



**HAL**  
open science

## Figures d'impact : tunnels, vases, spirales et bambous

Anne Le Goff

► **To cite this version:**

Anne Le Goff. Figures d'impact : tunnels, vases, spirales et bambous. Analyse de données, Statistiques et Probabilités [physics.data-an]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT : . tel-00489654

**HAL Id: tel-00489654**

**<https://pastel.hal.science/tel-00489654>**

Submitted on 6 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité  
Physique des liquides

Présentée par

Anne LE GOFF

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

---

**Figures d'impact : tunnels, vases, spirales et bambous**

---

Soutenue le 18 décembre 2009 devant le jury composé de :

M.	Lydéric Bocquet	Rapporteur
Mme	Françoise Brochard-Wyart	
M.	Henrik Bruus	
M.	Christophe Clanet	
Mme	Sylvie Cohen-Addad	Rapporteur
M.	Yves Couder	
M.	David Quéré	



---

## Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Amortissement dans une mousse tridimensionnelle</b>	<b>5</b>
1.1	Généralités sur les mousses liquides . . . . .	6
1.1.1	Géométrie . . . . .	6
1.1.2	Propriétés mécaniques . . . . .	8
1.1.3	Rhéologie . . . . .	9
1.1.4	Stabilité et vieillissement . . . . .	10
1.2	Mousse utilisée dans les expériences . . . . .	10
1.2.1	Composition . . . . .	11
1.2.2	Propriétés mécaniques . . . . .	12
1.2.3	Interaction avec des projectiles : statique . . . . .	12
1.3	Décélération dans une mousse . . . . .	15
1.3.1	Constuction de la courbe de décélération . . . . .	15
1.3.2	Résultats . . . . .	17
1.3.3	Les deux régimes de décélération . . . . .	20
1.4	Modélisation du comportement de la mousse . . . . .	22
1.4.1	Rhéologie de la mousse . . . . .	23
1.4.2	Équation du mouvement . . . . .	26
1.4.3	Comparaison des résultats numériques avec les expériences . . . . .	30
1.5	Origine de la viscosité . . . . .	35
1.5.1	Un modèle naïf . . . . .	36
1.5.2	Perspectives . . . . .	37
1.6	Questions ouvertes . . . . .	38
1.6.1	Dissipation à la surface de la mousse . . . . .	38
1.6.2	Cicatrisation de la mousse . . . . .	39
1.6.3	Rupture des films et fragmentation des bulles . . . . .	40

1.7	Conclusion . . . . .	41
<b>2</b>	<b>Impacts dans un bain visqueux</b>	<b>43</b>
2.1	Introduction . . . . .	44
2.2	Dynamique d'enfoncement de la bille . . . . .	45
2.2.1	Deux régimes de décélération . . . . .	45
2.2.2	Décélération à $Re$ intermédiaire . . . . .	45
2.2.3	Décélération en régime visqueux . . . . .	47
2.3	Géométrie des cavités . . . . .	48
2.3.1	Cavités observées dans l'eau . . . . .	48
2.3.2	Cavités formées dans l'huile . . . . .	53
2.4	Relaxation de la cavité . . . . .	60
2.4.1	Pincement des cavités dans l'eau . . . . .	60
2.4.2	Fermeture d'un cratère visqueux . . . . .	61
2.5	Conclusions . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Impact d'une bille en rotation sur un bain liquide</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction . . . . .	65
3.2	Montage expérimental . . . . .	68
3.3	Trajectoires et dynamique . . . . .	70
3.3.1	Décélération . . . . .	71
3.3.2	Effet Magnus . . . . .	72
3.4	Spirales . . . . .	75
3.4.1	Réalité des trajectoires spirales . . . . .	75
3.4.2	De la spirale idéale ... . . . .	76
3.4.3	... à la spirale réelle . . . . .	78
3.5	Ricochets . . . . .	81
3.5.1	Ricochet d'un galet . . . . .	81
3.5.2	Spécificités des ricochets de billes . . . . .	82
3.5.3	Du fond du trou ... . . . .	82
3.5.4	... au bout du tunnel? . . . . .	84
3.6	Limite visqueuse . . . . .	85
3.7	Conclusions . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Films et bulles de savon</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	90
4.2	Films et bulles de savon . . . . .	91
4.2.1	Qu'est-ce qu'un film de savon? . . . . .	91
4.2.2	Échelles . . . . .	92
4.2.3	Formes d'équilibre . . . . .	93
4.2.4	Vibration d'un film de savon . . . . .	94

4.3	Faible vitesse d'impact : rebonds et capture . . . . .	95
4.3.1	Trampoline liquide . . . . .	95
4.3.2	Influence de la vitesse . . . . .	98
4.4	Traversée d'un film par un projectile . . . . .	99
4.4.1	Déformation à l'impact . . . . .	100
4.4.2	Mécanisme de cicatrisation . . . . .	103
4.5	Éclatement . . . . .	107
4.5.1	Influence de la vitesse . . . . .	108
4.5.2	Influence de la chimie de surface . . . . .	111
4.5.3	Éclatement systématique . . . . .	112
4.6	Conclusion . . . . .	114
<b>5</b>	<b>Du film de savon à la mousse bambou</b>	<b>115</b>
5.1	Introduction . . . . .	115
5.1.1	Du film unique à la mousse . . . . .	116
5.1.2	Mousses cristallines dans un tube cylindrique . . . . .	116
5.1.3	Fabrication de la mousse bambou . . . . .	118
5.2	Impact sur une mousse bambou . . . . .	119
5.2.1	Nombre de films traversés . . . . .	119
5.2.2	Bilan énergétique . . . . .	123
5.2.3	Critère de traversée . . . . .	124
5.2.4	Quantité de mousse nécessaire au piégeage . . . . .	125
5.2.5	Condition de piégeage . . . . .	127
5.3	Vers des mousses plus complexes . . . . .	128
5.3.1	Effet de la courbure . . . . .	129
5.3.2	Impact sur un film penché . . . . .	130
5.4	Conclusion . . . . .	133
<b>6</b>	<b>Propriétés anti-rebond d'un film mouillant</b>	<b>135</b>
6.1	Introduction . . . . .	135
6.2	Rebond sur un film visqueux . . . . .	137
6.2.1	Prédictions pour la valeur du seuil . . . . .	137
6.3	Seuil de capture . . . . .	139
6.4	Élasticité des rebonds . . . . .	140
6.5	Mécanismes possibles pour la dissipation . . . . .	144
6.5.1	Émission d'ondes . . . . .	145
6.5.2	Dissipation aux lignes de contact . . . . .	146
6.5.3	Entraînement d'un film liquide . . . . .	149
6.6	Décollage de la surface . . . . .	149
6.6.1	Mise en évidence expérimentale . . . . .	149
6.6.2	Rôle du filament . . . . .	151

6.7	Impacts sur une fine couche de mousse . . . . .	152
6.8	Conclusion . . . . .	155
<b>A</b>	<b>Forme d'un film de savon</b>	<b>161</b>
A.1	Problème . . . . .	161
A.2	Mise en équation . . . . .	162
A.3	Résolution . . . . .	163
<b>B</b>	<b>Enduction d'une fibre avec de la mousse</b>	<b>165</b>
B.1	Mouillage dynamique d'une fibre . . . . .	165
B.2	Entraînement de mousse par une fibre . . . . .	166
B.2.1	Montage . . . . .	166
B.2.2	Entraînement discontinu . . . . .	167
B.2.3	Entraînement continu . . . . .	171
B.3	Force exercée par la mousse sur la fibre . . . . .	174
B.3.1	Principe de la mesure . . . . .	174
B.3.2	Résultats . . . . .	175
B.4	Taille de la région élastique . . . . .	176
B.5	Conclusion . . . . .	178
<b>C</b>	<b>Bulles rebondissantes</b>	<b>181</b>
C.1	Rebond d'une bulle sur un bain liquide . . . . .	181
C.1.1	Impact d'une bulle sur une surface . . . . .	181
C.1.2	Déformation des bulles . . . . .	182
C.1.3	Temps de contact . . . . .	186
C.2	Coalescence bain - bulle . . . . .	188
C.2.1	Autres exemples de non-coalescence . . . . .	189
C.2.2	Proposition d'un critère de coalescence . . . . .	190
C.3	Conclusion . . . . .	193

---

Merci !

---

Merci tout d'abord aux membres de mon jury qui ont bravé la neige pour assister à ma soutenance : à Sylvie Cohen-Addad et Lydéric Bocquet, qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, leur lecture minutieuse du manuscrit et leurs commentaires enrichissants ; à Henrik Bruus d'être venu du Danemark écouter un exposé bien éloigné de la microfluidique et d'avoir posé tant de questions (en français!), à Françoise Brochard et Yves Couder, dont j'ai eu la chance de suivre les cours en DEA, de m'avoir fait l'honneur de participer à ce jury. Evidemment, je dois des milliers de mercis à David Quéré et Christophe Clanet qui ont encadré ce travail.

David, je suis venue il y a 5 ans te demander à la fin d'un cours ce que tu pensais du DEA de liquides : en un clin d'oeil, je me suis retrouvée invitée à visiter le laboratoire du Collège de France. Après y avoir rencontré Etienne et Mathilde, vu des gouttes d'eau dans tous leurs états, parlé du bateau pop-pop et des gratte-ciels de Chicago, j'avais hâte de vous rejoindre. Depuis, le laboratoire a déménagé, mais l'atmosphère magique du Collège a subsisté : une alchimie entre curiosité, poésie et simplicité dont toi seul a le secret. Merci de m'avoir accueillie dans ton équipe, de m'avoir initiée à l'art des lois d'échelle, des expériences et des transparents minimalistes. Merci d'avoir toujours trouvé le temps de discuter, même entre deux vols pour Boston, et de m'avoir fait découvrir (entre autres) Soulages, James Gray et Eric Chevillard. Christophe, après t'avoir rendu visite à Marseille, je mesure combien cela a dû te peser de troquer ta salle de manips géante et les cigales de l'IRPHE contre le RER B et la grisaille parisienne. Merci d'avoir quitté le Sud et ensoleillé notre bungalow humide. Pour ton enthousiasme et ta combativité, pour tous tes petits modèles, pour Jean-Henri Fabre, la Vie Secrète des Plantes ou Rémi Gaillard. Chers chefs, cela a été pour moi une expérience incroyable de travailler avec chacun d'entre vous, et

encore plus avec vous deux ensemble. Votre complémentarité et votre entente sont pour nous tous un modèle.

Au début de ma thèse, j'ai collaboré avec Laurent Courbin et Howard Stone, alors à l'université de Harvard. Je les remercie vivement pour leur accueil chaleureux et leur disponibilité (notamment Laurent, venu manipuler avec moi le dimanche). Ces quelques semaines passées au Stone's Lab, plongée dans le bouillon de science de Cambridge, resteront gravées dans ma mémoire.

Au sein de la communauté des mousses, dynamique et accueillante, j'ai fait de nombreuses rencontres, qui m'ont menée de Philadelphie à Sofia en passant par Marne-la-Vallée. Un merci donc à Chris Jones, Douglas Durian, Kosta Golemanov, Nikolai Denkov, Sylvie Cohen-Addad et Rheinhard Höhler pour leurs invitations, mais aussi à tous les autres physiciens des mousses, croisés aux GDR ou à Eufoam, pour leurs commentaires toujours encourageants sur mes expériences artisanales.

Naturellement je dois énormément aux autres Quérettes : merci à Etienne et Mathilde, qui m'ont révélé les secrets de la soute, des caméras et des misères. A Guillaume, qui m'aura accompagnée patiemment du master à la fin de thèse. A Marie, la nouvelle reine, pour son énergie, pour les goûters-bière et bien plus encore. A Jacopo, prince (mais roi jamais!!) des sports absurdes, de la mauvaise foi et du tiramisu. A Alex le balalaïkiste pour ses grands éclats de rire et ses histoires russes. A Keyvan bien sûr. Merci d'être là, tout simplement. Je n'oublie pas José le patriarche ni la communauté des ex-reines, toujours disponibles pour donner de précieux conseils ou partager des ragots.

Merci aux stagiaires avec qui j'ai eu l'occasion de travailler : Frédéric sur les bulles rebondissantes, Vincent sur les films de savon géants, Hélène et Mubashar sur l'éclatement des films de savon, Yasmine sur la mousse de particules, Isabelle la benjamine sur la carboglace et, last but not least, Guillaume II sur les spirales. Merci également à Elise, Anaëlle, Thibaut, François-Damien, Piotr, Caroline et Hélène et une mention spéciale au trio comique formé par Pauline, Manue et la blatte.

Le PMMH est un laboratoire où il fait bon vivre et travailler : la diversité des thématiques et des origines de chacun invite au dialogue et à la collaboration. Sa participation enthousiaste à la Fête de la Science prouve également une grande ouverture vers l'extérieur. Merci à ceux qui créent cette ambiance chaleureuse : à Eduardo pour son implication sans pareille à la direction du laboratoire, à Claudine et Frédérique pour leur bonne humeur et leur efficacité, à José et Benoît qui nous laissent piller leur salle de manips, à Marc qui a toujours la bague, l'objectif et le savoir-faire pour réaliser de belles images, à Anke pour son aide sur la manip de

collage, à Philippe qui préside le club cuisine, rendez-vous inmanquable du laboratoire. Merci à tous ceux avec qui j'ai partagé discussions scientifiques ou états d'âme de thésard, café ou thé, télé-jeux ou pétanque de l'extrême. Le PMMH, c'est enfin l'atelier où Laurent puis Guillaume m'ont toujours bien accueillie. Je ne verrai plus jamais une machine-outil sans une pensée pour Denis, que j'ai eu la chance d'avoir comme collègue et professeur, et qui nous a quittés trop tôt. Merci également à Élie Raphaël, de l'autre côté de la cour, pour son soutien précieux pendant les derniers mois de thèse.

Quand j'ai commencé mon stage de DEA, le bâtiment T' devait durer 6 mois puis l'équipe devait déménager à Palaiseau. Trois ans plus tard, je rédigeais ce manuscrit dans ce même bâtiment T', qui n'avait bougé que de 20 mètres ... Je n'ai donc pas eu l'occasion de travailler au LadHyX pendant ma thèse. Ce laboratoire a pourtant joué un rôle majeur dans mon parcours, puisque j'y ai fait mes tous premiers pas de recherche lors d'un projet expérimental à l'X. Je tiens donc à remercier chaleureusement Jean-Marc Chomaz de m'avoir donné à l'époque l'envie de m'orienter vers la dynamique des fluides et vers la recherche.

Je ne peux pas ne pas évoquer l'association Paris-Montagne où j'ai passé beaucoup de temps au cours de cette thèse. Un merci spécial à Ulysse et Martin pour les discussions de matière molle et le pliage d'affiches, à Livio, Leila et Antonin pour nos soirées de travail, conviviales même en temps de crise, à Jeanne pour GoogleDocs et ses gâteaux délicieux, à l'équipe encadrante de la Science Académie, aux permanents qui ont beaucoup (souvent trop) donné pour que l'association vive et surtout à tous les (ex) lycéens : Science Ac' 2006, 2007, 2008 et 2009, je suis fière de vous ! Dans quelques années il se trouvera peut-être parmi vous un apprenti physicien des liquides qui lira ces lignes au-delà des remerciements.

Enfin, on pourrait presque l'oublier tant il se passe de choses au laboratoire, mais la vraie vie continue pendant la thèse, avec ses joies et ses peines. Je dois une reconnaissance éternelle aux amis qui les ont partagées avec moi, et tout particulièrement à Zab, Myriam, Aurélie, Marie, Lolo et Olivier pour m'avoir si souvent accueillie chez eux. Ma dernière pensée sera pour ma famille, et plus particulièrement pour Sabine. Merci petite soeur pour ta joie de vivre retrouvée. Une résurrection vaut bien une dédicace !



Quiconque a lancé des cailloux dans l'eau a pu s'émerveiller du réseau d'ondes concentriques engendrées par le choc, s'amuser des éclaboussures produites, ou encore s'interroger sur les quelques bulles qui souvent remontent ensuite au point d'impact, avant d'y éclater. C'est à ces questions d'impact que cette thèse est consacrée - impacts de projectiles le plus souvent solides lancés sur des liquides variés, avec l'ambition de décrire les trajectoires et les lois de ralentissement de ces projectiles ainsi que les cratères qu'ils creusent. Nous considérerons d'abord (chapitres 1 à 3) le cas de projectiles arrivant à grande vitesse (autour de 100 km/h) sur un bain que leur inertie leur permet d'explorer en profondeur : chocs sur de la mousse, dans une huile visqueuse, ou même dans l'eau. Dans une seconde série d'expériences (chapitres 4 à 6), nous nous intéresserons à des vitesses d'impact plus modérées (vitesses de l'ordre du mètre par seconde), pour sonder les propriétés de l'interface : impacts sur des films de savon individuels ou disposés en série, d'une part, ou sur des films visqueux posés sur des solides, d'autre part. Nous nous demanderons en particulier comment ces interfaces peuvent capturer leurs percuteurs.

### *Décélération d'une sphère dans un liquide newtonien*

Les questions de freinage de solides dans les liquides sont aussi anciennes que la mécanique des fluides. Les lois qui gouvernent la décélération d'une sphère dans un fluide newtonien sont bien connues et dépendent du régime d'écoulement. En étudiant théoriquement la sédimentation d'une sphère de rayon  $R$  dans un liquide de viscosité  $\eta$ , Stokes a montré que le solide atteint une vitesse limite  $V$ , à cause de la force de frottement  $F_T$  qu'il subit de la part du fluide, et qui s'écrit [1] :

$$F_T = 6\pi\eta VR \tag{1}$$

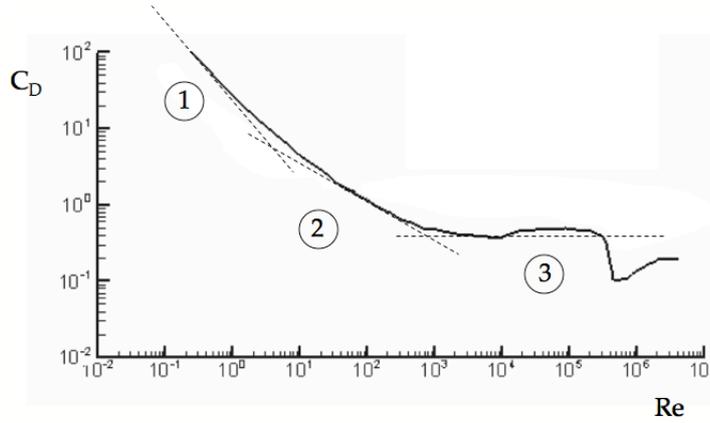


FIG. 1 – Coefficient de traînée  $C_D = \frac{F_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 \pi R^2}$ , en fonction du nombre de Reynolds  $Re = \frac{2RV}{\nu}$  (extrait de [6]). On identifie sur cette courbe trois régimes : le régime visqueux (1) dans lequel  $C_D$  est bien approximé par la formule  $\frac{24}{Re}$ , représentée en pointillés ; le régime intermédiaire (2) pour lequel  $C_D \simeq \frac{12}{\sqrt{Re}}$  ; et le régime inertiel (3) où  $C_D \simeq 0,5$ .

Cette expression célèbre n'est valable que pour les écoulements visqueux, c'est-à-dire tant que le nombre de Reynolds, qui compare effets inertiels et visqueux, est suffisamment faible :  $Re = \rho RV/\eta < 1$ . Pour des billes millimétriques dans l'eau, cette condition implique des vitesses inférieures au millimètre par seconde.

Dans la limite inertielle, lorsque  $Re \gg 1$ ,  $F_T$  ne croît plus avec la vitesse, mais avec son carré, comme l'a prédit Newton :  $F_T \sim \rho V^2 R^2$  [2]. D'une façon générale, on définit le coefficient de traînée  $C_D$  par la relation :

$$F_T = \frac{1}{2} C_D \rho V^2 \pi R^2 \quad (2)$$

De nombreuses expériences ont été menées afin de déterminer la variation de  $C_D$  avec le nombre de Reynolds, permettant de valider les prédictions de Stokes et de Newton [3] [4] [5]. La figure 1 représente des mesures expérimentales du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. Comme on s'y attend, on observe deux régimes limites : pour  $10^3 < Re < 10^5$ , un régime dans lequel  $C_D$  est constant, avec  $C_D \simeq 0,5$  ; et pour  $Re < 1$  un régime visqueux dans lequel  $C_D$  vaut  $24/Re$  (équation (1)). Cependant, ces deux régimes ne suffisent pas à décrire tous les écoulements. On remarque par exemple qu'à  $Re$  intermédiaire (entre 1 et  $10^3$ ), aucun des deux modèles n'est valable. Dans ce régime, la traînée est alors dominée par la friction visqueuse dans la couche limite d'épaisseur  $\delta$  qui entoure l'objet :

$$F_T \sim \eta \frac{V}{\delta} R^2 \quad (3)$$

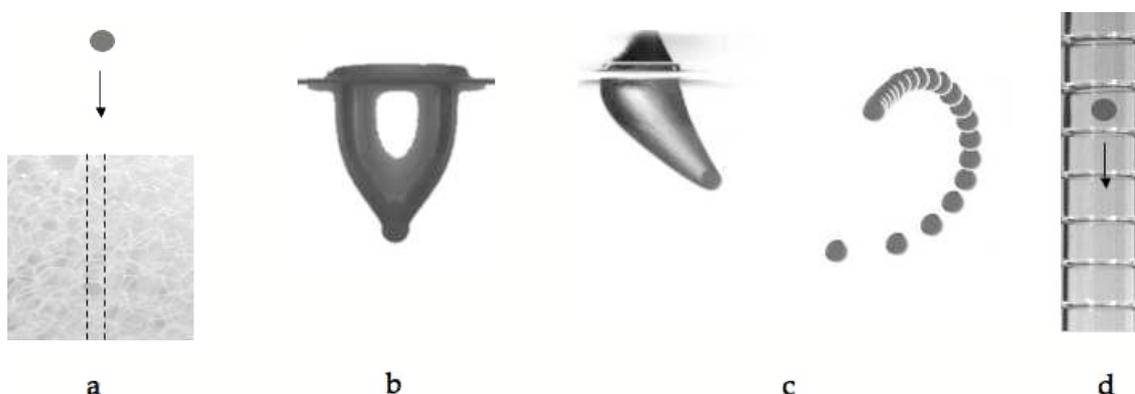


FIG. 2 – (a) Schéma du tunnel formé lors de l'impact d'une bille dans de la mousse à raser. (b) Cavité en forme de vase observée lors de l'impact d'une bille dans de l'huile silicone. (c) Trajectoire spirale d'une bille en rotation lancée dans l'eau (d) Exemple de mousse bambou.

En écrivant le résultat classique de Prandtl :  $\delta \sim \sqrt{\nu t} \sim \sqrt{\frac{\nu R}{V}}$ , le coefficient de traînée devient  $C_D \sim 1/\sqrt{Re}$ . On comprend ainsi la décroissance observée sur la courbe de la figure 1 pour des nombres de Reynolds compris entre 10 et  $10^3$ .

Enfin, aux très grands nombres de Reynolds, Achenbach [5] observe une chute du coefficient de traînée. Ce phénomène se produit lorsque la couche limite devient turbulente. L'écoulement "recolle" : les deux tourbillons de recirculation en aval de la sphère se brisent en une multitude de tourbillons plus petits. L'apparition de turbulence dans la couche limite permet donc de réduire la taille du sillage, diminuant ainsi la traînée.

### *Figures d'impact*

Au-delà des lois de ralentissement, nous nous intéresserons également aux formes originales, ou figures d'impact, que peuvent prendre au cours du mouvement la surface du liquide ou la trajectoire du projectile (figure 2). Nous verrons que la nature du liquide influence profondément l'allure des cratères. Ainsi, un projectile lancé dans une mousse y creusera un tunnel (figure 2 (a) et chapitre 1), alors que le même projectile engendrera une cavité en forme de vase si c'est dans de l'huile visqueuse qu'il pénètre (figure 2 (b) et chapitre 2). Si en outre le projectile tourne sur lui-même, sa trajectoire dans un bain d'eau peut être profondément modifiée et s'enrouler en spirale (figure 2 (c) et chapitre 3). Les grandes déformations de la surface libre engendrées par le choc suggèrent qu'une partie de l'énergie de l'impact est dissipée aux interfaces. Pour isoler ce phénomène, nous avons bombardé des

films de savon et examiné leur réponse à l'agression (chapitre 4). Nous avons aussi considéré le cas de films successifs (système connu sous le nom de mousse bambou) et montré qu'une série d'interfaces peut arrêter un projectile (figure 2 (c) et chapitre 5). Ces questions de capture sont aussi l'objet du chapitre 6, où nous présenterons des résultats préliminaires sur l'impact d'une bille sur un plan mouillé par un liquide visqueux - question qui relie le problème du choc sur un liquide visqueux (chapitres 1 et 2) au thème de la capture interfaciale (chapitres 4 et 5).

---

## Amortissement dans une mousse tridimensionnelle

---

### Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Généralités sur les mousses liquides . . . . .</b>	<b>6</b>
1.1.1	Géométrie . . . . .	6
1.1.2	Propriétés mécaniques . . . . .	8
1.1.3	Rhéologie . . . . .	9
1.1.4	Stabilité et vieillissement . . . . .	10
<b>1.2</b>	<b>Mousse utilisée dans les expériences . . . . .</b>	<b>10</b>
1.2.1	Composition . . . . .	11
1.2.2	Propriétés mécaniques . . . . .	12
1.2.3	Interaction avec des projectiles : statique . . . . .	12
<b>1.3</b>	<b>Décélération dans une mousse . . . . .</b>	<b>15</b>
1.3.1	Constuction de la courbe de décélération . . . . .	15
1.3.2	Résultats . . . . .	17
1.3.3	Les deux régimes de décélération . . . . .	20
<b>1.4</b>	<b>Modélisation du comportement de la mousse . . . . .</b>	<b>22</b>
1.4.1	Rhéologie de la mousse . . . . .	23
1.4.2	Équation du mouvement . . . . .	26
1.4.3	Comparaison des résultats numériques avec les expériences	30
<b>1.5</b>	<b>Origine de la viscosité . . . . .</b>	<b>35</b>
1.5.1	Un modèle naïf . . . . .	36
1.5.2	Perspectives . . . . .	37
<b>1.6</b>	<b>Questions ouvertes . . . . .</b>	<b>38</b>

1.6.1	Dissipation à la surface de la mousse . . . . .	38
1.6.2	Cicatrisation de la mousse . . . . .	39
1.6.3	Rupture des films et fragmentation des bulles . . . . .	40
<b>1.7</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>41</b>

---

## 1.1 Généralités sur les mousses liquides

Une mousse liquide est un fluide composé d'une phase continue de liquide et de bulles de gaz dispersées dans ce liquide. Pour former une mousse avec de l'air, un moyen très simple est de remplir partiellement un flacon avec du liquide et de le fermer avant de le secouer vigoureusement. L'agitation mécanique permet d'incorporer de l'air sous forme de bulles dans la phase liquide. Dans la plupart des liquides (dans l'eau ou dans l'huile par exemple), les bulles remontent à la surface et éclatent : la mousse, si on a réussi à en former, est instable et les deux phases se séparent à nouveau. Pour que la mousse dure longtemps, on peut ajouter du savon à la solution : l'énergie des interfaces liquide/solide est alors abaissée et le temps de vie des films liquides qui composent la mousse s'allonge.

### 1.1.1 Géométrie

Les travaux de Joseph Plateau [8] sur la forme des films liquides marquent le début de l'étude de la structure des mousses. Les lois énoncées par Plateau sont les suivantes :

- La surface des films dans une mousse est lisse.
- La courbure de chacun des éléments de surface est constante.
- La jonction entre trois éléments de surface forme une courbe. En chaque point de cette arête liquide, les plans tangents aux trois éléments de surface se rencontrent avec des angles de  $120^\circ$ .
- Les arêtes liquides ne peuvent se rejoindre que quatre par quatre. Le noeud ainsi formé prend une forme de tétraèdre et l'angle entre deux arêtes vaut  $109,5^\circ$ .

Presque tout le liquide est contenu dans le réseau de canaux, appelés bords de Plateau, qui relient les films entre eux ainsi que dans les noeuds formés par l'intersection des bords de Plateau.

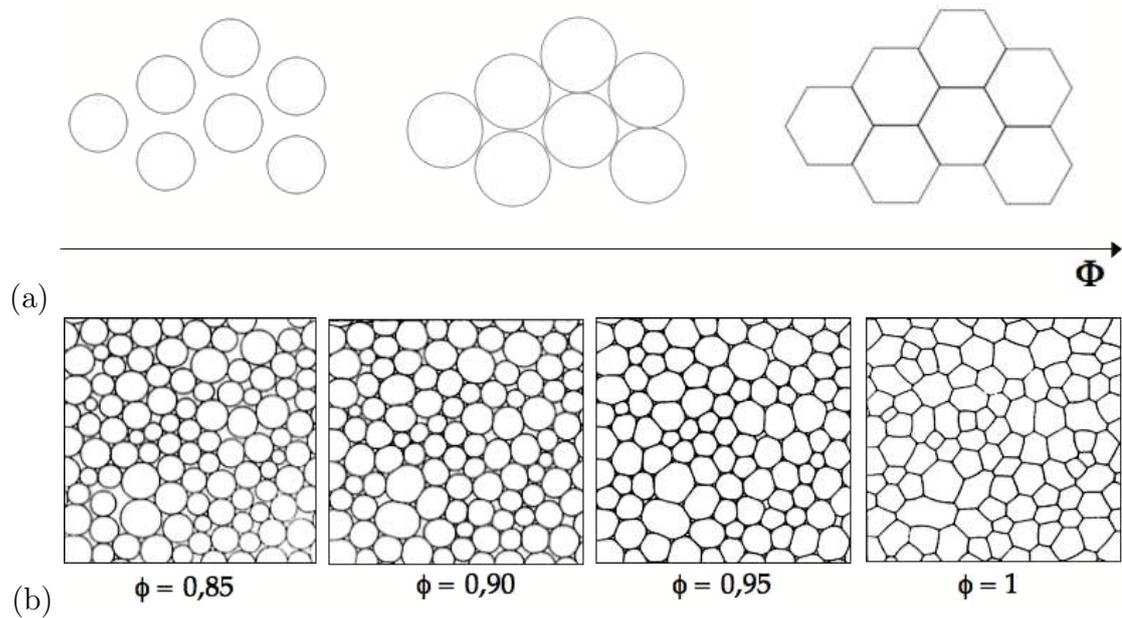


FIG. 1.1 – (a) Allure des bulles dans une mousse à deux dimensions, en fonction de la fraction volumique en gaz  $\Phi$ . Lorsque  $\Phi$  est faible, les bulles dispersées dans la phase liquide sont peu nombreuses et ne s'influencent pas les unes les autres. Lorsque  $\Phi$  dépasse la valeur critique  $\Phi_c \simeq 0,64$  les bulles commencent à interagir. (b) Elles se déforment ensuite progressivement à mesure que  $\Phi_c$  s'approche de 1. Elles prennent alors des formes de polyèdres dont les faces sont de minces films de liquide. Figure extraite de [7].

## 1.1.2 Propriétés mécaniques

Une mousse liquide, quand elle est suffisamment sèche (au-delà de 66 % de gaz en volume), peut se comporter comme un solide élastique. Par exemple, des blancs d'œufs battus en neige bien ferme ne s'écoulent pas sous leur propre poids. Une fois préparés, ils gardent leur forme comme des objets solides pendant plusieurs dizaines de minutes : ainsi on peut les cuire pour former des meringues sans avoir à les mettre dans un moule. Princen et Kiss ont montré que les effets élastiques apparaissent au-delà d'une fraction volumique critique  $\Phi_c$  [9], et que le module de cisaillement de la mousse s'écrit alors :

$$G_0 = 1,8 \frac{\gamma}{R_{32}} (\Phi - \Phi_c) \Phi^{1/3} \quad (1.1)$$

avec  $\gamma$  la tension de surface de la solution moussante et  $R_{32}$  un rapport volume/surface du liquide (rapport entre les troisième et second moments de la distribution de taille de bulles).

Une mousse liquide est cependant un objet déformable, et on peut même la forcer à s'écouler comme un liquide (par exemple, en pressant une poche à douille pour servir la crème fouettée). Il faut pour cela exercer sur elle une contrainte suffisante. On appelle contrainte seuil la valeur  $\sigma_Y$  de la contrainte à laquelle la mousse commence à s'écouler.

Ce seuil d'écoulement n'est pas seulement observé dans les mousses, il se retrouve notamment dans les émulsions et les suspensions de sphères solides en solution : ces systèmes hétérogènes sont appelés matériaux mous vitreux et présentent de nombreuses similarités, au point que leur dynamique peut être décrite par des lois universelles, comme montré par Sollich & al [10] et expérimentalement dans des émulsions par Liu & al [11]. Ces lois sont obtenues par un modèle mésoscopique fondé sur le désordre et la métastabilité : au lieu de considérer la mousse à l'échelle des bulles, on considère des domaines plus grands auxquels on associe des propriétés élastiques. Il y a des régions molles, dans lesquelles les bulles se réarrangent beaucoup tandis qu'elles se déforment de façon élastique dans d'autres régions. Des simulations de Langer et Liu [12] ont montré qu'on pouvait caractériser ces régions à partir d'un modèle à l'échelle de la bulle.

Dans le cas des mousses, on peut montrer que la valeur de la contrainte seuil est fixée par la pression de Laplace qui règne dans les bulles [13] :

$$\sigma_Y \sim \gamma / R_{32} \quad (1.2)$$

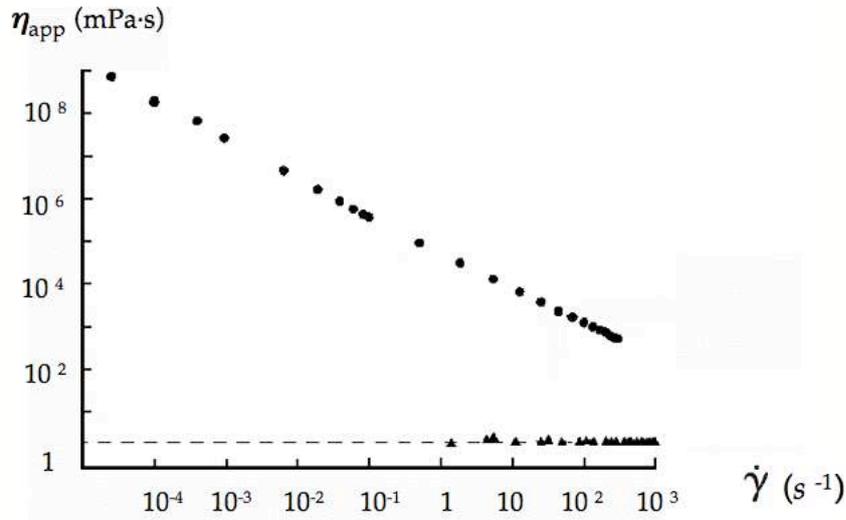


FIG. 1.2 – Viscosité apparente de la mousse à raser Gillette (●) et de son liquide moussant (▲), en fonction du taux de cisaillement (source : [14]).

Si la taille caractéristique  $R_{32}$  qui intervient dans cette loi peut être vue comme le rayon moyen des bulles, elle dépend néanmoins de la distribution des tailles de bulles dans tout l'échantillon, donc de l'organisation - en d'autres termes, du désordre - globale de la mousse.

Lorsque la contrainte appliquée à la mousse dépasse  $\sigma_Y$ , la mousse se met à couler. On peut alors tenter de la décrire comme un liquide et mesurer sa viscosité  $\eta$ , ce qu'ont fait Gopal et Durian [14]. Leurs mesures sont présentées sur la figure 1.2. La viscosité apparente de la mousse est de plusieurs ordres de grandeur supérieure à celle de la solution moussante. Elle décroît avec le taux de cisaillement.

### 1.1.3 Rhéologie

Les mousses sont donc des matériaux visco-élasto-plastiques, qui selon les sollicitations se comportent comme des liquides ou comme des solides. Du fait de leur utilisation courante dans de nombreux procédés industriels (agro-alimentaire, cosmétique, décontamination des réacteurs nucléaires), il est crucial de comprendre comment s'écoulent les mousses et la rhéologie des mousses est un domaine de recherche très actif.

Il existe des études théoriques visant à écrire une équation constitutive pour la mousse [15] [16]. Les difficultés viennent d'une part du fait qu'on cherche à décrire

des écoulements à l'échelle macroscopique qui découlent de propriétés des bulles, voire des films dans les bulles ; d'autre part du fait que la mousse est un matériau plastique qui "oublie" une partie de son histoire.

Les modèles utilisés en pratique sont donc pour l'instant des modèles empiriques, comme la loi de Herschel-Bulkley. De nombreuses études expérimentales visent à déterminer le domaine de validité de ces modèles [17], à comprendre l'importance relative des phénomènes de surface et des écoulements dans les films dans les processus de dissipation [18], et à faire le lien entre les réarrangements à l'échelle microscopique et les écoulements à l'échelle macroscopique [19] [20].

Enfin, les applications industrielles ont motivé des expériences d'écoulements "non rhéométriques", comme l'écoulement autour d'un obstacle en deux dimensions [21] ou d'une sphère en trois dimensions [22].

#### 1.1.4 Stabilité et vieillissement

Comme les films de savon, les mousses sont des systèmes dont la forme est gouvernée par la tension de surface. Mais en général, leur structure ne minimise pas complètement la surface des films qui la composent. En effet, elles sont formées de façon plus ou moins aléatoire et pour évoluer vers un état d'équilibre stable, il leur faudrait se réarranger. Or chaque réarrangement exige de franchir une barrière énergétique. Une mousse est donc en général dans un état métastable.

La structure de la mousse et ses propriétés mécaniques changent avec le temps. En effet le liquide de la phase continue s'écoule sous l'effet de la gravité. La mousse s'assèche en haut et devient plus humide en bas : c'est le drainage. D'autre part, les bulles les plus petites, en surpression par rapport à leurs voisines, tendent à se vider dans ces dernières. Ce processus, appelé mûrissement, mène à une diminution du nombre total de bulles et à l'augmentation de la fraction de liquide contenue dans les bords de Plateau. Il est alors plus facile pour le liquide de couler à travers ces canaux : ainsi le drainage est-il accéléré par le mûrissement [23].

## 1.2 Mousse utilisée dans les expériences

Les expériences présentées dans ce chapitre ont toutes été réalisées avec un produit commercial : la mousse à raser Gillette Foamy. Cette mousse a été classiquement étudiée en rhéologie des mousses, et nous présentons ici quelques résultats connus à son sujet.

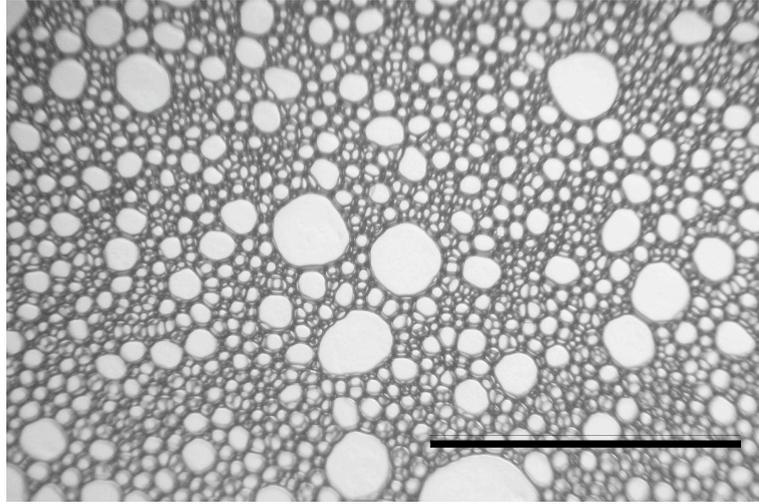


FIG. 1.3 – Photographie d'un échantillon de mousse Gillette placée entre deux lames de verre séparées de 55 microns et observée à la loupe binoculaire. La taille de la barre noire est 1 mm.

### 1.2.1 Composition

La phase aqueuse de la mousse Gillette est une solution complexe contenant notamment du SDS (dodécylsulfate de sodium) et du laureth 23 (polyéthylène glycol éther d'alcool laurylé), qui sont ses principaux surfactants, ainsi que de l'acide palmitique et de l'acide stéarique. La tension de surface  $\gamma$  de cette solution, mesurée avec un tensiomètre à lame de Wilhelmy [24], vaut 29,6 mN/m et sa viscosité, déterminée par Durian et al. [14], 1,9 mPa·s. Toutefois des mesures complémentaires effectuées par Denkov et al. montrent que cette valeur est susceptible de fluctuer d'un facteur 2 d'un échantillon à l'autre [25].

La fraction volumique en gaz  $\Phi$  de la mousse ainsi formée vaut 92,5 %. Les bulles renferment un mélange de propane et d'isobutane. Lors de la fabrication de la mousse, le rayon moyen des bulles est de 12  $\mu\text{m}$ . La solution moussante contient également des gaz dissous qui passent dans la phase gazeuse après la formation de la mousse, augmentant ainsi la taille des bulles. Nous attendons une vingtaine de minutes après avoir formé nos échantillons avant de les utiliser. La taille des bulles pour nos expériences, mesurée à la loupe binoculaire (voir figure 1.3), est de  $21 \pm 3 \mu\text{m}$ . Bien que la fraction volumique de la mousse Gillette soit élevée, les bulles y sont encore sphériques, comme le montrent les simulations de la figure 1.1 (b). Les films liquides dans la mousse sont donc courbés à l'échelle du rayon des bulles. La pression de Laplace  $\Delta P = 2\gamma/R$  associée à cette taille de bulles vaut 2500 Pa.

### 1.2.2 Propriétés mécaniques

Essentiellement composée de gaz, la mousse est un fluide de faible densité : si on note  $\Phi$  la fraction volumique en gaz,  $\rho_g$  et  $\rho_l$  les masses volumiques respectives du gaz et du liquide, sa masse volumique vaut :

$$\rho_{mousse} = \Phi\rho_g + (1 - \Phi)\rho_l \quad (1.3)$$

Avec les valeurs  $\rho_l$  et  $\rho_g$  pour l'eau pure et l'isobutane, on trouve  $\rho_{mousse} = 77 \text{ kg/m}^3$ , soit moins du dixième de la masse volumique de l'eau.

Intéressons-nous maintenant aux propriétés mécaniques de la mousse Gillette, en tant que liquide et solide viscoélastique. On observe sur la figure 1.2 que la mousse se comporte comme un fluide rhéofluidifiant, et que la viscosité apparente décroît en loi d'échelle avec le taux de cisaillement :

$$\eta_{app} \sim \dot{\gamma}^a \quad (1.4)$$

avec  $a \simeq -0,7$ . Ce résultat se retrouve sur la figure 1.4, qui présente des résultats obtenus en rhéologie oscillatoire, et où le module de perte  $G''$  croît avec la fréquence de sollicitation  $f$  avec une puissance inférieure à  $1/2$ . La viscosité apparente s'écrit  $\eta_{app} = G''/f$  :

$$\eta_{app} = \frac{G''}{f} < f^{-1/2} \quad (1.5)$$

Quant au module élastique  $G'$ , il ne varie pas avec la fréquence de sollicitation. En revanche,  $G'$  comme  $G''$  dépendent de l'âge de la mousse. Ceci était prévisible d'après la formule (1.1), qui relie le module de cisaillement à la taille des bulles, qui augmente au fur et à mesure que la mousse vieillit. Pour maintenir les propriétés mécaniques constantes au cours des expériences, on travaille donc avec des mousses qui ont toujours le même âge, entre 20 et 40 minutes, ce qui correspond à la série  $\square$  sur la figure 1.4.

### 1.2.3 Interaction avec des projectiles : statique

Avant de décrire la dynamique d'un projectile dans la mousse, il convient d'examiner la situation d'un solide au repos dans une mousse. Nous avons posé des billes à la surface de nos échantillons de mousse et observé leur évolution. Soumises à leur propre poids, certaines s'enfoncent dans la mousse, tandis que d'autres restent à la surface. Dans un liquide classique, il est facile de savoir si une bille solide va flotter ou couler : il suffit de comparer sa densité à celle du fluide. Or on a vu que

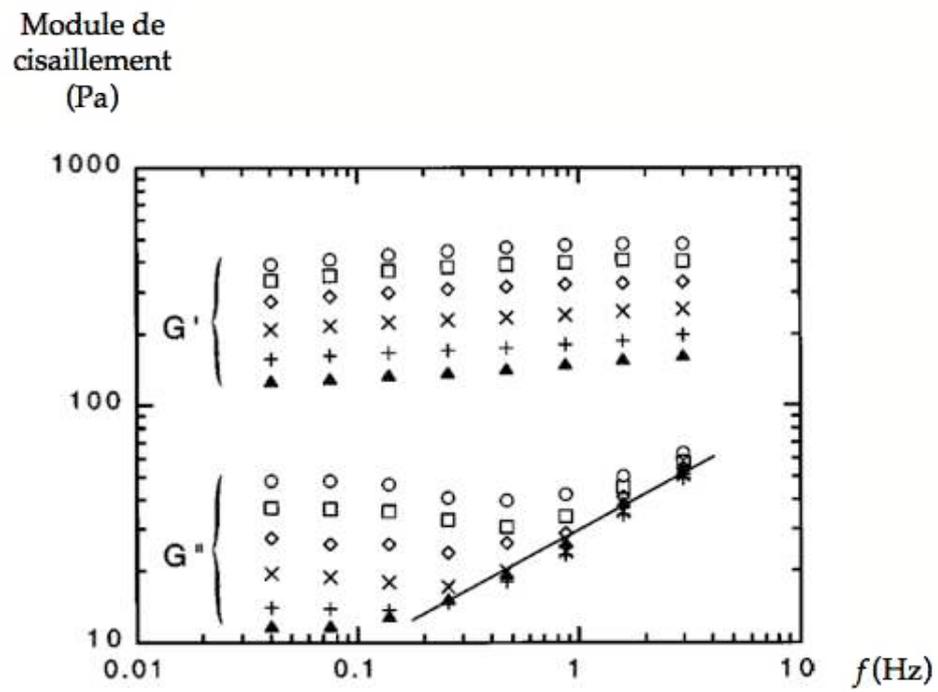


FIG. 1.4 – Module élastique  $G'$  et module de perte  $G''$  de la mousse Gillette, mesurés par rhéométrie oscillatoire à différents âges de la mousse (15 min ( $\circ$ ), 30 min ( $\square$ ), 1 h ( $\diamond$ ), 2 h ( $\times$ ), 4 h ( $+$ ), 8 h ( $\blacktriangle$ )) [26].

la mousse est bien moins dense que les billes posées à sa surface, dont certaines "flottent" pourtant.

On remarque aussi qu'à densité égale, le sort de deux billes de taille différente peut être différent : seules les plus grosses s'enfoncent spontanément. Nous avons cherché à déterminer expérimentalement la condition de flottabilité. Pour réaliser cette expérience, on pose les billes dont on dispose à la surface de la mousse et on construit une ébauche de diagramme de phase dans lequel on trace la masse des solides en fonction de leur diamètre. On travaille initialement avec des billes pleines, donc à densité constante, mais on ne dispose ainsi que d'une gamme limitée de tailles et de densités. Pour compléter le diagramme et déterminer précisément la frontière entre les deux domaines, des sphères creuses (par exemple, des balles de ping-pong) sont placées à la surface de la mousse. Tant qu'elles ne s'enfoncent pas, on ajoute à l'intérieur des petits plombs pour augmenter leur masse, jusqu'à atteindre une masse critique. La force exercée par la mousse ne peut alors plus s'opposer au poids.

La figure 1.5 montre que la masse critique  $M_c$  de la bille est proportionnelle au carré de son diamètre. On peut facilement interpréter ce résultat en terme de seuil d'écoulement. La mousse est un fluide à seuil, qui ne se met en mouvement que si on lui applique une contrainte supérieure à la contrainte seuil  $\sigma_Y$ . En effet, comme l'expérience est quasi-statique au moment où la bille commence à s'enfoncer, la contrainte  $M_c g / \Sigma$  ( $\Sigma$  étant l'aire projetée du contact entre la bille et la mousse) qu'elle applique à la mousse est égale à la contrainte qu'elle subit de la part de cette dernière. Comme on se situe au seuil de l'écoulement, cette contrainte vaut exactement  $\sigma_Y$ . Ainsi :

$$M_c = \frac{\sigma_Y \Sigma}{g} \sim \frac{\sigma_Y d^2}{g} \quad (1.6)$$

La valeur de  $\sigma_Y$  pour la mousse Gillette a été mesurée expérimentalement par différentes méthodes [13] :  $\sigma_Y \simeq 50$  Pa. Nous n'avons pas mesuré précisément la surface de contact des billes avec la mousse et ne mesurons donc  $\sigma_Y$  qu'à un facteur géométrique près. Nous trouvons avec les données de la figure 1.5 une valeur critique  $M_c g / d^2$  égale à 140 Pa, qui est bien de l'ordre de grandeur attendu.

Dans la suite du chapitre, tous les solides utilisés vérifient le critère  $M < M_c$ . Il s'agit de sphères de polypropylène, de polyacétal et de verre, d'un diamètre compris entre 2 et 10 mm. Elles ne s'enfoncent donc pas sous leur propre poids. On constate cependant que si on leur donne une vitesse initiale, elles parviennent à pénétrer dans la mousse et y creuser un cratère d'autant plus profond qu'elles tombent vite.

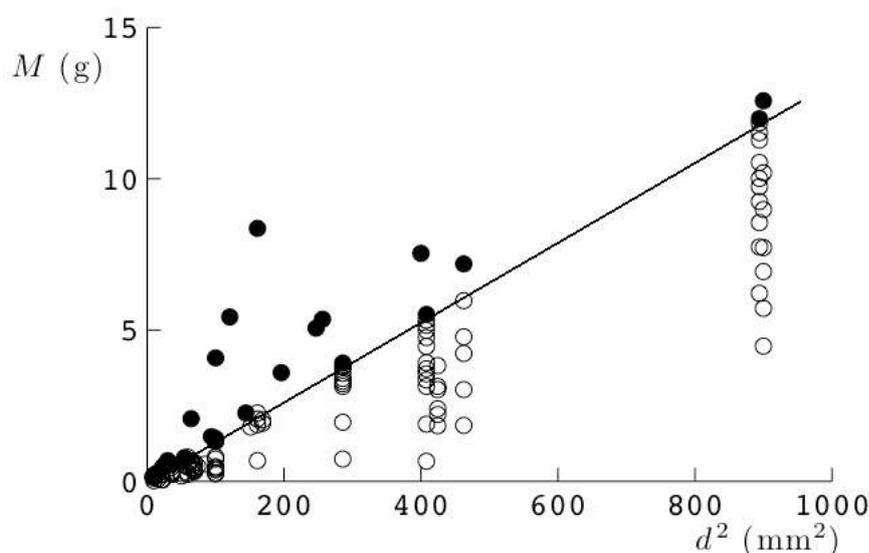


FIG. 1.5 – Détermination expérimentale de la condition de flottabilité de billes variées à la surface de la mousse : pour tous les objets testés, on trace la masse en fonction du diamètre  $d$  au carré. On représente en blanc les objets qui flottent, en noir ceux qui s'enfoncent dans la mousse. La masse critique à laquelle les objets commencent à s'enfoncer est proportionnelle à  $d^2$ .

