



**HAL**  
open science

# Spectroscopie par corrélations d'intensité d'atomes refroidis par laser: Dynamique et transport dans les réseaux atomiques

Christophe Jurczak

► **To cite this version:**

Christophe Jurczak. Spectroscopie par corrélations d'intensité d'atomes refroidis par laser: Dynamique et transport dans les réseaux atomiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Ecole Polytechnique X, 1996. Français. NNT: . tel-00370772

**HAL Id: tel-00370772**

**<https://pastel.hal.science/tel-00370772>**

Submitted on 25 Mar 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**Institut d'Optique Théorique et Appliquée**

Thèse présentée pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE**

spécialité : **Physique Quantique**

par

**Christophe JURCZAK**

Sujet :

**SPECTROSCOPIE PAR CORRELATIONS D'INTENSITE D'ATOMES  
REFROIDIS PAR LASER**

**APPLICATION A L'ETUDE DE LA DYNAMIQUE ET DU TRANSPORT  
DANS LES RESEAUX ATOMIQUES**

soutenue le 6 Décembre 1996 devant le jury composé de :

**M. C. Bordé**

**M. W.D. Phillips**

**M. C. Salomon**

**M. J.-Y. Courtois**

**M. R. Maynard**

**M. C.I. Westbrook**

**M. A. Aspect**

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Directeur de thèse

# Remerciements

Le travail qui fait l'objet de ce mémoire a été effectué entre 1993 et 1996 dans le Groupe d'Optique Atomique à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée à Orsay. Je remercie Monsieur le Professeur IMBERT, son directeur, de m'y avoir accueilli et de m'avoir fait bénéficier d'excellentes conditions de travail.

J'ai eu la chance de faire partie du Groupe de Monsieur le Professeur Alain ASPECT qui avait démarré peu de temps avant mon arrivée et que j'ai vu s'agrandir et évoluer. Je ne saurais trop remercier Alain de m'avoir laissé une très grande autonomie car, même si ce n'était peut-être pas la façon la plus rapide d'obtenir une première publication expérimentale, cela a été des plus formateur pour moi. J'ai aussi beaucoup apprécié les nombreuses discussions que nous avons eues ensemble. Le premier chapitre du présent manuscrit doit beaucoup à ses exigences pédagogiques et à ses demandes d'éclaircissements.

Deux physiciens d'exception m'ont guidé tout au long de mon travail et m'ont permis de concilier pour mon plus grand plaisir expériences et théorie. Chris WESTBROOK a encadré avec une grande disponibilité ma découverte de la physique expérimentale et m'a initié à la spectroscopie de fluorescence des atomes froids. Sa maîtrise tout à la fois des expériences complexes et des montages électroniques fondamentaux a été vraiment un modèle pour moi. Jean-Yves COURTOIS m'a donné goût au calcul numérique et m'a appris à dégager des images simples et physiquement significatives de quantités diaboliques de données. Par ailleurs, je ne saurais trop le remercier pour ses conseils et son aide précieuse qui m'ont permis de m'orienter dans ma vie professionnelle "alternative". J'espère que nous aurons encore souvent l'occasion de travailler ensemble. Enfin, je tiens à remercier Chris et Jean-Yves pour leur relecture critique du manuscrit.

Même si la recherche est un travail d'équipe, il est de fait que la charge de travail quotidienne est partagée entre peu de personnes. J'ai travaillé pendant deux années en étroite collaboration avec Bruno DESRUELLE qui doit être associé à part entière à tous les résultats expérimentaux sur les réseaux atomiques. J'ai énormément apprécié les excellentes relations d'amitié qui se sont nouées entre nous et qui ont fait de la "section corrélations" une équipe, j'ose le dire, très performante. Patrizia VIGNOLO a contribué au travail ingrat de montage de l'expérience sans en récolter les fruits et elle est toujours restée incontestablement l'égérie de la piège 505. Le départ de Patuccia a brisé irrémédiablement aussi bien le coeur de Bruno que le mien mais je suis convaincu que les kilomètres ne changeront rien à notre amitié passée, présente et future.

Deux chercheurs post-doctoraux, aujourd'hui à Hannover, m'ont été d'une grande aide : Klaus SENGSTOCK a participé aux travaux sur la spectroscopie des mélasses et à la conception de l'expérience en cellule et Gerhard BIRKL a contribué aux expériences sur réseau. Je les remercie très sincèrement, notamment Gerhard qui est, en fin de compte, un peu responsable de mon parcours en physique atomique.

Merci à tous les membres présents ou passés du groupe d'Optique Atomique qui ont contribué de près ou de loin à mon travail et qui ont su créer une excellente ambiance de travail : Robin KAISER (bonne chance à Nice !), Nathalie VANSTEENKISTE (la liste de tous les services rendus prendrait plusieurs pages...), Guillaume LABEYRIE, Arnaud LANDRAGIN et Carsten HENKEL. Je remercie en particulier Stéphane MARTIN, électronicien d'exception, qui m'aura fait bénéficier de toute sa science ainsi que nos informaticiens successifs, Philippe BONNET et David HOLLEVILLE.

Les calculs numériques ont été effectués sur les stations de travail du groupe de Monsieur le Professeur Gilbert GRYNBERG à l'ENS et je le remercie vivement pour son assistance. Les très bons contacts qui se sont noués avec tous les membres de son groupe, en particulier avec Konstantinos PETSAS, m'auront été des plus bénéfiques.

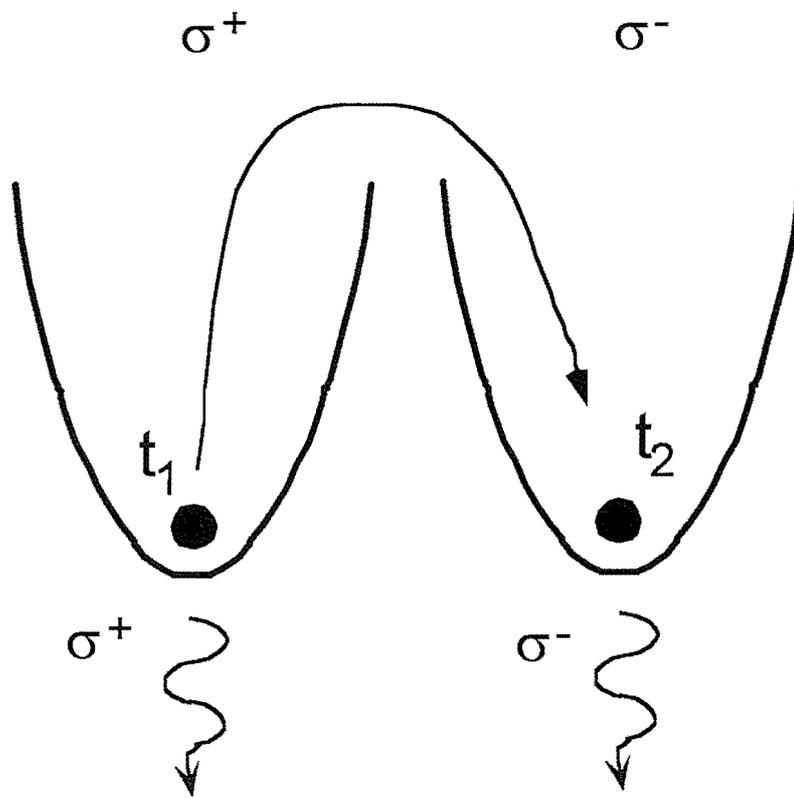
Je remercie les services de l'Institut pour leur disponibilité et leur efficacité, en particulier Françoise PELLEGRINO qui s'est chargée de nombreuses tâches administratives avec sourire et bonne humeur et les personnels de l'atelier de mécanique dirigé par M. COMTET puis par M. GALTIER.

Enfin, je suis très honoré par la présence de M. Christian BORDE, M. Roger MAYNARD, M. Christophe SALOMON et M. William PHILLIPS dans mon jury de thèse. J'apprécie particulièrement la contribution des rapporteurs pour leurs remarques constructives sur le manuscrit.

J'ai effectué cette thèse dans le cadre de ma formation d'Ingénieur de l'Armement de l'option dite "Recherche". Je remercie très sincèrement Alain QUENZER pour m'avoir conseillé et m'avoir permis d'effectuer un travail qui aurait pu sembler beaucoup trop "amont" au regard des préoccupations de la DGA. Je suis convaincu que la formation par la recherche dans une équipe de qualité est une des meilleures formations qui soit et qu'elle peut permettre de rejoindre à terme un poste "classique" en profitant au maximum des compétences particulières développées dans les laboratoires. Dans cette perspective, la création du groupe POLOQ par Christian BREANT, Jean-Yves COURTOIS et Christian BORDE a été pour moi une initiative des plus importantes.

Je désire enfin remercier ma famille de m'avoir constamment soutenu pendant toutes ces dernières années d'études. En particulier, je me souviendrai encore longtemps d'une journée décisive de juillet 1989 où mon frère et mes parents ont sans le vouloir donné le départ du beau voyage qui s'est achevé en partie avec ce mémoire.

# Introduction générale



Des faisceaux laser qui interfèrent créent un potentiel optique modulé spatialement dans lequel des atomes neutres peuvent être confinés et refroidis. Les techniques de refroidissement radiatif modernes permettent de disposer d'échantillons d'atomes (essentiellement des alcalins) avec des densités typiques de  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$  pour des températures cinétiques de l'ordre de  $10 \mu\text{K}$ . Le développement de ces techniques, du début des années 80 à aujourd'hui, a été marqué par un mouvement de va-et-vient très rapide entre les progrès expérimentaux et la compréhension théorique de l'interaction atomes/rayonnement. On peut noter en particulier que la mise au point de nouveaux moyens de diagnostic expérimental s'est toujours accompagnée de nouvelles découvertes et de sauts conceptuels qui ont contribué à diversifier très rapidement les sujets d'étude de la communauté du refroidissement.

Le but de cette thèse est d'introduire une nouvelle technique d'étude des atomes refroidis, la spectroscopie par corrélations d'intensité, et de montrer qu'elle a permis non seulement de consolider nos connaissances mais aussi, dans la continuité des progrès techniques antérieurs, d'ouvrir un nouveau champ d'investigations.

Pour illustrer le couplage entre progrès techniques et progrès conceptuels, j'ai choisi trois exemples d'avancées significatives associées à des techniques nouvelles.

**Problème n°1 : la température.** La mesure de température et sa comparaison avec la théorie a été un problème très important dans les débuts du refroidissement radiatif. Dans les premières

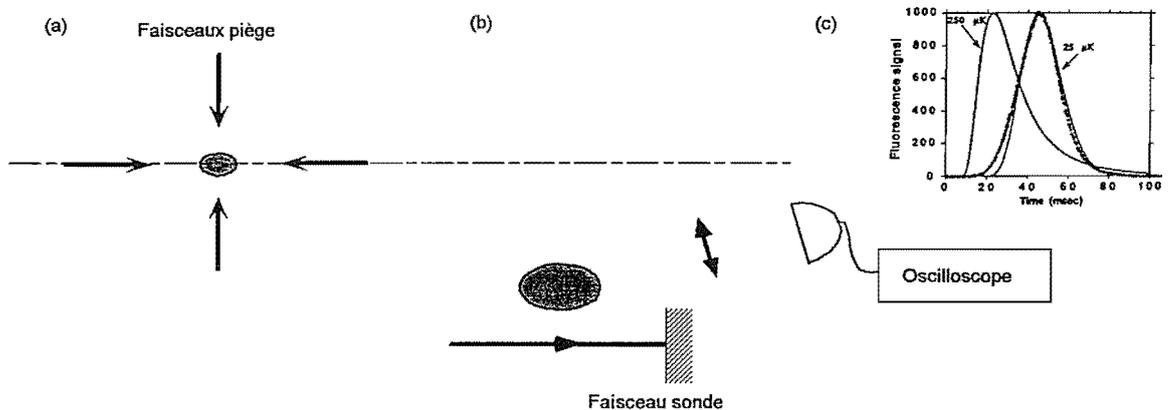


Figure Intro-2 : Principe de la mesure de température par temps de vol. Les faisceaux laser confinant l'échantillon (a) sont coupés et les atomes tombent et traversent une sonde rétro-réfléchiée placée sous le piège (b). La distribution des temps d'arrivée dans la sonde est mesurée grâce à une photodiode et donne accès à la température cinétique dans le piège ou la mélasse. La figure (c) est un exemple de signal de temps de vol extrait de la référence [2].

expériences réalisées avec des mélasses optiques, c'est à dire des échantillons d'atomes refroidis subissant des forces visqueuses mais pas de force de rappel, la température était mesurée par la méthode dite de "relâche et recapture" (Bell Labs). Les faisceaux laser étaient coupés pour laisser le nuage atomique s'étendre puis les atomes étaient piégés à nouveau et l'on mesurait

## II

le nombre d'atomes recapturés avant que la mélasse ne soit à nouveau chargée. Les résultats obtenus étaient en bon accord avec la théorie du refroidissement Doppler dans laquelle l'atome était traité comme un atome à deux niveaux [1, 2]. Mais, en 1988, une équipe du NIST [3] mesurait sans ambiguïté des températures nettement sous la "limite" prévue par cette théorie. La technique du **temps de vol** qui était utilisée allait devenir l'un des diagnostics les plus répandus dans la communauté du refroidissement laser. Le principe de la mesure de température est représenté sur la figure Intro-2 : les atomes sont refroidis dans une mélasse puis les faisceaux sont coupés et le nuage atomique tombe et traverse un faisceau sonde placé quelques centimètres sous la mélasse ; les atomes fluorescent dans la sonde et le signal de fluorescence donne la distribution des temps de chute de la mélasse à la sonde ; on en déduit la distribution initiale de vitesse des atomes dans la mélasse, et donc la température cinétique. Ce résultat surprenant a immédiatement poussé les théoriciens à Paris [4] et à Stanford [5] à développer de nouvelles explications du refroidissement. Les "nouveaux mécanismes" sont beaucoup plus complexes que le schéma de refroidissement Doppler en particulier parce qu'il s'est avéré nécessaire de prendre en compte la structure des niveaux atomiques, le pompage optique et les déplacements lumineux.

**Problème n°2 : la diffusion spatiale.** En parallèle au problème de la température se posait celui de la diffusion spatiale des atomes dans les mélasses. Dans les mélasses, les atomes ne subissent pas de force de rappel mais uniquement des forces de friction. En traitant le mouvement dans une mélasse comme le mouvement brownien des particules dans un fluide visqueux, on montre que la durée de vie des mélasses donne accès au coefficient de diffusion spatiale des atomes. Les résultats des premières mesures effectuées selon ce principe [1, 2] étaient là encore en accord avec la théorie du refroidissement Doppler. Mais ils ne l'étaient plus dans le cadre de la nouvelle théorie qui prédisait un coefficient de diffusion spatiale beaucoup plus petit ! Contrairement à ce qui s'est produit pour la température, aucune technique de mesure du coefficient de diffusion ne s'est naturellement imposée et la compréhension de la diffusion spatiale est toujours restée un des "points durs" du refroidissement. Le contraste entre le nombre d'articles publiés concernant la température et la diffusion spatiale (un seul!) est flagrant et ce n'est qu'en 1995 que l'équipe du NIST a publié des résultats nouveaux en accord qualitatif avec la théorie [6]. La technique utilisée est nouvelle et consiste à observer directement avec une caméra l'expansion d'un échantillon d'atomes à l'intersection des faisceaux laser.

**Problème n°3 : la dynamique locale.** La température et le coefficient de diffusion spatiale sont des quantités *macroscopiques* qui dérivent d'un traitement statistique du mouvement de chaque atome dans l'échantillon. Mais en réalité la théorie est très précise et donne une description *microscopique* des phénomènes qui n'est naturellement pas accessible par des mesures de temps de vol. Des techniques spectroscopiques issues d'autres horizons et de la culture des nouvelles équipes qui se sont alors intéressées aux atomes froids ont été introduites pour explorer *in situ* la dynamique locale des particules : **spectroscopie de fluorescence** (ou hétérodyne) au NIST à Gaithersburg [7] puis **spectroscopie non linéaire** (ou pompe/sonde) à l'ENS à Paris [8]. Les modèles du refroidissement Sub-Doppler ne s'appliquent pas directement aux premières expériences où l'on réalisait des mélasses optiques à six faisceaux dans lesquelles la configuration tridimensionnelle du champ est très compliquée et varie constamment. Pour vérifier quantitativement les prévisions théoriques, les expérimentateurs se sont donc orientés vers des géométries unidimensionnelles et les premiers résultats des études spectroscopiques ont été obtenus quasi simultanément en 1992 [9, 10]. Ils montrent l'oscillation des atomes au fond des puits du potentiel périodique créé par les faisceaux lumineux et un allongement spectaculaire

des durées de vie des niveaux vibrationnels les plus profonds en raison du confinement spatial des atomes à une échelle inférieure à la longueur d'onde optique (effet Lamb-Dicke). Ces expériences ont permis de forger le nouveau concept de *réseau atomique* ("optical lattice"). Par opposition à une mélasse optique, l'accent est mis sur la périodicité spatiale (de l'ordre de la longueur d'onde optique) et la stabilité du potentiel qui détermine les propriétés de l'échantillon atomique. Les limitations expérimentales dues à une géométrie 1D ont été dépassées quand des schémas astucieux ont permis de générer des échantillons possédant des propriétés analogues à deux et trois dimensions [11, 12, 13, 14].

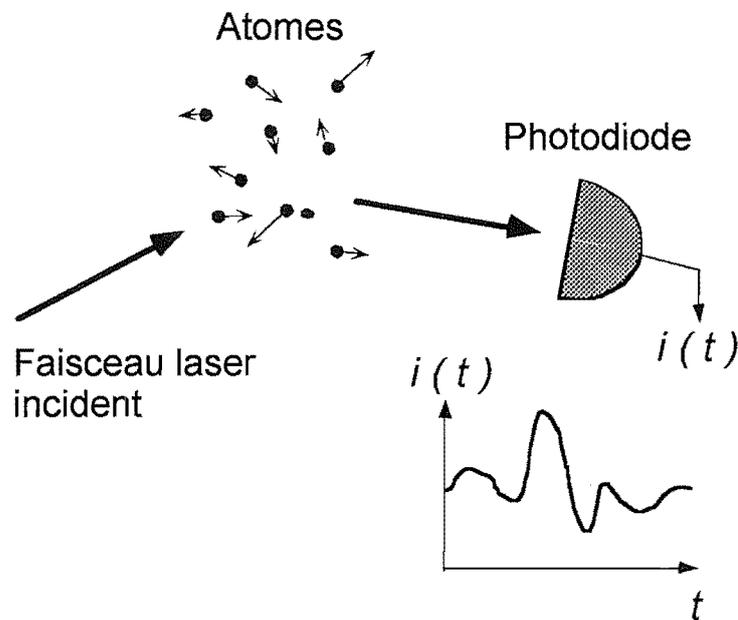


Figure Intro-3 : Schéma d'une expérience de corrélations d'intensité avec des atomes. Une vapeur atomique est illuminée par un faisceau laser incident et la lumière de fluorescence diffusée est collectée par une photodiode. Le photocourant qu'elle fournit présente des fluctuations dues au mouvement des atomes. L'étude statistique dans le domaine temporel ou dans le domaine spectral de ces fluctuations fournit à l'expérimentateur une information sur la dynamique des degrés de liberté externes des atomes.

C'est l'utilisation des techniques spectroscopiques ainsi qu'une analyse théorique spécifique [15, 16, 17] qui sont à l'origine de la physique des réseaux atomiques. Les réseaux sont passés dans les années 1992-93, qui coïncident avec le début de cette thèse, du statut de système modèle du refroidissement Sisyphe à celui de discipline à part entière dans le domaine des atomes froids et il existe à présent une communauté de physiciens des réseaux<sup>1</sup>. La référence [18] fait l'état de l'art fin 1995 et on peut citer quelques thèmes de recherche récents qui laissent bien augurer de l'avenir d'un domaine actif. Les réseaux se sont avérés être de bons candidats pour réaliser des échantillons ultra-froids et, grâce à la technique du refroidissement adiabatique, on a pu obtenir la température de 700 nK [19] dans un réseau de Césium, ce qui a constitué en son temps (début 1995) un record de température à trois dimensions. On peut espérer que ce type de refroidissement permettra d'accumuler les atomes dans l'état fondamental des puits de

<sup>1</sup> La première conférence uniquement consacrée aux réseaux aura d'ailleurs lieu en Janvier 1997.

potentiel, ce qui ouvrirait la voie à la génération d'états non classiques du mouvement tels que ceux que l'on sait aujourd'hui réaliser avec des ions piégés [20]. La déposition sur des surfaces d'atomes de chrome refroidis dans des réseaux à 1D et 2D [21] constitue un premier pas vers une lithographie atomique à l'échelle nanométrique. Enfin, de nouveaux types de réseaux très éloignés du schéma de refroidissement Sisyphe ont été proposés et réalisés [22, 23, 24]. Il s'agit de mettre l'atome dans des conditions où la dissipation due à l'émission spontanée est négligeable afin d'observer des effets de nature purement quantique tels que le passage par effet tunnel entre différents puits du réseau. Nous évoquerons plus tard à nouveau ce thème de recherche [25, 26].

Motivés par l'idée qu'une nouvelle technique était susceptible d'apporter des informations originales, nous avons introduit en physique des atomes froids la spectroscopie par corrélations d'intensité. Ce choix était fortement motivé. D'une part, c'est une technique bien connue dans de nombreux domaines de la physique où elle fournit quantités d'informations [27] et, d'autre part, elle est étroitement liée à la spectroscopie de fluorescence développée au NIST qui s'est avérée particulièrement riche. Le schéma de principe d'une expérience de corrélations d'intensité est présenté sur la figure Intro-3. Très généralement, la spectroscopie par corrélations d'intensité est l'étude statistique des fluctuations temporelles du photocourant produit par un détecteur observant une source lumineuse. L'analyse du signal est réalisée dans le domaine temporel où elle fournit la fonction de corrélation du photocourant ou dans le domaine spectral où l'on mesure son spectre de puissance. Nous montrerons que les fluctuations du photocourant sont liées à la dynamique des degrés de liberté externes (impulsion et position) des atomes. Notons que, contrairement à ce que laisse penser la figure, nous n'utilisons pas de faisceau sonde. La fluorescence est issue de l'excitation des atomes par les faisceaux laser qui les refroidissent et les piègent. La mesure ne perturbe pas du tout l'échantillon.

Les objets de nos études ont été successivement des mélasses et des réseaux tétraédriques. Dans le cas des réseaux, nous avons mis à profit la corrélation forte qui existe entre la polarisation de la lumière diffusée par un atome et sa position (dans notre géométrie du moins) pour réaliser deux types de mesures de **corrélations d'intensité sélectives en polarisation** : l'autocorrélation d'une composante de polarisation donnée ou bien des corrélations croisées entre deux composantes de polarisations différentes. Les informations obtenues dans les deux cas sont de natures différentes. Nous avons d'abord confirmé puis approfondi par des mesures systématiques et quantitatives des résultats déjà connus par ailleurs. Enfin, nous avons obtenu des résultats originaux sur des questions importantes qui n'avaient pas encore été traitées.

Une mélasse optique peut être considérée en première approximation comme un gaz désordonné. Nous avons montré [28] que, tout comme le temps de vol mais sans être destructives pour l'échantillon, les corrélations d'intensité donnent accès à la distribution des vitesses des atomes et donc à leur température. Par ailleurs, à basse température, les spectres de corrélations d'intensité présentent une structure centrale très fine (quelques kHz) que nous attribuons, de même que dans les expériences de Westbrook *et al.* [7], à l'effet Lamb-Dicke. Même si le potentiel est temporellement instable, il semble que des atomes restent localisés sur des distances petites devant la longueur d'onde pendant un temps appréciable.

L'application des corrélations d'intensité aux réseaux permet, comme c'était le cas pour les autres mesures spectroscopiques, de mieux comprendre les signaux car l'environnement des atomes est connu avec précision. Nous avons d'ailleurs utilisé des calculs numériques réalisées à partir de simulations de la dynamique atomique pour interpréter le plus précisément possible des spectres qui se sont révélés très riches en informations. Dans ce mémoire, les résultats des

simulations sont présentés en parallèle avec les mesures expérimentales.

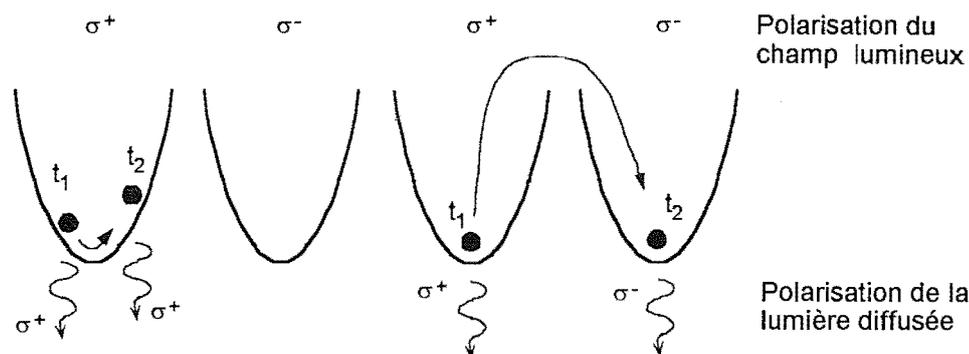


Figure Intro-4 : Principe de la spectroscopie par corrélations d'intensité dans un réseau. Les atomes sont localisés au fond de puits de potentiel espacés périodiquement d'une fraction de longueur d'onde optique. Dans notre géométrie, la polarisation du champ lumineux est alternativement circulaire droite ou gauche au fond des puits. L'autocorrélation de la lumière  $\sigma^+$  diffusée aux instants  $t_1$  et  $t_2$  est sensible aux atomes qui sont restés dans un même puits. Ne contribuent à la corrélation croisée entre les composantes de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  que les atomes qui ont sauté dans un puits connexe.

Dans les réseaux que nous avons étudiés, les atomes sont localisés au fond des puits de potentiel et diffusent essentiellement de la lumière polarisée circulairement. De plus, si dans un site donné, la polarisation est circulaire droite ( $\sigma^+$ ), elle est circulaire gauche ( $\sigma^-$ ) dans un site connexe. L'autocorrélation d'une seule composante de polarisation circulaire donne accès à la dynamique locale dans un puits (voir la figure Intro-4). Plus précisément, nous avons mesuré ainsi les caractéristiques du mouvement vibrationnel ainsi que le temps de résidence dans un puits. Certes, beaucoup était déjà connu sur ces questions grâce à la spectroscopie hétérodyne ou à la spectroscopie pompe/sonde, mais nos résultats apportent des informations complémentaires. En particulier, nous présentons les premières mesures systématiques de spectres de la lumière en fonction de la taille des puits de potentiel. La largeur des raies vibrationnelles dans le domaine spectral n'est pas en accord avec la théorie généralement retenue et cela pose un problème intéressant qui n'est pas encore résolu.

Dans le cadre du refroidissement Sisyphes, qui est probablement le mécanisme opérant dans les réseaux, le transport se produit *via* des processus de sauts d'atomes vers des puits voisins. La plupart du temps, il s'agit en fait d'un puits connexe de telle sorte que la polarisation diffusée à la fin du saut est différente de la polarisation diffusée au départ. Les corrélations d'intensité croisées entre les deux polarisations circulaires sont donc essentiellement sensibles aux atomes qui sautent d'un puits à un autre. Une analyse théorique montre que la nature et les paramètres du transport peuvent être mesurés par corrélations croisées. Comparées à la technique balistique [6], les corrélations d'intensité permettent une analyse *in situ*, qui peut être par exemple combinée avec une mesure d'autocorrélation, et donnent accès à la fois aux paramètres microscopiques (ceux des sauts entre puits connexes) et macroscopiques (le coefficient de diffusion) du transport atomique.

Des calculs théoriques récents dans une géométrie à une dimension [29] ont montré que le transport était de nature diffusive mais les processus de transport restent encore mal connus au niveau théorique. Par ailleurs, aucune expérience n'avait donné d'information sur le transport

dans un réseau à trois dimensions. Les fonctions de corrélation que nous avons mesurées [30] sont compatibles avec l'hypothèse que le mouvement est diffusif selon l'axe de symétrie du réseau. Le coefficient de diffusion spatiale est extrêmement faible (de l'ordre de  $10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/s) et un ordre de grandeur plus petit que dans les mélasses [6]. Ceci peut être attribué à la localisation spatiale des atomes. Nous avons également obtenu des indications sur la relative indépendance du coefficient de diffusion vis à vis des paramètres des faisceaux laser (fréquence, intensité).

Les corrélations d'intensité de la lumière diffusée par un réseau sont extrêmement sensibles à la configuration de détection. Change-t'on la polarisation (circulaire ou linéaire) ou la direction d'observation que la nature de l'information contenue dans le signal est différente. En profitant de cette souplesse, nous avons pu mettre en évidence des aspects du transport différents de la diffusion spatiale. Courtois *et al.* [17] ont démontré par spectroscopie non linéaire l'existence d'excitations élémentaires de nature propageante dans certaines directions d'un réseau. Elles sont l'analogie de phonons en physique de la matière condensée mais avec une différence fondamentale : elles ne sont pas médiées par des interactions entre atomes. Dans des conditions où le potentiel est très anisotrope, nous avons pu observer l'analogie spontanée de ce phénomène que nous avons caractérisé précisément.

En définitive, nos expériences sur les réseaux entrent dans la catégorie très vaste de l'étude des phénomènes de transport dans les systèmes périodiques. Le mouvement des atomes dans un réseau est très proche du mouvement d'un électron dans un cristal à la différence fondamentale près que les réseaux atomiques sont des cristaux pour lesquels la distance entre sites est de l'ordre du micron alors qu'il s'agit d'ångströms dans un cristal solide. Pour cette raison, et aussi parce que les facteurs de remplissage dans les réseaux sont extrêmement faibles (de l'ordre de  $10^{-3}$ ), les effets à plusieurs corps sont négligeables en bonne approximation alors que, en physique de la matière condensée, ils sont toujours difficiles à modéliser et compliquent singulièrement l'interprétation des mesures. Par ailleurs, il est facile expérimentalement de disposer d'un potentiel lumineux sans irrégularité notable et ses paramètres tels que la profondeur ou la période peuvent être ajustés par le choix de la géométrie, de l'intensité et de la fréquence des faisceaux. Les réseaux pourraient donc jouer le rôle de système modèle pour l'étude de nouveaux phénomènes de transport. Par exemple, il existe de nombreuses prédictions théoriques sur des effets de transport hors de l'équilibre thermodynamique dans des potentiels périodiques mais très peu d'expériences réalisées dans les conditions des calculs où l'on néglige les interactions. Ces questions sont d'un intérêt important en biophysique [32] et on peut se demander s'il n'est pas possible de trouver une configuration de réseau appropriée pour y répondre. Un exemple très récent et plus convaincant peut être à montré que l'on pouvait observer dans un réseau les oscillations de Bloch d'un atome dans un potentiel périodique [25, 26] dans des conditions qui sont très proches de la proposition originale qui date des années 1920.

En conclusion, cette thèse a montré que la spectroscopie par corrélations d'intensité appliquée aux atomes froids a contribué à l'approfondissement des connaissances dans ce domaine et a ouvert la voie à l'étude des processus de transport dans les réseaux atomiques. Ce n'est qu'une étape pourtant et les potentialités de la méthode sont importantes, dans le domaine des réseaux, comme nous venons de le voir mais aussi dans le domaine des atomes froids en général. Les corrélations d'intensité pourraient être un outil de diagnostic privilégié d'effets collectifs entre les atomes. On peut penser aux interactions dans des échantillons très denses mais aussi à des effets quantiques collectifs tels que la condensation de Bose-Einstein [33].

## Plan du mémoire

Ce mémoire est divisé en trois parties numérotées par des chiffres romains. Chacune est subdivisée en chapitres et un certain nombre d'annexes de nature plus technique dont on pourra sauter la lecture sans inconvénient pour la compréhension de la suite du texte. Dans la première partie, on expose les principes de base des corrélations d'intensité et l'on démontre leur intérêt pour l'étude des atomes refroidis par laser à travers la spectroscopie des mélasses. La seconde partie est une description générale des réseaux atomiques et de leurs propriétés essentielles. On présente les techniques utilisées pour réaliser pratiquement un réseau et en faire une étude numérique. Dans la troisième partie enfin, on confronte les mesures expérimentales de corrélations d'intensité dans un réseau à l'analyse théorique.

**Chapitre I-1 : Tout ce qu'il faut savoir sur la spectroscopie par corrélations d'intensité.** Dans un formalisme classique, on introduit les notions d'optique statistique nécessaires à la compréhension détaillée des quantités mesurées. Des exemples simples permettent d'établir un lien entre la forme des fonctions de corrélation et la nature de la cinétique atomique. Un bref historique montre que les corrélations d'intensité ont naturellement une vocation pluridisciplinaire. La question du calcul du rapport signal sur bruit dans les domaines spectraux et temporels est capitale dans les expériences. Elle est traitée en détail en même temps que le principe des appareils de traitement du signal que nous avons utilisés.

**Chapitre I-2 : Première application des corrélations d'intensité à la spectroscopie des mélasses optiques.** La réalisation d'un piège magnéto-optique et d'une mélasse à partir d'un jet d'atomes de rubidium est brièvement décrite. Une étude systématique de la température des mélasses, effectuée par temps de vol, fournit le résultat attendu. On observe une corrélation entre la température mesurée par temps de vol et la forme des spectres de corrélations d'intensité. La distribution des vitesses dans la mélasse se manifeste par une structure large (effet Doppler) alors que l'observation de structures très fines à basse température est attribuée à l'effet Lamb-Dicke pour des atomes bien localisés. Des incertitudes subsistent cependant dans le régime de faible désaccord et l'on propose quelques pistes pour expliquer la forme singulière des spectres. Des détails techniques sur les expériences (détecteurs, bruit, etc...) se trouvent dans les annexes I-A, I-B et I-C.

**Chapitre II-1 : Description théorique des réseaux atomiques tétraédriques.** A partir des équations du refroidissement et de la géométrie des faisceaux, on déduit quelques propriétés importantes des réseaux telles que la périodicité spatiale du potentiel ou la fréquence d'oscillation. On montre que la géométrie a un effet important sur le confinement et l'isotropie du potentiel et l'on expose le principe de la simulation numérique de la dynamique atomique. Dans une deuxième partie de ce chapitre, on généralise dans un langage quantique les concepts de base des corrélations d'intensité introduits classiquement dans le chapitre I-1. On en déduit la technique de calcul numérique des fonctions de corrélation à une ou deux dimensions. L'annexe II-A fournit quelques notions de cristallographie des réseaux et introduit les notions d'accord de phase et de diffraction de Bragg. On trouvera dans l'annexe II-B de nombreux détails sur les simulations numériques.

**Chapitre II-2 : Réalisation d'un réseau en cellule.** Les expériences sur les réseaux ont été effectuées sur un montage spécifique différent de celui qui a été décrit dans le chapitre I-2. Le réseau est chargé à partir d'une vapeur dans une cellule. Les particularités de celle-ci autorisent une grande liberté avec les paramètres géométriques. On introduit la mesure de densité par

absorption. La température du réseau a été mesurée par temps de vol pour une grande plage de paramètres des faisceaux (intensité, fréquence). Le résultat est en accord avec la dépendance attendue pour le refroidissement Sisyphes et devrait être validé par une étude théorique à trois dimensions qui n'existe pas encore.

**Chapitre III-1 : Etude détaillée des raies Raman vibrationnelles associées aux oscillations des atomes au fond des puits de potentiel.** Des spectres d'autocorrélation ont été mesurés en variant différents paramètres : direction, profondeur de puits, angle du réseau. Les fréquences d'oscillation sont en bon accord avec les prévisions théoriques mais une estimation simple des largeurs de raie issue des calculs à une dimension n'est pas en accord avec l'expérience sur plusieurs points. La largeur de raie semble dominée par la compétition entre les effets de l'anharmonicité du potentiel (élargissement inhomogène) et un mécanisme de transfert de cohérence. Hors du régime Lamb-Dicke de forte localisation, la diffusion inélastique est importante et l'on observe des spectres avec un nombre important d'harmoniques (des détails à ce sujet figurent dans l'annexe III-A). On présentera également dans ce chapitre les résultats préliminaires fournis par l'étude de l'intensité de la fluorescence dans le régime transitoire. La localisation spatiale des atomes est mise en évidence de façon simple.

**Chapitre III-2 : Transport diffusif et dynamique locale.** On effectue une étude théorique approfondie à une dimension de la dynamique dans un puits, du transport et de leurs manifestations sur les fonctions de corrélation. Les spectres expérimentaux fournissent une estimation de la durée de vie dans un puits alors que la forme exponentielle de la fonction de corrélation croisée est compatible avec un mouvement diffusif. Le coefficient de diffusion spatiale est mesuré pour plusieurs paramètres du réseau (intensité, désaccord) et comparé au résultat des mesures publiées dans le cas des mélasses.

**Chapitre III-3 : Observation de raies vibrationnelles anormales associées à des ondes de densité.** Des raies vibrationnelles sont observées dans des conditions où elles sont interdites pour raisons de symétrie. Au contraire des raies Raman vibrationnelles, elles sont extrêmement sensibles à la polarisation de détection. Leur origine est l'existence d'ondes de densité atomique se propageant à vitesse constante sous l'effet du pompage optique et des déplacements lumineux. Une étude systématique en fonction de l'angle du réseau montre leur disparition à grand angle, ce qui résout un désaccord apparu lors d'expériences de spectroscopie pompe-sonde effectuées dans les groupes de l'ENS (Paris) et du NIST (Gaithersburg).

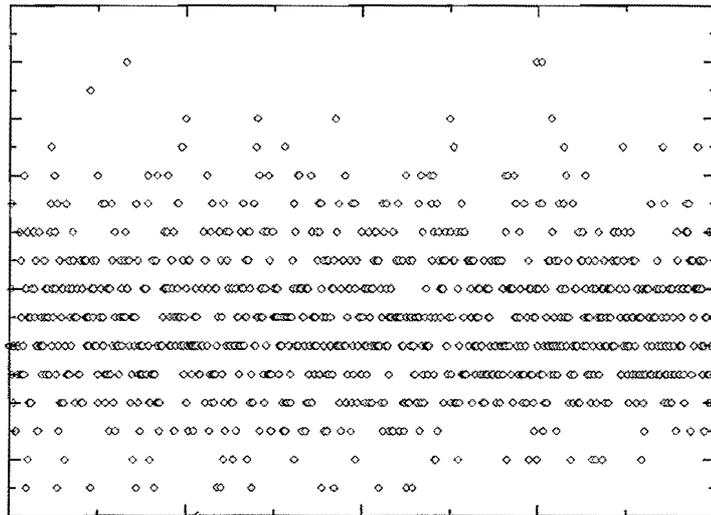
**Chapitre III-4 : Dégrouperment de photons dans les signaux de corrélations croisées.** La théorie prévoit un signal de corrélations croisées présentant une valeur minimale à délai nul (dégrouperment). Les imperfections expérimentales ne permettent pas cependant de l'observer très clairement. Cet effet est dû à la forme du gradient de polarisation dans le réseau et non aux propriétés particulières du réseau, de telle sorte qu'il devrait être possible de l'observer dans des vapeurs atomiques à température ambiante. On discute sa nature quantique ou classique et de façon générale les inégalités que doivent vérifier les fonctions de corrélations croisées (pour deux polarisations ou deux directions d'observation).

**Chapitres IV-1 à IV-3 : Perspectives.** On montre les potentialités importantes de la technique des corrélations d'intensité en identifiant les problèmes qu'elle pourrait contribuer à résoudre. Dans le domaine des réseaux, on abordera brièvement les effets de la pression de radiation sur la dynamique atomique et la question de la diffusion anormale. De nouvelles fonctions de corrélation pourraient fournir des informations intéressantes dans des géométries où il existe un accord de phase. On introduit un formalisme développé à l'origine pour l'étude des milieux

condensés afin de montrer que la technique des corrélations d'intensité pourrait s'appliquer de manière fructueuse à l'étude des effets collectifs atomiques.

# Partie I

## La spectroscopie par corrélations d'intensité : application à la fluorescence d'atomes refroidis par laser



# Introduction

La mesure par temps de vol de la température d'atomes refroidis par laser est l'une des techniques les plus couramment pratiquées dans les laboratoires. Dans cette première partie du mémoire, nous allons nous attacher à montrer, en principe mais aussi par l'expérience, que la spectroscopie par corrélations d'intensité peut dans certaines conditions non seulement fournir le même type d'information, mais aussi apporter des renseignements nouveaux sur les atomes et leur interaction avec le rayonnement laser. Nous présenterons tout d'abord dans le premier chapitre la spectroscopie par corrélations d'intensité, ses principes de base (§1.1) mais aussi les points qu'il faut connaître pour la mettre en oeuvre de façon optimale (§1.2 et §1.3). Tous les concepts de base de nature technique seront énoncés dans ce chapitre et seront très souvent utilisés par la suite. L'étude de quelques exemples sera également très féconde.

Dans le second chapitre, nous démontrerons l'existence de corrélations d'intensité dans la lumière de fluorescence d'atomes refroidis par laser dans une mélasse dite " $\sigma^+ - \sigma^-$ ". Nous décrirons brièvement les techniques de manipulation d'atomes que nous avons mises en oeuvre (§2.1) et nous présenterons le résultat de mesures de densité et de température par des techniques "traditionnelles" (§2.2). Enfin, nous discuterons les spectres de corrélations mesurés en les comparant notamment au résultat des mesures de température par temps de vol (2.3). Nous mettrons en évidence l'effet Lamb-Dicke caractéristique de la diffusion de la lumière par des atomes confinés spatialement à une échelle petite devant la longueur d'onde optique.

Enfin, en annexe figurent des points techniques importants (I-A et I-C) ainsi qu'une démonstration expérimentale du fait que, pour les systèmes que nous étudions, la mesure de la fonction délai n'est pas équivalente à la mesure de la fonction de corrélation temporelle (I-B). Un article recouvrant essentiellement les résultats du chapitre I-2 est reproduit dans l'annexe I-D.

# Chapitre I-1

## La spectroscopie par corrélations d'intensité

Les corrélations d'intensité dans le domaine spectral ou temporel sont des techniques de traitement du signal électronique fourni par un photodétecteur observant une source lumineuse directe ou secondaire (lumière d'un laser diffusée par un objet). Le schéma de principe d'une

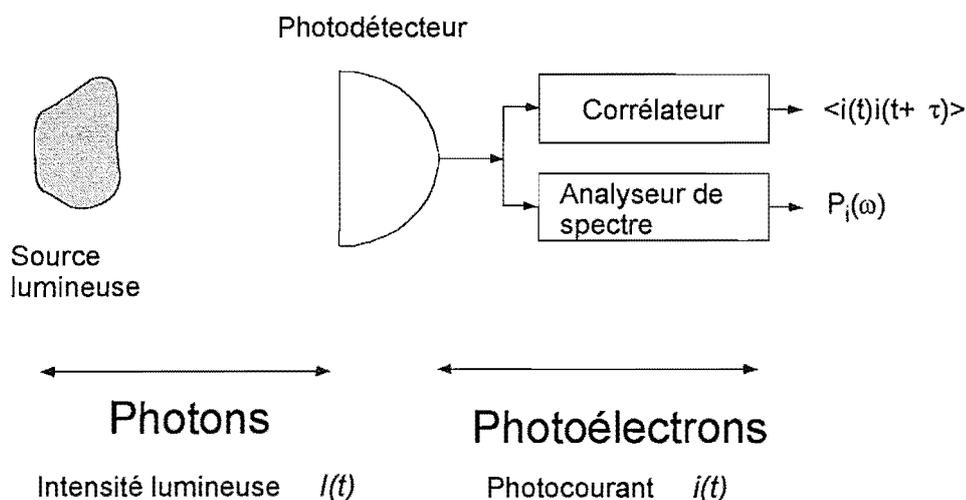


Figure I-2 : Principe général des expériences de corrélations d'intensité. Le photocourant produit par un détecteur est analysé dans les domaines spectraux ou temporels par un analyseur de spectre ou un corrélateur. On dispose alors du spectre du photocourant ou de sa fonction de corrélation.

expérience est extrêmement simple (Figure I-2) : le courant fourni par le photodétecteur est analysé et on en calcule la fonction de corrélation ou le spectre de densité de puissance. Notons que, par commodité, on parlera de photons même si **le champ lumineux sera considéré dans ce chapitre comme une quantité classique**.

Le but de ce chapitre est de montrer quelles sont, de façon très générale, les propriétés physiques de la source qui sont accessibles par cette technique mais aussi de préciser d'emblée quelles sont les contraintes expérimentales fondamentales qui peuvent rendre le schéma proposé plus complexe.

Nous débuterons par des rappels de la théorie semi-classique de la détection et nous introduirons le concept fondamental d'*excès de bruit* (§1.1) qui est au coeur de toutes les expériences que nous avons réalisées. Son analyse spectrale et temporelle (§1.2 et §1.3) nous amènera naturellement à introduire la fonction de corrélation temporelle de l'intensité lumineuse diffusée

et le spectre de densité de puissance du photocourant. On montrera que les concepts de corrélations du premier et du deuxième ordre sont, sous certaines hypothèses, liés par ce qui est certainement la formule la plus importante de ce mémoire, la *relation de Siegert*. Nous présenterons un modèle de diffusion de la lumière par des atomes, certes très simple, qui nous sera des plus utiles pour montrer que les signaux de corrélations d'intensité dépendent de façon intime de la dynamique atomique. L'étude de quelques exemples (§1.4) nous sera très utile pour la suite de nos investigations, notamment dans le chapitre I-2. Enfin, nous esquisserons, à la lumière des principes développés jusqu'alors, un bref historique de la spectroscopie par corrélations d'intensité (§1.5).

La deuxième partie de ce chapitre (§2 et §3) porte sur la mise en oeuvre des corrélations d'intensité. Nous introduirons tout d'abord les concepts d'*optique statistique* nécessaires à la compréhension des effets de taille finie (§2.1 à 2.3) et de bande passante finie (§2.4) du détecteur sur la forme des fonctions de corrélation. Nous verrons que ces points sont importants quand on cherche à optimiser un montage expérimental. Enfin, nous préciserons le fonctionnement du corrélateur et de l'analyseur de spectre pour estimer le *rapport signal sur bruit* lors d'une mesure dans le domaine temporel (§3.1) ou dans le domaine spectral (§3.2).

En ce qui concerne les notations dans ce chapitre,  $I(\vec{r}, t)$  représentera l'intensité lumineuse en un point  $\vec{r}$  de la surface du détecteur et  $i(t)$  le photocourant à la sortie du détecteur.

## 1. Principes de base

Pour établir les principes de base de la spectroscopie par corrélations d'intensité, il est commode de supposer que le détecteur est ponctuel, ce qui élimine les effets de cohérence spatiale de la lumière à la surface du détecteur. Nous verrons dans la section suivante que ces effets ne modifient pas fondamentalement les relations que nous allons établir. Pour plus de détails sur les questions traitées ici, on peut consulter les ouvrages de référence [34, 27, 35].

### 1.1. Excès de bruit en régime de comptage de photons

On parle généralement de corrélations de photons au lieu de corrélations d'intensité quand la nature discrète des événements de photodétection est directement exploitée dans l'expérience. C'est le cas notamment quand on utilise des techniques d'analyse numérique d'un signal constitué d'impulsions associées aux événements élémentaires de détection par un photomultiplicateur ou une photodiode à avalanche. Le nombre de photoélectrons détectés pendant un intervalle de temps  $T$  est une variable aléatoire  $n(T)$  dont les propriétés dépendent du processus de photodétection et de la statistique de la lumière émise par la source lumineuse.

Supposons tout d'abord que l'intensité lumineuse est constante<sup>1</sup> et a la valeur  $I_0$ . La probabilité de détecter  $n$  photoélectrons dans un intervalle de temps  $T$  entre les instants  $t$  et  $t + T$  est fournie par la loi de Poisson

$$p(n, t, T) = \frac{1}{n!} \langle n(T) \rangle^n e^{-\langle n(T) \rangle} \quad (\text{I-1})$$

où  $\langle n(T) \rangle$  est le nombre moyen de photoélectrons détectés pendant l'intervalle  $T$ . Ce nombre moyen est proportionnel à l'intensité lumineuse et à la durée de l'intervalle de détection

$$\langle n(T) \rangle = \alpha I_0 T \quad (\text{I-2})$$

<sup>1</sup> C'est par exemple, comme nous le verrons bientôt, l'intensité fournie par un laser idéal.

Le nombre de photons incidents est le rapport de l'énergie incidente  $I_0T$  à l'énergie d'un seul photon  $h\bar{\nu}$  où  $\bar{\nu}$  est la fréquence moyenne de la lumière incidente supposée quasimonochromatique. Mais seule une fraction  $\sigma$  des photons incidents génère des photoélectrons. La constante de proportionnalité  $\alpha$  est donc reliée à  $\sigma$  qu'on appelle le rendement quantique du détecteur par la formule  $\alpha = \sigma/h\bar{\nu}$ . On vérifie par ailleurs en calculant  $\langle n^2(T) \rangle$  la formule de la variance  $\sigma_{n(T)}^2$  du nombre de photoélectrons détectés

$$\sigma_{n(T)}^2 \equiv \langle n^2(T) \rangle - \langle n(T) \rangle = \langle n(T) \rangle \quad (\text{I-3})$$

C'est la formule bien connue pour un processus de Poisson : la variance est égale à la valeur moyenne de la variable aléatoire. Ce sont les fluctuations du nombre de photoélectrons détectés à intensité lumineuse constante qui sont responsables du bruit de grenaille (ou bruit de photons ou encore "shot noise") qui est un bruit fondamental lors de toute mesure de signal lumineux. Ce bruit a son origine dans la quantification des échanges d'énergie dans l'interaction de la lumière et de la matière.

La distribution de Poisson définie par la formule I-1 est une distribution de probabilité conditionnelle puisqu'elle suppose une connaissance exacte de l'intensité lumineuse. Cependant, en général, l'intensité lumineuse est, elle aussi, une variable stochastique qui a des fluctuations de nature classique<sup>2</sup>. La distribution de probabilité inconditionnelle des photoélectrons détectés résulte donc de la composition de deux processus statistiques. Introduisons

$$W(t, T) \equiv \int_t^{t+T} I(T') dT' \quad (\text{I-4})$$

l'intensité lumineuse à l'instant  $t$  intégrée sur un intervalle de largeur  $T$ . C'est l'intensité mesurée par une photodiode de bande passante finie de l'ordre de  $1/T$ . *A priori* c'est une fonction des variables  $t$  et  $T$  mais, pour un processus aléatoire stationnaire tel que tous ceux que nous traitons ici, elle ne dépend pas de l'instant  $t$ . Supposons que les fluctuations de l'intensité lumineuse se produisent avec une échelle caractéristique d'évolution que nous noterons  $\tau_c$  et que nous appellerons le temps de cohérence de la lumière. Cette quantité sera définie rigoureusement par la suite. Si  $T$  est suffisamment petit devant  $\tau_c$ , l'intensité lumineuse est quasiment constante pendant l'intervalle d'intégration  $[t, t+T]$  et on a simplement la relation  $W(t, T) = I(t)T$ .

Soit  $p(W)$  la densité de probabilité de l'intensité lumineuse intégrée  $W$ . La probabilité de mesurer une intensité intégrée dans l'intervalle  $[W, W+dW]$  est donc  $p(W)dW$ . Cette fonction caractérise la statistique de la source lumineuse et le lien entre celle-ci et la distribution de probabilité des photons détectés s'effectue par la formule

$$p(n, t, T) = \int_0^\infty \frac{(\alpha W)^n}{n!} e^{-\alpha W} p(W) dW \quad (\text{I-5})$$

qui porte le nom de *formule de Mandel* [27]. La distribution  $p(n, t, T)$  est une loi de Poisson composée qu'on appelle parfois la transformée de Poisson de la fonction  $p(W)$ . Le nombre moyens de photons est là encore proportionnel à l'intensité moyenne puisqu'on peut vérifier que  $\langle n(T) \rangle = \alpha \langle W(T) \rangle$ .

Dans le cas général, la distribution de photons n'est pas poissonnienne. Cependant, la lumière émise par un laser idéal très au dessus du seuil a une intensité constante de telle sorte que la distribution d'intensité intégrée est la distribution de Dirac

<sup>2</sup> Rappelons que, dans ce chapitre, le champ électromagnétique est traité classiquement.

$$p_{laser}(W) = \delta(W - \langle W \rangle) \quad (\text{I-6})$$

Dans ce cas particulier on retrouve la loi de Poisson et le signal de photodétection est "au bruit de photons". La figure I-3 présente un exemple de mesure expérimentale de la distribution  $p(n(T))$ . La lumière émise par une diode laser est détectée par une photodiode à avalanche et produit des fluctuations du nombre de photons intégrés pendant l'intervalle  $T = 20 \mu\text{s}$ . L'histogramme des valeurs du nombre de photons  $n(T)$  est très proche d'une distribution poissonnienne<sup>3</sup>. La diode laser a très peu de fluctuations d'intensité dans le régime étudié et se comporte quasiment comme un laser idéal.

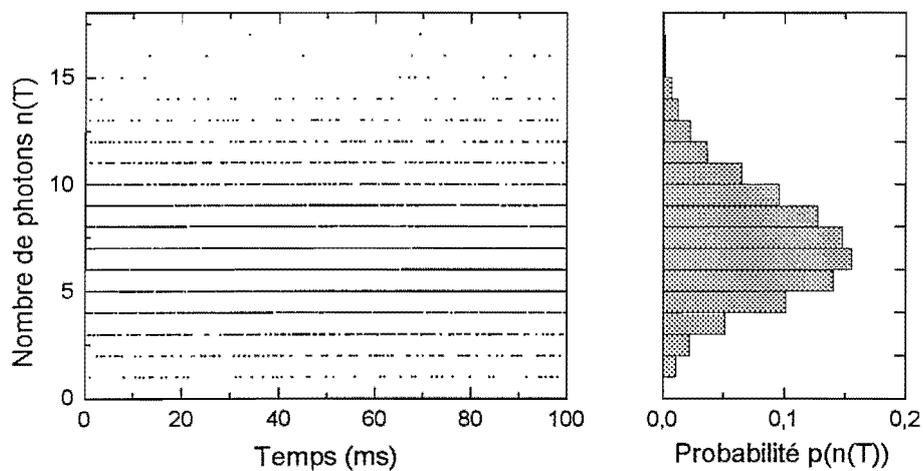


Figure I-3 : Statistique des fluctuations du photocourant produit par une diode laser : (a) enregistrement des fluctuations du taux de comptage pour un temps d'intégration  $T = 20 \mu\text{s}$  ; (b) histogramme du nombre de coups comptés. Le nombre moyen de photons détectés est 6.8.

Tout à fait à l'opposé de cet exemple, une grande partie des champs lumineux existants peuvent s'exprimer comme la somme d'un grand nombre de champs aléatoires et *statistiquement indépendants*. On a ainsi souvent (dans le cas d'un champ scalaire)

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) \quad (\text{I-7})$$

Les champs  $E_i$  peuvent correspondre à différents modes du champ électromagnétique dans le cas d'un laser fortement multimode. Dans le cadre de la diffusion de la lumière, les champs  $E_i$  peuvent être les champs diffusés individuellement par un grand nombre de particules en mouvement réparties aléatoirement dans l'espace et éclairées par un faisceau laser. En vertu du

<sup>3</sup> Pour montrer que la distribution est bien poissonnienne, nous avons calculé ses moments factoriels  $M_k$  d'ordre  $k$  définis par  $M_k = \left\langle \frac{n!}{(n-k)!} \right\rangle$ . Ces moments permettent de généraliser à tous les ordres la formule de la variance.

On montre en effet que, pour une distribution poissonnienne,  $M_k = k! \langle n \rangle^k$  alors que, pour une distribution de Bose-Einstein,  $M_k = \langle n \rangle^k$ . La variance est déduite du moment factoriel d'ordre 2. Pour  $k = 2, 3, 4$ , la formule des moments d'une distribution poissonnienne est très bien vérifiée par la distribution observée.

théorème de la limite centrale, le champ  $E(t)$  résultant est *une variable aléatoire gaussienne* dans la limite où le nombre de termes de la somme  $N$  tend vers l'infini. Cela signifie que la densité de probabilité du module de son amplitude  $|E(t)|$  est proche d'une fonction gaussienne

$$p(|E|) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle |E|^2 \rangle}} e^{-|E|^2/2\langle |E|^2 \rangle} \quad (\text{I-8})$$

La valeur moyenne  $\langle \dots \rangle$  porte sur l'ensemble des réalisations statistiques du système de  $N$  éléments. Grâce à cette formule, on calcule facilement la densité de probabilité de l'intensité lumineuse  $p(I)$  qui est aussi celle de  $W = IT$ , c'est à dire l'intensité lumineuse intégrée sur un intervalle de temps  $T$  petit devant le temps de cohérence de la lumière  $\tau_c$ . On montre que la fonction  $p(W)$  est une exponentielle négative (distribution de Rayleigh) [35]

$$p(W) = \frac{1}{\langle W \rangle} e^{-W/\langle W \rangle} \quad (\text{I-9})$$

L'intensité nulle est la plus probable parce que chaque particule de l'ensemble diffuse la lumière avec une phase aléatoire. La somme des champs diffusés est réduite par l'interférence entre un grand nombre de contributions mutuellement incohérentes. Notons deux points importants : cette formule s'applique uniquement à une lumière parfaitement polarisée et, dans le cas général, la statistique des fluctuations de la polarisation doit être prise en compte et  $p(W)$  n'a pas la même forme [36]. Par ailleurs, la formule I-9 est correcte uniquement dans le cas où  $T \ll \tau_c$ . Dans le cas contraire l'intégration temporelle "lisse" une partie des fluctuations et même, dans la limite extrême où  $T \gg \tau_c$ , les fluctuations de l'intensité ne sont pas détectées, la distribution  $p(W)$  est proche de la distribution de Dirac et la distribution des photons détectés est poissonnienne.

La combinaison des formules I-5 et I-9 nous permet à présent de calculer la distribution de probabilité du nombre de photons détectés dans la limite où  $T \ll \tau_c$

$$p(n, t, T) = \frac{\langle n(T) \rangle^n}{(1 + \langle n(T) \rangle)^{n+1}} \quad (\text{I-10})$$

Elle porte le nom de distribution de Bose-Einstein (ou distribution géométrique). C'est une fonction monotone décroissante de  $n$  au contraire de la distribution de Poisson qui est centrée autour de la valeur moyenne  $\langle n(T) \rangle$  si elle est assez grande. Par contre, dans le cas où la source est très atténuée ( $\langle n(T) \rangle \ll 1$ ), les distributions de Bose-Einstein et de Poisson sont indistinguables et l'on a  $p(0, T) \simeq 1 - \langle n(T) \rangle$  et  $p(1, T) \simeq \langle n(T) \rangle$ .

L'expression de la variance des fluctuations du nombre de photons comptés est très différente du cas poissonnien puisqu'ici on a

$$\sigma_{n(T)}^2 = \langle n(T) \rangle + \langle n(T) \rangle^2 \quad (\text{I-11})$$

Le premier terme est le bruit de grenaille lié à au processus de détection alors que le second est un *excès de bruit* associé à la statistique (classique) du champ lumineux. Paradoxalement, **c'est l'excès de bruit du nombre de photons détectés par rapport au bruit de photons qui est le signal utile pour la technique des corrélations d'intensité.** Montrer que cet excès de bruit n'est pas, contrairement au bruit de photons, un bruit blanc : telle est l'essence de notre étude spectroscopique. Cette étude peut être réalisée de façon équivalente dans les domaines temporels et spectraux.

## 1.2. Fonctions de corrélation temporelles

L'étude de l'excès de bruit dans le domaine temporel est réalisée en introduisant des fonctions de corrélation temporelle du nombre de photons détectés. Nous allons définir ici de façon rigoureuse ces fonctions et préciser leurs propriétés. Quelques exemples nous permettront de comprendre l'origine physique de leur forme. Précisons que le champ électromagnétique est, ici encore, traité classiquement.

### a) Définitions et premières propriétés

La fonction de corrélation de photons est introduite pour rendre compte de la façon dont la variable aléatoire  $n(t, T)$  décrivant les fluctuations du nombre de photons détectés "perd sa mémoire". En effet, si deux photons sont émis par une source avec un délai  $\tau$  très grand, on s'attend à ce qu'ils n'aient pas de relation particulière entre eux: les variables aléatoires  $n(t, T)$  et  $n(t + \tau, T)$  sont indépendantes. Si le délai est très petit devant le temps caractéristique des fluctuations de l'intensité lumineuse  $\tau_c$ , les deux variables ont par contre quasiment toujours la même valeur. On formalise cette différence de nature des deux variables en étudiant les propriétés de la fonction de corrélation temporelle du nombre de photons (ou encore fonction de corrélation des photons)

$$G^{(2)}(\tau, T) \equiv \langle n(t, T) n(t + \tau, T) \rangle_t \quad (\text{I-12})$$

La valeur moyenne  $\langle \dots \rangle_t$  porte sur l'ensemble des réalisations statistiques du système et sur l'instant  $t$ . Les processus que nous étudions sont toujours stationnaires, c'est à dire que la fonction de corrélation ne dépend pas du choix de l'instant initial  $t$ . Il suffit donc d'effectuer une moyenne d'ensemble dans la formule I-12. On note dans la suite de texte  $\langle \dots \rangle$  la moyenne sur l'ensemble uniquement, et on peut résumer les propriétés des processus stationnaires par la formule

$$\langle n(t, T) n(t + \tau, T) \rangle = \langle n(0, T) n(\tau, T) \rangle = \langle n(t, T) n(t + \tau, T) \rangle_t \quad (\text{I-13})$$

On peut aussi bien choisir l'instant  $t = 0$  comme instant initial. Notons que les processus ergodiques sont une classe particulière de processus stationnaires [36].

L'intensité lumineuse détectée par un détecteur ponctuel  $I(t)$  produit un photocourant  $i(t)$ . Dans le régime de comptage de photons et dans la mesure où l'intervalle d'échantillonnage  $T$  est suffisamment petit devant le temps caractéristique  $\tau_c$ ,  $i(t)$  et  $I(t)$  sont proportionnels au nombre  $n(t, T)$ . Nous disposons donc de la même information sur les corrélations lumineuses si nous parlons de corrélations de photons, de corrélations d'intensité lumineuse ou de corrélations d'intensité du photocourant. La fonction de corrélation de photons est reliée à la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse par la formule

$$\begin{aligned} \langle n(t, T) n(t + \tau, T) \rangle &= \alpha^2 T^2 \langle I(t) I(t + \tau) \rangle \\ &= \alpha^2 T^2 \langle I(t) \rangle^2 g^{(2)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{I-14})$$

où l'on a défini la fonction de corrélation normalisée

$$g^{(2)}(\tau) \equiv \frac{\langle I(t) I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \quad (\text{I-15})$$

qui ne dépend que du délai  $\tau$  en vertu de l'hypothèse de stationnarité.

En réalité, la relation I-14 n'est vraie que pour un délai non nul. A délai nul et d'après la formule I-3 de la variance pour une intensité lumineuse constante, la fonction de corrélation des

photons est

$$\langle n(t, T)^2 \rangle = \alpha^2 T^2 \langle I(t) \rangle^2 + \alpha T \langle I(t) \rangle$$

Le premier terme est celui qu'on attend d'après la formule I-14 et le second est issu du bruit de photons. Il y a donc une discontinuité de la fonction de corrélation des photons à délai nul. A partir de cette dernière relation et de la formule I-14, la fonction de corrélation du photocourant

$$C_i(\tau) \equiv \langle i(t) i(t + \tau) \rangle \quad (\text{I-16})$$

est

$$C_i(\tau) = e \langle i \rangle \delta(\tau) + \langle i \rangle^2 g^{(2)}(\tau) \quad (\text{I-17})$$

On a utilisé la relation  $\langle i(t) \rangle = e\alpha \langle I(t) \rangle$  et l'on a supprimé la dépendance temporelle du photocourant dans sa valeur moyenne (c'est un processus stationnaire). La fonction  $\delta(t)$  définie par  $\delta(0) = 1$  et  $\delta(t > 0) = 0$  traduit la discontinuité dans la premier canal de la fonction de corrélation de comptage.

Une inégalité de Cauchy-Schwarz élémentaire permet de montrer que  $g^{(2)}(\tau)$  est une fonction toujours inférieure à sa valeur à délai nul

$$1 \leq g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0) \quad (\text{I-18})$$

La borne inférieure résulte de la normalisation de la fonction de corrélation par sa valeur à temps très grand quand les photons détectés sont indépendants. Le fait que la fonction de corrélation soit maximale à délai nul est le phénomène de groupement ("bunching") des photons émis par une source classique. Elle a été vérifiée dans les expériences de Forrester et Hanbury-Brown et Twiss dont nous reparlerons.

La fonction de corrélation est décroissante et a une certaine forme (gaussienne, lorentzienne, autre...). Dans la mesure où il est légitime d'en définir une, sa largeur est, d'après la définition I-15, le temps caractéristique des fluctuations de l'intensité lumineuse. C'est l'échelle fondamentale que nous avons introduite précédemment sans justification sous le nom de temps de cohérence. Nous adoptons la définition suivante [36]

$$\tau_c = \gamma^{-1} \equiv \int_{-\infty}^{\infty} (g^{(2)}(\tau) - 1) d\tau \quad (\text{I-19})$$

qui est justifiée puisque  $g^{(2)}(\tau)$  tend vers 1 à l'infini. La fréquence  $\gamma$  est caractéristique des fluctuations d'intensité de la source dans le domaine spectral.

### b) La relation de Siegert

Un champ lumineux résultant de la somme d'un grand nombre de contributions aléatoires et mutuellement indépendantes jouit, nous l'avons vu, de propriétés statistiques particulières. C'est une variable de statistique gaussienne et l'on peut montrer [36] que, par exemple, tous les moments de l'intensité lumineuse peuvent s'exprimer en fonction du moment d'ordre 1, c'est à dire sa moyenne, selon la formule

$$\langle I^n(t) \rangle = n! \langle I(t) \rangle \quad (\text{I-20})$$

Mais on peut aller plus loin encore et étudier les propriétés statistiques des champs gaussiens en conjonction avec les corrélations temporelles. On définit la fonction de corrélation du *champ*

lumineux par la formule

$$g^{(1)}(\tau) \equiv \frac{\langle E^-(t) E^+(t+\tau) \rangle}{\langle E^-(t) E^+(t) \rangle} \quad (\text{I-21})$$

où  $E^+(t)$  et  $E^-(t)$  sont les composantes de fréquences positive et négative du champ considéré comme un signal analytique [34]. Ce sont des quantités complexes conjuguées. Le dénominateur est proportionnel à l'intensité lumineuse moyenne  $\langle I(t) \rangle$ . La fonction  $g^{(1)}(\tau)$  est appelée fonction de corrélation du premier ordre du champ alors que  $g^{(2)}(\tau)$ , la fonction de corrélation de l'intensité, est la fonction de corrélation du deuxième ordre.

La seule hypothèse de statistique gaussienne permet de montrer [35] que

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 \quad (\text{I-22})$$

Cette formule est connue sous le nom de *relation de Siegert*<sup>4</sup> : **pour une lumière de statistique gaussienne, la fonction de corrélation du deuxième ordre s'exprime uniquement en fonction du module carré de la fonction de corrélation du premier ordre.** C'est sans doute la formule fondamentale de ce mémoire car elle sera sans cesse utilisée. Nous allons la prouver dans un cas simple dans le prochain paragraphe. A délai nul, on retrouve la formule des moments de l'intensité lumineuse (formule I-20) pour  $n = 2$ . Précisons bien les hypothèses sous tendant cette relation : le champ lumineux a une statistique gaussienne et le détecteur est ponctuel et de bande passante infinie, ou encore le temps d'échantillonnage du corrélateur calculant  $g^{(2)}(t)$  à partir des trains de photoélectrons est petit devant  $\tau_c$ . Nous verrons dans la deuxième partie de ce chapitre comment la relation de Siegert est légèrement modifiée quand ces deux dernières hypothèses ne sont plus vérifiées.

Plus généralement, on peut montrer [36] que, pour un champ gaussien, les fonctions de corrélation de l'intensité d'ordre  $n$  supérieur à 2 notées  $g^{(n)}(\tau)$  s'expriment toutes en fonction de la fonction de corrélation du premier ordre  $g^{(1)}(\tau)$ . Toute l'information accessible sur les corrélations est donc contenue dans celle-ci. On note cependant que la phase de la fonction  $g^{(1)}(\tau)$ , qui est *a priori* une fonction complexe, ne peut pas être connue à partir de la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  puisque c'est le module au carré de celle-ci qui apparaît dans la relation de Siegert<sup>5</sup>.

Nous utiliserons parfois des fonctions de corrélation non normalisées que nous noterons

$$\begin{aligned} C_E(\tau) &\equiv \langle I(t) \rangle g^{(1)}(\tau) \\ C_I(\tau) &\equiv \langle I(t) \rangle^2 g^{(2)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{I-23})$$

La première est la fonction de corrélation du champ alors que la seconde est la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse.

### c) Exemple: le cas d'une transition atomique $J = 0 \rightarrow J = 1$

Un modèle simple permet de démontrer la relation de Siegert I-22 pour notre application dans le cadre de la physique atomique. Considérons un milieu constitué de  $N$  ( $N \gg 1$ ) atomes identiques et *indépendants* illuminés par un faisceau laser de fréquence  $\omega_L$  incident selon la direction  $\vec{k}_{in}$  (voir la figure I-4). Nous supposons ici que la transition atomique excitée est une transi-

<sup>4</sup> Siegert l'a démontrée pour la première fois en 1943 dans le domaine des microondes (MIT Radiation Lab. report No. 465).

<sup>5</sup> Ceci laisse ouverte la question de savoir si la phase de la fonction de corrélation du premier ordre a un sens

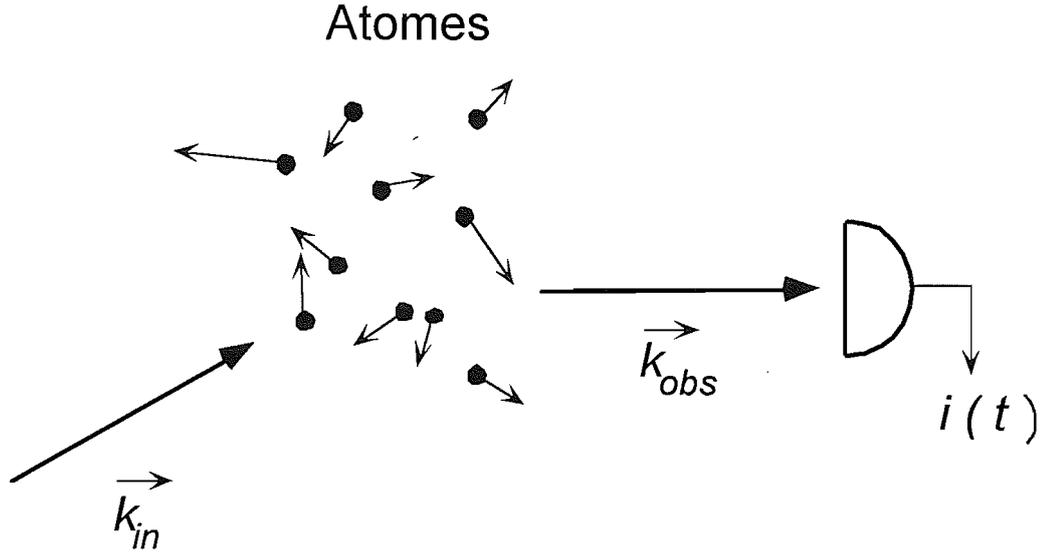


Figure I-4 : Modèle simplifié destiné à démontrer simplement la relation de Siegert : un faisceau incident  $\vec{k}_{in}$  est diffusé dans la direction  $\vec{k}_{obs}$  par des atomes ayant une transition atomique simplifiée  $J = 0 \rightarrow J = 1$ . On note  $\vec{q} = \vec{k}_{in} - \vec{k}_{obs} = q\vec{e}_q$ .

tion  $J = 0 \rightarrow J = 1$ , de telle sorte que les atomes se comportent vis à vis de la lumière comme des dipôles classiques. La diffusion est supposée totalement élastique. Nous travaillerons dans l'hypothèse simple d'un modèle scalaire et classique de champ électromagnétique et nous supposons enfin que la distance entre le milieu diffuseur et le détecteur est très grande devant les dimensions de l'échantillon atomique. Le champ observé dans la direction  $\vec{k}_{obs}$  à la position du détecteur  $\vec{r}_{det}$  est la somme de  $N$  contributions dues à chacun des atomes et qui sont de la forme

$$E_j(t) = A_j e^{-i\omega_L t} e^{i\phi_j} e^{i\vec{k}_{obs} \cdot \vec{r}_{det}}, \quad 1 \leq j \leq N \quad (\text{I-24})$$

La phase  $\phi_j = (\vec{k}_{in} - \vec{k}_{obs}) \cdot \vec{r}_j = \vec{q} \cdot \vec{r}_j$  dépend de la position du diffuseur et de la géométrie de l'observation via le vecteur  $\vec{q} = q\vec{e}_q$ . L'amplitude rayonnée  $A_j$  est une quantité réelle positive supposée indépendante de l'atome diffuseur (on la notera  $A$ ) et  $\vec{r}_{det}$  est la position du détecteur. Le champ total rayonné est donc

$$E(t) = \sum_{j=1}^N E_j(t) = A e^{-i\omega_L t} e^{i\vec{k}_{obs} \cdot \vec{r}_{det}} \sum_{j=1}^N e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j(t)} \quad (\text{I-25})$$

Supposons que  $\vec{q} \neq 0$ , c'est à dire que le détecteur ne soit pas placé dans la direction du faisceau incident. La fonction de corrélation (non normalisée) du champ lumineux est

$$C_E(\tau) = \langle E(t) E^*(t + \tau) \rangle = A^2 \left\langle \sum_{j,k=1}^N e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}_j(t) - \vec{r}_k(t + \tau))} \right\rangle \quad (\text{I-26})$$

La moyenne  $\langle \dots \rangle$  porte sur les valeurs des variables aléatoires  $\vec{r}_j$  et  $\vec{r}_k$ . Si les  $N$  atomes sont indépendants et répartis aléatoirement, les phases de la forme  $\vec{q} \cdot \vec{r}_j(t)$  apparaissant dans les exponentielles complexes de cette dernière formule sont équiréparties dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ . La somme sur les indices  $j$  et  $k$  est donc la somme de termes complexes prenant des valeurs aléatoires non corrélées. Chaque terme s'annule sauf dans le cas particulier où  $j = k$  où elle vaut  $N$  à  $t = 0$ . La fonction de corrélation à délai nul  $C_E(0) = NA^2$  est proportionnelle à l'intensité lumineuse moyenne  $\langle I(t) \rangle$  et la fonction de corrélation s'écrit donc finalement

$$C_E(\tau) = \alpha \langle I(t) \rangle \langle e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t))} \rangle \quad (\text{I-27})$$

où  $\alpha$  est un nombre réel. La moyenne  $\langle \dots \rangle$  porte ici sur l'ensemble des trajectoires  $\vec{r}(t)$  possibles pour un seul atome générique. Il faut retenir ici que **la fonction de corrélation du champ lumineux reflète directement l'évolution temporelle des degrés de liberté externes des atomes** par l'intermédiaire de la fonction  $\langle e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t))} \rangle$ . Cette fonction apparaît très souvent dans les études de dynamique de particules ou de fluides<sup>6</sup>. Elle reflète les fluctuations temporelles de la phase du champ lumineux diffusé par un atome.

Calculons à présent la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse

$$\begin{aligned} C_I(\tau) &= \alpha^{-2} \langle E(t) E^*(t) E^*(t+\tau) E(t+\tau) \rangle \\ &= (A')^4 \left\langle \sum_{j,k,l,m} e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}_j(t) - \vec{r}_k(t) - \vec{r}_l(t+\tau) + \vec{r}_m(t+\tau))} \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{I-28})$$

La constante de proportionnalité  $\alpha$  est intégrée dans l'amplitude  $A'$ . Là encore la moyenne sur les variables aléatoires de position se moyenne à 0 en raison de l'hypothèse d'indépendance des dynamiques externes atomiques, sauf pour plusieurs séries particulières d'indices pour lesquelles la phase de l'exponentielle est nulle :

- $j = k$  et  $l = m$  :  $N^2$  termes contribuent. On obtient le produit des intensités moyennes aux deux instants successifs  $t$  et  $t + \tau$ . En vertu de l'hypothèse de stationnarité, ce sont les mêmes donc ce terme vaut  $N^2 (A')^4$ .
- $j = l$  et  $k = m$  mais  $j \neq k$  :  $N^2 - N$  termes contribuent. On obtient  $(N^2 - N) (A')^4 \left| \langle e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t))} \rangle \right|^2$ .

En négligeant les termes d'ordre  $\mathcal{O}(N)$  dans la somme et puisque l'intensité moyenne diffusée est  $NA'^2$ , on obtient finalement

$$C_I(\tau) = \langle I(t) \rangle^2 + \alpha^2 |C_E(\tau)|^2 \quad (\text{I-29})$$

En divisant cette expression de part et d'autre par le carré de l'intensité moyenne, on retrouve la relation de Siegert I-22 entre fonctions de corrélations normalisées.

Au cours de ce calcul, nous avons utilisé l'hypothèse d'indépendance statistique des champs diffusés par chaque atome pour prouver la relation de Siegert. On peut montrer facilement [36] que le champ total tel qu'il est calculé ici est bien une variable gaussienne, et ceci parce que les phases  $\phi_j$  des champs diffusés par chaque atome sont réparties uniformément dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$  à cause de la distribution homogène des positions. Une autre distribution de phase peut

<sup>6</sup> On l'appelle généralement la fonction d'autodiffusion ("self-scattering function").

conduire à une densité de probabilité de l'amplitude du champ non gaussienne<sup>7</sup> et donc à un champ qui ne vérifie pas la relation de Siegert.

Nous avons également fait l'hypothèse que  $\vec{q} \neq 0$ , c'est à dire que le détecteur n'est pas placé dans la direction du faisceau incident. C'est une hypothèse qui peut sembler anodine mais qui est en fait fondamentale. Dans le cas de la diffusion exactement vers l'avant, tous les champs diffusés sont égaux et l'intensité diffusée est d'ordre  $\mathcal{O}(N^2)$  au lieu d'être d'ordre  $\mathcal{O}(N)$  dans une direction quelconque. Le champ n'est plus gaussien et ne vérifie plus la relation de Siegert. On retrouve exactement la même situation dans le cas où les particules forment une structure cristalline. La lumière est diffractée avec une intensité d'ordre  $\mathcal{O}(N^2)$  dans certaines directions spécifiques (directions de Bragg) où tous les champs diffusés sont en phase. **Même si les atomes sont indépendants au sens où il n'existe pas d'interactions entre eux, la lumière n'est pas gaussienne dans les directions de Bragg.** Nous commenterons plus longuement la diffusion dans les directions de Bragg dans l'annexe II-A.

#### d) Corrélations croisées

Dans le cadre de nos études de la lumière diffusée par des atomes froids, nous avons mesuré des corrélations d'intensité croisées entre deux détecteurs  $a$  et  $b$  sensibles à deux polarisations différentes (par exemple les polarisations circulaires droites et gauches). Les fonctions de corrélations croisées du premier et du deuxième ordre sont définies par analogie avec les formules I-21 et I-15 par les relations

$$\begin{aligned} g_{ab}^{(1)}(\tau) &\equiv \frac{\langle E_a^-(t) E_b^+(t+\tau) \rangle}{\langle E_a^-(t) E_b^+(t) \rangle} \\ g_{ab}^{(2)}(\tau) &\equiv \frac{\langle I_a(t) I_b(t+\tau) \rangle}{\langle I_a(t) \rangle \langle I_b(t) \rangle} \end{aligned} \quad (\text{I-30})$$

où les indices  $a$  et  $b$  se rapportent à deux composantes de polarisations différentes. On peut aussi définir de telles fonctions pour deux directions de détection différentes (voir l'annexe II-A).

### 1.3. La spectroscopie de battement de la lumière

L'analyse spectrale du photocourant  $i(t)$  est un autre moyen de caractériser les propriétés statistiques du photocourant. Le courant  $i(t)$  évolue à certaines fréquences caractéristiques dont la distribution peut être très large. Soit  $i(\omega, t)$  la composante spectrale du photocourant à la fréquence  $\omega$  à  $d\omega$  près. Elle est proportionnelle à  $\cos(\omega t + \phi_\omega)$  où  $\phi_\omega$  est une phase. La puissance du photocourant dans la bande spectrale  $[\omega, \omega + \delta\omega]$  est  $P_i(\omega) d\omega = \langle i(\omega, t)^2 \rangle$  où la moyenne porte sur le temps  $t$  et éventuellement la phase  $\phi_\omega$  si elle est une variable aléatoire. La densité spectrale de puissance  $P_i(\omega)$  (qu'on appelle aussi le spectre de puissance) est l'objet de l'étude de l'excès de bruit dans le domaine spectral. Nous verrons plus loin un exemple de calcul d'une telle quantité.

La densité spectrale de puissance  $P_i(\omega)$  est mesurée par un analyseur de spectre. Le théorème fondamental de Wiener-Khintchine

$$P_i(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} C_i(\tau) d\tau \quad (\text{I-31})$$

<sup>7</sup> Les contours d'isoprobabilité dans le plan complexe  $[\text{Re}(E), \text{Im}(E)]$  sont des ellipses dans le cas général alors que ce sont des cercles dans le cas gaussien.

montre qu'elle est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation du photocourant  $C_i(\tau)$ . Dans le domaine des fréquences, on ne parle pas de corrélations d'intensité mais de spectroscopie de battement de la lumière ("light beating spectroscopy") [34] parce que l'excès de bruit apparaissant dans l'analyse du photocourant résulte, comme nous le verrons, du battement de composantes de fréquences différentes du champ lumineux. Le théorème de Wiener-Khintchine montre cependant que les approches spectrales et temporelles sont équivalentes.

Nous allons d'abord présenter, dans deux interprétations différentes, l'autobattement qui est le strict équivalent de l'étude des corrélations temporelles de photons. La spectroscopie hétérodyne sera ensuite introduite naturellement comme une autre technique de battement lumineux.

### a) La spectroscopie d'autobattement

Le théorème de Wiener-Khintchine permet sans difficulté, à partir de l'expression de la fonction de corrélation du photocourant I-17 et de la relation de Siegert I-22, d'obtenir la formule fondamentale du traitement du photocourant dans le domaine spectral et sous l'hypothèse gaussienne

$$P_i(\omega) = \frac{1}{\pi} e^{\langle i \rangle} + \langle i \rangle^2 \delta(\omega) + \frac{\langle i \rangle^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} |g^{(1)}(\tau)|^2 d\tau \quad (\text{I-32})$$

Le spectre de puissance mesuré réellement par un analyseur de spectre n'est pas exactement le spectre théorique mais seulement la partie de fréquence positive. Pour conserver la puissance totale,  $P_i(\omega)$  a été en réalité multiplié par 2 pour  $\omega \geq 0$  en passant de I-31 à I-32 et l'on impose que  $P_i(\omega) = 0$  pour  $\omega < 0$ . Le premier terme de la formule I-32 est familier à tout utilisateur de photodétecteur : c'est la densité spectrale uniforme du bruit de photons (bruit blanc). Le second est la composante continue<sup>8</sup> (à fréquence nulle) du spectre, et le dernier terme, qui nous intéresse en premier lieu, est un excès de bruit par rapport au bruit de photons dû aux corrélations d'intensité. Nous le noterons  $P_i'(\omega)$ . Nous ne tiendrons plus compte par la suite de la composante continue du signal car, dans les situations expérimentales, divers bruits à basse fréquence ne permettent pas de donner un sens précis à la valeur mesurée à  $\omega = 0$ .

La démarche que nous venons d'effectuer pour aboutir à la formule I-32 est très "mathématique" et ne permet pas nécessairement d'avoir une bonne intuition de la technique spectroscopique utilisée. Une approche alternative due à Forrester [49] permet d'exprimer les propriétés spectrales du photocourant en fonction des propriétés spectrales du champ lumineux sans faire intervenir explicitement la fonction de corrélation temporelle, c'est à dire en restant dans le domaine spectral au cours des calculs.

Soit  $P_0(\omega)$  le spectre optique de la source. Formellement, c'est la densité spectrale de puissance de l'amplitude du champ lumineux. Comme pour la densité spectrale de puissance du photocourant, c'est le théorème de Wiener-Khintchine qui permet de calculer cette densité spectrale à partir de la fonction de corrélation du champ

$$P_0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega\tau} C_E(\tau) d\tau \quad (\text{I-33})$$

La quantité  $P_0(\omega) \delta\omega$  est par définition l'intensité lumineuse à la fréquence  $\omega$  à  $\delta\omega$  près.

Le champ lumineux est décomposé sous la forme de la somme de contributions de fréquences  $\omega_m$ , la somme étant éventuellement une intégrale sur un ensemble continu de valeurs, et d'am-

<sup>8</sup> La définition de la fonction de Dirac est ici différente du cas usuel:  $\delta(\tau) = 0$  pour  $\tau < 0$  et  $\int_0^\infty \delta(\tau) = 1$  pour l'adapter au pliage des fréquences négatives.

plitudes  $\sqrt{P_0(\omega_m)\delta\omega}$ . Dans l'hypothèse où le champ est gaussien, toutes les composantes sont mutuellement incohérentes et sont affectées d'une phase aléatoire  $\phi_m$ . On calcule l'intensité lumineuse et le courant résultant en effectuant une moyenne sur les phases aléatoires  $\phi_m$ . Il apparaît alors que la composante du photocourant à la fréquence  $\omega$  à  $\delta\omega$  près est

$$i(\omega, \tau) = 2\delta\omega \sum_m \sqrt{P_0(\omega_m + \omega) P_0(\omega_m)} \cos(\omega\tau + \phi_m) \quad (\text{I-34})$$

On comprend aisément cette formule si on écrit la fréquence  $\omega$  sous la forme :  $\omega = (\omega_m + \omega) - \omega_m$ . Le courant à la fréquence  $\omega$  résulte du battement entre des champs lumineux de fréquences  $\omega_m + \omega$  et  $\omega_m$  à la surface du détecteur. C'est pour cette raison que **la technique des corrélations d'intensité dans le domaine spectral porte le nom d'autobattement: les différentes composantes du champ lumineux battent entre elles sur le détecteur et produisent un excès de bruit.**

La densité spectrale de puissance du photocourant est, par définition,  $P_i(\omega)\delta\omega = \langle i(\omega, t)^2 \rangle$ . A partir de I-34, en moyennant sur la phase  $\phi_n$  et en transformant la somme sur  $n$  en une intégrale, on obtient la relation d'autoconvolution

$$P_i(\omega) = \frac{1}{\pi} e \langle i \rangle + \langle i \rangle^2 \delta(\omega) + 2 \int_0^{+\infty} P_0(\omega') P_0(\omega + \omega') d\omega' \quad (\text{I-35})$$

entre le spectre optique et le spectre de bruit du photocourant. Cette expression est équivalente à la relation I-32 si l'on utilise le théorème de convolution pour les transformées de Fourier. **Le spectre de l'excès de bruit du photocourant est l'autoconvolution du spectre optique.** Ceci est l'analogie de la relation de Siegert dans le domaine temporel.

### b) La mesure du spectre optique par hétérodynage

Une autre technique de battement de la lumière, l'hétérodynage, est couramment utilisée et présente des analogies avec l'autobattement. Il s'agit de faire battre, à la surface d'un photodétecteur, le champ lumineux de la source à une fréquence  $\omega$  avec le champ d'un oscillateur local plus puissant à la fréquence  $\omega_{OL}$ . Le battement à la fréquence  $\omega_{OL} - \omega$  contient des informations sur le champ diffusé.

Cette technique est utilisée depuis plusieurs années dans l'étude de la lumière de fluorescence des mélasses atomiques unidimensionnelles et des réseaux atomiques [10, 39]. La figure I-5 présente le schéma de principe d'une telle expérience. L'oscillateur local est issu des faisceaux laser à la fréquence  $\omega_L$  qui interagissent avec les atomes pour que la phase relative soit bien définie. Sa fréquence  $\omega_{OL} = \omega_L + \delta\omega_{OL}$  est choisie grâce à un décaleur de fréquence acousto-optique.

La fonction de corrélation de l'intensité totale détectée est la somme de fonctions de corrélations combinant le champ diffusé et le champ de l'oscillateur local. Dans le cas où l'oscillateur local est plus puissant que le champ diffusé par les atomes, son expression se simplifie considérablement puisque les termes du deuxième ordre dans le champ diffusé peuvent être négligés. On montre que le spectre du photocourant qui est sa transformée de Fourier est alors

$$P_{hetero}(\omega) = \frac{1}{\pi} e i_{OL} + i_{OL}^2 \delta(\omega) + \frac{i_{OL} \langle i \rangle}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega_{OL}\tau} g^{(1)}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{I-36})$$

où l'on a distingué deux types de photocourants :  $i_{OL}$  est le photocourant constant dû à l'oscillateur local seul et  $\langle i \rangle$  est l'intensité moyenne du photocourant dont l'origine peut être attribuée à

la lumière diffusée par les atomes. Cette formule est très analogue à la formule I-82 de l'auto-battement. On retrouve ici encore trois termes. Le terme de bruit de photons et le terme continu sont associés à l'oscillateur local et non pas à l'intensité diffusée puisque  $i_{OL} \gg \langle i \rangle$ . Le terme d'excès de bruit  $P'_{hetero}(\omega)$  est proportionnel à  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\omega_{OL}-\omega)\tau} g^{(1)}(\tau) d\tau$ . Il est issu du battement entre l'oscillateur local et la lumière diffusée. La propriété fondamentale de la technique d'hétérodynage est que le spectre obtenu est une copie exacte, mais translatée de la fréquence de l'oscillateur local, du spectre optique

$$P'_{hetero}(\omega) = 2i_{OL}P_0(\omega - \omega_{OL}) \quad (I-37)$$

Ce spectre est centré à la fréquence ajustable expérimentalement  $\delta\omega_{OL}$ .

Cette relation est indépendante de la statistique de la lumière diffusée, contrairement à la relation d'autoconvolution I-35 liant le spectre du photocourant et le spectre optique qui est une conséquence directe de l'hypothèse de statistique gaussienne. Hétérodynage et autobattement peuvent donc se révéler complémentaires dans certaines situations, par exemple si on veut montrer que la relation de Siegert n'est pas vérifiée. Il faut alors mesurer le spectre optique par hétérodynage, en calculer l'autoconvolution et comparer son résultat au spectre du photocourant mesuré. Si les deux spectres ne sont pas identiques, on a la preuve que la statistique de la lumière est non gaussienne.

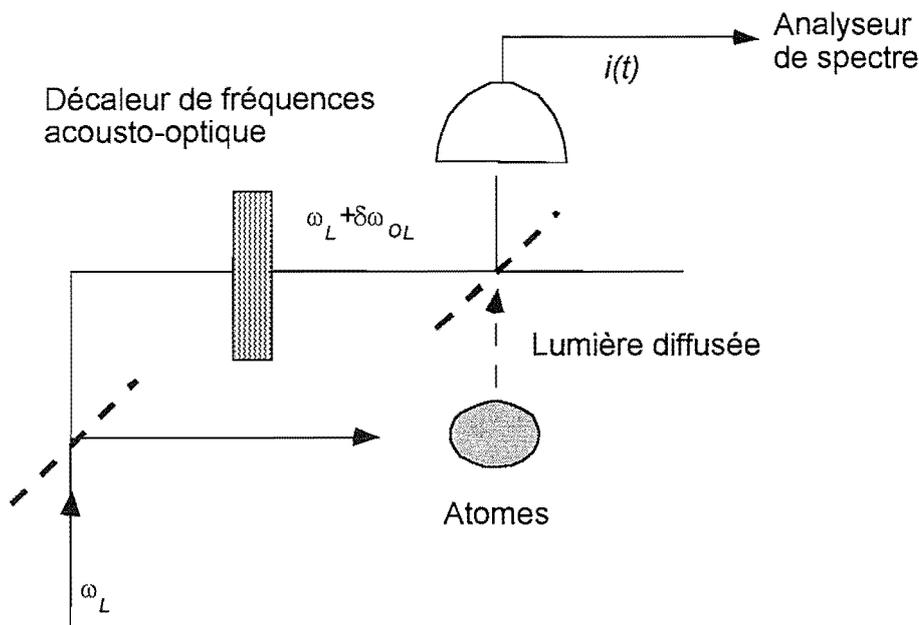


Figure I-5 : Schéma de principe d'une expérience d'hétérodynage de la lumière de fluorescence diffusée par des atomes: la lumière diffusée à une fréquence proche de celle du laser incident  $\omega_L$  bat à la surface du détecteur avec un oscillateur local de fréquence décalée  $\omega_L + \delta\omega_{OL}$ . L'oscillateur local est dérivé du faisceau incident et recombinaison avec la lumière diffusée par des lames séparatrices.

Dans le cas où l'oscillateur local a la même fréquence que les laser, cette technique prend le nom d'homodynage.

## 1.4. Quelques exemples

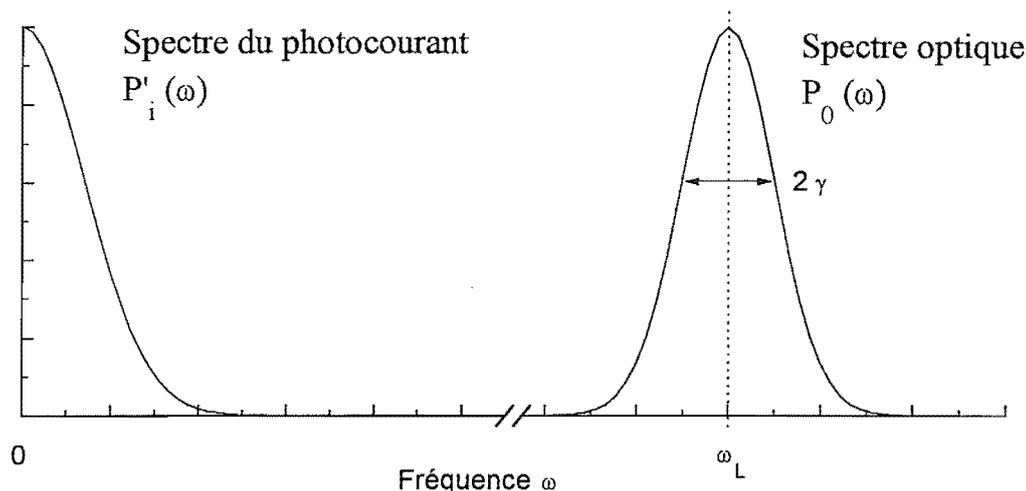


Figure I-6 : Spectre optique  $P_0(\omega)$  et spectre de l'excès de bruit du photocourant  $P'_i(\omega)$  dans le cas où la fonction de corrélation est gaussienne. La largeur caractéristique  $\gamma$  est l'inverse du temps de cohérence  $\tau_c$ . Le spectre optique est centré à la fréquence du faisceau laser incident  $\omega_L$ . Les hauteurs sont arbitraires.

Il est utile de disposer de formes de spectres caractéristiques liées à des dynamiques atomiques précises par la relation I-27, car le fait de les retrouver dans des situations expérimentales plus complexes sera une première indication sur la nature du mouvement. On précise habituellement les cas où le spectre optique a une forme gaussienne ou lorentzienne. On suppose que la statistique de l'intensité diffusée est elle-même gaussienne, mais le terme "gaussien" n'a bien sûr pas du tout le même sens. On peut par exemple montrer qu'il existe des sources lumineuses ayant un spectre optique de forme gaussienne sans pour autant que la relation de Siegert ne soit vérifiée<sup>9</sup>.

- *Spectre optique gaussien.* Dans une vapeur atomique, on peut considérer que la distribution de position des atomes est homogène et que leur distribution de vitesse  $\vec{v}$  suit une loi de Maxwell-Boltzmann  $P_{MB}(\vec{v}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}v_{rms}}\right)^3 e^{-\frac{v^2}{2v_{rms}^2}}$ . Si l'on suppose que la vitesse des atomes ne varie pas entre deux instants  $t$  et  $t + \tau$ , la classe d'atomes ayant la vitesse  $\vec{v}$  à l'instant  $t$  contribue à la fonction de corrélation du premier ordre par un terme  $e^{i\vec{q}\cdot(\vec{r}(\tau)-\vec{r}(0))} = e^{i\vec{q}\cdot\vec{v}\tau}$  dans la formule I-27. Ce terme ne fait intervenir que la distribution de vitesse dans la direction  $\vec{q}$  et le calcul de la fonction de corrélation se ramène donc à

<sup>9</sup> Un exemple très étudié de source de lumière non gaussienne est le verre dépoli tournant dans le régime où le faisceau diffusé a un diamètre de l'ordre des irrégularités de surface du verre. Le théorème de la limite centrale ne s'applique plus et les calculs deviennent particulièrement compliqués. Dans certains cas, le spectre optique a une forme gaussienne alors que le spectre de corrélations d'intensité ne l'est pas, violant ainsi la relation de Siegert [35]. Un autre exemple de lumière non gaussienne est celui de la lumière diffusée dans le cas où le faisceau incident et le milieu diffuseur (au sens des fluctuations de susceptibilité locale) ont tous deux une statistique gaussienne ("gaussian-gaussian scattering") [40].

un calcul à une dimension. Les contributions des différentes classes doivent être ajoutées conformément à la répartition statistique des classes de vitesse et on obtient une fonction de corrélation gaussienne

$$C_E(\tau) = \alpha \langle I \rangle \int P_{MB}(\vec{v}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{v} \tau} d^3\vec{v} \quad (\text{I-38})$$

$$= \alpha \langle I \rangle e^{-\frac{1}{2}(qv_{rms}\tau)^2}$$

Après transformation de Fourier, on obtient le spectre optique qui est également gaussien

$$P_0(\omega) = \frac{\langle I \rangle}{\sqrt{2\pi}qv_{rms}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{qv_{rms}}\right)^2} \quad (\text{I-39})$$

C'est un spectre élargi par effet Doppler. Le spectre optique et le spectre de corrélations d'intensité sont comparés sur la figure I-6.

- *Spectre optique lorentzien.* Considérons un autre modèle dans lequel les atomes effectuent non plus un mouvement balistique mais un mouvement diffusif. Dans ce cas, on peut également donner une expression simple de la fonction de corrélation du champ. Dans le cas d'un mouvement brownien, la statistique des déplacements atomiques est gaussienne, ce qui permet de montrer que

$$\langle e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t))} \rangle = e^{-\frac{q^2}{2} \langle (\vec{e}_q \cdot [\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t)])^2 \rangle} \quad (\text{I-40})$$

Le coefficient de diffusion  $D_q$  dans la direction  $\vec{e}_q$  est défini à partir de la relation caractéristique pour un mouvement diffusif

$$\langle (\vec{e}_q \cdot [\vec{r}(t+\tau) - \vec{r}(t)])^2 \rangle = 2D_q\tau \quad (\text{I-41})$$

La fonction de corrélation du champ diffusé par les atomes est donc une fonction exponentielle

$$C_E(\tau) = \langle I \rangle e^{-q^2 D_q \tau} \quad (\text{I-42})$$

associée à un spectre optique lorentzien

$$P_0(\omega) = \langle I \rangle \frac{q^2 D_q}{\omega^2 + (q^2 D_q)^2} \quad (\text{I-43})$$

On notera qu'on peut obtenir un spectre optique lorentzien dans d'autres situations où la diffusion spatiale n'est pas impliquée. Par exemple, une source chaotique telle qu'une lampe à décharge de gaz à haute pression, pour laquelle ce sont les collisions qui sont responsables des changements de la phase de la lumière diffusée par chaque atome, entre dans cette catégorie. Ce modèle a été étudié par Loudon [38]. Dans une lampe à basse pression par contre, c'est l'élargissement Doppler qui est prépondérant. La forme lorentzienne de la raie d'émission d'un laser est un autre exemple mais dans ce cas la relation de Siegert n'est pas vérifiée. Enfin nous verrons également que, dans les réseaux atomiques, certaines dynamiques conduisent à des fonctions de corrélation exponentielles de la forme I-42 alors que la diffusion spatiale n'en est pas toujours le ressort.

Ces résultats ainsi que la forme du spectre de corrélations d'intensité sont reportés dans le tableau I-1. Le paramètre  $\gamma = 1/\tau_c$  est la fréquence définie à partir de la fonction de corrélation

du premier ordre par la formule I-19. On a  $\gamma = qv_{rms}$  pour un spectre gaussien et  $\gamma = q^2 D_q$  pour un spectre lorentzien et, dans les deux cas,  $1/\gamma = \tau_c$  est le temps nécessaire à un atome pour parcourir en moyenne une distance  $1/q$ . On notera que l'amplitude maximale du spectre à fréquence nulle dépend de la forme de la fonction de corrélation alors que, dans le domaine temporel, la valeur en 0 de la fonction de corrélation est toujours 2 quand la statistique est gaussienne.

Spectre optique	$g^{(1)}(\tau)$	$P_i'(\omega)$
Lorentzien	$e^{-\gamma\tau}$	$\frac{(i)^2}{\pi} \frac{1}{\gamma} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{2\gamma}\right)^2}$
Gaussien	$e^{-\frac{(\gamma\tau)^2}{2}}$	$\frac{(i)^2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\gamma} e^{-\frac{\omega^2}{4\gamma^2}}$

Tableau I-1 : La fonction de corrélation du premier ordre et le spectre de l'excès de bruit du photocourant dans le cas où le spectre optique est gaussien ou lorentzien.

Les sources de lumière secondaire diffusée avec une statistique gaussienne sont appelées des sources *pseudo-thermiques* puisqu'elles possèdent les propriétés de cohérence temporelle des sources primaires thermiques (ou chaotiques).

## 1.5. Historique et applications

Si, dans ce mémoire, la technique des corrélations d'intensité est pour la première fois mise en oeuvre dans le domaine des atomes refroidis par laser, elle est bien connue depuis longtemps dans de nombreux autres secteurs de la physique. L'essentiel des concepts de la spectroscopie par autobattement était en effet maîtrisé par la communauté des physiciens travaillant dans le domaine micro-onde avant les années 50. C'est Forrester, Gudmunsen et Johnson [43] qui ont les premiers démontré la possibilité d'étendre l'autobattement au domaine visible. Dans leur expérience classique réalisée en 1955, une lampe à mercure émettant à 546 nm était placée dans un champ magnétique de quelques kGauss et le battement entre deux composantes Zeeman décalées d'environ  $10^{10}$  Hz était observé (leur résultat est reproduit sur la figure I-7(a)). Mais ce n'est qu'avec l'invention du laser que cette technique a connu un essor important dans le domaine de la spectroscopie (voir un autre article de Forrester en 1961 [49]). Là où les anciennes techniques à base d'interféromètres de Fabry-Perot permettaient de résoudre difficilement le MHz, elle a permis un gain en résolution de plusieurs ordres de grandeur.

Les techniques de corrélations de photons dans le domaine temporel sont apparues quasi-simultanément. Elles sont directement issues des expériences célèbres de Hanbury-Brown et Twiss qui ont fondé l'optique quantique moderne [44, 45, 47, 48] avec celles de Forrester. On consultera à ce sujet un article très éclairant de Purcell paru en 1956 [46]. Ces expériences ont mis en évidence très clairement les notions de cohérence temporelle et spatiale d'un champ lumineux (figure I-7(b)). Elles ont aussi marqué la différence fondamentale qui existe entre un champ laser et un champ chaotique *via* l'absence ou la présence de corrélations temporelles. Par la suite, l'intérêt pour les expériences de comptage de photons a stimulé la réalisation de corrélateurs de plus en plus performants à partir du milieu des années 60 [35], essentiellement au Royal Radar Establishment à Malvern. On peut donc dire qu'au début des années 70 les corrélations d'intensité, aussi bien dans le domaine spectral que dans le domaine temporel, étaient des techniques "mûres" qui allaient pouvoir être utilisées dans de nombreux laboratoires.

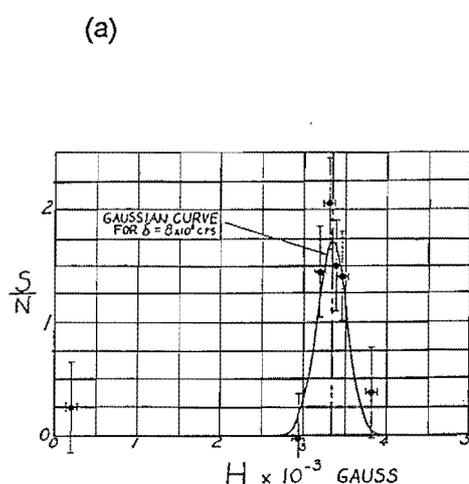


FIG. 8. Final signal-to-noise ratio vs Zeeman field. Cavity current = 3.85  $\mu$ a. Accelerator voltage = 5400 v.

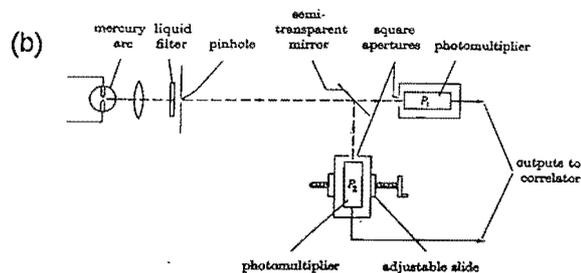


FIGURE 4. A simplified outline of the optical system.

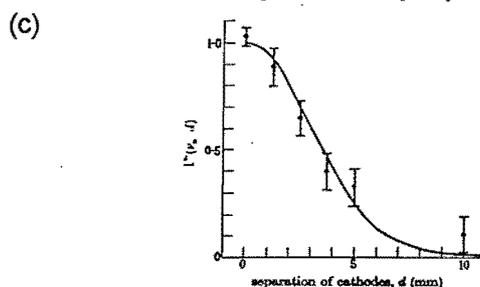


FIGURE 7. The experimental and theoretical values of the normalized correlation factor  $\Gamma^2(\rho, d)$  for different values of separation between the photocathodes. The full line is the theoretical curve and the experimental results are plotted as points with their associated probable errors.

Figure I-7 : Expériences de corrélations d'intensité historiques. (a) Signal de battement dans l'expérience de Forrester, Gudmunsen et Johnson [43] ; l'abscisse est la valeur du champ magnétique dans lequel est placée la lampe. (b) Expérience de Hanbury-Brown et Twiss [48] ; les photocourants produits par deux détecteurs placés après une lame séparatrice sont les signaux d'entrée d'un corrélateur. (c) Contraste de la fonction de corrélation temporelle en fonction de la séparation entre les deux détecteurs [48].

Fondamentalement, en diffusion de la lumière, toute dynamique ou toute fluctuation dans un milieu produit des fluctuations d'intensité de la lumière qui peuvent être analysées par l'intermédiaire de fonctions de corrélations ou de spectres [42]. Le champ d'investigation est donc exceptionnellement vaste. On peut consulter l'ouvrage de B. Chu [27] pour une bibliographie à jour en 1991 à propos des aspects expérimentaux. La référence [41], quoiqu'un peu ancienne, porte sur les propriétés statistiques de la lumière en général. De manière très claire, elle aborde les corrélations issues de la diffusion par des fluides, des plasmas ou des particules. Il est remarquable qu'un formalisme général permette de couvrir des domaines d'études très différents dans leurs motivations.

Il est ici intéressant de noter que les corrélations d'intensité qui étaient, initialement, une découverte de physique fondamentale (les expériences de Forrester et Hanbury-Brown et Twiss), ont été utilisées dans différents secteurs d'applications et sont même devenues le principe de base d'appareils à vocation industrielle. Nous avons vu que les corrélations d'intensité permettent de mesurer des coefficients de diffusion d'atomes, mais cela peut s'étendre à n'importe quelle particule microscopique en mouvement brownien. Or, dans ce cas, le coefficient de diffusion spatiale est lié à la taille des particules par la formule de Stokes. Les corrélations d'intensité sont devenues pour cette raison une technique d'analyse granulométrique courante, par exemple pour des poudres de peinture où le diamètre particulaire typique est de quelques dizaines de nanomètres.

Enfin, selon la communauté concernée, la technique utilisée prend souvent un nom différent mais elle est toujours fondamentalement la même. Voici un inventaire, illustré de références car-

actéristiques, des dénominations les plus courantes: Photon Correlation Spectroscopy (PCS)[35] , Light Beating Spectroscopy[34] , Intensity Correlation Spectroscopy[50] , Intensity Fluctuation Spectroscopy (IFS ou XFS en rayons X)[51] , Dynamic light scattering (DLS)[52, 53, 54] , Diffusing Wave Spectroscopy (DWS)[55, 56, 57] , Speckle Correlations[58] .... Cette technique est également utilisée couramment en physique des particules élémentaires [59] et a été appliquée récemment avec succès à l'étude des propriétés de cohérence temporelle de champs atomiques [60, 61] .

## 2. Les effets de la cohérence spatiale et temporelle

Lors de la discussion de la relation de Siegert dans la section précédente, nous avons supposé que le détecteur était "idéal" sur deux points : il est spatialement ponctuel et il a une bande passante arbitrairement grande puisque le temps d'intégration  $T$  peut être choisi arbitrairement petit devant le temps de cohérence  $\tau_c$ . Dans une expérience réelle, il est évident que ces deux hypothèses ne sont pas nécessairement vérifiées. Nous allons ici introduire les notions de cohérence spatiale et temporelle qui sont nécessaires pour estimer aussi précisément que possible la forme des spectres et des fonctions de corrélation réellement mesurés.

### 2.1. Le degré de cohérence spatio-temporelle de la lumière

Les corrélations d'intensité rendent compte des propriétés de cohérence temporelle de la lumière *via* la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  mais aussi, et c'est par exemple le ressort des expériences pionnières de Hanbury-Brown et Twiss, de ses propriétés de cohérence spatiale *via* une fonction de corrélation spatio-temporelle intégrant l'extension spatiale du milieu diffuseur et du détecteur. Les effets spatiaux doivent être bien compris pour déterminer au mieux la géométrie expérimentale de la détection.

Une exposition rigoureuse des concepts de cohérence spatio-temporelle en interférométrie, car c'est en fin de compte de cela qu'il s'agit ici, est présentée dans le chapitre 5 de l'ouvrage de Goodman sur l'optique statistique [36] ainsi que dans l'ouvrage d'optique de Born et Wolf [37] . Il est utile de rappeler quelques points importants.

Soit une source lumineuse monochromatique étendue  $S$  (voir figure I-8). Le degré de cohérence complexe de la lumière  $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$  est une mesure de la cohérence spatiale et temporelle de la lumière issue de la source en deux points d'observation  $(M_1, \vec{r}_1)$  et  $(M_2, \vec{r}_2)$

$$\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) \equiv \frac{\langle E^-(\vec{r}_1, t + \tau) E^+(\vec{r}_2, t) \rangle}{\sqrt{\langle I(\vec{r}_1) \rangle \langle I(\vec{r}_2) \rangle}} \quad (\text{I-44})$$

La quantité

$$\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \equiv \gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) \quad (\text{I-45})$$

caractérise les effets spatiaux seuls. On l'appelle généralement le facteur de cohérence (spatiale) de la lumière et le théorème de Van Cittert-Zernike permet de la calculer. Rappelons brièvement sa formulation. Chaque point de la source lumineuse produit, dans une expérience de trous d'Young représentée sur la figure I-8 et où on a placé les trous en  $(M_1, \vec{r}_1)$  et  $(M_2, \vec{r}_2)$ , une figure d'interférences dont le contraste (défini sur la figure) est  $\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 1$ . Dans le cas d'une source non ponctuelle (*i.e.* étendue) et sous l'hypothèse d'incohérence spatiale de la source, des figures issues de plusieurs points de la source s'ajoutent avec des phases spatiales différentes

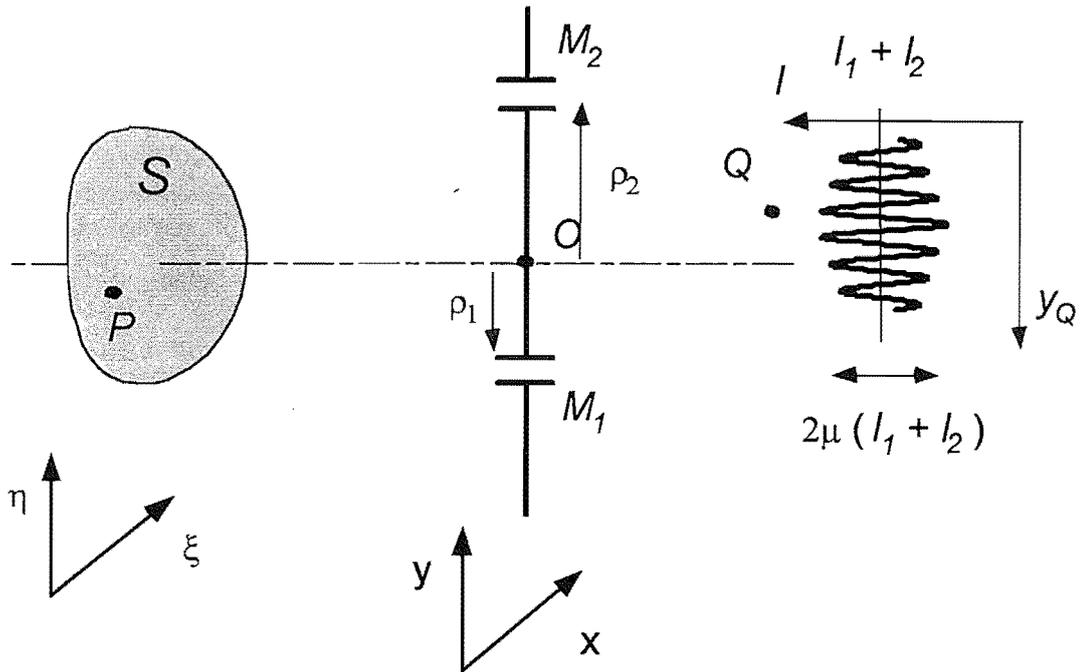


Figure I-8 : Interprétation du facteur de cohérence d'une source étendue  $S$  spatialement incohérente dans une expérience de trous d'Young. Le facteur de cohérence  $\mu_{12}(M_1, M_2)$  est le contraste des franges d'interférence apparaissant sur un écran placé en  $Q$ .  $I_1$  et  $I_2$  sont l'intensité de la lumière en  $M_1$  et  $M_2$  respectivement.

qui contribuent à brouiller la figure d'interférences globale. Le contraste des franges est alors la somme d'exponentielles de phases différentes

$$\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{-j\psi} \frac{1}{A_{source}} \int_{source} B(\xi, \eta) e^{j\frac{2\pi}{\lambda L}(\xi\Delta x + \eta\Delta y)} d\xi d\eta \quad (\text{I-46})$$

pondérées par la luminance de la source  $B(\xi, \eta)$ . Les notations sont les suivantes :  $A_{source}$  est l'aire de la source,  $\psi = \frac{\pi}{\lambda L}(\rho_2^2 - \rho_1^2)$  avec  $\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2$ ,  $\Delta x = x_2 - x_1$ ,  $\Delta y = y_2 - y_1$  sont des quantités liées à la position des trous;  $(\xi, \eta)$  sont les coordonnées d'un point source;  $L$  est la distance de la source au plan de détection. La relation I-46 peut être reformulée simplement : pour une source spatialement incohérente, la visibilité des franges est proportionnelle à la transformée de Fourier spatiale de la distribution de luminance de la source.

