Si ce décalage δT est faible, $\delta T \ll T_{cav}$, le champ électrique à l'instant t s'écrit au premier ordre

$$A(t+\delta T) \simeq A(t) + \delta T \frac{dA}{dt}(t).$$

Après un tour de cavité, le champ électrique devient

$$A(t+T_{cav}) = A(t)\left(1+\sum_i \mathrm{dt_i}\right),$$

où les $\mathrm{dt_i}$ sont les opérateurs infinitésimaux calculés précédemment. En combinant les deux équations précédentes, nous obtenons la forme générale de l'équation d'évolution :

$$\delta T \frac{dA}{dt} = A(t) \sum_i \mathrm{dt_i}, \tag{D.29}$$

qui s'écrit dans notre cas sous la forme d'une équation différentielle du second ordre :

$$\begin{aligned}\Bigg\{&\left(\delta T_\Omega + \delta T_{vg} + \frac{g}{\sqrt{3}\Delta\omega} - \delta T\right)\frac{d}{dt}\\ &+\left(\frac{g}{2\Delta\omega^2} + iD_{disp} + i\frac{g}{2}D_{opa}\right)\frac{d^2}{dt^2}\\ &\qquad -\frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2\Bigg\}A(t) = \frac{p-g}{2}A(t).\end{aligned}$$

où δT_Ω est l'écart de fréquence entre la cavité et le modulateur, δT_{vg} le délai de groupe (retard de l'enveloppe par rapport à la porteuse), $\Delta\omega$ la bande d'amplification, D_{opa} la dispersion du deuxième ordre, D_{disp} la dispersion du deuxième ordre des différents éléments de la cavité, g le gain, et p les pertes. Le verrouillage en phase est réalisé si les termes de retard se compensent, c'est-à-dire

$$\delta T_\Omega + \delta T_{vg} + \frac{g}{\sqrt{3}\Delta\omega} = \delta T. \tag{D.30}$$

Si $\delta T = 0$ caractérise le régime stationnaire, nous voyons que le verrouillage de phase nécessite $\delta T_\Omega \neq 0$: la fréquence de modulation n'est pas exactement égale à la fréquence de la cavité, et dépend du gain. En posant $D = D_{disp} + \frac{g}{2}D_{opa}$ la dispersion totale dans la cavité, l'équation d'évolution du champ électrique s'écrit finalement

$$\left\{-\left(\frac{g}{2\Delta\omega^2} + iD\right)\frac{d^2}{dt^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2\right\}A(t) = \frac{g-p}{2}A(t). \tag{D.31}$$

L'obtention de (D.31) était le premier objectif du modèle de Haus. Il reste maintenant à la résoudre afin de déterminer la durée des impulsions en régime stationnaire. Il s'agit en réalité

d'une équation aux valeurs propres, similaire à l'équation de Shrödinger dite indépendante du temps qu'on peut rencontrer en mécanique quantique. Le champ $A(t)$ jouant ici le même rôle qu'une fonction d'onde $\psi(r)$, on reconnaît dans le terme de gauche l'équivalent d'un opérateur hamiltonien et dans le terme de droite une énergie propre $(g-p)/2$.

Résolution de l'équation d'évolution en l'absence de dispersion

En l'absence de dispersion, $D = 0$, et l'équation (D.31) devient formellement identique à celle décrivant l'évolution d'une particule dans un puits de potentiel parabolique :

$$-\frac{g}{2\Delta\omega^2}\frac{d^2A}{dt^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2 t^2 A(t) = \frac{g-p}{2}A(t), \tag{D.32}$$

où le milieu amplificateur (gain et bande passante) joue le rôle de la masse, et la modulation d'amplitude celui du potentiel parabolique. Les solutions formelles à cette équation peuvent être trouvées analytiquement pour des valeurs propres discrètes. Ce sont des combinaisons linéaires des fonctions suivantes :

$$A_n(t) = H_n\left(\sqrt{2}\frac{t}{\tau}\right)e^{-\frac{t^2}{\tau^2}}$$

$$\frac{g-p}{2} = \frac{g}{\Delta\omega^2\tau^2}\left(n+\frac{1}{2}\right),$$

où n est un entier positif, et où τ a la même expression que dans (D.13) obtenue avec le modèle de Kuizenga et Siegman :

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega\Omega}}\left(\frac{g}{\mu}\right)^{1/4}. \tag{D.33}$$

La solution d'ordre le plus faible (état fondamental $n = 0$, $H_0 = 1$) est une enveloppe gaussienne sans dérive de fréquence de largeur τ. Elle possède la valeur propre la plus faible, qui est quasiment nulle dans notre cas ($\Delta\omega \gg 2/\tau$) :

$$\frac{g-p}{2} = \frac{g}{2\Delta\omega^2\tau^2} \simeq 0.$$

Il peut être montré que cette solution est la seule qui soit stable vis-à-vis de petites perturbations de phase ou d'amplitude [Hau75a]. Par la suite nous pouvons donc laisser de côté les solutions d'ordre supérieur (états excités $n \geq 1$).

Résolution de l'équation en présence de dispersion

Lorsque $D \neq 0$, le champ solution de l'équation d'évolution (D.31) possède généralement une dérive de fréquence. Nous cherchons donc les solutions sous la forme

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2} - i\beta t^2}. \tag{D.34}$$

La fréquence instantanée du champ est alors $\omega(t) = \omega_0 + 2\beta t$. L'introduction de cette expression du champ dans (D.31) aboutit au système

$$\begin{aligned}
t^2 \left[\frac{2g}{\Delta\omega^2 \tau^4} - \frac{2g}{\Delta\omega^2}\beta^2 - \frac{\mu}{8}\Omega^2 - \frac{8\beta D}{\tau^2} \right] &= 0 \\
it^2 \left[\frac{4D}{\tau^4} - 4D\beta^2 + \frac{4g\beta}{\Delta\omega^2\tau^2} \right] &= 0 \\
-i \left[\frac{2D}{\tau^2} + \frac{g\beta}{\Delta\omega^2} \right] &= 0 \\
-\frac{g}{\tau^2\Delta\omega^2} + 2\beta D + \frac{g-p}{2} &= 0
\end{aligned}$$

Tel quel, ce système n'admet pas de solution exacte. En réalité, la recherche de solutions de la forme (D.34) suppose implicitement que la dispersion est faible. En particulier, l'élargissement du spectre dû au glissement de fréquence doit rester faible devant la bande de gain du milieu, soit $\beta\tau \ll \Delta\omega$, ce qui implique $\beta \ll \Delta\omega^2$ car $\Delta\omega\tau \gg 1$. Nous supposerons de plus que $D\Delta\omega^2 \ll 1$ ce qui entraîne $D \ll \tau^2$. Ces hypothèses sont vérifiées au Chap. 3.2.3 lors d'une application numérique. La troisième équation du système précédent peut alors être négligée, et le système se résout exactement pour τ, β et p :

$$\begin{aligned}
\tau^4 &= 16\left(2\frac{g}{\mu\Delta\omega^2\Omega^2} + \frac{g^3}{2\mu D^2\Delta\omega^6\Omega^2}\right)\left[\sqrt{1+\left(\frac{2D\Delta\omega^2}{g}\right)^2} - 1\right] \\
\beta^2 &= \frac{\mu\Omega^2\Delta\omega^2}{32g\left(1+(2D\Delta\omega/g)^2\right)}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2D\Delta\omega^2}{g}\right)^2} - 1\right] \\
p &= g - \frac{D\Delta\omega\Omega\sqrt{\frac{\mu}{g}}}{\sqrt{2}}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2D\Delta\omega^2}{g}\right)^2} - 1\right]^{-1/2}.
\end{aligned} \tag{D.35}$$

L'hypothèse $D\Delta\omega^2 \ll 1$ permet de faire un développement limité des expressions précé-

dentes :

$$\tau^4 \simeq 16\frac{g}{\mu\Delta\omega^2\Omega^2} + 48\frac{D^2\Delta\omega^2}{g\mu\Omega^2} = \tau^4_{D=0} + \frac{48}{g\mu}\frac{\Delta\omega^2}{\Omega^2}D^2 \tag{D.36}$$

$$\beta^2 \simeq \frac{D^2\mu\Omega^2\Delta\omega^6}{16g^3} \tag{D.37}$$

$$g \simeq p \tag{D.38}$$

D.3 Calculs relatifs au verrouillage actif dans un DRO à la dégénéréscence exacte (Chap. 3.3.1)

Le premier cas considéré est le cas d'un DRO à la dégénérescence exacte, c'est-à-dire tel que $\lambda_s = \lambda_c = 2\lambda_p$. Les champs signal et complémentaire sont parfaitement dégénérés, c'est-à-dire $A_s = A_c$. Il n'y a donc qu'*une seule* impulsion circulant dans la cavité. Nous reprenons les équations couplées non-linéaires (A.8). La susceptibilité non-linéaire est notée $\chi^{(2)}/2 = d_{\text{eff}}$. Nous faisons également un changement de la phase à l'origine des champs de $\pi/2$, par la substitution $A \to Ae^{i\pi/2}$, ce qui donne

$$\begin{aligned}\frac{d\tilde{A}_s}{dz} &= \frac{\omega_s}{cn_s}d_{\text{eff}}\tilde{A}_p\tilde{A}_s^* e^{i\Delta kz}\\ \frac{d\tilde{A}_p}{dz} &= -\frac{\omega_p}{2cn_p}d_{\text{eff}}\tilde{A}_s^2 e^{-i\Delta kz},\end{aligned} \tag{D.39}$$

où le facteur 1/2 dans la deuxième équation est dû à la dégénérescence. En l'absence de dépeuplement de la pompe (hypothèse dite "paramétrique" vue au Chap. 1.6.1), l'évolution du champ signal à la traversée du cristal est donnée par

$$\frac{d\tilde{A}_s}{dz} = \frac{g_{dro}}{l_c}\tilde{A}_s^* e^{i\Delta kz}, \tag{D.40}$$

avec $g_{dro} = \frac{\omega_p d_{\text{eff}} l_c}{cn_p}\tilde{A}_p(0)$ le gain petit signal du DRO (sans unité). Nous supposons également un gain faible par passage dans le cristal, et une situation proche de l'accord de phase, de telle sorte que l'équation différentielle précédente puisse être linéarisée. La variation de champ signal à la traversée du cristal est alors

$$\delta\tilde{A}_s = g_{dro}\tilde{A}_s^*\left(1 + i\Delta kl_c\right). \tag{D.41}$$

De façon habituelle, le désaccord de phase est développé à l'ordre 2 autour de la fréquence

d'accord de phase ω_0. À la dégénérescence parfaite, le terme d'ordre 1 (désaccord de vitesse de groupe) est nul, mais le terme d'ordre 2 (dispersion D_c) ne l'est pas. Avec les notations habituelles, nous avons

$$\delta\tilde{A}_s = g_{dro}\tilde{A}_s^* \left[1 - 3iD_c\left(\omega - \omega_s^0\right)^2\right],$$

ce qui s'écrit, dans le domaine temporel

$$\delta A_s = g_{dro}\left[A_s^* + 3iD_c\frac{d^2A_s^*}{dt^2}\right]. \tag{D.42}$$

L'opérateur infinitésimal décrivant le passage à travers le cristal non-linéaire (cf. Chap. D.2) est alors donné par dT $= \delta A_s/A_s$. Les autres éléments de la cavité optique, modulateur, pertes linéaires de la cavité, et dispersion d'ordre 2 D_{disp}, sont décrits respectivement par les équations (D.22), (D.28) et (D.26). L'équation différentielle décrivant l'évolution du champ électrique est alors

$$(\delta T_\Omega - \delta T)\frac{dA_s}{dt} + iD_{disp}\frac{d^2A_s}{dt^2} + 3ig_{dro}D_{opa}\frac{d^2A_s^*}{dt^2} - \frac{\mu}{8}\Omega^2t^2A_s(t) = \frac{pA_s(t) - g_{dro}A_s^*(t)}{2}. \tag{D.43}$$

Dans l'équation précédente, aucun terme ne vient limiter la bande de gain. En effet, en régime doublement résonnant, le désaccord de phase ne vient limiter la bande de gain qu'à l'ordre 4 en $\omega - \omega_s^0$, comme nous l'avons vu au Chap. 1.6.3. Or nous nous sommes arrêtés avant afin de n'avoir à traiter que des dérivées temporelles du second ordre (approximation parabolique). En pratique, la bande passante est limitée à $\Delta\omega_f$ par d'autres éléments de la cavité, comme les traitements diélectriques des miroirs. Pour en tenir compte, nous introduisons un terme du type

$$\frac{1}{\Delta\omega_f^2}\frac{d^2}{dt^2}.$$

Par la suite, nous rechercherons des solutions gaussiennes sans dérive de fréquence, tel qu'on puisse travailler avec des champs réels, et donc écrire $A_s = A_s^*$. Ceci n'est possible que si la dispersion totale dans la cavité est nulle, c'est-à-dire si $D_{dro} = D_{disp} + 3g_{dro}D_{opa} = 0$. Un état stationnaire est alors possible pour le verrouillage en phase des modes, à condition de compenser les termes de retard, soit $\delta T_\Omega = \delta T$. Finalement, l'équation d'évolution s'écrit

$$\left\{-\frac{1}{\Delta\omega_f^2}\frac{d^2}{dt^2} + \frac{\mu}{8}\Omega^2t^2\right\}A_s(t) = \frac{g_{dro} - p}{2}A_s(t). \tag{D.44}$$

Cette équation est formellement identique à (D.32) établie au Chap. 3.2.2 avec les substitutions suivantes : $g \to g_{dro}$, $g/2\Delta\omega^2 \to 1/\Delta\omega_f^2$. La durée des impulsions en régime stationnaire

d'un DRO dégénéré en l'absence de dispersion est donc

$$\tau = \frac{2}{\sqrt{\Delta\omega_f \Omega}} \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/4}. \tag{D.45}$$

D.4 Calculs relatifs au verrouillage actif dans un DRO hors dégénerescence (Chap. 3.3.2)

L'OPO doublement résonnant (DRO) non dégénéré, tel que $\lambda_s \neq \lambda_c$, est particulièrement intéressant puisqu'il s'agit du cas réalisé dans la pratique. Il y a ici *deux* impulsions distinctes circulant dans la cavité, signal et complémentaire, séparées temporellement d'une quantité t_s (t_c) par rapport à la fonction de modulation active des pertes dans la cavité (voir Fig. 3.5). Le modèle utilise largement le formalisme du modèle de Haus présenté au Chap. 3.2.2 et dont les calculs sont en Annexe D.2. On considère la traversée des impulsions signal et complémentaire à travers les différents éléments de la cavité, modulateur, pertes, dispersion, et amplificateur, afin d'établir une équation différentielle d'évolution de l'enveloppe du champ électrique. Les retards t_s et t_c sont faibles par rapport à la durée des impulsions. On note t le temps dans le référentiel de chaque impulsion.