## 1.3 Décélération dans une mousse

### 1.3.1 Constuction de la courbe de décélération

Nous présentons maintenant des expériences d'impact à grande vitesse sur des échantillons de mousse. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la mousse résiste à l'enfoncement des solides. Dans la gamme de tailles et de densités que nous avons explorée, il n'est pas possible d'enfoncer une bille de plus que son diamètre en la lâchant simplement au-dessus de l'échantillon de mousse : les vitesses nécessaires pour y parvenir sont plutôt de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde. Pour lancer les projectiles avec une telle vitesse d'impact (entre 15 et 50 m/s), on utilise un pistolet à billes ou un lance-pierres, qui forcent alors l'enfouissement des billes.

La mousse à raser n'étant pas transparente, on ne peut pas suivre la position de la bille en fonction du temps par une méthode optique, comme c'était le cas dans la mousse bambou. Il existe différentes techniques expérimentales pour voir à travers un milieu opaque ([27] [28]) mais leur résolution temporelle ne permet pas d'observer des phénomènes aussi rapides. Pour contourner cette difficulté, on réalise des séries de lancers sur des tubes ouverts aux deux bouts et remplis de mousse (voir figure

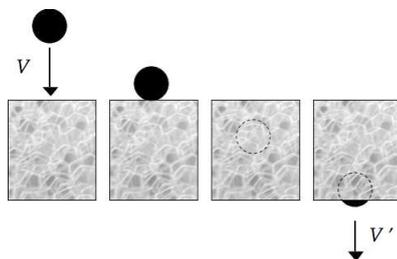


FIG. 1.6 – Principe de l'expérience : on envoie une bille sur un échantillon de mousse ouvert aux deux bouts avec suffisamment de vitesse pour qu'elle ressorte de l'échantillon. Il est impossible de suivre la bille tant qu'elle est dans le tube, mais on mesure sa vitesse d'impact  $V$  et sa vitesse de sortie  $V'$ , ainsi que le temps mis à traverser le tube.

1.6). La bille pénètre avec une vitesse  $V$  dans le tube, traverse en un temps  $T$  une épaisseur  $L$  de mousse avant de ressortir avec une vitesse  $V'$ . Chaque expérience est filmée à l'aide d'une caméra rapide et les vitesses sont mesurées à partir des vidéos obtenues. On a ainsi accès à la variation de la vitesse en fonction du temps passé dans la mousse et de la profondeur atteinte. En répétant cette expérience avec différentes valeurs de  $L$  et de  $V$ , on construit de proche en proche une courbe  $V(t)$  ou  $V(x)$ .

La méthode présentée dans le paragraphe précédent ne nous donne pas accès à la phase finale du freinage, lorsque la bille s'arrête dans la mousse, puisque dans ce cas on ne peut plus filmer sa sortie du tube. Il nous faut alors changer de technique pour la gamme de vitesses autour du mètre par seconde, typiquement l'ordre de grandeur de la vitesse d'un corps en chute libre. Ainsi, nous n'avons plus besoin de dispositif extérieur pour lancer les projectiles, il suffit de les laisser tomber sous leur propre poids. Cela nous permet de modifier leur géométrie et de lancer, plutôt que des sphères, des "pendules" (voir figure 1.7) : on attache aux sphères des tiges très fines auxquelles on fixe un drapeau, qui reste au-dessus de la surface de mousse pendant toute l'expérience.

Pour ne pas trop perturber la dynamique, la tige doit être légère : on choisit des tubes de verre très minces (environ 0,5 mm de diamètre extérieur) obtenus en étirant des pipettes Pasteur. Ainsi la masse de la tige (de l'ordre de 10 mg) reste petite par rapport à celle de la sphère (60 mg pour les sphères les plus légères), et sa rigidité est suffisante pour que la distance entre le centre de la bille et le drapeau soit constante. Pour que la tige reste verticale pendant tout le mouvement, elle est guidée par un tube fixe, dans lequel elle peut coulisser. Le diamètre de ce tube est suffisamment grand pour que les frottements soient négligeables. Ils le sont aussi à l'intérieur de la mousse : en effet le projectile creuse derrière lui un tunnel de taille millimétrique.

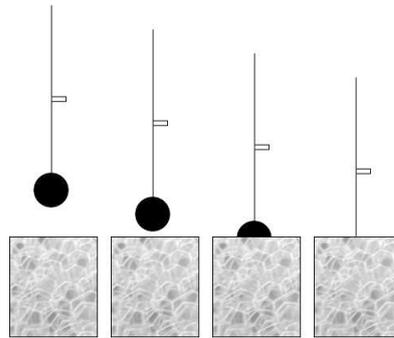


FIG. 1.7 – Montage pour l'observation de l'enfoncement forcé d'une sphère à faible vitesse : on filme en chute libre un "pendule" composé d'une sphère, d'une tige légère et d'un drapeau. La position du drapeau, toujours émergé, indique celle de la sphère.

La tige qui se situe au centre de ce tunnel n'en touche jamais les bords car elle est plus mince. La position du drapeau nous indique la position du projectile à tout moment : il n'est pas nécessaire de procéder à des lancers répétés. C'est la raison pour laquelle les données à basse vitesse sont beaucoup mieux résolues qu'à haute vitesse.

### 1.3.2 Résultats

Une courbe de décélération d'un projectile dans la mousse est présentée sur la figure 1.8. On y observe qu'une sphère arrivant à 34 m/s, soit 122 km/h, réduit sa vitesse pour atteindre 1 m/s en 20 ms. A titre de comparaison, si l'on réalise la même expérience dans une huile visqueuse (huile silicone 47V1000, mille fois plus visqueuse que l'eau et plus de dix fois plus dense que la mousse), il faut plus de 5 ms pour aboutir au même résultat : la figure 1.9 compare la décélération de la bille dans les deux fluides. Compte tenu de la faible quantité de liquide qui la constitue (moins de 10% du volume total), la mousse se révèle donc être un excellent absorbeur d'énergie cinétique.

Pour étudier de façon plus quantitative la dynamique de freinage, on représente la courbe  $V(t)$  en échelles logarithmique et semi-logarithmique. Aucune loi d'échelle n'apparaît en coordonnées logarithmiques (figure 1.10), en revanche on s'aperçoit sur le graphe en échelle semi-logarithmique (figure 1.11) que le freinage semble exponentiel jusqu'à ce que la vitesse soit de l'ordre de 1 m/s.

Sur la figure 1.11, on remarque qu'en-deçà de cette vitesse, on change de régime pour la décélération, qui cesse d'être exponentielle : les deux derniers points de

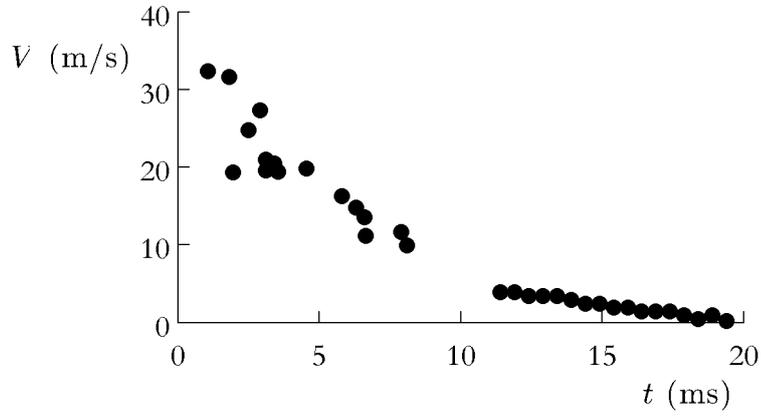


FIG. 1.8 – Courbe expérimentale de décélération d’une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre arrivant dans la mousse avec une vitesse de 34 m/s.

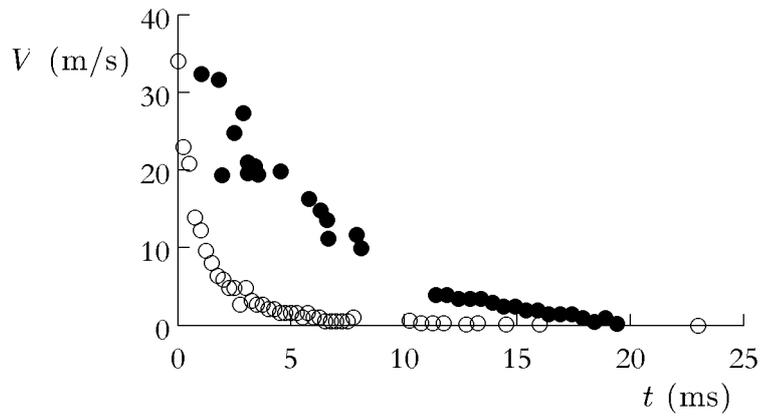


FIG. 1.9 – Décélération d’une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre, lancée à 34 m/s dans une mousse (symboles pleins) et dans de l’huile (symboles creux).

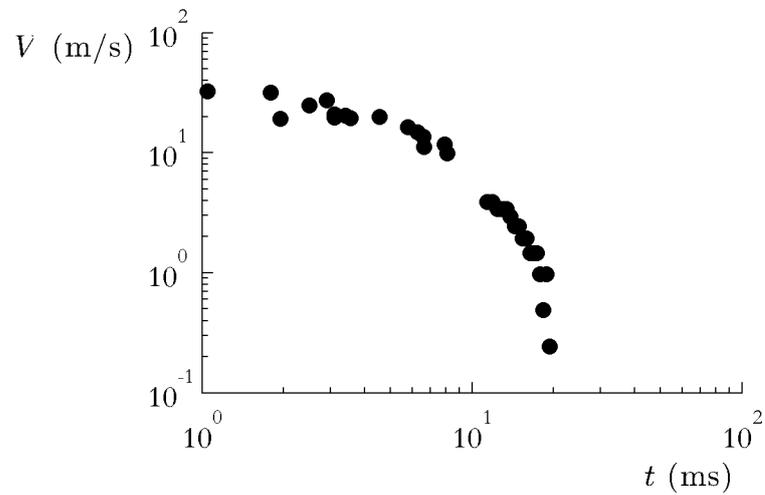


FIG. 1.10 – Représentation en échelle logarithmique des données de la figure 1.8. Dans le cas d'un freinage inertiel, ou en présence d'un fluide rhéofluidifiant, on observerait pour la décélération une loi d'échelle, donc une droite.

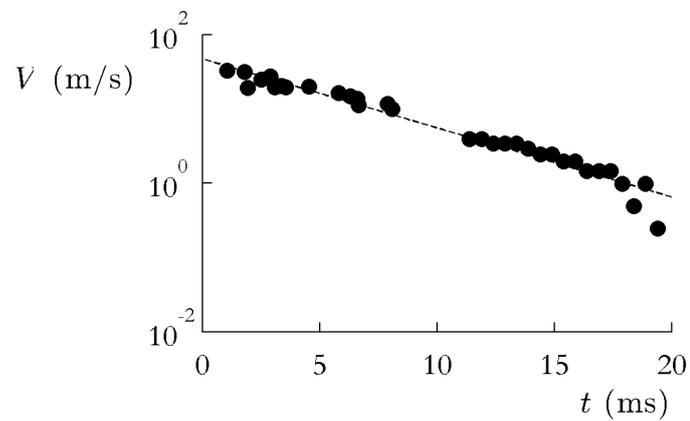


FIG. 1.11 – Représentation en échelle semi-logarithmique des données de la figure 1.8. A grande vitesse, les points se rassemblent autour d'une droite : la décroissance de la vitesse est exponentielle. On remarque un changement de régime lorsque  $V$  atteint environ 1m/s : les points expérimentaux se retrouvent alors largement au-dessous de cette droite.

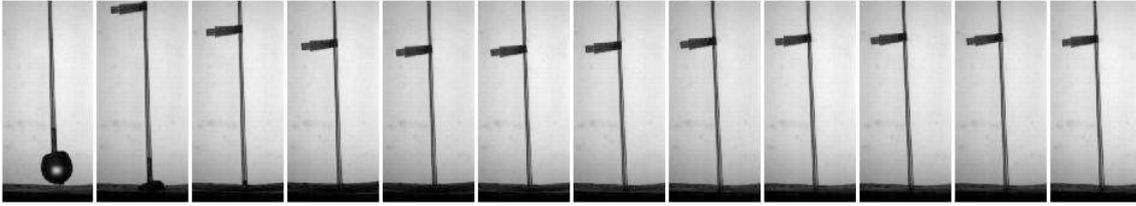


FIG. 1.12 – Chronophotographie d'une bille de verre de 6,2 mm de diamètre arrivant à la surface de la mousse avec une vitesse de 1,7 m/s. L'intervalle entre deux images est de 3,5 ms. On voit que le drapeau lié à la bille reste toujours au-dessus de la surface, ce qui nous permet d'avoir accès à la profondeur atteinte par la bille ainsi qu'à la dynamique de son ralentissement.

la courbe sont très en-dessous de la droite sur laquelle s'aligne les autres points expérimentaux. On s'intéresse à ce régime de basses vitesses. Sur la figure 1.12, on présente une chronophotographie d'une bille de verre arrivant à la surface de la mousse avec une vitesse de 1,7 m/s. La position du drapeau, visible à tout moment de l'expérience, indique celle de la bille et on peut alors tracer la profondeur atteinte par la bille en fonction du temps (figure 1.13). Dans ce régime, le comportement du projectile est très différent du freinage à grande vitesse. On y observe des "rebonds" : la bille remonte après avoir atteint sa profondeur maximale, et oscille avant de se stabiliser.

### 1.3.3 Les deux régimes de décélération

#### Régime des grandes vitesses

Lors de l'impact on observe que de la matière est éjectée lors du passage du projectile dans la mousse. Il paraît donc naturel d'imaginer que la mousse freine le projectile selon un schéma inertiel, dans lequel la résistance est due à la masse du fluide que la bille doit déplacer pour progresser dans le milieu.

L'équation du mouvement pour le freinage inertiel d'une sphère est, d'après (2) :

$$M \frac{dV}{dt} = -1/2 C_D \rho \pi R^2 V^2 \quad (1.7)$$

En séparant les variables pour intégrer, on obtient :

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{V_0} = \frac{3C_D \rho}{8} \frac{t}{R} \quad (1.8)$$

La vitesse s'écrit finalement :

$$V = \frac{V_0}{1 + t/\tau} \quad (1.9)$$

avec un temps caractéristique de freinage  $\tau = \frac{8}{3C_D} \frac{\rho_s}{\rho} \frac{R}{V_0}$ . La figure 1.10 représente l'évolution de la vitesse en fonction du temps dans une échelle logarithmique. Une phase inertielle pendant le freinage signifierait la présence sur cette courbe d'une portion de droite de pente -1. Or les données expérimentales n'indiquent pas de loi de puissance identifiable pendant la décélération, mais plutôt une décroissance exponentielle pour la vitesse (figure 1.11).

Comment expliquer alors cette variation ? On fait cette fois l'hypothèse que, en dépit de la vitesse élevée du choc, l'écoulement autour de la bille est visqueux. On suppose une force de type Stokes, qui s'écrit, en notant  $\eta_e$  la viscosité inconnue de la mousse :

$$M \frac{dV}{dt} \sim -\eta_e V d \quad (1.10)$$

L'intégration de cette équation mène à une expression de type  $V = V_0 e^{-t/\tau}$ , conforme aux observations expérimentales, avec une constante de temps dépendant à la fois de la viscosité du liquide, de la taille et de la densité  $\rho_s$  du solide selon la relation :

$$\tau \sim \frac{M}{d\eta_e} \sim \frac{\rho_s d^2}{\eta_e} \quad (1.11)$$

Tout se passe comme si, en dépit de la vitesse élevée du choc et de la rhéologie complexe de la mousse, celle-ci se comportait comme un liquide visqueux newtonien. Ce résultat contraire à l'intuition sera discuté plus en détail dans la suite du chapitre : nous écrirons un modèle simplifié de rhéologie des mousses et tenterons d'expliquer à quels mécanismes physiques à l'échelle d'une bulle ce comportement peut être attribué.

### Impacts à vitesse modérée

Comme le montrent les photographies de la figure 1.12 et la courbe de la figure 1.13, les pendules décélèrent dans la mousse après impact, mais ne s'arrêtent pas immédiatement. La vitesse s'annule une première fois puis le pendule remonte. Ces "rebonds" ont été observés dans différentes expériences d'impacts de billes dans des fluides complexes. La figure 1.14 présente des résultats obtenus par Tabuteau & al. dans un fluide à seuil (Carbopol) [29] et par Akers et Belmonte dans une solution micellaire [30]. Dans les deux cas, la bille atteint une profondeur maximale avant de remonter.

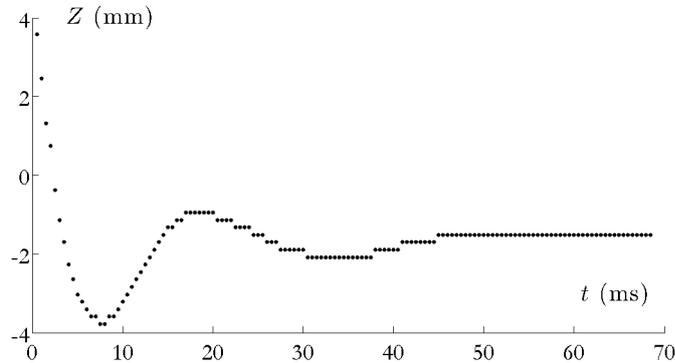


FIG. 1.13 – Position de la bille en fonction du temps dans le cas de l’impact d’une bille de polyacétal de 7 mm de diamètre à 2,4 m/s sur de la mousse. Après quelques périodes d’oscillations fortement amorties, la bille se stabilise à sa profondeur d’équilibre. Cette phase dure environ 50 ms, alors que le freinage proprement dit ne prend que 10 ms.

On est donc tenté de voir dans les oscillations des pendules après impact la signature du comportement non-newtonien de la mousse. Une interprétation possible est de les attribuer à l’élasticité des bulles. En effet la vitesse est grande au début du mouvement, et le taux de cisaillement important. Les bulles glissent alors les unes contre les autres. Quand la vitesse a suffisamment diminué, le cisaillement ne suffit plus à réarranger la structure de la mousse. Les bulles sont alors figées dans une configuration donnée et le seul effet du cisaillement est de les allonger. Ainsi chaque bulle en se déformant stocke de l’énergie élastique, qu’elle peut libérer en retournant à sa forme sphérique initiale quand le cisaillement cesse. Elle se comporte ainsi comme un ressort qu’on aurait comprimé pendant le mouvement, permettant à la mousse de repousser le projectile vers le haut.

## 1.4 Modélisation du comportement de la mousse

Notre objectif ici n’est pas de décrire finement la rhéologie de la mousse, mais de modéliser son action sur la bille le plus simplement possible, de façon à pouvoir comprendre la dynamique d’enfouissement et rendre compte des observations expérimentales faites à grande vitesse comme à vitesse modérée.

Notons que le taux de cisaillement maximal attendu dans nos expériences est de l’ordre du rapport entre la vitesse des projectiles et leur diamètre  $\dot{\epsilon} \sim V_0/d \simeq 10^4 \text{ s}^{-1}$ , ce qui sort du domaine exploré dans les études présentées en début de chapitre [14] et [26].

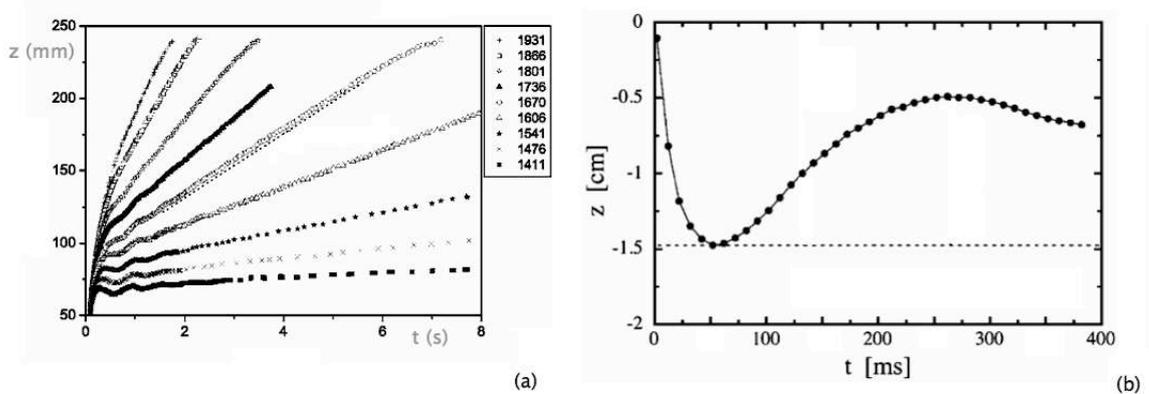


FIG. 1.14 – (a) Impact d'une bille sur une solution de polymère présentant une contrainte seuil (figure extraite de [29]). Une balle de ping-pong est lâchée d'une hauteur de 5 cm au-dessus d'une solution de polymères (Carbopol) : on observe alors des oscillations, avant que la balle se stabilise. Les différentes mesures sont réalisées avec des billes plus ou moins remplies. Les plus lourdes ne sont pas capturées par la solution et tombent à vitesse constante. (b) Impact d'une bille de nitrure de silicium de 0,95 cm de diamètre lâchée à 30 cm au-dessus d'une solution viscoélastique (solution de micelles géantes de chlorure de cétylpyrimidium). Figure extraite de [30].

### 1.4.1 Rhéologie de la mousse

#### Loi de comportement

On a vu précédemment que la mousse à raser se comporte comme un liquide visqueux pendant la première phase du mouvement, tant que la vitesse est grande, et comme un solide élastique à l'approche de l'arrêt définitif. Ainsi, notre système est visqueux aux temps courts et élastique aux temps longs. Il diffère en ceci d'une famille importante de fluides non-newtoniens, les polymères, dont beaucoup ont le comportement inverse. Les fondus de polymères se présentent ainsi sous la forme d'une pâte qui, soumise longtemps à son propre poids, s'étale pour former une flaque mais répond à un choc comme un solide élastique. Dans les deux cas, on se situe entre deux comportements extrêmes qui sont le comportement visqueux et le comportement élastique. Pour les polymères, on parle de liquide viscoélastique. Pour les mousses, de solide viscoélastique.

De la même façon qu'on modélise les fluides visco-élastiques par un fluide de Maxwell, association en série d'un amortisseur et d'un ressort, on peut modéliser de façon sommaire un solide visco-élastique par une cellule de Kelvin-Voigt, association en parallèle des mêmes éléments [31]. La loi de comportement d'un tel solide, qui relie déformation  $\epsilon$ , taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  et contrainte  $\sigma$ , s'écrit :

$$\sigma = E\epsilon + \eta_e \dot{\epsilon} \quad (1.12)$$

Les deux paramètres utilisés pour décrire le comportement de la mousse sont donc sa viscosité équivalente  $\eta_e$  et son module élastique  $E$ .

### Définition du taux de déformation

Le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  a la dimension de l'inverse d'un temps, ou plutôt du rapport entre une vitesse et d'une longueur caractéristiques du cisaillement. Dans le problème considéré, il y a une seule échelle naturelle de vitesse,  $V$ , et deux candidats pour la taille caractéristique : le rayon  $R$  des bulles de la mousse et le diamètre  $d$  du projectile. Notre modèle considère la mousse comme un milieu continu. Or lorsqu'on observe la mousse à l'échelle d'une seule bulle, il s'agit d'un milieu très hétérogène, ce qui exclut a priori la première solution.

Pour déterminer la taille de la zone dans laquelle ont lieu les écoulements, on effectue une expérience d'impact contre la paroi d'un récipient transparent. On prépare dans ce récipient un échantillon de mousse dans lequel on a placé des marqueurs noirs (grains de poivre) qui se déplacent avec la mousse lorsque celle-ci coule, et dont on peut suivre la trajectoire à la caméra.

On veut que la déformation de la mousse soit maximale dans le plan d'observation, c'est-à-dire le long de la paroi. Si on lançait une bille sphérique dans l'échantillon, même le plus près possible du bord, le contact entre la bille et la paroi resterait ponctuel, et les déformations les plus importantes auraient lieu à une distance  $d/2$  de la paroi. Pour s'affranchir de ce problème, on lance sur la mousse non pas une sphère, mais une demi-sphère. Ainsi le contact entre le projectile et la paroi devient-il un disque, et les déformations les plus importantes ont lieu dans le plan d'observation.

On remarque sur la photo prise après l'impact (à droite de la figure 1.15) que le diamètre du trou formé par le projectile dans la mousse vaut environ  $d/2$ , et les lignes noires sont déformées, à la surface et autour de ce trou, sur une distance caractéristique d'ordre  $d$ . Il semble donc que le diamètre du projectile soit un bon ordre de grandeur pour caractériser les régions déformées.

Ainsi cette expérience semble confirmer que la longueur caractéristique pertinente pour décrire les déformations dans la mousse est le diamètre de la bille et que le rapport  $V/d$  est bien une expression légitime pour  $\dot{\epsilon}$ .

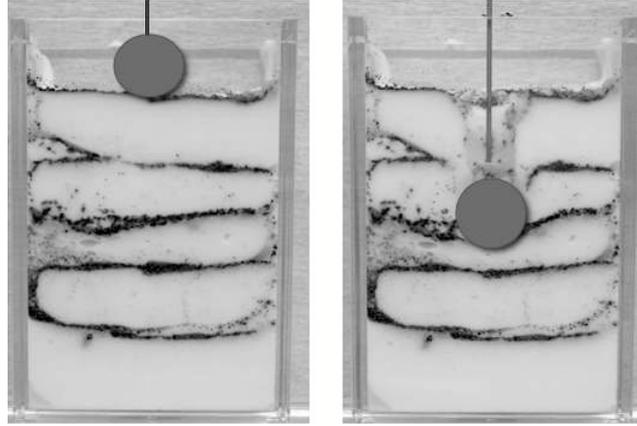


FIG. 1.15 – Échantillon de mousse ensemençé par des grains de poivre, avant et après avoir été percuté par une demi-sphère de plomb de 6 mm de diamètre arrivant à environ 1 m/s.

### Définition de la déformation

Dans un matériau purement élastique, la donnée de la déformation initiale et du taux de déformation suffisent à définir la déformation à l'instant  $t$ . Cependant dans la mousse, qui est un matériau plastique, des réarrangements irréversibles se produisent, comme l'illustre la figure 1.16. Déformation et taux de déformation deviennent alors des variables indépendantes [15]. La quantité  $P = \int_0^t \dot{\epsilon} dt$  représente en effet la profondeur (adimensionnée par le diamètre  $d$ ) atteinte par la bille dans la mousse, mais cette longueur n'a rien à voir avec l'échelle caractéristique des déformations élastiques dans la mousse. Au fur et à mesure de la progression du projectile, le milieu a perdu la mémoire des déformations subies au début de la trajectoire.

Pour rendre compte de cette perte de mémoire, nous introduisons une longueur de coupure  $l_c$  pour l'intégration : tant que la bille se trouve à une profondeur plus petite que  $l_c$ , c'est-à-dire si  $\int_0^t \dot{\epsilon} dt < l_c/d$ , alors la déformation est élastique. L'échelle caractéristique de la déformation  $l_c$  est une longueur intermédiaire entre la taille des bulles et la distance parcourue par la bille dans la mousse. Ainsi nous définissons  $\epsilon$  comme la différence entre  $P$  et sa partie entière :

$$\epsilon = \int_0^t \dot{\epsilon} dt - E \left( \int_0^t \dot{\epsilon} dt \right) \quad (1.13)$$

Au moment de l'impact, la mousse n'est pas étirée et la déformation  $\epsilon$  est nulle. Elle croît ensuite avec le taux  $\dot{\epsilon}$  jusqu'à atteindre la valeur critique 1, qui signifie que la zone déformée atteint la taille  $d$ , et  $\epsilon$  est alors réinitialisée. La courbe représentative de  $\epsilon(t)$  a donc une allure en dents de scie et varie entre deux valeurs extrêmes : 0 et

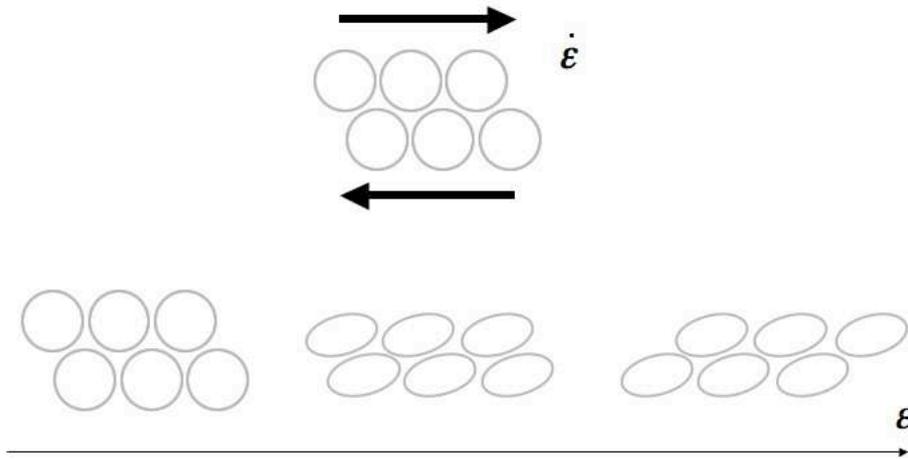


FIG. 1.16 – Représentation schématique de la réponse d’une mousse au cisaillement  $\dot{\epsilon}$  : tant que la déformation imposée  $\epsilon$  est plus faible que la distance entre deux bulles, celles-ci se déforment de façon élastique. Au-delà de cette valeur critique, des réarrangements se produisent : les bulles de la couche supérieure glissent sur leurs voisines de la couche du bas. Leur centre se déplace d’une taille de bulle par rapport à sa position initiale.

1.

Tout se passe comme si la bille progressait dans un matériau composé de plusieurs couches, chacune d’épaisseur  $d$ . La déformation est concentrée dans la couche où se situe la bille à la date considérée. La figure 1.17 représente un échantillon de mousse divisé en tranches horizontales fictives. Dans la tranche où se situe la bille, ses parois solides appuient sur les bulles qui sont alors contraintes à se déformer. Dès que la bille quitte cette couche, elle laisse derrière elle une cavité dont les parois sont libres de se refermer.

## 1.4.2 Équation du mouvement

On considère un projectile en chute libre dans une mousse. Il n’est soumis qu’à son propre poids et à l’action de la mousse. Pour décrire sa dynamique d’enfoncement il nous faut donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} M \frac{dV}{dt} = Mg - \pi d^2 \sigma \\ \sigma = E\epsilon + \eta_e \dot{\epsilon} \end{cases}$$

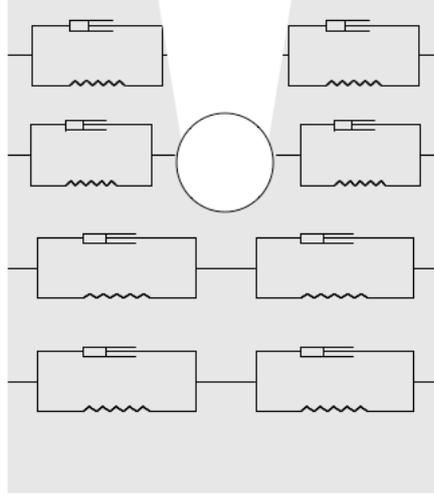


FIG. 1.17 – Principe de l'intégration des équations du mouvement. L'échantillon de mousse est divisé par la pensée en tranches horizontales d'épaisseur  $d$ . Ces tranches se comportent comme des cellules de Kelvin-Voigt indépendantes les unes des autres. Quand la bille pénètre dans une de ces cellules, celle-ci se comprime comme un ressort de raideur  $E$ . Dès que la bille a fini de traverser la couche, elle relaxe avec une viscosité  $\eta_e$ .

### Limite des grandes vitesses

Juste après l'impact, la première phase du mouvement se fait à grande vitesse, donc à grand taux de déformation  $\dot{\epsilon} = V/d$ . Dans l'expression de  $\sigma$ , le terme élastique, borné par  $E$  est alors négligeable devant le terme visqueux :

$$\sigma \sim \eta_e \dot{\epsilon} \sim \eta_e V/d \quad (1.14)$$

Expérimentalement, nous avons vu que la vitesse pouvait varier de 30 m/s à 0 en 15 ms environ. Les accélérations mises en jeu sont donc de l'ordre de  $30/0,015 = 2000 \text{ m/s}^2$ . Le poids des particules, et *a fortiori* la poussée d'Archimède, sont donc négligeables dans cette phase du mouvement. Si l'on remplace dans l'équation du mouvement  $\sigma$  par l'expression obtenue en (1.14), on a pour des billes légères :

$$M \frac{dV}{dt} \sim -\pi d^2 \eta_e V/d \quad (1.15)$$

Ceci mène à  $V = V_0 e^{-t/\tau}$ , le comportement observé expérimentalement, avec :

$$\tau = \frac{M}{\pi d \eta_e} = \frac{\rho_s d^2}{6 \eta_e} \quad (1.16)$$

Pour savoir quelle viscosité équivalente utiliser dans le modèle, on mesure le temps

caractéristique de ralentissement sur la courbe expérimentale, qui vaut  $4,8 \pm 0,4$  ms. Cela correspond à une viscosité équivalente :

$$\eta_e = \frac{\rho_s d^2}{6\tau} = 760 \pm 30 \text{ mPa} \cdot \text{s} \quad (1.17)$$

A titre de comparaison, la viscosité du liquide moussant vaut un peu moins de 2 mPa.s, quant à celle du gaz, elle est évidemment bien plus faible : de l'ordre de  $10^{-2}$  mPa.s. Nous reviendrons en fin de chapitre sur cette valeur étonnante de la viscosité de la mousse, bien plus élevée que celles des fluides qui la composent.

Grâce à cette valeur nous pouvons calculer un nombre de Reynolds qui nous permettra de discuter la pertinence de ce modèle visqueux.

$$Re \sim \frac{dV\rho}{\eta_e}$$

En effet nous avons choisi cette description a priori, sachant qu'elle nous permettrait d'expliquer une décroissance exponentielle de la vitesse en fonction du temps, mais elle n'est valide que si le nombre de Reynolds est faible pendant toute l'expérience. En utilisant la valeur de  $\eta_e$  provenant des données expérimentales, on trouve  $Re \sim 10$  au moment de l'impact. Le mouvement commence donc à  $Re$  intermédiaire et, comme la vitesse décroît ensuite extrêmement vite, se poursuit à bas  $Re$ . L'hypothèse d'une dynamique visqueuse est donc légitime.

### Limite des basses vitesses

Dans le cas où la vitesse est faible, alors le taux de cisaillement l'est aussi, et c'est cette fois le terme élastique qui va dominer dans l'expression de la contrainte :

$$\sigma = E\epsilon + \eta_e \frac{V}{d} \sim E\epsilon \quad (1.18)$$

La deuxième loi de Newton s'écrit alors :

$$M \frac{dV}{dt} = Mg - \pi d^2 \sigma \quad (1.19)$$

Or, comme le taux de déformation est proportionnel à la vitesse, on peut faire disparaître  $V$  de l'équation et exprimer l'accélération en fonction de  $\epsilon$  :

$$M \frac{dV}{dt} = Md \frac{d^2 \epsilon}{dt^2} \quad (1.20)$$

On obtient donc une équation différentielle d'ordre 2 en  $\epsilon$  :

$$\frac{d^2\epsilon}{dt^2} + \omega^2\epsilon = g/d \quad (1.21)$$

avec  $\omega = \sqrt{\frac{\pi d E}{M}} = \sqrt{\frac{3E}{4\rho_s d^2}}$ , ce qui correspond à une période :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{4\rho_s d^2}{3E}} \quad (1.22)$$

La période des oscillations observées dans nos expériences est de 21 ms pour une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre. On peut déduire de (1.22) un module élastique de la mousse :

$$E = \frac{2}{3}\pi^2 \rho_s \frac{d^2}{T^2} \quad (1.23)$$

On trouve alors, à partir des données expérimentales,  $E \simeq 300$  Pa. Comme nous avons attribué la réponse élastique de la mousse à l'action des bulles déformées qui retournent à leur géométrie initiale, nous devrions trouver un module élastique proche de la pression de Laplace dans les bulles. Celle-ci s'écrit  $\Delta P = 2\gamma/R$ , et vaut 2500 Pa pour les bulles de rayon moyen. Mais pour les plus grosses des bulles visibles sur la figure 1.3, la pression de Laplace est plutôt de l'ordre de 300 Pa. De plus, la valeur de 300 Pa est également en accord avec les expériences de rhéométrie de Gopal et Durian, qui trouvent un module élastique constant pour un taux de cisaillement compris entre  $10^{-2}$  et  $10$  s $^{-1}$  et faiblement croissant au-delà de cette limite [32]. Il semble donc légitime d'expliquer les oscillations des pendules par la relaxation des bulles comprimées.

En lançant sur la mousse des pendules de taille et de densité variées, puis en mesurant la période de leurs oscillations, nous pouvons vérifier expérimentalement la loi d'échelle prédite pour  $T$  :

$$T \sim \sqrt{\rho_s d^2 / E} = d \sqrt{\rho_s / E} \quad (1.24)$$

Pour chaque lancer, on mesure la période d'oscillation du pendule sur la vidéo et on calcule le temps  $\tau = \sqrt{\rho_s d^2 / E}$  en utilisant la valeur de  $E$  déterminée ci-dessus. Lorsqu'on compare ces deux grandeurs, on obtient le graphe représenté sur la figure 1.18 : la proportionnalité entre les deux est bien vérifiée. Ceci montre que la période des oscillations est elle aussi fixée par la taille du projectile.

### Vitesse critique

On peut enfin comparer l'importance relative des deux termes présents dans l'expression de  $\sigma$  : on a toujours  $E\epsilon < E$ , donc pour que le terme visqueux domine, il suffit d'avoir  $\eta_e \dot{\epsilon} > E$ , ce qui donne une vitesse critique :

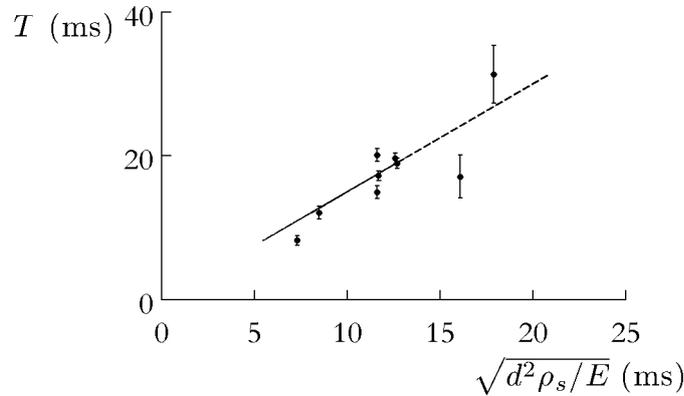


FIG. 1.18 – Période d’oscillation des pendules, en fonction des caractéristiques de la bille et de l’élasticité de la mousse. La prédiction (1.24) est tracée en ligne droite sur la figure.

$$V_c \sim \frac{Ed}{\eta_e} \quad (1.25)$$

Avec les valeurs numériques typiques de nos expériences, on trouve  $V_c \sim 1$  m/s. Cette valeur est en accord avec les observations expérimentales, puisque c’est vers 1 m/s qu’on observe le changement de pente de la courbe 1.11.

### 1.4.3 Comparaison des résultats numériques avec les expériences

#### Dynamique aux temps courts

Pour comparer qualitativement notre modèle aux expériences, on simule l’impact à 45 m/s d’une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre. A chaque instant on calcule la vitesse de la bille. On trace l’évolution de cette vitesse en fonction du temps dans une représentation linéaire et semi-logarithmique sur la figure 1.19. L’accord entre prévisions numériques et données expérimentales est bon et le modèle reproduit bien la décroissance exponentielle observée expérimentalement. Le temps caractéristique de cette évolution est également respecté, puisqu’on observe un changement de régime au bout de 15 ms sur les deux courbes.

#### Dynamique aux temps longs

Aux temps courts, ce n’est plus la décélération que nous mesurons mais la position en fonction du temps. La figure 1.20 montre les résultats obtenus lorsque l’on simule l’impact à 2,5 m/s d’une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre sur de la

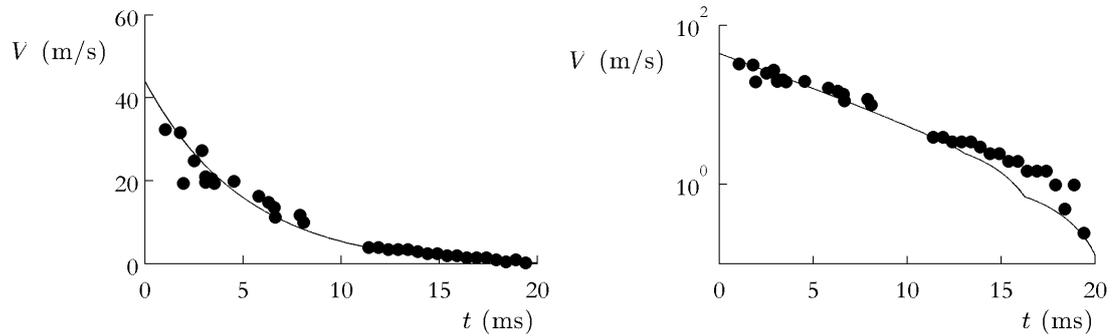


FIG. 1.19 – Impact d’une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre dans de la mousse à raser : évolution de la vitesse de la bille en fonction du temps, à gauche en échelle linéaire, à droite en échelle semi-logarithmique. Les données expérimentales sont représentées par des points noirs, les résultats numériques par la courbe en trait plein.

mousse à raser. Le modèle reproduit bien le comportement observé expérimentalement : après quelques périodes d’oscillations fortement amorties, la bille se stabilise à une profondeur légèrement inférieure à la profondeur maximale, atteinte juste après l’impact, lors du premier changement de signe de la vitesse. On observe aussi que l’amplitude des oscillations est sous-estimée par le modèle. De même, la position d’équilibre de la bille calculée par le programme diffère des mesures expérimentales d’environ 2 mm, soit moins de la moitié d’une taille de bille.

### Longueur de capture

D’un point de vue pratique, on s’intéresse moins aux détails de la dynamique de décélération qu’à la possibilité de piéger un objet dans une mousse. Nous avons vu qu’à condition d’être suffisamment petite et légère, une sphère peut se retrouver immobilisée dans la mousse sans s’y enfoncer. Nous savons également que si cette sphère arrive sur la surface libre d’une mousse avec une vitesse initiale, elle va décélérer dans le fluide et s’y arrêter. On appelle dans ce cas longueur de capture  $L$  l’épaisseur de la couche de mousse qu’il est nécessaire d’utiliser pour amener le projectile à un arrêt complet.

Expérimentalement, on peut mesurer  $L$  pour des lancers à très faible vitesse d’impact, pour lesquels la bille ne s’enfouit que partiellement :  $L \sim d$ . Pour faire le lien avec les autres expériences, on utilise la même technique de raccordement que pour construire la courbe de décélération : s’il faut une épaisseur  $L_1$  de mousse pour faire passer la bille de la vitesse  $V_1$  à la vitesse  $V_2$ , et une épaisseur  $L_2$  de mousse pour piéger définitivement une bille arrivant à la vitesse  $V_2$  sur la surface, alors la longueur

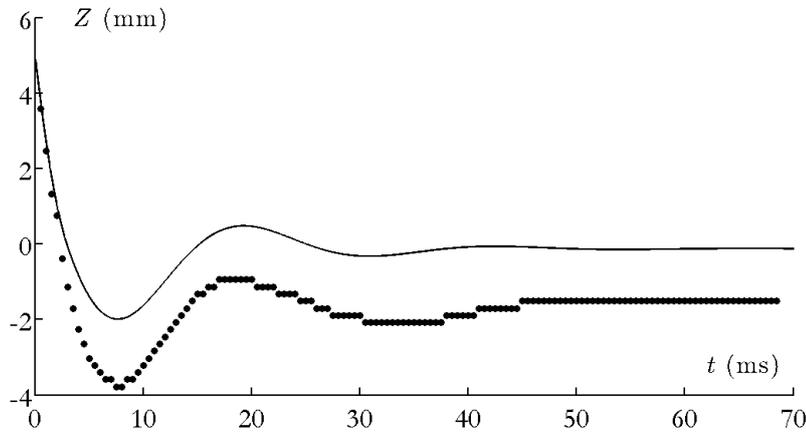


FIG. 1.20 – Impact à 2,5 m/s d'une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre sur un échantillon de mousse : la courbe en trait plein représente la prédiction numérique, les points noirs les données expérimentales.

de capture pour l'impact de cette bille à la vitesse  $V_1$  sur la mousse sera  $L_1 + L_2$ .

Numériquement, on obtient la longueur de capture adimensionnée  $L/d$  en intégrant le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  :

$$\frac{L}{d} = \frac{\int_0^t V dt}{d} = \int_0^t \dot{\epsilon} dt \quad (1.26)$$

Le résultat de cette intégration est présenté sur la figure 1.21 : on observe un bon accord entre prévisions numériques et expériences. La courbe calculée présente des irrégularités qui traduisent la nature discrète du modèle utilisé pour intégrer les équations.

### Statique

On peut reproduire numériquement l'expérience qui nous permettait de définir la contrainte seuil dans la première partie de ce chapitre. En utilisant le code permettant de calculer la longueur de capture d'une bille dans la mousse avec une vitesse d'impact nulle, on calcule la profondeur  $L$  atteinte à l'équilibre par des billes de différentes tailles et densités. On considère que chacune s'enfonce spontanément sous son propre poids si la valeur trouvée est plus grande que le diamètre de la bille, et qu'elle "flotte" sinon.

La figure 1.22 présente le résultat de cette expérience numérique. On y trace la masse

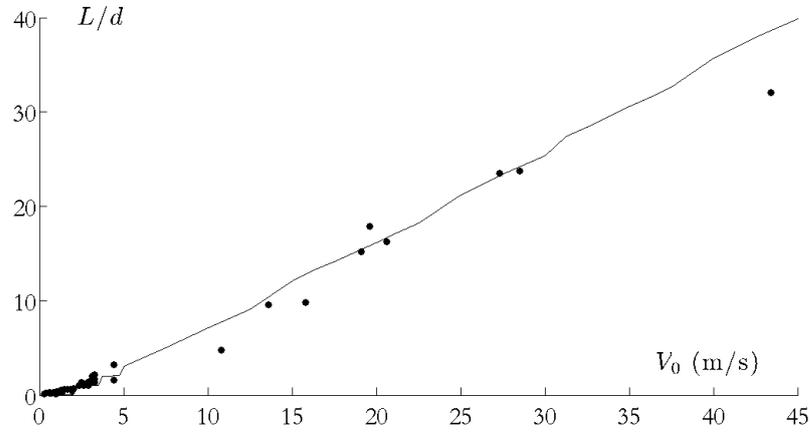


FIG. 1.21 – Longueur de capture  $L$  normalisée par le diamètre  $d$  de la sphère, en fonction de la vitesse d’impact. Les données expérimentales sont représentées par les points noirs, les prédictions numériques par la courbe en trait plein.

des billes en fonction du carré de leur diamètre. On obtient un diagramme de phase ayant la même allure que la figure 1.5 : les deux régions, enfoncement spontané et piégeage, sont séparées par une droite passant par l’origine.

En négligeant les facteurs géométriques, on peut calculer l’ordre de grandeur de la contrainte seuil :

$$\sigma_Y \sim \frac{Mg}{d^2} \quad (1.27)$$

Dans l’expérience présentée au début de cette partie, on trouve alors  $\sigma_Y = 144$  Pa, tandis que la pente extraite de la figure 1.22 mène à une estimation plus faible de la contrainte seuil  $\sigma_Y = 5$  Pa. Cette sous-estimation peut s’expliquer par le fait que l’aire de la zone de contact est constante, fixée à  $A = \pi r^2$ , dans le modèle. Or si on pose vraiment la bille à vitesse nulle, le contact est presque ponctuel. La contrainte effectivement exercée sur la mousse est plus grande que celle qui est calculée dans le modèle et qui nous sert à calculer la contrainte seuil.

