

### Réflexion d'atomes sur un miroir à onde évanescente : Mesure de la force de van der Waals et diffraction atomique

Arnaud Landragin

#### ► To cite this version:

Arnaud Landragin. Réflexion d'atomes sur un miroir à onde évanescente : Mesure de la force de van der Waals et diffraction atomique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 1997. Français. NNT : . tel-00400765

### HAL Id: tel-00400765 https://pastel.hal.science/tel-00400765

Submitted on 1 Jul2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. No. d'ordre :

## Institut d'Optique Théorique et Appliquée

Université de Paris-Sud U.F.R. Scientifique d'Orsay

Thèse

présentée pour obtenir

Le grade de Docteur en Sciences de l'Université Paris XI Orsay

par

# Arnaud Landragin

Sujet :

Réflexion d'atomes sur un miroir à onde évanescente : mesure de la force de van der Waals et diffraction atomique

Soutenue le 19 décembre 1997 devant la Commission d'examen

MM. J. Dalibard M. Ducloy C. Imbert E. Hinds N. Westbrook A. Aspect Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Examinateur Directeur de thèse

#### Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué entre 1994 et 1997 dans le Groupe d'Optique Atomique de l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée. Je remercie Monsieur IMBERT, directeur de l'Institut, de m'y avoir accueilli et veillé au bon déroulement de ma thèse. Je suis également très honoré qu'il ait accepté de faire partie du jury.

J'ai eu la chance de faire partie du Groupe de Monsieur Alain ASPECT, qui a dirigé ma thèse et dont la clarté des explications m'a permis d'accéder à un domaine auquel je n'étais pas familier. Je suis sûr que ces nombreux conseils me seront très utiles bien après ma thèse.

Je tiens à remercier Nathalie et Christoph WESTBROOK pour avoir guidé mes premiers pas d'expérimentateur pendant ces trois années et pour la grande disponibilité dont ils ont fait part à mon égard. J'ai notamment beaucoup appris du fonctionnement et des asservissements des lasers de la part de Nathalie et j'espère avoir acquis une partie de son esprit scientifique rigoureux et critique. Je la remercie tout particulièrement pour le soin qu'elle a apporté à la relecture du mon manuscrit. Les qualités d'expérimentateur alliées aux connaissances en physique atomique de Chris m'ont permis de résoudre ou de comprendre nombre de problèmes rencontrés pendant mes expériences. J'ai également beaucoup apprécié son enthousiasme "contagieux" pour la physique.

J'ai eu le plaisir de débuter les expériences de réflexion en compagnie de Guillaume LA-BEYRIE, dont la bonne humeur et le dynamisme n'ont jamais été pris en défaut, même après deux long mois de lutte contre les diodes lasers. Je voudrais également associer Laurent COGNET et Gabriel HORVATH aux résultats obtenus sur l'expérience de diffraction et les remercier pour leur collaboration fructueuse.

Je remercie tous les autres membres du Groupe d'Optique Atomique pour l'excellente ambiance qui y règne et pour tout ce qu'ils m'ont apportés, en particulier Jean-Yves COURTOIS pour m'avoir donné les pistes des calculs de la force de van der Waals, Robin KAISER toujours foisonnant d'idées, Carsten HENKEL avec qui j'ai eu de nombreuses discussions me permettant de comprendre le fonctionnement du miroir à atomes, Phillipe Bouyer (merci pour le réseau...), Christophe JURCZAK, Phillipe BONNET, Bruno DESRUELLE, Vincent BOYER, Wilbert ROOI-JAKKERS, Antoine BROWAEYS, David HOLLEVILLE, Véronique SAVALLI et particulièrement Stéphane MARTIN, tant pour ses qualités d'électronicien que ses qualités humaines.

Je remercie l'ensemble des services de l'Institut pour leur efficacité, et plus particulièrement l'atelier de mécanique dirigé par M. GALTIER, l'atelier d'optique dirigé par M. COLAS pour les mesures de rugosité et Françoise PELLEGRINO pour avoir effectué le tirage de ce mémoire avec gentillesse et rapidité. Je suis honoré par la présence de Messieurs Jean DALIBARD, Martial DUCLOY et Edward HINDS dans mon jury de thèse. Je remercie en particulier les rapporteurs pour leurs remarques constructives sur le manuscrit.

Je remercie la DGA qui a financé cette thèse, et qui m'a permise de passer ces trois années dans de bonnes conditions matérielles.

Enfin, je souhaite remercier ma famille, et plus particulièrement mes parents, de m'avoir toujours soutenu pendant mes études. Je remercie également Véronique et Etienne dont l'énergie et la patience m'ont été d'un grand secours ces derniers mois.

# Table des matières

	Introduction générale	11
I	Principe du miroir à atomes	15
	Introduction	17
	<ol> <li>Champ dans l'onde évanescente         <ol> <li>Polarisation TE</li> <li>Polarisation TM</li> <li>a. Intensité effective</li> <li>b. Décomposition en polarisations circulaires</li> </ol> </li> </ol>	18 19 20 20 22
	<ol> <li>2. Miroir atomique pour un atome à deux niveaux         <ol> <li>Couplage dipolaire électrique atome-champ</li> <li>Potentiel dipolaire en régime des faibles saturations</li> <li>Faisceau laser gaussien : miroir effectif</li> <li>Emission spontanée</li> </ol> </li> </ol>	23 23 24 25
	3 Cas d'un atome de Rubidium 85	·· 20
	1. Structure hyperfine de la raie $D_2$	28 28
	2. Déplacement lumineux de l'état fondamental hyperfin	29
	2. a. notation 2. b. Calcul du déplacement lumineux	29 30
	4. Conclusion: résultats obtenus	35
	Annexe I-A       Données sur le Rubidium 85. Couplage dipolaire         électrique hyperfins.       1. Données sur le <sup>85</sup> Rb         2. Structure fine       3. Passage de la base découplée à la base hyperfine         4. Structure hyperfine	37 37 38 39 40
II	La force de van der Waals dans le miroir à atomes	45
	Introduction	47
	1. Limite des courtes distances	47
	1. Dipôle permanent	47
	<ol> <li>Dipôle oscillant classique</li></ol>	49 50 50 51 52 52
	<ol> <li>Distance quelconque : résultats d'électrodynamique quantique</li> <li>Polarisabilité atomique</li> </ol>	53 54

	<ol> <li>a. Définition</li> <li>b. Unités</li> <li>Expression générale du potentiel de van der Waals</li> <li>Approximation des courtes distances</li> <li>Limite des grandes distances</li> <li>Distances intermédiaires : approximation par une seule résonance</li> </ol>	54 54 55 56 58
	<ul> <li>3. Potentiel réflecteur total <ol> <li>Interaction atome paroi en présence de l'onde évanescente</li> <li>Forme du potentiel réflecteur total</li> <li>Influence des paramètres de l'onde évanescente</li> <li>a. Rôle du déplacement lumineux</li> <li>b. Modification du maximum du potentiel réflecteur total</li> <li>c. Distance minimale d'approche</li> <li>Profil laser gaussien</li> </ol> </li> <li>4. Effet tunnel et réflexion quantique <ol> <li>Barrière parabolique</li> </ol> </li> </ul>	61 62 64 65 65 67 67
TTT	2. Résolution numérique de l'équation de Schrödinger	70 <b>75</b>
┸┸┸	1 Description générale de l'expérience	10
	1. Description generate de l'experience	//
	<ol> <li>Description de l'enceinte d'expérimentation         <ol> <li>L'enceinte à vide</li> <li>Positions relatives des atomes et des faisceaux</li> </ol> </li> </ol>	79 79 81
	<ul> <li>3. Préparation des atomes froids <ol> <li>Ralentissement.</li> <li>Piège</li> <li>a. Schéma adopté</li> <li>b. Bobines.</li> <li>c. Faisceaux lasers piège</li> <li>d. Faisceau repompeur</li> <li>e. Nombre d'atomes piégés.</li> </ol> </li> <li>3. Compression spatiale du nuage atomique</li> <li>4. Refroidissement.</li> </ul>	84 87 87 88 88 90 91 93 95
	<ul> <li>4. Laser titane saphir</li> <li>1. Description du laser</li> <li>1. a. Cavité laser</li> <li>1. b. Faisceau de pompe</li> <li>1. c. Compensation de l'astigmatisme</li> <li>1. d. Sélection en fréquence</li> <li>2. Performances du laser</li> <li>2. a. Puissance</li> <li>2. b. Fréquence</li> </ul>	97 97 97 99 100 101 101
	5. Détection des atomes	107

	<ol> <li>Description de 1</li> <li>Signal d'absorp 2. a. Déterminati 2. b. Optimisatio</li> <li>Distribution spa 3. a. Optimisatio 3. b. Système d'i</li> </ol>	la sonde	108 110 111 112 113 113 113 116
IV	Mesure de la for miroir à atomes	ce de van der Waals avec un s	119
	Introduction 1. Précédentes me 1. a. Mesures de 1. b. Mesures sp 2. Plan du chapitr	esures de l'interaction de van der Waals atome-paroi . la force ectroscopiques	121 121 123 123
	<ol> <li>Principe de la mét         <ol> <li>Principe</li> <li>Principe</li> <li>Grandeurs mes</li> <li>Sous-niveaux Z</li> <li>Prise en compte</li> </ol> </li> </ol>	hode urées Zeeman e de la réflexion quantique et de l'effet tunnel	124 124 126 127 129
	<ol> <li>Mesures         <ol> <li>Nombre d'atom                 <ol></ol></li></ol></li></ol>	nes réfléchis ion du nombre d'atomes is du nombre d'atomes réfléchis déplacement lumineux nte des atomes n en position des atomes n en vitesse des atomes ion de l'énergie incidente des atomes	130 130 130 132 133 135 135 137 138
	<ol> <li>Résultats bruts         <ol> <li>Polarisation TE</li> <li>Polarisation TM</li> <li>Saturation à gra</li> <li>a. Distribution</li> <li>b. Pompage o</li> <li>c. Saturation t</li> </ol> </li> </ol>	3         M	138 138 139 140 140 141 141
	<ol> <li>4. Résultats de l'ana</li> <li>1. Polarisation TE</li> <li>2. Polarisation TN</li> <li>3. Conclusion</li> </ol>	lyse E M	142 142 143 144
	<ol> <li>Conclusions et pe</li> <li>Etat actuel et n</li> <li>Améliorations</li> <li>a. Améliorationational</li> </ol>	rspectives nodifications possibles avec la même énergie incidente on de la précision	145 145 147 147

		2. b. M 2. c. M	esure par interférométrie atomiqueon par interférométrie atomiqueon de la constante de décroissance spatiale de l'onde	147	
	3.	é Modifi Observ	vanescente	148 149 151	
	Annexe	IV-A	Seuils de réflexion pour différents atomes	153	
	Annexe	IV-B	Effet tunnel et réflexion quantique pour différents atomes	155	
	Annexe	IV-C	Reproduction de l'article paru en 1996	159	
V	Résea	ux de	e diffraction en réflexion	165	
	Introdu	iction		167	
	1. Prés	entatio	n de l'expérience	169	
	1.	Princip	be	169	
	2.	Mesure	e de la figure de diffraction	170	
	З.	3 a O	rdre de grandeur	173	
		3. b. Re	éseau de phase mince	174	
	4.	Mesur	e de la modulation de la phase atomique	176	
	2. Résultats en polarisation TE (article paru en 1997)				
	3. Influence de la force de van der Waals				
	1. Méthode de calcul sans van der Waals				
	2.	Calcul	avec la force de van der Waals	186	
	3.	Dépen	dance spatiale sur le miroir	188	
	4. Populations dans les ordres de diffraction				
	5.	Comp	entation moyenne de l'indice de modulation	102	
	0.	6 a Re	ésultats	192	
		6. b. Va	ariation de l'effet du potentiel de van der Waals avec le contraste optique	e 192	
	4. Préc	ision e	expérimentale	194	
	1.	Contrô	ble du faisceau retour	194	
		l.a. Ta	aille	195	
	2	1. b. D	irection	196	
	۷.	Incerti	tude sur la pente	200	
		2. a. U	ontraste optique mésure	200	
		2.0.1	nergie incidente des atomes	202	
		2. d. Se	euil de réflexion	202	
		2. e. B	ilan des incertitudes	204	
	5. Diff	ractior	n en polarisation TM	205	
	1.	Modul	lation du potentiel dipolaire pour chaque sous-niveau Zeeman	205	
		l.a. D	écomposition de l'onde évanescente en $\sigma^+$ et $\sigma^-$	205	

	1. b. Contraste du potentiel dipolaire	206
2.	Populations dans les ordres de diffraction	207
	2. a. Taille du miroir effectif pour chaque sous-niveau Zeeman	
	2. b. Populations dans les ordres diffractés pour chaque sous-niveau	207
	2. c. Somme sur les sous-niveaux Zeeman	
3.	Procédure d'ajustement	<b>2</b> 10
4.	Résultats	
	4. a. Taille du faisceau retour	
	4. b. Spectres de diffraction	
	4. c. Evolution générale	213
6. Con	clusions et perspectives	214
1.	Conclusions	
2.	Diffraction temporelle	
3.	Diffraction en incidence rasante	216
4.	Réflexion diffuse	
Conclu	usion générale	221

.

# Introduction générale

Le développement des méthodes de refroidissement et de piégeage d'atomes a permis l'émergence d'un nouveau domaine de la physique : *l'optique atomique*. En effet, à basse température, la longueur d'onde de Broglie de l'atome devient beaucoup plus grande que le rayon de Bohr, d'où l'idée d'utiliser le caractère ondulatoire des atomes de manière similaire aux ondes lumineuses en optique traditionnelle. L'optique atomique consiste donc à réaliser avec des atomes ce que l'on effectue facilement en optique photonique comme focaliser, réfléchir, diffracter ou faire interférer des atomes.

L'intérêt d'utiliser des atomes réside d'abord dans leur grande sensibilité aux champs extérieurs : gravité, accélérations, rotations, champs électrique et magnétique[1], ce qui confère potentiellement aux interféromètres atomiques une sensibilité intrinsèque supérieure aux interféromètres optiques pour ce type de mesures[2]. Par exemple, le gyromètre atomique a déjà montré une précision proche des meilleurs gyromètres optiques[3]. De plus, comme les longueurs d'onde atomiques peuvent être plus petites que les longueurs d'onde optiques (par exemple 10 nm pour le Rb à v = 0,5 m s<sup>-1</sup>), l'optique atomique doit permettre de sonder ou de réaliser des structures avec une meilleure résolution. Cette perspective a motivé la réalisation d'expériences d'holographie[4] et de lithographie atomique[5], permettant notamment l'obtention de structures de quelques dizaines de nanomètres[6].

De plus, comme lors de l'émergence des lasers en optique traditionnelle, on peut penser que l'obtention de la condensation de Bose-Einstein[7] va permettre le développement de ce type d'expériences, dans lesquelles la cohérence de la source joue un rôle important.

Le développement de ces différentes expériences nécessite la maîtrise des composants de base de l'optique atomique. Dans cette perspective, notre groupe s'est focalisé sur l'étude du miroir à atomes, qui constitue un élément clé de l'optique atomique. Il peut en effet être utilisé comme miroir plan, séparatrice ou miroir concave pour la focalisation ou la réalisation d'une cavité à atomes.

En 1982 R.K. Cook et R.K. Hill ont proposé de réfléchir des atomes en utilisant la force dipolaire dans une onde évanescente à la surface d'un prisme [8]. Les premières expériences de réflexion d'atomes ont été réalisées à partir de 1987 en incidence rasante[9,10] et à partir de 1990 en incidence normale[11]. Elles ont été suivies de plusieurs expériences visant à améliorer l'efficacité du miroir, en amplifiant l'intensité de l'onde évanescente à l'aide d'un plasmon de surface[12-14] ou d'un guide d'onde diélectrique, en particulier dans notre groupe[15-19]. La réflexion sur une onde évanescente modulée spatialement, proposée en 1989 pour diffracter les atomes[21] a donné lieu à plusieurs expériences montrant la présence de résonances de type Doppleron[12, 22] et de diffraction[23-25]. Ceci a permis notamment de réaliser une séparatrice atomique. Une autre possibilité pour réaliser une séparartice à atomes est d'ajouter un champ magnétique au potentiel dipolaire pendant la réflexion[20]. D'autres expériences, utilisant un miroir atomique concave, ont montré la possibilité d'obtenir jusqu'à dix rebonds[26-28], étape nécessaire pour la réalisation de cavités à atomes[29, 30] similaires à la cavité Fabry-Perot en optique traditionnelle. L'utilisation d'un miroir modulé dans le temps a également permis d'effectuer des expériences d'optique atomique dans le domaine temporel[31-34], et notamment la réalisation d'un interféromètre[35]. Enfin, des fibres à atomes ont été réalisées sur le principe du principe du miroir à atomes à onde évanescente, avec une fibre creuse dans laquelle passent les atomes [36, 37].

Un autre type de miroir atomique, utilisant une surface magnétisée périodiquement, a été proposé en 1992 par Opat *et al.*[38]. A partir de 1995, des expériences ont montré la réalisation d'un miroir plan en utilisant une bande magnétique[39] ou un arrangement d'aimants permanents[40], et d'un miroir concave à l'aide d'une disquette pour ordinateur[41,42].

Les travaux décrits dans ce mémoire s'inscrivent dans une démarche de maîtrise du fonctionnement du miroir à atomes pour son utilisation dans des systèmes plus complexes. Nous avons travaillé avec des atomes froids, issus d'un piège magnéto-optique[90] tombant en incidence normale sur le prisme. Nous nous sommes principalement intéressés à l'influence de la force de van der Waals dans le miroir et à la diffraction d'atomes sur une onde évanescente modulée spatialement. Des problèmes de réflexion partiellement diffuse[137, 144, 145], apparus à l'occasion des expériences de diffraction, seront évoqués brièvement dans le cadre de la diffraction. Des expériences plus précises sur ce thème sont en cours.

#### Plan de la thèse :

La thèse est divisée en cinq chapitres. Les trois premiers apportent des compléments théoriques ou expérimentaux communs aux deux expériences, elles-mêmes décrites et interprétées dans les deux derniers chapitres.

Dans **le premier chapitre**, nous rappelons le principe du miroir à onde évanescente et nous présentons le calcul du potentiel dipolaire dans les conditions de nos expériences :

- nous donnons dans la première partie la valeur du champ électrique dans l'onde évanescente en fonction de l'intensité du faisceau laser à l'extérieur du prisme, pour les polarisations TEet TM utilisées dans nos expériences.
- la seconde partie est consacrée au rappel du principe du miroir pour des atomes à deux niveaux et dans le régime des faibles saturations, le potentiel dipolaire étant alors égal au déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome. Nous nous limiterons à ce régime, dans lequel ont été réalisées nos expériences. Nous introduirons également la notion de miroir effectif, lié à l'utilisation d'un faisceau laser gaussien.
- dans la dernière partie, nous étudierons le cas des atomes de Rubidium 85 en tenant compte de la structure fine et hyperfine dans le calcul du potentiel dipolaire. Nous verrons que pour la transition D<sub>2</sub>: 5S<sub>1/2</sub> → 5P<sub>3/2</sub> et pour un désaccord à résonance du laser créant l'onde évanescente grand devant la structure hyperfine de l'état excité, le calcul du potentiel dipolaire se simplifie pour les polarisations TE et TM du laser, et que les sous-niveaux Zeeman restent états propres de l'opérateur déplacement lumineux.

Le deuxième chapitre est consacré au calcul du potentiel réflecteur total à proximité de la paroi diélectrique, en tenant compte de la force dipolaire et de la force attractive de van der Waals :

• dans la première partie, nous rappelons l'expression du potentiel de van der Waals entre un atome dans l'état fondamental et une paroi diélectrique dans l'approximation des courtes distances. Ce potentiel peut être interprété comme résultant de l'interaction entre l'atome et son image dans la paroi diélectrique, et conduit au potentiel bien connu en  $1/z^3$ .

- l'expression à courte distance n'est que la forme asymptotique d'un résultat plus général d'électrodynamique quantique qui n'a pas de solution analytique aux distances intermédiaires utilisées dans les expériences de réflexion d'atomes. Nous présentons dans la seconde partie un calcul numérique approché utilisé pour calculer le potentiel de van der Waals aux distances intermédiaires.
- nous présentons dans la troisième partie le potentiel réflecteur total, qui est égal à la somme indépendante des potentiels de van der Waals et dipolaire : nous y confirmons l'importance de la force de van der Waals dans la réduction de l'efficacité du miroir atomique.
- dans la dernière partie nous étudions la possibilité d'effet tunnel et de réflexion quantique sur le sommet de la barrière de potentiel total.

Nous décrivons dans le troisième chapitre le montage expérimental utilisé pour nos expériences. Après une brève description générale de l'expérience (première partie) et de l'enceinte d'expérimentation (seconde partie), nous examinons plus en détail les trois grandes étapes de notre expérience en mettant l'accent sur les particularités de notre montage et les points importants pour nos expériences :

- la troisième partie est consacrée à la description et à la caractérisation de la préparation de la source atomique, basée sur l'utilisation d'un piège magnéto-optique.
- dans la quatrième partie nous décrivons et donnons les performances du laser titane saphir utilisé pour créer l'onde évanescente.
- la description de la détection des atomes est détaillée dans la dernière partie : nous utilisons soit une détection de l'absorption d'un faisceau sonde, qui donne accès au nombre d'atomes réfléchis, soit une détection de la fluorescence, qui donne accès à la distribution en position des atomes dans la sonde.

Le quatrième chapitre est consacré à la mesure de la force de van der Waals dans le miroir à atomes. Nous avons réalisé deux mesures avec les polarisations TE et TM du laser utilisé pour créer l'onde évanescente :

- la première partie est consacrée à la présentation de la méthode de la mesure de la force de van der Waals. Elle est effectuée en équilibrant la force de van der Waals par la force dipolaire du miroir. Des mesures indépendantes de l'énergie cinétique incidente et du potentiel dipolaire nous permettent d'en déduire le potentiel de van der Waals. Nous examinons les modifications en polarisation TM, pour laquelle le potentiel dipolaire dépend du sous-niveau Zeeman, ainsi que les modifications de notre mesure liées à la réflexion quantique et à l'éffet tunnel,
- nous présentons dans la seconde partie les différentes mesures que nous avons effectuées pour déterminer le seuil expérimental de réflexion des atomes et les seuils théoriques : mesure du nombre d'atomes réfléchis, détermination du potentiel dipolaire à la surface du prisme, de l'énergie cinétique incidente et de la constante de décroissance du potentiel dipolaire. Nous étudierons également en détail les causes d'incertitude sur la détermination des seuils qui en résultent,
- dans la troisième partie, nous présentons les résultats bruts du nombre d'atomes réfléchis en fonction du potentiel dipolaire, pour les polarisations TE et TM. Nous étudions également le problème de la saturation du nombre d'atomes réfléchis pour les grands déplacements lumineux,
- nous effectuons l'analyse des résultats dans la quatrième partie. Les expériences effectuées en polarisation TE et TM confirment quantitativement le calcul du potentiel de van der Waals

entre un atome de Rubidium dans l'état fondamental et la paroi diélectrique, ainsi que la diminution de l'efficacité du miroir qui en résulte (presque un facteur trois dans notre cas). L'étude détaillée des incertitudes expérimentales montre que notre résultat nécessite la prise en compte des termes correctifs d'électrodynamique quantique, mais ne permet pas de les vérifier quantitativement,

 en conclusion de ce chapitre, une amélioration de la précision de la mesure de la force de van der Waals ainsi que la possibilité d'observer l'effet tunnel et la réflexion quantique sur le sommet de la barrière de potentiel sont envisagées avec une expérience basée sur le même principe, en diminuant l'énergie cinétique incidente des atomes.

L'expérience de diffraction atomique en réflexion sur une onde évanescente modulée spatialement est présentée dans **le cinquième chapitre**. La modulation de l'onde évanescente est obtenue en rétroréfléchissant une partie du faisceau laser utilisé pour créer l'onde évanescente. L'expérience étant réalisée en incidence normale et dans le régime de faible saturation, les atomes peuvent être considérés comme une onde de de Broglie scalaire. Ce chapitre est séparé en six parties :

- la première est consacrée à la présentation de l'expérience : principe de la diffraction et ordres de grandeur des directions et des populations des différents ordres de diffraction. Nous présentons également les méthodes de détection et d'analyse des spectres de diffraction,
- les résultats de l'expérience de diffraction sont présentés dans la seconde partie, pour cela nous avons reproduit l'article "A reflection grating for atoms at normal incidence" paru en 1997 dans *Europhysics Letters*.
- nous étudions dans la troisième partie l'augmentation de l'indice de modulation de la phase atomique sous l'effet du potentiel de van der Waals. Cet effet dépend du potentiel dipolaire, de sorte que la forme gaussienne du faisceau laser nécessite de moyenner le calcul des populations dans les ordres de diffraction sur la surface du miroir effectif. Nous verrons qu'il est possible de remplacer cet effet par une augmentation moyenne de l'indice de modulation (33% dans notre cas), et ce qui permet l'interprétation des spectres de diffraction expérimentaux,
- la quatrième partie est consacrée à l'étude de la précision expérimentale : contrôle du faisceau retour pour que le contraste optique soit constant sur le miroir et détermination des incertitudes expérimentales,
- nous présentons les résultats de l'expérience en polarisation TM dans la cinquième partie. Pour les interpréter, il est nécessaire de traiter séparément les sous-niveaux Zeeman, puis de sommer leurs populations dans les différents ordres de diffraction. D'une part, la modulation du potentiel dipolaire dépend du sous-niveau Zeeman en polarisation TM, et d'autre part l'augmentation de l'indice de modulation par la présence du potentiel de van der Waals dépend également du sous-niveau Zeeman,
- en conclusion, nous présenterons les liens entre notre expérience de diffraction et d'autres expériences : les précédentes expériences de diffraction en réflexion ainsi que l'observation de la réflexion diffuse, qui peut également s'interpréter en terme de diffraction.

# Chapitre I Principe du miroir à atomes



#### Introduction

Nous rappelons dans ce chapitre le principe de la réflexion d'atomes sur une onde évanescente, due à la force dipolaire[8]. Le miroir est créé par la réflexion totale interne d'un faisceau laser à l'intérieur d'un prisme: il apparaît alors une onde évanescente qui décroît exponentiellement avec la distance au prisme. Si nous utilisons un laser quasi-résonnant, de fréquence supérieure à celle de la transition atomique, la force dipolaire, résultant de l'interaction entre les atomes et le champ évanescent, repousse les atomes vers les zones de champ faible, c'est-à-dire loin du prisme.



Figure I-1 : Schéma de principe du miroir à atomes à onde évanescent.

Ce chapitre a pour objectif de donner une expression précise du potentiel dipolaire responsable de la réflexion d'atomes sur une onde évanescente, pour l'utiliser dans l'interprétation des différentes expériences qui seront décrites dans les chapitres IV et V, et notamment de fournir des résultats directement exprimés en fonction des paramètres expérimentaux. Pour cela, nous avons divisé ce chapitre en trois parties.

Nous donnerons d'abord les expressions du champ électrique dans l'onde évanescente (module et polarisation) pour les deux polarisations principales du faisceau laser incident : les polarisations TE et TM.

Ensuite nous décrirons le principe du miroir à atomes dans le cas d'un atome à deux niveaux. Dans le régime qui nous intéresse, le potentiel dipolaire est en fait égal au déplacement lumineux de l'état fondamental de l'atome.

Enfin nous présenterons dans la troisième partie le calcul des déplacements lumineux pour l'atome de Rubidium 85 (<sup>85</sup>Rb) qui a été utilisé dans nos expériences. En effet, le calcul du déplacement lumineux pour un atome à deux niveaux doit être modifié pour tenir compte de la structure hyperfine de la transition  $D_2$  utilisée. Nous verrons notamment que le déplacement dépend de la polarisation dans l'onde évanescente, et par là même de la polarisation du faisceau laser incident, et du sous-niveau Zeeman atomique.

Nous aurons donc à la fin de ce chapitre tous les éléments permettant de calculer le potentiel dipolaire en fonction des paramètres expérimentaux, pour un atome de <sup>85</sup>Rb et une polarisation du laser incident TE ou TM.

#### 1. Champ dans l'onde évanescente

Considérons une onde plane monochromatique se propageant dans le vide de pulsation  $\omega_L$ , d'amplitude  $\mathcal{E}_0$ , de polarisation<sup>1</sup>  $\overrightarrow{\varepsilon_0}$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_0$ , avec  $|\mathbf{k}_0| = k_0 = \frac{\omega_L}{c}$ . Le champ électrique vaut :

$$\mathbf{E}_0 = \mathcal{E}_0 \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}_0} e^{i(\mathbf{k}_0.\mathbf{r} - \omega_L t)} + c.c. \tag{I.1}$$

Le vecteur polarisation  $\overrightarrow{\epsilon}$ , qui peut être complexe, est tel que<sup>2</sup>  $|\overrightarrow{\epsilon}|^2 = 1$ .



Figure I-2 : Trajet du faisceau laser qui entre dans le prisme, subit une réflexion totale interne et ressort. Les arêtes du prisme sont parallèles à la direction Oy, et le plan d'incidence (plan de la figure) est perpendiculaire à Oy.

L'onde atteint la face d'entrée du prisme d'indice  $n_1$  sous un angle d'incidence i (fig.(I-2)), puis l'onde réfractée se propage dans le prisme avec un angle  $i_1$  imposé par les lois de Snell-Descartes :

$$\sin i = n_1 \sin i_1 \tag{I.2}$$

L'onde se propage ensuite dans le prisme et atteint la face supérieure sous un angle  $\theta_1$  avec la normale à cette face. Cet angle  $\theta_1$  peut se déduire facilement de  $i_1$  sachant que l'on utilisera toujours un prisme équilatéral :  $\theta_1 = 60^\circ - i_1$ . Si l'angle d'incidence  $\theta_1$  est supérieur à l'angle critique  $\theta_c$ , où  $\theta_c$  vérifie  $n_1 \sin \theta_c = 1$ , l'onde subit une réflexion totale interne à la surface du prisme[43]. Le champ électrique transmis dans le vide, appelé onde évanescente, décroît exponentiellement avec la distance à la surface.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Les vecteurs seront représentés en caractères gras et sans flèche, sauf pour le vecteur polarisation  $\vec{\epsilon}$ , car pour pour une raison typographique la lettre  $\epsilon$  en caractère gras est difficile à différencier de la lettre normale  $\epsilon$ , utilisée pour représenter la perméabilité diélectrique.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Dans certains cas (onde évanescente TM), on peut avoir  $\vec{\epsilon}^2 \neq 1$  tout en ayant  $|\vec{\epsilon}|^2 = 1$ 

Nous donnerons dans ce paragraphe les expressions du champ dans l'onde évanescente (amplitude et polarisation), dans les deux cas importants :

- polarisation transverse électrique notée TE, parallèle à Oy (perpendiculaire au plan d'incidence)
- polarisation transverse magnétique notée TM, perpendiculaire à Oy (dans le plan d'incidence).

Le cas général peut facilement se calculer en décomposant la polarisation incidente sur la base des deux polarisations TE et TM. Nous remarquerons que les appellations TE et TM sont valables pour les trois dioptres puisque le plan d'incidence, orthogonal aux trois arêtes du prisme, est le même pour les trois dioptres.

#### **1.1. Polarisation TE**

Si l'onde incidente est polarisée TE, le champ électrique incident est polarisé suivant Oy et peut s'écrire :

$$\mathbf{E}_{0} = \mathcal{E}_{0} \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}_{y}} e^{i(\mathbf{k}_{0}.\mathbf{r} - \boldsymbol{\omega}_{L}t)} + c.c. \tag{I.3}$$

Le champ électrique à l'intérieur du prisme  $\mathbf{E}_{1}^{TE}$  est également polarisé suivant l'axe Oy; il a pour vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1$  et pour amplitude  $\mathcal{E}_{1}^{TE}$ . L'amplitude se calcule à partir des formules de Fresnel[43] : elle est proportionnelle au coefficient de transmission en amplitude du champ électrique entre le vide et le prisme  $t_{01}^{TE}$ .

$$\mathbf{E}_{1}^{TE} = \mathcal{E}_{1}^{TE} \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}_{y}} e^{i(\mathbf{k}_{1}.\mathbf{r}-\boldsymbol{\omega}_{L}t)} + c.c.$$
(I.4)

$$\mathcal{E}_{1}^{TE} = t_{01}^{TE} \mathcal{E}_{0} = \frac{2\cos i}{\cos i + n_{1}\sqrt{1 - (\sin i/n_{1})^{2}}} \mathcal{E}_{0}$$
(I.5)

$$\mathbf{k}_{1} = n_{1}k_{0} \begin{pmatrix} \sin \theta_{1} \\ 0 \\ \cos \theta_{1} \end{pmatrix}$$
(I.6)

On peut alors calculer le champ transmis à la surface du prisme. Nous allons calculer en premier lieu le vecteur d'onde au-dessus du prisme,  $\mathbf{k}_{ev} = k_x \vec{e_x} + k_z \vec{e_z}$ . Si l'angle  $\theta_1$  est supérieur à l'angle critique  $\theta_c$ , la valeur de  $k_z$  devient imaginaire pure :

$$k_{z} = i\kappa = ik_{0}\sqrt{(n_{1}\sin\theta_{1})^{2} - 1}$$
(I.7)

et la partie réelle du vecteur d'onde  $k_x$  est alors supérieure à  $k_0$ :

$$k_x = k_0 n_1 \sin \theta_1 \tag{I.8}$$

L'onde au-dessus du prisme  $E_{ev}^{TE}$  est alors une onde évanescente qui se propage suivant la direction Ox, et dont l'amplitude décroît exponentiellement avec la distance z à la surface du prisme avec une longueur de décroissance  $1/\kappa$ , où  $\kappa$  est défini par l'éq.(I.7):

$$\mathbf{E}_{ev}^{TE} = \mathcal{E}_{ev}^{TE} \overrightarrow{e_y} e^{-\kappa z} e^{i(k_x x - \omega_L t)} + c.c. \tag{I.9}$$

La valeur du champ électrique à la surface du prisme s'exprime à l'aide des formules de Fresnel. Nous appelons  $t_{12}^{TE}$  le coefficient de transmission en amplitude du champ entre le prisme et le vide :

$$\mathcal{E}_{ev}^{TE} = t_{12}^{TE} \mathcal{E}_1^{TE} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + i\sqrt{(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1}} \mathcal{E}_1^{TE} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{\sqrt{n^2 - 1}} \mathcal{E}_1^{TE} e^{i\phi_{TE}}$$
(I.10)

Dans la suite de ce chapitre, nous aurons besoin d'exprimer simplement le potentiel dipolaire à la surface du prisme en fonction des paramètres expérimentaux, c'est-à-dire en fonction de l'intensité de l'onde incidente. Nous définissons *le facteur de transmission en intensité*  $T^{TE}$ pour la polarisation TE, qui correspond au rapport des intensités effectives<sup>3</sup> à la surface et à l'entrée du prisme :

$$T^{TE} = \frac{\left|\mathcal{E}_{ev}^{TE}\right|^2}{\left|\mathcal{E}_{0}^{TE}\right|^2} = \frac{I_{ev}^{TE}}{I_0^{TE}} = \left|t_{01}^{TE}\right|^2 \left|t_{12}^{TE}\right|^2 \tag{I.11}$$

où  $t_{01}^{TE}$  et  $t_{12}^{TE}$  sont donnés par les éq.(I.5) et(I.10).

A.N. Pour les paramètres utilisés dans l'expérience de mesure de la force de van der Waals (chapitre IV):  $i = 15^{\circ}$  et  $n_1 = 1,869$ , nous obtenons  $\theta_1 = 52^{\circ}$  et  $T^{TE} = 1,00$ .

Si nous utilisons un prisme dont la face d'entrée est traitée anti-reflet, le facteur  $t_{01}^{TE}$  est modifié et vaut  $1/\sqrt{n_1}$ . Nous obtenons alors comme facteur de transmission en intensité :

$$T^{TE} = \frac{1}{n_1} \left| t_{12}^{TE} \right|^2 \tag{I.12}$$

Pour les mêmes paramètres expérimentaux, nous obtenons  $T^{TE} = 1, 14$ .

#### **1.2.** Polarisation TM

#### a) Intensité effective

Pour une onde incidente polarisée TM on peut faire un calcul similaire du champ transmis. On a dans le prisme un champ électrique  $\mathbf{E}_1^{TM}$  de même vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1$  (éq.(I.6)) que pour la polarisation TE:

$$\mathbf{E}_{1}^{TM} = \mathcal{E}_{1}^{TM} \overline{\boldsymbol{\varepsilon}_{1}^{TM}} e^{i(\mathbf{k}_{1}.\mathbf{r}-\boldsymbol{\omega}_{L}t)} + c.c.$$
(I.13)

mais avec une amplitude  $\mathcal{E}_1^{TM}$  et une polarisation  $\overrightarrow{\varepsilon_1^{TM}}$  différentes :

$$\mathcal{E}_{1}^{TM} = t_{01}^{TM} \mathcal{E}_{0} = \frac{2\cos i}{n_{1}\cos i + \sqrt{1 - (\sin i/n_{1})^{2}}} \mathcal{E}_{0}$$
(I.14)

$$\overrightarrow{\varepsilon_1^{TM}} = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 \\ 0 \\ -\sin\theta_1 \end{pmatrix}$$
(I.15)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Nous appelons "intensité" effective au point M, situé dans un milieu d'indice 1, la grandeur  $I = 2\varepsilon_0 c |\mathcal{E}|^2$ , où  $\mathcal{E}$  est l'amplitude complexe du champ électrique au point M ( $|\vec{\epsilon}|^2 = 1$ ). Pour une onde progressive, cette grandeur est égale au module du vecteur de Poynting moyen. L'avantage d'utiliser l'intensité effective est de conduire à une expression commode du déplacement lumineux en fonction de  $I/I_{sat}$  (cf. par exemple éq.(I.35)).

#### 1. Champ dans l'onde évanescente

où la polarisation est exprimée dans la base  $\{\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z}\}$  Cette polarisation  $\overrightarrow{e_1^{TM}}$  reste linéaire à l'intérieur du prisme.

Au niveau de l'interface entre le prisme et le vide, on a pour les mêmes conditions qu'en polarisation TE, formation d'une onde évanescente au-dessus du prisme, de mêmes  $\kappa$  (éq.(I.7)) et  $k_x$  (éq.(I.8)):

$$\mathbf{E}_{ev}^{TM} = \mathcal{E}_{ev}^{TM} \overline{\boldsymbol{\varepsilon}_{ev}^{TM}} e^{-\kappa z} e^{i(k_x x - \omega_L t)} + c.c. \tag{I.16}$$

mais avec une amplitude  $\mathcal{E}_{ev}^{TM}$  et une polarisation  $\overrightarrow{\epsilon_{ev}^{TM}}$  différentes :

$$\mathcal{E}_{ev}^{TM} = t_{12}^{TM} \sqrt{(2(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1)} \mathcal{E}_1^{TM}$$
(I.17)

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}_{ev}^{TM}} = \frac{1}{\sqrt{2(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1}} \begin{pmatrix} -i\sqrt{(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1} \\ 0 \\ n_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix}$$
(I.18)

et un coefficient de Fresnel :

$$t_{12}^{TM} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{\cos \theta_1 + in_1 \sqrt{(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1}}$$

$$= \frac{2n_1 \cos \theta_1}{\sqrt{n_1^2 - 1} \sqrt{(n_1 \sin \theta_1)^2 - \cos^2 \theta_1}} e^{i\phi_{TM}}$$
(I.19)

Nous pouvons maintenant calculer *le facteur de transmission en intensité*  $T^{TM}$  pour la polarisation TM à partir des expressions (I.14) et (I.17):

$$T^{TM} = \frac{\left|\mathcal{E}_{ev}^{TM}\right|^2}{\left|\mathcal{E}_{0}^{TM}\right|^2} = \frac{I_{ev}^{TM}}{I_0} = \left|t_{01}^{TM}\right|^2 \left|t_{12}^{TM}\right|^2 \left(2(n_1\sin\theta_1)^2 - 1\right)$$
(I.20)

Nous remarquons que, contrairement au cas TE,  $T^{TM}$  n'est pas simplement le produit des deux modules carrés des coefficients de Fresnel, éq.(I.14) et (I.19), car le vecteur d'onde dans l'onde évanescente est complexe, son module carré valant  $k_0^2 (2(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1)$  (son carré  $k_0^2$ ).

A.N. Avec les mêmes paramètres que pour la polarisation TE ( $i = 15^{\circ}$  et  $n_1 = 1,869$ ) nous avons  $\theta_1 = 52^{\circ}$  et  $T^{TM} = 1,89$ . Nous remarquons que la configuration TM permet d'obtenir dans ce cas un module carré du champ électrique presque deux fois plus grand que dans la configuration TE.

Si la face d'entrée du prisme est traitée anti-reflet, le coefficient  $t_{01}^{TM}$  vaut  $1/\sqrt{n_1}$ , comme en polarisation TE. Le coefficient de transmission en intensité vaut alors :

$$T^{TM} = \frac{I_{ev}^{TM}}{I_0} = \frac{(2(n_1 \sin \theta_1)^2 - 1)}{n_1} \left| t_{12}^{TM} \right|^2 \tag{I.21}$$

Nous obtenons pour les mêmes paramètres expérimentaux :  $T^{TM} = 2, 12$ 

La figure ci-dessous montre les différentes valeurs prises par les coefficients de transmission  $T^{TE}$  et  $T^{TM}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta_1$  dans le cas d'un prisme à faces non traitées :



Figure I-3 : Rapport entre les modules carrés des champs électriques évanescent et incident sur le prisme,  $T^{TE}$  en polarisation TE et  $T^{TM}$  en polarisation TM, en fonction de l'angle  $\theta_1$  pour un prisme d'indice  $n_1 = 1,869$  à faces non traitées. La valeur  $T^{TE} = 1,00$  est fortuite.

Une particularité importante du cas TM, qui interviendra dans le calcul du déplacement lumineux dans l'onde évanescente, provient du fait que *pour une polarisation incidente TM*, la *polarisation dans l'onde évanescente est elliptique* (cf. éq.(I.18)). Nous noterons également que pour une onde incidente obtenue par "retour inverse" ( $\theta_1$  devient  $-\theta_1$  dans la fig.(I-2)), le module du champ électrique dans l'onde évanescente est le même, sa polarisation a même ellipticité mais le sens de rotation de la polarisation est inversé.

#### b) Décomposition en polarisations circulaires

Nous verrons dans le paragraphe (I-3) qu'il est intéressant de décomposer l'onde évanescente sur une base  $\sigma^+, \pi, \sigma^-$  vis-à-vis de l'axe de quantification Oy. Nous utilisons la base orthonormée standard :

$$\vec{\varepsilon_{+}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \left( \vec{\varepsilon_{z}} + i \vec{\varepsilon_{x}} \right) \quad (\text{circulaire } \sigma^{+} \text{ vis à vis de } Oy)$$
$$\vec{\varepsilon_{0}} = \vec{\varepsilon_{y}} \qquad (\text{linéaire } \pi \text{ vis à vis de } Oy) \qquad (I.22)$$
$$\vec{\varepsilon_{-}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \vec{\varepsilon_{z}} - i \vec{\varepsilon_{x}} \right) \qquad (\text{circulaire } \sigma^{-} \text{ vis à vis de } Oy)$$

Nous pouvons alors exprimer la polarisation dans l'onde évanescente dans la base  $\{\vec{e_+}, \vec{e_0}, \vec{e_-}\}$ :

$$\vec{\varepsilon_{ev}^{TM}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(2(n_1\sin\theta_1)^2 - 1\right)}} \begin{pmatrix} \sqrt{(n_1\sin\theta_1)^2 - 1} - n_1\sin\theta_1 \\ 0 \\ \sqrt{(n_1\sin\theta_1)^2 - 1} + n_1\sin\theta_1 \end{pmatrix}$$
(I.23)

$$= \frac{k_0}{\sqrt{2\left(2(n_1\sin\theta_1)^2 - 1\right)}} \begin{pmatrix} \kappa - k_x \\ 0 \\ \kappa + k_x \end{pmatrix}}$$
(I.24)

A.N. Avec les mêmes paramètres que précédemment, nous obtenons comme polarisation dans l'onde évanescente :

$$\overrightarrow{\varepsilon_{ev}^{TM}} = -0,152\overrightarrow{\varepsilon_{+}} + 0,988\overrightarrow{\varepsilon_{-}}$$
(I.25)

soit une polarisation elliptique à forte dominante  $\sigma^-$ .

#### 2. Miroir atomique pour un atome à deux niveaux

Dans ce paragraphe nous allons rappeler l'expression de la force dipolaire responsable de la réflexion des atomes, et celle du taux de fluorescence au cours du rebond qui est une source de perte de cohérence pendant la réflexion[44]. Nous considérons dans ce paragraphe un atome à deux niveaux : le niveau fondamental f et le niveau excité e, séparés par l'énergie  $\hbar\omega_a$ .

#### 2.1. Couplage dipolaire électrique atome-champ

On va d'abord rappeler l'expression des grandeurs caractérisant le couplage d'un atome à deux niveaux (caractérisé par le dipôle électrique d'élément de matrice  $\mathbf{d} = \langle f | \mathbf{D} | e \rangle$ ) avec un champ électrique  $\vec{\epsilon} \in e^{-i\omega t} + c.c.$  ( $|\vec{\epsilon}| = 1$ ). La fréquence de Rabi ( $\Omega$ ) est alors définie par :

$$\Omega = 2 \frac{\mathbf{d}. \,\overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}\,\mathcal{E}}{\hbar} = 2 \frac{d\,\mathcal{E}}{\hbar} \qquad (d = \mathbf{d}. \,\overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}) \tag{I.26}$$

Le paramètre de saturation s peut s'exprimer sous la forme :

$$s = \frac{s_0}{1 + 4\frac{\delta^2}{\Gamma^2}} \tag{I.27}$$

avec 
$$s_0 = 2 \frac{|\Omega|^2}{\Gamma^2} = \frac{I}{I_{sat}}$$
 (I.28)

Il dépend du désaccord à résonance  $\delta = \omega_L - \omega_a$ , de la largeur naturelle de l'état excité  $\Gamma$  et de la fréquence de Rabi  $\Omega$ . Il est souvent plus pratique d'exprimer le paramètre de saturation *s* en fonction de l'intensité effective *I* (définie précédemment à la page 20) et de l'intensité de saturation  $I_{sat}$ , qui dépend de la largeur de la transition  $\Gamma$  et de sa longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  [45] :

$$I_{sat} = \pi \frac{hc}{3} \frac{\Gamma}{\lambda_0^3} \tag{I.29}$$

Dans le cas d'un atome de Rb et de la transition  $D_2$ , on a  $\Gamma/2\pi = 5,9$  MHz et  $I_{sat} = 1,6$  mW cm<sup>-2</sup>.

#### 2.2. Potentiel dipolaire en régime des faibles saturations

Le principe du miroir à atomes à onde évanescente a été proposé par R.J. Cook et R.K. Hill[8] en 1982, et repose sur l'utilisation du potentiel dipolaire dont l'expression vaut [8,46] :

$$U_{dip} = \frac{\hbar\delta}{2}\ln(1+s\left(\mathbf{r}\right)) \tag{I.30}$$

où le paramètre de saturation dépend de la position **r** de l'atome. En régime non saturant ( $s \ll 1$ ), c'est-à-dire pour  $\delta^2 \gg \Gamma^2$ ,  $\Omega^2$ , l'expression du potentiel dipolaire se simplifie, et peut s'écrire :

$$U_{dip} = \frac{\hbar \Omega \left(\mathbf{r}\right)^2}{4\delta} = \hbar \Lambda \left(\mathbf{r}\right) \tag{I.31}$$

Il est alors égal au déplacement lumineux  $\Lambda$  de l'état fondamental exprimé en rad s<sup>-1</sup>.

Puisque le potentiel dipolaire est proportionnel au carré de la fréquence de Rabi, et donc à l'intensité effective (cf. éq.(I.28)), il peut s'écrire sous la forme :

$$U_{dip}(z) = \hbar \Lambda(z=0) e^{-2\kappa z}$$
avec  $\Lambda(z=0) = \Gamma \frac{\Gamma}{8\delta} \frac{I_{ev}(z=0)}{I_{sat}}$ 
(I.32)

Pour un désaccord à résonance positif ( $\delta > 0$ ), les atomes sont repoussés loin des régions de champ fort, et donc repoussés du prisme.

Nous pouvons vérifier les différentes approximations pour des paramètres proches de ceux utilisés dans nos expériences. La fréquence de Rabi est maximale au point de rebroussement de la trajectoire atomique, pour lequel le potentiel dipolaire est égal à l'énergie cinétique incidente des atomes (vitesse incidente  $v_{inc}$ ):

$$\frac{1}{2}mv_{inc}^2 = \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} = \hbar\Lambda \tag{I.33}$$

Pour un atome de rubidium avec une vitesse incidente  $v_{inc} = 0,54 \text{ m s}^{-1}$  et un désaccord  $\delta/2\pi = 3 \text{ GHz}$ , soit  $510 \Gamma/2\pi$ , la fréquence de Rabi au point de rebroussement de la trajectoire est de 610 MHz. Les approximations  $\delta^2 \gg \Omega^2$ ,  $\Gamma^2$  sont donc bien vérifiées. Nous verrons au paragraphe II-3., qu'à cause du potentiel de van der Waals, le déplacement lumineux au niveau du point de rebroussement (et donc la fréquence de Rabi) peut être légèrement plus élevé. Dans les mêmes conditions expérimentales, la fréquence de Rabi est alors au maximum égale à 700 MHz, ce qui ne change pas la validité de l'approximation.

*Remarque*: Si la saturation n'est pas très faible, l'expression (I.30) du potentiel dipolaire correspond à une moyenne sur l'ensemble des atomes, dont certains subissent un ou plusieurs cycle de fluorescence. Si on se restreint aux atomes n'ayant pas subi de cycle de fluorescence le potentiel dipolaire est toujours égal au déplacement lumineux du niveau fondamental[47], mais celui-ci ne s'exprime plus sous la forme (I.31).

#### 2.3. Faisceau laser gaussien : miroir effectif

Dans ce paragraphe, on supposera que les atomes ne sont soumis qu'à la force dipolaire. La généralisation de notre raisonnement au cas où on prend en compte la force attractive de van der Waals sera abordée au paragraphe IV-1. Lors des expériences de réflexion d'atomes, nous utilisons un faisceau laser de profil gaussien pour créer l'onde évanescente. Ce faisceau a une taille finie qui limite la zone sur laquelle peuvent se réfléchir les atomes, que nous appelons miroir effectif. Le bord du miroir effectif est défini par la condition de réflexion :

$$\hbar\Lambda(x,y,z=0) = \frac{1}{2}mv_{inc}^2 \tag{I.34}$$

Nous utilisons un faisceau incident dont l'intensité au centre vaut  $I_0$ . Le déplacement lumineux au centre de la tache laser juste à la surface du prisme  $\Lambda_0$ , en x = y = z = 0, se calcule à partir de l'intensité du faisceau laser incident (cf. éq.(I.32)):

$$\Lambda_0 = \Gamma \frac{\Gamma}{8\delta} T \frac{I_0}{I_{sat}} \tag{I.35}$$

où T est le coefficient de transmission en intensité, défini à l'éq.(I.11) ou l'éq.(I.20) suivant la polarisation, et  $I_{sat}$  l'intensité de saturation de la transition définie à l'éq.(I.29).

Les tailles du faisceau laser gaussien avant le prisme, demi-largeur à  $1/e^2$  en intensité dans une section droite du faisceau, seront notées respectivement  $w_{//}$  dans le plan d'incidence et  $w_{\perp}$  dans la direction orthogonale au plan d'incidence. Nous avons alors une variation gaussienne du potentiel dipolaire à la surface du prisme :

$$U_{dip}(x, y, z = 0) = \hbar \Lambda_0 \, e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} \tag{I.36}$$

où les tailles  $w_x$  et  $w_y$  (correspondant au plan de la surface du prisme) sont reliées aux tailles  $w_{//}$  et  $w_{\perp}$  (correspondant à la section droite du faisceau avant le prisme) grâce aux paramètres géométriques définis à la fig.(I-2):

$$w_{x} = \frac{\sqrt{1 - (\sin i/n_{1})^{2}}}{\cos i} \frac{w_{//}}{\cos \theta_{1}}$$
(I.37)  
$$w_{y} = w_{\perp}$$

Le bord du miroir effectif est alors une ellipse, centrée sur la tache laser, et d'équation :

$$\frac{1}{2}Ln\left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T}\right) = \frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2} \tag{I.38}$$

où  $\Lambda_T = m v_{inc}^2/(2\hbar)$  est le déplacement lumineux minimum pour réfléchir les atomes. Le miroir effectif a donc une surface  $S_{eff}$  qui vaut :

$$S_{eff} = \pi \frac{w_x w_y}{2} \ln \left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T}\right) \tag{I.39}$$

L'utilisation d'un faisceau gaussien conduit à une variation logarithmique de la surface du miroir effectif avec le déplacement lumineux au centre.

*Remarque*: Le raisonnement précédent ne fait jamais intervenir la valeur explicite du potentiel dipolaire. L'évolution logarithmique de la surface du miroir effectif avec  $\Lambda_0/\Lambda_T$  est lié au profil gaussien; elle resterait valable pour n'importe quelle relation monotone croissante du maximum de la barrière de potentiel en fonction de l'intensité *I*. Ceci interviendra notamment dans la mesure de la force de van der Waals au chapitre IV.

#### 2.4. Emission spontanée

Pendant la réflexion, les atomes sont placés dans un faisceau laser quasi-résonnant et peuvent donc émettre un ou plusieurs photons de fluorescence. Ce processus est nocif pour le miroir à atomes, aussi bien en terme de réflectivité du miroir, qu'en terme de cohérence.

En effet, les atomes ayant une structure hyperfine, *l'atome peut tomber dans un autre état fondamental lors de l'émission spontanée*, soit dans un autre niveau de la structure hyperfine [26, 48], soit dans un autre sous-niveau magnétique. Le potentiel lumineux de ce nouvel état peut être différent du précédent; s'il est plus faible ou attractif, l'atome peut alors être perdu lors de la réflexion<sup>4</sup>.

Mais, même si l'atome n'est pas perdu, l'émission d'un photon de fluorescence provoque une perte de cohérence, qui intervient à deux niveaux. Du point de vue de la trajectoire atomique, chaque émission spontanée communique à l'atome une quantité de mouvement  $\hbar k_0$  de direction aléatoire. Si nous faisons la moyenne sur tous les atomes, ceci résulte en *une dispersion des atomes dans l'espace des vitesses* : l'onde de de Broglie réfléchie n'est pas une onde plane, mais elle doit être décrite comme un mélange statistique d'ondes planes de directions différentes.

On peut aussi considérer l'évolution de la phase atomique. Lors de l'émission spontanée, l'atome acquiert une phase qui dépend du photon spontané. Etant donné que ce photon est émis avec une phase aléatoire, *les atomes ayant subi au moins une émission spontanée ont une phase aléatoire après la réflexion*. La perte de cohérence (par rapport à l'onde de de Broglie incidente) est totale pour ces atomes.

Pour évaluer le nombre moyen d'émissions spontanéess par rebond  $P_{es}$ , on peut intégrer le long de la trajectoire dans l'onde évanescente le taux d'émission spontanée par unité de temps dN/dt, dont la valeur stationnaire au point z s'écrit :

$$\frac{dN}{dt}(z) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z)}{1+s(z)} \tag{I.40}$$

où  $\Gamma$  est la largeur naturelle de l'état excité et s(z) est le paramètre de saturation au point z (cf. éq.(I.27)).

On obtient alors pour  $P_{es}$ :

$$P_{es} = \int_{traj} \left( \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z)}{1+s(z)} \right) \frac{1}{v_z} dz$$
(I.41)

Il n'est pas nécessaire d'utiliser l'expression explicite de  $v_z(z)$  pour calculer cette intégrale. Il suffit d'utiliser la conservation de l'énergie et la forme exponentielle du potentiel dipolaire (décroissance  $1/2\kappa$ ). On obtient alors [11,47,56] :

$$P_{es} = \frac{\Gamma}{\delta} \frac{m v_{inc}}{\hbar \kappa} \tag{I.42}$$

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Notons toutefois que ce changement de niveau peut être utilisé pour refroidir les atomes dans l'onde évanescente[48–55].

#### 2. Miroir atomique pour un atome à deux niveaux

On remarque que le résultat ne dépend pas de I. En effet si l'on augmente l'intensité du faisceau laser, les atomes sont réfléchis plus loin de l'interface et explorent toujours le même champ lumineux. Ce résultat est dû à la forme exponentielle du potentiel, pour lequel augmenter l'intensité laser est équivalent à translater l'ensemble de la barrière de potentiel.

Par contre le nombre moyen d'émissions spontanées croît avec l'énergie incidente des atomes, ce qui peut se comprendre facilement car les atomes rentrent plus profondément dans l'onde évanescente.

Enfin le nombre moyen d'émissions spontanées décroît comme  $1/\delta$  lorsque le désaccord augmente : ceci est relié au fait que s varie comme  $1/\delta^2$ , tandis que le potentiel dipolaire varie comme  $1/\delta$ .



Figure I-4 : Nombre moyen d'émissions spontanées par rebond pour les mêmes paramètres expérimentaux que précédemment, soit  $\kappa = 1,08 \ k_0$ , et avec  $v_{inc} = 0,54 \ m \ s^{-1}$ .

#### 3. Cas d'un atome de Rubidium 85

Nous considérons maintenant le cas plus complexe de l'atome de <sup>85</sup>Rb, utilisé dans les différentes expériences décrites dans ce manuscrit. Nous prendrons en compte **la structure hyperfine** et calculerons les modifications dans les deux cas des polarisations incidentes TE ou TM. Nous nous limiterons à la raie  $D_2$  qui est la seule utilisée dans nos expériences.

#### **3.1.** Structure hyperfine de la raie D<sub>2</sub>

La transition  $D_2$  du <sup>85</sup>Rb lie le niveau  $|5S_{1/2}\rangle$  au niveau  $|5P_{3/2}\rangle$  de la structure fine. Ces niveaux fins sont définis par les nombres quantiques n (nombre quantique principal), l et s(respectivement les nombres quantiques de moment cinétique orbital et de spin) et j (nombre quantique du moment cinétique composé  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ ). Les deux niveaux de la raie  $D_2$  sont caractérisés par les nombres quantiques:

$$|5S_{1/2}\rangle = |n = 5, l = 0, s = 1/2, j = 1/2 \rangle$$

$$|5P_{3/2}\rangle = |n = 5, l = 1, s = 1/2, j = 3/2 \rangle$$

$$(I.43)$$

Lorsqu'on prend en compte le couplage du moment cinétique électronique J avec le spin du noyau de l'atome I, on obtient alors la structure hyperfine dont les niveaux, notés F, sont associés au moment cinétique atomique total  $\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$ . Dans le cas de l'atome de <sup>85</sup>Rb, le nombre quantique du spin du noyau vaut 5/2. Le niveau fondamental est alors scindé en deux sous-niveaux  $F_f = 2, 3$  et le niveau excité en quatre sous-niveaux  $F_e = 1, 2, 3, 4$  (fig.4).



Figure I-5 : Structure hyperfine de la transition  $D_2$  du <sup>85</sup> Rb.

De plus chaque sous-niveau F de la structure hyperfine comprend 2F + 1 sous-niveaux Zeeman notés  $M_F$ , avec  $-F \le M_F \le F$ .

#### 3.2. Déplacement lumineux de l'état fondamental hyperfin

Dans ce paragraphe nous allons calculer le déplacement lumineux pour un atome de <sup>85</sup>Rb dans l'état fondamental et pour une polarisation incidente TE ou TM, pour lesquelles les polarisations dans l'onde évanescente sont respectivement  $\pi$  ou  $\sigma^{\pm}$  (combinaison de  $\sigma^{+}$  et de  $\sigma^{-}$ ) par rapport à l'axe Oy (cf. paragraphe I-1.2.b). Pour une polarisation incidente ni TE, ni TM, la polarisation dans l'onde évanescente est une combinaison de polarisations  $\pi$  et  $\sigma^{\pm}$ . Dans ce cas, la situation est plus compliquée. Toutes les expériences décrites dans ce manuscrit correspondant au cas TE ou TM pur, nous nous limiterons à ces situations.

#### a) notation

Les sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont notés<sup>5</sup>  $|f, F_f, M_F\rangle$ . Nous noterons de manière similaire les niveaux excités  $|e, F_e, M_F\rangle$ . Il est sous-entendu que nous avons I = 5/2 et J = 1/2 pour le niveau fondamental et I = 5/2 et J = 3/2 pour le niveau excité. Nous prenons Oy comme axe de quantification permettant de définir les  $M_F$ . La polarisation dans l'onde évanescente  $\vec{\epsilon}$  est définie sur la base standard  $\vec{\epsilon}_q$ , avec  $q = 0, \pm 1$  (cf. éq.(I.22)).

L'opérateur dipôle électrique s'écrit [57] :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^+ + \mathbf{D}^- \tag{I.44}$$

où l'opérateur  $D^+$ est la partie montante de D:

$$\mathbf{D}^{+} = \sum_{j} \sum_{i} |j\rangle \langle j| \mathbf{D} |i\rangle \langle i| = \sum_{j} \sum_{i} |j\rangle \mathbf{D}_{ji} \langle i|$$
(I.45)

et  $D^-$  la partie descendante :

$$\mathbf{D}^{-} = \sum_{i} \sum_{j} |i\rangle \langle i| \mathbf{D} |j\rangle \langle j| = \sum_{i} \sum_{j} |i\rangle \mathbf{D}_{ij} \langle j|$$
(I.46)

avec  $|i\rangle$  un état fondamental quelconque  $|f, F_f, M_F\rangle$  et  $|j\rangle$  un état excité quelconque  $|e, F_e, M_F\rangle$ . Notons  $D_q$  les composantes du moment dipolaire dans la base standard :  $D_q = \mathbf{D}.\overrightarrow{\boldsymbol{e}_q}$ .

L'opérateur dipolaire étant un opérateur tensoriel d'ordre 1, nous pouvons exprimer à partir du théorème de Wigner-Eckart[58] les éléments de matrice de l'opérateur dipôle :

$$\left\langle f, F_f, M_{F_f} \right| D_q \left| e, F_e, M_{F_e} \right\rangle = \left\langle f, F_f \right| D \left| e, F_e \right\rangle \left\langle F_e, 1, M_{F_e}, q \right| F_f, M_{F_f} \right\rangle \tag{I.47}$$

Le terme  $\langle f, F_f | D | e, F_e \rangle$  est indépendant de  $q, M_{F,f}$  et  $M_{F,e}$ , mais dépend de la transition hyperfine considérée, c'est-à-dire de  $f, F_f, e$  et  $F_e$ , et est appelé élément de matrice réduit du dipôle, noté  $D(F_f, F_e)$ . Le second terme  $\langle F_e, 1, M_{F_e}, q | F_f, M_{F_f} \rangle$  est le coefficient de Clebsch-Gordan de décomposition de  $|F_f, M_{F_f} \rangle$  sur  $|F_e, 1, M_{F_e}, q \rangle$ . Comme  $q = 0, \pm 1$ , les seuls éléments non nuls sont tels que  $F_e - F_f = 0, \pm 1$ .

Il faut ensuite déterminer les éléments de matrice réduits. Dans le cas d'une transition fermée, par exemple la transition  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  de la raie  $D_2$  du <sup>85</sup>Rb, l'élément de matrice réduit peut être calculé à partir de la durée de vie de l'état excité  $\Gamma$ , et est égal au dipôle d'un

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, nous notons  $|F_f, M_F\rangle$  et non  $|F_f, M_{F_f}\rangle$  pour alléger les notations.

atome à deux niveaux de largeur radiative  $\Gamma$ . Nous pouvons donc exprimer ce dipôle réduit, noté D, à partir des expressions (I.26), (I.28) et (I.29). Nous obtenons :

$$D^2 = \hbar \Gamma \frac{3\varepsilon_0}{8\pi^2} \lambda_0^3 \tag{I.48}$$

soit pour la transition  $D_2$  du <sup>85</sup>Rb:  $D = 2,496 \times 10^{-29}$  C m. Pour une transition ouverte, il faut utiliser des formules d'algèbre angulaire, faisant intervenir la composition de trois moments cinétiques, permettant de relier les éléments de matrice réduits  $D(F_f, F_e)$  à celui de la transition fine associée  $D(J_f, J_e)$ , qui est égal à l'élément de matrice réduit calculé pour une transition fermée. On montre [59] :

$$D(F_f, F_e) = D(-1)^{F_f + J_e + I + 1} \sqrt{(2J_e + 1)(2F_f + 1)} \left\{ \begin{array}{cc} F_f & F_e & 1\\ J_e & J_f & 1 \end{array} \right\}_{6j} = D \times d_{F_f, F_e}$$
(I.49)

où  $\{\}_{6j}$  est un coefficient 6j de Wigner.

Une méthode simple pour calculer ces coefficients est d'utiliser le logiciel Mathematica. Pour calculer le coefficient de Clebsch-Gordan  $\langle F_e, 1, M_{F_e}, q | F_f, M_{F_f} \rangle$  il faut taper ClebschGordan

 $\begin{bmatrix} \{F_f, M_{F_f}\}, \{1, q\}, \{F_e, M_{F_e}\} \end{bmatrix}, \text{ et pour calculer les coefficients } \begin{cases} F_g & F_e & 1\\ J_e & J_f & 1 \end{cases}_{6j}, \text{ il faut utiliser SixJSymbol} \begin{bmatrix} \{F_f, F_e, 1\}, \{J_e, J_g, I\} \end{bmatrix}$ 

Tous les coefficients de Clebsch-Gordan et les coefficients  $d_{F_f,F_e}$  permettant de calculer la valeur des éléments de matrice réduits sont donnés dans l'annexe I-A de ce chapitre.

Nous utiliserons dans la suite les opérateurs sans dimension  $d^+$  et  $d^-$  tels que  $D^+ = Dd^+$  et  $D^- = Dd^-$ , où la constante D est le moment dipolaire réduit de la transition  $D_2$  (éq.(I.48)).

Nous définissons  $\Omega_f$  la fréquence de Rabi pour une transition fermée de manière similaire à la définition que nous avons utilisé en (I.26):

$$\Omega_f^2 = 4 \frac{D^2 \mathcal{E}^2}{\hbar^2} \tag{I.50}$$

Pour les autres transitions, il faut tenir compte dans  $\Omega$  du coefficient de Clebsch-Gordan et de l'élément de matrice réduit qui sont inférieurs à 1. Cette notation nous permettra ainsi de travailler avec les opérateurs dipôles sans dimension et de ne prendre en compte que la polarisation de l'onde évanescente. Ainsi nous obtiendrons un déplacement lumineux qui est le produit de la valeur pour un atome à deux niveaux (cf. paragraphe I-2) par un terme correctif inférieur ou égal à 1, que nous calculons maintenant.