Modulateur

Nous avons déjà vu avec (D.7) que pour des impulsions courtes, la modulation (en amplitude) pouvait être approximée par une fonction parabolique :

$$\mathrm{t_{mod}} \simeq 1 - \mu \frac{\Omega^2}{8} t^2. \tag{D.46}$$

où $\Omega/2\pi$ est la fréquence de modulation des pertes. La modulation ne pouvant pas être centrée sur les deux impulsions à la fois, sa valeur est différente pour chacune des deux impulsions. Dans le référentiel de l'impulsion signal, elle s'écrit

$$\mathrm{t_{mod}}\,(t) \simeq 1 - \mu \frac{\Omega^2}{8} \left(t + t_s\right)^2. \tag{D.47}$$

L'opérateur infinitésimal associé est

$$\mathrm{dt_{mod,s}} = -\mu \frac{\Omega^2}{8} t^2 - \mu \frac{\Omega^2}{8} t_s^2 - \mu \frac{\Omega^2}{4} t_s t. \tag{D.48}$$

Cette expression fait apparaître deux nouveaux effets sur l'impulsion : un terme de pertes (constant), et un terme de retard (proportionnel à t). La même expression s'applique à l'onde

complémentaire en remplaçant l'indice s par c (sans changement de signe).

Dispersion

Pour simplifier l'analyse, on ne considère que la dispersion au premier ordre due à la différence de vitesse de groupe. Rappelons que c'est elle qui est responsable de la séparation temporelle des impulsions signal et complémentaire. L'opérateur de dispersion pour l'onde signal est

$$\mathrm{dt}_{\mathrm{disp}} = \delta T_s \frac{d}{dt} + iD_{disp,s} \frac{d^2}{dt^2}, \tag{D.49}$$

où δT_s est le délai de groupe par rapport à la porteuse optique, et $D_{disp,s}$ la dispersion de délai de groupe avec les définitions habituelles. La même expression est utilisée pour l'onde complémentaire en remplaçant l'indice s par c.

Pertes

Les pertes sont plates en fréquence :

$$\mathrm{dt}_{\mathrm{pertes}} = -p. \tag{D.50}$$

Amplificateur

À partir des équations non-linéaires, il peut être montré facilement que la variation du champ signal après amplification paramétrique s'écrit, dans le cas non dégénéré :

$$\delta \tilde{A}_s = g_{dro} \tilde{A}_c^* \left(t + t_s - t_c\right) e^{i\Delta k l_c}, \tag{D.51}$$

avec $g_{dro} = \frac{\omega_p d_{eff} l_c}{c n_p} \tilde{A}_p \left(0\right)$ le gain petit signal du DRO. Nous avions déjà établi une expression similaire dans le cas du DRO dégénéré. Il est important de noter qu'ici le complémentaire participe au gain du signal à l'instant $t + t_s - t_c$ et non à l'instant t car les deux impulsions sont séparées temporellement (t étant le temps dans le référentiel signal). Pour des retards t_s et t_c faibles devant la durée des impulsions, ont utilise le développement limité suivant :

$$A_c^* \left(t + t_s - t_c\right) \simeq A_c^* \left(t\right) + \frac{dA_c^*}{dt} \left(t_s - t_c\right) + \frac{1}{2} \frac{d^2 A_c^*}{dt^2} \left(t_s - t_c\right)^2,$$

où les dérivées sont évaluées en $t = 0$. Cette approximation permet d'écrire l'amplification de l'onde signal sous la forme :

$$\delta A_s = g_{dro} \left(A_c^* \left(t\right) + \frac{dA_c^*}{dt} \left(t_s - t_c\right) + \frac{1}{2} \frac{d^2 A_c^*}{dt^2} \left(t_s - t_c\right)^2 \right) e^{i\Delta k l_c}. \tag{D.52}$$

Simplifications

Dans un souci de simplification, nous nous limiterons au cas où les champs signal et complémentaire sont réels et identiques, tels que $A_c^*(t) = A_c(t) = A_s(t)$, chaque champ étant repéré dans son propre référentiel de temps. Ceci implique que les impulsions sont sans dérive de fréquence, ce qui se produit lorsque la dispersion dans la cavité est nulle ($D_{disp} \equiv 0$). De plus, nous supposons que les impulsions sont décalées dans le temps de façon symétrique, telles que $t_c = -t_s$. Cette hypothèse vient de l'idée intuitive que la modulation optimale possède un maximum de transmission à mi-chemin entre les deux impulsions, ce qui revient à dire qu'elle est synchronisée avec la vitesse de groupe moyenne des impulsions.

Par ailleurs, ce modèle suppose que la stabilité du verrouillage actif des modes en phase est déterminée par la compétition entre la dispersion qui tend à séparer temporellement les impulsions et la modulation qui tend à les rapprocher. Il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte la limitation de la bande de gain par le désaccord de phase (terme du second ordre). Comme les champs sont réels et que la variation de l'impulsion d'un tour à l'autre est faible, les effets dispersifs du désaccord de phase (termes du premier ordre) peuvent être considérés comme faisant partie de la dispersion globale de la cavité, et être inclus dans l'opérateur de dispersion. Le terme de désaccord de phase peut alors être omis dans l'expression de l'amplification de l'onde signal. Nous avons finalement

$$\mathrm{dt_{amp}} = \frac{\delta A_s}{A_s} = g_{dro}\left[1 + 2t_s\frac{d}{dt} + 2t_s^2\frac{d^2}{dt^2}\right]. \tag{D.53}$$

Équation d'évolution

La condition de bouclage du modèle de Haus (D.29) est rappelée ici :

$$\delta T\frac{dA_s}{dt} = A_s\sum_i \mathrm{dt_i}.$$

Dans le cas du DRO hors dégénérescence, cette équation devient :

$$\begin{aligned}
&(2g_{dro}t_s + \delta T_s - \delta T)\frac{dA_s}{dt} \\
&\qquad + g_{dro}t_s^2\frac{d^2A_s}{dt^2} \\
&+\left(g_{dro} - p - \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s^2\right)A_s \\
&-\mu\frac{\Omega^2}{8}t^2A_s - \mu\frac{\Omega^2}{4}t_s t A_s = 0.
\end{aligned}$$

Nous allons ensuite chercher sous quelles conditions cette équation admet une solution gaussienne du type

$$A_s(t) = A_{s0} e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}.$$

Dans ce cas, le produit tA_s peut être relié simplement à la dérivée du champ :

$$tA_s = -\frac{\tau^2}{2}\frac{dA_s}{dt}.$$

À l'inverse, la dérivée seconde du champ peut être exprimée en fonction de t et de A_s :

$$\frac{d^2A_s}{dt^2} = \left(-\frac{2}{\tau^2} + \frac{4t^2}{\tau^4}\right) A_s.$$

Les deux relations précédentes permettent de réécrire l'équation d'évolution :

$$\begin{aligned}
&\left(2g_{dro}t_s + \delta T_s - \delta T + \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s\tau^2\right)\frac{dA_s}{dt} \\
&+ \left(g_{dro} - p - \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s^2 - 4g_{dro}\frac{t_s^2}{\tau^2}\right) A_s \\
&+ \left(g_{dro}t_s^2\frac{8}{\tau^4} - \mu\frac{\Omega^2}{8}\right) t^2 A_s = 0
\end{aligned}$$

Pour que cette équation soit vérifiée, chaque membre doit être nul. À l'état stationnaire, on peut poser $\delta T = 0$, c'est-à-dire que l'enveloppe ne se décale plus dans le temps. Le système à résoudre est donc :

$$2g_{dro}t_s + \delta T_s + \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s\tau^2 = 0 \tag{D.54}$$

$$p - g_{dro} + \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s^2 + 4g_{dro}\frac{t_s^2}{\tau^2} = 0 \tag{D.55}$$

$$g_{dro}t_s^2\frac{8}{\tau^4} - \mu\frac{\Omega^2}{8} = 0, \tag{D.56}$$

avec τ et t_s comme inconnues, et les notations habituelles. Comme $\tau \gg t_s$, (D.55) est bien approximée par

$$p - g_{dro} + \mu\frac{\Omega^2}{8}t_s^2 = 0. \tag{D.57}$$

Nous voyons que la condition de seuil habituelle est modifiée pour tenir compte des pertes supplémentaires dues au décentrement de la modulation par rapport aux impulsions. Pour des impulsions de l'ordre de 100 ps, t_s est au mieux de l'ordre de 10 ps car nous avons supposé

$\tau \gg t_s$. Comme la fréquence de modulation est de l'ordre de 100 MHz, le terme de pertes supplémentaires est au mieux de l'ordre de 10^{-7}, ce qui est négligeable par rapport aux gain et pertes qui sont de l'ordre de 10^{-2}. L'équation (D.56) peut se réécrire :

$$t_s = \sqrt{\frac{\mu}{g_{dro}}}\frac{\tau^2}{8}\Omega. \tag{D.58}$$

Combinée à (D.54), (D.56) donne la durée des impulsions :

$$\tau^2 = \frac{8g_{dro}}{\mu\Omega^2}\left(-1+\sqrt{1-\Omega\delta T_s\sqrt{\frac{\mu}{g_{dro}^3}}}\right). \tag{D.59}$$

Comme le temps de groupe à travers les éléments dispersifs est bien évidemment inférieur au temps d'aller-retour dans la cavité, $\Omega\delta T_s \ll 1$, la solution du problème est finalement

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{2}{\sqrt{\Omega\Delta\omega_{dro}}}\left(\frac{g_{dro}}{\mu}\right)^{1/4} \\ t_s &= \frac{1}{2\Delta\omega_{dro}}. \end{aligned} \tag{D.60}$$

avec $\Delta\omega_{dro} = -g_{dro}/\delta T_s$.

D.5 Calculs relatifs à l'OPO à verrouillage de modes passif (Chap. 3.8)

Dans cette annexe, on considère l'OPO simplement résonnant à balayage de la pompe décrit au Chap. 3.8. Dans cet OPO, les vitesses de groupe de la pompe et du signal (résonnant) sont volontairement très différentes. Il s'en suit une forte séparation temporelle δt_{ps} entre la pompe et le signal au cours de la propagation dans le cristal non-linéaire. L'amplification a lieu lorsque que l'impulsion signal "balaye" la pompe temporellement. Dans cet OPO, l'amplification ne devrait plus dépendre de la puissance crête P_p, mais de l'*énergie* de pompe balayée par le signal, $P_p \cdot \delta t_{ps}$. Dans ces conditions le milieu non-linéaire acquiert un temps de vie effectif δt_{ps}, comme dans un laser. Il est alors envisageable de verrouiller les modes de cet OPO de façon *passive*, avec un absorbant saturable par exemple.

Dans cette annexe, nous allons d'abord démontrer analytiquement que le gain de l'OPO à balayage de la pompe est analogue à un gain laser. Puis nous appliquerons le formalisme de Kuizenga et Siegman, déjà rencontré au Chap. D.1, au verrouillage de modes passif dans cet OPO.

D.5.1 Gain de l'OPO à balayage de la pompe

L'objectif de cette partie est d'obtenir l'expression de la pompe dépeuplée en sortie de cristal, afin d'en déduire le gain paramétrique pour l'onde signal. Toutes les amplitudes A des champs sont normalisées pour que $A^2 = \phi = dn/dt$ où n est le nombre de photons et ϕ le flux de photons. Nous voulons tenir compte de la dispersion de vitesse de groupe, donc les équations de propagation dans le cristal non-linéaire sont (A.29). La dispersion d'ordre 2 est négligée car elle est très faible devant la dispersion d'ordre 1. Nous avons donc :

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{1}{v_s}\frac{\partial A_s}{\partial t} = K A_p A_c^* e^{-j\Delta kz} \tag{D.61}$$

$$\frac{\partial A_c}{\partial z} + \frac{1}{v_c}\frac{\partial A_c}{\partial t} = K A_p A_s^* e^{-j\Delta kz} \tag{D.62}$$

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} + \frac{1}{v_p}\frac{\partial A_p}{\partial t} = -K A_s A_c e^{j\Delta kz}, \tag{D.63}$$

où v désigne une vitesse de groupe. Le coefficient de couplage est noté ici

$$K = \frac{\chi^{(2)}}{c}\left(\frac{\omega_p\omega_s\omega_c}{2n_r^{(p)}n_r^{(s)}n_r^{(c)}}\frac{\hbar Z_0}{S}\right)^{1/2},$$

où $\chi^{(2)}$ est la susceptibilité non-linéaire d'ordre 2 pour l'interaction considérée, n_r désigne un indice de réfraction, S est l'aire des faisceaux et $Z_0 = 377\,\Omega$ l'impédance du vide. La dimension de A est $s^{-1/2}$ et celle de K est $s^{1/2}m^{-1}$.

Pour que δt_{ps} soit le plus grand possible, les fréquences pompe et signal doivent être très éloignées. D'autre part, pour espérer produire des impulsions courtes, la bande passante de l'amplification paramétrique doit être la plus grande possible. Ces deux conditions font de la dégénérescence le point de fonctionnement optimal pour l'OPO. Dans ce cas, les vitesses de groupe du signal et du complémentaire sont très proches, et nous pouvons considérer *pour l'instant* que $v_s = v_c$. Pour établir une expression analytique simple du gain paramétrique, nous supposons également que le désaccord de phase est nul. Dans ce cas les amplitudes des champs sont réelles (pas de déphasage non-linéaire). L'effet du désaccord de phase, et donc de la bande passante d'amplification, sera inclu lors de la prédiction de la durée d'impulsion au Chap. D.5.3.

Pour résoudre le système (D.63), il est commode de se placer dans le référentiel de la pompe,

en posant $t' = t - z/v_p$. Nous obtenons alors

$$\frac{\partial A_s(z,t')}{\partial z} - \delta v^{-1}\frac{\partial A_s(z,t')}{\partial t'} = KA_p(z,t')\,A_c(z,t') \tag{D.64}$$

$$\frac{\partial A_c(z,t')}{\partial z} - \delta v^{-1}\frac{\partial A_c(z,t')}{\partial t'} = KA_p(z,t')\,A_s(z,t') \tag{D.65}$$

$$\frac{\partial A_p(z,t')}{\partial z} = -KA_s(z,t')\,A_c(z,t')\,, \tag{D.66}$$

où $\delta v^{-1} = v_p^{-1} - v_s^{-1}$. Dans ce nouveau repère mobile, lorsque l'impulsion signal se propage sur la distance Δz elle avance dans le temps de $\Delta z \delta v^{-1}$. Lorsqu'elle a traversée tout le cristal de longueur l_c l'impulsion signal s'est déplacé temporellement de $\delta t_{ps} = l_c \delta v^{-1}$.

Le signal et le complémentaire sont représentés par leurs amplitudes respectives n_s et n_c, et une enveloppe temporelle unique $f(\tau)$:

$$A_{s,c}(z,t') = \sqrt{n_{s,c}(z)}f\left(t' - (l_c - z)\,\delta v^{-1}\right)$$

$$\int_0^{t_s} f^2(\tau)\,d\tau = 1; f(\tau) = 0 \quad \text{pour } \tau > 0 \text{ et } \tau < t_s. \tag{D.67}$$

La largeur totale de l'enveloppe temporelle est notée t_s, telle que le champ puisse être considéré comme nul au-delà. Avec la notation adoptée, l'impulsion ou complémentaire émerge du cristal au temps $t' = 0$ dans le repère mobile.