### Comparaison avec un modèle rhéologique classique

La loi de comportement (1.12) utilisée dans notre modèle a été choisie pour sa simplicité, au détriment de lois plus classiques, comme le modèle de Herschel-Bulkley, qui prédisent une loi de puissance pour variation de la contrainte avec le taux de cisaillement :

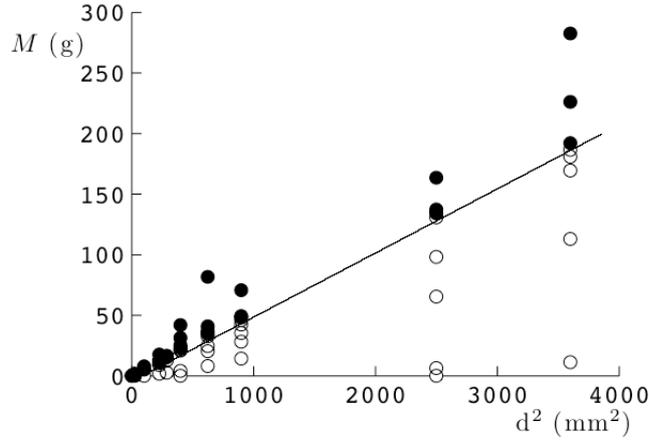


FIG. 1.22 – Simulation du test d'enfoncement spontané des billes : on intègre numériquement les équations du mouvement pour un "impact" à vitesse nulle, en faisant varier la taille et la densité des billes testées. On calcule la longueur de capture adimensionnée : les billes pour lesquelles  $L/d > 1$  sont représentées en noir, les autres "flottent" et sont représentées en blanc.

$$\sigma = \sigma_Y + \xi \dot{\gamma}^n \quad (1.28)$$

Les paramètres  $\xi$  et  $n$  sont généralement déterminés par les expériences, et les valeurs obtenues pour  $n$  varient entre 0,25 et 1, mais il existe un modèle théorique prédisant  $n = 2/3$  [33]. Si l'on considère une telle loi pour la réponse de la mousse, on a à grande vitesse :

$$\sigma \simeq \xi \dot{\gamma}^n \sim \xi \left( \frac{V}{d} \right)^n \quad (1.29)$$

Si  $n = 1$ , on retrouve alors une loi semblable à celle que nous avons établie pour un freinage visqueux (1.15) :

$$M \frac{dV}{dt} \sim -\xi d V \quad (1.30)$$

Ce qui mène à une décélération exponentielle, avec un temps caractéristique dépendant de  $\xi$ . En revanche, si  $n$  est plus petit que 1, l'équation du mouvement devient :

$$M \frac{dV}{dt} \sim -\xi d^2 \left( \frac{V}{d} \right)^n \quad (1.31)$$

On trouve alors une loi d'échelle pour la vitesse :

$$V \sim -t^{\frac{1}{1-n}} \quad (1.32)$$

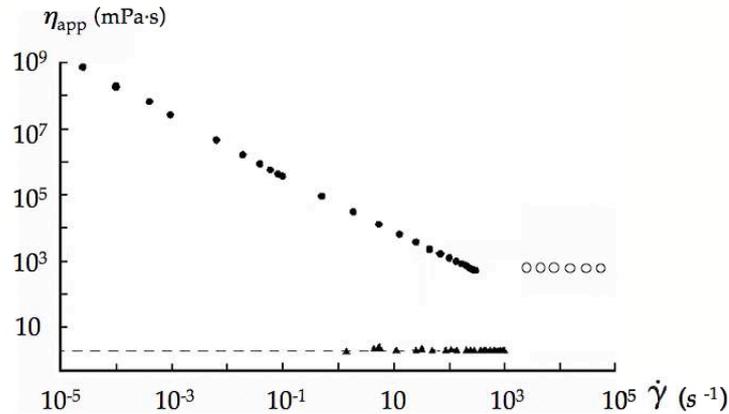


FIG. 1.23 – Comparaison entre la viscosité apparente  $\eta_{app}$  ( $\bullet$ ) mesurée par Gopal et Durian [14] et la valeur  $\eta_e$  ( $\circ$ ) extraite de nos expériences d'impact.

Or nous avons montré que la dépendance de la vitesse en fonction du temps n'est pas une loi d'échelle (figure 1.11). La loi (1.28), si elle est appropriée pour décrire le comportement des mousses dans le régime de taux de cisaillement habituellement exploré dans les expériences de rhéologie, semble donc inadaptée dans le cas de très forts cisaillements comme ceux auxquels la mousse est confrontée lors de nos expériences d'impacts.

## 1.5 Origine de la viscosité

Le résultat le plus surprenant de notre expérience est sans doute le fait que la viscosité apparente de la mousse reste constante pendant presque toute la décélération. En effet les expériences classiques de rhéologie des mousses montrent que la viscosité de la mousse varie en fonction de la fréquence à laquelle on la sollicite. Comme le montre la figure 1.2, cette viscosité est toujours largement supérieure à celle du liquide moussant et décroît avec le taux de déformation.

Dans nos expériences, la viscosité reste constante sur une plage de vitesse allant de 2 m/s à 50 m/s. Le taux de déformation  $\dot{\epsilon}$  est alors compris entre  $4 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$  et  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . Ainsi, nos résultats ne sont pas en contradiction avec ceux obtenus par Gopal et Durian et suggèrent que la courbe de la figure 1.2 peut être prolongée par un plateau où la viscosité se stabilise à une valeur différente de la viscosité du liquide moussant : on obtient alors la figure 1.23. Des observations récentes effectuées dans le cadre d'expériences de rhéologie à très haute fréquence semblent confirmer ce résultat [34].

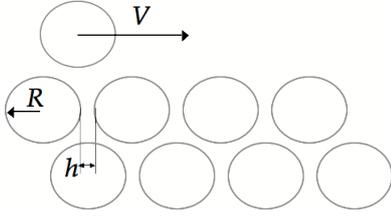


FIG. 1.24 – Système considéré pour l'évaluation de la viscosité apparente  $\eta_e$  : on considère une mousse monodisperse dans laquelle toutes les bulles ont un rayon  $R$ . On s'intéresse à une bulle en particulier, qui se déplace à une vitesse  $v$  par rapport aux bulles de la couche voisine. L'épaisseur des films liquides qui la séparent de cette couche est  $h$ .

### 1.5.1 Un modèle naïf

Comment comprendre la valeur du palier de la figure 1.23 ? La dissipation visqueuse se produit lorsque le taux de cisaillement de la mousse est très important. On est dans le régime des déformations plastiques de la mousse, où les bulles changent de configuration en glissant par rapport à leurs voisines. Nous présentons ici une estimation naïve de la viscosité apparente.

On cherche à établir la viscosité de la mousse, définie comme le rapport entre contrainte et taux de cisaillement :

$$\eta_e = \sigma / \dot{\gamma} = \sigma \tau \quad (1.33)$$

avec  $\tau$  le temps de réponse caractéristique de la mousse. Considérons une mousse ordonnée, dans laquelle une bulle glisse d'un site au suivant sur la couche de bulles voisines. Deux sites voisins sont séparés par une distance  $2R$ . Si la bulle se déplace à une vitesse  $V$ , le temps caractéristique du glissement sera donc en loi d'échelle  $\tau \sim R/V$ . Chaque bulle subit de la part de ses voisines une force résultant de la pression de Laplace qui règne à l'intérieur de ces dernières. Pour sortir de sa cage, elle devra donc exercer une contrainte de l'ordre de  $\gamma/R$  :

$$\eta_e \sim P \cdot t \sim \frac{\gamma}{R} \tau \quad (1.34)$$

On suppose que la dissipation visqueuse a lieu uniquement dans les films liquides qui séparent les bulles les unes des autres. Par unité de volume la force visqueuse peut donc s'écrire en fonction de la vitesse  $V$  de la bulle, de l'épaisseur  $h$  des films et de la viscosité  $\eta$  du liquide moussant :

$$F_\eta \sim \eta V / h^2 \sim \eta \frac{R}{h^2 t} \quad (1.35)$$

Il est moins immédiat d'écrire la force motrice du glissement. Néanmoins, si on imagine que le mouvement est propagé par les bulles qui se déforment et se poussent les unes les autres, on peut écrire qu'entre une bulle et sa voisine, séparées de  $2R$

il existe une surpression d'ordre  $\gamma/R$ . On a donc en loi d'échelle le gradient de pression :

$$\Delta P \sim \frac{\gamma}{R^2} \quad (1.36)$$

En écrivant l'équilibre entre ces deux forces, on trouve :

$$t \sim \frac{\eta R^3}{\gamma h^2} \quad (1.37)$$

Ainsi la viscosité apparente  $\eta_e$  s'écrit-elle

$$\eta_e \sim \eta \frac{R^2}{h^2} \quad (1.38)$$

Pour tester cette loi, il faudrait pouvoir contrôler la viscosité de la phase liquide, le rayon des bulles et l'épaisseur des films dans nos mousses. Nous avons toujours utilisé des échantillons de la même mousse, et il est difficile de faire varier l'un de ces paramètres en laissant les autres constants. Nous pouvons cependant commenter l'ordre de grandeur de la viscosité obtenue par ce calcul. Le rayon des bulles de la mousse Gillette est d'environ  $20 \mu\text{m}$ . Pour des bulles séparées par des films d'une épaisseur de  $1 \mu\text{m}$ , on trouve une viscosité augmentée de  $20^2 = 400$  fois par rapport à la viscosité du liquide moussant. Celle-ci a été mesurée par Durian et Gopal, qui ont trouvé une valeur de  $1,9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . Ainsi, on attendrait pour  $\eta_e$  environ  $750 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ , du même ordre que la viscosité que nous avons mesurée.

## 1.5.2 Perspectives

Un modèle pour la dissipation d'énergie dans les mousses a été proposé par Tcholakova & al [35]. Deux mécanismes, dont l'importance relative varie en fonction de la nature du surfactant, y sont proposés : la friction visqueuse au sein des films, que nous avons évoquée plus haut, mais aussi la dissipation de surface, liée à la variation de la surface totale des bulles au cours du mouvement.

Lorsque la surface de la bulle varie, la concentration surfacique en surfactant ne s'adapte pas immédiatement, et la tension de surface n'est plus constante. Ainsi, si on impose une déformation  $A = A_0 \sin \omega t$  à la surface de la bulle, la réponse en tension de surface sera :

$$\gamma = \gamma_0 + A_0(E_{SD} \sin \omega t + E_{SL} \cos \omega t) \quad (1.39)$$

Le coefficient qui caractérise la réponse en phase est le module élastique de surface  $E_{SD}$  ; celui qui caractérise la réponse en opposition de phase est un module de perte  $E_{SL}$ . On définit le module dilatationnel de surface  $E_D$  par :

$$E_D = \sqrt{E_{SD}^2 + E_{SL}^2} \quad (1.40)$$

$E_D$  traduit la sensibilité d'une interface aux perturbations mécaniques.

- La friction visqueuse domine pour les surfactants à faible module dilatationnel de surface. Pour ces surfactants, accroître la surface des films coûte moins d'énergie que mettre le liquide en écoulement à l'intérieur des films. La dissipation a donc lieu dans les films cisailés par deux bulles qui glissent l'une par rapport à l'autre, ou dans les films comprimés par deux bulles s'approchant l'une de l'autre.
- Pour les surfactants à grand module dilatationnel de surface, comme les acides gras, le temps de relaxation après une perturbation de la surface est long (de l'ordre de 1 s). On suppose que ces surfactants s'assemblent aux interfaces liquide-air et y forment des structures, peut-être cristallines, qu'il est difficile de déformer [36]. Dans ce cas, lorsque les bulles sont mises en mouvement, c'est la migration des surfactants dans la couche d'adsorption près de l'interface qui coûte le plus d'énergie. La contrainte visqueuse mesurée dans la mousse est alors indépendante de la viscosité de la solution moussante.

Des mesures récentes ont montré que les surfactants contenus dans la mousse Gillette semblent appartenir à la seconde catégorie [37]. Il serait donc intéressant de reproduire l'expérience d'impact à grande vitesse dans des mousses formées avec différents surfactants, de façon à contrôler les propriétés rhéologiques de surface. Si on retrouve un plateau de viscosité avec des surfactants du premier type, on pourrait ensuite faire varier différents paramètres, comme la taille des bulles, la tension de surface ou la fraction volumique, pour savoir comment ceux-ci influencent la valeur de ce plateau. Notons enfin que pour un système qui dissipe surtout par ses surfaces, on attend une modification de l'argument 1.38.

## 1.6 Questions ouvertes

### 1.6.1 Dissipation à la surface de la mousse

Lorsqu'on lance un caillou dans un lac, on observe des ondes dont la propagation dissipe une partie de l'énergie de l'impact. Dans l'eau, déformer ainsi la surface libre coûte de l'énergie. Dans la mousse, il n'y a pas à proprement parler de tension de surface : on peut modéliser un tas de mousse comme on veut, il ne se rétractera pas spontanément pour minimiser son aire de contact avec l'air et retrouver une forme

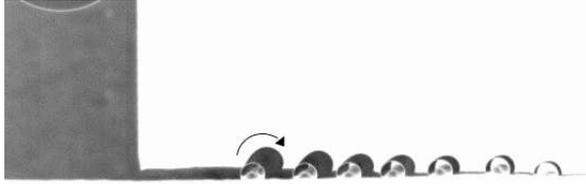


FIG. 1.25 – Impact d’une bille de polypropylène de 10 mm de diamètre à 1,7 m/s sur une surface de mousse couverte de petites billes d’acrylique de 1,6 mm de diamètre. On superpose les images de la vidéo pour visualiser la trajectoire de la bille des marqueurs. La trajectoire de la bille est rectiligne et correspond à la traînée verticale et sombre visible sur la gauche de l’image. La trajectoire des billes-marqueurs est quant à elle circulaire, comme celle d’un flotteur ballotté par la houle, et le rayon du cercle décrit par un marqueur décroît avec la distance de celui-ci au site d’impact. La flèche indique le sens de parcours de cette trajectoire.

sphérique comme le ferait une goutte d’eau. Comment la surface inerte de la mousse réagit-elle à l’impact ?

Pour visualiser les déformations de la surface, on y place des billes plus petites que le projectile et suffisamment légères pour ne pas s’enfoncer, on filme l’impact en incidence rasante (l’axe optique de l’objectif passe par la surface de la mousse) et on observe le déplacement de ces billes-traceurs. On observe sur la figure 1.25, où l’on a superposé toutes les images prises au cours d’une telle expérience, que les traceurs ne se déplacent pas seulement verticalement, mais aussi radialement. Ils parcourent un cercle : d’abord soulevés et poussés loin de l’impact, ils reviennent ensuite à leur position d’origine en étant cette fois aspirés vers le bas. Ce comportement, qui ressemble à celui d’un flotteur sur une mer houleuse, traduit l’existence d’une onde qui se propage radialement à partir du site d’impact. Comme on le voit sur les photographies, le cercle décrit par une bille-traceur est d’autant plus petit que celle-ci se situe loin de l’impact : il y a donc de la dissipation au cours de la propagation de ces ondes de surface et la longueur caractéristique d’atténuation des ondes de surface est comparable à la taille du projectile.

### 1.6.2 Cicatrisation de la mousse

Après le passage de la bille, il reste un trou dans la mousse. Ainsi que nous l’avons représenté sur le schéma 1.26, le diamètre du tunnel est inférieur à celui du projectile. En effet la mousse qui au passage du projectile s’était comprimée radialement peut, dès que le projectile s’est enfoncé plus avant dans la mousse, relaxer vers le centre du trou. Si chaque couche de mousse se comportait effectivement comme un solide

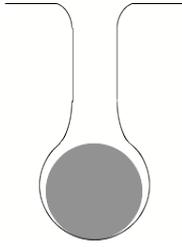


FIG. 1.26 – Schéma du tunnel creusé dans la mousse par la bille. Le diamètre du trou est inférieur à celui de la sphère.

de Kelvin-Voigt comme nous l'avons imaginé, alors au bout d'un temps assez long le trou se refermerait complètement. Sa persistance prouve que des déformations plastiques ont lieu non seulement au cours des écoulements verticaux, mais aussi dans la direction radiale.

### 1.6.3 Rupture des films et fragmentation des bulles

On a vu que le projectile crève la surface libre et y crée un tunnel qui ne se referme pas. Nous avons jusque-là considéré que chacune des bulles retrouve à la fin de l'expérience sa taille et sa forme initiale, même si elle a changé de voisines. Il est légitime de se demander si, comme dans le cas de la mousse bambou, les films qui séparent les bulles ont été affectés par le mouvement et s'ils ont résisté à l'impact. Deux mécanismes sont susceptibles d'affecter les films à l'échelle des bulles : la rupture d'un film à l'interface avec l'air, qui provoquerait alors une diminution du volume car l'air contenu dans la bulle correspondante passe dans l'atmosphère ; et la fragmentation d'une bulle sous cisaillement [38].

Au cours des impacts filmés en incidence rasante, nous observons une élévation du niveau de mousse dans le récipient alors que le projectile s'enfonce. On peut alors estimer la variation  $\Delta\Omega$  du volume contenu dans le récipient, de profondeur  $L$ , et la comparer au volume du tunnel créé par la sphère. Si on suppose que les deux sont égaux, on en déduit un ordre de grandeur du rayon moyen du tunnel :  $r_t \sim \sqrt{\frac{\Delta\Omega}{\pi L}}$ . On trouve alors que le rayon du tunnel est proportionnel au rayon de la bille, avec un coefficient compris entre 0,4 et 0,9. Expérimentalement, on observe que les cratères formés à la surface des échantillons ont un rayon de cet ordre de grandeur. Il paraît donc raisonnable de proposer que le volume de mousse qui sort du récipient compense exactement le volume de l'air qui occupe le tunnel. Ainsi, la mousse se comporte comme un milieu incompressible, comme supposé dans la discussion de la section 1.5.1.

Nous avons également mesuré à la loupe binoculaire (comme pour la figure 1.3)

la taille des bulles au bord du cratère, là où le cisaillement est maximal, avant et après une expérience d'impact. La variation du rayon moyen mesuré avant et après l'impact est plus faible que la variation à l'intérieur des échantillons. Il en va de même pour la largeur de la distribution de tailles de bulles. Il semble donc que l'impact ne cause ni fragmentation des bulles, ni coalescence, au voisinage du point d'impact.

## 1.7 Conclusion

Nous avons montré que la décélération d'un projectile dans la mousse à raser était comparable au freinage dans une huile silicone visqueuse, pourtant plus de 10 fois plus dense que la mousse. De plus, nous avons montré que les billes "légères" s'arrêtent au bout d'une longueur finie, quelle que soit la taille de l'échantillon. Cette longueur de capture  $L$  peut être prédite à l'aide d'un modèle simple de solide visco-élastique avec perte de mémoire.

D'un point de vue plus fondamental, nous avons mis en évidence un comportement visqueux pour la mousse à grande vitesse. Ce résultat, surprenant compte tenu du fait que la mousse est un fluide complexe, prolonge cependant les courbes de rhéologie existantes et semble en accord avec les expériences les plus récentes de rhéologie haute fréquence. Nous avons également déterminé le domaine de validité du modèle newtonien pour la mousse : la vitesse critique au-dessous de laquelle les effets élastiques se font sentir peut être estimée en comparant contraintes visqueuses et élastiques.

Il reste néanmoins à comprendre l'origine de ce plateau de viscosité. Il faut pour cela savoir si ce plateau est une propriété universelle, retrouvée dans toutes les mousses sollicitées à haute fréquence, ou s'il est spécifique du mélange de surfactants que nous avons utilisé. Dans les deux cas, il serait intéressant d'apprendre comment la valeur du palier dépend des différents paramètres de l'expérience : taille des bulles, fraction volumique, propriétés physico-chimiques des surfactants ...

Enfin, il semble que les bulles affectées par l'impact ne fusionnent pas avec leurs voisines, ni ne se fragmentent en bulles plus petites : elles se déplacent, changent de voisines mais restent intactes. Ceci mériterait d'être confirmé par des expériences plus systématiques. Si c'est le cas, on pourrait imaginer que la mousse serve d'amortisseur recyclable. Il faudrait pour cela étudier en détail la forme et l'évolution temporelle des tunnels créés dans la mousse par le projectile, dont on a vu qu'ils se referment partiellement, et trouver un moyen de parfaire cette cicatrisation partielle.



#### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>44</b>
<b>2.2</b>	<b>Dynamique d'enfoncement de la bille</b>	<b>45</b>
2.2.1	Deux régimes de décélération	45
2.2.2	Décélération à $Re$ intermédiaire	45
2.2.3	Décélération en régime visqueux	47
<b>2.3</b>	<b>Géométrie des cavités</b>	<b>48</b>
2.3.1	Cavités observées dans l'eau	48
2.3.2	Cavités formées dans l'huile	53
<b>2.4</b>	<b>Relaxation de la cavité</b>	<b>60</b>
2.4.1	Pincement des cavités dans l'eau	60
2.4.2	Fermeture d'un cratère visqueux	61
<b>2.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>62</b>

---

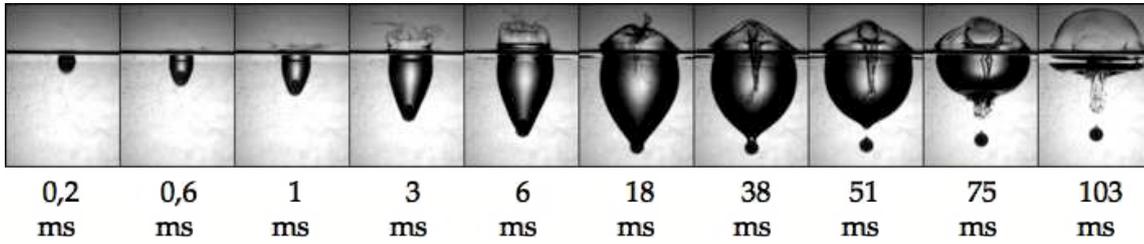


FIG. 2.1 – Chronophotographie de l’impact d’une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 2,5$  mm sur un bain d’huile ( $\eta = 1000$  mPA·s) à 28 m/s. La date de chaque cliché est indiquée sous l’image.

## 2.1 Introduction

On discute à présent les caractéristiques de l’impact de billes dans un fluide dont la viscosité est proche de celle de la mousse Gillette : une huile silicone de viscosité 1000 mPa·s.

May et Woodhull [39] ont étudié des impacts dans l’eau de billes d’acier pour déterminer la variation de la force de traînée avec le nombre de Reynolds, dans la gamme  $Re \sim 10^4 - 10^6$ . La courbe obtenue pour le coefficient de traînée  $C_D(Re)$  est similaire à celle qu’on mesure dans l’air. Dans nos expériences, on lance des billes millimétriques dans la même gamme de vitesses que May et Woodhull ( $V_0 \sim 10 - 50$  m/s). Le nombre de Reynolds au moment de l’impact est alors de l’ordre de 100, ce qui correspond à la plage de  $Re$  intermédiaire entre les régimes visqueux et inertiel, puis il diminue très vite car la bille décélère fortement une fois entrée dans le bain d’huile. Nous étudions expérimentalement cette décélération, comparons le résultat obtenu aux lois établies dans le chapitre 3 pour les impacts dans l’eau et dans le chapitre 1 pour les impacts dans la mousse et proposons une loi d’enfoncement.

Nous nous intéressons ensuite au phénomène d’entraînement d’air qui se produit au cours de ces impacts. Ce phénomène, mis en évidence par Worthington et Cole en 1897, a été étudié depuis pour des impacts dans l’eau de disques [40] [41], de cylindres [42] ou de sphères de mouillabilité variable [43]. Dans le régime de vitesses étudié dans nos expériences, la bille crève la surface libre, qui prend alors une forme d’amphore (figure 2.1). Par leur forme et leur évolution temporelle, les amphores visqueuses diffèrent des cavités habituellement observées dans les expériences d’entraînement d’air, qu’elles aient lieu dans l’eau, dans le sable [44] [45] [46] ou dans la mousse. Nous proposons un modèle pour expliquer cette forme et prédire dans quelles conditions on observe des amphores.

## 2.2 Dynamique d'enfoncement de la bille

Nous avons étudié dans le chapitre 3 l'impact inertiel d'une bille sur un bain d'eau, et montré que la vitesse décroissait exponentiellement avec la distance parcourue :  $V = V_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ , avec une longueur caractéristique de freinage  $\mathcal{L} \sim \frac{\rho_s}{\rho} R_0$ . Dans la mousse Gillette en revanche, le freinage est visqueux, et la vitesse décroît exponentiellement avec le temps :  $V = V_0 e^{-t/\tau}$ , avec un temps caractéristique  $\tau = \frac{\rho_s R_0^2}{\eta_e}$ . L'huile silicone utilisée (Rhodorsil 47V1000) a une viscosité comparable à celle de la mousse, mais une densité comparable à celle de l'eau. On cherche à savoir comment un projectile décélère dans un tel fluide.

### 2.2.1 Deux régimes de décélération

L'huile silicone utilisée est transparente, on peut donc suivre les projectiles qui s'y enfoncent en utilisant une caméra rapide, comme l'illustre la figure 2.1. La vitesse est donc simplement déduite des vidéos. La figure 2.2 est un exemple de courbe obtenue pour la vitesse en fonction du temps, en représentation linéaire (a) et semi-logarithmique (b). Comme dans le cas de la mousse, le freinage est rapide : une dizaine de millisecondes suffisent quasiment à stopper une bille arrivant à 20 m/s. L'échelle de temps du freinage dans l'huile est donc la même que celle de la mousse. Cependant, sur le graphe en échelle semi-logarithmique, le début de la courbe n'est pas rectiligne. Ceci signifie que, pendant le début du mouvement - typiquement pendant les 5 premières millisecondes, soit les 5 premières images de la figure 2.1 - la bille qui avance dans l'huile subit de la part de celle-ci une force qui n'est pas une simple force de Stokes. Au-delà de ce régime transitoire, pendant lequel elle parcourt l'essentiel de sa trajectoire, la bille atteint un régime de décélération exponentielle comme dans les mousses.

### 2.2.2 Décélération à $Re$ intermédiaire

Le mouvement étant freiné très rapidement, comme le montre la chronophotographie 2.1 et les courbes 2.2, le nombre de Reynolds  $Re = \frac{R_0 V}{\nu}$  change vite, passant d'une valeur 100 à l'impact à 1 après seulement quelques millisecondes. Cette première phase de décélération se situe dans le régime de  $Re$  intermédiaire décrit dans le paragraphe : le nombre de Reynolds n'est pas suffisamment grand pour que la traînée soit inertielle, mais trop grand pour qu'elle soit une force de Stokes. On a donc une force de traînée liée à la friction dans la couche limite (équation (3)) :

$$F \sim \eta \frac{V}{\delta} R_0^2 \quad (2.1)$$

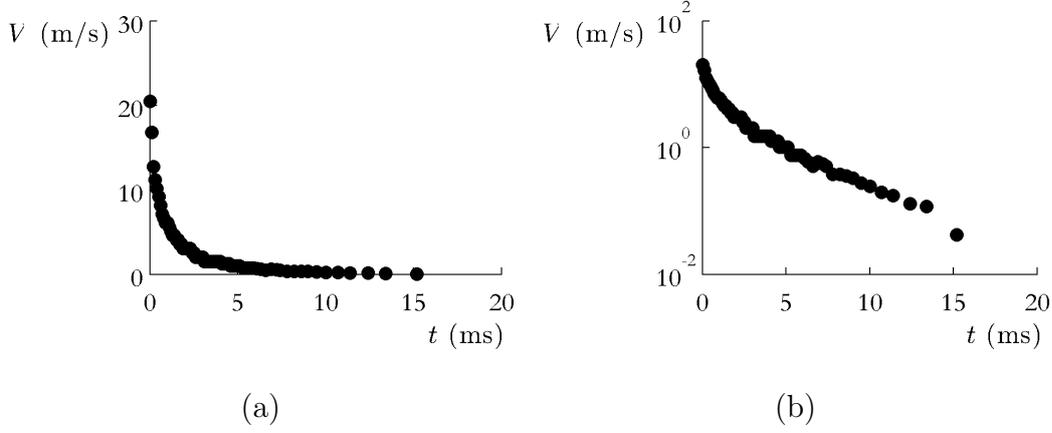


FIG. 2.2 – Décélération d’une bille de polypropylène lancée à 20 m/s dans de l’huile silicone ( $\eta = 1$  Pa·s) : la vitesse est portée en fonction du temps, en échelle linéaire (a) et en échelle semi-logarithmique (b).

où  $\delta$  est l’épaisseur de la couche limite visqueuse, soit :

$$\delta \sim \sqrt{\nu t} \sim \sqrt{\nu R_0 / V} \quad (2.2)$$

La durée de ce régime transitoire, au-delà duquel on attend un régime de Stokes, est le temps mis par la couche limite pour atteindre une épaisseur d’ordre  $R_0$  :

$$t^* = R_0^2 / \nu \quad (2.3)$$

Pour une bille de 5 mm de diamètre, on trouve  $t^* = 5$  ms, ce qui est conforme aux observations expérimentales : c’est en effet à cet instant que la courbe 2.2(b) change de courbure. Tant que  $t < t^*$ , la deuxième loi de Newton s’écrit, :

$$m \frac{dV}{dt} = -\rho \nu^{1/2} V^{3/2} R_0^{3/2} \quad (2.4)$$

On change de variable pour faire disparaître le temps :

$$m \frac{dV}{dz} = -\rho \nu^{1/2} V^{1/2} R_0^{3/2} \quad (2.5)$$

On intègre cette équation en séparant les variables  $V$  et  $z$ . On obtient alors :

$$\sqrt{\frac{V}{V_0}} = 1 - \frac{z}{z^*} \quad (2.6)$$

la longueur caractéristique de freinage  $z^*$  étant définie comme :

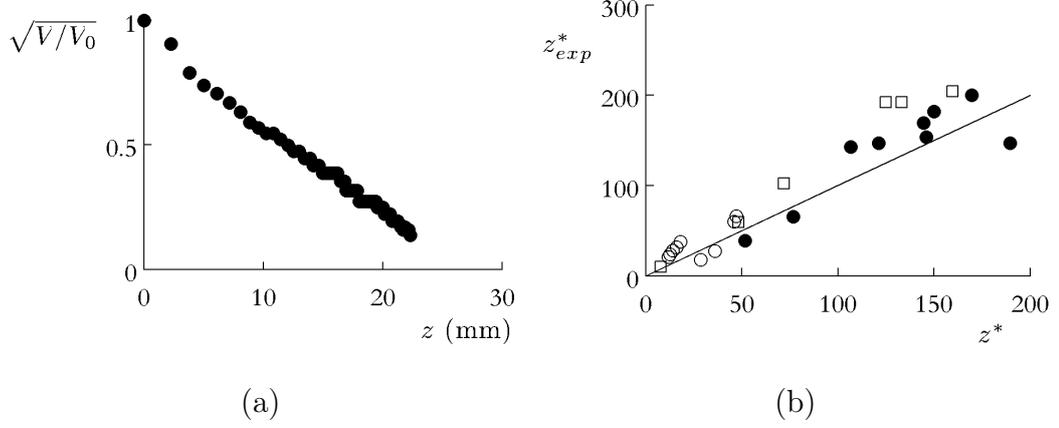


FIG. 2.3 – (a) Diminution de la racine carrée de la vitesse avec la profondeur, pour une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre lancée à 20,5 m/s sur de l’huile silicone V1000. Les données expérimentales sont en accord avec l’équation 2.6, trouvée dans le cadre d’un freinage à Reynolds intermédiaire. (b) Comparaison entre l’échelle de freinage mesurée expérimentalement  $z_{exp}^*$  et la prévision théorique  $z^* = R_0 \frac{\rho_s}{\rho} \sqrt{\frac{V_0 R_0}{\nu}}$ , pour des billes de polypropylène ( $\circ$ ), de verre ( $\square$ ) et d’acier ( $\bullet$ ). La courbe en trait plein représente la droite  $z_{exp}^* = z^*$ .

$$z^* = R_0 \frac{\rho_s}{\rho} \sqrt{\frac{V_0 R_0}{\nu}} = R_0 \frac{\rho_s}{\rho} \sqrt{Re} \quad (2.7)$$

La figure 2.3 compare les résultats expérimentaux à ce modèle. On vérifie tout d’abord que la quantité  $\sqrt{V/V_0}$  décroît bien linéairement avec la profondeur  $z$ . De chaque série d’expériences on peut extraire une échelle caractéristique pour le freinage  $z_{exp}^* = -\left(\frac{d}{dz} \sqrt{V/V_0}\right)^{-1}$ . Comme on le voit sur la figure, cette profondeur typique d’enfoncement vaut environ 25 mm pour une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre. On compare ensuite cette longueur de freinage expérimentale à l’échelle prédite par le calcul :  $z^* = R_0 \frac{\rho_s}{\rho} \sqrt{\frac{V_0 R_0}{\nu}}$ . Les deux longueurs sont bien proportionnelles et du même ordre de grandeur.

### 2.2.3 Décélération en régime visqueux

La courbe de la figure 2.2 montre bien l’existence de deux régimes. On mesure sur la figure 2.2 (b) la pente de la droite observée aux temps longs : on trouve alors une constante de temps qui vaut environ 4 ms. Pour un freinage visqueux dû à une force de Stokes, on attend un temps comparable :  $\tau = \frac{\rho_s R_0^2}{\eta_e} \simeq 6$  ms.

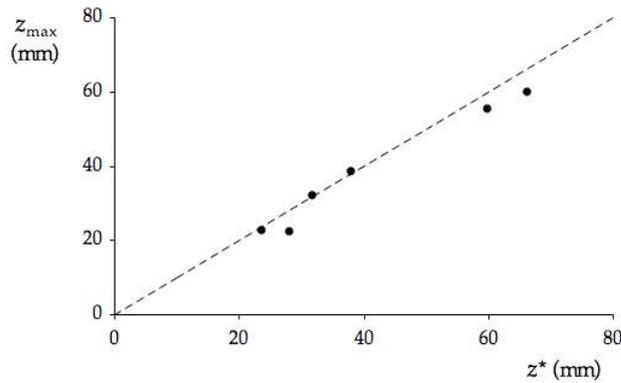


FIG. 2.4 – Profondeur maximale  $z_{max}$  atteinte par des billes de polypropylène de rayon 2,5 mm et 5 mm, en fonction de la longueur  $z^*$ .

On atteint le régime de Stokes lorsque  $t > t^*$ , c'est-à-dire quelques millisecondes à peine après l'impact (pour la chronophotographie de la figure 2.1,  $t^*$  correspond à peu près à la cinquième image). On pouvait initialement penser que l'essentiel de la dissipation avait lieu dans la phase visqueuse qui dure plusieurs dizaines de millisecondes. Mais lorsqu'une bille atteint ce régime de freinage, sa vitesse a déjà fortement diminué, si bien que la distance parcourue dans ce second régime est négligeable par rapport à la profondeur totale d'enfoncement : pour l'expérience correspondant à la figure 2.2, la bille parcourt 34 mm dans le régime initial et 5 mm dans le régime visqueux. De façon plus systématique, on compare sur la figure 2.4, pour des billes de polypropylène, la profondeur d'arrêt  $z_{max}$  à la longueur caractéristique de freinage du premier régime  $z^*$ . On observe que les points se regroupent très près d'une droite de pente 1 passant par l'origine. Ainsi on peut affirmer qu'une fois que la bille a atteint la profondeur  $z^*$ , elle est quasiment à l'arrêt.

## 2.3 Géométrie des cavités

### 2.3.1 Cavités observées dans l'eau

Nous présentons dans ce paragraphe des résultats connus, observations qualitatives puis lois d'échelles, relatifs aux cavités qui se forment à la suite de l'impact d'un solide dans l'eau.

Worthington & Cole semblent être les premiers, en 1897, à avoir obtenu des images

de l'impact d'un solide sur une surface liquide en utilisant la stroboscopie. Les études portant sur la forme de la cavité se sont ensuite succédées [47] [48], et le développement de l'imagerie à haute fréquence a donné lieu à de nombreuses expériences récentes sur le sujet. Pour étudier la locomotion du lézard Basilic [49], Glasheen a mis au point des expériences d'impact de disques à la surface de l'eau [40]. Duez et al. ont quant à eux étudié l'influence du mouillage sur les cavités formées par une sphère lancée sur un bain d'eau et montré que pour des vitesses d'impact faibles (environ 1 m/s), l'entraînement d'air dépend des propriétés de surface de la bille [43].

### Description

La figure 2.5 montre des exemples de cavités obtenues lors de l'impact d'un solide (disque (b) ou sphère (a et c)) dans l'eau. Qualitativement, on remarque que ces cavités partagent de nombreux points communs :

- La largeur de la cavité est comparable à celle du projectile, qu'il s'agisse de la largeur du cratère à la surface ou de la largeur maximale.
- Dès que le projectile s'est enfoncé de plus que son diamètre, le rapport d'aspect de la cavité est grand.
- La cavité présente un col.
- La cavité se referme avant que l'objet soit à l'arrêt, et souvent même avant qu'il ait significativement décéléré. Elle a alors une profondeur  $H$  et une largeur au sommet  $2R$

### Analyse en loi d'échelle

On cherche à déterminer la profondeur  $H$  et le diamètre  $R$  du cratère de la colonne d'air formée lors de l'impact, schématisée sur la figure 2.6. La formation d'une cavité chasse un volume d'eau  $\Omega \sim R_0^2 H$  à la vitesse  $V_0$ . Cela correspond à une énergie cinétique :

$$E_c \sim \rho R_0^2 H V_0^2 \quad (2.8)$$

Aux échelles centimétriques des cavités, l'énergie cinétique du liquide éjecté se retrouve stockée sous forme d'énergie potentielle de pesanteur. On peut évaluer cette énergie  $E_p$  en calculant la force  $F_p$  qu'il faut appliquer sur le mur d'eau de la figure 2.6 pour compenser la pression hydrostatique  $\rho g H$  et maintenir le trou :

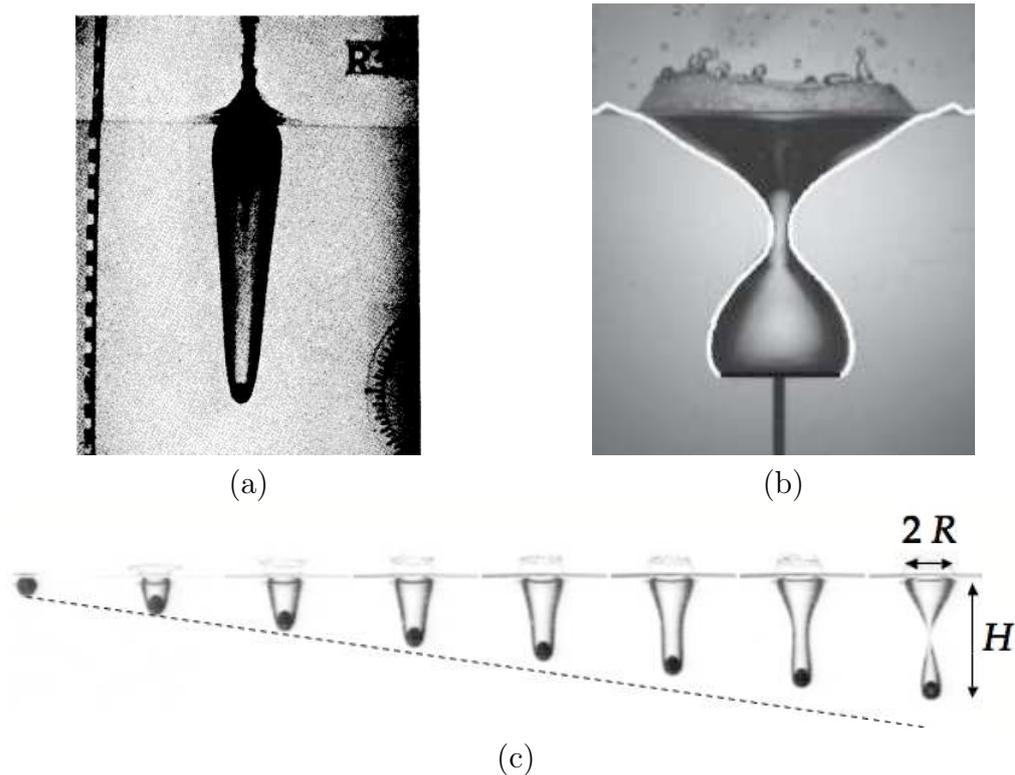


FIG. 2.5 – (a) Cavité formée dans l'eau par une bille d'acier de 38 mm de diamètre, lancée à plusieurs dizaines de mètres par seconde. Photographie historique extraite de [39]. (b) Cavité formée dans l'eau par un disque de rayon  $R_0 = 30$  mm tiré vers le bas à vitesse constante  $V = 1$  m/s. Figure extraite de [50]. (c) Chronophotographie d'une bille de verre de rayon  $R = 12$  mm lancée à  $V_0 = 2,1$  m/s sur un bain d'eau. Intervalle entre deux images consécutives 9,3 ms. On définit le rayon  $R$  du cratère et la profondeur  $H$  de la cavité au moment du pincement. La ligne en pointillés représente la position qu'aurait une bille s'enfonçant à vitesse constante. Figure extraite de [42].

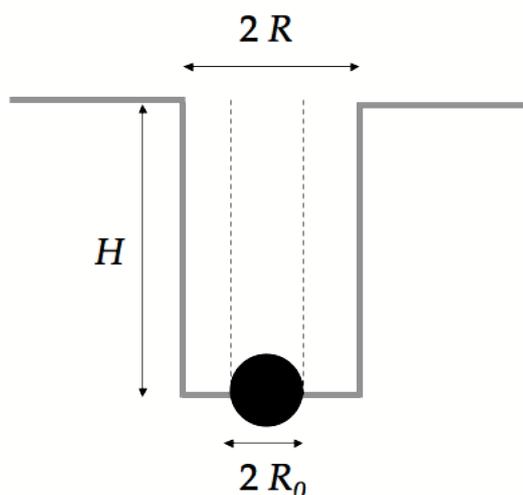


FIG. 2.6 – La cavité formée par la bille dans l’eau est représentée par un cylindre. Le rayon de la bille est  $R_0$ , le rayon du cratère formé est  $R$  et la profondeur du trou est  $H$ .

$$F_p \sim RH \Delta P \sim \rho g R H^2 \quad (2.9)$$

Cette force travaille sur la distance  $R$ , on en déduit la valeur de  $E_p$  :

$$E_p \sim \rho g R^2 H^2 \quad (2.10)$$

Le bilan énergétique  $E_c = E_p$  mène donc à une première relation géométrique entre  $H$  et  $R$  :

$$H R^2 \sim \frac{R_0^2 V_0^2}{g} \quad (2.11)$$

On détermine l’extension de la cavité  $H$  au moment du pincement en écrivant que  $H$  est la distance parcourue par la bille pendant le temps  $\tau_p$  mis par la cavité pour se pincer radialement :

$$H \sim V_0 \tau_p \quad (2.12)$$

Un mur d’eau de hauteur  $H$  se déplace radialement à la vitesse  $\sqrt{gH}$ . On obtient ainsi la date  $\tau_p$  du pincement :

$$\tau_p \sim \frac{R}{\sqrt{gH}} \quad (2.13)$$

D’après (2.12), on a par ailleurs  $\tau_p = H/V_0$ , d’où une deuxième relation entre  $H$  et  $R$  :

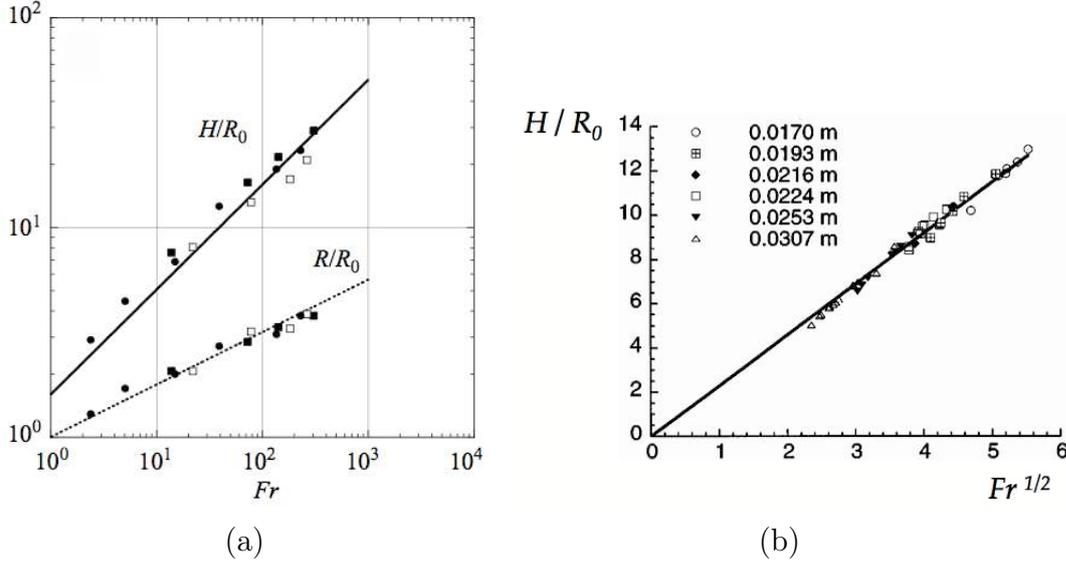


FIG. 2.7 – (a) Dimensions caractéristiques de la cavité formée dans l’eau par une bille de verre ( $R_0 = 6$  mm (■),  $R_0 = 7,8$  mm (□),  $R_0 = 12$  mm (●)), en fonction du nombre de Froude. Les résultats pour la hauteur  $H$  de la colonne d’air sont bien ajustés par une loi en  $Fr^{1/2}$  (courbe en trait plein), et les données pour le diamètre  $R$  par une loi en  $Fr^{1/4}$  (courbe en pointillés). Figure extraite de [42]. (b) On retrouve la loi en  $Fr^{1/2}$  pour la profondeur maximale de la cavité formée par l’impact d’un disque. Figure extraite de [40].

$$R^2 \sim \frac{gH^3}{V_0^2} \quad (2.14)$$

En combinant les deux relations (2.11) et (2.14), on obtient finalement :

$$H \sim R_0 \frac{V_0}{\sqrt{R_0 g}} \sim R_0 Fr^{1/2} \quad (2.15)$$

$$R \sim R_0 \sqrt{\frac{V_0}{\sqrt{R_0 g}}} \sim R_0 Fr^{1/4} \quad (2.16)$$

où  $Fr = \frac{V_0^2}{gR_0}$  désigne le nombre de Froude, qui compare effets inertiels et gravitaires. Ces lois d’échelle décrivent bien les données expérimentales obtenues par les différents groupes travaillant sur les cavités dans l’eau, comme le montre la figure 2.7. Le rapport d’aspect  $H/R$  de ces cavités s’exprime donc en fonction du nombre de Froude :  $H/R \sim \sqrt{Fr}$ . Pour  $Fr = 100$ , ce qui est une valeur typique pour la plupart des expériences, on trouve des cavités très allongées, avec un rapport d’aspect d’environ 10.

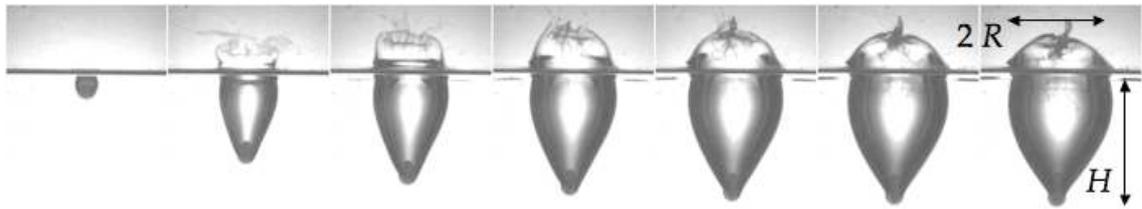


FIG. 2.8 – Cavité formée lors de l’impact d’une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 2,5$  mm sur un bain d’huile ( $\eta = 1000$  mPA·s) à 28 m/s. Intervalle entre deux images consécutives : 2,8 ms. On définit le rayon  $R$  du cratère et la profondeur  $H$  de la cavité au moment où la bille arrête de s’enfoncer.

### 2.3.2 Cavités formées dans l’huile

#### Observations

Lors de l’impact d’une bille dans une huile visqueuse, la surface libre prend une forme différente de celles décrites au paragraphe précédent, que montre la figure 2.8. La bille est freinée très vite et s’arrête alors que la cavité continue à évoluer. Il n’y a pas à proprement parler de pincement, la cavité et la bille finissent par se détacher l’une de l’autre. Contrairement aux cavités dans l’eau, dont la forme est allongée, ou dans la mousse, où les projectiles forment d’étroits tunnels qui se referment partiellement après leur passage, les cavités dans l’huile sont évasées et leur diamètre à la surface ne cesse de croître pendant la phase d’enfoncement de la bille.

#### Dynamique radiale visqueuse

Pour décrire le processus de formation des amphores, il nous faut connaître le type d’écoulement autour de la cavité. On cherche notamment à comprendre les transferts de quantité de mouvement dans le liquide autour de la bille. Pour visualiser cet écoulement, on place dans l’huile des traceurs (des bulles d’air, soufflées dans le bain avec une seringue) et on observe leur déplacement lors de l’ouverture du vase. La figure 2.9 montre le champ de vitesses obtenu. On remarque que la zone dans laquelle les bulles se déplacent de façon mesurable est située près de la cavité, et particulièrement juste au-dessus de la bille. A cet endroit, le fluide est éjecté radialement par rapport à l’axe de la cavité. Les bulles situées près de la surface ont quant à elles un mouvement légèrement ascendant, tandis que les bulles au-dessous de la bille sont poussées vers le bas.

Considérons que l’essentiel du mouvement, et donc de la dissipation, a lieu dans

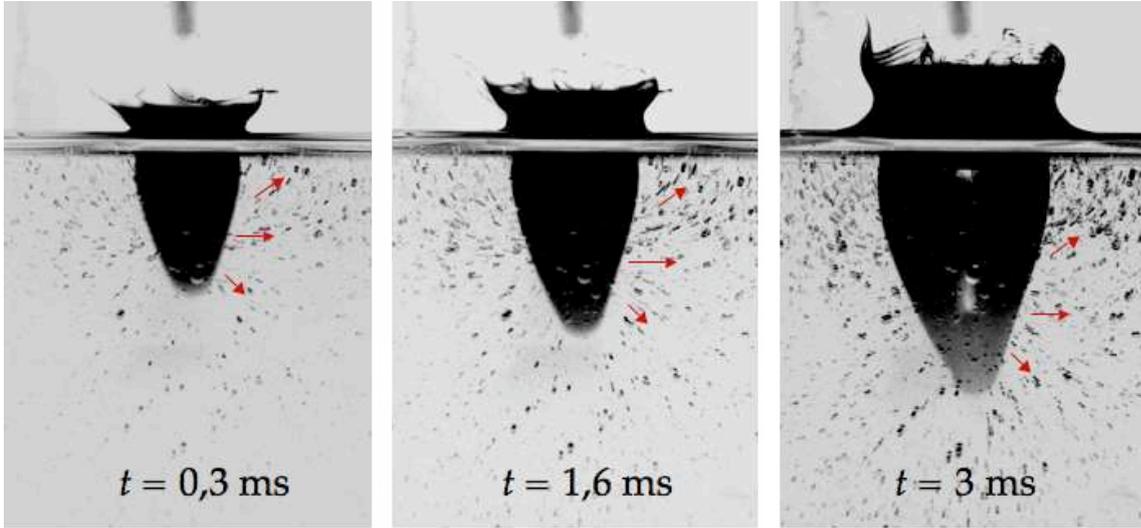


FIG. 2.9 – Visualisation de l'écoulement autour de la cavité créée par une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 2,5$  mm arrivant à 24 m/s à la surface d'un bain d'huile où on a piégé des bulles d'air. Pour obtenir leur trajectoire, on réalise une superposition de 1,6 ms de vidéo. Les flèches rouges indiquent le sens de parcours de trajectoires.

cette partie centrale de la cavité, où les écoulements sont radiaux. On peut alors décomposer par la pensée le liquide en tranches horizontales d'épaisseur  $R_0$  (rayon du projectile). On essaie de comprendre la dynamique de chaque tranche. On considère que chaque tranche est mise en mouvement par le centre avec une vitesse  $\dot{r}_0(z)$  et que ce mouvement est amorti par la viscosité du liquide.