#### b) Calcul du déplacement lumineux

#### Opérateur déplacement lumineux

Nous pouvons écrire l'opérateur déplacement lumineux sous la forme[57] :

$$\Lambda_{DL} = \frac{\Omega_f^2}{4} \sum_{F_e, M_F} \frac{\left(\mathbf{d}^- \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}^*\right) |e, F_e, M_F\rangle \langle e, F_e, M_F| \left(\mathbf{d}^+ \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}\right)}{\delta_{F_f, F_e}} \tag{I.51}$$

où  $\delta_{F_f,F_e}$  est le désaccord pour la transition  $|f, F_f, M_F\rangle \rightarrow |e, F_e, M_F\rangle$ . Nous allons maintenant chercher les valeurs propres de l'opérateur déplacement lumineux et les vecteurs propres qui leur

sont associés. Pour cela nous voulons diagonaliser l'opérateur déplacement lumineux. Pour simplifier l'expression (I.51), nous allons faire deux approximations. Nous allons d'abord *né-gliger les couplages entre les différents niveaux hyperfins de l'état fondamental.* En effet, le déplacement lumineux résultant d'un calcul perturbatif à l'ordre le plus bas et étant petit devant la structure hyperfine, il est légitime de négliger les couplages entre les niveaux hyperfins. De plus si les atomes ne voient qu'une seule fréquence dans l'onde évanescente, la conservation de l'énergie lors de l'interaction avec le champ ne permet pas à l'atome de changer de sous-niveau. Nous nous limitons alors au sous-espace déterminé par un sous-niveau hyperfin de l'état fondamental. Cette approximation n'est plus valable si nous utilisons deux fréquences dans l'onde évanescente, car il est alors possible d'effectuer des transitions Raman entre les deux sous-niveaux.

Nous supposerons également que le désaccord  $\delta$  est grand devant la structure hyperfine de l'état excité : le désaccord est alors le même pour toutes les transitions  $F_f \rightarrow F_e$  où  $F_f$  est fixé, et il peut être mis en facteur dans l'expression (I.51).

Nous obtenons alors pour le déplacement lumineux :

$$\Lambda_{DL} = \Lambda \sum_{F_e, M_F} \left( \mathbf{d}^- . \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \right) | e, F_e, M_F \rangle \langle e, F_e, M_F | \left( \mathbf{d}^+ . \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}} \right)$$
(I.52)

où  $\Lambda = \Omega_f^2/4\delta$  est le déplacement lumineux calculé pour un atome à deux niveaux. Nous pouvons mettre en facteur les deux termes  $(\mathbf{d}^-, \vec{\varepsilon}^*)$  et  $(\mathbf{d}^+, \vec{\varepsilon})$ . Il apparaît alors le projecteur dans l'état excité  $P_e$ , et l'opérateur déplacement lumineux peut s'écrire :

$$\Lambda_{DL} = \Lambda \left( \mathbf{d}^{-} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}^{*} \right) P_{e} \left( \mathbf{d}^{+} \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}} \right)$$
(I.53)

avec

$$P_e = \sum_{F_e, M_F} |e, F_e, M_F\rangle \langle e, F_e, M_F|$$
(I.54)

Pour effectuer le calcul du déplacement lumineux, il faut *a priori* calculer tous les coefficients de Clebsch-Gordan et les éléments de matrice réduits de l'opérateur dipôle, puis diagonaliser la matrice pour chercher les états propres et les valeurs propres associées. Nous allons voir qu'en passant dans la base découplée, nous pouvons les déterminer plus facilement.

#### Calcul dans la base découplée

Puisque les opérateurs  $P_e$  et d n'agissent pas sur le spin nucléaire I, il est intéressant de quitter la base  $\{J, F, M_J, M_F\}$  pour celle  $\{J, I, M_J, M_I\}$  dans laquelle l'opérateur déplacement lumineux va se simplifier. L'opérateur projection dans l'état excité s'écrit alors :

$$P_e = \sum_{M_J, M_I} |e, M_J, M_I\rangle \langle e, M_J, M_I| = \sum_{M_J} |e, M_J\rangle \langle e, M_J|$$
(I.55)

Nous pouvons calculer les éléments de matrice de l'opérateur déplacement lumineux dans cette base. Comme l'état fondamental est un état de J = 1/2, il y a deux sous-niveaux, notés 1 et 2 de moment cinétique respectif  $M_{J_1} = -1/2$  et  $M_{J_2} = 1/2$ . Les éléments de matrice de l'opérateur déplacement lumineux dans la base découplée valent :

$$\Lambda_{DL}^{1,2} = \langle f, M_{J_1} | \Lambda_{DL} | f, M_{J_2} \rangle$$

$$= \Lambda \sum_{M_J} \langle f, M_{J_1} | (\mathbf{d}^- \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}^*) | e, M_J \rangle \langle e, M_J | (\mathbf{d}^+ \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}) | f, M_{J_2} \rangle$$
(I.56)

Si nous notons  $\overrightarrow{e_q}$  un vecteur normé de polarisation, avec q = +1, 0, -1 pour les polarisations respectivement  $\sigma^+, \pi, \sigma^-$ , et que nous décomposons la polarisation  $\overrightarrow{e}$  sur cette base :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sum_{q=-1}^{+1} a_q \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{q}} \tag{I.57}$$

les éléments de la matrice déplacement lumineux peuvent s'écrire :

$$\Lambda_{DL}^{1,2} = \Lambda \sum_{M_J} \left( \sum_{q_1,q_2} a_{q_1} a_{q_2} \langle f, M_{J_1} | \left( \mathbf{d}^- \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{q_1}}^* \right) | e, M_J \rangle \langle e, M_J | \left( \mathbf{d}^+ \cdot \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{q_2}} \right) | f, M_{J_2} \rangle \right) \quad (I.58)$$

Puisque d est un opérateur tensoriel irréductible d'ordre 1, nous pouvons appliquer le théorème de Wigner-Eckart dans la base  $\{J, M_J\}$ , comme précédemment dans la base  $\{F, M_F\}$ . Nous obtenons donc que  $\langle e, M_{J_1} | (\mathbf{d}^+, \overrightarrow{e}_{\mathbf{q}}) | f, M_{J_2} \rangle$  est égal au coefficient de Clebsch-Gordan de la décomposition de  $|e, M_J\rangle$  sur  $|f, 1, M_{J_2}, q\rangle$ :

$$\langle e, M_J | (\mathbf{d}^+, \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{q}}) | f, M_{J_2} \rangle = \langle f, 1, M_{J_2}, q | e, M_J \rangle$$

Chaque élément de matrice est donc égal à une somme triple de produits de deux coefficients de Clebsch-Gordan dont les valeurs sont représentées sur la fig.(I-6) dans le cas d'une transition  $J_f = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ .



Figure I-6: Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition dipolaire entre un état fondamental  $J_f = 1/2$  et un état excité  $J_e = 3/2$ . Les traits allant du bas vers le haut à droite représentent les coefficients pour la polarisation  $\sigma^+$ , ceux verticaux pour la polarisation  $\pi$ , et ceux du bas vers le haut à gauche pour la polarisation  $\sigma^-$ .

Nous voyons sur la fig.(I-6) que si la lumière dans l'onde évanescente est polarisée  $\pi$  ou  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , l'opérateur déplacement lumineux est diagonal, il n'y a pas de couplage entre les deux

#### 3. Cas d'un atome de Rubidium 85

sous-niveaux du fondamental. Le déplacement lumineux des sous-niveaux du fondamental se calcule alors facilement dans la base  $\{J, I, M_J, M_I\}$ :

en polarisation $\pi$ :	$\frac{2}{3}\Lambda$	pour $M_J = \pm 1/2$	
en polarisation $\sigma^+$ :	$\Lambda \ rac{1}{3}\Lambda$	$pour M_J = +1/2$ pour $M_J = -1/2$	(I.59)
en polarisation $\sigma^-$ :	$rac{1}{3}\Lambda$	$pour M_J = +1/2$ pour $M_J = -1/2$	

Pour une polarisation  $\sigma^{\pm}$  quelconque (superposition de  $\sigma^+$  et de  $\sigma^-$ ), nous voyons également qu'il n'est pas possible de coupler les deux sous-niveaux de l'état fondamental car il faudrait  $\Delta M_J = \pm 2$ , ce qui est impossible pour J = 1/2. Pour calculer le déplacement lumineux, il suffit alors de décomposer cette polarisation sur la base  $\{\sigma^+, \sigma^-\}$  et d'ajouter indépendamment les deux contributions.

Par contre, si nous utilisons simultanément des composantes  $\pi$  et  $\sigma^{\pm}$ , nous voyons qu'il existe des termes de couplages entre les deux sous-niveaux. La matrice représentant l'opérateur déplacement lumineux n'est plus diagonale. Nous nous limitons au cas des polarisations  $\pi$  ou  $\sigma^{\pm}$ , pour lesquelles le retour dans la base couplée est simplifié car l'opérateur déplacement lumineux est diagonal dans la base non couplée.

#### Calcul dans la base couplée

Nous allons maintenant repasser dans la base d'origine  $\{J, F, M_J, M_F\}$ . Un sous-niveau de l'état fondamental  $|f, F, M_F\rangle$  de cette base peut se décomposer sur la base  $\{J, I, M_J, M_I\}$ :

$$|f, F, M_F\rangle = \sum_{M_I, M_J} |f, M_J, M_I\rangle \langle f, M_J, M_I | f, F, M_F\rangle$$
(I.60)

où  $\langle f, M_J, M_I | f, F, M_F \rangle$  est un coefficient de Clebsch-Gordan. Pour une polarisation  $\pi$  ou  $\sigma^{\pm}$  l'opérateur déplacement lumineux est diagonal dans la base  $\{J, I, M_J, M_I\}$ , donc  $M_J$  et  $M_I$  restent inchangés. De plus, nous avons la relation  $M_F = M_J + M_I$ , donc  $M_F$  reste également inchangé. L'opérateur déplacement lumineux est diagonal dans la base  $\{F, M_F\}$  pour une polarisation  $\pi$  ou  $\sigma^{\pm}$  dans l'onde évanescente. Il suffit donc de calculer les termes diagonaux  $\Lambda_{DL}^{M_F}$  de la matrice déplacement lumineux en utilisant les expressions (I.53), (I.55) et (I.60):

$$\Lambda_{DL}^{M_F} = \langle f, F, M_F | \Lambda_{DL} | f, F, M_F \rangle$$

$$= \Lambda \sum_{M_I, M_J} \left( |\langle f, F, M_F | f, M_J, M_I \rangle|^2 \cdot \sum_{M_{J'}} |\langle e, M_{J'} | \mathbf{d}^+ \cdot \overrightarrow{\epsilon} | f, M_J, M_I \rangle|^2 \right)$$
(I.61)

#### Calcul pour une polarisation $\pi$

Si nous utilisons une polarisation  $\pi$  dans l'onde évanescente, d'après les résultats (I.59) nous avons :

$$\left| \langle e, M_{J'} | \mathbf{d}^+ . \overrightarrow{\boldsymbol{\varepsilon}} | f, M_J, M_I \rangle \right|^2 = 2/3 \quad \text{si } M_{J'} = M_J \\= 0 \qquad \text{si } M_{J'} \neq M_J$$
(I.62)

pour tout  $M_I$ . Nous pouvons alors mettre ce terme en facteur dans l'expression (I.61). Nous utilisons ensuite le fait que les sous-niveaux  $|f, F, M_f\rangle$  sont de norme 1 :

$$\sum_{M_I, M_J} |\langle f, F, M_F | f, M_J, M_I \rangle|^2 = ||f, F, M_F \rangle|^2 = 1$$
(I.63)

Pour une polarisation  $\pi$  dans l'onde évanescente, le déplacement lumineux est le même pour tous les sous-niveaux Zeeman avec pour valeur  $\frac{2}{3}\Lambda$ .

Nous pouvons remarquer que ce résultat reste valable pour toutes les transitions  $D_2$  des alcalins, à condition que l'approximation des grands désaccords soit vérifiée.

#### Calcul pour une polarisation $\sigma^{\pm}$

Dans l'expression (I.61) nous pouvons séparer les contributions des deux composantes de polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  (éq.(I.59)) et les traiter indépendamment. Dans le cas de la polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , la simplification possible pour la polarisation  $\pi$  (éq.(I.62)) n'est pas possible car  $\sum_{M_{J'}} |\langle e, M_{J'} | \mathbf{d}^+, \vec{\epsilon} | f, M_J \rangle|^2$  vaut 1/3 ou 1 (éq.(I.59)) suivant la valeur de  $M_{J'}$ . Nous obtenons pour les polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ :

$$\Lambda_{DL}^{M_{f}} = \Lambda \sum_{M_{I}} \left( \frac{\frac{1}{3} |\langle f, F, M_{f} | f, M_{J} = -1/2, M_{I} \rangle|^{2} +}{|\langle f, F, M_{f} | f, M_{J} = +1/2, M_{I} \rangle|^{2}} \right) \quad \text{en } \sigma^{+}$$

$$\Lambda_{DL}^{M_{f}} = \Lambda \sum_{M_{I}} \left( \frac{|\langle f, F, M_{f} | f, M_{J} = -1/2, M_{I} \rangle|^{2} +}{\frac{1}{3} |\langle f, F, M_{f} | f, M_{J} = +1/2, M_{I} \rangle|^{2}} \right) \quad \text{en } \sigma^{-}$$
(I.64)

Il faut donc calculer explicitement tous les coefficients de Clebsch-Gordan et les porter dans les expressions (I.64) pour obtenir le déplacement lumineux de chaque sous-niveau. Nous trouvons que le déplacement lumineux dépend de  $M_F$  et F, contrairement au cas de la polarisation  $\pi$ .

En fait, les expressions (I.64) sont relativement simples, car comme  $J_F = 1/2$ , seuls un ou deux coefficients sont non nuls. Par exemple dans le cas du <sup>85</sup>Rb nous pouvons facilement calculer le déplacement lumineux pour F = 3 et  $M_F = 3$ , car seul le coefficient avec  $M_J =$ +1/2 et  $M_I = 5/2$  est non nul et vaut 1. Le déplacement lumineux vaut donc  $\Lambda$  en polarisation  $\sigma^+$  et  $\Lambda/3$  en polarisation  $\sigma^-$ . Nous vérifions que dans le cas particulier de F = 3,  $M_F = 3$  et d'une polarisation  $\sigma^+$ , où la transition est fermée, nous retrouvons le déplacement lumineux d'une transition à deux niveaux.

#### 4. Conclusion : résultats obtenus

Nous pouvons calculer tous les coefficients de Clebsch-Gordan (annexe I-A), et pour le cas du <sup>85</sup>Rb nous obtenons finalement <sup>6</sup> :

pour 
$$F = 3$$
:  $\Lambda_{DL}^{M_f} = \Lambda \left(\frac{2}{3} + q \frac{1}{9} M_F\right)$  varie de 1/3 à 1  
pour  $F = 2$ :  $\Lambda_{DL}^{M_f} = \Lambda \left(\frac{2}{3} - q \frac{1}{9} M_F\right)$  varie de 4/9 à 8/9
(I.65)

où q = +1 pour la polarisation  $\sigma^+$  et q = -1 pour la polarisation  $\sigma^-$ . Nous remarquons que la moyenne sur tous les sous-niveaux est toujours 2/3 comme dans le cas de la polarisation  $\pi$ .

De même qu'en polarisation  $\pi$ , le raisonnement précédent reste valable pour toute transition  $J_f = 1/2 \rightarrow Je = 3/2$ . Les sous-niveaux Zeeman restent des états propres de l'opérateur déplacement lumineux et le déplacement lumineux est une fonction affine de  $M_F : \Lambda \left(\frac{2}{3} + aM_F\right)$ où le signe du coefficient a dépend de F et son module de  $I^7$ .

Pour une polarisation  $\sigma^{\pm}$  quelconque, nous ajoutons indépendamment les contributions respectives des polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ .

A.N. Si nous considérons le cas d'un faisceau incident avec les paramètres proches de ceux utilisés dans nos expériences, la polarisation est  $\vec{e_{ev}^{TM}} = -0, 152\vec{e_+} + 0, 988\vec{e_-}$ . Pour le calcul du déplacement lumineux les contributions des différentes polarisations sont proportionnelles au carré du champ électrique, ce qui donne des contributions:  $(0, 152)^2 = 2, 3\%$  pour la polarisation  $\sigma^+$  et  $(0, 988)^2 = 97, 7\%$  pour la polarisation  $\sigma^-$ . Le déplacement lumineux pour F = 3 varie de 0, 985  $\Lambda$  pour  $M_F = -3$  à 0, 349  $\Lambda$  pour  $M_F = +3$ .

### 4. Conclusion : résultats obtenus

Dans ce chapitre nous avons étudié le potentiel dipolaire pour le <sup>85</sup>Rb, dans une onde évanescente polarisée TE ou TM. En régime non saturant, pour un désaccord grand devant la structure hyperfine de l'état excité, et en associant les résultats des trois paragraphes de ce chapitre, nous sommes capables de calculer la barrière de potentiel créée par l'onde évanescente pour chaque sous-niveau Zeeman hyperfin de l'état fondamental, en fonction des paramètres expérimentaux : angle d'incidence dans le prisme, puissance, taille et désaccord du faisceau laser incident. Ces résultats seront utilisés pour l'interprétation des expériences dans les chapitres IV et V. Pour une polarisation TE ou TM pure, nous avons montré que les sous-niveaux Zeeman sont des états propres de l'opérateur déplacement lumineux. Pour la polarisation TE, la polarisation dans l'onde évanescente est linéaire, alors que pour la polarisation TM elle devient elliptique. C'est pourquoi les déplacements lumineux des divers sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental sont différents en polarisation TM, alors qu'ils sont tous identiques en polarisation TE.

Prenons les paramètres expérimentaux qui serviront dans le chapitre IV pour la mesure de la force de van der Waals. L'intensité au centre du faisceau laser vaut 152 W cm<sup>-2</sup> (= 93,8 × 10<sup>3</sup>  $I_{sat}$ ), son désaccord à résonance  $\delta/2\pi = 3$  GHz (510  $\Gamma/2\pi$ ) et son angle d'incident sur la face d'entrée du prisme  $i = 15^{\circ}$ . Nous obtenons  $\theta_1 = 52^{\circ}$ , et le coefficient de transmission en

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> De manière générale, pour une transition  $J_F = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$  et un spin du noyau *I*, il faut remplacer le facteur 1/9 par  $\frac{2}{3(2I+1)}$ . Le niveau F = I + 1/2 varie toujours de 1/3 à 1, et le niveau F = I - 1/2 de  $\frac{2I+3}{3(2I+1)}$  à  $\frac{6I+1}{3(2I+1)}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Ce résultat, ainsi que le fait que le déplacement lumineux est le même pour tous les sous-niveaux Zeeman en polarisation TE, peut être retrouvé par des considérations de symétrie, comme cela a été montré par la réf.[60].



Figure 1-7 : Déplacement lumineux d'un atome de  $Rb^{85}$ dans le niveau fondamental en fonction de la distance au prisme. Nous avons pris un faisceau laser dont l'intensité au centre vaut 152 W cm<sup>-2</sup>, de désaccord à résonance  $\delta/2\pi = 3$  GHz, et incident sur la face d'entrée du prisme avec un angle  $i = 15^{\circ}$ . Nous avons représenté les potentiels lumineux en polarisation TE (trait plein) et pour les sous-niveaux  $M_F = -3$  (grands tirets), 0 (pointillés), +3 (petits tirets) en polarisation TM. Nous remarquons que, fortuitement, la courbe TE et la courbe TM pour  $M_F = +3$  sont voisines.

intensité vaut  $T^{TE} = 1,00$ . Nous pouvons en déduire le déplacement lumineux à la surface du prisme  $\Lambda_0$  à l'aide des expressions (I.35), et du coefficient 2/3 dû à la structure fine, déterminé dans le paragraphe I-3.2 pour un atome de <sup>85</sup>Rb dans l'état fondamental et une polarisation  $\pi$ (parallèle à Oy) dans l'onde évanescente. Le déplacement maximal, juste à la surface du prisme, vaut 15, 3  $\Gamma$ . Nous pouvons faire le même calcul pour la polarisation TM: il faut alors utiliser le coefficient  $T^{TM} = 1,89$ , et le coefficient associé à la structure hyperfine, qui dépend du sousniveau magnétique et varie dans ce cas précis de 0,985 à 0,349. Nous avons représenté sur la fig.(I-7) les déplacements lumineux pour ces paramètres expérimentaux.

L'utilisation de la polarisation TM permet d'obtenir un champ électrique plus important dans l'onde évanescente; mais la polarisation elliptique de l'onde évanescente, et donc la dépendance du déplacement lumineux avec le sous-niveau Zeeman, complique l'interprétation des différentes expériences. C'est pourquoi les expériences des chapitres IV et V ont été réalisées avec les deux polarisations, mais la comparaison entre la théorie et l'expérience est plus précise en polarisation TE.

Nous connaissons maintenant le potentiel dipolaire réfléchissant dans nos différentes conditions expérimentales. Mais la force dipolaire n'est pas la seule force agissant sur les atomes à proximité du prisme. Les atomes subissent également une force de van der Waals due à la présence de la paroi diélectrique. Cette force, attractive, devient beaucoup plus forte que la force dipolaire très près du prisme, et réduit fortement la hauteur de la barrière de potentiel. Le calcul de la force de van der Waals et de la hauteur de la barrière de potentiel qui en résulte sera le sujet du chapitre II.
# **Annexe I-A**

# Données sur le Rubidium 85. Couplage dipolaire électrique hyperfins.

# 4.1. Données sur le <sup>85</sup>Rb

- masse:  $1,41 \times 10^{-25} \text{ kg}$
- nombre quantique principal effectif  $n_i^* = 1,805$
- transition  $D_1$ , longueur d'onde : 794, 76 nm
- renseignements concernant la transition  $D_2$ :

longueur d'onde dans le vide :  $\lambda_0 = 780,02 \text{ nm}$ largeur naturelle de l'état excité :  $\Gamma/2\pi = 5,89 \times 10^6$  MHz vitesse de recul :  $v_{rec} = \frac{\hbar k_0}{m} = 6,02$  mm s<sup>-1</sup> énergie de recul :  $E_{rec} = \frac{1}{2}m v_{rec}^2 = 6,54 \times 10^{-4} \ \hbar\Gamma$  $\frac{E_{rec}}{\hbar} = 3,85$  kHz élément de matrice réduit pour la transition fermée :

$$D = \sqrt{\hbar\Gamma \frac{3\varepsilon_0}{8\pi^2} \lambda_0^3} = 2,496 \times 10^{-29} \text{ C m}$$
(I.66)

intensité de saturation :

$$I_{sat} = \pi \frac{hc}{3} \frac{\Gamma}{\lambda_0^3} = 1,62 \text{ mW cm}^{-2}$$
(I.67)

## 4.2. Structure fine



Figure I-8 : Structure fine de l'atome de Rb. Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant la transition  $D_1 : |5P, J_e = 1/2, M_J\rangle \rightarrow |5S, J_f = 1/2\rangle$  (cf. paragraphe I-3.2.b page 31).



Figure I-9 : Structure fine de l'atome de Rb. Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant la transition  $D_2$  :  $|5P, J_e = 3/2, M_J\rangle \rightarrow |5S, J_f = 1/2\rangle$  (cf. paragraphe I-3.2.b page 31).

## 4.3. Passage de la base découplée à la base hyperfine

(cf. paragraphe I-3.2.b page 33) Coefficients de Clebsch-Gordan de décomposition de  $|F = 3, M_F\rangle$ sur  $|J = 1/2, I = 5/2, M_J, M_I\rangle$ . Nous n'avons indiqué que les termes non nuls.

	$M_F$	3	2	1	0	-1	-2	-3
$M_I$	$M_J$							
5/2	1/2	1						
5/2	-1/2		$1/\sqrt{6}$					
3/2	1/2		$\sqrt{5/6}$					
3/2	-1/2			$1/\sqrt{3}$	_			
1/2	1/2			$\sqrt{2/3}$				
1/2	-1/2				$1/\sqrt{2}$			
-1/2	1/2				$1/\sqrt{2}$			
-1/2	-1/2					$\sqrt{2/3}$		
-3/2	1/2					$1/\sqrt{3}$		
-3/2	-1/2						$\sqrt{5/6}$	
-5/2	1/2						$1/\sqrt{6}$	
-5/2	-1/2				1			1

(I.68)

Coefficients de Clebsch-Gordan de décomposition de  $|F = 2, M_F\rangle$  sur  $|J = 1/2, I = 5/2, M_J, M_I\rangle$ . Nous n'avons indiqué que les termes non nuls.

	$M_F$	2	1	0	-1	-2
$M_I$	$M_J$					
5/2	-1/2	$\sqrt{5/6}$				
3/2	1/2	$-1/\sqrt{6}$				
3/2	-1/2		$\sqrt{2/3}$			
1/2	1/2		$-1/\sqrt{3}$			
1/2	-1/2			$1/\sqrt{2}$		
-1/2	1/2			$-1/\sqrt{2}$		
-1/2	-1/2				$1/\sqrt{3}$	
-3/2	1/2				$-\sqrt{2/3}$	
-3/2	-1/2					$1/\sqrt{6}$
-5/2	1/2					$-\sqrt{5/6}$

39

# 4.4. Structure hyperfine



Figure I-10 : Coefficients des éléments de matrice réduits de la transition dipolaire électrique de la raie  $D_2$  du <sup>85</sup>Rb (cf. paragraphe I-3.2.a page 29).



Figure I-II: Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 4, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 3, M_F\rangle$  (cf. paragraphe I-3.2.a page 29).



Figure 1-12: Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 3, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 3, M_F\rangle$  (cf. paragraphe 1-3.2.a page 29).



Figure I-13 : Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 2, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 3, M_F\rangle$  (cf. paragraphe I-3.2.a page 29).



Figure I-14: Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 3, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 2, M_F\rangle$  (cf. paragraphe I-3.2.a page 29).



Figure 1-15 : Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 2, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 2, M_F\rangle$  (cf. paragraphe 1-3.2.a page 29).



Figure 1-16: Coefficients de Clebsch-Gordan caractérisant les transitions dipolaires électriques  $|F_e = 1, M_F\rangle \leftrightarrow |F_f = 2, M_F\rangle$  (cf. paragraphe 1-3.2.a page 29).

.

# Chapitre II La force de van der Waals dans le miroir à atomes



# Introduction

Nous présentons dans ce chapitre un calcul de l'énergie potentielle totale d'un atome dans l'onde évanescente en tenant compte, en plus du potentiel dipolaire, du potentiel d'interaction entre l'atome et la paroi diélectrique. En effet, un atome très près d'une paroi diélectrique, ou d'une paroi métallique, subit une force attractive dite de van der Waals. Cette force peut s'interpréter comme l'interaction entre le dipôle atomique et son image dans le diélectrique ou le métal[61]. Dans nos expériences de réflexion d'atomes à très grand désaccord, les atomes de <sup>85</sup>Rb sont essentiellement dans le niveau fondamental, où il n'y a pas de dipôle permanent. Donc, avec nos paramètres, la contribution du dipôle atomique résultant induit par l'onde évanescente est négligeable, et l'interaction de van der Waals provient des fluctuations quantiques du dipôle.

Dans la première partie de ce chapitre nous rappelons le calcul simple de cette interaction, dans le cas des courtes distances, qui donne la loi bien connue en  $1/z^3$ [61].

Mais nous savons depuis le calcul de Casimir et Polder[62] que cette loi est la forme asymptotique d'un résultat valable à toute distance, que l'on peut établir en électrodynamique quantique. Malgré les nombreuses références théoriques sur le sujet, par exemple [63–72], il est difficile de trouver des expressions faciles à utiliser à toutes distances. C'est pourquoi, dans la deuxième partie, après avoir rappelé une formule générale due à Y Tikochinsky et L. Spruch[71], et montré comment elle redonne bien les résultats en  $1/z^3$  et  $1/z^4$ , respectivement aux courtes et grandes distances, nous en déduirons une formule approchée donnant la valeur de l'interaction de van der Waals aux distances intermédiaires. Ce résultat nous facilitera l'interprétation des expériences du chapitre IV, où l'interaction de van der Waals est mesurée dans cette zone intermédiaire.

Dans la troisième partie, nous présenterons le potentiel total résultant de la somme du potentiel dipolaire et du potentiel de van der Waals, et notamment l'évolution de ce potentiel, qui présente un maximum, en fonction des caractéristiques de l'onde évanescente. Cette discussion a pour objet de faciliter l'interprétation des expériences du chapitre IV, et de suggérer des prolongements expérimentaux.

Enfin, la barrière de potentiel présentant un maximum, nous discuterons dans la quatrième partie la possibilité d'effet tunnel ou de réflexion quantique sur cette barrière.

# 1. Limite des courtes distances

Le calcul de la force de van der Waals à courte distance est basé sur *l'interaction instantanée* entre le dipôle atomique et son image dans le diélectrique et s'inspire de la méthode utilisée par J.E. Lennard-Jones pour calculer l'interaction de van der Waals entre deux atomes[61]. Dans ce point de vue, ce sont les fluctuations quantiques du dipôle qui sont responsables de l'interaction. L'approximation des courtes distances suppose que l'atome est suffisamment près de la paroi diélectrique pour négliger les temps de propagation des champs électromagnétiques.

## 1.1. Dipôle permanent

Un dipôle électrique permanent **d** situé devant une paroi diélectrique est la source d'un champ électrostatique qui est influencé par cette paroi. La méthode des images montre que le champ total est le même que celui résultant du dipôle réel et d'un dipôle image fictif situés de manière symétrique par rapport à l'interface[73]. L'amplitude du dipôle image vaut  $(\varepsilon - 1) / (\varepsilon + 1) d$ , où  $\varepsilon$  est la constante diélectrique relative. On décompose le dipôle réel

suivant deux composantes :  $d_{//}$  pour la composante parallèle à l'interface diélectrique et  $d_{\perp}$  pour la composante orthogonale. Les deux composantes du dipôle image sont alors orientées comme le montre la fig.(II-1).



Figure II-1 : Représentation du dipôle et de son image dans le diélectrique. Nous avons représenté en haut le cas d'un dipôle orienté perpendiculairement à l'interface entre le vide et le diélectrique, et en bas le cas d'un dipôle parallèle à l'interface.

On peut facilement retrouver le sens d'orientation du dipôle image par rapport au dipôle incident en considérant le cas d'une paroi métallique, et en écrivant que la composante du champ électrique parallèle à l'interface est nulle au niveau de l'interface. On peut exprimer la valeur du champ électrique E créé par le dipôle image à une distance r dans la direction orthogonale à l'interface :

$$E_{//} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{d_{//}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$E_{\perp} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{2d_{\perp}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$
(II.1)

L'énergie d'interaction entre la paroi diélectrique et le dipôle, séparés par la distance z, est égale au travail nécessaire pour approcher le dipôle depuis l'infini jusqu'à la distance z. Si le dipôle image était réel, l'énergie d'interaction serait égale au travail nécessaire pour approcher le dipôle réel, tout en approchant simultanément et symétriquement le dipôle image. Comme le travail nécessaire pour approcher le dipôle réel est moitié de celui qui est nécessaire pour approcher les deux dipôles, l'énergie d'interaction entre le dipôle réel et la paroi diélectrique est la moitié de l'énergie d'interaction entre le dipôle réel et le dipôle image (pris indépendants).

#### 1. Limite des courtes distances

L'énergie d'interaction atome-paroi vaut donc  $U_d = -\frac{1}{2}\mathbf{d}.\mathbf{E}$ . Si le dipôle est à la distance z de la paroi, on en déduit, en faisant r = 2z dans l'éq.(II.1):

$$U_{d\,\prime\prime}(z) = -\frac{1}{2}d_{\prime\prime}E_{\prime\prime} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\frac{d_{\prime\prime}^2}{64\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z^3}$$
(II.2)  
$$U_{d\,\perp}(z) = -\frac{1}{2}d_{\perp}E_{\perp} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\frac{d_{\perp}^2}{64\pi\varepsilon_0}\frac{2}{z^3}$$

Nous pouvons écrire le potentiel atome-paroi sous la forme générale :

$$U_d(z) = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{d_{//}^2 + 2d_{\perp}^2}{64\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3}$$
(II.3)

Nous allons noter  $U_{L,J}$  ce potentiel, en référence au calcul de J.E. Lennard-Jones[61].

### **1.2. Dipôle oscillant classique**

Considérons l'interaction entre la paroi diélectrique et un dipôle oscillant classique d à la fréquence  $\omega$ :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_{\perp} + \mathbf{d}_{//} = \mathcal{D}_{\perp} e^{-i\omega t} \overrightarrow{\varepsilon_z} + \mathcal{D}_{//} e^{-i\omega t} \overrightarrow{\varepsilon_{//}} + c.c.$$
(II.4)

où  $\mathcal{D}_{\perp}$  et  $\mathcal{D}_{//}$  sont les amplitudes complexes du dipôle suivant la direction Oz et parallèlement à la paroi diélectrique. Le champ électrique dipolaire rayonné dans la direction Oz s'écrit [69] :

$$\mathbf{E}(z) = \frac{k^3}{4\pi\varepsilon_0} e^{ikz} \left[ \mathcal{D}_{//} \left( \frac{1}{kz} + \frac{i}{(kz)^2} - \frac{1}{(kz)^3} \right) \overrightarrow{\varepsilon_{//}} - 2\mathcal{D}_{\perp} \left( \frac{i}{(kz)^2} - \frac{1}{(kz)^3} \right) \overrightarrow{\varepsilon_{\perp}} \right] e^{-i\omega t} + c.c.$$
(II.5)

Pour des distances courtes devant la longueur d'onde :  $z \ll c/\omega$ , les termes en  $1/(kz)^3$  sont dominants devant les termes en  $1/(kz)^2$  et 1/(kz). De plus, le terme de propagation  $e^{ikz}$  tend vers 1. Nous obtenons alors le champ électrique rayonné dans la direction  $O_z$ , dans l'approximation des courtes distances :

$$\mathbf{E}(z) \simeq -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 z^3} \left[ \mathcal{D}_{//\overline{\varepsilon_{//}}} - 2\mathcal{D}_{\perp} \overrightarrow{\varepsilon_{\perp}} \right] e^{-i\omega t} + c.c. = -\frac{\mathbf{d}_{//} - 2\mathbf{d}_{\perp}}{4\pi\varepsilon_0 z^3}$$
(II.6)

Nous constatons que nous retrouvons l'expression du champ rayonné par un dipôle électrostatique[73]. Nous pouvons ensuite utiliser le même raisonnement que pour le dipôle permanent, mais en prenant la valeur de la constante diélectrique à la fréquence  $\omega$ . Le potentiel d'interaction instantanée de van der Waals  $U_{L,J}$  (t, z) vaut donc :

$$U_{L.J.}(t,z) = -\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1} \frac{\mathbf{d}_{//}^2 + 2\mathbf{d}_{\perp}^2}{64\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3}$$
(II.7)

En prenant la moyenne temporelle de cette expression, nous obtenons le potentiel d'interaction de van der Waals dans l'approximation des courtes distances :

$$U_{L.J.}(z) = -\frac{\varepsilon(\omega) - 1}{\varepsilon(\omega) + 1} \frac{\mathbf{d}_{//}^2 + 2\mathbf{d}_{\perp}^2}{64\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3}$$
(II.8)

Bien que le dipôle moyen  $\overline{\mathbf{d}}$  soit nul, l'interaction de van der Waals existe toujours car la moyenne du carré des composantes du dipôle est non nulle :  $\overline{\mathbf{d}_{//}^2 + 2\mathbf{d}_{\perp}^2} = 2 |\mathcal{D}_{//}|^2 + 4 |\mathcal{D}_{\perp}|^2 \neq 0.$ 

## **1.3.** Dipôle atomique

Intéressons-nous maintenant à l'interaction entre la paroi diélectrique et un atome dans un état d'énergie bien déterminé, par exemple son état fondamental. Comme au paragraphe précédent, la valeur moyenne du dipôle est nulle, et il existe pourtant **un potentiel d'interaction de van der Waals, dû aux fluctuations quantiques du dipôle dans l'état fondamental**:  $\left\langle f \left| \mathbf{D}_{//}^2 + 2\mathbf{D}_{\perp}^2 \right| f \right\rangle \neq 0$ . Nous pouvons alors obtenir le potentiel d'interaction à l'aide de l'expression (II.8), en utilisant la valeur moyenne quantique des fluctuations. Calculons ces fluctuations dans le cas d'*un alcalin dans l'état fondamental*  $|f\rangle = |n, l = 0$ .

Par raison de symétrie sphérique pour une orbitale s, nous avons :

$$\langle f | D_x^2 | f \rangle = \langle f | D_y^2 | f \rangle = \langle f | D_z^2 | f \rangle$$
(II.9)

Nous en déduisons :

$$\left\langle f \left| D_{//}^2 + 2D_{\perp}^2 \right| f \right\rangle = 4 \left\langle f \right| D_z^2 \left| f \right\rangle$$
(II.10)

Les fluctuations quantiques du dipôle peuvent se décomposer sous la forme d'une somme sur tous les états excités  $|e\rangle = |n_e, J_e, F_e, M_{F_e}\rangle$  couplés à l'état fondamental hyperfin  $|f\rangle = |n_f, J_f, F_f, M_{F_f}\rangle$  par l'opérateur dipôle :

$$\langle f | D_{z}^{2} | f \rangle = \sum_{n_{e}, J_{e}, F_{e}, M_{F_{e}}} \left| \langle n_{e}, J_{e}, F_{e}, M_{F_{e}} | D_{z} | n_{f}, J_{f}, F_{f}, M_{F_{f}} \rangle \right|^{2}$$
(II.11)

où chaque terme de la somme est associé à la fréquence  $\omega_i$  de la transition  $|n_f, J_f, F_f, M_{F_f}\rangle \rightarrow |n_e, J_e, F_e, M_{F_e}\rangle$ . L'expression du potentiel de van der Waals peut alors s'écrire :

$$U_{L.J.}(z) = -\frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3} \sum_{\substack{n_e, J_e, \\ F_e, M_{F_e}}} \left( \frac{\varepsilon(\omega_i) - 1}{\varepsilon(\omega_i) + 1} \left| \langle n_e, J_e, F_e, M_{F_e} \right| D_z \left| n_f, J_f, F_f, M_{F_f} \right\rangle \right|^2 \right)$$
(II.12)

On peut voir à partir de cette expression que l'approximation des courtes distances sera vérifiée si  $z \ll \lambda/2\pi$ , pour les transitions qui ont une contribution non négligeable.

#### a) Contribution d'une raie de structure fine

La fréquence de transition  $\omega_i$  est quasiment la même pour l'ensemble des transitions d'une raie de la structure fine, pour  $(n_e, J_e)$  fixé. Le potentiel d'interaction peut donc s'écrire sous la forme :

$$U_{L.J.}(z) = -\frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3} \sum_{n_e, J_e} \left( \frac{\varepsilon(\omega_i) - 1}{\varepsilon(\omega_i) + 1} \sum_{F_e, M_{F_e}} \left| \langle n_e, J_e, F_e, M_{F_e} \right| D_z \left| n_f, J_f, F_f, M_{F_f} \rangle \right|^2 \right)$$
(II.13)

Pour une raie de structure fine donnée, on peut montrer, en passant dans la base découplée (calcul similaire à celui réalisé pour obtenir le déplacement lumineux d'un atome de <sup>85</sup>Rb dans l'état fondamental et en polarisation TE, paragraphe I.3.2.b page 31), que :

$$\sum_{F_{e},M_{F_{e}}} \left| \langle n_{e}, J_{e}, F_{e}, M_{F_{e}} | D_{z} | n_{f}, J_{f}, F_{f}, M_{F_{f}} \rangle \right|^{2} = \left| \langle n_{e}, J_{e} | D_{z} | n_{f}, J_{f} \rangle \right|^{2}$$
(II.14)  
$$= C \left( J_{f}, J_{e} \right) D^{2} \left( n_{f}, n_{e} \right)$$

#### 1. Limite des courtes distances

où  $C(J_f, J_e)$  ne dépend que de  $J_f$  et  $J_e$  pour un atome de Rb dans l'état fondamental (l = 0) et vaut 1/3 pour une raie  $5S_{1/2} \rightarrow n_e P_{1/2}$  et 2/3 pour une raie  $5S_{1/2} \rightarrow n_e P_{3/2}$ , et  $D(n_f, n_e)$ est l'élément de matrice réduit de la transition. Ce dernier peut se calculer à l'aide de l'expression (I.48) et des paramètres spectroscopiques de la transition (longueur d'onde  $\lambda_{e,f}$  et probabilité de transition  $\Gamma_{f,e}$ ):

$$D^{2}(n_{f}, n_{e}) = \hbar \Gamma_{f,e} \frac{3\varepsilon_{0}}{8\pi^{2}} \lambda_{e,f}^{3}$$
(II.15)

La probabilité de transition  $\Gamma_{f,e}$  est égale à la largeur de l'état excité  $\Gamma_e$  si la transition est fermée, sinon (pour  $n_e > 5$  dans notre cas) il faut tenir compte du taux de branchement de la transition  $b_{f,e}$ [77]:

$$\Gamma_{f,e} = b_{f,e} \Gamma_e \tag{II.16}$$

Nous obtenons alors la contribution de la transition vers le niveau  $n_e P_{J_e}$  dans le calcul des fluctuations du dipôle  $\langle f | \mathbf{D}^2 | f \rangle$  d'un atome de Rb dans l'état fondamental :

$$\begin{aligned} |\langle f | D_z | n_e, J_e \rangle|^2 &= C (J_f, J_e) \ \hbar \Gamma_{f,e} \frac{3\varepsilon_0}{8\pi^2} \lambda_{e,f}^3 \\ &= C (J_f, J_e) \ b_{f,e} \ \hbar \Gamma_e \frac{3\varepsilon_0}{8\pi^2} \lambda_{e,f}^3 \end{aligned} \tag{II.17}$$

Comme la contribution d'une raie de structure fine ne dépend que de  $n_f$ ,  $n_e$ ,  $J_f$  et  $J_e$  (l = 0), le potentiel de van der Waals, qui résulte de la somme sur l'ensemble des raies de structure fine, ne dépend que de  $n_f$ , et  $J_f$ , et est le même pour tous les sous-niveaux fondamentaux.

#### b) Contributions respectives des différentes raies de structure fine

Nous avons calculé les contributions respectives des transitions vers les niveaux  $5 \le n_e \le 8$  de l'atome de Rb à l'aide de l'éq.(II.17). Pour cela nous avons utilisé les données provenant de la réf.[74] (cette référence donne directement la probabilité de transition  $\Gamma_{f,e}$ ).

$n_e, J_e$	$\lambda_{e,f}$ (nm)	$\Gamma_{f,e} (10^6 s^{-1})$	$C(J_f, J_e)$	$ \langle f   D_z   n_e, J_e \rangle ^2 (10^{-58} \text{C}^2 \text{m}^2)$	
$5p^{1/2}$	794,76 ( <i>D</i> <sub>1</sub> )	34	1/3	2,018	
$5p^{3/2}$	780,02 ( <i>D</i> <sub>2</sub> )	37	2/3	4,153	
$6p^{1/2}$	421,55	1,5	1/3	0,0132	
$6p^{3/2}$	420,18	1,8	2/3	0,0316	(II.18)
$7p^{1/2}$	359,16	0,29	1/3	0,0016	
$7p^{3/2}$	358,71	0,397	2/3	0,0043	
$8p^{1/2}$	335,08	0,089	1/3	0,0004	
$8p^{3/2}$	334,87	0,137	2/3	0,0012	

Les deux raies  $D_1$  et  $D_2$  de la première transition  $5S \rightarrow 5P$  ont une contribution majoritaire dans les fluctuations du dipôle, la seconde transition  $(5S \rightarrow 6P)$  représentant moins de 1%, et les autres moins de  $10^{-3}$ .

#### c) Approximation de $\varepsilon$ constant

Si nous utilisons un verre peu dispersif sur l'ensemble du spectre, c'est-à-dire si le verre ne comporte pas de raie d'absorption sur l'ensemble du spectre (de 795 nm à 296 nm)<sup>8</sup>,  $\varepsilon$  est quasiment constant. Comme la contribution de la première transition est majoritaire dans le calcul de la force de van der Waals, nous pouvons alors prendre pour la constante diélectrique sa valeur pour la première transition  $\varepsilon(\omega_1) = \varepsilon = n^2$ . Le terme dépendant de la constante diélectrique se factorise dans l'éq.(II.13), et le potentiel de van der Waals pour un atome de Rb dans l'état fondamental s'écrit :

$$U_{L.J.}(z) = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{1}{16\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3} \sum_{e} |\langle f| D_z |e\rangle|^2$$
(II.19)  
$$= -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{\langle f| D_z^2 |f\rangle}{16\pi\varepsilon_0} \frac{1}{z^3}$$

*Remarque*: Rappelons que cette expression n'est valable qu'à courte distance. En pratique, les transitions  $D_1$  et  $D_2$  étant dominantes, la condition est  $z \ll \lambda/2\pi \simeq 100$  nm.

## 1.4. Atome dans l'état fondamental

Comme le montre l'éq.(II.19), au lieu de sommer sur l'ensemble des transitions résonnantes, il est également possible de calculer directement le potentiel de van der Waals en calculant les fluctuations du dipôle  $\langle f | D_z^2 | f \rangle$  dans l'état fondamental. Si nous notons  $x_e$ ,  $y_e$  et  $z_e$  les opérateurs de position de l'électron par rapport au noyau, les fluctuations du dipôle dans l'état fondamental valent (cf. éq.(II.9) et (II.10)):

$$\langle f | D_{z}^{2} | f \rangle = \frac{1}{3} \langle f | D_{x}^{2} + D_{y}^{2} + D_{z}^{2} | f \rangle$$

$$= \frac{1}{3} q \langle f | x_{e}^{2} + y_{e}^{2} + z_{e}^{2} | f \rangle = q \frac{\langle f | r_{e}^{2} | f \rangle}{3}$$
(II.20)

où q est la charge de l'électron. Donc pour un atome dans l'état fondamental le potentiel d'interaction de van der Waals à courte distance vaut :

$$U_{L.J.} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{q^2}{48\pi\varepsilon_0} \frac{\langle f | r_e^2 | f \rangle}{z^3}$$
(II.21)

Notons que, puisqu'il s'agit d'un atome dans l'état fondamental  $|n, l = 0\rangle$  la valeur de  $\langle f | r_e^2 | f \rangle$  est la même quel que soit le sous-niveau hyperfin considéré.

La valeur de  $\langle f | r_e^2 | f \rangle$  peut s'écrire pour un alcalin (cf. éq. (47) de la réf.[76]):

$$\langle n, l = 0 | r_e^2 | n, l = 0 \rangle \approx a_0^2 n_i^{*2} \frac{5n_i^{*2} + 1}{2}$$
 (II.22)

où  $a_0$  est le rayon de Bohr et  $n_i^*$  le nombre quantique principal effectif de l'atome considéré dans l'état fondamental[77]. La formule (II.22) est exacte pour l'atome d'hydrogène (avec  $n_i^* = n$ ), mais elle ne constitue qu'une approximation pour les alcalins (page 820 de la réf.[69]).

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Si on utilise un verre qui présente une raie d'absorption juste à une fréquence de résonance atomique il apparaît une exaltation de l'énergie d'interaction, qui peut être répulsive si l'atome est dans un état excité et si la transition considérée est une transition vers un état de plus basse énergie [75].

#### 2. Distance quelconque : résultats d'électrodynamique quantique

Nous obtenons le potentiel de van der Waals dans l'approximation de Lennard-Jones :

$$U_{L.J.} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{q^2 a_0^2}{48\pi\varepsilon_0} \left( n_i^{*2} \frac{5n_i^{*2} + 1}{2} \right) \frac{1}{z^3}$$
(II.23)

Pour simplifier l'utilisation du potentiel de van der Waals dans la suite du manuscrit, nous l'exprimons avec des variables réduites. L'énergie potentielle est exprimée en unités de  $\hbar\Gamma$ , et la distance en  $k_0^{-1}$ , où  $\Gamma$  est la durée de vie du premier état excité (plus exactement de la raie  $D_2$ ), et  $k_0$  est le module du vecteur d'onde dans le vide  $k_0 = \omega_a/c$  pour la transition correspondante. Le potentiel de van der Waals à courte distance ( $k_0 z \ll 1$ ) et pour un alcalin dans l'état fondamental s'écrit alors :

$$U_{L.J.} = \hbar \Gamma \frac{A_{L.J.}}{(k_0 z)^3}$$
(II.24)  
où  $A_{L.J.} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{q^2 a_0^2}{48\pi\varepsilon_0} \left( n_i^{*2} \frac{5n_i^{*2} + 1}{2} \right) \frac{k_0^3}{\hbar\Gamma}$ 

A.N. Nous pouvons calculer la grandeur sans dimension  $A_{L.J.}$  dans le cas qui nous intéresse. Pour un atome de Rubidium dans l'état fondamental nous avons  $n_i^* = 1,805[77]$ . Nous utilisons la raie  $D_2$  du Rubidium pour définir  $k_0$  et  $\Gamma$ . Enfin la paroi diélectrique est la face d'un prisme d'indice n = 1,869. Nous obtenons alors :

$$U_{L.J.} = -\frac{0,113}{(k_0 z)^3} \hbar \Gamma$$
(II.25)

Ce résultat est en accord avec le calcul du potentiel de van der Waals théorique donné dans la réf.[78] :  $A_{L.J.} = 0,111$ .

Nous pouvons remarquer que  $U_{L,J} \approx -\hbar\Gamma$  pour une distance  $k_0 z = 1/2$  ( $z \approx 50$  nm), c'est un ordre de grandeur donné par la réf.[69].

# 2. Distance quelconque : résultats d'électrodynamique quantique

Nous savons grâce à Casimir et Polder[62] que pour une paroi métallique le résultat en  $1/z^3$  n'est plus valable pour des distances grandes devant les longueurs d'onde des transitions atomiques en jeu, et que l'énergie d'interaction entre l'atome et la paroi obéit à une loi en  $1/z^4$  à grande distance. Pour obtenir ce résultat, il faut prendre en compte *les effets de retard*, dus à la vitesse finie de la propagation de la lumière, et la *quantification du champ électromagnétique* [69, 70]. En effet, la présence de la paroi modifie la distribution des modes du champ, et l'éffet Casimir-Polder peut être vu comme la modification du déplacement de Lamb par la paroi métallique. Nous noterons  $U_{Q.E.D.}$  le potentiel d'interaction de van der Waals calculé avec les termes d'électrodynamique quantique pour le différencier de l'expression provenant du calcul électrostatique notée  $U_{L.J.}$ 

L'énergie d'interaction entre un atome et une paroi diélectrique peut se déduire de l'article de E.M. Lifshitz[63] de 1956, qui a été suivi de nombreuses publications, par exemple [64–68,71,72]. Ces publications calculent la modification du déplacement de Lamb de l'atome. Elles utilisent une approche perturbative qui suppose que la présence de l'atome ne modifie pas les modes du champ. Nous n'allons pas refaire ici ce calcul, mais nous allons partir d'une expression

extraite de la réf.[71] (éq. (3.32)). Cette expression n'est pas analytique dans le cas général, mais nous en déduirons trois résultats pour les situations suivantes : dans les cas limites  $z \ll \lambda/2\pi$  et  $z \gg \lambda/2\pi$ , et à toute distance en ne considérant que la transition prépondérante.

### 2.1. Polarisabilité atomique

#### a) Définition

Nous avons besoin de la polarisabilité atomique  $\alpha$  dans les parties suivantes. Nous la définissons par :

$$D_u(t) = \varepsilon_0 \,\alpha_u \, E_u(t) \tag{II.26}$$

En généralisant le résultat de la réf.[79] (page 1310), on peut obtenir la polarisabilité non résonnante en fonction de l'élément de matrice de la composante de l'opérateur dipolaire sur la polarisation u :

$$\alpha_{u}(\omega) = \frac{2}{\varepsilon_{0}\hbar} \sum_{e} |\langle f | D_{u} | e \rangle|^{2} \frac{\omega_{e}}{\omega_{e}^{2} - \omega^{2} - i\Gamma_{f,e}\omega_{e}}$$
(II.27)

La polarisabilité est donc la somme sur toutes les transitions vers les états  $|e\rangle$ , avec  $\omega_e$  la fréquence de la transition  $|f\rangle \rightarrow |e\rangle$ . Cette expression de la polarisabilité découle d'un calcul perturbatif, et n'est donc valable que pour des faibles saturations des transitions.

*Remarque*: Pour un atome de Rb dans l'état fondamental la polarisabilité est isotrope: nous avons  $\alpha_x(\omega) = \alpha_y(\omega) = \alpha_z(\omega) = \alpha(\omega)$ .

## b) Unités

La définition (II.26) nous donne une polarisabilité en m<sup>3</sup> dans le système S.I.. Or les polarisabilités sont rarement données dans ces unités[74], mais souvent dans le système c.g.s. en cm<sup>3</sup>. La conversion vaut alors:  $\alpha(S.I, m^3) = 4\pi 10^{-6} \alpha(c.g.s, cm^3)$ , où le facteur  $10^{-6}$  correspond au passage de cm<sup>3</sup> à m<sup>3</sup> et le facteur  $4\pi$  à l'utilisation du système rationalisé. Certains articles utilisent les unités atomiques et expriment  $\alpha$  en  $a_0^3$  (où  $a_0$  est le rayon de Bohr): le facteur de conversion en unités S.I. vaut alors  $\alpha(S.I, m^3) = 4\pi\alpha(\text{atomique}) a_0^3$ . L'expression de la réf.[71], que nous allons utiliser pour nos calculs, a été déterminée en unités c.g.s., c'est pourquoi nous remplacerons la polarisabilité  $\alpha$  par  $\alpha/4\pi$ .

#### 2.2. Expression générale du potentiel de van der Waals

D'après l'éq. (3.32) de la réf.[71], et en tenant compte du changement d'unités, le potentiel d'interaction  $U_{Q.E.D.}$  entre un atome de polarisabilité  $\alpha(\omega)$  situé à une distance z d'une paroi diélectrique de constante diélectrique  $\varepsilon$  peut s'écrire sous la forme :

$$U_{Q.E.D.}(z) = -\frac{\hbar}{8\pi^2 c^3} \int_0^\infty d\omega \omega^3 \alpha(\omega) \times \operatorname{Re}\left(\int_0^1 dp + \int_0^{i\infty} dp\right) H(p,\varepsilon) \, e^{-2ip\omega z/c}$$
(II.28)  
avec 
$$H(p) = \frac{\sqrt{\varepsilon - 1 + p^2} - p}{\sqrt{\varepsilon - 1 + p^2} + p} + (1 - 2p^2) \frac{\sqrt{\varepsilon - 1 + p^2} - \varepsilon p}{\sqrt{\varepsilon - 1 + p^2} + \varepsilon p}$$

Bien que l'expression (II.28) soit relativement complexe, il est possible d'identifier la signification physique des différents termes. L'intégrale double représente une sommation sur l'ensemble des modes du champ électromagnétique. Ces modes sont caractérisés par la fréquence  $\omega$  et par la composante du vecteur d'onde suivant la direction  $Oz: p\omega/c$ . La sommation est effectuée sur l'ensemble des fréquences de zéro à l'infini, et pour chaque fréquence sur les modes propageants (0 ) et évanescents (<math>p imaginaire pur, compris entre 0 et  $i\infty$ ). Le terme  $e^{-2ip\omega z/c}$ correspond à la propagation, aller et retour, d'un mode jusqu'à la paroi diélectrique. La fonction H est liée aux coefficients de réflexion de Fresnel de la paroi diélectrique, intervenant dans le calcul de la densité de modes (le premier terme correspond à la composante de la polarisation parallèle à Oz et le second à la composante orthogonale). Enfin chaque mode de fréquence  $\omega$ contribue avec un poids qui dépend de la polarisabilité  $\alpha$  ( $\omega$ ) de l'atome à cette fréquence.

L'équation (II.28) a deux inconvénients pour une intégration numérique : c'est une intégrale de fonctions complexes, et le terme  $e^{-2ip\omega z/c}$  oscille pour 0 . Grâce au résultat obtenu par E.M. Lifshitz dans la réf.[63], on peut passer à une intégrale de fonctions réelles par changement du chemin d'intégration dans le plan complexe à l'aide du théorème des résidus. On utilise cette procédure sur la fréquence pour passer à une intégrale sur l'axe imaginaire, puis sur la variable <math>p pour passer à une intégrale de 1 à  $\infty$  sur l'axe réel. Enfin on pose  $\xi = -i\omega$  pour obtenir une intégrale double de fonctions réelles sur des variables réelles :

$$U_{Q.E.D.}(z) = -\frac{\hbar}{8\pi^2 c^3} \int_0^\infty d\xi \xi^3 \alpha(i\xi) \int_1^\infty dp H(p,\varepsilon(i\xi)) \ e^{-2p\xi z/c}$$
(II.29)

On peut vérifier à l'aide de l'expression (II.27) que  $\alpha(i\xi)$  est une fonction réelle et positive<sup>9</sup>, il en est de même pour  $\varepsilon(i\xi)$  qui peut s'exprimer sous une forme similaire à l'expression (II.27) de  $\alpha(i\xi)$ .

Cette intégrale ne conduit pas à une expression analytique dans le cas général. Mais dans les deux situations  $z \ll \lambda/2\pi$  et  $z \gg \lambda/2\pi$  on obtient des solutions analytiques correspondant respectivement à l'interaction dans l'approximation de Lennard-Jones et à l'interaction de Casimir-Polder (paragraphes 2.3 et 2.4). Aux distances intermédiaires, nous utiliserons l'approximation qui consiste à ne prendre en compte qu'une seule résonance pour réaliser simplement une intégration numérique de l'éq.(II.29).

#### 2.3. Approximation des courtes distances

Pour calculer le potentiel d'interaction dans la limite où  $z \ll \lambda/2\pi$ , on effectue le changement de variable  $p \rightarrow p' = p\xi z/c$  dans l'éq.(II.29), puis on fait tendre la vitesse de la lumière c vers l'infini, ce qui revient à négliger les temps de propagation. On obtient alors :

$$\int_{1}^{\infty} dp H(p) \ e^{-2p\xi z/c} = \int_{0}^{\infty} dp' \ 2\frac{\varepsilon (i\xi) - 1}{\varepsilon (i\xi) + 1} \frac{c^3 p'^2}{\xi^3 z^3} \ e^{-2p'}$$
(II.30)

Si on reporte l'expression (II.30) dans l'expression (II.29), on obtient alors le potentiel à courte distance :

$$U_{Q.E.D.}\left(z \ll \lambda/2\pi\right) = \frac{\hbar}{4\pi^2 z^3} \int_0^\infty d\xi \alpha(i\xi) \int_0^\infty dp' \frac{\varepsilon(i\xi) - 1}{\varepsilon(i\xi) + 1} p'^2 e^{-2p'}$$
(II.31)

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> De manière générale, on peut montrer grâce au principe de causalité que  $\alpha(i\xi)$  et  $\varepsilon(i\xi)$  sont des fonctions réelles et positives [80].

On peut intégrer sur la variable p', et on obtient alors le potentiel d'interaction :

$$U_{Q.E.D.}\left(z \ll \lambda/2\pi\right) = -\frac{\hbar}{16\pi^2 z^3} \int_0^\infty d\xi \alpha(i\xi) \frac{\varepsilon\left(i\xi\right) - 1}{\varepsilon\left(i\xi\right) + 1}$$
(II.32)

Utilisons l'expression de la polarisabilité donnée par l'éq.(II.27) et échangeons la sommation sur les niveaux excités et l'intégrale sur les fréquences complexes. Le potentiel donné à l'éq.(II.32) peut alors s'écrire :

$$U_{Q.E.D.}\left(z \ll \lambda/2\pi\right) = -\frac{1}{8\pi^2 \varepsilon_0 z^3} \sum_{e} \left|\langle e | D_z | f \rangle\right|^2 \int_0^\infty d\xi \frac{\varepsilon \left(i\xi\right) - 1}{\varepsilon \left(i\xi\right) + 1} \frac{\omega_e}{\omega_e^2 + \xi^2 + \Gamma_{f,e}\xi} \quad (\text{II.33})$$

Il faut maintenant estimer l'intégrale sur les fréquences complexes pour chaque transition. Etant donné que  $\Gamma_{f,e} \ll \omega_e$ , on a  $\Gamma_{f,e}\xi \ll \omega_e^2 + \xi^2$ , et on peut donc négliger le terme  $\Gamma_{f,e}\xi$ dans l'intégrale. De plus, comme  $\varepsilon(i\xi)$  est réel et positif, on peut exprimer, comme dans la réf.[75], cette intégrale en fonction d'une autre intégrale sur les fréquences réelles :

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\xi \frac{\varepsilon \left(i\xi\right) - 1}{\varepsilon \left(i\xi\right) + 1} \frac{\omega_e}{\omega_e^2 + \xi^2} = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \operatorname{Im} \left(\frac{\varepsilon \left(\omega\right) - 1}{\varepsilon \left(\omega\right) + 1} \frac{\omega_e}{\omega_e^2 - \omega^2}\right) d\omega + \operatorname{Re} \left(\frac{\varepsilon \left(\omega_e\right) - 1}{\varepsilon \left(\omega_e\right) + 1}\right)$$
(II.34)

où  $\mathcal{P}$  est la partie principale de l'intégrale. Bien que  $\varepsilon(\omega)$  soit complexe en général, si le diélectrique ne présente pas de bande d'absorption à proximité des fréquences des transitions atomiques  $\omega_e, \varepsilon(\omega)$  est alors réel autour des fréquences de transition  $\omega_e$ , et l'intégrale sur la partie imaginaire s'annule. Nous obtenons alors :

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\xi \frac{\varepsilon \left(i\xi\right) - 1}{\varepsilon \left(i\xi\right) + 1} \frac{\omega_e}{\omega_e^2 + \xi^2} = \frac{\varepsilon \left(\omega_e\right) - 1}{\varepsilon \left(\omega_e\right) + 1}$$
(II.35)

En reportant la valeur de l'intégrale (II.35) dans l'expression (II.33), nous retrouvons la valeur du potentiel de van der Waals dans l'approximation de Lennard-Jones (cf. éq.(II.12)) :

$$U_{Q.E.D.}\left(z \ll \lambda/2\pi\right) = -\frac{1}{16\pi\varepsilon_0 z^3} \sum_{e} \left(\frac{\varepsilon\left(\omega_e\right) - 1}{\varepsilon\left(\omega_e\right) + 1} \left|\langle e | D_z | f \rangle\right|^2\right) = U_{L.J.}\left(z\right)$$
(II.36)

#### 2.4. Limite des grandes distances

Nous allons maintenant considérer le cas  $z \gg \lambda/2\pi$ . Si on reprend l'éq.(II.29) et que l'on échange les intégrales sur  $\xi$  et sur p, on obtient un terme  $\xi^3 \alpha(i\xi) e^{-2p\xi z/c}$  à intégrer sur la variable  $\xi$ . Pour les fréquences imaginaires telles que  $\xi > \omega_i$ , nous avons  $\xi z/c > 2\pi z/\lambda \gg 1$ , et les termes  $e^{-2p\xi z/c}$  sont alors négligeables. Il suffit donc de conserver les contributions des basses fréquences pour lesquelles *la polarisabilité est constante et égale à la polarisabilité statique*:

$$\alpha(i\xi,\xi\ll\omega_1)=\alpha(0)=\alpha_0\tag{II.37}$$

où  $\omega_1$  correspond à la fréquence de la première transition (raie  $D_1$ ). On peut alors effectuer l'intégrale suivant  $\xi$ , ce qui donne :

$$U_{Q.E.D.}(z \gg \lambda/2\pi) = -\frac{\hbar}{8\pi^2 c^3} \alpha_0 \frac{3c^4}{8z^4} \int_1^\infty dp \frac{H(p)}{p^4}$$
(II.38)

En faisant à nouveau l'approximation de  $\varepsilon$  constant, on peut également intégrer suivant p. La réf. [81] donne le résultat de cette intégrale, et on obtient le potentiel d'interaction entre un atome et la paroi diélectrique à grande distance, ce qui correspond à *l'interaction de Casimir-Polder* [62] dans le cas d'une paroi diélectrique :

$$U_{Q.E.D.}(z \gg \lambda/2\pi) = -\frac{K_4}{z^4} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \phi(\varepsilon)$$
(II.39)

où

$$K_4 = \frac{3\hbar c\alpha_0}{32\pi^2} \tag{II.40}$$

et

$$\phi(\varepsilon) = \frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} \left[ \frac{1}{3} + \varepsilon + \frac{4 - (\varepsilon + 1)\sqrt{\varepsilon}}{2(\varepsilon - 1)} + A(\varepsilon) + B(\varepsilon) \right]$$
(II.41)

Les fonctions A et B sont définies par :

$$A(\varepsilon) = -\frac{\operatorname{arcsh}\left[\sqrt{\varepsilon - 1}\right]}{2(\varepsilon - 1)^{3/2}} \left[1 + \varepsilon + 2\varepsilon(\varepsilon - 1)^2\right]$$
(II.42)

et

$$B(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^2}{\sqrt{\varepsilon+1}} \left[ \operatorname{arcsh}(\sqrt{\varepsilon}) - \operatorname{arcsh}(1/\sqrt{\varepsilon}) \right]$$
(II.43)

Nous remarquerons que le potentiel d'interaction est le produit du potentiel de Casimir-Polder[62] pour une paroi métallique,  $-K_4/z^4$ , par un terme correctif  $\phi(\varepsilon)(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)$  dépendant de la constante diélectrique. Nous retrouvons bien le calcul pour une paroi métallique lorsque  $\varepsilon$  tend vers l'infini puisque le terme  $\phi(\varepsilon)(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)$  tend vers 1.

De plus pour un indice compris entre 1 et 2 (cas de la plupart des verres habituels), la fonction  $\phi(\varepsilon)$  est pratiquement constante, et égale à 0,77 (elle change de moins de 1%). Le potentiel d'interaction à grande distance varie donc avec  $\varepsilon$  comme ( $\varepsilon - 1$ ) / ( $\varepsilon + 1$ ), de même que pour le calcul à courte distance.

A.N. Pour un diélectrique d'indice n = 1,869, on obtient  $\phi = 0,767$ . La valeur de la polarisabilité statique pour un atome de Rb est donnée dans la réf.[82] en unités atomiques, nous en déduisons  $\alpha_0 = 4\pi \times 319, 2 a_0^3$  en unités S.I.. Le potentiel à grande distance s'écrit alors (avec les mêmes unités réduites que pour le potentiel à courte distance):

$$U_{Q.E.D.}(z \gg \lambda/2\pi) = U_{C.P.} = \hbar\Gamma \left( -\frac{3\alpha_0 c k_0^4}{32\pi^2 \Gamma} \phi \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \right) \frac{1}{(k_0 z)^4}$$
(II.44)  
=  $-\frac{0,082}{(k_0 z)^4} \hbar\Gamma$ 

Si nous comparons ce résultat à celui obtenu à courte distance (cf. éq(II.25)), nous constatons que les deux potentiels sont voisins pour  $k_0 z = 1$ . Nous allons maintenant indiquer une méthode pour les raccorder dans la zone intermédiaire.