Nous nous intéressons à un OPO en régime stationnaire, avec peu de pertes. Ceci a plusieurs conséquences : les nombres de photons n_s et n_c varient peu sur un tour de cavité; l'enveloppe $f(\tau)$ est inchangée à la traversée du cristal non-linéaire; le flux du signal résonnant est bien supérieur à celui du complémentaire, et peut être considéré comme quasiment constant selon z, soit $n_c(z) \ll n_s(z) \simeq cste$. À partir de (D.66) et de (D.67), il est possible de voir que les photons de pompe au temps t' interagissent avec le signal et le complémentaire uniquement dans une zone du cristal telle que

$$l_c - t'/\delta v^{-1} \leq z \leq l_c - t'/\delta v^{-1} + t_s/\delta v^{-1}. \tag{D.68}$$

Avant d'entrer dans cette zone, les impulsions n'ont pas encore rencontré la pompe. Après l'avoir traversée, les impulsions ne rencontreront plus la pompe avant le tour de cavité suivant. Pour obtenir la pompe dépeuplée, nous intégrons donc (D.66) sur cette zone du cristal, avec

$n_s = cste$, pour obtenir

$$A_p(z,t') = A_{p0} - K\sqrt{n_s}\int_0^z \sqrt{n_c(z)} f^2\left(t' - (l_c - z_1)\,\delta v^{-1}\right) dz_1$$
$$= A_{p0} - \left(K/\delta v^{-1}\right)\sqrt{n_s}\int_0^{t'-(l_c-z)\delta v^{-1}} \sqrt{n_c\left(l_c - t'/\delta v^{-1} + \tau/\delta v^{-1}\right)} f^2(\tau)\, d\tau, \quad \text{(D.69)}$$

en utilisant la substitution $\tau = t' - (l_c - z_1)\,\delta v^{-1}$. À ce stade, nous supposons que l'impulsion signal en régime stationnaire est beaucoup plus courte que le temps de walk-off, $t_s \ll l_c\delta v^{-1} = \delta t_{ps}$. Cela revient à dire que la pompe est balayée par le signal sur une très courte distance par rapport à la longueur du cristal, $\delta z_{ps} = t_s/\delta v^{-1} \ll l_c$. Nous pouvons alors considérer que le flux complémentaire est constant sur cette distance, et le sortir de l'intégrale, ce qui donne

$$A_p(z,t') = A_{p0} - \left(K/\delta v^{-1}\right)\sqrt{n_s n_c\left(l_c - t'/\delta v^{-1}\right)}\int_0^{t'-(l_c-z)\delta v^{-1}} f^2(\tau)\, d\tau. \quad \text{(D.70)}$$

Une fois encore, cette expression n'a de sens que pour la partie de la pompe qui a vu les photons signal, c'est-à-dire respectant la condition (D.68). Au-delà, la pompe n'est pas dépeuplée et $A_p = A_{p0}$. Pour une expression explicite de la pompe dépeuplée, nous devons d'abord déterminer l'expression du complémentaire n_c. L'évolution du complémentaire est obtenue en combinant (D.74) et (D.66) :

$$\frac{dA_c(z,t')}{dz} - \delta v^{-1}\frac{\partial A_c(z,t')}{\partial t'} =$$
$$KA_s(z,t')\left[A_{p_0}\left(K/\delta v^{-1}\right)\sqrt{n_s n_c\left(l_c - t'/\delta v^{-1}\right)}\int_0^{t'-(l_c-z)\delta v^{-1}} f^2(\tau)\, d\tau\right]. \quad \text{(D.71)}$$

En multipliant les deux côtés de cette équation par $A_c(z,t')$ et en intégrant en t' sur la durée totale de l'impulsion, c'est-à-dire de $(L-z)\,\delta v^{-1}$ jusqu'à $(L-z)\,\delta v^{-1} + t_s$, nous obtenons après calculs

$$\frac{1}{2}\frac{dn_c(z)}{dz} = K\sqrt{n_s n_c(z)}A_{p0}\left[1 - \frac{\gamma\left(K/\delta v^{-1}\right)\sqrt{n_s n_c(z)}}{A_{p0}}\right], \quad \text{(D.72)}$$

où nous avons introduit

$$\gamma = \int_0^{t_s} f^2(\tau_2)\, d\tau_2 \int_0^{\tau_2} f^2(\tau)\, d\tau,$$

en utilisant la substitution $\tau_2 = t' - (l_c - z)\,\delta v^{-1}$. Pour une impulsion symétrique, gaussienne par exemple, on peut montrer que $\gamma \sim 0{,}5$. Cela signifie que chaque impulsion si-

gnal/complémentaire voit en moyenne une pompe à moitié dépeuplée. La solution de (D.72) s'obtient en posant $n_c \equiv x^2$ pendant le calcul, et s'écrit

$$\sqrt{n_c(z)} = A_{p0}\frac{1-e^{-\gamma\left(K^2/\delta v^{-1}\right)n_s z}}{\gamma K\sqrt{n_s}/\delta v^{-1}} = \sqrt{n_{moy}}\frac{1-e^{-\frac{n_s}{n_{sat}}\frac{z}{l_c}}}{\sqrt{\gamma\left(n_s/n_{sat}\right)}}, \tag{D.73}$$

où nous avons introduit l'énergie de saturation en nombre de photons

$$n_{sat} = \delta v^{-1}/\gamma K^2 l_c,$$

et l'énergie de pompe disponible en nombre de photons

$$n_{disp} = A_{po}^2 l_c \delta v^{-1}.$$

Cette énergie n'est rien d'autre que le nombre de photons balayé par le signal sur le temps $\delta t_{ps} = l_c \delta v^{-1}$. Comme nous l'avons déjà mentionné, les photons de pompe situés en t' qui sortent du cristal ont été dépeuplées lorsque la pompe était en $z = l_c - t'/\delta v^{-1}$. Après cette distance, ils sont restés inchangés, jusqu'à la sortie du cristal. En remplaçant $n_c(z)$ dans (D.74) par son expression (D.73), nous obtenons l'expression finale de la pompe dépeuplée :

$$A_p(l_c,t') = A_p\left(l_c - t'/\delta v^{-1} + t_s/\delta v^{-1},t'\right) = A_{p0}\left[1 - \frac{1-e^{\frac{n_s}{n_{sat}}\frac{t'-\delta t_{ps}}{\delta t_{ps}}}}{\gamma}\right], \tag{D.74}$$

en utilisant à nouveau $t_s \ll \delta t_{ps}$.

La Fig. D.1(a) montre la pompe dépeuplée pour différentes valeurs de l'énergie signal incidente n_s/n_{sat}, pour une impulsion signal de durée $t_s = 0{,}02\,\delta t_{ps}$. Cette figure montre bien que le temps de recouvrement du gain est δt_{ps}. Afin de calculer le gain paramétrique en fonction du temps, nous considérons une impulsion "sonde" qui suit l'impulsion signal avec un certain retard t. Selon son retard, cette impulsion voit une pompe plus ou moins dépeuplée, et donc un gain plus ou moins grand. Nous définissons donc le gain de l'OPO par

$$\begin{aligned} g_{OPO}(t) - 1 &= \left[Kl_c\int_t^{\delta t_{ps}} A_p(l_c,t')\,dt'/\delta t_{ps} + Kl_c\int_{\delta t_{ps}}^{\delta t_{ps}+t} A_{p0}dt'/\delta t_{ps}\right]^2 \\ &= \frac{(g_0-1)}{\gamma^2}\left[\frac{1}{n_s/n_{sat}}\left(1-e^{\frac{n_s}{n_{sat}}\left(\frac{t}{\delta t_{ps}}-1\right)}\right) - 1 + \gamma + t/\delta t_{ps}\right]^2, \end{aligned} \tag{D.75}$$

où g_0 est la valeur non saturée du gain, quand $n_s \to 0$. Le gain est tracé sur la Fig. D.1(b) pour

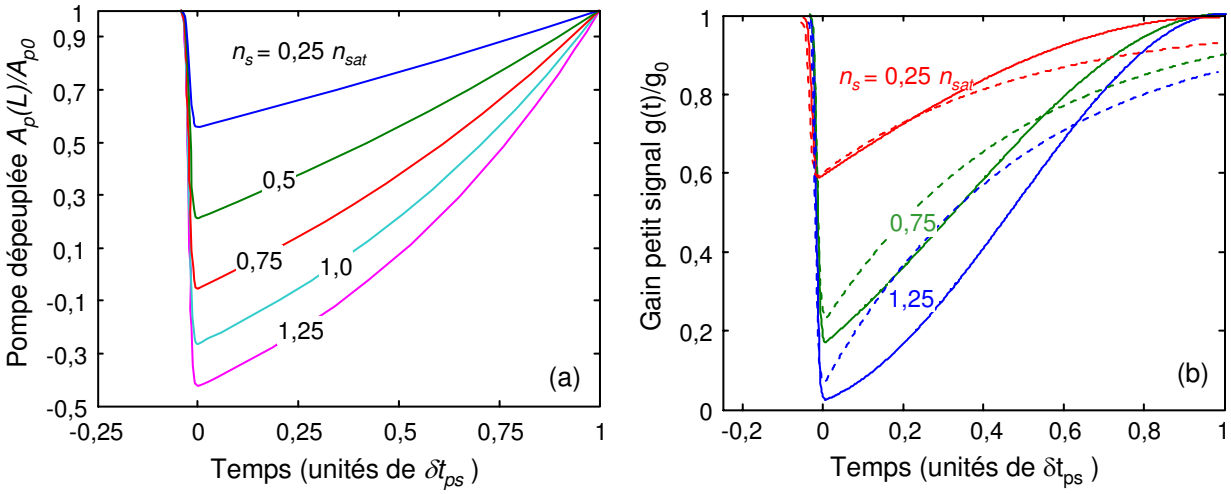


Fig. D.1: (a) Pompe dépeuplée $A_p\,(l_c,t')$ en fonction du temps, juste après le passage de l'impulsion signal, pour différentes valeurs de l'énergie signal en unités de n_{sat}. D'après (D.74). Une valeur négative correspond à la reconversion du signal vers la pompe. (b) Gain $g_{OPO}\,(t)$ de l'OPO à balayage de la pompe juste après le passage de l'impulsion signal (lignes pleines), d'après (D.75) et gain d'un amplificateur laser équivalent avec un temps de recouvrement $\delta t_{ps}/2$ (lignes pointillées), d'après (D.78). La durée du signal est $t_s = 0{,}02\delta t_{ps}$.

$\gamma = 0{,}5$. Il retrouve sa valeur non-saturée g_0 au bout du temps caractéristique δt_{ps}. Au temps $t = 0$, c'est-à-dire au centre de l'impulsion signal, le gain vaut

$$g_{OPO}\,(0) - 1 = \frac{(g_0 - 1)}{\gamma^2}\left[\frac{1}{n_s/n_{sat}}\left(1 - e^{-\frac{n_s}{n_{sat}}}\right) - 1 + \gamma\right]^2. \tag{D.76}$$

Lorsque l'énergie signal est faible devant l'énergie de saturation, une expression approchée est

$$g_{OPO}(0) - 1 \approx (g_0 - 1)\, e^{-\frac{n_s}{\gamma n_{sat}}}. \tag{D.77}$$

En fait, ce gain a exactement la même expression que le gain d'un amplificateur laser avec une énergie de saturation $\gamma n_{sat}/2 \approx n_{sat}/2$ [Sie86]. En fonction du temps, ce gain laser s'écrit

$$g_{eq}\,(t) - 1 = (g_0 - 1)\left[1 - \left(1 - e^{-\frac{2n_s}{n_{sat}}}\right) e^{-\frac{2t}{\delta t_{ps}}}\right], \tag{D.78}$$

et est tracé sur la Fig. D.1(b) pour comparaison avec le gain de l'OPO. Nous arrivons au résultat principal de cette partie : *le gain de l'OPO à balayage de la pompe a une dynamique quasiment identique à celle d'un amplificateur laser*, avec une énergie de saturation $n_{sat}/2$ et un temps de recouvrement de $\delta t_{ps}/2$. Pour cette raison nous nous attendons à ce que l'OPO adopte plusieurs des comportements observés dans les lasers. Par exemple, même en l'absence de modulation active ou passive des pertes, l'OPO est susceptible de démarrer avec des oscillations

de relaxation. Néanmoins, contrairement à ce qui se passe dans la plupart des lasers solides, le temps d'amortissement de ces oscillations est δt_{ps}, qui est beaucoup plus court que le temps de vie des photons dans la cavité. Seule une ou deux impulsions de relaxation devraient donc avoir lieu. Cet effet a déjà été observé dans la littérature [Umb94, Kha95, Lef99], et est discuté au Chap. 3.8 à l'aide d'une simulation numérique.

Dans l'OPO à balayage de la pompe, tous les photons de la pompe sont utilisés pour amplifier le signal. Plus exactement, le signal ne profite plus seulement des photons de pompe contenus dans l'intervalle de temps t_s, mais de tous ceux contenus dans $\delta t_{ps} > t_s$. De plus, la reconversion vers la pompe est plus faible dans cet OPO, car le signal en se déplaçant par rapport à la pompe la dépeuple uniformément. Ceci devrait donc améliorer le rendement de conversion par rapport à un OPO à impulsions courtes "classique". Cet amélioration est quantifiée dans la partie suivante.

Grâce au walk-off temporel, le gain de l'OPO à balayage de la pompe n'est plus instantané : il acquiert un temps de réponse effectif $\delta t_{ps}/2$. L'amplification n'est alors plus fonction de la puissance crête P_p, mais de l'*énergie* de pompe balayée par le signal, $n_{disp} \propto P_p \cdot \delta t_{ps}$. Une impulsion peut alors être comprimée par un absorbant saturable : sa puissance crête augmente tandis que sa durée diminue, *à énergie constante*. Comme dans un laser, il devient donc envisageable de faire du verrouillage de modes passif. Une estimation de la durée d'impulsion par verrouillage de modes passif est faite au Chap. D.5.3.

D.5.2 Rendement de conversion

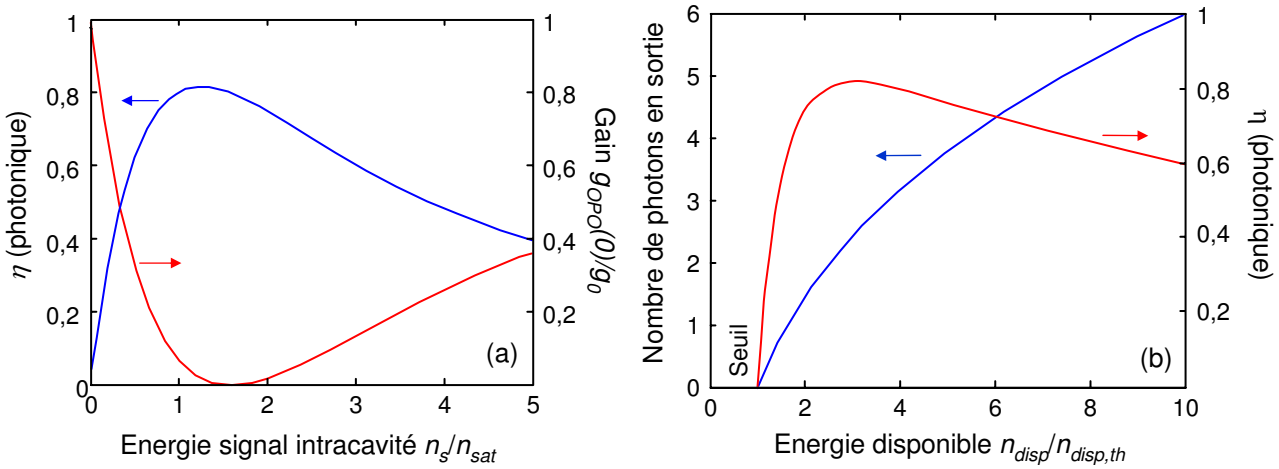


Fig. D.2: (a) Rendement de conversion photonique (D.79) et gain (D.76) de l'OPO à balayage de la pompe en fonction de l'énergie signal intracavité. (b) Energie en sortie (D.80) et rendement photonique (D.79) en fonction de l'énergie de pompe disponible (balayée). Les énergies sont en nombre de photons normalisés au seuil d'oscillation. $\gamma = 0{,}5$.