La masse mise en mouvement est  $\rho R_0 \pi r^2$ , où  $r$  est la taille du trou à l'altitude  $z$  et au temps  $t$  considérés, et  $\rho$  la masse volumique du liquide. La variation de quantité de mouvement s'écrit alors :

$$\frac{d}{dt}(mV_r) = \rho \pi R_0 \frac{d}{dt} (r^2 \dot{r}) = \rho \pi R_0 \dot{r} \frac{d}{dr} (r^2 \dot{r}) \quad (2.17)$$

L'échelle caractéristique pour les gradients de vitesse est  $\dot{r}/R_0$ . La contrainte visqueuse s'écrit donc  $\eta \dot{r}/R_0$ , et on trouve pour l'équation du mouvement :

$$\rho R_0 \dot{r} \frac{d}{dr} (r^2 \dot{r}) \sim -\eta r \dot{r} \quad (2.18)$$

Soit :

$$\rho R_0 d(r^2 \dot{r}) \sim -\eta r dr \quad (2.19)$$

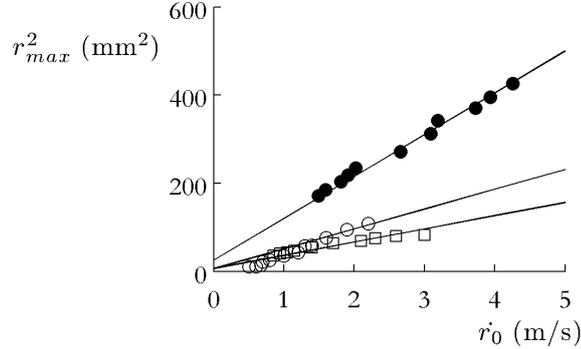


FIG. 2.10 – Évolution du carré du rayon maximal de la cavité en fonction de la vitesse radiale d'éjection du liquide, pour des billes de polypropylène :  $R_0 = 2,5$  mm et  $V_0 = 20$  m/s ( $\circ$ ),  $R_0 = 2,5$  mm et  $V_0 = 16,5$  m/s ( $\square$ ),  $R_0 = 5$  mm et  $V_0 = 17$  m/s ( $\bullet$ ). Les droites en trait plein sont des ajustements de type  $r_{max}^2 = R_0^2 + a r_0$ , avec  $a = 95$  mm·ms pour la série ( $\bullet$ ),  $a = 45$  mm·ms ( $\circ$ ) et  $a = 30$  mm·ms ( $\square$ )

On intègre entre le moment où le trou commence à s'ouvrir (le rayon  $r$  du trou est alors égal au rayon  $R_0$  de la bille) et celui où le rayon de la cavité atteint sa valeur maximale.  $\dot{r}$  s'annule alors et on a :

$$-\rho R_0^3 \dot{r}_0 \sim -\eta(r_{max}^2 - R_0^2) \quad (2.20)$$

Ce qui mène à l'expression suivante pour le rayon maximal de la cavité :

$$r_{max}^2 \sim R_0^2 \left( 1 + \frac{\rho R_0}{\eta} \dot{r}_0 \right) \quad (2.21)$$

On attend donc un diamètre maximal de cavité, à une altitude donnée, proportionnel à la vitesse radiale avec laquelle le fluide est éjecté. On teste cette relation en mesurant, dans trois expériences différentes, l'extension maximale de la cavité et la vitesse d'éjection à plusieurs altitudes (figure 2.10). Dans les trois cas,  $r_{max}^2$  croît bien de façon linéaire avec la vitesse initiale d'éjection dans chaque couche. La pente de la droite obtenue augmente lorsque la taille de la bille augmente, comme prévu par l'équation (2.21). On obtient pour une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 5$  mm une pente  $a \simeq 95$  mm·ms, qui est de l'ordre de grandeur prédit par (2.21) :  $a = \frac{\rho R_0^3}{\eta} \simeq 125$  mm·ms.

### Profil d'une amphore visqueuse

La vitesse initiale d'éjection ne se calcule pas facilement, mais on peut en avoir une estimation en supposant que toute la quantité de mouvement verticale reçue par une

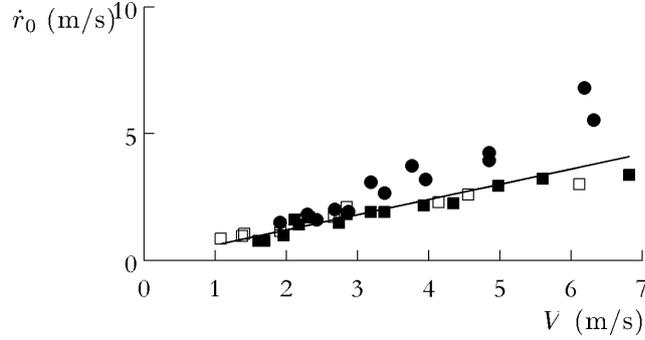


FIG. 2.11 – Vitesse radiale d'éjection du liquide, en fonction de la vitesse verticale du projectile, pour des billes de polypropylène :  $R_0 = 2,5$  mm et  $V_0 = 20$  m/s ( $\circ$ ),  $R_0 = 2,5$  mm et  $V_0 = 16,5$  m/s ( $\square$ ),  $R_0 = 5$  mm et  $V_0 = 17$  m/s ( $\bullet$ ). La courbe en trait plein représente la droite d'équation  $\dot{r}_0 = 0,6 V$ .

couche de liquide est transformée en quantité de mouvement radiale. On s'attend alors à avoir :

$$\dot{r}_0(z) = \alpha V(z) \quad (2.22)$$

où  $\alpha$  est un facteur géométrique inconnu. On teste cette relation en mesurant la vitesse radiale d'ouverture de la cavité et la vitesse verticale du projectile à différentes profondeurs. La figure 2.11 montre que ces mesures sont cohérentes avec l'équation 2.22 : on extrait de cette courbe une valeur pour le facteur géométrique  $\alpha = 0,6$ . On peut alors calculer, pour chaque tranche d'altitude  $z$ , le rayon maximal atteint par le trou à cette profondeur, en utilisant l'équation (2.6) :

$$r_{max}(z) = R_0 \sqrt{1 + 4\alpha Re(1 - z/z^*)^2} \quad (2.23)$$

Au début du mouvement, le nombre de Reynolds est grand devant 1 et  $z$  petit devant  $z^*$ , (2.23) se simplifie alors et devient :

$$r_{max}(z) \simeq R_0 \sqrt{4\alpha Re} |1 - z/z^*| \quad (2.24)$$

La dépendance linéaire de  $r_{max}$  en  $z$  correspond à un profil conique, ce qui est conforme aux observations expérimentales, comme le montre la figure 2.8, où nous avons souligné le contour de la cavité. Enfin, on peut utiliser cette formule pour calculer le rayon maximal du cratère formé à la surface :

$$R = r_{max}(0) \simeq R_0 \sqrt{4\alpha Re} \quad (2.25)$$

Comme la profondeur  $H$  de l'amphore, son diamètre  $R$  croît avec la racine carrée du nombre de Reynolds. Ceci signifie que l'échelle caractéristique des écoulements radiaux et verticaux est la même et vaut  $z^*$  au facteur  $\rho_s/\rho$  près.

L'équation (2.23) ne donne pas tout à fait la forme de la cavité, car toutes les couches n'atteignent pas leur rayon maximal en même temps. Pour obtenir un profil numérique de cavité, on doit calculer le rayon atteint par chacune des couches au même instant. Pour une profondeur  $h$  donnée, on calcule le temps  $t_h$  mis pour atteindre cette profondeur :

$$t_h = \frac{z^*}{V_0} \ln \left( \frac{1}{1 - h/z^*} \right) \quad (2.26)$$

Pour chaque couche de profondeur  $z < h$ , on calcule de même la date de passage de la bille  $t_z$  et on intègre entre  $t_z$  et  $t_h$  l'équation 2.19, qui relie la vitesse radiale à au rayon instantané pour trouver la valeur du rayon de la cavité à l'altitude  $z$  à la date  $t_h$ . On obtient donc pour  $t = t_h$  l'ensemble des rayons des différentes couches en fonction de leur altitude.

Le résultat est présenté sur la figure 2.12. Les cavités obtenues ont une forme de cône qui rappelle les profils expérimentaux au voisinage de la bille. Cependant elles ne reproduisent pas le raidissement de la paroi près de la surface libre que présentent les amphores observées expérimentalement. Ceci est une conséquence du fait que notre modèle fait l'hypothèse d'écoulements purement radiaux, or on observe sur la figure 2.9 que cette hypothèse n'est pas vérifiée partout. On remarque notamment que, près de la surface libre, la composante ascendante du mouvement n'est pas négligeable par rapport à la composante radiale. Une amélioration possible serait d'introduire une composante verticale dans le modèle, avec un couplage entre les couches successives.

En s'inspirant des raisonnements utilisés pour décrire les cavités inertielles, on peut retrouver par des arguments en loi d'échelle les résultats établis précédemment. En considérant que toute l'énergie cinétique apportée par l'impact est dissipée dans la formation du trou, on a :

$$\rho_s R_0^3 V_0^2 \sim \eta \frac{V_0}{R} R^2 H \quad (2.27)$$

Dans le régime visqueux qui nous intéresse, la gravité est négligeable, on s'attend donc à ce que les échelles radiales et verticales des écoulements soient les mêmes. Si l'on suppose que  $R$  et  $H$  sont du même ordre de grandeur, ce qui semble légitime au vu de la forme de cône adoptée par les cavités, on alors :

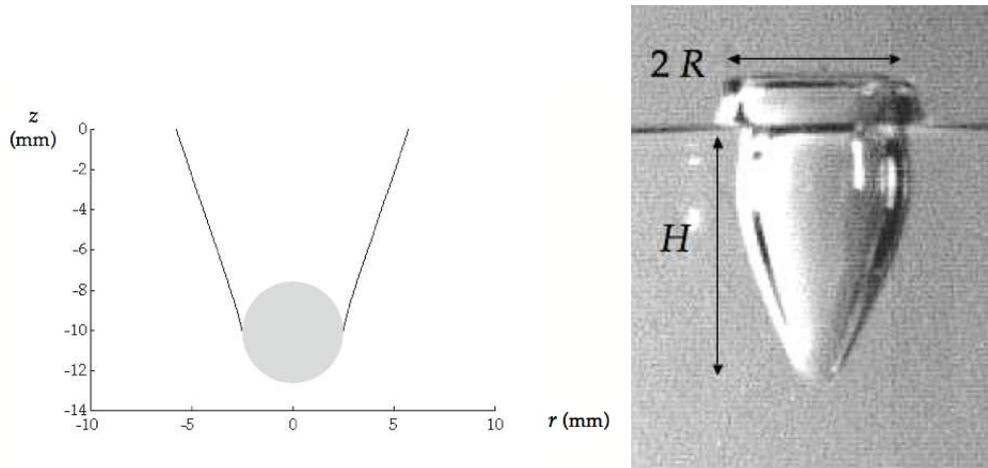


FIG. 2.12 – Forme de la cavité calculée pour l'impact à 20 m/s d'une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre dans de l'huile 1000 fois plus visqueuse que l'eau. On a utilisée la valeur  $\alpha = 0,6$  mesurée sur la figure précédente.

$$R^2 \sim R_0^3 \rho_s \frac{V_0}{\eta} \quad (2.28)$$

Ceci peut se réécrire, en faisant apparaître le nombre de Reynolds :

$$R \sim R_0 \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho} Re} \quad (2.29)$$

Le rayon caractéristique du cratère croît ainsi comme la racine carrée du nombre de Reynolds, ce qui est cohérent avec les résultats précédemment obtenus. Cette loi nous permet d'évaluer l'angle au sommet  $\phi$  du cône formé par la cavité :

$$\tan \phi = R/H \sim \sqrt{\frac{\rho}{\rho_s}} \quad (2.30)$$

Les expériences pour lesquelles on observe des amphores sont celles réalisées avec des billes de plastique, pour lesquelles  $\rho_s/\rho \simeq 1$ . On attend donc  $\phi \simeq 45^\circ$ , ce qui est bien l'ordre de grandeur des angles observés sur les expériences. Pour des billes plus denses, comme la bille d'acier de la figure 2.13, la décélération n'est pas suffisamment rapide pour que la cavité se referme. On peut cependant mesurer l'angle  $\phi$  sur les images qui suivent l'impact. On trouve  $\tan \phi_{PP} \simeq 0,58$  et  $\tan \phi_{acier} \simeq 0,24$ . Le rapport des deux tangentes vaut donc environ 2,4 or on attend d'après (2.30) :

$$\frac{\tan \phi_{PP}}{\tan \phi_{acier}} \sim \sqrt{\frac{\rho_s_{acier}}{\rho_s_{PP}}} \quad (2.31)$$

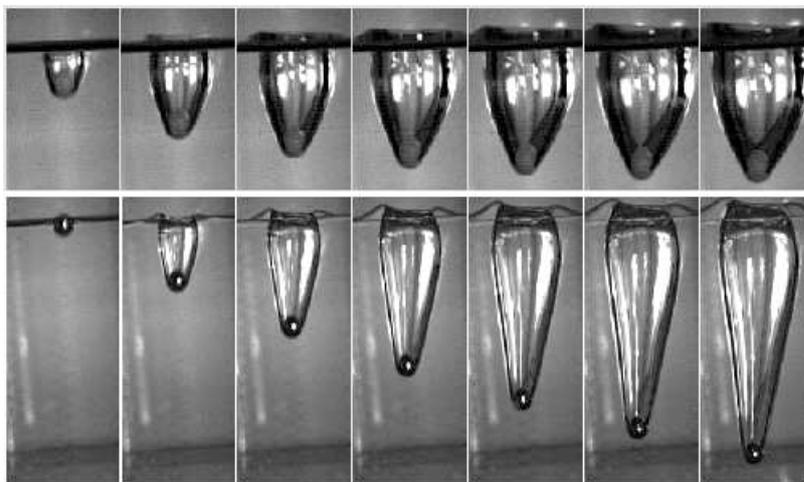


FIG. 2.13 – Chronophotographies de l'impact d'une bille de rayon  $R_0 = 2,5$  mm à  $V_0 \simeq 13$  m/s. En haut, la bille est en polypropylène ( $\rho_s = 920$  kg/m<sup>3</sup>). En bas, la bille est en acier ( $\rho_s = 7700$  kg/m<sup>3</sup>).

et le rapport de densités entre l'acier et le polypropylène vaut  $\frac{\rho_s \text{ acier}}{\rho_s \text{ PP}} \simeq 9$ , donc sa racine carrée vaut environ 3. On a donc un bon accord entre ces mesures et la formule (2.30).

### Comparaison entre les deux régimes

La dynamique de formation des amphores résulte d'un équilibre entre inertie et viscosité, c'est donc naturellement le nombre de Reynolds qui apparaît dans les expressions de  $H$  et  $R$  et pas le nombre de Froude, qui compare inertie et gravité. Une autre signature de la gravité est la forme allongée des cavités, qui traduit une asymétrie entre les directions verticale et radiale. On s'attend donc à observer des amphores dans le cas où les effets visqueux dominent la gravité, c'est-à-dire lorsque :

$$\rho g R^2 H^2 \ll \eta V_0 R H \quad (2.32)$$

Ceci mène à la condition :

$$\frac{\sqrt{\rho_s^3 \rho} g R_0^3}{\eta^2} \ll 1 \quad (2.33)$$

Ce critère peut également s'écrire sous la forme d'une condition sur la viscosité :

$$\eta \gg \rho_s^{3/4} \rho^{1/4} g^{1/2} R_0^{3/2} \quad (2.34)$$

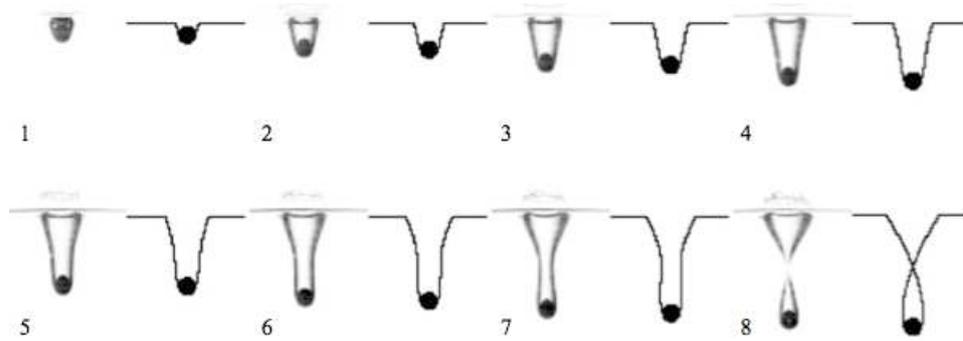


FIG. 2.14 – Comparaison entre des images obtenues à la caméra rapide et des profils numériques de cavité, pour l’impact dans l’eau d’une bille de verre ( $d = 11,5$  mm,  $V_0 = 2,4$  m/s,  $\rho_s = 2500$  kg/m<sup>3</sup>). Intervalle entre deux images consécutives : 3,65 ms. Figure extraite de [42].

Pour une bille de polypropylène de 2,5 mm de diamètre, on trouve que la viscosité à partir de laquelle la condition 2.33 est vérifiée vaut environ 40 mPa·s. Ceci explique bien la fait que l’impact d’une telle bille crée une amphore dans l’huile silicone utilisée dans nos expériences ( $\eta = 1000$  mPa·s) mais pas dans l’eau ( $\eta = 1$  mPa·s).

## 2.4 Relaxation de la cavité

Contrairement aux tunnels formés dans la mousse, qui persistent après le passage du projectile, les amphores visqueuses ont une durée de vie de l’ordre de la centaine de millisecondes. Nous étudions ici la relaxation de ces vases.

### 2.4.1 Pincement des cavités dans l’eau

Les disques et les sphères créent des cavités qui s’allongent, accrochées au projectile qui s’enfonce, et finissent par se pincer [42]. De nombreux travaux portent sur la dynamique de ce pincement [50], sur les ondes qui se propagent à la surface de la cavité après le pincement [51], ou sur le jet qui apparaît à la surface du bain [52].

Duclaux et al. [42] ont étudié la dynamique des cavités formées dans l’eau par des sphères de taille millimétriques lancées à quelques mètres par seconde. A partir d’un modèle de dynamique purement radiale, ils arrivent à calculer des profils qui respectent les dimensions caractéristiques des cavités observées en réalité, et à reproduire leur pincement (figure 2.14). Ce modèle reste valable tant que l’inertie domine les effets capillaires et visqueux, donc aux grands nombres de Weber et de Reynolds.

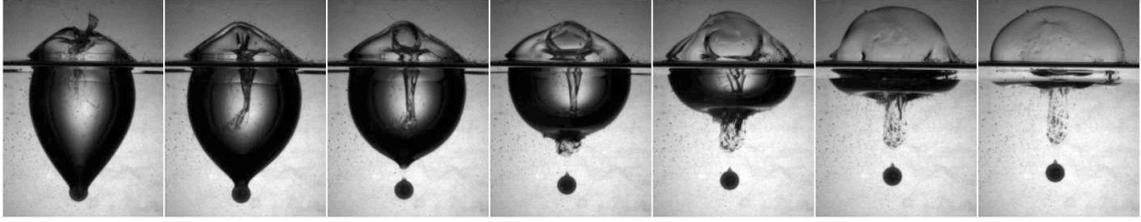


FIG. 2.15 – Relaxation de la cavité formée lors de l’impact à  $V_0 = 28$  m/s d’une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 2,5$  mm sur un bain d’huile ( $\eta = 1000$  mPa·s). Intervalle entre deux images consécutives : 16 ms.

### 2.4.2 Fermeture d’un cratère visqueux

Les amphores visqueuses ne se pincement pas comme les colonnes d’air précédemment décrites. La figure 2.15 montre l’évolution temporelle de la cavité obtenue lors de l’impact d’une bille de polypropylène dans de l’huile silicone. On y observe que loin de s’amincir, le vase d’air se détache doucement de la bille puis prend la forme d’une bulle qui remonte vers la surface. Le temps caractéristique  $\tau_\eta$  de relaxation (temps mis pour diviser par deux le volume de la cavité immergée) vaut dans cet exemple 40 ms.

Comment expliquer ces différences ? D’une part, il faut noter que le pincement des colonnes d’air se produit alors que le projectile bouge encore à une vitesse non négligeable. Les cavités dans l’eau sont donc des objets dynamiques, fortement étirés par la bille qui y est accrochée. En revanche, dans le cas des impacts visqueux, la bille arrive quasiment à l’arrêt à la profondeur  $z^*$ . Le détachement de la cavité et la fermeture du cratère se produisent alors de façon quasi-statique. Ceci est particulièrement vrai pour les expériences impliquant des billes de polypropylène, à peu près isodense pour l’huile silicone, ce qui empêche la sédimentation.

Une condition pour observer des amphores visqueuses, outre la condition 2.33, qui garantit que les effets visqueux dominent la gravité, pourrait être que le temps de fermeture de la cavité  $\tau_f$  doive être grand devant son temps caractéristique de formation  $\tau^* \sim z^*/V_0$  :

$$\tau^* \sim \frac{R_0 \rho_s}{V_0 \rho} \sqrt{Re} \quad (2.35)$$

Pour calculer le temps  $\tau_f$ , on écrit que l’énergie potentielle de pesanteur stockée dans le trou est dissipée par viscosité. Le liquide est alors mis en mouvement vers le centre de la cavité. On suppose que les écoulements sont radiaux, de vitesse caractéristique  $V_r \sim R/\tau_f$ . Le bilan énergétique s’écrit :

$$\rho g R^2 z^{*2} \sim \eta \frac{V_r}{R} R^2 z^* \sim \eta \frac{R^2 z^*}{\tau_f} \quad (2.36)$$

Ceci mène à :

$$\tau_f \sim \frac{\eta}{\rho g z^*} \sim \frac{\eta}{\rho_s g R_0 \sqrt{Re}} \quad (2.37)$$

Pour une bille de polypropylène dans de l'huile silicone ( $R_0 = 2,5$  mm et  $\eta = 1$  mPa·s), on trouve  $\tau_f \simeq 10$  ms, alors que  $\tau^* \simeq 1$  ms, ce qui correspond bien aux temps caractéristiques observés sur les expériences. Le rapport entre les temps caractéristiques de décélération et de fermeture s'écrit :

$$\frac{\tau^*}{\tau_f} \sim \frac{\rho g z^{*2}}{\eta V_0} \sim \frac{\rho_s^2 g R_0^3}{\eta^2} \quad (2.38)$$

Pour qu'on observe une amphore, il faut que ce rapport soit plus petit que 1. À un facteur  $\sqrt{\frac{\rho_s}{\rho}}$  près, on retrouve le critère 2.33. Il est intéressant de noter que ce critère est indépendant de la vitesse d'impact : si on lance dans un liquide visqueux des billes petites et peu denses, des vases devraient se former quelle que soit la vitesse initiale des projectiles. La figure 2.16 montre des images de cavités obtenues avec différentes vitesse d'impact : on observe effectivement que l'extrémité en est toujours conique. Sur la figure 2.13, on compare les formes de cavités obtenues pour une bille de polypropylène et une bille d'acier lancées à la même vitesse. La seconde cavité ne se referme pas, ce qui est prévisible puisque cette fois la quantité  $\frac{\rho_s^2 g R_0^3}{\eta^2}$  est d'ordre 10.

## 2.5 Conclusions

Malgré une viscosité similaire, la mousse Gillette et l'huile silicone 47V1000 ne dissipent pas l'énergie de la même façon lors de l'impact d'une bille solide sur la surface libre du liquide. Pour la mousse, on observe dès l'impact un régime de décélération visqueuse. Dans l'huile, plus dense, les effets inertiels ne peuvent être négligés dans les quelques millisecondes qui suivent l'impact. Nous proposons un modèle permettant de décrire le freinage subi par la bille dans ce régime de nombre de Reynolds intermédiaire. Nous obtenons une expression de la vitesse en fonction de la profondeur en accord avec les mesures expérimentales.

D'autre part, nous mettons en évidence un phénomène d'entraînement d'air lors des impacts dans l'huile, qui donne naissance à des cavités dont la forme et la dynamique sont différentes de celles observées dans l'eau. Les colonnes d'air créées sous l'eau

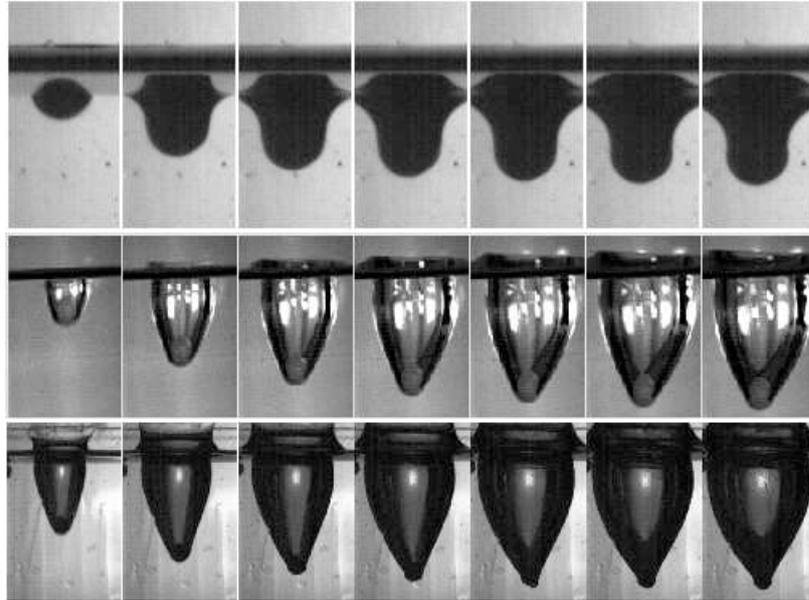


FIG. 2.16 – Chronophotographies de l’impact d’une bille de polypropylène de rayon  $R_0 = 2,5$  mm à différentes vitesses d’impact. De haut en bas, ( $V_0 = 2,5$  m/s,  $\Delta t = 1,25$  ms), ( $V_0 = 12,8$  m/s,  $\Delta t = 1,4$  ms), ( $V_0 = 25,9$  m/s,  $\Delta t = 1,25$  ms).

sont de largeur comparable à la taille du projectile, se pincent au fur et à mesure qu’elles s’étirent et finissent par se fragmenter. Les amphores visqueuses, beaucoup plus larges, ne se pincent pas et relaxent lentement, une fois la bille arrêtée.

En s’inspirant des méthodes utilisées pour décrire les cavités dans l’eau, nous proposons un modèle pour calculer la forme des vases. Leur taille caractéristique croît avec la racine carrée du nombre de Reynolds, et la loi de croissance est la même pour le rayon et la profondeur. Ainsi nous retrouvons par le calcul la forme de cône observée expérimentalement, dont l’angle au sommet varie en fonction de la densité relative de la bille et du liquide.

Enfin, nous montrons que la condition pour obtenir une amphore porte sur la viscosité du liquide ainsi que sur la taille et la densité du projectile, mais pas sur la vitesse d’impact.



---

Impact d'une bille en rotation sur un bain liquide

---

**Sommaire**

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>65</b>
<b>3.2</b>	<b>Montage expérimental</b>	<b>68</b>
<b>3.3</b>	<b>Trajectoires et dynamique</b>	<b>70</b>
3.3.1	Décélération	71
3.3.2	Effet Magnus	72
<b>3.4</b>	<b>Spirales</b>	<b>75</b>
3.4.1	Réalité des trajectoires spirales	75
3.4.2	De la spirale idéale ...	76
3.4.3	... à la spirale réelle	78
<b>3.5</b>	<b>Ricochets</b>	<b>81</b>
3.5.1	Ricochet d'un galet	81
3.5.2	Spécificités des ricochets de billes	82
3.5.3	Du fond du trou ...	82
3.5.4	... au bout du tunnel?	84
<b>3.6</b>	<b>Limite visqueuse</b>	<b>85</b>
<b>3.7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>86</b>

---

3.1 Introduction

La figure 3.1 montre l'impact d'une bille en rotation ( $R = 2,5$  mm,  $V_0 = 20$  m/s) à la surface d'un aquarium. Comme on s'y attend à cette vitesse, la bille plonge dans le

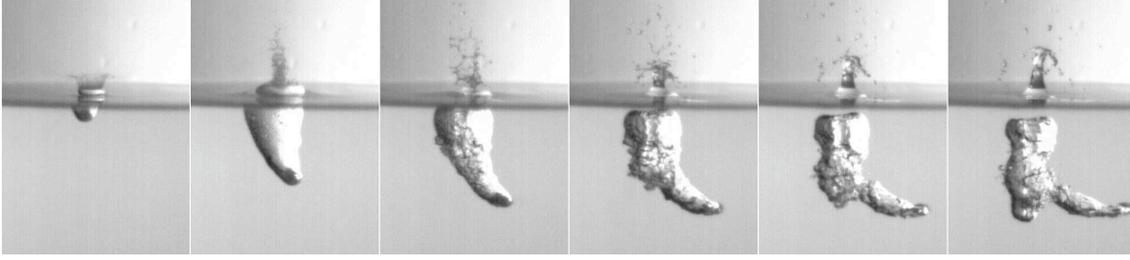


FIG. 3.1 – Impact d'une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre sur un bain d'eau à 20 m/s. Intervalle entre deux images consécutives : 3,25 ms.

liquide en entraînant derrière elle une poche d'air. Cependant, au lieu de poursuivre sa descente, elle tourne vers la droite, tandis que la bulle d'air continue à s'enfoncer tout droit dans le liquide. Truscott et Techet [53] ont étudié la forme de la cavité ainsi créée dans l'eau par une boule de billard en rotation.

Jusqu'à présent, nous avons considéré que la seule force hydrodynamique agissant sur une sphère en mouvement dans un fluide était une force de traînée. Ceci n'est vrai que lorsqu'on étudie des écoulements où le champ de vitesses est symétrique par rapport à la direction du mouvement de la sphère, ce qui est bien le cas dans les expériences des chapitres 1 et 2. Ici, la rotation du projectile brise cette symétrie et une nouvelle force apparaît, transverse à la direction de l'écoulement : la portance.

Pour comprendre l'origine de cette force, considérons un écoulement bidimensionnel autour d'un obstacle de dimension  $R$ . Si le champ de vitesses  $\mathbf{V}$  est asymétrique, le solide est alors située dans un gradient de pression dynamique et subit une force dans la direction normale à sa trajectoire. Cette force, appelée portance, est proportionnelle à la circulation  $\Gamma$ , qui est définie comme l'intégrale sur un contour  $\mathcal{C}$  du produit  $\mathbf{V} \cdot d\mathbf{M}$  :

$$\Gamma = \int_{\mathcal{C}} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{M} \quad (3.1)$$

Elle s'exprime en fonction d'un coefficient  $C_L$  appelé coefficient de portance, qui dépend, comme le coefficient de traînée, du nombre de Reynolds.

$$F_P = \rho V R C_L \Gamma \quad (3.2)$$

Pour qu'il y ait une force de portance, il faut donc de la circulation, soit une asymétrie du champ de vitesses, dans l'écoulement. Autour d'une aile d'avion, c'est le profil qui crée la circulation. Autour d'un cylindre immobile, l'écoulement est symétrique et il n'y a pas de portance. Ce n'est plus le cas si le cylindre est en rotation : une

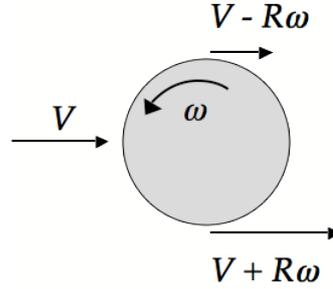


FIG. 3.2 – Principe de l'effet Magnus : la vitesse de l'écoulement et la vitesse imposée par la bille en rotation s'additionnent et brisent la symétrie entre le haut et le bas.

force normale à l'écoulement apparaît et on parle d'effet Magnus [54]. Sur le schéma de la figure 3.2, on représente un cylindre en rotation dans un fluide s'écoulant à la vitesse  $V$ . Il entraîne dans son mouvement le fluide qui l'entoure, et la composition des vitesses mène à une asymétrie entre le haut et le bas de l'obstacle :  $V_h = V - R\omega$  et  $V_b = V + R\omega$ . D'après le théorème de Bernoulli, ce gradient de vitesse est synonyme de différence de pression :

$$P_h - P_b = \frac{1}{2}\rho(V_b^2 - V_h^2) \quad (3.3)$$

Il y a donc une dépression sous le cylindre, qui est dévié vers le bas.

Les équations (3.1) et (3.2) s'obtiennent dans le cadre de la théorie des écoulements potentiels et ne sont donc pas valables en trois dimensions. On observe néanmoins une force normale à la direction de l'écoulement autour d'une sphère en rotation, comme l'ont remarqué Newton puis Robins [55]. Dans les nombreuses études appliquées aux sports de balle [56] [57] [58], la force de portance utilisée est de la forme :

$$F_P = \frac{1}{2}C_L\rho V^2\pi R^2 \quad (3.4)$$

avec un coefficient de portance dépendant du rapport  $\frac{R\omega}{V}$ . La figure 3.3 visualise les lignes de courant autour d'une balle de baseball tournant sur elle-même : on remarque une direction privilégiée pour l'éjection de fluide (vers le haut sur la figure), qui s'accompagne, par réaction, d'une force dans la direction opposée (donc vers le bas sur la figure).

Les expériences de Truscott et Techet ne concernent que des impacts verticaux, et se limitent à l'étude de la forme de la cavité au moment du pincement. Nous étendons

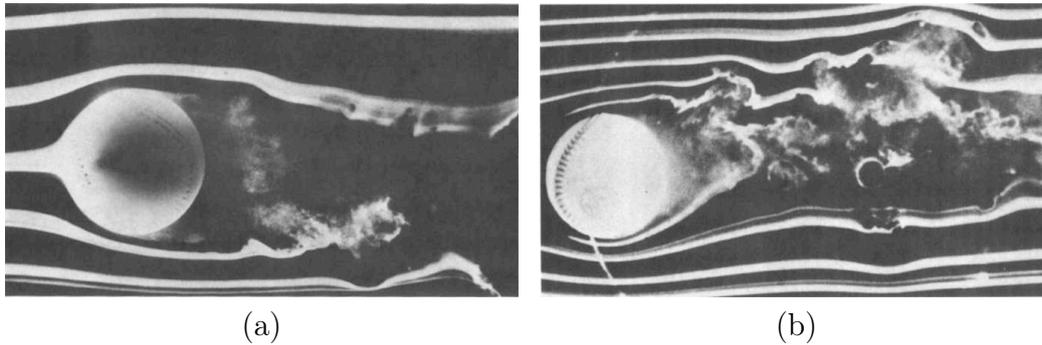


FIG. 3.3 – Visualisation de l'écoulement d'air autour d'une balle de base-ball ( $R \sim 37$  mm,  $V_0 = 21$  m/s). (a) La balle est au repos. (b) La balle tourne sur elle-même dans le sens anti-horaire avec une vitesse  $\omega = 94$  rad/s. Clichés F. N. M. Brown [57].

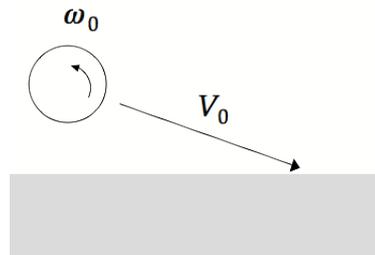


FIG. 3.4 – Schéma d'une expérience d'impact oblique : une balle de diamètre  $d$  arrive sur une surface libre avec une vitesse  $V_0$  en tournant sur elle-même à la vitesse angulaire  $\omega_0$ .

l'étude aux impacts obliques, comme représenté sur la figure 3.4, et cherchons à comprendre comment la rotation de la sphère sur elle-même influe sur sa dynamique d'avancée dans l'eau et sur sa trajectoire.

## 3.2 Montage expérimental

Pour réaliser l'expérience représentée sur le schéma 3.4, il suffit de tirer dans un aquarium plein d'eau avec le pistolet à billes utilisé dans le chapitre précédent. En effet, pour sortir du pistolet, la balle se propage dans un conduit étroit. Ces chocs contre les parois du canon induisent une rotation. Pour mesurer la vitesse de rotation obtenue, on se sert d'une caméra rapide pour filmer à sa sortie du pistolet une balle dont on a marqué l'équateur ou un hémisphère, comme sur la figure 3.5. En répétant cette expérience, on teste la reproductibilité des lancers au point de vue de la vitesse et de la vitesse de rotation : on obtient  $V = 19,8 \pm 0,9$  m/s et  $\omega = 1750 \pm 220$  rad/s.

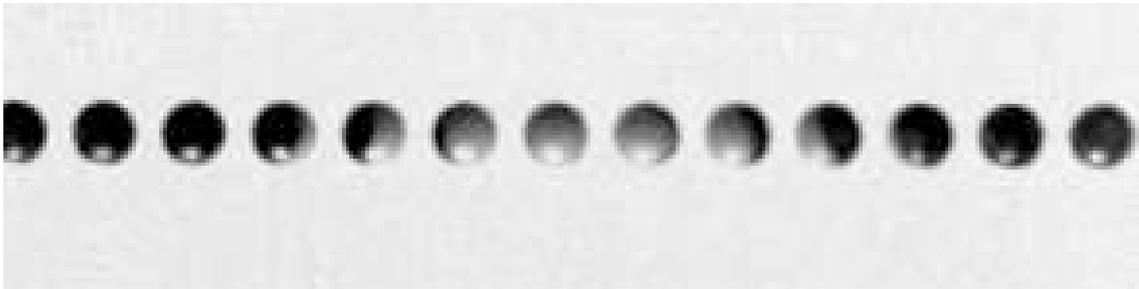


FIG. 3.5 – Superposition de clichés pris à  $350 \mu s$  d'intervalle d'une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre dont un hémisphère a été peint en noir. La vitesse de rotation, mesurée à l'aide de la période  $T$  au bout de laquelle la bille a fait un tour complet, vaut 1890 rad/s.

Pour faire tourner d'autres billes que les munitions du pistolet ( $R = 2,5$  mm,  $\rho_s = 920$  Kg/m<sup>3</sup>) et faire varier taille, densité, vitesses de translation et de rotation, on utilise un lance-pierre, constitué d'un manche en forme de fourche, et de deux bras élastiques attachés à une pièce de cuir qui sert à maintenir le projectile. Dans les conditions normales d'utilisation, le lance-pierre projette les billes sans rotation initiale. Il existe deux méthodes pour forcer le projectile à tourner :

- Utiliser un projectile avec un défaut, par exemple une sphère limée à l'un des pôles. Le centre géométrique, où s'exercent les forces aérodynamiques, et le centre de gravité du projectile, où s'exerce son poids, se trouvent alors décalés, ce qui fait subir à la bille un couple qui la met en rotation. Dans ce cas, choisir la position de départ du pôle limé permet de fixer le sens de la rotation.
- Tendre de manière différente les deux bras du lance-pierres. L'accélération initiale fournie aux deux côtés de la sphère est alors différente et elle se met à tourner tout de suite. Cette méthode permet de ne pas modifier les objets que l'on lance, mais il est plus difficile de contrôler la rotation et de la découpler de la vitesse d'impact.

On réalise maintenant l'expérience d'impact oblique schématisée sur la figure 3.4 : on lance sur un bain liquide avec une vitesse  $V_0$  un projectile tournant sur lui-même avec la vitesse angulaire  $\omega_0$ . La figure 3.6 présente les résultats obtenus, selon le signe de  $\omega_0$ , qui montrent que la valeur de la vitesse de rotation  $\omega_0$  de la sphère au moment de l'impact gouverne bien la courbure de la trajectoire : celle-ci est rectiligne lorsque  $\omega_0 = 0$  et va vers le fond lorsque  $\omega_0 < 0$ . Lorsque  $\omega_0 > 0$  la bille tourne, se rapproche de l'interface, et peut aller jusqu'à la retraverser pour quitter le bain

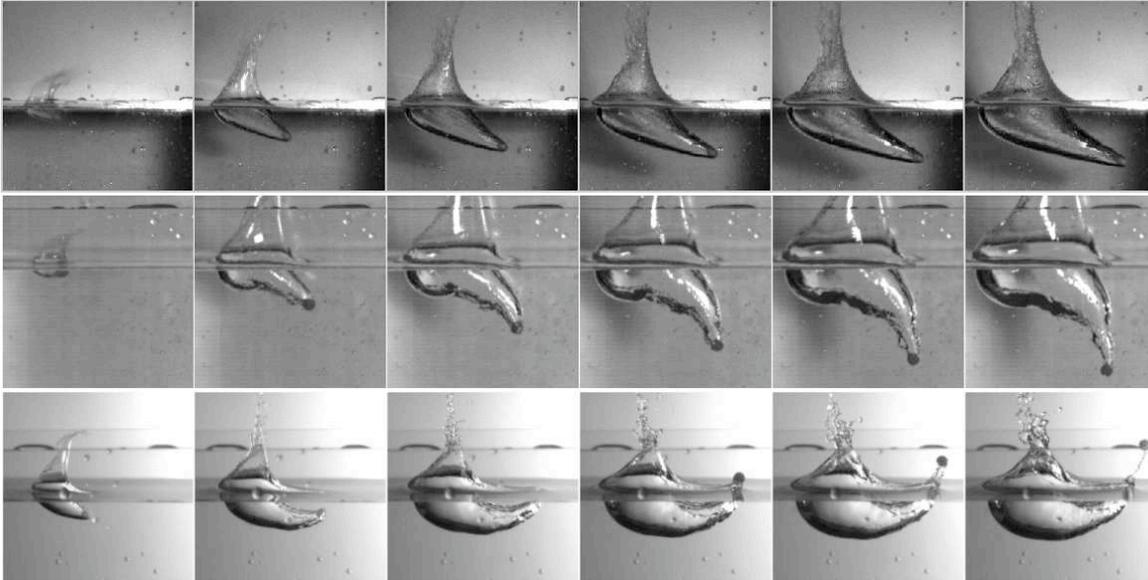


FIG. 3.6 – Influence de la rotation sur un impact oblique. (a)  $V_0 = 33$  m/s,  $d = 7$  mm,  $\omega_0 = 0$  rad/s, intervalle entre deux images 2 ms; (b)  $V_0 = 24$  m/s,  $d = 4,8$  mm,  $\omega_0 = -1740$  rad/s, intervalle entre deux images 3,2 ms; (c)  $V_0 = 20$  m/s,  $d = 4,8$  mm,  $\omega_0 = 1740$  rad/s, intervalle entre deux images 3,75 ms

liquide. On parlera alors de "ricochet".

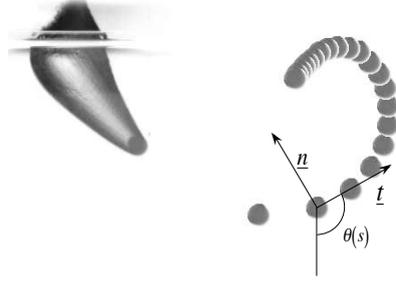
### 3.3 Trajectoires et dynamique

On cherche à décrire le comportement d'un objet se déplaçant dans un fluide et dont la rotation modifie la trajectoire. Il est alors naturel de voir dans ce phénomène une conséquence de l'effet Magnus. Calculons le nombre de Reynolds typique de l'écoulement :

$$Re = \frac{\rho R V}{\eta} \quad (3.5)$$

Avec les valeurs typiques de rayon et de vitesse d'impact de nos expériences, on trouve que  $Re$  est de l'ordre de  $10^5$ . L'écoulement est inertiel et l'on peut dans un premier temps négliger les effets visqueux.

Pour décrire la trajectoire d'une sphère de masse  $m$  et de rayon  $R$  dans un fluide de masse volumique  $\rho$ , on paramètre la trajectoire par une abscisse curviligne  $s$  et un angle  $\theta$  par rapport à la verticale (figure 3.7).

FIG. 3.7 – Définition de l'angle  $\theta$  qui paramètre la trajectoire.

On projette la deuxième loi de Newton sur les directions tangente et normale à la trajectoire : l'accélération tangentielle est équilibrée par la traînée, et l'accélération normale par la portance. Si on note  $V = \frac{ds}{dt}$  la vitesse du projectile,  $\Gamma$  la circulation autour de la bille,  $C_D$  et  $C_L$  les coefficients hydrodynamiques de traînée et de portance, on obtient :

$$M \frac{dV}{dt} = F_T \sim -\frac{1}{2} \rho V^2 \pi R^2 C_D \quad (3.6)$$

$$MV^2 \frac{d\theta}{ds} = F_P \sim \rho V C_L R \Gamma \quad (3.7)$$

Comme la sphère entraîne du fluide dans son mouvement, on fait intervenir dans ces équations une masse  $M = m(1 + C_M)$ , dans lequel  $C_M$  est un coefficient de masse ajoutée [59]. Pour une sphère,  $C_M$  vaut  $1/2$  [60]. A  $Re = 10^5$ , le coefficient de traînée  $C_D$  vaut  $0,4$  [5].

### 3.3.1 Décélération

L'équation (3.6) donne accès à la dynamique de freinage dans le milieu. On remplace les dérivées temporelles par des dérivées par rapport à l'abscisse curviligne :  $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{ds} \frac{ds}{dt}$ . On obtient alors la relation :

$$MV \frac{dV}{ds} = -\frac{1}{2} \rho V^2 \pi R^2 C_D \quad (3.8)$$

En séparant les variables, on obtient :

$$\frac{dV}{V} = -ds \frac{1}{2M} \rho \pi R^2 C_D \quad (3.9)$$

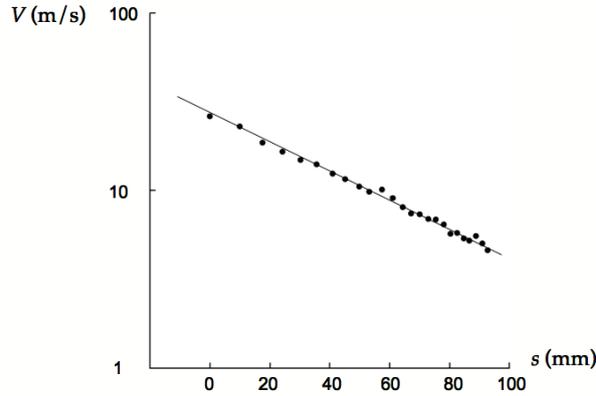


FIG. 3.8 – Décélération d'une bille de polypropylène le long de sa trajectoire : on représente la vitesse  $V$  en fonction de l'abscisse curviligne  $s$  en échelle semi-logarithmique.  $V_0 = 27$  m/s,  $R = 3,5$  mm,  $\rho_s = 920$  kg/m<sup>3</sup>,  $\omega_0 = 820$  rad/s. La droite en trait plein représente le meilleur ajustement de la forme  $V = V_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ , dont on déduit une longueur caractéristique de décélération  $\mathcal{L} = 6,2$  cm.

Ce qui mène à  $V = V_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ , avec  $\frac{8}{3} \frac{1+C_M}{C_D} \frac{\rho_s}{\rho} R = \mathcal{L}$ . Pour une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre,  $\mathcal{L}$  vaut 23 mm. Le projectile subit donc une décélération exponentielle au fur et à mesure qu'il progresse dans le liquide, ce qui est bien vérifié expérimentalement, comme le montre la figure 3.8.

On peut en outre vérifier la loi d'échelle prédite pour la distance caractéristique de décélération  $\mathcal{L}$  : la figure 3.9 présente sur un graphe en échelle logarithmique les valeurs mesurées de  $\mathcal{L}$  en fonction de  $\frac{\rho_s}{\rho} R$  dans le cadre de nos expériences, mais aussi des études de May [61] portant sur l'impact vertical de sphères dans l'eau, et des expériences d'impact de sphères en rotation de Truscott et Techet [53]. On obtient un bon accord entre les prédictions et les expériences sur deux ordres de grandeur. En utilisant  $C_M = 0,5$  et  $C_D = 0,4$  on trouve un préfacteur environ égal à 10, proche de la valeur mesurée sur la courbe 3.9.

### 3.3.2 Effet Magnus

On détermine l'équation  $\theta(s)$  de la trajectoire grâce à la deuxième équation. Pour cela, il faut estimer la circulation  $\Gamma$ . Sachant que la bille, de taille  $R$ , se déplace à une vitesse  $V$  en tournant sur elle-même à la vitesse  $\omega$ , la circulation vaut  $\Gamma = 2\pi R^2\omega$ .

Le bilan de forces normales s'écrit alors

$$MV^2 \frac{d\theta}{ds} \sim \rho V C_L R^3 \omega \quad (3.10)$$

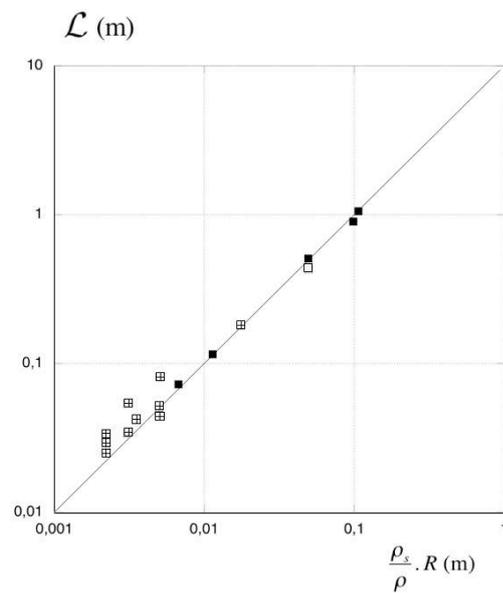


FIG. 3.9 – Variation de la longueur de décélération en fonction de la longueur  $\frac{\rho_s}{\rho} R$  : confrontation entre nos résultats expérimentaux (■) et les données extraites des articles de May (⊕) et de Truscott et Tchet (□). On représente en trait plein la droite d'équation  $\mathcal{L} = 10 \frac{\rho_s}{\rho} R$ .

