



**HAL**  
open science

# Etude de la performance des réseaux d'ouvrages d'art et détermination des stratégies de gestion optimales

André Orcesi

► **To cite this version:**

André Orcesi. Etude de la performance des réseaux d'ouvrages d'art et détermination des stratégies de gestion optimales. Autre. Université Paris-Est, 2008. Français. NNT : . tel-00348406

**HAL Id: tel-00348406**

**<https://pastel.hal.science/tel-00348406>**

Submitted on 3 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ PARIS-EST  
ÉCOLE DOCTORALE MODES**

**Thèse de doctorat**

**Structures et Matériaux**

**Présentée par**

**André ORCESI**

**pour obtenir le titre de Docteur  
de l'Université Paris-Est**

Titre

**ÉTUDE DE LA PERFORMANCE DES RÉSEAUX  
D'OUVRAGES D'ART ET DÉTERMINATION DES  
STRATÉGIES DE GESTION OPTIMALES**

soutenue le 13 octobre 2008, devant le jury composé de :

<b>Prof. Dan FRANGOPOL</b>	<b>Lehigh University</b>	<i>Président</i>
<b>Prof. Daniel BOISSIER</b>	<b>Polytech' Clermont</b>	<i>Rapporteur</i>
<b>Prof. Eugen BRÜHWILER</b>	<b>EPFL</b>	<i>Rapporteur</i>
<b>Prof. Claude PELLEGRIN</b>	<b>Université Lyon 2</b>	<i>Examineur</i>
<b>M. Jean-Marc TANIS</b>	<b>EGIS JMI</b>	<i>Examineur</i>
<b>M. Christian CREMONA</b>	<b>LCPC</b>	<i>Directeur de thèse</i>



## REMERCIEMENTS

En tout premier lieu, je tiens à remercier le Professeur Dan FRANGOPOL, de *Lehigh University* en Pennsylvanie aux États-Unis, d'avoir accepté de présider ce jury, ainsi que les Professeurs Eugen BRÜHWILER, de *l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne* (EPFL) à Lausanne en Suisse et Daniel BOISSIER de *École Polytech' Clermont* à Aubière, d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail.

Toute ma gratitude s'adresse aussi au professeur Claude PELLEGRIN de *l'Université Lyon 2* à Lyon et à Monsieur Jean-Marc TANIS Directeur général *d'Egis Structures et Environnement* (EGIS JMI), qui m'ont fait l'honneur de lire ce mémoire et de participer à la soutenance de cette thèse.

Je remercie tout particulièrement mon directeur de thèse, Monsieur Christian CREMONA, du *Laboratoire Central des Ponts et Chaussées* (LCPC) à Paris, de m'avoir donné l'opportunité de réaliser ma thèse au LCPC et d'avoir encadré cette recherche. Sa rigueur scientifique, sa patience et ses précieux conseils ont permis à ce travail d'aboutir. Je lui en suis profondément reconnaissant et lui témoigne ici toute ma gratitude et mon amitié.

Je suis également redevable de Monsieur Guy POIRIER de la *Direction Générale des Infrastructures des Transports et de la Mer*, de Monsieur Michaël TORIEL de la *Société d'économie mixte de la Ville de Paris*, de Messieurs Pierre-Yves THOMASSON, Bertrand BRUSLES, Kevin GREMILLON et Philippe GOURMELEN de la *Direction Interdépartementale des Routes de l'Île-de-France* et de Madame Séverine CARPENTIER de la *Direction Régionale de l'Équipement en Île-de-France*. Leur aide et leur conseils m'ont grandement aidé durant cette recherche.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur Bruno GODART, Directeur technique Ouvrages d'Art au LCPC et à Monsieur François Toutlemonde chef de la Division Fonctionnement et Durabilité des Ouvrages d'Art au LCPC, pour m'avoir accueilli et soutenu durant la thèse. Merci également aux membres de la section Durabilité des Ouvrages d'Art : Lucas ADÉLAÏDE, Véronique BOUTEILLER, Yiqian CHEN, Jean-François CHERRIER, Minh CONG, Alexandre CURY, Jean DAUTHUILLE, Alexandre DEMAN, Bruno KOUBI, Benjamin RICHARD et Yunyun TONG pour leur soutien et leur aide au quotidien.

Qu'il me soit enfin permis de remercier toute ma famille pour son amour et son soutien constant. En particulier, un grand merci à mes parents, à mes soeurs, Christine et Delphine, à mon beau frère Jérôme MOREAU, à ma belle soeur Hélène CONG et à ma compagne Minh CONG pour leur grande aide durant la préparation et l'organisation de la soutenance. Merci encore à Minh pour son amour, sa patience et son soutien tout au long de la thèse.



## RÉSUMÉ

Dans un contexte de ressources financières limitées et de vieillissement de leur parc d'ouvrages d'art, les gestionnaires font de plus en plus appel à des outils d'aide à la décision. Ces outils ont pour objectif le plus souvent de hiérarchiser les actions de maintenance et dans le meilleur des cas d'optimiser l'allocation des ressources. Les systèmes de gestion actuels ont dans l'ensemble une approche individuelle de la maintenance des ouvrages. Ils n'intègrent pas des critères de performance du réseau de transport, supporté par les ouvrages d'art, lors du processus de décision. Le fonctionnement de ces systèmes de gestion est donc de juxtaposer des actions individuelles « appropriées » pour chaque ouvrage qui, malheureusement, ne le sont peut-être plus forcément vis-à-vis du fonctionnement global du réseau de transport.

L'objectif de la thèse est de fournir une approche globale permettant de déterminer les stratégies de gestion optimales d'un réseau d'ouvrages, et non plus des ouvrages pris dans leur individualité. La démarche proposée est alors d'équilibrer les coûts liés à l'offre de l'infrastructure de transport avec les coûts liés à la demande de transport. Le coût de l'offre du réseau d'ouvrage d'art représente le coût des diverses actions de maintenance nécessaires pour obtenir un niveau de service des ouvrages adéquat, coût supporté par le gestionnaire ou le maître d'ouvrage. Le coût de la demande de transport représente le coût supporté par les usagers du fait de possibles pertes de niveaux de service.

La quantification des coûts de l'offre implique d'introduire la performance des ouvrages. Pour tenir compte des incertitudes inhérentes à l'évolution de la dégradation dans le temps des ouvrages, la performance est caractérisée à l'aide de deux approches probabilistes : une paramétrique, basée sur la théorie de la fiabilité, qui considère un mode de défaillance particulier de l'ouvrage, et une non paramétrique, basée sur un indice d'état qui donne une information sur l'état global de l'ouvrage. La méthodologie est proposée dans un premier temps lorsque les deux informations sont accessibles et dans un deuxième temps lorsque la seule information sur les ouvrages est l'indice d'état. Par ailleurs, la quantification de la demande de transport est effectuée en affectant le trafic sur le réseau de transport suivant les différentes configurations de l'état des ouvrages, puis en calculant la différence de coût pour chacune de ces configurations par rapport à une situation dite de référence où tous les ouvrages ont un niveau de service idéal.

La détermination des stratégies de gestion optimales est effectuée à l'aide d'un algorithme génétique de manière à trouver d'une part les instants optimaux d'intervention et d'autre part les actions de maintenance optimales. Deux procédures sont proposées, une où la somme des coûts des usagers et des coûts du gestionnaire est minimisée, une autre où ces deux coûts sont minimisés de manière séparée, un meilleur compromis étant alors recherché.

La méthodologie proposée permet finalement de déterminer les calendriers de maintenance optimaux d'un réseau d'ouvrages d'art pour un horizon donné. Elle permet de répondre aux deux questions « quand intervenir ? » et « comment intervenir ? » pour disposer d'un fonctionnement du réseau de transport le meilleur possible tout en ajustant les coûts d'intervention.

## ABSTRACT

In a context of scarce capital resources and to tackle the ageing of the bridge stock, stakeholders require and use decision making techniques. These tools prioritize at least maintenance actions and optimize allocation of funds eventually. However, all these bridge management systems have an individual strategy approach. They do not include the performance of the transportation network as a criterion in the decision process. The general principle is to find the most appropriate maintenance strategy for each bridge belonging to a network. This approach is not necessarily the best suited strategy for a transportation network.

The aim of this thesis is to propose a methodology that provides optimal maintenance strategies for a network of bridges and not for each bridge taken as individuals. The proposed methodology consists in balancing supply costs provided by the infrastructure network with demand costs of the network users. The supply costs are those of all needed maintenance actions, performed by the bridge owner, to provide an adequate level of service for the bridges. The demand costs are those supported by the network users in case of inadequate level of service.

The assessment of the supply costs requires to introduce performance of bridges. To take into account the uncertainties in the ageing process of bridges, the performance is calculated by using two probabilistic approaches : a parametrical one that is based on the reliability theory and that applies a failure mode for each bridge, and a non parametrical one that is based on a condition index that gives an information on the overall condition of the bridge. The methodology is proposed in a first time when both information are known, and in a second time when only the condition index is available. Besides, The demand costs are quantified by determining the traffic assignment if there is a traffic disruption for a combination of bridges, then by calculating the difference of user costs for these events with the reference when all bridges are in good condition and ideal performance.

Optimal management strategies are determined by using genetical algorithms. First, optimal maintenance times are found for each bridge. Second, optimal maintenance actions are found. Two approaches are proposed. In a first one, the sum of user costs and maintenance costs is minimized. In a second one both user and maintenance costs are minimized separately and the best compromise is determined.

Finally, the proposed methodology allows to determine the optimal maintenance actions planning for a given time period. It helps to answer the two questions : « when » and « how » take decisions in order to have the best network system by optimizing the different costs.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Remerciements</b>	<b>1</b>
<b>Résumé</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>Notations</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>19</b>
<b>2 Pourquoi parler de réseaux d'ouvrages d'art ?</b>	<b>23</b>
2.1 Gestion actuelle des ouvrages . . . . .	24
2.1.1 Les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) aux États-Unis . . . . .	24
2.1.2 Les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) en Europe . . . . .	25
2.1.3 Hypothèses des SGO non vérifiées à l'échelle du réseau de transport . . . . .	26
2.2 Les réseaux de transport dans un contexte de risque . . . . .	28
2.2.1 Définition des réseaux . . . . .	29
2.2.2 Le risque et les réseaux d'infrastructures . . . . .	29
2.3 Les réseaux d'infrastructures et l'économie . . . . .	36
2.3.1 Les transports et la croissance économique . . . . .	36
2.3.2 Coût des infrastructures de transport . . . . .	37
2.3.3 Tarification actuelle des infrastructures de transport . . . . .	40
2.3.4 Synthèse sur les coûts des transports - cas de la maintenance des ouvrages d'art . . . . .	43
<b>3 Offre du réseau - vieillissement des ouvrages et actions de maintenance</b>	<b>45</b>
3.1 Approche paramétrique de la performance des ouvrages d'art . . . . .	46
3.1.1 Généralités . . . . .	46
3.1.2 Notions de fiabilité structurale et outils classiques . . . . .	47
3.1.3 Introduction de profils types de dégradation . . . . .	48
3.2 Approche non paramétrique de la performance des ouvrages . . . . .	50
3.2.1 Définitions générales . . . . .	50
3.2.2 Les chaînes de Markov à temps discret . . . . .	52
3.2.3 Cas de la notation IQOA . . . . .	53
3.2.4 Utilisation de la base de données IQOA . . . . .	55
3.2.5 Utilisation des chaînes de Markov . . . . .	56

3.2.6	Détermination de la matrice de transition . . . . .	59
3.2.7	Influence de la période d'enquête IQOA considérée sur les composantes de la matrice . . . . .	60
3.2.8	Détermination de la matrice de transition par famille d'ouvrages . . . . .	61
3.2.9	Fonction de performance d'un ouvrage d'art avec la notation IQOA . . . . .	61
3.3	Actions de maintenance . . . . .	63
3.3.1	Impact sur la probabilité de défaillance . . . . .	63
3.3.2	Impact sur la probabilité des états IQOA . . . . .	63
3.4	Coûts de la maintenance . . . . .	65
3.4.1	Coûts de la maintenance dans la base IQOA . . . . .	65
3.4.2	Base de coûts du programme QUADRO . . . . .	67
3.4.3	Coût de la maintenance aux États-Unis . . . . .	68
3.5	Exemple d'un réseau d'ouvrages . . . . .	68
3.5.1	Présentation des ouvrages . . . . .	68
3.5.2	Modélisation de la performance des ouvrages . . . . .	72
3.6	Conclusions . . . . .	76
<b>4</b>	<b>La demande de transport - Évaluation des coûts aux usagers</b>	<b>77</b>
4.1	Modélisation macroscopique du trafic routier . . . . .	78
4.1.1	Nature du trafic . . . . .	78
4.1.2	Variables d'état du trafic . . . . .	78
4.1.3	Relation entre le débit de véhicules et la vitesse de circulation . . . . .	81
4.2	Affectation du trafic . . . . .	85
4.2.1	Affectation du trafic en temps fixe . . . . .	85
4.2.2	Équilibre des usagers et système optimum . . . . .	86
4.3	Coûts à l'utilisateur . . . . .	90
4.3.1	Le coût de la congestion . . . . .	90
4.3.2	Base de données utilisée au Japon . . . . .	93
4.3.3	Le coût d'utilisation du véhicule . . . . .	93
4.3.4	Coût de l'insécurité . . . . .	95
4.4	Application au réseau routier situé à l'Est de l'Île-de-France . . . . .	98
4.4.1	Utilisation des données de la DREIF . . . . .	98
4.4.2	Choix de la zone d'étude . . . . .	99
4.4.3	Simplification du réseau étudié . . . . .	102
4.4.4	Affectation du trafic en cas de perte de niveau de service d'un ouvrage . . . . .	105
4.4.5	Mise en évidence de l'effet réseau . . . . .	111
<b>5</b>	<b>Optimisation des plannings d'inspection et de réparation</b>	<b>113</b>
5.1	Présentation de la maintenance des ouvrages d'art - Principe de la démarche . . . . .	114
5.1.1	Les différents types de maintenance . . . . .	114
5.1.2	Plannings d'inspection et plannings de maintenance . . . . .	115
5.1.3	Principe de la démarche . . . . .	116
5.1.4	Recherche des instants d'intervention - construction d'un arbre d'évènement . . . . .	117
5.1.5	Détermination des coûts de l'offre et de la demande . . . . .	128
5.2	Première formulation du problème d'optimisation . . . . .	133
5.2.1	Recherche des instants d'interventions optimaux . . . . .	134
5.2.2	Illustration de la fonction $C_{INT}$ dans le cas du pont de Nogent . . . . .	135

5.2.3	Utilisation des algorithmes génétiques pour trouver les instants optimaux	139
5.2.4	Recherche des actions de maintenance optimales . . . . .	140
5.2.5	Techniques d'optimisation pour trouver les actions optimales . . . . .	141
5.2.6	Influence des contraintes sur l'indice de fiabilité et sur l'indice d'état . .	141
5.2.7	Influence de la présence d'autres ouvrages . . . . .	145
5.2.8	Influence des profils de dégradation des ouvrages . . . . .	147
5.2.9	Influence des intervalles d'inspection sur les choix du gestionnaire . . .	151
5.2.10	Influence des seuils de détection et des contraintes sur l'indice de fiabilité	154
5.3	Deuxième formulation du problème d'optimisation . . . . .	157
5.3.1	Solutions de Pareto . . . . .	157
5.3.2	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	159
<b>6</b>	<b>Approche simplifiée de l'optimisation des plannings d'inspection et de réparation</b>	<b>175</b>
6.1	Principe de la démarche . . . . .	176
6.1.1	Marges d'évènement liées à des interventions de type structurales . . .	177
6.1.2	Marges d'évènement liées à des maintenances d'équipement . . . . .	179
6.2	Détermination des stratégies de gestion optimales . . . . .	180
6.2.1	Recherche des instants d'interventions optimaux . . . . .	181
6.2.2	Recherche des actions de maintenance optimales . . . . .	183
6.2.3	Exemple d'application aux huit ouvrages du réseau Île-de-France . . .	183
6.2.4	Optimisation des variables décisionnelles . . . . .	192
6.2.5	Influence des intervalles d'inspection . . . . .	203
<b>7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>207</b>
	<b>Annexes</b>	<b>222</b>
<b>A</b>	<b>Description du réseau routier du Sud-Est de l'Île de France, simulations du trafic en cas de défaillance d'ouvrage</b>	<b>223</b>
A.1	Présentation du réseau routier de l'Est de l'Île de France . . . . .	223
A.1.1	Historique du réseau . . . . .	223
A.1.2	Une forte demande de trafic . . . . .	224
A.1.3	Localisation des ouvrages d'art étudiés . . . . .	225
A.2	Visualisation des reports de trafic . . . . .	225
A.3	Visualisation de l'augmentation relative du temps de trajet . . . . .	226
A.4	Synthèse . . . . .	231
<b>B</b>	<b>Profils de dégradation des ouvrages</b>	<b>233</b>
B.1	Corrosion des armatures dans le béton . . . . .	233
B.1.1	Initiation de la corrosion . . . . .	235
B.1.2	Croissance de la corrosion . . . . .	242
B.2	Performance d'une structure métallique soumise à des chargements cycliques .	245
B.3	Perte de performance des ouvrages en béton précontraint . . . . .	249
B.3.1	Phénomène des pertes de précontraintes . . . . .	249
B.3.2	Évolution de l'indice de fiabilité d'un ouvrage subissant des pertes de précontrainte par effets différés . . . . .	251
B.4	Défauts d'équipements . . . . .	252

<b>C</b>	<b>Éléments de la théorie de la fiabilité</b>	<b>257</b>
C.1	Évaluation de la fiabilité . . . . .	257
C.1.1	Probabilité de défaillance . . . . .	257
C.2	Transformées isoprobabilistes . . . . .	258
C.3	Algorithme de calcul de l'indice de fiabilité . . . . .	259
C.4	Notion de système . . . . .	261
C.4.1	Définition . . . . .	261
C.4.2	Calcul de la probabilité de défaillance d'un système en parallèle . . . . .	262
C.4.3	Calcul de la probabilité de défaillance d'un système en série . . . . .	263
C.4.4	Calcul de la loi multinormale . . . . .	265
<b>D</b>	<b>Optimisation à l'aide des algorithmes génétiques</b>	<b>267</b>
D.1	Optimisation mono-objectif : méthode basée sur les algorithmes génétiques . . . . .	267
D.1.1	Définitions générales . . . . .	268
D.1.2	Choix des paramètres . . . . .	271
D.1.3	Vérification de la convergence sur des exemples test . . . . .	271
D.2	Optimisation multi-objectif : modèle basé sur l'algorithme NSGA -II . . . . .	276
D.2.1	Principe de l'optimisation multi-objectif . . . . .	276
D.2.2	Structure de l'algorithme . . . . .	277
D.2.3	Résultats de l'algorithme NSGA sur quelques fonctions test . . . . .	280

## TABLE DES FIGURES

1.1	Organisation de l'étude . . . . .	21
2.1	Effondrement du pont de Minneapolis en août 2007 . . . . .	28
2.2	Exemple de configuration des réseaux . . . . .	30
2.3	Fermeture de l'Interstate I95 à Philadelphie le 19 mars 2008 . . . . .	31
2.4	Fermeture du pont du Teil suite à une rupture d'un hauban . . . . .	33
2.5	Effondrement du Jiujiang bridge en Chine suite à un choc de bateau en 2008 . . . . .	34
2.6	Valeurs associées à la définition d'un réseau de transport . . . . .	35
2.7	Corrélation entre croissance et mobilité des personnes : les tendances (mobilité totale en passagers-kilomètres par an) . . . . .	37
2.8	Évolution de la valeur ajoutée (en %) entre 1979 et 2002 . . . . .	38
2.9	Fonctions de coût . . . . .	39
2.10	Évaluation des coûts et de la tarification pour l'année 1997 . . . . .	42
3.1	Processus de dégradation . . . . .	46
3.2	Dégradation linéaire dans le temps . . . . .	49
3.3	Dégradation ralentissant avec le temps . . . . .	49
3.4	Dégradation s'accéléralant avec le temps . . . . .	50
3.5	Positionnement géographique des ouvrages sur le réseau national . . . . .	54
3.6	Répartition du patrimoine national dans chacune des classes IQOA . . . . .	56
3.7	Influence de la période d'inspection sur les 25 composantes de la matrice . . . . .	60
3.8	Évolution de la probabilité d'être dans chacune des cinq classes IQOA . . . . .	62
3.9	Impact de différentes actions de maintenance sur l'indice de fiabilité de la structure . . . . .	64
3.10	Différents types d'actions de maintenance . . . . .	65
3.11	Coûts de la maintenance suivant la classe IQOA . . . . .	67
3.12	Échangeur de Saint-Maurice . . . . .	69
3.13	Coupes de l'ouvrages . . . . .	70
3.14	Ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	71
3.15	Ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	71
3.16	Évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	73
3.17	Évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	74
3.18	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice . . . . .	75
3.19	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	76
3.20	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont de Nogent . . . . .	76
4.1	Trafic urbain et trafic interurbain . . . . .	78

4.2	Débit journalier sur le réseau (sur le réseau autoroutier en bleu et sur le réseau national en rose) . . . . .	79
4.3	Diagrammes fondamentaux . . . . .	81
4.4	Relation débit/vitesse - courbes françaises . . . . .	82
4.5	Relation débit/vitesse - courbes allemandes . . . . .	83
4.6	Relation débit/vitesse - courbes britanniques . . . . .	84
4.7	Relation entre la vitesse moyenne de circulation et le débit de véhicules . . . . .	84
4.8	Identification des valeurs du temps pour une répartition en six classes . . . . .	86
4.9	Coût de la consommation de carburant (modèle QUADRO) . . . . .	95
4.10	Coût de l'utilisation de la voiture hors carburant (modèle QUADRO) . . . . .	95
4.11	Coût total (modèle QUADRO) . . . . .	95
4.12	Planification des travaux sur la région parisienne pour l'été 2008 (source 20 minutes) . . . . .	99
4.13	Première zone retenue . . . . .	101
4.14	Deuxième zone retenue . . . . .	101
4.15	Troisième zone retenue . . . . .	102
4.16	Carte d'arborescence du trafic (source DREIF) à l'échelle 1 : 494359 . . . . .	103
4.17	Simplification du réseau étudié . . . . .	105
4.18	Modélisation d'une défaillance au niveau d'un ouvrage . . . . .	106
4.19	Description d'une onde de choc . . . . .	107
4.20	Exemple d'une limitation des poids lourds sur l'autoroute A4 dans le sens Province/PARIS . . . . .	108
4.21	Impact d'une limitation des PL sur le pont sur la Marne dans le sens Province - Paris sur la distribution horaire du trafic . . . . .	108
4.22	Schématisation de deux types de chantier de maintenance . . . . .	109
4.23	Comparaison de l'impact sur le trafic pour deux types de chantiers de maintenance	110
4.24	Comparaison de l'impact sur le temps de trajet pour deux types de chantiers de maintenance . . . . .	110
4.25	Combinaisons d'ouvrages favorables et défavorables . . . . .	111
4.26	Mise en évidence des combinaisons d'ouvrages favorables et défavorables pour le réseau étudié . . . . .	112
5.1	Planning d'inspection (de qualité $q_{insp}$ ) et planning d'intervention (de qualité $q_{int}$ )	115
5.2	Seuils déterminant le type d'action de maintenance structurale menée . . . . .	120
5.3	Arbre d'évènement de nature structurale . . . . .	120
5.4	Exemple de probabilisation de la note IQOA et de stratégie de maintenance d'équipement . . . . .	121
5.5	Arbre d'évènement pour les réparations d'équipement . . . . .	121
5.6	Arbre d'évènement mixte . . . . .	123
5.7	Arbre d'évènement pour deux ouvrages . . . . .	125
5.8	Combinaisons d'ouvrages et d'actions . . . . .	130
5.9	Coûts au gestionnaire et aux usagers pour des pertes de niveaux de service de combinaisons d'ouvrages du réseau d'Île-de-France . . . . .	132
5.10	Influence du taux d'actualisation . . . . .	133
5.11	Coût d'inspection . . . . .	137
5.12	Coût de réparation d'équipement . . . . .	137
5.13	Coût de réparation de structure . . . . .	137

5.14	Coût de réparation d'équipement et de structure . . . . .	138
5.15	Coût de réhabilitation . . . . .	138
5.16	Coût de défaillance . . . . .	138
5.17	Coût total . . . . .	139
5.18	Convergence de l'algorithme . . . . .	142
5.19	Évolution de l'indice de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	143
5.20	Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice . . . . .	144
5.21	Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	144
5.22	Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages du pont de Nogent . . . . .	145
5.23	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	145
5.24	Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	146
5.25	Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	146
5.26	Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'instant optimal d'intervention pour chaque ouvrage . . . . .	148
5.27	Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'action optimale de maintenance pour chaque ouvrage . . . . .	148
5.28	Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	149
5.29	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	149
5.30	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont de Nogent . . . . .	150
5.31	Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice . . . . .	150
5.32	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	151
5.33	Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	151
5.34	Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau . . . . .	152
5.35	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	152
5.36	Coût de défaillance . . . . .	153
5.37	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	155
5.38	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	155
5.39	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	156
5.40	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	157
5.41	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	157
5.42	Influence des seuils décisionnels $s_1$ et $s_2$ sur l'instant optimal d'intervention . . . . .	158
5.43	Variation des coûts avec $\mu_R$ pour des délais de type $I_1$ . . . . .	164
5.44	Variation des coûts avec $\mu_R$ pour des délais de type $I_2$ . . . . .	165
5.45	Allure du front de Pareto suivant $\mu_R$ après 100 itérations . . . . .	166
5.46	Fronts de Pareto successifs jusqu'à $F_{3000}$ . . . . .	168
5.47	Fronts de Pareto successifs jusqu'à 2000 itérations pour $T_4$ . . . . .	168
5.48	Évolution de l'indice de fiabilité au cours du temps pour la solution $r_{opt}(T_4)$ . . . . .	169
5.49	Front de Pareto après 3000 itérations . . . . .	169
5.50	Évolution de l'indice de fiabilité au cours du temps pour la solution $r_{opt}(T'_1)$ . . . . .	170
5.51	Résultat du calcul pour deux groupes d'ouvrages . . . . .	172

6.1	Exemple de choix possible de la maintenance . . . . .	178
6.2	Arbre d'évènement pour les réparations d'équipement . . . . .	179
6.3	Arbre d'évènement pour les réparations structurales . . . . .	179
6.4	Arbre d'évènement mixte . . . . .	181
6.5	Front de Pareto après 3000 itérations . . . . .	186
6.6	Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si $IEC \geq 45\%$ .	187
6.7	Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si $IRU < 10\%$ . .	188
6.8	Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si $IEC \geq 45\%$ et $IRU < 10\%$ . . . . .	189
6.9	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers pour trois cas de contraintes . . . . .	190
6.10	Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages du pont sur la Marne si $IEC \geq 45\%$ et $IRU < 10\%$ . . . . .	190
6.11	Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice si $IEC \geq 45\%$ et $IRU < 10\%$ . . . . .	191
6.12	Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages du pont de Nogent si $IEC \geq 45\%$ et $IRU < 10\%$ . . . . .	191
6.13	Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'instant optimal d'intervention de chaque ouvrage . . . . .	193
6.14	Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages . . . . .	193
6.15	Évolution du front de Pareto au cours des itérations . . . . .	194
6.16	Évolution de l'état IQOA probabilisé . . . . .	194
6.17	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	195
6.18	Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages . . . . .	195
6.19	Évolution du front de Pareto au cours des itérations . . . . .	196
6.20	Résultat du calcul d'optimisation . . . . .	197
6.21	Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'instant optimal d'intervention pour chaque ouvrage . . . . .	198
6.22	Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages . . . . .	198
6.23	Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'action optimale de maintenance pour chaque ouvrage . . . . .	199
6.24	Évolution de l'état IQOA probabilisé . . . . .	199
6.25	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	200
6.26	Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages . . . . .	201
6.27	Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les quatre ouvrages . . . . .	202
6.28	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers . . . . .	202
6.29	Influence des intervalles d'inspection sur la probabilité d'être en 3U à la fin du planning . . . . .	203
6.30	Influence des intervalles d'inspection sur la probabilité d'être en 3U à la fin du planning . . . . .	204
A.1	Carte du réseau routier d'Île de France . . . . .	224
A.2	Schématisation des axes principaux du réseau étudié . . . . .	226

A.3	Localisation des différents ouvrages étudiés . . . . .	227
A.4	Ouvrages considérés . . . . .	228
A.5	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les quatre ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice StMau1, StMau2, StMau3, StMau4 . . . . .	229
A.6	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les deux ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	230
A.7	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur le pont de Nogent pour chaque sens de circulation . . . . .	230
A.8	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les quatre ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice StMau1, StMau2, StMau3, StMau4 . . . . .	231
A.9	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les deux ouvrages du pont sur la Marne . . . . .	232
A.10	Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur le pont de Nogent pour chaque sens de circulation . . . . .	232
B.1	Représentation simplifiée de l'évolution de la corrosion des armatures dans le béton armé . . . . .	234
B.2	Représentation des étapes de performance d'un élément de poutre en béton armé . . . . .	234
B.3	Corrosion des armatures par les chlorures . . . . .	235
B.4	Surface de simulation de la teneur en chlorures à la profondeur $x$ et à l'instant $t$ (coefficient de diffusion uniforme) . . . . .	236
B.5	Corrosion des armatures par carbonatation . . . . .	237
B.6	Influence de $C_S$ . . . . .	239
B.7	Évolution de l'indice de fiabilité $\beta$ par tranche de 50 ans . . . . .	240
B.8	Influence de la concentration en portlandite . . . . .	241
B.9	Évolution de l'indice de fiabilité $\beta$ par tranche de 50 ans . . . . .	242
B.10	Représentation schématique des gammes des valeurs de courant de corrosion . . . . .	243
B.11	Évolution de l'indice de fiabilité vis-à-vis de la fissuration à 0,3 mm . . . . .	244
B.12	Schéma de l'assemblage et de la direction de propagation de la fissure . . . . .	245
B.13	Courbe conventionnelle de Wöhler . . . . .	246
B.14	Influence du facteur $d_p$ . . . . .	248
B.15	Évolution de l'indice de fiabilité par tranches de 50 ans . . . . .	248
B.16	Déformation différée par fluage du béton . . . . .	250
B.17	Influence des pertes de précontrainte instantanées sur l'évolution de l'indice de fiabilité . . . . .	253
B.18	Évolution de l'indice de fiabilité par tranches de 25 ans . . . . .	253
B.19	Équipements d'un pont dalle en béton armé . . . . .	254
B.20	Défauts de joints de chaussée . . . . .	254
B.21	Défauts de surface . . . . .	255
C.1	Espace $U$ . . . . .	259
C.2	Illustration de l'algorithme de recherche du point de conception . . . . .	261
D.1	Points singuliers d'une fonction unidimensionnelle multimodale . . . . .	268
D.2	Organigramme d'un algorithme génétique . . . . .	270
D.3	a) Opération de croisement b) Opération de mutation . . . . .	271

D.4	Représentation de $f_1$ pour $n = 2$ . . . . .	272
D.5	Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction $f_1$ ) . . . . .	272
D.6	Représentation de $f_2$ pour $n = 2$ . . . . .	273
D.7	Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction $f_2$ ) . . . . .	273
D.8	Représentation de $f_3$ pour $n = 2$ . . . . .	274
D.9	Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction $f_3$ ) . . . . .	274
D.10	Représentation de $f_4$ pour $n = 2$ . . . . .	275
D.11	Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction $f_4$ ) . . . . .	275
D.12	Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction $f_4$ avec $f_4(x) \geq 5$ ) . . . . .	276
D.13	Exemple d'un front de Pareto . . . . .	276
D.14	Distance de <i>crowding</i> , les points noirs sont des solutions appartenant au même front . . . . .	278
D.15	Opération de mutation . . . . .	279
D.16	Solutions obtenues avec NSGA-II pour la fonction KUR . . . . .	280
D.17	Solutions obtenues avec NSGA-II pour le problème $P_1$ . . . . .	281
D.18	Solutions obtenues avec NSGA-II pour le problème $P_2$ . . . . .	282

## NOTATIONS

### Majuscules latines

$[C_c]$	Coût dû à la consommation de carburant
$[C_{hc}]$	Coût d'utilisation du véhicule hors carburant
$[C_{fu}^\theta]$	Coût aux usagers lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ présente une défaillance
$[C_{fg}^\theta]$	Coût au gestionnaire lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ présente une défaillance
$[C_{f,\xi}^\theta]$	Coût total lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ présente une défaillance
$[C_g]$	Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire
$[C_{INT}^{\text{usagers}}]$	Coût moyen du planning d'intervention pour les usagers
$[C_{INT}^{\text{gestionnaire}}]$	Coût moyen du planning d'intervention pour le gestionnaire
$[C_{INT}]$	Coût moyen total du planning d'intervention
$[C_{insp}^m]$	Coût d'inspection de l'ouvrage $m$
$[C_{REP_u,\xi}^\theta]$	Coût aux usagers lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ a le type d'intervention $\xi$
$[C_{REP_g,\xi}^\theta]$	Coût au gestionnaire lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ a le type d'intervention $\xi$
$[C_{REP,\xi}^\theta]$	Coût total lorsque la combinaison d'ouvrages $\theta$ a le type d'intervention $\xi$
$[C_{REP}^{\text{usagers}}]$	Coût du planning d'intervention pour les usagers
$[C_{REP}^{\text{gestionnaire}}]$	Coût du planning d'intervention pour le gestionnaire
$[C_{REP}]$	Coût total du planning d'intervention
$[C_{ug}]$	Coût cumulé actualisé pour les usagers
$[\mathcal{E}]$	Ensemble des événements pour une combinaison d'ouvrages donnée
$[F_{n_{it}}]$	Front de Pareto après $n_{it}$ itérations
$[h(X)]$	Information (qualitative ou quantitative) à l'issue d'une inspection de l'ouvrage
$[H]$	Marge d'événement
$[H_b^0]$	Marge d'événement de dépassement du premier seuil de dégradation $g_b^0$ pour l'ouvrage $b$
$[H_b^\lambda]$	Marge d'événement de dépassement du seuil $g_b^{\lambda-1}$ pour l'ouvrage $b$
$[IE^m]$	Indice d'état de l'ouvrage $m$
$[IE_0^m]$	Indice d'état maximum acceptable de l'ouvrage $m$
$[K]$	Concentration (ou densité) de véhicules
$[L_{b,RF}]$	Marge d'évènement de ne rien faire
$[L_{b,eq}]$	Marge d'évènement de faire une maintenance d'équipement
$[L_{b,S}]$	Marge d'évènement de faire une maintenance structurale préventive
$[L_{b,S+eq}]$	Marge d'évènement de faire une maintenance structurale préventive et une maintenance d'équipement

$[L_{b,reh}]$	Marge d'évènement de faire une réhabilitation de l'ouvrage
$[M_b]$	Marge de sécurité de l'ouvrage $b$
$[M_b^k]$	Marge de sécurité de l'ouvrage $b$ après l'action de maintenance de type $k$
$[M_i]$	Matrice de la stratégie liée à l'action de maintenance de type $i$
$[M_n(\mathbf{R})]$	Ensemble des matrices réelles d'ordre $n$
$[N]$	Nombre d'ouvrages du réseau
$[N_e]$	Nombre d'évènements possibles
$[O]$	Ensemble des $N$ ouvrages du réseau
$[P]$	Matrice de transition
$[P_f]$	Probabilité de défaillance
$[P_{f,b_1}]$	Probabilité de défaillance de l'ouvrage $b_1$
$[P_{f,b_2}]$	Probabilité de défaillance de l'ouvrage $b_2$
$[P_f^\theta]$	Probabilité que la combinaison d'ouvrages $\theta$ présente une défaillance
$[PL]$	Poids lourds
$[P_{REP,eq}^b]$	Probabilité d'avoir une maintenance d'équipement sur l'ouvrage $b$
$[P_{REP,\chi}^b]$	Probabilité d'avoir une maintenance de type $\chi$ sur l'ouvrage $b$
$[P_{REP,\xi}^\theta]$	Probabilité que la combinaison de ponts $\theta$ ait la combinaison d'interventions $\xi$
$[Q]$	Débit de véhicules
$[R]$	Terme de résistance
$[RF]$	Ne rien faire
$[R_{eq}]$	Faire une maintenance d'équipement
$[R_S]$	Faire une maintenance structurale préventive
$[R_{S+eq}]$	Faire une maintenance structurale préventive accompagnée d'une maintenance d'équipement
$[Reh]$	Faire une réhabilitation
$[S]$	Terme de sollicitation
$[T_{m,n}^{insp}]$	$n^{\text{ème}}$ inspection de l'ouvrage $m$
$[T_{m,l}^{int}]$	$l^{\text{ème}}$ intervention de l'ouvrage $m$
$[T_{opt}]$	Solution d'instantants optimaux
$[UC_C]$	Coût dû au temps de trajet supplémentaire en cas de fermeture des axes du réseau
$[UC_T]$	Coût dû à la consommation d'énergie supplémentaire en cas de fermeture des axes du réseau
$[VL]$	Véhicules légers
$[V]$	Vitesse des véhicules
$[V_{PL}(Q)]$	Vitesse des poids lourds en fonction du débit $Q$
$[V_{VL}(Q)]$	Vitesse des véhicules légers en fonction du débit $Q$

## Minuscules latines

$[d_f^\theta]$	Durée de la défaillance pour la combinaison d'ouvrages $\theta$
$[d_{rep,\xi}^\theta]$	Durée de la maintenance de type $\xi$ pour la combinaison d'ouvrages $\theta$
$[e(VL/PL)]$	Coefficient d'équivalence
$[g]$	Profil de dégradation type
$[g_i]$	Fonction de dégradation de type $i$
$[g_b^\lambda]$	Seuil de dégradation $\lambda$ pour l'ouvrage $b$

$[n_m^{insp}]$	Nombre d'inspections pour l'ouvrage $m$ pendant la durée du planning
$[p_{dem}]$	Probabilité de démolition/reconstruction
$[\hat{p}_{r,eq}^b]$	Vecteur stratégie déterminant pour quelle(s) classe(s) IQOA une intervention d'équipement doit être effectuée
$[q]$	Vecteur donnant la probabilité d'être dans chaque classe IQOA
$[q_{insp}]$	Qualité des inspections
$[q_{int}]$	Qualité des interventions
$[r_l^m]$	Action de maintenance menée à la $l^{\text{ème}}$ intervention de l'ouvrage $m$
$[r_{opt}]$	Solution d'actions optimales
$[t]$	Temps
$[u.v.p.]$	Unité de voitures particulières

## Majuscules grecques

$[\Theta(\omega)]$	Ensemble des différentes combinaisons d'ouvrages de taille $\omega$
$[\Phi^{-1}(\cdot)]$	Fonction de répartition inverse de la loi normale centrée réduite
$[\Phi(\cdot)]$	Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite
$[\Phi_r(\cdot, \cdot)]$	Fonction de répartition de la loi multinormale de dimension $r$
$[\Xi(\theta)]$	Ensemble de tous les évènements possibles pour la combinaison d'ouvrages $\theta$

## Minuscules grecques

$[\alpha]$	Taux d'actualisation
$[\beta]$	Indice de fiabilité
$[\beta_0^m]$	Valeur minimale de l'indice de fiabilité pour l'ouvrage $m$
$[\kappa_i^1]$	$i^{\text{ème}}$ Contrainte d'inégalité
$[\kappa_i^2]$	$i^{\text{ème}}$ Contrainte d'égalité
$[\mu_X]$	Valeur moyenne de la variable $X$
$[\sigma_X]$	Écart type de la variable $X$
$[\theta]$	Combinaison d'ouvrages
$[\xi]$	Combinaison d'actions
$[\omega]$	Taille de la combinaison d'ouvrages

## Abréviations

$[AASHTO]$	American Association of State Highway and Transportation Officials
$[AFNOR]$	Association Française pour la NORMALISATION
$[ASCE]$	American Society of Civil Engineers
$[CE]$	Commission Européenne
$[DGITM]$	Direction Générale des Infrastructures, des Transports et de la Mer

[DIRIF]	Direction Interdépartementale des Routes de l'Île-de-France
[DR]	Démolition/Reconstruction
[DREIF]	Direction Régionale de l'Équipement en Île-de-France
[ENPC]	École Nationale des Ponts et Chaussées
[EPFL]	École Polytechnique Fédérale de Lausanne
[FORM]	First Order Reliability Method
[HPM]	Heure de Pointe du Matin
[HPS]	Heure de Pointe du Soir
[IABSE]	International Association for Bridge and Structural Engineering
[ICOSSAR]	International Conference On Structural Safety And Reliability
[IQOA]	Image Qualité des Ouvrages d'Art
[IE]	Indice d'État
[IEC]	Indice d'Entretien Courant du patrimoine
[IES]	Indice d'Entretien Spécialisé du patrimoine
[IER]	Indice d'Entretien et de Réparation du patrimoine
[IRU]	Indice de Réparation Urgente du patrimoine
[LCPC]	Laboratoire Central des Ponts et Chaussées
[LGV]	Light Goods Vehicle
[LRPC]	Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées
[MFT]	Ministère Fédéral des Transports
[NSRI]	Nihon Sogo Research Institute
[NF]	Norme Française
[ODE]	Occurrence de la séquence à Deux États
[OGV]	Other Goods Vehicle
[OSE]	Occurrence de Séquence d'États
[PIA]	Personal Injury Accident
[PSV]	Passenger Service Vehicle
[SDRIF]	Schéma Directeur de la Région Île-de-France
[SETRA]	Service d'Études sur les Transports, les Routes et leurs Aménagements
[SORM]	Second Order Reliability Method
[STE]	Séquence de Transition entre États

## CHAPITRE

### 1

# INTRODUCTION

Dans le contexte du vieillissement des patrimoines d'ouvrages d'art associé à des budgets de maintenance contraints, la recherche de stratégies de gestion des ouvrages doit être effectuée en tenant compte d'indicateurs pertinents, ceci afin d'allouer les crédits de manière optimale. Dans les systèmes de gestion les plus développés, les ressources budgétaires sont allouées afin d'assurer une performance adéquate à l'ouvrage. En France, les outils de gestion d'ouvrages d'art (IQA, Lagora,...) ne permettent pas de déterminer de telles stratégies de maintenance, leur champ d'action se limitant à faire un inventaire du patrimoine, au mieux à prédire son évolution dans le temps ou à planifier des actions de maintenance. Dans les deux cas, ces systèmes de gestion d'ouvrages restent d'appoint limité pour ce qui concerne la hiérarchisation et la planification des actions sur un réseau d'ouvrages. En effet ces systèmes ne considèrent les ouvrages qu'individuellement et non comme un maillon du réseau routier auquel ils appartiennent. Ils reposent donc essentiellement sur une globalisation des états de service individuels des ouvrages. Dans ce contexte, il n'est pas possible de déterminer les stratégies de gestion des différents ouvrages pour avoir un fonctionnement optimal du réseau mais tout au mieux de maintenir chacun des ouvrages au-dessus d'un certain seuil jugé acceptable.

Une approche globale en réseau doit permettre d'éviter ces limitations en prenant en considération la capacité du réseau de transport dans son ensemble, fournissant un service à l'utilisateur. Une telle démarche fait appel à des notions d'offre et de demande, l'enjeu étant que l'offre du gestionnaire, c'est-à-dire l'état des ouvrages de son réseau, réponde au mieux à la demande des usagers, c'est-à-dire à la demande de trafic. Une telle approche permet de prendre en compte la connectivité et la fonctionnalité du réseau en termes d'itinéraires alternatifs et de volume de trafic à gérer.

Par ailleurs, les données spécifiques des ouvrages, telles que le trafic réel supporté ou l'altération de leur résistance par d'éventuelles dégradations, sont souvent entachées d'incertitudes (dimensions géométriques, propriétés des matériaux, caractéristiques de

dégradation ou environnement extérieur). Ces incertitudes impliquent d'être considérées et traitées ; le cadre probabiliste, au travers de la théorie de la fiabilité des structures, à défaut d'être le meilleur ou le plus approprié dans le cadre d'informations imprécises ou incomplètes, offre une approche pour les prendre en compte.

Pour autant, il n'est pas aisé ni utile pour un gestionnaire de systématiquement mener une étude de fiabilité pour tous les ouvrages de son réseau. Ce dernier dispose essentiellement de notes établies lors des visites d'inspection<sup>1</sup> ; ces informations forment une donnée importante, bien que partielle et partielle, pour quantifier la performance des ouvrages dont il a la gestion. La prise en compte de la notation d'état IQOA pour les ouvrages d'art du réseau national est donc essentielle et mérite d'être prise en compte.

L'objectif de cette thèse est de développer une démarche probabiliste permettant de déterminer la stratégie de maintenance de chacun des ouvrages d'art d'un réseau afin que ce dernier assure une réponse optimale à la demande de transport. Le processus d'optimisation doit permettre de considérer plusieurs ouvrages se trouvant dans des phases de performance diverses : pertes de durabilité au niveau du matériau, pertes d'aptitude au service de l'ouvrage ou encore perte de sécurité structurale. Elle vise à donner une méthodologie au gestionnaire pour décider des actions de maintenance optimales qu'il doit mener sur les différents ouvrages de son réseau. Cette approche est d'autant plus pertinente en France suite au processus de décentralisation et de restructuration du réseau routier national selon une gestion dite « par itinéraire du réseau structurant ».

Pour atteindre cet objectif, le mémoire est divisé en six chapitres, dont le premier est cette introduction, et quatre annexes (Figure 1.1). Le deuxième chapitre porte sur la **gestion actuelle des ouvrages d'art** et sur la **vulnérabilité des réseaux**. Cette brève présentation a pour but d'introduire le concept de vulnérabilité des réseaux d'ouvrages d'art et d'analyser les défaillances de la gestion actuelle des ouvrages.

Le troisième chapitre est consacré à la définition de **l'offre fournie par le réseau**. Deux approches sont utilisées pour décrire la performance des ouvrages d'art. La première est paramétrique et introduit un état-limite qui délimite un domaine dit de fonctionnement normal de l'ouvrage d'un domaine dit de dysfonctionnement à éviter. Par une quantification des incertitudes sur les différents variables mises en jeu et à l'aide des outils de la théorie de la fiabilité, on détermine alors la probabilité de se trouver dans le domaine de dysfonctionnement. La deuxième approche est non-paramétrique et utilise la théorie des chaînes de Markov pour modéliser l'évolution de la performance dans le temps. Les chaînes de Markov sont appliquées non pas pour traduire l'évolution de propriétés mécaniques de l'ouvrage mais pour traduire l'évolution d'un indice d'état global de l'ouvrage. L'objectif de l'utilisation de ces deux approches est de combiner un profil de dégradation des ouvrages avec une note globale de l'ouvrage attribuée lors des visites d'inspection et plus facilement accessible que la première caractérisation pour un gestionnaire. Une fois ces deux approches présentées, les coûts de maintenance des ouvrages d'art sont détaillés.

---

<sup>1</sup>En France les visites IQOA (Image Qualité Ouvrages d'Art) sont effectuées tous les trois ans et les inspections détaillées tous les six ans.

Le quatrième chapitre est dédié à l'identification de la **demande en réseau de transport** par les usagers. Les interventions sur les ouvrages sont susceptibles d'entraîner une diminution notable de la capacité de volume de trafic au point du réseau où ils se situent du fait de la fermeture partielle ou totale de la circulation en raison de dysfonctionnements ou d'actions de maintenance. Un modèle d'affectation de trafic a donc été implémenté et permet de simuler la nouvelle répartition du trafic et les coûts supplémentaires supportés par les usagers lorsque de telles situations surviennent. La prise en compte de ces coûts permet de placer l'utilisateur au cœur de la problématique des stratégies de maintenance.

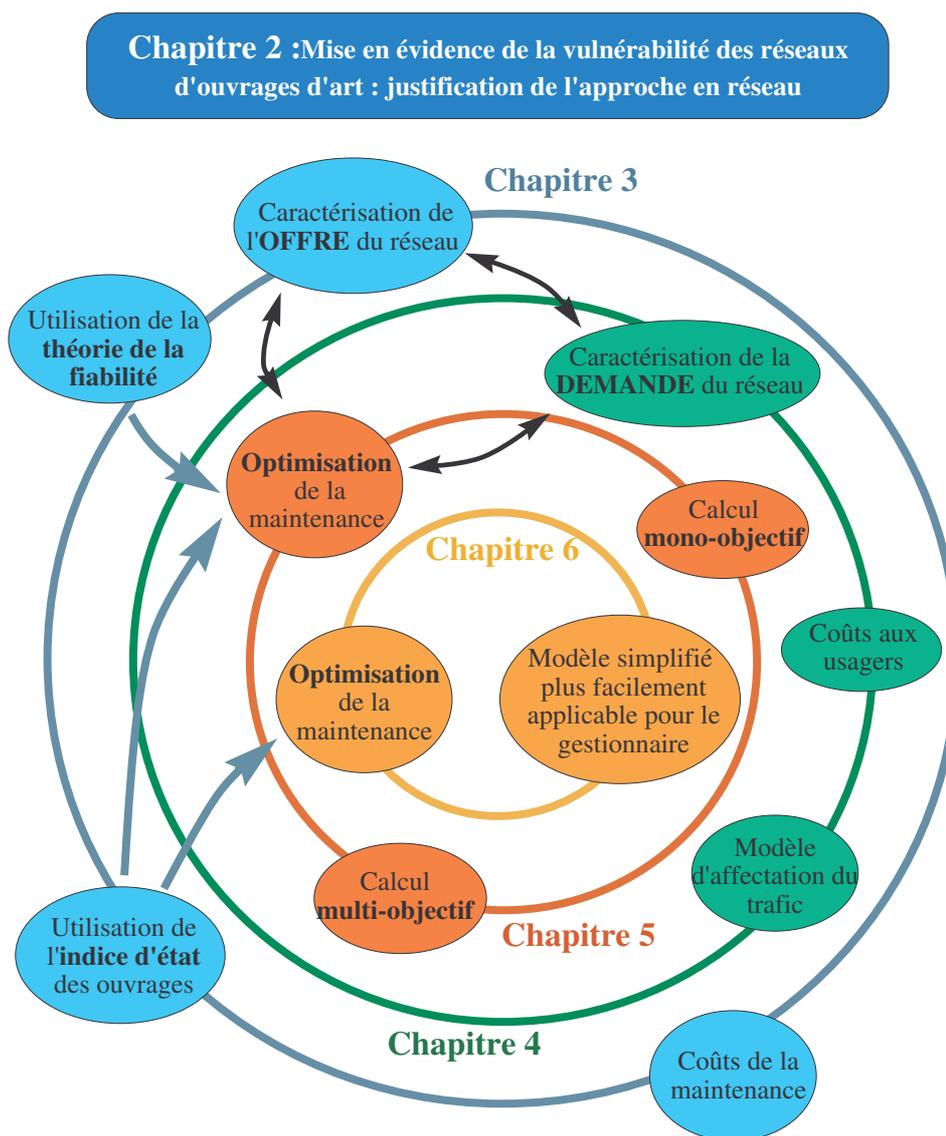


FIG. 1.1 – Organisation de l'étude

Le cinquième chapitre introduit une **technique d'optimisation de la maintenance** des ouvrages d'art se basant sur l'équilibre des coûts de l'offre et de la demande. Le but est alors de déterminer la date de la prochaine intervention et l'action à entreprendre pour chacun des ouvrages du réseau. Le calcul est mené en deux temps : dans un premier temps, les instants d'interventions sont déterminés en tenant compte de l'ensemble des résultats d'inspection

possibles lors des visites d'inspections de l'ouvrage. Dans un deuxième temps, les actions optimales à effectuer aux instants déterminés précédemment sont identifiées. Pour chacune de ces deux étapes, le calcul consiste soit à minimiser le coût global, i.e. la somme de l'ensemble des coûts du gestionnaire et des usagers, soit à minimiser les coûts des usagers et du gestionnaire de manière simultanée (on parle de front de Pareto), tout en respectant des contraintes sur différents paramètres (la performance des ouvrages par exemple). La technique des algorithmes génétiques est alors utilisée pour réaliser l'optimisation.

Le sixième chapitre se propose de **simplifier l'approche** du cinquième chapitre. Les stratégies de gestion optimales sont déterminées en utilisant les mêmes techniques qu'au chapitre 5 mais avec une description de la performance des ouvrages uniquement basée sur l'indice d'état de l'ouvrage, fourni par les inspections.

Enfin, les quatre annexes apportent des compléments d'information aux chapitres de la thèse, notamment sur l'exemple du réseau routier du sud-est de l'Île-de-France, utilisé dans la thèse pour illustrer les concepts théoriques et pour lequel quelques simulations de trafic sont proposées, sur les modèles permettant de décrire l'évolution de la performance des ouvrages soumis à des processus de dégradation avec le temps, sur les notions de base de la théorie de la fiabilité, et sur les algorithmes génétiques qui sont utilisés dans les calculs d'optimisation.

## CHAPITRE

### 2

# POURQUOI PARLER DE RÉSEAUX D'OUVRAGES D'ART ?

L'objectif de ce chapitre est de présenter les enjeux d'une approche globale de la maintenance des ouvrages d'art. Pour cela, le chapitre est divisé en quatre parties :

- dans la première partie, les méthodes de gestion actuelles des ouvrages d'art sont présentées. La gestion des ouvrages d'art englobe l'ensemble des opérations menées tout au long de la vie des ouvrages, de leur conception et de leur construction jusqu'à leur fin de vie ; elle a donc pour objectif d'assurer la fonctionnalité des ouvrages et la sécurité de ses usagers. Les modèles utilisés dans différents pays sont d'abord présentés puis leurs limitations mises en évidence ;
- dans la deuxième partie, le problème est abordé d'un point de vue fonctionnel. Le rôle du réseau de transport dans les flux de déplacement de personnes et de biens est abordé et la vulnérabilité fonctionnelle du réseau vis-à-vis de la défaillance des ouvrages d'art est détaillée. L'utilité de l'optimisation du fonctionnement de l'infrastructure de transport est alors justifiée par l'importance qu'occupent les réseaux de transport dans la société et par leur vulnérabilité en cas de dysfonctionnements d'un de leurs éléments constitutifs, à savoir ici les ouvrages d'art ;
- dans la troisième partie, le problème est abordé d'un point de vue purement économique. L'importance des transports dans la croissance économique d'un pays est d'abord rappelée. Puis, après avoir décrit brièvement certains principes économiques de base, la notion de coût des infrastructures de transport est introduite. Ce coût correspond à un service rendu à l'utilisateur par l'infrastructure de transport. Les politiques tarifaires des transports tendant de plus en plus à imputer également aux usagers les coûts des nuisances qu'ils provoquent dans leur utilisation des infrastructures de transport (coûts de la congestion routière, de l'insécurité due aux infrastructures, de la pollution, etc.), l'optimisation du fonctionnement global de l'infrastructure de transport se trouve justifiée étant donné ce coût indirect à la charge des

- usagers et par la volonté des pouvoirs publics pour diminuer l'ensemble des nuisances des transports ;
- dans la quatrième partie, les objectifs à atteindre, compte tenu des constats établis dans les trois premières parties, sont enfin présentés et le cadre général de l'étude est détaillé.

## 2.1 Gestion actuelle des ouvrages

Face au vieillissement des ouvrages et aux contraintes budgétaires, les pays développés ont progressivement amélioré leur système de gestion afin d'optimiser l'allocation de ressources dans un processus de hiérarchisation. Ces systèmes de gestion d'ouvrages n'ont néanmoins pas tous le même degré de complexité et seuls quelques uns optimisent réellement les coûts de maintenance sur le long terme.

### 2.1.1 Les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) aux États-Unis

#### 2.1.1.1 Le système de gestion PONTIS

Jusqu'à la fin des années 60, la gestion de la maintenance des ouvrages était effectuée aux États-Unis au cas par cas lorsqu'un problème était détecté sur un ouvrage (Thompson, Small, Johnson & Marshall 1998). Cette politique de gestion corrective fut mise à mal lorsque survinrent de multiples défaillances d'ouvrages allant même parfois jusqu'à l'effondrement. Le gouvernement américain décida alors de définir une politique d'inspection standardisée des ouvrages d'art et de relever systématiquement les données recueillies lors des inspections afin de constituer une base de données globale des ouvrages. Cette démarche permit d'enrichir la base de données, et donc la connaissance de l'évolution du parc d'ouvrages, du début des années 70 jusqu'au milieu des années 90.

A partir du milieu des années 80, différents états américains, conscients de la nécessité d'optimiser les budgets de maintenance des ouvrages, s'intéressèrent de plus en plus au développement d'outils permettant d'aider les gestionnaires dans leur choix de stratégie de maintenance. Voyant l'intérêt manifesté par ces différents états, la Federal Highway Administration (FHWA) décida de promouvoir des outils de gestion de la maintenance des ouvrages pouvant être utilisés à l'échelle nationale et mis au point en coordination avec les départements des transports (DOTs) des différents états : le système de gestion PONTIS était né (PONTIS 1993a, PONTIS 1993b).

Le logiciel PONTIS permet d'optimiser les politiques de maintenance des ouvrages en se basant sur une minimisation des coûts sur le cycle de vie des ouvrages (long terme) en effectuant une analyse de type coûts-bénéfices ; le bénéfice est calculé comme l'économie réalisée en intervenant immédiatement sur l'ouvrage par rapport au report de l'intervention d'une ou de plusieurs années. Cet outil est actuellement utilisé par environ une quarantaine d'états aux USA, avec des exceptions notables comme les états de New York ou de Pennsylvanie (BRIME 2001). La particularité de PONTIS est de considérer les différentes parties de l'ouvrage de manière indépendante. Le logiciel utilise alors les chaînes de Markov pour modéliser l'avancement de la dégradation des différentes parties d'ouvrages. Les avantages pour les usagers, si une action de maintenance est effectuée, sont calculés et inclus dans l'analyse coût/bénéfice. Les différents avantages considérés pour les usagers sont ceux en rapport avec la sécurité et ceux en rapport avec les coûts de détour des poids lourds si la traversée de l'ouvrage est susceptible de leur être interdite.

PONTIS est aujourd'hui le logiciel le plus avancé en terme de déploiement, d'utilisation et de hiérarchisation des actions de maintenance des différentes parties d'ouvrages. Il est à noter cependant que les ouvrages sont traités de manière indépendante et que le calcul d'optimisation se fait ouvrage par ouvrage. L'une des grandes critiques portée à l'encontre de ce logiciel est qu'il fait la place uniquement à des modèles mathématiques non physiques (chaînes de Markov), marginalisant in fine les considérations physiques sur les systèmes étudiés. Cette formalisation mathématique à l'excès est aujourd'hui décriée, notamment au Canada.

### **2.1.1.2 Le système de gestion BRIDGIT**

Comme indiqué au paragraphe 2.1.1.1, les États-Unis ont pris conscience à partir des années 70 de l'état de leur patrimoine d'ouvrage et de la nécessité d'optimiser la maintenance afin de préserver l'état des ouvrages dans un contexte de ressources financières limitées. Le National Cooperative Highway Research Project (NCHRP) 12-28(2) fut alors initié en 1985 par l'American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) en coopération avec la FHWA afin de développer un logiciel de gestion d'ouvrages pour les différentes agences de transport du pays. Le système de gestion BRIDGIT fut alors créé (Hawk & Small 1998). Cet outil permet de hiérarchiser les actions de maintenance en classifiant les ouvrages suivant une vaste famille de critère. Son avantage est qu'il ne nécessite pas de lourds moyens pour être implémenté et qu'il est compatible avec les données du système PONTIS (Paragraphe 2.1.1.1). Comme ce dernier, BRIDGIT utilise des chaînes de Markov pour déterminer l'état d'avancement de la dégradation des parties d'ouvrages et considère les avantages d'une intervention pour les usagers au travers d'une analyse coûts-bénéfices. BRIDGIT est aujourd'hui assez peu employé par les états américains et son avenir est des plus incertain.

## **2.1.2 Les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) en Europe**

### **2.1.2.1 Panorama des différents pays**

Le projet européen BRIME (2001) avait pour objectif d'analyser et de comparer l'ensemble des politiques de maintenance dans différents pays européens. Les conclusions furent les suivantes : « la plupart des pays européens n'utilisent pas de système de gestion d'ouvrages réalisant une optimisation des coûts de maintenance sur le long terme. Certains pays font cependant exception comme le Danemark qui utilise un programme de priorisation, la Suède qui emploie un module de planification pour étudier les stratégies possibles en association avec des coûts actualisés, la Finlande qui utilise un indice de réparation ou encore la Suisse avec le programme KUBA<sup>1</sup>.[...] En Belgique, en France, en Allemagne et en Irlande, les décisions sont basées sur le jugement de l'ingénieur. Au Royaume-Uni, les coûts tout au long du cycle de vie et l'analyse coûts-bénéfices sont utilisés. En Espagne, les décisions sont fondées sur le pourcentage du coût de réparation par rapport au coût de remplacement en prenant en compte les perturbations du trafic. » (BRIME 2001). Les méthodes utilisées pour gérer les patrimoines d'ouvrages sont donc très différentes d'un pays à l'autre et n'utilisent pas toutes des techniques de hiérarchisation lors de l'affectation des ressources financières.

---

<sup>1</sup>cf. (Hadjin, Ludescher & Salamé 1998) pour plus de détails sur le système de gestion KUBA.

### 2.1.2.2 Le cas de la France

La France ne dispose pas de système de gestion d'ouvrages lui permettant d'optimiser les stratégies de maintenance sur le long terme, l'affectation des ressources étant effectuée selon le jugement de l'ingénieur. Des outils existent cependant tels que la méthode IQOA (Image Qualité Ouvrages d'Art), ou la méthode VSC (Visites Simplifiées Comparées). Ils permettent de faire un inventaire de l'état du patrimoine et de classer les ouvrages dans des catégories suivant leur état de dégradation. Ces outils permettent par exemple de contrôler le pourcentage des classes les plus dégradées mais n'offrent pas la possibilité d'optimiser la maintenance, bien que des recherches ont été faites dans ce sens avec l'utilisation de la base de données IQOA (Orcesi & Cremona 2007a).

### 2.1.2.3 Synthèse

Dans le contexte du maintien d'un état satisfaisant des patrimoines d'ouvrages d'art sous contraintes budgétaires fortes, les différents pays ont adopté des méthodes de hiérarchisation des actions de maintenance à entreprendre. Une enquête menée par l'AIPCR (Association mondiale de la route) (AIPCR 2004) a permis de comparer les politiques de gestion des ponts routiers en 2004 de nombreux pays. Les résultats en matière d'objectifs à atteindre sont regroupés dans le tableau 2.1. Ces objectifs sont variables d'un pays à un autre. L'enjeu commun à tous les pays concerne cependant l'état des ouvrages qu'il convient de maintenir au dessus d'un certain seuil de sécurité. Néanmoins, seuls quelques-uns intègrent de réelles exigences vis-à-vis du fonctionnement du réseau de transport, comme le Canada, le Japon, la Suisse ou les États-Unis. Des systèmes de gestion d'ouvrages ont été alors spécialement développés. Ces systèmes optimisent la maintenance de chaque ouvrage pris individuellement. Dans ce contexte il n'est pas possible de déterminer les stratégies optimales des ouvrages à l'échelle du réseau de transport et encore moins pour les pays où il n'y a pas de système de gestion d'ouvrages implanté. Adey (2002) a mis en évidence un certain nombre d'hypothèses généralement admises dans les systèmes de gestion actuels, non justifiées lorsque la maintenance est analysée à l'échelle du réseau de transport. La non validité de ces hypothèses a également été largement étudiée par (Liu & Frangopol 2005a, Frangopol & Liu 2007, Liu & Frangopol 2006a, Liu & Frangopol 2006b). Ces considérations sont détaillées ci-après.

## 2.1.3 Hypothèses des SGO non vérifiées à l'échelle du réseau de transport

### 2.1.3.1 L'hypothèse de niveau de service adéquat

Les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) actuels font l'hypothèse d'un niveau de service de l'ouvrage adéquat pendant toute sa durée de vie. En effet, le niveau de service est adéquat si un seuil minimal de performance ou de sécurité n'est pas franchi, ce qui n'est pas censé arriver puisque les ouvrages sont systématiquement réparés avant d'atteindre ce seuil (la réalité est malheureusement différente comme dans le cas extrême de l'effondrement du pont de Minneapolis illustré à la figure 2.1). Cette hypothèse permet alors de s'affranchir de la position de l'ouvrage dans le réseau (dysfonctionnement d'impact limité) et d'alléger ainsi considérablement les données nécessaires au calcul d'allocation des ressources. Les interventions optimales sont alors déterminées de manière à restaurer tout ou partie de l'ouvrage dans un état convenable sachant les coûts d'intervention et les coûts aux usagers relatifs à l'intervention.

Objectifs	Australie / Queensland	Australie / Victoria	Autriche	Canada / Ontario	Canada / Québec	Danemark	France	Italie	Japon	Norvège	Pologne	Afrique du Sud	Suède	Suisse / routes nationales	Suisse / Fribourg	USA / FHWA	USA / Virginie	Total
Bouchons maximum/arrêt de la circulation				x	x							x	x	x		x		6
Interactions entre les différents systèmes de circulation				x	x								x			x		4
Exigences générales vis-à-vis du réseau				x					x				x	x		x	x	6
État de la chaussée		x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	14
État des ponts	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	16
État des autres actifs		x	x	x			x	x	x	x		x	x	x		x	x	12
Réductions budgétaires		x	x	x					x	x		x	x	x		x		9
Gestion des transports exceptionnels	x		x	x					x		x		x			x		7
Sécurité	x	x		x	x				x	x	x		x	x		x	x	11
Satisfaction générale des clients (usagers de la route)		x		x					x	x	x	x	x			x	x	9
Satisfaction du personnel														x			x	2

TAB. 2.1 – Résultats de l'enquête de l'AIPCR concernant les objectifs des systèmes de gestion d'ouvrages

Selon Adey (2002), les stratégies de gestion optimales ne peuvent plus être trouvées s'il y a perte de niveau de service. En effet, dans un tel cas de figure, il est nécessaire de hiérarchiser les interventions suivant l'importance du trafic supporté par l'ouvrage. Par exemple, si deux ouvrages nécessitent une intervention, l'un sur une route principale avec un débit journalier élevé et l'autre sur une route secondaire avec un faible trafic, il est préférable d'intervenir en priorité sur l'ouvrage sur la route principale étant donné les coûts de dysfonctionnement liés à la défaillance de cet ouvrage. De tels critères ne sont pourtant pas considérés dans les systèmes de gestion actuels.

### 2.1.3.2 L'approche individuelle

Une deuxième limitation des SGO actuels est l'approche individuelle de la maintenance des ouvrages. Cette hypothèse est faite car d'une part la probabilité d'avoir un dysfonctionnement sur plusieurs ouvrages à la fois est très faible et donc est jugée négligeable, et d'autre part car si les dysfonctionnements surviennent simultanément, le gestionnaire peut effectuer les travaux de réparation à des instants différents. Ainsi, il n'y a pas de coûts conjoints de défaillance à considérer pour déterminer les stratégies de gestion optimales. Cette hypothèse n'est pas justifiée dans la réalité selon Adey (2002) si plusieurs ouvrages subissent une perte de niveau de service de manière simultanée. En effet, les SGO additionnent simplement les coûts de défaillance alors que de telles situations peuvent engendrer des coûts à la collectivité bien supérieurs si la défaillance est simultanée.



FIG. 2.1 – Effondrement du pont de Minneapolis en août 2007

### 2.1.3.3 Synthèse

Dans les systèmes de gestion d'ouvrages (SGO) les plus développés (PONTIS, BRIDGIT, KUBA-MS), les ressources budgétaires optimales sont allouées afin d'assurer une performance adéquate à l'ouvrage. L'approche actuelle de ces SGO est une approche individuelle focalisée sur le maintien des ponts existants entre leur état d'origine et un certain état minimal acceptable caractérisé par une note ou une cotation. Il est par ailleurs supposé qu'un niveau adéquat de service est fourni, aussi longtemps que l'état du pont est équivalent ou supérieur à l'état minimal acceptable. Les hypothèses faites dans les SGO ne prennent pas en considération la vulnérabilité des ouvrages en réseau et ne permettent pas de déterminer des stratégies de gestion optimales à l'échelle du réseau de transport. Pourtant, la vulnérabilité fonctionnelle du réseau de transport, face au risque de défaillance d'un de ses éléments, est bien réelle et l'intérêt d'une approche optimisant son fonctionnement global répond à l'enjeu d'une gestion efficace, pertinente et durable. La suite du chapitre est consacrée à détailler l'utilité d'une telle approche.

## 2.2 Les réseaux de transport dans un contexte de risque

Cette section fournit un certain nombre de définitions sur les réseaux de transport et caractérise leur vulnérabilité dans un contexte de risque. Il repose notamment sur les travaux de (Gleyze 2005). La définition d'un réseau en général et sa déclinaison au cas des réseaux de transport sont proposées dans un premier temps puis la définition du risque à l'échelle du réseau est donnée dans un deuxième temps.

### 2.2.1 Définition des réseaux

La structure en réseau est une forme d'organisation récurrente que l'on retrouve dans un grand nombre de domaines : les transports (routiers, aériens, ferroviaires, maritimes), l'énergie et les matières premières (réseaux d'acheminement de l'eau, du gaz, de l'électricité), la communication (Internet, réseaux téléphoniques,...), l'économie (réseaux d'entreprise, réseaux financiers,...) ou encore la sociologie (réseaux d'individus).

Selon Gleyze (2005), « il y a réseau dès lors que plusieurs entités entrent en relation, par le biais ou non d'un intermédiaire : par exemple, les réseaux de transport relient entre elles des zones d'un territoire grâce aux infrastructures et aux moyens de transport prévus à cet effet, les réseaux d'énergie et de matières premières assurent l'approvisionnement des foyers par le biais de câbles et de canalisations, les réseaux de communication permettent aux individus d'entrer en contact grâce à des terminaux reliés par des antennes ou par des fils, les réseaux sociaux manifestent les liens tissés entre les individus, etc. Selon les cas, l'organisation en réseau offre ainsi des possibilités manifestes de connexion, d'interaction, de communication ou encore de diffusion, dépassant les potentialités de l'ensemble des entités prises séparément ».

Dans le *dictionnaire de géographie*, George (1970) associe le réseau à un système « esquissant et, dans certains cas, promouvant une organisation de l'espace brut » selon un « tracé convergeant [ou un] maillage ». Le réseau se définit donc avant tout comme la structure sous-jacente organisant les échanges ou les relations sur le territoire ou la ville. La figure 2.2 illustre différentes formes de réseaux : réseau avec un pôle d'attraction central (configuration 1), réseau décentralisé (ou multipôle) avec des liens permettant de relier les centres d'attraction les uns aux autres (configuration 2), réseau réparti uniformément sur le territoire. Dans la suite, les réseaux étudiés sont ceux des transports et plus particulièrement ceux des infrastructures de transport.

Les infrastructures considérées dans cette thèse sont restreintes aux ouvrages d'art et en particulier aux ponts. Ainsi les différentes structures constituant le réseau routier autres que ces entités sont considérées fonctionner toujours de manière optimale (par exemple la route, les tunnels...). Néanmoins, les concepts introduits dans cette thèse sont suffisamment généraux pour être élargis à l'ensemble des composants d'une infrastructure de transport. Les réseaux de transport sont omniprésents aujourd'hui et particulièrement en milieu urbain. La concentration d'hommes et d'activités, l'accumulation de richesses, la présence de hiérarchies politique et économique caractéristiques du milieu urbain y favorisent en effet la multiplication des flux d'échanges d'hommes, de matière, d'énergie et d'information et donc des infrastructures qui les sous-tendent (Blancher 1998). Les réseaux d'infrastructures ont donc une place primordiale dans la société de part leur fonction de transfert de personnes et de marchandises. Cette structure particulière aussi efficace soit elle, reste cependant vulnérable et le dysfonctionnement d'un de ses éléments (les ponts ici), peut avoir des effets néfastes sur l'ensemble du réseau.

### 2.2.2 Le risque et les réseaux d'infrastructures

Comme il a été présenté au paragraphe 2.2.1, la dépendance de la société à la structure de réseau est très forte, ce qui peut s'avérer extrêmement néfaste en cas de défaillance de ce dernier. Dans le cas des réseaux de transport, une défaillance au niveau d'un axe routier peut avoir des effets bien au delà de la zone défaillante, du fait des reports de trafic et de la saturation globale du réseau de transport. A la défaillance matérielle s'ajoute donc une défaillance fonctionnelle sur les échanges et les activités qui sont tributaires du réseau de transport. Ce paragraphe se propose

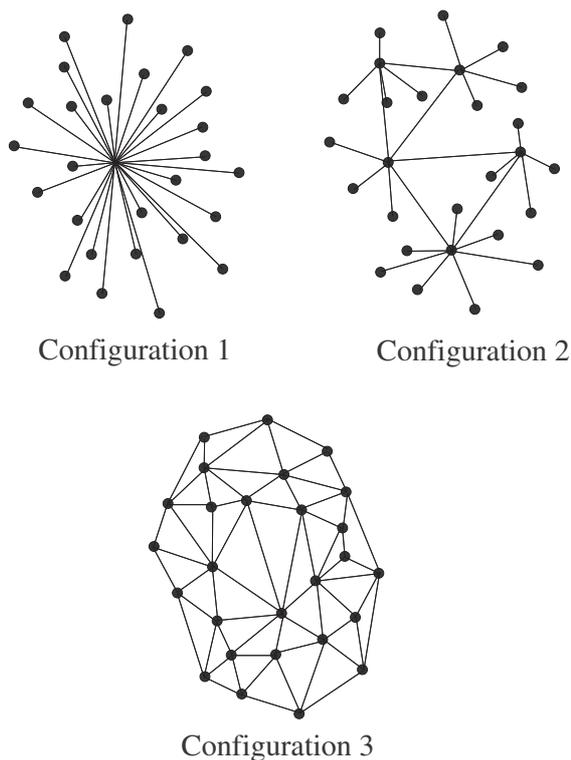


FIG. 2.2 – Exemple de configuration des réseaux

de quantifier le risque à l'échelle du réseau de transport en donnant à la fois les outils permettant de caractériser le risque et les définitions des éléments à prendre en compte dans la définition du risque.

### 2.2.2.1 Aléa et risque

Aléas et risque sont des concepts souvent confondus qu'il convient de différencier. L'aléa est une menace, la possibilité que quelque chose de nuisible se produise, c'est à dire l'occurrence d'un évènement à redouter. Le risque est par contre à relier à la probabilité de la menace elle-même et à ses conséquences (Cremona 2003). Le risque est une notion qui se définit comme une mesure conjointe de l'aléa et des conséquences induites par sa réalisation. Ainsi, si  $\mathcal{P}$  est la probabilité d'occurrence de l'aléa et  $D$  le préjudice qui en résulte, l'expression risque est donnée par :

$$R = \mathcal{P}E(D) \quad (2.1)$$

Dans le cas des ouvrages d'art, l'aléa est l'occurrence d'une défaillance de l'ouvrage. Cette défaillance ne signifie pas forcément la ruine de l'ouvrage mais la perte de fonctions primaires ou secondaires pour celui-ci. Dans le cas général, on parle donc de défaillance d'un ouvrage lorsque son état ne lui permet plus d'assurer le niveau de service qui lui est attribué initialement. Le préjudice qui en résulte est alors l'ensemble des nuisances que la collectivité subit. Ce préjudice dépend de nombreux paramètres tels que la sévérité des dommages déplorés, le délai d'interruption, le coût de réparation, le coût du service de remplacement pendant l'interruption, les conséquences sur les autres réseaux, etc. Les entités subissant ces nuisances sont détaillées

au paragraphe 2.2.2.3. Le risque est finalement égal au produit d'atteindre un tel état multiplié par le coût de dysfonctionnement engendré.

### 2.2.2.2 Typologie de quelques aléas dans le cas des réseaux techniques urbains

Blancher (1998) propose une typologie des aléas dans le cas particulier des risques associés aux réseaux techniques urbains. Ceux-ci peuvent se répartir dans les catégories suivantes :

1. nuisances et pollutions dues au fonctionnement normal des réseaux (bruit, échappements,...) ;
2. risques liés à la rupture d'approvisionnement, la panne ou la grève : rupture du service mais pas de l'infrastructure qui le sous-tend ;
3. risques dus à la saturation, au sous-dimensionnement du réseau (surdemande d'électricité, saturation de l'évacuation des eaux de pluie,...) ;
4. risques liés à la fuite, à l'accident, à la rupture de l'infrastructure ou à la dégradation de l'un de ses composants - l'accident peut provenir d'une erreur technique, d'un défaut de conception, d'une erreur de conduite, de vandalisme, de terrorisme ou encore d'une catastrophe naturelle ;
5. risques liés au parasitage, au piratage, à la pollution externe des réseaux, à leur utilisation détournée (atteintes à la confidentialité, rejets de produits toxiques dans les réseaux d'eau, etc.) ;
6. nuisances et risques liés à la construction et aux travaux sur les réseaux (jusqu'à provoquer des ébranlements et des glissements de terrain).



(a) Constatation des dommages



(b) Fermeture de l'I95

FIG. 2.3 – Fermeture de l'Interstate I95 à Philadelphie le 19 mars 2008

Dans le cas des ponts, l'aléa peut prendre les formes décrites aux items 3, 4 et 6 définis par Blancher (1998). Ainsi l'aléa correspond essentiellement aux nuisances provoquées par

des défaillances sur l'ouvrage, et nécessitant des fermetures partielles ou totales des voies supportées par l'ouvrage pendant des durées plus ou moins longues. Ainsi, la fermeture totale de l'autoroute I95 à Philadelphie en mars 2007 pour la réparation d'une pile fissurée sur un des ponts (Figure 2.3(a)) a provoqué d'importants reports de trafics illustrés par la figure 2.3(b). En France, suite à la rupture d'un des câbles porteurs du pont suspendu sur le Rhône qui assure la liaison (RN 102) entre Le Teil et Montélimar (Figure 2.4(a)), l'ouvrage a été immédiatement fermé à la circulation, ainsi que la déviation RD 86 qui passe sous le pont (Figure 2.4(b)).

Blancher (1998) enrichit son analyse en donnant des facteurs de vulnérabilité qui peuvent augmenter le risque d'une défaillance dans le cas des réseaux techniques urbains. Les facteurs sont les suivants :

- la localisation spatiale et la densité : la concentration spatiale et la multiplication des interactions accroissent la vulnérabilité ;
- l'enterrement des réseaux et l'urbanisme souterrain : la multiplication des réseaux souterrains conduit à un encombrement du sous-sol, rendant les différents réseaux interdépendants en même temps que la localisation des pannes est rendue difficile ;
- les interdépendances et les effets d'une concentration de réseaux : parce que les réseaux structurent l'espace, ils peuvent aussi diffuser les sinistres en déplaçant l'aléa (par exemple : la pollution des eaux) ou en diffusant et en amplifiant l'impact de l'aléa (par exemple : une catastrophe urbaine entraîne des embouteillages et provoque le ralentissement des secours). Les phénomènes d'interaction entre les différentes zones d'un réseau relèvent alors d'effets boule de neige (Rocher 1987). Celui-ci formalise les interactions fonctionnelles et géographiques entre réseaux en les répartissant selon deux modes « vulnérabilité » et « agressivité ». En effet, un réseau  $R_1$  est « vulnérable » vis-à-vis d'un réseau  $R_2$  lorsque le bon fonctionnement de  $R_1$  est conditionné par celui de  $R_2$  ; la vulnérabilité correspond alors à la dépendance fonctionnelle de  $R_1$  vis-à-vis de  $R_2$ . Par ailleurs, un réseau  $R_1$  est « agressif » vis-à-vis d'un réseau  $R_2$  lorsqu'un accident sur le réseau  $R_1$  peut se transmettre sur le réseau  $R_2$  par proximité géographique ou interaction : l'agressivité correspond ainsi à la capacité de propagation des accidents du réseau  $R_1$  vers le réseau  $R_2$ . Cette formulation proposée par Rocher (1987) est utilisée ici pour caractériser les interactions de différentes zones du réseau routier ( $R_1$  et  $R_2$  peuvent donc être des zones distinctes d'un même réseau) ;
- la concentration du commandement et des pouvoirs dans le milieu urbain : par extension, la ville peut être assimilée à ses territoires environnants et former un bassin versant de risques ; dans un tel espace, une catastrophe peut entraîner successivement urgence, crise puis chaos lorsque aucun système de communication alternatif ne peut épauler les autorités politiques.

### 2.2.2.3 Vulnérabilité du réseau de transport

Gleyze (2005) a identifié les éléments vulnérables d'un réseau de transport dans un contexte de risque.

Les infrastructures sont souvent mises au premier plan car leur endommagement constitue la manifestation la plus immédiate de l'impact physique d'une catastrophe (Figure 2.5). Pour autant, il ne faut pas résumer les valeurs exposées au risque à ce seul aspect des réseaux de transport. En effet, il convient de distinguer (Chapelon 1997) :

- **les infrastructures de transport** : il s'agit des « installations réalisées au sol ou en souterrain nécessaires au transport de personnes ou de marchandises ». La distinction est alors faite entre « les infrastructures linéaires (voies, canaux, etc.) et les infrastructures nodales (nœuds de concentration, de gestion, et d'éclatement des flux) » ;



(a) Pont du Teil

**Itinéraires de contournement mis en place**

**Communiqué de la DIR CENTRE-EST**

**Pont du Teil fermé à toute circulation dans les deux sens**

Informations aux usagers et riverains  
Itinéraire de déviation mis en place (voir au dos)

**Pour information :**  
[www.enroute.centre-est.equipement.gouv.fr](http://www.enroute.centre-est.equipement.gouv.fr)

**DIR CENTRE-EST**  
338 rue Bartholdi  
69446 Lyon 6<sup>ème</sup> D3  
Tél. : 04 69 16 62 00  
Fax : 04 69 16 63 90

(b) Fermeture à la circulation

FIG. 2.4 – Fermeture du pont du Teil suite à une rupture d'un hauban

- **les moyens ou modes de transport** : il s'agit des « modes de locomotion permettant le déplacement des personnes ou des marchandises d'un lieu à un autre ». Les moyens de transport sont alors assimilés à la nature du mode de transport (par exemple les voitures



FIG. 2.5 – Effondrement du Jiujiang bridge en Chine suite à un choc de bateau en 2008

ou les poids lourds sur les routes, les bateaux sur les voies fluviales, les trains sur les rails, etc.);

- **les objets à transporter** : il s'agit des « élément[s] se transportant ou, plus couramment, à transporter d'un lieu à un autre au moyen d'une ou de plusieurs infrastructures et, si nécessaire, à l'aide d'un ou de plusieurs véhicules ». Les deux grands types d'objets considérés sont alors les personnes et les marchandises ;
- Gleyze (2005) ajoute une quatrième valeur qui correspond au **bénéfice retiré de l'exploitation du réseau** dans un contexte d'usage. « Ce bénéfice est mesuré en regard du service rendu par le réseau compte tenu de la demande de déplacement formulée par les usagers [...]. La prise en compte de cet aspect supplémentaire nous permet alors de distinguer d'une part la valeur humaine et physique des objets à transporter, d'autre part le bénéfice retiré de la réalisation de la demande en déplacement de ces objets ».

L'organisation d'un réseau de transport correspond donc à un équilibre dynamique entre l'état de la demande de transport de la part des usagers et l'offre du gestionnaire du réseau donnée par l'état de l'infrastructure (Figure 2.6). Un changement de l'état du réseau du à un dysfonctionnement d'une partie de l'offre de l'infrastructure modifie l'état d'équilibre qui peut s'accompagner d'une perte de niveau de service pour l'utilisateur. Dans le cas des ouvrages d'art, les dysfonctionnements entraînant une perte de niveau de service au niveau de l'ouvrage vont également entraîner une perte de niveau de service à l'échelle du réseau. En effet, la réorganisation pénalisante des chemins se traduit par une dégradation globale du service rendu par le réseau aux usagers étant donné leur demande en déplacement. La perte de service dépend donc non seulement de l'état individuel de chacun des ouvrages d'art implantés dans le réseau de transport, mais également de la demande en déplacement formulée par les usagers et de la répartition conséquente des entités mobiles sur le réseau.

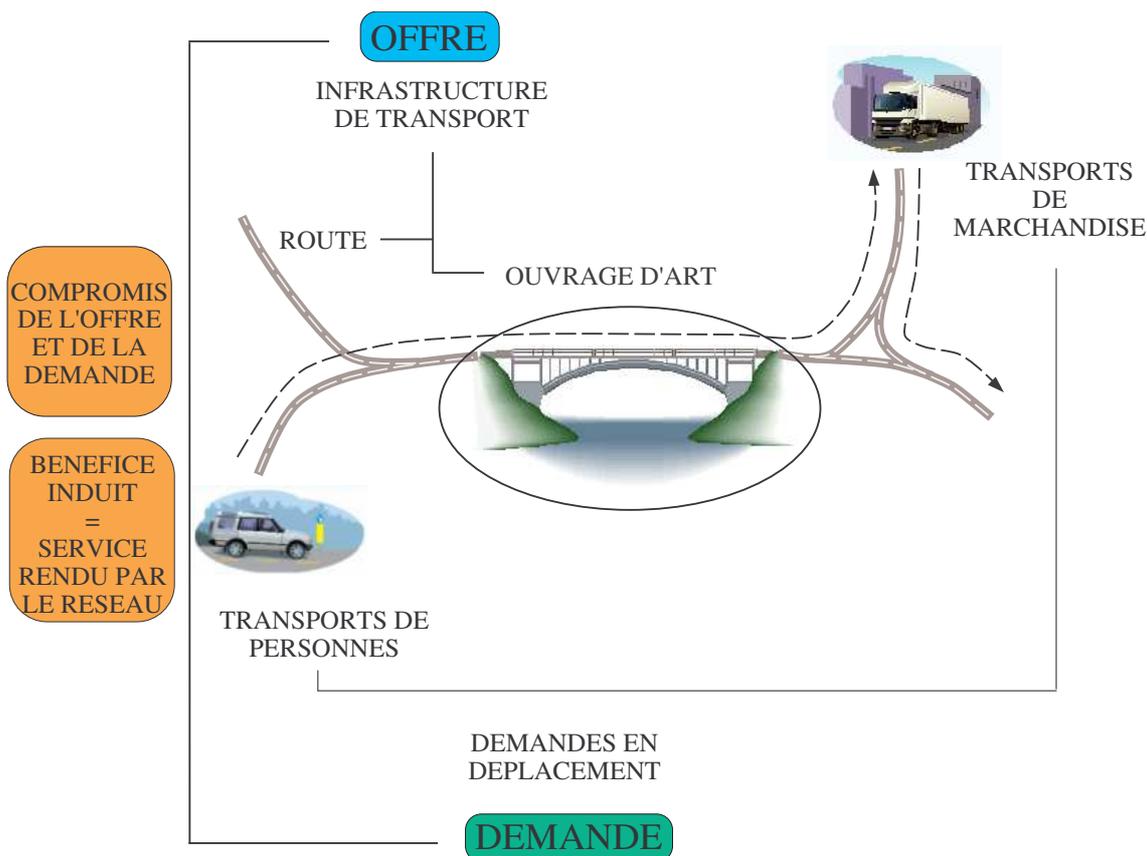


FIG. 2.6 – Valeurs associées à la définition d'un réseau de transport

#### 2.2.2.4 Synthèse

Selon (Gleyze 2005), les dommages occasionnés par l'aléa sur un réseau d'infrastructures de transport se décompose en trois parties :

- dans un premier temps, « l'action physique du phénomène détruit partiellement l'infrastructure du réseau (aspect matériel) »,
- dans un deuxième temps, la modification de l'infrastructure entraîne en cascade un remaniement de ses potentialités relationnelles (aspect structurel),
- dans un troisième temps, les chemins empruntés conjoncturellement par les usagers occasionnent des détours qui se traduisent par des pertes sur les bénéfices usuellement retirés de l'exploitation du réseau (aspect fonctionnel).

La défaillance d'un ouvrage doit donc être caractérisée à l'échelle du réseau de transport auquel celui-ci appartient pour pouvoir prendre en compte l'impact sur l'ensemble des acteurs concernés. Le traitement du problème de gestion des ouvrages à l'échelle du réseau de transport est donc justifié d'un point de vue fonctionnel. La deuxième partie du chapitre présente maintenant la place des transports et des infrastructures des transports dans l'économie. L'objectif est de montrer comment les tarifications actuelles imputent le coût des infrastructures de transport aux usagers et de voir en quoi le service tarifé aux usagers justifie plus que jamais de considérer les stratégies de gestion des ouvrages de manière globale à l'échelle du réseau de transport.

## 2.3 Les réseaux d'infrastructures et l'économie

### 2.3.1 Les transports et la croissance économique

Les économistes, et plus particulièrement les économistes des transports soulignent depuis longtemps la forte corrélation entre croissance économique et développement des transports (Deardoff, Crozet, Tavasszy & Bruzelius 2005). Cette corrélation est si présente qu'elle est parfois même transformée en causalité par historiens et élus. (Didier & Prud'homme 2007) insiste sur ce point et rappelle ci-dessous la pensée d'Adam Smith qui voyait déjà un lien fort entre infrastructures de transport et croissance économique.

L'analyse des relations entre infrastructures de transport et croissance est ancienne et la présentation qu'en faisait Adam Smith (1723 - 1790) n'a rien perdu de son actualité. Elle repose sur la relation :

Infrastructures -> Transport -> Échange -> Croissance

D'après Didier & Prud'homme (2007), « Une amélioration de l'infrastructure de transport (Adam Smith se réfère à un canal) va d'abord améliorer le service de transport. Améliorer veut dire abaisser les coûts ou augmenter les vitesses, ou encore réduire les retards. Cette amélioration des caractéristiques du transport va à son tour favoriser les échanges. Elle va réduire les distances et les quasi-monopoles que crée l'immobilité des biens, c'est-à-dire rendre possible des échanges qui ne l'étaient pas. Il n'y a pas d'échange sans transport. Plus de transport (au sens de transport moins cher, plus rapide, plus efficace) c'est plus d'échange. On retrouve ici la problématique bien connue de l'impact des échanges sur la croissance. Adam Smith en avait déjà indiqué les mécanismes essentiels. L'échange entraîne ou permet la spécialisation qui entraîne à son tour les économies d'échelles et les avantages comparatifs, abaissant les coûts de production. L'échange intensifie la concurrence, élimine les rentes et stimule l'innovation. L'échange engendre ainsi la croissance ». La présence d'infrastructures de transport performantes serait donc une condition nécessaire à la croissance économique. Cette idée a été largement partagée tout au long du  $XX^{me}$  siècle comme en témoignent à la fois le développement des moyens de transport (route, fer, air) et l'accroissement de la mobilité des personnes et des marchandises (Deardoff et al. 2005). Schafer & Victor (2000) propose même une cible (*target point*) de plus de 200 000 kilomètres par an et par habitant, commune à tous les pays. Cette cible est présentée à la figure 2.7 et est obtenue en prolongeant les tendances et serait une situation commune, dans l'hypothèse d'une convergence des PIB par habitant, pour la plupart des régions du globe.

Robin (2003) propose une équation de régression issue d'ajustements économétriques pour lier la croissance de la valeur ajoutée des transports avec la croissance du PIB (Équation 2.2). Les différentes études menées permettent d'affirmer que les transports se développent plus vite que le reste des activités en période de croissance soutenue (supérieure à 2 % par an environ) et, en sens inverse, subissent un ralentissement accentué en période de stagnation de l'économie (taux de croissance inférieur à 1,5 % par an environ).

$$\Delta V_t - 1,52 = 1,75(\Delta PIB - 1,52) \quad (2.2)$$

avec  $\Delta V_t$  la croissance de la valeur ajoutée transports et  $\Delta PIB$ , la croissance du PIB. En reportant à la fois sur un même graphique l'évolution du produit intérieur brut, l'évolution de la valeur ajoutée de la branche transport et celle correspondant à la relation économétrique de l'équation 2.2, Robin (2003) montre une grande similitude entre les deux dernières courbes

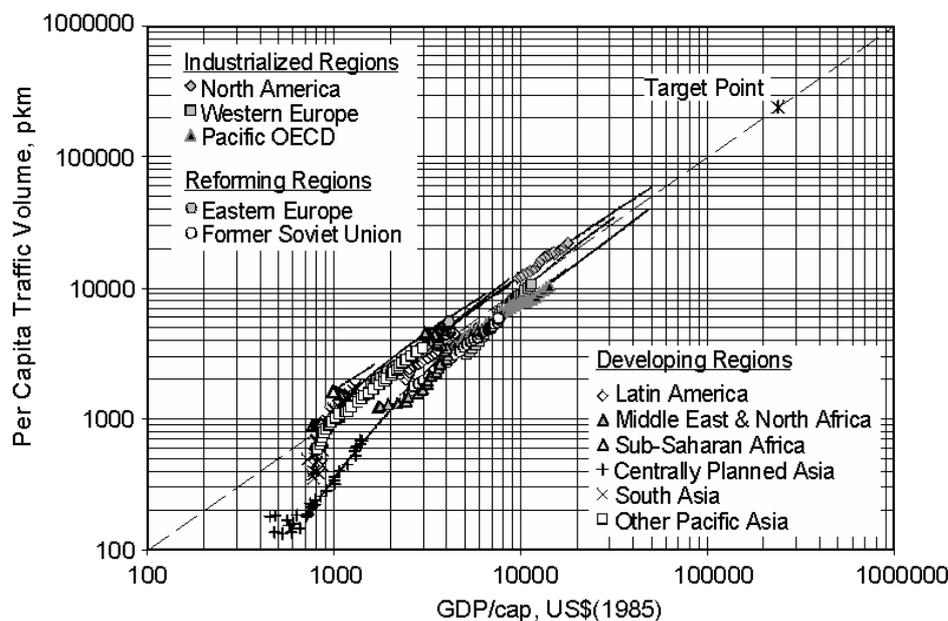


FIG. 2.7 – Corrélation entre croissance et mobilité des personnes : les tendances (mobilité totale en passagers-kilomètres par an)

(Figure 2.8), ce qui conforte encore la corrélation entre croissance économique d'un pays et le niveau des infrastructures de transport qu'il possède. Il y a donc un lien fort entre la croissance économique d'un pays et le développement de son niveau d'infrastructure. Néanmoins, pour la plupart des pays développés, la période des grandes constructions est terminée et il s'agit désormais de gérer le patrimoine existant et de faire face à l'ensemble des phénomènes pouvant entraîner une perte de qualité du réseau de transport.

### 2.3.2 Coût des infrastructures de transport

La connaissance des coûts des infrastructures est indispensable aux décideurs (publics ou privés). L'information peut se situer soit à un niveau micro-économique et donner des paramètres afin de guider les décisions des gestionnaires sur les choix d'investissement, la tarification, les décisions de gestion. Elle peut aussi se situer à un niveau macro-économique et apporter une connaissance globale des coûts à l'échelle d'un pays et éclairer les débats publics sur les niveaux globaux d'investissement et de tarification des transports (Quinet 1998). Cette connaissance doit par ailleurs être intégrée dans la connaissance plus générale des coûts des transports. Ce paragraphe se propose donc d'aborder la gestion des infrastructures d'un point de vue uniquement économique afin de dégager des outils nécessaires pour la suite de l'étude.

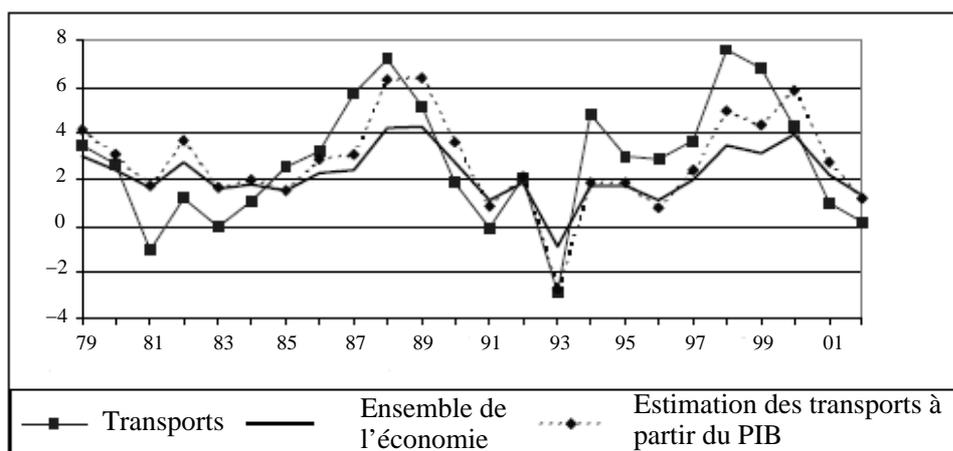


FIG. 2.8 – Évolution de la valeur ajoutée (en %) entre 1979 et 2002

### 2.3.2.1 Fonction de coût

Quelques notions d'économie relatives à la fonction coût de production sont rappelées dans ce paragraphe<sup>2</sup>. Pour un producteur, la fonction de coût  $C$  pour produire une quantité  $q$  quand ce producteur peut disposer de facteurs de production  $x, y, z$  au prix  $p_x, p_y, p_z$  est notée :

$$C = C(q, p_x, p_y, p_z) \quad (2.3)$$

la quantité  $q$  étant obtenue à l'aide de la fonction de production exprimée à l'aide de l'équation suivante :

$$q = f(q, x, y, z) \quad (2.4)$$

On définit alors le coût moyen et le coût marginal de production. Le coût moyen est le coût total par unité produite. Il est défini par l'équation suivante :

$$C_M = \frac{C}{q} \quad (2.5)$$

Le coût marginal est égal au supplément de coût engendré par une unité produite et est défini par l'équation suivante :

$$C_m = \frac{\partial C}{\partial q} \quad (2.6)$$

Ces deux notions sont illustrées à la figure 2.9 où est représenté le coût total  $C$  lorsque cette fonction ne dépend que d'une seule variable ( $C$  est une fonction croissante). Le coût moyen pour la production  $Q_A$  est alors égal au coefficient directeur de la droite joignant l'origine au point  $A$  et le coût marginal est la pente de la courbe au point  $A$ . Cette courbe illustre plusieurs notions économiques générales, à savoir par exemple que les coûts, moyen et marginal, sont des

<sup>2</sup>voir (Varian 1992) ou (Saby & Saby 2003).

fonctions d'abord décroissantes (jusqu'à  $Q_I$  pour le coût marginal et  $Q_J$  pour le coût moyen) puis croissantes, ou encore que le coût moyen est décroissant si le coût marginal est inférieur au coût moyen et croissant dans le cas contraire.

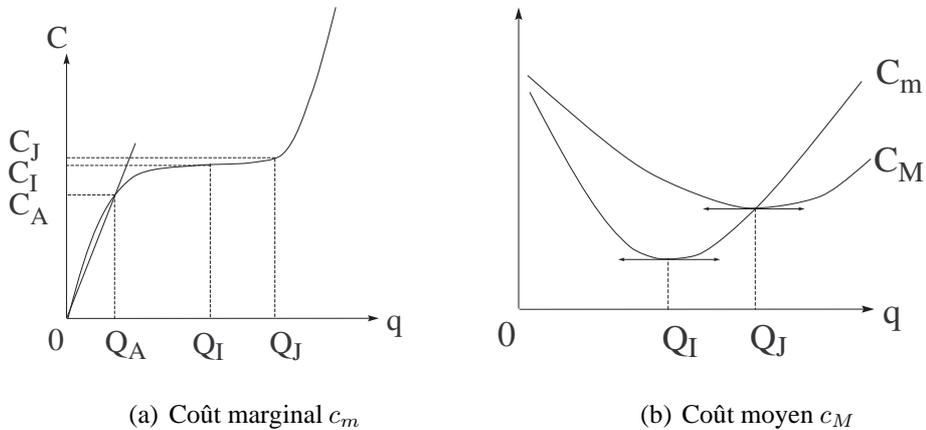


FIG. 2.9 – Fonctions de coût

Deux concepts importants peuvent alors être introduits : l'économie (déséconomie) d'échelle sur la fonction de coût et le rendement croissant (décroissant) sur la fonction de production. Appliqué à la fonction de production, les rendements sont croissants pour  $x, y$  et  $z$  donnés si :

$$f(\lambda x, \lambda y, \lambda z) \geq f(x, y, z) \text{ avec } \lambda \geq 1 \quad (2.7)$$

$$C(\lambda q) \geq C(q) \text{ avec } \lambda \geq 1 \quad (2.8)$$

les rendements ou les économies d'échelle étant constants ou décroissants respectivement si  $\lambda = 1$  ou  $\lambda < 1$ . La notion d'économies d'échelle peut être également donnée à une échelle locale et s'exprime de la manière suivante dans le cas où les économies d'échelle sont croissantes :

$$\frac{c_M}{c_m} = \frac{\frac{C}{q}}{\frac{\partial C}{\partial q}} \geq 1 \quad (2.9)$$

Les rendements croissants (décroissants) sur la fonction de production entraînent des économies (déséconomies) d'échelle sur la fonction de coût et réciproquement : ce principe est appelé **principe de dualité**.

### 2.3.2.2 Application aux transports routiers

Le paragraphe 2.3.2.1 ayant posé les notions économiques de base, il est maintenant possible d'appliquer ces notions au cas des infrastructures de transport et de voir comment caractériser le problème de gestion de manière purement économique. Ce paragraphe donne une première évaluation générale du coût des transports. Quinet (1998) propose une telle caractérisation dans le cas des transports routiers. Les infrastructures routières produisent à la fois une quantité et une qualité de service, cette qualité étant variable avec la quantité produite, c'est à dire le trafic.

La fonction de coût les représentants et intégrant les deux paramètres a été établie par Small, Winston & Evans (1989) :

$$C(q, Q) = qht(q, Q) + \rho K(Q) \quad (2.10)$$

avec :

- $h$ , la valeur du temps, supposée ici identique pour tous les usagers,
- $q$ , le trafic écoulé par unité de temps. S'il y a plusieurs catégories de trafic (automobiles, PL...) et que le débit varie par période,  $q$  est un vecteur indicé par les périodes et les trafics,
- $Q$ , la capacité maximale de la route,
- $t(q, Q)$ , le temps de trajet par usager, qui dépend du trafic et de la capacité de la route,
- $K(Q)$ , le coût de construction de la route de capacité  $Q$ ,
- $\rho K(Q)$ , la charge annuelle du capital comprenant l'amortissement économique et l'entretien qui est supposé indépendant du trafic et proportionnel au coût de construction.

Dans le cas où la capacité maximale de la route est supposée varier de façon continue, (Quinet 1998) s'intéresse alors à la situation où les économies d'échelle sont constantes (Équation 2.9) et trouve que cette situation est atteinte si :

$$K = aQ \quad (2.11)$$

et si  $t(q, Q)$  est de la forme :

$$t = t\left(\frac{q}{Q}\right) \quad (2.12)$$

Quinet s'intéresse alors aux cas de rase campagne et aux cas de zones urbaines. Les expressions 2.11 et 2.12 ne sont pas véritablement vérifiées dans les deux situations. En effet, les coûts de construction croissent moins vite que la capacité et la relation  $T(q, Q)$  n'a pas systématiquement la forme donnée à l'équation 2.12. Cependant, dans le cas de rase campagne, les deux facteurs permettent de rendre compte d'une certaine forme de rendement croissant. Par ailleurs, le modèle ne traduit pas de manière entièrement satisfaisante la situation en zone urbaine ou d'autres facteurs entrent en compte tels que les contraintes d'espace et de prix du terrain. De plus, le modèle n'intègre pas le fait que le coût d'entretien inclus dans le terme  $\rho K$  dépend du trafic dans la réalité. Pour les travaux de maintenance de la chaussée, des études ont montré que ce coût de maintenance est approximativement proportionnel à la puissance quatrième du poids des essieux pour l'entretien du corps de chaussée et varie à peu près linéairement avec le trafic pour les travaux de signalisation (Small et al. 1989, Brossier 1996, Newberry 1988). Pour les ouvrages d'art en revanche, le lien entre la dégradation de l'ouvrage et le niveau de trafic supporté est beaucoup plus difficile à établir dans le cas général. Malgré ses simplifications, le modèle donné par Quinet (1998) permet de donner une première évaluation du coût des infrastructures à une échelle macroscopique. Le paragraphe suivant aborde le coût des transports à une échelle plus large et détaille les autres coûts imputés aux usagers du réseau de transport.

### 2.3.3 Tarification actuelle des infrastructures de transport

Le tableau 2.2 tiré de Greene, Jones & Delucchi (1997) fournit un exemple de la décomposition du coût de transport selon ceux qui les subissent et ceux qui les occasionnent et selon leur caractère marchand ou non, et externe ou non.

Dans un soucis d'harmonisation des conditions de concurrence entre modes, les recommandations européennes (CE 2001, CE 2006, CE 1998, CE 2007) préconisent que les

			Faune et Flore
			Énergie
		Coût	Bruit
	Coût externe	d'environnement	Pollution de l'air, de l'eau, des sols
			Paysages
			Vibration
		Congestion	
		Accidents	
		Utilisation de l'espace	
Coût total		Coûts d'infrastructure	
		Coûts privés	Carburant
	Coût interne		Entretien
			Réparations
			Assurances, taxes
			Amortissement du véhicule

TAB. 2.2 – Les coûts des transports

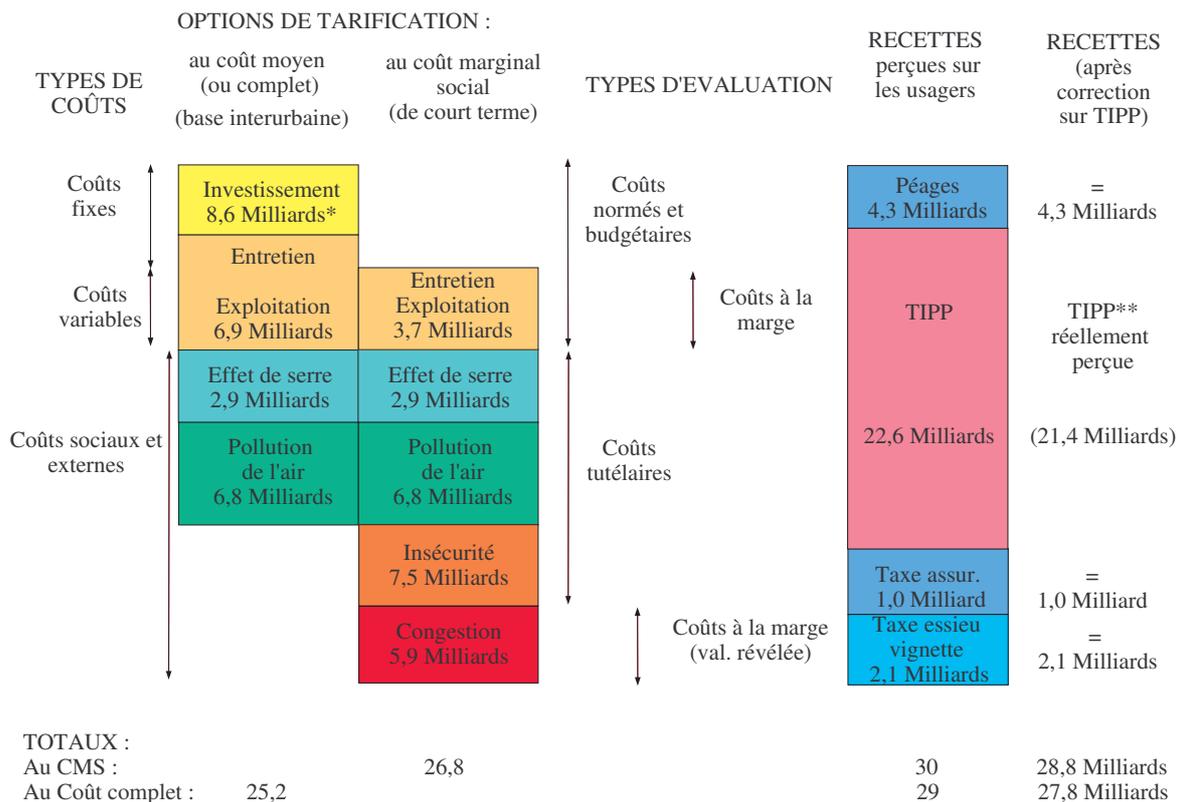
usagers supportent, en plus des coûts facturés par les gestionnaires des infrastructures routières, le coût des nuisances générées par le transport routier. Les usagers des transports routiers, au travers de la somme des coûts directs (péages par exemple) et de la fiscalité spécifique (TIPP, taxe sur les contrats d'assurance, taxe à l'essieu), doivent donc supporter les coûts liés à la gêne subie :

- soit par la collectivité (ou/et les riverains) qui les subit ou prend en charge le financement de mesures palliatives (cas du bruit, de la pollution, de l'effet de serre),
- soit conjointement par la collectivité et l'utilisateur (insécurité routière par exemple),
- soit par les autres usagers (gêne mutuelle subie à certaines heures de pointe sur les axes saturés).

Plusieurs rapports consacrés à l'estimation des coûts des transports ont été publiés ces dernières années. Citons le rapport Boiteux & Willumsen (2001) sur le calcul économique dans les transports, le rapport Brossier & Leuxe (1999) sur l'imputation des charges d'infrastructures routières pour l'année 1997, le rapport Lepeltier (2001) sur les nuisances environnementales de l'automobile, le rapport Peulvast-Bergeal (2001) sur la pollution atmosphérique dans les villes, les rapports Oudin (2000-2001*b*) et Oudin (2001*a*) sur le financement des infrastructures de transport, le rapport Gressier (2003) sur l'audit des projets d'infrastructures, le rapport Philip & Gauthier (2003) sur le financement des transports publics urbains, le rapport Lebègue, P. & Baumstark (2005) sur la révision du taux d'actualisation public, le rapport Rivier & Putallaz (2005) sur la maintenance du réseau ferré.

La tarification, proposée par Brossier & Leuxe (1999)<sup>3</sup> et illustrée par la figure 2.10, analyse la couverture des coûts des transports par les usagers en utilisant deux approches : celle du coût marginal social et celle du coût complet (ou coût moyen). Dans l'approche au coût marginal, on détermine la dépense supplémentaire engendrée par la circulation d'un véhicule de type donné sur un kilomètre (coût au véhicule-kilomètre). Il s'agit aussi bien des coûts directs (exploitation, entretien), indirects (frais généraux liés à l'établissement et à l'utilisation de l'infrastructure) que des coûts sociaux ou externes (congestion, insécurité, nuisances).

<sup>3</sup>se reporter aux annexes du rapport (METLTM 2003) pour le détail des calculs.



\*L'unité monétaire est l'euro,

\*\*22,6 Geuros est la recette théorique calculée pour les trajets effectués sur le territoire français ; 21,4Geuros est la recette réelle (achats aux frontières exclus).

FIG. 2.10 – Évaluation des coûts et de la tarification pour l'année 1997

Dans l'approche au coût complet, la totalité des dépenses directes et indirectes de voirie est affectée aux différentes catégories d'usagers (y compris les coûts fixes de maintenance et les investissements, contrairement à l'approche du coût marginal social) sans prendre en compte les coûts sociaux de congestion et d'insécurité mais en ajoutant cependant les coûts de nuisances. Les conclusions de l'étude proposée par Brossier & Leuxe (1999) sont les suivantes : en France, le transport routier de marchandise est, avec le transport en milieu urbain, considéré comme sous tarifé et, donc la collectivité est amenée à supporter des coûts de toute nature en raison du trop faible niveau des redevances supportées par l'utilisateur. Ces conclusions ont été les mêmes plus récemment dans le rapport (METLTM 2003). Il y a par ailleurs une forte disparité suivant la situation géographique. En effet, les véhicules légers, et lourds ne couvrent pas leur coût marginal social sur les tronçons les plus chargés du réseau national concédé ou sur certaines routes nationales ordinaires à certaines périodes. L'insuffisance est la plus marquée dans les milieux urbains dense ou diffus et ceci quelle que soit la période considérée notamment sur le réseau autoroutier non concédé.

### **2.3.4 Synthèse sur les coûts des transports - cas de la maintenance des ouvrages d'art**

L'approche économique du problème de gestion des infrastructures de transport permet de tirer un double constat. D'une part, les politiques de tarification des transports, tant au plan français qu'au niveau européen considèrent la tarification comme l'un des moyens d'action de la politique des transports. Le service rendu par le réseau de transport (modélisé au paragraphe 2.3.2.2) est donc facturé à l'utilisateur à travers les différentes taxes perçues de manière directe (péages) ou de manière indirecte (TIPP). De ce fait, le gestionnaire de l'infrastructure doit optimiser le service rendu à l'utilisateur et donc le fonctionnement de l'infrastructure de transport d'un point de vue global. De plus, les nuisances sociales et environnementales occasionnées par les transports sont prises en compte de plus en plus par les pouvoirs publics. La tarification au coût marginal social permet, selon la théorie économique, d'orienter la demande de façon à assurer l'allocation optimale des ressources. Cette tarification met en évidence le fait que l'équilibre n'est pas respecté pour certaines classes de véhicules (en particulier les poids lourds) et pour certaines zones géographiques (notamment dans les zones urbaines) comme cela a été montré au paragraphe 2.3.3. La collectivité subit donc dans ces cas le coût des nuisances engendrées par les transports. Étant donné ce constat et le fait que la présence des ouvrages d'art sur le réseau de transport est susceptible d'occasionner des nuisances supplémentaires en cas de défaillance (congestion, insécurité, pollution supplémentaire), il est justifié de considérer le problème de la gestion des ouvrages à l'échelle du réseau de transport.

Les limitations des modèles actuels de gestion des ouvrages ont été mises en évidence dans ce chapitre ainsi que les enjeux d'une approche globale de l'optimisation de la maintenance à l'échelle du réseau de transport. Cette approche est justifiée à la fois au vu des exigences actuelles de la société vis-à-vis de la performance des réseaux de transport que de la volonté des pouvoirs publics à optimiser le service rendu à l'utilisateur et de réduire au maximum les nuisances occasionnées par les transports. La démarche adoptée dans la thèse tient donc compte de ces différentes observations à travers une analyse en coût global. L'objectif est alors de prendre en compte le poids de l'ensemble des intervenants que ce soit celui du gestionnaire ou celui des utilisateurs. L'enjeu est finalement de définir une approche globale de la maintenance d'ouvrages d'art et de déterminer les stratégies de gestion des différents ouvrages du réseau en plaçant l'utilisateur au coeur de la problématique. Le gestionnaire peut alors disposer d'outils d'aide à la décision dans ses choix de maintenance afin d'optimiser la performances des transports et le service rendu à l'utilisateur.



## CHAPITRE

### 3

# OFFRE DU RÉSEAU - VIEILLISSEMENT DES OUVRAGES ET ACTIONS DE MAINTENANCE

L'objectif de ce chapitre est de caractériser la performance des ouvrages au cours du temps, étape essentielle dans la détermination des stratégies de maintenance. En effet, les décisions prises lors des visites d'inspection dépendent directement de l'état des ouvrages qui doit donc être connu avec précision. Deux approches sont proposées dans la thèse pour décrire la performance d'un ouvrage :

- une approche paramétrique basée sur la théorie de la fiabilité : pour un mode de défaillance donné, un état limite est introduit et sépare le domaine de fonctionnement de l'ouvrage en un domaine de fonctionnement normal et un domaine de dysfonctionnement à éviter. La quantification des incertitudes sur les différentes variables mises en jeu permet alors de déterminer la probabilité de se trouver dans le domaine de dysfonctionnement. Cette probabilité est appelée probabilité de défaillance de l'ouvrage. La notion de défaillance doit être prise dans son assertion la plus large, à savoir le non respect d'exigences de fonctionnement. Elle ne sous-entend donc pas l'effondrement de l'ouvrage, mais la perte de fonctions primaires ou secondaires exprimée par des exigences de performance. Cette approche permet de traiter de pertes de durabilité au niveau du matériau, de pertes d'aptitude au service de l'ouvrage ou encore de perte de sécurité structurale ;
- une approche non paramétrique basée sur la théorie des chaînes de Markov. Cette approche n'est pas utilisée dans la thèse pour traduire l'évolution des propriétés mécaniques de l'ouvrage mais pour obtenir l'évolution probabilisée d'un indice d'état.

L'objectif majeur est de pouvoir caractériser l'état des ouvrages de manière systématique soit avec un indice de fiabilité donné par la théorie de la fiabilité, soit avec un indice d'état, soit avec les deux.