En optique statistique, les variations de la fonction de cohérence mutuelle  $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$  vis à vis des variables spatiales et temporelles sont régies par une équation aux dérivées partielles qui est une équation de propagation [36]. De façon générale, elle ne permet pas de séparer les effets de cohérence spatiale et temporelle. Ainsi, supposons que le spectre optique de la lumière aux points  $M_1$  et  $M_2$  est  $P_0^M(\omega)$ . D'après cette équation, le spectre  $P_0^Q(\omega)$  au point  $Q$  n'est pas nécessairement égal à  $P_0^M(\omega)$  : le spectre de la lumière peut évoluer au cours de la propagation lumineuse [62].

Cependant, dans la plupart des situations pratiques,  $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$  peut être factorisée sous la forme du produit de deux fonctions représentant la cohérence temporelle et la cohérence spatiale de la lumière. Dans ces conditions, on peut montrer [63] que le spectre optique est invariant au

cours de la propagation. On peut aussi partir de cette dernière hypothèse et remonter à la factorisation de la fonction de cohérence. L'hypothèse de factorisation est aussi appelée l'hypothèse de *pureté spectrale croisée* de la lumière. Une condition suffisante pour qu'elle soit vérifiée est que la source soit spatialement incohérente et que le spectre optique diffusé par chaque point soit le même. Autrement dit, pour le cas qui nous intéresse, il suffit que le milieu diffuseur soit homogène et ne présente pas de corrélations spatiales. Nous avons déjà effectué ces hypothèses précédemment pour écrire la relation de Siegert et l'hypothèse de pureté spectrale croisée n'apporte donc pas de contrainte supplémentaire.

Nous devons à présent intégrer les effets de cohérence spatiale dans le calcul de la fonction de corrélation temporelle observée avec un détecteur non ponctuel. Soit  $g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$  la fonction de corrélation temporelle de l'intensité détectée en deux points à la surface du détecteur :  $M_1$  à l'instant  $t$  et  $M_2$  à l'instant  $t + \tau$ . On a alors, sous l'hypothèse gaussienne, la relation de Siegert généralisée [63]

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) &= 1 + |\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)|^2 \\ &= 1 + |\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 |g^{(1)}(\tau)|^2 \end{aligned} \quad (\text{I-47})$$

Supposons que le détecteur d'aire  $A_{\text{det}}$  soit divisé en  $N$  éléments d'aire  $\delta A_i$  placés aux points  $(M_i, \vec{r}_i)$ . Chaque "microdétecteur" ainsi défini est considéré comme ponctuel et le photocourant qu'il produit  $\delta i(\vec{r}_i, t)$  contribue au signal total  $i(t)$ . La fonction de corrélation du photocourant total, tenant compte de la cohérence spatiale de la lumière entre chacun de ces éléments, est décomposée sous la forme

$$\begin{aligned} \langle i(t) i(t + \tau) \rangle &= \sum_{i,j}^N \langle \delta i(\vec{r}_i, t) \delta i(\vec{r}_j, t + \tau) \rangle \\ &= \sum_{i,j}^N \langle \delta i \rangle^2 \left( 1 + |\mu(\vec{r}_i, \vec{r}_j)|^2 |g^{(1)}(\tau)|^2 \right) \\ &= \langle i \rangle^2 + \langle i \rangle^2 |g^{(1)}(\tau)|^2 \frac{1}{N^2} \sum_{i,j}^N |\mu(\vec{r}_i, \vec{r}_j)|^2 \end{aligned} \quad (\text{I-48})$$

où  $\langle \delta i \rangle = \langle i \rangle / N$  est l'intensité moyenne par élément d'aire. Après avoir transformé la somme sur  $i$  et  $j$  en intégrale, on obtient la fonction de corrélation temporelle pour un détecteur étendu

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \eta(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) |g^{(1)}(\tau)|^2 \quad (\text{I-49})$$

où

$$\eta(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) \equiv \int_{\text{détecteur}} |\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2)|^2 \frac{d^2 \vec{r}_1 d^2 \vec{r}_2}{A_{\text{det}}^2} \quad (\text{I-50})$$

est une intégrale portant sur les positions  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  de deux points  $M_1$  et  $M_2$  à la surface du détecteur. On appellera  $\eta$  le *contraste temporel* de la fonction de corrélations. Dans le cas ponctuel  $\eta = 1$  mais, dans le cas général, il dépend de la géométrie de l'expérience.

La relation de Siegert I-22 de la section précédente est modifiée uniquement par l'introduction d'un facteur numérique  $\eta$ , mais aucune des conclusions que nous avons tirée n'est remise en cause. En particulier, l'effet d'intégration spatiale ne modifie pas la forme temporelle de la

fonction de corrélation du deuxième ordre. Ceci est une conséquence directe de l'hypothèse de pureté spectrale croisée.

De même que le temps de cohérence  $\tau_c = \gamma^{-1}$  est l'échelle d'évolution typique de la fonction de corrélation temporelle, l'aire de cohérence  $A_c$  rend compte de la cohérence spatiale de la lumière à la position du détecteur. C'est la "largeur" du facteur de cohérence spatial  $\mu(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  et elle est définie par

$$A_c = \iint_{-\infty}^{\infty} |\mu(\Delta x, \Delta y)|^2 d\Delta x d\Delta y \quad (\text{I-51})$$

dans les notations de la formule de Van Cittert-Zernike I-46. L'aire  $A_c$  est l'aire d'une zone d'interférences constructives entre les champs diffusés par différents éléments de la source à la distance  $L$  (voir la figure I-9). C'est l'aire d'un grain de speckle. Pour une source lumineuse

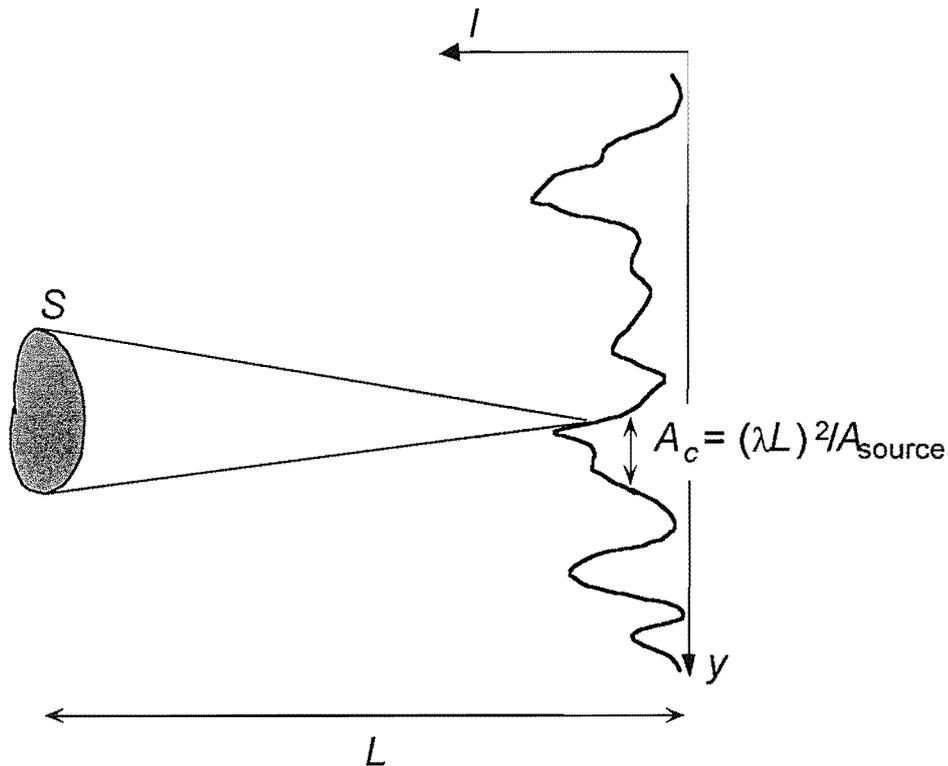


Figure I-9 : Variation de l'intensité observée à une distance  $L$  d'une source étendue. Quand le point  $Q$  se déplace dans la direction  $Oy$ , l'intensité évolue sensiblement quand la variation de la différence de marche entre deux points extrêmes de la source est de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$ . L'aire du grain de speckle correspondant à une zone brillante est l'aire de cohérence  $A_c$ .

uniforme et incohérente, on montre grâce au théorème de Parseval [36] que l'aire de cohérence est

$$A_c = \frac{(\lambda L)^2}{A_{\text{source}}} \quad (\text{I-52})$$

ou encore que  $A_c \simeq \lambda^2/\Omega$  où  $\Omega$  est l'angle solide sous lequel est vue la source à la position du détecteur.

## 2.2. Le contraste spectral et le contraste temporel

Le contraste temporel  $\eta = g^{(2)}(0) - 1$  est l'amplitude maximale de la fonction de corrélation normalisée. Nous définissons le *contraste spectral* comme étant l'amplitude à fréquence nulle du rapport de la quantité d'excès de bruit au niveau du bruit de photons  $\frac{P'_i}{P_{SN}}(0)$ . On peut calculer, pour un détecteur ponctuel, ce rapport pour les spectres détaillés en exemple dans la section précédente à partir des équations I-32, I-38 et I-42 : on obtient  $\frac{P'_i}{P_{SN}}(0) = \frac{R}{\gamma}$  pour un spectre optique lorentzien, et  $\frac{P'_i}{P_{SN}}(0) = \frac{R\sqrt{\pi}}{\gamma}$  pour un spectre optique gaussien. On a noté  $R = \langle i \rangle / e$  le taux de comptage moyen des photons détectés.

Par ailleurs, la relation de Siegert généralisée I-49 doit être utilisée pour tenir compte de l'extension du détecteur. En répétant le raisonnement conduisant aux résultats précédents, on montre que, quelle que soit la forme du spectre, on a un contraste spectral

$$\frac{P'_i}{P_{SN}}(0) \simeq \eta \frac{R}{\gamma} \quad (\text{I-53})$$

Le contraste spectral est donc proportionnel au contraste temporel et à  $R/\gamma$ , c'est à dire le nombre de photons détectés pendant un intervalle de temps  $\tau_c = \gamma^{-1}$ .

Les contrastes spectral et temporel ne doivent pas être confondus avec le rapport signal sur bruit lors d'une mesure, même si nous verrons que ces notions sont intimement liées (§3.1.b et §3.2.b). Cependant, nous verrons qu'en pratique, il est important de maximiser le contraste pour obtenir un bon signal temporel ou spectral. Le contraste dépend de la géométrie de détection et nous déterminons dans le paragraphe suivant quel peut être un schéma de détection optimisé.

## 2.3. Le schéma de détection

D'après les équations I-50 et I-46, le calcul du contraste temporel  $\eta$  requiert la spécification de la forme de la source et du détecteur. Dans le cas où tous deux sont carrés, on a

$$\eta_{\text{carré}}(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) = 4 \left[ \int_0^1 \frac{\sin(\pi\sqrt{N_{\text{coh}}u})}{\pi\sqrt{N_{\text{coh}}u}} (1-u) du \right]^2 \quad (\text{I-54})$$

où  $N_{\text{coh}} = A_{\text{det}}/A_c$  est le nombre d'aires de cohérence contenues dans la surface du détecteur. On a présenté cette fonction sur la figure I-10(a) en même temps que le résultat d'une intégration numérique pour une source et un détecteur circulaires : il y a très peu de différences entre ces deux géométries sauf dans le régime asymptotique  $N_{\text{coh}} \rightarrow \infty$  où l'on montre que

$$\begin{aligned} \eta_{\text{carré}} &\sim \frac{1}{N_{\text{coh}}} \\ \eta_{\text{circulaire}} &\sim \frac{2}{\pi} \frac{1}{N_{\text{coh}}} \end{aligned} \quad (\text{I-55})$$

Dans une expérience de corrélations d'intensité dans le domaine temporel, il apparait que le contraste, qui est exactement le facteur  $\eta$ , est maximum quand la détection est quasiment ponctuelle. Le calcul du contraste spectral I-53 fait intervenir le taux de comptage des photons détectés

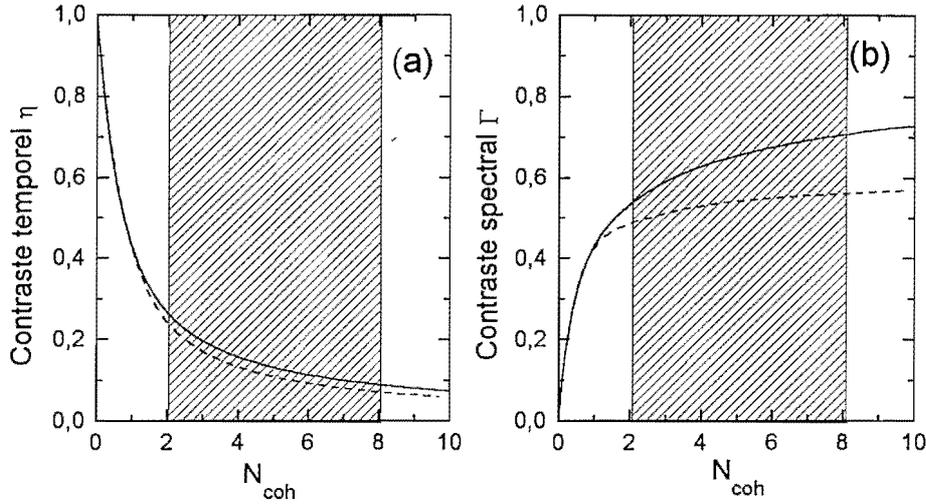


Figure I-10 : Contraste temporel (a) et spectral (b) dans une mesure de corrélations d'intensité. Trait plein : source et détecteur carrés ; trait pointillé : source et détecteur circulaires.  $N_{\text{coh}} = A_{\text{det}}/A_c$  est le nombre d'aires de cohérence contenues par la surface du détecteur. La géométrie expérimentale de détection conduit à la zone de paramètres hachurée.

$R = \frac{r}{L^2} A_{\text{det}}$  où  $r$  est le taux de comptage de la lumière diffusée par unité d'angle solide et  $L$  est la distance de la source au détecteur. On a

$$\frac{P'_i}{P_{SN}}(0) = \frac{r}{\gamma} \frac{\lambda^2}{A_{\text{source}}} \Gamma(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) \quad (\text{I-56})$$

Le facteur  $\Gamma(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) = \eta(A_{\text{det}}, A_{\text{source}}) A_{\text{det}} A_{\text{source}} / (\lambda L)^2 = N_{\text{coh}} \eta(N_{\text{coh}})$  est un terme sans dimensions que nous appellerons le *contraste spectral normalisé*. Il ne dépend que de la géométrie de la détection par l'intermédiaire du nombre d'aires de cohérence couvert. D'après la relation I-55,  $\Gamma(N_{\text{coh}}) \rightarrow 1$  quand  $N_{\text{coh}} \rightarrow \infty$  pour une source et un détecteur carrés. Son évolution est représentée sur la figure I-10(b). Deux types de comportements peuvent être distingués. Dans la limite quasi-ponctuelle où le détecteur est très petit devant une aire de cohérence, les effets de cohérence spatiale n'interviennent pas. D'après l'équation I-32 le niveau de bruit de photons  $P_{SN}(\omega)$  augmente linéairement avec la valeur du photocourant détecté, donc avec l'aire de détection  $A_{\text{det}}$ , alors que le terme signal  $P'_i(\omega)$  augmente quadratiquement. Le contraste augmente donc linéairement dans ce régime. Dès que  $A_{\text{det}} \gg A_{\text{coh}}$ , les signaux collectés par différents micro-éléments du détecteur sont mutuellement incohérents et s'ajoutent de manière aléatoire. Comme dans un calcul de marche aléatoire, le terme de signal augmente alors seulement linéairement et le contraste sature. Dans ces conditions, il peut sembler intéressant d'augmenter au maximum l'aire de détection pour maximiser le contraste spectral. Mais il est évident qu'une grande aire de collection augmente la quantité de lumière parasite détectée et peut diminuer le contraste effectif. D'autre part, si le taux de comptage augmente excessivement, la détection ne sera plus limitée par le bruit de photons et un bruit technique dû au laser sera dominant. Le contraste spectral sera alors dégradé.

Il faut être conscient ici que ce n'est pas la maximisation du contraste spectral ou temporel qui est importante en soi. Seule la maximisation du rapport signal sur bruit est importante du

point de vue de l'expérimentateur. Pour une certaine gamme de paramètres, la maximisation de ces deux quantités va de pair mais ce n'est pas nécessairement le cas dans toutes les situations, comme nous le verrons dans la prochaine section.

En étant bien conscient des limitations de cette démarche, lors de la conception du système optique de détection, on cherche à maximiser le contraste du signal spectral ou temporel. D'après la figure I-10, les deux signaux ne peuvent être maximisés simultanément et l'on cherche généralement à travailler dans une gamme de paramètres (grisée sur la figure) telle que les deux contrastes ne soient pas trop différents pour ne pas pénaliser un des types de technique par rapport à l'autre. Le schéma optique le plus simple est présenté sur la figure I-11(a) : on observe directement la lumière diffusée vers le détecteur sans optique intermédiaire. Le diaphragme  $D_1$  sert à sélectionner le nombre d'aires de cohérence couvertes, ou encore à sélectionner le mode spatial de la lumière diffusée. Ce montage a plusieurs inconvénients : il ne permet pas de définir précisément ce mode et il est très sensible à toutes sortes de lumières parasites. Le montage que nous avons donc utilisé pour corriger ces deux défauts est présenté sur la figure I-11(b) : on utilise une lentille pour former l'image de la source sur le détecteur et deux diaphragmes  $D_1$  et  $D_2$ . La taille de la source qui entre dans le calcul des contrastes temporels et spectraux est déterminée par la taille du détecteur et le grandissement  $g$  du système optique de telle sorte que  $D_{\text{source}} = D_2/g$ . Dans l'expérience, le diaphragme  $D_2$  est en réalité constitué par le détecteur

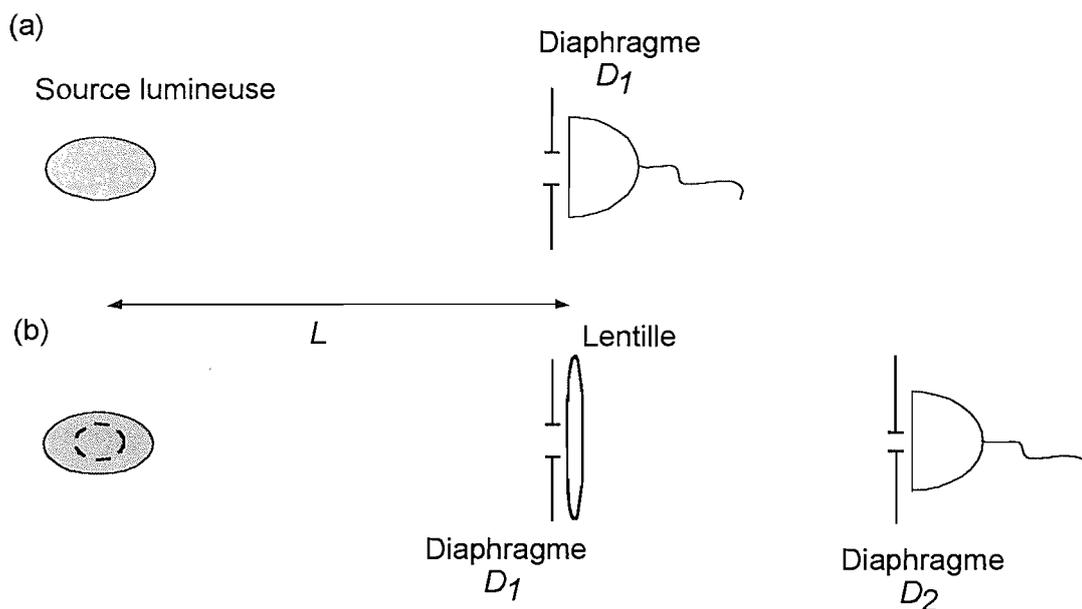


Figure I-11 : Deux schémas de détection.  $D_1$  : diaphragme de sélection du mode spatial.  $D_2$  : diaphragme de définition de la source effective (en pointillés).

lui-même. Sa surface sensible est approximativement circulaire avec un diamètre  $d_0 \sim 150 \mu\text{m}$  (indications constructeur). Le diaphragme  $D_1$  placé à une distance  $L$  de la source juste devant la lentille permet de sélectionner le mode spatial. Dans les formules que nous avons présentées plus haut le diamètre de détection  $D_{\text{det}}$  est ici  $D_1$  et non pas le diamètre du détecteur. Ce montage a donc l'avantage de permettre de changer facilement la taille "effective" du détecteur. Dans les expériences effectuées sur le réseau d'atomes,  $L = 80 \text{ cm}$ ,  $D_1 = 1 - 2 \text{ mm}$ . L'aire de cohérence est ainsi  $A_c \simeq 0.52 \text{ mm}^2$  et le nombre d'aires de cohérence détecté est de l'or-

dre de  $N_{\text{coh}} \simeq 2 - 8$ . Le grandissement du système optique est  $g = 1/7$  et l'image du détecteur au niveau de l'échantillon d'atomes recouvre celui-ci quasi complètement puisque  $D_{\text{source}} \simeq 1$  mm. Le contraste temporel prévu sur la figure ?? est de l'ordre de  $\eta \simeq 0.1 - 0.20$ , ce qui sera confirmé dans une mesure directe de fonction de corrélation. Les distances sont plus petites dans l'expérience sur les mélasses optiques, mais le contraste est du même ordre. Puisque le diaphragme de sélection est relativement petit, il est assez facile de protéger le détecteur de la lumière parasite en entourant la partie du montage comprise entre la lentille et le détecteur de papier noir. De plus toute lumière parasite envoyée par des objets diffusants hors du pinceau lumineux  $D_1 - \text{Source}$  est éliminée.

## 2.4. Les effets de l'intégration temporelle

Nous avons évoqué les effets d'intégration spatiale dûs à la taille du détecteur. De même qu'il n'y a pas de détection ponctuelle spatialement, il n'y a pas de détection "ponctuelle temporelle". Ceci a des implications pour le traitement du photocourant. L'intégration temporelle du signal peut avoir deux origines. D'une part, le temps de réponse du détecteur n'est pas infiniment court, ce qui se traduit par une bande passante finie. Le photocourant est toujours, en ce sens, intégré. D'autre part toutes les techniques de traitement du signal que nous avons utilisées dans nos expériences sont numériques. Elles nécessitent toutes l'échantillonnage du photocourant à une fréquence  $f_{\text{ech}}$ , autrement dit l'intégration du photocourant sur un intervalle  $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}]$  où  $T = 1/f_{\text{ech}}$ . C'est cette période qui est responsable du mécanisme d'intégration principal ( $T \simeq 250$  ns– $10$   $\mu$ s dans nos expériences).

L'intensité du photocourant traitée effectivement par le corrélateur ou l'analyseur de spectre est donc

$$\bar{i}_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} i(t') dt' \quad (\text{I-57})$$

La barre symbolise le fait que cette intensité n'est pas l'intensité exacte mais une quantité moyennée délivrée par les appareils de détection et de traitement. L'intégration temporelle modifie radicalement la statistique de la lumière diffusée. Pour un temps d'intégration court devant le temps de cohérence  $\tau_c$ , la distribution mesurée reproduit bien la distribution réelle alors que l'intégration sur un temps long  $T \gg \tau_c$  fait disparaître les fluctuations du signal.

De même, la fonction de corrélation mesurée n'est la fonction exacte  $g^{(2)}(\tau)$  que dans la limite des temps  $T$  très courts et la fonction réellement mesurée est

$$\bar{g}_T^{(2)}(\tau) = \frac{1}{T^2} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} dt' \int_{t-\frac{T}{2}+\tau}^{t+\frac{T}{2}+\tau} dt'' g^{(2)}(|t'' - t'|) \quad (\text{I-58})$$

Dans le cas où le spectre optique est gaussien et où  $g^{(1)}(\tau) = e^{-\frac{\gamma^2 \tau^2}{2}}$ , la fonction de corrélation intégrée est

$$\begin{aligned} \bar{g}_T^{(2)}(\tau) = & 1 + \frac{1}{(\gamma T)^2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} [\gamma(\tau - T) \text{erf}(\gamma(\tau - T)) \\ & + \gamma(\tau + T) \text{erf}(\gamma(\tau + T)) - 2\gamma\tau \text{erf}(\gamma\tau) \\ & + \frac{1}{\sqrt{\pi}} [e^{-\gamma^2(\tau+T)^2} + e^{-\gamma^2(\tau-T)^2} - 2e^{-\gamma^2\tau^2}]] \end{aligned} \quad (\text{I-59})$$

La fonction de corrélation exacte  $g^{(2)}(\tau)$  est donc déformée de façon complexe. Le paramètre important pour cet effet est  $\gamma T = T/\tau_c$ . Si l'on mesurait des intensités instantanées, ce paramètre serait nul. On a représenté sur la figure I-12 la fonction de corrélation intégrée pour trois paramètres significatifs 0, 0.1 et 1. On s'aperçoit que la déformation devient nettement visible à partir de  $\gamma T \simeq 1$  seulement : la courbe est élargie et n'est plus gaussienne. Mais il ne faut pas oublier que, dans ce cas, l'échantillonnage fournit des points aux valeurs  $\gamma T = 0, 1, 2, \dots$  et que la mauvaise résolution de la largeur de cohérence sera un premier obstacle à toute interprétation du spectre. Ces effets ne seront pratiquement jamais un problème dans nos expériences où  $\gamma T \lesssim 0.1$ . Seule une diminution du contraste (voir l'encart de la figure I-12) de l'ordre de 5% due à l'intégration temporelle sur le premier canal devrait se manifester. L'incertitude sur les paramètres géométriques, et par conséquent sur  $\eta$ , empêchera cependant de vérifier cet effet.

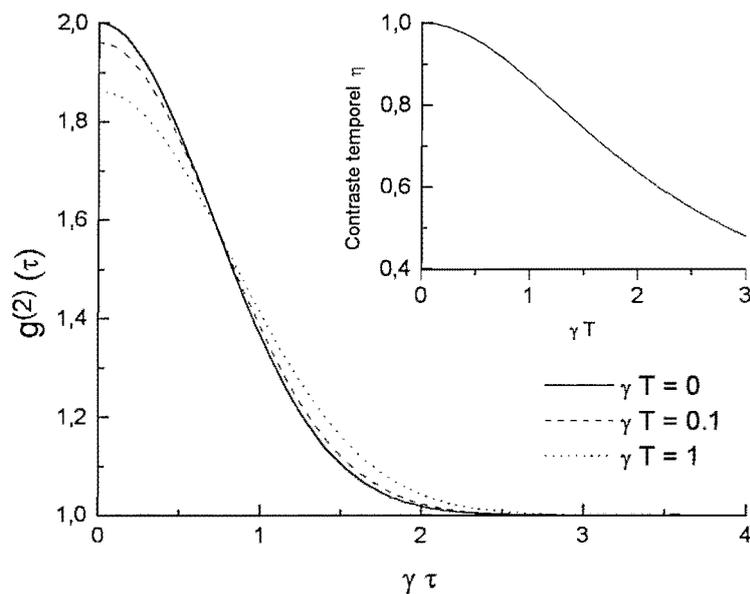


Figure I-12 : La fonction de corrélation après intégration temporelle  $\bar{g}_T^{(2)}(\tau)$  représentée en fonction du délai normalisé par le temps de cohérence  $\gamma T = \tau/\tau_c$ . Noter la déformation de la courbe et la diminution du contraste temporel. En encart, évolution du contraste temporel  $\eta$  en fonction du temps d'intégration normalisé.

On notera que, pour un spectre lorentzien, la fonction de corrélation  $g^{(2)}(|t'' - t'|)$  est factorisable en le produit d'une fonction de  $t'$  et d'une fonction de  $t''$ . La forme exponentielle de la fonction de corrélation ne sera alors pas modifiée par l'intégration et seul le contraste dépendra de  $\gamma T$ . Par contre, si le spectre est la somme de spectres lorentziens, il y aura déformation car le poids relatif de ces différents spectres variera.

En conclusion, il est donc essentiel de garder à l'esprit que **les fonctions de corrélation mesurées ne sont pas les fonctions idéales définies avec un détecteur ponctuel et un intervalle d'intégration infiniment petit**. Contrairement au cas de l'intégration spatiale dans le cadre de l'hypothèse de pureté spectrale croisée, ces fonctions peuvent être déformées par intégration temporelle. Néanmoins un choix judicieux des paramètres tels que la résolution temporelle

ou spectrale doit permettre de mesurer précisément et sans ambiguïté l'ensemble des caractéristiques physiquement importantes des vraies fonctions.

### 3. Traitement du signal : pratique

Le signal mesuré dans le domaine spectral ou temporel est, comme nous l'avons vu, un excès de bruit par rapport au bruit de photons. Dans nos expériences, ce bruit est un signal qui est affecté à son tour de bruit. Nous nous intéressons dans cette section au calcul du rapport signal sur bruit dans les mesures spectrales et temporelles. Pour ce faire, nous présentons les principes de fonctionnement d'un corrélateur et d'un analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide (FFT). La comparaison entre les calculs théoriques qui suivent et une mesure expérimentale du rapport signal sur bruit dans une expérience sur réseau atomique est présentée dans l'annexe I-A et montre un accord satisfaisant.

#### 3.1. Dans le domaine temporel

La première opération de traitement du signal expérimental consiste à échantillonner à une fréquence  $1/T$  donnée les trains d'impulsions associées aux événements élémentaires de photodétection. On dispose alors d'une séquence  $n(t_i, T)$  de nombres de photons comptés dans des intervalles successifs de longueur  $T$ . On notera par la suite ces quantités  $n(t_i)$  en omettant l'intervalle d'intégration. Calculons l'ensemble des  $N$  valeurs

$$\tilde{G}^{(2)}(\tau_l) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n(t_i) n(t_{i+l}) \quad (\text{I-60})$$

où  $\tau_l = lT$  avec  $l = 1, 2, \dots, N$ .  $N$  est le nombre de canaux dont dispose l'appareil de mesure. On voit immédiatement que  $\tilde{G}^{(2)}(\tau_l)$  ainsi défini est un estimateur de la fonction de corrélation  $G^{(2)}(\tau_l) = \langle n(t) n(t + \tau_l) \rangle$  puisque sa valeur moyenne sur un grand nombre de mesures est

$$\langle \tilde{G}^{(2)}(\tau_l) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle n(t_i) n(t_{i+l}) \rangle = \langle n(t) n(t + \tau_l) \rangle$$

La variable  $\tilde{G}^{(2)}(\tau_l)$  est un membre d'un ensemble de mesures qui donnent chacune une estimation un peu différente de la moyenne en raison de la nature statistique du signal. La dispersion de ces mesures est l'erreur attendue lors d'une seule mesure. C'est le bruit associé à l'approximation d'une fonction qu'on veut mesurer par un estimateur. Pour cette raison, nous indiquons par un tilde la distinction entre l'estimateur  $\tilde{G}^{(2)}(\tau)$  et la fonction de corrélation idéale<sup>10</sup>  $G^{(2)}(\tau)$ .

#### a) Un modèle de corrélateur

Le but d'un corrélateur électronique est de calculer  $\tilde{G}^{(2)}(\tau_l)$  pour  $N$  points le plus rapidement possible et avec une perte d'information minimale à partir du train de données  $n(t_i)$ . On a représenté sur la figure I-13 le schéma de principe du corrélateur que nous avons utilisé. Pour réaliser l'autocorrélation du signal, les entrées 1 et 2 sont connectées au même détecteur. Détaillons ce qui se produit dans le corrélateur, après un échantillonnage de période  $T$ , entre les

<sup>10</sup> Dans la fonction idéale, l'intervalle d'intégration est arbitrairement petit et la valeur moyenne est constituée en répétant l'expérience un nombre arbitrairement grand de fois.

instants  $t_i$  et  $t_i + T$  :

1.  $N$  nombres  $n_1(t_{i-1}), n_1(t_{i-2}) \dots n_1(t_{i-N})$  résultant des mesures effectuées par un compteur piloté par une horloge sont empilés dans des registres à décalage ("shift register").
2. Les produits  $n_2(t_i) n_1(t_{i-1}), n_2(t_i) n_1(t_{i-2}) \dots, n_2(t_i) n_1(t_{i-N})$  sont calculés par des multiplicateurs numériques.
3. Ces produits sont ajoutés au contenu des registres de stockage.
4. Le contenu des registres à décalage glisse d'un cran et devient  $n_1(t_i), n_1(t_{i-1}) \dots n_1(t_{i-(N-1)})$

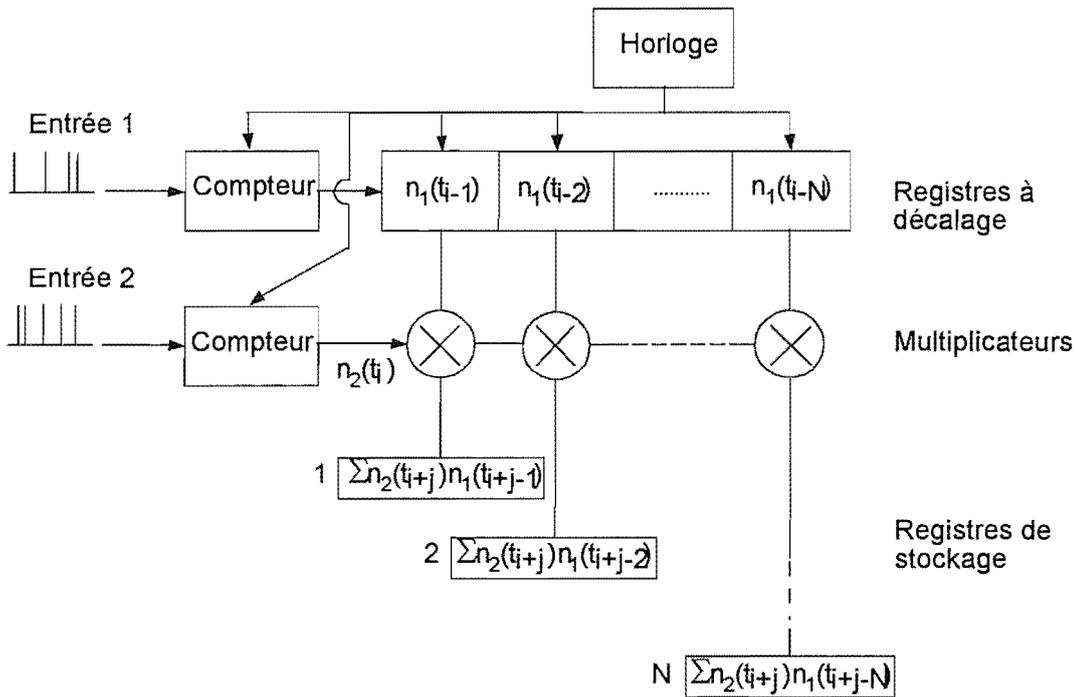


Figure I-13 : Schéma de principe d'un corrélateur numérique (d'après [27]). L'horloge fournit la période d'intégration  $T$ . Le résultat à l'écran est le contenu des  $N$  registres de stockage. Pour réaliser l'autocorrélation du signal, les entrées 1 et 2 sont connectées au même détecteur.

Que se passe-t-il après  $N$  intervalles ? Les registres de stockage contiennent les valeurs  $\sum_{j=0}^{N-1} n_2(t_{i+j}) n_1(t_{i+j-1}), \dots, \sum_{j=0}^{N-1} n_2(t_{i+j}) n_1(t_{i+j-N})$  qui, multipliés par le facteur  $1/N$ , sont des estimateurs de la fonction de corrélation aux instants  $T, \dots, NT$ . A l'itération suivante, les registres de stockage sont remis à zéro ou sont stockés dans d'autres registres pour calculer une valeur moyenne sur un grand nombre d'itérations. La capacité finie des registres à décalage limite le taux de comptage tolérable par intervalle d'échantillonnage  $T$  et le temps d'échantillonnage minimum est déterminé par la rapidité des multiplicateurs. Des valeurs de l'ordre de  $T \approx 100$  ns sont couramment disponibles mais il est très difficile d'obtenir (dans les appareils commerciaux du moins) des temps d'échantillonnage inférieurs à 25 ns. Les corrélateurs fonctionnant selon le schéma présenté ici (avec des registres à décalage) permettent une analyse en temps réel du signal sans perte d'information.

### b) Le rapport signal sur bruit

L'estimateur défini par la formule I-60 introduit des erreurs statistiques dans la détermination de la fonction de corrélation en raison du fait qu'il n'est qu'une approximation de la fonction de corrélation idéale. Pour comprendre la nature du bruit associé, voyons tout d'abord un problème plus simple, celui de l'estimation du nombre moyen de photons détectés pendant un intervalle  $T$ , que nous notons  $\langle n \rangle$ . Nous choisissons comme estimateur le nombre déduit de  $N$  mesures  $n(t_i)$

$$\tilde{n} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n(t_i) \quad (\text{I-61})$$

On vérifie en effet que  $\langle \tilde{n} \rangle = \langle n \rangle$ . Les fluctuations de l'estimateur autour de sa valeur moyenne sont quantifiées par la variance

$$\text{Var}(\tilde{n}) = \langle \tilde{n}^2 \rangle - \langle \tilde{n} \rangle^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N [\langle n(t_i) n(t_j) \rangle - \langle n \rangle^2]$$

Puisque, par définition de la fonction de corrélation,  $\langle n(t_i) n(t_j) \rangle = G^{(2)}((j-i)T)$ , on obtient

$$\text{Var}(\tilde{n}) = \frac{\text{Var}(n)}{N} + \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \left(1 - \frac{k}{N}\right) (G^{(2)}(kT) - \langle n \rangle^2) \quad (\text{I-62})$$

Le premier terme est dû au bruit de grenaille. C'est un bruit fondamental qui apparaît naturellement si on suppose que les mesures dans les  $N$  intervalles successifs sont décorréelées, donc s'il n'existe pas de corrélations d'intensité, ou si le temps d'intégration  $T$  est très grand devant le temps de cohérence  $\tau_c$ . Mais, généralement, il existe des corrélations entre les nombres mesurés qui interviennent dans la somme I-61 et il existe un excès de bruit qui est le deuxième terme de la formule. Il implique la fonction de corrélation du deuxième ordre. Notons que la notion d'excès de bruit apparaît à deux endroits dans cette formule : dans le premier terme puisque le nombre  $n$  fluctue d'une façon non nécessairement poissonnienne, et dans le second, où l'excès est lié directement à la forme de l'estimateur.

De la même façon, on peut calculer les fluctuations de l'estimateur de la fonction de corrélation des photons défini par I-60. Comme c'est une fonction de corrélation du deuxième ordre, on s'attend, par analogie avec le cas précédent, à ce que  $\text{Var}(\tilde{G}^{(2)}(\tau))$  fasse intervenir des corrélations du quatrième ordre. Un calcul du même type permet en effet d'écrire

$$\begin{aligned} \text{Var}(\tilde{G}^{(2)}(\tau)) &= \frac{\text{Var}(n(\tau) n(0))}{N} \\ &+ \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \left(1 - \frac{k}{N}\right) [\langle n(kT + \tau) n(kT) n(\tau) n(0) \rangle \\ &- \langle n(\tau) n(0) \rangle^2] \end{aligned}$$

Le second terme est facile à calculer dans le cas particulier d'un spectre optique lorentzien mais son expression exacte n'apporte pas d'information réellement utile. Pour plus de détails on peut consulter [66]. Il suffira ici de remarquer que ce terme est d'ordre  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^3)$ . Quant au premier

terme, on peut le décomposer sous la forme

$$\begin{aligned}
 \text{Var} (n(\tau) n(0)) &= \langle n^2(\tau) n^2(0) \rangle - \langle n(\tau) n(0) \rangle^2 \\
 &= \langle n(\tau) [n(\tau) - 1] [n(0) - 1] n(0) \rangle \\
 &\quad + 2 \langle n(\tau) n(0) [n(0) - 1] \rangle - \langle n(\tau) n(0) \rangle^2 \\
 &\quad + \langle n(\tau) n(0) \rangle
 \end{aligned} \tag{I-63}$$

Les trois premières contributions à la somme sont d'ordre<sup>11</sup>  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^4)$  et  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^3)$  et l'on reconnaît dans la dernière la fonction de corrélation du deuxième ordre. Si le nombre moyen de photons détectés  $\langle n \rangle$  est petit devant 1, les termes polynomiaux d'ordre supérieur ou égal à 3 sont petits devant les termes d'ordre 2 et, à l'ordre le plus bas en  $\langle n \rangle$ , on a donc

$$\text{Var} \left( \tilde{G}^{(2)}(\tau) \right) \simeq \frac{G^{(2)}(\tau)}{N} \tag{I-64}$$

Cette formule peut être déduite de la relation I-60 si l'on suppose que tous les termes contribuant à la somme sont statistiquement indépendants. C'est le cas si le bruit de grenaille est dominant devant l'excès de bruit dû aux corrélations, donc pour  $\langle n \rangle$  petit. On en déduit immédiatement le rapport signal sur bruit lors d'une mesure d'une fonction de corrélation à  $N$  canaux et sans moyennage

$$\frac{S}{B} = \frac{\tilde{G}^{(2)}(\tau)}{\sqrt{\text{Var} \left( \tilde{G}^{(2)}(\tau) \right)}} \simeq \sqrt{N} \sqrt{G^{(2)}(\tau)} \tag{I-65}$$

Le rapport signal sur bruit pour la mesure d'une fonction de corrélation normalisée  $g^{(2)}(\tau)$  est

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{norm.} = \frac{\tilde{g}^{(2)}(\tau)}{\sqrt{\text{Var} \left( \tilde{g}^{(2)}(\tau) \right)}} \simeq \langle n \rangle \sqrt{N} \sqrt{g^{(2)}(\tau)} \tag{I-66}$$

Certaines corrections peuvent apparaître du fait que la normalisation de la fonction de corrélation est réalisée elle aussi par un estimateur introduisant un bruit supplémentaire.

On rappelle que la fonction de corrélation est maximale à délai nul où elle vaut  $g^{(2)}(0) = 1 + \eta$ , où  $\eta$  est le contraste temporel dépendant de la cohérence spatiale de la lumière diffusée. Le signal sur bruit maximum de la fonction normalisée est donc

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{MAX} = \langle n \rangle \sqrt{N} \sqrt{1 + \eta} \tag{I-67}$$

Puisque c'est le bruit de grenaille qui est le bruit dominant dans ce cas ( $\langle n \rangle \ll 1$ ), ce résultat peut être interprété facilement : le terme de signal est proportionnel à la fonction de corrélation donc à  $\langle n \rangle^2$  alors que les fluctuations d'origine poissonnienne sont proportionnelles à  $\langle n \rangle$  seulement. Le rapport signal sur bruit est donc proportionnel à  $\langle n \rangle$ . Par ailleurs le signal sur bruit est proportionnel à  $\sqrt{N}$  parce qu'on considère que l'estimateur est la somme de  $N$  variables indépendantes.

Peut-on améliorer indéfiniment le rapport signal sur bruit en augmentant le nombre de photons détectés  $\langle n \rangle$  dans un intervalle  $T$  ? Rappelons que la formule I-67 est valable uniquement

<sup>11</sup> Dans notre notation, un terme d'ordre  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^p)$  est un polynôme en  $n$  dont la puissance la plus grande est  $p$ .

quand  $\langle n \rangle$  est petit. Si  $\langle n \rangle$  est suffisamment grand, on ne peut plus négliger les termes d'ordre  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^4)$  ou  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^3)$  dans la formule I-63. La variance de l'estimateur  $\tilde{G}^{(2)}(\tau)$  est d'ordre  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^4)$  au lieu de  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^2)$  et le bruit est d'ordre  $\mathcal{O}(\langle n \rangle^2)$  (c'est un bruit "technique") comme le signal, si bien que le rapport signal sur bruit devient quasiment indépendant de  $\langle n \rangle$ . On a présenté sur le figure I-14 le rapport signal sur bruit maximum (à délai nul) calculé pour une fonction de corrélation normalisée exponentielle en fonction du nombre moyen de photons  $\langle n \rangle$  pour plusieurs valeurs typiques du temps d'échantillonnage [66]. On note l'existence des deux

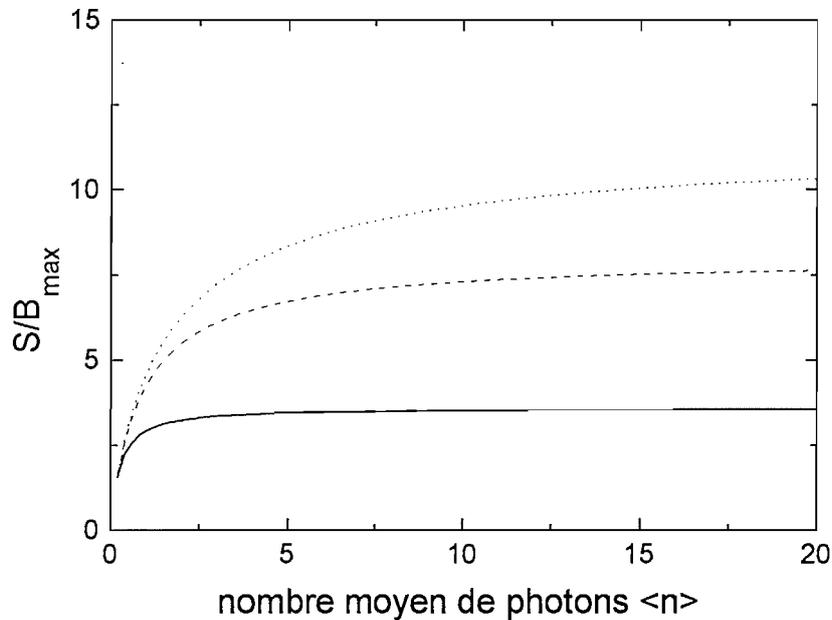


Figure I-14 : Signal sur bruit théorique maximum associé à l'estimateur (décrit dans le texte) de la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-2\tau/\tau_c}$ . L'abscisse représente le nombre moyen de photons détectés pendant une période d'échantillonnage  $T$ . Trois valeurs de  $T$  ont été retenues :  $\tau_c$  (pointillés),  $0.5\tau_c$  (tirets) et  $0.1\tau_c$  (traits pleins). On a choisi l'exemple d'un corrélateur à  $N = 64$  canaux. Noter en particulier la saturation à fort taux de comptage.

régimes qu'on vient d'évoquer : progression linéaire pour  $\langle n \rangle$  faible et saturation quand  $\langle n \rangle$  est grand<sup>12</sup>. En règle générale, dans nos expériences<sup>13</sup>,  $\langle n \rangle \simeq 1 - 10$ , et on se trouve donc dans le régime où le rapport signal sur bruit est saturé. Le signal sur bruit maximum est la valeur asymptotique

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{\text{MAX}} = \sqrt{N\gamma T(1 + \eta)} \sqrt{N_{\text{moy}}} \quad (\text{I-68})$$

<sup>12</sup> Cette saturation peut aussi être comprise de façon simple dans le langage du comptage de coïncidences [67]. Si le taux de coïncidences vraies (le signal) est proportionnel à  $\langle n \rangle$ , le taux de coïncidences fortuites est proportionnel à  $\langle n \rangle^2$  et donc, pour  $\langle n \rangle$  grand, le bruit est de l'ordre de  $\sqrt{\langle n \rangle^2 + \langle n \rangle} \simeq \langle n \rangle$ . Le rapport signal sur bruit ne dépend donc pas de  $\langle n \rangle$ .

<sup>13</sup> Des paramètres typiques sont un taux de comptage  $R = 10^6 \text{ s}^{-1}$  et un temps d'intégration  $T = 100 \text{ ns}$  à  $1 \mu\text{s}$ .

où  $N$  est le nombre de points de la fonction de corrélation et  $N_{\text{moy}}$  est le nombre de moyennages effectués, un chiffre proportionnel à la durée de la mesure. Le facteur  $\gamma T = T/\tau_c$  représente le nombre d'intervalles de temps statistiquement indépendants qu'on enregistre pendant la durée  $T$  d'intégration. Le signal sur bruit associé à la somme de contributions aléatoire dans chacun de ces intervalles est proportionnel à  $\sqrt{T/\tau_c}$ . On peut penser à augmenter  $T/\tau_c$  pour améliorer le rapport signal sur bruit mais on perd alors la résolution temporelle qui est primordiale dans l'interprétation des courbes. Le nombre de canaux  $N$  est fixé par construction. Dans nos expériences, nous choisissons généralement  $\gamma T \simeq 0.1$ , un contraste temporel  $\eta \simeq 0.2$  et  $N = 64$  canaux. Le rapport signal sur bruit maximum attendu est donc de l'ordre de

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{\text{MAX}} \simeq 2\sqrt{N_{\text{moy}}} \quad (\text{I-69})$$

Ce résultat est important (et quelque peu non intuitif !). Si le rapport signal sur bruit ne dépend que du nombre de moyennages, il n'est en effet pas utile d'augmenter la luminance de la source pour améliorer la qualité des signaux. Il n'y a pas, en particulier, d'intérêt à augmenter indéfiniment la densité d'atomes dans un piège diffusant de la lumière. Disposer d'une grande quantité de signal est cependant important pour réduire les effets néfastes de la lumière parasite.

### 3.2. Dans le domaine spectral

Voyons à présent, mais de façon moins détaillée, comment traiter la question du rapport signal sur bruit dans le domaine spectral. Nous présentons le calcul du spectre du photocourant  $P_i(\omega)$  par un analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide (FFT) tel que celui que nous utilisons dans nos expériences. Mais les conclusions que nous allons tirer sont transposables dans le cas d'un analyseur de spectre séquentiel (analogique) [34].

#### a) L'analyseur de spectre à FFT

L'analyseur de spectre à transformée de Fourier rapide (FFT) est un microordinateur dédié qui calcule en temps réel la transformée de Fourier discrète du photocourant  $i(t)$ . Le signal de durée  $L = NT$  est échantillonné à la fréquence  $f_{\text{ech}} = 1/T$ . Le résultat est un bloc de  $N$  valeurs  $i_k$ . Un algorithme numérique efficace en terme de nombre d'opérations nécessaires ("rapide") calcule la transformée de Fourier discrète du signal échantillonné et fournit un bloc de  $N/2 + 1$  nombres complexes  $I_k = \sum_{j=0}^{N-1} i_j e^{i2\pi jk/N}$ . La résolution spectrale est déterminée par la durée d'enregistrement du signal  $\delta\nu = 1/L$ , alors que la bande d'analyse  $f_{\text{max}}$  (la fréquence maximale à laquelle est calculée le spectre<sup>14</sup>) est imposée par le théorème de Nyquist :  $f_{\text{max}} = f_{\text{ech}}/2$ . L'analyseur de spectre mesure la densité spectrale de puissance du photocourant dans deux modes :

- *Autocorrélation.* La densité spectrale de puissance mesurée à la fréquence  $k\delta\nu$  est  $\tilde{P}_i^k$ . Le tilde indique que cette valeur est une estimation de la valeur idéale  $P_i(k\delta\nu)$ . C'est le module carré de la transformée de Fourier discrète de l'échantillon considéré

$$\tilde{P}_i^k = \frac{T^2}{L} I_k^* I_k \quad (\text{I-70})$$

<sup>14</sup> Un filtre passe-bas anti-repliement de largeur légèrement supérieure à  $f_{\text{max}}$  permet d'éviter les problèmes de mélange de fréquence liés à la transformée de Fourier d'un signal temporel de durée finie. Ce filtre détermine la bande maximale d'analyse qui est, dans notre expérience,  $200\text{kHz}$ . De sa qualité dépendent en grande partie les performances de l'analyseur de spectre.

où  $k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}$ . L'unité est le  $W/Hz$ . Le spectre est une fonction réelle.

- *Corrélation croisée.* La densité spectrale croisée est obtenue à partir des valeurs des courants enregistrés sur les deux canaux d'entrée 1 et 2 de l'analyseur de spectre. Son expression est

$$\tilde{P}_{i_{12}}^k = \frac{T^2}{L} I_{k_1}^* I_{k_2} \quad (\text{I-71})$$

Ici les  $\tilde{P}_{i_{12}}^k$  sont des nombres complexes dont l'analyseur de spectre fournit le module et la phase.

### b) Signal sur bruit

Le spectre constitué par l'ensemble des valeurs  $\tilde{P}_i^k$  est une approximation du spectre idéal. On peut montrer mathématiquement [64, 65] que la variance de l'estimation du spectre est le carré de sa valeur moyenne

$$Var(\tilde{P}_i^k) = \langle \tilde{P}_i^k \rangle^2 \quad (\text{I-72})$$

Le rapport signal sur bruit est donc

$$\frac{S}{B} = \frac{\langle \tilde{P}_i^k \rangle}{\sqrt{Var(\tilde{P}_i^k)}} = 1 \quad (\text{I-73})$$

De façon assez surprenante, il apparaît que, lors d'une mesure de spectre, le rapport signal sur bruit est identiquement égal à 1, ceci quelle que soit la résolution ou la durée d'intégration. On peut cependant augmenter ce rapport en regroupant les canaux adjacents au détriment de la résolution spectrale. D'autre part, le moyennage additif de  $N_{\text{moy}}$  mesures successives et indépendantes va contribuer à augmenter le rapport signal sur bruit par un facteur  $\sqrt{N_{\text{moy}}}$ . Notons que la formule I-73 peut être démontrée assez facilement dans le cas d'un analyseur de spectre analogique simplifié [34, 39].

En ce qui concerne l'expérience d'autobatteement, le signal utile (qui est, rappelons le, en réalité un bruit) est seulement la fraction  $\frac{P'_i(\omega)}{P_{SN}(\omega)}$  du signal total à fréquence  $\omega$  où  $P'_i(\omega)$  est le spectre d'excès de bruit et  $P_{SN}(\omega)$  le spectre uniforme du bruit de photons. Le bruit total sur le signal détecté est  $P'_i(\omega) + P_{SN}(\omega)$  et le rapport signal utile sur bruit après  $N_{\text{moy}}$  mesures est donc en réalité

$$\frac{S}{B} = \frac{P'_i(\omega)}{P'_i(\omega) + P_{SN}(\omega)} \sqrt{N_{\text{moy}}} \quad (\text{I-74})$$

La quantité importante qui détermine la faisabilité d'une expérience est le signal sur bruit maximum. D'après cette dernière relation, il dépend du contraste spectral maximum à fréquence nulle  $P'_i/P_{SN}(0)$

$$\left. \frac{S}{B} \right|_{\text{MAX}} = \sqrt{N_{\text{moy}}} \frac{\frac{P'_i}{P_{SN}}(0)}{1 + \frac{P'_i}{P_{SN}}(0)} \quad (\text{I-75})$$

Rappelons que le contraste spectral est proportionnel au taux de comptage  $R$  et au contraste

temporel  $\eta$  qui dépend de la géométrie de l'expérience. Deux régimes de bruit très différents peuvent être distingués. Si le contraste spectral est petit, le signal sur bruit maximum est  $\frac{S}{B}|_{\text{MAX}} \simeq \sqrt{N_{\text{moy}}} \frac{P_i'}{P_{\text{SN}}}$  (0) et par conséquent  $\frac{S}{B}|_{\text{MAX}} \propto R\sqrt{N_{\text{moy}}}$  : pour réduire la durée des expériences à rapport signal sur bruit constant, il faut maximiser le taux de comptage  $R$ . Par contre, dans le régime opposé où le contraste spectral est important, le rapport signal sur bruit est

$$\frac{S}{B}|_{\text{MAX}} \simeq \sqrt{N_{\text{moy}}} \quad (\text{I-76})$$

et ne dépend plus du taux de comptage! Dans ce cas, allonger la durée des expériences est le seul moyen d'augmenter le rapport signal sur bruit.

L'existence de deux régimes différents est due simplement au fait que l'excès de bruit et le bruit de photons ont des densités spectrales qui n'ont pas la même forme. La première est proportionnelle à  $R^2$  (c'est un bruit technique) alors que la seconde est proportionnelle à  $R$ . Quand le contraste spectral est petit, ou encore quand le taux de comptage est faible, c'est le bruit de photons qui est dominant et le rapport des deux densités est proportionnel à  $R$ . Par contre, quand le taux de comptage augmente de telle façon que le contraste spectral est de l'ordre de 1, l'excès de bruit est, comme toujours, le signal utile dans l'expérience mais aussi à présent le bruit dominant. Le rapport signal sur bruit ne dépend donc plus de  $R$ .

En comparant les expressions I-69 et I-76, on s'aperçoit que le rapport signal sur bruit maximum dans le régime saturé à fort signal est identique dans les domaines temporels et spectraux<sup>15</sup>. Il n'y avait *a priori* aucune raison d'ailleurs pour que ce ne soit pas le cas puisque nous avons vu que les deux techniques sont strictement équivalentes dans leur principe. Nous verrons cependant au cours de ce mémoire que, en pratique, le critère du rapport signal sur bruit n'est pas toujours le plus pertinent pour décider des choix techniques. En particulier, les limitations des appareils de mesure sont telles que certaines propriétés dynamiques seront plus judicieusement étudiées dans le domaine temporel plutôt que dans le domaine spectral, ou *vice-versa* (voir par exemple les spectres et les fonctions de corrélation de la figure III-18).

## 4. Conclusion

Après ce survol de la spectroscopie par corrélations d'intensité, résumons les points essentiels que nous avons mis en évidence. Au niveau des principes :

1. **L'objet des corrélations d'intensité est l'excès de bruit du photocourant détecté par rapport au bruit de photons.**
2. **Dans le cas de la lumière diffusée élastiquement par des atomes, la spectroscopie par corrélations d'intensité permet d'obtenir des informations sur la dynamique des degrés de liberté externes.**
3. **Les spectres dépendent de façon essentielle de la nature de la statistique de la lumière diffusée (relation de Siegert).**

En ce qui concerne la mise en oeuvre de ce type de spectroscopie :

<sup>15</sup> Dans le régime non saturé, il est probable qu'une des deux techniques ait un avantage sur l'autre en termes de rapport signal sur bruit.

1. **Les effets de cohérence spatiale limitent l'angle solide de détection et par conséquent le flux de lumière utile**
2. **Le rapport signal sur bruit lors d'une mesure ne dépend pratiquement que du nombre de moyennages effectués**

En ce qui concerne la cohérence spatiale, nous avons vu en effet qu'il était inutile, en termes de rapport signal de bruit, d'accroître indéfiniment la taille du détecteur pour maximiser le flux de lumière collecté. Ceci a des conséquences essentielles pour le choix des techniques expérimentales. Dans le cas de la lumière diffusée par des atomes froids par exemple, nous verrons que les flux utiles sont de l'ordre de quelques centaines de milliers de photons par seconde, ce qui oblige à réaliser les expériences dans le mode de comptage de photons si l'on désire que la détection soit limitée par le bruit de grenaille.

A propos du rapport signal sur bruit, nous avons vu dans la dernière partie de ce chapitre que, dans les conditions expérimentales où nous nous placerons par la suite, le rapport signal sur bruit est du même ordre pour les expériences dans les domaines temporel et spectral :  $S/B \simeq \sqrt{N_{moy}}$ . Il ne dépend que du nombre de moyennages effectués. C'est un point important si, s'étant fixé une limite de qualité (en termes de rapport signal sur bruit) pour les spectres mesurés, on veut estimer la durée d'une expérience.

# Chapitre I-2

## La fluorescence d'atomes dans une mélasse

Les pièges magnéto-optiques et les mélasses optiques sont devenus depuis quelques années des éléments clefs de nombreuses expériences dans le domaine des atomes froids. Une mélasse optique est un échantillon d'atomes soumis à des forces de friction résultant de leur interaction avec des faisceaux lumineux et qui diminuent leur agitation thermique. Dans un piège, une force de rappel existe en plus de la friction et permet de confiner les atomes dans un petit volume de l'espace. Une mélasse de type " $\sigma^+ - \sigma^-$ " est réalisée à trois dimensions grâce à trois paires de faisceaux se propageant en sens opposé avec des polarisations circulaires opposées<sup>16</sup>  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Le choix de polarisations linéaires orthogonales conduit à un autre schéma de type "Lin $\perp$ Lin".

Dans le modèle le plus simple, la force de friction est due à l'existence de déplacements Doppler différents vus par un atome se déplaçant à l'intersection des faisceaux. Ce type de force conduit à des vitesses minimales de l'ordre de  $\sqrt{\hbar\Gamma/m}$  où  $\Gamma$  est la largeur radiative du niveau excité par les laser et  $m$  est la masse des atomes. Ceci constitue la "limite" Doppler. Pour des atomes de rubidium, elle est de l'ordre de 20 cm/s et la température cinétique associée est de l'ordre de 140  $\mu$ K. L'observation en 1988 de températures d'atomes de sodium sous cette limite [3] a suscité de nombreux efforts expérimentaux et théoriques qui ont permis d'affiner notre compréhension des mécanismes d'interaction entre des atomes et des faisceaux lumineux dans les mélasses. Les "nouveaux mécanismes" décrits l'année suivante [4, 5] sont des schémas de refroidissement radiatif permettant d'obtenir un échantillon de quelques dizaines de millions d'atomes refroidis à une température de quelques dizaines de  $\mu$ K soit près de dix fois moins que la limite Doppler. Sans entrer dans les détails, on peut dire de façon très synthétique que le refroidissement résulte du jeu complexe entre des effets de pompage optique et de déplacements lumineux des niveaux atomiques, en prenant en compte la variation spatiale périodique de la polarisation du champ lumineux [68] qui est différente dans les schémas  $\sigma^+ - \sigma^-$  et Lin $\perp$ Lin (du moins à une dimension).

Le piège magnéto-optique standard [69] est réalisé en superposant une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  à un champ magnétique quadrupolaire. Il constitue aujourd'hui certainement la source d'atomes froids la plus populaire en raison de sa relative facilité de mise en oeuvre et de ses performances souvent suffisantes en termes de densité et de température. Lors de la première année de ma thèse, nous avons mis au point le premier piège magnéto-optique utilisé dans le groupe d'Optique Atomique à l'Institut d'Optique, un piège en enceinte ultra-vide chargé à partir d'un jet d'atomes de rubidium ralenti. Je présenterai brièvement dans la première partie de ce chapitre (§1) le montage expérimental que nous avons utilisé pour le réaliser. Pour le caractériser, nous avons utilisé des moyens de diagnostic bien connus : la quantité de fluorescence collectée par une photodiode donne accès au nombre d'atomes (§2.1) et la distribution de vitesse est mesurée par

<sup>16</sup> Une définition rigoureuse des polarisations nécessite de préciser l'axe de quantification du champ. Cela sera fait lors de la description de l'expérience plus loin dans ce chapitre.

temps de vol (§2.2). Une étude systématique de la température en fonction des paramètres de la mélasse donne des résultats en accord avec les prévisions théoriques et les résultats rapportés par d'autres groupes dans des situations un peu différentes.

Disposant d'un échantillon d'atomes froids bien caractérisé *macroscopiquement* par sa densité et sa température, nous avons tenté d'obtenir des informations de nature *microscopique* sur l'interaction atome/laser. Nous avons appliqué à la fluorescence des atomes dans une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  la technique des corrélations d'intensité (§3.1), car nous avons vu dans le chapitre précédent qu'elle donne intrinsèquement des informations sur la dynamique des particules. Nous présenterons des spectres expérimentaux et une interprétation qualitative de leur forme. Nous mettrons notamment en évidence non seulement un *effet Doppler* lié à la distribution de vitesses des atomes, mais aussi l'*effet Lamb-Dicke* caractéristique de la diffusion de la lumière par des particules confinées spatialement à une échelle petite devant la longueur d'onde optique. Puis nous verrons à travers l'exemple de la fonction de corrélation temporelle de la lumière diffusée par un piège (§3.2) que les techniques dans les domaines temporels et spectraux, si elles sont formellement équivalentes, s'appliquent en pratique de façon privilégiée à des situations différentes. Nous discuterons enfin les problèmes d'interprétation des spectres qui restent encore ouverts.

## 1. Dispositif expérimental

Je rappellerai d'abord quelques techniques bien connues, dans la communauté du refroidissement d'atomes par laser, pour réaliser un piège magnéto-optique dans une enceinte à ultra-vide à partir d'un jet d'atomes thermique. Les ingrédients nécessaires à la réalisation d'un piège sont nombreux :

- un atome ayant une transition favorable au refroidissement. Les transitions fermées de type  $J \rightarrow J + 1$  sont bien adaptées ;
- une source d'atomes ;
- des laser stabilisés en fréquence pour manipuler les atomes ;
- un système optique pour disposer d'un nombre suffisant de faisceaux dans des polarisations appropriées ;
- un champ magnétique quadrupolaire.

### 1.1. L'atome de rubidium

Nous travaillons avec l'atome de Rubidium Rb. Il existe deux isotopes de cet atome :  $^{85}\text{Rb}$  avec une abondance naturelle de 72% et  $^{87}\text{Rb}$  avec une abondance de 28%. Tous deux ont des structures de niveaux autorisant le refroidissement par les nouveaux mécanismes mais nous employons uniquement  $^{85}\text{Rb}$ . Sa structure hyperfine est rappelée sur la figure I-15. Le refroidissement est effectué sur la transition hyperfine  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  de la raie  $D_2$  à une longueur d'onde  $\lambda = 780$  nm.

En principe, pour une excitation résonante  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , tous les atomes excités se désexcitent vers le niveau  $F = 3$ . Mais la proximité des niveaux  $F' = 3$  et  $F' = 2$  implique qu'une proportion non négligeable d'atomes peut être pompée, *via* ces niveaux vers le niveau fondamental  $F = 2$  où ils ne sont plus sensibles à la lumière (ils sont hors résonance). Il suffit de quelques milliers de cycles de fluorescence pour pomper la quasi-totalité des atomes vers ce niveau [71] et c'est pourquoi on doit ajouter une excitation  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  de "repompage"

pour recycler les atomes vers la transition de refroidissement.

Nous noterons  $\delta = \omega_L - \omega_{\text{atome}}$  le désaccord entre la fréquence du laser qui excite les atomes et la fréquence de la transition résonnante  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . Le désaccord doit être négatif (laser vers le “rouge” de la transition) pour refroidir.

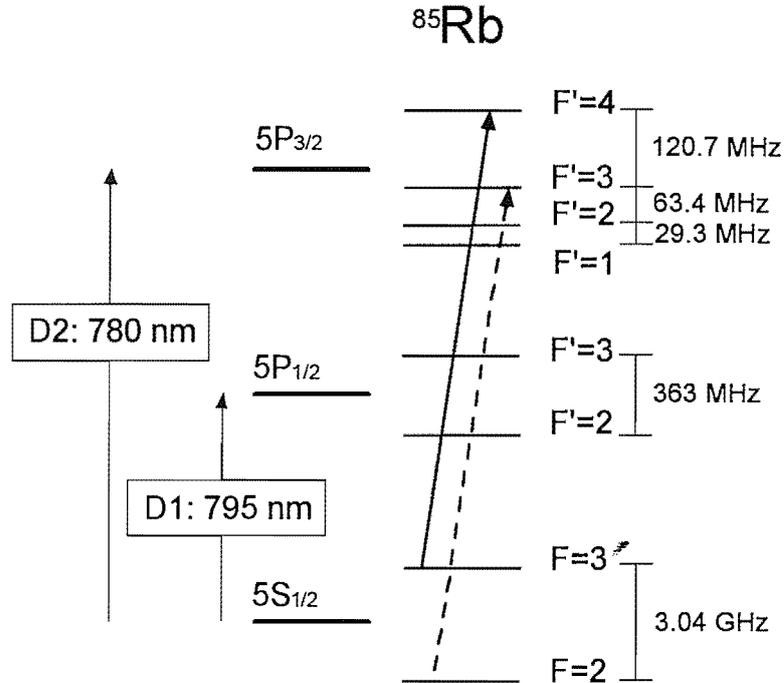


Figure I-15 : Structure hyperfine de l'isotope  $^{85}\text{Rb}$  du rubidium (abondance naturelle 72%). Le refroidissement (flèche en trait plein) s'effectue sur la raie D<sub>2</sub> à la longueur d'onde  $\lambda = 780$  nm. La flèche hachurée représente la transition de repompage.

L'intensité du couplage entre un faisceau laser à résonance et un atome à deux niveaux est caractérisée par la fréquence de Rabi  $\Omega$  qui est la fréquence de précession du vecteur de Bloch représentant l'atome [70]. Si  $E_0$  est l'amplitude de fréquence positive du champ lumineux, c'est à dire si le champ lumineux est  $E(t) = 2E_0 \cos \omega t$ , la fréquence de Rabi est définie par

$$\hbar\Omega = -2DE_0 \quad (\text{I-77})$$

où  $D$  est le dipôle réduit de la transition atomique, lié à la largeur radiative du niveau excité  $\Gamma$  par la formule

$$\hbar\Gamma = \frac{k^3 D^2}{3\pi\epsilon_0} \quad (\text{I-78})$$

D'autre part, avec notre définition de l'amplitude du champ, l'intensité lumineuse est

$$I = 2\epsilon_0 c |E_0|^2 \quad (\text{I-79})$$

La fréquence de Rabi peut simplement s'exprimer en fonction de l'intensité du faisceau et d'une quantité dépendant de la transition atomique, l'intensité de saturation  $I_{\text{sat}}$ , à partir des formules

précédentes :

$$\frac{\Omega^2}{\Gamma^2} = \frac{1}{2} \frac{I}{I_{sat}} \quad (\text{I-80})$$

L'intensité des faisceaux laser sera souvent exprimée en fonction de  $I_{sat}$ .

Dans le cas de la transition résonnante réelle  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ , la fréquence de Rabi dépend de la polarisation du faisceau laser et des coefficients de Clebsch-Gordan. On définit cependant une fréquence de Rabi effective ne dépendant que de  $\Gamma$  et de l'intensité à partir de la formule I-80, et la fréquence de Rabi réelle sera explicitée au cas par cas en fonction des conditions expérimentales.

La vitesse caractéristique associée à l'échange d'impulsion entre un photon résonnant et un atome est la vitesse de recul notée  $v_R$ . On notera  $k = 2\pi/\lambda$  le module du vecteur d'onde du faisceau lumineux,  $E_R$  l'énergie de recul  $E_R = 1/2 m v_R^2 = \hbar^2 k^2 / 2m$  et  $\nu_R = E_R/h$  la fréquence de recul. Pour l'atome de  $^{85}\text{Rb}$  et la transition utilisée, on retiendra les valeurs rassemblées dans le tableau suivant :

$\Gamma$	$2\pi \cdot 5.89 \text{ MHz}$
$I_{sat}$	$1.6 \text{ mW/cm}^2$
$v_R$	$6 \text{ mm/s}$
$\nu_R$	$4 \text{ kHz}$

## 1.2. Le vide et le chargement du piège

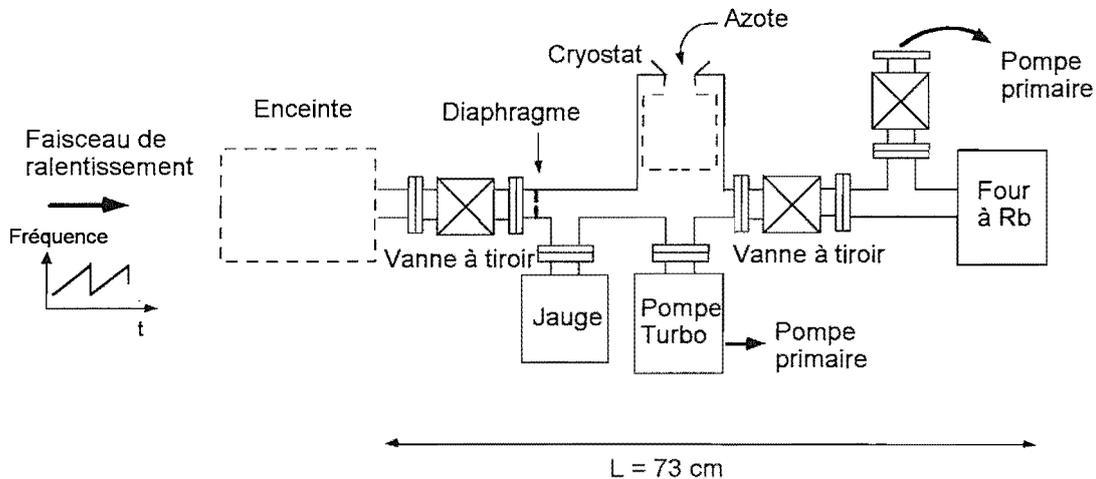


Figure I-16 : Schéma de principe du montage du jet d'atomes de rubidium. Les atomes ayant une vitesse de quelques centaines de m/s à la sortie du four sont ralentis par un faisceau laser se propageant en sens opposé. La pression au niveau de la jauge est  $10^{-7}$  mbar.

Une des possibilités couramment utilisées pour remplir un piège magnéto-optique est d'utiliser un jet d'atomes thermiques ralentis à une vitesse inférieure à la vitesse de capture du piège  $v_c$ . Pour les atomes de rubidium, cette vitesse, qui dépend de la forme de la force de rappel dans le PMO, est de l'ordre de quelques mètres par seconde. On a représenté sur la figure

I-16 les principaux éléments du système utilisé<sup>17</sup>.

Un four chauffé à 150°C environ fournit un jet d'atomes qui sont ralentis par une méthode de glissement de fréquence ("chirping") : un faisceau laser est dirigé dans la direction opposée au jet et sa fréquence est balayée pour qu'il reste à résonance avec les atomes décélérés le long de leur trajet vers le centre de l'enceinte. Les atomes ralentis arrivant au centre de l'enceinte à vide avec une vitesse inférieure à  $v_c$  sont piégés au centre de trois paires de faisceaux rétro réfléchis.

Ceux-ci sont représentés sur la figure I-17 et sont dirigés selon les axes  $[1, 1, 0]$ ,  $[1, -1, 0]$  et

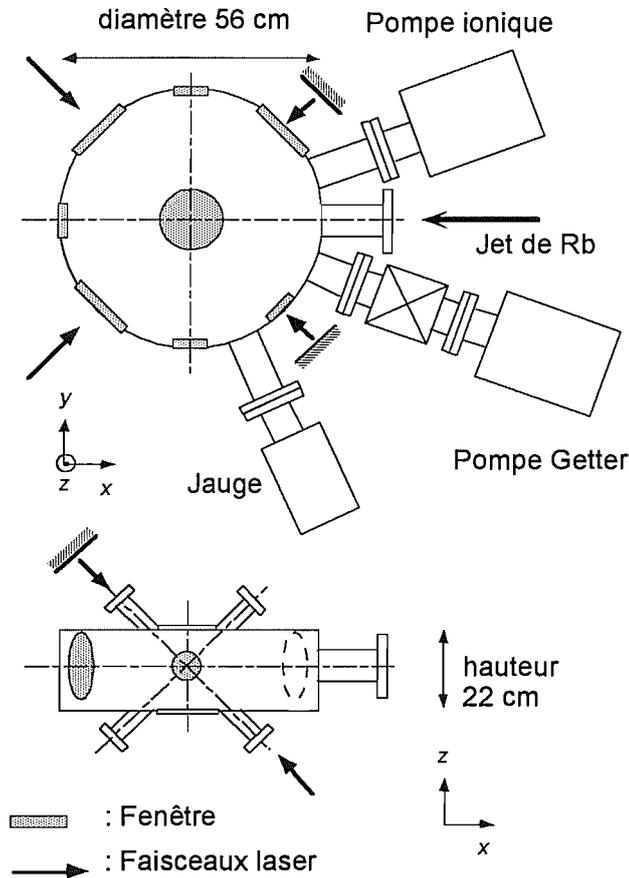


Figure I-17 : Schéma de l'enceinte à vide dans l'expérience sur jet. La pression dans l'enceinte est de l'ordre de  $10^{-8}$  mbar. Les directions des faisceaux piège incidents sont indiquées par des flèches. Ils sont rétro réfléchis par des miroirs placés autour de l'enceinte. Le faisceau dans le plan vertical est à  $45^\circ$  de l'axe  $Oz$ . L'optique de polarisation n'est pas représentée.

$[-1, 0, 1]$  dans le système de coordonnées  $[x, y, z]$ . L'axe vertical  $Oz$  est choisi comme axe de quantification<sup>18</sup>. Les polarisations des faisceaux laser incidents et réfléchis sont circulaires.

Dans l'enceinte, les collisions entre les atomes refroidis et les atomes résiduels de rubidium

<sup>17</sup> Je ne donne ici que quelques indications sur cette partie de l'expérience qui sera développée plus longuement dans la thèse d'Arnaud Landragin [72].

<sup>18</sup> Dans la plupart des pièges magnéto-optiques, la troisième paire de faisceaux est verticale. Dans notre cas, il était nécessaire de laisser l'axe  $Oz$  libre pour d'autres expériences, mais ceci n'a pas affecté nos résultats, comme nous le verrons lors des mesures de température.

ou d'autres espèces sont responsables de la durée de vie finie du piège. Pour obtenir un fonctionnement avec une durée de vie de l'ordre de la seconde, l'enceinte est pompée jusqu'à une pression de l'ordre de  $10^{-8}$  mbar. Nous employons diverses pompes pour réaliser ce vide (voir les figures I-16 et I-17) : pompe primaire à palettes, pompe turbo le long du jet, pompe getter et pompe ionique dans l'enceinte. La mise au point du système à vide a posé quelques problèmes, notamment en raison de l'existence de passages pour l'alimentation en eau des bobines créant le champ quadrupolaire nécessaire au piégeage et qui sont placées à l'intérieur de l'enceinte.

### 1.3. Les laser et l'optique

Je présente ici rapidement l'ensemble des éléments optiques qui nous ont été nécessaires pour réaliser nos expériences. Ils résultent en partie d'emprunts extérieurs mais aussi d'un développement constant des techniques à l'intérieur de l'équipe en vue de disposer de solutions toujours plus fiables et efficaces. La table optique que nous avons utilisée est divisée en deux parties de tailles sensiblement égales. Dans une première moitié de la table représentée sur la figure I-18, on crée les faisceaux laser nécessaires aux expériences et on adapte leurs fréquences et leurs dimensions. Dans la seconde moitié se trouve l'enceinte et l'optique de contrôle des trajets des faisceaux.

Les deux laser de ralentissement et les trois laser de piégeage utilisés sont des diodes laser à semi-conducteur. Ces diodes triées à l'achat fournissent naturellement une longueur d'onde de  $780 \text{ nm} \pm 4 \text{ nm}$ . Elles possèdent une largeur spectrale relativement élevée (de 10 à 40 MHz) en raison des fluctuations de phase importantes sur ce type de laser à cavité très courte, mais, au contraire des laser du type Ti:Sa pompés par des laser  $\text{Ar}^+$  qui sont une solution alternative à 780 nm, il n'y a quasiment pas de fluctuations de l'intensité lumineuse délivrée. Leur inconvénient majeur est que l'approvisionnement en diodes est plutôt aléatoire et qu'il est difficile de se procurer des diodes de puissance minimale certifiée au delà de 50 mW. Ce problème est d'autant plus important que, dans nos expériences, il aurait été nécessaire de disposer parfois de plus de puissance (environ 200 mW) pour travailler par exemple dans des régimes de fort désaccord. Dans ce cas un laser Ti:Sa ou encore l'utilisation d'un amplificateur à semi-conducteur sont des solutions appropriées.

Pour pallier l'inconvénient d'une largeur de raie importante, nous avons placé certaines diodes dans un montage à cavité optique étendue fermée par un réseau de diffraction[73], de telle sorte que la largeur spectrale de la diode est ramenée à quelques centaines de kHz. On extrait environ 20% de la puissance dans l'ordre zéro du réseau. Ce type de cavité présente l'avantage d'autoriser une grande plage de fréquences d'émission de la diode en variant l'angle du réseau. On peut ainsi balayer près de 4 nm et utiliser des diodes dont la fréquence en mode libre est relativement loin de la résonance. Après plusieurs tentatives, nous avons retenu un montage compact long de 8 cm environ. Les laser que nous utilisons dans ces dispositifs sont des diodes de marque Hitachi ou Mitsubishi de faible puissance (20 à 40 mW). Le réseau est monté sur une cale piézo-électrique qui permet de régler finement la longueur de la cavité. Un élément Peltier couplé à un boîtier d'asservissement assure que la température de la diode est constante tandis que la température de la boîte dans laquelle est placée la cavité étendue est ajustée par des transistors de chauffage. Le support de la diode est posé sur une mousse d'isolation phonique. Le montage définitif délivre quelques mW avec une largeur de raie de l'ordre du MHz et une bonne stabilité thermique et mécanique.

La puissance délivrée par les diodes en cavité étendue n'est malheureusement pas suffisante pour réaliser un piège magnéto-optique, et ces montages jouent en réalité le rôle d'oscillateur

maître dans un dispositif d'injection optique. Les laser esclaves sont des diodes de marque SDL de relativement forte puissance (50 ou 100 mW). Leur largeur en fonctionnement libre est de l'ordre de 40 MHz. Le faisceau des diodes maîtres est injecté dans les diodes esclaves et, à condition que la superposition des modes spatiaux des deux diodes soit bonne, la diode esclave acquiert les caractéristiques spectrales de la diode maître tout en conservant sa puissance d'émission. La fréquence de la diode esclave doit être proche de la fréquence de résonance, et l'accrochage a lieu sur une plage de quelques GHz. Comme on le voit sur la figure I-18, l'injection est réalisée en utilisant une des voies de sortie du second cube polariseur d'un isolateur optique [75]. Ce montage d'injection est très robuste et se dérègle rarement. Le contrôle de l'injection est réalisé en observant la forme des modes longitudinaux de la diode esclave grâce à un analyseur de mode (cavité Fabry-Perot). Si l'on balaie la fréquence de la diode maître autour de la résonance, l'accrochage de la diode esclave se manifeste par un balayage synchrone de la position d'un mode visualisé sur un oscilloscope.

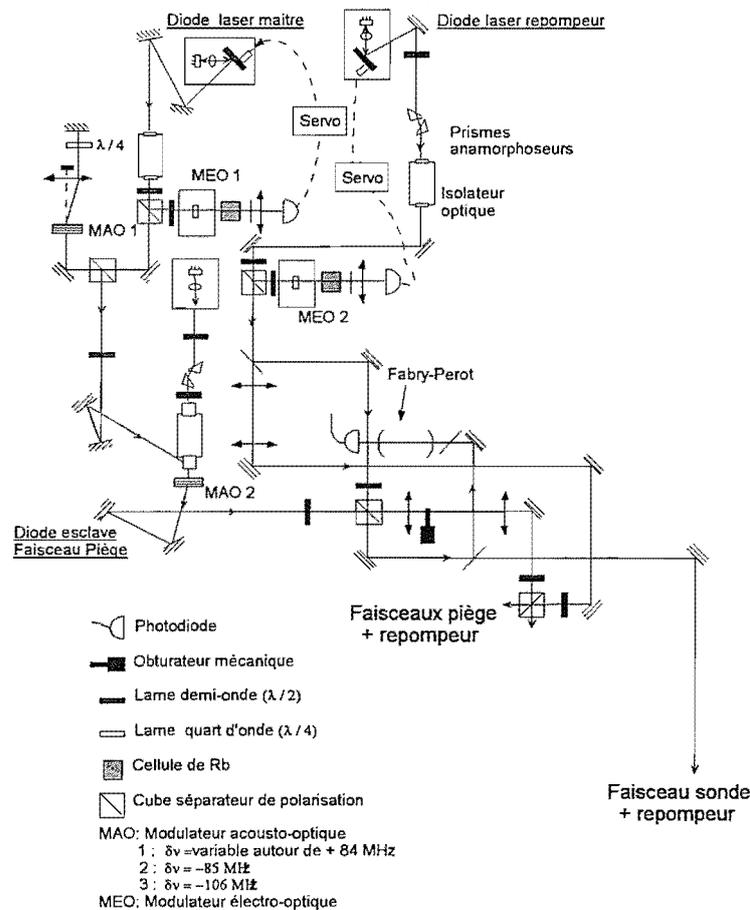


Figure I-18 : Schéma du montage optique utilisé pour adapter les fréquences et dimensions des faisceaux piège. On dispose d'un faisceau sonde pour les temps de vol et les mesures de densité. Les faisceaux de ralentissement ne sont pas représentés.

Les laser de repompage sont des diodes libres ou des diodes en cavité étendue car la puissance nécessaire est seulement de l'ordre de quelques mW.

Il est important d'asservir la fréquence des différents lasers maîtres car des dérives ther-

miques ou mécaniques ne permettent pas un fonctionnement correct du piège au delà de quelques minutes. Les laser sont asservis sur un pic d'un signal d'absorption saturée dans une cellule de rubidium. Si l'on balaie la fréquence de la diode en modulant la tension de la cale piézo-électrique qui contrôle la longueur de la cavité étendue, on observe les pics d'absorption saturée associés aux transitions atomiques hyperfines et à des croisements de niveaux. La modulation (grâce à un cristal électro-optique) de la phase du faisceau pénétrant dans la cellule permet d'obtenir, après détection du faisceau transmis, un signal de forme dispersive à la position des raies qui est bien adapté pour réaliser un asservissement électronique [74]. La diode maître est asservie sur un croisement de niveau particulièrement marqué situé à 92 MHz vers le rouge de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . L'asservissement est réalisé en réagissant sur la fréquence de la diode via la tension de la cale piézo-électrique.

Deux modulateurs acousto-optiques utilisés dans l'ordre un permettent de décaler la fréquence et de choisir le désaccord des faisceaux piège. Un premier modulateur (MAO1 sur la figure I-18) est monté dans un dispositif à double passage en oeil de chat qui permet d'éviter la rotation du faisceau quand on change la fréquence du modulateur [77]. Il est utilisé pour contrôler le désaccord du faisceau maître, et par conséquent celui des faisceaux piège. Sa fréquence peut varier entre 60 et 100 MHz sans variation trop importante de la puissance diffractée. Un autre modulateur acousto-optique (MAO2) est placé sur le trajet du faisceau après l'isolateur optique et l'injection. Sa fréquence est fixe. Le faisceau /piège a en fin de compte un désaccord compris entre  $+2\Gamma$  et  $-10\Gamma$  par rapport à la résonance de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$ . L'optimum de chargement du piège est obtenu pour un désaccord de  $-1.5\Gamma$ . En phase mélasse par contre, il est intéressant, comme nous le verrons, d'utiliser une grande plage de désaccords pour faire varier la température des atomes.

En fin de chaîne de "traitement spectral et géométrique", le faisceau piège a un rayon en  $1/e^2$  de 3.5 mm. Il est alors divisé par des ensembles lame demi-onde + cube séparateur de polarisation en trois faisceaux d'intensités égales à 20% près. L'intensité maximale par faisceau est  $17 \text{ mW/cm}^2$  et la fréquence de Rabi effective associée est  $\Omega \simeq 2\Gamma$  (pour un coefficient de Clebsch-Gordan égal à 1).

#### 1.4. Le champ magnétique

Pour réaliser un piège magnéto-optique, il faut disposer d'un champ magnétique quadrupolaire dont le minimum est centré à l'intersection des faisceaux laser. Pour ce faire, une paire de bobines parcourues par des courants en sens opposé (configuration anti-Helmholz) est placée dans l'axe  $Oz$ . Elles sont placées dans l'enceinte à quelques centimètres seulement du centre du piège et sont constituées de quelques enroulements de tuyau de cuivre parcouru par un flux d'eau. Avec un courant d'alimentation de 50 A par bobine, on peut réaliser des gradients de près de 50 G/cm selon l'axe de révolution  $Oz$ , mais il s'est avéré que le nombre d'atomes chargé dans le piège est maximum pour un gradient de seulement 20 G/cm environ.

De plus, un jeu de trois paires de bobines placées en configuration de Helmholz à l'extérieur de l'enceinte permet de compenser le champ magnétique terrestre et les champs statiques dûs à la pompe ionique qui sont de l'ordre de quelques Gauss. Une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  est très sensible à tout champ magnétique résiduel qui se traduit par un mouvement d'entraînement et une augmentation de sa température. L'ajustement des courants dans chaque paire de bobines placées selon les axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  est effectué en observant l'expansion du nuage atomique dans les faisceaux mélasse (qui sont aussi les faisceaux piège) après la coupure du champ magnétique. En l'absence de champ résiduel, l'expansion de la mélasse doit être parfaitement isotrope. Des

champs de l'ordre de quelques dizaines de mG suffisent à induire des dérives visibles. On estime que le champ est compensé sur toute l'étendue du piège (environ 1 mm) à 10 mG près.

### 1.5. La séquence temporelle

Les mélasses sont réalisées à partir du piège magnéto-optique en coupant simplement le champ magnétique. Elles ont, au contraire des pièges, une durée de vie finie. Toutes les expériences que nous avons réalisées avec les mélasses sont donc cycliques et suivent la séquence illustrée sur la figure I-19. Le piège est chargé pendant une seconde. Puis le champ magné-

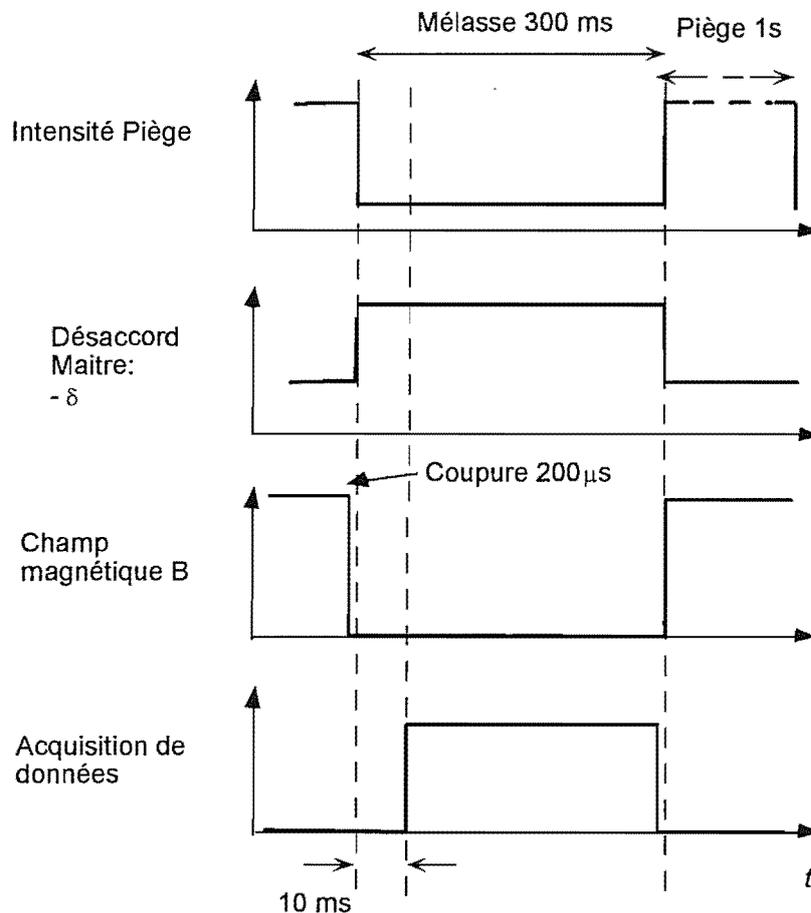


Figure I-19 : Séquence temporelle pilotée par le PC pour la création et l'étude des mélasses.

tique est coupé en moins de  $200 \mu\text{s}$ . L'intensité et/ou le désaccord des faisceaux mélasse sont simultanément modifiés (diminution de l'intensité et augmentation du désaccord) pour obtenir une mélasse refroidie efficacement. Pendant 300 ms environ et après avoir attendu quelques millisecondes que le régime stationnaire s'établisse, on observe la fluorescence de la mélasse et l'on réalise les mesures de corrélations d'intensité. La perte d'atomes est sensiblement négligeable pendant cette durée. A la fin de ce cycle, on passe à nouveau en phase de remplissage du piège magnéto-optique.

La coupure des faisceaux est réalisée grâce au modulateur acousto-optique MAO 2 placé sur le trajet du faisceau et qui le diffracte dans l'ordre un. La coupure de la radiofréquence

est effectuée par un ordre analogique en moins de quelques microsecondes mais elle ne peut être prolongée plus de quelques millisecondes sous peine d'induire des variations thermiques dans le cristal acousto-optique, responsables du déplacement du faisceau à la remise en route du modulateur. On complète donc la coupure par un obturateur mécanique beaucoup plus lent (son temps de réaction typique est de l'ordre de la milliseconde). Dès qu'il est fermé, on peut ouvrir sans risque le modulateur acousto-optique. Sans focalisation du faisceau au centre du cristal, on a observé un temps de montée du modulateur acousto-optique (marque Crystal technology) inférieur à  $0.5 \mu\text{s}$ .

La gestion des modulateurs acousto-optiques, des obturateurs mécaniques ainsi que celle des caméras CCD et des signaux de déclenchement des appareils de mesure est réalisée par une carte d'interfaçage (modèle DAS-1600 de la marque Keithley Instruments). Les fluctuations temporelles des instants de déclenchement sont inférieures à  $10 \mu\text{s}$ . La carte est pilotée par un PC avec des programmes écrits en C ou en Pascal qui ont été élaborés dans le groupe.

## 2. Les diagnostics classiques des atomes froids

Les progrès importants réalisés ces dernières années en physique des atomes froids ont nécessité la mise au point de diagnostics de routine fiables des échantillons atomiques. Je rappelle ici le principe de deux d'entre eux destinés à mesurer les dimensions des pièges ou mélasses, leur densité et leur température. Les paramètres typiques des mélasses que nous avons réalisées sont également présentés.

### 2.1. Nombre d'atomes et densité

Le nombre d'atomes peut être estimé à partir de la fluorescence des atomes dans un faisceau sonde. Soit

$$s_0 = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (\text{I-81})$$

le paramètre de saturation caractéristique de l'interaction entre les atomes et ce faisceau laser de fréquence de Rabi  $\Omega$ . A partir des équations de Bloch optiques (voir le chapitre II-1), on montre facilement que, à faible saturation ( $s_0 \ll 1$ ), la puissance totale rayonnée dans tout l'espace par  $N_{at}$  atomes soumis à cette excitation lumineuse est

$$P = N_{at} \hbar \omega_L \frac{\Gamma s_0}{2} \quad (\text{I-82})$$

Cette formule ne peut s'appliquer que sous un certain nombre d'hypothèses : la distribution spatiale d'atomes doit être homogène et tous les atomes contribuent à la fluorescence<sup>19</sup>, la diffusion multiple résonnante est négligée, le diagramme angulaire d'émission est uniforme et enfin le coefficient de Clebsch-Gordan de la transition est 1<sup>20</sup>. Le cas d'une mélasse de Césium à faible saturation a été abordé théoriquement et expérimentalement dans la référence [76]. Le pompage optique est pris en compte par un coefficient de Clebsch-Gordan effectif de telle sorte que

<sup>19</sup> On suppose en particulier que les atomes ne peuvent être pompés vers un état noir où ils ne sont pas sensibles à la lumière incidente.

<sup>20</sup> Dans le cas d'une transition  $F \rightarrow F' = F + 1$ , on peut se placer dans cette dernière situation en pompant au préalable tous les atomes dans le sous-niveau hyperfin extremum  $m_F = \pm F$  grâce à un faisceau annexe de polarisation circulaire.

la puissance diffusée est  $P \simeq N_{at} \hbar \omega_L \frac{\Gamma_{so}}{2} \times 0.8$ . Pour une densité inférieure à  $10^{11}$  atomes/cm<sup>3</sup>, l'absorption du faisceau sonde ainsi que la diffusion résonnante peuvent être négligés [78]. La quantité de fluorescence détectée dans un angle solide donné permet donc d'avoir accès au nombre total d'atomes. Connaissant le nombre d'atomes  $N_{at}$ , on peut par ailleurs mesurer la taille de l'échantillon atomique en observant son image grâce à une caméra CCD linéaire et calibrée. En faisant une dernière hypothèse sur la symétrie spatiale de l'échantillon, on déduit ainsi la densité  $n$  de la mélasse. Nos mesures effectuées selon cette méthode nous ont fourni des paramètres typiques pour les mélasses  $\sigma^+ - \sigma^-$  qui sont rassemblés dans le tableau I-2. Ces résultats sont en accord avec ceux qui sont publiés pour d'autres mélasses du même type [76] même si la taille de notre mélasse est plutôt grande.

Taille $\sigma_z$	0.5 mm
Nombre d'atomes $N_{at}$	$5 \times 10^7$
Densité $n$	$2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

Tableau I-2 : Paramètres typiques des mélasses étudiées. La taille est le rayon en  $1/\sqrt{e}$  déduit d'un ajustement gaussien de l'image de la mélasse. Le nombre d'atomes et la densité sont déduits de la quantité de fluorescence mesurée par une photodiode calibrée.

Une technique alternative plus directe et plus fiable pour mesurer la taille et la densité sera présentée dans le chapitre II-2. Elle n'était pas encore employée à ce stade de l'expérience mais une comparaison effectuée *a posteriori* entre les deux méthodes n'autorise pas à avoir confiance en la valeur de  $N_{at}$  mesurée ici à mieux d'un facteur deux près.

## 2.2. Température

### a) Mesure de température par temps de vol

Un autre paramètre caractéristique des atomes froids est leur température. La distribution de vitesse des atomes dans le piège ou dans la mélasse est estimée à partir d'une expérience de temps de vol. On coupe les faisceaux laser réalisant la mélasse et les atomes tombent sur une sonde rétrofléchée légèrement désaccordée sur le rouge de la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  et superposée à un faisceau de repompage. L'analyse temporelle du signal de fluorescence transitoire obtenu au passage des atomes dans la sonde permet d'avoir accès à la largeur de la distribution de vitesse  $v_z$  selon la direction verticale.

La forme de la sonde et du piège influencent l'allure du signal obtenu et nous supposons que ces formes sont gaussiennes. Supposons de plus que la distribution de vitesse des atomes est isotrope et suit la loi de Maxwell-Boltzmann. La distribution de la vitesse selon  $z$  est donc  $P_{MB}(v_z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v_z}^2}} e^{-\frac{v_z^2}{2\sigma_{v_z}^2}}$  où l'on a noté  $\sigma_{v_z}$  la vitesse quadratique moyenne à une dimension dans la direction  $z$ . Avec cette définition, la température cinétique  $T$  des atomes vérifie

$$\sigma_{v_z}^2 = \frac{k_B T}{M} \quad (\text{I-83})$$

Par ailleurs la distribution des positions dans le piège est  $P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}$ . Soit  $w$  le rayon à  $1/e^2$  de la sonde. Dans l'hypothèse où l'on peut négliger la saturation et pour une hauteur de

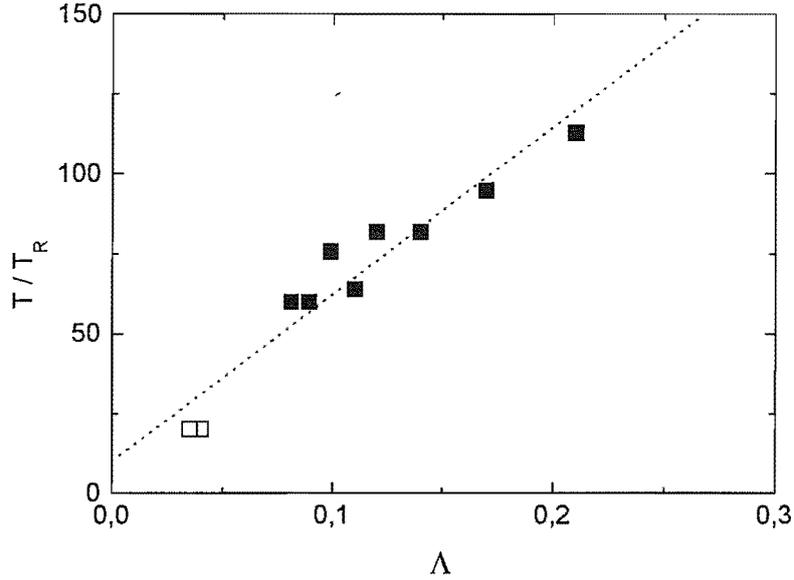


Figure I-20 : Température d'une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  à trois dimensions en fonction du paramètre de déplacement lumineux  $\Lambda = \frac{\Omega^2}{\delta\Gamma}$ . En carré pleins l'intensité par faisceau est  $I_0 = 3 \text{ mW/cm}^2$  et en carrés creux  $I_0 = 1.5 \text{ mW/cm}^2$ . Le désaccord varie entre  $-1.3\Gamma$  et  $-11.5\Gamma$ . La température est normalisée par la température de recul  $T_R = 2E_R/k_B = 0.33 \text{ } \mu\text{K}$  où  $E_R$  est l'énergie de recul. La limite Doppler est  $T_D = 140 \text{ } \mu\text{K}$ .

chute  $h$ , on montre que le signal de temps de vol est alors

$$S(t) \propto e^{-\frac{(\frac{1}{2}gt^2 - h)^2}{2(\sigma_z^2 + \sigma_{v_z}^2 t^2 + \frac{w^2}{4})}} \quad (\text{I-84})$$

Dans les situations expérimentales que nous avons rencontrées, la largeur de la courbe obtenue est petite devant le temps de chute moyen  $t_m = \sqrt{2h/g}$ . Dans ces conditions, on a approximativement  $\frac{1}{2}gt^2 - h \simeq gt_m(t - t_m)$  et l'expression du signal  $S(t)$  se simplifie sous la forme d'une fonction gaussienne centrée en  $t_m$  et de largeur en  $\frac{1}{\sqrt{e}}$

$$2\sigma_t = \sqrt{\frac{2\sigma_z^2}{gh} + \frac{w^2}{2gh} + \frac{4\sigma_{v_z}^2}{g^2}} \quad (\text{I-85})$$

Connaissant  $\sigma_z$  à partir d'une image de la mélasse réalisée avec une caméra CCD, et le rayon de la sonde  $w$ , on en déduit la vitesse quadratique moyenne  $\sigma_{v_z}$  et donc la température cinétique  $T$  grâce à la formule I-83.

### b) Résultats expérimentaux pour une mélasse $\sigma^+ - \sigma^-$

On a représenté sur la figure I-20 le résultat de mesures de température par temps de vol pour différentes valeurs du désaccord et de l'intensité des faisceaux dans le cas d'une mélasse

$\sigma^+ - \sigma^-$  à trois dimensions. On note immédiatement que la température est très inférieure à la limite Doppler  $T_D = 140 \mu\text{K}$  pour laquelle  $T/T_R \simeq 425$ . Pour l'essentiel des données présentés, l'intensité par faisceau est fixée à  $I_0 = 3 \text{ mW/cm}^2$  et le désaccord varie entre  $\delta = -1.3\Gamma$  pour la température la plus élevée et  $\delta = -11.5\Gamma$  pour la température la plus basse. Pour deux des valeurs, l'intensité est deux fois plus petite. Le paramètre de saturation par faisceau  $s_0$  varie entre 0.3 et 0.01. La sonde non saturante est placée 9 mm sous la mélasse. Nous avons observé que les températures les plus basses sont très sensibles aux champs magnétiques résiduels ainsi qu'à la qualité de la rétro réflexion des faisceaux. Par contre, la température ne semble pas dépendre critiquelement de la manière dont l'intensité lumineuse est répartie dans les bras de la mélasse.

Dans les situations où les nouveaux mécanismes de refroidissement sont mis en jeu, la théorie [4] prédit que la température dépend uniquement et linéairement du paramètre de déplacement lumineux par faisceau  $\Lambda$  défini par

$$\Lambda = \frac{\Omega^2}{|\delta|\Gamma} = \frac{1}{2} \frac{I_0}{I_{sat}} \frac{\Gamma}{|\delta|} \quad (\text{I-86})$$

où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi effective associée à un seul faisceau d'intensité  $I_0$ . Comme on le voit sur la figure I-20, cette dépendance linéaire est bien vérifiée. La température a été normalisée par  $T_R = 2E_R/k_B$ . Un ajustement effectué selon la loi linéaire

$$\frac{k_B T}{\hbar\Gamma} = c_{\sigma^+ - \sigma^-} \Lambda + c_0 \quad (\text{I-87})$$

nous donne les coefficients  $c_{\sigma^+ - \sigma^-} = 0.70$  et  $c_0 = 0.01$ . L'incertitude sur les mesures d'intensité et sur le calcul de la température est tel que ces valeurs sont fiables à  $\pm 30\%$  près environ. En réalité, ce comportement linéaire est vérifié dans une certaine limite seulement. Quand l'intensité des faisceaux est fortement réduite, la vitesse critique en dessous de laquelle s'effectue le refroidissement diminue et des effets de chauffage deviennent prédominants. La température augmente alors fortement et la mélasse "décroche" [80]. Nous avons effectivement observé ce phénomène sans l'étudier quantitativement (seuil de décrochage, dépendance dans les paramètres de la mélasse...).

Coefficient	Rb Orsay	Rb Autres	Cs
$c_{\sigma^+ - \sigma^-}$	0.70	0.46[82] (MOT)	0.25[79]
$c_{Lin \perp Lin}$		0.35[81]	0.35[80]

Tableau I-3 : Paramètres  $c_{\sigma^+ - \sigma^-}$  et  $c_{Lin \perp Lin}$  rapportés dans différentes expériences de mesure de température par temps de vol. Il s'agit dans tous les cas de mélasses ou pièges à trois dimensions.

Notre résultat (noté Rb Orsay) est comparé dans le tableau I-3 à ceux qui ont été rapportés par d'autres groupes dans des expériences sur mélasse ou piège de césium ou de rubidium. Les coefficients se rapportent à la température à une dimension mais *ces mesures ont toutes été effectuées avec des échantillons à trois dimensions*. Il n'y a pas de publication sur la mesure de la température d'une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  de rubidium. Notre valeur pour le coefficient  $c_{\sigma^+ - \sigma^-}$  est plus élevée que toutes les autres, néanmoins il existe dans notre mesure une incertitude importante sur sa valeur <sup>21</sup>.

<sup>21</sup> Il est possible que notre géométrie non usuelle (le faisceau "vertical" est en réalité incliné à  $45^\circ$ ) provoque un léger chauffage mais une cause de chauffage certainement plus importante est le fait que la coupure du champ

Quel est le mécanisme permettant d'atteindre des températures aussi basses ? Dans une mélasse  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  à une dimension, la polarisation des faisceaux est linéaire et c'est le mécanisme Sisyphe [4] lié à la présence d'un gradient de polarisation qui est responsable du refroidissement. Par contre, dans une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  à une dimension, la polarisation est partout linéaire mais son orientation varie dans l'espace (on parle de mélasse en "tire-bouchon"). Une orientation induite dans les atomes explique les températures sub-Doppler obtenues. Mais à trois dimensions la situation est très différente. Pour des faisceaux dans la configuration  $\sigma^+ - \sigma^-$ , il y a une modulation de l'intensité et, si l'on ne contrôle pas les phases relatives des faisceaux, la polarisation du champ lumineux n'est pas linéaire mais varie localement de façon complexe et est généralement elliptique. C'est un mécanisme de refroidissement de type Sisyphe analogue à celui des mélasses  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  qui est là encore dominant [83]. Wallace *et al.* ont montré [82] que la prise en compte de phases aléatoires pour les faisceaux permet d'obtenir un bon accord entre la température qu'ils mesurent et la théorie.

Le second paramètre ajustable dans la formule I-87,  $c_0$ , est associé à une température  $T_0 \simeq 10 \mu\text{K}$  pour  $\Lambda = 0$ . En raison du phénomène de décrochage, ce n'est pas la température minimale effectivement accessible qui est sensiblement plus élevée. La valeur de  $T_0$  que nous obtenons est légèrement supérieure aux autres résultats publiés qui sont dans la gamme  $2 - 5 \mu\text{K}$  [79, 81, 82].

### 3. Expériences de corrélations d'intensité

La technique du temps de vol a été cruciale lors de la première génération d'expérience avec des atomes froids, par exemple pour montrer qu'il était possible de passer sous la limite Doppler, et elle a largement contribué à l'essor rapide et spectaculaire de la physique des atomes refroidis par laser. Cependant, elle nécessite de détruire le piège ou la mélasse pour obtenir des informations *a posteriori* sur la distribution de vitesse. Par contre, l'étude de la lumière de fluorescence des atomes dans une mélasse peut être faite *in situ* et l'on pourrait même dire que l'information qu'on en tire est "gratuite" puisque, de toutes façons, les atomes diffusent la lumière des faisceaux avec lesquels ils interagissent.

Nous présentons ici les résultats de nos premières mesures portant sur des atomes refroidis dans une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$ . La publication [28] faisant suite à ces expériences est reproduite dans l'annexe I-D. Nous avons d'abord travaillé dans le domaine spectral et les spectres obtenus nous ont permis de valider la technique des corrélations d'intensité dans le cadre de la physique des atomes froids. De plus, dès les premières expériences, nous avons obtenu des résultats nouveaux sur la localisation des atomes dans la mélasse. Nous verrons également un exemple de fonction de corrélation temporelle de la lumière diffusée par un piège magnéto-optique.

#### 3.1. Spectres du photocourant

On a représenté sur la figure I-21 des spectres de corrélation de la lumière diffusée par une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  à trois dimensions pour différents paramètres expérimentaux. L'intensité par faisceau est fixée à  $I_0 = 2.3 \text{ mW/cm}^2$  et le désaccord varie entre  $\delta = -2.5\Gamma$  et  $\delta = -9.5\Gamma$  (le paramètre de saturation par faisceau varie entre 0.05 et 0.003). Ces spectres sont normalisés selon la procédure exposée dans l'annexe I-A de telle sorte que le niveau 1 sur chaque figure représente le niveau de bruit de photons. **L'excès de puissance de bruit observé est**

---

magnétique en  $200 \mu\text{s}$  n'est pas très rapide [2].

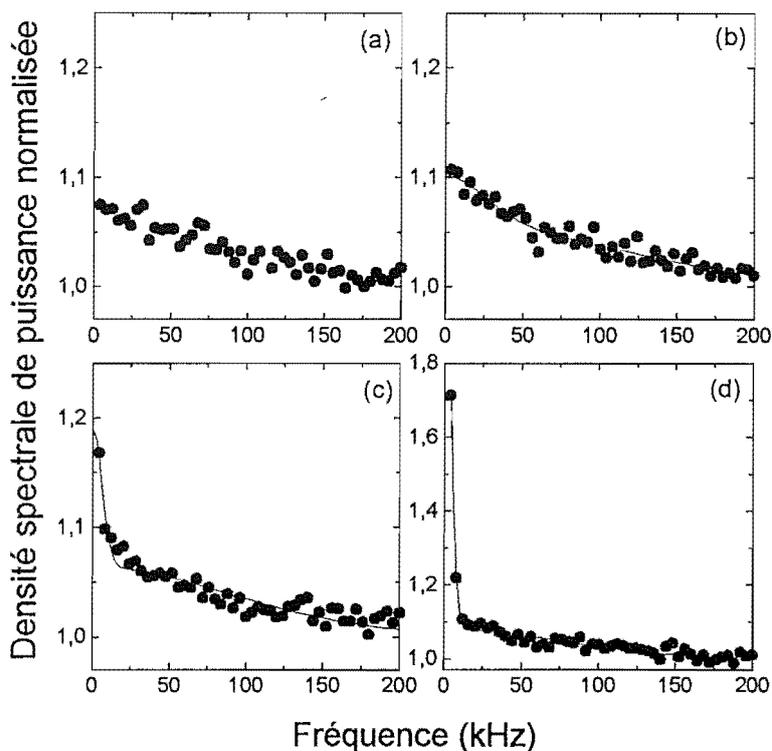


Figure I-21 : Spectres de corrélations d'intensité normalisés par le niveau de bruit de photons dans une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$  à trois dimensions. Le désaccord et la vitesse quadratique moyenne mesurée par temps de vol varient pour chaque figure : (a)  $\delta = -2.5\Gamma$ ,  $\sigma_{v_z} = 9.5v_{rec}$  ; (b)  $\delta = -8.5\Gamma$ ,  $\sigma_{v_z} = 8v_{rec}$  ; (c)  $\delta = -9.5\Gamma$ ,  $\sigma_{v_z} = 7v_{rec}$  ; (d)  $\delta = -8.5\Gamma$ ,  $\sigma_{v_z} = 6v_{rec}$ . La vitesse  $v_{rec} = 6$  mm/s est la vitesse de recul du rubidium. Les courbes sont des ajustements à trois fonctions gaussiennes dont le principe est décrit dans le texte.

**donc une manifestation de l'existence de corrélations d'intensité dans la lumière de fluorescence.** Pour chaque figure, on a mesuré, après avoir enregistré les spectres, la vitesse quadratique moyenne  $\sigma_{v_z}$  par temps de vol. En fonction des paramètres choisis, elle varie entre 6 et  $9.5v_{rec}$  où  $v_{rec} = 6$  mm/s est la vitesse de recul de l'atome de  $^{85}\text{Rb}$ .

En ce qui concerne la détection de la lumière diffusée, le schéma théorique de la figure I-11(b) a été respecté. La lumière est détectée dans la direction  $[0, 1, 0]$  (selon les conventions de la figure I-17) et la distance de la source à la lentille de collection de focale  $f = 15$  cm est  $L = 30$  cm. Aucune optique de polarisation n'est placée sur le trajet de la lumière détectée. Le diaphragme de sélection du mode spatial a un diamètre  $D_1 = 3$  mm, ce qui signifie que le nombre d'aires de cohérence détectées  $N_{coh}$  est de l'ordre de 4. Le contraste temporel attendu est dans ces conditions  $\eta \simeq 0.15$ . Le taux de comptage varie de  $5 \times 10^4$  à  $4 \times 10^5$   $\text{s}^{-1}$  selon le désaccord. Moins de  $8000$   $\text{s}^{-1}$  sont dûs à des réflexions parasites à l'intérieur de l'enceinte, et ils ont un effet négligeable sur les spectres. La durée d'acquisition d'un des spectres de la figure I-21 est de l'ordre de 20 minutes (voir l'annexe I-C pour plus de détails à ce sujet).

L'évolution de la forme des spectres est très marquée. Dans chacun des spectres, il existe deux composantes spectrales : un piédestal large d'environ 100 kHz et une structure centrale fine plus ou moins importante (elle n'existe pas sur la figure I-21(a)). Sa largeur et sa taille dépendent manifestement de la vitesse quadratique moyenne des atomes. **Nous interprétons le piédestal comme l'élargissement Doppler du pic de diffusion élastique dû au mouvement des atomes à la vitesse moyenne  $\sigma_{v_z}$ .** La largeur attendue pour cet effet est de l'ordre de  $k\sigma_{v_z}/2\pi$  où  $k = 2\pi/\lambda$  est le module du vecteur d'onde de la lumière<sup>22</sup>. Pour  $\sigma_{v_z} = 7v_{rec}$ , cela représente 40 kHz environ, ce qui est compatible avec la largeur observée sur la figure I-21(c). L'étude détaillée qui va suivre confirmera cette interprétation.