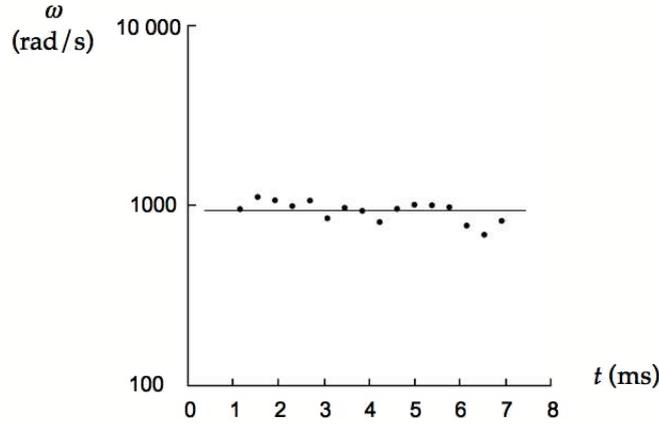


FIG. 3.10 – Évolution temporelle de la vitesse de rotation d'une bille de polypropylène pendant un ricochet ( $R = 3,5$  mm,  $V_0 = 27$  m/s,  $\theta_0 = 70,5^\circ$ ,  $\omega_0 = 1000$  rad/s).

La force de portance dans l'équation (3.10) est une force de type Magnus et elle fait intervenir la masse volumique  $\rho$  du liquide dans lequel la bille se déplace. Or on a l'habitude de parler d'effet Magnus pour des sports de balle, qui ont lieu dans l'air. Ici, dans l'eau, on attend un effet mille fois plus important, que nous avons surnommé "Magnus Maximus". L'équation (3.10) se réécrit :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{3}{2} \frac{\rho}{\rho_s} \frac{C_L}{1 + C_M} \frac{\omega}{V_0} e^{s/\mathcal{L}} \quad (3.11)$$

La figure 3.10 montre que la vitesse de rotation  $\omega$  varie peu au cours de l'expérience, on peut donc la considérer comme constante, égale à la valeur initiale  $\omega_0$ . On en déduit :

$$\theta(s) = \theta_0 + 4 \frac{C_L R \omega_0}{C_D V_0} (e^{s/\mathcal{L}} - 1) \quad (3.12)$$

Ce modèle prévoit que la courbure à l'origine de la trajectoire dépend de la vitesse et de la vitesse de rotation :

$$\left. \frac{d\theta}{ds} \right|_0 = \frac{3}{2} \frac{C_L}{1 + C_M} \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\omega_0}{V_0} \quad (3.13)$$

Sur la figure 3.11, on trace donc la pente à l'origine de  $\theta(s)$  en fonction du paramètre  $\frac{\rho}{\rho_s} \frac{\omega_0}{V_0}$ . On s'attend à une dépendance linéaire, qui est bien observée expérimentalement. De plus, nos données se superposent bien avec celles de Truscott et Techet [53] le long de la droite d'équation  $\left. \frac{d\theta}{ds} \right|_0 = 0,1 \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\omega_0}{V_0}$ . Ceci nous permet d'évaluer le coefficient de portance  $C_L$  de l'expérience : d'après (3.13),  $C_L = 0,1 \frac{2}{3} (1 + C_M)$ . On trouve alors  $C_L = 0,1$ .

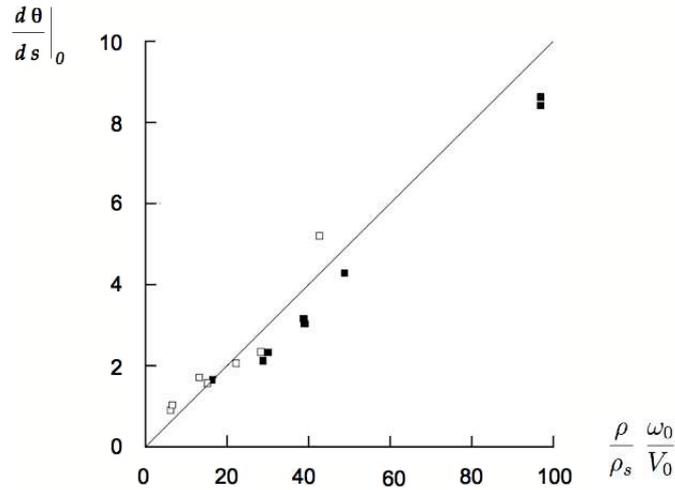


FIG. 3.11 – Pente à l’origine de  $\theta(s)$ , en fonction du paramètre  $\frac{\rho}{\rho_s} \frac{\omega_0}{V_0}$ . Les données expérimentales (■) sont comparées aux résultats de Truscott et Techet (□).

## 3.4 Spirales

La courbure de la trajectoire est donnée par l’équation (3.11), et augmente au fur et à mesure que la bille progresse sur sa trajectoire. Ceci correspond à l’équation d’une spirale.

Comme le montre la figure 3.12, la trajectoire observée en pratique lors d’une expérience de ricochet (où  $\theta_0$  est grand et  $\omega_0$  positif) correspond à une portion de spirale seulement. En effet la bille sort de l’eau avant d’atteindre la zone où la spirale s’enroule, c’est-à-dire la zone où les variations de  $\theta$  deviennent grandes. Cependant, si on effectue des impacts moins rasants, c’est-à-dire si on diminue la valeur de  $\theta_0$ , on s’attend à une trajectoire en spirale dont le centre, voire le sommet, sont immergés. La bille devrait alors explorer la partie enroulée de la spirale.

### 3.4.1 Réalité des trajectoires spirales

Expérimentalement, on effectue des lancers moins rasants, dans l’espoir d’observer une trajectoire en spirale. Dans ce cas, la longueur de la trajectoire effectuée sous l’eau est bien plus importante que lors d’un ricochet. Comme la vitesse décroît exponentiellement avec l’abscisse curviligne, on atteint forcément un régime de faibles vitesses, dans lequel on ne peut plus négliger le poids et la poussée d’Archimède. Lorsque la bille a suffisamment décéléré, elle se met à couler si elle est plus dense que l’eau, ou à remonter à la surface si elle est plus légère, et dévie donc de la trajectoire

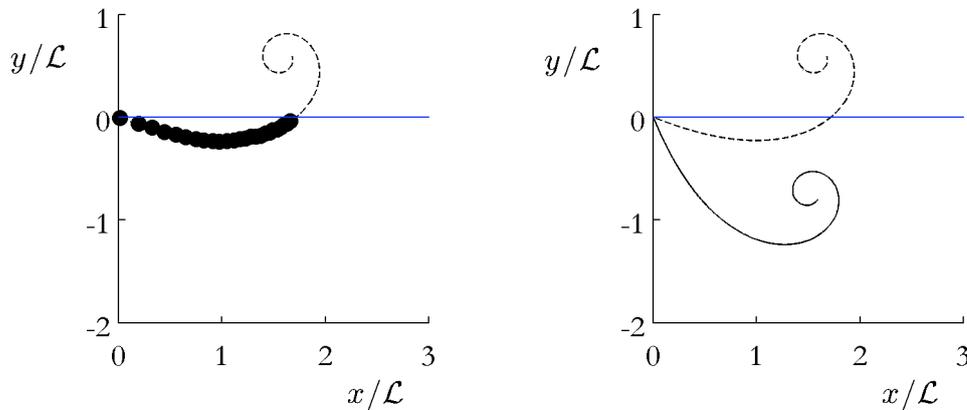


FIG. 3.12 – A gauche : comparaison entre données expérimentales et trajectoire calculée pour une bille de polypropylène de 7 mm de diamètre ( $V_0 = 30$  m/s,  $\omega_0 = 910$  rad/s,  $\theta_0 = 68^\circ$ ). A droite, on superpose à la spirale calculée pour cette expérience (en pointillés) la trajectoire prévue pour  $\theta_0 = 22^\circ$  (en trait plein). La ligne bleue en trait plein représente la surface libre du bain.

prédite.

Pour minimiser les effets gravitaires, nous avons choisi de remplacer l'eau du bain par un mélange eau-éthanol dont la masse volumique est la même que celle du polypropylène ( $920 \text{ Kg/m}^3$ ).

Le résultat obtenu est présenté sur la figure 3.13 : la vitesse verticale de la bille change de signe deux fois, la courbure augmente au fur et à mesure que  $s$  augmente et la trajectoire a bien qualitativement une forme de spirale.

### 3.4.2 De la spirale idéale ...

Pourtant, si l'on calcule une trajectoire théorique à partir de l'équation (3.12) et si l'on superpose celle-ci à des données expérimentales, elles ne concordent que pendant la première partie du mouvement, comme le montre la figure 3.14. Ensuite, la formule de la spirale idéale surestime la courbure par rapport à la trajectoire réelle. Cela signifie que la force de portance réellement subie par la bille est plus faible que la force proposée dans le modèle  $F_P = 2\pi C_L \rho V R^3 \omega$ . Cette expression tient compte de la diminution de la vitesse, elle suppose  $C_L$  constant ainsi que  $\omega$ .

On a montré sur la figure 3.10 que la vitesse de rotation peut, dans le cas d'un ricochet, être considérée comme constante. Dans le cas des spirales, la bille reste

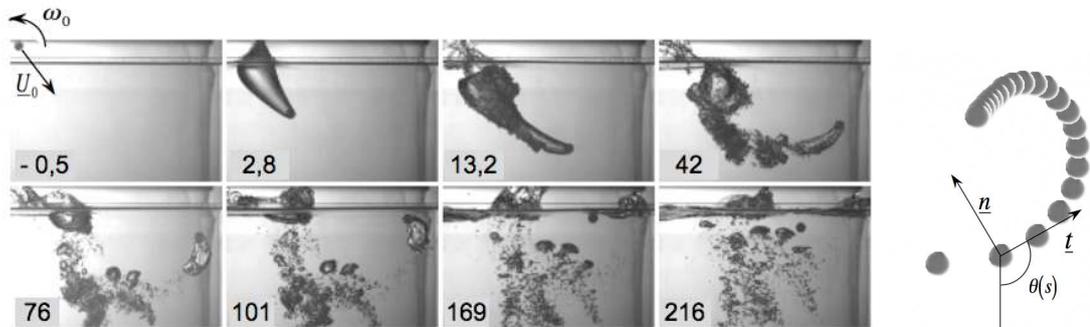


FIG. 3.13 – A gauche : Photographies de l'impact d'une bille de rayon 3,5 mm dans un fluide de même densité à  $V_0 = 35$  m/s et  $\omega_0 = 1200$  rad/s. L'instant auquel le cliché a été pris est indiqué, en ms, au bas de chaque image. A droite : relevé à intervalle régulier ( $\Delta t = 10$  ms) des positions de la bille à la fin du mouvement.

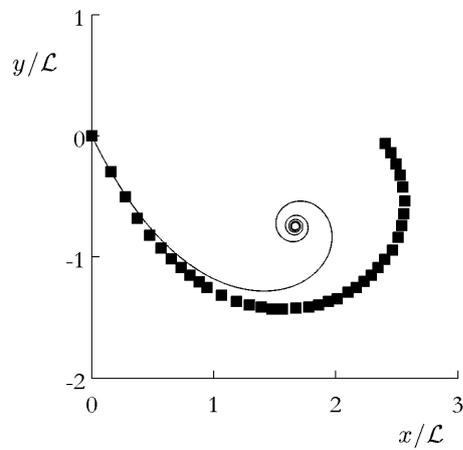


FIG. 3.14 – Comparaison entre trajectoire expérimentale (■) et trajectoire calculée avec la formule de la spirale idéale (courbe en trait plein), pour une bille de 3,5 mm de rayon lancée à 31 m/s dans un fluide de même densité. La vitesse de rotation est 1200 rad/s et l'angle  $\theta$  vaut initialement  $26^\circ$ .

plus longtemps immergée et cette approximation n'est plus justifiée. Si l'on mesure la vitesse de rotation au cours du temps pour l'expérience représentée sur la figure 3.14, on remarque que  $\omega$  diminue d'un facteur 3 au cours du mouvement. Pour décrire la spirale complète, il faut donc tenir compte de cette variation.

### 3.4.3 ... à la spirale réelle

La perte d'énergie cinétique de rotation est due au frottement visqueux. À chaque tour, la bille entraîne dans sa rotation une couche limite d'épaisseur  $\sqrt{\nu/\omega}$ . Cet entraînement, nécessaire pour établir le gradient de pression à l'origine de l'effet Magnus, crée des gradients de vitesse au voisinage de la bille, donc de la dissipation visqueuse.

Le gradient de vitesse dans la couche visqueuse s'écrit  $\frac{R\omega}{\sqrt{\nu/\omega}}$ , la force visqueuse, qui s'applique à une distance  $R$  de l'axe de la rotation, s'écrit donc  $-\eta R^2 \frac{R\omega}{\sqrt{\nu/\omega}}$ . On peut donc évaluer la variation du moment cinétique de la bille due à l'entraînement de cette couche visqueuse :

$$MR^2 \frac{d\omega}{dt} \sim -\eta \frac{R\omega}{\sqrt{\nu/\omega}} R^3 \quad (3.14)$$

Cette équation s'intègre pour mener à :

$$\frac{\omega}{\omega_0} \sim \frac{1}{\left(1 + \frac{t}{\tau_\omega}\right)^2} \quad (3.15)$$

avec un temps caractéristique de décroissance  $\tau_\omega = \frac{\rho_s}{\rho} \frac{R}{\sqrt{\omega_0 \nu}}$ . Si cette équation décrit bien la dissipation du moment cinétique, alors on devrait observer une relation linéaire entre  $\sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} - 1$  et  $t$ . C'est ce qui est vérifié sur la figure 3.15, où l'on a utilisé les mesures de la vitesse de rotation correspondant à l'expérience de la figure 3.14. Pour cette expérience, on calcule  $\tau_\omega = 82$  ms, ce qui correspond bien à ce qu'on obtient en extrapolant la courbe expérimentale jusqu'à avoir  $\sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} - 1 = 1$ . Au bout de ce temps caractéristique, la valeur de  $\omega$  est divisée d'un facteur 4 par rapport à sa valeur  $\omega_0$  au moment de l'impact. En revanche, pour une expérience de ricochet, la bille ressort de l'eau après environ 20 ms, avec une vitesse de rotation de l'ordre de  $\frac{2}{3}\omega_0$ .

La loi de variation de  $\omega$  étant établie, il reste à réécrire l'équation de la trajectoire. On commence par éliminer le temps de la loi de  $\omega$ . Sachant que, par définition de l'abscisse curviligne, on a :

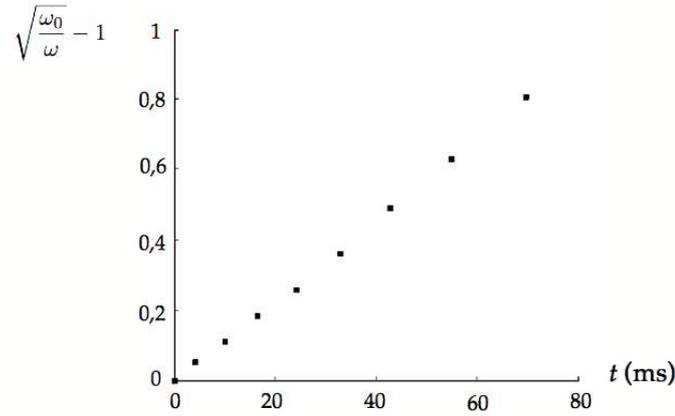


FIG. 3.15 – Variation de la quantité  $\sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} - 1$  en fonction du temps pour l'expérience présentée sur la figure 3.14 ( $R = 3,5$  mm,  $V_0 = 31$  m/s,  $\omega_0 = 1200$  rad/s,  $\theta_0 = 26^\circ$ .)

$$\frac{ds}{dt} = V = V_0 e^{-s/\mathcal{L}}$$

Le temps peut alors s'écrire en fonction de  $s$  :

$$t = \frac{e^{s/\mathcal{L}} - 1}{V_0} \mathcal{L} \quad (3.16)$$

Et la vitesse de rotation devient :

$$\omega = \omega_0 \left( \frac{1}{1 + \beta(e^{s/\mathcal{L}} - 1) \frac{\mathcal{L}}{V_0 \tau_\omega}} \right)^2 \quad (3.17)$$

Le paramètre  $\beta$  est introduit pour corriger l'épaisseur de la couche limite qui n'a été qu'estimée en ordre de grandeur dans le paragraphe précédent. L'équation de la trajectoire devient :

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{3}{2} \frac{\rho}{\rho_s} \frac{C_L}{1 + C_M} \frac{\omega_0}{V_0} e^{s/\mathcal{L}} \left( \frac{1}{1 + \beta(e^{s/\mathcal{L}} - 1) \frac{\mathcal{L}}{V_0 \tau_\omega}} \right)^2 \quad (3.18)$$

Ce qui s'intègre finalement en :

$$\theta = \theta_0 + 4 \frac{R \omega_0 C_L}{V_0 C_D} (e^{s/\mathcal{L}} - 1) \frac{1}{1 + \beta(e^{s/\mathcal{L}} - 1) \frac{\mathcal{L}}{V_0 \tau_\omega}} \quad (3.19)$$

On peut calculer les trajectoires prédites par cette équation, en utilisant  $\beta$  comme seul paramètre ajustable. On a alors un bon accord entre mesures et prédictions sur toute la longueur de la trajectoire, comme le montre la figure 3.16.

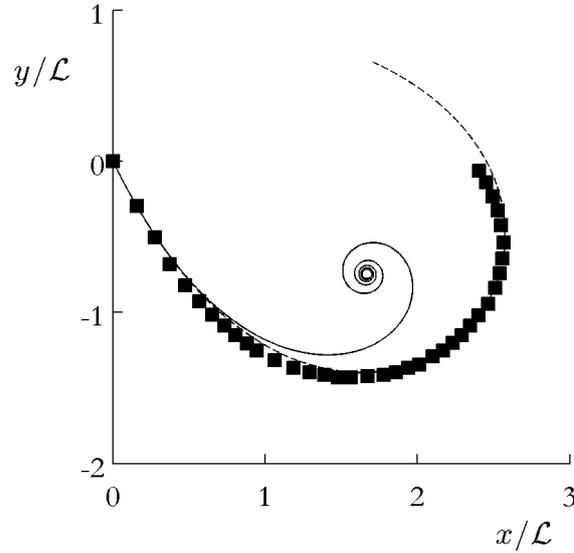


FIG. 3.16 – Prise en compte de la diminution de la vitesse de rotation : en pointillés, trajectoire calculée en utilisant l'équation 3.19 avec  $\beta = 3,1$ .

Dans la limite où la rotation est peu atténuée par rapport à la vitesse, c'est-à-dire si  $\tau_\omega \gg \frac{\mathcal{L}}{V_0}$ , on retrouve l'équation de la spirale idéale (?). Ceci mène à une condition pour que la trajectoire soit idéale :

$$\frac{V_0}{\sqrt{\omega_0 \nu}} > \frac{8}{3} \frac{1 + C_M}{C_D} \simeq 10 \quad (3.20)$$

Cette condition n'est pas une condition suffisante, en effet pour l'expérience présentée sur les figures 3.14 et 3.16 le rapport  $\frac{V_0}{\sqrt{\omega_0 \nu}}$  vaut environ 750 et la trajectoire est loin de se superposer avec une spirale idéale. Dans l'équation (3.17), le rapport  $\frac{\mathcal{L}}{V_0 \tau_\omega}$  intervient en effet, mais il est multiplié par  $\beta$ , de l'ordre de 30 dans nos expériences, et par un terme en  $e^{s/\mathcal{L}}$ , d'ordre au moins 1 pour des trajectoires en spirale. La condition s'écrit de façon plus réaliste :

$$\frac{V_0}{\sqrt{\omega_0 \nu}} > \frac{8}{3} \frac{1 + C_M}{C_D} \beta (e^{s/\mathcal{L}} - 1) \quad (3.21)$$

Cette fois on trouve que le rapport  $\frac{\mathcal{L}}{V_0 \tau_\omega}$  doit dépasser plusieurs centaines pour qu'on observe une spirale idéale, ce qui est plus en accord avec les résultats expérimentaux.

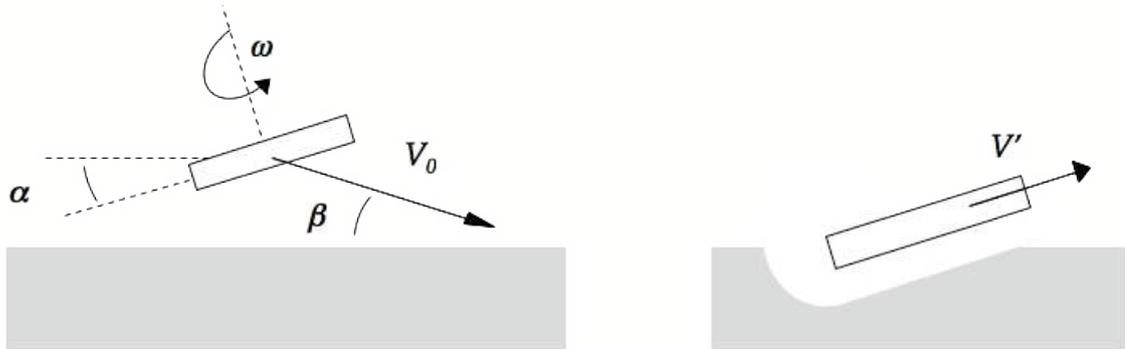


FIG. 3.17 – Ricochet d'un galet : les paramètres de l'expérience sont la vitesse d'impact  $V_0$ , la vitesse de rotation  $\omega$  du galet autour de son axe de symétrie, son inclinaison  $\alpha$  par rapport à l'horizontale, et l'angle d'incidence  $\beta$  avec l'interface.

## 3.5 Ricochets

On s'intéresse ici au cas particulier des impacts rasants, illustré par la dernière série d'images de la figure 3.6, dans lequel la bille ressort du liquide avec une vitesse dirigée vers le haut, que nous appelons régime de "ricochet" par analogie avec le comportement d'un galet que l'on lance à la surface d'un lac. Nous verrons que le mécanisme de ces deux phénomènes diffère, mais on observe dans les deux cas le rebond d'un objet solide à la surface d'un liquide.

### 3.5.1 Ricochet d'un galet

Pour réussir un ricochet, il faut faire tourner le galet sur lui-même, comme indiqué sur la figure 3.17, et remplir les conditions suivantes [62] :

La force qui fait rebondir le galet est une force inertielle, qui doit son origine au fait que l'impact crée dans l'interface une cavité asymétrique. Une quantité de mouvement non nulle est communiquée au fluide vers l'arrière : par réaction, le galet est propulsé vers l'avant. La vitesse d'impact  $V_0$  doit donc être suffisamment importante pour que le nombre de Reynolds soit grand pendant tout le ricochet. Sa rotation sert à stabiliser le galet par effet gyroscopique de façon à maintenir  $\alpha$  constant. Il existe un optimum pour les valeurs des angles  $\alpha$  et  $\beta$  permettant d'obtenir le plus grand nombre de ricochets possible à la suite [63].

### 3.5.2 Spécificités des ricochets de billes

Il existe donc plusieurs différences entre les ricochets de billes et les ricochets classiques :

- Les galets ricochent avec des vitesses typiques de translation de l'ordre de 3 m/s. Pour observer les ricochets de billes, les vitesses doivent être supérieures d'un ordre de grandeur, soit environ 30 m/s.
- Le galet n'est jamais immergé pendant le ricochet, il se contente de former un cratère dans le liquide. La bille peut quand à elle créer un tunnel et le courber : il y a donc de l'eau au-dessus d'elle.
- Le galet est poussé par le fluide accumulé sous lui dans la cavité. Il avance donc de l'eau vers l'air. La bille qui remonte vers la surface fait l'inverse : suivie par une poche d'air, elle traverse une couche de liquide dense pour remonter vers l'interface.
- Dans le cas des galets, l'axe de rotation n'est pas parallèle à l'interface, alors que c'est le cas pour les billes qui "ricochent". Le rôle de la rotation est d'ailleurs très différent dans les deux expériences : sans la rotation, la bille traverse l'interface sans changer de direction, comme on le voit sur la première série d'images de la figure 3.6 ; le galet au contraire a besoin de la rotation pour se stabiliser : sans elle, il ferait des vrilles et coulerait.

En dépit des ressemblances géométriques et de la présence d'un "rebond" dans les deux expériences, la physique des deux phénomènes est donc assez différente. Le ricochet des billes étant un phénomène original, nous en présentons ici quelques propriétés.

### 3.5.3 Du fond du trou ...

On cherche ici à mesurer la profondeur maximale atteinte par la bille au cours du ricochet. On s'attend à ce qu'elle dépende non seulement de la vitesse de la bille, mais de sa vitesse de rotation et de l'angle d'incidence. Conformément à l'intuition, plus l'impact est rasant, plus le ricochet est superficiel, comme on le remarque sur la figure 3.19. On observe également que  $H$  augmente avec  $V$  : plus l'inertie du projectile est importante, plus il peut déformer la surface. Enfin,  $H$  diminue avec la vitesse de rotation  $\omega$ , ce que l'on peut comprendre par le fait que plus la bille tourne vite, plus sa trajectoire est rapidement déviée vers le haut.

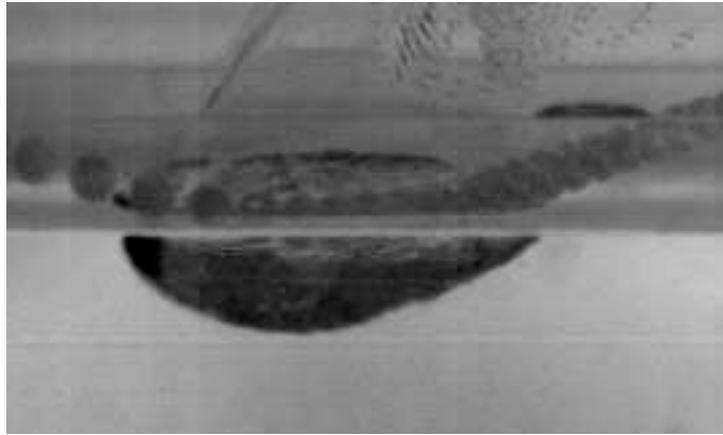


FIG. 3.18 – Bille de polypropylène lancée au pistolet et rebondissant à la surface de l'eau : on superpose des images de la billes prises à 0,3 ms d'intervalle.

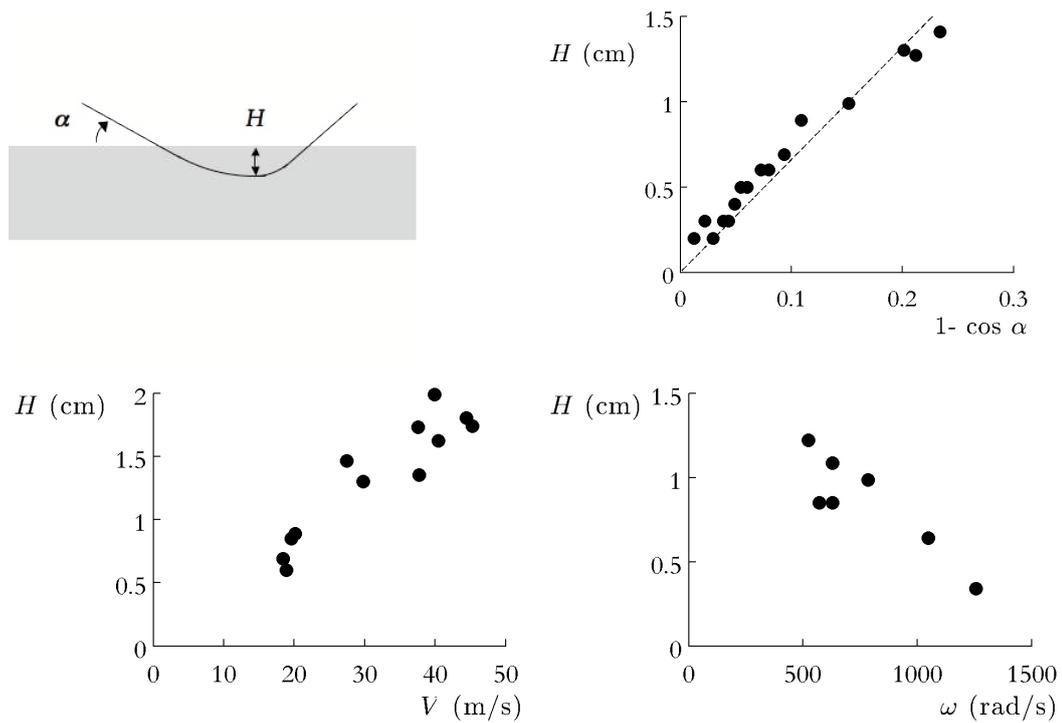


FIG. 3.19 – Profondeur maximale du ricochet d'une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre, en fonction de  $1 - \cos \alpha$  (pour  $V_0 = 20$  m/s et  $\omega_0 \sim 700$  rad/s) ; en fonction de la vitesse d'impact  $V_0$  (pour  $\alpha = 25^\circ$  et  $\omega_0 \sim 700$  rad/s), et de la vitesse de rotation  $\omega_0$  (pour  $\alpha = 25^\circ$  et  $V_0 = 20$  m/s).

Pour expliquer plus quantitativement ces observations, on reprend le modèle de spirale. Comme la bille ne s'enfonce pas beaucoup dans le liquide au cours d'un ricochet, on est toujours dans la limite  $s/\mathcal{L} \ll 1$ . L'équation 3.19 devient alors, au premier ordre :

$$\theta \simeq \theta_0 + \frac{4R\omega_0}{V_0} \frac{C_L}{C_D} \frac{s}{\mathcal{L}} \quad (3.22)$$

Lorsque la bille atteint sa profondeur maximale,  $\theta$  vaut  $\pi/2$ . On peut ainsi calculer  $H$  :

$$H = \int_{\theta_0}^{\pi/2} dy(\theta) \sim \int_{\theta_0}^{\pi/2} \cos \theta ds \quad (3.23)$$

En utilisant 3.22, on trouve  $ds = \mathcal{L} \frac{V_0}{4R\omega_0} \frac{C_D}{C_L} d\theta$ , ce qui mène à :

$$H = \mathcal{L} \frac{V_0}{4R\omega_0} \frac{C_D}{C_L} \int_{\theta_0}^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \mathcal{L} \frac{V_0}{4R\omega_0} \frac{C_D}{C_L} (1 - \sin \theta_0) \quad (3.24)$$

Si on appelle  $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_0$  l'angle d'incidence du ricochet on a :

$$H = \mathcal{L} \frac{V_0}{4R\omega_0} \frac{C_D}{C_L} (1 - \cos \alpha) \sim \mathcal{L} \frac{V_0}{8R\omega_0} \frac{C_D}{C_L} \alpha^2 \quad (3.25)$$

Les tendances observées sur la figure 3.19 se retrouvent bien dans cette formule :  $H$  croît linéairement avec  $V_0$  et  $1 - \cos \alpha$ , et décroît avec  $\omega_0$ . On remarque également que la profondeur  $H$  atteinte par le projectile est indépendante de sa taille  $R$ . Deux billes de même densité, lancées à la même vitesse et avec la même vitesse de rotation, atteindront ainsi des profondeurs identiques, même si le rayon de l'une est le double du rayon de l'autre. Pourtant la première bille est dans ce cas huit fois plus lourde que la seconde et on aurait pu s'attendre à ce qu'elle s'enfonce plus profondément dans le liquide.

### 3.5.4 ... au bout du tunnel ?

On peut maintenant se demander à quelle condition une bille pourra ricocher et ressortir du liquide. Il est en fait plus facile d'écrire une condition de capture. En effet le "sommet" de la trajectoire est atteint lorsque  $\theta = \frac{3}{2}\pi$ . Si ce sommet est situé sous la surface libre, alors la bille est piégée sous la surface.

Pour une bille donnée, on peut donc calculer à partir de (3.19) la valeur  $s_{max}$  de  $s$  à laquelle on atteint l'angle  $\theta = \frac{3}{2}\pi$ , puis calculer la profondeur à laquelle ce point se situe :

$$s_{max} = \int_{\theta_0}^{3\pi/2} ds(\theta) \quad (3.26)$$

En développant 3.19 au premier ordre en  $(e^{s/\mathcal{L}} - 1)$ , on trouve :

$$ds \simeq \frac{d\theta}{\theta - \theta_0 + \frac{4R\omega_0}{V_0} \frac{C_L}{C_D}} \mathcal{L} \simeq \frac{d\theta}{\theta - \theta_0 + A} \mathcal{L} \quad (3.27)$$

On trouve finalement pour  $s_{max}$  :

$$s_{max} \simeq \ln \left( 1 + \frac{3\pi/2 - \theta_0}{A} \right) \mathcal{L} \quad (3.28)$$

$$y_{max} = \int_0^{s_{max}} \cos \theta(s) ds \simeq \frac{\mathcal{L}}{A} \left[ \sin(\theta_0 + A \frac{s_{max}}{\mathcal{L}}) - \sin \theta_0 \right] \quad (3.29)$$

Si  $y_{max} < 0$  alors la bille sera piégée dans le bain.

En revanche,  $y_{max} > 0$  n'est pas forcément synonyme de ricochet : pour que la bille s'échappe du bain liquide elle doit non seulement arriver à sa surface, mais y arriver avec une vitesse suffisante pour crever l'interface et la traverser, c'est-à-dire que  $V(s_{max})$  doit être suffisante pour que le nombre de Weber soit plus grand que 1 :

$$\frac{\rho V(s_{max})^2 R}{\gamma} > 1 \quad (3.30)$$

### 3.6 Limite visqueuse

Nous avons déjà évoqué une des limites de l'effet Magnus : celui-ci n'est observé que dans des fluides denses. Lorsqu'on utilise le pistolet pour tirer en l'air une bille, la force de portance subie par cette dernière n'entraîne pas de modification mesurable de sa trajectoire.

On étudie ici une autre limite, celle des fluides visqueux. On a vu que la trajectoire était liée à la dynamique de décélération par l'équation (3.10). Les spirales observées lorsque la dynamique est inertielle existent-elles aussi dans un régime visqueux ? Aux petits nombres de Reynolds, la traînée est une force de Stokes :

$$M \frac{dV}{dt} = -6\pi\eta R V \quad (3.31)$$

En intégrant cette équation, on trouve une vitesse décroissant exponentiellement avec le temps :  $V = V_0 e^{-t/\tau}$ , avec un temps caractéristique  $\tau = 2/9 \rho_s R^2 / \eta$ .

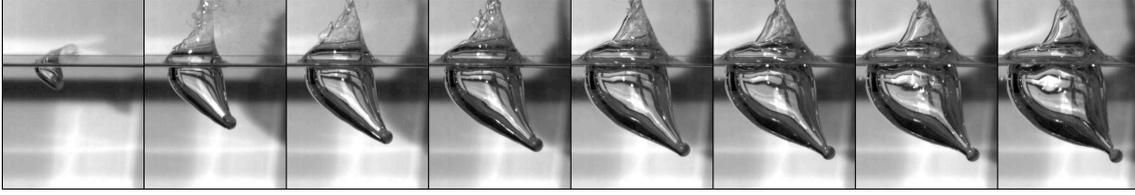


FIG. 3.20 – Impact d'une bille de polypropylène de rayon  $R = 3,5$  mm dans de l'huile silicone ( $\eta = 500$  mPa·s)  $V_0 = 39$  m/s;  $\omega_0 = 1300$  rad/s. Intervalle entre deux images : 2,8 ms.

Évaluons maintenant la variation de la vitesse angulaire. La variation du moment cinétique s'écrit :

$$\frac{2}{5}mR^2\frac{d\omega}{dt} = -8\pi\eta R^3\omega \quad (3.32)$$

On en déduit l'expression de  $\omega$  :

$$\omega = \omega_0 e^{-t/\tau_\omega} \quad (3.33)$$

Le temps caractéristique de décroissance de  $\omega$  vaut

$$\tau_\omega = \frac{\rho_s R^2}{15 \eta} = \frac{3}{10} \tau \quad (3.34)$$

Ainsi, les temps caractéristiques de variation de la vitesse et de la vitesse de rotation ne sont plus indépendants dans un liquide visqueux, mais multiples l'un de l'autre. Comme  $\tau_\omega < \tau$ , c'est la rotation qui décroît le plus vite.

Il est intéressant de noter que, si l'effet de la rotation s'estompe lorsque le liquide est très visqueux, un minimum de viscosité est nécessaire pour observer un effet Magnus. En effet, une bille en rotation dans un fluide parfait n'entraîne pas celui-ci dans son mouvement. En l'absence d'une couche visqueuse attachée au solide, l'écoulement reste symétrique, la pression uniforme et la trajectoire rectiligne.

### 3.7 Conclusions

Nous avons étudié le mouvement d'une sphère en rotation dans un liquide, dans le régime des grands nombres de Reynolds et de gravité négligeable. Dans ce régime, nous montrons que la trajectoire est courbée et déterminons la loi d'évolution (3.18) de sa courbure, qui peut également s'écrire :

$$\frac{d\theta}{ds} \sim \frac{\rho_s \omega(s)}{\rho V(s)} \quad (3.35)$$

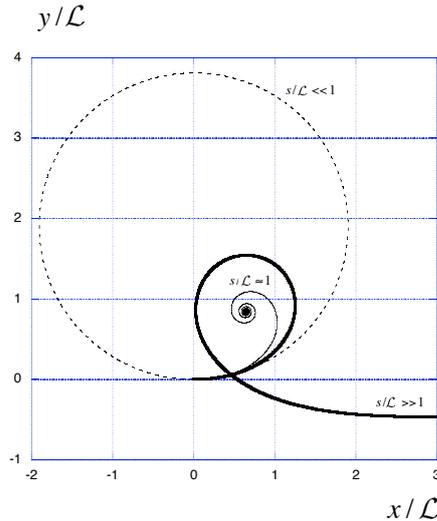


FIG. 3.21 – Trajectoires illustrant les trois phases du mouvement d’une bille en rotation ( $V_0 = 20$  m/s,  $\omega_0 = 3000$  m/s,  $R = 3.5$  mm.). Initialement, tant que  $s \ll \mathcal{L}$ , les vitesses de translation et de rotation peuvent être considérées comme constantes et la trajectoire est circulaire (ligne en pointillés). La spirale idéale est observée quand  $s$  est d’ordre  $\mathcal{L}$ , lorsque  $V$  décroît tandis que  $\omega \simeq \omega_0$ . Enfin, lorsque la distance parcourue  $s$  est grande devant  $\mathcal{L}$ ,  $V$  et  $\omega$  décroissent simultanément et la trajectoire est une spirale réelle.

Nous déterminons la longueur caractéristique  $\mathcal{L} \sim \frac{\rho_s}{\rho} R$  de décélération de la bille. A partir de cette longueur, on peut définir trois phases du mouvement : tant que  $s \ll \mathcal{L}$ , la vitesse comme la vitesse de rotation peuvent être considérées comme constantes et la trajectoire est un cercle dont on déduit de (3.35) le rayon  $\frac{\rho V_0}{\rho_s \omega_0}$ . Lorsque  $s$  devient d’ordre  $\mathcal{L}$ , la vitesse diminue sensiblement, tandis que la vitesse de rotation reste proche de sa valeur initiale. Ce décalage est d’autant plus marqué que le nombre sans dimension  $\sqrt{\omega_0 \nu} / V_0$  est petit. Dans cette phase ( $s \simeq \mathcal{L}$ ), la trajectoire de la bille est une spirale, dont la courbure est croissante et supérieure à la courbure du cercle dessiné dans la première phase. Enfin, lorsque  $s$  devient grand devant  $\mathcal{L}$ , la vitesse de rotation décroît elle aussi. La trajectoire dévie alors de la spirale idéale et sa courbure diminue, pour finalement atteindre 0. Comme la vitesse décroît exponentiellement, on s’attend à ce que la bille s’arrête avant que

### 88 *CHAPITRE 3. IMPACT D'UNE BILLE EN ROTATION SUR UN BAIN LIQUIDE*

la trajectoire redevienne droite et on observe seulement de légères déviations à la spirale.

# CHAPITRE 4

---

## Films et bulles de savon

---

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>90</b>
<b>4.2</b>	<b>Films et bulles de savon</b>	<b>91</b>
4.2.1	Qu'est-ce qu'un film de savon ?	91
4.2.2	Échelles	92
4.2.3	Formes d'équilibre	93
4.2.4	Vibration d'un film de savon	94
<b>4.3</b>	<b>Faible vitesse d'impact : rebonds et capture</b>	<b>95</b>
4.3.1	Trampoline liquide	95
4.3.2	Influence de la vitesse	98
<b>4.4</b>	<b>Traversée d'un film par un projectile</b>	<b>99</b>
4.4.1	Déformation à l'impact	100
4.4.2	Mécanisme de cicatrisation	103
<b>4.5</b>	<b>Éclatement</b>	<b>107</b>
4.5.1	Influence de la vitesse	108
4.5.2	Influence de la chimie de surface	111
4.5.3	Éclatement systématique	112
<b>4.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>114</b>

---



FIG. 4.1 – Gravure de Johann Jakob Haid (1704-1767) - vers 1750.

## 4.1 Introduction

La bulle de savon est un sujet fascinant pour le peintre. Représenter fidèlement un objet transparent est pour lui un défi, mais au-delà de la prouesse technique, c'est aussi à un symbole de l'éphémère qu'il s'intéresse. On souffle une bulle de savon pour avoir le plaisir de savourer pendant quelques secondes ses irisations, sa forme parfaite de sphère et son mouvement lent et hésitant. Mais bien vite, rencontrant quelque obstacle, ou même sans raison apparente, elle se brise en un clin d'oeil. A l'instar du crâne auquel elle est associée sur de nombreuses vanités, comme sur la figure 4.1, elle incarne la brièveté de la vie humaine.

Or ce point de vue a un caractère paradoxal car, comme nous allons le voir, la bulle de savon est pour le physicien des liquides un exemple de stabilité. Former un film ou une bulle avec un liquide pur est quasiment impossible, et l'objet obtenu se déstabilise bien trop rapidement pour qu'on puisse l'observer à l'oeil nu. Au contraire, une bulle de savon, en dépit de sa finesse et si on la protège des perturbations extérieures, peut durer des heures, voire des jours !

Nous présentons dans ce chapitre quelques généralités sur les films et bulles de savon, avant de décrire le comportement d'un film de savon subissant l'impact d'un projectile. Comme l'ont montré Gilet et Bush, l'impact d'une goutte sur un film de savon à faible vitesse donne lieu à des rebonds [64] [65]. Nous étendons ici cette étude à des projectiles solides et à de plus grandes vitesses d'impact. On montre alors qu'au-delà

du régime de petites déformations, dans lequel il se comporte comme un élastique, le film de savon continue à faire preuve de propriétés mécaniques remarquables et mettons en évidence la capacité du film à cicatriser après avoir été traversé par un projectile.

Il arrive néanmoins que les films de savon éclatent au cours des expériences d'impact. Nous essaierons de déterminer dans quelles circonstances et par quels mécanismes cet éclatement se produit.

## 4.2 Films et bulles de savon

### 4.2.1 Qu'est-ce qu'un film de savon ?

Un film de savon est une mince feuille de liquide que l'on peut obtenir en tirant un cadre rigide hors d'une solution d'eau savonneuse [8]. La même expérience avec de l'eau pure ne permet pas d'accrocher un film : l'eau se fragmente en gouttelettes qui s'accrochent sur les bords du cadre. C'est la cohésion entre molécules d'eau qui est responsable de ce comportement : il est énergétiquement plus favorable pour une molécule d'eau d'être entourée de ses semblables plutôt que d'air. Cette cohésion est caractérisée par le coefficient de tension de surface  $\gamma$ , qui est la variation d'énergie libre du liquide lors d'un accroissement  $dA$  de sa surface de contact avec l'air :

$$dF = \gamma dA \quad (4.1)$$

Ainsi, pour minimiser son énergie, un volume donné d'eau adoptera la forme qui minimise l'aire de son interface avec l'extérieur, et formera des gouttes.

Un film, avec son grand rapport surface/volume, n'est clairement pas une forme qui minimise l'énergie. C'est pourquoi la présence du savon est nécessaire pour stabiliser un mince film d'eau. En effet le savon est une molécule amphiphile, possédant une "tête" hydrophile et une ou des "queues" hydrophobes. Cette asymétrie fait de lui un surfactant, ou tensio-actif, c'est-à-dire une molécule qui occupe spontanément les interfaces, se plaçant tête dans l'eau et queue dans l'air [66]. Dans un film d'eau savonneuse, l'eau n'est plus en contact avec l'air mais avec la tête hydrophile du savon, ce qui est moins défavorable d'un point de vue énergétique : la tension de surface est abaissée. Typiquement, la présence de savon permet à la tension de surface d'une solution de passer de  $\gamma_{eau} = 72$  mN/m à  $\gamma_{sol} \simeq 25$  mN/m.

De plus, la couche de surfactants adsorbée à l'interface modifie les propriétés mécaniques de cette dernière, lui conférant une élasticité de surface. Certains surfactants

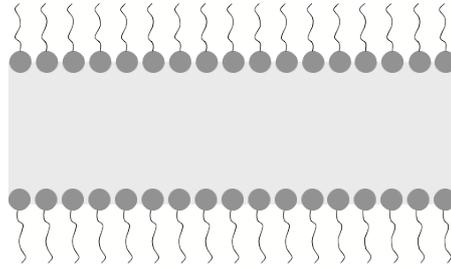


FIG. 4.2 – Représentation schématique d'un film de savon. L'interface entre la phase aqueuse (en gris clair) et l'air est occupée par les molécules amphiphiles de savon, dont la tête hydrophile (en gris foncé) est en contact avec l'eau, tandis que la queue hydrophobe s'en tient éloignée.

rigidifient l'interface, y imposant une condition de vitesse nulle, ce qui ralentit considérablement les écoulements au sein du film. La figure 4.2 représente la mince couche de liquide confinée entre ces deux interfaces, stabilisée par les savons qui l'isolent de l'air et forment une pellicule élastique.

#### 4.2.2 Échelles

Lorsqu'on forme un film de savon en trempant un cadre dans une solution savonneuse, on entraîne une couche de liquide de l'ordre de plusieurs microns d'épaisseur, qui présente des irisations. Le film que l'on forme alors est qualifié d' "épais" : il s'amincit ensuite au cours du temps, d'une part parce qu'il existe des écoulements dans le film qui drainent le liquide du centre vers les bords, d'autre part en raison de l'évaporation de l'eau contenue dans le film.

Les films de savon peuvent atteindre une épaisseur très faible. Dans les films épais, les forces intermoléculaires ne se font pas sentir car la distance entre les deux interfaces est grande. Mais en-deçà d'une épaisseur critique d'environ  $0,1 \mu\text{m}$ , les films s'amincissent très vite sous l'effet des forces de van der Waals. Ils perdent alors leurs couleurs et deviennent même quasiment invisibles lorsque leur épaisseur devient plus faible que  $10 \text{ nm}$ , d'où leur nom de "films noirs". A ce stade, les deux couches de surfactants arrivent quasiment au contact.

Dans toutes les expériences que nous allons présenter, les films sont jeunes, donc épais (avec une épaisseur de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ ). Leur épaisseur n'est pas contrôlée précisément : nous considérons qu'en faisant toujours le même geste, nous obtenons toujours des films de même épaisseur.

## 4.2.3 Formes d'équilibre

**Films et bulles**

Trempons un anneau dans une solution savonneuse : le liquide forme alors une pellicule accrochée au contour du cadre et dont la forme plane lui permet de minimiser l'aire de l'interface solide-liquide, par rapport à des formes bombées. Soufflons sur ce film et nous obtenons une bulle. Un faible volume de liquide suffit à former une bulle de surface considérable : pour s'en convaincre, on peut calculer le volume de liquide nécessaire pour former une bulle d'épaisseur  $e = 3 \mu\text{m}$  et de rayon  $R = 1 \text{ cm}$ , ce volume s'écrit  $V = 4 \pi R^2 e$  et vaut environ  $4 \mu\text{L}$ . Ceci correspond au volume d'une goutte d'un millimètre de rayon. Une seule goutte de liquide permet donc de former une bulle de taille centimétrique. La surface de contact avec l'air est donc augmentée d'un facteur :

$$\frac{\Sigma_{bulle}}{\Sigma_{goutte}} \simeq 200 \quad (4.2)$$

Lorsqu'un film est plan, ses deux faces sont équivalentes. Pour une bulle, ce n'est pas le cas : la courbure brise la symétrie entre les surfaces interne et externe. Cela s'illustre par une différence de pression de part et d'autre de la lame liquide. Notons  $R$  la taille de la bulle et  $\gamma$  la tension de surface du liquide. Calculons le travail  $\delta W$  qu'il faut fournir à la bulle pour augmenter son rayon de  $dR$ . Les forces qui travaillent sont les forces de pression et la tension de surface :

$$\delta W = P_{ext}dV - P_{int}dV + \gamma dA \quad (4.3)$$

Sachant que la bulle reste sphérique et comporte deux interfaces liquide/air, on a  $dV = 4\pi R^2 dR$  et  $dA = 16 \pi R dR$ . On en déduit  $\delta W$  :

$$\delta W = 4\pi R^2 dR \left( \frac{4\gamma}{R} - (P_{int} - P_{ext}) \right) \quad (4.4)$$

La condition d'équilibre  $\delta W = 0$  s'écrit donc :

$$\Delta P = P_{int} - P_{ext} = \frac{4\gamma}{R} \quad (4.5)$$

Ainsi l'intérieur de la bulle est en surpression, et c'est la valeur de cette surpression qui fixe le rayon. Ce résultat peut être étendu à toute surface courbée, on appelle *loi de Laplace* la relation entre saut de pression et courbure de l'interface :

$$\Delta P = \gamma \mathcal{C} \quad (4.6)$$

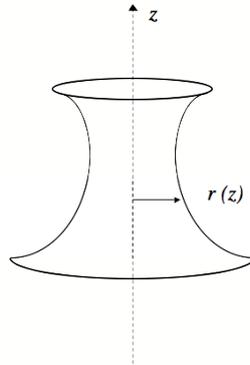


FIG. 4.3 – Schéma d'un film de savon accroché à deux anneaux.