Dans la partie précédente nous avons établi en (D.73) l'expression du nombre de photons complémentaire générés sur un tour de cavité. Ceci nous permet maintenant d'écrire le rendement de conversion :

$$\eta = \frac{n_c\left(l_c\right)}{n_{disp}} = \frac{pn_s}{n_{disp}} = \frac{\left(1-e^{-n_s/n_{sat}}\right)^2}{\gamma n_s/n_{sat}}, \tag{D.79}$$

où p sont les pertes totales de la cavité. Le rendement est tracé sur la Fig. D.79(a), ainsi que le gain dépeuplé (D.76). Le rendement maximum est de 80 % et a lieu pour un signal tel que $n_{s,opt} \approx 1{,}26\, n_{sat}$, indépendamment de la valeur de γ. Cette valeur est très proche de celle pour laquelle le gain est complètement dépeuplé, qui est $\sim 1{,}55\, n_{sat}$.

Nous pouvons ensuite déterminer la caractéristique d'entrée–sortie n_{disp}–pn_s de l'OPO en réécrivant (D.79) sous la forme

$$n_{disp} = p\gamma n_{sat}\frac{\left(n_s/n_{sat}\right)^2}{\left(1-e^{-n_s/n_{sat}}\right)^2}. \tag{D.80}$$

Le seuil d'oscillation est alors

$$n_{disp,th} = p\gamma n_{sat}\lim_{n_s\to 0}\frac{\left(n_s/n_{sat}\right)^2}{\left(1-e^{-n_s/n_{sat}}\right)^2} = p\gamma n_{sat}. \tag{D.81}$$

En reprenant les définitions de n_{disp} et n_{sat} nous obtenons le seuil d'oscillation de l'OPO à balayage de la pompe :

$$p_{0,th} = A^2_{p0,th} = p\left(Kl_c\right)^{-2}. \tag{D.82}$$

Cette expression est exactement la même que pour un OPO simplement résonnant sans walk-off temporel, lorsque les pertes restent faibles [Ros02]. Le rendement de conversion maximal est atteint pour

$$n_{disp,opt} = n^{out}_{s,opt}/\eta_{\max} \approx 3\gamma p n_{sat} \approx 3\, n_{disp,th}, \tag{D.83}$$

si $\gamma = 0{,}5$. C'est bien ce que montre la Fig. (D.79)(b).

En conclusion, l'OPO à balayage de la pompe a un seuil identique à celui d'un OPO "normal", et un rendement photonique de 80 % peut être atteint pour un pompage trois fois au dessus du seuil. Le rendement attendu dans cet OPO est donc bien meilleur que celui de l'OPO à verrouillage de modes actif (cf. Chap. 3), pour lequel le recouvrement temporel entre la pompe continue et le signal impulsionnel était très faible.

D.5.3 Durée d'impulsion en verrouillage de modes passif

Nous avons vu au Chap. D.5.1 que le gain de l'OPO à balayage de la pompe était similaire à celui d'un laser. En particulier, la saturation (dépeuplement de la pompe) y joue un rôle identique. Nous pouvons donc appliquer la théorie de Kuizenga et Siegman (cf. Chap. D.1) à cet OPO pour prédire la durée d'impulsion par verrouillage de modes passif. Rappelons que ce n'était pas le cas de l'OPO à verrouillage de phase actif du Chap. 3, où la saturation devait faire l'objet d'un traitement particulier.

Le calcul qui sera exposé ici n'est susceptible que de donner *un ordre de grandeur* de la durée d'impulsion. En effet, une prédiction précise de la durée d'impulsion en verrouillage de modes passif nécessite normalement une simulation numérique. C'est ce qui est d'ailleurs proposé au Chap. 3.8.

Nous considérons donc l'OPO à balayage de la pompe comprenant maintenant un absorbant saturable. Dans le modèle de Kuizenga et Siegman, le cristal non-linaire se comporte comme un amplificateur passe-bas sans saturation, et l'absorbant saturable comme un filtre passe-haut. L'OPO est situé suffisamment loin de la dégénérescence pour que la bande passante d'amplification soit limitée par la dispersion d'ordre 1, c'est-à-dire par la différence des vitesses de groupe du signal v_s et du complémentaire v_c, notée $\delta v_{sc}^{-1} = v_s^{-1} - v_c^{-1}$. Comme le gain est faible, la bande de gain peut être approximée (voir Chap. 1.6.1) par la fonction $\mathrm{sinc}^2(1{,}39\Delta\omega/\Delta\omega_1)$, avec $\Delta\omega_1 = 3{,}46/l_c\delta v_{sc}^{-1}$. Comme pour un laser, le gain paramétrique en intensité peut être modélisé par une gaussienne (cf. Chap. 1.6.3) :

$$g_{OPO}\left(\Delta\omega\right) \approx g_{OPO}\left(0\right)\exp\left(-\Delta\omega^2/2\sigma_g^2\right) \approx \left(p+1\right)\exp\left(-\Delta\omega^2/2\sigma_g^2\right), \tag{D.84}$$

où σ_g est la largeur de la bande de gain. Sa valeur dépend du gain, et on peut montrer qu'au point de fonctionnement optimal de l'OPO, $n_s = n_{s,opt} \approx 1{,}2\, n_{sat}$, elle vaut

$$\sigma_g^2 \approx \Delta\omega_1^2 \frac{1+p}{p}. \tag{D.85}$$

L'absorbant saturable est supposé instantané. il introduit des pertes dépendant de l'intensité du signal [Sie86] :

$$q\left(t\right) = \frac{q_0}{1 + I\left(t\right)/I_{A,sat}}, \tag{D.86}$$

où q_0 sont les pertes non saturées, I l'intensité du signal, et $I_{A,sat}$ l'intensité de saturation de l'absorbant. Pour poursuivre de façon analytique nous supposons que le signal est gaussien, $I_s\left(t\right) = I_0 e^{-t^2/2\sigma_t^2}$ de largeur à mi-hauteur $\Delta T = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma_t$. Dans ce cas la transmission de l'absorbant saturable a également une forme gaussienne :

$$T(I_0,t) \approx T_0 e^{-\frac{t^2}{2\sigma_m^2}}, \tag{D.87}$$

avec un maximum T_0 donné par

$$T_0 = \frac{1 + I_0/I_{A,sat} - q_0}{1 + I_0/I_{A,sat}}, \tag{D.88}$$

et une largeur temporelle donnée par

$$\frac{1}{\sigma_m^2} = \frac{q_{sat}}{q_0}\frac{q_0 - q_{sat}}{1 - q_{sat}}\frac{1}{\sigma_t^2}, \tag{D.89}$$

où nous avons introduit les pertes de l'absorbant au pic de l'impulsion, $q_{sat} = q_0/\left(1 + I_0/I_{A,sat}\right)$. L'effet de l'absorbant saturable est de compresser temporellement l'impulsion signal de σ_{t1} à σ_{t2} selon la relation

$$\frac{1}{\sigma_{t2}^2} = \left(\frac{q_{sat}}{q_0}\frac{q_0 - q_{sat}}{1 - q_{sat}} + 1\right)\frac{1}{\sigma_{t1}^2}, \tag{D.90}$$

tandis que l'amplification étire temporellement l'impulsion de σ_{t2} à σ_{t3} selon

$$4\sigma_{t3}^2 = 4\sigma_{t2}^2 + \sigma_g^2. \tag{D.91}$$

À l'état stationnaire, les effets de l'amplification et de l'absorbant saturable se compensent afin que la durée d'impulsion soit stable, i.e. $\sigma_{t3} = \sigma_{t1}$. Cette condition donne finalement la largeur totale à mi-hauteur de l'impulsion signal :

$$\Delta T = \frac{\sqrt{2\ln 2}}{2\pi}\Delta\nu_1^{-1}\sqrt{\left(\frac{p}{1+p}\right)\left(1 + \frac{q_0}{q_{sat}}\frac{1 - q_{sat}}{q_0 - q_{sat}}\right)}, \tag{D.92}$$

où $\Delta\nu_1 = \Delta\omega_1/2\pi$. Dans une source optique à modes verrouillés, il est souhaitable de minimiser les pertes saturées (résiduelles). Nous supposerons donc $q_{sat} \ll q_0 < 1$. Par ailleurs, par hypothèse de départ, les pertes totales sont faibles, i.e. $p \ll 1$. La durée d'impulsion (D.92) adopte alors une expression simple :

$$\Delta T = \frac{\sqrt{2\ln 2}}{2\pi}\Delta\nu_1^{-1}\sqrt{p/q_{sat}}.$$

Afin de pouvoir évaluer la durée d'impulsion, nous exprimons les pertes totales en fonction des pertes saturées, $p = Cq_{sat}$. Nous obtenons finalement

$$\Delta T \approx 0{,}19\,\Delta\nu_1^{-1}\sqrt{C}.$$

Nous pouvons également utiliser l'expression précédente pour réécrire le facteur de compression de l'impulsion signal, $\delta t_{ps}/t_s$, en fonction cette fois de la largeur à mi-hauteur ΔT :

$$\frac{\delta t_{ps}}{\Delta T} \approx \frac{l_c \delta v^{-1}}{0{,}19 \Delta \nu_1^{-1} \sqrt{C}} = \frac{2{,}9}{\sqrt{C}} \frac{\delta v^{-1}}{\delta v_{sc}^{-1}},$$

où $\delta v_{sc}^{-1} = v_s^{-1} - v_c^{-1}$. Cette écriture montre que la compression dans l'OPO à balayage de la pompe dépend principalement du rapport de deux temps de walk-off : le walk-off entre la pompe et le signal, et le walk-off entre le signal et le complémentaire.

Annexe E

Oscillateur paramétrique optique continu pompé dans le vert et émettant dans le rouge (article)

Avant-propos

L'article suivant est le fruit d'un travail annexe effectué au Laboratoire Aimé Cotton, à l'occasion de la collaboration sur l'oscillateur paramétrique à modes verrouillés en phase (cf. Chap. 3). Il porte sur la réalisation d'un oscillateur paramétrique optique continu à base de PPSLT:MgO, pompé dans le vert à 532 nm, et émettant dans le rouge entre 619 et 645 nm. 100 mW ont été générés, et une démonstration d'accordabilité et d'asservissement de la longueur d'onde a été faite. L'objectif à terme est de produire un faisceau à 606 nm, fin spectralement, pour la manipulation de l'ion Pr^{3+} dans le cadre de l'information quantique (voir les références de l'article). Cet objectif est actuellement poursuivi par Thu-Hien My au cours de sa thèse.

Le travail présenté ici illustre la très grande polyvalence de l'optique non-linéaire. En effet, l'architecture de cet OPO est en tous points similaires à celle de l'OPO à modes verrouillés en phase : une cavité optique "papillon" à 4 miroirs d'environ 1 m de long, simplement résonante, un cristal retourné périodiquement pour faire du quasi-accord de phase contrôlé en température, et une pompe à 532 nm continue. Et pourtant, cet OPO doit être une source continue stable en intensité et en fréquence. Pour cela, un étalon Fabry-Perot est inséré dans la cavité et un système de rétro-action agit sur une miroir monté sur une cale piézoélectrique pour stabiliser la fréquence de résonance. Comme l'OPO est simplement résonant à la longueur d'onde signal, 619 nm, les bruits de fréquences associés à la pompe sont rejetés vers l'onde complémentaire. Ce type de source est donc naturellement très stable. Ceci a été mis en évidence par la très grande stabilité en longueur d'onde du signal (± 5 MHz), alors que la pompe, un Nd:YAG doublé

continu, montrait de fortes variations périodiques de fréquence suite à l'allumage (quelques dizaines de MHz). Il est important de rappeler que ce type de travaux n'aurait pas été possible sans les avancées spectaculaires déjà rappelées au Chap. 3 : la disponibilité de sources laser continues de puissance très fiables, et le développement des cristaux non-linéaires retournés périodiquement, en particulier la maîtrise de la composition et du dopage MgO.

High spectral purity and tunable operation of a continuous singly resonant optical parametric oscillator emitting in the red

Jean-Michel Melkonian

Laboratoire Aimé Cotton, CNRS, Bâtiment 505, 91405 Orsay Cedex, France, and Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales, Chemin de la Hunière, 91761 Palaiseau Cedex, France

Thu-Hien My, Fabien Bretenaker, and Cyril Drag

Laboratoire Aimé Cotton, CNRS, Bâtiment 505, 91405 Orsay Cedex, France

Received July 10, 2006; revised September 15, 2006; accepted October 30, 2006; posted November 30, 2006 (Doc. ID 72764); published February 2, 2007

Continuous-wave oscillation of a singly resonant optical parametric oscillator operating from 619 to 640 nm has been obtained. Parametric gain is created in a MgO-doped periodically poled stoichiometric lithium tantalate crystal pumped at 532 nm. 100 mW of single-frequency red light have been generated. The signal frequency is tunable, and its frequency stabilization on an external reference has been achieved. © 2007 Optical Society of America

OCIS codes: 190.4970, 190.4400.

Optical parametric oscillators (OPOs) are convenient sources for generating tunable coherent radiation in various spectral domains from the visible to the mid-infrared. However, the development of continuous-wave (cw), singly resonant optical parametric oscillators (SROPOs) has long been hindered by the high oscillation thresholds of these systems.[1] The development of periodically poled materials has completely changed the situation, allowing the realization of efficient cw SROPOs with reasonable thresholds (~1 W) and a good stability.[2] More recently, the use of single-mode pump lasers allowed the generation of monomode signal and idler radiation.[3] Many applications such as high-resolution spectroscopy[4] or quantum information processing techniques[5,6] using rare-earth ions embedded in solid-state matrices[7] or color centers in diamond[8] require the development of such sources in the visible range. The simplest solution to this issue would be the direct pumping of a SROPO with a widely available 532 nm laser. Then, unfortunately, the nonresonant idler wave lies in the mid-infrared (above 4 μm), where common efficient materials such as periodically poled $LiNbO_3$ (PPLN) significantly absorb,[9] leading to an increase of the OPO threshold. Moreover, the OPO is then far from degeneracy, thus further increasing the threshold, which can then reach the nonlinear material damage threshold. Until now, this problem was commonly avoided by building OPOs emitting in the near infrared and frequency doubling the idler in a second resonant cavity.[10,11] However, this strongly complicates the system and reduces its overall efficiency.[12] Another solution has been explored in which the signal is added to the remaining pump.[13] Here we focus on the recently developed periodically poled near stoichiometric $LiTaO_3$ (PPSLT), which is suspected of exhibiting less absorption above the 4 μm domain and a higher damage threshold than PPLN[14] while still exhibiting a strong nonlinearity. It has already been used to build a visible OPO pumped by a nanosecond 532 nm pulsed laser.[15] Additionally, this crystal has been shown to be relatively immune to photorefractive damage.[16] In previous work,[17] we successfully used this crystal to build a SROPO emitting 1.2 W, 70 μs long pulses in the red and pumped in the green. The goal of the work reported here is to investigate the possible operation of such a green-pumped red SROPO in the cw regime and to analyze its spectral purity, tunability, and stability for applications where ultrahigh spectral purity is mandatory.