#### 2.5. Distances intermédiaires : approximation par une seule résonance

Nous verrons dans le paragraphe suivant (II-3) que le domaine des z intermédiaires, ni très petits ni très grands devant  $\lambda/2\pi$ , nous intéresse. Malheureusement, dans cette zone, il faut en principe connaître la fonction  $\alpha(\omega)$  pour toutes les fréquences et intégrer numériquement l'équation (II.29). Dans le calcul à courte distance ( $z \ll \lambda/2\pi$ ), nous avons pris en compte toutes les transitions dans l'expression de  $\alpha(\omega)$ , mais nous avons négligé les termes de propagation. Dans le calcul à grande distance ( $z \gg \lambda/2\pi$ ), nous avons négligé les variations de  $\alpha$  avec la fréquence, mais nous avons pris en compte les effets de propagation. Dans cette partie nous allons tenir compte de la propagation et de la dépendance de  $\alpha$  avec la fréquence, mais de façon simplifiée. Pour cela, nous ne considérons qu'une seule transition (cf. réf.[70] bis), soit une variation de  $\alpha$  proportionnelle à  $1/(\omega_a^2 - \omega^2)$ , tout en conservant la même polarisabilité statique à basse fréquence ( $\alpha(0) = \alpha_0$ ). La polarisabilité s'écrit alors sous la forme :

$$\alpha(\omega) = \alpha_0 \frac{\omega_a^2}{\omega_a^2 - \omega^2} \tag{II.45}$$

Ceci revient à privilégier la première transition ( $5P \rightarrow 5S$ ), mais cette approximation est raisonnable car nous avons vu que *la première transition domine la polarisabilité de l'atome* dans le cas des alcalins. Les raies  $D_1$  et  $D_2$  étant proches (écart des fréquences inférieur à 2%), on peut tout aussi bien utiliser la raie  $D_1$ , la raie  $D_2$  ou leur barycentre, nous avons choisi la raie  $D_2$  (de fréquence de transition  $\omega_a$ ) pour faciliter la comparaison avec les expériences.

Nous pouvons alors déterminer la valeur du potentiel d'interaction  $U_{Q.E.D.}$  entre l'atome et la paroi diélectrique dans l'approximation d'une transition unique en utilisant les éq.(II.29) et (II.45) et en faisant le changement de variable  $x = \xi/\omega_a$ :

$$U_{Q.E.D.}(z) = -\hbar\Gamma \frac{\alpha_0 \omega_a}{8\pi^2} \frac{k_0^3}{\Gamma} \int_0^\infty dx x^3 \frac{1}{1+x^2} \int_1^\infty dp H(p) \ e^{-2pxk_0 z}$$
(II.46)

où la fonction H a été définie à l'éq.(II.28) et où le vecteur d'onde dans le vide  $k_0$  est celui de la transition  $D_2$ . Pour ce potentiel, il n'est pas possible d'obtenir d'expression analytique, mais il est possible d'intégrer numériquement l'éq.(II.46) en supposant à nouveau que  $\varepsilon$  est constant lors de l'intégration.

Nous pouvons vérifier la validité de l'éq.(II.46) dans le domaine des courtes distances ( $z \ll \lambda/2\pi$ ). Dans l'expression (II.46) nous faisons l'approximation des faibles distances (de manière similaire au paragraphe II-2.3.), et nous obtenons un potentiel de la même forme que l'éq.(II.24) en  $A_{Q.E.D}/z^3$ , où le coefficient  $A_{Q.E.D}$  vaut en unité réduite :

$$A_{Q.E.D} = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{\alpha_0 \omega_a}{32\pi} \frac{k_0^3}{\Gamma}$$
(II.47)

A.N. Si nous calculons la valeur de ce coefficient avec la même paroi diélectrique d'indice n = 1,869, nous obtenons alors  $A_{Q.E.D} = 0,112$ , soit pratiquement le même résultat que pour le calcul dans l'approximation de Lennard-Jones :  $A_{L.J.} = 0,113$ .

L'expression approchée du potentiel de van der Waals aux distances intermédiaires, ne prenant en compte que la transition atomique prépondérante (éq.(II.46)), est donc valable par construction à grande distance  $z \gg \lambda/2\pi$  (cf. éq.(II.45)), mais également à courte distance  $z \ll \lambda/2\pi$ . Nous utiliserons ce calcul du potentiel de van der Waals dans la suite du manuscrit, et nous le notons  $U_{Q.E.D.}$  sans faire la distinction avec l'expression sans approximation (II.28).



Figure II-2: Potentiels de van der Waals, entre un atome de Rb dans l'état fondamental et une paroi diélectrique (d'indice n = 1,869), calculés avec trois approximations différentes :  $U_{L,J.}$ (approximation des courtes distances) en trait avec grands tirets ; $U_{C.P.}$  (approximation des grandes distances) en trait pointillé ;  $U_{Q.E.D.}$  (valable à toute distance dans l'approximation d'une transition) en trait plein. L'échelle des abscisses est en unités de  $\lambda/2\pi = 124$  nm, ou  $\lambda$  correspond à la transition résonnante ( $D_2$ ) utilisée dans la troisième approximation. La courbe (c) représente les potentiels en échelle logarithmique.

Nous avons représenté sur la fig.(II-2) les résultats des trois calculs du potentiel de van der Waals. Nous pouvons remarquer que les deux approximations  $z \ll \lambda/2\pi$  et  $z \gg \lambda/2\pi$  conduisent à surestimer le potentiel de van der Waals (en valeur absolue). L'expression (II.46) ayant l'inconvénient de ne pas être analytique, il est intéressant de regarder dans quelles zones les deux autres approximations ( $z \ll \lambda/2\pi$  et  $z \gg \lambda/2\pi$ ) sont valables. Nous avons tracé sur la fig.(II-3) le rapport du potentiel donné par l'éq.(II.46) par ceux obtenus dans les cas limites  $z \ll \lambda/2\pi$  ( $U_{L.J.}$ ) et  $z \gg \lambda/2\pi$  ( $U_{C.P.}$ ).



Figure II-3 : Facteurs correctifs pour les calculs du potentiel de van der Waals en fonction de la distance au diélectrique. Les courbes représentent le rapport entre l'expression  $U_{Q.E.D.}$ , valable à toute distance en ne prenant en compte que la première transition (éq.(II.46)), et les potentiels calculés respectivement avec l'approximation des courtes distances  $U_{L.J.}$  (trait plein) et l'approximation des grandes distances  $U_{C.P.}$  (trait avec grands tirets). Nous avons représenté les mêmes courbes avec deux échelles différentes en abscisses.

Nous voyons sur la fig.(II-3) que le potentiel  $U_{L.J.}$  donné par l'approximation à courte distance est valable à 20% près pour des distances  $z < 0, 21 \lambda/2\pi$  (26 nm) et que le potentiel  $U_{C.P.}$  donné par l'approximation des grandes distances devient valable pour  $z > 1, 82 \lambda/2\pi$  (226 nm). Nous verrons, dans la partie qui suit, que la zone qui nous intéresse, pour la réflexion d'atomes, est justement comprise entre ces deux valeurs. C'est pourquoi l'expression (II.46), bien que plus compliquée, s'avère très utile. En pratique, nous avons utilisé comme facteur correctif  $U_{Q.E.D.}/U_{L.J.}$  la courbe d'équation :

$$\frac{U_{Q.E.D.}}{U_{L.J.}} = 0,987 \left( \frac{1}{1+1,098 \ z} - \frac{0,00493 \ z}{1+0,00987 \ z^3 - 0,00064 \ z^4} \right)$$
(II.48)

qui approche le calcul numérique à mieux que 0,6% pour des distances au prisme comprises entre 0 et 10  $\lambda/2\pi$ .

#### 3. Potentiel réflecteur total

Remarque : Pour améliorer encore le calcul de l'interaction de van der Waals, on pourrait utiliser une expression de la polarisabilité de l'atome plus complète que celle ne considérant que la transition principale. Nous pourrions par exemple séparer les contributions des raies  $D_1$  et  $D_2$ , puis ensuite ajouter les transitions suivantes (pour lesquelles des mesures spectroscopiques disponibles nous donnent tous les éléments nécessaires pour calculer leurs contributions). Mais nous verrons dans le chapitre IV qu'il n'est pas nécessaire de faire les calculs avec une telle précision pour les expériences de mesure de la force de van der Waals avec le miroir à atomes.

## 3. Potentiel réflecteur total

Nous avons calculé indépendamment le déplacement de l'état fondamental des atomes dû d'une part à l'interaction dipolaire avec l'onde évanescente (chapitre I) et d'autre part à l'interaction de van der Waals avec la paroi diélectrique dans le début de ce chapitre. Nous allons maintenant nous préoccuper du déplacement total du niveau fondamental résultant de ces deux interactions et de sa modification avec les caractéristiques de l'onde évanescente ; nous allons tout d'abord montrer la possibilité de les additionner indépendamment.

## 3.1. Interaction atome paroi en présence de l'onde évanescente

Notons premièrement que la modification du potentiel dipolaire résultant d'un changement de désaccord dû à l'interaction de van der Waals, est négligeable. En effet, nous verrons plus loin que les atomes ne s'approchent pas plus près de la paroi diélectrique que 0,  $36 \lambda/2\pi$ : à cette distance le potentiel de van der Waals vaut 1,7  $\hbar\Gamma$ , et son effet peut donc être négligé sur le désaccord, qui est supérieur ou égal à 510  $\Gamma$  (3 GHz).

En revanche, on pourrait penser que l'interaction entre le dipôle oscillant induit par l'onde évanescente et son image dans la paroi donne une énergie d'interaction qui modifie le potentiel de van der Waals. Nous allons voir que cette modification est également négligeable.

Pour savoir si nous pouvons négliger le dipôle induit dans le calcul de van der Waals, nous pouvons, dans le calcul à courte distance<sup>10</sup>, comparer les contributions relatives du dipôle induit par l'onde évanescente et des fluctuations quantiques du dipôle. Nous allons conserver la notation  $U_{L.J.}$  pour le potentiel dû aux fluctuations du dipôle et nous utiliserons  $U_{ind.}$  pour le potentiel dû au dipôle induit.

Pour simplifier le calcul, nous ne considérerons que la contribution de la première transition dans le potentiel  $U_{L.J.}$  (cf. éq.(II.19)), et nous supposons l'onde évanescente polarisée TE pour le calcul de  $U_{ind.}$  (cf. éq.(II.8)), le dipôle induit n'a alors qu'une composante parallèle à la surface (suivant l'axe Oy)  $|\mathbf{d}_{ind.}|_{//}^2 + 2|\mathbf{d}_{ind.}|_{\perp}^2 = |\mathbf{d}_{ind.}|_{//}^2 = 2|\mathcal{D}_{ind.}|^2$ . Le rapport des modules des deux potentiels vaut alors :

$$\frac{U_{ind.}\left(z\right)}{U_{L.J.}\left(z\right)} \approx \frac{2\left|\mathcal{D}_{ind.}\right|^{2}}{4\left|\langle f\right| D_{z} \left|e_{1}\rangle\right|^{2}} \tag{II.49}$$

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Nous verrons que le potentiel de van der Waals joue un rôle important pour les atomes réfléchis près du maximum du potentiel réflecteur total (cf. paragraphe suivant). Dans nos expériences, la distance à la paroi diélectrique est alors de  $z \simeq 0,36\lambda/2\pi$ , pour laquelle le potentiel dans l'approximation des courtes distances  $U_{L.J.}$  est peu différent du potentiel  $U_{Q.E.D.}$  ( $U_{Q.E.D.} = 0,7U_{L.J.}$ , cf.fig.(II-3)). On peut donc utiliser le potentiel  $U_{L.J.}$  pour vérifier que la contribution du dipôle induit est négligeable.

Nous pouvons exprimer le module du dipôle induit en fonction du champ dans l'onde évanescente et de la fréquence  $\omega$  à l'aide des l'expressions (II.26) et (II.27):

$$\left|\mathcal{D}_{ind.}\right| = \varepsilon_0 \alpha\left(\omega\right) \left|\mathcal{E}_{ev}\right| = \frac{2}{\hbar} C \left|\langle f | D_y | e_1 \rangle\right|^2 \frac{\omega_a}{\left|\omega_a^2 - \omega^2 - i\Gamma_{f,e}\omega_e\right|} \left|\mathcal{E}_{ev}\right| \tag{II.50}$$

où le coefficient C vaut 2/3 pour une onde TE et pour la transition  $D_2$  (cf. expression(II.14)). Nous pouvons alors remplacer l'expression du module du dipôle induit dans l'expression (II.49), le rapport des deux potentiels vaut alors :

$$\frac{U_{ind.}\left(z\right)}{U_{L.J.}\left(z\right)} \approx 2C^{2} \frac{\omega_{a}^{2}}{\left(\omega_{a}^{2} - \omega^{2} - i\Gamma\omega_{a}\right)^{2}} \frac{\left|\left\langle f \left| D_{y} \left| e_{1} \right\rangle\right|^{2} \left| \mathcal{E}_{ev} \right|^{2}}{\hbar^{2}}$$
(II.51)

Au voisinage de la fréquence de résonance (désaccord  $\delta \ll \omega$ ) et pour  $\delta \gg \Gamma$ , nous avons :

$$\omega_a^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega_a = (\omega_a - \omega)(\omega_a + \omega) - i\Gamma\omega_a \approx -2\omega_a\delta - i\Gamma\omega_a \approx -2\omega_a\delta \qquad (\text{II.52})$$

En exprimant la fréquence de Rabi (cf. éq.(I.50))  $\Omega^2 = 4C |\langle f | D_y | e_1 \rangle|^2 |\mathcal{E}_{ev}|^2 / \hbar^2$ , nous obtenons :

$$\frac{|U_{ind.}(z)|}{|U_{L.J.}(z)|} \approx \frac{1}{12} \left(\frac{\Omega}{\delta}\right)^2 \approx \frac{s}{6} \approx \frac{1}{3} \frac{\Lambda}{\delta}$$
(II.53)

Le potentiel d'interaction de van der Waals dû au dipôle induit est négligeable si  $(\Omega/\delta)^2 \ll 12$ , donc si le désaccord à résonance est grand devant la fréquence de Rabi. Nous verrons par la suite que cette condition est toujours vérifiée. Dans toutes nos expériences, les atomes voient un potentiel lumineux inférieur à  $7\hbar\Gamma$ ; soit pour un désaccord à résonance de 510 $\Gamma$  (une fréquence de Rabi de 120 $\Gamma$ ) nous obtenons  $\frac{1}{12} \left(\frac{\Omega}{\delta}\right)^2 < 0,5\%$ , ce qui est bien négligeable.

*Remarque*: Ce calcul a été effectué dans l'approximation d'une faible population dans l'état excité  $s \ll 1$ . Dans le cas contraire, il faudrait tenir compte d'une part de la saturation de la polarisabilité (voire par exemple réf.[45]), et d'autre part reprendre le calcul des fluctuations quantiques pour un atome dans une superposition de l'état fondamental et excité (cf. réf.[70] bis).

#### **3.2.** Forme du potentiel réflecteur total

On se place dans le régime où le potentiel réflecteur total  $U_{ref}$  peut s'écrire :

$$U_{ref} = U_{dip} + U_{vdw} \tag{II.54}$$

Nous avons représenté sur la fig.(II-4) le potentiel lumineux seul (trait plein) et le potentiel total résultant de la somme du potentiel lumineux et du potentiel de van der Waals, calculé avec chacune des trois approximations étudiées au début du chapitre : approximation des courtes distances (trait pointillé), approximation des grandes distances (trait mixte) et approximation des distances intermédiaires (trait plein gras).

La première constatation est que le potentiel réflecteur total présente un maximum pour une distance  $z_m > 0$ , alors que le potentiel dipolaire seul est maximal à la surface du prisme.

La seconde différence essentielle, lorsque nous prenons en compte l'interaction de van der Waals, est que le maximum du potentiel total  $U_{ref}(z_m)$  est beaucoup plus petit que le maximum du potentiel ne prenant en compte que l'interaction dipolaire  $U_{dip}(0)$ , ce qui était attendu étant donné que la force de van der Waals est attractive. Pour l'exemple représenté sur la fig.(II-4), c'est-à-dire pour un potentiel lumineux à la surface du prisme de 15,3  $\hbar\Gamma$ , le maximum



Figure II-4 : Energies potentielles, pour un atome de <sup>85</sup> Rb à proximité du prisme, calculées en prenant en compte le potentiel dipolaire seul (trait plein) ou le potentiel dipolaire et le potentiel de van der Waals calculé avec différents modèles : l'approximation des courtes distances (trait tiret), l'approximation des grandes distances (trait mixte) ou l'approximation des distances intermédiaires (trait plein gras). Nous avons utilisé les mêmes paramètres expérimentaux que précédemment, qui correspondent à ceux utilisés dans le chapitre IV pour la mesure de la force de van der Waals. Nous considérons un potentiel dipolaire de 15,  $3\hbar\Gamma$  à la surface du prisme, avec  $\kappa \simeq 1, 08k_0$  et  $\lambda/2\pi \simeq 124nm$  (cas TE de la fig.(I-7)), qui est celui des expériences TE du chapitre IV).

du potentiel total, calculé avec le potentiel de van der Waals  $U_{Q.E.D.}$  (éq.(II.46)), est de 5, 3  $\hbar\Gamma$ , soit 2, 9 fois plus faible.

Nous pouvons également constater, sur la fig.(II-4), que la distance minimum d'approche est de 0, 36  $\lambda/2\pi$  pour le potentiel total utilisant  $U_{Q.E.D.}$ . A cette distance, l'approche Lennard-Jones est insuffisante, et il faut tenir compte des corrections d'électrodynamique quantique.

Nous pouvons néanmoins remarquer que les différences entre les maxima des trois potentiels réflecteurs totaux se distinguent moins bien que les trois potentiels de van der Waals seuls à la même distance au prisme (cf. fig.(II-2) et (II-3) pour z compris entre 0, 36 et 0, 49  $\lambda/2\pi$ ). Ceci est lié d'une part à ce que le potentiel dipolaire domine les trois potentiels de van der Waals au niveau des maxima (le potentiel dipolaire est environ trois fois plus grand que les potentiels de van der Waals), et que donc les écarts relatifs diminuent. D'autre part si l'on augmente du potentiel de van der Waals, la baisse du maximum du potentiel total est limitée par le déplacement de la position  $z_m$  du maximum vers les z croissants, car le potentiel dipolaire décroît plus lentement que les potentiels de van der Waals à proximité du miroir.

## 3.3. Influence des paramètres de l'onde évanescente

#### a) Rôle du déplacement lumineux

Le potentiel dipolaire dépend de deux paramètres : sa valeur à la surface du prisme  $U_{dip}(0) = \hbar \Lambda_0$  et sa longueur de décroissance  $1/2\kappa$ . Nos expériences étant réalisées à  $\kappa$  fixé (nous avons utilisé ici  $\kappa = 1,08k_0$  comme dans l'expérience de la mesure de van der Waals au chapitre IV), le potentiel dipolaire ne dépend que du déplacement lumineux à la surface du prisme  $\Lambda_0$ , qui peut facilement être modifié en changeant l'intensité I et le désaccord  $\delta$  du faisceau laser incident. C'est pourquoi nous utiliserons  $\Lambda_0$  comme paramètre pour l'étude du potentiel réflecteur total (cf. fig.(II-5)).



Figure II-5 : Potentiel total ( $U_{ref} = U_{dip} + U_{Q.E.D.}$ ) pour différentes valeurs du déplacement lumineux à la surface du prisme ( $\Lambda_0 = \frac{1}{\hbar}U_{dip}(z=0) \propto I/\delta$ ) : 1 $\Gamma$ , 2 $\Gamma$ , 4 $\Gamma$ , 6 $\Gamma$ , 8 $\Gamma$ , 10 $\Gamma$ , 12 $\Gamma$ , 14 $\Gamma$ , 16 $\Gamma$ , 18 $\Gamma$ et 20 $\Gamma$ . Les autres paramètres sont les mêmes que pour la fig.(II-4).

Comme cela était prévisible, nous constatons que le maximum du potentiel total augmente avec  $\Lambda_0$ , mais sa position, et donc la distance minimale d'approche, varie également : elle décroît lorsque  $\Lambda_0$  augmente. C'est pourquoi la variation du maximum du potentiel en fonction de  $\Lambda_0$ n'est pas simple, car la valeur du potentiel de van der Waals au niveau du maximum change également. Nous allons donc étudier la variation du maximum du potentiel et sa position en fonction de  $\Lambda_0$ .

#### 3. Potentiel réflecteur total



#### b) Modification du maximum du potentiel réflecteur total

Figure II-6 : Maximum du potentiel total en fonction du maximum du potentiel dipolaire  $\hbar\Lambda_0$  (trait plein). Nous avons représenté en trait avec tirets la droite de pente 1 correspondant au cas où nous négligeons la force de van der Waals. Cette courbe correspond au cas d'un atome de <sup>85</sup>Rb sur un miroir à onde évanescente, dont la constante de décroissance du champ électrique est  $1/\kappa$ , avec  $\kappa = 1,08k_0$ .

Nous avons représenté sur la fig.(II-6) la variation du maximum du potentiel total en fonction du maximum du potentiel dipolaire, ce qui nous montre par quel facteur il faut multiplier l'intensité laser, ou diviser le désaccord, pour compenser l'effet de la force de van der Waals dans le miroir à atomes. Cette courbe nous permet donc d'obtenir la condition de réflexion des atomes (lorsque l'énergie incidente est égale au maximum du potentiel) en tenant compte de la force de van der Waals.

Pour des énergies incidentes très élevées, la courbe représentant la valeur du déplacement lumineux à la surface du prisme nécessaire pour réfléchir les atomes (trait plein) a pour asymptote la droite de pente 1 (trait avec tirets), alors que l'écart diverge pour des énergies incidentes très petites. Ceci peut se comprendre, car pour des énergies incidentes élevées nous avons besoin d'un potentiel dipolaire important, et comme le potentiel de van der Waals est constant, sa part dans le potentiel total baisse.

#### c) Distance minimale d'approche

La distance d'approche des atomes à la paroi diélectrique est un paramètre important. Nous avons donc représenté sur la fig.(II-7) la distance minimale d'approche en fonction de  $\Lambda_0$  et du maximum de la barrière de potentiel. Nous verrons que ce paramètre, évidemment important pour la mesure de la force de van der Waals, intervient également de façon significative dans les expériences de diffraction<sup>11</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Il peut également intervenir dans d'autres expériences. Par exemple, le signal de détection des atomes pendant leur passage dans l'onde évanescente [83] diminue si la distance au prisme augmente [84].



Figure II-7 : Variation de la position du maximum de la barrière de potentiel  $z_m$  en fonction du maximum du potentiel total et du déplacement lumineux à la surface du prisme  $\Lambda_0$ , avec les mêmes paramètres que pour la fig.(II-6).

#### 3.4. Profil laser gaussien

La prise en compte de la force de van der Waals fait perdre la propriété d'invariance du potentiel vu par les atomes d'énergie incidente fixée lorsque l'on change le déplacement lumineux, qui était une proporiété liée à la forme exponentielle. Donc, avec un faisceau laser de profil gaussien en intensité, *la forme du potentiel total varie suivant la position sur la tache laser* (cf. fig.(II-5)).

On pourrait croire qu'augmenter l'intensité du faisceau laser, pour éloigner le point de rebroussement de la trajectoire atomique du maximum de la barrière de potentiel, où l'effet de la force de van der Waals n'est plus négligeable, pourrait résoudre le problème. Mais en pratique, pour des faisceaux gaussiens, il y a toujours une couronne au bord du miroir effectif où l'effet de la force de van der Waals est important. Il faudrait alors soit limiter spatialement la distribution des atomes incidents sur le miroir, soit utiliser un faisceau laser à bord carré, par exemple en faisant l'image d'un diaphragme, positionné sur le parcours du faisceau, au niveau de la surface du prisme.

Cet effet peut être préjudiciable dans des expériences utilisant le déphasage lors de la réflexion, comme des expériences d'interférométrie[35]. Nous verrons dans le chapitre V que cet effet doit être pris en considération lors du calcul des probabilités de diffraction pour expliquer quantitativement les résultats expérimentaux.

Par contre cet effet n'est pas gênant pour la mesure de la force de van der Waals décrite au chapitre IV, car cette mesure n'est sensible qu'au maximum du potentiel et non à sa forme.

# 4. Effet tunnel et réflexion quantique

Compte tenu de l'interaction de van der Waals, le potentiel réflecteur se présente comme une barrière de largeur finie, ce qui conduit tout naturellement à envisager les possibilités d'effet tunnel ou de réflexion quantique au-dessus du sommet de la barrière. Classiquement, un atome d'énergie cinétique incidente  $E_{inc}$  qui arrive sur une barrière de potentiel de hauteur  $U_{\max}$  est réfléchi si son énergie incidente est inférieure à la barrière de potentiel et est transmis si elle y est supérieure. Mais si nous faisons un traitement quantique du problème, nous savons qu'il existe une probabilité de traverser la barrière de potentiel par effet tunnel même si  $E_{inc} < U_{\max}$ , et une probabilité de réflexion quantique même si  $E_{inc} > U_{\max}$  (cf. fig.(II-8)).

Le phénomène d'effet tunnel apparaît lorsque la largeur de la barrière de potentiel est de l'ordre de la longueur d'onde de Broglie. Dans nos expériences, les atomes arrivant avec une vitesse incidente de l'ordre de 0,5 m s<sup>-1</sup> (une longueur d'onde atomique de l'ordre de 0,1  $\lambda/2\pi$ ), l'effet tunnel devient important pour une énergie incidente de quelques pourcents inférieure à  $U_{\text{max}}$  (cf. fig.(II-8)) et n'est donc pas négligeable.

Nous voulons déterminer le coefficient de réflexion atomique  $R_{at}$  (ou le coefficient de transmission  $T_{at} = 1 - R_{at}$ ) pour des atomes ayant une énergie incidente proche de la valeur du sommet de la barrière de potentiel. Nous traiterons simultanément le cas de l'effet tunnel et de la réflexion quantique. Nous présenterons deux traitements différents :

- l'approximation du sommet de la barrière par un potentiel parabolique, ce qui conduit à une solution analytique simple,
- une méthode numérique d'intégration de l'équation de Schrödinger.



Figure II-8 : Lorsque l'énergie cinétique des atomes incidents sur la barrière de potentiel est proche du maximum du potentiel réflecteur total, l'atome peut être transmis par effet tunnel à travers la barrière ou réfléchi au-dessus du sommet de la barrière.

## 4.1. Barrière parabolique

Le calcul de la transmission à travers une barrière de potentiel peut être effectué de façon analytique pour certaines formes de barrières[85], et notamment pour une barrière parabolique, de forme :

$$U_{parab}(z) = U_{max} - \frac{1}{2}C(z - z_m)^2$$
(II.55)

où  $U_{\text{max}}$  est le maximum de la barrière de potentiel,  $z_m$  sa position, et C sa courbure. Dans ce cas, la probabilité de transmission  $T_{at}$  pour une particule de masse m et d'énergie incidente  $E_{inc}$  vaut [85] :

$$T_{at} = \frac{1}{1 + e^{2\pi \left(\frac{U_{\max} - \mathcal{E}_{inc}}{\hbar \sqrt{C/m}}\right)}}$$
(II.56)

Une méthode simple de calcul de la transmission atomique consiste donc à modéliser le sommet de notre barrière de potentiel par une fonction parabolique et à utiliser l'expression ( $\Pi$ .56).

Pour cela, nous avons utilisé la parabole osculatrice au sommet de la barrière de potentiel (cf. fig.(II-9)), dont la courbure C est donnée par la dérivée seconde du potentiel au sommet. Dans notre cas, pour un maximum de la barrière de potentiel de 5, 32  $\hbar\Gamma$ , nous obtenons  $\hbar\sqrt{C/m} \simeq 0,43 \ \hbar\Gamma$ . En reportant cette valeur dans l'éq. (II.56) on obtient le coefficient de transmission atomique en fonction de l'énergie incidente des atomes (cf. fig.(II-10)).

Comme prévu, la probabilité de transmission croît lorsque l'énergie incidente augmente. Elle est égale à 50% lorsque l'énergie incidente des atomes est juste égale à la hauteur de la barrière



Figure II-9 : Barrière de potentiel pour les mêmes paramètres que la fig.(II-4) (trait plein) et parabole osculatrice au sommet (tirets).



Figure II-10 : Probabilité de transmission de la barrière de potentiel d'une hauteur de 5,32  $\hbar\Gamma$ , en fonction de l'énergie incidente des atomes, dans l'approximation parabolique (trait plein). La courbe en tiret représente le résultat classique.

de potentiel, ce qui correspond bien au cas  $E_{inc} = U_{max}$  dans l'expression (II.56). Elle est symétrique par rapport au point de transmission 50%, ce qui est lié à l'utilisation d'un potentiel parabolique.

Pour des raisons pratiques, il est plus facile de changer la hauteur de potentiel (en changeant le potentiel dipolaire) que l'énergie cinétique incidente. C'est pourquoi nous avons représenté sur la fig.(II-11) la transmission atomique en fonction de  $\Lambda_0$  (le potentiel lumineux à la surface du prisme) pour des atomes de <sup>85</sup>Rb d'énergie incidente 5, 32  $\hbar\Gamma$ , ce qui correspond aux conditions expérimentales de la mesure de la force de van der Waals (chapitre IV). Pour chaque valeur du potentiel dipolaire, nous avons calculé la courbure C, puis la transmission de la barrière à l'aide de l'expression (II.56).





Enfin, nous constatons que la variation de  $\Lambda_0$  pour passer d'une probabilité de transmission de 10% à 90%, est de 0, 66  $\hbar\Gamma$  soit 4, 3%. La prise en compte de cet effet dans le cas des expériences que nous avons faites pour mesurer la force de van der Waals est présentée au chapitre IV sur la fig.(IV-7). Cette valeur, bien que relativement faible, pourrait être mesurée expérimentalement.

### 4.2. Résolution numérique de l'équation de Schrödinger

Pour tester la validité de l'approximation parabolique du sommet de la barrière de potentiel, nous avons également effectué une résolution numérique de l'équation de Schrödinger, qui nous donne accès à la fonction d'onde atomique : nous pouvons calculer l'amplitude de l'onde atomique qui se dirige vers le miroir et de celle qui est réfléchie. Il suffit ensuite de faire le rapport du module carré des amplitudes pour obtenir le coefficient de réflexion atomique. Ce calcul est fondé sur la résolution de l'équation de Schrödinger à une dimension qui s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Phi''(z) + U_{ref}(z)\Phi(z) = E_i\Phi(z)$$
(II.57)

où  $\Phi(z)$  est la fonction d'onde atomique et  $U_{ref}(z)$  le potentiel réflecteur total.



Figure II-12 : Principe du calcul du coefficient de réflexion atomique sur la barrière de potentiel. Nous avons représenté le potentiel total pour un déplacement lumineux à la surface du prisme de 15,3  $\Gamma$ , avec une constante de décroissance du champ électrique de  $1/\kappa$ , avec  $\kappa = 1,08k_0$ . Les points A et B sont pris arbitrairement, avec pour seule condition que  $E_{inc} > U_{ref}(A)$  et  $U_{ref}(B)$ , et le point C tel que z(C) < z(B).

Le calcul du coefficient de réflexion atomique s'effectue en quatre étapes (cf. fig.(II-12)) :

- utilisation d'une fonction d'onde obtenue par la méthode B.K.W.[86] qui se propage dans le sens des z décroissants dans la zone I ( $z < 0, 2 \lambda/2\pi$ ) et utilisant le fait que l'énergie de l'atome vaut  $E_{inc}$ ,
- intégration numérique de l'équation de Schrödinger dans la zone II (du point A au point C), en raccordant la fonction d'onde et sa dérivée aux valeurs calculées au point A par la méthode B.K.W.,
- calcul des deux fonctions B.K.W. (se propageant vers les z croissants et décroissants)

solutions de l'équation de Schrödinger dans la zone III (entre le point B et l'infini), avec une énergie de  $E_{inc}$ . On raccorde les fonctions d'ondes et leurs dérivées entre les zones II et III. En fait, pour des raisons numériques, nous ajustons la solution numérique de la zone II par une combinaison linéaire des deux fonctions B.K.W. (avec des paramètres complexes) obtenues dans la zone III,

 calcul du coefficient de réflexion atomique, qui est égal au rapport du module carré de l'onde réfléchie (se propageant dans le sens des z croissants) par celui de l'onde incidente (se propageant dans le sens des z décroissants)<sup>12</sup>.

Les points A et B sont choisis de manière à ce que, pour les paramètres du déplacement lumineux qui nous intéressent, les points de rebroussement classique de la trajectoire atomique se situent entre les points A et B ( $E_{inc} \gg U_{ref}(A)$  et  $U_{ref}(B)$ ), et que par conséquent les conditions de validités de l'approximation B.K.W.[86] soient toujours vérifiées (pour plus de détails voir réf.[87]).



Figure II-13 : Transmission de la barrière de potentiel en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme, pour des atomes d'énergie incidente 5,32  $\hbar\Gamma$  et une constante de décroissance du champ électrique  $1/(1,08k_0)$ . Nous avons représenté les transmissions calculées par l'approximation parabolique (trait plein) et par intégration numérique de l'équation de Schrödinger (tiret).

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Le calcul du coefficient de transmission est plus délicat, il faut également tenir compte du fait que le rapport des flux n'est alors plus égal au rapport des carrés des modules des fonctions d'onde.

#### 4. Effet tunnel et réflexion quantique

Nous avons tracé sur la fig.(II-13) les probabilités de transmission obtenues par l'approximation parabolique et par intégration numérique, nous constatons que les deux calculs donnent pratiquement le même résultat. L'approximation parabolique, plus simple, est donc justifiée pour le calcul de l'effet tunnel et de la réflexion quantique au sommet de la barrière de potentiel.

Nous avons également vérifié que l'approximation parabolique n'était pas seulement valable pour une énergie cinétique incidente des atomes de 5, 3  $\hbar\Gamma$  mais sur une large gamme d'énergie, au moins comprise entre  $10^{-3}$  et 100  $\hbar\Gamma$ .
# Chapitre III Montage expérimental



# 1. Description générale de l'expérience



Figure III-1 : Schéma de principe de l'expérience. Les atomes, issus du piège magnéto-optique, sont lâchés d'une hauteur h au-dessus du prisme, puis remontent après réflexion et retombent à nouveau. Ils passent trois fois au niveau de la sonde où ils peuvent être détectés en absorption ou par imagerie.

Pour réaliser les expériences de réflexion d'atomes décrites dans ce manuscrit, nous avons utilisé un dispositif expérimental dont le schéma est représenté par la fig.(III-1). Les expériences sont réalisées dans une enceinte à vide (cf. paragraphe III-2), et comportent trois phases : la phase de préparation des atomes, la phase de chute et de réflexion, et la phase de détection.

L'ensemble de ces trois phases constitue une séquence temporelle d'environ 2, 2 s (cf. fig.(III-2)), qui est répétée de façon à moyenner les signaux. Nous utilisons un ordinateur pour contrôler l'ensemble des opérations à effectuer dans une séquence, et qui permet, si nécessaire, de les modifier facilement.



Figure III-2 : Séquence temporelle utilisée pour l'étude de la réflexion d'atomes.

La première phase de la séquence est la phase de préparation des atomes, et sera développée dans le paragraphe III-3. Elle est basée sur l'utilisation d'un piège magnéto-optique de <sup>85</sup>Rb, et comporte également trois parties. Le piège est chargé pendant 2 s à l'aide d'un jet ralenti par une méthode de balayage de fréquence, ce qui se termine lorsque nous coupons le faisceau ralentisseur. Nous effectuons ensuite une phase de compression du nuage atomique, en réduisant la saturation des faisceaux pièges pendant 10 ms, puis nous coupons le champ magnétique pour effectuer une phase de refroidissement pendant 5 ms. La phase de préparation des atomes se termine lorsque nous coupons les faisceaux pièges.

La seconde phase de la séquence comprend la chute des atomes vers le miroir à atomes et leur réflexion. Le temps de chute dépend de la hauteur h entre le piège et le prisme : il est déterminé expérimentalement et est compris entre 50 et 60 ms. Le miroir à atomes est réalisé à l'aide d'un laser saphir dopé titane (cf. paragraphe III-4), qui est effectivement appliqué pendant une durée de 20 ms, centrée sur l'arrivée du maximum de la distribution atomique sur le prisme.

La détection des atomes est réalisée par l'application d'un faisceau laser sonde quasi-résonnant. On a accès soit à l'absorption de la sonde lors du passage des atomes, soit à leur fluorescence, dont on fait l'image sur une caméra CCD. La durée et la position temporelle dans la séquence sont variables suivant la position de la sonde (distance *d* en-dessous du piège). On peut choisir de détecter les atomes à la remontée suivant la réflexion, ou à la "rechute". Les détails concernant la détection sont présentés dans le paragraphe III-5.

# 2. Description de l'enceinte d'expérimentation

L'ensemble de l'expérience se passe dans une enceinte, où le vide est suffisant pour éviter la perte d'atomes par collisions avec le gaz résiduel. Nous allons donner dans ce paragraphe d'une part les caractéristiques de notre système à vide, et d'autre part la position relative des différents faisceaux dans l'enceinte, et par rapport au piège.

## 2.1. L'enceinte à vide



Figure III-3 : Schéma de principe des parties four et jet de l'enceinte à vide.

L'enceinte à vide est divisée en trois parties : le four, le jet et la chambre d'expérimentation. Le four contient une ampoule de Rubidium chauffée à  $170^{\circ}$ C, où la pression de vapeur est de  $10^{-2}$  hPa.

La partie jet est séparée du four par un ensemble de microcapillaires. Ce système permet de collimater le jet d'atomes, et donc d'obtenir un flux d'atomes important sur l'axe. Le jet est pompé en permanence par une pompe turbomoléculaire de  $240 \ I \ s^{-1}$ , elle-même raccordée à une pompe primaire de 4 l s<sup>-1</sup>. De plus, lorsque le four est chauffé, nous utilisons un cryostat refroidi à l'azote liquide (77 K), qui est connecté à un écran. La pression dans la partie jet, en aval de l'écran froid, est mesurée à l'aide d'une jauge de type "penning" et est environ de  $2 \times 10^{-7}$  hPa (cf. fig.(III-3)).

La chambre d'expérimentation est séparée du jet par un diaphragme de 5 mm de diamètre, permettant à la fois de collimater le jet d'atomes de Rb et d'effectuer un pompage différentiel entre le jet et l'enceinte ultra-vide. Celle-ci est pompée par deux pompes : une pompe "getter" et une pompe ionique. La pompe "getter" est une pompe chimique très efficace pour presque tous les gaz résiduels (avec une vitesse de pompage variant de 200 l s<sup>-1</sup> à 800 l s<sup>-1</sup> suivant les espèces chimiques) mais qui pompe très mal les gaz rares, notamment l'argon dans notre cas. C'est pourquoi il est nécessaire de disposer d'une pompe ionique qui, bien que sa vitesse de pompage ne soit que de 30 l s<sup>-1</sup>, permet d'éliminer les gaz rares. Nous utilisons le courant de fonctionnement de cette pompe ionique pour contrôler la qualité du vide à l'intérieur de cette partie de l'enceinte : le courant typique est de 3  $\mu$ A, ce qui correspond à une pression au niveau de la pompe d'environ  $10^{-9}$  hPa, mais la pression au centre de l'enceinte est probablement plus élevée.



Figure III-4 : Schéma de l'enceinte ultra-vide.

#### 2. Description de l'enceinte d'expérimentation

La mise sous vide est réalisée en utilisant d'abord la pompe primaire et la pompe turbomoléculaire, puis les pompes "getter" et ionique lorsque la pression dans l'enceinte d'expérimentation passe en-dessous de  $10^{-6}$  hPa. Après une remise à la pression atmosphérique de la chambre d'expérience de courte durée (quelques heures), il faut environ deux jours de pompage (sans étuver) pour recommencer à travailler avec une pression d'environ  $3 \times 10^{-9}$  hPa au niveau de la pompe ionique (soit  $10 \ \mu$ A).

Des vannes électro-pneumatiques sont disposées respectivement entre le four et le jet, entre le jet et l'enceinte ultra-vide, et entre l'enceinte ultra-vide et la pompe "getter". Ces vannes se ferment en cas de coupure de courant, ou si la pression mesurée par la jauge "penning" dépasse  $10^{-6}$  hPa, de façon à protéger le four, l'enceinte ultra-vide et la pompe getter. Elles permettent également de séparer les différentes parties lors des remises à la pression atmosphérique.

## 2.2. Positions relatives des atomes et des faisceaux

Nous avons représenté sur les fig.(III-5) et (III-6) des coupes de l'enceinte d'expérimentation, qui passent par le centre du piège et correspondent au plan z = 0 (fig.(III-5)), x = 0 (fig.(II-6.a)) et y = 0 (fig.(II-6.b)). Nous avons indiqué les directions de propagation des différents faisceaux, les positions du piège, des bobines du piège, du prisme et des détecteurs (photodiode et caméra CCD). Les faisceaux lasers entrent par des fenêtres traitées anti-reflet. Nous avons représenté :

- le faisceau laser ralentisseur, se propageant dans la direction (0,1,0), et contrepropageant au jet d'atomes,
- les trois paires de faisceaux piège, incidents suivant les directions (1,1,0), (1,-1,0) et (0,-1,1) et rétroréf léchis, qui se coupent au centre du piège,
- le faisceau sonde, arrivant dans l'enceinte avec la direction (-1,0,0) ou (-1,1,0), qui est rétroréfléchi,
- le faisceau laser titane saphir, utilisé pour réfléchir les atomes, qui pénètre dans l'enceinte avec la direction voisine de (1,0,1), subit une réflexion totale interne dans le prisme et ressort avec la direction symétrique proche de (1,0,-1).

Le support du prisme permet de régler sa position en translation suivant la direction Oz et en rotation autour des axes Ox et Oy. La sonde peut également être réglée en translation entre z = 0 et z = -11 mm (plage limitée par les bobines du piège). Enfin la translation de la caméra CCD permet de faire l'image de la fluorescence des atomes dans le piège ou dans la sonde.



Figure III-5 : Vue de dessus de l'enceinte d'expérimentation avec la position des différents faisceaux utilisés pour piéger ou détecter les atomes. Nous n'avons représenté que les faisceaux dans le plan de coupe(z = 0), sauf le faisceau sonde qui est représenté alors qu'il est en-dessous du plan de coupe. Nous avons représenté deux faisceaux sonde qui correspondent aux deux possibilités utilisées lors des expériences décrites dans le manuscrit.



Figure III-6 : Coupes latérales de l'enceinte d'expérimentation.

# 3. Préparation des atomes froids

Notre source d'atomes froids est *un piège magnéto-optique*, comme dans la plupart des expériences d'optique atomique. Nous allons détailler dans cette partie le dispositif expérimental que nous avons employé, et les principales caractéristiques de notre source, notamment le nombre d'atomes, et la distribution en vitesse et en position du nuage atomique à la fin de la phase de préparation.

## 3.1. Ralentissement

Nous chauffons du Rubidium à environ 170°C (T = 443 K), ce qui donne une pression de vapeur saturante de Rb dans le four d'environ  $10^{-2}$  hPa. La vitesse la plus probable  $v_m$ des atomes à la sortie du four pour un jet effusif vaut [88] :  $v_m = \sqrt{2k_BT/m} \simeq 290$  m s<sup>-1</sup>, où  $k_B$ est la constante de Boltzmann et m la masse de l'atome. Pour que ces atomes soient capturés dans le piège magnéto-optique, il faut les ralentir. Nous utilisons la *force de pression de radiation* d'un faisceau laser dirigé dans la direction opposée à celle du jet atomique (fig.(III-5) et (III-6)). Pour compenser le décalage Doppler dû à la vitesse des atomes, nous utilisons la méthode *de glissement de fréquence* ("chirping" en anglais)[89] : la fréquence du laser ralentisseur est balayée pour rester en permanence en résonance avec la transition atomique. Le désaccord Doppler (différence entre la fréquence laser et la fréquence vue par les atomes) correspondant à la vitesse la plus probable à la sortie du four vaut :

$$\frac{\delta\omega_D}{2\pi} = -\frac{v_m}{\lambda} \simeq -370 \text{ MHz}$$
(III.1)

où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la transition utilisée (ici 780 nm pour la raie  $D_2$ ).



Figure III-7 : Rampe de fréquence du laser ralentisseur.

Nous avons représenté sur la fig.(III-7) la modulation en dent de scie que nous avons utilisée. Elle a été déterminée en maximisant empiriquement le nombre d'atomes piégés, pour notre distance de ralentissement de 0,9 m (distance entre la sortie du four et le piège), et en utilisant

#### 3. Préparation des atomes froids

un faisceau laser ralentisseur dont l'intensité en son centre est de 140 mW cm<sup>-2</sup>, issu d'une diode laser de 50 mW (réf. SDL 5401-G1) de largeur spectrale 15 MHz environ et accordée sur la transition  $5S_{1/2}$ ,  $F_f = 3 \rightarrow 5P_{3/2}$ ,  $F_e = 4$  (raie  $D_2$  à 780 nm) du <sup>85</sup>Rb.

La décélération *a* des atomes est imposée par la vitesse de balayage de la rampe de fréquence et vaut :

$$a = \frac{\lambda (\delta \omega_{\min} - \delta \omega_{\max})}{2\pi t_r} \simeq 65 \times 10^3 \text{ m s}^{-2}$$
(III.2)

La force de pression de radiation conduisant à une décélération  $a = s/(1+s) \times (\hbar k/m) \times \Gamma/2$ , la saturation au niveau du point de fonctionnement du ralentissement vaut s = 1, 4, et le désaccord est donc de -23 MHz (cf. fig.(III-8)).



Figure III-8 : Point de fonctionnement du ralentissement.

L'interprétation quantitative de cette rampe optimale n'est pas aisée. Néanmoins, on peut comprendre que la valeur minimale du désaccord laser, qui correspond à un désaccord Doppler  $\delta\omega_D = \delta\omega_{\min} + 23 \simeq -22$  MHz, est suffisamment faible pour que les atomes arrêtent d'interagir avec le faisceau ralentisseur à une vitesse presque nulle (17 m s<sup>-1</sup>), et soient piégés. Le désaccord maximal (-600 MHz), supérieur au désaccord correspondant à la vitesse la plus probable, permet de ralentir également des atomes plus rapides. Enfin, l'optimum de la décélération n'est pas la décélération maximale car ce point de fonctionnement est instable[89] (cf. fig.(III-8)).

Bien que la transition utilisée pour le ralentissement soit fermée, la probabilité de retomber dans le sous-niveau fondamental  $F_f = 2$  n'est pas nulle. En effet, même si le laser est accordé sur la transition  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  (en réalité avec un désaccord de -23 MHz), la probabilité de passer dans l'état excité  $F_e = 3$  n'est pas nulle<sup>13</sup> (probabilité de 1/47 dans notre cas, compte tenu de l'intensité du faisceau ralentisseur, de sa polarisation linéaire<sup>14</sup> et du désaccord de 98 MHz par

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> L'utilisation d'une polarisation  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  par rapport à la direction de propagation du jet, ou d'une polarisation  $\pi$  par rapport à une direction orthogonale au jet, devrait permettre de réduire l'effet de pompage optique vers le niveau F = 2. Mais les contrôles du champ magnétique et de la polarisation ne sont pas suffisants.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Nous avons effectué une moyenne sur l'ensemble des sous-niveaux Zeeman en considérant une population

rapport à la transition vers l'état excité  $F_e = 3$ ). L'atome peut alors se désexciter spontanément vers le sous-niveau fondamental  $F_f = 2$ , qui est hors résonance car la séparation des sousniveaux fondamentaux est de 3 GHz: les atomes sont alors perdus.



Figure III-9 : Transitions utilisées pour le faisceau ralentisseur et son repompeur (flèches pleines). Les flèches en pointillés représentent les changements de niveau hyperfin fondamental par émission spontanée.

C'est pourquoi nous ajoutons un autre faisceau laser, lui aussi balayé en fréquence, qui est résonnant avec la transition  $5S_{1/2}$ ,  $F_f = 2 \rightarrow 5P_{1/2}$ ,  $F_e = 3$  (raie  $D_1$  à 795 nm). Ce laser repompe les atomes tombés dans le sous-niveau  $F_f = 2$ : ils sont excités vers le sous-niveau  $F_e = 3$ et peuvent à nouveau retomber sur  $F_f = 3$  et être ralentis (cf. fig. (III-9)). Nous appellerons ce laser le laser repompeur du ralentissement, et toutes ses autres caractéristiques, exceptée la fréquence, sont similaires à celles du laser ralentisseur. Nous avons utilisé un laser accordé sur la raie  $D_1$  car il y en avait un de disponible, mais la raie  $D_2$  ( $5S_{1/2}$ ,  $F_f = 2 \rightarrow 5P_{3/2}$ ,  $F_e = 3$ ) conviendrait aussi bien.

La rampe de fréquence des deux diodes est produite en appliquant une dent de scie sur leurs courants d'alimentation. Pour chaque laser, nous asservissons la fréquence correspondant à la fin de la rampe, qui est le paramètre le plus critique. La référence de fréquence est obtenue en utilisant l'absorption saturée d'une fraction du faisceau dans une cellule de Rb, et la rétroaction s'effectue également sur le courant de la diode. La fréquence de fin de la rampe du ralentisseur doit être réglée à mieux que 10 MHz (précision sur la fréquence centrale du laser), mais celle de fin de rampe du repompeur est moins critique : une précision de quelques dizaines de MHz est suffisante.

Le faisceau ralentisseur est dirigé dans la direction Oy (cf. fig.(III-6) et (III-10)), il passe audessus du piège pour que le ralentisseur ne perturbe pas le piège, mais le plus près possible afin qu'un maximum d'atomes soient capturés.

homogène sur les sept sous-niveaux.

#### 3. Préparation des atomes froids

## 3.2. Piège

Lorsque les atomes arrivent au centre de l'enceinte, ils sont piégés grâce à un piège magnétooptique[90] constitué par trois paires de faisceaux contrepropageants, de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$ , et un gradient de champ magnétique quadrupolaire.

## a) Schéma adopté

Nous verrons au paragraphe suivant (III-3.2.b) que le champ magnétique quadrupolaire a pour axe de symétrie Oz. Pour une configuration habituelle du piège magnéto-optique, il faudrait utiliser deux paires de faisceaux dans le plan orthogonal à Oz et une paire parallèle à Oz. Nous avons modifié cette configuration en tournant de 45° la troisième paire de faisceaux dans le plan yOz, pour l'orienter suivant la direction (0,-1,1) (cf. fig.(III-10)).



Figure III-10 : Configuration utilisée pour notre piège magnéto-optique. Les flèches représentent les directions de propagation des faisceaux lasers piège (trait plein). Les trois paires de faisceaux ont pour directions (1,1,0), (-1,1,0) et (0,-1,1), qui ne sont pas orthogonales entre elles. Les flèches en trait pointillé représentent la direction de propagation de la troisième paire de faisceau pour une configuration habituelle (direction (0,0,1)).

La polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$  de cette troisième paire de faisceaux est déduite par continuité de celle pour une configuration habituelle, c'est-à-dire que nous conservons la même hélicité pour chaque faisceau. En changeant la puissance respective des paires de faisceaux, nous avons constaté empiriquement que la fluorescence du piège était maximale pour une puissance de la troisième paire de faisceaux (0,-1,1) deux fois supérieure à celle pour chaque paire de faisceaux horizontale.

Nous avons utilisé cette configuration pour libérer la direction verticale, qui est utilisée d'une part par le prisme, et d'autre part par la caméra (cf. fig.(III-1) et (III-6)).

## b) Bobines



Figure III-11 : Coupe des bobines du piège magnéto-optique.

Le gradient de champ magnétique est créé par deux bobines, d'axe Oz, placées sous vide en configuration "anti-Helmholtz" (distance égale au diamètre pour chaque couple de spires mais avec des courants de sens opposé). Chaque bobine est constituée de neuf spires, de diamètres variant de 27 à 59 mm (cf. fig.(III-11)). Elles sont parcourues par un courant de 20 A, ce qui produit un gradient de champ magnétique de 20 G cm<sup>-1</sup>. Ces bobines sont en fait des tubes de cuivre creux, de diamètres intérieur 1 mm et extérieur 3 mm, permettant de faire circuler de l'eau à l'intérieur pour les refroidir.

## c) Faisceaux lasers piège

Le laser piège est mis en forme (rayon à  $1/e^2$  de l'ordre de 15 mm) et séparé en trois bras. La grande taille des faisceaux piège permet de capturer des atomes ralentis sur un grand volume, et donc d'avoir un chargement efficace du piège. L'intensité au centre des faisceaux est de 5 mW cm<sup>-2</sup> pour les faisceaux horizontaux et de 10 mW cm<sup>-2</sup> pour les faisceaux à 45°. Le laser est légèrement désaccordé en-dessous de la fréquence de la transition  $5S_{1/2}$ ,  $F_f = 3 \rightarrow 5P_{3/2}$ ,  $F_e = 4 \text{ du}^{85}\text{Rb}$  (raie  $D_2$ ). L'optimum empirique de la fluorescence du piège correspond à un désaccord  $\delta = \omega_L - \omega_a \text{ de } -1,7\Gamma$  ( $\omega_L/2\pi$  est la fréquence du laser et  $\Gamma/2\pi = 5,89$  MHz la largeur naturelle de la transition atomique). La saturation au centre du piège vaut alors s = 2 (cf. éq. (I.27)), en considérant une transition fermée avec  $I_s = 1, 6$  mW cm<sup>-2</sup> et en ajoutant indépendamment les six faisceaux.

Pour obtenir ces faisceaux, nous avons besoin d'une diode laser piège d'une puissance de l'ordre de 100 mW, et d'une largeur spectrale inférieure à  $\Gamma$ , ce qui n'est malheureusement pas disponible à 780 nm. Nous disposons d'une diode de 100 mW (réf. SDL 5412-H1), mais dont la largeur spectrale est de l'ordre de 15 MHz. Nous disposons également d'une diode laser D.B.R. (Distributed Bragg Reflector, réf. Yokogawa YL78XNW/S), dont la largeur spectrale est d'environ 1, 5 MHz mais la puissance de 5 mW. Nous utilisons alors la diode D.B.R. comme os-



Figure III-12 : Schéma du montage optique utilisé pour obtenir les faisceaux piège et repompeur, avec les fréquences et les tailles voulues. Signification des abréviations : C. : cube séparateur de polarisation, A.O. : acousto-optique, E.O. : électro-optique,  $\lambda/2$  : lame demi-onde et  $\lambda/4$  : lame quart d'onde.

cillateur maître que nous amplifions avec la diode SDL plus puissante (diode esclave) en utilisant un dispositif *d'injection optique* (fig.(III-12)). En absence d'injection, la diode de 100 mW fonctionne à 4 nm de la fréquence souhaitée. Malgré la différence importante de longueur d'onde, il existe des plages de fréquences où l'injection fonctionne très bien. Il s'agit probablement de fréquences pour lesquelles la longueur de la cavité du laser esclave est voisine d'un multiple de la longueur d'onde du laser maître. Ceci nous permet d'utiliser cette diode sans la chauffer à des températures pour laquelle sa durée de vie est très courte. Nous avons donc pu travailler ainsi et obtenir une diode délivrant 100 mW avec une largeur spectrale de 1,5 MHz.

L'asservissement de la fréquence est réalisé à l'aide d'un système de modulation et de détection à haute fréquence. Nous prélevons une petite partie du faisceau de la diode maître, et nous le modulons en phase à l'aide d'un électro-optique à 14 MHz. Nous réalisons ensuite une absorption saturée de ce faisceau laser à l'intérieur d'une cellule de Rubidium. Le signal d'erreur de l'asservissement est obtenu par démodulation du signal issu de la photodiode, il passe ensuite dans un circuit intégrateur avant d'être utilisé pour la contre réaction sur le courant de la diode D.B.R.. Nous utilisons le signal correspondant à un croisement de raie, dont le rapport signal à bruit est très bon. Ce croisement de raies (des transitions  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  et  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 2$ ) correspond à un désaccord  $\delta/2\pi = -92$  MHz à la transition  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$ . La fréquence est ensuite amenée à  $\delta/2\pi = -10$  MHz à l'aide de deux acousto-optiques (A.O.1 et A.O.2), qui décalent la fréquence respectivement de  $2 \times 86$  MHz et de -90 MHz (cf. fig.(III-12)).

L'utilisation d'un acousto-optique dans un système double passage (A.O.1) entre la diode maître et la diode esclave permet de changer la fréquence sans changer l'intensité de la diode esclave (le désaccord du laser piège peut ainsi être ajusté de +10 à -58 MHz). En effet le double passage permet de changer la fréquence sans perturber l'injection ni changer la direction du faisceau à la sortie de l'acousto-optique et donc de maintenir le réglage de l'injection (cf. fig.(III-12)). De plus, même si ce changement de fréquence s'accompagne d'une modification d'intensité du faisceau maître, celle-ci reste suffisante pour assurer l'injection.

## d) Faisceau repompeur

Comme pour le ralentissement (paragraphe III-2.1.), nous avons besoin pour le piégeage d'ajouter un laser pour repomper les atomes tombés dans le sous-niveau fondamental  $F_f =$ 2. Nous utilisons une diode laser (réf. Mitsubishi 64110N) d'une puissance de 30 mW, accordée sur la raie  $D_1$  et d'une largeur de raie 40 MHz environ. Le faisceau repompeur est superposé au faisceau piège à l'aide d'un cube séparateur de polarisation et de lames demiondes (fig.(III-12)). La polarisation des faisceaux repompeur est différente de celle des faisceaux piège (et même orthogonale), mais cela n'est pas un problème car les atomes interagissent beaucoup moins souvent avec le faisceau repompeur.

L'utilisation d'une diode laser sur la raie  $D_1$  est avantageuse. Premièrement, lorsque les faisceaux piège sont rétroréfléchis, une grande partie de la puissance du laser piège revient sur le repompeur et le perturbe. L'utilisation d'un repompeur décalé de 15 nm limite alors ces perturbations. Deuxièmement, l'utilisation de la raie  $D_1$  nous permet d'asservir plus facilement la fréquence du repompeur du piège, ce qui est une contrainte plus forte pour le piège que pour le ralentissement. En effet, la structure hyperfine de l'état excité de la raie  $D_1$  ne comporte que deux sous-niveaux, et cette structure est plus étalée que pour la raie  $D_2$  (la séparation entre les sous-niveaux de la structure hyperfine de l'état excité de la raie  $D_1$  est de 363 MHz). On n'obtient alors que trois courbes de dispersion au lieu de six (en prenant en compte

#### 3. Préparation des atomes froids

les croisements de niveaux) et elles sont plus espacées, ce qui nous permet de résoudre les différentes raies malgré l'utilisation d'une diode libre (40 MHz de largeur de raie).

Cette diode est asservie sur la transition  $F_f = 2 \rightarrow F_e = 3$  de la raie  $D_1$  avec une technique plus simple que pour la diode maître. Nous utilisons également une méthode d'absorption saturée et une rétroaction sur le courant de la diode, mais la modulation de fréquence (à 10 kHz) est appliquée sur le courant de la diode, puis le signal issu de la photodiode est démodulé par une détection synchrone. Contrairement à la méthode d'asservissement du laser piège (cf. paragraphe précédent), la modulation se retrouve sous forme de variation de fréquence sur le faisceau utile, mais ce n'est pas gênant dans le cas du repompeur.

## e) Nombre d'atomes piégés

#### Mesure du nombre d'atomes

Le nombre d'atomes dans le piège est estimé par la mesure de sa fluorescence. Une lentille (diamètre  $\phi = 38$  mm et focale 80 mm) placée à l'extérieur de l'enceinte à vide à une distance d = 362 mm du piège, permet de collecter la lumière de fluorescence sur une photodiode (cf. fig.(III-6)), avec un angle solide de détection  $\Omega_d$ :

$$\Omega_d \simeq \frac{\pi (\Phi/2)^2}{d^2} = 8,7 \times 10^{-3} \text{ sr}$$
 (III.3)

Nous avons vu au paragraphe précédent que la saturation au centre des faisceaux piège vaut s = 2. Comme le piège a un diamètre d'environ 2 mm (largeur totale à mi-hauteur), et donc beaucoup plus petit que la taille des faisceaux pièges (rayon de 15 mm à  $1/e^2$ ), nous pouvons négliger la variation de saturation sur l'ensemble du piège. De même la variation de la saturation du à l'inhomogénéité du champ magnétique peut également être négligée : la variation de la fréquence de résonance atomique par effet Zeeman est inférieure à 3 MHz au bord du piège. Si nous supposons que la fluorescence des atomes est isotrope, nous pouvons alors calculer la puissance rayonnée par atome, dans l'angle solide de détection :

$$P_{\Omega_d} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \hbar \omega \frac{\Omega_d}{4\pi} = 2, 2 \times 10^{-15} \text{ W at}^{-1}$$
(III.4)

Nous avons calibré la sensibilité de la photodiode (signal de sortie en volt)  $G = 4,8 \times 10^6$  V W<sup>-1</sup>. Nous obtenons typiquement sur notre photodiode une tension  $V_{at} = 5$  V, pour un temps de chargement très long du piège (la valeur varie entre 3 et 8 V). Nous pouvons facilement à partir de l'éq.(III.4) obtenir le nombre d'atomes dans le piège :

$$N_{at} = \frac{V_{pd}}{GP_{\Omega_d}} \simeq 10^8 \ V_{at} \simeq 5 \times 10^8 \ \text{at} \tag{III.5}$$

Ce chiffre est approximatif et sous-estime probablement légèrement la valeur réelle, car le calcul ci-dessus surestime le paramètre de saturation, pour plusieurs raisons :

• la transition utilisée est ouverte de sorte que l'intensité de saturation effective est supérieure à 1,6 mW cm<sup>-2</sup>. Il faudrait calculer le coefficient de Clebsch-Gordan moyen à utiliser, qui est inférieur à 1[91] : il vaut 1 pour un atome dans le sous-niveau  $F_f = 4$ ,  $M_F = +4$  interagissant avec de la lumière  $\sigma^+$  ou pour un atome dans le sous-niveau  $F_f = 4$ ,  $M_F = -4$ interagissant avec de la lumière  $\sigma^-$ , mais il est inférieur à 1 dans tous les autres cas,

 l'absorption des faisceaux piège n'est probablement pas négligeable, ce qui réduit l'intensité vue par les atomes au centre du piège.

Néanmoins, même si on a surestimé s par un facteur 2, s/(1+s) n'est modifié que de 30%, et l'estimation du nombre d'atomes piégés reste valable. Cette estimation est comparable aux résultats typiques d'autres groupes, et ce malgré l'utilisation non standard de trois paires de faisceaux dont les directions ne sont pas orthogonales entre elles.

#### Chargement et durée de vie du piège

Notons R le taux de remplissage du piège en nombre d'atomes par seconde et  $1/\tau$  le nombre moyen de collisions avec des atomes thermiques (nous négligeons les collisions entre atomes piégés). La variation du nombre d'atomes piégés ( $N_{at}$ ) par unité de temps s'écrit donc :

$$\frac{dN_{at}}{dt} = R - \frac{N_{at}}{\tau} \tag{III.6}$$

En régime permanent nous avons  $N_{at} = R\tau = N_{\text{max}}$  atomes dans le piège. Si nous coupons brutalement le ralentisseur (R = 0), nous avons une décroissance exponentielle du nombre d'atomes piégés de la forme :

$$N_{at}(t) = N_{\max} e^{-t/\tau} \tag{III.7}$$

Et si nous branchons brusquement le ralentissement, nous obtenons un chargement du piège de la forme :

$$N_{at}(t) = N_{\max}(1 - e^{-t/\tau})$$
 (III.8)

Nous obtenons donc un temps de chargement égal au temps de décroissance. Comme ces deux variations sont exponentielles, il est intéressant de les représenter en échelle logarithmique. Nous avons représenté sur la fig.(III-13) la décroissance de la tension de la photodiode  $V_{at}(t)$  qui mesure la fluorescence du piège lorsque nous coupons le faisceau ralentisseur, et la quantité  $V_{max} - V_{at}(t)$  lors du chargement, où  $V_{max}$  est la tension pour  $N_{max}$  atomes dans le piège.

D'après le modèle précédent, ces courbes devraient être deux droites en échelle logarithmique, avec même valeur maximale et même pente. Nous remarquons que la courbe correspondant au chargement est bien une droite en échelle logarithmique, correspondant à un temps de chargement caractéristique de 3,7 s. Par contre nous constatons que la décroissance du nombre d'atomes piégés n'est pas une exponentielle. Nous avons bien une décroissance initiale du piège avec une constante de temps de 3,9 s à peu près égale au temps de chargement, mais la décroissance devient plus rapide lorsque le nombre d'atomes diminue, et le temps caractéristique tend vers 1,6 s. Le fait que la constante de décroissance avec peu d'atomes soit plus faible que la constante de chargement est difficile à interpréter. Cela semble indiquer que les pertes augmentent lorsque le ralentissement est coupé. La compréhension de ces résultats nécessitera d'autres expériences complémentaires, par exemple en coupant l'alimentation du piège sans couper le faisceau ralentisseur (en fermant la vanne entre le four et le jet) ou en mesurant le chargement du piège à partir du faisceau thermique sans faisceau ralentisseur. Lors de nos expériences, nous chargeons le piège pendant 2 ou 3 s, ce qui nous permet d'obtenir un signal à la sortie de la photodiode typique de 2,5 V, ce qui correspond à 2,5 × 10<sup>8</sup> at.



Figure III-13 : (a) Croissance de la fluorescence du piège. Nous avons en fait représenté la quantité  $V_{\max} - V_{at}(t)$  pour obtenir une droite en échelle logarithmique. (b) Décroissance de la fluorescence du piège, qui devrait être une droite en échelle logarithmique.

La dimension du piège est relativement importante, de l'ordre de 2 mm (largeur totale à mi-hauteur), ce qui est trop élevé pour certaines expériences, notamment celle décrite au chapitre V. De plus, le piège est optimisé pour capturer le maximum d'atomes, mais pas pour avoir la température la plus froide. C'est pourquoi à la fin du chargement du piège, nous modifions les paramètres expérimentaux pour comprimer et refroidir le nuage. Ces phases sont de courte durée (15 ms au total) pendant laquelle nous pouvons négliger les pertes par collision avec le gaz résiduel.