La structure fine peut être attribuée à l'effet Lamb-Dicke [84] touchant une fraction plus ou moins importante des atomes refroidis. Dans une mélasse, les faisceaux laser interfèrent pour créer un potentiel lumineux modulé spatialement dans lequel se déplacent les atomes. Ce potentiel est constitué de micro-puits dont la profondeur est le déplacement lumineux maximum et dont la séparation est de l'ordre de la longueur d'onde optique  $\lambda$ . Nous étudierons en détail dans le chapitre II-1 ce type de potentiel dans le cas des réseaux atomiques. Il suffira de savoir ici qu'avec les paramètres de la figure I-21(d) la profondeur est de l'ordre de 100  $\mu\text{K}$  en termes de température. Par ailleurs, la température cinétique des atomes définie par la formule I-83 est de l'ordre de  $T \simeq 12 \mu\text{K}$  dans les conditions de la figure (d). Dans l'état stationnaire, les atomes sont donc essentiellement localisés au fond des puits de potentiel. Dans les conditions de la figure (a) par contre, la température est plus élevée et la distribution spatiale est plus large. Lorsque les atomes sont localisés ils effectuent un mouvement au fond des puits tel que leur excursion spatiale est très petite devant la longueur d'onde. Le champ d'un des faisceaux lumineux diffusé par un atome est proportionnel à  $e^{i\delta\vec{k}\cdot\vec{r}}$  où  $\delta\vec{k} = \vec{k}_{in} - \vec{k}_{obs}$  est la différence entre le vecteur d'onde de la lumière incidente et celui de la lumière diffusée et  $\vec{r}$  est la position de l'atome. Puisque  $|\vec{r}| \ll \lambda$ , la phase de la lumière diffusée varie de beaucoup moins de  $2\pi$  tant que les atomes restent dans le même puits et l'effet Doppler causé, comme nous l'avons vu dans le chapitre I-1, par les fluctuations de cette phase, est supprimé. **Le spectre n'apporte donc pas d'information sur la vitesse des atomes mais uniquement sur le fait qu'ils sont confinés. Dans le cadre de cette interprétation, la largeur du pic de corrélations est liée en première approximation à la durée de séjour des atomes dans les puits.** L'augmentation de la diffusion élastique que nous observons quand l'excursion spatiale des atomes diminue en deçà de la longueur d'onde  $\lambda$  porte en physique atomique le nom d'*effet Lamb-Dicke*. C'est l'équivalent de l'*effet Mössbauer* pour les photons  $\gamma$  ou de l'*effet Debye-Waller* pour les rayons X. L'effet Lamb-Dicke a été observé sur le spectre de fluorescence d'atomes dans des mélasses à une dimension au NIST en 1990 [7, 85]. C'est un effet fondamental en spectroscopie des réseaux atomiques et il sera discuté en détail et plus rigoureusement dans le chapitre III-1.

Pour affiner et préciser cette interprétation, nous réalisons un ajustement phénoménologique sur chaque courbe pour caractériser les amplitudes et largeurs des deux composantes spectrales. Nous avons vu dans le chapitre I-1 (§1.4) que le spectre optique de la lumière diffusée par des atomes ayant une distribution de Maxwell-Boltzman des vitesses avait une forme gaussienne  $P_0(\omega) \propto e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega-\omega_{at}}{\sigma_v\delta k}\right)^2}$  où  $\delta k = k(1 - \cos\theta)$  et  $\theta$  est l'angle entre la direction du faisceau incident et la direction d'observation. Le spectre de corrélations d'intensité est alors également gaussien  $P'_i(\omega) \propto e^{-\frac{\omega^2}{4(\delta k)^2\sigma_v^2}}$ . En présence des 6 faisceaux créant la mélasse optique, chaque faisceau est

<sup>22</sup> Nous verrons qu'il faut bien sûr tenir compte de la géométrie des faisceaux incidents et de la direction de détection pour calculer cette largeur, mais il ne s'agit ici que d'un ordre de grandeur.

diffusé avec un angle  $\theta_i$  différent et le spectre optique est la somme de six contributions<sup>23</sup>

$$P_0(\omega) \propto \sum_{i=1}^6 e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\omega - \omega_{at}}{\sigma_v \delta k_i} \right)^2} \quad (\text{I-88})$$

On suppose que la distribution de vitesse est isotrope et l'on note  $\sigma_v$  la vitesse quadratique moyenne dans chaque direction. Le spectre de corrélations d'intensité résultant est la somme de

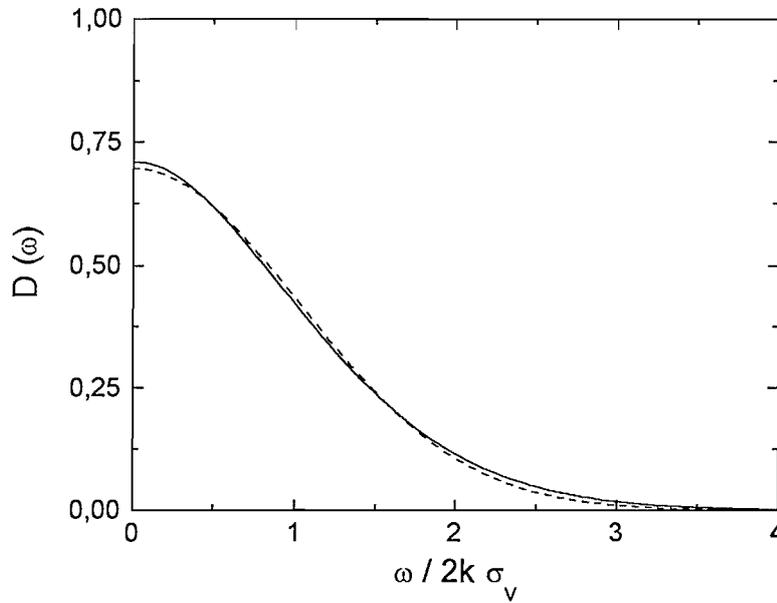


Figure I-22 : Facteur de forme  $D(\omega)$  calculé dans la géométrie à six faisceaux de l'expérience. La courbe est très proche d'une gaussienne (tirets) de largeur à mi-hauteur  $\delta\omega_{1/2} = 2.2k\sigma_v$ .

fonctions gaussiennes dont les largeurs sont fonction de  $\sigma_v$  et des  $\delta k_i = k(1 - \cos \theta_i)$ . Dans la géométrie de l'expérience, le spectre de corrélations d'intensité est proportionnel à un facteur de forme  $D(\omega)$  complexe qui est représenté sur la figure I-22. En raison de la position du détecteur, toutes les directions incidentes ont des contributions de largeurs sensiblement égales au spectre et le facteur de forme reste très proche d'une fonction gaussienne, que l'on détermine par un ajustement. En définitive, le spectre de corrélations d'intensité résultant d'un élargissement par pur effet Doppler dans les conditions de l'expérience serait donc quasiment gaussien et aurait une demi-largeur à mi-hauteur

$$\delta\nu_{1/2} = \frac{\sigma_v}{v_{rec}} \cdot 18 \text{ kHz} \quad (\text{I-89})$$

<sup>23</sup> Cette forme simple pourrait être remise en cause par le fait que le processus de diffusion de la lumière dépend de sa polarisation. En effet, chacun des six termes devrait contribuer en toute rigueur avec un poids lié à la section efficace de diffusion élastique fonction de la polarisation des faisceaux incidents et de leurs directions. Des phénomènes de mélange d'ondes et d'absorption cohérente entre plusieurs faisceaux ne sont d'autres part pas exclus [85]. Cependant la forme choisie dans l'équation I-88 est un bon point de départ et elle semble bien reproduire les résultats obtenus dans une certaine gamme de paramètres. Il faut néanmoins être sensible à ses limitations.

En accord avec notre interprétation des spectres et avec la forme pratiquement gaussienne de  $D(\omega)$ , nous supposons que le spectre optique de la lumière diffusée par la mélasse est constitué de la somme d'une composante gaussienne dont la largeur  $\delta\omega_1$  devra être comparée à l'effet Doppler attendu, et d'une composante gaussienne fine de largeur  $\delta\omega_2$  due à l'effet Lamb-Dicke

$$P_0(\omega) = \frac{a}{\delta\omega_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega-\omega_{at}}{\delta\omega_1}\right)^2} + \frac{b}{\delta\omega_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega-\omega_{at}}{\delta\omega_2}\right)^2} \quad (\text{I-90})$$

Les paramètres  $a$  et  $b$  sont les aires des composantes larges et fines. Nous avons vu dans le chapitre I-1 (formule I-35) que le spectre de corrélations d'intensité  $P'_i(\omega)$  est l'autoconvolution du spectre optique  $P_0(\omega)$ . C'est donc la somme de trois composantes gaussiennes

$$P'_i(\omega) = \frac{a^2}{\delta\omega_1^2} e^{-\frac{\omega^2}{4\delta\omega_1^2}} + \frac{b^2}{\delta\omega_2^2} e^{-\frac{\omega^2}{4\delta\omega_2^2}} + 2\sqrt{2} \frac{ab}{\sqrt{\delta\omega_1^2 + \delta\omega_2^2}} e^{-\frac{\omega^2}{2(\delta\omega_1^2 + \delta\omega_2^2)}} \quad (\text{I-91})$$

Cette fonction est utilisée pour réaliser des ajustements des spectres expérimentaux de la figure I-21 en laissant les paramètres  $a, b, \delta\omega_1, \delta\omega_2$  libres. Les ajustements reproduisent correctement la forme des spectres surtout quand la structure fine est importante (cas (c) et (d)). Leur résultat est présenté dans le tableau I-4. Les largeurs  $\delta\nu_{1/2}^1$  et  $\delta\nu_{1/2}^2$  sont les demi-largeurs à mi-hauteur en kHz déduites des paramètres  $\delta\omega_1$  et  $\delta\omega_2$ . La vitesse quadratique moyenne  $\sigma_v$  est mesurée par temps de vol et la vitesse  $\sigma'_v$  est déduite de la largeur  $\delta\nu_{1/2}^1$  par la formule I-89. Le paramètre  $\eta = b/a$  est le rapport des puissances des deux composantes spectrales dans le spectre optique.

Deux mesures de vitesses  $\sigma_{v_z}$  différentes sont rapportés dans le tableau pour le même désaccord  $\delta = -8.5\Gamma$ . Elles ont été effectuées dans des conditions où la compensation du champ magnétique était différente. Il est possible que la rétro réflexion des faisceaux n'ait pas été aussi bien ajustée dans les deux cas. Le fait que le spectre soit élargi pour les mêmes paramètres de désaccord et d'intensité, mais pour une température plus élevée, est en accord avec notre raisonnement qualitatif en termes d'effet Doppler.

Désaccord $\delta$	Vitesse $\sigma_v$	$\delta\nu_{1/2}^1$ (kHz)	$\delta\nu_{1/2}^2$ (kHz)	$\eta$	Vitesse $\sigma'_v$
$-2.5\Gamma$	$9.4v_{rec}$	88	...	...	$4.9v_{rec}$
$-5.5\Gamma$	$8v_{rec}$	123	13	1.05	$6.8v_{rec}$
$-8.5\Gamma$	$8v_{rec}$	156	29	1.08	$8.7v_{rec}$
$-9.5\Gamma$	$6.7v_{rec}$	133	7	1.21	$7.4v_{rec}$
$-8.5\Gamma$	$6v_{rec}$	119	4.7	1.7	$6.6v_{rec}$

Tableau I-4 : Résultats des ajustements effectués sur les spectres de la lumière diffusée par une mélasse selon le principe exposé dans le texte. Les largeurs  $\delta\nu_{1/2}^1$  et  $\delta\nu_{1/2}^2$  sont les demi-largeurs à mi hauteur des composantes larges et fines des spectres optiques. Le paramètre  $\eta$  est le rapport des aires (ou des puissances) de ces composantes. La vitesse quadratique moyenne notée  $\sigma'_v$  est déduite de la composante large du spectre.

Pour les désaccords  $\delta = -8.5\Gamma$  et  $-9.5\Gamma$ , il y a un bon accord<sup>24</sup> entre les vitesses quadratiques moyennes mesurées directement et celles qui sont déduites des spectres. La largeur  $\delta\nu_{1/2}^2$  et le poids  $\eta$  de la composante fine évoluent conformément à l'interprétation en termes de lo-

<sup>24</sup> La vitesse mesurée est systématiquement plus basse de 10%, ce qui peut être dû à un biais expérimental. Par exemple, les effets de la taille du piège sur la forme du signal de temps de vol sont peut être mal pris en compte.

calisation : quand les atomes sont plus froids, ils sont plus localisés et l'effet Lamb-Dicke est plus marqué. Ainsi, la puissance diffusée dans le pic de localisation atteint 30% de la puissance totale dans le cas le plus froid contre 6% dans le cas où  $\sigma_v = 8v_{rec}$ . Mais la puissance dans le pic central est difficile à mesurer précisément et notre modèle simple ne nous permet pas d'estimer quantitativement les proportions d'atomes libres ou localisés à partir des spectres de corrélations.

Il faut d'ailleurs noter ici que la largeur de 4.7 kHz attribuée à la structure la plus fine n'a en réalité pas grand sens dans la mesure où la résolution spectrale dans ces expériences était de 4 kHz. Cette valeur est donc une borne supérieure de la largeur réelle. Une expérience menée avec une résolution de 1 kHz permet de montrer que la largeur du pic central est en réalité inférieure à 2 kHz (figure I-23). Ce résultat montre qu'il existe donc des corrélations temporelles à l'échelle de la milliseconde dans la mélasse. Dans le type de mélasse à six faisceaux que nous avons étudié, le potentiel lumineux dans lequel se déplacent les atomes change de topologie au cours du temps. Ces fluctuations sont dues aux variations d'origine mécanique de la phase des faisceaux, produites par exemple par les vibrations des miroirs, et se produisent vraisemblablement dans la gamme du kHz qui est de l'ordre de la largeur des pics observés. Il est donc probable qu'on ne puisse observer une largeur spectrale plus fine.

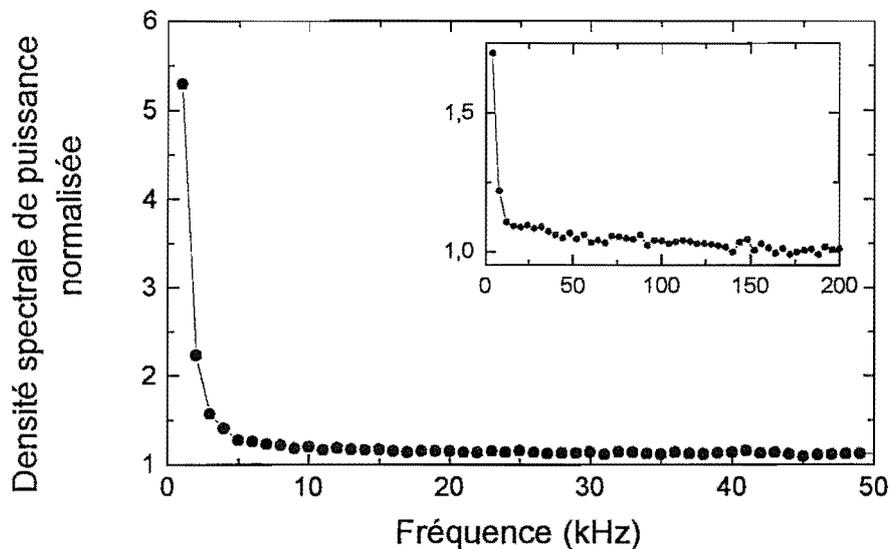


Figure I-23 : Le spectre de corrélations d'intensité dans le cas d'une forte localisation des atomes et pour une résolution instrumentale  $\delta\nu = 1$  kHz. Dans l'encart, on rappelle la forme du spectre dans les mêmes conditions mais pour une résolution moindre  $\delta\nu = 4$  kHz.

Enfin, l'interprétation des spectres en termes d'effet Doppler et de localisation ne semble pas correcte quand les faisceaux ont un désaccord  $\delta = -2.5$  ou  $-5.5\Gamma$ . Comme le montre le tableau I-4, alors que l'effet Lamb-Dicke est réduit ou disparaît, la structure large a une forme non compatible avec l'élargissement Doppler attendu. Plusieurs raisons peuvent expliquer ce résultat. **Dans nos interprétations, l'atome est considéré comme un système à deux niveaux**

**et la complexité du processus de diffusion de la lumière par un atome à plusieurs niveaux n'est pas prise en compte.** Polder et Schuurmans [86] ont étendu les études de Mollow sur l'atome à deux niveaux au cas d'une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  et ont mis en évidence des structures centrales fines liées au pompage optique dans le spectre de fluorescence. Des calculs effectués récemment par Gao [87] ont montré que, pour une transition atomique  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ , une fraction importante de la lumière devrait être diffusée sous forme de diffusion Raman induite par les transitions  $\delta m_F = \pm 1$  entre les sous-niveaux hyperfins des atomes même pour une faible saturation de la transition. Les raies spectrales associées à ces processus contribueraient à un fond large (mais étroit à l'échelle du triplet de Mollow) de l'ordre de 100 kHz environ, ce qui est du même ordre que l'élargissement Doppler attendu. D'autre part, la diffusion Rayleigh incohérente (au sens du triplet de Mollow [70]) contribuerait également à une structure de même largeur quand le paramètre de saturation augmente, donc quand on se rapproche de résonance (pour  $\delta = -2.5\Gamma$ , le paramètre de saturation total est  $s \simeq 0.2$ ). La polarisation des faisceaux ainsi que la géométrie de détection devraient jouer un rôle important mais ce point n'a pas été abordé et cette question est très complexe dans notre cas. Ces prévisions n'ont pas été confirmées expérimentalement par ailleurs mais il est certain qu'il convient d'être prudent quant à notre interprétation des spectres en termes de localisation spatiale et d'effet Doppler. Elle semble correcte pour une certaine gamme de paramètres (atomes très froids et grand désaccord) mais est clairement insuffisante dans le cas général.

### 3.2. Corrélations temporelles

On a représenté sur la figure I-24 la fonction de corrélation normalisée de l'intensité de la lumière diffusée par un piège magnéto-optique. Cette expérience a été effectuée avec le deuxième montage expérimental que nous avons réalisé et qui est présenté dans le chapitre II-2 mais dans une situation proche de la précédente, même s'il ne s'agit pas d'une mélasse mais d'un piège. La valeur du contraste temporel, de l'ordre de 0.2 est compatible avec le nombre d'aire de cohérences détectées. Nous l'avons toujours délibérément prise du même ordre dans l'ensemble de nos expériences afin de disposer de signaux lisibles simultanément dans les domaines spectraux et temporels.

La fonction  $g^{(2)}(\tau)$  suit approximativement une loi exponentielle de constante  $\tau_{\text{piège}} \simeq 0.8 \mu\text{s}$ . Cette valeur est beaucoup plus courte que les temps typiques déduits des élargissements Doppler dans le cas des mélasses. Il est vraisemblable qu'elle soit associée à des transitions Raman entre sous-niveaux hyperfins et soit de l'ordre de la durée d'un cycle de pompage optique. L'effet Doppler peut également jouer un rôle comme dans les mélasses mais ici le désaccord est relativement faible et la transition atomique est quasiment saturée, ce qui renforce encore le poids de la diffusion Raman. Par ailleurs, la résolution utilisée ne permet pas d'être catégorique mais il semble y avoir une décroissance rapide à temps court de l'ordre de quelques  $\Gamma^{-1}$  ( $\Gamma^{-1} \simeq 30$  ns) qui pourrait être attribuée à des processus Rayleigh incohérents. Une équipe de l'université du Wisconsin [88] a étudié récemment les mélasses  $\sigma^+ - \sigma^-$  par corrélations d'intensité dans le domaine temporel et a abouti à la conclusion qu'il existe une trace incontestable de la distribution de vitesse des atomes sur la fonction de corrélation, mais qu'elle est très sensible aux effets parasites tels que les champs magnétiques. La raison invoquée est l'importance des effets Raman. Cette conclusion rejoint la nôtre.

Les corrélations dans le domaine temporel ne permettent pas ici de démontrer l'effet Lamb-Dicke qui se manifesterait par une exponentielle décroissant très lentement. Il est possible qu'on soit dans une situation où l'effet n'existe pas parce que les atomes ne sont pas assez localisés

mais, surtout, on s'attend à une constante de décroissance très longue de l'ordre d'une milliseconde qu'il est certainement quasiment impossible d'observer avec la résolution et la bande temporelle utilisées.

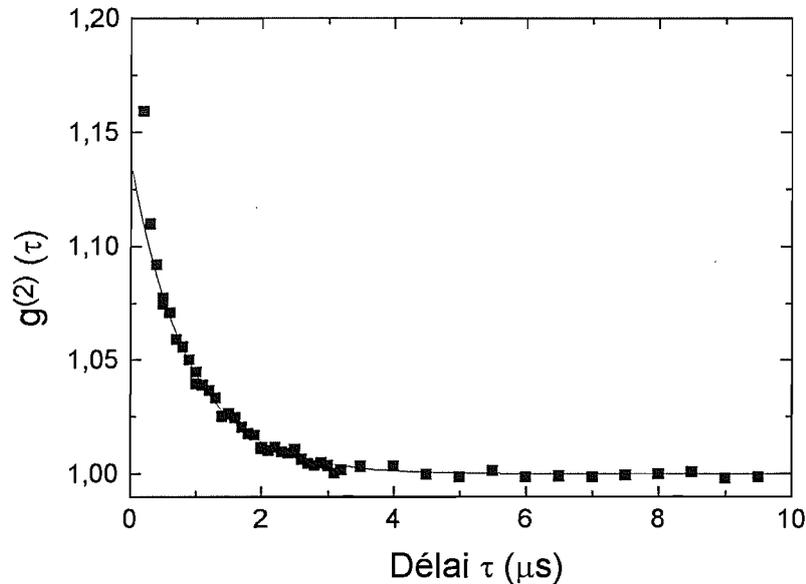


Figure I-24 : Fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  de l'intensité de la lumière diffusée par un piège magnéto-optique. La courbe en trait plein est un ajustement exponentiel de constante  $\tau_{\text{piège}} = 0,8 \mu\text{s}$ .

Cet exemple met en évidence le fait que les techniques dans les domaines temporels et spectraux, même si elles sont formellement équivalentes, permettent d'avoir accès en pratique à des dynamiques différentes. Dans le domaine temporel, les dynamiques rapides sont privilégiées. Une décroissance bien visible en quelques microsecondes produit un spectre dont la largeur dépasse souvent la bande spectrale permise par l'appareil de mesure et qui peut se confondre avec un spectre plat. Par ailleurs, nous verrons plus tard que des évolutions exponentielles de constantes de temps différentes sont très bien marquées en échelle logarithmique. Les dynamiques lentes par contre se manifestent par des structures fines très bien contrastées dans le domaine spectral.

## 4. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une étude systématique des propriétés spectrales de la lumière diffusée par des atomes dans une mélasse ou dans un piège à trois dimensions. Par rapport aux mesures classiques par temps de vol, le gain en information est substantiel :

1. la technique des corrélations d'intensité permet une analyse in situ de l'interaction des atomes avec les faisceaux laser
2. l'élargissement Doppler des spectres permet d'avoir accès, dans certaines limites, à la distribution de vitesse. Sur ce point, l'information est compatible avec celle qu'on obtient

par temps de vol.

3. **la localisation des atomes au fond de micro-puits de potentiel à l'échelle de la longueur d'onde se manifeste par des structures spectrales très fines (effet Lamb-Dicke).**
4. **En raison des limitations techniques des appareils de mesure, les analyses dans les domaines temporels et spectraux ne sont pas tout à fait équivalentes. Elles sont complémentaires et permettent d'étudier des processus dynamiques très différents**

Nous avons donc fait la preuve que les corrélations d'intensité sont un nouvel outil de diagnostic spectroscopique très riche. La qualité des résultats obtenus (en termes de rapport signal sur bruit) autorise à effectuer des études systématiques en variant les paramètres du système expérimental sans que la durée des expériences soit prohibitive. Cela est important puisqu'on désire que la technique ne fournisse pas uniquement un résultat à titre de démonstration mais puisse être utilisée de façon intensive. En particulier, les mesures dans le domaine temporel sont effectuées en temps réel (la figure I-24 est obtenue en quelques minutes). Dans le domaine spectral, il est tout à fait envisageable de construire un analyseur de spectre beaucoup plus rapide [39] pour rendre la technique encore plus compétitive.

Cependant, nous avons vu aussi que des incertitudes subsistent quant à l'interprétation des résultats dans certaines gammes de paramètres. Ceci n'est pas propre à la technique utilisée mais à la complexité du système étudié. Un système tel qu'une mélasse à trois dimensions sans contrôle de phase n'est pas correctement modélisée à l'heure actuelle et on ne peut pas réellement déduire des informations de nature quantitative sur la température ou la localisation à partir des spectres expérimentaux. Par contre, les réseaux d'atomes sont des systèmes beaucoup mieux contrôlés en ce qui concerne la forme des potentiels dans lesquels évoluent les atomes. La dynamique des particules est beaucoup moins "mystérieuse" que dans les mélasses. Dans ce cadre, le potentiel des techniques de corrélations d'intensité de la lumière de fluorescence qui a été mis en évidence dans ce chapitre pourra être pleinement exploité.

# Annexe I-A

## Etude expérimentale du bruit des signaux spectraux

On trouvera dans cette annexe des informations sur le bruit dans le système de détection que nous avons utilisé. Nous étudierons dans un premier temps le bruit des faisceaux laser (§A.1), puis nous définirons une procédure de normalisation des spectres expérimentaux (§A.2). Enfin, une mesure du rapport signal sur bruit sur un exemple (§A.3) validera les résultats théoriques de la section I-1.3.

### 1. Nature du bruit des laser

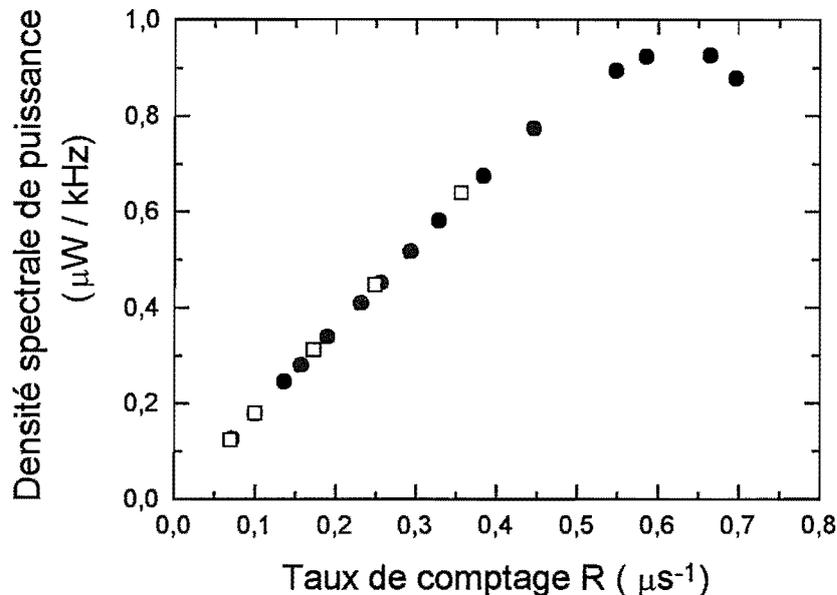


Figure I-25 : Evolution du niveau du bruit du photocourant en fonction du taux de comptage pour une lampe à incandescence (carrés creux) et une diode laser (cercles pleins). La dépendance linéaire indique la zone dans laquelle le bruit dominant est le bruit de photons. La saturation du détecteur se manifeste par une diminution du niveau de bruit à fort taux de comptage. Le détecteur utilisé est le modèle SPCM-100-PQ.

En l'absence d'atomes, le bruit du photocourant est le bruit de grenaille associé au processus de détection. En pratique, il pourrait exister un bruit technique sur le laser ou le système de

détection et de traitement du signal qui invalide cette affirmation. Pour donner une interprétation simple aux spectres mesurés en présence d'atomes, il est crucial d'éviter de se trouver dans cette situation. Nous allons montrer ici que la détection est, dans notre montage expérimental, effectivement limitée par le bruit de photons.

La puissance du bruit de photons est  $P_{SN} = r_{in} i_{SN}^2$ . Le "courant de shot noise"  $i_{SN}$  a son origine dans les fluctuations poissonniennes du nombre de photons détectés et  $r_{in}$  est l'impédance d'entrée de l'appareil de mesure. Si l'on détecte en moyenne  $N$  photons pendant la durée  $\tau$ , on a  $i_{SN} = e\sigma_N/\tau$  où  $\sigma_N = \sqrt{N}$  est la variance du nombre de photons. Soit  $R = N/\tau$  le taux de comptage des photons détectés. La densité spectrale de puissance dans l'élément de résolution spectrale  $\delta\nu = \tau^{-1}$  est alors  $P_{SN}^{\delta\nu} = P_{SN}/\delta\nu = 2r_{in}e^2R$ . Le facteur 2 tient compte du repliement du spectre. En réalité, cette expression n'est pas juste puisque nous utilisons une photodiode à avalanche qui amplifie le nombre de photoélectrons. Le détecteur fournit des charges  $ge$  ( $g$  est le gain du détecteur) et la charge  $e$  doit être remplacée par  $ge$  dans la formule précédente<sup>25</sup> de telle sorte que

$$P_{SN}^{\delta\nu} = 2r_{in}g^2e^2R \quad (\text{I-92})$$

Pour une impédance de  $50 \Omega$  et en remplaçant  $e$  par sa valeur, on obtient l'expression de la densité spectrale de puissance  $P_{SN}^{\delta\nu} = 4 \cdot 10^{-26} Rg^2 \left[ \frac{\mu W}{kHz} \right]$  pour une résolution  $\delta\nu = 4 kHz$ . Dans le cas, par exemple, d'une modulation parasite de l'intensité des laser, on attend par contre une dépendance en  $R^2$ .

On a représenté sur la figure I-25 le niveau de bruit mesuré en fonction du taux de comptage dans la gamme  $0.05 - 0.7 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  pour le laser piège et une lampe blanche à incandescence. La lumière d'une telle source a un temps de cohérence de l'ordre de quelques nanosecondes. Son spectre est donc indiscernable du spectre du bruit de photons dans la bande  $4 - 200 kHz$  que nous étudions ici [89]. On vérifie effectivement la dépendance linéaire en  $R$  de son niveau de bruit, tout comme pour le laser : **la diode laser est "au bruit de photons"**. Au delà d'un taux  $500 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ , le temps mort du détecteur (de l'ordre de  $200 \text{ ns}$ ; voir l'annexe I-C) se traduit par une saturation et une perturbation de la statistique des photoélectrons. Cette limitation a posé problème pour certaines expériences où les taux de comptage étaient importants. Le second détecteur à notre disposition a permis d'étendre la plage de linéarité à la gamme  $0 - 6 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

Nous avons effectué un second test. En comparant à taux de comptage égaux le spectre du laser et celui de la lampe utilisée comme référence pour le bruit de photons, on s'assure de la nature du bruit du laser. Le résultat d'une telle expérience est présenté sur la figure I-26 pour un taux de comptage  $R = 136 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ . En réalité, il est quasiment impossible de réaliser une expérience où les taux de comptage sont rigoureusement égaux. Le niveau de la lampe est donc corrigé par le rapport des taux de comptage mesurés pour le laser et pour la lampe  $R_{laser}/R_{lampe}$  en supposant que le bruit est bien du bruit de photons, ce qui est confirmé par l'exacte superposition des spectres. Les légères structures apparaissant dans les spectres sont dues à la réponse spectrale non uniforme du système de détection et de mesure mais leur niveau, en dessous du %, permettra de les négliger dans les spectres que nous présenterons par la suite.

Enfin, il est possible en principe de calculer le niveau de bruit de photon d'après la formule I-92 pour le comparer au niveau mesuré. Cependant, le gain n'est pas connu et nous avons plutôt utilisé cette formule pour en avoir une estimation. En effet, la pente déduite du régime linéaire sur la figure I-25 permet de *mesurer* un gain  $g_{exp} \simeq 2.6 \times 10^{10}$  électrons/photon. D'autre part, ce gain est physiquement responsable de la puissance électrique contenue dans chaque impulsion

<sup>25</sup> Ce n'est pas le taux de comptage  $R$  qui est amplifié !

associée à un photon à la sortie du détecteur. Les impulsions délivrées dans l'expérience ont

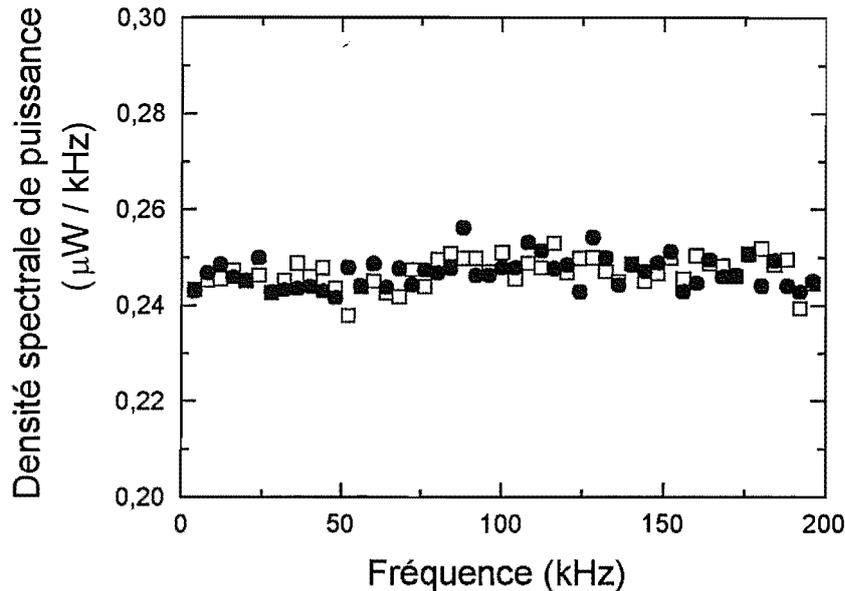


Figure I-26 : Comparaison des spectres de bruit obtenus en détectant la lumière d'une lampe à incandescence (carrés creux) et la lumière de la diode laser utilisée pour réaliser le piège (cercles pleins). La bonne superposition des deux spectres laisse supposer que la détection est limitée par le bruit de photons.

une largeur  $\tau_0 = 200$  ns et une hauteur  $V_0 = 2$  V pour une impédance d'entrée de  $50 \Omega$ . Le gain théorique est donc  $g_{theorique} = \frac{V}{\tau_{in} e} \tau_0 \simeq 5 \times 10^{10}$  électrons/photon, ce qui est en bon accord avec l'estimation expérimentale. Une mesure plus précise de la surface de l'impulsion serait souhaitable mais l'incertitude liée à la qualité de l'adaptation d'impédance est inconnue.

## 2. La normalisation des spectres

La plupart des spectres expérimentaux que nous présentons dans ce mémoire sont normalisés. Cela signifie qu'en réalité c'est le rapport du spectre mesuré au spectre du bruit de photons à taux de comptage égal qui est représenté : le niveau 1 est le niveau du bruit de photons et les valeurs supérieures à 1 sont l'excès de bruit dû aux corrélations d'intensité de la source lumineuse.

Pour calculer ces spectres, nous nous inspirons des expériences précédentes. A la fin d'une série de mesures de spectres de la lumière diffusée par des atomes, nous enregistrons une série de spectres de bruit d'un des faisceaux laser ou d'une lampe pour différents taux de comptage. Puis une figure de la même forme que la figure I-25 est tracée et un ajustement linéaire ou polynomial pour tenir compte de la saturation du détecteur est réalisé. La fonction obtenue permet d'extrapoler le niveau de bruit de photon pour chaque spectre à partir du taux de comptage mesuré pendant son enregistrement (nombre total de photons détecté/durée d'acquisition). Le niveau de référence est ainsi déterminé à quelques % près. Chaque spectre est, la plupart du temps, le résultat d'un moyennage de 10000 spectres élémentaires (ce chiffre est une limite

intrinsèque à l'analyseur de spectre). Pour améliorer le signal sur bruit, il faut moyenner, en général de 4 à 20 spectres de cette forme. Chacun est normalisé avant d'être intégré dans un moyennage. Pour éviter les distorsions, il est enfin nécessaire de vérifier que l'amplitude des spectres est restée constante durant la mesure<sup>26</sup>.

La procédure est différente en ce qui concerne les spectres de corrélations croisés, puisqu'on n'effectue pas de mesure complémentaire. Les spectres croisés que nous avons mesurés sont généralement des spectres lorentziens assez étroits pour que l'excès de bruit soit nul vers 20 kHz. La valeur du spectre autour de cette fréquence est choisie comme valeur de référence du bruit de photons. On a vérifié par ailleurs que le niveau de bruit de photons varie comme  $\sqrt{R_1 R_2}$  où  $R_1$  et  $R_2$  sont les taux de comptage de chaque détecteur.

### 3. Mesure du rapport signal sur bruit

Nous avons vu dans le chapitre I-1 (§3.2) (formule I-75) que le rapport signal sur bruit dans le domaine spectral dépendait de l'amplitude des spectres normalisés à fréquence nulle  $P'_i / P_{SN}(0)$ . La technique d'autobatteur permet de travailler avec une très bonne résolution, ce qui est important pour mesurer précisément cette valeur et estimer quantitativement le rapport signal sur bruit pour le comparer à la valeur théorique. Divers bruits à basse fréquence (mécaniques, électriques, électroniques...) ne permettent pas néanmoins de connaître l'allure des spectres en deçà d'environ 500 Hz. Le résultat d'une mesure simultanée de spectres d'autocorrélation et de

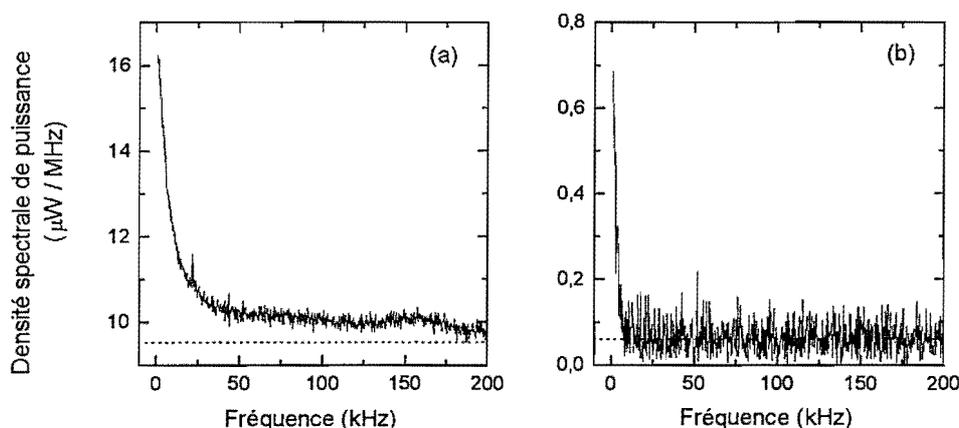


Figure I-27 : Spectres d'autocorrélation (a) et de corrélations croisées (b) de la lumière diffusée par un réseau. La résolution est 250 kHz et les spectres ont été moyennés 10000 fois. Le niveau de bruit de photons déterminé par la procédure de normalisation détaillée dans le texte est en pointillés.

corrélations croisées de la lumière diffusée par un réseau atomique est présenté sur les figures I-27(a) et (b). Ces spectres nous sont ici utiles seulement en temps qu'exemples de signaux expérimentaux. On attendra la troisième partie de ce mémoire pour disposer de leur interprétation. Le nombre de moyennages est  $N = 10000$  pour une durée totale d'acquisition d'environ 20

<sup>26</sup> Dans certains cas, la réponse spectrale du système de détection était suffisamment peu plate pour justifier une procédure de normalisation plus complexe où chaque spectre était divisé par un spectre de bruit issu de l'observation d'une lampe. Ce fut le cas uniquement pour les spectres les plus anciens réalisés en observant une mélasse  $\sigma^+ - \sigma^-$ .

minutes. La résolution est  $\delta\nu = 250$  Hz et le taux de comptage est de l'ordre de  $200 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  pour chaque détecteur. On a indiqué en pointillés le niveau de bruit du bruit de photons estimé par la procédure de normalisation que nous avons présenté dans la section précédente.

On note tout d'abord la différence d'amplitude du signal entre les deux figures. Dans le cas du spectre croisé, le taux de comptage seul ne permet pas de l'estimer à partir de la formule I-56 et des paramètres géométriques de la détection. L'amplitude dans ce cas dépend en effet du recouvrement des détecteurs sur la source et des processus physiques responsables de corrélations d'intensité entre les polarisations  $\sigma^-$  et  $\sigma^+$  (thème étudié dans les chapitres III-2 et III-4).

	Autocorrélation	Corrélation croisée
$\frac{P_i}{P_{SN}}$ (500 Hz)	1.7	11
$\delta\nu_{1/2}$ (kHz)	8.4	2.5
$\frac{S}{N}$ expérimental	107	11
$\frac{S}{N}$ théorique	200	

Tableau I-5 : Comparaison entre les rapports signal sur bruit expérimentaux et théoriques dans les mesures d'autocorrélation et de corrélations croisées.

Pour chaque spectre, on mesure le contraste spectral  $P_i'/P_{SN}$  à 500 Hz et la mi-largeur à mi-hauteur du pic fin central  $\delta\nu_{1/2}$ . On ajuste par une parabole les points dans les bandes spectrales 0 – 10 kHz pour le spectre d'autocorrélation et 0 – 5 kHz pour le spectre croisé. A basse fréquence, le spectre, qui est approximativement lorentzien, est en effet proche d'une parabole. Cette fonction est soustraite du spectre mesuré et on dispose alors d'une série de valeurs sur fond plat qui permet de calculer les fluctuations du signal spectral et donc le rapport signal sur bruit expérimental. Le signal sur bruit théorique est estimé à partir du taux de comptage  $R$ , de la largeur  $\delta\nu_{1/2}$  et des paramètres géométriques du système de détection (voir la figure I-10 et les formules I-56 et I-75). L'angle solide de détection est tel que le nombre d'aires de cohérences détectées ici est de l'ordre de  $N_{\text{coh}} \simeq 9$ . Le résultat de ces mesures et calculs est présenté dans le tableau I-5. Les incertitudes portant sur la taille du détecteur et le diaphragme de sélection sont telles qu'on peut considérer que, dans le cas de l'autocorrélation, l'accord entre les valeurs expérimentales et théoriques est très correct. L'étude théorique détaillée du rapport signal sur bruit que nous avons faite dans le chapitre I-1 est donc validée par les mesures expérimentales<sup>27</sup>.

<sup>27</sup> Le contraste du spectre d'autocorrélation est tel que les mesures sont faites dans le régime intermédiaire où le rapport signal sur bruit dépend encore un peu du taux de comptage (voir la formule I-75 et les commentaires qui suivent). Il est donc ici encore intéressant de maximiser ce taux mais en fait, dans la plupart des expériences, le taux est trois à cinq fois plus élevé et le signal sur bruit ne dépend plus que du nombre de moyennages. C'est le cas également pour le spectre croisé dont le contraste est plus important, essentiellement en raison de sa faible largeur. La latitude pour améliorer la qualité du signal est donc extrêmement restreinte. Cependant, le moyennage de plusieurs spectres nous conduit la plupart du temps à obtenir un rapport signal sur bruit 2 à 4 fois meilleur, ce qui est suffisant pour pouvoir tirer toute l'information utile des spectres.

# Annexe I-B

## La fonction délai

On peut interpréter la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  comme la distribution inconditionnelle d'intervalles de temps entre photons *quelconques* détectés. La fonction délai, par contre, représente la distribution d'intervalles entre photons *successifs*. Ces deux quantités sont bien sûr liées mais elles sont mesurées par des appareils très différents. Une expérience de mesure de la fonction délai de la lumière diffusée par des atomes dans un réseau permet de mettre en évidence les intérêts et les limites de son étude.

### 1. Principe du convertisseur temps-amplitude

Une fonction délai est mesurée par un convertisseur temps-amplitude (CTA), dont le schéma de principe est représenté sur la figure I-28. Avant l'arrivée d'une impulsion, tous les inter-

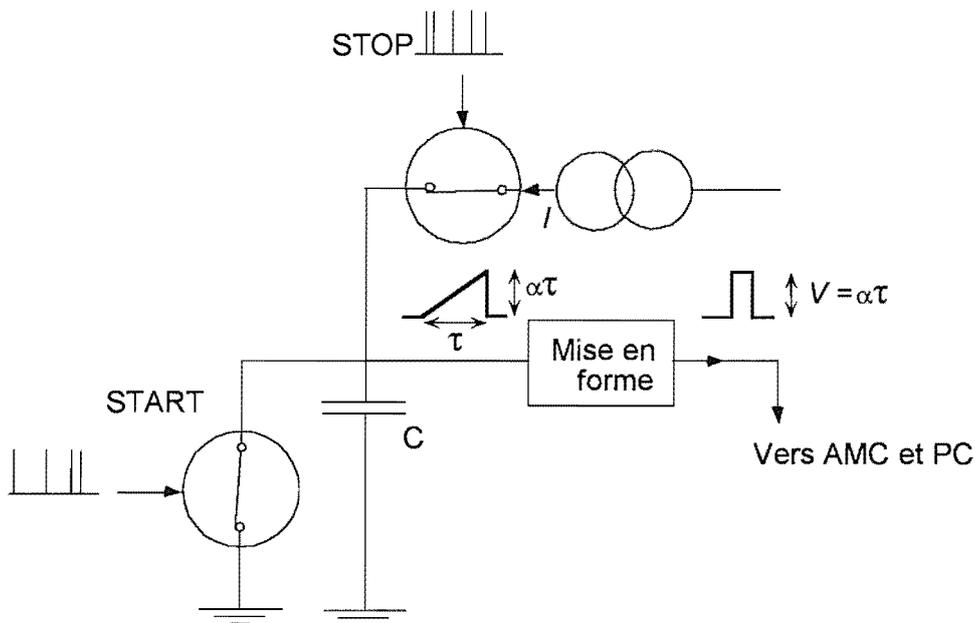


Figure I-28 : Schéma de principe d'un convertisseur temps-amplitude (CTA). Au passage d'une impulsion, l'interrupteur Start s'ouvre au front montant et la capacité est chargée par la source de courant  $I$ . Quand une impulsion est détectée sur la voie Stop, le chargement est interrompu. Après mise en forme, le signal obtenu a une hauteur  $V$  proportionnelle au délai entre deux photons successifs  $\tau$ . Le paramètre  $\alpha$  est  $I/C$ . AMC : analyseur multi-canaux.

rupteurs sont fermés. Au passage du front montant d'une impulsion l'interrupteur "start" est

ouvert et la capacité  $C$  est chargée par une source de courant constant. Le front montant de la prochaine impulsion ouvre l'interrupteur "stop", ce qui interrompt le chargement. La tension aux bornes de la capacité est alors  $V = I\tau/C$ , où  $\tau$  est l'intervalle entre les deux photons successifs "start" et "stop". Après quelques  $\mu s$ , tous les interrupteurs sont à nouveau fermés. A la sortie du CTA, on dispose donc d'une séquence d'impulsions de largeur fixe (quelques  $\mu s$ ) et de hauteur variable proportionnelle aux intervalles entre photons. Pour calculer la fonction délai, cette séquence est traitée par un analyseur multi-canaux de l'amplitude des impulsions (AMC). Celui-ci consiste simplement en un convertisseur analogique/numérique, un microprocesseur dédié et une mémoire spécifique. Les impulsions numérisées par le convertisseur sont comptées et rangées en mémoire. La fonction délai est visualisée sur l'écran d'un micro-ordinateur sous forme d'histogramme.

Contrairement à un corrélateur, un CTA peut être un appareil analogique, ce qui lui permet d'offrir une très bonne résolution, jusque dans la gamme de la ps (un corrélateur permet d'atteindre au mieux quelques ns). Celle-ci est limitée par le nombre de canaux de l'AMC qui peut cependant être couramment supérieur à 16000.

## 2. Fonction délai et fonction de corrélation

Quelle est la relation entre la fonction délai ainsi mesurée et la fonction de corrélation issue d'un corrélateur numérique ?

Supposons tout d'abord que l'on observe un signal sans corrélations (par exemple, la lumière issue d'un laser), c'est à dire tel que  $g^{(2)}(\tau) = 1$ . Soit  $R$  le taux de comptage des photons et soit  $Q(t)$  la fonction délai dans ce cas. La quantité  $Q(t) \delta t$  est la probabilité que, un photon étant détecté à l'instant 0, un photon soit détecté à l'instant  $t \pm \delta t$  près et qu'aucun autre photon ne soit détecté entre les instants 0 et  $t$ . La probabilité de détecter un photon pendant un intervalle de largeur  $\delta t$  est  $R\delta t$ . La probabilité de ne rien détecter dans  $N$  intervalles de longueur  $\delta t$  successifs est  $(1 - R\delta t)^N$  et donc

$$Q(t) \delta t = (1 - R\delta t)^N R\delta t$$

On peut écrire  $(1 - R\delta t)^N = (1 - (Rt) \frac{1}{N})^N$  puisque  $N = t/\delta t$  et, dans la limite où  $N \rightarrow \infty$  (c'est à dire  $\delta t \rightarrow 0$ ), on obtient

$$Q(t) = e^{-Rt} \quad (\text{I-93})$$

La fonction délai pour un signal sans corrélations est une exponentielle dont la constante est l'inverse du taux de comptage alors que la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  est identiquement égale à 1.

En présence de corrélations, le calcul de la fonction délai  $P(t)$  suit les mêmes lignes. Cette fois la probabilité de détecter un photon à l'instant  $t$  dans un intervalle de largeur  $\delta t$  sachant qu'un photon a été détecté à l'instant 0 est  $g^{(2)}(t) R\delta t$ . Aucun photon ne doit être détecté aux instants  $\delta t, 2\delta t, \dots, (N-1)\delta t$ , donc

$$P(t) \delta t = g^{(2)}(t) R\delta t \prod_{i=1}^{N-1} (1 - g^{(2)}(i\delta t) R\delta t)$$

En prenant le logarithme du produit et en faisant le développement limité sur chaque terme

obtenu dans la limite où  $\delta t \rightarrow 0$ , on obtient

$$P(t) = g^{(2)}(t) e^{-R \int_0^t g^{(2)}(\tau) d\tau} = \left(1 + |g^{(1)}(t)|^2\right) e^{-Rt - R \int_0^t |g^{(1)}(\tau)|^2 d\tau} \quad (\text{I-94})$$

La deuxième égalité est une application directe de la relation de Siegert dans le cas où la lumière a une statistique gaussienne.

La fonction délai est donc la fonction de corrélation des photons déformée par un facteur exponentiel dépendant lui-même de façon complexe de la fonction de corrélation.

### 3. Mesure de la fonction délai de la lumière diffusée par un réseau atomique

Nous avons réalisé quelques expériences de mesure de la fonction délai de la lumière diffusée par un réseau d'atomes. La détection de la lumière  $\sigma^-$  est effectuée selon l'axe  $Oz$  et la géométrie est la même que lors des mesures de corrélations d'intensités (voir la figure ??(b)). Dans cette annexe, les résultats expérimentaux présentés ne valent qu'à titre d'exemple utile et seront interprétés dans la troisième partie de ce mémoire.

Le poids de la composante exponentielle dans la fonction délai est, d'après la formule I-94, d'autant plus grand que le produit  $R\tau_c$  du taux de comptage par le temps de cohérence est grand. Pour des paramètres expérimentaux typiques, le temps de corrélation est de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$ , le taux de comptage est de l'ordre de  $10^6 \text{ s}^{-1}$  et donc  $R\tau_c \simeq 10$ . La fonction mesurée est donc très proche d'une exponentielle pure. En l'absence de corrélations ou pour un délai long devant

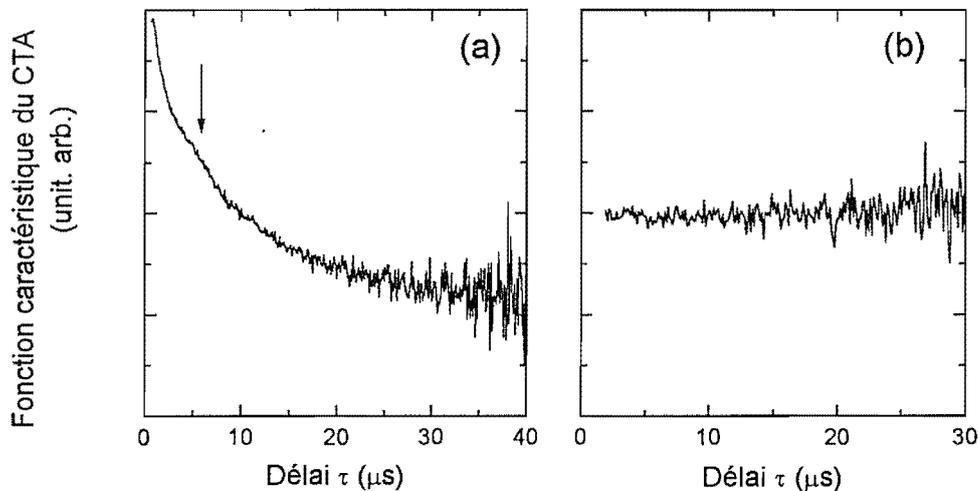


Figure I-29 : Fonction caractéristique du CTA (voir le texte pour sa définition) pour deux sources lumineuses différentes. On observe la lumière diffusée par des atomes dans un réseau atomique (a) ou directement la lumière d'un laser (b). La gamme d'analyse totale du CTA est  $50 \mu\text{s}$  et le taux de comptage est de l'ordre de  $0.2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ . La flèche marque la trace d'une oscillation beaucoup mieux visible sur la fonction de corrélation.

le temps de cohérence  $\tau_c$ , la fonction délai est exactement l'exponentielle  $e^{-R\tau}$ . Pour montrer

l'existence ou l'absence de corrélations sur le signal expérimental, on lui applique une procédure de normalisation un peu complexe. On réalise tout d'abord un ajustement exponentiel de la fonction mesurée dans la gamme de temps 30 – 50  $\mu\text{s}$  et l'on multiplie le résultat dans toute la gamme temporelle par la fonction qu'on obtient. Au delà de 50  $\mu\text{s}$ , le nombre de photons par canal est trop faible pour que cette procédure puisse s'appliquer. La constante obtenue par l'ajustement est en principe  $R^{-1}$  où  $R$  est le taux de comptage détecté<sup>28</sup>. Après cette opération, on dispose donc d'une fonction proportionnelle à  $\left(1 + |g^{(1)}(t)|^2\right) e^{-R \int_0^t |g^{(1)}(\tau)|^2 d\tau}$  que nous appellerons *fonction caractéristique du CTA*.

Le résultat de cette opération est présenté sur la figure I-29. Pour valider le principe de la normalisation, on observe d'abord simplement la lumière d'un laser (figure I-29(b)). La fonction obtenue est constante, ce qui signifie que la fonction délai est, comme l'on s'y attendait, purement exponentielle. Dans le cas de la lumière diffusée par un réseau (figure I-29(a)), la fonction a une structure, ce qui est la preuve que des corrélations d'intensité existent. A temps court, la fonction délai doit bien reproduire la fonction de corrélation et l'on retrouve effectivement une décroissance rapide en quelques  $\mu\text{s}$ , comme on l'observe directement sur un signal d'autocorrélation (se reporter au chapitre III-2 et en particulier à la figure III-18(b)). D'autre part, on peut, à partir de la fonction de corrélation mesurée simultanément, calculer la fonction délai normalisée grâce à la formule I-94. Le résultat est en bon accord avec la mesure expérimentale et l'on s'aperçoit en particulier que la petite structure indiquée par une flèche est en fait la trace de l'oscillation beaucoup mieux visible sur la fonction de corrélation (voir la figure III-18(b) par exemple).

La mesure de la fonction délai permet donc de mettre en évidence l'existence de corrélations mais elle n'autorise pas une analyse quantitative de celles-ci à cause des déformations importantes du signal dans la gamme de paramètres que nous étudions. Elle n'est donc pas bien adaptée à notre application. De plus, la fonction délai est construite par un appareil analogique et les délais entre photons sont mesurés de manière séquentielle, ce qui empêche d'effectuer les mesures en temps réel. Le corrélateur se montre donc nettement supérieur sur tous ces points, sauf en ce qui concerne la résolution et le nombre de points sur les courbes (2048 points pour l'AMC contre 64 pour le corrélateur) mais ceci n'est pas vraiment un problème si le corrélateur possède une option multi-tau (voir l'annexe I-C). Cependant, il faut garder à l'esprit les performances exceptionnelles du CTA dans le domaine des temps courts ou des faibles taux de comptage. Cette technique est en effet d'autant plus intéressante que  $R\tau$  est petit. Par exemple, il est assez facile de visualiser des dynamiques à l'échelle de  $\Gamma^{-1}$  alors que, comme nous l'avons vu à la fin du chapitre I-2, cela est très difficile avec le corrélateur.

<sup>28</sup> En fait, les temps morts du système de traitement CTA-AMC imposent des corrections de l'ordre de 10% à cette valeur.

# Annexe I-C

## Compléments techniques

On a rassemblé dans cette annexe les caractéristiques techniques les plus importantes des appareils de détection et de traitement du signal que nous avons utilisés. Les expériences sont réalisées dans le mode de comptage de photons. Les options techniques retenues, notamment en ce qui concerne les photodétecteurs, sont pour beaucoup dans la bonne qualité des résultats obtenus.

### 1. Les photodétecteurs

Nous avons choisi d'utiliser des photodiodes à avalanche en Silicium qui ont le gros avantage, si on les compare à des photomultiplicateurs, d'avoir un très bon rendement quantique à la longueur d'onde  $\lambda = 780$  nm qui nous intéresse. Nous avons utilisé deux modèles de modules de comptage de photons EGG-SPCM (Single Photon Counting Module), le second étant une version améliorée du premier qui a été récemment disponible (1995). Les expériences du chapitre I-2 ont été réalisées avec le modèle 100-PQ alors que les deux détecteurs ont été utilisés dans les expériences décrites dans la troisième partie de ce mémoire. Les caractéristiques de ces deux détecteurs sont résumées dans le tableau I-6. Ils se différencient par le mode de remise

CARACTERISTIQUE	SPCM-100-PQ	SPCM-122-AQ
Rendement quantique à 830nm	35 %	50 %
Durée des impulsions délivrées	200 ns	50 ns
Taux de comptage max.	$1.8 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$	$10^7 \text{ s}^{-1}$
Diamètre actif (à rendement max.)	100 $\mu\text{m}$	170 $\mu\text{m}$
Taux de comptage dans l'obscurité	$280 \text{ s}^{-1}$	$285 \text{ s}^{-1}$

Tableau I-6 : Caractéristiques techniques des deux photodiodes à avalanche EGG-SPCM utilisées. Il s'agit d'indications constructeur.

à zéro (quenching) des impulsions (actif ou passif) qui permet, pour le second, de diminuer la largeur des impulsions par un facteur 4, ce qui limite les effets de temps morts et augmente le taux de comptage maximum détectable. La taille du détecteur est agrandie mais, sur ce point, on est encore loin de réaliser des détecteurs de taille comparable aux photomultiplicateurs. Par contre, le rendement quantique est en progression rapide et atteint à présent 70% dans le visible (à 633 nm). Un discriminateur, un amplificateur et un module à effet Peltier intégrés et alimentés par de faibles tensions rendent ces appareils simples d'emploi. Le SPCM-122-AQ dispose d'une option d'inhibition qui évite de l'exposer à des flux lumineux trop importants et destructeurs. On peut s'attendre encore à des progrès sur ce type de matériel dans les années à venir mais, comme nous le montrons dans ce mémoire, les performances actuelles sont amplement suffisantes pour effectuer des mesures par corrélations d'intensité dans de bonnes conditions.

Les détecteurs délivrent des impulsions TTL de hauteur 2 V et de largeur 200 ns ou 50 ns environ selon le modèle. Ces signaux sont remis en forme pour être distribués dans différents appareils: compteurs, carte de comptage programmable (taux et totalisateur), analyseur de spectre, corrélateur, CTA (Convertisseur Temps/Amplitude), MCS ("Multi Channel Scaler")... Ces opérations sont réalisées avec des modules d'électronique rapide au standard NIM. On a représenté sur la figure I-30 la forme des impulsions aux différents stades du traitement.

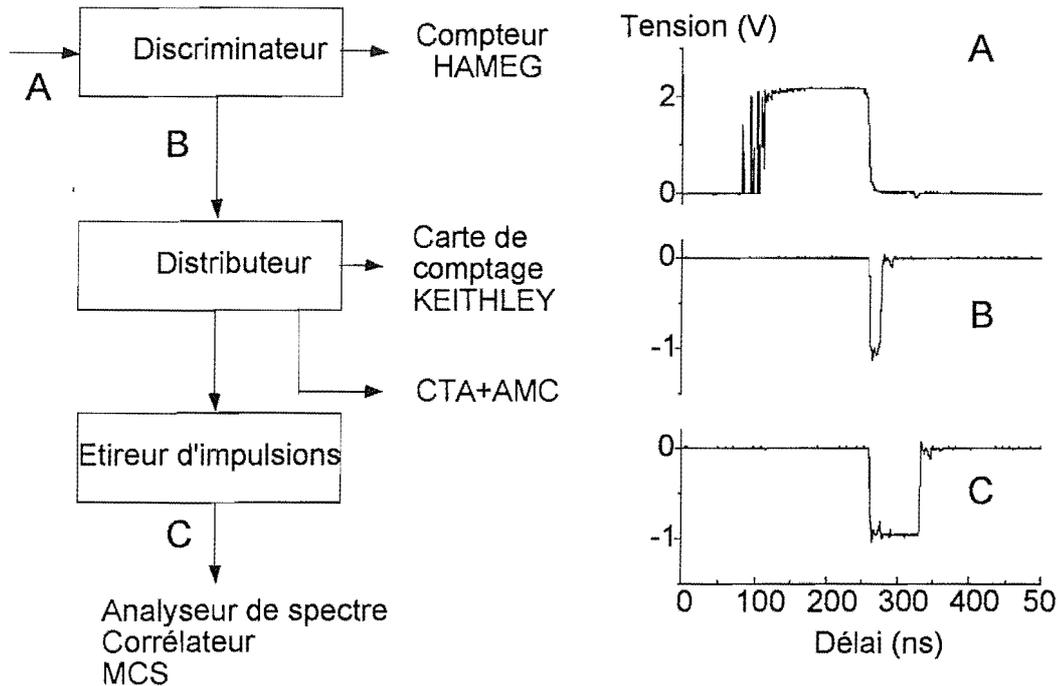


Figure I-30 : Forme des impulsions délivrées à partir du détecteur SPCM-100-PQ à divers stades de leur traitement. On a représenté également les dérivation vers les divers appareils utilisés. En fin de chaîne, les impulsions sont élargies (par un "pulse stretcher") à 100 ns environ. La forme du front montant sur la figure A est due à une mauvaise qualité de cette mesure en particulier et les impulsions avaient d'ordinaire une forme beaucoup mieux définie.

## 2. Traitement du signal

### 2.1. Analyseur de spectre à FFT

Modèle Tektronix 2642A. Bande : 5 Hz à 200 kHz. Nombre de points dans le spectre : 25 à 1000 points, ce qui permet de mesurer des spectres avec une très bonne résolution et une grande bande. Deux voies parallèles autorisent le calcul simultané du spectre de corrélations croisées et des spectres d'autocorrélation pour chaque voie. La phase du spectre croisé (qui est une quantité complexe) est également fournie. Le nombre de moyennages est limité à  $N = 9999$ , ce qui est généralement insuffisant pour obtenir un spectre avec un bon rapport signal sur bruit.

L'inconvénient majeur de cet analyseur de spectre est sa relative lenteur de calcul. Pour

mesurer un spectre de 100 points avec une résolution de 2 kHz, la durée du traitement des données est de l'ordre de 4 ms alors que la durée d'acquisition, fixée par la résolution, est de 500  $\mu$ s seulement. Des appareils plus rapides peuvent être construits mais très peu sont disponibles sur le marché.

On note l'existence d'une option Zoom qui permet de concentrer l'ensemble des canaux disponibles sur une partie intéressante du spectre ne comprenant pas la fréquence nulle [64]. Cela permet dans certains cas de diminuer substantiellement le temps de calcul du spectre, quand on cherche par exemple à obtenir uniquement des informations sur une raie d'oscillation.

## 2.2. Corrélateurs

Le comparatif des différents modèles de corrélateurs disponibles sur le marché (marques ALV, Malvern, Brookhaven) est effectué dans la référence [27]. Tous ces corrélateurs nécessitent un micro-ordinateur pour l'acquisition et le traitement des fonctions de corrélation. Tous autorisent les opérations d'autocorrélation et de corrélations croisées mais celles-ci ne sont pas réalisées simultanément. Leurs différences résident essentiellement dans la manière dont les points calculés sont répartis dans la gamme temporelle choisie : adressage individuel des délais, division en sous-corrélateurs, échantillonnage en progression géométrique ou logarithmique...

Nous avons utilisé un corrélateur Malvern 7032 à 64 canaux. Il se présente sous la forme d'un module externe et d'une carte de liaison avec un PC. Le logiciel d'acquisition et de traitement fonctionne sous Windows. Le temps d'échantillonnage varie de 50 ns à 1 s. Le corrélateur est divisible en 8 sous-corrélateurs avec des temps d'échantillonnage croissants en progression géométrique (système "multi tau"), ce qui permet d'avoir accès à la fois à des dynamiques très lentes ou très rapides. Le faible nombre de canaux peut être néanmoins un inconvénient, par exemple si l'on veut visualiser des oscillations amorties avec une bonne résolution temporelle. On préférera alors travailler dans le domaine spectral.

## 2.3. Convertisseur temps-amplitude

Modèle EGG ORTEC 567 TAC/SCA. Gamme temporelle de 10 ns à 2 ms. Temps mort de l'ordre de 40  $\mu$ s pour une plage d'analyse de 50  $\mu$ s. Cet appareil se présente sous forme de module à enficher dans une baie NIM.

## 2.4. Echelle et analyseur multi-canaux

Nous avons utilisé deux types de cartes multi-canaux qui n'ont absolument pas la même fonction. Néanmoins, elles se présentent sous la même forme (une carte PC et un logiciel d'acquisition et de traitement sous DOS) et le résultat délivré est le même : un histogramme de nombre d'événements en fonction d'un délai croissant linéairement. Un MCS (multi-compteur séquentiel ou "MultiChannel Scaler") nécessite un signal d'entrée numérique (TTL ou NIM) et il mesure le nombre de coups  $n(t, T)$  détectés dans des intervalle successifs (de longueur  $T$ ). La supériorité d'un MCS par rapport à un compteur conventionnel est l'absence de temps morts entre les mesures dans deux canaux. Un analyseur multicanaux (AMC) par contre est alimenté par des impulsions de hauteur variable, souvent en provenance d'un convertisseur temps-amplitude. La carte réalise l'histogramme des hauteurs de ces impulsions grâce à un convertisseur analogique/numérique.

Les matériels que nous avons utilisés sont les suivants :

- MCS : EGG ORTEC Turbo-MCS. Période d'échantillonnage : de 5 ns à 65365 ns. De 4 à 16384 canaux.
- AMC : EGG ORTEC SPECTRUM-ACE-2K. Temps de conversion analogique/numérique : 25  $\mu$ s. 2048 canaux.

Notons qu'on peut utiliser un MCS dans un mode différent de celui que nous avons décrit. Il peut fonctionner comme un convertisseur temps-amplitude entièrement numérique. Si une impulsion est détectée à l'entrée Start, la carte peut enregistrer les événements suivants arrivant sur l'entrée Stop. Dans le cas où elle ne tiendrait compte que de l'évènement immédiatement consécutif (mode mono-stop), elle ferait office d'un CTA mais sa capacité multi-canaux lui permet d'enregistrer beaucoup plus d'événements. Dans ce mode multi-Stop, on peut donc s'attendre à ce que les déformations apportées à la fonction de corrélation par un CTA analogique soient moins importantes ici (voir l'annexe I-B). Le MCS conserve tout les avantages du CTA, à savoir la résolution et le nombre de canaux, tout en limitant les aspects négatifs. Comparé à un corrélateur, son inconvénient principal est le fait qu'il ne fonctionne qu'en mode linéaire pour la répartition des canaux. Ceci dit, le nombre de canaux disponibles est très grand.

Nous n'avons pas mesuré de fonction délai dans le mode multi-stop. Dans le mode standard, nous avons utilisé le MCS dans l'analyse des transitoires des signaux de fluorescence après le branchement des faisceaux réseau (voir le chapitre III-1).

# Annexe I-D

## Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms

Etude expérimentale par corrélations d'intensité dans le domaine spectral de la fluorescence d'atomes refroidis dans une mélasse à trois dimensions. Deux composantes d'origine différente apparaissent sur les spectres quand la température est la plus basse. Un piédestal large est attribué à l'**effet Doppler** causé par la distribution de vitesse des atomes. L'observation d'un pic très étroit centré à fréquence nulle est identifiée comme une manifestation de l'**effet Lamb-Dicke** dû à la localisation spatiale des atomes sur des dimensions inférieures à la longueur d'onde optique. Si l'on ne peut ici qu'obtenir une information de nature qualitative sur la dynamique et la distribution spatiale des atomes, le potentiel de la technique des corrélations d'intensité comme nouveau diagnostic *in situ* des atomes refroidis par laser est démontré. On notera que, en 1996, une équipe de l'université du Wisconsin a publié des résultats comparables dans le domaine temporel [88]. Dans ce cas pourtant, l'effet Lamb-Dicke n'est pas observé (voir la conclusion du chapitre I-2 à propos de la complémentarité des méthodes).



1 April 1995

---



---

OPTICS  
COMMUNICATIONS

---



---

Optics Communications 115 (1995) 480–484

## Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms

C. Jurczak, K. Sengstock<sup>1</sup>, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, A. Aspect

*Institut d'Optique, Unité Associée au CNRS No. 14, 91403 Orsay cedex, France*

Received 14 November 1994

### Abstract

We report the observation of intensity correlations in the fluorescence from a three dimensional Rb optical molasses. This constitutes a new, non-destructive, *in situ* probe of laser cooled atoms. The power spectrum of the photocurrent displays a 100 kHz wide feature corresponding to the Doppler width of the atomic velocity distribution, and a narrow peak interpreted as being due to the localization of the atoms in wavelength sized potential wells. As the atoms rms velocity decreases, the height of the narrow peak increases while its width decreases to as little as 2 kHz. We discuss the potential for new applications of this method.

Despite the simplicity of the initial proposals [1], three-dimensional laser cooling continues to show a remarkably rich variety of phenomena. In the first generation of experiments [2], time of flight (TOF) methods were used to show that the velocity distribution of the atoms was much narrower than expected from a simple two-level atom theory. More recently, atom localization, quantized atomic motion, and Raman processes with extremely long relaxation times have been observed [3–5]. In the later examples, unlike in the TOF observations, the phenomena were observed by measurements done *in situ*, giving information about the atoms while they interacted with the laser fields. A second contrast with TOF methods is that the newer observation methods are *non-destructive*: the atomic sample is not significantly perturbed during the measurement. We present here the demonstration of a new, non-destructive, *in situ* probe of laser cooled atoms which relies on the well known technique of intensity

correlations or equivalently, self-beating spectroscopy.

Ever since the experiments of Ref. [6], which showed that intensity correlation measurements could give spectral and spatial information about a light source, this technique has enjoyed great popularity in fields from quantum optics [7] to nuclear physics [8] to fluid dynamics and biophysics [9]. One can see the idea of our intensity correlation experiment from the schematic diagram in Fig. 1. A collection of atoms in a magneto-optical trap or optical molasses, scatters light from the laser beams into a photodetector giving a current  $i(t)$ . The atoms are moving at various velocities and so the light from different atoms has different

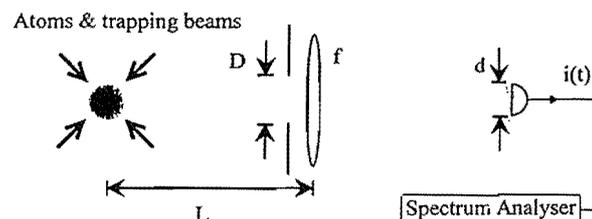


Fig. 1. Schematic diagram of our optical setup.

<sup>1</sup> Permanent address: Institut für Angewandte Physik, Wegelerstr. 8, 53115 Bonn, Germany.

Doppler shifts. These different frequencies can beat against each other causing  $i(t)$  to fluctuate. If the scattering is purely elastic, the power spectrum of these fluctuations is simply related to the motion of the atoms.

To be more precise [10], we measure the power spectrum  $P_i(\omega)$  of the photocurrent, which is proportional to the Fourier transform of the normalized light intensity correlation function  $g_2(\tau)$ :

$$g_2(\tau) = \frac{\langle I(t) I(t+\tau) \rangle}{\langle |I(t)|^2 \rangle} = \frac{\langle E^-(t) E^-(t+\tau) E^+(t+\tau) E^+(t) \rangle}{\langle E^-(t) E^+(t) \rangle^2}. \quad (1)$$

Here  $E^{+(-)}$  represents the positive (negative) frequency part of the scattered electric field at the detector, and  $\langle \rangle$  denotes a statistical average [11]. In the case where the scattered light field is a sum of contributions from a large number of independent radiators (giving a “random Gaussian field” [12]), and if the size of the detector is negligible, the intensity correlation function is related to the *field* correlation function by

$$g_2(\tau) = 1 + |g_1(\tau)|^2, \quad (2)$$

where the field correlation function  $g_1$  is given by

$$g_1(\tau) = \frac{\langle E^-(t) E^+(t+\tau) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle}. \quad (3)$$

Since  $g_1(\tau)$  is the Fourier transform of the optical power spectrum  $P_o(\omega)$  of the light emitted by the atoms, there is a relation between our intensity correlation measurement and the heterodyne measurements of Refs. [3] and [4]. In these experiments the optical power spectrum  $P_o(\omega)$  was measured, not the power spectrum of the photocurrent  $P_i(\omega)$ . If our source satisfies the conditions leading to Eq. (2), one sees by a Fourier transform that  $P_i(\omega)$  consists of a DC contribution which is eliminated by our spectrum analyzer, and the autoconvolution of  $P_o(\omega)$ . If, for example, the light source is a group of radiators with a thermal velocity distribution, the expected spectrum is a Gaussian centered at frequency zero with a width  $\sqrt{2}$  times the Doppler width of the optical spectrum. Note that there is also a flat, shot noise spectrum, and  $P_i(\omega)$  constitutes an “excess noise” above this background.

In a real experiment, the detector has a finite size. Eq. (2) then has to be modified by multiplying the  $|g_1(\tau)|^2$  term by a factor  $\eta$  related to the spatial coher-

ence of the light field over the detector [9,10]. This factor approaches 1 as the detector size is made small compared to the first Fresnel zone associated with the scattering volume.

We implement this idea with the following optical setup (see Fig. 1). A 150 mm focal length lens, placed at a distance  $L=300$  mm from the atoms, images the atom source on a photodetector. The detector is an avalanche photodiode, running in a photon counting mode, passively quenched, with an integrated preamp and discriminator (model SPCM100 from EG&G Canada). Its active diameter  $d$  is approximately 150  $\mu\text{m}$ , and its nominal quantum efficiency is 30% to 40% at our wavelength of  $\lambda=780$  nm. The detector produces pulses with a 200 ns deadtime, and has a dark count rate of 250 counts per second (cps). The aperture on the lens has a diameter  $D=3$  mm. The detection solid angle thus corresponds to four coherence areas [12] (or to the first four Fresnel zones) of the part of the source imaged onto the detector. A calculation of  $\eta$  for our geometry taking into account the spatial profile of the photon detector given by the manufacturer gives a value of approximately 0.15. A smaller value of  $D$  would increase  $\eta$ , but only at the cost of signal, which varies quadratically with  $D$  [10].

Our atomic source is very similar to that of Ref. [13]. A magneto-optical trap (MOT) is loaded by a chirp-cooled  $^{85}\text{Rb}$  atomic beam. The MOT laser beams come from a 100 mW laser diode, which is injected by a second, external cavity stabilized diode (linewidth  $<2$  MHz), which is locked to a saturated absorption line. Unlike Ref. [13], however, the three pairs of  $\sigma^+ \sigma^-$  beams are not mutually orthogonal; two pairs of horizontal beams propagate in a plane parallel to the magnetic field coils along the [100] and [010] directions while a third is at  $45^\circ$  (the [111] direction), and the light is detected along the [110] direction. The waist of each trapping beam is 3.5 mm. The intensities of each pair are equal to within 20%. (We conventionally give the intensity as the sum of the three one-way intensities at the center of the beams.) The trap is loaded for 1 s using a laser intensity ( $\approx 50$  mW/cm<sup>2</sup>) and detuning from the  $F=3$  to  $F'=4$  resonance ( $-9$  MHz) optimized for capture. Approximately  $5 \times 10^7$  atoms are loaded into a roughly 1 mm<sup>3</sup> volume during this time. When the atoms have been captured, the magnetic field is switched off in 200  $\mu\text{s}$  and the laser detuning and intensity are changed to produce colder atoms

[13]. After a delay of 10 ms to allow the sample to equilibrate in the optical molasses, the spectrum is acquired for 300 ms. The photon counting rate during the measurement phase, ranged from  $5 \times 10^4$  to  $4 \times 10^5$  counts per second (cps) of which less than 8000 cps was due to stray laser light inside the vacuum system. These count rates were sufficiently low to neglect dead time effects of the detector.

The recording of  $P_i(\omega)$  is done by a commercial FFT spectrum analyzer with a 200 kHz span and 4 kHz resolution bandwidth. The square pulses from the detector are filtered by the input stage of the spectrum analyzer so that aliasing of the high frequency components of the pulses is avoided. The analyzer acquires and processes one such spectrum in 4 ms and thus records and averages about 70 such spectra during one 300 ms measurement cycle. The loading-measurement cycle is then repeated, typically  $10^2$  to  $10^3$  times to achieve the signal to noise in the data shown in the figures. During the spectrum measurement, we use a gated counter/timer to record the number of counts and the elapsed time during which the spectrum analyzer was acquiring and processing data. Alternatively, we can perform time of flight (TOF) measurements of the atoms velocity distribution, by releasing the atoms and collecting the fluorescence from a probe laser placed 1 cm below the MOT.

In order to characterize our detection and analysis system, we first observe the spectrum of our laser as well as another light source as close as possible to white noise. In Fig. 2 we show a comparison of a spectrum produced by the molasses laser  $P_i^{\text{laser}}(\omega)$ , and that of a battery powered incandescent light. The spectrum  $P_i^{\text{laser}}(\omega)$  was acquired by deliberately misaligning a laser beam to greatly increase the scattered light in the vacuum system. The measured incandescent light spectrum  $P_i^{\text{white}}(\omega)$  was normalized according to:

$$P_i^{\text{white}}(\omega) = P_i^{\text{white}}(\omega) \times \frac{R^{\text{laser}}}{R^{\text{white}}}, \quad (4)$$

where  $R^{\text{laser(white)}}$  is the count rate during the acquisition of the laser (white light) spectrum. With this normalization, we correct for the fact that the shot noise power level is proportional to the photon count rate. The statistical accuracy of the count rate allows us to make the correction of Eq. (4) with a 1% uncertainty in the average power level. We see then that the two

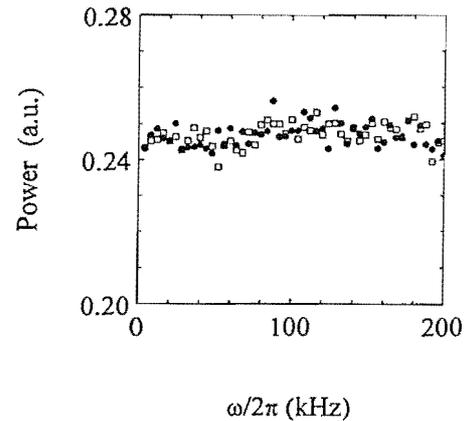


Fig. 2. Comparison of two power spectra approximating white noise. Solid circles: spectrum of laser light  $P_i^{\text{laser}}(\omega)$  (count rate:  $1.36 \times 10^5$  cps). Open squares: spectrum of a battery powered incandescent lamp, normalized to the same average count rate,  $P_i^{\text{white}}(\omega)$ ; see Eq. (4) (count rate:  $1.72 \times 10^5$  cps). The first channel shown is centered at 4 kHz; the channel at 0 kHz contains a much larger power than the others due to various low frequency noise sources and has been deleted.

spectra  $P_i^{\text{laser}}(\omega)$  and  $P_i^{\text{white}}(\omega)$  are statistically identical. Therefore we attribute the non-flatness we see to the frequency response of our detector and spectrum analyzer. That our laser noise spectrum is nearly shot noise limited at these low intensities has also been verified by deliberately intensity modulating the laser, and confirming that the signal to noise of that modulation, detected by our detection system, corresponded to the shot noise limit. We have also checked that this spectrum remains constant at the 1% level for at least one day.

Since the observed power spectrum of our laser intensity is not perfectly flat, the measured power spectrum in the presence of the atoms  $P_i^{\text{atoms}}(\omega)$  is slightly distorted. The true signal due to the atoms is proportional to the ratio of the measured power spectrum taken in the presence of the atoms to that corresponding to the laser [10]. Accordingly, in what follows, we shall show spectra corresponding to the ratio of the atoms' spectrum to that taken by looking at scattered laser light, and we shall also normalize the result, as in Eq. (4) by the ratio of the count rates,  $R^{\text{atoms}}$  and  $R^{\text{laser}}$  respectively:

$$P_i^{\text{atoms}}(\omega) = \frac{P_i^{\text{atoms}}(\omega)}{P_i^{\text{laser}}(\omega)} \times \frac{R^{\text{laser}}}{R^{\text{atoms}}}. \quad (5)$$

Thus, in the spectra in Fig. 3, the level 1 corresponds to the shot noise level, and  $P_i^{\text{atoms}}(\omega)$  corresponds to the fractional "excess power" due to the presence of the atoms, and is the experimental realization of the  $P_i(\omega)$  discussed above.

In Figs. 3a and 3b we show two power spectra due to the atoms. Fig. 3a was taken with the atoms having a 1D rms velocity  $v_{\text{rms}}$  of 5 cm/s according to our TOF measurement (corresponding to 28  $\mu\text{K}$ , with the temperature  $T$  defined by  $k_B T = mv_{\text{rms}}^2$ ). Fig. 3b corresponds to a  $v_{\text{rms}} = 3.5$  cm/s (16  $\mu\text{K}$ ). In both spectra one sees a broad feature of order 100 kHz in width, which corresponds approximately to the expected Doppler width (see below). An additional narrow peak is also evident; this peak is much more pronounced in the data corresponding to the colder atoms. In Fig. 3b the width of the peak shown is limited by our 4 kHz

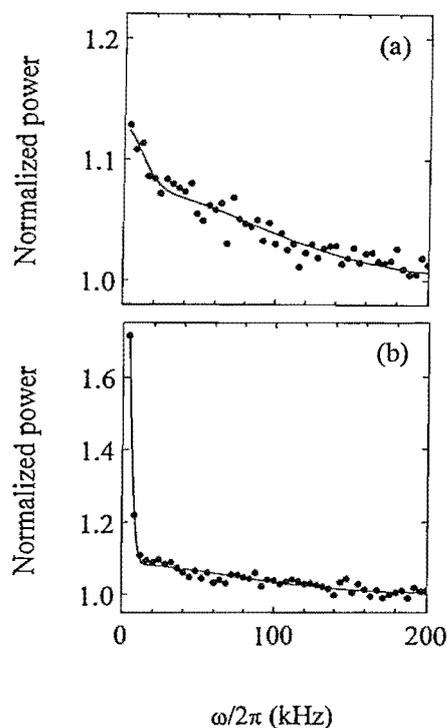


Fig. 3. Two power spectra of atoms in optical molasses  $P_i^{\text{atoms}}(\omega)$  normalized according to Eq. (5). As in Fig. 2, the channel at 0 kHz is not shown. The lines are the fits described in the text. (a) Intensity 7 mW/cm<sup>2</sup>, detuning -33 MHz, count rate  $2.40 \times 10^5$  cps,  $v_{\text{rms}} = 5$  cm/s. (b) Intensity 7 mW/cm<sup>2</sup>, detuning -51 MHz, count rate  $2.03 \times 10^5$  cps,  $v_{\text{rms}} = 3.5$  cm/s. (Rb natural linewidth 6 MHz,  $I_{\text{sat}} = 1.6$  mW/cm<sup>2</sup>.) The height of the localization peak increases dramatically as the rms velocity decreases.

resolution, though in higher resolution scans, we have observed peaks as narrow as 2 kHz. Following Ref. [3], we interpret this peak as a manifestation of the Lamb-Dicke effect. At these very low temperatures, atoms are localized in sub-wavelength sized potential wells created by the 3D configuration of the laser beams. This localization means that the phase of the radiation is undisturbed for a significant time, giving a spectral feature narrower than the Doppler width. According to this interpretation, the width of the narrow peak is related to the lifetime of the atoms in the well.

With this interpretation in mind we attempt to fit our results to a simple model in which we suppose first that the electric field at our detector is a random Gaussian field, i.e. that Eq. (2) is valid. Further we assume that the power spectrum of the light emitted by the atoms  $P_o(\omega)$ , has a broad Gaussian peak due to the Doppler width<sup>2</sup>, and an additional narrow Gaussian peak due to the Lamb-Dicke narrowing. Since our measurement yields the power spectrum of the photocurrent, and not that of the optical field received by the detector, our spectrum in this model corresponds to the autoconvolution of the two peaked spectrum. It therefore consists of three peaks: one narrow peak, one peak corresponding to the convolution of the Doppler and the narrow peaks, and finally a broad pedestal corresponding to  $\sqrt{2}$  times the Doppler width. The fits shown in the figures were done with this three peaked function. There were four adjustable parameters: the heights and widths of the narrow and Doppler peaks. For Fig. 3a the fit gives widths at half maximum of 120 kHz and 13 kHz respectively for the Doppler and narrow peaks, while in Fig. 3b the fit gives 115 kHz and 5 kHz respectively. (The 5 kHz figure is mainly our resolution.) According to the fits, the ratio of the power in the narrow peak to the total power in  $P_i(\omega)$  was 6% for Fig. 3a and 30% for Fig. 3b. With our present setup, the run to run reproducibility of the fitted Doppler width is within 20% and the narrow width within about 50%.

Having demonstrated the intensity correlations, it is natural to ask whether they can be used as an efficient diagnostic tool for laser cooled atoms. Currently our

<sup>2</sup> Strictly, in our geometry, Doppler broadening would result in a broad peak having six Gaussian contributions, see Ref. [3]. Here we approximate this function by a single Gaussian. We have verified that this results in a negligible error compared to experimental uncertainties.

total integration time is 300 to 1000 s, but the duty cycle of our data acquisition and processing system could be increased by an order of magnitude, rendering the integration time quite acceptable. This is despite the limited amount of scattered light available at our large detunings and low intensity. An alternative method of data acquisition is to measure the correlations directly by a time correlator [14]. This method is well adapted to the observation of broad spectral features (short correlation times) as in our Doppler peak. Frequency domain measurements, on the other hand, seem well adapted to measurements of very narrow spectral structures.

As for extracting quantitative information from our spectra, we note that this is likely to be difficult with our present setup. We have only treated the atoms as classical radiators executing classical motion, but Raman transitions between light shifted magnetic sub-levels and between vibrational levels in the potential wells can contribute to both the narrow and broad peaks, and affect their shape [3]. Optical lattices [5] offer a situation where all these effects are well controlled and an *ab initio* calculation of the spectrum should be possible [15]. Note that we can also adopt an empirical approach and calibrate the observations with the TOF results. This would provide a nearly real time diagnostic of the atoms.

Finally, a very interesting prospect is to look at situations where the information gained from correlation measurements is richer than that from heterodyne measurements. Correlations between spatially separated detectors could give information about the spatial distribution of the atoms, much as in the original experiments of Hanbury Brown and Twiss [6]. Periodic ordering, such as is present in optical lattices, as well as possible correlations between atomic dipoles should reveal itself as has already been demonstrated in colloidal liquids [16]. With an optical lattice, selection of detected light polarizations could also give information about the rate at which atoms hop between wells with different local polarizations. It is also possible to choose the directions of the laser and the scattered beams to isolate specific features of the atomic response [17]. Thus we believe that the method demonstrated here may turn out to be a very useful tool for the understanding of the interaction of atoms with laser beams.

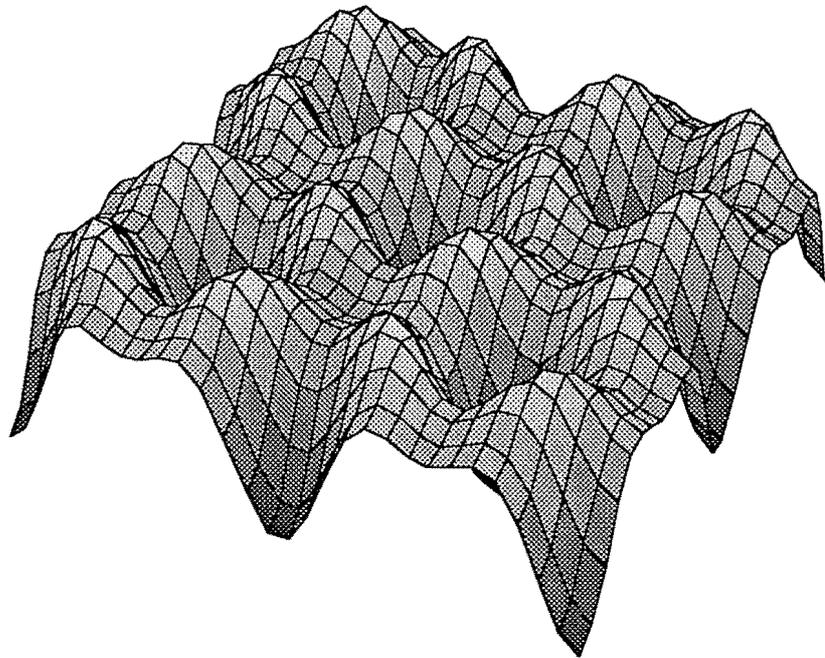
This work was supported by the DRET (grant 91055) and the EU (ERB CHRX CT920057). K.S. thanks the EU (CHBG CT930436) for financial support.

## References

- [1] T. Hänsch and A. Schalow, *Optics Comm.* 13 (1975) 68; D. Wineland and H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* 20 (1975) 637.
- [2] For a review see: W. Phillips, in: *Les Houches, Session LIII, Course 2, 1990*, eds. J. Dalibard, J.-M. Raimond and J. Zinn-Justin (North Holland, Amsterdam, 1992).
- [3] C. Westbrook, R. Watts, C. Tanner, S. Rolston, W. Phillips, P. Lett and P. Gould, *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990) 33; C. Westbrook, P. Jessen, C. Tanner, P. Lett, S. Rolston, R. Watts and W. Phillips, *Atomic Physics 12*, eds. J. Zorn and R. Lewis (Plenum, New York, 1990).
- [4] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992) 3861; P. Jessen, C. Gerz, W. Phillips, S. Rolston, R. Spreuw and C. Westbrook, *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992) 49.
- [5] A. Hemmerich and T. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993) 410; G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* 70 (1993) 2249.
- [6] A. Forrester, R. Gudmundsen and P. Johnson, *Phys. Rev.* 99 (1955) 1691; R. Hanbury Brown and R. Twiss, *Nature* 177 (1956) 27.
- [7] H. Kimble, M. Dagenais and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* 39 (1977) 69.
- [8] D. Boal, C. Gelbke and B. Jennings, *Rev. Mod. Phys.* 62 (1990) 553.
- [9] See for example: B. Chu, *Laser Light Scattering* (Academic Press, Boston, 1991).
- [10] We summarize here an account that can be found in: H. Cummins and H. Swinney, *Prog. in Optics*, Vol. 8, ed. E. Wolf (North Holland, Amsterdam, 1970) p. 133.
- [11] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, Oxford, 1973).
- [12] For a detailed discussion about the conditions leading to Eq. (2), see: J. Goodman, *Statistical Optics* (Wiley, New York, 1985).
- [13] C. Gerz, T. Hodapp, P. Jessen, K. Jones, W. Phillips, C. Westbrook and K. Mølmer, *Europhys. Lett.* 21 (1993) 661.
- [14] T. Walker, personal communication.
- [15] P. Marte, R. Dum, R. Taïeb, P. Lett and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993) 1335.
- [16] N. Clark, B. Ackerson and A. Hurd, *Phys. Rev. Lett.* 50 (1983) 1459.
- [17] P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, A. Heidmann and S. Reynaud, *Phys. Rev. Lett.* 57 (1986) 687.

# Partie II

## Les réseaux atomiques



# Introduction

Les réseaux d'atomes sont *a priori* des objets d'étude intéressants pour la spectroscopie par corrélations d'intensité. Tout d'abord, il est possible d'en donner une description théorique relativement simple : c'est là le but du premier chapitre de cette partie. Nous étudierons les propriétés générales de l'interaction des atomes avec les laser dans le réseau et nous montrerons que, dans une configuration particulière à quatre faisceaux dite "tétraédrique", les atomes évoluent dans un potentiel lumineux périodique à l'échelle de la longueur d'onde optique. Nous généraliserons les concepts fondamentaux des corrélations d'intensité dans un cadre quantique et nous verrons qu'une modélisation numérique peut rendre compte de façon satisfaisante de la dynamique des atomes dans le réseau.

Deux annexes II-A et II-B compléteront ce chapitre théorique.

Dans un deuxième temps, nous décrirons le montage expérimental que nous avons utilisé pour réaliser le réseau et l'étude détaillée de la température mesurée par temps de vol sera l'occasion d'une première discussion sur les propriétés dynamiques des atomes.

# Chapitre II-1

## Corrélations d'intensité dans un réseau : théorie

Dans ce chapitre, nous présentons une analyse théorique des réseaux tétraédriques à trois dimensions, la reformulation des principes des corrélations d'intensité dans un cadre quantique ainsi que nos choix en matière de simulation numérique. L'interaction d'atomes à plusieurs niveaux avec des faisceaux laser sera décrite par l'équation du pompage optique (§1.2) qui dérive des équations de Bloch optique généralisées. Pour l'ensemble des calculs, nous nous plaçons dans ce mémoire dans le cas simple d'une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  et nous présenterons la forme des potentiels lumineux dans la configuration de faisceaux étudiée expérimentalement (§1.3). Nous établirons quelques propriétés du potentiel périodique ainsi créé. L'un des intérêts majeurs de la transition étudiée est qu'elle autorise la simulation des équations quantiques par un processus stochastique classique (§1.4.a) que nous étudierons par des méthodes Monte-Carlo. Les calculs seront effectués à une ou deux dimensions mais nous montrerons qu'il est légitime d'espérer obtenir dans certaines conditions un bon accord qualitatif avec les expériences à trois dimensions (§1.4.b).

Après avoir introduit un formalisme quantique pour décrire la dynamique atomique, nous étudierons dans la deuxième partie de ce chapitre la théorie quantique des corrélations d'intensité de la lumière diffusée par les atomes. Les concepts classiques introduits dans le premier chapitre de la première partie seront généralisés. Nous montrerons comment les fonctions de corrélation sont introduites naturellement en théorie quantique de la photodétection (§2.1.a). Dans le cas d'une lumière chaotique, le formalisme de Glauber permet d'établir une généralisation quantique de la relation de Siegert entre les fonctions de corrélation du premier et du deuxième ordre (§2.1.b). L'application aux fonctions de corrélation de la lumière diffusée dans un réseau est immédiate (§2.1.c) et nous terminerons par le calcul des fonctions de corrélation à partir des simulations numériques de la dynamique (§2.2).

On trouvera en annexe des développements intéressants autour de la notion de condition d'accord de phase de la lumière diffusée dans les réseaux (Annexe II-A) ainsi que des détails sur les calculs numériques (Annexe II-B).

### 1. Interaction atome-laser dans un réseau

Très généralement, un réseau atomique résulte de l'interaction d'atomes avec un certain nombre de faisceaux laser. Dans certaines situations<sup>29</sup>, la structure de niveaux de l'atome n'a pas d'importance mais ce n'est pas le cas dans le régime que nous étudions dans ce mémoire où elle joue un rôle crucial et complique la compréhension physique des processus en jeu. Nous rappellerons ici brièvement les équations fondamentales rendant compte de la dynamique d'un atome à plusieurs niveaux en mettant l'accent sur les enchainements logiques permettant de

<sup>29</sup> On pense ici aux réseaux très désaccordés où le potentiel est exclusivement dipolaire.

passer de l'une à l'autre. Nous renvoyons aux références [68, 15, 90, 91, 17] pour un traitement rigoureux et détaillé de ces questions.

### 1.1. Notations

Précisons d'abord les notations que nous utiliserons dorénavant. Nous considérons l'interaction d'atomes avec un champ lumineux  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ . On rappelle que  $\delta = \omega_L - \omega_{at}$  est le désaccord des laser par rapport à la fréquence de la transition atomique et que  $k = 2\pi/\lambda$  est le module de leur vecteur d'onde. On notera  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  les opérateurs impulsion et position d'un atome et  $\vec{p}$  et  $\vec{r}$  leurs valeurs propres. Les degrés de liberté internes de l'atome sont modélisés par un système d'états  $\{|J_g, m_g\rangle, |J_e, m_e\rangle\}$  correspondant à une transition  $J_g \rightarrow J_e$  avec ses sous-niveaux hyperfins. On note  $\Gamma$  la largeur naturelle de l'état excité et  $m$  la masse de l'atome.

Dans l'approximation du champ tournant, le hamiltonien dipolaire électrique d'interaction entre un atome dont l'opérateur moment dipolaire est  $\vec{D}$  et le champ électrique  $\vec{E}(\vec{R}, t)$  est

$$V = -\vec{D}^+ \cdot \vec{E}^+(\vec{R}, t) - \vec{D}^- \cdot \vec{E}^-(\vec{R}, t) \quad (\text{II-1})$$

où  $\vec{E}^+(\vec{R})$  et  $\vec{E}^-(\vec{R})$  sont respectivement les parties de fréquences positives et négatives de l'opérateur champ lumineux définies par

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \vec{E}^+(\vec{R}) e^{-i\omega t} + \vec{E}^-(\vec{R}) e^{i\omega t} \quad (\text{II-2})$$

et où

$$\vec{D}^+ \equiv P_e \vec{D} P_g \quad (\text{II-3})$$

est la partie montante du dipôle atomique. Les opérateurs  $P_e$  et  $P_g$  sont les opérateurs de projection sur les sous-espaces associés aux sous-niveaux excités et fondamentaux. Nous utiliserons généralement dans les calculs les opérateurs sans dimensions  $\vec{d}^\pm = \vec{D}^\pm/D$  à la place des opérateurs  $\vec{D}^\pm$ . Le nombre  $D$  est l'élément de matrice réduit de l'opérateur moment dipolaire pour la transition  $J_g \rightarrow J_e$ . Il est défini par

$$D \equiv \frac{\langle J_e || \vec{D}^+ || J_g \rangle}{\sqrt{2J_e + 1}} \quad (\text{II-4})$$

La nature vectorielle du champ joue un rôle important dans l'interaction. Il est commode d'utiliser comme base privilégiée la base des vecteurs  $\vec{e}_q$  ( $q = -1, 0, 1$ ) associés aux polarisations circulaires  $\sigma^\pm$  et linéaire  $\pi$ , l'axe  $Oz$  étant choisi comme axe de quantification :

$$\begin{cases} \vec{e}_1 \equiv -\frac{\vec{e}_x + i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \rightarrow \sigma^+ \\ \vec{e}_{-1} \equiv \frac{\vec{e}_x - i\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \rightarrow \sigma^- \\ \vec{e}_0 \equiv \vec{e}_z \rightarrow \pi \end{cases} \quad (\text{II-5})$$

On notera les relations particulières d'orthogonalité et de normalisation entre ces différents vecteurs

$$\begin{aligned}\vec{e}_q^* &= (-1)^q \vec{e}_{-q} \\ \vec{e}_q \cdot \vec{e}_{q'}^* &= \delta_{q,q'}\end{aligned}\quad (\text{II-6})$$

Avec ce choix, la projection de l'opérateur dipôle réduit  $\vec{d}^{\pm}$  sur la polarisation propre  $\vec{e}_q$  s'exprime en fonction des coefficients de Clebsch-Gordan de la transition atomique :

$$\begin{aligned}d_q^+ &= \vec{d}^+ \cdot \vec{e}_q = \sum_{m_e, m_g} \langle J_e, m_e | J_g, 1, m_g, q \rangle |J_e, m_e\rangle \langle J_g, m_g| \\ d_q^- &= \vec{d}^- \cdot \vec{e}_q^* = (-1)^q \sum_{m_e, m_g} \langle J_e, m_e | J_g, 1, m_g, -q \rangle^* |J_g, m_g\rangle \langle J_e, m_e|\end{aligned}\quad (\text{II-7})$$

Enfin, on caractérise le caractère vectoriel du champ lumineux par le vecteur non normé  $\vec{\xi}(\vec{r})$  défini par  $\vec{E}^+(\vec{R}) = E_0 \vec{\xi}(\vec{R})$  où

$$\vec{\xi}(\vec{R}) = \sum_j \vec{e}_j e^{i\vec{k}_j \cdot \vec{R}} \quad (\text{II-8})$$

Les vecteurs  $\vec{k}_j$  et  $\vec{e}_j$  sont les vecteurs d'onde et les polarisations des différents faisceaux laser d'indice  $j$  utilisés pour créer le réseau lumineux. Le vecteur  $\vec{\xi}(\vec{r})$  est proportionnel à la polarisation locale du champ total. On rappelle l'expression du paramètre de saturation par faisceau

$$s_0 = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

avec  $\Omega = -2DE_0/\hbar$ .

## 1.2. L'équation du pompage optique

L'état d'un atome est complètement caractérisé par sa matrice densité  $\rho$ . L'évolution temporelle de ses projections  $\rho_{ee} = P_e \rho P_e$ ,  $\rho_{eg} = P_e \rho P_g$  et  $\rho_{gg} = P_g \rho P_g$  sur les sous-espaces propres associés aux états internes est fournie par les équations (matricielles) de Bloch optiques généralisées<sup>30</sup> [68] :

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{ee} &= -\Gamma \rho_{ee} + \frac{1}{i\hbar} \left[ \frac{\vec{P}^2}{2m}, \rho_{ee} \right] - \frac{1}{i\hbar} \left[ \vec{d}^+ \cdot \vec{E}^+(\vec{R}, t) \rho_{ge} - \rho_{eg} \vec{d}^- \cdot \vec{E}^-(\vec{R}, t) \right] \\ \dot{\rho}_{eg} &= - \left[ \frac{\Gamma}{2} - i\delta \right] \rho_{eg} + \frac{1}{i\hbar} \left[ \frac{\vec{P}^2}{2m}, \rho_{eg} \right] - \\ &\quad \frac{1}{i\hbar} \left[ \vec{d}^+ \cdot \vec{E}^+(\vec{R}, t) \rho_{gg} - \rho_{ee} \vec{d}^- \cdot \vec{E}^-(\vec{R}, t) \right] \\ \dot{\rho}_{gg} &= \frac{1}{i\hbar} \left[ \frac{\vec{P}^2}{2m}, \rho_{gg} \right] - \frac{1}{i\hbar} \left[ \vec{d}^- \cdot \vec{E}^-(\vec{R}, t) \rho_{eg} - \rho_{ge} \vec{d}^+ \cdot \vec{E}^+(\vec{R}, t) \right]\end{aligned}\quad (\text{II-9})$$

<sup>30</sup> Ces équations sont écrites dans le référentiel tournant à la fréquence du laser  $\omega_L$  de façon à éliminer la dépendance temporelle à fréquence élevée des cohérences optiques contenues dans les matrices  $\rho_{eg}$  et  $\rho_{ge}$ .

$$+ \frac{3\Gamma}{8\pi} \int_{\vec{\kappa}} d^2\vec{\kappa} \sum_{\vec{e} \perp \vec{\kappa}} \left( \vec{d}^- \cdot \vec{e}^* \right) e^{-ik\vec{\kappa} \cdot \vec{R}} \rho_{ee} e^{ik\vec{\kappa} \cdot \vec{R}} \left( \vec{d}^+ \cdot \vec{e} \right)$$

L'intégrale dans la dernière équation porte sur la direction  $\vec{\kappa}$  du photon spontané de longueur d'onde  $\lambda$  émis par un atome au moment de sa désexcitation vers le niveau fondamental.

On observe que le refroidissement le plus efficace (températures les plus basses) se produit dans les régimes de grand désaccord ( $|\delta| \gg \Gamma$ ) et de faible saturation de la transition atomique ( $s_0 \ll 1$ ). Dans ce cas, les différents blocs de la matrice densité ont des dynamiques très différentes. On s'aperçoit dans les équations II-9 que les composantes impliquant l'état excité,  $\rho_{eg}$  et  $\rho_{ee}$ , relaxent avec un temps caractéristique de l'ordre de  $\Gamma^{-1}$  alors que  $\rho_{gg}$  évolue à l'échelle de  $(\Gamma s_0)^{-1}$  qui est un temps beaucoup plus long à faible saturation. Les variables rapides que sont les populations et les cohérences optiques impliquant les états excités sont donc asservies à l'évolution des variables lentes contenues dans  $\rho_{gg}$  et peuvent être adiabatiquement éliminées. On déduit du système II-9 une équation pilote<sup>31</sup> pour la matrice densité réduite dans l'état fondamental  $\sigma$ . Elle porte le nom *d'équation du pompage optique* et on l'écrit généralement sous la forme [90, 91, 17]

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{i\hbar} [H_{eff}, \sigma] + \dot{\sigma}_R \quad (\text{II-10})$$

avec

$$H_{eff} = \frac{\vec{P}^2}{2m} + \hbar\delta' A(\vec{R}, t) \equiv \frac{\vec{P}^2}{2m} + U(\vec{R}, t) \quad (\text{II-11})$$

$$\dot{\sigma}_R = -\frac{\Gamma'}{2} \left\{ A(\vec{R}, t), \sigma \right\} + \frac{3\Gamma'}{8\pi} \int_{\vec{\kappa}} d^2\vec{\kappa} \sum_{q=-1}^1 B_q^\dagger(\vec{R}, t) e^{-ik\vec{\kappa} \cdot \vec{R}} \sigma e^{ik\vec{\kappa} \cdot \vec{R}} B_q(\vec{R}, t) \quad (\text{II-12})$$

et

$$\delta' = \delta s_0 / 2 \quad (\text{II-13})$$

$$\Gamma' = \Gamma s_0 / 2 \quad (\text{II-14})$$

$$A(\vec{R}, t) = \left[ \vec{d}^- \cdot \vec{\xi}^*(\vec{R}) \right] \left[ \vec{d}^+ \cdot \vec{\xi}(\vec{R}) \right] \quad (\text{II-15})$$

$$B_q(\vec{R}, t) = \left[ \vec{d}^- \cdot \vec{\xi}^*(\vec{R}) \right] d_q^+ \quad (\text{II-16})$$

L'équation du pompage optique II-10 est la somme d'une partie *réactive* (premier terme du membre de droite) et d'une partie *dissipative* (second terme). La partie réactive est associée au hamiltonien effectif  $H_{eff}$  décrivant les *déplacements lumineux* des sous-niveaux Zeeman du niveau atomique fondamental, qui sont de l'ordre de  $\hbar\delta'$  et qui dépendent de la position. La partie dissipative est décomposée en deux termes : l'anticommutateur dans la formule II-12 décrit l'absorption de photons des faisceaux laser alors que l'intégrale rend compte de l'émission sub-séquent de photons de fluorescence dans des directions  $\vec{\kappa}$ . Ces cycles d'absorption/émission

<sup>31</sup> Les processus de refroidissement Doppler sont négligés dans cette équation.

spontanée sont responsables de phénomènes de *pompage optique* entre sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental et se produisent à un taux de l'ordre de  $\Gamma'$  qui, lui aussi, peut varier spatialement<sup>32</sup>.

On notera enfin que, formellement, l'équation du pompage optique est obtenue à partir des équations de Bloch optiques II-9 en effectuant la transformation

$$d_q^- \rightarrow \frac{\Omega/2}{\delta + i\Gamma/2} B_q^\dagger \quad (\text{II-17})$$

L'opérateur  $B_q$  se substituera à l'opérateur moment dipolaire dans toutes les situations où ce dernier interviendra et où on aura à effectuer l'élimination adiabatique de l'état excité. Ce sera précisément le cas pour le calcul des fonctions de corrélation de la lumière diffusée.

### 1.3. Le potentiel lumineux dans les réseaux tétraédriques

La partie réactive du couplage atome-laser est décrite par un hamiltonien effectif  $H_{eff}$  (formule II-11) qui est la somme d'un terme d'énergie cinétique et d'un terme d'énergie potentielle  $U(\vec{R}, t) = \hbar\delta'A(\vec{R}, t)$ . Ce *potentiel lumineux* dépend de la configuration de faisceaux laser utilisés. Nous allons établir ici sa forme dans le cas d'une géométrie de réseau à quatre faisceaux et nous établirons quelques propriétés de la dynamique atomique dans ce type de potentiel.

#### a) Forme du potentiel

La géométrie que nous utilisons dans nos expériences pour réaliser le réseau (géométrie dite "tétraédrique" bien que les faisceaux ne soient pas alignés selon les axes d'un tétraèdre régulier) est représentée sur la figure II-2(b). Elle est la généralisation à trois dimensions [12] de la configuration unidimensionnelle  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  de la figure II-2(a). Chacun des deux faisceaux dans l'axe  $Oz$  est "coupé" en deux symétriquement dans les plans perpendiculaires  $xOz$  et  $yOz$ . On note  $\theta_x$  et  $\theta_y$  les demi-angles de chaque paire de faisceau par rapport à l'axe de symétrie  $Oz$ . Les polarisations sont linéaires et perpendiculaires au plan de chaque paire de faisceau. Chaque faisceau a la même amplitude  $E_0$ .

On montre que le champ total résultant de l'interférence des quatre faisceaux est une onde stationnaire

$$\vec{E}^+(\vec{r}, t) = E_0\sqrt{2}\vec{\xi}(\vec{r})e^{-i\omega t} \quad (\text{II-18})$$

avec<sup>33</sup>

$$\vec{\xi}(\vec{r}) = (\cos k_x x e^{-ik_z z} + \cos k_y y e^{ik_z z}) \vec{e}_{-1} + (\cos k_x x e^{-ik_z z} - \cos k_y y e^{ik_z z}) \vec{e}_1 \quad (\text{II-19})$$

La dépendance spatiale est déterminée par les modules des vecteurs d'onde effectifs  $\vec{k}_x$ ,  $\vec{k}_y$  et  $\vec{k}_z$

<sup>32</sup> Le taux  $\Gamma'$  diffère du véritable taux de pompage optique  $\gamma_0$  par un facteur dépendant de la transition atomique et de la géométrie des faisceaux.

<sup>33</sup> Noter la définition du vecteur  $\vec{\xi}(\vec{r})$  qui est différente de la formule II-8. Elle est mieux adaptée au cas particulier d'une onde stationnaire traité ici. Les valeurs de  $\Gamma'$  et  $\delta'$  doivent être modifiées en accord avec cette définition.

définis par

$$\begin{aligned}\vec{k}_z &= k \frac{\cos \theta_x + \cos \theta_y}{2} \cdot \vec{e}_z \\ \vec{k}_x &= k \sin \theta_x \cdot \vec{e}_x \\ \vec{k}_y &= k \sin \theta_y \cdot \vec{e}_y\end{aligned}\quad (\text{II-20})$$

On notera  $\lambda_x = 2\pi/k_x$ ,  $\lambda_y = 2\pi/k_y$  et  $\lambda_z = 2\pi/k_z$  les longueurs d'onde associées. On a séparé dans l'expression du vecteur  $\vec{\xi}(\vec{r})$  les composantes de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  et on notera, ce qui est propre à cette configuration de polarisation, que le champ total n'a pas de composante de lumière  $\pi$ .

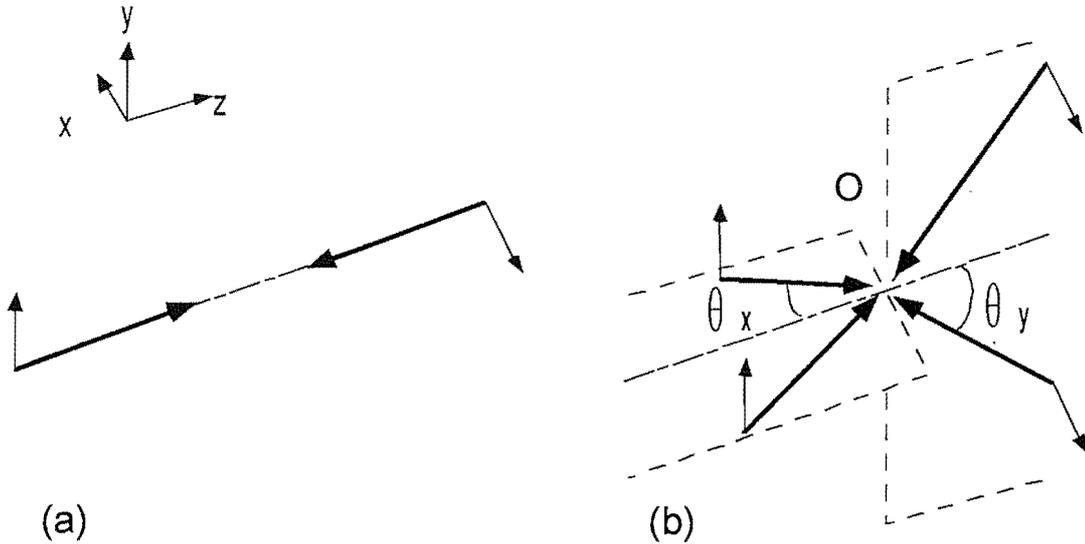


Figure II-2 : Réalisation de réseaux à une (a) et trois dimensions (b). La configuration de la figure (a) est celle d'une mélasse  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$ . On obtient la figure (b) en coupant chacun des faisceaux de la figure (a) en deux. Les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sont égaux dans les expériences.

Dans la plupart des situations expérimentales que nous avons rencontrées dans l'étude des réseaux, il est apparu qu'un raisonnement sur un atome fictif ayant une transition  $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$  était qualitativement correct<sup>34</sup>. Il y a plusieurs bonnes raisons pour effectuer l'étude théorique en supposant que les atomes ont une telle transition : le système qu'on modélise est moins complexe que le système réel, le temps nécessaire pour effectuer des simulations numériques de la dynamique est raisonnable mais surtout nous verrons qu'il est souvent possible de dégager des images physiques simples malgré la complexité de l'interaction laser/rayonnement. On note d'ailleurs que l'interprétation du refroidissement sub-Doppler en termes de gradient de polarisation a été développée avec cette transition simple[4]. Ses coefficients de Clebsch-Gordan

<sup>34</sup> Cependant, dans l'étude de certaines questions, il semble qu'il soit important de tenir compte de la nature réelle de la transition. C'est le cas par exemple si l'on cherche à déterminer la nature, locale ou non locale, du refroidissement. Pour plus de détails sur ces problèmes de structure de niveaux et sur les techniques d'étude numérique associées, on consultera la référence [92].

sont représentés sur la figure II-3 et l'on notera

$$|\pm\rangle \equiv \left| J_g, m_z = \pm \frac{1}{2} \right\rangle \quad (\text{II-21})$$

les sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental.