Our experimental setup is schematized in Fig. 1. The OPO cavity is a 113 cm long ring cavity. Mirrors M_1 and M_2 have a 150 mm radius of curvature, and mirrors M_3 and M_4 are plane. The signal waist is 37 μm. The angle of incidence on the concave mirrors is limited to 5° to reduce astigmatism. All mirrors are designed to exhibit a reflectivity larger than 99.8% around 610 nm and a transmission larger than 95%

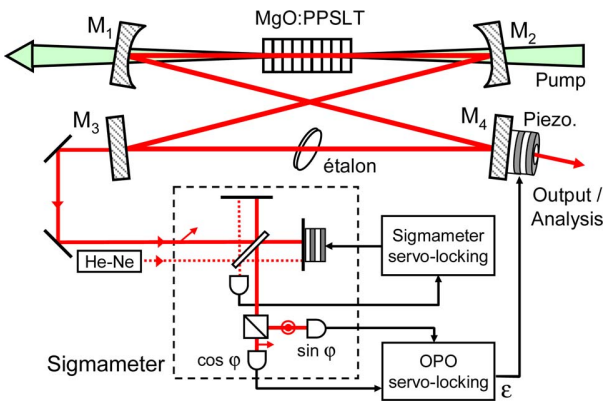


Fig. 1. (Color online) Experimental setup showing the four-mirror OPO cavity as well as the sigmameter and the servo loop for OPO frequency stabilization. The sigmameter delivers two interference signals in quadrature used to monitor the OPO frequency variations. The sigmameter path difference is locked to a stabilized He–Ne laser.

0146-9592/07/050518-3/$15.00 © 2007 Optical Society of America

at 532 nm and between 3 and 4.5 μm. Since we want the red radiation (and not the idler) to be as spectrally pure as possible, we allow only the red signal to be resonant in the cavity. The nonlinear crystal is a nonwedged 0.5 mm thick, 30 mm long 1% MgO:PPSLT crystal ($d_{\mathrm{eff}} \approx 11$ pm/V) manufactured and coated by HC Photonics. It exhibits five different poling periods between 11.55 and 12.95 μm, designed to lead to quasi-phase-matching conditions for signal wavelengths ranging from 640 to 600 nm when heated at 130 °C and pumped at 532 nm. It is antireflection coated for the pump, signal, and idler wavelengths. The crystal temperature stability is 0.01°. The OPO is pumped at 532 nm by a 10 W cw VERDI laser whose short-term linewidth ($\leqslant 1$ s) is less than 10 MHz (see also Ref. 12). The pump beam is focused to a 53 μm waist inside the crystal. An uncoated 2 mm thick silica etalon can be inserted between mirrors M_3 and M_4. The piezoelectric transducer on mirror M_4 and the leakage through mirror M_3 are used for servo locking the OPO cavity as explained further below.

In contrast to our previous study,[17] thermal lensing due to residual absorption of the different beams in the crystal is quite important in the cw regime. The corresponding focal lengths can be as low as a few millimeters. For the OPO to run in cw operation, the cavity must be geometrically stable with these strong thermal lenses. Moreover, to reach the oscillation threshold the OPO cavity must also be stable at low powers, i.e., without the thermal lens induced by the absorption of the signal and idler waves. Experimentally, we first obtain quasi-cw oscillation with 700 μs long pump pulses by chopping the pump beam. Because of thermal effects, the OPO signal drops before the end of the 700 μs long pump pulse, meaning that the cavity would be unstable in the cw regime. The cavity stability is then recovered by increasing the distance between the two concave mirrors by 1–2 mm. In this case the OPO is still running at the end of the pump pulse and therefore is expected to oscillate with cw pumping.

Continuous-wave operation has indeed been obtained at 640 and 635 nm on two different poling periods, 11.55 and 11.75 μm, respectively, for a fixed crystal temperature of 120 °C. The signal wavelength is measured with a 0.02 pm resolution lambdameter. For these wavelengths the oscillation threshold is approximately 3.6 W. With the etalon inside the cavity, the threshold rises to 4.7 W. To extract some power, we replace mirror M_4 by an output coupler (1.7% transmission at 640 nm). The threshold increases to 6.6 W, and we extract 100 mW of red light for 10 W of pump power. Although our cavity was not fully optimized owing to thermal lenses, the output cw power, lower than in quasi-cw regime, is large enough for the applications mentioned above. Oscillation has also been obtained for a 12.55 μm poling period. At 50 °C, the signal wavelength was 619 nm and the threshold was 6.8 W without the coupler mirror. Additionally, we could operate the OPO with crystal temperatures as low as 30 °C with no visible sign of photorefractive damage on the transmitted pump, and no significant evolution of the threshold on a timescale of 1 h.

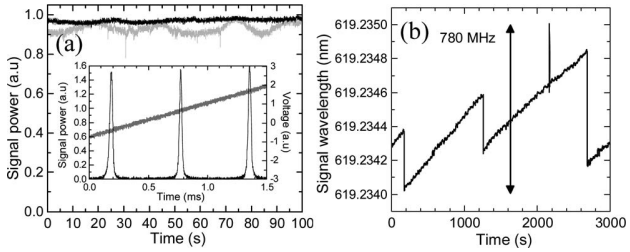


Fig. 2. (a) Output signal intensity of the SROPO versus time with (black curve) and without (gray curve) the intracavity etalon. Inset, signal intensity after the 10 cm confocal Fabry–Perot cavity versus time (black curve, left scale) and voltage applied to the piezoelectric transducer of the Fabry–Perot cavity (gray curve, right scale). (b) Signal wavelength versus time with the intracavity etalon for the free-running OPO. No parameter is tuned. This shows that the OPO frequency is naturally stable to less than 800 MHz within a 1 h duration.

We measured the absorption of our MgO:PPSLT crystal to be 4% at the pump (532 nm) and signal (619 nm) wavelengths and negligible at 3.78 μm. The measured values of the pump power (between 7 and 10 W), the intracavity signal power (from a few watts to 10 W, depending on the wavelength and on the pump power) and the idler output power (approximately 100 mW), show that the predominant lensing effects are due to the pump and signal absorption, except close to threshold where the signal absorption plays a negligible role. Moreover, the influence of the so-called green-induced infrared absorption[18] can be neglected in our OPO. Indeed, an extra few percent of idler absorption would create a negligible lenslike effect because of the low nonresonant idler power in the crystal. The contribution of the pump absorption to the lens effect is evidenced by the fact that the oscillation starts again almost instantaneously when the intracavity beam is chopped between mirrors M_3 and M_4, contrary to what happens when the pump is chopped. This shows that the pump absorption, and not only the signal absorption, plays a role.

We also measured the pump depletion when the OPO operates at 619 nm. It is equal to 15% of the incident pump power, independent of the incident pump power above threshold. This unusual[18] independence of the relative depletion with respect to the pump power is due to an increase of the thermal lensing effect with the pump power, which increases the losses.

In the following, all experimental results on the frequency stability of the OPO have been obtained at 50 °C with the 12.55 μm poling period. Without the etalon inside the cavity, the SROPO oscillates on two or three adjacent longitudinal modes only. The introduction of the etalon slightly reduces the effective gain bandwidth, forcing the OPO to exhibit a single frequency [see the inset of Fig. 2(a)]. We find that the etalon reduces the excursion range of the free-running OPO from typically 2 GHz (not shown) to less than 780 MHz, as shown in Fig. 2(b). Conse-

quently, the intensity is much more stable compared with the situation without the etalon [see Fig. 2(a)]. At this stage the OPO still exhibits random frequency changes of about 10 MHz every 10 s or so, and a constant drift of about 20 MHz/min. This drift is attributed to an increase of the room temperature during the day, since it is not controlled. Figure 3(a) demonstrates how the OPO can be tuned over 27 GHz (limited by the etalon free spectral range) by rotating the etalon. As expected, Fig. 3 displays 255 MHz mode hops, which corresponds to the free spectral range of the OPO cavity. However, it systematically displays larger mode hops, of about 2.0 GHz [see the inset in Fig. 3(a)]. These larger mode hops may be due to etalon effects in the MgO:PPSLT crystal. Indeed, for a residual reflectivity R of only 0.25% per facet, the crystal introduces a loss modulation of $4R/(1-R)^2 \cong 1\%$ across the gain spectrum, corresponding to a 40% increase of the threshold.[19]

To provide stable operation, i.e., to prevent mode hops, we choose to stabilize the cavity length by using mirror M_4 which is mounted on a piezoelectric transducer. The OPO output through mirror M_3 is sent to a static sigmameter,[20] based on an unbalanced Michelson interferometer. The sigmameter generates, without any modulation, an error signal from an electronic setpoint that is fed back to the transducer via a high-voltage amplifier. The sigmameter's optical path difference is servo locked to a dual-polarization stabilized He–Ne laser. Our lambdameter gives a stability of this He–Ne laser of the order of 10 MHz over 2 min. This value results from both the stability of the He–Ne laser and the lambdameter precision. Figure 3(b) shows the evolution of the signal wavelength versus time measured by the lambdameter with and without active stabilization of the OPO cavity. With active stabilization, however, the OPO wavelength stops drifting and is maintained within a 20 MHz window over 3 min. The histogram of the OPO frequency [see the inset in Fig. 3(b)] exhibits a standard deviation of 4.6 MHz. The setup is not limited by the VERDI stability, since in a SROPO any frequency fluctuation in the pump laser can be transferred to the nonresonant idler wave.

In conclusion, we have built the first cw SROPO emitting directly in the red part of the visible spectrum by pumping with a green laser. 100 mW of red radiation has been produced for 10 W of pump power. Single-frequency operation and a 27 GHz tunability have been obtained. The natural stability of the OPO made it possible to lock the frequency within 4.6 MHz over a few minutes with a preliminary servo-loop system. We hope to dramatically reduce the long-term fluctuations by mounting the OPO cavity on an Invar plate. Further improvements may also include the simultaneous control of the cavity length and intracavity etalon to provide continuous tuning without mode hops. If needed, more power could be extracted by optimizing the cavity with respect to thermal lensing. To reach shorter wavelengths (606 nm, for instance) without increasing the idler wavelength too much, we plan to pump the SROPO with a frequency-doubled Yb:YAG laser emitting near 515 nm.

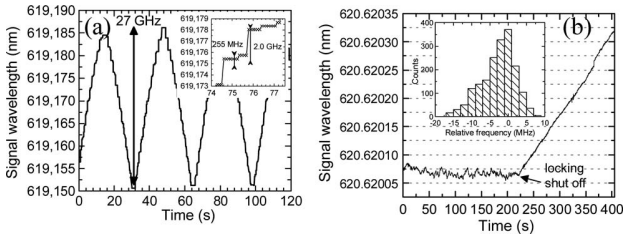


Fig. 3. (a) Signal wavelength versus time when the etalon is alternatively rotated. Inset, enlargement of part of the curve. (b) Signal wavelength versus time with the etalon and the servo-locking system. At time $t=225$ s the locking is intentionally shut off. Inset, histogram of the signal frequency with frequency stabilization, recorded over 225 s with a sampling period of 117 ms.

The authors thank L. Cabaret, J.-L. Le Gouët, E. Rosencher, and M. Lefebvre for their constant interest in this work. F. Bretenaker's e-mail address is fabien.bretenaker@lac.u-psud.fr.

References

1. S. T. Yang, R. C. Eckardt, and R. L. Byer, Opt. Lett. **18**, 971 (1993).
2. W. R. Bosenberg, A. Drobshoff, J. I. Alexander, L. E. Myers, and R. L. Byer, Opt. Lett. **21**, 1336 (1996).
3. K. Schneider, P. Kramper, S. Schiller, and J. Mlynek, Opt. Lett. **22**, 1293 (1997).
4. R. Klieber and D. Suter, Phys. Rev. B **73**, 094408 (2006).
5. B. Krauss, W. Tittel, N. Gisin, M. Nilsson, S. Kröll, and J. I. Cirac, Phys. Rev. A **73**, 020302 (2006).
6. L. Rippe, M. Nilsson, S. Kröll, R. Klieber, and D. Suter, Phys. Rev. A **71**, 062328 (2005).
7. J. J. Longdell, M. J. Sellars, and N. B. Manson, Phys. Rev. Lett. **93**, 130503 (2004).
8. P. R. Hemmer, A. V. Turukhin, M. S. Shahriar, and J. A. Musser, Opt. Lett. **26**, 361 (2001).
9. M. M. J. W. van Herpen, S. E. Bisson, and F. J. M. Harren, Opt. Lett. **28**, 2497 (2002).
10. U. Strössner, A. Peters, J. Mlynek, S. Schiller, J.-P. Meyn, and R. Wallenstein, Opt. Lett. **24**, 1602 (1999).
11. T. Petelski, R. S. Conroy, K. Bencheikh, J. Mlynek, and S. Schiller, Opt. Lett. **26**, 1013 (2001).
12. U. Strössner, J.-P. Meyn, R. Wallenstein, P. Urenski, A. Arie, G. Rosenman, J. Mlynek, S. Schiller, and A. Peters, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 1419 (2002).
13. W. R. Bosenberg, J. I. Alexander, L. E. Myers, and R. W. Wallace, Opt. Lett. **23**, 207 (1998).
14. N. E. Yu, S. Kurimura, Y. Nomura, M. Nakamura, K. Kitamura, J. Sakuma, Y. Otani, and A. Shiratori, Appl. Phys. Lett. **84**, 1662 (2004), and references therein.
15. S.-Y. Tu, A. H. Kung, Z. D. Gao, and S. N. Zhu, Opt. Lett. **30**, 2451 (2005).
16. M. Katz, R. K. Route, K. R. Parameswaran, G. D. Miller, and M. M. Fejer, Opt. Lett. **29**, 1775 (2004).
17. S. Bahbah, F. Bretenaker, and C. Drag, Opt. Lett. **31**, 1283 (2006).
18. R. G. Batchko, D. R. Weise, T. Plettner, G. D. Miller, M. M. Fejer, and R. L. Byer, Opt. Lett. **23**, 168 (1998).
19. S. E. Harris, Proc. IEEE **57**, 2096 (1969).
20. P. Juncar and J. Pinard, Rev. Sci. Instrum. **53**, 939 (1982).

Bibliographie

[Abr70] M. Abramowitz et I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions* (Dover, 1970).

[Akh68] S. Akhmanov, A. Chirkin, K. Drabovich, A. Kovrigin, R. Khokhlov et A. Sukhorukov, "Nonstationary nonlinear optical effects and ultrashort light pulse formation", IEEE J. Quantum Electron. **4**(10), 598–605 (1968).

[ALP] ALPHALASE GmbH, Bertha-von-Suttner-Str. 5, D-37085 Goettingen, Deutschland, http://www.alphalas.com/.

[Ari01] G. Arisholm, G. Rustad et K. Stenersen, "Importance of pump-beam group velocity for backconversion in optical parametric oscillators", J. Opt. Soc. Am. B **18**(12), 1882–1890 (2001).

[Ari07] G. Arisholm, "General analysis of group velocity effects in collinear optical parametric amplifiers and generators", Opt. Express **15**(10), 6513–6527 (2007).

