



**HAL**  
open science

# Apports des méthodes d'homogénéisation numériques à la classification des massifs rocheux fracturés

Michel Chalhoub

► **To cite this version:**

Michel Chalhoub. Apports des méthodes d'homogénéisation numériques à la classification des massifs rocheux fracturés. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006. Français. NNT: . tel-00412033

**HAL Id: tel-00412033**

**<https://pastel.hal.science/tel-00412033>**

Submitted on 30 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

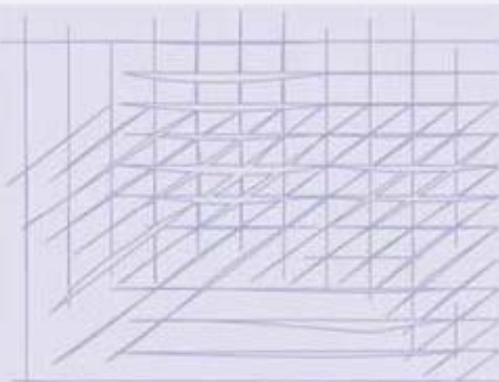
## THÈSE

pour obtenir le grade de Docteur de:  
**l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris**  
Spécialité "Géologie de l'Ingénieur"

Présenté et soutenue publiquement par  
**Michel Youssef CHALHOUB**

22 Juin 2006

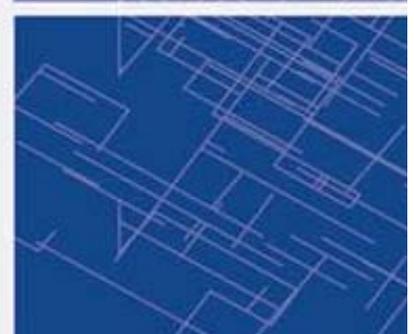
## APPORTS DES METHODES D'HOMOGENEISATION NUMERIQUES A LA CLASSIFICATION DES MASSIFS ROCHEUX FRACTURES



Directeur de thèse  
• **Ahmad POUYA**

Jury

• <b>Jean SULEM</b>	Rapporteur
• <b>Kun SU</b>	Rapporteur
• <b>Joelle RISS</b>	Examineur
• <b>Roger COJEAN</b>	Examineur





*Attestation de doctorat :*

*Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*



ParisTech

GRANDES ECOLES D'INGENIEURS DE PARIS  
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY

L'Ecole des Mines de Paris est membre de ParisTech

## ATTESTATION DE DIPLOME

Le Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris certifie que

Monsieur Michel **CHALHOUB**

Né le 12 mars 1975 à KFARZEINA (Liban)

a soutenu avec succès le **22 juin 2006**

devant un jury composé de :

Mme Joëlle RISS	Président
MM. Jean SULEM	Examineurs
Kun SU	
Roger COJEAN Ahmad POUYA	

une thèse ayant pour sujet :

*"Apports des méthodes d'homogénéisation numériques  
à la classification des massifs rocheux fracturés"*

et a été déclaré digne du titre de **DOCTEUR**

Spécialité : **GEOLOGIE DE L'INGENIEUR**

avec la mention **Très Honorable**

Paris, le 27 juin 2006  
Le Directeur de l'E.N.S.M.P.,  
  
Benoît LEGAIT

N.B. Il n'est délivré qu'une seule attestation.  
ELLE TIENT LIEU DE DIPLOME JUSQU'A LA DELIVRANCE DE CE DERNIER (sur demande).

# *Procès-verbal de la soutenance*

RAPPORT DE SOUTENANCE DE THESE DE DOCTORAT  
GEOLOGIE DE L'INGENIEUR

Soutenu le 22 juin 2006 par Monsieur Michel CHALHOUB

Sujet :

"APPORTS DES METHODES D'HOMOGENEISATION NUMERIQUE  
A LA CLASSIFICATION DES MASSIFS ROCHEUX FRACTURES"

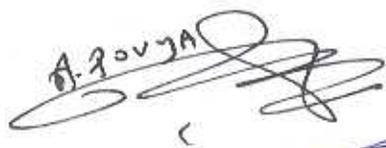
Membres du jury :

Jean SULEM  
Kun SU  
Roger COJEAN  
Joëlle RISS  
Ahmad POUYA

La présentation orale du candidat a été jugée claire, bien structurée, pédagogique, à l'image du document écrit. Un ensemble de résultats a été exposé; ils sont relatifs à l'élasticité anisotrope et au développement d'outils numériques associés aux méthodes d'homogénéisation. Le candidat a su s'approprier les concepts issus de la géologie structurale et de la mécanique des roches pour les valoriser dans les méthodes numériques qu'il a développées.

Par ses réponses aux questions, le candidat a montré une très bonne maîtrise de son sujet, faisant preuve d'une rigueur et d'un sens critique dans l'analyse de ses résultats. Il a su définir clairement le domaine d'application et les limites de ses modèles.

Ses travaux apportent des avancées significatives dans le domaine complexe de la modélisation numérique des massifs rocheux fracturés et ouvrent des perspectives nouvelles pour les applications relatives au dimensionnement des ouvrages et à la stabilité des massifs rocheux.



Attestation

***“Rocha Medal Award”***

***Prix de l’International Society of Rock Mechanics***



*Secretary General*

Dr Michel Chalhoub  
Université Saint Esprit de Kaslik  
LEBANON

LE/006/61005                      27 July 2007

Dear Dr Michel Chalhoub,

**Selection of the Rocha Award for 2008**

The Rocha Medal Award Committee met in Lisbon, this July 07, to select the 2008 award-winning thesis from among the outstanding ones on the short-list.

Seven theses had been chosen by the ISRM Vice Presidents as the most excellent from the many received by each one. Your thesis was one of the seven, and you were selected as the only representative of Asia.

Each of the theses, including yours, was discussed and assessed according to the criteria given in the ISRM By-law No. 7.

Unfortunately your thesis was not the one selected. I am nevertheless congratulating you on behalf of the Award Committee for your excellent work. The choice was indeed difficult, and even to be shortlisted in such a competition is quite an achievement.

Wishing you the greatest success, and with kind regards,

Luís Lamas

*Maintenant que ce mémoire est achevé, un travail perpétuel  
d'exploration et de recherche m'attend dans  
les mines de ton cœur*

*C'est à toi Hélène que je dédie ce mémoire*

Coordonnées de l'auteur:

**Michel Chalhoub**

Université Saint Esprit de Kaslik  
Jounieh B.P. 446  
Mont Liban, LIBAN

*Tel :* 009613881975  
009619600700

*Email :* [michel\\_chalhoub@yahoo.fr](mailto:michel_chalhoub@yahoo.fr)  
[michelchalhoub@usek.edu.lb](mailto:michelchalhoub@usek.edu.lb)

## REMERCIEMENTS

Je ne saurais commencer sans adresser mes remerciements à la France, ce beau pays qui m'a accueilli et dont la majestueuse civilisation m'a enrichi énormément l'esprit.

Ce travail de recherche a été réalisé au Centre de Géosciences de l'Ecole des Mines de Paris en collaboration avec le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC).

En premier lieu, j'adresse ma reconnaissance à M. Michel Deveughèle, comme à la direction de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. Sans leur confiance, ce travail n'aurait sans doute pas abouti. Je remercie également la direction et le personnel du LCPC de m'avoir assuré un séjour agréable au sein de leur établissement.

Toute ma gratitude aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont accordé à ce travail, M<sup>me</sup> Joelle Riss, Professeur du Centre de Développement des Géosciences Appliquées de l'Université Bordeaux-1, M. Jean Sulem Directeur de recherche du CERMES de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, M. Su Kun, Docteur ès-sciences de l'ANDRA, tous deux rapporteurs.

Je tiens à remercier plus particulièrement M. Roger Cojean, membre du jury, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Maître de recherche à l'ENSMSP, pour sa disponibilité et les conseils qu'il ma prodigués. Ce travail lui doit beaucoup.

Mes remerciements s'adressent au personnel du CGI en particulier M. Jean-Alain Fleurisson et plus particulièrement à M<sup>me</sup> Martine Audiguier qui n'a jamais fait défaut pour me rendre service.

Je tiens à associer mes sincères remerciements à Mr. Atta Jabbour, Professeur de l'Université Libanaise, qui n'a pas hésité un jour de m'assurer un appui aussi bien académique que moral.

Mes remerciements les plus sincères sont accordés à Kostantine El Nemer et Jérôme Gaombalet pour leur assistance dans le domaine numérique.

Mes remerciements les plus chaleureux sont adressés aux membres de la famille : Daad, Odile, Marcel et Michelle. Ces gens n'ont eu de cesse de m'apporter le soutien et l'aide dont j'avais besoin dans les moments les plus difficiles ; je vous aime tous. Je rends hommage à un homme qui a assisté, avec enthousiasme, au commencement de ce travail, mais qui n'a voulu voir sa fin que de l'autre bout du monde. C'est mon père Youssef. J'espère que, là où tu es, tu seras heureux et fier de ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude aux nouveaux membres de ma famille, en particulier M. Jean Saoud qui a pris la charge d'une relecture patiente de ce mémoire. Je n'oublie pas d'exprimer mes sincères remerciements au couple sympathique Asaad et Zeina pour leur appui durant mon séjour en France.

Ahmad Pouya ! Directeur de thèse, mécanicien des roches, mathématicien, homme sage ; je ne sais pas comment t'introduire. Outre la gérance de ma thèse et les conseils que tu m'as transmis, c'est l'aspect humain de ta personnalité qui a forgé notre relation d'amitié. Merci pour tout ce que tu as fait.

Sur le même chemin, nous nous sommes rencontrés. C'est le hasard qui a joué son rôle. Dans les situations les plus pénibles, j'étais sûr que je pouvais trouver refuge auprès de toi : « *mon tout* ». C'est Hélène, le soleil de mes jours et la tranquillité de mes nuits. Tu m'as accompagné avec patience et amour. Les difficultés de ce travail ont enrichi notre relation. Je t'aime, je t'aime mon bijou...

## RESUME

La modélisation des ouvrages de génie civil ou de génie minier dans les massifs rocheux fracturés nécessite la connaissance des propriétés mécaniques de ces derniers intégrant l'effet de l'existence des fractures. Au-delà d'une certaine densité de fractures et pour une échelle de fracturation suffisamment petite par rapport à la taille des ouvrages, il peut être avantageux d'établir un modèle de Milieu Homogène Equivalent (MHE) pour le massif.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des méthodes d'homogénéisation numériques (Coste [1997], Pouya et Ghoreychi [2001], Min et Jing [2003]) qui permettent de déterminer, d'une manière rigoureuse, les propriétés mécaniques à grande échelle (élasticité, résistance) d'un massif fracturé. Dans ces méthodes, une configuration géométrique complexe de la fracturation peut être prise en compte et des propriétés élastoplastiques homogénéisées anisotropes peuvent être déterminées.

Le travail établi présente d'abord la méthodologie de calcul des propriétés élastoplastiques homogénéisées d'un massif rocheux par la méthode des éléments finis. Assimilées à des disques (Baecher et al. [1977]), les fractures sont générées dans l'espace suivant des lois statistiques bien définies. La représentation bidimensionnelle de la fracturation est obtenue en découpant les disques par un plan. Vient ensuite, la phase de maillage et de dédoublement des nœuds appartenant aux fractures pour créer des « éléments finis joints ». L'application d'un chargement simulant différents essais mécaniques de compression et de cisaillement, permet de déduire des lois homogénéisées à partir des contraintes et des déformations moyennes calculées à l'intérieur du Volume Élémentaire Représentatif (VER) ou bien sur son contour. Les différents types de chargements numériques (en contrainte ou en déplacement) et les types les plus adaptés au cas d'un massif rocheux sont discutés.

Une attention particulière est portée à l'application de la théorie d'élasticité ellipsoïdale de Saint Venant (Saint Venant [1863-a, 1863-b], Pouya [2006]) au cas des massifs rocheux. Cette théorie présente plusieurs avantages. En particulier, en réduisant le nombre des paramètres élastiques d'un matériau anisotrope, elle permet de fixer pour les massifs que nous étudions, un modèle élastique tridimensionnel à partir d'un calcul plan.

La question de la taille du VER mécanique est rarement examinée dans la littérature. Outre la méthode de détermination de cette grandeur, une comparaison avec la taille du VER géométrique qui est plus facile à calculer, a été faite dans le présent travail. Une formule approchée pour la taille du VER est établie pour certains massifs non périodiques en fonction des paramètres géométriques des discontinuités.

L'apport fondamental de cette thèse consiste à établir une classification mécanique de certains types de massifs rocheux fondée sur la méthode d'homogénéisation numérique que nous avons proposée. Ensuite, une étude paramétrique a été réalisée pour déterminer la sensibilité des résultats aux paramètres géométriques et mécaniques de la matrice rocheuse et des discontinuités. Les paramètres mécaniques homogénéisés ainsi obtenus constituent des données très utiles pour la conception ou l'étude des ouvrages exécutés dans les massifs rocheux (tunnels, déblais, fondations au rocher). L'ajustement de quelques paramètres mécaniques fondamentaux (module d'Young, module de cisaillement) nous a conduit à une expression analytique généralisant la formulation d'Amadei et Goodman [1981] pour des cas où l'extension des fractures est finie.

L'élaboration de cette classification numérique a exigé le développement et la validation d'un outil d'homogénéisation numérique performant et qui est aussi facilement utilisable dans le cas d'autres types de milieux hétérogènes fissurés et anisotropes (bétons, maçonnerie...)

---

**Mots clés :** Massifs rocheux, Classification, Homogénéisation numérique, VER, Éléments finis, Anisotropie, Elasticité ellipsoïdale.

---

## RESUME

Cette thèse présente d'abord la méthodologie de calcul des propriétés élastoplastiques à grande échelle d'un massif rocheux par la méthode d'homogénéisation numérique en éléments finis. Des chargements simulant différents essais mécaniques de compression et de cisaillement sont appliqués sur un Volume Élémentaire Représentatif (*VER*). La loi de comportement homogénéisée est déduite des contraintes et déformations moyennes calculées dans ce *VER*. Les différents types de chargements numériques, en contrainte ou en déplacement imposés, et leur effets sur les paramètres homogénéisés sont discutés.

Une attention particulière est portée à l'application de la théorie d'élasticité ellipsoïdale de Saint Venant au cas des massifs rocheux. Cette théorie présente plusieurs avantages. En particulier, elle permet de fixer pour les massifs que nous étudions, un modèle élastique tridimensionnel à partir d'un calcul plan.

Une comparaison entre les tailles de *VER* mécanique et géométrique a été faite et il a été montré que pour les massifs étudiés le *VER* mécanique peut être déduit du *VER* géométrique qui est plus simple à calculer. Une formule approchée donnant la taille du *VER* en fonction des paramètres géométriques des fractures a été établie pour des massifs non périodiques.

L'apport fondamental de cette thèse consiste à établir une *classification mécanique* de certains types de massifs rocheux fondée sur la méthode d'homogénéisation numérique que nous avons proposée. Ensuite, une étude paramétrique a été réalisée pour déterminer la sensibilité des résultats aux paramètres géométriques et mécaniques de la matrice rocheuse et des discontinuités. Les paramètres mécaniques homogénéisés ainsi obtenus constituent des données très utiles pour la conception et l'étude des ouvrages dans les massifs rocheux (tunnels, déblais, fondations au rocher). L'ajustement de quelques paramètres mécaniques fondamentaux (module d'Young, module de cisaillement) a conduit à l'élaboration d'expressions analytiques généralisant la formulation d'Amadei et Goodman [1981] pour des cas où l'extension des fractures est finie.

L'élaboration de cette classification numérique a exigé le développement et la validation d'un outil d'homogénéisation numérique performant (*HELEN*) et qui est aussi facilement utilisable dans le cas d'autres types de milieux hétérogènes fissurés et anisotropes (bétons, maçonnerie...)

---

**Mots clés :** Massifs rocheux, Classification, Homogénéisation numérique, VER, Eléments finis, Anisotropie, Elasticité ellipsoïdale.

---

## ABSTRACT

The calculation method of the homogenized and anisotropic mechanical properties (elasticity tensor and resistance) of a rock mass using the finite element method, on a large scale, is first presented in this thesis. The application of different types of numerical loading representing various compression and shear tests allows the determination of homogenized laws. These laws are deduced from the relations between the average stress and strain in a Representative Elementary Volume (*REV*). The different types of numerical loading (by prescribed stress or displacements) and their effects on the homogenized parameters are discussed.

A special attention is paid to the application of the theory of *ellipsoidal elasticity* of Saint Venant to the case of rock masses. This theory has several advantages. In particular, it allows the calculation of a three-dimensional (3D) elasticity tensor based on a plane (2D) calculations.

In addition to the method of determination of mechanical *REV*, a comparison with the size of the geometrical *REV*, which is easier to calculate, was elaborated. An approached analytical formula for the *REV* size is established for some non-periodic rock masses according to the geometrical parameters of discontinuities.

The fundamental contribution of this thesis consists in establishing a *mechanical classification* of a family of rock masses. This classification is founded on the numerical homogenization methods that we propose. Then, a parametric study was carried out to determine the sensitivity of the results to the geometrical and mechanical parameters of the rock matrix and discontinuities. The homogenized mechanical parameters thus obtained constitute a useful data for the design and the study of different projects in rock masses (tunnels, slopes, dams foundations). The adjustment of some fundamental mechanical parameters (Young modulus, shear modulus) has led to the development of analytical expressions generalizing, for the cases of finite size fractures, the formulations of Amadei and Goodman [1981].

The development of this numerical classification has required the development and the validation of a powerful tool for numerical homogenization (*HELEN*) and, which is also easily usable in the case of other types of heterogeneous and anisotropic mediums (concrete, masonry...)

---

**Keywords :** Rock masses, Classification, Numerical homogenization, Representative Elementary Volume (REV), Finite elements, Anisotropy, Ellipsoidal elasticity

---

# TABLE DES MATIERES

<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
------------------------------------	----------

## Chapitre 1

### Les massifs rocheux : structure et comportement mécanique

<b>1. Structure géométrique des massifs rocheux</b> .....	<b>4</b>
1.1 Aspect géologique.....	4
1.2 Paramètres géométriques des discontinuités.....	6
1.3 Modèles géométriques des discontinuités.....	8
<b>2. La matrice rocheuse</b> .....	<b>9</b>
2.1 Classification géologique des roches.....	9
2.2 Comportement mécanique des roches.....	10
2.2.1 Elasticité des roches.....	10
2.2.2 Résistance des roches.....	11
2.2.3 Modèle élastoplastique parfait.....	14
<b>3. Les discontinuités</b> .....	<b>15</b>
3.1 Morphologie d'une discontinuité.....	15
3.2 Comportement mécanique d'une discontinuité.....	18
3.2.1 Discontinuité soumise à une contrainte normale.....	18
3.2.1.1 Essai empirique et observations.....	18
3.2.1.2 Modèles de déformation normale.....	19
3.2.2 Discontinuité soumise à une contrainte de cisaillement.....	21
3.2.2.1 Essai empirique et critères de rupture.....	22
3.2.2.2 Effet du matériau de remplissage sur les propriétés mécanique d'une discontinuité.....	29
3.2.2.3 modèles de déformation tangentielle.....	31
3.3 Détermination pratique des paramètres caractérisant la déformabilité d'une fracture.....	32
<b>4. Conclusion</b> .....	<b>36</b>

## Chapitre 2

### Méthodes de classification des massifs rocheux

<b>1. Les classifications géomécaniques</b> .....	<b>39</b>
---	-----------

1.1 Types et buts des systèmes de classifications	39
1.2 Le Rock Mass Rating (RMR)	41
1.3 Le Q-system	42
1.4 Le Geological Strength Index (GSI)	43
1.5 Commentaires sur les systèmes de classification	45
<b>2. Identification des paramètres de déformabilité et de résistance des massifs rocheux</b>	<b>46</b>
2.1 Approches empiriques	46
2.1.1 Estimation des paramètres mécaniques en fonction du RMR et du Q-system	46
2.1.2 Estimation des paramètres mécaniques en fonction du GSI	48
2.2 Approches analytiques	49
<b>3. Conclusion</b>	<b>52</b>

## Chapitre 3

### Homogénéisation numérique des milieux fracturés en élastoplasticité

<b>1. La théorie d'homogénéisation appliquée aux milieux fracturés</b>	<b>55</b>
<b>2. Interprétation des résultats du calcul numérique d'homogénéisation en élasticité</b>	<b>56</b>
2.1 Loi de Hooke	56
2.2 L'élasticité plane appliquée aux massifs fracturés	59
2.3 Homogénéisation en problèmes plans	61
2.4 Modélisation numérique	63
2.4.1 Forme discrétisée des contraintes et des déformations homogénéisées	64
2.4.2 Méthodes de chargement indépendant des coordonnées des nœuds	65
2.4.2.1 Différence entre les diverses méthodes de chargement	65
2.4.2.1 Calcul numérique du tenseur de souplesse	67
2.4.3 Méthode de chargement en fonction des coordonnées des nœuds	68
2.5 Ajustement anisotrope ellipsoïdal	72
2.5.1 Principe de la théorie de l'élasticité ellipsoïdale	72
2.5.2 Ajustement ellipsoïdal des résultats numériques	75
<b>3. Interprétation des résultats du calcul numérique d'homogénéisation en plasticité</b>	<b>78</b>
3.1 Choix du mode de chargement	78

3.2 Calcul de la résistance homogénéisée.....	79
<b>4. Conclusion.....</b>	<b>81</b>

## Chapitre 4

### Méthode de modélisation Numérique

<b>1. Modélisation du comportement mécanique des massifs rocheux fracturés.....</b>	<b>83</b>
1.1 Modèles de calcul de stabilité.....	83
1.2 Modèles de calcul en déformation.....	84
1.3 Modèle de comportement mécanique.....	86
1.3.1 Modèle de comportement mécanique de la roche.....	86
1.3.2 Modèle de comportement mécanique de la discontinuité.....	87
1.4 Formulation mathématique de l'élément fini joint.....	88
<b>2. Méthodologie de travail.....</b>	<b>91</b>
2.1 Génération des familles de fractures.....	93
2.1.1 Génération des disques dans l'espace.....	93
2.1.2 Recherche des traces des fractures dans un plan.....	93
2.2 Calcul de la taille du <i>VER</i> .....	94
2.2.1 Critères de recherche du <i>VER</i> mécanique.....	94
2.2.2 <i>VER</i> géométrique : Méthode de calcul de l'espacement moyen.....	95
2.3 Application des filtres géométriques, maillage et création des éléments joints.....	97
2.4 Essais de chargements numériques et calcul du tenseur de souplesse.....	98
2.4.1 Choix du type de chargement.....	98
2.4.2 Calcul du tenseur de souplesse homogénéisé.....	99
<b>3. Outil de calcul numérique : programmation et validation.....</b>	<b>99</b>
3.1 Développement numérique.....	99
3.1.1 Phase de pré-traitement.....	100
3.1.2 Phase de post-traitement.....	101
3.1.3 Développement spécial.....	101
3.2 Validation du code de calcul en Eléments Finis (Anthyc).....	101
3.2.1 Validation en élasticité linéaire.....	101
3.2.1.1 Massif avec une famille de fracture d'extension infinie.....	101
3.2.1.2 Massif avec deux familles orthogonales d'extension infinie.....	103
3.2.1.3 Massif avec deux familles de fractures inclinées d'extension infinie.....	104
3.2.1.4 Massif avec des fractures d'extension finie.....	106

3.2.2 Validation en élastoplasticité	108
3.2.2.1 Massif sans fracture : résistance de la matrice rocheuse	108
3.2.2.2 Massif avec une fracture inclinée d'extension infinie : résistance du joint	109
3.2.2.3 Massif avec une famille de fracture d'extension finie: résistance du massif rocheux	113
3.2.3 Conclusion	115
<b>4. Etude d'un cas de massif granitique</b>	<b>116</b>
4.1 Présentation du massif étudié	116
4.2 Méthode numérique et résultats obtenus	116
4.2.1 Recherche du <i>VER</i> géométrique	117
4.2.2 Recherche du <i>VER</i> mécanique et calcul des propriétés élastiques	118
4.2.3 Recherche de la résistance du massif	122
<b>5. Conclusion</b>	<b>124</b>

## Chapitre 5

### Classification Numérique d'une variété de Massifs Rocheux

<b>1. Choix des massifs étudiés</b>	<b>127</b>
<b>2. Calcul et ajustement de la taille des <i>VER</i></b>	<b>130</b>
2.1 Génération des familles de fractures	130
2.2 Recherche de la taille des <i>VER</i>	130
2.3 Ajustement analytique de la taille des <i>VER</i>	132
<b>3. Illustrations du maillage et des déformées</b>	<b>133</b>
<b>4. Résultats de classification numérique</b>	<b>135</b>
4.1 Mode de présentation des résultats	135
4.2 Vérification des résultats	136
4.3 Discussions des résultats	136
4.3.1 Remarques générales	136
4.3.2 Résultat relatif à une famille de fractures	137
4.3.3 Résultat relatif à deux familles de fractures	139
<b>5. Ajustement analytique des résultats numériques</b>	<b>141</b>
5.1 Raisonnement d'ajustement	141
5.2 Ajustement des résultats de la classification numérique	145
5.2.1 Cas d'une famille de fractures (Ajustement du module d'Young $E_2$ )	145
5.2.2 Cas d'une famille de fractures (Ajustement du module de cisaillement $G_{12}$ )	148

5.2.3 Cas de deux familles de fractures (Ajustement du module d'Young $E_2$ )	150
5.2.4 Cas de deux familles de fractures (Ajustement du module de cisaillement $G_{12}$ )	151
<b>6. Exemple d'illustration d'un massif sédimentaire</b>	<b>152</b>
6.1 Estimation des paramètres géométriques et mécaniques des constituants du massif étudié	153
6.2 Calcul des propriétés homogénéisées à partir des tableaux de classification numérique	155
<b>7. Conclusion</b>	<b>158</b>
<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>161</b>
<b>Références bibliographiques</b>	<b>165</b>
<i>Annexe 1</i> : Classifications géomécaniques	178
<i>Annexe 2</i> : Théorie d'homogénéisation en milieu fracturé	184
<i>Annexe 3</i> : Configuration géométrique des familles de fractures étudiées	190
<i>Annexe 4</i> : Classification numérique	193

*Il m'est arrivé de fréquenter un groupe de personnes qui poursuivaient une série d'expériences scientifiques sur une très vaste échelle. Ils ne faisaient pas mystères de leurs travaux. Mais ils avaient posé cette condition que nul d'entre eux ne serait au droit de parler ou d'écrire sur aucune expérience, à moins qu'il ne soit en mesure de la mener lui-même à bien. Tant qu'il était incapable de répéter l'expérience lui-même, il devait se taire.*

*Ouspensky  
Fragments d'un enseignement inconnu*

## **Introduction générale**

---

---

# INTRODUCTION GENERALE

L'étude de stabilité dans les massifs rocheux fracturés, ainsi que la modélisation des ouvrages de génie civil ou de génie minier nécessitent la connaissance des modèles de comportement mécanique de ces derniers tenant compte de l'existence des fractures. Très coûteuses, les méthodes d'estimation directe in-situ des propriétés mécaniques à grande échelle sont remplacées par des méthodes indirectes. Ces dernières estiment, avec plus ou moins de rigueur ou de facilité, les propriétés mécaniques de différentes manières :

Les méthodes de classification empiriques (Bieniawski [1973], Barton et al. [1974], Hoek et Brown [1980]...) déterminent de manière empirique et plutôt qualitative, les propriétés homogénéisées du massif en fonction des propriétés de la matrice rocheuse et de certaines caractéristiques de la fracturation. Cependant, ces méthodes ne prennent pas en considération le problème d'anisotropie mécanique induit par la présence des fractures, ni l'échelle à laquelle les propriétés homogénéisées sont pertinentes (Volume Elémentaire Représentatif : *VER*).

Les méthodes de classification analytiques (Amadei et Goodman [1981], Yoshinaka et Yamabe [1986], Bekaert et Maghous [1996]...) fournissent une formulation rigoureuse des propriétés mécaniques. Toutefois ces méthodes sont limitées à des configurations géométriques simples de fracturation (nombre limité de familles, extension infinie des discontinuités, périodicité des fractures...). En outre, le calcul en plasticité, par le biais de ces méthodes, est fastidieux.

Au-delà d'une certaine densité de fractures et pour une échelle de fracturation suffisamment petite par rapport à la taille des ouvrages, il peut être avantageux d'établir un modèle de Milieu Homogène Equivalent (*MHE*) pour le massif. Pour les milieux fracturés, la pertinence des méthodes d'homogénéisation numériques repose sur le fait que, dans ces méthodes, une configuration géométrique complexe de la fracturation peut être prise en compte et que des propriétés élastoplastiques homogénéisées anisotropes peuvent être retrouvées, d'une manière rigoureuse, à partir des propriétés des constituants du massif (matrice rocheuse et fractures).

L'extension de la théorie d'homogénéisation numérique sur les massifs fracturés est récente (Coste [1997], Pouya et Ghoreychi [2001]). Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux sur lesquels nous nous basons, pour calculer les caractéristiques homogénéisées de cas types de massifs fracturés et procéder ainsi à une classification mécanique fondée sur le calcul numérique.

Le présent mémoire est divisé en cinq chapitres principaux, les deux premiers étant à caractère bibliographique.

- Nous présenterons, dans le chapitre 1, une étude bibliographique concernant la structure géométrique des discontinuités et leur comportement mécanique, ainsi que celui de la matrice rocheuse. Une analyse sur les différents intervalles de variation de ces paramètres sera établie afin d'appuyer le choix des types de massifs couverts par notre classification numérique.

- Le chapitre 2 est en rapport avec les méthodes de classification des massifs rocheux. Nous exposerons, en premier lieu, les classifications géomécaniques les plus utilisées (*RMR*, *Q-system* et *GSI*). Puis, nous présenterons leurs avantages, leurs points de faiblesse et les différentes corrélations existant entre leurs indices et les paramètres mécaniques des massifs rocheux. L'identification de ces derniers par des voies analytiques sera ensuite discutée. A la fin de ce chapitre, nous présenterons les avantages que peut apporter l'emploi des méthodes d'homogénéisation numériques dans le calcul des paramètres mécaniques à grande échelle.
- Le chapitre 3 est consacré à la formulation de la méthode d'homogénéisation numérique appliquée aux milieux fracturés. Après avoir exposé les principes et les formulations théoriques de cette méthode, nous détaillerons la méthodologie d'interprétation des résultats du calcul numérique d'homogénéisation en élastoplasticité. La pertinence des différents modes de chargement possible dans un calcul numérique est mise en relief. Dans ce chapitre, une attention particulière sera portée à l'hypothèse de l'élasticité ellipsoïdale (Saint Venant [1863-a et 1863-b], Pouya et Zaoui [2005], Pouya [2006]) et à son application dans le cas de massifs rocheux.
- Dans le chapitre 4, nous aborderons le problème de la modélisation mécanique des massifs rocheux fracturés par la méthode des éléments finis. Nous proposerons, dans ce sens, un schéma d'application de la théorie d'homogénéisation numérique dans lequel nous détaillerons une méthodologie de travail. Une partie de ce chapitre sera consacrée à la notion du *VER* et une discussion sera faite sur les différentes méthodes de détermination de cette grandeur. Nous validerons, au cours de ce chapitre, l'implantation de l'élément joint de Goodman et al. [1968] dans un code de calcul en éléments finis existant (Anthyc). En outre, nous développerons un outil numérique d'homogénéisation des milieux fracturés (logiciel HELEN). A la fin de ce chapitre, une application directe de la méthode de modélisation numérique développée sera effectuée à l'étude d'un cas de massif granitique (Massif de la Vienne).
- Le chapitre 5 présente le travail fondamental de classification numérique. Pour les constituants des massifs étudiés, nous préciserons, en premier lieu, les données géométriques et mécaniques de l'étude paramétrique. Ensuite, nous présenterons les résultats de calcul et nous ferons des ajustements de certains paramètres élastiques. Le mode d'emploi des résultats obtenus fera l'objet d'une étude détaillée d'un massif sédimentaire au Nord du Liban (Massif de Kousba). Vu leur grande taille, les résultats seront arrangés à part, dans les tableaux de classification de l'annexe 4.

*L'homme raisonnable s'adapte au monde.  
L'homme déraisonnable s'obstine à essayer  
d'adapter le monde à lui-même.  
Tout progrès dépend donc de l'homme  
déraisonnable.*

*(G. B. Shaw)*

## ***Chapitre 1***

# **Les massifs rocheux : structure et comportement mécanique**

---

Dans ce chapitre nous présentons une étude bibliographique sur les constituants d'un massif rocheux. Elle concerne la structure géométrique des discontinuités, leur comportement mécanique ainsi que celui de la matrice rocheuse.

Ce chapitre présente une matière bibliographique bien utile pour la définition :

- Des familles de fractures pour lesquelles l'application de la méthode d'homogénéisation est pertinente.
- Des propriétés élastoplastiques définissant les lois de comportement d'une matrice rocheuse ainsi que de leur ordre de grandeur pour différents types de roche.
- Des caractéristiques géométriques des fractures ainsi que de leur plage de variation.
- Des paramètres caractérisant le comportement élastoplastique des discontinuités ainsi que de leur ordre de grandeur.

Une analyse des différents sujets cités ci-dessus est établie. Nous nous servons de cette analyse pour appuyer le choix des divers paramètres géométriques et mécaniques de la roche et des discontinuités que nous ferons au chapitre 5 pour établir la base de données de notre classification numérique.

---

# LES MASSIFS ROCHEUX : STRUCTURE ET COMPORTEMENT MECANIQUE

## 1. Structure géométrique des massifs rocheux

Les massifs rocheux, structures très complexes, sont formés d'une juxtaposition de matériaux hétérogènes. Ils sont assimilés à un assemblage de blocs appelés *matrice rocheuse* qui sont délimités par des *discontinuités* constituées de fissures, de fractures ou de failles ou encore de limites stratigraphiques (Fig. 1).



Fig. 1 : Structure géométrique d'un massif rocheux de calcaire au Nord du Liban

Le comportement mécanique des massifs rocheux est un facteur essentiel dans le dimensionnement des ouvrages qui y sont exécutés. Afin de comprendre, expliquer et modéliser ce comportement, il est nécessaire de connaître la structure géométrique ou plus précisément le modèle de distribution géométrique des fractures, ainsi que les propriétés mécaniques de chacune des composantes que sont la matrice rocheuse et les discontinuités.

### 1.1 Aspect géologique

Pour étudier le comportement mécanique ou hydraulique d'un massif rocheux, il est essentiel de connaître son degré de fracturation ainsi que la répartition des

discontinuités dans l'espace. Des mesures in-situ permettent de définir les diverses familles de discontinuités et leurs paramètres de façon statistique.

L'ensemble des discontinuités dans un massif rocheux est le résultat de la superposition de différentes familles. Chaque famille peut avoir des lois de distribution et des caractères statistiques différents. Donc, pour ajuster les lois de distribution d'une famille, il faut distinguer cette famille dans l'ensemble des discontinuités. La méthode classique de classification est celle de la projection stéréographique.

L'objectif principal d'une étude géométrique des discontinuités est de déterminer :

- Si elles sont classables en familles (orientations voisines)
- Si elles structurent le massif rocheux en blocs (continuité et connectivité importantes).

Le premier classement des discontinuités observées sur le terrain consiste à les grouper en populations homogènes du point de vue structural ; il faut donc préciser la nature géologique et tectonique de tous les éléments structuraux relevés.

Divers auteurs ont essayé de regrouper les structures géométriques des massifs rocheux dans des catégories bien définies. La figure 2 illustre une série de massifs rocheux citée par Palmström [1995]. Nous distinguons les massifs à blocs polyédriques, équidimensionnels, prismatiques ou en colonnes, les massifs à bancs minces dont l'épaisseur est moins épaisse que leur longueur et les massifs comprenant plusieurs familles de fractures.

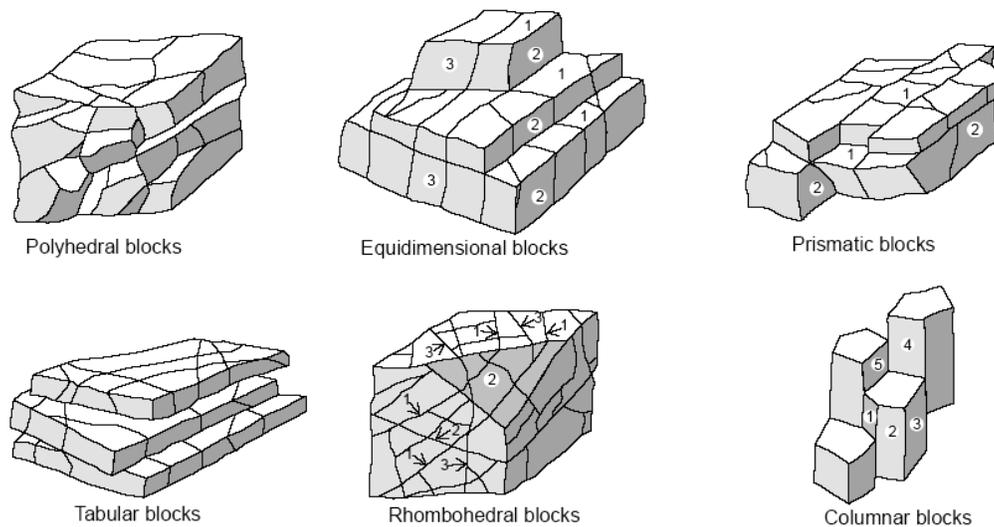


Fig. 2 : Différentes structures géométriques des massifs rocheux fracturés (cité par Palmström [1995])

Le Manuel de Mécanique de Roche (CFMR-MMR [2000]) vient appuyer dans ce sens la définition des divers types déjà cités ci-dessous. Parmi plusieurs variantes plus complexes mais moins significatives, trois modèles géométriques principaux sont illustrés dans la figure 3 :

- Formés de blocs parallélépipédiques (Fig. 3-a), beaucoup de granites et de calcaires massifs montrent trois familles de fractures tri-rectangulaires. Tous les joints sont continus. Afin de calculer les propriétés mécaniques d'un tel

massif, des solutions analytiques sont possibles. Toutefois il faut noter que cette forme géométrique paraît très idéalisée.

- Le schéma de la figure 3-b représente un massif à caractère sédimentaire dont l'une des directions prend davantage d'importance et les diaclases perpendiculaires sont moins continues. Cette définition peut correspondre à des calcaires à bancs minces, des alternances de marnes et de calcaires, de grès et de marnes des formations appelées flyschs ou des roches schisteuses. Les observations montrent que l'espacement entre les bandes est souvent équivalent à la taille des diaclases ou à sa moitié. Ces types de massifs sont très courants mais non accessibles à des traitements analytiques simples ; le recours à des méthodes d'homogénéisation numériques nous semble très pertinent. Du point de vue géométrique, la structure de ces massifs est définie par un nombre limité de paramètres que nous préciserons dans le paragraphe suivant.
- Souvent situées dans des zones tectonisées, les roches écrasées comme les schistes et les brèches de faille présentent une direction d'anisotropie largement dispersée. Dans un tel type de massif (Fig. 3-c), la précision d'un nombre bien défini de familles de fractures n'est pas évidente. Toutefois, des méthodes empiriques approximatives permettent le calcul de leurs propriétés mécaniques.

a- Roche massive à trois familles grossièrement équivalentes

b- Massif rocheux stratifié ou schisteux à une famille prépondérante

c- Roche écrasée ou schiste froissé où la famille prépondérante est largement dispersée

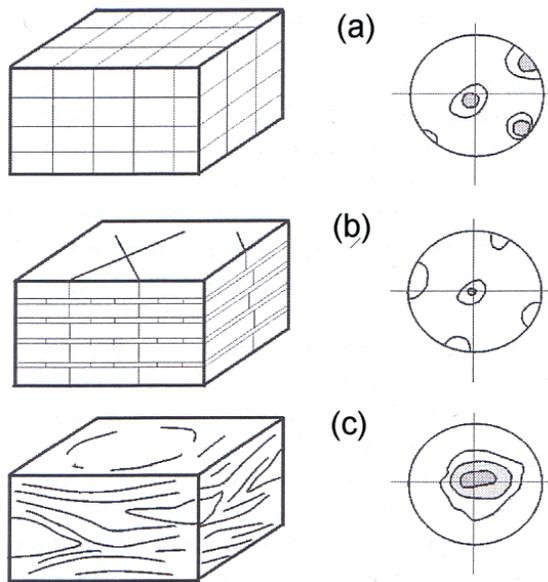


Fig. 3 : Types de structures des massifs rocheux avec les représentations statistiques correspondantes (CFMR-MMR [2000])

Ces modèles de fracturation sont variés. Dans notre classification numérique, le choix des massifs étudiés au chapitre 5 fera forcément l'objet de quelques hypothèses qui réduisent le nombre de cas et qui nous orientent vers des grandes catégories de massifs.

## 1.2 Paramètres géométriques des discontinuités

La modélisation de la distribution spatiale et de l'emplacement des familles de fractures dans un massif rocheux fracturé est fondée principalement sur la connaissance des paramètres géométriques des discontinuités. Chacun de ces derniers

est associé à une variable aléatoire dont les lois de distribution sont déduites des données acquises sur le terrain. Dans ce qui suit nous définissons sommairement chacun de ces paramètres. Cette définition est un préalable nécessaire à l'établissement de notre classification numérique présentée au chapitre 5.

**a) Orientation**

Les orientations des discontinuités déterminent la forme de blocs individuels existant dans un massif rocheux et par suite elles sont responsables de leur anisotropie qui gouverne leur comportement hydraulique et mécanique.

Une première hypothèse simplificatrice sur la géométrie des discontinuités consiste à supposer que ces surfaces sont des plans. La représentation d'un plan dans l'espace peut se faire de diverses manières à partir du vecteur pendage ou de la normale orientée (Fig. 4).

Le pendage est l'angle que fait la ligne de plus grande pente avec l'horizontale. La direction, ou azimut, est l'angle que fait l'horizontale du plan de la discontinuité avec le Nord magnétique.

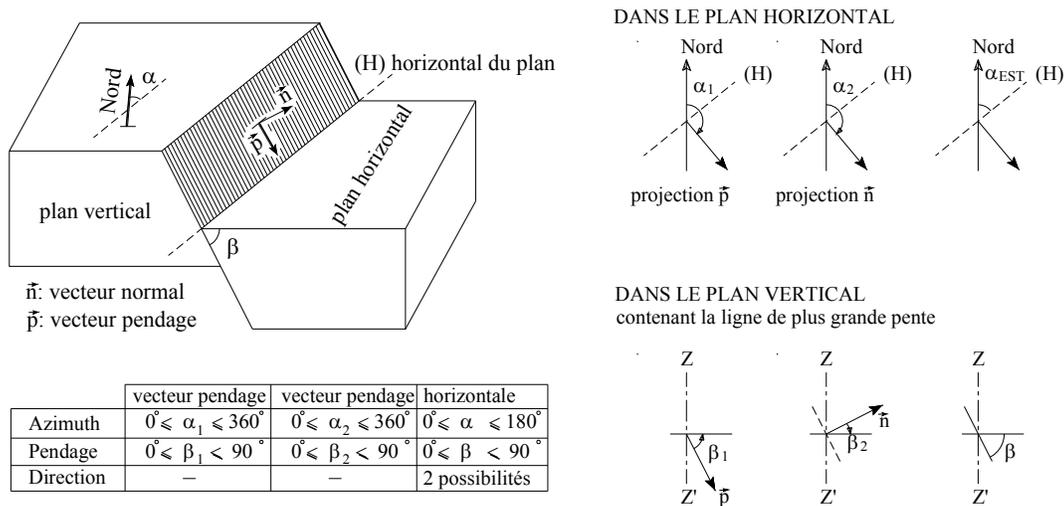


Fig. 4 : Mesures de l'orientation du plan de discontinuité, différents types de repérage (Panet et al. [1976])

La distribution de l'orientation et du pendage est souvent représentée par une loi hémisphérique, normale ou log-normale.

**b) Extension**

La taille des fractures conditionne, avec leur orientation et leur espacement, leur probabilité d'intersection. Par conséquent, elle joue un rôle essentiel dans la connectivité des blocs.

Une fracture est souvent assimilée à une forme géométrique simple dont une dimension particulière définit son extension (exemple : diamètre d'un disque dans l'espace, longueur d'un segment dans un plan). Cette dimension n'est pas accessible directement ; il faut la déduire de la continuité des traces observées sur l'affleurement. Les diamètres peuvent suivre une loi exponentielle décroissante ou log-normale.

### **c) Espacement**

C'est la distance moyenne qui sépare deux intersections successives d'une ligne droite, appelée également ligne d'échantillonnage, avec les traces de fractures d'un affleurement. Cette grandeur dépend de la ligne de levé et de l'extension des discontinuités. En effet, pour un nombre constant de traces sur une surface, les traces longues ont plus de chances d'être intersectées par la ligne de levé et paraissent plus rapprochées.

### **d) Densité**

Cette grandeur est en relation directe avec l'espacement. Les modèles géométriques des discontinuités décrivent leur position dans l'espace en précisant la localisation d'un point représentatif, par exemple, le centre d'un disque ou d'un segment qui est souvent ajusté par une loi uniforme. Le nombre de centres considérés dans un volume ou sur une surface définit, respectivement, la densité volumique et la densité surfacique des fractures. Quant à la densité linéique, elle est définie comme étant l'inverse de l'espacement ou le nombre d'intersections entre les discontinuités et la ligne d'échantillonnage.

### **e) Ouverture**

Ce paramètre affecte largement la perméabilité des discontinuités et par suite leur comportement hydraulique. Il est défini comme étant la distance entre les deux épontes d'une discontinuité mesurée perpendiculairement à son plan moyen et il suit généralement une loi exponentielle décroissante ou log-normale. La détermination de l'ouverture est limitée souvent aux relevés examinés directement sur un affleurement ou sur des carottes de sondages.

## **1.3 Modèles géométriques des discontinuités**

Les lois caractérisant le processus de répartition des fractures dans l'espace et les paramètres géométriques des fractures sont estimés à partir du traitement statistique ou géostatistique des discontinuités. Ces lois sont introduites dans des modèles géométriques de simulation qui génèrent les fractures dans un espace tridimensionnel.

Plusieurs modèles géométriques existent dans la littérature. A savoir, les plans poissonniens de Dershowitz [1984] (Fig. 5-a) et les disques de Baecher et al. [1977] (Fig. 5-b) qui sont les plus utilisés grâce à leur traitement mathématique simple. Ce modèle présente un intérêt qui réside dans la possibilité d'estimer la loi de distribution des diamètres des disques à partir de la longueur des traces.

Le processus de génération des familles s'effectue suivant des méthodes diverses. Nous distinguons, parmi les plus employés, le processus de Poisson à densité constante  $\lambda_v$  dans lequel les centres de disques sont générés dans un volume  $V$  en tirant au hasard leur nombre  $N$  suivant une loi de Poisson de densité  $\lambda_v V$ . Ensuite les coordonnées des centres sont répartis suivant une loi uniforme. Cette phase est suivie par une génération de l'orientation, du diamètre et de l'ouverture de chaque discontinuité d'une manière indépendante par tirage au hasard dans la distribution correspondante (cf. §.1.2).

Le modèle des salves est plus complexe que celui de Poisson à densité uniforme. Il a été utilisé par plusieurs auteurs pour simuler des réseaux de fractures (Massoud

[1987] et Billaux [1990]). Dans ce modèle, la densité des fractures n'est pas constante et les fractures sont régionalisées dans l'espace (Fig. 5-c).

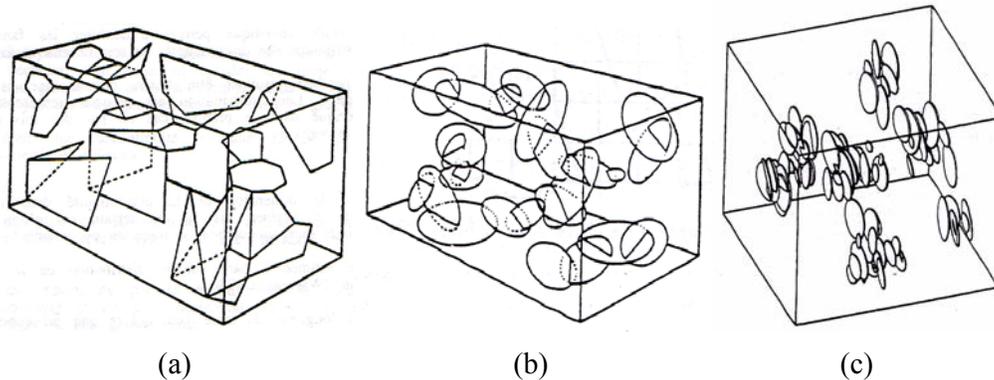


Fig. 5 : Modèles géométriques des discontinuités. a) modèle de disque de Baecher et al. [1977], b) modèle polygonal de Dershowitz [1984], c) modèle de salves (d'après Billaux [1990])

Afin de générer les familles de fractures de notre classification numérique (cf. chap. 5), le modèle des disques a été utilisé. Les centres de ces derniers ont été distribués dans l'espace suivant un processus de Poisson à densité uniforme.

## 2. La matrice rocheuse

### 2.1 Classification géologique des roches

Le Comité Français de Mécanique des Roches (CFMR-MMR [2000]) définit la roche comme étant « *un assemblage de minéraux qui ont acquis des liaisons plus ou moins fortes au cours de leur histoire géologique* ».

Trois catégories principales sont à l'origine de la classification des roches :

- 1- *Roches magmatiques* : elles résultent du refroidissement du magma (granite, basaltes...).
- 2- *Roches sédimentaires* : elles résultent de la décomposition des roches d'origine magmatiques ou métamorphiques et couvrent plus de trois quarts de la surface des continents et presque la totalité des fonds des océans. Elles sont caractérisées par leur épaisseur limitée (calcaires, grès, roches argileuses...).
- 3- *Roches métamorphiques* : leur formation est due à un phénomène de transformation à l'état solide des roches sédimentaires ou magmatiques sous l'effet de hautes pressions et/ou augmentation de la température. (marbre, quartzites, schistes et micaschistes, gneiss..).

Connaissant bien l'importance capitale qu'apporte l'aspect géologique des roches sur leur comportement mécanique, nous ne nous intéressons dans le paragraphe suivant et dans le cadre de cette thèse qu'à l'aspect mécanique en termes de propriétés et comportement.

## 2.2 Comportement mécanique des roches

En analysant la variation de la contrainte  $\sigma$  de compression appliquée sur un échantillon de roche en fonction de la déformation  $\varepsilon$  qui en résulte, nous distinguons deux phases principales (Fig. 6) : un comportement réversible ou élastique (linéaire ou non) et un comportement irréversible marquant, suivant le cas, l'endommagement, la plasticité ou la rupture de la roche. Dans ce qui suit, nous décrivons sommairement chacune de ces phases séparément.

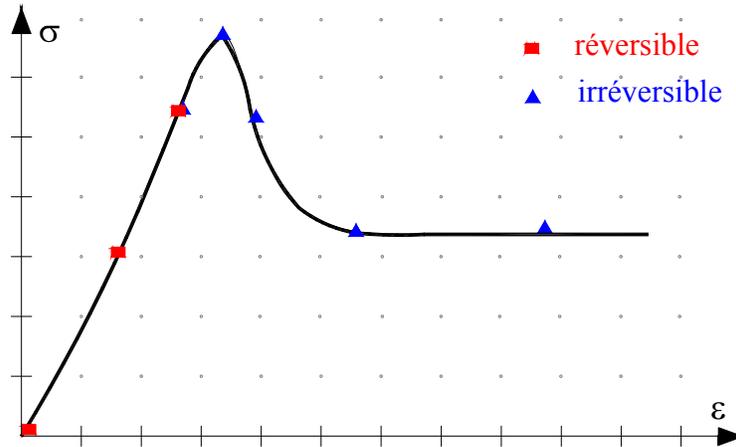


Fig. 6 : Principales phases du comportement d'une roche au cours d'un essai de compression simple

### 2.2.1 Élasticité des roches

L'élasticité anisotrope générale est caractérisée par 21 paramètres indépendants (cf. chap.3, §.2.1). Le comportement global d'un massif fracturé est fortement anisotrope. Toutefois l'anisotropie de la matrice rocheuse est relativement faible et négligeable par rapport à celle qui est induite par la présence des fractures. Pour cette raison, nous admettons que le comportement de la roche est isotrope et caractérisé par un module d'Young  $E$  et un coefficient de Poisson  $\nu$ .

Tableau 1 : Module d'Young et coefficient de Poisson pour quelques roches (cité par Mestat [1993])

Matériau	Module d'Young $E$ (GPa)	Coefficient de Poisson $\nu$
Granite	10 – 80	0.25 – 0.35
Basalte	20 – 70	0.25 – 0.35
Quartzite	30 – 90	0.12 – 0.15
Gneiss	10 – 60	0.25 – 0.35
Schiste	7 – 50	0.15 – 0.20
Calcaire très compact	60 – 80	0.25 – 0.35
Calcaire compact	30 – 60	0.25 – 0.35
Calcaire peu compact	10 – 30	0.25 – 0.35
Calcaire tendre	2 – 10	0.25 – 0.35
Marne	0.05 – 1	0.25 – 0.35
Grès	5 – 60	0.25 – 0.35
Molasse	1.5 – 5	0.25 – 0.35
Marbre	80 – 110	0.27 – 0.3
Gypse	2 – 6.5	0.27 – 0.3

Le tableau 1 donne une indication sur l'intervalle de variation de  $E$  et de  $\nu$  pour différents types de roches. Dans ce tableau, nous remarquons que  $E$  varie entre des valeurs très petites (moins que  $1GPa$ ) pour des roches tendres comme le marne et le calcaire et des valeurs très grandes (plus que  $100GPa$ ) pour les roches dures comme le granite et le marbre. De même, nous précisons un coefficient de Poisson moyen qui prend une valeur de  $0.25$  pour les divers types de roches. Ce sont ces valeurs qui nous guideront dans le choix des propriétés élastiques des roches que nous considérons dans notre classification numérique (cf. chap.5, §.1).

### 2.2.2 Résistance des roches

Comme nous l'avons indiqué au début de ce paragraphe, la phase élastique de la courbe contrainte-déformation est suivie par une phase irréversible de différente nature. Nous définissons la résistance de la roche comme étant la fin de cette phase élastique et nous proposons de la décrire par un critère portant sur les contraintes principales. Nous appelons ce critère : *critère de résistance de la roche*.

Un critère très courant et souvent utilisé dans le domaine de la mécanique des sols et des roches est celui de Mohr-Coulomb.

Ce critère est représenté dans le plan des contraintes tangentielles et normales ( $\tau, \sigma$ ) par deux droites symétriques par rapport à l'axe des contraintes normales (Fig. 7). Ces deux droites sont appelées *courbes intrinsèques*. Pour une roche, nous caractérisons ce critère par deux paramètres qui sont la cohésion  $C$  et l'angle de frottement interne  $\Phi$ . L'équation de la courbe intrinsèque s'écrit :

$$|\tau| \leq C + \sigma \tan \Phi \quad (1)$$

où  $\tau$  et  $\sigma$  représentent respectivement la contrainte de cisaillement et la contrainte normale à la rupture.

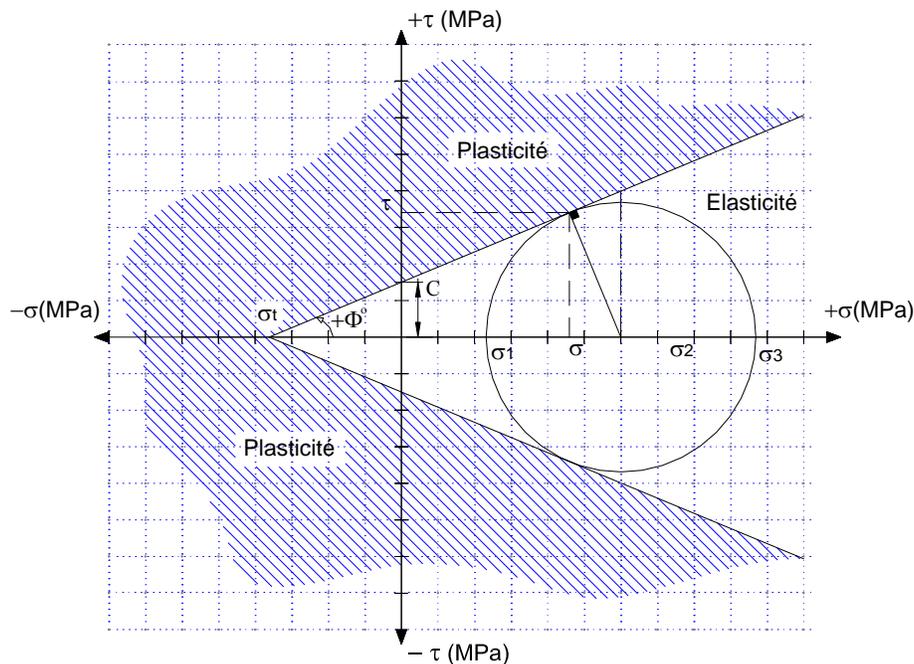


Fig. 7 : Critère de résistance de Mohr-Coulomb représenté dans le plan ( $\tau, \sigma$ )

La forme géométrique de ce critère dans l'espace des contraintes limites  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  prend la forme d'un cône à base hexagonale dont l'axe est défini par la droite  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  (Fig. 8).

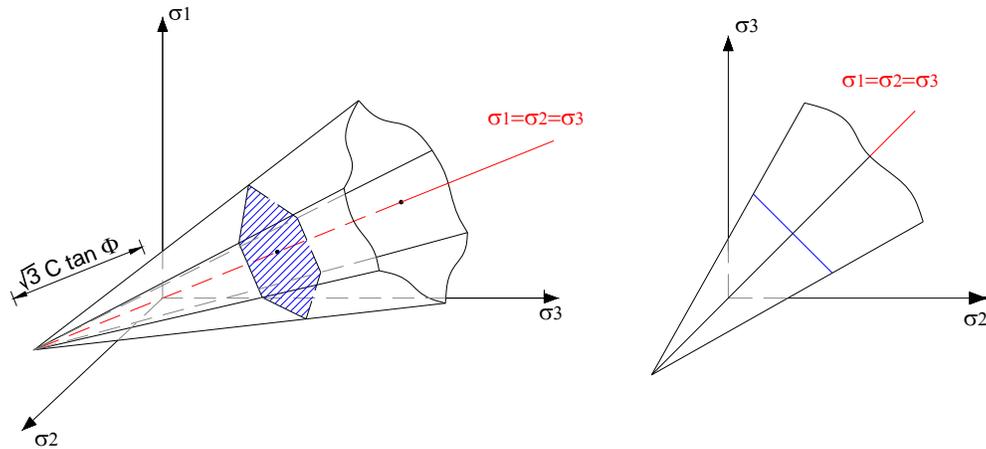


Fig. 8 : Critère de résistance Mohr-Coulomb représenté dans l'espace des contraintes principales

La formulation mathématique du critère de Mohr-Coulomb est régie par l'expression suivante :

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = (\sigma_2 - \sigma_1) - (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \Phi - 2C \cos \Phi \leq 0 ; \sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2 \quad (2)$$

qui ne fait pas intervenir la contrainte intermédiaire  $\sigma_3$ . d'après cette équation, le potentiel plastique dans le plan  $\left( \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{2}, \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} \right)$  s'écrit :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \leq \alpha + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tan \Psi ; \quad C = \frac{\alpha}{\cos \Psi} \quad \text{et} \quad \Phi = \sin^{-1}(\tan \Psi) \quad (3)$$

Cette équation représente l'équation d'une droite caractérisée par les paramètres  $\alpha$  et  $\Psi$  (Fig. 9). Elle est d'une importance capitale puisqu'il suffit de calculer deux couples de points  $(\sigma_1, \sigma_2)$  pour obtenir la cohésion de la roche ainsi que son angle de frottement interne.

Le critère de Mohr-Coulomb permet de calculer d'autres paramètres mécaniques employés fréquemment par les concepteurs des ouvrages dans les massifs rocheux tels que la résistance à la compression simple et à la traction. En effet, du fait que  $\sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2$  alors la résistance à la compression simple de la roche  $\sigma_c$  résulte d'une contrainte  $\sigma_1$  nulle d'où :

$$\sigma_c = \sigma_2 = \frac{2C \cos \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (4)$$

De même, pour une contrainte  $\sigma_3$  nulle, l'expression de la résistance à la traction s'écrit :

$$\sigma_t = \sigma_1 = -\frac{2C \cos \Phi}{1 + \sin \Phi} \quad (5)$$

d'où :

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_t} = -\frac{1 + \sin \Phi}{1 - \sin \Phi} \quad (6)$$

Dans le cas particulier où  $\Phi=0$ , le critère de Mohr-Coulomb prend la forme du critère de Tresca représenté par une droite horizontale et dont l'expression s'écrit comme suit :

$$F(\sigma) = (\sigma_2 - \sigma_1) - 2C \leq 0 \quad (7)$$

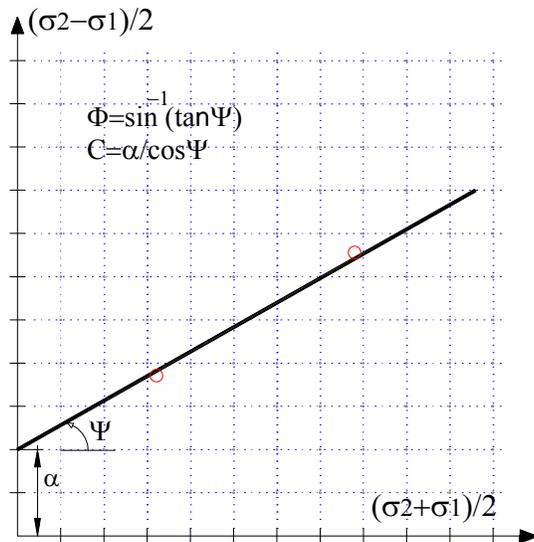


Fig. 9 : Potentiel plastique du critère de rupture de Mohr-Coulomb

Le critère de Mohr coulomb n'est pas le seul à caractériser le comportement de la roche en phase plastique. En fait, comme nous l'avons déjà mentionné, il est l'un des plus employés en termes de modélisation et de calcul des ouvrages. Parmi d'autres critères dont la présence dans la littérature est assez répandue, on mentionne celui de Murell [1965] et Hoek-Brown [1980]. L'emploi de ce dernier ne se limite pas à la modélisation du comportement d'une roche saine mais aussi à des massifs fracturés à caractère isotrope. Les paramètres et la formulation mathématique de ce critère sont détaillés dans le chapitre 2 (cf. §.1.4).

Nombreux sont les auteurs qui ont mené des essais afin de calculer la cohésion et l'angle de frottement interne des roches. Nous regroupons dans le tableau 2 un recueil de valeurs intéressantes de ces paramètres qui montre une large dispersion en fonction de la nature de la roche.

Il faut noter que les tableaux 1 et 2 donnent une idée générale sur la valeur des paramètres mécaniques d'une roche. Les valeurs que nous retrouvons doivent être employées avec précaution. Le recours à des essais in-situ ou au laboratoire permettrait de préciser les vraies valeurs de ces paramètres.

Tableau 2 : Valeurs représentatives de la cohésion et de l'angle de frottement interne des roches intactes (d'après Kulhawy [1975], cité par Goodman [1989] )

Description	C (MPa)	$\Phi$ (°)
Barea sandstone	27.2	27.8
Bartlesville sandstone	8.0	37.2
Pottsville sandstone	14.9	45.2
Repetto silstone	34.7	32.1
Muddy shale	38.4	14.4
Stockton shale	0.34	22.0
Edmonton betonic shale	0.3	7.5
Sioux quartzit	70.6	48.0
Texas slate ; loaded		
30° to clivlage	26.2	21.0
90° to clivelage	70.3	26.9
Georgia marble	21.2	25.3
Wolf Camp limestone	23.6	34.8
Indiana limestone	6.72	42.0
Hasmark dolomite	22.8	35.5
Chalk	0	31.5
Blaine anhydrite	43.4	29.4
Inada biote granite	55.2	47.7
Stone mountain granite	55.1	51.0
Nevada Test Site basalt	66.2	31.0
Schistose gneiss		
90° to clivlage	46.9	28.0
30° to clivelage	14.8	27.6

L'effet d'échelle est également un facteur important à ne pas négliger. A titre d'exemple, Farmer et Kemeny [1992] ont indiqué que le module de déformation sur les échantillons intacts de roches est 5 à 20 fois plus grand que les valeurs obtenues in-situ.

### 2.2.3 Modèle élastoplastique parfait

La traduction du comportement des roches sous une forme analytique est nécessaire pour pouvoir dimensionner les ouvrages exécutés dans les massifs rocheux. Une loi représentant le comportement fragile à la compression d'une très grande majorité de roches est la loi *élastoplastique avec radoucissement* (appelée également *écrouissage négatif*). Elle est régie par le critère de Mohr-Coulomb. Cette loi est définie par trois phases (Fig. 10) : 1- phase élastique, 2- phase de post-rupture, 3- phase résiduelle.

Pour des raisons de difficultés liées à la modélisation numérique, il est plus aisé d'utiliser le formalise *élastoplastique parfait* qui a été initialement développé pour décrire le comportement des métaux. Son emploi est fréquent dans les modèles numériques grâce à sa simplicité et la facilité d'intégration dans les codes de calcul numériques.

La phase élastique est caractérisée par un module d'Young  $E$  et un coefficient de Poisson  $\nu$ . Dans la phase plastique, nous notons la présence d'une contrainte  $\sigma_p$  marquant la plasticité de la roche et qui varie en fonction de la contrainte de confinement. Cette phase est caractérisée par une cohésion  $C$  et un angle de frottement interne  $\Phi$ .

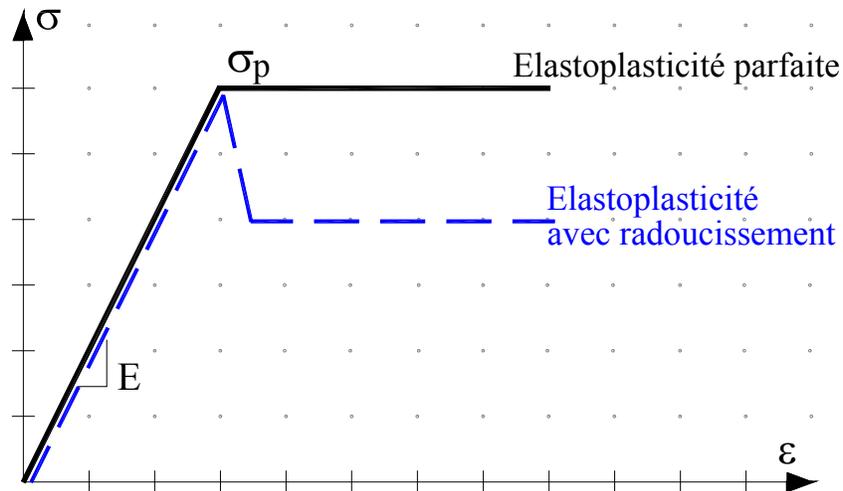


Fig. 10 : Modèle de comportement élastoplastique parfait et avec radoucissement

### 3. Les discontinuités

Nous désignons par le mot *discontinuité* toute interruption physique de la matrice rocheuse. Elles englobent tous les autres termes tels que les *fractures*, les *joints*, les *contacts géologiques*, les *diaclasses*, les *failles*, les *clivages*, les *plans de stratification*, de *litage*, de *foliation* et de *schistosité*, etc... Les caractéristiques mécaniques d'une discontinuité dépendent de sa morphologie de son matériau de remplissage que nous allons décrire ci-dessous.

#### 3.1 Morphologie d'une discontinuité

Plusieurs paramètres caractérisent la morphologie d'une discontinuité. Nous présentons leur définition de la façon suivante :

- *Profil* : il est défini comme étant la trace de l'intersection de la surface tridimensionnelle d'une fracture et d'un plan perpendiculaire à sa surface moyenne.
- *Aspérité* : c'est la partie superficielle constituant la limite avec le matériau de remplissage.
- *Épentes* : une fracture se situe entre deux surfaces de contact appelées épentes qui résultent de la fissuration d'une matrice rocheuse initiale (massif granitique) ou de l'effet de sédimentation (massif de calcaire).
- *Rugosité* : elle définit tout écart entre un plan de référence et la surface d'une fracture.
- *Remplissage* : suivant leur type, on distingue les fractures colmatées et celles remplies par un matériau de remplissage qui se caractérise par sa nature et son épaisseur.
- *Emboîtement* : il est défini par la condition d'assemblage des deux épentes.

Du point de vue géométrique, la surface d'une fracture est souvent idéalisée par un modèle mathématique relativement simple. Il se présente sous diverses formes telles

qu'une chaîne de segments ou de fonctions non linéaires formant les aspérités de la discontinuité (Fig. 11).

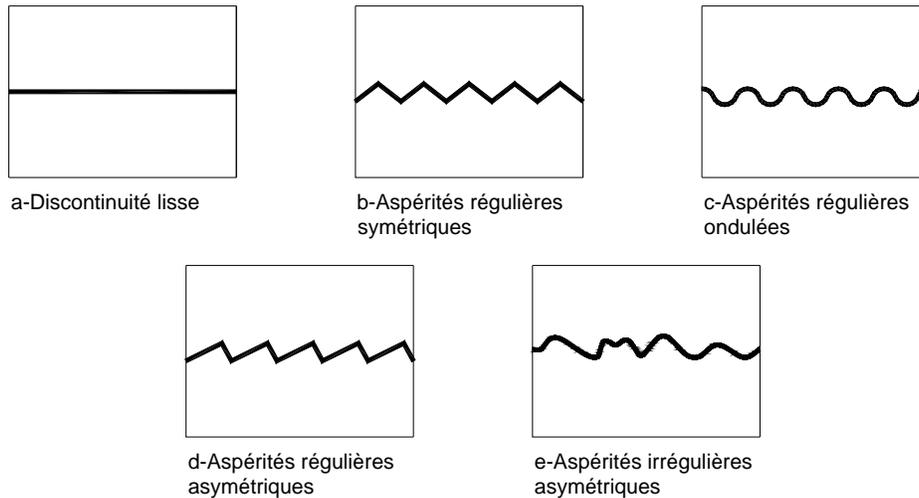


Fig. 11 : Modèles géométriques idéalisés des discontinuités (CFMR-MMR [2000] modifié)

La morphologie d'une discontinuité est en rapport direct avec le comportement mécanique et hydromécanique d'un massif rocheux fracturé. Cette grandeur influe principalement sur les propriétés mécaniques en cisaillement de la manière suivante :

- Suivant la géométrie de la fracture, les résultats d'un essai de cisaillement établi dans deux sens opposés peuvent être identiques ou non (cf. §.3.2.2.1). A titre d'exemple, les parties *a*, *b* et *c* de la figure 11 montrent trois configurations géométriques où les résultats ne sont pas affectés par la direction de cisaillement. Par contre les résultats de cisaillement des composantes *d* et *e* sont fortement sensibles à la direction de l'essai et par suite les courbes de cisaillement et de dilatance sont différentes.
- L'analyse de la différence entre la résistance au pic et la résistance résiduelle au cisaillement d'une fracture est un autre aspect qui prouve la contribution directe et franche de la morphologie des aspérités dans le comportement mécanique (cf. §.3.2.2.1). En effet, cette différence dérive de la modification de la géométrie des aspérités qui est due principalement à leur rupture.

Afin de préciser la morphologie d'une fracture nous distinguons deux aspects principaux. L'aspect local (ou micro) donne des informations détaillées sur la surface des aspérités qui, bien entendu, joue un rôle primordial dans le comportement mécanique et hydromécanique du joint. En ce qui concerne les modèles de comportement mécanique introduits dans les codes de calcul numérique, nous signalons que la plupart d'entre eux sont basés sur des paramètres dérivant de l'aspect global (ou macro) de la morphologie. Cet aspect dépend de la rugosité de la discontinuité.

Des approches quantitatives aussi bien que qualitatives ont été l'objet de différentes recherches dans ce sujet, nous citons les travaux de Barton et al. [1974], Barton et Choubey [1977], Bandis et al. [1981], Gentier [1986], Gentier et Riss [1990], Riss et al. [1996,1998,1999], Zhao [1997], Marache et al. [2001] et Marache [2002].

Différentes analyses quantitatives de la rugosité des fractures sont recensées dans la littérature, elles sont groupées en quatre catégories principales : 1- une analyse *statistique* (Myers [1962]) donnant des informations locales de la rugosité à partir des hauteurs d'aspérités. 2- une approche plus globale se présentant par l'analyse *géostatistique* (Matheron [1970]) et *spectrale* (Passoja et Amborski [1978], Kecili Laouafa [1998], Marache [2002]) qui fournit une description spatiale de la rugosité. 3- une analyse *fractale* (Mandelbort [1975], Turk et al. [1987], Lee et al. [1990]) dont l'intérêt dérive de la possibilité d'une description globale de la morphologie des épontes par un coefficient de rugosité unique. 4- un paramétrage *empirique* qui sera exposé ci dessous.

La caractérisation empirique de la morphologie développée par Barton et Choubey [1977] est largement utilisée. Elle se base sur la détermination du coefficient de rugosité du joint *JRC* (Joint Roughness Coefficient) qui varie entre 0 (fracture plane) et 20 (joint très rugueux). Ce coefficient peut être obtenu en comparant la morphologie de la fracture à dix profils types de base de 10cm de longueur (Fig. 12). Vu la subjectivité dans la détermination du *JRC*, les auteurs ont défini un autre moyen pour l'estimer ; il consiste à effectuer un test de *basculement* (Tilt Test) ou un test de *poussée* (push test) au laboratoire ou in situ. La détermination du *JRC* résultera alors des résultats de cet essai et de la valeur du *JCS* (Joint wall Compressive Strength). Ce dernier représente la résistance de la paroi des aspérités à la compression qui est identique à la résistance en compression simple de la matrice rocheuse  $\sigma_c$  si les joints ne sont pas altérés. Une méthode simplifiée consiste à estimer ce coefficient avec le scléromètre du type *L* nommé également marteau de Schmidt.

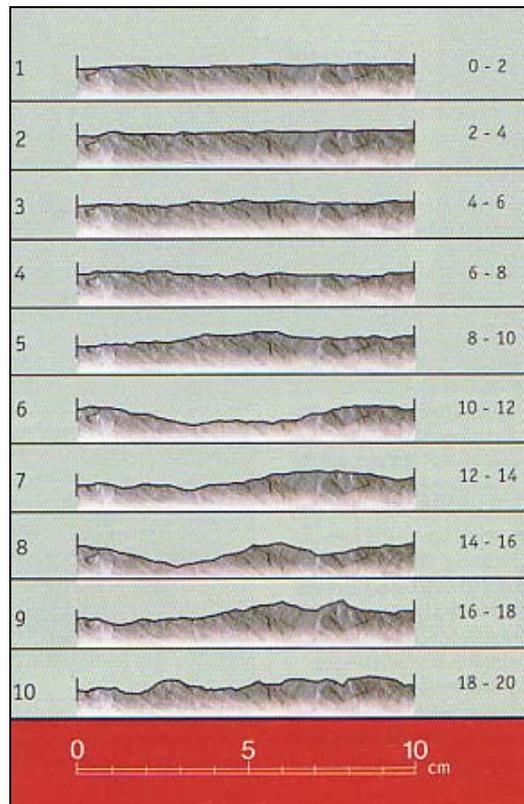


Fig. 12 : Joint Roughness Coefficient (Barton et Choubey [1977])

Une version développée de cette approche empirique a été formulée par Barton et Bandis [1990]. L'auteur a introduit l'aspect global du profil où il précise trois classes variant entre un profil plan, ondulé ou en escalier. De cette façon, deux profils peuvent avoir un même *JRC* mais des classes de profils différentes. Le travail de Zaho [1997] a amélioré cette approche en introduisant un nouveau coefficient *JMC* (Joint Matching Coefficient) qui caractérise l'emboîtement des épontes ; ce coefficient est nul pour une surface lisse et tend vers l'unité pour un joint parfaitement emboîté.

L'importance de cette classification dérive du fait que, moyennant le *JRC*, les paramètres définissant le comportement mécanique d'une discontinuité (cf. §.3.3) sont facilement obtenus sans avoir recours à des essais compliqués et coûteux in-situ ou au laboratoire.

## 3.2 Comportement mécanique d'une discontinuité

En vue de déterminer les paramètres affectant leurs propriétés mécaniques et sous l'hypothèse d'une résistance négligeable à la traction, il est nécessaire de soumettre une discontinuité à un essai de cisaillement et un essai de compression. Réalisés au laboratoire, ces essais permettent de mesurer certains paramètres utiles pour la caractérisation du comportement mécanique des discontinuités in-situ. Toutefois, les résultats obtenus demeurent représentatifs à l'échelle de l'échantillon ; des ajustements sont nécessaires afin de réduire l'effet d'échelle et d'éviter les essais in situ relativement coûteux.

Dans ce qui suit, nous présentons les essais empiriques et les principaux modèles mathématiques ajustant les résultats expérimentaux dans le but d'un choix adéquat des paramètres mécaniques nécessaire à l'établissement de notre classification numérique (cf. chap.5).

### 3.2.1 Discontinuité soumise à une contrainte normale

#### 3.2.1.1 Essai empirique et observations

L'essai caractérisant le comportement d'une discontinuité sous une contrainte normale est similaire à celui de l'écrasement du béton. Il consiste à comprimer un échantillon comprenant une discontinuité sous les mâchoires d'une presse.

Sous l'action d'une contrainte normale à son feuillet moyen, la discontinuité tend à se colmater. Sur le plan mécanique, ce comportement est en rapport direct avec le calcul des propriétés élastiques et la résistance d'un massif rocheux. Quant au comportement hydraulique, ce phénomène affecte largement la perméabilité des massifs fracturés. De nombreuses études basées sur des essais empiriques ont été élaborées en vue de comprendre et d'analyser ce comportement, à savoir : Goodman [1974], Detournay [1979], Bandis et al. [1983].

En effectuant les essais de compression simple, il est nécessaire de choisir convenablement le seuil de la contrainte normale appliquée. Bandis et al. [1983] ont limité cette contrainte à une valeur deux à trois fois plus faible que la résistance à la compression simple de la matrice rocheuse utilisée. Cette limitation assure la fermeture des joints sans que la roche dépasse la phase de comportement élastique. Les auteurs ont effectué leurs essais sur des joints altérés et non-altérés. Les graphiques de la figure 13 illustrent la variation du déplacement total  $\Delta V_i$  en fonction de la contrainte imposée pour plusieurs cycles de chargement et de déchargement. Ce

déplacement résulte de la déformation de la matrice rocheuse  $\Delta V_r$  et de la fermeture des joints  $\Delta V_j$ .

$$\Delta V_t = \Delta V_r + \Delta V_j \quad (8)$$

Pour un premier cycle et lorsque la contrainte imposée est relativement faible, la déformation totale est largement supérieure à celle de la matrice rocheuse. Au-delà d'une certaine valeur de la contrainte, la fermeture des deux lèvres atteint une valeur maximale constante  $V_m$ . Après un certain nombre de cycles, les deux courbes de déformation relatives à la matrice rocheuse intacte et avec joint présentent des pentes presque identiques. Le phénomène hystérésis est largement marqué par l'imbrication de joints et le type de remplissage.