### Caténoïde

Lorsqu'un film de savon est attaché à deux anneaux circulaires, comme sur la figure 4.3, il forme un tube ouvert aux deux bouts. La pression à l'intérieur et à l'extérieur de ce tube est la même : la loi de Laplace impose donc que la courbure de la surface soit nulle en tout point. Si on note  $R_1$  et  $R_2$  les rayons de courbure principaux de la surface, on a ainsi :

$$\Delta P = 2\gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Lorsque les deux anneaux auxquels le film est accroché ont le même rayon, la surface déduite de l'équation (4.7) est une caténoïde symétrique, c'est-à-dire une chaînette de révolution. Si on note  $a$  le rayon au centre et  $z$  l'axe de la caténoïde, l'équation du profil s'écrit :

$$r(z) = a \operatorname{ch}(z/a) \quad (4.8)$$

Le calcul détaillé de l'équation de la caténoïde, symétrique et asymétrique, est présenté dans l'annexe A.

#### 4.2.4 Vibration d'un film de savon

Un film de savon est une membrane liquide, qui comme une membrane solide peut vibrer. G. I. Taylor a calculé la vitesse de propagation des ondes à la surface d'un film liquide [67]. Cette vitesse est indépendante de la longueur d'onde et vaut :

$$v = \sqrt{2\gamma/\rho e} \quad (4.9)$$

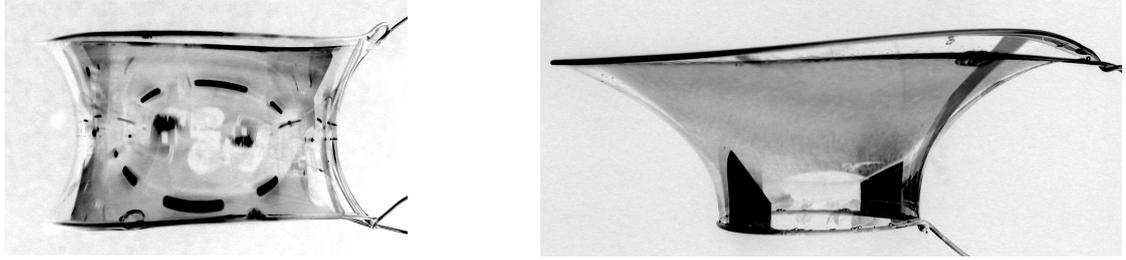


FIG. 4.4 – Caténoïdes symétrique (à gauche) et asymétrique (à droite).

La propagation de ces ondes résulte d'un équilibre entre la tension de surface qui domine le mouvement et l'inertie qui le retient, c'est pourquoi on les appelle ondes capillaires.

Il est intéressant de noter que cette formule est la même que celle qu'obtient Culick pour la vitesse d'ouverture d'un trou dans un film de savon [68] : là encore, c'est la tension de surface qui provoque la rétraction, et celle-ci est d'autant plus rapide que le film est mince et peu dense. Le raisonnement de Culick consiste à écrire un bilan de quantité de mouvement pour le liquide situé dans le bourrelet. On trouve, par unité de longueur de ligne :

$$\frac{d mv}{dt} = \frac{dm}{dt}v \sim 2\gamma \quad (4.10)$$

La masse du bourrelet, à un instant donné, correspond à la masse de film disparu lors de la formation du trou de rayon  $R$  :  $M \sim \rho e R^2$ . Par unité de longueur de ligne on a donc  $m \sim \rho e R$  et  $\frac{dm}{dt} \sim \rho e v$ . On retrouve donc l'expression ???. Dans le cas d'un film de  $3 \mu\text{m}$  d'épaisseur et d'une tension de surface de  $25 \text{ mN/m}$ , on trouve une vitesse de  $4 \text{ m/s}$  pour l'ouverture du trou.

## 4.3 Faible vitesse d'impact : rebonds et capture

### 4.3.1 Trampoline liquide

Nous présentons dans ce paragraphe quelques résultats connus à propos de l'impact d'une goutte sur un film de savon à faible vitesse (quelques dizaines de centimètres par seconde). La figure 4.5 est une superposition d'images extraites d'un film montrant une goutte tombant sur un film légèrement incliné. On y observe que la goutte rebondit plusieurs fois sur le film. La hauteur atteinte par la goutte après les rebonds successifs est de plus en plus faible. Après quelque temps, elle finit par se fondre dans le film liquide.

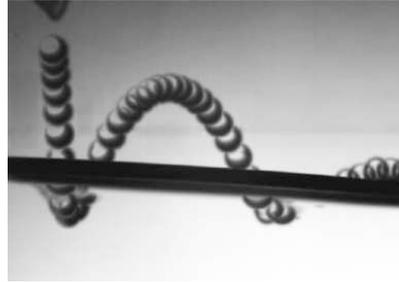


FIG. 4.5 – Impact à faible vitesse ( $V \simeq 40$  cm/s) d'une goutte d'eau sur un film de savon. On superpose toutes les images de la vidéo pour visualiser la trajectoire de la goutte : on observe que celle-ci rebondit sur le film de savon, incliné de  $4^\circ$  dans cette expérience.

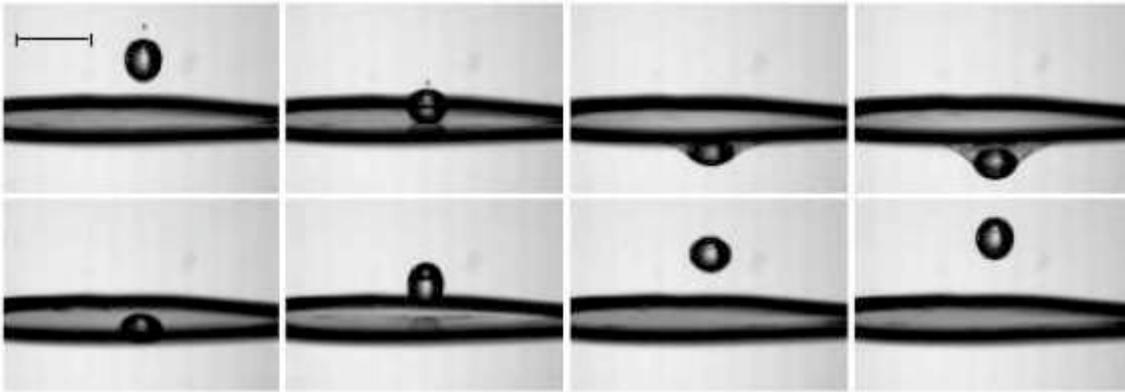


FIG. 4.6 – Chronophotographie d'une goutte d'eau de 1,4 mm de rayon rebondissant sur un film de savon. La barre noire représente 5 mm, l'intervalle entre deux images consécutives est de 10 ms. (Clichés Elsa Bayart)

La série d'images de la figure 4.6 montre que le film de savon, dont la déformation au cours du rebond évoque celle d'un trampoline, s'étire puis se détend, donnant lieu au rebond de la goutte. La surface du film étant courbée pendant le rebond, on ne peut plus envoyer de lumière sous la goutte pour détecter la présence d'un éventuel film d'air [69]. En revanche, en réalisant des impacts sur des films obliques, on peut observer la dynamique de glissement des gouttes, et en déduire qu'elles se déplacent sans frottement, donc sur un coussin d'air. La présence d'un film d'air sous la goutte est confirmée par une expérience récente de Bush et Gilet, qui montrent qu'on peut entretenir les rebonds de la goutte en faisant vibrer le film de savon, c'est-à-dire en renouvelant l'air sous la goutte [65].

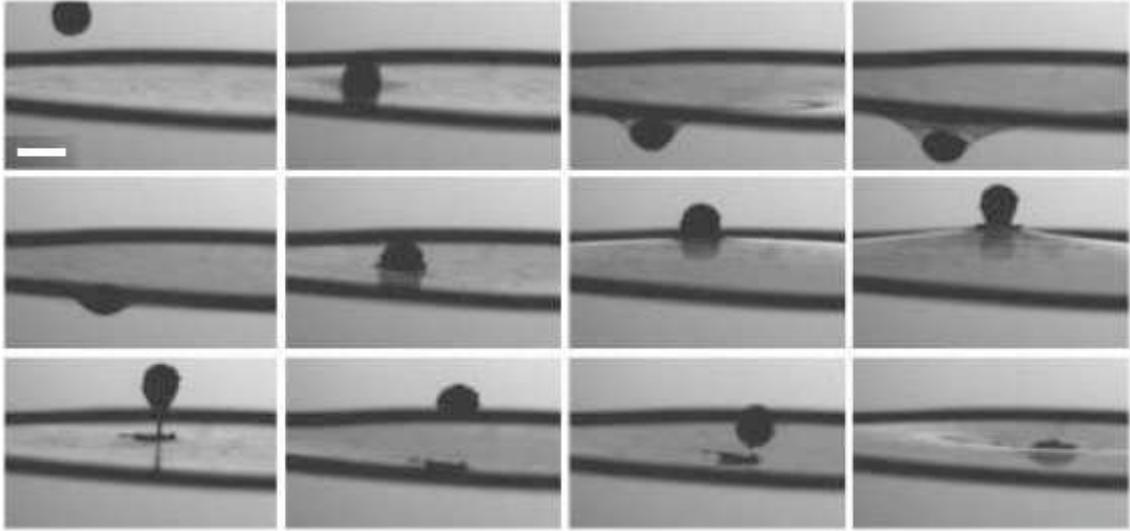


FIG. 4.7 – Chronophotographie du rebond d'une goutte de glycérol enrobée de lycopodes sur un film de savon. La barre blanche représente 5 mm et l'intervalle entre deux images consécutives est de 8 ms. (Clichés Elsa Bayart)

Le rebond d'une goutte sur un film s'interprète donc de la même manière que le rebond des bulles sur un bain. Quand la goutte s'approche du film, il y a une distance à laquelle il devient plus facile de déformer les surfaces liquides de la goutte et du film que de chasser le film d'air qui les sépare : ainsi les surfaces restent isolées l'une de l'autre et stockent de l'énergie de surface, qu'elles peuvent ensuite libérer en relaxant les déformations, donnant lieu au rebond.

Répetons maintenant l'expérience en remplaçant la goutte par une bille solide. On choisit des billes suffisamment petites et légères pour que leur masse reste comparable à celle d'une goutte d'eau : on utilise principalement des billes d'aluminium de 0,8 ou 1,6 mm de diamètre. L'énergie injectée dans le système est du même ordre de grandeur que dans le cas d'une goutte, puisque la taille, la masse et la vitesse sont comparable dans les deux cas. Pourtant la bille solide ne rebondit jamais. Elle colle à l'interface, reste piégée dans le film et finit sa course au bord du cadre qui tient le film, là où ce dernier est le plus épais. Il est possible d'observer le rebond d'une bille sur une surface liquide [70], mais il faut pour cela que la bille soit superhydrophobe et que la poussée d'Archimède contribue à faire rebondir la sphère, il s'agit donc d'un problème très différent.

Ceci signifie que la déformabilité du projectile est une condition nécessaire du rebond sur un film. C'est d'ailleurs aussi le cas dans l'expérience décrite dans l'annexe C : si

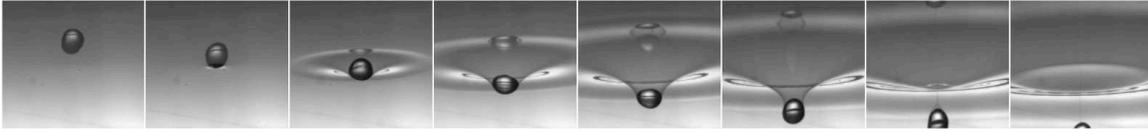


FIG. 4.8 – Goutte d'eau de diamètre  $d=4$  mm traversant un film de savon après un impact à  $V=69$  cm/s. Intervalle entre deux images consécutives : 2,8 ms.

les bulles peuvent rebondir sur un bain liquide, elles éclatent systématiquement si on les lance sur une surface solide lisse et indéformable. On peut le vérifier en lançant sur un film de savon une bille molle, fabriquée en enrobant une goutte de glycérol avec des lycopodes. Les lycopodes sont des spores de fougère formant une poudre hydrophobe qui couvre spontanément l'interface liquide-air [71]. Cette poudre isole totalement la goutte du substrat sur lequel elle est posée ; celle-ci ne s'étale donc pas et se comporte comme une bille molle. La figure 4.7 montre que cette bille rebondit comme une goutte liquide et l'évolution de sa déformation est visible sur la série d'images.

### 4.3.2 Influence de la vitesse

Répetons encore une fois l'expérience en lançant une goutte avec une vitesse initiale un peu plus grande. On observe sur la figure 4.8 que le film se révèle cette fois incapable de piéger la goutte, qui le traverse sans le faire éclater. De la même façon, si sa vitesse d'impact est suffisamment grande, une bille solide peut traverser le film sans le casser.

La transition du régime de rebond (pour une goutte) ou de capture (pour une bille) vers le régime de traversée est déterminée par la vitesse d'impact [72]. La figure 4.9 représente les variations de la vitesse d'impact critique  $V^*$ , au-delà de laquelle le projectile passe à travers le film, en fonction de la taille du projectile. Qu'il s'agisse de gouttes ou de billes,  $V^*$  est de l'ordre de quelques dizaines de centimètres par seconde, et décroît avec le rayon du projectile, ainsi qu'avec sa densité. Ainsi, plus un objet est lourd, moins il lui est nécessaire d'aller vite pour traverser le film.

On peut estimer qualitativement  $V^*$  en écrivant, comme au chapitre précédent, un équilibre entre énergie cinétique et énergie élastique :  $1/2MV^2 \sim \gamma\Delta A$ . Lors de la traversée du film, l'accroissement de surface est d'ordre  $R^2$  (ce point sera rediscuté plus en détail par la suite), on obtient alors :

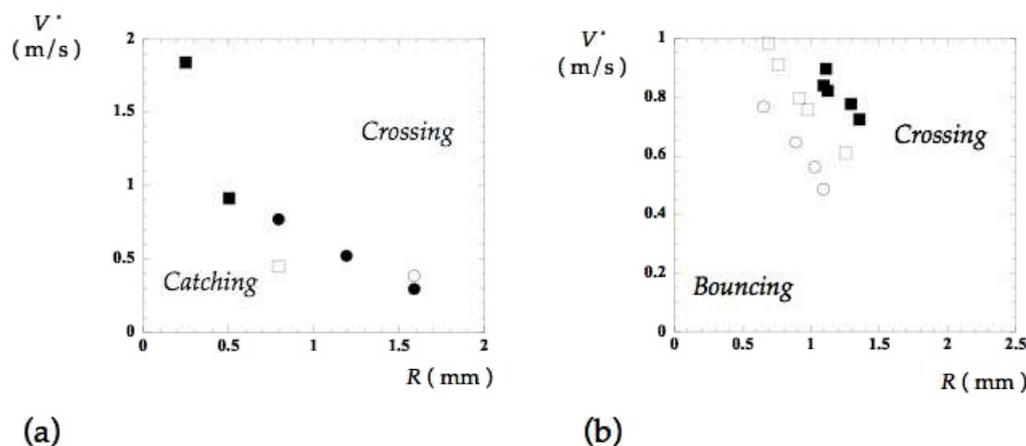


FIG. 4.9 – Seuils de capture de projectiles par un film d'un savon commercial (données fournies par Laurent Courbin). (a) Pour des billes de polystyrène (■,  $\rho \simeq 1050 \text{ kg/m}^3$ ), Nylon (●,  $\rho \simeq 1150 \text{ kg/m}^3$ ), polypropylène (○,  $\rho \simeq 920 \text{ kg/m}^3$ ) et Teflon (□,  $\rho \simeq 2150 \text{ kg/m}^3$ ). (b) Pour des gouttes de chloroforme (○,  $\rho \simeq 1490 \text{ kg/m}^3$ ), huile silicone (□,  $\rho \simeq 950 \text{ kg/m}^3$ ) et dodécane (■,  $\rho \simeq 750 \text{ kg/m}^3$ ).

$$V^* \sim \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_s R}} \quad (4.11)$$

Cette loi d'échelle prédit bien une décroissance de  $V^*$  par rapport à  $R$  et  $\rho_s$ , et on trouve pour une bille d'aluminium de 2 mm de diamètre  $V^* = 11 \text{ cm/s}$ , ce qui est l'ordre de grandeur observé expérimentalement.

## 4.4 Traversée d'un film par un projectile

Compte tenu de leur taille, il est surprenant que des billes millimétriques, voire centimétriques, puissent ainsi traverser le film liquide sans le faire éclater. Ce phénomène contre-intuitif n'en est pas à sa première manifestation : la figure 4.10 présente une série d'images extraites d'un film réalisé par Lucien Bull (!) en 1904 à l'Institut Marey, pionnier en matière de chronophotographie. On y voit une boulette de papier lancée sur une bulle de savon. Cette boulette traverse successivement deux films de savon, l'un pour entrer dans la bulle, l'autre pour en sortir. La bulle cicatrise lors de la première traversée et éclate à la seconde.

Les expériences présentées ci-dessous visent à comprendre le mécanisme de cette cicatrisation.

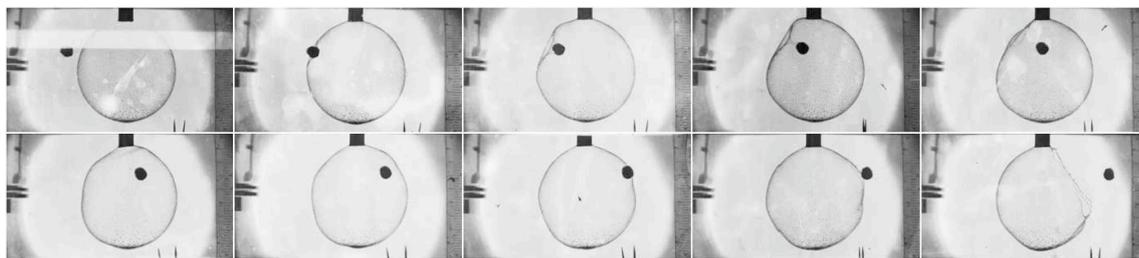


FIG. 4.10 – Traversée d’une bulle de savon par un projectile en papier. Film réalisé par Lucien Bull en 1904 à l’Institut Marey [73]. Intervalle entre 2 images consécutives : environ 20 ms.

#### 4.4.1 Déformation à l’impact

##### Forme de l’interface : approximation quasi-statique

Nous avons vu qu’un film de savon accroché à deux anneaux adoptait à l’équilibre une forme de caténoïde (figure 4.4). La première représentation qui vient à l’esprit pour un film lors de sa traversée par un projectile est donc une caténoïde asymétrique, accrochée d’un côté au cadre sur lequel le film est formé, et de l’autre à l’équateur de la sphère.

En fait, la forme du film lors de la traversée ne dépend pas de la taille du cadre : la déformation est locale. Elle se propage radialement à partir du site de l’impact, à la vitesse des ondes capillaires. Ainsi, nous pouvons imaginer que le film adopte la forme d’une caténoïde asymétrique d’axe  $z$  accrochée par le haut à un anneau de diamètre croissant et par le bas à la bille.

On montre (annexe A) que l’équation d’une caténoïde asymétrique est :

$$r(z) = a \operatorname{ch}(z/a + c) = a \operatorname{ch}\left(\frac{z - z_0}{a}\right) \quad (4.12)$$

où  $a$  est le rayon au col de la caténoïde et  $z_0$  l’altitude du col. Cela revient en fait à traduire selon l’axe  $z$  une caténoïde symétrique et à la tronquer. Ainsi, pour ajuster une caténoïde sur des données expérimentales, il suffit de mesurer le rayon  $a$  au col et l’ordonnée  $z_0$  du col, qui suffisent à déterminer le profil. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 4.12 (a) : on observe que la caténoïde ne superpose pas au profil expérimental, et que l’écart entre la forme du film et celle de la surface minimale est important. Ainsi l’hypothèse quasi-statique, qui permet pourtant de décrire de façon satisfaisante la forme du film pendant les rebonds [64], est-elle inutilisable dans cette expérience.

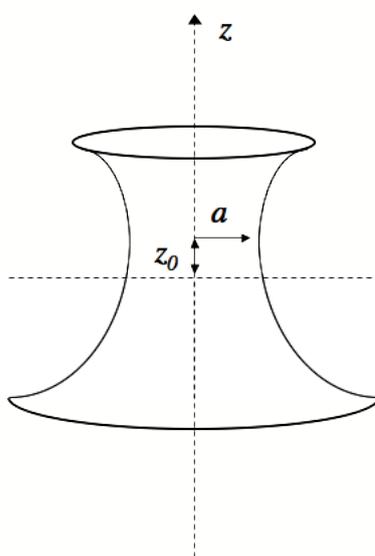


FIG. 4.11 – Caténoïde asymétrique, accrochée à un petit anneau en haut et à un anneau plus grand en bas. On repère les altitudes  $z$  à partir du plan situé au milieu entre les deux anneaux (représenté par une ligne horizontale en pointillés). La caténoïde asymétrique est décrite par les deux paramètres  $a$  (rayon au col) et  $z_0$  (altitude du col).

On remarque par ailleurs sur la figure 4.12 (b) qu'en dilatant la caténoïde d'un facteur  $H$  selon l'axe vertical, on obtient cette fois un profil proche des données expérimentales.  $H$  peut être interprété comme une mesure de l'écart à l'équilibre du système :  $H$  vaut 1 pour un film à l'équilibre, et vaut entre 3 et 5 dans nos expériences.

### Géométrie et dynamique de la cavité

La forme de la cavité dépendant de la dynamique de la traversée, on réalise une série d'impacts en faisant varier la vitesse. On s'intéresse aux dimensions caractéristiques de la cavité au moment où la déformation est maximale. Les figures 4.13 et 4.14 présentent les variations, en fonction de la vitesse d'impact, de  $L_{max}$ , la longueur de la cavité au moment du pincement, et de  $\tau$ , date à laquelle la bille se détache du film.

À une date donnée, la cavité est d'autant plus longue que la vitesse d'impact est grande. Cependant, comme la date du pincement varie de façon inversement proportionnelle à la vitesse, comme on le voit sur la figure 4.14, celui-ci aura lieu plus tôt pour un impact plus rapide. Ainsi, la longueur de la cavité  $L_{max}$  au moment où le pincement se produit, c'est-à-dire au moment où la déformation est maximale,

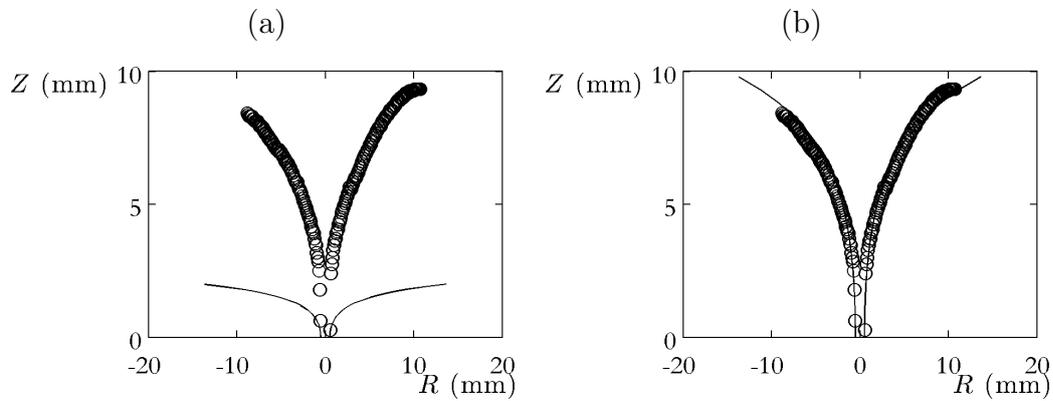


FIG. 4.12 – Profil expérimental de cavité ( $\circ$ ) superposé, à gauche, à une caténoïde de même rayon au col (en trait plein). À droite, on superpose les données expérimentales à la même caténoïde, étirée 5 fois dans la direction verticale. Les données correspondent à l'impact à 3 m/s d'une bille d'acier de 3 mm de diamètre sur un film de savon.

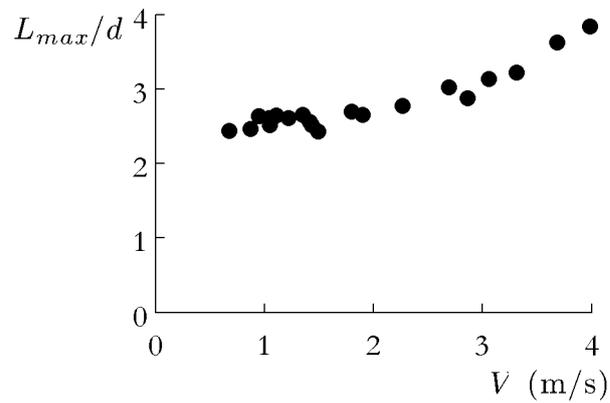


FIG. 4.13 – Longueur  $L_{max}$  de la cavité, adimensionnée par le diamètre  $d$  du projectile, en fonction de la vitesse d'impact  $V$ .

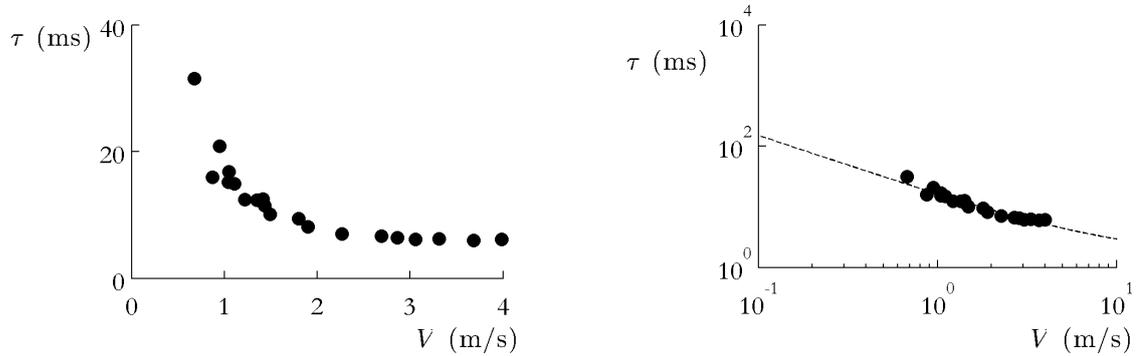


FIG. 4.14 – Date  $\tau$  à laquelle se produit le pincement, en fonction de la vitesse d'impact  $V$ , en échelle linéaire et logarithmique. La courbe en pointillés est une droite de pente 1.

varie peu en fonction de la vitesse d'impact. On trouve :

$$L_{max} \simeq 3 d \quad (4.13)$$

Tout se passe comme si la bille tirait derrière elle un cylindre de film de diamètre  $d$ , qui se déstabilise par un mécanisme de Plateau-Rayleigh (i. e. quand sa longueur excède son périmètre) au bout du temps  $\tau_{PR}$  :

$$\tau_{PR} = \frac{\pi d}{V} \quad (4.14)$$

La longueur  $L_{max}$  est égale à la distance parcourue par la bille, qui se déplace à la vitesse  $V$ , pendant le temps  $\tau_{PR}$  :

$$L_{max} \simeq V \tau_{PR} \simeq \pi d \quad (4.15)$$

#### 4.4.2 Mécanisme de cicatrisation

Si, dans le cas de la traversée du film par une goutte, on peut penser que la phase liquide est toujours continue, il est surprenant que le film parvienne à cicatriser après le passage d'une bille solide. On s'attend en effet à ce qu'un trou de la taille du projectile (quelques millimètres) entraîne la rupture du film. Comment expliquer sa survie lors de la traversée ?

#### Mécanisme de tension de ligne

Un film de savon est un système membranaire, comme une membrane biologique ou une bicouche lipidique. Toutes ces membranes ont une structure en bicouche, dans

laquelle une phase hydrophile et une phase hydrophobe sont isolées par une pellicule de molécules amphiphiles. Elles forment des objets de géométrie plane ou courbée selon un rayon beaucoup plus grand que l'épaisseur de la bicouche (vésicules, bulles). Les membranes biologiques, sans cesse traversées par de nombreux composants, sont elles aussi capables de se réparer.

Si l'on perce dans une bicouche d'épaisseur  $e$  et de rayon  $R$  un trou de rayon  $r$  ( $e \ll r \ll R$ ), on crée sur le contour de ce trou un bord, sur lequel l'arrangement des molécules amphiphiles est perturbé par rapport à la structure en bicouche [74]. Sur ce bord, la courbure s'écrit  $1/e$  au lieu de 0, ce qui crée un surcroît d'énergie de courbure :

$$E_c = \frac{1}{2}K \int \frac{dS}{e^2} = \pi \frac{Kr}{e} \quad (4.16)$$

où la constante  $K$ , qui a la dimension d'une énergie, est de l'ordre de  $100 k_B T$ . En contrepartie, le film gagne une énergie de surface

$$E_s = 2\pi r^2 \gamma \quad (4.17)$$

Le trou se referme donc si les effets de courbure sont trop défavorables, soit pour un rayon inférieur à

$$r_c = \frac{K}{4\gamma e} \quad (4.18)$$

Pour une vésicule,  $e$  est de l'ordre du nanomètre,  $K \simeq 100kT$  et  $\gamma$  vaut environ  $10^{-3}$  mN/m.  $r_c$  peut alors atteindre  $100 \mu\text{m}$ , mais pour un film de savon, plus épais (1 à  $10 \mu\text{m}$ ) car il contient de l'eau, et avec une tension de surface plus grande (environ  $30 \text{ mN/m}$ ),  $r_c$  est plutôt de l'ordre d'une longueur moléculaire! Le mécanisme de traversée d'un film de savon par une bille ne peut donc s'expliquer par le fait qu'un trou se referme sous l'effet de sa tension de ligne.

Si l'on fait un simple bilan d'énergie de surface, on peut trouver une autre borne pour le rayon critique du trou. On suppose que le trou est de rayon  $r$ . Dans une configuration sans trou, l'interface film/air a la forme de deux disques parallèles de rayon  $r$ . L'énergie de la configuration plane est donc

$$E_p = 2\pi r^2 \gamma \quad (4.19)$$

Si on remplace dans cette zone le film par un trou de rayon  $r$ , l'interface est alors courbée, et l'énergie de la configuration avec trou s'écrit

$$E_t = \pi r \pi e \gamma \quad (4.20)$$

On en conclut que la configuration plane est la plus favorable tant que

$$r < r_c = \pi e/2 \quad (4.21)$$

Cette fois le rayon critique est de l'ordre de l'épaisseur du film, soit quelques microns, mais il reste beaucoup plus petit que la taille du projectile.

Nous envisageons alors deux autres mécanismes de cicatrisation.

### Mécanisme de type endocytose

Dans ce scénario (figure 4.15.A), le film de savon se comporte comme une membrane cellulaire lors de l'endocytose d'un composant extérieur. Même si la membrane plasmique peut supporter d'être ouverte sur une grande échelle, l'endocytose est en pratique un processus local, qui implique la formation d'une vésicule de transport à partir de la membrane cellulaire. Dans ce scénario, la surface du film croît localement, formant une "vésicule" savonneuse qui emprisonne la bille - ainsi qu'un peu d'air. Cette vésicule reste attachée au film par un tube qui s'allonge et s'amincit. Or un tube de liquide n'est pas stable. Il suffit pour s'en convaincre d'effectuer l'expérience décrite par Boys dans [75] : on utilise deux anneaux sur lesquels on crée deux films de savon. On approche les anneaux l'un de l'autre en les maintenant parallèles : une caténoïde (forme tubulaire de courbure nulle) se forme entre eux. Si l'on étire cette caténoïde au-delà d'une longueur critique, elle se brise. Ainsi, dans notre modèle, quand le tube reliant le film à la bille atteint une longueur critique, il se déstabilise : le film et la "vésicule" se séparent.

### Progression d'une ligne triple

Dans ce mécanisme (figure 4.15.B), on considère que la bille est en contact direct avec le liquide. Dans ce cas il existe une ligne triple circulaire qui entoure la bille. Initialement nulle, la longueur de cette ligne croît jusqu'à atteindre  $\pi d$  où  $d$  est le diamètre de la bille, puis diminue à nouveau. Lorsque ce cercle de contact a atteint un rayon suffisamment faible (de l'ordre de  $e$ ), les ménisques formés de part et d'autre de la bille se rejoignent, permettant au film de se refermer.

### Mécanisme réel

Pour observer le détail de la traversée, on filme l'expérience avec une grande fréquence d'acquisition (10 000 images/s). Les images obtenues sont présentées sur la figure 4.16. On ne forme pas cette fois le film sur un anneau car il serait impossible de l'observer de face sans être gêné par le contour de cet anneau. De plus l'anneau, souvent léger, vibre parfois après l'impact. A la place, on crée un film en trempant dans la solution savonneuse un tube en verre de 3 cm de diamètre que l'on redresse

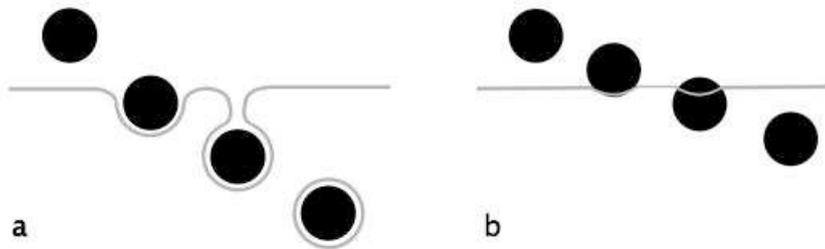


FIG. 4.15 – Mécanismes susceptibles d'expliquer la traversée du film par une bille macroscopique.

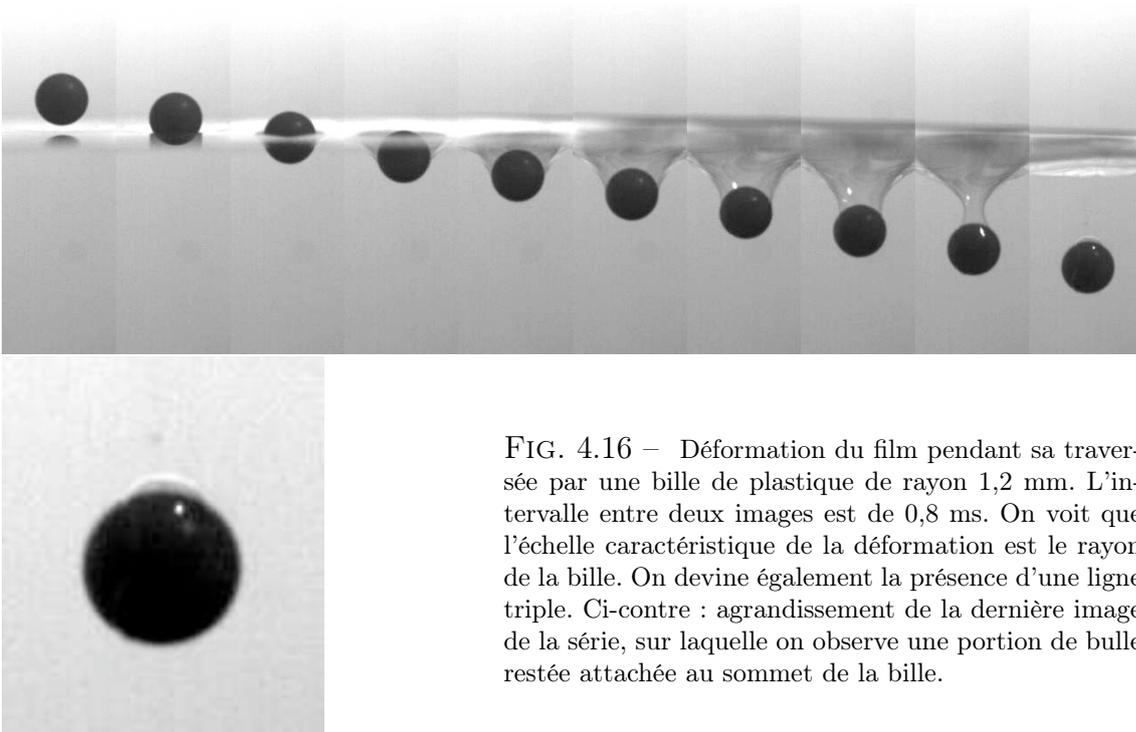


FIG. 4.16 – Déformation du film pendant sa traversée par une bille de plastique de rayon 1,2 mm. L'intervalle entre deux images est de 0,8 ms. On voit que l'échelle caractéristique de la déformation est le rayon de la bille. On devine également la présence d'une ligne triple. Ci-contre : agrandissement de la dernière image de la série, sur laquelle on observe une portion de bulle restée attachée au sommet de la bille.

ensuite. On observe alors le film à travers la paroi en verre du tube. La zone floue correspondant au ménisque mesure environ 1 mm, de sorte que la bille de 3,8 mm de diamètre n'est jamais complètement cachée dedans.

La forme du film juste avant la rupture de contact évoque le pincement attendu dans le cadre du "modèle d'endocytose". En effet on voit nettement le tube de savon qui retient la bille et lorsque celle-ci se détache, elle est suivie de près par une bulle minuscule. Or le modèle de Chen et Steen pour la rupture d'une caténoïde par pincement prévoit la création d'une telle bulle [76]. Cette observation semble donc valider le modèle selon lequel la bille tire sur le film pour créer un tube cylindrique qui se déstabilise quand il est suffisamment rapide et aminci.

Cependant, lorsqu'on regarde le bas de la bille, on ne voit plus de liquide, ce qui semble indiquer la présence d'une ligne triple. Il est difficile de déterminer précisément cette ligne triple sur la figure 4.16 pendant l'impact ; mais après la rupture, une petite calotte d'air occupe le sommet de la bille avec un angle de contact bien visible.

Le mécanisme réel est donc intermédiaire entre nos deux modèles extrêmes : la bille déforme le film dans un premier temps, mais la couche d'air qui l'en isole est vite chassée, ce qui conduit à un contact solide/liquide. La vésicule savonneuse se transforme alors en un tube de film accroché à la ligne triple. Pendant que la bille poursuit sa chute, elle tire sur ce tube et la ligne triple remonte. La cavité ainsi formée s'étire au cours du mouvement, jusqu'à atteindre une longueur critique au-delà de laquelle elle devient instable. Alors le tube se fragmente : le film se referme, une goutte satellite se forme et l'extrémité du tube liée à la ligne triple engendre la petite calotte résiduelle sur la bille.

## 4.5 Éclatement

Malgré les propriétés extraordinaires que nous venons d'évoquer, les films de savon restent des objets fragiles, et il arrive qu'ils éclatent de façon non reproductible au cours d'une expérience d'impact. Qualitativement, on observe que les films éclatent généralement plus souvent lorsque les lancers se font à grande vitesse et/ou avec des billes hydrophobes.

Pour comprendre quels mécanismes gouvernent l'éclatement, nous avons réalisé, avec Mubashar Arshad et Hélène Wong, deux lycéens membres de la Science Académie [77], des expériences d'impact en variant la vitesse d'impact sur une plus large gamme que dans les expériences précédentes, et nous avons modifié la chimie de

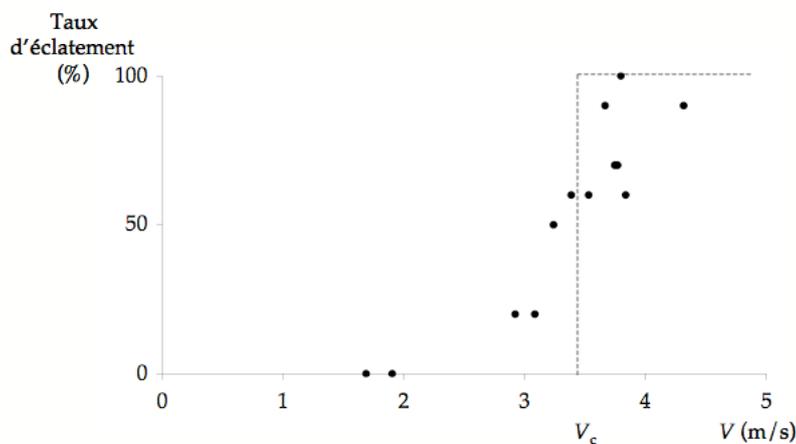


FIG. 4.17 – Évolution de la proportion de films qui éclatent lors de l'impact d'une bille de verre de 6 mm de diamètre, en fonction de la vitesse d'impact de la bille. La ligne horizontale en pointillés représente la situation dans laquelle tous les films éclatent. Pour cet exemple, la vitesse au seuil d'éclatement  $V_c$  vaut 3,4 m/s.

surface des billes. Les impacts sont répétés 20 à 40 fois, et on mesure dans chacune des conditions étudiées la proportion de films qui éclatent.

#### 4.5.1 Influence de la vitesse

La figure 4.17 représente la variation du taux d'éclatement en fonction de la vitesse d'impact, pour des billes de verre de 6 mm de diamètre. On y observe qu'à basse vitesse, toutes les billes traversent le film sans le casser, puis qu'au voisinage d'une vitesse  $V_c$ , qui vaut environ 3 m/s, le taux d'éclatement varie très vite jusqu'à atteindre 100 % vers 4 m/s.

#### Origine du seuil d'éclatement

##### *Chute de la concentration en surfactants*

On a vu qu'un film de savon doit sa stabilité aux tensio-actifs présents à sa surface. Lorsque l'on tire très vite sur le film, leur concentration surfacique diminue, et ce même si le surfactant est présent en excès dans la solution, car pour compenser la dilution il lui faut diffuser jusqu'à l'interface et s'y adsorber, ce qu'il ne peut faire instantanément. On pourrait donc imaginer que le film éclate lorsque la concentration locale en surfactant diminue au point de ne plus pouvoir assurer la cohésion du film. C'est le principe des mesures de tension de surface dynamique sur nappes



FIG. 4.18 – Chronophotographie de l'éclatement d'un film provoqué par l'impact d'une bille de verre de 4 mm de diamètre, lancée à 2,6 m/s. Intervalle entre deux images consécutives : 3 ms.

liquides effectuées par Marmottant et al. [78]. En l'absence de surfactants, un film dont la largeur est supérieure à son épaisseur  $e$  se déstabilise. Il convient donc, pour déterminer la vitesse critique d'éclatement  $V_c$ , de comparer le temps caractéristique  $\tau_f$  de formation d'une région de film de taille  $e$  dépourvue de surfactant au temps caractéristique  $\tau_p$  de peuplement de l'interface créée par les surfactants dissous dans le volume : le film éclate si la migration des surfactants est trop lente, donc si  $\tau_p > \tau_f$ . Pour que la taille de la région étirée dans le film soit d'ordre  $e$ , il faut que la bille ait parcouru une distance  $e$  à partir du point d'impact, ce qui lui prend le temps  $\tau_f = e/V$ . La condition d'éclatement s'écrit alors

$$V < V_c = e/\tau_p \quad (4.22)$$

Le temps caractéristique de migration du surfactant vers l'interface est de l'ordre de 10 ms, l'épaisseur du film de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$  : on trouve alors  $V_c \simeq 1 \text{ mm/s}$ , ce qui est trois ordres de grandeur inférieur aux vitesses critiques mesurées en pratique.

De plus, ce raisonnement suppose qu'il existe au sein du film de savon des régions très étirées. Or on observe expérimentalement que l'éclatement se produit rapidement (moins de 10 ms) après l'impact, bien avant la date théorique du pincement. La dimension verticale de la zone étirée est plus petite que  $L_{max}$ , il semble donc que l'éclatement ne puisse être expliqué par un effet de tension de surface dynamique.

#### *Accrochage de la ligne triple*

L'observation attentive de la chronophotographie 4.16 révèle la présence d'une ligne triple, qui progresse vers le sommet de la bille à mesure que celle-ci traverse le film. Or une ligne triple, en raison de l'hysteresis de l'angle de contact [79], s'accroche sur le solide et sa mise en mouvement s'accompagne de dissipation visqueuse [80]. On pourrait donc imaginer que les billes qui font éclater les films sont celles pour lesquelles la ligne triple n'a pas eu le temps de remonter pendant la formation de la cavité (figure 4.19). Dans ce cas, la condition pour traverser un film sans le faire éclater s'écrit en fonction du rapport entre le temps caractéristique de traversée  $\tau$  et le temps  $\tau_\eta$  mis par la ligne de contact pour atteindre le pôle :

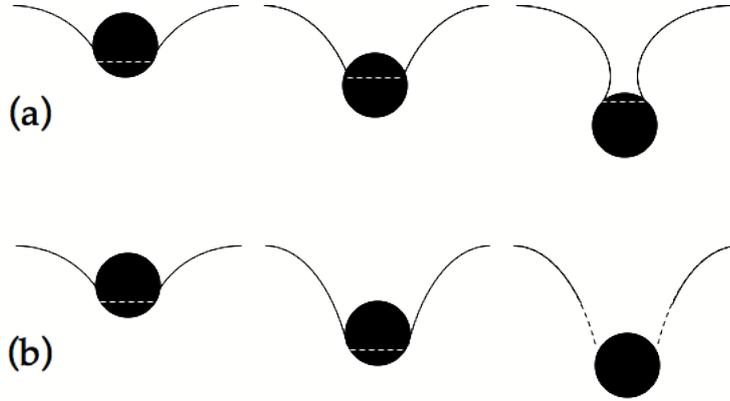


FIG. 4.19 – Schéma représentant (a) l'avancée de la ligne de contact (en pointillés blancs) vers le pôle supérieur de la bille au cours de la traversée; (b) la déformation puis l'éclatement du film dans le cas d'une ligne de contact ancrée.

$$\tau_\eta < \tau \simeq \pi d/V \quad (4.23)$$

La vitesse  $v$  d'avancée de la ligne triple est fixée par un équilibre entre force capillaire et dissipation visqueuse. Lorsque le film se déplace d'une distance  $L$  le long de la bille, la force de rappel capillaire est d'ordre  $\gamma L$ . La force visqueuse associée à ce déplacement s'écrit quant à elle  $\frac{\eta v}{e} L$ . De l'équilibre entre ces deux forces on tire un ordre de grandeur pour la vitesse d'avancée de la ligne :  $v \sim \gamma/\eta$ . En écrivant que  $\tau_\eta = R/v$ , on obtient d'après 4.23 la vitesse  $V_c$  du seuil d'éclatement :

$$V_c \sim \gamma/\eta \quad (4.24)$$

Ceci revient à écrire qu'il existe un nombre capillaire critique  $Ca_c$  pour cette expérience :  $Ca_c = \eta V_c/\gamma$ . En étudiant l'impact d'une bille solide sur un bain d'eau, Duez et al. trouvent un critère similaire pour le seuil d'entraînement d'air par le projectile [43]. Pour de l'eau pure, de tension de surface  $\gamma_{eau} \simeq 70$  mN/m, ils montrent que les projectiles crèvent la surface libre et entraînent une poche d'air lorsque leur vitesse d'impact dépasse 7 m/s, ce qui correspond à un nombre capillaire critique de 0,1. En utilisant la même valeur, on trouve pour notre expérience  $V_c \simeq 0,1 \gamma/\eta \simeq 3$  m/s, en accord avec la valeur mesurée expérimentalement.

Notons également que la vitesse  $V_c$  ainsi calculée ne dépend pas de la taille du projectile. Les mesures expérimentales de  $V_c$  pour des billes de verre de différents diamètres, représentées sur la figure 4.20, sont en accord avec cette prédiction.

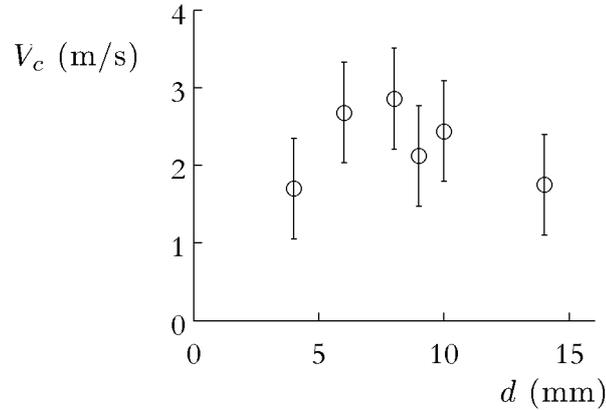


FIG. 4.20 – Vitesse au seuil d'éclatement  $V_c$  pour des billes de verre de différents diamètres.

#### 4.5.2 Influence de la chimie de surface

Les expériences précédentes de traversée de film ont été réalisées avec des billes totalement ou partiellement mouillantes vis-à-vis de la solution savonneuse.

Pour mettre en évidence l'effet de la chimie de surface, nous avons réalisé une série de lancers de billes de verre, enduites ou non d'huile silicone hydrophobe. Ainsi, seules les propriétés physico-chimiques de la bille sont modifiées, la géométrie et les propriétés mécaniques restant les mêmes. La figure 4.21 présente les résultats obtenus : à grande vitesse, les billes se comportent de la même façon quelle que soit leur affinité pour la solution savonneuse. En revanche, il existe un régime au-dessous du seuil d'éclatement dans lequel les billes hydrophobes font éclater le film. Plus la vitesse d'impact est faible, plus le taux d'éclatement est sensible à la chimie de surface ; ainsi pour une bille arrivant à 1,7 m/s, il passe de 0 % pour les billes de verre propres à 60 % pour les billes enduites d'huile.

Nous avons vu dans la section précédente qu'un contact solide/liquide s'établit au cours de la traversée. Si le solide est hydrophobe, il est possible que le film démouille à sa surface. Dans ce cas, si le temps de démouillage  $\tau_d$  est plus court que le temps caractéristique de traversée  $\tau$ , le film se rompt ; sinon, le pincement se produit alors que la bille est encore accrochée au film et celui-ci cicatrise. Nous avons vu que  $\tau$  décroît avec la vitesse d'impact  $V$ . Le film se rompt si :

$$\tau_d < \tau \simeq 3d/V \quad (4.25)$$

Plus l'impact est rapide, plus  $\tau$  est petit et a de chances d'être plus faible que  $\tau_d$ .

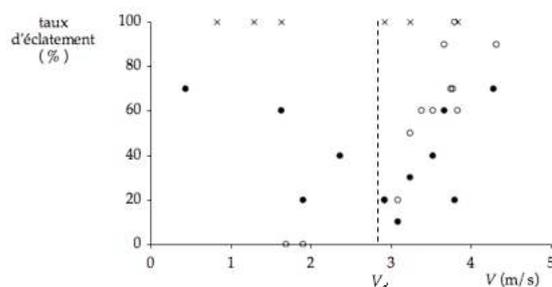


FIG. 4.21 – Taux d'éclatement des films en fonction de la vitesse d'impact pour des billes de verre de 6 mm de diamètre nues (○) ou enrobées d'huile (●) et des billes de polypropylène superhydrophobes de 4,8 mm de diamètre (×). Au-delà de la vitesse  $V_d \simeq 2,8$  m/s, les billes de verre se comportent de la même manière, qu'elles soient ou non couvertes d'huile.