[Arm62] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing et P. S. Pershan, "Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric", Phys. Rev. **127**(6), 1918–1939 (1962).

[AT98] R. Al-Tahtamouni, K. Bencheikh, R. Storz, K. Schneider, M. Lang, J. Mlynek et S. Schiller, "Long-term stable operation and absolute frequency stabilization of a doubly resonant parametric oscillator", Appl. Phys. B **66**(6), 733–739 (1998).

[AVA] Avantes BV, Soerense zand 4a, 6961LL Eerbeek, Netherlands, http://www.avantes.com/.

[Bae95] Y. Baek, R. Schiek et G. I. Stegeman, "All-optical switching in a hybrid Mach-Zehnder interferometer as a result of cascaded second-order nonlinearity", Opt. Lett. **20**(21), 2168–2170 (1995).

[Bai06] G. Baili, M. Alouini, C. Moronvalle, D. Dolfi et F. Bretenaker, "Broad-bandwidth shot-noise-limited class-A operation of a monomode semiconductor fiber-based ring laser", Opt. Lett. **31**(1), 62–64 (2006).

[Bak03] E. V. Baklanov et P. V. Pokasov, "Optical frequency standards and femtosecond lasers", Quantum Electron. **33**(5), 383–400 (2003).

[Bar89a] J. R. M. Barr, “Modelocking using mirrors with intensity dependent reflection coefficients”, Opt. Commun. **70**(3), 229–233 (1989).

[Bar89b] J. R. M. Barr et D. W. Hughes, “Coupled Cavity Modelocking of a Nd:YAG Laser Using Second-Harmonic Generation”, Appl. Phys. B **49**(4), 323–325 (1989).

[Bar90] J. R. M. Barr et D. W. Hughes, “Coupled Cavity Mode-locking Using Nonlinear Amplitude Modulators”, J. Mod. Opt. **37**(4), 447–454 (1990).

[Bar91] J. R. M. Barr, “Numerical simulation of a modelocked laser with an intracavity nonlinear mirror based on second harmonic generation”, Opt. Commun. **81**(3,4), 215–221 (1991).

[Bec74] M. F. Becker, D. J. Kuizenga, D. W. Phillion et A. E. Siegman, “Analytic expressions for ultrashort pulse generation in mode-locked optical parametric oscillators”, J. Appl. Phys. **45**(9), 3996–4005 (1974).

[Ber06] A. Berrou, A. Desormeaux, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, “Mid-infrared entangled-cavity doubly resonant optical parametric oscillator with back-conversion minimization”, in *2nd EPS-QEOD Europhoton Conference, Pisa, Italy*, p. FrA6 (European Physical Society, Mulhouse, France, 2006).

[Bey72] P. P. Bey et C. L. Tang, “Plane-wave theory of parametric oscillator and coupled oscillator-upconverter”, IEEE J. Quantum Electron. **QE-8**(3), 361–369 (1972).

[Bjo71] J. E. Bjorkholm, “Some Effects of Spatially Nonuniform Pumping in Pulsed Optical Parametric Oscillators”, IEEE J. Quantum Electron. **7**(3), 109–118 (1971).

[Blo80] N. Bloembergen, “Conservation laws in nonlinear optics”, J. Opt. Soc. Am. **70**(12), 1429–1436 (1980).

[Bos96] W. R. Bosenberg, A. Drobshoff, J. I. Alexander, L. E. Myers et R. L. Byer, “93 % pump depletion, 3.5-W continuous-wave, singly resonant optical parametric oscillator”, Opt. Lett. **21**(17), 1336–1338 (1996).

[Boy68] G. D. Boyd et D. A. Kleinman, “Parametric Interaction of Focused Gaussian Light Beams”, J. Appl. Phys. **39**(8), 3597–3639 (1968).

[Bro79] S. J. Brosnan et R. L. Byer, “Optical Parametric Oscillator Threshold and Linewidth Studies”, IEEE J. Quantum Electron. **15**(6), 415–431 (1979).

[Bru00] F. Brunner, G. J. Spühler, J. A. der Au, L. Krainer, F. Morier-Genoud, R. Paschotta, N. Lichtenstein, S. Weiss, C. Harder, A. A. Lagatsky, A. Abdolvand, N. V. Kuleshov et U. Keller, “Diode-pumped femtosecond Yb:KGd$(WO_4)_2$ laser with 1.1-W average power”, Opt. Lett. **25**(15), 1119–1121 (2000).

[Bry84] D. A. Bryan, R. Gerson et H. E. Tomaschke, “Increased optical damage resistance in lithium niobate”, Appl. Phys. Lett. **44**(9), 847–849 (1984).

[Buc91] I. C. Buchvarov, K. A. Stankov et S. M. Saltiel, “Pulse shortening in an actively mode-locked laser with a frequency-doubling nonlinear mirror”, Opt. Commun. **83**(3,4), 241–245 (1991).

[Cab00] L. Cabaret, J. Philip et P. Camus, “Transient frequency shift in a single-mode quasi-continuousdiode-pumped Nd:YAG laser”, IEEE J. Quantum Electron. **36**(11), 1323–1332 (2000).

[Car00] T. J. Carrig, G. J. Wagner, A. Sennaroglu, J. Y. Jeong et C. R. Pollock, “Mode-locked Cr2+:ZnSe laser”, Opt. Lett. **25**(3), 168–170 (2000).

[Cer95] G. Cerullo, S. D. Silvestri, A. Monguzzi, D. Segala et V. Magni, “Self-starting mode locking of a cw Nd:YAG laser using cascaded second-order nonlinearities”, Opt. Lett. **20**(7), 746–748 (1995).

[Che90] E. C. Cheung et J. M. Liu, “Theory of a synchronously pumped optical parametric oscillator in steady-state operation”, J. Opt. Soc. Am. B **7**(8), 1385 (1990).

[Che01] D.-W. Chen et K. Masters, “Continuous-wave 4.3-µm intracavity difference frequency generation in an optical parametric oscillator”, Opt. Lett. **26**(1), 25–27 (2001).

[Che02] S. Chenais, *Nouveaux matériaux laser dopés à l’ytterbium : performances en pompage par diode et étude des effets thermiques*, Thèse de doctorat, Université Paris Sud - Paris XI (2002).

[COH] Coherent France, Domaine Technologique de Saclay, Batiment AZUR, 4, rue Rene Razel, Orsay Cedex, F-91892, France, http://www.coherent.fr.

[CVI] CVI Laser, Indices de réfraction des verres et des substrats, http://www.cvilaser.com/Common/PDFs/index_of_refraction.pdf.

[Dan94] M. B. Danailov, G. Cerullo, V. Magni, D. Segala et S. D. Silvestri, “Nonlinear mirror mode locking of a cw Nd:YLF laser”, Opt. Lett. **19**(11), 792–794 (1994).

[Dat04] P. K. Datta, Shivanand, S. Mukhopadhyay, A. Agnesi et A. Lucca, “Picosecond Pulse Generation and its Simulation in a Nonlinear Optical Mirror Mode-Locked Laser”, Appl. Opt. **43**(11), 2347–2352 (2004).

[Dav72] J. I. Davis et W. F. Krupke, “Theory of pulsed internal optical parametric oscillators”, J. Appl. Phys. **43**(10), 4171–4183 (1972).

[Dea98] M. E. Dearborn, K. Koch et G. T. Moore, “Greater than 100 % photon-conversion efficiency from an optical parametric oscillator with intracavity difference-frequency mixing”, Opt. Lett. **23**(10), 759–761 (1998).

[Deb96] T. Debuisschert, J. Raffy, J.-P. Pocholle et M. Papuchon, “Intracavity optical parametric oscillator: study of the dynamics in pulsed regime”, J. Opt. Soc. Am. B **13**(7), 1569–1587 (1996).

[Deb97] T. Debuisschert, “Nanosecond optical parametric oscillators”, Quantum Semiclass. Opt. **9**(2), 209–219 (1997).

[DeL96] L. D. DeLoach, R. H. Page, G. D. Wilke, S. A. Payne et W. F. Krupke, “Transition metal-doped zinc chalcogenides: spectroscopy and laserdemonstration of a new class of gain media”, IEEE J. Quantum Electron. **32**(6), 885–895 (1996).

[DeS96] R. DeSalvo, A. A. Said, D. J. Hagan, E. W. V. Stryland et M. Sheik-Bahae, “Infrared to ultraviolet measurements of two-photon absorption and n2 in wide bandgap solids”, IEEE J. Quantum Electron. **32**(8), 1324–1333 (1996).

[Did99] S. A. Diddams, L. Ma, J. Ye et J. L. Hall, “Broadband optical frequency comb generation with phase-modulated parametric oscillator”, Opt. Lett. **24**(23), 1747–1749 (1999).

[Dub98] A. Dubois, S. Victori, T. Lépine, P. Georges et A. Brun, “High-repetition-rate eyesafe intracavity optical parametric oscillator”, J. Appl. Phys. B **67**(2), 181–183 (1998).

[Dub01] M. Dubois, P. W. Lorraine, R. J. Filkins, et T. E. Drake, “Experimental comparison between optical spectroscopy and laser-ultrasound generation in polymer-matrix composites”, Appl. Phys. Lett. **79**(12), 1813–1815 (2001).

[Eck91] R. C. Eckardt, C. D. Nabors, W. J. Kozlovsky et R. L. Byer, “Optical parametric oscillator frequency tuning and control”, J. Opt. Soc. Am. B **8**(3), 646 (1991).

[Eic05] M. Eichenseer, J. von Zanthier et H. Walther, “Common-mode-free frequency comparison of lasers with relative frequency stability at the millihertz level”, Opt. Lett. **30**(13), 1662–1664 (2005).

[Fab00] C. Fabre, M. Vaupel, N. Treps, P.-F. Cohadon, C. Schwob et A. Maitre, “C.w. optical parametric oscillators: single mode or multimode?”, C. R. Acad. Sci. Series IV **1**(5), 553–559 (2000).

[Fal71] J. Falk, J. M. Yarborough et E. O. Ammann, “Internal Optical Parametric Oscillation”, IEEE J. Quantum Electron. **QE-7**(7), 359–369 (1971).

[Fej92] M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt et R. L. Byer, “Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances”, IEEE J. Quantum Electron. **28**(11), 2631–2654 (1992).

[FEM] FEMLAB 3 (2004), maintenant COMSOL Multiphysics, http://www.comsol.com.

[Fio98] A. Fiore, S. Janz, L. Delobel, P. van der Meer, P. Bravetti, V. Berger, E. Rosencher et J. Nagle, “Second-harmonic generation at $\lambda = 1.6$ µm in AlGaAs/Al_2O_3 waveguides using birefringence phase matching”, Appl. Phys. Lett. **72**(23), 2942–2944 (1998).

[For06a] N. Forget, *Des amplificateurs lasers aux amplificateurs paramétriques*, Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, France (2006).

[For06b] N. Forget, S. Bahbah, C. Drag, F. Bretenaker, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Actively mode-locked optical parametric oscillator", Opt. Lett. **31**(7), 972–974 (2006).

[For06c] N. Forget, S. Bahbah, J.-M. Melkonian, C. Drag, F. Bretenaker, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Direct Active Mode-Locking of an Optical Parametric Oscillator", in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Long Beach CA, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CMG3 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2006).

[For07] N. Forget, J.-M. Melkonian, C. Drag, F. Bretenaker, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Actively Mode-Locked Optical Parametric Oscillator", in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore MD, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CTuM2 (invited paper) (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2007).

[Fuk98] J. M. Fukumoto, H. Komine, J. W. H. Long et E. A. Stappaerts, "Periodically poled $LiNbO_3$ optical parametric oscillators with intracavity difference frequency mixing", in *Advanced Solid-State Lasers*, v. 19 de *OSA Trends in Optics and Photonics*, édité par W. R. Bosenberg et M. M. Fejer, p. 245–248 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 1998).

[Gal95] G. M. Gale, M. Cavallari, T. J. Driscoll et F. Hache, "Sub-20-fs tunable pulses in the visible from an 82-MHz optical parametric oscillator", Opt. Lett. **20**(14), 1562–1564 (1995).

[Gal98] G. M. Gale, M. Cavallari, et F. Hache, "Femtosecond visible optical parametric oscillator", J. Opt. Soc. Am. B **15**(2), 702–714 (1998).

[Gei05] P. Geiser, U. Wilier et W. Schade, "Picosecond mid-infrared LIDAR system", in *Quantum Electronics and Laser Science Conference, Baltimore MD*, OSA Technical Digest Series, p. JThI2 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2005).

[Gio62] J. A. Giordmaine, "Mixing of Light Beams in Crystals", Phys. Rev. Lett. **8**(1), 19–20 (1962).

[Gio66] J. A. Giordmaine et R. C. Miller, "Optical parametric oscillation in $LiNbO_3$", in *Physics of Quantum Electronics*, édité par P. L. Kelly, B. Lax et P. E. Tannenwald, p. 31–42 (McGraw-Hill, New York, 1966).

[God04] A. Godard et E. Rosencher, "Energy yield of pulsed optical parametric oscillators: a rate-equation analysis", IEEE J. Quantum Electron. **40**(6), 1527–1531 (2004).

[God05] A. Godard, M. Raybaut, O. Lambert, J.-P. Faleni, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Cross-resonant optical parametric oscillators: study of and application to difference-frequency generation", J. Opt. Soc. Am. B **22**(9), 1966–1978 (2005).

[Gra89] H. T. Grahn, H. J. Maris et J. Tauc, "Picosecond ultrasonics", IEEE J. Quantum Electron. **25**(12), 2562–2569 (1989).

[Gra00] E. Granot, S. Pearl et M. M. Tilleman, “Analytical solution for a lossy singly resonant optical parametric oscillator”, J. Opt. Soc. Am. B **17**(3), 381–386 (2000).

[Guh98] S. Guha, “Focusing dependence of the efficiency of a singly resonant optical parametric oscillator”, Appl. Phys. B **66**(6), 663–675 (1998).

[Haï04] R. Haïdar, N. Forget, P. Kupecek, et E. Rosencher, “Fresnel phase matching for three-wave mixing in isotropic semiconductors”, J. Opt. Soc. Am. B **21**(8), 1522–1534 (2004).

[Hal93] G. J. Hall, M. Ebrahimzadeh, A. Robertson, G. P. A. Malcolm, et A. I. Ferguson, “Synchronously pumped optical parametric oscillators using all-solid-state pump lasers”, J. Opt. Soc. Am. B **10**(11), 2168– (1993).

[Ham91] K. Hamal, K. A. Stankov, H. Jelinkova, I. Prochazka et M. Koselja, “Mode-locking of a flashlamp pumped Ti:sapphire laser using the frequency doubling nonlinear mirror”, in *International Symposium on Ultrafast Processes in Spectroscopy*, v. 126 de *Inst. Phys. Conf. Ser.*, p. 59–62 (IOP Publishing, Ltd, 1991).

[Han00] G. Hansson, H. Karlsson, S. Wang et F. Laurell, “Transmission Measurements in KTP and Isomorphic Compounds”, Appl. Opt. **39**(27), 5058–5069 (2000).

[Hau75a] H. Haus, “A Theory of Forced Mode Locking”, IEEE J. Quantum Electron. **QE-11**(7), 323–330 (1975).

[Hau75b] H. A. Haus, “Theory of mode locking with a fast saturable absorber”, J. Appl. Phys. **46**(7), 3049–3058 (1975).