Comme de nombreux auteurs Bandis et al. [1983] se sont servis de la relation 8 pour tracer la variation de la fermeture du joint en fonction de la contrainte normale ( $\Delta V_j = \Delta V_t - \Delta V_r$ ). Au début de l'essai le comportement est élastique et la raideur normale  $K_n$ , définie par le rapport de la contrainte à la fermeture ( $\sigma_n / \Delta V_j$ ), est constante. Cette raideur augmente à fur et à mesure que la contrainte croît ; la fermeture tend alors vers une valeur maximale  $V_m$ . Après un certain nombre de cycles, les courbes contrainte-fermeture se superposent tout en gardant une fermeture résiduelle  $\Delta V_i$ . La raideur initiale  $K_{ni}$  et la fermeture maximale  $V_m$  dépendent de la contrainte initiale  $\sigma_i$  dans le massif rocheux ; elles sont déterminées expérimentalement en comprimant le joint jusqu'à ce que la contrainte atteigne la valeur  $\sigma_f$  avant de débiter la lecture de la fermeture.

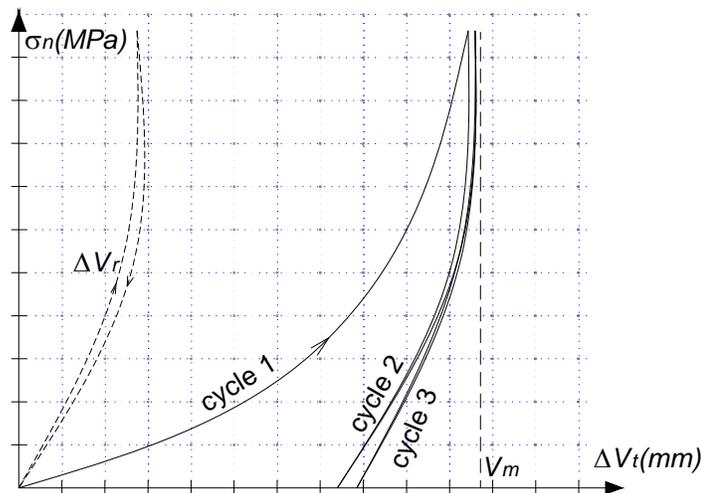


Fig. 13 : Variation de la déformation normale en fonction de la contrainte de compression appliquée sur un échantillon intact ou fracturé

### 3.2.1.2 Modèles de déformation normale

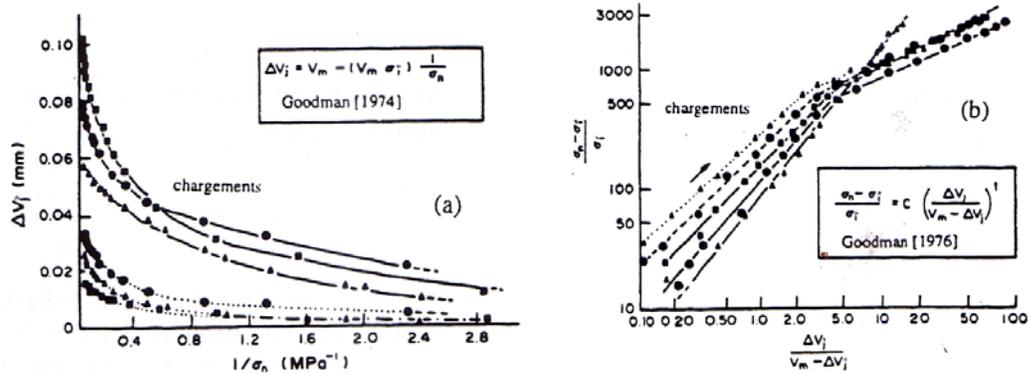
#### a) Joints colmatés

Divers auteurs ont proposé des fonctions mathématiques afin d'ajuster les courbes expérimentales. Pour les joints colmatés, Shehata [1972] a choisi une fonction semi-logarithmique. Son modèle a montré une bonne concordance pour des faibles et fortes contraintes mais non pas dans la zone des contraintes moyennes. Un modèle

hyperbolique a été proposé par Goodman [1974 et 1976], il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\sigma_n - \sigma_i}{\sigma_i} = C \left( \frac{\Delta V_j}{V_m - \Delta V_j} \right)^t \quad (9)$$

Nous rappelons que  $\Delta V_j$  est la fermeture du joint soumis à une contrainte normale  $\sigma_n$ ,  $V_m$  est la fermeture maximale,  $\sigma_i$  représente la contrainte initiale in-situ et  $C$  et  $t$  sont deux constantes déterminées empiriquement. Cette relation est tracée sur la figure 14 pour différents types de joints.



— 1<sup>er</sup> cycle de chargement    ..... 3<sup>ème</sup> cycle de chargement

- Fracture dans une dolérite    ■ plan de schistosité dans une ardoise    ▲ Joint de stratification dans un calcaire

Fig. 14 : Modèles mathématiques du comportement mécanique en compression des discontinuités (Goodman [1974, 1976])

D'autres propositions de fonctions hyperboliques ont été adaptées (Kulhaway [1975], Duncan et Chang [1970], Kondner [1963]). Dans ces modèles la contrainte normale est liée au déplacement de la façon suivante :

$$\sigma_n = \frac{1}{\frac{a}{\Delta V_j} - b} \quad (10)$$

$a$  et  $b$  étant deux constantes. Dans ce modèle, l'expression de fermeture du joint est donnée par l'expression suivante :

$$\Delta V_j = \frac{\sigma_n V_m}{K_{ni} V_m + \sigma_n} \quad (11)$$

et la raideur normale par :

$$K_n = K_{ni} \left( \frac{V_m K_{ni} + \sigma_n}{V_m K_{ni}} \right)^2 \quad (12)$$

### Conclusion

*La déformation d'un joint colmaté soumis à un effort normal est défini par une fermeture maximale  $V_m$  et une raideur initiale  $K_{ni}$ . Ces deux derniers dépendent du JRC et du JCS (Barton et al. [1985])*

### b) Joints ouverts

Bandis et al. [1983] ont montré que la fonction semi-logarithmique donne un ajustement très acceptable des courbes de contrainte-déformation ( $\sigma_n, \Delta V_j$ ) empiriques. A la différence d'un joint colmaté cette fonction implique que le joint ouvert ne peut pas atteindre un état de fermeture maximale.

La figure 15 montre les courbes d'ajustement semi-logarithmique pour divers types de discontinuités, ces courbes s'expriment sous la forme :

$$\log \sigma_n = p + q \Delta V_j \quad (13)$$

$p$  et  $q$  étant des constantes dépendant du matériau de remplissage.

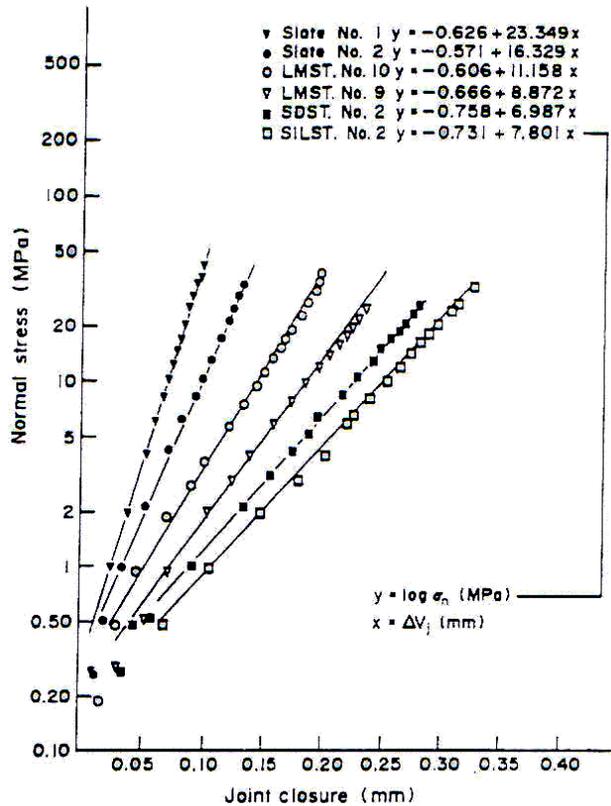


Fig. 15 : Courbes contraintes-déplacements semi-logarithmique d'un joint ouvert (Bandis et al. [1983])

Moyennant ce modèle la raideur normale s'écrit :

$$K_n = \frac{q \sigma_n}{\log_{10} e} = 2.3025 q \sigma_n \quad (14)$$

Cette équation révèle le caractère croissant de  $K_n$  en fonction de la contrainte normale.

### 3.2.2 Discontinuité soumise à une contrainte de cisaillement

L'instabilité d'un massif rocheux fracturé est souvent marquée par la rupture en cisaillement des discontinuités. La résistance au cisaillement est gérée par la nature des épontes, la présence d'eau et l'état des aspérités ; en particulier leur degré

d'altération, leur rugosité et leur degré d'imbrication. Dans ce paragraphe, nous présentons les observations expérimentales, les critères de ruptures les plus employés dans la littérature et la formulation mathématique modélisant la déformation des joints en cisaillement.

### 3.2.2.1 Essais mécaniques et critère de rupture

L'essai de cisaillement direct consiste à isoler un échantillon dans une boîte de cisaillement. Une contrainte normale est appliquée normalement à la surface du joint et un déplacement parallèle au plan de cette dernière lui est imposé dans deux sens opposés (cisaillement positif ou négatif, Fig. 16). Au cours des deux essais, la morphologie des surfaces de fracture, la contrainte normale et la vitesse de l'essai demeurent constantes.

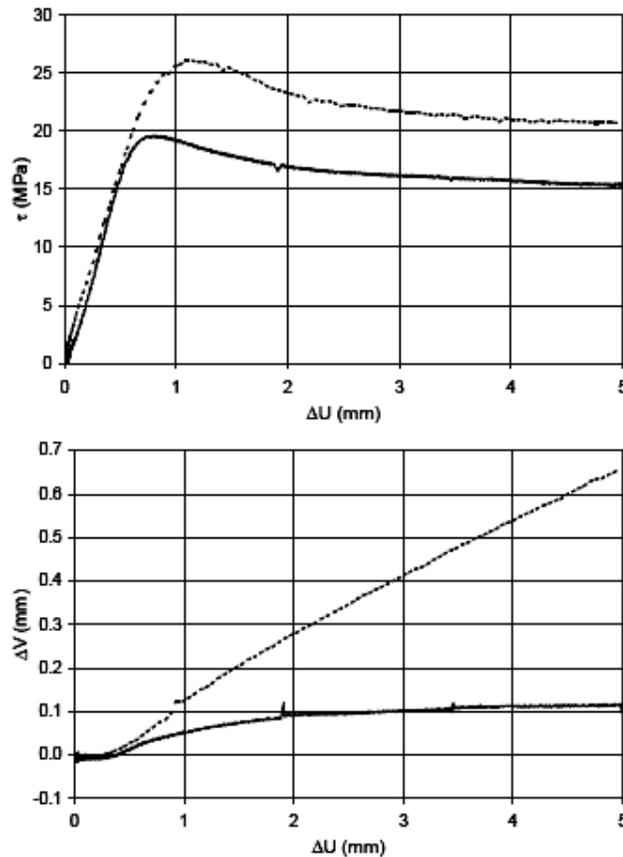


Fig. 16 : Courbes de cisaillement et de dilatance résultant de deux essais de cisaillement de sens différents dans le plan (Marache 2002)

#### a) Discontinuité lisse

La figure 17 illustre la variation de la contrainte de cisaillement  $\tau$  en fonction du déplacement imposé  $d_h$ . Elle présente une partie linéaire élastique définie par la raideur tangentielle du joint ( $K_t = \tau/d_h$ ). Au-delà d'une certaine contrainte ultime  $\tau_u$  la déformation se produit avec stabilisation de la contrainte. La rupture est pseudo-élastique.

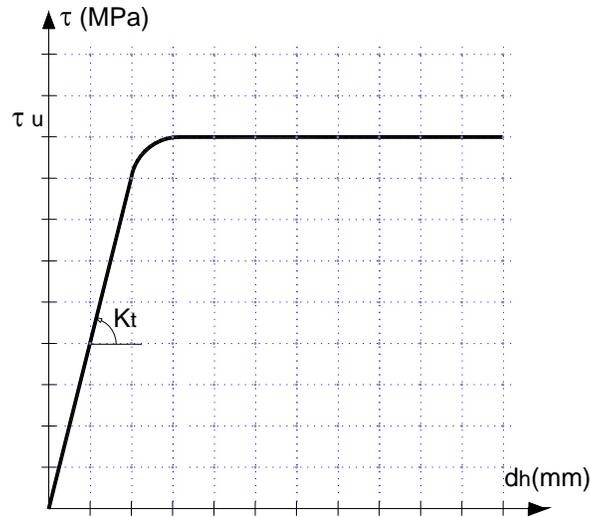


Fig. 17 : Cisaillement direct d'une discontinuité lisse

L'hypothèse d'une discontinuité lisse implique que la rupture se produit uniquement au niveau de la discontinuité sans aucune intervention de la matrice rocheuse. La rupture est souvent régie par le critère de Coulomb. Le champ d'application de ce critère est assez large. Il s'emploie aussi bien pour les joints que pour les roches. Les paramètres intrinsèques de ce critère sont définis par une cohésion de base  $c_b$  qui est souvent nulle et un angle de frottement interne de base  $\phi_b$  (Fig. 18)..

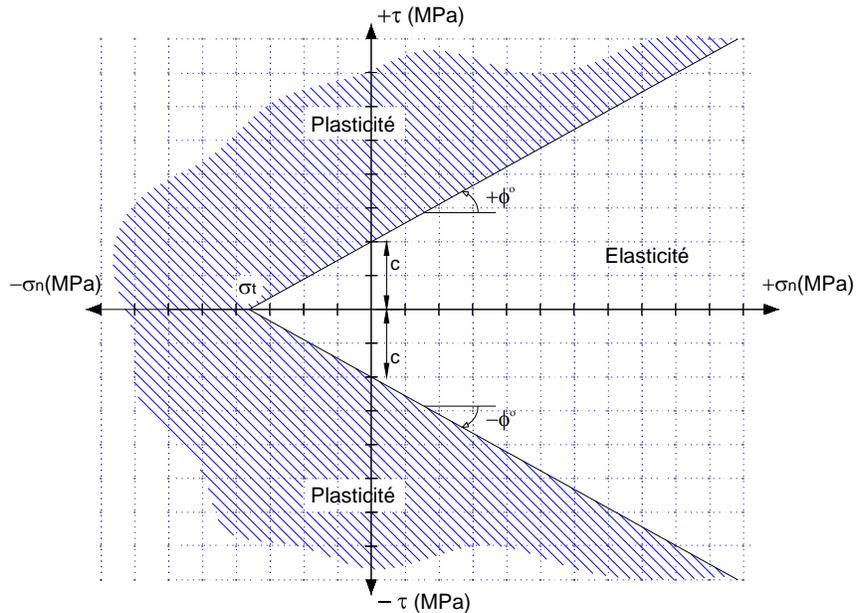


Fig. 18 : Critère de résistance de Coulomb pour un joint lisse

Le comportement du joint entre dans une phase plastique si l'équation suivante est vérifiée :

$$\tau \geq c_b + \sigma_n \tan(\phi_b) \quad (15)$$

Comme le montre la figure 18, si la contrainte de cisaillement est nulle, alors quelle que soit la valeur de la contrainte normale de compression ( $\sigma_n > 0$ ), le joint ne se

plastifie pas. Par contre si  $\sigma_n$  désigne une contrainte de traction ( $\sigma_n < 0$ ) alors la plastification de la discontinuité se produit pour une contrainte normale :

$$\sigma_{tj} \geq \frac{-c_b}{\text{tg}\phi_b} \quad (16)$$

Ce comportement n'est pas pareil à celui d'une matrice rocheuse qui se plastifie sous une contrainte  $\sigma_c \geq 2C \cos(\Phi)/(1 - \sin(\Phi))$  en compression simple et sous une contrainte  $\sigma_t \geq -2C \cos(\Phi)/(1 + \sin(\Phi))$  en traction simple (cf. §.2.2.2).

En se basant sur un grand nombre de références, Barton et Choubey [1977] ont établi le tableau 3 qui précise une plage de variation de  $\phi_b$  en fonction de l'état du joint (sec ou mouillé). Les valeurs numériques qui y existent varient entre  $21^\circ$  et  $38^\circ$ . Quant à la cohésion, elle est très faible voire nulle

Tableau 3 : Angle de frottement interne de base  $\phi_b(^\circ)$  pour divers joints lisses non-altérés (Barton et Choubey [1977])

Rock type	Moisture Condition	Basic friction angle $\phi_b(^\circ)$
<b>A. Sedimentary Rocks</b>		
Sandstone	Dry	26-35
Sandstone	Wet	25-33
Sandstone	Wet	29
Sandstone	Dry	31-33
Sandstone	Dry	32-34
Sandstone	Wet	31-34
Sandstone	Wet	33
Shale	Wet	27
Siltstone	Wet	31
Siltstone	Dry	31-33
Siltstone	Wet	27- 31
Conglomerate	Dry	35
Chalk	Wet	30
Limestone	Dry	31-37
Limestone	Wet	27-35
<b>B. Igneous Rocks</b>		
Basalt	Dry	35-38
Basalt	Wet	31-36
Fine-grained granite	Dry	31-35
Fine-grained granite	Wet	29-31
Coarse-grained granite	Dry	31-35
Coarse-grained granite	Wet	31-33
Porphyry	Dry	31
Porphyry	Wet	31
Dolerite	Dry	36
Dolerite	Wet	32
<b>C. Metamorphic Rocks</b>		
Amphibolite	Dry	32
Gneiss	Dry	26-29
Gneiss	Wet	23-26
Slate	Dry	25-30
Slate	Dry	30
Slate	Wet	21

L'ISRM [1978] a arrangé les valeurs de l'angle de frottement interne des joints suivant des classes illustrées dans le tableau 4 indiquant une valeur minimale de  $15^\circ$  pour les joints très faibles et une valeur maximale de  $45^\circ$  pour les joints très forts.

Tableau 4 : Classification de l'angle de frottement interne des discontinuités (ISRM [1978])

Intervalle	Description
$> 45^\circ$	<i>très élevée</i>
$35 - 45^\circ$	<i>élevée</i>
$25 - 35^\circ$	<i>moyenne</i>
$15 - 25^\circ$	<i>faible</i>
$< 15^\circ$	<i>très faible</i>

### b) Discontinuité à aspérités régulières

Le comportement d'une discontinuité irrégulière diffère de celui d'une discontinuité lisse ; il est plus compliqué. Plusieurs facteurs influent sur ce comportement parmi lesquels nous distinguons : la géométrie et l'état d'altération des aspérités, l'épaisseur et la nature des matériaux de remplissage, l'état des contraintes initiales et la contrainte normale appliquée au moment de cisaillement, l'histoire des déplacements au niveau du joint, la vitesse imposée de cisaillement et la teneur en eau du matériau de remplissage.

Sur la courbe de la figure 19, nous distinguons une phase élastique linéaire ressemblant à celle d'une discontinuité lisse où la raideur tangentielle est constante. Au moment où l'endommagement des aspérités commence à se développer, la raideur tangentielle  $K_t$  diminue et la contrainte de cisaillement atteint une valeur maximale  $\tau_p$  appelée *résistance au pic*. Cette dernière annonce la fin de la phase *pré-pic* et le commencement de la phase *post-pic*. La contrainte de cisaillement diminue et atteint une valeur constante appelée *résistance résiduelle*  $\tau_r$ , marquant la rupture physique des aspérités. Notons que la raideur tangentielle, la résistance de pic et la résistance résiduelle sont des fonctions croissantes de la contrainte normale appliquée sur l'échantillon cisailé.

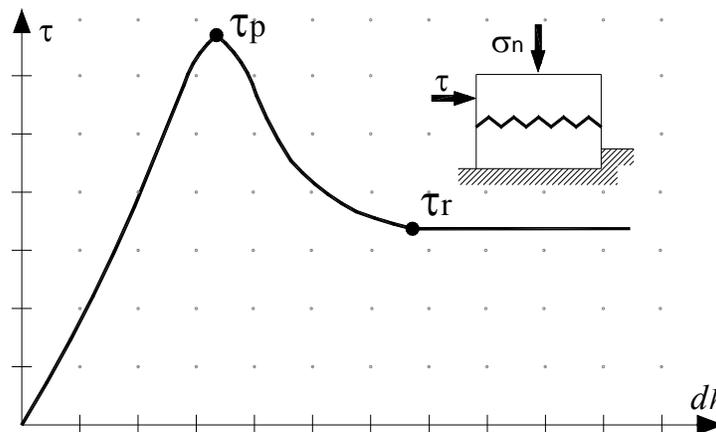


Fig. 19 : Comportement au cisaillement d'un joint à aspérités régulières

A signaler que la déformation est purement tangentielle si la surface du joint est lisse et si la contrainte normale imposée est élevée (CFMR-MMR [2000], Goodman et

Dubois [1972]). Par contre si le joint est rugueux, la contrainte de cisaillement induit un déplacement normal additif (Fig. 20-c). Ce phénomène caractérise la dilatace d'un joint ou l'augmentation de la fermeture du joint soumis à une contrainte de cisaillement. Cette fermeture prend une valeur maximale constante lorsque la contrainte de cisaillement atteint sa résistance résiduelle  $\tau_r$ .

Une description bien détaillée du phénomène de cisaillement est établie par Panet et al. [1976] dans le cas d'une discontinuité à aspérités régulières. Les auteurs se sont basés sur les travaux de Patton [1966], l'un des premiers chercheurs à introduire la notion de la dilatace pour les discontinuités. Pour des faibles valeurs de l'effort normal, le mouvement se produit suivant l'inclinaison de l'aspérité ce qui explique l'apparition de la dilatace. Vient ensuite la rupture des aspérités suivie d'une continuité du mouvement dans la direction moyenne de la discontinuité. Pour des valeurs élevées de la contrainte normale la rupture des aspérités prend place au début de l'essai de cisaillement.

Patton [1966] a proposé un critère de rupture nommé également *critère bi-linéaire* dans lequel la courbe intrinsèque  $\Gamma_p$  de la résistance au pic est définie par deux droites (Fig. 20-d).

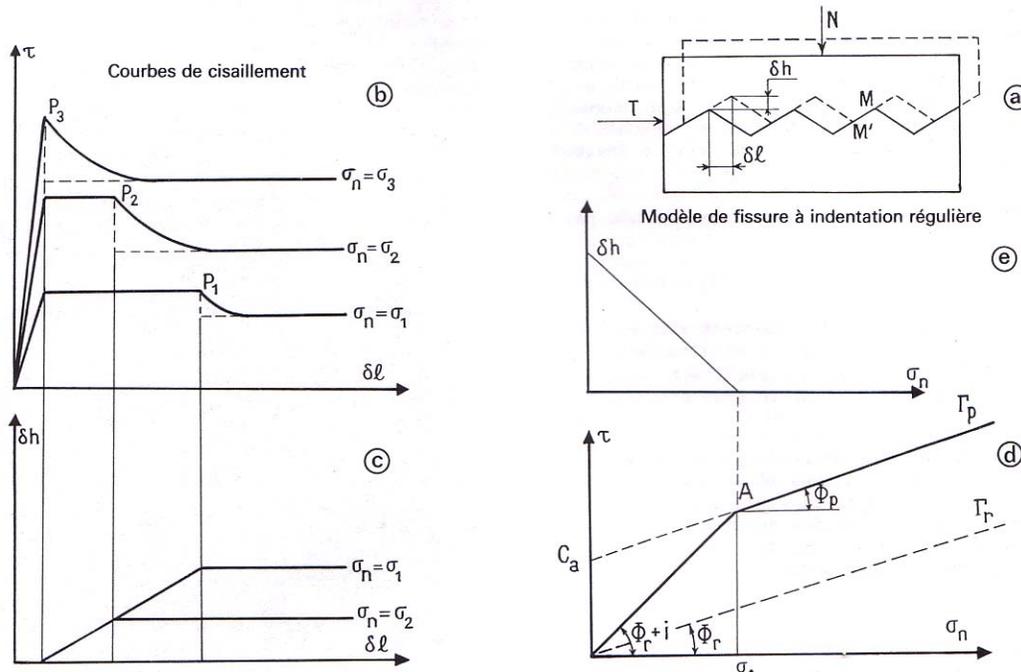


Fig. 20 : Cisaillement d'une discontinuité à aspérité régulière selon Patton [1966]. a) modèle, b) et c) courbes de cisaillement : effort tangentiel et dilatace en fonction du déplacement tangentiel, d) critère de rupture au pic (bilinéaire) et critère résiduel, e) dilatace en fonction de la contrainte normale (Panet et al. [1976])

Si la contrainte normale  $\sigma_n$  est supérieure à  $\sigma_{na}$  (contrainte de transition entre le mode de glissement à travers les aspérités et la rupture à travers la matrice de ces aspérités), alors la rupture se produit suivant le critère de Mohr-Coulomb.

$$\tau_p = c_a + \sigma_n \tan(\phi_r) \quad \text{si } \sigma_n \geq \sigma_{na} \quad (17)$$

Avec  $\tau_p$  la résistance au pic,  $\sigma_n$  la contrainte normale,  $\phi_r$  l'angle de frottement résiduel et  $c_a$  est une cohésion apparente obtenue graphiquement par la formule suivante :

$$c_a = \sigma_{na} [\tan(\phi_r + i) - \tan(\phi_r)] \quad (18)$$

$i$  étant l'angle que font les aspérités avec la direction du cisaillement.

Si dans cette phase la contrainte normale est inférieure à  $\sigma_{na}$ , l'expression de la rupture au pic aura la même forme que celle d'un joint lisse tout en substituant  $\phi_b$  par  $\phi_b + i$ .

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\phi_r + i) \quad \text{si } \sigma_n < \sigma_{na} \quad (19)$$

La résistance résiduelle est représentée par la courbe  $F_r$  (Fig. 20-d) et s'exprime sous la forme :

$$\tau_r = \sigma_n \tan(\phi_r) \quad (20)$$

A noter que l'angle de frottement de base  $\phi_b$  diffère peu de l'angle de frottement résiduel.

Le tableau 5 précise des ordres de grandeur des paramètres de pic ainsi que des paramètres résiduels des discontinuités. Afin d'introduire des valeurs authentiques dans les calculs, le choix entre ces deux paramètres doit être basé sur l'état d'altération des épontes.

Tableau 5 : paramètres de pic et résiduel d'un joint cisailé (Barton [1973])

Rock	Description	Peak		Residual	
		$c_p$ (MPa)	$\varphi_p$ (°)	$c_r$ (MPa)	$\varphi_r$ (°)
Basalt	Clayey basaltic breccia, wide variation from clay to basalt content	0.24	42		
Bentonite	Bentonite seam in chalk	0.015	7.5		
	Thin layers	0.09-0.12	12-17		
Bentonitic shale	Triaxial tests	0.06-0.1	9-13		
	Triaxial tests	0-0.27	8.5-29		
Clays	Direct shear tests			0.03	8.5
	Over-consolidated, slips, joints and minor shears	0-0.18	12-18.5	0-0.003	10.5-16
Clay shale	Triaxial tests	0.06	32		
	Stratification surfaces			0	19-25
Coal measure rocks	Clay mylonite seams, 10 to 25 mm	0.012	16	0	11-11.5
Dolomite	Altered shale bed, ± 150 mm thick	0.04	14.5	0.02	17
Diorite, granodiorite and porphyry	Clay gouge (2% clay, PI = 17%)	0	26.5		
Granite	Clay filled faults	0-0.1	24-45		
	Sandy loam fault filling	0.05	40		
	Tectonic shear zone, schistose and broken granites, disintegrated rock and gouge	0.24	42		
Greywacke	1-2 mm clay in bedding planes			0	21
Limestone	6 mm clay layer			0	13
	10-20 mm clay fillings	0.1	13-14		
	<1 mm clay filling	0.05-0.2	17-21		
Limestone, marl and lignites	Interbedded lignite layers	0.08	38		
	Lignite/marl contact	0.1	10		
Limestone	Marlaceous joints, 20 mm thick	0	25	0	15-24
Lignite	Layer between lignite and clay	0.014-.03	15-17.5		
Montmorillonite	80 mm seams of bentonite (montmorillonite) clay in chalk	0.36	14	0.08	11
Bentonite clay		0.016-.02	7.5-11.5		
Schists, quartzites and siliceous schists	100-15- mm thick clay filling	0.03-0.08	32		
	Stratification with thin clay	0.61-0.74	41		
	Stratification with thick clay	0.38	31		
Slates	Finely laminated and altered	0.05	33		
Quartz / kaolin / pyrolusite	Remoulded triaxial tests	0.042-.09	36-38		

### c) Discontinuité à aspérités irrégulières

La forme géométrique des aspérités d'une fracture naturelle est fréquemment irrégulière (Fig. 21-a). Le mécanisme de cisaillement est semblable à celui d'une fracture dont les aspérités sont régulières. Cependant, le déplacement initial ne se produit pas suivant l'inclinaison des aspérités les plus redressées mais suivant une inclinaison moyenne plus faible appelée  $d_{n0}$  qui dépend du niveau moyen des contraintes normales appliquées

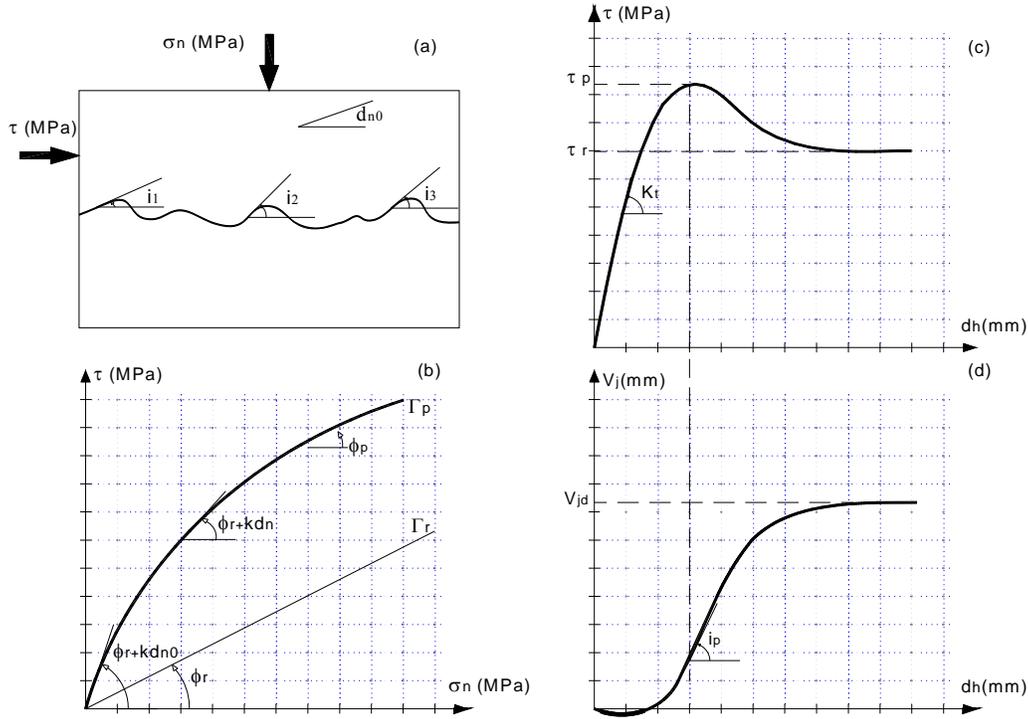


Fig. 21 : Courbe de cisaillement d'une discontinuité naturelle à aspérités irrégulières. a) forme géométrique irrégulière des aspérités, b) critère de rupture ( $\tau, \sigma_n$ ), c) contrainte de cisaillement - déplacement transversal, d) courbe de dilataance : déplacement normal-déplacement transversal

Les essais empiriques montrent que la résistance de pic  $\tau_p$  d'une discontinuité est une fonction croissante et non-linéaire de la contrainte normale  $\sigma_n$ . De même, cette grandeur dépend de la résistance à la compression simple des parois du joint, et de l'angle de dilataance à la rupture  $d_n$ . Ces paramètres sont liés par une relation ayant la forme suivante :

$$\tau_p = \sigma_n \tan(\phi_r + kd_n) \quad (21)$$

Dans cette expression  $k$  représente une constante dépendant de la nature et de la rugosité des épontes,  $d_n$  est une fonction décroissante de  $\sigma_n$ .

Divers auteurs ont proposé des formulations pour modéliser un tel critère. Les travaux les plus connus sont ceux de Barton [1973,1976] qui a présenté une première version de son critère sous la forme ci-dessous :

$$\tau_p = \sigma_n \tan\left(\phi_b + JRC \log_{10}\left(\frac{JCS}{\sigma_n}\right)\right) \quad (22)$$

Une version plus adaptée de ce critère a été proposée par Barton et Choubey [1977].

$$\tau_p = \sigma_n \tan \left( \phi_r + JRC \log_{10} \left( \frac{JCS}{\sigma_n} \right) \right) \quad \text{pour} \quad 1 \leq \frac{JCS}{\sigma_n} \leq 100 \quad (23)$$

$$\tau_p \cong \sigma_n \tan(70^\circ) \quad \text{pour des faibles valeurs de } \sigma_n ; \frac{JCS}{\sigma_n} > 100 \quad (24)$$

Les auteurs ont proposé une méthode simple pour estimer  $\phi_r$  :

$$\phi_r = (\phi_b - 20) + 20 \frac{r}{R} \quad (25)$$

où  $r$  et  $R$  représentent respectivement le numéro de rebond du marteau de Schmidt sur le joint mouillé et altéré et sur le joint sec et non-altéré.

Quant à la résistance du joint au cisaillement après rupture des aspérités, la forme du critère garde la forme de l'équation 20.

Outre la nature du matériau de remplissage des épontes, la forme géométrique du profil de la discontinuité après cisaillement influe sur la résistance au cisaillement comme le montrent certaines observations. Dans ce cas on parle d'une résistance ultime au frottement (Krahn et Morgenstern [1979]).

### 3.2.2.2 Effet du matériau de remplissage sur les propriétés mécanique d'une discontinuité

L'emploi de la classification numérique que nous établirons au chapitre 5 nécessite l'introduction de certains paramètres mécaniques de la discontinuité. Dans l'objectif d'un choix représentatif de ces paramètres, nous exposons dans ce paragraphe la variation de ces paramètres en fonction des propriétés géométriques et mécaniques du matériau de remplissage et des aspérités.

Dans le tableau 6 figure une description qualitative du comportement mécanique d'un joint en fonction de sa nature géologique.

Tableau 6 : Principaux types de matériaux de remplissage des discontinuités rocheuses et leurs propriétés (cité par Palmström [1995])

Type of mineral filling	Properties
Chlorite, talc, graphite	Very low friction materials, in particular when wet.
Inactive clay material	Weak, cohesion materials with low friction.
Swelling clay	Exhibits both a very low friction and swell with loss of strength because of swelling together with considerable swelling pressure when confined.
Calcite	May, particularly when being porous or flaky, dissolve during the lifetime of a construction in rock, which reduces its contribution to the strength of the rock mass.
Gypsum	May behave in the same way as calcite.
Sandy or silty materials	Cohesionless, frictional materials. A special occurrence of these are the thicker fillings of altered or crushed materials being cohesionless (sand-like) materials which may turn or flow immediately after exposure by excavation.
Epidote or quartz	May cause healing or welding of joint, resulting in an increased shear strength other hard materials of the joint.

Bien que les discontinuités sont modélisées par des éléments minces d'épaisseur négligeable, l'épaisseur du matériau du remplissage joue un rôle important dans la variation de la résistance de pic  $\tau_p$ . Cette grandeur a constitué l'objet de plusieurs travaux de recherches parmi lesquels on cite : Barton [1976], Ladanyi et Archambault [1977], Lama [1978], Howing et Kutter [1985] et Papaliangas et al. [1993].

Afin de tester l'influence de l'épaisseur sur la résistance au pic, Lama [1978] a effectué plusieurs essais sur des joints artificiels et il a établi, à l'échelle des échantillons étudiés, l'expression suivante :

$$\tau_p = 7.25 + 0.46\sigma_n - 0.3\ln(e)\sigma_n^{0.745} \quad (26)$$

où  $e(mm)$  représente l'épaisseur du matériau de remplissage ;  $\tau_p$  et  $\sigma_n$  sont exprimés en  $kPa$ . Les essais menés par Lama [1978] sont réalisés sur des joints artificiels ayant une même morphologie et qui sont remplis d'argile ; pour cette raison, l'influence de la morphologie n'intervient pas dans l'équation 26. Cette dernière montre que  $\tau_p$  est une fonction décroissante de  $e$  et croissante de  $\sigma_n$ .

Papaliangas et al. [1993] ont complété l'étude de Lama [1978] en introduisant l'amplitude de la rugosité  $a$  de la discontinuité (Fig. 22-a). Leur étude révèle qu'au-delà d'une certaine valeur du rapport  $e/a (>1)$ ,  $\tau_p$  et  $\tau_r$  demeurent constantes (Fig. 22-b)

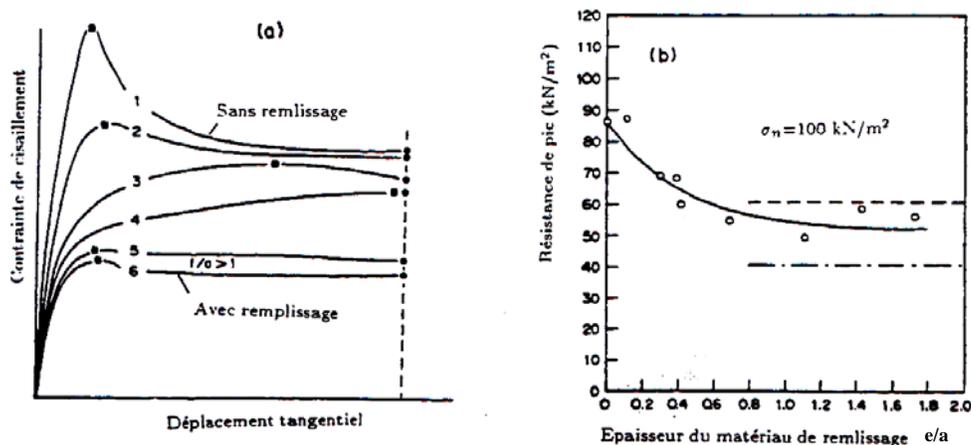


Fig. 22 : Effet du matériau de remplissage sur la résistance au pic d'une discontinuité. a) courbes contrainte-déplacement, b) variation de la résistance au pic en fonction de l'épaisseur du matériau de remplissage (Papaliangus et al. [1993])

L'effet des propriétés mécaniques du matériau entourant les discontinuités (*bulk material*) et des aspérités sur la raideur tangentielle a été l'objet d'une étude paramétrique de référence établie par Marache et al. [2001]. Cette grandeur dépend du rapport relatif des modules de déformation des aspérités et du matériau de *bulk*, du pourcentage des surfaces de contact et de la distribution spatiale des aspérités en contact.

Le résultat de cette étude montre que la raideur tangentielle est une fonction décroissante et quasi linéaire du coefficient de Poisson des aspérités (Fig. 23) ; ceci est dû principalement au fait que la surface de contact entre des aspérités diminue en augmentant le coefficient de Poisson. Quant à l'effet du module d'Young, le résultat est plus compliqué et ne peut pas être prédit en règle générale. En effet, dans le cas où ce paramètre croît pour les aspérités seules, il est noté que la raideur tangentielle est

une fonction croissante et non linéaire de module d'Young (Fig. 24). Par contre, pour une variation simultanée de ce paramètre tant pour le matériau de *bulk* que pour les aspérités, nous observons que la raideur tangentielle croît jusqu'à un certain seuil, puis décroît légèrement (Fig. 25). Ce résultat est dû à ce que les surfaces de contact entre les aspérités et la distribution spatiale de leurs points de contact sont largement affectées par la variation du module d'Young. Pour une compréhension plus aisée, le tableau 7 montre qu'une augmentation du module d'Young du matériau de *bulk* par rapport à celui des aspérités fait diminuer la raideur tangentielle (comparaison de la ligne 1 avec la ligne 2 et la ligne 4 avec la ligne 5).

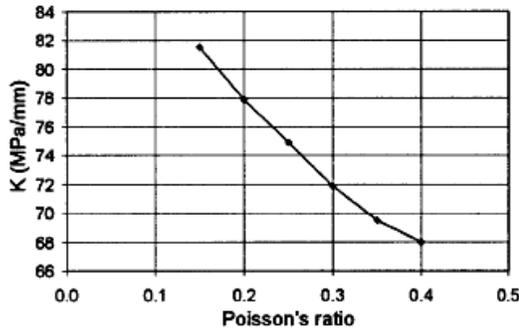


Fig. 23 : Effet de variation du coefficient de Poisson des aspérités sur la raideur tangentielle d'une discontinuité : résultat relatif à une même fracture (Marache et al. [2001])

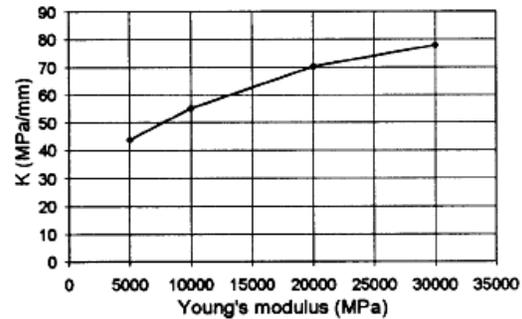


Fig. 24 : Effet de la variation du module d'Young des aspérités sur la raideur tangentielle d'une discontinuité : le module d'Young du matériau entourant les discontinuités (bulk material) est constant et égal à 30 000 MPa (Marache et al. [2001])

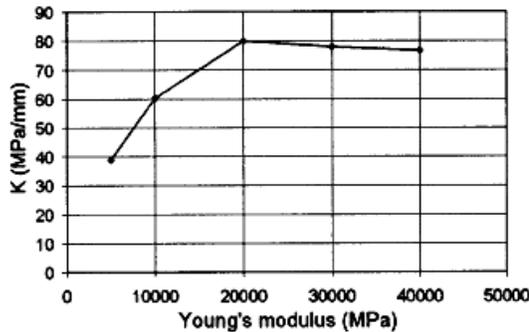


Fig. 25 : Effet de la variation simultanée du module d'Young des aspérités et du matériau entourant les discontinuités (bulk material) sur la raideur tangentielle des joints (Marache et al. [2001])

Tableau 7 : Effet de variation du module d'Young des composantes d'un échantillon fracturé sur la raideur tangentielle d'une discontinuité (Marache et al. [2001])

Module d'Young du matériau entourant les discontinuités (bulk material, MPa)	Module d'Young des aspérités (MPa)	Raideur normale calculée (MPa/mm)
10 000	10 000	60
1 0000	30 000	55
20 000	20 000	80
20 000	30 000	70
30 000	30 000	79

### 3.2.2.3 modèles de déformation tangentielle

Par analogie à la formulation mathématique de la déformation normale (cf. §.3.2.1.2), des fonctions hyperboliques sont également utilisées pour modéliser le comportement non-linéaire d'un cisaillement dans la phase pré-pic. Kulhaway [1975] a proposé une expression de la forme suivante :

$$\tau = \frac{d_h}{m + nd_h} \quad (27)$$

$d_h$  représente le déplacement transversal dû à une contrainte de cisaillement  $\tau$ ,  $m$  et  $n$  sont les constantes de l'hyperbole qui représentent respectivement l'inverse de la rigidité tangentielle initiale  $K_{ti}$  et l'inverse de la résistance résiduelle.

L'auteur a proposé l'expression de la raideur tangentielle comme suit :

$$K_t = K_j (\sigma_n)^{n_j} \left( 1 - \frac{\tau R_f}{\tau_p} \right) \quad (28)$$

$K_j$  et  $n_j$  sont appelés valeur et exposant de raideur,  $R_f$  représente un rapport de rupture.

### Conclusion

*La déformation d'un joint soumis à un effort tangentiel est gérée par un rapport de rupture  $R_f$ , une valeur de raideur  $K_j$  et un exposant de raideur  $n_j$ .*

## 3.3 Détermination pratique des paramètres caractérisant la déformabilité d'une fracture

Une détermination empirique de l'ouverture initiale, la raideur normale et la fermeture maximale d'une fracture a été proposée par Bandis [1980] et Bandis et al [1983]. L'expression de ces paramètres fait intervenir la morphologie, la nature et l'altération des joints. Les auteurs ont établi les expressions suivantes :

$$a_j = \frac{JRC}{5} \left( 0.2 \frac{\sigma_c}{JCS} - 0.1 \right) \quad (29)$$

$$K_{ni} = 0.02 \left( \frac{JCS}{a_j} \right) + 2JRC - 7.15 \quad (30)$$

$$V_m = A + B JRC + C \left( \frac{JCS}{a_j} \right)^D \quad (31)$$

Dans ces expressions  $K_{ni}$  est exprimée MPa/mm et  $V_m$  en mm.  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des constantes déterminées empiriquement à l'aide des essais au laboratoire.

Ces expressions sont établies pour des joints colmatés dont les propriétés géométriques et mécaniques varient dans les intervalles suivants :

$$5 \leq JRC \leq 15$$

$$28 \text{ MPa} \leq JCS \leq 182 \text{ MPa}$$

$$0.10 \text{ mm} \leq a_j \leq 0.60 \text{ mm}$$

$$\sigma_{ni} \leq 1 \text{ kPa}$$

Barton et Choubey [1977] ont suggéré également une relation empirique caractérisant la raideur tangentielle :

$$K_t = \frac{100}{L} \sigma_n \tan \left[ JRC \log_{10} \left( \frac{JCS}{\sigma_n} \right) + \phi_r \right] \quad (32)$$

$L$  représente la longueur réelle de la discontinuité qui est introduite pour prendre en considération l'effet d'échelle. De même, le  $JCS$  et le  $JRC$  correspondent aux valeurs

déterminées in situ. Il est donc primordial d'introduire l'effet d'échelle sur ces termes Bandis et al. [1981]. La formulation mathématique de cet effet a été fournie par Barton et Bandis [1982] :

$$JRC = JRC_0 \left( \frac{L_n}{L_0} \right)^{-0.02 JRC_0} \quad (33)$$

$$JCS = JCS_0 \left( \frac{L_n}{L_0} \right)^{-0.03 JCS_0} \quad (34)$$

où  $JRC_0$  et  $JCS_0$  correspondent à des échantillons de taille  $100mm$ ,  $L_0$  la longueur du joint mesurée au laboratoire et  $L_n$  la longueur réelle du joint in-situ.

La précision des valeurs numériques appropriées de  $K_n$  et de  $K_t$  est un problème assez délicat. En effet, peu d'auteurs ont réalisé des essais empiriques afin d'élaborer une base de donnée complète qui soit facilement employée par les ingénieurs. Les résultats des essais empiriques de Bandis et al. [1983] établis sur une variété de types de joints, montrent que les raideurs normales appartiennent à un intervalle allant de  $3\ 000MPa/m$  jusqu'à  $235\ 000MPa$ . De même, les auteurs précisent une plage de variation de  $K_t$  comprise entre  $3\ 500$  et  $25\ 000MP/m$ . Les valeurs indiquées ci-avant nous poussent à évoquer la question de « l'anisotropie élastique » d'une discontinuité traduite par le rapport  $K_n/K_t$ . Deux cas se présentent :

a) *Absence du matériau de remplissage*

Dans le cas où les discontinuités sont dépourvues d'un matériau de remplissage d'épaisseur considérable, la raideur normale et tangentielle auront le même ordre de grandeur. Une série d'essais a été élaborée par Yoshinaka et Yamabe [1986]. Trois types de rugosité ont été produites artificiellement en découpant la roche par une scie en diamant, scie à chaîne et jet de sable. Leur essais montrent que les raideurs normales et tangentielles ont le même ordre de grandeur ( $K_n/K_t \approx 1$ ).

b) *Présence du matériau de remplissage de nature différente de la matrice rocheuse*

En vue de définir un domaine de variation de  $K_n/K_t$ , deux approches ont été adoptées dans le présent travail. Dans une première approche nous avons eu recours à des valeurs dérivant des essais empiriques où la littérature indique que  $K_t$  est beaucoup plus faible que  $K_n$  (Bandis et al. [1983], CFMR-MMR [2000]).

Une étude établie par Kulhawy [1978] confirme le fait que, dans le cas de la présence d'un matériau de remplissage dont les propriétés mécaniques sont généralement plus faibles que celles de la roche, la raideur tangentielle est inférieure à la raideur normale. Ce résultat est illustré dans le tableau 8 pour divers types de joints.

Tableau 8 : Valeurs caractéristiques de raideurs normales et tangentielles pour divers types de discontinuités (Kulhawy [1978])

Type of joint	$K_n$ (GPa/m)	$K_t$ (GPa/m)	$K_n/K_t$
Sandstone, dry sawed joint	35.1	1.29	27.21
Marly, sand filled joint, 1-2 mm thickness	1.96	0.78	2.51
Shale interbred, wet, 2-5 mm thickness	0.26	0.02	13

En se basant sur un certain nombre de références, Rachez [1997] a rassemblé dans le tableau 9 un recueil de valeurs numériques des paramètres élastiques des discontinuités. Dans ce tableau nous remarquons que  $K_n/K_t$  oscille entre 2 et 10.

Tableau 9 : Ordre de grandeur des caractéristiques des discontinuités naturelles (Rachez, [1997])

Roches sédimentaires	$\varphi_r$ (°)	d (°)	$K_n$ MPa/mm	$K_s$ (MPa/mm)	
				$\sigma_n$ (MPa)	$K_s$
Calcaire d'Ottawa (Hungr, 78)			11-46	0,5-2,2	3-17
Calcaire (Bandis et al., 1983)			7,9-30,6	0,2-1,8	1,7-6,9
Calcaire très légèrement altéré			3,8-12,9	0,3-1,5	0,7-1,9
Barrage de Aslantas (Turquie) (Muralha & Cunha, 1990)					
Grès et mudstone sans remplissage	26	11	$2K_s$	?	0,5-2
remplissage de 1-3 mm d'argile	18	9	$<K_n<$		
remplissage de 10-20 mm d'argile	14	6	$4K_s$		
Grès de Nepean (Hungr & al, 78)	32	7	13-25	0,5-2,2	5-20
Roches métamorphiques	$\varphi_r$ (°)	d (°)	$K_n$ MPa/mm	$K_s$ (MPa/mm)	
				$\sigma_n$ (MPa)	$K_s$
Interface (Lo & al., 91) Gneiss / béton				0,35-1,4	1,8-4
Schiste (Muralha & Cunha, 90)	$\varphi_{pic}$ (°)				
Schiste vert	26-47				1-12
aire comprise entre 20 et 40 cm <sup>2</sup>					2-4
aire compr. entre 220 et 240 cm <sup>2</sup>					
Schiste argileux	25-43				1-7
aire comprise entre 20 et 40 cm <sup>2</sup>					2-3
aire compr. entre 180 et 220 cm <sup>2</sup>					
Ardoise (Bandis et al., 1983)			24,1-46,5	0,5-2,3	5,6-12,6
Ardoise saine			11,6-13,8	0,4-1,5	0,6-1,3
Ardoise altérée					
Roches magmatiques	$\varphi_r$ (°)	d (°)	$K_n$ MPa/mm	$K_s$ (MPa/mm)	
				$\sigma_n$ (MPa)	$K_s$
Dolérite (Bandis et al., 1983)			21,7-26,7	0,3-2,1	1,8-5
Dolérite très légèrement altérée			8,1-13,4	0,3-1,1	0,9-2,2
Dolérite altérée					
Granite (Muralha & Cunha, 90)	$\varphi_{pic}$ (°)	c (kPa)			
discontinuité horizontale	38-46	60-160			2-7
fractures verticales	23-42	20-150			

Suite à des essais empiriques, Bandis et al. [1983] ont généré les courbes de la figure 26 illustrant la variation de  $K_n/K_t$  en fonction de la contrainte normale appliquée sur la discontinuité. Leur résultat montre que, sous l'effet de faibles contraintes normales (0,01 à 0,05 MPa) ce rapport varie entre 50 et 130. Par contre, quand les contraintes sont plus élevées (0,25 à 2 MPa) l'anisotropie est remarquablement réduite ( $4 \leq K_n/K_t \leq 20$ ).

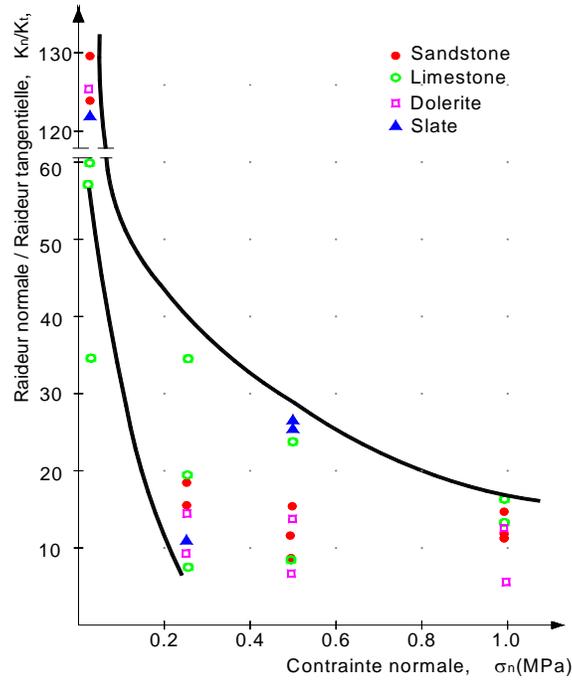


Fig. 26 : Variation de  $K_n/K_t$  en fonction de  $\sigma_n$  (Bandis et al. [1983] modifié)

D'après ce que nous venons d'exposer sur le comportement anisotrope élastique d'une discontinuité, nous pouvons conclure que le fait de modéliser une discontinuité par une couche mince d'épaisseur  $e$  ayant un comportement élastique isotrope défini par son module d'Young, son coefficient de Poisson et son module de cisaillement ( $E_j$ ,  $\nu_j$  et  $G_j$ ) n'est pas assez exact. En effet, dans ce type de modèle les raideurs normales et tangentielles sont exprimées de la façon suivante :

$$K_n = \frac{E_j}{e} \quad (35)$$

$$K_t = \frac{G_j}{e} \quad (36)$$

ce qui fait que

$$\frac{K_n}{K_t} = \frac{E_j}{G_j} \quad (37)$$

or, pour un matériau isotrope :  $G_j = \frac{E_j}{2(1+\nu_j)}$ .

d'où :

$$\frac{K_n}{K_t} = 2(1+\nu) \quad (38)$$

Ce résultat implique que, pour des valeurs du coefficient de Poisson comprises entre 0 et 0.5 nous serons limités à une plage de variation telle que  $2 < K_n/K_t < 3$ . Ce résultat

théorique ne paraît pas concordant avec le recueil des valeurs empiriques que nous avons déjà exposé au cours de ce paragraphe.

Les diverses valeurs empiriques de  $K_n$  et de  $K_t$  que nous avons exposées ci-dessus nous conduisent à définir un intervalle de variation de ces grandeurs dont nous nous servirons au chapitre 5 pour la préparation des données de base de notre classification numérique. Nous définissons cet intervalle comme suit :

$$2\ 000\text{MPa} \leq K_n \leq 200\ 000\text{MPa} \quad (39)$$

$$2 \leq \frac{K_n}{K_t} \leq 100 \quad (40)$$

Théoriquement, il est possible que  $K_t$  soit plus grande que  $K_n$ . Cela est traduit par la forme des aspérités de la figure (Fig. 27-a) où la raideur tangentielle du joint dérive du contact latéral des deux matrices rocheuses, tandis que la raideur normale résulte des propriétés élastiques du matériau de remplissage. D'autre part, si un boulon d'ancrage est fortement incliné par rapport à la surface moyenne d'une discontinuité, alors il travaille en tension (ou compression) quand le joint est cisailé et en cisaillement quand le joint est comprimé (fig. 27-b). Une étude plus détaillée dans ce sens a été présentée par Goodman et Dubois [1972] dans laquelle les auteurs décrivent d'une façon qualitative l'influence de la forme géométrique des joints, leur imbrication et la résistance de la paroi des aspérités sur quelques paramètres mécaniques d'une discontinuité.

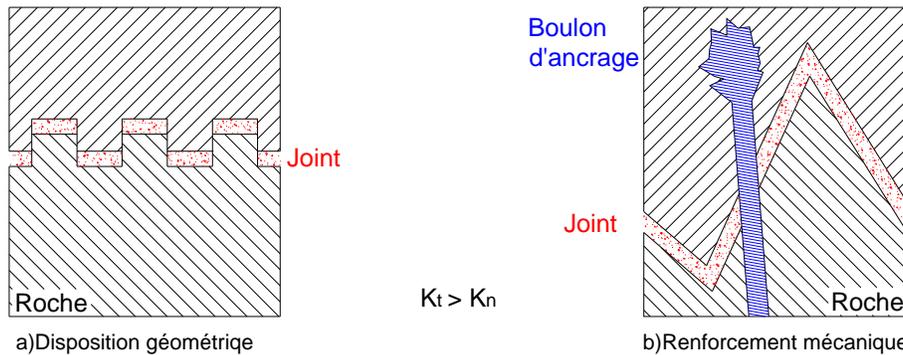


Fig. 27 :  $K_t/K_n > 1$  (possibilité géométrique et mécanique)

## 4. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le comportement mécanique et une description de la structure géométrique des massifs rocheux caractérisée par la présence des discontinuités.

Nous avons montré la variété et la diversité des cas qui se présentent pour un massif rocheux. Parmi les types de massifs précisés par le CFMR-MMR [2000], certains peuvent se prêter à des calculs analytiques. D'autres, présentant des propriétés variées et extrêmement complexes, excluent la possibilité d'être facilement homogénéisable et imposent le recours à des méthodes empiriques approchées. Ces méthodes, ainsi que les méthodes analytiques, feront l'objet du chapitre suivant.

Afin de mener une première approche d'une classification numérique des massifs rocheux, nous avons choisi des types simples de massifs parmi ceux définis par le CFMR-MMR [2000] pouvant être décrits par un nombre fini de paramètres et pour lesquels les méthodes analytiques sont impuissantes (cf. chap.5). L'application de la théorie d'homogénéisation sur ce type de massif peut à priori être pertinente et prometteuse.

Dans ce chapitre, nous avons exposé le comportement mécanique des roches ainsi que la plage de variation de leurs propriétés mécaniques. Le comportement mécanique des discontinuités a été présenté et la difficulté de régler le choix de leurs paramètres de déformabilité (raideur normale et tangentielle) a été soulignée. L'ensemble des données expérimentales que nous avons passées en revue nous a permis de fixer un intervalle de variation pour les différents paramètres. Cet intervalle sera utilisé comme une base de données de notre classification numérique (cf. chap. 5 et annexe 4).

*La vérité ne triomphe jamais, mais ses adversaires finissent par mourir.*

*(Max Plank)*

## *Chapitre 2*

### **Méthodes de classification des massifs rocheux**

---

Dans ce chapitre, nous abordons le sujet des méthodes de classification empiriques (ou géomécaniques) des massifs rocheux.

En premier lieu, nous présentons les types de classification existantes, puis nous exposons trois classifications géomécaniques largement utilisées dans le domaine de la Mécanique des Roches (*RMR*, *Q-system* et *GSI*). Les avantages et les limitations de chacune de ces dernières sont ensuite détaillées.

En second lieu, les diverses corrélations existantes entre les indices de ces méthodes et les paramètres de déformabilité et de résistance des massifs sont présentées. En outre, nous exposons les méthodes d'identification de ces paramètres par des voies analytiques.

Nous présentons ce chapitre dans l'objectif de faire apparaître les avantages que peuvent apporter les méthodes d'homogénéisation numériques par rapport aux méthodes d'identification des paramètres mécaniques que nous avons déjà mentionnées.

---

# METHODES DE CLASSIFICATION DES MASSIFS ROCHEUX

## 1. Les classifications géomécaniques

### 1.1 Types et buts des systèmes de classification

Les classifications des massifs rocheux fracturés continuent à évoluer depuis plus d'un siècle. Leur utilisation a un intérêt considérable lors de l'étude de faisabilité et de dimensionnement préliminaire d'un projet, surtout quand les informations mécaniques, hydrologiques et l'état de contrainte in-situ du massif rocheux ne sont pas disponibles.

Les systèmes de classification prennent en considération plusieurs facteurs affectant la stabilité des massifs rocheux. Ces facteurs sont reliés notamment à la résistance de la matrice rocheuse, la présence de l'eau et la description des discontinuités (nombre de familles, espacement, rugosité, altération des épontes, matériau de remplissage...). Nous nous intéressons, dans ce qui suit, aux systèmes de classifications quantitatives, nommés également classifications *géomécaniques*.

La classification géomécanique consiste à quantifier un massif rocheux par une *note empirique* décrivant sa *qualité* par une série de termes allant d'un très bon rocher à un rocher très médiocre. Les buts principaux de ces classifications se résument comme suit :

- Estimer indirectement les propriétés mécaniques à grande échelle d'un massif fracturé, en particulier son module de déformation, sa résistance à la compression simple, sa cohésion et son angle de frottement interne.
- Estimer le temps durant lequel le massif rocheux peut tenir sans soutènement (*stand-up time*). C'est un indice très essentiel dans la détermination de la portée d'excavation.
- Donner des recommandations de soutènement des ouvrages.

D'après Singh et Goel [1999], la popularité des classifications quantitatives dérive de plusieurs facteurs :

- Elles représentent un langage commun entre les géologues, les ingénieurs, les concepteurs et les entrepreneurs.
- Moyennant ces classifications, l'observation, l'expérience et le jugement des ingénieurs sont mieux corrélés.
- Les ingénieurs préfèrent les nombres aux descriptions.

Plusieurs systèmes de classification ont été développés. En se basant sur un grand nombre de références, Palmström [1995] a rassemblé un recueil de ces systèmes les plus utilisés (tableau 1). D'après les remarques qui existent dans ce tableau nous concluons que chaque système est mieux adapté à l'objectif pour lequel il a été conçu (tunnel, mines, fondations...) : aucune classification n'est universelle.

Tableau 1 : Principaux systèmes de classifications/caractérisation des massifs rocheux Palmström [1995]

<i>Name of classification</i>	<i>Form and type*</i>	<i>Main applications</i>	<i>Reference</i>
<b>The Terzaghi rock load classification system</b>	Descriptive and behaviouristic form Functional type	For design of steel support in tunnels	Terzaghi, 1946
<b>Lauuffer's stand-up time classification</b>	Descriptive form General type	For input in tunneling design	Lauffer, 1958
<b>The new Austrian tunneling method (NATM)</b>	Descriptive and behaviouristic form Tunneling concept	For excavation and design in incompetent (overstressed) ground	Rabcewicz, Muller and pacher, 1958-64
<b>Rock classification for rock mechanical purposes</b>	Descriptive form General type	For input in rock mechanics	Patching and Coates, 1968
<b>The unified classification of soil and rocks</b>	Descriptive form General type	Based on particles and blocks for communication	Deer et al., 1969
<b>The rock quality designation (RQD)</b>	Numerical form General type	Based on core logging; use in other classification systems	Deer et al., 1967
<b>The size- strength classification</b>	Numerical form Functional type	Based on rock strength and block diameter; used mainly in mining	Franklin, 1975
<b>The rock structure rating (RSR) classification</b>	Numerical form Functional type	For design of steel support in underground excavation	Wickham et al., 1972
<b>The rock mass rating (RMR) classification</b>	Numerical form Functional type	For use in communication	Bieniawski, 1973
<b>The Q classification system</b>	Numerical form Functional type	For use in communication	Bartn et al., 1974
<b>The typological Classification</b>	Descriptive form General type	For general use	Matula and Hozler, 1978
<b>The unified rock classification system</b>	Descriptive form General type	For design of support in underground excavations	Williamson, 1980
<b>Basic geotechnical classification (BGC)</b>	Descriptive form General type	For general characterization, design of support	ISRM, 1981
<b>The geological strength index (GSI)</b>	Numerical form Functional type	For design of support in underground excavations	Hoek, 1994
<b>The Rock mass index (Rmi)</b>	Numerical form Functional type	For general characterization, design of support	Palmstrom, 1995
*) Definition of the following expressions: <i>Descriptive form</i> : the input to the system is mainly based on descriptions <i>Numerical form</i> : the input parameters are given numerical ratings according to their character <i>Behaviouristic form</i> : the input is based on the behavior of the rock mass in tunnel <i>General type</i> : the system is worked out to serve a general characterization <i>Functional type</i> : the system is structured for a special application (for example for rock support)			

Dans un travail de référence sur la résistance des massifs rocheux, Edelbro [2003] a indiqué les paramètres qui interviennent dans chaque système de classification (tableau 2). Vu que les paramètres figurant dans ce tableau ne sont pas communs à tous les systèmes de classifications, l'auteur a souligné qu'il est bien recommandé d'utiliser au moins deux systèmes de classification durant le dimensionnement préliminaire de tout ouvrage.

Les deux classifications géomécaniques les plus utilisées sont le *Rock Mass Rating (RMR)*, Bieniawski 1973) et le *Q-system* (Barton et al. [1974]). Ces deux classifications, ainsi que le *GSI*, seront exposés dans les paragraphes qui suivent.

Tableau 2 : Différents paramètres intervenant dans les systèmes de classification les plus employés (Edelbro [2003])

Parameters	RMR	RMS	Q	MRMR	GSI	N (RCR)	Rmi
Uniaxiale compressive strength	X	X	X	X	X	X	X
Bloc building joint orientations	-	-	-	-	-	-	X
Number of joint sets	-	X	X	-	-	X	X
Joint length	-	-	-	-	-	-	X
Joint spacing	X	X	X	X	X	X	X
Joint strength	X	X	X	X	X	X	X
Construction size	-	-	-	-	-	X	-
Rock type	-	-	-	-	-	-	-
State of stress	-	-	X	X	-	-	-
Groundwater condition	X	X	X	X	-	X	-
Blast damage	-	-	-	X	-	-	-

## 1.2 Le Rock Mass Rating (RMR)

Cette classification a été développée par Bieniawski [1973] au South African Council of Scientific and Industrial Research (SACSIR). Elle est basée sur l'étude de quelques centaines de tunnels creusés principalement dans des roches sédimentaires à profondeur modérée. L'utilisation de cette classification nécessite de diviser au préalable le site en régions homogènes d'un point de vue de structures géologiques. Chaque région est classifiée séparément.

Le RMR résulte de la somme de cinq notes de caractérisation (de  $A_1$  à  $A_5$ ) et d'une note d'ajustement). Ces paramètres sont illustrés sur la figure 1.

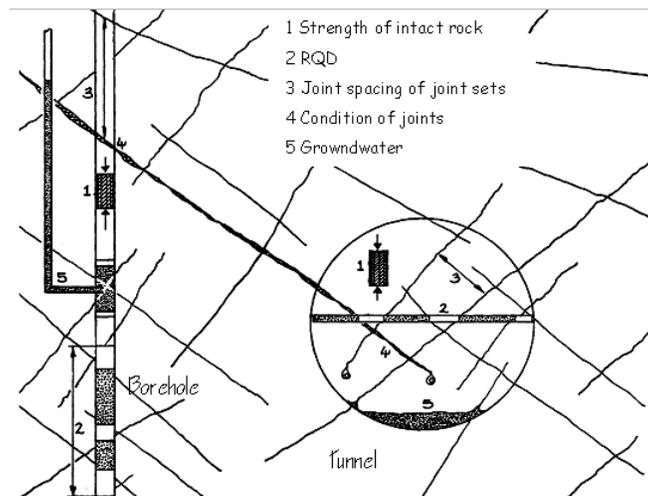


Fig. 1 : Illustration graphique des paramètres de caractérisation du RMR (Bieniawski [1973])

La somme de ces notes attribue une valeur comprise entre 0 et 100 au massif. Cette valeur utilise à plus de 70% la fracturation et elle accorde 15% d'influence aux propriétés de la matrice rocheuse et 15% à la présence d'eau (AFTES [2003]).

La distribution des notes correspondant à chaque cas est détaillée dans l'annexe 1. Quant à la signification des indices du RMR, ils sont définis comme suit :

- $A_1$  (*Strength of intact rock material*) : la résistance à la compression simple de la matrice rocheuse est obtenue, soit par procédure d'écrasement d'un échantillon, soit par procédure de chargement ponctuel (note : de 0 à 15).
- $A_2$  (*Rock Quality Designation RQD*, Deer [1964]) : il caractérise la qualité des carottes de sondage en calculant le rapport entre la longueur cumulée des carottes supérieures à dix centimètres et la longueur totale considérée (note : de 3 à 20).
- $A_3$  (*Spacing of discontinuities*) : dans le cas de plusieurs familles de fractures le minimum des notes attribuées à l'espacement des fractures est considéré (note : de 5 à 20).
- $A_4$  (*Conditions of discontinuities*) : cet indice caractérise l'extension, l'ouverture, la rugosité, le matériau de remplissage et l'altération des épontes des discontinuités (note : de 0 à 30).
- $A_5$  (*Groundwater conditions*) : Il est en rapport avec les conditions hydrogéologiques et consiste à réaliser des mesures de flux d'eau ou de pressions interstitielles des joints (note : de 0 à 15).
- $B$  (*Adjustment for joint orientation*) : c'est un facteur correctif qui est en rapport avec l'effet de l'azimut et du pendage des familles de discontinuités sur la stabilité de l'ouvrage (note : de -12 à 12 pour les tunnels, de -25 à 0 pour les fondations et de -60 à 0 pour les talus).

Les somme des cinq premiers indices caractérise le  $RMR$  de base. Quant aux travaux souterrains, il faut ajouter l'effet du facteur correctif (Bieniawski [1989]). Le  $RMR_{89}$  s'écrit alors :

$$RMR_{89} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + B \quad (1)$$

Cette classification ne prend pas en considération l'état de contrainte in-situ ni la rugosité des fractures et l'angle de frottement du matériau de remplissage ; les roches gonflantes n'y sont pas non plus traitées. L'application de cette classification est limitée aux cas de massifs dont la matrice a une bonne résistance et dont le comportement est régi par les discontinuités.

L'extension de cette classification a touché quelques problèmes pratiques de mines (*Mining Rock Mass Rating (MRMR)* : Laubcscher et Jakubec [2000]), des fondations de barrages (*Dam Mass Rating* : Romana [2003-a]) et de pentes (*Slope Mass Rating* : Romana et al. [2003-b]).

### 1.3 Le Q-system

Développée par le Norwegian Geotechnical Institute (*NGI*), cette classification a été établie pour prévoir le soutènement des excavations exécutées dans des terrains à contrainte horizontale élevée (Barton et al. [1974]). Elle est caractérisée par un indice de qualité  $Q$  variant entre 0.001 pour un massif très mauvais et 1000 pour un massif très bon. Dans la pratique, cet indice est réduit entre 0.005 et 50.

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{SRF} \quad (2)$$

- *RQD* (*Rock quality Designation*, Deer [1964]) caractérise la qualité des carottes de sondage.
- *J<sub>n</sub>* (*Joint set number*) représente le nombre de familles de discontinuités.
- *J<sub>r</sub>* (*Joint roughness number*) représente la rugosité des épontes de la famille de discontinuité la plus défavorable en terme d'orientation.
- *J<sub>a</sub>* (*Joint alteration number*) caractérise l'état d'altération des discontinuités.
- *J<sub>w</sub>* (*Joint water reduction*) est un facteur de réduction dû à la présence de l'eau dans les joints.
- *SRF* (*Stress Reduction Factor*) est un facteur de réduction des contraintes dans le massif.

D'une façon globale,  $RQD/J_n$  représente l'effet de la taille des blocs,  $J_r/J_a$  caractérise la qualité mécanique de contact entre les blocs en cisaillement et  $J_w/SRF$  décrit l'état initial du massif par rapport à l'eau et aux contraintes. Dans cette classification, l'évaluation de  $Q$  dépend de l'état des contraintes dans le massif et des paramètres non intrinsèques de la matrice rocheuse. La contribution directe de la résistance mécanique de la matrice rocheuse est absente. En outre l'orientation des joints n'apparaît pas dans cette classification. La variation des paramètres existant dans  $Q$  est indiquée dans le tableau 3. Ces paramètres sont présentés dans l'annexe 1 d'une façon plus détaillée.

Tableau 3 : Plage de variation des paramètres prises en compte dans le calcul de  $Q$  (AFTES [2003])

Paramètres	Conditions les plus défavorables	Conditions les plus favorables	Plage de variation (rapport maximal)
<i>RQD</i>	10	100	100
<i>J<sub>n</sub></i>	20	0.5	40
<i>J<sub>r</sub></i>	0.5	4	8
<i>J<sub>a</sub></i>	20	0.75	27
<i>J<sub>w</sub></i>	0.05	1	20
<i>SRF</i>	20*	0.5	40

\* Des valeurs beaucoup plus fortes, allant jusqu'à 400, ont été proposées pour des conditions très exceptionnelles d'ouvrages à grande profondeur avec risques de décompressions violentes immédiates.

Bieniawski [1976] a été le premier à proposer des corrélations empiriques entre le *RMR* et le *Q-system* :

$$RMR = 9 \log Q + 44 \quad (3)$$

Cette expression a été modifiée par plusieurs autres chercheurs. Toutefois ces corrélations ne sont pas très fiables et doivent être utilisées avec beaucoup de précaution. Selon Goel et al. [1995], le *RMR* et le *Q-system* ne prennent pas en considération les mêmes paramètres et donc, elles ne sont pas équivalentes.

## 1.4 Le Geological Strength Index (*GSI*)

Introduit par Hoek et al. [1995] puis amélioré par Hoek et Brown [1997], le Geological Strength Index ne présente pas une classification géomécanique en soi. Cependant, il constitue un lien entre le *RMR* (*Q-system*) et la détermination des paramètres de déformabilité et de résistance des massifs rocheux (cf. §.2.1.2).

Afin d'estimer le  $GSI$ , il est nécessaire de calculer le  $RMR'$  et le  $Q'$  qui sont des valeurs modifiées de  $RMR$  et de  $Q$ . Le  $RMR'$  est calculé en retenant une valeur 15 pour le coefficient relatif à l'eau ( $A_5$ ) et une valeur nulle pour le coefficient de correction relatif à l'orientation des discontinuités ( $B$ ).

$$RMR' = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + 15 \quad (4)$$

De même,  $Q'$  se calcule en ne tenant pas compte de l'état initial du massif par rapport à l'eau et aux contraintes ( $J_w/SRF$ ).

$$Q' = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \quad (5)$$

Ayant calculé  $RMR'$  et  $Q'$  le  $GSI$  se détermine comme suit :

$$\begin{aligned} GSI &= RMR'_{89} - 5 \quad \text{si } RMR'_{89} > 23 \\ GSI &= 9(\log Q' + 44) \quad \text{si } RMR'_{89} \leq 23 \end{aligned} \quad (6)$$

L'estimation du  $GSI$  s'appuie sur une observation directe de la structure du massif rocheux à partir d'un examen de la qualité de la masse rocheuse in situ (cf. annexe 1). Cet indice varie entre 5 et 85. Par définition, les valeurs proches de 5 correspondent à des matériaux de très mauvaise qualité, tandis que les valeurs proches de 85 décrivent des matériaux d'excellente qualité.

Le  $GSI$  représente une certaine estimation de la réduction de la résistance du massif rocheux suivant les conditions géologiques. Il est un paramètre essentiel dans le critère de Hoek et Brown [1997]. Pour un massif rocheux, ce critère s'écrit dans le plan de contraintes principales ( $\sigma_1, \sigma_3$ ) comme suit :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \left( m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (7)$$

$$m_b = m_i e^{[(GSI \times 100) / 28]}$$

$$m_i = \sigma_c / \sigma_t$$

$$\text{Pour } GSI > 25 \text{ (bon rocher) : } a = 0.5, \quad s = e^{\left( \frac{GSI - 100}{9} \right)}$$

$$\text{Pour } GSI < 25 \text{ (rocher de qualité médiocre) : } s = 0, \quad a = 0.65 \times \left( \frac{GSI}{100} \right)$$

$s$ ,  $a$  et  $m_b$  sont des constantes caractéristiques du massif.  $m_i$  représente le rapport entre la résistance à la compression simple  $\sigma_c$  et la résistance à la traction simple  $\sigma_t$  de la roche intacte.  $m_b / m_i$  varie entre de faibles valeurs ( $< 0.1$ ) pour des massifs fracturés et peu frottantes à des valeurs 0.4 à 0.6 pour des massifs de roches dures ne comportant que peu de fractures à rugosité élevée.

## 1.5 Commentaires sur les systèmes de classification

Les classifications quantitatives des massifs rocheux fracturés sont utilisées depuis plusieurs dizaines d'années pour la conception et la construction des ouvrages réalisés dans les massifs rocheux. Elles sont basées sur la connaissance des paramètres décrivant la qualité du massif rocheux et font la combinaison des différents paramètres mesurés sur le site pour arriver à mettre une note concernant la qualité du massif rocheux.

Ces méthodes sont facilement utilisées au stade de l'avant-projet. Cependant elles présentent certaines limites que nous résumons ci-dessous :

- Les paramètres de classification sont utilisés universellement sur tous les types de massifs rocheux, sans tenir compte de leurs caractéristiques spécifiques et du projet considéré.
- Les propriétés complexes du massif rocheux, en particulier son anisotropie et son comportement différé (dépendant du temps) ne sont pas pris en compte. Les paramètres de déformabilité et de résistance qui en résultent sont relatifs à un milieu isotrope.
- La notion du Volume Élémentaire Représentatif (*VER*) ne figure pas dans ces classifications.
- En général, ces méthodes empiriques simplifiées ne prennent pas en compte le mécanisme de rupture, de déformation et de l'interaction du support avec la roche.
- Le *RMR* et le *Q-system* ne sont pas adaptés au cas de roches tendres.
- La démarche de soutènement par le biais des méthodes de classification a donné des résultats satisfaisants, dans de nombreux cas de creusement à l'explosif. Toutefois, elles ne sont pas toujours adaptées aux autres méthodes de creusement (tunneliers, machine à attaque ponctuelle).

L'AFTES [2003] a présenté une comparaison des utilisations du *RMR* et de *Q-system* dans le domaine des travaux souterrains (tableau 4). Nous reprenons dans ce sens le texte intégral qui a été rédigé. Ce texte insiste sur les précautions à respecter lors de l'utilisation des classifications géomécaniques :

- *Ne pas se limiter à une seule classification.*
- *Expliciter la démarche de calcul des notes, en particulier en identifiant les familles de discontinuités utilisées à chaque étape.*
- *Examiner la sensibilité de la valeur du *RMR* et de *Q* aux variations des différents paramètres et présenter les résultats sous la forme d'une fourchette de valeur pour la note finale*
- *Penser que, basées sur l'empirisme, les classifications reflètent certaines pratiques de creusement et de soutènement et sont donc appelées à évoluer.*

Tableau 4 : Comparaisons des utilisations du RMR et du Q-system dans le domaine des travaux souterrains (AFTES [2003])

	<b>RMR</b>	<b>Q-system</b>
<b>Caractérisation globale du massif rocheux</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bonne prise en compte de l'organisation de la fracturation, sauf pour les massifs rocheux anisotropes (schistes, ardoises...).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bonne prise en compte des propriétés mécaniques des discontinuités.</li> <li>• Prise en compte des contraintes naturelles.</li> </ul>
<b>Evaluation des caractéristiques mécaniques à l'échelle du massif</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Existence de relations empiriques liant RMR aux paramètres de déformabilité et de résistance.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Existence des relations empiriques liant Q et paramètres physiques et mécaniques (vitesse des ondes longitudinales, déformabilité).</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilisation nécessitant une très grande prudence, en particulier pour les paramètres de résistance :</li> </ul> proscrire les corrélations en cascade $Q \rightarrow RMR \rightarrow (m, s)^* \rightarrow (C_m, \Phi_m)$	
<b>Utilisation pour les ouvrages</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prise en compte de l'orientation des discontinuités par rapport à l'ouvrage.</li> <li>• Définition raide de la longueur de volée.</li> <li>• Définition du temps de tenue sans soutènement (approche conservative).</li> <li>• Ne prend pas en compte la méthode d'excavation.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Non prise en compte de l'orientation des discontinuités par rapport à l'ouvrage.</li> <li>• Définition rapide des soutènements à mettre en œuvre (voûtes, parement et intersections) mais fausse impression de précision concernant la longueur des boulons.</li> <li>• Utilisation en phase amont (projet) et aval (suivi de creusement).</li> <li>• Prise en compte de l'évolution des techniques de soutènement.</li> </ul>
* : Paramètres du critère de résistance généralisé de Hoek et Brown [1997]		

## 2. Identification des paramètres de déformabilité et de résistance des massifs rocheux

### 2.1 Approches empiriques

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, l'identification des paramètres mécaniques de déformabilité et de résistance est l'un des objectifs principaux des méthodes de classification géomécanique. Etant donné que l'estimation de ces paramètres par des mesures in-situ engendrerait des coûts très élevés, plusieurs chercheurs ont essayé de les calculer indirectement en les reliant aux indices des classifications géomécaniques et à quelques paramètres de la matrice rocheuse. C'est l'un des avantages des méthodes de classification empiriques.