## 3.3. Compression spatiale du nuage atomique

Si la densité du piège est élevée, sa taille est déterminée par des phénomènes de diffusion multiple de photons à l'intérieur du piège[92], car la probabilité qu'un photon de fluorescence émis par un atome piégé soit absorbé par un autre atome est importante. Les deux atomes ont alors échangé une quantité de mouvement  $\hbar k$ , ce qui provoque une force de répulsion entre eux. Pour réduire la taille du piège, il faut donc diminuer le nombre de photons diffusés par fluorescence, et donc le paramètre de saturation s. Mais si nous baissons trop le paramètre de saturation les atomes ne sont plus retenus dans le piège et sont perdus. Nous avons donc chercher empiriquement un compromis, entre nombre d'atomes et taille du paquet atomique, en jouant sur s et sur la durée de la phase de compression. Nous avons baissé le paramètre de saturation à  $3, 2 \times 10^{-2}$ , en réduisant de 60% l'intensité des faisceaux pièges (soit une intensité de 2 mW cm<sup>-2</sup> pour les faisceaux horizontaux et 4 mW cm<sup>-2</sup> pour le faisceau à 45°) et en augmentant le

désaccord à résonance à une valeur  $\delta/2\pi = -52$  MHz (soit  $-8,8\Gamma$ ). Le changement d'intensité est effectué à l'aide de l'acousto-optique A.O.2 (cf. fig.(III-12)) et le changement de fréquence à l'aide de l'acousto-optique A.O.1.



Figure III-14 : Exemples typiques de profils de la distribution spatiale des atomes dans le piège à la fin de la phase de compression. Les courbes en pointillés représentent des ajustements par des courbes de forme gaussienne, en utilisant l'ensemble des points. La présence des ailes non gaussiennes ne modifie pratiquement pas la forme de la courbe de meilleur ajustement. Si on ne tient pas compte des ailes sur le profil suivant l'axe Oy, mais en conservant la ligne de base, la largeur de la courbe de meilleur ajustement passe de 0,96 à 0,93 mm.

La mesure de la taille du nuage est effectuée juste après la fin de la phase de compression (au début de la phase de refroidissement). Nous faisons l'image de la lumière diffusée par les atomes (cf. fig.(III-6)) sur une caméra CCD pendant 1 ou 2 ms. La calibration de la caméra sera présentée dans la partie sur la détection (cf. paragraphe III-5.3.b page 117). Nous moyennons une vingtaine d'images, puis nous effectuons des profils suivant les axes Ox et Oy. Le piège est de forme gaussienne, avec une largeur totale à mi-hauteur typique de 0,75 à 0,95 mm, dans les deux directions. La taille varie légèrement au cours du temps, c'est pourquoi nous la mesurons chaque fois qu'elle est nécessaire à l'interprétation des données. Cette variation est notamment due à l'évolution de l'intensité dans les faisceaux pièges, à cause des déplacements des faisceaux par rapport au piège ou de la variation de puissance de la diode. La taille la plus fréquente est de 0,80 mm. Nous avons représenté sur la fig.(III-14) le profil du piège après la fin d'une phase de 0,80 mm. Nous avons représenté sur la fig.(III-14) le profil du piège asprès la fin d'une phase de compression (de durée 10 ms). Nous constatons sur cette figure une légère asymétrie entre les directions Ox et Oy, cette asymétrie varie et dépend également du réglage des faisceaux piège.

## 3.4. Refroidissement

Après les 10 ms de compression, nous coupons le champ magnétique dans les bobines du quadrupôle en environ 200  $\mu$ s, et nous passons à une phase de mélasse optique[93]. Pour que le refroidissement soit efficace, il faut une saturation plus faible et un désaccord plus grand que pendant la phase de piégeage. Ici également, il existe un optimum du paramètre de saturation s, en-dessous duquel la mélasse "décroche": nous perdons beaucoup d'atomes et la température augmente brusquement[93]. Nous avons effectivement observé cet optimum en mesurant le nombre d'atomes et leur température à la fin de la phase de refroidissement, il correspond à une valeur légèrement plus faible de s que pour la phase de compression. En pratique, nous conservons les mêmes paramètres (à part le champ magnétique) que pendant la phase de compression: une intensité de 2 mW cm<sup>-2</sup> pour les faisceaux horizontaux et 4 mW cm<sup>-2</sup> pour le faisceau à 45°, et un désaccord à résonance de  $\delta/2\pi = -52$  MHz (soit  $-8, 8\Gamma$ ), soit un paramètre de saturation  $s = 3, 2 \times 10^{-2}$ .

Nous conservons les polarisations  $\sigma^+/\sigma^-$  du piège magnéto-optique. Or cette configuration est très sensible aux champs magnétiques parasites (quelques dizaines de mG), qui proviennent notamment de la pompe ionique. Ceci se traduit par un mouvement d'entraînement et un chauffage des atomes. Pour compenser ces champs magnétiques résiduels, nous utilisons trois paires de bobines en configuration de Helmholtz, dont les axes sont suivant les trois directions d'un trièdre. Ces bobines sont situées à l'extérieur de l'enceinte à vide et permettent de compenser un champ de l'ordre du Gauss à 10 mG près dans un volume supérieur à 1 mm<sup>3</sup>. L'optimisation de la compensation s'effectue en observant l'expansion du nuage atomique pendant une phase mélasse de durée importante (quelques secondes): la mélasse est optimisée lorsque l'expansion du nuage est isotrope.

La phase de refroidissement dure 5 ms, puis nous coupons brusquement l'intensité dans les faisceaux pièges à l'aide de l'acousto-optique A.O.2. Les faisceaux repompeur restent branchés pendant encore 2 ms et repompent tous les atomes dans le sous-niveau  $F_f = 3$ , puis nous coupons l'ensemble par un obturateur mécanique situé au niveau du foyer du système afocal utilisé pour la mise en forme des faisceaux (cf. fig.(III-12)). Cette durée de phase de refroidissement est suffisante pour atteindre un état d'équilibre pour les vitesses, et est suffisamment courte pour que nous puissions négliger la diffusion spatiale des atomes dans la mélasse. Nous avons vérifié expérimentalement que la taille du nuage atomique ne change pas entre la fin de la phase de compression et la fin de la phase de refroidissement.

La température des atomes à la fin de la phase de refroidissement est mesurée par deux méthodes différentes suivant que nous considérons la vitesse d'agitation suivant la direction verticale Oz ou dans le plan horizontal. Ces deux méthodes de détection sont également celles utilisées dans les expériences de réflexion et seront développées plus en détail à la fin de ce chapitre. Nous obtenons une distribution en vitesse gaussienne d'écart type  $\sigma_v = 7v_{rec}$ , où  $v_{rec} = \hbar k/m = 6,02 \text{ mm s}^{-1}$ , à laquelle nous pouvons associer une température de 18  $\mu$ K. Cette valeur varie légèrement d'un jour à l'autre, mais reste typiquement entre 6 et  $8v_{rec}$ , avec de légères différences entre les trois axes : l'écart type est souvent légèrement plus élevé suivant l'axe vertical (de l'ordre de  $1v_{rec}$ ), ce qui est peut-être dû à notre géométrie.

Nous verrons que la valeur absolue de la température n'est pas un paramètre très critique dans nos expériences, car la sélection en vitesse transverse est réalisée par le miroir à atomes. Dans les expériences consistant à mesurer les distributions transverses des atomes après réflexion (par exemple au chapitre V), la température n'intervient que dans le rapport signal à bruit (plus la température est basse et plus le nombre d'atomes réfléchis est important). Pour la mesure de la force de van der Waals (chapitre IV), il faut en plus que la température reste stable pendant toute la durée de l'expérience, car nous mesurons le nombre d'atomes réfléchis pour en déduire la taille du miroir, en supposant la densité du nuage constante à l'arrivée sur le miroir.

Nous obtenons une perte d'environ 50% des atomes pendant les phases de compression et de refroidissement dans le cas utilisé lors de nos expériences, principalement due à la présence de la phase de compression. Pour mesurer ces pertes nous avons comparé le nombre d'atomes après ces deux phases avec le nombre d'atomes après une phase de refroidissement plus saturante et sans la phase de compression. Cette phase plus saturante (d'un facteur 4) est largement audessus du seuil de décrochage, ce qui nous permet de supposer que nous ne perdons pas d'atomes par rapport au piège.

Nous obtenons donc typiquement, après un temps de chargement de 2 à 3 s, suivi de la phase de compression et de la phase de refroidissement, un nuage contenant  $1, 3 \times 10^8$  atomes avec une distribution gaussienne en vitesse et en position, d'écarts types  $\sigma_v = 7v_{rec}$  et  $\sigma_x = 0, 34$  mm, soit une densité au centre de  $2 \times 10^{11}$  at cm<sup>-3</sup>.

# 4. Laser titane saphir

Pour la réalisation du miroir à atomes il est utile de disposer d'une puissance laser la plus grande possible (plusieurs Watts), que ne peuvent pas fournir les diodes lasers monomodes à 780 nm. C'est pourquoi nous avons construit un laser titane saphir, continu, à 780 nm. Il est basé sur l'utilisation d'un cristal de saphir  $(Al_2O_3)$  dopé au titane :  $Ti : Al_2O_3$ . Ce cristal est très utilisé en continu et en impulsion pour sa large plage de gain, de 650 à 1050 nm, avec un maximum à une longueur d'onde d'environ 790 nm[94]. Il comporte une large plage d'absorption entre 400 et 650 nm, centrée à 490 nm, et peut donc être pompé optiquement soit par un laser à argon ionisé (c'est notre cas), soit par un laser YAG doublé en fréquence. Ce type de laser est maintenant relativement courant, nous allons donc nous contenter de décrire les caractéristiques de notre laser, qui présente notamment l'intérêt de fournir 5 W à 780 nm en fonctionnement monomode et asservi (les modèles commerciaux ne fournissant que 2 W au maximum, au moment de sa réalisation). Un certain nombre de détails supplémentaires concernant notre laser peuvent être trouvés à la réf.[95].

## 4.1. Description du laser

## a) Cavité laser



Figure III-15 : Schéma général du laser titane saphir. La cavité laser a une longueur totale L = 1760 mm, déterminée par l'écart de fréquence entre modes longitudinaux.

référence	type du composant	caractéristiques
$M_1$ et $M_2$	miroirs sphériques, rayon	Face concave : traitement réfléchissant ( $R =$
	de courbure $R = 150 \text{ mm}$	99,85%) à 780 nm et transparent de 400
		à 600 nm pour une incidence normale. Face
		plane : traitement anti-ref let de 400 à 600 nm
		pour une incidence normale ( $T > 98\%$
		pour les deux faces).
$M_3$ , $M_4$ et $M_5$	miroirs plans	Traitement réfléchissant ( $R = 99,85\%$ )
		à 780 nm pour une incidence normale.
$M_6$ : Coupleur	miroir plan	Transmission $\approx 16\%$ à 780 nm. Deuxième
de sortie		face: traitement anti-reflet ( $R < 0, 5\%$ )
Cristal de Ti: S	milieu amplificateur	Cristal de saphir dopé au titane, de longueur
		e = 15  mm, et d'indice $n = 1,76$ , vendu
		par la société Cristal Systems. Son facteur de
		mérite à 800 nm est supérieur à 350.
Rotateur	rotateur de polarisation de	Rotation de la polarisation de 5,5°. Verre pa-
de Faraday	type Faraday	ramagnétique (Hoya FR5) taillé à l'incidence
		de Brewster: indice $n = 1,67$ , diamètre
		5 mm, longueur 5,5 mm et constante de
		Verdet (à 780 nm) 0, 15 min $G^{-1}$ cm <sup>-1</sup>
	•	(III.9)

Les caractéristiques des différents éléments de la cavité sont les suivantes :

Nous avons réglé la cavité (en déplaçant les miroirs  $M_1$  et  $M_2$ ) pour être au centre de la zone de stabilité de la cavité[96]. Le mode gaussien stable de cette cavité a deux cols ("waist" en anglais): I et J, équidistants des miroirs sphériques (cf. fig.(III-15)). Nous pouvons calculer leur taille (rayon à  $1/e^2$  en intensité) grâce à la réf.[97] :

 $w(I) = 33 \ \mu m$  pour le petit col  $w(J) = 460 \ \mu m$  pour le grand col

La cavité en anneau comporte une diode optique, qui impose un fonctionnement unidirectionnel de la cavité et supprime les phénomènes de trous de population ("hole burning spatial"), responsables d'une baisse de la puissance du laser et favorisant un fonctionnement multimode. L'élément actif de la diode optique est le rotateur de Faraday (cf. tableau (III.9)) et l'élément passif un système de trois miroirs non coplanaires ( $M_4$ ,  $M_5$  et  $M_6$ , cf. fig.(III-15) et (III-16))[98].



Figure III-16 : Système à trois miroirs non coplanaires utilisé dans la diode optique. On obtient une rotation de polarisation de 5,5° avec  $\Psi = 32^\circ$  et  $\Phi = 8^\circ$ .

## 4. Laser titane saphir

## b) Faisceau de pompe

Les caractéristiques des éléments utilisés pour le transport et la focalisation du faisceau pompe sont donnés dans les tableaux suivants (cf. fig.(III-15)):

référence	type du composant	caractéristiques
$\overline{m_1}$	miroir plan	Traitement réfléchissant de 480 à 530 nm
		pour une incidence de $45^{\circ}$ ( $R > 99, 5\%$ ).
$m_2$	miroir plan	Traitement réfléchissant de 480 à 530 nm
		pour une incidence normale ( $R > 99, 5\%$ ).
$m_3$	Miroir concave, rayon de cour-	Miroir de focalisation, traitement réflé-
	bure $R_p = 250 \text{ mm}$	chissant de 480 à 530 nm pour une in-
	^	cidence normale $(R > 99, 5\%)$ .
$M_1$	Miroir plan concave agissant	Epaisseur 6 mm. Traitement anti-reflet de
	comme une lentille divergente,	400 à 600 nm sur les deux faces ( $R < 2\%$ ).
	focale $f = -300 \text{ mm}$	

(III.10)

Nous avons utilisé comme laser de pompe un laser à argon ionisé (modèle INNOVA 400) en fonctionnement toutes raies, les deux raies principales, à 488 et 514 nm, se situant dans la zone d'absorption maximale du cristal. Ses caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

 Caractér	ristiques	s du	laser	r de	pompe	
				_		

	Données du constructeur	Commentaires
Mode	TEM 00	La qualité du mode TEM 00 est très im-
		portante. Nous avons observé qu'une
		dégradation du mode, sans baisse de
		puissance, peut entrainer une baisse
		de 30% de la puissance du laser $Ti: S$ .
Puissance	> 20  W	La puissance disponible est garantie
		supérieure à 20 W (maximum ob-
		tenu 28 W), nous avons couramment
		utilisé 22 W.
Taille du	Diamètre du faisceau à la sortie du	En mesurant la transmission du fais-
col	laser 1,9 mm (largeur totale à $1/e^2$ )	ceau laser à travers différents trous po-
	et divergence $2\theta_p = 0, 6^\circ$ : soit un	sitionnés au niveau du col, nous avons
	col au milieu du cristal de Ti:	déterminé expérimentalement que la
	S dont la taille calculée est de 22 $\mu$ m.	taille du col réel est de 28 $\mu$ m. Cette
		valeur nous convient car le col du
		mode dans la cavité est de 33 $\mu$ m.

(III.11)

## c) Compensation de l'astigmatisme

Les calculs de la stabilité de la cavité et de la taille du col du faisceau pompe ont été effectués avec l'approximation paraxiale, mais l'utilisation des miroirs sphériques hors d'axe introduit de l'astigmatisme sur les faisceaux. Il peut être compensé par l'astigmatisme introduit par le cristal taillé à l'incidence de Brewster.

## Cavité

L'astigmatisme peut non seulement être compensé pour un tour de cavité, mais si nous faisons un réglage symétrique (même angle d'incidence sur les deux miroirs sphériques) il est également compensé au niveau de chacun des cols. Cette situation est souhaitable pour obtenir un faisceau en sortie du laser sans astigmatisme. De plus **nous avons constaté expérimentalement que cette condition était très importante pour optimiser la puissance du laser.** Si nous appelons  $\theta$  l'angle d'incidence du faisceau laser sur les miroirs sphériques, la compensation de l'astigmatisme a lieu pour la condition[99] :

$$2R\cos\theta\sin\theta = e\cos\left(\arctan\frac{1}{n}\right)\left(n^2 - 1\right)\sqrt{n^2 + 1}$$
(III.12)

A.N. Nous obtenons, avec n = 1,76, R = 150 mm et e = 15 mm, la compensation pour un angle  $\theta = 11, 3^{\circ}$ .

## Faisceau de pompe

Nous devons également compenser l'astigmatisme du faisceau pompe pour obtenir un bon recouvrement du faisceau pompe et du faisceau de la cavité. Il faut tenir compte de l'astigmatisme du miroir  $m_3$ , du cristal, mais également du miroir  $M_1$ , qui joue le rôle d'une lentille divergente. Nous avons calculé que l'angle d'incidence sur  $m_3$  qui annule l'astigmatisme à l'intérieur du cristal (pour un miroir  $M_1$  tourné de  $\theta = 11, 3^\circ$ ) est de 7,9°. Ce réglage est critique: nous avons observé empiriquement que pour une différence de 1° sur cet angle d'incidence la puissance du laser commence à baisser, l'astigmatisme du faisceau pompe (distance le long de l'axe entre les deux foyers) à l'intérieur du cristal étant alors de 5 mm.

## d) Sélection en fréquence

Compte-tenu de la largeur du spectre d'émission du Ti : S, il faut introduire des éléments sélectifs en fréquence pour rendre le laser monomode et accordable autour de 780 nm. Nous avons utilisé trois éléments : un filtre de Lyot[100] et deux étalons Fabry-Perot dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

éléments	description	caractéristiques
Filtre	3 lames biréfringentes (taillées parallè-	Période totale d'environ 200 nm,
de Lyot	lement à l'axe optique et à l'incidence	sélectivité (largeur totale à mi-
	de Brewster) en quartz et d'épaisseur	hauteur du pic central) 2,6 nm
	e, 4e  et  16e,  avec  e = 0,3758  mm,	soit 1300 GHz.
	$n_o = 1,539$ et $n_e = 1,548$ .	
Etalon	Lame de silice à faces planes et parallèles,	Intervalle spectral libre 100 GHz.
mince	d'épaisseur 1 mm et utilisée au voi-	
	sinage de l'incidence normale. Faces non	
	traitées : coefficient de réflexion 4%.	
Etalon épais	Lame de silice à faces planes et parallèles,	Intervalle spectral libre 10 GHz.
	d'épaisseur 10 mm et utilisée au voi-	
	sinage de l'incidence normale. Faces non	
	traitées : coefficient de réflexion 4%.	

(III.13)

## 4. Laser titane saphir



Nous avons représenté sur la fig.(III-17) les différentes étapes de la sélection d'un mode longitudinal de la cavité laser.

Figure III-17 : Schéma de principe de la sélection d'un mode longitudinal de la cavité.

On peut remarquer que le premier mode longitudinal de la cavité adjacent au mode sélectionné est atténué de  $5 \times 10^{-4}$  par l'étalon épais. Le fait qu'une si faible atténuation soit suffisante pour rendre le laser monomode, vient probablement du fait que l'élargissement de la transition laser est homogène.

L'étalon épais nécessite un asservissement en température sans lequel la position du maximum varie plus que l'intervalle spectral libre de la cavité (170 MHz). Nous avons obtenu une stabilisation de la position absolue à long terme (une journée) du maximum de l'étalon épais à mieux que 40 MHz, soit une variation de température d'environ 0,01°C.

## 4.2. Performances du laser

## a) Puissance

Nous avons utilisé un mesureur de puissance bolométrique (Coherent modèle 200, 10 W maximum) pour étudier la puissance du laser en fonction de la puissance du laser pompe (cf. fig.(III-18)).

Nous constatons que l'introduction des éléments sélectifs nous fait perdre peu de puissance. Sachant que le rapport des seuils (ou des pentes) est égal au rapport des pertes (y compris la transmission du coupleur de sortie), nous pouvons estimer les pertes introduites par les éléments sélectifs à environ 1%. Notons qu'avec les éléments sélectifs, le laser reste monomode même pour les puissances de pompe les plus élevées, mais les fluctuations d'intensité du laser



Figure III-18 : Puissance de sortie du laser à 760 nm en fonction de la puissance du laser de pompe (en toutes raies).



Figure III-19 : Puissance de sortie du laser Ti : S pour une puissance du laser de pompe de 22 W (en toutes raies), en fonction de la longueur d'onde réglée avec le filtre de Lyot. Tous les éléments sélectifs sont dans la cavité.

#### 4. Laser titane saphir

deviennent alors très importantes et limitent son utilisation, c'est pourquoi nous avons travaillé avec une puissance du laser de pompe de 22 W.

Nous avons représenté sur la fig.(III-19) la puissance du laser Ti : S en fonction de la longueur d'onde, que nous avons modifiée à l'aide du filtre de Lyot. Nous observons que le maximum de puissance se situe aux alentours de 750 à 760 nm alors que le spectre de fluorescence du Ti : S est typiquement centré à 790 nm. De plus, nous ne pouvons pas accéder aux longueurs d'ondes supérieures à 786 nm car nous observons un saut de mode vers 746 nm. Ce saut de 40 nm signifie que le filtre de Lyot n'est plus capable d'imposer la fréquence du laser (on peut calculer que le filtre provoque alors 11% de pertes supplémentaires à 746 nm par rapport 786 nm [100]. La cause de la différence entre la longueur d'onde du maximum de puissance du laser mesurée (750 à 760 nm) et la valeur standard de 790 nm n'est pas parfaitement éclaircie : il s'agit probablement d'une baisse du coefficient de réflexion des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  ou d'une baisse du gain du cristal pour les longueurs d'onde supérieures à 780 nm.

Nous obtenons finalement en fonctionnement monomode à 780 nm, une puissance de l'ordre de 5 W pour une puissance du laser de pompe de 22 W.

## b) Fréquence

Pour les expériences de réflexion d'atomes, nous avons besoin d'une fréquence laser dont le désaccord à résonance est stable et bien connu. Nous avons besoin d'un désaccord variant typiquement de 1 à 10 GHz, avec une précision et une stabilité de l'ordre de quelques pour cent.



Figure III-20 : a) Spectre de bruit d'amplitude du laser Ti:S. b) Bruit de détection. Nous avons utilisé un détecteur fonctionnant à haute fréquence, qui filtre les fréquences inférieures à 300 kHz. Les spectres ont été enregistrés avec une bande passante d'analyse de 3 kHz et avec une vitesse de défilement de 250 kHz s<sup>-1</sup>. Nous avons vérifié que le bruit aux fréquences supérieures à 2,5 MHz correspond au bruit de photons, obtenu avec une source thermique créant le même courant sur le détecteur.

Nous avons utilisé un système d'asservissement de la fréquence utilisant une modulation à haute fréquence ( $\Omega = 14$  MHz), qui permet de limiter le bruit de détection au bruit de photons. Il est important de choisir une fréquence  $\Omega$  pour laquelle le bruit d'amplitude du laser est faible, car celui-ci est également démodulé et se retrouve à basse fréquence sur le signal d'erreur. Nous voyons sur la fig.(III-20) que pour une fréquence supérieure à 2,5 MHz, le bruit d'amplitude du laser est minimal et égal au bruit de photons. Nous avons utilisé  $\Omega = 14$  MHz par commodité.

Nous avons représenté sur la fig.(III-21) le schéma général des asservissements que nous avons réalisés, basés sur l'utilisation d'un modulateur de phase électro-optique et d'une détection à haute fréquence. L'utilisation d'un modulateur électro-optique permet de ne moduler que le faisceau utilisé pour l'asservissement, et pas le faisceau utilisé pour réfléchir les atomes. L'asservissement peut être effectué soit sur une raie d'absorption saturée du Rb, soit sur un étalon Fabry-Perot externe. La raie du Rb nous permet d'avoir une référence absolue de fréquence, l'étalon Fabry-Perot est plus souple sur le choix de la fréquence de référence.

L'étalon externe est une lame de silice à faces planes et parallèles d'épaisseur 10 mm et asservie en température. Les faces ont été traitées pour avoir une réflectivité de 99%. L'intervalle spectral libre de cet étalon est de 10 GHz, et sa finesse (mesurée) est de 67. Nous obtenons donc des pics de transmission du Fabry-Perot d'une largeur de 150 MHz.



Figure III-21 : Schéma général de l'asservissement de la fréquence du laser : soit sur une raie d'absorption saturée du Rb, soit sur un étalon plan.

#### 4. Laser titane saphir

Ce système de modulation et de démodulation à haute fréquence, nous permet d'obtenir un signal d'erreur qui est très proche de la dérivée du signal d'absorption saturée ou de transmission du Fabry-Perot). Ceci nous permet donc de nous asservir sur le maximum de ce signal. Une étude de ce type d'asservissement a été détaillée dans la réf.[101].

Nous avons représenté sur la fig.(III-22) une partie du signal d'erreur issu de la démodulation de l'absorption saturée de la transition  $D_2$  (réalisé avec la photodiode PD<sub>1</sub>), il s'agit des deux raies de croisement entre  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 3$  et  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  d'une part, et entre  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 2$  et  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  d'autre part.



Figure III-22 : Signal d'erreur issu de l'absorption saturée sur la raie  $D_2$  du <sup>85</sup>Rb. Nous observons les deux raies de croisement, entre  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 3$  et  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  d'une part (noté a), et entre  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 2$  et  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  d'autre part (noté b). Le signal a été enregistré avec une bande passante de 10 kHz, et conduit à un rapport signal à bruit d'environ 600.

La pente (en V MHz<sup>-1</sup>) au niveau du point d'asservissement permet de convertir les fluctuations de tension du signal d'erreur en fluctuations de fréquence. Nous avons ici une pente p = 0,7 V MHz<sup>-1</sup>.

Nous avons comparé le spectre de bruit de fréquence du laser avec et sans asservissement (cf. fig.(III-23)). Pour cela nous avons mesuré le bruit de tension du signal d'erreur du laser lorsqu'il est asservi avec un gain maximal (avant oscillation de la cale piézoélectrique), et lorsqu'il a un gain très faible, juste suffisant pour rester dans la zone de conversion linéaire de la fréquence en tension. Les courbes données par l'analyseur de spectre (cf. fig.(III-23)) correspondent à la densité spectrale de puissance du bruit de tension de l'asservissement (en V<sup>2</sup> Hz<sup>-1</sup>), mesurée aux bornes d'une résistance de 50  $\Omega$  et avec une bande passante de détection  $\Delta f$  de 6, 25 Hz. Ce signal S en dB est relié à la tension de bruit v en volt par la formule :

$$S = 10 \log \left(\frac{1000 v^2}{50\Delta f}\right) \tag{III.14}$$



Figure III-23 : Spectre de bruit du signal d'erreur de l'asservissement sur une raie d'absorption saturée (cf. fig.(III-22)) dans la bande passante entre 0 et 10 kHz. a) Spectre obtenu en boucle quasi-ouverte (gain très faible). b) Spectre obtenu en boucle fermée avec le gain maximal. Les mesures ont été réalisées avec une bande passante d'analyse de 6,25 Hz. Le bruit de détection (bruit de photon) est inférieur à -100 dB.

L'asservissement réduit de manière notable le bruit à basse fréquence (par exemple de 20 dB à 137 Hz), mais il est inefficace pour les fréquences supérieures à 4 kHz. Il ajoute même un peu de bruit de 4 à 9 kHz. Nous voyons également un petit pic de bruit à 9 kHz qui correspond à la fréquence d'oscillation de la cale piézoélectrique. Mais le bruit majoritaire de fréquence du laser reste le bruit à basse fréquence, principalement en-dessous de 1 kHz. En changeant l'échelle, nous pouvons observer un pic de bruit autour de 137 Hz qui domine largement le reste du spectre. Ce pic correspond à une fréquence de vibration mécanique du laser, ce que nous pouvons facilement vérifier en l'excitant par des vibrations acoustiques, par exemple en parlant.

Etant donné que le bruit de tension du signal d'erreur était supérieur au bruit de détection (bruit de photon dans notre cas), il représente bien le bruit de fréquence du laser dans la bande entre 0 et 10 kHz. Nous pouvons alors estimer la largeur de raie du laser asservi  $\gamma_L$ . La largeur de raie du laser est définie par les fluctuations de la fréquence instantanée du laser  $\nu(t)$  de valeur moyenne  $\nu_0$ , la largeur de raie vaut donc :

$$\gamma_L = \left[ \left\langle (\nu(t) - \nu_0)^2 \right\rangle \right]^{1/2}$$
(III.15)

#### 5. Détection des atomes

Comme le signal d'erreur est proportionnel à la différence entre la fréquence instantanée et la fréquence de consigne de l'asservissement  $\epsilon(t) = p(\nu(t) - \nu_0)$ , nous pouvons facilement en déduire la largeur de la raie laser en fonction du signal d'erreur :

$$\gamma_L = \frac{1}{p} \left[ \left\langle \epsilon(t)^2 \right\rangle \right]^{1/2} = \frac{1}{p} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} S_\epsilon(f) df \right]^{1/2}$$
(III.16)

où  $S_{\epsilon}(f)$  est la densité spectrale de bruit de  $\epsilon(t)$ , représentée sur la fig.(III-23). Celle-ci n'est connue que dans la bande passante de détection de 0 à 10 kHz, mais nous pouvons supposer que la contribution des hautes fréquences est négligeable.

De plus comme les signaux électriques sont réels  $(S_{\epsilon}(f) = S_{\epsilon}(-f))$ , les analyseurs de spectres commerciaux ne donnent que la partie positive du spectre. En fait il donne  $2S_{\epsilon}(f)$ , ce qui permet d'écrire la largeur de raie dans la bande d'analyse B:

$$\gamma_L = \frac{1}{p} \left[ \int_0^B S_\epsilon(f) df \right]^{1/2}$$
(III.17)

Il suffit d'intégrer la courbe de la fig.(III-23) pour obtenir la valeur de la largeur de raie. Nous obtenons une largeur de raie de l'ordre de 50 kHz pour le laser asservi avec le gain maximal, et 1 MHz pour le laser asservi avec le gain minimum.

Nous pouvons effectuer le même type de mesure pour le laser asservi sur le pic de transmission du Fabry-Perot confocal. Comme la largeur du pic est beaucoup plus grande que la largeur de la transition atomique, la pente du signal d'erreur est plus faible: p = 0,091 V MHz<sup>-1</sup>. Nous obtenons alors une largeur de raie de l'ordre de 2 MHz pour le laser asservi avec le maximum de gain.

Mais l'utilisation de l'asservissement sur l'étalon externe est limitée par d'autres problèmes. Le premier concerne les fluctuations de la position du pic de transmission qui varie d'environ 40 MHz en quelques heures malgré son asservissement en température (soit une variation d'environ 0, 01°C). Enfin nous avons également un problème quant à la mesure exacte de la fréquence correspondant au maximum de transmission de l'étalon. Pour effectuer cette mesure nous utilisons un Fabry-Perot confocal d'intervalle spectral libre 7, 5 GHz, et d'une finesse de 150, ce qui nous donne une précision de 50 MHz. Nous comparons la fréquence de la transition atomique et la fréquence d'asservissement sur l'étalon externe à l'aide de ce Fabry-Perot confocal.

## 5. Détection des atomes

Dans nos expériences nous voulons caractériser le fonctionnement du miroir atomique. Pour cela, nous avons besoin d'une part de mesurer le nombre d'atomes réfléchis, et d'autre part de comparer la distribution en vitesse transverse après réflexion ou diffraction à la distribution initiale (à la fin de la phase de préparation des atomes). Les atomes sont lâchés à vitesse moyenne nulle d'une hauteur h au-dessus du prisme, puis tombent sous l'effet de la gravité avant d'être réfléchis, ils remontent alors jusqu'à la position initiale du piège et retombent à nouveau (cf. fig.(III-24) et (III-1)).

Nous plaçons un faisceau laser sonde entre la position initiale des atomes et le prisme, à une distance d en-dessous du piège. La sonde peut être branchée au choix à la chute, à la remontée ou à la rechute. Nous pouvons mesurer l'absorption de la sonde lors du passage des atomes, ce qui



Figure III-24 : Schéma de principe de la détection. La sonde peut être branchée au choix à la chute, à la remontée ou à la rechute.

nous donne accès au temps de passage et au nombre d'atomes. Nous pouvons également mesurer la distribution spatiale des atomes au niveau de la sonde, en faisant l'image des atomes sur une caméra CCD, grâce à la fluorescence qu'ils émettent. Les instants de passage dans la sonde sont déterminés en choisissant la hauteur de la sonde d. Nous allons maintenant décrire plus en détail les caractéristiques de la sonde et les deux méthodes de détection en absorption et en fluorescence.

## 5.1. Description de la sonde

La sonde est réalisée à l'aide d'un faisceau laser rétroréfléchi (cf. fig.(III-25)), de grande dimension dans le plan xOy (se propageant dans la direction Ox, et de largeur L = 10 ou 20 mm dans la direction Oy), et de taille réduite dans la direction verticale (épaisseur l = 1 mm au niveau de la zone de passage des atomes). Sa puissance peut être ajustée entre 0 et 2 mW, et son désaccord par rapport à la transition  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$  peut être réglé entre  $\delta/2\pi = +10$  MHz et  $\delta/2\pi = -52$  MHz.

La grande dimension du faisceau sonde dans le plan xOy, plus grande que la distribution spatiale du nuage atomique, permet de détecter tous les atomes, et sa petite épaisseur dans la direction Oz donne une bonne résolution temporelle pour la mesure des instants de passage des atomes à travers la sonde. Nous verrons dans la partie concernant la mesure de la distribution spatiale (paragraphe III-5.3) que cette petite épaisseur permet également de limiter la diffusion spatiale des atomes pendant la traversée de la sonde. De plus, nous utilisons une sonde rétroréfléchie, comportant deux faisceaux contrepropageants au niveau des atomes, pour que la force de pression de radiation exercée par la sonde sur les atomes soit nulle en moyenne. Il faut que les intensités des faisceaux soient équilibrées, c'est pourquoi nous réglons le col du faisceau pour qu'il soit au niveau du miroir  $M_3$  (utilisé pour rétroréfléchir

## 5. Détection des atomes

le faisceau). Ceci permet d'une part d'éviter de déplacer spatialement les atomes en les détectant, et d'autre part de les pousser hors de résonance par effet Doppler.



Figure III-25 : Taille et position de la sonde au niveau de la zone de détection.

Le faisceau sonde est prélevé sur le faisceau laser piège (cf. fig.(III-12)). Il comporte donc lui aussi deux fréquences : le faisceau sonde lui-même et un faisceau repompeur (cf. paragraphes III-3.2.c. et d. à la page 88). Le faisceau sonde est donc réglable en fréquence et en intensité indépendamment (à l'aide des acousto-optiques A.O.1 et A.O.2) comme les faisceaux piège. Enfin, un obturateur mécanique, situé sur le trajet de la sonde, permet de couper totalement le faisceau sonde (cf. fig.(III-26)). Il permet notamment de ne détecter les atomes qu'à la remontée ou à la rechute, sans les perturber lors de la chute. L'obturateur réagit avec un retard de l'ordre de 5 ms et met 2 ms pour laisser passer ou couper le diamètre total du faisceau. Le retard a été mesuré et incorporé dans la programmation de la séquence.

Le schéma de mise en forme du faisceau sonde est représenté sur la fig.(III-26). Nous utilisons un système optique, constitué de deux lentilles, pour faire l'image du col du faisceau sur le miroir  $M_3$  servant à rétroréfléchir le faisceau. De plus, nous utilisons une paire de prismes anamorphoseurs pour agrandir le faisceau dans la direction Oy (L = 10 ou 20 mm suivant les expériences). Le faisceau est ensuite transporté jusqu'au niveau de la zone de détection à l'aide de deux miroirs à 45° (les miroirs  $M_1$  et  $M_2$ ). Comme le faisceau traverse deux fois une lame retard quart d'onde (cf. fig. (III-25)), l'ensemble est équivalent à une lame demi-onde, nous orientons alors cette lame quart d'onde pour que le faisceau retour soit entièrement dévié vers le détecteur.



Figure III-26 : Schéma de la mise en forme du faisceau sonde.

Le réglage de la position du col du faisceau sur le miroir  $M_3$  et l'orientation du miroir  $M_3$ sont réalisés en maximisant la puissance traversant le trou de filtrage après réflexion. Cette mesure est effectuée à l'aide d'une séparatrice et d'un détecteur, qui ne sont pas représentés sur le schéma et qui sont situés avant la première lentille (pour ces réglages nous tournons la lame quart d'onde de 45° pour que le faisceau retourne à travers le trou de filtrage).

Le faisceau entre les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  se propage verticalement, ainsi en déplaçant le miroir supérieur  $(M_2)$  à l'aide d'une translation nous pouvons changer de manière connue la hauteur de la sonde d sans changer sa direction de propagation dans le plan xOy.

## 5.2. Signal d'absorption

La mesure de l'absorption de la sonde est utilisée pour connaître non seulement le nombre d'atomes réfléchis mais également la distribution en vitesse suivant la direction verticale, ou encore les positions précises de la sonde et du prisme par rapport au piège. C'est donc à la fois un outil de mesure du nombre d'atomes, de diagnostic rapide du piège et de réglage de la séquence temporelle. Elle a l'avantage de ne pas être perturbée par la présence dans l'enceinte à vide du faisceau issu du laser Ti : S, tandis que la méthode d'imagerie est perturbée par la lumière parasite.

Nous avons utilisé une détection synchrone pour nous affranchir des bruits techniques importants aux fréquences caractéristiques des signaux qui nous intéressent (entre quelques dizaines de Hz et 1 kHz). La modulation du signal d'absorption est obtenue en modulant à 100 kHz la fréquence de la sonde à l'aide de l'A.O.1, avec une amplitude de modulation de 2 MHz. La durée de passage du nuage atomique dans la sonde est de l'ordre de  $\delta t = 11$  ms (largeur à mi-hauteur de la courbe d'absorption), et nous avons besoin de pointer le centre du nuage à environ 1 ms près. Nous avons utilisé une durée de moyennage de 1 ms (constante de temps la plus faible pour la détection synchrone utilisée). Cette durée de moyennage pro-
voque d'une part un léger élargissement des courbes de temps de vol (d'environ 0, 25 ms pour  $\delta t = 11$  ms), et d'autre part un déplacement des maxima des pics d'absorption (d'environ 0, 6 ms pour  $\delta t = 11$  ms). Nous avons part la suite soustrait ce léger déplacement.

#### a) Détermination des positions de la sonde et du prisme

Pour les mesures de temps de vol, dont le but est de pointer les instants de passage dans la sonde, ou pour les mesures de la distribution en vitesse verticale, le signal est de bonne qualité pour un désaccord à résonance de la sonde  $\delta/2\pi = -10$  MHz, et une puissance égale à 1% de la puissance sonde maximale (soit une intensité laser dans chaque bras de la sonde de 10  $\mu$ W cm<sup>-2</sup>). Nous avons pour paramètre de saturation  $s = 10^{-3}$ , en tenant compte des deux bras de la sonde et en prenant un coefficient de Clebsch-Gordan de 1. Nous avons représenté sur la fig.(III-27) une courbe d'absorption moyennée 20 fois, pour laquelle la sonde était présente pendant les trois passages. Nous avons soustrait les 0, 6 ms correspondant au décalage des maxima des pics d'absorption dû à la détection synchrone. Nous obtenons ainsi sur la même courbe toutes les informations concernant l'expérience.



Figure III-27 : Mesure en absorption du passage des atomes à travers la sonde, située environ 9,5 mm en-dessous du piège. La courbe est le résultat de 20 moyennages.

Nous pouvons pointer les maxima des trois pics, correspondant aux passages dans la sonde et en déduire les positions relatives de la sonde, du prisme et du piège. Le temps  $t_c$  mis par les atomes de vitesse initiale  $v_i$  (dans la direction Oz) pour arriver dans la sonde, distante de d, vaut :

$$t_c = \frac{1}{g} \left( \sqrt{2dg + v_i^2} - v_i \right)$$
(III.18)

où g est l'accélération gravitationnelle. Le temps  $t_{reb}$  pour arriver sur le prisme, distant de h, vaut  $t_{reb} = t_c(d = h)$ . Nous pouvons facilement en déduire l'instant de passage dans la sonde à la remontée :

$$t_{rem} = 2t_{reb} - t_c \tag{III.19}$$

et celui correspondant à la rechute

$$t_{rec} = 2t_{reb} + t_c - 2v_i/g$$
(III.20)  
$$= t_{rem} + 2t_c - 2v_i/g$$

Connaissant les trois instants  $t_c$ ,  $t_{rem}$  et  $t_{rec}$  pour le centre du nuage<sup>15</sup>, nous pouvons résoudre ce système de trois équations (éq.(III.18), (III.19) et (III.20)) à trois inconnues (d, h et  $v_i$ ). Nous pouvons en déduire pour l'exemple de la fig.(III-27) que la sonde est à d = 9,5 mm et le prisme à h = 14,0 mm en-dessous du piège. Nous obtenons également  $v_i = 2$  mm s<sup>-1</sup> (soit  $0, 3v_{rec}$ ), ce qui, compte tenu de la précision du pointé des maxima, peut être considéré comme une vitesse nulle pour le centre du nuage.

Nous pouvons également utiliser le premier pic d'absorption pour déduire la distribution initiale en vitesse suivant la direction verticale. Si nous supposons une distribution initiale en vitesse gaussienne suivant la direction verticale, d'écart type  $\sigma_{vz}$ , et que nous négligeons la taille initiale du piège, nous pouvons calculer à partir de l'équation (III.18) la largeur à mihauteur  $\Delta t$  de la courbe d'absorption. Elle correspond à la différence des temps de passage dans la sonde entre les atomes de vitesse initiale  $+\sqrt{2\ln(2)}\sigma_{vz}$  et  $-\sqrt{2\ln(2)}\sigma_{vz}$ :

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{2\ln(2)\sigma_{vz}}}{g} \tag{III.21}$$

Nous remarquons que la largeur à mi-hauteur de la courbe d'absorption ne dépend pas de la hauteur de la sonde (car nous négligeons la distribution initiale en position et la taille de la sonde) et nous donne directement la largeur de la distribution en vitesse. Dans le cas de la figure (III-27), nous avons  $\Delta t = 10,9$  ms, soit une distribution en vitesse verticale d'écart type  $\sigma_{vz} = 4,5$  cm s<sup>-1</sup> = 7,5  $v_{rec}$ . Ce calcul est approximatif car il ne tient pas compte de la distribution initiale en position du piège, ni de l'augmentation de la taille du nuage pendant la traversée de la sonde. Mais comme la distribution initiale en vitesse n'intervient pas directement dans nos expériences, il n'est pas nécessaire d'utiliser un modèle plus précis.

#### b) Optimisation de la sonde

Dans certaines expériences, notamment pour la mesure de la force de van der Waals dans le miroir à atomes (chapitre IV), le nombre d'atomes réfléchis peut être très faible. Il faut alors optimiser le rapport signal à bruit du système de détection, en intervenant soit sur la puissance du faisceau sonde (intensité et taille du faisceau) soit sur le désaccord.

Le signal augmente proportionnellement à l'intensité du faisceau sonde tant qu'il ne sature pas la transition atomique, mais ne dépend pas de sa largeur L tant qu'elle reste supérieure à celle de la distribution spatiale transverse des atomes. On peut également montrer qu'il est maximal pour un désaccord à résonance égal à  $-\Gamma/2$  soit  $\delta/2\pi \simeq -3$  MHz.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Nous supposons ici que le maximum de l'absorption correspond au centre de la distribution, ce qui est faux en toute rigueur. Mais la différence se traduit par une erreur sur la détermination de l'énergie incidente suffisamment faible (< 0, 2 mm) pour être négligée.

#### 5. Détection des atomes

Pour une puissance du faisceau sonde supérieure à 5  $\mu$ W, le bruit technique du laser (à 100 kHz) devient le bruit dominant de la détection (il devient alors supérieur à celui de la photodiode). Il est proportionnel à la puissance du laser (intensité et taille), mais ne dépend pas du désaccord.

Il est donc préférable d'utiliser un faisceau laser sonde dont le désaccord moyen vaut  $\delta/2\pi \simeq$ -3 MHz, une largeur juste plus grande que la distribution spatiale transverse des atomes, et une puissance supérieure à 5  $\mu$ W. Ces conditions sont remplies avec un faisceau sonde dont l'intensité vaut 50  $\mu$ W cm<sup>-2</sup> (une saturation  $s \simeq 10^{-2}$ ), et une largeur L = 10 mm.

## 5.3. Distribution spatiale

Nous avons utilisé la même sonde que pour la détection en absorption, mais maintenant nous utilisons la fluorescence émise par les atomes pour réaliser l'image de la distribution spatiale des atomes dans le plan xOy. La mise en forme du faisceau sonde et les principaux réglages sont les mêmes que précédemment (cf. fig.(III-25) et (III-26)).

#### a) Optimisation de la sonde

Le bruit de détection est dû au bruit de lecture de la caméra CCD, et est indépendant des paramètres de la sonde. Le signal, et donc le rapport signal à bruit, augmente avec la fluorescence totale des atomes intégrée pendant leur traversée de la sonde. Mais la diffusion spatiale des atomes, pendant cette traversée, augmente également avec la fluorescence, et peut élargir la distribution spatiale. Nous allons premièrement calculer le signal maximal et les paramètres laser correspondant à une diffusion spatiale donnée, puis nous regarderons à quel élargissement cette diffusion spatiale correspond.



Figure III-28 : Mesure de la distribution spatiale par fluorescence dans un faisceau sonde quasi-résonant.

Un atome émet en moyenne  $N_{ph}$  photons pendant la durée  $t_s$  de la traversée de la sonde, chaque émission de fluorescence correspond à une marche au hasard de module  $v_{rec}$  dans l'espace des vitesses. La diffusion spatiale des atomes peut être caractérisée par la distance  $\sigma_{dif}$  (écart quadratique moyen), qui évolue suivant la loi suivante[102] :

$$\sigma_{dif} = t_s \sqrt{\frac{N_{ph}}{3}} \frac{v_{rec}}{\sqrt{3}}$$
(III.22)

Remarques: -Pour obtenir cette expression, on écrit que le déplacement transverse d'un atome est donné par  $x(t) = \sum_k \Delta v_k (t - t_k)$ , où la somme est effectuée sur les évènements d'émission de photon de fluorescence et  $\Delta v_k$  est la variation de vitesse due à l'émission du photon d'indice k. Comme il n'y a pas de corrélation entre les différents évènements, on en déduit alors l'expression (III.22) de la diffusion spatiale  $\sigma_{dif}$ . On peut retrouver plus facilement cette expression en faisant l'approximation que les émissions de fluorescence ont lieu de façon régulière tous les  $\Delta t = \frac{t_s}{3N_{ph}}$  avec  $\Delta v_k = \pm v_{rec}$ . Le facteur trois dans la valeur de  $\Delta t$  est ajouté pour tenir compte des trois dimensions, en supposant l'émission de fluorescence isotrope. On obtient alors  $x(t) = \sum_k \Delta v_k (N-k) \Delta t$  et  $\sigma_{dif}^2 = \langle x^2(t) \rangle = \Delta t^2 \Delta v^2 \sum_k (N_{ph} - k)^2 \simeq$  $\Delta t^2 \Delta v^2 \frac{N_{ph}^3}{3}$ , qui redonne l'expression (III.22) de la diffusion spatiale.

-L'expression (III.22) constitue une majoration de la diffusion spatiale dans la direction Ox, car nous ne prenons pas en compte l'effet mélasse des deux faisceaux sonde (notamment les nouveaux mécanismes de refroidissement) qui limite la diffusion dans l'espace des vitesses et donc également la diffusion spatiale.

En remplaçant le temps de traversée de la sonde  $t_s$  par  $l/\sqrt{2gd}$  dans l'équation (III.22), nous obtenons le nombre de photons diffusés  $N_{ph}$  en fonction de la diffusion spatiale :

$$N_{\max} = 18 \frac{gd}{v_{rec}^2} \left(\frac{\sigma_{dif}}{l}\right)^2 \tag{III.23}$$

A diffusion spatiale fixée, le signal de fluorescence, proportionnel à  $N_{ph}$ , augmente donc avec la hauteur de chute d et inversement au carré de l.

Le nombre de photons diffusés est relié à la puissance de la sonde par  $N_{ph} = t_s s \Gamma/2$  (en régime de faible saturation). Nous obtenons alors à partir des expressions (III.22) et (I.27) le lien entre la puissance de la sonde  $P_s$  et la diffusion spatiale  $\sigma_{dif}$ :

$$P_s = 36 \ I_{sat} Ld \left( 1 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2 \right) \frac{g}{\Gamma v_{rec}} \frac{(2gd)^{1/2}}{v_{rec}} \frac{\sigma_{dif}^2}{l^2}$$
(III.24)

où L est la largeur de la sonde dans la direction Oy.

A.N. Si nous prenons comme paramètres expérimentaux :  $\delta/2\pi = -10$  MHz, l = 1 mm et L = 20 mm, nous obtenons :

$$N_{ph} \approx 4,9 \times 10^{12} d\sigma_{dif}^2$$
(III.25)  
$$P_s \approx 4,6 \times 10^6 d^{3/2} \sigma_{dif}^2$$

Il faut maintenant calculer quelle diffusion spatiale est tolérable. La distribution spatiale des atomes, caractérisée par son écart type  $\sigma_x$  (supposée identique dans les deux directions x et y), s'élargit suite à la diffusion à une valeur  $\sigma_f$  qui vaut:

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_{dif}^2} \tag{III.26}$$

#### 5. Détection des atomes

L'élargissement relatif de la distribution spatiale vaut donc, à l'ordre le plus bas :

$$\frac{\Delta \sigma_x}{\sigma_x} = \frac{\sigma_f - \sigma_x}{\sigma_x} \approx \frac{1}{2} \frac{\sigma_{dif}^2}{\sigma_x^2}$$
(III.27)

Si nous prenons comme critère que la diffusion devient génante lorsqu'elle élargit la distribution spatiale de 5%, nous avons  $\sigma_{dif} = 0,31\sigma_x$ , et nous obtenons :

$$N_{ph} \approx 4,9 \times 10^{11} d\sigma_x^2$$
 (III.28)  
 $P_s \approx 4,6 \times 10^5 d^{3/2} \sigma_x^2$ 

Nous pouvons calculer  $N_{ph}$  et  $P_s$  dans les situations utilisées expérimentalement. Seules les positions  $3 \text{ mm} \le d \le 10 \text{ mm}$  (pour h = 15 mm) de la sonde sont exploitables expérimentalement. En effet, pour d > 10 mm, les premiers atomes réfléchis sont détectés en même temps que les derniers qui tombent sur le prisme. Il en est de même lorsque le nuage atomique remonte et arrive au niveau de la position initiale du piège : pour séparer les atomes qui remontent de ceux qui redescendent, il faut  $d \ge 3 \text{ mm}$ . Nous pouvons calculer le nombre de photons émis, et la puissance laser correspondante, dans les deux positions extrêmes en utilisant les distributions spatiales typiques observées pour l'expérience de diffraction (chapitre V) :



Figure III-29 : Nombre de photons émis et puissance du laser sonde, correspondant à un élargissement de la distribution spatiale de 5%, et pour les positions extrêmes de la sonde (d = 3 et 10 mm).

Nous avons vérifié expérimentalement, que l'élargissement des distributions spatiales n'est pas détectable lorsque nous diminuons la puissance du faisceau sonde en-dessous des valeurs correspondant aux calculs précédents. Nous avons donc utilisé ces puissances pour les mesures de distributions spatiales, sauf pour celles correspondant à la rechute avec d > 6 mm, car nous ne disposions pas d'une intensité laser suffisante ( $P_{max} = 0, 2$  mW).

*Remarque*: Une diminution de l'épaisseur de la sonde devrait permettre d'augmenter le signal maximal, car il croît inversement au carré de l (cf. éq.(III.23)). Mais la diminution de l'épaisseur de la sonde rend d'autant plus critique d'une part l'orientation du miroir  $M_3$  et d'autre part le réglage de la position du col du faisceau sonde au niveau du miroir  $M_3$ , qui sont nécessaires à l'égalité des intensités des faisceaux en tout point. Or un déséquilibre se traduit très vite par une déformation de l'image de la distribution atomique. Un remède possible serait de rapprocher le miroir  $M_3$  en le mettant sous vide.

#### b) Système d'imagerie



Figure III-30 : Schéma de principe du système d'acquisition de la distribution spatiale transverse des atomes.

La caméra est placée au-dessus de l'enceinte, comme indiqué sur la fig.(III-30), et est fixée à l'enceinte par l'intermédiaire d'une translation suivant l'axe Oz. Cette translation permet de déplacer le plan objet du système de détection, lorsque nous changeons la hauteur de la sonde. Le système de prise d'image est constitué de quatre parties : l'obturateur mécanique, l'objectif, la caméra et le système d'acquisition des images.

#### Obturateur mécanique

L'utilisation d'un obturateur mécanique est nécessaire pour éviter l'éblouissement de la caméra par la lumière diffusée par le piège et le laser Ti : S. Nous avons utilisé un obturateur fabriqué

#### 5. Détection des atomes

par la société Unibliz d'un diamètre de 14 mm positionné entre l'objectif et la caméra. Pour une question d'encombrement, nous avons en fait démonté l'avant de la caméra et fixé directement le support de la zone sensible sur l'obturateur mécanique (à quelques mm). L'obturateur commence à s'ouvrir 2 ms après l'arrivée de la commande d'ouverture, et est totalement ouvert après 3,5 ms. Ce temps d'ouverture totale est pris en compte dans la programmation de la séquence.

# Objectif

Nous avons utilisé un objectif commercial de focale f = 50 mm et d'ouverture 1,4. Nous avons contrôlé que cet objectif avait une transmission supérieure à 95% à 780 nm. L'objectif et la caméra sont fixés sur le même support de façon à ce que la mise au point soit effectuée pour une distance d'environ 230 mm entre l'objet et la face d'entrée de l'objectif. Bien que l'objectif soit optimisé pour travailler à une distance supérieure à 1 m, nous avons vérifié que sa réponse percussionnelle, pour notre distance de 230 mm, était suffisante pour nos expériences : l'image d'un trou source de diamètre 150  $\mu$ m n'est pas affectée par les aberrations, ce qui est suffisant pour nos expériences, pour lesquelles la plus petite distribution mesurée a une largeur de 0,9 mm.

Nous pouvons vérifier que la profondeur de champ est suffisante. Nous utilisons le même critère pour la profondeur de champ que pour l'élargissement de la distribution spatiale par la sonde, c'est-à-dire un élargissement maximal de 5% de la plus petite distribution mesurée (0, 9 mm). Ce critère correspond à une réponse percussionnelle de 0, 3 mm, et donc à une profondeur de champ du système de l'ordre de 2 mm. La profondeur de champ est donc supérieure à l'épaisseur de la sonde, mais aussi à la précision de mise au point (1 mm). En pratique, nous faisons la mise au point de la caméra sur le piège (repère absolu en position), puis nous déplaçons suivant z l'ensemble caméra-objectif de la distance entre le piège et la sonde, déterminée par les mesures en absorption (cf. paragraphe III-5.2.a page 111).

# Caméra

Nous avons utilisé quatre caméras CCD différentes, dont nous avons contrôlé la linéarité.

Modèle	Fonctionnement	Nombre	Temps d'exposition	NEP <sup>16</sup> à
		de pixels		780 nm
	,			(photons)
IMC500	Monocoup	-512 (H) x	réglable	5500
(société I2S)		512 (V)	de 10 $\mu$ s à quelques s	
TM-6-CN	Continu, type CCIR (50	752 (H) x	Chaque demi-trame (paire	460
(société Pulnix)	Hz, deux demi-trames).	582 (V)	ou impaire) est exposée	
ou	Le début d'une trame	ų.	pendant 20 ms puis lue	
4910	peut être synchronisé		pendant l'exposition de la	
(société Cohu)	sur un signal extérieur.		suivante.	3
ATE	Monocoup, lecture	768 (H) x	réglable	25
CCD 768K (so-	lente et CCD refroidie	512 (V)	de 1 ms à quelques h	
ciété Princeton	à -40°C.			
instruments)				
			•	(III.29)

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> nombre de photons par pixel nécessaire pour obtenir un rapport signal à bruit de 1.

Les caméras étant utilisées pour mesurer les distributions spatiales des atomes dans la sonde, il faut calibrer la correspondance entre un pixel de l'image numérisée (sur l'ordinateur) et la taille qu'il représente dans le plan objet de la sonde. Pour les caméra Pulnix et Cohu, il ne suffit pas de connaître le grandissement de l'objectif et la taille des pixels de la caméra, car ces derniers ne sont pas directement associés aux pixels de l'image numérisée. Pour éviter tout problème, nous avons fait une calibration directe de chacune des quatre caméras avec son objectif à l'aide d'une mire graduée située dans le plan objet.

# Acquisition

La détection est limitée à la fois par le bruit de lecture de la CCD et par la lumière parasite. Nous avons donc moyenné plusieurs images (de 50 à 300) et soustrait une image enregistrée lorsqu'il n'y avait plus d'atomes dans la sonde ("image fond") pour améliorer le rapport signal à bruit. Nous avons procédé différemment suivant que nous utilisions une caméra qui fonctionne à température ambiante (IMC500, Pulnix ou Cohu), ou la caméra refroidie (ATE CCD 768K). Pour les caméras qui fonctionnent à température ambiante, le bruit thermique devient prépondérant pour des durées d'exposition de quelques centaines de secondes, inférieures au temps de répétition de l'expérience (2 s): il est donc préférable d'exposer la caméra pendant 20 ms puis de lire la zone sensible et de moyenner les images sur l'ordinateur. Le rapport signal à bruit augmente alors en racine du nombre d'images. L'''image fond'' est également enregistrée à chaque séquence, lorsqu'il n'y a plus d'atomes dans la sonde (environ 150 ms après l'image signal), et soustraite à l'image signal.

Le moyennage est encore plus avantageux pour la caméra refroidie, car elle reste limitée par le bruit de lecture pour une exposition allant jusqu'à plus de mille secondes. Nous avons donc moyenné directement sur la zone sensible pendant l'ensemble de l'expérience (quelques centaines de secondes), le signal augmente alors proportionnellement au nombre d'images et le bruit reste constant puisqu'il n'y a qu'une seule lecture. Le rapport signal à bruit augmente donc proportionnellement au nombre d'images. Il est par contre nécessaire de prendre l'image fond" après l'ensemble de l'acquisition, ce qui nécessite une plus grande stabilité de l'intensité et de la position du faisceau sonde, responsable de la lumière parasite.

Remarque: Cette technique d'imagerie a été développée pour la mesure de la distribution spatiale des atomes, mais elle est également très utile pour d'autres mesures ou réglages de l'expérience. Par exemple pour la mesure du nombre d'atomes réfléchis, il est utile de vérifier que les atomes réfléchis passent bien au centre de la sonde et sont donc tous détectés. De même l'optimisation de la position du laser Ti: S dans le prisme, juste en-dessous du nuage atomique est grandement facilitée par l'utilisation de la caméra. En faisant une image de la distribution juste avant et juste après la réflexion, nous pouvons vérifier que nous réfléchissons le centre du nuage atomique.

# Chapitre IV Mesure de la force de van der Waals avec un miroir à atomes



# Introduction

Si la littérature théorique est abondante, peu de résultats expérimentaux concernant l'interaction de van der Waals entre un atome et une paroi ont été publiés. Deux types d'expériences ont été réalisés : d'une part des expériences sensibles à la force de van der Waals subie par l'atome, et d'autre part des mesures spectroscopiques sensibles à la différence de déplacement de van der Waals entre deux niveaux atomiques. Notre expérience fait partie de la première catégorie et constitue la première mesure quantitative de la force de van der Waals entre un atome dans l'état fondamental et une paroi diélectrique.

# 0.1. Précédentes mesures de l'interaction de van der Waals atome-paroi

## a) Mesures de la force

Les premières expériences ont été réalisées entre 1969 et 1975, et sont basées sur la déflexion d'un jet atomique (potassium, rubidium ou césium dans l'état fondamental) par un cylindre en or ou en diélectrique[103–105]. Le jet atomique est défini par une fente de 10  $\mu$ m de large, située 50 cm avant le cylindre. L'expérience consiste alors à mesurer l'ombre du cylindre à une distance de 55 cm après la zone d'interaction : les atomes passant très près du cylindre sont attirés par la force de van der Waals et déviés vers la zone sombre. La détection est réalisée à l'aide d'un fil chaud en tungstène de 14  $\mu$ m de diamètre, qui ionise les atomes. Le profil de la distribution atomique est alors mesuré en déplaçant le fil chaud. *Les résultats de ces expériences sont compatibles avec une variation en*  $1/z^3$  *du potentiel d'interaction de van der Waals*, mais le potentiel mesuré est au mieux 40% inférieur à la valeur prévue. Cette différence peut s'expliquer par la difficulté des expériences : le flux d'atomes défléchis est très faible, chaque atome moyenne l'interaction sur une plage importante de distances à cause de l'utilisation d'un cylindre, le paramètre d'impact des atomes qui contribuent au signal varie typiquement de 30 à 80 nm, et les expériences nécessitent un très bon alignement de la fente, de l'axe du cylindre et de celui du fil.

Il faut attendre 1988 pour obtenir une étude quantitative de la force de van der Waals dans l'approximation des courtes distances [106]. L'expérience a été réalisée à Yale (E. Hinds, S. Haroche, D. Meschede et leurs collaborateurs) à l'aide d'atomes de sodium ou de césium dans des états de Rydberg, avec un nombre quantique principal n variant de 12 à 30, et une paroi métallique (en or). L'expérience consiste à mesurer la transmission d'un jet atomique à travers une cavité formée de deux miroirs plans et parallèles en fonction du nombre quantique principal. Les miroirs mesurent 8 mm de long et sont séparés par une distance comprise entre 2, 1 et 8,5  $\mu$ m. Si un atome, arrivant à l'entrée de la cavité, n'est pas exactement au centre des deux miroirs, il est dévié par la différence de force de van der Waals vers le miroir le plus proche. Si la déviation est suffisamment forte, il se colle sur la paroi métallique (cf. fig.(IV-1)). Comme la polarisabilité atomique augmente avec le nombre quantique principal n, la transmission de la cavité diminue quant n croît. L'étude de cette variation permet de mesurer la force de van der Waals.

L'utilisation d'atomes de Rydberg procure plusieurs avantages. Premièrement, la force de van der Waals est 3 à 4 ordres de grandeur plus importante que dans l'état fondamental, car elle croît comme  $n^4$  (cf. éq.(II.22)). De plus l'approximation des courtes distances est très bien vérifiée car les longueurs d'ondes des transitions atomiques prépondérantes pour les atomes de Rydberg sont dans le domaine millimétrique. Enfin l'approximation d'un conducteur parfait



Figure IV-1 : Principe de l'expérience de mesure de la force de van der Waals réalisée à Yale en 1988, avec des atomes de sodium et cesium dans des états de Rydberg.

est également bien vérifiée à ces longueurs d'ondes. Par contre il est nécessaire de tenir compte de la durée de vie finie des états de Rydberg.

Une seconde expérience du même type a été publiée en 1993, mais utilisant des atomes de sodium dans l'état fondamental[107], l'expérience consistant à mesurer la transmission de la cavité en fonction de la distance entre les deux miroirs. Cette expérience a montré la nécessité d'ajouter des corrections d'électrodynamique quantique au potentiel en  $1/z^3$  valable à courte distance. Pour des distances entre les deux miroirs comprises entre 0,7 et 8  $\mu$ m, l'expérience a montré une variation de la transmission en très bon accord avec la théorie:  $U_{vdw}(expérimental)/U_{vdw}(théorique) = 1,02 \pm 0,13.$ 

Une mesure directe de la force de van der Waals, utilisant le miroir à atomes, a été proposée par S. Chu et M. Kasevichet leurs collaborateurs[108] en 1990 à Stanford : elle consiste à *compenser la force de van der Waals par la force dipolaire du miroir à atomes*. La connaissance de l'énergie incidente des atomes de sodium et du potentiel dipolaire permet de mesurer le potentiel de van der Waals. Dans cette expérience, le prisme est 30 cm au-dessus du piège en position verticale (la face utilisée pour le miroir est verticale), et les atomes sont lancés vers le haut à l'aide d'une fontaine à atomes[109] (cf. fig.(IV-2)). Deux fentes de collimation assurent une sélection en vitesse transverse centrée sur 3 cm s<sup>-1</sup> (vitesse incidente sur le prisme). Les atomes sélectionnés effectuent une trajectoire parabolique qui arrive sur le miroir à atomes à 3 cm s<sup>-1</sup>, les atomes réfléchis retombent et sont détectés par ionisation à l'aide d'un faisceau laser.



Figure IV-2 : Principe de l'expérience préliminaire réalisée à Stanford en 1990.

D'autres méthodes de mesure de la force de van der Waals sont envisagées actuellement, par exemple l'utilisation d'un interféromètre atomique de type fente d'Young[110] dont la sensibilité devrait permettre de mesurer le potentiel à grande distance, dans le régime en  $1/z^4$ .

#### b) Mesures spectroscopiques

Le premier type d'expérience, réalisé à Yale, est très similaire à l'expérience de transmission d'atomes de Rydberg à travers une cavité. L'expérience consiste à mesurer des déplacements des niveaux de Rydberg du sodium à l'intérieur de la cavité, et a été publié en 1992[111]. L'état de Rydberg nS est créé à l'aide d'une transition à deux photons utilisant deux faisceaux laser de fréquences différentes : le premier laser résonnant sur la transition 3S - > 3P, et le second sur la transition 3P - > nS. Les fréquences des transitions atomiques utilisées pour créer les états de Rydberg étant déplacées par l'interaction de van der Waals, une comparaison de la fréquence de résonance de la seconde transition pour des atomes à l'extérieur ou à l'intérieur de la cavité donne accès au déplacement des niveaux atomiques. La mesure a été effectuée pour différents états de Rydberg ( $10 \le n \le 13$ ) et pour différentes distances entre les deux miroirs (0,7 à  $2,4 \mu m$ ). Cette expérience a montré également un *très bon accord avec l'expression du potentiel de van der Waals à courte distance*.

Le deuxième type de mesure spectroscopique a donné lieu à plusieurs publications[112] à partir de 1991 par le groupe de M. Ducloy et D. Bloch à l'université de Villetaneuse : une mesure spectroscopique fine d'un faisceau laser réfléchi à l'interface entre un diélectrique et une vapeur de césium a été comparée à une mesure d'absorption saturée du césium, et a montré le déplacement et la déformation des raies pour les atomes à proximité de la paroi diélectrique en accord avec l'approximation des courtes distances. L'intérêt de ces expériences réside notamment dans *la possibilité de mesure des déplacements pour des niveaux de faible durée de vie*, mais également dans la *prise en compte de l'influence de la constante diélectrique*, en particulier lorsque le diélectrique présente une raie d'absorption à une fréquence proche d'une transition atomique.