[Hau76] H. A. Haus, “Parameter ranges for CW passive mode locking”, IEEE J. Quantum Electron. **12**(3), 169–176 (1976).

[HCP] HC Photonics, F4, No. 2, Technology Rd. V, Hsinchu Science Park, Hsinchu 300, Taiwan, http://www.hcphotonics.com/.

[HFG] HighFinesse GmbH, Auf der Morgenstelle 14D, 72076 Tübingen, Deutschland, http://www.highfinesse.de/.

[HIT] HITRAN Database, Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge MA, USA, http://www.cfa.harvard.edu/HITRAN/.

[Hut92] D. Hutchins, “Pulsed Lasers for Quantitative Ultrasonic NDE”, in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, v. 11, édité par D. O. Thomson et D. E. Chimenti, p. 561–568 (Plenum, New York, 1992).

[IAC] IntraAction Corp., 3719 Warren Avenue, Bellwood, Illinois 60104, USA, http://www.intraaction.com/.

[IPG] IPG Photonics Corporation, 50 Old Webster Road, Oxford, MA 01540, USA, http://www.ipgphotonics.com/.

[Ipp89] E. P. Ippen, H. A. Haus et L. Y. Liu, "Additive pulse mode locking", J. Opt. Soc. Am. B **6**(9), 1736–1745 (1989).

[Ish05] H. Ishizuki et T. Taira, "High-energy quasi-phase-matched optical parametric oscillation in a periodically poled MgO:$LiNbO_3$ device with a 5 mm x 5 mm aperture", Opt. Lett. **30**(21), 2918–2920 (2005).

[Jac07] S. D. Jackson, A. Sabella, A. Hemming, S. Bennetts, et D. G. Lancaster, "High-power 83 W holmium-doped silica fiber laser operating with high beam quality", Opt. Lett. **32**(3), 241–243 (2007).

[JAF70] J. J. A. Fleck, "Ultrashort-pulse generation by Q-switched lasers", Phys. Rev. B **1**(1), 84–100 (1970).

[Jov06] I. Jovanovic, C. P. J. Barty, C. Haefner et B. Wattellier, "Optical switching and contrast enhancement in intense laser systems by cascaded optical parametric amplification", Opt. Lett. **31**(6), 787–789 (2006).

[Jun97] D. H. Jundt, "Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction, ne, in congruent lithium niobate", Opt. Lett. **22**(20), 1553–1555 (1997).

[Kal03] V. L. Kalashnikov, E. Sorokin et I. T. Sorokina, "Multipulse operation and limits of the Kerr-lens mode-locking stability", IEEE J. Quantum Electron. **39**(2), 323–336 (2003).

[Kel92] U. Keller et T. H. Chiu, "Resonant passive mode-locked Nd:YLF laser", IEEE J. Quantum Electron. **28**(7), 1710–1721 (1992).

[Kel96] U. Keller, K. J. Weingarten, F. X. Kartner, D. Kopf, B. Braun, I. D. Jung, R. Fluck, C. Honninger, N. Matuschek et J. A. der Au, "Semiconductor saturable absorber mirrors (SESAM's) for femtosecond to nanosecond pulse generation in solid-state lasers", IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **2**(3), 435–453 (1996).

[Kha94] J. D. V. Khaydarov, J. H. Andrews et K. D. Singer, "20-fold pulse compression in a synchronously pumped optical parametric oscillator", Appl. Phys. Lett. **65**(13), 1614–1616 (1994).

[Kha95] J. D. V. Khaydarov, J. H. Andrews et K. D. Singer, "Pulse-compression mechanism in a synchronously pumped optical parametric oscillator", J. Opt. Soc. Am. B **12**(11), 2199–2208 (1995).

[Khu07a] J. B. Khurgin, J.-M. Melkonian, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Passive mode locking of optical parametric oscillators: an efficient technique for generating sub-picosecond pulses", (2007). à paraître dans Optics Express.

[Khu07b] J. B. Khurgin, J.-M. Melkonian, A. Godard et E. Rosencher, “Passively mode-locked slow pump optical parametric oscillators”, (2007). Soumis ‘a Optics Letters.

[Kob92] S. M. Kobtsev et N. A. Sventsitskaya, “Application of birefringent filters in continuous-wave tunable lasers: a review”, Opt. Spectrosc. **73**(1), 114–123 (1992).

[Koc95] K. Koch, G. T. Moore et E. C. Cheung, “Optical parametric oscillation with intracavity difference-frequency mixing”, J. Opt. Soc. Am. B **12**(11), 2268–2273 (1995).

[Kön00] K. König, “Multiphoton microscopy in life sciences”, J. Microsc. **200**(2), 83–104 (2000).

[Kuh86] J. Kuhl, “Compression of femtosecond optical pulses with dielectric multilayer interferometers”, IEEE Trans. Quantum Electron. **QE-22**(1), 182–185 (1986).

[Kui70a] D. J. Kuizenga et A. E. Siegman, “FM and AM mode locking of the homogeneous laser–Part I: Theory”, IEEE J. Quantum Electron. **6**(6), 694–708 (1970).

[Kui70b] D. J. Kuizenga et A. E. Siegman, “FM and AM mode locking of the homogeneous laser–Part II: Experimental results in a Nd:YAG laser with internal FM modulation”, IEEE J. Quantum Electron. **6**(11), 709–715 (1970).

[Lae90] R. Laenen, H. Graener et A. Laubereau, “Broadly tunable femtosecond pulses generated by optical parametric oscillation”, Opt. Lett. **15**(17), 971–973 (1990).

[Lae93] R. Laenen, K. Wolfrum, A. Seilmeier et A. Laubereau, “Parametric generation of femtosecond and picosecond pulses for spectroscopic applications”, J. Opt. Soc. Am. B **10**(11), 2151–2161 (1993).

[Lae95] R. Laenen, C. Rauscher et A. Laubereau, “Kerr lens mode-locking of a sub-picosend optical parametric oscillator”, Opt. Commun. **115**(5–6), 533–5538 (1995).

[LAY] Layertec GmbH, Ernst-Abbe-Weg 1, D-99441 Mellingen, Deutschland, http://www.layertec.de/.

[Lee05] I. Lee, W. J. Alford, A. Koch et J. Bartholomew, “Improved 3.4 micron generation from a PPLN OPO with an intracavity PPLN OPA”, in *Advanced Solid-State Photonics*, OSA Technical Digest Series, p. WA3 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2005).

[Lef99] L. Lefort, K. Puech, S. D. Butterworth, Y. P. Svirko et D. C. Hanna, “Generation of femtosecond pulses from order-of-magnitude pulse compression in a synchronously pumped optical parametric oscillator based on periodically poled lithium niobate”, Opt. Lett. **24**(1), 28–30 (1999).

[Lin98] I. D. Lindsay, G. A. Turnbull, M. H. Dunn et M. Ebrahimzadeh, “Doubly resonant continuous-wave optical parametric oscillator pumped by a single-mode diode laser”, Opt. Lett. **23**(24), 1889–1891 (1998).

[Lin05] J.-H. Lin, W.-H. Yang, W.-F. Hsieh et K.-H. Lin, "Low threshold and high power output of a diode-pumped nonlinear mirror mode-locked Nd:$GdVO_4$ laser", Opt. Express **13**(17), 6323–6329 (2005).

[Lin07] B. Lin, H. S. Lee et C. R. Prasad, "Temporal behavior of the laser pulse for intracavity optical parametric oscillator", Opt. Express **15**(8), 4902–4908 (2007).

[Lou01] S. Louis, V. Couderc, F. Louradour, P. Faugeras et A. Barthélémy, "Nonlinear polarization evolution in type I and type II second-harmonic-generation crystals applied to the mode locking of a pulsed Nd:YAG laser", J. Opt. A **3**, 139–143 (2001).

[Lü94] Z. G. Lü, Q. Wu, Q. X. Li et Z. X. Yu, "Study of the Mode-locking Process in a Laser with an Auxiliary Cavity", Journal of Modern Optics **41**(7), 1295–1300 (1994).

[Man03] P. Mandel, *Introduction à l'optique non-linéaire* (Université Libre de Bruxelles - Faculté des Sciences Appliquées - PHYS 327, 2003).

[Mel05] J.-M. Melkonian, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Étude critique d'un oscillateur paramétrique optique avec amplification paramétrique intracavité", in *9ème Colloque sur les Lasers et l'Optique Quantique, Dijon, France*, poster 140 (Société Française d'Optique, Palaiseau, France, 2005).

[Mel06a] J. Melkonian, A. Godard, M. Raybaut, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Optical parametric oscillators configurations based on cascaded nonlinear processes for efficient generation in the mid-infrared", in *2nd EPS-QEOD Europhoton Conference, Pisa, Italy*, p. FrA3 (European Physical Society, Mulhouse, France, 2006).

[Mel06b] J.-M. Melkonian, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Critical study of pulsed parametric oscillators with intracavity optical parametric amplification", in *SPIE Photonics Europe 2006, Strasbourg, France*, p. 6190–25 (The International Society for Optical Engineering, Bellingham WA, USA, 2006).

[Mel06c] J.-M. Melkonian, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Critical Study of Pulsed Parametric Oscillators with Intracavity Optical Parametric Amplification", in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Long Beach CA, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CTuZ4 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2006).

[Mel07a] J. M. Melkonian, N. Forget, F. Bretenaker, C. Drag, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Active mode locking of continuous-wave doubly and singly resonant optical parametric oscillators", Opt. Lett. **32**(12), 1701–1703 (2007).

[Mel07b] J.-M. Melkonian, N. Forget, F. Bretenaker, C. Drag, M. Lefebvre et E. Rosencher, "Oscillateur paramétrique optique à modes verrouillés en phase", in *Journées Nationales des Cristaux pour l'Optique*, poster 23 (Société Française d'Optique, Palaiseau, France, 2007).

[Mel07c] J.-M. Melkonian, A. Godard, M. Lefebvre et E. Rosencher, “Pulsed optical parametric oscillators with intracavity optical parametric amplification: a critical study”, Appl. Phys. B **86**(4), 633–642 (2007).

[Mel07d] J.-M. Melkonian, T. H. My, C. Drag et F. Bretenaker, “High spectral purity and tunable operation of a continuous singly resonant optical parametric oscillator emitting in the red”, Opt. Lett. **32**(5), 518–520 (2007).

[Mig85] A. Migus, A. Antonetti, J. Etchepare, D. Hulin et A. G. Orszag, “Femtosecond spectroscopy with high-power tunable optical pulses”, J. Opt. Soc. Am. B **2**(4), 584–594 (1985).

[Mir07] S. B. Mirov, V. V. Fedorov, I. S. Moskalev et D. Martyshkin, “Recent Progress in Transition-Metal-Doped II–VI Mid-IR Lasers”, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **13**(3), 810–822 (2007).

[Mit96] D. M. Mittleman, R. H. Jacobsen et M. C. Nuss, “T-ray imaging”, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **2**(3), 679–692 (1996).

[Mon93] J. P. Monchalin, “Progress towards the application of laser ultrasonics in industry”, in *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, v. 12A, édité par D. O. Thompson et D. E. Chimenti, p. 495 (Plenum, New York, 1993).

[Moo93] G. T. Moore et K. Koch, “Optical parametric oscillation with intracavity sum-frequency generation”, IEEE J. Quantum Electron. **29**(3), 961–969 (1993).

[My06] T. H. My, C. Drag, F. Bretenaker et J. Melkonian, “Single-frequency continuous red radiation generated by a green-pumped singly resonant optical parametric oscillator”, in *2nd EPS-QEOD Europhoton Conference, Pisa, Italy*, p. FrA4 (European Physical Society, Mulhouse, France, 2006).

[Mye97] L. E. Myers et W. R. Bosenberg, “Periodically poled lithium niobate and quasi-phase-matched optical parametric oscillators”, IEEE J. Quantum Electron. **33**(10), 1663–1672 (1997).

[Nee96] J. Neev, L. B. D. Silva, M. D. Feit, M. D. Perry, A. M. Rubenchik et B. C. Stuart, “Ultrashort pulse lasers for hard tissue ablation”, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **2**(4), 790–800 (1996).

[Nik05] D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey* (Springer, New York, 2005).

[Osh68] M. Oshman et S. Harris, “Theory of optical parametric oscillation internal to the laser cavity”, IEEE J. Quantum Electron. **4**(8), 491–502 (1968).

[Pag97] R. H. Page, K. I. Schaffers, L. D. DeLoach, G. D. Wilke, F. D. Patel, J. John B. Tassano, S. A. Payne, W. F. Krupke, K.-T. Chen et A. Burger, "Cr^{2+}-doped zinc chalcogenides as efficient, widelytunable mid-infrared lasers", IEEE J. Quantum Electron. **33**(4), 609–619 (1997).

[Pai98] I. Paiss, A. Englander et R. Lavi, "Efficient mid-IR long pulse generation with an intra-cavity PPLN OPO", in *Advanced Solid-State Lasers*, v. 19 de *OSA Trends in Optics and Photonics*, édité par W. R. Bosenberg et M. M. Fejer, p. 253–255 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 1998).

[Phu00] P. B. Phua, K. S. Lai et R. Wu, "Multiwatt High-Repetition-Rate 2-µm Output from an Intracavity $KTiOPO_4$ Optical Parametric Oscillator", Appl. Opt. **39**(9), 1435–1439 (2000).

[Pol05] C. Pollock, N. Brilliant, D. Gwin, T. J. Carrig, W. J. A. an J. B. Heroux, W. I. Wang, I. Vurgaftman et J. R. Meyer, "Mode Locked and Q-Switched Cr:ZnSe Laser Using a Semiconductor Saturable Absorbing Mirror (SESAM)", in *Advanced Solid-State Photonics*, OSA Technical Digest Series, p. TuA6 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2005).

[Pot98] E. O. Potma, W. P. de Boeij, M. S. Pshenichnikov et D. A. Wiersma, "30-fs and cavity-dumped optical parametric oscillator", Opt. Lett. **23**(22), 1763–1765 (1998).

[Pre93] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in C* (Cambridge University Press, New York, 1993).

[QUA] QUANTEL, 2 bis Avenue du Pacifique, 91941 Les Ulis, France, http://www.quantel.fr/.

[Ray06] M. Raybaut, *Sources paramétriques innovantes à base de semiconducteurs isotropes*, Thèse de doctorat, Université Paris Sud - Paris XI, Palaiseau, France (2006).

[Rei95] D. T. Reid, M. Ebrahimzadeh et W. Sibbett, "Efficient femtosecond pulse generation in the visible in a frequency-doubled optical parametric oscillator based on $RbTiOAsO_4$", J. Opt. Soc. Am. B **12**(6), 1157– (1995).

[Ric95] C. Richy, K. I. Petsas, E. Giacobino, C. Fabre et L. Lugiato, "Observation of bistability and delayed bifurcation in a triply resonant optical parametric oscillator", J. Opt. Soc. Am. B **12**(3), 456–461 (1995).

[Ros02] E. Rosencher et C. Fabre, "Oscillation characteristics of continuous-wave optical parametric oscillators: beyond the mean-field approximation", J. Opt. Soc. Am. B **19**(5), 1107–1116 (2002).

[Roy05] S. Roy, T. R. Meyer et J. R. Gord, "Broadband coherent anti-Stokes Raman scattering spectroscopy of nitrogen using a picosecond modeless dye laser", Optics Letters **30**(23), 3222–3224 (2005).