#### 2.1.1 Estimation des paramètres mécaniques en fonction du RMR et du Q-system

De nombreuses formulations empiriques ont été élaborées pour calculer le module de déformabilité des massifs rocheux en fonction de RMR et de Q-system ; nous présentons ici les plus récentes :

$$E_m = \sqrt{\frac{\sigma_c}{100}} \cdot 10^{\left(\frac{RMR-100}{40}\right)} \quad \text{Hoek et al. [2002]} \quad (8)$$

$$E_m = 10 \cdot \left(\frac{Q_c}{100}\right)^{\frac{1}{3}} ; Q_c = \frac{\sigma_c}{100} \quad \text{Barton [2000]} \quad (9)$$

$\sigma_c$  étant la résistance à la compression simple de la roche intacte. Les équations 8 et 9 sont reproduites dans la figure 2 pour différentes valeurs de la compression simple de la matrice rocheuse.

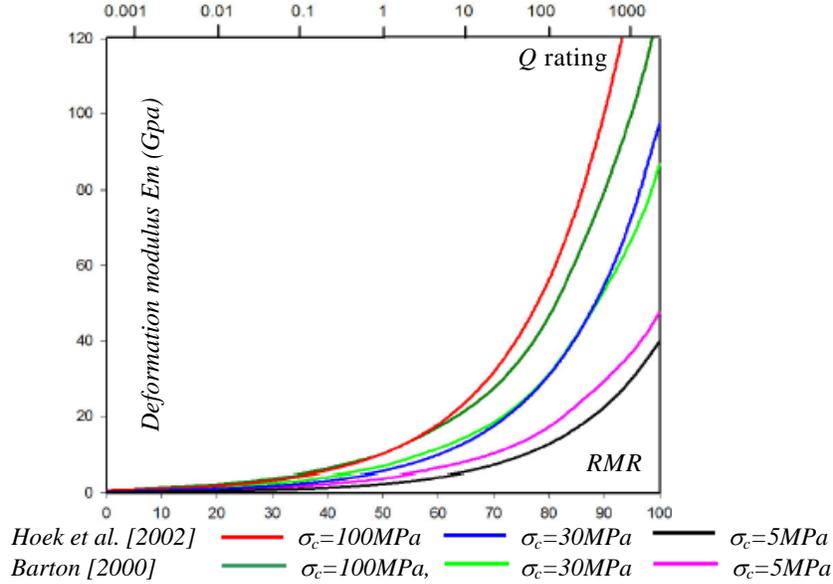


Fig. 2 : Estimation indirecte du module de déformation de massifs rocheux en fonction de RMR et de Q

Pour les cinq classes définies par le RMR (cf. annexe 1), Bieniawski [1989] propose un angle de frottement interne et une cohésion homogénéisée du massif rocheux (tableau. 5).

Tableau 5 : Classes et propriétés globales des massifs rocheux

Valeur du RMR	81 à 100	61 à 81	41 à 60	21 à 40	<21
Classe	I	II	III	IV	V
Description	Très bon rocher	Bon rocher	Rocher moyen	Rocher médiocre	Rocher très médiocre
Cohésion $C_m$ (kPa)	>400	300 à 400	200 à 300	100 à 200	<100
Angle de frottement interne $\Phi_m$ (°)	>45	35 à 45	25 à 35	15 à 25	<15

Le  $Q$ -system peut être également utilisé pour calculer la résistance à la compression simple d'un massif Barton [2002] :

$$\sigma_{cm} = 5\gamma Q_c^{\frac{1}{3}} ; Q_c = \frac{\sigma_c}{100} \quad (10)$$

$\gamma$  étant la masse volumique de la roche (exprimée en  $T/m^3$ ).

Pour des massifs anisotropes  $Q_c$  est remplacé par  $Q_0$  qui est basée sur la valeur de  $RQD_0$  au lieu de  $RQD$ .  $RQD_0$  est calculé dans la direction du creusement d'un tunnel.

### 2.1.2 Estimation des paramètres mécaniques en fonction du GSI

Outre les corrélations que nous avons mentionnées au paragraphe précédent, il existe des relations entre les paramètres mécaniques d'un massif rocheux et le GSI. Marinos et Hoek [2000] ont établi, dans ce sens, un travail empirique de référence. Ayant déterminé le GSI et le  $m_i$  du massif (cf. §.1.4), il est possible de déduire son module de déformation  $E_m$ , sa cohésion  $C_m$ , son angle de frottement interne  $\Phi_m$  et sa résistance en compression simple  $\sigma_{cm}$  (Fig. 3).

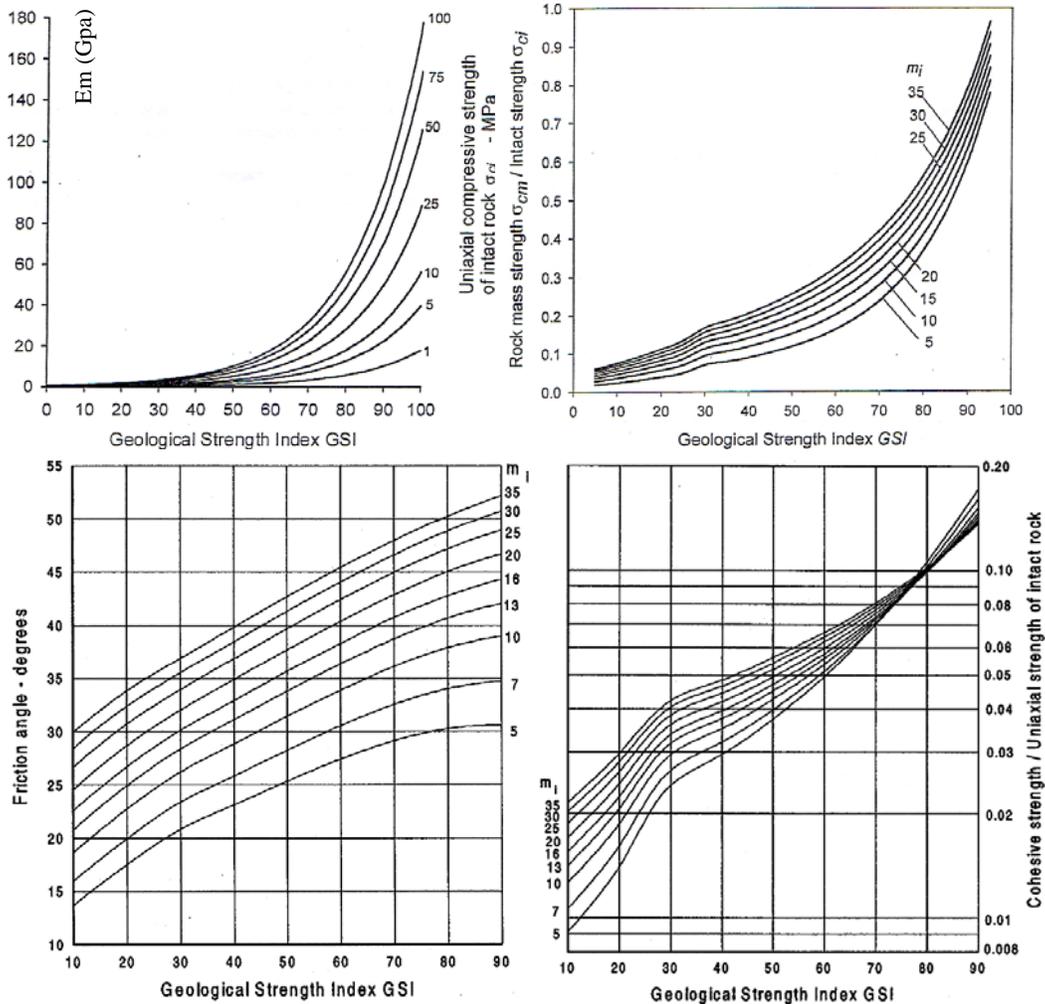


Fig. 3 : Estimation de la résistance en compression simple, du module de déformation, de l'angle de frottement interne et de la cohésion de massifs rocheux en fonction du GSI (Marinos et Hoek [2000])

Dans une étude récente Hoek et Diederichs [2006] ont proposé une relation générale qui, outre le GSI, fait intervenir le module de déformation de la roche saine  $E$  ainsi qu'un facteur d'endommagement du massif  $D$  (équation 11 ;  $D=0$  : massif sain,  $D=1$  : massif fortement endommagé).

$$\frac{E_m}{E} = \left( 0.02 + \frac{1 - D/2}{e^{\left(\frac{60 + 15D - GSI}{11}\right)}} \right) \quad (11)$$

Cette expression est illustrée graphiquement dans les courbes de la figure 4.

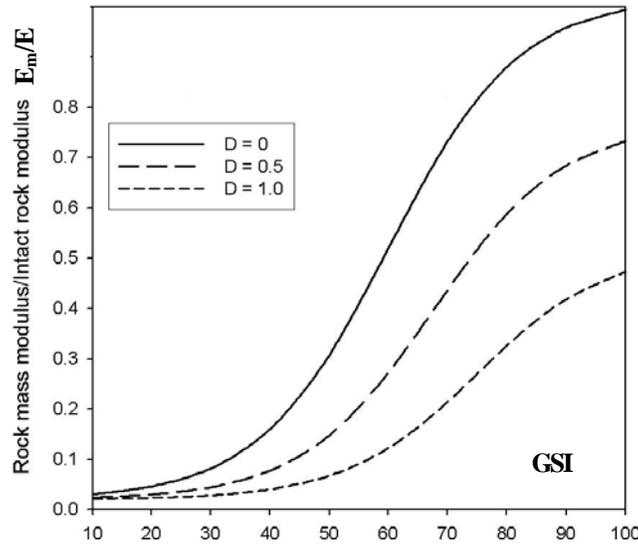


Fig. 4 : Estimation indirecte du module de déformation de massifs rocheux en fonction du GSI (Hoek et Diederichs [2006])

### Conclusion

*L'anisotropie est souvent présente dans les massifs rocheux. Cependant nous remarquons que cette propriété n'est pas toujours présente dans les expressions des paramètres mécaniques déduites des classifications géomécaniques. Il est donc nécessaire d'employer ces expressions avec grande prudence.*

## 2.2 Approches analytiques

Pour certaines configurations géométriques simples des massifs rocheux, il est possible de calculer analytiquement leurs paramètres de déformabilité et de résistance. Le problème revient à calculer des paramètres homogénéisés du massif. Ceci implique que la taille du domaine étudié doit dépasser la taille du Volume Élémentaire Représentatif. Ces méthodes sont rigoureuses par rapport aux méthodes de classification géomécaniques. Cependant, elles présentent certains désavantages :

- Le nombre de famille de fractures est très restreint.
- En général, l'extension des familles de fractures doit être infinie.
- Les familles de fractures sont souvent périodiques et parallèles.
- Sauf pour certains de ces modèles difficilement applicables aux massifs rocheux (Tsukrov et Kachanov [2000]), la possibilité d'une distribution quelconque des discontinuités est exclue.

Dans ce qui suit, nous exposons deux formulations analytiques de calcul des paramètres de déformabilité d'un massif rocheux. Ces formulations sont présentées dans la perspective de leur utilisation comme exemples de références dans la validation du code numérique *Anthyc* (cf. chap.4 §.3.2).

Nous débutons par la détermination du tenseur de souplesse sous sa forme matricielle  $S$  dans le cas de 3 familles orthogonales d'extensions infinies. L'espacement entre les discontinuités d'une même famille est constant (Fig. 5)

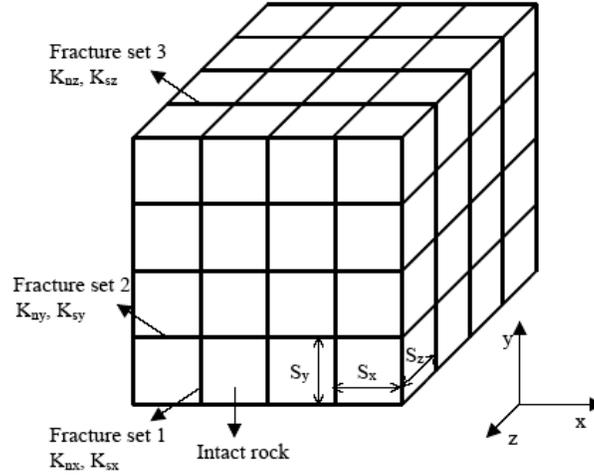


Fig. 5 : Caractéristiques géométriques et élastiques des constituants d'un massif à 3 familles de discontinuités orthogonales (Min etJing [2003])

L'expression analytique d'un tel cas a été formulée par Amadei et Goodman [1981]. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x^i} + \frac{1}{K_{nx}S_x} & -\frac{\nu_{xy}^i}{E_x^i} & -\frac{\nu_{xz}^i}{E_x^i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}^i}{E_y^i} & \frac{1}{E_y^i} + \frac{1}{K_{ny}S_y} & -\frac{\nu_{yz}^i}{E_y^i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}^i}{E_z^i} & -\frac{\nu_{zy}^i}{E_z^i} & \frac{1}{E_z^i} + \frac{1}{K_{nz}S_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}^i} + \frac{1}{K_{ly}S_y} + \frac{1}{K_{tz}S_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}^i} + \frac{1}{K_{lx}S_x} + \frac{1}{K_{tz}S_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}^i} + \frac{1}{K_{lx}S_x} + \frac{1}{K_{ly}S_y} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dans cette expression, le comportement de la matrice rocheuse est considéré comme orthotrope.  $E_x^i, E_y^i$  et  $E_z^i$  représentent respectivement les modules d'Young de la matrice rocheuse dans les directions x, y et z.  $G_{xy}^i, G_{xz}^i$  et  $G_{yz}^i$  sont les modules de cisaillement de la roche dans les plans xy, xz et yz.  $(\nu_{xy}^i, \nu_{yx}^i), (\nu_{xz}^i, \nu_{zx}^i)$  et  $(\nu_{yz}^i, \nu_{zy}^i)$  désignent les couples de coefficients de Poisson dans les plans xy, xz et yz.  $S_x, S_y,$  et

$S_z$  sont les espacements des discontinuités dans les plans x, y et z.  $(K_{nx}, K_{tx})$ ,  $(K_{ny}, K_{ty})$  et  $(K_{nz}, K_{tz})$  sont les raideurs normales et tangentielles des discontinuités dans la direction x, y et z.

L'équation 12 est d'une importance fondamentale car elle va nous guider dans le choix d'ajustement des résultats de nos calculs numériques (cas de fractures d'extension fini, cf. chap.5, §.5.1).

Dans le cas plan où les familles de fractures ne sont pas orthogonales (Fig. 6), Yoshinaka et Yamabe [1986] ont fourni une expression analytique du module de déformation horizontal  $E_h$  et du module de cisaillement  $G_t$  du massif.

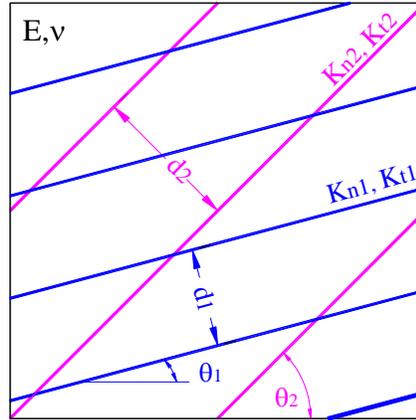


Fig. 6 : Modèle mathématique d'un massif rocheux contenant deux familles de fractures inclinées (Yoshinaka et Yamabe [1986])

Cette formulation s'écrit sous la forme ci-dessous :

$$E_h = \left[ \frac{1}{E} + \frac{\cos^2 \theta_1}{d_1} \left( \frac{\sin^2 \theta_1}{K_{t1}} + \frac{\cos^2 \theta_1}{K_{n1}} \right) + \frac{\cos^2 \theta_2}{d_2} \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{K_{t2}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{K_{n2}} \right) \right]^{-1} \quad (13)$$

$$G_t = \left[ \frac{2(1+\nu)}{E} + \frac{\cos^2 \theta_1}{d_1} \left( \frac{2 \sin^2 \theta_1 + |\sin 2\theta_1|/2}{K_{t1}} + \frac{2 \cos^2 \theta_1 - |\sin 2\theta_1|/2}{K_{n1}} \right) + \frac{\cos^2 \theta_2}{d_2} \left( \frac{2 \sin^2 \theta_2 + |\sin 2\theta_2|/2}{K_{t2}} + \frac{2 \cos^2 \theta_2 - |\sin 2\theta_2|/2}{K_{n2}} \right) \right]^{-1} \quad (14)$$

$\theta_1$ ,  $\theta_2$  sont les angles que font les deux familles avec l'horizontale,  $d_1$  et  $d_2$  sont les espacements entre les fractures de la famille 1 et 2.  $K_{n1}$ ,  $K_{n2}$ ,  $K_{t1}$  et  $K_{t2}$  représentent les raideurs normales et tangentielles des deux familles.  $E$  et  $\nu$  sont le module d'Young et le coefficient de Poisson de la roche isotrope.

Dans l'expression de  $G_r$  nous remarquons que pour  $\theta_1=0^\circ$  et  $\theta_2=90^\circ$  (deux familles orthogonales) nous ne retrouvons pas la formulation analytique d'Amadei et Goodman [1981].

Rares sont les textes qui ont traité analytiquement le cas d'un massif dans lequel l'extension des fractures est finie. Tsukrov et Kachanov [2000] ont présenté une solution de la déformation homogénéisée d'un milieu plan contenant des trous elliptiques ou des fissures de taille finie et d'orientations quelconques (Fig. 7).

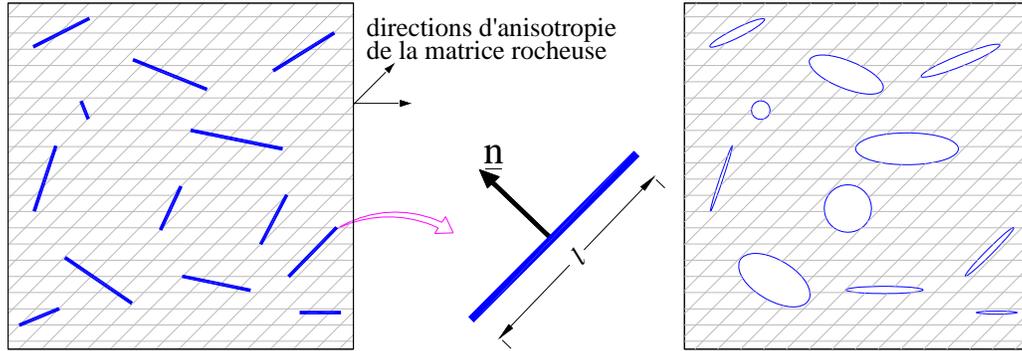


Fig. 7 : Milieu fissuré de Tsukrov et Kachanov [2000] modifié, matrice rocheuse anisotrope avec des fissures ou des cavités elliptiques orientées arbitrairement

Dans le cas où la matrice rocheuse est isotrope, l'expression de la déformation homogénéisée  $\varepsilon_{ij}$  due à une contrainte  $\sigma_{ij}$  s'écrit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (tr\sigma) \delta_{ij} + \frac{\pi}{E} (\alpha_{ik} \sigma_{kj} + \alpha_{jk} \sigma_{ki}) \quad \text{où} \quad \alpha_{ik} = \frac{1}{V} \sum_k l_k^2 n_i^k n_j^k \quad (15)$$

où  $\alpha_{ij}$  est un paramètre scalaire de densité de fractures,  $\underline{n}$  est le vecteur normal à la fracture et  $n_i n_j$  représente un produit tensoriel avec les composantes  $n_i$  et  $n_j$ ,  $\nu$  et  $E$  sont respectivement le coefficient de Poisson et le module d'Young de la matrice rocheuse et  $V$  représente la surface du domaine.

L'emploi de cette solution nécessite le respect de certains critères :

- Le fait que les fissures soient vides implique que les raideurs normales et tangentielles soient nulles. Ceci impose que, dans le cas d'un massif rocheux, les fractures doivent être ouvertes.
- L'interaction entre les fractures est négligeable. Ceci implique que, pour des hautes densités de fracturation, ce modèle cesse d'être valable.

### 3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté plusieurs méthodes de classification empiriques et analytiques des massifs rocheux. Nous retenons quelques remarques essentielles :

Vu leur simplicité, les systèmes de classification empiriques (*RMR*, *Q-system*...) sont fréquemment utilisés dans le calcul des ouvrages souterrains. Toutefois, leur emploi n'est pas suffisant pour la détermination ou le dimensionnement des soutènements et l'évaluation de la déformabilité et la stabilité des ouvrages. Le recours à ce type de

classification doit être limité à la phase préliminaire de l'avant-projet (conception, étude de faisabilité...).

Lorsqu'une ou deux directions préférentielles de la fracturation sont considérées et le massif présente une structure quasi périodique, certaines propriétés mécaniques peuvent être calculées rigoureusement par des voies analytiques. Si la structure géométrique des fractures est complexe (plusieurs familles, extension finie, orientation quelconque...), alors ces méthodes trouvent rapidement leurs limitations.

Les restrictions que présentent les systèmes de classification empiriques et analytiques nous poussent vers l'élaboration d'autres méthodes de classifications. Comme nous le verrons, les méthodes d'homogénéisation numériques par éléments finis peuvent offrir des solutions très intéressantes. Les formulations théoriques de ces méthodes, ainsi qu'une méthodologie de travail et des études de cas réels seront présentées dans les chapitres suivants.

*Un mage à la recherche de son étoile, tel  
me semble le vrai savant.*

*(H. Saoud)*

## *Chapitre 3*

# **Homogénéisation numérique des milieux fracturés en élastoplasticité**

---

Ce chapitre constitue le noyau central de la méthodologie de recherche des propriétés mécaniques homogénéisées d'un massif rocheux par la méthode des éléments finis.

Tout d'abord, nous exposons les principes de la méthode d'homogénéisation et les critères de son application sur les massifs rocheux. Ensuite, nous développons deux méthodes de calcul du tenseur d'élasticité en problèmes plans qui sont basées sur l'interprétation des résultats du calcul numérique. Les conditions aux limites, ainsi que le type de chargement sur le contour des *VER*, font la différence entre ces méthodes.

L'hypothèse de l'ajustement ellipsoïdal (Saint Venant [1863-a et 1863-b], Pouya et Zaoui [2005], Pouya [2006]) constitue l'objet d'une partie fondamentale de ce chapitre. Nous proposons une méthode de recherche du modèle ellipsoïdal basée, principalement, sur la minimisation de la distance entre le tenseur ellipsoïdal et celui calculé.

Afin de calculer les paramètres de résistance des massifs fracturés à grande échelle, nous exposons à la fin de ce chapitre la méthode d'interprétation des résultats du calcul numérique en plasticité.

---

# HOMOGENEISATION NUMERIQUE DES MILIEUX FRACTURES EN ELASTOPLASTICITE

## 1. La théorie d'homogénéisation appliquée aux milieux fracturés

Le principe de la théorie d'homogénéisation est de remplacer un milieu hétérogène et parfois discontinu par un milieu homogène équivalent (MHE) dans lequel il est plus aisé d'appliquer les principes de la Mécanique des Milieux Continus (Fig.1). L'application de la théorie d'homogénéisation sur les massifs rocheux fracturés est récente. Elle a été l'objet de plusieurs approches : 1- les approches empiriques parmi lesquelles nous citons le critère de résistance isotrope de Hoek et Brown [1980] et les classifications géomécaniques (Bieniawski [1973], Barton et al. [1974]), 2- les approches analytiques qui sont applicables uniquement sur des massifs dont la géométrie n'est pas complexe (Amadei et Goodman [1981], Bekaert et Maghous [1996], Fréard [2000] et Atta [2004]), 3- des méthodes numériques permettant une prise en compte d'une distribution aléatoire des discontinuités (Pouya et Ghoreychi [2001], Min et Jing [2003], Chalhoub et Pouya [2006]). Ce chapitre s'inscrit dans la continuité de ces dernières. Le problème consiste à calculer, à partir des propriétés mécaniques de chaque composante du massif les propriétés homogénéisées en élastoplasticité (Fig. 1).

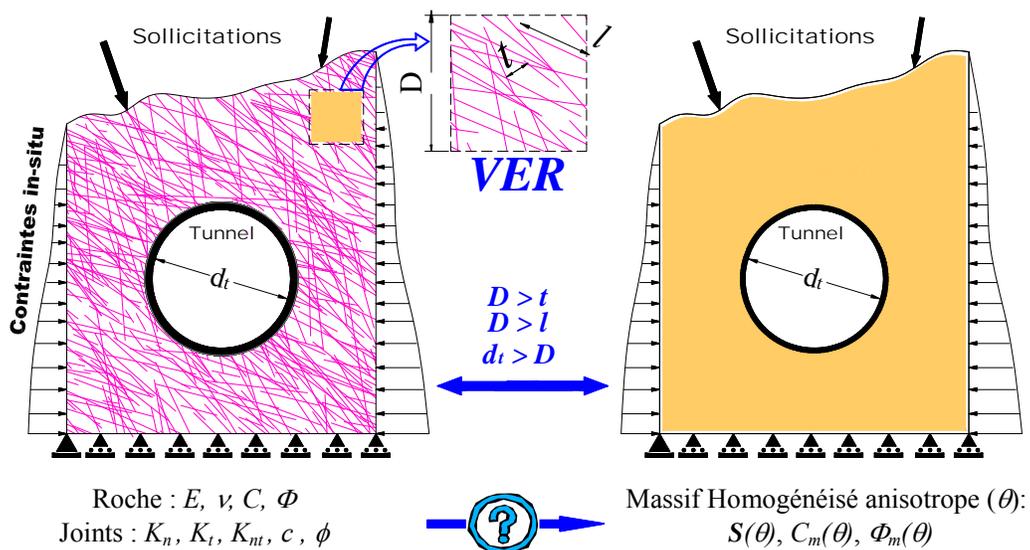


Fig. 1 : Schéma d'homogénéisation d'un massif rocheux ( $\theta$  : direction quelconque)

En vue d'appliquer cette théorie, une première condition implique la recherche d'un milieu suffisamment grand par rapport à la taille des hétérogénéités (Fig. 1) ; ce milieu est appelé *VER* ou *Volume Élémentaire Représentatif*. C'est la taille à partir de laquelle une grandeur (mécanique, hydraulique, géométrique...) caractérisant le milieu hétérogène devient constante ou que ses fluctuations deviennent négligeables. Dans le cas des massifs rocheux, une deuxième condition impose que la taille de l'ouvrage étudié (diamètre d'un tunnel, hauteur d'une pente, galerie de stockage...) soit supérieure à la taille du *VER*. Différents types de *VER* peuvent être définis, comme par exemple :

- Le *VER hydraulique* a été présenté par Long et al. [1982] dans un travail de référence qui a été complété par d'autres recherches parmi lesquelles nous citons le travail d'homogénéisation numérique de Pouya et Courtois [2002], Min et al. [2004-a] et Pouya [2005]. Une analyse plus compliquée concernant l'existence d'un *VER* dans un milieu poreux dans lequel circulent deux fluides de natures différentes a été examinée par Ataie-Ashtiani et al. [2001].
- Le *VER mécanique* a été traité par Pouya et Ghoreychi [2001] et Min et Jing [2003] par des méthodes d'homogénéisation numériques différentes.
- Le *VER géométrique* qui est en rapport avec les paramètres géométriques des discontinuités a été l'objet d'une étude récente présentée par Chalhoub et Pouya [2006].
- D'autres types comme le *VER thermique* (Min et al. [2004-b]) et le *VER* des contraintes initiales sont d'une importance capitale pour les massifs situés à des grandes profondeurs.

A savoir que, dans un milieu anisotrope et donc bien dans un massif rocheux fracturé, la taille du *VER* peut être différente dans les différentes directions de l'espace. Cette propriété peut être facilement mise en évidence dans le cas d'un massif périodique muni d'une seule famille de fractures d'extension infinie.

La recherche des propriétés mécaniques homogénéisées par la méthode des éléments finis fera l'objet des paragraphes suivants. C'est une étape fondamentale dans la recherche du *VER* mécanique.

## 2. Interprétation des résultats du calcul numérique d'homogénéisation en élasticité

### 2.1 Loi de Hooke

Pour un matériau élastique linéaire, la loi de Hooke s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (0)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$  sont respectivement le tenseur des contraintes et des déformations (d'ordre 2) et  $\mathbb{C}$  le tenseur d'élasticité (d'ordre 4). Sous forme indicielle l'équation 0 s'écrit :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

où  $C_{ijkl}$  vérifie les symétries suivantes:

$$\forall i,j,k \in \{1,2,3\}; C_{ijkl} = C_{ijlk} = C_{jikl} = C_{klij} \quad (1)$$

La notation 1, 2 et 3 correspond respectivement aux axes  $x,y$  et  $z$ . Le tenseur  $\mathbb{C}$  présente 81 composantes indépendantes qui, d'après la symétrie induite par l'équation 1, se réduisent à 21. Une écriture plus simplifiée (*notation d'ingénieur*) consiste à introduire une matrice  $C$ . Le double indice ( $ij$ ) est abrégé à un seul indice ( $\alpha$ ) allant de 1 à 6.

$$11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 13 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6$$

$C$  est une matrice  $6 \times 6$  définie par  $c_{\alpha\beta} = C_{(ij)(kl)}$

Cela nous permet d'écrire :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ \text{Sym} & & & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ \text{Sym} & & & & & c_{66} \end{bmatrix}$$

La matrice  $C$  dans cette relation est symétrique.

Rappelons que l'inverse de la relation 0 s'écrit :

$$\varepsilon = \mathbb{S} : \sigma \quad (2a)$$

avec  $\mathbb{S} = \mathbb{C}^{-1}$ , ce qui veut dire :  $\mathbb{C} : \mathbb{S} = \mathbb{S} : \mathbb{C} = \mathbb{I}$

ou encore :

$$C_{ijmn} S_{mnkl} = S_{ijmn} C_{mnkl} = I_{ijkl}$$

où le tenseur d'identité d'ordre 4,  $\mathbb{I}$ , est défini par

$$I_{ijkl} = (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})/2$$

$\mathbb{S}$  est le tenseur de *souplesse* d'ordre 4.

La relation 2a s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ & & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ & & & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ & & & & s_{55} & s_{56} \\ \text{Sym} & & & & & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2b)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ & & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ & & & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ & & & & s_{55} & s_{56} \\ \text{Sym} & & & & & s_{66} \end{bmatrix} \quad (2c)$$

Cette relation est en effet l'inverse de 2. Les éléments  $s_{\alpha\beta}$  ( $\alpha, \beta=1, \dots, 6$ ) se calculent en fonction de  $S_{(ij)(kl)}$  par les relations suivantes :

$$s_{\alpha\beta} = S_{(ij)(kl)} \text{ si } \alpha \leq 3 \text{ et } \beta \leq 3 \quad (2d)$$

$$s_{\alpha\beta} = 2S_{(ij)(kl)} \text{ si } \alpha \leq 3 \text{ et } \beta > 3 \text{ ou si } \alpha > 3 \text{ et } \beta \leq 3$$

$$s_{\alpha\beta} = 4S_{(ij)(kl)} \text{ si } \alpha > 3 \text{ et } \beta > 3 \text{ ou si } \alpha > 3 \text{ et } \beta \leq 3$$

Notons la différence de cette relation avec  $c_{\alpha\beta} = C_{(ij)(kl)}$  qui était vrai pour tous les indices. La matrice  $\mathbf{S}$  est l'inverse de la matrice  $\mathbf{C}$ , c'est-à-dire :

$$s_{\alpha\gamma} c_{\gamma\beta} = c_{\alpha\gamma} s_{\gamma\beta} = \delta_{\alpha\beta} \quad (2e)$$

( $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  varient entre 1 et 6, et il y a sommation sur  $\gamma$ )

Outre son aspect mathématique, l'équation 2d peut être formulée en donnant un sens physique aux termes  $s_{ij}$  qui s'expriment en fonction des modules d'élasticité du matériau sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{\eta_{1,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{1,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{1,12}}{G_{12}} \\ & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{\eta_{2,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{2,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{2,12}}{G_{12}} \\ & & \frac{1}{E_3} & \frac{\eta_{3,23}}{G_{23}} & \frac{\eta_{3,13}}{G_{13}} & \frac{\eta_{3,12}}{G_{12}} \\ & & & \frac{1}{G_{23}} & \frac{\mu_{23,13}}{G_{13}} & \frac{\mu_{23,13}}{G_{12}} \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \frac{\mu_{13,12}}{G_{12}} \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2f)$$

Sym

où :

- $E_i$  est le module d'Young dans la direction  $i$ .
- $G_{ij}$  est le module de cisaillement dans le plan défini par les axes  $i$  et  $j$ .
- $\nu_{ij}$  est le coefficient de Poisson, il représente le rapport de déformation dans la direction  $j$  à la déformation dans la direction  $i$  due à un chargement dans la direction  $i$ .
- $\mu_{ij,kl}$  est appelé coefficient de Chentsov et caractérise le cisaillement dans le plan parallèle à  $kl$  induit par une contrainte tangentielle dans le plan parallèle à  $ij$ .
- $\eta_{ij,k}$  est appelé coefficient d'influence mutuelle de premier ordre et caractérise l'étirement dans la direction parallèle à  $k$  induit par la contrainte de cisaillement agissant dans un plan parallèle à celui défini par les indices  $ij$ .
- $\eta_{i,jk}$  est appelé coefficient d'influence mutuelle de second ordre et caractérise un cisaillement dans le plan défini par les indices  $ij$  sous l'influence d'une contrainte normale agissant dans la direction  $k$ .
- La symétrie du tenseur de souplesse implique les égalités suivantes :

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}; \quad \frac{\mu_{ik,jk}}{G_{jk}} = \frac{\mu_{jk,ik}}{G_{ik}}; \quad \frac{\eta_{ij,k}}{E_k} = \frac{\eta_{k,ij}}{G_{ij}}$$

- L' énergie de déformation ( $w$ ) est positive et définie comme suit:

$$w = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} > 0 \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} S_{ijkl} \sigma_{kl} > 0$$

Cette condition impose que la matrice de souplesse (6×6) soit définie positive.

## 2.2 L'élasticité plane appliquée aux massifs fracturés

Considérons maintenant les domaines fracturés pour lesquels nous calculons les paramètres élastiques. Nous considérons une distribution bidimensionnelle de fractures de la figure (Fig. 2-a) et nous supposons qu'elles constituent les traces de

fractures 3D (Fig. 2-b). Nous étudions le milieu 3D ainsi défini par le biais de la contrainte plane ou de la déformation plane. Cela suppose que les fractures sont orthogonales au plan de calcul (plan de maillage) et d'extension infinie dans la direction orthogonale à ce plan. Cela implique alors que le plan de maillage est un plan de symétrie pour le milieu fracturé. Notons  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  une base orthonormée telle que le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  soit le plan de symétrie du milieu fracturé (= plan de calcul = plan de maillage). La symétrie par rapport à ce plan signifie que la transformation qui fait passer de la base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  à  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, -\mathbf{e}_3)$  laisse invariant  $\mathbb{C}$ . Les coordonnées  $C_{ijkl}$  restent donc invariantes lors d'un changement de base  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$  en  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, -\mathbf{e}_3)$ . Or ce changement de base a pour conséquence de multiplier  $C_{ijkl}$  par un facteur  $(-1)^n$  où  $n$  est le nombre d'indices  $(i, j, k, l)$  qui sont égaux à 3. Nous en déduisons que le coefficient  $C_{ijkl}$  est nul chaque fois que l'indice 3 se trouve un nombre impair de fois parmi  $(i, j, k, l)$ . Plus précisément :

$$C_{3331} = C_{3332} = C_{3111} = C_{3122} = C_{3112} = C_{3211} = C_{3222} = C_{3212} = 0 \quad (2h)$$

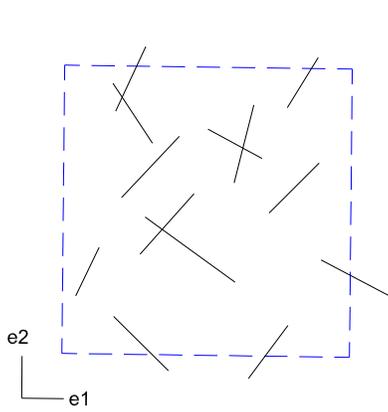


Fig. 2-a : Traces des fractures dans le plan d'homogénéisation (plan de maillage)

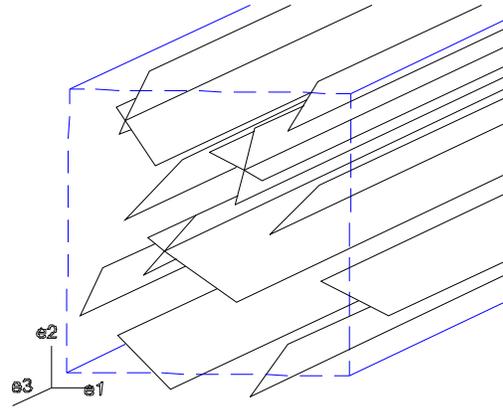


Fig. 2-b : Fractures à extension infinie perpendiculairement au plan de la coupe

Nous aurons alors :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54} & c_{55} & 0 \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Par le même raisonnement, ou simplement en inversant  $\mathbf{C}$  donné par la relation 3, nous déduisons que  $\mathbf{S}$  est aussi de la forme :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & s_{36} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & s_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{54} & s_{55} & 0 \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \quad (3a)$$

Nous réalisons des calculs bidimensionnels en contraintes planes ou en déformations planes. Alors, nous ne pouvons pas accéder aux composantes  $\varepsilon_{13}$ ,  $\varepsilon_{23}$ ,  $\sigma_{13}$  et  $\sigma_{23}$ . Nous remarquons par ailleurs dans l'expression des matrices  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{S}$  qu'elles sont constituées de deux blocs indépendants, les termes  $\varepsilon_{13}$ ,  $\varepsilon_{23}$  sont reliés à  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$  et n'interagissent pas avec les autres termes. En effet, compte tenu de 3, la relation 2 s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{36} \\ Sym & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{44} & c_{45} \\ c_{45} & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

Et compte tenu de 3a, la relation 2b s'écrit sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{23} & s_{26} \\ & & s_{33} & s_{36} \\ Sym & & & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$\begin{bmatrix} 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{44} & s_{45} \\ s_{45} & s_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{bmatrix} \quad (4c)$$

## 2.3 Homogénéisation en problèmes plans

Revenons maintenant à notre problème du milieu fracturé traité en problème plan. Notons par  $x_3$  la direction orthogonale au plan de calcul. Considérons un cas de contrainte uniaxiale dans la direction 3. Dans ce cas, il est possible de montrer que les fractures ne jouent pas, car la contrainte dans les directions du plan reste nulle ( $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$ ). Donc, la déformation du milieu homogénéisé est égale à la déformation de la matrice rocheuse. Notons  $\mathbf{S}^r$  la matrice de souplesse élastique de la roche. Elle est connue (le comportement élastique de la roche). En prenant le cas d'une contrainte *uniaxiale unitaire* dans la direction 3 :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Nous trouvons pour le milieu homogénéisé :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ & & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ & & & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ & & & & s_{55} & s_{56} \\ \text{Sym} & & & & & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13} \\ s_{23} \\ s_{33} \\ s_{43} \\ s_{53} \\ s_{63} \end{bmatrix} \quad (6)$$

et en remplaçant dans 6,  $S$  par  $S^r$  nous obtenons pour la roche:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13}^r \\ s_{23}^r \\ s_{33}^r \\ s_{43}^r \\ s_{53}^r \\ s_{63}^r \end{bmatrix} \quad (7)$$

et donc, l'égalité des déformations implique :

$$\begin{bmatrix} s_{13} \\ s_{23} \\ s_{33} \\ s_{43} \\ s_{53} \\ s_{63} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{13}^r \\ s_{23}^r \\ s_{33}^r \\ s_{43}^r \\ s_{53}^r \\ s_{63}^r \end{bmatrix} \quad (8)$$

Cette relation est importante, car elle signifie que nous connaissons certains paramètres d'élasticité du milieu homogénéisé ; ils sont égaux à ceux de la roche : il s'agit de la troisième colonne de la matrice  $S$  donnée par 2c, et aussi de sa troisième ligne car cette matrice est symétrique.

Dans le cas de problème plan, les termes qui sont nuls dans la troisième colonne (expression 3a) sont  $s_{43}$  et  $s_{53}$  (et dans la troisième ligne  $s_{34}$  et  $s_{35}$  à cause de la

symétrie). Or pour un comportement isotrope de la roche on a bien  $s_{34} = 2S_{3323} = 0$  et  $s_{35} = 2S_{3313} = 0$ . Nous pouvons donc nous contenter de l'expression réduite donnée par l'équation 4b. La matrice réduite  $S$  qui intervient dans cette équation peut être écrite :

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{36} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13}^r & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23}^r & s_{26} \\ s_{31}^r & s_{32}^r & s_{33}^r & s_{36}^r \\ s_{61} & s_{62} & s_{63}^r & s_{66} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Les éléments  $s_{\alpha\beta}^r$  sont connus : ils sont ceux de la roche.

Si la roche est supposée isotrope de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ , nous avons :

$$s_{33}^r = 1/E \quad (\text{déformation } zz \text{ créée par une contrainte uniaxiale } zz) \quad (10)$$

$$s_{13}^r = s_{23}^r = -\nu/E \quad (\text{déformations } xx \text{ et } yy \text{ créée par une contrainte uniaxiale } zz)$$

$$s_{63}^r = 1/E \quad (\text{déformation } xy \text{ créée par une contrainte uniaxiale } zz \text{ qui est nulle en élasticité isotrope})$$

$$s_{13}^r = s_{23}^r = -\nu/E, \quad s_{33}^r = 1/E, \quad s_{63}^r = 0 \quad (\text{roche isotrope})$$

Dans, ce cas, compte tenu de 10, les seules inconnues de la matrice  $S$  réduite dans 9 seront :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{26} \\ \text{Sym} & & s_{66} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ce sont ces six inconnues que nous essayons de déterminer en effectuant des essais de compression dans les deux directions 1 et 2 et un essai de cisaillement. Il faut signaler qu'il est impossible de réaliser ces essais aux laboratoires vu la grande taille du VER, par contre, dans un tel cas, le calcul par *homogénéisation numérique* peut apporter une réponse.

## 2.4 Modélisation numérique

Dans ce paragraphe une illustration de la recherche des composantes de la matrice  $S$  est détaillée. Nous rappelons que la notation 1, 2 et 3 correspond respectivement aux axes x,y et z et que les degrés de liberté dans un nœud se réduisent à un déplacement horizontal ( $u_x$ ), un autre vertical ( $u_y$ ) et un déplacement normal vertical ( $u_z$ , nul en déformation plane). De même, les forces résultantes sont  $F_x$  (horizontale),  $F_y$  (verticale) et  $F_z$  (normale au plan de maillage). Les déplacements et forces nodaux étant fournis par le code de calcul par éléments finis.

## 2.4.1 Forme discrétisée des contraintes et des déformations homogénéisées

Pour pouvoir calculer les composantes de la matrice  $S$  ou  $C$ , il est nécessaire de calculer les contraintes et les déformations homogénéisées. Dans l'annexe 2, nous démontrons que la contrainte et la déformation moyenne à l'intérieur du domaine peuvent être calculées à partir des forces et des déplacements des nœuds sur le contour du  $VER$  (Fig. 3). Ces deux dernières sont fournies par le code numérique. Ayant les déplacements et les forces nodaux sur les nœuds de la frontière, la moyenne volumique des contraintes et des déformations macroscopiques se calculent par les formules de l'équation 11, la sommation étant faite sur tous les nœuds du contour (Pouya et Ghoreychi [2001]). La numérotation des cotés du  $VER$  est noté sur la figure 3.

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{1}{L} \sum F_x \cdot n_x \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{1}{2} [F_x(4) + F_x(3)] / L_y \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \frac{1}{L} \sum F_y \cdot n_y \quad \bar{\sigma}_{yy} = \frac{1}{2} [F_y(2) + F_y(1)] / L_x$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \frac{1}{2L} [\sum F_x n_y + \sum F_y n_x]$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \frac{1}{4L} \{ [F_x(2) + F_x(1)] + [F_y(4) + F_y(3)] \}$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{V} \int_{\text{frontière}} u_x n_x ds = \frac{1}{V} \sum_k u_x^k n_x^k S^k$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{V} \int_{\text{frontière}} u_y n_y ds = \frac{1}{V} \sum_k u_y^k n_y^k S^k$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{V} \int_{\text{frontière}} \frac{1}{2} (u_x n_y + u_y n_x) ds = \frac{1}{2V} \sum_k (u_x^k n_y^k + u_y^k n_x^k) S^k$$

Dans le cas plan,  $V$  est en fait la surface du  $VER$  (surface d'un carré= $L_x \times L_y$ ),  $n_{(k)}$  est le vecteur normal à la frontière et  $ds$  un élément de longueur.

Côté haut :  $n_x = 0, n_y = 1$

Côté bas :  $n_x = 0, n_y = -1$

Côté gauche :  $n_x = -1, n_y = 0$

Côté droit :  $n_x = 1, n_y = 0$

Le poids d'intégration  $S^k$  est introduit par Pouya [2005] dans l'étude de la perméabilité homogénéisée d'un milieu fracturé. Une application mécanique similaire est considérée dans l'étude actuelle.  $S^k$  représente l'effet mécanique ou hydraulique du point  $k$  par rapport aux autres nœuds de la frontière (Fig. 3); il est égal à la somme des moitiés de longueurs de l'intervalle qui le précède et qui le suit. Les points des sommets du  $VER$  qui appartiennent à deux côtés comptent une fois sur chaque côté avec le vecteur correspondant et avec la moitié de la longueur de l'intervalle le séparant, sur ce côté, du point voisin.

Pour les deux nœuds d'une fracture qui débouche sur un côté, et qui ont les mêmes coordonnées (nœuds dédoublés), il faut faire attention qu'au point 2 (Fig. 3) soit

associé la moitié de l'intervalle 1-2, et au point 3, la moitié de 3-4. En d'autres termes, il ne faut pas inverser, dans l'ordre, les points 2 et 3.

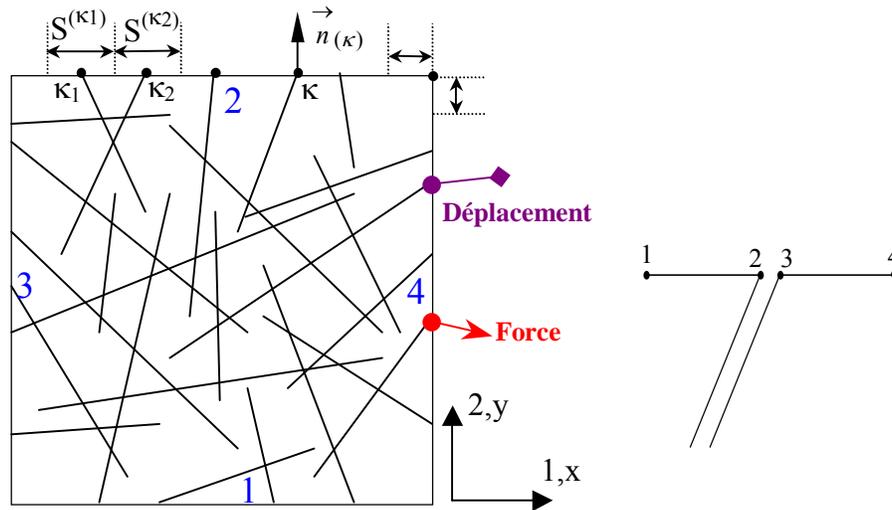


Fig. 3 : Poids d'intégration sur les frontières d'un VER

## 2.4.2 Méthodes de chargement indépendant des coordonnées des nœuds

### 2.4.2.1 Différence entre les diverses méthodes de chargement

Le choix du mode de chargement est un facteur très important dans le cas d'un massif fracturé, il affecte largement les valeurs des propriétés mécaniques recherchées surtout quand la taille du milieu considéré est finie. Ceci est dû à l'effet des conditions aux limites des nœuds des fractures appartenant à la frontière du VER. Par contre, cet effet est négligeable lorsque la taille du VER est assez grande puisque nous nous rapprochons des conditions du milieu infini.

Pour effectuer les essais, plusieurs possibilités de chargement sur la frontière du VER existent :

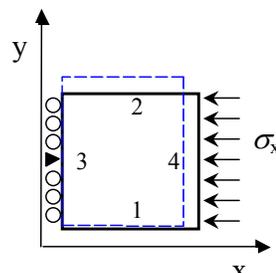
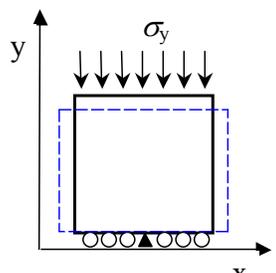
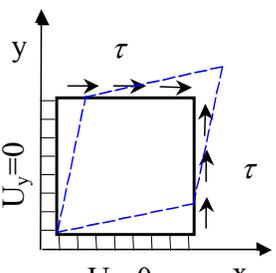
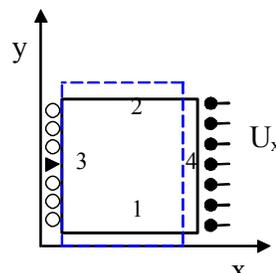
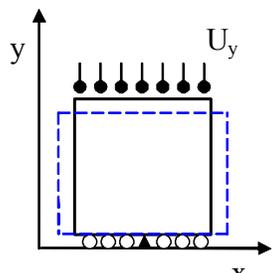
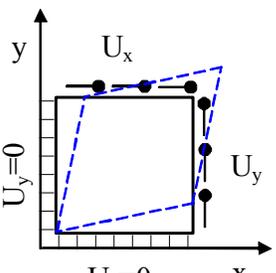
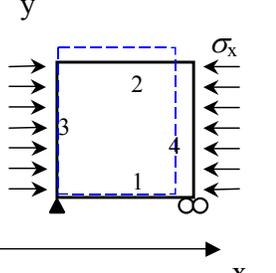
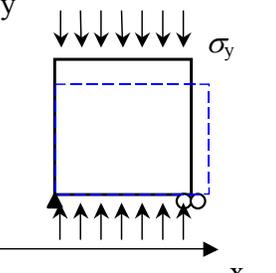
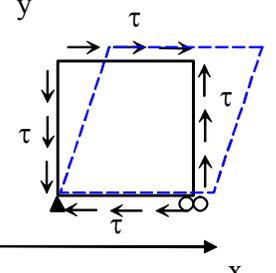
- 1- Chargement hybride (contrainte imposée + déplacement imposé, Tableau 2-a)
- 2- Chargement à déplacement imposé (Tableau 2-b)
- 3- Chargement à contrainte imposée (Tableau 2-c)

Afin de clarifier les idées, nous exposons les conditions d'un essai de compression simple dans la direction  $y$  et d'un essai de cisaillement  $xy$  :

Considérons un essai de compression simple ; la première méthode consiste à bloquer le déplacement  $u_y$  du côté bas et le déplacement  $u_x$  d'un nœud quelconque appartenant au même côté (pour éviter l'instabilité) et à appliquer une contrainte homogène sur le côté haut dans la direction  $y$ . Dans la deuxième méthode, il faut appliquer un déplacement imposé sur le côté haut au lieu d'une contrainte imposée. La méthode des contraintes imposées implique un blocage d'un sommet du VER (bas-gauche) dans les directions  $x$  et  $y$ , et de l'autre sommet du même côté (bas-droite) dans la direction  $y$  tout en imposant une contrainte sur le côté haut et le côté bas dans la direction  $y$  mais dans deux sens opposés.

Pour un essai de cisaillement  $xy$  et dans le cas de la méthode hybride, il faut fixer le côté bas dans la direction  $x$ , le côté gauche dans la direction  $y$ , appliquer une contrainte uniforme dans la direction  $x$  sur le côté haut et une contrainte uniforme dans la direction  $y$  sur le côté droit. La même procédure est utilisée dans le cas de la méthode à déplacement imposé, mais cette fois-ci, il faut remplacer la contrainte par un déplacement homogène sur le côté haut et droit. Enfin, la troisième méthode implique le même blocage des sommets du *VER* que nous avons effectué dans le cas d'un essai de compression simple mais il faut imposer une contrainte de cisaillement sur tous les côtés du *VER*.

Tableau 2 : Schéma des divers essais à chargement indépendant des coordonnées des nœuds sur la frontière

Compression X	Compression Y	Cisaillement
		
a) chargement hybride		
		
b) déplacement imposé		
		
c) contrainte imposé		
<p><math>\Delta</math> : blocage x et y, <math>\circ</math> : blocage y</p>		

Rares sont les textes qui ont discuté le choix de la méthode de chargement et son effet sur les résultats obtenus par homogénéisation. L'article de base qui répond à cette question est celui de Huet [1999]. Dans cet article l'auteur a présenté la notion des *bornes supérieures* et des *bornes inférieures* des propriétés mécaniques calculées par homogénéisation. Il a également prouvé, pour un milieu continu et hétérogène (béton,...), que les valeurs de modules d'élasticité résultant d'essais de déplacements imposés sur la frontière sont supérieures à celles calculées par des essais de contraintes imposées.

Un problème similaire, celui de la perméabilité hydraulique équivalente d'un milieu fracturé, a été étudié par Pouya et Courtois [2002]. Dans ce travail, les auteurs ont défini, pour un domaine de taille finie de perméabilité hétérogène, un tenseur de perméabilité équivalente reliant le flux moyen au gradient moyen de pression dans le domaine sous les conditions de *pression au contour*. Pouya [2005] a montré que la condition d'un *flux constant au contour* fournit des valeurs de perméabilités directionnelles plus faible.

Il est intéressant d'indiquer que, dans la méthode à *contrainte pure imposée*, le tenseur d'élasticité obtenu par homogénéisation représentant la borne inférieure est mieux adapté que la borne supérieure puisque nous nous rapprochons, dans ce cas, des résultats d'un milieu infini. D'autre part, le fait de choisir une borne inférieure des modules d'élasticité va globalement dans le sens de la sécurité pour les calculs des ouvrages.

#### 2.4.2.1 Calcul numérique du tenseur de souplesse

Dans cette partie, nous présentons une méthodologie pour chercher les composantes homogénéisées de  $\mathcal{S}$  dans un cas plan. La méthode du chargement à *contrainte pure imposée* est appliquée pour les raisons que nous avons citées au paragraphe précédent. Toutefois il faut savoir que la méthode de calcul des termes  $s_{ij}$  ne change pas pour les deux autres types de chargement. Nous avons :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13}^r & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23}^r & s_{26} \\ s_{31}^r & s_{32}^r & s_{33}^r & s_{36}^r \\ s_{61} & s_{62} & s_{63}^r & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dans cette égalité les contraintes et les déformations homogénéisées dans la direction 1, 2 et 1-2 (cisaillement) se calculent par les formules de l'équation 11. Nous rappelons que les termes de la troisième ligne et de la troisième colonne sont celles de la matrice rocheuse (équation 9).

Considérons un essai de compression simple dans la direction  $1$  où la contrainte prend une valeur unitaire  $\sigma_{11}=1MPa$ ,  $\sigma_{22}=0$ , et  $\sigma_{12}=0$ . Dans ce cas  $\varepsilon_{11}=s_{11}\sigma_{11}+s_{13}^r\sigma_{33}$ . Pour simplifier le calcul, il est avantageux de choisir  $\sigma_{33}=0$ ; alors on se ramène à la condition d'une *contrainte plane*.

Les termes  $s_{ij}$  ainsi calculés nous permettent de vérifier quelques symétries. Il faut obtenir les égalités suivantes :  $s_{21}=s_{12}$  et  $s_{16}=s_{61}$ . D'autre part, il faut que les paramètres calculés ( $s_{31}^r$ ,  $s_{32}^r$  et  $s_{36}^r$ ) soient identiques aux paramètres de la roche fournis par l'équation 10.

Nous signalons que, pour la matrice rocheuse (isotrope),  $s_{16}$  et  $s_{26}$  sont nuls :  $s'_{16}=2S'_{1112}=0$  (la déformation  $\varepsilon_{xx}$  crée par une contrainte  $\sigma_{xy}$ , ou inversement, puisque  $s'_{16}=s'_{61}$ ; nous pouvons dire aussi que c'est la déformation  $\varepsilon_{xy}$  créée par une contrainte  $\sigma_{xx}$ , qui est nulle également). De même  $s'_{26}=2S'_{2212}=0$ . Mais pour le milieu fracturé homogénéisé, ces deux paramètres  $s_{16}$  et  $s_{26}$  peuvent ne pas être nuls.

Tableau 2 : Méthodologie de recherche de  $s_{ij}$  (chargement à contrainte imposée, état de contrainte plane)

Essai, direction	Contrainte imposée (MPa)	déformations homogénéisées calculées	$s_{ij}$ calculés
Compression, 1	$\sigma_{11}(\text{homogénéisée})=1 \Rightarrow$ côté gauche : $\sigma_{11}=1, \sigma_{22}=0$ côté droit : $\sigma_{11}=-1, \sigma_{22}=0$ côté haut : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=0$ côté bas : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=0$	$\varepsilon_{11} \neq 0, \varepsilon_{22} \neq 0, \varepsilon_{12} \neq 0$	$S_{11}=\varepsilon_{11}$ $S_{21}=\varepsilon_{22}$ $S_{61}=2\varepsilon_{12}$
Compression, 2	$\sigma_{22}(\text{homogénéisée})=1 \Rightarrow$ côté gauche : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=0$ côté droit : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=0$ côté haut : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=-1$ côté bas : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=1$	$\varepsilon_{11} \neq 0, \varepsilon_{22} \neq 0, \varepsilon_{12} \neq 0$	$S_{12}=\varepsilon_{11}$ $S_{22}=\varepsilon_{22}$ $S_{62}=2\varepsilon_{12}$
Cisaillement	$\sigma_{12}(\text{homogénéisée})=1 \Rightarrow$ côté gauche : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=-1$ côté droit : $\sigma_{11}=0, \sigma_{22}=1$ côté haut : $\sigma_{11}=1, \sigma_{22}=0$ côté bas : $\sigma_{11}=-1, \sigma_{22}=0$	$\varepsilon_{11} \neq 0, \varepsilon_{22} \neq 0, \varepsilon_{12} \neq 0$	$S_{16}=\varepsilon_{11}$ $S_{26}=\varepsilon_{22}$ $S_{66}=2\varepsilon_{12}$

La méthode exposée dans ce paragraphe est relativement simple et facile à appliquer. En revanche, elle semble être satisfaisante pour le calcul des ouvrages dans les milieux fracturés, compte tenu des incertitudes sur les paramètres géométriques et mécaniques de la roche et des fractures. Cependant, elle n'est pas la meilleure manière possible. Les paramètres obtenus de cette façon risquent de ne pas vérifier toutes les symétries attendues. En effet, cette méthode est incapable de respecter avec une grande précision la symétrie (conditions aux limites et déformations).

### 2.4.3 Méthode de chargement en fonction des coordonnées des nœuds

Afin de trouver la symétrie de  $S$  ou de  $C$  calculés par homogénéisation numérique, nous exposons, dans ce paragraphe, une méthode de chargement spéciale. Notre but est de conserver la symétrie géométrique du  $VER$  après déformation. La condition d'une contrainte imposée aux nœuds de la frontière ne répond pas à cette question, vue l'hétérogénéité de la rigidité impliquée par la présence des fractures débouchant sur la frontière. D'où la nécessité d'un chargement à déplacement imposé. On considère 3 chargements dans lesquels nous imposons chaque fois la déformation macroscopique et nous identifions les paramètres de la matrice  $C$  plutôt que  $S$ . Il est plus simple, dans ce cas, d'effectuer le calcul en déformation plane en se servant de l'équation ci-dessous.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{36} \\ Sym & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

Cette méthode consiste à imposer des déplacements sur les nœuds de la frontière en fonction de leurs coordonnées :

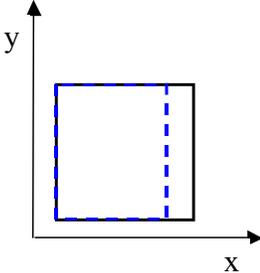
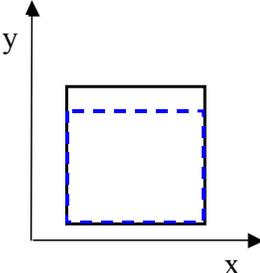
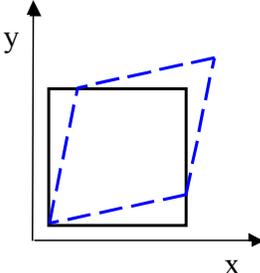
Dans la direction 2, nous imposons un déplacement constant  $U_2 = -U < 0$  sur le côté supérieur,  $U_2 = 0$  sur le côté inférieur, et  $U_2 = -U.y/D$  sur les deux côtés latéraux (tableau 3),  $D$  étant la longueur du côté du *VER*.

Un déplacement  $U_1 = 0$  est imposé sur tous les points de la frontière. La contrainte  $\sigma_{11}$  n'est plus nulle ; il ne s'agit pas d'une compression uniaxiale, mais d'extension, c'est-à-dire que c'est la déformation qui est uniaxiale.

$$\varepsilon_{22} \neq 0, \quad \varepsilon_{11} = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{33} = 0$$

Le code de calcul nous donne la valeur de la contrainte  $\sigma_{33}$  dans chaque maille de la matrice rocheuse, alors il est possible de calculer la contrainte homogénéisée dans cette direction en faisant la moyenne arithmétique sur toutes les mailles (cf. annexe 2). Les contraintes homogénéisées  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{12}$  se calculent d'après les équations 11.

Tableau 3 : Schéma de chargement dépendant des coordonnées de la frontière

Extension X	Extension Y	Cisaillement pur
		
Déplacement imposé		

L'équation 4 donne :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{36} \\ & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Les valeurs de  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{12}$  sont alors égales (au signe près) à  $c_{12}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{32}$ ,  $c_{62}$ . De la même manière et en imposant un chargement en extension dans la direction 1 nous calculons  $c_{11}$ ,  $c_{21}$ ,  $c_{31}$ ,  $c_{61}$ . Cela permet déjà de vérifier certaines symétries ( $c_{21} = c_{12}$ ).

En ce qui concerne le chargement en cisaillement, il est nécessaire d'imposer un déplacement  $U_1(\text{côté } 1,2,3 \text{ et } 4)=U.y$  et  $U_2(\text{côté } 1,2,3 \text{ et } 4)=U.x$ . Cela conduit à une déformation macroscopique  $\varepsilon_{12}=U$ . Les valeurs de  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$ ,  $\sigma_{12}$  fournies par le code numérique nous donnent les valeurs de  $c_{16}$ ,  $c_{26}$ ,  $c_{36}$ ,  $c_{66}$ . Cela nous permet, encore une fois, de vérifier la symétrie des coefficients  $c_{16}=c_{61}$  et  $c_{26}=c_{62}$  en les comparant aux valeurs précédemment obtenues.

Globalement, nous aurons identifié tous les coefficients de la matrice  $C$  réduite de la relation 4 sauf le terme  $c_{33}$ . Comment déterminer ce coefficient ?

L'égalité  $C : S = S : C = I$  s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{36} \\ \text{sym} & & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13}^r & s_{16} \\ & s_{22} & s_{23}^r & s_{26} \\ & & s_{33}^r & s_{36} \\ \text{sym} & & & s_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ \text{sym} & & & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Chacune des matrices  $C$  et  $S$  comporte 10 inconnues, soit au total 20 inconnues. L'équation 13-a fournit 10 équations. Les simulations numériques permettent de déterminer  $c_{ij}$  sauf  $c_{33}$ , soit 9 données. La forme 10 fixe les valeurs de 4 paramètres par celles de la roche, soit 4 données. Nous aurons, au total, 20 inconnues et  $10+9+4=23$  équations ou données. Nous pouvons donc déterminer toutes les inconnues et les 3 valeurs supplémentaires servent de « vérification ».

Pour plus facilement analyser ces équations, changeons la place de la troisième et quatrième ligne et colonne dans toutes les matrices :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} & c_{13} \\ & c_{22} & c_{26} & c_{23} \\ & & c_{66} & c_{36} \\ & & & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} & s_{13}^r \\ & s_{22} & s_{26} & s_{23}^r \\ & & s_{66} & s_{33}^r \\ & & & s_{63}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

L'équation 14 s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} & c_{13} \\ & c_{22} & c_{26} & c_{23} \\ & & c_{66} & c_{36} \\ \text{sym} & & & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} & s_{13}^r \\ & s_{22} & s_{26} & s_{23}^r \\ & & s_{66} & s_{23}^r \\ \text{sym} & & & s_{33}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Nous notons :

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} & c_{13} \\ & c_{22} & c_{26} & c_{23} \\ & & c_{66} & c_{36} \\ & & & c_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & c_{33} \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} & s_{13}^r \\ & s_{22} & s_{26} & s_{23}^r \\ & & s_{66} & s_{36}^r \\ & & & s_{33}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & s_{33}^r \end{bmatrix} \quad (18)$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{26} \\ & & c_{66} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} c_{13} \\ c_{23} \\ c_{36} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^T = [c_{13} \quad c_{23} \quad c_{36}] \quad (19)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} \\ & s_{22} & s_{26} \\ & & s_{66} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} s_{13}^r \\ s_{23}^r \\ s_{36}^r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^T = [s_{13}^r \quad s_{23}^r \quad s_{36}^r] \quad (20)$$

En notant

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'équation 18 s'écrit (multiplication par blocs de matrices) :

$$\mathbf{MN} + \mathbf{AB}^T = \mathbf{I} \quad (21)$$

$$\mathbf{MB} + s_{33}^r \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (22)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{N} + c_{33} \mathbf{B}^T = \mathbf{0} \quad (23)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{B} + c_{33} s_{33}^r = I \quad (24)$$

Remarquons que  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{A}$  s'obtiennent par le calcul numérique, et  $\mathbf{B}$  et  $s_{33}^r$  sont connus. Nous pouvons partir des données de  $\mathbf{M}$ , de  $\mathbf{B}$  et de  $s_{33}^r$  et calculer les autres paramètres, en particulier  $\mathbf{A}$ . Alors la comparaison des valeurs de  $\mathbf{A}$  ainsi obtenues à celles calculées numériquement constitue une vérification (soit 3 valeurs de vérification). Les calculs sont alors les suivants :

Nous déduisons  $\mathbf{A}$ , de 22 :

$$\mathbf{A} = -(1/s_{33}^r) \mathbf{MB} \quad (25)$$

puis, 24 nous donne le  $c_{33}$  :

$$c_{33} = (1/s_{33}^r) + (1/s_{33}^r) \mathbf{B}^T \mathbf{M} \mathbf{B} \quad (25')$$

ou bien

$$c_{33} = \frac{1}{s_{33}} + \frac{1}{(s_{33})^2} \begin{bmatrix} s_{13}^r & s_{23}^r & s_{36}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{26} \\ & & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{13}^r \\ s_{23}^r \\ s_{36}^r \end{bmatrix}$$

Nous déterminons enfin  $N$  en reportant 25 dans 21 :

$$N = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{B}^T) = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{I} + (1/s_{33}^r) \mathbf{M} \mathbf{B} \mathbf{B}^T)$$

Soit :

$$N = \mathbf{M}^{-1} + (1/s_{33}^r) \mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (26)$$

Les méthodologies de recherche des propriétés élastiques étant exposées pour un cas plan, nous présentons ci-après la théorie de l'élasticité ellipsoïdale dans l'objectif de l'adapter aux milieux fissurés, plus particulièrement aux massifs rocheux fracturés.

## 2.5 Ajustement anisotrope ellipsoïdal

### 2.5.1 Principe de la théorie de l'élasticité ellipsoïdale

Nous rappelons que l'élasticité anisotrope tridimensionnelle est définie par 21 coefficients indépendants relatifs à  $S$  ou à  $C$ . Ce nombre est réduit à 10 dans le cas bidimensionnel.

Le comportement mécanique des massifs fracturés est souvent anisotrope. Pourtant, en parcourant la littérature, il est souvent admis et acceptable d'adopter un modèle de comportement orthotrope induit par la présence des familles de fractures (CFMR-MMR [2000], Min et Jing [2003]) et qui soit défini par 9 paramètres. Suite à cette hypothèse, la théorie de l'élasticité ellipsoïdale présente plusieurs avantages que nous exposerons au cours de ce paragraphe.

- Suivant le modèle ellipsoïdal adopté, il est possible de simplifier le tenseur d'élasticité et réduire ses paramètres indépendants à un nombre inférieur à 9 sans beaucoup perdre sur la précision des calculs.
- Cette théorie nous permet, moyennant certaines hypothèses et approximations, de compléter le tenseur d'élasticité et de trouver les termes qui sont incalculables par une simulation bidimensionnelle ( $c_{44}$ ,  $c_{55}$  ou  $s_{44}$ ,  $s_{55}$ ). Autrement dit, il est possible de trouver un modèle de comportement tridimensionnel à partir des résultats d'un calcul bidimensionnel. Ceci est d'une importance fondamentale car il permet de mener des calculs tridimensionnels dans le cas où le plan de calcul (plan de maillage) ne coïncide pas avec le plan d'homogénéisation.
- Cette théorie permet l'extension de certaines solutions analytiques classiques pour fondations ou de remblai sur sols isotropes (Gray [1936]), à des cas de sols anisotropes (Pouya & Reiffsteck [2003]). En effet, une méthode de transformation proposée par Pouya [2000] permet, moyennant un changement de variables sur les coordonnées et les déplacements dans un

problème d'élasticité linéaire anisotrope, de transformer ce problème en un autre problème d'élasticité linéaire dans lequel le matériau a un comportement isotrope et la géométrie est modifiée suivant une certaine échelle. Les solutions du problème transformé peuvent se déduire de celles du problème de départ. Cette méthode permet d'obtenir des solutions analytiques constituant des outils très commodes d'estimation des contraintes et déplacements sous des fondations ou de remblais sur ces sols (Pouya et Reiffsteck [2003]).

L'application de cette théorie va nous servir dans le chapitre 5 comme un outil d'ajustement de nos résultats de classification numérique.

Afin d'introduire cette théorie, il est indispensable de présenter la notion de la surface indicatrice. Cette dernière est définie par l'ensemble des points  $\mathbf{x} = r\mathbf{n}$  où  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire balayant toutes les directions de l'espace et où le rayon  $r$  représente la valeur d'un paramètre élastique dépendant de la direction  $\mathbf{n}$  dans le matériau. Le paramètre élastique  $r$  doit être une fonction scalaire positive ne dépendant que d'un tenseur  $\mathbb{C}$  (tenseur de complaisance ou de souplesse) et de la direction  $\mathbf{n}$ . Le module d'Young est un bon exemple des paramètres « monodirectionnels » car sa définition ne fait intervenir qu'une seule direction  $\mathbf{n}$ , tandis que la définition du module de cisaillement, par exemple, fait intervenir deux directions. A partir d'un tenseur  $\mathbb{C}$  et d'un vecteur  $\mathbf{n}$  il est possible de définir une infinité de fonctions scalaires, par exemple sous la forme  $(\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) : \mathbb{D} : (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n})$  où  $\mathbb{D}$  est un polynôme en  $\mathbb{C}$ . Mais seul un petit nombre de ces paramètres ont une interprétation expérimentale simple et peuvent être identifiés à l'aide d'essais simples.

En se basant sur l'idée que l'isotropie matérielle correspond géométriquement à l'image d'une sphère dans l'espace, il est possible de chercher à schématiser la variation des paramètres élastiques dans l'espace par un modèle ellipsoïdal (Fig. 4). Pour un  $\mathbb{C}$  isotrope, toutes les surfaces indicatrices sont des sphères. Saint Venant [1863-a et 1863-b] a introduit plusieurs familles de comportements orthotropes pour lesquels certaines surfaces indicatrices deviennent des ellipsoïdes. Les modèles présentés par *Saint Venant* récupèrent une grande variété de matériaux endommagés tels que les roches, les sols et les bétons. Pouya [2006] a établi une extension de cette théorie dans laquelle le comportement des familles n'est pas forcément orthotrope. C'est sur la base de cette étude que nous essayons d'appliquer la théorie de l'élasticité ellipsoïdale aux massifs rocheux fracturés.

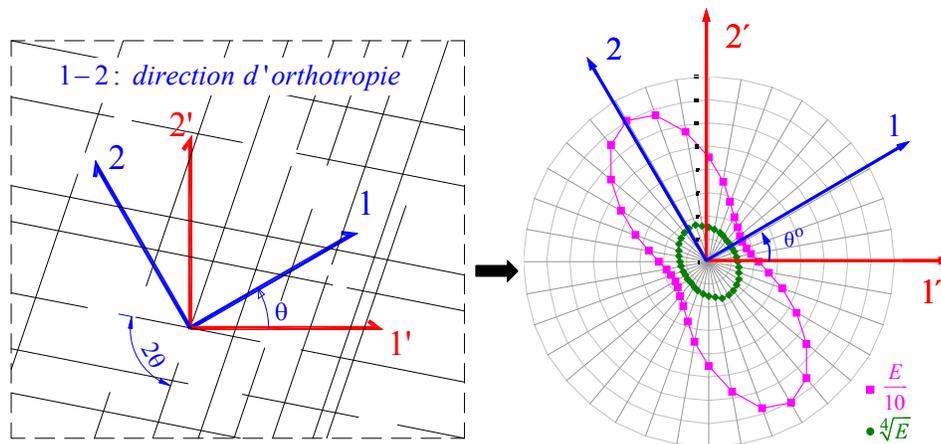


Fig. 4 : Configuration géométrique et surface indicatrice ellipsoïdale d'un milieu fracture orthotrope



Les deux familles de paramètres  $(c_{11}, c_{22}, c_{33}, \eta)$  et  $(E_1, E_2, E_3, \nu)$  sont reliées par les formules suivantes :

$$\nu = \frac{\eta}{1+\eta} ; E_\alpha = \frac{(1-\eta)(1+2\eta)}{1+\eta} c_{\alpha\alpha} \quad (\alpha=1,2,3 \text{ pas de sommation sur } \alpha) \quad (30)$$

Dans ces modèles, la racine quatrième du module d'Young ( $\sqrt[4]{E_i}$ ) et l'inverse de la racine quatrième du coefficient d'élasticité dans le direction  $n_i$  (i.e.  $\sqrt[4]{c(n_i)}$  où  $c(n_i) = C_{ijkl}n_i n_j n_k n_l$ ,  $C$  étant le tenseur de complaisance et  $\underline{n}$  un vecteur unitaire) varient dans l'espace suivant un ellipsoïde. Nous présentons dans le paragraphe suivant une méthode pour calculer les termes de  $S^e$  à partir des tenseurs calculés  $S$ . Autrement dit, nous chercherons un ajustement de nos résultats de calcul numérique (cf. §.2.4) suivant le modèle ellipsoïdal que nous avons présenté ci-haut.

### 2.5.2 Ajustement ellipsoïdal des résultats numériques

Les résultats du calcul numérique fournissent les termes de la matrice  $C$  réduite ou  $S$  réduite (cas plan, équation 13). A partir de ces résultats nous essayons de calculer les termes de  $C^e$  ou de  $S^e$  des équations 28 et 29 relatives à un modèle tridimensionnel. Nous choisissons de présenter la méthode d'ajustement sur  $C$  et donc nous cherchons 4 paramètres qui sont, d'après l'équation 28,  $c_{11}, c_{22}, c_{33}$  et  $\eta$ . Nous les notons  $c_{11}^e, c_{22}^e, c_{33}^e$ . Comment les déterminer ?

La méthode d'ajustement est basée sur la minimisation de la distance  $N$  entre le tenseur d'élasticité calculé et le modèle ellipsoïdal. La formulation mathématique se traduit par l'équation ci-dessous :

$$\frac{\partial N}{\partial c_{11}} = \frac{\partial N}{\partial c_{22}} = \frac{\partial N}{\partial c_{33}} = \frac{\partial N}{\partial \eta} = 0 \quad ; \quad N = \|C_e - C\| \quad (31)$$

Une première tentative nous a menés à retrouver un système d'équations non linéaire dont la résolution est très complexe. Pour cette raison, nous avons eu recours à une méthode simplifiée qui cherche le modèle ellipsoïdal en deux étapes :

En premier temps, nous ajustons les résultats du calcul numérique par une ellipse dans le plan de calcul  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ . Nous nous intéressons à la trace de la surface indicatrice  $r(\mathbf{n}) = (C_{ijkl}n_i n_j n_k n_l)^{-1/4}$  dans le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ .

A partir des résultats numériques, nous calculons le digramme polaire  $r(\mathbf{n})$  dans le plan  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$  et nous essayons de l'ajuster par une ellipse par la méthode des moindres carrés.

L'équation d'une ellipse s'écrit :

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{x} = 1 \quad (32)$$

où  $\mathbf{M}$  est une matrice symétrique et définie positive. Par exemple, si les axes de l'ellipse sont parallèles aux axes  $x$  et  $y$  et si les demi-diamètres de l'ellipse sont  $(a, b)$ , alors l'équation de l'ellipse s'écrit :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (33)$$

avec  $\mathbf{x}=(x,y)$  et  $\mathbf{M}=\begin{bmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} \end{bmatrix}$

Si les axes de l'ellipse ne sont pas parallèles aux axes de coordonnées, alors  $\mathbf{M}$  dans ce système d'axes n'est pas diagonale.

Si  $r(\mathbf{n})=(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l)^{-1/4}$  définit un ellipsoïde, alors nous pouvons écrire d'après Pouya [2006]:

$$C_{ijkl}n_in_jn_kn_l=(n_iM_{ij}n_j)^2 \quad (34)$$

donc que :

$$(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l)^{1/2}=n_iM_{ij}n_j \quad (35)$$

Nous essayons donc de trouver la matrice  $\mathbf{H}$ , symétrique qui se rapproche le plus de forme 35, c'est à dire, nous minimisons la distance :

$$N=\int_0^{2\pi}\left(\left(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l\right)^{1/2}-H_{ij}n_in_j\right)^2d\theta \quad (36)$$

Sachant que  $\mathbf{n}(\theta)=(\cos\theta,\sin\theta)$ , c'est à-dire :  $n_1=\cos\theta$  et  $n_2=\sin\theta$ .