# 0.2. Plan du chapitre

Ce chapitre présente notre mesure de la force de van der Waals. Il est séparé en cinq parties :

- nous allons présenter dans la première partie du chapitre le principe de la mesure de la force de van der Waals dans le miroir à atomes. Nous verrons qu'elle est effectuée au niveau du point de rebroussement de la trajectoire atomique, et qu'elle consiste à contrebalancer la force de van der Waals par la force dipolaire,
- nous détaillerons dans la seconde partie les méthodes de mesure du nombre d'atomes réfléchis, du potentiel dipolaire à la surface du prisme et de l'énergie incidente des atomes nécessaires à la détermination du potentiel de van der Waals. Nous examinerons également les incertitudes qui leur sont liées,
- dans la troisième partie, nous donnerons les résultats bruts des mesures du nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme, pour les deux polarisations TE et TM du laser créant l'onde évanescente,
- l'analyse des résultats et la conclusion de l'expérience de mesure de la force de van der Waals sont présentées dans la quatrième partie,
- la dernière partie est consacrée à la conclusion sur l'influence de la force de van der Waals dans le miroir à atomes et à l'étude d'améliorations ou de modifications permettant d'une part, de mesurer plus précisément la force de van der Waals et d'autre part, de mettre en évidence l'effet tunnel et la réflexion quantique sur le sommet de la barrière de potentiel.

# 1. Principe de la méthode

# 1.1. Principe

Pour mesurer l'interaction de van der Waals entre les atomes et la paroi diélectrique, nous avons utilisé *la force dipolaire pour contrebalancer la force de van der Waals*, comme proposé par la réf.[108]. En effet, au niveau du point de rebroussement de la trajectoire atomique, le potentiel réflecteur total (potentiel dipolaire plus potentiel de van der Waals) est égal à l'énergie incidente des atomes  $E_{inc}$ . La mesure du seuil de réflexion des atomes  $\Lambda_T$ , c'est à dire la valeur minimale du déplacement lumineux pour réfléchir les atomes, correspond au cas pour lequel l'énergie incidente des atomes est égal au maximum du potentiel réflecteur total (en  $z = z_m$ ):



$$E_{inc} = U_{ref}(z_m) = U_{vdW}(z_m) + \Lambda_T e^{-2\kappa z_m}$$
(IV.1)

Figure IV-3 : Potentiel total ( $U_{ref} = U_{dip} + U_{Q.E.D.}$ ) pour différentes valeurs du déplacement lumineux à la surface du prisme ( $\Lambda_0 = U_{dip}(z=0) \propto I/\delta$ ) :  $\Gamma$ ,  $2\Gamma$ ,  $4\Gamma$ ,  $6\Gamma$ ,  $8\Gamma$ ,  $10\Gamma$ ,  $12\Gamma$ ,  $14\Gamma$ ,  $16\Gamma$ ,  $18\Gamma$ et  $20\Gamma$ , et pour une longueur de décroissance de l'onde évanescente de  $1/\kappa$  avec  $\kappa \simeq 1,08 k_0$ .

Nous avons vu au chapitre II que le maximum du potentiel total et sa position  $z_m$  varient de façon monotone avec le potentiel lumineux à la surface du prisme (cf. fig.(IV-3)). On obtient donc une relation univoque entre la position du maximum  $z_m$ , l'énergie cinétique incidente  $E_{inc}$  (égale au maximum du potentiel total), et le seuil de réflexion. Cette relation dépend de l'expression de la force de van der Waals, mais la mesure du seuil de réflexion ne permet pas d'en déduire directement la valeur du potentiel de van der Waals. Par contre, si l'on suppose connu le potentiel de van der Waals et que par ailleurs l'on mesure l'énergie inci-

#### 1. Principe de la méthode

dente des atomes  $E_{inc}$ , on peut calculer la valeur de la position  $z_m$  du maximum du potentiel, puis la valeur théorique du seuil de réflexion.

L'expérience consiste donc à mesurer le seuil de réflexion  $\Lambda_T^{exp}$  et à le comparer aux seuils théoriques obtenus pour les différents potentiels de van der Waals :

- $\Lambda_T^{dip}$  sans la force de van der Waals
- $\Lambda_T^{L.J.}$  utilisant l'approximation des courtes distances pour le calcul de la force de van der Waals ( $z \ll \lambda/2\pi$ )
- $\Lambda_T^{Q.E.D.}$  utilisant les corrections d'électrodynamique quantique dans le calcul de la force de van der Waals
- $\Lambda_T^{C.P.}$  utilisant l'approximation des grandes distances pour le calcul de la force de van der Waals $(z \gg \lambda/2\pi)$

Notre expérience ayant été réalisée avec un faisceau laser de profil gaussien en intensité, la valeur du potentiel dipolaire n'est pas uniforme sur le miroir. On pourrait songer à utiliser un faisceau laser uniforme, mais son obtention complique l'expérience et fait perdre beaucoup de puissance sur le faisceau laser. En fait, nous avons pu mesurer *le seuil de réflexion au centre du faisceau gaussien*. En effet, lorsque l'on augmente le déplacement lumineux (en augmentant la puissance du laser ou en réduisant le désaccord), les atomes incidents au centre du miroir (là où la force dipolaire est maximum) sont réfléchis en premier, puis le nombre d'atomes réfléchis augmente avec la taille du miroir effectif. Si le déplacement lumineux au centre de la tache laser ( $\Lambda_0$ ) est supérieur au seuil  $\Lambda_T$ , le miroir effectif a une forme elliptique dont le bord est déterminé par le fait que le déplacement lumineux y est égal au seuil, et est défini par l'équation :

$$\Lambda_T = \Lambda_0 \ e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)} \tag{IV.2}$$

L'utilisation d'un faisceau laser de profil gaussien conduit à une variation logarithmique de la surface du miroir effectif en fonction du déplacement lumineux :

$$S_{eff} = \pi \frac{w_x w_y}{2} \ln \left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T}\right)$$

$$\Lambda_T = (E_{inc} - U_{vdW}(z_m)) e^{2\kappa z_m}$$
(IV.3)

Nous retrouvons ici la même formule de la surface du miroir effectif que dans le premier chapitre (cf. éq. (I.39)), seule la valeur du seuil est modifiée par l'interaction de van der Waals<sup>17</sup>.

Si on suppose que la densité des atomes incidents est uniforme sur le miroir à atomes, le nombre d'atomes réfléchis  $N_r$  est proportionnel à la surface du miroir effectif, il croît donc comme  $\ln\left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T}\right)$ . L'expérience consiste donc à mesurer la fonction  $N_r(\Lambda_0)$ , qui est une droite en échelle semi-logarithmique, dont l'intersection avec l'axe des abscisses correspond au seuil de réflexion au centre du miroir atomique (cf. fig.(IV-4)).

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> La variation logarithmique de la surface du miroir effectif ne dépend que de la forme gaussienne du faisceau laser, à condition que la relation entre le déplacement lumineux à la surface du prisme et le maximum du potentiel total soit bijective.



Figure IV-4 : Nombre d'atomes réfléchis en fonction du potentiel lumineux à la surface du prisme et au centre du miroir  $\Lambda_0$ , pour différents modèles du potentiel de van der Waals. La valeur du seuil dépend de la force de van der Waals, et il est possible d'utiliser l'ensemble de la courbe pour la détermination du seuil. Nous avons utilisé les paramètres expérimentaux correspondant à l'expérience :  $E_{inc} \simeq 5, 3 \ h\Gamma$ ,  $\kappa \simeq 1,08k_0$ .

Comme seule la valeur du seuil du réflexion  $\Lambda_T$  dépend de la force de van der Waals, nous pouvons utiliser l'ensemble des points expérimentaux pour la détermination du seuil expérimental, que l'on compare ensuite avec les valeurs théoriques.

## **1.2.** Grandeurs mesurées

Nous avons donc choisi de mesurer  $N(\Lambda_0)$ , d'en déduire la valeur du seuil expérimental  $\Lambda_T^{exp}$  et de la comparer avec les valeurs théoriques du seuil de réflexion. La mesure du nombre d'atomes réfléchis par absorption d'un faisceau sonde quasi-résonnant, ainsi que l'ensemble du montage expérimental, ont été décrits en détail au chapitre III. Nous avons représenté sur la fig.(IV-5) un schéma de l'expérience qui en rappelle les principales caractéristiques.

Pour tracer la courbe expérimentale il est également nécessaire de connaître  $\Lambda_0$  le déplacement lumineux à la surface du prisme et au centre du miroir. Pour cela, nous avons mesuré l'intensité au centre du faisceau  $I_0$ , l'angle d'incidence du faisceau dans le prisme *i* et le désaccord à résonance  $\delta$ . L'intensité au centre du faisceau est elle-même déduite de la mesure de la puissance du faisceau laser  $P_L$  et du profil du faisceau laser. L'angle d'incidence du faisceau laser sur la face d'entrée du prisme *i* permet de calculer les coefficients de Fresnel aux interfaces et ensuite de calculer  $\Lambda_0$  à l'aide des résultats du chapitre I. Les points expérimentaux de la courbe  $N(\Lambda_0)$  (cf. fig.(IV-15))ont donc une incertitude suivant l'axe des ordonnées liée à la mesure du nombre d'atomes, mais également suivant l'axe des abscisses liée à la détermination de  $\Lambda_0$ .

Par ailleurs, pour calculer les valeurs théoriques des seuils de réflexion, il est nécessaire de connaître l'énergie incidentes des atomes sur le prisme. Pour cela, nous effectuons une mesure

#### 1. Principe de la méthode



Figure IV-5 : Schéma de l'expérience de mesure de la force de van der Waal. L'angle d'incidence du faisceau laser sur la face d'entrée du prisme vaut  $i = 15^{\circ}$ , d'où un angle  $\theta_1 = 53^{\circ}$  par rapport à la normale à la face supérieure du prisme. La décroissance du champ électrique de l'onde évanescente vaut  $1/\kappa$ , avec  $\kappa = 1,08k_0$ . Les atomes sont lâchés d'un piège magnéto-optique d'une hauteur h = 15 mm au-dessus du prisme, la mesure du nombre d'atomes réfléchis est effectuée à l'aide d'une sonde située à d = 5mm en-dessous de la position initiale du piège.

de la hauteur de chute h des atomes sur le prisme à l'aide de la méthode de temps de vol décrite au paragraphe III-5. (cf. page 111).

Il est important de remarquer que la seule information obtenue sur la force de van der Waals est la valeur  $U_{vdW}(z_m)$ , qui ne dépend que de l'énergie cinétique incidente. L'utilisation d'une source d'atomes froids, avec une faible dispersion en énergie, permet d'obtenir la valeur du potentiel de van der Waals pour une valeur  $z_m$  bien précise de la distance au diélectrique, à la différence d'autres méthodes de mesure de la force de van der Waals, pour lesquelles il est nécessaire de convoluer sur les différentes distances d'approche à la surface : vue la variation très rapide en  $1/z^3$ , cette absence de convolution est un avantage important.

# 1.3. Sous-niveaux Zeeman

Les atomes de <sup>85</sup>Rb ont sept sous-niveaux Zeeman dans l'état fondamental F = 3 utilisé dans notre expérience, qui peuvent être tous peuplés. Nous avons vu au paragraphe I-3. que les sousniveaux Zeeman, déterminés par l'axe de quantification Oy orthogonal au plan d'incidence du faisceau laser dans le prisme (cf. fig.(IV-5)), restent états propres du déplacement lumineux si la polarisation du faisceau laser est TE ou TM pure. De plus, en polarisation TE les déplacements lumineux sont tous égaux, le nombre d'atomes réfléchis varie donc également linéairement en échelle logarithmique. Pour tenir compte de la structure hyperfine, il suffit donc de prendre en compte le coefficient 2/3 dû à la structure fine dans le calcul du déplacement lumineux, comme montré dans le paragraphe I-3.

Par contre, en polarisation TM, les déplacements lumineux sont différents pour chaque sousniveau Zeeman hyperfin. Mais pour un  $M_F$  donné, nous avons toujours une variation logarithmique du nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux qui lui est associé:  $N_{M_F}(\Lambda_0^{M_F}) \propto \ln\left(\frac{\Lambda_0^{M_F}}{\Lambda_T}\right)$ 

De plus, le rapport entre les différents déplacements lumineux est fixe et ne dépend que de l'angle d'incidence *i* du faisceau laser dans le prisme (ou de  $\theta_1$ ). Nous avons vu dans le chapitre I que dans nos conditions expérimentales ( $\theta_1 = 53^\circ$ ) le coefficient associé à la structure hyperfine  $C_{M_F}$  vaut:  $C_{M_F} = \frac{2}{3} - 0,106 M_F$  et varie donc de 0,349 pour  $M_F = +3$  à 0,985 pour  $M_F = -3$ .

Nous avons représenté le nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux au centre du miroir pour les atomes dans le sous-niveau  $M_F = -3$ , pour lequel le seuil de réflexion est atteint en premier lorsque l'on augmente l'intensité du faisceau laser créant l'onde évanescente. Le nombre d'atomes réfléchis dans chaque sous-niveau Zeeman  $M_F$  varie alors toujours linéairement en échelle logarithmique mais avec des seuils dont les valeurs valent :  $\frac{C_{M-3}}{C_{M_F}}\Lambda_T =$ 

 $\frac{0.985}{\frac{2}{3}-0.106 M_F} \Lambda_T$ . Nous avons représenté sur la fig.(IV-6) la variation du nombre d'atomes réfléchis dans chaque sous-niveau Zeeman et pour l'ensemble des sous-niveaux, en supposant une répartition homogène des atomes entre les sous-niveaux  $M_F$ .



Figure IV-6 : Nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme et au centre du miroir du sous-niveau  $M_F = -3$ . Nous avons représenté en trait fin le nombre d'atomes réfléchis dans chaque sous-niveau Zeeman, en supposant une répartition homogène entre les sous-niveaux, et en trait épais le nombre total pour tous les sous-niveaux.

#### 1. Principe de la méthode

Contrairement au cas utilisant la polarisation TE, nous n'obtenons plus une droite en échelle logarithmique, mais une ligne brisée formée de sept segments. Mais comme les septs seuils sont liés avec des écarts connus, la seule inconnue supplémentaire est la répartition entre les différents sous-niveaux Zeeman. Si l'on suppose une répartition homogène, on peut alors déterminer le seuil de réflexion comme en polarisation TE.

# **1.4.** Prise en compte de la réflexion quantique et de l'effet tunnel

Nous avons vu, dans le paragraphe II-4., que si nous prenons en compte le comportement ondulatoire des atomes, le coefficient de réflexion atomique ne passe pas brutalement de 0 à 1 au niveau du seuil, mais varie de façon continue. Cet effet a évidemment une influence sur la mesure du seuil de réflexion que nous avons effectuée. Nous avons représenté sur la fig.(IV-7) les calculs du nombre d'atomes réfléchis en fonction du potentiel lumineux au centre du miroir, dans le cas simple d'un seuil infiniment raide (pointillés) et dans le cas du miroir réel (trait plein), calculé en intégrant sur l'ensemble de la tache laser le coefficient de réflexion  $R(\Lambda)$  calculé au chapitre II et qui prend en compte l'aspect ondulatoire des atomes.



Figure IV-7 : Calcul du nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux  $\Lambda_0$  à la surface du prisme et au centre du miroir. Les courbes en trait pointillé et en trait plein correspondent respectivement à un calcul qui prend en compte ou non la réflexion quantique et l'effet tunnel.

Nous constatons qu'au lieu d'avoir un seuil bien déterminé comme pour un miroir à bord net, nous observons un étalement du seuil (environ 0, 6  $\Gamma$ , soit 4%). Cette modification devrait *a priori* être prise en compte dans l'interprétation des données expérimentales. Mais la plage de déplacement lumineux sur laquelle intervient cet effet est suffisamment réduite, comparée aux 35  $\Gamma$  utilisés pour la détermination du seuil expérimental, pour être négligée (cf. fig.(IV-15)).

Nous verrons dans le paragraphe IV-2 que d'autres phénomènes donnent une allure analogue à la courbe  $N(\Lambda_0)$  au niveau du seuil, et qu'ils nous ont empêché d'observer cet effet.

# 2. Mesures

Pour déterminer la valeur expérimental du seuil de réflexion, il est nécessaire d'effectuer trois mesures distinctes :

- mesure du nombre d'atomes réfléchis
- mesure du déplacement lumineux
- mesure de l'énergie incidente des atomes

Nous décrivons dans cette partie les méthodes utilisées pour effectuer ces mesures, ainsi que les incertitudes qui leur sont liées. Nous convertissons toutes les incertitudes en des incertitudes sur la valeur du seuil de réflexion, les deux premières mesures conduisant à une incertitude sur la valeur expérimentale du seuil et la troisième conduisant à une incertitude sur les seuils théoriques calculés à partir de la valeur de l'énergie incidente des atomes.

# 2.1. Nombre d'atomes réfléchis

#### a) Détermination du nombre d'atomes

Les détails concernant l'utilisation et l'optimisation de la sonde en absorption ont été donnés dans le chapitre III-5.2. à la page 110. Nous allons présenter dans cette partie la méthode utilisée pour déterminer le nombre d'atomes réfléchis à partir de la mesure d'absorption de la sonde. Nous avons représenté sur la fig.(IV-8) un exemple de courbe d'absorption du faisceau laser sonde en fonction du temps après la fin de la phase de préparation des atomes.



temps après la fin de la préparation de atomes en ms

Figure IV-8 : Absorption de la sonde par les atomes de Rb. Cette courbe représente la moyenne sur 30 séquences, pour un déplacement lumineux à la surface du prisme  $\Lambda_0 \simeq 68, 5 \Gamma$ . La courbe en traits tirets représente le fond dû aux atomes qui n'ont pas encore été réfléchis.

#### 2. Mesures

Nous observons clairement le pic d'atomes après réflexion, qui est utilisé pour mesurer le nombre d'atomes réfléchis, et celui correspondant aux mêmes atomes lorsqu'ils redescendent dans la sonde<sup>18</sup>. La largeur du premier pic (environ 12 ms) ne dépend pas du nombre d'atomes réfléchis, il suffit donc de mesurer la hauteur de ce pic pour en déduire le nombre d'atomes réfléchis (en unité arbitraire). Mais cette mesure est compliquée par la fluctuation du nombre d'atomes piégés d'un cycle au suivant, et par la présence d'un fond d'atomes qui décroît lentement (cf. fig.(IV-8)).



Figure IV-9 : Absorption résiduelle de la sonde par les atomes qui descendent vers le prisme. Le faisceau laser créant le miroir à atomes est coupé.

Ce fond correspond à des atomes qui avaient une vitesse initiale dirigée vers le haut (à la fin de la phase de préparation des atomes), et qui descendent vers le prisme lorsque le maximum de la distribution atomique remonte à travers la sonde. Pour le vérifier, nous avons fait la même mesure en coupant le laser créant le miroir atomique (cf. fig. (IV-9)): nous avons observé que ce fond subsiste.

Mais il ne suffit pas de soustraire ce fond au signal obtenu en présence du miroir, car l'amplitude du fond varie. De plus ces fluctuations ne sont pas strictement corrélées à celles du nombre d'atomes dans le piège. Nous avons constaté empiriquement que la forme de ce fond résiduel ne change pas, il suffit donc pour chaque mesure de déterminer l'amplitude du fond. Pour cela nous utilisons la valeur de l'absorption juste après le branchement de la sonde (à t = 56 ms), pour laquelle les atomes réfléchis ne sont pas encore remontés jusque la sonde (cf. fig.(IV-8)). Nous pouvons donc obtenir la courbe représentant le nombre d'atomes réfléchis (cf. fig.(IV-10)) en soustrayant, après calibration, la courbe du fond.

Une fois cette opération effectuée, nous avons mesuré la hauteur du premier pic, et pour obtenir la proportion d'atomes réfléchis, nous l'avons normalisée par le nombre d'atomes dans le piège, mesuré à la fin de la phase piège (cf. paragraphe III-3.3.2.e. page 91). Cette opération est

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> L'élargissement important de ce second pic est la conséquence de la diffusion dans l'espace des vitesses (chauffage) du nuage atomique lors de la première détection.



Figure IV-10 : Absorption de la sonde par les atomes réfléchis, après soustraction du fond résiduel dû aux atomes pas encore réfléchis (mêmes paramètres que pour la figure (IV-8)).

nécessaire pour réduire l'effet des fluctuations du nombre d'atomes piégés, on obtient alors la proportion d'atomes réfléchis.

# b) Fluctuations du nombre d'atomes réfléchis

## Fluctuations du nombre d'atomes incidents

Nous avons constaté des fluctuations de la proportion d'atomes réfléchis sans changement des paramètres du laser et malgré la normalisation par le nombre d'atomes dans le piège. Elles peuvent provenir d'une part de la variation de la perte d'atomes entre la fin du piège et la fin de la phase de préparation des atomes, et d'autre part des fluctuations des distributions transverses de vitesse. Ces fluctuations sont difficiles à estimer car elles sont à très basse fréquence (correspondant à une période allant de 2 s à plusieurs heures). Ces fluctuations ne changent pas la valeur du seuil, et augmentent avec le signal.

### Fluctuations de la taille du miroir effectif

Les courbes  $N(\Lambda_0)$  (cf fig.(IV-15) et (IV-16)) correspondent en fait à un ensemble d'expériences, une par point expérimental. Les fluctuations de la mesure relative du potentiel lumineux entre ces différentes expériences peuvent être représentées par une incertitude suivant l'axe des abscisses, et sont principalement dues à la précision relative de la mesure de la puissance et du désaccord entre les différents points expérimentaux. La précision de 3% sur la mesure de la puissance du faisceau laser est liée aux variations de réponse du détecteur suivant le point d'impact du faisceau laser, cette incertitude correspond à la valeur constructeur et a été vérifiée expérimentalement en déplaçant le point d'impact. La précision de 50 MHz sur la mesure du désaccord est limitée par la finesse du Fabry-Perot confocal utilisé : finesse 150 et in-

#### 2. Mesures

tervalle spectrale libre 7, 5 GHz. L'ensemble de ces fluctuations conduit à une incertitude sur les points expérimentaux d'environ 3% à 10% suivant le désaccord (incertitude totale).

Ces fluctuations ont pour effet de disperser les points expérimentaux autour de la droite que l'on obtiendrait sans fluctuation, sauf au niveau du seuil, où elles ont tendances à augmenter le nombre moyen d'atomes réfléchis. En effet, juste au niveau du seuil il n'y a pas d'atomes réfléchis sans fluctuation, alors qu'il peut y en avoir en présence de fluctuations : si le potentiel dipolaire est plus petit le nombre d'atomes réfléchis reste nul, alors que s'il est plus grand le nombre d'atomes devient non nul. La plage de déplacement lumineux<sup>19</sup> (0,6  $\Gamma$ ) sur laquelle les fluctuations peuvent conduire à augmenter le nombre d'atomes réfléchis étant petite devant la plage totale de déplacement lumineux (environ 35  $\Gamma$ ), cet effet peut être négligé. Par contre la modification de la courbe  $N(\Lambda_0)$  est analogue à celle due à la réflexion quantique et l'effet tunnel (cf. paragraphe IV-1.4.).

#### Fluctuations liées à la mesure du nombre d'atomes

Une incertitude supplémentaire, concernant la mesure du nombre d'atomes réfléchis, provient de la mesure de la hauteur du pic d'atomes réfléchis. Cette incertitude est liée d'une part au bruit de détection et d'autre part à la procédure de soustraction du fond d'atomes non réfléchis. On peut l'estimer à environ 0,03 en unité utilisée sur les fig.(IV-15) et (IV-16). Cette fluctuation des points expérimentaux suivant l'axe des ordonnées est équivalente à une fluctuation d'environ  $\pm 2\%$  sur la valeur du déplacement lumineux sur l'axe des abscisses.

#### Incertitude sur le seuil

Toutes ces fluctuations contribuent à disperser les points expérimentaux autour de la droite de meilleur ajustement et peuvent expliquer la dispersion expérimentale effectivement observée (cf. fig.(IV-15) et (IV-16)).

Nous constatons empiriquement un écart maximal de  $\pm 10\%$  en polarisation TE et  $\pm 22\%$  en TM par rapport aux courbes de meilleur ajustement. Comme les fluctuations sont a priori indépendantes pour les différents points expérimentaux, ils sont dispersés de façon aléatoire autour des courbes que l'on obtiendrait sans fluctuation. L'incertitude sur les seuils expérimentaux décroît donc statistiquement avec le nombre de points expérimentaux utilisés pour la détermination des courbes de meilleur ajustement, 22 points en polarisation TE et 35 en polarisation TM. Pour estimer l'incertitude, nous avons divisé l'incertitude maximale par la racine du nombre de points expérimentaux, ce qui nous donne une estimation de l'incertitude statistique sur la détermination du seuil d'environ  $\pm 2,5\%$ .

# 2.2. Calibration du déplacement lumineux

Nous appelons erreurs systématiques celles qui ne conduisent pas à des fluctuations, mais qui proviennent d'un défaut de calibration ou de mesure. Elles concernent les mesures de la puissance, de la taille du faisceau laser à l'extérieur du prisme et de l'angle d'incidence dans le prisme. Toutes ces mesures étant utilisées pour calculer le déplacement lumineux dans le miroir à atomes (à l'aide des résultats du chapitre I), les incertitudes sur la calibration des appareils de mesure conduisent à des erreurs systématiques sur le calcul du seuil expérimental en terme de

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Au niveau du seuil, le désaccord le plus faible utilisé dans nos expériences est de 3 GHz, d'où une incertitude de  $\frac{50}{3000} \simeq 1,7\%$  sur le désaccord. L'incertitude totale sur le déplacement lumineux est donc d'environ 4% (y compris l'incertitude sur la puissance), soit 0,6  $\Gamma$ .

déplacement lumineux. En fait cela correspond à déplacer l'ensemble des points  $N(\Lambda_0)$  suivant l'axe des abscisses.

#### Puissance du laser

Nous avons une incertitude sur la mesure de puissance du laser due à la calibration du mesureur de puissance bolométrique (Coherent modèle 200, 10 W maximum): incertitude de  $\pm 2,5\%$  (données constructeur). Nous avons comparé deux de ces détecteurs, qui ont donné des résultats similaires à mieux que 1%.

#### Intensité au centre du faisceau laser

Afin obtenir l'intensité au centre du faisceau laser à partir de la mesure de puissance, nous avons utilisé une caméra CCD pour mesurer le profil du faisceau laser (caméra TN-6CN de marque Pulnix). Nous avons utilisé le faisceau parasite transmis par un miroir réfléchissant (T < 1%), et nous avons disposé la caméra dans le plan conjugué du prisme, pour mesurer la taille du faisceau laser au niveau du prisme (cf. fig.(IV-11)). Nous avons réglé le faisceau laser de façon à que son col soit situé au niveau du prisme (ou de la surface sensible de la caméra). L'incertitude concernant la position exacte de la caméra à la distance d du miroir peut alors être négligée, car la distance  $d \approx 0,3$  m est beaucoup plus petite que la distance de Rayleigh  $z_r \approx 3$  m ( $z_r = \frac{\pi w^2}{\lambda}$ , avec  $w \simeq 0,9$  mm).



Figure IV-11 : Schéma de principe de la mesure de la taille du faisceau laser au niveau du prisme.

Nous avons mesuré le profil d'intensité du faisceau laser titane saphir dans les directions verticale et horizontale, puis nous avons cherché la gaussienne de meilleur ajustement pour chacun des profils ( $w_x = 0,84$  mm, et  $w_y = 0,90$  mm). L'incertitude sur ces mesures est principalement liée à la calibration de la taille d'un pixel de la caméra ( $\pm 0,75\%$  dans chaque direction). Cette calibration a été effectuée auparavant en faisant l'image d'une mire graduée à l'aide d'une lentille sur la surface sensible de la caméra. Nous utilisons une configuration pour laquelle la mire graduée et la surface sensible sont situées symétriquement autour de la lentille à une distance égale à deux fois la focale, nous avons alors un grandissement de 1 avec une précision totale d'environ 1,5% dans chaque direction.

#### Angle d'incidence dans le prisme

L'angle d'incidence i du faisceau laser sur la face d'entrée du prisme (cf. fig.(IV-5)) intervient à deux reprises dans l'interprétation des données : il est utilisé pour le calcul d'une part du déplacement lumineux à la surface du prisme (coefficients de Fresnel), et d'autre part des seuils théoriques de réflexion, via la constante de décroissance du champ électrique  $1/\kappa$  qui dépend de *i*.



Figure IV-12 : Principe de mesure de l'angle d'incidence sur la face d'entrée du prisme. Connaissant la distance d, on peut , en mesurant sur les fenêtres les distances  $x_1$  et  $x_2$  entre les points d'impacts du faisceau et le centre des fenêtres, déterminer l'angle d'incidence du faisceau laser titane saphir sur la face d'entrée du prisme.

Cet angle est déterminé à l'aide des mesures des positions du faisceau laser titane saphir sur les fenêtres d'entrée et de sortie de l'enceinte à vide (cf. fig.(IV-12)), et de la position du prisme. Nous obtenons une incertitude de 1° sur l'angle d'incidence sur le prisme, ce qui correspond d'une part à une incertitude sur la calibration du déplacement lumineux à la surface du prisme de  $\pm 2\%$  pour la polarisation TE, et  $\pm 2,5\%$  en TM, et d'autre part à une incertitude de  $\pm 1\%$  sur le calcul des seuils théoriques de réflexion.

# 2.3. Energie incidente des atomes

La mesure de l'énergie incidente des atomes sur le miroir est nécessaire pour le calcul des seuils théoriques de réflexion. Nous allons considérer d'une part la dispersion en énergie cinétique incidente, liée aux distributions verticales en position et en vitesse de la source atomique, et d'autre part l'incertitude sur l'énergie cinétique incidente moyenne.

#### a) Distribution en position des atomes

La distribution en position des atomes suivant la direction Oz et à la fin de la phase de préparation des atomes conduit à une dispersion en énergie incidente sur le prisme  $E_{inc}$ . La dispersion relative en énergie incidente (demi-largeur à mi-hauteur) vaut :

$$\frac{\Delta E_{inc}}{E_{inc}} = \frac{\Delta h}{h} \approx \frac{0,4}{15,3} \approx 2,7\% \tag{IV.4}$$

Cette dispersion en énergie incidente des atomes se traduit en une dispersion du déplacement lumineux seuil<sup>20</sup> de  $\pm 2, 1\%$ , qui provoque une variation de la taille du miroir effectif.

<sup>20</sup> Nous avons utilisé le fait que 
$$\left(\frac{E_{inc}}{\Lambda_T} \times \frac{d\Lambda_T}{dE_{inc}}\right)_{(E_{inc}=5,3\hbar\Gamma)} = 0,76$$
 (cf. fig.(II-6)).



Figure IV-13 : Calcul du nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux  $\Lambda_0$  à la surface du prisme et au centre du miroir, avec une distribution gaussienne en position des atomes dans le piège d'écart type  $\sigma_z = 0,34$  mm (trait plein). La courbe en pointillé représente le nombre d'atomes réfléchis pour une distribution en position initiale infiniment étroite.

Nous avons donc calculé  $\Lambda_T(E_{inc})$  le seuil de réflexion en fonction de l'énergie incidente (ou de la hauteur de chute), et la taille du miroir effectif correspondant. En intégrant sur la position initiale z, on obtient  $N(\Lambda_0)$ :

$$N(\Lambda_0) \propto \int dz \ln\left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T(mg(h+z))}\right) e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}$$
 (IV.5)

La fig.(IV-13) montre le résultat du calcul. Pour les valeurs du déplacement lumineux au centre du miroir suffisamment supérieures au seuil (au moins 1%), le nombre d'atomes réfléchis est le même que s'il n'y avait pas de dispersion en énergie incidente, car nous pouvons alors linéariser la relation entre le nombre d'atomes réfléchis et l'énergie incidente sur une zone comprenant l'ensemble des énergies incidentes.

Par contre pour une valeur du potentiel lumineux proche du seuil, le nombre d'atomes réfléchis est supérieur à celui sans dispersion en énergie. Mais cette plage de déplacement lumineux  $(0, 3 \Gamma)$  est très petite devant celle utilisée pour déterminer la droite de meilleur ajustement (environ  $35\Gamma$ ), et peut être négligée pour la détermination du seuil de réflexion. Cet étalement du seuil a une forme similaire à celle due à l'effet tunnel et à la réflexion quantique (cf. fig.(IV-7)), mais intervient sur une zone deux fois plus petite.

#### 2. Mesures

#### b) Distribution en vitesse des atomes

La différence relative d'énergie cinétique incidente sur le prisme entre les atomes de vitesse initiale v (à la fin de la phase de préparation) et ceux de vitesse initiale nulle (correspondant au centre de la distribution en vitesse) vaut :

$$\frac{\Delta E_{inc}}{E_{inc}} = \frac{v^2}{2gh} \tag{IV.6}$$

Nous constatons sur l'éq.(IV.6) que l'énergie incidente sur le prisme est systématiquement plus élevée pour les atomes ayant une vitesse initiale non nulle que pour ceux de vitesse initiale nulle. La dispersion en vitesse conduit donc à une modification de l'énergie incidente moyenne.



Figure IV-14 : Calcul du nombre d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux  $\Lambda_0$  à la surface du prisme et au centre du miroir, avec une distribution en vitesse gaussienne à la fin de la phase de préparation des atomes, d'écart type  $\sigma_{v_z} = 7 v_{rec}$  (trait plein). La droite en trait pointillé représente le résultat pour une distribution en vitesse infiniment étroite.

Nous pouvons calculer l'écart relatif entre l'énergie incidente moyenne  $E_{moy}$  et l'énergie incidente  $E_{inc}$  pour les atomes de vitesse nulle, dans notre cas d'une distribution gaussienne en vitesse d'écart type  $\sigma_v = 7 v_{rec}$ :

$$\frac{E_{moy} - E_{inc}}{E_{inc}} = \frac{\sigma_v^2}{8gh} = 0,15\%$$
 (IV.7)

Cet écart correspond à une différence de seuil moyen de 0,11% (0,016  $\Gamma$ ) et peut donc être négligé dans l'interprétation des résultats.

Nous constatons effectivement sur la fig.(IV-14) que la courbe  $N(\Lambda_0)$  est translatée de 0,016  $\Gamma$ . Cette courbe a été obtenue en calculant la surface du miroir effectif associé à une classe de vitesse et en l'intégrant sur l'ensemble des classes de vitesse :

$$N(\Lambda_0) \propto \int dv_z \ln\left(\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T(E_{inc} + \frac{1}{2}mv_z^2)}\right) e^{-\frac{z^2}{2\sigma_{v_z}^2}}$$
(IV.8)

Nous constatons également que la dispersion initiale en vitesse conduit à un étalement du seuil, mais beaucoup plus faible que celui dû à la dispersion en position dans le piège (cf. fig.(IV-13)) : il est donc également négligeable.

#### c) Détermination de l'énergie incidente des atomes

Nous avons vu au paragraphe III-5.2.a. qu'il est possible de déterminer précisément la position du piège par rapport au prisme à partir des trois temps de passage des atomes dans la sonde (cf. page 111). Nous obtenons une hauteur  $h = 15,0 \pm 0,2$  mm, d'où une incertitude de 1,3% sur l'énergie incidente, ou une incertitude de 1% sur la valeur du seuil.

Nous avons vu que la dispersion en énergie  $(\pm 2\%)$  conduit à un étalement du seuil de réflexion  $(0,3 \ \Gamma)$  et à une translation de la droite  $(0,016 \ \Gamma)$ , mais que ces deux effets pouvaient être négligés. Nous pouvons donc considérer le pinceau d'atomes incidents sur le prisme comme quasi-monocinétique, avec une énergie incidente donnée par la hauteur de chute de 15,0 mm à 1,3% près. Cette incertitude sur l'énergie incidente moyenne conduit à une incertitude sur le calcul des seuils théoriques d'environ 1%.

# 3. Résultats bruts

# **3.1.** Polarisation TE

Nous avons représenté sur la fig.(IV-15) la proportion d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux  $\Lambda_0$  à la surface du prisme et au centre du miroir, pour une polarisation TE du laser Ti: S utilisé pour créer l'onde évanescente. Comme prévu, nous observons une variation linéaire en échelle semi-logarithmique, sauf pour les valeurs élevées du déplacement lumineux pour lesquelles apparaît un phénomène de saturation de la proportion d'atomes réfléchis. Pour obtenir ces différents points, nous avons utilisé trois puissances lasers différentes et un désaccord à résonance variant d'environ 0,5 à 6 GHz. Nous obtenons à partir de la courbe (IV-15) un seuil expérimental de 14,9  $\Gamma$ , qui correspond à l'intersection de la droite de meilleur ajustement avec l'axe des abscisses.



Figure IV-15 : Proportion d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme pour un laser polarisé TE. La courbe en trait plein correspond à la droite de meilleur ajustement. Les atomes sont lâchés d'une hauteur de 15 mm au-dessus du miroir, ce qui correspond à une énergie incidente de 5,3  $\hbar\Gamma$ . La longueur de décroissance du champ électrique de l'onde évanescente est  $1/\kappa$ , avec  $\kappa \simeq 1,08k_0$ .

*Remarques*: Le désaccord utilisé dans l'expérience, a été mesuré par rapport au barycentre des différentes transitions de la structure hyperfine de l'état excité, en tenant compte de leur poids respectif qui dépend du carré de l'élément de matrice réduit de la transition dipolaire électrique (cf. annexe I-A page 40). Ce barycentre est situé à  $\delta/2\pi = -61$  MHz de la transition  $F_f = 3 \rightarrow F_e = 4$ .

#### **3.2.** Polarisation TM

Nous avons représenté sur la fig.(IV-16) la proportion d'atomes réfléchis en polarisation TM, en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme correspondant au sous-niveau Zeeman  $M_F = -3$ , pour lequel le déplacement lumineux est maximal. Dans cette expérience, nous avons utilisé quatre puissances différentes, et un désaccord variant de 0,5 à 12 GHz. Nous obtenons un résultat similaire à celui obtenu en polarisation TE, avec une saturation de la proportion d'atomes réfléchis pour les valeurs élevées du déplacement lumineux. Nous observons également une légère courbure au niveau du seuil. La courbure observée est plus faible que celle calculée en supposant une répartition homogène des atomes entre les différents sous-niveaux Zeeman (courbe en trait plein, cf. paragraphe IV-1.3.). Cette différence peut s'expliquer par une différence de population entre les sous-niveaux Zeeman.

Néanmoins, nous avons supposé une répartition homogène des atomes entre les sept sousniveaux Zeeman pour le calcul de la courbe de meilleur ajustement (cf. fig.(IV-18)), et nous obtenons un seuil expérimental de 12, 6  $\Gamma$ .



Figure IV-16 : Proportion d'atomes réfléchis en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme pour un laser polarisé TM. La courbe en trait plein représente la courbe de meilleur ajustement, supposant une répartition homogène entre les différents sous-niveaux Zeeman. Les autres données expérimentales sont similaires à celle de la polarisation TE (cf. fig.(IV-15)).

# 3.3. Saturation à grand déplacement lumineux

Pour la détermination de la force de van der Waals, qui sera discutée dans la partie suivante, nous nous intéressons à la proportion d'atomes réfléchis près du seuil, nous pouvons donc oublier la saturation de la proportion d'atomes réfléchis à grand déplacement lumineux (cf. fig.(IV-15) et (IV-16)). Néanmoins, nous allons examiner le problème de la saturation. Cette saturation peut être expliquée par l'effet conjoint de deux processus : *la distribution non uniforme des atomes sur le miroir et la perte d'atomes par pompage optique*.

#### a) Distribution spatiale atomique non uniforme

Pour des valeurs élevées du potentiel lumineux, la taille du miroir effectif n'est plus petite devant la taille de la distribution atomique incidente sur le prisme, et la distribution n'est alors plus uniforme sur le miroir. Comme la densité atomique est plus petite au bord qu'au centre, la proportion d'atomes réfléchis augmente moins vite que la taille du miroir effectif, et donc que le logarithme du déplacement lumineux. Pour estimer cette réduction, on peut intégrer le d'atomes réfléchis sur la surface du miroir. En supposant la distribution atomique en position gaussienne et centrée sur le miroir atomique, le nombre d'atomes réfléchis vaut :

$$N(\Lambda_0) = \frac{N}{2\pi\sigma_x^2} \iint_{miroir} dS \ e^{-\frac{\left(x^2 + y^2\right)}{2\ \sigma_x^2}} \tag{IV.9}$$

#### 3. Résultats bruts

où N est le nombre total d'atomes incidents sur le miroir. Les bornes d'intégration sont données par l'équation du bord du miroir effectif (ellipse d'équation (IV.2)). La proportion d'atomes réfléchis est obtenue en divisant par N le nombre total d'atomes incident. Comme notre distribution en vitesse transverse a un écart quadratique moyen de l'ordre de 6  $v_{rec}$ , nous obtenons une distribution en position incidente sur le prisme d'écart quadratique moyen de l'ordre de  $\sigma_x = 2$  mm. L'écart à la variation logarithmique atteint alors 23% pour le déplacement lumineux maximal (environ 200  $\Gamma$ ). Il ne suffit donc pas à expliquer à lui seul l'écart d'environ 50% observé.

#### b) Pompage optique

Le nombre moyen d'émission spontanée par rebond devient important pour les petits désaccords: il vaut 1 pour les valeurs de désaccord les plus faibles ( $\delta/2\pi = 500$  MHz, cf. éq.(I.42)), ce qui crée des pertes par pompage optique: lors d'une émission spontanée, les atomes ont une probabilité non nulle de retomber sur le sous-niveau  $F_f = 2$  du <sup>85</sup>Rb, pour lequel le potentiel dipolaire est alors attractif. Si le désaccord est suffisamment grand pour que le potentiel soit également répulsif ( $\delta/2\pi > 3$  GHz), l'atome perd une partie de son énergie cinétique lors de ce processus[48].

A grand désaccord devant la structure hyperfine de l'état excité, on peut calculer cette probabilité à l'aide des éléments de matrice réduits donnés dans l'annexe I-A (cf. page 37), en sommant sur les différentes transitions la probabilité de tomber sur le sous-niveau F = 2. Cette probabilité  $P_2$  est donc proportionnelle à la somme sur les transitions de l'état excité  $F_e$  du produit de la population dans l'état excité (proportionnelle à  $D^2$  ( $F_f = 3, F_e$ ), le carré de l'élément de matrice réduit) par la probabilité de retomber par émission spontanée vers l'état fondamental  $F_f = 2$  (proportionnelle à  $D^2$  ( $F_f = 2, F_e$ )) et vaut donc :

$$P_2 = \frac{\sum_{F_e=1}^4 D^2 \left(F_f = 3, F_e\right) D^2 \left(F_f = 2, F_e\right)}{\sum_{F_e=1}^4 D^2 \left(F_f = 3, F_e\right)} = \frac{34}{144} \simeq 0,24$$
(IV.10)

Si nous considérons que tous les atomes ayant fait ce changement de sous-niveau sont perdus, cela représente une perte de 24% d'atomes pour le désaccord minimal utilisé ( $\delta/2\pi = 500$  MHz).

#### c) Saturation totale

Pris ensemble, ces deux phénomènes peuvent expliquer la saturation du nombre d'atomes réfléchis qui, pour le point ayant le déplacement lumineux maximal (environ 200  $\Gamma$ ), représente une diminution d'environ 50% du nombre d'atomes réfléchis.

Il faut également remarquer que cette perte par pompage optique ne dépend que du désaccord, mais pas de l'intensité du faisceau laser. A même déplacement lumineux, le nombre d'atomes réfléchis devrait donc être d'autant plus important que le désaccord est grand, et donc que la puissance (ou l'intensité) du faisceau laser est élevée ( $\Lambda_0 \propto \frac{I}{\delta}$ ). Ceci n'apparaît pas sur les résultats expérimentaux (cf. fig.(IV-15) et (IV-16)), ce qui pourraît signifier qu'un processus supplémentaire intervient dans la saturation.

La saturation concerne les points pour lesquels  $\Lambda_0 > 50 \Gamma$ , et comme ils ne sont pas nécessaires à la détermination du seuil de réflexion, nous les exclurons pour l'interprétation des résultats, c'est-à-dire pour la détermination des courbes de meilleur ajustement.

# 4. Résultats de l'analyse

# 4.1. Polarisation TE

Pour comparer le seuil expérimental aux valeurs théoriques, nous avons représenté sur la fig.(IV-17) les positions relatives du seuil expérimental et des seuils théoriques. Nous avons également schématisé les incertitudes sur chacun des seuils.

Nous avons vu dans le paragraphe IV-2. que les incertitudes sur la détermination du seuil expérimental peuvent être classées en deux catégories : les fluctuations, liées au fait que chaque point expérimental correspond à une expérience, et les erreurs de calibration du potentiel lumineux.

L'incertitude liée aux erreurs systématiques lors de la calibration du potentiel lumineux sont liées à la calibration du mesureur de puissance ( $\pm 2,5\%$ ), à la mesure de la taille du faisceau ( $\pm 1,5\%$ ) et à la mesure de l'angle d'incidence du faisceau dans le prisme ( $\pm 2,5\%$ ), ce qui conduit à une incertitude totale de  $\pm 6\%$ . Comme une erreur sur la calibration du potentiel dipolaire correspond à translater l'ensemble des points expérimentaux le long de l'axe des abscisses, nous avons représenté sur la fig.(IV-17) trois flèches symbolisant le seuil expérimental avec des calibrations différentes du potentiel dipolaire. La flèche du centre correspond à la valeur mesurée, et les flèches de droite et de gauche correspondent à un potentiel dipolaire multiplié par 0, 94 et 1,06.

Les fluctuations se traduisent par une dispersion des points expérimentaux autour de la droite moyenne, elles sont dues aux fluctuations d'une part de la mesure du nombre d'atomes réfléchis et d'autre part des mesures de la puissance et du désaccord du faisceau laser Ti : S. Nous avons estimé que l'incertitude sur la détermination du seuil qui en résulte est de l'ordre de  $\pm 3\%$ , que nous avons symbolisé sur la fig.(IV-17) par une zone grisée.

Nous avons également représenté par des traits pointillés l'incertitude sur les seuils théoriques  $(\pm 2\%)$ , liée pour moitié à la mesure de l'énergie cinétique incidente, et pour l'autre moitié à la détermination de la longueur de décroissance de l'onde évanescente  $1/\kappa$ .



Figure IV-17 : Positions respectives du seuil expérimental et des seuils théoriques, ainsi que leurs incertitudes.

#### 4. Résultats de l'analyse

En conclusion, nous avons obtenu un seuil expérimental qui vaut :

$$\Lambda_T^{\exp} = 14,9 \pm 1,3 \ \Gamma \tag{IV.11}$$

Nous avons ajouté les incertitudes dues aux fluctuations et celles dues à la calibration du potentiel dipolaire, soit au total  $\pm 9\%$ .

Les seuils théoriques valent :

- $\Lambda_T^{DIP.} = 5,3 \pm 0,1 \ \Gamma$  avec le potentiel dipolaire seul
- $\Lambda_T^{L.J.} = 16,8 \pm 0,3 \ \Gamma$  avec le potentiel de van der Waals dans l'approximation des courtes distances
- $\Lambda_T^{C.P.} = 19,3 \pm 0,4 \ \Gamma$  avec le potentiel de van der Waals dans l'approximation des grandes distances
- $\Lambda_T^{Q.E.D.} = 15, 3 \pm 0, 3 \Gamma$  avec le potentiel de van der Waals valable à toutes distances

Le résultat expérimental est en accord avec le calcul d'électrodynamique quantique  $15, 3 \pm 0, 3 \Gamma$ . De plus, notre précision semble suffisante pour vérifier la présence des effets d'électrodynamique quantique dans la force de van der Waals, car le calcul avec l'approximation des courtes distances, qui ne tient pas compte de ces corrections, donne un seuil de  $16, 8 \pm 0, 3 \Gamma$ .

# 4.2. Polarisation TM



Figure IV-18 : Nombre d'atomes réfléchis en polarisation TM en fonction du déplacement lumineux à la surface du prisme pour le sous-niveau Zeeman  $M_F = -3$  (sélection de points de la fig.(IV-16)). La courbe de meilleur ajustement supposant une répartition homogène entre les sous-niveaux Zeeman est représentée en trait plein. Les deux droites en traits pointillés représentent les courbes théoriques lorsque tous les atomes sont dans le même sous-niveau, pour  $M_F = -3$  et +3.

Nous avons représenté sur la fig. (IV-18) les résultats de l'expérience en polarisation TM ainsi que la position des seuils théoriques.

En plus des incertitudes expérimentales similaires à celles de l'expérience en polarisation TE, il faut également prendre en compte l'*incertitude sur les populations respectives des différents* sous-niveaux Zeeman, ce qui peut déplacer le seuil expérimental par un facteur presque trois entre la situation pour laquelle tous les atomes sont dans le sous-niveau  $M_F = -3$  et celle où ils sont tous dans le sous-niveau  $M_F = +3$  (cf. fig.(IV-18)). Non seulement la valeur du seuil est changée, mais la forme de la courbe est également modifiée. Par exemple, dans le cas où tous les atomes sont dans le même sous-niveau, la variation du nombre d'atomes redevient une droite en échelle logarithmique. Cette incertitude peut donc expliquer facilement l'écart observé entre le seuil expérimental de 12, 6  $\Gamma$ , obtenu en supposant les atomes répartis uniformément entre les sous-niveaux Zeeman, et le seuil théorique  $\Lambda_T^{Q.E.D.} = 15, 3 \Gamma$ .

L'expérience en polarisation TM est donc moins précise, mais elle n'est pas en désaccord avec le résultat obtenu en polarisation TE. Notons que si l'on pompait tous les atomes dans un sous-niveau Zeeman connu, on pourrait espérer retrouver la même précision qu'en polarisation TE.

# 4.3. Conclusion

Cette expérience nous a permis de mesurer précisément l'effet de la force de van der Waals dans le miroir à atomes, et ainsi de vérifier nos prévisions concernant la réduction importante de l'efficacité du miroir. Elle montre également que, compte tenu de la distance entre le point de rebroussement de la trajectoire atomique et le prisme, les corrections d'électrodynamique quantique doivent être prises en considération.

Ce résultat ne nous permet pas de donner directement la valeur du potentiel de van der Waals à une distance donnée, et il est nécessaire d'utiliser un modèle pour la calculer. Une autre façon de présenter le résultat est d'en déduire le potentiel de van der Waals, en utilisant chacune des trois approximations. Si nous utilisons un potentiel de van der Waals de la forme  $a \times U_{Q.E.D.}$ , les résultats expérimentaux sont compatibles avec :

$$a_{Q.E.D.} = 0,89 \begin{pmatrix} +0,44\\ -0.34 \end{pmatrix}$$
 (IV.12)

Si nous faisons l'exploitation des résultats expérimentaux avec pour potentiel de van der Waals  $U_{L,J}$  calculé avec l'approximation des courtes distances, nous obtenons :

$$a_{L.J.} = 0,64 \begin{pmatrix} +0,28\\ -0,23 \end{pmatrix}$$
 (IV.13)

De même, en utilisant  $U_{C.P.}$  calculé avec l'approximation des grandes distances, nous obtenons :

$$a_{C.P.} = 0,31 \begin{pmatrix} +0,19\\ -0.13 \end{pmatrix}$$
 (IV.14)

Nous constatons que seule l'expression  $U_{Q.E.D.}$  est compatible avec a = 1. Notons que la détermination du potentiel de van der Waals est environ quatre fois moins précise que la détermination du seuil de réflexion. Ceci s'explique par le fait que le potentiel réflecteur total est la somme du potentiel dipolaire et du potentiel de van der Waals. Comme au niveau du point de rebroussement de la trajectoire le potentiel de van der Waals ne représente qu'un quart du potentiel dipolaire (cf. fig.(IV-19)), une incertitude de 10% sur le potentiel dipolaire se traduit par une incertitude de 40% sur le potentiel de van der Waals.



Figure IV-19 : Potentiel dipolaire et potentiel réflecteur total en fonction de la distance au prisme. Les paramètres utilisés correspondent au seuil de réflexion : déplacement lumineux à la surface du prisme  $15,3 \Gamma$  et  $\kappa \simeq 1,08k_0$ .

# 5. Conclusions et perspectives

# 5.1. Etat actuel et modifications possibles

Cette expérience met en évidence le rôle primordial de la force de van der Waals dans le fonctionnement du miroir atomique à onde évanescente. L'effet le plus spectaculaire est la *réduction importante de la barrière de potentiel du miroir,* par un facteur trois dans notre expérience. La mesure précise de cette réduction est en accord avec les expressions du potentiel de van der Waals tenant compte des corrections d'électrodynamique quantique.

Mais la force de van der Waals *modifie également la forme du potentiel réflecteur total* par rapport à la décroissance exponentielle du potentiel dipolaire seuil.

Nous avons notamment vu qu'il existe *une distance minimale d'approche*  $(0, 38\lambda/2\pi \simeq 47 \text{ nm dans notre cas})$ , qui pourraît empêcher la réalisation d'expériences pour lesquelles la distance entre les atomes et le prisme doit être plus petite que cette distance.

De plus, comme *le potentiel réflecteur total présente un maximum* il devient possible d'observer l'effet tunnel ou la réflexion quantique au sommet de la barrière. Cette observation n'aurait sans doute pas été possible dans notre cas, mais nous verrons dans les perspectives qu'elle pourrait être réalisée avec une expérience légèrement modifiée.

La forme du potentiel total n'est pas seulement modifiée à proximité du maximum, mais également à plus grande distance où le potentiel exponentiel décroît plus vite que la loi de puissance associée à l'interaction de van der Waals, d'où l'*existence d'un minimum local négatif.* 

Ce minimum devient plus important lorsque le potentiel dipolaire est réduit et peut alors modifier de façon importante la forme du potentiel total. Nous avons représenté sur la fig.(IV-20) le potentiel réflecteur total pour un déplacement lumineux à la surface du prisme de 0,326  $\Gamma$ , qui conduit à un potentiel total dont le maximum est environ de  $E_{rec}$  (énergie cinétique incidente correspondant à une quantité de mouvement de  $\hbar k_0$ ). Nous constatons que le minimum local est alors du même ordre de grandeur ( $\approx -E_{rec}$ ). Dans ces conditions un traitement quantique de la trajectoire atomique est alors nécessaire, car la longueur d'onde de de Broglie est comparable à la taille caractéristique de variation du potentiel total[115].



Figure IV-20: Potentiel réflecteur total à la surface du prisme (potentiel dipolaire plus potentiel de van der Waals). Ce potentiel correspond à un déplacement lumineux à la surface du prisme de 0,326  $\Gamma$  et à une longueur de décroissance de l'onde évanescente  $1/\kappa$ , avec  $\kappa \simeq 1,08k_0$ . Le maximum du potentiel total ( $6,5 \times 10^{-4} \ h\Gamma$ ) correspond à une énergie cinétique de  $E_{rec}$ .

Une autre conséquence importante de la modification de la forme du potentiel est la *perte de la propriété d'invariance du potentiel* par modification du déplacement lumineux, qui caractérise la décroissance exponentielle pure du potentiel dipolaire[113]. La perte de cette propriété, à cause de la force de van der Waals, est très gênante dans certaines expériences où nous utilisons des faisceaux lasers de profil gaussien pour créer l'onde évanescente, par exemple l'expérience de diffraction décrite dans le chapitre V ou celle décrite dans la réf.[35]. Pour s'affranchir de ce problème, il est nécessaire soit d'utiliser un profil en intensité plat, qui permet d'obtenir la même variation sur l'ensemble du miroir, soit d'augmenter le potentiel dipolaire total pour repousser de la surface du prisme le point de rebroussement de la trajectoire atomique, ce qui réduit l'effet de la force de van der Waals.

Dans le but de mesurer plus précisément la force de van der Waals, et notamment de discriminer plus nettement entre le modèle à courte distance et le modèle d'électrodynamique quantique, ou pour mettre en évidence la réflexion quantique et l'effet tunnel, nous pouvons envisager

## 5. Conclusions et perspectives

quelques pistes pour améliorer cette expérience. Tout en gardant le principe de l'utilisation du miroir à atomes, nous pouvons envisager soit d'améliorer la précision de l'expérience décrite précédemment, soit d'imaginer de nouvelles configurations, notamment la possibilité de modifier l'énergie cinétique incidente, et donc la distance à laquelle est effectuée la mesure de la force de van der Waals (en changeant la vitesse des atomes ou en changeant d'atome).

# 5.2. Améliorations avec la même énergie incidente

# a) Amélioration de la précision

Nous avons vu que la précision de l'expérience est limitée par la mesure du potentiel dipolaire à la surface du prisme. Pour différencier clairement entre les deux modèles (à courte distance ou électrodynamique quantique) dans les mêmes conditions expérimentales, il faudrait augmenter la précision d'un facteur deux ou trois, ce qui nécessite de réduire les incertitudes sur la plupart des paramètres : le désaccord, la puissance, la taille et l'angle d'incidence du faisceau, mais également la mesure du nombre d'atomes incidents. La réduction des erreurs systématiques est plus importante car l'incertitude sur les autres paramètres peut être diminuée par moyennage.

Cinq améliorations peuvent être envisagées sans modifications importantes de l'expérience :

- l'utilisation d'un Fabry-Perot confocal d'intervalle libre plus faible pour obtenir une meilleure précision sur la valeur du désaccord (on peut baisser l'incertitude en-dessous de 1%),
- l'utilisation d'un mesureur de puissance plus précis (il est possible d'obtenir une précision de  $\pm 1\%$  avec d'autres mesureurs de puissance commerciaux),
- l'utilisation d'une caméra dont la taille des pixels est bien connue pour diminuer l'incertitude sur la taille du faisceau laser à environ  $\pm 0,5\%$  (par exemple la caméra ATE CCD 768K de Princeton Instruments),
- l'amélioration de la mesure de l'angle d'incidence dans le prisme<sup>21</sup> peut permettre de négliger l'incertitude sur cette mesure,
- la mesure du nombre d'atomes avant la réflexion pour une meilleure normalisation par le nombre d'atomes incidents sur le prisme.

L'ensemble de ces améliorations devrait permettre d'obtenir une précision de l'ordre de  $\pm 3\%$ sur la valeur du potentiel dipolaire, et donc de vérifier avec une meilleure précision les effets de retards dans la force de van der Waals.

# b) Mesure par interférométrie atomique

Comme cela a été proposé dans la réf.[114], il est possible de mesurer le déphasage à la réflexion lié à l'interaction de van der Waals. Cette proposition est basée sur le principe d'interférométrie de polarisation entre différents sous-niveaux Zeeman, en introduisant le miroir atomique à l'intérieur d'un interféromètre de type Stern-Gerach. En mesurant la modification des franges d'interférence, il est possible d'en déduire la différence de déphasage entre sous-niveaux magnétiques. En gardant le principe de l'interférométrie de polarisation, mais

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Dans notre expérience, nous avions sous-estimé le rôle de cette incertitude et nous n'avons pas voulu modifier le dispositif sous vide. Une méthode de mesure de l'angle d'incidence i par auto-collimation permettrait d'obtenir facilement une précision de l'ordre de la minute d'arc.
sans l'utilisation de l'interféromètre de Stern-Garlach, il est également possible de mesurer l'effet du potentiel de van der Waals sur la phase atomique.

Si nous utilisons une polarisation circulaire ou elliptique dans l'onde évanescente (par exemple TM), le potentiel dipolaire est différent suivant le sous-niveau Zeeman (cf. chapitre I). En l'absence de force de van der Waals, ou lorsque le potentiel dipolaire est suffisamment important pour repousser le point de rebroussement de la trajectoire atomique loin de la paroi, la phase accumulée à la réflexion ne dépend que de la position du point de rebroussement classique de la trajectoire atomique (cf. réf.[113]). Ceci est lié au fait qu'augmenter un potentiel exponentiel est équivalent à translater l'ensemble du potentiel et ne change pas sa forme. Donc, pour deux sous-niveaux Zeeman différents, la différence de potentiel dipolaire se traduit par un déphasage, mais qui est indépendant du potentiel lumineux car les deux points de rebroussement se translatent simultanément. Ce n'est plus vrai si nous prenons en compte la force de van der Waals qui brise cette propriété d'invariance du potentiel réflecteur. Donc, si nous utilisons des atomes incidents dans un état qui se décompose sur deux sous-niveaux Zeeman (définis par l'axe de quantification Oy), on peut mesurer la population de cet état après réflexion en fonction de la valeur de l'intensité ou du désaccord du laser (donc du déplacement lumineux) et en déduire la variation du déphasage entre les deux sous-niveaux Zeeman due au potentiel de van der Waals. Il s'agit d'une expérience d'interférométrie atomique.

Contrairement à la mesure que nous avons effectuée, cette méthode interférométrique permettrait de mesurer facilement le potentiel de van der Waals pour différentes distances à la paroi diélectrique. En effet, dans notre expérience nous mesurons la force de van der Waals à une distance à la paroi diélectrique bien précise, déterminée par l'énergie cinétique incidente. Or, nous avons vu au paragraphe II-3 qu'il est nécessaire de faire varier l'énergie incidente de façon importante pour déplacer la distance minimale d'approche. Par contre, avec la méthode interférométrique, on peut facilement modifier la distance à laquelle on mesure la force de van der Waals en changeant le potentiel lumineux (intensité ou désaccord du laser créant l'onde évanescente). On peut donc mesurer la force depuis la distance minimale d'approche, où le potentiel est proche de la loi en  $1/z^3$ , à des distances beaucoup plus grandes pour lesquelles le régime il varie en  $1/z^4$ .

### c) Modification de la constante de décroissance spatiale de l'onde évanescente

Une autre possibilité pour changer la distance à laquelle on mesure le potentiel de van der Waals est de faire varier 1/k la longueur de décroissance de l'onde évanescente. Notamment, on peut penser qu'en augmentant cette longueur de décroissance on augmente la distance minimale d'approche, et donc l'écart relatif entre les potentiels de van der Waals  $U_{L,J}$  et  $U_{Q,E,D}$  au point de mesure. Mais, si notre but est de mesurer plus précisément les effets de retard, et que la précision de l'expérience est limitée par la calibration du potentiel dipolaire, il faut augmenter l'écart relatif entre les seuils de réflexion  $\Lambda_T^{L,J}$  et  $\Lambda_T^{Q,E,D}$ . Or, nous constatons sur la fig.(IV-21) que l'écart relatif entre les seuils diminue avec  $\kappa$  l'inverse de la longueur de décroissance de l'onde évanescente.

Cette variation s'explique par le fait que, lorsque l'on augmente la longueur de décroissance de l'onde évanescente, la part du potentiel de van der Waals au niveau du maximum du potentiel réflecteur total décroît, et que par conséquent la précision sur la mesure de la force de van der Waals diminue. On peut également envisager d'effectuer différentes mesures pour des  $\kappa$ différents, la précision sur une seule mesure sera comparable à celle que nous avons obtenue,



Figure IV-21 : Ecart relatif entre les seuils de réflexion théoriques  $\Lambda_T^{L,J.}$  et  $\Lambda_T^{Q.E.D.}$  en fonction de  $\kappa$  l'inverse de la longueur de décroissance de l'onde évanescente, et pour une énergie cinétique incidente de 5,3  $\hbar\Gamma$ .

mais l'utilisation des différents résultats devrait permettre d'améliorer la précision globale sur le potentiel de van der Waals.

## 5.3. Modification de l'énergie incidente des atomes

La modification de l'énergie incidente pourrait également permettre de changer la distance à laquelle on mesure la force de van der Waals. Si notre but est de vérifier les effets de retard dans le calcul de la force de van der Waals, et comme nous sommes limités par la précision de la mesure du potentiel dipolaire, *il faut augmenter l'écart relatif entre les seuils théoriques de réflexion calculés avec les potentiels*  $U_{L,J}$  *et*  $U_{Q,E,D}$  pour l'interaction de van der Waals (cf. fig.(IV-22)).

Nous constatons que si nous diminuons l'énergie incidente des atomes sur le miroir la différence relative des seuils augmente (la distance  $z_m$  augmente et donc l'écart entre les potentiels  $U_{L,J}$  et  $U_{Q,E,D}$  aussi). Pour augmenter notre précision d'un facteur 3, il faut réduire l'énergie incidente d'un facteur 15 environ. Cette énergie correspond à une hauteur de chute de 1 mm, ce qui est semble difficile à réaliser avec le même montage expérimental, car le prisme couperait le faisceau piège à 45°. De plus la dispersion en énergie de la source atomique devient alors importante ( $\Delta h = \pm 0, 4$  mm), et il faut en tenir compte dans l'interprétation des résultats.

On pourrait alors envisager d'utiliser un prisme en position verticale (la face sur laquelle est créée l'onde évanescente est verticale), d'ajouter une sélection en vitesse transverse des atomes dans la direction du prisme, et de laisser tomber les atomes sélectionnés avec une trajectoire



Figure IV-22 : Ecart relatif entre les seuils de réflexion en utilisant les potentiels  $U_{L,J}$  et  $U_{Q,E,D}$  comme potentiel de van der Waals, en fonction de l'énergie incidente des atomes. Tous les autres paramètres, utilisés dans ce calcul, correspondent à ceux de l'expérience, notamment  $\kappa = 1,08k_0$ .

parabolique vers le prisme comme schématisé sur la fig.(IV-23), ou de les lancer vers le haut comme proposé par la réf.[108]. La sélection en vitesse transverse peut être effectuée à l'aide de fentes ou par une sélection Raman[116]. L'avantage de cette configuration est que la dispersion en position initiale ne joue plus aucun rôle.

Un tel dispositif permettrait facilement d'obtenir des énergies incidentes très faibles, par exemple pour une vitesse incidente de  $3 \text{ cm s}^{-1}$  (soit  $5 v_{rec}$ ), l'énergie incidente sur le prisme est de 0,016  $\Gamma$  et l'écart relatif entre les seuils est alors de 0, 4.

Une autre possibilité pour diminuer l'énergie cinétique incidente mgh est d'utiliser un atome plus léger. Mais si l'on change d'atome, l'interaction de van der Waals et le potentiel dipolaire sont également modifiés. En fait, on peut montrer (cf. annexe IV-A) que si l'on suppose que la première transition domine dans l'interaction de van der Waals (alcalins et hélium métastable), et que l'on exprime l'énergie incidente des atomes en unités de  $\hbar\Gamma$ , *le résultat de la fig.*(IV-22) *est valable pour tous les atomes*.

Par contre, à hauteur de chute donnée (même vitesse incidente sur le prisme), les énergies incidentes (en énergie de  $\hbar\Gamma$ ) dépendent de l'atome considéré, et les différences relatives des seuils de réflexion également. On montre facilement qu'à même hauteur de chute, l'énergie incidente d'un autre atome *i* (en énergie de  $\hbar\Gamma_i$ ) s'obtient en divisant celle du rubidium par  $r = \left(\frac{m_i \Gamma_{Rb}}{\Gamma_i m_{Rb}}\right)$ . Par exemple pour le sodium <sup>23</sup>Na, avec  $\Gamma_{Na}/2\pi = 9,9$  MHz, l'énergie incidente est réduite par un facteur r = 6, 2, et l'écart relatif entre les seuils est deux fois supérieur à celui pour le Rb (pour h = 15 mm). Pour des atomes d'hélium métastable <sup>4</sup>He<sup>\*</sup>, avec  $\Gamma_{He}/2\pi = 1, 6$  MHz



Figure IV-23 : Schéma de principe d'une expérience qui permet d'obtenir une faible énergie incidente des atomes, ce qui facilite la mesure de l'effet de retard dans la force de van der Waals.