[Sai03] J. Saikawa et T. Taira, "Second-Harmonic Nonlinear Mirror CW Mode Locking in Yb:YAG Microchip Lasers", Jpn. J. Appl. Phys. **42**(6B), L649 (2003).

[Sal99] S. Saltiel, I. Buchvarov et K. Koynov, "Control of laser light parameters by $\chi^{(2)} : \chi^{(2)}$ nonlinear optical devices", in *Advanced photonics with second-order nonlinear processes*, édité par A. Boardman, p. 89–112 (Kluver Academic, Dordreht, Netherlands, 1999).

[Sch00] B. Scherrer, I. Ribet, A. Godard, E. Rosencher et M. Lefebvre, "Dual-cavity doubly resonant optical parametric oscillators: demonstration of pulsed single-mode operation", J. Opt. Soc. Am. B **17**(10), 1716–1729 (2000).

[Sch07] P. G. Schunemann, "Advanced in Mid-IR Materials", in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore MD, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CThL3 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2007).

[Scr90] C. B. Scruby et L. E. Drain, *Laser Ultrasonics: Techniques and Applications* (Hilger, Bristol, UK, 1990).

[Sem98] A. F. Semerok, C. Chaleard, V. Detalle, S. Kocon, J.-L. Lacour, P. Mauchien, P. Meynadier, C. Nouvellon, P. Palianov, M. Perdrix, G. Petite et B. Salle, "Laser ablation efficiency of pure metals with femtosecond, picosecond, and nanosecond pulses", in *High-Power Laser Ablation*, v. 3343 de *Proceedings of SPIE*, édité par C. R. Phipps, p. 1049–1055 (SPIE, 1998).

[Sen00] A. Sennaroglu, A. O. Konca et C. R. Pollock, "Continuous-wave power performance of a 2.47-µm Cr^{2+}:ZnSe laser: experiment and modeling", IEEE J. Quantum Electron. **36**(10), 1199–1205 (2000).

[Sen07] A. Sennaroglu, U. Demirbas, A. Kurt et M. Somer, "Direct Experimental Determination of the Optimum Chromium Concentration in Continuous-Wave Cr^{2+}:ZnSe Lasers", IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **13**(3), 823–830 (2007).

[Ser00] J. Seres et J. Hebling, "Nonstationary theory of synchronously pumped femtosecond optical parametric oscillators", J. Opt. Soc. Am. B **17**(5), 741–750 (2000).

[Sha97] K. Shaw, "Spatio-temporal evolution of the intra-cavity fields in a pulsed doubly resonant optical parametric oscillator", Opt. Commun. **144**, 134–160 (1997).

[She84] Y. R. Shen, *Principles of Nonlinear Optics* (Wiley, New York, 1984).

[Sie86] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley CA, USA, 1986).

[Smi88] A. L. Smirl, G. C. Valley, K. M. Bohnert et J. T. F. Boggess, “Picosecond photorefractive and free-carrier transient energytransfer in GaAs at 1 µm”, IEEE J. Quantum Electron. **24**(2), 289–303 (1988).

[Smi95] A. V. Smith, W. J. Alford, T. D. Raymond, et M. S. Bowers, “Comparison of a numerical model with measured performance of a seeded nanosecond KTP optical parametric oscillator”, J. Opt. Soc. Am. B **12**(11), 2253–2267 (1995).

[Smi03] A. V. Smith, “How to use SNLO nonlinear optics software to select nonlinear crystals and model their performance”, in *Nonlinear Frequency Generation and Conversion: Materials, Devices, and Applications II*, v. 4972 de *Proceedings of SPIE*, édité par K. L. Schepler, D. D. Lowenthal et J. W. Pierce, p. 50–57 (SPIE, 2003).

[Sor01a] I. T. Sorokina, E. Sorokin, A. Di Lieto, M. Tonelli, R. H. Page et K. I. Schaffers, “Active and passive mode-locking of the Cr^{2+}: ZnSe laser”, in *Advanced Solid-State Lasers*, v. 50 de *OSA Trends in Optics and Photonics*, édité par C. Marshall, p. 157–161 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2001).

[Sor01b] I. T. Sorokina, E. Sorokin, A. Di Lieto, M. Tonelli, R. H. Page et K. I. Schaffers, “Efficient broadly tunable continuous-wave Cr^{2+}:ZnSe laser”, J. Opt. Soc. Am. B **18**(7), 926–930 (2001).

[Sor04] I. T. Sorokina, “Cr^{2+}-doped II-VI materials for lasers and nonlinear optics”, Opt. Mater. **26**(4), 395–412 (2004).

[Sor05] E. Sorokin, S. naumov et I. T. Sorokina, “Ultrabroadband infrared solid-state lasers”, IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron. **11**(3), 690–712 (2005).

[Sor06] I. T. Sorokina, E. Sorokin et T. J. Carrig, “Femtosecond Pulse Generation from a SESAM Mode-Locked Cr:ZnSe Laser”, in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Long Beach CA, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CMQ2 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2006).

[Sta89a] K. Stankov, “Mode locking by a frequency-doubling crystal: generation of transform-limited ultrashort light pulses”, Opt. Lett. **14**(7), 359–361 (1989).

[Sta89b] K. A. Stankov, “Pulse shortening by a nonlinear mirror mode locker”, Appl. Opt. **28**(5), 942–945 (1989).

[Sta90] K. Stankov et F. P. Schäfer, “Mode-locked laser”, United States Patent 4,914,658 (1990).

[Sta91a] K. A. Stankov, V. Kubecek et K. Hamal, “Mode locking of a Nd:YAlO3 laser at the 1.34-µm transition by a second-harmonic nonlinear mirror”, Opt. Lett. **16**(7), 505–507 (1991).

[Sta91b] K. A. Stankov, V. P. Tzolov et M. G. Mirkov, “Frequency-domain analysis of the mode-locking process in a laser with a second-harmonic nonlinear mirror”, Opt. Lett. **16**(9), 639–641 (1991).

[Sta92] K. A. Stankov, V. P. Tzolov et M. G. Mirkov, “Compensation of group-velocity mismatch in the frequency-doubling modelocker”, Appl. Phys. B **54**(4), 303–306 (1992).

[Ste96] G. I. Stegeman, D. J. Hagan et L. Torner, “$\chi^{(2)}$ cascading phenomena and their applications to all-optical signal processing, mode-locking, pulse compression and solitons”, Opt. Quantum Electron. **28**(12), 1691–1740 (1996).

[Sti06] M. Stickley, M. E. Filipkowski, E. Parra et E. E. Hach, “Super High Efficiency Diode Sources (SHEDS) and Architecture for Diode High Energy Laser Systems (ADHELS): An Overview”, in *Advanced Solid-State Photonics*, OSA Technical Digest Series, p. TuA1 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2006).

[Stu07] M. C. Stumpf, S. C. Zeller, A. Schlatter, T. Südmeyer, U. Keller et T. Okuno, “Fiber-Broadened Passively Modelocked Er:Yb:Glass Laser for High-Resolution Optical CoherenceFiber-Broadened Passively Modelocked Er:Yb:Glass Laser for High-Resolution Optical Coherence Tomography”, in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore MD, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CFL6 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2007).

[Sug02] A. Sugar, “Ultrafast (femtosecond) laser refractive surgery”, Curr. Opin. Ophthalmol. **13**(4), 246–249 (2002).

[Tro95] W. J. Tropf, “Temperature-dependent refractive index models for BaF2, CaF2, MgF2, SrF2, LiF, NaF, KCl, ZnS, and ZnSe”, Opt. Eng. **34**(5), 1369–1373 (1995).

[TSI] II–VI Infrared, 375 Saxonburg Blvd, Saxonburg, PA 16056, USA, http://www.iiviinfrared.com/.

[Umb94] A. Umbrasas, J.-C. Diels, J. Jacob et A. Piskarskas, “Parametric oscillation and compression in KTP crystals”, Opt. Lett. **19**(21), 1753–1755 (1994).

[Vel07] A. Velten, J.-C. Diels, V. Kubeček et A. Zavadilová, “Intracavity Pumped Picosecond Optical Parametric Oscillator for Intracavity Interferometry”, in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore MD, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CTuM3 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2007).

[VIG] VIGO System S.A., 3 Swietlikow Str., 01-389 Warszawa, Polska, http://www.vigo.com.pl.

[Vod00] K. L. Vodopyanov, F. Ganikhanov, J. P. Maffetone, I. Zwieback et W. Ruderman, “$ZnGeP_2$ optical parametric oscillator with 3.8–12.4-µm tunability”, Opt. Lett. **25**(11), 841–843 (2000).

[Vod03] K. L. Vodopyanov, “Pulsed mid-IR optical parametric oscillators”, in *Solid-State Mid-Infrared Sources*, édité par I. T. Sorokina et K. L. Vodopyanov, p. 141–178 (Springer, Berlin Heidelberg, Germany, 2003).

[Vod07] K. Vodopyanov, J. E. Schaar, P. S. Kuo, M. M. Fejer, X. Yu, J. S. Harris, V. Kozlov, W. C. Hurlbut, Y. s. Lee, C. Lynch et D. Bliss, “New Light from Gallium Arsenide: Micro-Structured GaAs for Mid-IR and THz-Wave Generation”, in *Conference on Lasers and Electro-Optics, Baltimore MD, USA*, OSA Technical Digest Series, p. CMJ1 (Optical Society of America, Washington DC, USA, 2007).

[Vys01] G. Vysniauskas, E. Bente, D. Burns et P. Hynd, “High Energy KTA OPO operating at 2.9 microns”, in *15th Biennial Meeting of the Institute of Physics Quantum Electronics and Photonics Group (QEP-15)* (Glasgow, Scotland, 2001).

[Web67] H. P. Weber, “Method for Pulsewidth Measurement of Ultrashort Light Pulses Generated by Phase-Locked Lasers using Nonlinear Optics”, J. Appl. Phys. **38**(5), 2231–2234 (1967).

[Wit06] A. Wittmann, M. Giovannini, J. Faist, L. Hvozdara, S. Blaser, D. Hofstetter et E. Gini, “Room temperature, continuous wave operation of distributed feedback quantum cascade lasers with widely spaced operation frequencies”, Applied Physics Letters **89**(14), 141116 (2006).

[Woo05] D. L. Woolard, R. Brown, M. Pepper et M. Kemp, “Terahertz frequency sensing and imaging: a time of reckoning future applications?”, Proceedings of the IEEE **93**(10), 1722–1743 (2005).

[Yu06] J. Yu, D. Grando, L. Tartara et V. Degiorgio, “Widely tunable optical parametric oscillator driven by a pulsed diode-pumped nonlinear-mirror mode-locked Nd:YAG laser”, Opt. Commun. **260**(1), 257–264 (2006).

[Zel97] D. E. Zelmon, D. L. Small et D. Jundt, “Infrared corrected Sellmeier coefficients for congruently grown lithium niobate and 5 mol. magnesium oxide doped lithium niobate”, J. Opt. Soc. Am. B **14**(12), 3319–3322 (1997).

[Zha92] X. M. Zhao et D. J. McGraw, “Parametric mode locking”, IEEE J. Quantum Electron. **28**(4), 930–939 (1992).

[Zon97] J.-J. Zondy, D. Touahri, et O. Acef, “Absolute value of the d_36 nonlinear coefficient of $AgGaS_2$: prospect for a low-threshold doubly resonant oscillator-based 3:1 frequency divider”, J. Opt. Soc. Am. B **14**(10), 2481–2497 (1997).

[Zon03] J.-J. Zondy, C. Bonnin et D. Lupinski, “Second-harmonic generation with monolithic walk-off-compensating periodic structures. I. Theory”, J. Opt. Soc. Am. B **20**(8), 1675–1694 (2003).

Jean-Michel Melkonian

Mise en forme spectrale et temporelle de sources optiques infrarouges par mélange non-linéaire à trois ondes

Résumé : Pour certaines applications, les lasers offrent un choix trop restreint de longueurs d'ondes, et une faible accordabilité. Ces limitations viennent du fait que l'effet laser utilise des résonances atomiques. L'optique non-linéaire permet de s'en affranchir c'est un phénomène non résonnant, donc peu sélectif en longueur d'onde. Néanmoins elle présente des caractéristiques particulières : trois fréquences différentes mises en jeu, l'absence de stockage d'énergie, et le rôle primordial de la phase relative entre les ondes. Dans ce travail nous mettons à profit ces specificités pour mettre en forme spectralement ou temporellement l'émission de lumière dans des sources infrarouges. La première source réalisée est un oscillateur paramétrique optique (OPO) à 3 µm utilisant deux cristaux de KTA. Ses performances sont discutées en régime nanoseconde. Puis nous réalisons un OPO à cristal de PPLN générant des impulsions courtes sous pompage continu par modulation active des pertes. Nous proposons ensuite d'utiliser un absorbant saturable pour verrouiller passivement les modes d'un OPO continu présentant un fort désaccord de vitesse de groupe entre la pompe et le signal. Enfin, nous considérons le cas des sources intégrant à la fois un milieu laser et un dispositif non-linéaire. Nous présentons d'abord un miroir non-linéaire à base de PPLN intégré dans un laser Cr:ZnSe, permettant de produire des impulsions picosecondes accordables autour de 2,5 µm. Nous proposons ensuite de généraliser ce principe en intégrant un OPO dans un laser afin de réaliser une source ultrabrève compacte et accordable.
Mots-clés : laser; oscillateur paramétrique optique; infrarouge; nanoseconde; picoseconde; verrouillage de modes; miroir non-linéaire; OPO intracavité; $LiNbO_3$; PPLN; KTA; GaAs; Cr:ZnSe.

Spectral and temporal shaping of light in infrared sources using three-wave mixing

Abstract: Because they use a resonant process, lasers are often hindered by the small number of available wavelengths and their narrow tunability. Fortunately, nonlinear optics allows to go beyond these limitations by doing frequency conversion in a non resonant way. It is now used in optical parametric oscillators (OPOs) to cover the whole optical spectrum with a wide tunability. However, OPOs display unique properties : three coupled waves with different frequencies and group velocities, a power and phase dependent amplification, and no energy storage. In this work we show that these properties lead to new designs of nonlinear optical sources. We begin with an OPO with increased efficiency, implementing two KTA crystals pumped at 1,064 µm in the nanosecond regime. We then study the possibility of generating short pulses directly in a cw-pumped OPO. We show for the first time that active modelocking in an OPO is possible in the steady-state regime. We then propose to implement passive modelocking by a saturabler absorber in an cw-pumped OPO where there is a strong group velocity mismatch between the signal and the pump. Finally, we adress optical sources including a laser medium and a nonlinear crystal. We build a nonlinear mirror using a PPLN crystal and insert it in a Cr:ZnSe laser to produce picosecond pulses by passive modelocking. We also discuss the possibility of including an OPO inside a cw laser, to produce short tunable pulses in the mid-infrared.
Keywords: laser; optical parametric oscillator; infrared; nanosecond; picosecond; modelocking; nonlinear mirror; intracavity OPO; $LiNbO_3$; PPLN; KTA; GaAs; Cr:ZnSe.

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
BP 72 - 29 avenue de la Division Leclerc
92322 CHATILLON CEDEX
Tel. : + 33 (0) 1 46 73 40 40 - Fax : + 33 (0) 1 46 73 41 41
http://www.onera.fr