## 3.1 Approche paramétrique de la performance des ouvrages d'art

### 3.1.1 Généralités

La notion de performance représente le respect d'exigences pour que la structure puisse remplir ses fonctions au cours du temps (Cremona 2005). La durée de service est par conséquent la durée au terme de laquelle certains critères d'exigence de performance ne sont plus remplis. Cette perte de performance des ouvrages est liée à plusieurs types de phénomènes : l'état initial de l'ouvrage, l'environnement de l'ouvrage (les conditions atmosphériques, la nature et le comportement du sol,...) et les conditions d'utilisation de l'ouvrage.

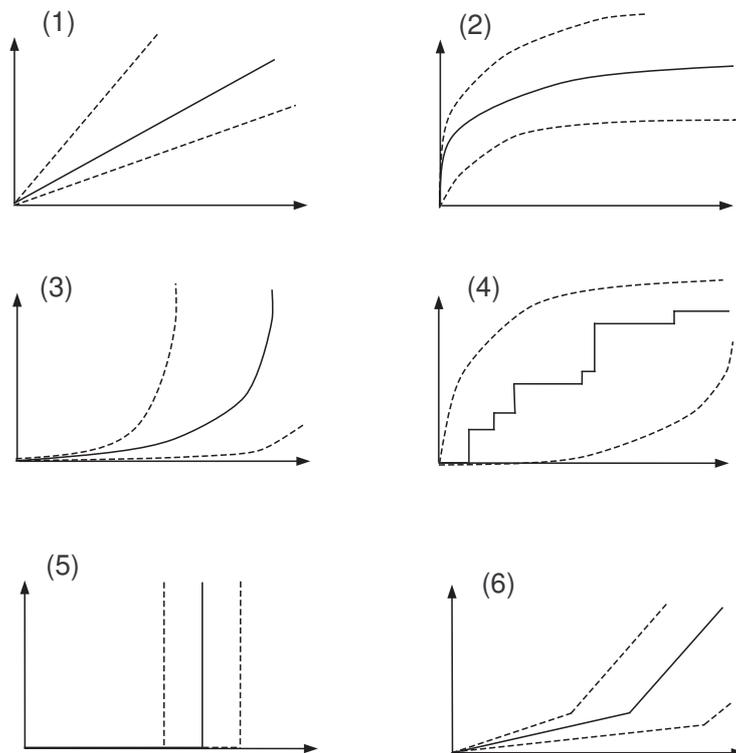


FIG. 3.1 – Processus de dégradation

La figure 3.1 présente quelques profils de dégradation dans le temps (l'ensemble de ces phénomènes est décrit par Cremona (2005)) : ceux-ci peuvent être linéaires (cas 1) et traduire par exemple la propagation de la corrosion ; ils peuvent se ralentir au cours du temps (cas 2) pour des processus tels que la carbonatation ou la pénétration de chlorures dans le béton ; ils peuvent au contraire s'accroître dans le temps (cas 3) comme dans le cas de la fatigue ; dans le cas de chargement exceptionnels ou de chocs dus à des accidents (cas 4) les profils peuvent présenter une allure discontinue ; s'il y a un événement exceptionnel qui cause la ruine de l'ouvrage (cas 5), il n'y a pas forcément de dégradation avant l'évènement mais une ruine immédiate ; enfin certains processus de dégradation se déroulent en deux phases : une première où c'est la couche protectrice de la structure qui se dégrade et une deuxième où c'est la structure elle-même qui subit une dégradation (cas 6).

### 3.1.2 Notions de fiabilité structurale et outils classiques

#### 3.1.2.1 Positionnement du problème

D'une manière générale, la théorie de la fiabilité vise à déterminer la probabilité de défaillance d'une structure ou d'un système de structures, c'est-à-dire la probabilité de non respect d'exigences de fonctionnement. Les données expérimentales des grandeurs physiques d'entrée, telles que le chargement ou encore les caractéristiques des matériaux constitutifs, permettent une estimation des densités marginales de probabilité des lois de chacune d'entre elles. Si le problème est fonction du temps, l'analyse sera qualifiée de fiabilité temporelle. Dans ce cas, l'évolution de ces densités au cours du temps sera recherchée. Dans un cas purement statique, ou quasi-statique, l'analyse sera qualifiée de fiabiliste. Nous conduirons cette présentation avec l'hypothèse que la structure étudiée est statique ou quasi-statique, impliquant ainsi la non dépendance du temps des variables d'entrée.

Dans un problème de fiabilité, les variables d'entrée, encore appelées variables physiques, sont considérées comme étant des variables aléatoires. Notons que les variables d'entrée sont en général regroupées dans un seul et même vecteur  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , avec  $n$ , le nombre de variables, appelé vecteur aléatoire des variables de base. Ces variables définissent les vecteurs de base d'un espace appelé l'espace d'entrée ou encore espace physique. Introduisons maintenant la notion de fonction de performance ou marge de sécurité, notée  $g$ . Cette donnée permet la réalisation d'une partition de l'espace physique en deux domaines, appelés domaines de sécurité et de défaillance, pour lesquels nous avons respectivement  $g(X) > 0$  et  $g(X) < 0$ . Il existe donc une frontière appelée état limite sur laquelle  $g(X) = 0$ . Si l'on suppose que les  $n > 1$  variables aléatoires interviennent dans le problème, alors l'état limite est une hypersurface (dimension  $n - 1$ ) de l'espace physique.

Une approche probabiliste consiste à dimensionner une structure par rapport à un objectif de fiabilité en calculant sa probabilité de défaillance (Équation 3.1).

$$P_f = P(M = g(X) < 0) = \int_{g(X) < 0} p_X(X) dx \quad (3.1)$$

avec  $p_X$ , la densité de la loi de probabilité conjointe des variables  $X_i$ . Cette probabilité correspond au dépassement de l'état limite, ou encore à la probabilité que les états de fonctionnement se retrouvent dans le domaine de défaillance. Pour calculer cette probabilité, le calcul est généralement effectué en trois étapes. La première consiste à réaliser une transformation iso-probabiliste  $\mathcal{T}$  dans laquelle on passe de l'espace physique des variables  $X$  à un espace de variables centrées réduites décorrélatées  $U$ . Cette transformation permet de substituer la métrique de l'espace physique par une métrique euclidienne, tout en conservant la valeur de la probabilité en chacun des points de cet espace. Les principales transformations utilisables sont celles de Rosenblatt et Nataf. Une fois la transformation utilisée, la fonction de performance devient :

$$\begin{cases} X \xrightarrow{\mathcal{T}} U = \mathcal{T}(X) \\ \mathcal{G}(X) \rightarrow \mathcal{G}(U) = \mathcal{G}(\mathcal{T}^{-1}(U)) \end{cases} \quad (3.2)$$

La deuxième étape est la détermination de l'indice de fiabilité  $\beta$  qui représente la distance à l'origine de l'espace normé à la frontière  $\mathcal{G}(U) = 0$ . C'est donc la plus petite distance entre l'origine de l'espace normé et la surface d'état limite définie dans le nouvel espace de variables normalisées. L'indice de fiabilité est alors donné par l'équation :

$$\begin{cases} \beta = \min \left( \sum_{i=1}^n U_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \min(U^T U)^{\frac{1}{2}} \\ \text{avec : } \mathcal{G}(U) \leq 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Le problème de recherche de l'indice de fiabilité est donc un problème d'optimisation sous la contrainte  $\mathcal{G}(U) \leq 0$ . Le point de la surface d'état limite le plus proche de l'origine est appelé point de fonctionnement. Il se trouve à la distance  $\beta$ . Enfin, la troisième étape consiste en la détermination de la probabilité de défaillance à partir d'une approximation au premier ordre (First Order Reliability Method -FORM) :

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \quad (3.4)$$

avec  $\Phi(\cdot)$ , la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite. L'approximation au premier ordre consiste donc à remplacer la surface d'état limite par un hyperplan tangent au point de fonctionnement. D'autres méthodes peuvent être utilisées, comme par exemple l'approximation au second ordre (SORM) ou par simulation (Monte Carlo). Dans cette thèse, seule l'approche au premier ordre FORM a été utilisée.

### 3.1.3 Introduction de profils types de dégradation

Pour un même ouvrage, il existe plusieurs allures de profils de performance qui peuvent traiter de la durabilité des matériaux, de la perte d'aptitude au service de l'ouvrage, ou de la perte de sécurité structurale. Le gestionnaire peut alors sélectionner un mode particulier pour chaque ouvrage de son réseau. Dans le cadre de la thèse, pour étudier la sensibilité du modèle aux profils de dégradation, des profils types de dégradation sont introduits. Ces profils ont pour objectif de couvrir des phénomènes soit qui évoluent linéairement dans le temps, soit s'accélèrent, soit ralentissent avec le temps. La marge de sécurité est alors exprimée à l'aide de l'équation suivante :

$$M = g(X) = g(t)R - S \quad (3.5)$$

La marge de sécurité est donc formulée de manière très générale comme la différence entre une partie « résistance »  $R$  et une partie « sollicitation »  $S$  mais peut traduire des phénomènes très variés comme ceux présentés dans l'annexe B. Les trois expressions de la fonction  $g$  notées respectivement  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  pour les cas linéaires, diminuant et s'accéléralant dans le temps sont données dans l'équation suivante :

$$\begin{cases} g_1(t) = 1 - at \\ g_2(t) = 1 - \frac{a}{40}t^{0,303} \\ g_3(t) = 1 - \frac{a}{10}\left(\frac{t}{3}\right)^3 \end{cases} \quad (3.6)$$

Le tableau 3.1 donne l'ensemble des paramètres utilisés pour obtenir les figures 3.2 à 3.4. Les profils de dégradation de l'équation 3.6 permettent de modéliser la performance d'un ouvrage de façon très générale et de modéliser une grande variété de pathologies. Cette démarche permettra dans la suite de l'étude de voir l'influence des profils de dégradation sur les résultats du modèle proposé. Il est bien sûr nécessaire de conduire une étude de fiabilité beaucoup plus précise et d'identifier les marges de sécurité avec une plus grande finesse (cf.

Paramètres	Symbole	Distribution	Moyenne	Écart type
Terme résistant	$R$	normale	56	2
Terme d'action	$S$	normale	40	2
Coefficient multiplicateur	$a$	normale	$\tau \times \frac{1}{100}$	$10\% \times \mu_a$

TAB. 3.1 – Caractéristiques des variables aléatoires pour les fonctions  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$

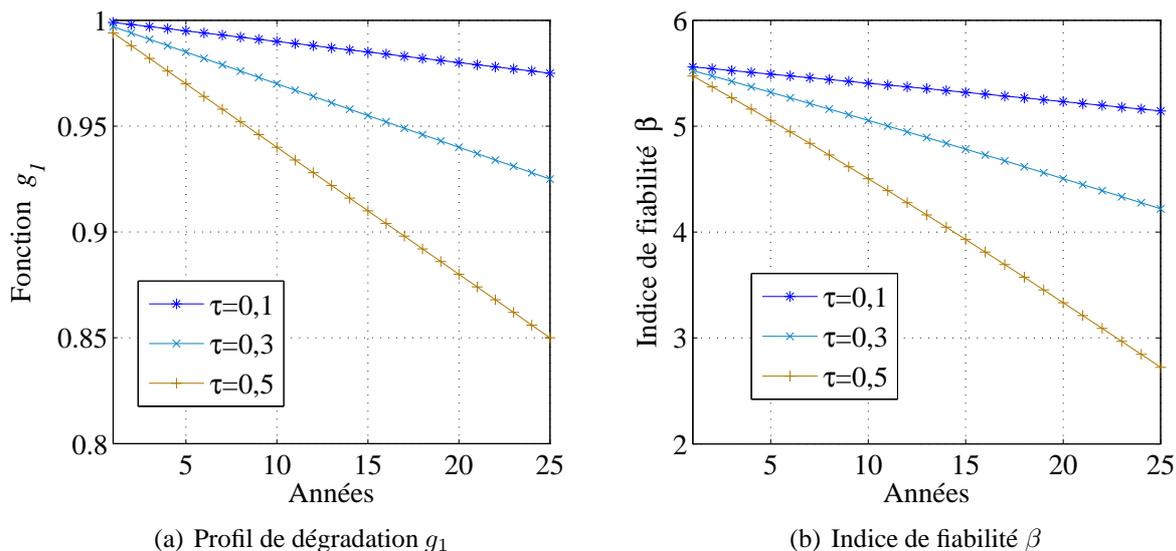


FIG. 3.2 – Dégradation linéaire dans le temps

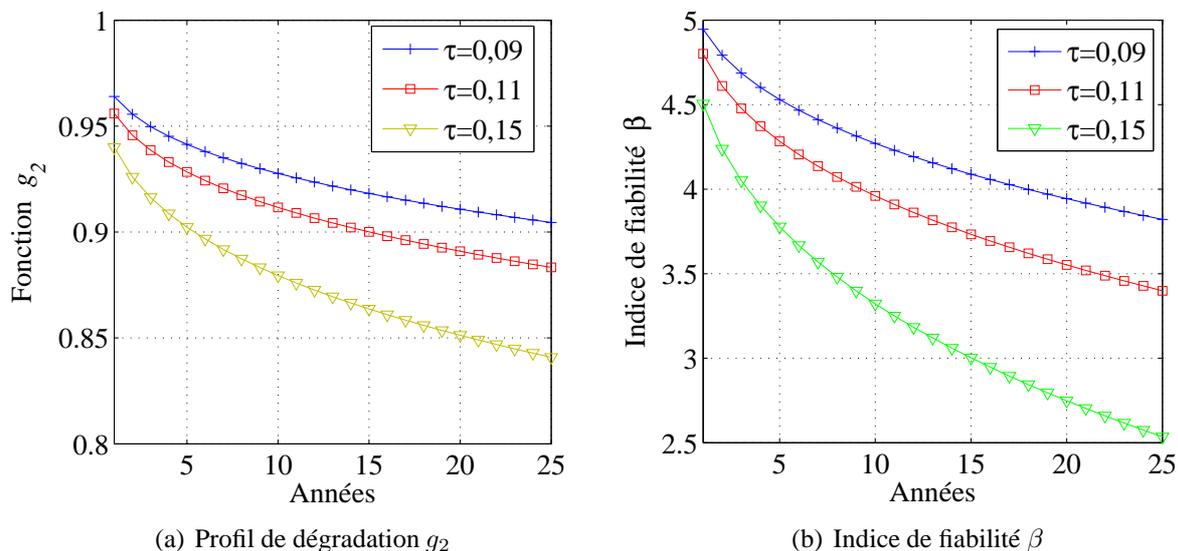


FIG. 3.3 – Dégradation ralentissant avec le temps

Annexe B). Cette remarque permet de souligner le fait que l'information nécessaire pour mener une véritable étude de fiabilité n'est pas forcément toujours aisée à obtenir pour un gestionnaire. Les systèmes de gestion actuels permettent plutôt d'avoir accès à une note de

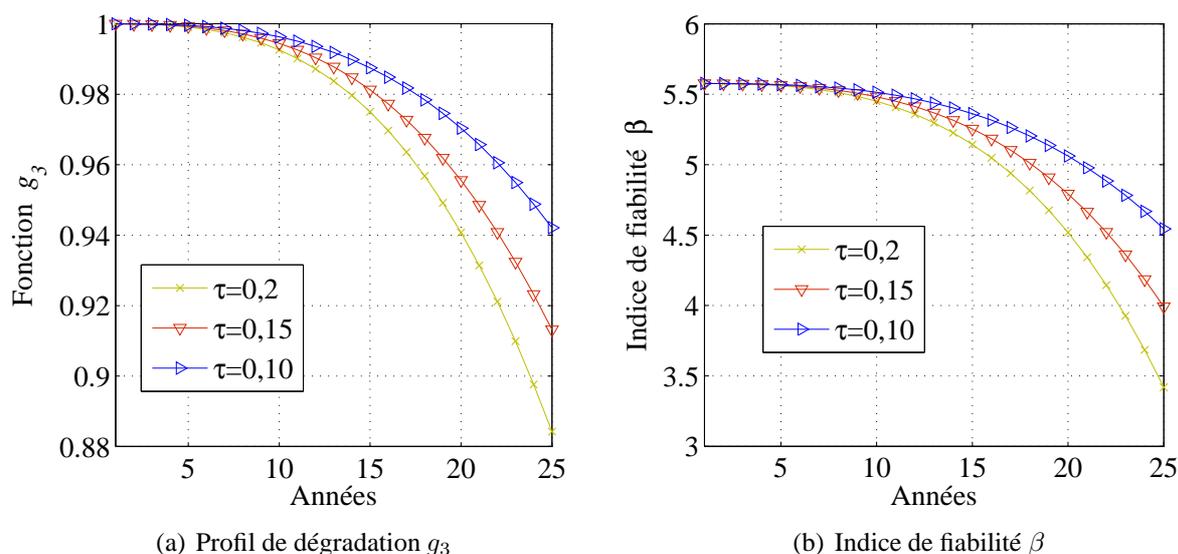


FIG. 3.4 – Dégradation s'accélérant avec le temps

l'ouvrage établie lors des visites d'inspection. Le paragraphe suivant introduit donc ce type de notation et modélise le passage d'une note à une autre avec la théorie des chaînes de Markov. C'est une autre démarche de qualification de la performance des ouvrages qui est maintenant étudiée.

## 3.2 Approche non paramétrique de la performance des ouvrages

Cette section a pour but de caractériser l'évolution de l'état d'un ouvrage en utilisant la théorie des chaînes de Markov. Dans un premier temps, le principe des chaînes de Markov est rappelé brièvement<sup>1</sup>. Le modèle repose sur la théorie des processus stochastiques et trouve ses origines et son nom dans les travaux de Markov (1907). L'avantage de ce modèle est que, contrairement à la théorie de la fiabilité, l'information sur le processus physique de dégradation de l'ouvrage n'est pas nécessaire pour caractériser les chaînes de Markov, ce qui rend cette méthode de description particulièrement intéressante quand l'état global de l'ouvrage ne peut pas être déterminé avec précision par des indicateurs physiques. Dans un deuxième temps, la notation IQOA (Image Qualité Ouvrages d'Art) est introduite. La base de données correspondante est présentée et est utilisée pour déterminer les chaînes de Markov associées à chaque famille d'ouvrage. Les hypothèses inhérentes à l'application d'un tel modèle sont alors discutées.

### 3.2.1 Définitions générales

La définition des chaînes de Markov implique d'introduire au préalable la notion de processus stochastique. Cette notion est d'abord présentée puis l'exemple des chaînes de Markov à temps discret est introduit.

<sup>1</sup>Des études plus détaillées ont été réalisées par Bremaud (1999) et Hêche, Liebling & De Werra (2003).

### 3.2.1.1 Les processus stochastiques

**Définition 3.1** *Un processus stochastique  $\{X_t, t \in T\}$  est une collection de variables aléatoires indexées par un paramètre  $t$  et définies sur un même espace de probabilités  $(\Omega, F, P)$ . Le paramètre est généralement interprété comme le temps et appartient à un ensemble ordonné  $T$ .*

Un processus est à temps continu lorsque l'ensemble  $T$  est non dénombrable. Dans le cas général, cet ensemble est alors  $\mathbf{R}^+$  et le processus est noté  $\{X_t, t \geq 0\}$  ou  $\{X_t\}_{t \geq 0}$ . Un processus est à temps **discret** lorsque  $T$  est fini ou au moins dénombrable. Nous supposons dans la suite que  $T = \mathbf{Z}^+$  et notons le processus  $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$ . De manière globale un processus stochastique permet de modéliser l'état d'un système évoluant de manière aléatoire dans le temps. Une **chaîne** est un cas particulier d'un processus stochastique pour lequel l'espace des états  $S$ , i.e. l'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre les variables du processus est fini ou dénombrable. Du fait de la nature du problème étudié (modélisation de notes attribuées aux ouvrages d'art), le système ne peut se trouver que dans un nombre fini d'état et le problème est donc réduit à des chaînes uniquement.

### 3.2.1.2 Les processus markoviens

Un **processus markovien** est un processus stochastique particulier pour lequel l'état actuel d'un système est suffisant pour déterminer son état futur, le passé du système n'apportant aucune information supplémentaire. Cette définition est formulée mathématiquement de la façon suivante :

**Définition 3.2** *Un processus stochastique  $\{X_t, t \geq 0\}$  défini sur un espace d'états  $S$  satisfait la propriété de Markov, si pour tout instant  $t \geq 0$  et tout ensemble d'état  $I \subseteq S$ , on a :*

$$P[X_{t+\Delta} \in I | X_u, 0 \leq u \leq t] = P[X_{t+\Delta} \in I | X_t], \forall \Delta \geq 0 \quad (3.7)$$

*Un processus stochastique vérifiant la propriété précédente est appelée un processus de Markov ou processus markovien.*

**Définition 3.3** *Soit  $n$  un entier naturel non nul. Un vecteur stochastique de  $\mathbf{R}^n$  est un vecteur  $X$  tel que :*

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, X_i \geq 0, \sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (3.8)$$

*Une matrice  $P$  de  $\mathbf{M}_n(\mathbf{R})$  est dite stochastique, lorsque :*

$$\forall (i, j) \in \{1, 2, \dots, n\}^2, P_{ij} \geq 0, \text{ et } \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, \sum_{j=1}^n P_{ij} = 1 \quad (3.9)$$

*Une matrice stochastique est donc une matrice dont chacune des lignes est un vecteur stochastique.*

Les vecteurs et matrices stochastiques vont être utilisés pour la modélisation de l'évolution des états du patrimoine. Ces éléments présentent une propriété utile pour la suite, à savoir que si  $X$  est un vecteur stochastique de  $\mathbf{R}^n$  et si  $P$  est une matrice stochastique de  $\mathbf{M}_n(\mathbf{R})$ , alors  $PX$  est un vecteur stochastique de  $\mathbf{R}^n$ . De même, si  $P$  et  $Q$  sont deux matrices stochastiques de  $\mathbf{M}_n(\mathbf{R})$ , alors  $PQ$  est encore une matrice stochastique de  $\mathbf{M}_n(\mathbf{R})$ .

Cette propriété assure le fait que les différents vecteurs qui vont être calculés au fur et à mesure des simulations gardent un sens physique, c'est à dire que leur coordonnées correspondent toujours aux probabilités d'être dans un des différents états possibles.

### 3.2.2 Les chaînes de Markov à temps discret

Il est à noter que les chaînes de Markov abordées ici ne concernent que des processus en temps discret. L'utilisation souhaitée de ces chaînes doit en effet modéliser la probabilité d'être dans un nombre fini d'état à des intervalles de temps discrets.

**Définition 3.4 (Chaîne de Markov)** Fixons  $S$  un ensemble fini, appelé ensemble des états. Une chaîne de Markov à temps discret sur  $S$  est une suite de variables aléatoires à valeurs dans  $S$ ,  $\mathbf{X} = (X_n)_{n \geq 0}$  satisfaisant la condition suivante :

$\forall n \geq 0$  et pour tout choix de  $i_0, i_1, \dots, i_{n-1}, i$  dans  $S$  pour lesquels

$$\mathcal{P}[(X_0, X_1, \dots, X_n) = (i_0, i_1, \dots, i)] > 0,$$

on a :

$$\mathcal{P}[X_{n+1} = j / (X_0, X_1, \dots, X_n) = (i_0, i_1, \dots, i)] = \mathcal{P}[X_{n+1} = j / X_n = i] \quad (3.10)$$

Une chaîne de Markov est dite **homogène** si pour tout  $i$  et pour tout  $j$  dans  $S$  et pour tous les entiers  $n$  tels que  $\mathcal{P}[X_n = i] > 0$ , la probabilité conditionnelle  $\mathcal{P}[X_{n+1} = j / X_n = i]$  ne dépend pas de  $n$ .

La définition 3.5 introduit la notion de matrice de transition d'une chaîne de Markov et la manière dont l'homogénéité joue sur la forme de cette matrice.

**Définition 3.5 (Matrice de transition)** Soit  $\mathbf{X} = (X_n)_{n \geq 0}$ , une chaîne de Markov sur un ensemble  $S$ , la matrice  $\mathbf{P}(n) = (p_{n,i,j})_{n \in \mathbf{N}, (i,j) \in S^2}$  définie par :  $p_{n,i,j} = \mathcal{P}[X_{n+1} = j / X_n = i]$  s'appelle la  $n^{\text{ème}}$  matrice de transition de la chaîne de Markov.  $\mathbf{P}$  est une matrice stochastique. Si la chaîne est homogène, la matrice de transition est indépendante de  $n$  et s'écrit alors :

$$\mathbf{P} = (p_{i,j})_{(i,j) \in S^2} \text{ avec } p_{i,j} = \mathcal{P}[X_{n+1} = j / X_n = i]$$

Cette matrice donne donc la probabilité d'être dans l'état  $j$  à l'étape  $n + 1$  sachant l'état  $i$  à l'étape  $n$ . Avec la condition d'homogénéité, la probabilité ne dépend plus de l'étape  $n$ . Les outils permettant de caractériser une chaîne de Markov étant introduits, le paragraphe suivant détaille la notation IQOA sur laquelle la théorie des chaînes de Markov est appliquée par la suite.

<b>Classe 1</b>	Ouvrage en bon état apparent relevant de l'entretien courant au sens de l'Instruction Technique sur la Surveillance et l'Entretien des Ouvrages d'Art.
<b>Classe 2</b>	Ouvrage, – dont la structure est en bon état apparent mais dont les équipements ou les éléments de protection présentent des défauts, – ou dont la structure présente des défauts mineurs, et qui nécessite un entretien spécialisé sans caractère d'urgence.
<b>Classe 2E</b>	Ouvrage, – dont la structure est en bon état apparent mais dont les équipements ou les éléments de protection présentent des défauts, – ou dont la structure présente des défauts mineurs, et qui nécessite un entretien spécialisé URGENT pour prévenir le développement rapide de désordres dans la structure et son classement ultérieur en 3.
<b>Classe 3</b>	Ouvrage dont la structure est altérée et qui nécessite des travaux de réparation mais sans caractère d'urgence.
<b>Classe 3U</b>	Ouvrage dont la structure est gravement altérée, et qui nécessite des travaux de réparation URGENTS liés à l'insuffisance de capacité portante de l'ouvrage ou à la rapidité d'évolution des désordres pouvant y conduire à brève échéance.
<b>Classe NE</b>	Ouvrage non évalué.

TAB. 3.2 – Définition des classes IQOA

### 3.2.3 Cas de la notation IQOA

En 1994, la Direction des Routes décide de mettre en place un outil lui permettant de suivre l'évolution de son patrimoine d'ouvrages d'art : c'est l'Image Qualité Ouvrages d'Art (*Guide des visites IQOA*, « catalogue des désordres », 1996, Odent, Berthelley & Delfosse 1999). Les campagnes IQOA concernent les ouvrages de franchissement national d'une longueur supérieure à 2m qui peuvent être des ponts en maçonnerie, en béton armé, en béton précontraint, en métal ou mixte.

Le principe d'IQOA est d'attribuer des notes aux ponts suivant l'état dans lequel ils se trouvent. Il existe 5 notes possibles : 1, 2, 2E, 3, 3U. Les états correspondants sont explicités dans le tableau 3.2.

Les différents types d'ouvrages considérés dans la classification IQOA sont présentés dans le tableau 3.3 issu des rapports d'enquêtes annuelles IQOA. La position des différents ouvrages sur le réseau routier français avec leur note associée en 2006 est donné à la figure 3.5. Il est intéressant de voir que cette notation est disponible pour l'ensemble des ouvrages du réseau national. Pour déterminer la note globale d'un ouvrage, les agents chargés de l'inspection disposent d'un guide qui répertorie tous les types de défauts connus et les notes à donner dans chacun des cas, la note globale du pont étant alors la plus mauvaise note donnée aux différents éléments. Les défauts entraînant la note 2 ou 2E pour un ouvrage sont des défauts d'équipement, des défauts des éléments de protection ou des défauts de structure mineurs mais pouvant entraîner un passage en 3, voire 3U s'ils ne sont pas traités rapidement. Pour les équipements sur l'ouvrage, les défauts concernent la chaussée portée (défauts de surface,

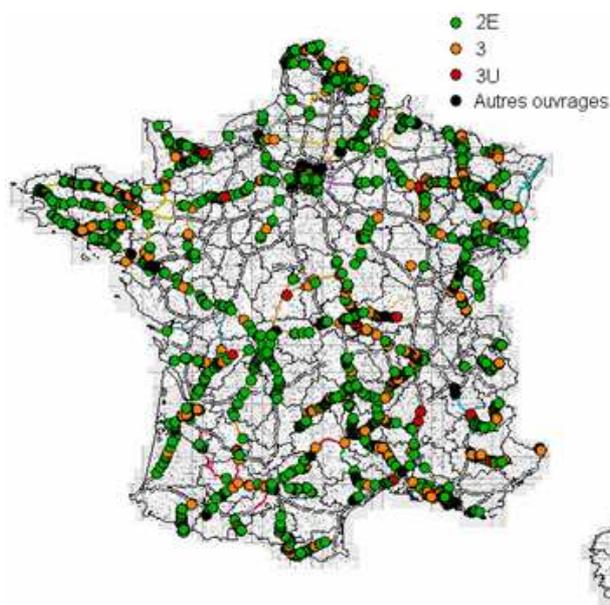


FIG. 3.5 – Positionnement géographique des ouvrages sur le réseau national

déformations vers le bas, apparitions de fissures). Les défauts peuvent concerner également les bordures de trottoirs (défauts d'alignement, dégradation du revêtement, affaissements du corps du trottoir), mais aussi les dispositifs d'évacuation des eaux sur ouvrage ou encore les joints de chaussées et de trottoirs avec le plus souvent des décalages relatifs transversaux ou verticaux entre les éléments constitutifs du joint. Les défauts des éléments de protection pouvant entraîner une classification en 2 ou 2E concernent l'étanchéité du tablier (cheminements d'eau de ruissellement, suintements au droit des fissures, présence d'alcali-réaction). En ce qui concerne les défauts du tablier, une note 2 ou 2E est attribuée s'il y a apparition de fissures sur la dalle et les encorbellements dans le cas d'un pont dalle, ou sur les poutres, les hourdis et les entretoises dans le cas d'un pont à poutres sous chaussée en béton armé. La notation 2E a pour but dans ces cas là de prévenir un passage en 3 ou 3U en intervenant rapidement et d'éviter ainsi une perte de performance structurelle de l'ouvrage. Les amorces d'éclatement de parement sont également pris en compte dans la notation 2 ou 2E. L'incidence sur la sécurité des usagers en cas de rupture de la fixation à brève échéance doit alors être examinée. Dans ce dernier cas, c'est plus la sécurité des usagers à court terme que la performance structurelle de l'ouvrage qui est examinée. Les défauts qui entraînent la note 3 ou 3U ne concernent que des défaillances structurelles de l'ouvrage. Deux défauts majeurs peuvent entraîner le passage en 3 et 3U : la fissuration et la dégradation du béton. La fissuration est en général due à une mauvaise conception de l'ouvrage ou à des sollicitations excessives. Il y a en général une insuffisance importante de la résistance à la flexion longitudinale. La dégradation du béton est liée à une mauvaise qualité du béton, à l'action du gel, à l'agressivité du milieu environnant ou bien à un effort mécanique excessif.

Famille	Type d'ouvrage	Code
MA	Pont voûté en maçonnerie	PVMA
MA	Autre structure en maçonnerie	DIVMA
BA	Cadre	CADRE
BA	Portique simple ou double	PORTIQ
BA	Pont dalle en béton armé	PDBA
BA	Poutres sous chaussées en béton armé	PPBA
BA	Bow string en béton	BOWBA
BA	Pont voûté en béton	PVBA
BA	Autre structure en béton armé ou non armé	DIVBA
BP	Pont dalle ou dalle nervurée en béton précontraint	PDBP
BP	VIPP	VIPP
BP	PRAD	PRAD
BP	Poutres caissons en béton précontraint	PCBP
BP	Autres poutres sous chaussée ou nervures en béton précontraint	PPBP
BP	Autre structure en béton précontraint	DIVBP
MI	Poutrelles enrobées	PPE
MI	Poutres sous chaussée ou caisson en métal avec dalle participante	MIXTE
ME	Poutres sous chaussée/Caisson en métal avec dalle orthotrope	ORTHO
ME	Poutres sous chaussée/Caisson en métal avec dalle non participante	PPME
ME	Poutres latérales treillis en métal (+bow-string)	PLME
ME	Autre structure en métal	DIVME
BB	Buse béton	BB
BM	Buse métallique	BM
DIV	Pont en arc	ARC
DIV	Pont suspendu (dont suspendu et haubané)	SUSP
DIV	Pont à haubans	HB
DIV	Pont à béquille	PBQ
DIV	Pont mobile	MOB
DIV	Pont provisoire (dont viaduc métallique démontable)	PROV
DIV	Autre structure non associée à une famille (matériau)	AU

TAB. 3.3 – Types d'ouvrages

### 3.2.4 Utilisation de la base de données IQOA

L'ensemble des ouvrages considérés dans cette étude est celui du nouveau réseau national appelé réseau national structurant. Les résultats d'enquête pour chacun des ouvrages, entre 1996 et 2005, sont regroupés dans une base de données communiquée au LCPC par le SETRA (SETRA 2008). La répartition en surface des ouvrages dans chaque classe IQOA pour l'année 2006 est donnée à la figure 3.6. Elle repose sur la seule prise en compte des ouvrages du Réseau National Structurant (RNS) après transfert aux collectivités. L'accès à l'évolution des notes par ouvrage sur une dizaine d'années permet de réaliser une étude statistique réaliste sur la probabilité d'un ouvrage de la base de données IQOA de passer d'un état à un autre dans un intervalle de temps donné (Odent & Berthelley 2002).

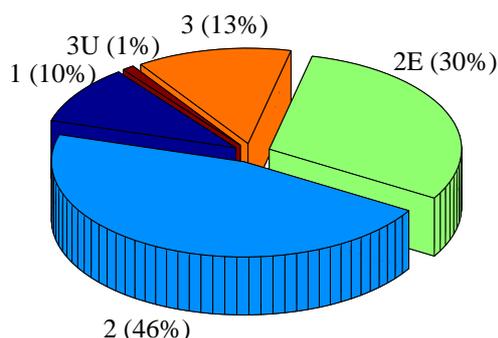


FIG. 3.6 – Répartition du patrimoine national dans chacune des classes IQOA

### 3.2.5 Utilisation des chaînes de Markov

#### 3.2.5.1 Justification de l'hypothèse de Markov homogène

**Justification de l'hypothèse de Markov** Il n'existe pas de loi pour prédire le processus de détérioration d'un ouvrage quelconque en général. De plus, l'objectif est ici d'évaluer la probabilité pour un ouvrage d'être dans chacun des états IQOA sur une période donnée. L'approche par chaînes de Markov offre un cadre d'analyse adapté à ce problème. L'hypothèse de « markoviannité » consiste à énoncer que la probabilité pour un ouvrage d'être dans un état donné à la campagne  $n$  ne dépend que de l'état dans lequel il était à la campagne  $n - 1$  et non des campagnes antérieures. Dans ce modèle, seul l'état présent compte pour déterminer les états futurs. Cette hypothèse se justifie par la nature même du patrimoine évalué par les enquêtes IQOA (Orcesi & Cremona 2007a, Orcesi & Cremona 2006a). Les différentes classes de cotation regroupent des réalités très différentes. Il existe surtout une différence de niveau entre les classes 2 et 2E et les classes 3 et 3U. Rappelons ici encore que les deux premières notes font souvent référence à des exigences d'aptitude au service qui sont en majorité des défauts d'équipements. Les deux dernières font plus référence à des défauts de structure du tablier du pont. L'état futur d'un ouvrage classé en 3 va dépendre davantage de ses défaillances actuelles que des défauts d'équipements signalés dans le passé. C'est donc le présent de l'ouvrage qui est pris en compte pour déterminer son état futur. L'accès à la base de donnée IQOA permet de réaliser une analyse des fréquences des séquences de transition entre états (STE). Pour une séquence STE qui regroupe trois résultats d'inspection (état futur, état présent/état passé), on calcule le nombre de fois (occurrence de la séquence d'états - OSE) où cette séquence apparaît dans la base de données IQOA, puis le nombre de fois (occurrence de la séquence à deux états ODE) où la séquence à deux états « état présent/état futur » apparaît. Soit  $(m, i/j)$  une telle séquence à trois états (STE), la probabilité d'avoir l'état  $m$  sachant les états  $i$  et  $j$  est donnée par l'équation 3.11 :

$$P(m, i/j) = \frac{OSE}{ODE} \quad (3.11)$$

Pour vérifier l'hypothèse de markoviannité, il faut calculer, pour tous les états passés possibles  $j$ , la probabilité  $P(m, i/j)$ . Les probabilités doivent être strictement indépendantes de  $j$  pour mettre en évidence l'indifférence du passé sur le futur et justifier ainsi l'hypothèse de markoviannité. Le tableau 3.4 présente les statistiques issues de la base de données IQOA des

différentes séquences possibles « état futur, état présent/état passé » pour les types d'ouvrages suivants : pont dalle en béton armé (PDBA), pont dalle ou dalle nervurée en béton précontraint (PDBP), poutres sous chaussée en béton armé (PPBA), autres poutres sous chaussée ou nervures en béton précontraint (PPBP), poutre caisson en béton précontraint (PCBP), pont mixte (MIXTE) et enfin si tous les ouvrages sont considérés sans distinction<sup>2</sup>. Les cas où il n'y a pas d'occurrence de la séquence, et pour lesquels la probabilité  $P(m, i/j)$  est nulle, sont mis en évidence par un astérisque pour ne pas être pris en compte<sup>3</sup>. Lorsque la comparaison entre les différentes valeurs du passé est possible, il apparaît que les fréquences d'occurrence sont assez proches pour des historiques de l'ouvrage différents. Par exemple, les séquences (2E,2/1) et (2E,2/2) conduisent à des fréquences similaires pour l'ensemble des ouvrages. De même, les séquences (3,3/2), (3,3/2E) et (3,3/3) sont quasiment identiques quelque soit le type d'ouvrage considéré. Il est par contre plus difficile de tirer des conclusions pour les séquences (3U,3/1), (3U,3/2), (3U,3/2E) et (3U,3/3) pour lesquelles il n'y a d'occurrence que de la séquence (3U,3/3) et que pour certains types d'ouvrage. Il est évident qu'une analyse statistique plus complète serait nécessaire pour confirmer l'hypothèse de markoviannité pour l'ensemble des situations possibles. Cependant, les résultats obtenus étant pertinents sur les cas les plus fréquemment rencontrés, l'hypothèse de markoviannité pour l'évolution de l'état des différents ouvrages de la base de données IQOA est retenue dans la thèse.

**Justification de l'hypothèse d'homogénéité** L'hypothèse d'homogénéité signifie que les probabilités de passage d'un état à un autre ne dépendent pas du temps. Les probabilités de passage d'une classe à une autre sont donc les mêmes quel que soit l'instant d'observation (Orcesi & Cremona 2006b, Orcesi & Cremona 2007b). Cette hypothèse d'homogénéité est supposée justifiée dans le cas du patrimoine IQOA qui constitue un ensemble relativement homogène du point de vue des méthodes de construction mises en place ces dernières années et du vieillissement global qui est assez homogène pour les différentes classes d'ouvrages, la maintenance étant appliquée de la même façon sur les différents ouvrages du réseau routier national.

**Probabilisation de la note IQOA des ouvrages** Les hypothèses d'application des chaînes de Markov homogènes à la base de données IQOA ayant été justifiées au paragraphe précédent, il est possible de quantifier la probabilité pour un ouvrage d'être dans chacune des classes IQOA pour les années à venir. En effet, ayant un nombre fini de classes IQOA, les probabilités  $p_{ij}$  de passage d'un état  $i$  à un état  $j$ , au cours d'un intervalle de temps  $\delta t$  peuvent être regroupés dans la matrice de transition  $\mathbf{P}$  suivante :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{1,1}(\delta t) & p_{1,2}(\delta t) & p_{1,2E}(\delta t) & p_{1,3}(\delta t) & p_{1,3U}(\delta t) \\ p_{2,1}(\delta t) & p_{2,2}(\delta t) & p_{2,2E}(\delta t) & p_{2,3}(\delta t) & p_{2,3U}(\delta t) \\ p_{2E,1}(\delta t) & p_{2E,2}(\delta t) & p_{2E,2E}(\delta t) & p_{2E,3}(\delta t) & p_{2E,3U}(\delta t) \\ p_{3,1}(\delta t) & p_{3,2}(\delta t) & p_{3,2E}(\delta t) & p_{3,3}(\delta t) & p_{3,3U}(\delta t) \\ p_{3U,1}(\delta t) & p_{3U,2}(\delta t) & p_{3U,2E}(\delta t) & p_{3U,3}(\delta t) & p_{3U,3U}(\delta t) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Dans la suite de l'étude, la probabilité d'être dans chaque classe IQOA est exprimée chaque année et est regroupée dans le vecteur suivant :

<sup>2</sup>Tous les types d'ouvrages présentés dans le tableau 3.3.

<sup>3</sup>Les fréquences sont nulles en raison de la très faible probabilité d'avoir ce type de séquence sur trois années consécutives.

Séquence STE	$P(i, m, j)$						
	PDBA	PDBP	PPBA	PPBP	PCBP	Mixte	Tous
(2,2/1)	1	0,9663	1	1	1	1	0,9898
(2,2/2)	0,9096	0,9148	0,8345	0,8988	0,8955	0,8929	0,9205
(2E,2/1)	0*	0,0637	0*	0*	0*	0*	0,0098
(2E,2/2)	0,0694	0,0776	0,1290	0,1012	0,0845	0,1011	0,0676
(3,2/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	$3,63.10^{-4}$
(3,2/2)	0,0201	0,0075	0,0366	0*	0,0200	0,0060	0,0118
(3U,2/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*
(3U,2/2)	$8,99.10^{-4}$	0*	0*	0*	0*	0*	$1,77.10^{-4}$
(2E,2E/1)	1	1	1	0*	1	1	1
(2E,2E/2)	1	1	1	1	1	1	0,9920
(2E,2E/2E)	0,9778	0,9740	0,9488	0,9878	0,9903	0,9758	0,9695
(3,2E/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*
(3,2E/2)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0,0030
(3,2E/2E)	0,0152	0,0260	0,0398	0,1220	0,0064	0,0242	0,0240
(3U,2E/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*
(3U,2E/2)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0,0051
(3U,2E/2E)	0,0070	0	0,0114	0	0,0033	0	0,0065
(3,3/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	1
(3,3/2)	1	1	1	1	1	1	1
(3,3/2E)	1	1	1	1	1	1	1
(3,3/3)	0,9911	0,9753	0,9952	1	1	1	0,9943
(3U,3/1)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	1
(3U,3/2)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	1
(3U,3/2E)	0*	0*	0*	0*	0*	0*	1
(3U,3/3)	0,0089	0,0247	0,0048	0*	0*	0*	0,0057

\* La probabilité est nulle car cette séquence n'apparaît pas dans la base de données

TAB. 3.4 – Exemples de fréquences de transition

$$\mathbf{q}(i) = ( q_1^i \quad q_2^i \quad q_{2E}^i \quad q_3^i \quad q_{3U}^i ) \quad (3.13)$$

où  $i$  est l'année considérée. Le vecteur  $\mathbf{q}(i+1)$  peut alors être déterminé à partir de celui de l'année précédente par l'équation :

$$\mathbf{q}(i+1) = {}^t P {}^t \mathbf{q}(i) \quad (3.14)$$

ou encore si la matrice de transition est stationnaire, à partir de l'année de départ dans le planning :

$$\mathbf{q}(i+1) = {}^t P^{i+1} {}^t \mathbf{q}(0) \quad (3.15)$$

Il est donc possible de déterminer le vecteur probabilisé  $\mathbf{q}$  qui représente la probabilité pour un ouvrage d'être dans chaque classe IQOA, uniquement à l'aide du vecteur  $\mathbf{q}$  initial et de la

matrice de transition. Cela suppose néanmoins d'avoir un processus de transition et donc une matrice  $P$  stationnaire. Si tel n'est pas le cas, l'équation 3.14 est à préférer avec une matrice  $P$  évoluant dans le temps.

### 3.2.6 Détermination de la matrice de transition

Le principe permettant de calculer la matrice de transition est le suivant : ayant à disposition l'ensemble des résultats d'enquête pour chaque ouvrage de 1996 à 2005 (seuls les résultats annuels sont conservés), la probabilité sur la période entre 1996 et 2005, de passer d'un état  $q_1$  à un état  $q_2$ , est égale à la surface totale des ouvrages qui sont notés  $q_1$  à une année  $i$  et notés  $q_2$  à l'année  $i + 1$  sur la surface totale des ouvrages qui sont en  $q_1$  à l'année  $i$ , pour  $i$  variant de 1996 à 2004. Ce concept est traduit mathématiquement à l'équation 3.16.

$$P(q_1, q_2) = \frac{\sum_{i=a_0}^{a_f-1} \left( \sum_{k=1}^{n_{q_1, i \rightarrow q_2, i+1}} S_{q_1, i \rightarrow q_2, i+1}^k \right)}{\sum_{i=a_0}^{a_f} \left( \sum_{k=1}^{n_{q_1, i}} S_{q_1, i}^k \right)} \quad (3.16)$$

avec  $a_0$  et  $a_f$ , les années initiales et finales considérées,  $n_{q_1, i}$ , le nombre d'ouvrages dans la classe  $q_1$  à l'année  $i$ ,  $S_{q_1, i \rightarrow q_2, i+1}^k$ , la surface de l'ouvrage  $k$  qui est dans la classe  $q_1$  à l'année  $i$  et dans la classe  $q_2$  à l'année  $i + 1$  et  $S_{q_1, i}^k$ , la surface de l'ouvrage  $k$  qui est dans la classe  $q_1$  à l'année  $i$ .

La matrice obtenue en appliquant le même raisonnement à l'ensemble des ouvrages de la base de données, pour la période entre 1996 et 2005, est la suivante :

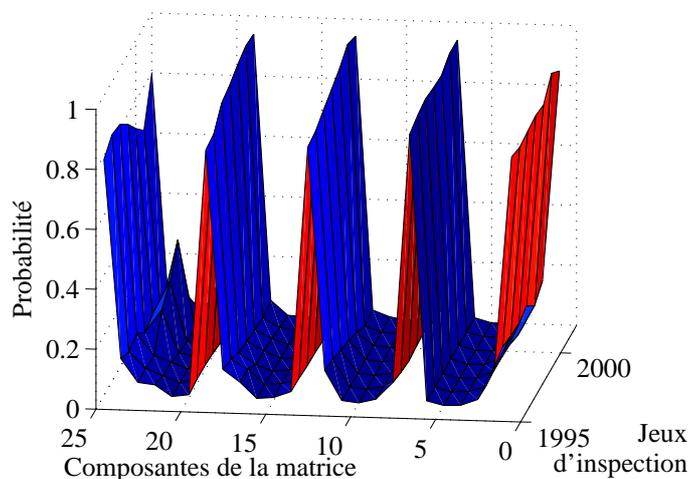
$$P = \begin{pmatrix} 0,83 & 0,15 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0,01 & 0,92 & 0,06 & 0,01 & 0 \\ 0,01 & 0,07 & 0,90 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0,04 & 0,08 & 0,87 & 0,01 \\ 0,01 & 0,03 & 0,11 & 0,08 & 0,77 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

La matrice donnée à l'équation 3.17 donne l'évolution moyenne d'un ouvrage appartenant au réseau national structurant français. Elle tient donc compte de l'ensemble des actions de maintenance qui sont effectuées chaque année sur le patrimoine. Dans la suite de l'étude, l'objectif étant de rechercher les actions de maintenance optimales à effectuer, il convient de ne tenir compte que de la dégradation annuelle des ouvrages et non plus de la maintenance annuelle puisque les ouvrages pris individuellement ne sont a priori pas entretenus entre deux interventions. Pour chaque ligne de la matrice  $P$  donnée à l'équation 3.17, les termes sous la diagonale sont donc ajoutés au terme diagonal. La matrice devient alors une matrice diagonale supérieure de dégradation pure donnée dans l'équation 3.18.

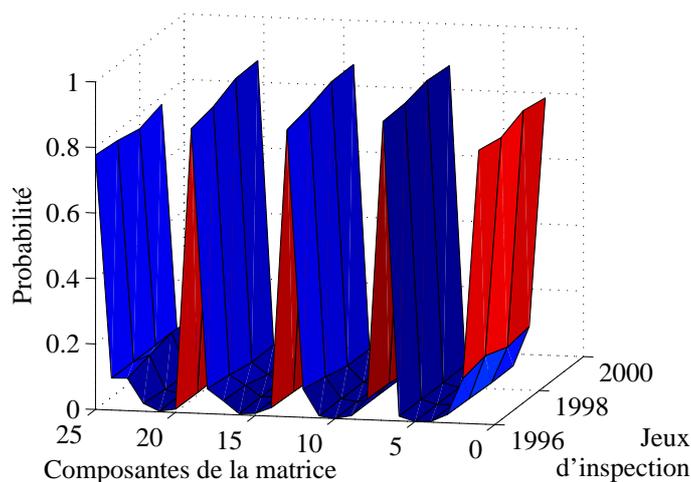
$$P = \begin{pmatrix} 0,83 & 0,15 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0,93 & 0,06 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,99 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

### 3.2.7 Influence de la période d'enquête IQOA considérée sur les composantes de la matrice

La période considérée pour déterminer la matrice de transition de l'équation 3.17 s'étend de  $a_0 = 1996$  à  $a_f = 2005$ . Une période plus courte est appliquée ici, fixée à 3 ans dans un premier temps, et 6 ans dans un deuxième temps, pour analyser l'évolution des différentes composantes de la matrice  $P$  suivant les années choisies pour effectuer le calcul. L'évolution des composantes de la matrice, en fonction de la période considérée, sont alors regroupées dans la figure 3.7(a) dans le cas d'un intervalle de 3 ans, et dans la figure 3.7(b) dans le cas d'un intervalle de 6 ans. Ces figures donnent  $p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{1,3U}, p_{2,1}, \dots, p_{2,3U}, \dots, p_{3U,3U}$  en fonction de l'année de départ de la période d'inspection choisie, soit 1996 à 2002 pour la figure 3.7(a) et 1996 à 1999 pour la figure 3.7(b).



(a) Période de 3 ans



(b) Période de 6 ans

FIG. 3.7 – Influence de la période d'inspection sur les 25 composantes de la matrice

L'évolution des termes de la matrice de transition est sensible à la tranche d'inspection considérée. Elle est cependant plus stable dans le cas où 6 années sont utilisées pour calculer

les termes de la matrice, en raison d'un plus grand nombre d'échantillons d'ouvrages et donc d'une meilleure représentativité de l'évolution du patrimoine. Cependant, dans les deux cas, une augmentation des probabilités des termes diagonaux, c'est-à-dire de la probabilité de rester dans le même état, est notable et traduit une stabilisation de la condition globale du patrimoine. Étant donné l'évolution des termes de la matrice, une actualisation glissante de la matrice de transition au fur et à mesure que de nouvelles enquêtes sont disponibles, est recommandée.

### 3.2.8 Détermination de la matrice de transition par famille d'ouvrages

Il est possible d'affiner la matrice de transition suivant la nature des ouvrages en extrayant de la base de données les notes pour les différentes catégories d'ouvrages. Ainsi, les matrices de transition des poutres sous chaussée en béton armé ( $P_1$ ), des ponts dalle en béton armé ( $P_2$ ), des ponts mixtes ( $P_3$ ), des ponts dalle ou des poutres caissons en béton précontraint ( $P_4$  et  $P_5$ ) sont respectivement données (avec une précision de deux décimales) à l'équation 3.19.

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \begin{pmatrix} 0,72 & 0,23 & 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 0,90 & 0,10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,95 & 0,04 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0,99 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & P_2 &= \begin{pmatrix} 0,83 & 0,13 & 0,04 & 0 & 0 \\ 0 & 0,94 & 0,05 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,01 & 0,01 \\ 0 & 0 & 0 & 0,97 & 0,03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 P_3 &= \begin{pmatrix} 0,76 & 0,22 & 0,02 & 0 & 0 \\ 0 & 0,92 & 0,08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & P_4 &= \begin{pmatrix} 0,80 & 0,20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,90 & 0,09 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,98 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 P_5 &= \begin{pmatrix} 0,84 & 0,12 & 0,04 & 0 & 0 \\ 0 & 0,90 & 0,09 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,99 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

L'évolution de la probabilité d'être dans chacun des états pour les catégories d'ouvrages introduits précédemment est donnée à la figure 3.8.

### 3.2.9 Fonction de performance d'un ouvrage d'art avec la notation IQOA

#### 3.2.9.1 Définition de la défaillance

De même que dans le cas où la modélisation est effectuée à l'aide de la théorie de la fiabilité (Paragraphe 3.1), il est intéressant de quantifier la performance de l'ouvrage, c'est à dire la capacité qu'il a à remplir ses fonctions au cours du temps, au travers d'une probabilité de défaillance. Cette défaillance peut caractériser une perte de niveau de service de l'ouvrage et mettre en évidence la présence de défauts d'équipements :

**Définition 3.6** La probabilité de défaillance  $\mathcal{P}_f^{service}$  d'un système traduisant la perte de niveau de service (équipements) de l'ouvrage est la probabilité de se trouver dans la classe 2E au cours

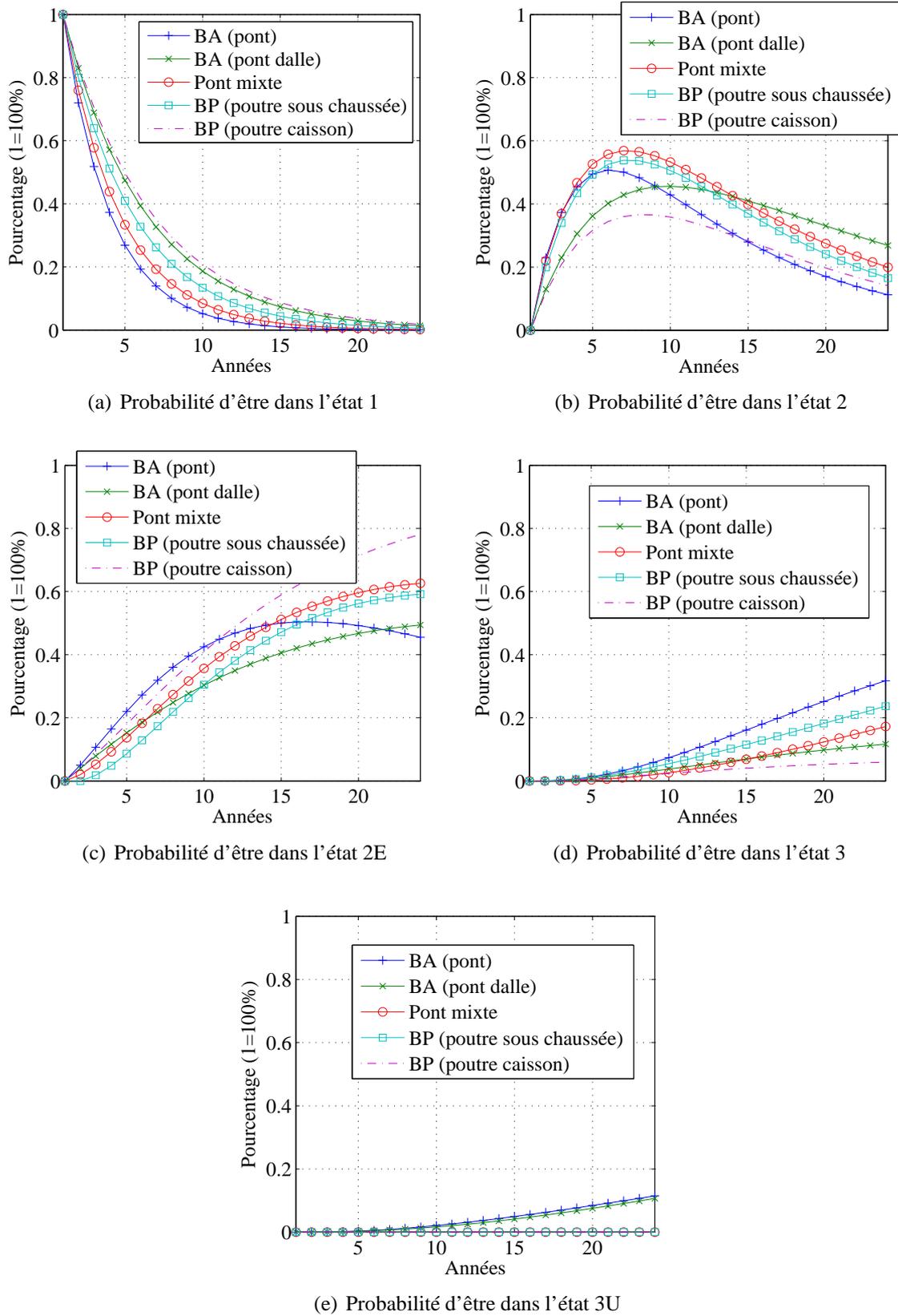


FIG. 3.8 – Évolution de la probabilité d'être dans chacune des cinq classes IQOA

du temps :

$$\mathcal{P}_f^{service} = \mathbf{q}(2E) \quad (3.20)$$

avec  $\mathbf{q}$ , le vecteur d'état probabilisé introduit à l'équation 3.13.

De même, la défaillance peut caractériser une perte de sécurité structurale de l'ouvrage :

**Définition 3.7** La probabilité de défaillance  $\mathcal{P}_f^{structurale}$  d'un système traduisant la perte de sécurité structurale de l'ouvrage est la probabilité de se trouver dans la classe 3U au cours du temps :

$$\mathcal{P}_f^{structurale} = \mathbf{q}(3U) \quad (3.21)$$

Les deux probabilité de défaillance explicitées dans les deux équations précédentes peuvent donc directement être visualisées respectivement aux figures 3.8(c) et 3.8(e) pour les différentes catégories d'ouvrages étudiées. Cette probabilité de défaillance est à rattacher à la notion d'indice d'état, c'est à dire la probabilité qu'a l'ouvrage de se trouver dans des classes IQOA non souhaitées au cours du temps.

### 3.3 Actions de maintenance

#### 3.3.1 Impact sur la probabilité de défaillance

Le calcul de l'indice de fiabilité des ouvrages a été présenté au paragraphe 3.1. Dans cette modélisation, le temps est le paramètre qui détermine l'évolution de la probabilité de défaillance de l'ouvrage. Une action de maintenance modifiant l'état de dégradation d'un ouvrage, peut donc être caractérisée par l'effet qu'elle a sur le paramètre temps. Il est alors possible de traduire plusieurs types d'intervention. La figure 3.9 caractérise certains cas de maintenance par leur effet sur l'indice de fiabilité  $\beta$  calculé à l'équation 3.3. Par exemple, une action de maintenance préventive a pour objectif de ralentir le processus de dégradation. Il est donc considéré dans le calcul de la probabilité de défaillance que les effets du temps sont soit « stoppés » pendant une durée  $\tau_1$  (cas 1), soit pris en compte avec un coefficient réducteur pendant une durée  $\tau_2$  (cas 2). En outre, une action de réhabilitation permet de ramener en théorie la structure à un état antérieur qui pourrait être l'état initial dans un cas idéal ou un état compris entre l'état initial et l'état avant intervention dans le cas général. L'effet de ce « temps gagné » est illustré à la figure 3.9 avec pour cas celui où la dégradation est stoppée pendant une durée  $\tau_3$  (cas 3) et où la dégradation est seulement ralentie pendant une durée  $\tau_4$  (cas 4).

Les différents paramètres  $\tau_i$  et  $\gamma_i$  présentés à la figure 3.9 peuvent être des valeurs déterministes ou probabilistes selon le degré de confiance dans le résultat des actions de maintenance.

#### 3.3.2 Impact sur la probabilité des états IQOA

L'impact de quelques actions de maintenance est illustré dans le cas de la notation IQOA à l'aide de l'équation 3.22. L'effet des actions de maintenance est modélisé par des matrices de transition qui sont propres à chaque action de maintenance. Par exemple, en utilisant les notations présentées au paragraphe 3.2.3, la matrice  $M_1$  correspond au passage de l'état 2E à l'état 2 et traduit une action de maintenance d'équipement sur l'ouvrage. La matrice  $M_2$  correspond au passage de l'état 3 à 2, ce qui correspond à une action de maintenance structurale. Cette politique peut être accentuée avec la matrice  $M_3$  qui, fait passer l'ouvrage dans la classe 2

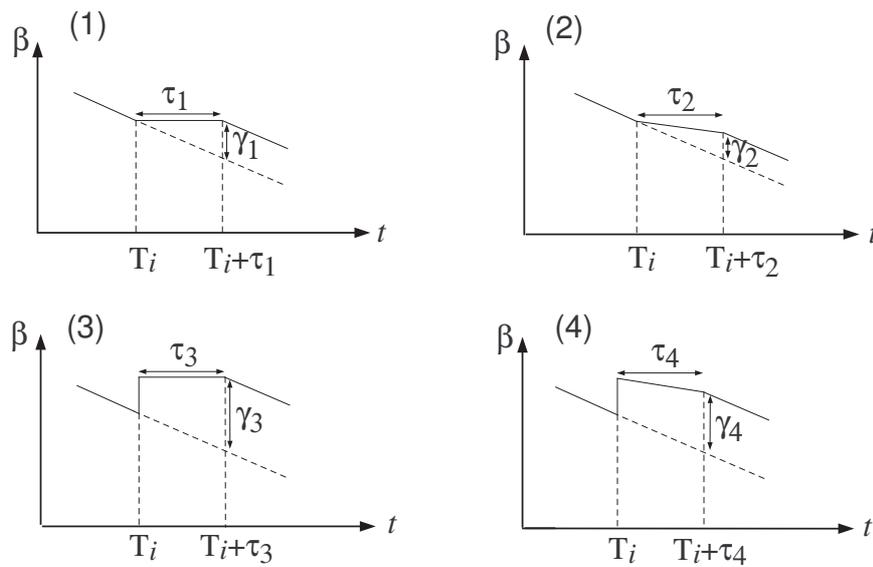


FIG. 3.9 – Impact de différentes actions de maintenance sur l'indice de fiabilité de la structure

s'il est en 2E et dans la classe 2 s'il est en 3, ce qui correspond à une maintenance d'équipement à laquelle s'ajoute une action de maintenance structurale. Enfin, dans le cas de la matrice  $M_4$ , toutes les classes dégradées sont passées en 2 et correspondent à une réhabilitation de l'ouvrage. Cette présentation ne se veut pas exhaustive, un grand nombre d'autres politiques de maintenance pouvant être modélisées à l'aide de cet outil. L'objectif est surtout de mettre en évidence l'effet des actions de maintenance courantes qui sont effectuées par les gestionnaires sur leur parc d'ouvrages.

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & M_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 M_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & M_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

L'effet des quatre types de maintenance présentés ci-dessus est illustré dans le cas d'un pont dalle en béton armé dont la matrice de transition est donnée à l'équation 3.19. Les quatre cas sont respectivement présentés dans les figures 3.10(a) à 3.10(d) quand la maintenance est systématiquement effectuée à 11 ans dans chacun des cas.

Les différentes figures montrent alors la probabilité pour l'ouvrage de se trouver dans chacune des classes IQOA au cours du temps sachant qu'il se trouve en classe 2E à l'instant initial avec un intervalle de confiance symétrique de 20%, i.e. à  $t = 0$ , l'ouvrage a 80% de chance d'être en classe 2E, 10% de chance d'être classé en 2 et 10% de chance d'être classé en 3. Il est visible

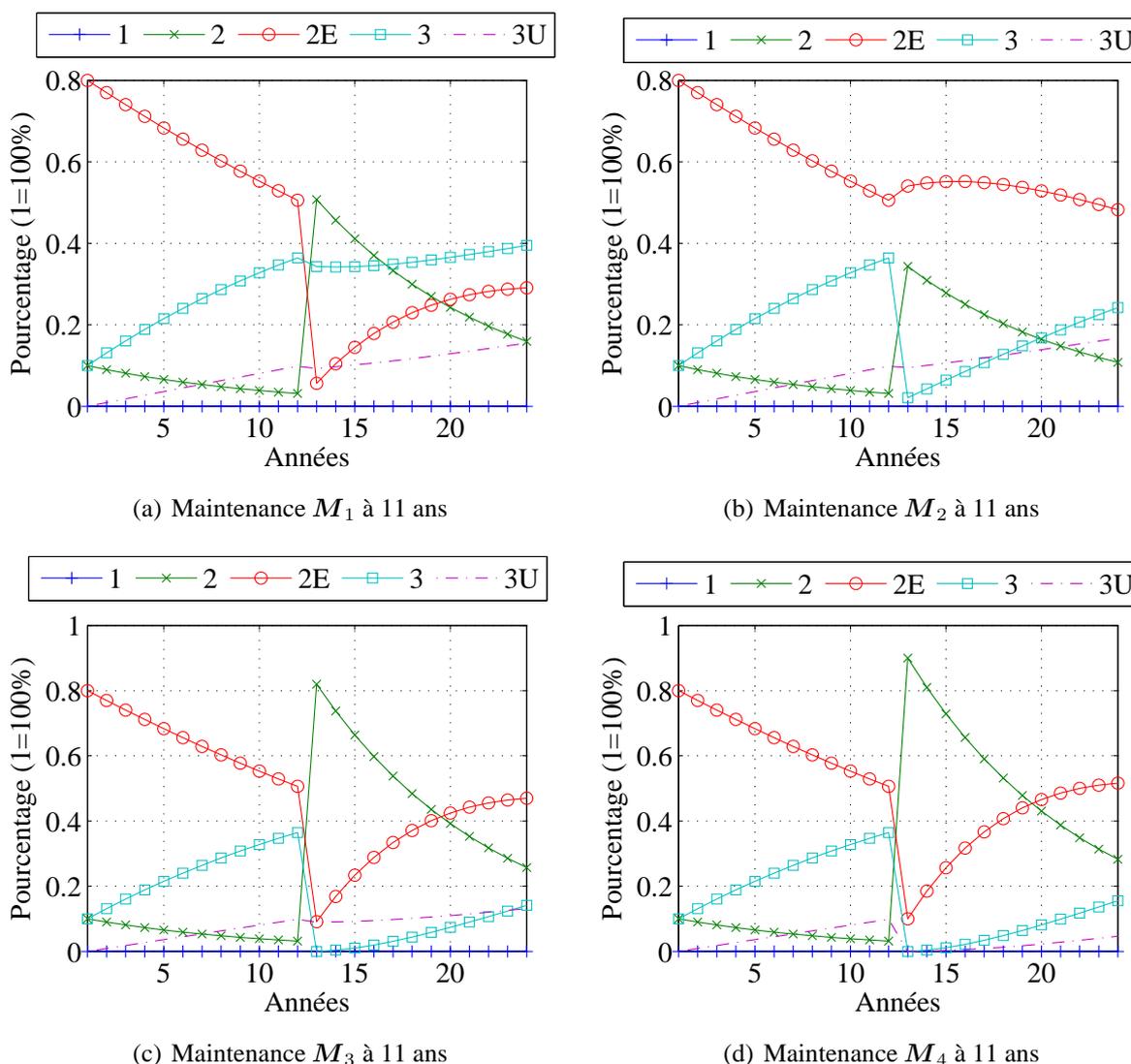


FIG. 3.10 – Différents types d’actions de maintenance

dans ces quatre figures, d’une part que la maintenance a chaque fois un impact sur la probabilité d’être dans chaque classe, et d’autre part que la redistribution dans les différentes classes est propre à chacune des matrices de transition.

### 3.4 Coûts de la maintenance

Le précédent paragraphe avait pour objectif de présenter les diverses actions de maintenance des ouvrages et de modéliser leur impact sur les différents indicateurs permettant de quantifier la performance des ouvrages. L’objectif est maintenant de présenter les coûts liés à ces actions de maintenance afin de pouvoir mener une étude économique dans la suite de l’étude.

#### 3.4.1 Coûts de la maintenance dans la base IQOA

Les prix de remise en état au  $m^2$  par classe sont issus de l’actualisation de l’enquête réalisée en 1997, complétée par les coûts des opérations demandés à l’inscription au programme triennal

de 2006 (Tableau 3.5). Le coût surfacique de maintenance  $C_{ij}$  pour faire passer 1  $m^2$  d'ouvrage d'un état  $i$  à un état  $j$  est déterminé directement à partir des coûts de réhabilitation de la classe  $i$  correspondante et d'un coefficient correcteur. Ce coefficient est fixé de manière à estimer de manière réaliste les divers coûts de maintenance. L'ensemble de ces coûts (exprimés en €2006) est regroupé dans le tableau 3.6.

Classe	Prix au $m^2$ actualisé en €TTC 2006
2	85
2E	249
3	335
3U	433
Démolition/Reconstruction (D/R)	2265

TAB. 3.5 – Prix de remise en état au  $m^2$  par classe

Classe	Passage en 1 prix au $m^2$ actualisé en €TTC 2006	Passage en 2 prix au $m^2$ actualisé en €TTC 2006	Passage en 2E prix au $m^2$ actualisé en €TTC 2006	Passage en 3 prix au $m^2$ actualisé en €TTC 2006
2	85	-	-	-
2E	249	$249 \times 0,9$	-	-
3	335	$335 \times 0,9$	$335 \times 0,8$	-
3U	2265 (D/R)	433	$433 \times 0,8$	$33 \times 0,7$

TAB. 3.6 – Coûts de maintenance surfaciques

Les tableaux 3.5 et 3.6 permettent de mener une étude économique sur les actions de maintenance des ouvrages de la base de données IQOA. Les coûts de la maintenance d'équipement correspondent généralement à des travaux de ragréage ou de réparations locales. La maintenance structurale préventive a pour objectif de renforcer certaines parties de l'ouvrage ayant un rôle dans la capacité structurale de l'ouvrage afin d'éviter des désordres importants par la suite. Finalement, les travaux de réhabilitation sont des travaux lourds sur l'ouvrage pour remédier à des problèmes de durabilité importants. Les coûts liés au passage en 2, 2E et 3 sont exprimés au prorata des coûts de reclassement en 1 ; les pourcentages introduits (0,7 ; 0,8 ; 0,9) sont à ce jour arbitraires mais réalistes, car l'ajustement de la matrice de transition aux données IQOA montre que le passage d'une classe 3 en 2E existe en raison du caractère non nul de

la probabilité de transition (qui repose sur les données brutes de la base IQOA). Une analyse plus fine des coûts des actions réalisées sur les ouvrages de la base IQOA concernés par ces modifications de classe permettrait d'apprécier les véritables coûts des colonnes 2 à 4 du tableau 3.6. Une étude menée par Binet (1996) a permis d'évaluer, pour plusieurs familles d'ouvrages, le coût surfacique des actions de réhabilitation sur un ouvrage en fonction de la classe IQOA. Ces coûts présentent l'avantage d'être détaillés pour plusieurs familles d'ouvrages telles que les ponts en béton armé (BA), les ponts en béton précontraint (BP), les poutres caissons (PC), les ponts en maçonnerie (MA) ou encore les ponts mixtes (M). Ces différents coûts sont illustrés par les figures 3.11(a), 3.11(b), 3.11(c) et 3.11(d). Ces coûts sont ceux qui sont utilisés lors du processus d'optimisation des stratégies de maintenance des ouvrages détaillé aux chapitres 5 et 6.

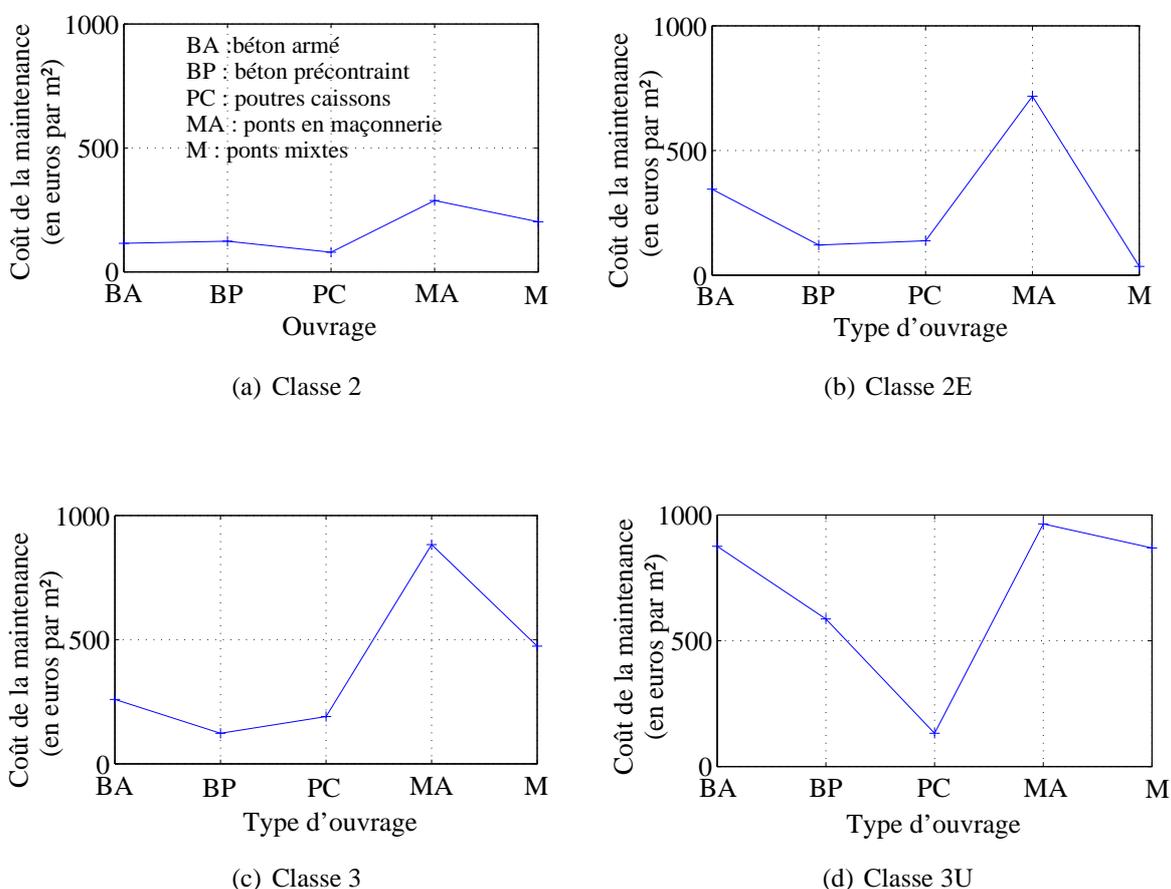


FIG. 3.11 – Coûts de la maintenance suivant la classe IQOA

### 3.4.2 Base de coûts du programme QUADRO

Divers coûts de maintenance sont considérés dans la base de données QUADRO. Ils sont donnés en fonction du type d'ouvrage : ponts en béton armé, ponts en acier etc. L'ensemble des données peut être retrouvé dans (QUADRO 2006). Les tableaux 3.7 et 3.8 regroupent quelques coûts de maintenance concernant des ponts en béton armé et des ponts en acier ou mixtes.

Éléments de l'ouvrage	Coût au $m^2$ (en €1988)
Parties principales en béton armé	0,60
Blocs en béton armé	1,8
Dalles du tablier portées par les éléments principaux	1,2

TAB. 3.7 – Coûts des travaux de maintenance pour les ponts en béton armé

Éléments de l'ouvrage	Coût au Prix $m^2$ (en €1988)
Travaux de peinture extérieurs	3,7
Travaux de peinture intérieurs	1,5
Dalles du tablier (coûts d'inspection et de maintenance)	1,2

TAB. 3.8 – Coûts des travaux de maintenance pour les ponts en acier et les ponts mixtes

### 3.4.3 Coût de la maintenance aux États-Unis

De nombreuses études ont été réalisées ces dernières années par Frangopol *et al.* pour répertorier les coûts de plusieurs actions de maintenance type afin d'optimiser la maintenance des ouvrages (Liu & Frangopol 2006a, Frangopol & Liu 2007). Les coûts de maintenance d'un ouvrage en béton (Elgard 1991, NCHRP 2004) sont donnés à titre d'exemple ci-dessous :

- le ragréage évalué à  $3,25 \$/ft^2$
- les travaux d'étanchéité évalués à  $0,75 \$/ft^2$
- les travaux de rechargement en béton évalués à  $7,50 \$/ft^2$
- la mise en place de protection cathodique évaluée à  $11,75 \$/ft^2$
- les travaux de réhabilitation estimés à  $30,00 \$/ft^2$

Les travaux de (Furuta, Enami, Kameda & Frangopol 2006) recensent également différents coûts de maintenance surfaciques :

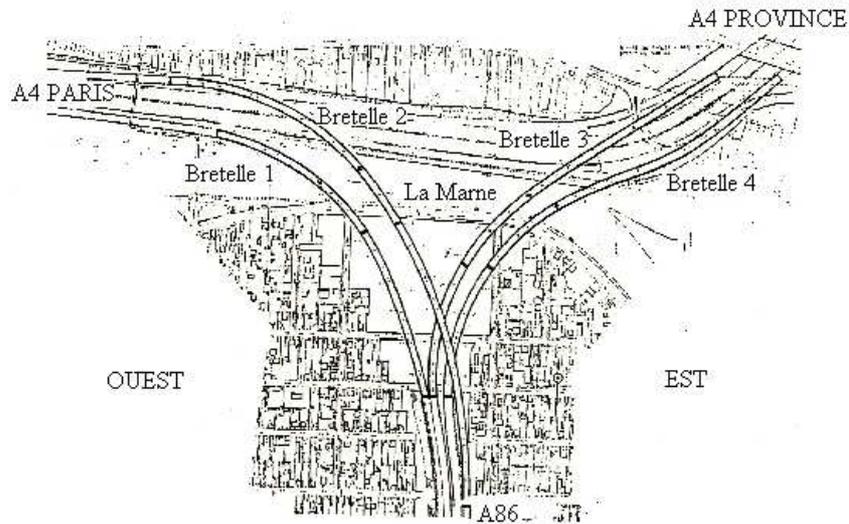
- l'injection de résine évaluée à  $200 \$/m^2$
- les travaux de rechargement de la dalle évalués à  $300 \$/m^2$
- la pose de plaque d'acier évaluée à  $600 \$/m^2$
- la réhabilitation estimée à  $900 \$/m^2$

## 3.5 Exemple d'un réseau d'ouvrages

### 3.5.1 Présentation des ouvrages

Les différents ouvrages d'art qui sont introduits dans la thèse à titre d'illustration sont présentés dans ce paragraphe. Ils sont situés sur le réseau routier au sud-est de la région Île-de-France soit sur des autoroutes urbaines ayant un rôle stratégique majeur dans le fonctionnement du réseau, soit sur des routes supportant un trafic très dense qui jouent également un rôle de premier ordre à l'échelle du réseau d'Île-de-France. Une description plus détaillée du réseau routier d'Île-de-France est proposée dans l'annexe A. Les quatre premiers ouvrages constituent l'échangeur de Saint-Maurice. Le plan d'ensemble est donné à la figure 3.12(a) et les bretelles 1 et 2 sont montrées à la figure 3.12(b). Les coupes longitudinales et transversales type de ces quatre ouvrages sont par ailleurs illustrées respectivement par les figures 3.13(a) et 3.13(b).

Chaque tablier est un mono caisson à 3 âmes (Figure 3.13(b)) construit par encorbellements successifs de voussoirs préfabriqués à joints conjugués.



(a) Plan d'ensemble



(b) Bretelles 1 et 2

FIG. 3.12 – Échangeur de Saint-Maurice

Le pont sur la Marne est un pont à poutres caissons de hauteur variable en béton précontraint, constitué de deux tabliers accolés et indépendants, à trois travées continues. De même que pour les échangeurs de Saint-Maurice, le caisson a trois âmes pour chacun des tabliers. Les photos données aux figures 3.14(a) et 3.14(b) donnent deux vues de cet ouvrage.

Le pont de Nogent est un ouvrage mixte acier-béton à deux travées continues, composé de six poutres métalliques entretoisées et d'une dalle de couverture en béton armé. La figure





(a) Vue 1

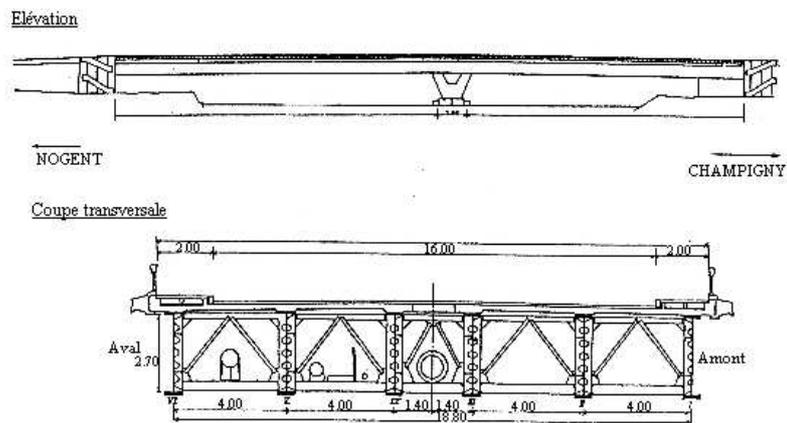


(b) Vue 2

FIG. 3.14 – Ouvrages du pont sur la Marne



(a) Pont de Nogent



(b) Élévation et coupe schématique de l'ouvrage

FIG. 3.15 – Ouvrages du pont sur la Marne

d'ouvrage déterminés par Binet (1996) et illustrés par les figures 3.11(a), 3.11(b), 3.11(c) et 3.11(d).

Ouvrage	Nature	Longueur (en m)	Largeur (en m)	Surface (en m <sup>2</sup> )	Année de construction
Viaduc d'accès 1	BP	266,85	12,43	3317	1979
Ouvrage Marne 1	BP	259,3	12,43	3223	1979
Viaduc d'accès 2	BP	419,45	12,43	5214	1979
Ouvrage Marne 2	BP	436,46	12,43	5425	1979
Viaduc d'accès 3	BP	510,28	12,43	6343	1979
Ouvrage Marne 3	BP	204,7	12,43	2544	1979
Viaduc d'accès 4	BP	462,07	12,43	5744	1979
Ouvrage Marne 4	BP	204,7	12,43	2544	1979
Pont sur la Marne 1	BP	256	18,8	4813	1976
Pont sur la Marne 2	BP	252	18,8	4738	1976
Pont de Nogent	MI	139	20	2780	1962

TAB. 3.9 – Caractéristiques générales des ouvrages étudiés

### 3.5.2 Modélisation de la performance des ouvrages

Dans la suite de la thèse, les ouvrages du réseau routier du sud-est de la région Île-de-France sont considérés pour illustrer les concepts théoriques introduits, notamment aux chapitres 5, et 6 lors de la détermination des plannings de maintenance optimaux. Les bretelles 1, 2, 3 et 4 de l'échangeur de Saint-Maurice montrées à la figure 3.12(a) sont appelées respectivement StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4 (Figure A.4(a)). Les ouvrages du pont sur la Marne de la figure 3.14 sont notés PtMarne1 et PtMarne2 (Figure A.4(b)). Enfin, les deux sens de circulation de l'ouvrage du pont de Nogent sont notés PtNogent1 et PtNogent2 (Figure A.4(c)). La démarche introduite dans ce chapitre aux paragraphes 3.1.3 et 3.2 est alors utilisée pour décrire la performance de ces ouvrages d'une part à l'aide de profils types de dégradations et de la théorie de la fiabilité et d'autre part en utilisant une note d'état de l'ouvrage caractérisé dans cette thèse par la notation IQOA probabilisée. Pour l'approche paramétrique utilisant la théorie de la fiabilité, le processus de dégradation est modélisé de façon très générale. Des critères de perte de durabilité du béton (due par exemple à la carbonatation ou à la pénétration des chlorures) peuvent être considérés pour l'ensemble des ouvrages du réseau (Paragraphe B.1.1). Des spécificités propres à chaque catégorie d'ouvrage peuvent être également étudiées. Par exemple, pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice ou pour le pont sur la Marne, la perte de performance peut provenir de la perte de précontrainte (Paragraphe B.3.1). Pour l'ouvrage mixte du pont de Nogent, la perte de performance peut provenir du phénomène de fatigue des assemblages soudés de l'ouvrage dû aux cycles de chargement sous trafic (Paragraphe B.2). Les différents profils utilisés pour traduire la dégradation de l'ouvrage sont alors choisis parmi ceux proposés au paragraphe 3.1.3, ce qui permet de traduire les différents processus de dégradation tout en gardant une expression très générale de la performance des ouvrages. Une étude de fiabilité devrait être menée pour avoir une caractérisation de la performance des ouvrages beaucoup plus fine. Cette étude n'a pas été effectuée dans cette thèse par manque d'information sur l'ensemble des ouvrages et dans l'objectif de mener une étude de sensibilité. En effet, l'introduction de profils types permet de garder une expression très générale de la performance des ouvrages. Il est alors possible d'étudier un large nombre de modes de défaillance pour l'ouvrage et de voir quelle est l'influence sur les plannings de gestions optimaux déterminés aux paragraphes 5 et 6.

### 3.5.2.1 Caractérisation de la performance à l'aide de la théorie de la fiabilité

Deux configurations de référence sont étudiées dans la thèse et présentées ci-après. Pour la première configuration, les processus de dégradation des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice (StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4) et du pont sur la Marne (PtMarne1, PtMarne2) obéissent à un profil de dégradation de type  $g_2$  (Équation 3.6), ce qui permet de traduire des pertes de performance vis-à-vis de la durabilité du matériau béton soumis à de la carbonatation. Le profil de dégradation  $g_3$  est utilisé pour traduire une perte d'aptitude au service de l'ouvrage du pont de Nogent (PtNogent1 et PtNogent2) du fait de la fissuration du béton par la corrosion des armatures. Les caractéristiques des paramètres adimensionnels définis dans l'équation 3.6 et intervenant dans le calcul de la marge de sécurité sont explicitées dans le tableau 3.10. L'évolution de l'indice de fiabilité des ouvrages pour les vingt cinq prochaines années est alors donnée à la figure 3.10.

Ouvrage	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
StMau1	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
PtMarne1	56	2	40	2	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$
PtMarne2	55	2	40	2	$0,8 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-4}$
StMau4	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
StMau3	56	2	40	2	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$
StMau2	58	2	40	2	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
PtNogent1	56	2	40	2	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
PtNogent2	56	2	40	2	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$

TAB. 3.10 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation des huit ouvrages

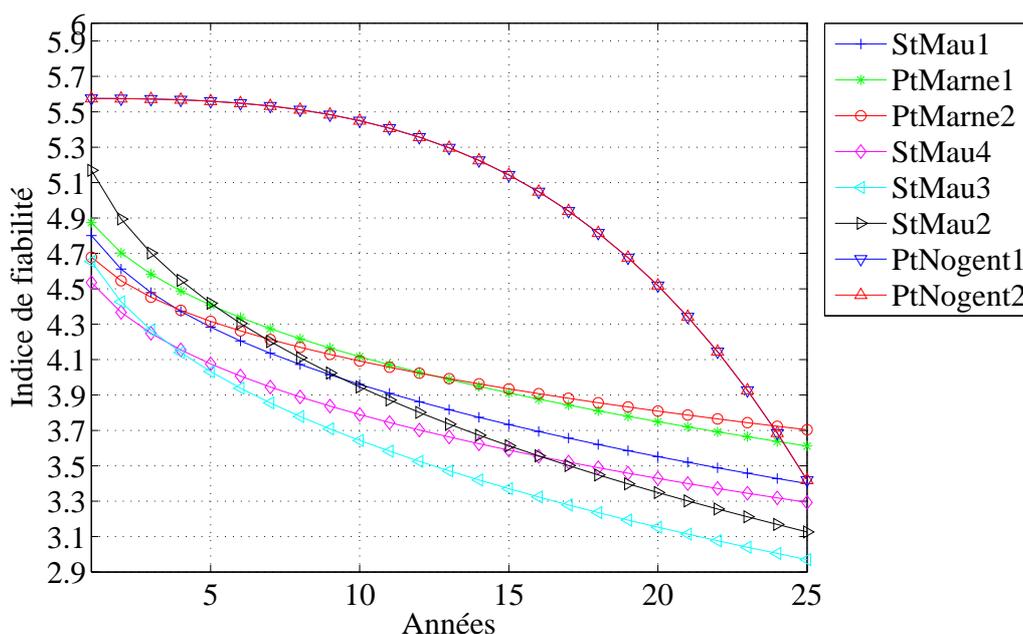


FIG. 3.16 – Évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

Pour la deuxième configuration, les profils types pour les ouvrages du pont sur la Marne (PtMarne1, PtMarne2) obéissent à un profil de dégradation de type  $g_3$  (Équation 3.6) pour traduire une perte d'aptitude au service de l'ouvrage du fait de la fissuration du béton par la corrosion des armatures (Figure B.2). Concernant le pont de Nogent, le profil de dégradation est linéaire (profil  $g_1$ ) et traduit la fatigue de la structure métallique sous chargements cycliques (Paragraphe B.2). Enfin le profil de dégradation  $g_2$  est encore utilisé pour les ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice. Le phénomène modélisé est alors celui des pertes de précontrainte par effets différés. Les caractéristiques des paramètres adimensionnels définis dans l'équation 3.6 et intervenant dans le calcul de la marge de sécurité sont explicitées dans le tableau 3.11. L'évolution de l'indice de fiabilité des ouvrages pour les vingt cinq prochaines années est alors donnée à la figure 3.17.

Ouvrage	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
StMau1	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
PtMarne1	56	2	40	2	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$
PtMarne2	56	2	40	2	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$
StMau4	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
StMau3	56	2	40	2	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$
StMau2	58	2	40	2	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
PtNogent1	54	2	40	2	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$
PtNogent2	54	2	40	2	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$

TAB. 3.11 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation des huit ouvrages

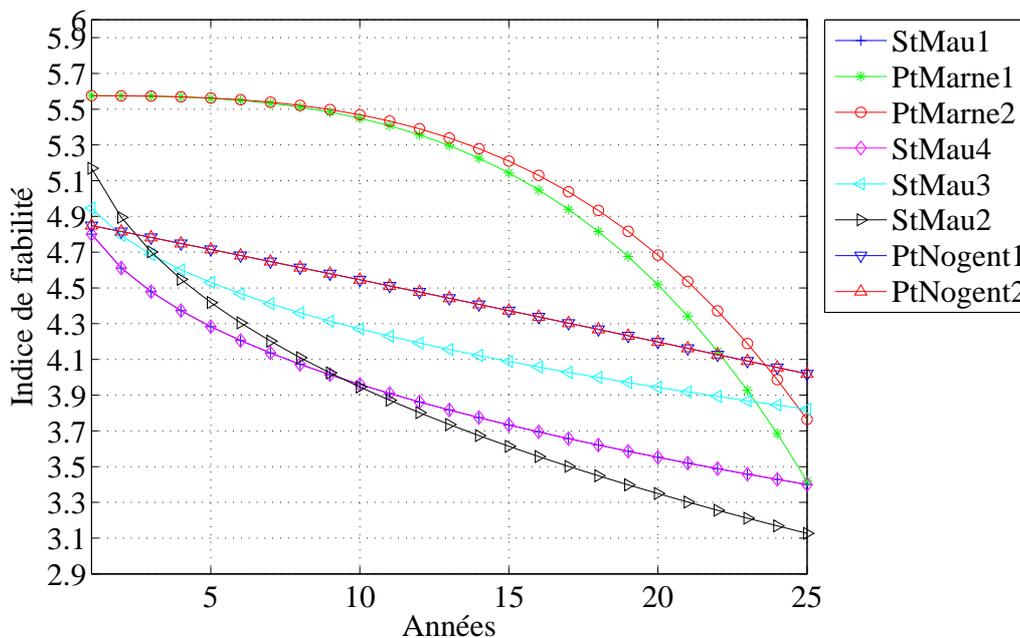


FIG. 3.17 – Évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

### 3.5.2.2 Caractérisation de la performance à l'aide de l'état IQOA probabilisé des ouvrages

Pour l'approche non paramétrique utilisant la théorie des chaînes de Markov, une seule configuration est introduite et est liée à la note IQOA des ouvrages à l'instant présent. Tous les ouvrages étudiés mis à part le pont de Nogent sont des poutres caissons en béton précontraint et ont donc pour matrice de vieillissement la matrice  $P_5$  donnée à l'équation 3.19. Pour le pont de Nogent, qui est un ouvrage mixte, la matrice de vieillissement associée est la matrice  $P_3$  donnée également à l'équation 3.19. Par ailleurs, tous les ouvrages sont notés en 2E au début du planning avec un intervalle de confiance de 10% (90% de chances d'être en 2E, 5% de chances d'être en 2 et 5% de chances d'être en 3) sauf pour le pont sur la Marne qui est noté en 3 (90% de chances d'être en 3, 5% de chances d'être en 2E et 5% de chances d'être en 3U). L'évolution de l'état IQOA probabilisé pour les vingt-cinq prochaines années est donnée respectivement à la figure 3.18 pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice, à la figure 3.19 pour les ouvrages du pont sur la Marne, et à la figure 3.20 pour les ouvrages du pont de Nogent.

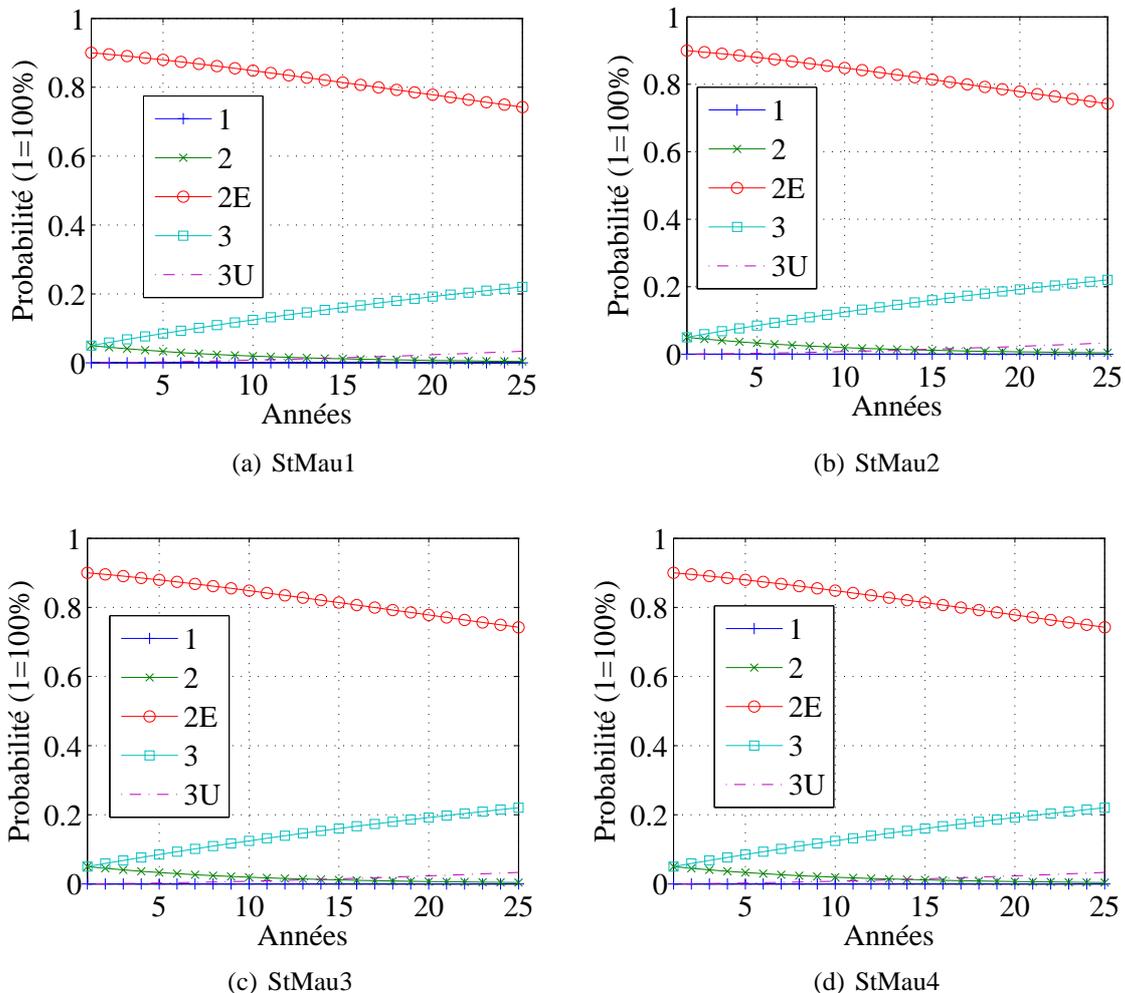


FIG. 3.18 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice

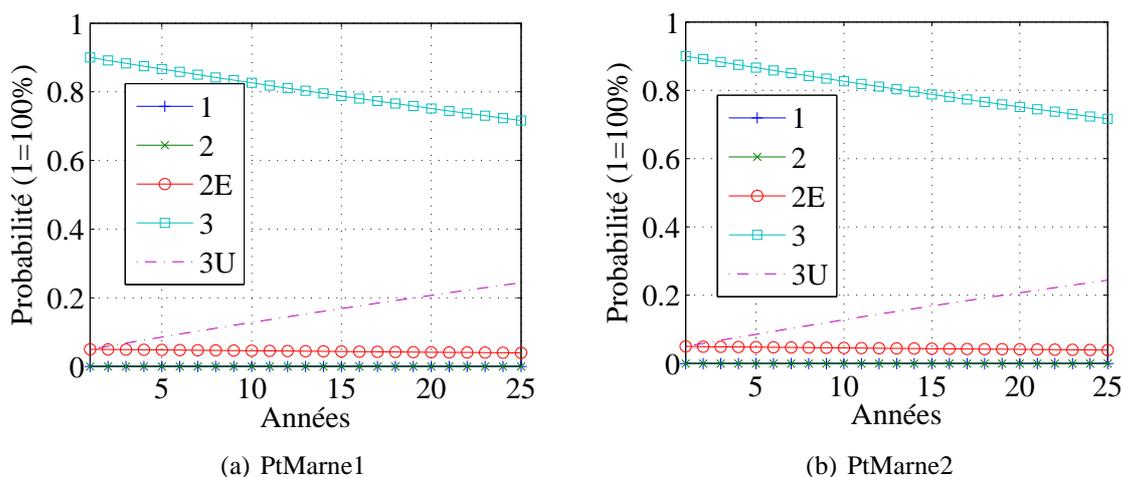


FIG. 3.19 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont sur la Marne

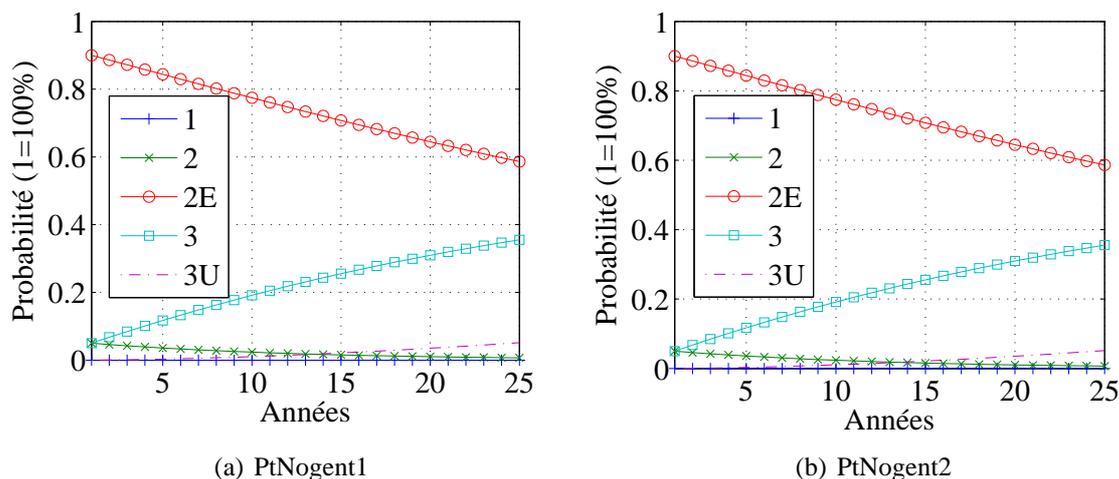


FIG. 3.20 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont de Nogent

### 3.6 Conclusions

Dans ce chapitre, les différentes méthodes permettant de décrire la performance des ouvrages ont été présentées. Deux méthodes sont proposées : l'une utilisant la théorie de la fiabilité et l'autre la théorie des chaînes de Markov. Il est alors possible de décrire une large gamme de pathologies d'ouvrages dans le temps. Ces deux méthodes permettent de plus de caractériser l'état des ouvrages de façon complémentaire. En effet, l'indice de fiabilité permet de quantifier avec une grande précision la perte de niveau de service des ouvrages. L'inconvénient de cet outil est qu'il faut avoir un grand nombre d'informations sur les caractéristiques de l'ouvrage (matériaux utilisés, conception de l'ouvrage, niveau de trafic supporté,...), ce qui n'est pas forcément toujours facile à obtenir sur la totalité des ouvrages d'un réseau routier. A l'inverse, la description de l'état de l'ouvrage par le modèle non paramétrique des chaînes de Markov permet d'avoir une information globale sur l'état de l'ouvrage sans nécessiter plus d'information que la seule connaissance de la nature de l'ouvrage et sa note à l'instant initial. Les deux outils ont donc des avantages et des inconvénients qui seront pris en compte dans la suite.

## CHAPITRE

### 4

# LA DEMANDE DE TRANSPORT - ÉVALUATION DES COÛTS AUX USAGERS

Ce chapitre a pour objectif de quantifier la demande de transport de la part des usagers à l'échelle du réseau de transport, et en particulier pour un réseau de transport routier. Cette demande se caractérise dans la thèse par les nuisances subies par les usagers s'il y a des pertes de niveau de service des ouvrages. Le but est donc d'évaluer la différence de coût aux usagers entre une situation dite « normale » et une situation avec une intervention sur un ou plusieurs ouvrage(s) et pour laquelle les reports de trafic engendrent de la congestion et de l'insécurité supplémentaire. Il est alors nécessaire de modéliser l'écoulement du trafic dans les différentes configurations possibles du réseau routier et donc d'introduire des notions relatives au trafic. L'ensemble de la démarche adoptée est présenté dans ce chapitre en quatre parties. Les notions de base relatives au trafic routier sont d'abord présentées. Ces notions permettent de caractériser le trafic à l'échelle macroscopique qui est celle du réseau de transport. Puis les procédures d'affectation du trafic sont introduites. Les différents types de procédures permettent d'estimer la répartition horaire du trafic sur le réseau routier en partant du principe que l'utilisateur essaye toujours de minimiser son temps de transport (qui va pourtant augmenter du fait de la congestion). L'introduction de paramètres financiers permet alors de monétariser le coût du trajet des usagers. Enfin, les différents résultats obtenus sont illustrés avec l'exemple du réseau routier situé à l'est de l'Île-de-France.

## 4.1 Modélisation macroscopique du trafic routier

Ce paragraphe a pour objectif de rappeler les notions de base relatives à l'étude du trafic routier et à la théorie du flux véhiculaire<sup>1</sup>. La nature du trafic considéré est d'abord décrite. Puis les variables d'état du trafic sont définies. Enfin, les relations liant les variables entre elles sont détaillées.

### 4.1.1 Nature du trafic

La nature du trafic est fortement conditionnée par l'infrastructure routière et les interruptions qu'elle est susceptible d'introduire dans la continuité du flux. Deux classes de trafic peuvent être distinguées : le trafic à flux continu et le trafic à flux interrompu. Dans le premier cas, la situation correspond au trafic en milieu périurbain et interurbain. A l'exception des infrastructures d'accès et des conditions de météorologie adverses, il n'y a aucun élément externe qui vient perturber le flux du trafic qui n'est alors conditionné que par l'interaction des véhicules entre eux. Le deuxième cas correspond au milieu urbain où les gestionnaires ont recours à la réglementation de circulation pour faciliter l'écoulement du flux de véhicules. Il y a alors existence de phases d'arrêt pendant le trajet dues au mouvement en sens opposé des autres véhicules et au passage des piétons. Aux interactions entre véhicules, il faut alors ajouter la gestion des flux à l'aide des dispositifs de contrôle (feux de circulation, signalisations, ronds points, etc.) et l'interaction entre les différents modes de transport présents dans le milieu urbain pour caractériser le trafic de manière satisfaisante.

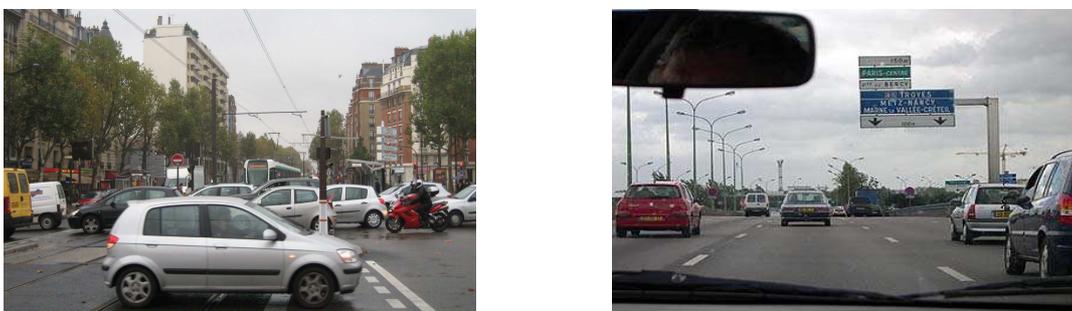


FIG. 4.1 – Trafic urbain et trafic interurbain

### 4.1.2 Variables d'état du trafic

#### 4.1.2.1 Le débit

Le débit définit la répartition des véhicules dans le temps. Il correspond au nombre de véhicules passant en un point de la route pendant une période de temps donnée. Le débit considéré ici est un débit moyen  $Q(t_1, t_2, x)$  au point d'abscisse  $x$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  par le rapport :

$$Q(t_1, t_2, x) = \frac{n(t_1, t_2, x)}{t_2 - t_1} \quad (4.1)$$

<sup>1</sup>L'ensemble des définitions données dans ce paragraphe ont été détaillées par Cohen (1993).

dans lequel  $n(t_1, t_2, x)$  désigne le nombre de véhicules passés en  $x$  entre les deux instants. Cette donnée est souvent déterminée par des comptages sur la route. Elle peut s'exprimer en Veh/h, i.e. le nombre de véhicules par heure, ou encore en Veh/j, i.e. le nombre de véhicules en une journée (la figure 4.2 donne le débit journalier dans les deux sens de circulation sur le réseau autoroutier et national au sud-est de Paris). Les débits sont considérés par jour dans la suite de l'étude pour avoir une idée de l'importance des tronçons à une échelle globale. Ils sont regroupés dans des matrices origine-destination.

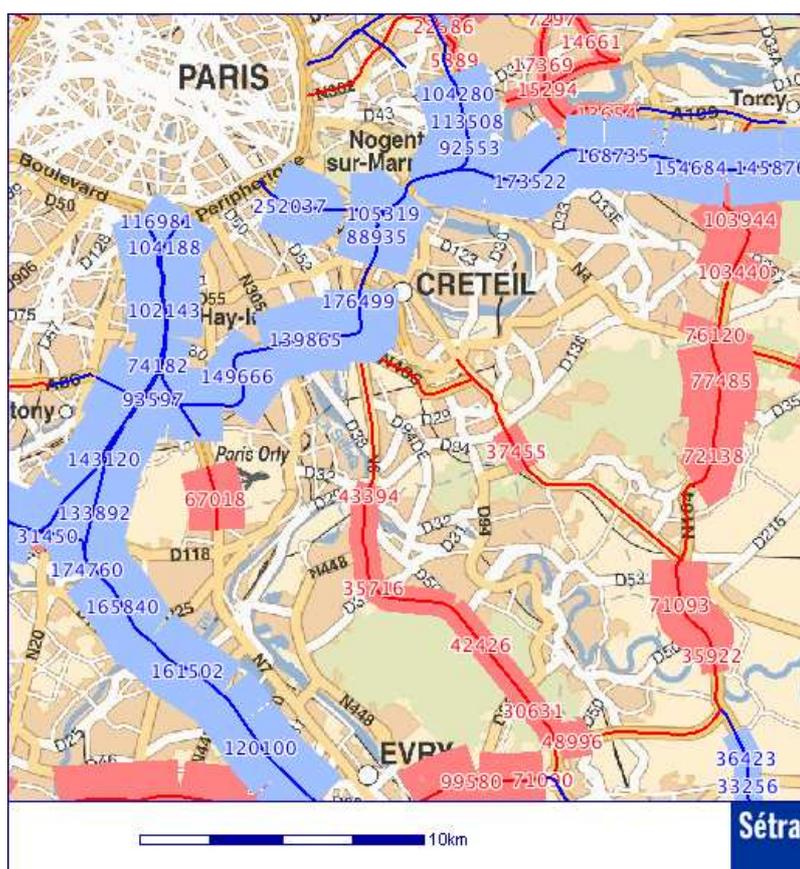


FIG. 4.2 – Débit journalier sur le réseau (sur le réseau autoroutier en bleu et sur le réseau national en rose)

#### 4.1.2.2 La concentration (ou densité)

Elle décrit la répartition des véhicules dans l'espace. La concentration moyenne  $K(x_1, x_2, t)$  à l'instant  $t$  sur une section de route limitée par les points d'abscisses  $x_1$  et  $x_2$  correspond au rapport :

$$K(x_1, x_2, t) = \frac{n(x_1, x_2, t)}{x_2 - x_1} \quad (4.2)$$

dans lequel  $n(x_1, x_2, t)$  désigne le nombre de véhicules présents sur la section à l'instant  $t$ .

#### 4.1.2.3 La vitesse des véhicules

La vitesse des véhicules peut être caractérisée de plusieurs façons. Tout d'abord, on définit la **vitesse moyenne dans le temps** (vitesse locale). Cette vitesse est la moyenne arithmétique des vitesses instantanées de tous les véhicules passant en un point de la route, pour une durée déterminée. On parle également de **vitesse moyenne dans l'espace** définie à l'équation 4.3 qui est la moyenne harmonique des vitesses des véhicules circulant sur une ou plusieurs voies de circulation d'une section de route à un instant donné.

$$\frac{1}{V(t)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{V_i(t)} \quad (4.3)$$

avec,  $V(t)$ , la vitesse moyenne dans l'espace à l'instant  $t$ , et  $V_i(t)$ , la vitesse du  $i^{me}$  véhicule à l'instant  $t$ . Enfin, on définit la **vitesse maximale autorisée** considérée pour établir un projet de route et en fixer certaines caractéristiques géométriques comme la courbe, le dévers et la distance de visibilité dont dépend la sécurité et la stabilité des véhicules en mouvement. Il s'agit d'une vitesse par laquelle la route est conçue pour garantir le niveau de service de circulation et le niveau de sécurité.

#### 4.1.2.4 Le coefficient d'équivalence

Le coefficient d'équivalence est traditionnellement inclus dans les études de trafic routier pour tenir compte de l'impact différent des véhicules sur le débit suivant leur taille. En France, les véhicules sont classés en deux catégories : les véhicules légers (VL) et les poids lourds (PL). Le coefficient d'équivalence noté  $e(PL/VL)$  se définit donc comme le nombre de voitures particulières que représente chaque poids lourd dans des conditions de circulation données. Ce coefficient fait donc intervenir la notion d'unités de voitures particulières (u.v.p.) au moyen de la relation :

$$Q_{u.v.p.} = Q_{VL} + eQ_{PL} \quad (4.4)$$

En notant  $p$ , la proportion de poids lourds et  $Q$ , le débit total, le débit en u.v.p. peut alors être obtenu à partir du débit total  $Q$  de la manière suivante :

$$Q_{u.v.p.} = Q(1 + (e - 1)p) \quad (4.5)$$

Dans la suite de l'étude, la distinction est faite par rapport au poids du véhicule dans le trafic entre les véhicules légers et les véhicules lourds de la manière suivante : un véhicule léger compte pour 1 u.v.p. et un véhicule lourd pour 2 u.v.p.

### 4.1.3 Relation entre le débit de véhicules et la vitesse de circulation

#### 4.1.3.1 Diagrammes fondamentaux

De nombreux auteurs ont proposé plusieurs formes pour le diagramme liant la vitesse à la concentration, le débit à la concentration et la vitesse au débit de véhicules ; tous s'accordent cependant sur la phénoménologie générale donnée par Greenshields (1934). Quand il n'y a pas de véhicules (concentration nulle), le débit est nul. Il augmente ensuite avec la concentration en véhicules, mais de moins en moins vite, car les véhicules se gênent les uns les autres, jusqu'à atteindre le débit maximal ou capacité de l'infrastructure. A partir de cette concentration  $K_c$ , qualifiée de critique, le débit diminue si la concentration en véhicules continue d'augmenter du fait de la formation de bouchons. Les différentes relations liant le débit à la concentration (cas a), la vitesse à la concentration (cas b) et la vitesse au débit de véhicules (cas c) sont illustrées par la figure 4.3. Dans le plan débit-vitesse,  $V_{max}$  est appelée « vitesse libre » et correspond à la vitesse de circulation à débit faible. La vitesse critique  $V_{cap}$  (ou vitesse optimale) est la vitesse correspondant au débit de capacité.

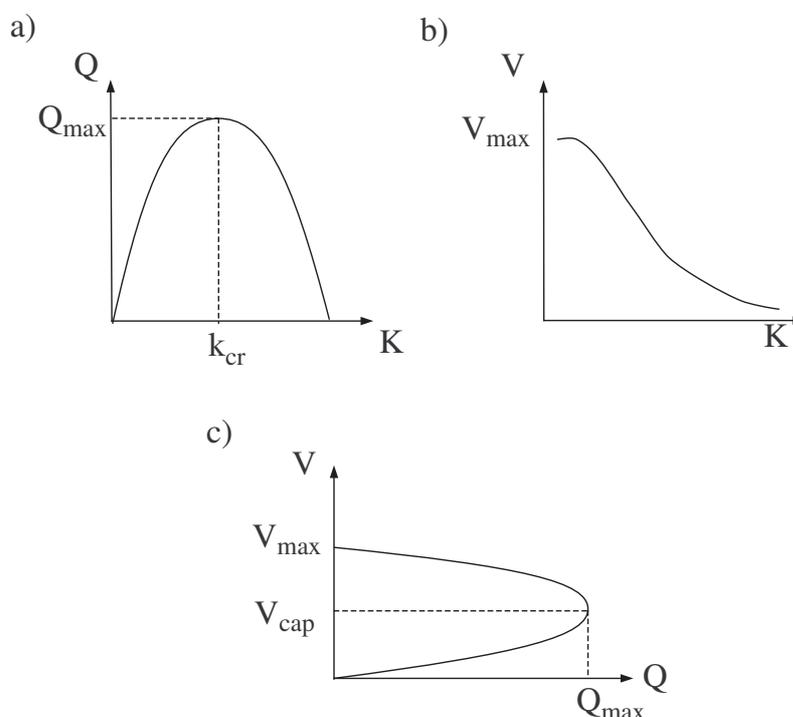


FIG. 4.3 – Diagrammes fondamentaux

#### 4.1.3.2 Formulation de courbes vitesses-débits

Les principaux pays à avoir bâti de telles courbes sont le Royaume-Uni, l'Allemagne, les États Unis et la France . Un bref aperçu de ces courbes est donné ci-après sur la base des travaux de Chanut (2005). Dans la suite, les véhicules légers sont représentés par le sigle VL, les poids lourds par le sigle PL.

**Courbes françaises** Les vitesses données à l'équation 4.6 ont été proposées par le SETRA (2001). Elles différencient la vitesse pour les VL et les PL et prennent en compte le coefficient d'équivalence  $e$  (Equation 4.4) qui est pris égal à 2,5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vitesse des VL :} \\ V_{VL}(Q_{VL}, Q_{PL}) = \frac{V_{libVL}}{\left(1 + \gamma_1 \left(\frac{Q_{VL} + eQ_{PL}}{C}\right)^{\alpha_1}\right)} \\ \text{Vitesse des PL :} \\ V_{PL}(Q_{VL}, Q_{PL}) = \frac{V_{libPL}}{\left(1 + \gamma_2 \left(\frac{Q_{VL} + eQ_{PL}}{C}\right)^{\alpha_2}\right)} \end{array} \right. \quad (4.6)$$

avec  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  qui sont liés directement aux vitesses critiques  $V_c$  des VL et des PL, supposées différentes :  $\gamma_i = \frac{V_{lib,i}}{V_{c,i}} - 1$ . Les coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  représentent la sensibilité du temps de parcours au débit en unités de véhicules légers (uvl) à l'approche de la saturation ; le premier vaut 6 pour les autoroutes à 3 voies, le deuxième est fixé à 1.  $C$  est la capacité intrinsèque de l'infrastructure et est prise égale à 1730 u.v.p./h.voie.