Si  $\mathbf{C}$  vérifie 35, alors on trouvera  $\mathbf{H}=\mathbf{M}$ , et la distance sera nulle : il n'y a pas d'approximation, l'anisotropie en question est bien de forme ellipsoïdale. Sinon, la minimisation de 36 permet de calculer le  $\mathbf{H}$  qui donne le meilleur ajustement possible. Comment déterminer  $\mathbf{H}$  ? Minimisation revient à dire que la dérivée par rapport à  $H_{ij}$  est nulle :

$$0=\partial D/\partial H_{pq}=2\int_0^{2\pi}\left(\left(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l\right)^{1/2}-H_{ij}n_in_j\right)n_pn_qd\theta \quad (37)$$

soit aussi :

$$\int_0^{2\pi}H_{ij}n_in_jn_pn_qd\theta=\int_0^{2\pi}\left(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l\right)^{1/2}n_pn_qd\theta \quad (38)$$

Nous avons :

$$H_{ij}n_in_j=H_{11}\cos^2\theta+H_{22}\sin^2\theta+2H_{12}\cos\theta\sin\theta \quad (39)$$

Nous notons :

$$A_{pq}=\int_0^{2\pi}H_{ij}n_in_jn_pn_qd\theta \quad (40)$$

$$B_{pq}=\int_0^{2\pi}\left(C_{ijkl}n_in_jn_kn_l\right)^{1/2}n_pn_qd\theta \quad (41)$$

Calculons  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{12}$ ,  $B_{11}$ ,  $B_{22}$ ,  $B_{12}$ , (les matrices A et B sont symétriques).

Pour  $A_{11}$ , nous avons :  $p=q=1$  :  $n_p=n_q=\cos\theta$

$$A_{11}=\int_0^{2\pi}\left[H_{11}(\cos\theta)^2+H_{22}(\sin\theta)^2+2H_{12}\sin\theta\cos\theta\right](\cos\theta)^2d\theta=(3H_{11}+H_{22})\pi/4 \quad (42)$$

et ensuite

$$A_{22} = \int_0^{2\pi} \left[ H_{11}(\cos\theta)^2 + H_{22}(\sin\theta)^2 + 2H_{12} \sin\theta \cos\theta \right] (\sin\theta)^2 d\theta = (H_{11} + 3H_{22}) \pi/4 \quad (43)$$

$$A_{12} = \int_0^{2\pi} \left[ H_{11}(\cos\theta)^2 + H_{22}(\sin\theta)^2 + 2H_{12} \sin\theta \cos\theta \right] \sin\theta \cos\theta d\theta = H_{12} \pi/2$$

Les valeurs de  $B_{pq}$  se calculent numériquement, en remplaçant l'intégrale continue par la somme discrète :

$$B_{pq} = \int_0^{2\pi} (C_{ijkl} n_i n_j n_k n_l)^{1/2} n_p n_q d\theta \rightarrow \frac{2\pi}{m} \sum_{\alpha=1}^m (C_{ijkl} n_i^\alpha n_j^\alpha n_k^\alpha n_l^\alpha)^{1/2} n_p^\alpha n_q^\alpha \quad (44)$$

La somme  $m$  porte sur le nombre de divisions du plan (par exemple 36 directions distantes de  $10^\circ$ ).

Nous nous ramenons alors à résoudre le système d'équations ci-dessous pour en déduire  $H_{ij}(i,j = 1,2)$  :

$$\begin{cases} (3H_{11} + H_{22}) \pi/4 = B_{11} \\ (H_{11} + 3H_{22}) \pi/4 = B_{22} \\ H_{12} \pi/4 = B_{12} \end{cases} \quad (45)$$

Ayant calculé les termes  $H_{11}$ ,  $H_{22}$  et  $H_{12}$ , nous diagonalisons  $\mathbf{H}$  pour obtenir les directions d'orthotropie ou bien les angles ( $\theta$  et  $\theta + \pi/2$ , Fig.4) que fait l'ellipse avec les axes ( $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$ ). Les termes  $c^e_{11}$  et  $c^e_{22}$  qui nous intéressent, se déduisent de  $\mathbf{H}^d$  ( $\mathbf{H}$  diagonalisée) sous la forme suivante :

$$c^e_{11} = (H^d_{11})^2, \quad c^e_{22} = (H^d_{22})^2 \quad (46)$$

Ayant calculé  $c^e_{11}$  et  $c^e_{22}$ , il nous reste à chercher  $c^e_{33}$  et  $\eta$ . Afin de simplifier la méthode de recherche de ces paramètres nous considérons que  $c^e_{33}$  est identique au  $c_{33}$  calculé numériquement ( $c^e_{33} = c_{33}$ ). Toutefois, il faut faire attention que le fait de reporter cette valeur dans l'équation 28 n'implique pas que le module d'Young dans la direction 3 ( $E_3$ ) sera identique à celui de la roche. En effet, ce paramètre sera calculé par le biais de l'équation 30. Il ne nous reste donc qu'à calculer le terme  $\eta$ .

Afin de calculer ce terme, nous minimisons la distance entre  $\mathbf{C}^e$  et  $\mathbf{C}$ . Cette fois-ci nous connaissons les termes  $c^e_{11}$ ,  $c^e_{22}$  et  $c^e_{33}$ .

$$\frac{\partial N}{\partial \eta} = 0 \quad ; \quad N = \|\mathbf{C}_e - \mathbf{C}\| \quad (47)$$

or :

$$N = (C^e_{ijkl} - C_{ijkl})^2 \quad ; \quad i,j,k = 1,2,3 \quad (48)$$

L'équation 47 s'écrit alors :

$$\frac{\partial C^e_{ijkl}}{\partial \eta} (C^e_{ijkl} - C_{ijkl}) = 0 \quad ; \quad i,j,k,l = 1,2,3 \quad (49)$$

En développant cette équation, nous éliminons les expressions  $2 \frac{\partial c_{44}^e}{\partial \eta} (c_{44}^e - c_{44})$  et  $2 \frac{\partial c_{55}^e}{\partial \eta} (c_{55}^e - c_{55})$  car nous ignorons  $c_{44}$  et  $c_{55}$ . C'est une nouvelle hypothèse que nous admettons dans le cadre de l'ajustement ellipsoïdal.

L'équation 49 aura donc la forme suivante :

$$2 \frac{\partial c_{12}^e}{\partial \eta} (c_{12}^e - c_{12}) + 2 \frac{\partial c_{13}^e}{\partial \eta} (c_{13}^e - c_{13}) + 2 \frac{\partial c_{23}^e}{\partial \eta} (c_{23}^e - c_{23}) + 4 \frac{\partial c_{66}^e}{\partial \eta} (c_{66}^e - c_{66}) = 0 \quad (50)$$

Avec :

$$\frac{\partial c_{12}^e}{\partial \eta} = \sqrt{c_{11}^e c_{22}^e} ; \quad \frac{\partial c_{13}^e}{\partial \eta} = \sqrt{c_{11}^e c_{33}^e} ; \quad \frac{\partial c_{23}^e}{\partial \eta} = \sqrt{c_{22}^e c_{33}^e} ; \quad \frac{\partial c_{66}^e}{\partial \eta} = -\frac{\sqrt{c_{11}^e c_{22}^e}}{2} \quad (51)$$

En reportant les termes de l'équation 51 dans l'équation 50, nous tirons l'expression de  $\eta$  qui s'écrit comme suit :

$$\eta = \frac{2 \left( c_{12} \sqrt{c_{11}^e c_{22}^e} + c_{13} \sqrt{c_{11}^e c_{33}^e} + c_{23} \sqrt{c_{22}^e c_{33}^e} \right) + c_{11} c_{22} - 2 c_{66} \sqrt{c_{11}^e c_{22}^e}}{2 \left( c_{11}^e c_{33}^e + c_{22}^e c_{33}^e \right) + 3 c_{11}^e c_{22}^e} \quad (52)$$

## 3. Interprétation des résultats du calcul numérique d'homogénéisation en plasticité

### 3.1 Choix du mode de chargement

Dans cette section, nous nous limiterons à la recherche des paramètres caractérisant le critère de résistance de Mohr-Coulomb du massif rocheux pour différents types de chargement (compression, cisaillement...). Nous essayons de chercher sur la courbe contrainte-déformation homogénéisée une asymptote horizontale de la contrainte. La rapidité de convergence à cette limite, si elle existe, dépend de l'orientation ainsi que des propriétés mécaniques de la fracture et de la matrice rocheuse.

Nous rappelons que la loi de comportement de la roche et du joint est du type élasto-plastique parfait obéissant au critère de Mohr-Coulomb (cf. chap.1 §.2.2 et §.3.2.2). Ce critère de résistance ne fait pas intervenir, parmi les 3 contraintes principales ( $\sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2$ ), la contrainte intermédiaire  $\sigma_3$ . Pour un essai de compression sous confinement dans une certaine direction du plan 1-2, les deux contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  auront un même signe (compression : positive) et alors pour que  $0 < \sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2$  soit vérifiée, il faut mener nos essais de chargement dans un état de *déformation plane* ( $\varepsilon_3 = 0$ ,  $\sigma_3 \neq 0$ ). En effet, si nous menons les calculs dans un état de *contrainte plane*,  $\sigma_3$  sera nulle et nous aurons  $0 = \sigma_3 < \sigma_1 < \sigma_2$ , ceci implique que  $\sigma_1$  sera intermédiaire et que les cercles de Mohr auront tous une même origine ( $\sigma_3 = 0$ ) : il ne sera plus possible de tracer la courbe intrinsèque de Mohr-Coulomb dans le plan 1-2. Ceci dit, il faut

vérifier toujours, pour un état de déformation plane, que  $\sigma_3$  fournie par les calculs numériques, soit toujours intermédiaire.

Le code numérique utilisé ne permet que l'application d'un chargement variable en fonction du temps du type *déplacement imposé* sur les nœuds de la frontière :

$$U_{1,2}(t) = Vt + U_{1,2}^0 \quad (53)$$

où  $U_{1,2}$  est le déplacement imposé suivant la direction 1 ou 2,  $V$  est la vitesse d'application du chargement et  $U_{1,2}^0$  le déplacement à l'origine ( $t=0$ ).

De même, il n'est pas possible d'appliquer simultanément un déplacement imposé variable en fonction du temps, en présence d'une contrainte imposée. L'effet de cette limitation apparaît dans le cas d'un cisaillement puisqu'il n'est pas possible d'effectuer un essai de cisaillement variable en fonction du temps, en présence d'un confinement sur les quatre bords du massif.

D'après ce que nous venons d'exposer, nous illustrons dans la figure 5 les deux essais de compression dans la direction 1 ou 2 et l'essai de cisaillement que nous appliquons sur le massif pour chercher son critère de résistance homogénéisée.

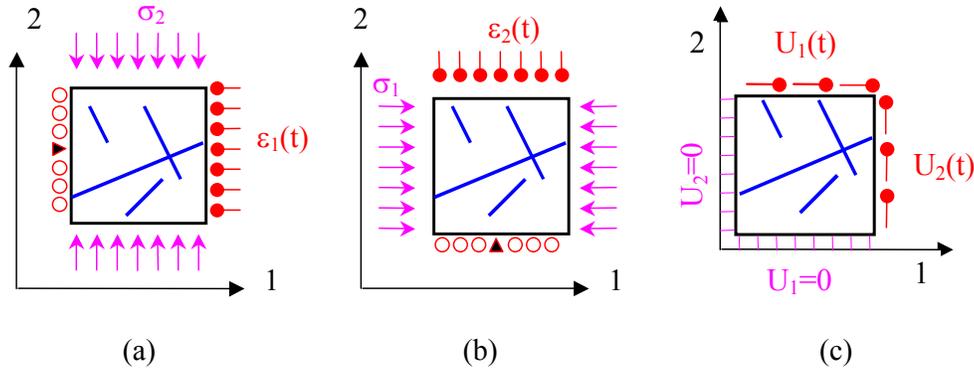


Fig. 5 : Chargements relatifs à un calcul élastoplastique. a) compression direction 1 avec confinement constant 2, b) compression direction 2 avec confinement constant 1, c) cisaillement sans confinement.

### 3.2 Calcul de la résistance homogénéisée

Vu que la matrice rocheuse et les fractures obéissent au critère de résistance de Mohr-Coulomb, nous cherchons dans cette section un critère de résistance homogénéisé du massif du même type.

Comme nous l'avons indiqué au chapitre 1 (cf. §.2.2.2), ce critère est linéaire et sa formulation mathématique prend la forme :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \leq \alpha_m + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tan \Psi_m; \quad C_m = \frac{\alpha_m}{\cos \Psi_m} \quad \text{et} \quad \Phi_m = \sin^{-1}(\tan \Psi_m) \quad (54)$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  représentent respectivement la contrainte majeure et mineure.  $\alpha_m$ ,  $\Phi_m$  et  $\Psi_m$  représentent les paramètres du critère dans le plan  $\left( \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}, \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)$ .  $C_m$  et  $\Phi_m$

sont la cohésion et l'angle de frottement interne homogénéisés du massif pour le chargement considéré.

Pour un massif anisotrope, il est donc possible de trouver une infinité de critères de résistance chacun dérivant du type de chargement appliqué (compression, cisaillement...) et de sa direction. C'est au concepteur de l'ouvrage de préciser lequel des critères est plus commode ou plus pertinent pour son étude de cas. A titre d'exemple, si un mode de rupture par cisaillement peut être prévu d'une façon cinématique, il suffit de chercher le critère de résistance correspondant à un essai de cisaillement. Par contre, si la structure du massif est assez complexe et ne permet pas de prévoir un mode de rupture particulier, nous proposons de chercher trois critères de résistance (*compression direction 1 et 2 et cisaillement*) à partir desquels il est possible de calculer un critère moyen et ajusté pour le massif. Une application numérique de cette méthode sera présentée au chapitre 4 (§.4.2.3).

La figure 6 illustre les étapes nécessaires pour tracer la courbe intrinsèque homogénéisée du massif et calculer les paramètres homogénéisés du critère de Mohr-Coulomb.

Pour un certain type de chargement  $\sigma_{ij}$  ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ou  $\sigma_{12}$ ) et en présence d'une contrainte de confinement  $\sigma$  (Fig. 6.1), le couple de contrainte ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ) est déterminé à partir des courbes contraintes-déformations numériques (Fig. 6.2). Nous rappelons que pour chaque type de chargement il est nécessaire d'établir deux essais, au moins, avec deux contraintes de confinement différentes pour tracer la variation du potentiel plastique (Fig. 6.3). Une fois les paramètres de ce potentiel définis, l'équation 54 fournit la cohésion et l'angle du frottement homogénéisés du massif ( $C_m$  et  $\Phi_m$ ).

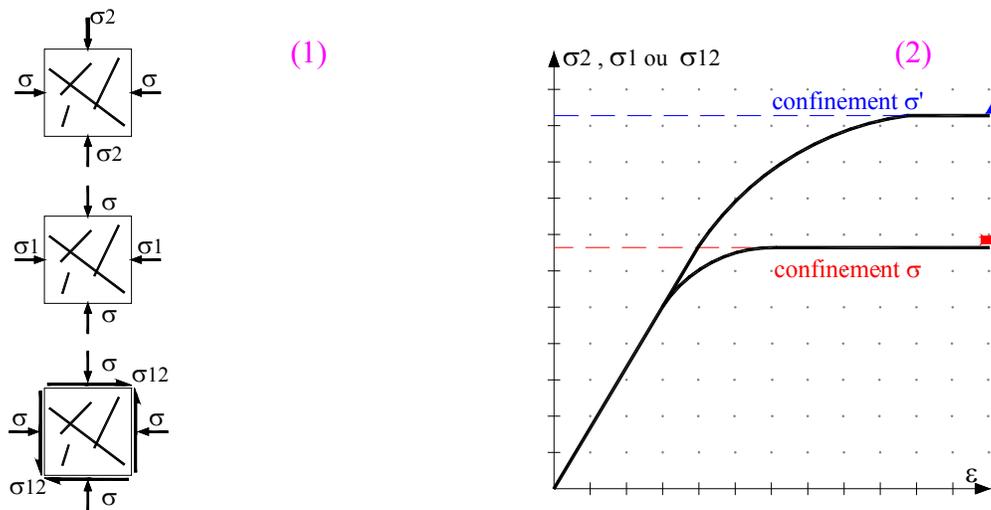


Fig. 6 : Méthodologie de recherche des paramètres caractérisant le critère de résistance de Mohr-Coulomb d'un massif rocheux par homogénéisation numérique

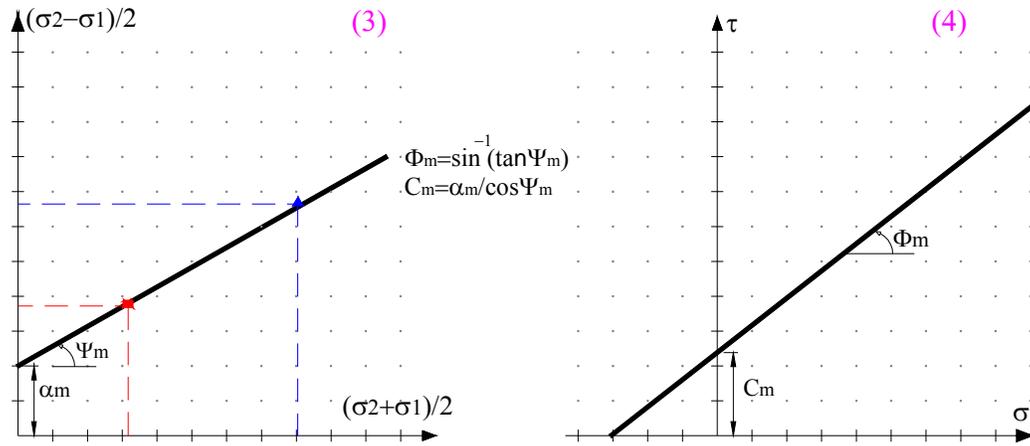


Fig. 6 (suite): Méthodologie de recherche des paramètres caractérisant le critère de résistance de Mohr-Coulomb d'un massif rocheux par homogénéisation numérique

## 4. Conclusion

Dans ce chapitre, une méthodologie d'homogénéisation numérique des propriétés élastoplastiques à grande échelle d'un milieu fissuré a été présentée.

Une discussion sur les divers modes de chargement a été faite. Nous avons exposé une nouvelle méthode de chargement à déplacement imposé dépendant des coordonnées de nœuds sur la frontière. Ce mode de chargement présente l'avantage de retrouver numériquement une symétrie parfaite du tenseur d'élasticité. La vérification de cette propriété par les moyens numériques n'a pas été atteinte dans la littérature par les modes de chargement classiques. Cependant, cette méthode fournit la borne supérieure des paramètres élastiques et son application nous paraît plus adaptée à des milieux hétérogènes et continus ne contenant pas des éléments joints (cf. chap.4). D'autres modes de chargement ont été évoqués. La méthode des contraintes imposées nous paraît la plus adaptée pour la simulation d'un massif rocheux puisqu'elle fournit la borne inférieure des paramètres élastiques, ce qui va bien dans le sens de la sécurité des ouvrages.

La théorie d'élasticité ellipsoïdale a été présentée. Nous avons souligné son intérêt, ses avantages et les simplifications qu'elle peut apporter à la modélisation des milieux fracturés ayant un comportement anisotrope. Nous avons présenté également une méthode de recherche du modèle ellipsoïdal tridimensionnel à partir des résultats du calcul numérique bidimensionnel. Cette méthode n'est pas unique et le lecteur pourra s'en servir pour calculer, d'une autre façon, un tenseur d'élasticité tridimensionnel le plus adapté à son massif.

Nous appliquerons plus loin la méthodologie d'homogénéisation numérique et l'ajustement que nous avons détaillés dans ce chapitre à des études de cas représentatifs pour établir des tableaux de classification numérique (cf. annexe 4).

*Dans les temps anciens, il y avait des ânes que la rencontre d'un ange faisait parler. De nos jours, il y a des hommes que la rencontre d'un génie fait braire.*

*(Victor Hugo)*

## **Chapitre 4**

### **Méthode de modélisation Numérique**

---

Nous exposons, au début de ce chapitre, les formulations mathématiques des modèles de comportement mécanique de la roche et des discontinuités. Ensuite, nous présentons un schéma d'application de la théorie d'homogénéisation numérique basée, dans une grande partie, sur le travail élaboré au chapitre 3.

La méthodologie de travail que nous proposons commence avec la génération des familles de fractures, passe par les détails de préparation des fichiers de maillage pour prendre fin avec le calcul du tenseur d'élasticité et des paramètres de résistance du massif à partir des déplacements et des déformations homogénéisées. Au cours de ce chapitre, nous présentons les étapes de validation de l'élément joint de Goodman et al. [1968] dans le code de calcul Anthyc. En outre, nous présentons les divers modules que nous avons programmés pour automatiser la méthodologie de travail. L'outil numérique résultant de ce travail de programmation (HELEN) nous sera utile dans l'élaboration des nombreuses simulations relatives à notre classification numérique.

A la fin du chapitre, nous présentons une première application de la méthode de modélisation numérique sur un massif granitique du sud de la France (massif de la Vienne). Outre la détermination des paramètres mécaniques de ce massif, une analyse particulière est faite pour calculer la taille du *VER* mécanique.

---

# **METHODE DE MODELISATION NUMERIQUE**

## **1. Modélisation du comportement mécanique des massifs rocheux fracturés**

La modélisation numérique est un outil assez puissant permettant l'analyse de problèmes mathématiques et physiques très complexes dont la résolution par les voies analytiques explicites est impossible. Le progrès significatif et le développement perpétuel de la technologie de fabrication des ordinateurs ne cessent pas de procurer à cet outil une plate-forme favorisant son emploi et révélant son efficacité.

Plusieurs types de modèles existent dans le domaine de la mécanique des roches en particulier pour modéliser la stabilité et la déformation des massifs rocheux fracturés. Nous distinguons deux grandes catégories :

- Les modèles de calcul de stabilité qui se basent principalement sur l'analyse des forces en situation d'équilibre limite d'un mécanisme de rupture.
- Les modèles de calculs en déformations qui requièrent en général l'utilisation de méthodes du type éléments finis, différences finies ou éléments discrets nécessitant des ressources informatiques importantes.

Dans ce qui suit nous présentons sommairement ces deux catégories. Une attention particulière sera accordée à la méthode des éléments finis que nous employons dans le cadre de cette thèse pour établir une classification numérique de certains massifs rocheux types.

### **1.1 Modèles de calcul de stabilité**

Les méthodes d'analyse de stabilité reposent généralement sur le postulat que les joints sont les seules zones de faiblesse dans un massif rocheux. Cette hypothèse implique que la rupture survient uniquement au niveau des joints. Bien qu'il soit assez simplifié par rapport au phénomène de rupture réel, ce mécanisme de rupture est suffisant pour donner une idée claire sur l'instabilité d'un massif rocheux.

**Les modèles d'équilibre limite** identifient certains mécanismes de rupture élémentaire de blocs dans un massif rocheux tels que la rupture plane, en dièdre ou par basculement. Ils quantifient l'instabilité de ces blocs vis-à-vis de ces mécanismes de ruptures et nécessitent l'introduction d'un critère de rupture qui est souvent celui de Mohr-Coulomb. Ces méthodes consistent à modéliser le massif rocheux comme un ensemble de blocs rigides susceptibles de glisser le long d'une ou de plusieurs surfaces de discontinuités identifiées préalablement par une observation structurale du

massif. Parmi les travaux qui ont introduit cette méthode, nous citons ceux de Hoek et Bray [1977], Oboni et Martinenghi [1984] et Scavia et al. [1990].

**Le modèle d'équilibre de blocs clés** est basé sur une analyse purement géométrique de la structuration des blocs et des discontinuités planes aux bords d'une excavation creusée dans un massif rocheux. Elle consiste à identifier des blocs rigides partiellement instables nommés également *blocs clés* qui sont soumis à des forces motrices telles que leur poids propre et les forces hydrostatiques. Ensuite une analyse d'instabilité par translation ou rotation des blocs est réalisée. Cette théorie a été introduite initialement par Goodman et Shi [1985] et développée plus tard par Mauldon et Goodman [1990]. L'impossibilité de prise en compte de l'aspect mécanique du problème attribue à cette méthode un caractère qualitatif.

**L'analyse vectorielle** a été introduite par Warburton [1981]. Elle consiste à analyser la stabilité de blocs polyédriques dont leurs limites sont soit d'autres blocs soit une face libre en bord d'excavation. Seuls des mouvements de translation au niveau des joints plans sont permis entre les blocs rigides. Une fois qu'un bloc est précisé susceptible de bouger, un facteur de sécurité est défini comme étant le rapport entre les forces motrices (poids propre,..) et les forces résistantes régies par le critère de rupture de Mohr-Coulomb. Les limites de cette méthode résultent de la restriction des mouvements à des translations et l'impossibilité de prendre en compte les efforts que peuvent appliquer d'autres blocs sur le bloc étudié.

## 1.2 Modèles de calcul en déformation

Afin de tenir compte de l'aspect mécanique des massifs rocheux (contraintes, déformation, propriétés homogénéisées...), les modèles de calcul en déformation doivent être consultés. Avec la croissance de la capacité des ordinateurs, les modèles en déformation augmentent leur domaine d'application de la stabilité des massifs à diverses applications mécaniques comme la compréhension de l'état de contrainte in situ (Hart [2003]), le comportement au cisaillement des discontinuités rugueuses (Cundall [2000]) et la résistance d'un massif (Pouya et Ghoreychi [2001], Min et Jing [2003]).

Les différents outils de calcul permettant la réalisation de ces modèles présentent des degrés de sophistication différents qui pèsent évidemment sur la performance des modèles réalisés. Il en est ainsi de leur possibilité de refléter plus ou moins fidèlement la géométrie de l'ouvrage, les anisotropies et hétérogénéités des matériaux ainsi que les sollicitations. De plus, ces outils présentent des différences dans la manière de résoudre les équations en jeu qui se ramènent toujours à l'intégration de fonctions «déplacement». Certains procèdent par intégration directe comme avec la méthode des éléments frontières. Les autres ont recours à la discrétisation de ces fonctions. Ces derniers diffèrent par ailleurs entre elles par les principes de discrétisation, les algorithmes et les techniques de résolution, comme c'est le cas notamment entre les outils qui s'appuient sur la méthode des éléments finis, celle des éléments distincts, ou celle des différences finies. Nous exposons parmi ces outils quelques-uns qui sont les plus connus.

La méthode des *éléments distincts* (ou des éléments discrets) introduite par Cundall [1971] est façonnée pour des problèmes dans lesquels interviennent un nombre important mais limité de discontinuités et donc de blocs de matériaux. Ces blocs ont un comportement rigide et leur déformation est nulle. Ceci implique que la réponse

globale du massif est dominée par le comportement des discontinuités. Cette méthodologie permet d'obtenir de grandes déformations le long des discontinuités et peut aussi bien reproduire les effets de la translation ou de la rotation des blocs rocheux. Parmi les logiciels qui exploitent cette méthode dans le domaine de la mécanique des roches nous citons *BRIG3D* (Centre de Géologie de l'Ingénieur, Tahiri [1992-a et 1992-b], Bargui [1997]) et *UDEC* (Cundall [1980], ITASCA [2000]).

La méthode des *différences finies*, quant à elle, traite le problème comme un milieu continu dont les caractéristiques mécaniques sont une moyenne établie sur un élément du maillage. Elle permet aussi d'introduire, en nombre limité, des discontinuités, mais la réponse globale du massif est cependant dominée par la déformation de la roche. L'un de logiciels les plus connus pour cette méthode dans le domaine de mécanique des roches est *FLAC* (Fast Lagrangien Analysis of Continua, ITASCA [1998]).

Parmi les méthodes de calcul numériques en déformation, la méthode des *éléments finis* se présente comme étant la plus générale. Elle consiste à substituer un domaine réel par un modèle discrétisé formé d'un assemblage de nœuds et des éléments de taille finie appelés mailles. L'idée de base est de calculer les déplacements nodaux à partir desquels dérivent les contraintes dans les éléments. Le problème statique général nécessite la résolution d'un système d'équation linéaire qui dépend des conditions aux limites du système. Ce problème prend la forme mathématique suivante :

$$\underline{F} = \underline{K}\underline{U} \quad (1)$$

$\underline{F}$  étant le vecteur de forces appliquées sur le système,  $\underline{U}$  le vecteur de degré de liberté et  $\underline{K}$  la matrice de rigidité globale du système. Pour une connaissance plus approfondie de cette méthode dans le domaine de mécanique des roches, le lecteur peut consulter des ouvrages de référence comme celui de Zienkiewicz [1973] ou Goodman et Saint John [1977].

L'épaisseur des fractures est, en général, très faible. Ceci demande l'introduction d'un élément fini spécial appelé «élément joint». Cet élément a fait l'objet de plusieurs études antérieures parmi lesquelles nous citons celle de Goodman et al. [1968] que nous employons dans le cadre de cette thèse. La formulation mathématique de ce type d'élément est présentée dans le paragraphe 1.4.

La méthode des éléments finis présente certains avantages :

- Elle permet de : 1- traiter des milieux à propriétés homogènes ou hétérogènes, 2- prendre en considération des loi de comportement variées (élasticité, viscoélasticité, plasticité...), 3- traiter des problèmes statiques et dynamiques. 4- coupler plusieurs phénomènes (mécanique, hydraulique, thermique, transfert de gaz, chimique...).
- L'avantage sur la méthode des éléments distincts dérive du fait que la roche peut être déformable, que les fractures ne sont pas censées former des blocs et que la rupture peut trouver son chemin dans la matrice rocheuse.

Toutefois, cette méthode rencontre certaines difficultés au niveau de génération du maillage surtout dans le cas d'un massif rocheux très fracturé. Ces difficultés disparaissent progressivement suite à l'amplification de la puissance des ordinateurs et l'élaboration d'algorithmes appropriés.

Afin de résoudre un certain problème mécanique dans un massif rocheux par le biais de la méthode des éléments finis, il faut prévoir un certain modèle de comportement mécanique de la roche et des discontinuités. Cette phase sera détaillée dans le paragraphe suivant.

### 1.3 Modèle de comportement mécanique

Dans ce paragraphe, nous précisons les modèles de comportement mécanique de la roche et du joint qui sont employés dans le cadre de cette thèse. Ces modèles seront implantés dans le code de calcul numérique.

#### 1.3.1 Modèle de comportement mécanique de la roche

La roche est modélisée par un milieu continu homogène et isotrope. Son comportement est défini par une élasticité linéaire de module d'Young constant  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$  et un critère de résistance de Mohr-Coulomb de cohésion  $C$  et d'angle de frottement interne  $\Phi$ . Pour faciliter la modélisation numérique et l'intégration dans un code de calcul, nous adoptons le formalisme d'élastoplasticité parfaite avec un critère de plasticité correspondant au critère de résistance de la roche. Nous rappelons que la formulation mathématique de ce critère dans le plan des contraintes principales  $(\sigma_1, \sigma_2)$  s'écrit sous la forme :

$$F(\sigma) = (\sigma_2 - \sigma_1) - (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \Phi - 2C \cos \Phi \leq 0 ; \sigma_1 < \sigma_3 < \sigma_2 \quad (2)$$

Nous déduisons que la résistance à la compression et à la traction de la roche sont respectivement :

$$\sigma_2 = \frac{2C \cos \Phi + \sigma_1(1 + \sin \Phi)}{1 - \sin \Phi} ; \sigma_1 = -\frac{2C \cos \Phi - \sigma_2(1 - \sin \Phi)}{1 + \sin \Phi} \quad (3)$$

La figure 1 illustre la variation de cette loi en termes d'une courbe contrainte-déformation et d'une courbe intrinsèque de cisaillement.

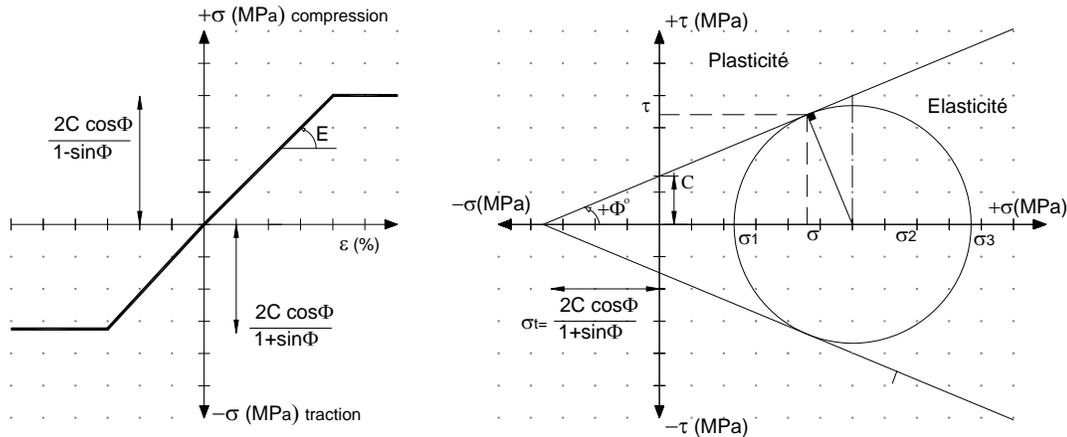


Fig.1 : Modèle de comportement mécanique de la roche (Mohr-Coulomb)

### 1.3.2 Modèle de comportement mécanique de la discontinuité

Afin de modéliser le comportement mécanique d'un joint, il est avantageux de choisir un modèle mathématique simple ayant un nombre réduit de paramètres facilement identifiables et qui soit adapté à la méthode des éléments finis.

Le modèle non linéaire de Barton-Bandis (Barton et Choubey [1977], Bandis et al. [1983]) que nous avons exposé dans le chapitre 1 est celui le plus proche du comportement réel d'une fracture. Malheureusement, tous les codes de calcul ne disposent pas de ce modèle vu le grand nombre de paramètres qui lui sont associés.

Dans cette étude, les discontinuités sont idéalisées par des éléments joints de Goodman et al. [1968] d'épaisseur nulle. Leur comportement élastoplastique parfait obéit au critère de Mohr-Coulomb que nous avons présenté au chapitre 1. Malgré son caractère linéaire, l'emploi de ce modèle procure des résultats assez représentatifs au niveau des contraintes et des déformations dans un massif rocheux. Ce modèle est caractérisé par une raideur normale  $K_n$  et une raideur tangentielle  $K_t$  constantes ainsi qu'une cohésion  $c$  et un angle de frottement interne  $\phi$ . Sur la figure 2 sont illustrées les courbes contraintes-déformations normales et tangentielles ainsi que la courbe intrinsèque en cisaillement de ce modèle.

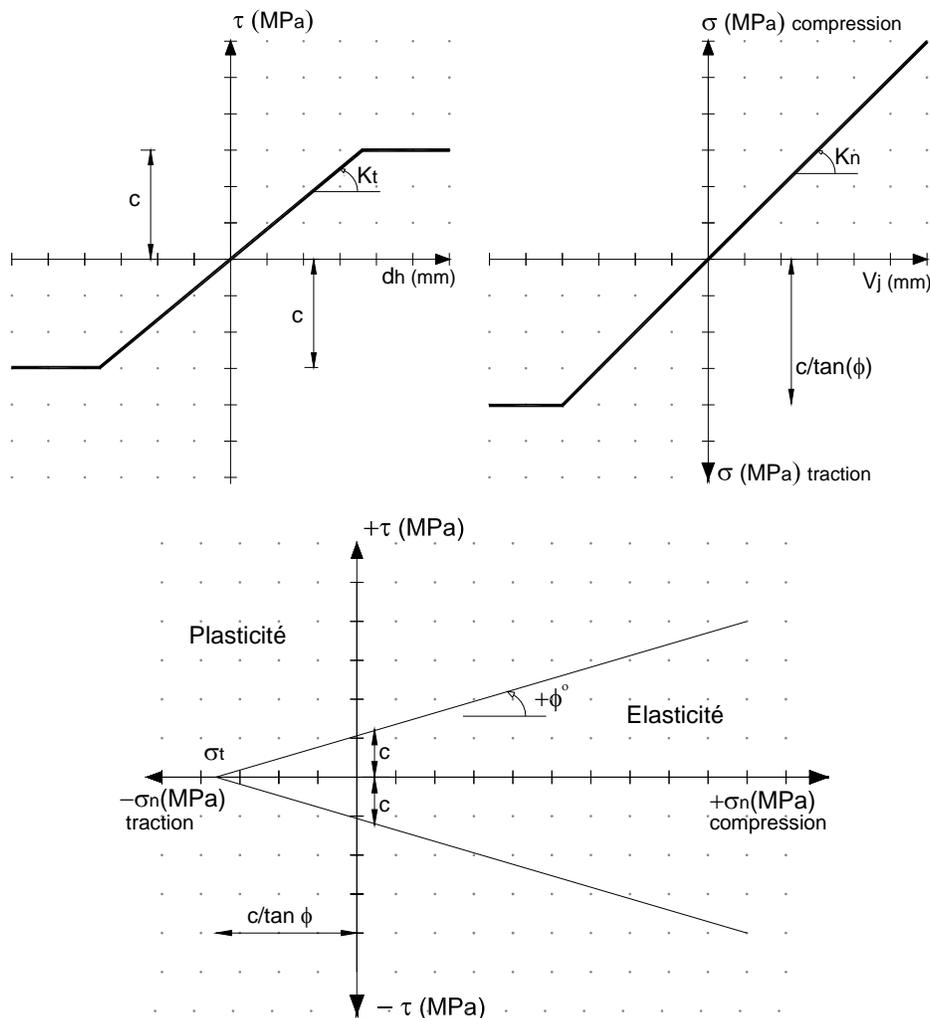


Fig. 2 : Modèle de comportement mécanique des fractures (Mohr-Coulomb)

Une comparaison graphique entre le modèle de Mohr- Coulomb (MC) et celui de Barton-Bandis (BB) est établie sur la figure 3. Cette comparaison montre les principales différences entre les deux modèles ainsi que les approximations qu'implique le modèle MC par rapport au modèle BB.

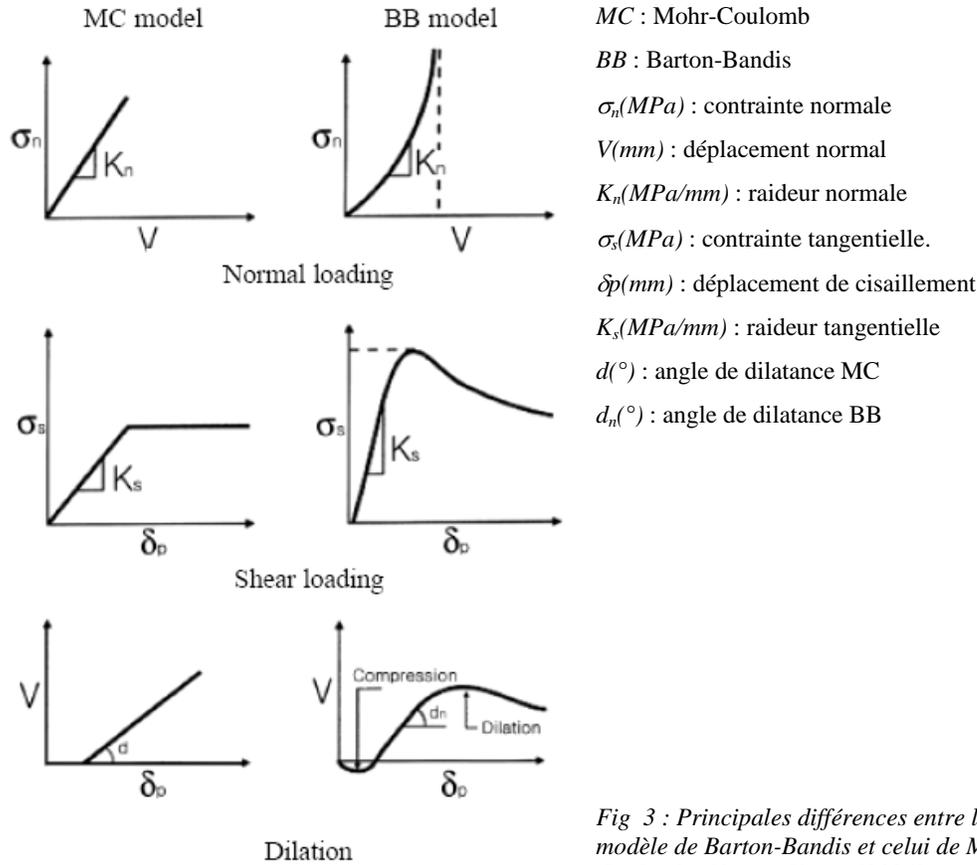


Fig 3 : Principales différences entre le modèle de Barton-Bandis et celui de Mohr-Coulomb (Choi et Chung [2004])

Le modèle de comportement mécanique du joint étant précisé, nous proposons d'exposer dans le paragraphe suivant la formulation mathématique de l'élément fini spécial du type joint qui est implanté dans le code de calcul numérique *Anthyc* (cf. §.3.1.3)

## 1.4 Formulation mathématique de l'élément fini joint

Comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, nous modélisons les fractures par des éléments finis spéciaux du type joint de Goodman et al. [1968]. Cet élément rectangulaire se caractérise par son épaisseur nulle. Ses extrémités sont définies par deux couples de nœuds ayant deux degrés de liberté en déplacement et dont les coordonnées sont identiques (nœuds dédoublés, Fig. 4).

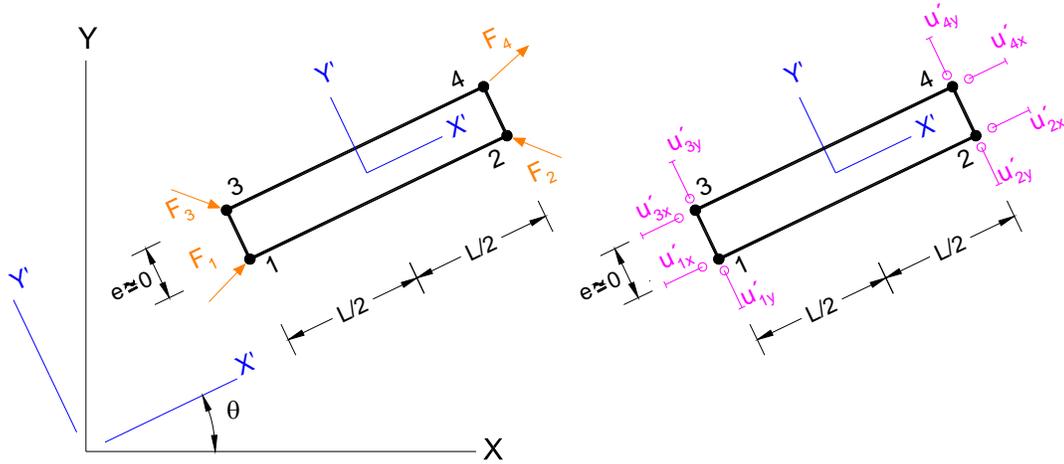


Fig. 4 : Elément joint à quatre nœuds de Goodman et al. [1968]

Les équations des éléments se dérivent sur la base des composantes des déplacements relatifs nodaux sur chaque côté de l'interface. Les déplacements relatifs sont alors liés aux déplacements absolus :

Le vecteur des déplacements absolus nodaux par rapport au système du repère local ( $x'$ -  $y'$ ) est donné par :

$$\{u'\} = \{u'_{1x} \quad u'_{1y} \quad u'_{2x} \quad u'_{2y} \quad u'_{3x} \quad u'_{3y} \quad u'_{4x} \quad u'_{4y}\}^T \quad (4)$$

où l'exposant T indique la transposée d'une matrice. En considérant des composantes du déplacement telle que présentées ci-dessus, le vecteur correspondant des forces nodales est :

$$\{f'\} = \{f'_{1x} \quad f'_{1y} \quad f'_{2x} \quad f'_{2y} \quad f'_{3x} \quad f'_{3y} \quad f'_{4x} \quad f'_{4y}\}^T \quad (5)$$

Le vecteur des déplacements relatifs est défini comme suit :

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_t \\ w_n \end{Bmatrix} = [N^*] \{u'\} \quad (6)$$

où  $w_t$  et  $w_n$  représentent les déplacements relatifs tangentiels et normaux le long de l'interface.  $N^*$  est la matrice reliant des déplacements relatifs aux déplacements absolus. Les contraintes tangentielle et normale par unité de longueur  $\tau$  et  $\sigma_n$  respectivement, sont liées aux déplacements relatifs par une relation constitutive appropriée. La relation simple suivante sera utilisée:

$$\begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_t & K_m \\ K_{nt} & K_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_t \\ w_n \end{Bmatrix} = [K] \{w\} = [K][N^*] \{u'\} \quad (7)$$

Les paramètres constitutifs  $K_t$  et  $K_n$  dans l'équation 4 représentent respectivement la raideur tangentielle et normale par unité de longueur.  $K_m$  (ou  $K_{nt}$ ) explique la propriété de dilatace du joint dont l'effet est ignoré dans notre travail de classification. Considérant  $\{w\}$  comme "déformation" généralisée, la matrice de raideur locale de l'élément est calculée comme suit (Goodman et al. [1968]) :

$$[K^e] = \int_x [N^*]^T [K][N^*] dx = \int_{\xi} [N^*]^T [K][N^*] \det[J] d\xi \quad (8)$$

Le comportement élastoplastique du joint obéissant au critère non associé de Mohr-Coulomb s'exprime sous la forme suivante:

$$f(\underline{\sigma}) = |\tau| + \sigma_n \operatorname{tg}(\varphi) - c \quad (9)$$

$$g(\underline{\sigma}) = |\tau| + \sigma_n \operatorname{tg}(\psi) \quad (10)$$

Dans cette expression,  $f$  représente la fonction de charge,  $g$  le potentiel associé,  $\varphi$  et  $\psi$  sont respectivement l'angle de frottement interne et l'angle de dilataance. Nous appelons critère d'élasticité, la condition  $f(\underline{\sigma}) \leq 0$  et critère de plasticité la condition  $f(\underline{\sigma}) > 0$ . Donc, en considérant la relation entre la contrainte et le déplacement pour le cas élastoplastique, il dérive que :

$$\underline{\sigma} = \underline{k} \cdot (\underline{U} - \underline{U}^p)$$

La relation matricielle entre les forces et les déplacements s'exprime alors dans le repère globale  $(x,y)$  sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} F_x^1 \\ F_y^1 \\ F_x^2 \\ F_y^2 \\ F_x^3 \\ F_y^3 \\ F_x^4 \\ F_y^4 \end{bmatrix} = \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2k_t & 2k_m & k_t & k_m & -k_t & -k_m & -2k_t & -2k_m \\ 2k_m & 2k_n & k_m & k_n & -k_m & -k_n & -2k_m & -2k_n \\ k_t & k_m & 2k_t & 2k_m & -2k_t & -2k_m & -k_t & -k_m \\ k_m & k_n & 2k_m & 2k_n & -2k_m & -2k_n & -k_m & -k_n \\ -k_t & -k_m & -2k_t & -2k_m & 2k_t & 2k_m & k_t & k_m \\ -k_m & -k_n & -2k_m & -2k_n & 2k_m & 2k_n & k_m & k_n \\ -2k_t & -2k_m & -k_t & -k_m & k_t & k_m & 2k_t & 2k_m \\ -k_m & -2k_n & -k_m & -k_n & k_m & k_n & 2k_m & 2k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x^1 \\ u_y^1 \\ u_x^2 \\ u_y^2 \\ u_x^3 \\ u_y^3 \\ u_x^4 \\ u_y^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -[2(k_t U_t^{p0} + k_m U_n^{p0}) + (k_t U_t^{p1} + k_m U_n^{p1})] \\ -[2(k_m U_t^{p0} + k_n U_n^{p0}) + (k_m U_t^{p1} + k_n U_n^{p1})] \\ -[2(k_t U_t^{p1} + k_n U_n^{p1}) + (k_t U_t^{p0} + k_m U_n^{p0})] \\ -[2(k_m U_t^p + k_n U_n^{p1}) + (k_m U_t^{p0} + k_n U_n^{p0})] \\ [2(k_t U_t^{p0} + k_m U_n^{p0}) + (k_t U_t^{p1} + k_m U_n^{p1})] \\ [2(k_m U_t^{p0} + k_n U_n^{p0}) + (k_m U_t^{p1} + k_n U_n^{p1})] \\ [2(k_t U_t^{p1} + k_n U_n^{p1}) + (k_t U_t^{p0} + k_m U_n^{p0})] \\ [2(k_m U_t^p + k_n U_n^{p1}) + (k_m U_t^{p0} + k_n U_n^{p0})] \end{bmatrix} \quad (11)$$

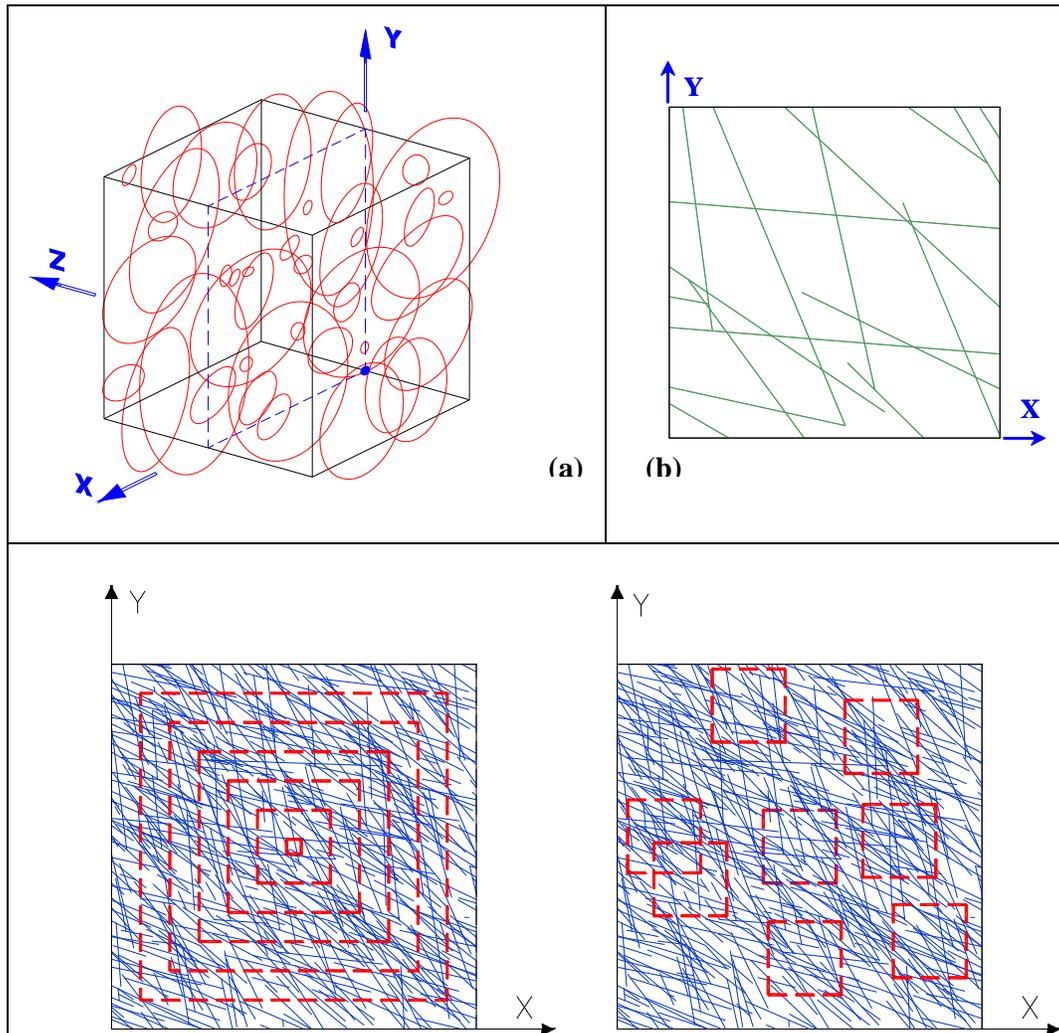
Ayant précisé tous les éléments nécessaires pour établir un calcul numérique par la méthode des éléments finis, il nous reste à structurer une méthodologie de travail facile à utiliser et automatisant le calcul numérique. Cette tâche fera l'objet du paragraphe suivant.

## 2. Méthodologie de travail

L'objet de ce paragraphe est de présenter la méthodologie de calcul des propriétés homogénéisées d'un massif rocheux fracturé par la méthode des éléments finis. Nous adoptons cette méthodologie afin d'élaborer notre travail de classification numérique présenté au chapitre 5. Les étapes nécessaires pour établir cette tâche sont illustrées sur la figure 5 et se résument comme suit :

1. Génération des familles de fractures.
2. Calcul de la taille du *VER*.
3. Maillage et création des éléments joints.
4. Essais de chargements numériques et calcul du tenseur de souplesse.

Une description plus détaillée de chaque étape sera faite au cours de ce paragraphe.



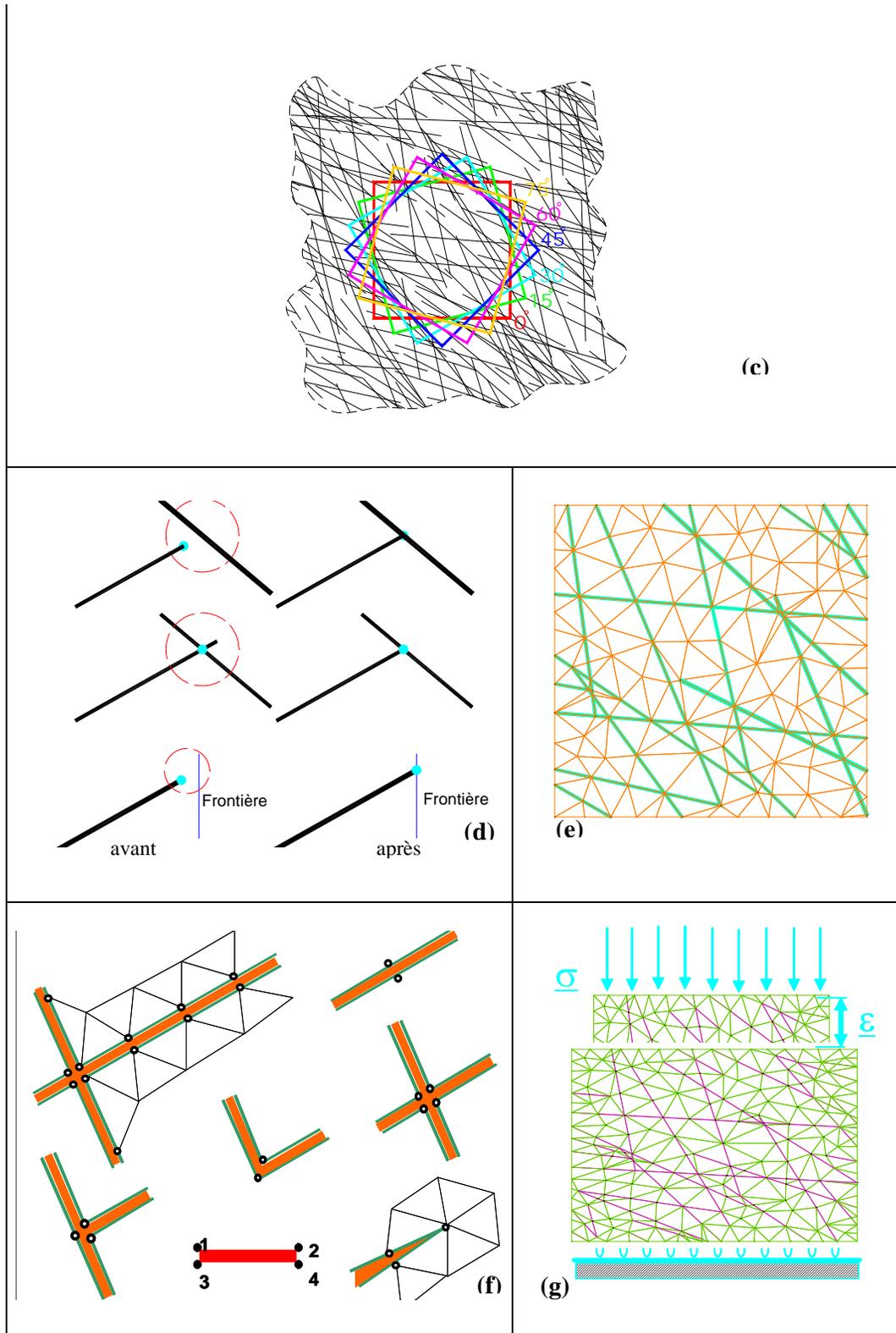


Fig. 5 : Méthodologie de recherche des propriétés mécaniques d'un massif rocheux fracturé par la méthode d'homogénéisation numérique. a) génération des disques dans l'espace, b) recherche des traces de fractures dans un plan, c) recherche de la taille du VER géométrique (carré mobile de taille constante ; carré centré de taille croissante), d) ajustement de la géométrie des fractures, e) maillage, f) dédoublement des nœuds, g) exemple d'application d'un type de chargement numérique

## 2.1 Génération des familles de fractures

### 2.1.1 Génération des disques dans l'espace

Les lois caractérisant les différents paramètres géométriques et mécaniques des familles de fractures dérivent du traitement géostatistique de l'ensemble des fractures par des voies diverses. Ces lois sont introduites dans un modèle de simulation numérique qui génère un certain nombre de familles de fractures principales. En général, la formation de chaque famille dépend d'un certain épisode de la genèse du massif. Le lien entre ces phases n'est pas toujours clair. Il est alors courant de générer chaque famille à part et ensuite superposer les différentes familles.

Parmi les différents modèles géométriques de fractures présentés au chapitre 1, nous employons celui de Baecher et al. [1977]. Dans ce modèle une fracture est modélisée par un disque dans l'espace (cf. chap.1 §.1.3). Un exemple de simulation de disques dans un milieu fini tridimensionnel est illustré sur la figure 5-a. La génération des disques dans l'espace se fait par le moyen du processus de Poisson (cf. chap.1, §.1.3). Les lois de distribution statistiques des différents paramètres géométriques d'une fracture que nous adoptons dans notre étude sont illustrées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Lois de distribution statistique des différents paramètres géométriques de la fracturation

Paramètre	Loi de distribution
Coordonnées $\underline{X}(x,y,z)$	Uniforme
Pendage ( $\alpha$ )	Normale
Azimut ( $\phi$ )	Normale
Extension ( $l$ )	Exponentielle décroissante
Épaisseur ( $e$ )	Exponentielle décroissante

### 2.1.2 Recherche des traces des fractures dans un plan

La théorie d'homogénéisation que nous avons exposée dans le chapitre 3 est relative à un milieu plan. En effet, pour une géométrie assez complexe résultant de la présence et de l'intersection d'un grand nombre de fractures dans l'espace, et vu les limites des codes de calcul dans le cas d'un élément fini joint tridimensionnel, seul un calcul bidimensionnel semble être facilement réalisable.

Une fois la phase de génération des fractures dans l'espace établie, vient ensuite la phase de recherche des traces des disques résultant de l'intersection de ces derniers avec un plan (Fig. 5-b). Nous attirons l'attention sur le fait que, pour des calculs en contraintes planes ou en déformations planes, la direction du plan de coupe est verticale et identique au plan de calcul (plan de maillage). Suite à ce procédé, une fracture sera définie dans un plan par ses coordonnées  $(x,y)$ , son inclinaison  $\theta$ , son extension  $l$  et son épaisseur  $e$  (Fig. 6). Pour une connaissance plus approfondie sur la formulation mathématique de la recherche des traces à partir des disques dans l'espace, le lecteur peut se référer à Maleki [2004].

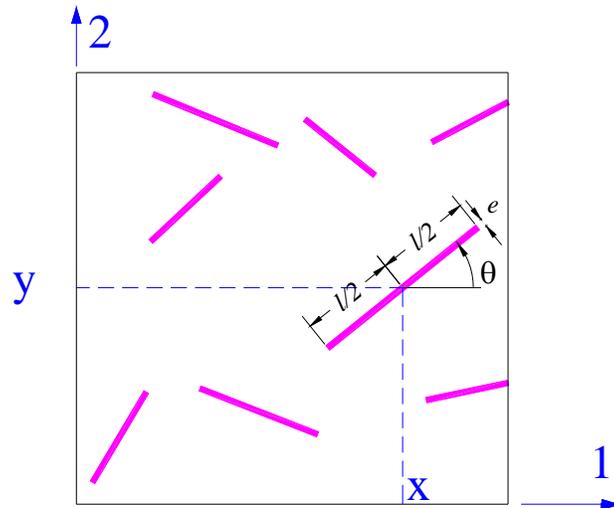


Fig. 6 : Paramètres géométriques des fractures dans un plan

## 2.2 Calcul de la taille du VER

### 2.2.1 Critères de recherche du VER mécanique

Avant d'aborder le calcul du VER mécanique ( $VER_{méca}$ ), il est indispensable de noter qu'il y a autant de types de VER que le nombre de paramètres existant dans un problème de Mécanique des Roches. A savoir : *VER mécanique élastique*, *VER mécanique plastique*, *VER géométrique*, *VER des contraintes initiales*, *VER thermique*... Dans notre étude nous nous intéressons au *VER mécanique*.

Long et al. [1982] ont proposé que les deux critères suivants doivent être satisfaits pour pouvoir calculer correctement la taille d'un *VER hydraulique* :

- Le VER est le plus petit domaine au-delà duquel la valeur moyenne du paramètre recherché demeure constante.
- Une fois que cette taille est précisée, elle doit vérifier les propriétés d'un tenseur, en particulier la rotation de base. En d'autres termes, en comparant la valeur du paramètre obtenue par rotation du domaine (Fig. 5-c) et celle calculée par la relation de transformation de base (cf. annexe 4, §.2.4) il faut que la différence entre les deux soit minimale. Ce critère est schématisé sur la figure 5-c.

Sur la figure 5-c sont illustrées deux méthodes de recherche d'un VER. Une première méthode consiste à chercher le plus petit carré dont le centre coïncide avec le centre du domaine initial. Une autre méthode consiste à chercher un carré de taille fixe et tel que, en le déplaçant dans le domaine, la valeur du paramètre considéré ne change pas. Il faut que, pour les deux méthodes, le carré ne dépasse pas la marge d'erreur illustrée dans la figure 7. En effet, le domaine dans lequel nous découpons notre carré est prélevé dans un milieu théoriquement infini. Les centres des fractures interceptant ce domaine peuvent se trouver à l'intérieur ou à l'extérieur de celui-ci. Or, vu que nous travaillons dans un milieu de taille finie, il est possible de manquer des fractures existant hors du domaine. La dimension de la marge d'erreur est égale au rayon maximal des fractures. Nous signalons que dans notre étude et pour des raisons de

simplicité et de réduction du temps de calcul nous adoptons la méthode des *carrés centrés*.

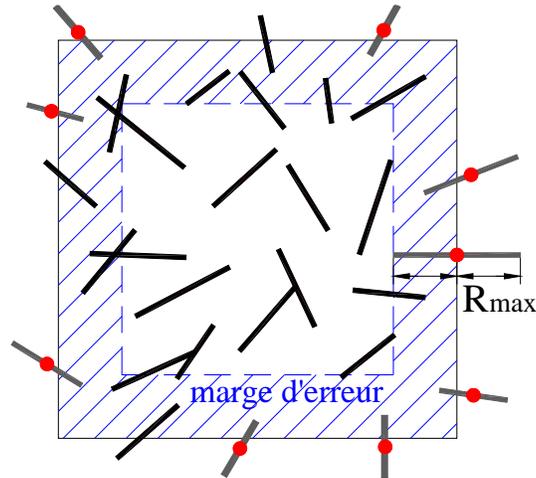


Fig. 7 : Définition de la marge d'erreur géométrique lors de la recherche d'un VER

Nous définissons le *VER* géométrique ( $VER_{géo}$ ) comme étant la taille du domaine au-delà de laquelle l'espacement moyen entre les fractures ainsi que leur extension moyenne demeurent constant. L'étude de cas qui sera détaillée au paragraphe 4 montre l'équivalence entre le  $VER_{méca}$  et le  $VER_{géo}$  dans le cas où les propriétés mécaniques de la roche et des joints ne varient pas dans le domaine. Ce résultat nous est d'une importance fondamentale ; il permet d'éviter le calcul du  $VER_{méca}$  qui nécessite un temps considérable de calcul (maillage, dédoublement, essais numérique, calcul des contraintes et des déformations homogénéisées et calcul du tenseur de souplesse). Cette hypothèse, que nous adoptons, sera appuyée par les résultats des calculs de notre classification numérique (cf. chap.5, §.4.3.1).

D'après la définition que nous avons donnée au  $VER_{géo}$  il est nécessaire de calculer l'extension moyenne des fractures ainsi que leur espacement moyen. En ce qui concerne l'extension moyenne, nous la calculons en cherchant la moyenne arithmétique de toutes les extensions des fractures existant dans le domaine. Quant à l'espacement moyen, son calcul demande une analyse spéciale que nous proposons de détailler au paragraphe suivant.

### 2.2.2 *VER* géométrique : Méthode de calcul de l'espacement moyen

Dans ce paragraphe nous exposons la méthode dont nous nous servons pour chercher l'espacement moyen des fractures. Cette grandeur nous est utile dans le calcul du  $VER_{géo}$ . En outre, l'utilisateur doit connaître la méthode que nous appliquons afin qu'il puisse ramener correctement son cas dans les tableaux de notre classification numérique (cf. chap.5 et annexe 4). Cette méthode est applicable dans le cas général d'un domaine quelconque et pour plusieurs lignes d'échantillonnages. Les étapes de calcul se résument comme suit :

- Plusieurs lignes verticales d'échantillonnages parallèles sont considérées (Fig. 8).
- Sur chaque ligne, le nombre de fractures qui l'interceptent est calculé.

- L'espaceur moyen  $d_i$  sur chaque ligne est calculé en divisant la longueur de la ligne d'échantillonnage ( $w_i$ ) par le nombre de fractures ( $d_i=w_i/N_i$ )
- La valeur de l'espaceur moyen  $d$  de toutes les lignes d'échantillonnage est ensuite calculée moyennant l'équation 13.

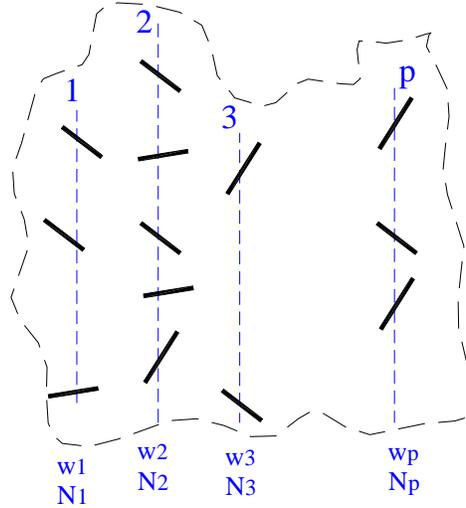


Fig. 8 : Méthode de calcul de l'espaceur moyen des fractures sur plusieurs lignes d'échantillonnage

$$d = \sum d_i \kappa_i ; i = 1 \rightarrow p \quad (12)$$

$$d_i = \frac{w_i}{N_i} ; \kappa_i = \frac{w_i}{\sum w_j} ; j = 1 \rightarrow p \quad (13)$$

où  $\kappa_i$  est une fonction poids de la ligne d'échantillonnage  $i$ ,  $w_i$  est la longueur de la ligne  $i$ ,  $d_i$  est l'espaceur moyen des fractures sur la ligne  $i$ ,  $N_i$  est le nombre de fractures interceptant la ligne  $i$  et  $p$  est le nombre de lignes d'échantillonnage.

Dans le cas particulier où toutes les lignes d'échantillonnage ont la même longueur l'équation 12 s'écrit comme suit :

$$d = \frac{\sum d_i}{p} ; i = 1 \rightarrow p \quad \left\{ \begin{array}{l} d_i = \frac{w_i}{N_i} \end{array} \right. \quad (14)$$

Il est important de signaler que l'obtention de la densité linéique moyenne de toutes les lignes d'échantillonnage ne peut pas se calculer en inversant l'équation 14. En effet, un raisonnement similaire à celui de l'espaceur moyen nous conduit à établir l'expression de la densité linéique moyenne.

$$n = \sum n_i \kappa_i ; i = 1 \rightarrow p \quad \left\{ \begin{array}{l} n_i = \frac{N_i}{w_i} \\ \kappa_i = \frac{w_i}{\sum w_j} ; j = 1 \rightarrow p \end{array} \right. \quad (15)$$

$n_i$  étant la fréquence ou la densité linéique sur la ligne d'échantillonnage  $i$ .

De même, dans le cas où toutes les lignes d'échantillonnages ont la même longueur nous aurons :

$$n = \frac{\sum n_i}{p} ; i = 1 \rightarrow p \quad \left\{ n_i = \frac{N_i}{w_i} \right. \quad (16)$$

L'équation 17 montre la différence entre les deux paramètres dont nous venons d'établir l'expression.

$$\left( \frac{1}{n} = \frac{1}{\sum \frac{N_i}{w_i} \kappa_i} \right) \neq \left( \sum \frac{w_i}{N_i} \kappa_i = d \right) \quad (17)$$

### 2.3 Application des filtres géométriques, maillage et création des éléments joints

Avant d'élaborer le maillage nous proposons d'appliquer certains filtres géométriques ajustant légèrement la géométrie des fractures. Cet ajustement n'influence pas le comportement mécanique d'un massif et permet d'éviter des problèmes numériques très pénalisants. Un algorithme spécial a été conçu afin d'éviter des problèmes numériques dus à l'intersection des fractures et à leur disposition par rapport aux autres et par rapport à la frontière du domaine. En effet, suite à leur disposition géométrique dans le domaine (Fig. 5d-avant), et quand le maillage est généré, des mailles de tailles infiniment petites se créent. La présence de ce type de mailles rend hasardeux la résolution numérique du problème mécanique. L'algorithme conçu permet d'effectuer les améliorations suivantes (Fig. 5d-après,  $\xi_l$ ,  $\xi_d$  et  $\xi_i$  désignent des nombres relativement petits précisés par l'utilisateur):

- a) Eliminer la fracture dont l'extension est inférieure à  $\xi_l$ .
- b) Eliminer les fractures quasi-parallèles dont l'espacements est inférieur à  $\xi_d$ .
- c) Ajuster la position des extrémités des fractures en les raccourcissant ou bien en les rallongeant : une fracture, dont l'une des extrémités dépasse une autre fracture est divisée en deux parties. Si l'une de ces parties est inférieure à  $\xi_i$  elle sera éliminée. De même, si le prolongement d'une fracture sur une autre (ou sur la frontière du domaine) est inférieur à  $\xi_i$  alors cette fracture sera prolongée.

Le type d'élément fini que nous avons adopté pour faire le maillage de la matrice rocheuse est triangulaire (T3, Fig. 5-e). Quant aux discontinuités, l'élément joint à 4 nœuds a été utilisé (cf. §.1.4). Une fois le maillage de la matrice rocheuse établi, la phase de dédoublement des nœuds lui succède. Cette phase permet la création des éléments joints. Les cas de dédoublement possibles sont illustrés sur la figure 5-f. Une condition essentielle a été respectée ; elle consiste à vérifier que les éléments joints ne traversent pas les éléments finis triangulaires.

## 2.4 Essais de chargements numériques et calcul du tenseur de souplesse

### 2.4.1 Choix du type de chargement

Nous avons présenté dans le chapitre 3 (cf. §.2.4) trois modes de chargement pour calculer le tenseur de souplesse ou de complaisance du massif homogénéisé (méthode hybride, méthode à déplacement imposé, méthode à contrainte imposée). Dans ce paragraphe nous présentons une application numérique afin de choisir le mode de chargement le plus adaptable au cas d'un massif rocheux.

Nous considérons, pour cet objet, le cas simple d'un massif rocheux contenant une fracture horizontale et nous proposons de chercher le module d'Young dans la direction verticale. Nous rappelons que l'expression analytique du module d'Young pour un tel massif a été présentée au chapitre 2 (cf. §.2.2) ; il s'écrit pour un état de

$$\text{contrainte plane : } \frac{1}{E_m} = \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d}.$$

Les caractéristiques géométriques et mécaniques des composantes du massif ainsi que les résultats des simulations numériques sont illustrés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Comparaison entre les résultats numériques de deux modes différents de chargement

$d$ (m)	$E$ (MPa)	$K_n$ (MPa/m)	$K_n d/E$ (MPa/m)	$E_m$ (MPa)	$E_{cont.imp.}$ (MPa)	Erreur relative <i>cont.imp.</i>	$E_{dep.imp.}$ (MPa)	Erreur relative <i>dep.imp.</i>
4	100000	10000	0.04	28571	29090.9	1.82	79283	177
4	10000	100000	400	9756	9750.67	0.056	9754	0.019

Les résultats du tableau 2 montrent que, dans le cas où  $K_n d \gg E$ , la méthode des contraintes imposées et celle des déplacements imposés donnent des résultats très acceptables. Par contre quand  $K_n d \ll E$  alors, seule, la méthode des contraintes imposées fournit un résultat adéquat. Ce résultat appuie la théorie qui prévoit que la méthode des déplacements imposés fournit la borne supérieure du module d'Young tandis que la méthode des contraintes imposée procure sa borne inférieure (cf. chap.3 §.2.4). L'interprétation de ce résultat dérive de l'analyse de la figure 9. La configuration initiale du massif maillé est représentée ainsi que les nœuds dédoublés sur le joint (Fig. 9-a). En outre, nous présentons la déformée due aux deux modes de chargements (Fig. 9-b et 9-c). Dans le cas d'un déplacement imposé les côtés latéraux sont bloqués et les couples de nœuds 1-1' (ou 5-5') ont un déplacement relatif vertical nul. Ce fait assure une continuité de la roche dans ces points et donne au massif une raideur supérieure à la raideur réelle ( $E_{dep.imp.} \gg E_m$ ). Cet effet est négligeable si  $K_n d \gg E$  et absent dans le cas d'un chargement à contrainte imposée où les couples de nœuds 1-1' (ou 5-5') peuvent avoir un déplacement relatif vertical. Dans le cas d'un chargement hybride, cet effet prend lieu si une fracture inclinée débouche sur le coté appuyé.

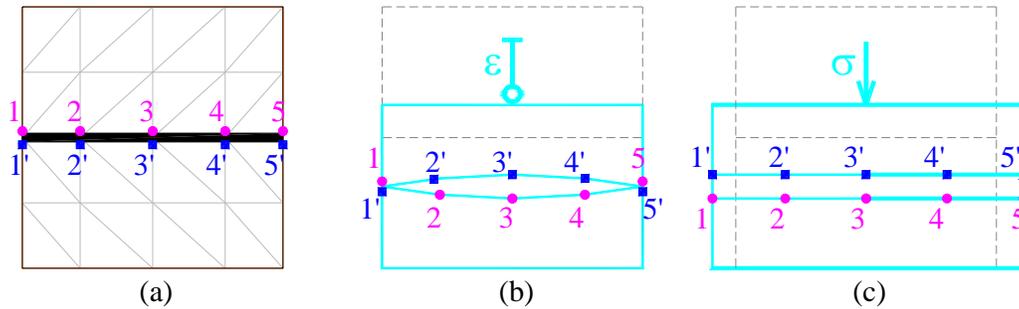


Fig. 9 : Comparaison entre la méthode des contraintes imposées et des déplacements imposés.  
a) configuration initiale b) déplacement vertical imposé, blocage des cotés latéraux c) contrainte verticale imposée, cotés latéraux libres

### 2.4.2 Calcul du tenseur de souplesse homogénéisé

D'après ce que nous venons de présenter dans le paragraphe précédent, nous choisissons d'appliquer la méthode des contraintes imposées (cf. chap.3 §.2.4.1) qui fournit une borne inférieure des modules d'Young et qui va globalement dans le sens de la sécurité pour les calculs des ouvrages dans les massifs rocheux fracturés.

Les résultats de deux essais numériques de compression (direction horizontale et verticale) et d'un essai de cisaillement fournissent les déplacements aux nœuds et les contraintes dans les éléments. Il suffit alors d'appliquer les formulations que nous avons présentées au chapitre 3 (cf. §.2.4.1) afin de calculer la contrainte et la déformation moyenne dans le massif ainsi que le tenseur de souplesse homogénéisé.

## 3. Outil de calcul numérique : programmation et validation

Du point de vue informatique un travail très important de programmation et de validation a été établi dans le cadre de cette thèse. Ce travail touche les différentes phases de résolution d'un problème mécanique par la méthode des éléments finis et l'application de la théorie d'homogénéisation.

La programmation est en rapport avec la phase de pré et de post-traitement ainsi que l'exploitation des résultats (calcul des contraintes et des déformations homogénéisées) ; le langage de programmation employé est le *Visual Basic*. Quant à la validation du code de calcul, le modèle numérique de joint linéaire a été implanté dans le code de calcul *Anthyc* sous version *Linux* ; il a été donc nécessaire de le valider. Nous nous proposons de présenter, dans ce qui suit, ce travail.

### 3.1 Développement numérique

Notre travail de classification numérique nécessite quelques milliers de simulations numériques (supérieur à 5000, cf. chap.5, §.1). Ceci exige la disposition d'un code de calcul facile à manipuler (*friendly user*) et qui automatise le travail. En outre, le travail d'homogénéisation nécessite l'écriture d'algorithmes spécifiques. Pour ces raisons nous nous sommes orientés vers le développement d'un code qui répond à ces besoins. Ce code est intitulé «*HELEN*».

### 3.1.1 Phase de pré-traitement

Dans cette phase, nous nous sommes basés sur un travail de programmation de base **MASFRA** écrit par A. Pouya (Pouya et Ghoreychi [2001]). Pour les raisons que nous avons citées, ce code a été réécrit en *Visual Basic* auquel nous avons ajouté plusieurs modules. Les différents modules relatifs à cette phase sont les suivantes :

- **GeDisc** : il permet la génération des disques dans l'espace, suivant leur loi de distribution statistique (Fig. 5-a). Sur ce module, la possibilité de générer plusieurs familles de fractures a été ajoutée. En revanche, des interfaces graphiques nécessaires pour l'introduction des données ont été développées.
- **GeFrac** : le système de disques étant généré dans l'espace, ce module permet d'effectuer une coupe suivant un plan quelconque (Fig. 5-b). L'interface graphique qui y a été insérée permet la définition et la visualisation aisée du plan de coupe.
- **GeGraph** : ce module a été programmé entièrement pour analyser graphiquement la variation des paramètres géométriques des disques ou des fractures. Pour des raisons d'analyse plus profonde des résultats, nous avons introduit une option graphique qui autorise à l'utilisateur de transmettre les résultats au logiciel *Microsoft Excel* (programme spécialisé pour le traitement de données)
- **Polish** : ce module a été développé, en totalité, afin d'éliminer les problèmes numériques dus à l'intersection des fractures et à leur disposition par rapport à d'autres fractures et par rapport à la frontière du domaine (cf. §.2.3)
- **GeDraw** : une fois que la configuration géométrique des fractures, des disques, ou du maillage est prête, l'utilisateur peut se servir de ce module pour visualiser les dessins (Fig. 5-b). Similairement à ce qui a été fait dans *GeGraph*, le logiciel permet de dessiner automatiquement les données sous environnement *AutoCad* (programme spécialisé pour le dessin)
- **GeMesh**: moyennant un algorithme spécial, ce module permet la génération du maillage triangulaire de la matrice rocheuse en présence des fractures (Fig. 5-d). Sur ce module, nous avons introduit une option qui permet, indépendamment de l'algorithme existant, d'effectuer cette tâche sur le moteur de maillage du logiciel *ROBOT*. L'avantage de cette option est exposé dans le texte du module *GeJoint*.
- **Gejoint** : ce module représente le noyau central de la phase de pré-traitement. Il consiste à effectuer le dédoublement des nœuds par le biais d'un algorithme très poussé et à créer les éléments joints à 4 nœuds (Fig. 5-e). Notre travail de programmation consistait à : 1) établir une procédure itérative qui automatise le calcul et converge très rapidement vers la solution adéquate de dédoublement. 2) détecter le nombre exact de nœuds appartenant à une fracture qui doit être dédoublés. Ce dernier point est très important car l'ancien algorithme admet qu'un nœud appartient à une fracture si la distance qui les sépare est inférieure à un infiniment petit ( $\chi$ ). Par contre, dans le nouvel algorithme, un nœud est affecté d'un pointeur qui prend la valeur 1 si le nœud appartient à la fracture et la valeur 0 si le nœud appartient uniquement à la matrice rocheuse. Nous signalons que l'attribution de ce pointeur n'est possible que si le maillage est fait sur le moteur de maillage *ROBOT*.