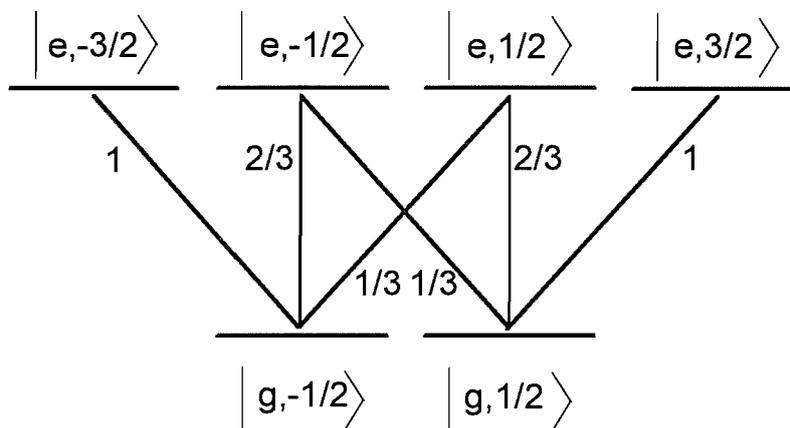


Figure II-3 : Carrés des coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$ .

A partir des équations II-15 et II-16, on montre que le potentiel ne dépend que de  $s_0$  et des opérateurs  $B_q(\vec{r})$  :

$$U(\vec{r}) = \hbar\delta' \sum_{q=-1}^1 B_q(\vec{r}) B_q^\dagger(\vec{r}) \quad (\text{II-22})$$

On retiendra les valeurs des paramètres caractéristiques

$$\begin{aligned} \Gamma' &= \Gamma s_0 \\ \delta' &= \delta s_0 \end{aligned} \quad (\text{II-23})$$

L'expression des opérateurs  $B_q(\vec{r})$  est donnée dans l'annexe II-B et l'on ne retiendra ici que l'expression du potentiel qui s'écrit en fonction des projecteurs sur les états  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$

$$U(\vec{r}, t) = U_+(\vec{r}, t) |+\rangle \langle +| + U_-(\vec{r}, t) |-\rangle \langle -| \quad (\text{II-24})$$

où

$$U_{\pm}(\vec{r}, t) = -\frac{U_{0,\pm}}{3} (\cos^2 k_x x + \cos^2 k_y y \mp \cos k_x x \cos k_y y \cos 2k_z z) \quad (\text{II-25})$$

et

$$U_{0,\pm} = -4\hbar\delta s_0 \quad (\text{II-26})$$

**Les vecteurs propres de l'opérateur potentiel lumineux sont les sous-niveaux hyperfins  $|\pm\rangle$ .** Cette propriété particulière est liée au choix de la transition atomique et de la configuration de champ et est due au fait que les cohérences optiques entre les états  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  ne peuvent pas être couplées par émission spontanée aux populations (voir la figure II-3). Les valeurs propres

$U_+(\vec{r}, t)$  et  $U_-(\vec{r}, t)$  sont les potentiels vus par des atomes respectivement dans les états  $|+\rangle$  ou  $|-\rangle$ . La décomposition en un double potentiel est importante pour la simplicité de la simulation numérique.

### b) Propriétés élémentaires du potentiel

On a représenté sur les figures II-4 et II-5 le potentiel  $U_-(\vec{r}, t)$  dans les plans  $xOy$  et  $xOz$ . C'est une succession de puits de potentiels périodiquement espacés d'une fraction de longueur d'onde.

D'après l'expression II-6, la périodicité du potentiel est fixée par les vecteurs d'onde effectifs  $\vec{k}_x, \vec{k}_y$  et  $\vec{k}_z$  et donc par les angles entre les faisceaux laser. On supposera dorénavant que le réseau est symétrique, c'est à dire que

$$\theta_x = \theta_y \equiv \theta \quad (\text{II-27})$$

Les dimensions caractéristiques du potentiel sont les longueurs  $\lambda_\perp$  et  $\lambda_\parallel$  définies par

$$\begin{aligned} \lambda_\perp &\equiv \frac{\lambda}{\sin \theta} \\ \lambda_\parallel &\equiv \frac{\lambda}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (\text{II-28})$$

On peut voir immédiatement que  $\lambda_\perp = \lambda_x = \lambda_y$  est la période du potentiel dans les directions

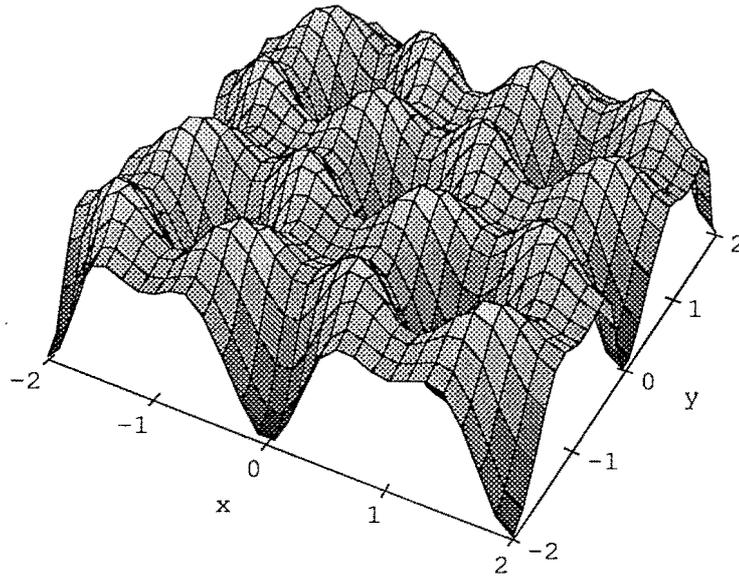


Figure II-4 : Potentiel vu par des atomes dans l'état  $|-\rangle$  dans le plan transverse  $xOy$ . Les positions sont exprimées en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et on a choisi un demi-angle du réseau  $\theta = 30^\circ$ .

$Ox$  et  $Oy$  et que, dans la direction  $Oz$ , la période est  $\lambda_\parallel/2 = \lambda_z/2$ . L'axe  $Oz$  est la bissectrice des deux plans des faisceaux et forme l'axe de symétrie privilégié du réseau. Il définit la direction longitudinale et les plans perpendiculaires à  $xOy$  seront qualifiés de "plans transverses".

Quelques propriétés importantes du potentiel sont plus clairement visibles quand celui-ci est

observé le long des lignes  $x = y = 0$  et  $y = z = 0$ . Dans le premier cas (figure II-6(b)), le potentiel sinusoïdal est identique à celui qu'on obtient dans une configuration de faisceaux unidimensionnelle  $Lin \perp Lin$ . Le potentiel pour un atome dans l'état  $|\pm\rangle$  est en effet

$$U_{\pm}^z(z) = \frac{U_{0,\parallel}}{2} (-2 \pm \cos 2k_z z) \quad (\text{II-29})$$

où  $U_{0,\parallel} = -\frac{8}{3}\hbar\delta s_0$  est la profondeur des puits (puisque  $\delta \leq 0$  c'est une quantité positive). La seule différence par rapport au cas 1D est la période spatiale qui est ici  $\lambda_{\parallel}/2$  au lieu de  $\lambda/2$ . Cette relation étroite avec le potentiel 1D est facile à comprendre puisque nous avons vu que le réseau est précisément une généralisation de la configuration de faisceaux  $Lin \perp Lin$  (voir la figure II-2).

Dans la direction  $Ox$ , le potentiel est

$$U_{\pm}^x(x) = -\frac{U_{0,\perp}}{3} (1 + \cos^2 k_x x \mp \cos k_x x) \quad (\text{II-30})$$

où  $U_{0,\perp} = -4\hbar\delta s_0$  est la profondeur des puits. Comme on le voit sur la figure II-6(a), ce potentiel a une forme plus complexe que dans la direction  $Oz$  et il existe des minima locaux. Même si le

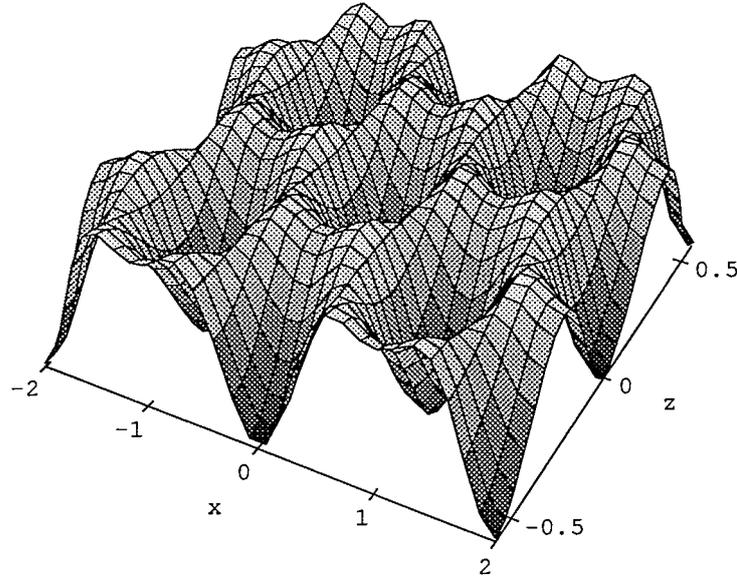


Figure II-5 : Le potentiel vu par un atome dans l'état  $|-\rangle$  dans le plan  $xOz$ . Les positions sont exprimées en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  et on a choisi un demi-angle du réseau  $\theta = 30^\circ$ .

potentiel dans la direction  $Oy$  est identique, il faut noter qu'il y a quelques particularités dans le plan  $xOy$ . En effet, le potentiel s'annule le long des droites définies par  $\cos k_x x = \cos k_y y = 0$  et, alors que la polarisation du champ dans les directions  $Ox$  ou  $Oz$  est alternativement circulaire droite ou gauche, le champ dans les directions  $x = y$  ou  $x = -y$  a une polarisation circulaire fixe. Ces lignes singulières sont des lignes de fuite pour les atomes [94] et nous évoquerons leur effet sur la dynamique atomique dans le chapitre IV-1.

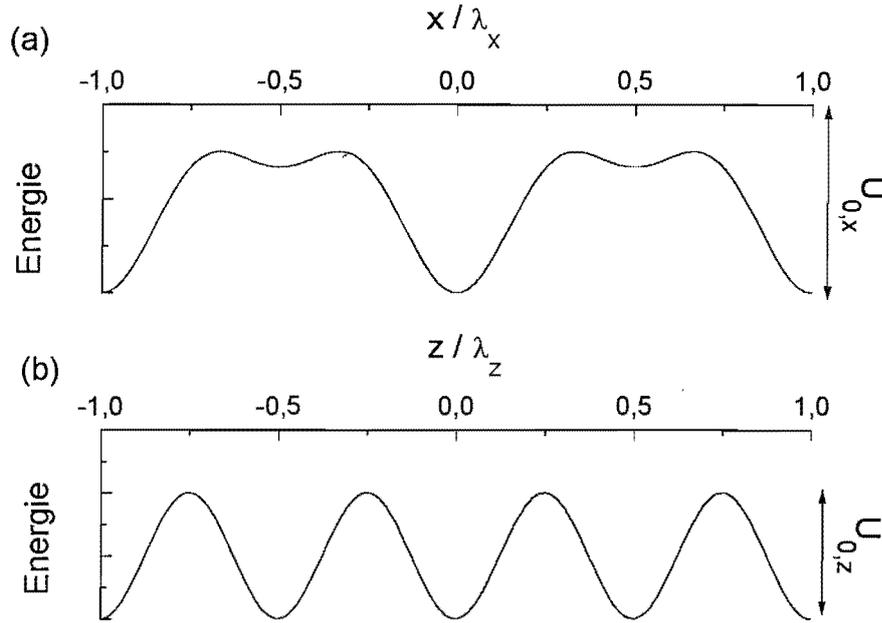


Figure II-6 : Potentiel vu par les atomes dans l'état  $|-\rangle$  dans les directions  $Ox$  ( $y = z = 0$ ) (a) et  $Oz$  ( $x = y = 0$ ) (b). Les échelles spatiales sont  $\lambda_x = \lambda_{\perp} = \lambda / \sin \theta$  et  $\lambda_z = \lambda_{\parallel} = \lambda / \cos \theta$ .

### c) Fréquences d'oscillation

Le refroidissement Sisyphe, le mécanisme de refroidissement dominant dans les réseaux, conduit à des températures telles que l'énergie des atomes est généralement faible devant la profondeur des puits de potentiel. Nous mesurerons dans le prochain chapitre des températures correspondant à des énergies petites devant la profondeur des puits. Dans ces conditions, les atomes sont bien localisés au fond des puits de potentiel où ils voient en fait un potentiel quasiment harmonique. Dans la mesure où ils restent suffisamment longtemps dans un même puits, ils effectuent un mouvement d'oscillation dont la fréquence  $\Omega$  est déterminée par la courbure du potentiel. D'après les expressions des potentiels II-30 et II-29, les fréquences d'oscillation dans le plan transverse et dans la direction longitudinale sont

$$\Omega_{\perp} = \frac{U_{0,\perp}}{\hbar} \sqrt{\frac{2E_R}{U_{0,\perp}}} \sin \theta \quad (\text{II-31})$$

$$\Omega_{\parallel} = 2 \frac{U_{0,\parallel}}{\hbar} \sqrt{\frac{E_R}{U_{0,\parallel}}} \cos \theta$$

Dans le cas d'une transition  $J_g \rightarrow J_e$  de moment cinétique plus élevé, le potentiel vu par les atomes est beaucoup plus complexe qu'un double puits. On distingue deux types de potentiels en fonction de la vitesse des atomes dans une région donnée de l'espace : des potentiels "diabatiques", obtenus en négligeant les cohérences optiques entre sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental, sont vus par les atomes rapides alors que des potentiels "adiabatiques" sont vus par les atomes lents. Au fond des puits, les deux types de potentiel sont très peu différents et

les atomes sont essentiellement dans les sous-niveaux extremum  $m_g = \pm J_g$ . Parce que le coefficient de Clebsch-Gordan reliant ces états aux sous-niveaux excités  $m_e = \pm (J_e - 1)$  est petit (il vaut  $1/28$  pour la transition  $F = 3 \rightarrow F' = 4$  du Rubidium que nous utilisons), le potentiel  $U_{\pm 3}(\vec{r})$  vu par les atomes est en bonne approximation proportionnel à l'intensité de la composante de lumière polarisée  $\sigma^\pm$  [10]. Pour cette raison, les formules des fréquences d'oscillation II-31 restent vraies pour la transition réelle mais la profondeur  $U_{0,\parallel}$  est différente. Les puits ont effet sensiblement la même profondeur quelle que soit la direction :  $U_{0,\parallel} \simeq U_{0,\perp} \simeq -4\hbar\delta s_0$ . On notera dorénavant

$$U_0 \equiv -4\hbar\delta s_0 \quad (\text{II-32})$$

la profondeur des puits pour la transition réelle.

Nous montrerons dans le chapitre III-1 qu'il est possible de mesurer par corrélations d'intensité les fréquences d'oscillation des atomes dans plusieurs directions. La mesure du rapport  $\Omega_z/\Omega_x$  des fréquences dans les directions  $Oz$  et  $Ox$  sera un bon test expérimental des modèles que nous avons présentés puisqu'on devra vérifier

$$\frac{\Omega_z}{\Omega_x} = \frac{\Omega_{\parallel}}{\Omega_{\perp}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cot \theta \quad (\text{II-33})$$

pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  ou alors

$$\frac{\Omega_z}{\Omega_x} \simeq \sqrt{2} \cot \theta \quad (\text{II-34})$$

pour une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ . Ce rapport est relativement facile à évaluer expérimentalement dans la mesure où l'intensité des faisceaux, une quantité toujours délicate à mesurer précisément, n'apparaît pas.

#### 1.4. Simulations Monte-Carlo semi-classiques

Nous présentons dans la troisième partie de ce mémoire les résultats d'expériences de corrélations d'intensité de la lumière diffusée par des atomes dans un réseau et nous les interprétons à la lumière de calculs de spectres et fonctions de corrélation. Ils ont été réalisés grâce à des simulations numériques de la dynamique atomique qui reposent sur l'interprétation de l'équation du pompage optique en termes de processus stochastiques classiques. Nous en exposons ici le principe et renvoyons à l'annexe II-B pour plus de détails.

##### a) Simulation numérique de la dynamique atomique

Dans l'explication intuitive de l'effet Sisyphé [15], la dynamique et le transport atomique se manifestent par des sauts aléatoires entre puits de potentiel  $U_{\pm}(\vec{r})$  d'une particule classique ayant deux états internes possibles  $|\pm\rangle$ . Le but de l'approche semi-classique est d'obtenir à partir de l'équation quantique du pompage optique II-10 une équation d'évolution classique pour ce processus stochastique. Traiter les degrés de liberté externes et internes des atomes *via* la matrice densité  $\sigma$  s'avère ne pas être bien approprié pour le faire. La meilleure façon d'avoir une description de type classique est d'utiliser la représentation de Wigner de la matrice densité qui fait correspondre à  $\sigma$  les densités de quasi-probabilité  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p}, t)$  de trouver un atome dans l'état  $|\pm\rangle$  au point  $\vec{r}$  avec l'impulsion  $\vec{p}$ . Pour un point  $(\vec{r}, \vec{p})$  dans l'espace des phases, ce sont

les éléments diagonaux de la matrice  $2 \times 2$

$$W(\vec{r}, \vec{p}, t) \equiv \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3u \left\langle \vec{r} + \frac{\vec{u}}{2} \left| \sigma \right| \vec{r} - \frac{\vec{u}}{2} \right\rangle \cdot e^{-i\frac{\vec{p} \cdot \vec{u}}{\hbar}} \quad (\text{II-35a})$$

En raison de l'absence de cohérences optiques pour la transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ , cette matrice est purement diagonale.

Appliquons la transformation de Wigner à l'équation du pompage optique II-10. La matrice densité fait apparaître  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p}, t)$  et ses dérivées premières et secondes mais aussi des termes de la forme  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p} \pm \hbar\vec{k}, t)$  ainsi que ses dérivées. Nous verrons expérimentalement que la distribution d'impulsion des atomes dans le réseau a une largeur  $\bar{p}$  de l'ordre de plusieurs  $\hbar k$ . Par conséquent, il est légitime d'effectuer un développement limité au deuxième ordre de  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p} + \hbar\vec{k}, t)$  en le petit paramètre  $\hbar k / \bar{p}$ . Les équations résultant de cette approximation s'écrivent sous la forme de deux équations couplées de type Fokker-Planck (ou équations du mouvement brownien) reliant les quasi-probabilités  $\Pi_+$  et  $\Pi_-$  [15, 93, 94] :

$$\begin{aligned} \partial_t \Pi_{\pm} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \partial_{\vec{r}} \Pi_{\pm} &= -\vec{F}_{\pm} \cdot \partial_{\vec{p}} \Pi_{\pm} \\ &\quad -\gamma_{\pm\mp} \Pi_{\pm} + \gamma_{\mp\pm} \Pi_{\mp} \\ &\quad - \sum_{i=x,y,z} \partial_{p_i} (F_{\pm\pm}^i \Pi_{\pm} + F_{\mp\mp}^i \Pi_{\mp}) \\ &\quad + \sum_{i=x,y,z} \partial_{p_i} \partial_{p_j} (D_{\pm\pm}^{ij} \Pi_{\pm} + D_{\mp\mp}^{ij} \Pi_{\mp}) \end{aligned} \quad (\text{II-36})$$

Les coefficients de ces équations sont des fonctions de  $\vec{r}$  et sont donnés en détail dans l'annexe II-B. On a sur les deux premières lignes les ingrédients essentiels du refroidissement Sisyphe. Les vecteurs  $\vec{F}_{\pm} = -\partial_{\vec{r}} U(\vec{r})$  sont les forces dérivant des potentiels lumineux  $U_{\pm}(\vec{r})$  que nous avons calculés précédemment et les termes en  $\gamma_{\pm\mp}$  caractérisent le pompage optique modulé spatialement entre les sous niveaux  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  : on trouve sur la deuxième ligne un terme de départ et un terme de retombée d'un sous-niveau vers un autre. Les forces  $\vec{F}_{\pm\pm}$  et  $\vec{F}_{\mp\mp}$  sont des forces de pression de radiation [17] issues des transferts d'impulsion entre l'atome et les champs lumineux quand l'atome saute d'un niveau  $|+\rangle$  vers un niveau  $|+\rangle$  ou un niveau  $|-\rangle$ . Ces forces s'annulent sur l'axe  $Oz$  ou à deux dimensions dans le plan  $xOy$  mais on doit en tenir compte dans le plan  $xOz$ . Les tenseurs de diffusion de l'impulsion  $D_{\pm\pm}$  et  $D_{\mp\mp}$  rendent compte de la marche aléatoire de l'atome suite aux échanges d'impulsion.

Dans un deuxième temps, nous associons au jeu d'équations II-36 un processus stochastique facilement simulable par une méthode Monte-Carlo standard. Discrétisons le temps avec un pas  $dt$  petit devant le temps caractéristique d'évolution des atomes (en règle général ce temps est une fraction de  $\Gamma'^{-1}$ ) et écrivons une équation de bilan détaillé pour la distribution de Wigner d'un atome dans l'état  $|+\rangle$  à l'instant  $t + dt$  :

$$\begin{aligned} \Pi_+(\vec{r}, \vec{p}, t + dt) &= \Pi_+(\vec{r} - \vec{v}dt, \vec{p} - \vec{F}_+dt - \vec{F}_{++}dt - \vec{f}_+dt, t) (1 - \gamma_{+-}dt) + \\ &\quad \Pi_-(\vec{r} - \vec{v}dt, \vec{p} - \vec{F}_-dt - \vec{F}_{-+}dt - \delta\vec{p}, t) \gamma_{-+}dt \end{aligned} \quad (\text{II-37})$$

La probabilité de rester dans le même sous-niveau est  $1 - \gamma_{+-} dt$  et le premier terme du membre de droite décrit l'évolution entre les instants  $t$  et  $t + dt$  s'il n'y a pas de changement d'état interne. Au premier ordre en  $dt$ , la position finale ne dépend que de la vitesse initiale, l'impulsion varie sous l'effet de la force dérivant du potentiel lumineux  $\vec{F}_+$ , de la pression de radiation  $\vec{F}_{++}$  et sous l'effet de l'émission spontanée. Le transfert d'impulsion associé est exprimé grâce à une force aléatoire  $\vec{f}_+$  de valeur moyenne nulle (force de Langevin). Dans le second terme, l'atome a changé d'état interne entre les instants  $t$  et  $t + dt$  et les transferts d'impulsion sont différents ( $\delta\vec{p}$  est une impulsion aléatoire de valeur moyenne nulle). En développant cette équation de bilan ainsi que son analogue pour  $\Pi_- (\vec{r}, \vec{p}, t + dt)$  à l'ordre deux en  $dt$ , on obtient un jeu d'équations analogues au système II-36. L'identification des coefficients permet de relier les variances des forces de Langevin aux éléments de matrice des tenseurs de diffusion de l'impulsion<sup>35</sup>. Par exemple, à une dimension on a  $\langle f_+^2 \rangle = 2D_{++}/dt$  et  $\langle \delta p^2 \rangle = 2D_{-+}/\gamma_{-+}$ . De cette façon, le processus stochastique  $\{\vec{r}, \vec{p}, t\}$  simulant les équations II-36 est complètement déterminé.

L'analyse précédente permet d'établir le schéma d'une simulation numérique dont l'objectif est de déterminer à chaque instant les valeurs des degrés de liberté externes et internes d'un atome :

1. A l'instant  $t$ , choix de l'état initial de l'atome :  $\vec{r}(t), \vec{p}(t), |\pm\rangle$
2. Calcul des tenseurs de diffusion  $D(\vec{r}(t))$  et des forces  $\vec{F}(\vec{r}(t))$  pour cet état
3. Tirage aléatoire des forces associées à la diffusion de l'impulsion
4. Un algorithme de Runge Kutta fait évoluer l'atome pendant un temps  $dt$  sous l'effet des différents types de forces : forces dérivant des potentiels, forces dues à l'émission spontanée, forces de pression de radiation
5. Tirage aléatoire de l'état interne avec une variance déterminée par le taux de pompage local  $\gamma_{\pm\mp}(\vec{r}(t + dt))$
6. Le nouvel état est choisi comme état initial.

A partir d'une distribution initiale homogène des variables d'état, il est nécessaire d'atteindre l'état stationnaire du système avant de considérer que les trajectoires  $\vec{r}(t)$  et  $\vec{p}(t)$  issues de la simulation sont pertinentes. Un temps d'attente de l'ordre de quelques milliers de  $\Gamma'^{-1}$  est généralement suffisant.

La technique numérique que nous utilisons, qualifiée généralement de "semi-classique" n'est pas la seule solution pour étudier les atomes dans un réseau. Les techniques de simulation Monte-Carlo des fonctions d'onde ("Monte-Carlo quantique" [95]) sont très efficaces et permettent de surcroît de traiter le cas de transitions complexes. Cependant la technique semi-classique est beaucoup plus légère numériquement tout en restant fiable dans la mesure où l'on s'intéresse à la compréhension *qualitative* des phénomènes physiques en jeu [96]. Elle a l'avantage d'une grande souplesse et d'une relative facilité d'interprétation dans la mesure où, comme nous l'avons vu, elle reste très proche intuitivement du schéma de refroidissement Sisyphe. On a par ailleurs montré que les techniques semi-classiques et quantiques donnaient des résultats équivalents pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  à une ou deux dimensions [94, 29].

<sup>35</sup> Des difficultés surviennent quand le tenseur de diffusion prend des valeurs négatives ou nulles, ce qui est le cas à deux dimensions quand l'angle du réseau est grand. Il n'est alors pas possible de simuler les équations par un processus stochastique classique mais on peut utiliser un artifice pour contourner cet obstacle sans remettre en cause fondamentalement la validité de la simulation [94]. On se reportera à l'annexe II-B pour plus de détails.

### b) Dimensionnalité du problème

Pour éviter que les temps de calcul ne soient démesurément longs, mais aussi pour faciliter l'interprétation des résultats, nous nous sommes restreints à l'étude numérique de la dynamique des atomes dans une direction ou un plan du potentiel lumineux en "gelant" certains degrés de liberté spatiaux. Nous avons décomposé le problème à trois dimensions en deux problèmes

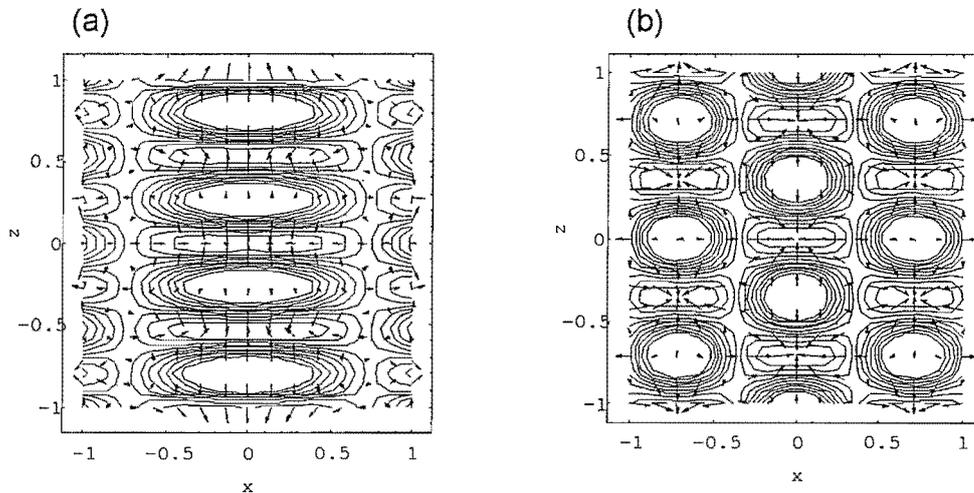


Figure II-7 : Le champ de la force dipolaire dérivée du potentiel pour un atome dans l'état  $|-\rangle$  (flèches) et l'intensité lumineuse de polarisation  $\sigma^+$  (courbes de niveau). Cette dernière quantité permet d'estimer l'importance du pompage optique vers le sous-niveau  $|+\rangle$ . L'angle du réseau est  $\theta = 20^\circ$  (a) ou  $\theta = 45^\circ$  (b). Les coordonnées sont normalisées par la longueur d'onde  $\lambda$ .

à une et deux dimensions selon le principe  $3D(xyz) \simeq 1D(z) + 2D(xy)$ . Plus précisément, nous étudions généralement de façon indépendante la dynamique dans le plan  $xOy$  et selon la direction  $Oz$ . Cette démarche est motivée par la remarque déjà faite plusieurs fois que le réseau dans la géométrie étudiée est la généralisation d'une situation unidimensionnelle où l'on a coupé chacun des faisceaux en deux (voir la figure II-2). Pour un angle  $\theta$  petit, l'atome doit avoir une dynamique très proche de celle d'un atome dans un potentiel 1D avec une période  $\lambda_z$  puisque le confinement dans le plan  $xOy$  est faible et ne doit pas beaucoup influencer ses degrés de liberté. On rappelle en effet que l'extension des puits de potentiel dans ce plan est de l'ordre de  $\lambda/\sin\theta$ .

Pour confirmer ce raisonnement intuitif, on a représenté sur la figure II-7, pour des angles  $\theta = 20^\circ$  (a) et  $\theta = 45^\circ$  (b), le champ des forces dipolaires dérivées du potentiel lumineux vu par un atome dans l'état  $|-\rangle$  dans le plan  $xOz$  ainsi que l'intensité de la lumière de polarisation  $\sigma^+$ . La probabilité de changer d'état interne en effectuant un cycle de pompage optique est proportionnelle à cette quantité. L'atome est dans l'état  $|-\rangle$  au centre de la figure ( $x = 0$ ,  $z = 0$ ). A petit angle, la différence de confinement entre les deux directions  $Ox$  et  $Oz$  est frappante. Un atome se déplacera dans la direction  $Oz$ , en effectuant des cycles de pompage optique sans que sa position selon  $Ox$  joue un rôle significatif puisque les potentiels dans cette direction sont très larges. De même, un atome se déplaçant dans la direction  $Ox$  sera bien confiné sans que sa position selon  $Oz$  varie appréciablement pendant un certain temps. On note que l'influence du pompage optique est également qualitativement différente dans les deux directions. Nous verrons dans le chapitre III-1 que le taux de pompage optique au fond d'un puits

varie quadratiquement dans la direction  $Oz$  alors qu'il varie comme  $(kx)^4$  dans la direction  $Ox$ . Par contre, le raisonnement précédent ne semble pas valide pour un angle  $\theta = 45^\circ$ . Comme on le voit en effet sur la figure II-7(b), les forces ont environ la même amplitude dans toutes les directions et les courbes de niveau sont beaucoup moins allongées qu'à  $20^\circ$ . Il est peu probable qu'un atome puisse se déplacer en ligne droite sur de grandes distances.

Expérimentalement nous avons eu accès à des angles dans la gamme  $20^\circ \leq \theta \leq 40^\circ$  et l'on se trouve donc quasiment toujours dans une situation où la décomposition spatiale semble légitime. Cependant nous avons également réalisé des simulations numériques du mouvement dans le potentiel bidimensionnel dans le plan  $xOz$ . L'allure des trajectoires calculées est en accord avec notre raisonnement précédent et on peut s'attendre à ce que ce type de simulation "mixte" donne une bonne idée des couplages dynamiques entre les mouvements selon les différents axes. Les résultats obtenus sont essentiellement regroupés dans le chapitre III-3 où nous étudions certaines dynamiques atomiques qui dépendent de façon critique de la différence de confinement entre les directions  $Ox$  et  $Oz$ . D'ailleurs, l'observation expérimentale de ces dynamiques confirme nos choix de décomposition dimensionnelle.

## 2. Calcul des fonctions de corrélation de l'intensité diffusée

Un des points sans doute les plus importants du chapitre I-1, qui traitait de façon générale des techniques de corrélations d'intensité, était que les propriétés de corrélation de la lumière étaient intrinsèquement liées à la dynamique des degrés de liberté externes des atomes diffuseurs. Nous avons, dans la première partie de ce chapitre, donné les équations de la dynamique des atomes dans un réseau mais il n'est pas possible, dans ce cas, d'avoir directement des informations aussi explicites que la distribution de vitesse ou le coefficient de diffusion spatiale (s'il existe !) pour en déduire la forme des fonctions de corrélation. Le système étudié ici est beaucoup plus complexe et nous allons montrer comment généraliser les principes que nous avons alors dégagés (relation de Siegert, lien dynamique/corrélations...) dans le cadre du formalisme que nous venons d'introduire : transition atomique  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  et degrés de liberté externes quantifiés.

### 2.1. Formulation quantique des corrélations d'intensité

Un atome dont l'opérateur position (en représentation de Heisenberg) est  $\vec{R}(t)$  à l'instant  $t$  et dont l'opérateur moment dipolaire normalisé descendant est  $\vec{d}^-(t)$  est excité par les faisceaux laser du réseau. Le champ lumineux diffusé dans la direction  $\vec{k}_{obs}$  ( $|\vec{k}_{obs}| = k$ ) en un point  $\vec{r}'$  très éloigné du réseau est caractérisé par la partie de fréquence positive  $\vec{E}^+(\vec{r}', t)$  de l'opérateur champ lumineux  $\vec{E}(\vec{r}', t)$ . Nous supposons que la diffusion de la lumière par les atomes est cohérente (au sens du triplet de Mollow [70]), ce qui est justifié par la faible valeur du coefficient de saturation typique des faisceaux ( $s_0 \simeq 0.01 - 0.1$ ) dans les régimes où le refroidissement est le plus efficace. Par contre, il est important de noter que la diffusion n'est pas purement élastique en raison de l'existence de processus Raman à l'intérieur des puits de potentiel (voir les chapitres III-1 et IV-1). Dans la littérature, diffusion cohérente et diffusion élastique prennent souvent la même signification mais, dans notre cas, recouvrent des effets physiques différents. C'est pourquoi, pour bien marquer cette différence, nous faisons référence au triplet de Mollow pour la notion de diffusion cohérente.

En tenant compte du diagramme de rayonnement du dipôle, les composantes  $E_q^+(\vec{r}', t)$  du champ et du dipôle atomique  $D_q^-(t)$  dans la base des vecteurs  $\vec{e}_q$  ( $q = -1, 0, 1$ ) sont reliées par les formules en champ lointain bien connues en électromagnétisme

$$E_{\pm}^+(\vec{r}', t) = \frac{k^3}{4\pi\epsilon_0} e^{ikr} \left[ \frac{1}{kr} D_{\pm}^-(t) - \frac{1}{kr} \frac{1}{r^2} \left( \pm i r_x r_y D_{\mp}^-(t) + \frac{r_y^2 \pm r_x^2}{2} D_{\mp}^-(t) + \frac{r_y^2 \mp r_x^2}{2} D_{\pm}^-(t) + (i r_y \mp r_x) r_z D_0^-(t) \right) \right] \quad (\text{II-38})$$

$$E_0^+(\vec{r}', t) = \frac{k^3}{4\pi\epsilon_0} e^{ikr} \left[ \frac{1}{kr} \frac{r_z}{r^2} \left( \frac{r_x + i r_y}{\sqrt{2}} D_+^-(t) - \frac{r_x - i r_y}{\sqrt{2}} D_-^-(t) - r_z D_0^-(t) \right) + \frac{1}{kr} D_0^-(t) \right]$$

où  $r = |\vec{r}'|$  et  $\vec{r}' = \vec{r}' - \vec{R} = (r_x, r_y, r_z)$ . En général, le champ dans une direction quelconque dépend de toutes les composantes du dipôle mais, dans des directions proches de  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  ou  $\vec{e}_z$ , la composante de polarisation  $q$  du champ ne dépend que de la composante du dipôle associée à la même polarisation. Par exemple, en supposant que la distance du réseau au détecteur est grande devant les dimensions du réseau, on peut simplifier les expressions précédentes et obtenir, pour une direction d'observation proche de  $\vec{e}_z$

$$E_{\pm}^+(\vec{r}', t) = \frac{1}{r'} \frac{k^3 D}{4\pi\epsilon_0} e^{-i\omega_L t} e^{i\vec{k}_{obs} \cdot (\vec{r}' - \vec{R}(t))} d_{\pm}^-(t) \quad (\text{II-39})$$

où  $D$  est l'élément de matrice réduit de l'opérateur moment dipolaire et  $r'$  est la distance du réseau au détecteur. On a de même, pour une direction d'observation proche de  $\vec{e}_x$  la composante de polarisation  $\pi$  du champ

$$E_0^+(\vec{r}', t) = \frac{1}{r'} \frac{k^3 D}{4\pi\epsilon_0} e^{-i\omega_L t} e^{i\vec{k}_{obs} \cdot (\vec{r}' - \vec{R}(t))} d_0^-(t) \quad (\text{II-40})$$

Dans nos expériences, nous avons utilisé ces deux configurations de détection et il faut retenir dorénavant que, même si nous ne l'indiquons pas explicitement, les polarisations  $\sigma^-$  et  $\sigma^+$  sont associées à une détection dans une direction proche de l'axe  $Oz$  alors que la polarisation  $\pi$  est associée à une polarisation dans une direction proche de l'axe  $Ox$ .

On retiendra en définitive que le champ total diffusé par  $N$  atomes dans le réseau est

$$E_q^+(\vec{r}', t) \propto \sum_{j=1}^N e^{-i\omega t} e^{-i\vec{k}_{obs} \cdot \vec{R}_j(t)} d_{q,j}^-(t) \quad (\text{II-41})$$

où  $\vec{R}_j$  et  $d_{q,j}^-$  s'appliquent uniquement à l'atome d'indice  $j$ . Notre but est de calculer des fonctions de corrélation de l'intensité du photocourant fourni par le détecteur sensible à la lumière diffusée. Comme  $\vec{R}_j$  et  $d_{q,j}^-$  sont des opérateurs, nous devons reformuler la théorie des corrélations d'intensité en termes quantiques et établir un nouveau lien entre les corrélations de l'opérateur champ lumineux et les corrélations du photocourant. La théorie quantique de la photodétection est le cadre dans lequel traiter ce problème. Nous allons donc rappeler ses principaux résultats et les adapter à la physique des réseaux et à la forme du champ défini par la formule II-41.

Nous supposons ici que le détecteur est ponctuel et a une bande passante infinie. Les questions de cohérence spatiale et temporelle ne sont pas modifiées par la théorie quantique.

## a) Formalisme de Glauber

Le processus de détection d'un photon a été rigoureusement formalisé par Glauber dans le cadre de l'électrodynamique quantique [98, 70]. Un photodétecteur placé en  $\vec{r}$  est modélisé par un atome de centre de masse fixe qui joue le rôle de photocathode. On suppose qu'il est sensible à la polarisation (il suffit par exemple de sélectionner optiquement la polarisation choisie). On montre que la probabilité de détection d'un photon entre les instants  $t$  et  $t + dt$  notée  $W_I^q(t) dt$  (le symbole  $I$  fait référence à une quantité du premier ordre en intensité) est proportionnelle à l'intensité instantanée du champ

$$W_I^q(t) dt = s \langle E_q^-(\vec{r}, t) E_q^+(\vec{r}, t) \rangle dt \quad (\text{II-42})$$

où  $s$  est une constante dépendant des propriétés du photodétecteur. La moyenne  $\langle \dots \rangle$  est une moyenne au sens quantique et elle porte sur l'état du champ avant la détection. Elle s'écrit sous forme de trace

$$\langle E_q^-(\vec{r}, t) E_q^+(\vec{r}, t) \rangle \equiv \text{Tr} [\rho_{\text{champ}} E_q^-(\vec{r}, t) E_q^+(\vec{r}, t)] \quad (\text{II-43})$$

où  $\rho_{\text{champ}}$  est la matrice densité du champ. Dans notre situation et en raison de la formule II-39, les propriétés du champ sont entièrement déterminées par les propriétés des atomes, et donc la trace porte en réalité sur la matrice densité des atomes dont l'évolution est déterminée par les équations de Bloch optiques. En suivant Glauber [98], nous introduisons la fonction de corrélation

$$\mathcal{G}_q^{(1)}(t_1, t_2) \equiv \langle E_q^-(\vec{r}_1, t_1) E_q^+(\vec{r}_2, t_2) \rangle \quad (\text{II-44})$$

qui permet d'écrire la relation II-42 sous la forme

$$W_I^q(t) = s \mathcal{G}_q^{(1)}(t, t) \quad (\text{II-45})$$

La fonction  $\mathcal{G}_q^{(1)}(t_1, t_2)$  dépend bien sûr des positions de deux "détecteurs de champ électrique" placés en  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  qui sont implicitement contenues dans la notation  $(t_1, t_2)$ . Pour  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ , la fonction  $\mathcal{G}_q^{(1)}(t_1, t_2)$  est la fonction de corrélation du premier ordre du champ.

Considérons à présent deux photodétecteurs (des "détecteurs d'intensité" cette fois), c'est à dire deux atomes, placés en  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  et sensibles à des polarisations différentes  $q_1$  et  $q_2$ . Les corrélations de photons détectés sont définies à partir de la probabilité conjointe de photoionisation de ces deux atomes. La probabilité pour que l'atome numéro 1 placé en  $\vec{r}_1$  et sensible à la polarisation  $q_1$  soit ionisé entre  $t_1$  et  $t_1 + dt_1$  et que l'atome 2 placé en  $\vec{r}_2$  et sensible à la polarisation  $q_2$  le soit entre  $t_2$  et  $t_2 + dt_2$  ( $t_2 \geq t_1$ ) est

$$W_{II}^{q_1, q_2}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = s_1 s_2 \langle E_{q_1}^-(\vec{r}_1, t_1) E_{q_2}^-(\vec{r}_2, t_2) E_{q_2}^+(\vec{r}_2, t_2) E_{q_1}^+(\vec{r}_1, t_1) \rangle dt_1 dt_2 \quad (\text{II-46})$$

L'ordre des opérateurs champ est très important dans cette formule parce que, en général, les opérateurs  $E^\pm(\vec{r}_1, t_1)$  et  $E^\pm(\vec{r}_2, t_2)$  ne commutent pas. Le deuxième terme de l'égalité n'est donc pas factorisable sous forme du produit des opérateurs intensité lumineuse aux instants  $t_1$  et  $t_2$ .

De même que nous avons introduit une fonction de corrélation quantique du premier ordre, nous définissons la fonction du deuxième ordre

$$\mathcal{G}_{q_1, q_2, q_3, q_4}^{(2)}(t_1, t_2, t_3, t_4) \equiv \langle E_{q_1}^-(\vec{r}_1, t_1) E_{q_2}^-(\vec{r}_2, t_2) E_{q_3}^+(\vec{r}_3, t_3) E_{q_4}^+(\vec{r}_4, t_4) \rangle \quad (\text{II-47})$$

qui vérifie

$$W_{II}^{q_1, q_2}(t_1, t_2) = s_1 s_2 \mathcal{G}_{q_1, q_2, q_2, q_1}^{(2)}(t_1, t_2, t_2, t_1) \equiv s_1 s_2 \mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2) \quad (\text{II-48})$$

La fonction de corrélation classique du deuxième ordre avait été définie dans le chapitre I-1 à partir de la densité de probabilité conjointe de détecter deux photons à des instants successifs, c'est à dire  $W_{II}^{q_1, q_2}(t_1, t_2)$ . La fonction  $\mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2)$  est donc son analogue quantique. L'ordre des opérateurs champ lui donne des propriétés particulières et on retiendra notamment que **la fonction de corrélation du deuxième ordre n'est pas, en théorie quantique de la photodétection, la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse.**

La formule II-47 définit une fonction de corrélation spatio-temporelle du deuxième ordre beaucoup plus générale que celle qui nous est réellement utile puisqu'elle compte quatre variables indépendantes. Même si nous ne sommes pas capables de mesurer cette fonction dans notre expérience, il est intéressant de poursuivre le raisonnement de Glauber jusqu'à son terme pour avoir une nouvelle image physique des expériences de corrélations d'intensité. Définissons donc, par analogie avec les fonctions du premier et du deuxième ordre, une fonction de corrélation d'ordre  $n \geq 1$  par la formule

$$\mathcal{G}_{q_1 \dots q_{2n}}^{(n)}(t_1, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots, t_{2n}) \equiv \langle E_{q_1}^-(\vec{r}_1, t_1) \dots E_{q_n}^-(\vec{r}_n, t_n) E_{q_{n+1}}^+(\vec{r}_{n+1}, t_{n+1}) \dots E_{q_{2n}}^+(\vec{r}_{2n}, t_{2n}) \rangle$$

Introduisons également les fonctions normalisées

$$g_{q_1 \dots q_{2n}}^{(n)}(t_1 \dots t_{2n}) \equiv \frac{\mathcal{G}_{q_1 \dots q_{2n}}^{(n)}(t_1 \dots t_{2n})}{\prod_{j=1}^{2n} [\mathcal{G}_{q_j}^{(1)}(t_j, t_j)]^{1/2}} \quad (\text{II-49})$$

A l'ordre  $n = 2$  c'est la généralisation dans le cadre quantique de la fonction de corrélation normalisée du deuxième ordre telle qu'elle est apparait dans la chapitre I-1. On dit que le champ lumineux est "cohérent à l'ordre  $N$ " si, pour tous les entiers  $n \leq N$ , la fonction de corrélation normalisée est identiquement égale à un :

$$g^{(n)}(t_1 \dots t_{2n}) = 1 \text{ quelque soit } n \leq N$$

Un champ est dit "cohérent" si cette relation est vérifiée à tous les ordres. Il est alors dans un "état cohérent de Glauber". De façon très générale, **la présence de corrélations d'intensité (d'ordre deux ou plus), c'est à dire le fait que les fonctions de corrélation ne soient pas constantes, est donc le signe que le champ lumineux n'est pas dans un état cohérent.**

### b) Relation de Siegert quantique

Une source chaotique telle qu'une lampe à incandescence ou, comme nous l'avons démontré expérimentalement dans le chapitre I-2, un échantillon d'un grand nombre d'atomes froids diffusant la lumière de faisceaux laser, présente des corrélations d'intensité du deuxième ordre : le champ lumineux n'est donc pas dans un état cohérent. En réalité, c'est un *mélange* statistique d'états cohérents. Dans ce cas, l'opérateur densité du champ est le produit de fonctions gaussiennes associées à chacun d'eux et l'on peut démontrer rigoureusement [98] l'équivalent quantique de la relation de Siegert

$$\mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2) = \mathcal{G}_{q_1, q_1}^{(1)}(t_1, t_1) \mathcal{G}_{q_2, q_2}^{(1)}(t_2, t_2) + |\mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(1)}(t_1, t_2)|^2 \quad (\text{II-50})$$

ou encore, en termes des fonctions de corrélations normalisées

$$g_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2) = 1 + |g_{q_1, q_2}^{(1)}(t_1, t_2)|^2 \quad (\text{II-51})$$

Cette relation est la généralisation dans le cadre quantique de la formule I-22. **La relation de Siegert a la même forme dans les cadres classiques et quantiques.** Les fonctions de corrélation d'ordre supérieur à 2 sont également toutes factorisables sous la forme du produit de fonctions de corrélation du premier ordre.

Les conditions dans lesquelles la relation de Siegert quantique est vraie sont exactement les mêmes que dans le cas classique : l'opérateur densité du champ doit être factorisable, tout comme l'opérateur densité de l'ensemble des atomes qui diffusent la lumière. Les atomes doivent donc être indépendants. En dérivant cette formule, Glauber a implicitement traité le cas où il n'y a qu'un seul faisceau laser. En présence de plusieurs faisceaux, comme c'est le cas dans les réseaux, et **malgré le fait que les atomes n'interagissent pas entre eux**, nous verrons dans l'annexe II-A que **la relation de Siegert est fausse quand les détecteurs sont dans des directions vérifiant une condition d'accord de phase pour la lumière.** C'est le cas en particulier dans les directions où il y a diffraction de Bragg de la lumière.

### c) Application aux réseaux

D'après la formule II-41, la fonction de corrélation du deuxième ordre de la lumière diffusée par un ensemble d'atomes est

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2) \propto \sum_{a, b, c, d} \left\langle d_{q_1, a}^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} d_{q_2, b}^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} \right. \\ \left. \times d_{q_2, c}^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} d_{q_1, d}^-(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{II-52})$$

où la somme porte sur tous les atomes du réseau numérotés de 1 à  $N$ . La lumière est détectée avec la polarisation  $q_1$  à l'instant  $t_1$  dans la direction  $\vec{k}_1$  et avec la polarisation  $q_2$  à l'instant  $t_2$  dans la direction  $\vec{k}_2$ . Comme nous le verrons dans l'annexe II-A, le calcul détaillé de cette somme permet de mettre en évidence l'existence de conditions d'accord de phase pour le mélange d'ondes dans le milieu atomique

Cependant, dans le cas où tous les atomes sont indépendants les uns des autres, on s'aperçoit que, en utilisant la relation de Siegert quantique (formule II-50), on peut se ramener à un calcul beaucoup plus simple où la somme ne porte que sur deux atomes  $a$  et  $b$ . En distinguant les cas où ils sont identiques ( $a = b$ ) ou bien différents ( $a \neq b$ ), la somme se simplifie facilement et l'on obtient la relation fondamentale portant sur les fonctions de corrélation des dipôles

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{q_1, q_2}^{(2)}(t_1, t_2) \propto \langle d_{q_2}^+(t_2) d_{q_2}^-(t_2) \rangle \langle d_{q_1}^+(t_1) d_{q_1}^-(t_1) \rangle \\ + \left| \left\langle d_{q_1}^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} d_{q_2}^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} \right\rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{II-53})$$

ou encore (sous l'hypothèse de stationnarité)

$$g_{q_1, q_2}^{(2)}(t_2 - t_1) = 1 + \frac{|C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)|^2}{C_{q_1, q_1}^{(1)}(0) C_{q_2, q_2}^{(1)}(0)} \quad (\text{II-54})$$

où l'on a défini la fonction de corrélation du premier ordre (non normalisée) des dipôles

$$C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) = \left\langle d_{q_1}^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} d_{q_2}^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} \right\rangle \quad (\text{II-55})$$

Dans cette formule, il faut noter que, si la moyenne  $\langle \dots \rangle$  est toujours une moyenne au sens des opérateurs, elle ne porte à présent que sur l'évolution d'un *seul atome* dans le réseau.

Pour connaître les signaux de corrélation d'intensité de la lumière diffusée par les atomes, il faut donc calculer la fonction de corrélation à deux dipôles  $C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)$ .

## 2.2. Le calcul numérique des fonctions de corrélation

La fonction de corrélation  $C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)$  dépend du délai  $\tau = t_2 - t_1$  par l'intermédiaire de la position et de l'état interne de l'atome aux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Or, pour un ensemble de conditions initiales données, la simulation numérique de la dynamique d'un atome dans le réseau nous fournit sa trajectoire dans l'espace  $\{\vec{r}(t), \vec{p}(t), \text{état interne}\}$ . Nous allons montrer ici comment calculer numériquement les fonctions de corrélation des dipôles en remplaçant les moyennes au sens opératoire de la formule II-53 par des moyennes au sens statistique classique sur un ensemble de trajectoires possibles.

### a) Expression des valeurs moyennes

D'après la formule II-53, la fonction de corrélation des dipôles est la valeur moyenne d'un opérateur qui s'écrit, en représentation de Heisenberg, sous forme d'un produit  $A(t_1) B(t_2)$  ( $t_2 \geq t_1$ ). L'évolution de la matrice densité  $\rho$  du système est régie par les équations de Bloch optique généralisées II-9 qui s'écrivent formellement

$$\frac{d\rho}{dt} \equiv \mathcal{L}\rho \quad (\text{II-56})$$

En utilisant le théorème régression quantique [99] on montre alors que

$$\begin{aligned} C(t_2 - t_1) &= \langle A(t_1) B(t_2) \rangle \\ &= \text{Tr} [B(t_2) \rho A(t_1)] \\ &= \text{Tr} [B e^{\mathcal{L}(t_2 - t_1)} \rho(t_1) A] \end{aligned} \quad (\text{II-57})$$

où les opérateurs  $A$  et  $B$  sont maintenant en représentation de Schrödinger<sup>36</sup> et  $\rho(t_1)$  est la matrice densité à l'instant  $t_1$ . L'opérateur  $e^{\mathcal{L}(t_2 - t_1)}$  décrit l'évolution du système dans l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$ .

En réalité, nous avons montré qu'il était légitime d'effectuer l'élimination adiabatique des états excités et des cohérences optiques dans le système. Si  $S$  est le système des atomes dans leur état fondamental, l'opération de trace ne doit porter que sur le système  $S$  et non pas sur le système total. Les opérateurs  $A$  et  $B$  doivent être remplacés par des opérateurs  $\tilde{A}$  et  $\tilde{B}$  et la matrice densité totale par la matrice densité réduite  $\sigma$ . C'est l'opérateur de Liouville  $L$  qui décrit son évolution temporelle

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} \equiv L\sigma = \frac{i}{\hbar} [\sigma, H_{eff}] + \sigma_R \quad (\text{II-58})$$

<sup>36</sup> On a également effectué une permutation circulaire sur la deuxième ligne.

(on a réécrit dans le terme de droite l'équation du pompage optique II-10). On peut à nouveau utiliser le théorème de régression quantique pour obtenir

$$C(t_2 - t_1) = \text{Tr}_S \left[ \tilde{B} e^{L(t_2 - t_1)} \left( \sigma(t_1) \tilde{A} \right) \right] \quad (\text{II-59})$$

où  $\sigma(t_1)$  est matrice densité à l'instant  $t_1$ . Cette expression signifie que la valeur moyenne  $C(t_2 - t_1)$  s'obtient en calculant la valeur moyenne de l'opérateur  $\tilde{B}$  et en choisissant  $\sigma(t_1) \tilde{A}$  comme matrice densité à l'instant initial. L'opération de trace porte uniquement sur l'état du système à l'instant  $t_1$ . Le super-opérateur  $e^{L(t_2 - t_1)}$  indique simplement comment le système a évolué entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  et son implémentation s'effectue en répétant un grand nombre de fois le calcul numérique des trajectoires atomiques.

Les opérateurs  $A$  et  $B$  sont en réalité de la forme  $d_q^\pm e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{R}}$ . Nous avons vu (formule II-17) que les opérateurs  $B_q(\vec{r})$  doivent être substitués aux opérateurs moment dipolaire après élimination adiabatique des états excités selon le schéma

$$d_q^- \rightarrow \nu B_q^\dagger \quad (\text{II-60})$$

où  $\nu$  est un nombre complexe de module  $\sqrt{s_0}$  qui ne sera plus mentionné par la suite. D'après les formules II-53 et II-59, le calcul des fonctions de corrélation se réduit donc au calcul de

$$C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) = \text{Tr} \left[ B_{q_2}^\dagger(\vec{R}_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2} \sigma(t_1) B_{q_1}(\vec{R}_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1} \right] \quad (\text{II-61})$$

où l'on note  $\vec{R}_i = \vec{r}(t_i)$  avec  $i = 1, 2$ .

### b) Principe du calcul numérique des fonctions de corrélation

La dernière étape du calcul de  $C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)$  consiste à évaluer la trace dans la formule II-61. On donne ici seulement le principe de la méthode que nous avons utilisée et on se reportera à l'annexe II-B pour plus de détails.

Plaçons nous dans le cas où la polarisation détectée est circulaire, c'est à dire où  $q_1 = \pm 1$  et  $q_2 = \pm 1$ . Dans cette situation, on montre qu'on peut factoriser les opérateurs  $B_q(\vec{R})$  sous la forme

$$B_q(\vec{R}) = \tilde{B}_q(\vec{R}) \left( |q\rangle \langle q| + \frac{1}{3} |-q\rangle \langle -q| \right) \quad (\text{II-62})$$

où  $\tilde{B}_q(\vec{R})$  est un opérateur ne dépendant pas des degrés de liberté internes. Pour la polarisation  $\pi$  ( $q = 0$ ), une telle décomposition n'est pas possible.

Pour calculer la valeur moyenne qui nous intéresse, passons en représentation de Wigner de la matrice densité "effective" qui, d'après la formule II-61, est  $\sigma B_{q_1}(\vec{R}) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}}$ . Sa transformée de Wigner est une matrice  $2 \times 2$  que nous noterons  $W_{B_{q_1}}(\vec{r}_1, \vec{p}_1, t_1)$  et qui vaut

$$\begin{aligned} W_{B_{q_1}}(\vec{r}, \vec{p}, t) &\equiv \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3u \left\langle \vec{r} + \frac{\vec{u}}{2} \left| \sigma B_{q_1}(\vec{R}) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}} \right| \vec{r} - \frac{\vec{u}}{2} \right\rangle \cdot e^{-i\frac{\vec{p} \cdot \vec{u}}{\hbar}} \quad (\text{II-63}) \\ &\simeq \tilde{B}_{q_1}(\vec{r}) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \times [\Pi_{q_1}(\vec{r}, \vec{p}, t) |q_1\rangle \langle q_1|] \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{3}\Pi_{-q_1}(\vec{r}, \vec{p}, t) | -q_1 \rangle \langle -q_1 | \Big]$$

où  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p}, t)$  sont les composantes diagonales de la transformée de Wigner de la matrice densité  $\sigma$  dans la base des états  $|\pm\rangle$ . La deuxième égalité n'est qu'approximative car on a négligé<sup>37</sup> des transferts d'impulsion susceptibles de se produire entre les faisceaux et les atomes. Néanmoins, ceci est légitime dans la mesure où ce sont des effets de recul de l'ordre de  $\hbar k$  et où la distribution d'impulsion dans les réseaux est relativement large (impulsions typiques de l'ordre de  $10\hbar k$ ).

A présent, connaissant l'expression de la matrice densité, nous pouvons calculer la valeur moyenne II-61 sous une forme simple :

$$\begin{aligned} C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) &= \text{Tr} \left[ B_{q_2}^\dagger(\vec{R}_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2} \sigma(t_1) B_{q_1}(\vec{R}_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1} \right] \\ &= \left\langle \left\langle \tilde{B}_{q_2}^*(\vec{r}_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2} \chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) \tilde{B}_{q_1}(\vec{r}_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1} \right\rangle \right\rangle_{\vec{r}_1, \vec{p}_1, j_1} \end{aligned} \quad (\text{II-64})$$

La moyenne notée  $\langle \langle \dots \rangle \rangle_{\vec{r}_1, \vec{p}_1, j_1}$  signifie qu'on doit effectuer la moyenne statistique *au sens classique* de la quantité entre crochets (qui est un nombre et pas un opérateur) pour les variables aléatoires de position  $\vec{r}_1$ , d'impulsion  $\vec{p}_1$  et d'état interne  $j_1$  ( $j_1 = \pm 1$ ) à l'instant  $t_1$ . Les variables à l'instant  $t_2$  sont obtenues à partir de ces conditions initiales en effectuant une simulation numérique de la trajectoire. Cette opération de moyenne permet de construire la transformée de Wigner  $W(\vec{r}, \vec{p}, t)$  de la matrice densité  $\sigma$  qui n'apparaît plus explicitement dans la formule. Enfin, le facteur  $\chi^{q_1, q_2}(j_1, j_2)$  est obtenu à partir des expressions II-63 et II-62 et provient du produit des opérateurs d'état interne aux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Il dépend de l'état interne  $|j\rangle$  à ces deux instants et vaut 1, 1/3 ou 1/9 suivant les choix de polarisation détectée.

La formule II-64 est la formule fondamentale du calcul numériques des propriétés de corrélation de la lumière diffusée par les atomes dans le réseau. Combinée au processus stochastique classique décrit dans le §1.4 qui simule la dynamique atomique, elle nous permettra d'obtenir des résultats numériques que nous pourrons comparer aux résultats expérimentaux dans la troisième partie de ce mémoire.

Les quantités  $\tilde{B}_q(\vec{r})$  dépendent de la géométrie du réseau et s'écrivent sous la forme de la somme d'exponentielles complexes  $e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$  où les  $\vec{k}_i$  sont les vecteurs d'onde des faisceaux incidents. La deuxième ligne de l'équation II-64 s'interprète donc de façon simple : elle décrit deux processus de diffusion de la lumière des faisceaux incidents dans les directions des détecteurs aux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Nous verrons dans le chapitre III-3 que les contributions de tous les faisceaux ne sont pas équivalentes et qu'il peut arriver que la diffusion d'un seul des faisceaux laser contribue majoritairement à une caractéristique précise du signal de corrélations.

### c) Autres polarisations de détection

Sans entrer ici dans les détails quant à leur motivation, il est souhaitable de réaliser des mesures de fonctions de corrélation pour une polarisation de détection linéaire. Il faut donc être capable également de les calculer. Pour une détection autour de l'axe  $Oz$  ou dans le plan transverse, on montre dans l'annexe II-B que les fonctions de corrélation du premier ordre en polarisation linéaire sont des combinaisons linéaires de fonctions de corrélations associées à divers

<sup>37</sup> En fait, cette approximation n'est pas cohérente avec celle que nous avons effectuée pour écrire les équations II-36. Nous avons alors développé la distribution de Wigner au deuxième ordre en  $\hbar k/\bar{p}$ . Mais, en réalité, les simulations numériques sont effectuées à partir des formules exactes et nous avons vérifié que l'approximation n'affectait pas les résultats (voir l'annexe II-B).

couples de polarisations circulaires. Ainsi, nous verrons que les fonctions d'autocorrélation en polarisation linéaire  $x$  ou  $y$  vérifient

$$\begin{aligned} C_{x,x}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) - C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \\ C_{y,y}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{II-65})$$

Cette relation est importante : elle montre que l'autocorrélation en polarisation linéaire permet d'avoir accès à la corrélation croisée en polarisation circulaire. Il n'est donc pas nécessaire, en principe, de mesurer explicitement la fonction de corrélation croisée pour connaître son expression.

### 3. Conclusion

Ce chapitre nous a fourni une description théorique des réseaux tétraédriques et nous a donné une méthode de calcul des propriétés de la lumière de fluorescence. On retiendra les points suivants :

- la géométrie des faisceaux est choisie de telle sorte que les atomes évoluent dans un potentiel périodique à l'échelle de la longueur d'onde optique. Pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ , il s'agit en fait d'un double potentiel (un pour chaque état interne) dont la forme est donnée par la formule II-6
- la dynamique d'un atome ayant une telle transition est simulable par un processus stochastique classique
- les propriétés statistiques du champ qui étaient vraies dans le cadre classique le sont également dans le cadre quantique où nos calculs sont formulés (relation de Siegert quantique II-51)
- il suffit de calculer la fonction de corrélation des dipôles définie par la formule II-55 pour connaître toutes les propriétés de corrélation de la fluorescence. Ce calcul se ramène à un calcul statistique classique (formule II-64) sur un ensemble de trajectoires atomiques.

# Chapitre II-2

## Un réseau tétraédrique en cellule

Un réseau tétraédrique est réalisé à l'intersection de quatre faisceaux se propageant dans des plans perpendiculaires selon le schéma II-2(b). L'enceinte décrite dans le chapitre I-2 n'autorise pas le passage des faisceaux dans les directions imposées par la structure du réseau atomique. Une autre enceinte beaucoup plus compacte a donc été dessinée pour offrir un meilleur accès optique à un grand nombre de faisceaux avec des angles variés. Le chargement du piège est effectué cette fois-ci à partir d'une vapeur atomique de rubidium à température ambiante [105, 106]. Nous avons choisi une technique de chargement du piège différente pour plusieurs raisons : le système à vide nécessaire est plus simple, moins coûteux (il n'y a qu'une seule pompe) et cette technique est en principe aussi performante dans la gamme de densités atomiques qui nous intéresse<sup>38</sup>. De plus, l'expérience sur cellule a été montée *ab nihilo* dans une nouvelle pièce et a permis d'accroître le savoir faire de l'équipe. Il a été récemment très facile de changer de cellule pour utiliser un modèle adapté aux nouvelles expériences, alors que "l'inertie mécanique" sur l'expérience sur jet n'aurait pas permis une transformation si rapide.

De nombreux éléments du premier montage ont été dupliqués, notamment en ce qui concerne l'optique et les laser. Nous mettrons donc l'accent sur les aspects originaux du nouveau montage. Après avoir rappelé le principe du piégeage en cellule (§1.1), nous donnerons quelques détails sur la nouvelle enceinte et les techniques de vide encore peu courantes que nous avons employées (§1.2). Nous discuterons également la disposition stérique des faisceaux (§1.3) et la géométrie de détection utilisée pour réaliser des corrélations à deux détecteurs (§1.7).

En parallèle avec le chapitre I-2 consacré aux mélasses optiques, nous préciserons les caractéristiques macroscopiques des réseaux réalisés en mesurant leur densité (§2.1) et leur température (§2.2). La densité est mesurée par la technique d'absorption d'un faisceau sonde. Une étude systématique et très détaillée de la température en fonction de la profondeur des puits et du désaccord a été effectuée. Nous discuterons le résultat original que nous obtenons et qui devrait être comparé à un calcul à trois dimensions qui fait actuellement défaut.

### 1. La cellule de rubidium

Pour réaliser un piège en cellule, il est nécessaire de disposer des mêmes ingrédients que dans le montage sur jet. La différence fondamentale réside dans le principe du chargement et le système à vide.

#### 1.1. Principe du piégeage

La cellule est remplie d'une vapeur de rubidium à la pression  $P_{\text{Rb}}$ . A température ambiante, les atomes sont caractérisés par une distribution de vitesse gaussienne telle que  $m\sigma_v^2 = k_B T$  ( $\sigma_v$  est la vitesse quadratique moyenne des atomes à une dimension). L'ensemble des atomes à

<sup>38</sup> Nous verrons (§2.1) que la densité obtenue est relativement faible mais aussi qu'une densité plus importante conduit à des effets de diffusion multiple encore mal compris (voir le chapitre IV-1).

l'intersection de trois paires de faisceaux  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  et dont la vitesse est inférieure à une vitesse de capture  $v_c$  sont piégés. Soit  $N$  le nombre d'atomes dans le piège. Le chargement s'effectue selon la loi

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau} - \beta \frac{N^2}{V} \quad (\text{II-66})$$

où  $R$  est le taux de capture des atomes et  $V$  est le volume de piégeage. Le terme en  $N^2$  est un terme de pertes résultant des collisions à deux corps entre atomes de rubidium piégés (collisions froides). On estime que, pour des atomes de  $^{85}\text{Rb}$ ,  $\beta \simeq 10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$  [107]. Quand ce terme est négligeable, le chargement du piège est exponentiel, mais, au delà d'une densité de l'ordre de  $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , ce n'est plus le cas. Si le vide dans la cellule est limité par la pression partielle de rubidium, la cause dominante de la perte d'atomes est le premier terme qui est associé aux collisions entre atomes de rubidium piégés et atomes non piégés. Un calcul simple montre alors que la constante de chargement  $\tau$  suit la loi  $1/\tau = n\sigma\sqrt{3k_B T/m}$ , où  $n$  est la densité d'atomes dans la cellule et  $\sigma$  est la section efficace des collisions. La densité est reliée à la pression partielle  $P_{\text{Rb}}$  par la loi d'Avogadro  $n = 9.6 \times 10^{18} P_{\text{Rb}}/T$  où  $n$  est exprimée en nombre d'atomes par  $\text{cm}^3$ , la pression en mbar et la température en K. La conclusion de ces quelques calculs est donc que, si le vide est limité par le rubidium dans la cellule, la durée de chargement est inversement proportionnelle à pression partielle. Pour une durée de chargement de l'ordre d'une seconde, la pression partielle doit être dans la gamme  $10^{-9} - 10^{-8}$  mbar. Il faut donc utiliser des techniques d'ultra-vide pour réaliser le piège.

On peut établir à partir de modèles simplifiés des formules semi-empiriques reproduisant bien le comportement des différents paramètres du piège [76], surtout dans le régime de faible densité où l'on néglige les collisions froides et la diffusion multiple. Par exemple, on montre que le nombre d'atomes piégés dans la cellule est  $N = R\tau \propto d^2 v_c^4 / \sigma$  où  $d$  est le diamètre des faisceaux [83, 105]. La vitesse de capture dépend de la dimension des faisceaux selon la loi  $v_c \propto \sqrt{d}$ . Le nombre d'atomes piégés est donc proportionnel à la puissance quatrième du diamètre des faisceaux qui doit être aussi grand que possible. Au contraire du temps de chargement  $\tau$ , le nombre d'atomes piégés ne dépend pas, dans la limite des faibles pressions partielles de rubidium, de la pression  $P_{\text{Rb}}$ . Nous avons vérifié ce point dans nos expériences.

## 1.2. Le montage de la cellule et le vide

Le cahier des charges de la cellule que nous voulions construire était simple : elle devait permettre de réaliser des réseaux avec un demi-angle variable continûment dans la gamme  $15 - 45^\circ$  et devait autoriser le plus d'accès optiques possibles pour les systèmes de détection (caméras, photodiodes, photodiodes à avalanche). Ces contraintes stériques nous ont amené à choisir un dessin en "camembert" représenté sur la figure II-8. Nous avons utilisé une cellule métallique réalisée à l'Institut d'Optique et dessinée par Klaus Sengstock. Les sept fenêtres de diamètre 35 mm et d'épaisseur 5 mm sont placées sur la tranche et sont utilisées pour le passage de faisceaux pièges et la détection des atomes par une photodiode utilisée comme diagnostic de contrôle. Le diamètre d'ouverture est 18 mm seulement. Les grandes fenêtres de diamètre 100 mm et d'épaisseur 15 mm permettent le passage des faisceaux réseau et du dernier faisceau piège, ainsi que l'observation par une caméra CCD, la détection de la fluorescence par les photodiodes à avalanche et le passage de faisceaux sonde. Le diamètre d'ouverture est ici de 82 mm. Les fenêtres sont fabriquées en hérasil (par la firme Laseroptik) et ont une excellente qualité optique (planéité  $\lambda/10$ ). Elles ont toutes un traitement anti-reflet sur les deux faces.

Ce type de cellule métallique présente plusieurs avantages si on la compare aux cellules entièrement en verre souvent utilisées dans ces montages. Elle permet l'utilisation de fenêtres de très bonne qualité optique alors que les procédés d'adhérence moléculaire ont tendance à provoquer des déformations du verre. De plus, les fenêtres peuvent être traitées anti-reflet sur leurs deux faces. L'étanchéité est assurée par des joints métalliques qui présentent, comme nous allons le voir, de nombreux avantages et, enfin, tout le dispositif est démontable et les éléments peuvent être facilement changés, par exemple si une des fenêtres venait à être malencontreusement rayée.

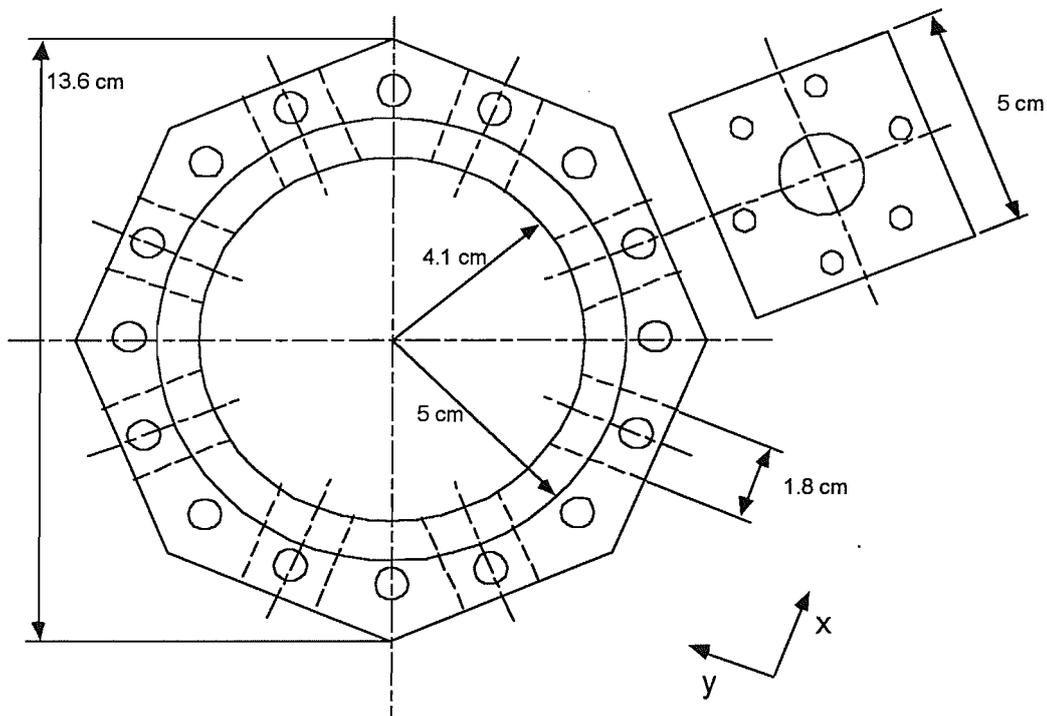


Figure II-8 : Dessin de la cellule dans laquelle on réalise le réseau. Les joints helicoflex sont posés directement sur la surface externe pour les petites fenêtres latérales, et sur le méplat entre les deux cercles de rayons 4.1 et 5 cm pour les fenêtres centrales.

En régime stationnaire la cellule est pompée par une pompe ionique d'un débit de 25 l/s. Pour mettre sous vide l'ensemble du dispositif, on utilise la pompe turbo d'un cherche fuites branché sur la vanne de mise à l'air. Un montage d'éléments de vide standards, tels que des vannes métalliques, des raccords et des croix (figure II-9) dans le format CF35, lie l'ensemble. En dehors de la cellule, nous utilisons des joints traditionnels en cuivre.

Les joints utilisés pour l'étanchéité de la cellule elle-même ne sont pas des joints en Indium mais des joints métalliques Helicoflex (commercialisés en France par la société Carbone Lorraine) constitués d'une enveloppe fendue entourant un ressort (voir la figure II-10(a)). Deux joints par fenêtre sont nécessaires. Le principe de l'étanchéité pour le montage d'une fenêtre est illustré sur la figure II-10(b). Un premier joint est posé sur une surface propre et non rayée. La fenêtre est posée à son tour sur ce joint et un second joint vient compléter l'empilement. Un anneau métallique appuie ensuite sur le joint extérieur qui ne sert que de ressort et déforme

légèrement les deux joints. La pression exercée est contrôlée par le serrage d'un certain nombre de vis : 16 vis de diamètre M6 pour les grandes fenêtres et 6 vis de diamètre M4 pour chaque petite fenêtre. Pour contrôler la pression sur les joints, nous avons serré les vis tout en détectant les fuites résiduelles avec un cherche fuite. En vissant progressivement et aussi uniformément que possible, on arrive normalement au régime où les fuites ne sont plus détectables en quelques heures de travail pour une grande fenêtre. Cette opération doit être effectuée minutieusement car il y a risque de briser les fenêtres si la contrainte est trop importante<sup>39</sup>.

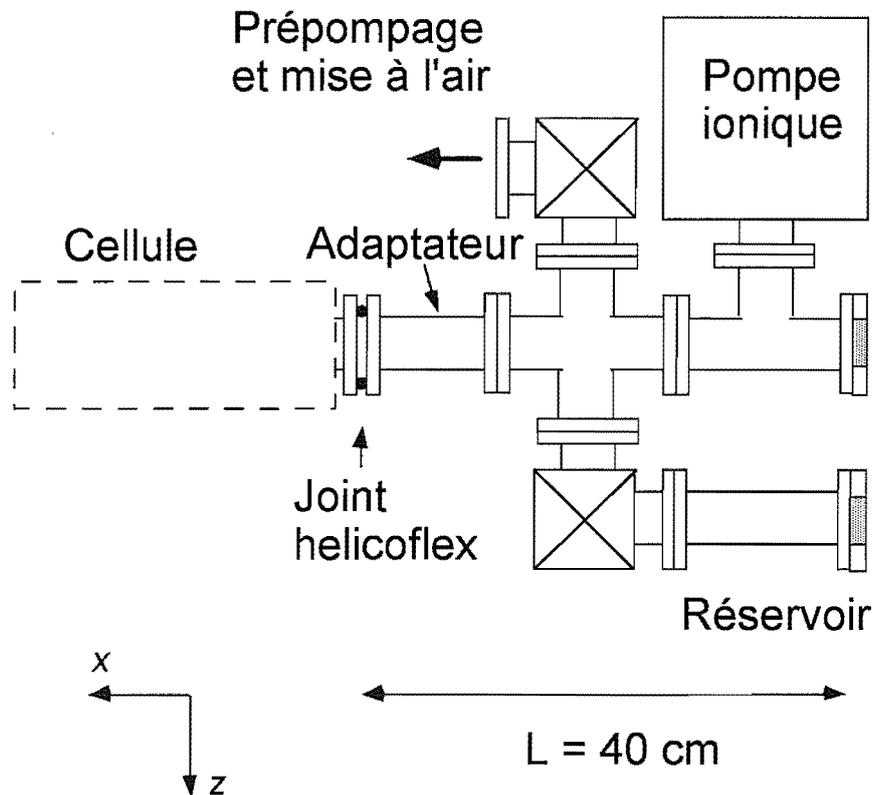


Figure II-9 : Schéma du système à vide de la cellule de Rubidium. Une fenêtre placée près de la pompe dans l'axe  $Ox$  permet de faire passer un faisceau qui peut être utilisé comme sonde ou comme faisceau repompeur. La fenêtre du réservoir est utile pour observer l'évolution de la fluorescence quand on chauffe le Rubidium au moment du remplissage de la cellule. Toutes les pièces, à l'exception de l'adaptateur, sont des éléments standard au format CF35.

Un intérêt essentiel des joints hélicoflex est qu'ils supportent sans problème une température de plusieurs centaines de degrés. Ceci permet d'étuver la cellule pour améliorer le vide. Pour obtenir un vide de quelques  $10^{-9}$  mbar, nous avons chauffé la cellule à  $140^{\circ}\text{C}$  pendant quelques heures mais une température plus importante ne devrait pas poser de problèmes dans la mesure où le traitement anti-reflet n'est pas endommagé.

Enfin, le rubidium est injecté dans la cellule à partir d'une ampoule placée dans le réservoir

<sup>39</sup> Cela s'est produit effectivement lors de la première sous vide : quelques petites fenêtres latérales ont été cassées. Le problème était certainement dû au fait qu'on avait utilisé des joints en acier, métal beaucoup trop dur. Il faut absolument préférer des joints en aluminium ou en cuivre.

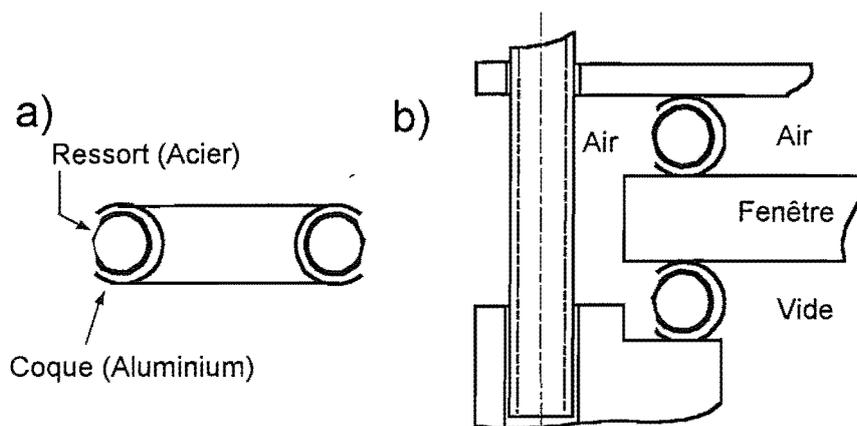


Figure II-10 : Les joints helicoflex. (a) Les joints sont constitués d'une enveloppe fendue et d'un ressort. (b) Principe de l'étanchéité autour d'une fenêtre. Le joint à l'extérieur est utilisé uniquement comme un ressort.

indiqué sur la figure II-9. L'ampoule est brisée à l'air libre et introduite rapidement dans le réservoir qu'on connecte à une vanne métallique. Le pompage débute immédiatement. A température ambiante, l'état stationnaire où du rubidium se répand partout dans la cellule à la pression de vapeur saturante n'est jamais atteint. La vanne du réservoir étant fermée, il est nécessaire de le chauffer grâce à un cordon chauffant à  $100^{\circ}\text{C}$  environ pour répandre en quelques heures une quantité importante de rubidium sous forme de vapeur dans le réservoir. Puis, une fois le réservoir refroidi, on ouvre la vanne et le rubidium migre vers la cellule, mais aussi vers la pompe. En pratique ceci n'a pas de conséquence néfaste sur son fonctionnement à court terme car les quantités de gaz concernées sont très faibles mais le courant de la pompe ionique augmente lentement au cours des mois. La pression de rubidium est contrôlée par la durée d'ouverture de la vanne et son débit. En pratique il était nécessaire d'effectuer cette manoeuvre une fois par semaine environ lors des premières semaines d'expériences mais, après un an de fonctionnement, on répétait cette procédure de chauffage seulement une fois tous les deux mois environ.

Le seul critère pertinent pour estimer les performances de la cellule est la pression dans la cellule. La pression des espèces résiduelles est estimée à  $10^{-9}$  mbar ou moins d'après la valeur du courant de la pompe ionique avant injection du rubidium dans la cellule. Une mesure précise est difficile à réaliser dans la mesure où le courant de la pompe ne peut pas être estimé à moins d'un  $\mu\text{A}$  avec notre appareil de mesure. Pour estimer la pression partielle de rubidium, nous disposons de plusieurs moyens : au niveau de la pompe, le courant de la pompe ionique vaut entre 4 et  $8 \mu\text{A}$  et la pression est donc de  $10^{-9}$  à  $10^{-8}$  mbar. Une mesure d'absorption de quelques dixièmes de % dans la largeur de la cellule (5 cm) fournit une estimation compatible. Enfin la pression déduite de la valeur de la constante de chargement du piège de l'ordre de une seconde et de la formule II-66 corrobore ces observations.

### 1.3. Le montage optique

L'expérience acquise dans le premier montage a été mise à contribution pour réaliser un nouveau système de laser très semblable. Les laser de ralentissement ont naturellement été supprimés mais une diode a été ajoutée pour les faisceaux réseau. Il s'agit d'une diode de marque

SDL de 50 mW injectée par la diode maître qui injecte déjà le laser piège. Les faisceaux réseau sont traités de la même façon que les faisceaux piège mais sont indépendants. Leur désaccord en fonctionnement normal est  $\delta = -5\Gamma$ . Un jeu de télescopes permet de choisir la taille des faisceaux utilisés de telle sorte que leurs demi-largeurs en  $\frac{1}{\sqrt{e}}$  sont  $\sigma_{\text{reseau}} = 4.6$  mm et  $\sigma_{\text{piège}} = 4.8$  mm. Il serait souhaitable de disposer de faisceaux plus gros pour augmenter le nombre d'atomes capturés et rendre les potentiels lumineux plus "plats" au niveau des atomes. Les faisceaux sont divisés en plusieurs étapes grâce à des ensembles cube séparateur de polarisation+lame demi-onde, ce qui permet d'ajuster précisément l'intensité dans chacun avant l'entrée dans la cellule. Ces ensembles permettent également de bien contrôler la polarisation.

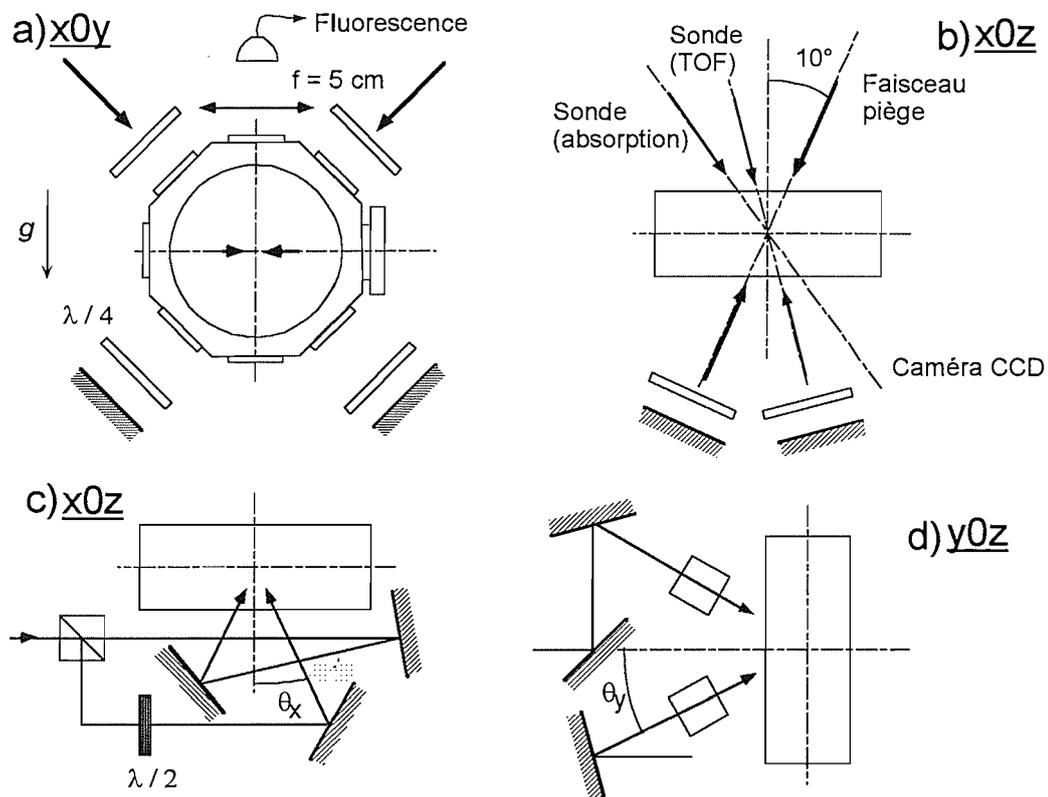


Figure II-11 : Disposition des faisceaux laser autour de la cellule pour différentes configurations. La direction verticale est  $Oy$ . (a) Faisceaux pièges dans le plan  $xOy$ . La photodiode est utilisée comme diagnostic de contrôle. (b) Faisceaux piège et sonde dans le plan  $xOz$ . La sonde pour l'absorption est occultée quand on ne réalise pas de mesure de densité. (c) et (d) Faisceaux réseau dans les deux plans  $xOz$  et  $yOz$ . Les cubes sont des séparateurs de polarisation.

Le dispositif optique entourant la cellule pour la réalisation du piège magnéto-optique et du réseau est représenté sur la figure II-11. Deux faisceaux sonde de faible puissance sont utilisés : l'un est placé sous le piège pour les mesures de temps de vol, l'autre (habituellement occulté) est centré sur le piège pour les mesures d'absorption (voir le §2.1). En ce qui concerne les faisceaux piège, nous avons dû dévier légèrement l'axe du faisceau, orienté en principe selon  $Oz$ , pour laisser cet axe libre pour la détection du réseau.

La position des faisceaux réseau est ajustée précisément grâce à un jeu de deux miroirs in-

dépendants pour chaque faisceau. Un repère tracé sur le mur de la pièce à environ un mètre de la cellule permet d'estimer l'angle au degré près pour trois des faisceaux. L'imprécision sur le dernier faisceau est estimée à  $\pm 2^\circ$ . La polarisation de chacun des faisceaux dans le plan vertical  $yOz$  est définie par un cube placé comme dernier élément optique avant la cellule. Pour les faisceaux horizontaux (plan  $xOz$ ), un miroir placé dans le plan de la polarisation linéaire vient s'interposer et on a vérifié qu'il ne perturbait pas la qualité de la polarisation. L'égalité des puissances des faisceaux est assurée à 5% près environ et l'intensité maximale par faisceau est  $7.5 \text{ mW/cm}^2$  (correspondant à une fréquence de Rabi  $\Omega \simeq 1.5\Gamma$  pour un coefficient de Clebsch-Gordan égal à 1).

Enfin, l'intérêt principal de ce montage en cellule est qu'il permet de changer facilement l'angle du réseau. Nous avons ainsi accès à des angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  (définis sur la figure II-11) compris entre  $15$  et  $40^\circ$ .

#### 1.4. Le champ magnétique

Contrairement à notre montage précédent, le champ quadrupolaire est réalisé grâce à une paire de bobines de fil de cuivre fin (diamètre 1.5 mm). Ces bobines ne sont pas refroidies et conduisent chacune un courant maximum de 2 A. Le gradient de champ le long de l'axe  $Oz$  est estimé à 5 G/cm environ. Ces bobines sont placées à l'extérieur de la cellule, ce qui permet de les déplacer et de les ajuster facilement.

#### 1.5. La séquence temporelle

Les expériences sur réseau sont, comme les expériences sur mélasse, répétées de façon cyclique. On charge d'abord les atomes dans un piège pendant 200 à 500 ms, puis on les refroidit dans une mélasse pendant 20 ms. Les faisceaux pièges sont alors coupés et les faisceaux réseau sont mis en place en moins de  $0.5 \mu\text{s}$ . On observe le réseau pendant 100 ms environ après avoir attendu pendant quelques millisecondes l'établissement du régime stationnaire, puis le cycle de chargement reprend. Un PC contrôle la gestion des modulateurs acousto-optiques et des obturateurs mécaniques.

#### 1.6. Procédures de réglage du réseau

Après quelques semaines d'expériences, une procédure de réglage du réseau s'est mise naturellement en place. Il faut d'abord vérifier que les puissances dans chaque faisceau sont bien équilibrées. Un léger déséquilibre de 10% suffit en effet à changer l'allure du réseau et à le déplacer. Puis les quatre faisceaux réseau doivent être bien alignés avec le piège. On a placé deux miroirs en fin de trajet pour chacun des faisceaux et on dispose donc de suffisamment de degrés de liberté pour les régler. On branche d'abord à tour de rôle chaque faisceau en réduisant son diamètre à quelques mm grâce à un diaphragme et on observe son effet sur le piège. Avec le miroir le plus proche du piège, on ajuste le faisceau pour qu'il pousse le piège, voire même y fasse un trou nettement visible à la caméra. On peut aussi avoir une idée grossière de sa position grâce à la fluorescence des atomes de rubidium résiduels dans la cellule. Au cours de cette phase de la mise au point, on ne s'est pas préoccupé de l'angle des faisceaux. En suivant des repères au mur, celui-ci est corrigé faisceau par faisceau grâce au miroir le plus éloigné et on recommence l'alignement sur le piège. Cette méthode converge généralement et l'expérience a montré qu'on peut facilement reprendre complètement le réglage, à l'occasion d'un changement d'angle du réseau par exemple, en moins de quelques heures.

Un soin particulier a été apporté à la stabilité des supports d'optiques qui sont des pieds de laiton lourds ou alors des supports de tiges à faible hauteur de la table ( $h = 75 \text{ mm}$ ). Dans ces conditions, la cause principale de dérive des faisceaux se situe entre le télescope d'agrandissement et l'objectif de collimation de la diode (voir figure I-18). Le réglage d'un seul miroir à ce niveau permet souvent de corriger les dérives. En règle générale, les faisceaux sont stables sans aucune retouche pendant une semaine environ.

### 1.7. La géométrie de détection des corrélations d'intensité

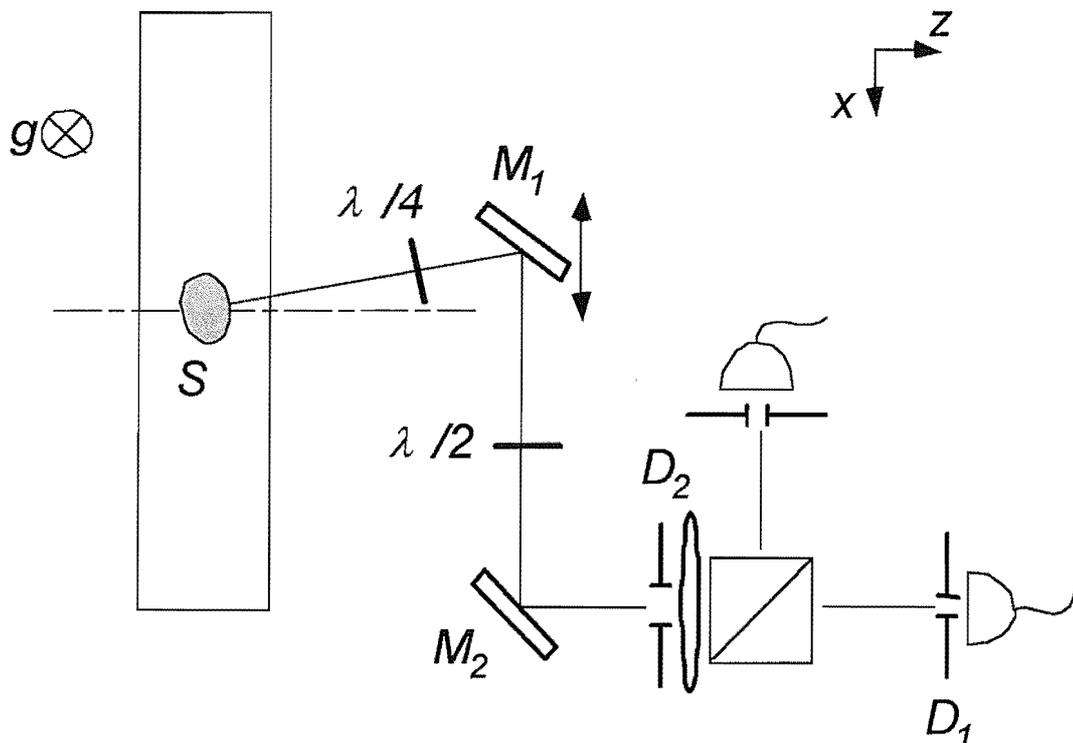


Figure II-12 : Géométrie expérimentale de détection dans l'expérience de corrélations d'intensité sur réseau.  $S$  : réseau;  $M_1$ ,  $M_2$  : miroirs d'ajustement;  $D_2$  : diaphragme de sélection du nombre d'aires de cohérence couvert;  $D_1$  : diaphragme de définition de la taille de la source effective. Les lames demi-onde et quart d'onde combinées avec le cube séparateur de polarisation permettent d'effectuer des autocorrélations dans chaque polarisation linéaire ou circulaire ou bien des corrélations croisées entre polarisations circulaires.

Le schéma de détection dans l'expérience de corrélations d'intensité est représenté sur la figure II-12 pour une détection autour de l'axe  $Oz$ . On se reportera au paragraphe chapitre I-1 (§2.3) pour en comprendre le principe. Il est plus complexe mais aussi plus souple que dans le cas des mesures sur mélasse. Les deux détecteurs sont montés sur deux platines de translation pour ajuster leur position dans le plan perpendiculaire à la direction de détection. Le premier réglage sur le réseau avec détection dans l'axe est effectué en utilisant un faisceau sonde très atténué passant par le piège. Puis le jeu de miroirs  $M_1$  et  $M_2$  permet d'ajuster l'angle de détection sans avoir à déplacer les détecteurs et leur blindage. Un troisième miroir est nécessaire pour la

détection dans le plan perpendiculaire à la figure. Le miroir  $M_1$  est monté sur une translation et autorise des angles de détection de  $35^\circ$  environ par rapport à l'axe  $Oz$ .

Un cube séparateur de polarisation combiné avec une lame quart d'onde et une lame demi-onde permettent la détection simultanée des deux polarisations linéaires ou circulaires pour mesurer les spectres d'autocorrélations et de corrélations croisées. Le diaphragme  $D_2$  sélectionne le mode spatial de la lumière diffusée. La distance entre le réseau et la lentille de collection est  $L = 80$  cm. Le grandissement du système optique est  $g = 1/7$  et le réseau est imagé presque en intégralité sur le détecteur. Le diaphragme de sélection  $D_2$  a un diamètre situé dans la gamme 1 – 2 mm. On calcule que le nombre d'aires de cohérence détecté avec ce système optique est de l'ordre de  $N_{\text{coh}} \simeq 2 - 8$ . Les taux de comptage typiques sont de l'ordre de  $100$  à  $900 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  pour un taux parasite de quelques dizaines de milliers de photons par seconde.

On effectue aussi des corrélations dans la direction  $Ox$  avec un schéma de détection équivalent. Dans ce cas cependant, on se place exactement le long de l'axe et l'on ne change pas l'angle de détection.

## 2. Caractérisation du réseau : densité et température

### 2.1. Mesure de densité par absorption

Nous avons présenté dans le chapitre I-2 une technique de mesure de densité par fluorescence. Il existe une technique plus directe d'imagerie en absorption [108] qui permet d'avoir accès aux dimensions du réseau et à son épaisseur optique, donc à sa densité. Son principe est représenté sur la figure II-13(a). Après avoir coupé les faisceaux laser, une sonde à résonance polarisée circulairement est mise en place en quelques ms avant que le nuage atomique ne s'étende. Elle passe par l'échantillon atomique et on forme l'image du piège avec une caméra CCD, c'est à dire le profil d'absorption de la lumière de la sonde par les atomes, qui apparaît sur l'écran d'un moniteur vidéo.

Quel est le profil d'absorption ? Le taux de lumière diffusée par un atome à deux niveaux soumis à une excitation lumineuse est  $R = \Gamma s_0/2$ . La section efficace d'absorption  $\sigma$  d'un faisceau d'intensité  $I$  polarisé circulairement est

$$\sigma = \frac{\hbar\omega_L R}{I}$$

En reportant la valeur de l'intensité (formule I-79) et celle du coefficient de saturation (formule I-81), on obtient la formule bien connue de la section efficace d'absorption à résonance (pour un coefficient de Clesch-Gordan égal à 1)

$$\sigma = \frac{3}{2\pi} \lambda^2 \quad (\text{II-67})$$

Pour un réseau de profil de densité gaussien  $n(x, y, z) = n_0 e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)}$  on déduit le coefficient d'absorption de la sonde dirigée dans la direction  $Oz$

$$A(x, y) = \exp \left[ -\sigma n_0 \sigma_z \sqrt{2\pi} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)} \right] \quad (\text{II-68})$$

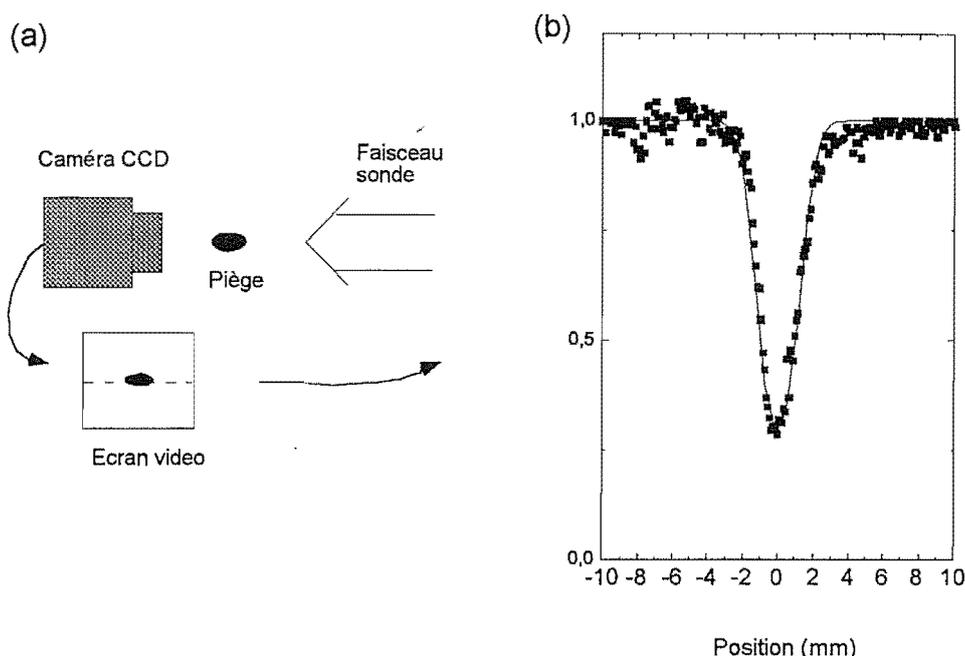


Figure II-13 : Mesure de densité par absorption. a) Schéma de principe : une caméra CCD image sur un écran le profil d'absorption d'un faisceau sonde par un échantillon atomique. (b) Résultat d'une mesure typique dans un réseau et ajustement selon la formule donnée dans le texte. La densité maximale est de l'ordre de  $10^9 \text{ cm}^{-3}$ .

Un ajustement du profil expérimental avec ce type de courbe permet d'avoir accès aux dimensions  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ , à l'épaisseur optique  $n_0\sigma_z$  et, si l'on a mesuré par ailleurs  $\sigma_z$ , à la densité maximale  $n_0$ .

Un résultat typique de courbe expérimentale ajustée par ce profil est présenté sur la figure II-13(b). Il s'agit d'une coupe à travers un profil de transmission à deux dimensions. En pratique, le programme de gestion de cette expérience mesure successivement deux images. L'une est prise en présence des atomes et l'autre en leur absence (en coupant les faisceaux piège par exemple). De cette façon on peut effectuer une division par le fond et diminuer les effets parasites sur l'image. Cinq à six séquences de ce type sont nécessaires pour obtenir une image normalisée et moyennée avec un bon rapport signal sur bruit.

Les mesures en fluorescence et en absorption sont en accord à un facteur 2 près environ. L'avantage majeur de la technique d'absorption est qu'elle ne nécessite pas de calibration de la caméra puisque l'absorption est en effet directement mesurée en %. C'est une technique assez simple à mettre en oeuvre et riche en informations. Fluorescence et absorption souffrent cependant du même handicap, à savoir qu'il est difficile de prendre en compte exactement la structure des niveaux atomiques.

Les paramètres typiques du réseau pour une profondeur de puits de l'ordre de  $U_0 \simeq 800E_R$  et un angle de  $30^\circ$  sont présentés dans le tableau II-7. Nous n'avons pas observé de différence détectable pour des angles dans la gamme  $20 - 40^\circ$ . Par contre, le remplissage du réseau dépend de la profondeur de puits pour  $U_0 \lesssim 200E_R$  (voir la section suivante et la figure II-14). En comparant ces résultats à ceux du tableau I-2 qui se rapportent à la mélasse que nous avons

décrite dans le chapitre I-2, on s'aperçoit que, si le nombre d'atomes est sensiblement le même (de l'ordre de quelques  $10^7$ ) et est en accord avec les performances d'autres cellules, la densité est environ un ordre de grandeur plus faible dans le réseau. Notre réseau a en effet un diamètre important (près de 2 mm contre  $300 \mu\text{m}$  au NIST [19]) et nous attribuons ceci à la faible valeur de notre gradient de champ magnétique dans le piège précédant le réseau<sup>40</sup>. Mais, en réalité, notre système de détection est tel que la lumière diffusée par chacun des atomes du réseau en direction du détecteur est collectée si bien qu'augmenter la densité n'est pas très important, sauf si l'on désire observer des effets spécifiquement liés à la densité tels que la diffusion multiple résonnante (voir le chapitre IV-1).

Taille $\sigma_z$	0.9 mm
Nombre d'atomes $N$	$2 \times 10^7$
Densité $n$	$1.8 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$

Tableau II-7 : Paramètres des réseaux réalisés en cellule pour une profondeur de puits  $U_0 \simeq 800E_R$  et un angle  $\theta = 30^\circ$ .

On retiendra surtout de ces mesures que **le réseau est extrêmement lacunaire en termes de remplissage de sites. Pour un angle de  $\theta = 30^\circ$ , un puits sur 10000 seulement est occupé** (à trois dimensions). La probabilité de se trouver dans une situation où deux atomes sont dans le même site est absolument négligeable.

## 2.2. Etude systématique de la température

Alors que, comme nous l'avons vu dans le chapitre I-2, il existe de nombreux résultats expérimentaux sur la température d'atomes dans des mélasses ou dans des pièges, il n'en est pas de même en ce qui concerne les réseaux. A notre connaissance, il n'y a qu'une publication de l'équipe du NIST sur des mesures systématiques dans un réseau d'atomes de Césium pour un angle  $\theta = 45^\circ$  [110]. Il est vrai que seules les équipes intéressées spécifiquement par la spectroscopie des réseaux les réalisent alors que les pièges sont souvent le point de départ d'expériences très variées et qu'il est nécessaire de bien les caractériser. Pourtant, et c'est un de nos arguments en faveur de l'étude des réseaux, il est possible d'effectuer dans leur cas des comparaisons *quantitatives* entre des résultats théorique et expérimentaux. Nous avons réalisé une série de mesures de température par temps de vol en variant l'intensité et le désaccord des faisceaux du réseau dans une grande gamme de valeurs et nous espérons que notre résultat pourra être confronté à une estimation théorique à trois dimensions.

Voyons d'abord quelques détails techniques sur les mesures. Le faisceau sonde a un rayon en  $1/e^2$  de 0.8 mm pour une puissance de 0.12 mW ( $s = 0.1$  à résonance). La durée du réseau est 20 ms, la hauteur de chute<sup>41</sup>  $h = 1.8$  cm et on déduit d'un profil absorption la dimension selon  $x$  (direction verticale)  $\sigma_x = 0.95$  mm. Dans ces conditions, la correction du signal due à la taille de la sonde est négligeable mais pas celle qui est due à la taille du piège et qui représente de 10

<sup>40</sup> Nous avons effectué quelques expériences de compression du piège en augmentant transitoirement la valeur du champ magnétique [109] et nous avons pu gagner un facteur trois sur la densité environ. Mais les bobines n'étaient pas bien adaptées pour ces opérations.

<sup>41</sup> La hauteur de chute ne peut pas être plus grande dans l'expérience en raison de l'encombrement important autour de la cellule. Il serait souhaitable néanmoins d'augmenter celle-ci pour effectuer des mesures plus précises si les températures étaient plus basses que celles que nous avons observées.

à 20% de la largeur du signal total. Cette correction est prise en compte dans la figure II-14(a) où l'on a représenté la température normalisée par la température de recul ( $T_R = 0.33 \mu\text{K}$ ) en fonction de la profondeur des puits de potentiel du réseau normalisée par l'énergie de recul.

Les mesures ont été effectuées pour 7 valeurs de l'intensité par faisceau  $I_0$  entre 3 mW et 0.42 mW et pour 7 valeurs du désaccord entre  $-4$  et  $-11\Gamma$ . L'angle du réseau est  $\theta = 30^\circ$ . Le temps d'arrivée varie dans tous les cas entre 48 et 49 ms et l'on a vérifié que l'approximation gaussienne du signal de temps de vol (formule I-85) était encore justifiée dans ce cas. Nous avons utilisé deux méthodes pour estimer la profondeur de puits  $U_0$ . Dans le premier cas, on mesure le paramètre de saturation par faisceau  $s_0$  et on en déduit  $U_0 = -4\hbar\delta s_0$ . On peut aussi déduire la profondeur de puits de la fréquence d'oscillation des atomes mesurée par corrélations d'intensité. Nous verrons en effet dans le chapitre III-1 que la loi liant la fréquence des oscillations atomiques dans la direction  $Ox$  à la profondeur de puits  $\Omega_x/\omega_R = \sqrt{2U_0/E_R} \sin\theta$  est expérimentalement très bien vérifiée à une correction près de l'ordre de 10% que nous attribuerons à l'anharmonicité du potentiel. Nous avons mesuré quelques spectres de corrélations d'intensité après avoir réalisé les mesures de temps de vol et nous avons comparé nos deux estimations de  $U_0$ . Il existe une différence fixe de près de 30% entre les deux valeurs de la profondeur de puits, ce que nous attribuons à une mauvaise calibration de la photodiode utilisée pour mesurer les intensités<sup>42</sup>. Les valeurs des profondeurs de puits apparaissant dans la figure II-14 ont donc une origine spectroscopique et l'incertitude associée est certainement assez faible (probablement de l'ordre de 10%).

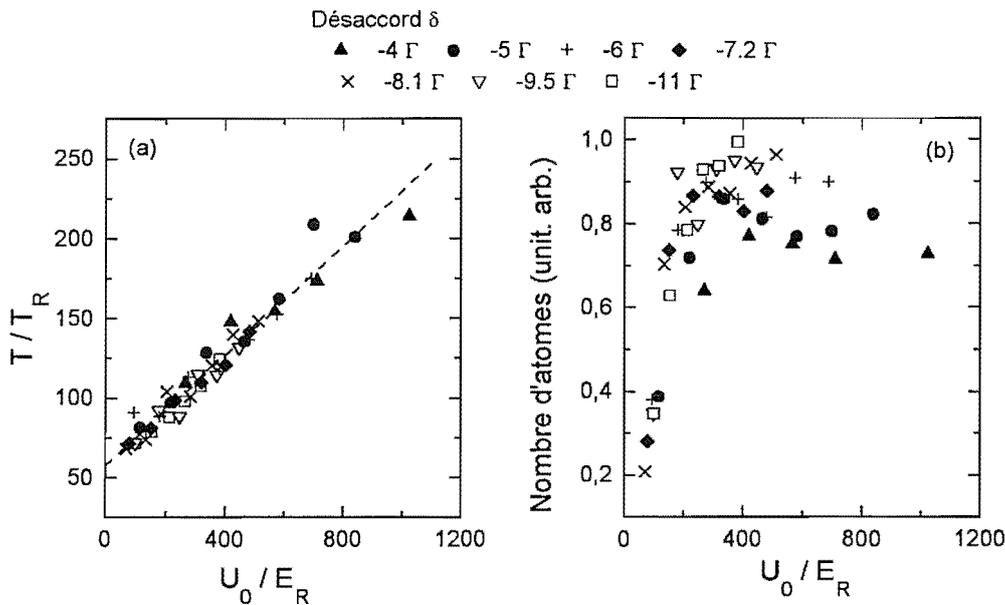


Figure II-14 : Résultats des mesures de temps de vol pour un réseau d'angle  $\theta = 30^\circ$ : (a) température normalisée par la température de recul  $T_R = 0.33 \mu\text{K}$  en fonction de la profondeur de puits  $U_0/E_R$ ; (b) aire du signal de temps de vol (proportionnelle au nombre d'atomes dans le réseau). Le désaccord et l'intensité prennent chacun sept valeurs différentes.

<sup>42</sup> Cette mauvaise calibration était propre à cette expérience de temps de vol. Par la suite, et surtout pour établir précisément la relation entre la fréquence d'oscillation et la profondeur des puits, il a bien sûr été nécessaire de disposer d'une photodiode calibrée beaucoup plus soigneusement.

Venons en à présent au commentaire de la figure II-14(a). On remarque immédiatement que la température suit une loi linéaire en  $U_0$  quels que soient les paramètres du réseau. Cette dépendance est en accord avec les prévisions théoriques dans le cas unidimensionnel [15] et l'on peut donc dire que **le réseau à trois dimensions se comporte qualitativement comme une mélasse Lin $\perp$ Lin à une dimension en ce qui concerne sa température**. Pour comparer nos résultats aux résultats analogues de mesure de température dans des mélasses  $\sigma^+ - \sigma^-$  ou Lin $\perp$ Lin, nous exprimons la profondeur des puits en fonction du paramètre de déplacement lumineux par faisceau  $\Lambda = \frac{\Omega^2}{|\delta|\Gamma} = \frac{1}{2} \frac{I_0}{I_{sat}} \frac{\Gamma}{|\delta|}$ . Dans le cas où  $|\delta| \gg \Gamma$ , la profondeur des puits est proportionnelle à ce paramètre  $\Lambda$  :

$$U_0 = 2\hbar\Gamma\Lambda \quad (\text{II-69})$$

Un ajustement linéaire effectué sur la courbe II-14(a) nous donne la loi

$$\frac{k_B T}{\hbar\Gamma} = 0.68\Lambda + 0.076 \quad (\text{II-70})$$

La constante de proportionnalité 0.68 est approximativement la même que celle que nous avons mesurée dans le chapitre I-2 dans les mélasses  $\sigma^+ - \sigma^-$  (on a alors trouvé 0.70). Pour un réseau de Césium d'angle  $\theta = 45^\circ$ , le groupe du NIST [110] a trouvé un comportement linéaire similaire mais une pente de valeur 0.24 nettement plus petite. Pour un angle  $\theta = 30^\circ$  tel que celui qui est utilisé ici, nous avons remarqué que le potentiel atomique était beaucoup plus asymétrique qu'à  $\theta = 45^\circ$ . Or la température que nous mesurons est en fait  $T_y$ , c'est à dire la température dans une direction où le potentiel est évasé. Il est possible que la température soit élevée à cause de cet effet géométrique mais nous n'avons pas vraiment de moyen de le confirmer. Il faudrait effectuer des mesures par imagerie à deux dimensions[19] pour vérifier si la température est isotrope à petit angle de réseau. Cette étude serait intéressante car, comme nous le verrons dans le chapitre III-1, la valeur de la température peut éventuellement fournir des informations sur la localisation spatiale des atomes.

Enfin, la température minimale que nous avons mesurée ( $k_B T = 140E_R$ ) est nettement plus grande que dans les mélasses ( $k_B T = 40E_R$ ) ou que dans d'autres réseaux ( $k_B T/E_R \simeq 10$  dans la référence [19]). Elle pourrait être affectée de façon critique par une mauvaise compensation des champs magnétiques [111] dans le réseau mais nous ne l'avons pas vérifié. Un effet de topographie du réseau n'est pas à exclure non plus.

Le signal de temps de vol peut fournir une information intéressante que nous n'avons pas encore exploitée jusqu'à présent. La quantité d'atomes dans le réseau peut en effet être estimée à partir de l'aire du signal. La largeur de la sonde est à peu près 1 cm et l'on calcule que moins de 50% des atomes sont collectés, mais ici seule l'évolution relative de cette quantité nous intéresse. Celle-ci est représentée sur la figure II-14(b). La valeur 1 a été arbitrairement attribuée au signal le plus grand, c'est à dire à l'optimum de remplissage du réseau. Au delà de  $U_0 \simeq 200E_R$  le nombre d'atomes est constant mais il chute brutalement en deçà de cette valeur alors que la température continue à diminuer. La raison de ce comportement pourrait être que l'énergie cinétique des atomes à la fin de la phase mélasse est, pour des puits peu profonds, de l'ordre de la profondeur de puits. En effet, à une impulsion typique  $p \simeq 8\hbar k$  correspond une profondeur de puits  $U_0 = 64E_R$ . Dans ces conditions, une grande quantité d'atomes se trouve placée assez haut dans le potentiel au moment où l'on passe de la mélasse au réseau. Elle n'est pas localisée dans le réseau et effectue un mouvement de vol libre rapide au dessus des puits. Ces atomes ne contribuent pas au signal de temps de vol mais on pourrait peut être obtenir des

informations à leur sujet si la durée du réseau était plus courte (elle vaut ici 20 ms). Le signal de temps de vol pourrait présenter alors plusieurs composantes gaussiennes associées à différentes classes d'atomes. Une autre cause de la perte d'atomes peut être la divergence du coefficient de diffusion spatiale à faible profondeur de puits (voir le chapitre III-2) qui ne se produit pas pour la même valeur que le décrochage de la température. En diminuant la température à la fin de la phase mélasse pour augmenter au maximum le nombre d'atomes dans le réseau, on pourrait peut être supprimer la première cause de pertes et étudier le réseau dans le régime des faibles profondeurs de puits.

### 3. Conclusion

En utilisant des techniques de vide encore peu répandues, nous avons construit une cellule métallique bien adaptée à la réalisation de réseaux tétraédriques et à leur observation par corrélations d'intensité. Son faible encombrement permet en effet de faire varier l'angle du réseau dans la gamme  $20 - 40^\circ$  et l'on peut détecter la lumière sous plusieurs angles. Ces propriétés sont importantes car nous verrons dans la prochaine partie que des informations physiques très différentes sont contenues dans les spectres mesurés dans des conditions de polarisation ou d'angle de détection différents.