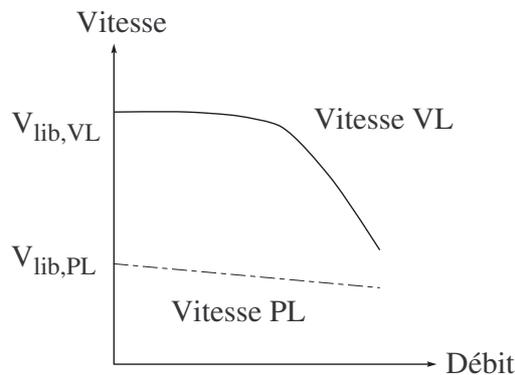


FIG. 4.4 – Relation débit/vitesse - courbes françaises

**Courbes allemandes** Les courbes allemandes proposées par le MFT (1993) différencient également la vitesse pour les VL et les PL. Le trafic PL est pondéré par un coefficient 2 pour la vitesse des VL, alors que la vitesse des PL n'est sensible qu'au trafic de PL :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vitesse des VL :} \\ V_{VL}(Q_{VL}, Q_{PL}) = (V_{lib,VL} - 8e^{0,235s}) e^{-10^{-3}KU} - 0,5e^{a(Q_{VL}+2Q_{PL})} \\ \text{Vitesse des PL :} \\ V_{PL}(Q_{PL}) = (V_{lib,PL} - 6e^{0,248s}) e^{-10^{-3}KU} - 0,2e^{bQ_{PL}} \end{array} \right. \quad (4.7)$$

avec  $s$ , la pente longitudinale de la route (en pourcentage) et  $KU$  la sinuosité (en degrés/km) ; la sensibilité de la vitesse des VL au trafic,  $a$ , vaut  $1,38.10^{-3}h/Veh$  ; par ailleurs, la sensibilité de la vitesse des PL au trafic,  $b$ , vaut  $0,45.10^{-2}h/Veh$ . Les courbes sont définies jusqu'à 20 km/h et sont illustrées par la figure 4.5.

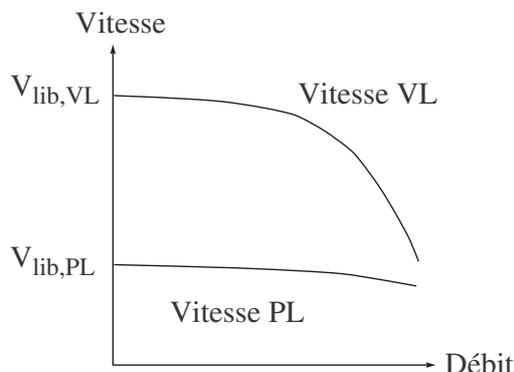


FIG. 4.5 – Relation débit/vitesse - courbes allemandes

**Courbes britanniques** Les courbes britanniques proposées par la HA (2002) expriment la vitesse pour les véhicules légers et les poids lourds de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Vitesse des VL :} \\ \left\{ \begin{array}{l} V_{VL}(Q) = V_{libVL} - 0.1B - 0.14H - 0.006Q \text{ si } Q \leq Q_b \\ V_{VL}(Q) = V_{VL}(Q_b) - 0.033(Q - Q_b) \text{ si } Q > Q_b \end{array} \right. \\ \text{Vitesse des PL :} \\ V_{PL}(Q) = \text{Min}(V_{libPL} - 0.1B - 0.25H, V_{VL}(Q)) \end{array} \right. \quad (4.8)$$

avec  $Q_b$  un débit fixé dit de rupture de pente,  $B$  la courbure du profil en plan en degrés/km,  $H$  la pente positive en  $m/km$ .

Ces formules sont valables jusqu'à la capacité  $Q_c = 2330/(1 + 0.015p)$ , où  $p$  est le pourcentage de poids lourds, et est définie avec un coefficient d'équivalence de 2,5. La courbe obtenue a alors l'allure donnée à la figure 4.6.

#### 4.1.3.3 Modèle de la banque mondiale

Lorsque le débit de véhicules augmente sur un axe routier, celui-ci peut devenir saturé. D'après (Hoban, Reilly & Archondo-Callao 1994), la congestion des axes routiers dépend de :

- de la capacité maximale de la route, i.e. le nombre maximal de véhicules qui peuvent circuler pendant une durée donnée,
- la vitesse et la composition du trafic,
- la vitesse lorsque la capacité est atteinte (lorsque la capacité maximale est atteinte, la vitesse moyenne des véhicules est bornée par celles des véhicules les plus lents et peut encore diminuer du fait d'autres perturbations locales),

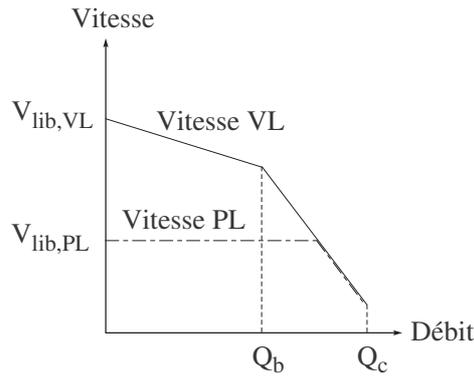


FIG. 4.6 – Relation débit/vitesse - courbes britanniques

- les influences extérieures en bordure de route qui peuvent encore réduire la vitesse,
- la présence de véhicules non motorisés,
- les variations locales du nombre de véhicules dues aux intersections avec d'autres routes.

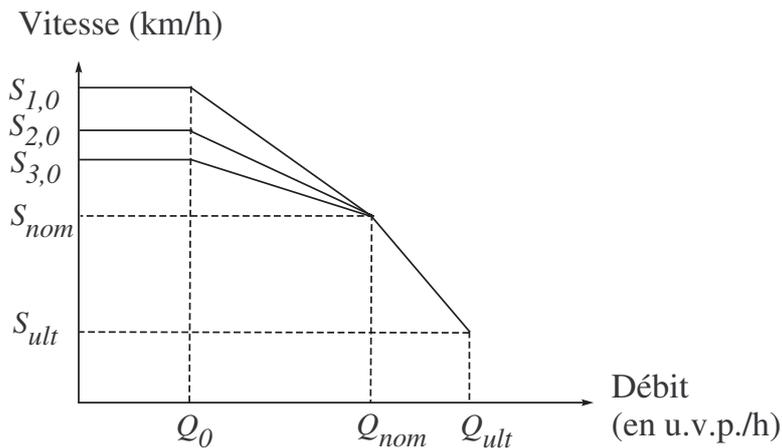


FIG. 4.7 – Relation entre la vitesse moyenne de circulation et le débit de véhicules

La relation entre le débit et la vitesse de circulation proposée par (Hoban et al. 1994) est donnée à la figure 4.7. Elle peut se décomposer en trois parties : une première correspondant à un faible débit pour lequel les interactions entre véhicules sont négligeables, une deuxième pour laquelle la vitesse est une fonction décroissante du débit qui commence à pénaliser la circulation du trafic, enfin une troisième qui correspond à un seuil de congestion pour laquelle la vitesse de circulation est celle en cas d'embouteillage.

En notant  $S_i$ , la vitesse des véhicules de la classe  $i$ , la vitesse s'exprime en fonction du débit à l'aide de l'équation

$$\left\{ \begin{array}{ll} S_i = S_{i,0} & \text{si } Q < Q_0 \\ S_i = S_{i,0} - \frac{(S_{i,0} - S_{nom})(Q - Q_0)}{(Q_{nom} - Q_0)} & \text{si } Q_0 \leq Q < Q_{nom} \\ S_i = S_{nom} - \frac{(S_{nom} - S_{ult})(Q - Q_{nom})}{(Q_{ult} - Q_{nom})} & \text{si } Q_{nom} \leq Q < Q_{ult} \\ S_i = S_{i,0} & \text{si } Q \geq Q_{ult} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

#### 4.1.3.4 Modèle du Bureau of Public Roads

Le Bureau of Public Roads en Grande-Bretagne a proposé la formule suivante pour relier la vitesse des véhicules toutes classes confondues au débit de véhicules (Skarbardonis & Dowling 1996) :

$$V = \frac{V_0}{1 + bx^a} \quad (4.10)$$

avec  $V_0$  la vitesse libre des véhicules,  $a$  et  $b$  des paramètres réels et  $x$  le ratio  $Q/C$  avec  $Q$  le débit de véhicule et  $C$  la capacité maximale de trafic supporté. Il est à noter que des valeurs usuelles pour les deux coefficients  $a$  et  $b$  sont respectivement 4 et 0,15. Cette expression a par ailleurs été modifiée récemment (TRB 1985, TRB 1998, TRB 2000). Cependant, sa validité n'est pas remise en cause et cette équation est utilisée dans la suite de la thèse afin de modéliser la vitesse des véhicules en fonction du débit.

## 4.2 Affectation du trafic

La prise en compte de la répartition du trafic au niveau du réseau nécessite de modéliser la façon dont les flux de véhicules se répartissent sur les différents axes. Cette modélisation est effectuée à l'échelle macroscopique. Ce sont en effet les grands volumes de trafic qui sont pris en compte pour évaluer le degré de saturation des axes et évaluer le niveau de congestion du réseau. Pour les différentes classes de véhicules considérés, les notions de valeur du temps, de consommation du véhicules et d'accidentologie sont monétarisées et vont déterminer les itinéraires choisis par l'utilisateur. Deux classes de modèles d'affectations sont alors étudiées. Une première simplifiée ne traite pas la congestion de manière explicite et les temps de trajet sont des constantes fixes spécifiques aux arcs routiers. Une deuxième prend en compte la congestion en recherchant des états de trafic à l'équilibre. Ce paragraphe fait référence aux travaux de Laura Wynter (Wynter 1995) qui a détaillé de manière précise les différentes méthodes d'affectation.

### 4.2.1 Affectation du trafic en temps fixe

#### 4.2.1.1 Affectation du trafic en tout ou rien

Cette méthode distribue le trafic sur le réseau en affectant l'ensemble de la demande entre origine et destination par le seul chemin de poids minimal (le chemin de poids minimal pouvant faire référence soit au chemin de temps de parcours minimal, soit au chemin de coût minimal). Les algorithmes les plus connus pour rechercher ce type de chemin sont les algorithmes de Bellman-Ford, de Dijkstra ou encore de Floyd-Warshall (Jensen & Barnes 1980, Ahuja, Magnanti & Orlin 1993). Le flux sur un arc est alors la somme de tous les flux de chaque chemin qui emprunte l'arc en question. Cette méthode a l'avantage d'être très rapide en termes de temps de calcul puisqu'une seule itération du calcul du plus court chemin est effectuée, mais elle présente un inconvénient de taille à savoir qu'elle ne prend pas en compte la congestion. En effet, elle suppose implicitement que le niveau de service reste constant. De très gros flux peuvent alors être affectés sur un même chemin sans que la gêne ressentie par l'utilisateur soit prise en compte. Cette méthode est donc irréaliste sur le plan du comportement des usagers qui ont pratiquement toujours le choix entre au moins deux itinéraires sur un réseau routier. De plus, les résultats de ce modèle sont instables du fait de la grande sensibilité du calcul au coût du

voyage sur chaque arc. Une petite différence de la valeur du temps sur les différents arcs peut donc entraîner des affectations de flux très différentes.

#### 4.2.1.2 Les affectations prix-temps

Cette méthode permet d'affiner la méthode en tout ou rien en divisant la demande totale origine-destination en un nombre discret de classes, et d'affecter chaque classe à son itinéraire le plus souvent choisi. Le modèle prix-temps définit alors les préférences des usagers entre le coût et le temps.

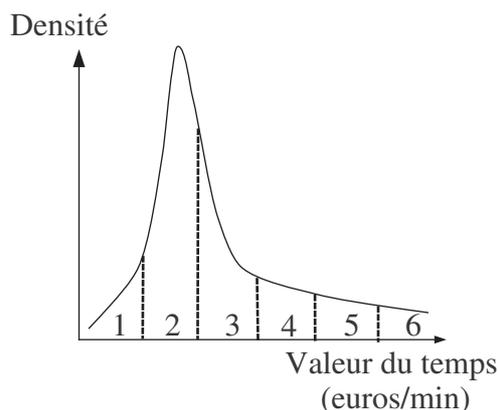


FIG. 4.8 – Identification des valeurs du temps pour une répartition en six classes

Cette notion repose sur un ensemble discret de valeurs du temps de l'ensemble de la population, ce qui est exprimé à l'aide d'une fonction continue discrétisée de valeurs du temps (Figure 4.8). Ce modèle présente l'avantage de cerner les caractéristiques comportementales de la circulation de marchandises, avec en particulier, la grande dispersion des valeurs du temps dans l'industrie des transports de marchandise. Cependant, comme dans le cas de l'affectation en tout ou rien, cette méthode souffre d'instabilité aux valeurs des temps de trajet lors de l'affectation du trafic. De plus cette méthode n'est efficace que lorsqu'il y a réellement des choix prix-temps sur le réseau. Dans les cas où il n'y a pas de péage, par exemple, la méthode prix temps se réduit à une affectation uni-classe en tout ou rien.

#### 4.2.2 Équilibre des usagers et système optimum

Les outils mathématiques pour prendre en compte la congestion dans les modèles mathématiques sont apparus au début des années 50. Wardrop (1952) définit deux principes qui lancent véritablement les concepts d'affectation d'équilibres d'affectation et de prise en compte du flux sur le niveau de service (temps de trajet) du réseau. Ces deux principes sont donnés ci-dessous :

1. les temps de déplacement sur tous les itinéraires réellement empruntés sont égaux et inférieurs à ceux qui seraient réalisés par un seul véhicule sur tout itinéraire inutilisé,
2. le temps de déplacement moyen est un minimum.

Le premier critère fait généralement référence à la condition d'équilibre entre les usagers et le second à la solution du système optimal.

#### 4.2.2.1 Méthodes d'affectation pour une seule classe d'usagers

Étant donné un réseau routier  $G = (N, A)$  avec  $N$  l'ensemble des nœuds du réseau et  $A$ , l'ensemble des arcs, et  $D$ , l'ensemble des demandes de trafic des nœuds  $p \in N$  aux nœuds  $q \in N$ , le problème d'affectation du trafic consiste à déterminer le débit de véhicule  $f_a$ , sur chaque portion de route  $a \in A$  quand le temps de transport  $t_a$  sur l'arc  $a$  est fonction du débit  $f_a$ . Dans le cas déterministe, deux états d'équilibre sont définis : l'équilibre pour le réseau pour lequel c'est le temps total de tous les usagers qui est minimisé, et l'équilibre pour les usagers pour lequel chaque usager minimise son temps de parcours. Ce deuxième état d'équilibre est parfois appelé équilibre de Wardrop. En appelant  $C$ , l'ensemble des paires origine-destination,  $R_{pq}$ , l'ensemble des routes pour aller de  $p$  à  $q$ ,  $d_{pq}$  la demande entre  $p$  et  $q$ ,  $f_r$  le débit de véhicule sur la route  $r \in R_{pq}$ ,  $F_a$  le débit de véhicules sur l'arc  $a \in A$ ,  $t_r$ , le temps mis pour emprunter la route  $r \in R_{pq}$ ,  $t_{pq}^*$ , le plus petit temps de transport de l'ensemble des routes  $R_{pq}$ , l'équilibre de Wardrop est défini par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} f_r(t_r - t_{pq}^*) = 0, t_r - t_{pq}^* \geq 0, f \geq 0, \\ t_{pq}^* \geq 0, \sum_{r \in R_{pq}} f_r = d_{pq}, \forall r \in R_{pq}, \forall pq \in C \end{aligned} \quad (4.11)$$

En effet, les temps de trajet auxquels se réfère Wardrop sont égaux sur tous les chemins utilisés, et les chemins inutilisés ont des coûts au moins aussi importants ou plus importants que ceux des trajets avec flux. Un modèle mathématique est alors introduit par Beckmann, Mc Guire & Winsten (1956). Ce modèle se propose de déterminer l'ensemble des flux sur chaque arc du réseau qui satisfait l'état d'équilibre entre les usagers par la transformation ci-dessous. Nous utilisons la notation introduite par Sheffi (1985) et reformulée dans le guide d'utilisation du logiciel CIUDASIM (Lotito, Mancinelli, Quadrat & Wynter 2003) :

$$\begin{aligned} \min_f \sum_a \int_0^{F_a} t_a(q) dq, F_a = \sum_{r \in R^a} f_r \\ \sum_{r \in R_{pq}} f_r = d_{pq}, f \geq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Il a été prouvé que la résolution du problème d'optimisation de Beckmann donné en 4.12 a une solution unique égale à l'équilibre entre les usagers de Wardrop. Le lecteur peut se référer à (Sheffi 1985) pour plus de détails. Un des principaux inconvénients lors de la recherche de l'équilibre de Wardrop est que chaque usager est supposé avoir une parfaite information de l'état du trafic sur l'ensemble du réseau, ce qui n'est pas le cas dans la pratique. Des formulations stochastiques permettent alors de tenir compte du degré d'incertitude dans l'affectation du trafic. En effet, il existe une vaste famille de modèles qui, connaissant les coûts des différents itinéraires possibles, déterminent la probabilité d'en choisir une. Deux sous-familles se distinguent alors (se reporter à Dial (1971) pour plus de précisions) selon que l'on considère les options comme indépendantes (modèle LOGIT) ou dépendantes les unes des autres (modèle PROBIT). Cependant, dans le cadre de cette étude, l'objectif est de déterminer les grands volumes de trafic et non d'avoir un modèle fin de la répartition du trafic. Ainsi, le cadre stochastique n'est pas développé ici.

Le modèle général de résolution proposé par Beckmann et al. (1956) est donné au tableau 4.1. Il y a plusieurs méthodes permettant de déterminer le coefficient  $\lambda$  donné au tableau 4.1 parmi lesquelles la méthode de Frank-Wolfe connue aussi sous le nom de la méthode des combinaisons convexes. Elle a été proposée par Frank et Wolfe (Frank & Wolfe 1956) pour résoudre des

problèmes de programmation quadratique avec contraintes linéaires. La méthode fonctionne en trouvant une direction de descente faisable pour la fonction objectif et en calculant ensuite la taille de l'étape maximum qui peut être prise dans cette direction, tout en restant faisable. Le coefficient  $\lambda$  est déterminé à l'aide de l'équation 4.13.

**Initialisation :**

- 
- $C^{(0)}$  Coûts à vide
  - $F^{(0)}$  l'affectation en fonction de  $C^{(0)}$
  - $k$  numéro de l'itération (initialisée à 1)

**Boucle : à chaque itération, affectation selon les coûts précédents**

1. incrémentation du numéro de l'itération  
 $k := k + 1$
2. écoulement du trafic en fonction des coefficients obtenus à l'itération précédente :  
 $C^{(k)} := \mathcal{G}(F^{(k-1)})$
3. calcul de l'affectation en fonction de ces coûts (direction de descente)  
 $F'^{(k)} := \mathcal{F}(C^{(k)})$
4. affectation effective du trafic entre  $F$  et  $F'$   
 $F^{(k)} := (1 - \lambda^{(k)}) \cdot F^{(k-1)} + \lambda^{(k)} \cdot F'^{(k)}$

**Fin de la boucle lorsque  $F$  varie suffisamment peu ; sinon retour à 1**

---

TAB. 4.1 – Schéma général de résolution des modèles d'affectation

$$\min_{0 \leq \lambda \leq 1} \sum_a c_a(\lambda F_a + (1 - \lambda) F'_a), \quad c_a(F_a) = \int_0^{F_a} t_a(q) dq \quad (4.13)$$

La méthode des moyennes successives (MSA) (Ortúzar & Willumsen 1990) est un algorithme itératif comme celui de Frank Wolfe. Il utilise également la méthode de Beckmann du tableau 4.1 mais sans optimiser le choix du pas  $\lambda$  à chaque itération  $n$ . Certaines mises en oeuvre utilisent le pas  $\lambda = 0.5$  alors que d'autres utilisent un pas qui varie avec les itérations. Il a été montré que la MSA converge de façon presque certaine (Sheffi 1985) avec le minimum de la fonction objectif lorsque  $\lambda_n$  satisfait les conditions suivantes :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n = \infty \quad (4.14)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^2 < \infty \quad (4.15)$$

Une définition simple de  $\lambda_n$  qui satisfait les équations 4.14 et 4.15 est alors de prendre :

$$\lambda_n = \frac{1}{n} \quad (4.16)$$

On peut alors écrire l'affectation effective du trafic entre  $F$  et  $F'$  décrite dans le tableau 4.1 de la manière suivante à l'étape  $k + 1$  :

$$F^{(k+1)} := \frac{k-1}{k} \cdot F^{(k)} + \frac{1}{k} \cdot F'^{(k+1)} \quad (4.17)$$

#### 4.2.2.2 Méthodes d'affectation pour plusieurs classes d'usagers

L'hétérogénéité du trafic, au sens de la présence de plusieurs types de véhicules, est un phénomène important à qualifier pour déterminer les coûts aux usagers de manière précise. Les poids lourds ont un effet particulier sur les conditions du trafic de par leur vitesse faible, leur gabarit imposant qui entraîne une densification du trafic avec des phénomènes de congestion. Il est donc important de pouvoir affiner l'image des véhicules et de faire la distinction tout du moins entre les véhicules légers et les poids lourds. Tel est l'objet de ce paragraphe qui s'inspire du logiciel MCIUDASIM développé par l'INRIA (Lotito et al. 2003).

Ce paragraphe étant un approfondissement du modèle d'affectation du trafic, il est supposé ici que la congestion est prise en compte. Le principe d'équilibre de Wardrop pour plusieurs modes de véhicules est qualifié en (Lotito et al. 2003) de la manière suivante : *Un usager ne peut pas changer de route ou de mode de transport pour réduire le coût de son trajet*. Cela signifie que le coût des routes utilisées est inférieur ou égal au coût de voyager sur les routes non utilisées. Cette assertion se traduit mathématiquement pour chaque paire origine/destination de la manière suivante :

$$C_{r_1}^{m_1} = \dots = C_{r_j}^{m_j} \leq C_{r_{j+1}}^{m_{j+1}} \leq \dots \quad (4.18)$$

$$0 = f_{r_{j+1}}^{m_{j+1}} = C_{r_{j+1}}^{m_{j+1}} = C_{r_{j+2}}^{m_{j+2}} \dots \quad (4.19)$$

avec  $m_j$  le mode de transport utilisé,  $C_{r_j}^{m_j}$ , le coût d'emprunter l'itinéraire  $r_j$  pour le mode  $m_j$  et  $f_{r_j}^{m_j}$  le flux de véhicule empruntant l'itinéraire  $r_j$ . Ce problème peut s'écrire de manière équivalente de la façon suivante :

$$\begin{aligned} f_r^m (C_r^m - \pi_{od}) &= 0 \\ C_r^m &\geq \pi_{od} \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\sum_{m \in \mathcal{M}} (d_{od}^m - \sum_{r \in \mathcal{R}_{od}^m} f_r^m) = 0 \quad (4.21)$$

pour tout mode  $m \in \mathcal{M}$  et itinéraire  $r \in \mathcal{R}_{od}^m$ , où  $d_{od}^m$  représente la part de la demande qui veut aller de l'origine  $o$  à la destination  $d$  en utilisant le mode  $m$  et  $\pi_{od}$  représente le coût minimal de l'utilisateur qui veut aller de l'origine  $o$  à la destination  $d$ . L'équation 4.21 représente finalement la condition de la satisfaction de la demande.

L'équilibre de Wardrop se traduit ici comme une inégalité variationnelle, de même que dans le cas où une seule classe d'utilisateur est considérée. Cependant, s'il était possible de lier l'état d'équilibre à un problème d'optimisation pour une seule classe d'utilisateur, du fait de la symétrie du problème, il n'est plus possible de le faire quand plusieurs modes de transport sont considérés. En effet, selon (Wynter 1995), cela reviendrait à dire que « l'ajout d'un camion ou d'un bus sur une route aurait le même effet sur une voiture que l'ajout d'une autre voiture sur un bus ou sur un camion ». Cette hypothèse n'étant pas vraie dans la réalité on perd la propriété de symétrie et on a donc affaire à un problème d'affectation asymétrique. Comme il n'existe pas d'algorithme pour résoudre des problèmes d'inégalités variationnelles non monotones, l'algorithme utilisé ici est une heuristique basée sur l'approximation successive du débit de véhicule  $F = (f_a^m)$ . La méthode proposée par (Lotito et al. 2003) consiste à itérer l'affectation du trafic de la manière suivante :

$$F^{(k+1)} := \frac{k-1}{k} \cdot F^{(k)} + \frac{1}{k} \cdot F'^{(k+1)} \quad (4.22)$$

avec  $F^{(k)}$ , le trafic affecté à l'itération  $k$  et  $F^{(k+1)}$ , le trafic à l'étape  $k + 1$  affecté avec la méthode du plus court chemin en considérant les nouveaux coûts en présence du trafic  $F^{(k)}$ .

### 4.3 Coûts à l'utilisateur

De nombreuses études ont été menées pour estimer les coûts aux usagers (Boiteux & Willumsen 2001, Greenwood, Dunn & Raine 2007, QUADRO 2006, Bennett & Greenwood 2001, Brillet 2006, Brillet 2007). Ce paragraphe a pour objectif de donner un aperçu des différentes valeurs permettant d'évaluer les coûts à l'utilisateur. Selon le NSRI (1998), le coût à l'utilisateur se définit comme le coût dû au temps supplémentaire pour se déplacer  $UC_T$  et celui dû à la consommation d'énergie supplémentaire du véhicule  $UC_C$ , induits par des déviations ou des fermetures des axes du réseau. Ces deux coûts se calculent de la manière suivante :

$$UC_T = \alpha \cdot \{(Q \cdot T) - (Q_0 \cdot T_0)\} \quad (4.23)$$

$$UC_C = \beta \cdot \{(Q \cdot L) - (Q_0 \cdot L_0)\} \quad (4.24)$$

Avec :

- $\alpha$  : la valeur du temps,
- $\beta$  : la valeur unitaire de l'énergie consommée,
- $Q, T, L$ , le volume de trafic détourné, le temps de transport et la longueur de l'itinéraire si déviation,
- $Q_0, T_0, L_0$ , le volume de trafic détourné, le temps de transport et la longueur de l'itinéraire si le réseau fonctionne normalement.

Le principe général introduit dans la thèse est de caractériser les coûts aux usagers comme la différence des coûts d'utilisation du réseau si il y a une ou plusieurs défaillances au niveau des ouvrages avec les coûts d'utilisation du réseau en situation normale. Les coûts considérés dans cette thèse sont le coût de la congestion (le coût du temps passé sur la route), le coût d'utilisation du véhicule (coût du carburant et hors carburant) et le coût de l'insécurité (coût des accidents). Les différentes bases de données existantes permettant de chiffrer ces coûts sont maintenant présentées.

#### 4.3.1 Le coût de la congestion

##### 4.3.1.1 Données issues des rapports Boiteux et Brossier

L'Instruction Cadre relative aux méthodes d'évaluation économique des grands projets d'infrastructures de transport (METLTM 2005) donne les valeurs à utiliser dans les études relatives à l'aménagement des transports routiers. Toutes les valeurs données ici sont issues du rapport « Transports : choix des investissements et des coûts des nuisances » du Commissariat Général du Plan préparé par un groupe de travail présidé par Marcel Boiteux (Boiteux & Willumsen 2001). Par ailleurs, les seuls coûts étudiés ici ne concernent que la valeur du temps et les coûts des accidents. En effet, l'instruction cadre quantifie également d'autres paramètres intervenant dans le domaine de la circulation routière tels que le bruit, la pollution ou encore l'effet de serre. Les valeurs du temps proposées dans l'Instruction Cadre représentent une

Mode de déplacement	France entière hors Ile-de-France (€/h)	Ile de France (€/h)
Déplacement professionnel	11,1	13,7
Déplacement domicile-travail	10	12,2
Autres déplacements (achat, loisir, tourisme, etc.)	5,5	6,7
Valeur moyenne pour tous les déplacements (lorsqu'on ne dispose pas du détail des trafics par motifs)	7,6	9,3

TAB. 4.2 – Valeur du temps pour les voyageurs urbains

synthèse des valeurs de comportement résultant des meilleures études de trafic disponibles. La valeur du temps est proposée dans un premier temps pour des voyageurs interurbains parcourant une distance  $d$  (Équation 4.25) et pour des voyageurs urbains dans un deuxième temps (Tableau 4.2).

$$\begin{cases} \text{si } d \leq 50\text{km}, C = 8,94\text{€} \\ \text{si } 50\text{km} < d \leq 400\text{km}, C = 0,016d + 8,1\text{€} \\ \text{si } d > 400\text{km}, C = 14,5\text{€} \end{cases} \quad (4.25)$$

Concernant le transport de marchandises, la variation des coûts d'exploitation des transporteurs due aux gains ou pertes de temps (liés ou non à une variation de la distance parcourue) est estimée dans l'Instruction Cadre comme suit :

- pour la route (autocars ou poids lourds) on applique une valeur de 31,4 € par heure : cette valeur n'est pas indexée ; elle devrait donc rester la même en euros constants dans l'avenir : ce qui revient à estimer que des gains de productivité compenseront les augmentations de charges dues à un meilleur respect des réglementations routières et sociales ;
- pour le ferroviaire fret, en l'absence d'études spécifiques, on retiendra une valeur de 400 € 2000 par heure de train ; cette valeur incorpore les coûts horaires de traction (locomotives et conduite) et des wagons utilisés ;
- au cas par cas pour les autres modes de transport.

Des valeurs du temps spécifiques aux marchandises transportées (liées aux coûts pour les chargeurs) viennent s'ajouter aux variations des coûts d'exploitation des transporteurs. A titre expérimental, et pour éclairer au mieux les décisions, on fait un calcul complémentaire du bilan socio-économique en intégrant des valeurs du temps spécifiques aux marchandises transportées (liées aux coûts pour les chargeurs) qui viennent s'ajouter aux variations des coûts d'exploitation des transporteurs. Dans le cas général, les valeurs moyennes suivantes sont appliquées à des trafics hétérogènes :

- 0,45 € par tonne et par heure pour la route, le transport ferroviaire non conventionnel (transport combiné et frigorifique, messagerie, route roulante), les conteneurs maritimes et le trafic roulier ;
- 0,15 € par tonne et par heure pour les autres trafics ferroviaires, maritimes ou fluviaux ;
- 0,01 € par tonne et par heure pour des marchandises en vrac à faible valeur, comme des granulats.

Par ailleurs, l'évolution de la valeur du temps spécifique aux marchandises est prise égale aux deux tiers de l'évolution du PIB en volume. Finalement, les valeurs du temps retenues dans la thèse (notamment dans les simulations menées au paragraphe 4.4) sont fixées à 12,2 €/h pour les véhicules légers (Déplacement domicile-travail du tableau 4.2) et à 31,4 €/h pour les poids lourds.

#### 4.3.1.2 Données issues du Programme britannique QUADRO

Le programme QUADRO attribue une valeur financière au temps passé sur la route. la valeur est différente pour les différents types de véhicules conduits et suivant la finalité du déplacement qui peut être soit pour le travail, soit pour les loisirs (Tableau 4.3).

Type de véhicules	Nombre d'usager par véhicule	Type d'usager	valeur du temps (€/h)	
			par occupant	par véhicule
Voiture (travail)	1 conducteur	travail	25,5	29,9
	0,22 passager (moyenne)	travail (travail)	20 (24,5)	
Voiture (loisirs)	1 conducteur	loisirs	5,5	8,7
	0,54 passager	loisirs	5,5	8,7
Voiture (moyenne)	1 conducteur 0,60 passager	d'après ci-dessus en considérant que 15,1% des km-voitures sont en mode travail		11,9
LGV (travail)	1 conducteur	travail	10,7	12,8
	0,20 passager	travail	10,7	12,8
LGV (loisirs)	1 conducteur	loisirs	5,5	8,7
	0,59 passager	loisirs	5,5	8,7
LGV (moyenne)	1 conducteur 0,25 passager	d'après ci-dessus en considérant que 88% des km-LGV sont en mode travail		12,3
OGV	1 conducteur	travail	10,7	10,7
PSV	1 conducteur	travail	9,8	77,5
	12,1 passagers	loisirs	5,5	
	0,1 passager	(travail)	16,2	
Moyenne véhicules	d'après les statistiques nationales de 1998			10,7

TAB. 4.3 – Définition des coûts d'utilisation du véhicule

### 4.3.2 Base de données utilisée au Japon

Les données du modèle utilisé au Japon peuvent être retrouvées en (MLIT 2001). La valeur du coefficient  $\alpha$  pour un pourcentage de poids lourds de gabarit léger et moyen de 10% est égale à 82 Yen/Veh/min. La valeur pour le coefficient  $\beta$  peut être trouvé à partir du tableau 4.4.

Vitesse (en km/h)	Prix unitaire $\beta$ (en Yen/Veh/km)
5	35
10	28
20	21
30	18
40	18

TAB. 4.4 – Coûts unitaires d'utilisation du véhicule

### 4.3.3 Le coût d'utilisation du véhicule

#### 4.3.3.1 Modèle britannique QUADRO

Le programme britannique QUADRO regroupe les véhicules selon leur tonnage. Les différentes classes de véhicules sont les suivantes :

- les voitures : les taxis, les véhicules particuliers, les minibus et les campings cars de moins de 3,5 T (ce qui correspond à une capacité de transports de moins de 15 personnes), les voitures à trois roues, les 4X4 et les ambulances de taille réduite,
- les transports de marchandise légers (Light Goods Vehicles ou « LGV »), cette classe comporte les véhicules de plus de 3,5 T pouvant avoir une remorque ou une caravane,
- les autres transports de marchandise (Other Goods Vehicles ou « OGV ») :
  - les OGV1, i.e. les véhicules rigides de plus de 3,5T avec deux ou trois essieux, les véhicules médicaux de grande taille, les tracteurs (sans remorque) et les camions,
  - les OGV2 i.e. les véhicules rigides avec quatre essieux ou plus. Les véhicules de type OGV 1 tractant une caravane ou une remorque sont également inclus dans cette classe,
- les bus (Buses and coaches PSV), cette classe regroupe les bus des transports publics de 3,5T ou plus avec généralement plus de 16 sièges.

En ce qui concerne le tonnage autorisé, les véhicules sont groupés en trois catégories : les OGV2 qui correspondent aux poids lourds de plus de 12 T, les OGV1 et PSV qui correspondent à des tonnages voisins de 3,5T et les voitures avec les LGV qui correspondent à des véhicules légers. L'ensemble des véhicules des deux premières catégories sont illustrées dans la figure 4.3.3.1. Les coûts liés à l'utilisation du véhicule dépendent d'un grand nombre de paramètres. Ceux retenus dans cette étude sont les suivants : la consommation de carburant, d'huile et l'usure des pneus. L'ensemble des paramètres intervenant dans le calcul des coûts du véhicule peut être retrouvé dans le tableau 4.5. Les coûts sont à chaque fois donnés par classe de véhicules. Un certain nombre de simplifications est effectué dans le programme QUADRO. Tous les véhicules sont supposés avoir une vitesse constante lorsqu'ils empruntent un arc du réseau. De plus, les usagers empruntant un itinéraire de déviation sont supposés garder une vitesse constante évoluant par palier en présence de ralentissements. Il est important de rappeler que l'objectif de l'étude n'est pas de regarder l'évolution du trafic à une échelle microscopique mais d'avoir une

	Bus	PSV
	2 essieux rigides	OGV1
	3 essieux rigides	
	3 essieux articulés	
	4 essieux rigides	OGV2
	4 essieux articulés	
	5 essieux ou plus	

idée des grands volumes de débit qui ont lieu sur le réseau et donc d'observer le trafic à une échelle macroscopique. Ces considérations justifient les hypothèses précédentes.

Catégorie de véhicule	Carburant			Hors-carburant	
	$a$	$b$	$c$	$a^1$	$b^1$
voitures	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$-4,96 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-6}$	0,044	0,227
LGV	$3,5 \cdot 10^{-2}$	$-5,64 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-6}$	0,063	0,559
OGV1	$8 \cdot 10^{-2}$	$-1,29 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^{-6}$	0,129	1,952
OGV2	0,164	$-2,54 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	0,144	3,956
PSV	0,125	$-1,95 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	0,267	4,47

TAB. 4.5 – Définition des coûts d'utilisation du véhicule

Le coût de la consommation de carburant est lié à la vitesse dans QUADRO par la formule suivante :

$$C_c = a + bV + cV^2 \quad (4.26)$$

avec :

- $C_c$ , le coût en euros par kilomètre et par véhicule,
- $V$ , la vitesse moyenne en km/h,
- $a$ ,  $b$  et  $c$  des paramètres dépendant de la classe de véhicule concernée (Tableau 4.5).

Les coûts d'utilisation du véhicule hors carburant sont donnés par la formule suivante :

$$C_{hc} = a^1 + \frac{b^1}{V} \quad (4.27)$$

avec :

- $V$ , la vitesse moyenne en km/h,
- $a^1$  et  $b^1$  des paramètres dépendant de la classe de véhicule concernée (Tableau 4.5).

L'influence de la vitesse sur les différents coûts mis en jeu : coûts de carburant, coût hors carburant et coût total de l'utilisation de la voiture, peut être retrouvée respectivement dans les figures 4.9, 4.10 et 4.11. Cette influence est relativement importante et l'état du trafic qui est fortement lié à la vitesse de circulation va avoir une grande importance dans le calcul des coûts à l'utilisateur.

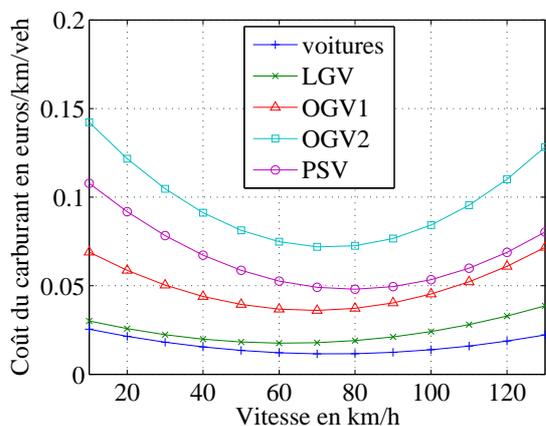


FIG. 4.9 – Coût de la consommation de carburant (modèle QUADRO)

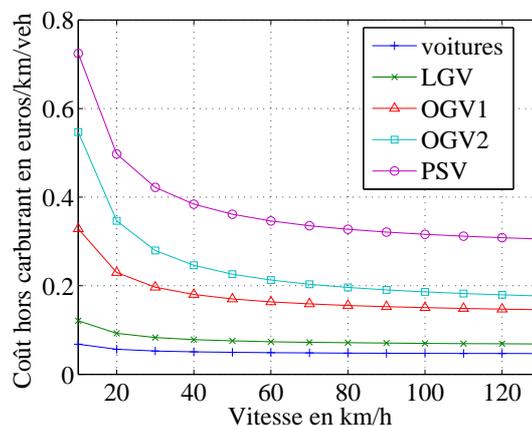


FIG. 4.10 – Coût de l'utilisation de la voiture hors carburant (modèle QUADRO)

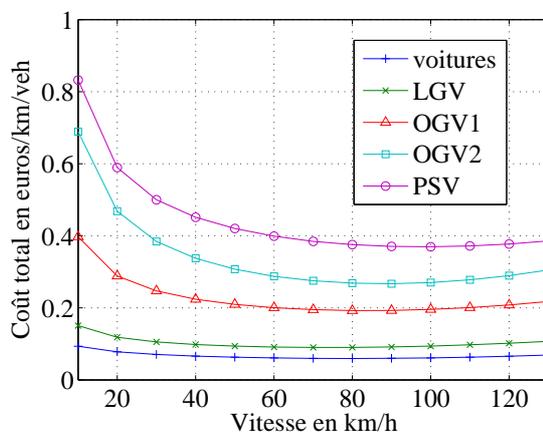


FIG. 4.11 – Coût total (modèle QUADRO)

### 4.3.4 Coût de l'insécurité

#### 4.3.4.1 Données préconisées par le rapport Boiteux

« Dans le secteur des transports, les accidents engendrent de nombreuses conséquences négatives : des pertes de capacité productives, des coûts directs liés au traitement des accidents et, ce qui est à la fois important et difficile à apprécier, des coûts très lourds en termes de souffrances physiques et morales pour les victimes et leurs proches. » (Boiteux & Willumsen 2001)

Trois grandes catégories de méthodes 1 sont utilisées dans les études pour apprécier la valeur de la vie humaine (Boiteux & Willumsen 2001, CE 1994, INRETS 1996) :

- la première famille de méthodes est fondée sur l'étude des ressources qui sont engagées pour compenser les effets d'un accident. « Les valeurs retenues, qui servent généralement au calcul des indemnités que versent les compagnies d'assurance aux victimes, reposent principalement sur les coûts directs (matériels et moraux) des accidents, coûts qui sont généralement révisés pour tenir compte du fait que ces indemnités ne couvrent que les préjudices assurés. Ils s'appuient sur des avis d'experts ou des décisions de justice » (Boiteux & Willumsen 2001) ;
- La seconde famille de méthode englobe les approches dites de capital humain. « Ces approches sont basées sur l'estimation des pertes que va subir la société du fait du décès ou des blessures d'une personne. Deux méthodes principales ont été utilisées. Elles partent de l'estimation des pertes actualisées de potentiel productif (la perte de production retenue étant, selon la méthode, brute ou nette de la consommation de l'individu accidenté). Elles y ajoutent les coûts non marchands que constituent les préjudices esthétiques, d'agrément, ainsi que le *pretium doloris* » (Boiteux & Willumsen 2001) ;
- la troisième famille de méthodes est directement basée sur les préférences déclarées (consentement des personnes à payer, ou à accepter une indemnité). « Suivant cette approche un programme public est jugé optimal en matière de sécurité lorsque le coût engagé pour sauver une vie de plus est égal au consentement marginal moyen de la collectivité à payer pour la sécurité, ce qui conduit à déterminer cette valeur par enquête, soit auprès des décideurs, soit auprès d'un échantillon de la population censé exprimer la position de la collectivité. Ces méthodes de préférences déclarées, utiles pour évaluer les coûts en l'absence de marché, se heurtent, comme pour les autres externalités mesurées par la méthode du consentement à payer, à toute une série de difficultés (biais introduit dans les enquêtes, qualité de l'information...) encore accrues par celles que rencontre l'interviewé pour apprécier, et même comprendre, la notion de risque. Les experts s'accordent toutefois pour dire que des progrès très importants ont été réalisés dans la manière de mener ces enquêtes : les études s'affinent et les protocoles sont plus rigoureux. Ainsi, malgré les problèmes empiriques qu'elles soulèvent, ces méthodes d'enquête présentent l'intérêt de donner une idée de ce que les gens sont prêts à payer pour sauver une vie. Cette approche par le consentement à payer tend à apparaître aujourd'hui plus pertinente, voire plus démocratique, que celle du capital humain pour évaluer la rentabilité des investissements de sécurité dans le secteur des transports, en cohérence avec les préoccupations sécuritaires de plus en plus vives de la société » (Boiteux & Willumsen 2001).

La valeur de la vie humaine préconisée par l'instruction cadre est de 1,5 millions d'euros. Pour le transport individuel, les caractéristiques socio-économiques des usagers et la possibilité d'internaliser partiellement les risques conduisent à effectuer un abattement d'un tiers par rapport à la valeur de la vie humaine appliquée pour les transports collectifs (et certains longs tunnels routiers pour lesquels le risque apparaît entièrement subi, comme dans le transport collectif). La valeur tutélaire de référence à retenir pour les transports individuels sera donc de 1 million d'euros. Par ailleurs, en ce qui concerne la prise en compte des blessés, elle s'effectue en considérant d'une part les blessés légers dont le coût est estimé à 22000 € et d'autres part les blessés graves dont le coût est estimé à 150000 €. L'ensemble de ces valeurs est censé croître au même rythme que la dépense de consommation finale des ménages par tête.

#### 4.3.4.2 Coût des accidents dans le modèle QUADRO

Les taux des accidents implantés dans le programme QUADRO dépendent du type de route emprunté. L'ensemble des notations caractérisant les routes du réseau britannique est présenté ci-dessous :

- S2 : single 2 lane
- WS2 : wide Single 2-lane
- D2AP : dual 2 all purpose
- D3AP : dual 3 all purpose
- D2M : dual 2 motorway
- D3M : Dual 3 motorway
- D4M : dual 4 motorway

Les statistiques sur la proportion (en victimes par million de véhicules-km) et le coût des accidents (en euros) sont données pour chaque catégorie de route (Tableaux 4.6 et 4.7). Les données sont différenciées selon la présence ou non de maintenance (les travaux font logiquement augmenter le taux d'accident habituel).

Type de route	Taux d'accidents (pia/MVehkm *)		Coût des accidents en €	
	V=30/40 mph **	V=50/60/70 mph	V= 30/40 mph	V=50/60/70 mph
S2	0,822	0,260	9,23.10 <sup>4</sup>	1,68.10 <sup>5</sup>
WS2	0,822	0,212	8,79.10 <sup>4</sup>	1,29.10 <sup>5</sup>
D2AP	0,715	0,169	9,48.10 <sup>4</sup>	1,34.10 <sup>5</sup>
D3AP	1,301	0,204	9,48.10 <sup>4</sup>	1,34.10 <sup>5</sup>
D2M	0,107	0,107	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>
D3M	0,096	0,096	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>
D4M	0,096	0,096	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>

\* pia/MVehkm : personal injury accidents per 10<sup>6</sup> veh-km

\*\* mph : miles per hour

TAB. 4.6 – Taux et coûts des accidents sans travaux de maintenance

Type de route	Taux d'accidents (* pia/MVehkm)		Coût des accidents en €	
	V=30/40 mph **	V=50/60/70 mph	V= 30/40 mph	V=50/60/70 mph
S2	2,236	0,783	9,23.10 <sup>4</sup>	1,68.10 <sup>5</sup>
WS2	2,236	0,783	8,79.10 <sup>4</sup>	1,68.10 <sup>5</sup>
D2AP	1,273	0,301	9,48.10 <sup>4</sup>	1,34.10 <sup>5</sup>
D3AP	2,316	0,363	9,48.10 <sup>4</sup>	1,34.10 <sup>5</sup>
D2M	0,474	0,474	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>
D3M	0,425	0,474	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>
D4M	0,425	0,474	9,48.10 <sup>4</sup>	1,13.10 <sup>5</sup>

\* pia/MVehkm : personal injury accidents per 10<sup>6</sup> veh-km

\*\* mph : miles per hour

TAB. 4.7 – Taux et coûts des accidents avec travaux de maintenance

Ce type de données présente l'avantage de distinguer le coût des accidents pour des axes routiers avec ou sans action de maintenance, ce qui est particulièrement bien adapté à la problématique

de la thèse. Les valeurs des tableaux 4.6 et 4.7 ont donc été choisies pour mener les simulations d'affectation de trafic sur le réseau routier de l'Est de l'Île-de-France (Paragraphe 4.4). Les autoroutes sont alors assimilées aux axes D2M, D3M ou D4M, et les routes aux axes D2AP ou D3AP, suivant le nombre de voies dans chaque cas.

## **4.4 Application au réseau routier situé à l'Est de l'Île-de-France**

Ce paragraphe propose une mise en application des concepts théoriques introduits aux paragraphes 4.1, 4.2 et 4.3. Dans toutes les simulations présentées, l'utilisateur est supposé toujours vouloir chercher à minimiser son temps de parcours sur le réseau, ce qui est modélisé à travers la recherche de l'équilibre de Wardrop (Paragraphe 4.2.2). Les coûts de transport sont alors calculés en fonction de ce chemin. Le réseau routier d'Île de France détaillé dans l'annexe A présente un certain nombre d'avantages qui justifient son choix en tant qu'exemple d'application. Tout d'abord, la présence de nombreux ouvrages en des endroits stratégiques des voies rapides urbaines du réseau routier national (Figure A.1) est adaptée au cadre de cette étude. Un exemple de planification des chantiers de maintenance sur la région Île-de-France est donnée à la figure 4.12. Par ailleurs, la proximité de Paris entraîne une forte demande de déplacements tout au long de la journée, ce qui génère des flux de véhicules très importants qui sont encore plus marqués aux heures de pointe du matin et du soir. Enfin, le réseau comporte de nombreuses voies rapides urbaines avec des reports de trafics possibles sur les différents axes routiers en cas de défaillance à un endroit donné. Le gestionnaire, du fait de la très forte densité du tissu urbain, ne dispose que de très faibles marges de manœuvre pour intervenir sur ses ouvrages et doit donc tenir compte de la gêne à l'utilisateur engendrée par la présence de ce type d'infrastructure (Chapitre 2).

### **4.4.1 Utilisation des données de la DREIF**

Les données relatives à la demande de déplacement ont été fournies par la Direction régionale de l'Équipement d'Île-de-France (DREIF). La DREIF dispose d'un modèle multimodal de déplacements urbains, le MODèle de Déplacements Urbains et Sururbains (MODUS v2.0). Ce modèle permet de simuler et décrire une demande de déplacements (prise en compte des déplacements s'effectuant en marche à pied, en voiture particulière, et en transports collectifs) sous forme de matrices de déplacements entre une zone origine et une zone destination de l'Île-de-France, à l'horizon actuel et aux trois horizons futurs dits « de référence », à savoir 2010, 2020 et 2030 (DREIF 2006). Les données utilisées dans cette thèse sont restreintes à la demande actuelle utilisant uniquement les transports routiers. La génération des matrices origine/destination considère notamment les trajets qui sont détaillés dans le tableau 4.8. Cette matrice est donc liée à une tranche horaire particulière de la journée qui est soit l'heure de pointe du matin (HPM), soit l'heure de pointe du soir (HPS). L'heure de pointe du matin est définie par la DREIF comme l'ensemble des trajets qui ont lieu après 7h30 et avant 9h30 dans la matinée. L'heure de pointe du soir regroupe les trajets qui ont lieu après 17h30 et avant 19h30. Les caractéristiques des voies utilisées par la DREIF sont données au tableau 4.9. La capacité par défaut est la capacité horaire maximale que peut supporter l'axe concerné. La vitesse à vide par défaut est la vitesse d'un véhicule lorsqu'il n'y a aucune congestion sur l'axe concerné.



FIG. 4.12 – Planification des travaux sur la région parisienne pour l’été 2008 (source 20 minutes)

Les données fournies dans ce tableau permettent de décrire les spécificités des différents axes routiers de l’Île-de-France avec une bonne précision.

#### 4.4.2 Choix de la zone d’étude

Ce paragraphe décrit la réflexion menée pour choisir l’étendue du réseau de transport. Ce choix dépend de plusieurs paramètres :

- la configuration du réseau, qui permet à l’usager de changer d’itinéraire s’il y a une modification de l’offre de l’infrastructure d’un ou de plusieurs ouvrages. Des axes routiers peuvent être géographiquement éloignés mais avoir une très forte corrélation en ce qui concerne l’écoulement du trafic, la défaillance sur l’un des axes entraînant un report partiel ou total sur l’autre ;
- la localisation de la demande de transport. En effet, toutes les zones pour lesquelles des usagers se déplacent en empruntant le ou les ouvrages concerné(s) doivent être considérées. La situation idéale serait de choisir la totalité du réseau routier pour décrire la répartition du trafic. Ainsi, en cas de défaillance, d’un ou de plusieurs ouvrages, l’impact sur la totalité du réseau pourrait être prise en compte, ce qui permettrait de décrire les coûts aux usagers le plus fidèlement possible. Cependant, plus la zone d’étude est importante, plus les temps de

Libellé	Période de pointe
domicile-travail	HPM
travail-domicile	HPS
domicile-affaires professionnelles	HPM
affaires professionnelles-domicile	HPS
domicile-autres lieux	HPM
autres lieux-domicile	HPS
secondaire professionnel	HPS
secondaire personnel	HPS

TAB. 4.8 – Demande de déplacement considérée

Type de voie	Capacité par défaut (en Veh/h)	Vitesse à vide (en km/h)
Autoroute	5300	110
Périphérique	6100	90
Bd circulaire de la Défense	5700	110
Voies rapides	4000	70
Grande couronne : routes à grande circulation	1900	70
Bretelles d'accès	1800	70
Grande couronne : voies intermédiaires	1300	70
Petite couronne : voies intermédiaires	2000	60
Grande couronne : voies de desserte	1400	60
Bd des Maréchaux	2500	40
Paris	1900	40
Petite couronne : voies de desserte	1300	40
Limites du réseau modélisé	200	50
Voies de distribution	700	30

TAB. 4.9 – Caractéristiques des différents types d'axes routiers

calcul permettant de déterminer la répartition du trafic sont longs. Il est donc indispensable de trouver un bon compromis pour trouver la zone d'étude la plus adaptée du point de vue de la représentativité du trafic modélisé tout en gardant des temps de calcul raisonnables. Dans le cas du réseau de transport du sud-est de l'Île-de-France, trois échelles sont proposées pour traiter le cas des ouvrages introduits au paragraphe 3.5. Comme il est montré en annexe à la figure A.3, les ouvrages sont assez proches géographiquement.

Le premier choix est donc de restreindre l'étendue du réseau autour de cette zone comme il est montré à la figure 4.13. Dans ce cas, la demande de transport est celle illustrée par les points à l'intérieur du cercle de la figure 4.13(a). L'affectation du trafic, en considérant une seule classe de véhicule et en utilisant l'algorithme décrit au tableau 4.1, permet de trouver l'affectation du trafic se rapprochant de l'équilibre de Wardrop (Paragraphe 4.2.2). La répartition obtenue est cohérente avec la présence de la portion commune des autoroutes A4 et A86 (se reporter à l'annexe A pour une description plus détaillée de la configuration du réseau routier) qui capte une grande partie du trafic routier. Cependant, la restriction du réseau routier à cette seule zone ne décrit la situation qu'au voisinage local des ouvrages. Ainsi, s'il survient une

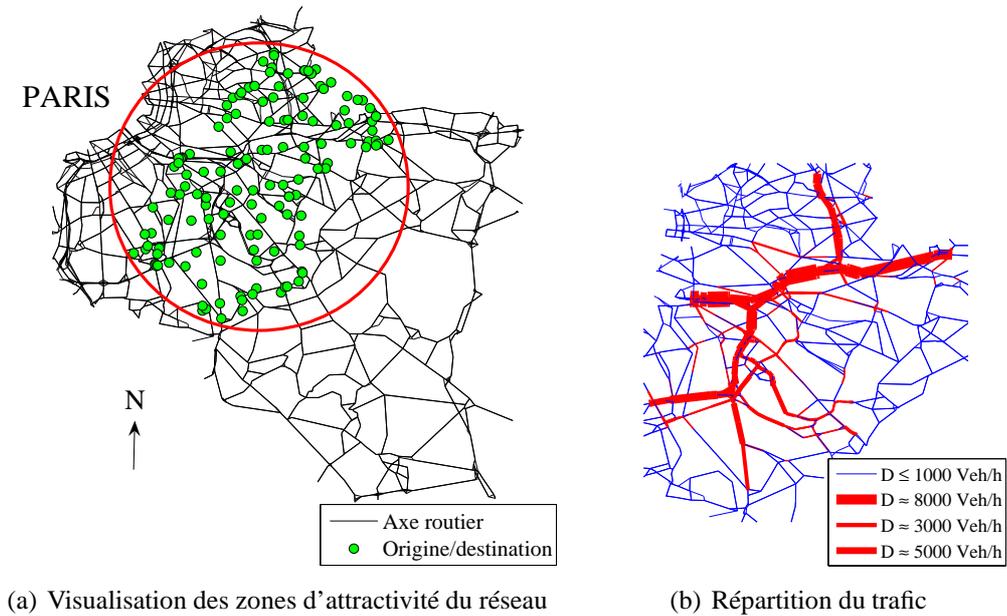


FIG. 4.13 – Première zone retenue

défaillance sur un des ouvrages, les usagers n'ont que très peu de possibilités de changement d'itinéraire alors qu'ils auraient pu changer d'itinéraires bien avant. Par ailleurs, l'impact de la défaillance ne sera décrit que sur la portion du réseau à l'intérieur du cercle à la figure 4.13(a) alors que la gêne à l'utilisateur peut se manifester en dehors de ce cercle sur le réseau routier de la figure 4.13(a). Cette restriction du réseau étudié s'avère donc peu judicieuse dans l'optique de modéliser correctement la gêne globale aux usagers.

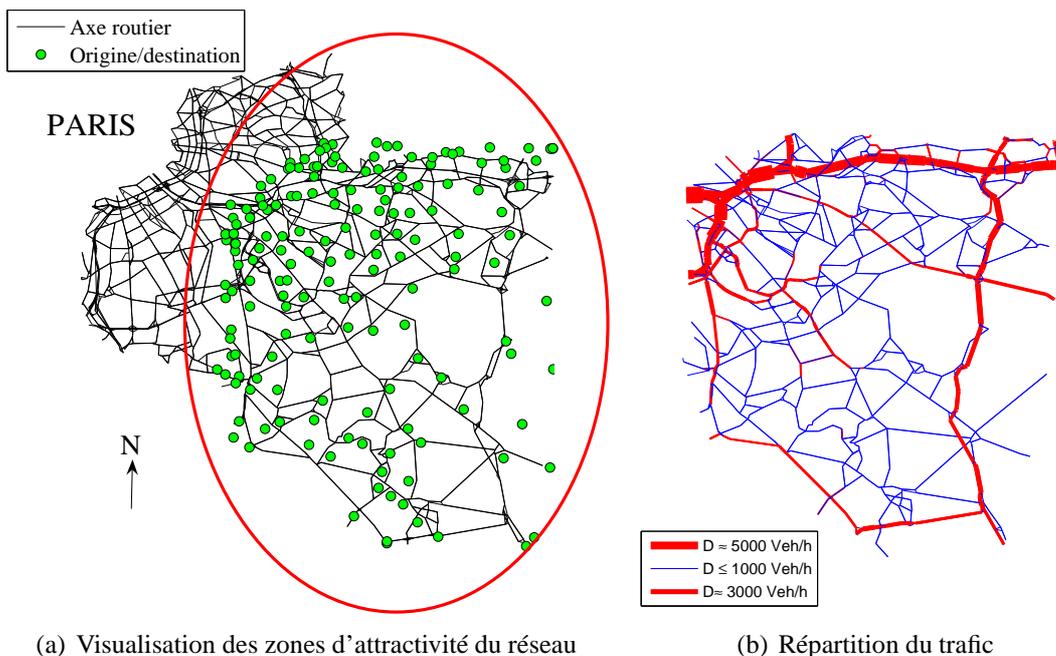
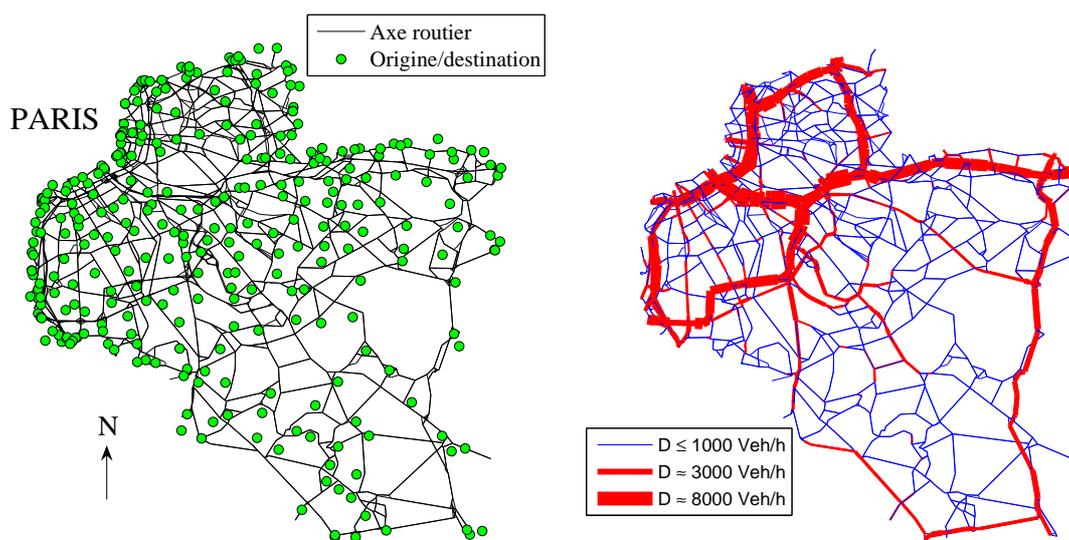


FIG. 4.14 – Deuxième zone retenue

Le deuxième choix est de restreindre la zone d'étude au cercle de la figure 4.14(a). Dans ce cas, le réseau de transport est plus vaste qu'à la figure 4.13 et prend en compte une demande de transport plus complète géographiquement. De plus, des axes importants comme la RN4 ou la RN 19 (Figure A.2), qui sont susceptibles de subir des reports de trafic sont maintenant pris en compte. La répartition du trafic montrée à la figure 4.14(b) permet de visualiser les axes routiers où le trafic est le plus chargé (voies rapides et autoroutes urbaines). Une troisième restriction du réseau routier du sud-est de l'Île-de-France est proposée à la figure 4.15. L'ensemble de la demande du réseau (points origine/destination) et des axes routiers de la figure 4.15(a) est maintenant considéré. Cette dernière restriction permet d'inclure la radiale (Figure A.2) constituée par le boulevard périphérique, l'autoroute A6, l'autoroute A 86 et l'autoroute A4 en plus de la zone délimitée à la figure 4.14(a). La répartition du trafic pour cette nouvelle zone d'étude est donnée à la figure 4.15(b). Cette figure permet de voir que les axes très fortement chargés comme les différentes autoroutes A6, A86, et A4 forment un maillage en réseau avec une connectivité permettant des reports de trafic importants en cas de défaillance sur une de ces autoroutes. Les ouvrages considérés dans cette thèse étant situés au niveau de l'autoroute A4 et de sa jonction avec l'autoroute A86, ce choix de restriction du réseau apparaît le plus pertinent pour tenir compte des différents reports de trafic lors de possibles restrictions de trafic.



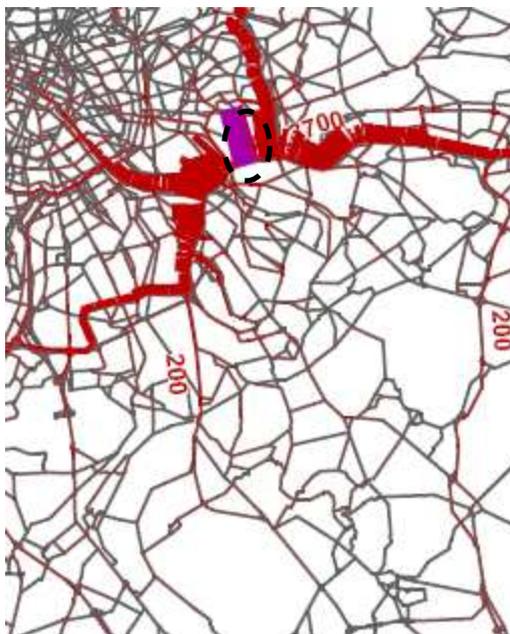
(a) Visualisation des zones d'attractivité du réseau

(b) Répartition du trafic

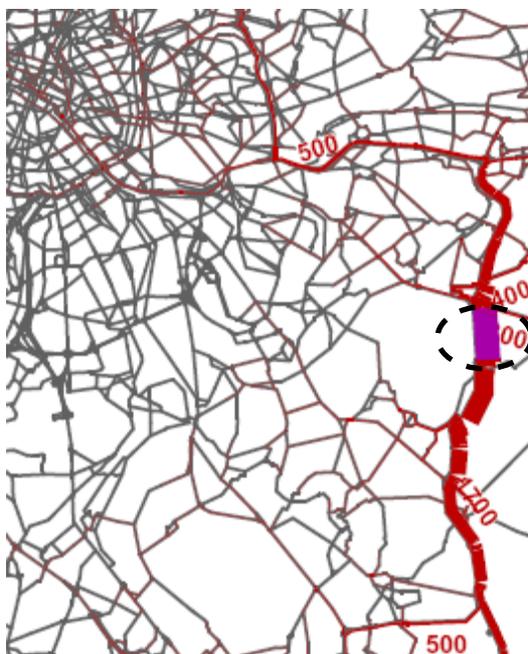
FIG. 4.15 – Troisième zone retenue

### 4.4.3 Simplification du réseau étudié

Le très grand nombre de nœuds du réseau illustré par la figure 4.15(b) augmente notablement les temps de calcul lors de l'affectation du trafic. En effet, que ce soit dans le cas où une seule classe d'usagers est considérée ou dans le cas où les VL et les PL sont distingués, l'algorithme détermine à chaque itération le nouveau chemin ayant le temps de trajet le plus court pour chaque couple origine/destination. Le choix du réseau fortement maillé de la figure 4.15(b) ne rend pas les temps de calcul prohibitifs en soit mais peut se révéler inadapté si de nombreuses simulations doivent être effectuées pour chaque possibilité de défaillance d'un ou



(a) Arborescence A4-A86 - 2003 HPS - sens vers Paris

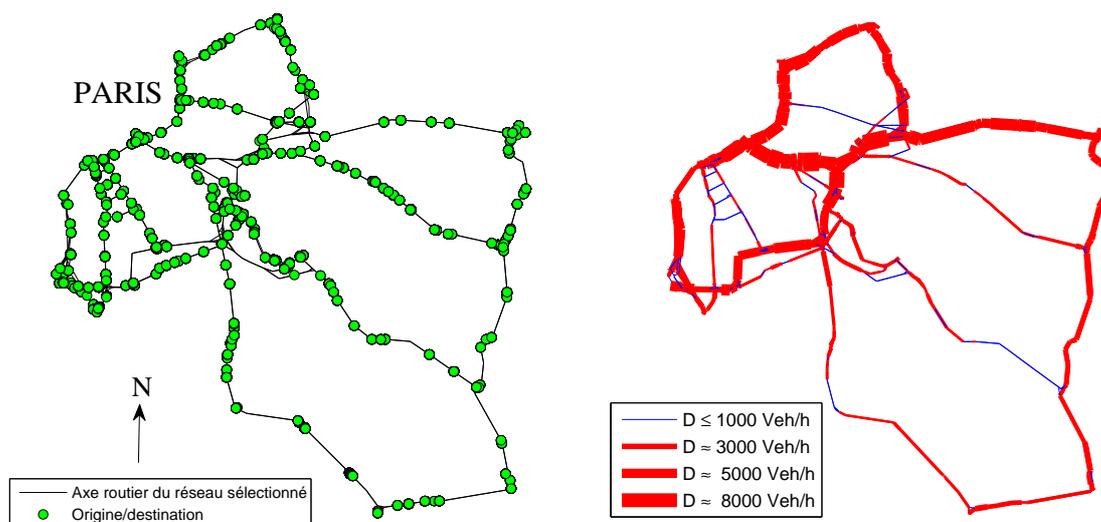


(b) Arborescence N104 - 2003 HPS - sens sud-nord

FIG. 4.16 – Carte d'arborescence du trafic (source DREIF) à l'échelle 1 : 494359

de plusieurs ouvrages. Par ailleurs, la configuration du trafic en région parisienne permet de faire une simplification du réseau étudié. En effet, le réseau routier francilien est très hiérarchisé. Selon l'état des lieux proposé par le SDRIF (SDRIF 2007), le rôle joué par le réseau de voiries rapides et autoroutières dans l'organisation du réseau routier francilien est prépondérant. Cela se traduit par une attractivité majeure de ce réseau. Il écoule ainsi 35% du trafic (en véhicules/heures) aux heures de pointe, alors que son linéaire ne représente que 7% du réseau routier de la région, en assurant des fonctions à la fois locale, régionale et nationale. Les cartes d'arborescences fournies par la DREIF illustrées par les figures 4.16(a) et 4.16(b) viennent confirmer ces observations. L'objectif de ces figures est de visualiser l'origine et la destination du trafic passant en un point particulier du réseau. Dans le cas de la figure 4.16(a), le point étudié se situe sur la portion commune des autoroutes A4 et A86 (section à l'intérieur des pointillés) dans le sens Province-Paris. Il est visible que le trafic qui passe en ce point du réseau provient majoritairement des autoroutes A4 et A86 et continue également majoritairement sur ces deux autoroutes. De même, dans le cas de la figure 4.16(b), le trafic au niveau de la francilienne dans le sens sud-nord provient presque exclusivement de la francilienne et se répartit ensuite sur les différents axes autoroutiers tels que l'A4 ou l'A86. Il y a donc existence d'un réseau de voies rapides qui structure le paysage urbain en Île-de-France. La caractérisation de la performance de ce réseau structurant représente un des enjeux majeurs de cette thèse. La simplification effectuée dans la thèse consiste alors à ne conserver que le réseau structurant et à ne plus considérer le réseau local par la suite. Cette hypothèse trouve sa justification dans les politiques routières des pouvoirs publics en France qui souhaitent conserver les usagers sur le réseau structurant même si une défaillance a lieu sur ce réseau. En effet, la dispersion du trafic sur le réseau secondaire constitue un double problème pour le gestionnaire d'un réseau structurant, celui de ne plus canaliser le trafic routier et de pénaliser l'ensemble du territoire par une congestion routière globalisée et celui de perdre le contrôle de la situation en terme de sécurité routière. La volonté des pouvoirs publics est donc de garder les usagers sur le réseau structurant même en cas de défaillance et de mettre en place des déviations en amont par le biais de messages d'information. La démarche proposée pour ne garder que le réseau structurant dans la suite de la thèse est la suivante : pour la demande de trafic illustrée par la figure 4.15(a), l'équilibre de Wardrop est recherché en utilisant la totalité du réseau montré à la figure 4.15(b). Les nœuds et les axes du réseau primaire ont cependant été identifiés au préalable. Une nouvelle demande de trafic caractérisée par une matrice origine/destination est alors créée en considérant qu'un trajet empruntant le réseau structurant crée une origine au point d'entrée sur le réseau structurant et une destination au point de sortie du réseau structurant. Un même trajet peut par ailleurs créer plusieurs couples origine/destination sur le réseau structurant si ce trajet entre et sort plusieurs fois du réseau structurant. Les nœuds obtenus, caractéristiques des couples origine/destination pour le réseau structurant, sont montrés à la figure 4.17(b). Pour cette demande de trafic, la distribution sur l'ensemble du réseau structurant peut désormais être obtenue en utilisant uniquement les axes routiers de ce réseau. La distribution en situation normale est illustrée par la figure 4.17(b).

Cette simplification du réseau de transport étudié permet d'avoir une complexité du maillage du réseau amoindrie pour limiter la durée des temps de calcul tout en gardant une cohérence dans le fonctionnement du réseau routier du sud-est de l'Île-de-France. Cette structure du réseau structurant et la demande qui lui est associée ont été utilisées dans la suite de la thèse pour simuler le trafic pour des cas de restriction de trafic sur les ouvrages présentés au paragraphe 3.5 et pour quantifier les coûts aux usagers qui sont utilisés aux chapitre 5 et 6 lors de l'optimisation des stratégies de maintenance des ouvrages.



(a) Visualisation des zones d'attractivité du réseau

(b) Répartition du trafic

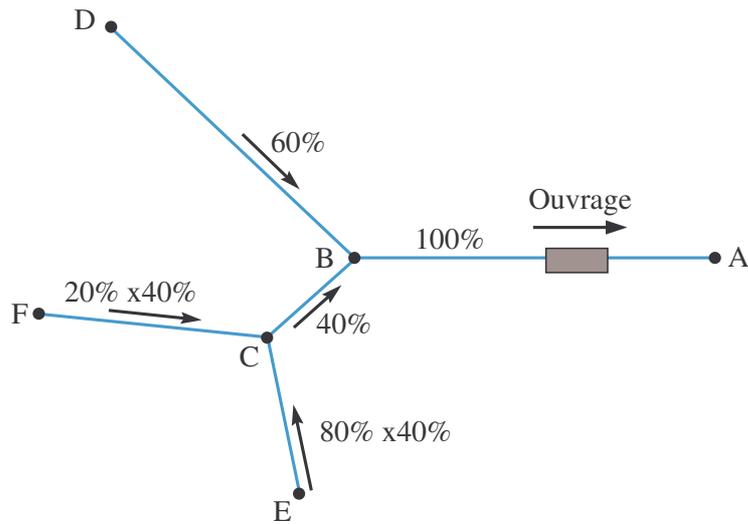
FIG. 4.17 – Simplification du réseau étudié

#### 4.4.4 Affectation du trafic en cas de perte de niveau de service d'un ouvrage

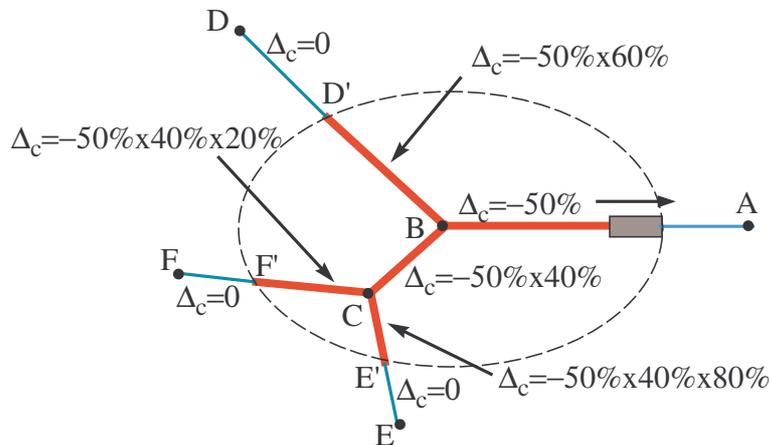
##### 4.4.4.1 Modélisation d'une perte de capacité de trafic horaire au niveau d'un ouvrage

Une perte de niveau de service d'un ouvrage, qu'elle soit due à une action de maintenance prévue par le gestionnaire ou à une défaillance qui oblige ce dernier à prendre des mesures de restrictions de trafic de manière spontanée, se traduit toujours par une diminution de la capacité horaire du trafic de l'ouvrage pouvant même aller jusqu'à une fermeture complète. La figure 4.18 illustre, à l'aide d'un exemple, la méthode utilisée pour répercuter la diminution de capacité de trafic aux axes en amont de l'ouvrage. Cette diminution se fait au prorata du trafic provenant des différents axes en amont de l'ouvrage en situation normale.

Dans le cas de l'exemple de la figure 4.18, le trafic franchissant l'ouvrage (sur l'axe AB) provient pour 60% du nœud D et pour 40% du nœud C lui même provenant pour 20% du nœud F et pour 80% du nœud E. Si une restriction de trafic a lieu au niveau de l'ouvrage (par exemple 50% à la figure 4.18(b)), l'impact sur les axes en amont de l'ouvrage est restreint à une zone (en pointillés à la figure 4.18(b)) pour laquelle la perte de capacité des axes est celle au niveau de l'ouvrage multipliée par la part que représente le trafic sur cet axe par rapport au trafic passant sur l'ouvrage, soit 50%.60% sur D'B, 50%.40% sur CB, 50%.40%.20% sur F'C et 50%.40%.80% sur E'C. Au delà d'une certaine distance, la perte de capacité de trafic au niveau de l'ouvrage n'est plus censée avoir d'influence sur la capacité de trafic des axes routiers (par exemple sur D'D, E'E, F'F à la figure 4.18(b)). La longueur de la zone concernée par les restrictions de trafic est en fait conditionnée par la vitesse de propagation du bouchon se créant en amont de l'ouvrage. Cette vitesse est déterminée de la façon suivante : en reprenant les notations du débit et de la concentration de véhicules introduites au paragraphe 4.1.2.1 et 4.1.2.2, le problème d'une grande perturbation illustré par la figure 4.19(a) en concentration revient à résoudre un problème de type Riemann (Chanut 2005) :



(a) Exemple de configuration du réseau



(b) Perte de capacité de trafic au niveau de l'ouvrage

FIG. 4.18 – Modélisation d'une défaillance au niveau d'un ouvrage

$$K(x, 0) = \begin{cases} K_1 & \text{si } x < 0 \\ K_2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (4.28)$$

Dans le cas d'un profil croissant de concentration, il se forme alors une onde de choc qui se propage à la vitesse  $s$  donnée à l'équation 4.29 en accord avec la condition dite de Rankine-Hugoniot.

$$s = \frac{[Q]}{[K]} \quad (4.29)$$

avec  $[Q] = Q_2 - Q_1$  et  $[K] = K_2 - K_1$ . La détermination de cette vitesse de propagation revient alors à déterminer la pente de la courbe reliant les deux points de fonctionnement sur le diagramme fondamental, comme il est montré à la figure 4.19(b). Cette vitesse est généralement de l'ordre de quelques km/h. La détermination de la vitesse de l'onde de choc dans le cas d'un réseau impose en théorie de tenir compte des multiples sorties et bifurcations qui s'offrent à l'utilisateur pour lui permettre de sortir du bouchon. Les conditions du réseau ne respectent

donc pas celles qui permettent d'aboutir au résultat de l'équation 4.29. Cependant, par souci de simplification, il est supposé ici que la part des usagers qui sortent du réseau pour éviter le bouchon est négligeable et que les conditions peuvent quand même s'appliquer. Cette vitesse est considérée égale à 10 km/h dans la thèse, ce qui signifie que la restriction de capacité de trafic explicitée par la figure 4.18 est systématiquement effectuée jusqu'à 10 km en amont de l'ouvrage s'il présente une défaillance.

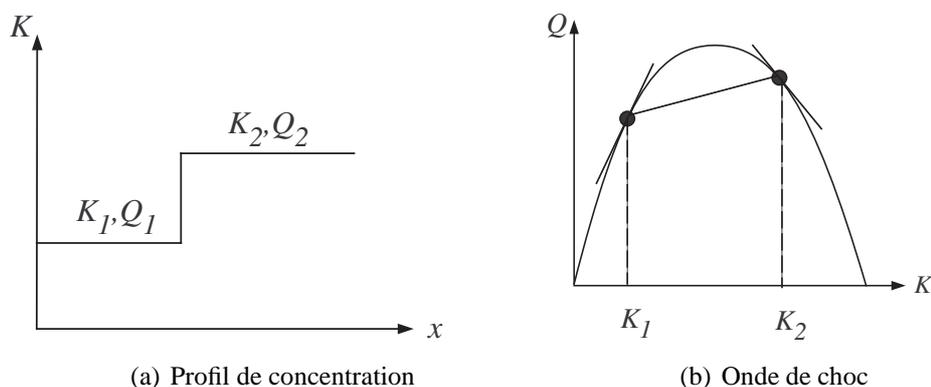


FIG. 4.19 – Description d'une onde de choc

#### 4.4.4.2 Cas d'une limitation de tonnage

Les PL sont responsables d'une dégradation rapide de l'infrastructure. Celle-ci est liée d'une part au vieillissement accentué de la chaussée dû au trafic lourd (le passage d'un PL est pour la chaussée équivalent à celui de dix mille à plusieurs milliards de VL), d'autre part aux sollicitations plus importantes des ouvrages d'art (Chanut 2005). Le choix du gestionnaire, s'il n'envisage pas une réparation dans l'immédiat peut alors être de limiter l'accès de l'ouvrage aux PL. Une telle situation est décrite dans le cas où le pont sur la Marne (Figure A.3) est limité aux PL. La représentation schématique des différentes voies de l'autoroute A4 supportée par le pont sur la Marne est donnée à la figure 4.20. Les données fournies par la DREIF n'expriment la matrice origine/destination que de manière très générale pour des déplacements type comme il est détaillé dans le tableau 4.8. Pour considérer la présence des PL dans cette étude, il est supposé que la demande des PL est égale à 10% de celle de la demande des VL. L'impact de la limitation d'accès aux PL est déterminé en utilisant deux classes d'utilisateurs : les VL et les PL. Les résultats sont montrés respectivement à la figure 4.21(a) pour les VL et à la figure 4.21(b) pour les PL. Sur les deux figures, les axes en vert correspondent à un allègement du trafic horaire par rapport à la situation normale, les axes en bleu correspondent à un trafic inchangé et les axes en rouge visualisent des axes pour lesquels le trafic augmente du fait des reports de trafic. La distribution du trafic pour les VL est pratiquement inchangée (Figure 4.21(b)), l'augmentation et l'allègement du trafic sur les différents axes restant marginale. Pour les PL, le basculement du trafic sur les différents axes du réseau au voisinage du pont sur la Marne est visible. Les axes qui vont être pénalisés par le report de trafic sont ainsi identifiés.

#### 4.4.4.3 Cas d'un chantier de maintenance

Certaines interventions sur ouvrage nécessitent de restreindre le trafic. Ces restrictions peuvent être dues à la présence du matériel sur le site des travaux ou de manière plus générale pour



FIG. 4.20 – Exemple d’une limitation des poids lourds sur l’autoroute A4 dans le sens Province/PARIS

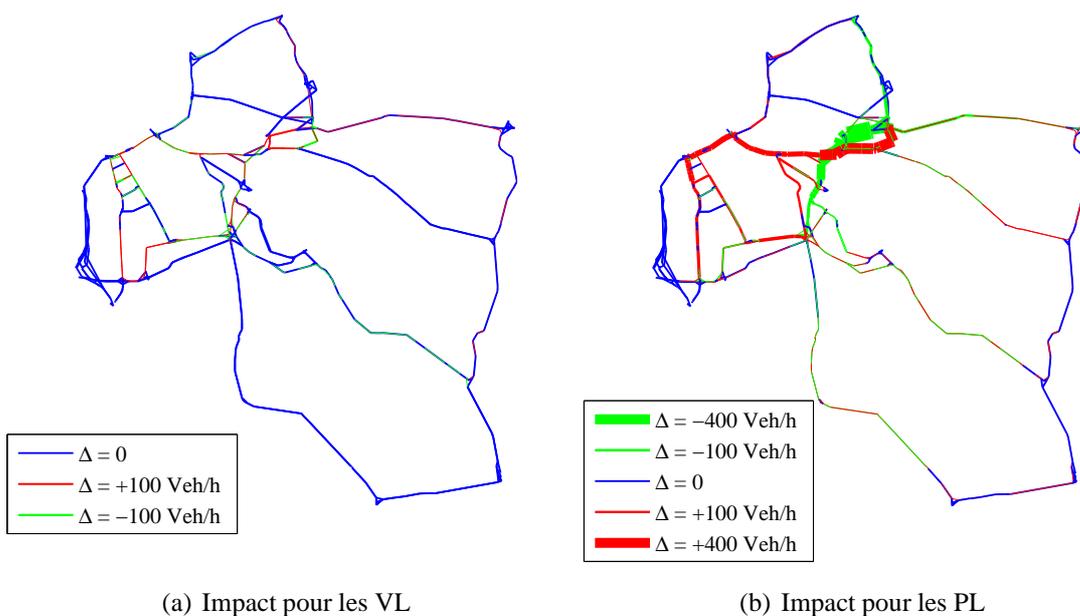


FIG. 4.21 – Impact d’une limitation des PL sur le pont sur la Marne dans le sens Province - Paris sur la distribution horaire du trafic

permettre aux équipes d’intervention de circuler en toute sécurité au niveau de l’ouvrage. Ces restrictions peuvent également être dues au type de l’action de maintenance qui est effectuée sur l’ouvrage. Le changement d’une chape d’étanchéité sur un ouvrage nécessite par exemple d’interrompre le trafic de manière partielle voire totale pendant la durée de l’intervention. Ce paragraphe compare les effets de deux types de chantier sur le fonctionnement global du réseau de transport. Le premier type de chantier (chantier I) consiste à fermer la moitié des voies de circulation dans un seul des sens de circulation. Ce chantier est illustré à la figure 4.22(a) lorsque les travaux ont lieu sur le pont sur la Marne (Figure A.3) dans le sens Province-Paris. Seuls les usagers allant dans le sens Province - Paris sont pénalisés pour cette configuration de chantier. Le deuxième type de chantier (chantier II) effectue un cross-over, c’est-à-dire un basculement

du trafic sur la chaussée supportant le trafic en sens contraire. Ce chantier est illustré par la figure 4.22(b) pour le cas du pont sur la Marne. Il y a donc une pénalisation des usagers dans les deux sens de circulation avec ce type de chantier.

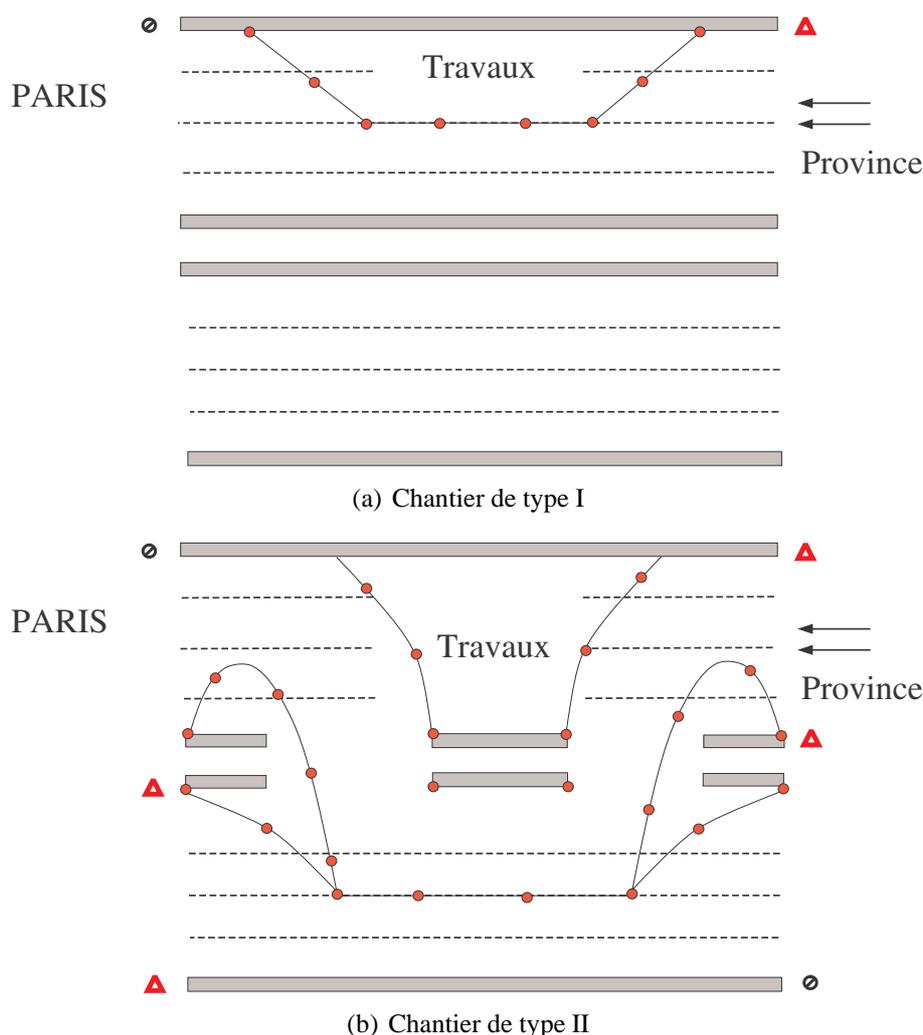


FIG. 4.22 – Schématisation de deux types de chantier de maintenance

De même qu'à la figure 4.21, l'impact pour les usagers (sans faire de distinction entre les VL et les PL) est obtenu en visualisant les axes subissant un report de trafic en rouge et les axes subissant un allègement du trafic en vert. L'impact du chantier sur le fonctionnement est visualisé à la figure 4.23(a) pour le chantier I et à la figure 4.23(b) pour le chantier II. La différence entre les deux redistributions du trafic pour les deux chantiers est notable, le chantier II perturbant beaucoup plus le trafic. Ce résultat était prévisible puisque les deux sens de la circulation sont affectés dans le cas du chantier II.

La figure 4.24 permet au gestionnaire d'obtenir une information supplémentaire sur la gêne à l'utilisateur occasionnée par un chantier de maintenance. L'objectif est ici de visualiser l'augmentation relative du temps de trajet pour un usager qui entre en un point du réseau. Cette augmentation en chaque point est donc la moyenne de l'augmentation relative du temps de trajet pour toutes les destinations ayant ce point comme origine. L'enjeu est d'avoir une information quantitative et spatiale sur les zones du réseau qui sont le plus affectées en termes de temps de trajet par une défaillance sur un ouvrage. Cette information est fournie de manière graphique en

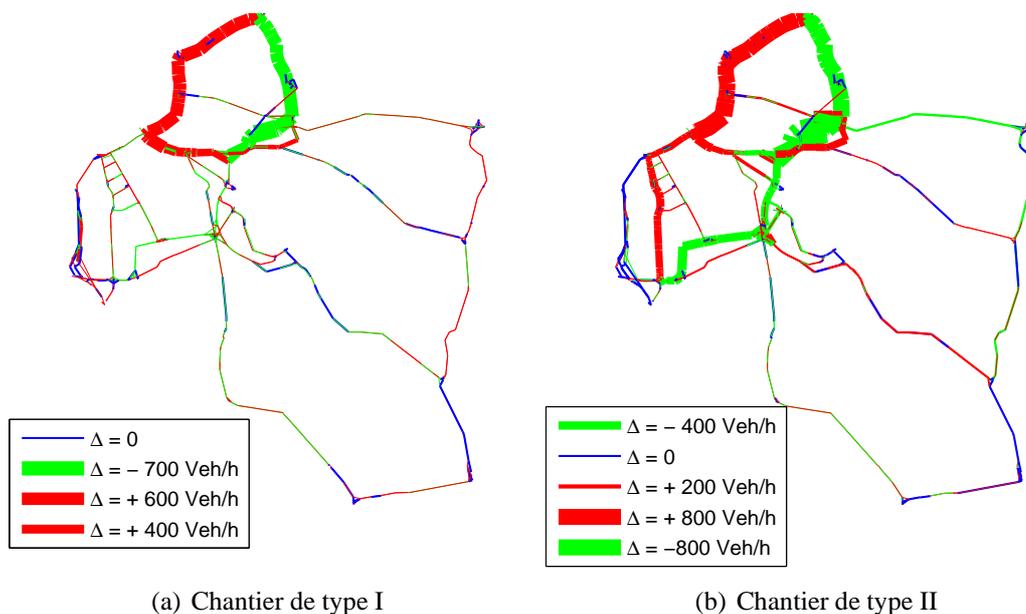


FIG. 4.23 – Comparaison de l’impact sur le trafic pour deux types de chantiers de maintenance

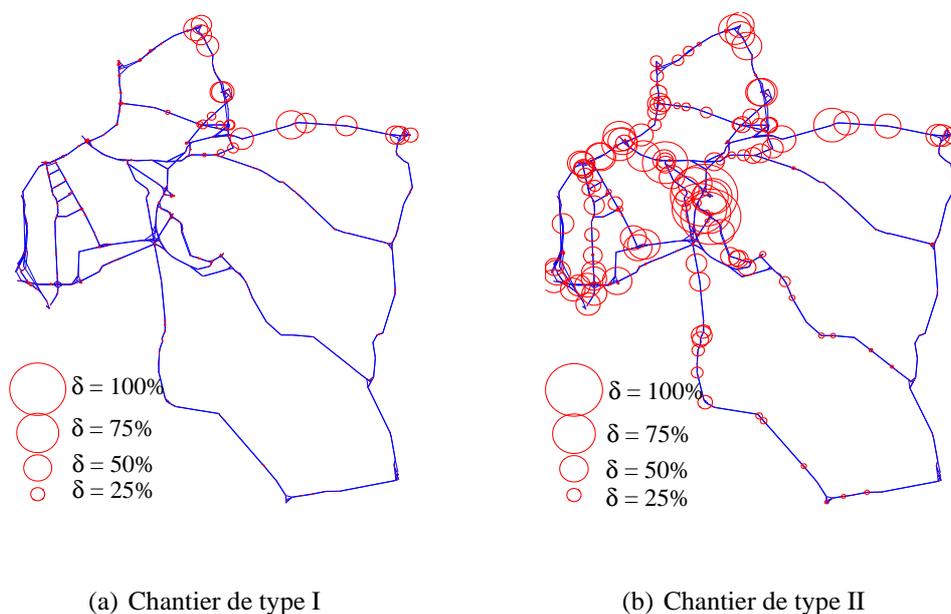


FIG. 4.24 – Comparaison de l’impact sur le temps de trajet pour deux types de chantiers de maintenance

représentant l’augmentation relative du temps de trajet par un cercle dont le diamètre augmente avec l’écart relatif. Plus le cercle a un diamètre important, plus les usagers qui entrent en ce point du réseau sont pénalisés par la défaillance de l’ouvrage. L’impact du chantier sur l’augmentation relative du temps de trajet est visualisé respectivement aux figures 4.24(a) et 4.24(b) pour les chantiers I et II. Cette information confirme les conclusions qui étaient tirées des figures 4.23(a) et 4.23(b) à savoir que l’ampleur de l’impact est beaucoup plus importante pour le chantier II.

L'intérêt de cette information supplémentaire est de pouvoir quantifier spatialement la gêne à l'utilisateur et d'avoir une idée des zones qui seront touchées. Ainsi, un gestionnaire peut orienter son choix de manière à ne pas pénaliser des zones du réseau qui sont stratégiques pour la collectivité (hôpitaux, aéroports, etc.).

#### 4.4.5 Mise en évidence de l'effet réseau

Du fait de la configuration du réseau, de la localisation des ouvrages, et de la demande de trafic, le gestionnaire a intérêt ou non à intervenir sur des ouvrages en même temps. La problématique de regrouper des actions de maintenance pour éviter une redondance de la gêne à l'utilisateur est bien connue des gestionnaires. Ce concept traduit en quelque sorte l'effet réseau qui fait que l'on ne peut pas considérer la maintenance des ouvrages comme une juxtaposition de stratégies individuelles mais réellement comme un ensemble de décisions qui entraînent une perturbation systématique de l'équilibre du fonctionnement du réseau de transport. De plus, il est souvent difficile de quantifier ce qui est gagné ou perdu pour les usagers en fonction des choix de planification des actions de maintenance. Le schéma de la figure 4.25 tente de visualiser « l'effet réseau ». La démarche consiste à opposer le coût supporté par les usagers en cas de perte de niveau de service simultanée pour deux ouvrages avec la somme des coûts supportés par les usagers dans le cas où la perte de niveau de service intervient à des instants différents pour les deux ouvrages. Si les deux coûts sont égaux, le point se situe sur la bissectrice et les deux ouvrages peuvent être considérés comme globalement indépendants. Si le point se situe au-dessus de la bissectrice, la combinaison des deux ouvrages est alors globalement défavorable. En effet, les usagers supporteront une gêne plus forte si la maintenance est effectuée en même temps que si elle est effectuée à des instants différents. Au contraire, si le point est sous la bissectrice, la combinaison est favorable et le gestionnaire a tout intérêt à effectuer les deux actions de maintenance en même temps sur les ouvrages.

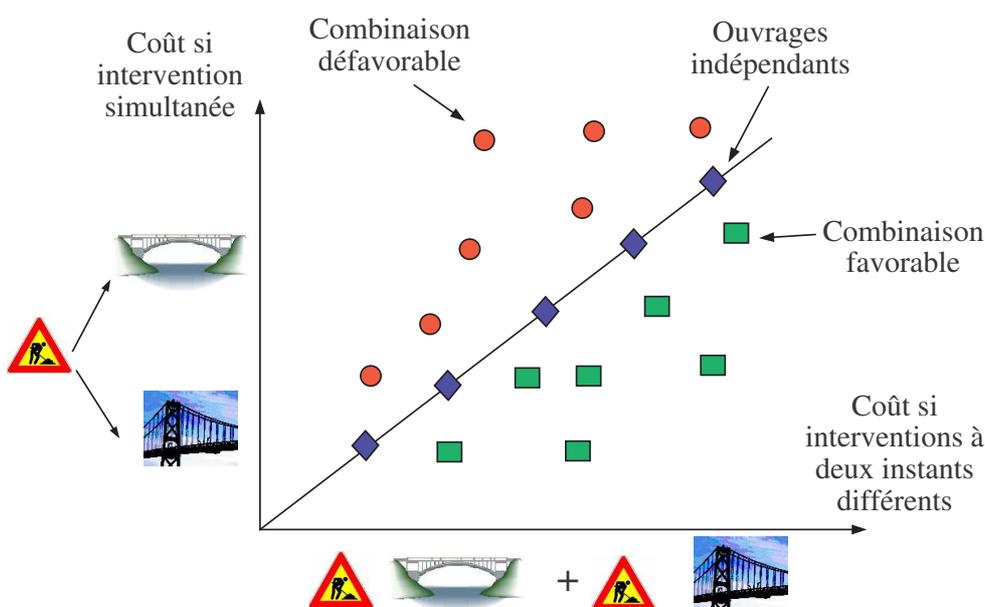


FIG. 4.25 – Combinaisons d'ouvrages favorables et défavorables

La démarche a été appliquée au cas du réseau de transport de l'Île de France. Certaines paires d'ouvrages ont été considérées avec pour perte de niveau de service une restriction de la capacité horaire de l'ouvrage égale à 90%. Les coûts de défaillance simultanée et la somme des coûts de défaillance à des instants différents ont été calculés et reportés à la figure 4.26. Il existe donc bien les trois types de combinaisons d'ouvrages, favorables, défavorables et celles pour lesquelles les ouvrages sont indépendants. Le gestionnaire peut de plus quantifier le degré de gêne qui est supporté en plus ou en moins par les usagers. Il est important de noter que cette information est donnée à l'échelle globale du réseau de transport. Le même type d'information peut être obtenu localement en un point ou pour une zone du réseau. Il est en effet tout à fait possible que les ouvrages apparaissent globalement comme indépendants du point de vue global mais qu'ils ne le soient pas localement.

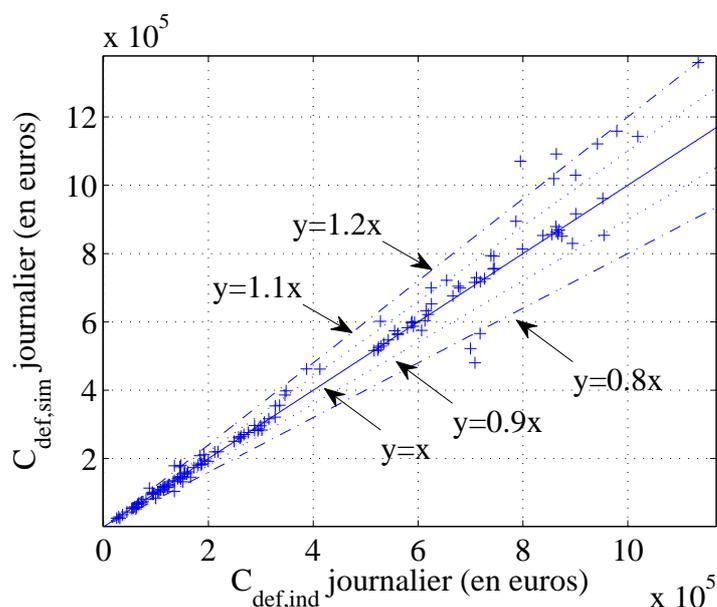


FIG. 4.26 – Mise en évidence des combinaisons d'ouvrages favorables et défavorables pour le réseau étudié

## CHAPITRE

# 5

## OPTIMISATION DES PLANNINGS D'INSPECTION ET DE RÉPARATION

Le concept de maintenance est défini comme « un ensemble d'activités, économiquement équilibrées et menées au niveau des composants, visant à maintenir la structure dans une condition lui permettant de remplir ses fonctions pendant une période donnée avec un niveau suffisant de fiabilité, de disponibilité, de service, de durabilité et d'esthétique » (Cremona 2003). Les principes généraux et les limites des systèmes de gestion d'ouvrages existants ont été présentés au chapitre 2. Dans le meilleur des cas, la maintenance est optimisée afin d'éviter à l'ouvrage une perte d'aptitude au service ou une perte de sécurité structurale. Dans bien d'autres cas, la maintenance est seulement hiérarchisée selon le jugement d'experts afin d'allouer le mieux possible les crédits disponibles. Dans tous les cas, l'approche est individuelle et majoritairement tournée vers le fonctionnement de l'ouvrage uniquement. Il n'est donc pas possible de déterminer les stratégies de gestion optimales vis-à-vis du fonctionnement global du réseau de transport.

Partant de ce constat, la démarche proposée ici est de placer l'utilisateur du réseau de transport au cœur des politiques de maintenance. L'objectif est donc non seulement de maintenir les ouvrages dans le meilleur état possible, mais également de répondre le mieux possible à la demande de transport des usagers. Pour atteindre ce but, un calcul d'optimisation économique, tenant à la fois compte des coûts au gestionnaire définis dans le chapitre 3 et des coûts aux usagers définis dans le chapitre 4, est proposé.

Dans une première partie, après avoir rappelé les définitions des différentes familles de maintenance possibles, correctives, systématique ou conditionnelles, le cadre, permettant de décrire les plannings d'inspection et de réparation des ouvrages, est présenté.

Dans une deuxième partie, le calcul d'optimisation de la maintenance des ouvrages est effectué en minimisant le coût global du réseau de transport, qui est la somme des coûts aux usagers et des coûts au gestionnaire.

Dans une troisième partie enfin, le calcul d'optimisation de la maintenance des ouvrages est effectué non plus en minimisant le coût global mais en minimisant à la fois le coût au gestionnaire et le coût aux usagers. C'est donc un calcul multi-objectif qui est mené. Dans ce dernier cas, il n'y a plus une seule solution qui est recherchée mais un ensemble de solutions, appelé front de Pareto. De telles solutions ne peuvent être départagées vis-à-vis de toutes les fonctions objectifs et constituent donc un compromis entre les différentes entités concernées, à savoir les usagers et le gestionnaire dans cette thèse.

## **5.1 Présentation de la maintenance des ouvrages d'art - Principe de la démarche**

### **5.1.1 Les différents types de maintenance**

Cette thèse aborde uniquement les coûts qui entrent dans le cadre de la maintenance au sens propre du terme. En d'autres termes, les seules dépenses à analyser ici sont les dépenses après construction de l'ouvrage. Deux grandes stratégies de maintenance peuvent s'appliquer aux éléments structuraux d'un ouvrage. Il s'agit des stratégies de maintenance corrective et préventive. Le recours à l'une ou l'autre de ces stratégies diffère suivant l'élément considéré, mais aussi le type de structure et la politique d'exploitation et de suivi.

- **la maintenance corrective** : une maintenance corrective implique qu'une action n'est engagée qu'à partir du moment où une perte de performance est constatée. On parlera ainsi de maintenance palliative au côté provisoire ou curative au caractère permanent. En pratique, cette maintenance est intéressante si les conséquences de la perte de performance ne sont pas graves et si éviter préventivement la perte de performance est onéreux. Ainsi, si cette perte intervient, le composant sera réparé ou remplacé. Ce type de maintenance va induire en général des coûts très faibles pendant les premières années, puis des coûts élevés. Elle risque également d'induire des coûts indirects de perturbation de l'infrastructure, ainsi qu'une accumulation de travaux de maintenance ;
- **la maintenance préventive** : une maintenance préventive implique de réduire la probabilité de défaillance ou de dégradation de l'ouvrage. On distingue alors la maintenance systématique et la maintenance conditionnelle. Dans le cadre d'une maintenance systématique, les actions de maintenance sont régulièrement effectuées quel que soit l'état de l'élément. Ce type de maintenance peut conduire à des coûts élevés, mais réduit le risque de perturbation dans le service de l'infrastructure. C'est par exemple le cas du nettoyage de petites parties visibles sur les ponts (caniveaux,...) ou le changement de pièces mécaniques d'usure dans des machines. Dans le contexte d'une maintenance conditionnelle, les interventions (nombre et type) sont fonction de l'état de l'élément et des résultats d'inspection. Des réparations peuvent ainsi être décidées suivant ces résultats. Les instants d'inspections peuvent être prédéterminés, les intervalles de temps entre chacun de ces instants pouvant être identiques ou différents. Une maintenance préventive est intéressante si les coûts induits par la perte de performance sont élevés et si les coûts de réparation et

d'inspection sont relativement faibles par rapport aux premiers.

Dans le cadre des réseaux d'ouvrages d'art, la maintenance conditionnelle est privilégiée devant les stratégies de maintenance corrective et systématique. En effet, le coût des actions de maintenance est souvent relativement faible par rapport aux coût d'une défaillance sur un ouvrage. De plus, à l'échelle du réseau, la vulnérabilité de l'infrastructure de transport si la défaillance se produit sur plusieurs tronçons du réseau peut entraîner des conséquences encore plus néfastes (Chapitre 2). Par ailleurs, la maintenance conditionnelle permet de donner une information supplémentaire sur le résultat d'inspection de l'ouvrage et permet de prendre en compte la diversité de la nature des ouvrages, ce que ne permet pas la maintenance systématique.

### 5.1.2 Plannings d'inspection et plannings de maintenance

Il y a souvent un décalage de plusieurs années entre le moment où une défaillance est détectée sur un ouvrage et le moment où l'action de maintenance est effectuée. Ce décalage est dû aux contraintes budgétaires qui obligent le gestionnaire du réseau à hiérarchiser son action. En France, les inspections sont souvent effectuées régulièrement de manière à mettre à jour la connaissance de l'état des ouvrages et permettre ainsi au gestionnaire de prendre les décisions adéquates chaque année.

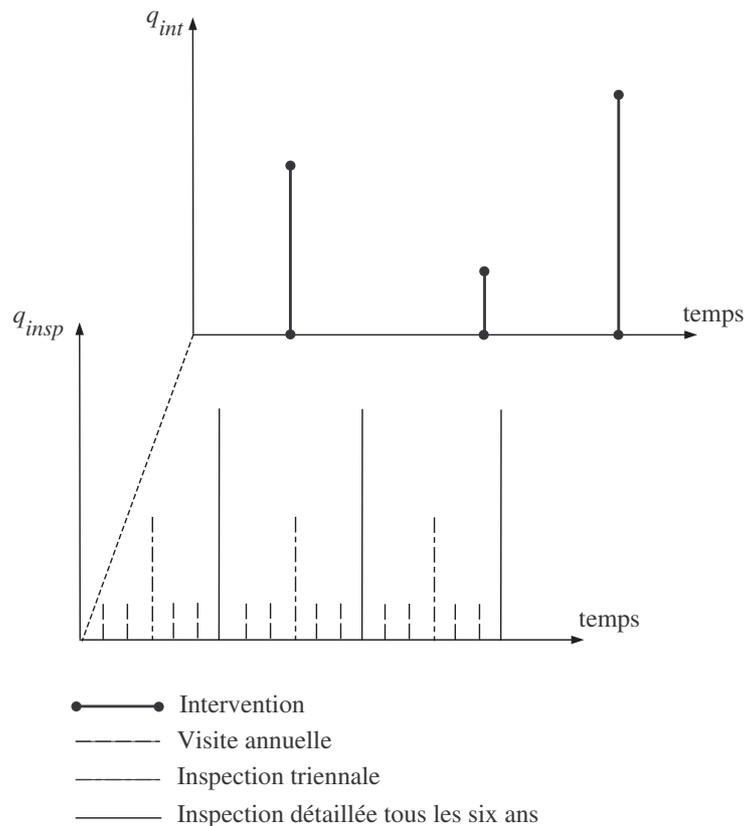


FIG. 5.1 – Planning d'inspection (de qualité  $q_{insp}$ ) et planning d'intervention (de qualité  $q_{int}$ )

La planification des visites d'inspection des ouvrages du réseau routier national est illustrée à la figure 5.1. En plus des visites de routine annuelles, les inspections sont effectuées tous les trois

ans (visite IQOA) et tous les six ans (visite détaillée de l'ouvrage). Le calendrier d'intervention est alors décidé par les experts dans le cadre de programmes triennaux. Dans ce contexte, il n'est pas possible d'optimiser les plannings de maintenance des ouvrages mais au mieux de hiérarchiser les actions de maintenance les plus urgentes en se basant sur l'état des ouvrages et sur les contraintes budgétaires du moment.

### **5.1.3 Principe de la démarche**

La démarche proposée repose sur des principes d'offre et de demande. L'offre se caractérise par le niveau de service adéquat qui se mesure en fiabilité des éléments (ponts), de la connectivité du réseau, et de sa fonctionnalité. La demande s'évalue par des coûts directs ou indirects. La performance des ouvrages dans un réseau est évaluée par la détermination de leur faculté à se comporter de manière adéquate pendant la période d'investigation en tenant compte des aléas auxquels ils sont soumis (dégradations, aléas naturels) (Ang & De Leon 2005, Ellingwood 2005). Elle peut être déterminée par des méthodes probabilistes (Kong & Frangopol 2003, Kong & Frangopol 2005) (Chapitre 3). Les conséquences si un niveau de service adéquat n'est pas procuré, sont évaluées en supposant que le réseau a différents états et en estimant les coûts à l'usager dans chacun de ces états. Ceci implique la simulation du trafic sur le réseau, la modélisation de la détérioration des liens du réseau et la détermination de la relation entre le coût d'utilisation des véhicules, du temps de parcours et des accidents, la vitesse de circulation des véhicules, la détérioration de l'infrastructure et la fluidité du trafic (Chapitre 4).

Ces dernières années, de nombreux travaux de recherche ont été réalisés pour inclure les coûts aux usagers lors de la détermination des stratégies optimales de maintenance. La démarche consistant à opposer les coûts de l'offre du réseau d'ouvrages avec ceux de la demande du réseau de transport a été utilisée par Adey (2002). Par ailleurs, les travaux de Liu & Frangopol (2006*b*) et de Liu & Frangopol (2006*a*) ont permis de caractériser la performance d'un réseau d'ouvrages et d'optimiser les stratégies de maintenance en considérant à la fois des critères financiers tels que les coûts au gestionnaire ou aux usagers mais également des critères de connectivités du réseau (Liu & Frangopol 2005*b*).

Dans cette thèse, les stratégies optimales d'intervention sont déterminées de telle sorte qu'elles minimisent le dysfonctionnement d'aptitude au service du réseau (Adey, Hajdin & Brühwiler 2003*a*) et les coûts actualisés induits d'intervention (inspections, réparations, remplacements) sur une période de maintenance prédéfinie. En d'autres termes, l'objectif est de répondre aux deux questions posées par le problème de la maintenance : « quand intervenir ? » et « comment intervenir ? » pour optimiser le fonctionnement global du réseau de transport. Le problème d'optimisation superpose donc une question à dimension temporelle (qui est à support continu) à une question relative à de la recherche opérationnelle (qui est à support discret), ce qui présente une complexité notable vis-à-vis des techniques d'optimisation mathématiques. Pour passer outre cette difficulté, une démarche en deux temps est proposée (Orcesi & Cremona 2008*a*, Orcesi & Cremona 2008*b*) :

- dans un premier temps, les instants d'intervention sont recherchés de manière à minimiser le coût global moyen du planning de maintenance tout en respectant certaines contraintes sur la performance des ouvrages. Ce coût prend en compte tous les résultats d'inspection possibles en les pondérant par leur probabilité d'occurrence. Toutes les branches de l'arbre d'évènement du réseau d'ouvrages sont donc parcourues et examinées afin d'estimer la contribution de chacune des éventualités au coût total. Cette étape permet

finale de connaître les instants d'intervention les mieux adaptés d'un point de vue technico-économique pour faire face aux différents événements pouvant intervenir à l'échelle du réseau d'ouvrages. Une telle démarche a été utilisée pour déterminer les calendriers d'inspection optimaux d'une structure (Thoft-Christensen & Sorensen 1987, Madsen & Sorensen 1990, Madsen, Sorensen & Olesen 1989) en considérant comme variable supplémentaire la qualité des inspections (Cremona 1997b, Lukić & Cremona 2001). Elle est adaptée ici pour déterminer les calendriers d'intervention optimaux d'un réseau d'ouvrages d'art ;

- dans un deuxième temps, les instants d'intervention qui ont été déterminés précédemment sont fixés et le calcul d'optimisation se ramène à un problème de recherche opérationnelle en déterminant l'ensemble des actions qui minimisent le coût des interventions du réseau d'ouvrages d'art tout en respectant les contraintes de performance pour chacun des ouvrages. Cette deuxième étape détermine finalement la branche de l'arbre d'évènement du réseau d'ouvrages qui a le poids minimum tout en étant admissible par rapport aux contraintes (Sempere 1996, Cremona 2001).

La méthodologie proposée s'adapte alors aussi bien au cas où la somme des coûts au gestionnaire et aux usagers est minimisée (recherche du coût global minimum à l'aide d'un calcul mono-objectif) qu'au cas où ces deux coûts sont minimisés séparément de façon conflictuelle (recherche de meilleurs compromis appelés solutions de Pareto à l'aide d'un calcul multi-objectif) (Annexe D). Dans le cas où un calcul mono-objectif est mené, le coût des arbres d'évènement inclut à la fois les coûts aux usagers et au gestionnaire. Dans le cas où un calcul multi-objectif est mené, le coût de l'arbre d'évènement est calculé de manière séparée pour les usagers et pour le gestionnaire (Orcesi & Cremona soumis à publication).

#### **5.1.4 Recherche des instants d'intervention - construction d'un arbre d'évènement**

L'action de maintenance est supposée entièrement conditionnée par le résultat de l'inspection de l'ouvrage. Tous les résultats possibles doivent donc être pris en compte et pondérés par leur probabilité d'occurrence pour évaluer le coût global de l'arbre d'évènement. Les résultats d'inspection sont traduits à l'aide des deux outils probabilistes présentés au chapitre 3, utilisant d'une part la théorie de la fiabilité, et d'autre part la théorie des chaînes de Markov. Des marges d'évènement liées aux résultats d'une inspection sont détaillées dans la suite pour ces deux outils. On distingue par ailleurs deux catégories d'actions de maintenance pouvant être décidées à l'issue d'une visite d'inspection : les décisions de maintenance structurales et les décisions de maintenance d'équipement (se reporter au paragraphe B.4 pour une description de quelques défauts d'équipement). Concernant la maintenance de type structurale, la théorie de la fiabilité est utilisée pour caractériser le niveau de dégradation de l'ouvrage et quantifier le résultat d'inspection. Dans la thèse, des profils types de dégradation sont utilisés pour caractériser le niveau de dégradation de la structure. Ces profils introduits au paragraphe 3.1.3 modélisent le processus de dégradation d'une structure de façon très générale. L'utilisation d'une expression générique pour décrire la dégradation des ouvrages permet de proposer une méthodologie qui s'adapte à une large gamme de modes de défaillance des ouvrages. Concernant la maintenance d'équipement, la note IQOA probabilisée de l'ouvrage, caractérisée à l'aide des chaînes de Markov, est utilisée (Paragraphe 3.2.5.1). En effet, la probabilité de mener une maintenance d'équipement est liée à celle de se trouver dans une des classes nécessitant une maintenance d'équipement (Paragraphe 3.2.3). Il y a donc deux types d'arbres d'évènements qui sont

considérés, l'un concernant les actions structurales sur l'ouvrage et l'autre concernant les actions d'équipement uniquement. La démarche proposée est de combiner ces deux arbres d'évènements afin de former un arbre d'évènement mixte qui considère les deux types d'actions possibles.