### 3.1.2 Phase de post-traitement

Cette partie à été programmée en totalité dans le cadre de cette thèse. Elle inclut plusieurs modules qui sont présentés ci-dessous.

- **Homogen** : ce module calcule les contraintes et les déformations homogénéisées dans le domaine à partir des déplacement sur le contour et les contraintes dans les éléments (cf. chap.3, §.2.4.1). Une fois ces deux grandeurs calculées, ce module cherche le tenseur de souplesse du massif homogénéisé (cf. chap.3, tableau 2)
- **Verif** : en se basant sur certains critères physiques et mathématiques (cf. chap.5 §.4.2), ce module vérifie l'authenticité du tenseur de souplesse calculé par *Homogen*.
- **AjustEllips** : ce module est conçu afin de calculer les paramètres ajustés du modèle d'élasticité ellipsoïdal (chap.3, §.2.5.2)

### 3.1.3 Développement spécial

Suite à l'hypothèse d'équivalence entre le  $VER_{géo}$  et le  $VER_{méca}$  que nous avons exposée au paragraphe 2.2.1 il a été nécessaire de développer un module permettant le calcul du  $VER_{géo}$  que nous présentons ci-dessous.

- **GeoREV** : l'intérêt de ce module dérive du fait que la recherche automatique de la taille du  $VER_{géo}$  peut être effectuée dans une direction quelconque de l'espace bidimensionnel.

## 3.2 Validation du code de calcul en Eléments Finis (*Anthyc*)

Dans cette section nous présentons le code de calcul de G.3S (Groupe de Stockage des Structures en Souterrain, Ecole Polytechnique - France) appelé *Anthyc* et nous détaillons les phases qui ont été nécessaires pour établir sa validation. Développé en Volumes Finis (VF) et en Eléments Finis (EF), ce code permet de traiter un grand nombre de phénomènes Thermiques, Hydrauliques, Mécaniques et Chimiques (THMC) couplés en milieu poreux et/ou fracturé, et autorise un grand nombre de non linéarité tant pour la mécanique que pour les phénomènes de transfert.

L'élément fini du type joint dont nous avons exposé la formulation mathématique au paragraphe 1.4 a été implanté dans ce code sous une version *Linux*. Un travail de validation important sur une série de massifs rocheux pour lesquels existent des solutions analytiques a été réalisé. Plusieurs cas ont été examinés, parmi lesquels nous exposons ci-après quelques exemples de base.

### 3.2.1 Validation en élasticité linéaire

*Afin d'assurer que le comportement de la roche et de la fracture reste dans la phase élastique linéaire, nous envisageons des valeurs très élevées pour leur cohésion ainsi que pour leur angle de frottement interne.*

#### 3.2.1.1 Massif avec une famille de fracture d'extension infinie

Une première étape de validation consiste à tester la fiabilité du code dans les deux états de contraintes planes et de déformations planes pour un cas de massif simple. Dans cette perspective nous considérons un massif contenant deux joints horizontaux (direction 1) sur lequel nous appliquons une contrainte verticale  $\sigma_2$  (Fig 10).

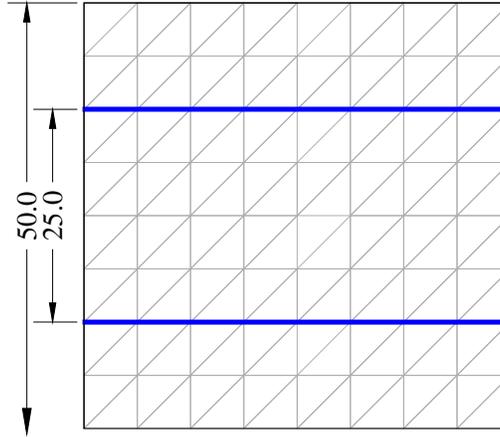


Fig. 10 : Configuration géométrique d'un massif contenant une famille de fractures horizontale d'extension infinie (exemple de validation en élasticité linéaire)

L'expression de la matrice de souplesse  $S$  d'un massif contenant 3 familles de fractures orthogonales dans l'espace dont l'extension est infinie a été présentée au chapitre 2 (cf. §.2.2). Elle s'écrit sous une forme matricielle de la façon suivante :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x^i} + \frac{1}{K_{nx}S_x} & -\frac{\nu_{xy}^i}{E_x^i} & -\frac{\nu_{xz}^i}{E_x^i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}^i}{E_y^i} & \frac{1}{E_y^i} + \frac{1}{K_{ny}S_y} & -\frac{\nu_{yz}^i}{E_y^i} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}^i}{E_z^i} & -\frac{\nu_{zy}^i}{E_z^i} & \frac{1}{E_z^i} + \frac{1}{K_{nz}S_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}^i} + \frac{1}{K_{ty}S_y} + \frac{1}{K_{tz}S_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}^i} + \frac{1}{K_{tx}S_x} + \frac{1}{K_{tz}S_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}^i} + \frac{1}{K_{tx}S_x} + \frac{1}{K_{ty}S_y} \end{bmatrix} \quad (18)$$

où  $E_x^i = E_y^i = E_z^i = E$ ,  $G_{xy}^i = G_{xz}^i = G_{yz}^i = G$ ,  $\nu_{xy}^i = \nu_{yx}^i = \nu_{xz}^i = \nu_{zx}^i = \nu_{yz}^i = \nu_{zy}^i = \nu$  (matrice rocheuse isotrope).  $S_y=d$ ,  $S_z$  et  $S_x$  tendent vers l'infini.

Nous nous servons de cette expression pour calculer le module de déformation dans la direction 2 (ou y) dans le cas du massif que nous avons considéré.

D'après l'équation 18 et dans le cas d'un essai de compression simple ( $\sigma_1=0$ ) nous tirons l'expression des déformations  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{33}$  :

$$\varepsilon_{22} = \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d} \right) \sigma_{22} - \frac{\nu}{E} \sigma_{33} \quad (19)$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\sigma_{33}}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{22} \quad (20)$$

Ces deux expressions vont nous servir pour tirer l'expression du module de déformation du massif dans le sens vertical nommé également *penne* ( $P_2$ ).

Pour un état de contrainte plane ( $\sigma_{33}=0$ ) l'équation 19 implique que :

$$\frac{1}{P_{2C.P.}} = \frac{\varepsilon_{22}}{\sigma_{22}} = \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d} \right) \quad (21)$$

Pour un état de déformation plane ( $\varepsilon_{33}=0$ ) les équations 19 et 20 impliquent que :

$$\frac{1}{P_{2D.P.}} = \frac{\varepsilon_{22}}{\sigma_{22}} = \left( \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d} \right) (1-\nu^2) \quad (22)$$

Une simple comparaison entre les deux penne déjà calculées montre que  $P_{2D.P.} > P_{2C.P.}$ .

Un raisonnement similaire nous mène à écrire l'expression du module de cisaillement qui a la même expression que dans un état de contrainte plane ou de déformation plane :

$$\frac{1}{G_{12}} = \left( \frac{1}{G} + \frac{1}{K_t d} \right) \quad (23)$$

*Application numérique :*

Nous considérons les données numériques suivantes :  $d=25m$ ,  $K_n=1300(MPa/m)$ ,  $K_t=500MPa/m$  et  $E=40\,000MPa$ .

Les résultats des calculs figurant dans le tableau 3 montrent que l'erreur est assez minime et que le résultat du modèle numérique et du modèle analytique sont concordantes. C'est une première étape pour vérifier notre modèle numérique.

Tableau 3 : Validation du modèle numérique (calcul élastique, massif à une seule famille d'extension infinie)

$P_{2\text{ anal.}}$ D.P.	$P_{2\text{ num.}}$ D.P.	Erreur relative D.P.	$P_{2\text{ anal.}}$ C.P.	$P_{2\text{ num.}}$ C.P.	Erreur C.P.	$G_{12\text{ anal.}}$	$G_{12\text{ num.}}$	Erreur relative
18447	18428	0.00108	17931	17917	0.00078	7017	16988	0.0041

### 3.2.1.2 Massif avec deux familles orthogonales d'extension infinie

Dans cette section, nous examinons le cas où le massif rocheux contient deux familles orthogonales d'extension infinie. La structure géométrique de ce massif est illustrée dans la figure 11.

Le calcul de la matrice de souplesse d'un tel cas dérive de l'équation 18. Dans ce qui suit nous cherchons à comparer les termes du tenseur de souplesse obtenu par calcul numérique et celui qui dérive de la formulation analytique. Nous rappelons que la troisième ligne et la troisième colonne ne figureront pas dans l'expression de la matrice de souplesse car elles sont relatives à la matrice rocheuse, nous prêtons l'attention à la matrice de souplesse réduite :

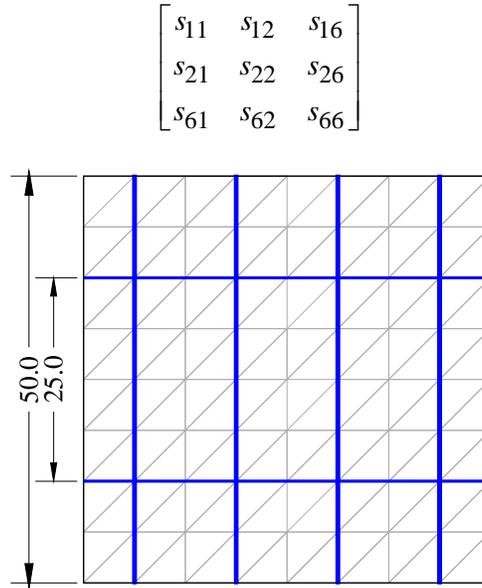


Fig. 11 : Configuration géométrique d'un massif contenant deux familles de fractures orthogonales d'extension infinie (exemple de validation en élasticité linéaire)

Application numérique :

Les données géométriques et mécaniques du massif étudié sont les suivantes :  $d_1=25m$ ,  $d_2=12.5m$ ,  $K_{n1}=K_{n2}=4\ 000MPa/m$ ,  $K_{t1}=K_{t2}=100MPa/m$  et  $E=40\ 000MPa$ . Les résultats de calcul ainsi que l'erreur entre le modèle numérique et le modèle théorique sont présentés ci-dessous.

$$S_{num.} = \begin{bmatrix} 0.00004405 & -6.20188E-06 & -6.13E-10 \\ -6.16466E-06 & 0.00003458 & -3.34E-11 \\ -6.3139E-10 & -3.58E-11 & 0.001246088 \end{bmatrix} \quad S_{anal.} = \begin{bmatrix} 0.000045 & -0.00000625 & 0 \\ -0.00000625 & 0.000035 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0012625 \end{bmatrix}$$

$$|erreur| = \begin{pmatrix} 0.0210 & 0.0077 & * \\ -0.0136 & 0.0120 & * \\ * & * & 0.0131 \end{pmatrix}$$

Nous remarquons que le modèle numérique estime avec une bonne précision les résultats analytiques.

### 3.2.1.3 Massif avec deux familles de fractures inclinées d'extension infinie

Pour un tel massif, nous avons présenté au chapitre 2 (cf. §.2.2) l'expression du module de déformation ( $E_h$ ) et du module de cisaillement ( $G_t$ ) fournie par Yoshinaka et Yamabe [1986] dans un état de contrainte plane. Les auteurs expriment ces grandeurs comme suit :

$$E_h = \left[ \frac{1}{E} + \frac{\cos^2 \theta_1}{d_1} \left( \frac{\sin^2 \theta_1}{K_{t1}} + \frac{\cos^2 \theta_1}{K_{n1}} \right) + \frac{\cos^2 \theta_2}{d_2} \left( \frac{\sin^2 \theta_2}{K_{t2}} + \frac{\cos^2 \theta_2}{K_{n2}} \right) \right]^{-1} \quad (24)$$

$$G_t = \left[ \frac{2(1+\nu)}{E} + \frac{\cos^2 \theta_1}{d_1} \left( \frac{2 \sin^2 \theta_1 + |\sin 2\theta_1|/2}{K_{t1}} + \frac{2 \cos^2 \theta_1 - |\sin 2\theta_1|/2}{K_{n1}} \right) + \frac{\cos^2 \theta_2}{d_2} \left( \frac{2 \sin^2 \theta_2 + |\sin 2\theta_2|/2}{K_{t2}} + \frac{2 \cos^2 \theta_2 - |\sin 2\theta_2|/2}{K_{n2}} \right) \right]^{-1} \quad (25)$$

$\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $d_1$  et  $d_2$  représentent respectivement les angles que font les deux familles avec l'horizontale et les espacements entre les fractures de chaque famille.  $K_{n1}$ ,  $K_{n2}$ ,  $K_{t1}$  et  $K_{t2}$  représentent les raideurs normales et tangentielles des deux familles.  $E$  et  $\nu$  sont le module d'Young et le coefficient de Poisson de la roche.

*Application numérique :*

Nous modélisons un massif carré de dimension  $40 \times 40m$  contenant deux familles de fractures avec  $\theta_1=0^\circ$  et  $\theta_2=45^\circ$  (Fig. 12) ; les espacements des joints étant  $d_1=10m$  et  $d_2=20 \times \cos 45^\circ$ . Les paramètres élastiques de la matrice rocheuse et des discontinuités sont les suivantes :  $E=100\,000MPa$ ,  $\nu=0.25$ ,  $K_{n1}=K_{t1}=K_{n2}=K_{t2}=50MPa/m$ .

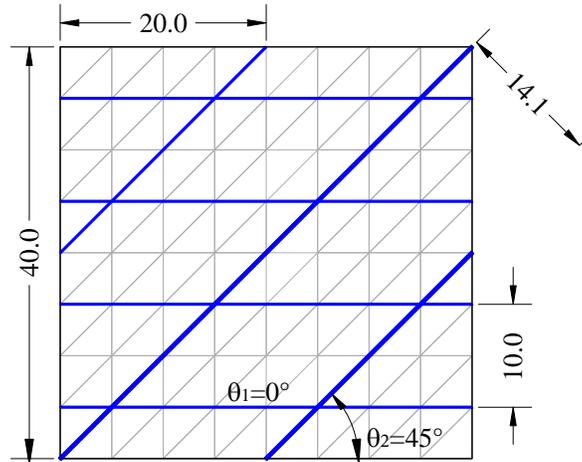


Fig. 12 : Configuration géométrique d'un massif contenant deux familles de fractures d'extension infinie (exemple de validation en élasticité linéaire)

Tableau. 4 : Validation du modèle numérique (calcul élastique, massif à deux familles de fractures inclinées d'extensions infinies)

$E_h \text{ anal.}$ (MPa)	$E_h \text{ num.}$ (MPa)	Erreur relative	$G_t \text{ anal.}$ (MPa)	$G_t \text{ num.}$ (MPa)	Erreur relative
368	363	0.0122	183	297	0.6183

Nous remarquons que, pour l'essai de compression simple, les résultats sont similaires ( $E_h \text{ anal.} \approx E_h \text{ num.}$ ). Cependant les valeurs obtenues pour le cas de cisaillement pur sont beaucoup plus différentes. Cette différence est facilement explicable, vu que la formulation de Yoshinaka et Yamabe [1986] dans le cas de cisaillement n'est pas

exacte (Pourpak [2005]). En effet, en supposant que  $\theta_1=0^\circ$  et  $\theta_2=90^\circ$  nous ne retrouvons pas la formulation analytique d'Amadei et Goodman [1981] pour deux familles orthogonales :

$$\frac{1}{G_{12}} = \left( \frac{1}{G} + \frac{1}{K_{t1}d_1} + \frac{1}{K_{t2}d_2} \right).$$

### 3.2.1.4 Massif avec des fractures d'extension finie

Nous avons présenté dans le chapitre 2 (cf. §.2.2) une solution analytique de la déformation homogénéisée d'un massif contenant un ensemble de fractures d'extension finie et qui sont arbitrairement orientées dans un domaine bidimensionnel (Tsukrov et Kachanov [2000]). Nous rappelons que, dans cette solution, l'anisotropie de la matrice peut être prise en compte. Cette solution est valide pour des fractures ouvertes. Il est important de signaler que pour cette solution, l'interaction entre les fractures doit être nulle.

Dans le cas plan où le comportement de la matrice rocheuse est isotrope, la déformation est calculée d'après la relation suivante :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (tr\sigma) \delta_{ij} + \frac{\pi}{E} (\alpha_{ik} \sigma_{kj} + \alpha_{jk} \sigma_{ki}) \quad \text{où} \quad \alpha_{ik} = \frac{1}{V} \sum_k l_k^2 n_i^k n_j^k \quad (26)$$

où  $\alpha_{ij}$  est un paramètre scalaire de densité de fractures,  $n$  est le vecteur normal à la fracture et  $n_i n_j$  représente un produit tensoriel avec les composantes  $n_i$  et  $n_j$ ,  $\nu$  et  $E$  sont respectivement le coefficient de Poisson et le module d'Young de la matrice rocheuse.

Afin d'étudier la fiabilité du logiciel dans le cas où l'extension des fractures est finie, nous avons choisi une configuration géométrique simple de fractures horizontales. Ce choix correspond à un cas appartenant à notre classification (cas 1-1, 1 famille de fractures, cf. chap.5 tableau 2). Des fractures ont été omises aléatoirement de la configuration géométrique de base afin d'avoir une densité surfacique variant entre 0.00 et 6.25/m<sup>2</sup> (Fig. 13). Nous signalons que la taille du VER est de 4m, le module d'Young et le coefficient de Poisson sont respectivement  $E=1MPa$  et  $\nu=0.25$ .

Deux essais numériques de compression dans la direction horizontale et verticale et un essai de cisaillement ont été réalisés. Pour chaque essai nous avons cherché la déformation correspondante à la direction du chargement, la contrainte appliquée étant égale à  $\sigma_{ij}=1MPa$ . L'analyse des résultats numériques et analytiques de la figure 14 montre que :

- Dans la direction 1 les deux déformations sont identiques et constantes quelle que soit la densité de fracturation. En effet ce résultat dérive du fait que dans cette direction la déformation est due uniquement à la roche, les fractures sont horizontales et parallèles à la direction de chargement. La valeur de la déformation obtenue ( $\varepsilon_{11}=1\%$ ) vérifie bien la relation  $\varepsilon_{11} = \sigma_{11}/E$ .
- Pour l'essai de cisaillement, l'interaction entre les fractures est relativement faible, nous notons une légère différence entre les deux approches. Cette différence disparaît dans le cas d'une densité nulle des fractures. Dans ce cas, la déformation de cisaillement prend la valeur  $\varepsilon_{12}=1.25\%$  et vérifie la relation  $2\varepsilon_{12} = \sigma_{12}/G$ .
- Dans la direction 2, l'effet de l'interaction entre les fractures est bien signalé. Ceci résulte du fait que le chargement est normal aux fractures. Nous

remarquons qu'aux petites densités, il y a un assez bon accord entre les deux approches et la déformation converge, pour les deux méthodes, vers la valeur  $\epsilon_{22} = \sigma_{22}/E = 1\%$ . Par contre, pour les hautes densités, la différence est très grande ( $\epsilon_{12 \text{ anal.}} = 11.13\%$ ,  $\epsilon_{12 \text{ num.}} = 4.65\%$ ).

- Pour les 3 cas de chargement, nous notons que les déformations analytiques varient en fonction de la densité surfacique d'une façon quasi linéaire, tandis que le résultat numérique est non linéaire ; la non linéarité est due à l'interaction entre les fissures négligée chez Tsukrov et Kachanov [2000].

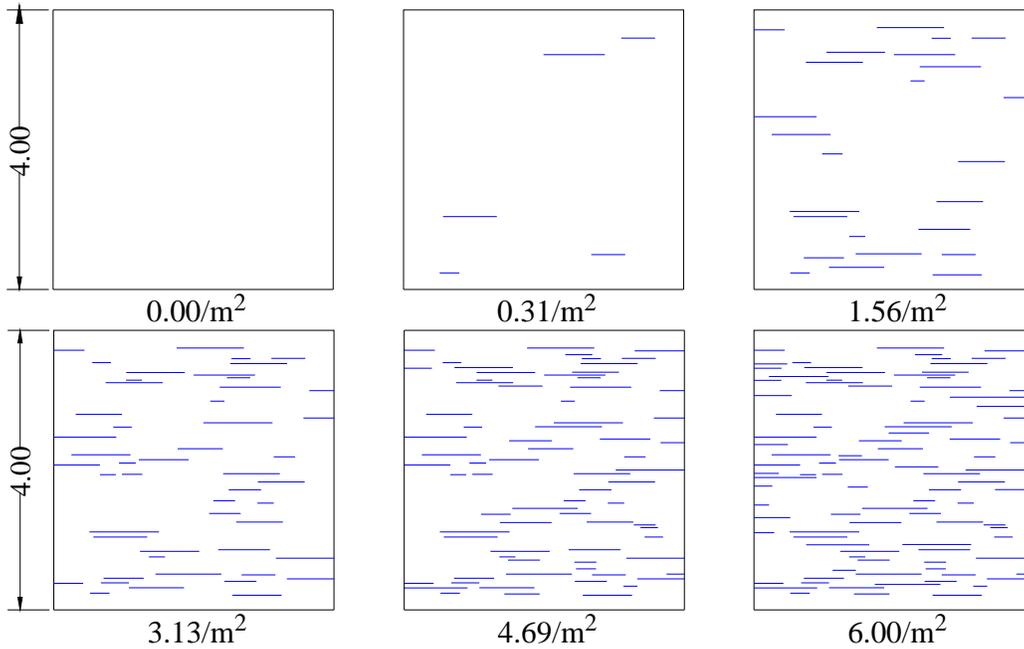


Fig. 13 : Densité surfacique et configuration géométrique des cas dont les déformations homogénéisées sont comparées à la solution de Tsukrov et Kachanov [2000]

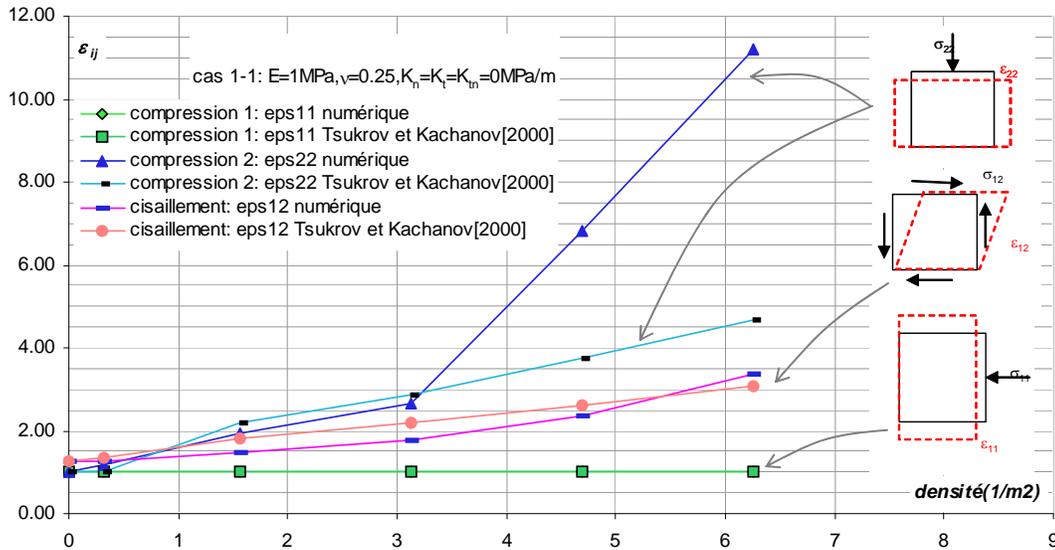


Fig. 14 : Comparaison entre la déformation numérique homogénéisée et la solution analytique de Tsukrov et Kachanov[2000]

### 3.2.2 Validation en élastoplasticité

Nous rappelons que le travail d'homogénéisation dans cette section se limite à la recherche de la résistance du massif pour différents types de chargement. Les valeurs calculées numériquement seront comparées à des solutions analytiques existantes. Nous appliquons la méthodologie de travail que nous avons détaillée au paragraphe 3 du chapitre 3.

#### 3.2.2.1 Massif sans fracture : résistance de la matrice rocheuse

Nous débutons notre travail de validation en plasticité en considérant un massif dépourvu de fractures. Notre but est de retrouver numériquement la cohésion et la résistance de la roche à la traction et à la compression simple ou confinée. Ces grandeurs peuvent être calculées analytiquement par le biais de l'équation 3.

*Application numérique :*

La figure 15 montre un exemple d'un massif de taille  $4m$  qui ne comporte aucune fracture.

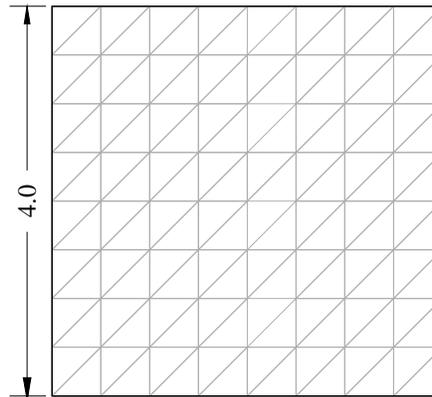


Fig. 15 : Configuration géométrique d'un massif sans fractures (exemple de validation en élastoplasticité)

L'angle de frottement interne et l'angle de dilatance sont  $\Phi=\Psi=30^\circ$  et la cohésion  $C$  est égale à  $3.2MPa$ . Nous avons soumis ce massif à un essai de cisaillement et à trois essais de compression dans la direction 2 avec différentes valeurs de la contrainte de confinement  $\sigma_1$ . les résultats du calcul numérique affichés dans le tableau 5 montrent que les résultats numériques convergent vers les valeurs analytiques avec une grande précision.

Tableau. 5 : Validation du modèle numérique : calcul élastoplastique, massif sans fractures

Cisaillement			Compression direction 2								
			Confinement $\sigma_1=0MPa$			Confinement $\sigma_1=1MPa$			Confinement $\sigma_1=2MPa$		
$C_{anal.}$ (MPa)	$C_{num.}$ (MPa)	Erreur	$\sigma_2_{anal.}$ (MPa)	$\sigma_2_{num.}$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2_{anal.}$ (MPa)	$\sigma_2_{num.}$ (MPa)	Erreur	$\sigma_2_{anal.}$ (MPa)	$\sigma_2_{num.}$ (MPa)	Erreur relative
3.2	3.197	0.0009375	11.0851	11.1479	0.005670	14.0851	14.1402	0.003911	17.0851	17.1082	0.001351

### 3.2.2.2 Massif avec une fracture inclinée d'extension infinie : résistance du joint

Le but de cette section est de tester la plastification de la discontinuité. Pour cet objectif, nous attribuons une valeur très élevée à la cohésion  $C$ , l'angle de frottement interne  $\Phi$  et l'angle de dilatance  $\psi$  de la roche. En outre, nous affectons une valeur très grande au module d'Young et une valeur très faible au coefficient de Poisson pour que la déformation de la matrice rocheuse soit minime par rapport à celle du joint.

La figure 16 montre un massif contenant une fracture faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale et dont le centre coïncide avec le centre du massif. Nous nous intéressons à chercher la résistance de ce massif pour deux types de chargement : 1- compression avec confinement, 2- cisaillement pur (Fig. 17).

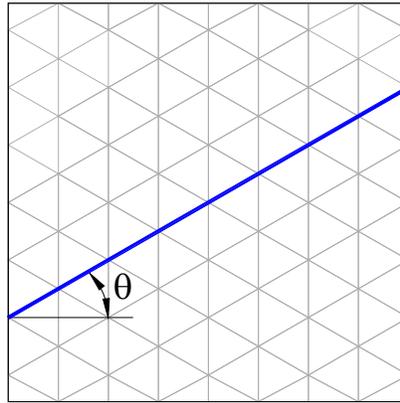


Fig. 16: Configuration géométrique d'un massif contenant une fracture inclinée d'extension infinie (exemple de validation en élastoplasticité)

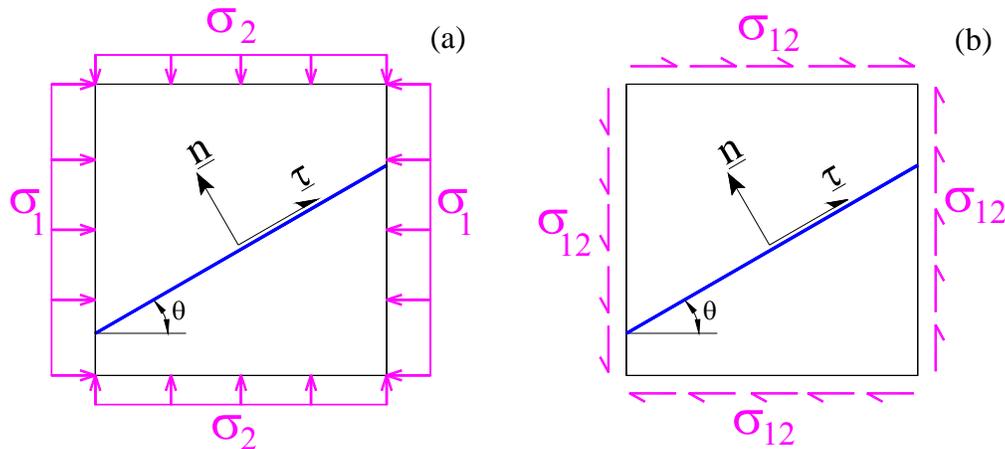


Fig. 17 : Type du chargement relatif à l'étude du critère de résistance d'un massif contenant une fracture inclinée d'extension infinie a) compression avec confinement b) cisaillement pur.

#### a) Essai de compression avec confinement

Nous exposons le cas où le massif est soumis à un chargement en compression dans la direction 2 en présence d'une contrainte de confinement constant  $\sigma_1$ , nous cherchons à calculer la contrainte de résistance  $\sigma_2$  par une méthode analytique et, à la comparer à

la valeur calculée numériquement qui dérive d'un essai de compression (Figure 17-a). Nous répétons cette même procédure pour l'essai de cisaillement.

La relation entre la contrainte appliquée dans le repère global et la contrainte dans le joint s'écrit comme suit :

$$\sigma_n = \underline{n} \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n} ; \sigma_t = \underline{t} \cdot \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \quad \text{avec} \quad \underline{n} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} ; \underline{t} = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (27)$$

$\underline{n}$  et  $\underline{t}$  étant respectivement un vecteur normal et tangentiel à la fracture (Fig. 17). Pour un état de chargement normal sur les bords du massif (Fig. 17-a), le tenseur des contraintes appliqué s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Les équations 27 et 28 impliquent que :

$$\sigma_n = \sigma_1 \left( \frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) + \sigma_2 \left( \frac{1 + \cos 2\theta}{2} \right) \quad (29)$$

$$\tau = (\sigma_2 - \sigma_1) \frac{\sin 2\theta}{2} \quad (30)$$

La plastification dans le joint se produit lorsque  $\tau = c + \sigma_n \tan \phi$ . En remplaçant dans cette formule les expressions des équations 29 et 30, il dérive que :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} (\sin 2\theta - \cos 2\theta \tan \phi) = c + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tan \phi \quad (31)$$

qui s'écrit également :

$$\boxed{\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = c \frac{\cos \phi}{\sin(2\theta - \phi)} + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \frac{\sin \phi}{\sin(2\theta - \phi)}} \quad (32)$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, \sin(2\theta - \phi) \neq 0$$

La résistance du massif dans la direction 2 sous une contrainte de confinement  $\sigma_1$  constante s'écrit :

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{2c \cos \phi + \sigma_1 \sin \phi}{\sin(2\theta - \phi) - \sin \phi}} \quad (33)$$

Nous signalons que pour le cas extrême où  $\theta = 0^\circ$  et  $\sigma_1 = 0$  (joint horizontal sollicité perpendiculairement à son feuillet moyen) nous retrouvons l'expression de la résistance du joint en traction ( $\sigma_2 = -c/\tan \phi$ ).

De la même façon nous calculons, pour une contrainte de confinement  $\sigma_2$  constante, la valeur de la contrainte  $\sigma_1$  limite :

$$\sigma_1 = -\frac{2c \cos \phi + \sigma_2 \sin \phi}{\sin(2\theta - \phi) + \sin \phi} \quad (34)$$

En reportant les valeurs  $\theta=90^\circ$  et  $\sigma_2=0$  (joint vertical sollicité perpendiculairement à son feuillet moyen) dans cette expression, nous retrouvons la valeur de la résistance du joint en traction ( $\sigma_1=-c/\tan \phi$ , Fig. 2).

De même, en reportant  $\theta=45^\circ$  et  $\sigma_1=0$  dans l'équation 33 et  $\theta=135^\circ$  et  $\sigma_2=0$  dans l'équation 34 nous aboutissons à la même valeur de la résistance du massif :

$$\sigma = \frac{2c}{1 - \tan \phi}. \text{ Ce résultat vérifie bien la symétrie géométrique du problème.}$$

*Application numérique :*

Ayant présenté la solution analytique correspondant au chargement de compression avec confinement, nous présentons ci-après deux applications numériques. Dans un premier temps nous modélisons un massif de 50m de taille ayant une fracture horizontale ( $\theta=0^\circ$ ) puis nous traitons le cas où la fracture fait un angle  $\theta=30^\circ$  avec l'horizontale. Les propriétés mécaniques du joint sont dressées dans le tableau 6. Les résultats numériques montrent que la concordance entre le calcul numérique et la formulation analytique est très bonne ; l'erreur peut être considérée comme négligeable.

Tableau 6 : Validation du modèle numérique : calcul élastoplastique, massif avec une fracture inclinée soumise à une compression ou une traction

Propriétés de la résistance du joint			Traction direction 2			Compression direction 2					
			$\theta=0^\circ$			$\theta=30^\circ$			$\theta=30^\circ$		
			Confinement $\sigma_1=0\text{MPa}$			Confinement $\sigma_1=0\text{MPa}$			Confinement $\sigma_1=2\text{MPa}$		
$c$ (MPa)	$\phi$ (°)	$\psi$ (°)	$\sigma_2$ anal. (MPa)	$\sigma_2$ num. (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2$ anal. (MPa)	$\sigma_2$ num. (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2$ anal. (MPa)	$\sigma_2$ num. (MPa)	Erreur relative
0.8	20	20	2.1979	2.2183	0.0092	4.9989	5.0534	0.0109	7.2732	7.4074	0.0184

b) Essai de cisaillement pur

Le tenseur de contrainte s'écrit, dans ce cas, sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Une procédure similaire à ce que nous avons établi au paragraphe précédent nous permet de tirer les expressions des contraintes normales et tangentielles sur le joint.

$$\sigma_n = \sigma_{12} \sin 2\theta ; \tau = \sigma_{12} \cos 2\theta \quad (36)$$

Nous remarquons que :

$$\tau = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2\theta\right) \sigma_n \quad (37)$$

Afin de chercher la valeur de la contrainte  $\sigma_{12}$  pour laquelle se produit la plastification dans le joint, il suffit de chercher l'intersection entre l'équation 37 et la droite  $\tau=c+\sigma_n \tan \phi$  (Fig. 18). Cette solution dérive d'une approche géométrique. Nous remarquons que, suivant le sens de cisaillement, nous tombons sur l'une des intersections ( $P_1$  ou  $P_2$ ).

Une méthode analytique similaire à ce que nous avons fait au paragraphe précédent se présente. Elle consiste à remplacer  $\sigma_n$  et  $\tau$  de l'équation 36 dans l'expression  $\tau=c+\sigma_n \tan \phi$ . Tout calcul fait, nous trouvons :

$$\sigma_{12} = c \frac{\cos \phi}{\cos(2\theta + \phi)} \quad 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, \cos(2\theta + \phi) \neq 0 \quad (38)$$

Nous voyons que dans le cas d'un massif muni d'une fracture horizontale ( $\theta=0^\circ$ ) la résistance du massif se réduit à la cohésion de la discontinuité.

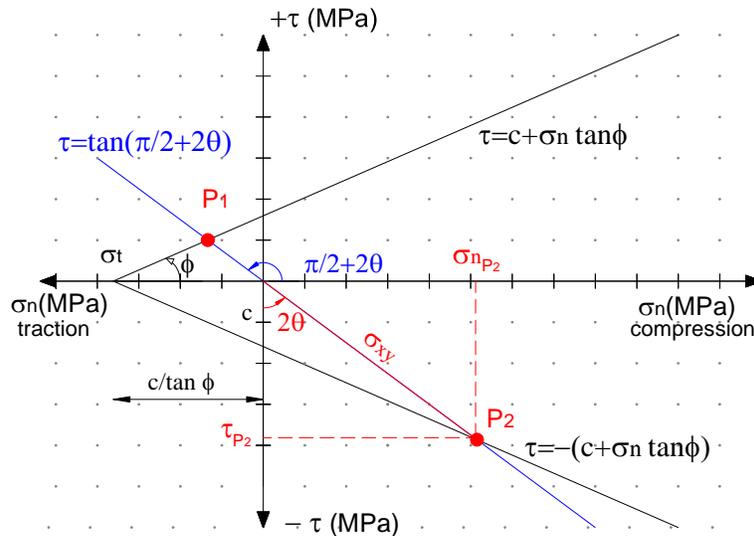


Fig.18 : Méthode géométrique de recherche de la contrainte de cisaillement pour laquelle la discontinuité se plastifie (exemple de validation en élastoplasticité, massif contenant une fracture inclinée d'extension infinie)

**Application numérique :**

Les applications numériques que nous avons établies sur un massif de dimension 50m soumis à un cisaillement pur (tableau 7) révèlent l'exactitude des valeurs numériques en les comparant aux grandeurs analytiques.

Tableau 7 : Validation du modèle numérique : calcul élastoplastique, massif avec une fracture inclinée soumis à un cisaillement pur

Propriétés de la résistance du joint			$\theta=0^\circ$			$\theta=32^\circ$			$\theta=45^\circ$		
$c$ (MPa)	$\phi$ ( $^\circ$ )	$\psi$ ( $^\circ$ )	$\sigma_{12}^{anal.}$ (MPa)	$\sigma_{12}^{num.}$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_{12}^{anal.}$ (MPa)	$\sigma_{12}^{num.}$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_{12}^{anal.}$ (MPa)	$\sigma_{12}^{num.}$ (MPa)	Erreur relative
0.5	30	30	0.5	0.5003	0.0006	6.2074	6.3892	0.0292	0.8660	0.8701	0.0047

### 3.2.2.3 Massif avec une famille de fracture d'extension finie: résistance du massif rocheux

Jusqu'à présent, nous avons testé notre code numérique sur des cas de massifs ne contenant qu'une seule fracture d'extension infinie débouchant sur deux bords du domaine.

Dans cette section, nous proposons de traiter un cas plus complexe où le massif dispose de plusieurs fractures horizontales dont l'extension est finie (Fig. 19). Cet exemple représente une configuration géométrique appartenant à notre classification numérique (cas 1-1, 1 famille de fractures, cf. chap.5, tableau 2).

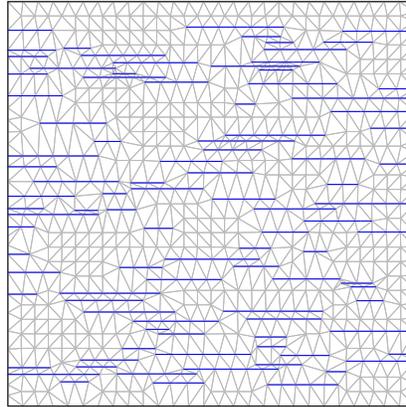


Fig. 19 : Configuration géométrique d'un massif contenant 1 famille de fractures d'extension finie (exemple de validation en élastoplasticité)

Pour un tel exemple, nous ne disposons pas d'une solution analytique explicite fournissant la résistance du massif en fonction du type de chargement et des propriétés géométriques et mécaniques de ses composantes. Cependant dans notre cas, il est possible de prévoir quelques paramètres mécaniques dans certaines directions tel que le module de déformation dans la direction 1 qui est identique à celui de la roche. En effet, les fractures sont horizontales et n'interviennent pas dans la déformation du massif dans cette direction. En outre, vu que le joint ne se plastifie pas en compression, la résistance du massif soumis à une compression dans la direction 1 ou 2 doit être identique à celle de la matrice rocheuse.

D'après ce que nous venons d'exposer nous nous ramenons à retrouver numériquement :

1. La pente de la courbe contrainte-déformation en déformation plane que nous pouvons calculer en faisant tendre dans l'équation 10 l'espacement des fractures vers l'infini ( $P_{1D.P.} = \frac{E}{1-\nu^2}$ )

2. La résistance de la roche en compression qui s'écrit d'après l'équation 3 :

$$\sigma_2 = \frac{2C \cos \Phi + \sigma_1 (1 + \sin \Phi)}{1 - \sin \Phi}$$

*Application numérique :*

La dimension du massif modélisé est de  $4m$ . Les propriétés mécaniques de la roche sont les suivants :  $E=2\ 000MPa$ ,  $\nu=0.25$ ,  $C=3.2MPa$ ,  $\Phi=\Psi=30^\circ$ . Quant aux fractures,

nous attribuons à leurs paramètres mécaniques les valeurs ci-dessous :  $K_n=2\ 000\text{MPa/m}$ ,  $K_t=2\ 000\text{MPa/m}$ ,  $c=0.1\text{MPa}$  et  $\phi=\psi=20^\circ$ .

Ce massif correspond au cas 1-1-1-1-1 de notre classification numérique (cf. annexe 4, 1 famille de fractures). Trois essais de compression dans chacune des directions 1 et 2 ont été établis avec différentes valeurs de la contrainte de confinement. En outre, nous avons soumis ce massif à un essai de cisaillement pur. Nous rappelons que le chargement croît linéairement en fonction du temps.

Les courbes de la figure 20 illustrent le résultat graphique des essais numériques.

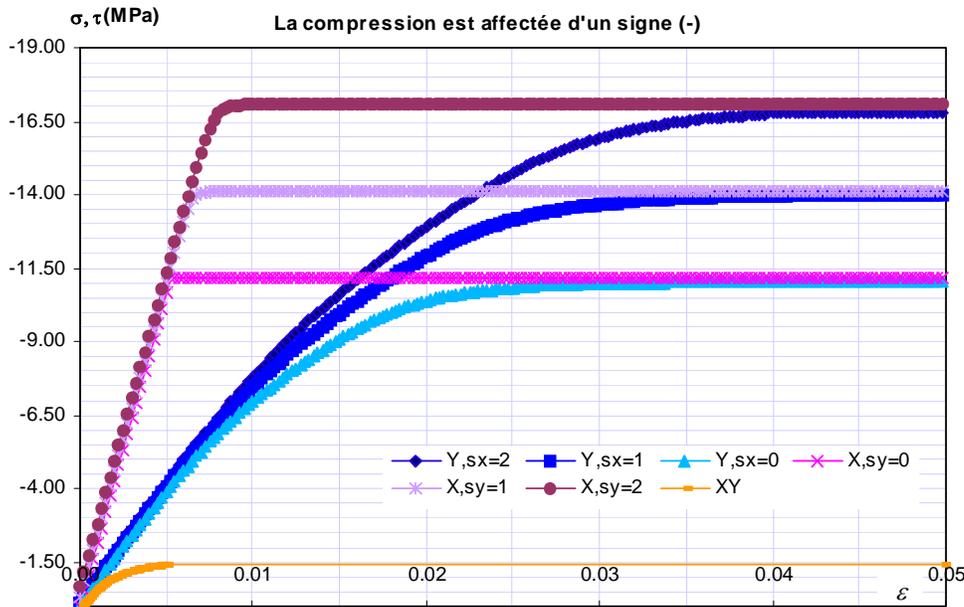


Fig.20 : Courbes contrainte-déformation, massif avec une famille de fractures d'extension finie (résultats de validation en élastoplasticité)

Les allures de ces courbes montrent que :

- Le comportement du massif dans la direction 1 est élastoplastique parfait et schématise bien le comportement de la roche. En effet, la contrainte dans la matrice rocheuse dans cette direction est homogène et elle atteint sa valeur limite d'un seul coup. La valeur du module de déformation dans cette direction est obtenue avec une très grande précision (Tableau 8). De même nous retrouvons les valeurs de la résistance de la roche déjà calculées dans le paragraphe 3.2.2.2 (tableau 6)
- Le comportement du massif dans la direction 2 est élastoplastique avec écrouissage.

Dans la phase élastique, nous remarquons que la pente des courbes est inférieure à celle de la direction 1 ; ceci dérive du fait que dans la direction 2 les fractures interviennent dans la déformation du massif. Nous retrouvons une pente  $P_{2\ D,P}=792.5\text{MPa}$ . Cette valeur dépasse légèrement la valeur de la pente trouvée dans l'annexe 4 ( $P_{2\ C,P}=762.84\text{MPa}$ ). Cette différence est prévue, elle est due à ce que la pente calculée dans un état de déformation plane est supérieure à celle retrouvée dans un état de contrainte plane (cf. §.3.2.1.1).

Le comportement écroui dérive du fait que la contrainte dans la matrice rocheuse dans cette direction n'est pas homogène. A fur et à mesure que la contrainte  $\sigma_2$  augmente, la plastification se produit dans les zones les plus sollicitées jusqu'à aboutir à une plastification complète du massif. Les contraintes limites de résistance relatives à chaque valeur du confinement tendent vers les mêmes valeurs retrouvées dans la direction 1. De même, les valeurs numériques calculées ainsi que la comparaison avec les valeurs analytiques établie dans le tableau 8 montrent, une fois encore, la fiabilité du code dans un calcul élastoplastique avancé.

- La résistance du massif dans la direction 1 ou 2 est une fonction linéaire de la contrainte de confinement. Ce résultat a été déjà mentionné par Pouya et Ghoreychi [2001] ; il est dû à l'aspect linéaire du critère de résistance de Mohr-Coulomb.
- Dans le cas d'un chargement de cisaillement pur, le comportement est du type élastoplastique avec écrouissage. La roche ainsi que les fractures cisailées interviennent dans la plastification du massif. La cohésion homogénéisée du massif est  $C_m=1.41MPa$ . Cette valeur est bien représentative ; elle est supérieure à la cohésion des fractures ( $c=0.1MPa$ ) et inférieure à celle de la roche ( $C=3.2MPa$ ) .

Tableau. 8 : Validation du modèle numérique : calcul élastoplastique, massif avec une famille de fractures ( $P$  : pente de la courbe contrainte déformation)

Phase élastique			Phase plastique, compression direction 2								
			Confinement $\sigma_1=0MPa$			Confinement $\sigma_1=1MPa$			Confinement $\sigma_1=2MPa$		
$P_{1 D.P. anal.}$ (MPa)	$P_{1 D.P. num.}$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2 anal.$ (MPa)	$\sigma_2 num.$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2 anal.$ (MPa)	$\sigma_2 num.$ (MPa)	Erreur relative	$\sigma_2 anal.$ (MPa)	$\sigma_2 num.$ (MPa)	Erreur relative
2133.33	2135	0.000781	11.0851	11.0533	0.002872	14.0851	14.0271	0.00411	17.0851	16.7599	0.01903

### 3.2.3 Conclusion

Le travail de validation que nous avons déjà établi montre que les solutions analytiques des massifs déjà traités sont retrouvées numériquement avec une précision remarquable. Les résultats montrent également une performance et une fiabilité déterminantes de notre outil numérique tant pour un milieu homogène isotrope que pour un massif traversé par une ou plusieurs familles de fractures d'extension finie ou infinie.

Ce travail nous a permis de bien maîtriser le comportement mécanique de certains massifs de référence dont la structure géométrique est relativement simple. L'analyse que nous avons menée est d'une grande importance ; elle nous aidera à la compréhension et l'interprétation du comportement mécanique d'autres massifs dont la géométrie est plus complexe.

La validité de notre outil numérique étant confirmée pour des cas de massif dont la fracturation n'est pas assez compliquée, nous pourrions appliquer avec toute confiance notre méthodologie de travail sur des cas de massifs plus complexes. Cette étape fera l'objet de la section suivante ainsi que du travail de classification mené au chapitre 5.

## 4. Etude d'un cas de massif granitique

L'objectif principal de ce paragraphe est de présenter une étude de cas complète portant sur la recherche des propriétés mécaniques d'un massif rocheux par la méthode d'homogénéisation par éléments finis. Cette étude est une application directe de la théorie d'homogénéisation numérique que nous avons détaillée au chapitre 3, ainsi que de la méthodologie de travail présentée au début de ce chapitre (cf. §.2).

### 4.1 Présentation du massif étudié

Nous prenons pour exemple d'étude le cas du massif granitique de la Vienne se trouvant dans le Sud-Ouest de la France qui a été déjà étudié par Pouya et Ghoreychi [2001]. Nous apportons quelques modifications aux données de fracturation du massif pour éviter des problèmes numériques (cf. §.2.3).

Dans l'exemple du massif étudié, les fractures ont une extension variant de 20cm à 30m suivant une loi de distribution statistique exponentielle décroissante. Leurs orientations varient entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à l'axe 1 du VER et suivent une loi normale avec une moyenne d'environ  $60^\circ$  et un écart type de  $10^\circ$ . La densité surfacique des fractures (nombre de centre de fractures par unité de surface) suit une loi uniforme, avec une valeur moyenne d'environ  $0.4m^{-2}$ . L'épaisseur des fractures est supposée de l'ordre de 1mm (fractures essentiellement colmatées avec de la calcite).

Pour simplifier le modèle, nous considérons que le massif a un comportement élastoplastique parfait du type Mohr-Coulomb. Les valeurs des caractéristiques mécaniques de la matrice et des fractures sont déduites des essais au laboratoire et sont indiquées ci-dessous :

- *Matrice rocheuse :*

Elasticité : module d'Young  $E=72\ 000MPa$ , coefficient de Poisson  $\nu=0.25$ .

Plasticité : cohésion  $C=17MPa$ , angle de frottement interne et de dilatance :  $\Phi=\Psi=57^\circ$ .

- *Fractures :*

Elasticité : raideur normale  $K_n=4.10^5MPa/m$ , raideur tangentielle  $K_t=3.10^6MPa/m$ .

Plasticité : cohésion  $c=1.51MPa$ , angle de frottement interne et de dilatance :  $\phi=\psi=27^\circ$ .

### 4.2 Méthode numérique et résultats obtenus

Le domaine bidimensionnel dans lequel nous avons généré les fractures est un carré de coté 50m (Fig. 21). Dans ce domaine, nous avons découpé des domaines carrés de tailles plus petites sur lesquels nous avons calculé plusieurs caractéristiques géométriques et mécaniques. La méthode de découpage est celle des carrés centrés (cf. §.2.2.1).

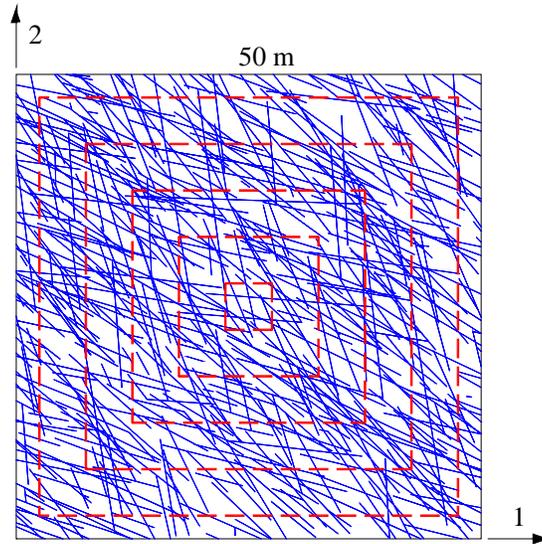


Fig. 21 : Modèle géométrique bidimensionnel du massif de la Vienne

#### 4.2.1 Recherche du VER géométrique

Le domaine étudié a été découpé par 25 lignes parallèles formant un paquet de sondages. Trois directions différentes ont été données à ce sondage : 1- direction parallèle à l'axe 2 (sondage vertical), 2- direction parallèle à l'axe 1 (sondage horizontal), 3- direction oblique faisant un angle  $45^\circ$  avec les axes. Nous avons calculé également l'extension moyenne ainsi que l'espacement moyen des fractures suivant la méthode présentée dans le paragraphe 2.2.2.

Sur des domaines de taille allant de  $2m$  à  $50m$  nous avons représenté, pour les trois directions de sondage, l'espacement moyen en fonction de la taille du domaine (Fig. 22). Nous remarquons que, pour une taille supérieure à  $15m$ , les fluctuations concernant la valeur de l'espacement moyen deviennent négligeables. Ce paramètre atteint une valeur constante d'environ  $0.7m$  pour le sondage vertical,  $0.8m$  pour le sondage horizontal, et  $0.5m$  pour le sondage oblique. D'après ce résultat, nous estimons la taille du VER géométrique à  $15m$ . Une étude particulière a été faite sur l'extension moyenne des fractures ; elle indique qu'au-delà de cette taille ( $15m$ ) la valeur de l'extension moyenne des fractures se stabilise sur une valeur moyenne de  $6.32m$ .

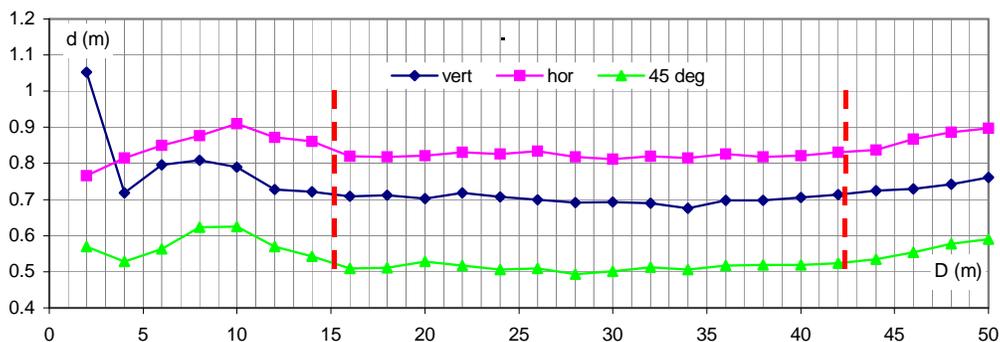


Fig. 22 : Variation de l'espacement moyen des fractures en fonction de la taille du domaine (Massif de la Vienne)

Nous remarquons que, pour des tailles supérieures à  $42m$ , l'espacement moyen commence à croître légèrement. Cette augmentation représente un effet de bord parfaitement explicable qui schématise une certaine marge d'erreur due à l'absence de quelques fractures dont une partie existe à l'intérieur du massif mais dont les centres existent en dehors du domaine. Dans cette zone, la densité des fractures est plus faible, ce qui induit une augmentation de l'espacement moyen.

#### 4.2.2 Recherche du *VER* mécanique et calcul des propriétés élastiques

Afin de calculer la taille du *VER* mécanique nous limitons nos calculs sur la recherche des propriétés élastiques du massif. En effet, un calcul élastoplastique, répétitif sur tous les domaines, impose un temps immense de calcul. Pour cet objet, nous avons réalisé des essais de chargement mécanique du type *contrainte imposée* que nous avons détaillé au chapitre 3 (cf. §.2.4.2). Un maillage triangulaire a été préparé pour chacun des domaines dont la taille varie entre  $2m$  et  $20m$ . En effet, au-delà de cette taille, nous atteignons les limites de nos moyens de calcul numérique. La variation du nombre de mailles ainsi que le nombre de nœuds en fonction de la taille du domaine est illustrée sur la figure 23.

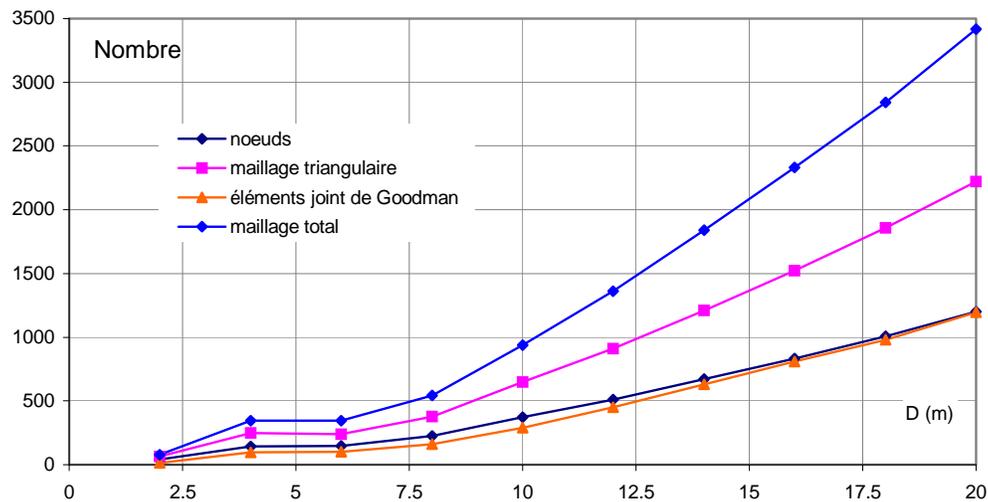


Fig. 23 : Variation des caractéristiques du maillage en fonction de la taille du domaine (massif de la Vienne)

Comme exemples d'illustration, les figures 24 et 25 montrent respectivement le maillage établi sur les domaines de taille  $2$ ,  $12$  et  $20m$  ainsi que la distribution de la contrainte  $\sigma_{11}$  résultant d'un essai de compression simple dans la direction  $1$  sur un domaine de taille  $12m$ .

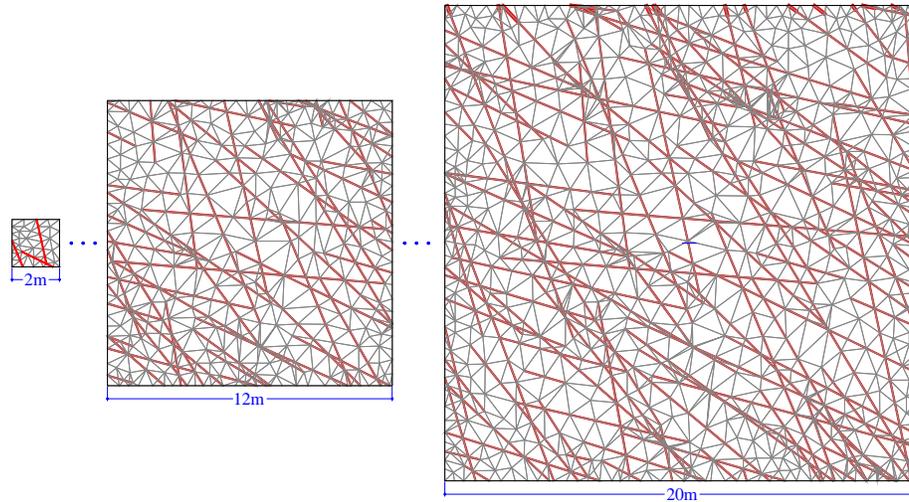


Fig. 24 : Exemple de maillage du massif de la Vienne

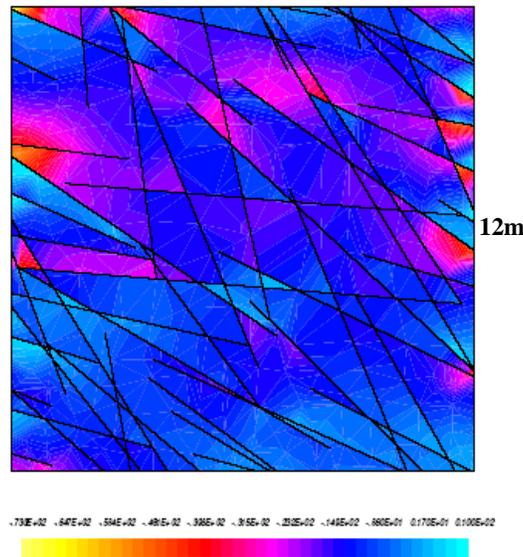


Fig. 25 : Exemple d'illustration des isovaleurs  $\sigma_{11}$  correspondant à un essai de compression simple dans la direction 1,  $\varepsilon_1=625.10^{-5}$  (massif de la Vienne)

Le tenseur de souplesse relatif à chaque domaine est calculé suivant la méthode que nous avons déjà présentée au paragraphe 2.4.2. A titre d'exemple nous présentons ci-dessous le tenseur de souplesse correspondant au domaine  $D=18m$  qui révèle une bonne symétrie.

$$S = \begin{bmatrix} 1.58376E-05 & -2.94737E-06 & -3.47222E-06 & 3.12827E-09 \\ -2.94451E-06 & 1.53041E-05 & -3.47222E-06 & 3.66794E-09 \\ -3.47222E-06 & -3.47222E-06 & 1.38889E-05 & 0.0 \\ 4.02341E-09 & 3.98174E-09 & 0.0 & 3.72745E-05 \end{bmatrix}$$

Les résultats des essais numériques sont illustrés dans les courbes de la figure 28 .

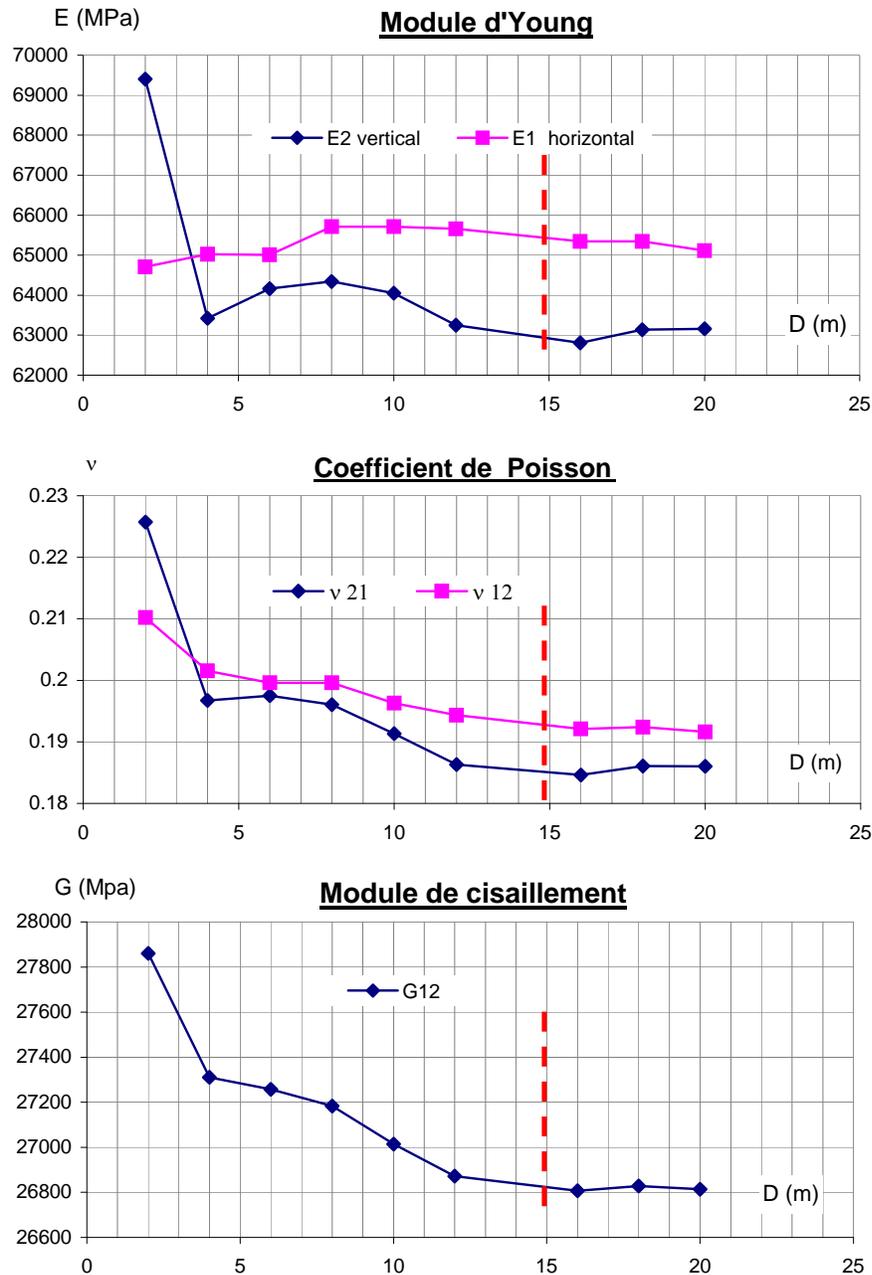


Fig. 26 : Variation des propriétés mécaniques élastiques en fonction de la taille du domaine (massif de la Vienne)

En analysant les courbes de la figure ci-dessus, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- Pour des tailles de domaines relativement petites ( $D=2m$ ) la valeur du module d'Young vertical  $E_2$  ainsi que du module de cisaillement  $G_{12}$  se rapprochent des propriétés élastiques de la matrice rocheuse. Ceci n'est pas vrai pour la direction 1. Ce résultat peut être expliqué en observant l'orientation des fractures dans le domaine (fractures sensiblement verticales).

- Pour un domaine dépassant la taille du VER, le comportement élastique homogénéisé est globalement isotrope : les valeurs des modules d'Young  $E_1$  et  $E_2$  tendent vers des valeurs relativement équivalentes (valeur moyenne :  $E \approx 64\ 000\text{MPa}$ ). De même nous retrouvons une valeur moyenne du coefficient de Poisson qui est égale à  $\nu = 0.19$ . Le Module de cisaillement homogénéisé tend vers une valeur moyenne  $G = 26\ 800\text{MPa}$  qui vérifie avec une très bonne précision la formule  $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 26\ 890\text{MPa}$ .
- La variation du module d'Young dans une direction  $i$  a une allure similaire à celle de l'espacement moyen calculé dans la même direction.
- D'après le premier critère de recherche d'un VER que nous avons mentionné au paragraphe 2.2.2, la taille du VER mécanique peut être estimée à  $15\text{m}$ . Dans cette étude de cas nous abandonnons la vérification du deuxième critère. En effet, nous considérons qu'il est du second ordre par rapport au premier. Ceci dit, cette vérification a été faite pour le VER géométrique. La figure 27 illustre la configuration géométrique des différents domaines obtenus en faisant tourner le VER par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de maillage. L'insensibilité de la variation de l'extension moyenne des fractures en fonction de l'angle de rotation du VER est bien observée sur la figure 28.

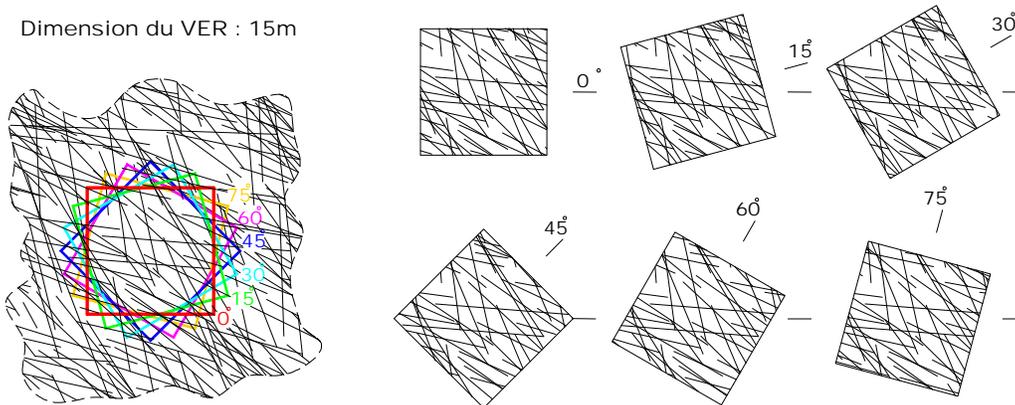


Fig. 27 : Rotation du VER par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de maillage (Massif de la Vienne)

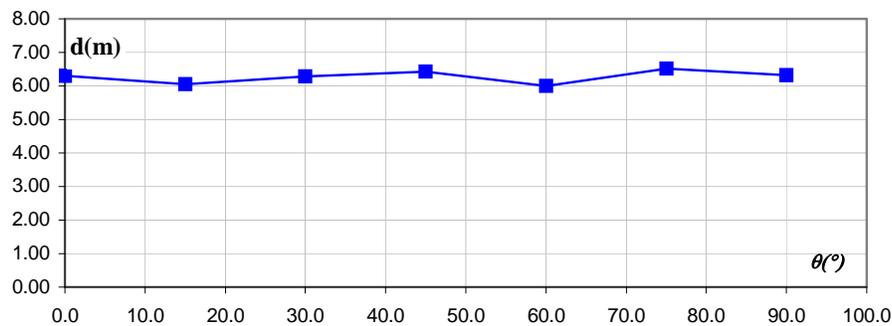


Fig. 28 : Variation de l'extension moyenne des fractures en fonction de l'angle de rotation du VER (massif de la Vienne)

Nous notons ainsi que le *VER* géométrique et le *VER* mécanique ont une taille comparable. Ce résultat nous permet de calculer la taille du *VER* mécanique d'une façon géométrique plus simple et moins coûteuse. Une fois cette taille précisée géométriquement, il est possible de calculer les propriétés élastiques ainsi que la résistance homogénéisée du massif sur une taille plus grande que celle du *VER*. Cependant, il faut noter que ce résultat ne peut pas être généralisé sans précaution. En effet, ce résultat n'est valable que si les propriétés mécaniques des fractures sont homogènes sur tout le domaine et cesse d'être vrai si ces dernières sont dispersées. La généralisation de ce résultat nécessite le traitement de plusieurs autres cas.

#### 4.2.3 Recherche de la résistance du massif

Ayant précisé la taille du *VER* élastique, nous nous intéressons à calculer la résistance du massif pour différents types de chargement. Nous appliquons la méthode que nous avons développée au chapitre 3 (cf. §.3).

Trois types de chargements ont été imposés sur le *VER* : 1- compression 1 avec différentes valeurs de la contrainte latérale  $\sigma_2$ , 2- compression 2 avec différentes valeurs de la contrainte latérale  $\sigma_1$ , 3- cisaillement pur positif (coté haut soumis à un cisaillement de gauche vers la droite) et négatif.

Nous rappelons que les paramètres du critère de Mohr-Coulomb homogénéisé du massif sont calculés d'après les formulations suivantes :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \leq \alpha + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \tan \Psi_m; \quad C_m = \frac{\alpha_m}{\cos \Psi_m} \quad \text{et} \quad \Phi_m = \sin^{-1}(\tan \Psi_m) \quad (39)$$

où  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  représentent respectivement la contrainte majeure et mineure dans le plan de calcul.  $\alpha_m$ ,  $\Phi_m$  et  $\Psi_m$  représentent les paramètres du critère de plasticité dans le plan  $\left( \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}, \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)$ .  $C_m$  et  $\Phi_m$  sont la cohésion et l'angle de frottement interne homogénéisés du massif pour le chargement considéré.

Les courbes contraintes-déformations de la figure 29 schématisent les résultats des essais numériques. Pour les 3 types de chargement, le comportement du massif est élastoplastique avec écrouissage. Malgré qu'à la fin de chaque type de chargement les contraintes correspondant continuent à croître légèrement, nous admettons qu'elles atteignent des valeurs limites et par suite nous considérons que le massif est plastifié.

Les valeurs de ces contraintes limites ainsi que les paramètres du critère de Mohr-Coulomb sont affichés dans le tableau 9. Dans ce tableau, nous avons calculé deux courbes intrinsèques correspondant à deux essais de compression dans la direction 1 et 2, et une cohésion moyenne dérivant des deux essais de cisaillement.

Nous remarquons que les paramètres plastiques sont légèrement dispersés pour les trois types d'essais. Il est donc intéressant d'admettre que le comportement du massif est isotrope. En reportant ces paramètres sur le graphe de la figure 30, nous pouvons tracer pour le massif de la Vienne une courbe de régression linéaire représentant le critère homogénéisé isotrope de Mohr-Coulomb dont la cohésion est  $C_m = 2.74 \text{ MPa}$  et l'angle de frottement interne est  $\Phi_m = 45.4^\circ$

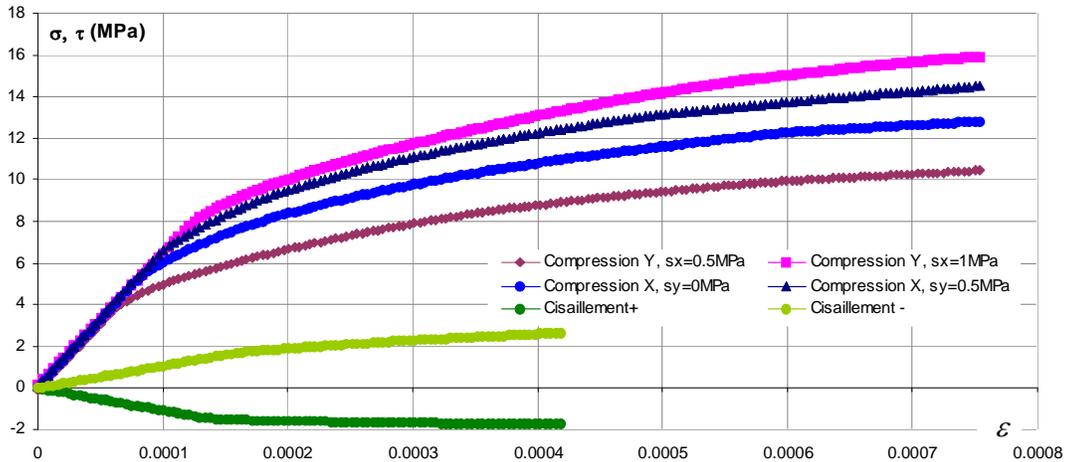


Fig. 29 : Courbes contraintes-déformations du massif de la Vienne

Tableau 9 : Résultats du calcul élastoplastique du massif de la Vienne

Compression				Cisaillement	
Compression $\sigma_1$ (MPa)	Confinement $\sigma_2$ (MPa)	Compression $\sigma_2$ (MPa)	Confinement $\sigma_1$ (MPa)	Positif $\sigma_{12}^+$ (MPa)	Négatif $\sigma_{12}^-$ (MPa)
12.8	0	10.4	0.5	2.73	1.93
14.5	0.5	15.9	1		
$\alpha_{1m}$ (MPa)	$\Psi_{1m}$ (°)	$\alpha_{2m}$ (MPa)	$\Psi_{2m}$ (°)		
2.91	28.6	2.62	29.7		
$C_{1m}$ (MPa)	$\Phi_{1m}$ (°)	$C_{2m}$ (MPa)	$\Phi_{2m}$ (°)	$C_{12m}$ (MPa)	
3.31	34.6	3.02	36.5	2.33	

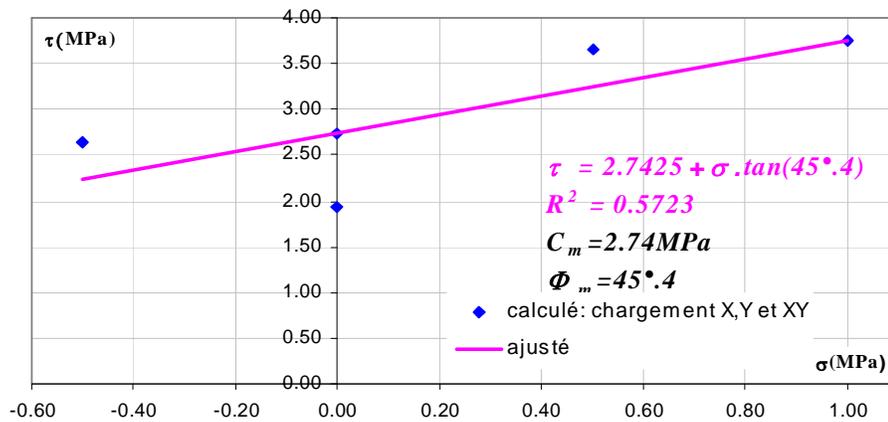


Fig. 30 : Critère de résistance homogénéisé du massif de la Vienne

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de la modélisation mécanique des massifs rocheux fracturés par la méthode des éléments finis.

La méthodologie de travail que nous avons proposée, le développement numérique ainsi que la validation du code de calcul et l'étude de cas que nous avons menés représentent le schéma d'application de la théorie d'homogénéisation numérique.

L'aspect général de la méthodologie de travail lui donne la possibilité d'être appliquée sur la majorité des milieux hétérogènes et anisotropes plus particulièrement sur les matériaux composites et les milieux fissurés comme le béton, la maçonnerie et les massifs rocheux fracturés.

Une étude de cas réel d'un massif granitique au Sud de la France (la Vienne) nous a servis comme une application directe de la procédure d'homogénéisation que nous avons proposée. L'équivalence entre la taille du *VER* mécanique (relatif au Module d'Young) et le *VER* géométrique (relatif à l'espacement des fractures) que nous avons montré est un résultat assez important. Il permet d'éviter des calculs lourds et coûteux et d'obtenir la taille du *VER* mécanique d'une façon purement géométrique. Ce résultat cesse d'être vrai si les propriétés mécaniques des fractures ne sont pas homogènes sur tout le massif.

Ce travail de base va nous servir dans le chapitre 5 comme un outil de classification des massifs examinés. Compte tenu du fait que le calcul élastoplastique nécessite un temps considérable, la classification élastoplastique des massifs dépasserait les délais d'achèvement de cette thèse. Nous nous limiterons donc à une classification élastique.

*C'est une erreur capitale que de bâtir des théories tant qu'on n'a pas de données. Insensiblement, on se met à torturer les faits pour les faire cadrer avec les théories, au lieu d'adapter les théories aux faits.*

*(Sir Arthur Conan Doyle)*

## *Chapitre 5*

### **Classification Numérique d'une variété de Massifs Rocheux**

---

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'établir une classification numérique de certains types de massifs rocheux ou masses rocheuses fissurées. La méthode d'homogénéisation numérique que nous avons développée au chapitre 3, ainsi que la méthode de modélisation numérique présentée au chapitre 4, sont appliquées dans l'objectif de calculer les paramètres des tenseurs d'élasticité homogénéisés de ces massifs.

Nous exposons en premier lieu le choix des familles de fractures examinées et la taille de leur *VER*, puis nous présentons et nous discutons les résultats de nos simulations numériques. Ensuite nous présentons un ajustement analytique de quelques paramètres mécaniques et nous appliquons l'hypothèse de l'élasticité ellipsoïdale sur les massifs rocheux.

Afin de montrer la facilité d'exploitation de notre classification numérique, nous examinons à la fin de ce chapitre le cas d'un massif sédimentaire (Massif de Kousba, Liban Nord).

---

# CLASSIFICATION NUMERIQUE D'UNE VARIETE DE MASSIFS ROCHEUX

## 1. Choix des massifs étudiés

Le choix des familles de fractures et le nombre de cas à simuler dérivent aussi bien des paramètres géométriques et mécaniques des fractures que des paramètres mécaniques de la roche.