(r = 5, 8), on obtient également un écart relatif environ deux fois plus élevé, le gain sur l'énergie incidente étant réduit par la baisse de  $\Gamma$ . Un très bon candidat est le lithium <sup>7</sup>Li, avec  $\Gamma_{Li}/2\pi = 5,9$  MHz (r = 12, 1), qui permet d'obtenir une sensibilité environ trois fois supérieure.

## 5.4. Observation de la réflexion quantique et de l'effet tunnel

Nous avons vu que la prise en compte de l'aspect ondulatoire des atomes conduit à des processus de réflexion quantique partielle et d'effet tunnel au sommet de la barrière de potentiel.

Dans l'expérience décrite précédemment, les effets se manifestent par un étalement du seuil de réflexion (cf. fig.(IV-7)), mais trop faible pour être mesuré. En effet, il est nécessaire d'avoir une bonne stabilité relative du potentiel dipolaire (faibles fluctuations de fréquence et d'intensité du laser) et une faible dispersion en énergie incidente des atomes, car les fluctuations du potentiel lumineux et la dispersion en énergie produisent également un étalement du seuil expérimental qui cache le signal, ce qui était le cas dans notre expérience. Pour que l'étalement du seuil dû aux fluctuations soit plus faible d'un facteur deux que celui dû à l'effet tunnel et la réflexion quantique, il faudrait réduire ces fluctuations d'un facteur 5.

Pour mettre en évidence cet effet il faut augmenter la longueur d'onde de Broglie des atomes par rapport à la courbure du potentiel total au niveau du maximum du potentiel[117] (cf. paragraphe II-4. page 67). Le rapport  $\epsilon = \hbar \sqrt{C/m}/E_{inc}$  caractérise la largeur relative en énergie pour laquelle la réflexion quantique et l'effet tunnel sont importants, avec C la courbure du potentiel au niveau du maximum du potentiel total et m la masse des atomes. On peut montrer (cf. annexe IV-B) que, si l'on utilise l'approximation de Lennard-Jones pour le calcul du potentiel de van der Waals,  $\epsilon$  croît en  $\sqrt{E_{rec}/E_{inc}} \propto v_{rec}/v_{inc}$  sur une gamme importante d'énergie incidente (7  $\hbar\Gamma < E_{inc} < 3 \times 10^{-3} \hbar\Gamma$ ). Pour être plus précis, nous avons calculé numériquement la valeur de  $\epsilon$  pour des atomes de <sup>85</sup>Rb avec  $U_{Q.E.D.}$  comme potentiel de van der Waals (cf. fig.(IV-24)).

Si l'on diminue d'un facteur 15 l'énergie incidente des atomes (soit une hauteur de chute de 1 mm), l'effet devient 3 fois plus important (contre un facteur 3,8 pour le calcul approché). Si nous utilisons un schéma expérimental similaire à celui de la fig.(IV-23), et pour des atomes de



Figure IV-24 : Variation du rapport  $\epsilon = \hbar \sqrt{C/m} / E_{inc}$  (calculé avec l'approximation parabolique) en fonction de l'énergie incidente des atomes pour un atome de Rb, en utilisant  $U_{Q.E.D.}$  comme potentiel de van der Waals et  $\kappa = 1,08k_0$ . Cette grandeur  $\epsilon$  caractérise la largeur relative en énergie pour laquelle la réflexion quantique et l'effet tunnel sont importants.

vitesse incidente sur le prisme 5  $v_{rec}$ ,  $\epsilon$  croît d'un facteur 12 environ (contre 18 pour le calcul approché) et devient alors facilement mesurable<sup>22</sup>.

Enfin l'utilisation d'atomes plus légers permet également d'augmenter la réflexion quantique et l'effet tunnel. A même vitesse incidente sur le prisme,  $\epsilon$  augmente comme  $v_{rec} \propto k/m$  avec le calcul approché. Nous pouvons également utiliser le calcul numérique de  $\epsilon$  pour les atomes de Rb pour en déduire les résultats pour d'autres atomes (alcalins et hélium métastable, cf. annexe IV-B). Pour une même hauteur de chute de 15 mm, l'augmentation de  $\epsilon$  est par exemple d'un facteur environ 4 pour <sup>23</sup>Na, 11 pour <sup>7</sup>Li, et 13 pour <sup>4</sup>He<sup>\*</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> L'utilisation d'un potentiel présentant un maximum local est beaucoup plus propice à la mesure de la réflexion quantique que l'utilisation d'un potentiel dipolaire attractif. En effet, la réf.[115] montre par exemple que pour obtenir une réflectivité de 4% il faut une vitesse incidente de  $\frac{1}{2}v_{rec}$ .

## **Annexe IV-A**

## Seuils de réflexion pour différents atomes

Nous allons montrer dans cette annexe que si nous exprimons les potentiels (potentiels dipolaire et de van der Waals) en unités de  $\hbar\Gamma$  et les distances en unités de 1/k, où  $\Gamma$  et k sont la largeur naturelle et le vecteur d'onde associés à la première transition d'un atome, le potentiel total a la même expression pour tous les atomes à condition que la première transition soit prédominante dans la polarisabilité de l'atome. Nous en déduirons que, pour une hauteur de chute donnée, la différence relative des seuils de réflexion  $\Lambda_T^{L,J}$  et  $\Lambda_T^{Q,E,D}$  varie en  $\Gamma/m$ , où m est la masse de l'atome considéré.

Nous considérons l'approximation selon laquelle la première transition domine dans le calcul de la force de van der Waals, et nous supposons également que cette transition est utilisée pour réfléchir les atomes. Nous avons vu que cette approximation est très bien vérifiée pour le Rb, elle l'est également pour les autres alcalins et pour l'hélium métastable<sup>23</sup>. Enfin nous considérons que la constante diélectrique du prisme est identique pour toutes les transitions.

Si nous ne prenons en compte que la première transition  $|e_1\rangle$ , le potentiel de van der Waals dans l'approximation des courtes distances (cf. éq.(II.19)) peut s'écrire :

$$U_{L.J.}(z) \simeq -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{|\langle f | \mathbf{D} | e_1 \rangle|^2}{16\pi\varepsilon_0 z^3}$$
(IV.15)

Nous avons vu dans l'annexe I-A (éq.(I.66)) que le carré de l'élément de matrice réduit est proportionnel à  $\Gamma/k^3$  ( $\Gamma$  et k sont relatifs à la transition  $|e_1\rangle$  de l'atome considéré), le potentiel peut donc s'écrire sous la forme :

$$U_{L.J.}(z) \simeq -\frac{a\,\hbar\Gamma}{(k\,z)^3} \tag{IV.16}$$

où la constante a ne dépend pas de l'atome considéré, et est donc la même que pour l'atome de Rb:  $a = \frac{3}{16} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}$  (= 1,04 pour n = 1,869). Nous pouvons faire le même type de raisonnement pour le potentiel de van der Waals  $U_{Q.E.D.}$ .

Nous exprimons la polarisabilité en ne tenant compte que de la première transition (cf. éq.(II.27)):

$$\alpha(\omega) \simeq \frac{2}{\varepsilon_0 \hbar} \left| \langle f | \mathbf{D} | e_1 \rangle \right|^2 \frac{\omega_1}{\omega_1^2 - \omega^2} \tag{IV.17}$$

De plus, nous ne tenons pas compte de la structure fine de la première transition pour les alcalins, car la différence des fréquences de transition des raies  $D_1$  et  $D_2$  est faible. Cette approximation est moins bien vérifiée pour le Césium ou le Francium, mais reste valable à quelques pour cent.

Nous obtenons donc que la polarisabilité statique  $\alpha_0$  est proportionnelle à  $\Gamma/k^4$ , et que le potentiel de van der Waals  $U_{Q,E,D}$  (cf. éq.(II.46)) peut s'écrire sous une forme indépendante de l'atome considéré en unités réduites :

$$U_{Q.E.D.}(z) = -\hbar\Gamma b \int_0^\infty dx x^3 \frac{1}{1+x^2} \int_1^\infty dp H(p) \ e^{-2px(kz)}$$
(IV.18)

où H(p) est lié aux coefficient de Fresnel de la paroi (cf. éq.(II.28)) et ne dépend pas de l'atome si l'on considère la constante diélectrique  $\varepsilon$  fixe, et b est une constante également indépendante de l'atome qui vaut  $b = \frac{3}{4\pi}$ .

Nous pouvons également écrire le potentiel dipolaire à la surface du prisme en unités réduites à l'aide de l'éq.(I.32) :

$$U_{dip}(z) = \hbar \Gamma \frac{\Lambda}{\Gamma} e^{-2\sqrt{n^2 \sin^2 \theta - 1}(kz)}$$
(IV.19)

L'argument de l'exponentielle ne dépend que de kz (n est constant) et est donc indépendant de l'atome en unités réduite. Il en est de même de l'énergie si le potentiel lumineux est exprimé en unités de  $\Gamma$ .

Le potentiel total, que ce soit en utilisant le potentiel le van der Waals calculé avec l'approximation de Lennard-Jones ou en tenant compte des effets de retard, a donc la même expression pour tous les atomes en unités réduites. *Tous les raisonnements ne dépendant que de la forme des potentiels, et effectués en unités réduites avec les atomes de* Rb, sont donc *également valables pour les autres alcalins ou pour les atomes de gaz rares métastables.* 

Si nous voulons connaître un résultat pour un autre atome que le Rb et pour une même hauteur de chute au-dessus du prisme (c'est-à-dire si nous fixons la vitesse incidente des atomes), nous pouvons nous servir des résultats pour le Rb, mais en utilisant comme énergie cinétique incidente  $E_i$  donnée par la relation suivante :

$$E_i = \frac{m_i \Gamma_{Rb}}{m_{Rb} \Gamma_i} E_{Rb} \tag{IV.20}$$

où les énergies sont exprimées en unités réduites relatives à chaque atome.

L'intérêt de cette annexe est lié au fait que la plupart des résultats de l'influence de la force de van der Waals dans le miroir à atomes sont des résultats numériques, et qu'il est a priori nécessaire de les recalculer pour chaque atome. Le fait que les potentiels soient identiques pour beaucoup d'atomes en unités réduites (alcalins et hélium métastable) permet donc de les retrouver facilement à partir des résultats obtenus pour le Rb. On peut par exemple utiliser les courbes du chapitre II donnant la distance minimale d'approche, le maximum du potentiel réflecteur total ou l'évolution des seuils de réflexion sans les recalculer. Cette relation permet également de comparer la différence relative entre les seuils de réflexion  $\Lambda_T^{L.J.}$  et  $\Lambda_T^{Q.E.D.}$  pour différents atomes (cf. fig.(IV-22)).

# Annexe IV-B Effet tunnel et réflexion quantique pour différents atomes

Nous allons évaluer l'évolution de la réflexion quantique et de l'effet tunnel en fonction de l'énergie incidente des atomes, en utilisant l'approximation de Lennard-Jones pour le potentiel de van der Waals. Nous en déduirons que cet effet varie en  $v_{rec}/v_{inc}$  pour un atome donné, et en k/m à hauteur de chute donnée pour différents atomes. Nous verrons également que nous pouvons, comme dans l'annexe IV-A précédente, utiliser le calcul numérique effectué dans le cas du Rb pour en déduire le résultat pour d'autres atomes (alcalins et hélium métastable).

Afin de simplifier l'expression des résultats nous prendrons  $\kappa = 1,08k \approx k$ . Pour évaluer la largeur relative en énergie sur laquelle la réflexion quantique et d'effet tunnel sont importants  $\epsilon = \hbar \sqrt{C/m}/E_{inc}$  (cf. paragraphe II-4. page 67), il faut calculer la dérivée seconde du potentiel total au niveau du maximum du potentiel (pour  $z = z_m$ ) car  $C = -\left(\frac{d^2 U(z)}{dz^2}\right)_{z=z_m}$ . Exprimons le potentiel total et ses deux premières dérivées en fonction de la position :

$$U(z) = -\hbar\Gamma \frac{A_{L.J.}}{(k z)^3} + \hbar\Lambda \ e^{-2kz}$$

$$\frac{dU(z)}{dz} = \hbar\Gamma \frac{3kA_{L.J.}}{(k z)^4} - \hbar\Lambda \ 2k \ e^{-2kz}$$
(IV.21)
$$\frac{d^2U(z)}{dz^2} = -\hbar\Gamma \frac{12k^2A_{L.J.}}{(k z)^5} + \hbar\Lambda \ 4k^2 \ e^{-2kz}$$

La position du maximum du potentiel vérifie la relation  $\left(\frac{dU(z)}{dz}\right)_{z=z_m} = 0$ , nous pouvons en déduire les expressions suivantes de la valeur du potentiel et de la dérivée seconde au niveau du maximum du potentiel :

$$U_{(z=z_m)} = \hbar \Gamma \frac{1}{2} \frac{A_{L.J.}}{(k \, z_m)^4} (3 - 2k z_m)$$

$$\left(\frac{d^2 U(z)}{dz^2}\right)_{z=z_m} = -\hbar \Gamma \frac{6k^2 A_{L.J.}}{(k \, z_m)^5} (2 - k z_m)$$
(IV.22)

Nous remarquons que le maximum du potentiel n'est positif que si  $kz_m < 1,5$  (cela correspond à un potentiel dipolaire à la surface du prisme  $\Lambda = 0,67\Gamma$ ). Pour un potentiel dipolaire plus faible il n'y a plus de maximum positif et le calcul suivant n'a plus de sens. A l'aide des éq.(IV.22), et en remplaçant  $E_{inc}$  par  $\sqrt{E_{inc} U(z = z_m)}$  dans l'expression de  $\epsilon$ , nous obtenons :

$$\epsilon = 2\sqrt{\frac{3(\hbar k)^2}{m E_{inc}}} \frac{2 - k z_m}{k z_m (3 - 2k z_m)}$$
(IV.23)

Notons que le résultat dépend de l'énergie incidente également à travers le terme  $kz_m(E_{inc})^{24}$ . Nous avons représenté sur la fig.(IV-25) l'évolution de la fonction  $f(E_{inc})$  définie par :

$$f(E_{inc}) = \sqrt{\frac{2 - kz_m}{kz_m(3 - 2kz_m)}}$$
(IV.24)



Figure IV-25 : Variation de la fonction  $f(E_{inc}) = \sqrt{(2 - kz_m)/(kz_m(3 - 2kz_m))}$  intervenant dans le calcul de la réflexion quantique et de l'effet tunnel avec  $U_{L,J}$  comme potentiel de van der Waals.

Pour des énergies incidentes sur le prisme comprises entre 7  $\hbar\Gamma$  et  $3 \times 10^{-3} \hbar\Gamma$ , la valeur de  $f(E_{inc})$  reste comprise entre 1 et 1,4. Nous pouvons donc faire l'approximation que cette fonction est constante. Si nous prenons pour valeur  $f(E_{inc}) = 1, 2$ , l'erreur est inférieure à 20%, et nous obtenons :

$$\epsilon \approx 4\sqrt{\frac{(\hbar k)^2}{m E_{inc}}}$$
 pour 7  $\hbar \Gamma < E_{inc} < 3 \times 10^{-3} \hbar \Gamma$  (IV.25)

Il est alors préférable d'exprimer l'énergie incidente de l'atome en énergie de recul  $E_{rec}$  correspondant à l'énergie cinétique d'un atome de vitesse  $v_{rec}$ :

$$E_{rec} = \frac{1}{2}mv_{rec}^2 = \frac{1}{2}\frac{(\hbar k)^2}{m}$$
 (IV.26)

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> On peut calculer de façon analytique  $kz_m$  en fonction de  $U(z_m) = E_{inc}$  à l'aide de l'éq.(IV.22), en résolvant une équation du quatrième degré. Mais dans notre cas, la solution analytique ne présente aucun intérêt compte tenu de sa complexité.

Nous obtenons que la largeur relative en énergie de la réflexion quantique et de l'effet tunnel vaut :

$$\epsilon \approx 6\sqrt{\frac{E_{rec}}{E_{inc}}} \approx 6\frac{v_{rec}}{v_{inc}} \qquad \text{pour } 0,01 > \frac{v_{rec}}{v_{inc}} > 0,5$$
 (IV.27)

où  $v_{inc}$  est la vitesse incidente des atomes sur le prisme. Contrairement à l'annexe IV-A, *les unités réduites naturelles pour l'énergie sont en*  $E_{rec}$  car la réflexion quantique et l'effet tunnel ne font pas seulement intervenir la forme du potentiel mais également la longueur d'onde de Broglie.

Nous pouvons écrire l'expression précédente sous la forme suivante :

$$\epsilon \approx 6 \frac{\hbar k}{m v_{inc}} \quad \text{pour } 0.01 > \frac{\hbar \Gamma}{m v_{inc}} > 0.5 \quad (IV.28)$$

L'importance de la réflexion quantique et de l'effet tunnel croît donc comme k/m à vitesse incidente donnée sur le prisme et pour différents atomes, et en  $1/v_{inc}$  pour un atome donné. On peut remarquer que le rapport  $\frac{\hbar k}{m v_{inc}}$  vaut  $\frac{\lambda_{dB}}{\lambda_{optique}}$ , ce qui confirme l'idée intuitive que la réflexion quantique et l'effet tunnel apparaissent lorsque la longueur d'onde de de Broglie devient de l'ordre de grandeur de l'échelle de variation du potentiel réflecteur, caractérisée par la longueur d'onde optique.

On peut vérifier que pour des atomes de <sup>85</sup>Rb lâchés de 15 mm, nous obtenons une valeur approchée de  $\epsilon \simeq 0,066$  ( $v_{inc} = 90v_{rec}$ ) proche de la valeur calculée numériquement 0,081.

*Remarque*: Il peut paraître surprenant que  $\epsilon$  diverge (cf. éq.(IV.23)) lorsque l'énergie incidente tend vers zéro (cf. éq.(IV.23)). Mais  $\epsilon$  est la largeur relative sur laquelle la réflexion quantique et l'effet tunnel sont importants, et est donc égal au rapport de la largeur absolue par la valeur du maximum du potentiel total. Lorsque que l'on diminue le potentiel dipolaire, le maximum du potentiel décroît pour devenir nul puis négatif, mais comme il existe encore un maximum local du potentiel la probabilité de réflexion quantique reste non nulle, et le rapport des deux diverge.

Ce résultat n'est valable que pour une énergie atomique incidente comprise entre  $3 \times 10^{-3} \hbar \Gamma$ et 7  $\hbar \Gamma$  car nous supposons la fonction  $f(E_{inc})$  constante. Mais de plus, pour des énergies incidentes faibles, l'approximation de Lennard -Jones n'est plus valable car  $z_m$  est loin de la paroi. Pour comparer les différents atomes, nous pouvons calculer précisément les valeurs de  $\epsilon$ pour tous lesbeaucoup d'atomes (alcalins et hélium métastable) à partir des valeurs pour le Rb (cf. fig.(IV-24)), en utilisant la même méthode que pour l'annexe IV-A (en supposant que la première transition est prédominante), et sans avoir à refaire un calcul numérique pour chaque atome. Nous obtenons donc  $\epsilon$  pour un atome quelconque en fonction de sa valeur pour le Rb ( $\epsilon_{Rb}$ ) (pour la même énergie en unités de  $\hbar\Gamma$  respective à chaque atome):

$$\epsilon = \frac{k}{k_{Rb}} \sqrt{\frac{m_{Rb} \,\Gamma_{Rb}}{m \,\Gamma}} \epsilon_{Rb}(E_{inc}) \tag{IV.29}$$

Si nous voulons calculer  $\epsilon$  pour d'autres atomes avec la même vitesse incidente sur le prisme (même hauteur de chute), il suffit de remplacer  $E_{inc}$  dans l'éq.(IV.29) par  $E_i = \frac{m_i \Gamma_{Rb}}{m_{Rb} \Gamma_i} E_{Rb}$ .

# Annexe IV-C

# Reproduction de l'article paru en 1996

Nous reproduisons dans cette annexe une copie de l'article "Measurement of the van der Waals Force in an Atomic Mirror" par A.L., J.-Y. Courtois, G. Labeyrie N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook and A.Aspect, paru dans *Physical Review Letters* **77**, 1464 (1996). Il présente les résultats de la mesure de la force de van der Waals dans le miroir à atomes.

*Remarque*: Nous avons utilisé la notation k pour représenter le module du vecteur d'onde dans le vide correspondant à la raie  $D_2$ , alors que nous avons utilisé la notation  $k_0$  dans ce manuscrit.

#### Measurement of the van der Waals Force in an Atomic Mirror

A. Landragin, J.-Y. Courtois, G. Labeyrie, N. Vansteenkiste, C. I. Westbrook, and A. Aspect

Institut d'Optique Théorique et Appliquée, URA 14 du CNRS, Université Paris Sud, B. P. 147 - F91403 Orsay, Cedex, France (Received 29 April 1996)

We have measured the attractive van der Waals force between a dielectric wall and an atom in its ground state. The method is a direct force measurement in which we use an evanescent wave atomic mirror to balance the van der Waals force and the inertia of the incident atom. [S0031-9007(96)00933-7]

PACS numbers: 42.50.Vk, 34.20.-b

For many years, the van der Waals interaction between a ground state atom and a wall-dielectric or conductor-has attracted a lot of theoretical attention. Even the simple Lennard-Jones model [1] based on the electrostatic interaction between the atomic dipole and its image involves the quantum fluctuations of the atomic dipole. It was recognized by Casimir and Polder [2] that when the atom-wall distance z is not small compared to the wavelengths of the dominant atomic transitions, the  $z^{-3}$  law associated with the instantaneous electrostatic interaction is no longer valid. The full quantum treatment of the van der Waals attraction, leading to the famous long distance  $z^{-4}$  law, is a fundamental QED problem [3] involving the quantized electromagnetic field and retardation effects. The van der Waals energy shift can be considered a modification of the Lamb shift resulting from the modification of the density of modes of the electromagnetic field due to the presence of the wall. In the case of a dielectric wall, this density must take into account not only modes associated with traveling waves incident on, and reflected from, the vacuum-dielectric interface, but also evanescent waves [4,5].

In contrast to the theoretical work, few experimental results have been reported on the van der Waals interaction between an atom and a wall. The pioneering experiments of Ref. [6] studied the deflection of thermal atomic beam by a sharp metal or dielectric edge. The observed effect was extremely weak, because only a very small fraction of the atoms passed close enough to the interface to have an interaction energy comparable to their kinetic energy. Qualitative trends in agreement with the  $z^{-3}$  law were observed, but no precise quantitative comparison was possible. Recently, more precise data on the van der Waals interaction between an atom and a metal has been obtained by spectroscopic studies of Rydberg atoms in a micron-sized parallel-plate metallic cavity [7]. A study of the transmission of ground state atoms through a similar cavity also permitted the measurement of the Casimir Polder force on an atom in its ground state [8]. Another series of spectroscopic measurements on light reflected from the wall of a cell containing an atomic vapor has given information on the difference between the van der Waals shifts of various atomic levels, and interesting results have been obtained on the role of the frequency dependence of the dielectric constant of the wall [9].

In this paper, we report on new mechanical measurements for determining the van der Waals interaction between a ground state atom and a dielectric wall. The idea, first used in Ref. [10], is to release laser cooled atoms with a well-defined kinetic energy onto an evanescent wave atomic mirror. The atoms bounce if the reflecting potential barrier height is larger than their kinetic energy. The height of the reflecting potential, which is the sum of the repulsive dipole potential and of the attractive van der Waals potential (Fig. 1), can be calculated as a function of the evanescent wave parameters. Thus, with a measurement of the atomic kinetic energy and the intensity and detuning of the evanescent wave, we have a direct test of the theory of the van der Waals interaction. In our experiment we confirm the electrostatic model to within our uncertainty. In fact, the QED calculation is in slightly better agreement with our data, although the



FIG. 1. Interaction potentials seen by a rubidium atom in an evanescent wave mirror, as a function of the distance in units of  $\lambda/2\pi$ . The solid line is the sum of the van der Waals potential in the electrostatic approximation (shown separately as the dashed line  $U_{vdW}$ ), and of the dipole potential  $U_{dip}$  due to the evanescent wave. The light shift due to the evanescent wave  $\Lambda = 16.8\Gamma$  has been chosen so that the maximum value of the total potential equals the kinetic energy of the incident atoms in our experiment. The dotted line shows the total potential taking into account the full QED expression of the van der Waals potential, for the same value of the light shift.

19 AUGUST 1996

correction is on the order of our experimental uncertainty. To our knowledge, this is the first quantitative experimental test of the van der Waals interaction between a ground state atom and a dielectric wall.

In an evanescent wave mirror, atoms reflect on the potential barrier created by the quasiresonant interaction of the light electric field with the induced atomic dipole [11,12]. When the detuning  $\Delta = \omega_L - \omega_{at}$  between the evanescent wave and the atomic transition is large enough that the number of spontaneous emissions per bounce is negligible, the dipole potential is equal to the light shift of the ground state which, for a two level atom, is then approximated by

$$U_{\rm dip}(z) = \hbar \Lambda e^{-2\kappa z} = \frac{\hbar}{4} \frac{\Omega^2}{\Delta} e^{-2\kappa z}.$$
 (1)

We use  $\Lambda$  to denote the light shift of the ground state at the surface (z = 0) of the prism supporting the evanescent wave, and  $\Omega$  is the corresponding Rabi frequency (we have assumed that the change in the atomic resonance frequency with z due to the van der Waals interaction is negligible compared with the detuning). For a positive ("blue") detuning, the dipole potential is positive, and thus repulsive for incident atoms.

In the short distance limit, the electrostatic model is valid, and the van der Waals potential arising from the dielectric wall supporting the evanescent wave assumes the simple form [13]

$$U_{\nu dW}(z) = -\frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1 + 1} \frac{1}{48\pi\varepsilon_0} \frac{D^2}{z^3} = A\hbar\Gamma\left(\frac{1}{kz}\right)^3, \quad (2)$$

where  $\varepsilon_1$  is the dielectric constant of the prism (taken to be frequency independent [14]), and  $D^2$  only depends on the atomic state. For a state with a total electronic angular momentum  $J \leq 1/2$ , where the wave function has no quadrupolar component,  $D^2$  is the variance of the atomic electric dipole in the atomic state. Even though  $U_{\nu dW}$  is the potential for the ground state of the atom, and involves a summation over all excited states, it is convenient to relate it to the radiative linewidth  $\Gamma$ and wave vector  $k = 2\pi/\lambda$  of the dominant transition [3] ( $\Gamma = 2\pi \times 5.9$  MHz and  $\lambda = 780$  nm for the  $D_2$ line of Rubidium used to reflect the atoms). For our prism of index  $n_1 = 1.869$  at 780 nm, the dimensionless constant A in Eq. (2) is equal to 0.11 for rubidium in its ground state [13]. The solid line of Fig. 1 shows the total potential  $V = U_{dip} + U_{vdW}$  as a function of the distance z to the interface, in units of  $k^{-1}$ , for a value of the light shift at the interface  $\Lambda = 16.8\Gamma$ . This corresponds to a barrier height  $V_{max}$  equal to the average kinetic energy of our falling atoms  $(5.3\hbar\Gamma)$ . We see in Fig. I that in our situation the van der Waals term reduces the barrier height by a factor of 3, compared to the maximum value  $U_{\rm dip}(z=0)$  of the dipole potential alone.

If the intensity of the evanescent wave were uniform parallel to the interface, we would expect the number of reflected atoms to abruptly vanish when  $\Lambda$  goes below a threshold value  $\Lambda_T$  for which the barrier height is equal to the incident kinetic energy  $E_{in}$ . In our experiment, the incident laser beam has a Gaussian profile, so that the surface where the reflecting potential is larger than  $E_{in}$ has an area

$$S = \pi \, \frac{w_x w_y}{2} \ln \left( \frac{\Lambda_0}{\Lambda_T} \right), \tag{3}$$

where  $\Lambda_0$  is the light shift at the center of the elliptical laser beam profile ( $w_x$  and  $w_y$  are the radii at  $e^{-2}$  of the intensity profile). If the cloud of incident atoms is uniform over the atomic mirror, the number  $N_r$  of reflected atoms is proportional to the area S. We then expect a logarithmic variation of  $N_r$  as a function of  $\Lambda_0$ , with a threshold  $\Lambda_T$ .

We use <sup>85</sup>Rb atoms, accumulated and cooled in a magneto-optical trap (MOT), as our source of cold atoms (see Ref. [15]). We trap approximately  $10^8$  atoms in a volume of about 0.5 mm<sup>3</sup>, with a rms velocity of 5 to 7 times the recoil velocity ( $v_{recoil} = 6 \text{ mm/s}$ ). We release the atoms onto the atomic mirror situated 15 mm below (Fig. 2). During the release we leave a repumping laser on to ensure that all atoms fall in the F = 3 ground state. The rms size of the atomic cloud is 5 mm when it reaches the mirror. The reflected atoms are detected by a horizontal retroreflected probe laser situated 10 mm above the prism, which is switched on 60 ms after the release of the atoms, i.e., after the bounce. The probe beam has a height 1 mm, a width 10 mm, and a power 5.5  $\mu$ W. The probe is frequency modulated by an acousto-optic modulator such that the detuning is modulated between 5 and 9 MHz at 100 kHz. A lock-in amplifier detects this modulation, and the signal (see Fig. 2) is averaged about 30 times. The absorption peak at 81 ms after release, due



FIG. 2. Schematic of the experiment. The plot shows the absorption detected by the photodiode.

19 AUGUST 1996

to the reflected atoms, appears on top of a reproducible slowly decaying background, which is present even when the atomic mirror is not switched on. We subtract this background and use the height of the resulting peak as a relative measure of the number  $N_r$  of reflected atoms (the width of the peak is observed to be constant).

The atomic mirror is an evanescent wave resulting from total internal reflection of a laser beam in a prism of index of refraction  $n_1 = 1.869$  (at 780 nm) at an incidence angle  $\theta_1 = 52^\circ$ . The corresponding decay constant of the evanescent wave is then  $\kappa = \omega_L/c \times$  $\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1} - 1 = 1.08 \omega_L/c$ . The value of the electric field at the interface is deduced, using the Fresnel formulas [16], from the measured value of the power of the incident laser beam (varied between I and 4.4 W) and from its profile, determined with a charge coupled device camera ( $w_x = 0.84 \text{ mm}, w_y = 0.90 \text{ mm}$ ). The laser detuning from resonance (varied between 0.5 and 6 GHz) is determined with a 50 MHz uncertainty using a rubidium reference line and a confocal Fabry-Perot interferometer. In the case of TE polarization, the polarization in the evanescent wave is linear, so for a detuning large compared to the hyperfine structure of the  $6P_{3/2}$  state, the light shifts of all the Zeeman sublevels of the F = 3 ground state are equal. They assume the value corresponding to a  $J = 1/2 \leftrightarrow J = 3/2$  transition with a linear polarization (Clebsch-Gordan coefficient =  $\sqrt{2/3}$ ).

We show in Fig. 3(a) the result of a series of measurements with TE polarization. The number of reflected atoms is plotted as a function of the logarithm of the light shift at the center of the Gaussian profile  $\Lambda_0$ . For values of  $\Lambda_0$  less than 50 $\Gamma$ , the points fall on a single line as expected. We attribute the deviations beyond  $50\Gamma$ to clipping of the Gaussian wings of the laser profile, and to spontaneous emission. The linear fit to the data for  $\Lambda_0$  less than 50 $\Gamma$  yields a measured threshold value  $\Lambda_T = 14.9\Gamma$  with a 10% uncertainty, in marginal agreement with the value  $16.8\Gamma$  predicted with the electrostatic model of the van der Waals potential of Eq. (2). The uncertainty in  $\Lambda_T$  is mostly due to the uncertainty in the value of the electric field at the interface, resulting from 5% in the laser beam power, 3% in the beam waist size, and 4% for the Fresnel coefficient (resulting from the 1° uncertainty in the angle of incidence).

A similar experiment was done with TM polarization, as shown in Fig. 3(b). The main difference is that the polarization in the evanescent wave is elliptical, so that, even in the large detuning limit, the seven Zeeman sublevels of the F = 3 level are subject to different light shifts, and therefore, have different thresholds for reflection. Our fit assuming equal populations for the seven Zeeman sublevels is shown in Fig. 3(b), and gives  $\Lambda_T = 12.6\Gamma$ . This value of  $\Lambda_T$  is less reliable because of our assumption of equal populations of the Zeeman sublevels, and we consider this result consistent with the TE value to within the uncertainty.



FIG. 3. Number of reflected atoms as a function of  $\Lambda_0$ , for various laser powers and detunings. (a) TE polarization; (b) TM polarization. The arrows show the predicted thresholds: ignoring the van der Waals interaction  $(\Lambda_T^{dip})$ , using the electrostatic model  $(\Lambda_T^{LJ})$ , and using the QED model  $(\Lambda_T^{QED})$ .

As shown in Fig. 1, the position where our method probes the total reflecting potential corresponds, for our experimental parameters, to an atom-wall distance  $z_m = 0.38k^{-1} = 47$  nm. At this distance, QED (Casimir-Polder) corrections to the electrostatic Lennard-Jones potential may play a role. We have, therefore, numerically evaluated this correction for our situation, in the range between 0 and  $2k^{-1}$ , using an expression derived in Ref. [4]. The ratio of the QED potential to the electrostatic potential varies between 1 and 0.3 in this range, and takes the value 0.70 at z = 47 nm. Its effect on the total potential is shown in Fig. I, for  $\Lambda = 16.8\Gamma$ . We see that the predicted barrier height is increased by 10%. Accordingly, the threshold value predicted for  $E_{\rm in} = 5.3\hbar\Gamma$  is decreased by 10%, i.e.,  $\Lambda_T^{\text{QED}} = 15.3\Gamma$ . The QED prediction for the threshold, therefore, appears to agree better with our data, although our 10% uncertainty does not fully discriminate between the electrostatic and the QED expressions.

An important consequence of this work is that the van der Waals interaction may have a big effect in atomic mirrors, and it should be taken into account

163

in the applications of evanescent wave atomic mirrors [17-19], or in other types of atomic mirrors, such as magnetic devices [20]. Note also that an atom with a given kinetic energy cannot reflect closer than a minimum distance (47 nm in our case).

Our experiment is a quantitative test of the van der Waals attraction of a ground state atom by a dielectric wall, at a well-defined distance. The uncertainty in the measurement of the van der Waals potential is approximately 30%. This is because our determination of  $\Lambda_T$  amounts to a 10% measurement of  $U_{dip} + U_{vdW}$ at a point where  $U_{\nu dW} \cong U_{dip}/3$ . An increase in the accuracy should allow for a clear discrimination between the electrostatic and the QED models. The key point is an improved measurement of the incident laser intensity, to better determine the dipole potential. One could also directly measure the light shift in the evanescent wave by spectroscopic methods, taking advantage that the different Zeeman sublevels of the  $5S_{1/2}$  ground have the same van der Waals shift but different light shifts. An interesting extension of this experiment is to repeat it at various incident atomic kinetic energies, allowing us to explore the van der Waals potential at various distances, in order to check the transition from the electrostatic to the QED regime. One can also test the van der Waals potential in the case of walls with several dielectric layers [21] that may exhibit resonances at atomic frequencies.

- [1] J.E. Lennard-Jones, Trans. Faraday Soc. 28, 333 (1932).
- [2] H.B.G. Casimir and D. Polder, Phys. Rev. 73, 360 (1948).
- [3] See, e.g., S. Haroche, in Fundamental System in Quantum Optics, Proceedings of the Les Houches Summer School, edited by J. Dalibard, J.-M. Raimond, and J. Zinn-Justin (Elsevier, Amsterdam, 1992); E. A. Hinds, Adv. At. Mol. Opt. Phys. 28, 237 (1991).
- [4] J. M. Wylie and J. E. Sipe, Phys. Rev. A 30, 1185 (1984);
   Phys. Rev. A 32, 2030 (1985), and references therein.
- [5] F. Zhou and L. Spruch, Phys. Rev. A 52, 297 (1995), and references therein.
- [6] A. Shih and V. A. Parsegian, Phys. Rev. A 12, 835 (1975), and references therein.

- [7] V. Sandoghdar, C. I. Sukenik, E. A. Hinds, and S. Haroche, Phys. Rev. Lett. 68, 3432 (1992).
- [8] C. I. Sukenik, M. G. Boshier, D. Cho, V. Sandoghdar, and E. A. Hinds, Phys. Rev. Lett. **70**, 560 (1993).
- [9] M. Fichet, F. Schuller, D. Bloch, and M. Ducloy, Phys. Rev. A 51, 1553 (1995), and references therein.
- [10] M. Kasevich, K. Moler, E. Riis, E. Sunderman, D. Weiss, and S. Chu, in *Atomic Physics 12*, edited by J.C. Zorn and R.R. Lewis, AIP Conf. Proc. No. 233, (AIP, New York, 1991), p. 47.
- [11] R.J. Cook and R.K. Hill, Opt. Commun. 43, 258 (1982).
- [12] C.S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek, Phys. Rep. 240, 143 (1994), and references therein; A. Aspect, C. Henkel, G. Labeyrie, and A. Landragin, in *Coherent and Collective Interactions of Particles and Radiation Beams*, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi," Course CXXXI, edited by A. Aspect, W. Barletta, and R. Bonifacio (Societa Italiana di Fisica, 1996), and references therein.
- [13] J.-Y. Courtois, J.-M. Courty, and J. Mertz, Phys. Rev. A 53, 1862 (1996).
- [14] This hypothesis is reasonable provided that no resonance of the dielectric coincides with an atomic transition involving the level for which the van der Waals shift is calculated. See for instance [9].
- [15] C. Jurczak, K. Sengstock, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, and A. Aspect, Opt. Commun. 115, 480 (1995).
- [16] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, New York, 1959).
- [17] For instance, the phase shift at the reflection of the de Broglie atomic wave must be reevaluated: see C. Henkel, J.-Y. Courtois, R. Kaiser, C. I. Westbrook, and A. Aspect, Laser Phys. 4, 1040 (1994), and references therein.
- [18] A. Aspect, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, P. Vignolo, and C.I. Westbrook, Phys. Rev. A 52, 4704 (1995).
- P. Szriftgiser, D. Guéry-Odelin, M. Arndt, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. 77, 4 (1996); P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szriftgiser, and J. Dalibard (to be published).
- [20] T. M. Roach, H. Abele, M. G. Boshier, H. L. Grossman, K. P. Zetie, and E. A. Hinds, Phys. Rev. Lett. **75**, 629 (1995); A. I. Sidorov, R. J. Mc Lean, W. J. Rowlands, D. C. Lau, J. E. Murphy, M. Walkiewicz, G. I. Opat, and P. Hannaford, Quant. Semiclass. Opt. **8**, 713 (1996).
- [21] G. Labeyrie, A. Landragin, J. von Zanthier, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. I. Westbrook, and A. Aspect, Quant. Semiclass. Opt. 8, 603 (1996).

# Chapitre V Réseaux de diffraction en réflexion



#### Introduction

## Introduction

La diffraction d'atomes sur un potentiel périodique lumineux est un élément important de l'optique atomique, notamment pour la réalisation d'interféromètres atomiques. Les premières expériences de diffraction dans une onde stationnaire ont été réalisées à partir de 1985 à l'aide de faisceaux lasers propageants[118, 119]. Ce processus est aussi appelé effet Kapitza-Dirac en référence à la proposition de Kapitza et Dirac en 1933 de diffracter des électrons sur une onde lumineuse stationnaire[120]. La diffraction peut alors être interprétée comme la conséquence de l'absorption d'un photon dans une onde et l'émission stimulée d'un photon dans l'autre onde. L'atome acquiert alors une quantité de mouvement  $2n\hbar k_x$ , où n est l'ordre de diffraction et  $k_x$  le vecteur d'onde des faisceaux dans la direction orthogonale à la direction de propagation des atomes et aux du traits réseau. Ces premières expériences [118, 119] ont été réalisées dans un régime où il est possible de peupler beaucoup d'ordres de diffraction, similaire au régime de Raman-Nath pour la diffraction d'une onde lumineuse par un réseau acousto-optique[121], et ont montré un très bon accord avec la théorie. D'autres expériences ont été réalisées pour étudier l'influence de l'angle d'incidence des atomes sur le réseau[122] ou la décohérence due à l'émission spontanée [123, 124]. La diffraction dans le régime de Bragg a été observée à partir de 1988 [124, 125, 127], et permet de favoriser un seul ordre de diffraction. Les deux régimes ont été utilisés pour réaliser un interféromètre atomique[128, 129]. L'utilisation de la structure interne des atomes, combinée ou non avec l'application d'un champ magnétique[20, 124, 130], permet de réaliser d'autres séparatrices à atomes utilisant des faisceaux lasers contrepropageants.

En 1989, J.V. Hajnal et G.I. Opat ont proposé d'utiliser une onde évanescente stationnaire pour fabriquer un réseau de diffraction en réflexion[21]. Une motivation importante de leur proposition est d'utiliser le réseau en incidence rasante, afin d'obtenir une séparation angulaire beaucoup plus grande entre les ordres de diffraction, ce qui est un paramètre important pour les interféromètres.

Les premières expériences en incidence rasante ont montré la présence de résonances Doppleron[12, 22], qui apparaissent lorsque le faisceau laser rétroréfléchi formant l'onde évanescente a un désaccord  $\Delta$  à résonance de  $m\Delta_D + \Lambda$ , où  $\Delta_D = kv_z$  est le désaccord Doppler dû à la vitesse incidente des atomes,  $\Lambda$  le déplacement lumineux et m un entier positif ou négatif. Dans ces deux expériences les résonances se traduisent par une baisse de réflectivité du miroir à résonance, due aux pertes liées au couplage avec l'état excité pour lequel le potentiel est attractif (pour m impair). Différents modèles théoriques expliquent ces résonances[131–134], utilisant notamment l'image de l'atome habillé.

Deux expériences de diffraction en incidence rasante ont été réalisées par la suite, la première en 1993[23] (Bonn/Hannovre), et la seconde en 1995[24] (université de Villetaneuse). Une autre expérience de diffraction en réflexion a été réalisée en 1994 à l'Ecole Normale Supérieure de Paris en utilisant une modulation temporelle de l'onde évanescente et des atomes en incidence normale[32].

## Plan du chapitre

Nous décrivons dans ce chapitre les expériences de diffraction en réflexion, pour des atomes en incidence normale sur un potentiel modulé spatialement. Le potentiel modulé est réalisé en rétroréfléchissant une partie du faisceau laser utilisé pour réfléchir les atomes, d'où la création d'une onde évanescente partiellement stationnaire. Nous avons réalisé les expériences de diffraction pour une polarisation, des deux faisceaux lasers aller et retour, TE et TM pure. Le chapitre est séparé en six parties :

- la première partie présente l'expérience de diffraction que nous avons réalisée, notamment les ordres de grandeurs des angles et des populations dans les différents ordres de diffraction. Nous présentons également la méthode de détection et de dépouillement des spectres de diffraction,
- la seconde partie présente l'ensemble des résultats en polarisation TE, et est constituée de l'article "A reflection grating for atoms at normal incidence" par A.L., L. Cognet, G.Zs.K. Horvath, C.I. Westbrook, N. Westbrook and A. Aspect, paru dans *Europhys. Lett.* 39, 485 (1997),
- nous étudions dans la troisième partie l'effet de la force de van der Waals sur l'indice de modulation de la phase atomique. Comme cet effet dépend du potentiel dipolaire et que l'on utilise un faisceau laser de profil gaussien, il est nécessaire de le moyenner sur la surface du miroir. Nous verrons qu'il conduit à une augmentation moyenne de l'indice de modulation qui dépend du déplacement lumineux à la surface du prisme, et qui est environ de 33% dans notre cas. La prise en compte de cet effet est nécessaire pour expliquer quantitativement les résultats expérimentaux,
- la quatrième partie est consacrée à l'étude de notre précision expérimentale, d'une part au réglage du faisceau laser retour nécessaire pour obtenir une modulation constante sur le miroir, et d'autre part à la détermination des incertitudes expérimentales,
- nous présentons dans la cinquième partie les résultats de l'expérience en polarisation TM, dont l'interprétation est plus complexe. Comme en polarisation TM, le déplacement lumineux et le contraste du potentiel dipolaire dépendent du sous-niveau Zeeman, il est nécessaire de calculer le contraste du potentiel dipolaire et l'augmentation de l'indice de modulation dû au potentiel de van der Waals pour chaque sous-niveau Zeeman, puis de sommer les populations dans les ordres de diffraction sur l'ensemble des sous-niveaux.
- la conclusion de l'expérience de diffraction est donnée dans la dernière partie. Nous abordons également les liens entre cette expérience de diffraction avec d'autres expériences : les expériences précédentes de diffraction d'atomes en réflexion et l'observation de réflexion diffuse, qui peut être interprétée de façon similaire à la diffraction.

## 1. Présentation de l'expérience

## 1.1. Principe

Notre avons étudié la diffraction en réflexion d'atomes lents de <sup>85</sup>Rb ( $v_{inc} = 0, 58 \text{ m s}^{-1}$ ), en incidence normale sur un potentiel modulé spatialement. La modulation spatiale du potentiel est créée en rétroréfléchissant une partie du faisceau laser créant l'onde évanescente (cf. fig (V-1)).



Figure V-1 : Principe de l'expérience de diffraction. La modulation spatiale du potentiel est créée en rétroréfléchissant une partie du laser créant l'onde évanescente.

Les atomes sont diffractés dans les ordres n dont les angles correspondant  $\alpha_n$  sont donnés par la relation :

$$\sin\left(\alpha_n\right) = n \frac{\lambda_{dB}}{p} \tag{V1}$$

où  $\lambda_{dB}$  est la longueur d'onde de Broglie des atomes incidents ( $\lambda_{dB} = \frac{h}{P_z} \simeq \frac{\lambda_0}{97} \simeq 8$  nm) et *p* la période du réseau, de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde optique  $\lambda_0$ . Plus précisément, dans notre expérience le pas du réseau vaut :

$$p = \frac{2\pi}{2k_x} = \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin(\theta_1)} \simeq \frac{\lambda_0}{3} \tag{V2}$$

avec  $\theta_1 = 52^\circ$ ,  $n_1 = 1,869$  et  $k_x \simeq 1,5k_0$ .

L'angle de diffraction dans l'ordre n vaut donc  $n \times 31$  mrad. Il correspond à un transfert de quantité de mouvement suivant l'axe Ox de  $2n\hbar k_x$ , et s'interprète comme n cycles d'absorption d'un photon dans un mode correspondant à l'un des faisceaux et émission stimulée dans le

mode correspondant à l'autre faisceau. Comme les atomes arrivent en incidence normale, la quantité de mouvement suivant l'axe Ox des atomes dans l'ordre n vaut :

$$P_{x,n} = 2n\hbar k_x \tag{V.3}$$

## 1.2. Mesure de la figure de diffraction

La détection de la diffraction utilise le fait qu'elle conduit à une séparation spatiale des ordres dans la direction Ox. Elle est effectuée en faisant l'image de la distribution spatiale atomique dans le plan horizontal xOy (cf. fig.(V-2)). La séparation augmentant avec le temps après la diffraction, la détection est effectuée à la rechute, avant que les atomes ne retombent sur le prisme (100 ms après la diffraction dans notre cas).



Figure V-2 : Schéma de l'expérience de diffraction.

On utilise la lumière de fluorescence des atomes lorsqu'ils traversent un faisceau sonde quasirésonnant, dont on fait l'image sur une caméra CCD (Princeton Instruments, cf. paragraphe III-5.3.b). La description de la détection de la distribution en position par fluorescence est détaillée au paragraphe III-5.



Figure V-3 : Distribution en position des atomes après diffraction pour une fraction d'intensité laser réfléchie de  $R = 1, 3 \times 10^{-4}$  (contraste optique  $\varepsilon = 0, 023$ ). L'axe horizontal correspond à une longueur de 25 mm suivant la direction Ox et l'axe vertical à 13,5 mm suivant la direction Oy.



Figure V-4: Figure de diffraction pour différentes valeurs de la fraction d'intensité laser réfléchie  $R = \frac{I_R}{I_0}$ , pour une onde évanescente polarisée TE: a) R = 0, b)  $R = 4,83 \times 10^{-5}$ ( $\varepsilon = 0,0139$ ), c)  $R = 1,32 \times 10^{-4}$  ( $\varepsilon = 0,023$ ), d)  $R = 3,22 \times 10^{-4}$  ( $\varepsilon = 0,0359$ ), e)  $R = 4,69 \times 10^{-4}$  ( $\varepsilon = 0,0433$ ).

#### 1. Présentation de l'expérience

Nous avons représenté sur la fig.(V-3) un exemple de la distribution en position des atomes dans la sonde. On observe bien deux pics de diffraction séparés dans la direction Ox (axe horizontal de la figure). Cette image correspond à une fraction d'intensité laser réfléchie de  $R = \frac{I_R}{I_0} \simeq 1,3 \times 10^{-4}$ . Les couleurs noir et bleu correspondent à des zones où le nombre d'atomes est faible, et les couleurs blanche et rouge aux zones où le nombre d'atomes est plus important. Cette image est le résultat d'une moyenne sur 50 expériences.

Pour interpréter les données, nous avons effectué une projection des images sur l'axe Ox. Nous avons représenté sur la fig.(V-4) des figures de diffraction pour différentes valeurs du coefficient R. Nous avons converti la distance suivant l'axe Ox en unités de  $\frac{P_x}{hk_x}$ .

La courbe (a) a été obtenue avec une réflexion sur un miroir sans modulation, en utilisant un écran pour bloquer le faisceau retour. Elle correspond à la fonction d'appareil de notre détection. La lorentzienne de meilleur ajustement de cette courbe a une largeur à mi-hauteur de 3,4  $\hbar k_x$  (courbe noire), et sera utilisée par la suite comme fonction d'appareil de notre expérience. Sa largeur ne permet pas de résoudre les différents ordres de diffraction. Par exemple, sur la courbe (c), qui correspond également à l'image (V-3), un des deux pics correspond en fait à une population importante dans deux ordres de diffraction: les ordres +1 et +2 ( et l'autre pic à -1 et -2). Néanmoins, ces profils suggèrent bien des spectres de diffraction, nous constatons bien une augmentation du nombre d'ordres peuplés avec l'intensité du faisceau laser retour et, par exemple, une décroissance (courbes (b) et (c)) puis une augmentation (courbe (d)) de la population de l'ordre 0.

## **1.3.** Efficacité de diffraction

#### a) Ordre de grandeur

Il est important de remarquer que l'on obtient une efficacité de diffraction élevée pour des intensités très faibles du faisceau laser retour:  $R \approx 10^{-4}$ . Ceci est lié à la petite longueur d'onde de Broglie des atomes incidents ( $\lambda_{dB} \approx \frac{\lambda_0}{100}$ ).

Considérons le cas de la polarisation TE, qui correspond aux fig.(V-3) et (V-4), pour lequel les polarisations des ondes évanescentes aller et retour sont identiques et linéaires. Dans le cas TM, que nous étudierons dans le paragraphe V-5., ces conditions ne sont plus vérifiées.

Le déplacement lumineux de l'état fondamental est proportionnel à l'intensité dans l'onde évanescente et peut s'écrire sous la forme :

$$\Lambda = \Lambda_0 \left( 1 + R + 2\sqrt{R}\cos\left(2k_x x\right) \right) e^{-2\kappa z} \tag{V.4}$$

où  $\Lambda_0$  est le déplacement lumineux à la surface du prisme, dû uniquement au faisceau laser aller.

Nous appelons  $\varepsilon$  le contraste optique des franges d'interférences dans l'onde évanescente, qui vaut :

$$\varepsilon = \frac{2\sqrt{R}}{1+R} \tag{V.5}$$

Le potentiel dipolaire s'écrit alors :

$$U_{dip} = \hbar \Lambda_0 \left( 1 + \varepsilon \cos \left( 2k_x x \right) \right) e^{-2\kappa z} \tag{V.6}$$

Le contraste  $\varepsilon$  représente donc l'amplitude de modulation du potentiel dipolaire.



Figure V-5: Interprétation de la diffraction d'une onde atomique scalaire sur un potentiel modulé spatialement. La modulation du potentiel réflecteur est de l'ordre de  $\Delta z \approx \frac{\varepsilon}{2\kappa}$ . Après réflexion, l'onde atomique a une modulation de phase de l'ordre de  $\varphi = 2\pi \frac{2\Delta z}{\lambda_{dB}} \approx \varepsilon \frac{\lambda_0}{\lambda_{dB}} \approx 100\varepsilon$ .

En faisant un développement limité au premier ordre en z du terme exponentiel autour du point de rebroussement de la trajectoire moyenne, on obtient que l'amplitude de la modulation du point de rebroussement vaut :

$$\Delta z = \frac{\varepsilon}{2\kappa} \tag{V.7}$$

Si l'on considère un miroir dur situé au niveau de l'équipotentielle correspondant aux points de rebroussement des trajectoires classiques, le déphasage à la réflexion des atomes, de longueur d'onde incidente  $\lambda_{dB} \approx \frac{\lambda_0}{100}$ , est modulé avec une amplitude  $\varphi$  qui vaut :

$$\varphi = 2\pi \frac{2\Delta z}{\lambda_{dB}} = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa}$$
(V.8)

$$\approx \ \epsilon \frac{\lambda_0}{\lambda_{dB}} \approx 100\epsilon \tag{V9}$$

La modulation de phase devient significative lorsque son amplitude est de l'ordre du radian, donc dès que  $\varepsilon \approx 10^{-2}$ , soit  $R \approx 10^{-4}$ . Ceci correspond bien aux ordres de grandeurs utilisés pour les fig.(V-3) et (V-4).

#### b) Réseau de phase mince

Le raisonnement que nous venons de faire est scalaire, il ne tient pas contre de la structure interne des atomes, ni de l'état excité, ni des sous-niveaux Zeeman. Ceci est justifié car d'une

#### 1. Présentation de l'expérience

part, les sous-niveaux Zeeman sont état propres de l'opérateur déplacement lumineux, et d'autre part, nous utilisons un désaccord suffisamment grand pour pouvoir négliger la population dans l'état excité. Dans ces conditions, différents modèles théoriques de diffraction scalaire[131,135, 136] conduisent à une probabilité de diffraction importante.

Pour interpréter nos résultats expérimentaux, nous avons utilisé les résultats théoriques des réf.[136,137], qui ont développées une méthode dite du "réseau de phase mince". Pour une modulation faible du potentiel lumineux (cette condition sera précisée plus loin), la diffraction en réflexion peut être interprétée de façon similaire à la diffraction à travers une onde stationnaire créée par deux faisceaux contrepropageants dans l'approximation de Raman-Nath. Mais, l'approximation de Raman-Nath standard suppose que la trajectoire atomique non perturbée (sans le réseau) est rectiligne et uniforme, or les atomes ralentissent à l'intérieur de l'onde évanes-cente. La méthode du réseau de phase mince utilise également une méthode perturbative, mais en généralisant l'approximation de Raman-Nath à une trajectoire non perturbée quelconque, le réseau apparaissant comme la perturbation. Le calcul est réalisé dans le régime semi-classique (la longueur d'onde de de Broglie est petite devant l'échelle caractéristique de variation du potentiel  $1/\kappa$ ), et consiste à utiliser la trajectoire classique non perturbée pour calculer la phase atomique<sup>25</sup>. Comme l'équation du mouvement classique non perturbé d'un atome dans le miroir a une solution analytique, cette méthode permet d'obtenir une expression analytique de la surface d'onde atomique après réflexion.

L'onde stationnaire conduit à une modulation sinusoïdale de la phase d'amplitude  $\varphi = \varepsilon \frac{P_x}{h\kappa}$ . On remarque que la modulation de la phase est égale au résultat que l'on obtient en utilisant un modèle dans lequel l'atome est réfléchi par un miroir dur situé au niveau du point de rebroussement de la trajectoire, comme nous l'avons fait dans l'étude qualitative (cf. éq.(V8)). Ceci est lié d'une part au fait que les atomes arrivent en incidence normale et d'autre part à ce que, pour un potentiel évanescent, changer l'amplitude du potentiel dipolaire ne change pas la forme du potentiel exploré par les atomes mais seulement la position du point de rebroussement; par conséquent la variation du déphasage ne dépend que de la variation de la position du point de rebroussement. Nous verrons dans le paragraphe V-2.2 qu'en présence du potentiel de van der Waals cette deuxième simplification n'est plus vérifiée.

On obtient les populations dans les ordres de diffraction en calculant la transformée de Fourier de la fonction d'onde atomique après réflexion. Comme la modulation de la fonction d'onde est sinusoïdale, la population dans l'ordre n est égale à  $J_n^2(\varphi)$ , où  $J_n$  est la fonction de Bessel d'ordre n. Nous appellerons désormais indice de modulation la grandeur  $\varphi$ .

En incidence normale et pour une figure de diffraction comportant 2n ordres, la condition de validité de cette méthode est que le déplacement de l'atome pendant la réflexion (dans la direction Ox normale au réseau) soit petit devant a/n, où  $a = \pi/k_x$  est la période du réseau. Cette condition de validité peut s'exprimer en fonction des différents paramètres sous la forme[137] :

$$\varepsilon^2 \ll \frac{\hbar\kappa^3}{2P_z k_x^2} \simeq 3, 2 \times 10^{-3} \tag{V10}$$

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> La phase est déduite de l'intégrale d'action le long de la trajectoire non perturbée. Cette méthode utilise l'intégrale de chemin de Feynman[138, 139], qui constitue une généralisation de l'approximation B.K.W.[86], l'utilisation de la trajectoire non perturbée revenant à effectuer un développement au premier ordre de l'action.

pour  $P_z \simeq 87\hbar\kappa$ ,  $\kappa \simeq 1,12k_0$  et  $k_x \simeq 1,5k_0$ . Nous verrons dans le paragraphe V-2 que nous avons utilisé une modulation maximale  $\varepsilon_{\max}^2 \simeq 2 \times 10^{-3}$ . Bien que la condition ne soit plus vraiment vérifiée, l'accord entre le calcul et les résultats expérimentaux est toujours très bon.

## 1.4. Mesure de la modulation de la phase atomique

Si l'onde atomique incidente est une onde plane, le spectre de diffraction théorique est constitué de pics de diffraction situés en  $2n\hbar k_x$  et d'amplitude  $J_n^2(\varphi)$ . Pour obtenir le spectre théorique correspondant à notre résolution expérimentale, nous avons convolué le spectre en onde plane par la courbe de fonction d'appareil (lorentzienne de largeur 3, 4  $\hbar k_x$ , cf. courbe (a) de la fig.(V-4)). Comme les populations des différents ordres de diffraction  $J_n^2(\varphi)$  ne dépendent que de l'indice de modulation  $\varphi$ , l'ensemble de la figure de diffraction ne dépend que de  $\varphi$ . Donc pour chaque profil expérimental, nous avons cherché la figure de diffraction de meilleur ajustement avec pour seul paramètre l'indice de modulation  $\varphi$  (cf. fig.(V-4)). On peut ensuite comparer cette valeur expérimentale de  $\varphi$  à la valeur calculée à partir de la mesure de  $\varepsilon$ ,  $P_z$  et  $\kappa$ .



Figure V-6 : Figure de diffraction atomique pour un contraste optique  $\varepsilon = 0,036$ . Nous avons représenté en trait gras la courbe de meilleur ajustement pour un indice de modulation  $\varphi = 4,2$ . Les traits verticaux représentent les populations dans les différents ordres de diffraction.

Nous avons représenté sur la fig.(V-6) la figure de diffraction pour un contraste optique  $\varepsilon = 0,036$ , pour laquelle la courbe de meilleur ajustement (trait gras) correspond à un indice de modulation  $\varphi = 4, 2$ . Nous avons également représenté par des traits verticaux les populations des différents ordres de diffraction  $J_n^2(4, 2)$  correspondant au spectre de diffraction en onde plane.

Bien que nous ne résolvions pas les pics de diffraction, il est possible de vérifier que les spectres expérimentaux ne peuvent pas être interprétés classiquement, mais nécessitent de tenir compte du caractère ondulatoire des atomes. On peut calculer la distribution classique en quantité de mouvement transverse finale  $\rho(P_{x,f})$  dans la direction Ox, dans les mêmes conditions que précédemment : incidence normale et même vitesse incidente. Dans le cadre d'une approche

perturbative (même condition que l'éq.(V.10)), la distribution  $\rho(P_{x,f})$  est donnée par la réf.[137], et vaut pour une distribution incidente infiniment étroite :

$$\rho(P_{x,f}) = \frac{1}{\pi \,\Delta P_x^{\max}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{P_{x,f}}{\Delta P_x^{\max}}\right)^2}} \tag{V.11}$$

où  $\Delta P_x^{\max}$  est le transfert maximal de quantité de mouvement et vaut :

$$\Delta P_x^{\max} = 2\varepsilon \frac{k_x}{\kappa} P_z \tag{V.12}$$

Bien que la distribution diverge en  $\pm \Delta P_x^{\max}$ , l'intégrale de la distribution est convergente, et a été normalisée à 1. Pour obtenir la distribution correspondant à notre expérience, nous avons convolué la distribution  $\rho(P_{x,f})$  par la fonction d'appareil de notre expérience (lorentzienne de largeur 3, 4  $\hbar k_x$ , cf. courbe (a) de la fig.(V-4)). Nous avons représenté sur la fig.(V-7.a) la distribution  $\rho(P_{x,f})$  correspondant à l'éq.(V11) (pointillés) pour  $\Delta P_x^{\max} \simeq 7,9 \ \hbar k$  et la courbe théorique après convolution (trait plein et tirets). La courbe théorique après convolution pour  $\Delta P_x^{\max} \simeq 7,9 \ \hbar k$  correspond à la courbe classique de meilleur ajustement du profil expérimental représenté sur la fig.(V-7.b). Nous observons sur cette figure que la courbe classique ajuste beaucoup moins bien la courbe expérimentale (trait plein) que la courbe de diffraction pour un indice de modulation  $\varphi = 4,2$  (trait gras). Surtout elle ne peut pas expliquer le maximum local de la distribution autour de  $P_x = 0$ . Il est donc nécessaire d'utiliser l'aspect ondulatoire des atomes pour expliquer quantitativement les profils expérimentaux.



Figure V-7: Distribution en quantité de mouvement suivant la direction Ox. Sur la fig.(a) nous avons représenté la distribution théorique classique pour une distribution incidente infiniment étroite  $\rho(P_x)$  (cf. éq.(V11)) avec  $\Delta P_x^{\max} \simeq 7,9 \,\hbar k$  (courbe en pointillés) et la distribution théorique classique compte tenu de notre résolution expérimentale (trait plein ou tirets), obtenue en convoluant la distribution  $\rho(P_x)$  par la fonction d'appareil (lorentzienne de largeur à mi-hauteur 3, 4  $\hbar k_x$ ). Sur la fig.(b) nous avons représenté la courbe expérimentale (trait plein) et les courbes de meilleur ajustement classique pour  $\Delta P_x^{\max} \simeq 7,9 \,\hbar k$ (tirets) et de diffraction pour un indice de modulation  $\varphi = 4, 2$  (trait gras, cf. fig. (V-6)).

## 2. Résultats en polarisation TE (article paru en 1997)

Les résultats de la diffraction en réflexion en polarisation TE sont présentés dans l'article qui suit. Des informations complémentaires, concernant le calcul des populations des ordres de diffraction en tenant compte de la force de van der Waals et l'estimation des incertitudes expérimentales, seront données dans les paragraphes suivants.

*Remarque*: Nous avons utilisé dans cet article la notation  $k_L$  pour représenter le module du vecteur d'onde du laser dans le vide, il correspond au vecteur d'onde  $k_0$  de la raie  $D_2$  utilisé dans ce manuscrit.

EUROPHYSICS LETTERS

Europhys. Lett., 39 (5), pp. 485-490 (1997)

## A reflection grating for atoms at normal incidence

A. LANDRAGIN, L. COGNET, G. ZS. K. HORVATH C. I. WESTBROOK, N. WESTBROOK and A. ASPECT

Institut d'Optique, URA 14 du CNRS - BP 147, F-91403 Orsay Cedex, France

(received 7 May 1997; accepted in final form 22 July 1997)

PACS. 32.80Lg – Mechanical effects of light on atoms, molecules, and ions. PACS. 32.80-t – Photon interactions with atoms. PACS. 32.80Pj – Optical cooling of atoms; trapping.

Abstract. – We have observed efficient atomic diffraction at normal incidence on an evanescent standing wave with a very weak spatial modulation. A modulation as small as 1.5% causes 66% of the atoms to be diffracted into the orders  $\pm 1$ . The measured diffraction efficiencies agree quantitatively with a scalar treatment of diffraction in the thin phase grating approximation.

Ever since the pioneering experiments of ref. [1], atomic diffraction from laser standing waves has been an important element in atom optics. In particular, several groups have constructed atom interferometers using such gratings [2]. An interesting variant of this technique is to use a standing evanescent wave to create a reflection grating [3]. Recently, two groups have reported the observation of diffraction of an atomic beam at grazing incidence from such a grating [4]. Curiously, theoretical analyses that neglect the structure of the atomic ground state, *i.e.* representing the atoms as scalar de Broglie waves [5]-[7], predict a vanishingly small diffraction probability for these experiments. This is because at grazing incidence, the atom sees a rapidly alternating modulation during reflection which washes out the effect. On the other hand, these experiments can be explained by invoking a transfer between different ground state Zeeman sublevels, induced by an impurity of polarization, rather than by a purely scalar diffraction effect [8]. We have thus the paradoxical situation that a very intuitive and fundamental phenomenon, scalar diffraction from a reflection grating, has not yet been observed for de Broglie waves [9].

In this paper, we report on the observation of atomic diffraction at normal incidence on a spatially modulated evanescent wave with a pure TE or TM polarization. In this situation, a scalar wave description of the atoms [6] predicts efficient diffraction without transitions between different Zeeman sublevels. We have been able to compare quantitatively our experimental results with this scalar theory of diffraction. A remarkable result of this theory is that a very weak spatial modulation is enough to efficiently diffract the atoms.

In an evanescent-wave atomic mirror (fig. 1) the reflection is due to a potential barrier which is, in the large-detuning, low-saturation limit, equal to the atomic ground state light shift (*i.e.* to the square of the exponentially varying electric field). If the evanescent wave contains a standing wave component parallel to the plane of the mirror, the potential can be written as

$$U(x,z) = U_0 e^{-2\kappa z} \left[1 + \varepsilon \cos\left(2k_x x\right)\right], \qquad (1)$$

where  $\varepsilon$  is the contrast of the interference pattern, and  $1/\kappa$  is the decay length of the electric field ( $\kappa$  and  $k_x$  are of order  $k_L = 2\pi/\lambda_L$ , where  $\lambda_L$  is the vacuum wavelength of the laser which

© Les Editions de Physique

1 September 1997

EUROPHYSICS LETTERS



Fig. 1. – Schematic of the experiment. The titanium sapphire laser beam is TE polarized (perpendicular to the plane of the figure). The two polarizing beamsplitter cubes (PC) are identical; PC1 transmits the TE polarization. The partially reflecting mirror is a glass surface with a Fresnel coefficient of about 7%. The orientation of the two waveplates controls the amount of retroreflected light.

creates the evanescent wave). The corresponding equipotential surfaces are sinusoidal with a peak-to-peak height  $\Delta z = \varepsilon/\kappa$ . For the diffraction to be efficient, this height  $\Delta z$  has to be on the order of the de Broglie wavelength, *i.e.*  $\varepsilon \simeq \frac{\lambda_{dB}}{\lambda_L}$ . Indeed, it has been shown that, to a good approximation, the grating behaves as a thin phase grating which produces a spatially modulated de Broglie wave whose corresponding phase modulation index is [6]

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta z}{\lambda_{\rm dB}} = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa} \,, \tag{2}$$

where  $\lambda_{dB}$  is the de Broglie wavelength associated with the normal (incident) atomic momentum  $P_z$ . The *n*-th diffraction order with a transverse momentum  $2n\hbar k_x$  has an intensity  $J_n^2(\varphi)$ , where  $J_n$  is the Bessel function of order *n*.