#### 5.1.4.1 Marges d'évènement liées à des interventions de type structurale

La théorie de la fiabilité permet de prendre en compte les informations disponibles sur l'état de l'ouvrage à certains instants et plus particulièrement lors des inspections des ouvrages. Les inspections apportent des renseignements utiles pour l'évaluation de la fiabilité de l'élément ou de la structure. Ces informations sont de deux types (Cremona 2003) :

- **quantitatives** : ce sont des valeurs de mesures d'une ou de plusieurs variables  $X_i$ . Cette information est exprimée sous la forme :

$$h(X) = 0 \quad (5.1)$$

- **qualitatives** : un phénomène est détecté ou non. L'information est exprimée sous la forme :

$$h(X) \leq 0 \quad (5.2)$$

Le type « quantitative » est utilisé dans la mise à jour de la probabilité de défaillance. Le type qualitative est très utile dans la mise en place de stratégies de maintenance, puisque sa forme facilite son introduction dans une démarche prédictive. Il est usuel d'écrire ces deux types d'information sous des formes de fonctions d'états limites, appelés **marges d'évènement** :

$$H = h(X) \quad (5.3)$$

Les visites d'inspection permettent d'évaluer la perte de performance des différentes parties de l'ouvrage. Dans la thèse, cette perte de performance est supposée donner une information sur la perte de performance globale de l'ouvrage. L'évaluation de la fonction  $g$ , introduite à l'équation 3.5, quantifie le degré de dégradation de l'ouvrage  $b$  à chaque instant d'inspection  $T_{b,p}^{insp}$  ( $T_{b,p}^{insp}$  est le  $p^{\text{ème}}$  instant d'inspection de l'ouvrage  $b$ ). Il est rappelé que la fonction  $g$ , multipliée par le terme résistant  $R$  de l'équation 3.5 traduit la diminution de la résistance de l'ouvrage qui se rapproche de plus en plus du terme sollicitant  $S$ . Par conséquent, plus la valeur de la fonction  $g$  est faible, plus le processus de dégradation de l'ouvrage est avancé. Cette fonction est propre à chaque ouvrage et traduit divers phénomènes pouvant être liés autant à des critères de durabilité qu'à des pertes de niveau de service ou même des pertes de sécurité structurales (les phénomènes physiques tels que la corrosion des armatures du béton, l'apparition de fissures dans le béton dus aux produits issus de la corrosion des armatures, la perte de précontrainte ou encore la fatigue ont été décrits à l'annexe B). Dans ce chapitre, le choix de la fonction de dégradation  $g$  est guidé par le mode de défaillance de l'ouvrage considéré et par d'autres critères tels que l'âge de l'ouvrage par exemple. Ainsi, la modélisation de la perte de performance d'une structure métallique soumise à des chargements cycliques est effectuée en choisissant soit la fonction  $g_1$ , soit la fonction  $g_2$  de l'équation 3.6 suivant l'âge de la structure. La figure B.15 montre en effet que l'allure de l'indice de fiabilité présente une évolution de plus en plus linéaire avec le temps. De même, les fonctions  $g_1$  ou  $g_2$  sont utilisées pour traduire l'évolution de la perte de performance vis-à-vis de la durabilité du matériau béton (Figures B.7 et B.9), suivant l'âge de l'ouvrage au début du planning. Concernant la description de la perte de niveau de service par propagation de la corrosion (taille des fissures supérieure à 0,3 mm), le profil de

dégradation  $g_3$  est utilisé car traduisant « correctement » la diminution brutale de la performance de l'ouvrage (Figure B.11).

A chaque instant d'inspection, la fonction de dégradation  $g$  affectée à l'ouvrage est évaluée et conditionne le choix de l'action de maintenance. Si le niveau de dégradation reste inférieur à un certain seuil, aucune action de maintenance n'est envisagée. Au contraire, plus l'état de dégradation est important au moment de l'inspection, plus les actions de maintenance sont conséquentes. Par exemple, une action préventive peut être envisagée si des défauts de structure mineurs sont détectés. Dans le cas où des défauts structurels majeurs sont constatés, une réhabilitation de l'ouvrage peut s'avérer nécessaire. Ce concept est traduit mathématiquement dans l'équation 5.4 à l'aide de marges d'évènements qualitatives (Équation 5.2). Pour l'ouvrage  $b$  ayant un profil de dégradation  $g_b$ , les marges d'évènement à la  $p^{\text{ème}}$  inspection s'expriment de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \{H_b^0(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(g_b(T_{b,p}^{insp}) > g_b^0)\} \\ \vdots \\ \{H_b^\lambda(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(g_b(T_{b,p}^{insp}) \leq g_b^{\lambda-1} \cap g_b(T_{b,p}^{insp}) > g_b^\lambda)\} \\ \vdots \\ \{H_b^{N_S}(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(g_b(T_{b,p}^{insp}) \leq g_b^{N_S})\} \end{array} \right. \quad (5.4)$$

avec  $H_b(g_b(T_{b,p}^{insp}) \leq g_b^\lambda)$  l'évènement « un seuil de dégradation dépassant  $1 - g_b^\lambda$  est atteint à l'instant  $T_{b,p}^{insp}$  pour l'ouvrage  $b$  » et  $N_S$ , le nombre de réparation structurales possibles. La notion de seuil de dégradation doit donc être interprétée comme le seuil à partir duquel une action de maintenance particulière est décidée. Dans le cadre de la thèse, deux seuils sont introduits :  $g_b^0$  et  $g_b^1$ . L'évènement  $H_b^0(T_{b,p}^{insp}) \leq 0$  est celui pour lequel  $g_b(T_{b,p}^{insp}) > g_b^0$ . Dans ce cas de figure, aucune action de maintenance n'est programmée (cet évènement est noté «  $RF$  » par la suite). L'évènement  $H_b^1(T_{b,p}^{insp}) \leq 0$  est celui pour lequel  $g_b(T_{b,p}^{insp}) \leq g_b^0$  et  $g_b(T_{b,p}^{insp}) > g_b^1$ . Dans ce cas là, une action de maintenance structurale préventive est envisagée (cet évènement est noté «  $R_S$  » par la suite). Enfin, l'évènement  $H_b^2(T_{b,p}^{insp}) \leq 0$  est celui pour lequel  $g_b(T_{b,p}^{insp}) \leq g_b^1$ . Une action de réhabilitation est alors décidée sur l'ouvrage (cet évènement est noté  $Reh$  dans la suite). Un exemple des deux seuils  $g_b^0$  et  $g_b^1$  est illustré par la figure 5.2 en utilisant le cas du profil de dégradation linéaire  $g_1$  de l'équation 3.6.

L'arbre d'évènement relatif aux décisions d'ordre structural à l'instant d'inspection  $T_{b,p}^{insp}$  est donné à la figure 5.3. Il est constitué des trois branches qui sont respectivement ne rien faire ( $RF$ ), faire une réparation structurale préventive ( $R_S$ ) ou faire une réhabilitation de l'ouvrage ( $Reh$ ). Il est à noter que les actions de maintenance, si elles ont lieu, sont effectuées à l'instant d'intervention  $T_{b,p}^{int}$  qui n'est pas forcément le même que l'instant d'inspection (Paragraphe 5.1.2). Ces actions de maintenance ramènent l'état de dégradation de l'ouvrage à un état antérieur. Leur expression mathématique est formulée de manière très générale à l'instar de l'expression de la fonction  $g$ . Dans la thèse, il est supposé par défaut qu'une action de maintenance structurale préventive a pour effet de ramener l'état de dégradation à celui de 10 ans auparavant et qu'une réhabilitation le ramène à celui de 15 ans auparavant.

#### 5.1.4.2 Marge d'évènement liée à des interventions d'équipement

A la  $p^{\text{ème}}$  inspection, l'ouvrage  $b$  est caractérisé par le vecteur  $q_{T_{b,p}^{insp}}$  obtenu à partir de l'état initial  $q_{T_0}$  en utilisant la matrice de vieillissement de l'ouvrage et l'équation 3.15. Chaque

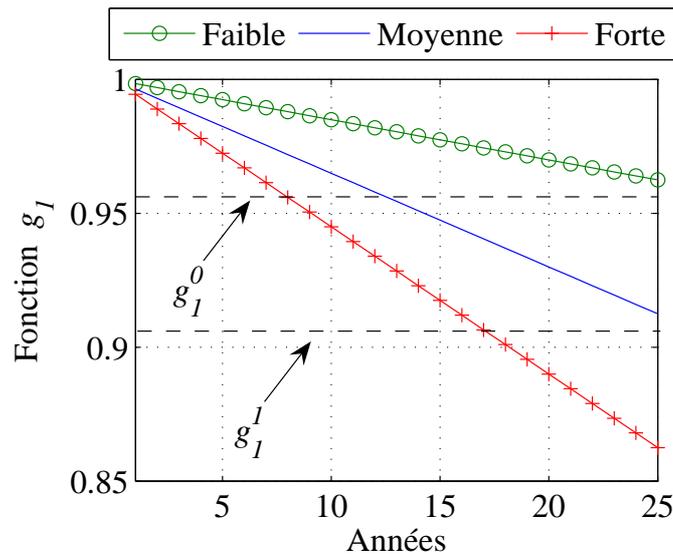


FIG. 5.2 – Seuils déterminant le type d'action de maintenance structurale menée

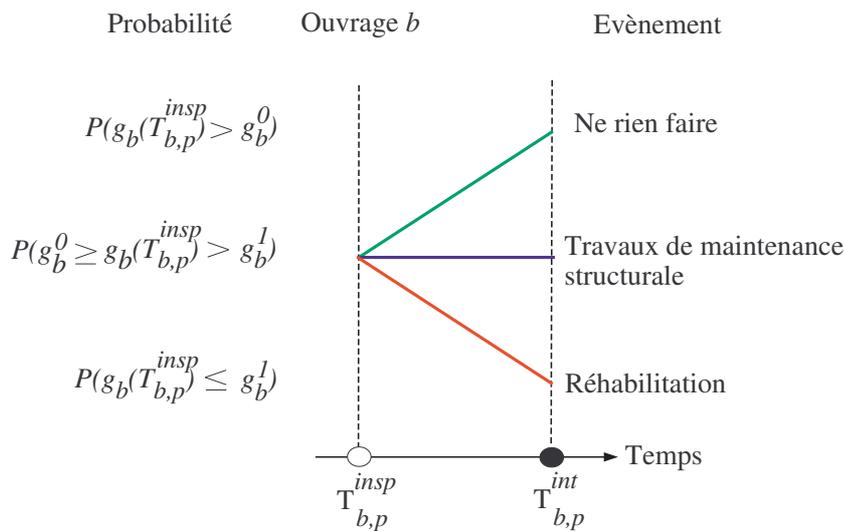
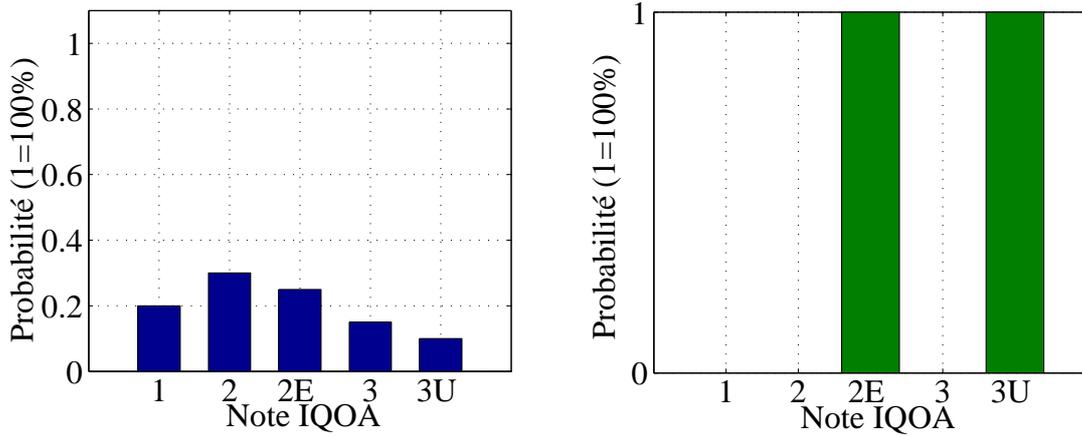


FIG. 5.3 – Arbre d'évènement de nature structurale

composante de ce vecteur représente la probabilité d'être dans une des cinq classe IQOA (Paragraphe 3.2.3). Étant donné qu'il n'y a pas de loi générale pour estimer l'évolution de la dégradation des équipements d'un ouvrage, la probabilité d'envisager une maintenance d'équipement est calculée de manière non paramétrique. La démarche proposée est d'introduire des stratégies de maintenance d'équipement. Ces stratégies sont modélisées mathématiquement par un vecteur, noté  $\hat{p}_{r,eq}^b$  de variables booléennes prenant uniquement les valeurs 0 ou 1. Un exemple des composantes d'un tel vecteur est illustré par la figure 5.4(a). Dans cet exemple, la stratégie consiste à faire une maintenance d'équipement si l'ouvrage est en 2E ou en 3U et à ne pas en faire si l'ouvrage est en 1, 2 ou 3. La probabilité d'avoir une maintenance d'équipement est alors calculée à l'aide de l'équation 5.5 et représente le produit scalaire de  $q_{T_{b,p}^{insp}}$  (un exemple



(a) Probabilité d'appartenance à chaque classe (b) Probabilité d'avoir une maintenance d'équipement pour chaque classe IQOA

FIG. 5.4 – Exemple de probabilisation de la note IQOA et de stratégie de maintenance d'équipement

des composantes de ce vecteur est donné à la figure 5.4(b)) avec  $\hat{p}_{r,eq}^b$ . Pour l'exemple de la figure 5.4, la probabilité d'avoir une maintenance d'équipement est égale à  $0,25+0,15$  soit 40%.

$$P_{rep,eq}^b(T_{b,p}^{int}) = P(H_b^{eq}(T_{b,p}^{insp}) \leq 0) = \langle \mathbf{q}_{T_{b,p}^{insp},b}, \hat{\mathbf{p}}_{r,eq}^b \rangle \quad (5.5)$$

avec  $H_b^{eq}(T_{b,p})$ , la marge d'évènement des actions de maintenance d'équipement pour l'ouvrage  $b$  à la  $p^{\text{ème}}$  inspection. Finalement, l'arbre d'évènement relatif aux actions de maintenance ne comprend que  $N_{eq} = 2$  choix possibles à chaque instant d'inspection. Ces deux choix, illustrés par la figure 5.5, consistent soit à ne rien faire ( $RF$ ), soit à effectuer une maintenance d'équipement ( $R_{eq}$ ).

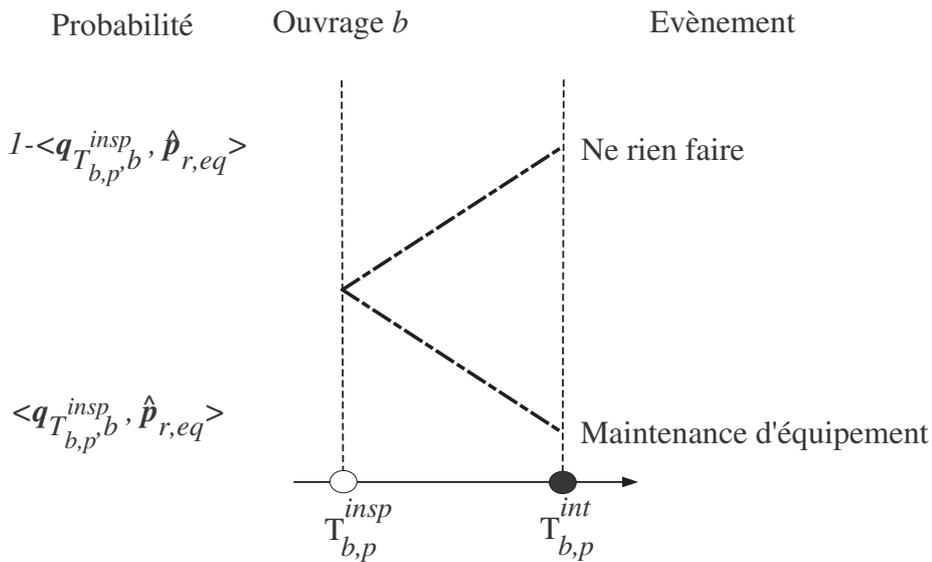


FIG. 5.5 – Arbre d'évènement pour les réparations d'équipement

Lorsque ce type d'action est décidé à l'instant  $T_{b,p}^{insp}$ , le vecteur  $\mathbf{q}$  est multiplié à l'instant  $T_{b,p}^{int}$  par une matrice de transition spécifique d'une action de maintenance d'équipement (Paragraphe 3.3.2). La matrice de maintenance d'équipement utilisée par défaut dans la thèse est la suivante :

$$M_{eq} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

En multipliant le vecteur probabilité  $\mathbf{q}$  par cette matrice, un ouvrage qui est noté 2E passe dans la classe 2 après l'intervention. Il est supposé que l'action de maintenance n'a pas d'effet sur les classes plus dégradées. En effet, des ouvrages qui sont en classe 3 ou 3U présentent des défauts de structure qui ne sont pas traités lorsqu'une maintenance d'équipement est effectuée seule.

### 5.1.4.3 Arbre d'évènement mixte

Les arbres d'évènement des figures 5.3 et 5.5 sont utilisés dans ce paragraphe pour construire l'arbre décisionnel mixte incluant à la fois les critères décisionnels fiabilistes et les critères décisionnels relatifs à de la maintenance d'équipement. L'arbre d'évènement mixte donné à la figure 5.6 est obtenu en incluant le critère « faire avec ou sans maintenance d'équipement » pour les deux premières branches de l'arbre présenté à la figure 5.3. Ainsi, « ne rien faire » ( $RF$ ) devient soit « ne rien faire » ( $RF$ ), soit « faire uniquement de la maintenance d'équipement » ( $R_{eq}$ ); « faire de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ) reste « faire de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ) ou devient « faire de la maintenance structurale préventive en l'accompagnant d'une action de maintenance d'équipement » ( $R_{S+eq}$ ); la dernière branche de l'arbre d'évènement structural ( $Reh$ ) de la figure 5.3 reste inchangée car les actions de réhabilitation sont supposées inclure les éventuelles actions de maintenance d'équipement. L'arbre d'évènement de la figure 5.6 est utilisé dans la suite de ce chapitre. Lors de l'utilisation de l'arbre mixte, la modélisation d'une action de maintenance est réalisée à la fois à l'aide de la théorie de la fiabilité et à l'aide des chaînes de Markov. Concernant la théorie de la fiabilité, il est considéré que  $R_S$  et  $R_{S+eq}$  ont le même effet, i.e. ces actions ramènent l'état de dégradation à celui de 10 ans auparavant. Une réhabilitation ramène l'état de dégradation à celui de 15 auparavant. Concernant la théorie des chaînes de Markov, la matrice de réparation d'équipement introduite à l'équation 5.6 est multipliée au vecteur  $\mathbf{q}$  à l'instant d'intervention si  $R_{eq}$  est choisie. Par ailleurs, la matrice  $M_2$  de l'équation 3.22 est utilisée dans le cas d'une action structurale préventive; la matrice  $M_3$  est utilisée si l'actions structurale préventive est couplée avec une maintenance d'équipement; et la matrice  $M_4$  est utilisée dans le cas d'une réhabilitation de l'ouvrage. Dans l'arbre d'évènement mixte, les branches de l'arbre d'évènement structural étant chacune dédoublée par le nombre de branches de l'arbre des maintenances d'équipement mise à part celle relative à l'action de réhabilitation, il y a  $N_{eq}(N_S - 1) + 1$  branches (soit  $2 \times (3 - 1) + 1 = 5$  branches dans la thèse). Il est alors possible de construire un arbre d'évènements mixtes à l'échelle du réseau des ouvrages. Dans l'absolu, un seul arbre d'évènements mixtes devrait être considéré pour le réseau d'ouvrages d'art, les différents nœuds de cet arbre étant les différents instants d'inspection et d'intervention de tous les ouvrages. Le parcours de cet arbre d'évènement dans sa totalité pose rapidement un problème de complexité lorsque le nombre d'ouvrages et le nombre d'inspections et d'interventions par ouvrage augmentent. En effet, s'il y a  $n_b^{insp}$  inspections pour chaque

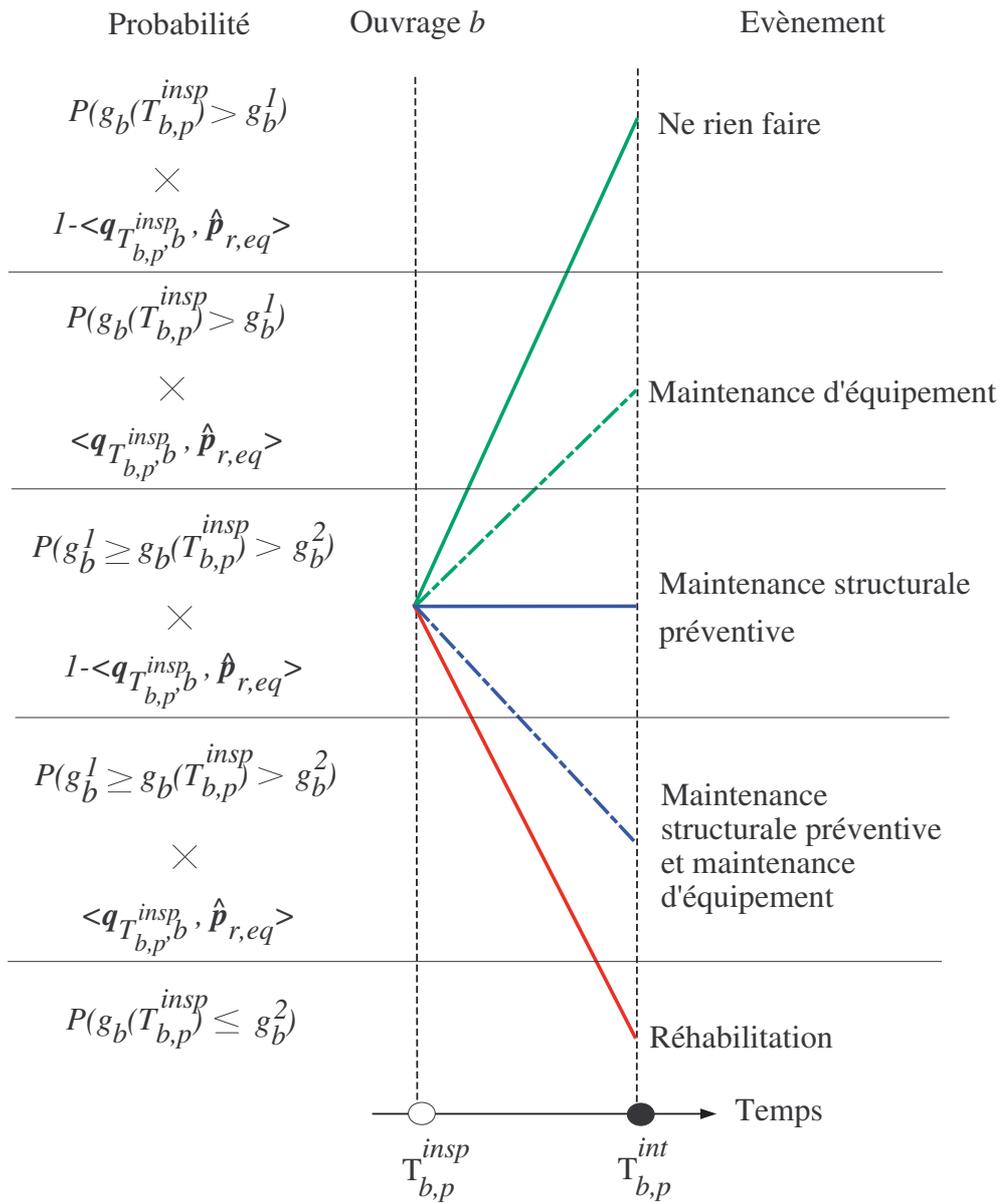


FIG. 5.6 – Arbre d'évènement mixte

ouvrage  $b$  entre le début du planning  $T_0$  et la fin du planning  $T_f$  et  $n_m = N_{eq}(N_S - 1) + 1$  possibilités de résultats d'inspection à chaque instants d'inspection, le nombre de systèmes est de :

$$\Pi_1 = (n_m + 1 - 2) \left[ 1 + (n_m + 1) + \dots + (n_m + 1)^{\sum_{b=1}^N n_b^{insp} - 1} \right] \quad (5.7)$$

$$\Pi_1 = (n_m - 1) \frac{\sum_{b=1}^N n_b^{insp} (n_m + 1)^{\sum_{b=1}^N n_b^{insp} - 1} - 1}{n_m}$$

L'hypothèse qui est faite dans la thèse est de considérer que l'arbre d'évènements du réseau d'ouvrages d'art est équivalent à la juxtaposition des arbres d'évènements des différents ouvrages du réseau. Cette hypothèse se justifie en supposant que les résultats des inspections d'un ouvrage ne dépendent pas des résultats d'inspection sur les autres ouvrages du réseau. Cette hypothèse permet d'avoir une complexité du nombre de systèmes qui n'augmente plus que « linéairement » avec le nombre d'ouvrages. Le nombre de systèmes à considérer devient alors :

$$\Pi_2 = \sum_{b=1}^N \left( (n_m + 1 - 2) \left[ 1 + (n_m + 1) + \dots + (n_m + 1)^{n_b^{insp} - 1} \right] \right) \quad (5.8)$$

$$\Pi_2 = \sum_{b=1}^N \left( (n_m - 1) \frac{(n_m + 1)^{n_b^{insp} - 1} - 1}{n_m} \right)$$

Une simplification supplémentaire de l'arbre d'évènements est possible. S'il n'y a pas d'intervention de prévue entre deux instants d'inspection  $I_1$  et  $I_2$ , l'ensemble des résultats à  $I_1$  n'a au final pas d'influence sur le coût de l'arbre d'évènement. Ne sont alors prises en compte que les inspections qui sont suivies d'une intervention avant d'arriver à l'inspection suivante. Le nombre de systèmes à considérer devient alors :

$$\Pi_3 = \sum_{b=1}^N \left( (n_m + 1 - 2) \left[ 1 + (n_m + 1) + \dots + (n_m + 1)^{n_b^{int} - 1} \right] \right) \quad (5.9)$$

$$\Pi_3 = \sum_{b=1}^N \left( (n_m - 1) \frac{(n_m + 1)^{n_b^{int} - 1} - 1}{n_m} \right)$$

La complexité des arbres d'évènements des différents ouvrages est donc beaucoup plus faible que celle de l'arbre du réseau d'ouvrages d'art initialement considéré. Cet ensemble de simplification permet d'envisager l'application de la méthode à un nombre d'ouvrages significatif. Pour chaque ouvrage, la construction d'un tel arbre d'évènement doit permettre d'évaluer la probabilité d'avoir une action de maintenance et la probabilité de défaillance pour les différents instants d'inspection et d'intervention des ouvrages du réseau. L'exemple d'un arbre d'évènement est donné dans le cas de deux ouvrages  $b_1$  et  $b_2$  à la figure 5.7.

L'approche étant effectuée à l'échelle du réseau d'ouvrages d'art, il est nécessaire de considérer la probabilité d'avoir des pertes de niveau de service de manière simultanée sur plusieurs ouvrages du réseau. Pour un ouvrage  $b_1$ , les probabilités de défaillance et des différents types de maintenance doivent être connues lorsqu'il y a un évènement sur un autre ouvrage  $b_2$  même si aucune inspection ou intervention n'est prévue sur l'ouvrage  $b_1$  a priori. Dans ce cas de figure, des instants d'intervention virtuels sont ajoutés au planning de l'ouvrage (Figure 5.7).

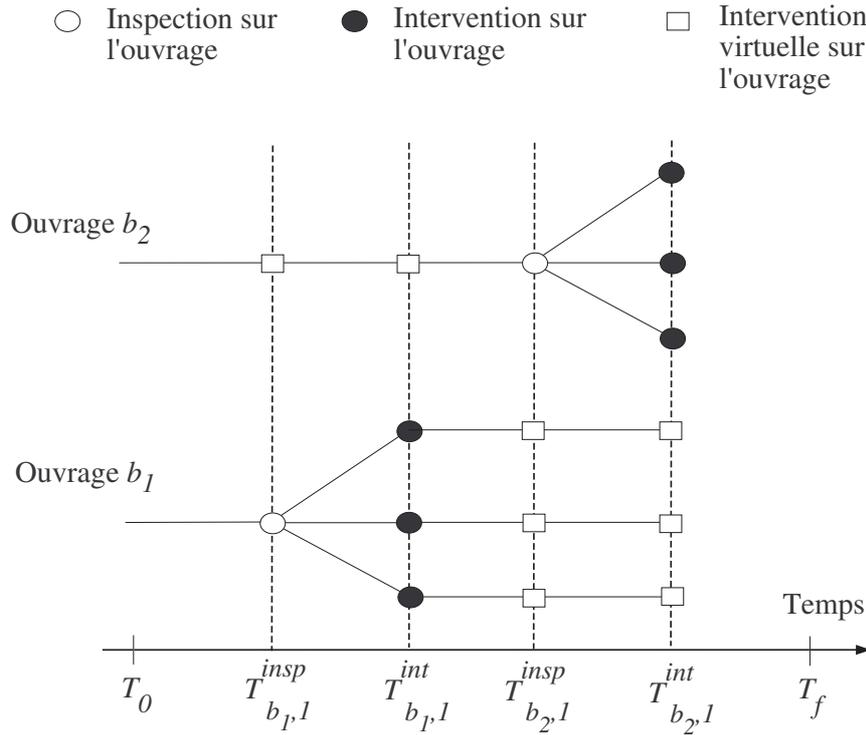


FIG. 5.7 – Arbre d'évènement pour deux ouvrages

La considération de ces instants n'augmente pas la complexité du problème puisqu'il n'y a pas de mesure supplémentaire prise à ces instants « artificiellement » créés. Elle permet pour autant d'avoir une estimation de la probabilité de défaillance et de la probabilité d'avoir une maintenance d'équipement pour l'ensemble des ouvrages du réseau à chaque fois qu'il y a un évènement sur un des ouvrages.

#### 5.1.4.4 Probabilité d'avoir une action de maintenance

La probabilité d'avoir une action de maintenance  $\chi$  sur l'ouvrage  $b$  à l'instant  $T_{b,p}^{int}$  est déterminée à la dernière inspection de l'ouvrage précédant cet instant d'intervention. Cette probabilité est celle que l'ouvrage n'ait pas de défaillance à l'instant d'inspection  $T_{b,p}^{insp}$  et que les seuils liés aux actions structurales et aux actions de maintenance d'équipement soient atteints. Les cinq décisions possibles issues de l'arbre d'évènement mixte (Figure 5.6) sont exprimées de manière probabiliste à l'aide de l'équation 5.10. Les marges d'évènements relatives à de la maintenance structurale et à de la maintenance d'équipements sont exprimées en utilisant les notations introduites respectivement aux équations 5.4 et 5.5.

$$\begin{cases}
 L_{b,RF}(t) \leq 0 & = H_b^0(t) \leq 0 \cap H_b^{eq}(t) > 0 \\
 L_{b,eq}(t) \leq 0 & = H_b^0(t) \leq 0 \cap H_b^{eq}(t) \leq 0 \\
 L_{b,S}(t) \leq 0 & = H_b^1(t) \leq 0 \cap H_b^{eq}(t) > 0 \\
 L_{b,S+eq}(t) \leq 0 & = H_b^1(t) \leq 0 \cap H_b^{eq}(t) \leq 0 \\
 L_{b,reh}(t) \leq 0 & = H_b^2(t) \leq 0
 \end{cases} \quad (5.10)$$

Dans le cas des deux ouvrages  $b_1$  et  $b_2$  de la figure 5.7, la probabilité d'avoir une action de maintenance de type  $\chi$  respectivement aux instants  $T_{b_1,1}^{int}$  et  $T_{b_2,1}^{int}$  est donnée par l'équation 5.11.

$$\begin{cases} P_{REP_{x,b_1}}(T_{b_1,1}^{int}) = P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,x}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0) \\ P_{REP_{x,b_2}}(T_{b_2,1}^{int}) = P(M_{b_2}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,x}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0) \end{cases} \quad (5.11)$$

avec  $M_b(T_{b_1,1}^{insp})$  la marge de sécurité de l'ouvrage  $b$  à l'instant  $T_{b_1,1}^{insp}$  telle qu'elle est définie à l'équation 3.1. Deux remarques peuvent être tirées de l'équation 5.11. D'une part, la probabilité d'avoir une action de maintenance est calculée au moment du dernier instant d'inspection précédant l'instant d'intervention. Cette probabilité n'évolue donc pas entre l'instant d'inspection et l'instant d'intervention car le choix est supposé être fait uniquement à un instant d'inspection. Dans la pratique, l'information arrive au gestionnaire au moment de l'inspection de l'ouvrage. Si plusieurs années se sont écoulées entre le moment où l'inspection a eu lieu et le moment où le gestionnaire décide de réaliser l'action de maintenance, il est supposé dans la thèse qu'il n'y a pas de nouvelle inspection qui va actualiser la décision du gestionnaire sur l'intervention à effectuer. D'autre part, les interventions qui ont été ajoutées artificiellement à l'ouvrage  $b_2$  aux instants  $T_{b_1,1}^{insp}$  et  $T_{b_1,1}^{int}$  n'ont pas d'influence sur la probabilité d'avoir une maintenance à  $T_{b_2,1}^{int}$  pour l'ouvrage  $b_2$ . En effet, comme il a été dit au paragraphe 5.1.4.3, ces instants ajoutés artificiellement ont uniquement comme rôle d'estimer les différentes probabilités de maintenance et de défaillance à ces instants. Il n'y a donc aucune influence sur les événements postérieurs qui ont réellement lieu sur l'ouvrage.

#### 5.1.4.5 Probabilité de dysfonctionnement

La probabilité de dysfonctionnement sur l'ouvrage est la probabilité de se trouver dans le domaine de fonctionnement à éviter au sens de la théorie de la fiabilité. Il est rappelé que la notion de probabilité de défaillance, introduite et détaillée au paragraphe 3.1 ne signifie pas la ruine de l'ouvrage mais un fonctionnement anormal de celui-ci qui ne lui permet plus d'assurer ses fonctions primaires au sein du réseau de transport. La défaillance est différenciée de l'action de réhabilitation, définie au paragraphe 5.1.4.1, dans le sens où elle nécessite une intervention de réhabilitation sur l'ouvrage qui n'est pas anticipée par le gestionnaire. De ce fait, les coûts de la défaillance pour le gestionnaire sont majorés d'un pourcentage fixé dans la thèse à 15% par défaut. Les coûts à l'usager sont différenciés de ceux d'une réhabilitation classique en supposant que la restriction de trafic aux usagers est plus forte que celle prévue pour un chantier de réhabilitation du fait de l'effet de surprise qui oblige à prendre des mesures de sécurité très fortes. La probabilité cumulée de dysfonctionnement d'un ouvrage à l'instant  $t$  est fonction de toutes les interventions qui ont eu lieu dans le passé. L'exemple de la figure 5.7 est utilisé ici pour illustrer cette caractéristique. La probabilité d'avoir une défaillance pour  $T_0 < t \leq T_{b_1,1}^{insp}$  respectivement pour l'ouvrage  $b_1$  et pour l'ouvrage  $b_2$  est donnée à l'équation 5.12.

$$\begin{cases} P_{f,b_1}(t) = P(M_{b_1}(t) \leq 0) \\ P_{f,b_2}(t) = P(M_{b_2}(t) \leq 0) \end{cases} \quad (5.12)$$

Étant donné qu'il n'y a eu aucune intervention ni sur l'ouvrage  $b_1$ , ni sur l'ouvrage  $b_2$ , la probabilité de défaillance de chacun de ces deux ouvrages ne dépend que de la marge de sécurité à l'instant  $t$ . Pour  $T_{b_1,1}^{insp} < t \leq T_{b_1,1}^{int}$ , la probabilité de défaillance pour l'ouvrage  $b_1$  dépend maintenant des différents résultats de l'inspection réalisée à  $T_{b_1,1}^{insp}$ , alors que la situation reste inchangée pour l'ouvrage  $b_2$ . La probabilité de défaillance pour les deux ouvrages est désormais exprimée à l'aide de l'équation 5.13.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_{f,b_1}(t) = P_{f,b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) + \Delta P_{f,b_1}(t) \\
 = P_{f,b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,RF}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S+eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,reh}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(t) \leq 0) \\
 P_{f,b_2}(t) = P(M_{b_2}(t) \leq 0)
 \end{array} \right. \quad (5.13)$$

Pour  $T_{b_1,1}^{int} < t \leq T_{b_2,1}^{insp}$ , l'expression de la probabilité de défaillance pour l'ouvrage  $b_1$  doit tenir compte des différentes actions de maintenance qui peuvent avoir lieu à l'instant  $T_{b_1,1}^{int}$ . La probabilité de défaillance cumulée entre ces deux instants est donnée à l'équation 5.14.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_{f,b_1}(t) = P_{f,b_1}(T_{b_1,1}^{int}) + \Delta P_{f,b_1}(t) \\
 = P_{f,b_1}(T_{b_1,1}^{int}) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,RF}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{RF}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{eq}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^S(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S+eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{S+eq}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,reh}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{reh}(t) \leq 0) \\
 P_{f,b_2}(t) = P(M_{b_2}(t) \leq 0)
 \end{array} \right. \quad (5.14)$$

avec  $M_{b_1}^x(t)$ , la marge de sécurité de l'ouvrage  $b_1$  à l'instant  $t$  si l'action de maintenance de type  $x$  a eu lieu à l'instant  $T_{b_1,1}^{int}$ . Il est à noter que la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $b_2$  est la même qu'aux équations 5.12 et 5.13 étant donné qu'il n'y a encore eu aucune inspection sur l'ouvrage à cet instant du planning. Enfin pour  $T_{b_2,1}^{insp} < t \leq T_{b_2,1}^{int}$ , l'expression de la probabilité de défaillance des deux ouvrages est donnée à l'équation 5.15. L'expression de la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $b_1$  est la même qu'à l'équation 5.14, mais est différente pour l'ouvrage  $b_2$  car devant tenir compte des résultats de l'inspection sur cet ouvrage qui a eu lieu à l'instant  $T_{b_2,1}^{insp}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_{f,b_1}(t) = P_{f,b_1}(t) + \Delta P_{f,b_1}(t) \\
 = P_{f,b_1}(t) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,RF}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{RF}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{eq}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^S(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,S+eq}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{S+eq}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_1}(T_{b_1,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_1,reh}(T_{b_1,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_1}(T_{b_1,1}^{int}) > 0 \cap M_{b_1}^{reh}(t) \leq 0) \\
 \\
 P_{f,b_2}(t) = P_{f,b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) + \Delta P_{f,b_2}(t) \\
 = P_{f,b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) \\
 + P(M_{b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,RF}(T_{b_2,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_2}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,eq}(T_{b_2,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_2}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,S}(T_{b_2,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_2}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,S+eq}(T_{b_2,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_2}(t) \leq 0) \\
 + P(M_{b_2}(T_{b_2,1}^{insp}) > 0 \cap L_{b_2,reh}(T_{b_2,1}^{insp}) \leq 0 \cap M_{b_2}(t) \leq 0)
 \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Finalement en appliquant cette méthodologie pour tous les instants d'intervention de chaque ouvrage, il est possible de déterminer la probabilité de défaillance pour chacun des instants d'intervention.

### 5.1.5 Détermination des coûts de l'offre et de la demande

Dans la thèse, les coûts de l'offre du réseau des ouvrages représentent les coûts de la maintenance réalisée par le gestionnaire pour offrir un niveau de service des ouvrages adéquat. Les coûts de la demande sont ceux des usagers si un niveau de service<sup>1</sup> adéquat n'est pas fourni par le réseau d'ouvrages (Adey, Hajdin & Brühwiler 2003b). Les simulations d'affectation de trafic couplées avec les coûts unitaires des transports permettent alors d'estimer le coût des pertes de niveau de service des ouvrages pour les usagers. La détermination des stratégies de maintenance à l'échelle du réseau d'ouvrages implique de considérer les cas où des actions de maintenance, anticipées ou non, sont réalisées au même moment sur plusieurs ouvrages du réseau. Il est supposé que le surplus financier pour le gestionnaire du fait de la simultanéité des chantiers de maintenance est négligeable. Pour les usagers, la simultanéité des actions de maintenance peut entraîner des perturbations globales du réseau de transport. La localisation des ouvrages, la configuration du réseau, la demande de trafic, sont autant de paramètres qui peuvent faire que la perte de niveau de service de plusieurs ouvrages simultanément aura un impact faible ou fort sur la gêne aux usagers. Cet effet réseau a été illustré dans le cas du réseau routier d'Île-de-France au paragraphe 4.4.5 pour des défaillances de deux ouvrages simultanées. Il a été observé que certaines combinaisons sont extrêmement pénalisantes pour les usagers, i.e. la somme de la défaillance simultanée est supérieure à la somme des défaillances individuelles ; au contraire d'autres combinaisons ont un coût inférieur pour l'utilisateur par rapport à la somme des défaillances individuelles. Pour ces combinaisons d'ouvrages, il peut alors être intéressant de réaliser une action de maintenance en même temps plutôt qu'à des instants différents. Liu &

<sup>1</sup>Une perte de niveau de service peut être occasionnée si une action de maintenance nécessitant la fermeture partielle ou totale de l'ouvrage est réalisée ou si une défaillance de l'ouvrage oblige le gestionnaire à prendre des mesures de fermeture par sécurité.

Frangopol (2006b) ont proposé une évaluation de la performance d'un réseau d'ouvrages d'art tenant compte de la défaillance possible des ouvrages, de la connectivité du réseau, et de la satisfaction des usagers. Les ouvrages peuvent se trouver dans deux états, soit défaillants, soit en fonctionnement normal. La démarche proposée dans la thèse est de caractériser la perte de niveau de service non pas par deux états mais par un ensemble d'état où la restriction de la capacité de trafic a des valeurs différentes. Une action de maintenance préventive n'aura pas le même impact qu'une action de maintenance d'équipement ou qu'une action de réhabilitation sur le nombre de voies fermées au moment de la maintenance (Paragraphe 4.4.4.3). Les différentes combinaisons de défaillance d'ouvrages sont présentées ci-après.

### 5.1.5.1 Combinaisons des ouvrages

La notion de combinaison d'ouvrages consiste à ne pas considérer uniquement les coûts des pertes de niveau de service des ouvrages pris individuellement mais à considérer également des pertes de niveau de service de combinaisons d'ouvrages, si des actions de maintenance ou des défaillances surviennent de manière simultanée. Ainsi, pour  $N$  ouvrages d'un même réseau formant un ensemble  $\mathcal{O}$ , l'ensemble  $\Theta(\omega)$  des différentes combinaisons  $\theta$  d'ouvrages de taille  $\omega$  est explicité à l'équation 5.16.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta(\omega = 1) = \{\{o_1\}, \text{ avec } o_1 = 1, \dots, N, \} \\ \Theta(\omega = 2) = \{\{o_1, o_2\}, \text{ avec } (o_1, o_2) \in (1, \dots, N)^2, o_1 < o_2\} \\ \vdots \\ \Theta(\omega = \nu) = \{\{o_1, o_2, \dots, o_\nu\}, \text{ avec } (o_1, o_2, \dots, o_\nu) \in (1, \dots, N)^\nu, o_1 < \dots < o_\nu\} \\ \vdots \\ \Theta(N) = \{o_1, \dots, o_N\}, \end{array} \right. \quad (5.16)$$

On définit par ailleurs l'ordre  $\Omega$  comme la taille maximale des combinaisons considérées. Il est immédiat d'après l'équation 5.16 que  $\Omega \leq N$ . D'autre part, plus  $\Omega$  est grand, plus l'information sur l'ensemble des scénarios pouvant intervenir est précise mais plus la complexité du problème augmente. Dans la suite de la thèse, la taille maximale des combinaisons prises en compte est fixée à 2. Autrement dit, les ouvrages sont considérés soit individuellement, soit par paires.

### 5.1.5.2 Combinaisons des actions

Pour chaque combinaison d'ouvrages déterminée au paragraphe 5.16, l'ensemble des événements  $\mathcal{E}$  pouvant intervenir est pris en compte. Cette notion est explicitée à l'équation 5.17 pour les  $N$  tailles de combinaisons possibles.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \omega = 1, \Xi(\theta = \{o_1\}) = \{\{e_1\}, \text{ avec } e_1 = 1, \dots, N_e\} \\ \text{si } \omega = 2, \Xi(\theta = \{o_1, o_2\}) = \{\{e_1, e_2\}, \text{ avec } (e_1, e_2) \in (1, \dots, N_e)^2\} \\ \vdots \\ \text{si } \omega = \nu, \Xi(\theta = \{o_1, \dots, o_\nu\}) = \{\{e_1, \dots, e_\nu\}, \text{ avec } (e_1, \dots, e_\nu) \in (1, \dots, N_e)^\nu\} \\ \vdots \\ \text{si } \omega = N, \Xi(\theta = \{o_1, \dots, o_N\}) = \{\{e_1, \dots, e_N\}, \text{ avec } (e_1, \dots, e_N) \in (1, \dots, N_e)^N\} \end{array} \right. \quad (5.17)$$

avec  $O^{(k)}$ , l'ouvrage  $k$ ,  $\omega$ , la taille de la combinaison,  $e_k$ , l'évènement de type  $k$ ,  $N_e$ , le nombre d'évènements possibles. Dans la thèse, les conséquences des évènements sont toujours équilibrées entre ce qui pourrait arriver si une défaillance arrive et ce qui va coûter si une action de maintenance est effectuée. Pour conserver cette logique, les différents évènements peuvent donc avoir trait à des actions de maintenance d'ampleurs différentes ou alors à des défaillances simultanées sur plusieurs ouvrages. La figure 5.8 résume les aspects relatifs aux combinaisons d'ouvrage dans un premier temps puis aux combinaisons d'actions de maintenance dans un deuxième temps. Dans cette figure, il y a pour chaque ouvrage cinq évènements possibles, ne rien faire ( $RF$ ), faire de la maintenance d'équipement ( $R_{eq}$ ), faire de la maintenance structurale ( $R_S$ ), faire de la maintenance structurale et de la maintenance d'équipement ( $R_{S+eq}$ ) ou faire une réhabilitation ( $Reh$ ).

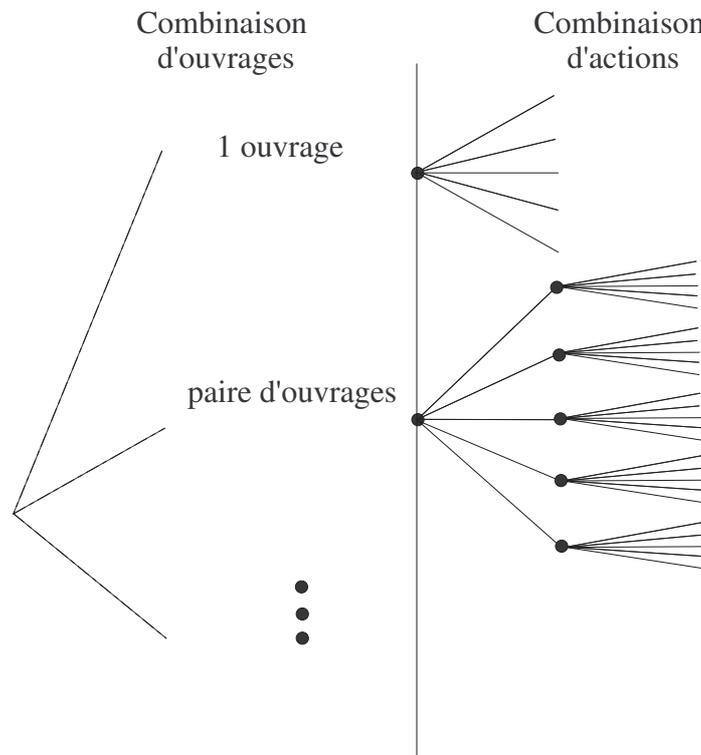


FIG. 5.8 – Combinaisons d'ouvrages et d'actions

### 5.1.5.3 Coûts aux usagers et au gestionnaire

Pour chacune des possibilités de résultat d'inspection évoquées au paragraphe 5.1.4.4 et de défaillance évoquée au paragraphe 5.1.4.5, les coûts aux usagers et au gestionnaire sont calculés. Pour le gestionnaire, les coûts correspondent à ceux de la maintenance qui sont explicités au paragraphe 3.4. Le coût de la défaillance d'une combinaison d'ouvrages pour le gestionnaire est calculée à partir du coût de réhabilitation de cette combinaison multipliée par un coefficient  $\gamma$  qui rend compte du fait que le coût des actions de maintenance sont plus élevées car non anticipées par le gestionnaire. Pour les usagers, les coûts sont ceux calculés au paragraphe 4.3 à l'aide des simulations d'affectation de trafic. Les actions de maintenance des différentes combinaisons pouvant avoir des durées différentes, le coût aux usagers est calculé comme la

somme des coûts où les actions se superposent et des coûts où les actions ne se superposent pas. Il en est de même dans le cas d'une défaillance pour la combinaison  $\theta$  des ouvrages. L'expression mathématique des différents coûts est donnée à l'équation 5.18.

$$\begin{cases} C_{REP_g,\xi}^\theta = c_{rep_g,\xi}^\theta \\ C_{REP_u,\xi}^\theta = (c_{VL,rep,\xi}^\theta + c_{PL,rep,\xi}^\theta)d_{rep,\xi}^\theta \end{cases} \quad \begin{cases} C_{fg}^\theta = \gamma c_{reh_g}^\theta \\ C_{fu}^\theta = (c_{VL,f}^\theta + c_{PL,f}^\theta)d_f^\theta \end{cases} \quad (5.18)$$

avec  $d_f^\theta$ , la durée de la défaillance pour la combinaison d'ouvrages  $\theta \in \Theta(\omega)$  et  $d_{rep,\xi}^\theta$ , la durée de la maintenance de type  $\xi \in \Xi(\theta)$  pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  (les notations des équations 5.16 et 5.17 sont utilisées). L'approche du problème d'optimisation présentée dans ce paragraphe se base sur la minimisation du coût global, c'est à dire la minimisation de la somme des coûts aux usagers et des coûts du gestionnaire. Les coûts de la réparation de type  $\xi$  ( $\xi$  représentant une combinaison d'actions menées sur les différents ouvrages de la combinaison  $\theta$ ) sont alors définis comme la somme des coûts de réparation de type  $\xi$  des usagers et du gestionnaire. De même les coûts de défaillance de la combinaison  $\theta$  sont définis comme la somme des coûts de défaillance de cette combinaison pour les usagers et pour le gestionnaire. Cet aspect est défini de manière mathématique à l'équation 5.19.

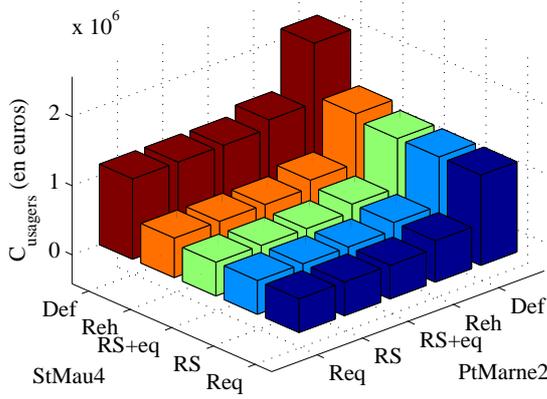
$$\begin{cases} C_{REP,\xi}^\theta = C_{REP_g,\xi}^\theta + C_{REP_u,\xi}^\theta \\ C_f^\theta = C_{fg}^\theta + C_{fu}^\theta \end{cases} \quad (5.19)$$

#### 5.1.5.4 Illustration des coûts aux usagers et au gestionnaire pour le réseau routier de l'Est de l'Île-de-France

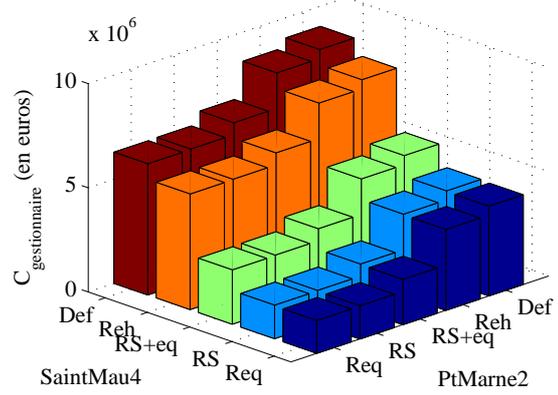
Les coûts des diverses actions de maintenance et de la défaillance sont illustrés à la figure 5.9 pour quelques paires d'ouvrages du réseau étudié. Ces coûts sont obtenus à l'aide de simulations d'affectation de trafic dont les principes sont détaillés au paragraphe 4.2 pour le modèle d'affectation du trafic et au paragraphe 4.4 pour l'application du modèle au réseau routier d'Île-de-France. Les simulations permettent de quantifier les coûts journaliers aux usagers lorsqu'une perte de capacité de trafic a lieu sur deux ouvrages simultanément, cette perte pouvant être la conséquence d'une action de maintenance d'équipement uniquement ( $R_{eq}$ ), d'une action de maintenance structurale préventive ( $R_S$ ), d'une action de maintenance structurale préventive accompagnée d'une action de maintenance d'équipement ( $R_{S+eq}$ ), d'une action de réhabilitation ( $R_{reh}$ ) ou encore d'une défaillance survenant sur l'ouvrage ( $Def$ ). Il est supposé que les actions de maintenance d'équipement, les actions de maintenance structurales et les actions de maintenance structurales et d'équipement entraînent une réduction de trafic de 30% (ce sont les durées de ces restrictions de trafic qui varient pour ces trois types de maintenance). Par ailleurs, une action de réhabilitation entraîne une réduction de trafic de 60% qui est portée à 90% dans le cas d'une défaillance. Les différents coûts sont donnés pour les combinaisons des ouvrages 3 et 4, des ouvrages 5 et 6 et des ouvrages 7 et 8.

#### 5.1.5.5 Prise en compte du taux d'actualisation

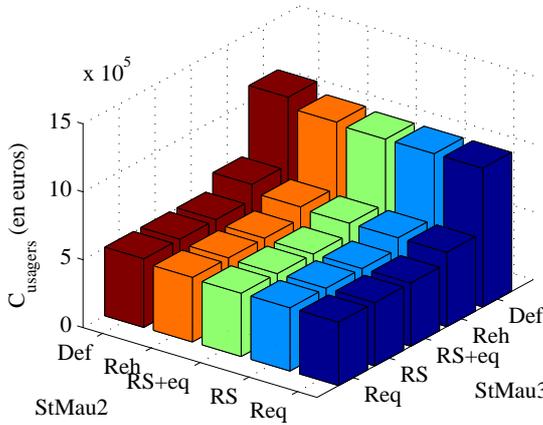
Le taux d'actualisation est une donnée propre à chaque pays, permettant d'influencer les stratégies d'investissement en fonction du risque financier encouru. Il permet de comparer le coût d'actions menées à des instants différents dans le temps. Dans les pays développés, les taux varient entre 2% (Suisse), 3% (Allemagne), 6-8% (USA, France, Grande-Bretagne), ces dernières valeurs étant souvent considérées comme trop élevées car repoussant de manière importante dans le temps tout investissement et limitant ainsi les plannings budgétaires à une



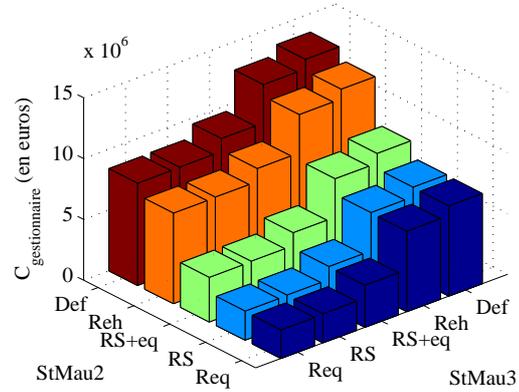
(a) Coûts aux usagers - ouvrages PtMarne2 et SaintMau4



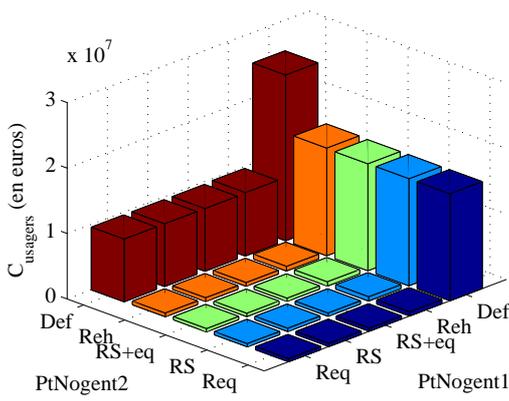
(b) Coûts au gestionnaire - ouvrages PtMarne2 et SaintMau4



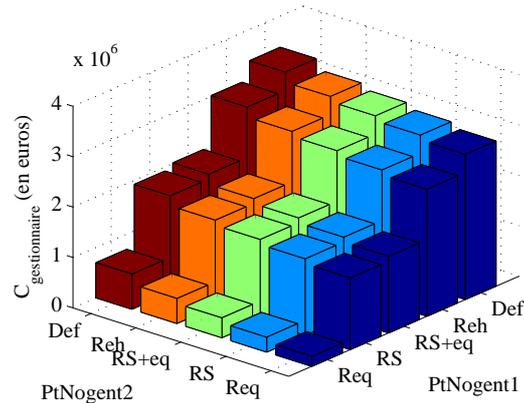
(c) Coûts aux usagers - ouvrages StMau2 et StMau3



(d) Coûts au gestionnaire - ouvrages StMau2 et StMau3



(e) Coûts aux usagers - ouvrages PtNogent2 et PtNogent1



(f) Coûts au gestionnaire - ouvrages PtNogent2 et PtNogent1

FIG. 5.9 – Coûts au gestionnaire et aux usagers pour des pertes de niveaux de service de combinaisons d'ouvrages du réseau d'Île-de-France

quarantaine d'années au maximum (5.10). La valeur choisie dans la suite de l'étude est fixée à 4%.

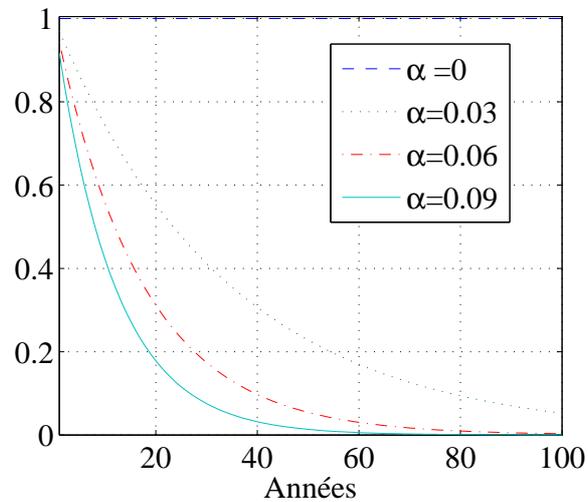


FIG. 5.10 – Influence du taux d'actualisation

## 5.2 Première formulation du problème d'optimisation

La première approche pour déterminer les stratégies de gestion optimales est de considérer un problème d'optimisation mono-objectif. Un tel problème peut être formulé de la manière suivante :

**Définition 5.1 (Problème d'optimisation mono-objectif)** *Trouver le vecteur  $\mathbf{x}^* = (x_1^* \ x_1^* \ \dots \ x_n^*)$  qui satisfasse les  $m$  contraintes d'inégalités et les  $p$  contraintes d'égalité suivantes :*

$$\kappa_i^1(\mathbf{x}) \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\kappa_i^2(\mathbf{x}) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$$

où  $\kappa_i^1$  et  $\kappa_i^2$  sont les contraintes exprimées sous forme mathématique qui minimisent ou maximisent la fonction  $f(\mathbf{x})$  sachant que  $\mathbf{x} = (x_1^* \ x_1^* \ \dots \ x_n^*)$  est le vecteur des variables de décision.

Comme il a été expliqué au paragraphe 5.1.3, dans un premier temps, les instants d'intervention sont recherchés de manière à minimiser le coût global moyen du planning de maintenance tout en respectant certaines contraintes sur la performance des ouvrages. Ce coût prend en compte tous les résultats d'inspection possibles en les pondérant par leur probabilité d'occurrence. Dans un deuxième temps, les instants d'intervention qui ont été déterminés précédemment sont fixés et le calcul d'optimisation se ramène à la recherche de la branche de l'arbre d'évènement du réseau d'ouvrages qui a le poids minimum tout en étant admissible par rapport aux contraintes. Le détail de cette démarche est proposé ci-après.

### 5.2.1 Recherche des instants d'interventions optimaux

Le problème d'optimisation relatif à la détermination des instants d'intervention optimaux est donné à l'équation 5.20. Il consiste à additionner les différents coûts pouvant intervenir jusqu'à l'instant  $T_f$  à la fois pour le gestionnaire et pour les usagers. Les différents instants considérés dans ce problème d'optimisation sont les instants d'inspection et les instants d'intervention.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}} C_{INT} \\
 \text{avec :} \\
 C_{INT} = \sum_{m=1}^N \left( \sum_{n=1}^{n_{insp}^m} \left\{ (C_{insp}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,n}^{insp}))) \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,n}^{insp}}} \right\} + \dots \right. \\
 \left. + \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} \sum_{\xi \in \Xi(\theta)} C_{REP,\xi}^{\theta} P_{REP,\xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int}) + \dots \right. \right. \\
 \left. \left. \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_f^{\theta} P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\
 \text{tel que :} \\
 \forall m = 1 \dots N, \forall n = 1 \dots n_{insp}^m, \beta^m(T_{m,n}^{insp}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})) > \beta_0^m \\
 \forall m = 1 \dots N, \forall l = 1 \dots n_{int}^m, \beta^m(T_{m,l}^{int}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) > \beta_0^m \\
 \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m
 \end{array} \right. \quad (5.20)$$

avec :

- $N$ , le nombre d'ouvrages,
- $n_{insp}^m$ , le nombre d'instant d'inspection pour l'ouvrage  $m$ ,
- $P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})$ , la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $m$  à la date d'inspection  $n$ ,
- $\Theta(\omega)$ , l'ensemble des combinaisons d'interventions simultanées (l'ordre  $\omega$  représente le nombre maximum d'ouvrages pouvant avoir recevoir une intervention en même temps : on considère par exemple des paires si  $\omega = 2$ , des  $n$ -uplets si  $\omega = n \dots$ ),
- $\Xi(\theta)$ , l'ensemble de tous les évènements possibles pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  (ces évènements étant les différents types d'actions de maintenance),
- $P_{REP,\xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  ait le type d'intervention  $\xi$  à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,
- $P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  présente une défaillance à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,
- $C_{insp}^m$ , le coût d'inspection de l'ouvrage  $m$ ,  $C_{REP,\xi}^{\theta}$  le coût de la combinaison de maintenance  $\xi$  pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  et  $C_{f,\xi}^{\theta}$  le coût de défaillance pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$ ,
- $\alpha$ , le taux d'actualisation,
- $\Phi^{-1}$  la fonction de répartition inverse de la loi normale,
- $IE^m(T_f)$ , l'indice d'état de l'ouvrage  $m$  à  $T_f$  la fin du planning, i.e. la probabilité de l'ouvrage d'être dans certaines classes IQOA non souhaitées à la fin du planning,
- $\beta_0^m$  et  $IE_0^m$ , respectivement l'indice de fiabilité minimum et l'indice d'état maximum pour l'ouvrage  $m$ .

Le problème d'optimisation considère la perte de niveau de service par paires d'ouvrages au maximum (Paragraphe 5.16). Cette restriction impose donc de ne jamais avoir plus de deux interventions sur des ouvrages la même année. Ainsi, la solution optimale déterminée est liée au choix de la taille maximale des combinaisons d'ouvrages. Par ailleurs, les probabilités de défaillance et de réparation d'une combinaison d'ouvrages sont calculées en utilisant la loi multinormale (Paragraphe C.4.3.2) et la « corrélation »  $\rho$  qui existe entre les ouvrages de la combinaison. Cette corrélation permet de rendre compte des similitudes et donc de la dépendance des événements intervenant sur des ouvrages de même nature. En effet, des ouvrages ayant eu les mêmes processus de fabrication, ayant été fabriqués avec le même type de matériau et ayant été construits à la même époque ont des probabilités d'occurrence d'événements simultanées plus fortes que si les ouvrages n'ont aucun point commun. L'objectif de la corrélation est alors de traduire la similitude entre les ouvrages de même nature. Par ailleurs, il est important de souligner que les probabilités de défaillance des ouvrages utilisées dans ce calcul sont instantanées. La probabilité de défaillance instantanée de l'ouvrage  $b$  à l'instant  $T_{m,l}^{int}$  est donc obtenue en soustrayant à  $P_{f,b}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $b$  à l'instant d'intervention ou d'inspection le précédant dans le planning. En effet, les probabilités de défaillance des ouvrages telles qu'elles ont été définies au paragraphe 5.1.4.5 se cumulent à chaque fois qu'un instant d'inspection ou d'intervention a lieu. Il faut donc opérer cette opération de soustraction pour chaque ouvrage afin de retrouver la probabilité de défaillance instantanée. La contrainte sur l'indice de fiabilité est liée au seuil de risque acceptable. Ce seuil est souvent variable d'un règlement à un autre, car il est fixé à partir de règlements existants (EC1 1993, CSA 2000, NKB 1987, JCSS 2000) (voir l'Annexe A des commentaires du code CAN/CAS-S6 qui présente succinctement cette procédure de calibration). Un exemple de définition de risque acceptable est proposé par Brühwiler & Bailey (2002). Pour toutes les situations de risques repérées, des catégories de risque sont déterminées, liées d'une part aux grandeurs des dommages induits et à l'importance économique de l'ouvrage. Ces catégories de risque permettent de définir des niveaux de sécurité caractérisés en probabilité de défaillance. Incidemment, les probabilités de défaillance acceptables seront différentes suivant les modes de défaillance concernés (Cremona 2005). Dans la thèse, plusieurs seuils de contrainte sont considérés pour caractériser leur influence sur le résultat du calcul d'optimisation. Une analyse plus fine sera nécessaire dans le cas d'une application totalement réaliste.

### 5.2.2 Illustration de la fonction $C_{INT}$ dans le cas du pont de Nogent

Dans ce paragraphe, la fonction  $C_{INT}$ , définie dans le problème d'optimisation à l'équation 5.20, est illustrée en prenant l'exemple du pont de Nogent (PtNogent1 et PtNogent2 à la figure A.4(c)). Dans cet exemple, tout est considéré comme si l'ouvrage était constitué de deux ponts juxtaposés pour chaque sens de circulation. Le profil de dégradation utilisé ici est linéaire (profil  $g_1$  dans l'équation 3.6) pour traduire le phénomène de fatigue du pont de Nogent qui est une structure mixte acier/béton. Par ailleurs, l'ouvrage est noté en 2E au début du planning avec une incertitude de 10% (90% de chances d'être en 2E, 5% de chances d'être en 2 et 5% de chances d'être en 3). La matrice de transition utilisée pour déterminer l'évolution de la probabilité d'être dans chacune des classes IQOA est la matrice  $P_3$  de l'équation 3.19. Les caractéristiques des paramètres définis dans l'équation 3.6 et intervenant dans le calcul de la marge de sécurité et de la marge d'évènement sont explicités dans le tableau 5.1.

Variable	Type de loi	Moyenne	Écart type
$R$	Normale	$\mu_R = 54$	$\sigma_R = 2$
$S$	Normale	$\mu_S = 40$	$\sigma_S = 2$
$a$	Normale	$\mu_a = 2.10^{-3}$	$\sigma_a = 2.10^{-4}$
$b$	Normale	$\mu_b = 1$	$\sigma_b = 10^{-2}$
Seuil $g_1^1$	Normale	$\mu_{g_1^1} = 0,95$	$\sigma_{g_1^1} = 1,5\% \times \mu_{g_1^1}$
Seuil $g_1^2$	Normale	$\mu_{g_1^2} = 0,90$	$\sigma_{g_1^2} = 1,5\% \times \mu_{g_1^2}$

TAB. 5.1 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation type du pont de Nogent

Par ailleurs, les coûts au gestionnaire pour chaque type d'intervention sur les ouvrages sont déterminés en utilisant les coûts surfaciques donnés par famille d'ouvrages Binet (1996) à la figure 3.11. Il est considéré dans la thèse que le coût des inspections est forfaitaire. Il est fixé par défaut à 3000 euros dans les différentes simulations présentées. Les caractéristiques générales des différentes actions de maintenance  $R_{eq}$ ,  $R_S$ ,  $R_{S+eq}$  et  $Reh$  sont données dans le tableau 5.2. Les coûts journaliers aux usagers et les coûts au gestionnaire sont illustrés respectivement par les figures 5.9(e) et 5.9(f).

Type de maintenance	Coût surfacique (en euros)	Réduction de la capacité du trafic	Délai de la réparation (en jours)
$R_{eq}$	35	30%	0,5
$R_S$	475	30%	2
$R_{S+eq}$	510	30%	5
$Reh$	870	60%	7
$Def$	$870 \times 1,15$	90%	10

TAB. 5.2 – Coûts de la maintenance

Les différents coûts intervenant dans l'expression de  $C_{INT}$  sont calculés pour les deux ouvrages PtNogent1 et PtNogent2 lorsqu'un seul instant d'intervention est prévu pour chacun de ces ouvrages et lorsque la durée du planning est fixée à 25 ans. Il est supposé que l'intervalle d'inspection est de six ans dans cet exemple et que la première inspection a lieu dès la première année. Les instants d'inspection sont donc effectués à 1 an, à 7 ans à 13 ans et à 20 ans.  $C_{INT}$  est fonction de deux variables qui sont respectivement l'instant d'intervention pour l'ouvrage PtNogent1 et celui pour l'ouvrage PtNogent2. La variation du coût d'inspection ( $C_{INS}$ ), du coût des réparations d'équipement ( $C_{Req}$ ), du coût des réparations structurales préventives ( $C_{RS}$ ), du coût des réparations structurales préventives accompagnées de maintenance d'équipement ( $C_{RS+eq}$ ), du coût de réhabilitation ( $C_{Reh}$ ), du coût de défaillance ( $C_f$ ) et du coût total ( $C_{INT}$ ) est illustrée respectivement par les figures 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.16 et 5.17. Pour chacun de ces coûts, trois cas sont à chaque fois considérés : dans le premier cas, la taille des combinaisons considérées est  $\omega = 1$  (Équation 5.17). Autrement dit, les coûts de gêne à l'utilisateur ne sont considérés que pour des pertes de niveau de service individuelles des ouvrages. Les pertes de service considérées ici correspondent à une restriction du trafic qui peut être de 30%, 60% ou 90% ; dans le deuxième cas, on a  $\omega = 2$  et  $\rho = 0$ . Les combinaisons d'ouvrages considérées incluent désormais les possibilités de perte de niveau de service pour deux ouvrages simultanément. Pour chaque ouvrage la restriction peut être de 30%, 60% ou 90% et les coûts

croisés pour les deux ouvrages sont inclus dans le coût total. La valeur  $\rho = 0$  signifie que les deux ouvrages ne sont pas corrélés. Cette valeur est utilisée dans le calcul des probabilités d'avoir une action de maintenance ou une défaillance sur plusieurs ouvrages en même temps (Paragraphe C.4.4); dans le troisième cas,  $\omega = 2$  et  $\rho = 100\%$ . Dans ce dernier cas, non seulement les paires d'ouvrages potentiellement défaillantes simultanément sont intégrées dans le coût, mais les ouvrages sont considérés comme parfaitement corrélés.

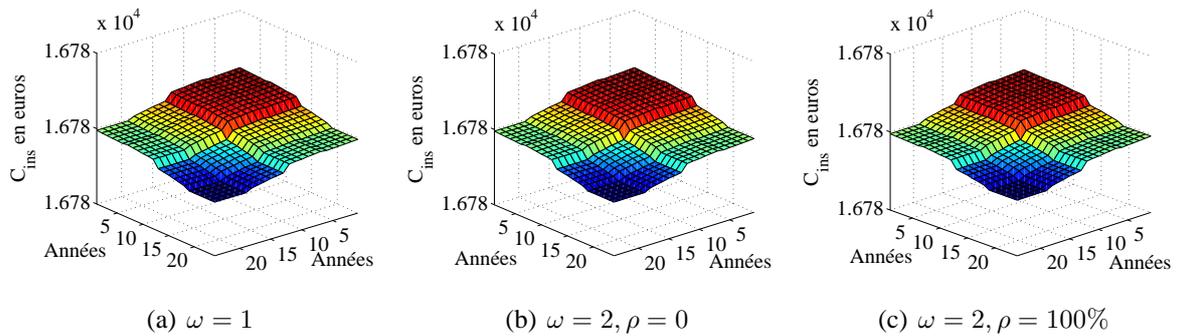


FIG. 5.11 – Coût d'inspection

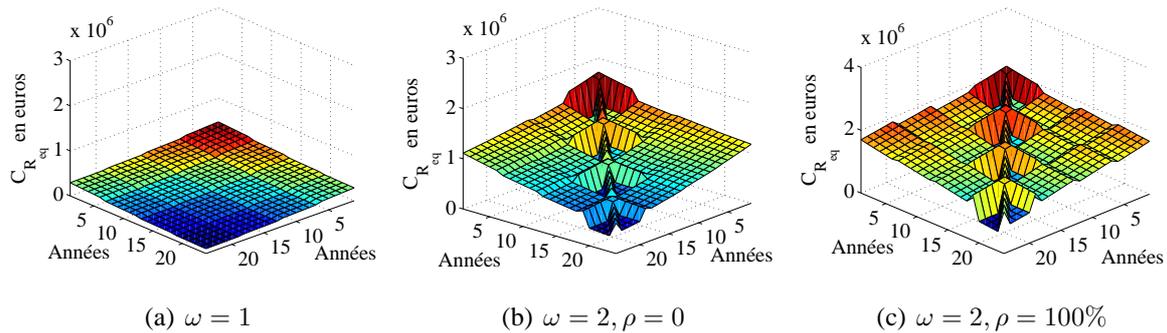


FIG. 5.12 – Coût de réparation d'équipement

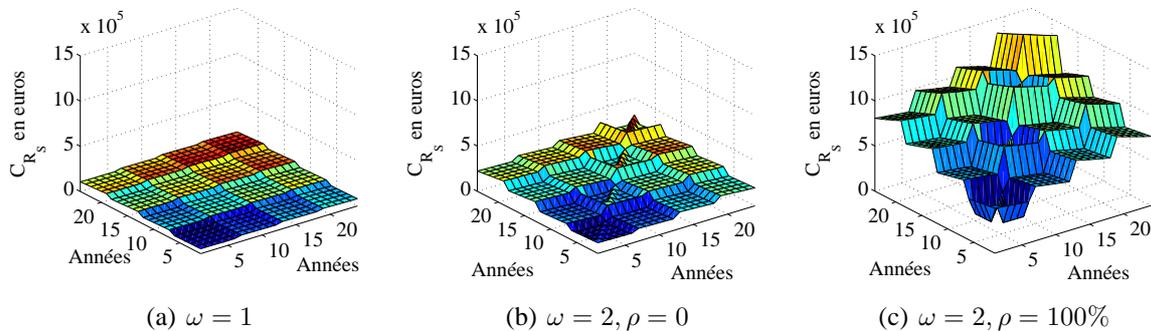


FIG. 5.13 – Coût de réparation de structure

L'exemple du Pont de Nogent permet de tirer quelques conclusions :

- la séparation du planning d'inspection et de réparation génère des discontinuités dans l'allure des différents coûts pour les différents instants d'intervention possibles. Ces discontinuités

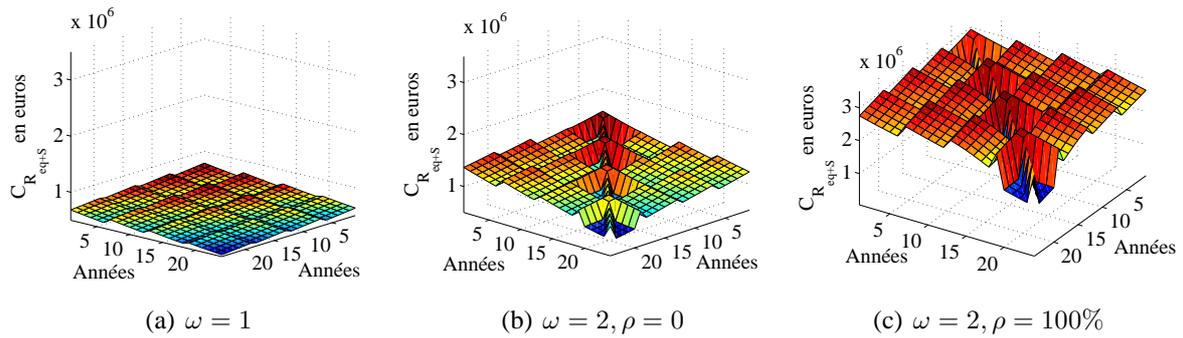


FIG. 5.14 – Coût de réparation d'équipement et de structure

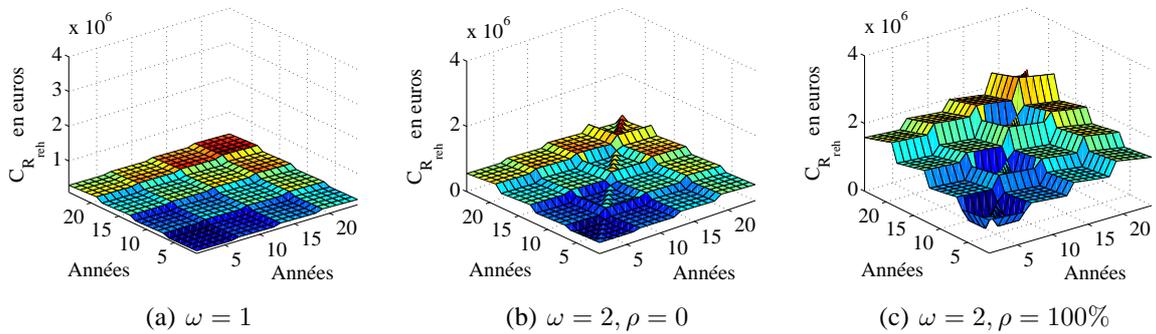


FIG. 5.15 – Coût de réhabilitation

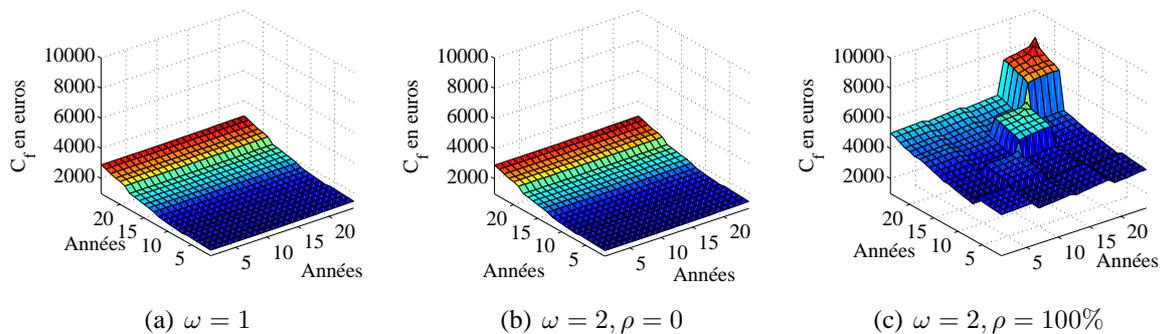


FIG. 5.16 – Coût de défaillance

sont dues à l'actualisation de l'information fournie au gestionnaire aux différents instants d'inspection. Le gestionnaire ne prend les décisions relatives aux actions de maintenance qu'en fonction de résultats qui peuvent dater de plusieurs années et qui sont actualisés aux différentes inspections de l'ouvrage ;

- l'évolution des différents coûts de maintenance n'est pas la même du fait de l'évolution de la probabilité d'avoir chacune de ces actions au cours du temps. Par exemple, les coût moyens d'avoir une maintenance d'équipement ou une maintenance structurale accompagnée d'une maintenance d'équipement diminuent au cours du temps (Figures 5.12 et 5.14). Au contraire, les coûts moyens d'avoir une maintenance structurale uniquement ou d'avoir une action de réhabilitation augmentent avec le temps (Figures 5.13 et 5.15). Cette différence s'explique par

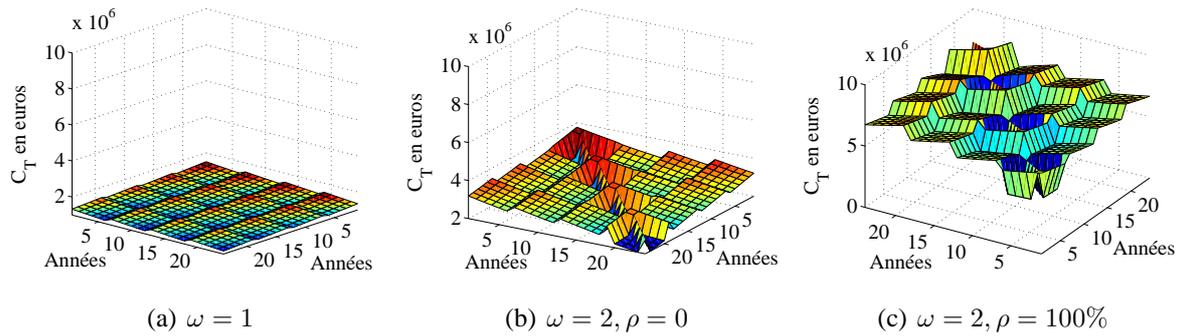


FIG. 5.17 – Coût total

- l'introduction de la notation IQOA et la probabilité de plus en plus faible d'être dans la classe 2E qui conditionne le plus la probabilité d'avoir une action de maintenance d'équipement ;
- l'allure du coût moyen total (Figure 5.17) est conditionnée par le poids que représente chaque coût sommé dans la fonction  $C_{INT}$ . L'allure finale peut alors avoir tendance à augmenter (Figure 5.17(b)) ou à diminuer (Figure 5.17(b)) avec le temps selon l'importance que prennent les différents coûts sommés dans  $C_{INT}$  ;
  - la prise en compte des combinaisons d'ouvrage (cas  $\omega = 2$  et  $\rho = 0$ ) a pour effet d'augmenter l'ensemble des coûts puisque de nouvelles combinaisons sont considérées. Le cas des coûts de la défaillance sont cependant à interpréter séparément. En effet, il n'y a pas de différence entre la figure 5.16(a) qui ne prend pas en compte les pertes de niveau de service simultanées des deux ouvrages et la figure 5.16(b) qui les prend en compte. Cette observation s'explique par le fait que si les ouvrages ne sont pas corrélés, la probabilité de défaillance simultanée revient à faire le produit des probabilités de défaillance individuelles des ouvrages. Si la probabilité de défaillance des ouvrages est chacune de l'ordre de  $10^{-6}$ , la probabilité de défaillance simultanée est alors de l'ordre de  $10^{-12}$ , ce qui explique pourquoi aucune différence n'est constatée vue l'ordre de grandeur des coûts aux usagers et au gestionnaire (Figures 5.9(e) et 5.9(f)) ;
  - la prise en compte de la corrélation (cas  $\omega = 2$  et  $\rho = 100\%$ ) modifie l'allure des différents coûts de la fonction  $C_{INT}$ . Elle modifie notamment l'allure des coûts de la défaillance (Figure 5.16(c)). En effet, la probabilité d'avoir une défaillance simultanée peut prendre des valeurs beaucoup plus importantes puisque si la corrélation est fixée à 100%, la probabilité d'avoir une défaillance simultanée est identique à la probabilité de défaillance individuelle des ouvrages.

### 5.2.3 Utilisation des algorithmes génétiques pour trouver les instants optimaux

Une procédure classique d'optimisation utilisant les algorithmes génétiques (Holland 1992) est utilisée pour trouver l'optimum du problème 5.20. Cette procédure est décrite dans l'annexe D. Ces algorithmes ont l'avantage d'être robustes, pratiques d'utilisation et d'avoir la possibilité de traiter des problèmes avec des variables discrètes, ce qui est le cas ici (on recherche des instants optimaux d'intervention exprimés en années). De plus, ces algorithmes ne nécessitent aucune information sur la fonction objectif (notamment sur sa continuité, sa dérivabilité ou sur l'expression de son gradient) comme c'est traditionnellement le cas pour d'autres techniques d'optimisation. Les variables du problème sont discrètes et ne peuvent varier qu'entre le début

du planning et l'instant  $T_f$  qui correspond à la fin du planning (fixé par défaut à 25 ans dans la thèse). Au cours des itérations de l'algorithme, les individus sont sélectionnés de manière à minimiser la fonction objectif  $C_{INT}$ . Étant donnée l'existence de contraintes, une méthode de pénalités est utilisée pour ne retenir que les solutions vérifiant l'ensemble des contraintes. Cette méthode est explicitée à l'aide des équations 5.21 et 5.22.

$$C_{CINT}(\mathbf{T}) = C_{INT}(\mathbf{T}) + \|\mathbf{C}(\mathbf{T})\| \quad (5.21)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{T}) = (s_1 \mathbf{c}_1 \dots s_{n_c} \mathbf{c}_{n_c})^t \quad (5.22)$$

avec  $\|\cdot\|$ , la norme euclidienne,  $\mathbf{T}$ , une solution des variables du problème,  $\mathbf{C}(\mathbf{T})$ , le vecteur contrainte associé à la solution  $\mathbf{T}$ . Ce vecteur regroupe l'ensemble des vecteurs  $\mathbf{c}_i$ ,  $i = 1, \dots, n_c$  associés aux différentes contraintes du problème d'optimisation, par exemple celles sur l'indice de fiabilité minimum ou sur l'indice d'état maximum dans le cas du problème 5.20. Les vecteurs  $\mathbf{c}_i$  sont multipliés par un coefficient  $s_i$ , ce qui a pour effet de privilégier certaines contraintes par rapport à d'autres. Par défaut, ces différents coefficients sont fixés à 1 dans la thèse. L'algorithme prend fin soit quand la fonction d'adaptation (coût de la meilleure solution à chaque itération) est restée stable pendant un nombre suffisant d'itérations  $N_0^i$ , soit quand un nombre limite d'itérations est atteint  $N_i^i$ . Par défaut,  $N_0^i$  et  $N_i^i$  sont respectivement fixés à 500 et 1000 itérations. Concernant les paramètres de base de l'algorithme génétique, la taille de la population considérée est de 81 individus. Par ailleurs, les taux de reproduction et de mutation sont fixés respectivement à 85% et à 5%.

#### 5.2.4 Recherche des actions de maintenance optimales

Les instants optimaux sont déterminés au paragraphe 5.2.1. Ils tiennent compte de tous les résultats possibles du calendrier d'inspection. Il s'agit maintenant de déterminer, pour cette solution d'instant, la solution d'actions de maintenances optimales qui minimise le coût total du planning d'interventions noté ici  $C_{REP}$ . Autrement dit, il s'agit de déterminer un chemin dans l'arbre d'évènement (illustré à la figure 5.7 pour les ouvrages  $b_1$  et  $b_2$ ) de coût minimal. Le problème d'optimisation permettant de déterminer ces actions optimales est donc un problème de recherche opérationnelle donné à l'équation 5.23 en utilisant les mêmes notations qu'à l'équation 5.20.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{r_1^1, \dots, r_{n_1}^1, \dots, r_1^N, \dots, r_{n_N}^N} C_{REP} \\ \text{avec :} \\ C_{REP} = \sum_{m=1}^N \left( \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ C_{REP, r_l^m}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_f^\theta P_f^\theta(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\ \text{tel que :} \\ \forall m = 1 \dots N, \forall l = 1 \dots n_{int}^m, \beta^m(T_{m,l}^{int}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) > \beta_0^m \\ \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m \end{array} \right. \quad (5.23)$$

avec  $r_l^m$  l'action de maintenance menée à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m$  qui tient compte du fait que des interventions sont peut-être programmées en même temps sur d'autres ouvrages. Il est à noter que le coût des inspections qui était présent dans le problème d'optimisation des instants d'intervention de l'équation 5.20 n'est plus considéré dans le problème d'optimisation des actions de maintenance de l'équation 5.23. En effet, les coûts d'inspection ne sont pas supposés influencer le choix des actions de maintenance.

### 5.2.5 Techniques d'optimisation pour trouver les actions optimales

Plusieurs techniques peuvent être choisies pour trouver le chemin de poids minimal. Une procédure classique de backtracking peut être utilisée : pour éviter de parcourir tout l'arbre, les branches sont comparées. Cela conduit soit à une violation de la contrainte sur l'indice de fiabilité ou sur l'indice d'état, soit à un coût supérieur au coût du dernier planning trouvé. Une procédure utilisant les algorithmes génétiques peut également être choisie. Cette procédure est celle qui est utilisée par la suite pour trouver les actions de maintenance optimales. De même que pour le problème 5.20, les variables sont discrètes et peuvent prendre un nombre fini de valeurs. Les différentes valeurs sont les suivantes : 1 pour la décision « ne rien faire » (RF), 2 pour la décision « faire uniquement de la maintenance d'équipement » ( $R_{eq}$ ), 3 pour la décision « faire uniquement de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ), 4 pour la décision « faire à la fois de la maintenance structurale préventive et de la maintenance d'équipement » ( $R_{S+eq}$ ), et 5 pour la décision « faire une action de réhabilitation » (Reh). De même qu'au paragraphe 5.2.3, la méthode des pénalités est utilisée pour écarter les solutions ne vérifiant pas l'ensemble des contraintes. Concernant les valeurs caractéristiques des algorithmes génétiques (taille de la population, probabilité de croisement, etc.) les valeurs sont les mêmes que celles utilisées au paragraphe 5.2.3.

### 5.2.6 Influence des contraintes sur l'indice de fiabilité et sur l'indice d'état

Dans ce paragraphe, l'ensemble des huit ouvrages introduits au paragraphe 3.5 est considéré et l'instant optimal de la prochaine intervention est recherché pour chacun des ouvrages. Les processus de dégradation des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice (StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4) et du pont sur la Marne (PtMarne1, PtMarne2) obéissent à un profil de dégradation de type  $g_2$  (Équation 3.6), ce qui permet de traduire des pertes de performance vis-à-vis de la durabilité du matériau béton soumis à de la carbonatation. Enfin, le profil de dégradation  $g_3$  est utilisé pour traduire une perte d'aptitude au service de l'ouvrage du pont de Nogent (PtNogent1 et PtNogent2) du fait de la fissuration du béton par la corrosion des armatures. Par ailleurs, tous les ouvrages sont notés en 2E au début du planning avec un intervalle de confiance de 10% (90% de chances d'être en 2E, 5% de chances d'être en 2 et 5% de chances d'être en 3) sauf pour le pont sur la Marne qui est noté en 3 (90% de chances d'être en 3, 5% de chances d'être en 2E et 5% de chances d'être en 3U).

La matrice de transition utilisée pour les poutres caissons en béton précontraint est la matrice  $P_4$  de l'équation 3.19 (ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice et pont sur la Marne). La matrice de transition utilisée pour le pont de Nogent est la matrice  $P_3$  (assemblage mixte). Les caractéristiques des paramètres adimensionnels définis dans l'équation 3.6 et intervenant dans le calcul de la marge de sécurité sont explicités dans le tableau 5.3. Les contraintes portent à la fois sur l'indice de fiabilité minimum, qui doit rester supérieur à 3,3 pour l'ensemble des

Ouvrage	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
StMau1	56	2	40	2	$1, 1.10^{-3}$	$1, 1.10^{-4}$
PtMarne1	56	2	40	2	$1, 0.10^{-3}$	$1, 0.10^{-4}$
PtMarne2	55	2	40	2	$0, 8.10^{-3}$	$0, 8.10^{-4}$
StMau4	56	2	40	2	$1, 1.10^{-3}$	$1, 1.10^{-4}$
StMau3	56	2	40	2	$1, 3.10^{-3}$	$1, 3.10^{-4}$
StMau2	58	2	40	2	$1, 5.10^{-3}$	$1, 5.10^{-4}$
PtNogent1	56	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
PtNogent2	56	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$

TAB. 5.3 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation des huit ouvrages

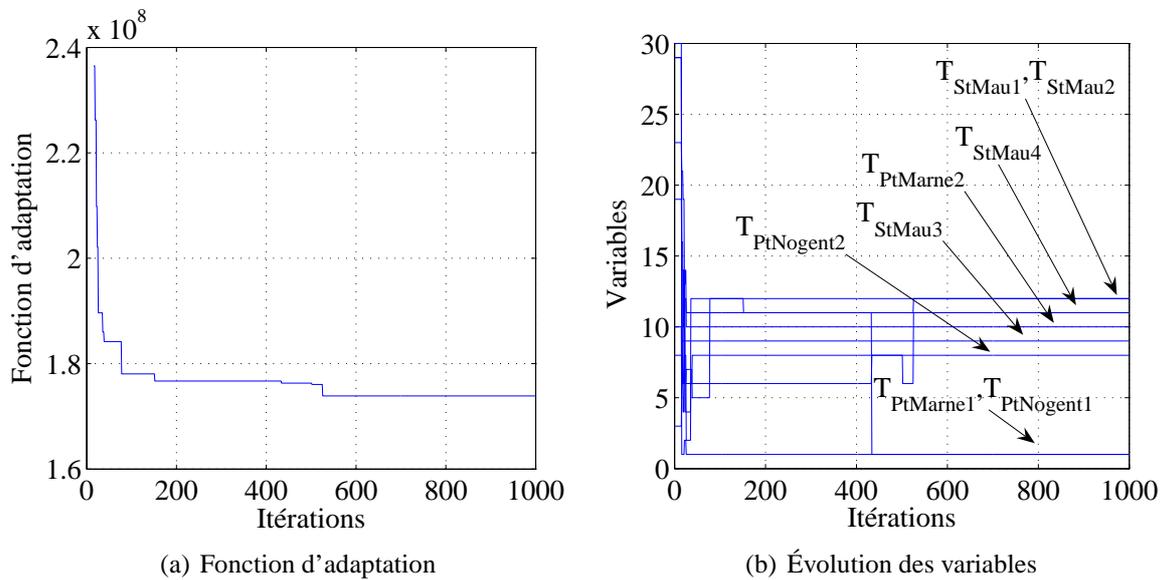


FIG. 5.18 – Convergence de l'algorithme

ouvrages, et sur l'indice d'état IE correspondant dans ce paragraphe à la probabilité d'être en 3U à la fin du planning, qui doit rester inférieure à 3% pour les échangeurs de Saint Maurice et le pont de Nogent (les deux sens de circulation sont distingués) et inférieure à 30% pour le pont sur la Marne. Le problème ne considérant que les combinaisons d'ouvrages défaillants de taille 2 au maximum, la contrainte consistant à ne pas avoir plus de deux interventions la même année est également ajoutée (Paragraphe 5.2). Dans la suite de la thèse, cette contrainte est systématiquement appliquée dès lors que le nombre d'ouvrages est supérieur à 2, étant donné que le calcul considère les combinaisons d'ouvrages de taille 2 en plus des pertes de niveau de service individuelles des ouvrages. La convergence de l'algorithme vers la solution optimale est donnée à titre d'illustration à la figure 5.18 (le critère d'arrêt est d'atteindre 1000 itérations). La figure 5.18(a) représente l'évolution de la fonction d'adaptation, i.e. le coût de la meilleure solution au cours des itérations. La figure 5.18(b) donne l'évolution de la solution optimale au cours des itérations. Au bout de 1000 itérations, la solution optimale donnant l'instant d'intervention pour chacun des huit ouvrages est stockée dans le vecteur  $T_{opt/années} = (12 \ 1 \ 10 \ 11 \ 9 \ 12 \ 8 \ 1)$ . Ces instants d'intervention sont ensuite fixés et le nouveau problème d'optimisation de l'équation 5.23, relatif à la recherche des actions optimales,

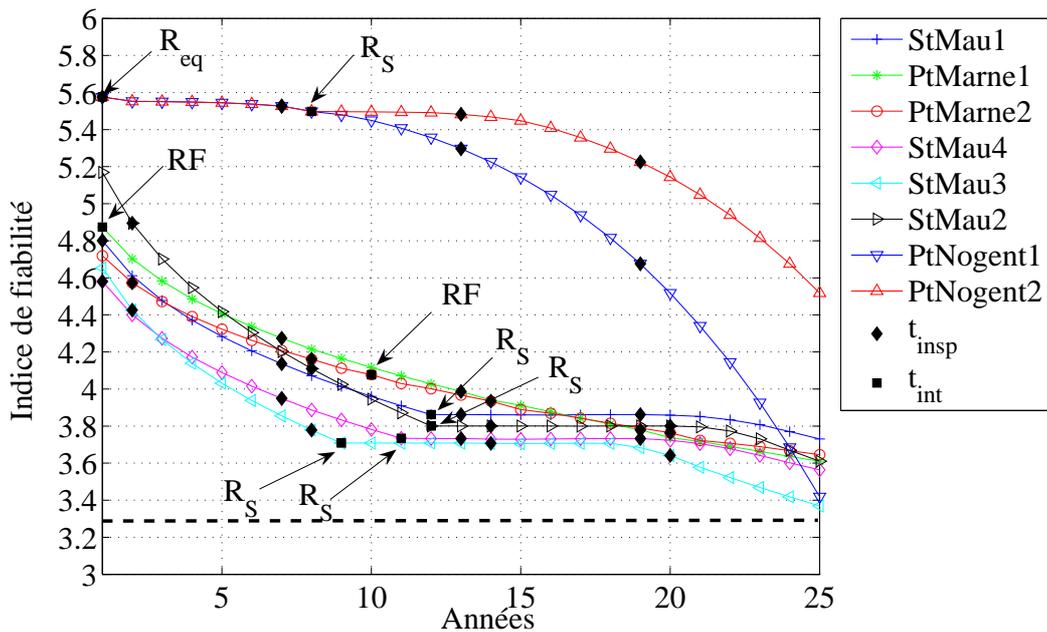


FIG. 5.19 – Évolution de l'indice de fiabilité des huit ouvrages du réseau

est abordé. L'algorithme converge au bout de 1000 itérations vers la solution  $r_{opt} = (3 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 3)$ , ce qui signifie avec les conventions établies au paragraphe 5.2.5 que  $r_{opt} = (R_S \ RF \ RF \ R_S \ R_S \ R_S \ R_{eq} \ R_S)$ . Le calendrier de maintenance permettant de visualiser l'évolution de l'indice de fiabilité des huit ouvrages est alors donné à la figure 5.19.

L'évolution de la note IQOA probabilisée des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice est donnée à la figure 5.20. Celle pour les ouvrages du pont sur la Marne est donnée à la figure 5.21 et celle du site du pont de Nogent est donnée à la figure 5.22. Pour chaque figure relative à l'évolution de l'état IQOA, l'impact sur la répartition dans chaque classe IQOA est repéré par une ellipse en pointillés. La résolution du problème d'optimisation permet donc de trouver les solutions qui respectent à la fois des contraintes sur l'indice de fiabilité et des contraintes sur l'indice d'état des ouvrages. La figure 5.23 détaille l'évolution du coût cumulé (actualisé) pour le gestionnaire du réseau d'ouvrages (Figure 5.23(a)) et pour les usagers du réseau de transport (Figure 5.23(b)). Cette information permet de savoir d'une part quel est le montant total subit par le gestionnaire et par les usagers à la fin du planning et d'autre part de quantifier les instants pour lesquels un effort financier est nécessaire, du point de vue du gestionnaire, et les instants pour lesquels des perturbations du réseau sont à prévoir.

Le même problème est considéré mais la contrainte sur l'indice d'état IQOA est maintenant retirée. La seule contrainte porte donc sur l'indice de fiabilité minimum. Le résultat du calendrier d'intervention est alors donné à la figure 5.24. La suppression de la contrainte sur l'indice d'état des ouvrages a pour conséquence de modifier tous les instants d'intervention d'une part et le résultat des actions de maintenance optimales d'autre part. Les actions de maintenance structurales préventives qui étaient nécessaires pour les ouvrages StMau1 et PtNogent2 ne le sont plus désormais. De même, la réparation d'équipement est supprimée

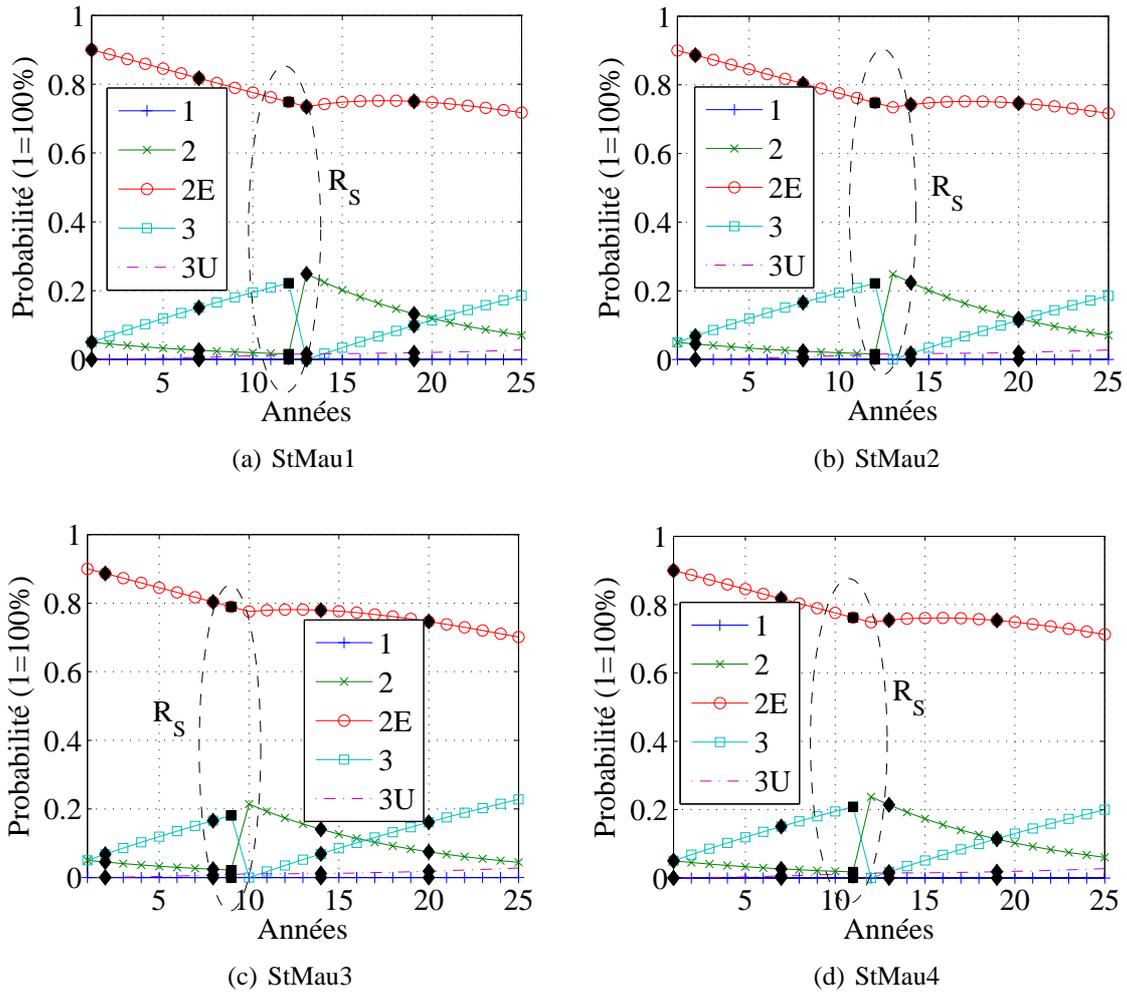


FIG. 5.20 – Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice

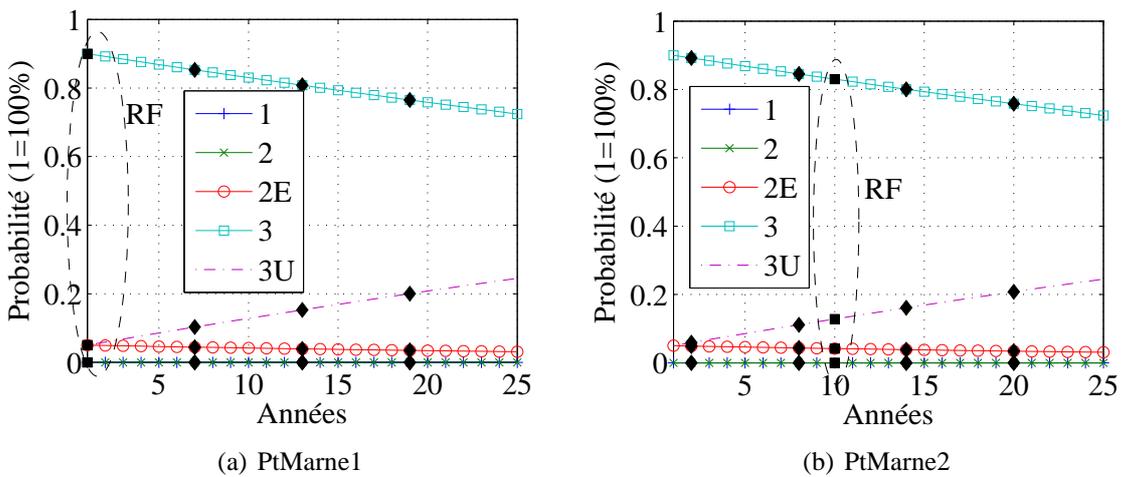


FIG. 5.21 – Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages du pont sur la Marne

pour l'ouvrage PtNogent1. La dépendance du résultat du calendrier de maintenance est donc fortement dépendante du choix et du niveau des contraintes.

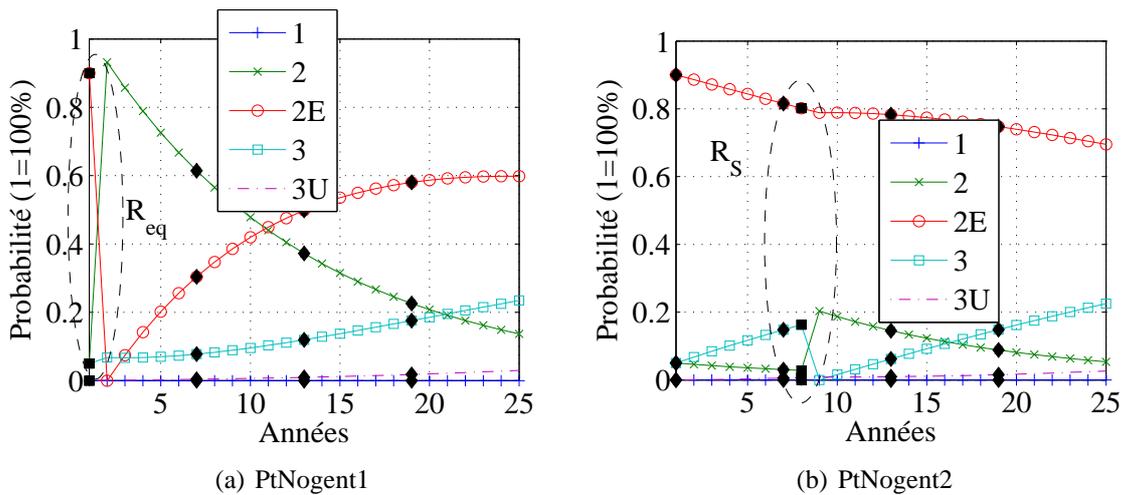


FIG. 5.22 – Évolution de l'état IQOA pour les ouvrages du pont de Nogent

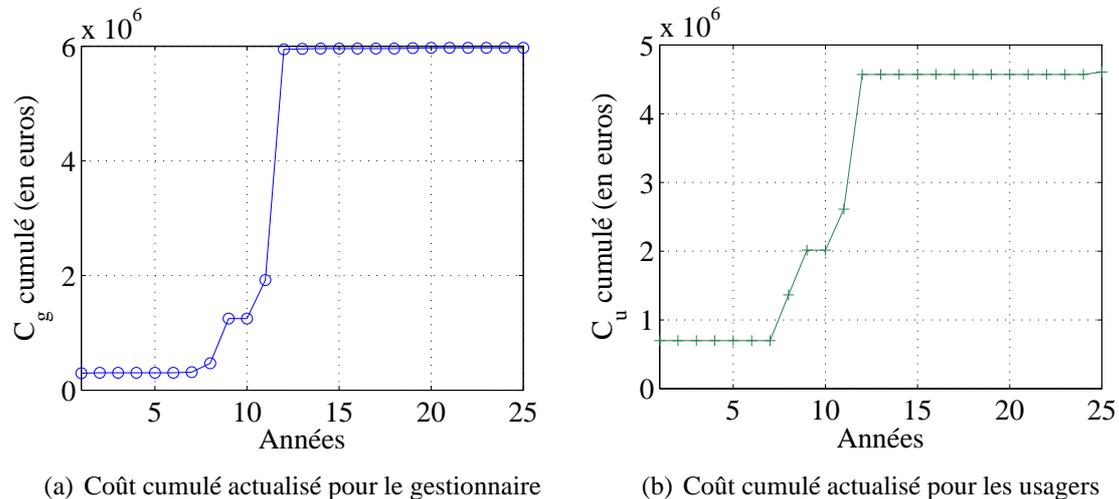


FIG. 5.23 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

### 5.2.7 Influence de la présence d'autres ouvrages

Le même problème qu'au paragraphe 5.2.6 est considéré en prenant les contraintes à la fois sur l'indice de fiabilité et sur l'indice d'état de l'ouvrage. Le problème est cependant abordé d'une autre manière car l'instant optimal est recherché pour chacun des ouvrages en faisant à chaque fois l'hypothèse que tous les autres ouvrages du réseau sont toujours parfaitement opérationnels. Le nouveau calendrier donnant l'évolution des indices de fiabilité est donné à la figure 5.25. Mis à part l'ouvrage PtNogent1 pour lequel l'action de maintenance qui était une réparation d'équipement devient une action structurale préventive, l'ensemble des actions de maintenance reste inchangé par rapport à celui illustré par la figure 5.19. Cependant, les instants d'intervention ne sont plus les mêmes. Le nombre d'ouvrages qui subit une intervention entre 6 et 8 ans a fortement augmenté (six à la figure 5.25 contre un seul à la figure 5.19). Le fait de considérer les ouvrages individuellement amoindrit l'effet réseau. Des ouvrages qui ont un profil de dégradation similaire risquent donc de subir des interventions tous au même moment, ce qui peut finalement s'avérer néfaste vis-à-vis du fonctionnement global du réseau de transport.

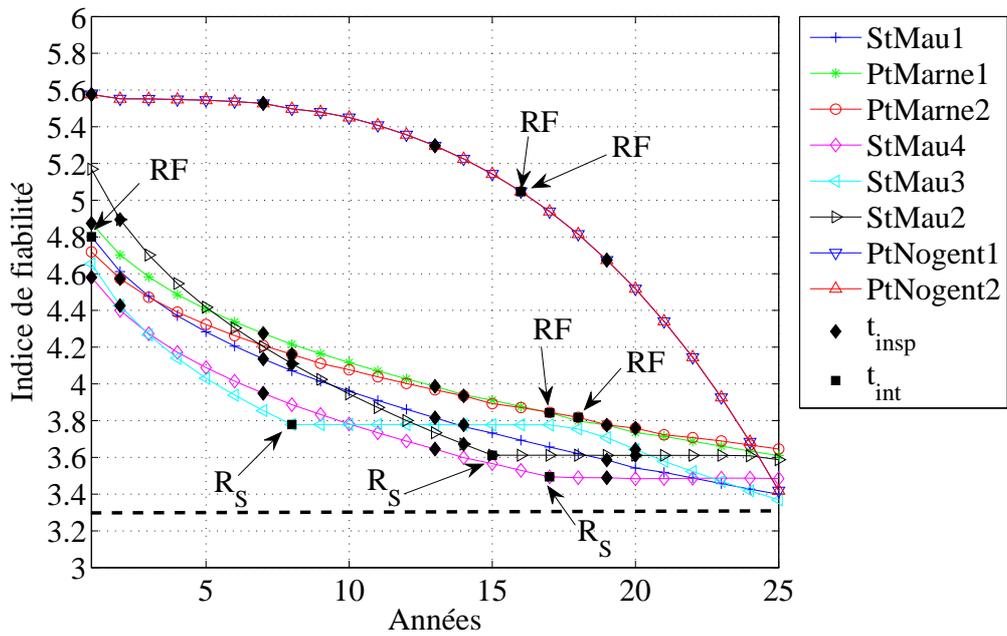


FIG. 5.24 – Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

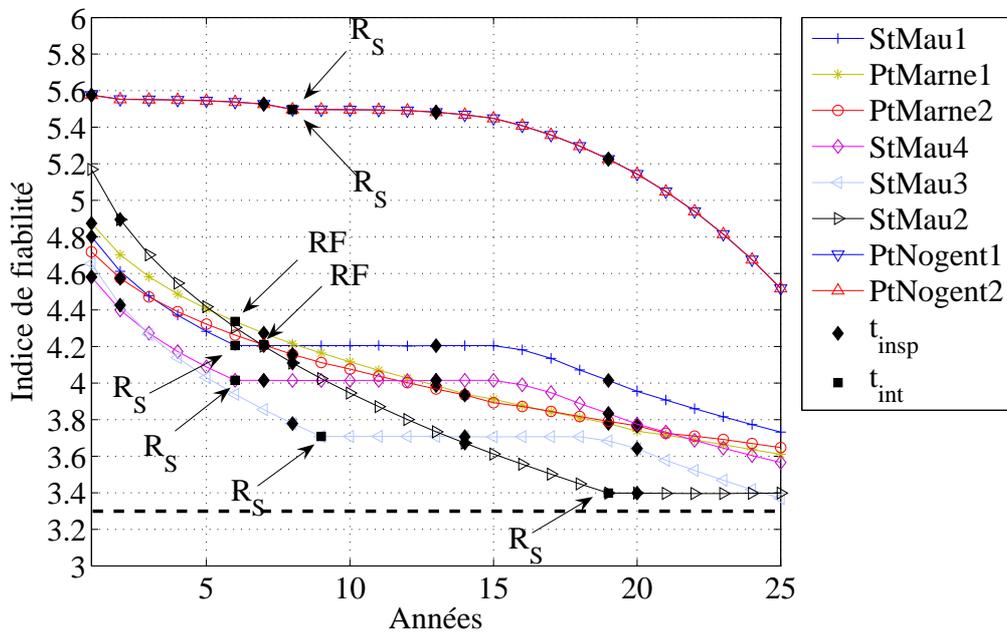


FIG. 5.25 – Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

### 5.2.8 Influence des profils de dégradation des ouvrages

De même qu'aux paragraphes précédents, l'ensemble des huit ouvrages introduits au paragraphe 3.5 est considéré et l'instant optimal de la prochaine intervention est recherché pour chacun des ouvrages.

Ouvrage	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
StMau1	56	2	40	2	$1, 1.10^{-3}$	$1, 1.10^{-4}$
PtMarne1	56	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
PtMarne2	56	2	40	2	$1, 7.10^{-3}$	$1, 7.10^{-4}$
StMau4	56	2	40	2	$1, 1.10^{-3}$	$1, 1.10^{-4}$
StMau3	56	2	40	2	$0, 9.10^{-3}$	$0, 9.10^{-4}$
StMau2	58	2	40	2	$1, 5.10^{-3}$	$1, 5.10^{-4}$
PtNogent1	54	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
PtNogent2	54	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$

TAB. 5.4 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation des huit ouvrages

Le calcul est effectué dans ce paragraphe en changeant les profils types de dégradation des ouvrages. En effet, les profils types pour les ouvrages du pont sur la Marne (PtMarne1, PtMarne2) obéissent désormais à un profil de dégradation de type  $g_3$  (Équation 3.6) pour traduire une perte d'aptitude au service de l'ouvrage du fait de la fissuration du béton par la corrosion des armatures (Figure B.2). Concernant le pont de Nogent, le profil de dégradation est désormais linéaire (profil  $g_1$ ) et traduit la fatigue de la structure métallique sous chargements cycliques (Paragraphe B.2). Enfin le profil de dégradation  $g_2$  est encore utilisé pour les ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice. Le phénomène modélisé est alors celui des pertes de précontrainte par effets différés. Concernant la notation IQOA, les ouvrages ont la même probabilité de se trouver dans chacune des classes IQOA à l'instant initial du planning qu'au paragraphe 5.2.6 et les matrices de vieillissement des ouvrages sont conservées. Les caractéristiques des paramètres adimensionnels définis dans l'équation 3.6 et intervenant dans le calcul de la marge de sécurité sont explicités dans le tableau 5.4.

Les contraintes portent uniquement sur l'indice de fiabilité des ouvrages. Le seuil minimal est le même pour tous les ouvrages. Que ce soit pour les pertes de précontraintes, la perte d'aptitude au service des ponts poutres caissons en béton précontraint ou la dégradation par fatigue sous chargement cyclique, l'indice de fiabilité doit rester au dessus de 3,6.