Nous faisons notre choix en nous basant sur quelques configurations géométriques types de fracturation précisées par le CFMR-MMR [2000] (cf. chap.1, §.1.1)

Afin de préciser les familles de fractures à simuler, une procédure par élimination a été adoptée. Vu qu'il est impossible d'englober dans notre étude tous les cas géologiques existant dans la nature, certaines hypothèses ont été admises afin de réduire le plus possible leur nombre. Nous appuyons notre choix par le raisonnement suivant :

1. *Extensions des fractures* : des solutions analytiques existant dans la littérature fournissent une formulation mathématique des propriétés mécaniques élastiques et plastiques d'un massif rocheux comprenant une ou deux familles de fractures périodiques (cf. chap.2, §.2.2 et chap.3, §.1). En revanche, dans le cas des fractures vides d'extension finie et de faible densité de telle sorte que l'interaction entre les fractures vides puisse être négligée, certaines solutions analytiques fournissent les propriétés élastiques homogénéisées (cf. chap.2 §.2.2). Suite à ces possibilités, nous nous sommes orientés vers le choix des *familles d'extension finie* (et pas forcément de densité très faible).
2. *Espacement des fractures* : ce paramètre est un facteur déterminant dans le choix de nos familles. En effet, nous rappelons que notre but principal est de calculer les propriétés mécaniques homogénéisées à l'échelle des ouvrages exécutés dans les massifs rocheux (hauteur d'une pente, diamètre d'un tunnel ...). Cet objectif impose que la taille de l'ouvrage soit plus grande que la taille du VER. Vu que cette grandeur est une fonction croissante de l'espacement des fractures, et pour qu'elle ne dépasse pas la taille de l'ouvrage, il est donc naturel de choisir un intervalle de variation dans lequel l'espacement n'est pas très grand.
3. *Nombre de familles de fractures* : pour que nos familles de fractures aient un certain aspect représentatif, diverses consultations sur la structure géologique des massifs fracturés ont été faites. Suite à ces consultations, deux catégories principales ont été considérées :
  - a) Massif ayant *une famille* de fractures dont l'extension est finie (Fig.1-a). Cette famille est affectée de l'indice 2. Elle correspond à :

- i) Des surfaces de fluidalité des granites.
- ii) Des surfaces de foliation de gneiss.
- iii) Des surfaces de schistosité des ardoises ou des schistes.
- iv) Cette structure correspond également à tout corps contenant une famille de fissures parallèles (béton, maçonnerie...) dont la géométrie des fissures et les propriétés mécaniques des composantes appartiennent à un des cas considérés dans le tableau 1.

b) Massif contenant **deux familles** de fractures (Fig. 1-b): l'extension de la famille 2 est finie. Elle est découpée par une famille 1 qui lui est perpendiculaire et dont l'extension est infinie. L'espaceur de la famille 1 est égale à la moitié de l'extension moyenne de la famille 2.

*Cette distribution géométrique représente une large gamme de massifs sédimentaires où les plans de stratifications sont découpés par des fractures débouchant sur leurs extrémités. La famille 1 représente dans le cas le plus courant, les limites stratigraphiques d'un massif sédimentaire, et elle est souvent horizontale. Cependant, pour des raisons de commodité du calcul numérique, nous choisissons de les présenter sous une forme verticale.*

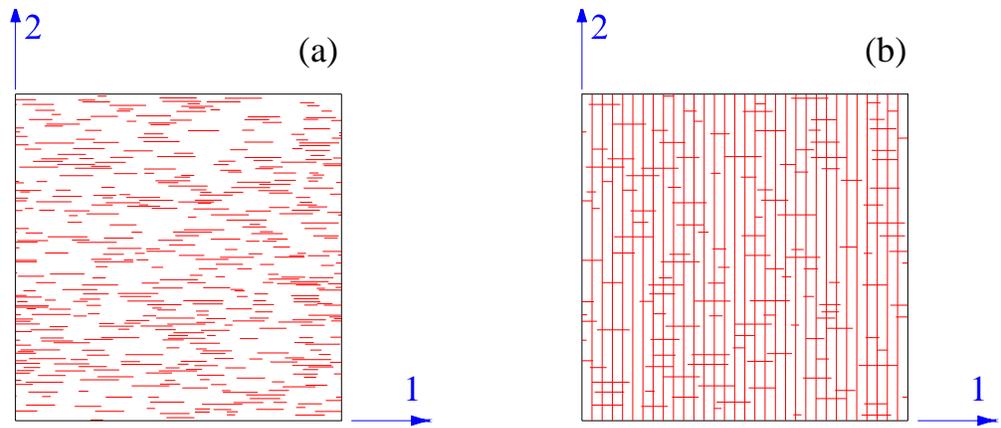


Fig. 1 : Configuration géométrique des deux types de massifs étudiés. a) massif à une famille de fractures b) massif à deux familles de fractures

En se basant sur la recherche bibliographique que nous avons effectuée au chapitre 1, nous rassemblons, dans le tableau 1, les différentes valeurs des propriétés géométriques et mécaniques de la matrice rocheuse et des fractures nécessaires à l'établissement de notre classification numérique. Les valeurs numériques qui y figurent respectent bien les critères que nous avons présentés ci-dessus.

Dans ce tableau, le *numéro du paramètre* permet de schématiser un cas quelconque par une écriture *indicielle compacte* et facilite la recherche de ses paramètres parmi les résultats des calculs numériques (cf. annexe 4). Chaque cas est représenté par cinq indices ; chacun pouvant prendre les valeurs de 1 à 3. Ils pointent respectivement sur l'espaceur des fractures de la famille 2 ( $d_2$ ), l'extension des fractures de la famille 2 ( $l_2$ , et donc sur l'espaceur des fractures de la famille 1 dans le cas de deux familles de fracture :  $d_1 = l_2/2$ ), le module d'Young de la roche ( $E$ ), la raideur normale des fractures ( $K_n$ ) et le rapport de la raideur normale à la raideur tangentielle ( $K_t/K_n$ ). Nous attirons l'attention que les deux premiers indices reflètent la configuration

géométrique. A titre d'exemple, pour un massif contenant une seule famille de fractures, l'écriture indicielle 1-3-2-3-2 implique que :  $d_2=0.27m$ ,  $l_2=5.20m$ ,  $E=50\ 000MPa$ ,  $K_n=200\ 000MPa/m$  et  $K_t/K_n=0.25$  ou  $K_n/K_t=4$ .

Tableau 1: Présentation et description des paramètres géométriques et mécaniques de la classification numérique

<b>ROCHE</b>			
<i>Paramètres mécaniques en élasticité</i>			
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$E(MPa)$	2 000	50 000	100 000
$\nu$	0.25	0.25	0.25
Description géologique	Un grès argileux ou une craie	Un calcaire de dureté moyenne ou un grès assez bien cimenté	Un granite sain
Classification	Très faible	Moyenne	Forte
<b>FRACTURES</b>			
<i>Paramètres mécaniques en élasticité</i>			
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$K_n(MPa/m)$	2 000	100 000	200 000
Description géologique	Joints humides ou remplis d'argile	Joints sec remplis de matériau autre que l'argile	Joints colmatés très minces dans un granite ou un basalte
Classification	Faible	Moyenne	Forte
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$K_t/K_n$	0.01	0.25	0.50
Classification	Faible	Moyenne	Forte
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$K_n/K_t$	100	4	2
<i>Paramètres Géométriques</i>			
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$d_2(m)$	0.27	0.55	1.00
Classification	Faible-moyenne	Moyenne-forte	Forte
Numéro du paramètre	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$l_2(m)$	0.50	1.50	5.20
Classification	Très faible	Faible	Moyenne
$d_1(m)$	0.25	0.75	2.60
$l_1(m)$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
<i>Remarque : l'indice 1 est relatif à la famille verticale et l'indice 2 à la famille horizontale dont l'extension de ses fractures est finie</i>			

Il faut noter que les valeurs de l'extension et de l'espacement du tableau 1 sont des grandeurs que nous ne pouvons pas imposer directement à un code de calcul mais elles dérivent du nombre de disques générés dans le volume. Ceci demande plusieurs itérations afin de converger vers une certaine limite visée ou envisagée. Cette procédure explique la présence de quelques valeurs non arrondies de ces grandeurs (exemple :  $d=0.27m$  ou  $l=5.20m$ ). Dans le tableau 2, nous indiquons les paramètres géométriques des fractures pour les diverses configurations géométriques qui sont au nombre de 18. Les dessins de tous les cas étudiés sont présentés d'une façon détaillée dans l'annexe 3.

Tableau 2 : Paramètres géométriques des fractures pour les deux types de familles étudiées

Cas	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
$d_2$	0.27	0.27	0.27	0.55	0.55	0.55	1.00	1.00	1.00
$l_2$	0.5	1.5	5.2	0.5	1.50	5.2	0.5	1.5	5.2
$d_1^*$	0.25	0.75	2.6	0.25	0.75	2.6	0.25	0.75	2.6
$l_1^*$	$\infty$								

$d(m)$  : espacement,  $l(m)$  : extension, \* : valable uniquement dans le cas de deux familles de fractures

Un calcul combinatoire des divers paramètres existant dans le tableau 2 montre que notre classification couvre un nombre de  $2 \cdot 3^5$  ou 486 cas pour les deux types de familles choisies. Nous signalons que treize simulations numériques de *traitement* et de *post-traitement* sont nécessaires pour calculer le tenseur de souplesse ou de complaisance pour un seul cas ; il en résulte 6318 simulations numériques. Toutefois, et afin d'optimiser le temps de calcul, nous remarquons que les propriétés mécaniques de certains cas peuvent être déduites à partir d'une combinaison linéaire des propriétés mécaniques d'autres cas. En effet, nous considérons que les termes  $S_{ij}^M$  de la matrice de souplesse d'un massif  $M$  sont connus ; si nous multiplions  $E$ ,  $K_n$  et  $K_t$  de ce massif par un scalaire  $\alpha$  nous obtiendrons un massif  $M'$  dont les termes de souplesse  $S_{ij}^{M'}$  seront multipliés par le même scalaire ( $S_{ij}^{M'} = \alpha S_{ij}^M$ ). Cette propriété de l'opérateur tensoriel nous permet de réduire le nombre à  $2 \cdot 189$  ou 378 cas indépendants et à 4914 simulations numériques. D'autre part, le calcul des paramètres de l'élasticité ellipsoïdale relatifs au cas de deux familles de fractures nécessite deux simulations numériques pour chaque cas ; ceci génère 378 simulations supplémentaires. Il en résulte que l'élaboration de nos tableaux de classification numérique englobe **486 cas** et imposent **5292 simulations numériques**.

## 2. Calcul et ajustement de la taille des VER

### 2.1 Génération des familles de fractures

Selon la méthodologie de travail que nous avons détaillée au chapitre 4 les familles de fractures ont été générées suivant les lois statistiques de leurs paramètres (cf. chap.4, §.2.1.1). Le choix de la taille des cubes dans lesquels les disques sont générés est principalement basé sur le fait que ce paramètre doit être suffisamment grand par rapport à l'espacement des disques et plus précisément par rapport à leur extension. Ceci explique notre choix des tailles variables en fonction des cas étudiés (tableau 3).

Tableau 3: Taille des domaines de génération des fractures

Cas	1-1, 2-1, 3-1	1-2, 2-2, 3-2	1-3, 2-3, 3-3
Extension des fractures (m)	0.50	1.50	5.20
Taille du cube (m)	15	30	50

### 2.2 Recherche de la taille des VER

Afin de déterminer la taille  $D$  des VER relatifs aux 18 configurations géométriques du tableau 2, nous nous basons sur l'étude de cas présentée au chapitre 4 (cf. §.4). Dans cet exemple, nous avons révélé l'importance du VER géométrique et sa relation directe avec le VER mécanique. De même, nous avons montré que, pour le cas étudié où les propriétés mécaniques des fractures et de la roche sont constantes sur tout le

domaine, ces deux paramètres ont un même ordre de grandeur ( $VER_{méca.} \approx VER_{géo.}$ ). Nous admettons cette hypothèse pour fixer la taille des  $VER$  mécaniques des différents cas de notre classification. Cette méthode géométrique permet d'éviter des calculs mécaniques fastidieux et très coûteux tout en offrant un ordre de grandeur très acceptable du  $VER$  mécanique. A titre indicatif, nous signalons que la recherche de la taille du  $VER$  par voie géométrique nécessite quelques secondes ; par contre, la détermination de cette même grandeur, par voie de calculs mécaniques, demandent des heures.

La valeur de l'extension moyenne des fractures est obtenue en faisant la moyenne arithmétique des longueurs. Quant à la recherche de l'espacement, nous appliquons la méthode que nous avons détaillée au chapitre 4 (cf. §.2.2.2). Afin d'obtenir une bonne précision, nous considérons 25 lignes d'échantillonnages verticaux.

Une représentation géométrique de la recherche du  $VER$  du cas 1-2 est illustrée sur la figure 2. Sur ce graphe nous présentons la variation de l'espacement moyen et de la longueur moyenne des fractures en fonction de la taille du carré.

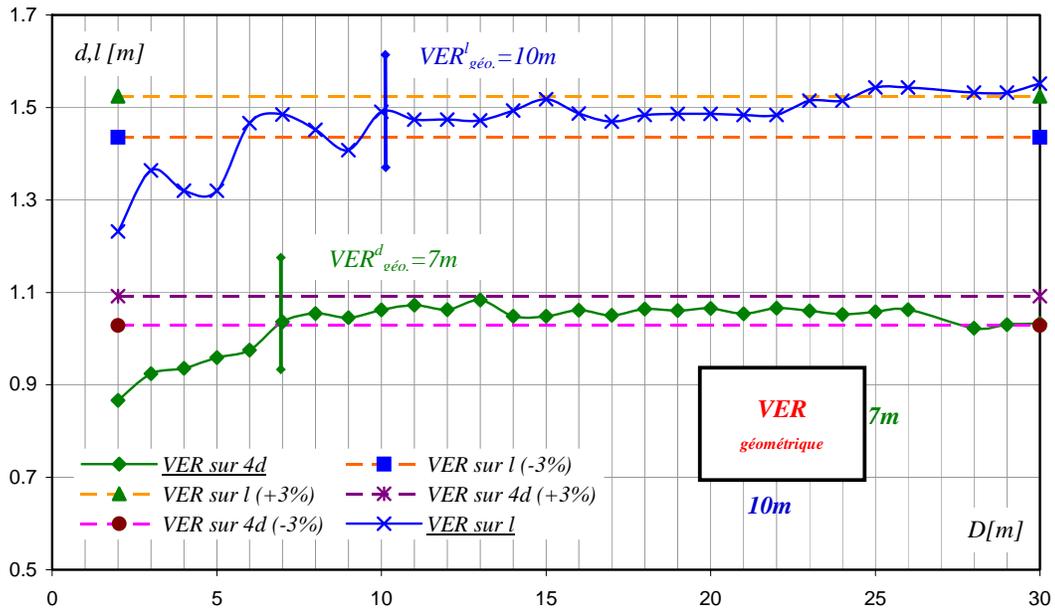


Fig. 2 : Illustration graphique de la recherche d'un  $VER$  (cas 1-2,  $l$  : extension,  $d$  : espacement)

Afin de déterminer la taille du  $VER$  pour chaque grandeur, nous précisons subjectivement une plage de variation de  $\pm 3\%$  sur les valeurs relatives à des domaines relativement grands où les dérivées de l'espacement moyen et de la longueur moyenne par rapport à la taille du domaine  $\left(\frac{\partial d}{\partial D}; \frac{\partial l}{\partial D}\right)$  demeurent constantes.

Cette méthode nous mène à déduire la taille du  $VER$  qui se présente comme un rectangle dont le côté horizontal est déterminé par la taille du  $VER_{géo.}^l$  et le côté vertical par la taille du  $VER_{géo.}^d$ . Ce résultat prouve que, dans un milieu anisotrope, un  $VER$  peut ne pas avoir la même dimension dans toutes les directions. Ceci dit et pour des raisons de simplicité de calcul en éléments finis (essai de cisaillement) et en post-

traitement (calcul des déformations sur les contours,...), nous choisissons toujours un *VER* carré dont le côté est défini par l'équation 1.

$$D = \max \left\{ D_{VER-géo.}^d ; D_{VER-géo.}^l \right\} \quad (1)$$

### 2.3 Ajustement analytique de la taille des *VER*

Vu la simplicité de la méthode géométrique que nous avons adoptée pour déterminer la taille du *VER* mécanique, nous nous intéressons à la loi de variation de cette grandeur pour les différents cas étudiés en fonction de l'espacement des fractures et de leur extension (Fig. 3).

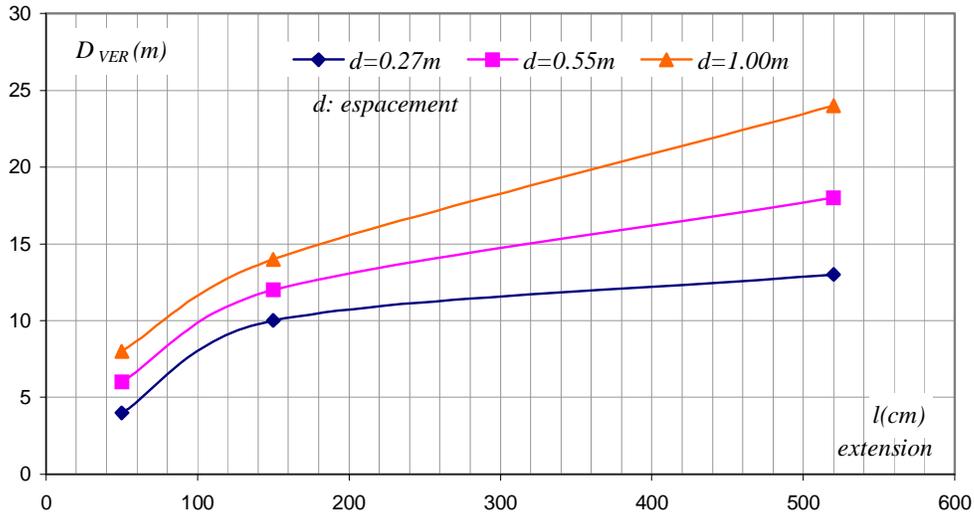


Fig. 3 : Variation de la taille des *VER* géométrique en fonction de l'extension des fractures pour les divers cas de la classification numérique

Sur les graphes de la figure 3, nous remarquons que la majorité des cas respectent la relation :

$$\boxed{D > 10d} \quad (2)$$

Un résultat semblable a été obtenu par Wei et al. [1995] pour la recherche de la taille du *VER* hydraulique. Dans leur travail, les auteurs ont précisé une plage de variation de la borne inférieure de  $D$  ( $D_{min}=10d-50d$ ).

Les courbes de la figure 3 montrent que la variation de  $D$  en fonction de l'extension des fractures est non linéaire, elle indique aussi que  $D$  est une fonction croissante de  $d$  et de  $l$ . Ce fait nous guide à un ajustement du type  $D=f(d^\alpha l^\beta)$ , où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des nombres réels à préciser. Une solution très intéressante se présente pour  $\alpha=\beta=0.5$  ; elle permet d'ajuster les résultats de calcul sous forme linéaire :

$$D = 11.662 \left( d^{0.5} l^{0.5} \right)^{0.9263} ; R^2 = \underline{0.9513} \quad (3)$$

Sous une forme plus simplifiée, facile à retenir et sans perdre beaucoup de précision, nous pouvons écrire cette équation sous la forme ci-dessous:

$$D_{VER} = 11\sqrt{dl} \quad (4)$$

Cette équation est en harmonie avec l'équation 2 pour la majorité des cas que nous avons considérés dans notre étude.

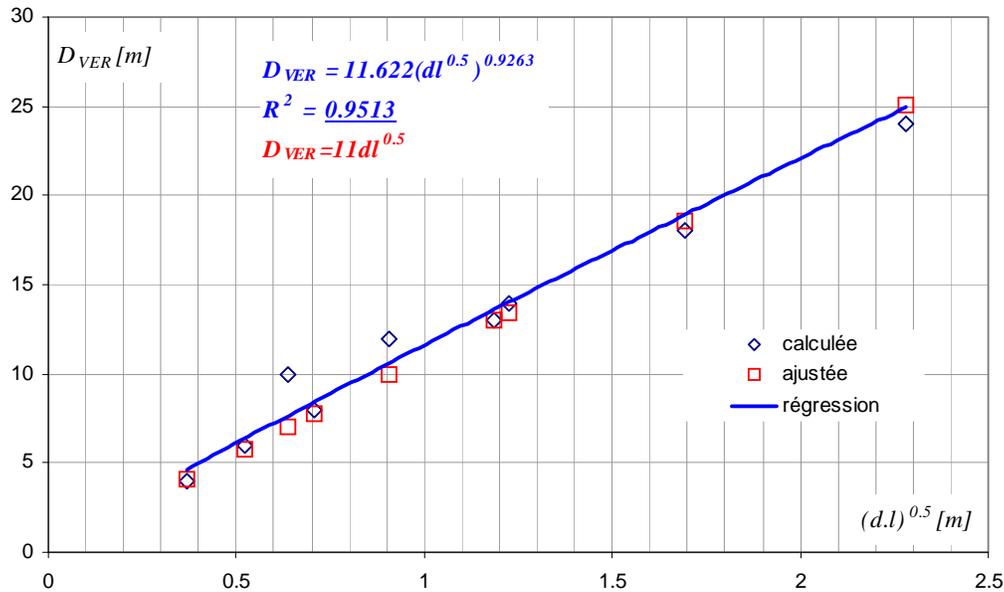


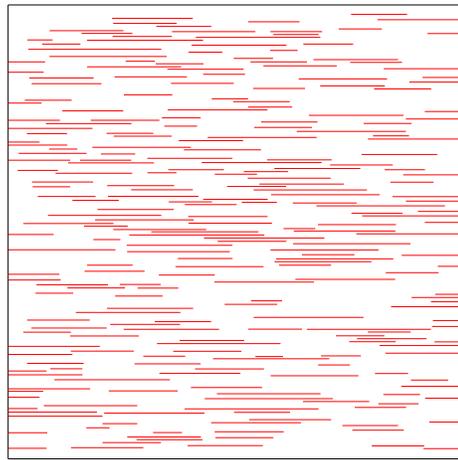
Fig. 4 : Ajustement analytique de la taille des VER

### 3. Illustrations du maillage et des déformées

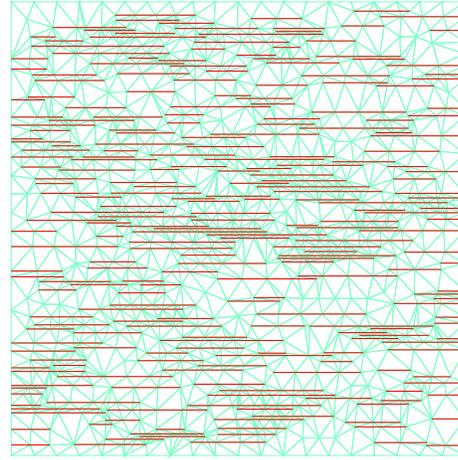
Ayant défini la taille des VER, nous présentons, dans le présent paragraphe, les caractéristiques de maillage des divers cas étudiés. Ces informations sont affichées dans le tableau 4. Nous signalons que le nombre de mailles résulte de la superposition des mailles triangulaires et des éléments fins du type joint. D'autre part, nous illustrons dans la figure 5 deux exemples de maillage choisis aléatoirement parmi les dix-huit configurations géométriques de base. Ces deux exemples montrent la complexité du maillage établi ; il est dû principalement à la faible valeur de l'espacement qui impose un maillage très fin entre les fractures.

Tableau 4: Caractéristiques de maillage des différents cas étudiés

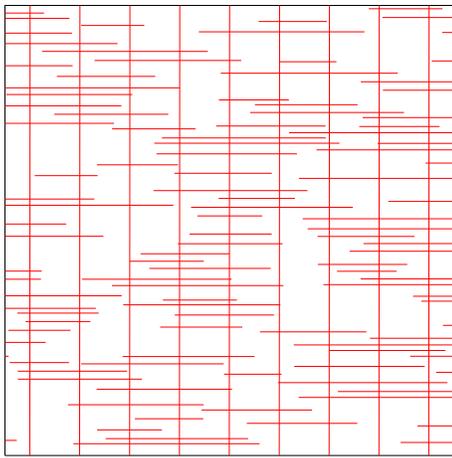
Une famille de fractures									
Cas	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
Nombre de nœuds	601	3152	9234	460	1176	3475	361	571	1269
Nombre de mailles	1018	5095	13035	871	2042	5364	746	1058	1996
Deux familles de fractures									
Cas	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
Nombre de nœuds	1399	4401	10025	1937	2347	4071	2366	2743	2135
Nombre de mailles	1723	5921	14143	2429	3077	5480	3048	2574	2847



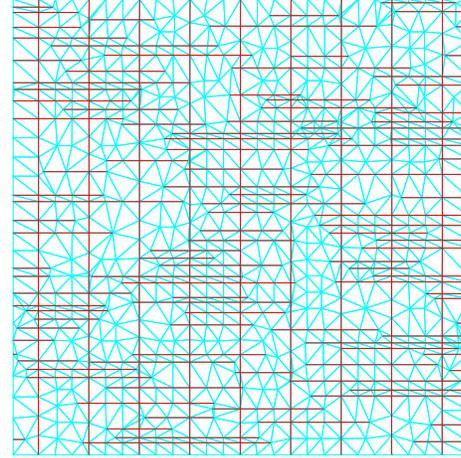
1 famille de fractures : cas 1-2, avant maillage



1 famille de fractures : cas 1-2, après maillage



2 familles de fractures : cas 3-3, avant maillage



2 familles de fractures : cas 3-3, après maillage

Fig. 5 : Illustration d'un exemple de maillage relatif à une et deux familles de fractures

La figure 6 présente un aspect géométrique de nos résultats relatifs aux deux types de familles étudiées. Elle illustre la configuration finale du massif ; autrement dit, elle schématise les déformées dues à deux essais de compression dans la direction 1 et 2 et à un essai de cisaillement. Nous rappelons que le chargement est du type contrainte imposée.

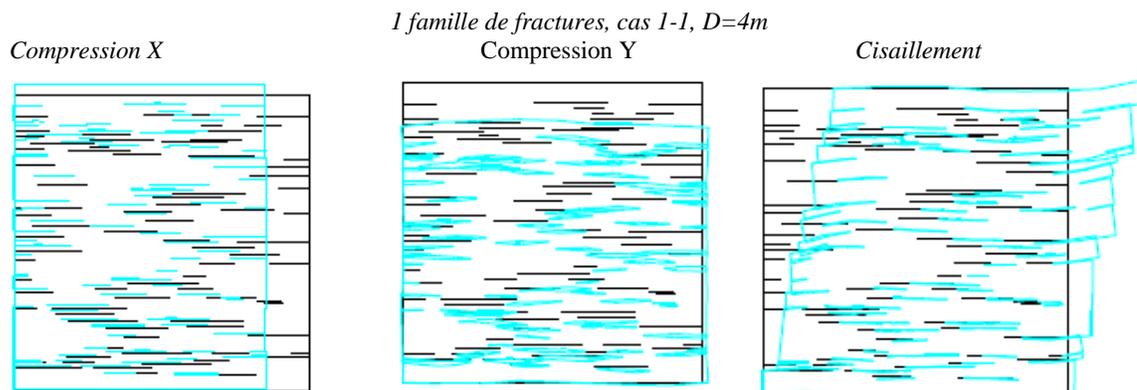


Fig. 6 : Exemple d'illustration des déformées (une et deux familles de fractures)



$$S_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_2}} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_3}} & & & \\ \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_2}} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_2 E_3}} & & & \\ \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_3}} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_2 E_3}} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_2 E_3}} & & \\ & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_1 E_3}} & \\ & & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_1 E_2}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Les deux familles de paramètres  $(c_{11}, c_{22}, c_{33}, \eta)$  et  $(E_1, E_2, E_3, \nu)$  sont reliées par les formules suivantes :

$$\nu = \frac{\eta}{1+\eta} ; E_\alpha = \frac{(1-\eta)(1+2\eta)}{1+\eta} c_{\alpha\alpha} \quad (\alpha=1,2,3 \text{ pas de sommation sur } \alpha) \quad (7)$$

Nous signalons que, pour les deux types de familles considérées, la direction de l'orthotropie mécanique induite par la fracturation coïncide avec les axes 1 et 2. Ce fait implique que, pour tous les cas étudiés, les axes de l'ellipse coïncident avec les axes 1 et 2 ( $\theta_1=0^\circ$  et  $\theta_2=90^\circ$ , cf. chap.3, §.2.5.2). Pour cette raison, les valeurs de ces paramètres ne seront pas affichées dans les tableaux de classification.

## 4.2 Vérification des résultats

Afin d'assurer l'authenticité des résultats, il a été nécessaire d'effectuer plusieurs types de vérification qui se résument comme suit :

1. Vérifications physiques
  - a- La valeur des modules d'Young dans les directions 1 et 2 ainsi que le module de cisaillement du massif ne peuvent pas dépasser les valeurs de ces mêmes paramètres pour la roche saine ( $E_m \leq E ; G_m \leq G$ ).
  - b- Dans le cas de deux familles de fractures, le module d'Young  $E_1$  doit vérifier, avec une certaine erreur permise, la solution analytique d'Amadei et Goodman [1981] :  $\frac{1}{E_1} = \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d_1}$
2. Vérification mathématique
  - a- La matrice  $S$  doit être définie positive (cf. chap.3, §.2.1)

## 4.3 Discussions des résultats

### 4.3.1 Remarques générales

En analysant les résultats du calcul numérique des deux types de familles nous observons que :

- Les termes  $s_{16}$  et  $s_{26}$  sont infiniment petits par rapport aux autres termes. Ce résultat révèle l'orthotropie des  $VER$  ; il ne peut être vrai que si la taille de l'échantillon est supérieure à la taille du  $VER$ . Ce résultat vérifie l'hypothèse d'équivalence entre le  $VER$  géométrique et le  $VER$  mécanique.
- La symétrie de la matrice de souplesse est remarquable. Ce fait est dû à ce que la moyenne des contraintes et des déformations est effectuée sur tous les nœuds du maillage (cf. chap.3, §.2.4.1). Nous présentons ci-dessous un exemple d'illustration dans le cas de deux familles de fractures (*cas 198*, cf. annexe 4:  $E=2\ 000\text{MPa}$ ,  $\nu=0.25$ ,  $K_n=200\ 000\text{MPa/m}$ ,  $K_t=100\ 000\text{MPa/m}$ ).

$$S = \begin{bmatrix} 0.000543380 & -0.000125 & -0.000125 & -0.000001014 \\ -0.000125 & 0.000541062 & -0.000125 & -0.000000038 \\ -0.000125 & -0.000125 & 0.0005 & 0 \\ -0.000001422 & -0.0000000041 & 0 & 0.001363909 \end{bmatrix}$$

Cette symétrie n'a pas été atteinte par d'autres auteurs comme Min et Jing [2003] ; ceci est dû au fait que les auteurs ont cherché la moyenne des contraintes et des déformations sur quelques nœuds à l'intérieur du domaine.

### 4.3.2 Résultat relatif à une famille de fractures

Nous exposons dans ce qui suit l'aspect de présentation des tableaux de classification numérique. Vu la grande taille de ces derniers, nous avons choisi de les placer dans l'annexe 4.

Tableau 5: Illustration du tableau de classification numérique relatif à une famille de fractures

FAMILLE : Tableau de classification numérique														R E S U L T A T (1/3)								
Numéro des cas		Numéro des paramètres		valeur des paramètres										Modèle exact					Mod. ellips.			
		Géo.		Méca.		Géo.		Méca.														
Ancien	Nouveau	$\alpha^*$	$d_1$	$l_1$	$E$	$K_n$	$K_n/K_t$	$d_2$ (cm)	$l_2$ (cm)	$E$ (MPa)	$K_n$ (MPa/m)	$K_t$ (MPa/m)	$K_n/K_t$	$K_n/E$ (1/m)	Cas déduit	$E_1 = E_3$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$\nu_{12}, \nu_{13}$	$\nu_{31}, \nu_{32}$	$\nu_{21}, \nu_{23}$	$\nu_t$
2	2	*	1	1	1	1	2	27	50	2000	2000	500	4	1.00		2000	765.04	424.45	0.25	0.0956	0.1815	
23	2	50	1	1	3	2	2	27	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*	1E+05	38252	21223	0.25	0.0956	0.1815	

Le tableau de classification dont une partie est illustrée dans le tableau 5 est divisé en 5 parties principales :

1. Numéro de cas

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, 243 cas dérivent des diverses combinaisons possibles entre les paramètres de chaque famille. Nous avons introduit deux numéros pour chaque cas. Si la matrice de souplesse d'un certain cas  $i$  se déduit à partir d'un autre cas  $j$  (cf. §.1), alors son nouveau numéro sera celui de  $j$ . Sinon, c'est-à-dire si le cas est indépendant, son ancien et son nouveau numéro sont identiques. A titre d'exemple, le cas 23 du tableau 5 est déduit à partir du cas 2 : seuls  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  et  $G_{12}$  s'obtiennent en multipliant ces mêmes grandeurs du cas 2 par  $\alpha=50$  ; les  $\nu_{ij}$  restent identiques pour les deux cas.

2. Numéro des paramètres

C'est l'indice sur lequel nous nous basons pour définir l'écriture indicielle compacte qui caractérise chaque cas (cf. §.1).

### 3. Valeur des paramètres

Elle représente la valeur physique réelle de chaque paramètre (géométrique ou mécanique).

### 4. Résultat du modèle exact

Ce sont les résultats qui dérivent du calcul numérique bidimensionnel sans aucun ajustement. Nous avons choisi de les présenter sous forme de grandeurs physiques (module d'Young, coefficient de Poisson...). Nous rappelons que ces grandeurs sont reliées aux termes de la matrice de souplesse par les formules suivantes :  $s_{11}=I/E_1$ ,  $s_{22}=I/E_2$ ,  $s_{33}=I/E_3$ ,  $s_{12}=-\nu_{12}/E_1$ ,  $s_{13}=-\nu_{13}/E_1$ ,  $s_{23}=-\nu_{23}/E_2$ ,  $s_{66}=I/G_{12}$ . Nous rappelons que :  $E_i$  est le module d'Young dans la direction  $i$ ,  $G_{ij}$  est le module de cisaillement dans le plan défini par les axes  $i$  et  $j$ ,  $\nu_{ij}$  est le coefficient de Poisson représentant le rapport de déformation dans la direction  $j$  à la déformation dans la direction  $i$  due à un chargement dans la direction  $i$ .

Nous signalons que, pour quelques cas creux munis du symbole #, nous avons identifié un certain seuil ( $K_n d_2/E=0.011$ ) au-dessous duquel les résultats risquent de ne pas respecter toutes les vérifications que nous avons exposées au paragraphe 4.2. Nous considérons donc que ces cas sont à la limite de la validité de notre méthode de classification.

### 5. Résultat ellipsoïdal

L'un des avantages du modèle ellipsoïdal est la possibilité de déduire les termes  $s_{44}$  et  $s_{55}$  à partir des termes obtenus par le calcul plan. Ceci nous permet alors de préciser tous les termes de la matrice de souplesse  $6 \times 6$  (ou de complaisance) et par suite de pouvoir effectuer des calculs tridimensionnels.

Nous avons proposé dans le chapitre 3 (cf. §.2.5.2) une forme d'ajustement ellipsoïdal qui minimise la distance entre le tenseur de complaisance  $\mathbb{C}$  et celui ajusté  $\mathbb{C}_e$ . Cette forme n'est pas unique et peut être faite sur le tenseur de souplesse. Afin de maîtriser et d'examiner l'ajustement ellipsoïdal de ces divers côtés nous présentons ces deux types d'ajustement. Dans le cas d'une seule famille de fracture, l'ajustement ellipsoïdal sera effectué sur  $\mathcal{S}$ , par contre dans le cas de deux familles de fractures nous appliquons cet ajustement sur  $\mathcal{C}$  et sur  $\mathcal{S}$ .

Différentes voies permettent la recherche des paramètres ajustés. Nous citons, à titre d'exemple, la *minimisation d'une distance* et la *recherche d'une moyenne*. Cette dernière sera appliquée dans le cas d'une seule famille de fractures.

D'après l'équation 6, si nous considérons que les modules d'Young ellipsoïdaux sont identiques à ceux qui sont obtenus par calcul, il suffira alors de chercher un coefficient de Poisson ellipsoïdal pour définir tous les paramètres du modèle ellipsoïdal. Cette hypothèse implique que ce dernier est isotrope et donc nous cherchons une *moyenne géométrique* à partir des divers  $\nu_{ij}$  obtenus par le calcul. Dans ce paragraphe  $\nu$  désigne le coefficient de Poisson ellipsoïdal et  $\nu_r$  celui de la roche. L'expression de  $\nu_s$  s'écrit alors :

$$\nu = \sqrt[3]{\sqrt{\nu_{12}\nu_{21}}\sqrt{\nu_{13}\nu_{31}}\sqrt{\nu_{23}\nu_{32}}} = (\nu_{12}\nu_{21}\nu_{13}\nu_{31}\nu_{23}\nu_{32})^{\frac{1}{6}} \quad (8)$$

Une analyse théorique simple permet de déduire les divers  $\nu_{ij}$  de l'équation 8.

Un chargement dans la direction 3 implique que les déformations dans les directions 1, 2 et 3 sont identiques à celles de la roche, donc  $\nu_{31}=\nu_{32}=\nu_r$ . Une analyse similaire, pour un chargement dans la direction 1, implique que  $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_r$ . La symétrie du tenseur de souplesse permet de chercher  $\nu_{21}$  et  $\nu_{23}$  qui s'écrivent  $\nu_{21}=\nu_{23}=\nu_r \times E_2/E$ . L'équation 8 s'écrit alors :

$$\nu = \nu_r \sqrt[3]{\frac{E_2}{E}} \quad (8')$$

La vérification de cette équation a été faite avec succès sur les résultats numériques de plusieurs cas du tableau de classification.

Ayant calculé  $\nu$ , nous voyons deux possibilités pour écrire la matrice de souplesse ellipsoïdale :

a- *Modèle exact* : il s'écrit suivant l'équation 6. Dans ce modèle la distance sur tous les paramètres de l'ellipsoïde est minimale. Par contre, nous perdons certaines précisions sur les  $\nu_{ij}$  et sur  $G_{12}$ .

b- *Modèle modifié* : nous choisissons de l'écrire sous la forme suivante :

$$S_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & & & \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & & & \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_2 E_3}} & & \\ & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_3 E_1}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ce modèle conserve l'exactitude de tous les termes calculés et permet de retirer la valeur des termes  $s_{44}$  et  $s_{55}$  à partir de l'ajustement ellipsoïdal. Cependant la distance entre le  $S$  (calculé) et  $S_e$  (ajusté) n'est pas minimale.

Ayant présenté ces deux modèles d'ajustement, nous laissons à l'utilisateur de choisir le modèle le plus adapté à son étude de cas. Nous rappelons que la matrice de complaisance ajustée  $C$  (6×6) s'obtient par une simple inversion de  $S$ (6×6).

### 4.3.3 Résultat relatif à deux familles de fractures

Une analyse similaire à celle que nous avons effectuée dans le cas d'une famille de fractures permet de montrer que  $\nu_{31}=\nu_{32}=\nu_r$ ,  $\nu_{23}=\nu_r E_2/E$  et  $\nu_{13}=\nu_r E_1/E$ . Reste à trouver  $\nu_{21}$  et  $\nu_{12}$ . Comment les calculer ?

Nous faisons l'hypothèse que, pour un chargement  $\sigma_{11}$  la déformation  $\epsilon_{22}$  est la même que dans le cas d'une seule famille de fractures ( $\epsilon_{22}=\sigma_{11}/E$ ). Cette hypothèse suppose



Dans ce tableau figurent deux cas ayant la même configuration géométrique (1-1) et le même module d'Young pour la roche saine ( $E=2\ 000MPa$ ).  $K_n$  et  $K_t$  sont différentes. Le module d'Young  $E_2$  dérive d'un chargement dans la direction 2. Pour un tel chargement,  $K_{n2}$  de la famille horizontale et  $K_{t1}$  de la famille verticale jouent sur la valeur de la déformation  $\varepsilon_{22}$  et par suite elles affectent la valeur de  $E_2$ . Nous remarquons que :

- Pour des faibles valeurs de  $K_{t1}/E$  (cas 1),  $E_{2\_2familles} < E_{2\_1famille}$ . Dans ce cas,  $\varepsilon_{22}$  résulte de la déformation de la matrice rocheuse, de la fermeture des lèvres de la famille horizontale et du glissement entre les lèvres de la famille verticale.
- Pour des valeurs fortes de  $K_{t1}/E$ , le calcul montre que  $E_{2\_2familles} \cong E_{2\_1famille}$ . Le glissement entre les lèvres de la famille verticale est quasi nul ;  $\varepsilon_{22}$  est due uniquement à la déformation de la matrice rocheuse et à la fermeture des lèvres de la famille horizontale. L'erreur est alors négligeable.

## 5. Ajustement analytique des résultats numériques

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe précédent, les résultats de notre classification numérique sont présentés sous une forme tabulée dont l'utilisation est assez simple. Ces résultats sont l'objet d'une question ouverte de réflexion et d'exploitation. La génération d'abaques ou de formules analytiques généralisant ces résultats est très utile pour tout utilisateur des méthodes de classification des massifs rocheux.

### 5.1 Raisonnement d'ajustement

Dans ce paragraphe, nous présentons des expressions analytiques rigoureuses du module d'Young dans le cas d'une famille de fractures périodiques d'extension finie. Des expressions analogues sont présentées pour le module de cisaillement dans le cas d'une ou de deux familles orthogonales d'extensions infinies. Ces solutions de bases vont nous permettre d'aborder le problème d'ajustement de ces paramètres pour les cas considérés dans notre étude.

Nous rappelons que les essais numériques sont établis avec un chargement du type *contrainte imposée*. Pour ce type de chargement nous menons nos calculs dans un état de contrainte plane (cf. chap.3, §.2.4.2). Dans ce cas l'expression du module d'Young homogénéisé dans la direction perpendiculaire à une famille de fractures dont l'extension est infinie s'écrit, d'après Amadei et Goodman [1981], sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d} \quad (10)$$

où  $\tilde{E}$  est le module d'Young homogénéisé,  $E$  est le module d'Young de la roche,  $K_n$  est la raideur normale d'une fracture et  $d$  est l'espacement moyen entre les fractures.

En exprimant l'équation 10 sous une forme adimensionnelle nous pouvons écrire :

$$1 - \frac{\tilde{E}}{E} = \frac{1}{1 + \frac{K_n d}{E}} \quad (11)$$

ou

$$\left(1 - \frac{\tilde{E}}{E}\right) \left(1 + \frac{K_n d}{E}\right) = 1 \quad (12)$$

Dans le cas où l'extension des fractures est finie, la recherche d'une expression analytique approchée du module d'Young homogénéisé est possible si le milieu est périodique. Considérons un massif contenant une seule famille de fractures périodiques et horizontales (Fig. 7). Nous définissons les paramètres géométriques de ce massif comme suit :

- $l$  : extension d'une fracture
- $L$  : distance horizontale entre les centres de deux fractures consécutives
- $d$  : espacement vertical des fractures
- $f$  : densité surfacique des centres de fractures

Nous découpons dans ce massif un échantillon de dimension ( $L \times d$ ) représentant la taille du *VER* sur lequel nous effectuons un essai de compression simple dans la direction 2. Suite à la présence de la fracture, nous imaginons que le *VER* est divisé en trois parties (i, j et i). Nous supposons que le *VER* subit un allongement uniforme  $\Delta d$ . Nous admettons également que, sous une déformation verticale constante  $\tilde{\epsilon} = \Delta d/d$ , la contrainte verticale dans une portion quelconque du *VER* est constante. *C'est cette hypothèse qui constitue une approximation dans les calculs.*

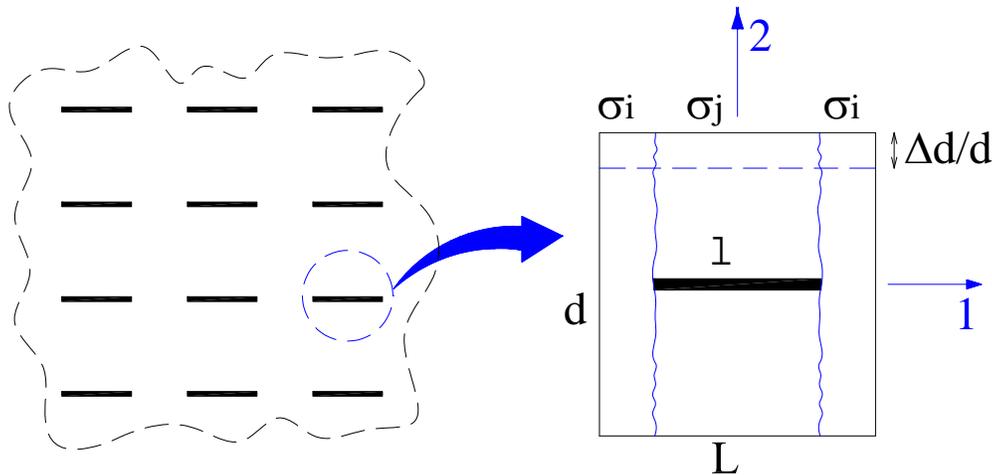


Fig. 7 : Principe d'homogénéisation d'une famille de fractures périodique d'extension finie

La force totale  $F$  sur le côté haut du *VER* est la somme des forces sur chaque portion, elle s'écrit:

$$F = \sigma_i(L-l) + \sigma_j l = E \frac{\Delta d}{d} (L-l) + \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d}} \frac{\Delta d}{d} l \quad (13)$$

A noter que la raideur du deuxième terme dérive de l'équation 10.

La contrainte verticale moyenne dans le massif peut être déduite et s'écrit comme suit:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{L} = \sigma_i \left(1 - \frac{l}{L}\right) + \sigma_j \frac{l}{L} = E \frac{\Delta d}{d} \left(1 - \frac{l}{L}\right) + \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d}} \frac{\Delta d}{d} \frac{l}{L} \quad (14)$$

Cette équation nous permet de calculer le module d'Young vertical homogénéisé du massif :

$$\tilde{E} = \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\varepsilon}} = E \left(1 - \frac{l}{L}\right) + \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d}} \frac{l}{L} = E \left[ 1 - \frac{l}{L \left(1 + \frac{K_n d}{E}\right)} \right] \quad (15)$$

qui s'écrit sous une forme adimensionnelle de la manière suivante :

$$1 - \frac{\tilde{E}}{E} = \frac{l}{L} \left( \frac{1}{1 + \frac{K_n d}{E}} \right) \quad (16)$$

Cette expression fait apparaître l'effet la longueur des fractures qui est absente dans le cas des extensions infinies. De même, cette équation est une forme générale de l'équation 11. En effet, pour une famille de fractures d'extension infinie l'espacement des fractures de la figure 7 est nul. En d'autres termes, nous avons  $l=L$  ou  $l/L=1$  qui, remplacée dans l'équation 16, nous permet de retrouver la formule d'Amadei et Goodman [1981].

L'analyse de l'équation 16 nous permet de définir la pente  $P_E$  de la courbe de variation de  $\left(1 - \frac{\tilde{E}}{E}\right)$  en fonction de  $\left(1 + \frac{K_n d}{E}\right)^{-1}$  :

$$P_E = \left(1 - \frac{\tilde{E}}{E}\right) \left(1 + \frac{K_n d}{E}\right) \quad (17)$$

La pente  $P_E$  est considérée comme un facteur correctif de la formule d'Amadei et Goodman [1981]. En analysant cette équation 17 il apparaît que :

- Pour  $d \neq 0$  si  $P_E=0$  (alors :  $l=0$ , ou  $d \rightarrow \infty$ ), nous retrouvons que le module homogénéisé du massif est le même que celui de la roche saine.
- Si  $l=L$ ,  $P_E=1$ , le problème se ramène à une famille dont l'extension est infinie; nous retrouvons l'expression analytique d'Amadei et Goodman[1981].

- $P=l/L < 1$  dans le cas d'une famille périodique dont l'extension est finie.

C'est cette pente  $P_E$  que nous devons exprimer en fonction des autres paramètres. Par exemple, la formule 16 montre que pour les fractures périodiques d'extension finie étudiées ci-dessus, nous avons  $P_E = l/L$ . Dans la suite nous essayerons de relier  $P_E$  aux autres paramètres du modèle par ajustement.

Amadei et Goodman [1981] donnent l'expression analytique du module de cisaillement dans le cas de deux familles de fractures orthogonales dont l'extension est infinie.

$$\frac{1}{\tilde{G}} = \frac{1}{G} + \frac{1}{K_{t1}d_1} + \frac{1}{K_{t2}d_2} \quad (18)$$

où  $\tilde{G}$  représente le module de cisaillement homogénéisé,  $G$  est le module de cisaillement de la roche,  $K_{t1}$  et  $K_{t2}$  sont respectivement les raideurs tangentielles de la famille 1 et 2,  $d_1$  et  $d_2$  sont respectivement l'espace entre les fractures dans la direction horizontale et verticale.

En exprimant l'équation 18 sous une forme adimensionnelle nous pouvons écrire :

$$1 - \frac{\tilde{G}}{G} = \frac{1}{1 + \frac{1}{G} \frac{K_{t1}d_1 K_{t2}d_2}{K_{t1}d_1 + K_{t2}d_2}} \quad (19)$$

Dans le cas d'une seule famille de fractures, nous pouvons considérer que  $d_2 \rightarrow \infty$ , alors l'équation 19 prend la forme :

$$1 - \frac{\tilde{G}}{G} = \frac{1}{1 + \frac{K_t d_1}{G}} \quad (20)$$

Un raisonnement similaire à celui établi pour le module d'Young nous permet de définir une pente  $P_G$  par :

$$P_G = \left( 1 - \frac{\tilde{G}}{G} \right) \left( 1 + \frac{1}{G} \frac{K_{t1}d_1 K_{t2}d_2}{K_{t1}d_1 + K_{t2}d_2} \right) \quad (21)$$

qui, dans le cas où  $K_{t1}$  et  $K_{t2}$  sont identiques, prend la forme :

$$P_G = \left( 1 - \frac{\tilde{G}}{G} \right) \left( 1 + \frac{K_t d_1 d_2}{G(d_1 + d_2)} \right) \quad (22)$$

Dans le cas plus particulier d'une seule famille de fractures, cette écriture se présente sous la forme ci-dessous :

$$P_G = \left( 1 - \frac{\tilde{G}}{G} \right) \left( 1 + \frac{K_t d}{G} \right) \quad (23)$$

Une analyse simple des équations 22 et 23 indique que la pente  $P_G=1$  dans le cas particulier d'une ou de deux familles orthogonales dont l'extension des fractures est infinie.

**Conclusion :** les pentes  $P_E$  et  $P_G$  sont d'une importance fondamentale. Elles vont nous guider ci-après dans l'ajustement du module d'Young et du module de cisaillement pour un cas général où l'extension de fractures est finie et tel que la distribution de leur centre n'est pas périodique.

## 5.2 Ajustement des résultats de la classification numérique

Vu le grand nombre de cas étudiés et de paramètres relatifs à chaque cas, l'ajustement de tous les paramètres du tenseur de souplesse ou de complaisance nécessite un temps considérable et constitue un travail en soi qui dépasse le cadre de cette thèse. Pour cette raison nous faisons le choix d'établir un ajustement analytique du module d'Young ( $\tilde{E}$ ) et du module de cisaillement ( $\tilde{G}$ ). Ces paramètres sont déterminants dans le calcul de contraintes et des déformations dans un massif fracturé. Ceci dit, l'ajustement des autres paramètres mécaniques doit faire l'objet d'une étude ultérieure qui exploitera toute la richesse des résultats fournis par nos tableaux de classification.

### 5.2.1 Cas d'une famille de fractures (Ajustement du module d'Young $E_2$ )

Afin de trouver un ajustement convenable du module d'Young, nous étudions la variation de la pente  $P_E$  des 9 configurations géométriques relatives à une famille de fractures. La figure 8 indique que, pour chacune de ces catégories, les courbes de variation sont linéaires. Autrement dit  $P_E$  est constante.

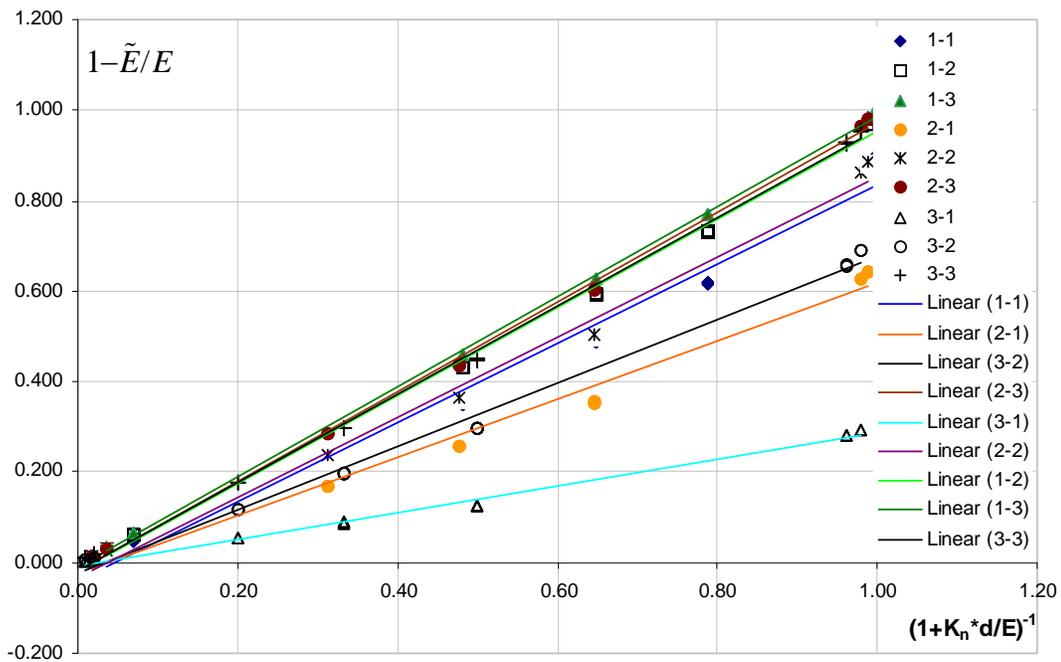


Fig. 8 : Courbes de variation de  $P_E$  (1 famille de fractures,  $\tilde{E}$  : Module d'Young homogénéisé)

Les valeurs numériques de  $P_E$  figurent dans le tableau 8. L'analyse des résultats montre que :

- Pour un même espacement  $d$  (exemple : 1-1, 1-2, 1-3),  $P_E$  est une fonction croissante de  $l$ . Ce résultat nous paraît logique ; il implique que, pour un même espacement,  $\tilde{E}$  diminue si le milieu est plus fracturé.
- Pour une même longueur  $l$  (exemple : 1-1, 2-1, 3-1),  $P_E$  est inversement proportionnelle à  $d$ . Ceci va dans le sens de la logique, car il signifie que  $\tilde{E}$  augmente si, pour une même longueur, l'espacement entre les fractures augmente.

Tableau 8: Variation de  $P_E$  et  $P_G$  (1 famille de fractures)

Cas	d(m)	l(m)	d/l	$P_E$	$P_G$
				calculée	calculée
1-1	0.27	0.5	0.54	0.78	0.58
1-2	0.27	1.5	0.18	0.92	0.80
1-3	0.27	5.2	0.05	0.97	0.96
2-1	0.50	0.5	1.00	0.53	0.36
2-2	0.50	1.5	0.33	0.8	0.65
2-3	0.50	5.2	0.10	0.93	0.93
3-1	1.00	0.5	2.00	0.28	0.15
3-2	1.00	1.5	0.67	0.62	0.46
3-3	1.00	5.2	0.19	0.91	0.89

Les courbes de la figure 8 sont simples à manipuler par les concepteurs des ouvrages dans les massifs rocheux. Cependant nous nous ne limiterons pas à ce stade et nous allons plus loin afin de trouver une fonction analytique donnant le paramètre  $P_E$  pour tous les cas. Comme nous l'avons indiqué plus haut, ce paramètre est une fonction croissante de  $l$  et décroissante de  $d$  d'où l'idée d'étudier la variation de  $P_E$  en fonction de  $(l/d)^\alpha$ . Plusieurs tentatives nous ont menés à tracer  $P_E$  en fonction de  $d/l$  ( $\alpha=-1$ ). La courbe de variation est illustrée sur la figure 9. Elle montre une variation du type exponentiel décroissant (losanges) qui est ajustée par une courbe de régression dont l'équation est la suivante :

$$P_E \text{ régression} = 1.0129e^{-0.6444 \frac{d}{l}}, \quad R^2 = 0.9895 \quad (24)$$

Nous remarquons que nous gagnerons beaucoup en simplicité, sans perte de précision, si nous écrivons cette équation sous une forme plus élégante du point de vue mathématique (carrés):

$$P_E = e^{-\frac{2d}{3l}} \quad (25)$$

ou

$$\left(1 - \frac{\tilde{E}}{E}\right) \left(1 + \frac{K_n d}{E}\right) = e^{-\frac{2d}{3l}} \quad (26)$$

Cette équation peut être ramenée sous une forme semblable à la formule d'Amadei et Goodman [1981]. Tout calcul fait aboutit à la formule ci-dessous :

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{e^{-\frac{2d}{3l}}}{\left(1 - e^{-\frac{2d}{3l}}\right) + \frac{K_n d}{E}} \right) \quad (27)$$

ou sous une forme similaire à celle de Amadei et Goodman [1981]:

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{\beta}{(1-\beta)E + K_n d} ; \quad \beta = e^{-\frac{2d}{3l}} \quad (28)$$

Nous remarquons que cette formule donne la valeur exacte pour les cas limites de  $l$  et de  $d$  tendant vers zéro ou vers l'infini. Cette propriété indique la bonne pertinence de cette formule et son caractère assez général.

Moyennant cette équation, nous générons les nouvelles valeurs de  $P_E$  ( $P_E$  ajustée, tableau 9). Il est intéressant de signaler que l'erreur entre l'équation obtenue par régression et l'équation ajustée est très faible (tableau 9). Cette dernière généralise la formule d'Amadei et Goodman [1981], elle fait intervenir l'extension finie et l'espacement des fractures.

Tableau 9: Comparaison entre  $P_E$  calculée et  $P_E$  ajustée (et  $P_G$  calculée et  $P_G$  ajustée) (1 famille de fractures)

Cas	$P_E$ calculée	$P_E$ ajustée	$P_E$ erreur relative	$P_G$ calculée	$P_G$ ajustée	$P_G$ erreur relative
1-1	0.776	0.698	-0.101	0.575	0.583	0.013
1-2	0.924	0.887	-0.04	0.804	0.835	0.039
1-3	0.968	0.966	-0.002	0.964	0.949	- 0.015
2-1	0.531	0.513	-0.033	0.358	0.368	0.028
2-2	0.795	0.801	0.0072	0.650	0.717	0.102
2-3	0.933	0.938	0.0053	0.929	0.908	- 0.022
3-1	0.280	0.264	-0.059	0.150	0.135	- 0.098
3-2	0.616	0.641	0.0409	0.460	0.513	0.116
3-3	0.913	0.880	-0.037	0.890	0.825	- 0.073

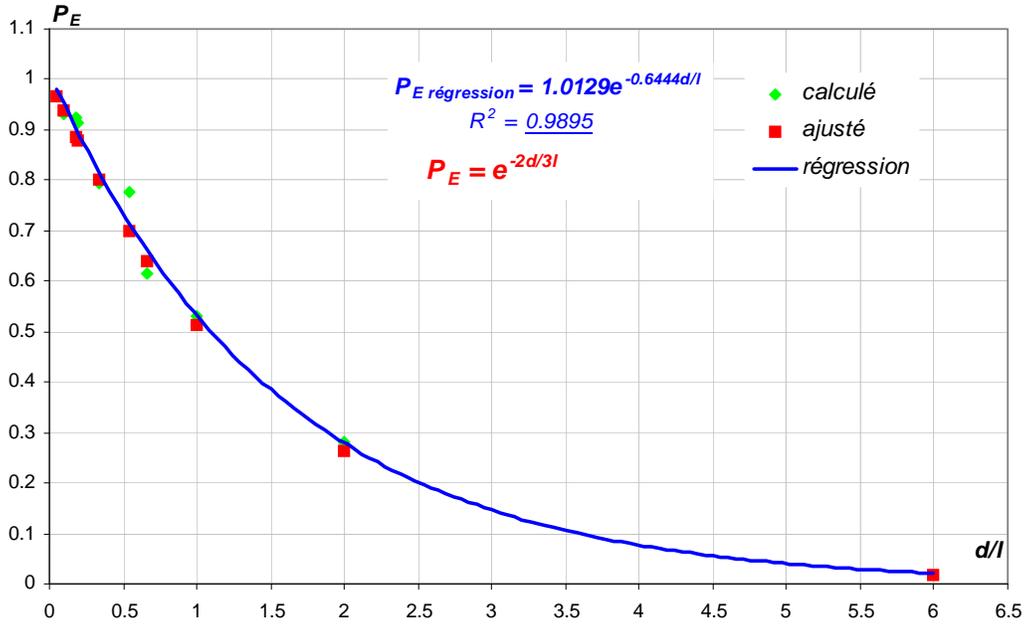


Fig. 9 : Ajustement analytique du module d'Young (1 famille de fractures,  $\tilde{E}$  : Module d'Young homogénéisé)

### 5.2.2 Cas d'une famille de fractures (Ajustement du module de cisaillement $G_{12}$ )

Nous adoptons la même procédure du paragraphe précédent pour ajuster la pente  $P_G$  relative au module de cisaillement. Les courbes de la figure 10 indiquent que, pour une même configuration géométrique, la pente  $P_G$  peut être approchée par une fonction linéaire. Les valeurs de  $P_G$  calculée sont affichées dans le tableau 8 ( $P_G$  calculée).

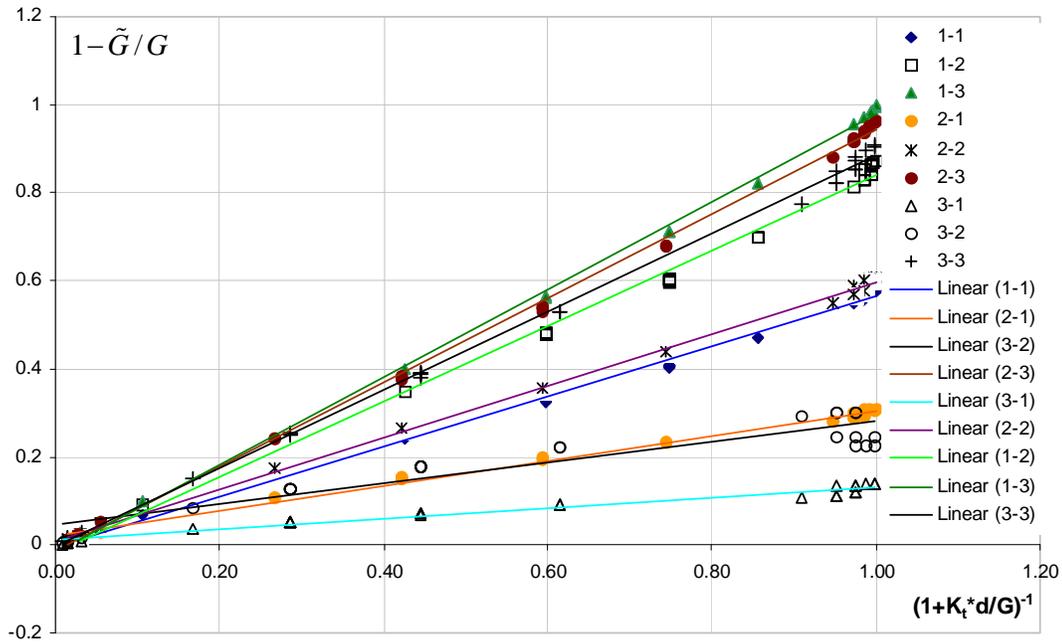


Fig. 10 : Courbes de variation de  $P_G$  (1 famille de fractures)

Un résultat graphique est illustré dans la figure 11 (losanges). Il illustre la variation de  $P_G$  en fonction de  $d/l$ . Les valeurs de cette grandeur figurent dans le tableau 8.

La courbe de régression qui ajuste mieux les résultats de nos calculs numériques est de la même forme que celle trouvée pour le module d'Young (loi exponentielle décroissante) :

$$P_G \text{ régression} = e^{-0.9871 \frac{d}{l}}, \quad R^2 = 0.9862 \quad (29)$$

Nous simplifions cette équation afin de la rendre plus compacte (carrés):

$$\boxed{P_G = e^{-\frac{d}{l}}} \quad (30)$$

La comparaison effectuée dans le tableau 9 entre l'équation 29 et l'équation 30 montre que l'erreur est négligeable. L'équation 30 s'écrit alors :

$$\boxed{\left(1 - \frac{\tilde{G}}{G}\right) \left(1 + \frac{K_t d}{G}\right) = e^{-\frac{d}{l}}} \quad (31)$$

ou également :

$$\frac{1}{\tilde{G}} = \frac{1}{G} \left( 1 + \frac{e^{-\frac{d}{l}}}{\left(1 - e^{-\frac{d}{l}}\right) + \frac{K_t d}{G}} \right) \quad (32)$$

Sous une forme similaire à celle de d'Amadei et Goodman [1981] cette équation prend la forme suivante :

$$\boxed{\frac{1}{\tilde{G}} = \frac{1}{G} + \frac{\delta}{(1-\delta)G + K_t d} ; \quad \delta = e^{-\frac{d}{l}}} \quad (33)$$

Cette expression est simple à manipuler et respecte les vérifications que nous avons effectuées pour la validation de l'expression analytique du module d'Young (équation 28).

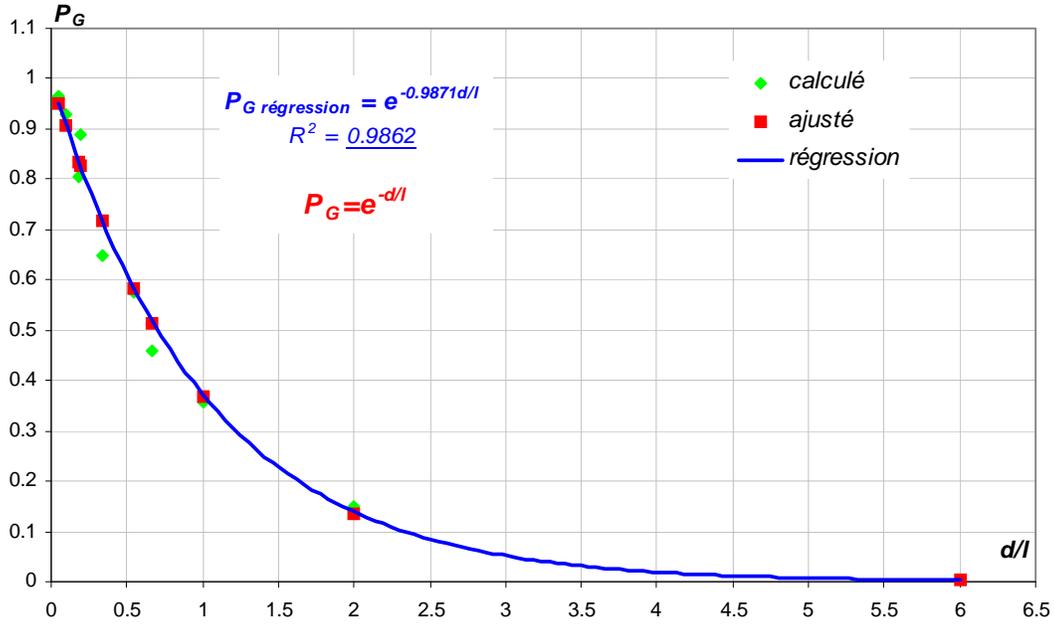


Fig. 11 : Ajustement analytique du module de cisaillement (1 famille de fractures)

### 5.2.3 Cas de deux familles de fractures (Ajustement du module d'Young $E_2$ )

L'une des conditions à respecter dans le cas de deux familles de fractures est que le module d'Young  $E_1$  doit vérifier l'expression analytique de l'équation 10. Une étude statistique rapide montre que 96.71% des cas étudiés vérifient cette condition avec une erreur de  $\pm 6\%$ . L'ajustement sera donc mené sur  $E_2$  (noté également  $\tilde{E}$ ). Afin de chercher une expression analytique approchée de ce paramètre, nous procédons de la même façon que dans le cas d'une famille de fractures. La figure 12 montre que le nuage de points de tous les cas (losanges) peut être ajusté par une courbe de régression linéaire dont l'équation est la suivante :

$$P_E \text{ régression} = 0.9586, \quad R^2 = 0.9912 \quad (34)$$

Une forme ajustée (carrés) plus simple, bien précise mais surestimant légèrement la valeur de la pente s'écrit :

$$\boxed{P_E = 1} \quad (35)$$

ou

$$\boxed{\left(1 - \frac{\tilde{E}}{E}\right) \left(1 + \frac{K_n d}{E}\right) = 1} \quad (36)$$

Cette expression est identique à la formule d'Amadei et Goodman [1981] (équation 10). Bien que, dans la direction 2, les fractures aient une extension finie, l'expression de  $\tilde{E}$  est la même que dans le cas d'une famille d'extension infinie. En effet, comme

l'extension moyenne des fractures horizontales vaut le double de l'espacement de la famille verticale, alors un grand nombre de fractures horizontales vont traverser les deux bandes de la famille verticale. Ceci nous permet, dans le cas où  $E_2$  est cherché, de modéliser la famille horizontale par une forme plus simple illustrée dans la figure 13-a où toutes les fractures horizontales ont la même extension. Or, cette configuration correspond bien à la structure d'une famille horizontale infinie dans laquelle les fractures horizontales subissent un découpage sur l'extrémité de deux bandes et une translation aléatoire dans la direction verticale (Fig. 13-b). Ce raisonnement permet d'interpréter le résultat d'ajustement.

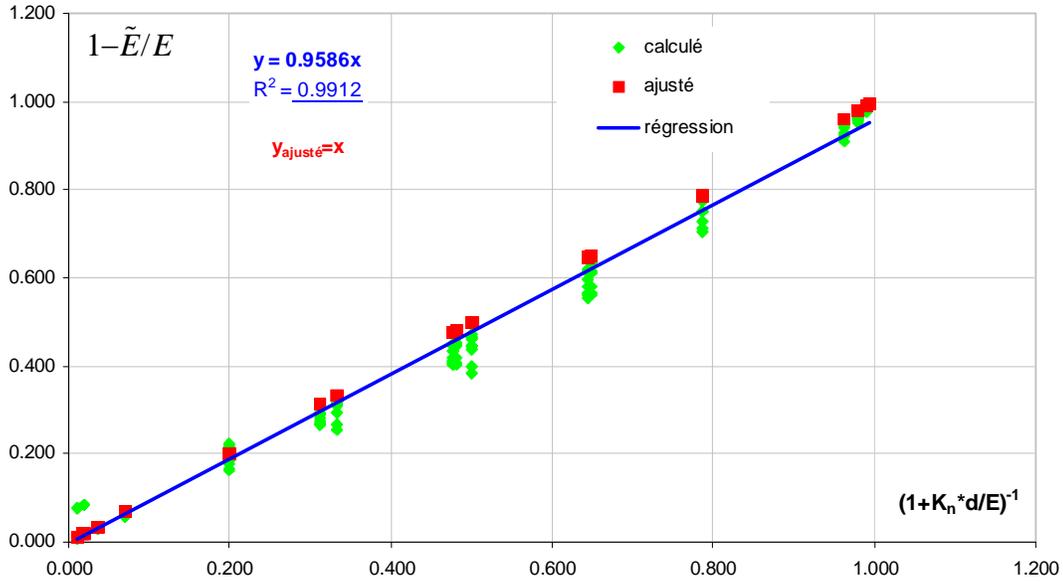


Fig. 12 : Courbes de variation de  $P_E$  (2 familles de fractures)

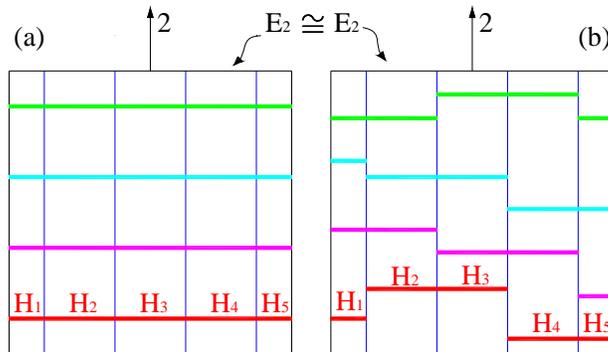


Fig. 13 : Equivalence entre les modules d'Young dans le cas de fractures d'extension finie et infinie (1 famille de fractures)

### 5.2.4 Cas de deux familles de fractures (Ajustement du module de cisaillement $G_{12}$ )

La même procédure d'ajustement établie dans les paragraphes précédant nous conduit à trouver une expression analytique approchée pour le module de cisaillement  $G_{12}$  (noté également  $\tilde{G}$ ). L'expression de la courbe de régression est linéaire ; son équation s'écrit :

$$P_G \text{ régression} = 1.0257, \quad R^2 = 0.9934 \quad (37)$$

Une forme ajustée (carrés) plus simple, bien précise mais sous estimant légèrement la valeur de la pente s'écrit :

$$P_G = 1 \quad (38)$$

ou

$$\left(1 - \frac{\tilde{G}}{G}\right) \left(1 + \frac{K_f d_1 d_2}{G(d_1 + d_2)}\right) = 1 \quad (39)$$

Nous remarquons que, similairement au résultat relatif à  $\tilde{E}$ , la pente est constante et égale à l'unité. Cette expression est identique à la formule d'Amadei et Goodman [1981] (équation 18).

Il est vrai que les ajustements de  $\tilde{E}$  et de  $\tilde{G}$  sont exprimés au moyen des formules analytiques mais ce résultat n'était pas prévu et ne pouvait être confirmé que par le type de calcul que nous avons effectué. En outre, ce n'est qu'une première tentative d'ajustement que nous avons présentée ci-dessus ; les autres termes de la matrice de souplesse font appel à des ajustements et ouvrent une large perspective de ce travail.

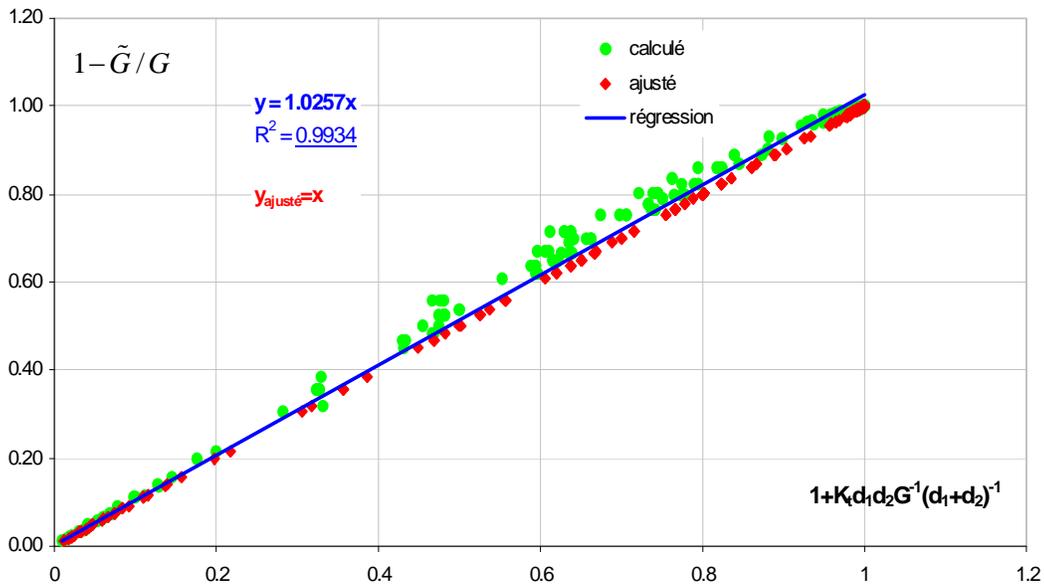


Fig. 14 : Courbes de variation de  $P_G$  (2 familles de fractures)

## 6. Exemple d'illustration d'un massif sédimentaire

Le but principal de cette partie est de présenter une application directe à notre méthodologie de travail en utilisant les tableaux de classification numérique.

## 6.1 Estimation des paramètres géométriques et mécaniques des constituants du massif étudié

Nous considérons un massif rocheux sédimentaire de calcaire existant à Kousba, Liban Nord. Ce massif représente une pente de hauteur moyenne  $10m$  (Fig. 15).

La géométrie de fracturation de ce massif est illustrée sur la figure 16. Une observation directe sur l'affleurement révèle l'existence de deux familles de fractures. La première famille est constituée de plans de stratification parallèles dont l'extension est infinie et l'espacement moyen vaut  $d_1=0.19m$ . La direction de la deuxième famille est perpendiculaire à la première et l'extension de ses fractures est finie. Cette dernière ainsi que l'espacement moyen de la deuxième famille sont calculés suivant la méthode que nous avons présentée au chapitre 4 (cf. §.2.2.1 et §.2.2.2). Elle consiste à calculer la moyenne arithmétique de toutes les extensions. Quant à la recherche de l'espacement moyen, le calcul détaillé figure dans le tableau 10. Le résultat est le suivant :  $d_2=0.39m$  et  $l_2=0.45m$ . Cette dernière est proche de  $0.5m$  et nous nous permettons d'admettre que l'indice relatif à ce paramètre prend la valeur 1 (cf. tableau 1). Nous remarquons que  $d_1/l_2=0.42$  (valeur très proche de  $0.5m$ ) nous permet d'admettre que la structure géométrique de ce massif correspond bien à la configuration géométrique de deux familles de fractures que nous avons considérées dans le cadre de cette thèse.