On s'attend alors, pour une particule donnée, à ce que la probabilité d'éclatement diminue avec la vitesse d'impact.

Lorsque  $V$  atteint, puis dépasse, la valeur  $V_d$  pour laquelle  $\tau(V) = \tau_d$ , le film se comporte exactement de la même façon que lors de l'impact d'une bille hydrophile. Ce scénario est en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus pour les billes enduites d'huile de la figure 4.21. La vitesse  $V_d$ , déduite de la courbe expérimentale, est environ 3 m/s. Cela correspond à un temps caractéristique de démouillage  $\tau_d \simeq 3$  ms.

### 4.5.3 Éclatement systématique

Dans certaines applications industrielles, une mousse indésirable se forme. Pour la détruire, on introduit dans la solution susceptible de mousser des agents anti-moussants, qui peuvent être des gouttelettes d'huile, des particules hydrophobes ou un mélange des deux [81]. La figure 4.22 présente le mécanisme de destruction de la mousse par démouillage sur une particule hydrophobe. Les anti-moussants à base d'huile fonctionnent sur le même principe : il s'agit de former un "pont" dans le film, c'est-à-dire une région hydrophobe qui le traverse de part en part. Un tel pont est difficile à créer avec de l'huile pure, qui a tendance à s'étaler à l'interface eau-air sans la traverser. C'est pour cette raison qu'on ajoute à l'huile des particules solides de quelques microns de diamètre, qui forment des agrégats d'une taille comparable à l'épaisseur du film. On s'attend, d'après la figure 4.22, à ce qu'une particule superhydrophobe, incapable de former une ligne de contact avec le film, fasse éclater ce dernier immédiatement.

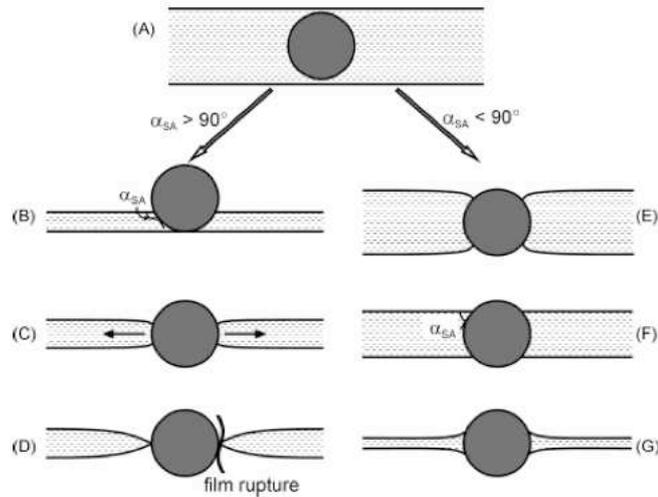


FIG. 4.22 – Évolution d'un film de savon en contact avec une particule solide, en fonction de l'angle de contact. Dans la situation de départ (A), la particule forme un "pont" qui relie deux zones du film. Si la particule est hydrophobe, le scénario suivi est représenté par les vignettes (B), (C) et (D) : le liquide démouille de la surface de la particule et le pont finit par se rompre. Si la particule est hydrophile, l'angle de contact impose la présence d'un ménisque qui la relie au film, qui ne démouille pas, ce qui est représenté sur les vignettes (E), (F), (G). Figure extraite de [81].

Pour vérifier cette hypothèse, on traite des billes pour les rendre superhydrophobes. La technique la plus simple est de placer quelques secondes des billes de verre au-dessus de la flamme d'une bougie pour les recouvrir de noir de carbone. Le problème de cette méthode est que le revêtement de suie est très fragile : au cours de l'impact, les particules de carbone, mal fixées sur le verre, atteignent souvent le film avant la bille.

Nous avons alors testé une nouvelle méthode pour rendre superhydrophobes des billes de polypropylène, en adaptant un traitement de surface décrit par Larmour, Bell et Saunders dans [82] qui s'applique aux métaux et notamment au laiton. L'intérêt de cette technique - outre le fait qu'elle permet d'obtenir des angles de contact proches de 180 degrés avec du matériel rudimentaire - réside dans le fait que le laiton est communément vendu sous forme de feuilles très minces dont on recouvre d'autres matériaux : c'est le principe de la dorure à la feuille. Nous avons donc enduit nos billes de mixtion à dorer (mélange d'huile de lin, de sels métalliques et d'essence de térébenthine permettant de faire adhérer le feuillet métallique au substrat), que nous avons laissée sécher quelques heures, avant de les recouvrir de laiton.

La première étape du traitement chimique du métal consiste en une réaction d'oxydo-

réduction, qui dans la méthode proposée par Larmour a l'avantage de ne pas nécessiter d'électrode. L'échantillon est placé dans une solution de nitrate d'argent, et un dépôt d'argent se forme à sa surface. Ce dépôt est rugueux, il reste à le rendre hydrophobe, la conjugaison de l'hydrophobie chimique et de la rugosité physique étant les deux ingrédients nécessaires de la superhydrophobie [83]. On le plonge alors dans une solution de HDFT (3,3,4,4,5,5,6,6,7,7,8,8,9,9,10,10,10-heptadecafluoro-1-decanethiol), un agent de surface qui abaisse considérablement l'énergie de surface du matériau grâce à ses groupements fluorés.

Quelle que soit leur vitesse d'impact, toutes les billes superhydrophobes que nous avons testées ont fait éclater les films. Il semble donc que la cicatrisation soit possible en mouillage total ou partiel, mais pas dans les situations de mouillage nul ou quasi-nul. À de tels degrés d'hydrophobie, on peut imaginer que le liquide démouille du voisinage de la bille [84]. Ce démouillage nucléé un trou dans le film, qui se propage jusqu'au cadre.

## 4.6 Conclusion

L'expérience du rebond d'un projectile sur un film de savon est parfois abusivement appelée "trampoline liquide" : ceci vient du fait que l'expérience est généralement effectuée avec une goutte, qui peut rebondir sur le film comme sur un trampoline. Mais l'élasticité du film ne suffit pas : les billes solides, qui ne se déforment pas, ne peuvent pas rebondir.

Nous avons précisément choisi de nous intéresser à l'impact de billes solides sur un film de savon. Nous avons déterminé qualitativement l'influence des propriétés de surface sur cette cicatrisation et montré que celle-ci nécessite que la bille soit au moins partiellement mouillée par la solution savonneuse. Dans le régime des grandes vitesses d'impact, nous avons également montré que la forme du film est dynamique et ne peut être calculée par un simple raisonnement de minimisation de surface. Nous cherchons maintenant à comprendre les échanges d'énergie entre le film et la bille et comment se décide la transition entre régimes de capture et de traversée.

---

Du film de savon à la mousse bambou

---

**Sommaire**

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>115</b>
5.1.1	Du film unique à la mousse	116
5.1.2	Mousses cristallines dans un tube cylindrique	116
5.1.3	Fabrication de la mousse bambou	118
<b>5.2</b>	<b>Impact sur une mousse bambou</b>	<b>119</b>
5.2.1	Nombre de films traversés	119
5.2.2	Bilan énergétique	123
5.2.3	Critère de traversée	124
5.2.4	Quantité de mousse nécessaire au piégeage	125
5.2.5	Condition de piégeage	127
<b>5.3</b>	<b>Vers des mousses plus complexes</b>	<b>128</b>
5.3.1	Effet de la courbure	129
5.3.2	Impact sur un film penché	130
<b>5.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>133</b>

---

## 5.1 Introduction

Nous savons qu'une bille solide lâchée au-dessus d'un film de savon peut le traverser sans le briser. Nous nous intéressons dans ce chapitre au bilan énergétique d'une telle traversée.

Nous devinons qu'une partie de l'énergie du projectile est transférée au film pendant le processus. Ainsi la bille ressort du film avec une vitesse plus faible que sa vitesse d'impact. Dès lors, une question vient naturellement à l'esprit : est-il possible, en additionnant les films, de faire diminuer la vitesse du projectile jusqu'à atteindre la vitesse  $V^*$  à laquelle il peut être capturé par le liquide ?

Pour le savoir, nous avons construit des mousses bambou, dans lesquelles tous les films sont parallèles. Nous présentons les résultats d'expériences réalisées avec ces mousses modèles, et quelques pistes de réflexion sur les phénomènes qui apparaissent lorsqu'on s'intéresse à des mousses un peu plus complexes.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec Laurent Courbin et Howard Stone à l'université de Harvard [85].

### 5.1.1 Du film unique à la mousse

On a vu qu'un film de savon peut survivre à l'impact d'une bille solide. Il se laisse traverser par elle et se referme après son passage. La figure 5.1 est un diagramme spatio-temporel qui montre en fonction du temps les positions du film et de la sphère. Avant l'impact, le film est au repos et la sphère en chute libre.

Sur la droite de l'image, on remarque que le film oscille après avoir été traversé par le projectile : ceci n'est possible que s'il a reçu de l'énergie de la part du projectile. On observe également un léger changement de pente pour la trajectoire de ce dernier, ce qui signifie que sa vitesse diminue au cours de la traversée.

On a alors l'intuition qu'avec une succession de films de savon, on peut petit à petit absorber toute l'énergie du projectile. Nous construisons alors une mousse modèle constituée de films parallèles, pour comparer son comportement avec celui de la mousse réelle étudiée au chapitre 1.

### 5.1.2 Mousses cristallines dans un tube cylindrique

Une mousse monodisperse placée dans un tube de diamètre comparable à la taille des bulles adopte une structure cristalline [86]. La figure 5.2 représente les structures obtenues dans un tube de taille donnée, lorsqu'on augmente progressivement la taille des bulles. Tant que celles-ci sont très petites ( $d < D_{tube}/10$ ), elles prennent la forme de polyèdres qui nous est familière. Quand le rapport d'aspect  $d/D_{tube}$  augmente,

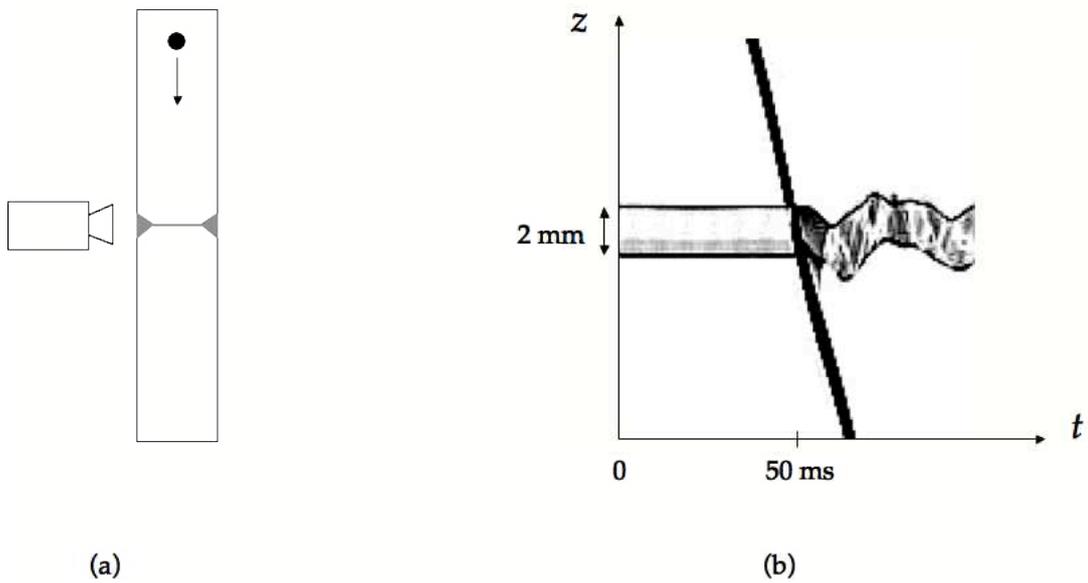


FIG. 5.1 – Film traversé par une bille solide : schéma du montage (a) et diagramme spatio-temporel obtenu (b). Le film n'est pas accroché à un cadre mais formé à l'intérieur d'un tube transparent. On l'observe à travers la paroi de ce tube, donc à travers le ménisque, c'est pourquoi on obtient sur l'image une ligne bien plus épaisse que le film lui-même. Avant l'impact, le film est au repos, son altitude est toujours la même, on observe donc une double ligne horizontale sur le diagramme. Après l'impact, cette ligne horizontale devient fluctuante, ce qui illustre le fait que le film vibre.

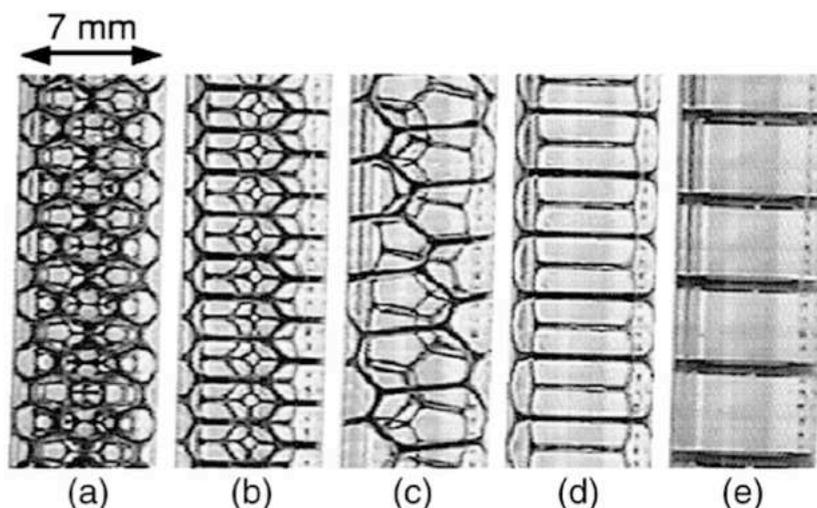


FIG. 5.2 – Photographies de mousses monodisperses confinées dans des tubes cylindriques. Le rapport entre la taille des bulles et le rayon du tube augmente de (a) à (e). Figure extraite de [87].

les bulles sont de moins en moins rondes : elles s'adaptent aux parois du tube. Lorsqu'elles sont suffisamment grosses pour occuper à elles seules toute la largeur du tube, elles prennent alors la forme cylindrique imposée par le tube. On voit alors, à intervalles réguliers, des anneaux sombres formés par les ménisques, qui ne sont pas sans rappeler les noeuds d'une canne de bambou, ce pourquoi la mousse (e) est appelée "mousse bambou".

### 5.1.3 Fabrication de la mousse bambou

Pour réaliser une mousse bambou, on mouille préalablement la surface intérieure du tube. On trempe ensuite l'une de ses extrémités dans une solution d'eau savonneuse composée de 120 mL d'eau, de 10 mL de liquide vaisselle (Paic citron) et de 20 mL de glycérol (le glycérol permet de ralentir l'évaporation du film). Un film se forme à l'embouchure du tube et descend lorsque ce dernier retrouve sa position verticale. Quand ce premier film a atteint la position désirée, on bouche l'extrémité inférieure du tube et on l'incline à nouveau pour le tremper dans la solution et former le film suivant. Pendant la phase de descente, les films restent parallèles entre eux et la distance entre deux films voisins (typiquement 1 cm) n'évolue pas. Lorsqu'on a obtenu le nombre de films souhaité (typiquement une cinquantaine), on plonge le bas du tube dans l'eau pour bloquer la descente et empêcher l'évaporation des films. Notons qu'il est également possible de fabriquer ce type de mousse en faisant buller un gaz dans la solution savonneuse où le tube est plongé [88].

## 5.2 Impact sur une mousse bambou

### 5.2.1 Nombre de films traversés

Nous avons lancé dans des mousses bambou différentes billes (plastiques, aluminium, acier) de taille millimétrique ; on se demande si ces billes peuvent être stoppées par les films de la mousse. Le montage est représenté sur la figure 5.3 (a). Les billes sont simplement lâchées à une hauteur  $h$  au-dessus du premier film,  $h$  étant toujours inférieur à 2 m. Ainsi, la vitesse d'impact  $\sqrt{2gh}$  est de l'ordre du mètre par seconde.

Sur le diagramme spatio-temporel 5.3 (b), on visualise la position de chacun des films de la mousse (lignes horizontales) ainsi que celle du projectile (ligne oblique) en fonction du temps. Lors des premières traversées, tout se passe comme sur la figure 5.1 : chaque impact s'accompagne d'un léger changement de pente qui témoigne d'une diminution de la vitesse. Ce freinage peut aussi se déduire de l'appréciation visuelle du temps de contact : pour les premières traversées, il est impossible de déceler à l'œil nu une zone où le film et la bille sont attachés. Pour les quatre dernières en revanche, on voit distinctement que le film est entraîné vers le bas par le projectile. Le pincement a lieu au moment où le film commence à remonter, ce qui se produit de plus en plus tard à mesure que la bille descend. Or on a vu que la date  $\tau$  du pincement varie de façon inversement proportionnelle à la vitesse, on a donc ici une deuxième manifestation de la décélération du projectile. Lorsqu'elle arrive sur le douzième film, la vitesse de la bille n'est plus que très légèrement supérieure à  $V^*$ . C'est finalement le treizième film qui capture la bille.

En répétant l'expérience avec différentes billes et différentes mousses, on conclut que si la mousse est suffisamment dense (i. e. si les films sont suffisamment rapprochés), il est possible de piéger une bille : après avoir traversé un certain nombre de films, que l'on note  $N$ , elle s'arrête, comme sur la figure 5.3.

On cherche maintenant à comprendre la quantité de mousse nécessaire pour piéger un projectile donné, c'est-à-dire comment  $N$  varie avec les différents paramètres. Sur la figure 5.5, on trace les variations de  $N$  avec la vitesse d'impact et on observe que  $N$  est, logiquement, une fonction croissante de  $V$  : pour des billes d'aluminium de 1,6 mm de diamètre,  $N$  varie de 5 à 30 quand  $V$  varie de 0,5 à 3 m/s. On remarque également que  $N$  augmente avec la taille des billes ainsi qu'avec leur densité.

On peut également faire varier les propriétés du liquide. Puisqu'on s'intéresse à un problème de freinage dans un fluide, il semble naturel d'étudier l'influence de la viscosité dans notre expérience. On modifie donc les proportions du mélange servant à préparer le liquide moussant, en augmentant la fraction de glycérol jusqu'à multi-

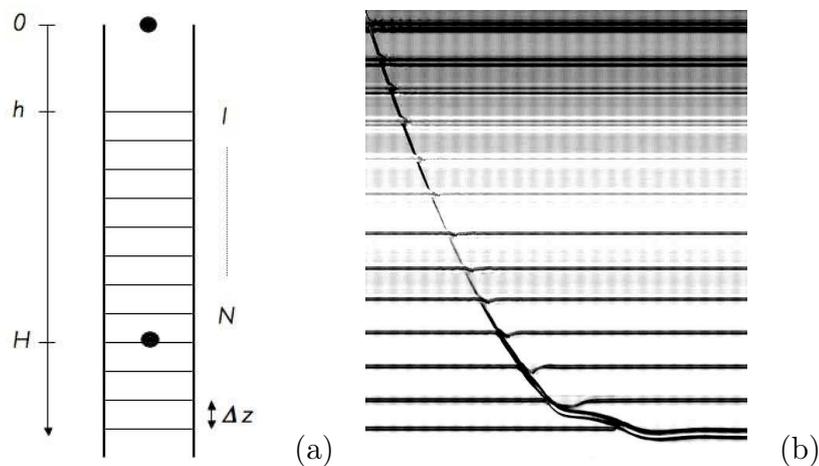


FIG. 5.3 – (a) Schéma du montage expérimental pour le lancer de billes dans une mousse bambou. La bille est lâchée depuis une hauteur  $h$  au-dessus du premier film, on appelle  $H$  la distance à laquelle elle s'arrête, après avoir traversé  $N$  films. (b) Diagramme spatio-temporel montrant la trajectoire d'une sphère de diamètre  $d = 1.6$  mm dans la mousse. Sur l'axe vertical  $z$ , on représente la position de la bille et sur l'axe horizontal, le temps  $t$ . On remarque que la vitesse diminue après chaque traversée, jusqu'à s'annuler complètement. À la droite de chaque impact, le film est perturbé, à cause de son oscillation après le pincement.

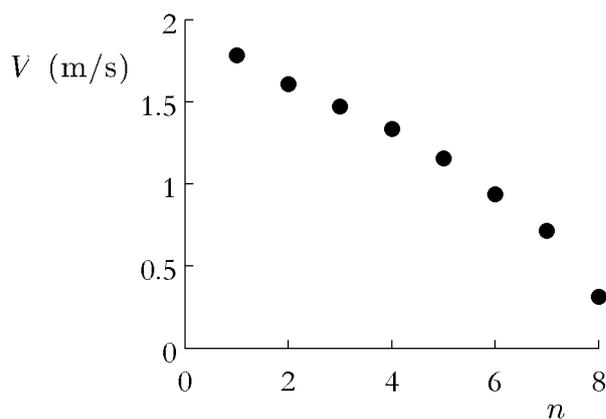


FIG. 5.4 – Évolution de la vitesse d'une bille d'acrylique de 1,6 mm de diamètre lancée à 1,9 m/s sur une mousse bambou. Pour chacun des 8 films traversés par la bille on représente la vitesse mesurée au moment du pincement. La bille est piégée par le neuvième film. On a donc  $N=8$ .

plier la viscosité par 2, puis par 9. On effectue des impacts dans des mousses bambou formées avec ces solutions visqueuses, et on mesure à nouveau  $N(V)$ . La figure 5.6 montre que les courbes obtenues se superposent exactement avec les résultats des expériences à plus faible viscosité.

Ce point est essentiel : il signifie que nous sommes face à un système liquide qui dissipe de l'énergie par un mécanisme non (directement) visqueux. Au premier abord, ceci peut paraître en contradiction avec le mécanisme présenté au chapitre précédent, impliquant une ligne triple qui avance autour de la bille pendant chaque traversée de film, avec une vitesse  $V$  de l'ordre de 1 m/s. Nous pouvons évaluer l'énergie dissipée par cette ligne de contact en mouvement. On utilise pour cela les résultats de Cantat et Delannay se rapportant au mouvement d'un bord de Plateau ; en effet nous ne sommes pas ici dans le cas d'une goutte qui s'étale mais d'un film de savon qui "râcle" la surface solide [89]. La force par unité de longueur de bord de Plateau s'écrit alors en fonction du nombre capillaire  $Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$  :

$$f \sim 10\eta V Ca^{-1/3} \quad (5.1)$$

La longueur de la ligne de contact comme la distance parcourue sont de l'ordre du diamètre  $d$  de la bille. On en déduit l'énergie  $E_\eta$  dissipée par friction :

$$E \sim f d^2 \quad (5.2)$$

Si la solution a une viscosité proche de celle de l'eau,  $E_\eta$  est donc de l'ordre de  $0,03 \mu\text{J}$ . Lorsque  $\eta$  est multipliée par 10,  $E_\eta$  est multipliée par  $10^{2/3}$  et devient donc de l'ordre de  $0,15 \mu\text{J}$ , ce qui reste largement inférieur à la quantité d'énergie transférée au film sous forme d'énergie de surface. En d'autres termes, on pourrait aussi dire que les effets visqueux se feraient sentir pour un nombre capillaire d'ordre unité, donc pour une viscosité plus grande que  $\frac{\gamma}{V} \simeq 30 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ .

Ce freinage discontinu peut avoir des avantages lorsqu'on s'intéresse à des petits objets se déplaçant à très grande vitesse. Ainsi, pour récolter des particules du milieu interstellaire, on utilise des aérogels [90]. Le principe de cette expérience est très proche de la nôtre : l'aérogel est un réseau de films polymères extrêmement poreux. Les particules qui le traversent se déplacent essentiellement dans le vide et rencontrent de temps à autre un film. Il faut donc une épaisseur importante d'aérogel pour les ralentir complètement, mais un freinage plus rapide dans un liquide visqueux causerait tant de friction que la chaleur dégagée détériorerait les particules.

On peut également se demander quel rôle joue la chimie de surface dans la décélération, puisque nous avons vu au chapitre 4 qu'elle influence la cicatrization des films. La figure 5.7 correspond à l'impact d'une bille que l'on a rendue hydrophobe par

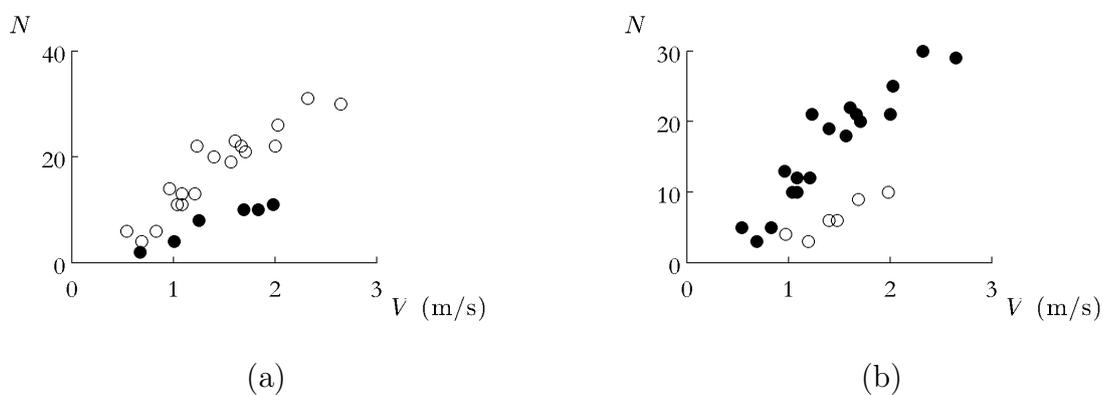


FIG. 5.5 – Nombre de films nécessaires pour stopper une bille, en fonction de sa vitesse d'impact  $V$  sur le premier film. Les projectiles utilisés sont (a) des sphères d'aluminium de diamètre 1,6 mm ( $\circ$ ) et 0,8 mm ( $\bullet$ ); (b) des sphères de 1,6 mm de diamètre en aluminium ( $\bullet$ ,  $\rho_s = 2700 \text{ Kg/m}^3$ ) et en polyacétal ( $\circ$ ,  $\rho_s = 1400 \text{ Kg/m}^3$ ). L'écart entre les films vaut  $\Delta z \simeq 1 \text{ cm}$ .

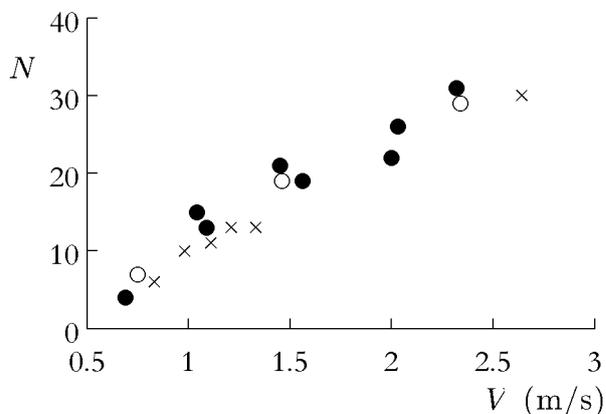


FIG. 5.6 – Nombre de films  $N$  traversés par une bille d'aluminium de 1,6 mm de diamètre, en fonction de sa vitesse d'impact  $V$ . La série  $\times$  représente des mesures effectuées avec la solution décrite en début de chapitre et utilisée pour les expériences présentées sur la figure 5.5. On ajoute du glycérol à cette solution pour multiplier la viscosité par 2 ( $\circ$ ) et par 9 ( $\bullet$ ). On remarque alors que la courbe  $N(V)$  n'est pas modifiée.



FIG. 5.7 – Diagramme spatio-temporel représentant (en noir) la position d'une bille hydrophobe de 1,6 mm de diamètre dans une mousse bambou. La bille progresse de la gauche vers la droite, en faisant éclater les films. On remarque que sa progression est quasiment linéaire en fonction du temps : lorsque les films ne cicatrisent pas, le freinage est impossible.

un dépôt gras à sa surface. Elle joue ainsi un rôle d'anti-moussant [91] et les films éclatent sur son passage. Pendant ce temps, sa vitesse reste constante : un film qui éclate n'absorbe pas d'énergie puisqu'il possède déjà, sous forme d'excès de surface, suffisamment d'énergie pour se mettre en mouvement. La possibilité d'une capture est donc liée au processus de cicatrisation des films décrit au chapitre précédent.

### 5.2.2 Bilan énergétique

La bille est lâchée à une hauteur  $h$  au-dessus du premier film. Elle s'arrête après avoir traversé  $N$  films et parcouru une distance  $H = h + N\Delta z$ . L'énergie potentielle de pesanteur perdue au cours de la chute s'écrit donc :

$$E_p = mgH \quad (5.3)$$

On a vu que  $N$  ne dépend pas de la viscosité du liquide moussant : on peut donc faire l'hypothèse que la dissipation est non-visqueuse et que toute l'énergie du projectile est transformée en énergie de surface. Si on note  $\gamma$  la tension de surface du liquide moussant et  $\Delta A$  l'accroissement de l'aire du film de savon entre l'état de repos, dans lequel le film est plat, et le moment où la cavité se pince, qui correspond au maximum de la déformation, l'énergie accumulée par le film sous forme d'énergie de surface s'écrit :

$$e_s = 2\gamma\Delta A \quad (5.4)$$

On a vu que la longueur  $L$  de la cavité était toujours proche de  $3d$ , et sa largeur d'ordre  $d$ . Ne sachant pas calculer précisément la forme du film au moment de sa déformation maximale, nous nous contenterons d'écrire un ordre de grandeur de l'accroissement de surface, que considérons donc indépendant de la vitesse :

$$\Delta A \simeq 3\pi d^2 \quad (5.5)$$

Chaque film traversé reçoit donc une énergie  $e_s \simeq 6\pi\gamma d^2$ , et l'énergie totale reçue par la mousse est :

$$E_s \simeq 6\pi N\gamma d^2 \quad (5.6)$$

On représente sur la figure 5.8 l'énergie de surface  $E_s$  en fonction de l'énergie potentielle  $E_p$ . Les données se rassemblent effectivement autour d'une droite de pente 1. La dispersion des points expérimentaux peut être expliquée par :

- Des impacts mal centrés. Les tubes dans lesquels on fabrique les mousses ont un faible diamètre (environ 1 cm). La dimension caractéristique des bords de Plateau situés à la périphérie de chaque film est de l'ordre de 3 mm. La largeur de la zone dans laquelle il faut lancer la bille est donc de 4 mm environ, tandis que la hauteur de lancer est de l'ordre de 50 cm. Ainsi certaines billes arrivent-elles non au centre du film, mais sur un bord de Plateau. Dans ce cas, l'épaisseur de liquide traversée est suffisante pour qu'il y ait des pertes visqueuses, et le nombre  $N$  mesuré expérimentalement est plus faible que celui auquel on s'attend en considérant que la bille n'a traversé que des films minces.
- Des impacts légèrement obliques. Comme on le verra dans la suite de ce chapitre, une bille dont la trajectoire n'est pas tout à fait verticale se verra encore plus déviée si elle traverse un film de savon horizontal. Une bille lancée au centre du premier film avec un léger angle pourra ainsi se voir déviée jusqu'aux bords de Plateau, et mener là encore à une sous-estimation de  $N$  par rapport au cas d'un impact vertical.

### 5.2.3 Critère de traversée

On sait maintenant que l'énergie perdue par un projectile à chaque traversée de film vaut  $e_s \simeq 6\pi\gamma d^2$ . Pour que le projectile traverse le film, il faut donc qu'il arrive avec une énergie cinétique supérieure à  $e_s$  :

$$\frac{1}{2}mV^2 > 6\pi\gamma d^2 \quad (5.7)$$

Ceci revient à écrire un nombre de Weber  $We = \frac{\rho_s V^2 d}{\gamma}$  critique pour l'expérience :

$$We > We_c \simeq 72 \quad (5.8)$$

Le nombre de Weber compare les effets inertiels et capillaires. Aux petits nombres de Weber, c'est la tension de surface qui domine et fixe la forme des interfaces. Lorsque  $We \simeq 1$ , l'inertie se fait sentir et le projectile peut déformer le film de savon. Pour

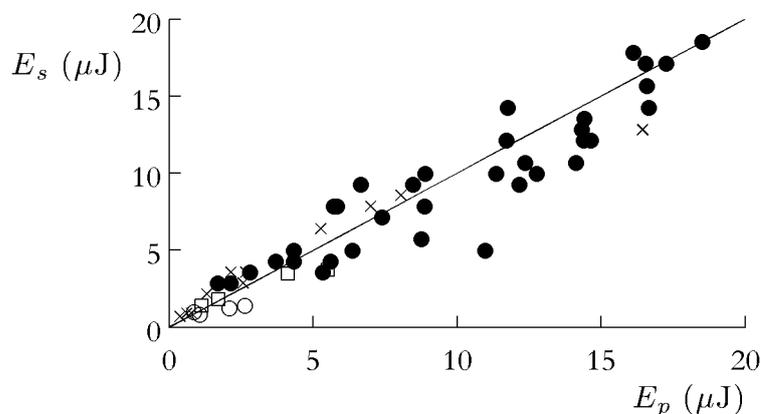


FIG. 5.8 – Énergie de surface  $E_s$  en fonction de la perte  $E_p$  d'énergie potentielle de pesanteur au cours de l'expérience. Les différents symboles correspondent à des matériaux et des diamètres différents : aluminium 1,6 mm ( $\bullet$ ), aluminium 0,8 mm ( $\circ$ ), acier 0,7 mm ( $\square$ ), polyacétal 1,6 mm ( $\times$ ). On représente en trait plein la droite d'équation  $E_s = E_p$ .

le traverser, il doit d'abord le déformer sur une échelle importante, c'est pourquoi le nombre de Weber critique que nous calculons est nettement plus grand que 1.

Pour des impacts de gouttes sur un film de savon, Bush et Gilet observent des traversées à partir de  $We = 16$ , c'est-à-dire moins du quart du nombre de Weber critique que nous venons d'évaluer. Pourquoi une telle différence entre gouttes et billes ? On a vu que lorsqu'une bille traverse un film de savon, il existe une ligne triple qui remonte le long de la bille. On pourrait imaginer que pour des billes arrivant sur le film avec une vitesse d'impact telle que  $We_c \text{ goutte} < We < We_c \text{ bille}$  le film se déforme suffisamment mais l'énergie incidente ne suffit pas à faire remonter la ligne de contact jusqu'au pôle avant que le film commence à relaxer, comme représenté sur la figure 5.9.

#### 5.2.4 Quantité de mousse nécessaire au piégeage

On peut déduire du bilan précédent le nombre de films  $N$  nécessaire pour piéger une bille :

$$6\pi N\gamma d^2 \simeq mgH \simeq mg(h + N\Delta z) \quad (5.9)$$

En isolant  $N$  on obtient :

$$N(6\pi\gamma d^2 - mg\Delta z) \simeq mgh \quad (5.10)$$

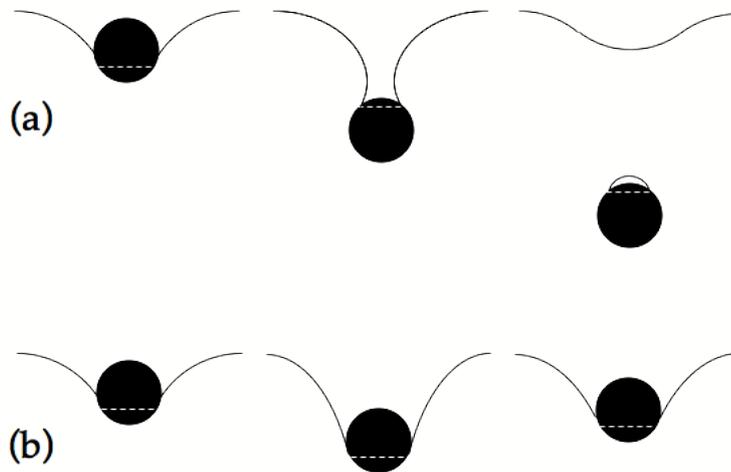


FIG. 5.9 – Scénarios pour deux billes arrivant sur un film avec un nombre de Weber proche du seuil. (a)  $We > We_c$  : la bille a suffisamment d'énergie pour que la ligne triple remonte avant que le film relaxe. (b)  $We < We_c$  Toute l'énergie de la bille est consommée lors de la déformation du film : la bille arrête de tirer sur le film, qui la remonte en oscillant.

$$N \simeq \frac{mgh}{6\pi\gamma d^2 - mg\Delta z} \quad (5.11)$$

La profondeur de mousse  $D$  nécessaire pour arrêter une bille de taille  $d$ , de masse  $m$ , lancée depuis une hauteur  $h$  est donc :

$$D = N\Delta z \simeq \frac{mgh}{6\pi\gamma d^2/\Delta z - mg} \quad (5.12)$$

Remarquons que cette expression comporte une différence de deux termes au dénominateur. La possibilité d'une divergence sera discutée dans le paragraphe suivant.

Pour une bille d'aluminium de  $d = 1,6$  mm de diamètre, lancée sur une mousse bambou dont les films sont espacés de  $\Delta z = 1$  cm depuis une hauteur  $h = 1$  m, on trouve  $D = 77$  cm. Compte tenu de la masse dérisoire (6 mg) de cette bille, ce calcul montre que la mousse bambou, si elle est un système modèle utile, n'est pas très efficace en pratique pour piéger des projectiles.

### 5.2.5 Condition de piégeage

Nous avons observé qu'une mousse bambou suffisamment dense pouvait piéger des projectiles. L'équation précédente nous permet de préciser ce que nous entendons par "suffisamment dense". L'expression de  $N$  est une fraction dont le dénominateur s'annule lorsque  $6\pi\gamma d^2/\Delta z = mg$ , c'est à dire quand l'énergie de surface associée à la traversée d'un film,  $6\pi\gamma d^2$ , devient égale à l'énergie cinétique gagnée par le projectile pendant sa chute libre entre deux films consécutifs,  $mg\Delta z$ .

Si l'espacement  $\Delta z$  entre les films est plus grand que la valeur imposée par cet équilibre, alors le projectile gagne entre deux films plus d'énergie qu'il n'en a perdu en traversant chacun des films. Il ne peut donc s'arrêter, et la mousse ne peut que limiter son accélération. La condition de piégeage liée à la morphologie de la mousse peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\Delta z < \frac{6\pi\gamma d^2}{mg} = \frac{36\gamma}{\rho_s g d} \quad (5.13)$$

Pour une bille d'aluminium de diamètre 1,6 mm on trouve que le piégeage n'est possible que si la distance entre deux films consécutifs n'excède pas 2 cm.

Pour piéger des projectiles plus lourds ou plus rapides que les billes utilisées dans nos expériences, il faudrait pouvoir diminuer  $\Delta z$  à notre convenance. Ceci revient à faire, dans un tube cylindrique, une mousse monodisperse avec des bulles plus

petites. Or on a vu sur la figure 5.2 que la structure en bambou n'existe que pour de "grosses" bulles, c'est-à-dire pour un rapport d'aspect d'ordre unité entre la taille des bulles  $d$  et celle du tube  $d_{tube}$ . Pittet et al [92] montrent en effet que la mousse bambou se déstabilise en-dessous d'une valeur critique du paramètre  $\lambda = d_{tube}/d$  :

$$\lambda_c \simeq 1,2 \quad (5.14)$$

$d$  est le diamètre d'une bulle lorsque celle-ci est sous forme sphérique. Au sein de la mousse bambou, elle épouse la forme cylindrique du tube. La conservation de son volume s'écrit :

$$\pi \left( \frac{d_{tube}}{2} \right)^2 \Delta z = \frac{4}{3} \pi d^3 \quad (5.15)$$

La distance critique entre deux films consécutifs est donc :

$$\Delta z_c = \frac{2}{3} \frac{d_{tube}}{\lambda^3} \quad (5.16)$$

Pour un tube de 2 cm de diamètre comme celui utilisé dans nos expériences,  $\Delta z_c$  vaut 8 mm. La valeur de  $\Delta z$  dans les expériences présentées en début de chapitre est de 1 cm, donc proche de la limite de stabilité de la mousse. Ceci signifie que l'efficacité du piégeage ne peut pas être beaucoup améliorée, à moins d'utiliser un tube encore plus étroit.

### 5.3 Vers des mousses plus complexes

Comment adapter les résultats obtenus pour une mousse bambou à des mousses plus complexes ? La figure 5.10 représente la trajectoire d'une bille dans une mousse formée elle aussi dans un tube en verre, avec la même solution savonneuse que la mousse bambou, mais avec un espacement plus faible et irrégulier entre des films. Ainsi, la configuration dans laquelle les films sont parallèles est instable, et des jonctions entre les films se forment, donnant à la mousse une structure tridimensionnelle.

Dans ce milieu qui comporte des films penchés, des films courbes et des bords de Plateau (nom donné aux canaux liquides qui forment la jonction entre deux films), la trajectoire de la bille n'est plus rectiligne. En dissociant les effets de la courbure et de l'inclinaison des films, nous avons essayé de comprendre comment chacun de ces paramètres influence la forme de la trajectoire et le freinage.



FIG. 5.10 – Trajectoire d’une bille d’aluminium dans une mousse désordonnée, obtenue par superposition des images de la vidéo. La barre blanche représente 1 cm.

### 5.3.1 Effet de la courbure

Pour étudier l’effet de la courbure, on lance les billes sur des bulles au lieu de les lancer sur des films plats. On observe alors deux comportements possibles, illustrés par la figure 5.11 : lorsque l’impact est rapide, la bille traverse le sommet de la bulle ; en revanche aux faibles vitesses d’impact, la bille glisse le long de la bulle.

Pour un projectile donné, la vitesse critique séparant la glissade de la traversée est fonction de la courbure de la bulle. Plus celle-ci est petite, donc courbée, plus il est difficile de la traverser. Cette résistance pourrait être interprétée comme un effet de pression. En effet l’intérieur d’une bulle de savon présente une surpression par rapport à l’air ambiant, d’autant plus grande que le rayon de la bulle est petit. Cependant les courbures mises en jeu sont de l’ordre de  $2/R \sim 2 \cdot 10^2 \text{ m}^{-1}$ , trop faibles pour induire une pression de Laplace significative :

$$\Delta P = \frac{4\gamma}{R} \sim 8 \text{ Pa.}$$

En observant les photographies des bulles juste après l’impact, on remarque qu’elles sont déformées de façon asymétrique. L’impact n’est jamais parfaitement centré, et la surface sur laquelle atterrit le projectile est alors non seulement courbée, mais aussi inclinée. Nous allons donc étudier l’effet de l’inclinaison d’un film de savon sur

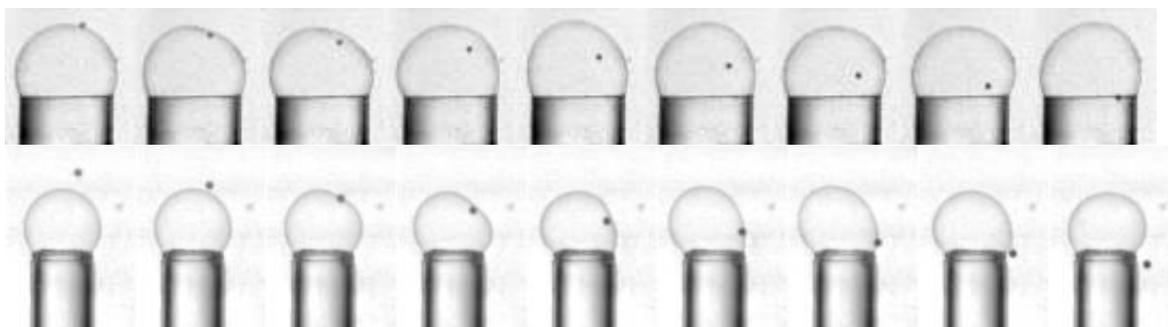


FIG. 5.11 – Impact d’une bille sur une bulle. La série d’images du haut est obtenue au moyen d’une bille d’aluminium de 0,8 mm de diamètre lancée sur une bulle de rayon de courbure 13,7 mm à la vitesse de 0,52 m/s. L’intervalle entre deux images consécutives est 5 ms. La bille traverse le film courbé et tombe à l’intérieur du tube. La même bille, lancée à une vitesse supérieure (0,59 m/s) mais sur une bulle nettement plus courbée, de rayon 5,4 mm, ne peut traverser la bulle. Elle glisse alors à sa surface avant de tomber à l’extérieur du tube.

l’impact d’un projectile.

### 5.3.2 Impact sur un film penché

On incline le film d’un angle  $\alpha$  par rapport à l’horizontale et on mesure la déviation  $\beta$  subie par un objet traversant ce film. Les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont définis sur la figure 5.12.

#### Dépendance en $\alpha$

On cherche à déterminer l’influence de l’inclinaison  $\alpha$  sur la déviation  $\beta$ . Le graphe 5.13 (b) représente les résultats de l’expérience de lancer de billes sur un film incliné lorsqu’on fixe la vitesse d’impact, la taille et la densité de la bille et que l’on fait varier  $\alpha$  seulement. On remarque que  $\beta$  est toujours positif et croît en fonction de  $\alpha$ . Cette croissance semble linéaire, avec un coefficient de l’ordre de  $1/4$ .

Nous avons vu que la traversée d’un film résultait d’un équilibre entre forces capillaires exercées par le film et inertie de la bille. Pour faire varier cette dernière, on peut jouer sur la vitesse d’impact et la masse du projectile. On observe également, sur la figure 5.13, qu’à angle d’inclinaison fixé,  $\beta$  diminue avec la vitesse d’impact  $V$  et avec la densité  $\rho_s$  des billes. La déviation par un film incliné est donc un phénomène que l’on observe uniquement lorsque l’inertie du projectile n’est pas trop grande, ce que nous allons expliciter dans la suite du chapitre.

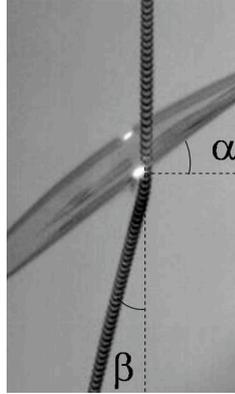


FIG. 5.12 – Trajectoire d'une bille lancée sur un film incliné d'un angle  $\alpha$  et qui dévie de  $\beta$  par rapport à sa direction initiale.

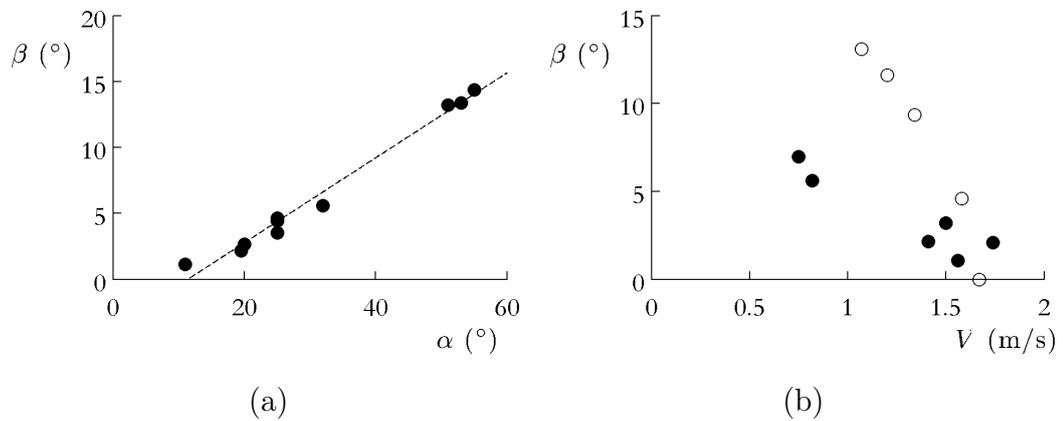


FIG. 5.13 – (a) Variation de  $\beta$  en fonction de  $\alpha$ , pour des billes d'aluminium de 1,6 mm de diamètre, lancées à  $V = 0,8$  m/s. La courbe en pointillés est une droite de pente 0,3. (b) Variation de  $\beta$  avec la vitesse d'impact  $V$ , pour des billes de 1,6 mm de diamètre en aluminium (●,  $\rho_s = 2700$  Kg/m<sup>3</sup>) et en polyacétal (○,  $\rho_s = 1400$  Kg/m<sup>3</sup>). L'angle d'inclinaison  $\alpha$  vaut 33°.

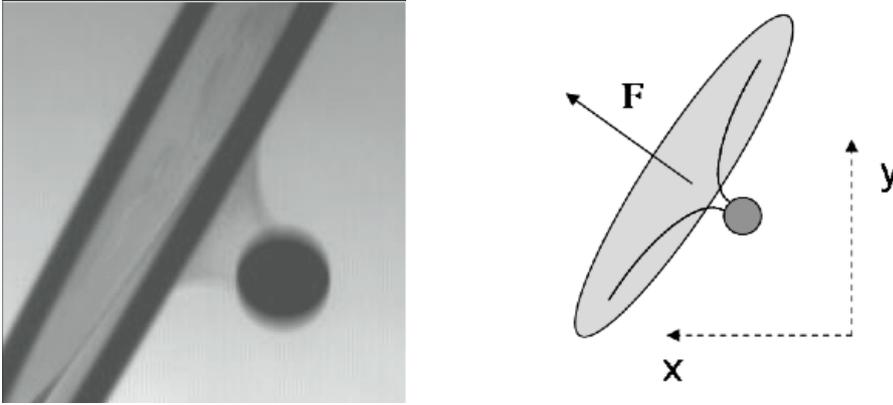


FIG. 5.14 – (a) Déformation d'un film incliné par une bille solide. (b) Modèle de la force de rappel normale.

### Loi d'échelle pour $\beta$

L'allure de la déformation du film au cours de la traversée (figure 5.14) incite à penser que le projectile subit une force de rappel élastique, orientée selon la normale au film, à laquelle s'ajoute une force inertielle selon la verticale. La force de rappel élastique traduit une résistance à la déformation, donc à la création de surface : on l'exprime donc sous la forme d'une tension de ligne, produit de la tension de surface  $\gamma$  et de la longueur caractéristique de déformation, le rayon  $r$  de l'objet.