L'évolution de la fonction d'adaptation au cours de la détermination des instants optimaux d'intervention, à l'aide du problème de l'équation 5.20, est donnée à la figure 5.26(a). L'évolution des différentes variables qui constituent l'ensemble des instants d'intervention est par ailleurs montrée à la figure 5.26(b).

Au bout de 2000 itérations, la solution optimale donnant l'instant d'intervention pour chacun des huit ouvrages est stockée dans le vecteur  $T_{opt}/\text{années} = ( 2 \ 24 \ 5 \ 3 \ 5 \ 6 \ 4 \ 4 )$ . Ces instants d'intervention sont ensuite fixés et le nouveau problème d'optimisation de l'équation 5.23, relatifs à la recherche des actions optimales, est abordé. De même que pour la recherche des instants optimaux, les évolutions de la fonction d'adaptation du problème de recherche des actions optimales et des composantes de la solution optimales sont respectivement montrées aux figures 5.27(a) et 5.27(b). L'algorithme converge au bout de 500 itérations vers la solution  $r_{opt} = ( 3 \ 3 \ 1 \ 3 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1 )$ , ce qui signifie avec les conventions établies au paragraphe 5.2.5 que  $r_{opt} = ( R_S \ R_S \ R_F \ R_S \ R_F \ R_S \ R_F \ R_F )$ .

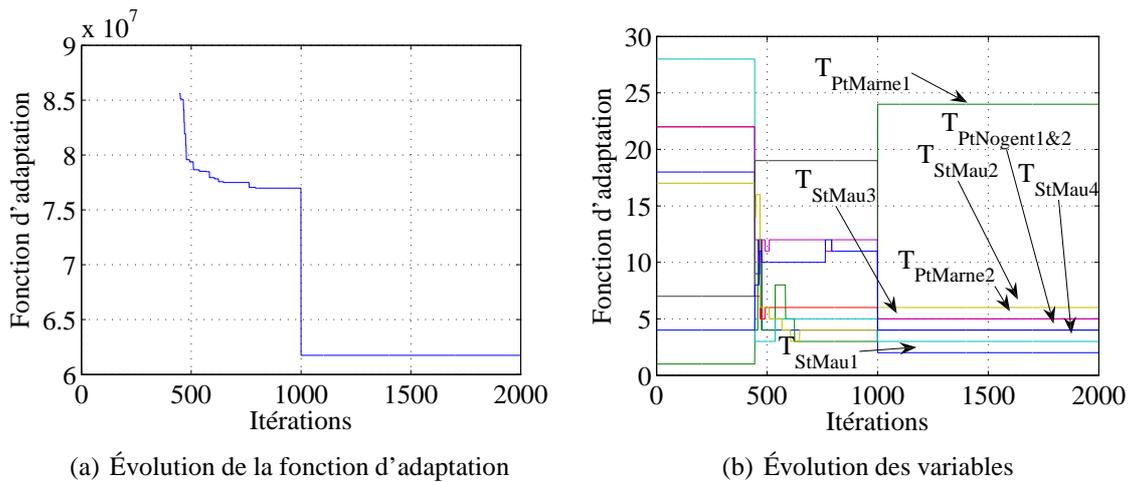


FIG. 5.26 – Convergence de l’algorithme pour la recherche de l’instant optimal d’intervention pour chaque ouvrage

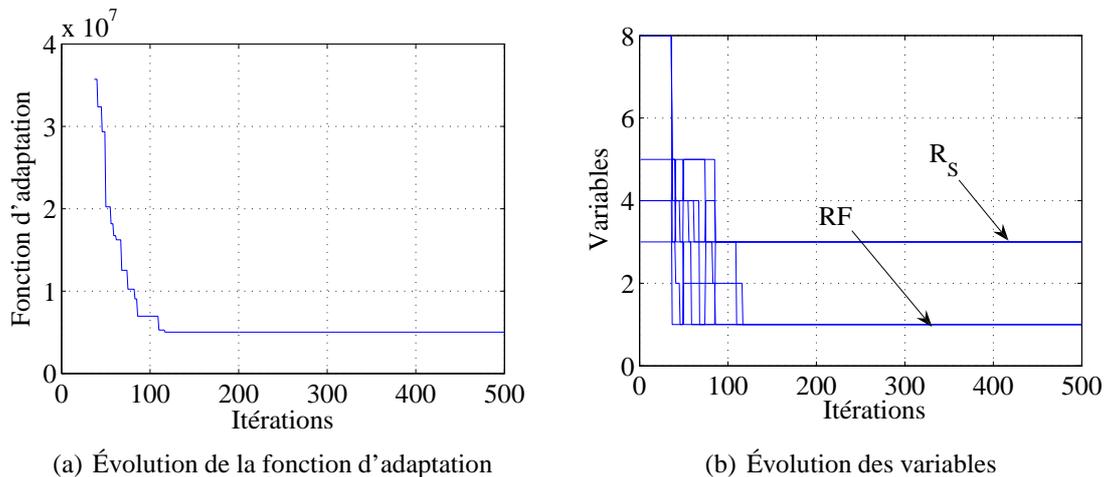


FIG. 5.27 – Convergence de l’algorithme pour la recherche de l’action optimale de maintenance pour chaque ouvrage

Le calendrier de maintenance permettant de visualiser l’évolution de l’indice de fiabilité des huit ouvrages est alors donné à la figure 5.28. Il est visible sur cette courbe que les contraintes sur l’indice de fiabilité différenciées par famille d’ouvrages sont bien respectées. L’évolution de la note IQOA probabilisée des ouvrages du pont sur la Marne est donnée à la figure 5.31. Celle du site du pont de Nogent est donnée à la figure 5.30 et celle pour les ouvrages de l’échangeur de Saint Maurice est donnée à la figure 5.29. Le coût cumulé actualisé du planning au cours du temps est donné aux figures 5.32(a) et 5.32(b) et permet de quantifier le coût du planning respectivement pour le gestionnaire et les usagers. Finalement, l’introduction de nouveaux profils de dégradation change complètement le type de calendrier de maintenance optimal.

Le calcul est effectué pour la même configuration du réseau mais en changeant uniquement le seuil de la contrainte sur l’indice de fiabilité qui est désormais fixé à 3,8 pour tous les ouvrages. Ce seuil de contrainte est celui recommandé par les Eurocodes à 50 ans. Pour ce seuil de contrainte, le calendrier de maintenance des ouvrages est déterminé dans le cas où une intervention est prévue et dans le cas où deux interventions sont prévues sur chaque ouvrage

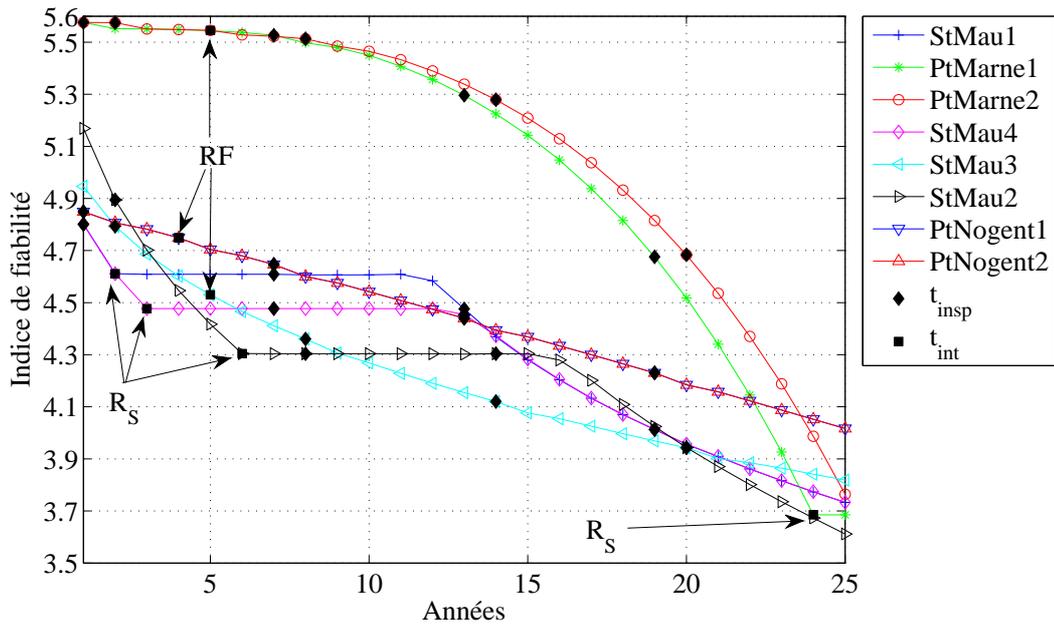


FIG. 5.28 – Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

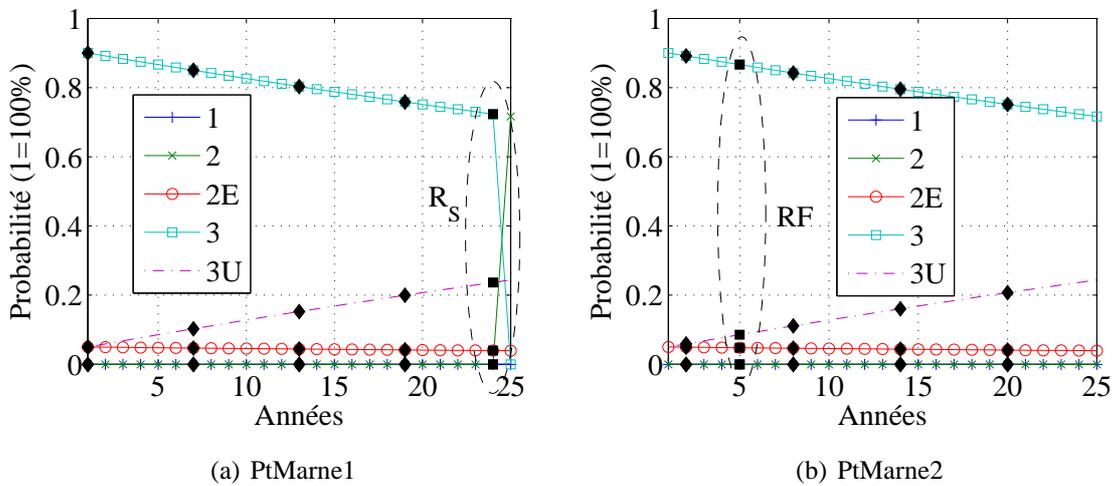


FIG. 5.29 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont sur la Marne

du réseau. La résolution du problème de l'équation 5.20 permet de déterminer les instants d'intervention optimaux et la résolution du problème de l'équation 5.23 permet de trouver l'ensemble des interventions de coût minimal. Le calendrier de maintenance, obtenu pour une intervention sur chaque ouvrage, est donné à la figure 5.33, et celui pour deux interventions est donné à la figure 5.34. Il est possible de vérifier que l'indice cible 3,8 est bien respecté sur l'ensemble du planning dans les deux cas de figure. Par ailleurs, les coûts cumulés actualisés pour le gestionnaire et les usagers, sont donnés respectivement à la figure 5.35(a) et 5.35(b) pour le cas où il n'y a qu'une seule intervention par ouvrage et le cas où il y a deux interventions par ouvrage. L'augmentation des instants d'intervention permet de respecter le seuil de 3,8 sans

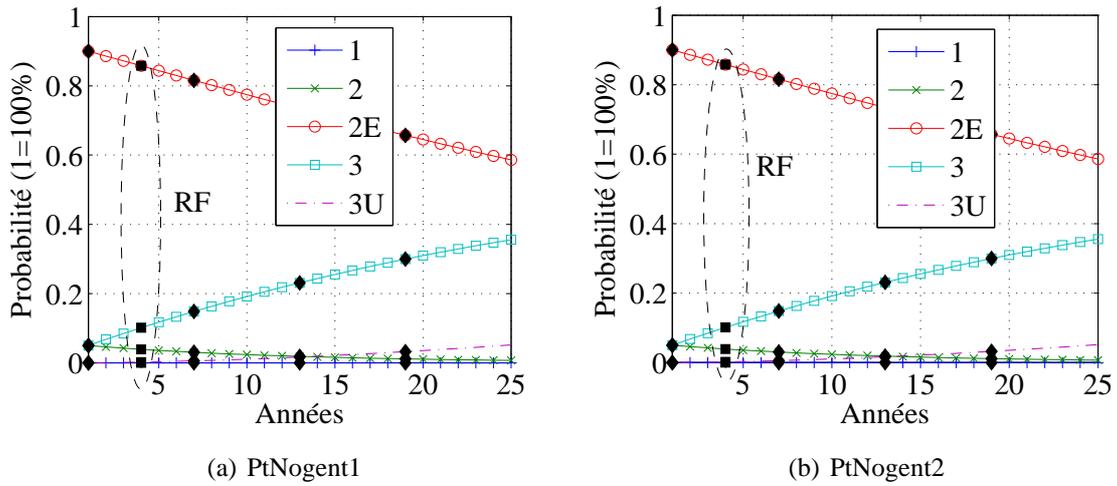


FIG. 5.30 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages du pont de Nogent

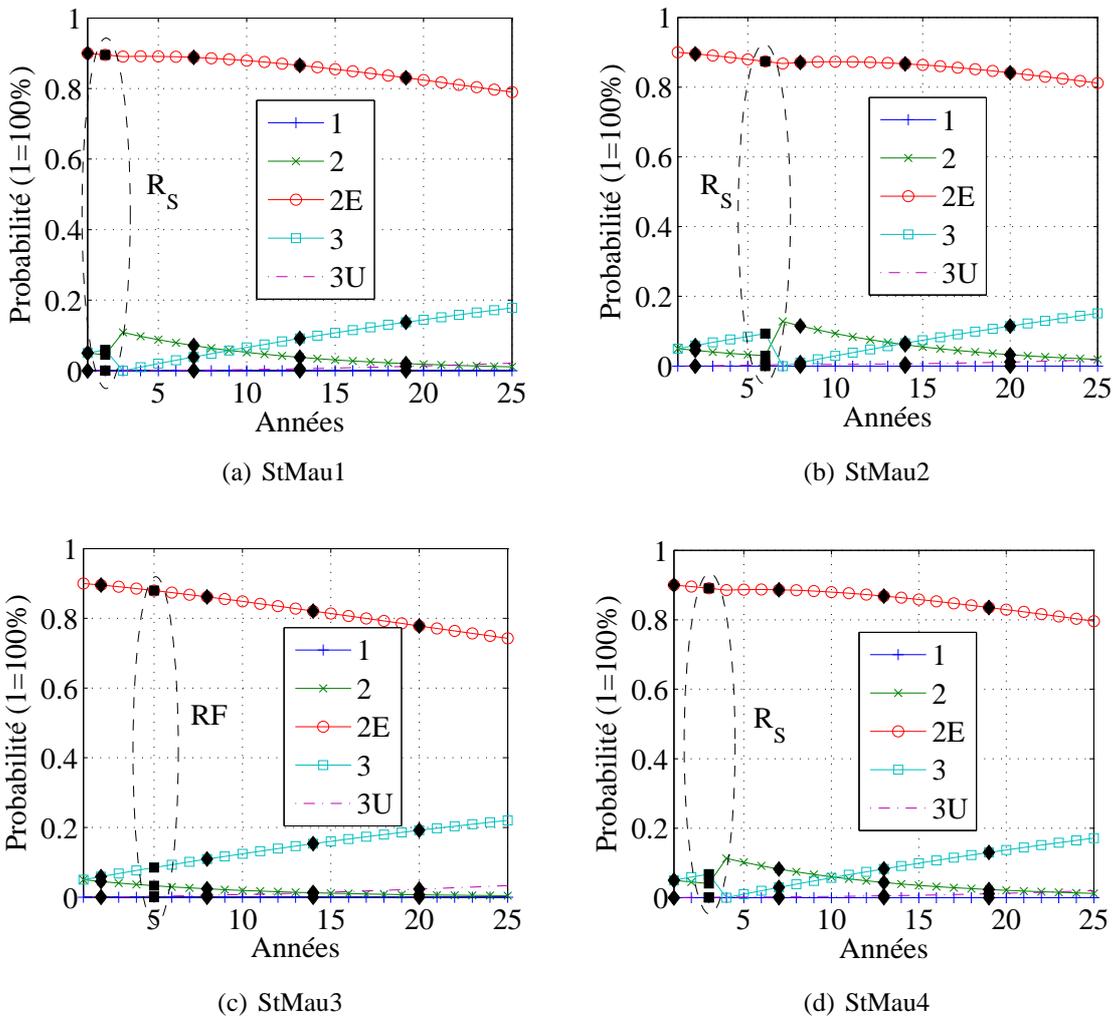


FIG. 5.31 – Évolution de l'état IQOA probabilisé des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice

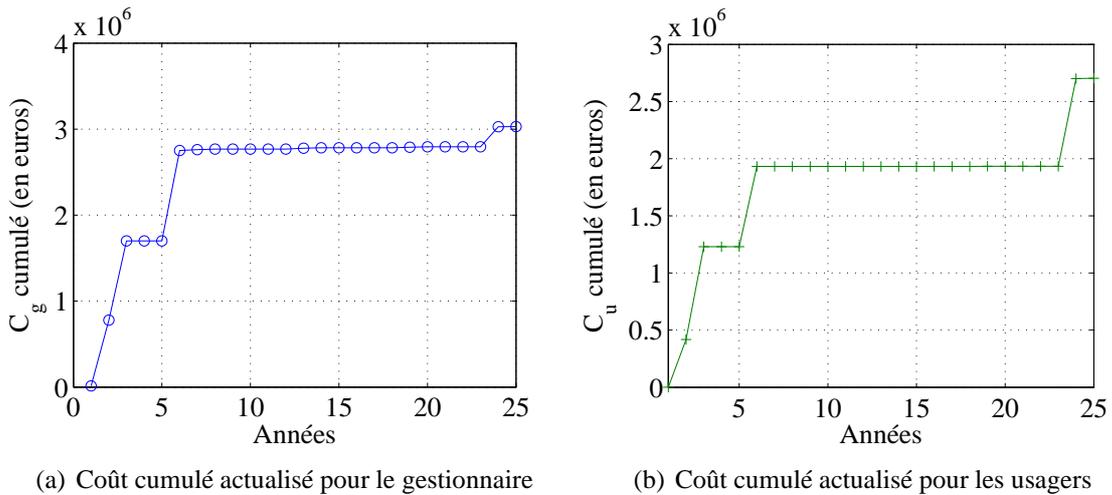


FIG. 5.32 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

avoir à envisager de très lourdes actions de réhabilitation mais seulement des actions structurales préventives, et donc d'avoir des coûts cumulés actualisés plus faibles à la fois pour les usagers et pour le gestionnaire.

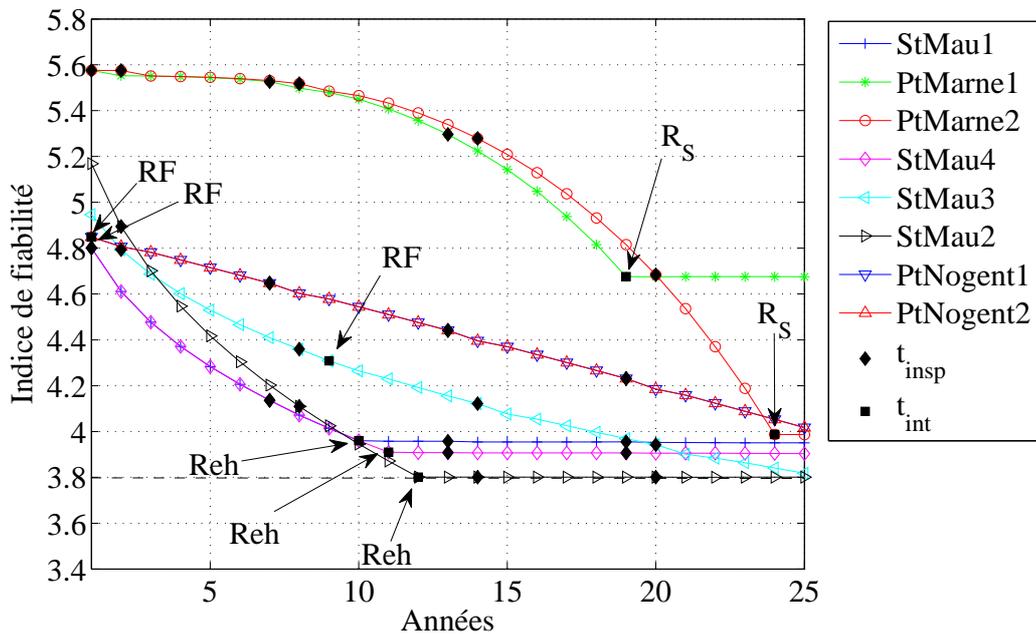


FIG. 5.33 – Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau

### 5.2.9 Influence des intervalles d'inspection sur les choix du gestionnaire

Le choix de l'intervalle entre deux inspections influence l'ensemble du processus décisionnel mené par le gestionnaire. En effet, les résultats d'inspection actualisent la connaissance qu'a

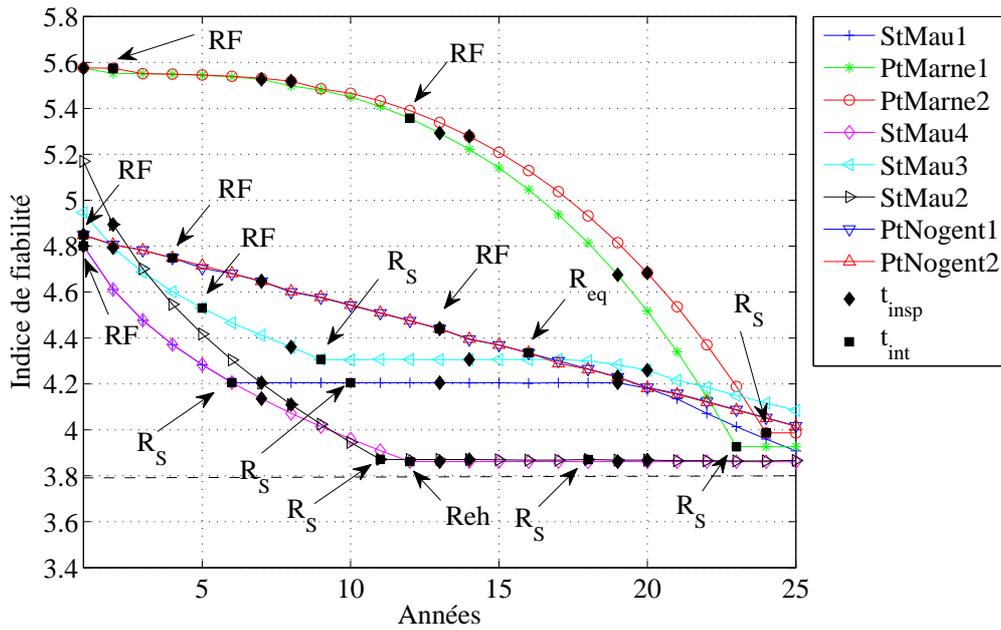
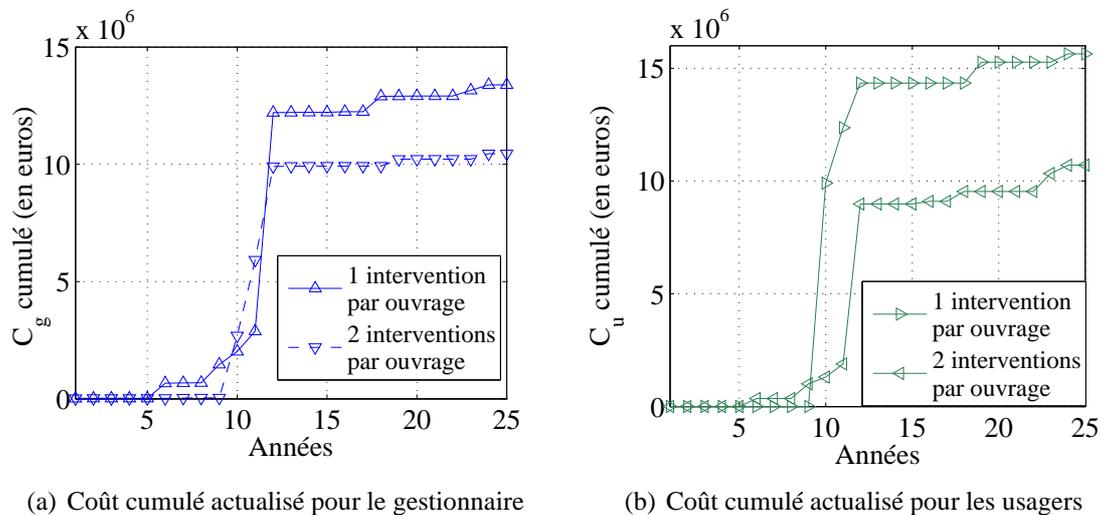


FIG. 5.34 – Calendrier de maintenance et évolution des indices de fiabilité des huit ouvrages du réseau



(a) Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire

(b) Coût cumulé actualisé pour les usagers

FIG. 5.35 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

le gestionnaire de son parc d'ouvrages. Autrement dit, plus le nombre de visites est important dans la vie de l'ouvrage, plus le gestionnaire est à même de faire les bons choix de maintenance au bon moment. En France, les visites IQOA sont fixées tous les trois ans et les inspections détaillées tous les six ans. Il arrive cependant que ces délais ne soient pas respectés (par manque de temps des unités pour inspecter l'ensemble du parc des ouvrages par exemple) et que les délais entre les inspections soient rallongés. La question est de savoir si cela peut avoir un impact sur la politique du gestionnaire pour atteindre les objectifs en matière de seuil minimal des indices de performance des ouvrages, et si cet impact est le même pour tous les types de

dégradation. Pour tenter de répondre à ces questions, le cas du pont StMau1 de l'échangeur de Saint Maurice soumis à une perte d'aptitude au service dû à la fissuration du béton est considéré. Le processus de dégradation est modélisé à l'aide du profil type  $g_3$  de l'équation 3.6. Les valeurs des paramètres adimensionnels de l'ouvrage sont données au tableau 5.5. L'instant de prochaine intervention varie entre l'instant initial ( $T_0 = 0$ ) et l'instant final du planning ( $T_f$ ) et l'indice de fiabilité lié à la probabilité de défaillance cumulée (cf. Annexe C) est calculé dans chaque cas à la fin du planning. Il est à noter que cet indice prend en compte tous les résultats d'inspection possibles (et donc toutes les branches de l'arbre d'évènement). La démarche proposée dans ce paragraphe n'est donc pas une optimisation de l'instant de la prochaine intervention mais uniquement la constatation de l'état de l'ouvrage à la fin du planning en faisant varier l'instant d'intervention entre  $T_0 = 0$  et  $T_f$  fixé ici à 25 ans. Cette procédure est répétée pour plusieurs intervalles d'inspection de l'ouvrage : 3 ans, 6 ans, 9 ans et 12 ans.

Variable	Type de loi	Moyenne	Écart type
$R$	Normale	$\mu_R = 56$	$\sigma_R = 2$
$S$	Normale	$\mu_S = 40$	$\sigma_S = 2$
$a$	Normale	$\mu_a = 2.10^{-3}$	$\sigma_a = 2.10^{-4}$
$b$	Normale	$\mu_b = 1$	$\sigma_b = 10^{-2}$

TAB. 5.5 – Paramètres utilisés pour le profil type  $g_3$  dans le cas du pont StMau1 de l'échangeur de Saint Maurice

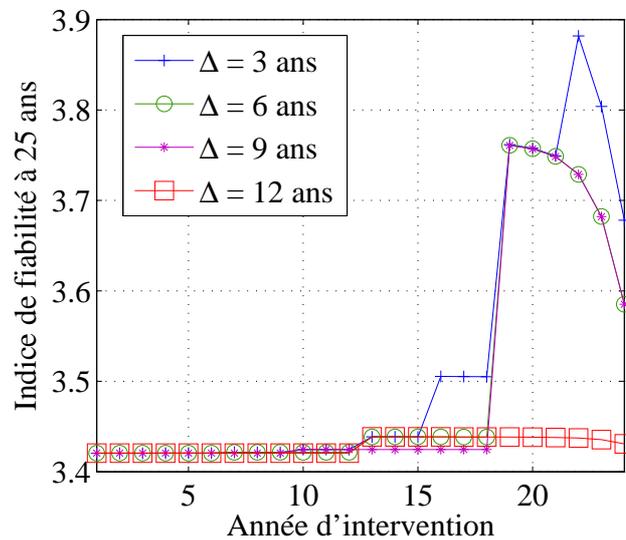


FIG. 5.36 – Coût de défaillance

Les résultats de ce calcul sont illustrés par la figure 5.36. Il apparaît alors que selon l'instant de l'intervention sur l'ouvrage, le gestionnaire peut faire varier l'indice de fiabilité à l'horizon du planning. Le profil  $g_3$  modélise une dégradation qui évolue faiblement en début du planning et qui s'accélère vers la fin. Le fait d'intervenir tôt (avant 10 ans sur la figure 5.36) ne serait donc pas propice car la dégradation constatée à l'inspection précédant l'intervention ne permettrait pas de déceler les défauts qui n'interviennent qu'en fin de planning. La faible probabilité de faire une intervention si celle-ci est effectuée trop tôt a pour conséquence de ne pas empêcher

la forte dégradation à la fin du planning. En d'autres termes, la décision d'intervenir ou pas n'est pas prise au bon moment car décidée avant que les défauts n'apparaissent réellement. Au contraire, si l'instant d'intervention est reporté vers la fin du planning, l'inspection permet de détecter la dégradation qui a augmenté et de prendre les mesures qui s'imposent. L'influence des intervalles d'inspection est alors manifeste : plus les intervalles entre deux inspections sont faibles, plus le gestionnaire a une information exacte de l'état réel de l'ouvrage au moment où il prend la décision, ce qui lui permet d'infléchir sa politique en tenant compte de l'accélération de la dégradation. Au contraire, en espaçant les intervalles, le gestionnaire va prendre sa décision en fonction du résultat d'une inspection éloignée dans le passé qui traduit de moins en moins fidèlement l'état présent de l'ouvrage. Ces résultats soulignent donc l'importance des calendriers d'inspection dans le processus de décision. Il est cependant important de noter que toutes les inspections sont de même qualité dans la thèse, le coût de cette inspection étant fixé à 3000 euros de manière forfaitaire. La notion de probabilité de détecter un défaut devrait donc être intégrée au modèle pour affiner les conclusions relatives aux intervalles d'inspection. Ce dernier point n'est pas traité dans la thèse. De plus, cet exemple ne prend en compte que l'indice de fiabilité en fin de planning. Lors de la recherche des solutions optimales menée dans la thèse, la valeur de cet indice de fiabilité n'est pas pris en compte qu'à l'instant de fin de planning mais également à tous les instants d'inspection et d'intervention de l'ouvrage.

### 5.2.10 Influence des seuils de détection et des contraintes sur l'indice de fiabilité

Dans ce paragraphe, l'influence des seuils décisionnels introduits au paragraphe 5.1.4.1 est caractérisée dans le cas du pont sur la Marne PtMarne1 en utilisant le profil  $g_2$ . Les deux seuils décisionnels sont donc notés  $g_2^1$  et  $g_2^2$  dans ce paragraphe ( $g_2^1$  est toujours supérieur à  $g_2^2$ ). Les valeurs des paramètres adimensionnels de l'ouvrage sont données au tableau 5.6.

Variable	Type de loi	Moyenne	Écart type
$R$	Normale	$\mu_R = 56$	$\sigma_R = 2$
$S$	Normale	$\mu_S = 40$	$\sigma_S = 2$
$a$	Normale	$\mu_a = 1, 1 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_a = 1, 1 \cdot 10^{-4}$
$b$	Normale	$\mu_b = 1$	$\sigma_b = 10^{-2}$

TAB. 5.6 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation type  $g_2$  du pont PtMarne1

Le problème d'optimisation des instants d'intervention donné à l'équation 5.20 est effectué pour  $n_c$  couples des moyennes  $(\mu_{g_2^1}, \mu_{g_2^2})$  des deux seuils  $g_2^1$  et  $g_2^2$ . Cette séquence de calculs est par ailleurs effectuée pour trois valeurs d'indices de fiabilité minimum  $\beta_0$  : 3,3 (Figures 5.37 et 5.38), 3,5 (Figures 5.39 et 5.40) et 3,6 (Figures 5.41 et 5.42).

#### 5.2.10.1 Détermination des solutions pour $\beta_0 = 3, 3$

Pour un indice de fiabilité minimal  $\beta_0 = 3, 3$ , les valeurs des moyennes des seuils  $g_2^1$  et  $g_2^2$  suivent chacune une loi normale centrée respectivement autour de 0,8 et 0,9 (Figure 5.37(a)). Pour les cinquante appels du problème d'optimisation de l'équation 5.20, le résultat du calcul est toujours de réaliser l'action de maintenance au bout de 24 ans c'est à dire à la fin du planning dont la durée est fixée ici à 25 ans (Figure 5.37(b)).

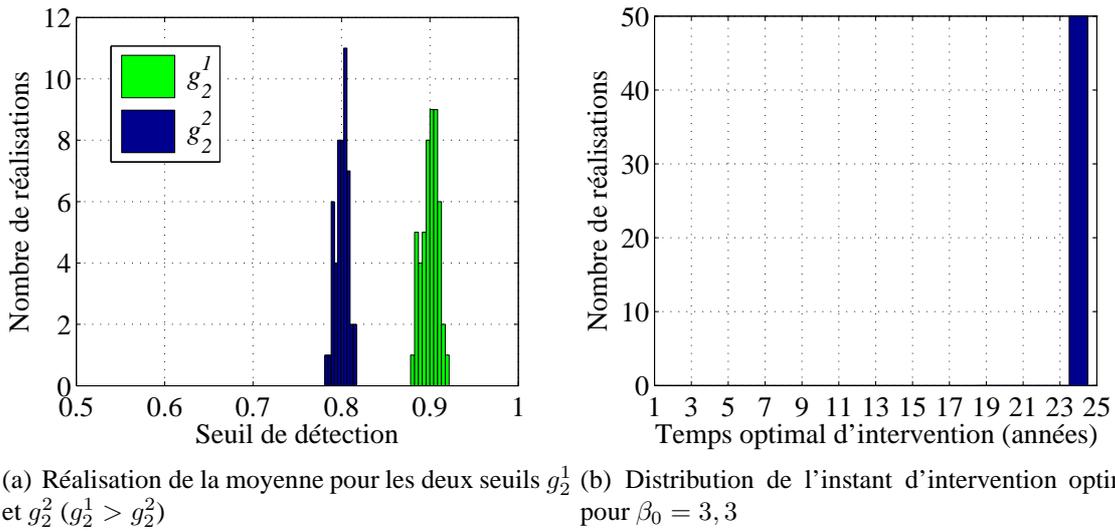


FIG. 5.37 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

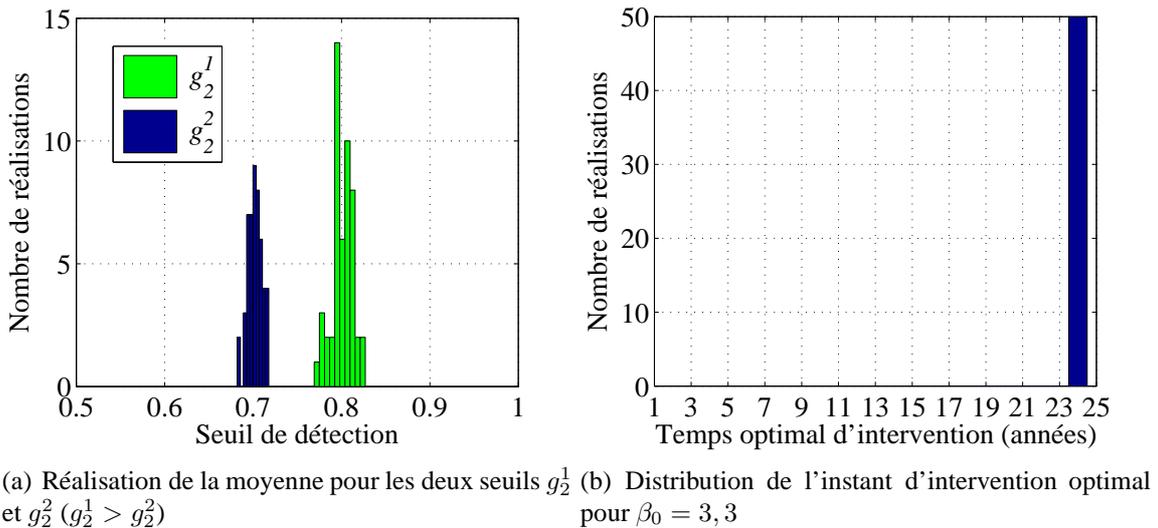


FIG. 5.38 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

Le calcul est réalisé pour le même indice  $\beta_0$  mais cette fois-ci pour des valeurs moyennes des seuils  $g_2^1$  et  $g_2^2$  différentes. Les réalisations des moyennes des seuils sont données à la figure 5.38(a) et les résultats pour l'instant optimal d'intervention sont donnés à la figure 5.38(b). La modification des seuils n'a finalement pas changé le résultat du calcul par rapport au cas de la figure 5.37(b). Cette observation peut s'expliquer par la faible valeur des contraintes qui ne nécessitent pas de réaliser une intervention pendant les vingt cinq années du planning et par le fait que le coût est actualisé à hauteur de 4%, ce qui a tendance à reporter les dépenses à l'horizon du planning.

### 5.2.10.2 Détermination des solutions pour $\beta_0 = 3, 5$

La même démarche qu'au paragraphe 5.2.10.1 est effectuée maintenant pour un indice de fiabilité minimum  $\beta_0 = 3, 5$ . Comme pour le paragraphe 5.2.10.1, le calcul est appliqué pour des valeurs moyennes  $(\mu_{g_2^1}, \mu_{g_2^2})$  suivant des lois normales centrées respectivement dans un premier temps autour de 0,9 et 0,8 (Figure 5.39(a)) puis dans un deuxième temps autour de 0,8 et 0,7 (Figure 5.40(a)). Les résultats respectifs sont alors montrés aux figures 5.39(b) et 5.40(b). Contrairement au cas de la figure 5.37(b), la dispersion des seuils décisionnels se traduit par une dispersion des solutions de l'instant optimal (Figure 5.39(b)). Il est intéressant de voir que le passage de l'indice  $\beta_0$  de 3,3 à 3,5 oblige le gestionnaire à rapprocher l'instant d'intervention dans le temps et ne lui permet plus de le reporter à la fin du planning comme c'était le cas aux figures 5.37(b) et 5.38(b). Par ailleurs, pour des seuils  $g_2^1$  et  $g_2^2$  plus bas illustrés par la figure 5.40(a), la dispersion de l'instant d'intervention est réduite et effectuée à 18 ans dans la quasi-totalité des cas rencontrés (Figure 5.40(b)). Le fait d'avoir des seuils décisionnels bas signifie que le gestionnaire ne déclenche une action de maintenance que lorsque la dégradation est très avancée. Ce dernier dispose alors d'une marge d'intervention amoindrie pour respecter les contraintes et est obligé de cibler son action pour espérer encore atteindre les objectifs fixés.

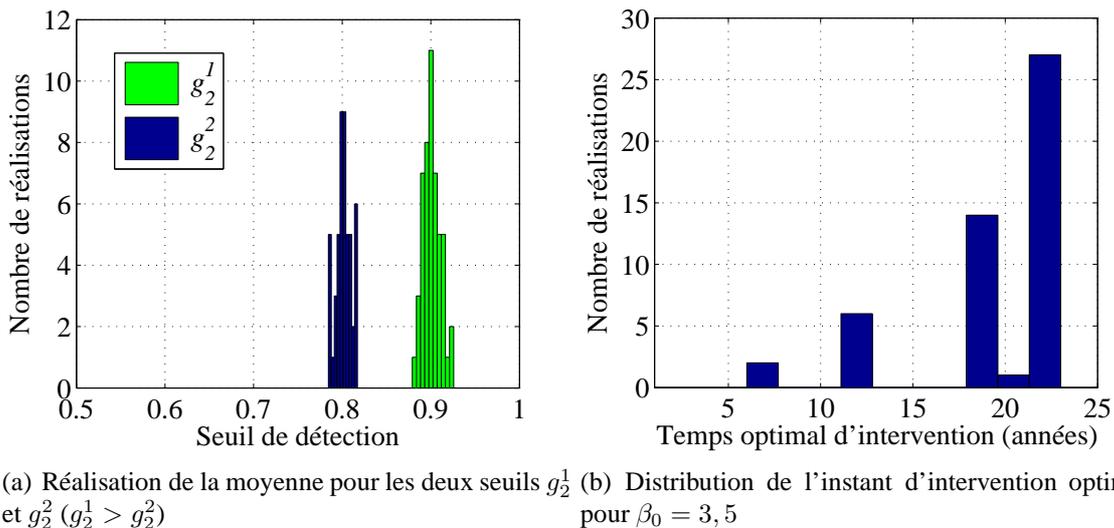


FIG. 5.39 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

### 5.2.10.3 Détermination des solutions pour $\beta_0 = 3, 6$

La démarche des paragraphes 5.2.10.1 et 5.2.10.2 est réalisée maintenant pour  $\beta_0 = 3, 6$ . L'augmentation de  $\beta_0$  confirme la tendance qui ressortait des cas des paragraphes 5.2.10.1 et 5.2.10.2. En effet, cette augmentation se traduit globalement par un instant d'intervention plus précoce obtenu dans les simulations des figures 5.41(b) et 5.42(b) par rapport à celles des figures 5.37(b), 5.38(b), 5.39(b) et 5.40(b). D'autre part, le fait de réduire les seuils décisionnels a pour effet, comme au paragraphe 5.2.10.2, de réduire la marge de l'instant optimal d'intervention. Pour l'indice cible  $\beta_0 = 3, 6$ , il n'y a en effet plus qu'un seul instant qui est obtenu (Figure 5.42(b)).

Le problème d'optimisation de l'instant d'intervention des ouvrages est sensible aux seuils décisionnels. En effet, ces seuils conditionnent directement le moment où le gestionnaire

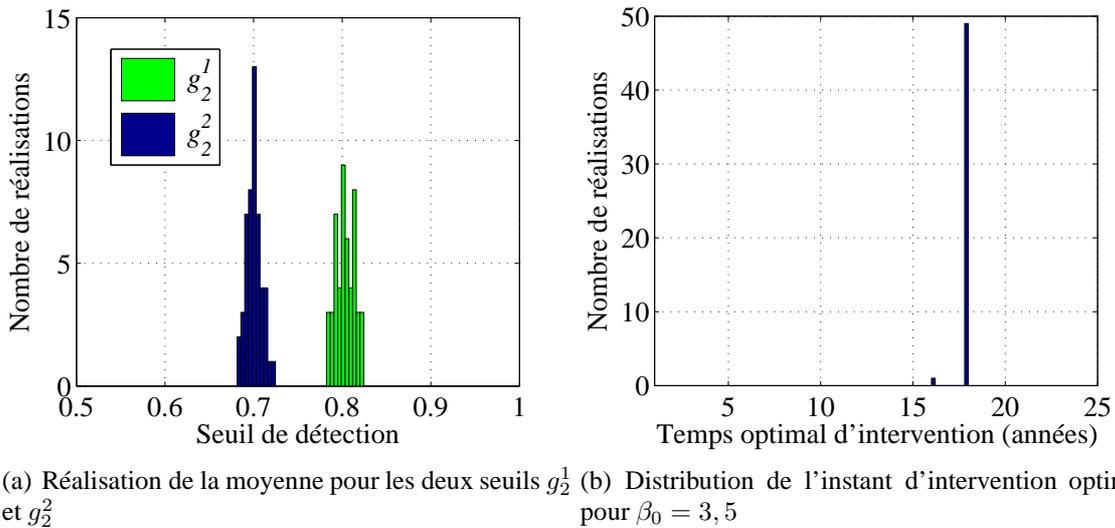


FIG. 5.40 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

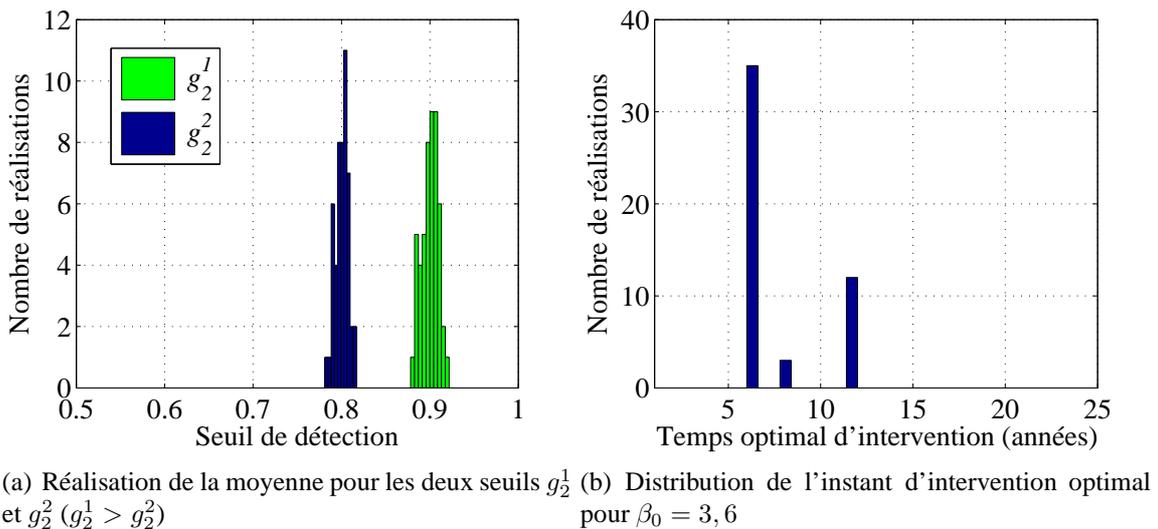


FIG. 5.41 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

décide de faire une action de maintenance. Les incertitudes sur ces paramètres doivent donc être considérées et intégrées dans le processus d'optimisation. Elles l'ont été dans la thèse en considérant ces variables comme probabilistes.

## 5.3 Deuxième formulation du problème d'optimisation

### 5.3.1 Solutions de Pareto

En économie, un optimum de Pareto est un état dans lequel on ne peut pas améliorer le bien être d'un individu sans dégrader celui d'un autre. Dans le contexte d'optimisation avec plusieurs fonctionnelles à minimiser, la recherche du front de Pareto consiste à trouver l'ensemble des solutions pour lesquelles on ne peut pas diminuer la valeur d'une fonctionnelle sans augmenter

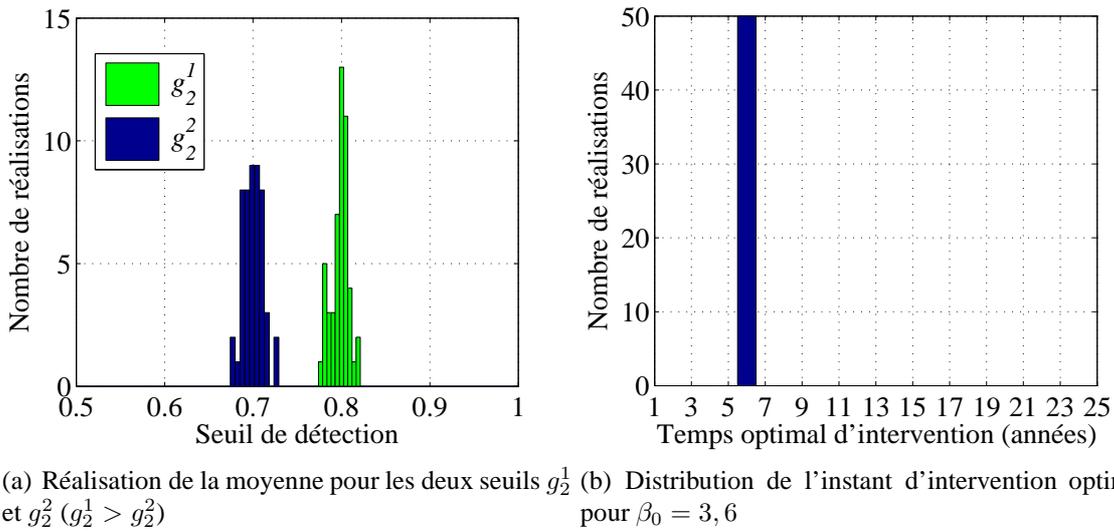


FIG. 5.42 – Influence des seuils décisionnels  $s_1$  et  $s_2$  sur l'instant optimal d'intervention

la valeur d'au moins une autre fonctionnelle. De nombreux travaux de recherche ont été réalisés ces dernières années en utilisant l'approche multi-objectif pour l'optimisation des stratégies de gestion des ouvrages d'art (Neves, Frangopol & Cruz 2006b, Neves, Frangopol & Cruz 2006a, Liu & Frangopol 2004, Lounis 2005) ou d'autres types de structures ( par exemple les réseaux de distribution d'eau (Prasad & Park 2004)).

Les principes généraux d'une optimisation multi-objectif sont décrits dans ce paragraphe. Un problème d'optimisation multi-objectif peut être formulé de la manière suivante (Coello Coello, Van Veldhuizen & Lamont 2002) :

**Définition 5.2 (Problème d'optimisation multi-objectif)** Trouver le vecteur  $\mathbf{x}^* = (x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_n^*)$  qui satisfasse les  $m$  contraintes d'inégalités et les  $p$  contraintes d'égalité suivantes :

$$\kappa_i^1(\mathbf{x}) \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\kappa_i^2(\mathbf{x}) = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$$

où  $\kappa_i^1$  et  $\kappa_i^2$  sont les contraintes exprimées sous forme mathématique qui minimisent ou maximisent le vecteur de fonctions suivant :

$$f(\mathbf{x}) = ( f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_k(\mathbf{x}) )$$

sachant que  $\mathbf{x} = (x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_n^*)$  est le vecteur des variables de décision.

Dans un problème d'optimisation multi-objectif, il y a plus qu'une fonction objectif ( $k \geq 2$ ), chaque fonction objectif pouvant avoir une solution optimale différente. Le but d'un problème multi-objectif est de trouver de « bons compromis » plutôt qu'une seule solution. Lorsqu'il y a plusieurs objectifs, la notion d'optimum change et il est préférable d'utiliser un autre terme, le terme le plus couramment adopté étant l'optimum de Pareto (Coello Coello et al. 2002).

**Définition 5.3 (Optimum de Pareto)** *Un vecteur des variables  $x^* \in S$  ( $S$  région réalisable) est un optimum de Pareto si, pour chaque  $x \in S$  et  $I = \{1, 2, \dots, k\}$ , soit  $\forall i \in I, f_i(x) = f_i(x^*)$  ou bien, il existe au moins  $i \in I$  tel que  $f_i(x) > f_i(x^*)$*

La deuxième formulation du problème d'optimisation a donc pour objectif de déterminer les stratégies optimales au sens de la définition 5.3 de l'optimum de Pareto. Contrairement à la démarche menée au paragraphe 5.2, les coûts des usagers et du gestionnaire sont donc considérés séparément. L'expression de l'équation 5.18 est utilisée pour quantifier ces deux coûts. Il n'est donc plus question de minimiser la somme des coûts des usagers et du gestionnaire mais de minimiser distinctement les coûts des deux parties. Comme dans le cas du paragraphe 5.2, la recherche des calendriers de maintenance est effectuée ici en deux temps. Dans un premier temps, les solutions optimales d'instant d'intervention, situées sur le front de Pareto, sont déterminées à l'aide du problème 5.24. Dans un deuxième temps, pour chacune des solutions d'instant déterminées précédemment, les solutions d'actions optimales situées sur le front de Pareto sont déterminées.

## 5.3.2 Formulation du problème d'optimisation

### 5.3.2.1 Recherche des instants d'interventions optimaux

Le problème d'optimisation donné à l'équation 5.24 minimise de manière séparée d'une part les coûts aux usagers et d'autre part les coûts au gestionnaire. Les inspections sur ouvrage sont supposées ici ne pas perturber le trafic, ce qui explique pourquoi le terme du coût des inspections n'est inclus que pour le gestionnaire. Comme pour le problème 5.20, les coûts moyens des actions de maintenance et des défaillances de l'ouvrage sont considérés mais maintenant de manière séparée pour les usagers et pour le gestionnaire.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}} C_{INT}^{usagers} \\
 \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}} C_{INT}^{maintenance} \\
 \text{avec :} \\
 C_{INT}^{usagers} = \sum_{m=1}^N \left( \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} \sum_{\xi \in \Xi(\theta)} C_{REP_u, \xi}^{\theta} P_{REP, \xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int}) + \dots \right. \right. \\
 \left. \left. \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_{f_u}^{\theta} P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\
 C_{INT}^{maintenance} = \sum_{m=1}^N \left( \sum_{n=1}^{n_{insp}^m} \left\{ (C_{insp}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,n}^{insp}))) \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,n}^{insp}}} \right\} + \dots \right. \quad (5.24) \\
 \left. + \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} \sum_{\xi \in \Xi(\theta)} C_{REP_g, \xi}^{\theta} P_{REP, \xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int}) + \dots \right. \right. \\
 \left. \left. \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_{f_g}^{\theta} P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\
 \text{tel que :} \\
 \forall m = 1 \dots N, \forall n = 1 \dots n_{insp}^m, \beta^m(T_{m,n}^{insp}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})) > \beta_0^m \\
 \forall m = 1 \dots N, \forall l = 1 \dots n_{int}^m, \beta^m(T_{m,l}^{int}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) > \beta_0^m \\
 \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m
 \end{array} \right.$$

avec :

- $N$ , le nombre d'ouvrages,
- $n_{insp}^m$ , le nombre d'instant d'inspection pour l'ouvrage  $m$ ,
- $P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})$ , la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $m$  à l'inspection  $n$ ,
- $\Theta(\omega)$ , l'ensemble des combinaisons d'interventions simultanées (l'ordre  $\omega$  représente le nombre maximum d'ouvrages pouvant avoir recevoir une intervention en même temps : on considère par exemple des paires si  $\omega = 2$ , des  $n$ -uplets si  $\omega = n \dots$ ),
- $\Xi(\theta)$ , l'ensemble de tous les évènements possibles pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  (ces évènements étant les différents types d'actions de maintenance des ouvrages),
- $P_{REP, \xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  ait le type d'intervention  $\xi$  à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,
- $C_{REP_u, \xi}^{\theta}$  et  $C_{REP_g, \xi}^{\theta}$ , les coûts aux usagers et au gestionnaire lorsque la combinaison d'ouvrages  $\theta$  a le type d'intervention  $\xi$ ,
- $C_{f_u}^{\theta}$  et  $C_{f_g}^{\theta}$ , les coûts aux usagers et au gestionnaire lorsque la combinaison d'ouvrages  $\theta$  est défaillante,
- $P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  présente une défaillance à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,

- $C_{insp}^m$ , le coût d'inspection de l'ouvrage  $m$ ,  $C_{REP,\xi}^\theta$  le coût de la combinaison de maintenance  $\xi$  pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  et  $C_{f,\xi}^\theta$  le coût de défaillance pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  recevant la combinaison de maintenance  $\xi$ ,
- $\alpha$ , le taux d'actualisation,
- $\Phi^{-1}$  la fonction de répartition inverse de la loi normale,
- $IE^m(T_f)$ , l'indice d'état de l'ouvrage  $m$  à  $T_f$  la fin du planning, i.e. la probabilité de l'ouvrage d'être dans certaines classes IQOA non souhaitées à la fin du planning,
- $\beta_0^m$  et  $IE_0^m$ , respectivement l'indice de fiabilité minimum et l'indice d'état maximum pour l'ouvrage  $m$ .

Comme il est expliqué au paragraphe 5.3.1 et dans l'annexe D, la minimisation de plusieurs fonctions objectifs conflictuelles ne permet pas de trouver une solution unique mais un ensemble de solutions qui représentent le meilleur compromis entre les fonctions objectifs. La procédure d'algorithme génétique qui était adaptée au cas d'un problème mono-objectif ne l'est plus dans le cas d'une minimisation multi-objectif. L'algorithme génétique NSGA-II (Nondominated Sorting Genetical Algorithms) (cf. Annexe D) adapté au cas des problèmes multi-objectifs est alors utilisé pour trouver les fronts de Pareto relatifs au problème 5.24. Étant donnée l'existence de contraintes, la méthode des pénalités est utilisée pour ne retenir que les solutions vérifiant l'ensemble des contraintes. Dans la thèse, l'algorithme prend fin lorsqu'un nombre limite d'itérations  $N_i^i$  est atteint. Par défaut,  $N_i^i$  est fixé à 1000 itérations. Concernant les paramètres de base de l'algorithme génétique, la taille de la population considérée est de 81 individus. Par ailleurs, les taux de reproduction et de mutation, utilisés dans l'algorithme NSGAI, sont fixés respectivement à 85% et à 5%.

### 5.3.2.2 Recherche des actions d'interventions optimales

La deuxième étape est explicitée dans ce paragraphe en gardant la même philosophie qu'au paragraphe 5.3.2.1, c'est à dire en recherchant à minimiser d'une part les coûts des usagers et d'autre part les coûts du gestionnaire. Ce nouveau problème est donné à l'équation 5.25 en utilisant les mêmes notations qu'à l'équation 5.24.

$$\left. \begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \min_{r_1^1, \dots, r_{n_1}^1, \dots, r_1^N, \dots, r_{n_N}^N} C_{REP}^{usagers} \\ \min_{r_1^1, \dots, r_{n_1}^1, \dots, r_1^N, \dots, r_{n_N}^N} C_{REP}^{maintenance} \end{array} \right. \\
 & \text{avec :} \\
 C_{REP}^{usagers} &= \sum_{m=1}^N \left( \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ C_{REP_u, r_l^m}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) + \dots \right. \right. \\
 & \left. \left. \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_{f_u}^{\theta} P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\
 C_{REP}^{maintenance} &= \sum_{m=1}^N \left( \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ C_{REP_g, r_l^m}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) \dots \right. \right. \\
 & \left. \left. + \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_{f_g, \xi}^{\theta} P_{f, \xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\
 & \text{tel que :} \\
 & \forall m = 1 \dots N, \forall l = 1 \dots n_{int}^m, \beta^m(T_{m,l}^{int}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) > \beta_0^m \\
 & \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m
 \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

L'algorithme génétique NSGA-II est utilisé pour trouver les actions optimales. Les différentes valeurs sont les suivantes : 1 pour la décision « ne rien faire » (RF), 2 pour la décision « faire uniquement de la maintenance d'équipement » ( $R_{eq}$ ), 3 pour la décision « faire uniquement de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ), 4 pour la décision « faire à la fois de la maintenance structurale préventive et de la maintenance d'équipement » ( $R_{S+eq}$ ), et 5 pour la décision « faire une action de réhabilitation » (Reh). De même qu'au paragraphe 5.2.3, la méthode des pénalités est utilisée pour écarter les solutions ne vérifiant pas l'ensemble des contraintes.

### 5.3.2.3 Sensibilité des fronts de Pareto aux paramètres du modèle

Dans ce paragraphe, l'objectif est de mettre en évidence l'influence du profil de dégradation sur l'allure du front de Pareto. La question est de savoir si les intérêts des usagers et du gestionnaire du réseau, traduits dans la thèse de manière financière, vont dans le même sens ou non. L'exemple de l'ouvrage PtMarne1 est considéré dans ce paragraphe pour apporter des éléments de réponse à cette question. Le profil de dégradation choisi est  $g_3$  (Équation 3.6). Plusieurs valeurs  $\mu_i, i = 1, \dots, 5$  sont considérées pour la moyenne du terme résistant de l'équation 3.5. Ces différentes valeurs, ainsi que les paramètres de la fonction  $g_3$  sont donnés dans le tableau 5.7. Pour le cas de l'ouvrage PtMarne1, les seuils  $g_3^1$  et  $g_3^2$  sont fixés respectivement à 0,85 et 0,8.

Deux ensemble de délais d'interventions notés  $I_1$  et  $I_2$ , explicités au tableau 5.8, sont considérés dans ce paragraphe. Pour les deux ensembles, une maintenance d'équipement a un délai de 0,5 jours. Cette durée est une moyenne des délais des différentes actions de maintenance d'équipement possibles. Certaines sont pénalisantes pour les usagers telles que les changements de glissière, les remplacements des joints de chaussée (généralement effectuées de nuit et réparties sur deux, voire trois nuits si possible) et des actions moins pénalisantes telles que

Cas	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
1	$\mu_1 = 55$	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
2	$\mu_2 = 54$	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
3	$\mu_3 = 53$	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
4	$\mu_4 = 52$	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$
5	$\mu_5 = 51$	2	40	2	$2, 0.10^{-3}$	$2, 0.10^{-4}$

TAB. 5.7 – Paramètres relatifs à l'ouvrage PtMarne1

les réfections des trottoirs par exemple (Paragraphe B.4). Concernant la maintenance structurale préventive, le délai est fixé à deux jours à la fois pour  $I_1$  et pour  $I_2$ . Ce type de maintenance peut par exemple concerner un changement de la chape d'étanchéité de l'ouvrage. Le délai d'une action de maintenance structurale préventive accompagnée d'une maintenance d'équipement est différenciée pour les deux ensembles  $I_1$  et  $I_2$ . En effet, la gestion du chantier est supposée plus performante pour  $I_1$  que pour  $I_2$ . Cette différence est encore plus accentuée lorsqu'il s'agit d'une réhabilitation ou d'une défaillance de l'ouvrage. En effet, pour  $I_1$ , la réhabilitation ne dure que cinq jours contre 30 jours dans le cas de  $I_2$  et une défaillance n'entraîne la restriction que durant 7 jours dans le cas de  $I_1$  contre soixante jours dans le cas de  $I_2$ .

Type de maintenance	Coût surfacique (en euros)	Réduction de la capacité du trafic	Délais $I_1$ (en jours)	Délais $I_2$ (en jours)
$R_{eq}$	35	30%	0,5	0,5
$R_S$	475	30%	2	2
$R_{S+eq}$	510	30%	2	5
$Reh$	870	60%	5	30
$Def$	$870 \times 1,15$	90%	7	60

TAB. 5.8 – Caractéristiques des actions de maintenance

Les coûts à l'utilisateur et au gestionnaire intervenant respectivement dans les expressions  $C_{INT}^{usagers}$  et  $C_{INT}^{gestionnaire}$  de l'équation 5.24 sont calculés pour l'ouvrage PtMarne1 lorsqu'un seul instant d'intervention est prévu et lorsque la durée du planning est fixée à 25 ans. Il est supposé que l'intervalle d'inspection est de six ans dans cet exemple et que la première inspection a lieu à la deuxième année du planning. Les instants d'inspection sont donc effectués à 2 ans, à 9 ans à 14 ans et à 21 ans. La figure 5.43(a) illustre l'allure du profil de fiabilité au cours du temps si rien n'est fait pour les différentes valeurs de  $\mu_i$ . Les figures 5.43(b) et 5.43(c) donnent respectivement l'allure de  $C_{INT}^{usagers}$  et  $C_{INT}^{gestionnaire}$  avec l'instant d'intervention. Enfin, la figure 5.43(d) donne l'évolution du coût total, i.e. la somme de  $C_{INT}^{usagers}$  et  $C_{INT}^{gestionnaire}$ , avec l'instant d'intervention. D'après la figure 5.43(b), le coût à l'utilisateur diminue avec le temps dans tous les cas de l'instant initial jusqu'à quinze ans environ. Au delà de cet instant, plus la valeur de la moyenne du terme résistant  $R$  est faible, plus le coût des usagers a tendance à augmenter. Cette observation se justifie par le fait que le coût de défaillance augmente avec la diminution de  $R$  de façon marquée surtout à la fin du planning, étant donnée l'allure de l'indice de fiabilité illustrée par la figure 5.43(a). La même observation peut être faite pour le coût au gestionnaire (Figure 5.43(c)). Cependant l'inversion de l'évolution de  $C_{INT}^{gestionnaire}$  (instant où le coût du gestionnaire commence à augmenter lorsque  $R$  diminue) est plus tardive. Il y a donc une plage pendant

laquelle repousser l'instant d'intervention continue de diminuer les coûts du gestionnaire mais augmente les coûts des usagers. La figure 5.43(d) permet de visualiser l'évolution de la somme de ces deux coûts, fortement conditionnée par celle de  $C_{INT}^{usagers}$ , étant donnée la différence d'ordre de grandeur des coûts moyens à l'utilisateur et au gestionnaire (Figures 5.43(b) et 5.43(c)).

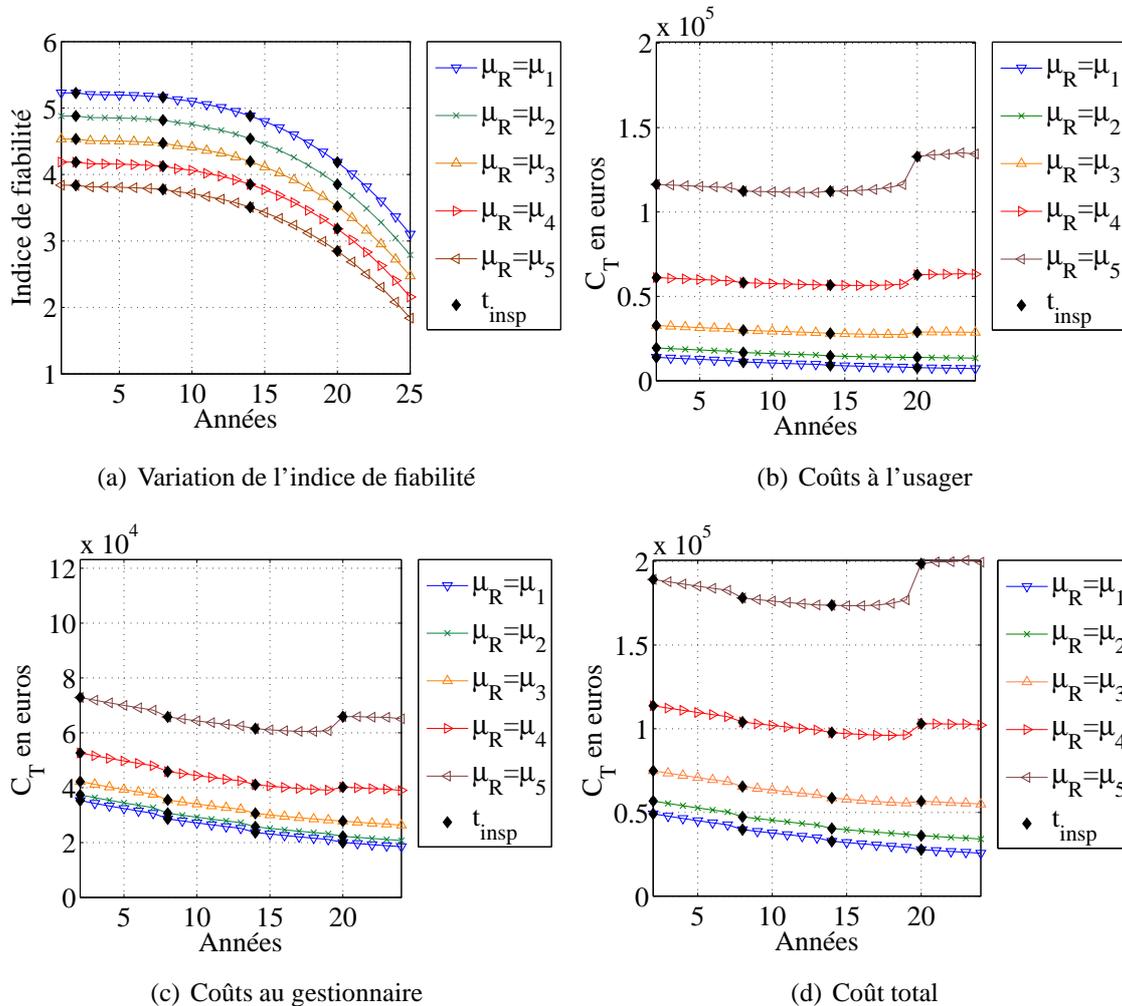


FIG. 5.43 – Variation des coûts avec  $\mu_R$  pour des délais de type  $I_1$

La même démarche est réalisée en supposant maintenant que pour les mêmes coûts au gestionnaire, les délais d'intervention sont ceux de type  $I_2$  donnés au tableau 5.8. La nouvelle évolution de  $C_{INT}^{usagers}$  est donnée à la figure 5.44(a) et celle du coût total est donnée à la figure 5.44(b). L'augmentation des délais a pour conséquence directe d'augmenter le poids des coûts de la défaillance de l'ouvrage qui est beaucoup plus longue dans le cas de  $I_2$  que dans le cas de  $I_1$  (60 jours pour  $I_2$  contre 7 jours pour  $I_1$ ). La diminution de  $\mu_R$  a pour effet d'accélérer l'instant à partir duquel l'inversion du coût aux usagers a lieu (instant à partir duquel les coûts augmentent avec l'instant d'intervention). Dans ce type de configuration, la plage d'instant, pendant laquelle le fait de repousser l'intervention entraîne une diminution des coûts au gestionnaire et une augmentation des coûts à l'utilisateur, est beaucoup plus importante.

Les figures 5.45(a) et 5.45(b) permettent de visualiser le front de Pareto après 100 itérations pour chaque cas de la valeur de  $\mu_R$ , respectivement lorsque les chantiers de maintenance sont du type  $I_1$  et  $I_2$ . Les valeurs des solutions de ces différents fronts sont alors explicitées dans

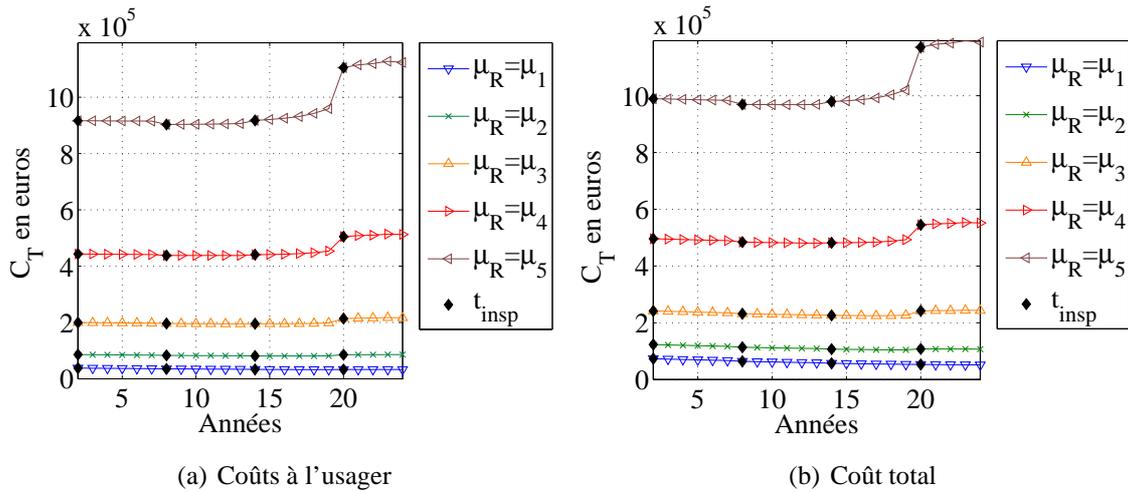


FIG. 5.44 – Variation des coûts avec  $\mu_R$  pour des délais de type  $I_2$

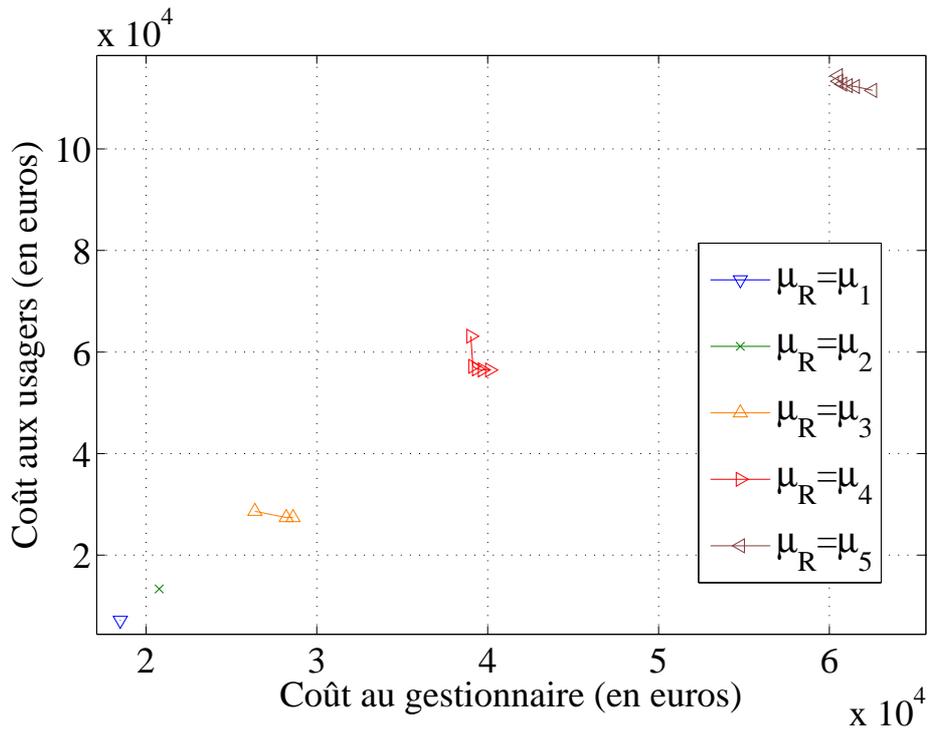
les tableaux 5.9 et 5.10 (en se déplaçant de la gauche vers la droite sur le front). La valeur de l'optimum global pour chaque cas est par ailleurs repérée en gras dans les tableaux 5.9 et 5.10 et est visible respectivement aux figures 5.43(d) et 5.44(b). Les différents fronts comprennent beaucoup plus de solutions dans le cas du chantier de type  $I_2$  car comme il a été montré aux figures 5.43 et 5.44, la plage d'instant d'intervention pour laquelle les coûts des usagers et du gestionnaire évoluent de façon opposée est beaucoup plus importante.

Moyenne $\mu_R$	Solution d'instant
$\mu_1$	$T_{opt}/annees = \mathbf{24}$
$\mu_2$	$T_{opt}/annees = \mathbf{24}$
$\mu_3$	$T_{opt}/annees = \mathbf{24}, 19, 18$
$\mu_4$	$T_{opt}/annees = 24, 19, \mathbf{18}, 17, 16$
$\mu_5$	$T_{opt}/annees = 18, 17, \mathbf{16}, 15, 14, 13$

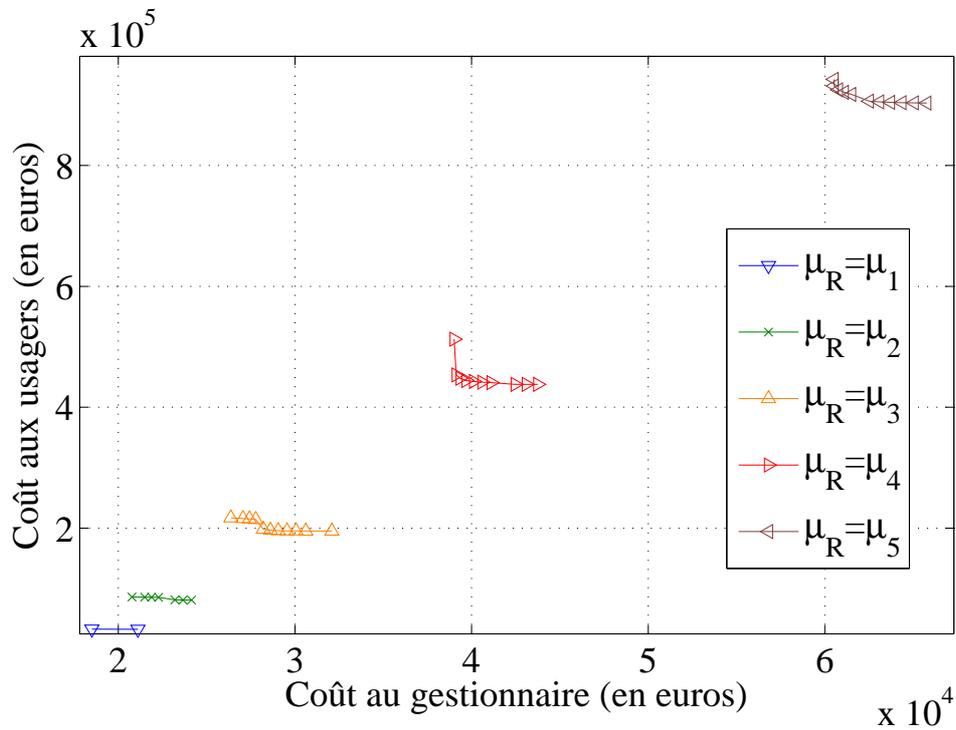
TAB. 5.9 – Résultat d'instant optimaux d'intervention pour les délais d'intervention de type  $I_1$

Moyenne $\mu_R$	Solution d'instant
$\mu_1$	$T_{opt}/annees = \mathbf{24}, 19$
$\mu_2$	$T_{opt}/annees = 24, 22, 21, 20, \mathbf{19}, 18, 17$
$\mu_3$	$T_{opt}/annees = 24, 22, 21, 20, 19, 18, \mathbf{17}, 16, 15, 14, 13$
$\mu_4$	$T_{opt}/annees = 24, 19, 18, 17, 16, 15, 14, \mathbf{13}, 12, 11$
$\mu_5$	$T_{opt}/annees = 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, \mathbf{11}, 10, 9, 8$

TAB. 5.10 – Résultat d'instant optimaux d'intervention pour les délais d'intervention de type  $I_2$



(a) Délais d'intervention de type  $I_1$



(b) Délais d'intervention de type  $I_2$

FIG. 5.45 – Allure du front de Pareto suivant  $\mu_R$  après 100 itérations

5.3.2.4 Résultat pour les huit ouvrages du réseau

Dans ce paragraphe, l'exemple étudié au paragraphe 5.2.8 est repris. Le profil type  $g_3$  est utilisé pour le pont sur la Marne. Le profil type  $g_1$  est utilisé pour le pont de Nogent. Enfin le profil de dégradation  $g_2$  est utilisé pour les ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice. Les caractéristiques des différents ouvrages sont rappelées dans le tableau 5.11. Comme au paragraphe 5.2.8, les contraintes portent uniquement sur l'indice de fiabilité des ouvrages qui doit rester au dessus de 3,6 pendant toute la durée du planning.

Ouvrage	$\mu_R$	$\sigma_R$	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_a$	$\sigma_a$
StMau1	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
PtMarne1	56	2	40	2	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$
PtMarne2	56	2	40	2	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$
StMau4	56	2	40	2	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
StMau3	56	2	40	2	$0,9 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$
StMau2	58	2	40	2	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
PtNogent1	54	2	40	2	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$
PtNogent2	54	2	40	2	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$

TAB. 5.11 – Paramètres utilisés pour le profil de dégradation des huit ouvrages

Le front de Pareto obtenu après 3000 itérations est donné à la figure 5.46. Il est composé de quatre solutions d'instant optimales (au sens de Pareto) qui sont explicitées dans le tableau 5.13. La figure 5.46 permet également de visualiser l'évolution des fronts de Pareto au cours des itérations (chaque ensemble de points reliés par des traits s'est trouvé être le front de Pareto à une des itérations de l'algorithme, ce front devenant de plus intéressant pour les usagers et le gestionnaire avec les itérations). Il est également possible de voir, sur le front de Pareto à 3000 itérations, où se situe la solution d'instant optimal obtenue avec la procédure mono-objectif (solution  $T_4$ ). Cette solution, qui avait été déterminée au paragraphe 5.2.8, est mise en évidence à la figure 5.46.

Solution											
$T_1$ /années	=	(	2	19	5	4	5	6	3	3	)
$T_2$ /années	=	(	2	19	5	3	5	6	4	4	)
$T_3$ /années	=	(	2	24	5	4	5	6	3	3	)
$T_4$ /années	=	(	2	24	5	3	5	6	4	4	)

TAB. 5.12 – Résultat des instants d'intervention optimaux

La solution  $T_4$  du tableau 5.13 est sélectionnée dans la suite. Pour cette solution, l'instant optimal de chaque ouvrage est fixé et l'ensemble des actions optimales au sens du problème de l'équation 5.25 est recherché. La solution d'actions optimales pour  $T = T_4^1$  est donnée à la figure 5.47. La procédure d'optimisation mène à un front de Pareto constitué d'une seule solution (front de Pareto après 2000 itérations). Autrement dit, l'intérêt des usagers et celui du gestionnaire concordent à travers cette unique solution (les différents termes sont explicités dans le tableau 5.13). Le calendrier de maintenance pour cette solution particulière du problème

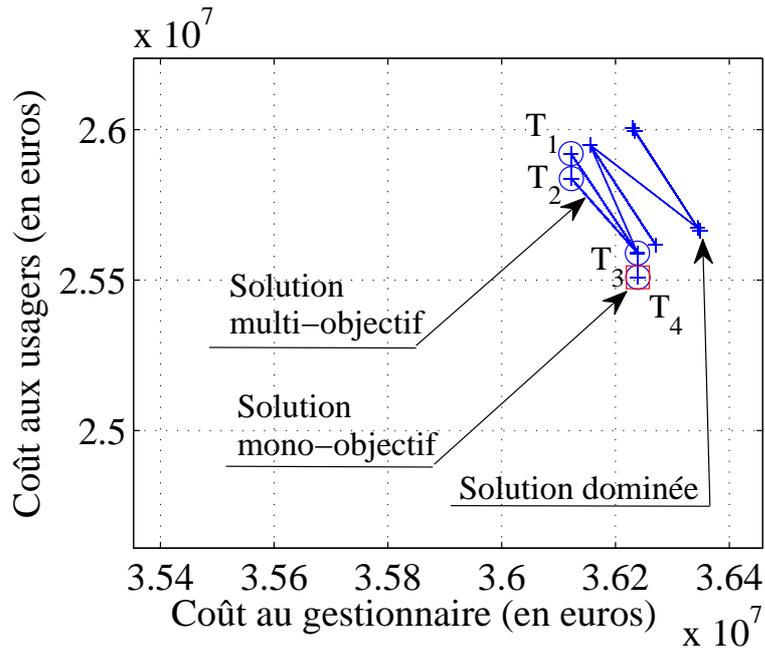


FIG. 5.46 – Fronts de Pareto successifs jusqu'à  $F_{3000}$

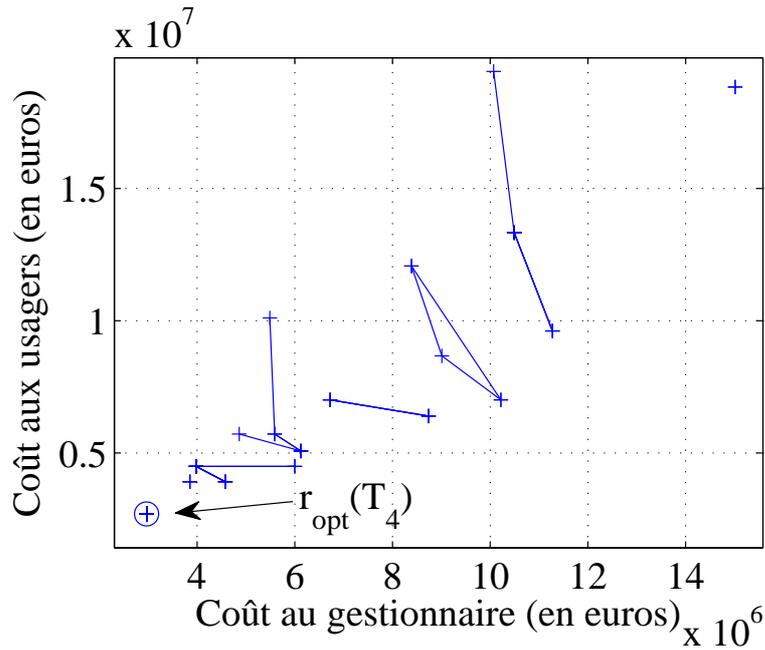


FIG. 5.47 – Fronts de Pareto successifs jusqu'à 2000 itérations pour  $T_4$

Solution
$r_{opt}(T_4) = (R_S \ R_S \ RF \ R_S \ RF \ R_S \ RF \ RF)$

TAB. 5.13 – Résultat des actions optimales

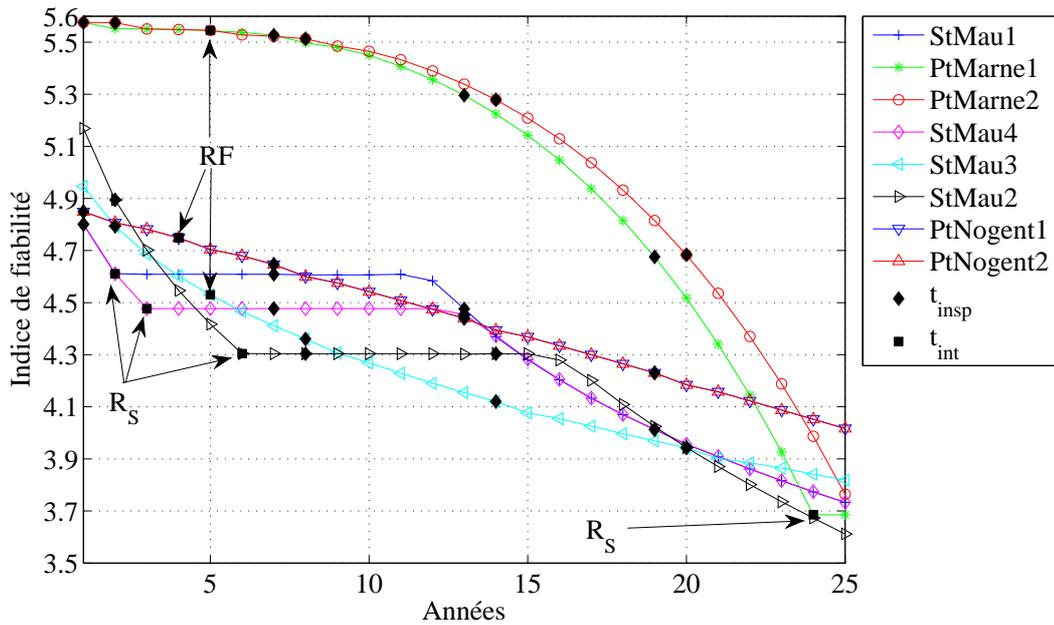


FIG. 5.48 – Évolution de l'indice de fiabilité au cours du temps pour la solution  $r_{opt}(T_4)$

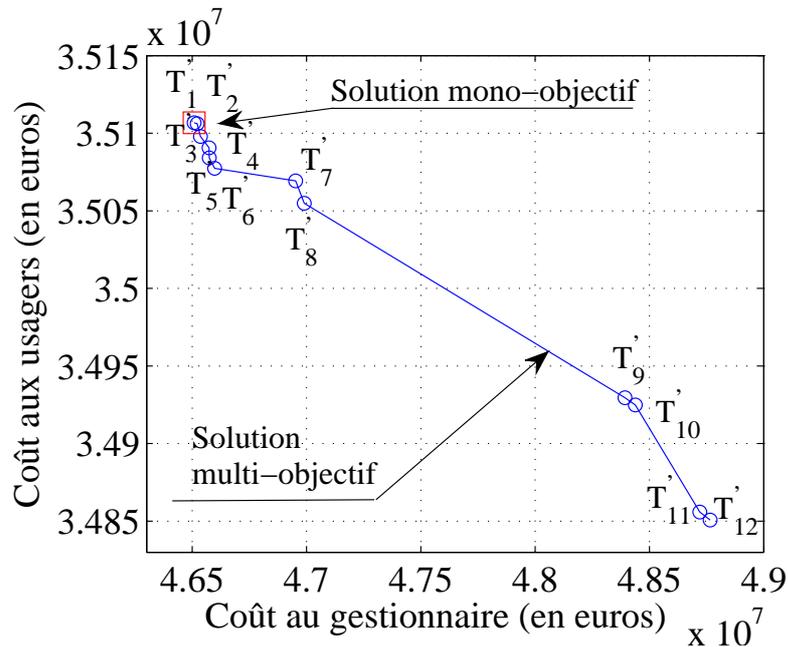


FIG. 5.49 – Front de Pareto après 3000 itérations

multi-objectif est donné à la figure 5.48. Cette solution est d'ailleurs la même que celle obtenue au paragraphe 5.2.8 avec la démarche mono-objectif (Figure 5.28).

La démarche d'optimisation du calendrier de maintenance des huit ouvrages est reconsidérée si la contrainte est maintenant d'avoir l'indice de fiabilité qui reste au dessus de 3,8 pendant toute la durée du planning. Le nouveau front de Pareto obtenu lors de la recherche des instants

d'intervention optimaux est donné à la figure 5.49. Les différents vecteurs solutions de ce front de Pareto sont donnés par ailleurs dans le tableau 5.14.

Solution	
$T'_1/\text{années} =$	$( 9 \ 19 \ 24 \ 11 \ 10 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_2/\text{années} =$	$( 9 \ 19 \ 24 \ 10 \ 11 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_3/\text{années} =$	$( 10 \ 19 \ 24 \ 11 \ 9 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_4/\text{années} =$	$( 10 \ 19 \ 24 \ 9 \ 11 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_5/\text{années} =$	$( 11 \ 19 \ 24 \ 10 \ 9 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_6/\text{années} =$	$( 11 \ 19 \ 24 \ 9 \ 10 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_7/\text{années} =$	$( 10 \ 23 \ 24 \ 11 \ 9 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_8/\text{années} =$	$( 11 \ 23 \ 24 \ 10 \ 9 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_9/\text{années} =$	$( 10 \ 19 \ 24 \ 11 \ 6 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_{10}/\text{années} =$	$( 11 \ 19 \ 24 \ 10 \ 6 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_{11}/\text{années} =$	$( 10 \ 23 \ 24 \ 11 \ 6 \ 12 \ 1 \ 1 )$
$T'_{12}/\text{années} =$	$( 11 \ 23 \ 24 \ 10 \ 6 \ 12 \ 1 \ 1 )$

TAB. 5.14 – Résultat des instants d'intervention optimaux

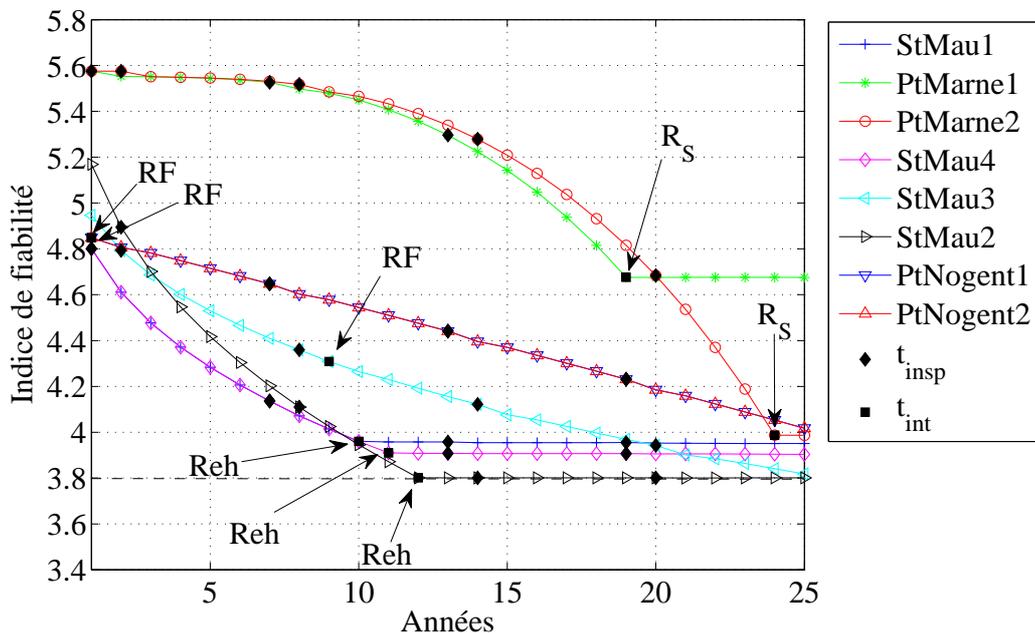


FIG. 5.50 – Évolution de l'indice de fiabilité au cours du temps pour la solution  $r_{opt}(T'_1)$

De même qu'à la figure 5.47, la solution mono-objectif  $T'_1/\text{années} = ( 9 \ 19 \ 24 \ 11 \ 10 \ 12 \ 1 \ 1 )$ , obtenue au paragraphe 5.2.8 pour le même niveau de contrainte, est mise en évidence à la figure 5.49. Pour cette solution particulière, l'ensemble des actions optimales au sens du problème de l'équation 5.25 est recherché. Cet ensemble, après 2000 itérations, est composé d'une solution unique (comme pour le cas où la contrainte

était fixée à 3,6)  $r_{opt}(T'_1) = (Reh \ R_S \ R_S \ Reh \ RF \ Reh \ RF \ RF)$ . Le calendrier de maintenance correspondant est alors donné à la figure 5.50. Il est à noter que cette solution particulière correspond à la solution mono-objectif donnée à la figure 5.33.

A l'aide des deux exemples présentés dans ce paragraphe, il est finalement possible de comparer les solutions d'une démarche mono-objectif avec celles d'une démarche multi-objectif. Lors de la première étape, la solution multi-objectif offre un ensemble de solutions restant toutes assez proches de la solution mono-objectif, mais avantageant de manière différente le gestionnaire et les usagers (Figures 5.46 et 5.49). Dans la deuxième étape, la procédure multi-objectif aboutit à une solution unique qui correspond à l'optimum mono-objectif. Pour les deux exemples de ce paragraphe, l'intérêt des usagers coïncide donc avec celui du gestionnaire lors de la recherche des actions optimales.

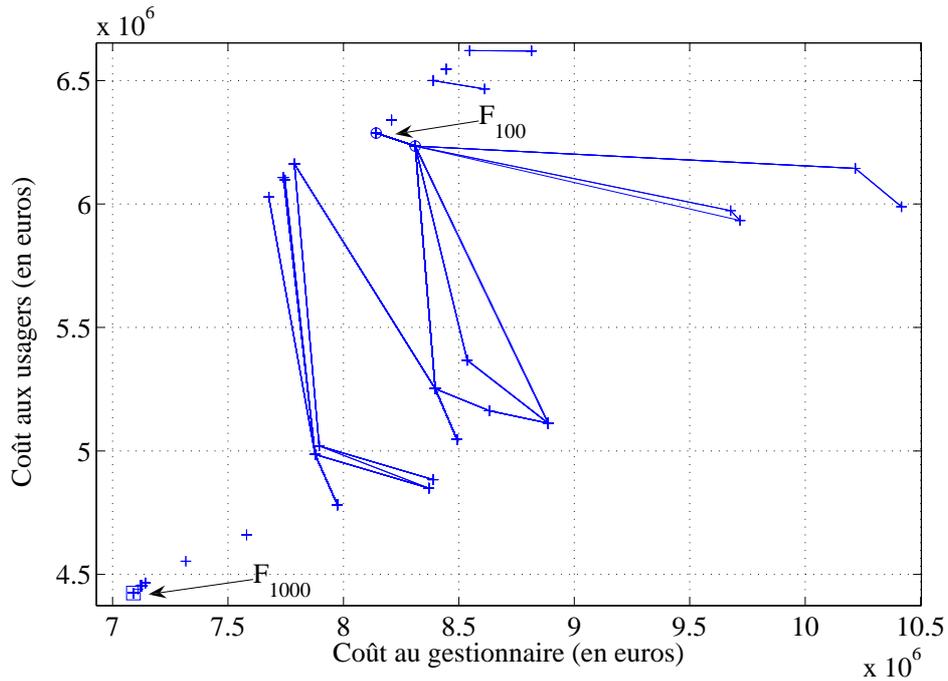
### 5.3.2.5 Optimisation des seuils décisionnels

Une alternative au problème d'optimisation de l'équation 5.24 est proposée à l'équation 5.26. Il consiste à considérer comme des variables du problème d'optimisation les seuils décisionnels  $g_b^1$  et  $g_b^2$  des ouvrages  $b$  ainsi que les termes du vecteur  $\hat{p}_{r,Req}^b$  introduit au paragraphe 5.1.4.2. L'intérêt d'une telle approche est de trouver les instants optimaux d'intervention mais également les choix optimaux à effectuer suivant l'état de l'ouvrage au moment de l'inspection. Ainsi, le résultat du calcul fournit une double information au gestionnaire : non seulement, il connaît les instants auxquels une intervention est recommandée mais il sait également quel type de stratégie il devra mettre en place au moment de l'intervention en fonction de l'état de dégradation de l'ouvrage.

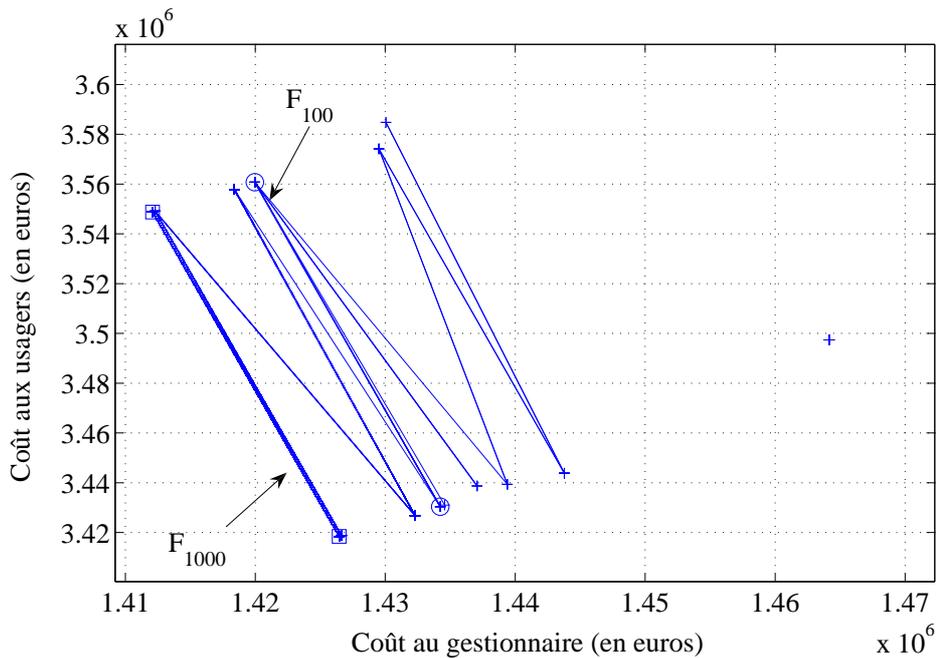
$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, g_1^1, g_1^2, \hat{p}_{r,Req}^1, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}, g_N^1, g_N^2, \hat{p}_{r,Req}^N} \\ \text{tel que :} \\ \forall m = 1 \dots N, \forall n = 1 \dots n_{insp}^m, \beta^m(T_{m,n}^{insp}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})) > \beta_0^m \\ \forall m = 1 \dots N, \forall l = 1 \dots n_{int}^m, \beta^m(T_{m,l}^{int}) \approx \Phi^{-1}(P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) > \beta_0^m \\ \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m \end{array} \right. \quad (5.26)$$

Les caractéristiques des ouvrages considérés dans ce paragraphe sont celles du paragraphe 5.2.6 : tous les ouvrages sont notés en 2E au début du planning avec une incertitude de 10% (90% de chances d'être en 2E, 5% de chances d'être en 2 et 5% de chances d'être en 3) sauf pour le pont sur la Marne qui est noté en 3 (90% de chances d'être en 3, 5% de chances d'être en 2E et 5% de chances d'être en 3U). Les seuils décisionnels  $g_b^1$  et  $g_b^2$  des ouvrages  $b$  peuvent varier entre 0,85 et 1 et seules les variables 3, 4 et 5 du vecteur  $\hat{p}_{r,Req}^b$  peuvent prendre les valeurs 0 ou 1, la première et la deuxième composante de ce vecteur étant toujours fixées à 0. Il est en effet considéré qu'une action de maintenance d'équipement n'est réalisée que si l'ouvrage se trouve en 2E, en 3 ou en 3U.

Dans un premier temps, les ouvrages StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4 sont considérés pour trouver l'instant optimal de la prochaine intervention et les différents seuils décisionnels optimaux. La contrainte appliquée à ce groupe d'ouvrage est d'avoir une probabilité d'être dans la classe 3U inférieure à 3% à la fin du planning. Lors de la résolution du problème de l'équation 5.26, l'évolution du front de Pareto au cours des itérations est donnée à la figure 5.51(a). Sur cette figure, les front à 100 et à 1000 itérations (notés respectivement  $F_{100}$  et  $F_{1000}$ ) sont repérés. Il est intéressant de noter qu'après 1000 itérations, le front de Pareto est composé d'une unique solution.



(a) Ouvrages StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4



(b) Ouvrages PtMarne1, PtMarne2, PtNogent1 et PtNogent2

FIG. 5.51 – Résultat du calcul pour deux groupes d'ouvrages

Dans un deuxième temps, la même démarche est appliquée pour les ouvrages PtMarne1, PtMarne2, PtNogent1 et PtNogent2. La contrainte est d'avoir une probabilité d'être en 3U inférieure à 10% à la fin du planning. L'évolution du front de Pareto est donnée à la figure 5.51(b) en détaillant le front à 100 puis 1000 itérations comme à la figure 5.51(a). Ce front de Pareto est constitué de deux solutions optimales. Les variables solutions sont détaillées

respectivement dans le tableau 5.15 pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice et dans le tableau 5.16 pour les ouvrages du pont sur la Marne et du pont de Nogent.

Ouvrage	Instant d'intervention	$g_b^1$	Seuil $g_b^2$	$\hat{P}_{r,Req}^b$
StMau1	7	0,92	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
StMau2	5	0,94	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
StMau3	4	0,93	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
StMau4	6	0,93	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

TAB. 5.15 – Processus de décision optimal

Ouvrage	Instant d'intervention	$g_b^1$	Seuil $g_b^2$	$\hat{P}_{r,Req}^b$
PtMarne1	1	0,98	0,86	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
PtMarne2	8	0,97	0,91	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
PtNogent1	1	0,86	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
PtNogent2	6	0,86	0,85	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

TAB. 5.16 – Processus de décision optimal

Les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice étant tous dans le même état au début du planning, il était prévisible de trouver des seuils décisionnels voisins. Le processus d'optimisation revient à mettre en avant la maintenance structurale préventive et à repousser le plus possible la décision de réhabilitation. Ceci montre que le respect des contraintes est possible même sans envisager des réhabilitations lourdes de l'ouvrage mais seulement en décidant d'actions préventives lorsque la dégradation de l'ouvrage n'est pas encore à un stade avancé. Par ailleurs, les vecteurs  $\hat{P}_{r,Req}^b$  pour les différents ouvrages  $b$  de l'échangeur de Saint Maurice sont tous nuls. Il n'y a donc pas de nécessité d'avoir de maintenance d'équipement pour atteindre les objectifs à l'horizon du planning. Concernant les ouvrages du pont sur la Marne, le même type d'analyse peut être fait. Cependant, il convient de distinguer la situation du pont de Nogent et du pont sur la Marne. En effet, pour les ouvrages du pont sur la Marne qui ont une forte probabilité d'être en 3 dès le début du planning, les seuils sont hauts, en particulier pour ceux concernant la maintenance structurale préventive (Tableau 5.16). Il est ainsi possible d'avoir une probabilité d'être en 3U inférieure à 10% à la fin du planning. Au contraire, pour les ouvrages du pont de Nogent, les seuils décisionnels sont très bas car la contrainte de 10% n'est pas forte sur cet ouvrage qui est seulement en 2E au début du planning. De même que pour les ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice, il n'y a pas besoin d'envisager de maintenance d'équipement pour les ouvrages du pont sur la Marne et pour le pont de Nogent.

L'optimisation des différents seuils décisionnels en plus des instants d'intervention permet donc de décliner le type de stratégie pour chacun des ouvrages du réseau. Ce type de résultats est cependant à prendre avec précaution : il ne doit pas signifier la recherche de la minimisation systématique des seuils décisionnels afin d'éviter de faire des actions de maintenance. Au contraire, il doit avertir le gestionnaire que certains seuils ne sont pas suffisants pour espérer respecter les contraintes fixées au préalable, et qu'il faut être plus vigilant sur certains ouvrages en particulier.



## CHAPITRE

### 6

# APPROCHE SIMPLIFIÉE DE L'OPTIMISATION DES PLANNINGS D'INSPECTION ET DE RÉPARATION

Lors des investigations menées auprès du gestionnaire du réseau routier national, peu d'informations sur les caractéristiques des ouvrages (matériaux constitutifs, géométrie, notes de calculs...) ont pu être fournies de manière systématique pour l'ensemble des ouvrages étudiés. Les informations sont en général accessibles lorsqu'une étude détaillée de l'ouvrage s'est avérée nécessaire (dans le cas d'une requalification du niveau de service de l'ouvrage par exemple). Par ailleurs, l'utilisation de la théorie de la fiabilité qui a été proposée aux chapitres 3 et 5 pour décrire la performance des ouvrages d'art impose d'avoir une bonne connaissance des incertitudes sur toutes les variables mises en jeu, ce qui n'est pas forcément évident pour un gestionnaire d'un réseau d'ouvrages d'art. Ses attentes sont plutôt d'avoir accès à des outils et des méthodologies suffisamment générales pour être utilisées à l'échelle du réseau d'ouvrages, tout en restant suffisamment précises pour tenir compte des spécificités de chaque ouvrage lors du processus de décision. L'accès aux lois individuelles de vieillissement des ouvrages ne constitue donc pas forcément une approche toujours possible (dans la limite où proposer des modèles ne peut être réalisé à ce jour que dans quelques ouvrages) dans le cas d'une analyse de réseaux d'ouvrages (Kang, Song & Gardoni 2008) ; l'approche présentée dans ce chapitre consiste à contourner ce problème en ne caractérisant la performance des ouvrages que par la probabilité avec laquelle ils vont passer d'un état à un autre au cours du temps, sans présupposer d'un modèle de dégradation a priori. Ce passage est modélisé de façon matricielle à l'aide du concept mathématique probabiliste des chaînes de Markov (Paragraphe 3.2). Le problème d'optimisation proposé au chapitre précédent est donc adapté pour tenir compte de la nouvelle approche par chaînes de Markov uniquement. Dans une première partie, le cadre, permettant de décrire les plannings d'inspection et de réparation des ouvrages à l'aide de la notation IOQA, est présenté. Dans une deuxième partie, les modèles permettant de déterminer les stratégies

de gestion optimales sont introduits et les résultats sur les ouvrages du réseau Île-de-France sont détaillés. Il convient cependant d'attirer l'attention sur le fait que ces modèles markoviens basées sur des résultats de notation sont partiels et ne remplaceront pas de véritables lois physiques de dégradation. Néanmoins, ils présentent un intérêt dans la mesure où ils sont toujours disponibles, et permettent donc d'apprécier de manière grossière l'impact des actions de maintenance à un niveau plus général.

## 6.1 Principe de la démarche

Le principe de base du processus d'optimisation est similaire à celui qui a été introduit au chapitre 5. Dans un premier temps, les instants d'intervention sont recherchés de manière à minimiser le coût global moyen du planning de maintenance tout en respectant des contraintes sur la performance des ouvrages, cette performance étant exprimée à l'aide de la notation IQOA. Le coût prend en compte tous les résultats d'inspection possibles en les pondérant par leur probabilité d'occurrence. Dans un deuxième temps, les instants d'intervention qui ont été déterminés précédemment sont fixés et les actions optimales sont déterminées. La méthodologie s'applique alors aussi bien au cas où le problème est mono-objectif qu'au cas où il est multi-objectif (tel que cela a été formulé aux paragraphes 5.2 et 5.3). L'enjeu est donc de modéliser le cadre du problème d'optimisation en n'utilisant plus que la notation IQOA. Ainsi, le gestionnaire peut disposer d'un modèle directement applicable sur un réseau d'ouvrages sans nécessiter d'autres informations que les notes relevées lors des inspections. Par ailleurs, l'application d'un tel modèle est envisageable pour d'autres parcs d'ouvrages que celui considéré dans cette thèse dès lors qu'un système de notation est utilisé et que les hypothèses de Markovianité détaillées au paragraphe 3.2 sont justifiées.

Les deux catégories d'actions de maintenance, structurales et d'équipement, considérées au chapitre 5 sont conservées ici. Ce type de décisions s'applique particulièrement bien à la notation IQOA qui distingue les classes 2 et 2E des classes 3 et 3U. En effet, les deux premières notations ont plus trait à des défauts d'équipement et les deux dernières à des défauts de structure (Tableau 3.2). De plus, l'association d'un caractère d'urgence pour les classes 2E et 3U offre un cadre adapté pour bâtir un processus décisionnel. Les marges d'évènements relatives aux évènements structuraux et d'équipements sont donc introduites dans ce chapitre.

Indicateurs de qualité	Valeurs actuelles	Valeur cible
IEC= 1 + 2	55%	≥ 55%
IES= 2E	31,4%	< 30%
IER= 3 + 3U	13,7%	< 15%
IRU= 3U	1,9%	< 1%

TAB. 6.1 – Indicateurs de gestion

Concernant le choix des contraintes sur la performance des ouvrages, la Direction générale des infrastructures, des transports et de la mer (DGITM) a fixé des objectifs sur l'image du patrimoine des ouvrages d'art du réseau routier national qui s'expriment par le respect de valeurs cibles d'indicateurs de qualité (donnés au tableau 6.1) portant sur la proportion en surface des ouvrages classés 1 ou 2 (indice d'entretien courant du patrimoine noté IEC), la proportion en surface des ouvrages classés 2E (indice d'entretien spécialisé du patrimoine

noté IES), la proportion en surface des ouvrages classés 3 ou 3U (indice d'entretien et de réparation du patrimoine noté IER) et la proportion en surface des ouvrages classés 3U (indice de réparation urgente du patrimoine noté IRU). En effet, la loi organique relative aux lois de finances (LOLF) du 1<sup>er</sup> août 2001, entrée en application en janvier 2006, a réformé en profondeur la gestion de l'État en introduisant la notion de performance budgétaire. La DGITM doit désormais justifier l'efficacité de sa politique de préservation du patrimoine routier, au travers du dialogue de gestion ainsi que du projet et du rapport annuel de performance (PAP et RAP), sur la base d'outils fixés par la LOLF, parmi lesquels les indicateurs annuels de performance et la justification au premier euro. L'utilisation d'indicateurs de performance, basés sur ceux utilisés par la Direction des Routes, est proposée dans la thèse. L'objectif n'est pas de contrôler le pourcentage en surface des ouvrages comme le fait la DGITM, mais de contrôler la probabilité d'un ouvrage de se trouver dans une classe IQOA au cours du temps. Ce choix d'indicateurs cibles comme contraintes sur la performance des ouvrages apparaît particulièrement pertinent dans l'objectif d'avoir un modèle en phase avec les attentes d'un gestionnaire d'ouvrages.

### 6.1.1 Marges d'évènement liées à des interventions de type structurales

A la  $p^{\text{ème}}$  inspection, l'ouvrage  $b$  est caractérisé par le vecteur  $q_{T_{b,p}^{insp}}$  obtenu à partir de l'état initial  $q_{T_0}$  en utilisant la matrice de vieillissement de l'ouvrage et l'équation 3.15. Chaque composante de ce vecteur représente la probabilité d'être dans une des cinq classe IQOA (Paragraphe 3.2.3). Étant donné qu'il n'y a plus de loi générale comme au paragraphe 5.1.4.1 pour estimer l'évolution de la dégradation de la structure de l'ouvrage, la probabilité d'envisager une maintenance de structure est calculée de manière non paramétrique. La démarche proposée est d'introduire des stratégies de maintenance relatives aux actions de maintenance structurales préventives ( $R_S$ ) et aux actions de réhabilitation ( $Reh$ ). Ces stratégies sont modélisées par les vecteurs, notés respectivement  $\hat{p}_{r,R_S}^b$  et  $\hat{p}_{r,Reh}^b$ . Ces vecteurs stockent des variables booléennes prenant uniquement les valeurs 0 ou 1. Le terme 1 signifie que la maintenance structurale ou préventive est choisie et le terme 0 signifie qu'elle ne l'est pas. Par ailleurs, il est considéré dans la thèse qu'une décision de maintenance structurale ( $R_S$  ou  $Reh$ ) ne peut être prise que si l'ouvrage se trouve en classe 2E, en classe 3 ou en classe 3U.

Un exemple des composantes d'un vecteur stratégie pour  $R_S$  et pour  $Reh$  est illustré respectivement par la figure 6.1(a) et la figure 6.1(b). Dans cet exemple, la stratégie consiste à faire une maintenance structurale préventive si l'ouvrage est noté en 2E et à faire une action de réhabilitation si l'ouvrage est en 3 ou en 3U. Il est important de remarquer que les deux vecteurs relatifs à une maintenance structurale ne peuvent pas avoir le terme 1 simultanément pour la même classe IQOA. En effet, les deux évènements  $R_S$  ou  $Reh$  sont disjoints dans l'ensemble des évènements relatifs aux actions de maintenance structurales, ce qui empêche d'avoir ces deux décisions en même temps. Il y a par ailleurs un autre vecteur de stratégie implicitement lié aux deux autres qui est de ne pas faire de maintenance structurale ( $RF$ ) et qui, dans l'exemple de la figure 6.1, a le terme 1 pour les classes 1 et 2 et le terme 0 pour les composantes de la classe 2E, 3 et 3U. Le concept d'évènement « de maintenance structurale » est traduit mathématiquement dans l'équation 6.1 à l'aide de marges d'évènements qualitatives (Équation 5.2). Pour l'ouvrage  $b$  ayant une inspection à l'instant  $T_{b,p}^{insp}$ , les marges d'évènement s'expriment de la manière suivante :

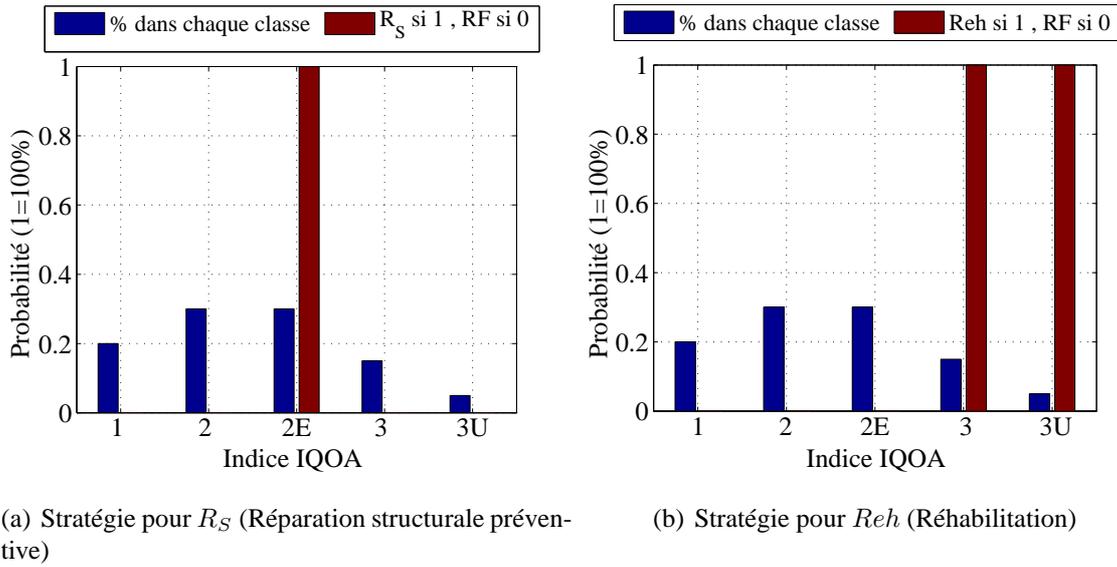


FIG. 6.1 – Exemple de choix possible de la maintenance

$$\begin{cases} \{H_b^0(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(Q(T_{b,p}^{insp}) \in \psi^0)\} \\ \{H_b^1(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(Q(T_{b,p}^{insp}) \in \psi^1)\} \\ \{H_b^2(T_{b,p}^{insp}) \leq 0\} = \{H_b(Q(T_{b,p}^{insp}) \in \psi^2)\} \end{cases} \quad (6.1)$$

avec  $\psi^i$ , l'ensemble des notes IQOA pour lesquelles une action de type  $i$  est effectuée et  $Q(T_{b,p}^{insp})$ , la note IQOA de l'ouvrage  $b$  à l'instant  $T_{b,p}^{insp}$ . Dans le cas de la notation IQOA, la probabilité de se trouver dans chacune des classes (stockée dans le vecteur  $q_{T_{b,p}^{insp}}^b$ ) peut être déterminée en connaissant la nature de l'ouvrage et sa note au début du planning (cette note pouvant être elle-même probabilisée) (Paragraphe 3.2). La probabilité d'avoir une maintenance structurale est alors calculée à l'aide de l'équation 6.2 et représente le produit scalaire de  $q_{T_{b,p}^{insp}}^b$  (un exemple des composantes de ce vecteur est donné aux figures 6.1(a) et 6.1(b)) avec  $\hat{p}_{r,R_S}^b$  pour  $R_S$  et avec  $\hat{p}_{r,Reh}^b$  pour  $Reh$ . Pour l'exemple de la figure 6.1, la probabilité d'avoir une maintenance structurale préventive est égale à 30%, celle d'avoir une action de réhabilitation est égale à 15% + 5% soit 20% et celle de ne rien faire est égale à 20% + 30%, soit 50%.

$$\begin{cases} P_{rep,RF}^b(T_{b,p}^{int}) = P(H_b^0(T_{b,p}^{insp}) \leq 0) = \langle q_{T_{b,p}^{insp},b}^b, \hat{p}_{r,RF}^b \rangle \\ P_{rep,R_S}^b(T_{b,p}^{int}) = P(H_b^1(T_{b,p}^{insp}) \leq 0) = \langle q_{T_{b,p}^{insp},b}^b, \hat{p}_{r,R_S}^b \rangle \\ P_{rep,Reh}^b(T_{b,p}^{int}) = P(H_b^2(T_{b,p}^{insp}) \leq 0) = \langle q_{T_{b,p}^{insp},b}^b, \hat{p}_{r,Reh}^b \rangle \end{cases} \quad (6.2)$$

avec  $H_b^k(T_{b,p})$ , la marge d'évènement de type  $k$  des actions de maintenance structurales pour l'ouvrage  $b$  à la  $p^{\text{ème}}$  inspection. Finalement, l'arbre d'évènement relatif aux actions de maintenance ne comprend que 3 choix possibles à chaque instant d'inspection. Ces trois choix sont illustrés par la figure 6.2.