Fig. 15 : Versant du Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord

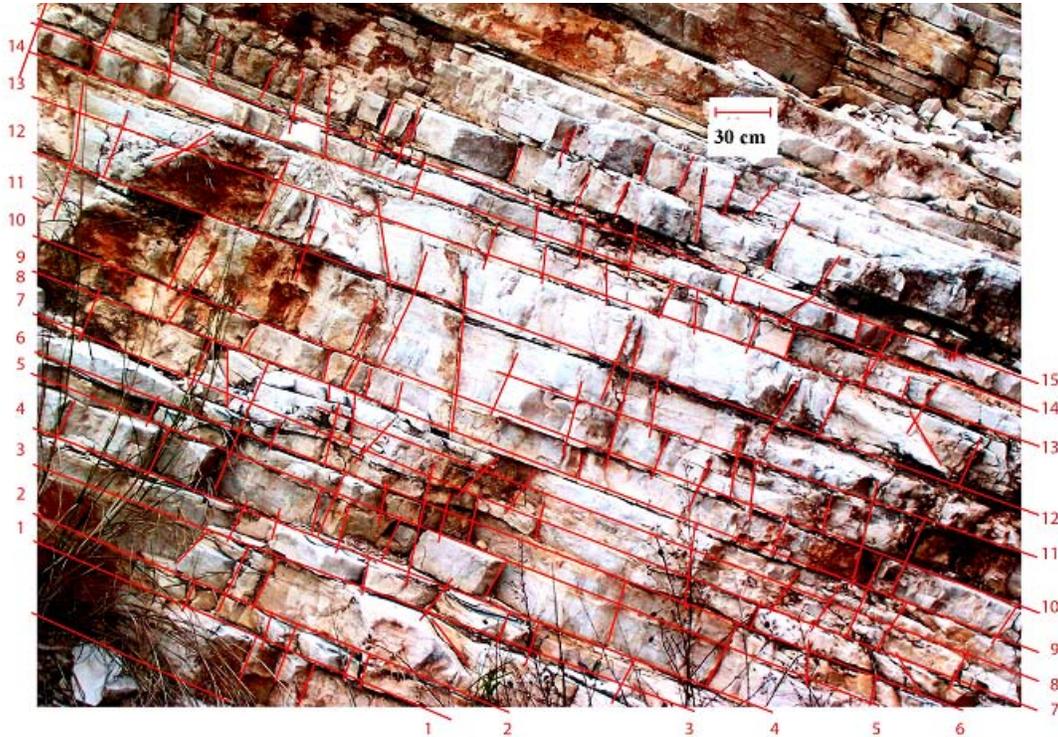


Fig. 16 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord (relevé de la géométrie de fracturation)

Tableau 10 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord ( calcul de l'espace moyen des fractures, famille d'extension finie)

<b>I</b>	<b>w<sub>i</sub>(m)</b>	<b>N<sub>i</sub></b>	<b>d<sub>i</sub>(m)</b>	<b>κ<sub>i</sub></b>	<b>d<sub>i</sub>.κ<sub>i</sub></b>
1	2.4	7	0.34	0.032	0.011
2	2.85	6	0.48	0.038	0.018
3	3.99	8	0.50	0.053	0.027
4	4.26	12	0.36	0.057	0.020
5	5.25	15	0.35	0.070	0.025
6	5.7	15	0.38	0.076	0.029
7	6.18	18	0.34	0.082	0.028
8	4.29	11	0.39	0.057	0.022
9	6.15	14	0.44	0.082	0.036
10	6.15	17	0.36	0.082	0.030
11	3.24	10	0.32	0.043	0.014
12	6.15	13	0.47	0.082	0.039
13	6.06	18	0.34	0.081	0.027
14	6.12	15	0.41	0.082	0.033
15	6.12	16	0.38	0.082	0.031
<b>p=15</b>	$\Sigma w_i$	$\Sigma N_i$	<b>d<sub>2</sub>(m)</b>		
	74.91	195	0.390		

$$d = \sum d_i \kappa_i ; i = 1 \rightarrow p$$

$$\begin{cases} d_i = \frac{w_i}{N_i} \\ \kappa_i = \frac{w_i}{\sum w_j} ; j = 1 \rightarrow p \end{cases}$$

$\kappa_i$  : fonction poids de la ligne  $i$   
 $d_i(m)$  : espace moyen des fractures sur la ligne  $i$   
 $N_i$  : nombre de fractures interceptant la ligne  $i$   
 $p$  : nombre de lignes d'échantillonnage

L'épaisseur maximale des fractures est de l'ordre de  $10\text{mm}$ . Leur morphologie est définie en comparant leur géométrie aux profils de bases précisés par Barton et Choubey (cf. chap.1, Fig. 12). Nous estimons un coefficient de rugosité  $JRC=5$ . L'espace interfractural est rempli d'argile surtout pour la famille d'extension infinie. Un essai rapide au marteau de Schmidt fournit un ordre de grandeur de la résistance de la roche et des épontes qui sont respectivement  $22$  et  $10\text{MPa}$ . La roche est du calcaire peu compact ; nous estimons son module d'Young à  $20\ 000\text{MPa}$  (cf. chap.1 tableau 1). Nous faisons l'hypothèse que la contrainte normale dans le massif est due au poids propre, elle est estimée à  $0.3\text{MPa}$ . Le matériau de remplissage étant formé d'argile, nous considérons un angle de frottement interne moyen  $\phi_b=25^\circ$  (cf. chap.1 tableau 3). Les valeurs de la raideur normale et de la raideur tangentielle sont calculées par deux méthodes. En premier lieu nous nous référons au tableau 9 du chapitre 1 qui indique, pour un calcaire légèrement altéré, la plage de variation suivante :  $K_n=7\ 900-30\ 000\text{MPa/m}$ ,  $K_t=200-800\text{MPa/m}$ . D'autre part, nous nous servons des équations de Barton et Choubey pour calculer les raideurs (cf. chap.1 équation 30 et 32) bien que, dans notre cas, l'épaisseur des fractures ne tombe pas dans la plage de variation précisée par les auteurs. Tout calcul fait donne les valeurs suivantes :  $K_n=2\ 870\text{MPa/m}$ ,  $K_t=768\text{MPa/m}$ ,  $K_n/K_t=3.74$ . Ces valeurs sont inférieures à celles que nous avons trouvées plus haut et le fait de les admettre pour calculer les propriétés homogénéisées du massif va dans le sens de sécurité. De même nous pouvons considérer que les indices relatifs à  $K_n$  et  $K_n/K_t$  sont respectivement  $1$  et  $2$  ( $K_n=2\ 000$ ,  $K_t=500$ ).

L'analyse que nous avons élaborée jusqu'à présent nous a permis de définir trois indices relatifs à  $l_2$ ,  $K_n$  et  $K_n/K_t$ . Il reste à préciser les indices relatifs au module d'Young et l'espacement des fractures de la famille 2. La valeur du module d'Young ( $20\ 000\text{MPa}$ ) impose une interpolation entre les deux cas dont les indices sont  $1$  et  $2$ . De même, il est nécessaire d'établir une interpolation sur  $d_2$  entre les deux cas dont les indices sont  $1$  et  $2$ . Le type d'interpolation que nous considérons est linéaire :

$$u = u_i + \frac{x}{I}(u_j - u_i) \quad (40)$$

$u$  représente la valeur du paramètre que nous cherchons,  $i$  et  $j$  correspondent aux indices des paramètres entre lesquels nous faisons l'interpolation,  $x/I$  est une fonction poids dont les termes sont expliqués dans l'exemple ci-dessous.

En ce qui concerne l'interpolation sur le module d'Young nous avons :

$$x_E = E - E_i = 20\ 000 - 2\ 000 = 18\ 000 \text{ et } I = E_j - E_i = 50\ 000 - 2\ 000 = 48\ 000 \text{ alors } x_E/I = 0.375$$

De la même façon nous procédons pour l'interpolation sur l'espacement :

$$x_d = d - d_i = 0.39 - 0.27 = 0.12 \text{ et } I = 0.5 - 0.27 = 0.23 \text{ alors } x_d/I = 0.52$$

## 6.2 Calcul des propriétés homogénéisées à partir des tableaux de classification numérique

Trois interpolations sont nécessaires pour calculer les propriétés homogénéisées du massif, elles sont illustrées dans la figure 17. Nous considérons la même abréviation tensorielle des indices (cf. chap.3 §.2.1) ; ceci explique que l'indice  $\delta$  dérive de l'interpolation entre  $1$  et  $2$ . les étapes d'interpolation ainsi que les détails de calcul figurent dans le tableau 11.

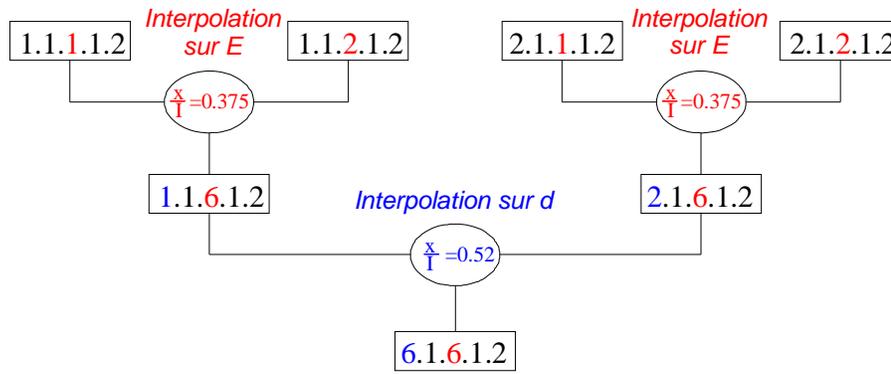


Fig. 17 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord ; organigramme de recherche des propriétés homogénéisées (écriture indicielle)

Tableau 11 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord ; propriétés homogénéisées, résultat du calcul d'interpolation

Interpolation	$d_2$	$l_2$	$E$	$K_n$	$K_p/K_t$	$d_2(cm)$	$l_2(cm)$	$E(MPa)$	$K_n(MPa/m)$	$K_p(MPa/m)$	$K_p/K_t$	$E_1(MPa)$	$E_2(MPa)$	$E_3(MPa)$	$G_{12}(MPa)$	$\nu_{31}, \nu_{32}$	$\nu_{13}, \nu_{12}$	$\nu_{23}, \nu_{21}$	$\nu$	$C_{11}(MPa)$	$C_{22}(MPa)$	$C_{33}(MPa)$	$\eta$
inter.1	1	1	1	1	2	27	50	2000	2000	500	4	421.1	573.5	2000	82.28	0.25	0.053	0.07	0.098	486	335	2058	0.123
	1	1	2	1	2	27	50	50000	2000	500	4	527.8	907.9	50000	94.72	0.25	0.003	0.01	0.014	759	398	50083	0.03
	1	1	6	1	2	27	50	20000	2000	500	4	461.1	698.9	20000	86.95	0.25	0.034	0.05	0.067	588.4	359	20067	0.088
inter.2	2	1	1	1	2	55	50	2000	2000	500	4	413.9	868.6	2000	95.33	0.25	0.052	0.11	0.112	764	311	2075	0.124
	2	1	2	1	2	55	50	50000	2000	500	4	516.6	1759	50000	110.4	0.25	0.003	0.01	0.018	1535	345	50131	0.029
	2	1	6	1	2	55	50	20000	2000	500	4	452.4	1203	20000	101	0.25	0.034	0.07	0.077	1053	324	20096	0.088
inter.3	6	1	6	1	2	39	50	20000	2000	500	4	456.6	960.8	20000	94.24	0.25	0.034	0.06	0.072	830	340	20082	0.088

Ayant trouvé les 4 paramètres de l'élasticité ellipsoïdale, nous nous intéressons à écrire la matrice de complaisance ellipsoïdale exacte  $C_e(6 \times 6)$  à partir de la quelle nous déduisons  $S_e(6 \times 6)$  par inversion :

$$C_e = \begin{bmatrix} 340 & 47 & 231 & & & \\ 47 & 830 & 360 & & & \\ 231 & 360 & 20082 & & & \\ & & & 1861 & & \\ & & & & 1132 & \\ & & & & & 242 \end{bmatrix}$$

$$S_e = 10^{-5} \begin{bmatrix} 298 & -15 & -3 & & & \\ -15 & 122 & -2 & & & \\ -3 & -2 & 5 & & & \\ & & & 54 & & \\ & & & & 84 & \\ & & & & & 413 \end{bmatrix}$$

La matrice de souplesse que nous venons de calculer est relative aux axes 1-2 (Fig. 18). Ces axes font un angle  $\beta = -68^\circ$  avec les axes 1'-2'. Afin de calculer cette matrice dans la nouvelle base 1'-2', il suffit d'appliquer les formules de transformation

matricielle (cf. annexe 4). Dans le cas particulier d'une rotation autour de l'axe 3 la relation de transformation s'écrit comme suit:

$$S'_{ij} = S_{ij} q_{mi} q_{nj} \quad (41)$$

$$q = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \beta \cos \beta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \beta \cos \beta & \sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{bmatrix} \quad (42)$$

La nouvelle matrice dans la base  $I'-2'$  est donc :

$$S'_e = 10^{-5} \begin{bmatrix} 1422 & -108 & -227 & 0 & 0 & 514 \\ -1083 & 2687 & -298 & 0 & 0 & 707 \\ -217 & -298 & 51 & 0 & 0 & 079 \\ 0 & 0 & 0 & 797 & 105 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 105 & 58 & 0 \\ 514 & 707 & 079 & 0 & 0 & 4312 \end{bmatrix}$$

Sous une forme de notation d'ingénieur, nous pouvons écrire (tableau 12) :

Tableau 12 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord, rotation de la matrice de souplesse ellipsoïdale

Axes	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$G_{23}$	$G_{13}$	$G_{12}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{21}$	$\nu_{23}$	$\nu_{31}$	$\nu_{32}$
$I-2$	335	818	19794	1861	1192	242	0.052	0.011	0.127	0.017	0.623	0.399
$I'-2'$	703	372	19794	1255	1725	232	0.076	0.015	0.040	0.011	0.430	0.591

La figure 18 illustre la variation de  $E$  et de  $\sqrt[4]{E}$  du massif étudié. Nous rappelons que le modèle ellipsoïdal exact minimise la distance sur tous les termes de  $C$ . Pour cette raison, nous perdons une certaine précision sur quelques termes. Ceci explique la légère différence entre les courbes ellipsoïdales et les courbes du calcul exact. Dans notre cas  $E_1$  et  $E_2$  sont sous-estimés, par contre  $G_{12}$  est surestimé.

Les courbes de la figure 18 montrent le modèle ellipsoïdal dans les trois plans de l'espace. Le résultat graphique montre que, dans le plan d'homogénéisation dans lequel nous avons établi les calculs, l'angle que font les axes principaux de l'ellipse  $I'-2'$  avec le système d'axe  $1-2$  est identique à la direction de fracturation

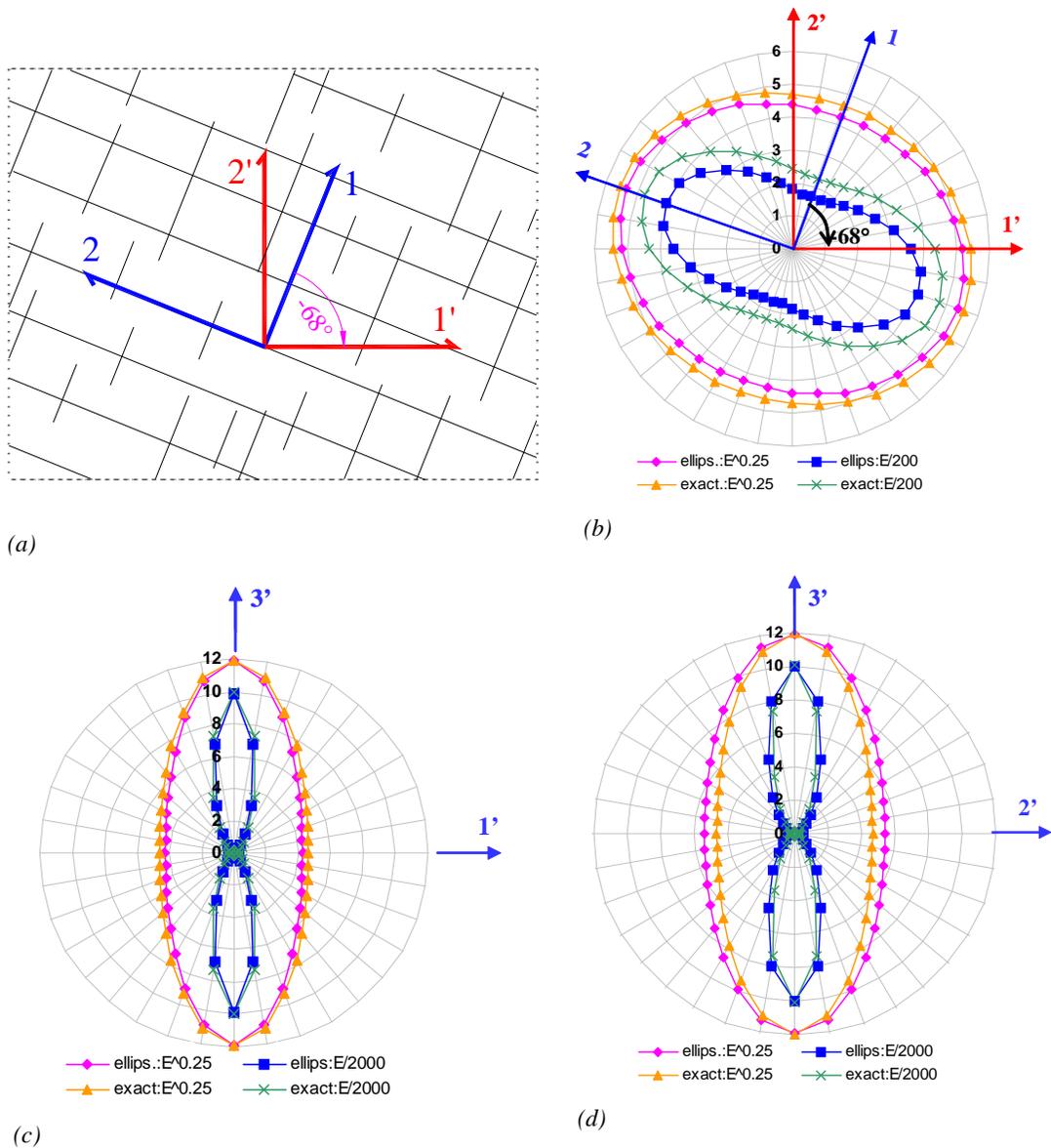


Fig. 18 : Massif sédimentaire de Kousba, Liban Nord a) rotation d'axe de la fracturation b) Variation de  $E$  et de  $\sqrt[4]{E}$  dans le plan 1-2 c) Variation de  $E$  et de  $\sqrt[4]{E}$  dans le plan 1-3 d) Variation de  $E$  et de  $\sqrt[4]{E}$  dans le plan 2-3

## 7. Conclusion

Le travail établi dans le présent chapitre représente un résultat fondamental de cette thèse.

Vu la complexité géométrique des massifs rocheux, deux configurations géométriques de discontinuités ont été choisies pour lesquelles les méthodes analytiques sont impuissantes (familles d'extensions finies). Ces cas ne couvrent pas tous les types de massifs rocheux existant dans la nature, mais ils sont bien répandus.

Basé sur les méthodes d'homogénéisation numérique et de recherche des propriétés mécaniques à grande échelle des massifs rocheux (cf. chap.3 et chap.4), ce travail

nous a permis de mener une première approche d'une classification numérique des massifs rocheux.

L'ajustement de certains paramètres élastiques (module d'Young et module de cisaillement) nous a conduits à trouver des formulations analytiques à caractère assez général généralisant les formulations d'Amadei et Goodman [1981] relatives à des fractures d'extensions infinies. Les autres termes de la matrice de souplesse doivent faire l'objet d'ajustements ultérieurs.

En nous basant sur les avantages de l'hypothèse d'élasticité ellipsoïdale (cf. chap.3), nous avons présenté différents modes de recherche du modèle ellipsoïdal à partir des résultats du calcul numérique.

L'étude de cas que nous avons présentée (Massif de Kousba, Liban Nord) nous a permis d'effectuer une première exploitation de nos résultats numériques et de présenter à l'utilisateur le mode d'emploi de cette classification.

Les résultats obtenus peuvent être employés pour la recherche des propriétés élastiques d'une majorité de milieux fissurés dont la géométrie des fissures ressemble aux configurations géométriques choisies et dont les propriétés mécaniques appartiennent à l'intervalle de variation que nous avons considéré.

*L'Homme, ce géant, est une particule de l'univers.*

## **Conclusions et perspectives**



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Le comportement mécanique des massifs rocheux dépend de la structure géométrique des discontinuités ainsi que de leurs propriétés mécaniques et de celles de la matrice rocheuse. Souvent employée dans le domaine de la Mécanique des Roches, la détermination indirecte des propriétés mécaniques de ces massifs rocheux, à grande échelle permet d'éviter des essais in-situ très coûteux. Parmi les méthodes de détermination des propriétés à grande échelle, l'homogénéisation numérique se présente comme un outil efficace et promoteur.

Dans ce travail de recherche, nous avons présenté une première approche de la classification des massifs rocheux par des méthodes d'homogénéisation numériques (méthode des Eléments Finis). Deux types de massif ont été considérés : 1- massif contenant une seule famille de fractures d'extensions finies, 2- massif contenant deux familles de fractures : une première famille d'extension infinie est découpée par une autre qui lui est perpendiculaire et dont l'extension est finie. L'intervalle de variation des propriétés mécaniques et géométriques des constituants considéré dans ce travail couvre une large gamme de roches et de discontinuités.

Toutefois, cette classification ne donne pas de recommandations pour le soutènement et se limite à la recherche des propriétés élastiques homogénéisées des massifs rocheux, en se basant sur certains paramètres mécaniques et géométriques de ses composantes.

La méthodologie de détermination des propriétés élastoplastiques des massifs fracturés par la méthode des éléments finis que nous avons développée présente plusieurs avantages. Elle permet de considérer, d'une façon explicite, la géométrie complexe des fractures avec leur loi de comportement mécanique ainsi que l'interaction qui existe entre elles.

Les principales conclusions de ce travail de recherche peuvent être résumées comme suit :

- Un travail de validation en élastoplasticité nous a permis d'implanter avec succès l'élément *joint* de Goodman et al. [1968] dans un code de calcul existant (*Anthyc*).

Dans le cas où la densité des fractures est forte, la méthode des éléments finis trouve rapidement ses limites. Des algorithmes spéciaux ont été développés pour résoudre cette difficulté ; ils permettent de simplifier la géométrie des fractures sans perdre beaucoup de précision sur les résultats de calcul. L'efficacité de ces algorithmes a été prouvée sur les configurations géométriques de notre classification numérique ainsi que sur un cas réel de massif granitique dont la géométrie des fractures est très complexe (massif de la Vienne).

L'établissement de notre classification numérique a fait appel à quelques milliers de simulations. Ce travail n'était pas possible sans une programmation appropriée de la procédure d'homogénéisation en pré et post-traitement. La réalisation de cette tâche, avec le travail que nous avons exposé ci-haut, nous a permis d'élaborer un outil numérique assez performant pour homogénéiser des

massifs fracturés par la méthode des éléments finis (**HELEN**). L'utilisation de cet outil est assez simple et efficace ; son emploi ne se limite pas aux massifs rocheux et peut s'étendre à une grande variété de milieux fissurés ou fracturés (Béton, maçonnerie, matériaux composites...).

- La discussion que nous avons effectuée sur les différentes méthodes de chargement numérique a montré que, dans le cas d'un milieu fissuré, un essai à déplacement imposé fournit la borne supérieure du module d'Young homogénéisé. En revanche, la borne inférieure s'obtient moyennant un essai à contrainte imposée. Nous avons adopté cette dernière méthode pour élaborer notre classification numérique car elle va bien dans le sens de sécurité pour le calcul des ouvrages exécutés dans les massifs rocheux. Il faut noter que la différence entre les résultats des deux modes de chargement se limite au cas où le massif considéré est de taille finie et disparaît quand la dimension du milieu fracturé tend vers l'infini.

Les résultats obtenus dans ce sens nous ont permis de faire une extension de la théorie présentée par Huet [1999], correspondant à un milieu hétérogène comme le béton, aux milieux fissurés.

- L'étude de cas que nous avons établie sur un massif granitique (la Vienne) ainsi que les résultats numériques de classification ont montré que, dans le cas où les propriétés mécaniques des fractures sont homogènes dans le domaine, le *VER* géométrique et le *VER* mécanique ont une taille comparable. Ce résultat permet de calculer, d'une façon purement géométrique, plus simple et moins coûteuse, la taille du *VER* mécanique. Une fois que cette taille est précisée géométriquement, il est possible de calculer les propriétés élastiques ainsi que la résistance homogénéisée du massif sur un domaine de taille au moins égale à celle du *VER*.
- Depuis son apparition en 1863 (Saint Venant [1863]), la théorie de l'élasticité ellipsoïdale a été délaissée pour longtemps. Elle a été reprise récemment par Pouya [2006]. Les avantages qu'apporte cette hypothèse dans le cas d'un milieu anisotrope nous ont poussés à l'appliquer aux cas de massifs rocheux que nous avons considérés. Nous avons présenté, dans ce sens, une méthode approchée de recherche du modèle ellipsoïdal tridimensionnel à partir des résultats de calcul numérique bidimensionnel. Cette méthode est basée sur la minimisation de la distance entre le tenseur d'élasticité ellipsoïdale et celui calculé numériquement.
- Les résultats numériques de classification que nous avons présentés sous forme de tableaux sont facilement exploitables. L'ajustement de ces résultats nous a permis de trouver des expressions analytiques assez précises du module d'Young et du module de cisaillement. Les expressions analytiques que nous avons retrouvées généralisent les formulations d'Amadei et Goodman [1981] relatives à des familles de fractures d'extension infinie.
- La caractérisation de la géométrie de fracturation puis la détermination des propriétés mécaniques des discontinuités et de la matrice rocheuse, c'est une étape fondamentale qui précède l'application de la méthode d'homogénéisation numérique proprement dite. Cette dernière est basée sur une approche mécanique rigoureuse. Les imprécisions qu'elle peut induire sur les propriétés homogénéisées dérivent essentiellement du fait que les données, fournies par les premières étapes, sont approximatives.

Les perspectives de ce travail de recherche sont multiples. Certaines sont étroitement liées au travail de classification numérique. D'autres, en rapport avec les différents thèmes de recherche abordés, ouvrent une large perspective de ce travail. Nous en présentons quelques axes :

Du point de vue *empirique* :

- L'étude paramétrique correspondant à notre classification numérique nous a révélé la difficulté liée au manque de connaissances sur les paramètres élastiques des discontinuités. Des recherches plus poussées sur les liens entre les paramètres morphologiques et les matériaux de remplissage des discontinuités d'une part et leurs propriétés mécaniques d'autre part, permettrait de résoudre en partie cette difficulté.

Du point de vue de la *classification* :

- Il est possible d'exploiter les résultats des tableaux de classification (cf. annexe 4) en cherchant des formulations analytiques des paramètres élastiques que nous n'avons pas ajustés dans le présent travail.
- Pour le cas de deux familles de fractures, les mêmes caractéristiques mécaniques ont été attribuées aux deux familles. Il est possible de compléter ce travail, tout en considérant des propriétés différentes pour chaque famille. C'est souvent le cas, par exemple, pour un massif sédimentaire dans lequel les limites stratigraphiques présentent des propriétés mécaniques différentes des fractures qui les interceptent.
- Afin d'enrichir les résultats du travail de classification numérique, d'autres configurations géométriques des discontinuités peuvent être considérées : 1- massif contenant plusieurs familles de fractures, 2- familles de fractures faisant entre elles un angle différent de 90 degrés....
- Le travail de classification numérique nous a fourni les propriétés élastiques des massifs homogénéisés. Toutefois, comme nous l'avons illustré par une étude de cas, la méthodologie d'homogénéisation ici développée peut s'étendre à la plasticité. Afin de compléter les tableaux de classification numérique que nous avons présentés, il est serait possible, moyennant un temps de calcul plus long, de déterminer les paramètres de résistance (cohésion et angle de frottement interne) du massif pour les différents cas étudiés.

Du point de vue *numérique* :

- L'implantation de nouveaux modèles de comportement mécanique non linéaire pour les constituants, tant les discontinuités (modèle de Barton-Bandis : Barton et Choubey [1977], Bandis et al. [1983]) que la matrice rocheuse (critère de Hoek et Brown [1980]) peut se faire sans grande difficulté dans l'outil numérique que nous avons utilisé.
- Les effets hydrauliques qui sont d'une importance cruciale pour les massifs rocheux peuvent être intégrés de manière simple en affectant les paramètres mécaniques des discontinuités.
- L'emploi des modèles de calcul bidimensionnel apporte des approximations parfois pénalisantes sur les résultats de calcul. Pour cette raison, des efforts de recherches devraient être menés tant sur le plan théorique que sur le plan

numérique pour l'intégration de *joints* tridimensionnels dans les codes de calcul.

On peut donc estimer que le travail que nous avons présenté ne constitue qu'un premier pas d'une longue démarche qui se dessine devant nous et qui aboutirait un jour à des méthodes de détermination rigoureuses des propriétés mécaniques à grande échelle des massifs rocheux à partir de leurs caractéristiques morphologiques et la nature de leurs constituants.

## **Références bibliographiques**



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

### A

- Amadei et Goodman [1981] Amadei B. et Goodman R.E. (1981) A 3-D constitutive relation for fractured rock masses. *In Selvadurai, A.P.S. (ed.), Proc. Int. Symp. On mechanical behavior of structured media, Ottawa, part B: pp.249-268.*
- Ataie-Ashtiani et al. [2001] Ataie-Ashtiani B., Hassanizadeh S.M., Oostrom M., Celia M.A. et White M.D. (2001) Effective parameters for two-phase flow in a porous medium with periodic heterogeneities. *Journal of Contaminant Hydrology 49 2001 87-109.*
- AFTES [2003] AFTES (2003) Recommandations relatives à la caractérisation des massifs rocheux utile à l'étude et à la réalisation des ouvrages souterrains. *Tunnel et ouvrages souterrains, revue bimestrielle n° 177-mai/Juin 2003, pp. 138-186.*
- Atta [2004] Analyse par homogénéisation élastoplastique des ouvrages en milieux fracturés (2004). *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*

### B

- Baecher et al. [1977] Baecher G.B., Lanney N.A. et Einstein H.H. (1977) Statistical description of rock properties and sampling. *In. Proc. 18<sup>th</sup> U.S. Symp. On Rock Mechanics, pages 5C1-1-5C1-8, Colorado.*
- Bandis [1980] Bandis S.C. (1980) Experimental studies of scale effects on shear strength and deformation of rock joints. *Phd thesis, Univ. of Leeds, 385 pp.*
- Bandis et al. [1981] Bandis S.C., Lumsden A.C. et Barton N. R. (1981) Experimental studies of scale effects on the shear behaviour of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 18, 1-21.*
- Bandis et al. [1983] Bandis S. C., Lumsden A. C. et Barton N. R. (1983) Fundamentals of rock joints deformation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 20, no 6, pp. 249-268.*
- Bargui [1997] Bargui H. (1997) Modélisation des comportements mécaniques et hydrauliques des massifs rocheux simulés par des assemblages de blocs rigides. Introduction d'un couplage hydro-mécanique. *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*

- Barton [1973] Barton N. (1973) Review of a new shear strength criterion for rock joints. *Engineering Geology. Elsevier*, 7 pp. 287-332.
- Barton et al. [1974] Barton N., Lien R. et Lunde J. (1974) Engineering classification of Rock Masses for the Design Support. *Rock Mechanics, Vol 6*, pp.189-236.
- Barton [1976] Barton, N.R. (1976) The shear strength of rock and rock joints. *Int. J. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 13(10), 1-24.
- Barton et Choubey [1977] Barton N. R. et Choubey V. (1977) The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mech.* 10, 1-54.
- Barton et Bandis [1982] Barton N.R. et Bandis S.C. (1982) Effect of block size on the behavior of jointed rock. *Proc. 23th U.S. Symp. on rock mechanics* pp. 739-760.
- Barton et al. [1985] Barton N., Bandis S. et Bakhtar K. (1985) Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 22(3) : pages 121-140.
- Barton et Bandis [1990] Barton N. et Bandis S. (1990) Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice. *International Symposium on Rock Joints, Loen, 4-6 Juin*, pp. 603-610.
- Barton [2000] Barton, N. (2000) TBM tunneling in jointed and faulted rock. *Rotterdam: Balkema*.
- Barton [2002] Barton N. (2002) Some new Q-value correlations to assist in site characterisation and tunnel design. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 39 (2002) 185–216.
- Bekaert et Maghous [1996] Bekaert A. et Maghous S. (1996) Three dimensional yield strength properties of jointed rock mass as homogenised medium. *Mechanic of Cohesive Frictional Materials, Vol. 1*, p. 1-24.
- Bieniawski [1973] Bieniawski Z.T (1973) Engineering classification of jointed rock masses. *Trans. S. Afr. Instn Civ. Engrs*, Vol. 15, n°12, pp. 335-344.
- Bieniawski [1976] Bieniawski Z.T (1976) Engineering classification in rock engineering. *In. Proceedings of the symposium on exploratoin for Rock Engineering, Johannesburg*, pp. 97-106.
- Bieniawski [1989] Bieniawski Z.T (1989) Engineering rock mass classification. *John Wiley and Sons, New York* 251 p.
- Billiaux [1990] Billiaux D. (1990) Hydrogéologie des milieux fracturés. Géométrie, Connectivité et comportement hydraulique. *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*.

## C

- CFMR-MMR [2000] Comité Français de Mécanique des Roches (2000) Manuel de mécanique des roches . Tome 1 : Fondements. *Les Presses de l'Ecole des Mines de Paris, coordonné par F. Homand et P. Duffaut, 265 pages.*
- Chalhoub et Pouya [2006] Chalhoub M. et Pouya A. (2006) A geometrical approach to estimate the mechanical REV of a fractured rock mass. *First Euro Mediterranean in Advances on Geomaterials and Structures – Hammamet 3-5 May Tunisia , pp. 663-670.*
- Choi et Chung [2004] Choi S.O. et Chung S-K. (2004) Stability analysis of jointed rock slopes with the Barton-Bandis constitutive model in UDEC. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 41, No(3), CD-ROM, © 2004 Elseiver Ltd.*
- Coste [1997] Coste F. (1997) Comportement thermo-hydro-mécanique des massifs rocheux fracturés. *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*
- Cundall [1971] Cundall P.A. (1971) A computer model for simulation progress , large scale movements in blocky systems. *In Int. Symp. On Rock Fracture, I.S.R.M., Nancy, France, 1971.*
- Cundall [1980] Cundall P.A. (1980) UDEC - a generalized distinct element program for modeling jointed rock, Rept PCAR-1-80, Peter Cundall Associate Report, European Research Office, US Army, Contract DAJA37-79-C-0548.
- Cundall [2000] Cundall P.A. (2000) Numerical experiments on rough joints in shear using a bonded particle model. *In: Lehner FK, Urai JL (eds), Aspects of tectonic faulting, Berlin, Springer 2000:1-9.*

## D

- Deere [1964] Deere D.U. (1964) Technical description of rock cores for engineering purposes. *Rock mechanics and rock engineering, vol1, pp,17-22.*
- Dershowitz [1984] Dershowitz W.S. (1984) Rock fracture systems. *Ph.D. Thesis. Dept. of Civil Eng., MIT, Cambridge.*
- Detournay [1979] Detournay E. (1979) The interaction of deformation and hydraulic conductivity in rock fracture. An experimental and analytical study. *In improved stress determination procedures by hydraulic fracturing, final report.*
- Duncan et Chang [1970] Duncan J.M. and Chang C. Y. (1970): Non-linear analysis of stress and strain in soils. *J. Soil Mech. Fdns Div., Proc. A. Soc. civ. Engrs 96(SM5), 1629-1653.*

## E

- Edelbro [2003] Edelbro C. (2003) Rock mass strength - a review. *Technical report, Lulea University of Technology*.

## F

- Farmer et  
Kemeny  
[1992] Farmer I.W. and Kemeny J.M. (1992) Deficiencies in rock test data. *Proc. Int. Conf. Eurock '92*, Thomas Telford, London, pp. 298-303.
- Fréard [2000] Fréard, J. (2000) Analyse de la stabilité des massifs rocheux fracturés par une méthode d'homogénéisation. *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*.

## G

- Gentier [1986] Gentier S. (1986) Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture naturelle dans le granite sous contrainte normale. Etude expérimentale et théorique. *Thèse de l'Université d'Orléans. Spécialité Mécanique des Roches, 2 vol., 637 pages*.
- Gentier et Riss [1990] Gentier S. & Riss J. (1990) Quantitative description and modelling of joints morphology. *International Symposium on Rock Joints, Loen, 4-6 Juin, pp. 375-382*.
- Goel et al [1995] Goel R.K., Jethwa J.L. et Paithankar A.G. (1995) Correlation between Barton's Q and Bieniawski RMR – A new approach. *Technical note, Int. J. Rock Mech. Min, 33 (2), 179-181*.
- Goodman et al. [1968] Goodman R. E., Taylor R. L. and Brekke T. (1968) A model for the mechanics of jointed rock. *J. Soil Mech. Fdns Div., Pro. Am. Soc. Civ. Engrs 94(SM3), 637-659*.
- Goodman et Dubois [1972] Goodman R. E. et Dubois J. (1972) Duplication of dilatancy in analysis of jointed rocks. *J. Soil Mech. Fdns Div., Proc. A. Soc. civ. Engrs 98 (SM4), 399-423*.
- Goodman [1974] Goodman R. E. (1974) The mechanical properties of joints. *Proc. 3rd Cong. ISRM, Denver, Vol. 1A, pp. 127-140*.
- Goodman [1976] Goodman R. E. (1976) Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rock. *West, New York, p 472*.
- Goodman et Saint John [1977] Goodman R. E. et Saint John C. (1977) Finite element analysis for discontinuous rocks. *In Numerical Methods in Geotechnical Engineering. Mc Graw Hill*.
- Goodman et Shi [1985] Goodman R.E. et Shi G.H. (1985) Block theory and its application to rock engineering. *New Jersey: Prentice Hall*.
- Goodman [1989] Goodman R. E. (1989) Introduction to Rock mechanics. *Second edition, John Wiley and sons, Inc*.
- Gray [1936] Gray H. (1936) Stress distribution in elastic soils. *Proc. Of First Int. Cong. Soil Mech., Cambridge, Mass., Vol.2, p.15*.

## H

- Hart [2003] Hart R (2003) Enhancing rock stress understanding through numerical analysis, *Int J Rock Mech Min Sci* 2003; 40(7/8):1089-1097.
- Hoek et Bray [1977] Hoek E. et Bray J.W. (1977) Rock slope engineering. 2nd ed., *Institution of Minery and Metallurgy*.
- Hoek et Brown [1980] Hoek E. et Brown E.T. (1980) Empirical strength criterion for rock masses. *J. Geotech. Engng. Div. Am. Soc. Civ. Engrs*, Vol. 106, GT9, pp. 1013-1035.
- Hoek et al. [1995] Hoek E., Kaiser P.K. et Bawden W.F. (1995) Support of underground excavation in hard rock. A.A. *Balkema/Rotterdam/Brookfield*.
- Hoek et Brown ET [1997] Hoek E. et Brown ET (1997) Practical estimates of rock mass strength. *Int J Rock Mech Min Sci*;34(8):1165–86.
- Hoek et al. [2002] Hoek, E., Carranza-Torres, C., et Corkum, B. [2002] Hoek-Brown failure criterion –2002 Edition. *Proc. 5<sup>th</sup> North American Rock Mechanics Symposium, Toronto*, 267-273.
- Hoek et Diederichs [2006] Hoek E. et Diederichs M.S. (2006) Empirical estimation of rock mass modulus. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vl. 43, pages : 203–215
- Howing et Kutter [1985] Howing K.D. et Kutter H.K. (1985) Time dependent shear deformation of filled rock joints. *In. Proc. Int. Symp. On Fundamentals of rock joints, pages 113-122, Bjorkliden, Sweden*.
- Huet [1999] Huet C. (1999) Coupled size and boundary-condition effects in viscoelastic heterogeneous and composite bodies, *Mech. Mater.* 31 (12) (1999) 787–829.

## I

- ISRM [1978] ISRM (Internatioanl Society of Rock Mechanics) (1978) Suggested methods for the quatative description of discontinuities in rock masses. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. Vol.15, pp.319-368*
- ITASCA [2000] ITASCA (2000) UDEC user's guide. *Ver. 3.1, Minnesota*.
- ITASCA [1998] ITASCA (1998) FLAC Manuel d'utilisation. *Version 3.4*.

## K

- Kecili Laouafa [1998] Kecili Laouafa S. (1998) Caractérisation de la morphologie des discontinuités rocheuses. *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*.

- Kondner [1963] Kondner R. L.(1963) Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. *J. Soil Mech. Fdns Div., Proc. A. Soc. civ. Engrs* 89(SM1), 115-143.
- Krahn et Morgenstern [1979] Krahn J. Et Morgenstern N.R. (1979) The ultimate frictional resistance of rock discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vl. 16: pages 127-133.*
- Kulhaway [1975] Kulhaway F. H. (1975) Stress-deformation properties of rock and rock discontinuities. *Engng Geol.* 8, 327-350 (1975).
- Kulhaway [1978] Kulhaway F.H. (1978) Geomechanical model for rock foundation settlement. *ASCE, 104(GT2), 211-227.*

## L

- Lama [1978] Lama R.D. (1978) Influence of Clay fillings in shear behavior of joints. *Int. Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf. Int. Association of Engineering Geology, pages 27-34, Madrid.*
- Ladanyi et Archambault [1977] Ladanyi B. et Archambault G. (1977) Shear strength and deformability of filled intended joints. *In. Proc. Int. Symp. On Geotechnics of Structurally Complex Formations, Vol. 1, pages 317-326, Italian Geotech. Assoc., Capri.*
- Laubcscher et Jakubec [2000] Laubcscher D.H. et Jakubec J. (2000) The IRMR/MRMR rock mass classification system for jointed rock masses. *In, SME Annual Meeting - February 28 - March 01, 475-481, Salt Lake City, Utah*
- Lee et al. [1990] Lee Y.H., Carr J.R, Barr. D.J. et Hass C.J (1990) The fractal dimension as a measure of the roughness of the rock discontinuity profiles. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 27(6), pp.453-464.*
- Long et al. [1982] Long J.C.S., Remer J.S., Wilson C.R., Witherspoon P.A. (1982) Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resour. Res.* 18 (3) (1982) 645–658.

## M

- Maleki [2004] Maleki K. (2004) Modélisation numérique du couplage entre l'endommagement et la perméabilité des roches – Application à l'étude des ouvrages de stockage souterrain. *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*
- Mandelbrot [1975] Mandelbrot B. (1975) Les objets fractals, forme, hasard et dimension. *Flammarion.*
- Marache et al. [2001] Marache A., Hopkins D.L., Riss J. Gentier S. (2001) Influence of the variation of mechanical properties on results of the simulation of shear tests on Rock Joint. *EUROCK 2001, Espoo, 3-7 Juin, pp. 517-522.*

- Marache [2002] Marache A. (2002) Comportement mécanique d'une fracture rocheuse sous contraintes normale et tangentielle. *Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris*, 361 p.
- Marinos et Hoek [2000] Marinos P. et Hoek E. (2000) GSI : A geologically friendly tool for rock mass strength estimation. *International Conference on Geotechnical & geological Engineering (GeoEng 2000) Technomic Publishing Co. Inc., Melbourne, Australia*.
- Massoud [1987] Massoud H. (1987) Modélisation de la petite fracturation par les techniques de la géostatistique. *Thèse de doctorat de doctorat de l'Ecole Nationale supérieure des Mines de Paris*.
- Matheron [1970] Matheron G. (1970) La théorie des variables régionalisées et ses applications. *ENSMP/Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique N° 5*, 212 p.
- Mauldon et Goodman [1990] Mauldon M. et Goodman R.E. (1990) Rotational kinematics and equilibrium of blocks in a rock mass. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27(4) : pp. 291-301.
- Mestat [1993] Mestat P. (1993) Lois de comportement des géomatériaux et modélisation par la méthode des éléments finis. *Collection « Etudes et recherche des laboratoires des Ponts et Chaussées », série Géotechnique, ISSN 1157 – 3910*.
- Min et Jing [2003] Min KB et Jing L (2003) Numerical determination of the equivalent elastic compliance tensor for fractured rock masses using the distinct element method, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2003; 40(6): 795- 816.
- Min et al. [2004-a] Min KB, Jing L, Stephansson O, (2004-b) Determining the Equivalent Permeability Tensor for Fractured Rock Masses Using a Stochastic REV Approach: Method and Application to the Field Data from Sellafield, UK. *Hydrogeology Journal (in press)*
- Min et al. [2004-b] Min KB, Rutqvist J, Tsang CF, Jing L, (2004-b) Thermally induced mechanical and permeability changes around a nuclear waste repository – a far-field study based on equivalent properties determined by a discrete approach. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. (manuscript)*.
- Murell [1965] Murell (1965) The effect of triaxial stress system on the strength of rock at atmospheric temperatures. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, Vol. 10, pp. 231-281.
- Myers [1962] Myers N.O. (1962) Characterisation of surface roughness. *Wear*, 5, pp. 182-189.

## O

- Oboni et Martinenghi [1984] Oboni F. et Martinenghi T. (1984) Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique. *Ingénieurs et Architectes Suisses, Vol. 3, 1984*.

## P

- Palmström [1995] Palmström A. (1995) RMI – a rock mass characterization system for rock engineering purposes. *PhD. thesis, Oslo University, Norway*, 400 p.
- Panet et al. [1976] Panet M. et al. (1976) La mécanique des roches appliquée aux ouvrages de génie civil. *Association Amicale des Ingénieurs Anciens de l'E.N.P.C.*
- Papaliangas et al. [1993] Papaliangas T., Hencher S.R., Lumsden A.C. et Manolopoulous. (1993) The effect of frictional fill thickness on the shear strength of rock discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, vol. 30(2), pp. 81-91.
- Passoja et Amborski [1978] Passoja D.E et Amborski D.J. (1978) Fracture profile analysis by Fourier transform methods. *Microstructural science*, 6, pp.143-158.
- Patton [1966] Patton F.D. (1966) Multiple modes of shear failure in rock. In, proc. 1st Congress. *Int. Soc. Rock Mech., Lisbon, Vol. 1, Pages 503-513.*
- Pourpak [2005] Pourpak H. (2005) Validation d'un modèle numérique de joint. *Rapport de projet de stage de Master Ecole Central de Paris et Laboratoire central des Ponts et Chaussées.* pp. 38.
- Pouya [2000] Pouya A. (2000) Une transformation du problème d'élasticité linéaire en vue d'application du problème de l'inclusion et aux fonctions de Green. *Comptes- rendus de l'Académie des sciences de Paris, t. 328, Série II b, p.437-443.*
- Pouya et Ghoreychi [2001] Pouya A. et Ghoreychi M. (2001) Determination of rock mass strength properties by homogenization. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 2001; 25:1285-1303.
- Pouya et Courtois [2002] Pouya A. et Courtois A. (2002) Définition de la perméabilité équivalente des massifs fracturés par des méthodes d'homogénéisation, *C. R. Geoscience 334 (2002) 975–979.*
- Pouya et Reiffsteck [2003] Pouya A. et Reiffsteck Ph. (2003) Solutions fondamentales pour fondations sur sols élastiques anisotropes. *Symposium International FONDSUP 2003, Presses des Ponts et Chaussées, Paris 2003, pp. 415, 422.*
- Pouya et Zaoui [2005] Pouya A. et Zaoui, A. (2005) A transformation of elastic boundary value problems with application to anisotropic behavior. *I. J. Solids Structures, in press.*
- Pouya [2005] Pouya A. (2005) Tenseurs de perméabilité équivalente d'un domaine hétérogène fini. *C. R. Geoscience 337 (2005) 581–588.*
- Pouya [2006] Pouya A. (2006) Ellipsoidal anisotropies in linear elasticity, Extension of Saint Venant's work to phenomenological modelling of materials. *Journal of Damaged Mechanics (in press).*

## R

- Rachez [1997] Rachez X. (1997) Les fondations aux rochers de grands viaduc : l'apport de la méthode des éléments distincts. *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*
- Riss et al. [1996] Riss J., Gentier S., Sirieix C., Archambault G. et Flamand R. (1996) Degradation characterization of sheared joint wall surface morphology. *2<sup>nd</sup> North American Rock Mechanics Symposium.*
- Riss et al. [1998] Riss J., Gentier S., Flamand R. et Archambault G. (1998) Description of a fracture morphology in regard of its behaviour during shearing. *3<sup>rd</sup> Mechanics of Jointed and Faulted Rocks, Vienne, 6-9 Avril, pp. 205-210.*
- Riss et al. [1999] Riss J., Lopez P. & Gentier S. (1999) The main methods in mathematical morphology illustrated by images of sheared rock joints. *BioGeo 1999, Dijon, 6-9 Septembre.*
- Romana [2003-a] Romana M. (2003-b) DMR (Dam Mass Rating). An adaptation of RMR géomechanics classification for use in dams Foundations. *ISRM 2003-Technology roadmap for rock mechanics, South African Institute of Mining and Metallurgy.*
- Romana et al. [2003-b] Romana M., Séron J. et Montalar E. (2003-a) SMR Geomechanics, experience and validation. *ISRM 2003-Technology roadmap for rock mechanics, South African Institute of Mining and Metallurgy.*

## S

- Saint Venant [1863-a] Saint Venant B. (de) (1863-a) Sur la distribution des élasticités autour de chaque point d'un solide ou d'un milieu de contexture quelconque, particulièrement lorsqu'il est amorphe sans être isotrope. *Journal de Math. Pures et Appliquées, Tome VIII (2<sup>ème</sup> série) pp. 257-293, Août 1863.*
- Saint Venant [1863-b] Saint Venant B. (de) (1863-b) Sur la distribution des élasticités autour de chaque point d'un solide ou d'un milieu de contexture quelconque, particulièrement lorsqu'il est amorphe sans être isotrope. *Journal de Math. Pures et Appliquées, Tome VIII (2<sup>ème</sup> série) pp. 257-430. Novembre 1863.*
- Scavia et al. [1990] Scavia C., Barla G. et Bernaudo V. (1990) Probabilistic stability Analysis of block toppling failure in rock slopes. *Int. J. Rock Mech. Min Sci. & geomech. Abstr. Vol 27(6): pages 465-478.*
- Shehata [1972] Shehata W. M. (1972) In fundamental considerations on the hydraulic characteristics of joints in rocks. *Phd thesis, quoted in sharp J. C. and Mani Y. N. T., Proc. Symp. On Percolation Through Fissured Rock. Paper No. T1-F, Stuttgart.*

Singh et Goel [1999] Singh B. et Goel R.K (1999) Rock mass classification – A practical approach in civil engineering. *Elseiver, Netherlands.*

## T

Tahiri [1992-a] Tahiri A. (1992-a) Modélisation des massifs rocheux fracturés par la méthode des éléments distincts. *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.*

Tahiri [1992-b] Tahiri A. (1992-b) BriG3D, Manuel Technique de référence. *Rapport interne au Centre de Géologie de l'Ingénieur. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.*

Tsukrov et Kachanov [2000] Tsukrov I. et Kachanov B. (2000) Effective moduli of an anisotropic material with elliptical holes of arbitrary orientational distribution. *International Journal of Solid and Structures* 37, 5919-5941.

Turk et al. [1987] Turk N., Grieg M.G. et Dearman W.R. (1987) Characterisation of rock joints surfaces by fractal dimension. *Proc. 28<sup>th</sup> U.S. Rock Mech. Symp., pp 1223-1236.*

## W

Warburton [1981] Warburton P.M. (1981) Vector stability analysis of an arbitrary polyhedral rock bolt with any number of free faces. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 18, pages 415-427.*

Wei et al. [1995] Wei Z. Q., Egger P. et Descoedres F. (1995). Permeability Predictions for Jointed Rock Masses. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 32, No. 3, pp. 251-261.*

## Y

Yoshinaka et Yamabe [1986] Yoshinaka R. et Yamabe T. (1986) Joint stiffness and deformation behavior of discontinuous rock. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 23, No(1), pp. 19-28.*

## Z

Zaho [1997] Zhao J. (1997) Joint surface matching and shear strength. Part A: Joint Matching Coefficient (JMC). *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 34 (2), pp. 173-178.*

Zienkiewicz [1973] Zienkiewicz O.C. (1973) La méthode des éléments finis appliquée à l'art de l'ingénieur. *Ediscience, Paris.*

## **Annexes**

---

***Annexe 1 :* Classifications géomécaniques**

***Annexe 2 :* Théorie d'homogénéisation en milieu fracturé**

***Annexe 3 :* Configuration géométrique des familles de fractures étudiées**

***Annexe 4 :* Classification numérique**

---

---

***Annexe 1 : Classifications géomécaniques***

---

# Classifications géomécaniques

Cette annexe est en rapport avec le chapitre 2. Nous y présentons les détails du Rock Mass Rating (RMR), du Q-system et du Geological strength Index (GSI).

## 1. Rock Mass Rating (RMR)

A. PARAMETRES DE CLASSIFICATION ET NOTATIONS CORRESPONDANTES		Plages de valeurs					
Paramètres		1 - 2 MPa	2 - 4 MPa	4 - 10 MPa	10 - 25 MPa	25 - 50 MPa	
1	Indice Franklin Résistance de la roche (matrice)	> 10 MPa	2 - 4 MPa	4 - 10 MPa	10 - 25 MPa	25 - 50 MPa	
2	Notation	15	7	12	17	20	
3	Espacement des discontinuités	90% - 100%	50% - 75%	75% - 90%	> 2 m	> 2 m	
4	Nature des discontinuités (voir E)	Surfaces très rugueuses Non continues Epontes en contact Epontes non altérées	Surfaces légèrement rugueuses Epaisseur < 1 mm Epontes faiblement altérées	Surfaces légèrement rugueuses Epaisseur < 1 mm Epontes faiblement altérées	Surfaces très rugueuses Non continues Epontes en contact Epontes non altérées	Surfaces très rugueuses Non continues Epontes en contact Epontes non altérées	
5	Debit sur 10 m de longueur de tunnel (l/min) Ratio : pression eau / contr. princ. G1 Conditions générales	Aucun	10 à 25 l/min	< 10 l/min	< 0,1	> 0,1	
Notation		15	7	10	10	15	
<b>RMR = Somme des notations des paramètres 1 à 5</b>							
B. AJUSTEMENT DE LA VALEUR DE RMR EN FONCTION DE L'ORIENTATION DES DISCONTINUITES (voir F)							
Direction et pendage		Favorable		Moyen		Défavorable	
Tunnels		-2		-5		-10	
Fondations		-2		-7		-15	
Talus		-5		-25		-50	
C. CLASSES DE MASSIF ROCHEUX DETERMINEES PAR LE RMR							
Valeur du RMR		100 - 81		80 - 61		60 - 41	
Classe		I		II		III	
Description		Très bon rocher		Bon rocher		Rocher moyen	
Classe		IV		V		VI	
Description		Rocher très médiocre		Rocher très médiocre		Rocher très médiocre	
D. PROPRIETES GLOBALES ATTRIBUEES AU MASSIF ROCHEUX EN FONCTION DES CLASSES							
Temps de tenue sans soutènement		I		II		III	
Cohésion du massif rocheux (kPa)		20 ans pour une portée de 1,5 m		1 an pour une portée de 10 m		1 semaine pour une portée de 5 m	
Angle de frottement du massif rocheux (°)		> 45°		35° à 45°		25° à 35°	
						10 h pour une portée de 2,5 m	
						100 à 200 kPa	
						15° à 25°	
						< 15°	

**RMR (Suite)**

<b>E. INDICATIONS POUR LA NOTATION "NATURE DES DISCONTINUITÉS"</b>					
Longueur des discontinuités	< 1 m	de 1 à 3 m	de 3 à 10 m	de 10 à 20 m	> 20 m
Notation	6	4	2	1	0
Ouverture des discontinuités	aucune	< 0,1 mm	de 0,1 à 1 mm	de 1 à 5 mm	> 5 mm
Notation	6	5	4	1	0
Rugosité des épontes des discontinuités	Très rugueuse	Rugueuse	Légèrement rugueuse	Lisse	Lustrée
Notation	6	5	3	1	0
Altération des épontes	Non altéré	Légèrement altéré	Moyennement altéré	Très altéré	Décomposé
Notation	6	5	3	1	0
Matériau de remplissage des discontinuités	Aucun	Remplissage dur < 5 mm	Remplissage dur > 5 mm	Remplissage mou < 5 mm	Remplissage mou > 5 mm
Notation	6	4	2	2	0

**Nota :** Certaines conditions sont mutuellement exclusives. Par exemple, si du matériau de remplissage est présent, il n'est plus pertinent de considérer la rugosité dans la mesure où son effet sera effacé par celui du remplissage. Dans ce cas utiliser directement la notation du tableau A 4.

<b>F. INFLUENCE DE L'ORIENTATION ET DU PENDAGE DES DISCONTINUITÉS POUR LA STABILITÉ DES TUNNELS</b>	
Horizontale du plan de discontinuité perpendiculaire à l'axe longitudinal du tunnel (creusement en travers blancs)	
Creusement dans le sens du pendage	Horizontale du plan de discontinuité parallèle à l'axe longitudinal du tunnel (creusement en direction)
Pendage 45° à 90° : <b>très favorable</b>	Pendage 45° à 90° : <b>très défavorable</b>
Creusement contre le sens du pendage	Pendage 20° à 45° : <b>favorable</b>
Pendage 45° à 90° : <b>moyen</b>	Pendage 20° à 45° : <b>moyen</b>
Creusement dans le sens du pendage	Pendage 0° à 20° et orientation quelconque : <b>moyen</b>
Pendage 45° à 90° : <b>moyen</b>	Pendage 20° à 45° : <b>défavorable</b>

## 2. Q-system

### Jw (Influence de l'eau en charge)

Excavation à sec ou faibles venues d'eau (< 5 l/mn localement)	$P_w < 1 \text{ kg/cm}^2$	$J_w = 1$
Venues d'eau ou pressions faibles, débouillage occasionnel au droit d'un joint	1 – 2.5	0.66
Fortes venues d'eau ou pression importante dans du rocher à joint sans remplissage	2.5 – 10	0.5
Fortes venues d'eau ou pression importante, débouillages fréquents	2.5 – 10	0.3
Très fortes venues d'eau lors des tirs, diminuant ensuite avec le temps	> 10	0.2 – 0.1
Très fortes venues d'eau ou pressions très importantes sans réduction notable avec le temps	> 10	0.1 – 0.05

Notes : (i) les 4 derniers indices sont des estimations grossières. Augmenter la valeur de  $J_w$  en cas de mise en place d'un dispositif de drainage.  
(ii) les problèmes particuliers liés à la formation de glace ne sont pas pris en compte.

### SRF (Stress Reduction Factor)

Ouvrage recoupant des zones de faiblesse provoquant la décompression du rocher lors du percement	Zones de faiblesse fréquentes, contenant de l'argile ou du rocher décomposé chimiquement, rocher environnant très décomprimé (toutes profondeurs)	SRFR = 10		
	Zones de faiblesse individuelles, contenant de l'argile ou du rocher décomposé chimiquement (prof. de l'excavation < 50 m)	5		
	Zones de faiblesse individuelles, contenant de l'argile ou du rocher décomposé chimiquement (prof. de l'excavation > 50 m)	2.5		
	Nombreuses zones de cisaillement en rocher sain, sans argile (toutes profondeurs)	7.5		
	Zones de cisaillement individuelles en rocher sain, sans argile (prof. de l'excavation < 50 m)	5		
	Zones de cisaillement individuelles en rocher rigide, sans argile (prof. de l'excavation > 50 m)	2.5		
	Joints ouverts, rocher très fracturé et décomprimé, " morceaux de sucre ", etc ... (toutes profondeurs)	5		
<b>Note :</b> (i) réduire l'indice SRF de 25 à 50% si les zones de cisaillement influent sur l'excavation mais ne la traversent pas.				
		$S_r / \sigma_1$	$\sigma_q / \sigma_c$	SRF
Rocher sain, problèmes de contraintes in situ	Contraintes faibles, excavation peu profonde	> 200	< 0.01	2.5
	Contraintes moyennes	200 - 10	0.01 - 0.3	1
	Contraintes importante, structure très serrée (condition normalement favorable à la stabilité mais peut être défavorable à la tenue des piedroits)	10 - 5	0.3 - 0.4	0.5 - 2
	Mouvements de toit modérés (rocher massif)	5 - 3	0.5 - 0.65	5 - 50
	Quelques " chutes de toit " (rocher massif)	3 - 2	0.65 - 1	50 - 200
	" Chutes de toit " importantes (rocher massif)	< 2	> 1	200 - 400
<b>Notes :</b> (ii) Si l'état de contraintes initiales est fortement anisotrope (si mesuré) : pour $5 < \sigma_1/\sigma_3 < 10$ , réduire $\sigma_c$ à $0.75 \sigma_c$ . Pour $\sigma_1/\sigma_3 > 10$ , réduire $\sigma_c$ à $0.5 \sigma_c$ . (iii) il est rare que la hauteur de couverture au-dessus du toit soit plus faible que la largeur de l'ouvrage. Si c'est le cas, il est suggéré de porter l'indice SRF de 2.5 à 5.				
			$\sigma_\theta / \sigma_c$	SRF
Rocher " poussant "	Déformation plastique du rocher sous l'action de fortes contraintes naturelles	Moyenne pression	1 - 5	5 - 10
		Forte pression	> 5	10 - 20
Rocher " gonflant "	Action chimique en fonction de la présence d'eau	Moyenne pression		5 - 10
		Forte pression		10 - 15

## Q-system (Suite)

RQD (Rock Quality Designation)

Très médiocre	RQD = 0 – 25%
Médiocre	25-50
Moyen	50-75
Bon	75-90
Excellent	90-100
Notes :	
(i) Quand la valeur du RQD est < 10 (y compris 0), on utilise une valeur nominale de 10 pour évaluer Q	
(ii) Les intervalles RQD de 5, i.e. 100, 95, 90, etc ... sont suffisamment précis	

Jn (indice des familles de joints)

Rocher massif, joints rares ou absents	Jn = 0.5 - 1
Une famille de joints	2
Une famille + joints erratiques	3
Deux familles	4
Deux familles + joints erratiques	6
Trois familles	9
Trois familles + joints erratiques	12
Quatre familles ou plus, joints erratiques,	15
Rocher broyé, meuble	20
Notes : (i) pour les intersections de tunnel, utiliser (3.0xJn), (ii) pour les têtes d'accès, utiliser (2.0xJn)	

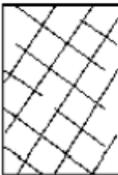
Jr (Indice de rugosité des joints)

a) Epontes en contact b) Epontes en contact après cisaillement de - de 10 cm		c) Epontes hors contact après cisaillement	
Joints discontinus	Jr = 4	Zone argileuse d'épaisseur suffisante pour empêcher le contact	Jr = 1.0
Joints ondulés, rugueux ou irréguliers	3	Zone sableuse, graveleuse ou broyée d'épaisseur suffisante pour empêcher le contact	
Joints ondulés, lisses	2		
Joints ondulés, striés (lisses, luisants, polis)	1.5		
Joints plans, rugueux ou irréguliers	1.5		
joints plans, lisses	1.0		
Joints plans, striés	0.5		
<b>Note :</b> (i) les descriptions se réfèrent à des éléments de petites ou moyennes dimensions, dans cet ordre.		<b>Notes :</b> (i) ajouter 1.0 si l'espacement moyen des joints est supérieur à 3 m. (ii) Jr=0,5 si les joints plans et striés comportent des linéations et que celles-ci sont orientées de telle sorte qu'elles peuvent amorcer une rupture.	

Ja (Indice d'altération des joints)

Epontes en contact	Caractère du joint		Conditions	Eponte
	Joints propres	Joint serré, recimenté	Remplissage de quartz, épidote, etc	Ja = 0.75
		Epontes non altérées	Pas d'enduit, taches superficielles	1
		Epontes légèrement altérées	Enduit minéral non radoucissant, grains sans argile	2
	Enduits ou remplissage	Enduits à frottement	Sable, silt, calcite, etc (non radoucissant)	3
		Enduits à cohésion	Argile, chlorite, talc, etc (radoucissant)	4
Epontes en ou hors contact	Remplissage	Type	Epontes à contacts Remplissage léger (< 5 mm)	Epontes hors contact Remplissage épais
	Matériaux frottant	Sable, silt, calcite, etc	Ja = 4	Ja = 8
	Remplissage fortement surconsolidé	Remplissage compact d'argile, chlorite, talc, etc	6	5 - 10
	Remplissage légèrement surconsolidé	Surconsolidation légère ou moyenne d'argile, de chlorite, talc, etc	8	12
	Remplissage d'argiles gonflantes	Matériaux gonflants (ex montmorillonite)	8 - 12	13 - 20

### 3. Geological Strength Index (GSI)

<b>CARACTERISTIQUES DE LA MASSE ROCHEUSE POUR L'ESTIMATION DE LA RESISTANCE</b>  A partir de l'apparence de la roche, choisir la catégorie qui donne, selon vous, la meilleure description des conditions moyennes de structure in situ. [...] Le critère de Hoek-Brown devrait uniquement être appliqué à des masses rocheuses dont la taille des blocs individuels est petite devant celle de l'excavation.		<b>CONDITIONS DE SURFACE</b> TRES BONNES Surfaces fraîches, non-altérées, très rugueuses  BONNES Surfaces couleur de fer, rugueuses et légèrement altérées  MOYENNES Surfaces lisses, altérées ou moyennement altérées  PAUVRES Surfaces aux contours lisses, fortement altérées avec enduit ou remplissage compact de fragments anguleux  TRES PAUVRES Surfaces aux contours lisses, fortement altérées avec enduit ou remplissage d'argile plastique										
STRUCTURE		<b>QUALITÉ DÉCROISSANTE</b>										
 <p><b>FRACTURÉE</b> – masse rocheuse non perturbée, très bien assemblée, constituée de blocs cubiques formés par trois familles de discontinuités orthogonales</p>	 <p><b>TRÈS FRACTURÉE</b> – masse rocheuse partiellement perturbée, bien assemblée, constituée de blocs anguleux à plusieurs facettes formés par au moins quatre familles de discontinuités orthogonales</p>	 <p><b>FRACTURÉE/DESTRUCTURÉE</b> – blocs anguleux formés par plusieurs familles de discontinuités entrecoupées, avec pliures et/ou failles</p>	 <p><b>DÉSINTÉGRÉE</b> – masse rocheuse fortement broyée, mal assemblée, avec un mélange de blocs rocheux anguleux et arrondis</p>	<b>AGENCEMENT DES BLOCS ROCHEUX DÉCROISSANT</b>	80	70	60	50	40	30	20	10

---

***Annexe 2 : Théorie d'homogénéisation en milieu fracturé***

---

# Théorie d'homogénéisation en milieu fracturé

## 1. Relations générales pour un milieu hétérogène continu

L'objet de ce paragraphe est de montrer comment on peut définir le comportement macroscopique homogénéisé d'un milieu fracturé à partir des relations établies entre les moyennes volumiques des contraintes et des déformations dans ce milieu. On montrera aussi, comment ces moyennes volumiques peuvent être déduites des valeurs des grandeurs sur le contour du domaine, ce qui simplifie beaucoup les méthodes de calcul.

Nous considérons un domaine  $\Omega$  (Fig. 1) contenant un certain nombre de fissures numérotées par  $\kappa=1, \dots, N$ .

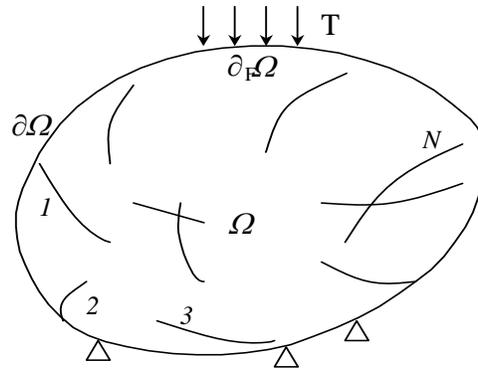


Fig. 1 : Domaine  $\Omega$  comprenant des discontinuités

On note  $\underline{u}(\underline{x})$ ,  $\underline{\varepsilon}(\underline{x})$  et  $\underline{\sigma}(\underline{x})$  le déplacement, la déformation et la contrainte en un point  $\underline{x} \in \Omega$ . On définit les valeurs moyennes volumiques suivantes :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \varepsilon dv, \quad \bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \sigma dv \quad (1)$$

La contrainte  $\underline{\sigma}(\underline{x})$  vérifie, en tout point, l'équation d'équilibre :

$$\forall \underline{x} \in \Omega; \quad \partial_i \sigma_{ij} = 0 \quad (2)$$

ainsi que les conditions aux limites :

$$\forall \underline{x} \in \partial_F \Omega; \quad \underline{\sigma} \underline{n} = \underline{T} \quad (3)$$

où  $\underline{T}$  est la force surfacique imposée sur la partie  $\partial_F \Omega$  de la frontière et  $\underline{n}$  le vecteur normal unitaire à cette frontière.

En notant que  $\partial_k x_i = \delta_{ki}$ , nous pouvons écrire 2 sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \partial_k (x_i \sigma_{kj})$$

On peut alors intégrer :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} dv = \int_{\Omega} \partial_k (x_i \sigma_{kj}) dv = \int_{\partial\Omega} x_i \sigma_{kj} n_k ds = \int_{\partial\Omega} x_i T_j ds \quad (4)$$

Dans la dernière intégrale, on peut remplacer  $x_i T_j$  par  $x_j T_i$  du fait de la symétrie de  $\sigma_{ij}$ . On trouve donc :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} \underline{x} \otimes \underline{T} ds \quad (5)$$

où  $\otimes$  représente le produit tensoriel symétrique :

$$(\underline{a} \otimes \underline{b})_{ij} = (a_i b_j + a_j b_i) / 2$$

Considérons maintenant l'intégration de  $\varepsilon$ . En l'absence de discontinuités, nous avons :

$$\int_{\Omega} \partial_i u_i dv = \int_{\partial\Omega} u_j n_j ds \quad (6)$$

donc :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} \underline{u} \otimes \underline{n} ds \quad (7)$$

On peut conclure que les intégrales se trouvant au second membre des équations 5 et 7 permettent de calculer respectivement les valeurs moyennes volumiques des contraintes et des déformations à partir des valeurs des forces et des déplacements nodaux sur le contour. Ce résultat est intéressant, du point de vue numérique, puisque les déplacements et les forces sur le contour s'obtiennent facilement à partir des résultats d'un code de calcul numérique par éléments finis.

## 2. Homogénéisation en absence des discontinuités

### 2.1 Cas d'une déformation macroscopique

Supposons qu'au contour  $\partial\Omega$ , des conditions de déplacement correspondant à une déformation homogène macroscopique  $\mathbf{E}$  soient imposées. Plus précisément :

$$\forall \underline{x} \in \partial\Omega; \quad \underline{u}(\underline{x}) = \mathbf{E} \underline{x} \quad (8)$$

où  $\mathbf{E}$  est un tenseur symétrique et constant.

Dans ce cas, et en utilisant l'identité :

$$\delta_{ij} = \int_{\partial\Omega} x_i n_j ds \quad (9)$$

on trouve :

$$\frac{1}{V} = \int_{\partial\Omega} \underline{u} \otimes \underline{n} ds = E = \int_{\partial\Omega} E_{ik} x_k n_i ds = VE_{ij}$$

et donc :

$$\frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} \underline{u} \otimes \underline{n} ds = E \quad (10)$$

En reportant cette expression dans 7 on trouve :

$$\bar{\underline{\varepsilon}} = E \quad (11)$$

Ce qui veut dire :

*Dans les conditions de déformations homogènes au contour (conditions 8), et en l'absence de discontinuités, la déformation volumique moyenne est égale à la déformation macroscopique imposée au contour.*

## 2.2 Cas d'une contrainte macroscopique

Supposons maintenant que les conditions imposées au contour correspondent à une *contrainte macroscopique* homogène imposée  $\underline{\Sigma}$ . Plus précisément :

$$\forall \underline{x} \in \partial\Omega; \quad \underline{T}(\underline{x}) = \underline{\Sigma} \underline{x} \quad (12)$$

où  $\underline{\Sigma}$  est un tenseur symétrique et constant, et  $\underline{T}(\underline{x})$  est la force surfacique équilibrant la contrainte. En reportant alors (12) dans le second membre de (5), et en utilisant (9), on trouve :

$$\bar{\underline{\sigma}} = \underline{\Sigma} \quad (13)$$

Ce qui veut dire :

*Dans les conditions de contraintes homogènes au contour (conditions 12), et en absence des discontinuités, la contrainte volumique moyenne est égale à la contrainte macroscopique imposée au contour.*

## 3. Homogénéisation en présence des discontinuités

Dans ce paragraphe, on montre que la contrainte macroscopique imposée au contour est identique à la moyenne volumique de la contrainte dans la matrice rocheuse, tandis que la déformation macroscopique appliquée au contour dérive de la somme de la déformation dans la matrice rocheuse et dans les fissures.

Considérons un domaine  $\Omega$  comprenant une surface de discontinuité  $\Gamma$  (Fig. 2). Les intégrations (4) et (6) doivent être revues au passage de la discontinuité  $\Gamma$ . En notant  $\underline{n}$  la normale unitaire sur la surface de discontinuités, nous avons la continuité de  $\underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})$  au passage de la discontinuité, tandis que  $\underline{u}$  est discontinue. Nous notons :

$$\underline{U}(\underline{x}) = \underline{u}^+(\underline{x}) - \underline{u}^-(\underline{x}) \quad (14)$$

La surface de discontinuité peut être complétée par une surface  $\Gamma_c$  pour diviser le domaine  $\Omega$  en deux parties complémentaires  $\Omega^-$  et  $\Omega^+$ .

On a alors :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} dv = \int_{\Omega^+} \sigma_{ij} dv + \int_{\Omega^-} \sigma_{ij} dv = \int_{\partial\Omega^+} x_i T_j ds + \int_{\partial\Omega^-} x_i T_j ds \quad (15)$$

Les contours  $\partial\Omega^+$  et  $\partial\Omega^-$  comprennent chacun une partie de  $\partial\Omega$  et les surfaces  $\Gamma$  et  $\Gamma_c$ . Le vecteur  $\underline{n}$  est par définition le vecteur unitaire *sortant* du domaine, et donc avec les conventions de la figure 2, on a pour  $\partial\Omega^+$  et  $\partial\Omega^-$  respectivement sur la partie  $\Gamma$ ,  $\underline{n}^+ = -\underline{N}$  et  $\underline{n}^- = \underline{N}$ . Le vecteur unitaire  $\underline{N}$  va du coté (-) vers le coté (+) de la fissure.

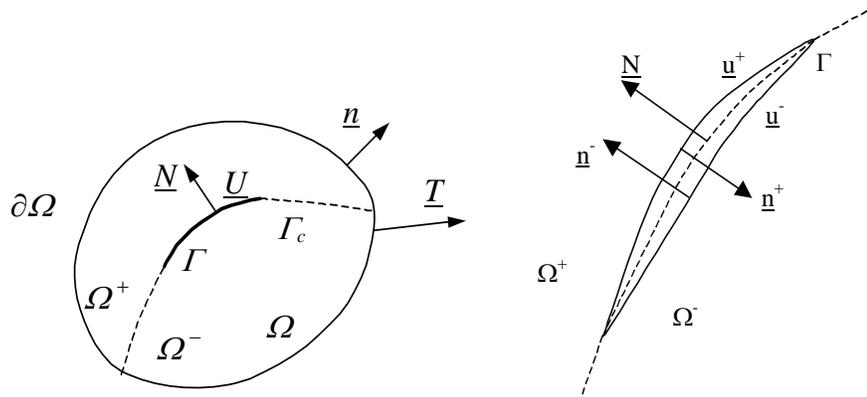


Fig. 2 : Domaine fracturé comprenant une surface de discontinuité

Du fait de la continuité de  $\sigma(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})$ , nous avons  $\underline{T}^+ = -\underline{T}^-$  sur  $\Gamma$  et  $\Gamma_c$  et les contributions de  $\Gamma$  et de  $\Gamma_c$  aux intégrales de surfaces disparaissent. Il ne reste que l'intégrale de surface sur  $\partial\Omega$  :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} dv = \int_{\partial\Omega} x_i T_j ds \quad (16)$$

Donc, si des conditions de contrainte homogène au contour sont imposées, on trouve bien :

$$\bar{\sigma} = \Sigma \quad (17)$$

Ce qui veut dire que :

*Dans les conditions de contraintes homogènes au contour et même en présence de discontinuités, la contrainte moyenne volumique dans un milieu fracturé reste égale à la contrainte macroscopique imposée au contour.*

Examinons maintenant le cas de la déformation. On applique la même technique de partage de  $\Omega$  en deux sous domaines  $\Omega^+$  et  $\Omega^-$  et le passage de l'intégrale de volume à l'intégrale de frontière. En présence de la ligne de discontinuité on a :

$$\int_{\Omega} \partial_i u_j dv = \int_{\Omega^+} \partial_i u_j dv + \int_{\Omega^-} \partial_i u_j dv = \int_{\partial\Omega^+} u_j n_i ds + \int_{\partial\Omega^-} u_j n_i ds \quad (18)$$

Or, le champ de déplacement  $\underline{u}$  est continu sur  $\Gamma_c$  et discontinu sur  $\Gamma$ . sur  $\Gamma_c$  le vecteur normal  $\underline{n}$  du coté  $\Omega^+$  est opposé du coté  $\Omega^-$  ( $\underline{n}^+ = -\underline{n}^-$ ), donc la contribution de  $\Gamma_c$  ( $u_j n_i$ ) à l'intégrale disparaît. Cette contribution est égale à  $-(u_i^+ - u_i^-) N_j = U_i N_j$ . Sur  $\Gamma$  nous avons  $u_j^+ n_i^+ + u_j^- n_i^- = (u_j^+ - u_j^-) n_i^+ = -U_j N_i$ . Nous trouvons donc :

$$\int_{\Omega} \partial_i u_j dv = \int_{\partial\Omega} u_j n_i ds - \int_{\Gamma} U_j N_i ds \quad (19)$$

Et en symétrisant, pour trouver l'intégrale de la déformation :

$$\int_{\Omega} \varepsilon_{ij} dv = \int_{\partial\Omega} (u_j n_i + u_i n_j) / 2 ds - \int_{\Gamma} (U_j N_i + U_i N_j) / 2 ds$$

soit,

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_{\partial\Omega} \underline{u} \otimes \underline{n} ds - \frac{1}{V} \sum_{\kappa} \int_{\Gamma_{\kappa}} \underline{U} \otimes \underline{N} ds \quad (20)$$

On note  $\mathbf{E}^f$  la *déformation de fissuration*, elle est donnée par :

$$\mathbf{E}^f = \frac{1}{V} \sum_{\kappa} \int_{\Gamma_{\kappa}} \underline{U} \otimes \underline{N} ds \quad (21)$$

$\mathbf{E}^f$  est une *déformation* due à la discontinuité de déplacement sur les fissures.

Dans les conditions de déformation uniforme,  $\mathbf{E}$  est imposée au contour ; en reportant les relations 10 et 21 dans 20 on trouve :

$$\bar{\varepsilon} = \mathbf{E} - \mathbf{E}^f \quad \text{ou encore} \quad \mathbf{E} = \bar{\varepsilon} + \mathbf{E}^f \quad (22)$$

$\mathbf{E}^f$  s'interprète alors comme la contribution à la déformation macroscopique due à la discontinuité de déplacement sur les fissures :

*Nous concluons alors que, dans les conditions de déformations homogènes au contour, la déformation macroscopique imposée au contour d'un milieu fracturé est égale à la somme de la déformation volumique moyenne dans la « matrice » et des « fissures ».*

---

***Annexe 3 : Configuration géométrique des familles de fractures étudiées***

---

## Configuration géométrique des familles de fractures étudiées

Cette annexe est en rapport avec le *chapitre 5*. Nous y présentons la structure géométrique bidimensionnelle des familles de fractures que nous avons considérées pour établir la classification numérique (Fig. 1 et 2).