Our experimental setup is similar to that described in previous papers [10], [11]. We capture approximately  $10^8$  atoms of <sup>85</sup>Rb in a magneto-optical trap and release them 17.3 mm above the evanescent wave mirror. The evanescent wave results from total internal reflection of a laser beam (of intensity  $I_{\rm L}$ ) in a prism of index of refraction  $n_1 = 1.869$  (at 780 nm, *i.e.* the  $D_2$  line of Rb used to reflect the atoms) at an incidence angle  $\theta_1 = 53.4^\circ$   $\left(k_x = k_{\rm L}n_1\sin\theta_1 \simeq 1.5 \ k_{\rm L}$  and  $\kappa = k_{\rm L}\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 - 1} \simeq 1.12 \ k_{\rm L}\right)$ . We retroreflect a small part,  $I_{\rm R}$ , of the laser beam which creates the evanescent wave. Both beams are TE polarized, with a purity better than  $10^{-3}$  in intensity. The polarization of the evanescent wave is thus linear, so for a detuning large compared to the hyperfine structure of the  $6P_{3/2}$  state, the light shifts of all the Zeeman sublevels of the F = 3 state are equal [11]. The modulated dipole potential is thus given by eq. (1) with  $U_0 = \hbar A$ , the light shift at the surface of the prism, and  $\varepsilon$  the optical contrast given by  $\varepsilon = 2\frac{\sqrt{R}}{1+R}$ , with  $R = I_{\rm R}/I_{\rm L}$ . Since  $\varepsilon$  depends only on R, it is constant over the whole surface of the mirror even with Gaussian beams, as long as the incident and retroreflected beams overlap precisely, both in size and position. We have adjusted the two sizes to be equal within 5% using their image on a CCD camera, and superimposed the two beams using the retroreflection through a spatial filter.

486

#### 2. Résultats en polarisation TE (article paru en 1997)



#### A. LANDRAGIN et~al.: A REFLECTION GRATING FOR ATOMS AT NORMAL INCIDENCE 487

Fig. 2. – Atomic diffraction patterns for different values of the contrast of the TE evanescent standing wave: (a) zero contrast (beamstop in the retroreflected beam), (b)  $\varepsilon = 0.0139$ , (c)  $\varepsilon = 0.0230$ , (d)  $\varepsilon = 0.0359$ , (e)  $\varepsilon = 0.0433$ . The smooth solid lines represent the fits (Bessel functions convoluted by the resolution function of curve (a)).

Because the incident momentum of the atoms is large,  $P_z = 87 \ h\kappa$ , we need to adjust R to a small value, around  $10^{-4}$ , to be in the regime where  $\varphi$  is on the order of 1. We do so by combining a weakly reflecting mirror, two polarizing cubes, and two waveplates (fig. 1). When the quarter waveplate is rotated through 45°, the total reflection coefficient R varies between zero and a maximum value which is determined by the setting of the half waveplate. The maximum value  $R_{\rm max} = 5 \times 10^{-4} \ (\varepsilon_{\rm max} = 4.5 \times 10^{-2})$  is deduced from the measurement of the powers of the incident and retroreflected beams [12]. The intermediate values of R are deduced from the measured orientation of the quarter waveplate, which is known with a 0.2° accuracy, leading to a maximum uncertainty of  $4 \times 10^{-6}$  in  $R \ (3 \times 10^{-4} \ in \epsilon)$ .

To observe diffraction, we image the atoms onto a slow scan CCD camera (Princeton Instruments model ATE CCD 768K) as they pass through a sheet of resonant light on their way back down after bouncing (fig. 1). Typical profiles, for different values of the contrast  $\epsilon$ , are shown in fig. 2. The horizontal coordinate on the profiles has been converted to an equivalent momentum along the x-axis. The evolution of the profiles clearly suggests diffraction. Although our resolution is not sufficient to separate adjacent peaks, we can see, for example, the increase in the populations of the higher diffraction orders, while the population of the zeroth order first decreases (curves (b) and (c)), and then increases again (curve (d)), as expected for the  $J_0^2$  function. These profiles were acquired after a fine adjustment of the superposition of the incident and retroreflected beams, otherwise the non-uniform contrast led to an asymmetry between the two peaks of the spatial distribution of the diffracted atoms [13].

The bottom curve (a) shows the atomic distribution with a beam stop in the retroreflected laser beam (zero contrast in the evanescent wave). Its width is determined by several factors. First, because of the size of the mirror (1 mm) and the short delay (100 ms) between the reflection and the detection, even a perfectly collimated atomic beam would show a width of 1 cm/s, *i.e.* a momentum spread of about  $\hbar k_x$  (FWHM). Second, the finite trap size (0.8 mm) and mirror size result in an imperfect collimation of  $2.7\hbar k_x$  FWHM. Finally, the reflection is not perfectly specular [10], contributing about  $1.5\hbar k_x$  FWHM. The convolution of all these effects leads to the distribution observed in the absence of modulation (curve (a)). We fit this distribution to a Lorentzian, and use the fitted curve as a resolution function in our experiment. The corresponding resolution in momentum space is  $3.4\hbar k_x$  FWHM [14].



Fig. 3. – Phase modulation index  $\varphi$  of the reflected atomic de Broglie waves deduced from the diffraction profiles as a function of the contrast  $\varepsilon$  of the spatially modulated evanescent wave (TE polarization). The circles represent the modulation indices deduced from the fits of the diffraction patterns, for values of  $\varepsilon$  calculated from the measured reflection coefficient R of the laser beam. The solid line shows the fit to the data points. The dashed (dotted) line shows the theoretical prediction with (without) the van der Waals force taken into account. The second point for  $\varepsilon = 0$  (with  $\varphi \neq 0$ ) is obtained for a rotation of the  $\lambda/4$  plate corresponding to a minimum retroreflected intensity (this is different from curve (a) of fig. 2). The index of modulation deduced from the fit is consistent with a stray retroreflection of  $3 \times 10^{-6}$ , probably from reflections on the interfaces of the cubes and waveplates.

To calculate the expected diffraction patterns, we first consider an incident atomic plane wave [6]: in the case of normal incidence, the spectrum consists of diffraction peaks of momentum  $P_{x,n} = 2n\hbar k_x$  with a population  $J_n^2(\varphi)$ . We convolute these delta functions with our Lorentzian resolution function and sum over the orders n = -6 to +6. This calculated pattern can be fitted to our experimental profiles with the modulation index  $\varphi$ , and a vertical scaling factor as the only adjustable parameters (see solid lines in fig. 2). We have plotted (circles in fig. 3) the fitted value of the phase modulation index  $\varphi$  as a function of the optical contrast  $\varepsilon$  deduced from the measurement of R. The individual uncertainties of the data points in fig. 3 are only due to the precision in the  $\lambda/4$  rotation and in the fit (<3%). The observed linear variation of  $\varphi$  with  $\varepsilon$  is an important test of our model in which the diffraction is due to the modulation of the evanescent wave resulting from the interference between incident and retroreflected evanescent waves.

We have fitted the data points to a straight line (solid line in fig. 3) and have found a slope of 117. This slope is 1.35 times steeper than the expected slope,  $\frac{P_2}{h\kappa} = 87$  (dotted line in fig. 3). The discrepancy is inconsistent with our uncertainty in the expected slope, which includes: 5% for the measurements of the maximum contrast (see [12]) and the relative sizes of the two beams, 1% for the incident momentum, and 2% in the value of  $\kappa$  (due to the uncertainty in the angle of incidence  $\theta_1$ ).

To understand this difference we must take into account the van der Waals potential between the atoms and the dielectric surface supporting the evanescent wave [11], which increases the diffraction efficiency for the same R. This can be understood qualitatively because the van der Waals potential causes the slope of the total potential dU/dz to decrease, and the atoms to spend more time in the evanescent wave. In the calculation of the diffraction efficiency,

488

#### A. LANDRAGIN et al.: A REFLECTION GRATING FOR ATOMS AT NORMAL INCIDENCE 489

this effect leads to an increase in the index of modulation by a factor, which depends on the dipole potential, thus leading to a dependence on the absolute value of the light shift  $\Lambda$  and not only on  $\varepsilon$  (*i.e.* on *R*). This effect diminishes for larger dipole potentials, but since we use Gaussian laser beams, there is always a large fraction of the atoms that bounces on the edge of the mirror where the van der Waals force has a strong influence.

In fact, we have found numerically that in our range of experimental parameters the effect of the van der Waals interaction is chiefly sensitive to the ratio between the maximum of the total reflecting potential (light shift plus van der Waals) at the center of the Gaussian profile, and the reflection threshold (the minimum potential barrier necessary to reflect the atoms). We therefore do not need the absolute value of the light shift, which is more difficult to measure precisely [15]. In the experiment, we first determine the intensity corresponding to the reflection threshold, and then we increase it by 10%. This information allows us to calculate a corrected value of the modulation index at each point on the mirror. To get the diffraction pattern, we perform an average over the mirror. This results in a functional form for the diffraction pattern that is more complex than a simple sum of Bessel functions. However, within our experimental resolution, we cannot distinguish the corrected diffraction pattern from a simple sum of Bessel functions with a new effective modulation index, equal to 1.33times the previous one (the correction factor is constant over all our range of parameters). The resulting expected slope is 115 (dashed line in fig. 3), which is in good agreement with the experimental slope, 117. The uncertainty in the calculated slope must now take into account the uncertainty in the threshold of the reflection (5%), which leads a total uncertainty of  $\binom{+7\%}{-10\%}$ .

We have also performed the experiment with TM polarization in both incident and retrore-flected laser beams. The observed spatial distributions of the diffracted atoms are qualitatively similar to the TE case, but for values of R larger by a factor of about 40. To understand this difference, we note that the polarizations in the counterpropagating evanescent waves are elliptical in the plane of incidence (xz), with opposite senses of rotation, and the resulting polarization has an ellipticity modulated both in magnitude and orientation. In the limit of a detuning large compared to the excited state hyperfine structure, and for our case of a ground state hyperfine level with J = 1/2, the  $m_{\rm F}$  Zeeman sublevels (relative to the y-axis, perpendicular to the plane of the elliptic polarization) remain eigenstates of the light shift operator. This results in a different light shift modulation for each Zeeman sublevel.

Our quantitative calculations of the profiles also account for the fact that the effective mirror size is different for each Zeeman sublevel, as well as the effect of the van der Waals interaction. The profiles calculated for each Zeeman sublevel are then averaged assuming a uniform distribution among the sublevels. Unlike the TE case, the profiles calculated in this way differ from a simple sum of Bessel functions, and fit the experimental profiles more closely. After taking all these effects into account, the observed diffraction patterns are in good agreement with theory.

We have thus found that atomic diffraction at normal incidence on a spatially modulated evanescent wave with a pure TE or TM polarization can be quantitatively understood using the scalar diffraction theory developed in ref. [6]. We now plan to investigate the effect of different polarizations for the incident and reflected evanescent waves, as well as the influence of the angle of incidence. This should help clarify the phenomenon of diffraction at grazing incidence.

We have also shown that efficient atomic diffraction can be observed even for very weak retroreflected beams: 66% of the atoms are in the  $\pm 1$  orders for  $R = 5.6 \times 10^{-5}$ . The great sensitivity of atomic mirrors to stray light is illustrated by the fact that a reflection coefficient R as small as a few  $10^{-6}$  results in a noticeable effect. One must be aware of this great sensitivity when performing atom optics experiments using evanescent wave atomic mirrors at normal incidence.

#### EUROPHYSICS LETTERS

\*\*\*

We are grateful to N. DIMARCQ of Laboratoire de l'Horloge Atomique (Orsay) for the loan of the slow scan CCD camera. GZsKH is supported by the Swiss National Science Foundation. This work was supported by DRET, Région Ile de France, Ultimatech (CNRS), and the HCM and TMR programs of the European Union.

#### REFERENCES

- GOULD P. L., RUFF G. A. and PRITCHARD D. E., Phys. Rev. Lett., 56 (1986) 827; see also GOULD P. L. and PRITCHARD D. E., Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", course CXXXI, edited by A. ASPECT, W. BARLETTA and R. BONIFACIO (IOS Press, Amsterdam) 1996 and references therein.
- [2] RASEL E. M., OBERTHALER M. K., BATELAAN H., SCHMIEDMAYER J. and ZEILINGER A., Phys. Rev. Lett., 75 (1995) 2633; GILTNER D. M., MCGOWAN R. W. and LEE S. A., Phys. Rev. Lett., 75 (1995) 2638.
- [3] HAJNAL J. V. and OPAT G. I., Opt. Commun., 71 (1989) 119; FERON S., REINHARDT J., DUCLOY M., GORCEIX O., CHORMAIC S. N., MINIATURA C., ROBERT J., BAUDON J., LORENT V. and HABERLAND H., Phys. Rev. A, 49 (1994) 4733; STENLAKE B. W., LITTLER I. C. M., BACHOR H.-A., BALDWIN K. G. H. and FISK P. T. H., Phys. Rev. A, 49 (1994) 16.
- [4] CHRIST M., SCHOLZ A., SCHIFFER M., DEUTSCHMANN R. and ERTMER W., Opt. Commun., 107 (1994) 211; BROURI R., ASIMOV R., GORLICKI M., FERON S., REINHARDT J., LORENT V. and HABERLAND H., Opt. Commun., 124 (1996) 448.
- [5] DEUTCHMANN R., ERTMER W. and WALLIS H., Phys. Rev. A, 47 (1993) 2169.
- [6] HENKEL C., COURTOIS J.-Y. and ASPECT A., J. Phys. II, 4 (1994) 1955.
- [7] SAVAGE C. M., GORDON D. and RALPH T. C., Phys. Rev. A, 52 (1995) 4741.
- [8] GORDON D. and SAVAGE C. M., Opt. Commun., 130 (1996) 34; GORDON D. and SAVAGE C. M., Opt. Commun., 136 (1997) 503. See also HENKEL C., Mølmer K., KAISER R. and WESTBROOK C. I., Phys. Rev. A, 56 (1997) 1; DEUTCHMANN R., ERTMER W. and WALLIS H., private communication.
- [9] In the time domain, diffraction at normal incidence, interpretable by a scalar theory, has been observed, and used for atomic interferometry (see STEANE A., SZRIFTGISER P., DESBIOLLES P. and DALIBARD J., Phys. Rev. Lett., 74 (1995) 4972; SZRIFTGISER P., GUÉRY-ODELIN D., ARNDT M. and DALIBARD J., Phys. Rev. Lett., 77 (1996) 4).
- [10] LANDRAGIN A., LABEYRIE G., HENKEL C., KAISER R., VANSTEENKISTE N., WESTBROOK C. I. and ASPECT A., Opt. Lett., 21 (1996) 1591.
- [11] For a discussion of the role of the van der Waals interaction in the evanescent wave mirror see LANDRAGIN A., COURTOIS J.-Y., LABEYRIE G., VANSTEENKISTE N., WESTBROOK C. I. and ASPECT A., Phys. Rev. Lett., 77 (1996) 1464 and references therein.
- [12] The maximum reflection coefficient is determined by the ratio  $R_{\max} = P_d P_c/P_a P_b$ , where  $P_a$ ,  $P_b$ ,  $P_c$  are the measured powers of the incident beam at points (a), (b) and (c) of fig. 1, and  $P_d$  is the maximum power measured at point (d), as a function of the orientation of the quarterwave plate.  $P_d$  is also equal to the maximum power of the retroreflected beam at point (b).
- [13] To understand how a non-uniform index of modulation can lead to an asymmetry in the atomic spatial distribution, one has to take into account the correlation between the position where the atoms bounce on the mirror, their incident momentum and the position where they are detected in the probe beam.
- [14] The fact that our collimation is of the same order as the expected momentum transfer corresponds to a transverse coherence length which is approximately equal to that of the grating period. In other words, our diffraction pattern does not result from multiple-beam interference.
- [15] The value of the total potential maximum deduced from the threshold measurement is 14% higher than the value deduced from the direct evaluation of the light shift, based on: power of the incident laser beam 2.1 W, size of the beam waists  $0.88 \times 0.82$  mm, detuning 3 GHz, angle  $\theta_1 = 53.4^\circ$ . This is consistent with our 20% uncertainty in this light shift measurement.

184

490
# 3. Influence de la force de van der Waals

La force de van der Waals change la forme du potentiel total, ce qui modifie le déphasage à la réflexion et donc l'indice de modulation de la phase atomique. Comme cette modification dépend du potentiel lumineux, et que l'on utilise un faisceau gaussien, elle varie avec la position sur le miroir atomique. Par conséquent, il est nécessaire de moyenner l'indice de modulation sur l'ensemble du miroir atomique pour interpréter les résultats expérimentaux. Nous allons voir dans cette partie, dans quelle mesure l'indice de modulation est augmenté, et comment on peut en tenir compte par une augmentation moyenne.

# 3.1. Méthode de calcul sans van der Waals

Nous allons rappeler brièvement la méthode du réseau de phase mince pour le calcul de l'indice de modulation de la phase atomique après réflexion, sans prendre en compte la force de van der Waals. Ce calcul est tiré des réf.[136, 137]. Le potentiel réflecteur s'écrit :

$$U_{ref}(\mathbf{r}) = \hbar\Lambda \, e^{-2\kappa z} (1 + \varepsilon \, \cos\left(2k_x x\right)) \tag{V.13}$$

où  $\Lambda$  est le déplacement lumineux à la surface du prisme.

L'approximation du réseau de phase mince consiste à faire un développement de l'intégrale d'action au premier ordre en  $\varepsilon$  en supposant que la trajectoire atomique n'est pas perturbée par la modulation du potentiel :

$$S(\mathbf{r}_{f}, t_{f} \mid \mathbf{v}_{i}, t_{i}) = S^{(0)}\left(\mathbf{r}_{f}^{(0)}, t_{f}^{(0)} \mid \mathbf{v}_{i}, t_{i}\right) + S^{(1)}\left(\varepsilon, \mathbf{r}_{f}^{(0)}, t_{f}^{(0)} \mid \mathbf{v}_{i}, t_{i}\right) + o(\varepsilon^{2})$$
(V.14)

où **r** et **v** représentent la position et la vitesse de l'atome, t le temps, les indices i et f correspondent au début et à la fin du calcul et l'indice <sup>(0)</sup> à la trajectoire non perturbée de l'atome. Donc  $S^{(0)}$  correspond à l'intégrale d'action pour le potentiel non perturbé, et  $S^{(1)}$  au terme de l'action à l'ordre le plus bas en  $\varepsilon$ , qui vaut[136, 137] :

$$S^{(1)}\left(\mathbf{r}_{f}^{(0)}, t_{f}^{(0)} \mid \mathbf{v}_{i}, t_{i}\right) = -\varepsilon \int_{t_{i}}^{t_{f}} dt \,\hbar\Lambda \, e^{-2\kappa z^{(0)}(t)} \cos\left(2k_{x}x^{(0)}\left(t\right)\right) \tag{V.15}$$

Comme en incidence normale et dans l'approximation du réseau de phase mince les coordonnées de position x et y ne changent pas pendant la réflexion, on peut écrire l'éq.(V.15) sous la forme :

$$S^{(1)}(x, z_f, t_f \mid v_{z_i}, t_i) = -\varepsilon \cos(2k_x x) \int_{t_i}^{t_f} dt \,\hbar\Lambda \, e^{-2\kappa z^{(0)}(t)} \tag{V.16}$$

Grace à la propriété d'invariance en fonction de  $\Lambda$  de la forme du potentiel exponentiel vue par les atomes lors de la réflexion, l'intégrale ne dépend pas de  $\Lambda$  mais seulement de  $\kappa$  et de  $P_z = m v_{z_i}$ . La position  $z^{(0)}(t)$  ayant une solution analytique, on obtient dans l'approximation du réseau de phase mince le terme d'action au premier ordre en  $\varepsilon$  (cf. réf.[136, 137]):

$$S^{(1)}\left(x \mid P_z\right) = -\varepsilon \frac{P_z}{\kappa} \cos\left(2k_x x\right) \tag{V.17}$$

Le déphasage de la fonction d'onde, sans tenir compte de la force de van der Waals, vaut alors  $\varphi^{(1)} = S^{(1)}/\hbar$ , et est également modulé sinusoïdalement avec un indice de modulation  $\varphi_{vdW}^{sans}$  qui vaut :

$$\varphi_{vdW}^{sans} = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa} \tag{V.18}$$

Pour obtenir les populations dans les ordres de diffraction, il faut alors calculer la transformée de Fourier de la phase atomique après réflexion. La population de l'ordre n de diffraction vaut alors  $J_n^2(\varphi_{sans})$ , où  $J_n$  est la fonction de Bessel d'ordre n.

## 3.2. Calcul avec la force de van der Waals

Pour calculer les probabilités de diffraction, nous avons utilisé la même méthode du réseau de phase mince, mais pour une trajectoire classique non perturbée qui prend en compte l'interaction de van der Waals. Comme le désaccord à résonance du laser créant l'onde évanescente ( $\delta/2\pi = 3$  GHz) est suffisamment grand pour additionner indépendamment le potentiel dipolaire et le potentiel de van der Waals (cf. paragraphe II-3.), le potentiel réflecteur total s'écrit :

$$U_{ref}\left(\mathbf{r}\right) = \hbar\Lambda \, e^{-2\kappa z} \left(1 + \varepsilon \, \cos\left(2k_x x\right)\right) + U_{Q.E.D.}\left(z\right) \tag{V.19}$$

On peut avoir l'intuition que la force de van der Waals augmente l'indice de modulation en constatant que le point de rebroussement de la trajectoire est déplacé vers les z décroissants, ou que la pente du potentiel réflecteur total  $dU_{ref}(z)/dz$  est abaissée, l'atome passe donc plus de temps dans l'onde évanescente (cf. fig.(V-8)). L'intégrale d'action est augmentée et sa modulation  $S^{(1)}$  également.



Figure V-8 : Potentiel dipolaire  $U_{dip}$  et potentiel réflecteur total  $U_{ref}$  en fonction de la distance au prisme, avec  $\lambda = 780$  nm et  $\Gamma/2\pi = 5,89$  MHz. Nous avons utilisé un potentiel dipolaire à la surface du prisme de 19  $\hbar\Gamma$ , correspondant au déplacement lumineux au centre du miroir atomique dans l'expérience de diffraction en polarisation TE, et une énergie cinétique de 6,13  $\hbar\Gamma$  correspondant à une hauteur de chute de 17,3 mm.

### 3. Influence de la force de van der Waals

Pour calculer le développement au premier ordre en  $\varepsilon$  de l'intégrale d'action, nous pouvons refaire le raisonnement du paragraphe précédent, mais en tenant compte de la force de van der Waals dans la trajectoire atomique non perturbée  $z^{(0)}$ . Nous pouvons donc reprendre l'éq.(V.16) :

$$S^{(1)}(x, z_f, t_f \mid v_{z_i}, t_i) = -\varepsilon \,\hbar\Lambda \cos\left(2k_x x\right) \int_{t_i}^{t_f} dt \ e^{-2\kappa z^{(0)}(t)} \tag{V.20}$$

La dépendance de  $S^{(1)}$  avec le potentiel de van der Waals et le déplacement lumineux A intervient à travers la variation de  $z^{(0)}(t)$ . Comme nous connaissons le potentiel réflecteur en fonction de z, mais pas la position de l'atome en fonction du temps, il est préférable de passer d'une intégrale sur le temps à une intégrale sur la position en posant :

$$dt = \frac{dz_0}{\sqrt{\frac{2}{m} \left( E_{inc} - U_{ref}(z^{(0)}) \right)}}$$
(V.21)

L'intégrale peut donc s'écrire :

$$S^{(1)}(x, P_z, \Lambda_0) = -\varepsilon \,\hbar\Lambda \cos\left(2k_x x\right) \times 2 \int_{z_r^{(0)}}^{+\infty} \frac{dz_0}{\sqrt{\frac{2}{m} \left(E_{inc} - U_{ref}(z^{(0)})\right)}} e^{-2\kappa z^{(0)}} \tag{V.22}$$

où  $z_r^{(0)}$  est le point de rebroussement de la trajectoire atomique non perturbée. A cause de la force de van der Waals, cette intégrale n'a plus de solution analytique et nécessite d'effectuer une intégration numérique. De plus, la force de van der Waals brise la symétrie liée à la décroissance exponentielle pure, et l'intégrale  $S^{(1)}$  dépend désormais du déplacement lumineux  $\Lambda$  à la surface du prisme. Il en est de même pour l'indice de modulation  $\varphi_{vdW}(\Lambda)$  en tenant compte du potentiel de van der Waals, que l'on peut écrire :

$$\varphi_{vdW}(\Lambda) = \varphi_{vdW}^{sans} \times A_{\varphi}(\Lambda) = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa} \times A_{\varphi}(\Lambda)$$
(V.23)

avec 
$$A_{\varphi}(\Lambda) = \frac{\hbar\kappa}{P_z} 2\Lambda \int_{z_r^{(0)}}^{+\infty} \frac{dz_0}{\sqrt{\frac{2}{m} (E_{inc} - U_{ref}(z^{(0)}))}} e^{-2\kappa z^{(0)}}$$
 (V.24)

Le terme  $A_{\varphi}(\Lambda)$  correspond à la correction de l'indice de modulation due à la force de van der Waals, et a été obtenu en faisant le rapport des éq.(V.22) et (V.17). Lorsque le déplacement lumineux est très au-dessus du seuil, on peut alors négliger le potentiel de van der Waals en posant  $U_{ref}(z^{(0)}) = \hbar \Lambda e^{-2\kappa z^{(0)}}$ , et on a  $A_{\varphi}(\Lambda \to \infty) = 1$ .

En tenant compte de la force de van der Waals, la surface d'onde atomique est modulée sinusoïdalement en phase avec un indice de modulation qui est proportionnel au contraste optique  $\varepsilon$  mais qui dépend du déplacement lumineux à la surface du prisme A.

Les populations dans les ordres de diffraction en tenant compte de l'interaction de van der Waals valent alors  $J_n^2(\varphi_{vdW}(\Lambda)) = J_n^2(\varphi_{vdW}^{sans} \times A_{\varphi}(\Lambda))$ , et dépendent également du déplacement lumineux  $\Lambda$  à la surface du prisme.

## 3.3. Dépendance spatiale sur le miroir

En pratique, nous utilisons un faisceau laser de profil gaussien :

$$\Lambda(x,y) = \Lambda_0 e^{-2\left(\frac{x^2}{w_x^2} + \frac{y^2}{w_y^2}\right)}$$
(V.25)

où  $\Lambda_0$  est le déplacement lumineux à la surface du prisme et au centre de la tache laser, en x = y = z = 0, et  $w_x$  et  $w_y$  sont les tailles à  $1/e^2$  de la tache laser à la surface du prisme.

Nous avons vu dans le paragraphe V-3.1. que si l'on ne tient pas compte de la force de van der Waals, l'indice de modulation ne dépend pas du déplacement lumineux, il est donc constant sur l'ensemble de la tache laser.

Par contre, nous avons vu dans le paragraphe V-3.2. que si l'on tient compte de la force de van der Waals, l'indice de modulation dépend du déplacement lumineux à la surface du prisme. Comme nous utilisons un faisceau de profil gaussien, le déplacement lumineux n'est pas uniforme sur le miroir et l'indice de modulation dépend de la position sur le miroir effectif.



Figure V-9: Variation de  $A_{\varphi}$  en fonction de la position sur la tache laser La valeur de  $A_{\varphi}$  est obtenu par intégration numérique à partir de l'éq.(V24), et permet d'obtenir le facteur correctif de l'indice de modulation de la phase de la fonction d'onde atomique dû à la prise en compte de la force de van der Waals dans le potentiel réflecteur total. Le calcul avec la force de van der Waals a été effectué dans les mêmes conditions que l'expérience, pour  $\kappa = 1, 12k_0, \Lambda_0 = 1, 1\Lambda_T \simeq 19, 1 \ \hbar\Gamma$ , et une taille du faisceau laser à  $1/e^2$  et à la surface du prisme  $w_x \simeq 1, 35 \ mm$ .

Nous avons représenté sur la fig.(V-9) la variation de  $A_{\varphi}(\Lambda_0, x, y = 0)$  le long de l'axe Oxdans nos conditions expérimentales, pour  $\kappa = 1, 12k_0, \Lambda_0 = 1, 1\Lambda_T \simeq 19, 1$   $\hbar\Gamma$  et  $w_x \simeq 1, 35$  mm. Le calcul de  $A_{\varphi}$  est le résultat d'une intégration numérique de l'éq.(V24). L'évolution suivant l'axe Oy est similaire à celle sur l'axe Ox, à un facteur d'échelle  $\frac{w_y}{w_x}$  près sur l'axe des abscisses, facteur qui correspond au rapport de forme du miroir effectif. On confirme que le potentiel de van der Waals augmente l'effet de la diffraction. On observe sur la fig.(V-9), pour les paramètres expérimentaux utilisés dans notre expérience, que l'influence du potentiel de van der Waals est significative même au centre de la tache laser.

### 3.4. Populations dans les ordres de diffraction

Comme nous venons de voir que l'amplitude de la modulation de la phase atomique varie avec la position sur le miroir, la population diffractée dans un ordre n, qui vaut  $J_n^2(\varphi_{vdW}(\varepsilon, \Lambda))$ , dépend également de la position sur le miroir. Il est donc nécessaire, pour obtenir  $w_n$  la population globale diffractée dans un ordre n sur l'ensemble du miroir, d'intégrer sur la tache laser la proportion d'atomes diffractés dans l'ordre n en chaque point. Pour cela nous supposons que la variation de  $A_{\varphi}$  est lente à l'échelle de la période du réseau  $\frac{\pi}{k_x}$ . La population dans les ordres  $\pm n$  vaut alors :

$$w_n\left(\varepsilon,\Lambda_0,w_{x,w_y}\right) = \frac{1}{S_{miroir}} \iint_{\substack{\text{surface}\\ du \text{ miroir}}} dS \ J_n^2\left(\varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa} A_\varphi\left(\Lambda_0,x,y\right)\right) \tag{V.26}$$

où  $S_{miroir}$  est la surface du miroir effectif. Le terme en  $1/S_{miroir}$  permet de normaliser l'ensemble de la population à 1.

Nous pouvons simplifier l'expression de  $w_n$  en effectuant deux changement de variable : premièrement en faisant une homothétie suivant la direction Oy pour obtenir une intégrale sur un disque, puis en passant en coordonnées polaires et en intégrant sur l'angle, la population  $w_n$  dans l'ordre n peut alors s'écrire sous la forme :

$$w_n\left(\varepsilon,\Lambda_0,w_{x,w_y}\right) = \frac{2}{x_{\max}^2} \int_0^{x_{\max}} x dx \ J_n^2\left(\varepsilon\frac{P_z}{\hbar\kappa}A_\varphi\left(\Lambda_0,x,y=0\right)\right) \tag{V.27}$$

où  $x_{\text{max}}$  est le rayon du miroir effectif dans la direction Ox.

La fonction  $A_{\varphi}$  diverge pour  $x = x_{\max}$ , mais comme les fonctions  $J_n^2$  sont bornées (0 <  $J_n^2 < 1$ ) l'intégrale est convergente. De plus, le calcul précédent n'est plus valable au bord du miroir<sup>26</sup>, mais comme le nombre d'atomes réfléchis sur cette couronne est très faible, on peut négliger leur contribution au spectre. Par exemple, le nombre d'atomes réfléchis sur une couronne pour laquelle  $A_{\varphi} > 2A_{\varphi}(x = y = 0)$  est inférieur à 1%.

Nous pouvons calculer numériquement les populations  $w_n$  dans les différents ordres de diffraction en fonction du contraste optique  $\varepsilon$  (cf. fig.(V-10)) à l'aide des éq.(V.27), (V.24) et(V.25). Nous avons de plus comparé sur la fig.(V-11) les populations dans l'ordre 0 calculées avec et sans prise en compte du potentiel de van der Waals, respectivement  $w_0(\varepsilon, \Lambda_0)$  et  $J_0^2(\varphi_{sans} = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar\kappa})$ .

Nous constatons que les deux courbes ont sensiblement la même forme, mais celle avec la force de van der Waals varie environ 1,33 fois plus rapidement, ce qui est la conséquence de l'augmentation de l'indice de modulation. La seconde différence est que la population de l'ordre 0 ne devient jamais complètement nulle ( $w_0 > 1,7\%$ ) car l'augmentation de l'indice de modulation  $A_{\varphi}$  est moyennée sur la surface du miroir (en fait le contraste de toutes les courbes  $w_n$  baisse).

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> L'approximation semi-classique n'est plus vérifiée dans ces conditions car l'échelle de variation du potentiel n'est plus grande devant la longueur d'onde atomique. On se retrouve dans les conditions pour lesquelles un traitement quantique de la trajectoire atomique est nécessaire, comme pour le calcul de l'effet tunnel et la réflexion quantique (cf. paragraphe II-4.). Le fait que peu d'atomes soient concernés par cette modification nous permet de ne pas en tenir compte.



Figure V-10 : Population dans les ordres de diffraction en fonction du contraste optique  $\varepsilon = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}$ . Ce résultat a été obtenu en prenant en compte l'interaction de van der Waals et en sommant numériquement sur l'ensemble de la tache laser (cf. éq.(V27)). Le calcul a utilisé les paramètres expérimentaux donnés dans l'article reproduit précédemment, avec une intensité laser au centre de la tache 10% supérieure au seuil de réflexion.



Figure V-11 : Population dans l'ordre 0 en fonction du contraste optique  $\varepsilon$ .

#### 3. Influence de la force de van der Waals

Il est intéressant de remarquer que si l'on augmente le déplacement lumineux  $\Lambda_0$  au centre de la tache laser, l'effet moyen de la force de van der Waals diminue et donc  $A_{\varphi}$  tend vers 1. Par contre, comme la variation de l'augmentation de la modulation  $A_{\varphi}$  entre le centre et le bord du miroir augmente, le contraste des courbes donnant les populations baisse. C'est pourquoi l'utilisation d'un déplacement lumineux près du seuil est favorable à l'observation de la diffraction, même si, en contre partie, l'effet moyen de la force de van der Waals augmente. Une autre possibilité serait d'utiliser un déplacement lumineux élevé, et de limiter la distribution spatiale des atomes (par exemple par un diaphragme placé au-dessus de l'onde évanescente) pour qu'ils n'arrivent qu'au centre du miroir, là où le déplacement lumineux est largement au-dessus du seuil. On aurait à la fois une diminution de l'effet moyen de van der Waals et un contraste maximal des courbes donnant les populations.

## 3.5. Augmentation moyenne de l'indice de modulation

Pour nos paramètres expérimentaux, la perte de contraste des courbes donnant les populations est faible. Nous allons négliger cet effet et regarder dans quelle mesure on peut approximer l'évolution des populations  $w_n$  sur l'ensemble du miroir par une fonction  $J_n^2(\eta \varphi_{sans}^{sans})$ , où  $\eta$  est un facteur correctif indépendant  $\varepsilon$ , mais qui dépend des autres paramètres expérimentaux :  $\Lambda_0$ ,  $w_x$  et  $w_y$ . Nous rappelons que  $\varphi_{sans}^{sans} = \varepsilon \frac{P_z}{\hbar \kappa}$ .



Figure V-12 : Populations dans l'ordre 0 en fonction du contraste optique  $\varepsilon$ . La courbe (a) (trait plein) représente la population  $w_0(\varepsilon, \Lambda_0)$  calculée en moyennant sur le miroir (cf. éq.(V27)), les courbes (b) (tiret) et (c) (pointillé) représentent les fonctions  $J_0^2 \left(1,33 \varphi_{sans} \atop v dW \right)$  et  $J_0^2 \left(1,4 \varphi_{sans} \atop v dW \right)$  correspondant aux populations calculées sans tenir compte du moyennage mais avec un indice de modulation augmenté de  $\eta = 1,33$  et 1,40. Nous rappelons que  $\varphi_{sans} = \varepsilon \frac{P_x}{h\kappa}$ .

Nous avons tracé sur la fig.(V-12) l'évolution de la population  $w_0$  dans l'ordre 0 (courbe (a)) ainsi que les fonctions  $J_0^2(1, 33 \varphi_{vdW}^{sans})$  (courbe (b)) et  $J_0^2(1, 40 \varphi_{vdW}^{sans})$  (courbe (c)).

La courbe (b), avec  $\eta = 1, 33$ , est la plus proche de la population  $w_0$  pour  $\varepsilon \approx 0, 05$ , car son second minimum est situé au même endroit. Par contre, la courbe (c), avec  $\eta = 1, 40$ , est la plus proche de la population  $w_0$  pour  $\varepsilon < 0, 02$ . La valeur  $\eta = 1, 40$  a été ajustée à 0, 01 près en comparant visuellement les courbes  $w_0$  et  $J_0^2(\eta \varphi_{vdW}^{sans})$ . On constate que les trois courbes sont assez proches, et que l'approximation consistant à remplacer la population  $w_0$  par  $J_0^2(\eta \varphi_{vdW}^{sans})$ , avec  $\eta = 1,33$ , est valable à mieux que 5% sur l'ensemble de la plage de  $\varepsilon$  utilisée. Nous avons également vérifié cette approximation pour les autres ordres de diffraction.

# 3.6. Comparaison entre expérience et calcul

## a) Résultats



Figure V-13 : Indice de modulation expérimental  $\varphi$  après réflexion, déduit de l'ajustement des profils diffractés, en fonction du contraste optique  $\varepsilon_{mes}$ , déduit des mesures d'intensité des faisceaux créant le potentiel modulé (cercles). Nous avons représenté la droite de meilleur ajustement des points expérimentaux en trait plein, la droite théorique sans prise en compte du potentiel de van der Waals en pointillés et la droite théorique prenant en compte du potentiel de van der Waals par une augmentation globale de l'indice de modulation par un facteur  $\eta = 1,33$  en tirets (cf. paragraphe V-3.5.).

Comme nous avons vu au paragraphe précédent que l'on peut utiliser les carrés de fonctions de Bessel pour calculer les populations dans les ordres de diffraction, nous avons exploité les résultats expérimentaux suivant la méthode développée au paragraphe V-1.4. en utilisant les fonctions  $J_n^2(\varphi)$  pour les populations des ordres de diffraction. Pour chaque profil expérimental, on effectue une procédure d'ajustement par le spectre de diffraction théorique avec pour seul paramètre  $\varphi$  (et l'amplitude totale de la courbe théorique).

Nous avons tracé sur la fig.(V-13) la variation de l'indice de modulation expérimental  $\varphi$  déduit de ces ajustement en fonction du contraste optique  $\varepsilon_{mes}$ , déduit des mesures d'intensité des faisceaux lasers utilisés pour créer le potentiel modulé.

### 3. Influence de la force de van der Waals

Nous constatons, comme prévu, une variation linéaire de l'indice de modulation avec le contraste optique  $\varepsilon_{mes}$ . De plus, la pente expérimentale de 117, correspondant à la droite de meilleur ajustement des points expérimentaux (trait plein), est en très bon accord avec la pente théorique  $\eta \frac{P_x}{\hbar\kappa} \simeq 115$  prenant en compte le potentiel de van der Waals. Rappelons que le facteur correctif  $\eta$  dépend des paramètres expérimentaux  $\Lambda_0$ ,  $w_x$  et  $w_y$ . Nous verrons dans le paragraphe V-4. que, compte tenu de notre précision expérimentale sur la détermination de la pente  $\binom{+7\%}{-10\%}$ , la méthode utilisant les fonctions  $J_n^2(\varphi)$  est donc suffisante.

Les deux points expérimentaux pour  $\varepsilon = 0$  ont été obtenus respectivement en coupant le faisceau retour avec un écran ( $\varphi = 0$ ) et en minimisant l'intensité retour ( $\varphi = 0, 45$ ) (cf. paragraphe V-4.1.). Ceci indique que l'extinction de l'intensité retour n'est pas parfaite et vaut environ  $R = 4 \times 10^{-6}$ , elle provient sous doute d'une réflexion parasite sur un dioptre du système perrmétant le régleage du faisceau retour (cf. fig.(V-15)).



### b) Variation de l'effet du potentiel de van der Waals avec le contraste optique

Figure V-14: La fig.(a) représente la variation du contraste optique  $\varepsilon_{ajust}$  déduit de l'ajustement des spectres de diffraction en utilisant les populations  $w_n(\varepsilon, \lambda_0, w_x, w_y)$  calculées numériquement à partir de l'éq.(V27), l'axe des abscisses représentant le contraste  $\varepsilon_{mes}$  déterminé à partir des mesures de puissance et de taille des faisceaux lasers. La droite en trait plein représente la droite de pente 1. La fig.(b) représente l'augmentation expérimentale moyenne de l'indice de modulation  $\eta_{exp} = \frac{\varphi}{\varepsilon_{ajust}} \frac{\hbar\kappa}{P_{e}}$  en fonction de  $\varepsilon_{ajust}$ .

On peut vérifier l'effet de l'approximation consistant à utiliser les populations  $J_n^2(\varphi)$  plutôt que le calcul théorique numérique donnant les populations  $w_n(\varepsilon, \Lambda_0, w_x, w_y)$  (cf. éq.(V.27)). Pour chaque point expérimental, nous avons obtenu une valeur de l'indice de modulation moyen  $\varphi$  à partir d'une procédure d'ajustement utilisant les fonctions  $J_n^2(\varphi)$  pour les populations des ordres de diffraction (cf. fig.(V-13)). Nous pouvons effectuer une seconde procédure d'ajustement des spectres de diffraction en utilisant les fonctions  $w_n(\varepsilon, \Lambda_0, w_x, w_y)$  pour les populations, le seul paramètre ajustable étant alors la valeur du contraste  $\varepsilon_{ajust}$ . La fig.(V-13.a) représente la variation de  $\varepsilon_{ajust}$  en fonction de  $\varepsilon_{mes}$  le contraste optique déterminé à partir des mesures de puissance et de taille des faisceaux lasers. Nous pouvons alors comparer ces deux procédures au travers d'un facteur correctif  $\eta_{exp}$  appliqué à l'indice de modulation qui va cette fois dépendre de chaque point expérimental donc de  $\varepsilon$ , et qui vaut :

$$\eta_{\exp} = \frac{\hbar\kappa}{P_z} \frac{\varphi(d\acute{e}duit \ de \ la \ proc\acute{e}dure \ 1)}{\varepsilon_{ajust}(d\acute{e}duit \ de \ la \ proc\acute{e}dure \ 2)}$$
(V.28)

Nous avons tracé sur la fig.(V-13.b) le facteur correctif  $\eta_{exp}$  en fonction du contraste optique  $\varepsilon_{ajust}$  déduit de la deuxième procédure d'ajustement. Si la procédure d'ajustement 1 était parfaite, on trouverait un facteur  $\eta_{exp}$  constant enfonction de  $\varepsilon_{ajust}$ . Nous constatons que  $\eta_{exp}$  varie linéairement de 1,41 pour les modulations faibles à 1,34 pour  $\varepsilon = 0,05$ , ce qui est d'ailleurs en accord avec les estimations faites sur la fig.(V-12) (de 1,40 à1,33).

# 4. Précision expérimentale

Dans cette partie, nous étudions le réglage et la mesure des différents paramètres expérimentaux, ainsi que les incertitudes qui leur sont liées sur la détermination des pentes expérimentale et théorique de la fonction  $\varphi(\varepsilon)$  (cf. fig.(V-13)). Dans une première partie, nous aborderons le contrôle du faisceau laser retour (position et taille) nécessaire pour obtenir sa superposition au faisceau laser aller, et donc pour que le contraste optique reste constant sur l'ensemble du miroir. Dans la seconde partie, nous étudions les incertitudes expérimentales sur les mesures des différents paramètres expérimentaux nécessaires à la détermination des pentes expérimentale et théorique, et nous déterminons les incertitudes sur les pentes qui leur sont liées.

# 4.1. Contrôle du faisceau retour

Afin d'obtenir un contraste optique constant sur l'ensemble du réseau, il est nécessaire de superposer parfaitement les faisceaux aller et retour. C'est pourquoi il est nécessaire, d'une part d'utiliser des faisceaux ayant une taille identique, mais également de régler précisément la direction du faisceau retour à l'aide du miroir partiellement réfléchissant (cf. fig.(V-15)).



Figure V-15 : Schéma du système optique utilisé pour régler la puissance du faisceau retour. Les notations CP1 et CP2 désignent des cubes séparateur de polarisation,  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$  des lames demi et quart d'onde.

La fig.(V-15) représente le schéma du système optique de réglage de la puissance du faisceau laser retour. L'atténuation du faisceau laser est effectuée en plusieurs étapes afin d'obtenir à la fois un très bon taux d'extinction, et une bonne de précision sur les valeurs d'intensité réfléchie

### 4. Précision expérimentale

que l'on désire utiliser pour l'expérience. Le cube séparateur de polarisation CP1 est orienté de façon à laisser passer la polarisation TE et à s'assurer que le faisceau laser retour est également polarisé TE. L'orientation de la lame demi onde  $(\lambda/2)$  permet d'effectuer le réglage du maximum d'intensité réfléchie, qui dépend également du coefficient de réflexion en intensité du miroir partiellement réfléchissant (environ 7%, correspondant à la réflexion sur un dioptre plan en verre). L'orientation de la lame quart d'onde  $(\lambda/4)$  permet d'ajuster la puissance du faisceau retour de zéro à la valeur maximale. Pendant une expérience de diffraction, on change la valeur du contraste  $\varepsilon$  en tournant uniquement la lame quart d'onde autour de la normale à ses faces.

## a) Taille

Pour obtenir la même taille en tout point des faisceaux aller et retour, la méthode la plus simple consiste à régler la position du col du faisceau aller sur le miroir partiellement réfléchissant (cf. fig.(V-15)). Mais le faisceau laser utilisé étant légèrement astigmate, les cols dans les directions parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence ne sont pas au même endroit. Nous avons donc utilisé un réglage pour lequel le miroir se situe entre les deux cols. Dans la situation utilisée pour l'expérience de diffraction en polarisation TE, les tailles des faisceaux avant d'entrer dans le prisme (rayon à  $1/e^2$  en intensité) valent :

direction	parallèle (mm)	perpendiculaire (mm)	
aller	$w_{//}^{\overline{a}} = 0,88$	$w^a_\perp = 0,82$	(V.29)
retour	$w_{//}^r = 0,91$	$w_{\perp}^{r} = 0,76$	

où  $w_{//}$  est la taille suivant la direction parallèle au plan d'incidence et  $w_{\perp}$  celle suivant la direction orthogonale au plan d'incidence. Ces différences de taille ont été prises en compte dans le calcul du contraste optique, le coefficient de réflexion en intensité globale R au centre du miroir étant alors donné par:

$$R = \frac{P_r}{P_a} \frac{w_{//}^a w_\perp^a}{w_{//}^r w_\perp^r} \tag{V.30}$$

où  $P_a$  et  $P_r$  sont les puissances des faisceaux aller et retour.



Figure V-16 : Schéma des projections des faisceaux lasers sur la surface du prisme. Le faisceau laser aller est représenté en trait plein et le faisceau retour en trait pointillé.

*Remarque*: Ces différences de tailles provoquent également une différence de contraste optique en fonction de la position. On peut toutefois vérifier que ces variations sont négligeables. Par exemple, pour la direction perpendiculaire au plan d'incidence (direction Oy), direction pour laquelle la variation est la plus importante, la différence relative de contraste entre le centre et le bord du miroir effectif ( $y = y_{max}$ ) vaut, au premier ordre en  $w_{\perp}^a - w_{\perp}^r$ :

$$\frac{|\varepsilon(y_{\max}) - \varepsilon(0)|}{\varepsilon(0)} \approx \frac{2|w_{\perp}^a - w_{\perp}^r| y_{\max}^2}{w_{\perp}^3} < 1\%$$
(V.31)

Les tailles des faisceaux mesurées dans la direction orthogonale au plan d'incidence sont les mêmes à l'extérieur du prisme, dans le prisme et à la surface du prisme, nous pouvons donc utiliser les indices  $\perp$  ou y indifféremment. Par contre pour la direction parallèle au plan d'incidence il faut tenir compte des angles de réfraction : la taille à l'intérieur du prisme vaut  $w_{//1} = w_{//\frac{\cos i_1}{\cos i}}$  et à la surface du prisme  $w_x = w_{//\frac{\cos i_1}{\cos i_1}} \simeq 1,65 w_{//}$  (cf. fig.(V-17) et (V-16)).



Figure V-17 : Définitions des angles d'incidence du faisceau laser sur les différentes faces du prisme. Dans l'expérience de diffraction, nous avons utilisé  $i = 12, 4^{\circ}$ , donc  $i_1 = 6.6^{\circ}$  et  $\theta_1 = 53, 4^{\circ}$ .

## b) Direction

Le réglage de la direction du faisceau retour est le plus critique de l'expérience.

Si l'on note  $\Delta y$  la distance entre les centres des faisceaux aller et retour, la différence relative de contraste entre les deux bords du miroir au premier ordre en  $\Delta y$  vaut :

$$\frac{\varepsilon(y_{\max}) - \varepsilon(-y_{\max})}{\varepsilon(0)} \approx \frac{4\Delta y \ y_{\max}}{w_{\perp}^2} \tag{V.32}$$

Comme la distance d entre le prisme et le miroir de retour est de l'ordre de 1 m, cet effet sera petit si la précision angulaire  $\alpha$  sur la rotation du miroir de retour vérifie :

$$\alpha \ll \frac{w_{\perp}^2}{8d \, y_{\max}} \approx 6 \times 10^{-4} \text{ rad} \tag{V.33}$$

La condition est identique dans la direction parallèle au plan d'incidence. Il est donc nécessaire de régler la rotation du miroir retour à quelques dizaines de  $\mu$ rad.



Figure V-18 : Schéma de la position relative des deux faisceaux aller et retour

Pour effectuer ce réglage, nous avons directement utilisé les images de la distribution atomique après diffraction. Nous allons voir en effet que, lorsque la superposition des deux faisceaux est parfaite, la distribution spatiale (dans le plan xOy) est symétrique par rapport aux axes Ox et Oy.

Dans la direction Oy (parallèle aux traits du réseau) la position sur la distribution en position finale est directement liée à la position sur le miroir atomique, donc s'il y a un gradient de contraste suivant la direction Oy, on observe sur la distribution finale un gradient de modulation. La fig.(V-19) représente la distribution en position après diffraction pour un faisceau retour déréglé de  $\Delta y \approx 0,1$  mm. Nous observons qu'en bas de la figure les deux pics sont plus séparés dans le direction Ox, ce qui traduit l'augmentation du contraste optique (cf. fig.(V-20)). L'effet est facilement observable car les atomes diffractent dans la direction Ox et le gradient de modulation est dans la direction orthogonale Oy.



Figure V-19 : Image de la distribution transverse en position, l'axe horizontal correspond à la direction Ox, et l'axe vertical à la direction Oy. Cette distribution a été obtenue en déréglant de  $\Delta y \approx 0, 1 \text{ mm}$  la position du faisceau retour dans la direction Oy. Les deux images représentent la même distribution, mais l'image de droite a subi une procédure de seuillage afin de visualiser plus facilement les pics. Nous observons qu'en bas des images les deux pics sont plus séparés dans la direction Ox, ce qui traduit l'augmentation du contraste optique.



Figure V-20: Principe de l'asymétrie de la distribution suivant la direction Oy. Dans le cas de la fig.(V-19), le faisceau retour est déplacé d'environ 0,1 mm dans le sens des y négatifs. Le contraste optique est donc plus important pour les y négatifs, et les pics de diffraction correspondent à des ordres de diffraction plus élevés. Nous avons schématisé la forme de la distribution attendue, avec des maxima qui s'écartent de l'axe Oy pour les y négatifs.

Dans la direction Ox, la situation serait également assez simple si on séparait les ordres de diffraction : on observerait alors pour chaque ordre une déformation suivant la direction Ox, similaire à celle observée pour un mauvais réglage dans la direction Oy, la population totale de chaque ordre de diffraction restant constante. Comme nous ne résolvons pas les ordres de diffraction, l'interprétation des distributions est plus compliquée, et nécessite de prendre en compte la corrélation entre la position sur le miroir et la position des atomes dans la sonde (pour chaque ordre de diffraction). Nous avons représenté sur la fig.(V-21) un exemple de distribution suivant la direction Ox, correspondant à un déplacement d'environ  $\Delta x \approx -0, 15$  mm.

On observe d'une part, une asymétrie entre les deux maxima, celui correspondant aux x grands étant plus haut, et d'autre part une différence de décroissance des ailes de la distribution, la décroissance étant plus rapide pour les x grands. Pour comprendre qualitativement ces asymétries, nous pouvons considérer un cas simplifié dans lequel la fonction d'appareil (profil spatial correspondant à la réponse sans réseau) est de forme carrée et de largeur  $2\hbar k_x$ , avec un contraste moyen d'environ 0,02 ( $\varphi \simeq 2,3$ ). Pour ce contraste optique la population de l'ordre zéro est pratiquement nulle, les ordres prépondérants sont  $\pm 1$  et  $\pm 2$ . De plus, si l'indice de modulation augmente, les populations des ordres  $\pm 1$  diminuent alors que celles des ordres  $\pm 2$  augmentent. La fig.(V-22) représente un schéma du profil que l'on observerait pour une superposition parfaite des faisceaux aller et retour (tirets) ou dans le cas correspondant à un



Figure V-21 : Distribution en position dans la sonde suivant la direction Ox. Le faisceau retour est déréglé d'environ  $\Delta x \approx -0,15$  mm.



Figure V-22 : Principe de l'asymétrie entre les deux maxima de la distribution en quantité de mouvement suivant la direction Ox, en utilisant une fonction d'appareil simplifiée de forme carrée et de largeur  $2\hbar k_x$ . La distribution en pointillé correspond au cas d'une superposition parfaite des faisceaux aller et retour, et la distribution en trait plein au cas correspondant à un faisceau retour déplacé vers les x négatifs. Le contraste optique est alors plus important sur le bord correspondant aux x négatifs.

faisceau retour déplacé vers les x négatifs (trait plein). Dans le cas du faisceau retour décalé, le contraste optique est alors augmenté pour les x négatifs et diminué pour les x positifs.

Si l'on élargit la fonction d'appareil et que l'on ne résoud plus les ordres, ce qui est le cas dans l'expérience, on comprend que le pic de droite sera plus grand et la décroissance de l'aile droite de la distribution plus rapide, ce qui correspond bien à ce que l'on observe sur la fig.(V-21).

Finalement, on a donc ajusté l'orientation du miroir de renvoi de façon à rendre symétrique les profils suivant x et suivant y.

# 4.2. Incertitude sur la pente

Comme nous avons vu sur la fig.(V-13) que les points expérimentaux donnant l'indice de modulation  $\varphi$  en fonction du contraste optique sont bien alignés, la seule incertitude concernant la comparaison entre l'indice de modulation mesuré et son calcul théorique concerne la valeur de la pente. La première incertitude est liée à la mesure du contraste optique  $\varepsilon_{mes}$ , qui correspond à une incertitude sur l'axe des abscisses de la courbe expérimentale. Les autres incertitudes sont liées à la détermination de l'indice de modulation théorique (cf. paragraphe V-3.5.), qui vaut :

$$\varphi_{vdW} = \varepsilon \ \eta \frac{P_z}{\hbar \kappa} \tag{V.34}$$

L'incertitude sur la pente théorique dépend donc de la détermination de  $P_z$ ,  $\kappa$  et  $\eta$ . L'incertitude sur  $P_z$  est liée à la détermination de l'énergie incidente des atomes sur le prisme, celle sur  $\kappa$  à la mesure de l'angle d'incidence *i* du faisceau laser sur la face d'entrée du prisme et celle sur  $\eta$  à la mesure du potentiel dipolaire  $\Lambda_0$ .

## a) Contraste optique mesuré

Le contraste optique est déterminé à partir des mesures de puissance et de taille des faisceaux aller et retour. L'incertitude sur la valeur du contraste optique est due aux erreurs relatives entre les mesures des faisceaux aller et retour.

La mesure de la puissance du faisceau aller est effectuée juste avant l'entrée dans l'enceinte à vide (cf. point (a) sur la fig.(V-23)) à l'aide d'un mesureur de puissance bolométrique (Coherent modèle 200, 10 W maximum) dont l'incertitude relative totale donnée par le constructeur est de 3%, liée aux fluctuations de réponse du détecteur en fonction du point d'impact sur le détecteur. Nous avons vérifié expérimentalement que les fluctuations de réponse du détecteur était effectivement inférieures à 3%.

Il est nécessaire d'effectuer trois mesures de puissance pour déterminer la puissance du faisceau laser retour (cf. fig. (V-23)).



Figure V-23 : Schéma du système optique utilisé pour régler la puissance du faisceau retour. Les notations CP1 et CP2 désignent des cubes séparateur de polarisation,  $\lambda/2$  et  $\lambda/4$  des lames demi et quart d'onde.

Pour déterminer la puissance maximale du faisceau retour, on tourne la lame quart d'onde pour obtenir l'extinction du faisceau retour. On mesure alors les puissances  $P_b$ ,  $P_c$  et  $P_d$  du

### 4. Précision expérimentale

faisceau laser aller en (b) et (c) et du faisceau retour en (d). La puissance maximale du faisceau  $P_{r_{max}}$  retour en est déduite par :

$$P_{r_{\max}} = P_d \frac{P_c}{P_b} \tag{V.35}$$

Ce résultat suppose deux hypothèses. La première suppose que  $P_d$  est également la puissance maximale du faisceau retour au point (b), c'est-à-dire que les puissances maximales transmise et réfléchie par CP2 sont identiques. Comme les taux d'extinction sur les deux voies du cube CP2 sont inférieurs à  $5 \times 10^{-4}$ , cette première hypothèse revient à supposer que les transmissions des deux faces de sortie traitées anti-reflet du cube CP2 sont identiques, ce qui est une hypothèse raisonnable. La seconde hypothèse est que la transmission du cube séparateur de polarisation CP1 par le faisceau retour est bien identique à la transmission  $\frac{P_c}{P_b}$  du cube CP2 par le faisceau aller. Pour cela nous avons utilisé deux cubes séparateurs de polarisation les plus similaires possible : même fabricant et même modèle, puis nous avons vérifié qu'ils avaient le même taux d'extinction et la même transmission maximale.

Par ailleurs, nous avons utilisé un mesureur de puissance non bolométrique pour déterminer  $P_d$ . Ce second mesureur de puissance a été réalisé dans notre laboratoire à l'aide d'une photodiode, et travaille dans une gamme de puissance comprise entre 20 mW et 10  $\mu$ W, qui n'est pas accessible au mesureur bolométrique. Il a été calibré par rapport au mesureur de puissance bolométrique en utilisant plusieurs densités optiques. Cette calibration a été vérifiée à trois reprises, et a toujours donné un accord à mieux que 1%. Nous avons donc supposé cet écart de calibration relative entre les deux mesureurs négligeable.

Pour déterminer l'intensité des faisceaux aller et retour, il est également nécessaire de mesurer la taille des faisceaux. Nous utilisons la même méthode que dans l'expérience de la mesure de la force de van der Waals (cf. paragraphe IV-2.2.). Nous rappelons que la mesure consiste à prélever une très petite partie du faisceau laser que nous envoyons directement sur la surface de la caméra CCD, située dans le plan conjugué à la surface du prisme. Nous avons observé une variation de la taille des faisceaux<sup>27</sup> (entre des images prises à quelques minutes d'intervalles), que nous avons estimé à environ 3%.

Nous utilisons donc quatre mesures de puissance au total et quatre mesures de taille de faisceau (deux pour chaque faisceau), chacune de ces mesures ayant une incertitude d'environ 3%. Comme les mesures sont indépendantes, nous pouvons donc écrire l'incertitude totale sur le rapport de l'intensité entre les faisceaux  $\Delta R$  sous la forme :

$$\Delta R \approx \sqrt{8} \times 0,03 \approx 8\% \tag{V.36}$$

Comme le contraste optique est proportionnel à la racine carré de l'intensité, l'incertitude sur le contraste optique lié à la mesure des intensités des faisceaux est donc de l'ordre de 4% (incertitude totale).

## b) Longueur de décroissance du champ évanescent

La mesure de la longueur de décroisssance de l'onde évanescente  $1/\kappa$  est nécessaire à la détermination de la pente théorique  $\eta \frac{P_z}{h\kappa}$ . L'incertitude sur sa détermination de  $\kappa$  constitue donc également une incertitude sur la pente. La longueur de décroissance de l'onde évanescente est

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Ces variations n'avaient pas été observées lors de l'expérience de la mesure de van der Waals, et peuvent être attribuées à un mauvais fonctionnement du laser de pompe du laser Ti : S.

déterminée à partir de la mesure de l'angle d'incidence *i* du faisceau laser sur la face d'entrée du prisme, lui-même déterminé en mesurant les distances  $x_1$  et  $x_2$  entre les points d'impactes des faisceaux sur les fenêtres d'entrée et de sortie de l'enceinte d'expérimentation et leur centre (cf. fig.(V-24)). Nous obtenons un angle d'incidence  $i \simeq 12, 4 \pm 1^{\circ}$ .



Figure V-24 : Principe de mesure de l'angle d'incidence sur la face d'entrée du prisme. Connaissant le distance d, on peut, en mesurant les distances  $x_1$  et  $x_2$  entre les points d'impacts des faisceaux lasers sur les fenêtres et leur centre, en déduire l'angle d'incidence du faisceau laser titane saphire sur la face d'entrée du prisme. Comme d  $\approx 300$  mm et que la précision sur la mesure de  $x_1$  ou  $x_2$  est environ de  $\pm 5$  mm, on obtient une incertitude sur l'angle d'incidence i d'environ  $\pm 1\%$ .

La précision sur l'angle d'incidence i sur la face d'entrée du prisme (2% d'incertitude totale) conduit à une incertitude de 2,5% sur la valeur de la longueur de décroissance de l'onde évanescente et donc sur la pente.

### c) Energie incidente des atomes

L'incertitude sur l'énergie cinétique incidente des atomes sur le piège, et donc sur la quantité de mouvement incidente  $P_z$ , conduit à une incertitude sur la pente théorique  $\eta \frac{P_z}{\hbar\kappa}$ . Cette incertitude est liée à quatre causes (cf. fig.(V-25)):

- précision de la mesure de la hauteur de chute  $\Delta h = \pm 0, 2 \text{ mm}$ ,
- précision sur la mesure de la vitesse moyenne initiale des atomes à la fin de la phase de préparation : Δv<sub>m</sub> = ±1 v<sub>rec</sub>,
- dispersion en position dans le piège suivant la direction  $Oz: \Delta z = \pm 0, 4 \text{ mm}$  (demi-largeur à mi-hauteur),
- dispersion en vitesse initiale à la fin de la phase de préparation des atomes :  $\Delta v_0 = \pm 7 v_{rec}$  (écart quadratique moyen).

Comme nous verrons que cette incertitude est relativement faible comparée à l'incertitude liée à la détermination du contraste optique ou du seuil de réflexion, nous allons en faire un calcul rapide. Nous avons vu au paragraphe IV-4.1. que l'on peut négliger les incertitudes sur la vitesse  $(\Delta v_m \text{ et } \Delta v_0)$  devant celles sur la position  $(\Delta h \text{ et } \Delta z)$ .

Considérons maintenant l'incertitude liée à la taille du piège  $\Delta z$ , qui conduit à une dispersion en quantité de mouvement incidente sur le prisme, et qui vaut au premier ordre en  $\Delta z$ :

$$\frac{\Delta P_z}{P_z} \simeq \frac{\Delta z}{2h} \simeq \pm 1\% \tag{V.37}$$



Figure V-25 : Schéma des quatre causes d'incertitudes sur l'énergie cinétique incidente des atomes sur le prisme.

Comme la dispersion ne change pas la valeur moyenne de  $P_z$ , et qu'elle est petite devant la dispersion due à la variation de l'indice de modulation sur le miroir à cause de la force de van der Waals (cf. fig.(V.24)), nous négligerons également cette incertitude.

Il suffit donc de déterminer l'incertitude sur la hauteur de chute h des atomes sur le miroir, qui se traduit par une incertitude sur la quantité de mouvement incidente sur le prisme qui, au premier ordre en  $\Delta h$ , vaut :

$$\frac{\Delta P_z}{P_z} \simeq \frac{\Delta h}{2h} \tag{V38}$$

Nous avons vu au paragraphe III-5.2. que la hauteur de chute est déterminée à l'aide des temps de passage des atomes à travers la sonde, et que l'incertitude sur la mesure de ces temps de passage conduit à une incertitude sur la hauteur de chute  $\Delta h \simeq \pm 0, 2$  mm. L'incertitude sur la quantité de mouvement, et sur la pente, est donc environ de  $\frac{\Delta P_z}{P_z} \approx 1\%$ .

### d) Seuil de réflexion

A cause de la présence de la force de van der Waals, la pente théorique de l'indice de modulation en fonction du contraste optique dépend du déplacement lumineux à la surface du prisme, à travers le facteur  $\eta$ . Or, on peut calculer numériquement que la précision sur le déplacement lumineux  $\Lambda_0$  (valeur au centre du miroir) est d'autant plus critique qu'elle est proche du seuil de réflexion  $\Lambda_T^{28}$ . C'est pourquoi nous avons cherché expérimentalement notre seuil de

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Nous avons utilisé le potentiel  $U_{Q.E.D.}$  pour le potentiel de van der Waals. Ce choix n'est pas primordial pour la détermination de  $\eta$ , on peut également utiliser le potentiel dans l'approximation des courtes distances  $U_{L.J.}$ . Le point critique est le rapport entre le déplacement lumineux  $\Lambda_0$  et la valeur du seuil de réflexion  $\Lambda_T$ . Il suffit d'augmenter  $\Lambda_0$  dans le calcul de façon à ce que le rapport soit le même qu'en utilisant  $U_{Q.E.D.}$  (celui de l'expérience).

réflexion, puis augmenté la puissance du laser de 10%. Cette méthode nous permet d'avoir une meilleure précision sur le rapport  $\frac{\Lambda_0}{\Lambda_T}$ , qui est donc le paramètre important. La précision relative du déplacement lumineux au centre du miroir  $\Lambda_0$  par rapport au seuil de

La précision relative du déplacement lumineux au centre du miroir  $\Lambda_0$  par rapport au seuil de réflexion est environ de  $\pm 5\%$ . Nous avons donc une incertitude sur l'effet de la force de van der Waals et donc  $\eta$  ( $\Lambda_0$ ). Pour estimer cette incertitude, nous avons refait le calcul de  $\eta(\Lambda_0)$  (cf. paragraphe V-2.1) avec une puissance laser égale respectivement 1,05 et 1,15 fois la puissance du seuil de réflexion. Nous obtenons une incertitude sur la pente de la fonction  $\varphi(\varepsilon)$  de  $\frac{+5\%}{-8\%}$ .