Dans le cas où une action de maintenance structurale est envisagée à la  $p^{\text{ème}}$  inspection précédant l'instant d'intervention  $T_{b,p}^{int}$ , le vecteur  $q$  à  $T_{b,p}^{int}$  est multiplié par une matrice propre à l'action de maintenance. De telles matrices ont été détaillées au paragraphe 3.22. La position des 1 et des 0 dans ces matrices permet d'agir différemment sur les différentes probabilités contenues

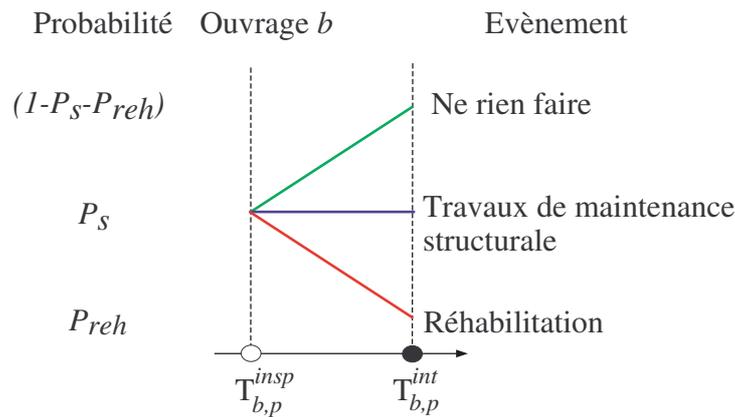


FIG. 6.2 – Arbre d'évènement pour les réparations d'équipement

dans le vecteur  $q$ . Par exemple, si une réhabilitation fait passer un ouvrage de la classe 3U à la classe 2, le terme de la cinquième ligne et de la deuxième colonne est égal à 1 et les autres termes de la ligne sont fixés à 0 (cas de la matrice  $M_4$  dans l'équation 3.22).

### 6.1.2 Marges d'évènement liées à des maintenances d'équipement

Les marges d'évènements des actions de maintenance d'équipement  $\hat{p}_{r,eq}^b$  pour l'ouvrage  $b$  introduites au paragraphe 5.1.4.2 sont reprises ici. La probabilité de décider de réaliser une maintenance d'équipement pour l'ouvrage  $b$  à la  $p^{\text{ème}}$  inspection est donc exprimée à l'aide de l'équation 5.5. L'arbre d'évènement qui a deux branches : « faire une maintenance d'équipement » ou ne rien faire est illustré par la figure 6.3. Un exemple des matrices utilisées pour traduire les réparations d'équipement est donné à l'équation 3.22. Ainsi, si une réparation d'équipement fait passer l'ouvrage de l'état 2E à l'état 2 le terme de la troisième ligne et de la deuxième colonne est fixé à 1 et les autres termes de la ligne sont fixés à 0 (cas de la matrice  $M_1$ ).

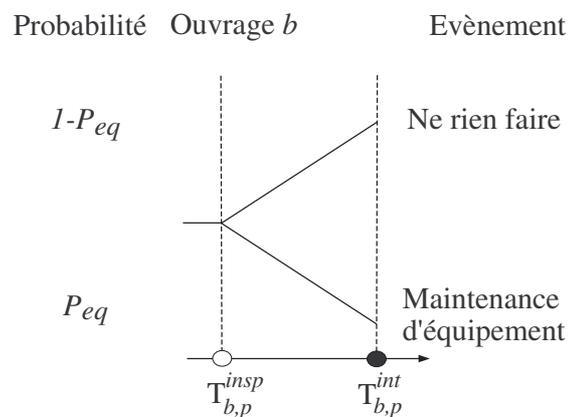


FIG. 6.3 – Arbre d'évènement pour les réparations structurales

### 6.1.2.1 Arbre d'évènement mixte

Les arbres d'évènement des figures 6.2 et 6.3 sont utilisés dans ce paragraphe pour construire l'arbre décisionnel mixte incluant à la fois les critères décisionnels structuraux et les critères décisionnels relatifs à de la maintenance d'équipement. De la même manière qu'au paragraphe 5.1.4.3, l'arbre d'évènement mixte donné à la figure 6.4 est obtenu en incluant le critère « faire avec ou sans maintenance d'équipement » pour les deux premières branches de l'arbre présenté à la figure 5.3. Ainsi, « ne rien faire » ( $RF$ ) devient soit « ne rien faire » ( $RF$ ), soit « faire uniquement de la maintenance d'équipement » ( $R_{eq}$ ); « faire de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ) reste « faire de la maintenance structurale préventive » ( $R_S$ ) ou devient « faire de la maintenance structurale préventive en l'accompagnant d'une action de maintenance d'équipement » ( $R_{S+eq}$ ); la dernière branche de l'arbre d'évènement structural ( $Reh$ ) de la figure 5.3 reste inchangée car les actions de réhabilitation sont supposées inclure les éventuelles actions de maintenance d'équipement. Un exemple des matrices utilisées pour traduire l'impact des différentes actions de maintenance est donné à l'équation 3.22. L'action  $R_{eq}$  est associée à la matrice  $M_1$ , l'ouvrage passe donc en 2, s'il est en 2E. L'action  $R_S$  est associée à la matrice  $M_2$ , l'ouvrage passe donc en 2, s'il est en 3. L'action  $R_{S+eq}$  est associée à la matrice  $M_3$ , l'ouvrage passe donc en 2, s'il est en 2E ou en 3. Enfin l'action  $Reh$  est associée à la matrice  $M_4$ . L'ouvrage passe donc en 2 s'il est dans n'importe laquelle des classes 2E, 3 et 3U.

### 6.1.2.2 Probabilité de dysfonctionnement

La probabilité de dysfonctionnement de l'ouvrage est exprimée dans ce chapitre comme la probabilité d'être en 3U multipliée par la probabilité d'avoir une démolition/reconstruction de l'ouvrage. Il est estimé que 5% des ouvrages en 3U du parc national sont démolis et reconstruits chaque année. Ce pourcentage est notée  $p_{dem}$  dans la suite. La probabilité de défaillance de l'ouvrage  $b$  s'exprime donc à l'aide de l'équation 6.3 comme la probabilité d'être en 3U multipliée par la probabilité  $p_{dem}$ .

$$P_{f,b}(t) = P(M_b(t) \leq 0) = p_{dem}P(Q(t) = 3U) \quad (6.3)$$

### 6.1.2.3 Synthèse

La construction de l'arbre d'évènement structural à partir de la notation IQOA permet d'aboutir à un arbre mixte ayant le même type de décisions que celui qui avait été proposé à la figure 5.6. Il est alors possible de bâtir le même type d'approche qu'au paragraphe 5.1.4 et de déterminer les probabilités d'avoir une action de maintenance et de dysfonctionnement du réseau d'ouvrages à l'instant  $t$ . Les paragraphes 5.1.4.4 à 5.1.4.5 sont utilisés dans ce chapitre pour déterminer les probabilités et introduire les différentes notions liées à la démarche en réseau (introduction de combinaisons d'ouvrages et d'actions, confrontation des coûts de l'offre et de la demande, introduction d'un taux d'actualisation fixé à 4% dans la thèse, etc.).

## 6.2 Détermination des stratégies de gestion optimales

Le problème d'optimisation s'effectue en deux étapes comme au paragraphe 5.2 (cas d'un problème mono-objectif) et au paragraphe 5.3 (cas d'un problème multi-objectif). La démarche pour formuler le nouveau problème mono-objectif à partir de celui du paragraphe 5.2 est

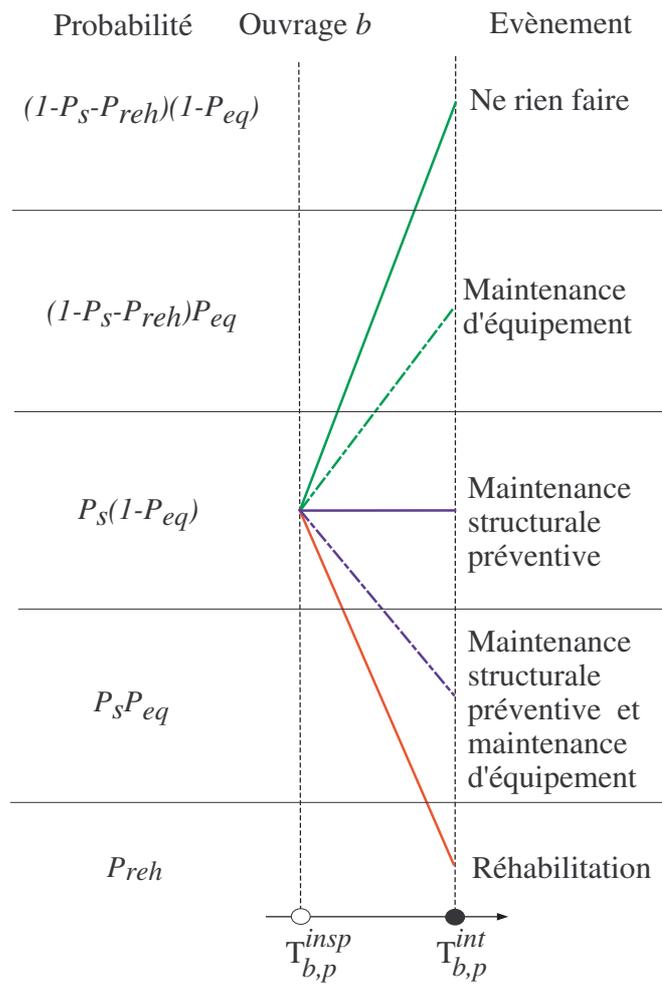


FIG. 6.4 – Arbre d'évènement mixte

détaillée ci-après. Celle pour formuler le nouveau problème multi-objectif à partir de celui du paragraphe 5.3 suit le même principe.

### 6.2.1 Recherche des instants d'interventions optimaux

La fonction coût  $C_{INT}$  est donnée à l'équation 6.4. Elle consiste à additionner les différents coûts pouvant intervenir jusqu'à l'instant  $T_f$  à la fois pour le gestionnaire et pour les usagers. Les différents instants considérés dans l'expression de  $C_{INT}$  sont les instants d'inspection et les instants d'intervention. Son expression est identique à celle du problème de l'équation 5.20 étant donné que le formalisme du nouveau cadre d'optimisation a mis en place les mêmes notations et concepts que ceux du paragraphe 5.1.3.

$$\begin{aligned}
 C_{INT} = & \sum_{m=1}^N \left( \sum_{n=1}^{n_{insp}^m} \left\{ (C_{insp}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,n}^{insp}))) \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,n}^{insp}}} \right\} + \dots \right. \\
 & + \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} \sum_{\xi \in \Xi(\theta)} C_{REP,\xi}^{\theta} P_{REP,\xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int}) + \dots \right. \\
 & \left. \left. \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_f^{\theta} P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \quad (6.4)
 \end{aligned}$$

avec :

- $N$ , le nombre d'ouvrages,
- $n_{insp}^m$ , le nombre d'instant d'inspection pour l'ouvrage  $m$ ,
- $P_{f,m}(T_{m,n}^{insp})$ , la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $m$  à l'inspection  $n$ ,
- $\Theta(\omega)$ , l'ensemble des combinaisons d'interventions simultanées (l'ordre  $\omega$  représente le nombre maximum d'ouvrages pouvant avoir recevoir une intervention en même temps : on considère par exemple des paires si  $\omega = 2$ , des  $n$ -uplets si  $\omega = n \dots$ ),
- $\Xi(\theta)$ , l'ensemble de tous les évènements possibles pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  (ces évènements étant les différents types d'actions de maintenance des ouvrages),
- $P_{REP,\xi}^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  ait le type d'intervention  $\xi$  à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,
- $P_f^{\theta}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité que la combinaison d'ouvrages  $\theta$  présente une défaillance à la  $l^{\text{ème}}$  intervention de l'ouvrage  $m \in \theta$ ,
- $C_{insp}^m$ , le coût d'inspection de l'ouvrage  $m$ ,  $C_{REP,\xi}^{\theta}$  le coût de la combinaison de maintenance  $\xi$  pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  et  $C_f^{\theta,\xi}$  le coût de défaillance pour la combinaison d'ouvrages  $\theta$  recevant la combinaison de maintenance  $\xi$ ,
- $\alpha$ , le taux d'actualisation,
- $IE^m(T_f)$ , l'indice d'état de l'ouvrage  $m$  à  $T_f$  la fin du planning, i.e. la probabilité de l'ouvrage d'être dans certaines classes IQOA non souhaitées à la fin du planning,
- $IE_0^m$ , l'indice d'état maximum pour l'ouvrage  $m$ .

Les remarques suivantes s'appliquent au problème de l'équation 6.5 :

- il ne peut y avoir plus de deux interventions par an. En effet, le problème d'optimisation considère la perte de niveau de service par paires d'ouvrages au maximum (Paragraphe 5.16). Cette restriction impose donc de ne jamais avoir plus de deux interventions sur des ouvrages la même année. Ainsi, la solution optimale déterminée est liée au choix de la taille maximale des combinaisons d'ouvrages ;
- les probabilités de défaillance et de réparation d'une combinaison d'ouvrages sont calculées comme le produit des probabilités de défaillance et de réparation des ouvrages pris individuellement ;
- les probabilités de défaillance des ouvrages utilisées dans ce calcul sont instantanées. La probabilité de défaillance instantanée de l'ouvrage  $b$  à l'instant  $T_{m,l}^{int}$  est obtenue en soustrayant à  $P_{f,b}(T_{m,l}^{int})$  la probabilité de défaillance de l'ouvrage  $b$  à l'instant d'intervention ou d'inspection le précédent dans le planning. En effet, les probabilités de défaillance des ouvrages telles qu'elles ont été définies au paragraphe 5.1.4.5 se cumulent à chaque fois qu'un instant d'inspection ou d'intervention a lieu. Il faut donc opérer cette opération de soustraction pour chaque ouvrage afin de retrouver la probabilité de défaillance instantanée.

Le problème d'optimisation de la fonction  $C_{INT}$  est donné à l'équation 6.5. Il a pour objectif, comme au problème de l'équation 5.20, de déterminer les instants optimaux d'intervention des ouvrages.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}} C_{INT} \\ \text{tel que :} \\ \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m \end{array} \right. \quad (6.5)$$

La différence du nouveau problème d'optimisation par rapport à celui de l'équation 5.20 est au final de ne plus avoir de contraintes que sur la notation IQOA. La nouvelle formulation du problème d'optimisation des instants d'intervention dans le cas multi-objectif peut s'obtenir de la même façon en utilisant celle du problème donné à l'équation 5.24. Concernant les techniques utilisées pour déterminer les solutions optimales, les algorithmes génétiques sont utilisés en les paramétrant de la même façon qu'au chapitre 5 (Paragraphe 5.2.3 pour le cas mono-objectif et 5.3.2.1 pour le cas multi-objectif).

## 6.2.2 Recherche des actions de maintenance optimales

Les instants optimaux sont déterminés au paragraphe 6.2.1. Ils tiennent compte de tous les résultats possibles du calendrier d'inspection. Pour une solution d'instants, l'ensemble des actions qui minimise le coût global du calendrier de maintenance est recherché. De même qu'au paragraphe 6.2.1, le problème de la recherche des actions optimales s'obtient à partir de celui de celui du chapitre 5 en retirant les contraintes sur l'indice de fiabilité. Ce raisonnement est valable aussi bien pour le cas mono-objectif que pour le cas multi-objectif. Le problème d'optimisation dans le cas mono-objectif est donné à titre d'exemple à l'équation 6.6 en utilisant les notations de l'équation 5.23.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{r_1^1, \dots, r_1^{n_1}, \dots, r_1^N, \dots, r_{n_N}^N} C_{REP} \\ \text{avec :} \\ C_{REP} = \sum_{m=1}^N \left( \sum_{l=1}^{n_{int}^m} \left\{ C_{REP, r_l^m}^m (1 - P_{f,m}(T_{m,l}^{int})) \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{\omega=1}^{\Omega} \sum_{\theta \in \Theta(\omega)} C_f^\theta P_f^\theta(T_{m,l}^{int}) \right\} \frac{1}{(1 + \alpha)^{T_{m,l}^{int}}} \right) \\ \text{tel que :} \\ \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m \end{array} \right. \quad (6.6)$$

## 6.2.3 Exemple d'application aux huit ouvrages du réseau Île-de-France

Les huit ouvrages du réseau Île-de-France introduits au paragraphe 3.5 sont considérés dans ce paragraphe. La matrice de transition des ouvrages PtMarne1, PtMarne2, StMau1, StMau2, StMau3, StMau4 est la matrice  $P_5$  de l'équation 3.19, correspondant aux poutres caissons en béton précontraint. La matrice de transition pour les ouvrages PtNogent1 et PtNogent2 est la matrice  $P_3$  de l'équation 3.19, correspondant aux ponts mixtes acier-béton. A l'état initial,

tous les ouvrages sont en 2E sauf les ouvrages PtMarne1 et PtMarne2 qui sont en classe 3. Il est supposé que l'appréciation de la note initiale est à considérer dans chaque cas avec une incertitude de 10%. Ainsi, les ouvrages classés en 3 ont 5% de chances d'être en 2E, 90% de chances d'être en 3 et 5% de chances d'être en 3U. Les ouvrages classés en 2E ont 5% de chances d'être en 2, 90% de chances d'être en 2E et 5% de chances d'être en 3. Dans cet exemple, les contraintes portent sur la probabilité qu'ont les ouvrages de se trouver dans certaines classes IQOA non souhaitées (indice d'état). Dans un premier temps, la contrainte appliquée aux ouvrages est d'avoir la probabilité d'être en 1 ou en 2 supérieure à 45% (et donc d'avoir la probabilité d'être en 2E, 3 ou 3U inférieure à 55%) à la fin du planning. Cette contrainte se base sur l'indicateur IEC du tableau 6.1. Dans un deuxième temps, la contrainte est d'avoir la probabilité d'être en 3U qui reste inférieure à 10% à la fin du planning (contrainte IRU du tableau 6.1). Dans un troisième temps, les contraintes portent à la fois sur l'IEC et sur l'IRU qui doivent être respectivement supérieur à 45% et inférieur à 10% à la fin du planning. Les vecteur stratégie associés à de la maintenance structurale préventive, à de la réhabilitation et à de la maintenance d'équipement, donnés en exemple aux paragraphes 6.1.1 et 6.1.2, et couplés avec les matrices de stratégie de l'équation 3.22, ne permettent pas d'atteindre de tels objectifs. Ces stratégies ne sont en effet pas suffisamment performantes pour espérer relever significativement l'état global des différents ouvrages du réseau. Une stratégie plus adéquate est donc proposée dans ce paragraphe. Le vecteur stratégie associé à de la maintenance structurale préventive et celui associé à de la réhabilitation, sont respectivement  $\hat{\mathbf{p}}_{r,RS}^b = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$  et  $\hat{\mathbf{p}}_{r,Reh}^b = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$ . Le vecteur stratégie relatif à de la maintenance d'équipement est  $\hat{\mathbf{p}}_{r,eq}^b = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0)$ . Les matrices de stratégie  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  et  $M_4$ , relatives respectivement à de la maintenance d'équipement ( $R_{eq}$ ), à de la maintenance structurale préventive ( $R_S$ ), à de la maintenance structurale préventive accompagnée de maintenance d'équipement ( $R_{S+eq}$ ) et à de la réhabilitation de l'ouvrage ( $Reh$ ) sont données à l'équation 6.7.

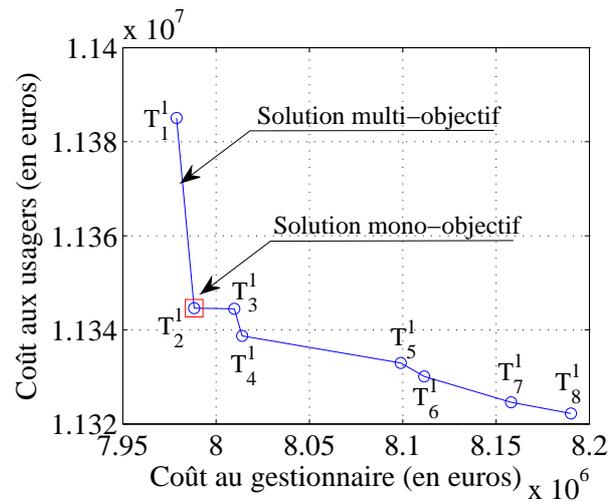
$$\begin{aligned}
 M_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & M_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 M_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & M_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

La matrice  $M_1$  est identique à celle de l'équation 3.22. Cependant cette matrice est maintenant appliquée si l'ouvrage est en classe 2E ou en classe 3 à la dernière inspection précédent l'intervention, alors qu'elle n'était appliquée que si l'ouvrage est en classe 2E avec l'exemple de la figure 5.4(b). Concernant les matrices structurales ( $M_2, M_3$  et  $M_4$ ), la position des termes 1 dans la partie de la matrice sous la diagonale permet d'envisager le passage de l'ouvrage dans des bonnes classes (1 ou 2) lorsqu'une intervention de ce type est réalisée. La recherche des calendriers de maintenance est effectuée à l'aide d'une procédure mono-objectif et multi-objectif comme expliqué au paragraphe 6.2.1. Pour les deux premiers cas de contraintes, la solution ne comporte qu'un seul instant d'intervention par ouvrage. Dans le

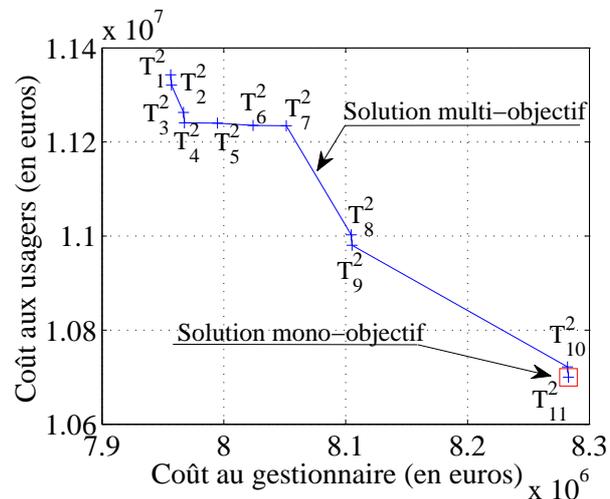
troisième cas de contraintes, deux instants d'intervention sont prévus sur chaque ouvrage car l'algorithme ne converge pas avec un seul instant d'intervention pour ce niveau de contraintes. Pour les trois cas de contraintes considérés, les résultats de la procédure mono-objectif sont donnés après 3000 itérations. Pour  $IEC \geq 45\%$ , la solution optimale est  $T_{opt}^1/années = (18\ 24\ 16\ 21\ 22\ 23\ 15\ 17)$  (les résultats sont donnés pour les différents ouvrages avec l'ordre d'apparition de la figure 6.6(a)). Pour  $IRU < 10\%$ , la solution optimale d'instant est  $T_{opt}^2/années = (6\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 18\ 17)$ . Enfin, dans le cas où les deux contraintes sont appliquées simultanément, i.e.  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$ ,  $T_{opt}^3/années = ((5,22)\ (10,24)\ (11,23)\ (16,24)\ (14,21)\ (12,20)\ (18,21)\ (15,23))$ . Cette recherche des instants d'intervention optimaux est également effectuée à l'aide d'une procédure multi-objectif. Les solutions après 3000 itérations pour chacun des trois niveaux de contraintes considérés sont données au tableau 6.2. Les fronts de Pareto et les solutions  $T_i^j$  d'instant optimaux  $i$  pour le niveau de contraintes  $j$  sont par ailleurs illustrés respectivement par les figures 6.5(a), 6.5(b) et 6.5(c) (La solution mono-objectif est à chaque fois mise en évidence). Les résultats d'instant d'intervention optimaux sont finalement très différents lorsque les seuils de contraintes varient et ce aussi bien dans le cas de la procédure mono-objectif que dans le cas de la procédure multi-objectif.

<b>Solutions pour <math>IEC \geq 45\%</math> - 1 instant d'intervention par ouvrage</b>	
$T_1^1/années =$	$(18\ 23\ 16\ 21\ 22\ 24\ 15\ 17)$
$T_2^1/années =$	$(18\ 24\ 16\ 21\ 22\ 23\ 15\ 17)$
$T_3^1/années =$	$(18\ 23\ 16\ 22\ 24\ 21\ 15\ 17)$
$T_4^1/années =$	$(18\ 24\ 16\ 23\ 22\ 21\ 15\ 17)$
$T_5^1/années =$	$(17\ 24\ 16\ 22\ 18\ 23\ 15\ 21)$
$T_6^1/années =$	$(17\ 24\ 16\ 23\ 18\ 22\ 15\ 21)$
$T_7^1/années =$	$(17\ 24\ 16\ 23\ 18\ 21\ 15\ 22)$
$T_8^1/années =$	$(17\ 24\ 16\ 22\ 18\ 21\ 15\ 21)$
<b>Solutions pour <math>IRU &lt; 10\%</math> - 1 instant d'intervention par ouvrage</b>	
$T_1^2/années =$	$(18\ 23\ 22\ 21\ 24\ 16\ 17\ 12)$
$T_2^2/années =$	$(18\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 17\ 12)$
$T_3^2/années =$	$(18\ 23\ 22\ 21\ 24\ 16\ 17\ 15)$
$T_4^2/années =$	$(18\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 17\ 15)$
$T_5^2/années =$	$(17\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 18\ 15)$
$T_6^2/années =$	$(18\ 24\ 22\ 21\ 23\ 15\ 17\ 16)$
$T_7^2/années =$	$(17\ 24\ 22\ 21\ 23\ 15\ 18\ 16)$
$T_8^2/années =$	$(12\ 23\ 22\ 21\ 24\ 16\ 18\ 17)$
$T_9^2/années =$	$(12\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 18\ 17)$
$T_{10}^2/années =$	$(6\ 23\ 22\ 21\ 24\ 16\ 18\ 17)$
$T_{11}^2/années =$	$(6\ 24\ 22\ 21\ 23\ 16\ 18\ 17)$
<b>Solutions pour <math>IEC \geq 45\%</math> et <math>IRU &lt; 10\%</math> - 2 instants d'intervention par ouvrage</b>	
$T_1^3/années =$	$((5,22)\ (10,24)\ (11,23)\ (16,24)\ (14,21)\ (12,20)\ (18,21)\ (15,23))$
$T_2^3/années =$	$((5,22)\ (10,24)\ (11,23)\ (15,23)\ (14,21)\ (12,20)\ (18,21)\ (16,24))$

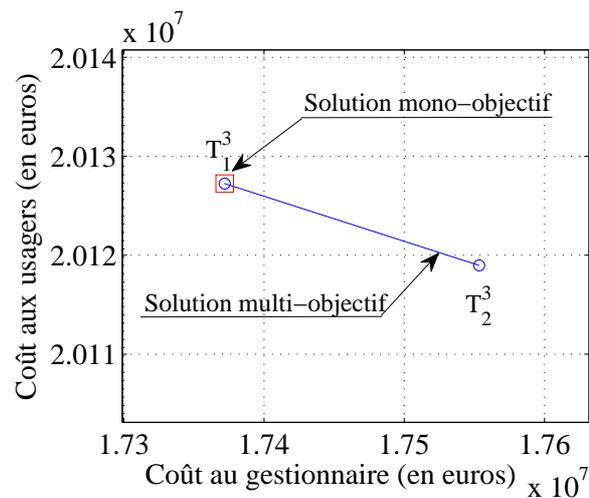
TAB. 6.2 – Résultat des instants d'intervention optimaux pour trois cas de contraintes



(a) Solutions mono et multi-objectif pour  $IEC \geq 45\%$

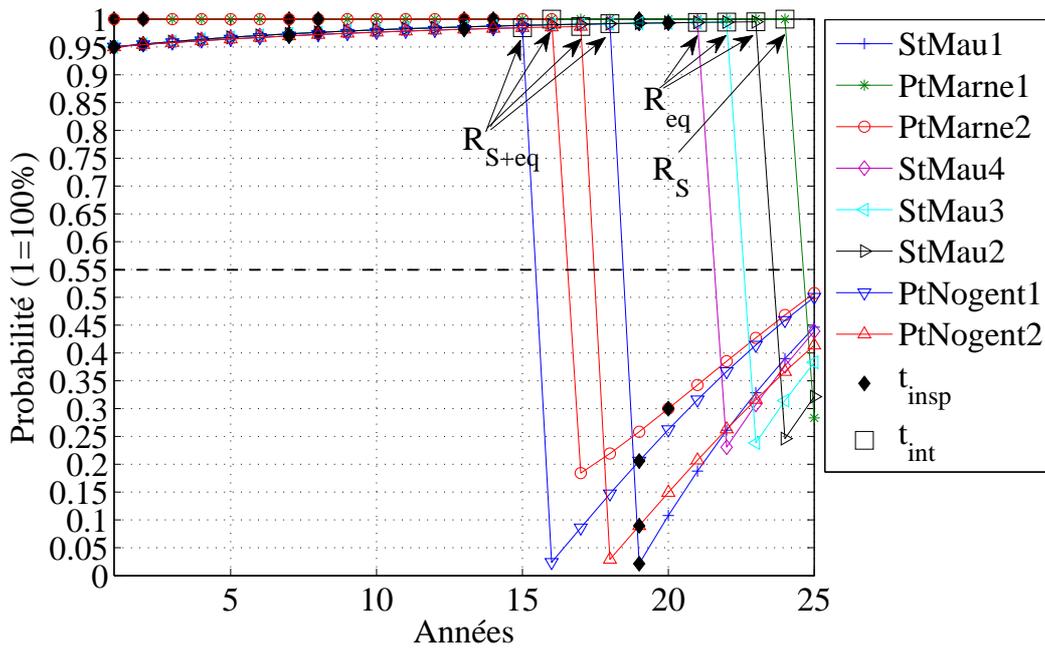


(b) Solutions mono et multi-objectif pour  $IRU < 10\%$

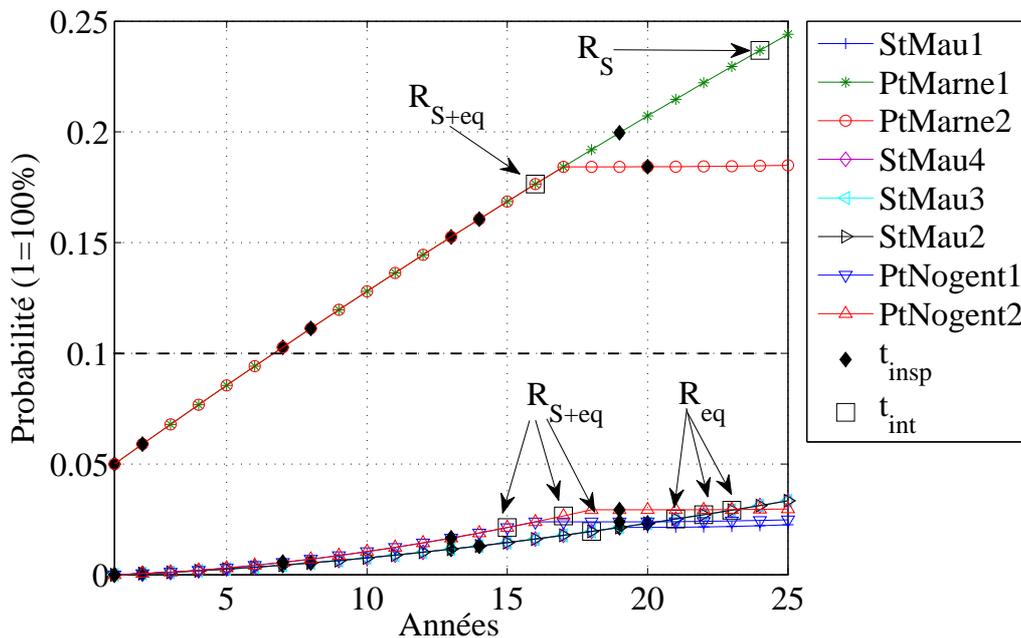


(c) Solutions mono et multi-objectif pour  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$

FIG. 6.5 – Front de Pareto après 3000 itérations



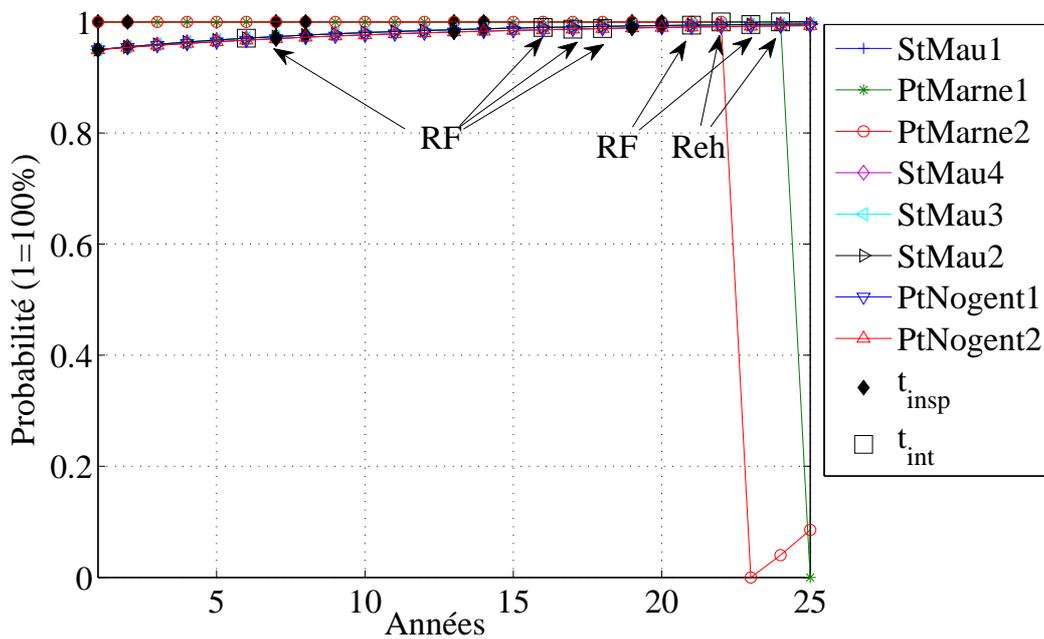
(a) Évolution de 1-IEC



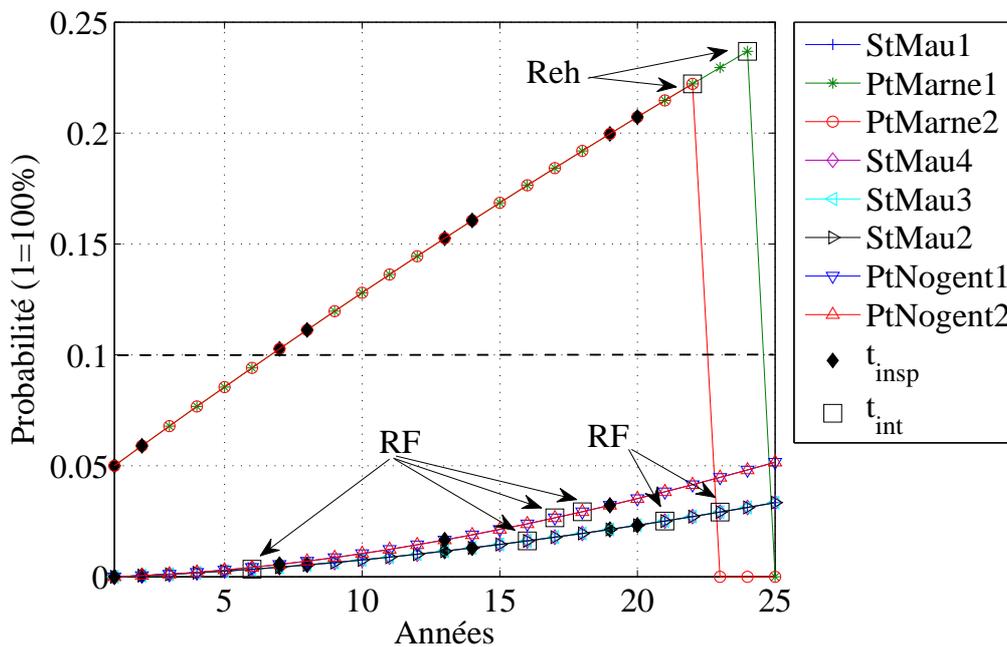
(b) Évolution de IRU

FIG. 6.6 – Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si  $IEC \geq 45\%$

Les instants d'intervention optimaux déterminés précédemment sont maintenant fixés afin de rechercher les actions optimales pour chacun des ouvrages. Cette démarche est effectuée uniquement dans le cas de la démarche mono-objectif dans ce paragraphe. Les actions optimales obtenues pour le premier cas de contraintes ( $IEC \geq 45\%$ ) sont données dans le vecteur  $r_{opt}(T_{opt}^1) = (R_{S+eq} R_S R_{S+eq} R_{eq} R_{eq} R_{eq} R_{S+eq} R_{S+eq})$ . L'évolution



(a) Évolution de 1-IEC



(b) Évolution de IRU

FIG. 6.7 – Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si  $IRU < 10\%$

des indicateurs IEC et IRU est alors donnée aux figures 6.6(a) et 6.6(b). Il est intéressant de voir que les contraintes sont bien respectées puisque la probabilité d'être en 2E, 3 ou 3U est inférieure à 55% à la fin du planning et donc la probabilité d'être en 1 ou 2 est supérieure à 45%. En revanche, la probabilité d'être en 3U est supérieure à 10% dans 25 ans pour les ouvrages PtMarne1 et PtMarne2 (ce qui ne constitue pas une violation de

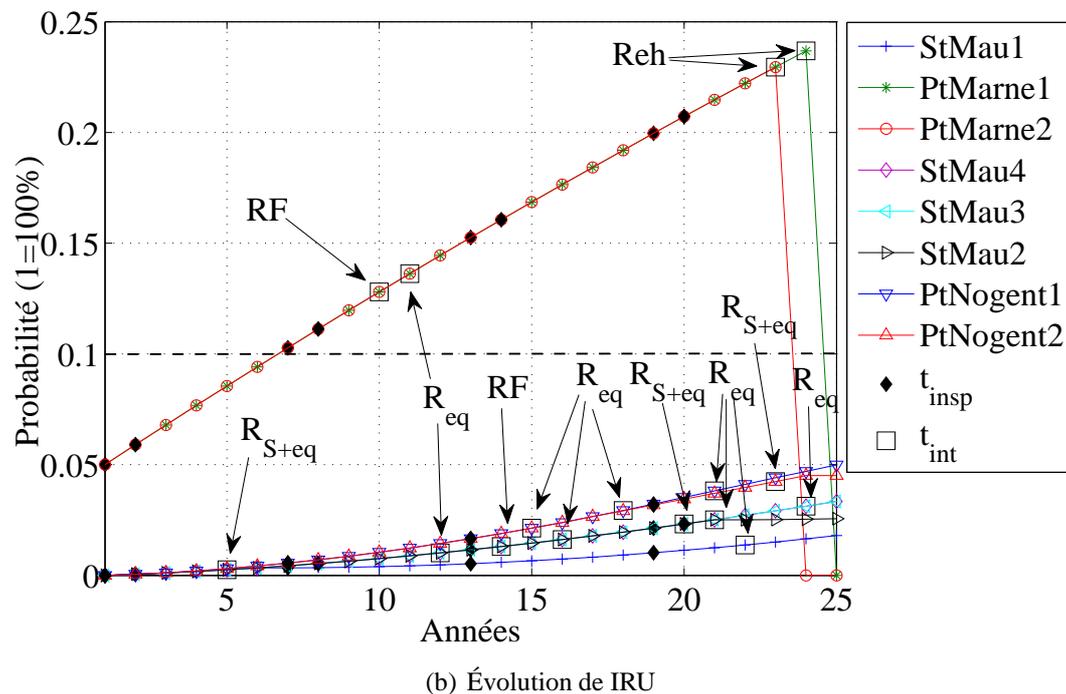
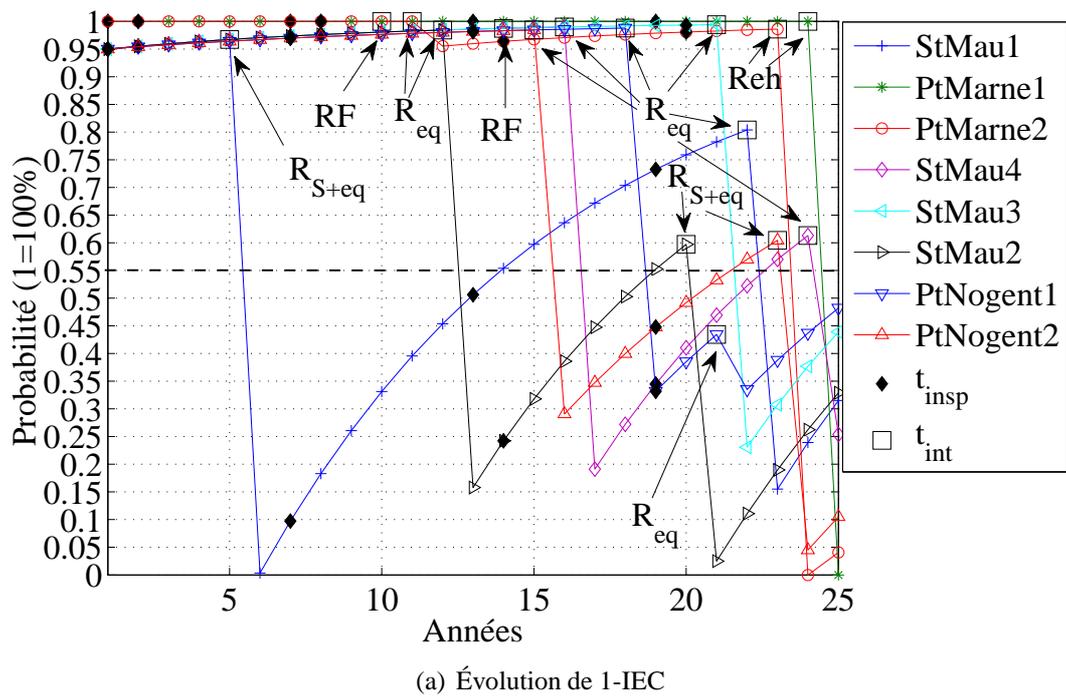


FIG. 6.8 – Évolution des indicateurs pour la solution optimale déterminée si  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$

contraintes puisque ce seuil n'est pas imposé aux ouvrages dans ce cas de figure). Les actions optimales obtenues pour le deuxième cas de contraintes ( $IRU < 10\%$ ) sont données dans le vecteur  $r_{opt}(T_{opt}^2) = (RF \text{ Reh } Reh \text{ RF } RF \text{ RF } RF \text{ RF})$ . L'évolution des indicateurs IEC et IRU est alors donnée aux figures 6.7(a) et 6.7(b). Pour ce nouveau cas de

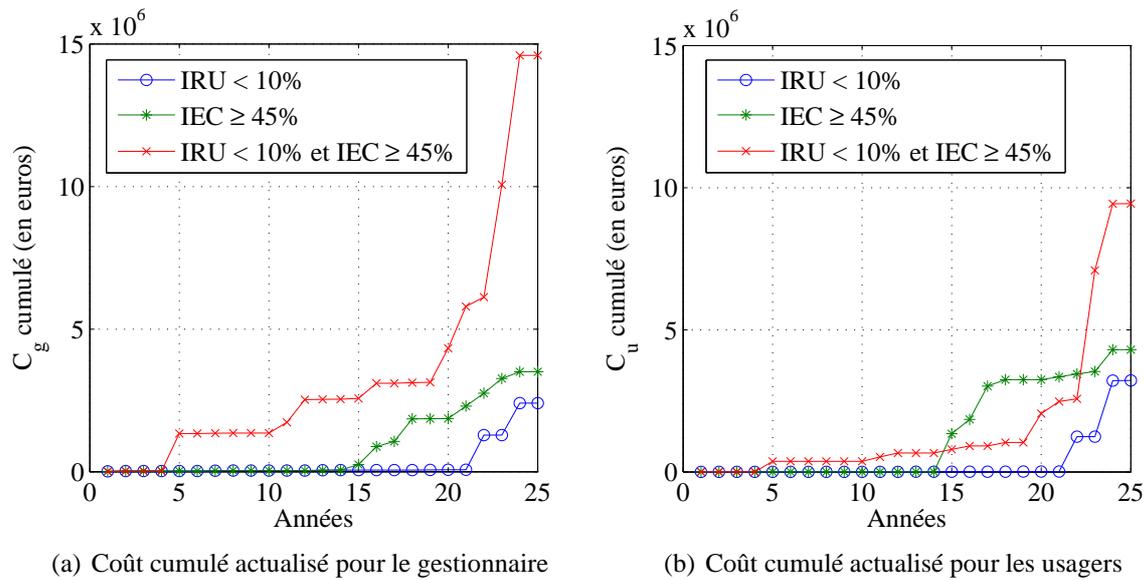


FIG. 6.9 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers pour trois cas de contraintes

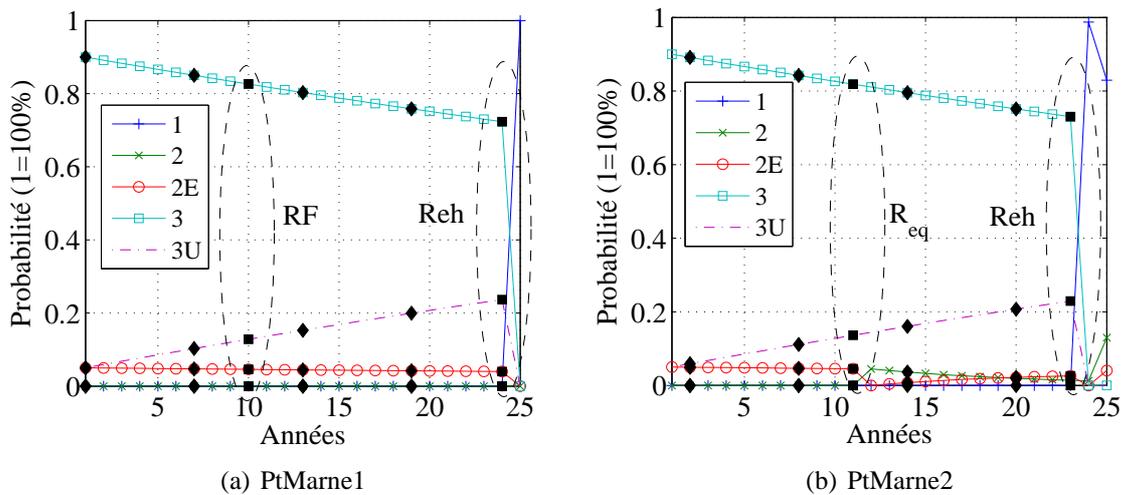


FIG. 6.10 – Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages du pont sur la Marne si  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$

contraintes, les instants et les actions optimales ont été déterminés pour que la probabilité des ouvrages d'être en classe 3U soit inférieure à 10% à la fin du planning. Il est alors possible de constater à la figure 6.7(a) que le seuil des 45% pour IEC (ou 55% pour 1-IEC) n'est plus atteint pour tous les ouvrages sauf pour ceux du pont sur la Marne qui subissent une intervention. Enfin, les actions optimales (deux actions par ouvrage) obtenues pour le troisième cas de contraintes ( $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$ ) sont données dans le vecteur  $r_{opt}(T_{opt}^3) = (R_{S+eq}, R_{eq}, RF, Reh, R_{eq}, Reh, R_{eq}, R_{eq}, RF, R_{eq}, R_{eq}, R_{S+eq}, R_{eq}, R_{eq}; R_{eq}, R_{S+eq})$ . L'évolution des indicateurs IEC et IRU est donnée aux figures 6.8(a) et 6.8(b). Le fait d'avoir introduit deux instants d'intervention par ouvrages et d'avoir adapté les instants et les actions optimales de chaque ouvrage permet finalement d'atteindre les contraintes à la fois sur

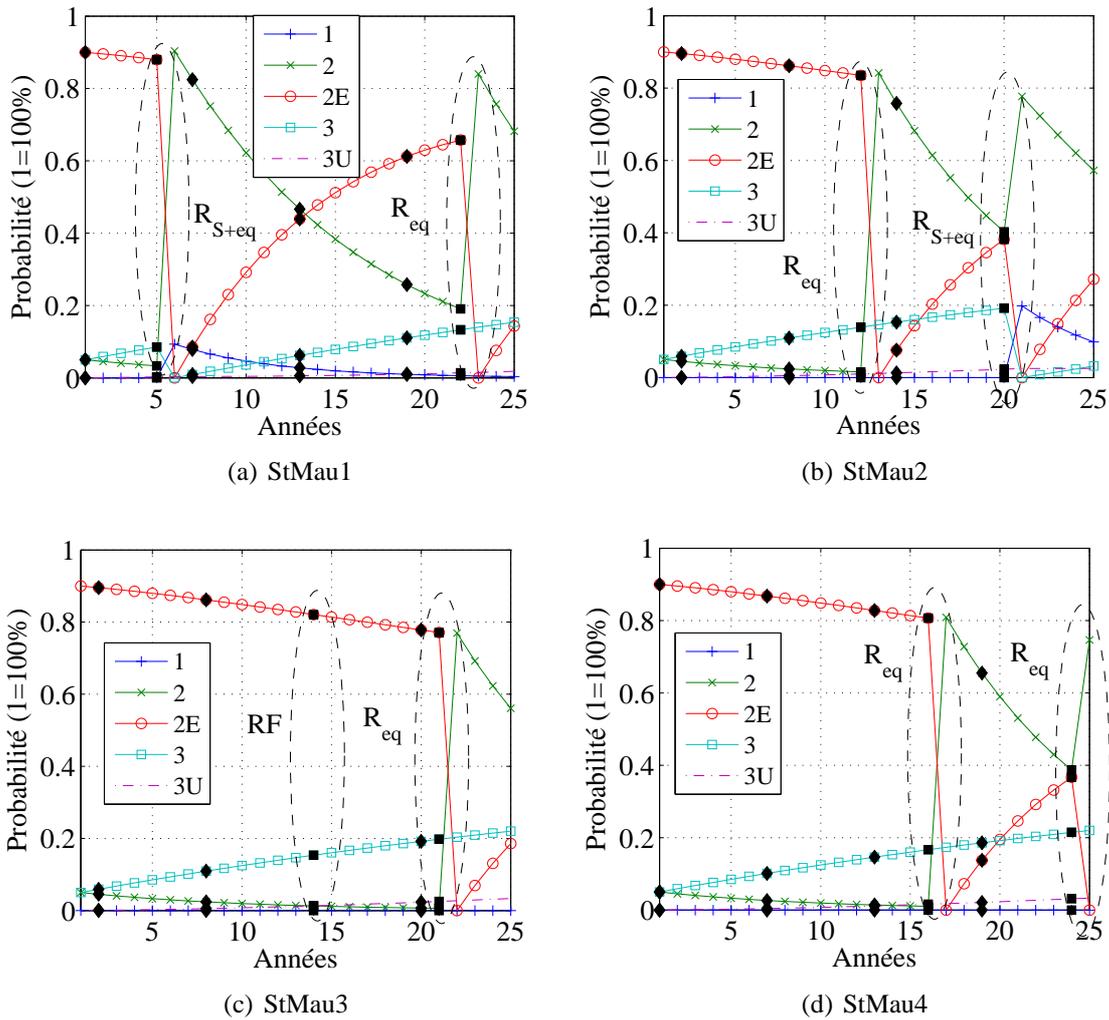


FIG. 6.11 – Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice si  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$

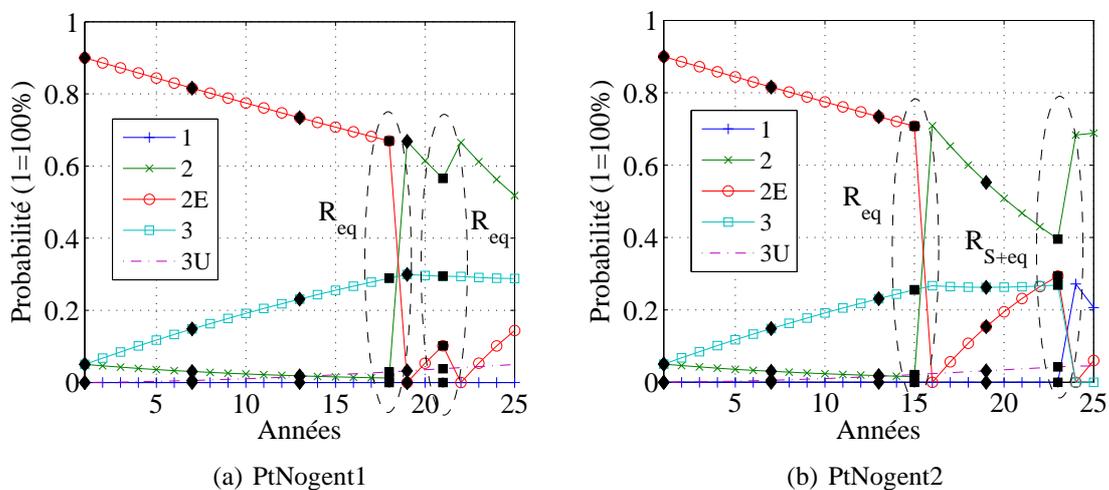


FIG. 6.12 – Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les ouvrages du pont de Nogent si  $IEC \geq 45\%$  et  $IRU < 10\%$

l'indicateur IEC et sur l'indicateur IRU. Pour ce dernier cas de contraintes, l'évolution de tous les états IQOA des ouvrages considérés est donnée respectivement à la figure 6.10 pour les ouvrages du pont sur la Marne, à la figure 6.11 pour les ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice et à la figure 6.12 pour les ouvrages du pont de Nogent. L'évolution du coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers est par ailleurs donnée respectivement aux figures 6.9(a) et 6.9(b). Il est possible de constater à l'aide de ces deux figures que le cas où la contrainte porte uniquement sur l'IRU est celui de coût cumulé moindre pour le gestionnaire comme pour les usagers. A l'inverse, le cas pour lequel la contrainte porte à la fois sur l'IEC et l'IRU est celui pour lequel le coût cumulé est le plus important pour le gestionnaire et les usagers du fait des interventions nécessaires. Finalement, le processus d'optimisation présente une certaine souplesse qui permet de déterminer les calendriers de maintenance optimaux d'ouvrages de nature différentes et dans des états de dégradation variés en début de planning.

### 6.2.4 Optimisation des variables décisionnelles

Un autre problème d'optimisation est proposé à l'équation 6.8. Il consiste à considérer comme des variables du problème d'optimisation les trois vecteurs stratégies des ouvrages liés respectivement aux décisions d'équipement, aux décisions de maintenance structurales préventives et aux décisions de réhabilitation. Ces trois vecteurs sont regroupés pour chaque ouvrage  $b$  dans une matrice  $St_b = \left( \hat{P}_{r,Req}^b \quad \hat{P}_{r,RS}^b \quad \hat{P}_{r,Reh}^b \right)$  qui apparaît alors dans le problème d'optimisation 6.8. L'intérêt d'une telle approche est de trouver les instants optimaux d'intervention mais également les choix optimaux à effectuer suivant l'état de l'ouvrage au moment de l'inspection. Ainsi, le résultat du calcul fournit une double information au gestionnaire : non seulement, il peut savoir les instants auxquels une intervention est recommandée mais il sait également quel type de stratégie il devra mettre en place au moment de l'intervention en fonction de la note de l'ouvrage au moment de l'inspection. Ce problème permet également d'envisager des contraintes, basées sur les indicateurs de performance du tableau 6.1, plus élevées car les possibilités d'adapter la politique afin de respecter des seuils de qualité élevés sont plus importantes que si les vecteurs de stratégie sont fixés dès le départ.

$$\begin{cases} \min_{T_{1,1}^{int}, \dots, T_{1,n_1}^{int}, St_1, \dots, T_{N,1}^{int}, \dots, T_{N,n_N}^{int}, St_n} C_{INT} \\ \text{tel que :} \\ \forall m = 1 \dots N, IE^m(T_f) < IE_0^m \end{cases} \quad (6.8)$$

Le calcul est effectué pour plusieurs combinaisons d'ouvrages, de contraintes et de matrices de stratégie possibles.

Le premier cas considéré est celui des ouvrages du pont sur la Marne PtMarne1 et PtMarne2. Le seuil à ne pas dépasser à la fin du planning pour la probabilité d'être en 3U est fixé à 20%. La matrice de vieillissement pour les deux ouvrages est la matrice  $P_5$  de l'équation 3.19, correspondant aux poutres caissons en béton précontraint. Les matrices de stratégie sont celles détaillées au paragraphe 6.1.2.1. A l'état initial, les deux ouvrages sont notés en 3. Il est supposé que cette appréciation de la note initiale est à considérer avec une incertitude de 10%. Ainsi, l'ouvrage a 5% de chances d'être en 2E, 90% de chances d'être en 3 et 5% de chances d'être en 3U. Le problème de l'équation 6.8 est traité à l'aide d'un calcul mono-objectif. Les résultats de la convergence sont illustrés par la figure 6.13.

L'instant optimal pour effectuer l'intervention est obtenu à 15 ans pour l'ouvrage PtMarne1 et à 16 ans pour l'ouvrage PtMarne2. Les variables booléennes de la figure 6.13 convergent par

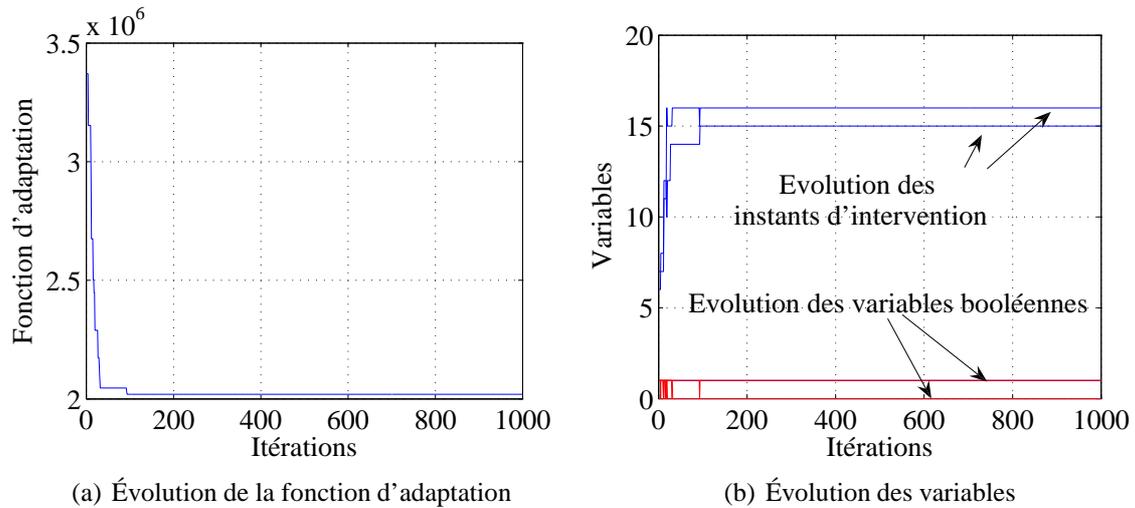


FIG. 6.13 – Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'instant optimal d'intervention de chaque ouvrage

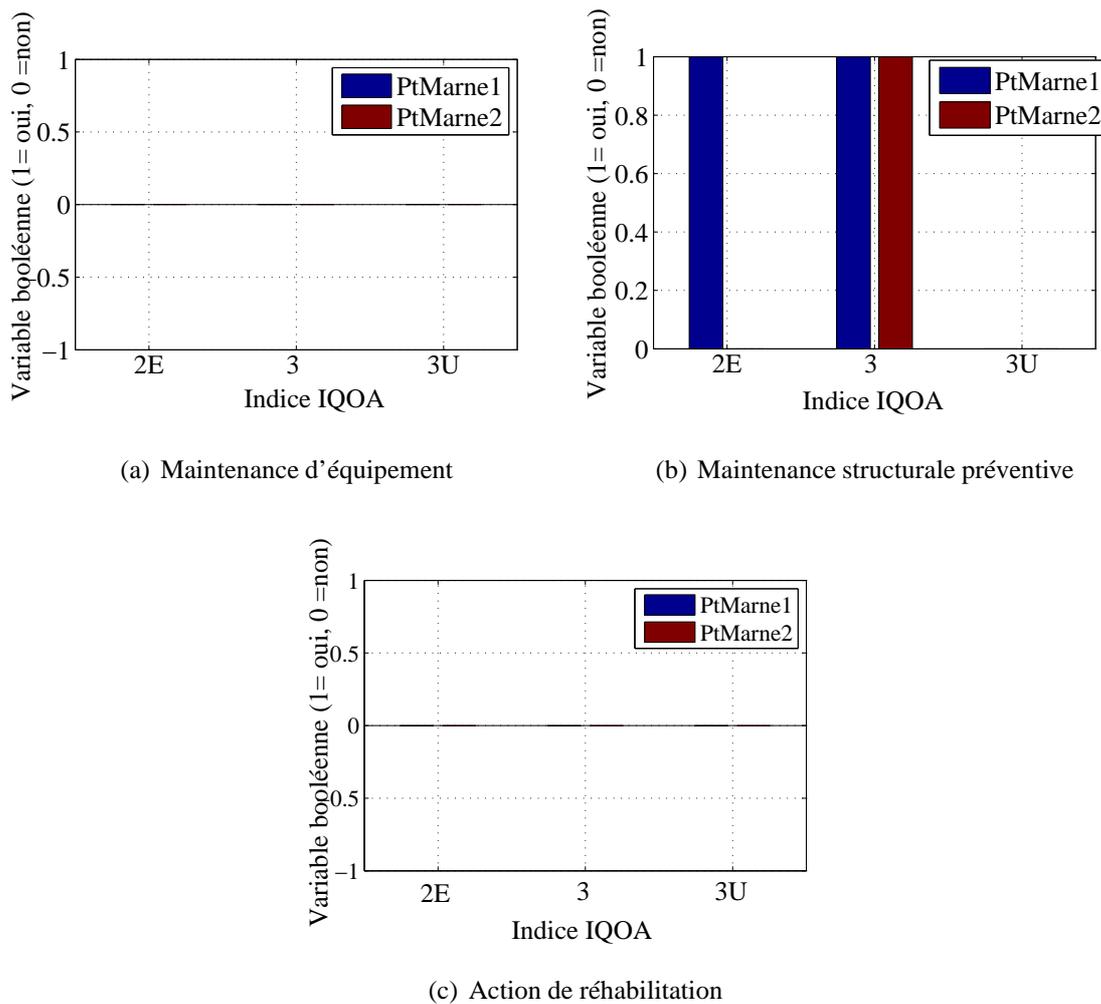


FIG. 6.14 – Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages

ailleurs vers la stratégie donnée à la figure 6.14(a) pour les décisions d'équipement, à la figure 6.14(b) pour les décisions structurales et à la figure 6.14(c) pour les actions de réhabilitation. Le gestionnaire sait alors qu'il devra faire une maintenance structurale préventive à 15 ans sur le pont PMarne1 si celui-ci est noté 2E ou en 3 à l'inspection réalisée à 13 ans, et qu'il devra également faire une action de maintenance structurale préventive sur le pont PtMarne2 à 16 ans si ce dernier est noté 3 à l'inspection réalisée à 14 ans. Le calcul de recherche des instants optimaux est également effectué avec la procédure multi-objectif comme cela est montré à la figure 6.15.

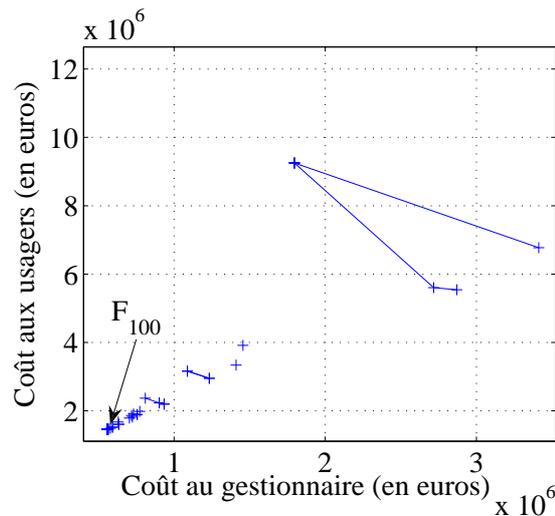
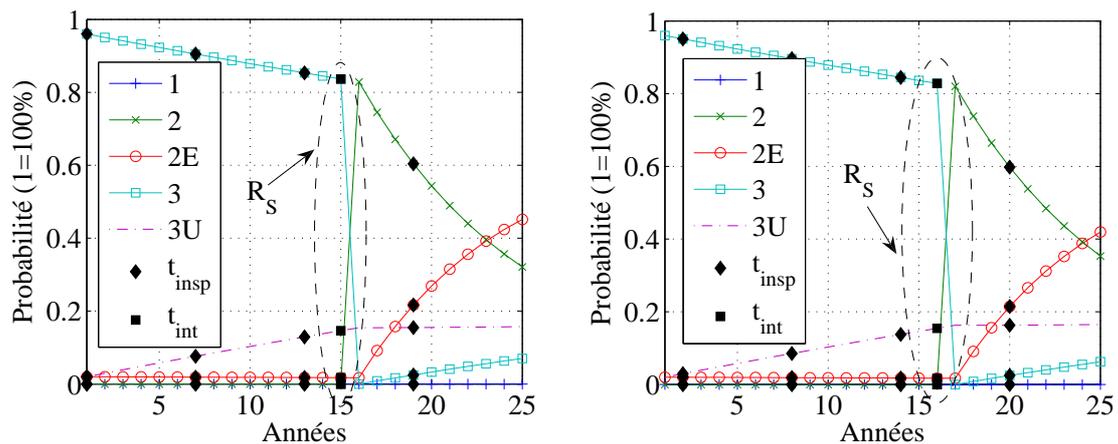


FIG. 6.15 – Évolution du front de Pareto au cours des itérations



(a) Évolution de l'état IQOA probabilisé pour le pont PtMarne1 (b) Évolution de l'état IQOA probabilisé pour le pont PtMarne2

FIG. 6.16 – Évolution de l'état IQOA probabilisé

La solution  $F_{100}$  est unique, ce qui montre que l'intérêt de l'utilisateur va dans le même sens que celui du gestionnaire pour cet exemple. Cette solution est identique à celle qui a été obtenue à l'aide du calcul mono-objectif, c'est à dire avoir pour instant de future intervention 15 ans pour

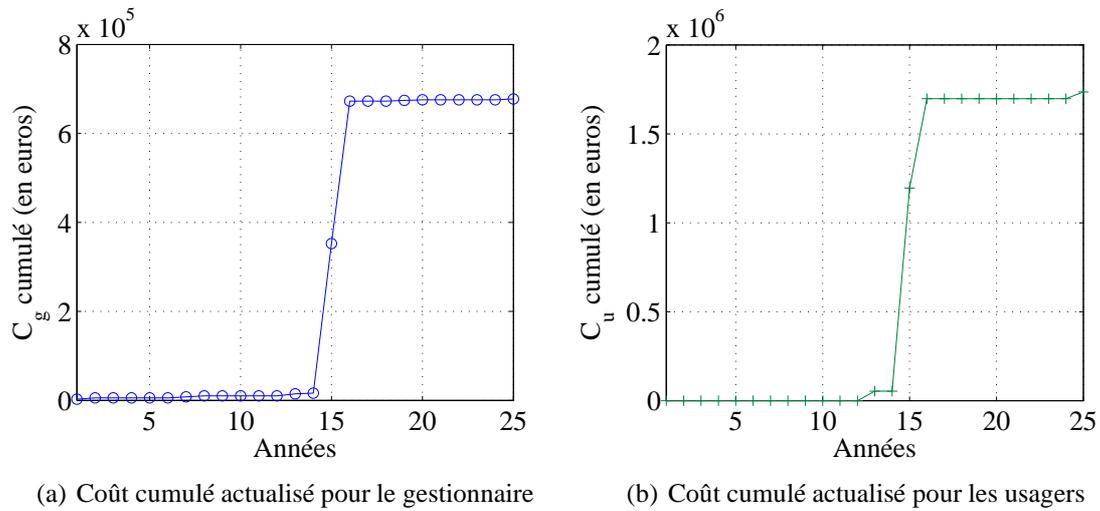


FIG. 6.17 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

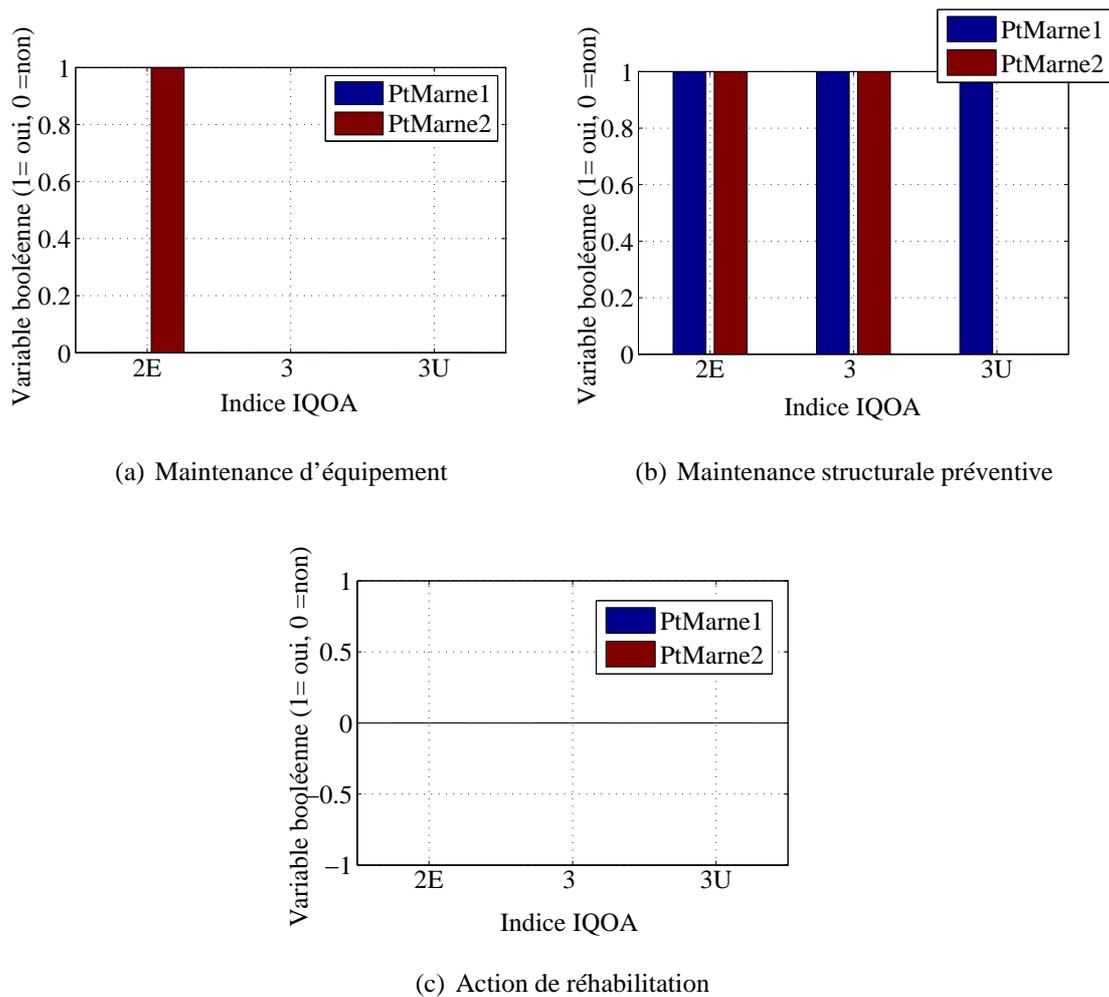


FIG. 6.18 – Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages

l'ouvrage PtMarne1 et 16 ans pour l'ouvrage PtMarne2 et appliquer les stratégies de la figure 6.14. Il y a donc une bonne concordance des résultats entre les deux méthodes de calcul.

Le calcul d'optimisation des actions (déterminant la solution d'actions de coût minimal) est ensuite réalisé en fixant les instants d'intervention précédemment trouvés. Les actions à effectuer sur les deux ouvrages sont données respectivement aux figures 6.16(a) et 6.16(b) et sont des interventions structurales préventives dans les deux cas. Les coûts cumulés actualisés pour le gestionnaire et pour les usagers sont donnés respectivement aux figures 6.17(a) et 6.17(b).

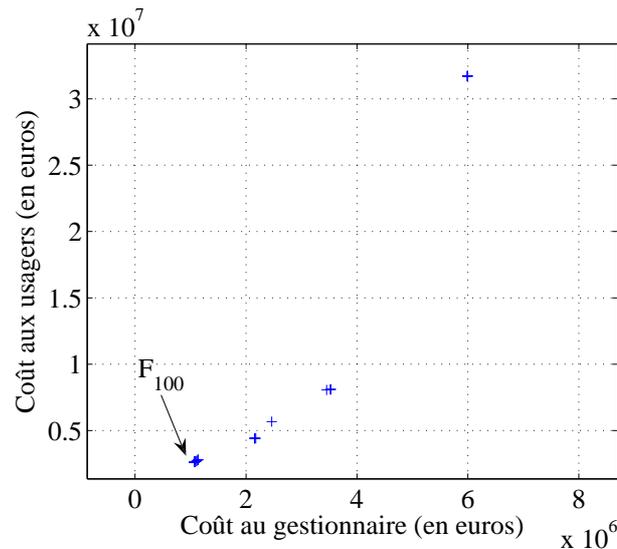
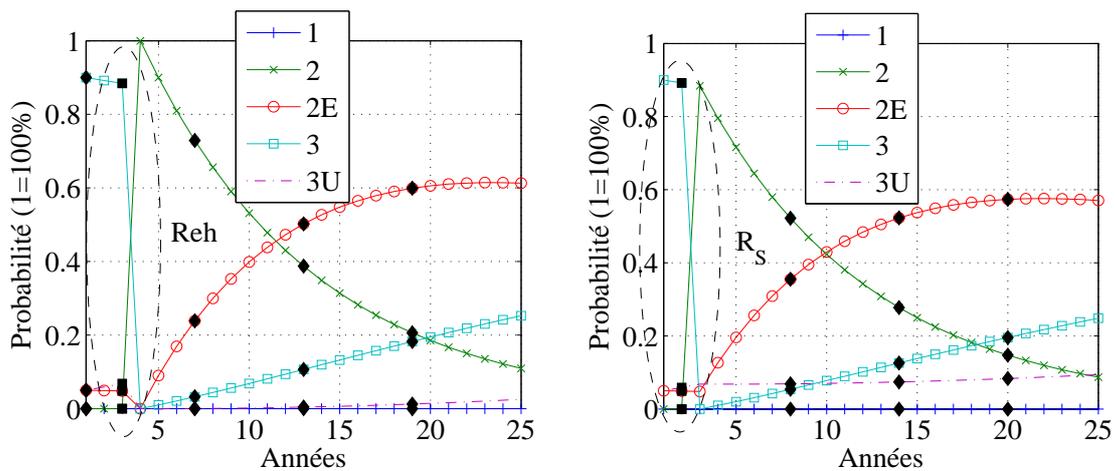


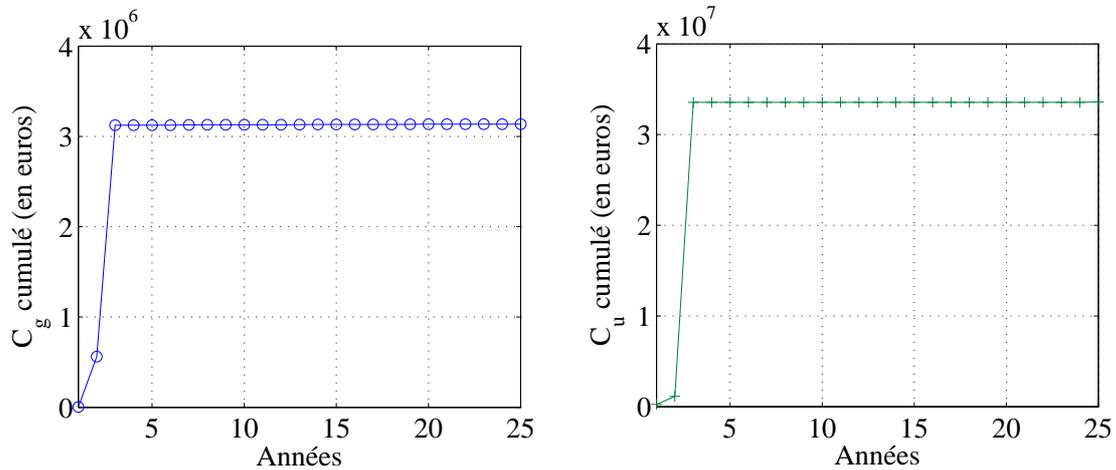
FIG. 6.19 – Évolution du front de Pareto au cours des itérations

Le deuxième cas étudié dans ce paragraphe reprend les mêmes conditions que le premier en choisissant maintenant 10% comme seuil à ne pas dépasser à la fin du planning pour la probabilité d'être en 3U. Le résultat du calcul d'optimisation est d'effectuer une action de maintenance dès le début du planning (à 3 ans pour l'ouvrage PtMarne1 et à 2 ans pour l'ouvrage PtMarne2). La stratégie à appliquer est donnée à la figure 6.18. Le gestionnaire sait alors qu'il devra faire une maintenance structurale préventive à 3 ans sur le pont PMarne1 si celui-ci est noté 2E, 3 ou 3U à l'inspection réalisée à 1 an, et qu'il devra envisager une action de maintenance structurale préventive couplée avec une action de maintenance d'équipement sur le pont PtMarne2 à 2 ans, si ce dernier est classé en 2E à l'inspection réalisée la même année, ou simplement une action de maintenance structurale préventive si l'ouvrage est classé en 3. Il est intéressant de voir que la modification de la contrainte a changé à la fois les solutions d'instant et de stratégie des deux ouvrages. Le calendrier d'intervention optimal obtenu à l'aide de l'équation 6.6, qui donne la solution d'actions de coût minimal, est finalement donné à la figure 6.20. Par ailleurs, le calcul de recherche des instants optimaux est également réalisé en utilisant une démarche multi-objectif. Comme à la figure 6.15, la solution après 100 itérations est donnée (Figure 6.19). Là encore, le front est constitué d'une unique solution, ce qui traduit le fait que l'intérêt de l'utilisateur va dans le même sens que celui du gestionnaire. Cette solution est de plus la même que celle trouvée à l'aide de la procédure mono-objectif, qui est visualisée à la figure 6.18.

Le troisième cas considéré dans ce paragraphe est celui des ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice StMau1, StMau2, StMau3 et StMau4. La matrice de transition pour les deux ouvrages



(a) Évolution de l'état IQOA probabilisé pour l'ouvrage PtMarne1 (b) Évolution de l'état IQOA probabilisé pour l'ouvrage PtMarne2



(c) Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire (d) Coût cumulé actualisé pour les usagers

FIG. 6.20 – Résultat du calcul d'optimisation

est celle correspondant aux poutres caissons en béton précontraint qui est donnée à l'équation 3.19. Les contraintes en fin de planning, choisies dans cet exemple, sont d'avoir la somme des probabilités dans les classes 1 et 2 supérieure à 55% et de ne pas avoir une probabilité d'être en 3U supérieure à 3% (ces contraintes s'inspirent des indicateurs de qualité du tableau 6.1). A l'état initial, les quatre ouvrages sont notés en 2E. Il est supposé que cette appréciation de la note initiale est à considérer avec une incertitude de 10%. Ainsi, l'ouvrage a 5% de chances d'être en 2, 90% de chances d'être en 2E et 5% de chances d'être en 3. Le problème de l'équation 6.8 est traité à l'aide d'une procédure mono-objectif. Les résultats de la convergence sont illustrés par la figure 6.21 avec l'évolution de la fonction d'adaptation (Figure 6.21(a)) et l'évolution des variables (Figure 6.21(b)). La valeur de la fonction d'adaptation n'est donnée qu'un peu après 8000 itérations dans cet exemple lorsque toutes les contraintes sont vérifiées (le grand nombre de variables booléennes ne devant pas prendre la valeur 1 en même temps entraîne la violation des contraintes pendant un grand nombre d'itérations jusqu'à ce que les croisements et les mutations propres à l'algorithme fassent apparaître une solution satisfaisant toutes les contraintes). L'instant optimal pour effectuer l'intervention est obtenu à 22 ans pour l'ouvrage

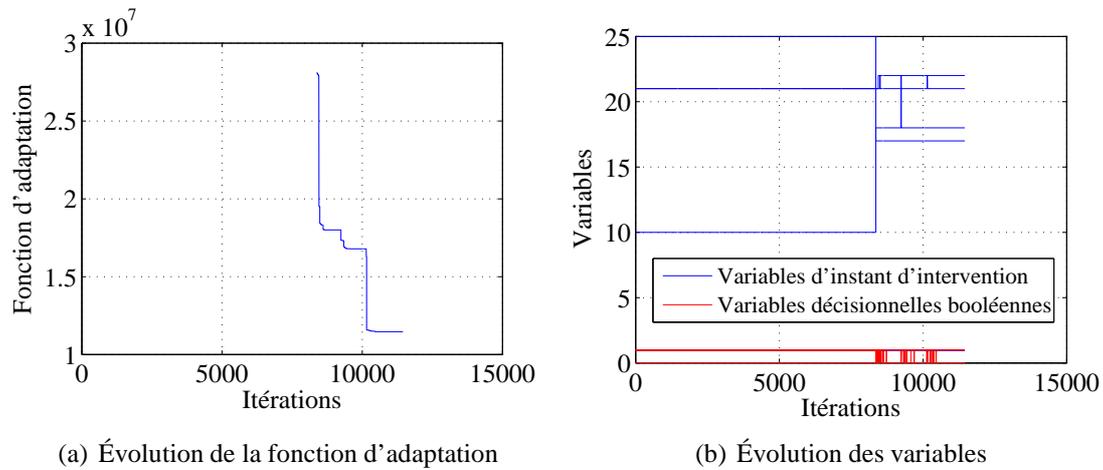


FIG. 6.21 – Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'instant optimal d'intervention pour chaque ouvrage

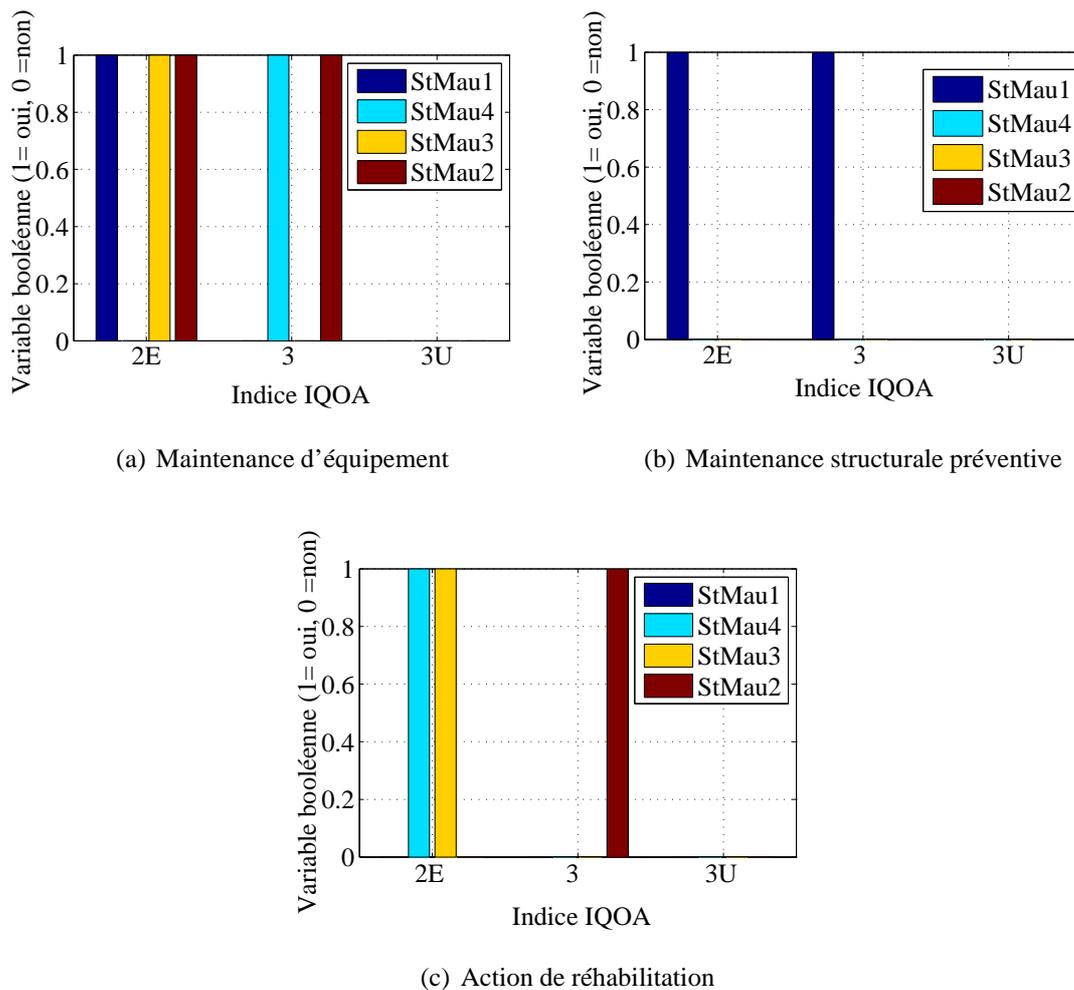


FIG. 6.22 – Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages

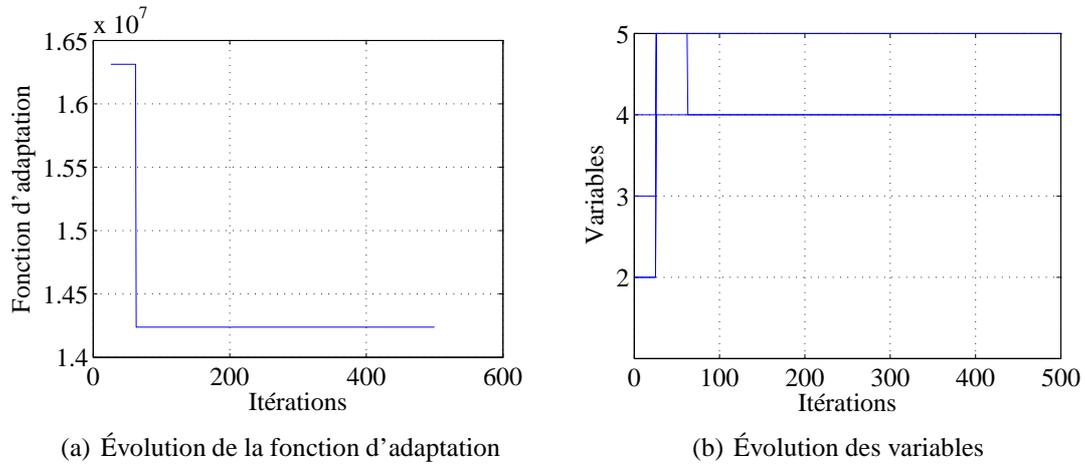


FIG. 6.23 – Convergence de l'algorithme pour la recherche de l'action optimale de maintenance pour chaque ouvrage

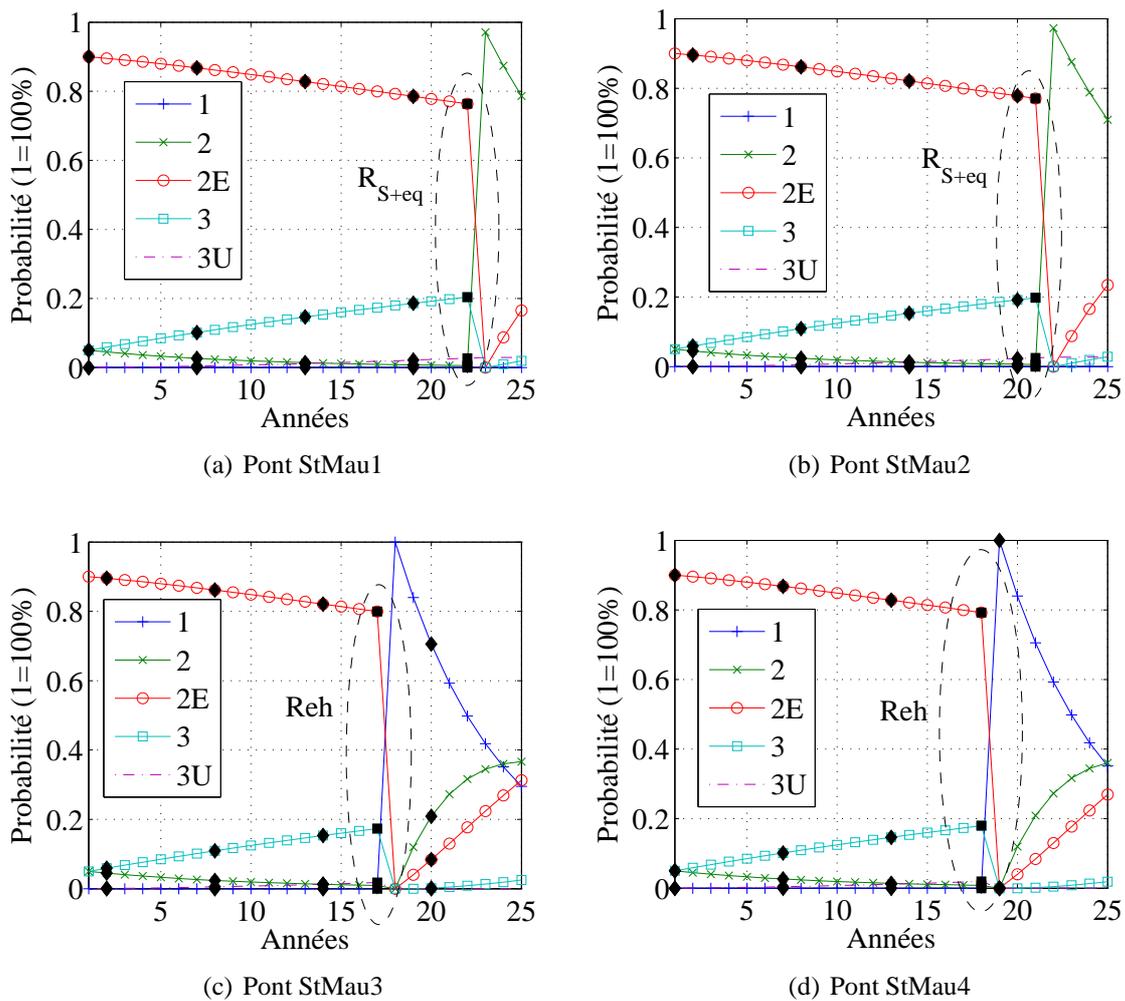


FIG. 6.24 – Évolution de l'état IQOA probabilisé

StMau1, à 21 ans pour l'ouvrage StMau2, à 17 ans pour l'ouvrage StMau3 et à 18 ans pour l'ouvrage StMau4.

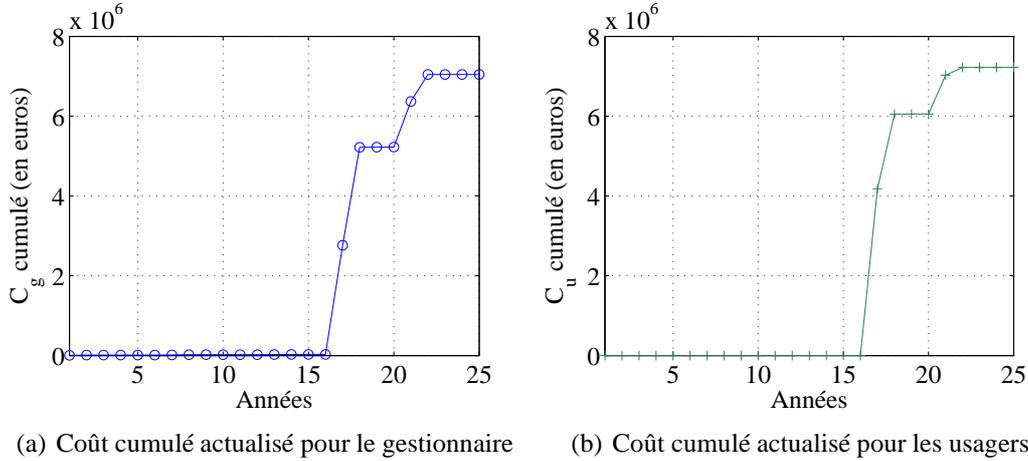


FIG. 6.25 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

Les variables booléennes de la figure 6.21(b) convergent par ailleurs vers la stratégie donnée à la figure 6.22(a) pour les décisions d'équipement, à la figure 6.22(b) pour les décisions structurales et à la figure 6.22(c) pour les actions de réhabilitation. La fonction d'adaptation lors de la recherche des actions optimales (calcul mono-objectif) et l'évolution des variables relatives aux actions de maintenance sont données respectivement aux figures 6.23(a) et 6.23(b) à titre d'illustration. Par ailleurs, les actions optimales à effectuer sur les quatre ouvrages sont données à la figure 6.24. Enfin, les coûts cumulés actualisés pour le gestionnaire et pour les usagers sont donnés respectivement aux figures 6.25(a) et 6.25(b).

Le dernier cas considéré dans ce paragraphe considère à nouveau le problème de la maintenance des quatre ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice en changeant uniquement les matrices de stratégie liées aux actions de maintenance. Les quatre nouvelles matrices de transition  $M'_1$ ,  $M'_2$ ,  $M'_3$  et  $M'_4$ , relatives respectivement à de la maintenance d'équipement ( $R_{eq}$ ), à de la maintenance structurale préventive ( $R_S$ ), à de la maintenance structurale préventive accompagnée de maintenance d'équipement ( $R_{S+eq}$ ) et à de la réhabilitation de l'ouvrage ( $Reh$ ) sont désormais données à l'équation 6.9.

$$\begin{aligned}
 M'_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & M'_2 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 M'_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & M'_4 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

Ces matrices présupposent une capacité de l'intervention à faire passer l'ouvrage dans des classes IQOA peu dégradées. Par exemple, la matrice  $M'_2$  relative à de la maintenance

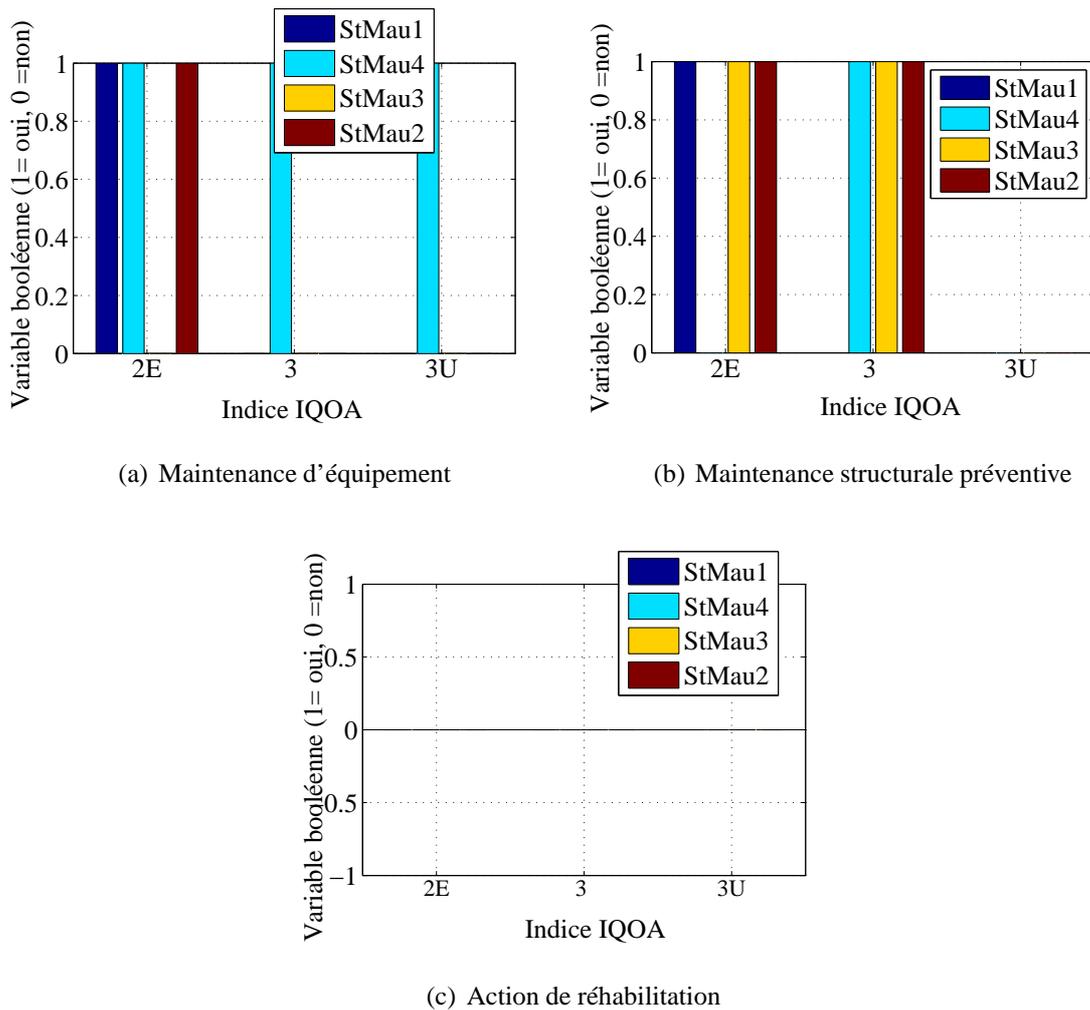


FIG. 6.26 – Processus de décision pour chaque type de maintenance suivant la classe IQOA des ouvrages

structurale préventive fait passer un ouvrage classé 3 en un ouvrage classé 1. Par ailleurs, une action de maintenance structurale préventive accompagnée d'une maintenance d'équipement fait passer l'ouvrage classé 3U en 3 ( $M'_3$ ) et une réhabilitation fait passer en 1 suite à une démolition/reconstruction (matrice  $M'_4$ ). Dans la pratique, les stratégies mises en œuvre ne sont malheureusement pas aussi efficaces. En effet, dans le cas des actions structurales préventives par exemple, la tendance est plus de faire passer au mieux l'ouvrage classé 3 dans la classe 2 car il reste toujours quelques défauts qui empêchent de reclasser l'ouvrage en 1. Ce type de constatation s'applique également pour la classe 3U. L'objectif est cependant de voir comment les matrices de stratégie peuvent avoir un impact sur le planning de gestion et sur les coûts aux usagers et au gestionnaire. Les stratégies à appliquer, obtenues à l'aide du calcul mono-objectif, sont données à la figure 6.26 et l'évolution de la probabilité de se trouver dans chaque classe IQOA est donnée à la figure 6.27 pour chacun des quatre ouvrages. En comparant les figures 6.24 et 6.27, il est possible de voir comment la modification des stratégies de maintenance impacte le calendrier de maintenance. En effet, pour les ouvrages StMau1 et StMau2, l'action  $R_{S+eq}$  est avancée dans le temps alors qu'elle est reculée pour les ouvrages StMau3 et StMau4. De plus, la réhabilitation dans le cas de la figure 6.24 devient maintenant simplement une

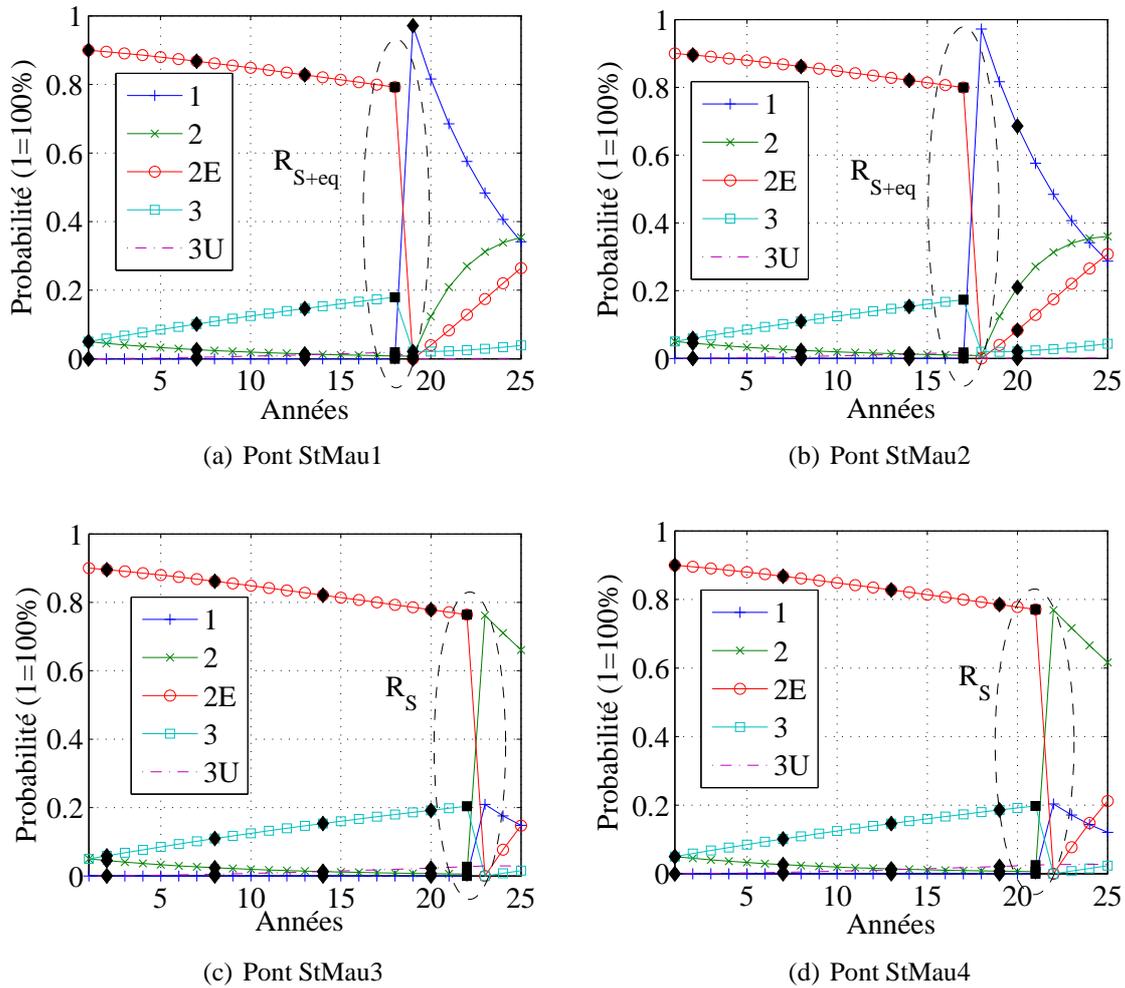


FIG. 6.27 – Évolution de l'état IQOA probabilisé pour les quatre ouvrages

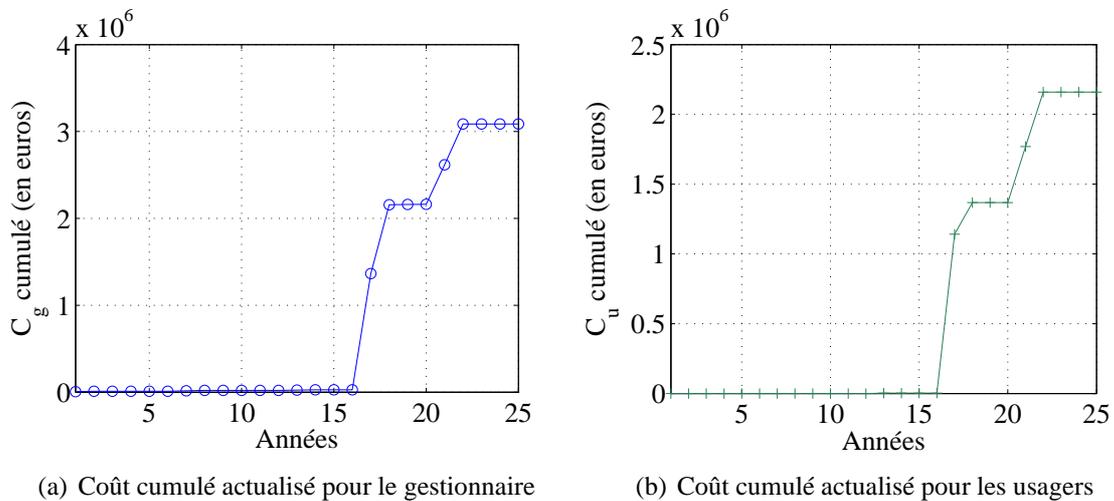


FIG. 6.28 – Coût cumulé actualisé pour le gestionnaire et pour les usagers

action structurale préventive accompagnée de maintenance d'équipement. Cet allègement de la maintenance pour atteindre les objectifs est directement dû à la position des 1 dans la matrice de réparation de  $R_{S+eq}$  qui permet de faire passer l'ouvrage de 3U en 3, ce que ne permettait pas la matrice de liée à  $R_{S+eq}$  dans l'équation 3.22. Il est également possible de comparer les figures 6.25 et 6.28 et de voir que les coûts cumulés actualisés pour les usagers et le gestionnaire sont chacun moins importants avec la nouvelle stratégie, ce qui peut s'expliquer par le fait que la réhabilitation, très coûteuse tant pour le gestionnaire que pour les usagers, est évitée pour les ouvrages StMau3 et StMau4 avec la nouvelle stratégie. Le gestionnaire a donc tout intérêt à envisager des actions de maintenance qui anticipent la dégradation et n'attendent pas l'arrivée de l'ouvrage dans la classe la plus dégradée obligeant à envisager de lourdes actions de réhabilitation.

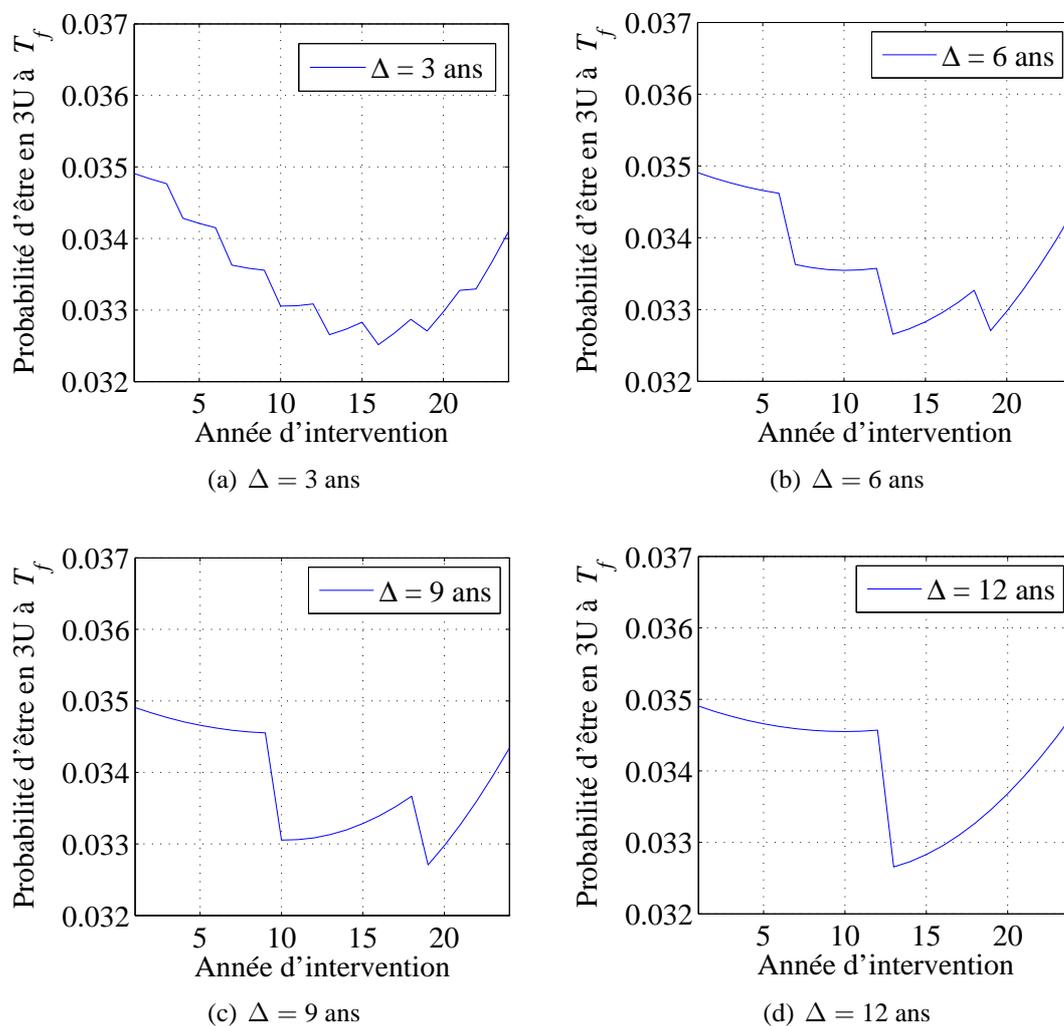


FIG. 6.29 – Influence des intervalles d'inspection sur la probabilité d'être en 3U à la fin du planning

### 6.2.5 Influence des intervalles d'inspection

Ce paragraphe a pour objectif de montrer l'influence du calendrier d'inspection sur la capacité du modèle à respecter les contraintes à la fin du planning avec le cas particulier de la probabilité

de se trouver dans la classe 3U (notée  $p_{3U}$ ) en fin de planning (instant noté  $T_f$ ). Le cas du pont StMau1 de l'échangeur de Saint Maurice est considéré en utilisant la matrice de transition de l'équation 3.19. Quatre cas d'intervalles d'inspections ont été considérés : 3 ans, 6 ans, 9 ans et 12 ans. Pour ces quatre cas d'intervalles d'inspection, deux situations initiales de l'ouvrage sont analysées : celle pour laquelle l'ouvrage est noté en 3 au début du planning avec une incertitude de 10%, i.e. est estimé avoir 90% de chances d'être en classe 3 et 5% de chances d'être en classe 2E ou 3U en début du planning ; celle pour laquelle l'ouvrage est déjà en 3U en début du planning et a 90% de chances d'être en 3U et 10% de chances d'être en 3.

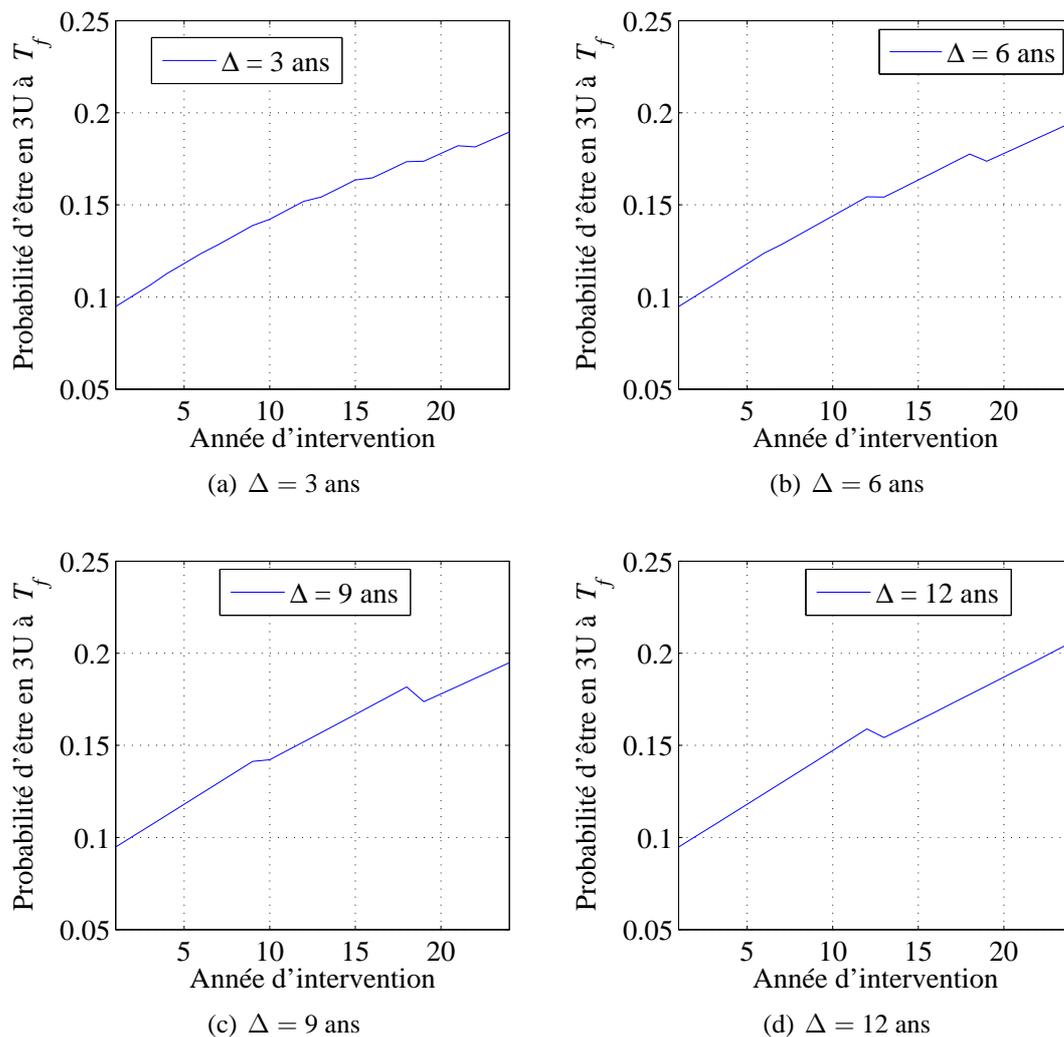


FIG. 6.30 – Influence des intervalles d'inspection sur la probabilité d'être en 3U à la fin du planning

Les résultats du premier cas sont donnés à la figure 6.29. L'intervalle des inspections a visiblement une grande influence sur  $p_{3U}$  à  $T_f$ . En effet, plus les intervalles de temps sont faibles entre deux inspections, plus la gamme d'instant d'intervention est importante pour avoir une faible valeur de  $p_{3U}$  à  $T_f$ . Dans le cas où l'ouvrage a déjà une forte probabilité  $p_{3U}$  en début de planning, les valeurs de  $p_{3U}$  à  $T_f$  sont données à la figure 6.30. L'impact de la diminution des inspections est moins marqué qu'à la figure 6.29 mais il y a quand même une augmentation de la probabilité  $p_{3U}$  à  $T_f$  si l'intervalle entre les inspections augmentent. Ces deux résultats vont

dans le même sens pour rendre compte de la nécessité d'inspections fréquentes des ouvrages. La bonne connaissance de leur état au moment où les décisions sont prises par le gestionnaire est une condition nécessaire pour que les stratégies les plus adaptées soient prises au moment adéquat. Comme au paragraphe 5.2.9, Il est important de noter que toutes les inspections sont de même qualité. La notion de qualité d'inspection n'est donc pas traitée dans la thèse.