Le réseau que nous réalisons a des caractéristiques dans la norme des réseaux existants. Même si la densité atomique est faible, l'extrême sensibilité de la spectroscopie par corrélations d'intensité permettra de mesurer des signaux avec un bon rapport signal sur bruit pendant une durée d'expérience raisonnable (typiquement de cinq minutes à une heure).

Enfin, des mesures détaillées de la température par temps de vol ont montré que, pour des réseaux comme pour des mélasses, la température était proportionnelle au paramètre de déplacement lumineux  $\Lambda$ . Il serait très intéressant de mener des études complémentaires pour avoir accès à la température à deux dimensions. Nos résultats comparés à ceux de l'équipe du NIST laissent penser qu'à petit angle du réseau la température n'est pas isotrope, mais il n'y a pas encore de mesure systématique à ce sujet, ni d'ailleurs de calcul à trois dimensions.

# Annexe II-A

## Cristallographie et accord de phase

Le réseau atomique a deux particularités : il est périodique de par la forme du potentiel et les atomes constituent un milieu non linéaire. Il est bien connu que la diffusion de la lumière par des structures périodiques laisse apparaître des directions dans lesquelles la lumière diffusée par chacun des constituants de l'échantillon s'ajoute de manière cohérente : c'est le phénomène de diffraction de Bragg.

Par ailleurs, l'émission cohérente peut aussi intervenir lors du mélange d'ondes dans un milieu non linéaire. Ces deux phénomènes sont indiscernables dans les réseaux parce que les faisceaux incidents sont aussi les faisceaux qui créent le réseau lui-même et qui déterminent la périodicité de la structure. Nous allons montrer qu'ils ont une incidence importante sur les propriétés de corrélations d'intensité de la lumière diffusée en invalidant notamment la relation de Siegert entre fonctions de corrélation du premier et du deuxième ordre.

Nous introduirons tout d'abord une nouvelle interprétation des fonctions de corrélation en termes d'interférences de chemins quantiques (§1.1) puis nous montrerons que, pour certaines conditions d'"accord de phase", la relation de Siegert n'est pas vérifiée bien que les atomes soient indépendants (§1.2). Quelques éléments de cristallographie des réseaux nous seront utiles pour donner une interprétation alternative des conditions obtenues (§2.1) et nous identifierons dans le cas des réseaux que nous avons étudiés expérimentalement des configurations de détection intéressantes pour l'observation de corrélation "anormales" (*i.e.* violant la relation de Siegert).

Dans cette annexe, nous traiterons par commodité les atomes comme des systèmes à deux niveaux. Les résultats que nous obtiendrons seront aisément généralisables à des transitions atomiques complexes.

### 1. Corrélations d'intensité et mélange d'ondes

#### 1.1. Exemple d'interférence de diagrammes

La théorie quantique de la photodétection permet de calculer la densité de probabilité  $W_{II}(t_1, t_2)$  de détecter un photon en  $\vec{r}_2$  à l'instant  $t_2$  sachant qu'un photon a été détecté à un instant  $t_1$  antécédent en  $\vec{r}_1$ . Son expression est donnée par la relation II-46 et peut être reformulée sous la forme suivante :

$$W_{II}^{q_1, q_2}(t_1, t_2) = \left\| E^+(\vec{r}_2, t_2) E^+(\vec{r}_1, t_1) |\varphi\rangle \right\|^2 \quad (\text{II-71})$$

où  $|\varphi\rangle$  est l'état quantique du champ incident avant la détection des photons. Cette formule traduit très clairement le fait que la mesure se produit quand il y a annihilation de deux photons du champ (par les atomes détecteurs) aux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Dans le cadre de la diffusion de la lumière par des atomes, les deux photons détectés sont des photons de fluorescence émis par deux atomes (éventuellement identiques) soumis à un rayonnement incident et  $|\varphi\rangle$  représente

l'état du système [photons incidents + atomes]. On peut interpréter le processus de diffusion comme une "collision" entre des photons incidents et les atomes et écrire l'état du champ après ce processus sous la forme  $|\varphi\rangle = S|\varphi_0\rangle$  [101, 102] où  $|\varphi_0\rangle$  est l'état du système avant la collision. Dans l'état  $|\varphi_0\rangle$  comme dans l'état  $|\varphi\rangle$  les deux atomes sont dans leur état fondamental mais  $S$  décrit la création de deux photons de fluorescence dans l'état final.

Il existe un ensemble de chemins quantiques menant de l'état initial  $|\varphi_0\rangle$  à l'état final  $|\varphi\rangle$  du système. Ils sont caractérisés par une amplitude de transition complexe  $S_i$  et la probabilité de détecter deux photons  $W_{II}(t_1, t_2)$  est le module carré de la somme de ces amplitudes :  $W_{II}(t_1, t_2) = \|\sum_i S_i\|^2$ . Cette somme contient les probabilités  $\|S_i\|^2$  associées à chaque chemin mais aussi des termes d'interférences de la forme  $S_i S_j$  associés à des chemins  $i$  et  $j$  différents. Si ces chemins correspondent à des états initiaux et finaux différents, l'interférence est nulle et les probabilités de chaque chemin s'ajoutent. La méthode de calcul de  $W_{II}(t_1, t_2)$  dans ce formalisme est donc la suivante [102] : il faut identifier tous les chemins menant, à partir de deux photons dans le champ incident, à la détection de deux photons par les détecteurs 1 et 2 ; ensuite, on doit ajouter les amplitudes des chemins qui ont le même état final et enfin ajouter les probabilités correspondant à des états différents.

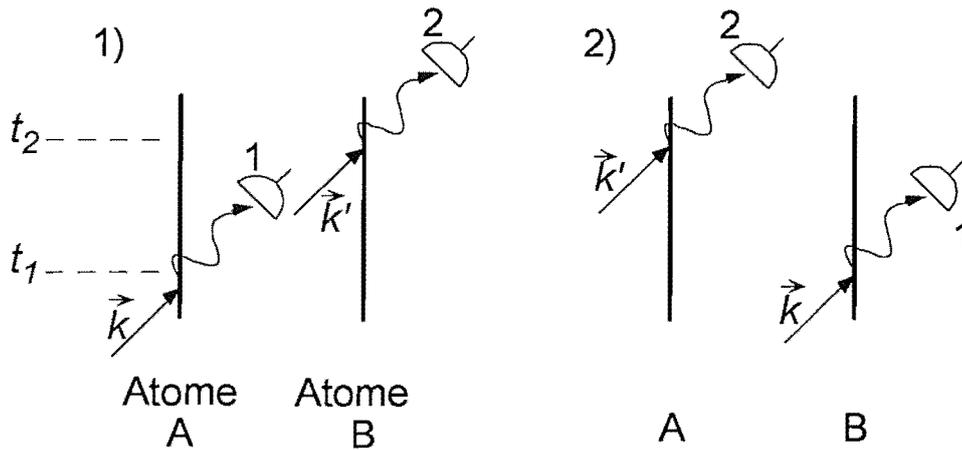


Figure II-15 : Les deux diagrammes illustrant graphiquement le processus  $\left(d_B^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2^B} d_A^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1^A} + d_A^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2^A} d_B^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1^B}\right) |\varphi\rangle$ . Si les atomes A et B sont dans le même état aux instants initiaux et finaux (états internes et externes), ces diagrammes peuvent interférer constructivement.

Voyons à présent sur un exemple plus précis et qui nous intéresse directement comment interpréter une fonction de corrélation comme le résultat d'un processus d'interférence entre chemins quantiques. Exprimons, comme dans le cours du chapitre II-1, les opérateurs champ de la formule II-71 en fonction des opérateurs moment dipolaire normalisé des atomes  $d^\pm$  et tentons de trouver l'ensemble des chemins associés au calcul du terme  $\left| \left\langle d^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1} d^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2} \right\rangle \right|^2$  qui est le terme fondamental dans la relation de Siegert quantique II-51. Soient deux atomes différents notés A et B. On montre sans difficulté l'égalité

$$\left\| \left( d_B^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^B} d_A^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^A} + d_A^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^A} d_B^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^B} \right) |\varphi\rangle \right\|^2$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \langle d^+(t_2) d^-(t_2) \rangle \langle d^+(t_1) d^-(t_1) \rangle \\
&\quad + 2 \left| \langle d^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1} d^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2} \rangle \right|^2
\end{aligned} \tag{II-72}$$

Les opérateurs  $\{d_A^\pm, \vec{R}_A\}$  et  $\{d_B^\pm, \vec{R}_B\}$  agissent uniquement sur les atomes  $A$  ou  $B$ . Les indices  $A$  et  $B$  ont été supprimés dans le membre de droite de l'égalité parce qu'alors les valeurs moyennes portent sur un seul des atomes ( $A$  ou  $B$ ). On reconnaît l'expression qui nous intéresse sous forme de terme croisé. Il existe aussi un terme indépendant de  $t_2 - t_1$  de photons non corrélés d'ordre  $\mathcal{O}(N^2)$  où  $N$  est le nombre total d'atomes. Il est de l'ordre du nombre de paires d'atomes puisque tous les atomes  $A$  et  $B$  y contribuent. Le terme croisé est *a priori* d'ordre  $\mathcal{O}(N)$  seulement.

Le processus d'interférence faisant apparaître le terme croisé peut être illustré sous forme diagrammatique. Supposons que les atomes diffusent la lumière de deux faisceaux de vecteurs d'onde  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$  (ils peuvent être identiques). Les opérations de double diffusion et détection de photons qui s'écrivent formellement  $d_B^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^B} d_A^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^A} |\varphi\rangle$  et  $d_A^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^A} d_B^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^B} |\varphi\rangle$  sont illustrées sur la figure II-15. Elles ont le sens suivant :

1.  $d_B^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^B} d_A^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^A} |\varphi\rangle$  : absorption par l'atome  $A$  à l'instant  $t_1$  d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et émission dans la direction  $\vec{k}_1$  du détecteur 1. Absorption par l'atome  $B$  à l'instant  $t_2$  d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}'$  et émission dans la direction  $\vec{k}_2$  du détecteur 2
2.  $d_A^- e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_2^A} d_B^- e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_1^B} |\varphi\rangle$  : absorption par l'atome  $B$  à l'instant  $t_1$  d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}$  et émission dans la direction  $\vec{k}_1$  du détecteur 1. Absorption par l'atome  $A$  à l'instant  $t_2$  d'un photon de vecteur d'onde  $\vec{k}'$  et émission dans la direction  $\vec{k}_2$  du détecteur 2

Les deux processus représentés par les diagrammes peuvent interférer constructivement à condition que les états initiaux et finaux des atomes soient les mêmes dans les deux cas. Cela est bien vérifié pour l'état interne puisque les atomes retournent dans leur état fondamental, mais la quantité de mouvement acquise au moment de l'absorption et de l'émission de photons par les atomes  $A$  et  $B$  doit être identique. Ceci impose la condition :

$$\vec{k}_1 - \vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}' \tag{II-73}$$

Elle est l'analogie d'une *condition d'accord de phase pour le mélange à quatre ondes*  $\vec{k}, \vec{k}', \vec{k}_1, \vec{k}_2$  mais dans le cas particulier où deux des modes impliqués (les modes de détection  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ ) sont initialement vides.

Dans le cas de l'autocorrélation par un seul détecteur,  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$  et l'on peut choisir  $\vec{k} = \vec{k}'$  pour vérifier de façon élémentaire la relation d'accord de phase : les interférences sont toujours constructives pour un seul détecteur. Le terme d'interférence de la formule II-72 est alors d'ordre  $\mathcal{O}(N^2)$  et non pas d'ordre  $\mathcal{O}(N)$ . On retrouve ainsi l'interprétation bien connue en termes d'interférences quantiques de l'effet Hanbury-Brown et Twiss par Fano [103].

## 1.2. Généralisation

De façon générale, et sans faire l'hypothèse que la relation de Siegert est vérifiée, la fonction de corrélation du deuxième ordre est proportionnelle à la somme de fonctions de corrélation des

dipôles

$$\mathcal{G}^{(2)}(t_1, t_2) \propto \sum_{a,b,c,d} \left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} d_b^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_b(t_2)} \right. \\ \left. \times d_c^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_c(t_2)} d_d^-(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_d(t_1)} \right\rangle \quad (\text{II-74})$$

où la somme qui porte sur  $N$  atomes diffusant la lumière comporte  $N^4$  termes. Nous sup-

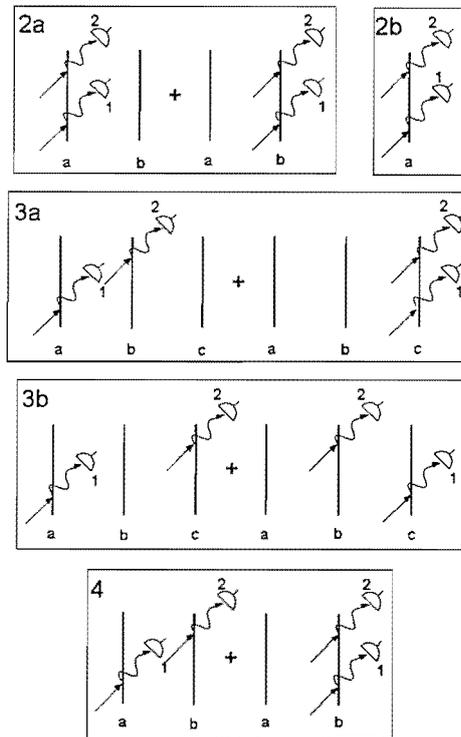


Figure II-16 : Représentation diagrammatique des termes d'interférence impliqués dans le calcul de la fonction de corrélation du deuxième ordre. Les indices  $a, b$  et  $c$  représentent des atomes différents et les détecteurs notés 1 et 2 sont sensibles aux photons diffusés respectivement aux instants  $t_1$  et  $t_2$  successifs. Les photons incidents ont pour vecteur d'onde  $\vec{k}$  à l'instant  $t_1$  et  $\vec{k}'$  à l'instant  $t_2$ . Les numéros dans chaque cadre se rapportent aux différents termes d'interférence associés à chaque condition d'accord de phase. La condition d'accord de phase de type V est associée au même type de diagramme que la condition de type IV

poserons que les atomes n'interagissent pas entre eux. Nous allons classer les termes de cette somme en fonction du nombre d'atomes égaux parmi  $a, b, c$  et  $d$ . Si deux opérateurs adjacents sont associés à des atomes différents, ils commutent et il est possible d'effectuer des regroupements d'opérateurs pour faire porter la moyenne sur plusieurs parties connexes. Nous essayons ainsi de réduire le calcul de la fonction de corrélation portant sur  $N$  atomes à des calculs partiels portant sur un seul atome à la fois.

Certains termes de la somme ne dépendent que de  $t_1$  ou de  $t_2$  mais pas de leur différence. Ils sont donc constants puisque le système est stationnaire. Ces termes contribuent à un fond con-

stant associé à des photons complètement décorrélés et n'apparaîtront pas dans la classification qui suit.

Pour chaque terme de la somme que nous avons ainsi isolé, nous avons cherché une interprétation en termes d'interférence de chemins quantiques similaire à celle que nous avons trouvée précédemment dans un cas particulier. Les résultats obtenus sont résumés sur la figure II-16. Il existe cinq types de conditions d'accord de phase :

1. Type I  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \vec{k} - \vec{k}'$  :  $\left| \left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} d_a^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_a(t_2)} \right\rangle \right|^2$
2. Type II  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k} + \vec{k}'$ 
  - (a)  $\left| \left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} d_a^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_a(t_2)} \right\rangle \right|^2$
  - (b)  $\left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} d_a^+(t_2) d_a^-(t_2) d_a^-(t_1) e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} \right\rangle$
3. Type III  $\vec{k}_1 = \vec{k}$  et  $\vec{k}_2 = \vec{k}'$ 
  - (a)  $\left\langle d_c^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_c(t_1)} d_c^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_c(t_2)} \right\rangle \left\langle d_b^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_b(t_2)} \right\rangle \left\langle d_a^-(t_1) e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} \right\rangle + c.c.$
  - (b)  $\left\langle d_c^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_c(t_1)} d_c^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_c(t_2)} \right\rangle \left\langle d_b^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_b(t_2)} \right\rangle \left\langle d_a^-(t_1) e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} \right\rangle + c.c.$
4. Type IV  $\vec{k}_1 = \vec{k}$  :  $\left\langle d_a^-(t_1) e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_a(t_1)} \right\rangle \left\langle d_b^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}_b(t_1)} d_b^+(t_2) d_b^-(t_2) \right\rangle + c.c.$
5. Type V  $\vec{k}_2 = \vec{k}'$  :  $\left\langle d_a^-(t_1) d_a^+(t_1) d_a^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_a(t_2)} \right\rangle \left\langle d_b^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}_b(t_2)} \right\rangle + c.c.$

Dans chaque cas où il y a accord de phase, la fonction de corrélation est à l'ordre dominant la somme d'un terme constant et des termes correspondant à cet accord dans la liste précédente. Ils sont du même ordre que le terme constant en raison du caractère constructif des interférences.

Dans le cas de l'accord de phase de type I, seul le module carré de la fonction de corrélation du premier ordre  $\left| \left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_a(t_1)} d_a^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_a(t_2)} \right\rangle \right|^2$  subsiste. Notre calcul nous a donc permis de retrouver la relation de Siegert quantique II-51.

La condition d'accord de phase de type II conduit à une fonction de corrélation normalisée de la forme

$$g_{q_1, q_2}^{(2)}(t_2 - t_1) - 1 \propto \left| \left\langle d_a^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_a(t_1)} d_a^+(t_2) e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_a(t_2)} \right\rangle \right|^2 \quad (\text{II-75})$$

Grangier *et al.* [104] ont mesuré cette fonction dans le cadre de la fluorescence de résonance. Pour un atome à deux niveaux, l'opérateur dipôle montant est proportionnel à  $|e\rangle \langle g|$ , et donc  $\langle d^+(t_1) d^+(t_1) \rangle = 0$ . La fonction de corrélation est minimale à délai nul et présente un comportement de type "antibunching" (dégrouperement de photons). L'accord de phase  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k} + \vec{k}'$  est réalisé dans une configuration où deux détecteurs exactement opposés observent des atomes illuminés par une onde stationnaire à une dimension. L'intérêt de ce type d'expérience est qu'on peut, en raison de l'accord de phase, travailler avec un nombre *macroscopique* d'atomes et observer des effets caractéristiques de la dynamique interne d'un seul atome (le dégrouperement).

Enfin, les conditions de types III, IV et V sont vérifiées uniquement pour un détecteur au moins dans la direction d'un faisceau. Nous n'avons pas d'interprétation simple de la forme de la fonction de corrélation dans ce cas.

En conclusion de cette étude sommaire, il faut garder à l'esprit que, **même si les atomes n'interagissent pas entre eux, la relation de Siegert n'est pas toujours vérifiée dans les**

**réseaux.** Il existe des directions dans lesquelles les corrélations du deuxième ordre ne sont pas liées aux corrélations du premier ordre de façon simple.

## 2. Cristallographie des réseaux et applications

### 2.1. Principaux résultats de l'étude cristallographique des réseaux

Le réseau atomique à trois dimensions est une structure périodique qui diffracte la lumière des faisceaux laser qui le créent et on peut lui appliquer la plupart des concepts de la cristallographie des solides. On consultera la référence [12] très complète à ce sujet. Un faisceau incident de vecteur d'onde  $\vec{k}_{in}$  peut subir la diffraction de Bragg dans la direction  $\vec{k}_{out} = \vec{k}_{in} + \vec{K}$  où  $\vec{K}$  est un vecteur du réseau réciproque (noté  $\mathcal{RR}$ ) de la structure.

D'autre part, le réseau atomique peut être considéré comme un milieu non linéaire et la condition de diffraction de Bragg peut s'interpréter comme une condition d'accord de phase pour le mélange d'ondes<sup>43</sup>. Dans ce cadre, pour qu'il y ait émission cohérente dans une direction, il faut que le transfert d'impulsion à l'atome lors du processus de diffusion de la lumière soit nul. Le transfert  $\hbar(\vec{k}_{out} - \vec{k}_{in})$  est compensé par des termes de la forme  $\hbar(\vec{k} - \vec{k}')$  associés à des processus de redistribution de photon par absorption/émission stimulée entre faisceaux de vecteurs d'onde  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$ . On en déduit que les vecteurs  $\vec{K}$  du réseau réciproque sont de la forme  $\vec{k} - \vec{k}'$ .

A partir de l'expression des vecteurs dans la géométrie tétraédrique que nous étudions, on définit la base

$$\begin{aligned}\vec{a}_1^* &= -k \sin \theta \vec{e}_x + k \sin \theta \vec{e}_y + 2k \cos \theta \vec{e}_z \\ \vec{a}_2^* &= k \sin \theta \vec{e}_x - k \sin \theta \vec{e}_y + 2k \cos \theta \vec{e}_z \\ \vec{a}_3^* &= k \sin \theta \vec{e}_x + k \sin \theta \vec{e}_y - 2k \cos \theta \vec{e}_z\end{aligned}\tag{II-76}$$

et les vecteurs du réseau réciproque sont définis par les indices de Miller entiers  $(n_1, n_2, n_3)$  qui sont leurs coordonnées dans cette base. Dans tous les cas étudiés où le réseau est symétrique, le réseau a une structure tétragonale centrée dans l'espace réciproque et une structure simplement tétragonale dans l'espace direct.

### 2.2. Configurations d'accord de phase dans un réseau tétraédrique

Pour tous les processus d'interférences étudiés dans la première partie de cette annexe, la redistribution de photons entre vecteurs du réseau dans chaque diagramme n'affecte pas le fait qu'ils peuvent interférer. Les conditions d'accord de phase sont donc définies à un vecteur du réseau réciproque près et nous devons les écrire sous la forme

$$\begin{aligned}\text{Type I} &: \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \vec{k} - \vec{k}' \pmod{\mathcal{RR}} \\ \text{Type II} &: \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k} + \vec{k}' \pmod{\mathcal{RR}}\end{aligned}$$

Les conditions de type III, IV et V ne sont pas modifiées puisque la détection est faite dans l'une

<sup>43</sup> Dans cette configuration où les faisceaux du réseau sont branchés et où les faisceaux incidents et diffractés ont la même longueur d'onde, il n'est pas possible de discriminer diffraction de Bragg et mélange d'ondes [100].

des directions de faisceaux. La condition de type I peut encore être reformulée :

$$\text{Type I : } \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \in \mathcal{RR}$$

Elle est identique à une condition de diffraction de Bragg pour les modes de détection  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  initialement vides. Par contre, la condition de type II n'a pas de lien direct avec la diffraction de Bragg. Cherchons à présent quelles sont les configurations à deux détecteurs pour lesquelles il y a accord de phase non trivial (hors des directions de faisceaux ou des directions opposées et avec des détecteurs séparés spatialement). On se restreindra par simplicité à l'observation dans les plans  $xOy$  ou  $xOz$ .

### a) Détection dans le plan $xOy$

Les directions d'observation sont définies par les vecteurs ( $i = 1, 2$ )

$$\vec{k}_i = k (\sin \theta_i \vec{e}_x + \cos \theta_i \vec{e}_y) \quad (\text{II-77})$$

Le choix des indices de Miller ( $n_1, n_2, n_3$ ) (qui sont des entiers) détermine les angles de détection  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

#### Accord de phase de type I

La coplanéité de  $xOy$  et des directions de détection fixe  $n_3$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ . La condition d'accord de phase est alors

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 - \cos \theta_2 &= 2n_1 \sin \theta \\ \sin \theta_1 - \sin \theta_2 &= 2n_2 \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{II-78})$$

D'où

$$\cos(\theta_1 - \theta_2) = 1 - 2(n_1^2 + n_2^2) \sin^2 \theta \equiv \cos \Theta$$

L'existence de l'angle  $\Theta$  est déterminée par la condition sur les indices de Miller

$$\theta \leq \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}} \quad (\text{II-79})$$

Plus l'angle du réseau est petit, plus la gamme d'indices possibles est grande, et plus le nombre de couples de direction d'observations est grand. Si la condition II-79 est vérifiée, en reportant l'expression de  $\theta_2$  dans la formule II-78, on a deux solutions pour  $(\theta_1, \theta_2)$  à  $\pi$  près :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{n_2(1 - \cos \Theta) - n_1 \sin \Theta}{n_1(1 - \cos \Theta) + n_2 \sin \Theta}, \quad \theta_2 = \theta_1 - \Theta \\ \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{n_2(1 - \cos \Theta) + n_1 \sin \Theta}{n_1(1 - \cos \Theta) - n_2 \sin \Theta}, \quad \theta_2 = \theta_1 + \Theta \end{aligned} \quad (\text{II-80})$$

Les symétries de la géométrie étudiée permettent de se restreindre au premier quadrant pour  $\theta_1$  ( $0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$ ). Quelques exemples :

1.  $\theta = \frac{\pi}{4}$ . Les solutions possibles sont les couples d'angles  $(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$  et  $(\frac{\pi}{4}, \pm\frac{3\pi}{4})$  du fait que seule la diffraction au premier ordre est autorisée.
2.  $\theta = \frac{\pi}{6}$ . Un des deux indices est ici encore nécessairement nul ou alors les deux indices sont égaux. La diffraction d'ordre 2 (c'est à dire  $n_1 = 2$  et  $n_2 = 0$ ) est visible. Les solutions

sont les couples  $(\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}), (\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}), (0, \pm\frac{\pi}{2})$  et  $(\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ .

3. pour  $\theta \leq \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} \simeq 26^\circ$ , il existe des solutions d'ordre supérieur avec par exemple  $(n_1, n_2) = (1, 2)$

### Accord de phase de type II

Les vecteurs  $\vec{k} + \vec{k}'$  sont de la forme  $\pm 2k \cos \theta \vec{e}_z$  ou  $\pm k \sin \theta (\vec{e}_x + \vec{e}_y)$  ou encore  $\pm k \sin \theta (\vec{e}_x - \vec{e}_y)$ . Ils sont associés à la condition

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 + \cos \theta_2 &= (2n_1 + 1) \sin \theta \\ \sin \theta_1 + \sin \theta_2 &= (2n_2 + 1) \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{II-81})$$

A partir des résultats précédents on déduit facilement la condition d'existence

$$\theta \leq \sin^{-1} \frac{2}{\sqrt{(2n_1 + 1)^2 + (2n_2 + 1)^2}} \quad (\text{II-82})$$

et les angles possibles

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{(2n_2 + 1)(1 - \cos \Theta) - (2n_1 + 1) \sin \Theta}{(2n_1 + 1)(1 - \cos \Theta) + (2n_2 + 1) \sin \Theta}, \quad \theta_2 = \pi + \theta_1 - \Theta \\ \theta_1 &= \tan^{-1} \frac{(2n_2 + 1)(1 - \cos \Theta) + (2n_1 + 1) \sin \Theta}{(2n_1 + 1)(1 - \cos \Theta) - (2n_2 + 1) \sin \Theta}, \quad \theta_2 = \pi + \theta_1 + \Theta \end{aligned} \quad (\text{II-83})$$

avec  $1 - \frac{1}{2} ((2n_1 + 1)^2 + (2n_2 + 1)^2) \sin^2 \theta \equiv \cos \Theta$ . Quelque soit l'angle du réseau, il existe une solution non triviale (hors des directions de faisceaux) pour le couple d'indices  $(n_1, n_2) = (0, 0)$ .

### b) Détection dans le plan $xOz$

Les directions d'observation sont à présent:

$$\vec{k}_i = k (\sin \theta_i \vec{e}_x + \cos \theta_i \vec{e}_z) \quad (\text{II-84})$$

Les conditions pour un accord de phase de type I sont alors

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 - \cos \theta_2 &= 4n_1 \cos \theta \\ \sin \theta_1 - \sin \theta_2 &= 2(n_2 - n_1) \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{II-85})$$

La condition d'existence peut s'écrire ici

$$(4n_1^2 - (n_2 - n_1)^2) \sin^2 \theta \geq 4n_1^2 - 1 \quad (\text{II-86})$$

et, si  $n_1 \neq 0$ , il faut que  $\theta \geq \cos^{-1} \frac{1}{2n_1}$ , donc  $\theta \geq \frac{\pi}{3}$ . Ceci impose de très grands angles au réseau. D'autre part, si  $n_1 = 0$ , on trouve les mêmes conditions que dans le plan  $xOy$  avec  $n_1 = 0$ . Du point de vue expérimental, par contre, certaines directions seront des directions de faisceaux alors qu'il n'y en a pas dans le plan  $xOy$ .

### 3. Conclusion

Selon l'angle du réseau choisi, il peut exister des solutions non triviales (c'est à dire hors des directions des faisceaux du réseau) pour les conditions d'accord de phase. Nous avons donc identifié des géométries de *mélange d'ondes* avec deux détecteurs séparés spatialement. Dans ces configurations, la relation de Siegert n'est pas vérifiée et l'on peut s'attendre à ce que la fonction de corrélation mesurée fournisse des informations non accessibles par la fonction de corrélation "normale" (voir le commentaire à la fin du §1.2).

La difficulté d'une expérience qui chercherait à observer ces corrélations "anormales" réside dans la très bonne précision qu'il faut avoir sur la direction des quatre faisceaux du réseau et des deux directions d'observation. Les conditions d'accord de phase doivent en effet être vérifiées à mieux d'un angle de cohérence près [102], ce qui signifierait dans nos conditions expérimentales mieux d'un milliradian. On notera que, contrairement à la situation de la référence [104], la condition de type II n'est pas vérifiée pour deux détecteurs opposés puisqu'il n'existe pas deux faisceaux de vecteurs d'onde opposés dans le réseau. Elle pourrait l'être par contre dans une mélasse  $\sigma^- - \sigma^+$  à trois paires de faisceaux rétro réfléchis ou dans un réseau à six faisceaux avec contrôle de phase.

# Annexe II-B

## Simulations numériques : compléments

Nous avons exposé au cours du chapitre II-1 les principes des techniques de simulation numérique de la dynamique atomique dans un réseau (§1.4) puis les méthodes de calcul des fonctions de corrélation de l'intensité diffusée (§2.2). On trouvera dans cette annexe des compléments de calcul utiles ainsi que des détails relatifs aux programmes informatiques utilisés.

Rappelons tout d'abord la formule clef de la simulation numérique :

$$\begin{aligned}
 \partial_t \Pi_{\pm} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \partial_{\vec{r}} \Pi_{\pm} &= -\vec{F}_{\pm} \cdot \partial_{\vec{p}} \Pi_{\pm} \\
 &\quad -\gamma_{\pm\mp} \Pi_{\pm} + \gamma_{\mp\pm} \Pi_{\mp} \\
 &\quad - \sum_{i=x,y,z} \partial_{p_i} (F_{\pm\pm}^i \Pi_{\pm} + F_{\mp\pm}^i \Pi_{\mp}) \\
 &\quad + \sum_{i=x,y,z} \partial_{p_i} \partial_{p_j} (D_{\pm\pm}^{ij} \Pi_{\pm} + D_{\mp\pm}^{ij} \Pi_{\mp})
 \end{aligned} \tag{II-87}$$

La dynamique des atomes dans le réseau est pilotée par le jeu de deux équations couplées de type Fokker-Planck où les variables sont les distributions de Wigner  $\Pi_{\pm}(\vec{r}, \vec{p}, t)$  associées à chacun des états internes  $|\pm\rangle$ . Nous avons vu que la simulation de telles équations par une technique Monte-Carlo était élémentaire une fois connue l'expression des coefficients de ces équations. Nous avons effectué trois types de simulations numériques correspondant à des degrés de liberté spatiaux différents : 1Dz, 2Dxy et 2Dxz. Dans le premier cas, l'atome est autorisé à se déplacer le long de l'axe Oz, dans le deuxième cas dans le plan xOy et dans le dernier cas dans le plan xOz. On se reportera au paragraphe §1.4.b du chapitre II-1 pour une discussion de l'intérêt de ces différentes simulations. La dépendance spatiale des coefficients des équations sera détaillée dans les trois cas.

Par ailleurs, après élimination adiabatique des états excités et des cohérences optiques dans les équations de Bloch optiques II-9, il est apparu que les opérateurs  $B_q(\vec{R})$  ( $q = \pm 1, 0$ ) permettaient de calculer toutes les propriétés de corrélation de la lumière diffusée (par la formule II-61) ainsi que les potentiels lumineux (par la formule II-22). D'après leur définition II-16, et toujours pour une transition atomique  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ , on obtient une expression simple

$$B_{\pm}(\vec{R}) = \tilde{B}_{\pm}(\vec{R}) \left( |\pm\rangle \langle \pm| + \frac{1}{3} |\mp\rangle \langle \mp| \right) \tag{II-88}$$

dans le cas où la polarisation est circulaire. On voit que  $B_q(\vec{R})$  est factorisé sous forme du produit d'un opérateur  $\tilde{B}_q(\vec{R}) = \vec{\xi}^*(\vec{R}) \cdot \vec{e}_q$  ne dépendant que de la position  $\vec{R}$  par l'intermé-

diaire de la polarisation locale  $\vec{\xi}(\vec{R})$  et d'un opérateur agissant uniquement sur les degrés de liberté internes. Pour obtenir cette expression, on a supposé que le champ local n'avait pas de composante de polarisation  $\pi$ , ce qui est effectivement le cas pour notre configuration de faisceaux. Des photons  $\pi$  sont émis uniquement quand l'atome change d'état interne et l'opérateur  $B_0(\vec{R})$  prend la forme non factorisable

$$B_0(\vec{R}) = \frac{\sqrt{2}}{3} \left( \tilde{B}_{-1}(\vec{R}) |+\rangle \langle -| + \tilde{B}_1(\vec{R}) |-\rangle \langle +| \right) \quad (\text{II-89})$$

En utilisant l'expression de la polarisation locale II-19 dans la géométrie que nous avons étudiée, on obtient

$$\begin{aligned} B_{-1}(\vec{R}) &= (\cos k_x X e^{ik_z Z} + \cos k_y Y e^{-ik_z Z}) \left( |-\rangle \langle -| + \frac{1}{3} |+\rangle \langle +| \right) \\ B_1(\vec{R}) &= (\cos k_x X e^{ik_z Z} - \cos k_y Y e^{-ik_z Z}) \left( |+\rangle \langle +| + \frac{1}{3} |-\rangle \langle -| \right) \\ B_0(\vec{R}) &= \frac{\sqrt{2}}{3} \left( (\cos k_x X e^{ik_z Z} - \cos k_y Y e^{-ik_z Z}) |-\rangle \langle +| \right. \\ &\quad \left. + (\cos k_x X e^{ik_z Z} + \cos k_y Y e^{-ik_z Z}) |+\rangle \langle -| \right) \end{aligned} \quad (\text{II-90})$$

On en déduit l'expression des potentiels  $U_{\pm}(\vec{r}, t)$  vu par un atome dans l'état  $|\pm\rangle$ .

A partir de ces formules à trois dimensions, nous détaillerons, pour la simulation unidimensionnelle, la forme de la fonction de corrélation en représentation de Wigner de la matrice densité. Ce calcul avait été seulement esquissé dans le chapitre II-1. Nous présenterons dans ce cas le programme complet de calcul des spectres et fonctions de corrélation temporelles. A deux dimensions, les programmes ont la même structure.

## 1. Simulation 1Dz

### 1.1. Equation de Fokker-Planck

Les coefficients des équations II-87 prennent la forme suivante :

- $\gamma_{\pm \rightarrow \mp}(z) = \frac{\Gamma'}{9} (1 \pm \cos(2k_z z))$  : ces coefficients sont les taux de pompage optique modulés spatialement d'un sous-niveau  $|\pm\rangle$  vers un sous-niveau  $|\mp\rangle$  différent. Le taux  $\gamma_0 = \frac{2}{9}\Gamma'$  est le taux de pompage optique avec changement d'état interne.
- $F_{\pm}(z) = \pm k U_0 \cos \theta \sin(2k_z z)$  : c'est la force dérivée des potentiels lumineux  $U_{\pm}(z)$ .
- $D_{\pm\pm}(z) = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{90} (\pm (15 \cos^2 \theta - 8) \cos(2k_z z) + 10 + 25 \cos^2 \theta)$
- $D_{\pm\mp}(z) = \frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{90} (\pm \cos(2k_z z) + 1 + 5 \cos^2 \theta)$

Il n'y a pas de force de pression de radiation  $F_{\pm\pm}$  ou  $F_{\pm\mp}$  à une dimension.

## 1.2. Fonctions de corrélation

Les opérateurs  $B_{\pm 1}(Z)$  à une dimension sont

$$\begin{aligned} B_1(Z) &= 2i \sin k_z Z \left( |+\rangle \langle +| + \frac{1}{3} |-\rangle \langle -| \right) \\ B_{-1}(Z) &= 2 \cos k_z Z \left( |-\rangle \langle -| + \frac{1}{3} |+\rangle \langle +| \right) \end{aligned} \quad (\text{II-91})$$

Les simulations ont été effectuées pour des détecteurs légèrement hors de l'axe  $Oz$ . Les vecteurs d'onde de détection sont

$$\vec{k}_i = k \cos \theta_i \vec{e}_z$$

pour  $i = 1, 2$ . On note  $k_i = k \cos \theta_i$ . Nous nous sommes limités dans le calcul à des angles  $\theta_i \leq 20^\circ$  pour que la relation simple II-39 entre le champ diffusé et le dipôle soit encore vérifiée.

### a) Calcul complet

Les fonctions de corrélation des dipôles

$$C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) = \langle d_{q_1}^+(t_1) e^{ik_1 Z(t_1)} d_{q_2}^- e^{-ik_2 Z(t_2)} \rangle \quad (\text{II-92})$$

sont des moyennes à deux temps et nous avons montré comment calculer de telles quantités grâce la formule II-61 dont l'expression à une dimension est

$$C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) = \text{Tr} [B_{q_2}^\dagger(Z_2) e^{-ik_2 Z_2} \sigma(t_1) B_{q_1}(Z_1) e^{ik_1 Z_1}] \quad (\text{II-93})$$

On note  $Z_1 = Z(t_1)$  et  $Z_2 = Z(t_2)$ . L'opérateur  $\bar{\sigma}(t_1) = \sigma(t_1) B_{q_1}(Z_1) e^{ik_1 Z_1}$  se substitue à la matrice densité  $\sigma(t_1)$  pour l'opération de trace et nous avons vu dans le paragraphe II-1. (§2.2.a) qu'il était intéressant de passer en représentation de Wigner de la matrice densité pour calculer  $C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)$ . Voyons ce calcul en détail.

Choisissons par exemple  $q_1 = -1$ . La transformée de Wigner de la matrice densité effective  $\bar{\sigma}(t)$  est

$$\begin{aligned} W_{B_{-1}}(z, p, t) &\equiv \frac{1}{2\pi\hbar} \int du \left\langle z + \frac{u}{2} \right| \sigma(e^{ik_z Z} + e^{-ik_z Z}) \left( |-\rangle \langle -| + \frac{1}{3} |+\rangle \langle +| \right) \\ &\quad \times e^{ik_1 Z} \left| z - \frac{u}{2} \right\rangle e^{-i\frac{pu}{\hbar}} \end{aligned}$$

Elle est diagonale dans la base des états internes  $|\pm\rangle$ . A l'intérieur de la valeur moyenne, les opérateurs qui sont des exponentielles complexes de  $z$  sont appliqués aux états  $|z \pm \frac{u}{2}\rangle$  et font apparaître dans l'intégrale des nombres complexes de la forme  $e^{i\alpha u/2}$  où  $\alpha$  vaut  $k_z, -k_z$  ou  $-k_1$ . Le nombre  $\alpha$  est réintégré dans l'impulsion  $p$  et l'on obtient une expression dépendant des composantes  $\Pi_{\pm}(z, p, t)$  de la transformée de Wigner de la matrice densité  $\sigma$  :

$$\begin{aligned} \langle \pm | W_{B_{-1}}(z, p, t) | \pm \rangle &= \beta_{\pm} \left[ e^{i(k_1 + k_z)z} \Pi_{\pm} \left( z, p + \hbar \frac{k_1 + k_z}{2}, t \right) \right. \\ &\quad \left. + e^{i(k_1 - k_z)z} \Pi_{\pm} \left( z, p + \hbar \frac{k_1 - k_z}{2}, t \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II-94})$$

où  $\beta_{+,-} = 1/3, 1$ . Si l'on néglige les transferts d'impulsion que nous interpréterons dans le prochain paragraphe, on a l'expression simple

$$\langle \pm | W_{B-1}(z, p, t) | \pm \rangle \simeq \alpha_{\pm} 2 \cos k_z z e^{ik_1 z} \Pi_{\pm}(z, p, t) \quad (\text{II-95})$$

en accord avec la formule II-63 à trois dimensions.

Grâce aux équations II-93 et II-94, on obtient la formule fondamentale du calcul numérique des fonctions de corrélation à une dimension

$$\begin{aligned} & C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) \\ &= \left\langle \left\langle \left( e^{-ik_z z_2} - q_2 e^{ik_z z_2} \right) e^{-ik_2 z_2} \chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times e^{ik_1 z_1} \left[ e^{ik_z z_1} \Pi_{j_1} \left( z_1, p_1 + \hbar \frac{k_1 + k_z}{2} \right) - q_1 e^{-ik_z z_1} \Pi_{j_1} \left( z_1, p_1 + \hbar \frac{k_1 - k_z}{2} \right) \right] \right\rangle \right\rangle_{z_1, p_1, j_1} \end{aligned} \quad (\text{II-96})$$

La fonction  $\chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2)$  vérifie  $\chi_{q, q}(q, q) = 1$ ,  $\chi_{q, q}(-q, -q) = 1/9$ ,  $\chi_{q, q}(-q, q) = \chi_{q, q}(q, -q) = 1/3$  et  $\chi_{q, -q}(q, q) = \chi_{q, -q}(-q, -q) = 1/3$ ,  $\chi_{q, -q}(q, -q) = 1$ ,  $\chi_{q, -q}(-q, q) = 1/9$ . Cette formule particularise dans le cas unidimensionnel la formule II-64 mais elle la généralise aussi puisque les transferts d'impulsion sont pris en compte rigoureusement. Ici encore la moyenne symbolisée par  $\langle \langle \dots \rangle \rangle$  est une moyenne statistique classique sur la position, l'impulsion et l'état interne de l'atome à l'instant  $t_1$ .

### b) Les transferts d'impulsion

Quel est le sens des transferts d'impulsion  $\hbar(k_1 \pm k_z)/2$  apparaissant dans la formule II-96? Ils sont associés à des chocs impulsions subis par les atomes diffusant la lumière au moment des processus d'absorption/émission spontanée. Le terme  $\Pi_{j_1}(z_1, p_1 + \hbar \frac{k_1 + k_z}{2})$  correspond à l'absorption d'un photon d'un des deux faisceaux se propageant dans le plan  $xOz$  (la projection de son vecteur d'onde sur l'axe  $\vec{e}_z$  est  $-k_z$ ) et à l'émission d'un photon spontané dans la direction du détecteur. Le second terme  $\Pi_{j_1}(z_1, p_1 + \hbar \frac{k_1 - k_z}{2})$  correspond au processus d'absorption d'un photon de la paire de faisceaux dans le plan  $yOz$ . Ces termes décrivent donc des effets de recul.

Ils ont un effet remarquable sur le spectre de fluorescence de la lumière diffusée par les atomes. On a représenté sur la figure II-17 des spectres calculés pour deux valeurs de la profondeur des puits de potentiel  $U_0$ . A puits peu profond (figure (a)), les bandes latérales aux fréquences d'oscillation  $\pm \Omega_z$  sont asymétriques. Cet effet est de nature quantique et résulte de processus Raman entre sous-niveaux vibrationnels différemment peuplés. Il a été observé expérimentalement [10]. Il est important de noter qu'il n'apparaît dans nos simulations que si l'on tient compte des chocs impulsions  $\hbar(k_1 \pm k_z)$  imposés aux atomes. Si les effets de recul sont négligés, comme nous l'avons fait pour écrire la formule II-64, les bandes latérales sont parfaitement symétriques. Nous avons alors supposé que la distribution d'impulsion était large (atomes chauds). C'est le cas pour de grandes profondeurs de puits et l'on s'aperçoit effectivement que l'asymétrie est beaucoup moins marquée sur la figure II-17 (b) où le calcul a pourtant été fait en tenant compte des effets de recul. En pratique (expérimentale et numérique), nous nous trouvons le plus souvent dans cette situation. Enfin, les effets de recul sont d'autant plus petits que nous mesurons des spectres de corrélations d'intensité qui sont des autoconvolutions du spectre de fluorescence. Nous n'avons pas observé dans les simulations de ces spectres d'effets de recul aussi spectaculaires que l'asymétrie du spectre de fluorescence.

Notons que des calculs de simulation Monte-Carlo de la fonction d'onde ont montré un résultat comparable [93].

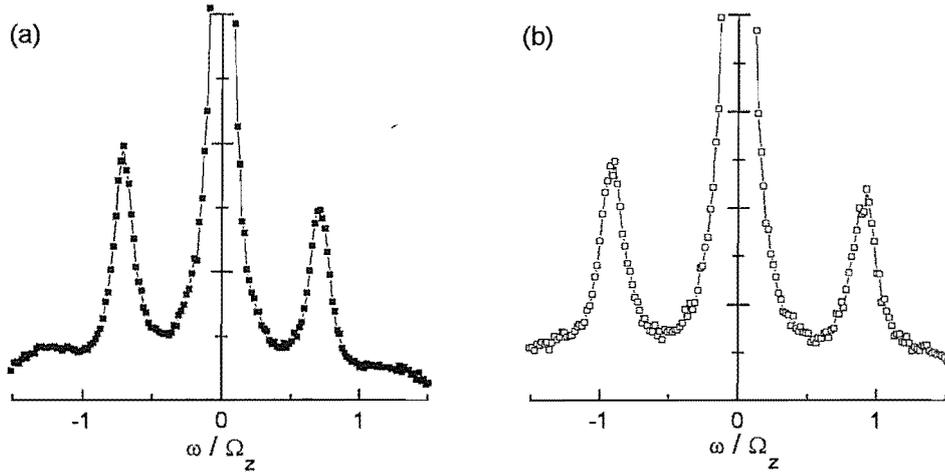


Figure II-17 : Spectres de fluorescence calculés dans une simulation 1Dz. Noter l'asymétrie de la hauteur des bandes latérales dans le cas (a) ( $U_0 = 100E_R$ ) alors qu'elle est beaucoup moins visible dans le cas (b) ( $U_0 = 1000E_R$ ).

Pour terminer, attirons l'attention sur un point délicat. Dans la formule II-96 il apparaît des distribution de Wigner de la forme  $\Pi_{j_1}(z_1, p_1 + \hbar q, t_1)$ . On pourrait penser que la moyenne est construite en suivant les trajectoires d'atomes en  $z_1$  à l'instant  $t_1$  qui ont subi un choc impulsif  $\hbar q$  à un instant  $t_1^+$  immédiatement consécutif à  $t_1$ . Mais, en réalité, comme on effectue la moyenne sur les valeurs de  $p_1$ , on dispose ainsi à l'instant initial de la distribution  $\Pi_{j_1}(z_1, p_1 - \hbar q, t_1)$  qui n'est pas la distribution cherchée. Il faut donc opérer un choc  $-\hbar q$  à l'instant  $t_1^+$  pour obtenir le bon résultat<sup>44</sup>. En définitive, il faut suivre deux trajectoires avec les mêmes conditions initiales mais des chocs impulsifs différents à l'instant  $t_1^+$  et effectuer simultanément des calculs sur chacune pour obtenir la fonction de corrélation  $C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1)$ .

### c) Détection en polarisation linéaire

Pour un angle de détection  $\theta_i$  suffisamment petit, les polarisations sélectionnées peuvent être confondues avec les polarisations circulaires  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  ou linéaires  $x$  et  $y$  détectées au sens strict uniquement le long de l'axe  $Oz$ . Pour calculer les fonctions de corrélation pour des polarisations de détection linéaires, décomposons les composantes de l'opérateur moment dipolaire  $\vec{d}^+$  dans la base  $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$  :

$$d_x^+ \equiv \vec{d}^+ \cdot \vec{e}_x = \vec{d}^+ \cdot \frac{\vec{e}_{-1} - \vec{e}_1}{\sqrt{2}} = \frac{d_{-1}^+ - d_1^+}{\sqrt{2}} \quad (\text{II-97})$$

$$d_y^+ \equiv \vec{d}^+ \cdot \vec{e}_y = i \frac{d_{-1}^+ + d_1^+}{\sqrt{2}}$$

Les fonctions de corrélation en polarisation linéaire ont la même forme qu'en polarisation circulaire au sens où, par exemple, la fonction d'autocorrélation des dipôle pour la polarisation

<sup>44</sup> Dans le cas contraire, l'asymétrie des bandes latérales est inversée : la composante de fréquence positive est plus haute que la composante de fréquence négative.

$x$  est

$$C_{x,x}^{(1)} = \langle d_x^+(t_1) e^{ik_1 Z(t_1)} d_x^-(t_2) e^{-ik_2 Z(t_2)} \rangle \quad (\text{II-98})$$

On en déduit immédiatement les relations

$$\begin{aligned} C_{x,x}^{(1)}(\tau) &= \frac{1}{2} \left( C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{1,1}^{(1)}(\tau) - C_{-1,1}^{(1)}(\tau) - C_{1,-1}^{(1)}(\tau) \right) \\ C_{y,y}^{(1)}(\tau) &= \frac{1}{2} \left( C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{1,1}^{(1)}(\tau) + C_{-1,1}^{(1)}(\tau) + C_{1,-1}^{(1)}(\tau) \right) \\ C_{x,y}^{(1)}(\tau) &= \frac{i}{2} \left( -C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{1,1}^{(1)}(\tau) - C_{-1,1}^{(1)}(\tau) + C_{1,-1}^{(1)}(\tau) \right) \end{aligned} \quad (\text{II-99})$$

On peut donc calculer facilement toutes les propriétés de corrélation en polarisation linéaire à partir des fonctions de corrélation en polarisation circulaire.

Pour aller plus loin encore et simplifier cette expression, profitons des propriétés de symétrie du réseau. Reprenons la formule II-96 portant sur les fonctions de corrélation en polarisation circulaire, négligeons les effets de recul et supposons qu'il n'y a qu'une seule direction d'observation  $\vec{k}_1$ . On obtient

$$\begin{aligned} C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) &= \langle \langle \chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) [e^{i(k_1 + k_z)(z_1 - z_2)} + q_1 q_2 e^{i(k_1 - k_z)(z_1 - z_2)} \\ &\quad - q_2 e^{i(k_1 - k_z)z_1 + i(k_1 + k_z)z_2} - q_1 e^{i(k_1 - k_z)z_1 - i(k_1 + k_z)z_2}] \rangle \rangle_{\vec{r}_1, \vec{p}_1, j_1} \end{aligned}$$

La transformation  $\left\{ z \rightarrow z + \frac{\pi}{2k_z}, j \rightarrow -j \right\}$  est une symétrie du réseau<sup>45</sup> qui doit laisser la fonction de corrélation invariante. Les deux premiers termes du membre de droite de la formule précédente sont invariants par translation spatiale alors que les deux derniers sont multipliés par un facteur  $e^{i\pi} = -1$ . D'autre part, le changement d'état interne affecte  $\chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2)$  qui devient  $\chi_{q_1, q_2}(-j_1, -j_2) = \chi_{-q_1, -q_2}(j_1, j_2)$ . La fonction de corrélation s'est transformée en une fonction de même forme mais avec des polarisations  $q_1$  et  $q_2$  opposés. On en déduit que

$$C_{-q_1, -q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) = C_{q_1, q_2}^{(1)}(t_2 - t_1) \quad (\text{II-100})$$

c'est à dire que **les deux fonctions d'autocorrélation en polarisation circulaire sont identiques** et que **l'ordre des polarisations dans la fonction croisée est sans importance**.

Les relations linéaires II-99 se simplifient donc sous la forme

$$\begin{aligned} C_{x,x}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) - C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \\ C_{y,y}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{II-101})$$

que nous avons annoncée à la fin du chapitre II-1. La fonction de corrélation croisée en polarisation linéaire est nulle.

<sup>45</sup> Il est nécessaire de transformer également l'état interne car la translation fait passer d'un puits à un puits voisin où la magnétisation est opposée.

### 1.3. Programmation

#### a) Généralités

Le programme de simulation de la dynamique et de calcul des signaux de corrélation d'intensité est écrit en Fortran et est reproduit ci-dessous dans le cas simple où il n'y a qu'une direction d'observation (selon l'axe  $Oz$ ) et où les polarisations de détection sont circulaires. Les équations du mouvement sont intégrées par un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2. Nous utilisons les routines de transformée de Fourier de "Numerical Recipes" pour calculer le spectre de fluorescence (routine four1 pour une fonction complexe) et le spectre de corrélations d'intensité (routine realft pour une fonction réelle). Un générateur de nombres aléatoires (ran3) issu de la même source permet de réaliser la simulation Monte-Carlo.

Les temps sont exprimés en unités de  $\Gamma^{-1}$  et les positions en unités de la longueur d'onde  $\lambda$ . Le paramètre "qsurk" est  $\cos \theta$  et "alpha" est la profondeur de puits normalisée par l'énergie de recul  $U_0/E_R$ . Les fonctions de corrélation sont représentées en fonction de la période d'oscillation ou du temps caractéristique  $t_R = \omega_R/2\pi$ . Les tableaux complexes "zsame" et "zdiff" sont les fonctions de corrélation des dipôles et les tableaux réels "xsame" et "xdiff" sont leurs modules carrés. Après transformation de Fourier, on range dans les tableaux "xrsame" et "xrdiff" les spectres de corrélations d'intensité.

Il est souvent utile d'effectuer des sélections d'atomes contribuant à un signal de corrélations. Les atomes vérifiant un certain critère aux instants initiaux ( $t_1$ ) et finaux ( $t_2$ ) sont pris en compte dans le calcul du signal. S'ils ne le vérifient pas à l'instant final, ils ne sont pas pris en compte mais leur trajectoire continue d'être calculée pour qu'ils contribuent éventuellement à un instant ultérieur. Les critères que nous avons utilisés sont de deux types et portent sur l'énergie totale de l'atome ou sur son état interne.

Enfin, d'autres programmes plus spécifiques ont été écrits pour calculer par exemple la distribution de position dans l'état stationnaire, des signaux de fluorescence dans le régime transitoire ou encore la durée de vie dans un puits et le coefficient de diffusion spatiale.

La partie "dynamique" des programmes a été écrite par J.-Y Courtois.

#### b) Programme

```
cccccccccccc ccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
```

```
c
```

```
c simulation monte carlo pour une transition 1/2->3/2
```

```
c correlations d'intensite 1Dz polarisation circulaire
```

```
c
```

```
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
```

```
implicit real*8(a-h,o-w)
```

```
parameter(pi2=6.283185307179587,nbtfmax=4096)
```

```
double complex xisame(-1:1,-1:1),xidiff(-1:1,-1:1)
```

```
double complex zsame(nbtfmax),zdiff(nbtfmax),czero,
```

```
&zexpsum,zexpdiff,ztempo1,ztempo2
```

```
double precision xrdiff(nbtfmax),xrsame(nbtfmax),x,x0
```

```
common/pas/dt,dt2
```

```
common/param/coefv,dsurg,qsurk
```

```
common/aleat/iff,inext,inextp,ma(55)
```



```

endif
print *, 'nb de points dans le spectre de fluo'
write(6,1)nbt*2

c nombre de pas de temps entre points dans la TF
j=idint(dlog(0.75d0*pi2/res*alpha/dsurg)/dlog(2.0d0)+0.5)
ttot=dble(2**j)
tempo1=ttot/dble(nbt)
nsub=idint(tempo1/dtint)+1
nbpas=nsub*(2**j)-nsub
print *, 'nombre de subdivisions entre points de TF :'
write(6,1)nsub
print *, 'temps total couvert par la fonction de correlation :'
write(6,2)ttot

c pas de temps
dt=tempo1/dble(nsub)
dt2=dt/2.0d0
print *, 'pas de temps :'
write(6,3)dt

c resolution et bande reelles
tempo4=0.75d0*pi2*alpha/dble(ttot)/dsurg
print *, 'resolution reelle (en energies de recul):'
write(6,3)tempo4
tempo5=dble(nbt)/ttot*0.375d0*pi2*dsqrt(alpha)/dsurg/qsurk
print *, 'bande reelle (en frequences d oscillation)'
write(6,3)tempo5

c calcul de nbseuil
nbseuil=idint(t0/dt)
print *, 'nombre de pas de temps par atome :'
write(6,1)nbpas+nsub+nbseuil

c coefficients utiles
coefv=2.0d0/pi2/Gs
czero=dcmplx(0.0d0)

c initialisation du generateur de nombres aleatoires
iff=0

c vecteurs d'onde
vsum=pi2*(1.0d0+qsurk)
vdiff=pi2*(1.0d0-qsurk)

c clebsch. xisame correspond a deux detecteurs de meme
c polarisation circulaire et xidiff a deux detecteurs
c ayant des polarisations circulaires opposees

```



```

c evolution jusqu'a l etat stationnaire
do 10 j=1,nbseuil
call mvt(x,v,niv)
call change_niv(x,niv)
10 continue

c stockage des parametres au debut du
c calcul des fonctions de correlation
x0=x
v0=v
niv0=niv
zexpsum=cdexp(dcmplx(0.0d0,vsum*x0))
zexpdiff=cdexp(dcmplx(0.0d0,vdiff*x0))

c premier kick
c ce kick correspond a la transformee de Wigner  $\Pi(p+\hbar(kz+k1)/2)$ 
v=v0-vsum/pi2/2.0d0
do 30 j=1,nbtf+1
ztempo1=cdexp(dcmplx(0.0d0,-vsum*x))*zexpsum
ztempo2=cdexp(dcmplx(0.0d0,-vdiff*x))*zexpsum
zsame(j)=zsame(j)+ztempo1*xisame(niv0,niv)+
&ztempo2*xisame(niv0,niv)
zdiff(j)=zdiff(j)+ztempo1*xidiff(niv0,niv)-
&ztempo2*xidiff(niv0,niv)

do 40 k=1,nsub
call mvt(x,v,niv)
call change_niv(x,niv)
40 continue

30 continue

c deuxieme kick
c ce kick correspond a la transformee de Wigner  $\Pi(p+\hbar(-kz+k1)/2)$ 
x=x0
niv=niv0
v=v0-vdiff/pi2/2.0d0
do 50 j=1,nbtf+1
ztempo1=cdexp(dcmplx(0.0d0,-vsum*x))*zexpdiff
ztempo2=cdexp(dcmplx(0.0d0,-vdiff*x))*zexpdiff
zsame(j)=zsame(j)+ztempo1*xisame(niv0,niv)+
&ztempo2*xisame(niv0,niv)
zdiff(j)=zdiff(j)+ztempo1*xidiff(niv0,niv)-
&ztempo2*xidiff(niv0,niv)

do 60 k=1,nsub
call mvt(x,v,niv)
call change_niv(x,niv)

```

```

60 continue

50 continue

20 continue

c fin du calcul des valeurs moyennes
print *,'Fin du calcul des fonctions de correlation temporelles'

c normalisation des fonctions de correlation
do 80 i=1,nbtf+1
zsame(i)=zsame(i)/(4*dcmplx(nbatomes))
zdiff(i)=zdiff(i)/(4*dcmplx(nbatomes))
80 continue

c stockage des fonctions de correlation temporelles
c l unite de temps est :
c -la periode d'oscillation si
c tempo6=ttot/dble(nbtf)/(0.75d0*pi2*sqrt(alpha)/dsurg/qsurk)
c -la periode associee au recul si
c tempo6=ttot/dble(nbtf)/(1.5d0*pi2*alpha/dsurg)

open(51,file='csameci',status='unknown',access='sequential')
open(56,file='cdiffci',status='unknown',access='sequential')

tempo6=ttot/dble(nbtf)/(0.75d0*pi2*sqrt(alpha)/dsurg/qsurk)

do 90 i=1,nbtf+1
write(51,5)dble(i-1)*tempo6,cdabs(zsame(i))**2
write(56,5)dble(i-1)*tempo6,cdabs(zdiff(i))**2
90 continue

close(51)
close(56)

c calcul des spectres de correlation d'intensite et de fluo
c symetrisation de zsame et zdiff definies sur 2*ttot
ztempo1=zdiff(nbtf+1)
ztempo2=zsame(nbtf+1)

do 92 i=1,nbtf
zdiff(i+nbtf)=zdiff(i)
zsame(i+nbtf)=zsame(i)
92 continue

do 94 i=2,nbtf
zdiff(i)=zdiff(2*nbtf-i+2)
zsame(i)=zsame(2*nbtf-i+2)
94 continue

```

```

zdiff(1)=ztempo1
zsame(1)=ztempo2

do 100 i=1,2*nbtf
xrdiff(i)=cdabs(zdiff(i))**2
xrsame(i)=cdabs(zsame(i))**2
100 continue

do 102 i=1,nbtf
zsame(i)=dconjg(zsame(i))
102 continue

print *,'Calcul des TF'
call realft(xrsame,nbtf,1)
call realft(xrdiff,nbtf,1)
call four1(zsame,2*nbtf,1)

c stockage des spectres
c attention : duree d acquisition = 2*ttot
c l echelle est :
c - la frequence d oscillation si
c tempo1=0.375d0*pi2/dsurg*dsqrt(alpha)/ttot/qsurk
c - la frequence de recul si
c tempo1=0.75d0/dsurg*alpha/ttot

open(57,file='fluoci',status='unknown',access='sequential')
open(58,file='spsameci',status='unknown',access='sequential')
open(59,file='spdifci',status='unknown',access='sequential')

tempo1=0.375d0*pi2/dsurg*dsqrt(alpha)/ttot/qsurk
write(58,4)0.0d0,xrsame(1)
write(59,4)0.0d0,xrdiff(1)

do 110 i=1,nbtf-1
write(58,4)dbble(i)*tempo1,dsqrt(xrsame(2*i+1)**2+
&xrsame(2*i+2)**2)
write(59,4)dbble(i)*tempo1,dsqrt(xrdiff(2*i+1)**2+
&xrdiff(2*i+2)**2)
110 continue

write(58,4)dbble(nbtf)*tempo1,xrsame(2)
write(59,4)dbble(nbtf)*tempo1,xrdiff(2)

do 130 i=1,nbtf
write(57,4)dbble(i-nbtf-1)*tempo1,cdabs(zsame(i+nbtf))
130 continue
do 120 i=1,nbtf

```







$$-c = \mp 7 \sin \theta_x \sin \theta_y \sin(k_x x) \sin(k_y y)$$

Nous négligeons les termes en  $D_{\mp\pm}$  car ils ont une contribution sensiblement plus petite que les termes en  $D_{\mp\mp}$ . Le tenseur de diffusion peut avoir des valeurs négatives alors que, pour un processus classique, il devrait être toujours positif. Cette particularité est due à la nature fondamentalement quantique du mouvement des atomes dans le réseau et est interprétée dans la référence [94]. Pour réaliser néanmoins une simulation Monte-Carlo classique du processus, on peut choisir un tenseur de diffusion simplifié qui rend tout de même bien compte de la dynamique. Comme les atomes sont très fortement localisés dans le réseau, on remplace le tenseur  $D_{\mp\mp}$  par sa valeur (strictement positive) au fond des puits. Quand l'angle du réseau est inférieur à  $\pi/4$ , et toutes nos simulations sont effectuées dans cette situation, la diffusion peut être traitée rigoureusement [17]. Nous avons vérifié que les démarches rigoureuses et simplifiées conduisaient à des résultats très proches.

En principe, il existe des forces de pression de radiation à deux dimensions dans le plan  $xOy$ . Cependant le choix de phase relative des faisceaux est tel qu'elles sont nulles.

## 2.2. Fonctions de corrélation

Les opérateurs dipôle après élimination adiabatique des états excités sont :

$$\begin{aligned} B_1(X, Y) &= (\cos k_x X - \cos k_y Y) \left( |+\rangle \langle +| + \frac{1}{3} |-\rangle \langle -| \right) \\ B_{-1}(X, Y) &= (\cos k_x X + \cos k_y Y) \left( \frac{1}{3} |+\rangle \langle +| + |-\rangle \langle -| \right) \end{aligned} \quad (\text{II-102})$$

On calcule les fonctions de corrélation en polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  pour une détection proche de l'axe  $Oz$  mais on a parfois besoin de calculer ces fonctions pour une détection dans le plan  $xOy$  en polarisation linéaire. La polarisation linéaire notée  $\sigma(\theta_i)$  est définie par la direction d'observation du détecteur à laquelle elle est perpendiculaire. Le vecteur associé est

$$\vec{e}_{\sigma(\theta_i)} = \cos \theta_i \vec{e}_x - \sin \theta_i \vec{e}_y \quad (\text{II-103})$$

En faisant le même type de raisonnement qu'à une dimension, on voit que la fonction de corrélation du premier ordre pour les polarisation  $\sigma(\theta_1)$  et  $\sigma(\theta_2)$  est une combinaison linéaire, avec des coefficients complexes de module un, des fonctions de corrélation calculées pour une polarisation circulaire :

$$\begin{aligned} C_{\sigma(\theta_1), \sigma(\theta_2)}^{(1)} &= \frac{1}{2} \left[ e^{i(-\theta_1 + \theta_2)} C_{-1, -1}^{(1)}(\tau) + e^{i(\theta_1 - \theta_2)} C_{1, 1}^{(1)}(\tau) \right. \\ &\quad \left. - e^{-i(\theta_1 + \theta_2)} C_{-1, 1}^{(1)}(\tau) - e^{i(\theta_1 + \theta_2)} C_{1, -1}^{(1)}(\tau) \right] \end{aligned} \quad (\text{II-104})$$

En pratique nous avons calculé uniquement des fonctions d'autocorrélation dans la direction  $Ox$ . Dans ce cas  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$  et les polarisations  $\sigma$  et  $\pi$  sont les polarisation linéaires  $y$  et  $z$ .

La fonction de corrélation des dipôles est calculée exactement de la même façon qu'à une dimension, à la différence près que les transferts d'impulsion correspondant aux projections des faisceaux dans le plan  $xOy$  sont cette fois au nombre de quatre. En notant  $\vec{R} = (X, Y)$ , on a en effet ( $q_i = \pm 1$ ) :

$$\begin{aligned}
& \left\langle d_{q_1}^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} d_{q_2}^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} \right\rangle \\
= & \left\langle \left\langle \frac{1}{2} [\cos k_x x_2 - q_2 \cos k_y y_2] e^{-i(k \sin \theta_2 x_2 + k \cos \theta_2 y_2)} \chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) \right. \right. \\
& \times \left[ e^{i((k_x + k \sin \theta_1)x_1 + k \cos \theta_1 y_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{k_x + k \sin \theta_1}{2}, p_y^1 + \hbar \frac{k \cos \theta_1}{2} \right) \right. \\
& + e^{i((-k_x + k \sin \theta_1)x_1 + k \cos \theta_1 y_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{-k_x + k \sin \theta_1}{2}, p_y^1 + \hbar \frac{k \cos \theta_1}{2} \right) \\
& - q_1 e^{i(k \sin \theta_1 x_1 + (k_y + k \cos \theta_1)y_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{k \sin \theta_1}{2}, p_y^1 + \hbar \frac{k_y + k \cos \theta_1}{2} \right) \\
& \left. \left. - q_1 e^{i(k \sin \theta_1 x_1 + (-k_y + k \cos \theta_1)y_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{k \sin \theta_1}{2}, p_y^1 + \hbar \frac{-k_y + k \cos \theta_1}{2} \right) \right] \right\rangle_{\vec{r}_1, \vec{p}_1, j_1} \quad (\text{II-105})
\end{aligned}$$

avec  $\chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) = 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$  selon les cas.

### 3. Simulation 2Dxz

Nous avons utilisé les mêmes schémas de détection que dans la simulation 2Dxy.

#### 3.1. Equation de Fokker-Planck

Dans ce cas, on a :

- $\gamma_{\pm \rightarrow \mp}(x, z) = \frac{\Gamma'}{9} (1 + \cos^2(k_x x) \pm 2 \cos(2k_z z) \cos(k_x x))^2$
- $\begin{bmatrix} F_{\pm}^x(x, z) \\ F_{\pm}^z(x, z) \end{bmatrix} = k \frac{U_0}{3} \begin{bmatrix} -\sin \theta_x \sin(2k_x x) \pm 2 \sin \theta_x \sin(k_x x) \cos(2k_z z) \\ \pm 2 \cos \theta_x \sin(2k_z z) \cos(k_x x) \end{bmatrix}$
- Le tenseur de diffusion  $D_{\pm\pm} = \{ \{ D_{\pm\pm}^{xx}, D_{\pm\pm}^{xz} \}, \{ D_{\pm\pm}^{zx}, D_{\pm\pm}^{zz} \} \}$  est  $\frac{\hbar^2 k^2 \Gamma'}{18} \{ \{ a, c \}, \{ c, b \} \}$  où
  - $a = 3 + 2.5 \sin^2 \theta_x + (2 - 6 \sin^2 \theta_x) \cos(2k_x x) \mp (4 - \sin^2 \theta_x) \cos(k_x x) \cos(2k_z z)$
  - $b = \frac{15}{4} + 15 \cos^2 \theta_x + \frac{5}{2} (1 + 2 \cos^2 \theta_x) \cos(2k_x x) \mp (8 - 12 \cos^2 \theta_x) \cos(k_x x) \cos(2k_z z)$
  - $c = \mp 6 \sin(2\theta_x) \sin(k_x x) \sin(2k_z z)$
- $\begin{bmatrix} F_{\pm\pm}^x(x, z) \\ F_{\pm\pm}^z(x, z) \end{bmatrix} = k \frac{U_0 \Gamma}{3 \delta} \begin{bmatrix} \mp 2/3 \sin \theta_x \sin(k_x x) \sin(2k_z z) \\ \mp 5/6 \cos \theta_x \cos^2(k_x x) \end{bmatrix}$

Ici, les forces de pression de radiation ne sont pas nulles et contribuent à la dynamique atomique. On néglige la force associée au changement d'état interne. Tout comme dans le cas 2Dxy, le tenseur de diffusion peut prendre des valeurs négatives à grand angle.

#### 3.2. Fonctions de corrélation

On a

$$B_{-1}(X, Z) = (\cos k_x X e^{ik_z Z} + e^{-ik_z Z}) \left( \frac{1}{3} |+\rangle \langle +| + |-\rangle \langle -| \right) \quad (\text{II-106})$$

$$B_1(X, Z) = (\cos k_x X e^{ik_z Z} - e^{-ik_z Z}) \left( |+\rangle \langle +| + \frac{1}{3} |-\rangle \langle -| \right)$$

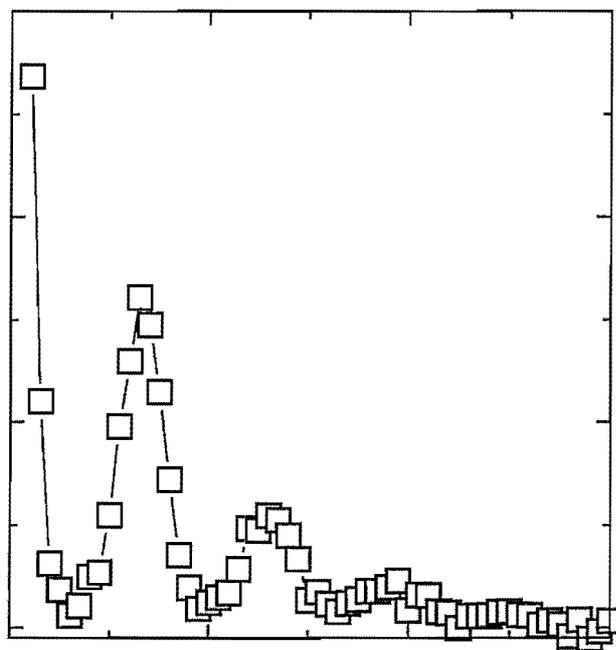
et, pour  $\vec{R} = (X, Z)$ , la fonction de corrélation s'écrit :

$$\begin{aligned} & \left\langle d_{q_1}^+(t_1) e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}(t_1)} d_{q_2}^-(t_2) e^{-i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}(t_2)} \right\rangle \\ = & \left\langle \left\langle \frac{1}{2} [\cos k_x x_2 e^{-ik_z z_2} - q_2 e^{ik_z z_2}] e^{-i(k \sin \theta_2 x_2 + k \cos \theta_2 z_2)} \chi_{q_1, q_2}(j_1, j_2) \right. \right. \\ & \times \left[ e^{i((k_x + k \sin \theta_1)x_1 + (k_z + k \cos \theta_1)z_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{k_x + k \sin \theta_1}{2}, p_z + \hbar \frac{k_z + k \cos \theta_1}{2} \right) \right. \\ & + e^{i((-k_x + k \sin \theta_1)x_1 + (k_z + k \cos \theta_1)z_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{-k_x + k \sin \theta_1}{2}, p_z^1 + \hbar \frac{k_z + k \cos \theta_1}{2} \right) \\ & \left. \left. \left. - q_1 e^{i(k \sin \theta_1 x_1 + (-k_z + k \cos \theta_1)z_1)} \Pi_{j_1} \left( p_x^1 + \hbar \frac{k \sin \theta_1}{2}, p_z^1 + \hbar \frac{-k_z + k \cos \theta_1}{2} \right) \right] \right] \right\rangle_{\vec{r}_1, \vec{p}_1, j_1} \end{aligned} \quad (\text{II-107})$$

Contrairement au cas 2Dxy, il n'y a que trois types de transferts d'impulsion associés aux projections des vecteurs d'onde du réseau dans le plan  $xOz$ .

# Partie III

## Dynamique et transport dans les réseaux atomiques



# Introduction

La dynamique atomique dans un réseau est extrêmement riche. On a représenté sur la figure III-2 la trajectoire unidimensionnelle d'un atome obtenue grâce à la simulation Monte-carlo présentée dans le chapitre II-1 pour une transition atomique  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Différents

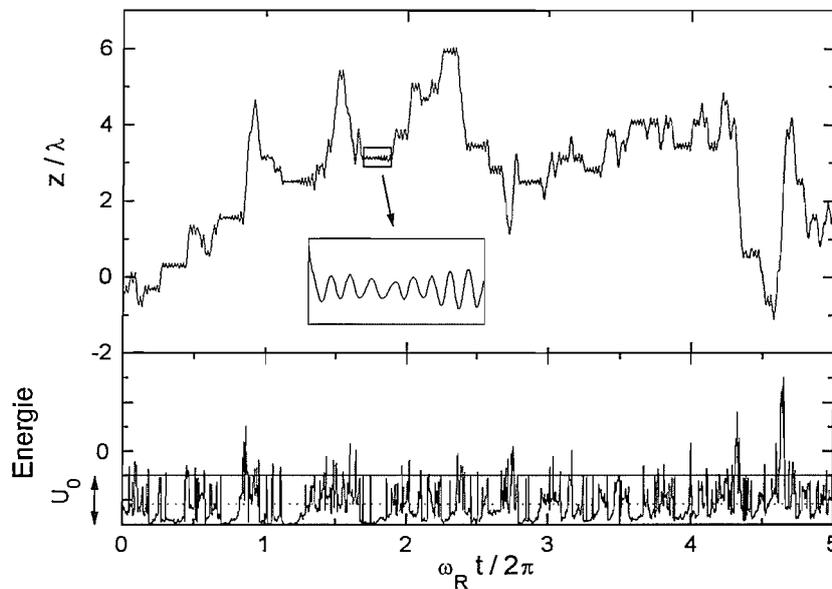


Figure III-2 : Exemple de trajectoire atomique simulée dans un réseau à une dimension. On note dans l'encadré les oscillations de la position à petite échelle spatiale. La ligne horizontale sur la figure représentant l'énergie en fonction du temps matérialise le sommet des puits de potentiel. En pointillés, on a représenté la valeur moyenne de l'énergie pour la trajectoire considérée. On remarque que les mouvements à grande échelle s'accompagnent d'une augmentation importante de l'énergie par rapport au cas où les atomes oscillent et sont localisés dans un puits.

régimes dynamiques sont identifiables :

- *Régime localisé* : l'atome oscille pendant un certain temps autour d'une position  $z_0$  avec une excursion  $\delta z$  petite devant la longueur d'onde  $\lambda$  (encadré de la figure III-2). L'énergie totale est inférieure à la profondeur des puits  $U_0$ .
- *Transport* : l'atome peut aussi effectuer des sauts de puits à puits et se déplacer d'une distance  $\delta z \geq \lambda$ . Dans ce cas l'atome peut acquérir une énergie supérieure à la profondeur des puits.

Le régime localisé est caractérisé par plusieurs paramètres : durée de vie dans un puits, amplitude des oscillations, fréquence d'oscillation, constante d'amortissement. En ce qui concerne le transport atomique, c'est à dire le déplacement à longue portée, une de ses caractéristiques es-

sentielles est la dépendance temporelle de la distance moyenne  $\delta z(\tau)$  parcourue par l'atome en un temps  $\tau$ . Dans le cas d'une vapeur atomique sans localisation le transport est *ballistique* et  $\delta z(\tau) \propto \tau$ . Si l'atome effectue une marche au hasard dans le réseau, la distance parcourue augmente moins rapidement et  $\delta z(\tau) \propto \sqrt{\tau}$ . Dans ce cas, le transport est *diffusif* et un coefficient de diffusion spatiale  $D_z$  peut être défini.

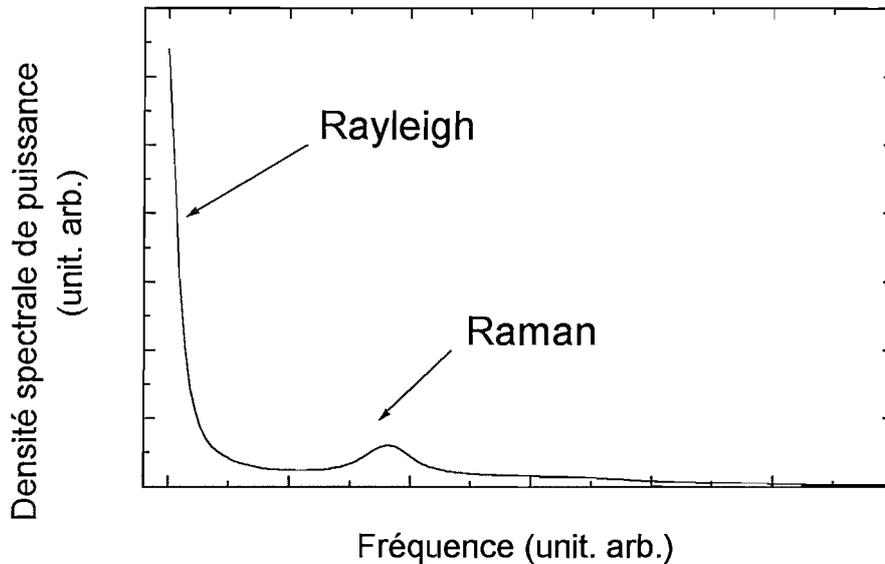


Figure III-3 : Spectre de corrélations d'intensité typique dans un réseau à une dimension.

Nous allons montrer dans cette dernière partie du mémoire que la spectroscopie par corrélations d'intensité appliquée aux réseaux permet d'avoir accès à une grande partie des paramètres du transport et de la dynamique locale. Nous présenterons des résultats expérimentaux que nous interpréterons à la lumière de simulations numériques réalisées à une ou deux dimensions d'espace. Nous étudierons des spectres et des fonctions d'autocorrélation mais aussi de corrélations croisées entre composantes de polarisations différentes de la lumière diffusée. Les spectres que nous allons présenter ont généralement la forme du spectre typique de la figure III-3. Deux types de structures peuvent être distingués :

- *une structure Rayleigh* : un pic central étroit associé à la diffusion quasi-élastique de la lumière. Selon les cas (autocorrélations ou corrélations croisées), sa largeur est liée à la dynamique atomique locale et/ou au transport à grande échelle.
- *une structure Raman* : l'oscillation des atomes est responsable de l'existence d'une composante spectrale à fréquence non nulle.

En fonction de son thème, chaque chapitre est généralement concerné par l'une ou l'autre de ces structures dans des conditions expérimentales différentes. Si le schéma de principe des expériences restera toujours le même, nous allons effectuer de nombreuses variations pour avoir accès sélectivement à différentes informations. Nous montrerons ainsi que la direction d'obser-

vation ainsi que la polarisation de détection sont des paramètres sur lesquels on peut jouer avec profit. Le schéma de détection est présenté sur la figure III-4. On notera les conventions d'angle et les axes propres. La lumière diffusée dans la direction  $Ox$  est décomposée dans les polarisations linéaires  $\sigma$  (c'est à dire  $y$ ) ou  $\pi$  (c'est à dire  $z$ ). Dans la direction  $Oz$  par contre, nous choisirons des polarisations circulaires ( $\sigma^\pm$ ) ou linéaires ( $x$  ou  $y$ ).

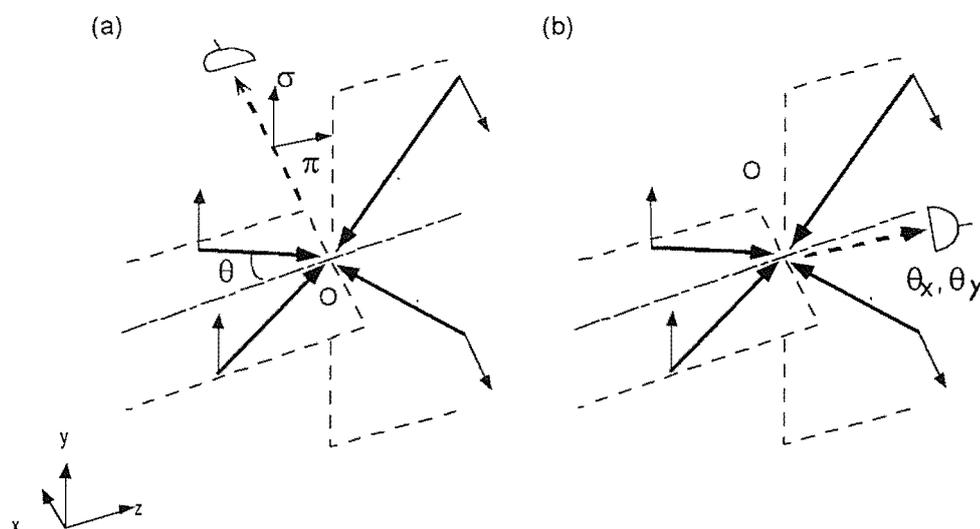


Figure III-4 : Schémas de détection des corrélations d'intensité de la lumière diffusée par un réseau. L'angle du réseau est  $\theta$ . (a) Détection dans la direction  $Ox$  de la lumière de polarisation linéaire  $\sigma$  ( $y$ ) ou  $\pi$ . (b) Détection dans une direction proche de  $Oz$  caractérisée par ses angles avec les axes  $Ox$  ( $\theta_x$ ) et  $Oy$  ( $\theta_y$ ); on sélectionne les polarisations  $\sigma^-$ ,  $\sigma^+$ ,  $x$  ou  $y$  et l'on mesure des autocorrélations ou des corrélations croisées entre deux composantes de la lumière diffusée avec des polarisations circulaires différentes.

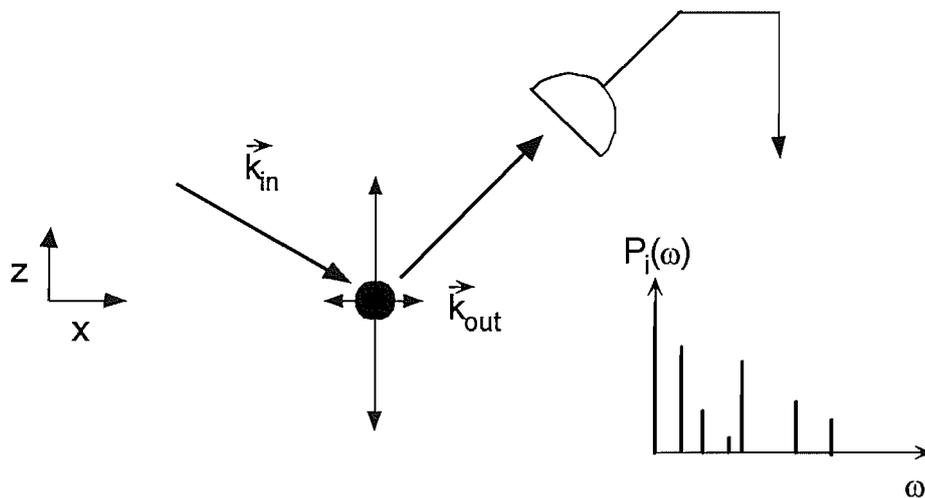
Chaque chapitre a une unité thématique, à la fois sur le plan du contenu “physique” mais aussi sur le plan de la technique utilisée en priorité. Dans le premier chapitre (III-1), nous caractériserons le mouvement d'oscillation par mesures d'autocorrélations dans les directions  $Ox$  et  $Oz$ . Puis, dans un deuxième temps (chapitre III-2), nous effectuerons des mesures de spectres d'autocorrélations et de corrélations croisées sélectives en polarisation dans la direction  $Oz$ . Nous disposerons alors d'estimations de la durée de vie d'un atome dans un puits ainsi que du coefficient de diffusion spatiale (qui existe !). Le chapitre III-3 sera consacré à des expériences d'autocorrélation autour de la direction  $Oz$  pour une polarisation de détection linéaire et non plus circulaire. Elles permettent de mettre en évidence des propriétés de transport originales (des ondes de densité atomique propageante) dans le plan  $xOy$ . Enfin, nous mettrons en évidence dans le chapitre III-4 un phénomène original de dégroupement de photons de la fonction de corrélations croisées qui est lié à la configuration particulière des faisceaux dans le réseau et au mouvement des atomes.

Les annexes III-A et III-B sont des compléments théoriques et expérimentaux et un article [30] que nous avons publié sur le transport dans les réseaux et sa caractérisation par corrélations d'intensité est reproduit dans l'annexe III-C.

# Chapitre III-1

## Le mouvement vibrationnel

La caractéristique sans doute la plus frappante des premières mesures de la spectroscopie des réseaux [9, 10] a été l'observation de raies spectrales très fines et bien résolues là où on escomptait un spectre large et sans structure. Ces raies ont été attribuées au mouvement d'oscillation des atomes localisés au fond des puits du potentiel lumineux et l'on a montré que leur largeur très étroite était due au confinement des atomes sur des distances petites devant la longueur d'onde optique (effet Lamb-Dicke). La spectroscopie par corrélations d'intensité est par nature sensible à la dynamique atomique et nous observons naturellement de telles raies Raman sur les spectres de corrélations. Le but de ce chapitre est double. Il s'agit dans un premier temps de montrer que la spectroscopie par corrélations d'intensité donne des informations comparables aux autres techniques spectroscopiques. Puis nous présenterons des résultats originaux sur la largeur des raies Raman.



*Figure III-5 : Diffusion de la lumière par un atome en mouvement dans un potentiel harmonique. Un atome oscille dans un potentiel harmonique aux fréquences  $\Omega_x$  dans la direction  $x$  et  $\Omega_z$  dans la direction  $z$ . L'excursion spatiale est d'autant plus grande que la fréquence est basse. La lumière d'un faisceau incident diffusée par l'atome est collectée par un détecteur et le photocourant est traité par un analyseur de spectre. Le spectre du photocourant  $P_i(\omega)$  est un peigne ayant des composantes aux fréquences  $|m\Omega_x - n\Omega_z|$  où  $m$  et  $n$  sont des entiers.*

Nous rappellerons tout d'abord l'interprétation des structures Raman en termes classiques (analogie avec la modulation FM) et quantiques (§1.1). Nous montrerons que des mesures d'autocorrélation réalisées dans plusieurs directions et pour différents paramètres du réseau donnent des fréquences d'oscillation en bon accord avec le modèle harmonique (§1.2). La localisation des atomes au fond des puits de potentiel joue un rôle crucial pour l'observation des raies Raman

mais cette relation est complexe. Aussi, nous verrons tout d'abord comment elle conditionne la valeur de la quantité de lumière diffusée (§2.1) et une expérience originale de mesure de la fluorescence dans le régime transitoire permettra de la visualiser de façon simple (§2.2). L'effet Lamb-Dicke, à savoir l'allongement de la durée de vie des niveaux vibrationnels les plus profonds dans un puits de potentiel, sera alors présenté (§3.1) et nous verrons son lien avec les taux de diffusion élastiques ou inélastiques de la lumière (§3.2). La question de la largeur des raies Raman est complexe dans un réseau à trois dimensions. Nous montrerons que l'hypothèse simple selon laquelle elles sont déterminées par les largeurs des niveaux vibrationnels est en contradiction avec nos résultats expérimentaux (§4.1 et §4.2). Des mécanismes nouveaux doivent être invoqués (§4.3) mais nous verrons que cette question reste encore ouverte. L'annexe III-A complète l'étude de la diffusion inélastique par corrélations d'intensité.

## 1. Observation de raies Raman vibrationnelles

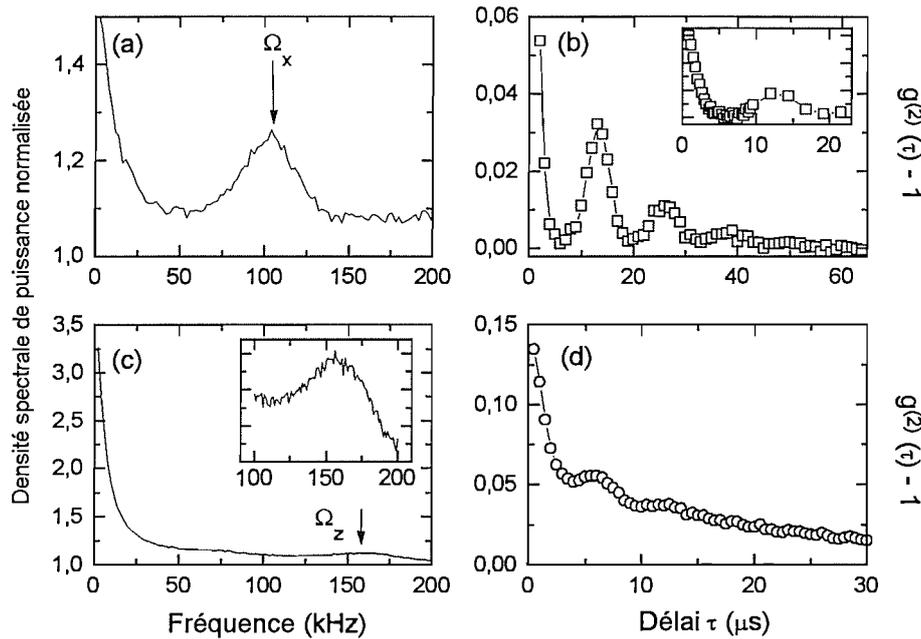


Figure III-6 : Spectres  $P_i(\omega)$  ((a) et (c)) et fonctions d'autocorrélation temporelle  $g^{(2)}(\tau)$  ((b) et (d)) de la lumière diffusée par un réseau pour deux directions de détection différentes. Les spectres sont normalisés par la densité spectrale de bruit de photon et les fonctions de corrélation par leur valeur à délai long (photons décorrélés). (a) et (b) Détection de la composante de polarisation linéaire  $\sigma$  (c'est à dire  $y$ ) dans la direction  $Ox$ ; (c) et (d) détection d'une composante de polarisation circulaire dans la direction  $Oz$ . Noter les résonances spectrales aux fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  et les oscillations temporelles de périodes  $2\pi/\Omega_x$  et  $2\pi/\Omega_z$  sur les fonctions de corrélation. Le désaccord des faisceaux laser est  $\delta = -5\Gamma$ .

### 1.1. Deux images physiques

Un modèle simple permet de comprendre facilement l'origine des raies Raman en spectroscopie de fluorescence ou de corrélations d'intensité. Un atome au fond d'un puits de potentiel voit un potentiel quasiment harmonique et sa position oscille aux fréquences  $\Omega_{\parallel} = \Omega_x$  et  $\Omega_{\perp} = \Omega_z$  dans le plan  $xOy$  et dans la direction  $Oz$ . Supposons pour simplifier qu'il se déplace dans le plan  $xOz$  seulement et que sa position est  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{e}_x + z(t)\vec{e}_z$  où  $x(t) = x_a \sin(\Omega_x t + \phi_x)$  et  $z(t) = z_a \sin(\Omega_z t + \phi_z)$ . Dans ce modèle, l'amplitude  $x_a$  ou  $z_a$  est constante et la phase  $\phi_{x,z}$  ne varie pas au court du temps. Comme on l'a représenté sur la figure III-5, éclairons l'atome avec un faisceau laser de fréquence  $\omega_L$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_{in} = \vec{k}$ . Le champ diffusé dans la direction  $\vec{k}_{out}$  d'un détecteur est  $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \sin(\delta\vec{k} \cdot \vec{r}(t) - \omega_L t)$  où  $\delta\vec{k} = \vec{k}_{in} - \vec{k}_{out}$ . Dans le cas particulier où  $\delta\vec{k} = 2k\vec{e}_x$ , c'est à dire quand la lumière est détectée dans la direction opposée à la direction incidente, seule la dynamique de l'atome dans la direction  $Ox$  détermine la forme du champ. Celui-ci est modulé à la fréquence d'oscillation atomique  $\Omega_x$  avec un indice de modulation  $2kx_a$  proportionnel à l'amplitude du mouvement. Le spectre optique de la lumière diffusée est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du champ et, en écrivant le champ sous la forme de la somme de fonctions de Bessel, on montre que le spectre optique est un peigne de fonctions delta de Dirac centrées aux fréquences  $\Omega_m = m\Omega_x$  ( $m$  entier positif ou négatif) de poids différents  $J_m^2(2kx_a)$  décroissant pour les harmoniques d'ordre élevé [39]. Ces harmoniques dans le spectre optique sont directement liées au mouvement des atomes dans les puits et sont appelées *bandes latérales vibrationnelles*. On retrouve dans le spectre de corrélations du photocourant ces harmoniques aux fréquences  $m\Omega_x$  ( $m$  est ici entier positif) puisque ce spectre est proportionnel à l'autoconvolution du spectre optique. Dans le cas de la figure III-5, le vecteur  $\delta\vec{k}$  n'est pas dans une des directions propres du mouvement et le spectre optique présente des composantes aux fréquences  $m\Omega_x$  et  $n\Omega_z$ . Dans ce cas, le spectre des corrélations d'intensité est plus complexe et a des composantes aux fréquences  $|m\Omega_x - n\Omega_z|$ . En conclusion, **l'observation de bandes latérales vibrationnelles est l'analogie de l'observation de bandes latérales en modulation FM mais, ici, la modulation est due aux oscillations atomiques.**

On a représenté sur les figures III-6(a) à (d) les spectres de puissance du photocourant normalisés par la densité spectrale de bruit de photons  $P_i(\omega)/P_{SN}$  et les fonctions de corrélation temporelle associées  $g^{(2)}(\tau)$ . On rappelle que le spectre est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation temporelle (formule I-31). On observe sur les figures (a) et (c) des raies spectrales que nous associons aux fréquences vibrationnelles  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$ . Dans un réseau tétraédrique, la géométrie d'excitation et de détection est plus complexe que sur la figure III-5 et il n'y a pas d'excitation dans une direction propre du mouvement. Chacun des quatre faisceaux contribue pour une quantité  $\delta\vec{k}_i$  ( $i = 1..4$ ) au vecteur  $\delta\vec{k} = \vec{k}_{in} - \vec{k}_{out}$  intervenant dans le calcul du champ diffusé mais, pour l'observation dans les directions  $Ox$  et  $Oz$ , les symétries du réseau simplifient la situation. Supposons que le vecteur d'onde d'observation soit  $k\vec{e}_x$ . Comme on le voit sur la figure III-4(b), les faisceaux dans le plan  $xOz$  ont la même composante  $k \cos \theta$  selon  $\vec{e}_z$  alors que les faisceaux dans le plan  $yOz$  ont pour composante  $-k \cos \theta$ . Les vecteurs  $\vec{\delta k}_i = k\vec{e}_x - \vec{k}_{out}$  intervenant dans le calcul du champ diffusé ont donc des composantes selon  $\vec{e}_z$  opposées pour chaque paire de faisceau et le vecteur  $\delta\vec{k}$  n'a pas de composante selon  $\vec{e}_z$  en raison de l'interférence de la lumière diffusée par chaque faisceau. En raison des symétries du réseau, tout se passe donc comme si la lumière diffusée dans le plan  $xOy$  était due uniquement

aux projections des quatre vecteurs d'onde dans ce plan. La raie observée sur les spectres a nécessairement pour fréquence  $\Omega_x$ . Par un raisonnement analogue, on montre que la lumière diffusée dans la direction  $Oz$  n'apporte d'information que sur l'oscillation dans cette direction. La raie observée dans la direction  $Oz$  est à la fréquence  $\Omega_z$ . Dans le domaine temporel (figures III-6(b) et (d)), on observe des oscillations amorties de périodes  $2\pi/\Omega_x$  et  $2\pi/\Omega_z$ . On note la différence de contraste entre les oscillations dans les directions  $Ox$  et  $Oz$ .

L'image de la modulation FM est très utile pour comprendre l'origine des raies vibrationnelles mais elle ne rend pas du tout compte de leur largeur. En effet, si l'atome était réellement un oscillateur harmonique classique, les raies seraient infiniment fines, ce qui n'est évidemment pas le cas sur les spectres expérimentaux. On peut phénoménologiquement introduire une largeur dans le modèle classique en autorisant des fluctuations aléatoires des phases  $\phi_x$  et  $\phi_z$  du mouvement mais ceci n'est qu'un pis-aller qui ne doit pas détourner du vrai problème de l'origine des largeurs qui doit être traité dans un cadre quantique. Nous verrons que c'est une question difficile dans le cas des réseaux à trois dimensions et c'est elle qui est essentiellement le sujet de ce chapitre.

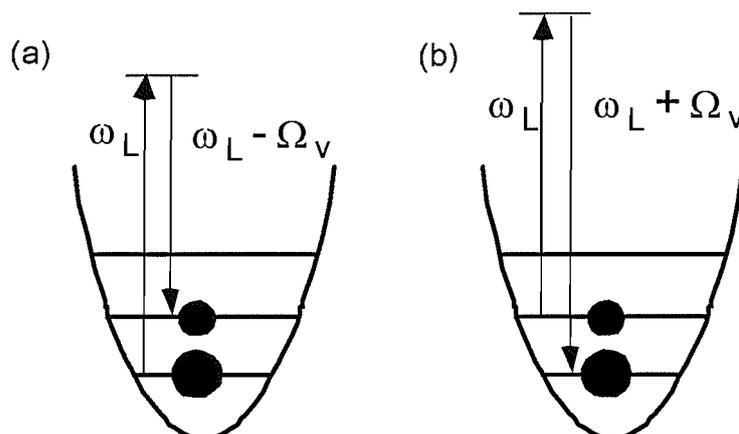


Figure III-7 : Processus Raman spontanés entre niveaux atomiques vibrationnels dans un puits de potentiel : (a) processus Raman Stokes; (b) processus Raman anti-Stokes. La fréquence  $\Omega_v$  est une fréquence d'oscillation ( $\Omega_x$  ou  $\Omega_z$ ).

Un interprétation quantique des raies vibrationnelles a été fournie dès les premières expériences de spectroscopie des réseaux [9, 10] et consiste à **associer les bandes latérales du spectre de corrélations d'intensité à des processus Raman spontanés entre niveaux vibrationnels des puits de potentiel**. Ces processus sont représentés schématiquement sur la figure III-7. On ne peut les distinguer par corrélations d'intensité car ils contribuent tout deux à la structure spectrale à la fréquence  $\Omega_v$  mais, en spectroscopie hétérodyne, ils sont associés à des bandes latérales différentes aux fréquences  $-\Omega_v$  (a) et  $\Omega_v$  (b). Notons que nous parlerons indifféremment de raies Raman, de raies vibrationnelles ou de bandes latérales vibrationnelles dans ce mémoire.

La correspondance étroite, que nous avons mise en évidence en spectroscopie FM, entre direction du détecteur et fréquence d'oscillation observée peut être retrouvée avec cette image quantique. Nous avons montré dans le chapitre II-1 que le spectre de corrélations est complètement déterminé par l'opérateur "corrélations de dipôles"  $B_q(t_1) e^{i\vec{k}_{out} \cdot \vec{R}(t_1)} B_q^\dagger(t_2) e^{-i\vec{k}_{out} \cdot \vec{R}(t_2)}$  agissant sur l'atome aux instants  $t_1$  puis  $t_2$ . D'après les expressions des opérateurs  $B_q(t)$

fournies dans l'annexe II-B, pour l'observation dans la direction  $Oz$  (resp.  $Ox$ ), l'opérateur corrélations est pair vis-à-vis de la position  $X$  (resp.  $Z$ ) et ne peut donc coupler deux niveaux vibrationnels consécutifs, de parités opposées. Le spectre dans la direction  $Oz$  (resp.  $Ox$ ) ne peut donc présenter de raie Raman qu'à la fréquence  $\Omega_z$  (resp.  $\Omega_x$ ) (pour plus de détails, voir le chapitre III-3).

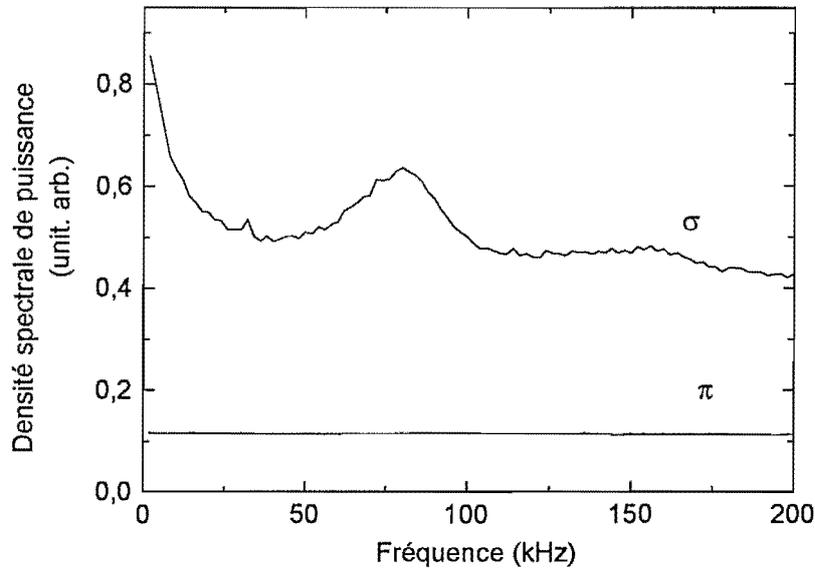


Figure III-8 : Spectres de la lumière diffusée dans les deux polarisations linéaires  $\sigma$  et  $\pi$  dans la direction  $Ox$ . Les spectres ne sont pas normalisés par le niveau de bruit de photon et leur amplitude est donc proportionnelle à la quantité de lumière diffusée dans chaque polarisation. La lumière  $\pi$  est largement minoritaire. Le désaccord est  $\delta = -5\Gamma$ .

Dans l'image quantique, la partie inélastique du spectre est associée à des processus Raman avec changement de niveau vibrationnel et la partie élastique (structure spectrale à fréquence nulle sur les figures III-6(a) et(c)) correspond à un processus de diffusion sans changement de niveau vibrationnel. Dans le cas de la lumière  $\pi$  (polarisation linéaire  $\vec{e}_z$  détectée dans la direction  $Ox$ ), la situation est différente. Comme on le voit sur la figure III-8, son spectre est absolument sans structure (ou plutôt elle est très large). En l'absence de composante de polarisation  $\pi$  dans le champ électrique, des photons  $\pi$  sont émis uniquement quand un atome change d'état interne et aucun processus Raman d'origine vibrationnelle n'est impliqué. On évoquera plus en détail ce type de structure très large dans le chapitre III-2.

## 1.2. Fréquence des raies vibrationnelles

La position des raies Raman dépend de la courbure du potentiel au fond des puits, donc de la profondeur  $U_0$ . On a représenté sur la figure III-9 le résultat d'une mesure de position obtenue en variant  $U_0$  pour deux angles du réseau. Les fréquences mesurées sont en bon accord avec un

ajustement linéaire de la forme

$$\frac{\Omega_x}{\omega_R} = C_\theta \sqrt{\frac{2U_0}{E_R}} \sin \theta \quad (\text{III-1})$$

où  $C_\theta$  est un paramètre libre dépendant de l'angle du réseau tel que  $C_{\theta=40^\circ} = 0.81$  et  $C_{\theta=20^\circ} = 0.91$ . Les points expérimentaux sont obtenus pour deux taux de diffusion de la lumière  $\Gamma'$  différents. Nous avons vu (formule II-31) que l'approximation harmonique du potentiel conduisait à une fréquence effectivement proportionnelle à  $\sqrt{U_0/E_R}$  mais avec un paramètre  $C_\theta$  identiquement égal à 1. Le désaccord de 10 à 20% entre la théorie et l'expérience est attribué à l'anharmonicité du potentiel. On retrouve cet effet dans les simulations numériques avec des désaccords du même ordre. La différence qui existe entre les deux angles pourrait être due à une

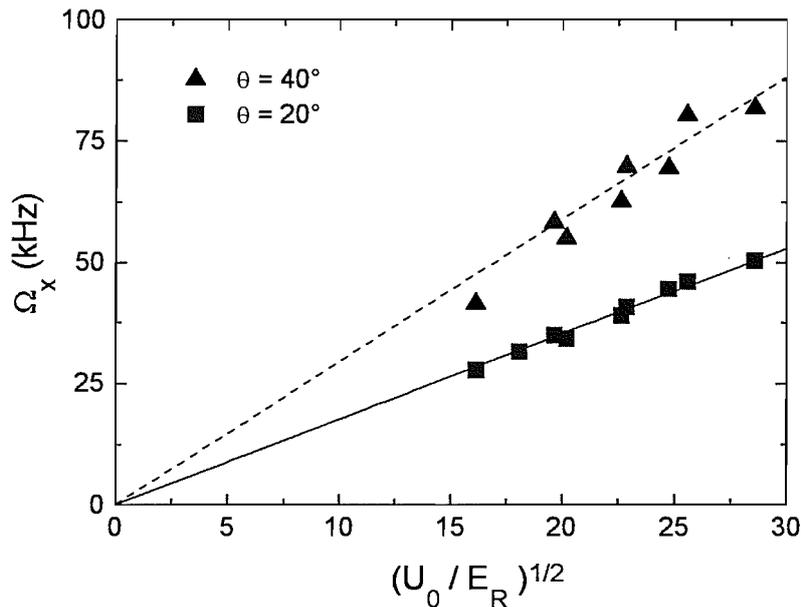


Figure III-9 : Position des raies Raman à la fréquence  $\Omega_x$  en fonction de la racine carrée de la profondeur de puits normalisée  $(U_0/E_R)^{1/2}$ . Pour chaque angle  $\theta$  du réseau, deux séries de mesures avec des taux de diffusion de la lumière  $\Gamma'$  constants ont été effectuées. Les droites sont des ajustements  $\Omega_x = C_\theta \sin \theta (2U_0/E_R)^{1/2} \omega_R$  où le paramètre  $C_\theta$  est libre.

réduction de l'anharmonicité à petit angle (voir le paragraphe §4.3) cependant ceci est difficile à estimer dans la mesure où l'incertitude sur la mesure de l'intensité des faisceaux est importante (de l'ordre de 10%).

On peut s'affranchir de ce problème de calibration en mesurant le rapport des positions des fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  sur un même spectre. Chaque fréquence est proportionnelle à  $\sqrt{U_0}$  et le rapport ne dépend que de la géométrie. Dans la direction  $Oz$ , comme nous l'avons vu, seule la résonance à la fréquence  $\Omega_z$  est visible mais, si l'on décale le détecteur hors de l'axe, la symétrie d'excitation/détection est brisée et la résonance à la fréquence  $\Omega_x$  apparaît également. Cet effet apparaît clairement sur les spectres de la figure III-10. On a reporté dans le tableau III-8 le résultat de la mesure de  $\Omega_x/\Omega_z$  pour trois valeurs de l'angle du réseau. Rappelons qu'on attend un

rapport  $\sqrt{3}/2 \tan \theta$  pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  et  $1/\sqrt{2} \tan \theta$  pour une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$  (formules II-33 et II-34) en raison de la différence des profondeurs de puits dans les deux cas. La valeur théorique donnée dans le tableau correspond à la transition réelle. L'accord entre la théorie et l'expérience est bien vérifié à  $\pm 5\%$  près, ce qui est cohérent avec une incertitude sur l'angle du réseau de  $\pm 1^\circ$ , une valeur très honorable pour notre montage mécanique. Ce bon accord laisse enfin penser que ce n'est pas l'anharmonicité qui est responsable de la différence entre les valeurs de  $C_\theta$  mais une mauvaise mesure de l'intensité.

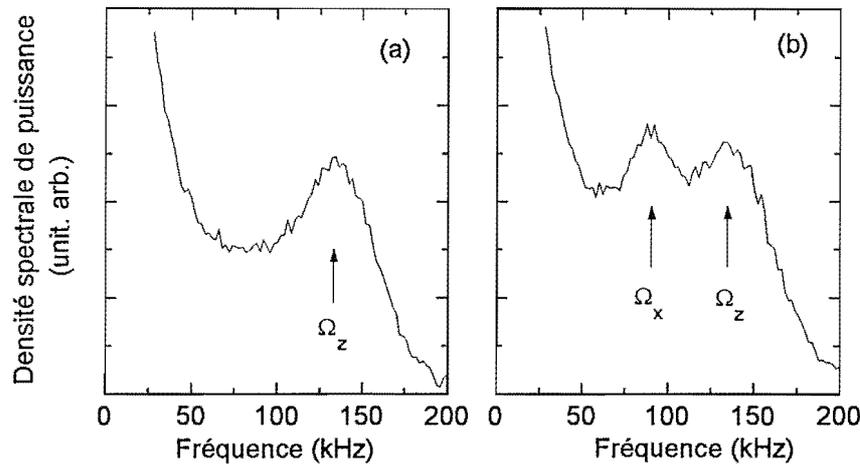


Figure III-10 : Spectres de corrélations pour une polarisation linéaire  $y$  et un angle de réseau  $\theta = 40^\circ$ . En (a) le détecteur est placé sur l'axe  $Oz$  alors qu'en (b) il est dans le plan  $yOz$  avec un angle  $\theta_y = 10^\circ$  par rapport à l'axe  $Oz$ .

## 2. La localisation spatiale

La propriété de localisation dans les réseaux est cruciale, dans le cadre de notre interprétation des fonctions de corrélation qui a été présentée en introduction, pour garantir que la position d'un atome est étroitement corrélée avec la polarisation de la lumière qu'il diffuse. Elle est également très importante pour expliquer la largeur des raies vibrationnelles par un argument analogue à celui que nous avons utilisé dans l'étude du spectre de corrélations de la lumière diffusée dans une mélasse pour expliquer l'origine de la structure fine apparaissant à basse température (effet Lamb-Dicke). Nous précisons en détail cet argument pour un atome dans un réseau dans le prochain paragraphe. Nous allons d'abord montrer théoriquement que la taille de la distribution des atomes dans une cellule du réseau a un effet important sur un paramètre clef de la lumière diffusée, son intensité. Puis nous présenterons le résultat d'une expérience simple qui permet de mettre qualitativement en évidence la localisation sans avoir recours à une technique spectroscopique.

### 2.1. Intensité moyenne diffusée en régime stationnaire

Plaçons nous dans une géométrie à une dimension. L'intensité lumineuse de polarisation

$\theta$ ( $^\circ$ )	20	30	40
$\frac{\Omega_x}{\Omega_z}$ théorie	0.27	0.39	0.62
$\frac{\Omega_x}{\Omega_z}$ exp.	0.26	0.41	0.60

Tableau III-8 : Rapport expérimental et théorique des fréquences des résonances Raman pour différents angles du réseau

$\sigma^-$  diffusée par un atome dans la direction  $Oz$  est

$$\begin{aligned} \langle I_{\sigma^-} \rangle &= 2\varepsilon_0 c \langle E^+(Z) E^-(Z) \rangle \\ &= 2\varepsilon_0 c \left( \frac{k^3}{4\pi\varepsilon_0} \frac{D}{kz_D} \right)^2 \langle d_{-1}^+(Z) d_{-1}^-(Z) \rangle \end{aligned} \quad (\text{III-2})$$

où l'on a exprimé le champ détecté en fonction de l'opérateur dipôle réduit (voir la formule II-39,  $z_D$  est la distance de l'atome au détecteur). Notons  $\alpha$  le coefficient de proportionnalité devant la valeur moyenne. Nous pouvons exprimer celle-ci en fonction des opérateurs  $B_q(Z)$  ne portant que sur l'état fondamental dont l'expression est donnée dans l'annexe II-B et du paramètre de saturation par faisceau  $s_0$ . On a alors

$$\begin{aligned} \langle I_{\sigma^-} \rangle &= 4\alpha s_0 \left\langle \cos^2 k_z Z \left( |- \rangle \langle - | + \frac{1}{9} | + \rangle \langle + | \right) \right\rangle \\ &= 2\alpha s_0 \left[ \langle \cos^2 k_z Z \rangle_{m_z=-1/2} + \frac{1}{9} \langle \cos^2 k_z Z \rangle_{m_z=1/2} \right] \end{aligned} \quad (\text{III-3})$$

où l'on a décomposé sur la deuxième ligne les deux cas équiprobables où l'atome est dans l'état interne  $m_z = 1/2$  ou  $m_z = -1/2$ .

On calcule de la même façon l'intensité de la lumière de polarisation  $\pi$  diffusée dans la direction  $Ox$  (par la formule II-40)

$$\langle I_{\pi} \rangle = \frac{4\alpha s_0}{9} \left[ \langle \sin^2 k_z Z \rangle_{m_z=-1/2} + \langle \cos^2 k_z Z \rangle_{m_z=1/2} \right] \quad (\text{III-4})$$

Dans ces deux formules, on peut interpréter les moyennes quantiques au sens classique de moyenne sur la distribution de position d'un atome avec un état interne donné et remplacer les opérateurs  $Z$  par des nombres  $z$ . Appelons  $\rho_{\pm}(z)$  la distribution ou densité spatiale dans l'état stationnaire du réseau, pour des atomes dans l'état  $m_z = \pm 1/2$ , définie dans une cellule du réseau de période  $\lambda/(2 \cos \theta)$ , c'est à dire dans l'intervalle  $[-\lambda/(4 \cos \theta), \lambda/(4 \cos \theta)]$ . En raison des symétries du réseau, les distributions d'état interne opposé vérifient  $\rho_{\pm}(z) = \rho_{\mp}[z - \lambda/(4 \cos \theta)]$ . La connaissance de  $\rho_{-}(z)$  suffit donc à déterminer les intensités diffusées dans chaque polarisation et, inversement, on peut déduire de la quantité d'intensité diffusée des indications sur la distribution de position.

Dans le cas homogène où aucun ordre spatial n'existe, par exemple pour des réseaux où les phases respectives entre les faisceaux brouillent le potentiel lumineux, les valeurs moyennes valent  $1/2$  dans les formules III-3 et III-4 et l'on a donc

$$\langle I_{\sigma^-} \rangle_{\text{hom}} = \frac{10}{9} \alpha s_0 \quad (\text{III-5})$$

$$\langle I_{\pi} \rangle_{\text{hom}} = \frac{4}{9} \alpha s_0$$

Puisque l'intensité laser est proportionnelle au paramètre de saturation  $s_0$ , on retrouve là la proportionnalité bien connue entre l'intensité diffusée et l'intensité incidente pour un processus de diffusion cohérente à faible saturation de la transition atomique [70].