Fig. 1 : Domaines bidimensionnels de génération des discontinuités (Une famille de fractures)

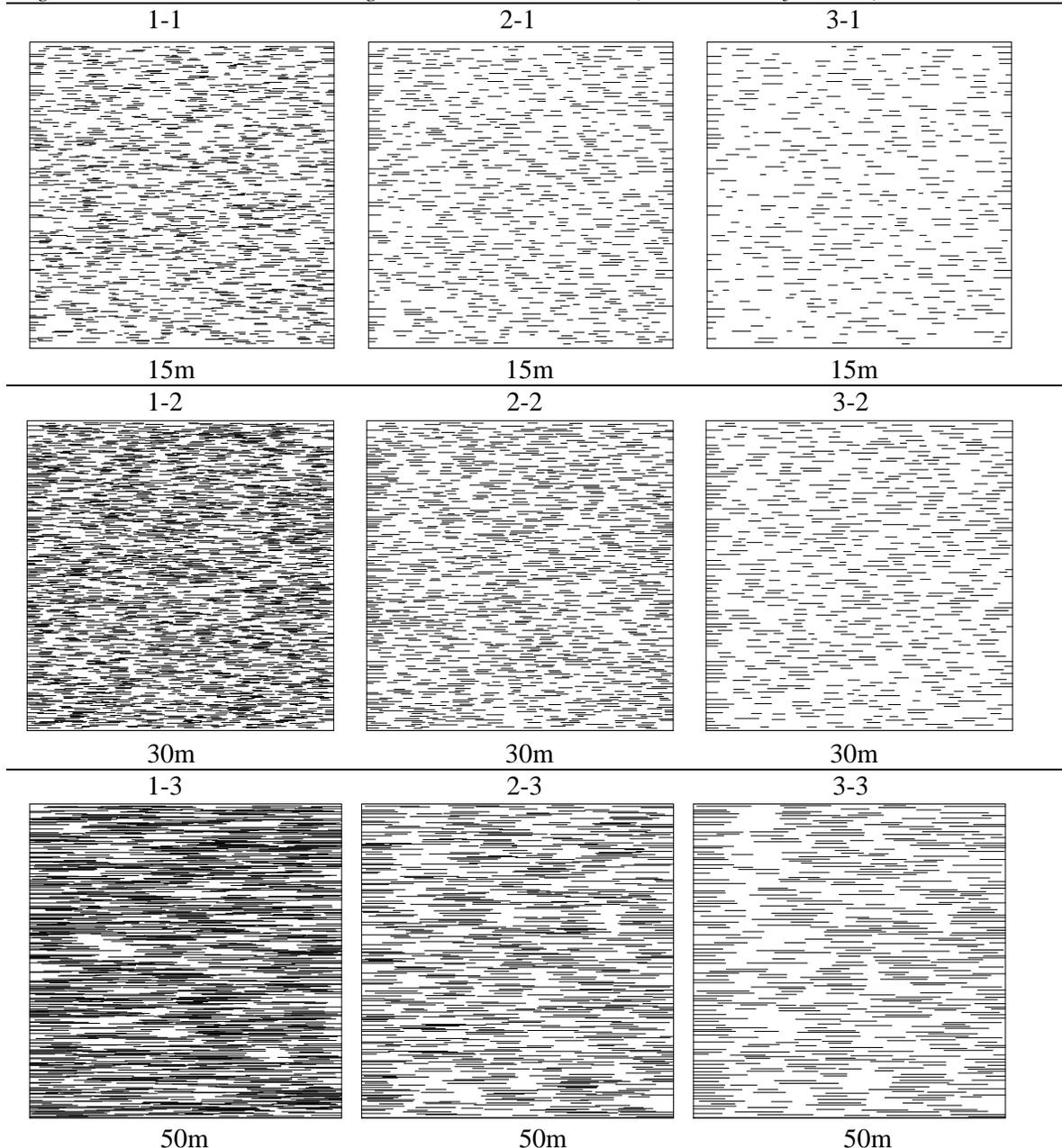
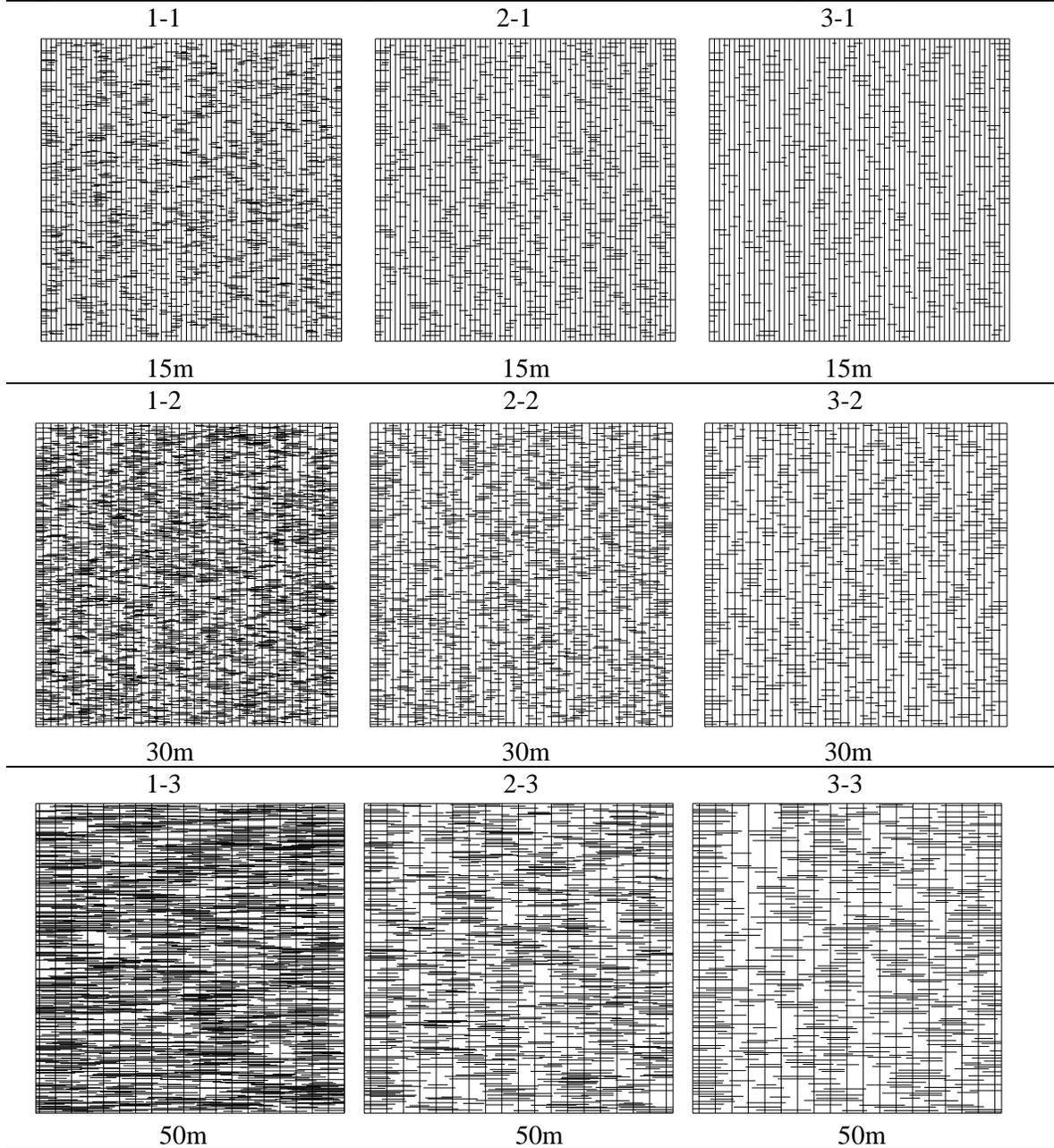


Fig. 2 : Domaines bidimensionnels de génération des discontinuités (Deux familles de fractures)



Les caractéristiques géométriques sont illustrées dans le tableau 1. Nous précisons que les deux familles horizontales et verticales sont notées respectivement 1 et 2. La notation indicielle (1-1, 1-2, ...) caractérise la géométrie des fractures (cf. chap.5 et annexe 4)

Tableau 1 : Description de la géométrie de fracturation

Cas	1-1	1-2	1-3	2-1	2-2	2-3	3-1	3-2	3-3
$d_2$	0.27	0.27	0.27	0.55	0.55	0.55	1.00	1.00	1.00
$l_2$	0.5	1.5	5.2	0.5	1.5	5.2	0.5	1.5	5.2
$d_1^*$	0.25	0.75	2.6	0.25	0.75	2.6	0.25	0.75	2.6
$l_1^*$	$\infty$								

$d(m)$  : espacement,  $l(m)$  : extension, \* : valable uniquement dans le cas de deux familles de fractures

---

***Annexe 4 : Classification numérique***

---

## Annexe 4

# Classification numérique

Cette annexe présente les résultats du travail de classification numérique réalisée dans cette thèse, plus particulièrement au chapitre 5, ainsi que le mode d'emploi de cette classification. Nous reprenons quelques paragraphes, tableaux et figures du chapitre 5 afin de réunir ici tous les renseignements nécessaires à l'utilisation des tableaux de classification sans recourir au texte de la thèse.

## 1. Caractéristiques géométriques et mécaniques des familles de fractures

Notre classification couvre deux catégories de massifs types:

- a) Massif ayant **une famille** de fractures dont l'extension est finie (Fig.1-a). Cette famille est affectée de l'indice 2. Elle correspond à :
  - i) *Des surfaces de fluidalité des granites.*
  - ii) *Des surfaces de foliation de gneiss.*
  - iii) *Des surfaces de schistosité des ardoises ou des schistes.*
  - iv) *Cette structure correspond également à tout corps contenant une famille de fissures parallèles (béton, maçonnerie...) dont la géométrie des fissures et les propriétés mécaniques des composantes appartiennent à un des cas considérés dans le tableau 1.*
- b) Massif contenant **deux familles** de fractures (Fig. 1-b): l'extension de la famille 2 est finie. Elle est découpée par une famille 1 qui lui est perpendiculaire et dont l'extension est infinie. L'espacement de la famille 1 est égale à la moitié de l'extension moyenne de la famille 2.

*Cette distribution géométrique représente une large gamme de massifs sédimentaires où les plans de stratifications sont découpés par des fractures débouchant sur leurs extrémités. La famille 1 représente dans le cas le plus courant, les limites stratigraphiques d'un massif sédimentaire, et elle est souvent horizontale. Cependant, pour des raisons de commodité du calcul numérique, nous choisissons de les présenter sous une forme verticale.*

Les paramètres mécaniques et géométriques des fractures ainsi que les paramètres mécaniques de la roche sont indiqués dans le tableau 1. Dans ce tableau, le *numéro du paramètre* permet de schématiser un cas quelconque par une écriture *indicielle compacte* et facilite la recherche de ses paramètres parmi les résultats des calculs numériques. Chaque cas est représenté par cinq indices ; chacun pouvant prendre les valeurs de 1 à 3. Ils pointent respectivement sur l'espacement des fractures de la famille 2 ( $d_2$ ), l'extension des fractures de la famille 2 ( $l_2$ , et donc sur l'espacement des fractures de la famille 1 dans le cas de deux familles de fracture :  $d_1 = l_2/2$ ), le module d'Young de la roche ( $E$ ), la raideur normale des fractures ( $K_n$ ) et le rapport de la raideur tangentielle à la raideur normale ( $K_t/K_n$ ). Nous attirons l'attention sur le fait

que les deux premiers indices reflètent la configuration géométrique. A titre d'exemple, pour un massif contenant une seule famille de fractures, l'écriture indicielle 1-3-2-3-2 implique que :  $d_2=0.27m$ ,  $l_2=5.20m$ ,  $E=50\ 000MPa$ ,  $K_n=200\ 000MPa/m$  et  $K_f/K_n=0.25$  ou  $K_n/K_t=4$ .

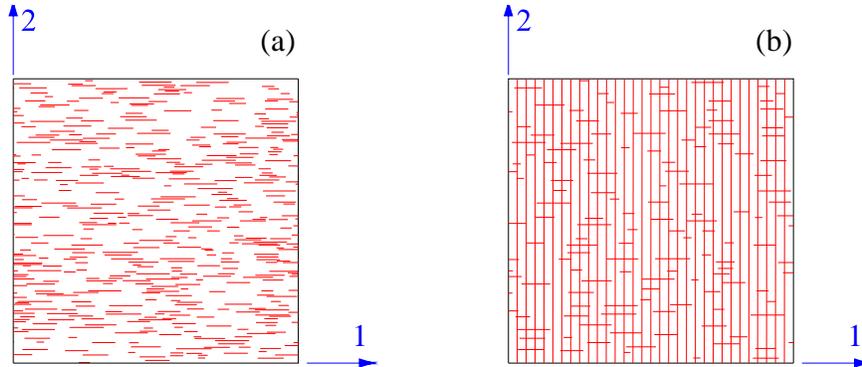


Fig. 1 : Configuration géométrique des deux types de massifs étudiés. a) massif à une famille de fractures b) massif à deux familles de fractures

Tableau 1: Présentation et description des paramètres géométriques et mécaniques de la classification numérique

ROCHE			
<i>Paramètres mécaniques en élasticité</i>			
Numéro du paramètre	1	2	3
$E(MPa)$	2 000	50 000	100 000
$\nu$	0.25	0.25	0.25
Description géologique	Un grès argileux ou une craie	Un calcaire de dureté moyenne ou un grès bien cimenté	Un granite sain
Classification	Très faible	Moyenne	Forte
FRACTURES			
<i>Paramètres mécaniques en élasticité</i>			
Numéro du paramètre	1	2	3
$K_n(MPa/m)$	2 000	100 000	200 000
Description géologique	Joints humides ou remplis d'argile	Joints sec remplis de matériau autre que l'argile	Joints colmatés très minces dans un granite ou un basalte
Classification	Faible	Moyenne	Forte
Numéro du paramètre	1	2	3
$K_f/K_n$	0.01	0.25	0.50
Classification	Faible	Moyenne	Forte
$K_n/K_t$	100	4	2
<i>Paramètres Géométriques</i>			
Numéro du paramètre	1	2	3
$d_2(m)$	0.27	0.55	1.00
Classification	Faible-moyenne	Moyenne-forte	Forte
Numéro du paramètre	1	2	3
$l_2(m)$	0.50	1.50	5.20
Classification	Très faible	Faible	Moyenne
$d_1(m)$	0.25	0.75	2.60
$l_1(m)$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
<i>Remarque : l'indice 1 est relatif à la famille verticale et l'indice 2 à la famille horizontale</i>			

La signification des paramètres figurant dans le tableau 1 est la suivante :

$d_1(m)$	espacement de la famille 1
$d_2(m)$	espacement de la famille 2
$l_1(m)$	extension moyenne des fractures de la famille 1
$l_2(m)$	longueur moyenne des fractures de la famille 2 ( $\rightarrow \infty$ )
$E(MPa)$	module de Young de la matrice rocheuse
$\nu$	coefficient de Poisson de la matrice rocheuse ( $=0.25$ )
$K_n(MPa/m)$	raideur normale des discontinuités
$K_t(MPa/m)$	raideur tangentielle des discontinuités

## 2. Résultats de calcul

### 2.1 Taille des VER

Nous supposons que la taille du VER mécanique est identique à la taille du VER géométrique pour les différents cas d'espacement et d'extension des fractures ( $VER_{méca.} \approx VER_{géo.}$ , cf. chap.4). Les résultats de calcul relatifs aux termes du tenseur de souplesse ont montré l'orthotropie des cas étudiés ( $S_{16}=S_{26}...=0$ ) ; ce résultat ne peut être vrai que si la taille de l'échantillon est supérieure à la taille du VER mécanique.

Les résultats d'ajustement de la taille des VER ont montré que ce paramètre est une fonction de  $d$  et de  $l$  et peut s'exprimer comme suit :

$$D_{VER} = 11\sqrt{dl} \quad (1)$$

### 2.2 Mode de présentation des résultats

Ayant identifié le cas du massif étudié dans le tableau 1, l'utilisateur doit ensuite se référer aux tableaux de classifications présentés à la fin de cette annexe (§. 2.5) pour préciser les propriétés mécaniques de son massif. Des procédures simples d'interpolation sont possibles si l'une des paramètres de base ne se trouve pas exactement dans une des cases des tableaux (cf. chap.5 §.6.2). Les résultats de calcul numériques sont présentés de deux façons :

- En premier lieu, nous exposons les résultats de nos calculs bidimensionnels exacts sans aucun ajustement ou approximation. Ils présentent l'avantage de fournir un modèle exact pour un calcul bidimensionnel (état de contrainte plane ou de déformation plane) dans le cas où le plan de calcul de l'ouvrage (exemple : plan perpendiculaire à l'axe d'un tunnel...) coïncide avec le plan d'homogénéisation (plan 1-2). La loi de comportement s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

- En second lieu, nous précisons la valeur des paramètres du modèle ellipsoïdal orthotrope. Ce dernier présente plusieurs avantages et peut être défini dans notre cas en faisant l'hypothèse que la racine quatrième du module de Young ( $\sqrt[4]{E_i}$ ) et l'inverse de la racine quatrième du coefficient d'élasticité dans la direction  $n_i$  (i.e.  $\frac{1}{\sqrt[4]{c(n_i)}}$  où  $c(n_i) = C_{ijkl}n_jn_kn_l$ ,  $C$  étant le tenseur de complaisance et  $\underline{n}$  un vecteur unitaire) varient dans l'espace suivant un ellipsoïde. Le modèle le plus adapté à nos cas dépend de 4 paramètres intrinsèques et peut être exprimé par l'une des équations 3 ou 4 (cf. chap.5, §.4.1):

$$C_e = \begin{bmatrix} c_{11} & \eta\sqrt{c_{11} c_{22}} & \eta\sqrt{c_{11} c_{33}} & & & \\ \eta\sqrt{c_{11} c_{22}} & c_{22} & \eta\sqrt{c_{22} c_{33}} & & & \\ \eta\sqrt{c_{11} c_{33}} & \eta\sqrt{c_{22} c_{33}} & c_{33} & & & \\ & & & \frac{1-\eta}{2}\sqrt{c_{22} c_{33}} & & \\ & & & & \frac{1-\eta}{2}\sqrt{c_{11} c_{33}} & \\ & & & & & \frac{1-\eta}{2}\sqrt{c_{11} c_{22}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$S_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_2}} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_3}} & & & \\ \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_2}} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_2 E_3}} & & & \\ \frac{-\nu}{\sqrt{E_1 E_3}} & \frac{-\nu}{\sqrt{E_2 E_3}} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_2 E_3}} & & \\ & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_1 E_3}} & \\ & & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_1 E_2}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A noter que les paramètres de ces équations sont les paramètres obtenus pour l'ajustement ellipsoïdal et ne représentent pas les termes calculés numériquement.

Les deux familles de paramètres ( $c_{11}, c_{22}, c_{33}, \eta$ ) et ( $E_1, E_2, E_3, \nu$ ) sont reliées par les formules suivantes :

$$\nu = \frac{\eta}{1+\eta} ; E_\alpha = \frac{(1-\eta)(1+2\eta)}{1+\eta} c_{\alpha\alpha} \quad (5)$$

( $\alpha=1,2,3$  pas de sommation sur  $\alpha$ )

### 2.3 Résultat relatif à une famille de fractures

D'après les tableaux de classification (*modèle exact*), le lecteur peut préciser les divers paramètres mécaniques obtenue par calcul numérique ( $E_1, E_2, \dots$ ). En les reportant dans l'équation 2 il peut calculer les termes  $S_{ij}$ . En inversant  $S$  il obtient  $C$ .

Les paramètres mécaniques de certains cas peuvent être déduits à partir d'autres cas. Ces cas sont munis du symbole ( $\bullet$ ). La déduction de leurs paramètres s'effectue suivant l'équation 6 :

$$S_{ij(\text{ancien cas})} = \begin{cases} \alpha S_{ij(\text{nouveau cas})} & \text{si } i = j \\ S_{ij(\text{nouveau cas})} & \text{si } i \neq j \end{cases} ; i = 1 \dots 6 \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{E_{(\text{nouv. cas})}}{E_{(\text{anc. cas})}} = \frac{K_n(\text{nouv. cas})}{K_n(\text{anc. cas})} = \frac{K_t(\text{nouv. cas})}{K_t(\text{anc. cas})}$$

Il faut signaler que, pour quelques cas creux munis du symbole ( $\#$ ), nous avons identifié un certain seuil ( $K_n d_2 / E = 0.011$ ) au-dessous duquel les résultats risquent de ne pas respecter toutes les vérifications des résultats physiques et mathématiques. Nous considérons donc que ces cas sont à la limite de la validité de notre méthode de classification.

Certains paramètres ( $E_2$  et  $G_{12}$ ) ont été ajustés et le lecteur peut les calculer directement par des formules analytiques 7 et 8 (cf. chap.5 §.5.2.1 et §.5.2.2).

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{\beta}{(1-\beta)E + K_n d} ; \beta = e^{-\frac{2d}{3l}} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\tilde{G}} = \frac{1}{G} + \frac{\delta}{(1-\delta)G + K_t d} ; \delta = e^{-\frac{d}{l}} \quad (8)$$

Ces expressions généralisent les formulations d'Amadei et Goodman [1981] pour des familles dont l'extension des fractures est finie.

Un autre mode de présentation des résultats est celui de l'ajustement ellipsoïdal. Dans le cas d'une seule famille de fractures, nous faisons le choix de chercher un coefficient de Poisson du modèle ellipsoïdal en gardant les valeurs exacts des modules de Young (modèle exact). Nous cherchons alors une moyenne géométrique s'exprimant suivant l'équation 9.

$$\nu = \sqrt[3]{\sqrt{v_{12}v_{21}}\sqrt{v_{13}v_{31}}\sqrt{v_{23}v_{32}}} = (v_{12}v_{21}v_{13}v_{31}v_{23}v_{32})^{\frac{1}{6}} \quad (9)$$

qui, dans le cas d'une seule famille de fracture, s'écrit (cf. chap.5 §.4.3.2) :

$$\nu = \nu_r \sqrt[3]{\frac{E_2}{E}} \quad (10)$$

$\nu_r$  est le coefficient de Poisson de la roche. Ayant calculé  $\nu$ , (noté  $\nu_e$  dans les tableaux), nous voyons deux possibilités pour écrire la matrice de souplesse ellipsoïdale :

- a- *Modèle exact* : Il s'écrit suivant l'équation 4. Dans ce modèle la distance sur tous les paramètres de l'ellipsoïde est minimale. Par contre, nous perdons certaines précisions sur les  $\nu_{ij}$  et sur  $G_{12}$ .
- b- *Modèle modifié* : que nous choissions d'écrire sous la forme suivante:

$$S_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{13}}{E_1} & & & \\ \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & & & \\ \frac{-\nu_{31}}{E_3} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_2 E_3}} & & \\ & & & & \frac{2(1+\nu)}{\sqrt{E_3 E_1}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$E_1, E_2$  et  $E_3$  dérivent du calcul numérique. Ce modèle conserve l'exactitude de tous les termes calculés et permet de retirer la valeur des termes  $s_{44}$  et  $s_{55}$  à partir de l'ajustement ellipsoïdal. Cependant la distance entre le  $S$  (calculé) et  $S_e$  (ajusté) n'est pas minimale.

Ayant présenté ces deux modèles d'ajustement, nous laissons au lecteur de choisir le modèle le plus adapté à son étude de cas. Nous rappelons que la matrice de complaisance ajustée  $C_e$  (6×6) s'obtient par une simple inversion de  $S_e$ (6×6).

## 2.4 Résultat relatif à deux familles de fractures

La recherche des paramètres de calcul numérique exacte est similaire au cas d'une famille de fractures. En ce qui concerne les paramètres ajustés, leurs expressions sont les mêmes que celles de Amadei et Goodman [1981] (cf. chap.5, §.5.2.3 et §.5.2.4):

$$\frac{1}{\tilde{G}} = \frac{1}{G} + \frac{1}{K_t} \left( \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) \quad (12)$$

$$\frac{1}{\tilde{E}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{K_n d} \quad d = d_1 \text{ ou } d = d_2 \quad (13)$$

Dans le cas de deux familles de fractures, l'ajustement ellipsoïdal est effectué sur  $S$  et sur  $C$ . Le lecteur doit se servir de l'équation 3 pour calculer sa matrice de complaisance  $C_e$ . Nous proposons deux modèles ellipsoïdaux :

Similairement au cas d'une famille de fractures, l'ajustement portant sur  $S$  consiste à garder les valeurs de  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  numériques et à chercher un coefficient de Poisson  $\nu$  ellipsoïdal dont l'expression est la suivante (cf. chap.5 §.4.3.3) :

$$\nu = \nu_r \sqrt[3]{\frac{E_1 E_2}{E^2}} \quad (14)$$

Ayant calculé  $\nu$  (noté  $\nu_e$  dans les tableaux), le lecteur peut employer, parmi les équations 4 et 11, le modèle ellipsoïdal le plus adapté à son étude de cas.

Une autre démarche d'ajustement, portant sur  $C$ , a été faite en minimisant la distance entre  $C$  calculé et  $C_e$  ellipsoïdal (cf. chap.3 §.2.5.2). En précisant  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{33}$  et  $\eta$ , le lecteur écrit son modèle ellipsoïdal suivant l'équation 3.

## 2.4 Matrices de transformation

Quand les directions des fractures ne coïncident pas avec les axes (1-2) ou dans le cas où le plan d'homogénéisation 1-2 n'est pas identique au plan de calcul de l'ouvrage (par exemple l'axe longitudinal d'un tunnel n'est pas parallèle à l'axe 3), le lecteur est ramené à utiliser les relations de transformations matricielles. Le tenseur de souplesse (complaisance) dans la nouvelle base s'écrit :

$$S'_{ij} = S_{ij} q_{mi} q_{nj} ; C'_{ij} = C_{ij} q_{mi} q_{nj} \quad (15)$$

où  $q_{ij}$  représente les termes de la matrice de transformation qui s'exprime suivant l'équation 16.

$$q = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \alpha_3^2 & 2\alpha_2\alpha_3 & 2\alpha_3\alpha_1 & 2\alpha_1\alpha_2 \\ \beta_1^2 & \beta_2^2 & \beta_3^2 & 2\beta_2\beta_3 & 2\beta_3\beta_1 & 2\beta_1\beta_2 \\ \gamma_1^2 & \gamma_2^2 & \gamma_3^2 & 2\gamma_2\gamma_3 & 2\gamma_3\gamma_1 & 2\gamma_1\gamma_2 \\ \beta_1\gamma_1 & \beta_2\gamma_2 & \beta_3\gamma_3 & \beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2 & \beta_1\gamma_3 + \beta_3\gamma_1 & \beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1 \\ \gamma_1\alpha_1 & \gamma_2\alpha_2 & \gamma_3\alpha_3 & \gamma_2\alpha_3 + \gamma_3\alpha_2 & \gamma_1\alpha_3 + \gamma_3\alpha_1 & \gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1 \\ \alpha_1\beta_1 & \alpha_2\beta_2 & \alpha_3\beta_3 & \alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2 & \alpha_1\beta_3 + \alpha_3\beta_1 & \alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\alpha_i$ ,  $\beta_i$  et  $\gamma_i$  sont les cosinus directeurs des angles entre les divers axes (tableau 2)

Tableau 2 : symbole des cosinus directeurs des angles entre les deux bases 1-2-3 et 1'-2'-3'

<b>axes</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b>1'</b>	$\alpha_1$	$\beta_1$	$\gamma_1$
<b>2'</b>	$\alpha_2$	$\beta_2$	$\gamma_2$
<b>3'</b>	$\alpha_3$	$\beta_3$	$\gamma_3$

Dans le cas particulier d'une simple rotation autour de l'axe 3 ( $\alpha_1=\beta_1=\cos\beta$ ), la matrice de rotation prend alors la forme de l'équation 17.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta & \sin^2 \beta & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \beta \cos \beta \\ \sin^2 \beta & \cos^2 \beta & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \beta \cos \beta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \beta \cos \beta & \sin \beta \cos \beta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \beta - \sin^2 \beta \end{bmatrix} \quad (17)$$

Dans ce qui suit, nous présentons dans des tableaux, pour les deux types de familles considérées, les résultats du calcul numérique exact ainsi que les résultats des modèles ellipsoïdaux.

## 2.5 Tableaux de classification

FAMILLE : Tableau de classification numérique														R E S U L T A T (1/3)								
Numéro des cas		Numéro des paramètres			valeur des paramètres						Modèle exact					Mod.						
		Géo.		Méca.	Géo.		Méca.									ellips.						
Ancien	Nouveau	$\alpha^*$	$\mu_1$	$\mu_2$	$E$	$K_n$	$K_p/K_r$	$K_1$	$K_2$	$E$ (MPa)	$K_n$ (MPa/m)	$K_p$ (MPa/m)	$K_r/K_c$	$K_p/E$ (1/m)	Cas	Mécan.	$E_1 = E_3$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$V_{12}, V_{13}, V_{23}$	$V_e$	
1	1	*	1	1	1	1	1	27	50	2000	2000	20	100	1.00			2000	762.84	338.7	0.25	0.0954	0.1813
2	2	*	1	1	1	1	2	27	50	2000	2000	500	4	1.00			2000	765.04	424.45	0.25	0.0956	0.1815
3	3	*	1	1	1	1	3	27	50	2000	2000	1000	2	1.00			2000	766.56	473.13	0.25	0.0958	0.1816
4	4	*	1	1	1	2	1	27	50	2000	1E+05	1000	100	50.00			2000	1903.3	476.2	0.25	0.2379	0.2459
5	5	*	1	1	1	2	2	27	50	2000	1E+05	25000	4	50.00			2000	1903.5	746.08	0.25	0.2379	0.2459
6	6	*	1	1	1	2	3	27	50	2000	1E+05	50000	2	50.00			2000	1903.5	770.62	0.25	0.2379	0.2459
7	7	*	1	1	1	3	1	27	50	2000	2E+05	2000	100	100.00			2000	1949.9	538.91	0.25	0.2437	0.2479
8	8	*	1	1	1	3	2	27	50	2000	2E+05	50000	4	100.00			2000	1949.9	770.66	0.25	0.2437	0.2479
9	9	*	1	1	1	3	3	27	50	2000	2E+05	100000	2	100.00			2000	1949.9	784.6	0.25	0.2437	0.2479
10	10	*	1	1	2	1	1	27	50	50000	2000	20	100	0.04			50000	6065.9	8475.1	0.25	0.0303	0.1238
11	11	*	1	1	2	1	2	27	50	50000	2000	500	4	0.04			50000	6071.1	8604.3	0.25	0.0304	0.1238
12	12	*	1	1	2	1	3	27	50	50000	2000	1000	2	0.04			50000	6076.2	8731.8	0.25	0.0304	0.1238
13	13	*	1	1	2	2	1	27	50	50000	1E+05	1000	100	2.00			50000	25534	8832.1	0.25	0.1277	0.1998
14	14	*	1	1	2	2	2	27	50	50000	1E+05	25000	4	2.00			#	#	#	#	#	#
15	15	*	1	1	2	2	3	27	50	50000	1E+05	50000	2	2.00			50000	25634	13399	0.25	0.1282	0.2001
16	16	*	1	1	2	3	1	27	50	50000	2E+05	2000	100	4.00			50000	32524	9051.5	0.25	0.1626	0.2166
17	17	*	1	1	2	3	2	27	50	50000	2E+05	50000	4	4.00			50000	32579	13411	0.25	0.1629	0.2167
18	18	*	1	1	2	3	3	27	50	50000	2E+05	100000	2	4.00			50000	32606	15150	0.25	0.163	0.2168
19	19	*	1	1	3	1	1	27	50	1E+05	2000	20	100	0.02			#	#	#	#	#	#
20	20	*	1	1	3	1	2	27	50	1E+05	2000	500	4	0.02			#	#	#	#	#	#
21	21	*	1	1	3	1	3	27	50	1E+05	2000	1000	2	0.02			#	#	#	#	#	#
22	1	50	1	1	3	2	1	27	50	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*		1E+05	38142	16935	0.25	0.0954	0.1813
23	2	50	1	1	3	2	2	27	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*		1E+05	38252	21223	0.25	0.0956	0.1815
24	3	50	1	1	3	2	3	27	50	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*		1E+05	38328	23656	0.25	0.0958	0.1816
25	13	2	1	1	3	3	1	27	50	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*		1E+05	51069	17664	0.25	0.1277	0.1998
26	14	2	1	1	3	3	2	27	50	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*		#	#	#	#	#	#
27	15	2	1	1	3	3	3	27	50	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*		1E+05	51267	26798	0.25	0.1282	0.2001
28	28	*	1	2	1	1	1	27	150	2000	2000	20	100	1.00			2000	533	126	0.25	0.0666	0.1609
29	29	*	1	2	1	1	2	27	150	2000	2000	500	4	1.00			2000	536	242	0.25	0.067	0.1612
30	30	*	1	2	1	1	3	27	150	2000	2000	1000	2	1.00			2000	538	317	0.25	0.0673	0.1614
31	31	*	1	2	1	2	1	27	150	2000	1E+05	1000	100	50.00			2000	1878	322	0.25	0.2348	0.2448
32	32	*	1	2	1	2	2	27	150	2000	1E+05	25000	4	50.00			2000	1878	727	0.25	0.2348	0.2448
33	33	*	1	2	1	2	3	27	150	2000	1E+05	50000	2	50.00			2000	1878	761	0.25	0.2348	0.2448
34	34	*	1	2	1	3	1	27	150	2000	2E+05	2000	100	100.00			2000	1937	418	0.25	0.2421	0.2473
35	35	*	1	2	1	3	2	27	150	2000	2E+05	50000	4	100.00			2000	1937	761	0.25	0.2421	0.2473
36	36	*	1	2	1	3	3	27	150	2000	2E+05	100000	2	100.00			2000	1937	780	0.25	0.2421	0.2473
37	37	*	1	2	2	1	1	27	150	50000	2000	20	100	0.04			50000	1480	#	0.25	0.0074	0.0773
38	38	*	1	2	2	1	2	27	150	50000	2000	500	4	0.04			50000	1485	2789	0.25	0.0074	0.0774
39	39	*	1	2	2	1	3	27	150	50000	2000	1000	2	0.04			50000	1489	2977	0.25	0.0074	0.0775
40	40	*	1	2	2	2	1	27	150	50000	1E+05	1000	100	2.00			50000	20283	3386	0.25	0.1014	0.1851
41	41	*	1	2	2	2	2	27	150	50000	1E+05	25000	4	2.00			50000	20376	7967	0.25	0.1019	0.1853
42	42	*	1	2	2	2	3	27	150	50000	1E+05	50000	2	2.00			50000	20417	10384	0.25	0.1021	0.1855
43	43	*	1	2	2	3	1	27	150	50000	2E+05	2000	100	4.00			50000	28330	3760	0.25	0.1417	0.2069
44	44	*	1	2	2	3	2	27	150	50000	2E+05	50000	4	4.00			50000	28408	10411	0.25	0.142	0.2071
45	45	*	1	2	2	3	3	27	150	50000	2E+05	100000	2	4.00			50000	28436	13075	0.25	0.1422	0.2071
46	46	*	1	2	3	1	1	27	150	1E+05	2000	20	100	0.02			1E+05	2042	5023	0.25	0.0051	0.0683
47	47	*	1	2	3	1	2	27	150	1E+05	2000	500	4	0.02			1E+05	2046	5231	0.25	0.0051	0.0684
48	48	*	1	2	3	1	3	27	150	1E+05	2000	1000	2	0.02			1E+05	2051	5435	0.25	0.0051	0.0684
49	28	50	1	2	3	2	1	27	150	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*		1E+05	26650	6300	0.25	0.0666	0.1609
50	29	50	1	2	3	2	2	27	150	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*		1E+05	26800	12100	0.25	0.067	0.1612
51	30	50	1	2	3	2	3	27	150	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*		1E+05	26900	15850	0.25	0.0673	0.1614
52	40	2	1	2	3	3	1	27	150	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*		1E+05	40566	6772	0.25	0.1014	0.1851
53	41	2	1	2	3	3	2	27	150	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*		1E+05	40752	15934	0.25	0.1019	0.1853
54	42	2	1	2	3	3	3	27	150	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*		1E+05	40834	20768	0.25	0.1021	0.1855
55	55	*	1	3	1	1	1	27	520	2000	2000	20	100	1.00			2000	461	14	0.25	0.0576	0.1533
56	56	*	1	3	1	1	2	27	520	2000	2000	500	4	1.00			2000	462	142	0.25	0.0578	0.1534
57	57	*	1	3	1	1	3	27	520	2000	2000	1000	2	1.00			2000	463	231	0.25	0.0579	0.1535
58	58	*	1	3	1	2	1	27	520	2000	1E+05	1000	100	50.00			2000	1871	232	0.25	0.2339	0.2445
59	59	*	1	3	1	2	2	27	520	2000	1E+05	25000	4	50.00			2000	1871	721	0.25	0.2339	0.2445
60	60	*	1	3	1	2	3	27	520	2000	1E+05	50000	2	50.00			2000	1871	758	0.25	0.2339	0.2445
61	61	*	1	3	1	3	1	27	520	2000	2E+05	2000	100	100.00			2000	1933	350	0.25	0.2416	0.2472
62	62	*	1	3	1	3	2	27	520	2000	2E+05	50000	4	100.00			2000	1933	758	0.25	0.2416	0.2472
63	63	*	1	3	1	3	3	27	520	2000	2E+05	100000	2	100.00			2000	1933	778	0.25	0.2416	0.2472
64	64	*	1	3	2	1	1	27	520	50000	2000	20	100	0.04			50000	654	73	0.25	0.0033	0.0589
65	65	*	1	3	2	1	2	27	520	50000	2000	500	4	0.04			50000	657	340	0.25	0.0033	0.059
66	66	*	1	3	2	1	3	27	520	50000	2000	1000	2	0.04			50000	658	541	0.25	0.0033	0.059
67	67																					

FAMILLE: Tableau de classification numérique														R E S U L T A T (2/3)								
Numéro des cas		Numéro des paramètres			valeur des paramètres						Modèle exact					Mod.						
		Géo.		Méca.	Géo.		Méca.									ellips.						
Ancien	Nouveau	$\alpha^*$	$d_1$	$d_2$	$E$	$K_0$	$K_1/K_0$	$d_3$ (cm)	$k_1$ (cm)	$E$ (MPa)	$K_0$ (MPa/m)	$K_1$ (MPa/m)	$K_2/K_1$	$K_3/E$ (1/m)	Cas défaut	$E_1 = E_3$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$V_{21}, V_{12}$	$V_{13}, V_{31}$	$V_{23}, V_{32}$	$v_c$
82	82	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	20	100	1.00	2000	1290	566.79	0.25	0.1613	0.216		
83	83	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	500	4	1.00	2000	1291.7	613.43	0.25	0.1615	0.2161		
84	84	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	1000	2	1.00	2000	1292.9	642.03	0.25	0.1616	0.2162		
85	85	*	2	1	1	2	1	55	50	2000	1E+05	1000	100	50.00	2000	1960.4	643.36	0.25	0.2451	0.2483		
86	86	*	2	1	1	2	2	55	50	2000	1E+05	25000	4	50.00	2000	1960.5	777.45	0.25	0.2451	0.2483		
87	87	*	2	1	1	2	3	55	50	2000	1E+05	50000	2	50.00	2000	1960.5	787.91	0.25	0.2451	0.2483		
88	88	*	2	1	1	3	1	55	50	2000	2E+05	2000	100	100.00	2000	1979.8	678.14	0.25	0.2475	0.2492		
89	89	*	2	1	1	3	2	55	50	2000	2E+05	50000	4	100.00	2000	1979.8	787.91	0.25	0.2475	0.2492		
90	90	*	2	1	1	3	3	55	50	2000	2E+05	100000	2	100.00	2000	1979.8	793.72	0.25	0.2475	0.2492		
91	91	*	2	1	2	1	1	55	50	50000	2000	20	100	0.04	50000	18603	13890	0.25	0.093	0.1798		
92	92	*	2	1	2	1	2	55	50	50000	2000	500	4	0.04	50000	18608	13945	0.25	0.093	0.1798		
93	93	*	2	1	2	1	3	55	50	50000	2000	1000	2	0.04	50000	18613	14001	0.25	0.0931	0.1798		
94	94	*	2	1	2	2	1	55	50	50000	1E+05	1000	100	2.00	50000	37116	14223	0.25	0.1856	0.2264		
95	95	*	2	1	2	2	2	55	50	50000	1E+05	25000	4	2.00	#	#	#	#	#	#	#	
96	96	*	2	1	2	2	3	55	50	50000	1E+05	50000	2	2.00	50000	37178	16935	0.25	0.1859	0.2265		
97	97	*	2	1	2	3	1	55	50	50000	2E+05	2000	100	4.00	50000	41537	14341	0.25	0.2077	0.235		
98	98	*	2	1	2	3	2	55	50	50000	2E+05	50000	4	4.00	50000	41564	16944	0.25	0.2078	0.2351		
99	99	*	2	1	2	3	3	55	50	50000	2E+05	100000	2	4.00	50000	41576	17832	0.25	0.2079	0.2351		
100	100	*	2	1	3	1	1	55	50	1E+05	2000	20	100	0.02	#	#	#	#	#	#	#	
101	101	*	2	1	3	1	2	55	50	1E+05	2000	500	4	0.02	#	#	#	#	#	#	#	
102	102	*	2	1	3	1	3	55	50	1E+05	2000	1000	2	0.02	#	#	#	#	#	#	#	
103	82	50	2	1	3	2	1	55	50	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*	1E+05	64498	28340	0.25	0.1612	0.216	
104	83	50	2	1	3	2	2	55	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*	1E+05	64585	30671	0.25	0.1615	0.2161	
105	84	50	2	1	3	2	3	55	50	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*	1E+05	64646	32102	0.25	0.1616	0.2162	
106	94	2	2	1	3	3	1	55	50	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*	1E+05	74232	28445	0.25	0.1856	0.2264	
107	95	2	2	1	3	3	2	55	50	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*	#	#	#	#	#	#	
108	96	2	2	1	3	3	3	55	50	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*	1E+05	74355	33869	0.25	0.1859	0.2265	
109	109	*	2	2	1	1	1	55	150	2000	2000	20	100	1.00	2000	989	337	0.25	0.1236	0.1977		
110	110	*	2	2	1	1	2	55	150	2000	2000	500	4	1.00	2000	993	449	0.25	0.1241	0.198		
111	111	*	2	2	1	1	3	55	150	2000	2000	1000	2	1.00	2000	994	514	0.25	0.1243	0.198		
112	112	*	2	2	1	2	1	55	150	2000	1E+05	1000	100	50.00	2000	1946	518	0.25	0.2433	0.2477		
113	113	*	2	2	1	2	2	55	150	2000	1E+05	25000	4	50.00	2000	1946	768	0.25	0.2433	0.2477		
114	114	*	2	2	1	2	3	55	150	2000	1E+05	50000	2	50.00	2000	1946	783	0.25	0.2433	0.2477		
115	115	*	2	2	1	3	1	55	150	2000	2E+05	2000	100	100.00	2000	1973	591	0.25	0.2466	0.2489		
116	116	*	2	2	1	3	2	55	150	2000	2E+05	50000	4	100.00	2000	1973	783	0.25	0.2466	0.2489		
117	117	*	2	2	1	3	3	55	150	2000	2E+05	100000	2	100.00	2000	1973	791	0.25	0.2466	0.2489		
118	118	*	2	2	2	1	1	55	150	50000	2000	20	100	0.04	50000	6842	7854	0.25	0.0342	0.1288		
119	119	*	2	2	2	1	2	55	150	50000	2000	500	4	0.04	50000	6853	8045	0.25	0.0343	0.1289		
120	120	*	2	2	2	1	3	55	150	50000	2000	1000	2	0.04	50000	6864	8232	0.25	0.0343	0.129		
121	121	*	2	2	2	2	1	55	150	50000	1E+05	1000	100	2.00	50000	31717	8658	0.25	0.1586	0.2148		
122	122	*	2	2	2	2	2	55	150	50000	1E+05	25000	4	2.00	50000	31787	12887	0.25	0.1589	0.215		
123	123	*	2	2	2	2	3	55	150	50000	1E+05	50000	2	2.00	50000	31819	14724	0.25	0.1591	0.215		
124	124	*	2	2	2	3	1	55	150	50000	2E+05	2000	100	4.00	50000	38105	9029	0.25	0.1905	0.2284		
125	125	*	2	2	2	3	2	55	150	50000	2E+05	50000	4	4.00	50000	38150	14740	0.25	0.1908	0.2284		
126	126	*	2	2	2	3	3	55	150	50000	2E+05	100000	2	4.00	50000	38167	16480	0.25	0.1908	0.2285		
127	127	*	2	2	3	1	1	55	150	1E+05	2000	20	100	0.02	1E+05	11534	15612	0.25	0.0288	0.1217		
128	128	*	2	2	3	1	2	55	150	1E+05	2000	500	4	0.02	1E+05	11546	15809	0.25	0.0289	0.1217		
129	129	*	2	2	3	1	3	55	150	1E+05	2000	1000	2	0.02	1E+05	11558	16007	0.25	0.0289	0.1218		
130	109	50	2	2	3	2	1	55	150	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*	1E+05	49450	16850	0.25	0.1236	0.1977	
131	110	50	2	2	3	2	2	55	150	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*	1E+05	49650	22450	0.25	0.1241	0.198	
132	111	50	2	2	3	2	3	55	150	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*	1E+05	49700	25700	0.25	0.1243	0.198	
133	121	2	2	2	3	3	1	55	150	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*	1E+05	63434	17316	0.25	0.1586	0.2148	
134	122	2	2	2	3	3	2	55	150	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*	1E+05	63574	25774	0.25	0.1589	0.215	
135	123	2	2	2	3	3	3	55	150	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*	1E+05	63638	29448	0.25	0.1591	0.215	
136	136	*	2	3	1	1	1	55	520	2000	2000	20	100	1.00	2000	790	52	0.25	0.0988	0.1834		
137	137	*	2	3	1	1	2	55	520	2000	2000	500	4	1.00	2000	793	256	0.25	0.0991	0.1837		
138	138	*	2	3	1	1	3	55	520	2000	2000	1000	2	1.00	2000	795	367	0.25	0.0994	0.1838		
139	139	*	2	3	1	2	1	55	520	2000	1E+05	1000	100	50.00	2000	1937	375	0.25	0.2421	0.2473		
140	140	*	2	3	1	2	2	55	520	2000	1E+05	25000	4	50.00	2000	1937	759	0.25	0.2421	0.2473		
141	141	*	2	3	1	2	3	55	520	2000	1E+05	50000	2	50.00	2000	1937	779	0.25	0.2421	0.2473		
142	142	*	2	3	1	3	1	55	520	2000	2E+05	2000	100	100.00	2000	1968	498	0.25	0.246	0.2487		
143	143	*	2	3	1	3	2	55	520	2000	2E+05	50000	4	100.00	2000	1968	779	0.25	0.246	0.2487		
144	144	*	2	3	1	3	3	55	520	2000	2E+05	100000	2	100.00	2000	1968	789	0.25	0.246	0.2487		
145	145	*	2	3	2	1	1	55	520	50000	2000	20	100	0.04	50000	1652	786	0.25	0.0083	0.0802		
146	146	*	2	3	2	1	2	55	520	50000	2000	500	4	0.04	50000	1662	1186	0.25	0.0083	0.0804		
147	147	*	2	3	2	1	3	55	520	50000	2000	1000	2	0.04	50000	1669	1524	0.25	0.0083	0.0805		
148	148	*	2	3	2	2	1	55	520	50000	1E+05	1000	100	2.00								

FAMILLE : Tableau de classification numérique															R E S U L T A T (3/3)						
Numéro des cas		Numéro des paramètres			valeur des paramètres							Modèle exact					Mod.				
		Géo.		Méca.	Géo.		Méca.										ellips.				
Ancien	Nouveau	$\alpha^*$	$d_2$	$d_1$	$E$	$K_n$	$K_t/K_c$	$d_2$ (cm)	$d_1$ (cm)	$E$ (MPa)	$K_n$ (MPa/m)	$K_t$ (MPa/m)	$K_t/K_c$	$K_n/E$ (1/m)	Cas défaut	$E_3 = E_3$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$G_{12}$ (MPa)	$V_{12}, V_{13}, V_{21}, V_{22}$	$V_{21}, V_{23}$	$v_c$
163	163	*	3	1	1	1	1	100	50	2000	2000	20	100	1.00		2000	1745	705	0.25	0.2181	0.2389
164	164	*	3	1	1	1	1	100	50	2000	2000	500	4	1.00		2000	1746	728	0.25	0.2183	0.2389
165	165	*	3	1	1	1	3	100	50	2000	2000	1000	2	1.00		2000	1746	741	0.25	0.2183	0.2389
166	166	*	3	1	1	2	1	100	50	2000	1E+05	1000	100	50.00		2000	1988	747	0.25	0.2485	0.2495
167	167	*	3	1	1	2	2	100	50	2000	1E+05	25000	4	50.00		2000	1988	793	0.25	0.2485	0.2495
168	168	*	3	1	1	2	3	100	50	2000	1E+05	50000	2	50.00		2000	1988	796	0.25	0.2485	0.2495
169	169	*	3	1	1	3	1	100	50	2000	2E+05	2000	100	100.00		2000	1994	759	0.25	0.2493	0.2497
170	170	*	3	1	1	3	2	100	50	2000	2E+05	50000	4	100.00		2000	1994	796	0.25	0.2493	0.2497
171	171	*	3	1	1	3	3	100	50	2000	2E+05	100000	2	100.00		2000	1994	798	0.25	0.2493	0.2497
172	172	*	3	1	2	1	1	100	50	50000	2000	20	100	0.04		50000	36011	17248	0.25	0.1801	0.2241
173	173	*	3	1	2	1	2	100	50	50000	2000	500	4	0.04		50000	36012	17284	0.25	0.1801	0.2241
174	174	*	3	1	2	1	3	100	50	50000	2000	1000	2	0.04		50000	36014	17321	0.25	0.1801	0.2241
175	175	*	3	1	2	2	1	100	50	50000	1E+05	1000	100	2.00		50000	45569	17740	0.25	0.2278	0.2424
176	176	*	3	1	2	2	2	100	50	50000	1E+05	25000	4	2.00		#	#	#	#	#	#
177	177	*	3	1	2	2	3	100	50	50000	1E+05	50000	2	2.00		50000	45589	18916	0.25	0.2279	0.2424
178	178	*	3	1	2	3	1	100	50	50000	2E+05	2000	100	4.00		50000	47190	17865	0.25	0.236	0.2452
179	179	*	3	1	2	3	2	100	50	50000	2E+05	50000	4	4.00		50000	47199	18942	0.25	0.236	0.2452
180	180	*	3	1	2	3	3	100	50	50000	2E+05	100000	2	4.00		50000	47203	19264	0.25	0.236	0.2452
181	181	*	3	1	3	1	1	100	50	1E+05	2000	20	100	0.02		#	#	#	#	#	#
182	182	*	3	1	3	1	2	100	50	1E+05	2000	500	4	0.02		#	#	#	#	#	#
183	183	*	3	1	3	1	3	100	50	1E+05	2000	1000	2	0.02		#	#	#	#	#	#
184	163	50	3	1	3	2	1	100	50	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*	1E+05	87250	35250	0.25	0.2181	0.2389
185	164	50	3	1	3	2	2	100	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*	1E+05	87300	36400	0.25	0.2183	0.2389
186	165	50	3	1	3	2	3	100	50	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*	1E+05	87300	37050	0.25	0.2183	0.2389
187	175	2	3	1	2	3	1	100	50	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*	1E+05	91138	35480	0.25	0.2278	0.2424
188	176	2	3	1	3	3	2	100	50	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*	#	#	#	#	#	#
189	177	2	3	1	3	3	3	100	50	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*	1E+05	91178	37832	0.25	0.2279	0.2424
190	190	*	3	2	1	1	1	100	150	2000	2000	20	100	1.00		2000	1403	558	0.25	0.1754	0.2221
191	191	*	3	2	1	1	2	100	150	2000	2000	500	4	1.00		2000	1405	621	0.25	0.1756	0.2222
192	192	*	3	2	1	1	3	100	150	2000	2000	1000	2	1.00		2000	1406	657	0.25	0.1758	0.2223
193	193	*	3	2	1	2	1	100	150	2000	1E+05	1000	100	50.00		2000	1977	657	0.25	0.2471	0.249
194	194	*	3	2	1	2	2	100	150	2000	1E+05	25000	4	50.00		2000	1977	785	0.25	0.2471	0.249
195	195	*	3	2	1	2	3	100	150	2000	1E+05	50000	2	50.00		2000	1977	792	0.25	0.2471	0.249
196	196	*	3	2	1	3	1	100	150	2000	2E+05	2000	100	100.00		2000	1988	697	0.25	0.2485	0.2495
197	197	*	3	2	1	3	2	100	150	2000	2E+05	50000	4	100.00		2000	1988	792	0.25	0.2485	0.2495
198	198	*	3	2	1	3	3	100	150	2000	2E+05	100000	2	100.00		2000	1988	796	0.25	0.2485	0.2495
199	199	*	3	2	2	1	1	100	150	50000	2000	20	100	0.04		50000	17110	15071	0.25	0.0856	0.1749
200	200	*	3	2	2	1	2	100	150	50000	2000	500	4	0.04		50000	17131	15053	0.25	0.0857	0.1749
201	201	*	3	2	2	1	3	100	150	50000	2000	1000	2	0.04		50000	17150	15055	0.25	0.0858	0.175
202	202	*	3	2	2	2	1	100	150	50000	1E+05	1000	100	2.00		50000	40130	14006	0.25	0.2007	0.2323
203	203	*	3	2	2	2	2	100	150	50000	1E+05	25000	4	2.00		50000	40161	16413	0.25	0.2008	0.2324
204	204	*	3	2	2	2	3	100	150	50000	1E+05	50000	2	2.00		50000	40174	17415	0.25	0.2009	0.2324
205	205	*	3	2	2	3	1	100	150	50000	2E+05	2000	100	4.00		50000	44077	14178	0.25	0.2204	0.2397
206	206	*	3	2	2	3	2	100	150	50000	2E+05	50000	4	4.00		50000	44093	17416	0.25	0.2205	0.2397
207	207	*	3	2	2	3	3	100	150	50000	2E+05	100000	2	4.00		50000	44098	18325	0.25	0.2205	0.2397
208	208	*	3	2	3	1	1	100	150	1E+05	2000	20	100	0.02		1E+05	31021	31042	0.25	0.0776	0.1692
209	209	*	3	2	3	1	2	100	150	1E+05	2000	500	4	0.02		1E+05	31050	30955	0.25	0.0776	0.1693
210	210	*	3	2	3	1	3	100	150	1E+05	2000	1000	2	0.02		1E+05	31078	30888	0.25	0.0777	0.1693
211	190	50	3	2	3	2	1	100	150	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	*	1E+05	70150	27900	0.25	0.1754	0.2221
212	191	50	3	2	3	2	2	100	150	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	*	1E+05	70250	31050	0.25	0.1756	0.2222
213	192	50	3	2	3	2	3	100	150	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	*	1E+05	70300	32850	0.25	0.1758	0.2223
214	202	2	3	2	3	3	1	100	150	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	*	1E+05	80260	28012	0.25	0.2007	0.2323
215	203	2	3	2	3	3	2	100	150	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	*	1E+05	80322	32826	0.25	0.2008	0.2324
216	204	2	3	2	3	3	3	100	150	1E+05	2E+05	100000	2	2.00	*	1E+05	80348	34830	0.25	0.2009	0.2324
217	217	*	3	3	1	1	1	100	520	2000	2000	20	100	1.00		2000	1096	119	0.25	0.137	0.2046
218	218	*	3	3	1	1	2	100	520	2000	2000	500	4	1.00		2000	1101	376	0.25	0.1376	0.2049
219	219	*	3	3	1	1	3	100	520	2000	2000	1000	2	1.00		2000	1102	488	0.25	0.1378	0.205
220	220	*	3	3	1	2	1	100	520	2000	1E+05	1000	100	50.00		2000	1965	496	0.25	0.2456	0.2485
221	221	*	3	3	1	2	2	100	520	2000	1E+05	25000	4	50.00		2000	1965	777	0.25	0.2456	0.2485
222	222	*	3	3	1	2	3	100	520	2000	1E+05	50000	2	50.00		2000	1965	788	0.25	0.2456	0.2485
223	223	*	3	3	1	3	1	100	520	2000	2E+05	2000	100	100.00		2000	1982	600	0.25	0.2478	0.2492
224	224	*	3	3	1	3	2	100	520	2000	2E+05	50000	4	100.00		2000	1982	788	0.25	0.2478	0.2492
225	225	*	3	3	1	3	3	100	520	2000	2E+05	100000	2	100.00		2000	1982	794	0.25	0.2478	0.2492
226	226	*	3	3	2	1	1	100	520	50000	2000	20	100	0.04		50000	3603	1932	0.25	0.018	0.104
227	227	*	3	3	2	1	2	100	520	50000	2000	500	4	0.04		50000	3634	2509	0.25	0.0182	0.1043
228	228	*	3	3	2	1	3	100	520	50000	2000	1000	2	0.04		50000	3658	2994	0.25	0.0183	0.1046
229	229	*	3	3	2	2	1	100	520	50000	1E+05	1000	100	2.00							

2 FAMILLES : Tableau de classification numérique														R E S U L T A T (I/3)													
Numéro des cas		Numéro des paramètres				valeur des paramètres						Modèle exact										Modèles ellipsoïdaux					
		Géo.		Méca.		Géo.		Méca.				Modèle exact										Modèles ellipsoïdaux					
Ancien	Nouveau	$\alpha^*$	$d_1$	$d_2$	$E$	$K_v/K_h$	$d_1$ (cm)	$d_2$ (cm)	$E$ (MPa)	$K_v$ (MPa/m)	$K_h$ (MPa/m)	$K_v/K_h$	$K_p$ (E/m)	Cas déduit										$C_{22}$ (MPa)	$C_{11}$ (MPa)	$C_{33}$ (MPa)	$\eta$
														$E_1$ (Mpa)	$E_2$ (Mpa)	$E_3$ (Mpa)	$G_{12}$ (Mpa)	$\nu_{11}, \nu_{22}$	$\nu_{12}, \nu_{21}$	$\nu_{33}$							
1	1	*	1	1	1	1	27	50	2000	2000	20	100	1.00	423	540.8	2000	5.03	0.25	0.053	0.068	0.096	416	303	2058	0.150		
2	2	*	1	1	1	1	27	50	2000	2000	500	4	1.00	421.1	873.5	2000	82.28	0.25	0.053	0.072	0.098	486	335	2058	0.123		
3	3	*	1	1	1	1	3	27	50	2000	2000	1000	2	1.00	421.1	888.3	2000	140.7	0.25	0.053	0.074	0.099	531	363	2058	0.109	
4	4	*	1	1	1	1	2	27	50	2000	1E+05	1000	100	50.00	1861	1882	2000	165.4	0.25	0.233	0.235	0.239	1519	1497	2209	0.182	
5	5	*	1	1	1	1	2	27	50	2000	1E+05	25000	4	50.00	1860	1883	2000	659.3	0.25	0.233	0.235	0.239	1786	1760	2209	0.109	
6	6	*	1	1	1	1	2	27	50	2000	1E+05	50000	2	50.00	1860	1884	2000	720.7	0.25	0.233	0.236	0.239	1818	1792	2209	0.101	
7	7	*	1	1	1	1	3	27	50	2000	2E+05	2000	100	100.00	1928	1938	2000	259.6	0.25	0.241	0.242	0.244	1615	1604	2215	0.167	
8	8	*	1	1	1	1	3	27	50	2000	2E+05	50000	4	100.00	1928	1939	2000	721.1	0.25	0.241	0.242	0.244	1862	1849	2215	0.102	
9	9	*	1	1	1	1	3	27	50	2000	2E+05	1E+05	2	100.00	1928	1939	2000	757.7	0.25	0.241	0.242	0.244	1881	1868	2215	0.097	
10	10	*	1	1	1	1	1	27	50	50000	2000	20	100	0.04	530.8	806.1	50000	5.11	0.25	0.003	0.004	0.014	629	372	50083	0.034	
11	11	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	2000	500	4	0.04	527.8	907.9	50000	94.72	0.25	0.003	0.005	0.014	759	398	50083	0.030	
12	12	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	2000	1000	2	0.04	527.7	969.7	50000	175.5	0.25	0.003	0.005	0.015	859	430	50086	0.029	
13	13	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	1E+05	1000	100	2.00	17457	20904	50000	247.9	0.25	0.087	0.105	0.132	16035	12674	52277	0.179	
14	14	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	1E+05	25000	4	2.00	17393	21703	50000	3657	0.25	0.087	0.109	0.133	18594	14248	52261	0.142	
15	15	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	1E+05	50000	2	2.00	17392	22026	50000	5889	0.25	0.087	0.110	0.134	20096	15339	52275	0.123	
16	16	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	2E+05	2000	100	4.00	25879	29094	50000	483	0.25	0.129	0.145	0.168	22313	19099	53201	0.197	
17	17	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	2E+05	50000	4	4.00	25809	29683	50000	6039	0.25	0.129	0.148	0.169	25894	21874	53185	0.148	
18	18	*	1	1	1	1	2	27	50	50000	2E+05	1E+05	2	4.00	25807	29899	50000	8951	0.25	0.129	0.149	0.169	27652	23339	53194	0.127	
19	19	*	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	2000	20	100	0.02	533.6	819.6	1E+05	5.112	0.25	0.001	0.002	0.009	639	373	100084	0.024	
20	20	*	1	1	1	1	2	27	50	1E+05	2000	500	4	0.02	530.6	927.4	1E+05	95.1	0.25	0.001	0.002	0.009	776	398	100085	0.021	
21	21	*	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	2000	1000	2	0.02	530.5	994	1E+05	176.5	0.25	0.001	0.002	0.009	880	431	100087	0.020	
22	1	50	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	21150	27041	1E+05	251.5	0.25	0.053	0.068	0.096	20803	15170	102908	0.150	
23	2	50	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	21056	28673	1E+05	4114	0.25	0.053	0.072	0.098	24278	16768	102888	0.123	
24	3	50	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	21054	29414	1E+05	7036	0.25	0.053	0.074	0.099	26540	18142	102919	0.109	
25	13	2	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	2E+05	2000	100	2.00	34915	41807	1E+05	495.8	0.25	0.087	0.105	0.132	32069	25348	104554	0.179	
26	14	2	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	2E+05	50000	4	2.00	34787	43407	1E+05	7313	0.25	0.087	0.109	0.133	37188	28495	104523	0.142	
27	15	2	1	1	1	1	3	27	50	1E+05	2E+05	1E+05	2	2.00	34784	44053	1E+05	11778	0.25	0.087	0.110	0.134	40192	30677	104550	0.123	
28	28	*	1	2	1	1	1	27	150	2000	2000	20	100	1.00	869.6	494.9	2000	12.16	0.25	0.109	0.062	0.119	704	340	2082	0.177	
29	29	*	1	2	1	1	1	27	150	2000	2000	500	4	1.00	869.6	494.9	2000	128.5	0.25	0.109	0.062	0.119	772	397	2082	0.150	
30	30	*	1	2	1	1	3	27	150	2000	2000	1000	2	1.00	869.6	499.5	2000	203.9	0.25	0.109	0.062	0.119	813	437	2083	0.134	
31	31	*	1	2	1	1	2	27	150	2000	1E+05	1000	100	50.00	1949	1871	2000	222.2	0.25	0.244	0.234	0.242	1613	1527	2213	0.173	
32	32	*	1	2	1	1	2	27	150	2000	1E+05	25000	4	50.00	1949	1871	2000	697.7	0.25	0.244	0.234	0.242	1869	1780	2213	0.105	
33	33	*	1	2	1	1	2	27	150	2000	1E+05	50000	2	50.00	1949	1871	2000	744.4	0.25	0.244	0.234	0.242	1893	1804	2213	0.099	
34	34	*	1	2	1	1	3	27	150	2000	2E+05	2000	100	100.00	1974	1933	2000	323.8	0.25	0.247	0.242	0.246	1684	1638	2218	0.157	
35	35	*	1	2	1	1	3	27	150	2000	2E+05	50000	4	100.00	1974	1933	2000	744.5	0.25	0.247	0.242	0.246	1908	1861	2218	0.099	
36	36	*	1	2	1	1	3	27	150	2000	2E+05	1E+05	2	100.00	1974	1933	2000	770.9	0.25	0.247	0.242	0.246	1921	1874	2218	0.096	
37	37	*	1	2	1	1	1	27	150	50000	2000	20	100	0.04	1493	770.6	50000	13.35	0.25	0.007	0.004	0.019	1199	525	50141	0.048	
38	38	*	1	2	1	1	2	27	150	50000	2000	500	4	0.04	1493	820.9	50000	185.3	0.25	0.007	0.004	0.020	1291	648	50144	0.045	
39	39	*	1	2	1	1	3	27	150	50000	2000	1000	2	0.04	1493	847.5	50000	332.1	0.25	0.007	0.004	0.020	1369	739	50146	0.042	
40	40	*	1	2	1	1	2	27	150	50000	1E+05	1000	100	2.00	30303	19130	50000	564.2	0.25	0.152	0.096	0.154	24487	13391	52930	0.197	
41	41	*	1	2	1	1	2	27	150	50000	1E+05	25000	4	2.00	30303	19410	50000	5210	0.25	0.152	0.097	0.154	27112	15945	52944	0.159	
42	42	*	1	2	1	1	3	27	150	50000	1E+05	50000	2	2.00	30303	19514	50000	7793	0.25	0.152	0.098	0.155	28525	17292	52949	0.139	
43	43	*	1	2	1	1	2	27	150	50000	2E+05	2000	100	4.00	37736	27382	50000	1003	0.25	0.189	0.137	0.186	30315	19771	53781	0.204	
44	44	*	1	2	1	1	3	27	150	50000	2E+05	50000	4	4.00	37736	27594	50000	7876	0.25	0.189	0.138	0.187	34173	23478	53791	0.153	
45	45	*	1	2	1	1	3	27	150	50000	2E+05	1E+05	2	4.00	37736	27667	50000	10913	0.25	0.189	0.138	0.187	35817	25055	53795	0.133	
46	46	*	1	2	1	1	2	27	150	1E+05	2000	20	100	0.02	1515	816.2	1E+05	13.39	0.25	0.004	0.002	0.012	1212	560	100146	0.034	
47	47	*	1	2	1	1	3	27	150	1E+05	2000	500	4	0.02	1515	876.2	1E+05	188.1	0.25	0.004	0.002	0.013	1303	693	100149	0.032	
48	48	*	1	2	1	1	3	27	150	1E+05	2000	1000	2	0.02	1515	909	1E+05	339.1	0.25	0.004	0.002	0.013	1382	792	100151	0.030	
49	28	50	1	2	1	1	2	27	150	1E+05	1E+05	1000	100	1.00	43478	24745	1E+05	607.8	0.25	0.109	0.062	0.119	35199	16997	104117	0.177	
50	29	50	1	2	1	1	3	27	150	1E+05	1E+05	25000	4	1.00	43478	24745	1E+05	6425	0.25	0.109	0.062	0.119	38581	19844	104117	0.150	
51	30	50	1	2	1	1	3	27	150	1E+05	1E+05	50000	2	1.00	43478	24973	1E+05	10195	0.25	0.109	0.062	0.119	40652	21832	104130</		

2 FAMILLES : Tableau de classification numérique												R E S U L T A T (2/3)															
Numéro des cas		Numéro des paramètres		valeur des paramètres								Modèle exact					Modèles ellipsoïdaux										
Ancien	Nouveau	α*	l <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	E	K <sub>av</sub>	K <sub>v</sub> /K <sub>t</sub>	λ <sub>1</sub> (cm)	λ <sub>2</sub> (cm)	E(MPa)	K <sub>1</sub> (MPa/m)	K <sub>2</sub> (MPa/m)	K <sub>3</sub> /K <sub>1</sub>	K <sub>4</sub> /E(1/m)	Cas déduit	E <sub>1</sub> (Mpa)	E <sub>2</sub> (Mpa)	E <sub>3</sub> (Mpa)	G <sub>12</sub> (Mpa)	ν <sub>11</sub> , ν <sub>22</sub>	ν <sub>12</sub> , ν <sub>21</sub>	ν <sub>31</sub> , ν <sub>32</sub>	ν <sub>33</sub>	C <sub>22</sub> (MPa)	C <sub>11</sub> (MPa)	C <sub>33</sub> (MPa)	η
82	82	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	20	100	1.00		418.7	809.7	2000	5.07	0.25	0.052	0.101	0.110	657	279	2074	0.151
83	83	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	500	4	1.00		413.9	868.6	2000	95.33	0.25	0.052	0.109	0.112	764	311	2075	0.124
84	84	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	2000	1000	2	1.00		413.8	892.5	2000	164.4	0.25	0.052	0.112	0.113	827	341	2076	0.110
85	85	*	2	1	1	1	1	55	50	2000	1E+05	1000	100	50.00		1860	1932	2000	180.6	0.25	0.233	0.242	0.241	1575	1497	2212	0.180
86	86	*	2	1	1	2	2	55	50	2000	1E+05	25000	4	50.00		1858	1933	2000	684.5	0.25	0.232	0.242	0.241	1848	1763	2212	0.106
87	87	*	2	1	1	2	3	55	50	2000	1E+05	50000	2	50.00		1858	1934	2000	736.4	0.25	0.232	0.242	0.241	1876	1789	2212	0.099
88	88	*	2	1	1	3	3	55	50	2000	2E+05	2000	100	100.00		1927	1965	2000	286.5	0.25	0.241	0.246	0.245	1655	1614	2217	0.163
89	89	*	2	1	1	3	2	55	50	2000	2E+05	50000	4	100.00		1926	1965	2000	736.7	0.25	0.241	0.246	0.245	1896	1851	2217	0.100
90	90	*	2	1	1	3	3	55	50	2000	2E+05	1E+05	2	100.00		1926	1966	2000	766.5	0.25	0.241	0.246	0.245	1912	1867	2217	0.096
91	91	*	2	1	2	1	1	55	50	50000	2000	20	100	0.04		524	1447	50000	5.125	0.25	0.003	0.007	0.017	1190	328	50119	0.033
92	92	*	2	1	2	1	2	55	50	50000	2000	500	4	0.04		516.6	1759	50000	110.4	0.25	0.003	0.009	0.018	1535	345	50131	0.029
93	93	*	2	1	2	1	3	55	50	50000	2000	1000	2	0.04		516.4	1948	50000	210.6	0.25	0.003	0.010	0.018	1771	378	50142	0.028
94	94	*	2	1	2	2	1	55	50	50000	1E+05	1000	100	2.00		17311	28414	50000	251	0.25	0.087	0.142	0.145	22845	11895	52710	0.182
95	95	*	2	1	2	2	2	55	50	50000	1E+05	25000	4	2.00		17148	29538	50000	4208	0.25	0.086	0.148	0.147	26185	13538	52702	0.142
96	96	*	2	1	2	2	3	55	50	50000	1E+05	50000	2	2.00		17145	29949	50000	6752	0.25	0.086	0.150	0.148	28015	14717	52723	0.123
97	97	*	2	1	2	3	1	55	50	50000	1E+05	2000	100	4.00		25718	35871	50000	492.9	0.25	0.129	0.179	0.179	28541	18289	53592	0.200
98	98	*	2	1	2	3	2	55	50	50000	2E+05	50000	4	4.00		25537	36519	50000	6859	0.25	0.128	0.183	0.180	32784	21258	53558	0.146
99	99	*	2	1	2	3	3	55	50	50000	2E+05	1E+05	2	4.00		34296	36741	50000	9996	0.25	0.128	0.184	0.180	34727	22783	53568	0.124
100	100	*	2	1	3	1	1	55	50	1E+05	2000	20	100	0.02		526.8	1480	1E+05	5.126	0.25	0.001	0.004	0.011	1217	328	100121	0.023
101	101	*	2	1	3	1	2	55	50	1E+05	2000	500	4	0.02		519.3	1816	1E+05	110.8	0.25	0.001	0.005	0.011	1585	345	100134	0.020
102	102	*	2	1	3	1	3	55	50	1E+05	2000	1000	2	0.02		519.1	2027	1E+05	212	0.25	0.001	0.005	0.012	1842	377	100146	0.020
103	82	50	2	1	3	2	1	55	50	1E+05	1E+05	1000	100	1.00		20935	40483	1E+05	253.5	0.25	0.052	0.101	0.110	32842	13945	103678	0.151
104	83	50	2	1	3	2	2	55	50	1E+05	1E+05	25000	4	1.00		20697	43428	1E+05	4766	0.25	0.052	0.109	0.112	38205	15542	103727	0.124
105	84	50	2	1	3	2	3	55	50	1E+05	1E+05	50000	2	1.00		20692	44623	1E+05	8222	0.25	0.052	0.112	0.113	41334	17042	103791	0.110
106	94	2	2	1	3	3	1	55	50	1E+05	2E+05	2000	100	2.00		34622	56829	1E+05	502.1	0.25	0.087	0.142	0.145	45689	23790	105421	0.182
107	95	2	2	1	3	3	2	55	50	1E+05	2E+05	50000	4	2.00		34296	59075	1E+05	8417	0.25	0.086	0.148	0.147	52369	27076	105404	0.142
108	96	2	2	1	3	3	3	55	50	1E+05	2E+05	1E+05	2	2.00		34289	59898	1E+05	13503	0.25	0.086	0.150	0.148	56029	29433	105446	0.123
109	109	*	2	2	1	1	1	55	150	2000	2000	20	100	1.00		890.7	838.6	2000	14.61	0.25	0.111	0.105	0.143	674	623	2102	0.187
110	110	*	2	2	1	1	2	55	150	2000	2000	500	4	1.00		888.9	867.5	2000	190.1	0.25	0.111	0.108	0.144	767	746	2106	0.156
111	111	*	2	2	1	1	3	55	150	2000	2000	1000	2	1.00		888.9	877.9	2000	290.5	0.25	0.111	0.110	0.145	819	807	2107	0.137
112	112	*	2	2	1	2	1	55	150	2000	1E+05	1000	100	50.00		1951	1937	2000	310.2	0.25	0.244	0.242	0.245	1654	1638	2217	0.160
113	113	*	2	2	1	2	2	55	150	2000	1E+05	25000	4	50.00		1951	1938	2000	736.8	0.25	0.244	0.242	0.245	1880	1865	2217	0.100
114	114	*	2	2	1	2	3	55	150	2000	1E+05	50000	2	50.00		1951	1938	2000	766.5	0.25	0.244	0.242	0.245	1896	1880	2217	0.096
115	115	*	2	2	1	3	1	55	150	2000	2E+05	2000	100	100.00		1975	1968	2000	427.4	0.25	0.247	0.246	0.248	1736	1727	2219	0.142
116	116	*	2	2	1	3	2	55	150	2000	2E+05	50000	4	100.00		1975	1968	2000	766.5	0.25	0.247	0.246	0.248	1914	1906	2219	0.096
117	117	*	2	2	1	3	3	55	150	2000	2E+05	1E+05	2	100.00		1975	1968	2000	782.7	0.25	0.247	0.246	0.248	1923	1915	2219	0.094
118	118	*	2	2	1	1	1	55	150	50000	2000	20	100	0.04		1556	1738	50000	15.29	0.25	0.008	0.009	0.026	1298	1129	50199	0.055
119	119	*	2	2	2	1	2	55	150	50000	2000	500	4	0.04		1551	2004	50000	276.6	0.25	0.008	0.010	0.027	1679	1246	50219	0.053
120	120	*	2	2	2	1	3	55	150	50000	2000	1000	2	0.04		1550	2138	50000	506.4	0.25	0.008	0.011	0.027	1917	1345	50225	0.050
121	121	*	2	2	2	1	1	55	150	50000	1E+05	1000	100	2.00		30814	29014	50000	701.7	0.25	0.154	0.145	0.177	23574	21759	53477	0.201
122	122	*	2	2	2	2	2	55	150	50000	1E+05	25000	4	2.00		30771	29506	50000	7397	0.25	0.154	0.148	0.178	27156	25835	53539	0.154
123	123	*	2	2	2	2	3	55	150	50000	1E+05	50000	2	2.00		30770	29670	50000	10378	0.25	0.154	0.148	0.179	28699	27533	53552	0.134
124	124	*	2	2	2	3	1	55	150	50000	2E+05	2000	100	4.00		38129	36345	50000	1307	0.25	0.191	0.182	0.205	29541	27694	54260	0.202
125	125	*	2	2	2	3	2	55	150	50000	2E+05	50000	4	4.00		38096	36602	50000	10469	0.25	0.190	0.183	0.206	34471	32864	54293	0.142
126	126	*	2	2	2	3	3	55	150	50000	2E+05	1E+05	2	4.00		38096	36684	50000	13427	0.25	0.190	0.183	0.206	36010	34475	54299	0.123
127	127	*	2	2	3	1	1	55	150	1E+05	2000	20	100	0.02		1581	1838	1E+05	15.31	0.25	0.004	0.005	0.017	1380	1141	100207	0.039
128	128	*	2	2	3	1	2	55	150	1E+05	2000	500	4	0.02		1575	2152	1E+05	280.2	0.25	0.004	0.005	0.017	1802	1252	100228	0.038
129	129	*	2	2	3	1	3	55	150	1E+05	2000	1000	2	0.02		1575	2318	1E+05	516.6	0.25	0.004	0.006	0.018	2071	1350	100236	0.036
130	109	50	2	2	3	2	1	55	150	1E+05	1E+05	1000	100	1.00													



## RÉSUMÉ

La modélisation des ouvrages de génie civil ou de génie minier dans les massifs rocheux fracturés nécessite la connaissance des propriétés mécaniques de ces derniers intégrant l'effet de l'existence des fractures. Au-delà d'une certaine densité de fractures et pour une échelle de fracturation suffisamment petite par rapport à la taille des ouvrages, il peut être avantageux d'établir un modèle de Milieu Homogène Equivalent (MHE) pour le massif.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité des méthodes d'homogénéisation numériques (Coste [1997], Pouya et Ghoreychi [2001], Min et Jing [2003]) qui permettent de déterminer, d'une manière rigoureuse, les propriétés mécaniques à grande échelle (élasticité, résistance) d'un massif fracturé. Dans ces méthodes, une configuration géométrique complexe de la fracturation peut être prise en compte et des propriétés élastoplastiques homogénéisées anisotropes peuvent être déterminées.

Le travail établi présente d'abord la méthodologie de calcul des propriétés élastoplastiques homogénéisées d'un massif rocheux par la méthode des éléments finis. Assimilées à des disques (Baecher et al. [1977]), les fractures sont générées dans l'espace suivant des lois statistiques bien définies. La représentation bidimensionnelle de la fracturation est obtenue en découpant les disques par un plan. Vient ensuite, la phase de maillage et de dédoublement des nœuds appartenant aux fractures. L'application d'un chargement simulant différents essais mécaniques de compression et de cisaillement, permet de déduire des lois homogénéisées à partir des contraintes et des déformations moyennes calculées à l'intérieur du Volume élémentaire Représentatif (VER) ou bien sur son contour. Les différents types de chargements numériques (en contrainte ou en déplacement) et les types les plus adaptés au cas d'un massif rocheux sont discutés.

Une attention particulière est portée à l'application de la théorie d'élasticité ellipsoïdale de Saint Venant (Saint Venant [1863-a, 1863-b], Pouya [2006]) au cas des massifs rocheux. Cette théorie présente plusieurs avantages. En particulier, en réduisant le nombre des paramètres élastiques d'un matériau anisotrope, elle permet de fixer pour les massifs que nous étudions, un modèle élastique tridimensionnel à partir d'un calcul plan.

La question de la taille du VER mécanique est rarement examinée dans la littérature. Outre la méthode de détermination de cette grandeur, une comparaison avec la taille du VER géométrique qui est plus facile à calculer, a été faite dans le présent travail. Une formule approchée pour la taille du VER est établie pour certains massifs non périodiques en fonction des paramètres géométriques des discontinuités.

L'apport fondamental de cette thèse consiste à établir une classification mécanique de certains types de massifs rocheux fondée sur la méthode d'homogénéisation numérique que nous avons proposée. Ensuite, une étude paramétrique a été réalisée pour déterminer la sensibilité des résultats aux paramètres géométriques et mécaniques de la matrice rocheuse et des discontinuités. Les paramètres mécaniques homogénéisés ainsi obtenus constituent des données très utiles pour la conception ou l'étude des ouvrages exécutés dans les massifs rocheux (tunnels, déblais, fondations au rochers). L'ajustement de quelques paramètres mécaniques fondamentaux (module d'Young, module de cisaillement) nous a conduit à une expression analytique généralisant la formulation d'Amadei et Goodman [1981] pour des cas où l'extension des fractures est finie.

L'élaboration de cette classification numérique a exigé le développement et la validation d'un outil d'homogénéisation numérique performant et facilement utilisable dans le cas d'autres types de milieux hétérogènes fissurés et anisotropes (roches, bétons, ...)

## Mots clés

Massifs rocheux, Classification, Homogénéisation numérique, VER, Eléments finis, Anisotropie, Elasticité ellipsoïdale.