## CHAPITRE

### 7

# CONCLUSIONS

Le mémoire porte sur « la performance des réseaux d'ouvrages d'art et la détermination des stratégies de gestion optimales » avec une application au réseau routier situé à l'Est de l'Île de France. L'étude a été divisée selon cinq axes :

- le premier axe met en évidence les lacunes des systèmes de gestion actuels qui traitent individuellement les ouvrages d'un réseau pour hiérarchiser les actions de maintenance et pour éventuellement déterminer les stratégies de gestion optimales de chaque ouvrage. La notion de vulnérabilité du réseau est introduite et justifie de considérer le problème de maintenance des ouvrages à l'échelle du réseau de transport et non plus de manière individuelle. Afin d'optimiser le service rendu à l'utilisateur des transports, une approche basée sur les notions d'offre et de demande est formulée avec pour offre le niveau de service des ouvrages et pour demande le besoin d'un transport efficace par les usagers ;
- le deuxième axe se consacre à la définition de l'offre du réseau donné par l'exploitation des ouvrages d'art. Dans un premier temps, la performance des ouvrages dans le temps est modélisée à l'aide de deux approches : une approche paramétrique basée sur la théorie de la fiabilité et une approche non paramétrique qui utilise la théorie des chaînes de Markov. Dans un deuxième temps, les coûts de la maintenance pour le gestionnaire sont identifiés à l'aide d'une étude bibliographique et d'études statistiques antérieures ;
- le troisième axe est dédié à la définition de la demande imposée au réseau d'ouvrages d'art. Un modèle d'affectation de trafic est utilisé pour déterminer la répartition du trafic en situation normale, prise comme situation de référence, et en situation dégradée. La différence de coût pour les usagers entre chacune des situations dans le cas d'une perte de niveau de service sur un (plusieurs) ouvrage(s) et la situation de référence qualifie la demande de transport des usagers ;
- le quatrième axe traite de l'optimisation des stratégies de maintenance. Cette optimisation est toujours réalisée en deux étapes : à la première étape, les instants optimaux d'intervention sont recherchés en prenant en compte l'ensemble des résultats possibles d'inspection des

- ouvrages ; dans une deuxième étape, les actions optimales à mener aux instants trouvés à la première étape sont recherchées. Cette démarche en deux temps peut être menée soit en minimisant la somme des coûts du gestionnaire et des usagers, ce qui revient à trouver l'optimum global du problème de l'offre et de la demande, soit en minimisant de manière séparée les coûts du gestionnaire et les coûts des usagers, ce qui revient à chercher le meilleur compromis entre les usagers et le gestionnaire à travers la détermination de fronts de Pareto ;
- le cinquième axe présente une formulation simplifiée du problème d'optimisation dans lequel seule l'approche non paramétrique est prise en compte pour caractériser la performance des ouvrages. Cette partie permet d'adapter le problème d'optimisation lorsque le gestionnaire ne dispose d'aucune information quantitative sur les matériaux et la géométrie des ouvrages mais seulement d'indications sur leur état global.

Les travaux de cette thèse ont donc répondu aux questions suivantes :

– **Comment intégrer les besoins des utilisateurs du réseau de transport ?**

Le choix a été fait dans la thèse d'utiliser des techniques suffisamment fines (équilibres de Wardrop) pour rendre compte de l'effet global du réseau lors de l'affectation du trafic. La complexité des réseaux fortement maillés (de type urbain) avec une forte demande de déplacement peut ainsi être modélisée. Il est alors possible de rendre compte des basculements de trafic lorsque des actions de maintenance anticipées ou pas par le gestionnaire doivent avoir lieu sur un ouvrage. De plus, des combinaisons d'ouvrages ont été considérés pour intégrer la gêne aux usagers en cas de dysfonctionnements de plusieurs ouvrages simultanément. Les techniques d'affectation de trafic qui ont été utilisées présentent néanmoins l'inconvénient d'être lourdes en terme de temps de calcul, et nécessitent une investigation importante de la configuration des axes du réseau et de la demande de transport des usagers. Du fait des temps de calcul non négligeables pour déterminer l'affectation du trafic, la perte de niveau de service simultanée pour des combinaisons d'ouvrages a été limitée à deux ouvrages au maximum. Les cas où plus de deux ouvrages sont défaillants simultanément ne sont donc pas traités dans la thèse. Une solution peut être de simplifier la configuration du réseau, en ne gardant que les axes avec les flux de transports les plus importants, pour alléger les temps de calcul et augmenter la taille des combinaisons d'ouvrages défaillants. Cependant, l'attention est attirée sur le fait que la spécificité du réseau réside justement dans la multiplicité des axes principaux, secondaires et de moindre importance qui permet au trafic de se rééquilibrer pour chaque état du réseau d'ouvrages d'art. L'amélioration d'une information (par exemple la taille des combinaisons d'ouvrages défaillants) risque donc de se faire au détriment de l'information sur la répartition du trafic. L'application au réseau routier d'Île-de-France permet de fournir une tentative de simplification de la configuration pour alléger les temps de calcul tout en conservant les grandes spécificités du réseau de transport. Il convient dans la suite de systématiser ce genre de simplification pour n'importe quel type de réseau de transport.

– **comment qualifier la performance d'un ouvrage dans sa globalité ?**

La performance des ouvrages est caractérisée dans la thèse de façon globale en utilisant d'une part un mode de défaillance dominant, et d'autre part une cotation d'état. L'utilisation d'un mode de défaillance dominant permet de caractériser la performance des ouvrages de manière quantitative, en déterminant une probabilité de dysfonctionnement qui est liée à un indice de fiabilité de l'ouvrage. Le calcul de cet indice a été réalisé en utilisant un

état-limite très général dans la thèse avec la volonté de tester des évolutions de performance très diverses et de mettre en évidence l'influence de cette diversité sur les résultats du modèle. L'utilisation d'une cotation d'état permet par ailleurs d'apporter une information qualitative sur la performance des ouvrages. La base de données Lagora du réseau routier national français a été utilisée pour déterminer les matrices de transition des ouvrages entre les différentes classes d'état IQOA. Ces deux approches pour caractériser la performance des ouvrages ont également l'avantage d'être accessibles pour le gestionnaire d'un parc d'ouvrages, directement à la suite des inspections pour la cotation IQOA, et en réalisant une étude des caractéristiques de l'ouvrage (matériaux, géométrie, chargement) pour l'indice de fiabilité. Cependant, le caractère global de la qualification de la performance des ouvrages ne permet pas d'inclure toutes les spécificités d'un ouvrage. De plus, il convient de mener une étude beaucoup plus réaliste à l'avenir sur les modes de défaillance des ouvrages et d'intégrer des états-limites et des profils de dégradation réels. La qualification quantitative de la performance des ouvrages doit donc être affinée pour chacun des ouvrages du réseau suivant le (ou les) mode(s) de défaillance considéré(s). Concernant les matrices de transition, utilisées pour déterminer la probabilité de passage d'une classe à une autre au cours du temps, leur évolution possible dans le temps est négligée dans la thèse. Une des pistes qui est évoquée pour remédier à ce problème est d'actualiser la matrice de transition à l'aide des données d'inspection qui enrichissent la base Lagora chaque année et de refaire systématiquement le calcul. Cette dernière doit pouvoir s'enrichir des résultats d'inspection dès lors qu'une information nouvelle est disponible.

– **quand intervenir et comment sur chaque ouvrage pour optimiser le fonctionnement du réseau de transport ?**

La démarche pour répondre à ces deux questions est probabiliste et permet de tenir compte des aléas pouvant intervenir sur chacun des ouvrages au cours du temps. La première étape du processus d'optimisation, qui répond à la question « quand intervenir ? », est particulièrement importante dans le sens où elle considère tous les résultats d'inspections possibles des ouvrages et probabilise leur occurrence lors de la construction d'un arbre d'évènement. La deuxième étape répond alors à la question « comment intervenir ? » et permet de trouver l'ensemble des actions à effectuer aux instants précédemment déterminés en isolant le chemin optimal dans l'arbre d'évènement. De plus, l'arbre d'évènement considéré inclut à la fois des aspects structuraux et des aspects de maintenance d'équipements à l'aide d'un arbre d'évènement mixte. Le gestionnaire peut ainsi intégrer dans le modèle un nombre important de types d'actions de maintenance. La combinaison d'une approche mono-objectif où la somme des coûts du gestionnaire et des usagers est minimisée, avec une approche multi-objectif opposant les coûts du gestionnaire à ceux des usagers, permet soit de rechercher un optimum collectif pour l'ensemble des intervenants, soit de rechercher des compromis entre les différentes parties prenantes à savoir dans la thèse les usagers et le gestionnaire. Plusieurs points restent encore à être améliorés par la suite. Tout d'abord, la robustesse du modèle vis-à-vis des nombreux paramètres d'entrée doit être étudiée de façon beaucoup plus précise : il est nécessaire d'identifier l'influence des incertitudes concernant les différents coûts considérés, les caractéristiques des ouvrages, les chantiers de maintenance, sur les résultats du modèle. Ce premier point est évidemment lié à l'introduction de profils réels qui a été précédemment abordée. Les fonctionnelles, qui sont considérées dans la procédure d'optimisation, constituent un second point d'amélioration. Concernant la détermination des coûts de l'offre du réseau de transport, les investigations

futures devraient prendre en compte les coûts au gestionnaire de façon beaucoup plus détaillée. Des paramètres tels que la durée du chantier, la nature de l'intervention, les matériaux utilisés, etc. n'ont par exemple pas été intégrés au modèle lors de la détermination des coûts des actions de maintenance. De plus, s'il est d'ores et déjà possible de déterminer les coûts de pollution engendrés par les usagers des transports, il reste à déterminer les coûts de pollution engendrés par les actions de maintenance du gestionnaire, pour intégrer des aspects environnementaux au modèle, ce qui constitue un enjeu stratégique pour l'avenir. Par ailleurs, le problème de la gestion des ouvrages est abordé de manière purement financière. Il est possible d'envisager d'autres fonctionnelles à minimiser telles que la perte de connectivité globale du réseau qui peut s'exprimer comme le temps (en jours par exemple) où le réseau ne fonctionne pas correctement. Des spécificités locales peuvent également être incluses dans le processus de décision. Le gestionnaire peut en effet vouloir s'intéresser au fonctionnement de certaines zones du réseau particulièrement sensibles telles que des aéroports ou des hôpitaux, ce qui est possible puisque la gêne aux usagers peut être quantifiée en différents points du réseau de transport. Dans le cas où il y a deux fonctionnelles qui sont minimisées de façon conflictuelles, les solutions proposées sont les solutions non dominées de l'ensemble de Pareto. Dans une perspective d'intégration d'autres objectifs comme ceux cités précédemment, les méthodes de surclassement sont particulièrement bien adaptées. Enfin, l'actualisation des résultats du modèle constitue un troisième point d'amélioration. Il est en effet nécessaire de pouvoir actualiser les résultats du calcul d'optimisation en fonction de nouvelles données, provenant des inspections réalisées au cours du temps sur les ouvrages. Cela rejoint un problème précédemment abordé d'actualisation des modèles par de nouvelles données. L'approche bayésienne est particulièrement bien adaptée à ce problème.

– **comment adapter le modèle pour le rendre applicable dans le cas général ?**

La procédure d'optimisation qui est proposée dans la thèse a pour objectif d'être la plus opérationnelle possible pour un gestionnaire d'ouvrages. Cette volonté se traduit d'une part par le caractère général de l'approche proposée qui est flexible pour des réseaux d'ouvrages ou plus généralement des réseaux d'infrastructures de nature diverse. D'autre part, toutes les données qui sont utilisées sont théoriquement accessibles sur chaque ouvrage pour le gestionnaire. La cotation de l'ouvrage constitue l'information de base pour mener le calcul d'optimisation. Cette information a l'avantage d'être connue directement après une visite d'inspection sans avoir à mener de calcul supplémentaire. L'information quantitative amenée par l'indice de fiabilité constitue alors une information supplémentaire permettant d'affiner le calcul. Néanmoins, la procédure proposée nécessite une investigation préalable suffisamment fine du réseau d'infrastructure étudié. En particulier, l'intégration de la gêne à l'utilisateur nécessite une étude de trafic non négligeable pour prendre en compte la complexité du réseau de transport. Enfin, il convient de pouvoir intégrer le vieillissement d'autres types d'infrastructures telles que les chaussées ou les tunnels pour avoir une vision d'ensemble du réseau d'infrastructures et non plus des ponts uniquement.

Le traitement de ces questions constitue l'originalité du travail. A l'issue de cette thèse, tous les modèles et les outils pour répondre à ces différentes questions ont été développés et permettent d'aborder la question de la maintenance des ouvrages à l'échelle du réseau de transport. Comme il a été analysé précédemment, il reste de nombreuses interrogations et des voies à explorer afin d'améliorer la méthodologie proposée. Deux aspects essentiels,

méritant un approfondissement supplémentaire dans un avenir proche, se détachent néanmoins :

- la robustesse du modèle doit être étudiée avec soin : l'influence des variables d'entrée sur la stabilité des décisions retenues doit être identifiée,
- l'actualisation des résultats du modèle par des techniques bayésiennes est une voie à explorer.

Même imparfaite, la démarche proposée a finalement pour objectif de fournir un outil d'aide à la décision pour le gestionnaire d'un réseau d'ouvrages. Le problème étant abordé à l'échelle du réseau de transport, le gestionnaire est à même de prendre connaissance des décisions optimales dans le temps pour atteindre un objectif à l'horizon du planning de gestion. Cet outil est particulièrement pertinent dans le cas d'un réseau structurant sur le territoire tel que le réseau routier national français par exemple. La formulation très générale du problème d'optimisation permet par ailleurs d'envisager l'application d'une telle méthodologie à une large gamme de réseaux d'infrastructures.



# BIBLIOGRAPHIE

- Ababneh, A., Benboudjema, F. & Xi, Y. (2003), 'Chloride penetration in non-saturated concrete', *Journal of Materials in Civil Engineering* **15**(2), pp. 183–191, 2003.
- Abdo, T. & Rackwitz, R. (1990), A new beta-point algorithm for large time-invariant and time variant reliability problems 'Reliability and Optimization of Structures', 3th WG 7.5 IFIP conference, Berkeley, USA, 1-11, 1990.
- Adey, B. (2002), A supply and demand system approach to the development of bridge management strategies, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, École polytechnique fédérale de Lausanne, 2002.
- Adey, B., Hajdin, R. & Brühwiler, E. (2003a), 'Risk-based approach to the determination of optimal interventions for bridges affected by multiple hazards', *Engineering structures* **25**, pp. 903–912, 2003.
- Adey, B., Hajdin, R. & Brühwiler, E. (2003b), 'Supply and demand system approach to development of bridge management strategies', *Journal of Infrastructure Systems* **9**(3), pp. 117–131, 2003.
- AFGC (2003), *Documents scientifiques et techniques, Conception de bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages - Maîtrise de la durabilité vis-à-vis de la corrosion des armatures et de l'alcali-réaction - état de l'art et guide pour la mise en oeuvre d'une approche performantielle sur la base d'indicateurs de durabilité*, Association Française du Génie Civil, 2003.
- Ahuja, R., Magnanti, T. & Orlin, J. (1993), *Network flows : Theory, algorithms, and applications*, Prentice-Halls, Englewood Cliffs, N.J., 1993.
- AIPCR (2004), *Gestion du patrimoine en relation avec la gestion des ponts*, Comité technique AIPCR des Ponts et autres Ouvrages routiers (C11), 2004.
- Almusallam, A. (2001), 'Effect of degree of corrosion on the properties of reinforcing steel bars', *Construction and Building Materials* **15**, pp. 361–368, 2001.
- Ang, A. H.-S. & De Leon, D. (2005), 'Modeling and analysis of uncertainties for risk-informed decision in infrastructures engineering', *Structure and Infrastructure Engineering* **1**(1), pp. 19–31, 2005.

- Bakker, R. (1993), *Model to calculate the rate of carbonation in concrete under different climatic conditions*, Rapport du CEMIJ by Laboratorium, Pays-Bas, 1993.
- Beckmann, M., Mc Guire, C. & Winsten, C. (1956), *Studies in the Economics of Transportation*, Yale University Press, New haven, 1956.
- Bennett, C. R. & Greenwood, I. D. (2001), 'Modelling road user and environmental effects in hdm-4', **7**, 2001.
- Binet, C. (1996), Condition and repair cost estimate of the french road bridge assets, J. Casas, F. Klaiber & A. Mari, eds, 'Recent Advances in Bridge Engineering. Proceedings of the US-Europe Workshop on Bridge Engineering', Barcelona, pp. 66–75, 1996.
- Blancher, P. (1998), 'Risques, ville et réseaux techniques urbains', *Risques et réseaux techniques urbains*, *Collections du CERTU* **18**, pp. 13–24, 1998.
- Boiteux, M. & Willumsen, L. (2001), *Transports : choix des investissements et coûts des nuisances - Rapport BOITEUX*, Commissariat général du plan, 2001.
- Bremaud, P. (1999), *Markov Chains, Gibbs fields Monte carlo simulation and queues*, Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- Brühwiler, E. & Bailey, S. (2002), Target safety levels for the evaluation of existing bridges, IABMAS'02 Conference, Barcelona, 2002.
- Brillet, F. (2006), 'Projet européen FORMAT : quantification de la gêne causée par les chantiers d'entretien', *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* (261-262), pp. 43–66, 2006.
- Brillet, F. (2007), *Calcul des retards subis par les usagers sur les chantiers d'entretien des routes*, Études et recherches des laboratoire des ponts et chaussées, 2007.
- BRIME (2001), *Project funded by the European Commission under the Transport, RTD Programme of the 4<sup>th</sup> Framework Programme - Bridge Management and Condition Monitoring*, BRIME PL97-2220, 2001.
- Brossier, C. (1996), *Nouvelle étude de l'imputation des coûts d'infrastructure de transports - Rapport BROSSIER*, Affaire No. 91-105, Paris, 1996.
- Brossier, C. & Leuxe, A. (1999), *Imputation des charges d'infrastructures routières pour l'année 1997*, Conseil Général des Ponts et Chaussées, Comité des directeurs transports, Paris, 1999.
- CE (1994), *Coûts socio-économiques des accidents de la route, COST 313*, Commission Européenne, Rapport final, 1994.
- CE (1998), *Livre blanc. Des redevances équitables pour l'utilisation des infrastructures*, Commission Européenne, 1998.
- CE (2001), *Livre blanc. La politique européenne des transports à l'horizon 2010 : l'heure des choix*, Commission Européenne, 2001.
- CE (2006), *Livre blanc. Pour une Europe en mouvement - Mobilité durable pour notre continent, examen à mi-parcours du livre blanc sur les transports*, Commission Européenne, 2006.
- CE (2007), *Livre vert. Vers une nouvelle culture de la mobilité urbaine*, Commission Européenne, 2007.
- Chanut, S. (2005), *Modélisation dynamique macroscopique de l'écoulement d'un trafic routier hétérogène poids lourds et véhicules légers*, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, juin 2005.

- Chapelon, L. (1997), Offre de transport et aménagement du territoire - Évaluation spatio-temporelle des projets de modification de l'offre par modélisation multi-échelles des systèmes de transport, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, Université François Rabelais de Tours, 1997.
- Coello Coello, C. A. (2000), 'An updated survey of ga-based multiobjective optimization techniques', *ACM Computing Surveys* **32**(2), pp. 109–143, 2000.
- Coello Coello, C. A. (2001), A short tutorial on evolutionary multiobjective optimization, E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele, C. Coello Coello & D. Corne, eds, 'First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lectures notes in Computer Science', numéro 1993, Springer Verlag, pp. 21–40, 2001.
- Coello Coello, C. A., Van Veldhuizen, D. & Lamont, G. (2002), *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Kluwer Academic Press, New York, 2002.
- Cohen, S. (1993), *Ingénierie du trafic routier. Éléments du trafic et applications*, Presse de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.
- Cremona, C. (1995), 'Applications de la théorie de la fiabilité à la sécurité d'éléments structuraux d'ouvrages d'art', *Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées*, 1995.
- Cremona, C. (1997a), Analyse de la fiabilité des structures 'Collection Emploi des Eléments Finis en Génie Civil', Hermès, Chapitre 6, Vol.2, 1997.
- Cremona, C. (1997b), Probability-based optimization of inspection plannings for steel bridges, IABSE Workshop : Evaluation of existing steel and composite bridges, Lausanne, Suisse, 1997.
- Cremona, C. (2001), Probability-based maintenance concepts for bridge management, International Conference on Structural Safety And Reliability ICOSSAR'01, Newport Beach, 2001.
- Cremona, C. (2003), *Application des notions de fiabilité à la gestion des ouvrages existants*, Association Française de Génie Civil, Presse de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 2003.
- Cremona, C. (2005), *Sécurité Structurale des Ouvrages. Module Maintenance, Pathologie et Réparation des Constructions*, Cours de Mastere, Génie Civil Européen, 2005.
- CSA (2000), *CAN/CSA-S6*, Canadian Bridge Design Code, 2000.
- Deardoff, A., Crozet, Y., Tavasszy, L. & Bruzelius, N. (2005), Le temps et les transports, numéro 127, Organisation de Coopération et de Développement Économiques, 2005.
- Deb, K. (1999), Evolutionary algorithms for multi-criterion optimization in engineering design, M. Makela, M. K., P. Neittaanmaki & J. Periaux, eds, 'Evolutionary algorithms in engineering and computer science : recent advances in genetic algorithms, evolution strategies, evolutionary programming, genetic programming and industrial applications', Wiley, New York, 1999.
- Deb, K. (2000), Introduction to selection, T. Bäck, D. Fogel & M. Z., eds, 'Evolutionary computation 1 : advanced algorithms and operators', Institute of Physics Publishing, 2000.
- Deb, K. (2001), *Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, Wiley, 2001.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. & Meyarivan, T. (2002), 'A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II', *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* **6**(2), pp. 182–197, 2002.

- Dial, R. (1971), 'A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration', *Transportation research* **5**, pp. 83–111, 1971.
- Didier, M. & Prud'homme, R. (2007), *Infrastructures de transport, mobilité et croissance*, Les Rapports du Conseil d'analyse économique, La Documentation française, 2007.
- Ditlevsen, O. (1979), 'Narrow reliability bounds for structural systems', *Journal of Structural Mechanics* **7**(4), 1979.
- DREIF (2006), *MODUS v2.0, Documentation détaillée du calcul de la demande de déplacements*, 2006.
- EC1 (1993), *Eurocode 1, Bases for Design and actions on structures*, 1993.
- Elgard, C. (1991), *Cathodic protection of a deteriorated parking garage*, ACI, 1991.
- Ellingwood, B. R. (2005), 'Risk-informed condition assessment of civil infrastructure : state of practice and research issues', *Structure and Infrastructure Engineering* **1**(1), pp. 7–18, 2005.
- Erickson, M., Mayer, A. & Horn, J. (2001), The niched pareto genetic algorithm 2 applied to the design of groundwater remediation systems 'First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lecture Notes in Computer Science', numéro 1993, Springer-Verlag, pp. 681–695, 2001.
- Fonseca, C. & Fleming, P. (1993), 'Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulation, discussion and generalization', in *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms* pp. 416–423, 1993.
- Frangopol, D. & Liu, M. (2007), 'Maintenance and management of civil infrastructure based on condition, safety, optimization and life-cycle cost', *Structure and Infrastructure Engineering* **3**(1), pp. 29–41, 2007.
- Frank, H. & Wolfe, P. (1956), 'An algorithm for quadratic programming', *Naval Research Logistic Quarterly* **3**, pp. 95–110, 1956.
- Furuta, H., Enami, T., Kameda, T. & Frangopol, D. (2006), 'Bridge maintenance strategy considering user cost and connectivity', *IABSE reports* **92**, pp. 66–67, 2006.
- George, P. (1970), *Dictionnaire de géographie*, Presses universitaires de France, Paris, 1970.
- Gleyze, J.-F. (2005), La vulnérabilité structurelle des réseaux de transport dans un contexte de risque, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, Université Paris VII - Denis Diderot, septembre 2005.
- Goldberg, D. (1989), *Genetic algorithm in search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley, Reading, Mass, 1989.
- González, J., Otero, E., Feliu, S., Bautista, A., Ramirezf, E. & Rodriguez, P. (1998), 'Some considerations on the effect of chloride ions on the corrosion of steel reinforcements embedded in concrete structures', *Magazine of Concrete Research* **50**(3), pp. 189–199, 1998.
- Greene, D., Jones, D. & Delucchi, M. (1997), *The Full Costs and Benefits of Transportation. Contributions to Theory, Method and Measurement.*, Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- Greenshields, B. (1934), 'A study of traffic capacity', *HRB Proc* **14**, pp. 448–477, 1934.
- Greenwood, I. D., Dunn, R. C. M. & Raine, R. R. (2007), 'Estimating the effects of traffic congestion on fuel consumption and vehicle emissions based on acceleration noise', *Journal of Transportation Engineering* **133**(2), pp. 96–104, 2007.

- Gressier, C. (2003), *Rapport d'audit sur les grands projets d'infrastructures de transport*, Conseil Général des Ponts et Chaussées-Inspection Générale des Finances, 2003.
- Guide des visites IQOA*, « catalogue des désordres », (1996), 1996.
- HA (2002), Highway agency, design manual for roads and bridges, Vol. 13, Ministère Fédéral des Transports, Bonn, Allemagne, 2002.
- Hadjin, R., Ludescher, H. & Salamé, F. (1998), *Kuba-ms-ticino handbuch für die datenerfassung*. Herausgegeben vom bundesamt für strassen, Drucksachen und Materialzentrale, 1998.
- Hasofer, A. & Lind, C. (1974), 'Exact and invariant second-moment code format', *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 100,EM1, 1974.
- Hawk, H. & Small, E. (1998), 'The BRIDGIT bridge management system', *Structural Engineering International* 8(4), pp. 309–314, 1998.
- Hêche, J., Liebling, T. & De Werra, D. (2003), *Recherche opérationnelle pour ingénieurs*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2003.
- Hoban, C., Reilly, W. & Archondo-Callao, R. (1994), *Economic analysis of road projects with congested traffic*, Water and Urban Development Department, The World Bank, 1994.
- Holland, J. (1975), *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michigan Press, 1975.
- Holland, J. (1992), 'Genetic algorithms', *Scientific American* pp. 66–72, 1992.
- Horn, J., Nafpliotis, N. & Goldberg, D. (1994), A niched pareto genetic algorithm for multiobjective optimization 'in Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence', Vol. 1, Piscataway, New Jersey, pp. 82–87, 1994.
- INRETS (1996), *Monétarisation des conséquences des accidents de la route*, 1996.
- JCSS (2000), *Joint Comittee on Structural Safety, Probabilistic Evaluation of Existing Structures*, RILEM, 2000.
- Jensen, P. & Barnes, J. (1980), *Network flow programming*, Wiley, 1980.
- Kang, W.-H., Song, J. & Gardoni, P. (2008), 'Matrix-based system reliability method and applications to bridge networks', *Reliability Engineering and System Safety* (93), pp. 1584–1593, 2008.
- Kong, J., Ababneh, A. N., Frangopol, D. & Xi, Y. (2002), 'Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete', *Probabilistic Engineering Mechanics* 17(3), pp. 305–315, 2002.
- Kong, J. & Frangopol, D. (2003), 'Life-cycle reliability-based maintenance cost optimization of deteriorating structures with emphasis on bridges', *Journal of Structural Engineering* 129(6), pp. 818–828, 2003.
- Kong, J. & Frangopol, D. (2005), 'Probabilistic optimization of aging structures considering maintenance and failure costs', *Journal of Structural Engineering* 131(4), pp. 600–616, 2005.
- Kursawe, F. (1990), A variant of evolution strategies for vector optimization H.-P. Schwefel & M. R., eds, 'Parallel Problem Solving for Nature', Springer Verlag, Berlin, Germany, pp. 193–197, 1990.

- Le Delliou, P. (2003), *Béton Précontraint aux Eurocodes*, Presses universitaires de Lyon, 2003.
- Lebègue, D., P., H. & Baumstark, L. (2005), *Le prix du temps et la décision publique*, La documentation française, 2005.
- Lepeltier, S. (2001), ‘Nuisances environnementales de l’automobile : quels vrais enjeux ?’, *Les rapports du Sénat* (113), 2001.
- Lerman, I. & Ngouenet, F. (1995), *Algorithmes génétiques séquentiels et parallèles pour une représentation affine des proximités*, Institut National de Recherche en Informatique et automatique (INRIA), 1995.
- Liu, M. & Frangopol, D. (2004), ‘Optimal bridge maintenance planning based on probabilistic performance prediction’, *Engineering Structures* **26**, pp. 991–1002, 2004.
- Liu, M. & Frangopol, D. (2005a), ‘Balancing connectivity of deteriorating bridge networks and long-term maintenance cost through optimization’, *Journal of Bridge Engineering* **10**(4), pp. 468–481, 2005.
- Liu, M. & Frangopol, D. (2005b), ‘Time-dependent bridge network reliability : Novel approach’, *Journal of Structural Engineering* **131**(2), pp. 329–337, 2005.
- Liu, M. & Frangopol, D. (2006a), ‘Optimizing bridge network maintenance management under uncertainty with conflicting criteria : Life-cycle maintenance, failure, and user costs’, *Journal of Structural Engineering* **132**(11), pp. 1835–1845, 2006.
- Liu, M. & Frangopol, D. (2006b), ‘Probability-based bridge network performance evaluation’, *Journal of Bridge Engineering* **11**(5), pp. 633–641, 2006.
- Lotito, P., Mancinelli, E., Quadrat, J. & Wynter, L. (2003), *The traffic assignment tool-boxes of Scilab*, Institut National de Recherche en Informatique et automatique (INRIA-Rocquencourt), 2003.
- Lounis, Z. (2005), Network-level bridge management using a multiobjective optimization decision model, First CSCE specialty conference on infrastructure technologies, Management and policy, Toronto, pp. 121–1–121–9, 2005.
- Lukić, M. & Cremona, C. (2001), ‘Probabilistic optimization of welded joints maintenance versus fatigue and fracture’, *Reliability Engineering and System Safety* **72**(3), pp. 253–264, 2001.
- Madsen, H. & Sorensen, J. (1990), Probability-based optimisation of fatigue design, inspection and maintenance, Presented at Int. Symp. on Offshore Structures, University of Glasgow, pp. 421–438, 1990.
- Madsen, H., Sorensen, J. & Olesen, R. (1989), Optimal inspection planning for fatigue damage of offshore structures, In Proceedings ICOSSAR 89, San Fransisco, pp. 2099–2106, 1989.
- Markov, A. A. (1907), ‘Extention of the limit theorems of probability theory to a sum of variables connected in a chain’, *The notes of the Imperial Academy of Sciences of St. Petersburg* **XXII**(9), 1907.
- Melchers, R. (1999), *Structural Reliability Analysis and Prediction, Second Edition*, Wiley, 1999.
- METLTM (2003), *Couverture des coûts des infrastructures routières*, Ministère de l’Équipement, des Transports, du Logement, du Tourisme et de la Mer, 2003.
- METLTM (2005), *Instruction-cadre relative aux méthodes d’évaluation économique des grands projets d’infrastructure de transport*, Ministère de l’Équipement, des Transports, du Logement, du Tourisme et de la Mer, 2005.

- MFT (1993), Evaluation macro-économique des investissements dans les infrastructures de transport, Ministère Fédéral des Transports, Bonn, Allemagne, 1993.
- Miettinen, K. (2001), Some methods for nonlinear multi-objective optimization, E. Zitzler, K. Deb, L. Thiele, C. Coello Coello & D. Corne, eds, 'First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Lectures notes in Computer Science', numéro 1993, Springer Verlag, pp. 1–20, 2001.
- Miner, M. (1945), 'Cumulative damage in fatigue', *Journal of Applied Mechanics, ASME* **12**(A159-A164), 1945.
- MLIT (2001), *Cost Estimation Standards for Civil Constructions*, Ministry of Land, Infrastructure and Transport, Japan, 2001.
- NCHRP (2004), 'Concrete bridge deck performance, synthesis 333', *Transportation Research Board*, project NCHRP 20-05, 2004.
- Neves, L., Frangopol, D. & Cruz, P. (2006a), 'Probabilistic lifetime-oriented multiobjective optimization of bridge maintenance : Combination of maintenance types', *Journal of Structural Engineering* **132**(11), pp. 1821–1834, 2006.
- Neves, L., Frangopol, D. & Cruz, P. (2006b), 'Probabilistic lifetime-oriented multiobjective optimization of bridge maintenance : Single maintenance type', *Journal of Structural Engineering* **132**(6), pp. 991–1005, 2006.
- Newberry, D. (1988), 'Road damage externalities and road user charges', *Econometrica* **56**(2), pp. 295–316, 1988.
- NKB (1987), *CAN/CSA-S6*, Nordic Committee on Building Regulations, Guidelines for Loading and Safety Regulations for Structural Design, Report 55, 1987.
- NSRI (1998), *Draft of guideline for evaluation of investment on road*, Nihon Sogo Research Institute, Japan, in japanese, 1998.
- Odent, N. & Berthelley, J. (2002), Bridges asset ageing process model and theoretical simulation of a maintenance budget policy on bridge condition in national heritage, IABMAS'02 Conference, Barcelona, 2002.
- Odent, N., Berthelley, J. & Delfosse, G. (1999), 'Impact d'une politique de gestion sur l'état d'un patrimoine d'ouvrages en béton armé', *Revue Ouvrages d'Art* (33), pp. 18–28, 1999.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (2006a), 'Optimisation de la gestion des ponts en béton armé par chaînes de markov', *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* (265), pp. 19–34, 2006.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (2006b), Optimization of reinforced concrete bridges maintenance by markov chains, IABMAS'06 Conference, Porto, pp. 105–106, 2006.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (2007a), 'Optimization of management strategies applied to the national reinforced concrete bridge stock in france', *Structure and Infrastructure Engineering*, 2007.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (2007b), Optimization of management strategies applied to the national reinforced concrete bridge stock in france, International symposium on Integrated Life-cycle Design Management of Infrastructures, Shanghai, Chine, 2007.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (2008a), Optimal inspection and maintenance strategies for bridge network using supply and demand approach, IALCCE'08 Conference, Varenna, Lake Como, Italy, pp. 625–630, 2008.

- Orcesi, A. & Cremona, C. (2008b), Optimal inspection and maintenance strategies for bridge network using supply and demand approach, IABMAS'08 Conference, Seoul, Korea, pp. 484–491, 2008.
- Orcesi, A. & Cremona, C. (soumis à publication), 'Optimal inspection and maintenance strategies for bridge network using supply and demand approach', *Structure and Infrastructure Engineering*, soumis à publication.
- Ortúzar, J. & Willumsen, L. (1990), *Modelling transport*, Wiley, New York, 1990.
- Oudin, J. (2000-2001b), *Politique des transports : l'Europe en retard*, Les Rapports du Sénat, 2000-2001.
- Oudin, J. (2001a), *Le financement des infrastructures de transport : conduire la France vers l'avenir*, Les Rapports du Sénat, 2001.
- Papadakis, V., Vayenas, C. & Fardis, M. (1991), 'Experimental investigation and mathematical modeling of the concrete carbonation problem', *Chemical Engineering Science* **46**(5/6), pp. 1333–1338, 1991.
- Peulvast-Bergeal, A. (2001), *Villes : un air trompeur ?*, Les documents d'information de l'Assemblée Nationale, 2001.
- Philip, C. & Gauthier, N. (2003), *Le financement des déplacements urbains*, Paris ; Ministère de l'équipement, des transports, du logement, du tourisme et de la mer, 2003.
- PONTIS (1993a), *Pontis technical manual*, Report FHWA, SA-94-031, Department of Transportation, U.S.A., 1993.
- PONTIS (1993b), *Pontis version 2.0 - User's manual*, Report FHWA, SA-94-083, Department of Transportation, U.S.A., 1993.
- Prasad, T. & Park, N.-S. (2004), 'Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks', *Journal of Water Resources Planning and Management* **130**(1), pp. 73–82, 2004.
- QUADRO (2006) 'The QUADRO Manual (QUEues And Delays at ROadworks), Economic assessment of road maintenance', Vol. 14, chapitre 2, 2006.
- Quinet, E. (1998), *Principes d'économie des transports*, Economica, 1998.
- Rackwitz, R. & Fiessler, B. (1978), 'Structural reliability under combined random load sequences', *Computers and Structures* **9**, Pergamon Press, 1978.
- Rilem (2002), *TC-154-EMC : Techniques électrochimiques pour mesurer la corrosion dans le béton, méthodes d'essai pour la mesure sur site de la vitesse de corrosion des armatures du béton, au moyen de la méthode de la résistance de polarisation*, Comité technique : Andrade, C. Alonso, C. Gulikers, J. Polder, R. Cigna, R. Salta, M. Raharinaivo, A. et Elsener, B., 2002.
- Rivier, R. & Putallaz, Y. (2005), *Audit sur l'état du réseau ferré national français pour la SNCF et RFF*, Paris, Ministère de l'Équipement, des Transports, du Logement, du Tourisme et de la Mer, 2005.
- Robin, Y. (2003), 'Croissance de l'économie et évolution de la valeur ajoutée du transport', *Notes de synthèse du Service économique et statistique* (148), pp. 9–12, 2003.
- Rocher, O. (1987), Les risques engendrés par une concentration de réseaux urbains 'Réseaux fiables, réseaux vulnérables', groupe réseaux - compte rendu de la réunion du 24 juin 1987, Cahier 9, pp. 61–70, 1987.

- Roelfstra, G. (2001), *Modèle d'évolution de l'état des ponts-routes en béton*, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, EPFL, Lausanne, 2001.
- Saby, B. & Saby, D. (2003), *Les grandes théories économiques*, Dunod, 2003.
- Saetta, A., Schrefler, B. & Vitaliani, R. (1993), 'The carbonation of concrete and the mechanism of moisture, heat and carbon dioxide flow through porous materials', *Cement and Concrete Research* **23**(4), pp. 761–772, 1993.
- Saetta, A. & Vitaliani, R. (1995), '2-D model for carbonation and moisture/heat flow in porous materials', *Cement and Concrete Research* **25**(8), pp. 1703–1712, 1995.
- Sareni, B. (1999), *Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme*, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur d'université, École Doctorale Électronique, Électrotechnique, Automatique de Lyon, Lyon, 1999.
- Schafer, A. & Victor, D. (2000), 'The future mobility of the world population', *Transportation Research, Part A* (34), pp. 171–205, 2000.
- SDRIF (2007), *Mobilité et Transport en Île-de-France, État des Lieux*, Schéma Directeur de la Région Île-de-France, 2007.
- Sempere, H. (1996), *Maintenance de la fiabilité des ponts routiers. Optimisation des plannings d'inspection et de réparation*, Mémoire en vue de l'obtention du titre d'ingénieur, 1996.
- SETRA (2001), *Fonctions temps-débit sur les autoroutes interurbaines, rapport technique 'Rénovation des relations entre temps de parcours et débit pour la simulation du trafic'*, Service d'Étude Technique des Routes et Autoroutes, 2001.
- SETRA (2008), *IQOA-ponts, Campagne d'évaluation 2007*, SETRA, 2008.
- Sheffi, Y. (1985), *Urban Transport Planning*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
- Silva, R. (2004), *Contribution à l'analyse probabiliste de la performance des ponts en béton armé*, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur de l'ENPC, octobre 2004.
- Skarbardonis, A. & Dowling, R. (1996), 'Improved speed-flow relationships for planning applications', *Transportation Research Record* (1572), pp. 18–23, 1996.
- Small, K., Winston, C. & Evans, C. (1989), *Road works*, The Brookings Institution, Washington D.C., 1989.
- Thoft-Christensen, P. (2000), *Modelling of deterioration of reinforced concrete structures, reliability and optimization of structures systems*, Proceedings of the Ninths IFIP WG 7.5 Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, 2000.
- Thoft-Christensen, P. & Sorensen, J. (1987), 'Optimal strategies for inspection and repair of structural systems', *Civil Engineering Systems* **4**, pp. 94–100, 1987.
- Thompson, P., Small, E., Johnson, M. & Marshall, A. (1998), 'The Pontis bridge management system', *Structural Engineering International (IABSE, Zurich, Switzerland)* **8**(4), pp. 303–308, 1998.
- Thonier, H. (1992), *Le Béton Précontraint aux États-Limites*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1992.
- TRB (1985), *Highway capacity manual 'Special report 209'*, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1985.
- TRB (1998), *Highway capacity manual 'Special report 209'*, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1998.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- TRB (2000), Highway capacity manual 'Special report 209', Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 2000.
- Val, D., Stewart, M. & Melchers, R. (1998), 'Effect of reinforcement corrosion on reliability of highway bridges', *Engineering Structures* **20**(11), pp. 1010–1019, 1998.
- Varian, H. (1992), *Microeconomic analysis, third edition*, Norton, New-York, 1992.
- Vu, K. & Stewart, M. (2000), 'Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models', *Structural Safety* **22**(4), pp. 313–333, 2000.
- Wardrop, J. (1952), 'Some theoretical aspects of road traffic research', *Proceeding of the Institute of Civil Engineers* (Part II), pp. 325–378, 1952.
- Wynter, L. (1995), Contributions à la théorie et à l'application de l'affectation multi-classe du trafic, Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur de l'ENPC, novembre 1995.

## ANNEXE

### A

# DESCRIPTION DU RÉSEAU ROUTIER DU SUD-EST DE L'ÎLE DE FRANCE, SIMULATIONS DU TRAFIC EN CAS DE DÉFAILLANCE D'OUVRAGE

Cette annexe présente dans une première partie le réseau routier qui a été choisi dans cette thèse pour illustrer les concepts théoriques introduits. Dans une deuxième partie, quelques résultats de simulation d'affectation de trafic en cas de défaillance d'un des huit ouvrages présentés au paragraphe 3.5 sont présentés. L'affectation du trafic fait l'hypothèse que les usagers restent sur le réseau primaire lorsqu'ils modifient leur itinéraire en cas de situation dégradée. C'est pourquoi l'ensemble des simulations est effectué sur le réseau routier pour lequel seuls les axes majeurs ont été conservés. Les raisons de cette hypothèse et sa mise en application dans la modélisation du trafic sont détaillées au paragraphe 4.4.3.

## **A.1 Présentation du réseau routier de l'Est de l'Île de France**

Le réseau routier étudié dans la thèse est une portion du réseau routier français situé au sud-est de Paris (Figure A.3). Ce paragraphe s'appuie sur un état des lieux menés par le SDRIF (2007) pour détailler et analyser le fonctionnement de ce réseau routier.

### **A.1.1 Historique du réseau**

« Le réseau routier en Région Ile-de-France est historiquement dense, marqué par une convergence des routes principales vers Paris, au fur et à mesure de son développement. Au lendemain de la Seconde Guerre Mondiale, ces grands axes aboutissaient au Boulevard des

Maréchaux qui ceinture Paris depuis la période d'entre-deux guerres. Ce réseau routier a ensuite connu une mutation majeure avec la réalisation des voiries rapides urbaines dont le rythme fut particulièrement soutenu dans les années 1970. Si historiquement, le réseau routier français converge vers Paris, l'aménagement du réseau d'autoroutes ces dernières décennies a permis à la fois le contournement de l'agglomération parisienne et le maillage des villes importantes du Bassin Parisien. » (SDRIF 2007) Aujourd'hui, le réseau routier en Ile-de-France est un système densément maillé formé de rocade et de radiales. En ce qui concerne la zone étudiée, les rocades sont respectivement le boulevard périphérique, l'autoroute A86 et la RN104 (Francilienne) en s'écartant de plus en plus de Paris (Figure A.2). La fonction des rocades n'est cependant plus seulement de contourner Paris et celle des radiales d'y accéder : il s'agit désormais de pouvoir se déplacer à l'intérieur de l'espace régional. Ce réseau comprend aujourd'hui près de 800 km d'autoroutes et voies rapides, dont un peu plus de la moitié en zone agglomérée.

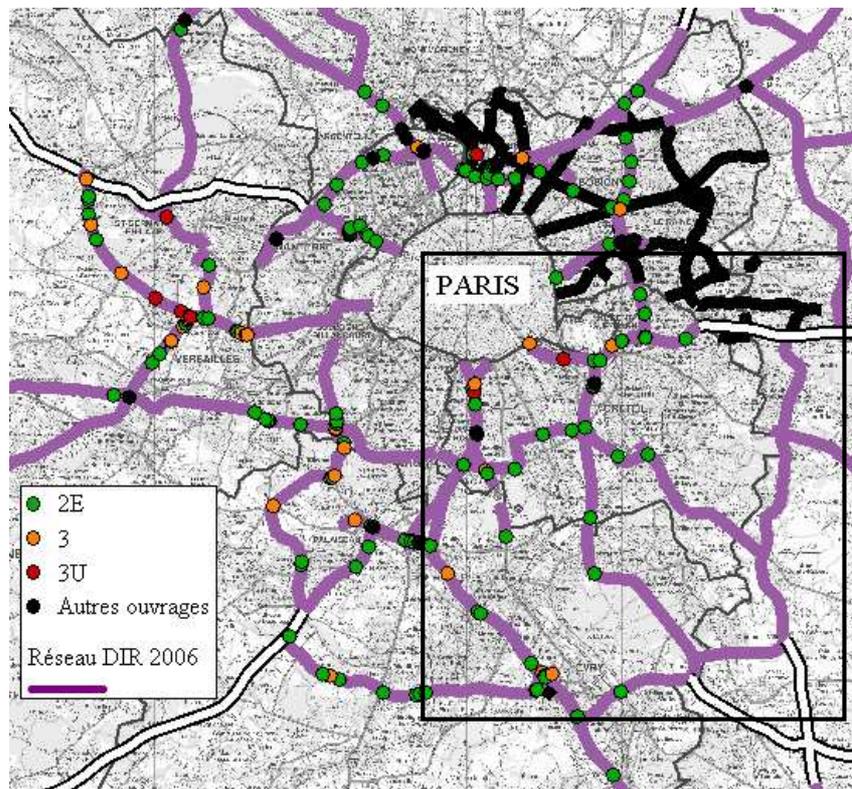


FIG. A.1 – Carte du réseau routier d'Île de France

### A.1.2 Une forte demande de trafic

Le réseau routier du Bassin Parisien est soumis à une très forte demande de trafic et subit des phénomènes de congestion récurrents. « La congestion du réseau routier francilien et en

particulier du réseau de voiries rapides n'est pas un phénomène récent. Le Livre Blanc de l'Île-de-France en faisait déjà un constat alarmant. Malgré les aménagements importants réalisés dans les années 70 et 80, la congestion sur le réseau augmente, et continuera d'augmenter dans le futur. L'explosion de la mobilité automobile qu'a connu l'Île-de-France dans les années 80, parallèlement à celle qu'a connue la France entière, a soumis le réseau routier dans son ensemble à une pression importante. La congestion a cependant évolué, suivant en cela l'évolution de la géographie des déplacements franciliens. Auparavant associée aux mouvements pendulaires entre Paris et la Banlieue, elle est maintenant beaucoup plus sensible dans les mouvements de rocade, en particulier sur l'A86. Ceci est à rapprocher de l'analyse de l'évolution des charges de trafic ces dernières années qui indique une stabilisation, voire une diminution du trafic dans la zone dense, à l'intérieur de l'A86. Si l'on analyse l'évolution depuis 1998 sur le réseau des voies rapides urbaines de l'indice de congestion, représentatif du temps perdu, par kilomètre parcouru pour une vitesse de référence de 60km/h, on constate ainsi une stabilisation de la congestion sur les radiales entre le boulevard périphérique et la Francilienne. En revanche, les flux de banlieue à banlieue (notamment via la Francilienne et l'A86) continuent à progresser. Les principaux points de congestion sont aujourd'hui principalement identifiables aux débouchés des autoroutes radiales sur des rocades (et notamment sur le boulevard périphérique) ainsi que sur les troncs communs d'autoroutes jouant à la fois le rôle de radiale et de rocade (troncs communs d'A4-A86, A3- A86, et A4-A104). Des points de congestion récurrents apparaissent également sur les ponts de franchissement de la Seine et de la Marne. » (SDRIF 2007)

### A.1.3 Localisation des ouvrages d'art étudiés

A titre d'illustration, trois groupes d'ouvrages ont été retenus dans la thèse. Leur caractéristique commune est de permettre le franchissement de la Marne. Le premier groupe est l'échangeur de Saint-Maurice illustré par la figure A.4(a), situé à la jonction des autoroutes A4 et A86. Le deuxième groupe visualisé à la figure A.4(b) est l'ensemble des deux ponts permettant le franchissement de la Marne par l'autoroute A4 (PtMarne1 permet la circulation dans le sens Paris → Province et PtMarne 2 dans le sens Province → Paris). Le troisième groupe est le pont de Nogent dont la localisation est donnée à la figure A.4(c) (PtNogent1 permet la circulation dans le sens Le Perreux → Champigny et PtNogent 2 dans le sens Champigny → Le Perreux). Tous ces ouvrages présentent l'intérêt de se situer sur des axes routiers stratégiques du réseau étudié et de supporter des trafics de l'ordre de 9000 Veh/h.

## A.2 Visualisation des reports de trafic

Dans ce paragraphe, l'ensemble des figures donne l'écart du débit horaire pour l'ensemble des véhicules (poids lourds et véhicules légers) entre une situation pour laquelle l'ouvrage considéré a une restriction du trafic de 90% et une situation pour laquelle tous les ouvrages sont en parfait état de service. Les tronçons de route marqués en vert correspondent à un allègement du trafic routier horaire. Au contraire, les tronçons de route en rouge correspondent à une augmentation du trafic. Ainsi, il est possible de visualiser l'impact de la défaillance de l'ouvrage sur la répartition globale du trafic. Il est à noter que dans les deux cas, que ce soit une augmentation ou d'une diminution du trafic, plus l'épaisseur du trait du tronçon de route est importante, plus l'écart du débit horaire à ce niveau du réseau par rapport à la situation de référence est important. Dans cette annexe, seul le cas d'une défaillance individuelle pour chaque ouvrage avec une réduction de 90% du trafic est présenté. Par ailleurs, toutes les combinaisons de défaillance de

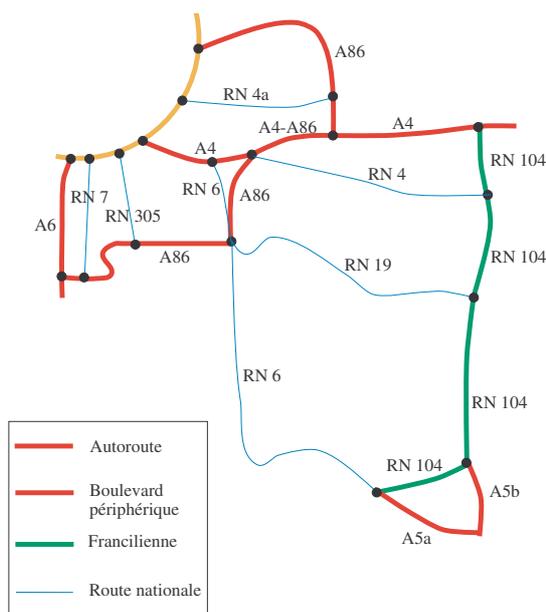


FIG. A.2 – Schématisation des axes principaux du réseau étudié

paires d'ouvrages ont été considérées dans la thèse pour les huit ouvrages du réseau étudié mais ne sont pas présentées dans cette annexe par soucis de clarté des résultats.

Les quatre figures A.5(a), A.5(b), A.5(c) et A.5(c) illustrent la redistribution du trafic lorsque la défaillance a lieu sur chacun des quatre ouvrages de l'échangeur de façon individuelle. L'impact de la réduction de trafic et de la congestion créée peut être quantifié de façon spatiale sur les différents axes routiers du réseau. Par ailleurs, il est intéressant de constater que même si les ouvrages se situent dans un voisinage proche à l'échelle du réseau étudié, la défaillance n'affecte pas le fonctionnement global du réseau de la même façon suivant l'ouvrage de l'échangeur qui a une réduction de trafic. Ces différences s'expliquent par la configuration du réseau qui fait que l'impact global peut être modéré pour un des ouvrages de l'échangeur, par exemple pour l'ouvrage Stmau4 (Figure A.5(d)), ou conséquent comme dans le cas de l'ouvrage Stmau3 (Figure A.5(c)), en utilisant les notations de la figure A.4(a).

Les figures A.6(a) et A.6(b) permettent de visualiser l'impact de la défaillance lorsque celle-ci se produit sur le pont sur la Marne, respectivement dans le sens Paris → Province et dans le sens Province → Paris.

Enfin, les figures A.7(a) et A.7(b) permettent de visualiser l'impact de la défaillance lorsque celle-ci se produit sur le pont de Nogent, respectivement dans le sens Le Perreux → Champigny et dans le sens Champigny → Le Perreux.

### A.3 Visualisation de l'augmentation relative du temps de trajet

Cette section s'intéresse au même cas de défaillance que ceux présentés au paragraphe A.2. L'objectif est ici de visualiser l'augmentation relative du temps de trajet pour un usager qui entre en un point du réseau. Cette augmentation en chaque point est donc la moyenne de l'augmentation relative du temps de trajet pour toutes les destinations ayant ce point

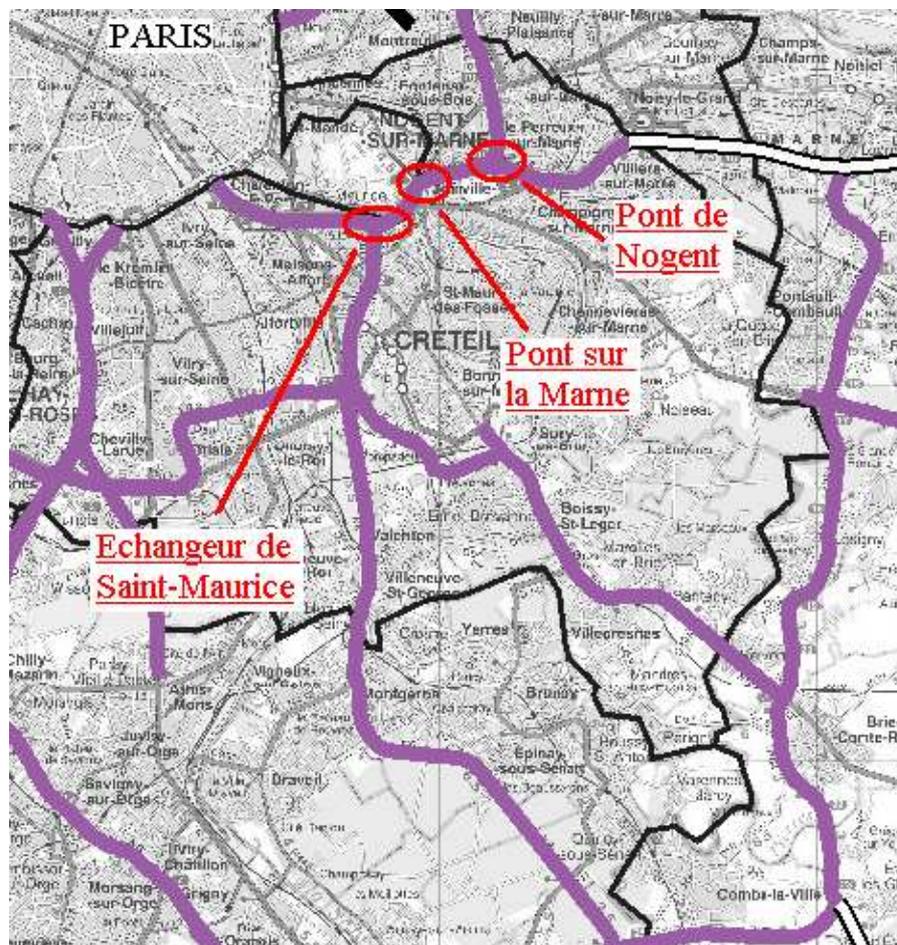


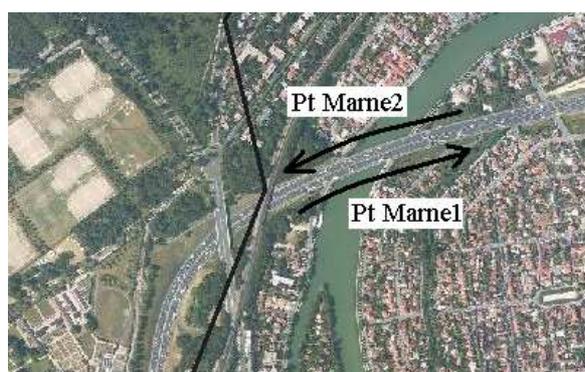
FIG. A.3 – Localisation des différents ouvrages étudiés

comme origine. L'objectif est d'avoir une information quantitative et spatiale sur les zones du réseau qui sont le plus affectées en termes de temps de trajet par une défaillance sur un ouvrage. Cette information est fournie de manière graphique dans ce paragraphe en représentant l'augmentation relative du temps de trajet par un cercle dont le diamètre augmente avec l'écart relatif. Plus le cercle a un diamètre important, plus les usagers qui entrent en ce point du réseau sont pénalisés par la défaillance de l'ouvrage. Comme au paragraphe A.2, les résultats sont présentés successivement pour les ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice (Figure A.8), pour les ouvrages du pont sur la Marne (Figure A.9), et pour le pont de Nogent (Figure A.10) pour chaque sens de circulation.

En ce qui concerne l'échangeur de Saint-Maurice, les figures A.8(a), A.8(b), A.8(c) et A.8(d) permettent de voir que le temps de trajet peut jusqu'à doubler pour certaines zones du réseau. Ainsi un trajet initialement d'un quart d'heure peut passer à une demi-heure pour les zones concernées. Pour le pont sur la Marne (Figures A.9(a) et A.9(b)), la situation est différente.



(a) Ouvrages de l'échangeur de Saint-Maurice



(b) Pont sur la Marne



(c) Pont de Nogent

FIG. A.4 – Ouvrages considérés

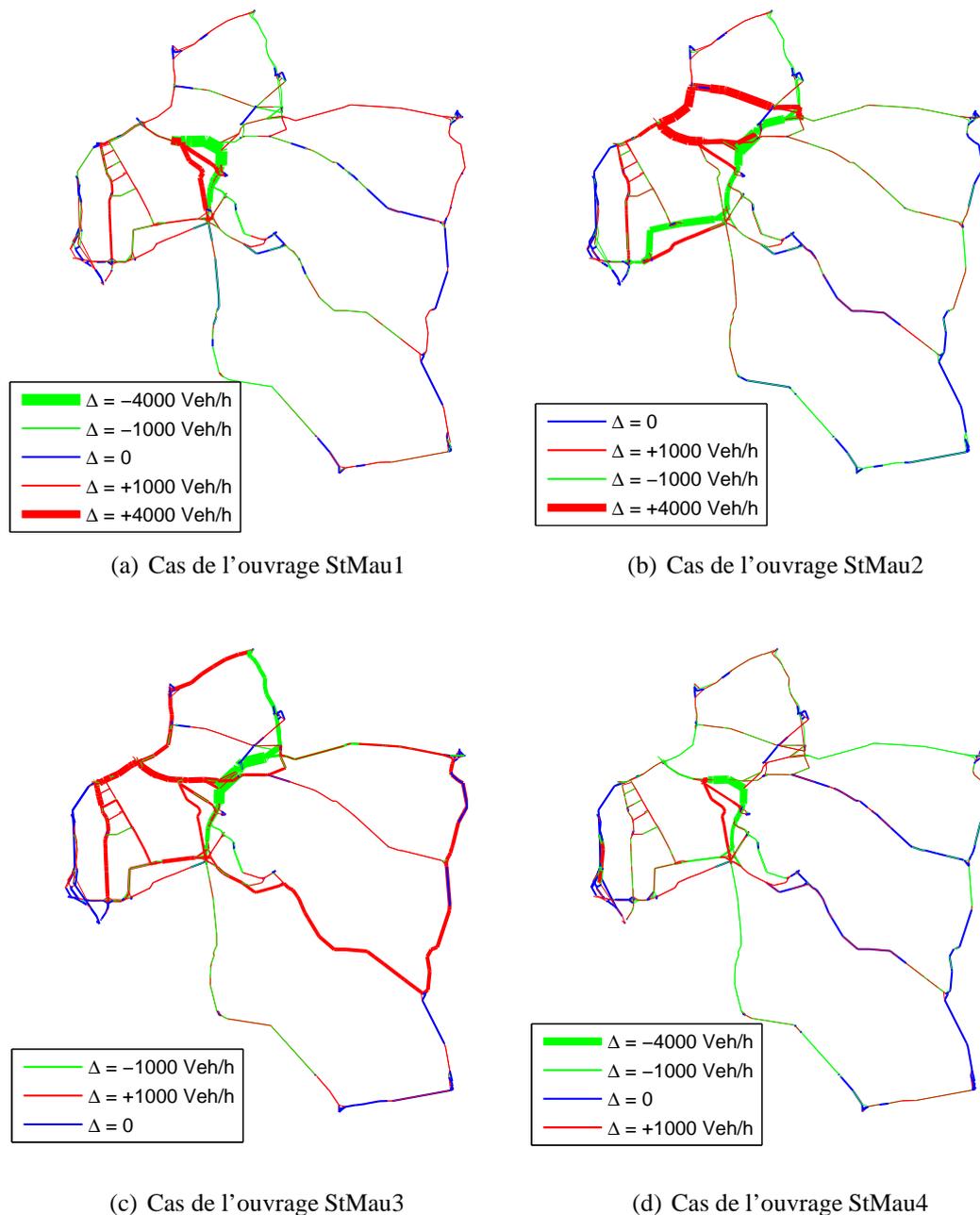


FIG. A.5 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les quatre ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice StMau1, StMau2, StMau3, StMau4

Les augmentations du temps de trajet sont beaucoup plus importantes, ces derniers pouvant être multipliés jusqu'à cinq fois voire plus pour certaines zones du réseau. Un trajet initial de 15 minutes peut alors passer à 1h15min. Cette différence avec les échangeurs de Saint-Maurice est due au fait que peu d'axes proches de l'ouvrage permettent de prendre une déviation. Les itinéraires sont donc bouleversés à l'échelle globale du réseau et obligent les usagers à effectuer des grands détours. Enfin, dans le cas du pont de Nogent illustré par les figures A.10(a) et

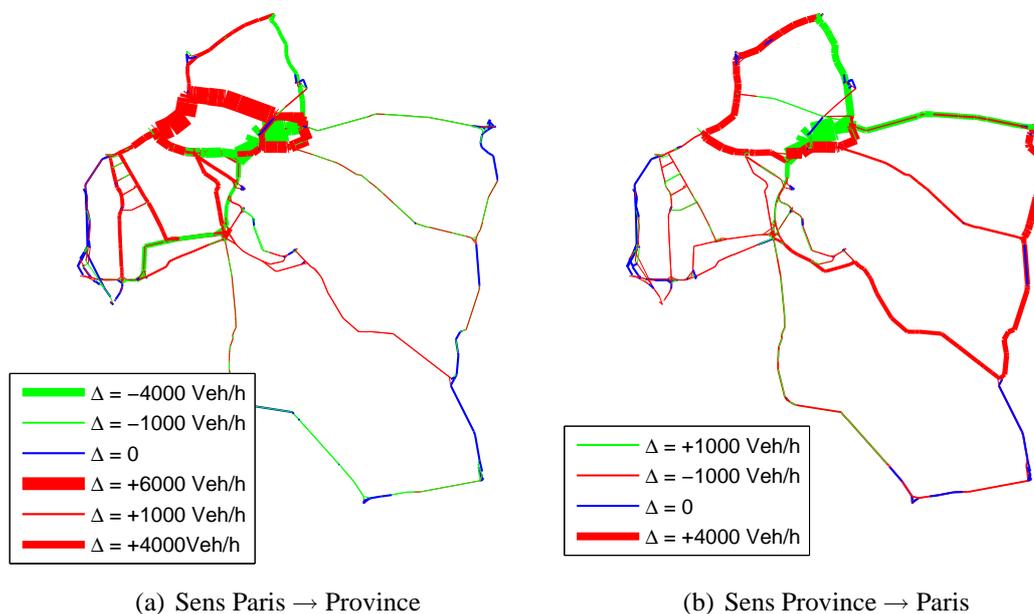


FIG. A.6 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les deux ouvrages du pont sur la Marne

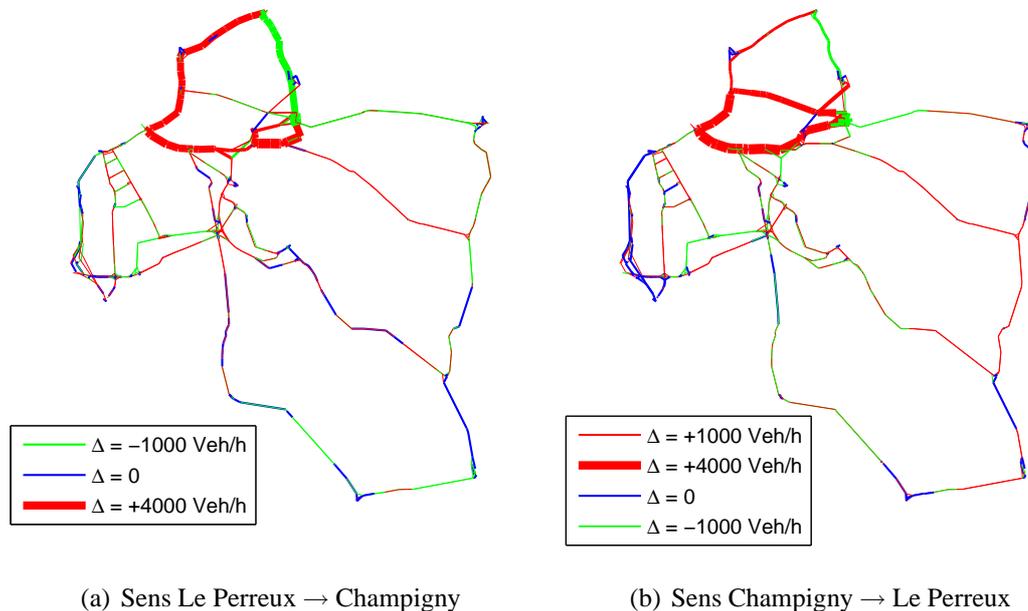


FIG. A.7 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur le pont de Nogent pour chaque sens de circulation

A.10(b), l'augmentation du temps de trajet est moins importante que celle pour le pont sur la Marne mais reste quand même notable et peut atteindre un rapport de trois pour certaines zones.

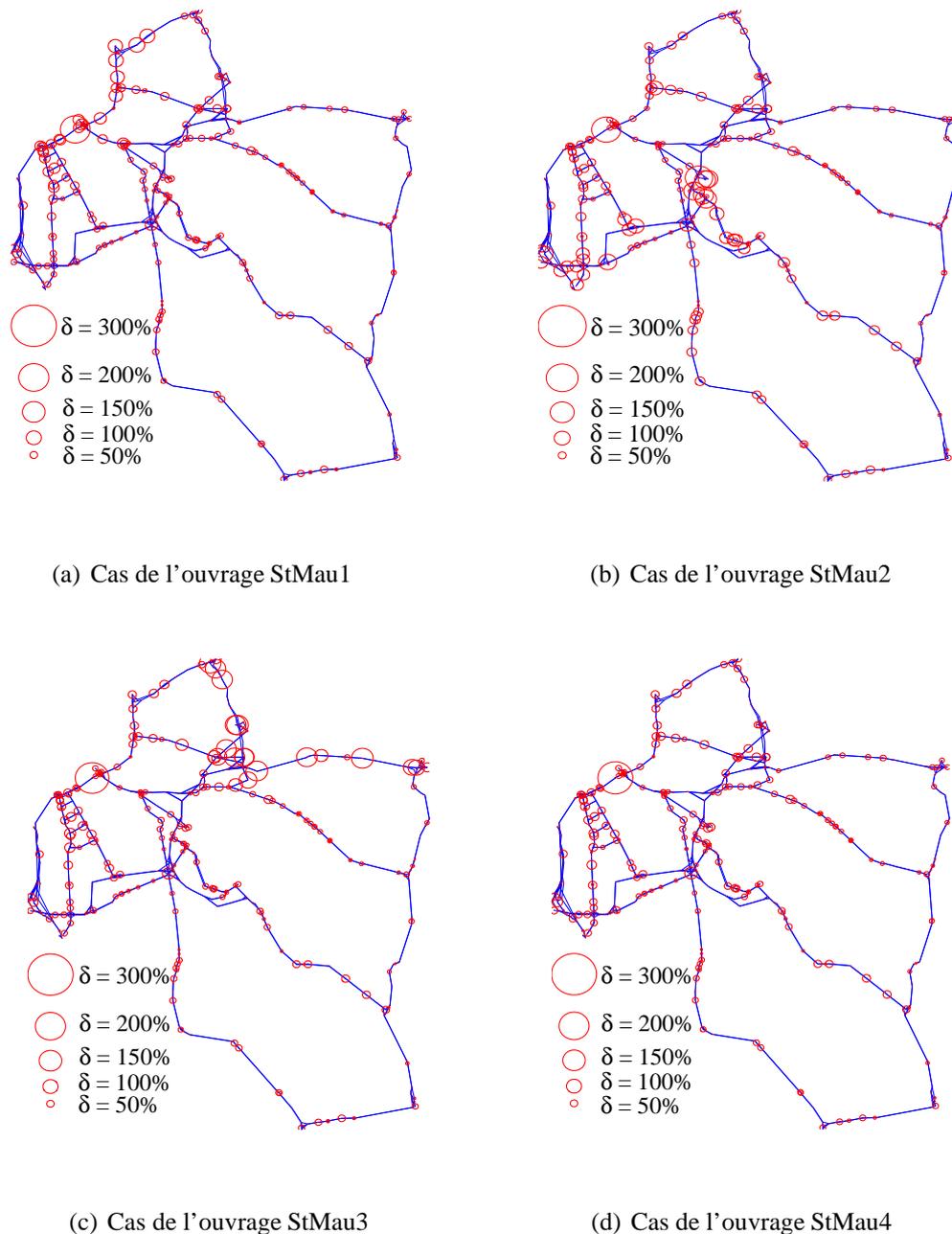


FIG. A.8 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les quatre ouvrages de l'échangeur de Saint Maurice StMau1, StMau2, StMau3, StMau4

## A.4 Synthèse

Ces différentes simulations permettent d'avoir une information à la fois qualitative et quantitative sur l'impact d'une défaillance au niveau d'un ouvrage. La réduction de la capacité de trafic peut être caractérisé par les zones où le trafic va être perturbé et par l'importance de cette perturbation.

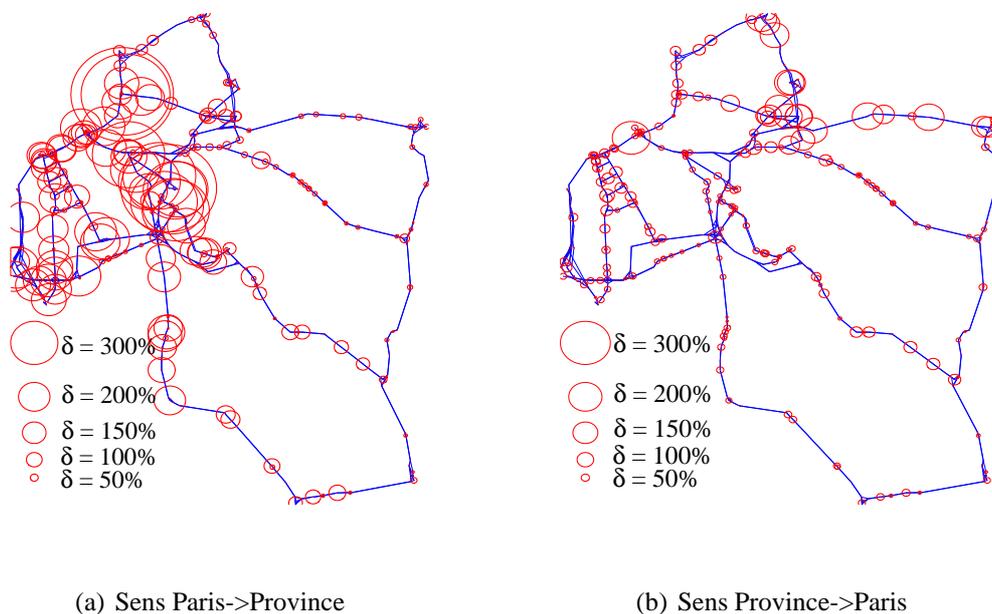


FIG. A.9 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur les deux ouvrages du pont sur la Marne

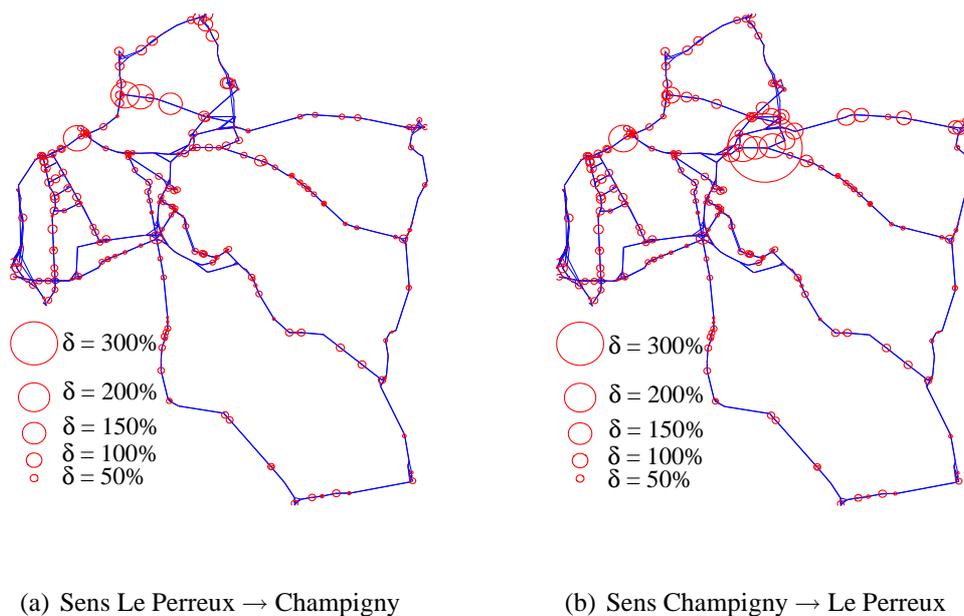


FIG. A.10 – Simulations d'une perte de niveau de service correspondant à 90% de perte de capacité horaire de trafic sur le pont de Nogent pour chaque sens de circulation

## ANNEXE

### B

# PROFILS DE DÉGRADATION DES OUVRAGES

Cette annexe présente des familles de dégradation fréquemment rencontrées sur les ouvrages en service et détaille brièvement les modèles mathématiques permettant de prédire leur évolution dans le temps. Pour chacune de ces familles de dégradations, l'évolution de l'indice de fiabilité est donnée. L'objectif est de voir dans quelle mesure la performance de l'ouvrage modélisée par l'indice de fiabilité et la probabilité de défaillance, se rapproche des profils types introduits au paragraphe 3.1.3. Le phénomène de **corrosion des armatures du béton armé** est d'abord présenté. Les cas de l'initiation de la corrosion par pénétration des chlorures et par carbonatation sont distingués. La **fatigue des structures métalliques (assemblages soudés)** soumises à des cycles de chargement variables est ensuite étudiée. Le problème de la **perte de précontrainte** est alors analysé. Finalement, les **défauts d'équipement** (i.e. les défauts des dispositifs ajoutés à la structure porteuse), inhérents à la vie d'un ouvrage sont présentés.

## B.1 Corrosion des armatures dans le béton

Le béton armé, comme matériau de construction, associe le béton avec des armatures métalliques. Ainsi, le béton d'enrobage fournit une barrière physique et une protection chimique due à son alcalinité (Almusallam 2001), (González, Otero, Feliu, Bautista, Ramirezf & Rodriguez 1998). À la surface d'un acier enrobé par la pâte de ciment hydraté, il se forme une fine couche de produits adhérents qui protègent l'acier. Cette protection est efficace pour une forte valeur du pH ( $\text{pH} > 13,0$ ). La rupture du micro-film protecteur est due à la présence des ions chlorures ou à la carbonatation du béton. L'enrobage apporte ainsi une protection physique aux aciers quand il a une certaine imperméabilité. D'une façon générale, le mécanisme de

corrosion se décompose en deux phases distinctes<sup>1</sup>. La première est l'initiation de la corrosion (les chlorures entrent dans le béton et la teneur de cet agent dépasse un seuil critique, ou la profondeur de carbonatation dépasse l'épaisseur de l'enrobage). La deuxième étape consiste en la croissance de la corrosion des armatures. La figure B.1 illustre les étapes de la corrosion de l'armature.

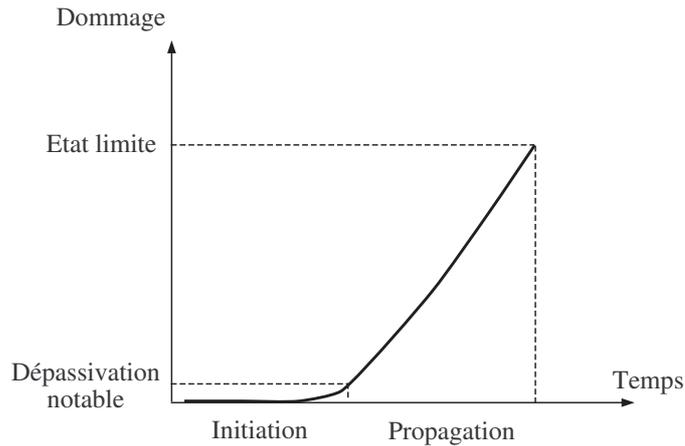


FIG. B.1 – Représentation simplifiée de l'évolution de la corrosion des armatures dans le béton armé

Les différentes phases de perte de performance d'un ouvrage en béton armé soumis à de la corrosion (Silva 2004) sont spécifiées à la figure B.2.

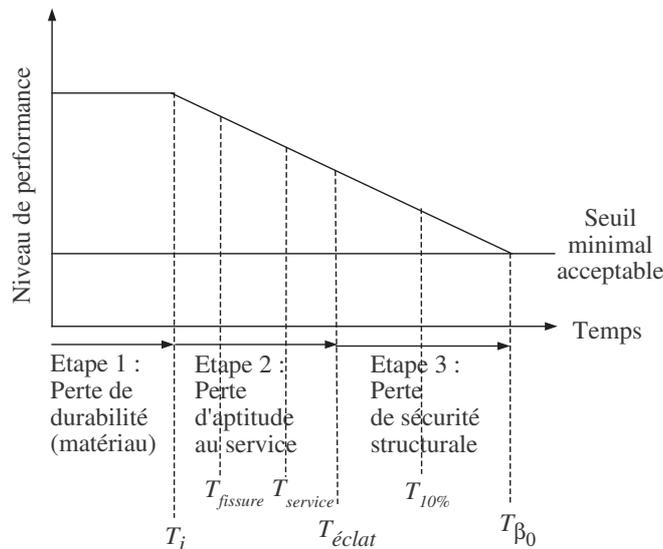


FIG. B.2 – Représentation des étapes de performance d'un élément de poutre en béton armé

<sup>1</sup>voir les travaux de Silva (2004) pour le détail approfondi du mécanisme de la corrosion et les modèles de description de sa propagation.

Dans un premier temps, il y a perte de durabilité du matériau due à la pénétration des agents agressifs dans le béton (chlorures ou  $CO_2$ ) jusqu'à la dépassivation des aciers et l'initiation de la corrosion (instant  $T_i$ ). Dans un deuxième temps, il y a une phase de perte d'aptitude au service avec l'apparition de la première fissure ( $T_{fissure}$ ) puis la propagation de la fissure jusqu'à l'ouverture de 0,3mm ( $T_{service}$ ) et la propagation de la fissure jusqu'à 1mm ( $T_{eclat}$ ). Dans un troisième temps enfin, il y a perte de sécurité structurale de l'ouvrage avec la perte de 10% de l'armature du dernier lit ( $T_{10\%}$ ) et finalement l'atteinte d'un seuil minimal de sécurité structurale réglementaire  $T_{\beta_0}$ . La perte de performance vis-à-vis de la durabilité des matériaux et de l'aptitude au service est étudiée ci-après. Les différents phénomènes physiques mis en jeu au cours des phases de perte de durabilité des matériaux et de pertes de niveaux de service (qui sont les phases considérées dans cette thèse) sont détaillés ci-après.

## B.1.1 Initiation de la corrosion

### B.1.1.1 Initiation de la corrosion par les ions chlorures

Tant que le microfilm protecteur dû au ciment sain existe, l'acier dans le béton reste intact. Cependant, l'épandage de sel de déverglaçage sur les routes met la surface de la structure en contact avec des ions chlorures. Une fois dissous dans l'eau, les ions pénètrent dans l'ouvrage par le béton de l'enrobage. Si des ions chlorures arrivent au contact de l'acier et que leur teneur atteint un seuil critique la couche n'est plus protectrice et la corrosion peut commencer. En conséquence, les ions chlorures pénétrés dans le béton contribuent à l'activation de la surface des armatures de façon à former l'anode, la surface encore passivée fonctionnant comme la cathode.

Le transport des ions chlorures peut se faire soit par des mouvements d'eau (absorption capillaire), soit par de la diffusion. Dans le premier cas, un gradient d'humidité se forme dans le béton et les chlorures sont entraînés par l'eau (convexion). Dans le deuxième cas, les ions se déplacent dans l'eau due à une différence de concentration (Roelfstra 2001). Vu & Stewart (2000) affirme que la pénétration des chlorures est plus fortement affectée par la diffusion et utilise le cas particulier de la loi de Fick pour décrire la diffusion des chlorures à l'intérieur du béton. L'équation de la concentration des chlorures en utilisant ce modèle est donnée à l'équation B.1

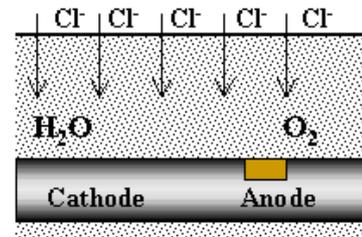


FIG. B.3 – Corrosion des armatures par les chlorures

$$\frac{C(x, t) - C_S}{C_0 - C_S} = \text{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right) \quad (\text{B.1})$$

où  $C(x, t)$  est la concentration des ions chlorures à une profondeur  $x$ , et à l'instant  $t$ ,  $C_S$  la concentration des ions chlorures sur la surface,  $C_0$  la concentration initiale de chlorures dans le béton et  $\text{erf}$  la fonction erreur. La surface de simulation de la teneur en chlorures à la profondeur  $x$  et à l'instant  $t$  est donnée à la figure B.4.

D'autres travaux plus récents modélisent également la pénétration des chlorures : ceux de Kong, Ababneh, Frangopol & Xi (2002) qui mènent une analyse probabiliste sur la pénétration des

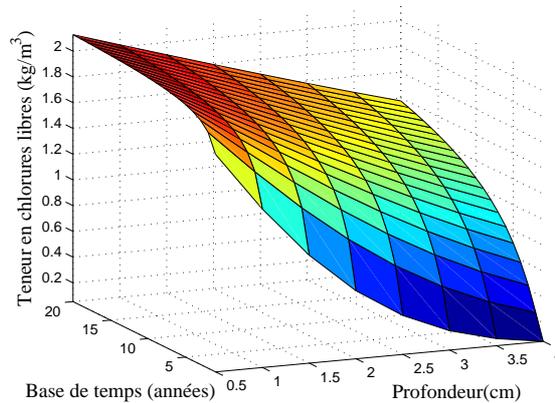


FIG. B.4 – Surface de simulation de la teneur en chlorures à la profondeur  $x$  et à l’instant  $t$  (coefficient de diffusion uniforme)

ions chlorures dans un milieu saturé en utilisant un modèle plus sophistiqué, inspiré des études de Bazant et Xi et ceux de Ababneh, Benboudjema & Xi (2003) qui proposent un modèle de pénétration de chlorures dans un milieu non-saturé aussi inspiré par Bazant et Xi.

### B.1.1.2 Initiation de la corrosion par la carbonatation

La carbonatation du béton résulte de la pénétration du dioxyde de carbone et de l’eau dans le béton. Ce gaz se diffuse dans le réseau poreux du béton et réagit non seulement avec la portlandite, mais également avec les hydrates de silicate de calcium et les silicates non-hydratés : silicate tricalcique et silicate bicalcique. La pénétration du  $CO_2$  au travers des pores du béton est un phénomène de diffusion due à une différence de concentration du gaz entre l’intérieur et l’extérieur du béton. Au fur et à mesure que le processus de carbonatation avance, le pH de l’eau contenue dans les pores du béton tombe à des valeurs de l’ordre de 9,0. Lorsque le front de carbonatation atteint l’épaisseur de l’enrobage, et que le pH au niveau des armatures se trouve aux environs de 9,0, les réactions de corrosion peuvent avoir lieu. Ce scénario définit le seuil critique de la corrosion par carbonatation. De même que dans le cas de la pénétration des chlorures, plusieurs modèles existent pour décrire la progression du front de carbonatation avec le temps. Saetta propose un modèle de carbonatation qui repose sur les première et deuxième lois de Fick (Saetta, Schrefler & Vitaliani 1993, Saetta & Vitaliani 1995). Ce modèle analytique se montre assez complexe à cause de son caractère non linéaire et des couplages entre les équations. Les modèles développés par Bakker (1993) et Papadakis, Vayenas & Fardis (1991) proposent une évolution de la carbonatation avec le temps proportionnelle à la racine carrée du temps. La profondeur de la carbonatation est alors donnée par les équations ci-dessous (Équations B.2 et B.2) avec le modèle de Bakker :

$$x_c = A\sqrt{t} \quad (B.2)$$

et

$$A = \sqrt{(c_1 - c_2) \frac{2D_c}{a}} \quad (B.3)$$

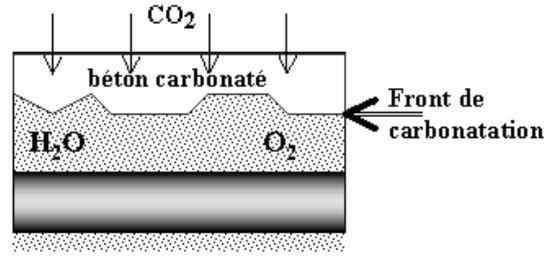


FIG. B.5 – Corrosion des armatures par carbonatation

où  $x_c$  est la profondeur de carbonatation en m,  $D_c$  est le coefficient de diffusion du gaz carbonique,  $(c_1 - c_2)$  le gradient de concentration en gaz entre l'extérieur et l'intérieur du béton et  $a$  la quantité de composés carbonatés exprimée en  $kg/m^3$  de  $[CO_2]$ . De même, La profondeur de la carbonatation est donnée par l'équation B.4 avec le modèle de Papadakis :

$$x_c = K\sqrt{t} \quad (B.4)$$

où  $x_c$  est la profondeur de carbonatation en m et  $K$  le coefficient théorique qui considère la teneur molaire des composés solides hydratés et non hydratés (composés carbonatés) et la diffusion du gaz dans le béton.

L'expression du coefficient  $K$  de l'équation B.4 est donnée par l'équation suivante (Silva 2004, AFGC 2003) :

$$K = \sqrt{\frac{2D_{CO_2}[CO_2]^0}{[Ca(OH)_2]^0}} \quad (B.5)$$

avec  $D_{CO_2}$ , le coefficient effectif de diffusion du  $CO_2$  dans le béton déjà carbonaté,  $[CO_2]^0$ , la concentration molaire en  $CO_2$  dans la phase gazeuse (moles par unité de volume), et  $[Ca(OH)_2]^0$ , la teneur molaire de la portlandite. Le coefficient effectif  $D_{CO_2}$  est alors donné par l'équation :

$$D_{CO_2} = F\epsilon_p^{D_p}(1 - 0.01HR)^E \quad (B.6)$$

avec  $F$ , le coefficient lié à la diffusion de  $CO_2$ ,  $D_p$ , la puissance de la porosité de la pâte,  $\epsilon_p^{D_p}$ , la porosité de la pâte de ciment,  $HR$ , l'humidité relative, et  $E$ , la puissance de l'humidité relative. Le temps d'initiation de la corrosion par pénétration des chlorures est alors donné par l'équation suivante :

$$T_i^c = \frac{cp^2}{4D} \left( \operatorname{erf}^{-1} \left( \frac{C_{cr} - C_S}{C_0 - C_S} \right) \right)^2 \quad (B.7)$$

où  $C(x, t)$  est la concentration des ions chlorures à une profondeur  $x$ , et à l'instant  $t$ ,  $C_S$  la concentration des ions chlorures sur la surface,  $C_0$  la concentration initiale de chlorures dans le béton et  $\operatorname{erf}$  la fonction erreur.

### B.1.1.3 Évolution de l'indice de fiabilité

Le modèle utilisé pour la carbonatation est celui qui dérive de la loi de diffusion en racine carrée du temps (Paragraphe B.1.1.2). Le temps d'initiation de la corrosion par carbonatation utilisant le modèle de Papadakis et al. (1991) est alors donné par l'équation suivante :

$$T_i^{ca} = \left(\frac{cp}{K}\right)^2 \quad (\text{B.8})$$

Le tableau B.1 donne l'ensemble des paramètres ainsi que leur loi de distribution et les paramètres associés qui sont utilisés dans le calcul de l'indice de fiabilité.

Corrosion par pénétration des chlorures				
Paramètres	Symbole	Distribution	Moyenne	Coef. de variation
Concentration à la surface du béton	$C_s$	normale	$\nu_{nominal}$	0,038
Concentration critique	$C_{cr}$	normale	1,40	0,050
Concentration initiale	$C_0$	déterministe	0	-
Coefficient de diffusion	$D$	lognormale	$1, 0.10^{-8}$	0,050
Enrobage inférieur	$cp$	normale	4	0,13
Corrosion par carbonatation				
Paramètres	Symbole	Distribution	Moyenne	Coef. de variation
Profondeur de carbonatation	$x_c$	déterministe	0	-
Porosité de la pâte de ciment	$\epsilon_p$	normale	0,4012	0,11
Humidité relative	$HR$	déterministe	70%	0,050
Concentration de $CO_2$	$[CO_2]^0$	normale	0,019	0,10
Concentration de portlandite	$[Ca(OH)_2]^0$	normale	$\nu_{nominal}$	0,10
Puissance de la porosité de la pâte	$D$	normale	1, 8	0,10
Puissance de l'humidité relative	$E$	normale	2, 2	0,10
Coefficient lié à la diffusion du $CO_2$	$F$	normale	$1, 64.10^{-6}$	0,10

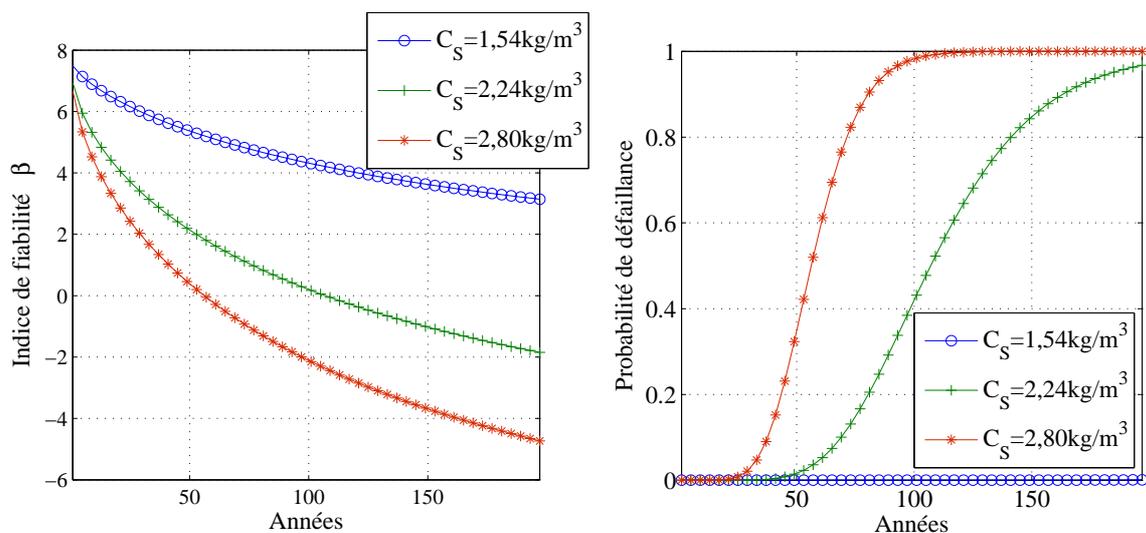
TAB. B.1 – Caractéristiques des variables aléatoires liées à la corrosion

Les marges de sécurité vis à vis de l'initiation de la corrosion par pénétration des chlorures et par carbonatation sont alors données respectivement aux équations B.9 et B.10.

$$G(X) = t - T_i^c \quad (\text{B.9})$$

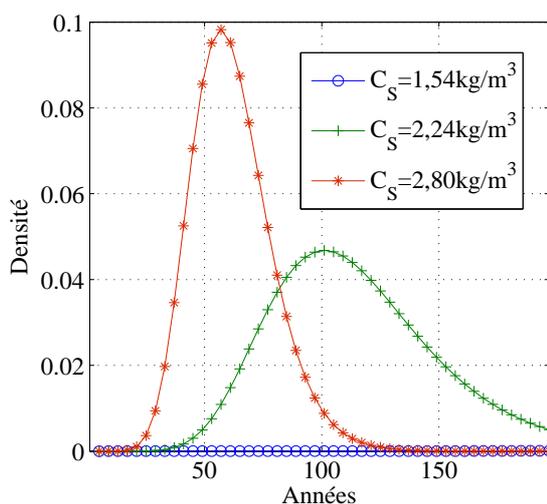
$$G(X) = t - T_i^{ca} \quad (\text{B.10})$$

Les figures B.6(a), B.6(b) et B.6(c) donnent respectivement, pour trois cas de concentrations de chlorure à la surface du béton, l'évolution de l'indice de fiabilité, la probabilité de défaillance



(a) Évolution de l'indice de fiabilité

(b) Évolution de la probabilité de défaillance

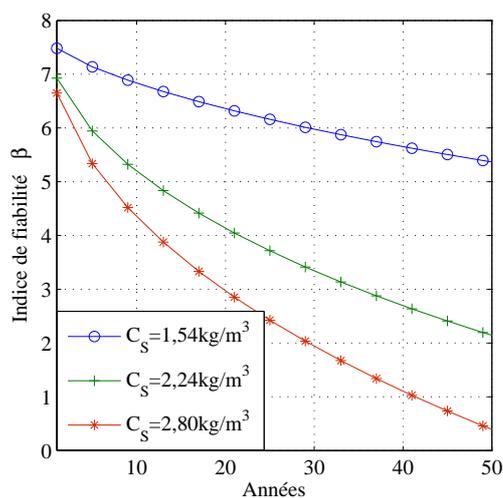


(c) Densité de probabilité d'atteindre l'initiation par pénétration des chlorures

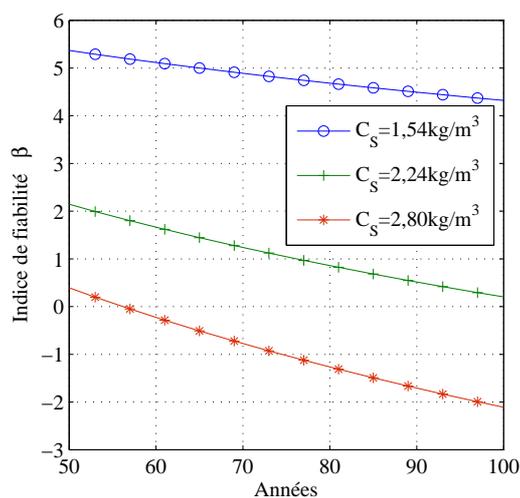
FIG. B.6 – Influence de  $C_S$

correspondante et la densité de probabilité d'atteindre l'initiation par pénétration des chlorures au cours du temps. La concentration des chlorures dépend de l'agressivité du site et traduit un risque d'initiation de la corrosion faible, moyen et élevé. Les trois concentrations étudiées valent la concentration critique de chlorures majorée respectivement de 10%, 60% ou 100% de la concentration critique de chlorure. Plus la concentration en surface augmente, plus l'indice de fiabilité est faible et plus la probabilité de défaillance, i.e. la probabilité d'atteindre l'initiation de la corrosion, est grande (Figure B.6(a)). De même, le temps d'initiation diminue avec l'augmentation des chlorures en surface (Figure B.6(c)). Afin de visualiser le changement dans l'évolution de l'indice de fiabilité, la figure B.7 réalise un « zoom » de l'indice de fiabilité par tranches de cinquante ans (Figures B.7(a), B.7(b), B.7(c) & B.7(d)). Il apparaît que partant de tranches d'âges de plus en plus élevées, l'évolution future de l'indice  $\beta$  a tendance à devenir de plus en plus linéaire avec le temps. Ainsi, dans l'optique d'utiliser des profils types dans la

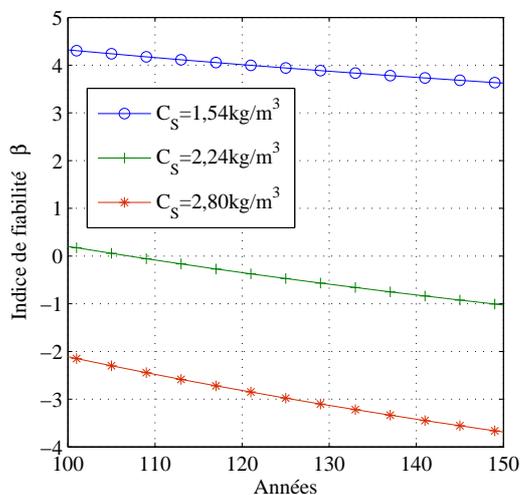
suite de la thèse, l'âge de l'ouvrage va avoir une influence sur le choix de l'allure du profil de dégradation. Pour un ouvrage récent, un profil de dégradation de type  $g_2$  (Équation 3.6) sera utilisé pour obtenir une évolution de l'indice de fiabilité ayant « la même forme » que celles de la figure B.7(a). Pour un ouvrage plus ancien, un profil de dégradation de type  $g_1$  sera préféré et l'évolution de l'indice de fiabilité se rapprochera de celles de la figure B.7(b).



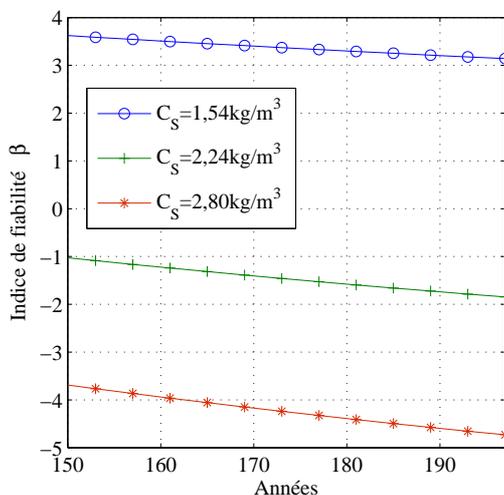
(a)  $1 \text{ an} \leq t \leq 50 \text{ ans}$



(b)  $50 \text{ ans} \leq t \leq 100 \text{ ans}$



(c)  $100 \text{ ans} \leq t \leq 150 \text{ ans}$

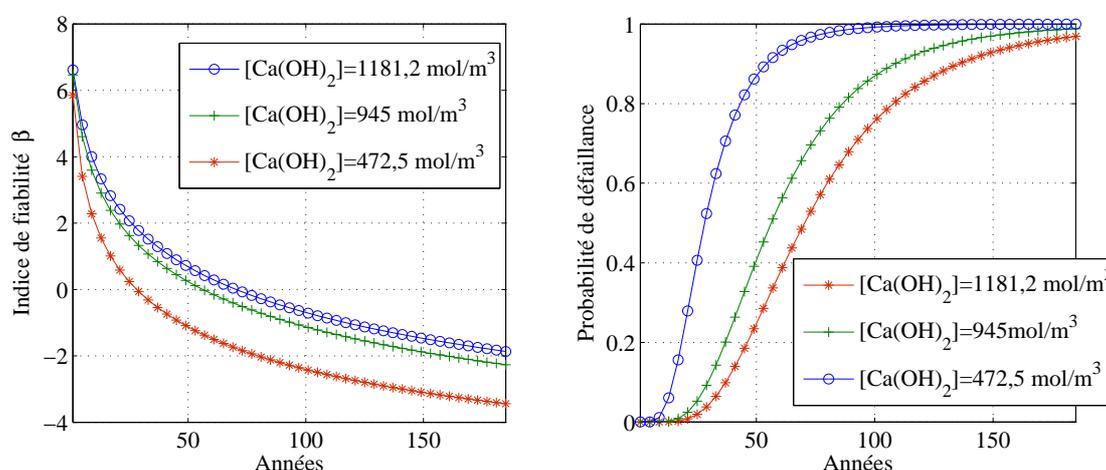


(d)  $150 \text{ ans} \leq t \leq 200 \text{ ans}$

FIG. B.7 – Évolution de l'indice de fiabilité  $\beta$  par tranche de 50 ans

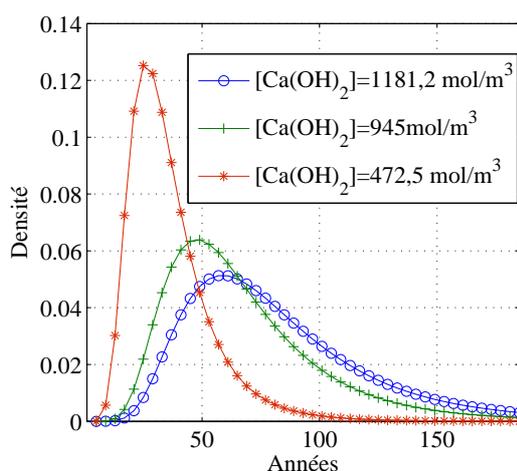
Les figures B.8(a), B.8(b) et B.8(c) donnent respectivement, pour trois cas de concentration en portlandite [ $Ca(OH)_2$ ], l'évolution de l'indice de fiabilité, de la probabilité de défaillance et la densité de probabilité d'atteindre l'initiation par carbonatation au cours du temps. Les trois cas correspondent à une réserve importante, moyenne et faible de portlandite. La portlandite étant la réserve d'alcalinité primordiale pour assurer et maintenir la passivation des armatures au cours du temps, plus sa valeur est faible, plus la probabilité d'atteindre l'initiation est grande (Figure B.8(b)) et donc plus l'indice de fiabilité  $\beta$  est faible (Figure B.8(a)). De même la densité de probabilité traduit un temps d'initiation moyen de la corrosion de plus en plus précoce

avec la diminution de portlandite (Figure B.8(c)). Dans la suite du paragraphe, seul l'indice de fiabilité est fourni car il contient toute l'information montrée dans les courbes de probabilité de défaillance et de densité de probabilité. Comme pour le cas de l'initiation de la corrosion par pénétration des chlorures, la figure B.9 réalise un « zoom » de l'indice de fiabilité par tranches de cinquante ans (Figures B.9(a), B.9(b), B.9(c) & B.9(d)). De même que pour le cas de la figure B.7, il apparaît que partant de tranches d'âges de plus en plus élevées, l'évolution future de l'indice  $\beta$  devient de plus en plus linéaire avec le temps. Ainsi, l'âge de l'ouvrage aura également une influence sur le type de profil de dégradation retenu. Pour un ouvrage récent, un profil de dégradation de type  $g_2$  (Équation 3.6) sera utilisé pour obtenir une évolution de l'indice de fiabilité ayant « la même forme » que celles de la figure B.9(a). Pour un ouvrage plus ancien, un profil de dégradation de type  $g_1$  sera préféré et l'évolution de l'indice de fiabilité se rapprochera de celles de la figure B.9(c).



(a) Évolution de l'indice de fiabilité

(b) Évolution de la probabilité de défaillance



(c) Densité de probabilité d'atteindre l'initiation par carbonation

FIG. B.8 – Influence de la concentration en portlandite

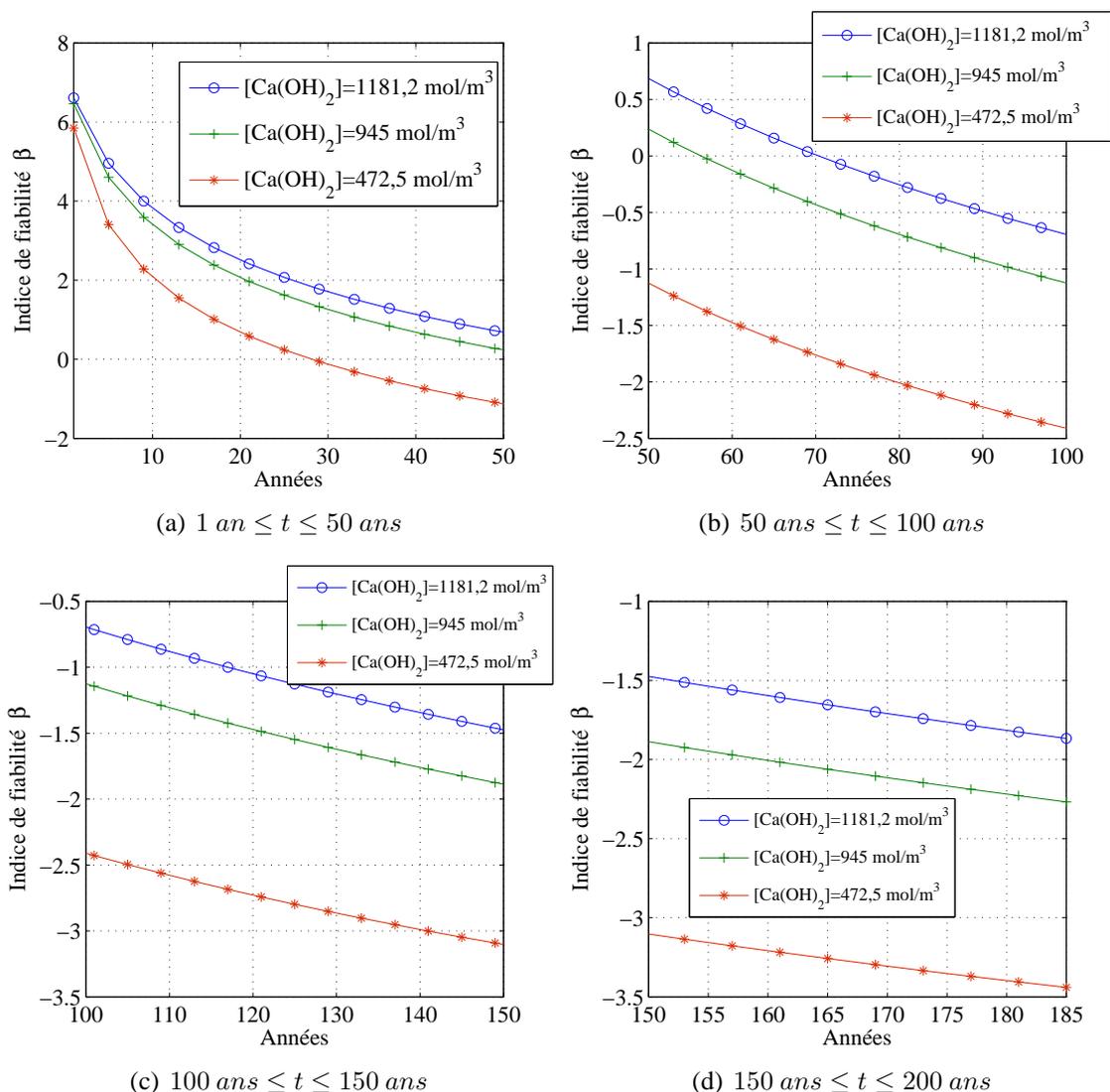


FIG. B.9 – Évolution de l'indice de fiabilité  $\beta$  par tranche de 50 ans

## B.1.2 Croissance de la corrosion

### B.1.2.1 Description du phénomène

La vitesse de corrosion  $v$  d'un acier est la quantité de métal dissous pendant un temps unité, sur une aire unité, à la frontière entre l'acier et le béton. La masse volumique du métal étant constante, cette vitesse  $v$  est proportionnelle à une épaisseur de matière par unité de temps. Par ailleurs, comme le métal est dissous sous forme d'ions électrisés, la vitesse  $v$  est proportionnelle à une quantité d'électricité  $Q$  par unité de temps (c'est à dire un courant électrique) par unité d'aire. Un courant par unité d'aire est une densité de courant. La loi de Faraday montre qu'une vitesse de corrosion égale à  $1 \mu\text{A}/\text{an}$  correspond à une densité de courant de corrosion égale à  $0,1 \mu\text{A}.\text{cm}^{-2}$  (Rilem 2002) (Figure B.10).

La masse de métal subissant de la corrosion est alors donnée par l'équation B.11 :

$$m_{\text{corr}} = \frac{i_{\text{corr}} t a}{n F} \quad (\text{B.11})$$

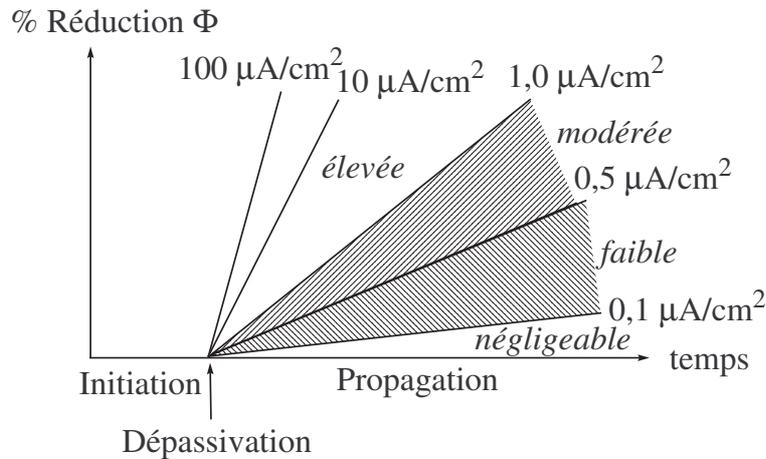


FIG. B.10 – Représentation schématique des gammes des valeurs de courant de corrosion

avec  $m_{corr}$ , la masse de métal qui a réagi,  $i_{corr}$ , le courant de corrosion,  $t$ , le temps,  $a$ , la masse atomique du métal,  $n$ , le nombre d'échange d'équivalent et  $F$ , la constante de Faraday.

L'expression du courant de corrosion  $i_{corr}$  avec le temps, proposée par Vu & Stewart (2000) est alors présentée à l'équation B.12. Cette expression du courant de corrosion permet de tenir compte du fait que le courant de corrosion n'est pas constant pendant toute la période de propagation, car la formation de produits rouillés à la surface de l'acier réduit la capacité de diffusion des ions fer.

$$i_{corr}(t) = i_{corr}(1)0,85t^{-0,29} \quad (B.12)$$

avec  $i_{corr}(1)$ , le courant de corrosion au début de la propagation de la corrosion ( $\mu A/cm^2$ ). L'expression de  $i_{corr}(1)$  est donnée dans l'équation B.13.

$$i_{corr}(1) = \frac{37,8(1 - e/c)^{-1,64}}{cp} \quad (B.13)$$

avec  $e/c$  le rapport eau/ciment et  $cp$  l'épaisseur de l'enrobage (mm).

L'ensemble des équations établies dans ce paragraphe permettent finalement de modéliser le temps d'initiation de la corrosion et d'estimer la vitesse de formation de la rouille, une fois la corrosion initiée. Le paragraphe suivant introduit une nouvelle famille d'ouvrages : les assemblages métalliques.

### B.1.2.2 Détermination de l'indice de fiabilité

Une fois la corrosion initiée, l'accumulation des produits de corrosion autour des barres exerce une pression sur l'enrobage car ces produits sont plus volumineux que le métal qui leur donne origine. Cette pression de la rouille entraîne la formation de fissurations dans le béton, ce qui correspond à la deuxième phase de perte de performance de l'ouvrage (Figure B.2). Cette deuxième phase de performance correspond à l'apparition d'une fissure du fait de l'expansion des produits de la corrosion, puis à l'ouverture de la fissure. Dans la suite, la fissure est supposée être apparue à l'instant  $T_{fissure}$  et c'est l'ouverture de la fissure qui est analysée. Le modèle utilisé consiste alors à comparer la taille de la fissure à une taille critique acceptable pour l'état

limite de service. La fonction de performance de la formation de la fissuration est alors donnée par :

$$G(X) = w_{service} - w(t) \quad (B.14)$$

avec  $w_{service}$  fixée ici à 0,3mm et  $w(t)$ , la taille de la fissure au cours du temps. Selon Thoft-Christensen (2000), l'agrandissement d'une fissure suit une expression linéaire :

$$w(t) = w_0 + \gamma \lambda i_{corr}(t) \quad (B.15)$$

avec  $w_0$ , l'ouverture initiale de la fissure (égale à zéro),  $\gamma$ , un coefficient tenant compte du diamètre de la barre et de l'épaisseur d'enrobage,  $\lambda$ , un coefficient donné par  $\lambda = 0,0115m$  où  $m$  est pris égal à 2 (corrosion uniforme) (Val, Stewart & Melchers 1998) et  $i_{corr}(t)$ , le courant de corrosion donné par l'équation suivante (Silva 2004) :

$$i_{corr}(t) = \xi B \frac{(1 - \frac{e}{c})^C}{cp} \frac{1}{1 + A} (t - T_{fissure})^{1+A} \quad (B.16)$$

avec  $\frac{e}{c}$ , le rapport eau/ciment,  $cp$ , l'épaisseur d'enrobage,  $A$  la puissance du temps,  $B$ , le produit des coefficients,  $C$ , la puissance de  $i_{corr}(1)$ ,  $\xi$ , l'erreur du modèle et  $T_{fissure}$ , l'instant de formation de la première fissure.

Le tableau B.2 donne l'ensemble des variables utilisées dans le calcul de l'indice de fiabilité et la figure B.11 montre l'influence de l'instant de première fissuration sur l'évolution de l'indice de fiabilité.

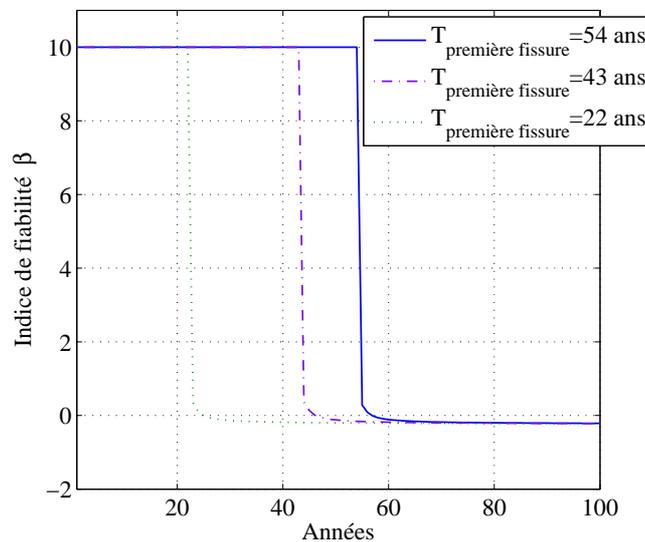


FIG. B.11 – Évolution de l'indice de fiabilité vis-à-vis de la fissuration à 0,3 mm

L'évolution de l'indice de fiabilité est brutale et chute une fois l'instant de première fissuration dépassé. L'atteinte de la fissuration à 0,3 mm est donc extrêmement rapide une fois que la première fissure est apparue. Dans la suite de la thèse, la forme de l'évolution de l'indice de fiabilité relative à la perte d'aptitude au service correspond à celles données à la figure 3.4(b). Ce type d'évolution permet de rendre compte de l'évolution rapide de la dégradation une fois un certain seuil dépassé. Le profil de dégradation utilisé est donc de type  $g_3$  (Équation 3.6).