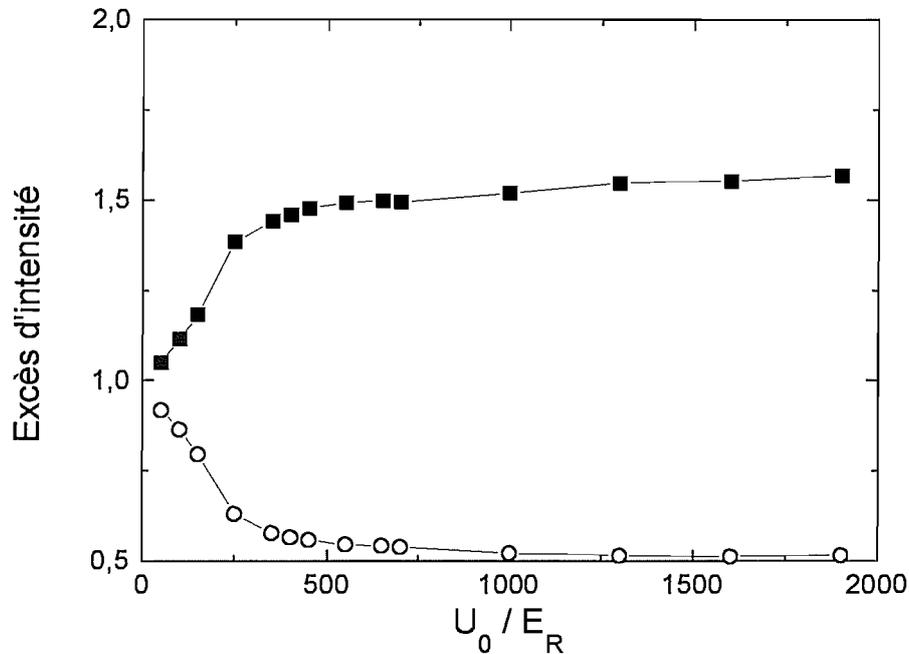


Figure III-11 : Calcul de l'excès d'intensité diffusée par rapport à une vapeur atomique homogène. Carrés : lumière de polarisation  $\sigma^-$  détectée dans la direction  $Oz$ . Cercles : lumière de polarisation  $\pi$  détectée dans la direction  $Ox$ . Ce calcul est réalisé avec une simulation 2Dxz de la dynamique atomique.

Par contre, dans le cas où il existe une modulation périodique de la distribution des atomes, il apparaît un excès ou un défaut d'intensité diffusée par rapport au cas homogène. On voit en effet sur la formule III-3 que  $\langle I_{\sigma^-} \rangle$  augmente quand la proportion d'atomes situés aux endroits où la lumière a une polarisation  $\sigma^-$  (par exemple en  $z = 0$ ) augmente. Dans le cas extrême où tous les atomes sont localisés au fond des puits en un seul point, l'intensité dans la polarisation  $\sigma^-$  est deux fois plus importante que dans le cas homogène. Mais, en pratique, on se trouve dans une situation intermédiaire où la distribution  $\rho_{\pm}(z)$  a une largeur dépendant de la profondeur des puits et la valeur de l'excès d'intensité donne une indication sur le degré de localisation atomique. On a représenté sur la figure III-11, le rapport de l'intensité diffusée par le réseau et de l'intensité diffusée dans le cas homogène<sup>47</sup>. A faible profondeur de puits, les atomes sont mal localisés et le réseau se comporte comme une vapeur atomique homogène. Puis l'intensité diffusée dans la polarisation  $\sigma^-$  augmente quand  $U_0$  augmente, alors que l'intensité  $\pi$  diminue simultanément et presque symétriquement. Les deux courbes présentent une saturation à grande profondeur et l'on notera que le régime d'atomes infiniment localisés, caractérisé par un excès

<sup>47</sup> Le calcul est effectué dans la géométrie 2Dxz et la formule III-5 n'est pas appropriée.

d'un facteur 2, est loin d'être atteint.

La saturation de l'intensité diffusée suggère une limite supérieure à la largeur  $\delta z$  de la distribution spatiale  $\rho_-(z)$ . A faible profondeur ( $U_0 \simeq 100 E_R$ ), la température des atomes est minimale et dépend peu de  $U_0$ . La distribution spatiale  $\rho_{-1}(z)$  est étroitement liée à la distribution des populations des différents niveaux vibrationnels qui sont quasiment constantes dans ce régime de température presque constante. Cependant, les extensions des fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique associées à chaque niveau décroissent quand  $U_0$  augmente. On rappelle à ce propos que la taille de l'état fondamental est

$$\delta z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_z}} \propto \frac{1}{\sqrt[4]{U_0}} \quad (\text{III-6})$$

On s'attend donc à ce que la taille de la distribution  $\rho_{-1}(z)$  diminue quand la profondeur augmente. Le résultat d'un calcul de la distribution atomique<sup>48</sup> par simulation numérique est présenté sur la figure III-12 pour deux profondeurs de puits  $U_0 = 65 E_R$  et  $U_0 = 650 E_R$ . On

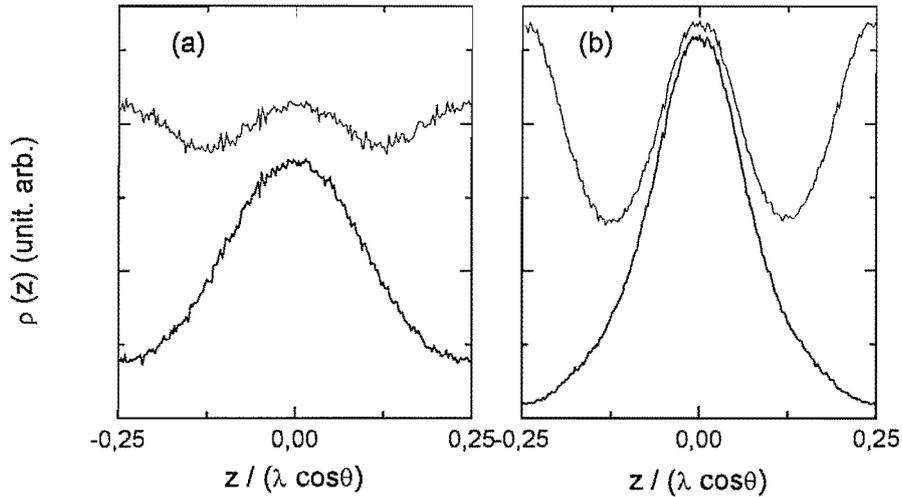


Figure III-12 : Calcul de la distribution spatiale des atomes dans une cellule élémentaire : atomes dans l'état  $m_z = -1/2$  (trait épais) et distribution totale (trait fin). Dans les deux cas  $\delta = -5\Gamma$  et (a)  $U_0 = 50 E_R$ , (b)  $U_0 = 650 E_R$ .

observe effectivement une forte diminution de la largeur  $\delta z$ . Ce régime d'augmentation de la localisation est très bien visible sur l'évolution à faible profondeur de l'intensité diffusée (figure III-11). Cependant, à forte profondeur de puits ( $U_0 \gtrsim 500 E_R$ ), la localisation entre en compétition avec l'échauffement des atomes. Nous avons vérifié expérimentalement dans le chapitre II-2, mais ceci est bien connu pour les mécanismes de refroidissement exploitant l'effet Sisyphe, que la température est proportionnelle à la profondeur de puits dans ce régime. La distribution des positions ne dépend alors plus de  $U_0$  et la largeur  $\delta z$  tout comme l'intensité diffusée saturent [112].

La conclusion de ces quelques calculs est que l'intensité de la lumière diffusée donne une

<sup>48</sup> On note que la distribution de position reproduit bien la distribution d'équilibre  $\rho_{-1}(z) \simeq \rho_0 e^{-U_-(z)/k_B T}$  même si le système n'est pas à l'équilibre thermodynamique.

information pertinente de même nature que la température. Son évolution en fonction de la profondeur de puits permet de distinguer un régime “bien localisé” dans lequel elle est quasiment constante et un régime “mal localisé” où elle varie beaucoup. Les expériences de corrélations d’intensité des prochains chapitres sont généralement réalisées pour des profondeurs de puits dans la gamme  $500 - 1000 E_R$  donc dans des conditions où l’intensité diffusée est quasiment constante. A faible profondeur, nous avons montré expérimentalement dans le chapitre II-2 que le chargement du réseau était peu efficace. Il semble donc difficile d’extraire une information quantitative de la largeur  $\delta z$  à partir de l’intensité diffusée. Il faudrait d’une part connaître parfaitement le paramètre de saturation au centre du réseau, mesurer le nombre d’atomes précisément et aussi élaborer une théorie analogue à celle que nous avons présentée plus haut pour la transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ . La diffraction de Bragg de la lumière par le réseau semble beaucoup mieux adaptée pour mesurer quantitativement  $\delta z$  [118, 119].

## 2.2. Mise en évidence expérimentale de la localisation

S’il est difficile de mesurer la taille de la distribution atomique dans un puits à partir de l’intensité absolue, l’étude de régimes transitoires pendant lesquels la localisation varie permet de mettre en évidence une variation *relative* de la localisation. Le régime qui nous intéresse ici s’étend du branchement des faisceaux réseau jusqu’à l’état stationnaire (avant que le nombre d’atomes ne décroisse significativement en raison de la durée de vie finie du réseau).

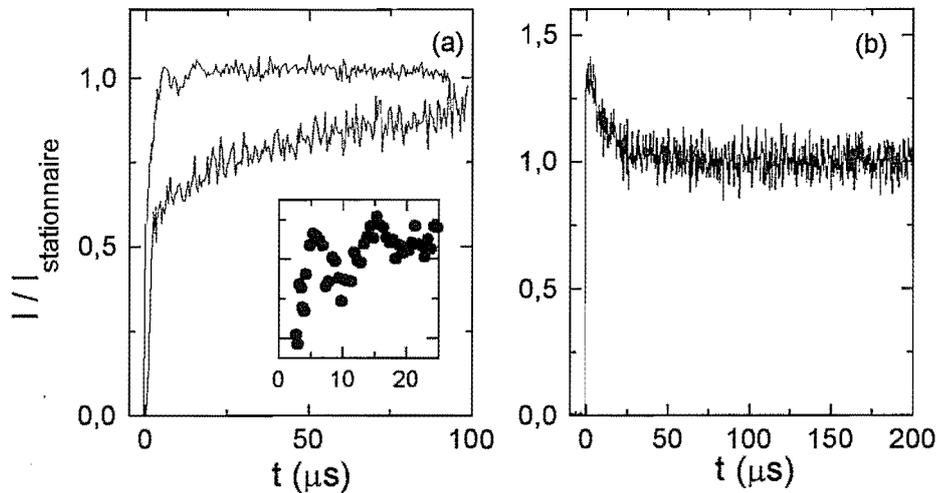


Figure III-13 : Mesure de l’intensité diffusée dans le régime transitoire : (a) Observation de la polarisation  $\sigma^-$  dans la direction  $Oz$  pour  $U_0 = 760 E_R$  (croissance lente) et  $U_0 = 2240 E_R$  (croissance rapide et encadré); (b) observation de la lumière  $\pi$  dans la direction  $Ox$  pour  $U_0 = 2100 E_R$ . Dans les deux cas, le désaccord est  $\delta = -5\Gamma$ . L’intensité est normalisée par l’intensité mesurée dans le régime stationnaire après quelques ms.

Dans nos expériences, le réseau est chargé à partir d’une mélasse à six faisceaux, elle même chargée par un piège magnéto-optique. Les faisceaux de la mélasse sont coupés par un modulateur acousto-optique et un obturateur mécanique. Pendant 2 ms, les atomes n’interagissent plus avec les faisceaux laser (l’extinction lumineuse est de l’ordre de  $10^{-4}$ ). Puis les faisceaux

du réseau sont branchés grâce à un modulateur acousto-optique en un temps de l'ordre de 0.5  $\mu\text{s}$ . Un multicompteur séquentiel (MCS) permet d'enregistrer le taux de comptage détecté en fonction du temps (le descriptif de ce matériel se trouve dans l'annexe I-C).

L'intensité diffusée au début de la phase réseau est représentée sur la figure III-13 pour les polarisations  $\sigma^-$  dans la direction  $Oz$  (a) et  $\pi$  dans la direction  $Ox$  (b). On observe une croissance de l'intensité  $\sigma^-$  et une décroissance de l'intensité  $\pi$ , phénomènes qui sont une conséquence de l'évolution de la localisation atomique dans le réseau et qui sont cohérents avec l'allure des courbes sur la figure III-11. Au moment du branchement du réseau, la distribution atomique est uniforme d'une part parce qu'il n'y a certainement pas de localisation dans la mélasse (la température n'est pas optimisée pour observer les phénomènes rapportés dans le chapitre I-2) et d'autre part parce que les atomes évoluent librement pendant 2 ms, un temps suffisant pour franchir une distance supérieure à la longueur d'onde optique et perdre la mémoire de toute structure spatiale existante. Dans l'état stationnaire du réseau par contre, la distribution spatiale est modulée spatialement en raison de la localisation. Il existe donc un régime transitoire dans lequel la distribution atomique, et donc l'intensité diffusée, évoluent et les courbes observées reflètent la dynamique de la localisation.

A forte profondeur de puits, l'intensité de la composante  $\sigma^-$  (figure III-13(a)) montre des oscillations caractéristiques de la dynamique *externe* des atomes dans les puits. La variation de  $U_0$  a un effet critique sur la forme de la courbe puisqu'à faible profondeur on observe simplement une exponentielle croissante. Ce phénomène peut s'expliquer en considérant que l'atome dans un puits est un oscillateur amorti et que les oscillations se produisent quand l'oscillateur est dans un régime sous-amorti. Les simulations numériques ont montré qu'une évolution rapide de l'ordre de  $\Gamma'^{-1}$ , que nous attribuons au pompage optique, devait se produire pour les deux polarisations. Nous n'avons pu l'observer très clairement car ce temps est de l'ordre du temps de montée du modulateur acousto-optique pour les expériences présentées.

La fluorescence dans le régime transitoire permet de mettre en évidence la localisation mais le matériel que nous avons utilisé n'est pas adapté pour faire des mesures quantitatives. Les détecteurs sont les photodiodes à avalanche des mesures de corrélations d'intensité mais, pour cette expérience, aucune considération de cohérence spatiale de la lumière diffusée n'entre en jeu et les taux détectés étaient importants (de l'ordre de quelques  $10^6 \text{ s}^{-1}$ ) et limités uniquement par la saturation des détecteurs. Une photodiode rapide usuelle devrait fournir le même type de résultats et même permettre d'augmenter la quantité de signal collecté. Le gain en temps d'intégration devrait être substantiel puisqu'il atteint près d'une heure pour observer les oscillations de la figure III-13(b). Mis à part cet inconvénient qui nous a empêché de réaliser des mesures systématiques, la mesure de la fluorescence dans le régime transitoire pourrait se révéler utile car elle est beaucoup plus simple à mettre en oeuvre qu'une technique spectroscopique<sup>49</sup>. Elle permet de mesurer la *réponse percutielle* du système à une perturbation.

Des expériences de diffraction de Bragg de la lumière par le réseau dans des régimes transitoires ont été effectuées récemment [120]. Les résultats préliminaires ont la même allure qualitative que ceux que nous avons présentés, à savoir une forme exponentielle sur laquelle se superposent des oscillations. Il serait intéressant de vérifier quantitativement si la dynamique de la localisation déduite de ces deux mesures est compatible. Notons que l'on peut également étudier les régimes transitoires par une technique pompe/sonde [114, 115].

<sup>49</sup> Le compteur multi-échelles, le seul élément lourd de l'expérience, est en fait beaucoup trop performant pour ce type de mesure et il ne devrait pas être difficile de réaliser un appareil bien adapté pour un coût modeste.

### 2.3. Structure à grande échelle du réseau

Nous disposons à présent d'une bonne image, représentée sur la figure III-14, du réseau dans l'état stationnaire. Les atomes sont localisés essentiellement au fond des puits de potentiel où ils diffusent de la lumière avec une polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  en fonction du type de puits qu'ils occupent, et l'on voit également que le réseau a une structure antiferromagnétique [92] : le moment magnétique des atomes est alterné d'un puits à un autre.

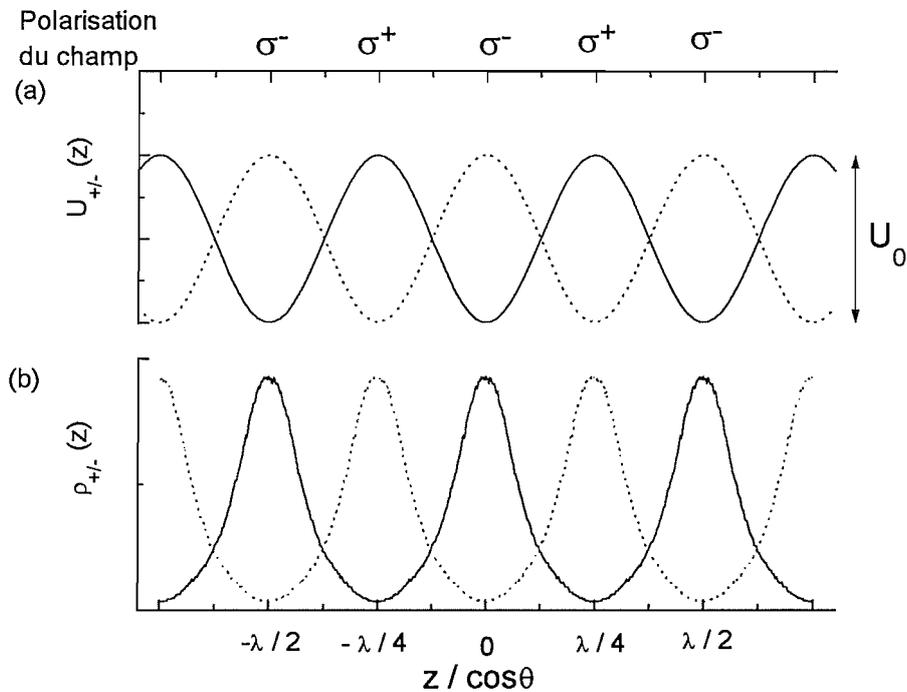


Figure III-14 : Structure du réseau 1D à grande échelle. (a) Potentiels lumineux  $U_{\pm}(z)$  vus par chacun des états atomiques, (b) distribution spatiale des atomes  $\rho_{\pm}(z)$  dans un état interne donné. Les courbes en trait plein correspondent à l'état  $m_z = +1/2$  et les courbes en pointillé à  $m_z = -1/2$ . L'alternance spatiale des pics associés à chacun des deux états donne une structure antiferromagnétique au réseau. On a indiqué également la polarisation de la composante du champ majoritaire au fond des puits.

L'étude de la fluorescence peut mettre en évidence les propriétés paramagnétiques du réseau. Si l'on superpose un champ magnétique longitudinal  $B_0$  aux faisceaux dans la géométrie unidimensionnelle  $1Dz$ , les sous-niveaux magnétiques  $m_z = 3$  et  $m_z = -3$  sont affectés par des déplacements Zeeman  $\pm\mu_B B_0$  égaux en amplitude mais de signes opposés. Ainsi les profondeurs des puits pour chaque état interne ne sont plus les mêmes aux endroits où la polarisation est purement circulaire. Ceci modifie les distributions de population, la localisation des atomes et par conséquent l'intensité de la lumière diffusée dans chaque polarisation. On s'attend ainsi à ce que, par exemple,  $\langle I_{\sigma^+} \rangle \neq \langle I_{\sigma^-} \rangle$  pour un champ non nul. Une mesure du rapport entre ces deux valeurs, acquises simultanément grâce à deux détecteurs, permettrait d'obtenir des informations sur la température de spin du réseau comparables à celles qui sont rapportées dans la référence [113] à partir d'une technique de spectroscopie pompe/sonde.

### 3. L'effet Lamb-Dicke

Les raies vibrationnelles du spectre de corrélation d'intensité d'un atome dans un potentiel harmonique sont élargies en raison de la durée de vie finie des niveaux vibrationnels. Cette durée de vie n'est pas simplement l'inverse du taux total de diffusion de la lumière par un atome libre, c'est à dire  $\Gamma'^{-1}$ , mais elle est allongée considérablement par l'effet Lamb-Dicke [84, 16] : pour des atomes localisés à l'échelle de la longueur d'onde optique et à une dimension, la durée de vie des niveaux les plus profonds est de l'ordre de  $\Gamma'^{-1}/k^2 \Delta z^2$  où  $\Delta z$  est l'extension de la fonction d'onde correspondant au niveau.

Cet effet a été invoqué lors des premières mesures spectroscopiques à une dimension pour justifier la largeur très fine des raies Raman [9, 10] mais nous montrerons que ce n'est pas une explication suffisante à trois dimensions

Nous reprenons ici le calcul des durées de vie des niveaux vibrationnels effectué à une dimension dans la référence [16] en l'adaptant à notre géométrie. Puis nous montrerons que l'effet Lamb-Dicke détermine le rapport des quantités de lumière diffusées de façon élastique ou inélastique. Ces deux calculs seront exploités directement dans le prochain paragraphe.

#### 3.1. Durée de vie des niveaux vibrationnels

La fonction d'onde d'un atome dans l'état  $|-\rangle$ , localisé dans un puits et d'énergie  $(n_x + 1/2)\hbar\Omega_x + (n_y + 1/2)\hbar\Omega_y + (n_z + 1/2)\hbar\Omega_z$ , est le produit tensoriel  $|-\rangle \otimes |\Phi_n\rangle$  où les  $|\Phi_n\rangle$  ( $n = (n_x, n_y, n_z)$ ) sont les fonctions d'onde parfaitement connues de l'oscillateur harmonique. La durée de vie de cet état, c'est à dire l'inverse de son taux de départ, est déterminée par deux processus différents. L'atome peut être pompé optiquement vers un état  $|+\rangle$  de niveau vibrationnel quelconque. Le taux de transition associé, noté  $\Gamma_n^{(1)}$ , dépend de l'intensité de la composante de polarisation  $\sigma^+$  du champ lumineux sur l'étendue de la fonction d'onde. Mais l'atome peut aussi évoluer avec un taux  $\Gamma_{n \rightarrow m}^{(2)}$  vers un autre état du même puits, de même état interne, mais de nouveau niveau vibrationnel  $m \neq n$ . La sommation sur les niveaux  $m$  permet d'obtenir un taux  $\Gamma_n^{(2)}$  de départ vers un niveau  $m \neq n$  quelconque. Le taux de départ effectif d'un niveau vibrationnel donné est la somme de ces deux taux, à savoir  $\Gamma_n^{eff} = \Gamma_n^{(1)} + \Gamma_n^{(2)}$ .

Nous allons calculer ces taux pour un atome au fond du puits  $x = 0, y = 0, z = 0$  dans l'état  $|-\rangle$  se déplaçant dans la direction  $Oz$  ou dans la direction  $Ox$ .

Dans la direction  $Oz$ , le champ lumineux a une dépendance spatiale  $\vec{\xi}(z) = \cos(k_z z) \vec{e}_{-1} - i \sin(k_z z) \vec{e}_1$  où les vecteurs  $\vec{e}_{\pm 1}$  correspondent aux polarisations  $\sigma^\pm$ . Le taux de transfert  $\Gamma_n^{(1)}$  implique la composante de polarisation  $\sigma^+$  et vaut

$$\Gamma_{n_z}^{(1)} = \gamma_0 \langle \Phi_{n_z} | \sin^2(k_z z) | \Phi_{n_z} \rangle \quad (\text{III-7})$$

où  $\gamma_0 = 2/9\Gamma'$  est le taux de pompage optique pour la transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Dans la mesure où les atomes sont bien localisés, on développe  $\sin^2(k_z z)$  au deuxième ordre en  $z$  et, en utilisant la valeur moyenne  $\langle \Phi_{n_z} | k_z^2 z^2 | \Phi_{n_z} \rangle = (n_z + 1/2)\hbar k_z^2 / M\Omega_z$ , on obtient

$$\Gamma_{n_z}^{(1)} = \frac{2}{9}\Gamma' (n_z + 1/2) \frac{\hbar k_z^2}{M\Omega_z} \quad (\text{III-8})$$

S'il n'y a pas de changement d'état interne, le taux de transfert est

$$\Gamma_{n_z \rightarrow m_z}^{(2)} = \Gamma' \left[ \left| \langle \Phi_{n_z} | \cos(k_z z) e^{i\kappa z} | \Phi_{m_z} \rangle \right|^2 + \left| \frac{1}{3} \langle \Phi_{n_z} | \sin(k_z z) e^{i\kappa z} | \Phi_{m_z} \rangle \right|^2 \right] \quad (\text{III-9})$$

où  $\kappa$  est la projection sur l'axe  $Oz$  du photon spontané émis. Le premier terme du membre de droite décrit des processus d'absorption/émission de deux photons  $\sigma^-$  alors que, dans le second, la polarisation des photons est  $\sigma^+$ . Dans cette expression, une moyenne doit être effectuée sur la direction du photon émis, donc sur  $\kappa$ , et nous appliquons la procédure décrite par Courtois [17] qui permet d'obtenir un résultat approximatif simple :

$$\Gamma_{n_z}^{(2)} \simeq \Gamma' (n_z + 1/2) \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{2 \cos^2 \theta} \right) \frac{\hbar k_z^2}{M \Omega_z} \quad (\text{III-10})$$

Le terme en  $1/\cos \theta$  a son origine dans la dépendance spatiale en  $k_z = k \cos \theta$  du champ. En additionnant  $\Gamma_{n_z}^{(1)}$  et  $\Gamma_{n_z}^{(2)}$ , on obtient le taux de départ effectif d'un niveau vibrationnel  $n_z$

$$\Gamma_{n_z}^{eff} = \Gamma' (n_z + 1/2) \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2 \cos^2 \theta} \right) \frac{\hbar k_z^2}{M \Omega_z} \quad (\text{III-11})$$

Supposons à présent que l'atome n'est autorisé à se déplacer que dans la direction  $Ox$ . Dans ce cas, le champ lumineux a la dépendance spatiale  $\vec{\xi}(x) = \cos^2(k_x x/2) \vec{e}_{-1} - \sin^2(k_x x/2) \vec{e}_1$  et l'on effectue le calcul des taux de relaxation comme nous venons de le faire. Le terme  $\Gamma_{n_x}^{(1)}$  est ici d'ordre  $\langle (k_x x)^4 \rangle$  et nous le négligeons<sup>50</sup>. Le taux de pompage effectif est uniquement associé aux changements de sous-niveau vibrationnel dans un puits

$$\Gamma_{n_x}^{eff} = \Gamma' (n_x + 1/2) \frac{\hbar k^2}{2M \Omega_x} \quad (\text{III-12})$$

Les taux de départ des niveaux vibrationnels ne sont pas  $\Gamma'$  mais sont donc réduits par des facteurs de l'ordre de  $\omega_R/\Omega_{x,z}$ , c'est à dire de l'ordre de  $\sqrt{E_R/U_0} \simeq 1/15 - 1/40$  dans la plupart de nos expériences.

### 3.2. Diffusion élastique et diffusion inélastique

A une dimension, le régime *Lamb-Dicke* de forte localisation des atomes dans les puits de potentiel est caractérisé par la condition

$$k^2 \langle z^2 \rangle \ll 1 \quad (\text{III-13})$$

où  $\langle \dots \rangle$  est une moyenne sur la densité atomique. Dans ce régime, le potentiel est bien approché par un potentiel harmonique pour les niveaux vibrationnels les plus profonds et l'on a alors  $\langle z^2 \rangle = 2z_0^2 (\langle n_z \rangle + 1/2)$  où  $z_0 = \sqrt{\hbar/m\Omega_z}$  est la taille de l'état fondamental et  $\langle n_z \rangle$  est le nombre vibrationnel moyen. Une définition équivalente du régime Lamb-Dicke est donc la condition

$$\eta_z^2 \langle n_z \rangle \ll 1 \quad (\text{III-14})$$

<sup>50</sup> Ce point est important. Il signifie qu'un atome se déplaçant dans les directions  $Ox$  ou  $Oz$  n'est pas sensible au même type de pompage optique, ce qui a des conséquences pour les propriétés spectrales de la lumière qu'il diffuse mais aussi pour sa dynamique (voir le chapitre III-3).

où

$$\eta_z = kz_0 = \sqrt{\frac{\omega_R}{\Omega_z}} \quad (\text{III-15})$$

est le *paramètre de Lamb-Dicke* dans la direction  $Oz$  [121, 122]. On définit par analogie le paramètre  $\eta_x$  dans la direction  $Ox$ .

En écrivant  $k^2 \langle z^2 \rangle = (2 \langle n_z \rangle + 1) \omega_R / \Omega_z$ , on obtient à partir de la formule III-12 le taux de départ moyen

$$\Gamma_{\langle n_z \rangle}^{eff} = \Gamma' (2 \langle n_z \rangle + 1) \left( \frac{\cos^2 \theta}{3} + \frac{1}{2} \right) \frac{\omega_R}{\Omega_z} = \Gamma' \left( \frac{\cos^2 \theta}{3} + \frac{1}{2} \right) k^2 \langle z^2 \rangle \quad (\text{III-16})$$

ainsi que

$$\Gamma_{\langle n_x \rangle}^{eff} = \Gamma' (\langle n_x \rangle + 1/2) \frac{\hbar k^2}{2M\Omega_x} = \frac{\Gamma'}{2} k^2 \langle x^2 \rangle \quad (\text{III-17})$$

Il est plus limpide sur ces expressions que les taux de départ sont réduits quand on vérifie les conditions du régime Lamb-Dicke.

Le taux de diffusion *total* de la lumière est toujours  $\Gamma'$ , même dans le régime Lamb-Dicke et les taux calculés ci-dessus sont associés à des processus inélastiques. Soit  $\mathcal{R}$  le rapport de la puissance diffusée de façon inélastique à la puissance diffusée élastiquement dans le spectre de la fluorescence de l'atome. Dans le régime Lamb-Dicke, le taux de diffusion inélastique est beaucoup plus petit que le taux de diffusion total, donc le taux de diffusion élastique est très proche de  $\Gamma'$ . Par conséquent<sup>51</sup>  $\mathcal{R} \simeq 2\Gamma_{\langle n \rangle}^{eff} / \Gamma'$  et l'on en déduit donc les rapports des taux de diffusion dans les directions  $x$  et  $z$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_z &= \left( 1 + 2 \frac{\cos^2 \theta}{3} \right) k^2 \langle z^2 \rangle \\ \mathcal{R}_x &= k^2 \langle x^2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{III-18})$$

Rappelons que ces deux expressions sont, tout comme les formules III-11 et III-12, correctes uniquement dans le régime où les atomes sont bien localisés dans les puits de telle sorte que  $k_x x_{rms} \ll 1$  et  $k_z z_{rms} \ll 1$ . Cette condition est moins contraignante (surtout dans la direction  $Ox$ ) que la condition III-13.

L'étude des ions piégés dans des potentiels harmoniques a amené Wineland et Itano [124] à calculer le même type de quantité et ils obtiennent dans le régime Lamb-Dicke

$$\mathcal{R} \simeq k^2 \langle x^2 \rangle \quad (\text{III-19})$$

Cette condition est la même que celle que nous avons écrite ci-dessus pour la direction  $Ox$ , mais l'égalité est certainement fortuite dans la mesure où la géométrie étudiée par les auteurs est beaucoup plus simple que dans notre cas (un seul faisceau laser) et où ils étudient un atome à deux niveaux.

Wineland et Itano ont effectué en réalité un calcul non perturbatif en  $k^2 \langle x^2 \rangle$  et l'on peut vérifier à partir de leur article que le résultat approximatif ci-dessus reste bien vérifiée même en dehors du régime Lamb-Dicke jusqu'à  $k^2 \langle x^2 \rangle \simeq 5$ .

En conclusion, l'**effet Lamb-Dicke** se manifeste par :

<sup>51</sup> Le facteur 2 tient compte des composantes de fréquence positive et négative du spectre de fluorescence.

- un allongement des durées de vie des niveaux vibrationnels (formules III-11 et III-12)
- la diminution de la diffusion inélastique (formule (III-18))

La mesure du rapport  $\mathcal{R}$  dans un spectre de fluorescence permet d'avoir une estimation de  $k^2 \langle x^2 \rangle$  ou  $k^2 \langle z^2 \rangle$  suivant la direction d'observation. Il faut cependant être conscient que nos calculs ont été faits dans un cas très restrictifs, en n'autorisant l'atome à se déplacer que dans la direction  $Oz$  ou dans la direction  $Ox$ . On peut donc s'attendre à ce que les formules III-18 ne décrivent que qualitativement la réalité.

## 4. Largeur des raies vibrationnelles

La largeur de raie Raman à la fréquence  $\Omega_z$  est déterminée par les taux de relaxation  $\Gamma_{n_z, n_z+1}$  des cohérences entre les niveaux de vibration  $n_z$  et  $n_z + 1$ . Dans l'étude des réseaux à *une dimension*, Courtois et Grynberg [16] ont montré que, dans le régime Lamb-Dicke, les taux de relaxation des cohérences  $\Gamma_{n_z, n_z+1}$  sont du même ordre que les taux de relaxation effectifs des populations, qui ne sont rien d'autre que le taux de départ des niveaux vibrationnels  $\Gamma_{n_z}^{eff}$  que nous avons calculés. Par conséquent, il est légitime d'identifier les largeurs des résonances Raman observées avec le taux de relaxation moyen  $\Gamma_{\langle n_z \rangle}^{eff}$  donné par la formule III-16.

Si l'on généralise cette démarche à *trois dimensions* on s'attend à observer des largeurs

$$\delta\Omega_x \simeq \Gamma' (\langle n_x \rangle + 1/2) \omega_R / \Omega_x \quad (\text{III-20})$$

et

$$\delta\Omega_z \simeq \Gamma' (\langle n_z \rangle + 1/2) 2\omega_R / \Omega_z \quad (\text{III-21})$$

pour les raies Raman aux fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$ . La dépendance en angle de  $\delta\Omega_z$  est négligée dans la gamme  $20 - 40^\circ$  où nous travaillons.

Cette démarche est très simpliste (mais pas stupide !) : elle suppose que les oscillations sont découplées selon les trois axes et que les taux de relaxation des cohérences sont encore de l'ordre des taux de départ des niveaux vibrationnels. Nous allons montrer dans deux situations différentes que ce raisonnement n'est pas en accord avec les résultats expérimentaux. Puis, suivant une idée de Grynberg et Triché [123] et en nous appuyant sur des résultats expérimentaux spécifiques, nous donnerons quelques pistes pour comprendre l'origine de notre erreur.

### 4.1. Spectres dans la direction $Oz$

Un premier exemple intéressant est issu de l'observation dans une direction proche de  $Oz$  pour un réseau de petit angle  $\theta = 20^\circ$ . Le spectre de la figure III-15 présente, puisque le détecteur n'est pas dans l'axe, des raies Raman aux fréquences  $\Omega_z$  et  $\Omega_x$ . En supposant que la température cinétique est isotrope<sup>52</sup> et en appliquant le théorème du viriel au potentiel atomique, on obtient la relation suivante liant la température et la localisation :

$$U_0 k_x^2 \langle x^2 \rangle = U_0 k_z^2 \langle z^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T \quad (\text{III-22})$$

<sup>52</sup> Ceci a été vérifié pour un angle  $\theta = 45^\circ$  dans la référence [19]. Si l'angle du réseau est plus petit, le potentiel est très asymétrique et il n'est pas du tout sûr que cette hypothèse reste vérifiée.

Or, dans l'hypothèse harmonique, on a aussi  $k^2 \langle x^2 \rangle = (2 \langle n_x \rangle + 1) \omega_R / \Omega_x$  et en appliquant cette formule et son analogue dans la direction  $Oz$  à la relation III-22, on déduit que

$$\frac{2 \langle n_x \rangle + 1}{2 \langle n_z \rangle + 1} = \frac{1}{\sqrt{2} \tan \theta}$$

En combinant cette relation avec les expressions des largeurs III-20 et III-21, on obtient

$$\frac{\delta \Omega_x}{\delta \Omega_z} = \frac{1}{2 \tan^2 \theta} \quad (\text{III-23})$$

Pour un angle  $\theta = 20^\circ$ , la raie à  $\Omega_x$  devrait être près de quatre fois plus large que la raie à  $\Omega_z$ , ce qui est en complète contradiction avec le spectre de la figure III-15 où ce rapport est en fait inversé. Ceci constitue une première contradiction.

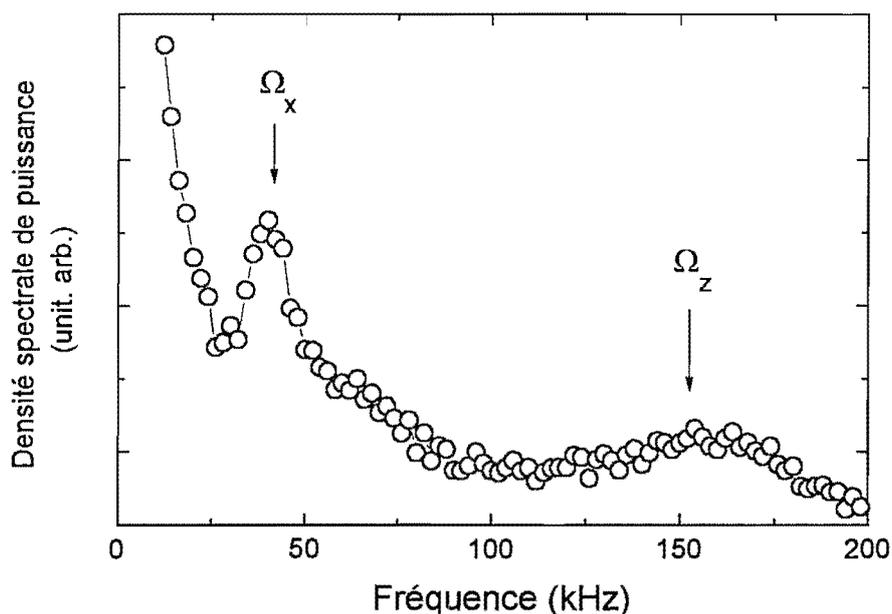


Figure III-15 : Spectre de corrélation d'intensité observé dans une direction faisant un angle de  $10^\circ$  avec l'axe  $Oz$ . L'angle du réseau est  $\theta = 20^\circ$  et le désaccord est  $\delta = -5\Gamma$ . Le rapport des largeurs des raies vibrationnelles à  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  n'est pas en accord avec un modèle simple négligeant l'anharmonicité et le transfert de cohérence.

## 4.2. Spectres dans la direction $Ox$

La géométrie de notre expérience nous a permis de réaliser des réseaux avec différents angles, donc pour différentes tailles de la cellule élémentaire. Nous avons mesuré des spectres dans la direction  $Ox$  pour les angles  $\theta = 20, 30$  et  $40^\circ$ . Notre but est d'estimer le rapport  $\mathcal{R}$  de la puissance inélastique à la puissance élastique, d'en déduire  $k^2 \langle x^2 \rangle$  par la formule III-18, de calculer une estimation de la largeur  $\delta \Omega_x$  par la formule III-20 et de la comparer à la valeur

réellement mesurée.

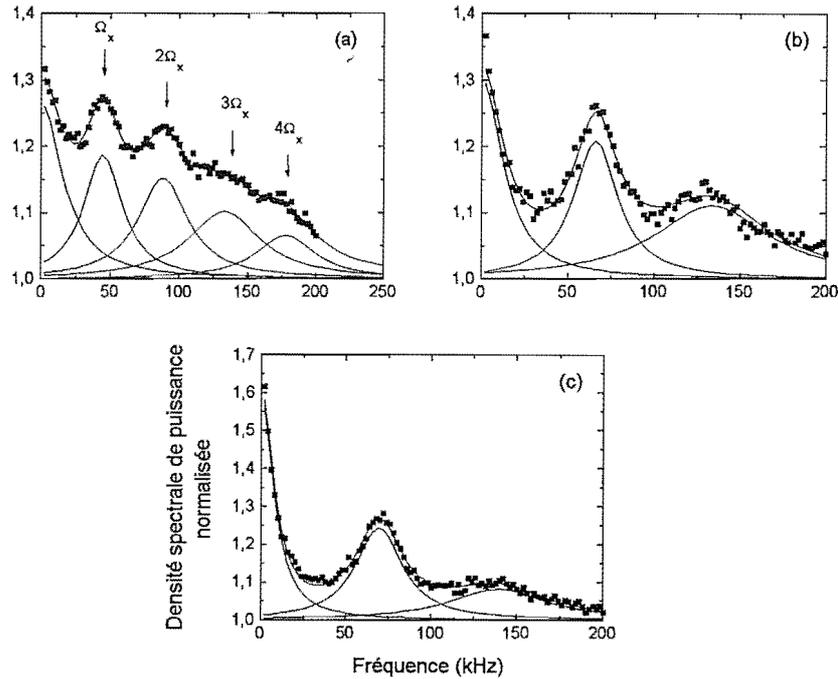


Figure III-16 : Spectres d'autocorrélation mesurés dans la direction  $Ox$  pour différents angles du réseau. La profondeur de puits et le taux de diffusion sont les mêmes dans les trois figures :  $U_0 = 600E_R$  et  $\Gamma' = 25\omega_R$ . Seul l'angle du réseau varie : (a)  $\theta = 20^\circ$  (b)  $\theta = 30^\circ$  (c)  $\theta = 40^\circ$ . Les courbes sont les différentes composantes d'ajustements à plusieurs lorentziennes.

Le pas du réseau est proportionnel à  $1/\sin\theta$  dans la direction  $Ox$  et varie d'un facteur proche de 2 dans la gamme d'angles étudiée. Les spectres de la figure III-16 mesurés dans les mêmes conditions de profondeur de puits et de taux de diffusion  $\Gamma'$  présentent d'importantes différences qualitatives qui sont attribuées à la différence de géométrie du potentiel. A petit angle notamment, il existe des harmoniques d'ordre élevé et la partie inélastique du spectre est dominante. Pour quantifier ces différences, on effectue un ajustement à plusieurs lorentziennes sur chacun des spectres. Les paramètres de chacune des lorentziennes sont libres et les différentes composantes sont représentées sur la figure. L'ajustement des données est très correct.

A partir de cet ajustement, on mesure le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  de la somme des aires des composantes de fréquence centrale non nulle et de l'aire de la composante de fréquence centrale nulle. C'est en effet le rapport de la partie inélastique à la partie élastique du spectre de corrélations d'intensité. En supposant que la partie inélastique du spectre d'autocorrélation est en grande partie constituée de l'autoconvolution de la partie élastique avec la partie inélastique du spectre optique, on obtient la relation simple  $\mathcal{R}_{\text{correl}} = 2\mathcal{R}$ . Cette relation est démontrée et discutée dans l'annexe III-A. Elle est vérifiée essentiellement dans le régime de Lamb-Dicke. Nous discutons également dans cette annexe l'origine des harmoniques très nettes de la figure III-16.

On a présenté dans le tableau III-9 le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  déduit du spectre d'autocorrélation et la valeur de  $k^2 \langle x^2 \rangle$  déduite de la formule III-18 en supposant que  $\mathcal{R}_{\text{correl}} = 2\mathcal{R}$ . La conclusion qui

s'impose est que la diffusion ne s'effectue pas dans le régime Lamb-Dicke puisque  $k^2 \langle x^2 \rangle$  est de l'ordre de 1 dans les trois cas. **C'est la qu'est la seconde contradiction puisque, hors du régime Lamb-Dicke, les largeurs des raies Raman devraient être de l'ordre de  $\Gamma'$ , c'est à dire que les raies Raman ne devraient pas être résolues. Or, même à  $\theta = 20^\circ$ , elles sont parfaitement visibles sur le spectre III-16(a).**

$\theta$ ( $^\circ$ )	20	30	40
$\mathcal{R}_{\text{correl}}$	4.5	3.5	2.6
$k^2 \langle x^2 \rangle$	2.2	1.8	1.3

Tableau III-9 : Le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  pour des spectres dans la direction  $Ox$  et le paramètre de Lamb-Dicke qu'on en déduit pour différents angles du réseau.

Il faut noter ici que la valeur de  $k^2 \langle x^2 \rangle$  que nous déduisons du spectre n'est certainement pas correcte hors du régime Lamb-Dicke. Cela n'invalide pas notre raisonnement précédent, car, si nous étions dans ce régime, le taux de diffusion inélastique serait beaucoup plus petit.

Nous disposons d'un moyen indépendant d'estimer  $k^2 \langle x^2 \rangle$ . En se reportant à la formule III-22 issue du théorème du viriel, on s'aperçoit que la mesure de la température  $T$  par temps de vol permet d'avoir accès à la localisation spatiale, plus précisément à  $k_x^2 \langle x^2 \rangle$  qu'on suppose égal à  $k_z^2 \langle z^2 \rangle$ . Les résultats des mesures de température présentés dans le chapitre II-2 ont permis de montrer que  $k_B T = 0.34 U_0$  dans une grande plage de paramètres et pour un angle du réseau  $\theta = 30^\circ$ . On en déduit que  $k_z^2 \langle z^2 \rangle = k_x^2 \langle x^2 \rangle = 0.17$ , c'est à dire que les atomes sont très bien localisés à l'intérieur d'un puits. Mais d'autre part, l'angle du réseau est tel que  $k^2 \langle z^2 \rangle = 0.22$  et  $k^2 \langle x^2 \rangle = 0.64$ , soit trois fois moins que la valeur présentée dans le tableau III-9. Là encore, on ne peut accorder trop de crédit à la valeur exacte de  $k^2 \langle x^2 \rangle$  car elle repose sur une hypothèse contestable, l'isotropie de la température. Elle indique surtout que, si les atomes sont clairement dans le régime Lamb-Dicke dans la direction  $Oz$ , ils ne le sont pas dans la direction  $Ox$ . On vérifie d'ailleurs sur le spectre de la figure III-6(c), qui est mesuré dans la direction  $Oz$ , que le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  est de l'ordre 0.4. Celui-ci est certainement une borne supérieure dans la mesure où la valeur exacte du spectre n'est pas connue à fréquence nulle, ce qui ne permet pas de déterminer précisément la puissance diffusée élastiquement. On en déduit donc d'après la formule III-18 que  $k^2 \langle z^2 \rangle \simeq 0.1$ , ce qui est en accord avec le résultat issu du théorème du viriel.

Par conséquent, on confirme par deux arguments indépendants que  $k^2 \langle x^2 \rangle$  n'est pas petit devant 1. Même si l'on ne sait pas estimer la valeur  $k^2 \langle x^2 \rangle$  à partir du spectre dans ce cas, le fait que la composante inélastique est importante est bien le signe que la diffusion ne s'effectue pas dans le régime de Lamb-Dicke. Les raies Raman associées aux oscillations dans la direction  $Ox$  sont donc trop fines par rapport à ce que l'on attendait avec un raisonnement simple (formule III-20). Notons enfin que la diffusion dans la direction  $Oz$ , elle, s'effectue bien dans le régime de Lamb-Dicke.

### 4.3. Anharmonicité et transfert de cohérence

Résumons les points contradictoires :

1. à petit angle, le rapport des largeurs de raie  $\delta\Omega_x/\delta\Omega_z$  de la figure III-15 est beaucoup plus petit que prévu
2. les raies Raman du spectre III-16(a) sont fines même hors du régime Lamb-Dicke

Nous interprétons ces contradictions en considérant le critère d'harmonicité du potentiel et un mécanisme de transfert de cohérence. La largeur des raies est en toute rigueur déterminée par les taux de relaxation des cohérences et Grynberg et Triché [123] ont montré récemment comment calculer ces taux dans un réseau à trois dimensions. Dans l'équation d'évolution de la cohérence  $\sigma_{n,n+1}$ , il existe des termes d'alimentation proportionnels à chacune des cohérences  $\sigma_{n+i,n+1+i}$  où  $i$  est un entier positif. Quand le potentiel est harmonique, toutes ces cohérences évoluent à la même fréquence et il se produit un *transfert de cohérence* très efficace. Les taux de relaxation des cohérences ne sont plus alors de l'ordre des taux de départ des niveaux vibrationnels, mais ils sont beaucoup plus petits. Les raies Raman sont alors beaucoup plus fines que ne le laissent penser les formules III-20 et III-21 et le critère du régime de Lamb-Dicke ( $k^2 \langle x^2 \rangle \ll 1$ ) ne suffit pas à tirer des conclusions sur la largeur des raies. Phillips et Westbrook ont montré qu'un atome à deux niveaux dans un potentiel harmonique, soumis au refroidissement Doppler<sup>53</sup>, était sensible au même type de mécanisme [116].

Pour un potentiel *anharmonique*, la situation n'est pas la même puisque les cohérences entre niveaux vibrationnels évoluent à des fréquences différentes. Il n'y a plus de transfert entre différentes cohérences et, dans ces conditions, les taux de relaxation des cohérences sont effectivement de l'ordre des taux de départ des niveaux vibrationnels, comme nous l'avions supposé dans notre modèle simple. De plus, en raison de l'anharmonicité, la raie Raman est constituée de la somme de raies à des fréquences légèrement décalées associées aux cohérences  $\sigma_{n+i,n+1+i}$ . L'anharmonicité est donc responsable d'un élargissement inhomogène et les formules III-20 et III-21 sont certainement des bornes inférieures des largeurs réelles.

Nous interprétons par conséquent les spectres de la figure III-16 de la façon suivante : la diffusion n'est pas majoritairement élastique parce que les conditions du régime de Lamb-Dicke ne sont pas remplies ( $k^2 \langle x^2 \rangle \simeq 1$ ) mais les raies Raman sont bien résolues parce que le potentiel est en bonne approximation harmonique. Ce spectre fournit donc le premier exemple très net de situation où largeur de raie étroite et diffusion élastique ne vont pas de pair.

Qu'en est-il du spectre de la figure III-15 ? Le potentiel lumineux vu par les atomes est anisotrope, surtout à petit angle, et ce spectre illustre un effet de forme du potentiel. Suivant une suggestion de Grynberg et Triché [123], nous considérons que le potentiel est "moins harmonique" dans la direction  $Oz$  que dans la direction  $Ox$ . Pour quantifier cette affirmation, introduisons le critère d'harmonicité suivant<sup>54</sup> [117] : le puits de potentiel sera considéré comme harmonique si, quel que soit le niveau  $n$  occupé, on a

$$D_n = \frac{1}{\hbar} \frac{\Delta_{n+1} - \Delta_n}{\Gamma_n} \ll 1 \quad (\text{III-24})$$

où  $\Delta_n = E_{n+1} - E_n$  est la différence d'énergie entre niveaux adjacents, c'est à dire la fréquence d'évolution de la cohérence  $\sigma_{n,n+1}$ , et  $\Gamma_n$  est le taux de relaxation de la population  $\sigma_{n,n}$  dans le niveau  $n$ . Cette condition exprime le fait que, dans un potentiel harmonique, les différentes fréquences d'évolution des cohérences sont très peu différentes à l'échelle du temps caractéristique d'évolution des populations. C'est la condition d'un bon transfert de cohérence. Triché [117] a montré que, dans les directions  $x$  et  $y$ , la condition III-24 était bien vérifiée alors que ce n'est pas le cas dans la direction  $z$ . Cette différence se manifeste sur le spectre de la figure III-15. La raie à la fréquence  $\Omega_x$  est réduite par le transfert de cohérence mais ce mécanisme

<sup>53</sup> Leur raisonnement n'est pas directement applicable à un réseau puisque, dans ce cas, les simulations numériques montrent que le refroidissement Doppler ne joue pas un rôle important.

<sup>54</sup> C'est un critère particulier bien adapté à notre problème mais certainement pas "le" critère d'harmonicité.

n'opère pas pour la raie à  $\Omega_z$  puisqu'elle est associée à un potentiel plus anharmonique. La raie à  $\Omega_z$  est donc large. On note l'efficacité du transfert de cohérence qui parvient à inverser par un facteur proche de 10 le rapport des largeurs des raies !

Nous avons enfin effectué un dernier test de nos interprétations. On présente sur la figure III-17 les largeurs des raies Raman à la fréquence  $\Omega_x$  pour trois angles du réseau différents et à profondeur de puits fixée. La largeur ne dépend pas de  $\Gamma'$  pour des angles  $\theta = 30^\circ$  ou  $40^\circ$ , ce qui laisse penser qu'elle est de nature inhomogène. Par contre, pour  $\theta = 20^\circ$  et au delà d'un certain seuil, la largeur augmente fortement en fonction de  $\Gamma'$ , comme on s'y attend d'après la formule III-20. Ceci est en accord avec l'idée que l'anharmonicité est d'autant plus importante que l'angle est grand et est une cause d'élargissement inhomogène. L'existence d'un seuil pour l'angle  $\theta = 20^\circ$  laisse penser qu'une largeur peut être pour partie homogène et pour partie inhomogène.

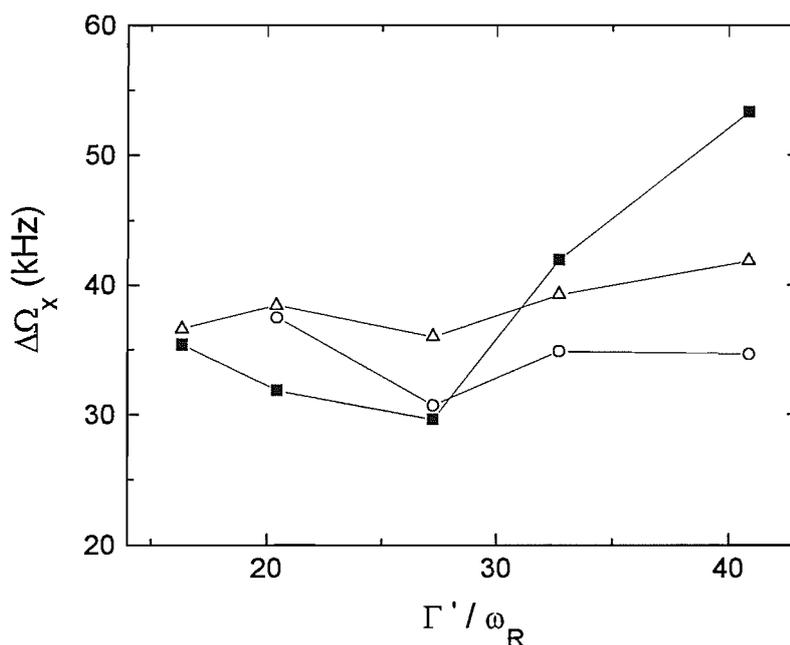


Figure III-17 : Largeur expérimentale de la raie à  $\Omega_x$  en fonction du taux de diffusion normalisé  $\Gamma' / \omega_R$  à profondeur de puits  $U_0 = 650E_R$  constante. Carrés :  $\theta = 20^\circ$ ; cercles :  $\theta = 30^\circ$ ; triangles :  $\theta = 40^\circ$ . Les raies sont mesurées sur des spectres dans la direction  $Ox$ .

## 5. Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre que la spectroscopie par corrélations d'intensité était une technique d'étude des raies Raman performante. Nous avons retrouvé des résultats connus (position des raies, rapport des fréquences) mais nous avons aussi mis en évidence des "points durs" à propos de la largeur de raie et de la diffusion inélastique :

- pour des réseaux de petit angle, la localisation est faible et la diffusion de la lumière est

**essentiellement inélastique**

- **les largeurs de raies semblent déterminées par la compétition entre l'anharmonicité du potentiel et un mécanisme de transfert de cohérence.** Ce point devra être approfondi et confirmé mais des calculs des largeurs à trois dimensions sont nécessaires

Nous avons également montré que **la fluorescence dans le régime transitoire donne accès à la dynamique de la localisation.**

# Chapitre III-2

## Dynamique interne et transport diffusif

Jusqu'à présent, nous n'avons pas pleinement exploité tous les degrés de liberté de la lumière diffusée par les atomes dans le réseau. En particulier, la polarisation de la lumière n'a pas joué un rôle important dans l'étude des résonances Raman dans le chapitre précédent. Ce degré de liberté est pourtant crucial dans les réseaux que nous étudions puisque la polarisation de la lumière diffusée est étroitement corrélée avec la position des atomes, comme on le voit sur la figure III-14. Le refroidissement Sisyphes accumule les atomes au fond de puits de potentiel où la polarisation locale du champ est purement circulaire de telle sorte que la lumière diffusée par ces atomes dans la direction  $Oz$  a une polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  selon leur état interne. On s'attend donc à ce que le choix de polarisation détectée ait des influences importantes sur la nature de l'information contenue dans les spectres.

Nous nous intéresserons dans ce chapitre exclusivement à la lumière diffusée dans la direction  $Oz$  et nous étudierons les spectres d'autocorrélation d'une composante de polarisation circulaire et les spectres de corrélations croisées entre deux composantes de polarisation circulaire différentes. Nous présenterons l'allure de quelques spectres et fonctions de corrélations expérimentaux (§1), puis nous développerons une étude théorique de la dynamique et du transport dans un réseau à une dimension (§2) et nous appliquerons ces résultats à l'étude des spectres expérimentaux à trois dimensions (§3).

### 1. Spectres et fonctions de corrélation expérimentales

On a représenté sur les figures III-18 Des spectres ((a) et (c)) et des fonctions de corrélation temporelles ((b) et (d)) mesurés dans la direction  $Oz$  pour un angle du réseau  $\theta = 30^\circ$ . On distingue sur le spectre d'autocorrélation en polarisation  $\sigma^-$  de la figure III-18(a) un pic central étroit (structure Rayleigh), une bande latérale vibrationnelle à la fréquence  $\Omega_z$  ainsi qu'un piédestal large et dont la forme est difficile à caractériser. Dans le domaine temporel (figure III-18(b)), deux constantes de temps associées à deux évolutions exponentielles apparaissent clairement. La plus courte, de l'ordre de  $2 \mu s$ , correspond dans le domaine spectral au piédestal observé alors que la seconde, de l'ordre de  $25 \mu s$ , correspond à la structure Rayleigh.

Alors que nous avons toujours observé des résonances Raman sur nos spectres jusqu'à présent, l'un des traits les plus frappants dans le spectre de corrélations croisées  $\sigma^-/\sigma^+$  de la figure III-18(c) est l'absence de bandes latérales aux fréquences  $\Omega_z$  ou  $\Omega_x$ . Seule une structure centrale très fine est visible. La fonction de corrélation temporelle présente une forme monoexponentielle<sup>55</sup> décroissante avec une constante de temps de l'ordre de  $50 \mu s$  après un régime où elle croissante à temps court. Cette croissance sera étudié en détail dans le chapitre III-4 et nous nous intéressons ici uniquement au comportement asymptotique de la fonction de corrélations croisées.

On retrouve dans cette situation expérimentale la complémentarité entre les corrélations d'in-

<sup>55</sup> Cette fonction est normalisée par sa valeur à délai long.

tensité dans les domaines temporel et spectral. Dans le domaine temporel, des constantes de temps exponentielles sont facilement différenciées car elles se présentent sous forme de droite en échelle logarithmique. Dans le domaine spectral par contre, il est difficile de séparer les évolutions ou même simplement de décider à partir de figures III-18(a) et (c) la nature de la structure centrale (lorentzienne, gaussienne...). Nous avons vu dans le chapitre I-1 (§1.4) que la forme des fonctions de corrélation est un premier indice sur la nature du transport. Dans la situation présente, il sera nécessaire de développer un modèle permettant de relier le transport et la forme mais la conclusion sera en fait la même : une décroissance gaussienne et une décroissance exponentielle ne sont pas associées aux mêmes processus de transport. Disposer de la technique temporelle est crucial dans le cadre de l'étude du transport atomique.

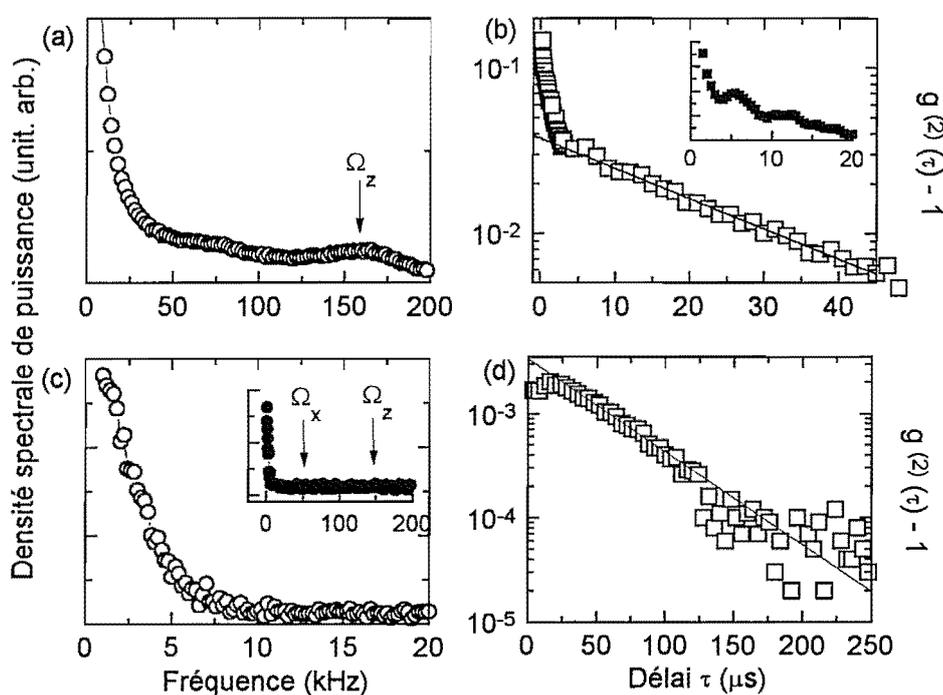


Figure III-18 : Spectres et fonctions de corrélation observés dans la direction  $Oz$ . (a) Spectre et (b) fonction d'autocorrélation pour la polarisation  $\sigma^-$ . La figure dans l'encadré est mesurée avec une autre résolution temporelle et permet d'observer des oscillations dans le domaine temporel. (c) Spectre et (d) fonction de corrélation croisée  $\sigma^-/\sigma^+$ . On n'observe pas de Raie Raman aux fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  sur le spectre de corrélations croisées. Notons que l'échelle des fréquences des figures (a) et (c) est très différente.

Le transport dans un réseau résulte des sauts d'un atome entre puits de potentiel. Dans les conditions expérimentales des figures III-18, les sauts s'effectuent essentiellement vers les puits connexes et la polarisation de la lumière diffusée est différente avant ( $\sigma^\pm$ ) et après le saut ( $\sigma^\mp$ ) et ce sont donc des événements avec saut qui contribuent à la fonction de corrélations croisées. Or on note que cette fonction est près de cent fois plus faible que la fonction d'autocorrélation. Ceci signifie que le taux de sauts entre puits est faible si on le compare par exemple au taux de diffusion de la lumière dans une polarisation donnée. L'amplitude modeste du signal a nécessité

une durée d'acquisition importante de l'ordre d'une heure alors que la fonction d'autocorrélation de la figure III-18(a) est obtenue en dix minutes environ. Observer avec peu de bruit un signal si petit est une preuve de la robustesse de la technique des corrélations d'intensité.

## 2. Etude théorique du transport dans un réseau 1D

Pour interpréter les spectres observés, nous nous sommes restreints à une étude théorique à une dimension. Nous reviendrons sur cette approximation à la fin de cette section. Nous avons appliqué les techniques de simulation numérique présentées dans le chapitre II-1 au cas du potentiel unidimensionnel de la figure III-14. Pour éviter toute confusion, notons immédiatement que **tous les résultats et toutes les courbes présentés dans ce paragraphe sont issus du calcul numérique.**

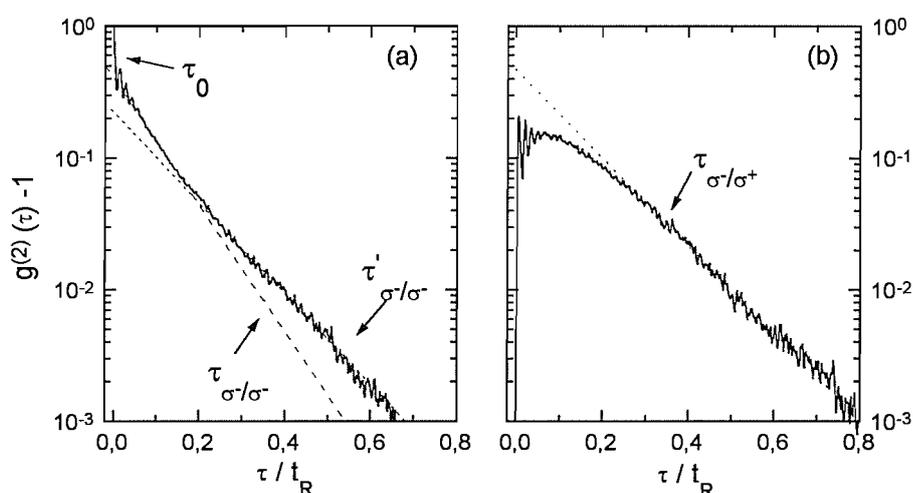


Figure III-19 : Fonctions temporelles d'autocorrélation  $g_{-1,-1}^{(2)}(\tau)$  (a) et de corrélations croisées  $g_{-1,1}^{(2)}(\tau)$  (b) en polarisation circulaire. L'échelle temporelle est  $t_R = 2\pi/\omega_R \simeq 260\mu\text{s}$  pour l'atome de  $^{85}\text{Rb}$ . Différentes constantes de temps associées à des décroissances exponentielles sont visibles : (a) une constante très courte  $\tau_0$ , une constante intermédiaire  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  et une constante longue  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$ ; (b) une seule constante notée  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  est visible sur la fonction de corrélations croisées,

Des fonctions de corrélations temporelles calculées sont présentées sur la figure III-19. On note un bon accord *qualitatif* avec les courbes expérimentales III-18(b) et (d) à quelques exceptions près :

- La fonction d'autocorrélation présente trois constantes de temps au lieu de deux. On reconnaît les constantes courte  $\tau_0$  et intermédiaire  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  sur les spectres expérimentaux mais pas la constante la plus longue  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$ . Celle-ci est, sur les spectres théoriques, sensiblement égale à la constante de la fonction de corrélations croisées  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ .
- La fonction de corrélations croisées présente des oscillations.
- Le rapport des amplitudes maximales des deux fonctions de corrélations est de l'ordre de 10 au lieu de 100 pour les fonctions expérimentales.

En ce qui concerne le premier point, on peut noter que la décroissance lente associée à  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$  serait difficilement visible expérimentalement puisqu'elle n'est dominante qu'à temps long quand la fonction de corrélation a une amplitude très faible. Il serait difficile de disposer d'un signal assez important pour discriminer les deux constantes qui sont relativement peu différentes. D'autre part, l'absence des oscillations sur la fonction croisée ainsi que la question des rapports d'amplitudes seront des points expliqués dans le cours de ce chapitre et attribués au fait que la transition atomique des atomes de rubidium n'est pas la transition  $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$  utilisée dans la simulation numérique.

Notre démarche dans la suite de ce chapitre va être de tenter d'interpréter les spectres théoriques en profitant au maximum de la souplesse des simulations numériques (sélection d'énergie, d'état interne...).

### 2.1. La dynamique dans un puits

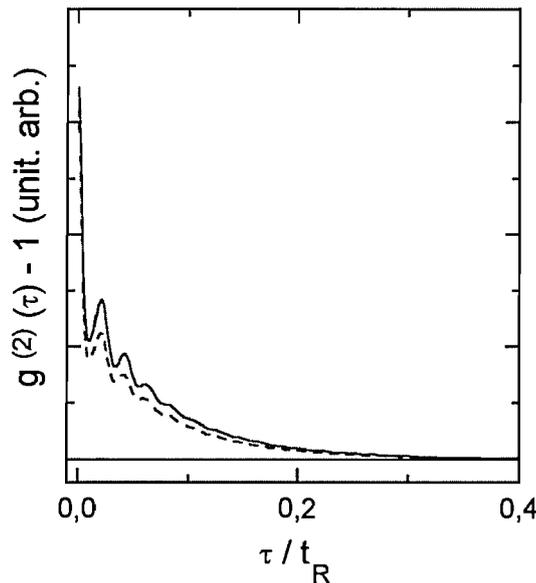


Figure III-20 : Fonction d'autocorrélation pour différents types de sélection d'état interne. En traits pleins, fonction de corrélation totale et, en tirets, seuls les atomes dans l'état  $m_z = -1/2$  à  $t = 0$  et à  $t = \tau$  sont retenus dans le calcul. Les autres fonctions (état  $\pm 1/2$  à  $t = 0$  et  $\mp 1/2$  à  $t = \tau$  ou état  $+1/2$  aux deux instants) sont confondues avec l'axe des abscisses à cette échelle.

L'un des intérêts majeurs des simulations numériques est le fait qu'elles permettent d'identifier les caractéristiques des atomes qui contribuent majoritairement à un signal donné. On peut ainsi imposer des bornes à leurs degrés de liberté externes (énergie, vitesse, position...) ou encore sélectionner leur état interne. On a représenté sur la figure III-20 en tirets la fonction d'autocorrélation dans le cas où on ne tient compte que des atomes dans l'état interne  $m_z = -1/2$  aux instants initiaux et finaux<sup>56</sup>. La courbe est quasiment confondue avec la fonction de corrélation totale (en traits pleins) comme on pouvait s'y attendre puisque ce sont essentiellement les

<sup>56</sup> Cela signifie que les atomes qui ne vérifient pas cette condition ne contribuent pas au calcul de la fonction

atomes dans l'état  $m_z = -1/2$  qui diffusent la lumière avec une polarisation  $\sigma^-$ .

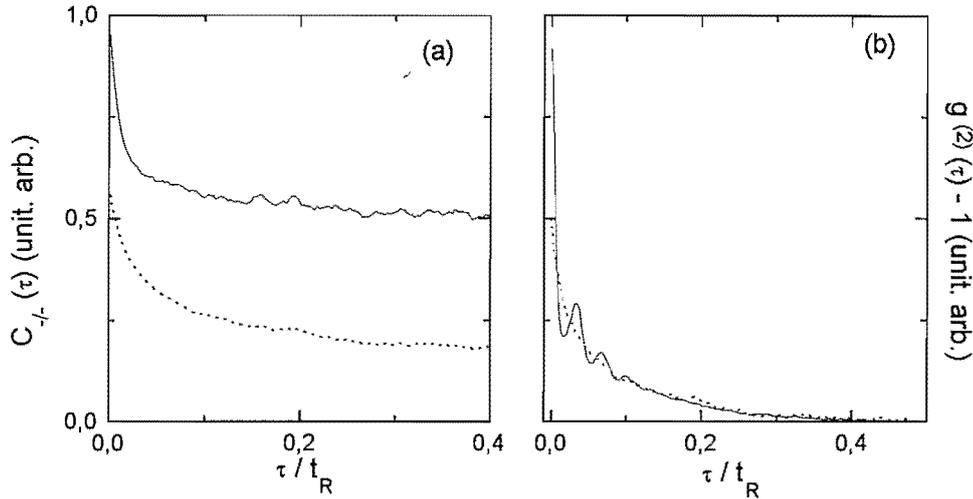


Figure III-21 : (a) Fonctions de corrélation de l'état interne  $C_{-/-}(\tau)$ . En pointillés, on impose une sélection en énergie, ce qui signifie que seuls les atomes localisés aux instants  $t = 0$  et  $t = \tau$  sont pris en compte dans le calcul. (b) Comparaison entre la fonction d'autocorrélation de l'intensité  $g_{-1,-1}^{(2)}(\tau)$  (trait plein) et la fonction de corrélation de l'état interne pour des atomes localisés (pointillés).

La relation très étroite entre état interne et polarisation de la lumière diffusée laisse penser que la fonction d'autocorrélation  $\sigma^-/\sigma^-$  est une bonne "indicateur" de l'état interne de l'atome. Pour vérifier cette intuition, introduisons la fonction de corrélation de l'état interne  $C_{-/-}(\tau)$  définie de la façon suivante :  $C_{-/-}(\tau) = 1$  si  $m_z = -1/2$  aux instants  $t = 0$  et  $t = \tau$  mais  $C_{-/-}(\tau) = 0$  si un changement d'état interne s'est produit. Cette fonction représentée sur la figure III-21(a) a une allure complexe mais elle se réduit à une simple exponentielle si l'on ne tient compte lors de son calcul que des atomes localisés au fond des puits de potentiel<sup>57</sup> (courbe en pointillé). La constante de temps qu'on en déduit est ce que nous appellerons *la durée de vie de l'état interne notée  $\tau_{-/-}$* . Nous avons vérifié dans un calcul direct de la distribution des longueurs de sauts entre puits que la plupart des sauts sont effectués vers le puits connexe. Pour cette raison, et dans le cas où les atomes sont bien localisés (donc à grande profondeur de puits, voir le paragraphe §III-1.2),  $\tau_{-/-}$  est aussi la durée de vie d'un atome dans un puits, c'est à dire le temps nécessaire à un atome bien localisé pour quitter un puits donné. Il faut être conscient qu'en faisant cette approximation on néglige les sauts qui conservent l'état interne.

A présent, comparons sur la figure III-21(b), la décroissance de l'état interne pour des atomes localisés et la décroissance de la fonction d'autocorrélation  $g_{-1,-1}^{(2)}(\tau)$ . La conclusion qui s'impose est que  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  est très proche de la durée de vie dans un puits :

de corrélation. Cependant, on continue à suivre leur trajectoire et ils peuvent contribuer à nouveau à un instant ultérieur

<sup>57</sup> Dans nos conventions, pour un puits de profondeur  $U_0$  à une dimension selon  $Oz$ , l'énergie potentielle prend des valeurs entre  $-U_0/2$  et  $-3U_0/2$ . Notre critère de localisation est que l'énergie totale soit inférieure à  $-U_0$  (la moitié de la profondeur du potentiel) aux instants initiaux et finaux.

$$\tau_{\sigma^-/\sigma^-} \simeq \tau_{-/-} \quad (\text{III-25})$$

La seconde constante de temps de la fonction d'autocorrélation,  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$ , n'est pas visible à l'échelle de la figure. Sa signification sera éclaircie dans la prochaine section. Pour confirmer la relation III-25, nous avons effectué une étude systématique des constantes de temps  $\tau_{-/-}$  et  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  pour une large gamme de paramètres du réseau. Les figures III-22(a) et (b) confirment que ces deux quantités sont approximativement identiques. Dans la gamme de paramètres étudiés expérimentalement ( $\delta = -5\Gamma$  ou  $\delta = -10\Gamma$ ,  $200E_R \leq U_0 \leq 800E_R$ ), elles varient toutes deux très peu. Cependant,  $\tau_{-/-}$  présente des variations beaucoup plus importantes et

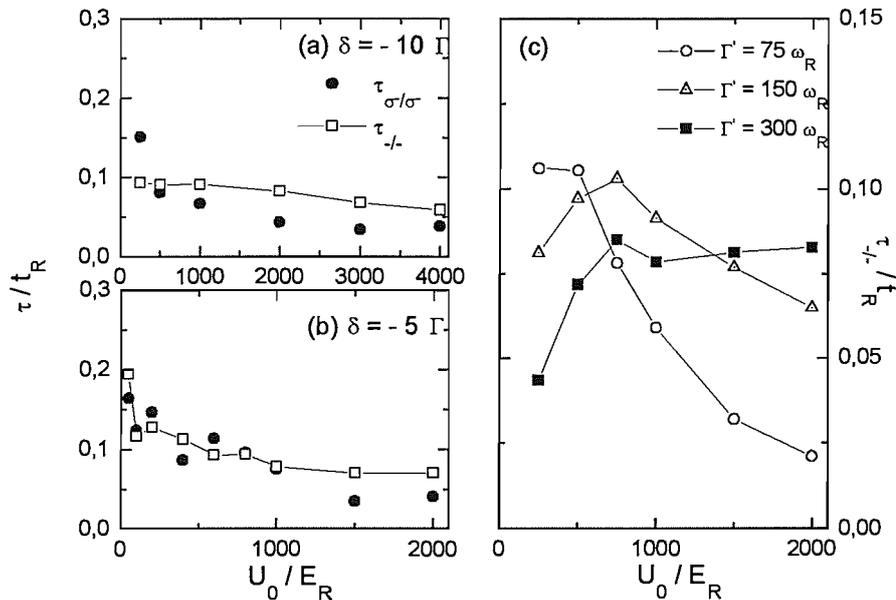


Figure III-22 : (a) et (b) : Comparaison entre la durée de vie dans un puits  $\tau_{-/-}$  (ou constante de temps de l'état interne) et la constante de temps de la fonction d'autocorrélation  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$ . (c) Variation de  $\tau_{-/-}$  en fonction de la profondeur de puits à taux  $\Gamma'$  fixé.

intéressantes si l'on s'autorise une plage de désaccords et d'intensités plus grande qui n'est malheureusement pas accessible dans l'expérience. Ainsi, on a représenté sur la figure III-22(c) l'évolution de  $\tau_{-/-}$  en fonction de la profondeur des puits  $U_0/E_R$  pour trois taux de diffusion  $\Gamma'$  différents. Le désaccord varie entre  $-1.25$  et  $-40\Gamma$ . La quantité importante dans l'évolution de  $\tau_{-/-}$  est plutôt le taux de pompage optique. A faible profondeur de puits, quand les atomes sont mal localisés, il est quasiment le taux de pompage optique pour des atomes libres  $\gamma_0 = 2/9\Gamma'$  et l'on s'attend à ce que  $\tau_{-/-}$  soit une fonction croissante de  $\Gamma'^{-1}$  comme c'est effectivement le cas. Cependant, à grande profondeur de puits, le taux de pompage optique dépend de la localisation spatiale et des caractéristiques du réseau (voir la formule III-8) et il est plus difficile de prédire la dépendance de  $\tau_{-/-}$ . Ainsi, nous n'avons pas d'explication simple pour expliquer pourquoi la dépendance en  $\Gamma'$  est inversée à grande profondeur de puits..

Remarquons enfin sur la figure III-21(b) que la fonction de corrélation de l'état interne  $C_{-/-}(\tau)$  pour des atomes localisés et la fonction d'autocorrélation  $g_{\sigma^-/\sigma^-}^{(2)}(\tau)$  ne sont pas en accord à temps court. Ce sont les atomes mal localisés (dont l'énergie est supérieure à  $-U_0$ ) qui sont responsables d'une décroissance initiale rapide de la fonction d'autocorrélation, et cette décroissance disparaît quand on ne sélectionne que les atomes localisés (figure III-21(a)). Nous avons vérifié par une étude systématique, en faisant varier la profondeur de puits à désaccord fixé, que la constante rapide est de l'ordre de quelques  $\Gamma'^{-1}$ . Cette décroissance pourrait être attribuée au changement d'état interne d'atomes délocalisés qui se comportent comme des atomes libres avec un taux de pompage optique  $\gamma_0 = 2/9\Gamma'$  alors que, en raison de la configuration de polarisation, ce taux est réduit drastiquement pour des atomes localisés au fond des puits. Un autre phénomène qui pourrait contribuer à la décroissance est l'effet Doppler des atomes en mouvement rapide au dessus du potentiel. Un chiffre intéressant à cet égard est la durée moyenne d'un vol libre ( $E \geq -U_0/2$ ) qui est également de l'ordre de quelques  $\Gamma'^{-1}$ . Il est très probable que ces deux mécanismes jouent un rôle dans la décroissance rapide mais, dans la mesure où ils sont dûs à la même classe d'atomes délocalisés et où ils ont le même effet, il ne semble pas possible de déterminer simplement lequel est prépondérant. Dans le domaine spectral, ces effets se manifestent par un piédestal large sur la figure III-18(a) et ils sont aussi probablement responsables de la forme très aplatie du spectre en polarisation  $\pi$  (figure III-8).

## 2.2. Corrélations croisées et transport atomique

Les calculs précédents ont confirmé notre première intuition, à savoir que la fonction d'autocorrélation  $\sigma^-/\sigma^-$  donne accès à la dynamique interne ou encore à la dynamique dans un puits. Plus précisément, elle fournit la durée de vie dans un puits. Le lien entre la fonction d'autocorrélation et la dynamique a été relativement facile à établir. Par contre, dans le cas de la fonction de corrélations croisées  $\sigma^-/\sigma^+$ , le rapport au transport atomique n'est pas aussi évident et nécessite une étape de modélisation supplémentaire et la simplification préalable de la fonction de corrélation.

### a) Réduction de la fonction de corrélation

Alors que le signal d'autocorrélation pour une polarisation circulaire est dominé par la classe d'atomes conservant leur état interne entre deux instants, on s'aperçoit sur la figure III-23 que la fonction de corrélations croisées est dominée par ceux qui effectuent un changement d'état interne. En effet, le signal de corrélations croisées est maximum pour un atome diffusant majoritairement de la lumière  $\sigma^-$  à l'instant  $t = 0$  et sautant vers un puits différent où il diffuse de la lumière  $\sigma^+$  à un instant  $t = \tau$  ultérieur. La corrélation étroite entre l'état interne, la position et la polarisation de la lumière diffusée, illustrée sur la figure III-14, est telle qu'un atome qui a ce comportement est essentiellement un atome dans l'état  $m_z = -1/2$  à l'instant  $t = 0$  et dans l'état  $m_z = +1/2$  à l'instant  $t = \tau$ . On note sur la figure III-23 que les atomes ne changeant pas d'état interne, c'est à dire surtout ceux qui restent dans un même puits, contribuent assez fortement aux oscillations de la fonction de corrélation à délai court alors qu'ils n'affectent pas la valeur de la constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ . Ces atomes oscillent avec une grande envergure et peuvent diffuser au cours de leur mouvement des quantités importantes de lumière dans chacune des polarisations circulaires. Le fait qu'on n'observe pas de raie d'oscillation dans le spectre expérimental III-18(c) est donc le signe que les atomes localisés dans un puits n'y contribuent pas. Cette différence avec la simulation est attribuée au fait que, dans le cas d'une transition

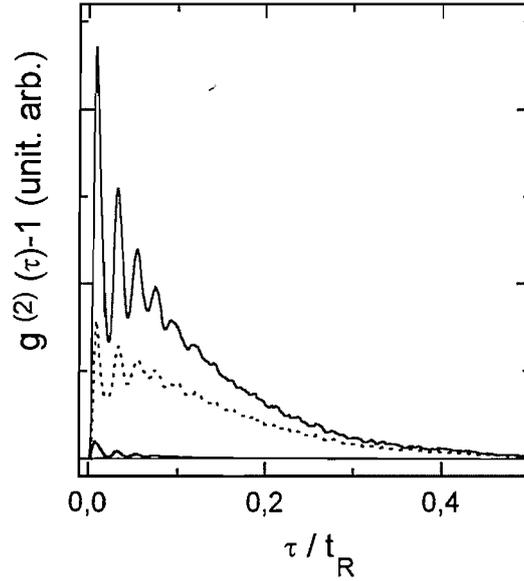


Figure III-23 : Sélection de l'état interne sur la fonction de corrélations croisées  $\sigma^-/\sigma^+$ . Cinq courbes sont représentées et correspondent à différents types de sélection. La courbe en trait plein est la fonction de corrélation totale et la courbe en pointillés est associée à un changement d'état interne ( $m_z = -1/2$  à  $t = 0$  et  $m_z = 1/2$  à  $t = \tau$ ). Le changement d'état interne opposé conduit à une courbe confondue avec l'axe des abscisses à cette échelle. Les deux courbes confondues de faible amplitude qui présentent des oscillations correspondent au cas où l'atome conserve son état interne entre les instants  $t = 0$  et  $t = \tau$ .

$J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$ , la proportion de lumière  $\sigma^+$  diffusée par un atome localisé dans un puits  $\sigma^-$  est beaucoup plus faible que dans le cas de la transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ , en raison des valeurs des coefficients de Clebsch-Gordan. Les atomes localisés responsables de la partie oscillante du signal ont donc une contribution réduite par cet effet. Cette observation est importante car elle confirme que le spectre de corrélations croisées est surtout sensible aux atomes qui sautent d'un puits à un autre et donc aux phénomènes de transport.

Nous allons à présent donner une expression asymptotique de la fonction de corrélations croisées à temps long pour identifier la constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ .

Nous avons présenté dans le chapitre II-1 une expression générale de la fonction de corrélation des dipôles atomiques en fonction des composantes de polarisation circulaire du champ lumineux. Dans l'annexe II-B, nous avons explicité ce calcul pour la configuration particulière du champ dans le cas 1D. Rappelons que nous avons écrit la relation de Siegert sous la forme

$$g_{-1,1}^{(2)}(\tau) - 1 \propto \left| C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \right|^2 \quad (\text{III-26})$$

où  $C_{-1,1}^{(1)}(\tau)$  est la fonction de corrélation croisée des dipôles (formules II-54 et II-55). Si l'on impose que les atomes sont dans les états  $m_z = -1/2$  puis  $m_z = 1/2$  aux instants successifs  $t_1$

et  $t_2$ ,  $C_{-1,1}^{(1)}(\tau = t_2 - t_1)$  ne dépend plus explicitement de l'état interne et l'on a alors<sup>58</sup>

$$C_{-1,1}(\tau) \propto \langle \langle (e^{-ik_z z_2} - e^{ik_z z_2}) e^{-ik_z z_2} (e^{ik_z z_1} + e^{-ik_z z_1}) e^{ik_z z_1} \rangle \rangle_{z_1} \quad (\text{III-27})$$

On rappelle que  $k_z = k \cos \theta$ , où  $\theta$  est l'angle du réseau, et que  $z_2$  et  $z_1$  sont les positions d'un atome aux instants  $t_2$  et  $t_1$ . La moyenne statistique porte sur la position d'un atome à l'instant initial et sa position à l'instant final,  $z_2$ , est connue à partir de la simulation numérique de sa dynamique.

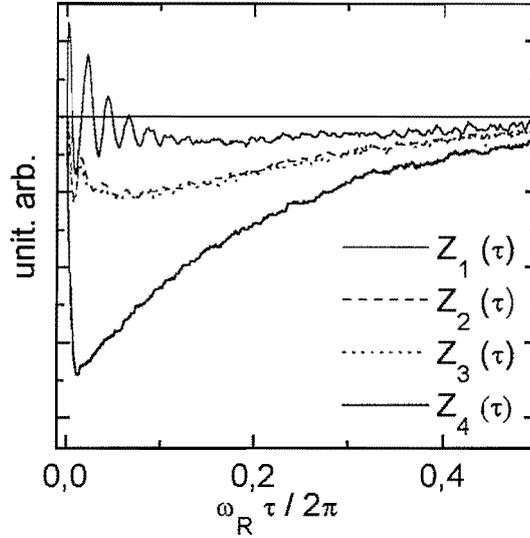


Figure III-24 : Séparation des différentes contributions dans la fonction de corrélations croisées des dipôles  $C_{-1,1}^{(1)}(\tau)$  (voir le texte pour la signification des fonctions  $Z_i(\tau)$ ). L'état interne a été sélectionné ( $m_z = -1/2$  à  $t = 0$  et  $m_z = +1/2$  à  $t = \tau$ ).

On peut développer cette dernière expression sous la forme d'une somme de 4 termes  $C_{-1,1}(\tau) = \sum_{i=1}^4 Z_i(\tau)$  où

$$\begin{aligned} Z_1(\tau) &= \langle \langle e^{i(k_z+k)(z_1-z_2)} \rangle \rangle \\ Z_2(\tau) &= -\langle \langle e^{i(k_z+k)z_1 + i(k_z-k)z_2} \rangle \rangle \\ Z_3(\tau) &= \langle \langle e^{-i(k_z-k)z_1 - i(k_z+k)z_2} \rangle \rangle \\ Z_4(\tau) &= -\langle \langle e^{-i(k_z-k)(z_1-z_2)} \rangle \rangle \end{aligned} \quad (\text{III-28})$$

Chacun de ces termes est associé à la diffusion de photons des deux faisceaux laser de vecteurs d'onde  $k_z \vec{e}_z$  et  $-k_z \vec{e}_z$  dans la direction du détecteur  $\vec{e}_z$  aux instants  $t_1$  et  $t_2$ . Ainsi, le terme  $Z_1(\tau)$  décrit deux processus de diffusion vers l'arrière : l'absorption d'un photon de vecteur d'onde  $-k_z \vec{e}_z$  et l'émission d'un photon de vecteur d'onde  $k_z \vec{e}_z$  aux deux instants successifs. De façon

<sup>58</sup> On a négligé ici, comme dans la formule II-63, les transferts d'impulsion entre l'atome et le champ.

Néanmoins, ils sont pris en compte pour le calcul des courbes qui sont présentées. Ils ont un effet indiscernable pour les conditions dans lesquelles nous travaillons.

analogue, le terme  $Z_4(\tau)$  décrit deux processus de diffusion vers l'avant : l'absorption d'un photon de vecteurs d'onde  $k_z \vec{e}_z$  et son émission vers le détecteur. Les termes  $Z_2(\tau)$  et  $Z_3(\tau)$  sont associés à deux processus de diffusion successifs différents, l'un vers l'avant et l'autre vers l'arrière.

On a représenté sur la figure III-24 chacune des fonctions  $Z_i(\tau)$ . Le mouvement atomique, en faisant fluctuer chacune des phases qui apparaît dans les expressions III-28, est responsable de la décroissance de ces fonctions à temps long. La décroissance est d'autant plus rapide que les transferts d'impulsion dûs aux processus de diffusion de photons sont importants. Pour des angles de réseau dans la gamme  $20 - 30^\circ$ ,  $k + k_z \simeq 2k$  et  $k - k_z = k(1 - \cos \theta) \ll 2k$ , donc la fonction  $Z_1(\tau)$  décroît rapidement si le déplacement atomique entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  s'effectue à une échelle supérieure à la taille d'un puits qui est une fraction de  $\lambda$  alors que, dans le même temps, la phase de la fonction  $Z_4(\tau)$  a peu changé. On observe effectivement sur la figure III-24 que  $Z_1(\tau)$  décroît rapidement et sa sensibilité à la dynamique locale se manifeste par la présence d'oscillations. Les fonctions  $Z_2(\tau)$  et  $Z_3(\tau)$  sont également rapidement décroissantes car leur phase fluctue sous l'effet de déplacements à courte portée. Par contre,  $Z_4(\tau)$  décroît beaucoup plus lentement et domine la fonction de corrélation à temps longs. Ce sont les déplacements à grande échelle qui sont responsables de sa décroissance et c'est cette fonction qui contient essentiellement l'information sur le transport atomique. Elle a une forme exponentielle pure et on a vérifié que la constante qu'on en déduit est en bon accord à 5% près avec la constante de la fonction de corrélation totale  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ .

Nous retenons donc ici l'expression asymptotique pour la fonction de corrélations croisées :

$$g_{-1,1}^{(2)}(\tau) - 1 \propto \left| \left\langle e^{i\delta k(z(t+\tau) - z(t))} \right\rangle_{+-} \right|^2 \quad (\text{III-29})$$

où  $\delta k = k(1 - \cos \theta)$ . En accord avec notre calcul précédent, la moyenne porte sur des atomes effectuant un changement d'état interne entre les instants  $t$  et  $t + \tau$ . Comme nous l'avons déjà expliqué en ce qui concerne l'absence d'oscillations dans le signal expérimental, on peut s'attendre à ce que cette expression asymptotique soit bien vérifiée dans le cas de la transition atomique réelle puisque la contribution des atomes localisés au signal de corrélations croisées est réduite par rapport à la transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Cette formule est à la base de notre interprétation des fonctions de corrélations croisées.

Pour un processus de transport dont la statistique est gaussienne, c'est à dire pour lequel la position est une variable aléatoire gaussienne, on peut simplifier encore cette expression. En effet, pour tout variable gaussienne  $V$ , on a  $\langle e^{i\alpha V} \rangle = e^{-i\alpha^2 \langle V^2 \rangle / 2}$ . Cette relation s'applique directement à la formule III-29 qui devient

$$g_{-1,1}^{(2)}(\tau) - 1 \propto e^{-\delta k^2 \cdot \langle (z(t+\tau) - z(t))^2 \rangle_{+-}} \quad (\text{III-30})$$

Nous allons à présent nous intéresser au processus de transport atomique dans le réseau, étudier la loi vérifiée par  $\langle (z(t+\tau) - z(t))^2 \rangle_{+-}$  et en déduire par cette dernière formule la forme de la fonction de corrélations croisée en fonction des paramètres du transport.

### 2.3. La diffusion spatiale dans le réseau 1D

Une des façons traditionnelles de classifier les différents types de processus de transport affectant des particules en mouvement est de calculer la moyenne du carré de la distance parcourue par la particule depuis un instant initial  $\langle \delta z^2(\tau) \rangle = \langle (z(\tau) - z(0))^2 \rangle$ . A temps long, une ex-

pression asymptotique de la forme

$$\langle \delta z^2(\tau) \rangle \sim \tau^\alpha \quad (\text{III-31})$$

existe souvent. Nous utiliserons dorénavant le tilde  $\sim$  pour spécifier le caractère asymptotique des expressions. Si  $\alpha = 2$ , le mouvement est *ballistique* alors que si  $\alpha = 1$  il est *diffusif* [125]. Dans tous les autres cas, on parle généralement de *diffusion anormale* [133]. Comme on le voit sur la figure III-25,  $\langle \delta z(\tau)^2 \rangle$  est, dans le réseau, une fonction linéaire de  $t$  et **le transport est donc de nature diffusif**. Le coefficient de diffusion spatiale est simplement relié à la pente de la droite par la formule

$$\langle \delta z^2(\tau) \rangle \sim 2D_z\tau \quad (\text{III-32})$$

Cette expression est seulement asymptotique, ce qui apparaît clairement sur la figure III-25(b). Il existe une période transitoire pendant laquelle le mouvement passe d'un régime ballistique à un régime diffusif. Sa durée dépend critiqueusement des paramètres du réseau. Elle est d'autant plus longue que les puits sont moins profonds ou que le pas du réseau est plus grand. Il existe même un seuil en deçà duquel, on n'atteint jamais le régime diffusif (voir le chapitre IV-1 et [29]). Une façon équivalente [125] de montrer qu'un mouvement est diffusif est de calculer

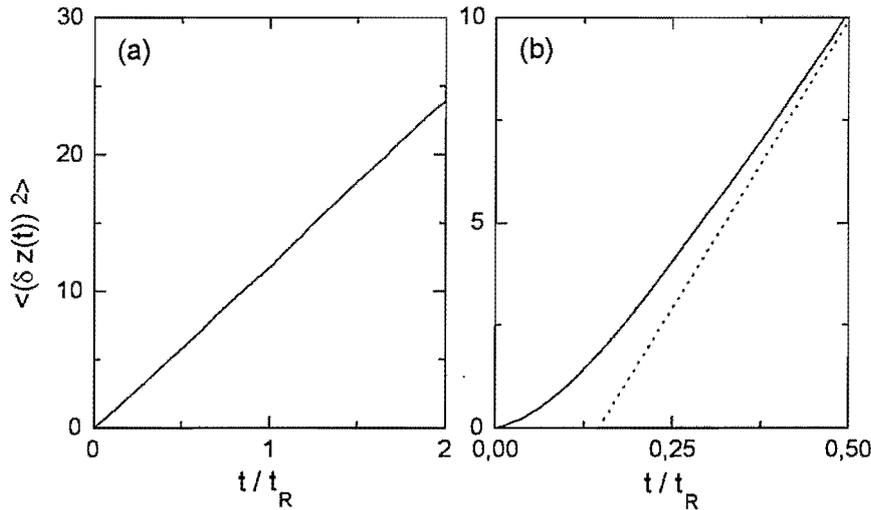


Figure III-25 : Evolution temporelle de la variance  $\langle \delta z^2(t) \rangle$  en unités  $\lambda^2$  pour différents paramètres du réseau : (a)  $U_0 = 1000E_R$  et  $\delta = -10\Gamma$ ; la courbe est indistinguishable d'une droite. (b) En trait plein,  $\langle \delta z^2(t) \rangle$  pour  $U_0 = 250E_R$ ; en pointillés, l'asymptote à temps long de cette courbe. On note l'existence d'un régime transitoire de longue durée.

la distribution spatiale des atomes  $\rho(z, t)$  et de prouver qu'elle converge vers une gaussienne

$$\rho(z, t) \sim \frac{1}{\sqrt{4\pi D_z t}} e^{-x^2/4D_z t} \quad (\text{III-33})$$

Le coefficient de diffusion  $D_z$  est alors défini par la dérivée de la largeur de la distribution. C'est l'approche qui a été employée dans la référence [29] pour calculer le coefficient de diffusion d'atomes dans un réseau 1D tel que celui que nous étudions. Cependant, les paramètres choisis (profondeur de puits, taux de pompage) sont tels que la localisation spatiale est faible et que

les atomes sont quasiment libres. La forme de la distribution est alors effectivement gaussienne. Dans notre cas, il n'en est rien. La périodicité du potentiel joue un rôle important et la formule III-33 n'est pas correcte. On a représenté sur la figure III-26 l'étalement de la distribution spatiale si à l'instant  $t = 0$  tous les atomes sont placés dans un seul puits à  $z = 0$  dans le même état interne et avec la distribution d'équilibre stationnaire qui est quasiment gaussienne. La périodicité du potentiel se manifeste par une modulation spatiale de la distribution  $\rho(z, t)$ . La marche aléatoire de particules dans un potentiel périodique est un sujet cependant bien connu [125] et on peut montrer que, sous certaines hypothèses, l'enveloppe de la distribution, elle, suit bien une loi gaussienne permettant de définir sans équivoque le coefficient  $D_z$ . En pratique, il est beaucoup plus difficile de calculer le coefficient de diffusion de cette façon plutôt que par la formule III-32.

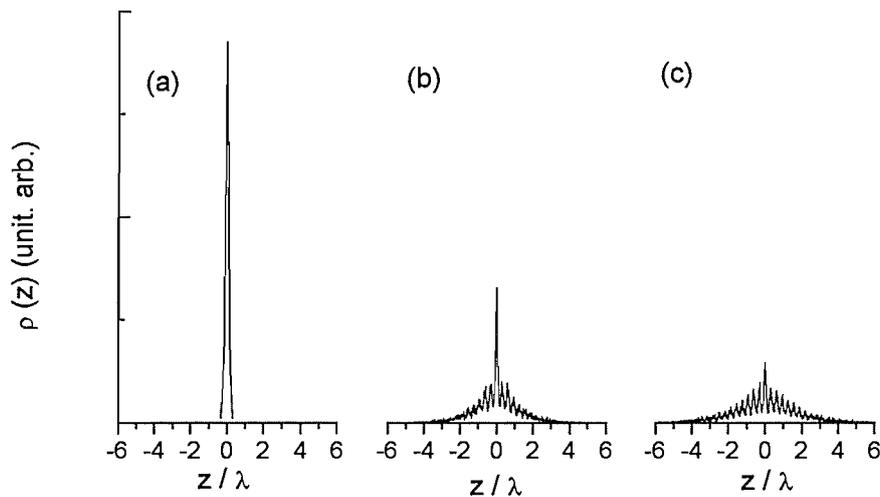


Figure III-26 : Evolution au cours du temps de la distribution spatiale d'atomes initialement dans un seul puits avec une distribution d'équilibre : (a)  $t = 0$ , (b)  $t = 0.13 t_R$  et (c)  $t = 0.26 t_R$ . A l'origine les atomes sont dans l'état  $m_z = -1/2$ .

Nous avons tenté sans succès de modéliser la marche aléatoire des atomes dans le réseau par un simple processus de saut défini par un pas  $\delta z_{\text{saut}}$  et une durée entre sauts  $\delta t_{\text{saut}}$ . Cette démarche était motivée par le fait que le système que nous étudions présente des analogies "esthétiques" avec un gaz sur réseau. Dans ce modèle simple, le coefficient de diffusion  $D_{\text{saut}}$  est relié aux paramètres microscopiques par

$$D_{\text{saut}} = \frac{\delta z_{\text{saut}}^2}{2\delta t_{\text{saut}}} \quad (\text{III-34})$$

Le plus naturel est d'identifier  $\delta t_{\text{saut}}$  avec  $\tau_{-/-}$  qui est la durée de vie dans un puits et  $\delta z_{\text{saut}}$  avec le pas du réseau  $\lambda/(4 \cos \theta)$ , en supposant que la majorité des sauts se font vers le puits voisin. Pour  $\theta = 30^\circ$  et une profondeur de puits de  $U_0 = 1000 E_R$ , on obtient alors  $D_{\text{saut}} \simeq \frac{\hbar}{M}$ . Nous verrons plus loin que, pour ces paramètres,  $D_z$  est en réalité 10 fois plus grand. Quelle peut être la raison de ce désaccord ? Nous avons vérifié que 70% des sauts hors du puits se faisaient vers le puits voisin. Les autres sauts se font essentiellement vers le puits suivant (à  $\pm \lambda/(2 \cos \theta)$ ) mais la contribution des sauts vers des puits encore plus éloignés est négligeable. La prise en compte

d'un pas effectif légèrement supérieur au pas du réseau ne suffit donc pas pour corriger  $D_{\text{saut}}$ . Cependant, nous avons vu qu'il apparaît deux constantes de temps dans la fonction  $C_{-/-}(\tau)$  (une constante lente et une constante rapide) décrivant le départ d'un puits et cela empêche en toute rigueur de définir le saut comme un processus de Markov simple<sup>59</sup>. Il est probable que la formule III-34 ne soit alors pas correcte et que ce modèle ne soit pas pertinent.

### a) Effet de la diffusion sur la fonction de corrélations

Combinons à présent les formules III-32 et III-30 pour obtenir l'expression asymptotique de la fonction de corrélations croisées

$$g_{-1,1}^{(2)}(\tau) - 1 \sim e^{-2(\delta k)^2 D_z \tau} \quad (\text{III-35})$$

**La fonction de corrélations est donc exponentielle et sa constante de temps est inversement proportionnelle au coefficient de diffusion spatiale :**

$$\tau_{\sigma^-/\sigma^+} = \frac{1}{2(\delta k)^2 D_z} \quad (\text{III-36})$$

Notons un point important. Si le transport est de nature ballistique, c'est-à-dire si la formule de la variance est  $\langle \delta z(\tau)^2 \rangle = v_{rms}^2 \tau^2$ , où  $v_{rms}$  est une vitesse caractéristique du mouvement, alors la fonction de corrélation est gaussienne. Nous retrouvons le même résultat que pour une mélasse d'atomes non localisés étudiée dans le chapitre I-2 où la dynamique des atomes se manifestait par un effet Doppler sur le spectre. Ces deux exemples montrent bien que **la forme de la fonction de corrélation permet de discriminer entre plusieurs types de processus de transport alors que la constante de temps permet d'avoir accès à leurs paramètres macroscopiques** ( $D_z$  ou  $v_{rms}$ ).

Pour confirmer notre démarche et la formule asymptotique, nous avons réalisé des simulations où nous avons mesuré simultanément  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  et  $D_z$ . Puis nous avons calculé un coefficient de diffusion "expérimental"  $D'_z$  d'après la formule III-36 pour le comparer au "vrai" coefficient  $D_z$ . Le résultat est présenté sur la figure III-27 en unités de  $\hbar/M$ . Pour l'atome de  $^{85}\text{Rb}$ ,  $\hbar/M$  vaut  $7.7 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ . Les deux estimations sont en accord à moins d'un facteur 2 près dans une grande plage de valeurs de  $U_0$ . Le facteur correctif qui existe entre les deux peut être attribué au fait que les atomes ne sautent pas nécessairement dans le puits connexe alors que la fonction de corrélations croisées n'est sensible qu'aux sauts vers ceux-ci. D'après la formule III-34, on s'attend à ce que le coefficient  $D'_z$  doive être corrigé par un facteur  $\left(\frac{\delta z_{\text{saut}}}{\delta z_{\text{réseau}}}\right)^2$  qui est de l'ordre de 1.5, en bon accord avec le facteur correctif observé.

A faible profondeur de puits,  $D_z$  "décroche"<sup>60</sup> parce que les atomes ne sont plus fortement localisés alors que  $D'_z$  diminue toujours. Dans cette situation, la fonction de corrélation décroît avant que le régime diffusif ne soit atteint et l'ajustement exponentiel nécessaire à l'estimation

<sup>59</sup> On peut en effet montrer que, pour un processus markovien de saut, l'instant de premier saut est nécessairement une loi exponentielle [126]. Si la fonction  $C_{-/-}(\tau)$  représente cette fonction de saut, le processus ne peut être markovien puisqu'elle n'est pas monoexponentielle.

<sup>60</sup> Ce décrochage ne doit pas être confondu avec celui qui est observé sur la courbe de température  $T$  en fonction de la profondeur de puits  $U_0/E_R$ . Sa position est différente et intervient à profondeur de puits plus élevée (voir le chapitre IV-1). On l'a observé dans le chapitre II-2 quand on a montré que le nombre d'atomes dans le réseau diminue fortement (décrochage de la diffusion) avant que la température n'augmente (décrochage de la température). Le décrochage de la température n'a pu être observé parce que le nombre d'atomes était alors trop faible.

de  $D'_z$  n'est pas fiable. On a observé par exemple qu'un ajustement non exponentiel de la forme  $e^{-\tau^\beta}$  avec  $\beta \simeq 1.2 - 1.5$  était mieux adapté. En tous cas, il est difficile de réaliser un ajustement sur une grande plage de temps et nous n'avons pu tirer aucune conclusion dans ce régime. Enfin, notre estimation du coefficient de diffusion à partir de la fonction de corrélations croisées repose sur le fait que les atomes sont localisés au fond des puits et qu'un modèle de marche aléatoire entre les différents sites est bien adapté. Ce n'est pas le cas à faible profondeur de puits.

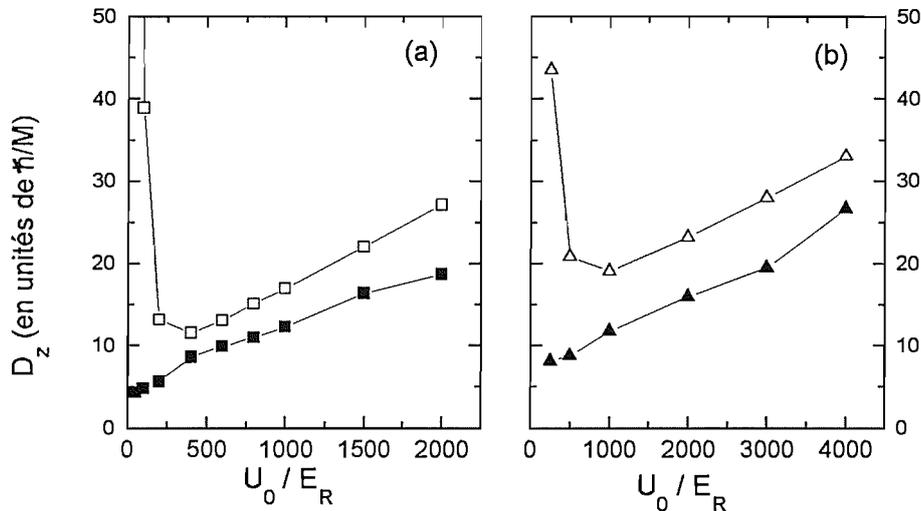


Figure III-27 : Coefficients de diffusion en unités  $\hbar/M$  déduits de la variance de la distribution de position (symboles creux) et de la fonction de corrélation croisée (symboles pleins). (a)  $\delta = -5\Gamma$  et (b)  $\delta = -10\Gamma$ .

### b) Variation du pas du réseau

Nous avons montré dans les paragraphes précédents que la fonction d'autocorrélation était associée à la dynamique locale (à l'échelle d'un puits), alors que la fonction de corrélations croisées était sensible au transport atomique. On s'attend donc à ce que les dépendances en fonction du pas du réseau, autrement dit en fonction de son angle  $\theta$ , de ces deux quantités soient très différentes. C'est effectivement le cas sur la figure III-28 : la constante  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  dépend critiqueusement de  $\theta$  alors que  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  y est peu sensible. D'après la formule III-36,  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+} \propto \cos^2 \theta / \sin^4 (\theta/2)$  si l'on suppose que le coefficient de diffusion est proportionnel au carré du pas du réseau. Cette formule reproduit bien la dépendance observée. La figure III-28 confirme donc nos conclusions quant à la nature de l'information contenue dans les fonctions de corrélation.

Nous avons également calculé la constante de temps longue de la fonction d'autocorrélation  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$  que nous avons évoquée au début de cette section. Elle dépend critiqueusement du pas du réseau et vérifie en fait sensiblement la même loi que la constante de temps de la fonction de corrélations croisées  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ . Pour cette raison, et par analogie avec notre interprétation de  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ , il est probable qu'elle soit sensible au transport atomique d'un puits  $\sigma^-$  vers un autre puits  $\sigma^-$ , la plupart du temps situé à la distance minimale de  $\lambda/2 \cos \theta$ . Comme on le note sur la figure III-28, les constantes associées au transport et à la dynamique locale sont du même ordre pour un angle supérieur à  $30^\circ$ . Nous n'avons malheureusement pas mesuré expérimentalement de fonc-

tion d'autocorrélation temporelle pour des angles plus petits, ce qui peut expliquer pourquoi nous n'avons pas observé  $\tau'_{\sigma^-/\sigma^-}$ .

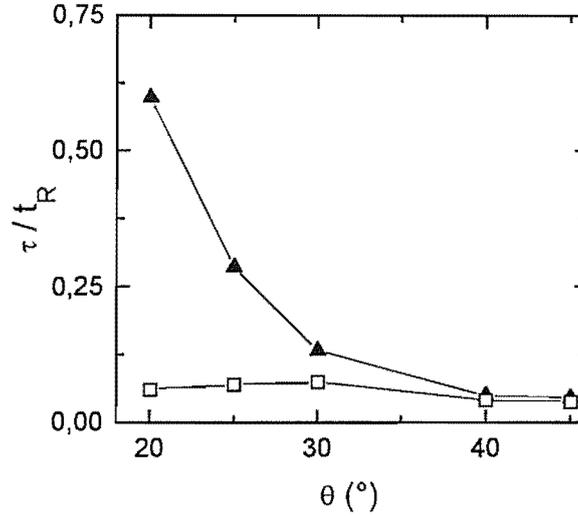


Figure III-28 : Variation des constantes de temps déduites des fonctions de corrélation en fonction de l'angle du réseau  $\theta$ . Carrés :  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$ , triangles :  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ . La profondeur de puits et le désaccord sont constants.

### c) Pertinence du modèle

Il est légitime de se demander dans quelle mesure l'étude effectuée pour un réseau à une dimension pourra se généraliser dans une structure tridimensionnelle où on s'attend à ce que le transport soit beaucoup plus complexe. Supposons dans un premier temps que les atomes se déplacent uniquement dans le plan  $xOy$ . Les expressions des fonctions de corrélation des dipôles sont précisées dans l'annexe II-B et l'on rappelle

$$C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \propto \langle \cos k_x x_2 \cos k_x x_1 \rangle - \langle \cos k_y y_2 \cos k_y y_1 \rangle - \langle \cos k_x x_2 \cos k_y y_1 \rangle + \langle \cos k_y y_2 \cos k_x x_1 \rangle \quad (\text{III-37})$$

Si les mouvements dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  sont découplés, les deux derniers termes s'annulent l'un l'autre. Si de plus le réseau est symétrique ( $\theta_x = \theta_y$ ), les deux premières fonctions de corrélation sont égales et alors

$$C_{-1,1}^{(1)}(\tau) = 0 \quad (\text{III-38})$$

Le mouvement dans le plan  $xOy$  ne produit pas de corrélations croisées ! Nous l'avons vérifié dans les simulations 2D $xy$ . Ceci est un effet d'interférence entre les champs diffusés par chaque atome : chacun des faisceaux du réseau est diffusé par les atomes et la somme des contributions de leur projections dans le plan  $xOy$  s'annule. Si le réseau n'est pas symétrique, ou si les détecteurs ne sont pas placés dans l'axe  $Oz$ , l'interférence n'est plus tout à fait destructive et il apparaît un signal.

Cet argument nous informe que, dans le cadre des simulations  $1Dz + 2Dxy$ , où les mouvements dans la direction  $Oz$  et dans le plan  $xOy$  sont traités de façon indépendante, les calculs effectués à une dimension dans ce chapitre restent exacts. La fonction de corrélation croisée donne bien accès au coefficient de diffusion spatiale dans la direction  $Oz$ , même si l'atome est autorisé à se déplacer dans le plan  $xOy$ , ce qui bien sûr modifie la valeur de  $D_z$  calculée dans une simulation  $1Dz$ . Pour une profondeur de puits  $U_0 = 1000E_R$  et un angle  $\theta = 30^\circ$ , nous avons calculé que la durée de vie dans un puits dans le plan  $xOy$  est  $\tau_{-/-}^{xy} \simeq 0.6t_R$  alors que, dans la direction  $Oz$ , elle est  $\tau_{-/-}^z \simeq 0.1t_R$ . A l'échelle de la décroissance de la fonction de corrélation dans la direction  $Oz$  (de l'ordre de  $\tau_{-/-}^z$ ), les degrés de liberté atomiques dans le plan  $xOy$  sont donc peu modifiés et notre modèle est pertinent. Il est probable qu'il le sera moins pour un grand angle du réseau ( $\theta = 45^\circ$  ou plus) puisque dans ce cas le potentiel est beaucoup plus symétrique.

### 3. Conclusion et synthèse des résultats expérimentaux et théoriques

Notre étude théorique à une dimension nous a permis de dégager l'information intéressante contenue dans les fonctions de corrélation :

1. **La fonction d'autocorrélation donne accès à la dynamique à l'intérieur d'un puits.** Sa constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  est en bonne approximation la durée de vie dans un puits.
2. **La fonction de corrélations croisées est sensible au transport atomique.** Quand les atomes sont bien localisés ( $U_0 \gtrsim 300E_R$ ), sa forme exponentielle est caractéristique d'un transport diffusif et sa constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  est inversement proportionnelle au coefficient de diffusion spatiale dans la direction  $Oz$  (formule III-36).

Nous avons également montré que, à trois dimensions et pour un petit angle du réseau, la constante de temps de la fonction de corrélation croisée permettait encore d'estimer  $D_z$ .

Par ailleurs, nous avons mesuré les constantes de temps des fonctions d'autocorrélations et de corrélations croisées dans un réseau d'atomes de  $^{85}\text{Rb}$  à trois dimensions pour différents désaccords et diverses profondeurs de puits. Les conclusions de l'étude théorique peuvent-elles être étendues à la situation expérimentale ? La différence fondamentale tient à la transition atomique qui est une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$  dans le cas réel au lieu de  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  dans nos calculs. Nous avons montré que l'absence de résonances sur le spectre expérimental de corrélations croisées (figure III-18(c)) était le signe que les atomes y contribuant n'étaient pas les atomes localisés mais des atomes effectuant des sauts de puits à puits, exactement comme dans la situation que nous avons modélisée. De plus, l'angle du réseau est suffisamment petit ( $\theta = 30^\circ$ ) pour que des effets tridimensionnels ne perturbent pas trop les conclusions du modèle à une dimension. Nous considérons donc que les résultats du modèle théorique peuvent être appliqués à la situation expérimentale mais il est clair que, faute de théorie pour la transition réelle et une géométrie complexe, nous ne pouvons attendre un accord exact entre le coefficient de diffusion mesuré et le coefficient de diffusion réel.