## e) Bilan des incertitudes

La fig.(V-26) représente les valeurs des pentes (expérimentale et théoriques) de la variation de l'indice de modulation en fonction du contraste optique. Compte tenu des incertitudes, la pente expérimentale  $117 \pm 2$  est en accord avec la pente théorique de  $115_{-11}^{+8}$  prenant en compte l'interaction de van der Waals. L'incertitude principale qui limite une comparaison plus fine de l'expérience de diffraction avec la théorie porte sur la détermination de la pente théorique, principalement la fraction liée à la détermination de la valeur du déplacement lumineux par rapport au seuil de réflexion (zone avec des grandesq hachures sur la fig.(V-26)).



Figure V-26 : Représentation des incertitudes sur la détermination des différentes pentes de variation de l'indice de modulation en fonction du contraste optique (cf. fig.(V-13)).

L'utilisation d'une configuration dans laquelle la sélection en vitesse transverse n'est pas réalisée par l'ajustement de la taille du miroir atomique mais, par exemple, par une fente matérielle placée juste au-dessus de l'onde évanescente, permettrait d'augmenter le déplacement lumineux et donc de repousser le point de rebroussement de la trajectoire atomique. L'influence de la force de van der Waals diminuerait et l'incertitude liée à la connaissance du déplacement lumineux également. Une telle configuration permettrait donc de diminuer l'incertitude principale concernant la détermination de la pente théorique.

# 5. Diffraction en polarisation TM

Nous avons également réalisé nos expériences de diffraction en utilisant une polarisation TM pour les ondes aller et retour. Ce paragraphe a pour but de discuter plus en détail ces résultats qui n'ont pas été présentés dans l'article reproduit dans la partie V-2. Pour une onde en réflexion totale de polarisation TM (linéaire dans le plan d'incidence), l'onde évanescente a une polarisation elliptique et les caractéristiques du miroir à atomes dépendent du sous-niveau Zeeman. De plus, l'onde rétroréfléchie, également polarisée TM, conduit à une onde évanescente de polarisation également elliptique, mais différente de l'onde aller. Tout ceci conduit à un effet de diffraction plus complexe.

Nous utiliserons d'abord les résultats du chapitre I pour calculer le contraste de la figure d'interférence. Nous verrons que l'utilisation d'une polarisation TM, conduit d'une part à une baisse du contraste par rapport au cas de la polarisation TE, et d'autre part à une modulation du potentiel dipolaire qui dépend du sous-niveau Zeeman. Par la suite, nous calculerons les populations dans les ordres de diffraction pour chaque sous-niveau Zeeman. Celles-ci diffèrent d'un sous-niveau à l'autre à la fois par la taille du miroir effectif et par l'effet du potentiel de van der Waals. Enfin, nous présenterons les résultats expérimentaux de l'expérience en polarisation TM que nous comparerons à nos prédictions.

# 5.1. Modulation du potentiel dipolaire pour chaque sous-niveau Zeeman

## a) Décomposition de l'onde évanescente en $\sigma^+$ et $\sigma^-$

Nous avons vu au paragraphe I-1.2.b. que, dans la base  $\{\vec{e_+}, \vec{e_0}, \vec{e_-}\}$  définie par l'axe Oy, la polarisation dans l'onde évanescente du faisceau aller peut s'écrire (cf. éq.(I.24)):

$$\overrightarrow{\varepsilon_{ev}^{TM}} = \frac{k_x}{\sqrt{2\left(2\left(n_1\sin\theta_1\right)^2 - 1\right)}} \begin{pmatrix} \kappa - k_x \\ 0 \\ \kappa + k_x \end{pmatrix}$$
(V.39)

La polarisation du faisceau retour s'obtient en changeant  $\theta_1$  en  $-\theta_1$ , et donc  $k_x$  en  $-k_x$ . Les polarisations des ondes aller et retour ont donc la même ellipticité mais un sens de rotation opposé. A un facteur de phase près, l'amplitude du champ électrique  $\mathbf{E}_{ev}^{TM}$  dans l'onde évanescente pour les deux faisceaux superposés s'écrit:

$$\mathbf{E}_{ev}^{TM} = \frac{\mathcal{E}_{ev}^{TM} k_x e^{-2\kappa z} e^{-i\omega_L t}}{\sqrt{2\left(2\left(n_1 \sin \theta_1\right)^2 - 1\right)}} \left( e^{ik_x x} \begin{pmatrix} \kappa - k_x \\ 0 \\ \kappa + k_x \end{pmatrix} + \sqrt{R} e^{-ik_x x} \begin{pmatrix} \kappa + k_x \\ 0 \\ \kappa - k_x \end{pmatrix} \right) + c.c.$$
(V.40)

où  $\mathcal{E}_{ev}^{TM}$  est l'amplitude complexe du champ électrique dû au faisceau aller. On peut décomposer ce champ en composantes de polarisation  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  par rapport à l'axe Oy, les intensités effectives  $I^+$  et  $I^-$  à la surface du prisme valent à une constante I près :

$$I^{+} \simeq I\left((k_{x}-\kappa)^{2}+R(k_{x}+\kappa)^{2}-2\sqrt{R}(k_{x}^{2}-\kappa^{2})\cos(2k_{x}x)\right)$$
(V.41)

$$I^{-} \simeq I\left(\left(k_{x}+\kappa\right)^{2}+R\left(k_{x}-\kappa\right)^{2}-2\sqrt{R}\left(k_{x}^{2}-\kappa^{2}\right)\cos\left(2k_{x}x\right)\right)$$
(V.42)

### b) Contraste du potentiel dipolaire

Nous définissons les sous-niveaux Zeeman  $M_F$  par rapport à l'axe de quantification Oy. Nous avons vu au chapitre I-3.2.b. que le déplacement lumineux dépendait du sous-niveau Zeeman  $M_F$  en polarisation TM, mais que les  $M_F$  restent états propres de l'opérateur déplacement lumineux, si le désaccord est grand devant la structure fine de l'état excité et si l'onde ne comporte que des polarisations  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Ces conditions sont vérifiées avec un désaccord  $\delta/2\pi = 3$  GHz et une polarisation TM dans les deux faisceaux. Comme le désaccord à résonance est le même pour les deux faisceaux, nous pouvons à l'aide des résultats du premier chapitre (cf. éq.(I.65)) exprimer le déplacement lumineux à la surface du prime  $\Lambda_0$  à une constante près :

$$\Lambda_0 \propto \frac{2}{3}(I^+ + I^-) + \frac{M_F}{9}(I^+ - I^-) \tag{V.43}$$

On appelle  $\varepsilon_{M_F}$  le contraste du potentiel dipolaire pour un sous-niveau Zeeman  $M_F$  donné et défini par :

$$\varepsilon_{M_F} = \frac{\Lambda_{\max} - \Lambda_{\min}}{\Lambda_{\max} + \Lambda_{\min}} \tag{V.44}$$

En polarisation TE, le contraste optique  $\varepsilon_{TE} = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}$  et le contraste du potentiel dipolaire étaient identiques. Par contre, ils sont différents en polarisation TM, il est donc nécessaire de préciser la valeur du contraste du potentiel dipolaire, qui est celui qui nous intéresse pour la diffraction. En polarisation TM, on peut montrer à partir des éq.(V.43), (V.41) et (V.42) que le contraste du potentiel dipolaire  $\varepsilon_{M_F}$  vu par un atome dans un sous-niveau Zeeman  $M_F$  vaut :

$$\varepsilon_{M_F} \simeq \varepsilon_{TE} \frac{k_x^2 - \kappa^2}{k_x^2 + \kappa^2 - \frac{1-R}{1+R} \frac{M_F}{3} k_x \kappa}$$
(V.45)

A.N. Si nous supposons que la fraction d'itensité réfléchie  $R = \frac{I_r}{I_a}$  est faible (expérimentalement R < 1, 1%), le contraste du potentiel dipolaire reste constant avec R. La réduction du contraste par rapport à la polarisation TE s'obtient à partir de l'éq.(V45). Dans nos conditions expérimentales, avec  $k_x \simeq 1, 5 k_0$  et  $\kappa \simeq 1, 12 k_0$ , elle vaut pour chaque sous-niveau Zeeman :

$M_F$	$\varepsilon_{M_F}/\varepsilon_{TE}$
3	0,546
2	0,4175
1	0,338
0	0,284
-1	0,245
-2	0,215
-3	0,192

(V.46)

Le contraste du potentiel est donc réduit de manière importante en polarisation TM. On pouvait le prévoir puisque la polarisation du faisceau aller est à dominante  $\sigma^-$  (0,98  $\sigma^-$  et 0,02 $\sigma^+$ ) alors que celle du faisceau retour est à dominante  $\sigma^+$  (0,98  $\sigma^+$  et 0,02 $\sigma^-$ ). Une autre conséquence importante est que le contraste du potentiel dépend du sous-niveau Zeeman, il est environ 2,8 fois plus important pour le sous-niveau  $M_F = 3$  que pour le sous-niveau  $M_F = -3$ .

## 5.2. Populations dans les ordres de diffraction

Pour calculer les populations dans les ordres de diffraction, nous allons procéder pour chaque sous-niveau Zeeman comme en polarisation TE au paragraphe V-1.2. Comme, en plus du contraste, le déplacement lumineux moyen dépend également du sous-niveau Zeeman, nous allons d'abord déterminer la taille du miroir effectif, puis l'augmentation de l'efficacité de diffraction due à la force de van der Waals pour chaque sous-niveau, et enfin sommer sur l'ensemble des atomes réfléchis, répartis sur tous les sous-niveaux Zeeman.

### a) Taille du miroir effectif pour chaque sous-niveau Zeeman

Comme en polarisation TE, le paramètre important est le rapport entre le déplacement lumineux au centre du miroir  $\Lambda_0^{M_F}$  pour chaque sous-niveau et le déplacement lumineux  $\Lambda_T$ correspondant au seuil de réflexion. Mais comme en polarisation TM les sept sous-niveaux Zeeman ont des seuils de réflexion différents, la détermination expérimentale d'un des sept seuils est plus délicate qu'en polarisation TE. Nous avons donc utilisé la détermination expérimentale du seuil en polarisation TE et le calcul du rapport des coefficients de Fresnel entre les polarisation TE et TM (cf. paragraphe I.1.) pour déterminer les différents seuils en polarisation TM. Il faut également tenir compte des coefficients liés à la structure hyperfine de l'atome de <sup>85</sup>Rb dans le calcul du déplacement lumineux (cf. paragraphe I-3.2.).

Le seuil de réflexion en polarisation TE correspond à un faisceau laser dont les caractéristiques sont: puissance 1,91 W, désaccord 3 GHz, taille  $0,82 \times 0,88 \text{ mm}^2$  et angles d'incidence  $i = 12, 4^\circ$  et  $\theta_1 = 53, 4^\circ$ . Pour l'expérience en polarisation TM, nous avons utilisé un faisceau laser dont les caractéristiques sont: puissance 1,08 W et taille  $0,88 \times 0,83 \text{ mm}^2$ (même désaccord et mêmes angles d'incidence).

Nous obtenons que le rayon du miroir effectif  $x_{\max}^{M_F}$  dans la direction Ox pour chaque sousniveau Zeeman  $M_F$  vaut :

$M_F$	$x_{\max}^{M_F}(mm)$
3	0
2	0
1	0
0	0,214
-1	0,462
-2	0,598
-3	0,698

(V.47)

La valeur  $x_{\text{max}}^{M_F} = 0$  pour les sous-niveaux  $M_F = 1, 2$  et 3 signifie que, dans nos conditions expérimentales, les atomes qui s'y trouvent ne sont pas réfléchis.

## b) Populations dans les ordres diffractés pour chaque sous-niveau

Pour obtenir la population dans les ordres de diffraction pour un sous-niveau Zeeman, nous utilisons la même méthode de sommation sur toute la surface du miroir effectif que pour la polarisation TE (cf. éq.(V.27)). La population dans un ordre n pour un sous-niveau Zeeman  $M_F$  peut donc s'écrire :

$$w_n^{M_F}(\varepsilon) = \frac{2}{x_{\max}^{M_F^2}} \int_0^{x_{\max}^{M_F}} x dx \ J_n^2\left(\varepsilon_{M_F} \frac{P_z}{\hbar\kappa} A_{\varphi}\left(\Lambda_0^{M_F}, x, y=0\right)\right)$$
(V.48)

La différence entre sous-niveau Zeeman intervient donc à trois niveaux : dans le calcul du contraste  $\varepsilon_{M_F}$  et par l'intermédiaire du déplacement lumineux  $\Lambda_0^{M_F}$  dans la détermination de l'augmentation de l'indice de modulation  $A_{\varphi}$  et dans la taille du miroir effectif  $(x_{\max}^{M_F})$ .

Nous avons représenté sur la fig.(V-28) l'évolution des populations  $w_n^{M_F}$  dans l'ordre 0 des différents sous-niveaux Zeeman réfléchis.



Figure V-27 : Population dans l'ordre 0 en fonction du contraste optique  $\varepsilon_{TE}$ . Les quatre courbes représentées correspondent aux sous-niveaux Zeeman réfléchis. Les courbes sont normalisées pour que les populations valent 1 pour  $\varepsilon_{TE} = 0$ , et ont été calculées numériquement à partir de l'éq.(V48).

On peut comme en polarisation TE calculer l'augmentation moyenne de l'indice de modulation  $\eta_{M_F}(\Lambda_0^{M_F})$  due à la force de van Waals pour un sous-niveau Zeeman  $M_F$ . Cet indice de modulation moyen permet d'approximer les populations dans les ordres de diffraction par les fonctions  $J_n^2(\varepsilon_{M_F}\eta_{M_F}\frac{P_x}{\hbar\kappa})$ . Nous donnons dans le tableau suivant les valeurs de  $\eta_{M_F}$  pour nos conditions expérimentales

$M_F$	$\eta_{M_F}\left(\Lambda_0^{M_F}\right)$
$\geq 1$	/
0	1,51
-1	1,27
-2	1,16
-3	1.15

(V.49)

### c) Somme sur les sous-niveaux Zeeman

Pour effectuer la somme des populations sur les sous-niveaux Zeeman, nous supposons une répartition uniforme des atomes entre les sept sous-niveaux Zeeman avant la réflexion. Par contre, après la réflexion, les niveaux sont d'autant plus représentés que la surface du mi-

### 5. Diffraction en polarisation TM

roir effectif qui leur est associée est grande. La proportion  $P_{M_F}$  d'atomes dans un niveau Zeeman  $M_F$  après réflexion, par rapport à l'ensemble des atomes réfléchis, vaut donc :

$$P_{M_F} = \frac{x_{\max}^{M_F 2}}{\sum_{M_F} x_{\max}^{M_F 2}}$$
(V.50)

On peut donc sommer sur les différents sous niveaux Zeeman le nombre d'atomes réfléchis en utilisant les populations approchées  $J_n^2(\varepsilon_{M_F} \eta_{M_F} \frac{P_z}{\hbar\kappa})$ . La population  $a_n$  dans l'ordre de diffraction n s'écrit donc :

$$a_n(\varepsilon, \Lambda_0) = \frac{\sum_{M_F} \left( x_{\max}^{M_F 2} J_n^2(\varepsilon_{M_F} \eta_{M_F(\Lambda_0^{M_F})} \frac{P_2}{\hbar \kappa}) \right)}{\sum_{M_F} x_{\max}^{M_F 2}}$$
(V.51)

Les deux paramètres importants sont donc la proportion  $P_{M_F}$  d'atomes dans un sous-niveau et le produit  $\varepsilon_{M_F} \eta_{M_F} (\Lambda_0^{M_F})$  qui nous permet de comparer l'évolution des l'indices de modulation entre les différents sous-niveaux Zeeman. Nous donnons dans le tableau suivant ces deux grandeurs pour nos conditions expérimentales :

$M_F$	Proportion d'atomes $P_{M_F}$ (%)	$\varepsilon_{M_F} \eta_{M_F} \left( \Lambda_0^{M_F} \right)$	
$\geq 1$	0	/	
0	4,2	0,43	(1152)
-1	19,3	0,31	( 4.52)
-2	32,4	0,25	
-3	44,1	0,22	

Nous constatons que le sous-niveau  $M_F = -3$  a le miroir effectif le plus grand, or c'est le sous-niveau pour lequel l'indice de modulation du potentiel est le plus petit. En fait, c'est à la fois le sous-niveau pour lequel le contraste du potentiel est le plus réduit (cf. tableau (V.46)), et celui pour lequel l'augmentation de l'indice de modulation  $\eta_{M_F}(\Lambda_0^{M_F})$  sous l'effet de la force de van der Waals est la plus petite (cf. tableau (V.49)). Tout ceci contribue à réduire l'efficacité moyenne de diffraction.

On peut également calculer les populations dans les ordres de diffraction sans faire l'approximation de l'indice de modulation moyen. La population  $w_n$  totale dans l'ordre n peut donc s'écrire à partir de l'expression (V.48) de la population dans un sous-niveau Zeeman en tenant compte du poids de chaque sous-niveau (cf. éq.(V.50)), et vaut :

$$w_n(\varepsilon, \Lambda_0) = \frac{2}{\sum_{M_F} \left( x_{\max}^{M_F} \right)^2} \sum_{M_F} \int_0^{x_{\max}^{M_F}} x dx \ J_n^2 \left( \varepsilon_{M_f} \frac{P_z}{\hbar \kappa} A_\varphi \left( \Lambda_0^{M_F}, x, y = 0 \right) \right) \tag{V.53}$$

Nous avons représenté sur la fig.(V-28) la population dans l'ordre 0 des différents sousniveaux Zeeman en tenant compte de leur proportion d'atomes réfléchis  $P_{M_F}$ , ainsi que la population totale d'atomes dans l'ordre 0 sans approximation  $w_0(\Lambda_0)$  ou en utilisant l'indice de modulation moyen dans chaque sous-niveau  $a_n(\Lambda_0)$ .

Nous constatons que la population  $a_0(\Lambda_0)$  calculée de façon approchée en utilisant un indice de modulation moyen dans chaque sous-niveau est très proche de la population  $w_0(\Lambda_0)$ . Nous constatons également que l'évolution de la population totale dans l'ordre 0 est dominée par les sous-niveaux  $M_F = -2$  et -3, ce qui reflète leur poids prépondérant dans le nombre d'atomes



Figure V-28 : Population dans l'ordre 0 en fonction de  $\varepsilon_{TE} = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}$ , pour des faisceaux lasers polarisés TM. Les calculs ont été effectués avec les paramètres de l'expérience en polarisation TM. Seuls les quatre sous-niveaux  $M_F \leq 0$  sont réfléchis. Les populations des sous-niveaux  $M_F = 0, -1, -2$  et -3 ont été calculées numériquement à partir de l'éq.(V.48), puis normalisées en fonction de la proportion d'atomes réfléchis dans chaque sous-niveau (cf. éq.(V.50)). La somme du nombre d'atomes dans ces quatres sous-niveaux donne la population totale dans l'ordre 0, courbe  $w_0$  en trait plein (cf.éq.(V.53)). Nous avons également représenté la population  $a_0$  calculée en utilisant l'indice de modulation moyen sur chaque sous-niveau Zeeman (cf. éq.(V.51)).

réfléchis. De plus, contrairement au cas TE, le contraste de la courbe est fortement diminué. Par exemple, la différence de population  $w_0(\Lambda_0)$  entre le premier minimum (en  $\varepsilon \approx 0, 11$ ) et le maximum local suivant (en  $\varepsilon \approx 0, 18$ ) est deux fois plus petite que cette même différence en utilisant la fonction  $J_0^2$ . Cette baisse de contraste est similaire pour tous les ordres de diffraction.

# 5.3. Procédure d'ajustement

La procédure d'ajustement des courbes expérimentales par des courbes théoriques est similaire à celle utilisée en polarisation TE, mais en utilisant les populations données par les fonctions  $w_n(\varepsilon, \Lambda_0)$  et non par les fonctions de Bessel  $J_n^2(\varphi)$ . Nous avons d'abord exploité la courbe sans modulation, pour laquelle nous avons coupé totalement le faisceau retour. Nous avons cherché la gaussienne de meilleur ajustement du profil expérimental pour déterminer l'équivalent de la fonction d'appareil de notre miroir. Nous avons obtenu une gaussienne de largeur à mi-hauteur 3,4 mm, soit une collimation de  $3,7\hbar k_x$ . Le profil théorique utilisé pour les procédures d'ajustement a ensuite été calculé en convoluant la gaussienne par le spectre de diffraction, constitué d'une somme de fonctions delta  $\delta(P_z - 2n\hbar k_x)$ , dont le poids est donné par les populations  $w_n$  des ordres de diffraction.

En polarisation TE nous avions déduit des profils expérimentaux l'indice moyen de modulation  $\varphi$  de l'onde atomique après réflexion : nous avions utilisé cette procédure car la variation de contraste entre les différents atomes était faible et que par conséquent l'évolution des populations réelles était proche d'une somme de carrés des fonctions de Bessel  $J_n^2(\varphi)$ . En polarisation TM, nous avons constaté un meilleur ajustement des profils expérimentaux en utilisant les fonction  $w_n$  pour le calcul. Ceci est probablement dû au fait qu'un indice moyen de modulation ne reflète plus bien la forte dépendance avec le sous-niveau Zeeman.



Figure V-29 : Spectre de diffraction (converti en quantité de mouvement transverse) pour  $\varepsilon \simeq 0, 21$ . Nous avons représenté sur la fig. (a) le meilleur ajustement utilisant une somme de carrés des fonctions de Bessel pour le calcul des populations. La courbe théorique de la fig. (b) utilise les populations  $w_n(\Lambda_0)$  calculées en tenant compte de la force de van der Waals et des différences de contraste suivant le sous-niveau Zeeman (cf. éq.(V.53)).

Nous pouvons constater sur la fig.(V-29) que la courbe calculée avec les populations  $w_n(\Lambda_0)$  (fig.b)) s'ajuste mieux avec la courbe expérimentale que celle utilisant les fonctions de Bessel (fig.a)), notamment au centre de la courbe, autour de  $P_x = 0$ , ainsi que pour les ailes de la distribution.

# 5.4. Résultats

Pour passer de l'expérience en polarisation TE à celle en polarisation TM, nous avons modifié légèrement le système optique utilisé pour contrôler les faisceaux aller et retour (cf. fig.(V-23)). A l'aide d'une lame demi-onde située sur le faisceau aller et qui n'est pas représentée sur la figure, nous avons d'abord tourné la polarisation du laser incident de 90°. Nous avons également tourné le cube séparateur de polarisation CP1 de 90° afin qu'il assure également une polarisation TM du faisceau retour. Enfin, nous avons tourné la lame demi-onde située entre les deux cubes séparateur de polarisation CP1 et CP2, pour obtenir une fraction d'intensité maximale réfléchie plus élevé ( $R_{max}^{TM} = 7, 1 \times 10^{-3}$  contre  $R_{max}^{TE} = 5 \times 10^{-4}$ ).

### a) Taille du faisceau retour

L'égalité des tailles des faisceaux aller et retour est un peu moins bien réalisée dans l'expérience en polarisation TM qu'en TE. Nous donnons dans le tableau suivant les tailles des faisceaux pour l'expérience en polarisation TM:

direction	parallèle (mm)	perpendiculaire (mm)	
aller	0,88	0,83	(V.54)
retour	0,73	0,63	

Le faisceau retour étant plus petit, le contraste optique décroît au bord du miroir. Contrairement au cas TE, ces différences sont trop importantes pour que l'on puisse les négliger, c'est pourquoi nous en avons tenu compte lors de l'intégration numérique des populations en fonction de la position sur le miroir. Dans ce qui suit, la valeur du contraste optique  $\varepsilon_{TE}$  correspond au centre de la tache laser.

### b) Spectres de diffraction

Nous avons sur la fig.(V-30) cinq profils expérimentaux et leurs courbes de meilleur ajustement utilisant les populations  $w_n(\Lambda_0)$ . Comme prévu, un plus grand contraste optique est nécessaire pour observer la diffraction en polarisation TM. Nous pouvons également constater un très bon accord entre les spectres expérimentaux et les spectres théoriques.



Figure V-30 : Spectre de diffraction atomique en polarisation TM : a)  $\varepsilon = 0$  (faisceau retour bloqué), b)  $\varepsilon = 0,079, c$ )  $\varepsilon = 0,105, d$ )  $\varepsilon = 0,156, e$ )  $\varepsilon = 0,202$ . Pour chaque courbe expérimentale, nous avons représenté la courbe de meilleur ajustement calculée en tenant compte de la force de van der Waals et des différences de modulation suivant le sous-niveau Zeeman (cf. éq.(V53)).

### 6. Conclusions et perspectives

### c) Evolution générale

Nous avons déduit des procédures d'ajustement une valeur  $\varepsilon_{ajust}$  pour chaque profil expérimental, puis nous avons représenté sur la fig.(V-31) l'évolution de  $\varepsilon_{ajust}$  en fonction de  $\varepsilon_{mes}$  déterminée expérimentalement par la mesure des puissances et des tailles des faisceaux aller et retour, pour des valeurs de  $\varepsilon_{mes}$  variant de 0 à  $\varepsilon_{max} = 0, 21$ .



Figure V-31 : Contraste optique  $\varepsilon_{ajust}$  déduit des profils de diffraction en polarisation TM en fonction du contraste  $\varepsilon_{mes}$  mesuré. Nous avons représenté en trait plein la droite de meilleur ajustement des résultats expérimentaux et en trait pointillé la droite attendue de pente 1.

Nous obtenons une pente de 0,88 pour une pente attendue de 1, qui confirme notre compréhension quantitative du phénomène de diffraction, compte tenu de nos incertitudes sur la pente. Aux incertitudes expérimentales de l'ordre de 10% semblables à celles de l'expérience en polarisation TE, mesure des puissances et des tailles des faisceaux et détermination du seuil de réflexion (cf. paragraphe V-2.3.b.), il faut ajouter l'incertitude concernant la répartition initiale des atomes entre les sous-niveaux Zeeman, que nous avons supposée uniforme dans le calcul des populations diffractées. Par exemple, si l'on suppose, pour exploiter les résultats expérimentaux, que tous les atomes sont dans le sous-niveau Zeeman  $M_F = -3$ , on retrouve une pente de 1.

# 6. Conclusions et perspectives

## 6.1. Conclusions

Cette expérience de diffraction d'atomes en incidence normale a montré un très bon accord quantitatif avec les prévisions théoriques dans l'approximation du réseau de phase mince, développées dans les réf.[136, 137] et qui utilisent un modèle scalaire de l'atome. Nous avons également montré que cette approche reste valable pour des perturbations importantes de la phase atomique : la modulation la plus grande, pour  $\varepsilon \simeq 0,045$  en polarisation TE, correspond à une population maximale dans les ordres  $\pm 4$  et  $\pm 5$  (cf. fig.(V-10)). La réduction importante de l'efficacité de diffraction lorsque l'on passe d'une polarisation TE à TM, correspondant à un facteur 36 sur l'intensité du faisceau retour, s'explique quantitativement par la réduction de la modulation du potentiel dipolaire.

On peut envisager plusieurs modifications pour étudier plus précisément la diffraction en réflexion. La première consiste à effectuer une meilleure sélection en vitesse transverse afin de séparer les ordres de diffraction. Pour cela, l'utilisation d'une sélection Raman aurait un double avantage, non seulement elle permetrait d'effectuer une sélection en vitesse transverse bien plus faible que la séparation entre les pics  $2\hbar k_x \approx 3\hbar k_L$ , mais son utilisation en détection permettrait d'analyser la diffraction directement dans l'espace des vitesses, ce qui équivaut à une mesure spatiale à très grande distance (ou à l'infini). On pourrait également étudier la diffraction avec des taux de modulation plus élevés, ce qui permettrait d'observer la saturation de l'efficacité de diffraction prévue par la conservation d'énergie de l'atome pendant la réflexion, puis, pour des modulations encore plus élevées, une réduction de l'efficacité de diffraction caractéristique de l'effet Pendellösung.

Dans ce qui suit, nous allons faire le lien entre l'expérience que nous venons de décrire et les précédentes expériences de diffraction, diffraction temporelle ou en incidence rasante réalisées dans d'autres équipes de recherche. Nous évoquerons également le lien entre nos expériences de diffraction et l'observation que nous avons faites de la réflexion diffuse. Cela nous conduira àouvrir de nouvelles perspectives pour cette expérience.

# **6.2.** Diffraction temporelle

L'expérience de diffraction dans un miroir à onde évanescente la plus proche conceptuellement de la nôtre est celle réalisée à Paris[32]. Elle a montré la diffraction d'une onde de de Broglie par un miroir modulé enfonction du temps.

Dans cette expérience, proposée par la réf. [140], la coordonnée spatiale x est remplacée par le temps, et les transferts de vecteur d'onde  $2nk_x$  par des transferts de fréquences  $n\omega$ , où  $2\pi/\omega$  est la période de modulation du potentiel.

L'expérience a utilisé des atomes de césium  ${}^{137}Cs$ , lâchés d'un piège magnéto-optique situé 3,3 mm au-dessus du prisme, en incidence normale. L'utilisation d'un miroir à atomes concave permet de confiner les trajectoires dans les directions transverses et donc de pouvoir effectuer plusieurs réflexions sans que les vitesses transverses résiduelles ne fassent retomber les atomes hors du miroir effectif. Le laser créant l'onde évanescente n'est appliqué que pendant deux courtes périodes de 0, 4 ms, ce qui permet d'effectuer une sélection en vitesse incidente des atomes sur le prisme de 0, 28  $v_{rec}$ . La deuxième impulsion laser est modulée en intensité avec une fréquence de l'ordre de 1 MHz, ce qui correspond à un changement de vitesse de l'ordre de



Figure V-32 : Principe de l'expérience de diffraction temporelle réalisée à Paris. Une sélection en énergie est effectuée à l'aide des deux impulsions lasers. L'intensité du laser créant le miroir atomique est modulée temporellement pendant la seconde impulsion. La mesure des ordres de diffraction est effectuée par temps de vol.

4  $v_{rec}$  pour l'ordre 1. Les différents ordres de diffraction sont détectés par une méthode de temps de vol. Les résultats de cette expérience ont montré un bon très accord avec la théorie, sauf pour les fréquences de modulation les plus élevées pour lesquelles l'efficacité de diffraction est plus élevée que prévue. Cette différence a été attribuée à la présence de la force de van der Waals.

Une seconde expérience a permis d'observer la diffraction d'atomes par une fente temporelle[35], en appliquant le laser créant l'onde évanescente pendant un temps court, de 20 à 100  $\mu$ s. Les résultats ont montré un bon accord avec le principe d'incertitude temps/énergie.



Figure V-33 : Principe de l'interféromètre de type fentes d'Young temporelles réalisé à Paris. La première réflexion est utilisée pour effectuer la sélection en énergie des atomes. Les deux bras de l'interféromètre sont définis par les deux fentes temporelles f1 et f2.

Dans une seconde partie, l'utilisation de deux fentes temporelles, séparées de 40  $\mu$ s, a permis la réalisation d'un interféromètre atomique de type fentes d'Young. En changeant l'intensité du laser créant le miroir entre les deux bras de l'interféromètre, il a été possible d'observer plusieurs franges d'interférences. Cette expérience a également montré une baisse du contraste des franges lorsque l'intensité augmente, qui est due à l'interaction de van der Waals, notamment au fait que le déphasage n'est pas le même sur l'ensemble de la tache laser. Enfin, elle montre que la cohérence des ondes atomiques est préservée à la réflexion, ce qui est important pour le développement de l'optique atomique avec le miroir à onde évanescente et notamment la réalisation d'interféromètres, que ce soit avec avec un potentiel modulé dans le temps ou dans l'espace.

# 6.3. Diffraction en incidence rasante

Deux expériences ont montré la possibilité de diffraction atomique en incidence rasante.

La première a été réalisée à Bonn en 1993 avec un jet ralenti de néon métastable, incident sur le prisme avec une vitesse de 25 m s<sup>-1</sup> et un angle voisin de  $\alpha_i = -36$  mrad (ici les angles sont donnés par rapport à la surface duprisme, cf. fig.(V-34)). Le laser, désaccordé de  $\delta/2\pi = 900$  MHz par rapport à la transition  $3S_2 \rightarrow 3P_3$  à 594 nm, a une puissance de 150 mW et forme une tache de 450 × 300  $\mu$ m<sup>2</sup> à la surface du prisme. L'expérience a montré pour la première fois l'existence d'un pic de diffraction en réflexion. Le pic de diffaction d'ordre -1 a été détecté dans la direction prévue, pour un angle d'incidence variant de  $\alpha_i = -36$ à -56 mrad. Comme le potentiel est indépendant du temps, il y a conservation de l'énergie de l'atome pendant la réflexion, et les angles des faisceaux atomiques réfléchi et diffractés sont donc donnés en incidence rasante par :

$$\alpha_n \simeq \sqrt{\alpha_i^2 - \hbar \frac{2n\Delta_D + 4n^2\delta_R}{E_{inc}}} \tag{V.55}$$

où  $\hbar \delta_R = \frac{(\hbar k_x)^2}{2m}$  est l'énergie correspondant à l'absorption d'un photon de vecteur d'onde  $k_x$ ,  $E_{inc}$  l'énergie cinétique incidente de l'atome, et n l'ordre de diffraction.



Figure V-34 : Schéma de principe de l'expérience de diffraction réalisée à Bonn. L'angle d'incidence des atomes sur le prisme vaut  $\alpha_i \approx -36 \text{ mrad.}$ 

La diffraction observée dans l'ordre n = -1, correspond à une séparation angulaire de 48 mrad par rapport à la réflexion spéculaire (pour  $\alpha_i = -36$  mrad). L'expérience a montré une proportion de 1,5% à 3% d'atomes diffractés dans l'ordre n = -1, par rapport au nombre total d'atomes réfléchis en l'absence du faisceau laser retour, et 70% d'atomes dans le pic de réflexion spéculaire.

La seconde expérience, réalisée à Villetaneuse, a utilisé un jet thermique de néon métastable, incident sur le prisme avec une vitesse de 760 m s<sup>-1</sup> et un angle  $\alpha_i = -1, 6$  mrad. Le laser

### 6. Conclusions et perspectives

était désaccordé de  $\delta/2\pi = 1,62$  GHz par rapport à la transition  $1s_5 {}^3P_2 \rightarrow 2p_9 {}^3P_3$  à 640, 2 nm, il avait une puissance de 160 mW et était couplé dans un plasmon de surface, qui amplifie l'onde évanescente par un facteur 100 environ[12]. La tache laser sur le prisme est de  $0,5 \times 0,7$  mm<sup>2</sup>, avec une intensité quatre fois plus faible sur le faisceau retour. Pour réduire le désaccord Doppler, dû à la vitesse importante des atomes, sans ralentir le jet, le plan d'incidence du jet (déterminé par la direction de propagation du jet et la normale au prisme) est tourné de 81° autour de la normale au prisme, et ne fait donc plus que 9° par rapport aux traits du réseau (cf. fig.(V-35)). Ceci conduit également à augmenter la période du réseau dans la direction de propagation du jet, et donc à réduire la séparation angulaire entre les ordres de diffraction.



Figure V-35 : Schéma de la configuration utilisée dans l'expérience de Villetaneuse. Pour réduire l'effet Doppler, le plan d'incidence des atomes (déterminé par la direction d'incidence des atomes et l'axe Oz) est tourné de 81° autour de la normale au prisme (axe Oz). L'angle d'incidence  $\alpha_i$  des atomes sur le prisme vaut 1,6 mrad.

L'expérience a montré une diffraction dans l'ordre n = -1 avec un angle de 5,4 mrad par rapport à la direction spéculaire, en accord avec la valeur attendue. La *population diffractée est de* 40% pour une puissance laser de 160 mW et de 25% pour une puissance laser de 120 mW, alors que le nombre total d'atomes, réfléchis plus diffractés, reste sensiblement constant.

Les modèles scalaires de diffraction atomique[131,135,137], notamment le modèle du réseau de phase mince que nous avons utilisé (réf.[136, 137]), prédisent une décroissance très rapide de l'efficacité de diffraction en incidence rasante. En effet, la dimension de la zone d'interaction entre le potentiel dipolaire et les atomes, dans la direction normale au prisme, est de l'ordre de  $1/\kappa$ , donc les atomes en incidence rasante moyennent le déphasage en traversant un grand nombre de périodes du réseau, ce qui fait chuter l'efficacité de diffraction. Pour expliquer les résultats expérimentaux, il faut *prendre en compte la structure magnétique de l'état fondamental de l'atome et la polarisation des faisceaux lasers créant l'onde évanescente*[141, 142]. Le processus de diffraction s'accompagne alors d'un changement de sous-niveau Zeeman. Ce processus est très similaire à la séparatrice à atomes proposée dans la réf.[143], dans la quelle un champ magnétique statique est combiné à un miroir à onde évanescente.

Nous envisageons d'étudier ce phénomène de diffraction. Pour cela, il est possible de simuler l'incidence rasante en utilisant des atomes en incidence normale et des lasers de fréquences légèrement différentes. Ce processus de diffraction étant résonnant, il est alors possible de chercher la résonance en modifiant la différence de fréquence entre les lasers.

# 6.4. Réflexion diffuse

Notre expérience de diffraction montre la très grande efficacité de la diffraction en incidence normale, et par conséquent sa *très grande sensibilité à la lumière parasite*, qu'elle soit due à des réflexions partielles ou diffusée par le prisme, qui pourrait être la cause de notre observation de réflexion diffuse à la surface du prisme[144].

Il faut notamment être très vigilant à la moindre réflexion parasite sur les faces d'entrée ou de sortie du prisme ou de l'enceinte à vide. On peut par exemple remarquer qu'une réflexion de 0, 1% correspondant à une surface traitée anti-reflet conduit à un contraste optique supérieur à 0, 06, et donc supérieur à la modulation la plus élevée utilisée dans l'expérience en polarisation TE. De même, une réflexion aussi faible que  $4 \times 10^{-6}$  conduirait à une probabilité de diffraction d'environ 10%. L'utilisation d'un angle d'incidence  $i = 12^{\circ}$  sur la face d'entrée ainsi que le réglage en position du prisme nous a permis de nous assurer que les réflexions partielles du faisceau laser à l'intérieur du prisme ne se superposaient pas au faisceau principal au niveau de la face supportant l'onde évanescente.

Une autre source possible de lumière parasite provient de la diffusion de la lumière à la surface du prisme (cf. fig.(V-36)). La lumière diffusée par le prisme interfère avec le champ évanescent pour créer des réseaux de directions et de périodes variables. Chacun de ces réseaux peut diffracter les atomes dans la direction normale aux traits du réseau avec un transfert de quantité de mouvement qui dépend de sa période. Ce processus peut également être interprété en termes d'absorption d'un photon dans le mode associé au faisceau laser incident et d'émission stimulée dans un mode de la lumière parasite (ou l'inverse).



Figure V-36 : Principe de la réflexion diffuse.

Une étude théorique menée dans notre groupe (cf. réf.[137, 145]) a montré que ce processus peut expliquer la réflexion diffuse que nous avons observée. Elle montre également que la distribution des vitesses transverses de la distribution atomique après réflexion est directement liée au spectre de rugosité de la surface du prisme. On peut donc envisager d'utiliser les atomes comme sonde de champ proche et de déduire de la distribution en vitesse des atomes après réflexion le spectre de rugosité de la surface avec une sensibilité dans la direction Oz de l'ordre de  $\lambda_{dB}/4\pi$  ( $\approx 0,6$  nm).

Le schéma expérimental que nous avons utilisé pour l'expérience de diffraction permattant une collimation transverse du nuage atomique d'environ 3, 8  $\hbar k_0$ , déterminée par les tailles du piège et du miroir atomique ( $\approx 0, 8$  mm) et le temps de chute des atomes sur le miroir ( $\approx 50$  ms), il n'est pas possible d'atteindre la précision nécessaire pour une mesure du spectre de rugosité d'un prisme. Par contre, lors d'une autre expérience utilisant le même montage expérimental[144], il a été possible de mesurer un élargissement global de la distribution. De plus, l'élargissement est plus important avec un prisme de rugosité 0, 2 nm (écart quadratique moyen à la surface moyenne) qu'avec un prisme de 0, 09 nm (celui utilisé pour l'expérience de diffraction).

L'utilisation d'une méthode de sélection et de détection Raman[116] de la vitesse transverse des atomes devrait par contre permettre d'obtenir une précision suffisante pour donner des informations sur le spectre de rugosité du prisme. Dans la phase de la préparation des atomes avant la réflexion, la sélection en vitesse permettrait d'obtenir une collimation du nuage atomique bien meilleure ( $< \hbar k_0$ ). De plus, en utilisant également cette méthode pour la détection, on obtient également une meilleure précision sur la distribution en vitesse après réflexion, car avec la méthode que nous avons utilisée jusqu'à maintenant le temps fini de propagation des atomes après réflexion (100 ms) et la taille du miroir atomique (0,8 mm) limitent également la résolution de la détection à environ 1,5  $\hbar k_0$ . .
## **Conclusion générale**

Nous avons d'abord utilisé le miroir à atomes pour mesurer la force de van der Waals entre les atomes de <sup>85</sup>Rb dans l'état fondamental et la paroi diélectrique. Notre résultat est en accord avec les prévisions théoriques de la force de van der Waals utilisant les corrections d'électrodynamique quantique, et notre précision est suffisante pour montrer qu'il n'est pas compatible avec le calcul dans l'approximation des courtes distances donnant un potentiel en  $1/z^3$ . Nous avons également vu qu'il serait possible de faire une distinction plus précise entre ces deux modèles en utilisant le même type d'expérience, notamment à l'aide d'atomes d'énergie incidente plus petite, en réduisant la vitesse ou la masse. On pourrait alors également observer l'effet tunnel et la réflexion quantique des atomes au sommet de la barrière de potentiel.

Cette expérience montre également le rôle important de la force de van der Waals dans le fonctionnement du miroir atomique à onde évanescente. Elle conduit premièrement à une réduction importante de l'énergie cinétique incidente maximale des atomes qui peuvent être réfléchis par le miroir, presque un facteur trois dans notre cas. De plus, elle modifie la forme du potentiel réflecteur total, ce qui a notamment eu pour conséquence d'augmenter l'efficacité de notre réseau de diffraction. Ce type d'effet a d'ailleurs été également invoqué dans la réf.[32]. Un aspect crucial de cette modification est que la forme du potentiel dépend alors de l'intensité laser, et donc qu'elle varie avec la position sur le miroir lors de l'utilisation d'un faisceau laser de profil gaussien. Cette variation a par exemple pour conséquence que le déphasage à la réflexion n'évolue pas de la même façon sur l'ensemble du miroir lorsque l'on change la puissance du laser créant l'onde évanescente, ce qui peut contribuer à brouiller les franges d'un interféromètre atomique utilisant un tel miroir. Cette limitation a d'ailleurs déjà été observée dans la réf.[35]. Pour réduire cet effet de la force de van der Waals, il est nécessaire d'utiliser un laser plus intense pour éloigner le point de rebroussement de la trajectoire atomique de la paroi diélectrique.

L'expérience de diffraction en réflexion a montré un très bon accord avec la théorie de la diffraction d'une onde de Broglie scalaire sur un miroir modulé spatialement. La réduction de l'efficacité de diffraction en polarisation TM de l'onde évanescente par rapport à la polarisation TE s'explique par la diminution du contraste de la modulation du potentiel dipolaire.

L'efficacité de diffraction est élevée même pour de faibles modulations du potentiel car c'est la longueur d'onde de de Broglie (divisée par  $2\pi$ ) qui fixe l'échelle de sensibilité de l'onde atomique. Or celle-ci est de l'ordre de 1 nm ( $\lambda_{dB}/2\pi$ ), soit 100 fois plus petite que la longueur d'onde laser ( $\lambda/2\pi \approx 100$  nm). Ceci a pour conséquence de rendre la réflexion d'atomes très sensible à la lumière parasite (quelques  $10^{-6}$  sur l'intensité du faisceau retour), qu'elle soit due à des réflexions parasites ou à la lumière diffusée à la surface du prisme. Cette sensibilité doit être prise en compte dans toute nouvelle expérience utilisant le miroir à atomes. D'un autre point de vue, cette expérience montre que les atomes peuvent être considérés comme une sonde du champ proche optique à la surface du prisme, et qu'ils pourraient être utilisés pour obtenir des informations sur la rugosité de la surface du prisme. Cette voie se développe actuellement dans le groupe d'optique atomique. Les résultats de ces deux expériences peuvent bénéficier à d'autres expériences, notamment à la réalisation d'un interféromètre. L'utilisation d'un réseau de diffraction en réflexion permet de réaliser une séparatrice atomique cohérente, qui en est la première étape vers un interféromètre. De plus, comme l'ont montré les expériences réalisées dans le domaine temporel[35], l'utilisation d'atomes issus d'un piège et en incidence normale sur le réseau permet de simplifier la réalisation expérimentale de l'interféromètre, car il peut remplacer à lui seul tous les éléments. En effet, les trajectoires atomiques étant refermées grâce à la gravité, les atomes retombent à chaque étape sur le miroir, qui peut alors séparer et recombiner les paquets d'ondes atomiques. Pour obtenir un tel interféromètre il est nécessaire d'utiliser un miroir atomique de grande taille pour pouvoir réfléchir plusieurs ordres de diffraction : dans nos conditions expérimentales il faudrait un diamètre du miroir atomique supérieur à 4 mm pour réfléchir simultanément les ordres 0 et  $\pm 1$ . De plus, pour nous affranchir de la force de van der Waals nous avons vu qu'il est nécessaire d'augmenter l'intensité du laser créant l'onde évanescente. L'utilisation d'un système d'amplification de l'onde évanescente, plasmon de surface[12–14] ou guide d'onde diélectrique[15–19], permettrait d'y parvenir.

# **Bibliographie**

## Introduction

Optique atomique

- [1] voir par exemple Atom Interferometry, édité par P. Berman (Academic Press, New York, 1997).
- [2] Ch.J. Bordé Phys. Lett A 140, 10 (1989).
- [3] voir par exemple T. Gustavson, P. Bouyer and M. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997); P. Bouyer and M. Kasevich, *Revue scientifique et technique de la défense* **38**, 3 (1997).
- [4] M. Morinaga, M. Yasuda, T. Kishimoto, F. Shimizu, J. Fujita and S. Matsui, Phys. Rev. Lett. 77, 802 (1996).
- [5] G. Timp, R.E. Behringer, D.M. Tennant, J.E. Cunningham, M. Prentiss and KK. Berggren, *Phys. Rev. Lett.* 69, 1636(1992); J.J. McClelland, R.E. Scolten, E.C. Palm and R.J. Celotta, *Science* 262, 877 (1993); R.W. McGowan, D.M. Giltner and S.A. Lee, *Opt. Lett.* 20, 2535 (1995); K.K. Berggren, A. Bard, J.L. Wilbur, J.D. Gillaspy, A.G. Helg, J.J. McClelland, S.L. Rolston, W.D. Phillips, M. Prentiss and G.M. Whitesides, *Science* 269, 1255 (1995).
- [6] S. Nowak, T. Pfau and J. Mlynek, App. Phys. B 63, 203 (1996).
- [7] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman and E.A. Cornell, *Science* 269, 198 (1995); C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollet and R.G. Hullet, *Phys. Rev. Lett.* 75, 1687 (1995); K.B. Davis, M.O. Mewes, M.R. Andrews, N.J. van Druten, D.S. Durfee, D.M. Kurn and W; Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* 75, 3969 (1995).

Miroir atomique à onde évanescente

- [8] R.K. Cook and R.K. Hill, Optics Comm. 43, 258 (1982).
- [9] V.I. Balykin, V.S. Letokhov, Yu.B. Ovchinnikov, and A.I. Sidorov, *Pis'ma Zh. Éksp. Theo. Fiz.* 45, 282 (1987) [*JETP Lett* 45, 353 (1987)], *Phys. Rev. Lett.* 60, 2137 (1988).
- [10] J.V. Hajnal, K.G.H. Baldwin, P.T.H. Fisk, H.-A. Bachor and G.I. Opat, *Optics Comm.* 73, 331 (1989).
- [11] M.A. Kasevich, D.S. Weiss and S. Chu, Opt. Lett. 15,607 (1990).
- [12] S. Feron, J.Reinhardt, S. Le Boiteux, O. Gorceix, J. Baudon, M. Ducloy, J. Robert, Ch. Miniatura, S. Nic Chormaic, H. Haberland and V. Lorent, *Optics Comm.* 102, 83 (1993).
- [13] T. Esslinger, M. Weidemüller, A. Hemmerich and T. Hänsch, Opt. Lett. 18, 450 (1993).
- [14] W. Seifert, C.S. Adams, VI. Balykin, C. Heine, Yu. Ovchinnikov and J. Mlynek, Phys. Rev. A 49, 3814 (1994).
- [15] W. Seifert, R. Kaiser, A. Aspect, J. Mlynek, Optics Comm. 111, 566 (1994).
- [16] R. Kaiser, Y. Lévy, N. Vansteenkiste, A. Aspect, W. Seifert, D. Leipold and J. Mlynek, Opt. Commun. 104, 234 (1994).
- [17] A. Aspect, C. Henkel, G. Labeyrie and A. Landragin, *Proceedings of the International School of "Enrico Fermi"*, course CXXXI, edited by A. Aspect, W. Barletta and R. Bonifacio (IOS Press, Amsterdam 1996).
- [18] G. Labeyrie, thèse de doctorat Université de Paris XI (1998).
- [19] G. Labeyrie, A. Landragin, J. Von Zanthier, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook and A. Aspect, *Quantum Semiclass. Opt.* 8, 603 (1996).
- [20] T. Pfau, Ch. Kurtsiefer, C.S. Adams, M. Sigel, and J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. 71, 3427 (1993).

Diffraction atomique en réflexion

- [21] J.V. Hajnal and G.I. Opat, Optics Comm. 71, 119 (1989).
- [22] B.W. Stenlake, I.C.M. Littler, H.-A. Bachor, K.G.H. Baldwin, and P.T.H. Fisk, *Phys. Rev.* A 49, R16 (1994).
- [23] M. Christ, A. Scholz, M. Schiffer, R. Deutschmann, W. Ertmer, Optics Comm. 107, 211 (1994).
- [24] R. Brouri, R. Asimov, M. Gorlicki, S. Feron, J. Reinhardt, V. Lorent, and H. Haberland, Optics Comm. 124, 448 (1996).
- [25] A.Landragin, L. Cognet, G.Zs.K. Horvath, C.I. Wesbrook, N. Westbrook and A. Aspect, *Europhys. Lett.* 39, 485 (1997).

Autres expériences avec un miroir atomique

- [26] P. Bouyer, thèse de doctorat, Université de Paris XI (1995).
- [27] C.G. Aminoff, P. Bouyer and P. Desbiolles, C.R. Acad. Sci. Paris, t.316, Série II, 1535 (1993).
- [28] G.C. Aminoff, A.M. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).
- [29] V.I. Balykin and V.S. Letokhov, Appl. Phys. B 48, 517 (1989).
- [30] H. Wallis, J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, Appl. Phys. B 54, 407 (1992).
- [31] M. Arndt, P. Szriftgiser, J. Dalibard and A.M. Steane Phys. Rev. A 53, 3369 (1996).
- [32] A. Steane, P. Szriftgiser, P. Desbiolles and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. 74, 4972 (1995).
- [33] P. Szriftgiser, thèse de doctorat, Université de Paris VI (1996).
- [34] P. Desbiolles, thèse de doctorat, Université de Paris VI (1996).
- [35] P. Szriftgiser, D. Guéry-Odelin, M. Arndt, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. 77, 4 (1996).
- [36] M.J. Reun, D. Montgomery, O. Udovin, D.Z. Anderson, C.E. Wieman and E.A. Cornell, Phys. Rev. Lett. 75, 3253 (1995).
- [37] H. Ito, K. Sakaki, W. Jhe, M. Ohtsu, Optics Comm. 141, 43 (1997).

#### Miroir magnétique

- [38] G.I. Opat, S.J. Wark and A. Cimmino, Appl. phys. B 54, 396 (1992).
- [39] T.M. Roach, H. Abele, M.G. Boshier, H.L. Grossman, K.P. Zetie, and E.A. Hinds, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 629 (1995).
- [40] A.I. Sidorov, R.J. McLean, W.J. Rowlands, D.C. Lau, J.E. Murphy, M. Walkiewiecz, G.I. Opat and P. Hannaford, *Quantum Semiclass. Opt.* 8, 713 (1996).
- [41] I.G. Hughes, P.A. Barton, T.M. Roach, M.G. Boshier and E.A. Hinds, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 30, 647 (1997).
- [42] I.G. Hughes, P.A. Barton, T.M. Roach and E.A. Hinds, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 30, 2119 (1997).

#### Chapitre I

- [43] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Chap 1.5, p 40 (1980).
- [44] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes* InterEditions/Editions du CNRS, (1988).
- [45] G. Grynberg, A. Aspect, C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*, Cours de l'Ecole Polytechnique, **Edition Ellipse** (1997).
- [46] J.P. Gordon and A. Ashkin, Phys. Rev A 21, 1606 (1980).
- [47] J. Von Zanthier, thèse de doctorat, Université de Paris VI (1995).
- [48] P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szriftgiser, and J. Dalibard, Phys. Rev. A 54, 4292 (1996).
- [49] K. Helmerson, S. Rolston, L. Goldner, and W.D. Phillips proposition non publiée (1992).

- [50] J. Söding, R. Grimm, and Y.B. Ovchinnikov, Optics Comm. 119, 652 (1995).
- [51] YB. Ovchinnikov, D.V. Laryushin, VI. Balykin, and V.S. Letokhov, *Pis'ma Zh. Eksp. Theo. Fiz.* 62, 102 (1995) [*JETP Lett.* 62, 113 (1995)].
- [52] P. Desbiolles and J. Dalibard, Optics Comm. 132, 540 (1996).
- [53] D.V. Laryushin, Yu.B. Ovchinnikov, VI. Balykin and V.S. Letokhov, Optics Comm. 135, 138 (1997).
- [54] Yu.B. Ovchinnikov, I. Manek and R. Grimm, Phys. Rev. Lett. 79, 2225 (1997).
- [55] P. Desbiolles, M. Arndt, P. Szriftgiser and J. Dalibard, J. Mod. Opt. 44, 1827 (1997).
- [56] P. Desbiolles, and J. Dalibard, Revue Scientifique et Technique de la Défense 21, 105 (1993).
- [57] C. Cohen-Tannoudji, Cours donnés au Collège de France, (1991-1992).
- [58] A. Messiah, Mécanique quantique Tome II, Edition Dunod, 489-492 (1995).
- [59] J.-Y Courtois, publication interne Institut d'Optique.
- [60] C. Cohen-Tannoudji and J. Dupont-Roc, Phys. Rev. A 5, 968 (1972).

## Chapitre II

- [61] J.E. Lennard-Jones, Trans. Faraday Soc. 28, 333 (1932).
- [62] H.B.G. Casimir and D. Polder, Phys. Rev. 73, 360 (1948).
- [63] E.M. Liftshitz, Sov Phys. J.E. T.P. 2, 73 (1956).
- [64] I.E. Dzyaloshinskii, E.M. Lifshitz, and L.P. Pitaevskii, Adv. Phys. 10, 165 (1961).
- [65] C. Mavroyannis, Mol. Phys. 6, 593 (1963).
- [66] A.D. McLachlan, Proc. R. Soc. London Ser. A 271, 387 (1963); Mol. Phys. 6, 423 (1963); 7, 381 (1964).
- [67] E. Zaremba and W. Kohn, Phys. Rev. B 13, 2270 (1976).
- [68] J.M. Wylie and J.E. Sipe, Phys. Rev. A 30, 1185 (1984); Phys. Rev. A 32, 2030 (1985).
- [69] S. Haroche, in Fundamental System in Quantum Optics, Proceedings of Les Houches Summer School, edited by J. Dalibard, J.-M. Raymond, and J. Zinn-Justin (Elsevier, Amsterdam, 1992).
- [70] E.A. Hinds, Adv. At. Mol. Opt. Phys. 28, 237 (1991).
  [70] bis E.A. Hinds and V. Sandoghdar, Phys. Rev. A 43, 398 (1991).
- [71] Y Tikochinsky and L. Spruch, Phys. Rev. A 48, 4223 (1993).
- [72] F. Zhou, L. Spruch, Phys. Rev. A 52, 297 (1995).
- [73] J.D. Jackson, Classical Electrodynamics, Edition Wiley, 148 (1976).
- [74] Handbook of Chemistry and Physics, CRC Press (1992), pages 10-166 et 10-194.
- [75] M. Fichet, F. Schuller, D. Bloch and M. Ducloy, Phys. Rev. A 51, 1553 (1995), et les références incluses.
- [76] J.-Y Courtois, J.-M. Courty, and J. Mertz, Phys. Rev. A 53, 1862 (1996).
- [77] A. Lindgard and S.E. Neilsen, Atomic Data and Nuclear Data Tables 19, 533 (1977).
- [78] M. Gorris-Neveux, P. Monnot, M. Fichet, M. Ducloy, R. Barbé, J.C. Keller, Optics Comm. 134, 85 (1997).
- [79] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique Quantique II*, Edition Hermann, 1310 (1986).
- [80] E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii, Statistical Physics 3<sup>rd</sup> Edition, Pergamon Press, 377.
- [81] Zong-Chao Yan, A. Dalgarno, and J.F. Babb, Phys. Rev. A 55, 2882 (1997).
- [82] M. Marinescu, A. Dalgarno, and J.F. Babb, Phys. Rev. A 55, 1530 (1997).
- [83] A. Aspect, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, P. Vignolo and C.I. Westbrook, Phys. Rev A 52, 4707 (1995).

- [84] V. Boyer, Rapport de stage du DEA de physique quantique (1996), Force de van derWaals dans le miroir à atomes, Modulation et injection de diodes laser.
- [85] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, Quantum mechanics Pergamon, Oxford, (1989).
- [86] La technique BKW a été développée simultanément par L. Brillouin, H.A. Kramer et G. Wentzel (1926). Voir par exemple A. Messiah, *Mécanique quantique Tome I*, Edition Dunod, 194 (1995).
- [87] V. Savalli, Rapport de stage du DEA de physique quantique (1997), Mise en place d'un quadruple passage dans un accousto-optique. Etude de l'effet tunnel au niveau d'un miroir à atomes.

## Chapitre III

- [88] N.F. Ramsey, Molecular Beams, Oxford University Press (1956).
- [89] Premières réalisations expérimentales: J. Prodan, A. Migdall, W. Phillips, I. So, H. Metcalf and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.*, 54, 992 (1985); W. Ertmer, R. Blatt, and J. Hall, *Phys. Rev. Lett.* 54, 996 (1985).
  Pour une étude plus détaillée: C. Salomon et J. Dalibard, *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 306, 1319 (1988).
- [90] Première réalisation expérimentale: E.L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D.E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* 59, 407(1987).
   Article de revue: W.D. Phillips, *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi"*, Course CXXXI, édité par A.Aspect, W. Barletta and R. Bonifacio (IOS Press, Amsterdam 1996).
- [91] C.G. Townsend, N.H. Edwards, C.J. Cooper, K.P. Zetie, C.J. Foot, A.M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, J. Dalibard, *Phys. Rev.* A 52, 1423 (1995).
- [92] A.M. Steane, M. Chowdhury, and C.J. Foot, JOSA B, 9, 2142 (1992).
- [93] M. Drewsen, Ph. Laurent, A. Nadir, G. Santarelli, A. Clairon, Y. Castin, D. Grison, C. Salomon, Appl. Phys. B., 59, 283 (1994).
- [94] P.F. Moulton, JOSA B 3, (1986).
- [95] A. Landragin, Rapport de stage de l'Ecole Supérieure d'Optique (1993).
- [96] C.L. Bohler, L.D. Braun, M. Leduc, P.J. Nachet, J. Zachorowski, R.G. Milner, R.D. Mc Koewn et C.E. Woodward, J. Appl. Phys. 63, 2497 (1988). Pour notre laser voir réf.[95].
- [97] H.W. Kogelnik and T. Li, Appl. Opt. 5, 1550 (1966).
- [98] F. Biraben, Optics Comm. 29, 353 (1979).
- [99] H.W. Kogelnik, E.P. Ippen, A. Dienes and C.V. Shank, *IEEE J. of Quant. Electr.*, **QE8**, 373 (1972).
- [100] Pour le filtre de Lyot original: B. Lyot, Ann. Astrophys 7, 31 (1944). Pour le caclul de la transmission du filtre de Lyot à l'intérieur d'une cavité: A.L. Bloom, JOSA B 64, 447 (1974). Pour le calcul adapté à un filtre de Lyot à l'incidence de Brewster: voir réf.[101].
- [101] N. Vansteenkiste, thèse de doctorat Université de Paris XI (1989).
- [102] M.A. Joffe, W. Ketterle, A. Martin and D.E. Pritchard, JOSA B 12, 2257 (1993).

## Chapitre IV

- [103] D. Raskin and P. Kusch, Phys. Rev. 179, 712 (1969).
- [104] A. Shih, Phys. Rev. A 9, 1507 (1974).
- [105] A. Shih, V.A. Parsegian, Phys. Rev. A 12, 835 (1975).
- [106] A. Anderson, S. Haroche, E.A. Hinds, W. Jhe, and D. Meschede, Phys. Rev A 37, 3594 (1988).

- [107] C.I. Sukenik, M.G. Boshier, D. Cho, V. Sandoghdar, and E.A. Hinds, *Phys. Rev. Lett.* 70, 560 (1993).
- [108] M. Kasevich, K. Moler, E. Riis, E. Sunderman, D. Weiss, and S. Chu, in *Atomic Physics 12*, edited by J.C. Zorn and R.R. Lewis, AIP Conf. Proc. No. 233, p.47 (AIP, New York, 1991).
- [109] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati and W.D. Phillips, Europhys. Lett. 16, 165 (1991).
- [110] L. Pruvot, communication privée.
- [111] V. Sandoghdar, C.I. Sukenik, E.A Hinds, and S. Haroche, Phys. Rev. Lett. 68, 3432 (1992).
- [112] Par exemple M. Chevrollier, M. Fichet, M.Oria, G. Rahmat, D. Bloch, and M. Ducloy, Opt. Lett. 16, 1879 (1991); M.Oria, M. Chevrollier, D. Bloch, M. Fichet, and M. Ducloy, Europhys. Lett. 14, 527 (1991); M. Chevrollier, D. Bloch, G. Rahmat, and M. Ducloy, J. Phys. II France 2, 631 (1992); N. Papageorgiou, M. Fichet, V. Sautenkov, D. Bloch, and M. Ducloy, Laser Phys. 4, 392 (1994); M. Chevrollier thèse de doctorat Université de Paris XIII (1992).
- [113] C. Henkel, J.-Y. Courtois, R. Kaiser, C.I. Westbrook, and A. Aspect, *Laser Physics* 4, 1040 (1994).
- [114] S. Féron, thèse de doctorat Université de Paris XIII (1994).
- [115] C. Henkel, C.I. Westbrook, and A. Aspect, JOSA B 13, 233 (1996).
- [116] K. Moler, D.S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, Phys. Rev. A 45, 342 (1992).
- [117] B. Segev, R. Côté and M.G. Raizen, soumis à Phys. Rev. A Rapid. Commu.

### Chapitre V

- [118] P.E. Moskowitz, P.L. Gould and D.E. Pritchard, JOSA B 2, 1784 (1985).
- [119] P.L. Gould, G.A. Ruff and D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 56, 827 (1986).
- [120] P.L. Kapitza and P.A.M. Dirac, Proc. Cambridge Philos. Soc. 29, 297 (1933).
- [121] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics Pergamon Press, Chap. XII (1980).
- [122] P.J. Martin, P.L. Gould, B.G. Oldaker, A.H. Miklich and D.E. Pritchard, Phys. Rev. A 36, 2495 (1987).
- [123] P.L. Gould, P.J. Martin, G.A. Ruff, R.E. Stoner, J.L. Picqué and D.E. Pritchard, Phys. Rev. A 43, 585 (1991).
- [124] S. Kunze, K. Dieckmann, and G. Rempe, Phys. Rev. Lett. 78, 2038 (1997).
- [125] P.J. Martin, B.G. Oldaker, A.H. Miklich and D.E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. 60, 515 (1988).
- [126] S. Kunze, S. Dürr and G. Rempe, EuroPhys. Lett. 34, 343 (1996).
- [127] S. Dürr, S. Kunze and G. Rempe Quantum Semiclass. Opt. 8, 531 (1996).
- [128] E.M. Rasel, M. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
- [129] D.M. Giltner, R.W. McGowan and S.A. Lee, Phys. Rev. Lett. 75, 2638 (1995).
- [130] J. Lawall and M.Prentiss, Phys. Rev. Lett. 72, 993 (1994).
- [131] R. Deutschmann, W. Ertmer and H. Wallis, Phys. Rev. A 47, 2169 (1993).
- [132] S. Feron, J.Reinhardt, M. Ducloy, O. Gorceix, S. Nic Chormaic, Ch. Miniatura, J. Robert, J. Baudon, and V. Lorent, *Phys. Rev.* A 49, 4733 (1994).
- [133] J.E. Murphy and L.C.L. Hollenberg, Phys. Rev. A 49, 3100 (1994).
- [134] S.M. Tan and D.F. Walls, Phys. Rev. A 50, 1561 (1994).
- [135] C.M. Savage, D. Gordon and T.C. Ralph, Phys. Rev. A 52, 4741 (1995).
- [136] C. Henkel, J.Y. Courtois and A. Aspect, J. Phys. II France 4, 1955 (1994).
- [137] C. Henkel, thèse de doctorat Université de Paris XI (1996).
- [138] R.P. Feynman and A.R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals* McGraw-Hill, New York (1965).

- [139] P. Storey, C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. II (France) 4, 1999 (1994).
- [140] C. Henkel, A.M. Steane, R. Kaiser and J. Dalibard, J. Phys. II France 4, 1877 (1994).

· · -

- [141] D. Gordon and C.M Savage, Optics Comm. 136, 503 (1997).
- [142] C. Henkel, K. Mølmer, R. Kaiser, C.I. Westbrook, and A. Aspect, Phys. Rev. A 56, 1 (1997).
- [143] R. Deutschmann, W. Ertmer and H. Wallis, Phys. Rev. A 48, R4023 (1993).
- [144] A. Landragin, G. Labeyrie, C. Henkel, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook and A. Aspect, *Opt. Lett.* **21**, 1591 (1995).
- [145] C. Henkel, K. Mølmer, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C.I. Westbrook, and A. Aspect, Phys. Rev. A 55, 1160 (1997).