Paramètres	Symbole	Distribution	Moyenne	Coef. de variation
Puissance du temps	$A$	normale	$-0,29$ ou $0$	$0,10$
Produit des coefficients	$B$	lognormale	$32,13$	$0,10$
Puissance de $i_{corr}(1)$	$C$	normale	$-1,64$	$0,10$
Erreur du modèle	$\xi$	normale	$1,0$	$0,20$
Enrobage inférieur	$cp$	normale	$4$	$0,13$
Instant de première fissuration	$T_{fissuration}$	normale	$\nu_{nominal}$	$0,10$
eau ciment	$e/c$	déterministe	$0,7$	-
Coefficient gamma	$\gamma$	uniforme	$2,99$	$3$

TAB. B.2 – Caractéristiques des variables aléatoires liées à la propagation de la fissuration

## B.2 Performance d'une structure métallique soumise à des chargements cycliques

Dans les assemblages métalliques soudés de type « raidisseur/semelle » (Figure B.12), les fissures sont souvent concentrées au niveau de la soudure. En effet, les soudures induisent des défauts au sein de la matière qui favorisent l'apparition de petites fissures. Ces fissures se propagent alors sous l'action des cycles de chargement et peuvent provoquer la rupture de l'assemblage. Les conditions gouvernant la croissance des fissures de fatigue sont respectivement la géométrie de la structure, le site d'initiation, les caractéristiques du matériau, ainsi que les conditions de chargement.

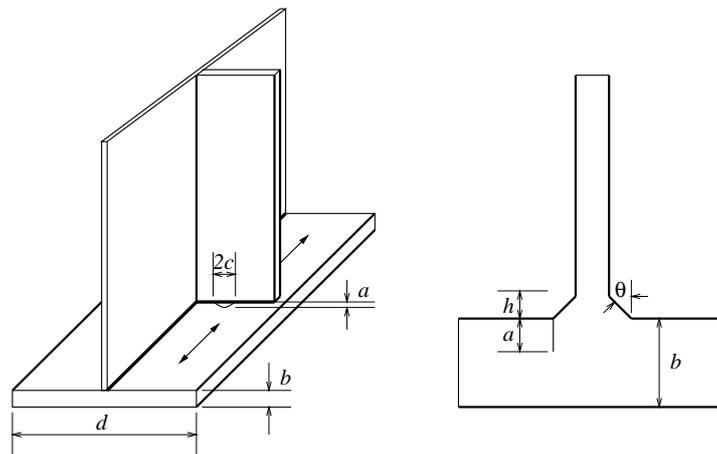


FIG. B.12 – Schéma de l'assemblage et de la direction de propagation de la fissure

La durée de vie à la fatigue est établie au moyen des courbes de Wöhler ou  $S - N$ . Ces courbes sont établies expérimentalement pour un détail de structure donné. Elles sont données en échelle bi-logarithmique (Figure B.13). Le détail est en fait soumis à des cycles d'étendue de contrainte  $S$  d'amplitude constante. Il se ruine après un nombre  $N$  de cycles lorsque la taille de la fissure  $a$  dépasse une taille de fissure critique  $a_c$ .

La courbe de résistance à la fatigue peut être caractérisée par (Figure B.13) :

- la résistance à deux millions de cycles (ou  $N_C$  cycles), appelée catégorie du détail dans l'Eurocode 3, et notée  $S_c$ . Elle varie de 36 à 125 MPa selon les détails ;

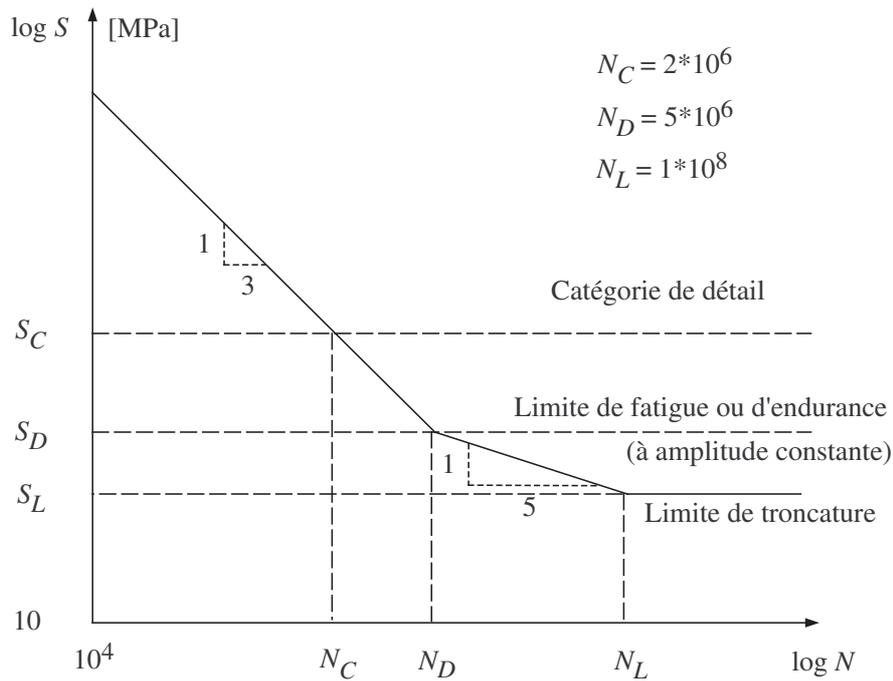


FIG. B.13 – Courbe conventionnelle de Wöhler

- la résistance à cinq millions de cycles (ou  $N_D$  cycles), appelée limite de fatigue (ou limite d’endurance) sous amplitude constante, et représentée par  $S_D = 0,74S_C$ . Si tous les cycles de variation se situent en dessous de cette valeur, la propagation ne s’initie pas ;
- la résistance à cent millions de cycles (ou  $N_L$  cycles), appelée limite de troncature, et représentée par  $S_L = 0,405S_C$ . Les cycles de variations de contrainte qui se situent en dessous de cette valeur ne créent pas de dommage.

Le modèle de Miner (1945)<sup>2</sup> suppose que l’endommagement  $D$  d’une structure s’accumule de manière linéaire. Une structure soumise à des cycles d’étendues de contrainte  $S$  d’amplitude constante se ruine après un nombre  $N$  de cycles, lorsque la taille de la fissure,  $a$ , dépasse une taille de fissure critique,  $a_f$ .

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} < 1, \quad (\text{B.17})$$

où :

$n_i$  est le nombre de cycles appliqué, correspondant au niveau de contrainte  $S_i$ ,

$N_i$  est le nombre de cycles obtenu expérimentalement qui provoque la défaillance, correspondant au niveau de contrainte  $S_i$ .

Ce modèle a l’avantage d’être simple mais l’hypothèse selon laquelle l’endommagement ne dépend pas de l’ordre des sollicitations n’est pas vérifié dans la pratique.

L’équation B.18 lie l’étendue de contrainte au nombre de cycles de la façon probabilisée (Cremona 2005) :

$$\ln(N) = \ln(A) - B \ln(S) + \epsilon = \ln(f(S)) + \epsilon \quad (\text{B.18})$$

<sup>2</sup>dans un premier temps postulée par PALMGREN en 1924.

avec  $\epsilon$  une variable aléatoire de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma_\epsilon$ . Chaque couple  $\ln(S), \ln(N)$  est donc un vecteur aléatoire. Des estimations statistiques de  $\ln(A)$ ,  $B$  et  $\sigma_\epsilon$  sont obtenues à partir de régressions linéaires sur un ensemble de réalisations indépendantes  $\ln(S_i), \ln(N_i)$ .

$$\begin{bmatrix} \ln(A) \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(N) + B \ln(S) \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\ln(S_i) - \ln(S))(\ln(N_i) - \ln(N))}{\sum_{i=1}^n (\ln(S_i) - \ln(S))^2} \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\ln(N_i) - \ln(A) + B \ln(S_i))^2 \quad (\text{B.20})$$

L'endommagement par fatigue suivant la loi de Palmgren-Miner se réécrit donc de la façon suivante :

$$D_p = \sum_{i=1}^n d(S_i) = \left( \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{f(S_i)} \right) e^{-\epsilon} = \left( \frac{n_1}{f(S_1)} + \dots + \frac{n_n}{f(S_n)} \right) e^{-\epsilon} = d_p e^{-\epsilon} \quad (\text{B.21})$$

avec  $d_p = \frac{n_1}{f(S_1)} + \dots + \frac{n_n}{f(S_n)}$  supposé être une variable gaussienne.

L'endommagement total  $D$  de la structure sur une période  $T$  est donné par l'équation B.22 :

$$D_p = \left( \sum_{j=1}^s d_{p,j} \right) e^{-\epsilon} = \frac{T}{\tau} \left( \sum_{i=1}^n d(S_i) \right) e^{-\epsilon} = \frac{T}{\tau} d_p e^{-\epsilon} \quad (\text{B.22})$$

La fonction d'état limite est finalement donnée par :

$$M(T) = 1 - \frac{T}{\tau} d_p e^{-\epsilon} \quad (\text{B.23})$$

Des enregistrements de trafic sur une période de référence d'une semaine et des données de fatigue permettant de fixer les valeurs  $m_{\epsilon_0} = 0,0$ ,  $\sigma_{\epsilon_0} = 0,31$ ,  $m_{d_p} = 1,4810^{-4}$ ,  $\sigma_{d_p} = 3,9710^{-5}$  (Cremona 2005). Les figures B.14(a) et B.14(b) illustrent alors respectivement l'évolution de l'indice de fiabilité  $\beta$  et de la probabilité de défaillance au cours du temps.

Comme au paragraphe B.1.1.3, l'objectif est de déterminer des profils types de dégradation types introduits à l'équation 3.6 pour lesquels l'indice de fiabilité a le même type d'évolution dans le temps que celui correspondant au mode de défaillance en question. Pour cela, l'évolution de l'indice de fiabilité de la figure B.14(a) est donnée par tranches de 50 ans. Les figures B.15(a), B.15(b), B.15(c) et B.15(d) illustrent la forme de l'évolution de l'indice de fiabilité pour chacune de ces quatre périodes. Il ressort de ces figures que partant d'un âge de l'ouvrage de plus en plus élevé, l'évolution future de l'indice de fiabilité dans le temps a tendance à devenir de plus en plus linéaire. Pour un ouvrage récent, l'évolution de l'indice de fiabilité sera donc calculée en utilisant le profil  $g_2$  de l'équation 3.6 alors que le profil  $g_1$  introduit à la même équation sera utilisé pour un ouvrage dont l'âge est plus élevé.

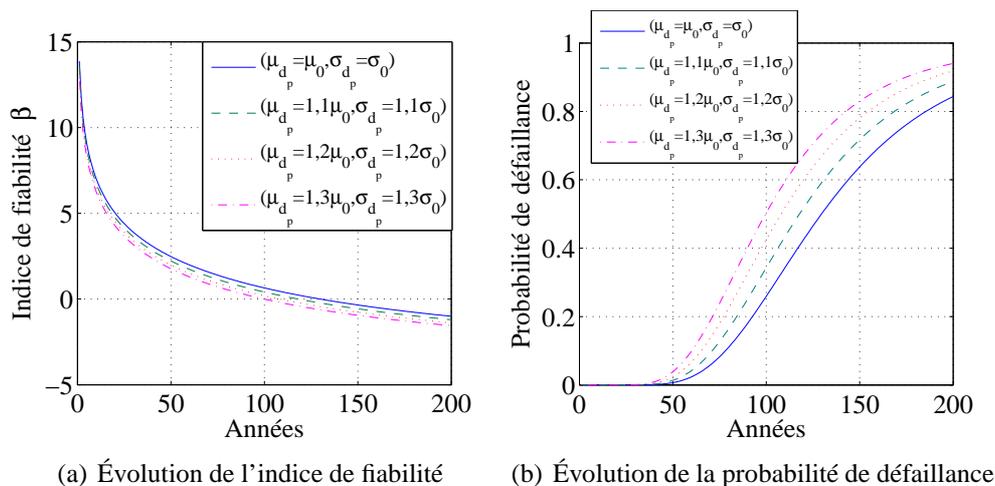


FIG. B.14 – Influence du facteur  $d_p$

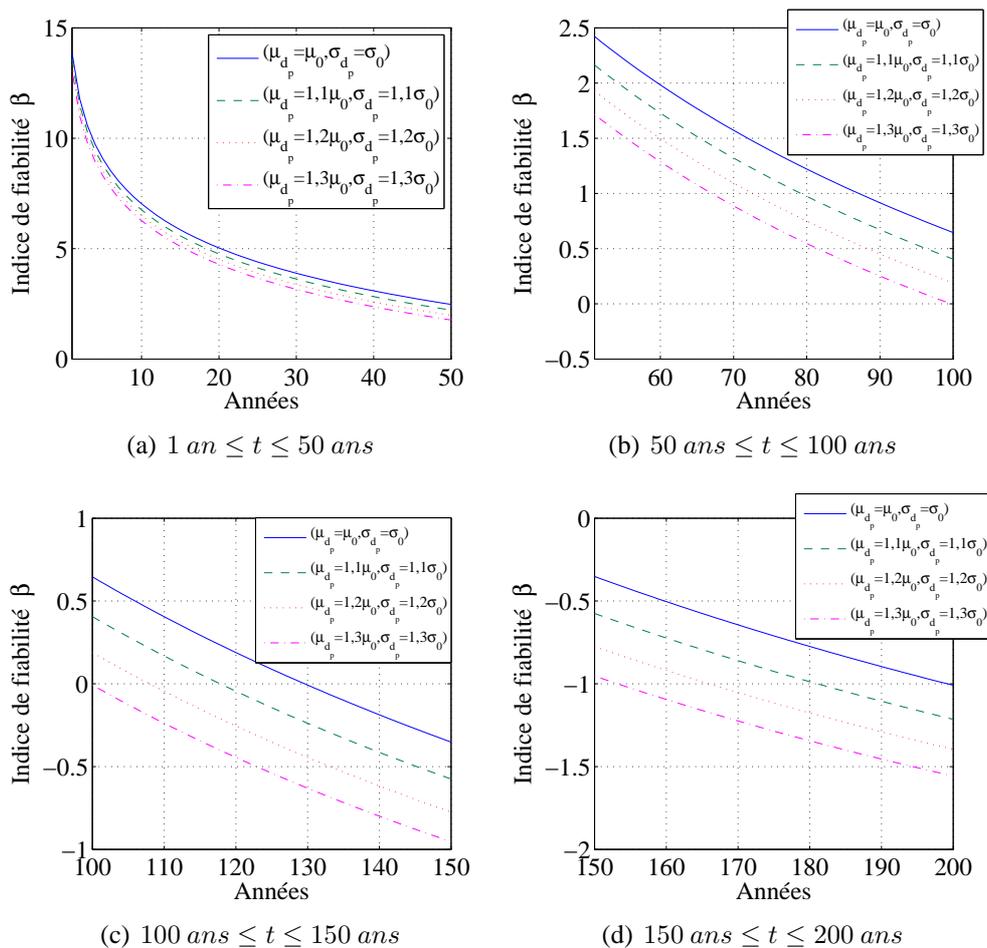


FIG. B.15 – Évolution de l'indice de fiabilité par tranches de 50 ans

## B.3 Perte de performance des ouvrages en béton précontraint

### B.3.1 Phénomène des pertes de précontraintes

A la différence des ponts en béton armé, les ponts en béton précontraint sont sujets à des pertes que l'on peut classer en deux catégories : les pertes « instantanées » de précontrainte et les pertes « différées » qui ne se stabilisent qu'au bout d'un temps théoriquement infini. La tension d'une armature de précontrainte en un point et à instant donné est donc différente de la tension appliquée au câble par le vérin lors de sa mise en oeuvre (Thonier 1992, Le Delliou 2003). Lors de la mise en tension, les pertes sont dues :

- aux frottements du câble sur sa gaine,
- à la rentrée des ancrages,
- à la non simultanéité des mises en tension des différentes familles de câbles,
- à l'activation des charges permanentes pendant les phases de construction.

Ces pertes sont donc dues au dispositif technologique d'ancrage et au profil des gaines de précontrainte. Au cours du temps, les pertes différées sont dues :

- au retrait du béton,
- à la relaxation des aciers,
- au fluage du béton.

Les pertes dues aux phénomènes différés sont celles qui présentent le plus de source d'incertitude et nécessitent donc le plus d'attention (Cremona 1995). Ces incertitudes peuvent porter sur des paramètres extérieurs tels que l'humidité du milieu ambiant ou bien sur des paramètres internes résultant de la nature complexe du comportement des matériaux (retrait, fluage, relaxation). Le processus de perte de précontrainte à cause des effets externes est présenté ci-après.

#### B.3.1.1 Retrait du béton

Le retrait est un phénomène évoluant dans le temps de contraction du béton non chargé. C'est la superposition de deux phénomènes de retrait :

- le retrait endogène induit par le durcissement du béton
- le retrait de séchage lié aux échanges hydriques entre le béton et son environnement.

La part du retrait endogène atteint rapidement sa valeur limite, ce qui n'est pas le cas du retrait de séchage qui peut être très long. Le B.P.E.L. propose l'expression suivante pour la déformation induite à l'instant  $t$  à partir d'un instant  $t_0$  :

$$\epsilon_r(t, t_0) = \epsilon_r(r(t) - r(t_0)) \quad (\text{B.24})$$

où  $\epsilon_r$  est la déformation finale due au retrait.  $r(t)$  est une fonction du temps définie sur  $[0, +\infty[$  à valeurs dans  $[0, 1[$  :

$$r(t) = \frac{t}{t + 9r_m} \quad (\text{B.25})$$

où  $t$  est exprimé en jours et  $r_m$  est le rayon moyen de la section (i.e. le rapport entre l'air de la section et la longueur de son pourtour en contact avec l'air). Les pertes dues au retrait peuvent donc être exprimées à l'aide de l'équation ci-dessous :

$$\Delta\sigma_r = E_b \epsilon_r (r(t) - r(t_0)) \quad (\text{B.26})$$

avec  $E_b$ , le module d'Young du béton.

### B.3.1.2 Fluage du béton

Le béton n'est pas un matériau élastique parfait. Soumis à une contrainte constante, il se déforme au cours du temps. Sa déformée différée  $\epsilon_d$  est par ailleurs environ égale au double de sa déformée instantanée  $\epsilon_i$  (voir figure B.27. Après un temps théoriquement infini, le câble a un même supplément de déformation que le béton, soit deux fois la déformation initiale du béton. Les pertes totales dues au fluage peuvent être exprimées par l'équation B.27.

$$\Delta\sigma_f = 2\sigma_{c\infty} \frac{E_a}{E_{b\infty}} \quad (\text{B.27})$$

où  $\sigma_{c\infty}$  est la contrainte de compression ultime,  $E_a$  et  $E_{b\infty}$  sont les modules d'Young des aciers actifs et du béton à  $t = \infty$ . Les pertes à l'instant  $t$  sont alors obtenues en multipliant les pertes totales par la fonction  $r(t)$  Cremona (1995).

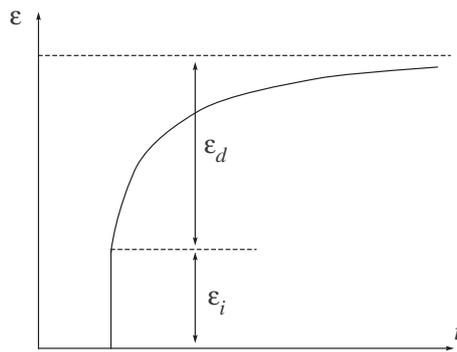


FIG. B.16 – Déformation différée par fluage du béton

### B.3.1.3 Relaxation des aciers

Lorsqu'un fil d'acier est tendu à une contrainte élevée (la longueur du fil étant maintenue constante), on remarque une diminution de la contrainte dans l'armature au cours du temps. Cette perte de tension, appelée relaxation, dépend essentiellement de trois paramètres :

- la qualité intrinsèque de l'acier,
- la tension initiale de l'armature (en effet, ce phénomène n'apparaît que pour des câbles soumis à des contraintes supérieures à 30-40% de leur limite de rupture),
- la température, paramètre très important à prendre en compte pour l'injection des gaines par de la cire, opération qui s'effectue à chaud.

Un acier est caractérisé par sa relaxation à 1000 heures,  $\rho_{1000}$  (en %). Les pertes sont alors évaluées par l'équation suivante (B.P.E.L.) :

$$\Delta\sigma_l = \frac{6}{100} \left( \frac{\sigma_a \text{ init}}{\sigma_{rupt}} - \mu_0 \right) \sigma_a \text{ init} \rho_{1000} \quad (\text{B.28})$$

avec  $\sigma_a \text{ init}$ , la contrainte initiale des aciers avant pertes instantanées,  $\sigma_{rupt}$ , la contrainte de rupture garantie, et  $\mu_0$ , un coefficient pris égal à 0.43 pour les TBR (Très Basse Relaxation), 0.3 pour les RN (Relaxation Normale) et 0.35 pour les autres. De même que précédemment, les pertes à l'instant  $t$  sont obtenues en multipliant les pertes totales par la fonction  $r(t)$ .

Enfin, les pertes de précontrainte sont dépendantes de phénomènes rhéologiques distincts qui sont détaillés dans ce paragraphe. Leur évolution dans le temps est également présentée.

### B.3.2 Évolution de l'indice de fiabilité d'un ouvrage subissant des pertes de précontrainte par effets différés

La performance d'un pont en béton précontraint correspond à la vérification de la capacité structurelle à l'ELS et tient compte des pertes différées qui sont détaillées en annexe au paragraphe B.3.1. Le B.P.E.L. suppose que le comportement mécanique d'une structure à l'ELS est linéaire (Cremona 1995). Il requiert, pour une section donnée, le non dépassement des contraintes de traction et de compression en fibre inférieure et supérieure :

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{S} + \frac{Pe_0v_n}{I_n} + \frac{M_p v_n}{I_n} &\geq \sigma_{t,sup} \\
 \frac{P}{S} - \frac{Pe_0v'_n}{I_n} - \frac{M_p v'_n}{I_n} &\leq \sigma_{c,inf} \\
 \frac{P}{S} + \frac{Pe_0v_n}{I_n} + \frac{M_p v_n}{I_n} + \frac{(M_t + M_s) v_h}{I_h} &\leq \sigma_{c,sup} \\
 \frac{P}{S} - \frac{Pe_0v'_n}{I_n} - \frac{M_p v'_n}{I_n} - \frac{(M_t + M_s) v'_h}{I_h} &\geq \sigma_{t,inf}
 \end{aligned} \tag{B.29}$$

avec :

- $M_t, M_s, M_p$ , les moments dus aux actions de trafic, aux surcharges et aux charges permanentes,
- $\sigma_{c,sup}, \sigma_{t,sup}, \sigma_{c,inf}, \sigma_{t,inf}$ , les contraintes limites de compression et de traction du béton en fibre supérieure et inférieure,
- $P(t)$ , la force de précontrainte à l'instant  $t$ ,
- $e_0$ , l'excentricité du centre d'action et de la précontrainte par rapport à la fibre neutre,
- $I_n, S, I_h$ , l'inertie, l'aire de la section nette et l'inertie de la section homogénéisée,
- $v_n, v'_n, v_h, v'_h$ , les distances des centres de gravité des sections nette et homogénéisée par rapport aux fibres supérieures et inférieures.

Les marges de sécurité portent donc sur les quatre inégalités de l'équation B.29, ce qui correspond à l'étude d'un système série défini par quatre fonctions d'état-limite présentées ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 G_1(t) &= \frac{P}{S} + \frac{Pe_0v_n}{I_n} + \frac{M_p v_n}{I_n} - \sigma_{t,\text{sup}} \\
 G_2(t) &= \sigma_{c,\text{inf}} - \frac{P}{S} + \frac{Pe_0v_n}{I_n} + \frac{M_p v'_n}{I_n} \\
 G_3(t) &= \sigma_{c,\text{sup}} - \frac{P}{S} - \frac{Pe_0v_n}{I_n} - \frac{M_p v_n}{I_n} - \frac{(M_t + M_s) v_h}{I_h} \\
 G_4(t) &= \frac{P}{S} - \frac{Pe_0v'_n}{I_n} - \frac{M_p v'_n}{I_n} - \frac{(M_t + M_s) v'_h}{I_h} - \sigma_{t,\text{inf}}
 \end{aligned}
 \tag{B.30}$$

Le calcul de l'indice de fiabilité est alors effectué pour la fonction  $G_3$  avec les données utilisées par Cremona (2003) qui sont regroupées dans le tableau B.3.

Paramètres	Symbole	Distribution	Moyenne	Coef. de variation
Précontrainte initiale [MN]	$P_{init}$	normale	8,081	0,10
Pertes instantanées [MN]	$P_{inst}$	normale	$\nu_{nominal}$	0,10
Pertes finales estimées [MN]	$P_{fin}$	normale	2,087	0,10
Ratio 1 [ $m^{-3}$ ]	$v'/I_n$	normale	3,248	0,10
Ratio 2 [ $m^{-3}$ ]	$v'/I_h$	normale	2,800	0,10
Excentricité du câble [m]	$e_0$	normale	-1,309	0,10
Contrainte de traction du béton [MN]	$\sigma_t$	lognormale	-2,700	0,05
Charges permanentes [MN.m]	$M_p$	normale	3,780	0,05
Surcharges [MN.m]	$M_s$	normale	1,335	0,05
Charges de trafic [MN.m]	$M_t$	Gumbel	$u = 1,313$	$v = 1,991$

TAB. B.3 – Caractéristiques des variables aléatoires pour la fonction d'état-limite  $G_3$

L'évolution de l'indice de fiabilité est donnée à la figure B.17 pour trois cas de perte de précontrainte initiale. Les pertes augmentant avec le temps, il est normal de constater que l'indice de fiabilité diminue avec le temps. De même l'indice de fiabilité diminue lorsque les pertes instantanées augmentent.

Pour mieux visualiser les deux phases dans l'évolution de l'indice de fiabilité de la figure B.17, l'évolution est séparée en deux parties qui sont données respectivement aux figures B.18(a) et B.18(b). Partant d'un point dans le temps, il apparaît que l'indice de fiabilité aura une évolution incurvée si l'ouvrage est au début du phénomène de dégradation et que cet indice aura une évolution linéaire si la dégradation est plus avancée. La démarche qui consiste à utiliser un profil de dégradation type pour obtenir la même forme que l'indice de fiabilité calculé oriente donc le choix vers un profil de type  $g_2$  (Équation 3.6) pour un ouvrage récent et vers un profil  $g_1$  (Équation 3.6) pour un ouvrage dont l'âge est plus avancé.

## B.4 Défauts d'équipements

Ce paragraphe s'intéresse à la dégradation des équipements d'un ouvrage. Les équipements sont les dispositifs ajoutés à la structure porteuse. Leur fonction est de permettre l'utilisation de l'ouvrage par les usagers dans des conditions de confort et de sécurité satisfaisantes, de faciliter

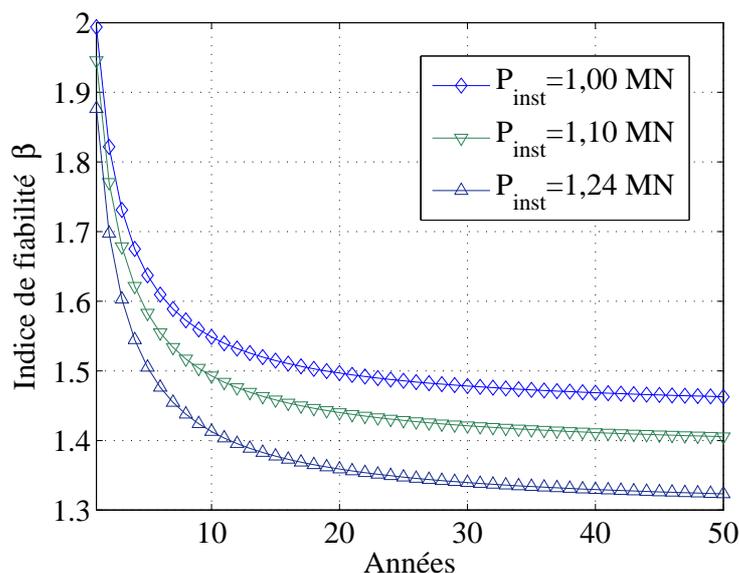


FIG. B.17 – Influence des pertes de précontrainte instantanées sur l'évolution de l'indice de fiabilité

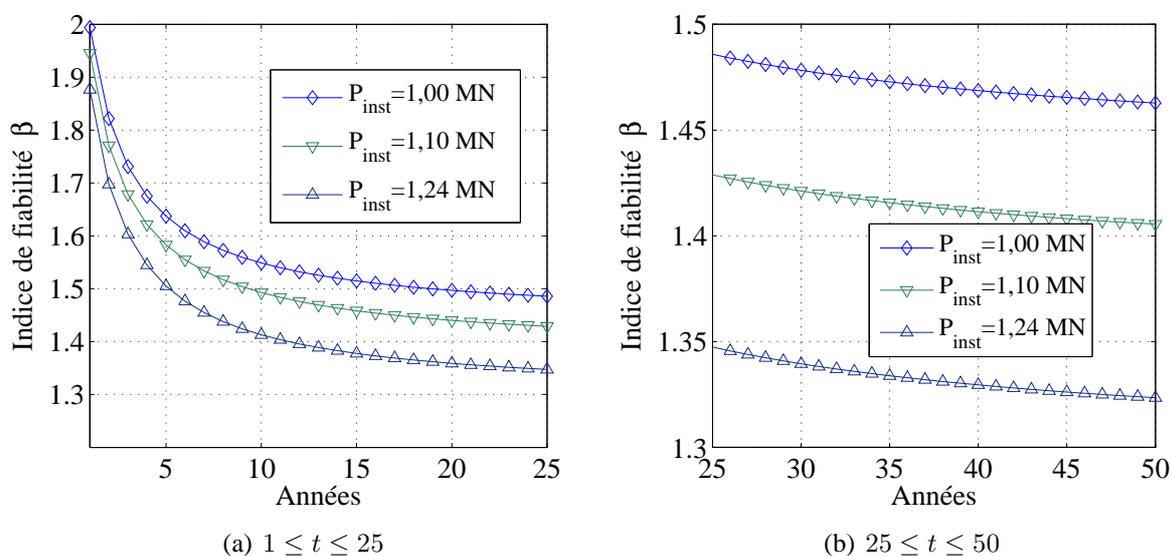


FIG. B.18 – Évolution de l'indice de fiabilité par tranches de 25 ans

sa surveillance et son entretien et d'améliorer son esthétique. La figure B.19 donne l'exemple des différents équipements d'un pont dalle en béton armé.

La liste de quelques défauts d'équipements est donnée ci-dessous :

1. Les défauts de la chaussée tels que le faïençage, les nids de poule, les défauts de surface (flache, pelade, orniérage, bourrelet...). Ces problèmes sont dus à une mauvaise qualité à la fabrication ou à la mise en oeuvre des matériaux de chaussée, ou encore à une fatigue excessive de la couche de roulement sur l'ouvrage (Figure B.20).

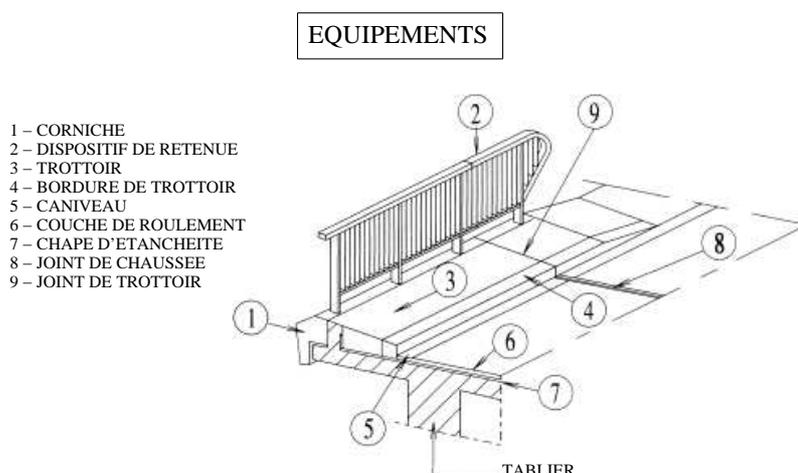


FIG. B.19 – Équipements d'un pont dalle en béton armé

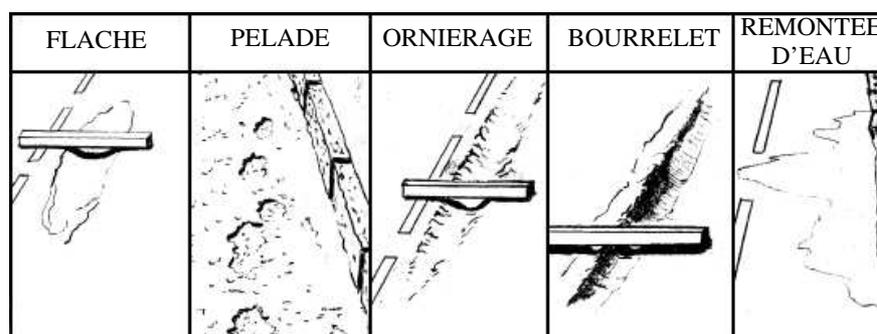


FIG. B.20 – Défauts de joints de chaussée

2. Les défauts de bordures de trottoirs qui comprennent les défauts d'alignement, la dégradation du revêtement, la déformation des surfaces, la présence de végétation, les affaissements du corps du trottoir.
3. Les problèmes de joints de chaussée et de trottoirs. Les principaux défauts rencontrés sont des décalages relatifs transversaux ou verticaux entre les éléments constitutifs du joint (Figure B.21).

Il est difficile de trouver une loi de vieillissement pour les équipements d'un ouvrage car leur vieillissement est non seulement fonction des matériaux utilisés et des procédés de fabrication mais également des évènements survenant dans la vie de l'ouvrage. Ces différentes parties d'ouvrages sont de plus fortement liées et l'état d'un des équipements conditionne en général l'état de plusieurs autres parties. La prédiction de l'état des équipements est pourtant primordiale car les équipements conditionnent le vieillissement global de l'ouvrage à long

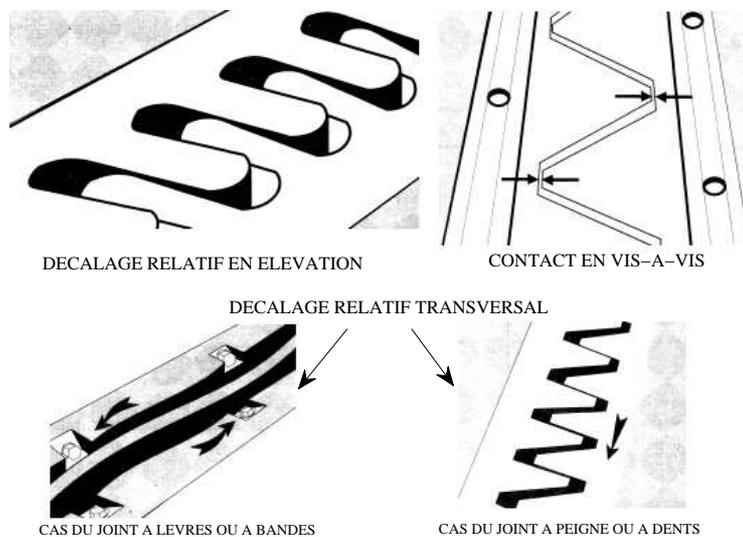


FIG. B.21 – Défauts de surface

terme. Par exemple, la mauvaise évacuation des eaux due à des problèmes au niveau des systèmes d'évacuation (retenue d'eau, caniveau,...) ou des problèmes d'étanchéité au niveau de la chape sont autant de causes qui peuvent dégrader le niveau de service de l'ouvrage si rien n'est fait.



## ANNEXE

### C

# ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DE LA FIABILITÉ

Cette annexe a pour objectif de rappeler des éléments théoriques de base de la théorie de la fiabilité (Melchers 1999).

## C.1 Évaluation de la fiabilité

### C.1.1 Probabilité de défaillance

Si  $M = g(X)$  symbolise la marge de sécurité d'un mode de défaillance, la **probabilité de défaillance** est une mesure globale déterminée par l'intégrale de la densité de probabilité conjointe des variables de base dans la zone de défaillance  $D_R$  :

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}(g(X) \leq 0) = \int_{D_R} f_X(x_1, \dots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad (\text{C.1})$$

où  $f_X(x_1, \dots, x_n)$  représente la densité de probabilité conjointe. Si les variables de base sont indépendantes, cette densité est égale au produit de toutes les densités de chaque variable :

$$f_X(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) = f_{X_1}(x_1) \cdots f_{X_n}(x_n) \quad (\text{C.2})$$

L'évaluation de ces intégrales est une tâche souvent difficile, sauf pour le cas particulier de fonctions d'états limites linéaires. Diverses méthodes peuvent être utilisées. Les méthodes de *Monte Carlo* fournissent en théorie les résultats les plus précis, mais la durée de calcul nécessaire à l'évaluation de la probabilité de défaillance devient prohibitive pour des valeurs de probabilité inférieures à  $10^{-5}$ . La convergence de cette méthode est très lente et nuit à son

utilisation dans le domaine de la sécurité où les probabilités de défaillance à respecter sont très faibles. L'approche au premier ordre — méthode *FORM* (*First Order Reliability Method*) — est très largement utilisée. Son coût en temps de calcul dépend du nombre de variables aléatoires et non de la probabilité de défaillance comme c'est le cas pour la méthode de *Monte Carlo*. Le degré de précision dépend de la non linéarité de la fonction d'état limite. Si les rayons de courbure au point de fonctionnement — point de défaillance le plus probable — sont trop importants (Figure C.1), une correction par l'approche au second ordre — méthode *SORM* (*Second Order Reliability Method*) — peut être apportée. C'est la méthode *FORM* — l'approche la plus couramment utilisée — qui sera présentée dans la suite.

La **première étape** consiste à redéfinir le problème en termes de variables aléatoires normales centrées réduites indépendantes,  $U_i$ , qui définissent un  $U$ -espace de dimension  $n$ . La transformée liant  $U$  à  $X$ , notée  $U = T(X)$ , est appelée **transformée isoprobabiliste**. Elle est construite en considérant que les probabilités sont conservées. Si la nouvelle surface de défaillance est  $g_u(U) = 0$ , alors il vient :

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}(g(X) \leq 0) = \mathcal{P}(g_u(U) \leq 0) \quad (\text{C.3})$$

Le point de la surface  $g_u(U)$  le plus proche de l'origine est dénommé le  $\beta$ -point ou **point de fonctionnement**. Ce point est en réalité le point de défaillance le plus probable (densité conjointe maximale). La distance par rapport à l'origine, notée  $\beta$  et appelée **indice de fiabilité**, a été introduite par Hasofer & Lind (1974) pour caractériser la fiabilité d'un élément de rupture. Elle est également appelée indice d'HASOFER-LIND.

La **deuxième étape** vise à évaluer la probabilité de défaillance. Dans l'approche au premier ordre, la surface de défaillance  $g_u(U)$  est approximée par un hyperplan tangent au point de fonctionnement (Figure C.1). Pour une telle hyper-surface d'approximation, la probabilité de défaillance est donnée par la formule :

$$\mathcal{P}_f \approx \Phi(-\beta), \quad (\text{C.4})$$

où  $\Phi$  est la fonction de répartition d'une variable aléatoire normale centrée réduite. C'est ce type d'approche qui a été retenue dans les calculs.

## C.2 Transformées isoprobabilistes

L'algorithme précédemment proposé nécessite de pouvoir transformer l'ensemble des variables de base en variables normales centrées réduites indépendantes. L'obtention de la transformée  $U = T(X)$  n'est pas directe notamment si les variables sont corrélées. Deux transformations sont très couramment introduites, la transformation de ROSENBLATT et la transformation de NATAF, pour transformer les variables de base corrélées en variables normales centrées réduites indépendantes. La première de ces transformations est exacte mais peu utile en pratique car nécessitant la connaissance de lois conjointes entre variables. La seconde est plus opérationnelle car elle requiert seulement la connaissance des 1<sup>er</sup> et 2<sup>ème</sup> moments et des corrélations. Les densités marginales des variables et la matrice de corrélation doivent donc être a priori connues. Dans la pratique, des relations empiriques fournissant des estimations acceptables des corrélations des variables intermédiaires sont utilisées. La matrice de décorrélation des variables physiques est alors construite à partir de la matrice de corrélation des variables intermédiaires en considérant sa décomposition spectrale, ou encore sa décomposition de Cholesky. Les coordonnées des variables physiques dans l'espace normé peuvent alors être déterminées. Nous

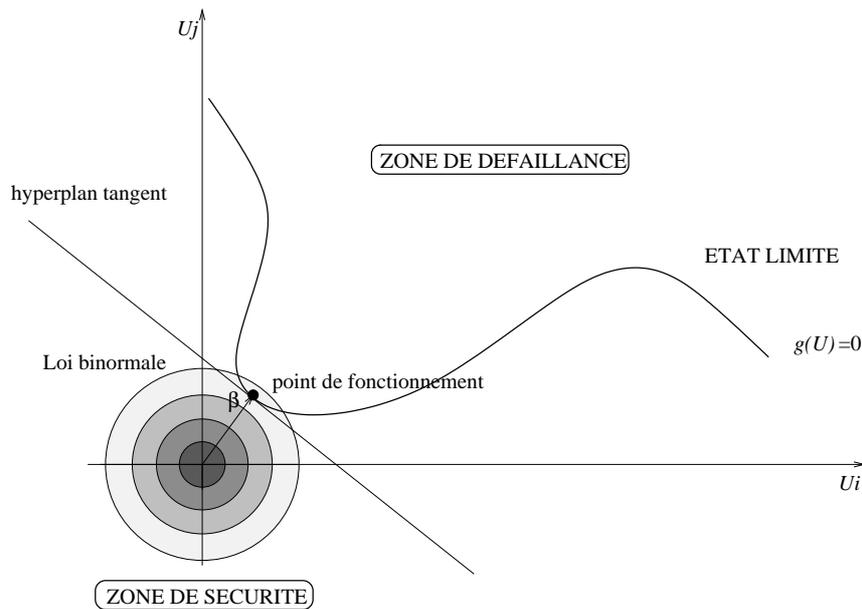


FIG. C.1 – Espace  $U$

nous limiterons dans cette annexe à traiter le seul cas de variables aléatoires indépendantes, ce qui représente une grande majorité de cas. Le tableau C.1 donne quelques transformées isoprobabilistes couramment utilisées dans les calculs de fiabilité.

### C.3 Algorithme de calcul de l'indice de fiabilité

Une fois les variables de base transformées en variables normales centrées réduites, la **deuxième étape du calcul de la probabilité de défaillance** consiste à rechercher le point de conception sur la nouvelle surface de défaillance dans l'espace des variables transformées (Figure C.1).

L'indice de fiabilité  $\beta$  est déterminé au travers du point de fonctionnement, qui résulte lui-même de la minimisation de la distance sous une contrainte d'égalité, traduisant l'appartenance à la surface de défaillance :

$$\beta = \min \sqrt{t\{u\}\{u\}} = \min \|\{u\}\|, \quad (\text{C.5})$$

sous la contrainte  $g_u(\{u\}) = 0$ , où  $\|\ \|$  symbolise la norme euclidienne sur le  $U$ -espace.

De nombreux algorithmes peuvent être utilisés pour résoudre ce problème de minimisation sous contrainte. L'algorithme de RACKWITZ et FIESSLER (ou ABDO-RACKWITZ) est de loin le plus couramment employé dans les études de fiabilité, non seulement à cause de sa très simple expression, mais aussi pour ses bons résultats en pratique (Rackwitz & Fiessler 1978, Abdo & Rackwitz 1990). Cependant, la convergence n'est pas toujours assurée.

Dans un premier temps, l'espace « de travail » est l'espace des variables réduites  $U$ . La détermination du point de fonctionnement, et, par conséquent, de sa distance de l'origine, est fondée sur un principe itératif de linéarisation. Partant d'un point quelconque  $\{u\}^{(0)}$ , par exemple l'origine, qui est aussi le point moyen dans l'espace réduit, la fonction d'état limite  $g_u(\{u\})$  est linéarisée en ce point. L'intersection de l'hyperplan tangent avec le plan des variables donne une surface de défaillance approchée qui est linéaire. Le point  $\{u\}^{(1)}$ , le plus

Variable	Transformée
Normale	$x = \mu_X + \sigma_X u$
Lognormale	$x = \frac{\mu_X}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2}} e^{u \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_X}{\mu_X}\right)^2\right)}}$
de WEIBULL (à 3 paramètres)	$x = (k - \varepsilon) (-\ln(1 - \Phi(u)))^{\frac{1}{\beta}} - \varepsilon$
de WEIBULL (à 2 paramètres)	$x = k (-\ln(1 - \Phi(u)))^{\frac{1}{\beta}}$
de RAYLEIGH	$x = k \sqrt{-\ln(1 - \Phi(u))}$
Exponentielle	$x = k (-\ln(1 - \Phi(u)))$
de GUMBEL des maxima	$x = u - v \ln(-\ln(\Phi(u)))$
de GUMBEL des minima	$x = u + v \ln(-\ln(\Phi(u)))$
de FRÉCHET	$x = \frac{-u}{(\ln(\Phi(u)))^{\frac{1}{k}}}$
Continue uniforme	$x = a + (b - a) \Phi(u)$

TAB. C.1 – Quelques transformées isoprobabilistes usuelles

proche de l'origine, est alors recherché sur cette surface. La procédure est recommencée au point  $\{u\}^{(1)}$  et ainsi de suite.

Le point de fonctionnement  $\{u\}^*$  est donc déterminé comme limite d'une suite de points  $\{u\}^{(0)}$ ,  $\{u\}^{(1)}$ , ...,  $\{u\}^{(k)}$ , ... Si le vecteur, orthonormal à la trajectoire  $g_u(\{u\}) = g_u(\{u\}^{(k)})$  et entrant dans le domaine de défaillance, est noté  $\{\alpha\}^{(k)}$ , alors il vient :

$$\{\alpha\}^{(k)} = \frac{-\nabla g_u(\{u\}^{(k)})}{\|\nabla g_u(\{u\}^{(k)})\|}, \quad (\text{C.6})$$

où  $\nabla g_u(\{u\})$  est le gradient au point  $\{u\}$  à la courbe  $g_u(\{u\})$ .

À la  $k^{\text{ième}}$  étape, le point d'intersection de l'hyperplan tangent à  $g_u(\{u\})$  en  $\{u\}^{(k)}$  avec l'hyperplan des variables de base vérifie l'équation :

$$g_u(\{u\}^{(k)}) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g_u}{\partial u_i}(\{u\}^{(k)}) (u_i - u_i^{(k)}) = 0. \quad (\text{C.7})$$

Le point d'intersection le plus proche de l'origine est le point suivant de l'itération :  $\{u\}^{(k+1)}$ . Ce point est alors calculé de la manière suivante :

$$\{u\}^{(k+1)} = \left( (\{u\}^{(k)})^t \{\alpha\}^{(k)} \right) \{\alpha\}^{(k)} + \frac{g_u(\{u\}^{(k)})}{\|\nabla g_u(\{u\}^{(k)})\|} \{\alpha\}^{(k)},$$

ce qui permet également d'exprimer de manière itérative la recherche de l'indice de fiabilité :

$$\beta^{(k+1)} = (\{u\}^{(k)})^t \{\alpha\}^{(k)} + \frac{g_u(\{u\}^{(k)})}{\|\nabla g_u(\{u\}^{(k)})\|}.$$

L'algorithme précédemment proposé nécessite de connaître la fonction  $g_u(\{u\})$  et donc de pouvoir transformer l'ensemble des variables de base  $X$  en variables normales centrées réduites indépendantes  $U$ .

La figure C.2 illustre la démarche itérative de l'algorithme de RACKWITZ et FIESSLER.

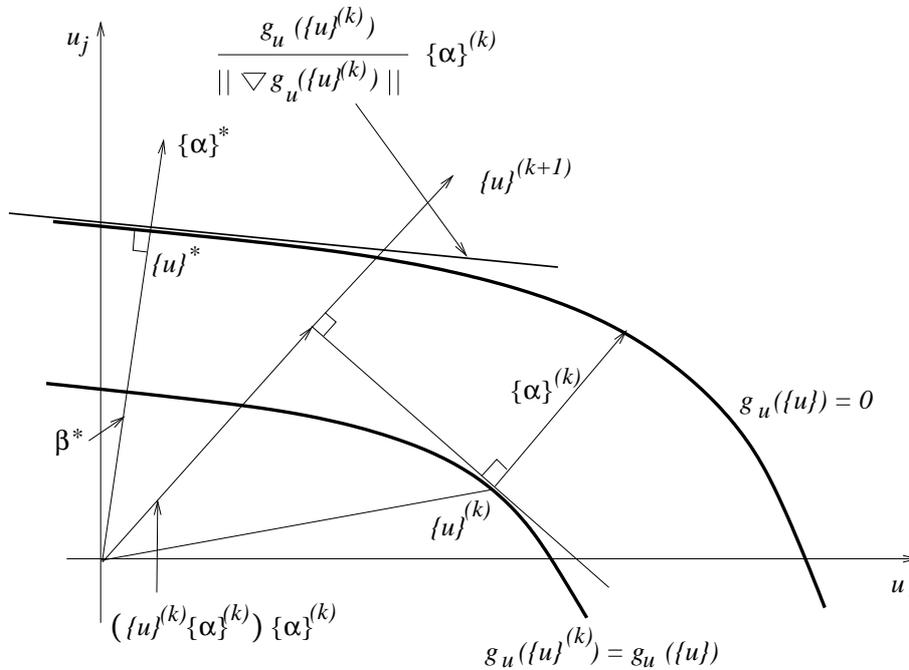


FIG. C.2 – Illustration de l'algorithme de recherche du point de conception

## C.4 Notion de système

### C.4.1 Définition

Un élément de structure met en jeu plusieurs modes de défaillance. Cette remarque amène à la notion de système : un système est simplement défini comme un **ensemble de modes de défaillance**. Dans la théorie de la fiabilité, deux types de système sont distingués :

- **Système en parallèle**, qui n'atteint la défaillance que lorsque tous les modes constitutifs le sont, et
- **Système en série**, qui atteint la défaillance dès que l'un des modes est défaillant.

En théorie de la fiabilité, un système quelconque peut toujours être formellement représenté comme un système en série de sous-systèmes en parallèle.

#### 1. Probabilité de défaillance d'un système en parallèle

Soit un système en parallèle, admettant  $m$  modes de défaillance. Si la marge de sécurité associée au mode de défaillance  $i$  est notée  $M_i$ , alors la probabilité de défaillance du système s'exprime par :

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}((M_1 \leq 0) \cap \dots \cap (M_m \leq 0)). \quad (\text{C.8})$$

## 2. Probabilité de défaillance d'un système en série

Soit un système en série, admettant  $m$  modes de défaillance. Si la marge de sécurité associée au mode  $i$  est notée  $M_i$ , alors la probabilité de défaillance du système s'exprime par :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_f &= \mathcal{P}((M_1 \leq 0) \cup \dots \cup (M_m \leq 0)), \\ &= 1 - \mathcal{P}((M_1 > 0) \cap \dots \cap (M_m > 0)).\end{aligned}\tag{C.9}$$

Seul des calculs de probabilité de défaillance de système en parallèle seront à effectuer dans la procédure d'optimisation utilisée. Néanmoins, les méthodes de calcul des probabilités de système en série seront données.

### C.4.2 Calcul de la probabilité de défaillance d'un système en parallèle

Par définition, un système en parallèle est un système qui atteint la défaillance lorsque tous ses modes sont ruinés. Si  $(g_{iu}(U))_{1 \leq i \leq m}$  sont les fonctions d'état limite de  $m$  modes de défaillance dans l'espace joint des variables aléatoires normales centrées réduites, alors la première étape consiste à approximer chaque état limite par un hyperplan  $(L_i(U) + \beta_i)_{1 \leq i \leq m}$ . En effet, si les états limites  $g_{iu}(U)$  sont linéarisés autour de leur point de conception, il vient :

$$M_i = g_{iu}(U) \approx - \sum_{j=1}^n \alpha_j^i U_j + \beta_i = L_i(U) + \beta_i, \text{ pour } i \in [1, m].\tag{C.10}$$

où  $\{\alpha^i\}$  est le vecteur orthonormal à la surface de défaillance au point de conception (dirigé vers le domaine de défaillance) et  $L_i(U) = N(0, 1)$ ,  $\forall i \in [1, m]$ . Dans un tel cas, la probabilité de défaillance du système en parallèle peut s'approximer par :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_f &= \mathcal{P}(g_{1u}(U) < 0 \cap \dots \cap g_{mu}(U) < 0), \\ &\approx \mathcal{P}(L_1(U) < -\beta_1 \cap \dots \cap L_m(U) < -\beta_m).\end{aligned}$$

Le calcul du second membre n'est rien d'autre que la valeur de la fonction de répartition de la loi multinormale  $\Phi_m(-\{\beta\}, [\rho])$ , avec  $\{\beta\}$  le vecteur composé des  $m$  indices de fiabilité et  $[\rho]$  la matrice de corrélation entre les diverses marges de sécurité linéarisées. Cette matrice, de taille  $m \times m$ , s'obtient facilement à partir des divers coefficients des hyperplans tangents :

$$\rho_{ij} = \sum_{r=1}^n \alpha_r^i \alpha_r^j,\tag{C.11}$$

ce qui donne la probabilité de défaillance :

$$\mathcal{P}_f = \Phi_m(-\{\beta\}, [\rho]).\tag{C.12}$$

L'indice de fiabilité d'un système en parallèle à  $m$  modes de défaillance est défini comme l'image réciproque de la probabilité de défaillance par la fonction de répartition de la loi normale :

$$\beta = -\Phi^{-1}(\Phi_m(-\{\beta\}, [\rho])).\tag{C.13}$$

### C.4.3 Calcul de la probabilité de défaillance d'un système en série

#### C.4.3.1 Calcul par encadrements

Par définition, un système en série est défaillant dès lors que l'un de modes de défaillance est effectivement défaillant. Soit un système en série, admettant  $m$  modes de défaillance. Le mode  $i$  peut être décrit par une variable d'état booléenne  $F_i$  valant 1 si l'élément est non défaillant et 0 sinon. La probabilité  $\mathcal{P}(F_i = 0)$  est prise égale à la probabilité de défaillance  $\mathcal{P}_f^i = \Phi(-\beta_i)$ . Similairement, le système en série  $S$  peut être décrit par une variable d'état booléenne  $F_S$  valant 1 si aucun élément n'est défaillant et 0 dans le cas contraire (c'est-à-dire dès que l'un d'entre eux est défaillant). La variable d'état  $F_S$  s'exprime aisément en fonction des variables  $F_i$  au moyen de l'expression :

$$F_S = F_1 F_2 \cdots F_m. \quad (\text{C.14})$$

Si  $\bar{F}_S = 1 - F_S$  et  $\bar{F}_i = 1 - F_i$ , alors il vient :

$$F_S = F_1 F_2 \cdots F_{m-1} - F_1 F_2 \cdots F_{m-1} \bar{F}_m,$$

ce qui, répété  $m$  fois, donne :

$$F_S = 1 - (\bar{F}_1 + F_1 \bar{F}_2 + F_1 F_2 \bar{F}_3 + \cdots + F_1 F_2 \cdots F_{m-1} \bar{F}_m),$$

ou

$$\bar{F}_S = \bar{F}_1 + F_1 \bar{F}_2 + F_1 F_2 \bar{F}_3 + \cdots + F_1 F_2 \cdots F_{m-1} \bar{F}_m. \quad (\text{C.15})$$

Puisque les variables d'état ne peuvent prendre que les valeurs 0 ou 1, la quantité  $\bar{F}_S$  peut être encadrée de la manière suivante :

$$\max_{i \in [1, m]} (\bar{F}_i) \leq \bar{F}_S \leq \sum_{i=1}^m \bar{F}_i. \quad (\text{C.16})$$

En prenant la probabilité de défaillance des divers éléments, un encadrement direct de la probabilité du système peut aussi être obtenue :

$$\max_{i \in [1, m]} \mathcal{P}_f^i \leq \mathcal{P}_f^S \leq \sum_{i=1}^m \mathcal{P}_f^i. \quad (\text{C.17})$$

Ce type d'encadrement est appelé **encadrement simple**. Cet encadrement peut être affiné en prenant non seulement en compte les probabilités élémentaires des modes du système, mais encore les probabilités de défaillance jointes par paire de modes de défaillance. Puisque les variables d'état prennent des valeurs nulles ou unitaires, il est possible de vérifier que les inégalités suivantes sont toujours vérifiées :

$$\begin{aligned} F_1 F_2 \dots F_i &\geq \max [1 - (\bar{F}_1 + \cdots + \bar{F}_i) ; 0], \\ F_1 F_2 \dots F_i &\leq \bar{F}_j \quad (\forall i < j), \end{aligned}$$

ce qui, en combinant les relations (C.14), (C.15) et (C.16), donne respectivement :

$$\begin{aligned}\bar{F}_S &\geq \bar{F}_1 + \sum_{i=2}^m \max \left[ \bar{F}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{F}_i \bar{F}_j, 0 \right], \quad \text{et} \\ \bar{F}_S &\leq \sum_{i=1}^m \bar{F}_i - \sum_{i=2}^m \max_{j < i} [\bar{F}_i \bar{F}_j].\end{aligned}\tag{C.18}$$

Les expressions (C.17) permettent de tirer un encadrement plus précis de la probabilité de défaillance du système  $S$  :

$$\mathcal{P}_f^S \geq \mathcal{P}_f^{(1)} + \sum_{i=2}^m \left[ \max \left\{ 0, \mathcal{P}_f^i - \sum_{j=1}^{i-1} \mathcal{P}((g_i(Z) < 0) \cap (g_j(Z) < 0)) \right\} \right], \tag{C.19}$$

$$\mathcal{P}_f^S \leq \sum_{i=1}^m \mathcal{P}_f^i - \sum_{i=2}^m \max_{j < i} \mathcal{P}((g_i(Z) < 0) \cap (g_j(Z) < 0)). \tag{C.20}$$

Les bornes supérieures et inférieures de cet encadrement sont appelées **bornes de DITLEVSEN** (Ditlevsen 1979). La difficulté d'utilisation de ces bornes réside dans l'évaluation des probabilités conjointe de  $(g_i(Z) \cap g_j(Z))$ . Ceci s'effectue en linéarisant, dans un premier temps, les états limites autour de leur point de conception, et en évaluant, dans un second temps, la probabilité conjointe au moyen de la **loi binormale**  $\Phi_2(x, y, \rho_{XY})$ , où  $X$  et  $Y$  sont deux variables aléatoires normales centrées réduites de corrélation  $\rho_{XY}$ . En effet, si chaque état limite  $g_{iu}(U)$  est approximé par un hyperplan  $(L_i(U) + \beta_i)$ , alors la probabilité conjointe s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}((g_i(Z) < 0) \cap (g_j(Z) < 0)) &= \mathcal{P}((g_{iu}(U) < 0) \cap (g_{ju}(U) < 0)), \\ &\approx \mathcal{P}((L_i(U) < -\beta_i) \cap (L_j(U) < -\beta_j)),\end{aligned}$$

soit :

$$\mathcal{P}((g_i(Z) < 0) \cap (g_j(Z) < 0)) \approx \Phi_2(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}). \tag{C.21}$$

#### C.4.3.2 Calcul par la loi multinormale

Un système en série se formalise par l'union d'états limites (Cremona 1997a). Si les marges de sécurité sont linéarisées autour des différents points de conception dans le  $U$ -espace, comme cela est exprimée par l'équation (C.10), la probabilité de défaillance du système en série peut s'approximer par :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_f &= 1 - \mathcal{P}((g_{1u}(U) > 0) \cap \dots \cap (g_{mu}(U) > 0)), \\ \mathcal{P}_f &\approx 1 - \mathcal{P}((L_1(U) > -\beta_1) \cap \dots \cap (L_m(U) > -\beta_m)),\end{aligned}$$

soit :

$$\mathcal{P}_f = 1 - \Phi_m(\{\beta\}, [\rho]). \tag{C.22}$$

L'indice de fiabilité de ce système est alors défini par :

$$\beta = -\Phi^{-1}(1 - \Phi_m(\{\beta\}, [\rho])). \tag{C.23}$$

La matrice de corrélation  $[\rho]$ , de taille  $m \times m$ , est calculée de manière identique à celle des systèmes en parallèle (Équation C.11).

### C.4.4 Calcul de la loi multinormale

L'algorithme de calcul d'une loi multinormale présenté ici, est dû à HOHENBICHLER. Il donne d'excellents résultats, mais est d'emploi délicat. La fonction de répartition de la loi multinormale  $\Phi_m$ , de corrélation  $[\rho]$ , s'écrit :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) = \int_{-\infty}^{x_1} \cdots \int_{-\infty}^{x_m} \frac{1}{(2\pi)^{m/2}} \frac{1}{|\rho|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\{x\}^t [\rho]^{-1} \{x\}\right) dx_1 \cdots dx_m. \quad (\text{C.24})$$

Par définition :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) = \mathcal{P}\left(\bigcap_{i=1}^m \{X_i \leq x_i\}\right).$$

Les variables  $X_i$  étant des variables normales centrées réduites, mais corrélées, ceci peut s'exprimer différemment, par la probabilité conditionnelle :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) = \mathcal{P}\left(\bigcap_{i=2}^m \{X_i \leq x_i\} \mid \{X_1 \leq x_1\}\right) \mathcal{P}(\{X_1 \leq x_1\}). \quad (\text{C.25})$$

Les variables  $X_i$  sont alors transformées en variables indépendantes  $U_i$  au moyen de la transformation de décorrélation  $X = [L] U$ , où  $[L]$  est une matrice triangulaire inférieure issue de la décomposition de CHOLESKY, de  $[\rho] = [L] [L]^t$ . L'équation (C.25) se transforme alors en :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) = \Phi(x_1) \mathcal{P}\left(\bigcap_{i=2}^m \left\{ \sum_{j=1}^i L_{ij} U_j \leq x_i \right\} \mid \{U_1 \leq x_1\}\right),$$

ce qui — puisque dans chaque combinaison linéaire seul le premier terme est touché par le terme conditionnel — se simplifie en :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) = \Phi(x_1) \mathcal{P}\left(\bigcap_{i=2}^m \left\{ \left[ L_{i1} \Phi^{-1}(\Phi(x_1) \Phi(U_1)) + \sum_{j=2}^i L_{ij} U_j \right] \leq x_i \right\}\right).$$

Les termes entre crochets peuvent être regardés comme des états limites non linéaires. Leur linéarisation conduit alors aux expressions suivantes :

$$L_{i1} \Phi^{-1}(\Phi(x_1) \Phi(U_1)) + \sum_{j=2}^i L_{ij} U_j - x_i = \sum_{j=1}^i \alpha_{ij}^{(2)} U_j - x_i^{(2)},$$

permettant d'introduire la loi multinormale de taille  $m - 1$  :

$$\Phi_m(\{x\}, [\rho]) \approx \Phi(x_1) \Phi_{m-1}(\{x^{(2)}\}, [\rho^{(2)}]),$$

déterminée par le vecteur  $\{x^{(2)}\}$  et la matrice de corrélation  $\rho_{ij}^{(2)} = \{\alpha_i^{(2)}\} \left(\{\alpha_j^{(2)}\}\right)^t$ .

L'expression récurrente de HOHENBICHLER se ramène donc à étudier le cas de la **loi binormale**. Pour cette dernière, une récurrence est aussi proposée :

$$\begin{aligned}
 H_0(x) &= 1, \\
 H_1(x) &= x, \\
 H_2(x) &= x^2 - 1, \\
 &\vdots \\
 H_n(x) &= xH_{n-1}(x) - (n-1)H_{n-2}(x),
 \end{aligned}$$

$$\Phi_2 \left( \left\{ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right\}, \left[ \begin{array}{cc} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{array} \right] \right) = \Phi(x_1)\Phi(x_2) + \frac{1}{2\pi} e^{\left(-\frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{2}\right)} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\rho_{12}^i}{i!} H_{i-1}(x_1) H_{i-1}(x_2). \tag{C.26}$$

En pratique, un développement d'ordre 20 sera utilisé. Le calcul de la loi binormale intervient également dans la détermination des bornes de DITLEVSEN. La loi multinormale peut être encadrée par les bornes de DITLEVSEN d'après les équations (C.19), (C.20) et (C.22). Cette méthode donne de bons résultats dans le cas de fortes corrélations, par exemple.

## ANNEXE

### D

# OPTIMISATION À L'AIDE DES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES

Cette annexe présente les techniques d'optimisation qui sont utilisées dans la thèse pour trouver les stratégies de gestion optimales de maintenance des ouvrages. Ces techniques s'appuient sur les algorithmes génétiques (AG) et permettent soit de déterminer l'optimum d'un problème mono-objectif sous contraintes (utilisation classique des algorithmes génétiques), soit de déterminer l'optimum d'un problème multi-objectif sous contraintes (utilisation des algorithmes génétiques multi-objectif). Les AG sont des techniques d'optimisation stochastiques qui tentent d'imiter le processus d'évolution naturelle des espèces et de la génétique. Ils agissent sur une population d'individus assujettis à une sélection darwinienne : les individus (ou parents) les mieux adaptés à leur environnement survivent et peuvent se reproduire. Ils sont alors soumis à des mécanismes de recombinaisons analogues à ceux de la génétique. Des échanges de gènes entre parents résulte la création de nouveaux individus (ou enfants), qui permettent de tester d'autres configurations de l'espace de recherche. D'un point de vue historique, ces algorithmes ont été introduits par John Holland (Holland 1975). Leur popularisation est due au livre de Goldberg (Goldberg 1989). L'approche permettant de traiter le problème mono-objectif est présentée dans un premier temps, puis l'approche NSGA (Nondominated Sorting Genetical Algorithms) développée par Deb, Pratap, Agarwal & Meyarivan (2002), traitant les problèmes multi-objectif, est détaillée dans un deuxième temps.

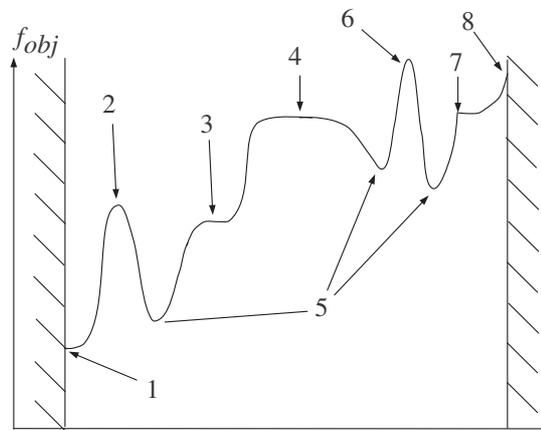
## **D.1 Optimisation mono-objectif : méthode basée sur les algorithmes génétiques**

Les algorithmes génétiques sont fondés sur les principes de la sélection naturelle et de la génétique. Ils présentent l'intérêt de proposer une méthodologie simple et robuste pour

approcher le problème complexe de la minimisation d'une fonction à grand nombre de variables et de contraintes. Lerman & Ngouenet (1995) distinguent quatre points essentiels entre les algorithmes génétiques et les autres types d'approches :

- les algorithmes génétiques utilisent un codage des paramètres et non les paramètres eux-mêmes,
- ils travaillent sur un nuage de points au lieu d'un point unique,
- ils n'utilisent que des valeurs de la fonction étudiée et non sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire,
- ils utilisent des règles de transition probabilistes et non déterministes.

Ces algorithmes sont donc particulièrement adaptés pour les problèmes avec des fonctions objectifs complexes (Figure D.1), avec des points anguleux (dérivables à gauche et à droite mais non dérivable) (point 7) ou pour lesquelles il n'y a pas d'expression explicite de la dérivée.



- 1 Minimum global sur une frontière
- 2 Maximum local
- 3 Point d'inflexion
- 4 Plateau (ensemble de maxima locaux)
- 5 Minima locaux
- 6 maximum global
- 7 Saut ou discontinuité
- 8 Maximum local sur une frontière

FIG. D.1 – Points singuliers d'une fonction unidimensionnelle multimodale

De même, ces algorithmes sont particulièrement efficaces lorsque la fonction considérée admet plusieurs minima locaux (point 5 sur la figure D.1) (on parle de fonction multimodale en présence de plusieurs minima locaux et de fonction unimodale sinon) et permettent de déterminer le plus petit minimum local de la fonction appelé minimum global (point 1 à la figure D.1). Le principe de fonctionnement de ces algorithmes est rappelé ci-dessous.

## D.1.1 Définitions générales

### D.1.1.1 Le codage binaire

Un algorithme génétique est défini par :

- un individu/chromosome/séquence : une solution potentielle du problème,
- une population : un ensemble de chromosomes ou de points de l'espace de recherche,
- un environnement : l'espace de recherche,

– une fonction d'ajustement (ou d'adaptation) : la fonction objectif, positive, qui doit être minimisée.

Selon Goldberg (1989), l'utilisateur doit choisir le plus petit alphabet qui permette d'exprimer de manière satisfaisante les différentes variables du problème (principe des alphabets minimaux). L'alphabet binaire présente alors un cadre adapté pour la représentation des paramètres. Pour chaque paramètre  $x_i$  situé dans l'intervalle  $[x_{i,min}, x_{i,max}]$ , on associe une chaîne binaire  $b_0b_1 \dots b_{l_{x_i}}$  définie sur  $l_{x_i}$  bits. A cette chaîne correspond une valeur entière naturelle,

$$N(x_i) = \sum_{i=0}^{l_{x_i}-1} 2^{l_{x_i}-i-1} b_i \quad (D.1)$$

ce qui permet d'obtenir le paramètre  $x_i$  de l'espace de recherche relatif à  $N(x_i)$  par mise à l'échelle linéaire :

$$x_i = x_{i,min} + \frac{x_{i,max} - x_{i,min}}{2^{l_{x_i}} - 1} N(x_i) \quad (D.2)$$

### D.1.1.2 Structure de l'algorithme

Les différents travaux utilisent généralement la représentation binaire ou chaque chromosome est un vecteur de 0 et de 1. C'est cette représentation qui est utilisée ici.

La structure d'un algorithme génétique illustrée par la figure D.2 peut être décomposée en quatre étapes : l'initialisation, l'évaluation, la sélection et la reproduction. La génération de la population iniale est, dans la majorité des cas, créée aléatoirement. Mais il est possible de générer une population avec des individus plus « intéressants » en utilisant certaines informations comme le domaine de variation des variables notamment ; l'évaluation des individus est effectuée avec la fonction objectif du problème ; la sélection des individus pour la reproduction est basée sur les principes de Darwin : « Les meilleurs individus ont la probabilité la plus grande d'être sélectionnés ». En d'autres termes, lors de cette phase de sélection, les individus les plus forts sont généralement dupliqués et forment les parents de la génération en cours, alors que les plus faibles disparaissent sans avoir la possibilité de se reproduire. Il existe plusieurs méthodes de sélection dont deux sont présentées ici. La première est la sélection proportionnelle (*Proportional Selection* ou *Roulette Wheel Selection*), pour laquelle la probabilité d'un individu d'être choisi est proportionnelle à son évaluation relative vis-à-vis de la fonction objectif. Ainsi, si la fonction objectif est notée  $f$  et la population à l'étape  $t$  est regroupée dans le vecteur  $P_t = (a_1^t, a_2^t, \dots, a_N^t)$ , la probabilité de l'individu  $a_k^t$  d'être sélectionné est donnée par l'équation :

$$p_s(a_k^t) = \frac{f(a_k^t)}{\sum_{j=1}^N f(a_j^t)} \quad (D.3)$$

En pratique, on utilise une roue de loterie divisée en  $N$  secteurs (représentant les individus à sélectionner) dont la surface est proportionnelle à la probabilité de sélection correspondante.  $N$  tirages aléatoires sont ensuite réalisés pour sélectionner  $N$  individus. Le nombre d'occurrences (ou nombre de copies) attendues pour chaque individu après sélection s'écrit :

$$n(a_k^t) = N p_s(a_k^t) \quad (D.4)$$

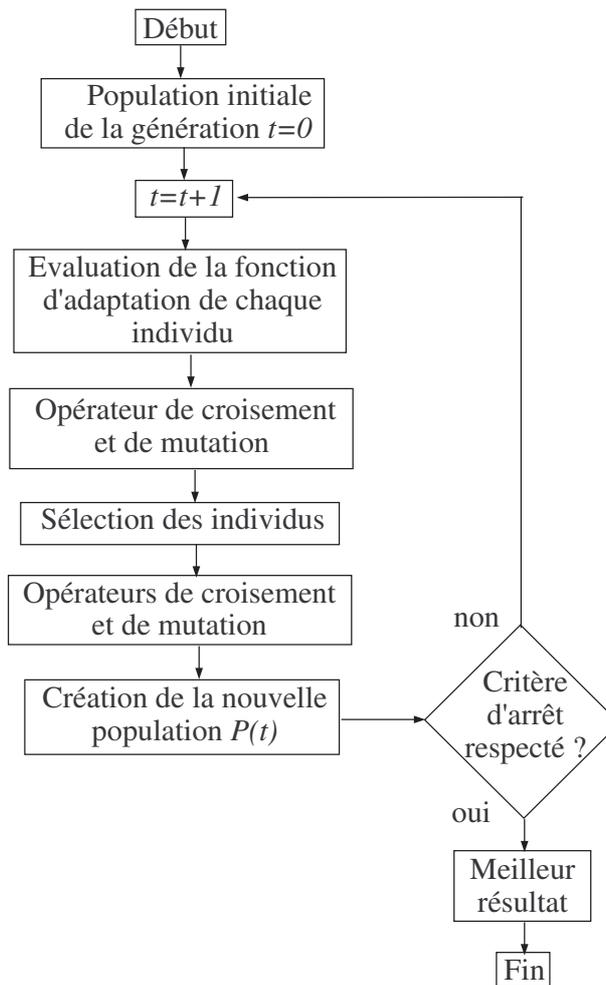


FIG. D.2 – Organigramme d'un algorithme génétique

L'inconvénient de cette méthode de sélection est qu'elle est uniquement basée sur la performance, ce qui favorise l'augmentation des « super-individus » et provoque la disparition de nombreux génotypes dans la population. La deuxième méthode est la méthode dite du tournoi dans laquelle les individus sont choisis suivant la règle suivante : 1) deux individus sont choisis aléatoirement, 2) le meilleur des deux est sélectionné pour la reproduction (père), 3) deux autres individus sont choisis aléatoirement, 4) le meilleur parmi ces deux derniers est sélectionné pour la reproduction (mère). Cette méthode évite la convergence prématurée dans la plupart des cas et a été utilisée dans cette thèse. Les individus sélectionnés pour la reproduction doivent changer leurs bits (gènes) pour créer la prochaine génération. Différents opérateurs sont utilisés pour effectuer cette opération. Ceux utilisés dans cette thèse sont au nombre de deux : les opérateurs de recombinaison pour lesquels des chaînes de bits sont échangées entre les chromosomes des deux parents (Figure D.3a)) et les opérateurs de mutation pour lesquels un ou plusieurs points est choisi dans le chromosome du père qui se verra transformé en 1 s'il était en 0 ou inversement en 0 s'il était en 1 pour former le chromosome fils (Figure D.3b)). Enfin, l'algorithme est répété jusqu'à ce qu'un critère de convergence soit respecté.

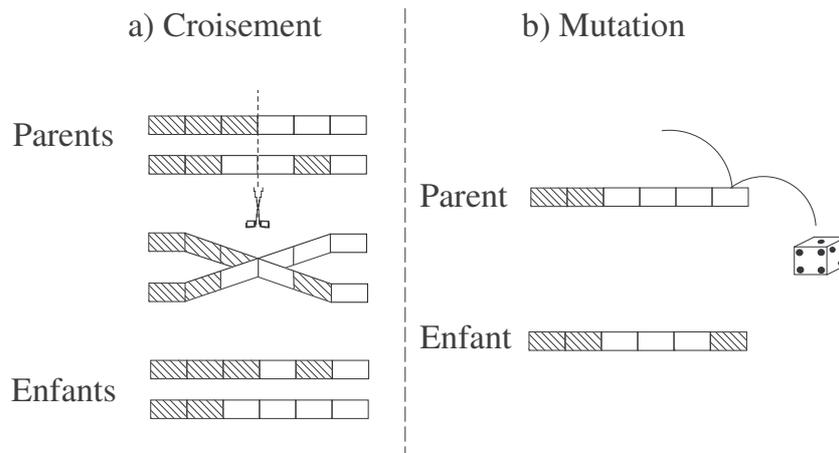


FIG. D.3 – a) Opération de croisement b) Opération de mutation

## D.1.2 Choix des paramètres

Les opérateurs des algorithmes génétiques sont guidés par des paramètres fixés à l'avance par les utilisateurs. Ces paramètres conditionnent fortement la réussite de l'algorithme dans la recherche de la solution pour des temps de calculs raisonnables. Les différents paramètres sont les suivants :

- la taille de la population  $N$ . Plus  $N$  est grand, plus la diversité au sein de la population est importante et plus la probabilité d'avoir un minimum local est faible. En revanche, les temps de calcul augmentent considérablement. La valeur généralement conseillée dans la littérature est de fixer  $N$  entre 10 et 100 ;
- la probabilité de recombinaison  $P_r$ . Des valeurs très importantes de  $P_r$  peuvent détruire de bons individus. A contrario, des valeurs trop basses ralentissent la convergence de l'algorithme.  $P_r$  est généralement prise entre 0,5 et 0,95 ;
- la probabilité de recombinaison  $P_m$ . La probabilité de l'algorithme de s'arrêter en un minimum local diminue lorsque  $P_m$  augmente. Il est cependant nécessaire de ne pas prendre une valeur de  $P_m$  trop élevée pour ne pas rendre la recherche purement aléatoire. Cette valeur est généralement prise entre 0,001 et 0,1.

## D.1.3 Vérification de la convergence sur des exemples test

Ce paragraphe utilise les exemples donnés dans la thèse de Sareni (1999) pour vérifier la robustesse de l'algorithme dans la détermination des solutions optimales. Une population de 81 individus est utilisée dans l'algorithme avec des probabilités de mutation et de croisement respectivement fixées à 5% et 85%. Quelques fonctions unimodales sont testées dans un premier temps, puis des fonctions multimodales plus complexes sont traitées dans un deuxième temps.

### D.1.3.1 Vérification pour des fonctions unimodales

#### Fonction sphère

La fonction sphère ou paraboloïde est un problème unimodal, convexe, continu et symétrique :

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (\text{D.5})$$

$$\text{avec : } -5.12 \leq x_i \leq 5.12 \quad (\text{D.6})$$

avec  $n$ , l'ordre de la fonction, i.e. la dimension du vecteur  $x$ . Cette fonction possède un minimum  $f_1(x) = 0$  en  $x = (0, 0, \dots, 0)$ . L'allure de la fonction est donnée à la figure D.4 pour  $n = 2$ . La convergence du calcul d'optimisation est illustrée également pour  $n = 2$  aux figures D.5a) pour l'évolution de la fonction objectif vers la valeur 0 et D.5b) pour l'évolution de la solution vers le couple  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ .

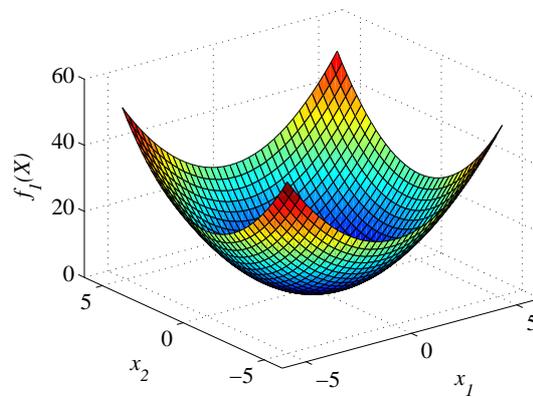


FIG. D.4 – Représentation de  $f_1$  pour  $n = 2$

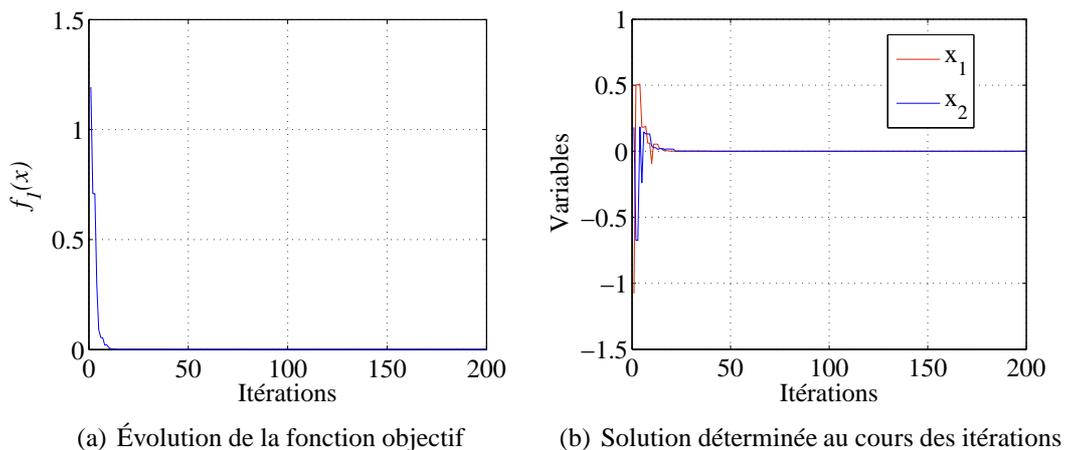


FIG. D.5 – Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction  $f_1$ )

### Fonction de Rosenbrock

La fonction de Rosenbrock est unimodale mais le minimum se trouve dans une région très étroite à l'intersection de vallées très peu pentues :

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{n-1} 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \quad (\text{D.7})$$

$$\text{avec : } -2,048 \leq x_i \leq 2,048 \quad (\text{D.8})$$

Le minimum de la fonction (Figure D.6 pour  $n = 2$ ) est localisé en  $x = (1, 1, \dots, 1)$  et vaut  $f_2(x) = 0$ . De même que précédemment, la convergence de l'algorithme vers la solution optimale est illustrée aux figures D.7a) et D.7b) à travers l'évolution des variables et celle de la fonction objectif.

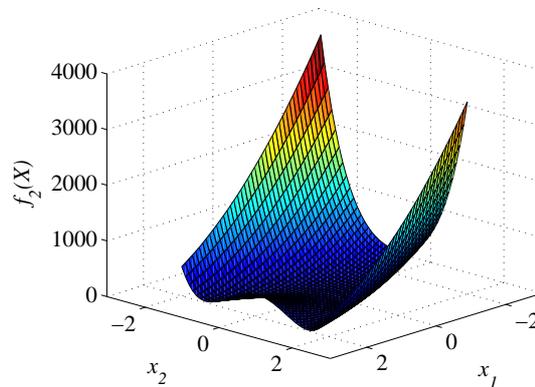


FIG. D.6 – Représentation de  $f_2$  pour  $n = 2$

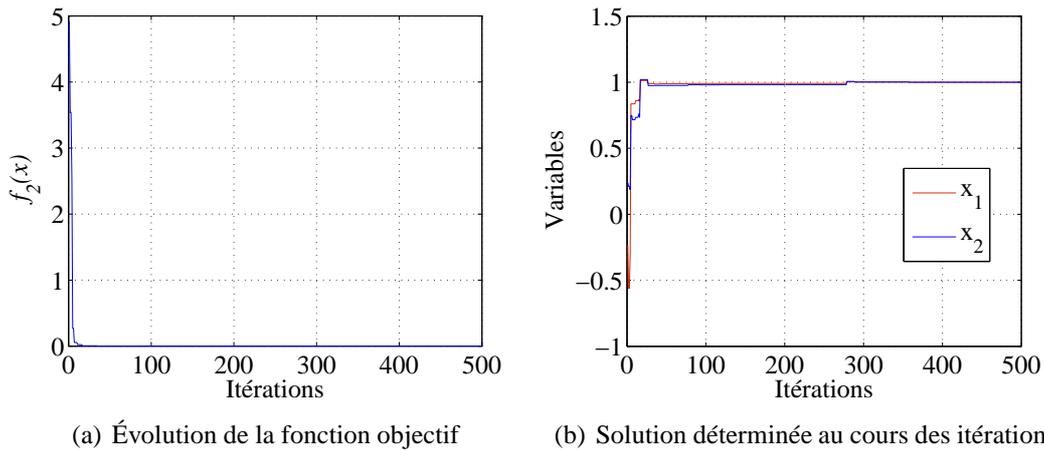


FIG. D.7 – Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction  $f_2$ )

### D.1.3.2 Vérification pour des fonctions multimodales

Les fonctions étudiées dans ce paragraphe sont multimodales et présentent donc plusieurs minima locaux. L'objectif est de montrer que l'algorithme est capable de converger vers l'optimum global en un nombre raisonnable d'itérations.

**Fonction Foxholes de Shekel**

La fonction Foxholes de Shekel donnée à l'équation D.9 possède 25 minima (Figure D.8) de valeurs voisines et centrés approximativement sur les noeuds  $(x_1, x_2) = (32j, 32k)$  avec  $j = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$  et  $k = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$ . Le minimum global correspond à  $j = k = -1$  et c'est bien vers ce minimum que converge l'algorithme comme le montre la figure D.9b).

$$f_3(x) = \frac{1}{0.002 + \sum_{i=0}^{24} \frac{1}{1 + i + (x_1 - X(i))^6 + (x_2 - Y(i))^6}} \tag{D.9}$$

avec  $X(i) = 16[(i \bmod 5) - 2]$  et  $Y(i) = 16[(\text{int}(i/5) - 2)]$ ,  $\text{amodb}$  et  $\text{int}(a/b)$  désignant respectivement le reste de la division de  $a$  par  $b$  et la partie entière de  $a/b$ .

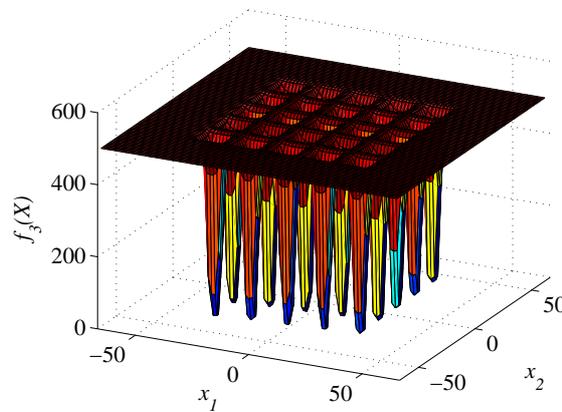


FIG. D.8 – Représentation de  $f_3$  pour  $n = 2$

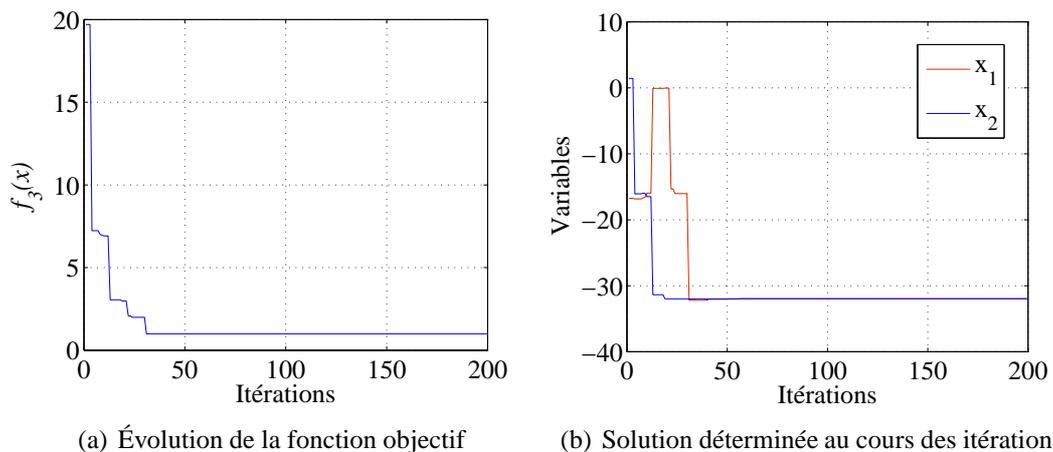


FIG. D.9 – Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction  $f_3$ )

**Fonction de Rastrigin** La fonction de Rastrigin donnée à l'équation D.10 et illustrée à la figure D.10 pour  $n = 2$  possède  $10^n$  minima locaux. Le minimum global localisé en  $x = (0, 0, \dots, 0)$  vaut par ailleurs 0. Comme précédemment, la convergence de l'algorithme vers le

minima global est illustrée à l'aide de l'évolution des variables avec le nombre d'itérations et l'évolution correspondante de la fonction objectif.

$$f_4(x) = 10n + \sum_{i=1}^n x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) \quad (\text{D.10})$$

$$\text{avec : } -5,12 \leq x_i \leq 5,12 \quad (\text{D.11})$$

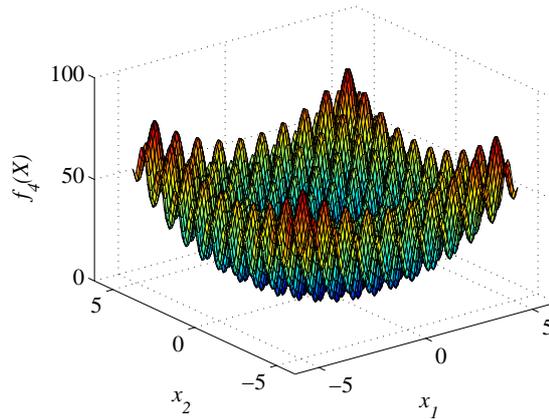
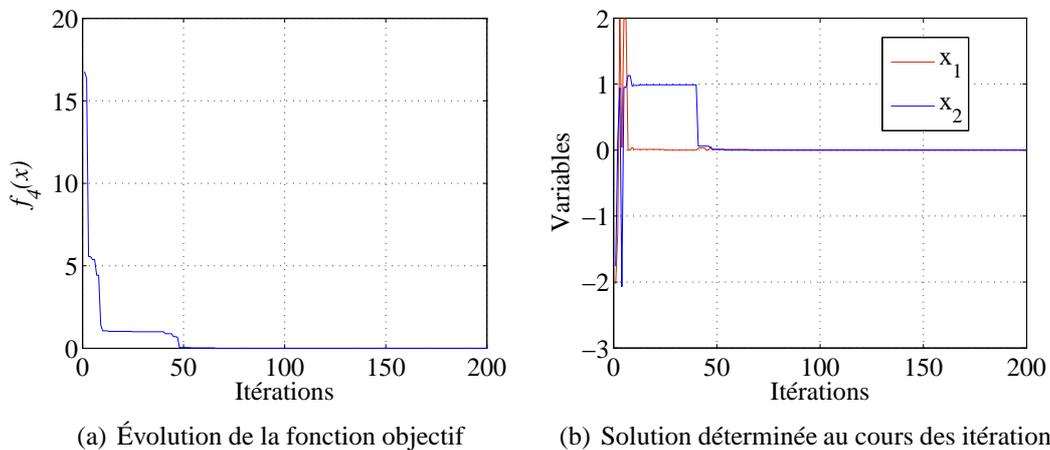


FIG. D.10 – Représentation de  $f_4$  pour  $n = 2$



(a) Évolution de la fonction objectif (b) Solution déterminée au cours des itérations

FIG. D.11 – Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction  $f_4$ )

La prise en compte des contraintes est par ailleurs effectuée à l'aide de la méthode des pénalités et permet d'introduire des contraintes sur la fonction objectif. Le problème de l'équation D.10 est de nouveau considéré mais la contrainte  $f_4(x) \geq 5$  est maintenant ajoutée. La figure D.12 permet de vérifier que la procédure d'optimisation prend bien en compte la contrainte imposée et converge vers un nouvel optimum.

A l'aide des exemples présentés dans ce paragraphe, la capacité de l'algorithme à trouver le minimum global d'une fonction, que cette dernière soit unimodale ou multimodale, est mise en évidence. Le paragraphe suivant s'intéresse maintenant aux problèmes multi-objectifs pour lesquelles plusieurs fonctions objectif sont minimisées de manière conflictuelle.

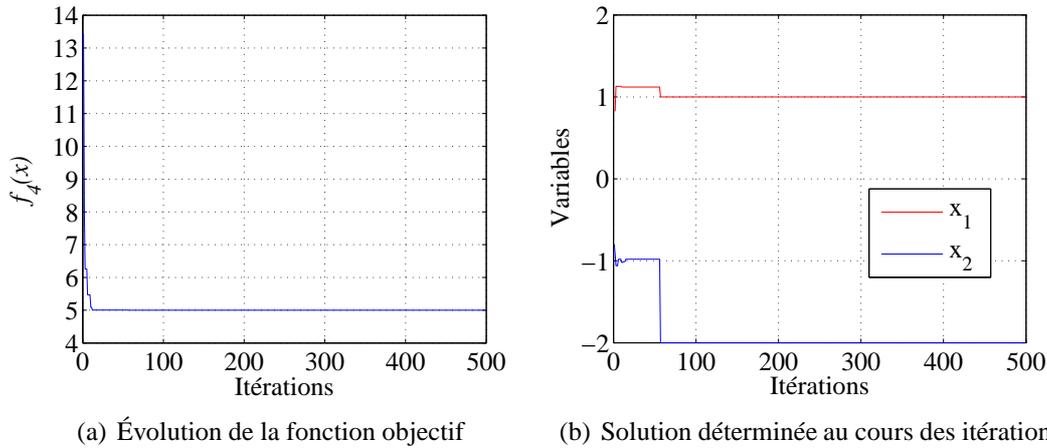


FIG. D.12 – Illustration de la convergence de l'algorithme (cas de la fonction  $f_4$  avec  $f_4(x) \geq 5$ )

## D.2 Optimisation multi-objectif : modèle basé sur l'algorithme NSGA -II

### D.2.1 Principe de l'optimisation multi-objectif

Ce paragraphe s'intéresse aux problèmes d'optimisation pour lesquels plusieurs objectifs sont minimisés de manière conflictuelle<sup>1</sup>. En effet, les solutions optimales pour un objectif donné ne correspondent généralement pas à celles des autres objectifs pris indépendamment. De ce fait, il n'existe, la plupart du temps, aucun point de l'espace des paramètres où toutes les fonctions objectifs sont optimales simultanément. Une solution du problème vectoriel représente un compromis entre les différents critères. Le meilleur compromis est défini de telle manière qu'il ne soit plus possible d'améliorer une composante du vecteur critère sans détériorer les autres. Dans ce cas, la solution est dite Pareto-optimale (Figure D.13).

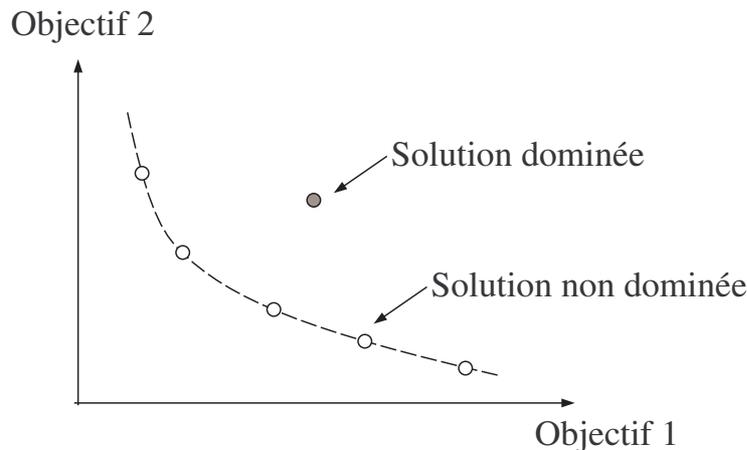


FIG. D.13 – Exemple d'un front de Pareto

<sup>1</sup>Les principes et les notions de base des problèmes multi-objectifs ont été détaillés par Coello Coello (2000), Coello Coello (2001), Coello Coello et al. (2002), et Miettinen (2001).

## D.2.2 Structure de l'algorithme

Deb et al. (2002) ont proposé l'algorithme NSGA-II (Nondominated Sorting Genetical Algorithms) qui permet de déterminer les fronts de Pareto d'un problème multi-objectif de manière efficace. Cette algorithme est en fait l'actualisation de l'algorithme NSGA qui avait été proposé par Deb quelques années auparavant ((Deb 1999, Deb 2000)). Il existe par ailleurs de nombreux autres algorithmes <sup>2</sup> tels que VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm) présenté par Schaffer en 1985, NPGA (Niche Pareto Genetic Algorithm) proposé par Horn et al. (1994) et NPGA 2 proposé par (Erickson, Mayer & Horn 2001) permettant d'aborder des problèmes multi-objectif. Dans ce paragraphe, seule la méthode NSGA-II, qui a été utilisée dans la thèse pour déterminer les stratégies optimales de maintenance des ouvrages, est détaillée. De même que dans le cas de l'optimisation mono-objectif, NSGA -II considère une population d'individus (solutions du problème), chaque individu étant codé par une écriture binaire (paragraphe D.1.1.1). La différence est qu'au cours des itérations, c'est le front de Pareto, ensemble de solutions « optimales » qui est cherché et non plus une seule solution comme c'était le cas lors de l'optimisation mono-objectif. Pour ce faire, NSGA-II utilise deux concepts qu'il convient de définir avant de décrire la boucle principale de l'algorithme. Ces deux concepts sont la procédure de tri basée sur la non-dominance des solutions et la procédure de tri basée sur la distance de crowding.

### D.2.2.1 Procédure de tri basée sur la non-dominance

La dominance d'une solution par rapport à une autre est définie de la façon suivante :

**Définition D.1** Dans un problème de minimisation d'un vecteur de fonctions  $f = (f_1, f_2, \dots, f_M)$ , une solution  $A$  domine une solution  $B$  si et seulement si :  $\forall i = 1, 2, \dots, M, f_i(A) \leq f_i(B)$  et  $\exists j = 1, 2, \dots, M, f_j(A) < f_j(B)$

Dans une population de  $N$  individus avec  $M$  fonctions objectifs, il est alors possible d'identifier plusieurs fronts de solutions non dominées. Pour ce faire, deux entités sont calculées pour chaque solution, un compteur dit de domination  $n_p$ , qui correspond au nombre de solutions dominant la solution  $p$ , et un ensemble  $S_p$ , qui est l'ensemble des solutions que la solution  $p$  domine. Toutes les solutions dans le premier front de solutions non dominées ont leur compteur initialisé à 0. Alors, pour chaque solution  $p$  avec  $n_p = 0$ , chaque individu  $q$  de l'ensemble  $S_p$  est considéré et le compteur  $n_q$  est diminué de 1. Au travers de cette procédure, si un individu  $q$  voit son compteur  $n_q$  devenir nul, cet individu est alors affecté à un ensemble  $Q$ , qui forme le deuxième front de solutions non-dominées. La démarche qui était faite précédemment avec le premier front est maintenant effectuée avec le deuxième front  $Q$  et permet d'identifier le troisième front. La procédure est répétée par la suite jusqu'à ce que tous les fronts soient identifiés.

### D.2.2.2 Procédure de tri basée sur la distance de crowding

Un deuxième tri est effectué sur la population à chaque itération. Ce deuxième tri a pour objectif majeur de maintenir une diversité dans le choix des individus et d'éviter ainsi de favoriser injustement des optimum locaux. Pour chaque solution d'un front donné, on estime donc la densité « spatiale » de probabilité de trouver une autre solution dans ce même front, appelée

<sup>2</sup>voir (Deb 2001, Fonseca & Fleming 1993, Horn, Nafpliotis & Goldberg 1994) pour plus de détails.

distance de crowding. Pour calculer cette densité, les solutions d'un même front sont classés dans l'ordre croissant par rapport à la première fonction objectif  $f_1$ . L'écart moyen  $f_1(i+1) - f_1(i-1)$  entre les deux solutions  $i-1$  et  $i+1$  de part et d'autre de la solution  $i$  est alors calculé et incrémenté au terme  $I(i)$  initialement fixé à 0. Après avoir fait ce calcul pour toutes les solutions du front, cette procédure est répétée pour toutes les autres fonctions objectifs du problème. Le terme  $I(i)$  finalement obtenu correspond alors à la différence des valeurs des fonctions objectifs de deux solutions adjacentes de la solution  $i$  (cette distance est illustrée à la figure D.14 pour la  $i^{\text{me}}$  solution du front et correspond au périmètre du rectangle en pointillé).

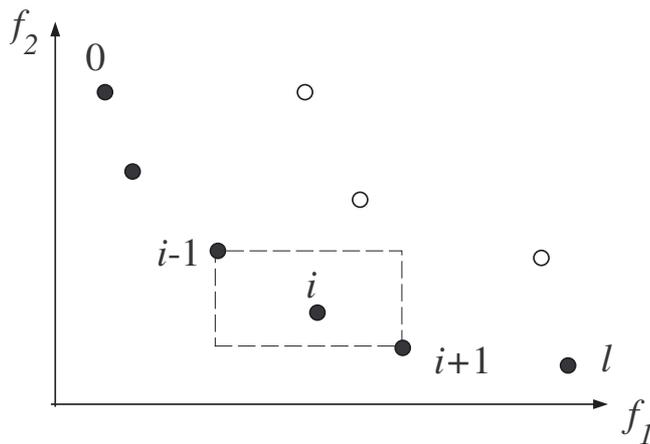


FIG. D.14 – Distance de *crowding*, les points noirs sont des solutions appartenant au même front

Il est à noter d'une part que la distance ajoutée au compteur  $I(i)$  est normalisée en divisant toujours  $f_k(i+1) - f_k(i-1)$  par  $f_k^{\max} - f_k^{\min}$  et d'autre part que la première et la dernière solution se voient toujours affectées la valeur infinie lors du classement. Finalement ce deuxième tri permet de classer les différentes solutions d'un même front et de favoriser celles qui ont le moins possible de solutions à leur voisinage afin de maintenir la diversité nécessaire à la convergence de l'algorithme vers l'optimum global.

### D.2.2.3 Critère de choix entre deux solutions

Le critère de choix utilisé dans NSGA-II repose sur les deux tris décrits aux paragraphes D.2.2.1 et D.2.2.2. Entre deux solutions appartenant à deux fronts différents on privilégie systématiquement la solution appartenant au front d'indice le moins élevé. Dans le cas où les deux solutions appartiennent au même front, on privilégie celle qui a la distance de crowding la plus élevée, afin de maintenir une diversité dans la population d'individus au cours des itérations.

### D.2.2.4 Initialisation de la population

Initialement, une population  $P_0$  est créée. Cette population est triée suivant le critère de la non-dominance, ce qui permet de définir les différents fronts présents dans la population et de leur affecter un indice suivant leur appartenance à un front donné. Cette population triée est alors notée  $P_1$ . La procédure classique des AGs (sélection, croisement, mutation) est par ailleurs effectuée sur  $P_1$  en se basant uniquement sur cet indice lié au front d'appartenance

et permet d'obtenir une population  $Q_1$ .  $P_1$  et  $Q_1$  sont alors les deux populations utilisées à l'itération suivante. Il est à noter que la distance de crowding n'est pas encore utilisée lors de cette première sélection.

### D.2.2.5 Structure de la boucle principale de l'algorithme

La structure de la boucle principale de l'algorithme est maintenant détaillée. La procédure suivie à chaque itération est illustrée à la figure D.15. A chaque itération, une population de parents  $P_t$  de taille  $N$  et une population d'enfants  $Q_t$  de taille  $N$  sont assemblées pour former une population ( $R_t = P_t \cup Q_t$ ), ce qui permet d'assurer l'élitisme. Cette population est ensuite triée suivant le critère de non-dominance, ce qui permet d'identifier les différents fronts dans la population (les meilleurs individus étant souvent dans le ou les premiers fronts). Les différents fronts sont alors ajoutés pour former la nouvelle population parent  $P_{t+1}$ , avec pour condition que la taille des différents fronts réunis ne dépassent pas  $N$ . Lorsque cette situation se produit, notons  $F_k$  le front faisant dépasser  $N$ . Les  $N - |P_{t+1}|$  premiers éléments de  $F_k$  (classés suivant la distance de crowding) sont ajoutés à  $P_{t+1}$  et les autres éléments de  $F_k$  sont rejetés, ce qui permet finalement de constituer les  $N$  éléments de la population parent  $P_{t+1}$ .

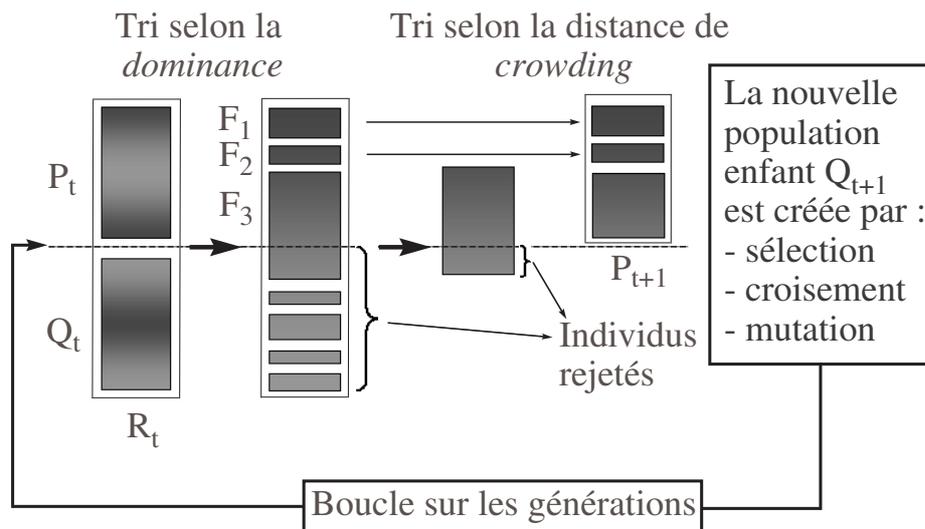


FIG. D.15 – Opération de mutation

La nouvelle population parent étant identifiée, il est maintenant possible de déterminer une nouvelle population enfant  $Q_{t+1}$  par la procédure classique de sélection, croisement et mutation. La procédure de sélection est basée sur la méthode du tournoi comme au paragraphe D.1.1.2 dans le cas d'un problème mono-objectif. Cependant le critère de sélection est différent du problème mono-objectif et est maintenant défini de la façon suivante :

**Définition D.2** Chaque solution  $k$  étant identifiée par son rang  $k_{rang}$  et la distance de crowding  $k_{distance}$ , une solution  $i$  domine une solution  $j$  et on note  $i \prec_n j$  si  $i_{rang} < j_{rang}$  ou si  $i_{rang} = j_{rang}$  et  $i_{distance} > j_{distance}$

Ainsi, entre deux solutions de rangs différents, la solution avec le rang le plus faible, et donc la plus proche du front de Pareto, est préférée. Si les deux solutions ont le même rang, c'est la solution avec la distance de crowding la plus élevée et donc qui est localisée dans une région où la densité est moindre, qui est privilégiée.

### D.2.3 Résultats de l'algorithme NSGA sur quelques fonctions test

De même que dans le paragraphe D.1.3 relatif au problème mono-objectif, quelques cas test (Deb et al. 2002) ont été considérés pour vérifier que les résultats de l'algorithme qui a été implanté correspondent bien à ceux obtenus par l'algorithme NSGA-II proposé par Deb *et al.* La population comprend pour chacun des tests 81 individus et les probabilités de croisement et de mutation sont égales respectivement à 85% et 5%.

#### D.2.3.1 Test sur un problème sans contrainte

Le problème considéré ici a été étudié par Kursawe (1990). Les fonctions objectifs à minimiser sont données par les équations :

$$\begin{cases} f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} -10e^{-0,2\sqrt{x_i^2+x_{i+1}^2}} \\ f_2(x) = \sum_{i=1}^n |x_i|^{0,8} + 5\sin x_i^3 \end{cases} \quad (\text{D.12})$$

Le front de Pareto obtenu après 500 itérations (Figure D.16) présente trois régions de discontinuités et a la même forme que celui obtenu par (Deb et al. 2002).

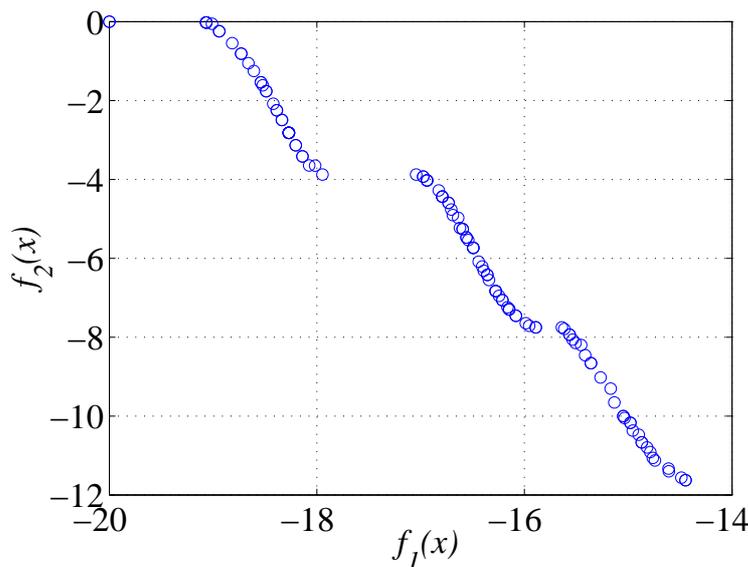


FIG. D.16 – Solutions obtenues avec NSGA-II pour la fonction KUR

#### D.2.3.2 Tests sur des problèmes avec contrainte

Deux problèmes de minimisation multi-objectifs sont étudiés dans ce paragraphe. Pour prendre en compte la violation de contrainte, une méthode de pénalité est utilisée et le critère de non domination est modifié de la façon suivante ((Deb et al. 2002)) :

**Définition D.3** Une solution  $i$  est dite dominée par rapport à la solution  $j$  sous contraintes si l'une des solutions suivantes est vraie :

- la solution  $i$  vérifie les contraintes et la solution  $j$  ne les vérifie pas,

- les solutions  $i$  et  $j$  ne vérifient pas les contraintes mais la solution  $i$  présente un niveau global de violation des contraintes inférieur à celui de  $j$ ,
- les solutions  $i$  et  $j$  vérifient toutes deux les contraintes et la solution  $i$  domine la solution  $j$  au sens de la définition D.2 de la domination.

Le premier problème  $P_1$  considéré est le suivant :

$$\begin{cases} f_1(x) = x_1 \\ f_2(x) = \frac{1+x_2}{x_1} \end{cases} \text{ avec : } \begin{cases} x_1 \in [0.1, 1.0] \\ x_2 \in [0, 5] \end{cases} \quad (\text{D.13})$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} g_1(x) = x_2 + 9x_1 \geq 6 \\ g_2(x) = -x_2 + 9x_1 \geq 1 \end{cases} \quad (\text{D.14})$$

Le front de Pareto obtenu est alors donné à la figure D.17 dans le cas où les contraintes ne sont pas prises en compte (croix) et dans le cas où elles sont prises en compte (cercles). Le domaine en pointillé représentant le domaine où les contraintes sont vérifiées, la prise en compte des contraintes dans la détermination du front de Pareto est ainsi mise en évidence.

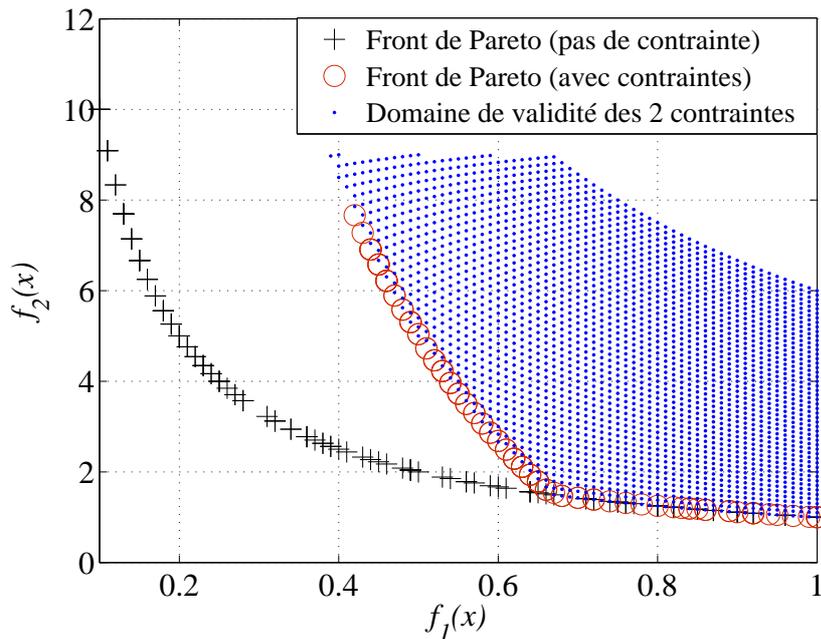


FIG. D.17 – Solutions obtenues avec NSGA-II pour le problème  $P_1$

Le deuxième problème  $P_2$  considéré est le suivant :

$$\begin{cases} f_1(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ f_2(x) = 9x_1 - (x_2 - 1)^2 \end{cases} \text{ avec : } \begin{cases} x_1 \in [-20, 20] \\ x_2 \in [-20, 20] \end{cases} \quad (\text{D.15})$$

sous les contraintes :

$$\begin{cases} g_1(x) = x_1^2 + x_2^2 \leq 225 \\ g_2(x) = x_1 - 3x_2 \leq -10 \end{cases} \quad (\text{D.16})$$

Comme pour la figure D.17, le front de Pareto obtenu est donné dans le cas où les contraintes ne sont pas prises en compte (croix) et dans le cas où elles sont prises en compte (cercles) (Figure D.18). Le domaine en pointillé représentant le domaine où les contraintes sont vérifiées, la prise en compte des contraintes dans la détermination du front de Pareto est également mise en évidence à travers cet exemple.

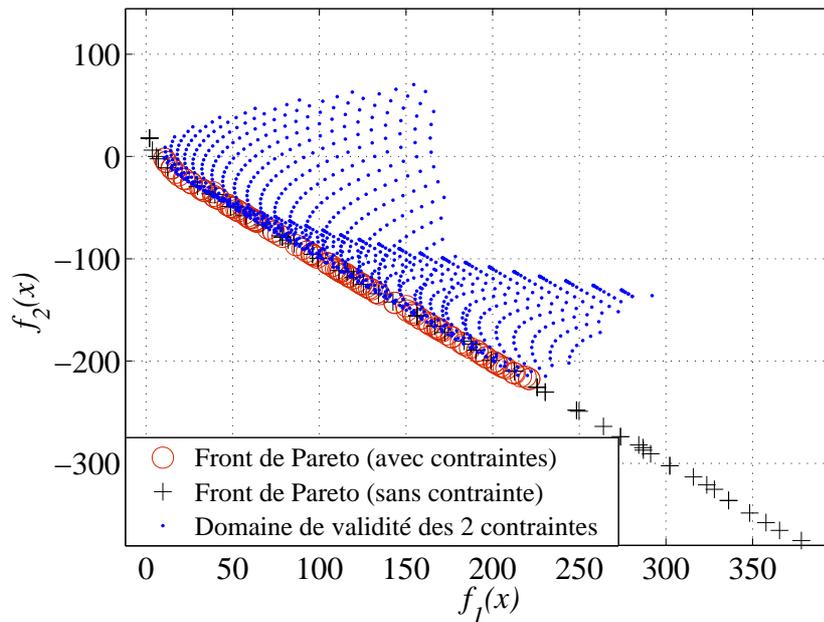


FIG. D.18 – Solutions obtenues avec NSGA-II pour le problème  $P_2$