Conscients des limitations de notre modèle théorique, interprétons les résultats de mesures systématiques de spectres d'autocorrélations et de corrélations croisées. Celles-ci ont été effectuées dans la plage spectrale  $0 - 20$  kHz. Nous avons utilisé un ajustement à deux lorentziennes pour chaque spectre. Dans le cas de l'autocorrélation, la composante large du spectre est asso-

ciée à la décroissance rapide de la fonction de corrélation (voir le §2.1) et la composante fine permet d'estimer  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$ . Dans le cas des corrélations croisées, la composante large est issue de la croissance à temps court de la fonction de corrélation (figure III-19(b)) et la composante fine fournit  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$ . Des barres d'erreur sont estimées à partir de la dispersion du résultat des ajustements pour environ cinq spectres mesurés pour chaque point reporté. Nous avons comparé les constantes de temps déduites des ajustements spectraux avec celles déduites d'un ajustement temporel pour un cas particulier où nous disposions des deux courbes et l'accord était correct à 10% près.

La durée de vie dans un puits (figure III-29(a)) évolue peu dans la gamme étudiée et pour un désaccord  $\delta = -5\Gamma$  fixé et présente un maximum qui n'est pas présent dans les simulations à désaccord constant (voir figure III-22). La constante  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  est sensible à la densité d'atomes, comme nous le verrons dans le chapitre IV-1, ce qui peut expliquer pourquoi les valeurs dans cette série de mesure sont sensiblement plus grandes que celle qu'on déduit de la figure III-18(b) ( $\tau_{\sigma^-/\sigma^-} = 25 \mu\text{s}$ ) qui, quant à elle, est en bon accord avec la prévision théorique ( $0.1 t_R \simeq 26 \mu\text{s}$ ). Une erreur systématique peut aussi être due à la procédure d'ajustement qui repose critiqueusement sur la qualité de la normalisation des spectres.

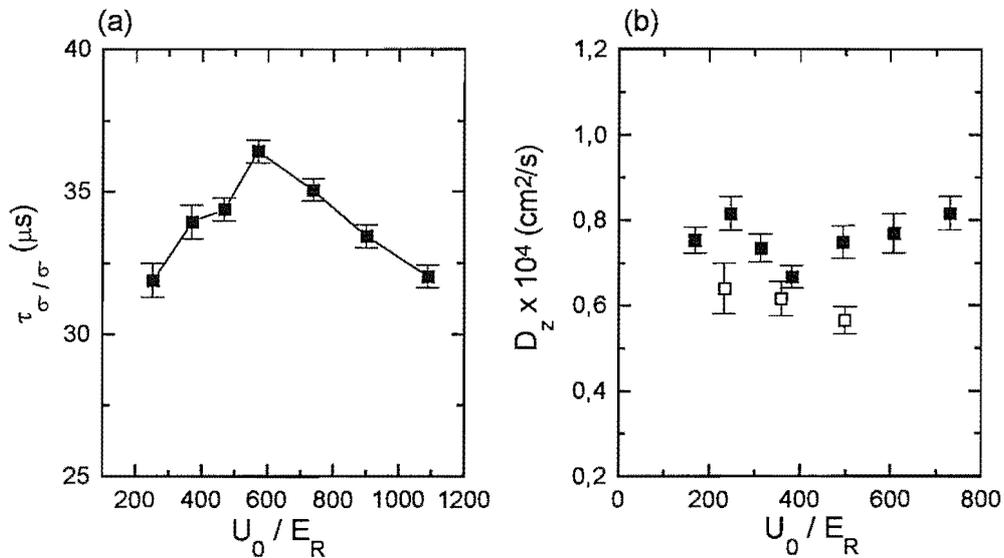


Figure III-29 : Evolution des paramètres caractéristiques de la dynamique et du transport en fonction de la profondeur de puits à désaccord fixé. (a) Constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  de la fonction d'autocorrélation pour un désaccord  $\delta = -5\Gamma$ ; (b) coefficient de diffusion  $D_z$  déduit du spectre de corrélations croisées pour un désaccord  $\delta = -5\Gamma$  (carrés pleins) ou  $\delta = -7.5\Gamma$  (carrés creux). L'angle du réseau est  $\theta = 30^\circ$ .

Comme on le voit sur la figure III-18(d), la fonction de corrélation croisée a une forme exponentielle à délai long, ce qui laisse supposer que le transport est diffusif dans la direction  $Oz$ . On déduit de III-36 et des constantes  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  les valeurs des coefficients de diffusion spatiale  $D_z$  qui sont présentées sur la figure III-29(b). La quasi indépendance de  $D_z$  quand  $U_0$  varie est en accord avec la prévision théorique à une dimension (figure III-27(a)). Par contre, on attendait une valeur supérieure à désaccord plus élevé, ce qui n'est pas le cas. Notons qu'il existe une cause d'incertitude systématique qui peut conduire à translater légèrement toutes les valeurs dans cette mesure. En raison de la forte dépendance de  $\tau_{\sigma^-/\sigma^+}$  en fonction de l'angle du réseau  $\theta$  dans la

formule III-36, une incertitude de  $\pm 1^\circ$  sur l'angle est responsable d'une incertitude importante de  $\pm 15\%$  sur la valeur de  $D_z$ .

Pour situer nos résultats, nous avons reporté sur la figure III-30 nos résultats théoriques et expérimentaux et ceux qui ont été publiés dans la référence [6] et qui concernent la diffusion spatiale des mêmes atomes de  $^{85}\text{Rb}$  dans une mélasse à six faisceaux. Le désaccord est fixé à  $\delta = -5\Gamma$  pour le calcul mais prend diverses valeurs dans l'expérience. Les cercles creux sont quelques résultats issus d'une mesure du coefficient de diffusion par une méthode ballistique. La courbe en traits pleins est issue d'un calcul analytique effectué dans la même référence en ne tenant pas compte de la localisation spatiale et pour une transition  $J_g = \frac{1}{2} \rightarrow J_e = \frac{3}{2}$ .

Les deux courbes théoriques ont la même allure mais sont quantitativement différentes : la position du décrochage n'est pas la même et le coefficient de diffusion minimum est nettement plus petit dans le réseau. En ce qui concerne les résultats expérimentaux, les fluctuations de phase dans la mélasse à six faisceaux réduisent la localisation des atomes et il est possible que ceci explique pourquoi le coefficient de diffusion est très élevé par rapport à nos résultats (un ordre de grandeur de différence).

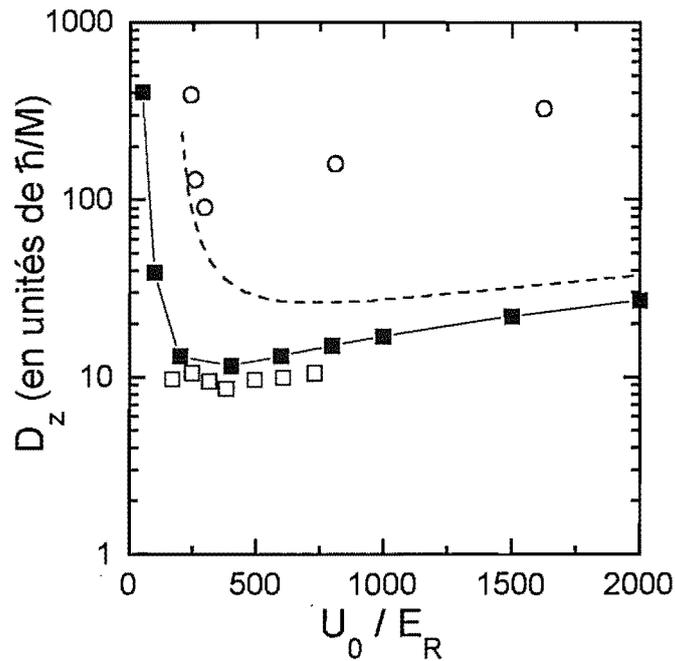


Figure III-30 : Coefficient de diffusion spatiale  $D_z / (\hbar/M)$  en fonction de la profondeur de puits  $U_0 / E_R$ . La ligne en pointillés est le résultat d'un calcul semi-classique [6] pour des atomes non localisés avec  $\delta = -5\Gamma$ . Les carrés pleins sont issus de nos simulations pour le même désaccord. Les carrés creux sont le résultat expérimental issu des corrélations d'intensité ( $\delta = -5\Gamma$ ). Les cercles creux sont le résultat de mesures de  $D_z$  par une technique ballistique dans une mélasse d'atomes de Rubidium pour différents désaccords [6]. Pour les atomes de  $^{85}\text{Rb}$  étudiés dans les deux expériences,  $\hbar/M = 7.7 \times 10^{-6} \text{cm}^2/\text{s}$ .

Des calculs de coefficient de diffusion spatiale à une dimension pour une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$  ont été effectués dans la référence [29]. Là aussi, le coefficient de diffusion

dépend peu de la profondeur des puits mais les auteurs prévoient un coefficient de diffusion de l'ordre de  $\hbar/M$  près de dix fois plus petit que la valeur que nous avons mesurée. Cependant, les paramètres du réseau qui ont été choisis ( $\Gamma' \simeq \omega_R$ ,  $\delta = -40\Gamma$ ) sont très différents des paramètres expérimentaux et une comparaison directe avec nos résultats n'est pas possible.

En conclusion de cette étude expérimentale, on retiendra essentiellement que la technique des corrélations croisées permet de déterminer la nature et les paramètres du transport dans le réseau :

- **La forme exponentielle de la fonction de corrélations croisées laisse penser que le mouvement est diffusif dans la direction  $Oz$ .**
- **Le coefficient de diffusion spatiale est de l'ordre de  $10\hbar/M$ , près d'un ordre de grandeur plus petit que dans des mélasses à six faisceaux.**

Des calculs supplémentaires pour une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$  et à trois dimensions d'espace sont nécessaires pour valider de façon rigoureuse nos résultats et la principe de notre technique de mesure de  $D_z$ .

# Chapitre III-3

## Diffusion spontanée de la lumière par des ondes de densité atomique

Dans le chapitre III-1, nous avons montré expérimentalement et théoriquement (voir en particulier la figure III-14) que, dans l'état stationnaire, la plupart des atomes étaient localisés dans les puits du potentiel lumineux. Là, ils oscillent aux fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  dépendant de la courbure du potentiel dans les directions  $Ox$  et  $Oz$ . Dans le cas d'un réseau à une seule dimension (dans la direction  $Oz$ ), nous avons vu dans le chapitre précédent que le transport à grande échelle était de type diffusif et résultait des sauts qu'effectue un atome localisé entre puits adjacents. Les atomes non ou peu localisés effectuent un mouvement de vol libre au dessus des puits. Nous avons conclu par l'expérience que le mouvement était diffusif dans la direction  $Oz$  d'un réseau tétraédrique.

En est-il de même dans le plan transverse  $xOy$  ? Nous avons déjà remarqué à plusieurs reprises que, quand l'angle  $\theta$  du réseau était petit, le potentiel était fortement anisotrope. Nous avons montré que *la diffusion de la lumière* était affectée par cet effet parce que la distribution spatiale des atomes dans l'état stationnaire était différente dans la direction  $Oz$  et dans le plan  $xOy$  (voir la question du rapport de la diffusion élastique à la diffusion inélastique dans le chapitre III-1 §4.2). Par ailleurs, Courtois [96] a récemment montré théoriquement que *la dynamique atomique* elle-même était fortement affectée et qu'elle n'avait pas la même nature dans toutes les directions. Notamment, en raison de la forme particulière du potentiel dans le plan  $xOy$  et de la configuration de polarisation dans un réseau tétraédrique, les atomes délocalisés se propagent essentiellement sous forme d'ondes de densité intrinsèquement liées au mécanisme de pompage optique.

Courtois *et al.* [31] ont réalisé une expérience de spectroscopie pompe-sonde dans un réseau tétraédrique d'atomes de Césium et ont montré que certaines des caractéristiques des spectres obtenus (des résonances) pouvaient être attribuées à des processus de *diffusion stimulée* de la lumière par les ondes de densité atomique, un phénomène analogue à la diffusion Brillouin stimulée par des ondes acoustiques dans des milieux denses.

Cependant, des spectres pompe-sonde mesurés au NIST-Gaithersburg [127] n'ont pas montré les résonances observées par Courtois *et al.* à Paris [31]. Les deux expériences n'ont pas été réalisées dans les mêmes conditions et l'on peut penser que ceci est la raison de leur désaccord. L'expérience du NIST a été réalisée avec des atomes de Xénon sur une transition  $J_g = 3 \rightarrow J_e = 4$  sans structure hyperfine alors que la transition hyperfine du Césium utilisée à Paris est  $J_g = 4 \rightarrow J_e = 5$ . Par ailleurs, au NIST, l'angle du réseau est fixé à  $\theta = 45^\circ$  alors que les résonances ont été observées pour un petit angle ( $\theta = 20 - 30^\circ$ ) à Paris.

Nous allons montrer dans ce chapitre que les ondes de densité atomique sont responsables de nouveaux effets de *diffusion spontanée* de la lumière et nous allons les étudier par la technique des corrélations d'intensité. La transition du Rubidium que nous utilisons est identique à celle du Xénon (mais il s'agit d'une transition hyperfine) et nous montrerons que le désaccord entre les deux expériences précédentes peut être attribuée à la différence entre les angles des réseaux

étudiés.

Nous donnerons tout d'abord une interprétation théorique des ondes de densité dans le cas d'une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ . Un exemple de trajectoire atomique typique permet de comprendre assez simplement ce phénomène (§1). Nous évoquerons brièvement la mise en évidence des ondes de densité par spectroscopie pompe-sonde (§2.1) puis nous présenterons les caractéristiques des spectres expérimentaux observés dans des conditions analogues à celles de la référence [31] et qui sont attribuables aux ondes de densité (§2.2). Il s'agit de résonances "anormales" à la fréquence  $\Omega_x$  qui ne peuvent être, pour plusieurs raisons que nous détaillerons, interprétées comme des résonances Raman dues au mouvement d'oscillation des atomes localisés au fond des puits (§2.3). Des simulations à deux dimensions reproduisent bien les caractéristiques des spectres observés et permettent de montrer que ce sont effectivement les atomes délocalisés qui contribuent à ces résonances. Enfin, la grande sensibilité du spectre à la direction et à la polarisation d'observation est cohérente avec un processus de diffusion par une onde de densité. Le dédoublement des résonances anormales quand le détecteur n'est pas placé dans la direction  $Oz$  est une caractéristique partagée avec les résonances stimulées mais, si les simulations montrent bien ce phénomène, nous n'avons pu l'observer expérimentalement avec certitude (§3.1). Une des caractéristiques essentielles du nouveau processus dynamique que nous étudions ici est l'alternance régulière entre des oscillations dans des puits où la polarisation est  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ . Cette propriété n'a pas été vérifiée directement par spectroscopie pompe-sonde mais nous montrerons théoriquement que les corrélations d'intensité croisées sont une technique bien adaptée pour mettre ce phénomène en évidence (§3.2).

Enfin, nous présenterons le résultat de mesures de spectres de corrélations pour différents angles du réseau (§4). Les résonances anormales disparaissent progressivement quand l'angle du réseau augmente et nous attribuerons donc le résultat négatif du NIST à l'angle trop important du réseau étudié ( $\theta = 45^\circ$ ).

## 1. Des ondes de densité induites par les oscillations et le pompage optique

Les simulations Monte-Carlo semi-classiques que nous utilisons fournissent des trajectoires atomiques dans l'espace {position, état interne, impulsion} et, avant même de les utiliser dans un calcul plus ou moins sophistiqué de valeur moyenne (de fonction de corrélation, durée de vie etc...), il est très instructif de "jeter un coup d'oeil" à leur forme pour identifier quelques premières propriétés de la dynamique. La trajectoire  $\{z(t), E(t)\}$  à une dimension ( $x = y = 0$ ) représentée sur la figure III-2 montre ainsi plusieurs phénomènes que nous avons retrouvés dans les chapitres III-1 et III-2 lors de l'interprétation des spectres : oscillations, localisation, transport par sauts entre puits avec séquences de vol libre au dessus des puits, marche aléatoire dans l'espace<sup>61</sup>....

Dans la direction  $Ox$  ( $y = z = 0$ ), le potentiel est différent et la trajectoire  $\{x(t), \text{état interne}\}$  représentée sur la figure III-31 ne présente pas les mêmes caractéristiques. Alors que, dans la direction  $Oz$ , un atome peut sauter avec la même probabilité dans chacun de ses puits voisins, il existe dans la dynamique selon  $Ox$  des phases pendant lesquelles l'atome se déplace dans un sens privilégié pendant plusieurs sauts successifs. L'atome d'abord localisé oscille dans un puits  $\sigma^-$ , puis est pompé optiquement dans le puits  $\sigma^+$  voisin où il effectue une demi-oscillation, puis

<sup>61</sup> Bien sûr, rien ne prouve à ce niveau que le mouvement est diffusif.

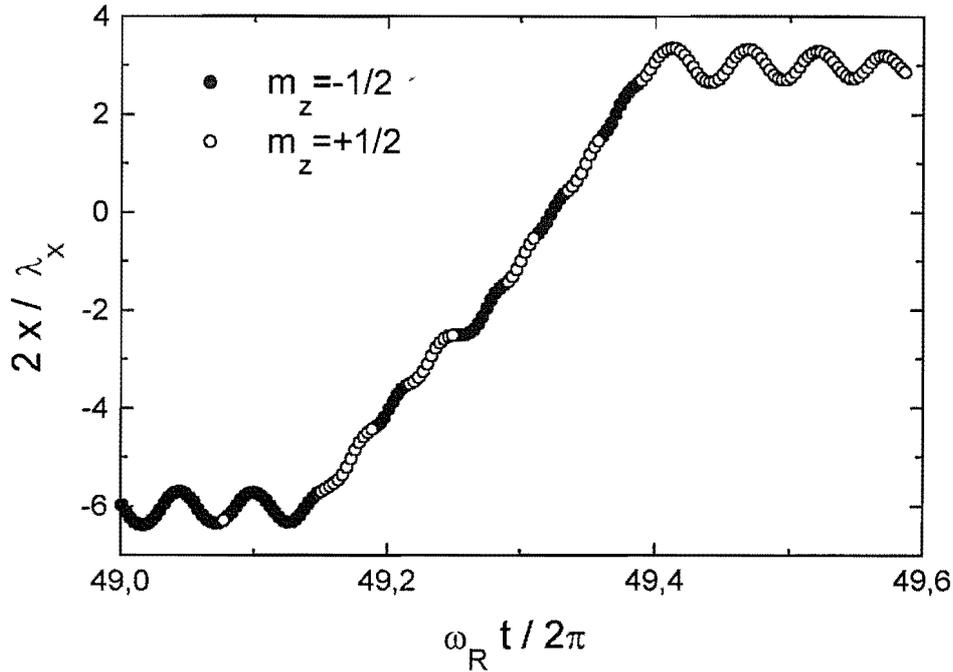


Figure III-31 : Exemple de trajectoire suivie par un atome selon la direction  $y = z = 0$ . L'atome est dans l'état interne  $m_z = -1/2$  ( $m_z = 1/2$ ) quand les cercles sont pleins (creux). Après une phase d'oscillation localisée dans un puits, l'atome effectue un mouvement orienté en oscillant d'un puits vers son voisin et en alternant son état interne.

est pompé dans le puits  $\sigma^-$  situé dans le sens de son mouvement etc... De cette façon, l'atome effectue un mouvement à grande échelle sur près de dix puits alors qu'il serait très improbable qu'il parcourt une telle distance en un seul vol libre. Pour que l'atome effectue ces cycles de pompage optique répétés, il est nécessaire qu'il effectue des oscillations de grande amplitude et ce sont donc les atomes peu ou pas localisés, peu nombreux, qui contribuent à ces trajectoires. La figure III-31 montre un détail d'une trajectoire mais, en fait, ce type de déplacement est le mode de transport dominant dans la direction  $Ox$ .

Une des propriétés essentielles de ce type de trajectoire est qu'un atome parcourt la distance entre puits  $\lambda_x/2 = \lambda/(2 \sin \theta) \simeq \lambda/2\theta$  (à petit angle ; voir §4) pendant une demi-période de l'oscillation  $\pi/\Omega_x$ . Tous les atomes ayant ce genre de comportement se déplacent donc avec la même vitesse moyenne

$$v \simeq \lambda \Omega_x / (2\pi\theta) \quad (\text{III-39})$$

ce qui est radicalement différent du cas du vol libre où il existe une distribution large des vitesses. L'ensemble des trajectoires décrites ci-dessus crée des fluctuations de densité propageantes (en raison de la propriété remarquable de quasi-constance de la vitesse) que l'on peut encore décrire sous la forme d'ondes de densité se propageant selon l'axe  $x$  dans les sens positifs ( $x > 0$ ) et négatifs ( $x < 0$ ) à la vitesse moyenne  $\pm v$ . De telles ondes existent également selon l'axe  $y$ .

Les ondes de densité n'existent que dans les directions  $Ox$  et  $Oy$  en raison de contraintes

spécifiques sur la forme du potentiel lumineux. Pour que des trajectoires telles que celle de la figure III-31 se poursuivent sur une distance appréciable, l'atome doit être pompé optiquement vers le puits voisin *au sommet* des puits de potentiel, à proximité de l'endroit où les potentiels pour les états  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  se croisent (figure III-32). En particulier, le pompage au fond des puits doit être aussi petit que possible pour éviter un changement d'état interne prématuré qui ne permettrait pas de poursuivre la trajectoire. Or, nous avons fait remarquer à plusieurs reprises (Chapitre II-1 §1.4.b et Chapitre III-1 §3.1) que le taux de pompage a une dépendance spatiale différente dans les différentes directions, quadratique dans la direction  $Oz$  et en  $(kx)^4$  dans la direction  $Ox$ . Dans ce dernier cas, le pompage a donc essentiellement lieu en bord de puits, ce qui est une condition favorable pour l'existence d'ondes de densité à longue portée.

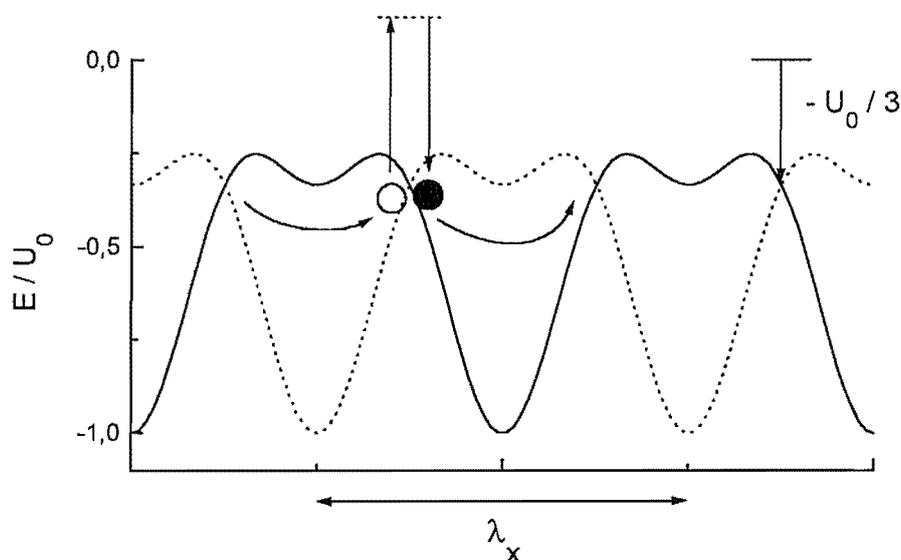


Figure III-32 : Le potentiel vu par un atome se propageant dans la direction  $Ox$  dans l'état  $m_z = -1/2$  (trait plein) ou dans l'état  $m_z = 1/2$  (pointillés). Les ondes de densité atomique sont associées à des trajectoires où l'atome effectue une demi-oscillation dans un puits et change d'état interne au sommet du puits, là où les potentiels se croisent. Ce sont les atomes délocalisés qui contribuent à ces trajectoires.

On notera enfin que les ondes de densité décrites ici, ou encore les modulations de densité atomique propageantes, ont une grande analogie avec les ondes acoustiques dans les milieux denses [31]. Cependant, elles ne résultent pas des interactions entre atomes mais d'un mécanisme appliqué à un seul atome qui combine son mouvement vibrationnel avec la modulation spatiale du pompage optique.

## 2. Propriétés de la diffusion de la lumière par les ondes de densité

### 2.1. Diffusion stimulée et diffusion spontanée

Les ondes de densité ont été mises en évidence dans un réseau tétraédrique par l'intermédiaire d'un nouveau processus de diffusion stimulée observé par spectroscopie pompe-sonde [31, 96]. Un faisceau sonde de faible amplitude est dirigé selon la direction  $Oz$  du réseau (voir la figure

III-33) alors que les faisceaux du réseau jouent le rôle de faisceaux pompe. Chaque faisceau du réseau produit une figure d'interférence pompe-sonde se déplaçant selon l'axe  $x$  avec une vitesse dépendant du désaccord  $\delta$  de la sonde  $\pm v_{ps}(\delta)$  (le sens dépend du faisceau considéré). Par ailleurs, les modulations de densité se propagent à la vitesse  $\pm v$  et, quand le désaccord  $\delta$  est tel que les deux vitesses  $v$  et  $v_{ps}(\delta)$  sont égales, l'interférence pompe-sonde excite les modes de propagation des atomes délocalisés. On observe alors sur les spectres pompe-sonde une réponse spécifique *résonnante*.

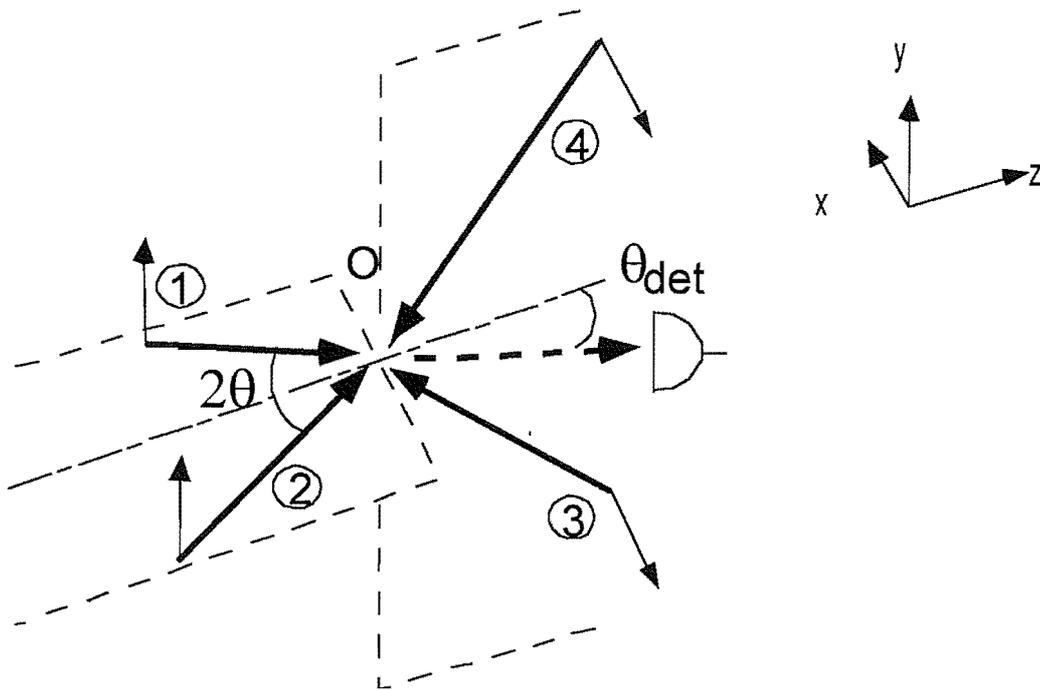


Figure III-33 : Géométrie de détection utilisée pour mettre en évidence les processus de diffusion de la lumière par les ondes de densité dans un réseau tétraédrique. Le vecteur d'onde de détection est  $k \cos \theta_{\text{det}} \vec{e}_z + k \sin \theta_{\text{det}} \vec{e}_x$  où  $\theta_{\text{det}}$  est un angle petit (inférieur à  $20^\circ$ ) et l'on détecte les composantes de polarisation linéaire  $x$  ou  $y$ .

Alors que les modes d'excitation élémentaires du milieu se manifestent en spectroscopie pompe-sonde par des processus de *diffusion stimulée*, la spectroscopie de fluorescence ou la spectroscopie par corrélation d'intensité est sensible à des processus de *diffusion spontanée* associés aux mêmes modes d'excitation. En particulier les modes d'oscillation d'atomes localisés sont caractérisés par des résonances Raman stimulées ou spontanées qui possèdent pour l'essentiel les mêmes propriétés (fréquence, largeur...). Par conséquent, on s'attend à ce que la diffusion spontanée par les fluctuations de densité propageantes se manifeste sur les spectres de corrélation d'intensité par des résonances analogues à celles qui existent sur les spectres pompe-sonde et les deux techniques doivent permettre d'étudier de façon équivalente les excitations élémentaires.

On a rappelé sur la figure III-33 la géométrie de détection que nous avons utilisée. C'est exactement la même qu'en spectroscopie pompe-sonde des réseaux [31] à condition de remplacer la direction et la polarisation de détection par la direction et la polarisation du faisceau sonde. Le vecteur d'onde de la lumière détectée est  $k \cos \theta_{\text{det}} \vec{e}_z + k \sin \theta_{\text{det}} \vec{e}_x$  où  $\theta_{\text{det}}$  est un pe-

tit angle (inférieur à  $20^\circ$ ) et nous verrons au §2.4 que l'information intéressante est portée par les composantes de polarisation linéaire  $x$  ou  $y$ . Nous n'avons mesuré expérimentalement que des spectres d'autocorrélation mais l'étude théorique du spectre de corrélations croisées entre composantes de polarisation circulaire est également très intéressante (voir le §3).

## 2.2. Spectre expérimental

On a représenté sur la figure III-34 les spectres de corrélations d'intensité des composantes de polarisation linéaire de la lumière dans la direction  $Oz$  (sens  $z > 0$ ) observés pour un réseau d'angle  $\theta = 20^\circ$ . On note sur la figure (a) (polarisation  $y$ ) une résonance en forme de falaise à la fréquence  $\Omega_S$  qui est égale à la fréquence  $\Omega_x$  des oscillations dans la direction  $Ox$  d'atomes localisés dans les puits de potentiel. Cette résonance disparaît dans la polarisation  $x$  alors que la résonance à la fréquence  $\Omega_z$  est présente sur les deux spectres. On qualifiera dans ce paragraphe du terme "anormale" la résonance à la fréquence  $\Omega_S$  car nous verrons qu'elle est de nature différente des résonances observées jusqu'à présent.

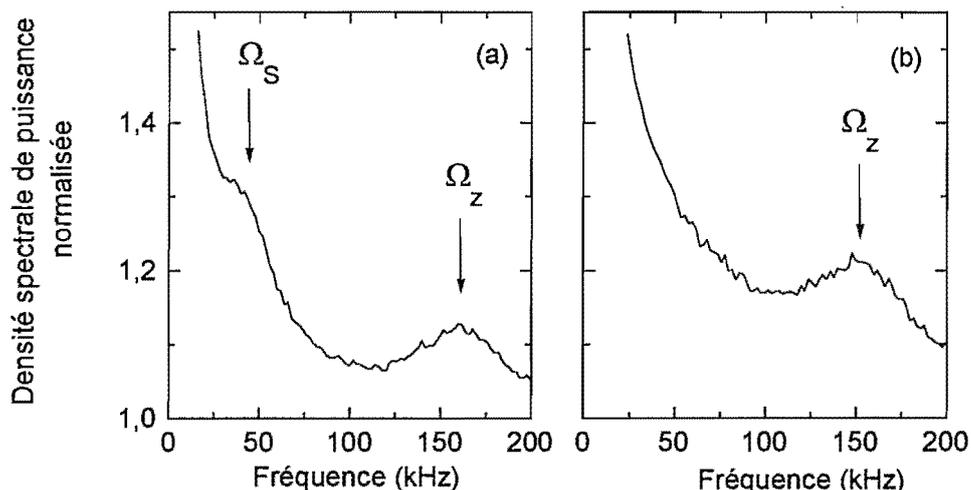


Figure III-34 : Spectres d'autocorrélations expérimentaux dans la direction  $Oz$  pour les composantes de polarisation  $y$  (a) et  $x$  (b). Le désaccord est  $\delta = -5\Gamma$ . On observe la résonance Raman à la fréquence  $\Omega_z$  sur les deux spectres et, sur la figure (a), une résonance à la fréquence  $\Omega_S = \Omega_x$  qui ne peut être interprétée en termes d'effet Raman et qui est due à la diffusion par les ondes de densité atomique.

## 2.3. La résonance anormale n'est pas une résonance Raman

A condition que la relation de Siegert II-53 soit vérifiée, nous avons vu dans le chapitre II-1 (formule II-61) que le calcul de la fonction de corrélation de l'intensité en polarisation circulaire peut être ramené au calcul de la valeur moyenne d'un opérateur "corrélations"  $C_{q_1, q_2}(t_2 - t_1)$  défini par

$$C_{q_1, q_2}(t_2 - t_1) = B_{q_2}^\dagger \left( \vec{R}(t_2) \right) e^{-\vec{k}_{\text{det}} \cdot \vec{R}(t_2)} B_{q_1} \left( \vec{R}(t_1) \right) e^{-\vec{k}_{\text{det}} \cdot \vec{R}(t_1)} \quad (\text{III-40})$$

où  $\vec{R}(t)$  est l'opérateur position de l'atome et  $q_1, q_2 = \pm 1$ . Dans ce paragraphe on ne retiendra

par commodité que la composante  $X(t)$  de l'opérateur position puisque les ondes de densité se propagent dans la direction  $Ox$ . Utilisons donc les expressions des opérateurs  $B_q(X)$  calculés dans l'annexe II-B §2.2 pour obtenir la dépendance spatiale de l'opérateur corrélations

$$\mathcal{C}_{q_1, q_2}(t_2 - t_1) \propto (\cos(k_x X(t_2)) - q_2) e^{-ikX(t_2) \sin \theta_{\text{det}}} (\cos(k_x X(t_1)) - q_1) e^{ikX(t_1) \sin \theta_{\text{det}}} \quad (\text{III-41})$$

Si l'angle de détection est nul (détection dans l'axe  $Oz$ ), cet opérateur est pair vis-à-vis de la position de l'atome quels que soient les choix de polarisation de détection aux instants initiaux ( $t_1$ ) et finaux ( $t_2$ ). On peut définir un opérateur équivalent pour la détection en polarisation linéaire  $x$  ou  $y$  et nous avons montré dans la formule II-65 qu'il est une combinaison linéaire des opérateurs  $\mathcal{C}_{q_1, q_2}(t_2 - t_1)$ . Par conséquent, l'opérateur corrélation en polarisation linéaire est également pair.

Le mouvement d'un atome localisé dans un puits quasi-harmonique étant quantifié, cela implique que l'opérateur corrélations ne peut coupler deux niveaux vibrationnels adjacents de parités opposées et plus généralement des niveaux  $n_x$  et  $n'_x$  tels que  $|n'_x - n_x|$  soit un nombre impair. Ainsi, on ne peut observer sur les spectres de corrélations des bandes latérales aux fréquences  $|n'_x - n_x| \Omega_x = (2n + 1) \Omega_x$  dues à des processus Raman entre ces niveaux vibrationnels<sup>62</sup>. En particulier, **si le détecteur est placé le long de l'axe  $Oz$ , on ne peut voir sur les spectres de résonance Raman à la fréquence  $\Omega_x$** . La résonance à la fréquence  $\Omega_S = \Omega_x$  de la figure III-34(a) n'a donc pas la même nature qu'une résonance Raman.

Si le détecteur est placé hors de l'axe  $Oz$ , l'opérateur corrélations III-41 n'a plus une parité bien définie et le spectre doit présenter une résonance Raman à la fréquence  $\Omega_x$ . On observe effectivement celle-ci sur le spectre expérimental de la figure III-39 (voir plus loin le §4) pour un angle de détection  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$  et un angle du réseau  $\theta = 20^\circ$ . La résonance Raman est plus fine que la résonance anormale observée pour les mêmes paramètres du réseau mais un angle de détection nul. Pour observer la résonance anormale à  $\Omega_S$ , il est donc important que le détecteur soit aligné précisément. L'incertitude sur l'angle du détecteur est de l'ordre de  $\pm 1^\circ$  dans nos expériences et l'on pourrait nous faire remarquer que la symétrie n'est pas suffisamment bien contrôlée pour que la résonance à  $\Omega_S$  ne soit pas une résonance Raman. Notre observation d'une différence de largeur entre ces deux résonances est un autre point en faveur de notre interprétation et nous disposons également d'arguments supplémentaires théoriques (distribution d'énergie des atomes et dédoublement) et expérimentaux (rôle de la polarisation et de l'angle du réseau) que nous verrons par la suite et qui permettent de confirmer que **la résonance  $\Omega_S$  n'est pas associée au mouvement d'oscillation des atomes localisés dans les puits**.

Les spectres théoriques de la figure III-35 (traits épais) reproduisent bien les caractéristiques des spectres expérimentaux. Ils sont obtenus par une simulation 2Dxy de la dynamique atomique. A angle nul, on retrouve bien la résonance large à la fréquence<sup>63</sup>  $\Omega_S \simeq \Omega_x$  alors que, pour  $\theta_{\text{det}} \neq 0$ , la résonance Raman est bien marquée et beaucoup plus étroite. Si ce sont les atomes oscillant le long de trajectoires telles que celle de la figure III-31 qui sont responsables de la résonance anormale, ce ne sont pas les mêmes classes d'atomes qui contribuent aux différentes résonances observées. La simulation numérique permet de sélectionner la contribution

<sup>62</sup> On peut aussi donner une interprétation classique de ce phénomène, sans quantifier le mouvement dans un puits. Il résulte en effet de l'interférence destructive entre les composantes spectrales à la fréquence  $\Omega_x$  diffusées par les atomes et issues des différents faisceaux du réseau. Selon un troisième point de vue enfin, dans l'onde stationnaire dans laquelle se déplacent les atomes, l'effet Doppler du premier ordre est supprimé quand le détecteur est perpendiculaire à l'axe du mouvement

<sup>63</sup>  $\Omega_S$  n'est pas exactement égale à  $\Omega_x$  en raison de l'anharmonicité du potentiel.

au spectre des atomes localisés avec une énergie totale inférieure à  $-U_0/3$ , c'est à dire l'énergie du point de croisement des courbes de potentiel des deux états internes (voir la figure III-32). Les spectres avec sélection d'énergie sont représentés sur la figure III-35 en traits fins. On observe que la résonance à  $\Omega_S$  disparaît sur la figure III-35(a) parce que, dans le cadre de notre interprétation, seuls les atomes ayant une énergie supérieure à  $-U_0/3$  peuvent effectuer des cycles de demi-oscillations et de pompage optique. Le contraste est frappant avec la résonance Raman (figure III-35(b)) qui n'est quasiment pas affectée. Ceci confirme la différence de nature profonde entre les résonances : **ce sont les séquences d'oscillation et de pompage optique des atomes délocalisés qui contribuent à la résonance anormale pour  $\theta_{\text{det}} = 0$  alors que ce sont les oscillations des atomes localisés qui sont responsables de la résonance Raman à angle non nul.**

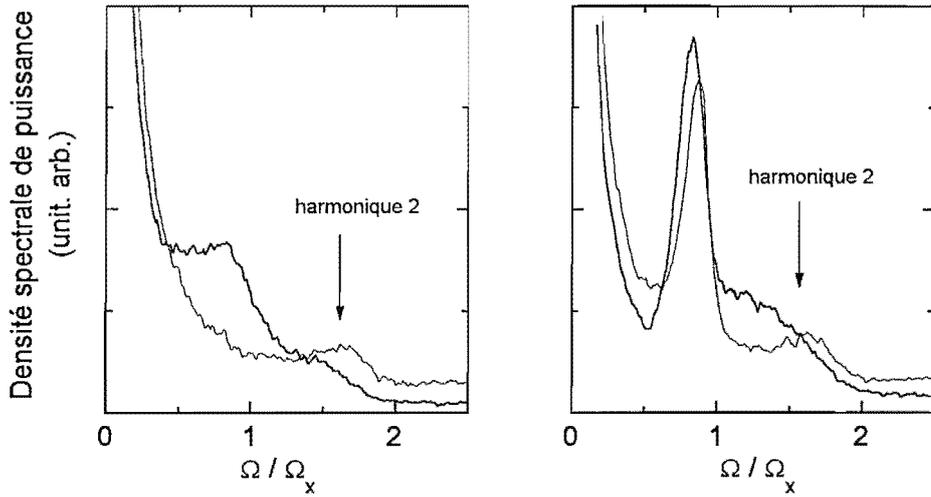


Figure III-35 : Spectres théoriques issus d'une simulation 2Dxy dans des conditions proches de celles de l'expérience ( $U_0 = 1000E_R$  et  $\delta = -5\Gamma$ ,  $\theta = 20^\circ$ ). Les spectres en trait fin sont obtenus en limitant le calcul des fonctions de corrélation aux atomes localisés dont l'énergie totale est inférieure à  $-U_0/3$  aux instants initiaux et finaux. Pour la figure (a),  $\theta_{\text{det}} = 0$  alors que, pour (b),  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$ . La résonance notée harmonique 2 dans les spectres d'atomes localisés correspond à un processus Raman à la fréquence  $2\Omega_x$ . Les amplitudes de chacun des spectres sont arbitraires.

On note sur la figure III-35(a) que la résonance Raman à la fréquence  $2\Omega_x$  est présente même pour un angle de détection nul. Ceci est cohérent avec notre argument de symétrie qui impose seulement que les harmoniques *impaires* de la résonance Raman soient interdites.

Une autre confirmation importante de la différence de nature entre les résonances Raman et les résonances anormales est leur sensibilité à la polarisation de détection. La résonance anormale à la fréquence  $\Omega_S$  n'existe que pour une polarisation et une direction de détection donnée, la polarisation  $y$  quand le détecteur est placé le long de l'axe  $Oz$  dans le sens  $z > 0$  pour la figure III-34. Par contre, les résonances Raman aux fréquences  $\Omega_x$  et  $\Omega_z$  existent quelle que soit la polarisation de détection. Nous interprétons cette propriété en montrant qu'elle est caractéristique de la diffusion de certains des quatre faisceaux du réseau par des ondes de densité.

On a représenté sur la figure III-36 plusieurs schéma destinés à illustrer quelques propriétés de la diffusion de la lumière de faisceaux incidents par une onde de densité se propageant dans la

direction  $Ox$ . Tout d'abord (a), la lumière diffusée vers le détecteur contient une information sur l'onde de densité si le vecteur d'onde incident a une composante non nulle selon l'axe  $Ox$ . Dans la géométrie du réseau tétraédrique III-33, seuls les faisceaux 1 et 2 dans le plan  $xOz$  sont dans cette situation et leur interaction avec l'onde est la seule pertinente pour notre analyse. Prenons l'exemple de la diffusion du faisceau 2. Son vecteur d'onde est  $\vec{k}_2 = k(\cos\theta\vec{e}_z + \sin\theta\vec{e}_x)$ . Le champ diffusé par un atome placé en  $\vec{r} = (x, z)$  vers un détecteur placé sur l'axe  $Oz$  est proportionnel au facteur  $e^{i(\vec{k}_{\text{det}} - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}}$  et sa dépendance en  $z$  est  $e^{ik(1-\cos\theta)z}$  si le détecteur est placé dans le sens du faisceau (diffusion vers l'avant) ou  $e^{ik(-1-\cos\theta)z}$  s'il est placé dans le sens opposé (diffusion vers l'arrière). Les atomes participant aux ondes de densité se déplacent essentiellement

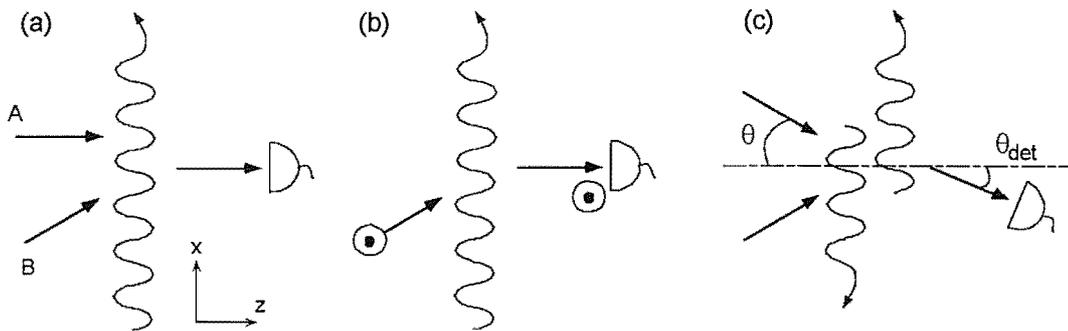


Figure III-36 : Les caractéristiques des résonances anormales à la fréquence  $\Omega_S$  résultent des propriétés de la diffusion des faisceaux lumineux du réseau par les modulations de densité propageantes représentées par des lignes ondulées orientées selon l'axe  $x$ . (a) Seule la diffusion vers l'avant des faisceaux ayant une composante selon  $x$  (cas B) donne un signal intéressant. (b) On sélectionne la lumière diffusée dans la même polarisation que celle du faisceau incident. (c) Quand l'angle  $\theta_{\text{det}}$  n'est pas nul, les ondes de densité se propageant dans deux sens opposés produisent des effets Doppler différents qui se manifestent par un dédoublement de la résonance à  $\Omega_S$ .

dans la direction  $x$  mais leur position  $z$  peut fluctuer légèrement. Pour la diffusion vers l'arrière, des fluctuations à petite échelle moyennent à 0 le facteur  $e^{-ik(1+\cos\theta)z}$  et brouillent le signal associé aux ondes de densité. Par contre, l'angle du réseau est suffisamment petit ( $\theta = 20^\circ$  pour la figure III-34) pour que  $e^{ik(1-\cos\theta)z}$  soit peu sensible aux fluctuations de  $z$  et le signal de diffusion vers l'avant est donc peu affecté par le mouvement en  $z$  des atomes. En conclusion, c'est essentiellement la lumière diffusée vers l'avant issue des faisceaux 1 et 2 qui contient une information utile sur les ondes de densité<sup>64</sup>.

Ces remarques mettent en évidence un point important : **la géométrie de détection filtre les trajectoires atomiques contribuant à un spectre donné.** Les atomes ont des trajectoires complexes déterminées par le potentiel et le pompage optique et la lumière diffusée par chacun d'entre eux interfère généralement destructivement de telle sorte que le spectre de corrélations d'intensité ne fournit pas d'information à leur sujet. Mais, dans des conditions de détection précises (dans le cas précédent, détection dans la direction  $Oz$ ), les interférences peuvent être constructives pour certains types de mouvement, des trajectoires telles que celles de la figure III-31 en l'occurrence. Le choix de la polarisation de détection est un second filtre des trajectoires.

Les faisceaux 1 et 2 du réseau ont une polarisation linéaire  $y$ . La détection dans la polar-

<sup>64</sup> Nous nuancerons ceci dans le §3 et nous montrerons que l'angle du réseau doit être assez petit ( $\theta = 20 - 30^\circ$ ) pour que cela reste vrai.

isation  $x$  correspond à une rotation de la polarisation de l'onde incidente. Elle est associée à des atomes qui se déplacent suffisamment *dans la direction*  $z$  pour changer d'état interne et de puits. Pour nous en convaincre, on rappellera que, en spectroscopie non linéaire et dans une géométrie équivalente (polarisation de la sonde perpendiculaire à la polarisation de la pompe copropageante), l'excitation pompe/sonde à une dimension correspond à une modulation du pompage optique entre puits adjacents [17, 31]. Cette contrainte sur le déplacement en  $z$  est peu compatible avec la trajectoire des atomes participant aux ondes de densité qui se déplacent essentiellement dans la direction  $Ox$  avec une excursion en  $z$  inférieure à la taille d'un puits. Le choix de la polarisation n'autorise pas la détection d'un signal spécifique aux ondes de densité. Le signal détecté dans la polarisation  $y$  est par contre peu sensible au pompage optique selon  $z$ . L'information sur les ondes de densité est donc contenue dans la lumière diffusée dans la polarisation identique à celle de l'onde lumineuse incidente, la polarisation  $y$ .

L'observation expérimentale<sup>65</sup> de la résonance à  $\Omega_S$  exclusivement dans la polarisation  $y$  est en accord avec cette analyse simple de la diffusion des faisceaux du tétraèdre par des ondes de densité se propageant sur l'axe  $x$ . Notons que nous avons eu recours ici à un point de vue "géométrique" sur le réseau qui n'est pas celui que nous avons privilégié dans l'étude du transport par sauts entre puits dans le chapitre III-2. Des effets analogues liés à la polarisation de la sonde ont été observés par spectroscopie pompe-sonde [31].

### 3. Dédoublage des résonances anormales : théorie

Quand l'angle de détection est non nul, nous avons vu qu'il existait une résonance Raman à la fréquence  $\Omega_x$  parce que l'opérateur corrélations n'était plus pair. Même si la résonance à la fréquence  $\Omega_S$  n'est plus visible, le spectre contient encore une information sur les ondes de densité sous forme de résonances peu intenses que nous étudions théoriquement dans ce paragraphe, sur les spectre d'autocorrélation puis de corrélations croisées. Nous n'avons pu les observer expérimentalement en raison d'un rapport signal sur bruit insuffisant<sup>66</sup>.

#### 3.1. Autocorrélation

Les ondes de densité se propagent dans les sens  $x > 0$  ou  $x < 0$  de l'axe  $Ox$  avec une vitesse moyenne  $\pm v$  définie par la formule III-39. La lumière d'un faisceau de vecteur d'onde  $\vec{k}_{in}$  est diffusée par chacune d'entre elles dans la direction du détecteur avec un effet Doppler  $\delta\omega = \pm (\vec{k}_{in} - \vec{k}_{det}) \cdot \vec{e}_x v$ . Comme on le note sur la figure III-2(c), les faisceaux 1 et 2 du tétraèdre, qui sont les seuls à fournir un signal utile dans les conditions de l'expérience, ont des vecteurs d'onde ayant des composantes selon  $x$  opposées. L'effet Doppler résultant de la

<sup>65</sup> Les effets de polarisation observés expérimentalement résultent de la disposition particulière des faisceaux du tétraèdre et les simulations numériques à deux dimensions ne peuvent les reproduire avec précision. La simulation 2Dxy ne présente pas de tels effets car les symétries du potentiel sont telles que les deux polarisations  $x$  et  $y$  sont équivalentes. Dans la simulation 2Dxz par contre, ce n'est pas le cas et on observe des effets de polarisation mais on note que l'amplitude de la résonance anormale est plus importante que ce qu'on observe expérimentalement ou même que son amplitude dans la simulation 2Dxy.

<sup>66</sup> Elles sont par contre visibles par spectroscopie pompe-sonde [31]. De façon générale, il est plus facile d'obtenir un bon rapport signal sur bruit par cette technique sensible à des phénomènes stimulés plutôt que par spectroscopie de corrélations d'intensité ou de fluorescence sensible à des phénomènes spontanés.

diffusion par les deux faisceaux se réduit donc à

$$\delta\omega = \pm kv\theta_{\text{det}} = \pm\Omega_x\theta_{\text{det}}/\theta \quad (\text{III-42})$$

pour un petit angle de détection. Les paramètres du réseau étant constants (intensité, désaccord), les deux ondes de densité se propageant en sens opposé produisent des déplacements Doppler opposés proportionnels à l'angle du détecteur.

La résonance  $\Omega_S$  est alors dédoublée en deux résonances aux fréquences  $\Omega_{S\pm} = \Omega_S \pm \Omega_x\theta_{\text{det}}/\theta$  correspondant aux ondes se propageant dans deux sens opposés. La simulation 2Dxz du spectre pour  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$ , représentée sur la figure III-37(a) montre effectivement une résonance large à la fréquence  $\Omega_{S+}$  en plus de la résonance Raman étroite à  $\Omega_x$  et l'on distingue difficilement<sup>67</sup> la structure attendue à la fréquence  $\Omega_{S-}$ . Comme on le note sur la figure III-37(b), la dépendance linéaire de  $\Omega_{S+}$  en fonction de l'angle de détection est cohérente avec notre interprétation du dédoublé en termes d'effet Doppler.

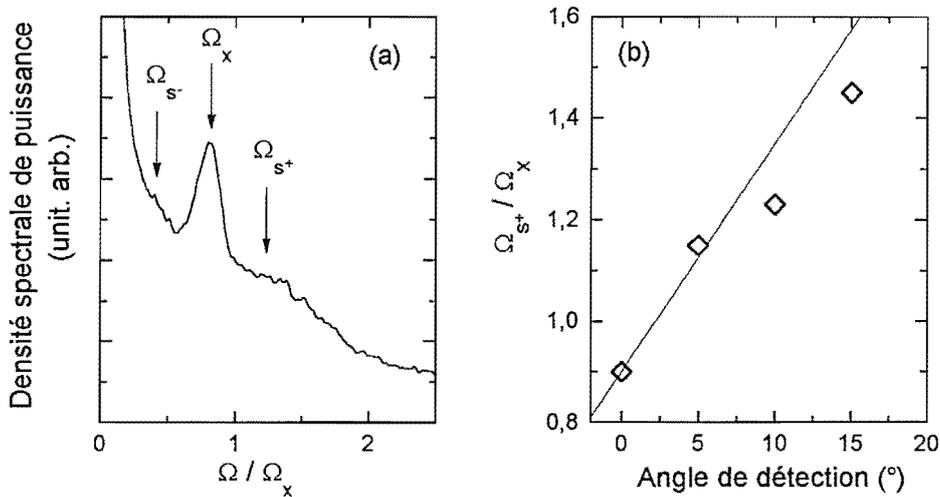


Figure III-37 : (a) Spectre théorique d'autocorrélation dans le cas où  $\theta = 20^\circ$  et  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$  (simulation 2Dxz). La résonance à la fréquence  $\Omega_S$  est dédoublée en deux résonances symétriques aux fréquences  $\Omega_{S+}$  et  $\Omega_{S-}$  (à peine visible). Il apparaît une résonance Raman étroite à la fréquence  $\Omega_x$ . (b) Position de la résonance à la fréquence  $\Omega_{S+}$  pour différents angles de détection. La ligne représente la courbe théorique linéaire  $\Omega_{S+} = (\theta_{\text{det}} = 0) \theta_{\text{det}}/\theta$ .

Sur le spectre 2Dxy de la figure III-35(b), on voit une structure large due à des atomes non localisés entre la résonance Raman et son harmonique d'ordre deux, bien détachée sur le spectre où l'énergie a été sélectionnée. Ce type de structure large pour laquelle il est assez illusoire de définir un centre est assez proche de celle qui est observée expérimentalement sur la figure III-39.

### 3.2. Corrélations croisées

La succession de demi-oscillations des atomes dans des puits où la polarisation est alterna-

<sup>67</sup> Le dédoublé est observé sans ambiguïté en spectroscopie pompe-sonde dans la référence [31] qui donne des indications sur la différence d'amplitude entre les différentes raies.

tivement  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  est une propriété spécifique des trajectoires constituant les modulations de densité propageantes. Si nous avons montré jusqu'à présent qu'un mécanisme de diffusion de lumière par des ondes de densité rendait bien compte des spectres expérimentaux, nous n'avons pas vérifié cette propriété importante. Or la technique des corrélations croisées entre les composantes de polarisation circulaire  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  nous a permis dans le chapitre III-2 de mettre en évidence des sauts d'atomes *localisés* entre des puits où la polarisation est différente. Alors que c'était la structure centrale qui nous intéressait dans ce cas, on s'attend à ce que des résonances aux fréquences caractéristiques  $\Omega_S$ ,  $\Omega_{S+}$  ou  $\Omega_{S-}$  traduisent l'alternance de la polarisation de la lumière diffusée par des atomes *non localisés* ayant des trajectoires du type de celle de la figure III-31. On observe trois résonances sur le spectre de corrélations croisées de la figure III-38 cal-

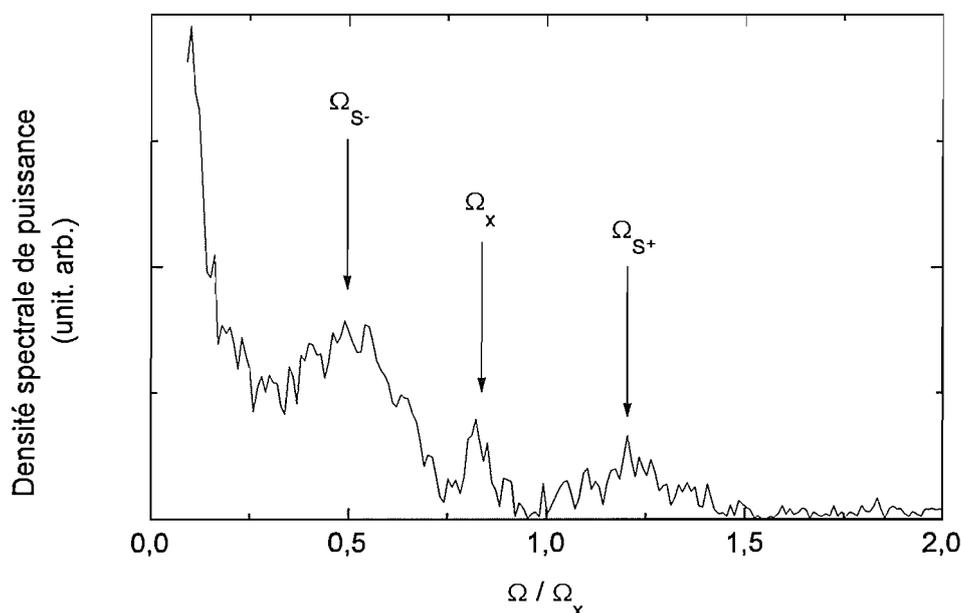


Figure III-38 : Spectre de corrélations croisées théorique (simulation 2Dxy) pour  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$ . On observe une résonance Raman à la fréquence  $\Omega_x$  et deux résonances symétriques dues aux ondes de densité.

culé pour des angles  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta_{\text{det}} = 10^\circ$  : la résonance Raman à la fréquence  $\Omega_x$  et deux autres résonances symétriques que nous interprétons comme les résonances dédoublées aux fréquences  $\Omega_{S+}$  et  $\Omega_{S-}$  et qui sont donc associées à des oscillations alternées. Comme on le vérifie par une sélection en énergie, seuls des atomes délocalisés y contribuent. Quand l'angle de détection est nul, le spectre de corrélations croisées d'une simulation 2Dxy est rigoureusement plat (voir la formule III-38).

#### 4. Influence de l'angle du réseau

Dans tous les cas considérés jusqu'à présent, les spectres présentés, théoriques ou expérimentaux, ont été obtenus pour un angle de réseau  $\theta$  dans la gamme  $20 - 30^\circ$  parce que c'est pré-

cisément dans ces conditions que les signatures spectrales des ondes de densité sont les mieux marquées. On a représenté sur la figure III-39 des spectres expérimentaux en polarisation  $y$  mesurés pour différents angles du réseau et pour une détection à angle  $\theta_{\text{det}}$  nul ou non. Alors qu'à angle non nul les résonances Raman sont bien visibles pour  $\theta = 20^\circ$  ou  $40^\circ$ , la résonance anormale (pour  $\theta_{\text{det}} = 0$ ) à la fréquence  $\Omega_S$  disparaît progressivement quand l'angle du réseau augmente. On note en outre que, pour un réseau asymétrique tel que  $\theta_x = 20^\circ$  et  $\theta_y = 30^\circ$ , la résonance anormale a la même forme que pour un réseau symétrique à  $\theta_x = \theta_y = 20^\circ$ . Ceci est cohérent avec notre interprétation puisque, dans la direction du détecteur, ce sont les faisceaux 1 et 2 qui sont diffusés par les ondes de densité se propageant sur l'axe  $Ox$  (avec une modulation de densité à la fréquence  $\Omega_x$ ) qui sont responsables de la structure spectrale à  $\Omega_S$ .

Nous attribuons la disparition des résonances anormales à grand angle à deux effets liés à l'angle  $\theta$ .

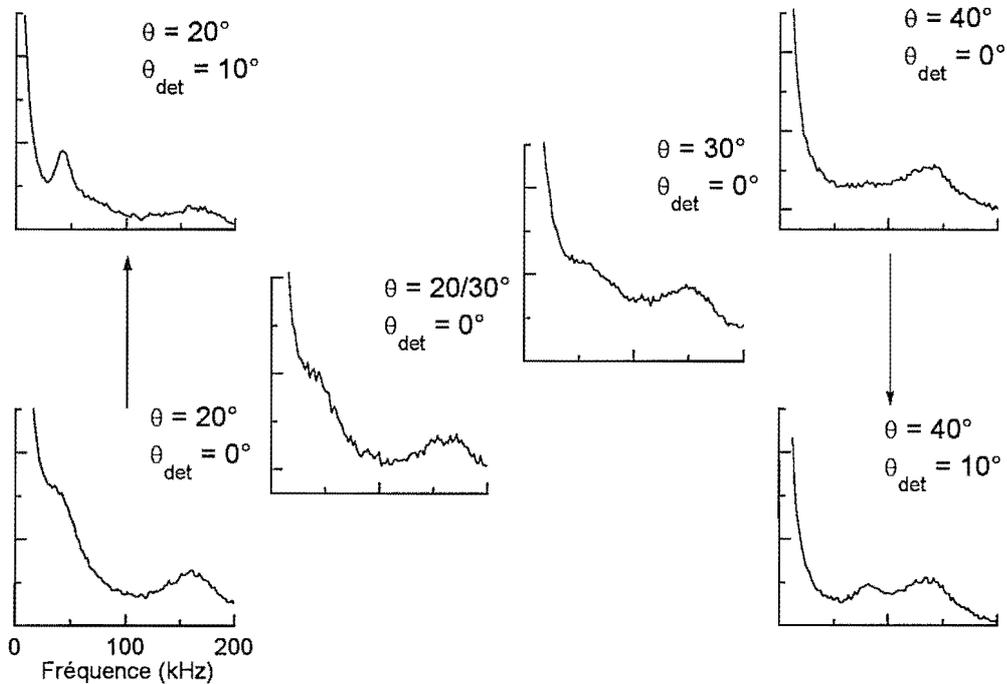


Figure III-39 : Spectres de corrélations d'intensité expérimentaux en polarisation  $y$  pour différents angles  $\theta$  du réseau et deux angles de détection  $\theta_{\text{det}}$ . L'angle de détection est nul pour les spectres situés sur la diagonale. Le désaccord est  $\delta = -5\Gamma$  dans tous les cas.

Le premier effet concerne la topographie du réseau. En changeant l'angle du réseau, on modifie le pas dans le plan  $xOy$  (proportionnel à  $1/\sin \theta$ ) sans altérer substantiellement le potentiel dans la direction  $Oz$  (le pas est proportionnel à  $1/\cos \theta$ ). Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre II-1 §1.4 (voir en particulier la figure III-7), à petit angle le potentiel est très asymétrique et l'on peut considérer que la séparation du mouvement dans les plans  $xOy$  et dans la direction  $Oz$  est légitime. A grand angle par contre, le potentiel est beaucoup plus symétrique dans toutes les directions d'espace et les mouvements dans les directions  $Ox$  et  $Oz$  ne peuvent être traités indépendamment. Les ondes de densité se propagent essentiellement dans la direction  $Ox$  et un couplage  $x - z$  important réduit la longueur des séquences de demi-oscillations + pompage

optique qui sont à leur origine.

Le second effet responsable de la disparition de ces résonances porte sur les propriétés de diffusion vers l'avant que nous avons évoquée dans le paragraphe précédent pour expliquer la dépendance en polarisation des spectres. Le champ des faisceaux 1 ou 2 diffusé par un atome placé en  $z$  dans la direction du détecteur est proportionnel à  $e^{ik(1-\cos\theta)z(t)}$ . Si  $\theta$  est petit ( $\theta \simeq 20^\circ$ ), cette quantité est peu sensible au déplacement  $z(t)$  mais, si  $\theta$  est de l'ordre de  $45^\circ$ , les variations de  $z(t)$  à petite échelle moyennent cette quantité à 0. Même si les atomes ayant des trajectoires de la forme III-31 se déplacent assez peu selon  $z$  mais surtout selon  $x$ , leur déplacement en  $z$  est suffisant pour brouiller le signal contenant l'information sur leur déplacement en  $x$ , c'est à dire les résonances anormales (voir la figure III-40).

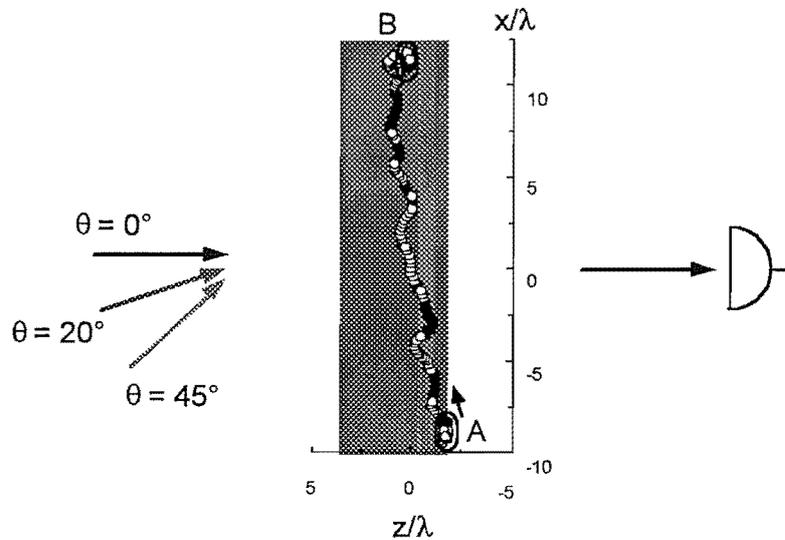


Figure III-40 : Illustration de l'effet de brouillage dû au mouvement en  $z$  des ondes de densité. Une trajectoire est représentée dans le plan  $xOz$ . L'atome part d'une position A où il est localisé et se déplace à vitesses quasi-constante vers une position B où il est à nouveau localisé. Son mouvement en  $z$  provoque un déphasage du champ diffusé en direction du détecteur. Pour un angle de réseau de  $20^\circ$ , l'excursion autorisée (en gris foncé) pour que ce déphasage n'ait pas d'influence (c'est à dire ne brouille pas la fonction de corrélation) est beaucoup plus grande que pour un angle de  $45^\circ$  (en gris clair).

Par conséquent, nous interprétons l'absence de résonance à  $\Omega_S$  pour  $\theta = 40^\circ$  comme la conséquence d'une modification de la topographie du potentiel et de la géométrie de détection. Nous suggérons que la non observation de résonances à  $\Omega_S$  sur les spectres pompe-sonde réalisés au NIST [127] a la même origine puisque l'angle du réseau  $y$  est encore plus grand ( $\theta = 45^\circ$ ).

## 5. Conclusion

Nous avons observé par corrélations d'intensité des résonances spectrales qui n'ont pas les mêmes caractéristiques que les résonances associées au mouvement d'oscillation des atomes localisés. Nous attribuons leur origine à des processus de diffusion spontanée des faisceaux du réseau par des fluctuations de densité se propageant selon les axes transverses  $Ox$  et  $Oy$  (ondes de densité). Les résonances associées à ces processus spontanés ont des propriétés comparables aux

résonances induites par des processus stimulés équivalents observés par spectroscopie pompe-sonde :

- elles sont observées selon l'axe  $z$  du réseau, là où les résonances vibrationnelles sont interdites par symétrie
- elles sont plus larges que les résonances Raman à la même fréquence observées hors de l'axe
- ce sont des atomes délocalisés qui contribuent à ces nouvelles résonances alors que le mouvement vibrationnel des atomes localisés se manifeste par des résonances Raman
- la théorie montre un dédoublement des nouvelles résonances pour une détection hors de l'axe.

De plus, la spectroscopie par corrélations d'intensité fournit des informations nouvelles importantes qui confirment notre interprétation :

- les spectres de corrélations croisés ont la forme attendue si l'on suppose que les trajectoires contribuant aux ondes de densité sont constituées de séquences d'oscillations dans des puits où la polarisation est alternativement  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$
- les nouvelles résonances disparaissent à grand angle.

L'existence des ondes de densité montre bien que l'anisotropie du potentiel est une de ses caractéristiques cruciales, aussi bien pour la diffusion de la lumière (chapitre III-1) que pour la dynamique atomique. Elles posent un problème intéressant dans le cadre général de l'étude du transport atomique. On peut en effet se demander si le déplacement sous forme d'ondes de densité est compatible avec un transport diffusif tel que celui que nous avons décrit dans le chapitre précédent. A ce propos, il faut rappeler que les fluctuations de densité propageantes sont uniquement constituées par des atomes *délocalisés* qui, au lieu de se déplacer entre puits par vol libre (cas 1D $z$ ), ont des trajectoires à longue portée telles que celle qui est représentée sur la figure III-31. Vu à grande échelle, le transport s'effectue toujours par sauts d'atomes localisés entre puits mais le pas du saut est beaucoup plus grand (du moins quand l'angle  $\theta$  est petit) que pour un vol libre. Les simulations numériques à deux dimensions dans le plan  $xOy$  montrent que le transport reste diffusif dans la direction  $Ox$  mais que le coefficient de diffusion spatiale  $D_x$  est près de dix fois plus grand que le coefficient  $D_z$ . Ce simple calcul ne permet pas de tirer une conclusion définitive mais il serait important de poursuivre les études de transport à deux, voire à trois dimensions, et pour plusieurs angles du réseau, afin de déterminer les contributions respectives des ondes de densité et du vol libre au transport.

# Chapitre III-4

## Un nouveau phénomène de dégroupement de photons

Lorsque nous avons étudié les propriétés de la lumière diffusée par un ensemble de diffuseurs dans le chapitre I-1, nous avons évoqué l'inégalité de Cauchy-Schwarz portant sur la fonction de corrélation de l'intensité  $g^{(2)}(\tau)$  qui permet d'affirmer que cette fonction est toujours inférieure à sa valeur à délai nul

$$g^{(2)}(\tau) \leq g^{(2)}(0) \quad (\text{III-43})$$

Cette propriété, dite de "groupement" ("bunching") est toujours vérifiée pour une source classique (lumière chaotique ou laser) et sa violation stricte est la preuve que le champ électromagnétique a une nature purement quantique [62].

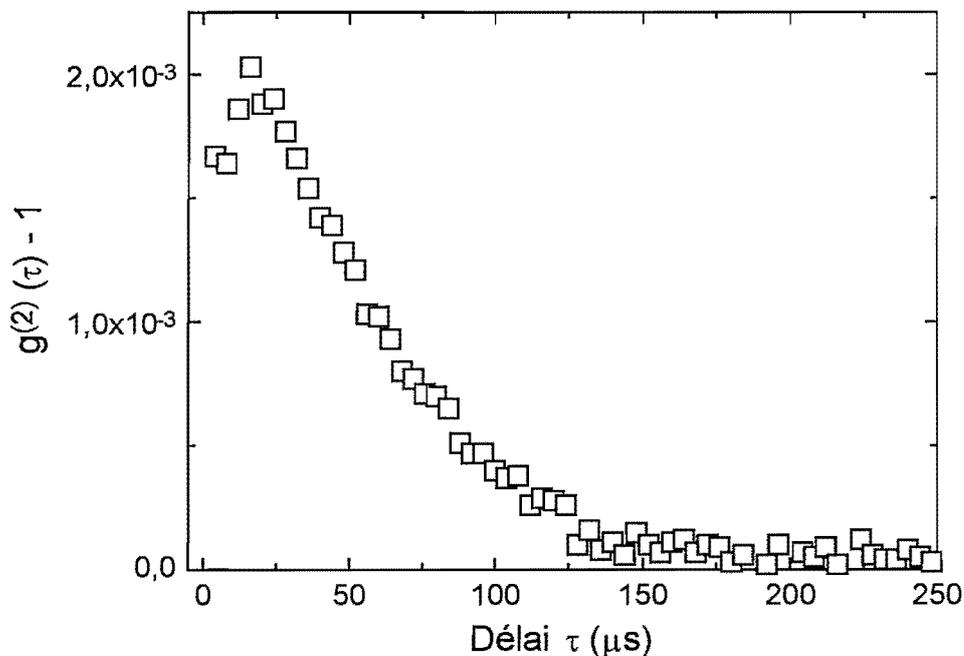


Figure III-41 : Fonction de corrélation croisée  $g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau) - 1$  mesurée pour un angle du réseau  $\theta = 30^\circ$  et un désaccord  $\delta = -5\Gamma$ . La croissance de la fonction de corrélation à délai court est le signe d'un dégroupement de photons.

Or la fonction de corrélations croisées entre composantes de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  que nous avons mesurée expérimentalement et qui est présentée sur la figure III-41 viole l'inégalité III-43 pour des délais courts : la fonction de corrélations croisées présente un comportement de type "dégroupement de photons". La théorie à une dimension que nous avons détaillée dans le chapitre III-2 prédit même que la fonction de corrélation atteint un minimum absolu à délai nul<sup>68</sup> (voir par exemple la figure III-23).

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à ce nouveau phénomène de dégroupement de photons. Nous étudierons tout d'abord de façon générale le dégroupement qui se manifeste sur les fonctions de corrélations croisées entre *deux détecteurs* (§1.1) et nous montrerons qu'il n'est pas nécessairement lié à un effet quantique, au contraire du dégroupement observé sur une fonction de corrélation à *un seul détecteur*. Nous donnerons l'exemple d'une expérience de corrélations croisées proche dans son esprit de la nôtre, mais appliquée à la fluorescence d'un seul atome (§1.2).

Puis nous interpréterons le dégroupement de photons observé dans la lumière diffusée par un réseau en montrant qu'il résulte d'un processus d'interférence destructive entre les composantes de lumière  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  diffusées par différents atomes (§2.1). La forme de la fonction de corrélations croisées résulte de la combinaison de différents processus dynamiques (§2.2). Nous verrons enfin que le dégroupement de  $g_{\sigma^+/\sigma^-}^{(2)}(\tau)$  n'est pas propre aux réseaux mais à la configuration du champ créée par l'interférence des faisceaux laser (§2.3).

## 1. Le dégroupement de photons à deux détecteurs

Pour décider si le dégroupement que nous observons avec deux détecteurs est le signe d'un effet quantique, il faut généraliser la relation III-43 aux fonctions de corrélation à deux détecteurs qui peuvent être sensibles à deux polarisations différentes dans une même direction d'observation, ou placés dans deux directions différentes. Nous noterons 1 et 2 les deux détecteurs utilisés. Une inégalité de Cauchy-Schwarz adaptée se démontre de la façon suivante [131]. Écrivons l'inégalité triviale

$$|x(I_1(0) + I_2(0)) + y(I_1(\tau) + I_2(\tau))| \geq 0$$

où  $x$  et  $y$  sont des variables et  $I_1$  et  $I_2$  sont les intensités lumineuses détectées. En développant le terme de gauche, on fait apparaître les fonctions de corrélation classiques pour les délais 0 et  $\tau$  comme coefficients d'un polynôme du deuxième ordre en  $x$  et  $y$ . En écrivant que son discriminant est négatif (pour qu'il ne change pas de signe), et sous l'hypothèse de la relation de symétrie<sup>69</sup>  $g_{11}^{(2)}(\tau) = g_{22}^{(2)}(\tau)$ , on obtient l'inégalité généralisée

$$g_{11}^{(2)}(\tau) + g_{12}^{(2)}(\tau) \leq g_{11}^{(2)}(0) + g_{12}^{(2)}(0) \quad (\text{III-44})$$

Le dégroupement de la fonction de corrélations croisées  $g_{12}^{(2)}(\tau)$  ne sera le signe d'un effet quan-

<sup>68</sup> Dans nos expériences, avec une meilleure résolution temporelle, nous avons observé sur des signaux plus bruités un contraste entre le maximum et  $g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(0)$  de l'ordre de 50%. Il est probable qu'il soit très sensible aux imperfections expérimentales telles que les champs magnétiques résiduels, l'équilibrage des puissances des faisceaux et la qualité de leurs polarisations et qu'en travaillant ces points, on mesure effectivement  $g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(0) = 1$ .

<sup>69</sup> Elle est justifiée dans le cadre de l'étude des fonctions d'autocorrélation et de corrélations croisées en polarisation circulaire. Nous avons en effet montré dans l'annexe II-B (§1.2.c) que  $g_{\sigma^-/\sigma^-}^{(2)}(\tau) = g_{\sigma^+/\sigma^+}^{(2)}(\tau)$ .

tique que si cette inégalité est violée.

Dans nos expériences de corrélations entre différentes composantes de polarisation circulaire de la lumière diffusée par un réseau, les fonctions apparaissant dans l'inégalité sont  $g_{11}^{(2)}(\tau) = g_{\sigma^-/\sigma^-}^{(2)}(\tau)$  et  $g_{12}^{(2)}(\tau) = g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau)$ , leurs valeurs à délai nul sont  $g_{11}^{(2)}(0) = 2$  et  $g_{12}^{(2)}(0) = 0$  et l'inégalité prend la forme

$$g_{\sigma^-/\sigma^-}^{(2)}(\tau) + g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau) \leq 2 \quad (\text{III-45})$$

Elle est vérifiée par la fonction de corrélation expérimentale de la figure III-41. Par ailleurs, nous n'avons pas observé sa violation dans les simulations numériques pour un vaste ensemble de paramètres du réseau. **L'observation du dégroupement de photons dans la fonction de corrélations croisées de la lumière diffusée par un réseau ne résulte donc pas nécessairement d'un effet quantique.**

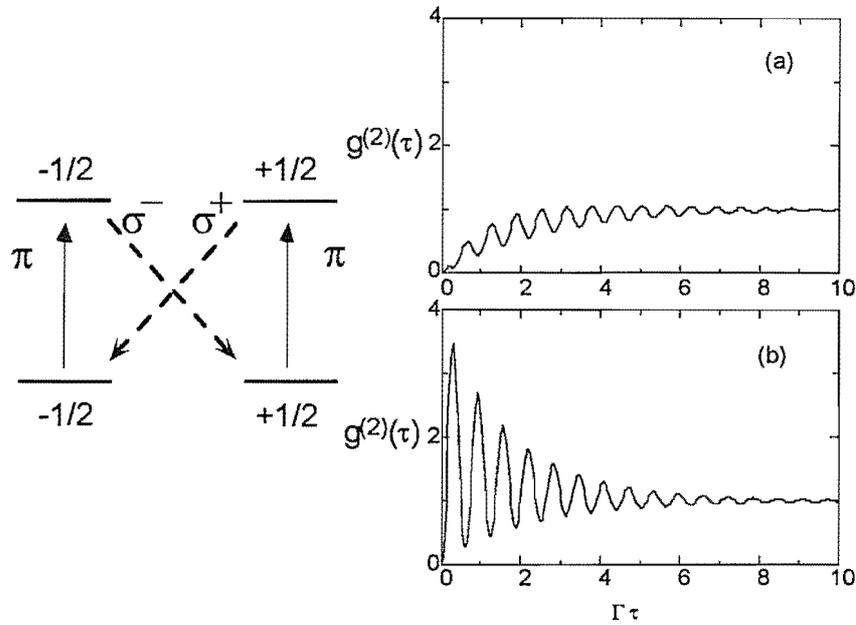


Figure III-42 : Propriétés des fonctions de corrélation de la fluorescence de résonance d'un atome pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 1/2$  [130]. L'atome est excité par de la lumière  $\pi$ . (a) Fonction d'autocorrélation  $g_{\sigma^-/\sigma^-}^{(2)}(\tau)$  et (b) fonction de corrélations croisées  $g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau)$ .

Bien sûr, il existe d'autres expériences de montrant un effet de dégroupement de photons violant l'inégalité III-43. La première a été réalisée en 1977 par Kimble, Dagenais et Mandel [128, 62]. Les auteurs ont mesuré la fonction d'autocorrélation de la fluorescence de résonance émise par un unique atome de sodium dans un jet. L'atome se comporte en bonne approximation comme un système à deux niveaux. Immédiatement après l'émission d'un premier photon, il se trouve dans son état fondamental et la probabilité d'émission d'un nouveau photon est nulle [129] si bien que  $g^{(2)}(0) = 0$ . Par la suite, l'état excité a une probabilité non nulle d'être peuplé et la fonction prend une valeur non nulle en violation de l'inégalité III-43.

Une expérience proposée par Cohen-Tannoudji et Reynaud [130] est plus proche dans sa forme de nos expériences et fournit un exemple de fonction de corrélations croisées entre deux

détecteurs. On a reporté sur la figure III-42 son schéma de principe et les fonctions de corrélation théoriques. Le système étudié est un atome ayant une transition  $J = 1/2 \rightarrow J = 1/2$  placé dans un champ lumineux de polarisation  $\pi$ . L'atome se désexcite en émettant des photons  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . La figure III-42(b) représente la fonction  $g_{\sigma^+/\sigma^+}^{(2)}(\tau)$ , c'est à dire la probabilité de détecter un photon  $\sigma^+$  aux instants  $t = 0$  et  $t = \tau$ . La figure III-42(c) représente la fonction de corrélations croisée  $g_{\sigma^+/\sigma^-}^{(2)}(\tau)$ . Toutes deux sont nulles à délai nul et présentent un phénomène de dégroupement de nature quantique violant les inégalités III-43 et III-44 mais leurs formes sont assez différentes. Après avoir émis un photon  $\sigma^+$ , un atome est dans l'état fondamental  $m_z = -1/2$  et réémet un photon  $\sigma^-$  après une demi-période de Rabi. Par contre, il doit être réexcité pour repasser dans l'état  $m_z = +1/2$  et réémettre un photon  $\sigma^+$ . Par conséquent, c'est le temps  $\Gamma^{-1}$  ( $\Gamma$  est la largeur naturelle du niveau excité) qui est caractéristique de la croissance de la fonction d'autocorrélation alors que c'est la période de Rabi  $2\pi/\omega_1$ , ici plus courte, qui l'est pour la fonction de corrélation croisée.

Cet exemple est instructif dans la mesure où il propose un phénomène de dégroupement de photons qui ne doit pas être confondu avec le dégroupement de photons observé sur la fonction de corrélations croisées de la lumière diffusée par un réseau. Nous étudions pour notre part des propriétés de la diffusion *élastique*<sup>70</sup> de la lumière diffusée par *un grand nombre d'atomes*. Les expériences évoquées ci-dessus, elles, portent sur la fluorescence de résonance d'*un seul atome* dans le régime saturant<sup>71</sup> et l'on met en évidence une propriété de la partie *inélastique* (au sens du triplet de Mollow) de la diffusion[129]. Enfin, alors que ce sont les temps associés aux degrés de liberté interne qui sont important dans le régime saturant, ce sont des temps externes liés au déplacement atomique qui déterminent la forme de la fonction de corrélations croisées comme nous le verrons dans le prochain paragraphe.

## 2. Dégroupement de photons dans un réseau atomique

Nous présentons à présent un effet de dégroupement sur la fonction de corrélations croisées entre les composantes de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  de la lumière diffusée par un réseau lumineux.

### 2.1. Origine physique

Si la relation de Siegert II-53 est vérifiée, nous avons vu dans le chapitre II-1 (formule II-61) que le calcul de la fonction de corrélations croisées entre composantes de polarisation circulaire se ramène au calcul de la valeur moyenne de l'opérateur de corrélations  $\mathcal{C}_{-1,1}(t_2 - t_1)$  défini par

$$\mathcal{C}_{-1,1}(t_2 - t_1) = B_1^\dagger \left( \vec{R}(t_2) \right) e^{i\vec{k}_{\text{det}} \cdot \vec{R}(t_2)} B_{-1} \left( \vec{R}(t_1) \right) e^{-i\vec{k}_{\text{det}} \cdot \vec{R}(t_1)} \quad (\text{III-46})$$

où  $\vec{R}(t)$  est l'opérateur position de l'atome. On a en effet

$$g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(t_2 - t_1) - 1 \propto |\langle \mathcal{C}_{-1,1}(t_2 - t_1) \rangle|^2 \quad (\text{III-47})$$

<sup>70</sup> Evidemment le spectre n'est pas purement élastique puisqu'on observe des bandes latérales. Cependant le spectre n'est pas inélastique (ou incohérent) au sens du triplet de Mollow.

<sup>71</sup> Dans un régime non saturant, il est probable que la fonction d'autocorrélation croîtra comme le temps de pompage optique (qui est  $(\Gamma s_0/9)^{-1}$  pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ ). Cependant, son contraste sera très faible.

Nous étudions ici la fonction de corrélation croisée pour une dynamique à une dimension (selon  $z$ ) mais les conclusions que nous allons tirer sur le dégroupement de photons seront facilement généralisables à trois dimensions. On supposera que  $\vec{k}_{\text{det}} = k\vec{e}_z$ . D'après les expressions des  $B_q(Z)$  dans l'annexe II-B §1.1 la dépendance spatiale de l'opérateur  $C_{-1,1}(t_2 - t_1)$  est

$$C_{-1,1}(t_2 - t_1) \propto \sin(k_z Z(t_2)) e^{ik_z Z(t_2)} \cos(k_z Z(t_1)) e^{-ik_z Z(t_1)} \quad (\text{III-48})$$

où  $k_z = 2\pi/\lambda_z = k \cos \theta$ .

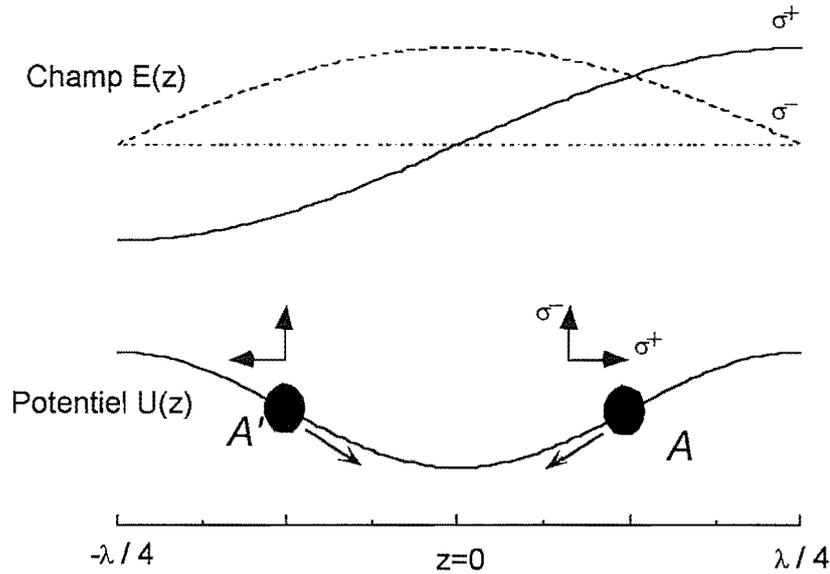


Figure III-43 : Champ électrique et potentiel vus par deux atomes symétriques par rapport au centre d'un puits fictif. Les flèches horizontales et verticales indiquent le signe du dipôle atomique induit par le champ pour chaque polarisation circulaire  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ . Les deux atomes A et A' ont des contributions opposées à la fonction de corrélations croisées.

A délai nul, les exponentielles dans la formule III-48 sont identiques et l'on a

$$C_{-1,1}^B(0) \propto \sin(2k_z Z_B(0)) \quad (\text{III-49})$$

Les indices  $B$  qui apparaissent maintenant dans la formule font référence à un atome  $B$  de position  $Z_B$ . La fonction de corrélation à délai nul est obtenue en moyennant l'opérateur  $C_{-1,1}^B(0)$  sur l'état de l'atome  $B$  mais aussi sur l'ensemble des atomes  $B$  présents dans le réseau. La distribution spatiale des atomes dans le réseau est une fonction *paire* alors que cette fonction de corrélation est *impaire*. Sa moyenne sur l'ensemble des atomes  $B$  est donc nulle et

$$g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(0) = 1 \quad (\text{III-50})$$

On ne peut encore à ce niveau parler de dégroupement dans la mesure où nous n'avons pas montré que la fonction de corrélations croisées peut prendre des valeurs supérieures à 1 à délai non nul.

Pour interpréter physiquement la formule III-50, il est utile d'effectuer un raisonnement plus complexe que celui-ci que nous avons utilisé précédemment, mais qui nous permettra de comprendre le comportement de la fonction de corrélation pour un délai non nul. Écrivons l'opéra-

teur position  $Z_B$  sous la forme  $Z_B = Z_A + n\lambda_z/2$  où  $n$  est un entier de telle sorte que  $Z_A$  représente la position d'un atome *fictif*  $A$  identique à  $B$  mais translaté spatialement dans la cellule du réseau définie par  $-\lambda_z/4 \leq z_A \leq \lambda_z/4$ . On s'aperçoit immédiatement que les opérateurs  $C_{-1,1}^B(0)$  et  $C_{-1,1}^A(0)$  sont égaux et la moyenne sur les atomes du réseau peut donc être réalisée en supposant que tous les atomes sont dans le même puits fictif, même si ce n'est pas le cas en pratique. Cette simplification résulte d'une interférence constructive entre les contributions des atomes situés dans différents puits à la fonction de corrélations croisées à délai nul.

Considérons donc deux atomes  $A$  et  $A'$  dans le même état interne ( $m_z = -1/2$  par exemple) placés dans l'unique puits de potentiel fictif. Supposons que  $A'$  est le symétrique de  $A$  par rapport au centre du puits (voir la figure III-43). Chaque atome diffuse un champ de polarisation  $\sigma^+$  et un champ de polarisation  $\sigma^-$  mais les deux champs ont des symétries opposées par rapport au centre du puits. Les dipôles atomiques induits pour chacun des atomes sont égaux pour la polarisation  $\sigma^-$

$$d_{\sigma^-}^A = d_{\sigma^-}^{A'} \quad (\text{III-51})$$

mais de signes opposés pour la polarisation  $\sigma^+$

$$d_{\sigma^+}^A = -d_{\sigma^+}^{A'} \quad (\text{III-52})$$

de telles sorte que les opérateurs de corrélations pour les deux atomes sont opposés

$$C_{-1,1}^A(0) = -C_{-1,1}^{A'}(0) \quad (\text{III-53})$$

En moyennant la fonction de corrélations croisées à délai nul sur les positions des atomes dans un seul puits fictif, les contributions des atomes symétriques par rapport au centre du puits interfèrent destructivement et l'on retrouve bien sûr que  $g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(0) = 1$ .

Le fait que la fonction de corrélation prenne sa valeur minimale à délai nul résulte de deux processus d'interférences entre les contributions des différents atomes du réseau à la valeur moyenne  $\langle C_{-1,1}^B(t_2 - t_1) \rangle_B$  sur l'ensemble des atomes  $B$  du réseau. Le premier processus est une interférence *constructive* entre les contributions d'atomes placés dans des puits différents et nous avons montré qu'elle permettait ne pas prendre en compte les effets de propagation entre puits. Le second processus est une interférence *destructive* entre les contributions d'atomes symétriques par rapport au centre d'un puits donné.

Que se passe-t'il à présent à délai non nul ? Ces deux processus d'interférence sont modifiés et la fonction de corrélations croisées prend une valeur supérieure à 1

$$g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau > 0) > g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau = 0) = 1 \quad (\text{III-54})$$

Il en est ainsi parce que les facteurs de phase  $e^{ikZ(t_2)}$  et  $e^{-ikZ(t_1)}$  de la formule III-48 doivent être pris en compte si  $t_1 \neq t_2$ . Si un atome  $B$  se trouve à l'instant  $t_2$  dans un puits repéré par l'entier  $n_2$  alors qu'il était à l'instant  $t_1$  dans un puits repéré par  $n_1$ , l'opérateur de corrélations de l'atome fictif  $A$  (dont la position est celle de l'atome  $B$  translaté dans la première cellule du réseau) est

$$C_{-1,1}^A(t_2 - t_1) = e^{-i\pi(n_2 - n_1)/2 \cos \theta} C_{-1,1}^B(t_2 - t_1) \quad (\text{III-55})$$

Si l'atome est resté dans le même puits ( $n_1 = n_2$ ), même s'il s'est déplacé, les deux fonctions de corrélation des atomes  $A$  et  $B$  sont encore égales et la première interférence, de nature constructive, n'est pas brisée. Nous pouvons alors raisonner à nouveau avec l'atome  $A$  et son symétrique

$A'$  dans le même puits fictif. Quand l'atome  $A$  bouge, son symétrique  $A'$  se déplace également (voir la figure III-43) et, pendant que la fonction de corrélation de l'atome  $A$ ,  $C_{-1,1}^A(t_2 - t_1)$ , a accumulé en moyenne une phase  $k(z_A(\tau) - z_A(0))$ , celle de l'atome  $A'$  a accumulé une phase opposée. Les contributions de chacun des atomes symétriques ne sont donc plus opposées et la seconde interférence, de nature destructive, est brisée. La fonction de corrélations croisées prend alors une valeur supérieure à 1, sa valeur à délai nulle quand la seconde interférence est destructive. Que se passe-t'il à présent quand le délai est assez long pour que les atomes puissent sauter d'un puits à un autre ? Les indices  $n_1$  et  $n_2$  apparaissant dans la formule III-55 ne sont alors plus égaux et la première interférence, de nature constructive, est brisée<sup>72</sup>. Cet effet est responsable de la décroissance vers la valeur 1 de la fonction de corrélations croisées à délai long. Nous précisons ce point dans le paragraphe suivant en reliant cette décroissance au transport atomique.

La relation III-54 caractérise le dégroupement des photons dans la fonction de corrélations croisées [62]. **La probabilité de détecter un photon de polarisation  $\sigma^+$  après avoir détecté un photon de polarisation  $\sigma^-$  est minimale à délai nul. Le dégroupement résulte ici de processus d'interférences entre les composantes de lumière  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  diffusées par les différents atomes du réseau. Ces interférences sont brisées à délai non nul par le mouvement atomique : le saut entre puits ou le déplacement à l'intérieur d'un puits.**

## 2.2. Forme de la fonction de corrélations croisées

Voyons à présent en détail quelle est la forme de la fonction de corrélations croisées pour un délai  $\tau$  non nul. Un atome  $A$  localisé au fond d'un puits de potentiel voit sa position osciller de telle sorte que  $z_A(\tau) = z_0^A \cos(\Omega_z \tau + \phi_A)$  où  $\phi_A$  est une phase quelconque associée à chaque atome et où l'amplitude des oscillations vérifie  $z_0^A \ll \lambda$ . En reportant cette expression dans l'équation III-48, en la développant dans la limite où le mouvement est localisé ( $kz_0 \ll 1$ ) et en moyennant sur un ensemble d'atomes, c'est-à-dire sur la phase aléatoire  $\phi_A$ , on obtient l'allure de la fonction de corrélations croisées<sup>73</sup>

$$g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau) - 1 = [\cos \theta (kz_0)^2 (1 - \cos \Omega_z \tau)]^2 \quad (\text{III-56})$$

La fonction de corrélations croisées croît donc sinusoidalement à délai court, tant que l'atome oscille et reste localisé dans le puits où il se trouvait à l'instant initial.

Pour un délai  $\tau$  plus long, il est possible d'obtenir une expression asymptotique pour la fonction de corrélations croisées. Nous avons montré dans le chapitre III-2 (formule III-35) qu'elle prend la forme d'une exponentielle décroissante avec une constante de temps dépendant de l'angle du réseau  $\theta$  et du coefficient de diffusion spatiale  $D_z$

$$g_{\sigma^-/\sigma^+}^{(2)}(\tau) - 1 \sim e^{-2k^2(1-\cos \theta)^2 D_z \tau} \quad (\text{III-57})$$

Dans le cas particulier où  $\theta = 0$ , c'est à dire quand le vecteur d'onde des faisceaux du réseau a le même module que le vecteur d'onde de la détection (détection selon un faisceau), la fonction de corrélation ne décroît pas à délai long. Dans ce cas, d'après la formule III-55, la lumière diffusée par des atomes situés dans des puits différents interfère constructivement. On a calculé les fonctions d'autocorrélation et de corrélations croisées dans ce cas particulier et le résultat est présenté sur la figure III-44. Les deux fonctions tendent vers la même valeur avec la même con-

<sup>72</sup> Il faut supposer en plus que  $\theta \neq 0^\circ$ .

<sup>73</sup> On suppose que les atomes n'ont pas eu le temps de changer de puits, donc que  $n_1 = n_2$  dans la formule III-55.

stante de temps, si l'on excepte la décroissance initiale rapide de la fonction d'autocorrélation que nous avons interprétée dans le chapitre III-1 (§2.1). En superposant les fonctions de corrélation de l'état interne pour des atomes localisés, on remarque que l'accord entre les deux séries de courbes est très bon. La croissance de la fonction de corrélations croisées est donc dans ce cas gouvernée par la durée de vie de l'état interne  $\tau_{-/-}$ , autrement dit, comme on pouvait s'y attendre, par le temps que mettent les atomes à passer d'un puits à l'autre. Dans le cas  $\theta \neq 0$  qui nous intéresse expérimentalement, la situation est plus compliquée parce que l'interférence entre la lumière diffusée dans différents puits n'est plus constructive. Ce n'est plus la durée de vie dans un seul puits qui détermine uniquement la croissance. On peut penser cependant que ce sera encore le cas pour un petit angle et un délai court.

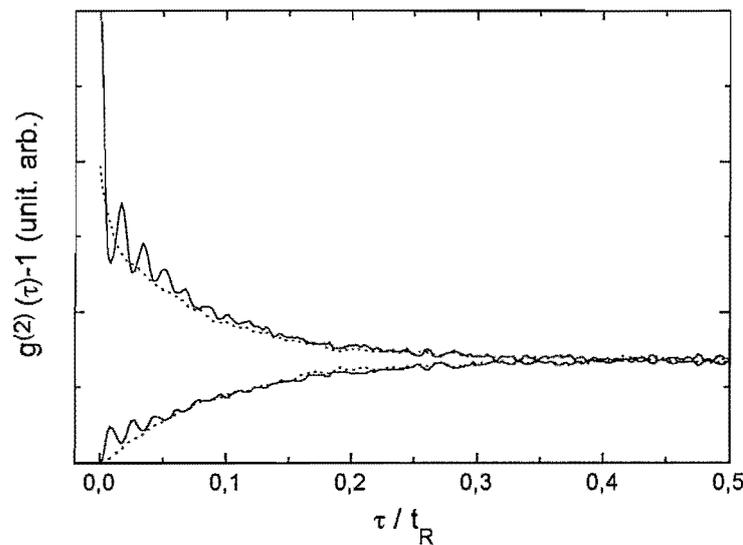


Figure III-44 : Fonctions d'autocorrélation  $g_{\sigma- / \sigma-}(\tau)$  et de corrélations croisées  $g_{\sigma- / \sigma+}(\tau)$  dans le cas l'angle du réseau  $\theta$  est nul (traits pleins). En pointillés, on a représenté les fonctions de corrélation de l'état interne pour des atomes localisés (la courbe décroissante correspond à des atomes localisés et dans l'état  $m_z = -1/2$  aux instants initiaux et finaux).

En définitive, la forme de la fonction de corrélations croisées résulte de plusieurs types de processus dynamiques : **la fonction oscille à la fréquence  $\Omega_z$  à délai très court, croît avec une constante de temps qui est de l'ordre de la durée de vie de l'état interne puis décroît exponentiellement sous l'effet de la diffusion spatiale.** La fonction de corrélations croisées est donc bien modélisée par un produit de la forme  $Ae^{-\gamma_1 t} (1 - e^{-\gamma_2 t})$ . Elle présente un maximum dont l'amplitude et la position dépendent des constantes de temps de chacune des exponentielles. En particulier, l'amplitude est maximale à angle  $\theta$  faible quand le coefficient de diffusion spatiale est important.

### 2.3. Dégroupement de photons et localisation atomique

Dans l'explication intuitive de l'origine du dégroupement, le point clef est la forme du gra-

dient de polarisation dans la configuration  $\text{Lin} \perp \text{Lin}$  mais la distribution spatiale des atomes (la localisation spatiale) n'intervient que pour justifier les oscillations à temps court de la fonction de corrélations croisées<sup>74</sup>. Cet effet n'est donc pas à proprement parler un effet caractéristique des réseaux d'atomes froids et l'on pourrait l'observer dans d'autres situations.

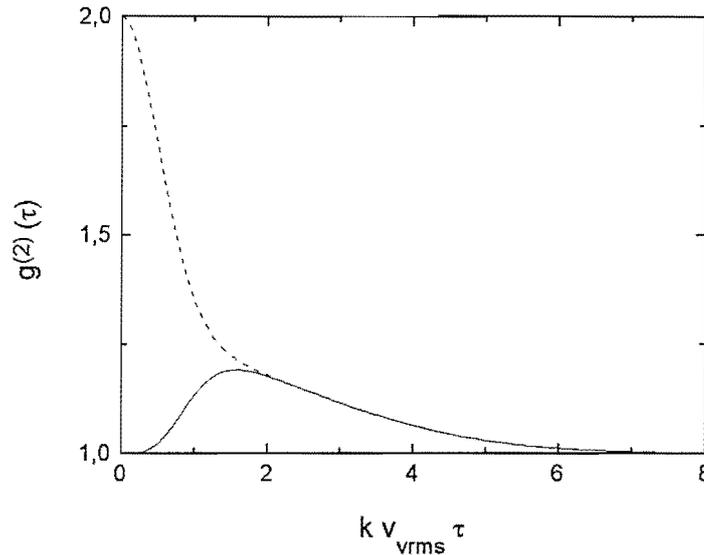


Figure III-45 : Fonctions d'autocorrélation (tirets) et de corrélations croisées (trait plein) pour une distribution thermique d'atomes caractérisée par la vitesse quadratique moyenne  $v_{rms}$  et placée dans le champ électrique d'un réseau 1D. On a choisi  $\theta = 45^\circ$ .

Par exemple, l'on pourrait soumettre une vapeur "chaude" d'atomes ayant une transition  $J_g = 0 \rightarrow J_g = 1$  à l'onde stationnaire qui est créée à l'intersection des faisceaux du réseau. Si la vapeur est caractérisée par une distribution thermique de vitesses et une vitesse quadratique moyenne à une dimension  $v_{rms} = \sqrt{k_B T / m}$ , les fonctions de corrélation sont calculables exactement et sont simplement le carré de la somme ou différence de deux gaussiennes dont les largeurs sont inversement proportionnelles aux élargissements Doppler  $(k + k_z) v_{rms}$  ou  $(k - k_z) v_{rms}$  associés à chaque faisceau (voir le chapitre I-2 §3.1). Elles sont représentées sur la figure III-45. Le dégroupement subsiste et la position du maximum de la fonction croisée est un bon moyen d'avoir accès à  $v_{rms}$ . Une telle expérience pourrait être effectuée dans une vapeur atomique à température ambiante et les temps impliqués seraient de l'ordre d'une dizaine de  $ns$ . Avec des atomes froids et des faisceaux désaccordés du côté bleu de la résonance atomique, les temps typiques seraient de l'ordre de quelques  $\mu s$ , durée pendant laquelle les atomes ne subissent pas un chauffage trop important.

### 3. Conclusion

Nous avons mis en évidence, théoriquement et expérimentalement, un nouveau phénomène

<sup>74</sup> On ne les observe pas expérimentalement en raison de la différence entre la transition atomique du modèle et la transition réelle (voir chapitre III-2 (§2.2.a)).

de dégroupement de photons de nature différente des dégroupements de photons observés dans la fluorescence d'un seul atome. Il se manifeste par une croissance à délai court de la fonction de corrélations croisées entre les composantes de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  de la lumière diffusée par un réseau. Ce n'est pas nécessairement la trace d'un effet quantique et, s'il résulte du mouvement des atomes dans le potentiel lumineux, c'est un effet propre à la configuration du champ électrique et non pas au réseau lui-même (la localisation spatiale n'est pas nécessaire).

# Annexe III-A

## Diffusion élastique et inélastique et corrélations d'intensité

Le but de cette annexe est de préciser quelques notions sur la diffusion inélastique de la lumière par des atomes dans un réseau. Dans le chapitre III-1, nous avons établi le lien étroit entre la localisation atomique et la diffusion inélastique et, plus précisément, des mesures de spectres de corrélations d'intensité dans la direction  $Ox$  (figure III-16) ont montré que la diffusion inélastique était particulièrement importante pour un petit angle de réseau, quand la distribution spatiale des atomes était large. Nous disposons de deux mesures indirectes du paramètre de Lamb-Dicke  $k^2 \langle x^2 \rangle$  pour un angle de réseau  $\theta = 30^\circ$ . La mesure du rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  de la quantité de lumière diffusée inélastiquement à la quantité diffusée élastiquement dans un spectre de corrélation nous fournit la valeur 1.8 (tableau III-9) alors que la mesure de température nous donne 0.6. Ce désaccord important entre les deux estimations a son origine dans la relation  $\mathcal{R}_{\text{correl}} = 2\mathcal{R}$  que nous avons utilisée pour déduire du spectre de corrélations le rapport diffusion inélastique / diffusion élastique dans le spectre de fluorescence, quantité qui est elle-même liée directement à  $k^2 \langle x^2 \rangle$  par la formule III-18. Nous allons d'abord montrer que cette relation est vérifiée uniquement dans le régime de Lamb-Dicke où  $k^2 \langle x^2 \rangle \ll 1$ , qui n'est pas la situation dans laquelle on se trouve expérimentalement dans l'exemple mentionné ci-dessus. Puis nous verrons que des processus d'interférence entre différentes composantes spectrales de la lumière diffusée compliquent l'estimation de  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  dans le cas général. Nous donnerons deux exemples, l'un théorique et l'autre expérimental, qui mettent clairement en relation ces phénomènes d'interférence avec l'observation d'harmoniques d'ordre élevé des résonances vibrationnelles.

### 1. Calcul du rapport $\mathcal{R}_{\text{correl}}$

Nous allons dans ce paragraphe calculer le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  dans le cas particulier où le spectre *optique* de la lumière diffusée est la somme de composantes lorentziennes correspondant à la résonance vibrationnelles à la fréquence  $\Omega_x$  et à ses harmoniques. Le spectre de corrélations d'intensité est l'autoconvolution du spectre optique ; c'est donc aussi la somme de fonctions lorentziennes et nous avons vérifié qu'un ajustement de cette forme est bien adapté pour les spectres de la figure III-16.

Le spectre optique associé à une seule composante a dans nos calculs la forme

$$P_0(\omega) = \frac{2A}{\pi} \frac{\delta\omega^2}{4(\omega - \omega_c)^2 + \delta\omega^2} \quad (\text{III-58})$$

où  $\delta\omega$  est la largeur à mi-hauteur du spectre et  $A$  est son aire. La fonction de corrélation du



Hors du régime Lamb-Dicke par contre, il est évident que cette relation n'est plus vérifiée et le rapport  $\mathcal{R}_{\text{correl}}$  est supérieur à  $2\mathcal{R}$ . Comme nous l'avons remarqué expérimentalement, les valeurs de  $k^2 \langle x^2 \rangle$  calculées malgré tout à partir de la relation III-61 sont surestimées.

Notons enfin que les résonances des spectres de corrélations d'intensité ne peuvent être en toute rigueur associées à des processus Raman, comme c'est le cas pour les spectre de fluorescence. Ainsi, dans la formule III-60, la largeur de la raie à  $\omega_c^1$  dépend de la largeur du pic central parce que cette raie résulte du battement entre la résonance centrale et la résonance à  $\omega_c^1$  du spectre de fluorescence. En général, le pic central est suffisamment étroit pour que l'on néglige cette correction et nos discussions de nature *qualitative* sur les largeurs de raie dans le chapitre III-1 ne sont pas remises en cause. Cependant, cela pose un problème si l'on désire poursuivre une étude au niveau *quantitatif* hors du régime Lamb-Dicke.

## 2. Battement entre raies Raman vibrationnelles

Une manifestation spectaculaire des effets de battement entre différentes composantes de la lumière diffusée par un atome est l'existence de nombreuses harmoniques centrées presque exactement aux fréquences  $n\Omega_x$  sur les spectres de corrélations d'intensité.

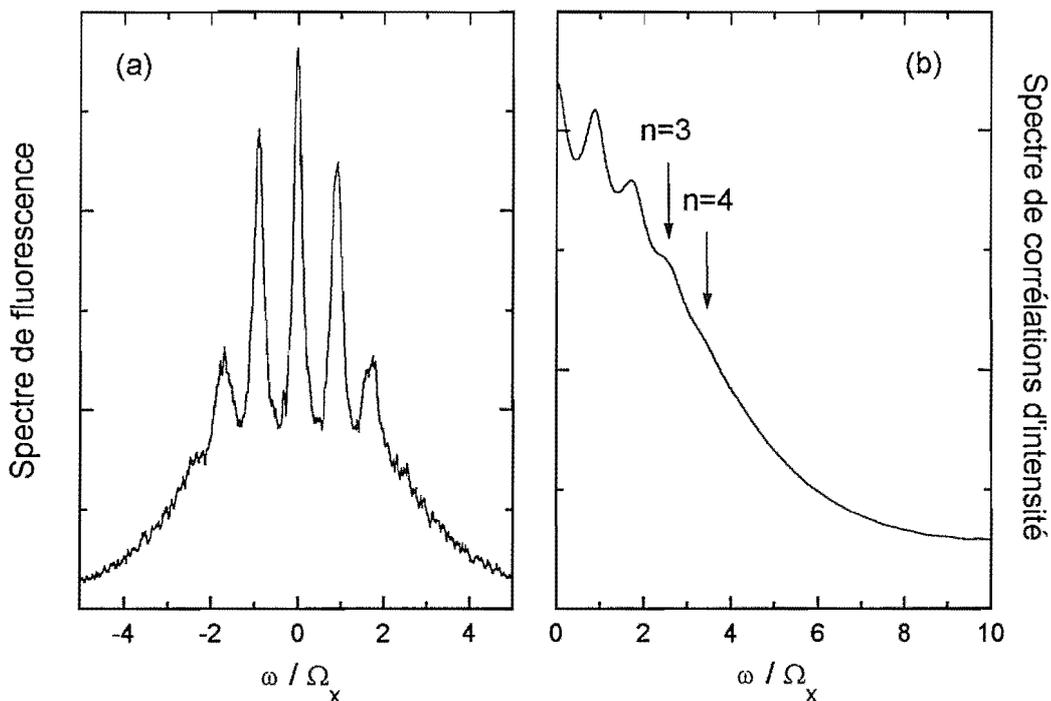


Figure III-46 : Spectre de fluorescence (ou spectre optique) (a) et spectre de corrélation d'intensité (b) théoriques pour un réseau d'angle  $\theta = 20^\circ$  et une détection dans la direction  $Ox$ . Le calcul est effectué à partir d'une simulation  $2Dxz$  de la dynamique avec un désaccord  $\delta = -5\Gamma$ .

On a représenté sur les figures III-46(a) et (b) le résultat du calcul numérique d'un spectre

de fluorescence et d'un spectre de corrélation d'intensité pour un angle du réseau  $\theta = 20^\circ$ . On remarque tout d'abord, et cela valide les simulations 2Dxz, que le spectre de corrélations théorique a la même forme que le spectre expérimental de la figure III-16(a) mesuré pour le même angle. Il est bien évident sur le spectre de fluorescence que l'essentiel de la lumière est diffusé de façon inélastique. Le point qui nous intéresse ici est que des harmoniques aux fréquences  $3\Omega_x$  et  $4\Omega_x$  sont présentes sur le spectre de corrélations alors qu'elles sont absentes sur le spectre de fluorescence. Nous les attribuons, en accord avec la forme générale décrite dans le premier paragraphe de cette annexe, non pas à de "vraies harmoniques" d'ordre trois et quatre qui seraient présentes sur les deux spectres, mais au battement entre les différentes raies vibrationnelles du spectre de fluorescence. Par exemple, le battement entre les raies à  $-\Omega_x$  et  $2\Omega_x$  est responsable d'une raie à  $3\Omega_x$  sur le spectre de corrélations d'intensité.

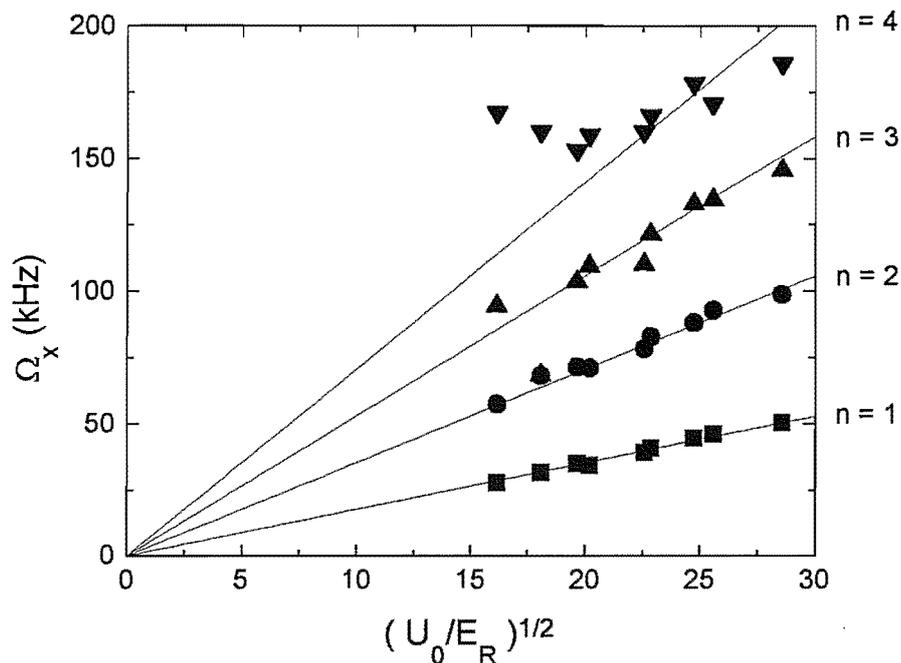


Figure III-47 : Position des raies Raman à la fréquence  $\Omega_x$  pour un spectre à  $\theta = 20^\circ$  en fonction de la racine carrée de la profondeur de puits normalisée  $(\frac{U_0}{E_R})^{1/2}$ . Les lignes sont déduites d'un ajustement effectué sur la résonance fondamentale qui est ensuite multiplié par un entier de  $n = 2$  à  $n = 4$ . Les valeurs expérimentales des fréquences des harmoniques sont ici des multiples entiers de la fréquence fondamentale.

On peut distinguer jusqu'à quatre harmoniques également sur le spectre expérimental III-16(a) et nous avons mesuré leurs positions en fonction de la profondeur de puits à désaccord constant. Le résultat est présenté sur la figure III-47. Un ajustement linéaire montre que la fréquence  $\Omega_x$  de la résonance fondamentale est bien proportionnelle à  $\sqrt{U_0}$  (voir le chapitre III-1 §1.2). On a indiqué sur la figure trois droites dont les pentes sont des multiples entiers de celle de cet ajustement (elles ne sont pas, elles, des ajustements !) et l'on s'aperçoit que les fréquences

des différentes harmoniques sont alignées avec ces droites, sauf pour la quatrième harmonique à faible profondeur de puits. Son amplitude est cependant trop faible pour autoriser une mesure précise de sa fréquence. Enfin, nous avons également vérifié que la fréquence de la seconde harmonique est  $2\Omega_x$  même pour un angle de réseau plus grand que  $20^\circ$ .

**Le fait que les harmoniques soient placées exactement aux fréquences  $n\Omega_x$  est inattendu dans la mesure où l'on s'attend à un décalage vers des valeurs légèrement plus basses qui est dû à l'anharmonicité du potentiel [18].** Par contre, cet effet est compréhensible si les harmoniques résultent essentiellement du battement entre différentes raies du spectre optique. Le battement entre les composantes à  $-\Omega_x$  et  $\Omega_x$  se produit en effet *exactement* à la fréquence  $2\Omega_x$ .

# Annexe III-B

## Autocorrélation en polarisation linéaire

La nature de la polarisation sélectionnée dans une expériences de corrélations d'intensité dans un réseau est cruciale pour attribuer à diverses caractéristiques des spectres un sens physique précis. Nous avons ainsi vu dans le chapitre III-2 que les raies centrales des spectres de corrélation d'intensité en polarisation *circulaire* (spectres croisés ou non) donnaient des indications sur la dynamique des atomes dans les puits de potentiel ou sur les sauts entre puits. La sélection de la polarisation *linéaire* nous a été utile pour mettre en évidence une caractéristique fondamentale de la résonance associée à la diffusion de la lumière par des ondes de densité dans le chapitre III-3. Nous présentons dans cette annexe quelques propriétés supplémentaires des spectres d'autocorrélation en polarisation linéaire.

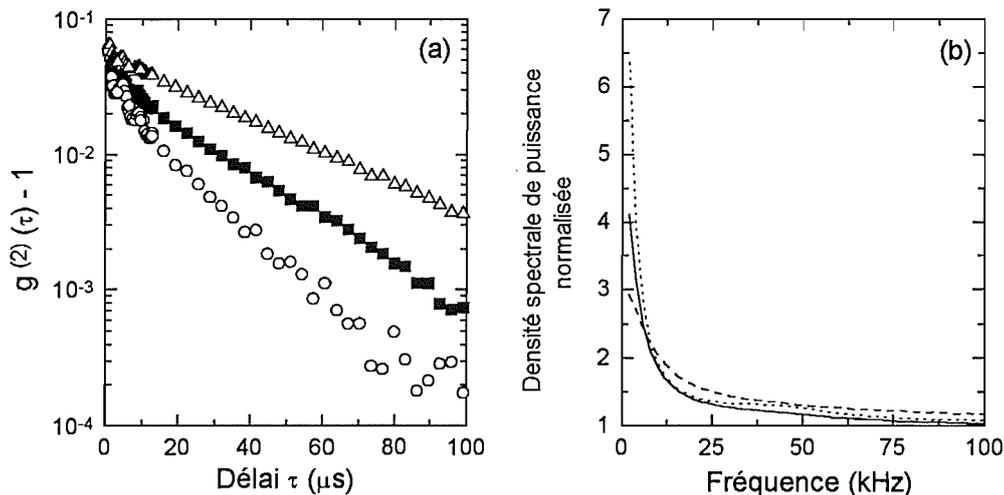


Figure III-48 : Autocorrélations dans les domaines temporel (a) et spectral (b) pour les mêmes paramètres du réseau mais pour des polarisations de détection différentes (données expérimentales). (a) Carrés : polarisation circulaire, triangles et cercles : polarisations linéaires  $x$  et  $y$ . (b) Trait plein : polarisation circulaire, pointillés et tirets : polarisations linéaires  $x$  et  $y$ .

Nous avons effectué une mesure de spectres et fonctions de corrélations selon l'axe de symétrie  $Oz$  du réseau (schéma III-4(b)) pour trois polarisations de détection : polarisation circulaire  $\sigma^-$ , polarisations linéaires  $x$  et  $y$ . Les résultats sont présentés sur la figure III-48. Dans le domaine spectral, la valeur du spectre en polarisation  $\sigma^-$  à fréquence nulle est la moyenne des valeurs des spectres en polarisation linéaire. Dans le domaine temporel, la décroissance est exponentielle à temps long dans les trois cas et ce sont les constantes de temps qui vérifient approximativement

cette relation de moyenne puisque  $\tau_{\sigma^-} = 31 \mu\text{s}$ ,  $\tau_x = 46 \mu\text{s}$ ,  $\tau_y = 19 \mu\text{s}$ . Nous estimons l'intégrale du spectre en multipliant la valeur du spectre à fréquence nulle par la largeur de la raie centrale estimée à partir de la constante de temps du domaine temporel. L'intégrale, c'est à dire la puissance totale diffusée pour chaque polarisation, est en bonne approximation indépendante de la polarisation de la lumière. On pouvait s'y attendre puisqu'elle est simplement proportionnelle au taux de comptage de la lumière diffusée qui ne dépend pas non plus de la polarisation.

Nous avons vu dans l'annexe II-B (formule II-65) que les fonctions d'autocorrélation *du premier ordre* en polarisation linéaire sont

$$\begin{aligned} C_{x,x}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) - C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \\ C_{y,y}^{(1)}(\tau) &= C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) + C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \end{aligned} \quad (\text{III-62})$$

où  $C_{-1,-1}^{(1)}(\tau)$  et  $C_{-1,1}^{(1)}(\tau)$  sont les fonctions d'autocorrélation ( $\sigma^-$ ) et de corrélations croisées ( $\sigma^-/\sigma^+$ ) du premier ordre, non normalisées, définies par la formule II-55. Les fonctions de corrélation du deuxième ordre  $g_{i,j}^{(2)}(\tau)$  où  $i, j = x, y, -1, 1$  sont définies par le module carré de ces fonctions

$$g_{i,j}^{(2)}(\tau) - 1 \propto |C_{i,j}^{(1)}(\tau)|^2 \quad (\text{III-63})$$

et les fonctions de corrélation de l'intensité en polarisation linéaire sont donc

$$\begin{aligned} g_{x,x}^{(2)}(\tau) - 1 &\propto |C_{-1,-1}^{(1)}(\tau)|^2 + |C_{-1,1}^{(1)}(\tau)|^2 - 2 \operatorname{Re} \left[ C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) \left( C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \right)^* \right] \\ g_{y,y}^{(2)}(\tau) - 1 &\propto |C_{-1,-1}^{(1)}(\tau)|^2 + |C_{-1,1}^{(1)}(\tau)|^2 + 2 \operatorname{Re} \left[ C_{-1,-1}^{(1)}(\tau) \left( C_{-1,1}^{(1)}(\tau) \right)^* \right] \end{aligned} \quad (\text{III-64})$$

En additionnant ces deux relations, on élimine le dernier terme de chacune et on obtient une relation entre les fonctions de corrélation

$$g_{-1,1}^{(2)}(\tau) = (g_{x,x}^{(2)}(\tau) + g_{y,y}^{(2)}(\tau)) / 2 - g_{-1,-1}^{(2)}(\tau) + 1 \quad (\text{III-65})$$

Cette relation est importante : elle montre que, **si l'on a mesuré les fonctions d'autocorrélation pour les polarisations linéaires et circulaires, on peut calculer la fonction de corrélations croisées entre composantes de polarisation circulaire.**

Nous avons noté à plusieurs reprises que la fonction de corrélations croisées a une amplitude beaucoup plus petite que la fonction d'autocorrélation (comparer les figures III-18(b) et (d)). Négligeons alors dans l'équation III-65 la dépendance temporelle du terme de corrélations croisées ( $g_{-1,1}^{(2)}(\tau) \simeq 1$ ). En effectuant une transformée de Fourier de chacun des termes de l'égalité, on obtient la relation suivante sur les spectres du photocourant

$$P_{\sigma^-/\sigma^-}(0) \simeq (P_x(0) + P_y(0)) / 2 \quad (\text{III-66})$$

que nous vérifions approximativement sur la figure III-48(b).

# **Annexe III-C**

## **Atomic transport in an optical lattice**

Nous présentons dans cet article [30] les résultats expérimentaux sur le transport diffusif dans le réseau atomique et nous faisons remarquer que la largeur des raies Raman sur les spectres d'autocorrélation n'est pas en accord avec un raisonnement simple négligeant le transfert de cohérence et l'anharmonicité du potentiel. Les mesures ont été effectuées autour de la direction  $Oz$ .

## Atomic Transport in an Optical Lattice: An Investigation through Polarization-Selective Intensity Correlations

C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock,\* J.-Y. Courtois, C. I. Westbrook, and A. Aspect

*Institut d'Optique, URA 14 du CNRS, BP 147, F-91403 Orsay Cedex, France*

(Received 25 April 1996)

We present an experimental investigation of the local dynamics and spatial diffusion of atoms in a rubidium optical lattice using polarization-selective intensity correlation spectroscopy in both the time and frequency domains. Autocorrelations of the circularly polarized components of the fluorescence light are shown to give access to the atomic dynamics in a single optical potential well. By contrast, cross correlations between opposite circular components of the scattered light provide information about atomic transport in the lattice through escape and recapture between neighbor potential wells. [S0031-9007(96)01042-3]

PACS numbers: 32.80.Pj, 33.15.Vb, 42.50.Vk

The transport properties of microscopic particles immersed in a surrounding medium are extremely diverse. Depending on the detailed characteristics of their coupling with the environment, their motion can take the form of free propagation, ballistic movement, oscillations, viscous damping, Brownian motion, Lévy flights, etc. Past advances in probability theory and statistical physics allow one to connect the associated particle transport properties to macroscopic quantities accessible to experiments. Such quantities can be investigated through a variety of techniques, among which intensity correlation spectroscopy [1–3] plays an important role for several reasons. It is a noninvasive *in situ* technique that is sensitive to time correlations in the position of individual scattering particles and, consequently, to their microscopic motion. Unlike traditional imaging methods consisting of monitoring the extension of an initially well localized ensemble of particles [4], it can be employed reliably in systems of large size or exhibiting a very slow or complex dynamics, and is much less sensitive to the preparation of the initial particle sample. In the situations where the motion of particles is correlated with a change in their optical properties and/or in the local polarization of light, polarization-selective intensity correlation spectroscopy can, moreover, give access to otherwise unavailable information through the polarization of the scattered light.

These characteristics are of particular value for the investigation of the transport properties of atoms in optical lattices [5], which remain one of the most poorly studied features of this medium although some unusual characteristics have been predicted and observed [6]. Optical lattices are periodic structures of micron-sized potential wells induced by the light shift of the atomic sublevels in a standing wave exhibiting a gradient of polarization. In the most studied situation [5], the light polarization is alternately  $\sigma^+$  and  $\sigma^-$  at the bottom of adjacent potential wells where atoms accumulate as a result of Sisyphus cooling [7]. According to the standard representation of this cooling mechanism, atomic transport in optical lattices proceeds through escape and recapture of atoms from

and by neighbor optical potential sites, which are generally associated with opposite circular polarizations. As a consequence, it is appealing to try and trace atomic jumps between potential wells through intensity correlations between cross-circular polarizations of the light scattered by the atoms. In this Letter, we present the results of such an experimental investigation in rubidium using polarization-selective intensity correlation spectroscopy in the time and frequency domains. We consider, on the one hand, autocorrelation spectra of the  $\sigma^+$  or  $\sigma^-$  light intensity, which essentially provide information about atoms localized in a well-defined potential well. In particular, we have access to the escape rate of atoms from a potential well and to the details of the vibrational motion of atoms at the bottom of the wells. In the time domain, the damped oscillatory motion can be directly visualized, and different dynamics can be clearly attributed to localized and delocalized atoms. On the other hand, we also consider cross-correlation spectra between the  $\sigma^+$  and  $\sigma^-$  light components, which are shown to display a narrow feature giving access to the transport rate between  $\sigma^+$  and  $\sigma^-$  wells, hence providing information about spatial diffusion in the lattice.

We consider a four-beam  $\text{lin} \perp \text{lin}$  optical lattice [5] consisting of two  $x$ -polarized beams propagating in the  $y$ - $z$  plane, making an angle  $2\theta$ , and two  $y$ -polarized beams propagating in the  $x$ - $z$  plane, making the same angle (Fig. 1). Such lattices have been recently investigated using various experimental methods such as pump-probe spectroscopy [8], heterodyne fluorescence measurements [9], or spontaneous Bragg scattering [10]. These techniques have already revealed a number of features: oscillating motion of the atoms in the optical potential wells, Lamb-Dicke narrowing of the vibrational lines due to strong spatial confinement of the atoms at the bottom of the wells [11], occurrence of very long evolution times in the atomic external dynamics, etc.

Our experiment proceeds as follows: Rubidium atoms are cooled and trapped in a low pressure cell by a magneto-optical trap. After a 200 ms loading and cooling

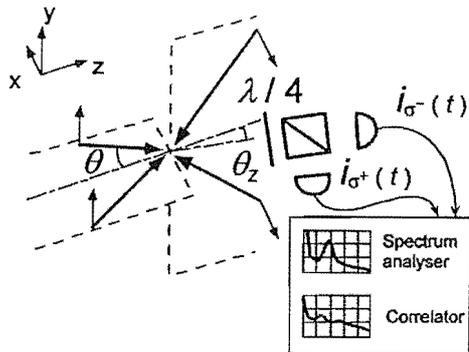


FIG. 1. Field configuration of the lattice and detection setup. Two detectors, sensitive to oppositely circularly polarized scattered light along a single direction  $\theta_z$ , are located in the  $x$ - $z$  plane.

phase, both the inhomogeneous magnetic field and the trapping beams are switched off in less than 1 ms. The lattice beams (typical intensity 1–5 mW/cm<sup>2</sup>) are then switched on for 5 ms, allowing the atoms to reach their steady state, corresponding to a rms momentum of 10–14 times the one-photon recoil momentum and a density of  $2 \times 10^9$  cm<sup>-3</sup> (the filling factor of the lattice is of the order of  $10^{-4}$ ). All laser beams are derived from a frequency-stabilized diode laser (jitter <1 MHz) and have a detuning  $\Delta$  of  $5\Gamma$  to  $10\Gamma$  ( $\Gamma$  the natural linewidth of the excited state) to the red side of the  $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$  component of the  $D_2$  resonance of rubidium. After equilibration, intensity correlations are recorded for 100 ms, during which atom losses remain negligible. The two circularly polarized components of the light scattered in a single spatial mode are separated and directed towards separate detectors. The detectors are avalanche photodiodes and the typical counting rates are  $10^5$  to  $10^6$  counts s<sup>-1</sup>. We checked that, at these count rates, our measurements are shot noise limited [2]. Intensity correlations in the frequency or time domain are recorded using a spectrum analyzer [2] or a digital correlator which measures the normalized intensity correlation function  $g^{(2)}(\tau)$  [1]. The measurement cycle is repeated and averaged  $10^2$  to  $10^5$  times.

We show in Fig. 2(a) an example of an autocorrelation spectrum of the  $\sigma^-$  light intensity recorded in the  $x$ - $z$  plane at a  $\theta_z = 10^\circ$  angle with respect to the symmetry axis  $Oz$  of a tetrahedron with  $\theta = 20^\circ$  (see Fig. 1). Figure 2(a) displays a narrow feature at zero frequency, a broad pedestal, and two sideband resonances labeled  $\Omega_x$  and  $\Omega_z$ . These sidebands are centered around the expected positions for the  $\Omega_x$  and  $\Omega_z$  vibrational frequencies of the atoms along the  $x$  and  $z$  axes, respectively, and are associated with spontaneous Raman scattering of the lattice beams by atoms oscillating at the bottom of the optical potential wells. As it is now well known [11], the widths of these resonances are dramatically reduced com-

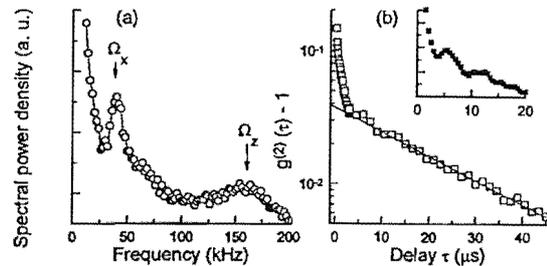


FIG. 2.  $\sigma^-$  intensity autocorrelations in the frequency (a) and the time (b) domains for two different geometries:  $\theta = 20^\circ$ ,  $\theta_z = 10^\circ$  (a) and  $\theta = 30^\circ$ ,  $\theta_z = 0^\circ$  (b). The inset of (b) shows data taken under the same conditions with a different sampling interval. The autocorrelation spectrum displays two sideband resonances at the vibrational frequencies  $\Omega_x$  and  $\Omega_z$ . The time correlation function shows not only the oscillations (inset) but also two exponential time constants.

pared to the typical light scattering rate because of the subwavelength atomic localization (Lamb-Dicke effect).

Much more surprising is the relative width of these resonances [12]. Indeed, the usual estimate of the Raman widths based on the lifetime of the *individual* vibrational levels yields a decreasing function of the vibrational frequency [11], in complete contradiction with the experiment. In fact, such an estimate does not take into account the inhomogeneous broadening of the Raman lines due to the potential anharmonicity. Furthermore, as was recently pointed out by Grynberg and Triché [13], in the limit of small anharmonicity of the optical potential an efficient coherence transfer mechanism [14] may take place and constitute an additional lengthening mechanism for the vibrational coherence lifetime. We attribute the observation of Fig. 2(a) to the fact that, in the limit of small tetrahedron angles, the anharmonicity, i.e., the dependence of the separation of adjacent bound levels on vibrational quantum number, is stronger in the  $z$  direction than in the  $x, y$  directions. So both the coherence transfer and the reduction of the inhomogeneous broadening contribute to a relative narrowing of the  $\Omega_x$  line. The study of the relative contributions of both effects is under way and will be published elsewhere.

We complemented the investigation of the oscillatory behavior of the atoms by observing the intensity autocorrelation in the time domain. The inset of Fig. 2(b) displays damped temporal oscillations directly reflecting the relaxation of the vibrational atomic motion under the combined influence of the potential anharmonicity, heating and optical pumping transitions toward adjacent wells.

A broad pedestal is also clearly visible in Fig. 2(a), although its shape is difficult to characterize precisely. It appears much more transparent in the time domain signal of Fig. 2(b), which demonstrates the occurrence of two well-defined time constants in the system dynamics. The short time constant, of the order of 2  $\mu$ s, is consistent with the typical light scattering rate by free atoms.

We therefore attribute the pedestal in Fig. 2(a) to light scattering by the small fraction of delocalized atoms flying over the optical potential wells. Because autocorrelations are mainly destroyed by optical pumping transitions of the atoms toward neighbor potential sites, we interpret the long time constant of Fig. 2(b) (approximately  $25 \mu\text{s}$ ) as resulting from initially well-localized atoms escaping from their potential wells through heating and optical pumping. In other words, the width of this resonance is approximately the escape rate of localized atoms from their potential wells [15]. All these interpretations are supported by numerical calculations of the light autocorrelations based on the semiclassical Monte Carlo simulation technique for a  $F_g = 1/2 \rightarrow F_e = 3/2$  atomic transition [16,17]. In particular, we checked that deleting the contribution of delocalized atoms results in the disappearance of the short time constant and that the large time constant is approximately equal to the decay time of the atomic internal state autocorrelation function [18].

The time constants we deduced from the autocorrelation signals relate almost exclusively to the dynamics of an atom in one well. This information is also accessible through pump-probe or heterodyne fluorescence spectroscopy. By contrast,  $\sigma^+ - \sigma^-$  cross correlations (the  $\sigma^+$  intensity times the  $\sigma^-$  intensity at a later time) essentially involve atoms initially localized in a  $\sigma^+$  optical potential well and which are later transferred through optical pumping toward a  $\sigma^-$  potential site. If the atom does not change site, it contributes very little to the cross-correlation signal. Because the potential wells are spatially separated, cross-correlation signals provide new information about atomic transport in the lattice. We show in Fig. 3(a) an example of such a spectrum recorded in a  $\theta = 30^\circ$  tetrahedron lattice with a detector aligned along the  $z$  axis. One first notes [inset of Fig. 3(a)] that the cross-correlation spectrum displays no vibrational line (this was checked carefully by zooming on the expected frequency domain for the Raman resonances). This observation, together with numerical simulations exhibiting no significant

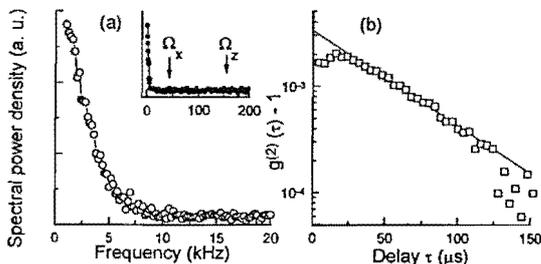


FIG. 3.  $\sigma^+ - \sigma^-$  intensity cross correlations in the frequency (a) and the time (b) domains. The cross-correlation function (b) displays a pure exponential decay at long times. Note in the inset the absence of sideband resonance on the spectrum around  $\Omega_x$  and  $\Omega_z$ .

differences between cross-correlation spectra involving all atoms or restricted to atoms experiencing spin flips, strongly supports the assumption that cross correlations are insensitive to atoms remaining localized in a given potential well.

The only salient feature in the spectrum [Fig. 3(a)] is a narrow peak at zero frequency. As it is transparent in Fig. 3(b), this feature is associated with a single well-defined time constant of the order of  $50 \mu\text{s}$  [19]. In order to interpret this result, we restrict ourselves for simplicity to the atomic motion along the  $z$  axis [20]. One can readily show that the long time behavior of the cross-correlation signal is then simply proportional to  $g_{+-}^{(2)}(\tau) - 1 \propto \langle |e^{i\delta k[z(t+\tau) - z(t)]} \rangle_{+-}^2$ , where the average  $\langle \rangle_{+-}$  runs over atoms experiencing a  $|g, +F_g\rangle \rightarrow |g, -F_g\rangle$  spin flip between times  $t$  and  $t + \tau$ , and where  $\delta k = k(1 - \cos \theta)$  denotes the difference between the  $z$  components of the wave vectors of the field scattered in the direction of the detector and of the lattice beams. It thus appears that the cross-correlation signal decreases as a result of atomic transport in the lattice on a spatial scale of the order of  $2\pi/\delta k$  [21]. In order to connect the width of the central resonance to a physically more meaningful quantity, we consider a simple random walk model of the atomic position characterized by a spatial diffusion coefficient  $D_z$  which yields  $g_{+-}^{(2)}(\tau) - 1 \propto e^{-2\delta k^2 D_z \tau}$ . Note that the exponential form of the decay indicates a diffusion process. Ballistic motion of a thermal ensemble, for example, would yield a Gaussian decay. We checked in our numerical simulations that  $D_z$ , deduced from intensity correlation spectra, was an underestimate of its actual value by a factor of less than 2. We have plotted in Fig. 4 the spatial diffusion coefficient deduced from this model, and the width of the central resonance of Fig. 3(a), as a function of the optical potential depth normalized to the one-photon recoil energy. We note

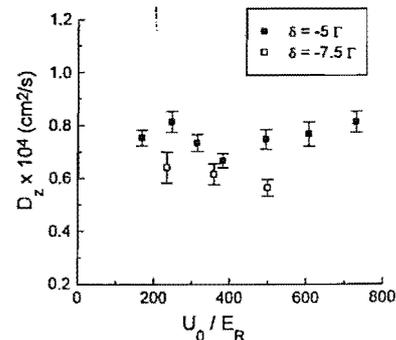


FIG. 4. Diffusion coefficient of the atoms  $D_z$  as deduced from the width of the central resonance of the cross-correlation spectrum (see text). We have represented  $D_z$  for different values of characteristic parameters of the lattice: the optical potential depth  $U_0$  normalized to the recoil energy  $E_R$  and the detuning  $\delta$  in units of the natural linewidth  $\Gamma$ .

that our typical value for  $D_z$  is an order of magnitude smaller than the one measured in optical molasses [4]. Also, the rough independence of  $D_z$  on  $U_0$  for our values of the laser parameters is consistent with recent theoretical calculations of such coefficients [6].

Intensity correlation spectroscopy should yield interesting new information in other areas of cold atom physics. Direct applications in optical lattices include the search for anomalous diffusion and escape lines [6], or for density dependent effects [22]. We have obtained preliminary results indicating a significant modification in the spectra for occupation factors of the lattice as small as  $10^{-3}$ . Intensity correlations should also be a sensitive probe of multiple scattering effects [1]. Correlation measurements along Bragg directions should also prove interesting. In this situation, the correlation function is expected to reflect the dynamics of individual atoms so that new quantum antibunching phenomena involving optical pumping or the external atomic dynamics may occur [23]. Finally, intensity correlations may prove interesting for the investigation of quantum statistical effects or the investigation of the recently discovered atomic Bose-Einstein condensates [24].

We are indebted to G. Grynberg for suggesting to us the role of coherence transfer in the width of the Raman resonances and for allowing us computer time for the numerical simulations. We are also grateful to A. Blasco from Malvern Instruments for technical support.

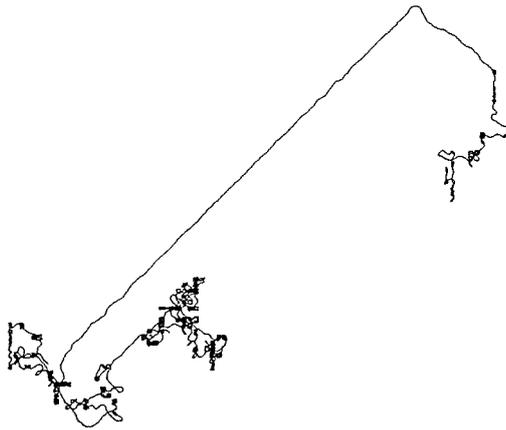
---

\*Permanent address: Institut für Quantenoptik, Universität Hannover, D-30167 Hannover, Germany.

- [1] See, for example, B. Chu, *Laser Light Scattering* (Academic Press, Boston, 1991); G. Maret, in *Mesoscopic Quantum Physics*, edited by E. Akkermans *et al.*, Les Houches Summer School, Session LXI (Elsevier, Amsterdam, 1996).
- [2] C. Jurczak *et al.*, *Opt. Commun.* **115**, 480 (1995).
- [3] S. Bali *et al.*, *Phys. Rev. A* **53**, 3469 (1996).
- [4] S. Chu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 48 (1985); W. Phillips *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1751 (1985); T. W. Hodapp *et al.*, *Appl. Phys. B* **60**, 135 (1995).
- [5] K. I. Petsas, A. B. Coates, and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **50**, 5173 (1994).
- [6] S. Marksteiner, K. Ellinger, and P. Zoller, *Phys. Rev. A* **53**, 3409 (1996); A. Hemmerich, *Europhys. Lett.* **27**, 427 (1994).
- [7] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [8] P. Verkerk *et al.*, *Europhys. Lett.* **26**, 171 (1994).
- [9] W. D. Phillips (private communication).
- [10] G. Birkl *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2823 (1995); M. Weidemüller *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4583 (1995).
- [11] J.-Y. Courtois and G. Grynberg, *Phys. Rev. A* **46**, 7060 (1992); P. Verkerk *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3861 (1992); P. Jessen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 49 (1992).
- [12] Note that this remark also applies to the experiment of Ref. [8].
- [13] G. Grynberg and C. Triché, in "Coherent and Collective Interactions of Particles and Radiation Beams," edited by A. Aspect, W. Barletta, and R. Bonifacio, International School of Physics "Enrico Fermi," CXXXI Course (ETS Editrice, Pisa, to be published).
- [14] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, *Atom-Photon Interactions* (Wiley, New-York, 1992).
- [15] Interwell hops without spin flips also contribute slightly to the width of these resonances.
- [16] Y. Castin *et al.*, in *Light Induced Kinetic Effects on Atoms, Ions and Molecules*, edited by L. Moi *et al.* (ETS Editrice, Pisa, 1991).
- [17] P. Marte *et al.*, *Phys. Rev. A* **47**, 1378 (1993).
- [18] C. Jurczak and J.-Y. Courtois (to be published).
- [19] The cross-correlation function is expected to be an increasing function of time around  $\tau = 0$  although it is only barely visible with our resolution. This effect is characteristic of the polarization configuration and not of the cooling process. It will be discussed in detail in a future article [18].
- [20] This assumption is supported by two-dimensional numerical simulations performed in the  $x$ - $y$  and  $x$ - $z$  planes. In particular, the reason why the  $x$  and  $y$  atomic degrees of freedom have a minor influence on the cross-correlation spectrum results from interference between the contributions of different atoms [18].
- [21] The spatial evolution on the smaller scale of  $2\pi/k(1 + \cos\theta)$  also enters in  $g_{+-}^{(2)}(\tau)$ , but this component decays much more rapidly than the one associated with  $2\pi/\delta k$ .
- [22] G. Hillenbrand, K. Burnett, and C. J. Foot, *Phys. Rev. A* **52**, 4763 (1995).
- [23] P. Grangier *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 687 (1986).
- [24] M. H. Anderson *et al.*, *Science* **269**, 198 (1995); C. C. Bradley *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995); K. B. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).

# Partie IV

## Conclusion et perspectives



Cette thèse s'est articulée autour de la spectroscopie par corrélations d'intensité qui a permis d'effectuer une étude détaillée de la dynamique et du transport atomique dans deux milieux atomiques différents.

Nous avons vu qu'une mélasse optique était assez proche d'un gaz désordonné dans la mesure où la largeur des spectres de corrélations d'intensité s'interprète en termes d'effet Doppler. L'observation, à basse température, de l'effet Lamb-Dicke caractéristique de la localisation atomique remet pourtant cette image en question. Des études complémentaires sont nécessaires pour tenter de préciser quel est l'effet de l'instabilité du potentiel lumineux sur la dynamique atomique. On pourrait par exemple imaginer réaliser une mélasse à six faisceaux avec contrôle de phase, un réseau donc, introduire du désordre en laissant fluctuer la phase d'un des faisceaux et observer l'évolution de l'allure du spectre de corrélations.

Mais c'est dans le cas du réseau atomique, un milieu ordonné spatialement, que la spectroscopie par corrélations d'intensité a permis d'obtenir des informations quantitatives très variées : nature diffusivo-transport selon l'axe de symétrie, évolution du coefficient de diffusion spatiale en fonction des paramètres, durée de vie dans un puits, éclaircissements sur les processus de diffusion inélastique de la lumière (raies Raman vibrationnelles) et influence de la topographie du potentiel, rôle de l'anharmonicité, existence d'ondes de densité atomique dans certaines directions, dégroupement de photons dans les signaux croisés...

Dans cette dernière partie, nous tenterons de donner quelques pistes pour poursuivre le travail commencé dans ce mémoire et montrer que, dans la continuité des travaux rapportés ici, un vaste champ d'activité est ouvert pour la technique des corrélations d'intensité. De nombreux travaux récents dans le domaine du refroidissement d'atomes seront cités et commentés rapidement et notre discours sera très qualitatif (peut être même contestable !). Nous n'avons effectué aucun travail spécifique approfondi sur ces sujets et notre but est essentiellement d'exciter l'imagination fébrile du chercheur.

Deux thèmes ont été dégagés. Le premier porte sur des propriétés particulières du transport et de la dynamique dans les réseaux. Sont-elles susceptibles d'être observées par corrélations d'intensité ? Le second est très différent. Il ne concerne pas seulement les réseaux mais les atomes froids en général et porte plutôt sur le principe même des corrélations d'intensité. Tout au long de ce mémoire nous avons supposé que les fonctions de corrélation du premier et du deuxième ordre étaient étroitement liées par la relation de Siegert, parce que les atomes ont été considérés comme des particules indépendantes ou parce qu'aucune condition d'accord de phase particulière (au sens de l'annexe II-A) n'était vérifiée dans la direction de détection. Dans ces conditions, l'étude des corrélations du premier ordre (par spectroscopie hétérodyne) est sensiblement équivalente à l'étude des corrélations du deuxième ordre. Que se passe-t-il quand ce n'est pas le cas ? Quelle est la nature de l'information supplémentaire (s'il y en a une) apportée par l'étude de la fonction  $g^{(2)}(\tau)$  ? Telles sont les questions auxquelles nous tenterons de donner quelques éléments de réponse.

# Chapitre IV-1

## Le transport dans les réseaux atomiques

Les corrélations d'intensité ont permis de mettre en évidence, en plus d'un processus de diffusion spatiale "normal", l'existence d'ondes de densité propageantes dans le réseau. La simplicité du modèle théorique étudié laisse cependant penser que, dans la réalité, d'autres propriétés de transport puissent se manifester. Nous avons retenu trois exemples en rapport avec des dynamiques complexes : les effets de la lumière rediffusée à résonance par un atome sur la dynamique des autres atomes, le transport près du régime de "décrochage" et l'influence des lignes de fuite à deux ou trois dimensions.

### 1. Effets de la lumière rediffusée

Dans un échantillon atomique, la lumière des faisceaux laser diffusée par les atomes peut être réabsorbée par d'autres atomes et modifier leur dynamique. Au potentiel périodique avec un gradient de polarisation se superpose un fond d'intensité et de polarisation fluctuante qui peut se trouver quasiment à résonance avec les atomes. Il a son origine dans deux processus : la diffusion inélastique induite par les processus de pompage optique et les processus Raman vibrationnels mais aussi la diffusion inélastique ou incohérente au sens du triplet de Mollow [70]. Certes, les photons résonnants issus de ces deux processus sont très peu nombreux<sup>75</sup> mais leur effet n'est pas tout à fait négligeable.

Hillenbrand *et al.* [132] ont considéré l'effet de la diffusion inélastique/incohérente au sens de Mollow (il ne s'agit pas d'un réseau et les transitions vibrationnelles ne sont pas prises en compte) sur la température et la localisation d'atomes ayant une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  placés dans la configuration de faisceaux Lin $\perp$ Lin [4].

Le nombre de photons à résonance dans un échantillon de  $N$  atomes de densité  $n$  illuminé par une onde stationnaire avec un paramètre de saturation par faisceau  $s_0$  est de l'ordre de

$$\xi \approx \frac{4\pi}{k^2} n^{2/3} s_0^2 N^{1/3} \quad (\text{IV-1})$$

Il est proportionnel à la section efficace de résonance  $4\pi/k^2$  et à  $s_0^2$  puisque ce sont des photons incohérents. Dans les conditions expérimentales typiques pour notre réseau, ce nombre est de l'ordre de  $0.3 - 1 \cdot 10^{-3}$  photons seulement. Dans le modèle étudié par les auteurs, la distribution de population pour chaque état  $m_z = \pm 1/2$  est

$$\pi_{\pm 1/2}(z) = 1/2 (1 \mp f \cos 2kz) \quad (\text{IV-2})$$

c'est à dire une sinusoïde d'amplitude de modulation  $f$ . Si les photons rediffusés sont négligés, on a  $f = 1$  mais l'amplitude de modulation diminue sensiblement si l'on en tient compte :

<sup>75</sup> La plupart des photons issus de processus Raman vibrationnels sont à la fréquence  $\omega_L + \Omega_{x,z}$  très peu différente de la fréquence des laser (non résonnants). Le nombre de photons inélastiques au sens de Mollow est proportionnel au carré du paramètre de saturation qui est toujours petit.

$f = 0.95$  pour  $\xi = 3 \cdot 10^{-4}$  et  $f = 0.83$  pour  $\xi = 10^{-3}$ . Les photons rediffusés ont une polarisation aléatoire qui induit des cycles de pompage optique non corrélés avec la position des atomes et l'efficacité du mécanisme de refroidissement Sisyphes diminue même si le fond de photons résonnants est relativement peu intense. Dans le cas d'un réseau atomique, la localisation spatiale devrait diminuer dans des proportions comparables<sup>76</sup>. Les auteurs retrouvent dans leur modèle la loi de la température  $T \propto N^{1/3}$  (à densité constante) qui a été observée dans plusieurs expériences.

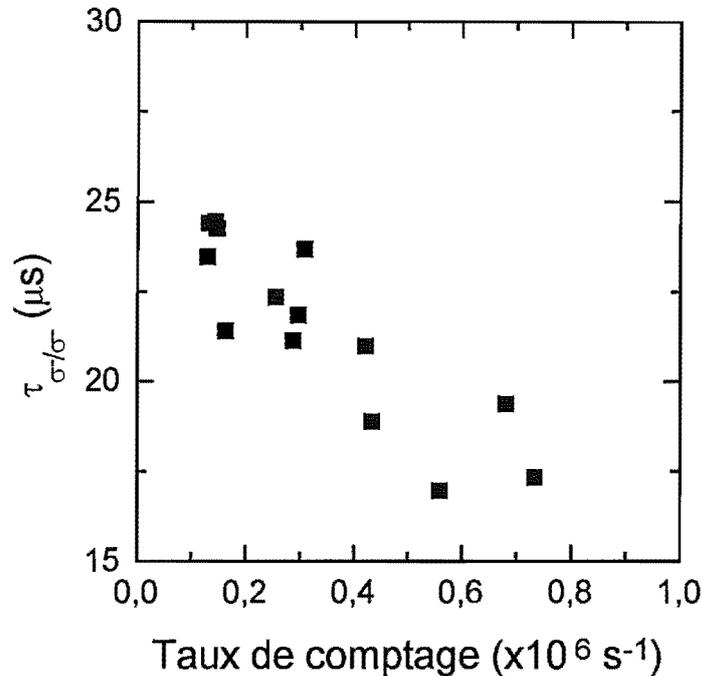


Figure IV-2 : Constante de temps de la fonction d'autocorrélation en polarisation circulaire  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  en fonction du taux de comptage détecté pour une optique de collection fixée. Pour le taux minimum, on estime que le nombre de photons résonnants dans l'échantillon est  $\xi \simeq 3 \times 10^{-4}$ .

La constante de la fonction d'autocorrélation de la lumière de polarisation circulaire diffusée dans la direction  $Oz$ ,  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$ , n'est autre, d'après notre interprétation du chapitre III-1 que la durée de vie d'un atome dans un puits. L'existence d'une composante du champ de polarisation aléatoire devrait être responsable d'une diminution de cette durée de vie. En effet, des cycles de pompage optique se produisent plus facilement et l'atome quitte le puits rapidement.

Nous avons effectué des mesures de la constante de temps  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  en faisant varier le nombre d'atomes dans le volume de détection. Pour ce faire, la durée de chargement du piège a été allongée quand on voulait disposer d'un plus grand nombre d'atomes mais ceci ne permet pas de disposer d'une grande plage de variation des paramètres. On a représenté sur la figure IV-2 la variation de  $\tau_{\sigma^-/\sigma^-}$  en fonction du taux de photons détectés  $R$ . La durée décroît effectivement quand le nombre d'atomes augmente, en accord avec le raisonnement précédent. Le taux minimum ( $10^5 \text{ s}^{-1}$ ) correspond aux conditions habituelles du réseau : densité  $n \simeq 2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$  et

<sup>76</sup> La quasi totalité des expériences présentées dans ce mémoire ont été réalisées dans les conditions où  $f \simeq 0.95$ . On peut considérer que les effets de densité n'ont alors pas d'influence visible.

nombre total d'atomes  $N \simeq 2 \times 10^7$ . La figure IV-2 ne permet cependant pas de donner une forme fonctionnelle à la variation de la durée de vie en fonction de  $\xi$ . En effet, le taux  $R$  est en principe proportionnel à  $n^{2/3} N^{1/3}$  donc à  $\xi$  si l'on ne détecte qu'une portion uniforme du réseau mais, dans l'expérience, presque tous les atomes contribuent à la lumière diffusée en direction du détecteur et la relation entre  $\xi$  et  $R$  n'est pas connue. Il est donc nécessaire d'effectuer des mesures complémentaires des paramètres du réseau pour tirer profit du type de résultats obtenu.

La spectroscopie par corrélations d'intensité semble bien adaptée pour étudier les effets de la rediffusion de photons (pression de radiation) car les résultats précédents montrent qu'elle est sensible même à des densités remarquablement faibles (le taux de remplissage du réseau est de l'ordre de  $10^{-4}$ ) alors que la température n'est pas encore affectée. Les résultats préliminaires présentés ici constituent la première ébauche d'une étude microscopique de ce phénomène très important puisqu'il est par exemple un frein à la réalisation de réseaux lumineux très denses. D'autres effets de la pression de radiation sont évoqués plus tard dans le chapitre IV-2.

## 2. Diffusion anormale

La diffusion spatiale des atomes dans le réseau résulte d'une marche aléatoire avec des phases de piégeage dans des puits et des phases de vol libre au dessus des puits. Ce processus est assez proche de la diffusion spatiale de molécules adsorbées sur des surfaces. Il est connu que, pour certaines surfaces, les sauts longs dominant dominant le transport moléculaire à grande échelle [136] et nous allons montrer ici que ce type de phénomène peut se produire également dans un réseau.

D'ordinaire, les vols libres ont une distribution de longueurs et de durées qui ont un premier et un second moment bien définis. Un vol de Lévy est une marche aléatoire telle que la longueur des vols libres est une variable aléatoire dont la variance diverge. Au niveau microscopique il révèle une nature fractale du mouvement au sens où la distance totale parcourue par l'atome est dominée par un seul événement quelle que soit l'échelle temporelle. La durée du vol libre n'entre pas en jeu dans la description des vols de Lévy<sup>77</sup> qui, sous cette forme, ne sont pas bien adaptés à la description de processus dynamiques. On introduit alors des *marches de Lévy* ("Lévy walks" [133]) pour lesquelles le comportement asymptotique de la variance  $\langle \delta^2 z(\tau) \rangle = \langle (z(\tau) - z(0))^2 \rangle$  est

$$\langle \delta^2 z(\tau) \rangle \sim \tau^\gamma \quad (\text{IV-3})$$

où  $\gamma \neq 1$ . Une telle loi caractérise la *diffusion anormale* des atomes. Un coefficient de diffusion spatiale  $D_z$  ne peut être défini.

Marksteiner *et al.* [29] ont effectué une étude théorique approfondie de la diffusion spatiale dans les réseaux à une et deux dimensions dans le régime de faible profondeur de puits, ce qui permet de préciser ce que nous avons nommé le "décrochage" de la diffusion (qui est distinct, comme on le voit sur la figure IV-3, du décrochage de la température). Pour une transition  $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ , un traitement fondé sur la description par une équation de Fokker-Planck de la dynamique des atomes en vol libre au dessus des puits leur a permis de calculer les deux premiers moments des distributions de *durée* et de *longueur des vols libres*. La non existence des moments d'ordre deux est un critère pour l'apparition de marches de Lévy. Leurs

<sup>77</sup> Cela ne signifie pas qu'il ne peut y avoir de vol de Lévy dans le temps. C'est le cas précisément dans la référence [134].

résultats <sup>78</sup> sont résumés sur la figure IV-3. Plusieurs régimes sont distingués en fonction de la profondeur de puits. Dans le régime où il existe une variance pour la durée des vols libres, les sauts durent en moyenne un temps fini et la marche de Lévy ressemble beaucoup à un vol de Lévy dans l'espace. Par contre, quand cette variance n'existe pas, la marche dure un temps indéfiniment long et on doit plutôt parler de vol de Lévy simultanément dans l'espace et dans le temps. Le régime de décrochage de la température se produit dans ce régime et intervient pour une profondeur de puits inférieure à la profondeur de décrochage de la diffusion spatiale.

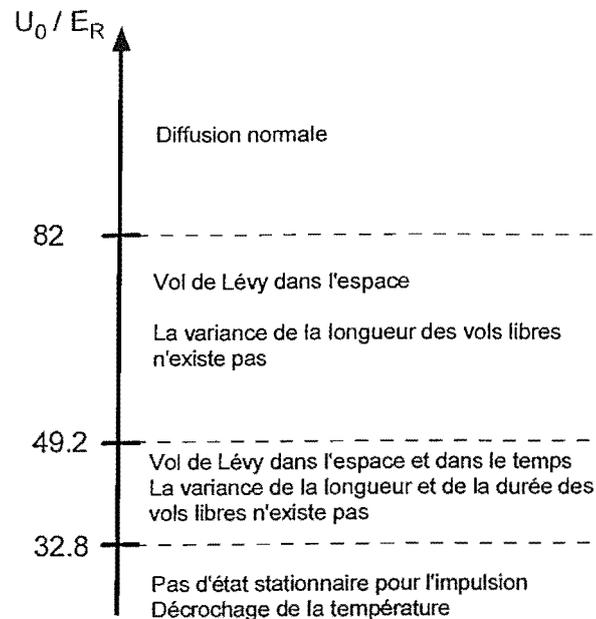


Figure IV-3 : Les divers régimes de transport à faible profondeur de puits dans le cas d'un réseau 1D en fonction de la profondeur de puits  $U_0/E_R$  (d'après [29]).

Puisque nous avons pu caractériser la diffusion spatiale par corrélations d'intensité, on peut se demander s'il serait possible d'observer la signature de ces phénomènes de diffusion anormale. La difficulté réside dans le fait que, les puits étant très peu profonds, les atomes s'échappent très vite du réseau. Le régime stationnaire pour le transport ne sera peut-être pas atteint faute d'un temps d'observation suffisamment long. La méthode ballistique traditionnelle souffre du même handicap. Il est cependant peut-être possible de jouer avec l'extrême flexibilité du potentiel lumineux pour trouver une situation dans laquelle les effets anormaux se manifestent à profondeur de puits plus élevée.

### 3. Lignes de fuite

A plusieurs dimensions, le mouvement d'atomes dans un réseau est très anisotrope et conduit à de nouveaux mécanismes de transport en compétition avec la diffusion spatiale normale ou les marches de Lévy. Nous avons représenté sur la figure IV-4 une trajectoire dans l'espace  $(x, y)$

<sup>78</sup> La définition de la profondeur de puits utilisée dans [29] diffère de la nôtre par un facteur 4/3. Celle qui est reportée sur la figure IV-3 est cohérente avec nos notations habituelles.

issue d'une simulation  $2Dxy$ . Alors que, la plupart du temps, l'atome effectue une marche aléatoire telle que celle que nous avons étudiée dans la direction  $Oz$ , il lui arrive de se déplacer sur de très grandes distances en un temps bref avant d'effectuer à nouveau une marche aléatoire. Les lignes préférentielles dans lesquelles ce mouvement a lieu sont des lignes de fuite pour le réseau [94, 29].

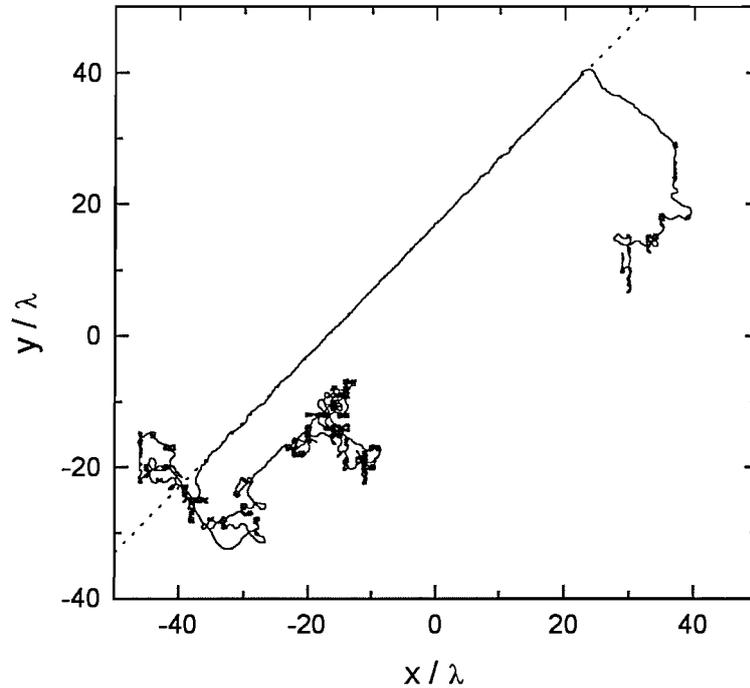


Figure IV-4 : Simulation de la trajectoire d'un atome dans le plan  $xOy$  d'un réseau. L'atome effectue en plus d'une marche aléatoire des mouvements en ligne droite à très longue portée.

L'existence de ces lignes singulières nous montre qu'il faut rester prudent avant de généraliser nos résultats : si nous avons montré qu'un coefficient de diffusion existe dans la direction  $Oz$ , il n'est pas sûr qu'il en soit de même dans tout l'espace. Une étude par des techniques de mélange à quatre ondes de réseaux 3D à six faisceaux avec contrôle de phase [137] ont ainsi montré que, pour une direction donnée, le transport semblait être de nature ballistique. L'existence d'ondes de densité dans le plan  $xOy$  (voir le chapitre III-3) est aussi une démonstration claire de l'anisotropie du transport dans les réseaux à trois dimensions. Il est possible que des comportements singuliers apparaissent sur les spectres de corrélation mesurés dans les directions des lignes de fuite.

## Chapitre IV-2

# De nouvelles fonctions de corrélations

La diffusion de la lumière dans les directions de Bragg, ou plus généralement dans des directions vérifiant certaines conditions d'accord de phase, ne vérifie pas la relation de Siegert, comme nous l'avons montré dans l'annexe II-A. La fonction de corrélation du deuxième ordre apporte alors une information nouvelle par rapport à la fonction du premier ordre. Est-elle intéressante ?

De façon générale, la diffusion dans ces directions permet d'être sensible à des fonctions caractéristiques de la dynamique d'un seul atome. Par exemple, dans l'expérience de Grangier *et al.* [104], on a pu ainsi démontrer un phénomène de dégroupement de photons diffusés par un échantillon macroscopique d'atomes alors que le dégroupement est notoirement un effet individuel<sup>79</sup>. Alors que cette expérience porte sur la fluorescence de résonance d'une transition saturée, il est probable que des effets de dégroupement par pompage optique analogues à ceux qui ont été rappelés dans le chapitre III-4 soient visibles quand la nature complexe des niveaux atomiques est prise en considération à faible saturation. Il serait alors possible d'étudier spécifiquement le pompage optique dans les réseaux. Ces considérations sont très qualitatives et vagues et il est nécessaire de conduire une étude théorique des différentes conditions d'accord de phase pour déterminer laquelle est la mieux appropriée pour observer ces phénomènes.

---

<sup>79</sup> Il serait d'ailleurs utile de retirer cette expérience avec un échantillon d'atomes froids. L'absence d'effet Doppler permettrait alors de démontrer sans ambiguïté qu'il s'agit d'un effet de nature quantique.

# Chapitre IV-3

## Etude d'effets collectifs par corrélations d'intensité

Une hypothèse essentielle nous a toujours guidé au cours de ce mémoire : les atomes ont été considérés comme des particules indépendantes. Ceci était justifié dans la mesure où la densité atomique dans le réseau était très faible mais l'on sait réaliser des échantillons assez denses pour que les effets à plusieurs corps jouent un rôle significatif et même limitant quant à la densité maximale ou à la température.

Nous avons montré dans le chapitre IV-1 que les corrélations d'intensité pouvaient être un moyen d'étude des processus de rediffusion de la lumière au niveau microscopique tout simplement parce que la dynamique atomique était modifiée. Nous allons ici nous placer dans un point de vue radicalement différent et tenter d'expliquer pourquoi les corrélations d'intensité sont aussi une technique privilégiée d'étude des phénomènes collectifs à travers la *statistique* de la lumière diffusée (la dynamique est aussi importante mais ce n'est pas elle qui nous concerne en particulier ici).

Nous allons nous intéresser à l'application des corrélations d'intensité à des sujets "chauds" de la physique des atomes froids : le rôle des interactions dipôle/dipôle dans les régimes de très forte densité, les nouveaux réseaux atomiques gris ou très désaccordés (pour l'augmentation de densité), et les effets quantiques collectifs. Notre but est simplement d'établir un formalisme dans lequel la contribution des corrélations d'intensité à l'étude de ces effets apparaîtra clairement et non pas de traiter ces phénomènes pour leur contenu physique propre.

La plupart des idées exposées ici ne sont pas nouvelles. Elles ont leur origine dans l'histoire de la théorie de la diffusion de la lumière et de l'utilisation des corrélations d'intensité. Après avoir été appliquées à des systèmes simples très proches du cas d'école (dipôles ponctuels sans interactions), les corrélations d'intensité ont acquis une grande importance dans l'étude de systèmes de plus en plus complexes : liquides, solutions très concentrées, milieux opaques, écoulements turbulents... Il a souvent été nécessaire de prendre en compte les effets à plusieurs corps et les concepts simples que nous avons exposés dans le chapitre I-1 ont été raffinés. Notre démarche suit en fait cet historique d'assez près. Nous avons démontré l'intérêt des corrélations d'intensité dans un cas simple (mélasses optiques), nous avons adapté la technique à un milieu mieux compris théoriquement mais relativement complexe (réseaux) et une prochaine étape sera naturellement son extension à un milieu où les interactions ne peuvent plus être négligées et pour lequel les corrélations d'intensité pourraient devenir une technique d'étude intéressante.

### 1. Généralités

Présentons tout d'abord le nouveau formalisme dans lequel nous allons traiter les effets collectifs. Nous nous placerons dans une géométrie de diffusion très simple illustrée sur la figure IV-5. Un faisceau de vecteur d'onde  $\vec{k}_{in}$  est diffusé par un échantillon d'atomes à deux niveaux

et l'on place deux détecteurs dans les directions  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . Les détecteurs sont supposés ponctuels et de bande passante infinie. On suppose qu'un volume  $V_{sc}$  de l'échantillon contribue à la diffusion et on supposera le milieu homogène. Le champ électrique sera traité comme une variable scalaire classique. Toutes ces restrictions n'ont pas d'influence sur le sens physique des résultats que nous présentons parce que ceux-ci ont une portée uniquement qualitative. Il est évident que des effets de polarisation liés à l'état interne de l'atome devraient être pris en compte dans une analyse quantitative. Le modèle présenté est très proche de celui que nous avons utilisé dans le chapitre I-1 (§1.2.c). La seule différence est que le **milieu diffuseur est constitué d'atomes qui interagissent** et que la statistique de la lumière diffusée est *a priori* non gaussienne.

Intéressons nous dans un premier temps à la *détection dans une seule direction*  $\vec{k}_1$ . Le champ total diffusé à l'instant  $t$  ne dépend que des positions des atomes

$$E(t) \propto \sum_{a=1}^N e^{i(\vec{k}_{in} - \vec{k}_1) \cdot \vec{r}_a(t)} \quad (\text{IV-4})$$

et l'on rappelle l'expression de la fonction de corrélation du premier ordre dans la direction  $\vec{k}_1$

$$g_{11}^{(1)}(\tau) \propto \left\langle \sum_{a,b=1}^N e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_b(\tau) - \vec{r}_a(0))} \right\rangle \quad (\text{IV-5})$$

où  $\delta\vec{k}_1 = \vec{k}_{in} - \vec{k}_1$ . La moyenne a le sens d'une moyenne d'ensemble. Cette expression est

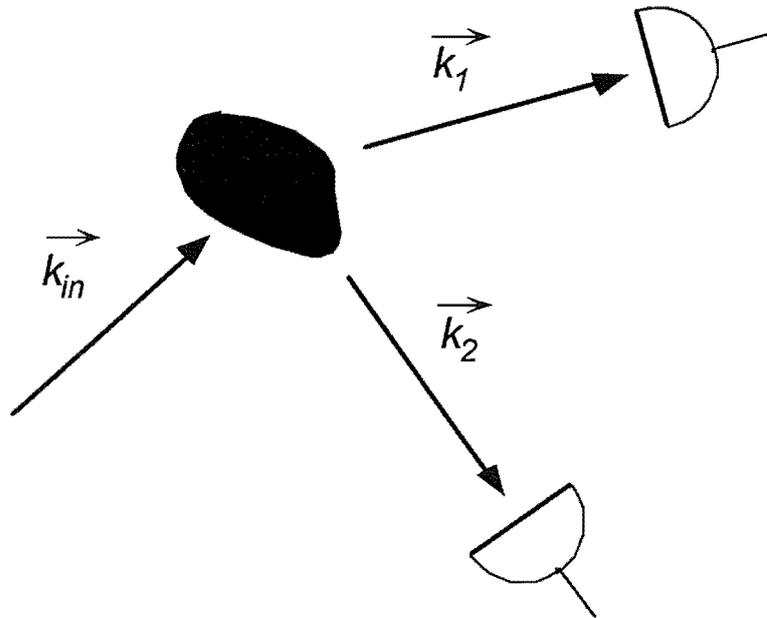


Figure IV-5 : Géométrie de détection utilisée pour l'étude des effets collectifs. La lumière d'un faisceau incident est diffusée par le milieu étudié dans deux directions  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . On mesure l'autocorrélation de la lumière dans une direction donnée ou des corrélations croisées entre les deux détecteurs.

conditionnée par la connaissance de l'état microscopique du système à tous les instants. Le nombre de variables impliquées est gigantesque et l'on cherche plutôt à l'exprimer en fonction de quantités macroscopiques en nombre réduit [140], et plus précisément en fonction de la

densité locale d'atomes. Le point essentiel de la transformation de cette formule est la relation triviale

$$e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_a(t)} = \int_{V_{sc}} \delta(\vec{r} - \vec{r}_a(t)) e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} d\vec{r} \quad (\text{IV-6})$$

qui tire parti des propriétés de la distribution  $\delta$  de Dirac. En remplaçant les exponentielles complexes par des intégrales, on obtient

$$g_{11}^{(1)}(\tau) \propto \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_b - \vec{r}_a)} G(\vec{r}_b - \vec{r}_a, \tau) d\vec{r}_a d\vec{r}_b = \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} G(\vec{r}, \tau) d\vec{r} \quad (\text{IV-7})$$

où

$$G(\vec{r}_a, \vec{r}_b, \tau) \equiv \frac{1}{N^2} \left\langle \sum_{i,j=1}^N \delta(\vec{r} + \vec{r}_j(0) - \vec{r}_i(\tau)) \right\rangle \quad (\text{IV-8})$$

est la *fonction de corrélation spatio-temporelle de Van Hove* [141]. Elle est proportionnelle à la probabilité qu'il y ait une particule quelconque en  $\vec{r}$  à l'instant  $\tau$  sachant qu'il y avait une particule quelconque à l'origine à  $t = 0$ . Cette fonction qui décrit très généralement les propriétés de transport des atomes est une extension de la fonction de corrélation de paire  $g(\vec{r})$  définie à délai nul par

$$G(\vec{r}, 0) = \delta(\vec{r}) + ng(\vec{r}) \quad (\text{IV-9})$$

où  $n = N/V_{sc}$  est la densité atomique moyenne. La deuxième égalité de la formule IV-7 résulte de l'homogénéité spatiale du système.

Définissons à présent la densité locale d'atomes par la formule

$$n(\vec{r}, t) \equiv \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \quad (\text{IV-10})$$

Cette définition est très naturelle si l'on se souvient par exemple que, en électrostatique, la densité volumique de charges est  $q\delta(r)$  si une charge  $q$  est placée à l'origine. On peut alors interpréter la fonction de Van Hove (formule IV-8) en termes de corrélations de la densité locale et obtenir la fonction d'autocorrélation pour un seul détecteur

$$g_{11}^{(1)}(\tau) \propto \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \left\langle n(\vec{r}, \tau) n(\vec{0}, 0) \right\rangle d\vec{r} \quad (\text{IV-11})$$

La densité locale est la somme de la densité moyenne de l'échantillon atomique supposé homogène et d'un terme de fluctuations locales de valeur moyenne nulle :

$$n(\vec{r}, \tau) \equiv n + \Delta n(\vec{r}, \tau) \quad (\text{IV-12})$$

La densité moyenne donne une contribution négligeable à la fonction de corrélation si le facteur de phase  $\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}$  dans l'intégrale IV-11 fluctue d'une quantité supérieure à  $2\pi$  sur l'étendue de l'échantillon. C'est bien le cas pour un milieu grand devant la longueur d'onde  $\lambda$  et pour une détection hors de la direction du faisceau incident. On a donc la relation fondamentale

$$g_{11}^{(1)}(\tau) \propto \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \left\langle \Delta n(\vec{r}, \tau) \Delta n(\vec{0}, 0) \right\rangle d\vec{r} \quad (\text{IV-13})$$

**La fonction de corrélation du champ est la composante à la fréquence  $\delta\vec{k}_1$  de la transformée de Fourier spatiale de la fonction de corrélation spatio-temporelle des fluctuations de densité atomique.** Les fluctuations du milieu sont reportées sur les fluctuations de la lumière. C'était déjà la conclusion de notre premier chapitre puisque nous avons montré que les corrélations d'intensité étaient sensibles intrinsèquement à la dynamique des degrés de liberté externes. Cependant, ce lien est ici formulé de manière très précise et utile pour les applications.

En suivant le même cheminement que pour la fonction du premier ordre, calculons la fonction de corrélations croisées de la lumière détectée dans les directions  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . Elle ne dépend que des fluctuations locales de densité et l'on a

$$g_{12}^{(2)}(\tau) \propto \int_{V_{sc}} e^{i[\delta\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) + \delta\vec{k}_2 \cdot (\vec{r}_c - \vec{r}_d)]} \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle d\vec{r}_a \dots d\vec{r}_d \quad (\text{IV-14})$$

L'intégrale porte sur les positions de quatre atomes  $a, b, c$  et  $d$  quelconques de l'échantillon mais, par homogénéité, on peut se restreindre en fait à deux variables d'espace seulement ( $\vec{r}_a - \vec{r}_b$  et  $\vec{r}_c - \vec{r}_d$ ).

La relation de Siegert que nous avons souvent utilisée relie de façon élémentaire les corrélations du premier ordre quand les atomes sont indépendants. Comment la retrouver dans le formalisme développé ici et quel est précisément l'effet des interactions ? La variable aléatoire  $\Delta n(\vec{r}, \tau)$  décrit les fluctuations locales de densité et la fonction  $\langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle$  apparaissant dans l'intégrale IV-14 décrit ses corrélations du quatrième ordre. Si la statistique des fluctuations de densité est gaussienne elle est décomposable sous la forme de la somme du produit de fonctions de corrélations du deuxième ordre [36]. Cependant, dans le cas général on a seulement

$$\begin{aligned} & \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle \\ = & \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \rangle \langle \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle \\ & + \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \rangle \langle \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle \\ & + \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle \langle \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \rangle \\ & + h(\vec{r}_a, 0, \vec{r}_b, 0, \vec{r}_c, \tau, \vec{r}_d, \tau) \end{aligned} \quad (\text{IV-15})$$

où la fonction  $h$  est une correction (qui peut être du même ordre que les autres termes) résultant d'une statistique non gaussienne. Dans le cas où la statistique des fluctuations est gaussienne,  $h$  est nulle. En reportant cette expression dans IV-14, on est amené à calculer des intégrales spatiales des corrélations de densité. L'intérêt majeur de la décomposition précédente est que certains des termes intégrés s'annulent. En effet

$$\begin{aligned} & \int_{V_{sc}} e^{i[\delta\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) + \delta\vec{k}_2 \cdot (\vec{r}_c - \vec{r}_d)]} \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \rangle \langle \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle d\vec{r}_a \dots d\vec{r}_d \\ = & \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_a + \delta\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_c} \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \rangle d\vec{r}_a d\vec{r}_c \\ & \times \int_{V_{sc}} e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_b - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_d} \langle \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle d\vec{r}_b d\vec{r}_d \\ \simeq & 0 \end{aligned}$$

Ce terme est nul car les fonctions de corrélation spatiale dans un milieu homogène ne dépendent

que de la différence des positions. Or, sauf dans des cas particuliers, cette différence n'est pas factorisable dans les phases des exponentielles qui multiplient ces fonctions. On peut effectuer l'intégrale sur les variables somme et différence des positions et l'intégrale sur la variable somme donne alors un résultat nul.

En supposant que  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$ , on obtient ainsi la forme générale de la fonction d'autocorrélation du deuxième ordre

$$g_{11}^{(2)}(\tau) = 1 + \gamma \left| \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_d)} \langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle d\vec{r}_a d\vec{r}_d \right|^2 \quad (\text{IV-16})$$

$$+ \kappa \int_{V_{sc}} e^{i\delta\vec{k}_1 \cdot [\vec{r}_a - \vec{r}_b + \vec{r}_c - \vec{r}_d]} h(\vec{r}_a, 0, \vec{r}_b, 0, \vec{r}_c, \tau, \vec{r}_d, \tau) d\vec{r}_a \dots d\vec{r}_d$$

où  $\gamma$  et  $\kappa$  sont des constantes de normalisation. La première ligne est l'équivalent de la relation de Siegert et la seconde est une correction non gaussienne.

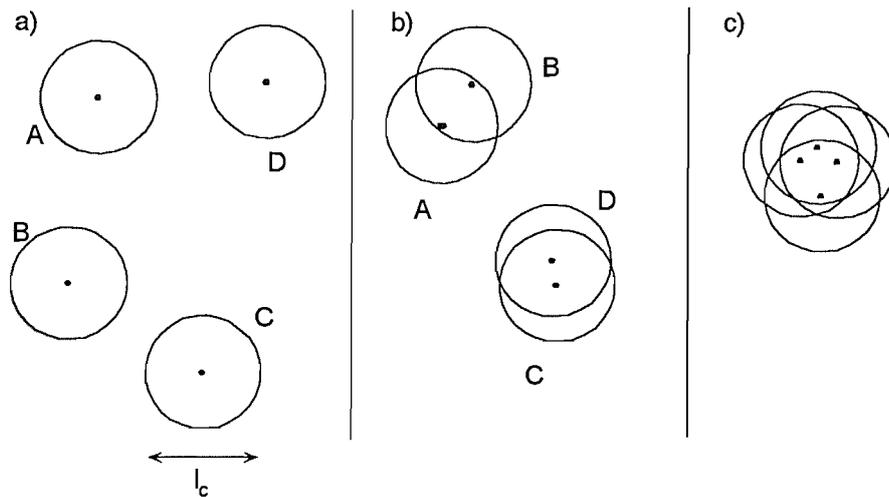


Figure IV-6 : Illustration de la factorisation de la fonction de corrélation de la densité du quatrième ordre  $\langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle$ . (a) Le milieu est représenté par une collection de sphères de volume  $V_c = l_c^3$  entourant chaque atome; (b) et (c) voir texte.

Reprenons un raisonnement proposé dans la référence [41] pour estimer l'importance de la contribution non gaussienne dans cette formule. La fonction  $\langle \Delta n(\vec{r}, 0) \Delta n(\vec{0}, 0) \rangle$  est proportionnelle à la fonction de corrélation de paire  $g(\vec{r})$  et sa forme est connue dans quelques cas particuliers, comme nous le verrons par la suite. Supposons qu'on puisse définir "sa largeur" caractéristique  $l_c$  que nous appellerons *la longueur de corrélation spatiale du milieu*. Vu d'un point de vue macroscopique, le système atomique se comporte comme un ensemble de particules de volume  $V_c = l_c^3$  qui sont *indépendantes* (voir la figure IV-6(a)). Autrement dit, deux atomes séparés par une distance grande devant la portée de la fonction de corrélation de paire ne se "voient" pas. Dans la fonction de corrélation  $\langle \Delta n(\vec{r}_a, 0) \Delta n(\vec{r}_b, 0) \Delta n(\vec{r}_c, \tau) \Delta n(\vec{r}_d, \tau) \rangle$ , le terme  $\Delta n(\vec{r}_a, 0)$  sort de la moyenne si l'atome  $a$  ne se trouve pas dans le volume de corrélation d'un autre atome. Et puisque sa valeur moyenne est nulle, la fonction de corrélation est nulle. Les seuls cas où cette fonction de corrélation est non nulle sont représentés sur la figure

IV-6 : dans le cas (b) les atomes sont regroupés par paire et dans le cas (c) ils sont tous dans le même volume  $V_c$ . Les paires sont associées à la factorisation du premier et du deuxième terme du membre de droite de la formule IV-15 et le cas (c) correspond au terme non gaussien. A partir de cette image, on obtient l'ordre de grandeur des différents termes après intégration spatiale dans la formule IV-16. Les termes factorisables contribuent à l'intégrale par  $V_{sc} V_c$  pour chaque paire et donc pour  $(V_{sc} V_c)^2$  pour l'ensemble des paires. Le terme non gaussien, lui, contribue pour  $V_{sc} V_c^3$  seulement puisque, une fois la position d'un atome choisie dans le volume  $V_{sc}$ , tous les autres atomes doivent se trouver dans un volume  $V_c$  autour de celui-ci. Par conséquent, **le rapport des contributions gaussiennes et non gaussiennes à la fonction d'autocorrélation du deuxième ordre est de l'ordre de  $V_c/V_{sc}$ .**

Quand le volume de l'échantillon diffuseur est grand devant le volume de corrélation, la formule IV-16 se réduit à la relation de Siegert entre les fonctions de corrélation du premier et du deuxième ordre. En effet, dans ce cas, le milieu diffuseur est constitué d'un grand nombre de "quasi-particules" indépendantes et ce résultat est une conséquence du théorème de la limite centrale. **Pour  $V_{sc} \gg V_c$ , le champ diffusé a une statistique gaussienne indépendamment des propriétés statistiques du milieu diffuseur.** Dans ce cas, comme dans le cas où les fluctuations de densité sont gaussiennes, la fonction de corrélation du deuxième ordre n'apporte aucune information par rapport à la fonction de corrélation du premier ordre.

Par contre, **si le volume du diffuseur est suffisamment petit pour que  $V_{sc} \simeq V_c$ , les corrélations du deuxième ordre apportent une information supplémentaire sur la statistique non gaussienne du milieu qui est convertie en statistique non gaussienne de la lumière.** Une étude des effets non gaussiens par autocorrélation d'intensité pourrait alors être la suivante :

- Pour  $V_{sc} \gg V_c$ , vérifier, en réalisant par exemple simultanément des expériences d'autobatteement et d'hétérodynage de la lumière diffusée, que la relation de Siegert est vérifiée. On peut dire aussi que la vérification de la relation de Siegert prouve que  $l_c$  est petit.
- Diminuer le volume de l'échantillon jusqu'à ce que  $V_{sc} \simeq V_c$ . Si la relation de Siegert est encore vérifiée, les fluctuations de densité sont gaussiennes. Sinon, elles ne le sont pas.

Cette technique a été effectivement utilisée en hydrodynamique pour caractériser les paramètres de la turbulence qui se substituent à  $V_c$  [41].

Dans la formule IV-16, la contribution non gaussienne est toujours présente, même si  $V_{sc} \gg V_c$ , mais il semble quasiment impossible de la séparer de la contribution gaussienne qui pourrait être mesurée par ailleurs. On peut trouver en fait une configuration de détection dans laquelle seule la contribution non gaussienne subsiste. Supposons que nous réalisons une expérience de corrélations croisées entre deux directions différentes. Alors, en vertu de l'hypothèse d'homogénéité spatiale, les deux et troisièmes termes du membre de droite de l'égalité IV-15 ne contribuent pas à l'intégrale IV-14 parce que les facteurs de phase qui leur sont associés fluctuent beaucoup sur les dimensions de l'échantillon. En définitive, seul subsiste le terme non factorisable et donc

$$g_{12}^{(2)}(\tau) = 1 + \kappa \int_{V_{sc}} e^{i[\vec{k}_1 \cdot (\vec{r}_a - \vec{r}_b) + \vec{k}_2 \cdot (\vec{r}_c - \vec{r}_d)]} h(\vec{r}_a, 0, \vec{r}_b, 0, \vec{r}_c, \tau, \vec{r}_d, \tau) d\vec{r}_a \dots d\vec{r}_d \quad (\text{IV-17})$$

**La fonction de corrélation croisée entre deux directions différentes est sensible uniquement aux corrections non gaussiennes des fluctuations de densité. Si la statistique des fluctuations de densité atomique est gaussienne, il n'y a pas de corrélations de photons diffusés.**

Ce résultat est particulièrement intéressant dans le domaine spectral où le terme constant de photons non corrélés contribue à un pic à fréquence nulle et où toute structure est automatiquement la signature d'effets non gaussiens. Par cette technique, on a pu observer, en déplaçant continuellement les détecteurs, l'apparition de structures spatiales transitoires dans les cristaux colloïdaux [139].

En conclusion, **les corrélations d'intensité permettent, dans deux types d'expériences différentes, de tester la nature statistique des fluctuations de densité du milieu atomique.** Cette information n'est pas contenue dans la fonction de corrélation du premier ordre qui est cependant sensible aux interactions entre atomes (voir la formule IV-13).

## 2. Spectroscopie d'échantillons atomiques denses

### 2.1. Interactions dipôle/dipôle et diffusion multiple

L'un des premiers type d'interaction entre atomes auquel on peut penser est l'interaction résonnante entre un atome dans l'état excité et un atome dans l'état fondamental. Nous avons déjà évoqué plus haut les effets de la partie radiative à longue portée de l'interaction qui se manifeste par la force de pression de radiation et l'augmentation de température de l'échantillon atomique. Nous avons vu que la dynamique des atomes était modifiée et que cela se traduisait par une variation des temps caractéristiques de la dynamique et du transport. Bali *et al.* [88] ont proposé de mesurer la variation de la fonction de corrélation  $g^{(2)}(\tau)$  de la lumière diffusée par une mélasses en fonction de la densité pour observer des effets collectifs dus à la pression de radiation. Il serait en particulier intéressant d'observer l'évolution de  $g^{(2)}(0)$  puisque, d'après nos calculs précédents, ses variations pourrait être attribuées à des effets non gaussiens. Une autre technique consiste à mesurer directement la distribution de photons  $p(n, T)$  dans un intervalle  $T$  court devant le temps de cohérence (voir la figure I-3). La variance de la distribution donne accès à  $g^{(2)}(0)$  mais aussi aux moments d'ordre supérieur<sup>80</sup>.

Les questions de pression de radiation sont intimement liées avec les questions de la diffusion multiple de la lumière. Les corrélations d'intensité jouent un rôle important dans l'étude des milieux très fortement diffusants [142] et il est légitime de se demander si elles pourraient être une technique privilégiée pour des études analogues dans les milieux atomiques refroidis très denses. Les atomes froids présentent plusieurs intérêts par rapport, par exemple, aux suspensions colloïdales qui sont souvent utilisées comme milieu diffusant. Tout d'abord, les atomes sont des diffuseurs ponctuels alors que la prise en compte de la diffusion de Mie complique singulièrement les calculs dans le cas des colloïdes. De plus, on dispose grâce à eux des paramètres de contrôle supplémentaires que sont les niveaux internes. Ils permettent par exemple de réaliser des effets Faraday avec des champs magnétiques relativement modestes alors qu'on a plutôt besoin de quelques Tesla avec les milieux habituels [143]. Les milieux atomiques cependant ont une particularité importante, qui peut être perçue, selon les points de vue, comme une source d'intérêt supplémentaire ou bien comme un obstacle. *A priori* les atomes sont indépendants, mais la diffusion multiple des faisceaux interagissant avec les atomes introduit des effets mécaniques qui couplent les dynamiques propres à chaque atome. Dans le cas des colloïdes, ces

<sup>80</sup> Nous avons réalisé quelques mesures préliminaires de la distribution des photons diffusés par un piège magnéto-optique. Le nombre de photons par intervalle n'était pas suffisamment grand pour que les distributions de Poisson et de Bose-Einstein soient clairement distinctes.

effets sont négligeables. Les systèmes atomiques ne peuvent pas être confondus avec le système idéal de diffuseurs ponctuels sans interaction.

Quelques articles théoriques récents portent sur les interactions dipôle/dipôle dans les réseaux et s'intéressent au régime à courte portée où plus d'un atome est présent dans chaque site. A une dimension, l'interaction entre deux atomes se manifeste sur la forme du spectre de fluorescence par une diminution de la hauteur des bandes latérales et une augmentation de leur largeur [144]. Par ailleurs, une étude détaillée du potentiel à trois dimensions montre que celui-ci devient très anisotrope et ses éléments de matrice introduisent des transitions nouvelles entre états internes [145]. Dans les deux cas, l'approche est purement statique et il n'y a pas encore d'étude dynamique de la collision dipôle/dipôle.

## 2.2. Réseaux gris ou très désaccordés

Il n'existe pas actuellement de réalisation d'un réseau tel que deux atomes sont placés dans un site. Dans les réseaux tétraédriques tel que ceux que nous avons étudiés, les atomes sont localisés au fond des puits de potentiel où ils diffusent beaucoup de lumière et la pression de radiation empêche d'obtenir des densités élevées. Il existe par contre des réseaux "gris" dans lesquels les atomes sont placés à des endroits où la diffusion est minimisée permettant ainsi *en principe* de diminuer les effets des interactions dipôle/dipôle et d'augmenter le facteur de remplissage [123]. On peut aussi réaliser dans le même ordre d'idée des réseaux très désaccordés [24] reposant sur les forces dipolaires.

Dans ces deux cas, on peut espérer se placer dans un régime où il existe des interactions sans que la pression de radiation ne joue un rôle trop néfaste mais les densités réalisées jusqu'à présent dans ces nouveaux réseaux ne confirment pas vraiment cette attente [138].

Si très peu de photons sont diffusés, on pourrait penser que la technique des corrélations d'intensité de la lumière diffusée ne peut s'appliquer faute de signal. Raisonner sur la quantité de lumière diffusée est pourtant une erreur. Nous avons vu en effet dans le premier chapitre de ce mémoire (formule I-53) que le contraste d'un signal spectral était de l'ordre de  $R/\delta\nu$  où  $R$  est le taux de comptage et  $\delta\nu$  la largeur des structures spectrales. Autrement dit, c'est le nombre de photons détectés par intervalle de cohérence temporelle ( $1/\delta\nu$ ) qui est le critère déterminant. Le rapport signal sur bruit est de l'ordre du contraste dans la limite où celui-ci est petit mais il n'en dépend pas si le contraste est de l'ordre de quelques unités. **Même à taux de comptage très faible, des raies très fines de largeur  $\delta\nu \simeq R$  pourraient donc être parfaitement résolues**<sup>81</sup>. Müller-Seydlitz *et al.* [146] ont montré, par une technique de temps de vol, que la largeur des niveaux vibrationnels les plus profonds dans un réseau d'argon très désaccordé était de l'ordre de 40 Hz. Un taux de comptage très modeste de l'ordre de quelques centaines de coups par seconde serait donc en principe suffisant pour résoudre les raies Raman motionnelles<sup>82</sup>. Le taux de photons diffusés par un réseau très désaccordé n'a pas été mesuré mais un tel chiffre semble réaliste [24]. Les corrélations d'intensité sont d'autant mieux adaptées que nous avons montré qu'elles autorisaient dans le domaine spectral une excellente résolution et elles pourraient devenir la technique d'analyse spectroscopique privilégiée de ces nouveaux types de réseau qui

<sup>81</sup> Il faut être conscient cependant que la durée de l'expérience est d'autant plus longue, à rapport signal sur bruit constant, que la largeur  $\delta\nu$  est petite.

<sup>82</sup> L'expérience serait bien sûr assez délicate. Le bruit d'obscurité des photodiodes à avalanche que nous avons utilisées était de l'ordre de  $250 \text{ s}^{-1}$  mais il peut être réduit à moins de  $50 \text{ s}^{-1}$  sur les modèles les plus performants actuellement disponibles. La difficulté principale serait l'élimination de toute diffusion parasite mais ceci ne semble pas du tout impossible dans un montage optimisé.

souffrent encore d'un manque de techniques d'observation adaptées.

### 3. Effets quantiques collectifs

Diminuer le taux de photons spontanés dans un réseau a pour but ultime l'observation d'effets de transport quantique [24] ou même la réalisation de cavités à ondes de matière [147]. Ces thèmes de recherche peuvent être regroupés dans la catégorie générale de la recherche d'effets quantiques collectifs. Les observations expérimentales sont encore peu nombreuses [25, 26, 33] et il n'existe pas encore de consensus sur les techniques d'étude les plus appropriées. Nous discutons brièvement le potentiel des corrélations d'intensité pour le diagnostic de la condensation de Bose-Einstein.

Morice [77] a rappelé l'expression de la fonction de corrélation de paire d'un gaz d'atomes à deux niveaux dans plusieurs régimes de densité dans l'espace des phases  $n\Lambda_{DB}^3$ . On retient, pour des bosons, l'expression dans la limite classique où  $n\Lambda_{DB}^3 \ll 1$  :

$$g(r) = n_0 \left( 1 + e^{-\frac{2\pi r^2}{\Lambda_{DB}^2}} \right) \quad (\text{IV-18})$$

La longueur de corrélation est donc de l'ordre de la longueur d'onde de De Broglie

$$l_c \simeq \Lambda_{DB} \quad (\text{IV-19})$$

À l'approche de la condensation de Bose-Einstein ( $n\Lambda_{DB}^3 \geq 2.612$ ), quand la densité dans l'espace des phases augmente, la fonction de paire est beaucoup plus complexe et  $l_c$  augmente. En effet, beaucoup d'atomes dans le condensat sont placés dans l'état d'impulsion nulle et sont donc délocalisés dans l'espace des positions.

Que peut-on dire sur la fonction de corrélation des photons à l'approche de la condensation ? D'après les résultats du premier paragraphe, on est amené à penser que  $g_{11}^{(2)}(0) \simeq 2$  quand  $V_{sc} \gg \Lambda_{DB}^3$  et  $g_{11}^{(2)}(0) = \alpha_{BEC}$  quand  $V_{sc} \simeq \Lambda_{DB}^3$ , où  $\alpha_{BEC}$  est une valeur que nous allons discuter, serait un comportement plausible. L'échantillon atomique se comporte comme une source incohérente dans le cas classique (chaotique) mais **les propriétés statistiques du condensat déterminent la statistique des photons diffusés**. Si l'on suppose (ce qui est contestable...) qu'un condensat est l'analogue d'un laser à atomes, il est naturel de penser que  $\alpha_{BEC} = 1$  puisque c'est le résultat obtenu pour un laser (à photons). La statistique des fluctuations du milieu serait alors poissonnienne et non plus gaussienne comme dans le cas chaotique. Si l'expérience pouvait être réalisée et fournissait ce résultat, cela ne signifierait pourtant pas que les atomes dans le condensat sont dans un état cohérent ! Comme l'a montré Glauber [98], les états cohérents sont en effet les états pour lesquels il n'y a de corrélation à *aucun ordre* et pas seulement à l'ordre deux. Cependant, notre image est très simpliste et il est probable que la valeur de  $\alpha_{BEC}$  sera différente de 1.

L'expérience proposée ci-dessus, *i.e.* mesurer  $g_{11}^{(2)}(0)$  à l'approche de la condensation de Bose-Einstein, pourrait donc constituer un diagnostic intéressant de la condensation. Elles s'apparentent au premier type d'expérience que nous avons discutée dans le premier paragraphe puisqu'il est nécessaire de faire varier le rapport  $V_c/V_{sc}$  pour observer des effets non gaussiens. Ici, cependant,  $V_{sc}$  est fixe et  $V_c$  est variable. Des expériences à deux détecteurs seraient certainement tout aussi intéressantes.

On notera pour terminer l'analogie entre les expériences que nous avons proposées et des

expériences de diffusion de la lumière par un fluide près d'un point critique [41, 27] . Loin du point critique, la longueur de corrélation d'un liquide est de l'ordre de la portée du potentiel intermoléculaire et le volume de diffusion est toujours plus grand que  $V_c$  : c'est le régime "classique". Par contre, des corrélations à longue portée se développent à l'approche du point critique et des effets non gaussiens deviennent importants.

# Bibliographie

- [1] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985)
- [2] P.D. Lett, W.D. Phillips, S.L. Rolston, C.E. Tanner, R.N. Watts, C.I. Westbrook, *Optical molasses*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2084 (1989)
- [3] P.D. Lett, R.N. Watts, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, P.L. Gould, H.J. Metcalf, *Observation of atoms laser cooled below the Doppler limit*, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988)
- [4] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989)
- [5] P.J. Ungar, D.S. Weiss, E. Riis, S. Chu, *Optical molasses and multilevel atoms: theory*, J. Opt. Soc. A. B **6**, 2058 (1989)
- [6] T.W. Hodapp, C. Gerz, C. Furtlehner, C.I. Westbrook, W.D. Phillips, J. Dalibard, *Three-dimensional spatial diffusion in optical molasses*, Appl. Phys. B **60**, 135 (1995)
- [7] C. Westbrook, R. Watts, C. Tanner, S. Rolston, W. Phillips, P. Lett, P. Gould, *Localization of atoms in a three-dimensional standing wave*, Phys. Rev. Lett. **65**, 33 (1990)
- [8] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, *Raman spectroscopy of Cesium atoms in a laser trap*, Europhys. Lett. **15**, 149 (1991)
- [9] P. Verkerk, B. Lounis, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, *Dynamics and spatial order of cold cesium atoms in a periodic optical potential*, Phys. Rev. Lett. **68**, 3861 (1992)
- [10] P.S. Jessen, C. Gerz, P.D. Lett, W.D. Phillips, S.L. Rolston, R.J.C. Spreeuw, C.I. Westbrook, *Observation of quantized motion of Rb atoms in an optical field*, Phys. Rev. Lett **69**, 49 (1992)
- [11] G. Grynberg, B. Lounis, P. Verkerk, J.-Y. Courtois, C. Salomon, *Quantized motion of cold cesium atoms in two- and three-dimensional optical potentials*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2249 (1993)
- [12] K. I. Petsas, A. B. Coates, G. Grynberg, *Crystallography of optical lattices*, Phys. Rev. A **50**, 5173 (1994)
- [13] P. Verkerk, D.R. Meacher, A.B. Coates, J.-Y. Courtois, S. Guibal, B. Lounis, C. Salomon, G. Grynberg, *Designing optical lattices: an investigation with Cesium atoms*, Europhys. Lett. **26**, 171 (1994)
- [14] A. Hemmerich, T.W. Hänsch, *Two-dimensional atomic crystal bound by light*, Phys. Rev. Lett. **70**, 410 (1993)
- [15] Y. Castin, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *The limits of Sisyphus cooling*, in *Light Induced Kinetic Effects on Atoms, Ions and Molecules*, L. Moi, S. Gozzini, G. Gabbanini, E. Arimondo, F. Strumia eds (ETS Editrice, Pise, 1991)
- [16] J.-Y. Courtois, G. Grynberg, *Probe transmission in one dimensional optical molasses : theory for linearly cross-polarized cooling beams*, Phys. Rev. A **46**, 7060 (1992)
- [17] J.-Y. Courtois, *Stimulated Raman and Rayleigh spectroscopy of one-dimensional optical molasses*, Ann. Phys. Fr. **21**, 1-91 (part I) & 93-265 (part II) (1996)
- [18] P.S. Jessen, I.H. Deutsch, *Optical lattices*, in *Advances in atomic, molecular and optical physics* **37**, eds. B. Bederson and H. Walther (Academic Press, Cambridge, 1996)
- [19] A. Kastberg, W.D. Phillips, S.L. Rolston, R.J.C. Spreeuw, P.S. Jessen, *Adiabatic cooling of Cesium to 700 nK in an optical lattice*, Phys. Rev. Lett. **74**, 1542 (1995)

- [20] D.M. Meekhof, C. Monroe, B.E. King, W.M. Itano, D.J. Wineland, *Generation of nonclassical motional states of a trapped atom*, Phys. Rev. Lett. **76**, 1796 (1996)
- [21] J.J. McClelland, R.E. Scholten, E.C. Palm, R.J. Celotta, *Laser-focused atomic deposition*, Science **262**, 887 (1993)
- [22] G. Grynberg, J.-Y. Courtois, *Proposal for a magneto-optical lattice for trapping atoms in nearly dark states*, Europhys. Lett. **27**, 41 (1994)
- [23] A. Hemmerich, M. Weidemüller, T. Esslinger, C. Zimmermann, T.W. Hänsch, *Trapping atoms in a dark optical lattice*, Phys. Rev. Lett. **75**, 37 (1995)
- [24] B.P. Anderson, T.L. Gustavson, M.A. Kasevich, *Atom trapping in nondissipative optical lattices*, Phys. Rev. A **53**, R3727 (1996)
- [25] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin, C. Salomon, *Bloch oscillations of atoms in an optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4508 (1996)
- [26] S.R. Wilkinson, C.F. Bharucha, K.W. Madison, Q. Niu, M.G. Raizen, *Observation of atomic Wannier-Stark ladders in an accelerating optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996)
- [27] B. Chu, *Laser light scattering. Basic principles and practice* (Academic Press, Boston, 1991)
- [28] C. Jurczak, K. Sengstock, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, A. Aspect, *Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms*, Opt. Comm. **115**, 480 (1995)
- [29] S. Marksteiner, K. Ellinger, P. Zoller, *Anomalous diffusion and Lévy-walks in optical lattices*, Phys. Rev. A **53**, 3409 (1996)
- [30] C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock, J.-Y. Courtois, C.I. Westbrook, A. Aspect, *Atomic transport in an optical lattice : an investigation through polarization-selective intensity correlations*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1727 (1996)
- [31] J.-Y. Courtois, S. Guibal, D.R. Meacher, P. Verkerk, G. Grynberg, *Propagating elementary excitation in a dilute optical lattice*, Phys. Rev. Lett. **77**, 40 (1996)
- [32] M.O. Magnasco, *Molecular combustion motors*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2656 (1994)
- [33] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*, Science **269**, 198 (1995)
- [34] H.Z. Cummins, H.L. Swinney, *Light beating spectroscopy*, in *Progress in Optics VIII*, E. Wolf ed. (North Holland, 1970)
- [35] E. Jakeman, *Photon correlations*, in *Photon correlations and light-beating spectroscopy*, H.Z. Cummins and E. Pike eds. (Plenum, New York, 1974)
- [36] J.W. Goodman, *Statistical optics* (Wiley Interscience, New York, 1985)
- [37] M. Born, E. Wolf, *Principles of optics* (Pergamon, Oxford, 1970)
- [38] R. Loudon, *The quantum theory of light* (Oxford University Press, Oxford, 1973)
- [39] P.S. Jessen, *An investigation of the microscopic motion of atoms in optical molasses using optical heterodyne spectroscopy of resonance fluorescence*, PhD Thesis (University of Århus, Denmark, 1993)
- [40] M. Bertolotti, *Photon statistics*, in *Photon correlations and light-beating spectroscopy*, H.Z. Cummins and E. Pike eds. (Plenum, New York, 1974)
- [41] B. Crosignani, P. Di Porto, M. Bertolotti, *Statistical properties of scattered light* (Academic Press, New York, 1975)
- [42] V.L. Kuz'min, V.P. Romanov, L.A. Zubkov, *Propagation and scattering of light in fluctuating media*, Phys. Rep. **248**, 71 (1994)
- [43] A.T. Forrester, R.A. Gudmunson, P.O. Johnson, *Photoelectric mixing of incoherent light*, Phys. Rev. **99**, 1691 (1955)

- [44] R. Hanbury-Brown, R.Q. Twiss, *Correlation between photons in two coherent beams of light*, Nature **177**, 27 (1956)
- [45] R. Hanbury-Brown, R.Q. Twiss, *The question of correlation between photons in coherent light rays*, Nature **178**, 1447 (1956)
- [46] E.M. Purcell, Commentaire à l'article précédent, Nature, **178**, 1449 (1956)
- [47] R.Q. Twiss, A.G. Little, R. Hanbury-Brown, *Correlation between photons, in coherent beams of light, detected by a coincidence counting technique*, Nature **180**, 324 (1957)
- [48] R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, *Interferometry of the intensity fluctuations in light II. An experimental test of the theory for partially coherent light*, Proc. Roy. Soc. (London), **243A**, 291 (1958)
- [49] A.T. Forrester, *Photoelectric mixing as a spectroscopic tool*, J. Opt. Soc. A. **51**, 253 (1961)
- [50] V. Degiorgio, J.B. Lastkova, *Intensity-correlation spectroscopy*, Phys. Rev. A **4**, 2033 (1971)
- [51] S. Brauer, G.B. Stephenson, M. Sutton, R. Brüning, E. Dufresne, S.G.J. Mochrie, G. Grübel, J. Als-Nielsen, D.L. Abernathy, *X-Ray intensity fluctuation spectroscopy observations of critical dynamics in Fe<sub>3</sub>Al*, Phys. Rev. Lett., **74**, 2010 (1995)
- [52] B.J. Berne, R. Pecora, *Dynamic light scattering* (Wiley-Interscience, New York, 1976)
- [53] *Dynamic light scattering: applications of photon correlation*, R. Pecora ed. (Plenum Press, New York, 1985)
- [54] K. Schätzel, *Correlation techniques in dynamic light scattering*, Appl. Phys. B **42**, 193 (1987)
- [55] G. Maret, P.E. Wolf, *Multiple scattering from disordered media. The effect of brownian motion of scatterers*, Z. Phys. B **65**, 409 (1987)
- [56] D.J. Pine, D.A. Weitz, P.M. Chaikin, E. Herbolzheimer, *Diffusing-wave spectroscopy*, Phys. Rev. Lett., **60**, 1134 (1988)
- [57] D.J. Pine, D.A. Weitz, J.X. Zhu, E. Herbolzheimer, *Diffusing-wave spectroscopy: dynamic light scattering in the multiple scattering regime*, J. Phys. (France), **51**, 2101 (1990)
- [58] J.D. Briers, *Laser Doppler and time-varying speckle: a reconciliation*, J. Opt. Soc. A. B **13**, 345 (1996)
- [59] D. Boal, C. Gelbke, B. Jennings, *Intensity interferometry in subatomic physics*, Rev. Mod. Phys. **62**, 553 (1990)
- [60] M. Yasuda, F. Shimizu, *Observation of two-atom correlation of an ultracold neon atomic beam*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3090 (1996)
- [61] M. Kasevich, atelier "Quantum collective effects", Les Houches (1996)
- [62] L. Mandel et E. Wolf, *Optical coherence and quantum optics* (Cambridge University Press, 1995)
- [63] L. Mandel, E. Wolf, *Coherence properties of optical fields*, Rev. Mod. Phys., **37**, 231 (1965)
- [64] Manuel de l'utilisateur des analyseurs de spectre Tektronix de la série 2600 (1992)
- [65] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, *Numerical recipes in pascal* (Cambridge University Press, Cambridge, 1990)
- [66] E. Jakeman, E.R. Pike, S. Swain, *Statistical accuracy in the digital autocorrelation of photon counting fluctuations*, J. Phys. A **4**, 517 (1971)
- [67] A. Aspect, *Trois tests expérimentaux des inégalités de Bell par mesures de corrélations de polarisation de photons*, Thèse de doctorat (Université Paris-Sud, 1983)
- [68] C. Cohen-Tannoudji, in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, Les Houches Summer School 1990, Session LIII, J. Dalibard, J.-M. Raimond, J. Zinn-Justin eds. (Elsevier Science, Amsterdam, 1992)
- [69] E. Raab, M. Prentiss, S. Chu, D. Pritchard, *Trapping of neutral sodium atoms with radiation*

- pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987)
- [70] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes* (InterEditions/Editions du CNRS, Paris, 1988)
- [71] P. Grelu, *Etude expérimentale de non-linéarités dispersives dans un milieu d'atomes piégés par laser*, Thèse de doctorat (Université de Paris-Sud, 1996)
- [72] A. Landragin, Thèse de doctorat (Université de Paris-Sud, soutenance prévue en 1997)
- [73] K.C. Harvey, C.J. Myatt, *External-cavity diode laser using a grazing-incidence diffraction grating*, Opt. Lett. **16**, 910 (1991)
- [74] N. Vansteenkiste, Thèse de doctorat (Université de Paris-Sud, 1989)
- [75] B. Lounis, *Atomes refroidis par laser: de la mélasse au cristal optique*, Thèse de doctorat (Université de Paris XI, 1993)
- [76] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, J. Dalibard, *Phase-space density in the magneto-optical trap*, Phys. Rev. A **52**, 1423 (1995)
- [77] O. Morice, Thèse de doctorat (Université de Paris VI, 1995)
- [78] P. Bouyer, *Confinement par laser d'atomes froids dans une cavité gravitationnelle et dans un piège à pompage optique*, Thèse de doctorat (Université de Paris-Sud, 1995)
- [79] M. Drewsen, P. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, *An investigation of sub-Doppler cooling effects in a Cesium magneto-optical trap*, Appl. Phys. B. **59**, 283 (1994)
- [80] C. Salomon, J. Dalibard, W. D. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, *Laser cooling of Cesium atoms below 3  $\mu$ K*, Europhys. Lett. **12**, 683 (1990)
- [81] C. Gerz, T. W. Hodapp, P. Jessen, K. M. Jones, W. D. Phillips, C. I. Westbrook, K. Mölmer, *The temperature of optical molasses for two different atomic angular momenta*, Europhys. Lett. **21**, 661 (1993)
- [82] C. D. Wallace, T. P. Dinneen, K. Y. N. Tan, A. Kumarakrishnan, P. L. Gould, J. Javanainen, *Measurements of temperature and spring constant in a magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. A. B **11**, 703 (1995)
- [83] A. Steane, M. Chowdbury, C. J. Foot, *Radiation force in the magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. A. B **9**, 2142 (1992)
- [84] R.H. Dicke, *The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines*, Phys. Rev. **89**, 472 (1953)
- [85] C. Westbrook, P. Jessen, C. Tanner, P. Lett, S. Rolston, R. Watts, W. Phillips, *Measurement of fluorescence from cold atoms: localization in three-dimensional standing waves*, in *Atomic Physics 12*, J. Zorn, R. Lewis eds. (Plenum, NY, 1990)
- [86] D. Polder, M.F.H. Schuurmans, *Resonance fluorescence from a  $j = 1/2$  to a  $j = 1/2$  transition*, Phys. Rev. A **14**, 1468 (1976)
- [87] B. Gao, *Effects of Zeeman degeneracy on the steady-state properties of an atom interacting with a near-resonant laser field: Resonance fluorescence*, Phys. Rev. A **50**, 4139 (1994)
- [88] S. Bali, D. Hoffmann, J. Siman, T. Walker, *Measurements of intensity correlations of scattered light from laser cooled atoms*, Phys. Rev. A **53**, 3469 (1996)
- [89] H.A. Bachor, P. Rottengatter, C.M. Savage, *Correlation effects in light sources with high quantum efficiency*, Appl. Phys. B **55**, 258 (1992)
- [90] Y. Castin, *Les limites du refroidissement laser dans les mélasses optiques à une dimension*, Thèse de doctorat (Université Paris VI, Paris, 1992)
- [91] J.-Y. Courtois, *Spectroscopie Raman et Rayleigh stimulée d'atomes refroidis par laser*

- ; *dynamique des mélasses optiques unidimensionnelles*, Thèse de doctorat de l'école Polytechnique (Palaiseau, 1993)
- [92] K.I. Petsas, *Atomes ultrafroids dans des réseaux de lumière : étude théorique du magnétisme, de la température et des structures multidimensionnelles*, Thèse de doctorat (Université de Paris VI, 1996)
- [93] P. Marte, R. Dum, R. Taïeb, P. Zoller, *Resonance fluorescence from quantized one-dimensional molasses*, Phys. Rev. A **47**, 1378 (1993)
- [94] Y Castin, K. Berg-Sørensen, J. Dalibard, K. Mølmer, *Two-dimensional Sisyphus cooling*, Phys. Rev. A **50**, 5092 (1994)
- [95] K. Mølmer, Y Castin, J. Dalibard, *Monte-Carlo wave-function method in quantum optics*, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 524 (1993)
- [96] J.-Y Courtois, *Novel stimulated scattering process in optical lattices*, in *Coherent and Collective Interactions of Particles and Radiation Beams* (International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXXXI), A. Aspect, W. Barletta, R. Bonifacio eds. (IOS Press, Amsterdam, 1996)
- [97] H. J. Kimble, L. Mandel, *Theory of resonance fluorescence*, Phys. Rev. A **13**, 2123 (1976)
- [98] R.J. Glauber, *Optical coherence and photon statistics*, in *Quantum optics and electronics*, Ecole d'été des Houches 1964, C. DeWitt, A. Blandin, C. Cohen-Tannoudji eds. (Gordon and Breach, NY, 1965)
- [99] C. W. Gardiner, *Handbook of stochastic methods* (Springer Verlag, Berlin, 1985)
- [100] I.H. Deutsch, R.J.C. Spreeuw, S.L. Rolston, W.D. Phillips, *Photonic band gaps in optical lattices*, Phys. Rev. A **52**, 1394 (1995)
- [101] J. Dalibard, S. Reynaud, *Correlation signals in resonance fluorescence: interpretation via photon scattering amplitudes*, J. Physique **44**, 1337 (1983)
- [102] A. Heidmann, S. Reynaud, *Squeezing and antibunching in phase-matched many atom resonance fluorescence*, Journ. of Mod. Optics **34**, 923 (1987)
- [103] U. Fano, *Quantum theory of interference effects in the mixing of light from phase-independent sources*, Am. J. Phys. **29**, 539 (1961)
- [104] P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, A. Heidmann, S. Reynaud, *Observation of photon antibunching in phase-matched multiatom resonance fluorescence*, Phys. Rev. Lett. **57**, 687 (1986)
- [105] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, *Very cold trapped atoms in a vapor cell*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990)
- [106] D. Grison, *Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications*, Thèse de doctorat (Université Paris VI, 1992)
- [107] D. Hoffmann, P. Feng, R. S. Williamson III, T. Walker, *Excited state collisions of trapped  $^{85}\text{Rb}$  atoms*, Phys. Rev. Lett. **69**, 753 (1992)
- [108] M.S. Walhout, *Studies of laser-cooled and magneto-optically trapped Xenon*, PhD dissertation (University of Maryland, 1994)
- [109] W. Petrich, M.H. Anderson, J.R. Ensher, E.A. Cornell, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*, J. Opt Soc. A B **11**, 1332 (1994)
- [110] M. Gatzke, G. Birkl, P. Jessen, A. Kastberg, S.L. Rolston, W.D. Phillips, *Temperature and localization of atoms in 3D optical lattices*, preprint (1996)
- [111] G. Birkl, communication privée (1996)
- [112] S. Marksteiner, R. Walser, P. Marte, P. Zoller; *Localisation of atoms in light fields: optical*

- molasses, adiabatic compression and squeezing*; Appl. Phys. B **60**, 145 (1995)
- [113] D.R. Meacher, S. Guibal, C. Mennerat, J.-Y. Courtois, K.I. Petsas, G. Grynberg, *Paramagnetism in a Cesium optical lattice*, Phys. Rev. Lett. **74**, 1958 (1995)
- [114] M. Kozuma, K. Nakagawa, W. Jhe, M. Ohtsu, *Observation of temporal behavior of an atomic wave packet localized in an optical potential*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2428 (1996)
- [115] S. Guibal, C. Triché, L. Guidoni, P. Verkerk, G. Grynberg, *Recoil-induced resonances of cesium atoms in the transient domain*, Opt. Comm. **131**, 61 (1996)
- [116] W.D. Phillips, C.I. Westbrook, *Comment on "Observation of temporal behavior of an atomic wavepacket localized in an optical potential"*, soumis à Phys. Rev. Lett. (1996)
- [117] C. Triché, *Largeur des raies vibrationnelles dans un réseau optique : observation de transferts de cohérence*, Rapport de stage de DEA (ENS/LKB, 1994)
- [118] G. Birkl, M. Gatzke, I.H. Deutsch, S.L. Rolston, W.D. Phillips, *Bragg scattering from atoms in optical lattices*; Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995)
- [119] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger, T.W. Hänsch; *Bragg diffraction in an atomic lattice bound by light*; Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995)
- [120] G. Birkl, G. Raithel et M. Weidemüller, affiches présentées à la conférence ZICAP, Amsterdam, 5-9 aout 1996.
- [121] J. Javanainen, *Low intensity fluorescence from a trapped ion*, Opt. Comm. **34**, 375 (1980)
- [122] M. Lindberg, *Resonance fluorescence of a laser-cooled trapped ion in the Lamb-Dicke limit*, Phys. Rev. A **34**, 3178 (1986)
- [123] G. Grynberg, C. Triché, *Atoms in optical lattices*, in *Coherent and collective interactions of particles and radiation beams*, édité par A. Aspect, W. Barletta, R. Bonifacio, International school of physics "Enrico Fermi", CXXXI Course (IOS Press, Amsterdam, 1996)
- [124] D.J. Wineland, Wayne M. Itano, *Laser cooling of atoms*, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979)
- [125] H. Risken, *The Fokker-Planck equation* (Springer, Berlin, 1984)
- [126] E. Pardoux, *Analyse de modèles de transport: évolutions aléatoires et phénomènes de transport* (Cours de majeur de mathématiques de l'Ecole Polytechnique, 1994)
- [127] W.D. Phillips, communication privée (1996); S.L. Rolston, G. Birkl, I.H. Deutsch, M. Gatzke, C. Orzel, W.D. Phillips, U. Sterr, M. Walhout, *Optical lattices*, in *Laser Spectroscopy XIIIth International Conference*, Capri 1995, M. Inguscio, M. Allegrini, A. Sasso eds. (World Scientific, Singapour, 1996)
- [128] H.J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, *Photon antibunching in resonance fluorescence*, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977)
- [129] C. Cohen-Tannoudji, in *Frontiers in laser spectroscopy*, Les Houches Summer School 1975, édité par R. Balian, S. Haroche, S. Liberman (North-Holland, Amsterdam, 1977)
- [130] C. Cohen-Tannoudji, S. Reynaud, *Atoms in strong light-fields: photon antibunching in single atom fluorescence*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A **293**, 223 (1979)
- [131] P. Grangier, communication privée (1995)
- [132] G. Hillenbrand, K. Burnett, C.J. Foot, *Effect of scattered radiation on sub-Doppler cooling*, Phys. Rev. A **52**, 4763 (1995)
- [133] M.F. Schlesinger, G.M. Zaslasky, *Strange kinetics*, Nature **363**, 31 (1993)
- [134] F. Bardou, J.P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect, C. Cohen-Tannoudji, *Subrecoil laser cooling and Lévy flights*, Phys. Rev. Lett. **72**, 203 (1994)
- [135] J. Klafter, G. Zumofen, *Lévy statistics in a hamiltonian system*, Phys. Rev. E **49**, 4873 (1994)
- [136] K.D. Dobbs, D.J. Doren, *Dynamics of molecular surface diffusion: origins and consequences of long jumps*, J. Chem. Phys. **97**, 3722 (1992)

- [137] A. Hemmerich, M. Weidemüller, T. Hänsch, *Four-wave mixing in a 3D optical lattice*, Europhys. Lett. **27**, 427 (1994)
- [138] D. Boiron, A. Michaud, P. Lemonde, Y. Castin, C. Salomon, S. Weyers, K. Szymaniec, L. Cogne, A. Clairon, *Laser cooling of Cesium atoms in gray optical molasses down to 1.1  $\mu$ K*, Phys. Rev. A **53**, R3734 (1996)
- [139] N.A. Clarck, B.J. Anderson, A.J. Hurd, *Multidetector scattering as a probe of local structure in disordered phases*, Phys. Rev. Lett. **50**, 1459 (1983)
- [140] P.A. Egelstaff, *An introduction to the liquid state* (Clarendon Press, Oxford, 1992)
- [141] L. Van Hove, *Correlations in space and time and Born approximation scattering in systems of interacting particles*, Phys. Rev. **95**, 249 (1954)
- [142] G. Maret, *Recent experiments on multiple scattering and localization of light*, in *Mesoscopic quantum physics*, Les Houches Summer School, Session LXI, E. Akkermans *et al.* eds. (Elsevier, Amsterdam, 1996)
- [143] R. Kaiser, communication privée (1996)
- [144] J. Guo, J. Cooper, *Cooling and resonance fluorescence of two atom in a one dimensional optical molasses*, Phys. Rev. A **51**, 3128 (1995)
- [145] E.V. Goldstein, P. Pax, P. Meystre, *Dipole-dipole interaction in three-dimensional optical lattices*, Phys. Rev. A **53**, 2604 (1996)
- [146] T. Müller-Seydlitz, M. Hartl, B. Brezger, H. Hänsel, C. Keller, A. Schnetz, R.J.C. Spreeuw, T. Pfau, J. Mlynek, *Atoms in the lowest motional band of a three-dimensional optical lattice*, preprint (1996)
- [147] R.J.C. Spreeuw, T. Pfau, U. Janicke, M. Wilkens, *Laser-like scheme for atomic matter-waves*, Europhys. Lett. **32**, 469 (1995)

# Table des matières

<b>I</b>	<b>La spectroscopie par corrélations d'intensité : application à la fluorescence d'atomes refroidis par laser</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>La spectroscopie par corrélations d'intensité</b>	<b>5</b>
	1. Principes de base .....	6
	1. Excès de bruit en régime de comptage de photons .....	6
	2. Fonctions de corrélation temporelles .....	10
	3. La spectroscopie de battement de la lumière .....	15
	4. Quelques exemples .....	19
	5. Historique et applications .....	21
	2. Les effets de la cohérence spatiale et temporelle .....	23
	1. Le degré de cohérence spatio-temporelle de la lumière .....	23
	2. Le contraste spectral et le contraste temporel .....	27
	3. Le schéma de détection .....	27
	4. Les effets de l'intégration temporelle .....	30
	3. Traitement du signal : pratique .....	32
	1. Dans le domaine temporel .....	32
	2. Dans le domaine spectral .....	37
	4. Conclusion .....	39
<b>2</b>	<b>La fluorescence d'atomes dans une mélasse</b>	<b>41</b>
	1. Dispositif expérimental .....	42
	1. L'atome de rubidium .....	42
	2. Le vide et le chargement du piège .....	44
	3. Les laser et l'optique .....	46
	4. Le champ magnétique .....	48
	5. La séquence temporelle .....	49
	2. Les diagnostics classiques des atomes froids .....	50
	1. Nombre d'atomes et densité .....	50
	2. Température .....	51
	3. Expériences de corrélations d'intensité .....	54
	1. Spectres du photocourant .....	54
	2. Corrélations temporelles .....	60
	4. Conclusion .....	61
<b>A</b>	<b>Etude expérimentale du bruit des signaux spectraux</b>	<b>63</b>

1. Nature du bruit des laser .....	63
2. La normalisation des spectres .....	65
3. Mesure du rapport signal sur bruit .....	66
<b>B La fonction délai</b> .....	<b>69</b>
1. Principe du convertisseur temps-amplitude .....	69
2. Fonction délai et fonction de corrélation .....	70
3. Mesure de la fonction délai de la lumière diffusée par un réseau atomique .....	71
<b>C Compléments techniques</b> .....	<b>73</b>
1. Les photodétecteurs .....	73
2. Traitement du signal .....	74
1. Analyseur de spectre à FFT .....	74
2. Corrélateurs .....	75
3. Convertisseur temps-amplitude .....	75
4. Echelle et analyseur multi-canaux .....	75
<b>D Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms</b> .....	<b>77</b>
<b>II Les réseaux atomiques</b> .....	<b>83</b>
<b>1 Corrélations d'intensité dans un réseau : théorie</b> .....	<b>87</b>
1. Interaction atome-laser dans un réseau .....	87
1. Notations .....	88
2. L'équation du pompage optique .....	89
3. Le potentiel lumineux dans les réseaux tétraédriques .....	91
4. Simulations Monte-Carlo semi-classiques .....	97
2. Calcul des fonctions de corrélation de l'intensité diffusée .....	101
1. Formulation quantique des corrélations d'intensité .....	101
2. Le calcul numérique des fonctions de corrélation .....	106
3. Conclusion .....	109
<b>2 Un réseau tétraédrique en cellule</b> .....	<b>111</b>
1. La cellule de rubidium .....	111
1. Principe du piégeage .....	111
2. Le montage de la cellule et le vide .....	112
3. Le montage optique .....	115
4. Le champ magnétique .....	117
5. La séquence temporelle .....	117
6. Procédures de réglage du réseau .....	117
7. La géométrie de détection des corrélations d'intensité .....	118

2. Caractérisation du réseau : densité et température .....	119
1. Mesure de densité par absorption .....	119
2. Etude systématique de la température .....	121
3. Conclusion .....	124
<b>A Cristallographie et accord de phase</b> .....	<b>125</b>
1. Corrélations d'intensité et mélange d'ondes .....	125
1. Exemple d'interférence de diagrammes .....	125
2. Généralisation .....	127
2. Cristallographie des réseaux et applications .....	130
1. Principaux résultats de l'étude cristallographique des réseaux .....	130
2. Configurations d'accord de phase dans un réseau tétraédrique .....	130
3. Conclusion .....	133
<b>B Simulations numériques : compléments</b> .....	<b>135</b>
1. Simulation 1Dz .....	136
1. Equation de Fokker-Planck .....	136
2. Fonctions de corrélation .....	137
3. Programmation .....	141
2. Simulation 2Dxy .....	150
1. Equation de Fokker-Planck .....	150
2. Fonctions de corrélation .....	151
3. Simulation 2Dxz .....	152
1. Equation de Fokker-Planck .....	152
2. Fonctions de corrélation .....	152
<b>III Dynamique et transport dans les réseaux atomiques</b> .....	<b>155</b>
<b>1 Le mouvement vibrationnel</b> .....	<b>161</b>
1. Observation de raies Raman vibrationnelles .....	162
1. Deux images physiques .....	163
2. Fréquence des raies vibrationnelles .....	165
2. La localisation spatiale .....	167
1. Intensité moyenne diffusée en régime stationnaire .....	167
2. Mise en évidence expérimentale de la localisation .....	171
3. Structure à grande échelle du réseau .....	173
3. L'effet Lamb-Dicke .....	174
1. Durée de vie des niveaux vibrationnels .....	174
2. Diffusion élastique et diffusion inélastique .....	175
4. Largeur des raies vibrationnelles .....	177
1. Spectres dans la direction $Oz$ .....	177
2. Spectres dans la direction $Ox$ .....	178

3. Anharmonicité et transfert de cohérence .....	180
5. Conclusion .....	182
<b>2 Dynamique interne et transport diffusif</b>	<b>185</b>
1. Spectres et fonctions de corrélation expérimentales .....	185
2. Etude théorique du transport dans un réseau 1D .....	187
1. La dynamique dans un puits .....	188
2. Corrélations croisées et transport atomique .....	191
3. La diffusion spatiale dans le réseau 1D .....	194
3. Conclusion et synthèse des résultats expérimentaux et théoriques .....	200
<b>3 Diffusion spontanée de la lumière par des ondes de densité atomique</b>	<b>205</b>
1. Des ondes de densité induites par les oscillations et le pompage optique .....	206
2. Propriétés de la diffusion de la lumière par les ondes de densité .....	208
1. Diffusion stimulée et diffusion spontanée .....	208
2. Spectre expérimental .....	210
3. La résonance anormale n'est pas une résonance Raman .....	210
3. Dédoublément des résonances anormales : théorie .....	214
1. Autocorrélation .....	214
2. Corrélations croisées .....	215
4. Influence de l'angle du réseau .....	216
5. Conclusion .....	218
<b>4 Un nouveau phénomène de d�grouperment de photons</b>	<b>221</b>
1. Le d�grouperment de photons à deux détecteurs .....	222
2. D�grouperment de photons dans un réseau atomique .....	224
1. Origine physique .....	224
2. Forme de la fonction de corrélations croisées .....	227
3. D�grouperment de photons et localisation atomique .....	228
3. Conclusion .....	229
<b>A Diffusion élastique et inélastique et corrélations d'intensité</b>	<b>231</b>
1. Calcul du rapport $\mathcal{R}_{correl}$ .....	231
2. Battement entre raies Raman vibrationnelles .....	233
<b>B Autocorrélation en polarisation linéaire</b>	<b>237</b>
<b>C Atomic transport in an optical lattice</b>	<b>239</b>
<b>IV Conclusion et perspectives</b>	<b>245</b>

<i>Table des matières</i>	279
<b>1 Le transport dans les réseaux atomiques</b>	<b>249</b>
1. Effets de la lumière rediffusée .....	249
2. Diffusion anormale .....	251
3. Lignes de fuite .....	252
<b>2 De nouvelles fonctions de corrélations</b>	<b>255</b>
<b>3 Etude d'effets collectifs par corrélations d'intensité</b>	<b>257</b>
1. Généralités .....	257
2. Spectroscopie d'échantillons atomiques denses .....	263
1. Interactions dipôle/dipôle et diffusion multiple .....	263
2. Réseaux gris ou très désaccordés .....	264
3. Effets quantiques collectifs .....	265