La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \gamma r (\sin\alpha \mathbf{x} + \cos\alpha \mathbf{y}) \quad (5.17)$$

En projection sur  $\mathbf{x}$  et aux dimensions, on a donc :

$$\rho r^3 \sin\beta \frac{V}{\tau} \simeq \gamma r \sin\alpha \quad (5.18)$$

où  $\tau$  est le temps caractéristique de traversée. Si l'on prend comme ordre de grandeur pour  $\tau$  le rapport  $r/V$  on obtient pour des angles faibles :

$$\beta^* = \beta \frac{\rho V^2 r}{\gamma} \simeq \alpha \quad (5.19)$$

Le facteur adimensionnel qui apparaît dans cette formule est le nombre de Weber :

$$We = \frac{\rho V^2 r}{\gamma}$$

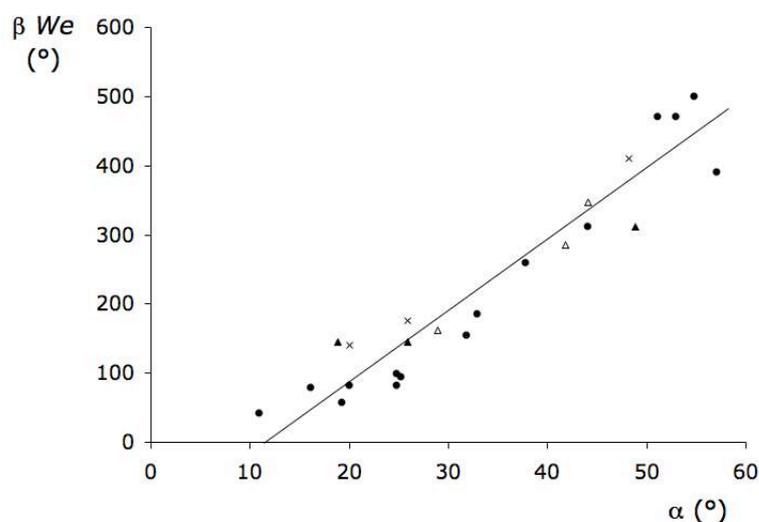


FIG. 5.15 – Vérification de la linéarité en  $\alpha$  (angle formé par le film de savon par rapport à l'horizontale) du produit  $\beta We$ ,  $\beta$  étant la déviation de la bille par rapport à la verticale et  $We$  le nombre de Weber.

qui compare les effets inertiels et capillaires. Dans nos expériences,  $We$  vaut typiquement 30 : on s'attend donc à trouver un angle  $\beta$  faible comparé à  $\alpha$  et variant linéairement avec  $\alpha$ .

A faible vitesse et pour  $\alpha$  plus petit que  $60^\circ$ , les points expérimentaux se rassemblent bien sur une droite. Quand la vitesse augmente,  $\beta$  diminue, donc l'erreur relative sur  $\beta$ , et par conséquent sur  $\beta^*$ , augmente.

Quand  $\alpha$  devient très grand (typiquement plus de  $60^\circ$ ), on observe un autre phénomène : la bille glisse sur le film pendant plusieurs millisecondes (19 ms pour la bille de la figure 5.16). Elle acquiert ainsi une vitesse horizontale plus grande qu'une bille qui traverse tout de suite le film, et l'angle  $\beta$  mesuré après la traversée est plus grand. Il est rare que l'on puisse mesurer cet angle. En effet la glissade se poursuit généralement sur toute la hauteur du film et la bille rebondit après avoir heurté le cadre. C'est pourquoi nous disposons uniquement de données pour des angles  $\alpha$  inférieurs à  $60^\circ$ .

## 5.4 Conclusion

Les liquides sont des milieux continus souvent difficiles à décrire : dissipation, désordre, effets tridimensionnels transforment les problèmes apparemment les plus simples en

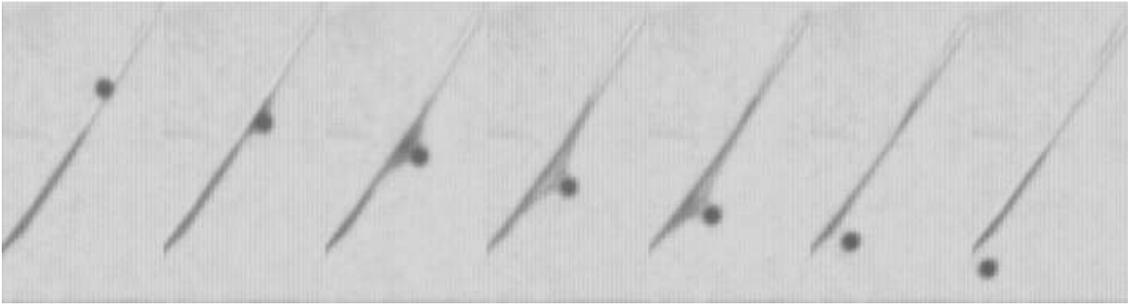


FIG. 5.16 – Bille d'aluminium de 0,8 mm de diamètre tombant sur un film incliné d'un angle de  $57^\circ$  par rapport à l'horizontale. On observe qu'entre l'impact et le moment où la bille se détache, la bille a glissé de plusieurs millimètres vers le bas du film. L'intervalle entre deux images est de 4 ms et le temps de glissement vaut 19 ms.

questions complexes. Le film de savon, malgré sa structure minimaliste de simple feuillet liquide, pose à lui seul une infinité de questions, dans des domaines allant de la géométrie à l'étude des systèmes dynamiques.

Nous avons ainsi choisi cet objet minimal pour l'étude de la dissipation de l'énergie dans les mousses et étudié son interaction avec des projectiles, qui donne lieu à une riche palette de comportements, selon la vitesse du projectile, et sa nature, solide ou liquide. Nous avons en particulier mis en évidence des propriétés de cicatrisation surprenantes au regard de la fragilité supposée des films de savon. L'observation d'une mousse bambou, constituée d'un empilement de films horizontaux successifs, nous a permis d'établir une loi de décélération, exemple original de dissipation non visqueuse dans un fluide. Ainsi nous pouvons prédire la quantité de films nécessaires pour stopper une sphère en chute libre.

Nos expériences d'impact sur des films penchés montrent qu'un transfert d'énergie dans les directions transversales est possible ; lors des lancers de billes sur des bulles, on a vu que celles-ci peuvent se déformer et opposer une résistance élastique au passage de la bille. Ainsi, même à fraction volumique constante, le freinage dans une mousse réelle est plus efficace dans une mousse tridimensionnelle que dans une mousse bambou.

---

Propriétés anti-rebond d'un film mouillant

---

**Sommaire**

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>135</b>
<b>6.2</b>	<b>Rebond sur un film visqueux</b>	<b>137</b>
6.2.1	Prédictions pour la valeur du seuil	137
<b>6.3</b>	<b>Seuil de capture</b>	<b>139</b>
<b>6.4</b>	<b>Élasticité des rebonds</b>	<b>140</b>
<b>6.5</b>	<b>Mécanismes possibles pour la dissipation</b>	<b>144</b>
6.5.1	Émission d'ondes	145
6.5.2	Dissipation aux lignes de contact	146
6.5.3	Entraînement d'un film liquide	149
<b>6.6</b>	<b>Décollage de la surface</b>	<b>149</b>
6.6.1	Mise en évidence expérimentale	149
6.6.2	Rôle du filament	151
<b>6.7</b>	<b>Impacts sur une fine couche de mousse</b>	<b>152</b>
<b>6.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>155</b>

---

6.1 Introduction

Nous avons étudié dans le chapitre 4 l'impact d'une bille solide sur un film de savon. Nous avons montré que la bille est capturée par le film aux faibles vitesses d'impact, et qu'au-delà d'une vitesse seuil, elle peut traverser le film sans le casser. Ces

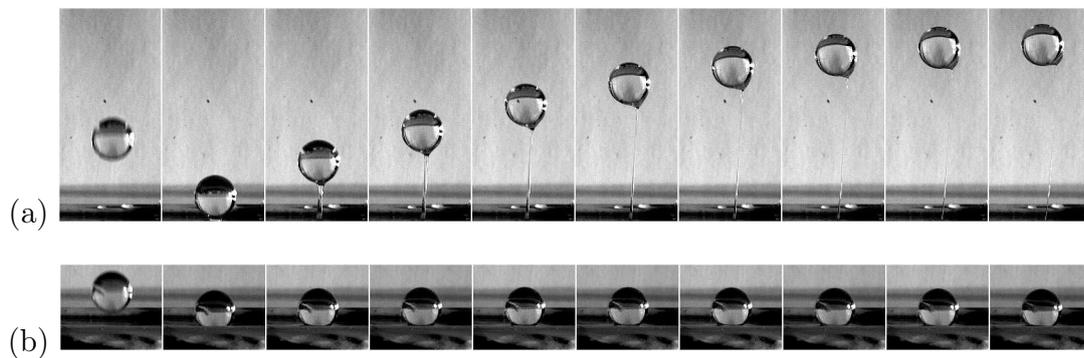


FIG. 6.1 – Chronophotographies de deux billes de verre de 9 mm lancées sur une plaque de verre recouverte d'une couche de glycérol de  $900 \mu\text{m}$  d'épaisseur. (a) L'impact a lieu à  $V = 2,6 \text{ m/s}$  et l'intervalle entre deux images  $\Delta t$  vaut 8 ms. (b)  $V = 1,7 \text{ m/s}$  et  $\Delta t = 2,5 \text{ ms}$ .

propriétés sont liées à l'élasticité du film qui se déforme pendant l'impact. Mais que se passe-t-il si le film est bloqué ? On peut supprimer la possibilité d'une traversée, par exemple en déposant un film liquide sur un solide plan. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux impacts dans une telle situation.

Une bille lancée sur une surface sèche y rebondit, et d'autant plus haut que son énergie est importante et que le choc est élastique [93] [94]. Ce n'est en revanche pas toujours le cas si le choc entre la bille et la surface a lieu dans un liquide visqueux [95] [96]. Une bille lancée sur une surface humide peut rester piégée dans le film liquide qui recouvre la surface. Ce problème a été étudié théoriquement par Davis et al., puis expérimentalement par Barnocky et Davis [97] [98].

L'étude d'une sphère immergée approchant un plan est un problème classique en hydrodynamique : lorsque la distance qui sépare les deux solides devient faible, on entre dans le régime de lubrification décrit par Reynolds [99]. Les effets visqueux sont d'autant plus importants que la couche liquide est mince. L'intérêt de ce problème dépasse le seul domaine académique, notamment si l'on considère la collision de deux sphères en présence d'un fluide [97]. Pour de nombreuses applications industrielles, il peut être utile de comprendre dans quelle gamme de tailles et de viscosités des grains mouillés peuvent se coller, et de savoir si ce collage est réversible [100].

On peut également étudier la capture de la bille par le film du point de vue du physicien de l'adhésion. Approcher jusqu'au contact une bille d'un plan couvert d'un adhésif, puis la retirer en contrôlant soit la force, soit le déplacement, est en effet une méthode classique de mesure du pouvoir adhésif entre deux solides élastiques [101]. Ce test est également utilisé avec des matériaux plus complexes, comme des

polymères [102] ou des liquides à seuil [103].

Nous reproduisons dans ce chapitre les expériences de Barnocky et Davis et lançons des billes sur un solide couvert d'un film d'huile. Nous nous intéressons tout d'abord au seuil de rebond, puis à l'élasticité des rebonds au-delà de ce seuil. Nous proposons ensuite plusieurs scénarios pour décrire la dissipation d'énergie dans le système. Enfin, nous comparons l'efficacité de la mousse avec celle d'un liquide newtonien pour la capture de projectiles par un film.

## 6.2 Rebond sur un film visqueux

Une sphère en chute libre tombant sur une surface solide y rebondit, avec un coefficient de restitution qui varie en fonction des propriétés élastiques des deux solides en présence. Si la surface solide est recouverte d'un film de liquide, celui-ci peut empêcher le rebond. On parlera de rebond, dans la suite de ce chapitre, lorsque la bille arrive à se détacher du liquide. La figure 6.1 représente l'impact de deux billes de verre sur un film de glycérol : l'une, impactant à 2,6 m/s, rebondit tandis que l'autre, qui frappe le film à seulement 1,7 m/s, colle à la surface.

On s'attend à ce que la bille rebondisse d'autant plus facilement que son énergie cinétique au moment de l'impact est élevée. La figure 6.2 présente la hauteur  $z$  du rebond d'une bille d'acier sur une plaque de verre couverte d'huile en fonction de l'altitude  $h$  à laquelle elle est lâchée : conformément à l'intuition,  $z$  croît avec  $h$ , donc avec la vitesse d'impact  $V = \sqrt{2gh}$ . Il existe en outre une valeur  $V^*$ , soulignée par les pointillés sur la figure 6.2 (b), au-dessous de laquelle le rebond disparaît ( $z=0$ ) : la bille est alors piégée dans le film. Enfin, lorsqu'on se place au-delà de  $V^*$ , les billes rebondissent moins haut sur une surface couverte par un film que sur la même surface sèche. Le coefficient de restitution des rebonds  $e = \sqrt{z/h} = V'/V$ , où  $V$  est la vitesse d'impact et  $V'$  la vitesse de décollage, est donc lui aussi affecté par la présence du liquide.

### 6.2.1 Prédiction pour la valeur du seuil

Différentes équipes ont déjà étudié le problème de l'approche entre deux sphères ou entre une sphère et un plan, avec pour objectif de donner un critère de rebond. Nous présentons ici la théorie élastohydrodynamique élaborée par Davis et al. [97].

A partir du contact sphère-film, la distance entre le bas de la bille et le plan est toujours plus faible que l'épaisseur  $\delta$  du film (figure 6.3) et la vitesse plus faible que la vitesse d'impact. On a donc un nombre de Reynolds au plus égal à :  $Re_{max} = \frac{\rho\delta V}{\eta}$ .

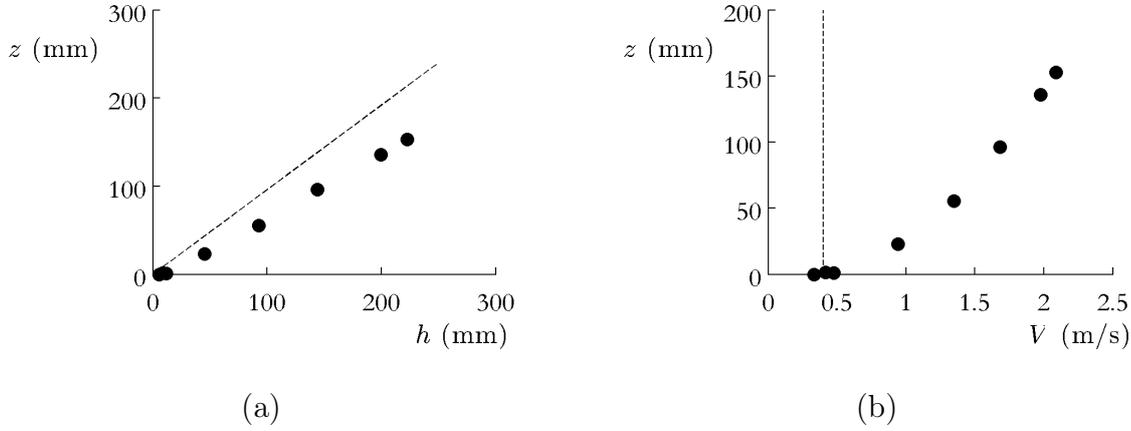


FIG. 6.2 – (a) Hauteur de rebond  $z$  d'une bille d'acier de 10 mm de diamètre sur une plaque de verre couverte d'un film d'huile silicone ( $\eta = 1000$  mPa·s) d'épaisseur  $\delta = 380$   $\mu\text{m}$ , en fonction de la hauteur de lâcher  $h$ . La droite en pointillés représente la hauteur d'un rebond sur substrat sec. Le coefficient de restitution  $e = \frac{V'}{V} = \sqrt{z/h}$  mesuré sur substrat sec vaut 0,96. Sur le substrat mouillé, il devient proche de 0,8. (b) Pour la même expérience, hauteur de rebond en fonction de la vitesse d'impact  $V = \sqrt{2gh}$ . Le rebond n'a lieu que pour  $V > V^*$  et on mesure  $V^* = 0,4$  m/s.

Pour une bille arrivant à 1 m/s sur un film d'huile silicone de 100 mPa·s de 100  $\mu\text{m}$  d'épaisseur,  $Re_{max} = 1$ . Aussi on s'attend à un effet considérable de la viscosité, et à ce que celle-ci soit responsable de la dissipation d'énergie dans le liquide. La force exercée sur la bille s'écrit classiquement, d'après Cox et Brenner [104] :

$$F_\eta \simeq -6\pi\eta R^2 V/x \quad (6.1)$$

L'équation du mouvement de la bille s'écrit alors :

$$m \frac{dV}{dt} = F_\eta \quad (6.2)$$

En éliminant la variable  $t$ , on obtient :

$$dV = \frac{6\pi\eta R^2}{m} \frac{dx}{x} \quad (6.3)$$

La difficulté du problème réside dans le choix des bornes d'intégration. En effet l'expression (6.1) diverge lorsque  $x$  tend vers 0, c'est-à-dire lorsque la bille est au contact de la surface. Davis propose donc une échelle de coupure  $x_1$  au-dessous de laquelle il devient plus facile de déformer élastiquement les surfaces que de chasser le liquide résiduel entre les deux solides [97].  $x_1$  dépend des propriétés élastiques des solides (module élastique  $E$  et module de Poisson  $\nu$ ) :  $x_1 = (4\theta\eta V_0 R^{3/2})^{2/5}$  avec  $\theta = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$ . Dans le cas d'une bille d'acier frappant une plaque de verre humide,

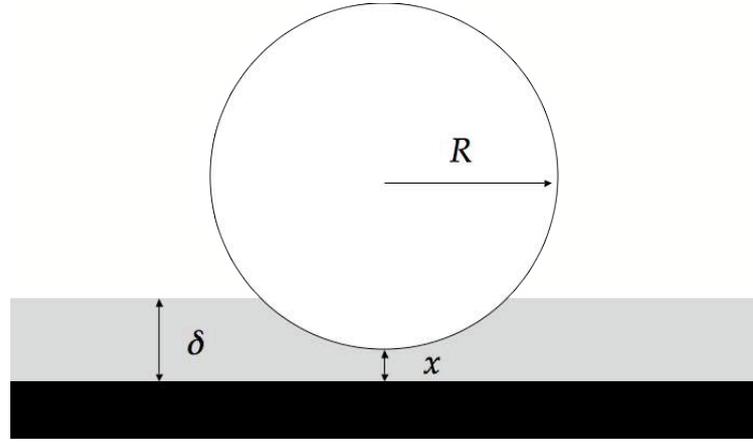


FIG. 6.3 – Schéma d'une sphère de rayon  $R$  approchant d'un plan couvert d'une couche liquide d'épaisseur  $\delta$  : on appelle  $x$  la distance entre le bas de la bille et le plan.

on a  $\theta \simeq \frac{1-\nu_{\text{verre}}^2}{\pi E_{\text{verre}}} \simeq 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$ . On obtient l'expression de la vitesse  $V$  en intégrant (6.3) entre  $x_0$ , distance à laquelle  $V = V_0$  et la position courante  $x$ . Pour des raisons géométriques, Barnocky et Davis proposent  $x_0 = 2/3 \delta$  [98]. On a alors, pour  $x < x_0$  :

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{1}{St} \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) \right) \quad (6.4)$$

avec  $St = \frac{mV_0}{6\pi\eta R^2}$  le nombre de Stokes, qui compare l'inertie de la bille aux forces visqueuses. Pour obtenir un critère de rebond, on calcule la vitesse de la bille quand elle atteint la distance  $x_1$  à laquelle elle ne peut plus continuer à s'approcher du plan. Si  $V(x_1) > 0$  alors la bille rebondit, sinon elle reste piégée. La condition de rebond dépend donc du nombre de Stokes, qui doit être plus grand qu'une valeur critique :

$$St^* \sim \ln\left(\frac{x_0}{x_1}\right) \sim \ln\left(\frac{2\delta}{3(4\theta\eta V_0 R^{3/2})^{2/5}}\right) \quad (6.5)$$

Pour une bille d'acier de 5 mm de diamètre, avec  $x_0 = 400 \mu\text{m}$  et  $x_1 = 160 \mu\text{m}$ , on trouve  $St^* \simeq 0,5$ , ce qui correspond à une vitesse d'impact d'environ 11 cm/s.

### 6.3 Seuil de capture

Nous avons reproduit les expériences de Barnocky et Davis en lançant des billes de verre et d'acier de diamètre millimétrique sur un marbre couvert d'un film d'huile silicone de viscosité variable ( $\eta = 5, 100$  ou  $1000 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ).

Les billes sont maintenues immobiles par aspiration à une hauteur  $h$  au-dessus du film. On forme un bassin à la surface du marbre avec une pâte polymère. L'aire du bassin est facilement mesurable ; en y versant un volume connu d'huile et en attendant assez longtemps (typiquement 1 jour) on obtient un film d'épaisseur  $\delta$  uniforme et calculable.

Dans cette première expérience, on augmente progressivement la hauteur de lâcher  $h$ , donc la vitesse  $V$ , et on cherche à partir de quelle valeur  $V^*$  le rebond se produit. Pour chaque série de d'expériences, on ajuste les données par une loi de puissance, comme sur les figures 6.4 et 6.5, puis on moyenne les exposants obtenus sur les différentes séries. On obtient alors la loi d'échelle suivante :

$$V^* \sim R^a \rho_s^b \eta^c \delta^d \quad (6.6)$$

avec :

$$\begin{cases} a = -0,56 \pm 0,16 \\ b = -0,4 \pm 0,2 \\ c = 0,3 \pm 0,07 \\ d = 0,21 \pm 0,07 \end{cases}$$

Or, en négligeant les dépendances logarithmiques, le nombre de Stokes critique établi par Davis (équation (6.5)) est constant et la vitesse critique attendue s'écrit en loi d'échelle :

$$V^* \sim R^{-1} \rho_s^{-1} \eta \delta^0 \quad (6.7)$$

Malgré des barres d'erreur assez importantes, il semble que nos résultats dévient des prédictions apportées par la théorie élastohydrodynamique.

## 6.4 Élasticité des rebonds

Lorsque le nombre de Stokes dépasse le seuil  $St^*$ , la bille parvient à rebondir, mais une partie de son énergie est dissipée dans le liquide [105]. Le coefficient de restitution des rebonds sur une surface mouillée est donc plus petit que sur la même surface quand elle est sèche. Mesurer l'écart entre l'élasticité du rebond sec et celle du rebond humide permet ainsi d'accéder à la quantité d'énergie dissipée dans le liquide.

Gondret et al. [96] ont réalisé des expériences de rebond d'une bille tombant en chute libre au fond d'un bassin rempli d'un fluide plus ou moins visqueux ( $\eta = 0,001 - 0,96$  mPa.s). L'épaisseur de liquide est alors bien plus grande que la taille de la bille, et celle-ci ne quitte jamais la phase liquide au cours de ses rebonds successifs. Joseph et

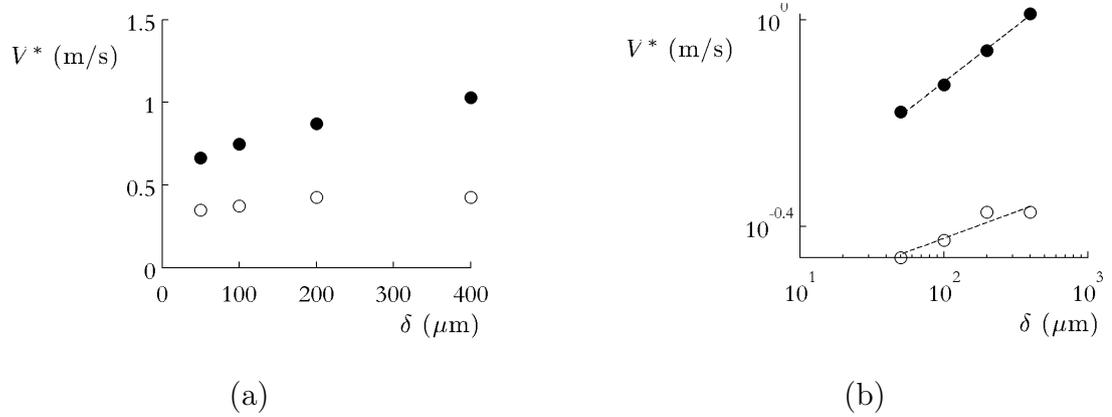


FIG. 6.4 – Vitesse seuil de capture  $V^*$  d'une bille d'acier de 6 mm de diamètre, représentée en échelle linéaire (a) et en échelle logarithmique (b), en fonction de l'épaisseur  $\delta$  de la couche d'huile, pour deux huiles silicones différentes ( $\eta = 5$  mPa.s ( $\circ$ ) et  $\eta = 1000$  mPa.s ( $\bullet$ )). La courbe en pointillés est un ajustement en loi de puissance de type  $V^* \sim \delta^d$ , donnant un exposant  $d = 0,28$  pour la série  $\bullet$  et  $d = 0,23$  pour la série  $\circ$ .

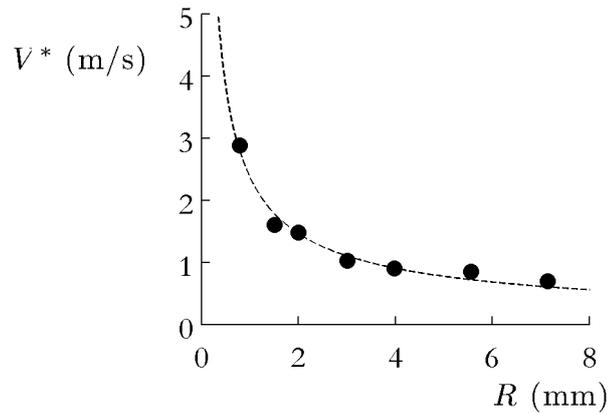


FIG. 6.5 – Vitesse seuil de capture  $V^*$  d'une bille d'acier par un film d'huile silicone ( $\eta = 1000$  mPa.s) de 400 microns d'épaisseur, en fonction du rayon  $R$  de la bille. La ligne en pointillés représente le meilleur ajustement en loi de puissance  $V^* \sim R^a$  avec  $a = -0,69$ .

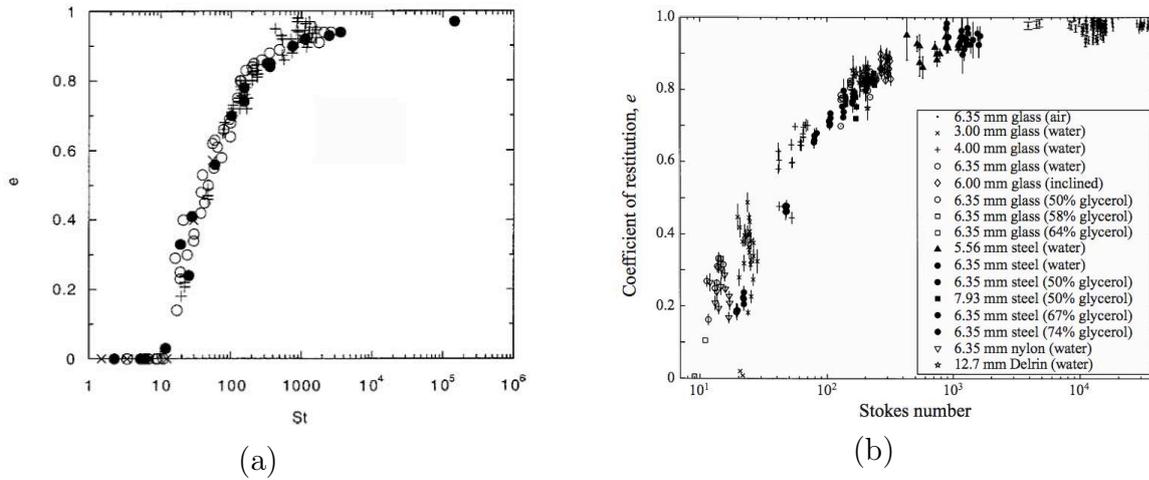


FIG. 6.6 – Coefficient de restitution en fonction du nombre de Stokes pour le rebond d'une bille contre une paroi dans un liquide visqueux. (a) Bille d'acier rebondissant sur une plaque de verre au fond d'un bain liquide (eau ou huile silicone). Figure extraite de [96]. (b) Bille rebondissant sur une paroi latérale en verre dans un mélange eau-glycérol. Figure extraite de [95].

al. [95] étudient eux aussi le rebond d'une bille solide contre une paroi dans un bassin mais utilisent un montage légèrement différent : ils observent le rebond d'un pendule contre une paroi latérale. Dans les deux expériences, le coefficient de restitution des rebonds,  $e = V'/V$ , nul aux petits nombres de Stokes, augmente brutalement dès que  $St$  dépasse  $St^*$ , qui vaut environ 10 dans les deux cas (figure 6.6).

En s'inspirant de ces montages, on effectue des expériences de rebond sur une plaque de verre épaisse (environ 2 cm d'épaisseur), de façon à pouvoir varier le liquide utilisé, ce qui est difficile sur le marbre où l'eau démouille. On se place dans le régime où les billes rebondissent, et on s'intéresse au coefficient de restitution  $e = V'/V$  des rebonds. On remarque sur la figure 6.7 que la croissance rapide de  $e$  avec  $St$  au-delà du seuil est bien vérifiée. Cependant nos données ne se regroupent pas sur une seule courbe maîtresse, comme celles de Gondret et Joseph, sauf si l'on divise le nombre de Stokes par un nombre de Stokes critique expérimental  $St^*$ , qui dans nos expériences varie entre 0,4 et 8. Nous cherchons ici à expliquer cette variation significative de  $St^*$ .

Les expériences de Gondret et Joseph ont lieu en volume et non sur une couche mince. Le nombre de Stokes critique pour leurs expériences est donc légèrement différent de celui établi dans l'équation (6.5), puisque la force visqueuse travaille cette fois sur une distance d'ordre  $R$  et non plus d'ordre  $\delta$ . On attend alors :

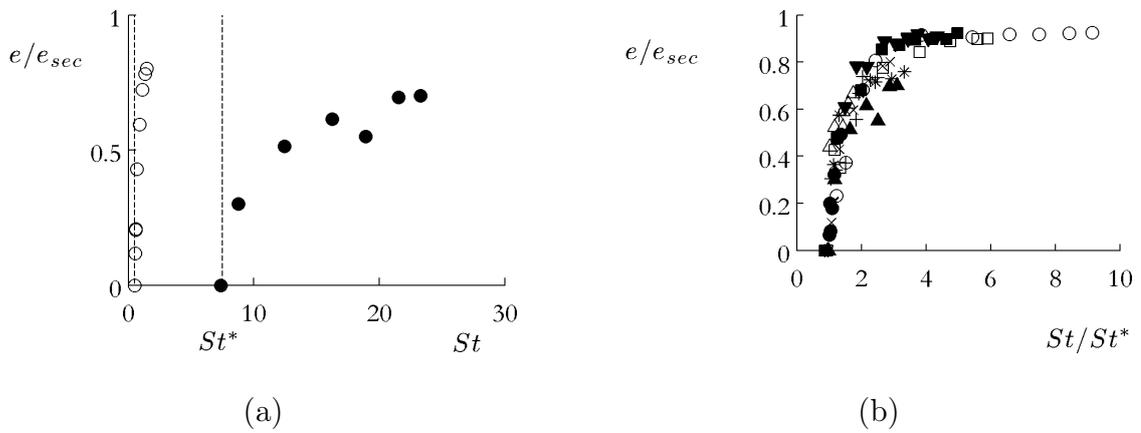


FIG. 6.7 – (a) Coefficient de restitution (divisé par le coefficient de restitution sur substrat sec) en fonction du nombre de Stokes. Pour la série  $\circ$ , la bille est en acier,  $R=5$  mm,  $\eta = 12\,000$  mPa·s,  $\delta = 340$   $\mu$ m. Le nombre de Stokes critique vaut 0,5. Pour la série  $\bullet$  la bille est en verre,  $R=2$  mm,  $\eta = 100$  mPa·s,  $\delta = 400$   $\mu$ m. Le nombre de Stokes critique vaut 7,5. (b) Coefficient de restitution en fonction du rapport entre le nombre de Stokes du rebond et le nombre de Stokes critique. Les données rassemblent des expériences dans lesquelles on a fait varier la composition des billes, leur diamètre, l'épaisseur du film et la viscosité de l'huile : acier,  $R = 5$  mm,  $\eta = 1000$  mPa·s,  $\delta = 240$   $\mu$ m ( $\circ$ ); acier,  $R = 5$  mm,  $\eta = 1000$  mPa·s,  $\delta = 380$   $\mu$ m ( $\square$ ); acier,  $R = 3$  mm,  $\eta = 1000$  mPa·s,  $\delta = 250$   $\mu$ m ( $\blacksquare$ ); acier,  $R = 3$  mm,  $\eta = 1000$  mPa·s,  $\delta = 100$   $\mu$ m ( $\blacktriangledown$ ); acier,  $R = 5$  mm,  $\eta = 12\,000$  mPa·s,  $\delta = 340$   $\mu$ m ( $\times$ ); verre,  $R = 2$  mm,  $\eta = 100$  mPa·s,  $\delta = 250$   $\mu$ m ( $*$ ); verre,  $R = 2$  mm,  $\eta = 100$  mPa·s,  $\delta = 400$   $\mu$ m ( $\blacktriangle$ ); acier,  $R = 3$  mm,  $\eta = 12\,000$  mPa·s,  $\delta = 340$   $\mu$ m ( $\triangle$ ); acier,  $R = 5$  mm,  $\eta = 12\,000$  mPa·s,  $\delta = 460$   $\mu$ m ( $+$ ); acier,  $R = 3$  mm,  $\eta = 12\,000$  mPa·s,  $\delta = 460$   $\mu$ m ( $\bullet$ )

$d$ (mm)	$\delta$ ( $\mu\text{m}$ )	$\eta$ (mPa.s)	$St^*$	$X$
6	340	12 000	0,47	0,0148
10	340	12 000	0,51	0,0129
10	460	12 000	0,59	0,0165
6	460	12 000	1,07	0,0144
6	250	1000	2,8	0,0389
10	240	1000	3	0,0328
6	100	1000	3,2	0,0147
10	380	1000	3,5	0,0488

TAB. 6.1 – Valeurs du nombre de Stokes critique  $St^*$  mesurées pour des expériences de rebond d'une bille d'acier de diamètre  $d$  sur une plaque de verre couverte d'une couche d'épaisseur  $\delta$  d'huile silicone de viscosité  $\eta$ . On mesure également la quantité  $X = \frac{\delta}{(\eta V_0 R^{3/2})^{2/5}}$  en fonction de laquelle  $St^*$  varie d'après la théorie de Davis (équation (6.5)).

$$St^* \simeq \ln \left( \frac{R}{(4\theta\eta V_0 R^{3/2})^{2/5}} \right) \simeq \ln \left( \frac{R}{4\theta\eta V_0} \right)^{2/5} \quad (6.8)$$

Gondret et al. ont fait varier le nombre de Stokes en jouant sur les variables  $R$  et  $\eta$ . Le rapport  $R/\eta$  qui apparaît dans l'équation (6.8) varie dans leurs expériences d'un facteur 30 000, on s'attend donc à ce que le nombre de Stokes critique varie d'un facteur inférieur ou égal à  $2/5 \ln(30\,000) \simeq 4$ . Pour Joseph et al., la quantité  $\frac{R}{4\theta\eta V_0}$  varie d'un facteur 4000,  $St^*$  devrait donc varier d'un facteur  $2/5 \ln(4000) \simeq 3$ . Cette gamme de variation est compatible avec les résultats présentés sur la figure 6.6.

Il n'en va pas de même dans nos expériences. Le tableau 6.1 représente les nombres de Stokes  $St^*$  obtenus pour une série d'impacts de billes d'acier sur une plaque de verre. Le paramètre  $\theta$  est donc constant; d'après l'équation (6.5), la quantité  $X = \frac{\delta}{(\eta V_0 R^{3/2})^{2/5}}$  varie d'un facteur 14 dans nos expériences. La variation du nombre de Stokes critique devrait être inférieure à  $\ln 14 \simeq 2,6$ , à comparer au facteur 16 qui apparaît entre les valeurs extrêmes du tableau 6.1. Il semble donc que la théorie élastohydrodynamique ne suffise pas à rendre compte de la valeur du seuil de transition entre régimes de rebond et de capture.

## 6.5 Mécanismes possibles pour la dissipation

La théorie élastohydrodynamique de Davis se focalise sur la région du liquide comprise entre les deux surfaces qui s'approchent. Le fait que cette approximation rende bien compte des observations en eau profonde prouve qu'aucun effet de volume n'a

été omis. La différence entre les deux types d'expériences tient donc à la présence d'une interface. Nous allons ici examiner plusieurs phénomènes susceptibles de se produire à l'interface entre le liquide et l'air, et leur influence sur la dissipation d'énergie au cours de l'impact.

### 6.5.1 Émission d'ondes

Au cours des expériences présentées sur la figure 6.1, qui sont réalisées sur un film peu visqueux et épais, on observe que des ondes sont émises lors de l'impact et se propagent radialement à la surface du liquide. La longueur d'onde de ces ondes est de l'ordre de l'épaisseur  $\delta$  du film, donc  $k \sim 1/\delta$ .

La relation de dispersion des ondes à l'interface liquide/air s'écrit :

$$\omega^2 = gk \left(1 + \left(\frac{k}{k_c}\right)^2\right) \quad (6.9)$$

où le nombre d'onde  $k_c = \sqrt{\frac{\rho g}{\gamma}} = \kappa$  définit le changement de régime entre ondes capillaires ( $k > k_c$ ) et ondes de gravité ( $k < k_c$ ).

Comme  $\delta$  est du même ordre, ou plus faible, que la longueur capillaire  $\kappa^{-1}$ , les ondes émises lors de l'impact sont plutôt des ondes capillaires. La relation de dispersion devient dans ce cas :

$$\omega^2 \simeq g \frac{k^3}{k_c^2} \quad (6.10)$$

On en déduit la vitesse à laquelle les ondes se propagent :

$$v_\phi = \sqrt{\frac{\omega^2}{k^2}} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho\delta}} \quad (6.11)$$

La dissipation d'énergie est due à la viscosité du liquide, qui atténue les ondes au cours de leur propagation, à un taux caractéristique de :  $1/\tau = \eta k^2/\rho$ .

Ce taux de dissipation dépend de la viscosité du fluide. On peut alors évaluer la viscosité à partir de laquelle les ondes sont atténuées avant même d'avoir pu se propager. Il nous faut pour cela comparer la distance parcourue pendant le temps caractéristique d'atténuation  $v_\phi\tau$  à la longueur d'onde  $\delta$ . Les ondes seront "invisibles" si  $\delta > v_\phi\tau$ , c'est-à-dire si :

$$\eta > \eta^* = \sqrt{\gamma\delta\rho} \quad (6.12)$$

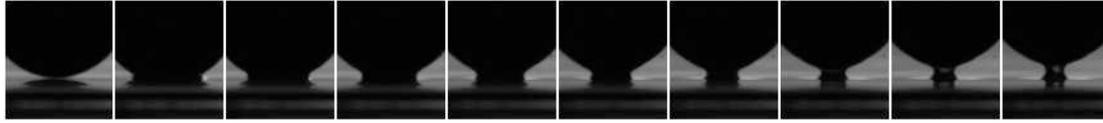


FIG. 6.8 – Chronophotographie d'une bille d'acier de 6 mm de diamètre rebondissant sur un film d'huile silicone ( $\eta = 12\,500$  mPa·s,  $\delta = 440$   $\mu\text{m}$ ). Le changement de signe de la vitesse a lieu entre la 2<sup>e</sup> et la 3<sup>e</sup> image. On s'intéresse à la position du front liquide sur la bille. Intervalle entre deux images consécutives : 150  $\mu\text{s}$ .

Pour un film d'huile silicone de 400  $\mu\text{m}$  d'épaisseur, on trouve  $\eta^* \simeq 100$  mPa·s. Dans presque toutes nos expériences, la viscosité est au moins égale à cette valeur critique ; pourtant les lois mesurées pour la hauteur de capture diffèrent du cas immergé. On ne peut donc pas expliquer cette différence par la dissipation d'énergie par les vagues.

### 6.5.2 Dissipation aux lignes de contact

La présence d'une interface liquide-air dans notre système implique celle de lignes triples : la bille, initialement sèche, rentre en contact avec le liquide. Un front liquide se propage alors à sa surface, au sein duquel les trois phases liquide, solide et air sont en contact. Lors de l'enfoncement de la bille dans le liquide, et probablement aussi lors de sa sortie du film, ce front se déplace.

La géométrie de la ligne de contact est définie par un paramètre : l'angle de contact  $\theta$ . A l'équilibre, cet angle est fixé par l'équilibre entre les forces exercées sur la ligne par les trois interfaces [106]. Lorsque la ligne avance, l'angle de contact est modifié [107]. Bien que le mécanisme n'en soit pas parfaitement compris, on sait qu'une forte dissipation d'énergie est associée au mouvement de la ligne triple et que la quantité d'énergie dissipée est liée aux propriétés de mouillage de la surface par les deux fluides en présence [80].

Pour mettre en évidence d'éventuels effets de la ligne de contact, nous nous proposons de comparer l'impact sur un film d'eau de deux billes de verre. L'une de ces billes est simplement nettoyée à la soude, elle est donc hydrophile ( $\theta \simeq 0$ ). L'autre est passée quelques secondes à la flamme d'une bougie. Il se forme alors à sa surface un dépôt rugueux de suie hydrophobe : elle devient superhydrophobe ( $\theta \simeq 180^\circ$ ). Du point de vue de la théorie élastohydrodynamique, ces sphères sont équivalentes car elles ont la même taille, la même densité et les mêmes propriétés élastiques, elles ne diffèrent que par le traitement de surface.

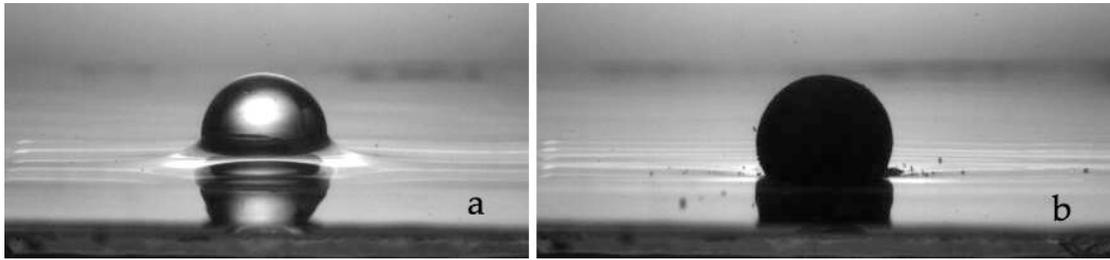


FIG. 6.9 – Photographies de deux billes de verre de 9 mm posées sur une couche d'eau de 2,7 mm d'épaisseur. (a) La bille est hydrophile. (b) La bille a été rendue superhydrophobe par un dépôt de suie.

La figure 6.9 montre la façon dont les propriétés de mouillage d'une bille affectent la forme du ménisque qui entoure cette dernière, lorsque celle-ci est posée sur un film d'eau. La bille mouillante est recouverte d'un film liquide, qui a été aspiré du substrat par capillarité. La bille non-mouillante est quant à elle au centre d'un "cratère" : le film s'incurve pour minimiser l'aire du contact entre la bille et l'eau. Dans les deux cas, du fluide a été déplacé par rapport à la situation initiale : vers le haut dans le cas de la bille mouillante, radialement et loin du site d'impact pour la bille non-mouillante.

Les détails du processus de rebond sont montrés sous forme de séries de photographies sur la figure 6.10. Deux billes de verre, l'une hydrophile et l'autre hydrophobe, sont lancées à la même vitesse sur un film de glycérol de  $900 \mu\text{m}$  d'épaisseur. On remarque sur les premières images que la forme du pont liquide qui relie la bille au film pendant le rebond change avec la mouillabilité de la bille. Dans le cas d'un impact hydrophile, c'est un véritable filament qui se forme et persiste bien après que la base de la bille a dépassé la surface libre du film. Ce filament finit par se pincer lorsqu'il devient trop mince, généralement peu avant que la bille atteigne sa hauteur de rebond maximale. En revanche, la bille hydrophobe n'est jamais visiblement reliée au film par un pont liquide. Après l'impact, un film de suie flotte à la surface du film, ce qui indique qu'il y a bien eu un contact entre le liquide et la bille, mais ce contact est très bref.

Malgré une morphologie très différente au cours du rebond, les billes hydrophile et hydrophobe semblent rebondir à des hauteurs comparables. Pourtant, dans un cas la bille a été recouverte de liquide alors que dans l'autre il ne semble pas qu'une ligne de contact ait pu s'établir, et encore moins avancer. Il semble donc que le rôle de la friction aux lignes de contact dans la dissipation soit mineur.

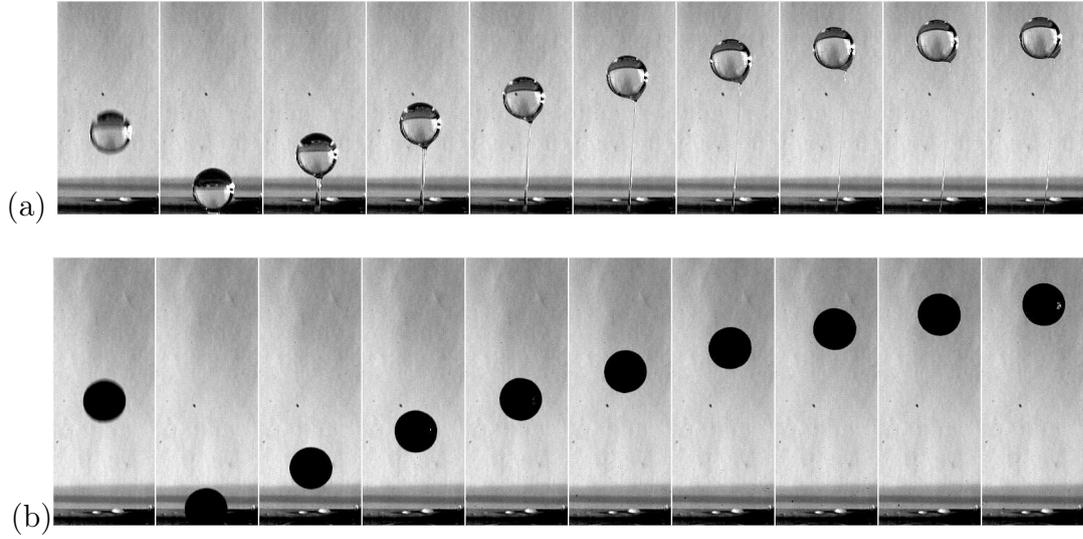


FIG. 6.10 – Chronophotographie de deux billes de verre de 9 mm de diamètre lancées sur un film de glycérol de 900  $\mu\text{m}$  d'épaisseur à 2,6 m/s. (a) Bille hydrophile (b) Bille recouverte de suie. Intervalle entre deux images consécutives : 8 ms.

La friction dans les lignes de contact permet d'expliquer la différence entre les nombres de Weber critiques pour la traversée d'un film de savon par une goutte ou par une bille (chapitre 5, paragraphe 5.2.3). La différence d'énergie mise en jeu est alors, pour une bille et une goutte de même densité et de rayon 1 mm :

$$\Delta E_{\text{ligne}} = \frac{1}{2}m(V_c^2 \text{ bille} - V_c^2 \text{ goutte}) = \frac{2\pi}{3}\gamma R^2(We_c \text{ bille} - We_c \text{ goutte}) \quad (6.13)$$

On trouve  $\Delta E_{\text{ligne}} \simeq 0,3 \mu\text{J}$ . Or l'énergie dissipée lors de la capture d'un projectile par un film visqueux est de l'ordre de :

$$\Delta E_{\text{film}} = \frac{1}{2}mV^*{}^2 \quad (6.14)$$

Pour une bille d'acier de 0,8 mm de rayon sur un film d'huile de viscosité 1000 mPa·s et d'épaisseur  $\delta = 400 \mu\text{m}$ , on a  $\Delta E_{\text{film}} \simeq 70 \mu\text{J}$ , soit plus de 200 fois  $\Delta E_{\text{ligne}}$ , alors que la taille des billes sur lesquelles les lignes de contact se déplacent est la même. Les mécanismes de dissipation en jeu dans l'anti-rebond sur une surface mouillée sont donc d'une amplitude bien supérieure à celle de la dissipation aux lignes de contact.

### 6.5.3 Entraînement d'un film liquide

On peut aussi envisager que la hauteur moindre obtenue lors du rebond sur une surface mouillée soit liée au fait que la bille qui remonte n'est pas sèche mais partiellement recouverte de liquide. Sa masse est donc légèrement supérieure à la masse qu'elle avait avant de toucher le liquide. L'énergie potentielle de pesanteur atteinte au sommet du rebond  $z$  dépend donc de la masse  $m_l$  de liquide entraîné :

$$(m + m_l)gz = mgz_{sec} \quad (6.15)$$

Le coefficient de restitution  $e$  s'écrit alors :

$$e = \sqrt{z/h} = \sqrt{\frac{m}{m + m_l} \frac{z_{sec}}{h}} = \sqrt{\frac{m}{m + m_l}} e_{sec} \quad (6.16)$$

On trouve bien un coefficient de restitution plus faible sur une surface mouillée que sur une surface sèche mais ce scénario est incompatible avec plusieurs observations expérimentales :

- L'épaisseur de liquide entraînée est toujours inférieure à 200  $\mu\text{m}$ . Même pour une bille légère, comme une bille de polypropylène de 5 mm de diamètre, on trouve alors un rapport  $m_l/m \simeq 0,3$  et un coefficient de restitution  $e$  de l'ordre de  $0,9 e_{sec}$ , ce qui au-dessus des coefficients observés dans la plupart des expériences.
- Lorsqu'on enduit un solide de liquide en le sortant d'un bain, l'épaisseur entraînée croît avec la vitesse de tirage [108]. Ainsi  $m_l$  devrait croître avec la vitesse d'impact, et par conséquent  $e$  décroître avec le nombre de Stokes, ce qui n'est pas le cas.

## 6.6 Décollage de la surface

Dans les théories élastohydrodynamiques, on suppose que quasiment toute l'énergie est dissipée dans la phase d'approche. Nous envisageons la possibilité qu'une partie de la dissipation ait lieu au cours de la phase de redécollage de la bille.

### 6.6.1 Mise en évidence expérimentale

Filmons de près l'impact à la caméra rapide, de façon à pouvoir mesurer avec précision la position de la bille en fonction du temps. On obtient une courbe telle que celle présentée sur la figure 6.11 (a). Si la dissipation était effectivement limitée à la phase

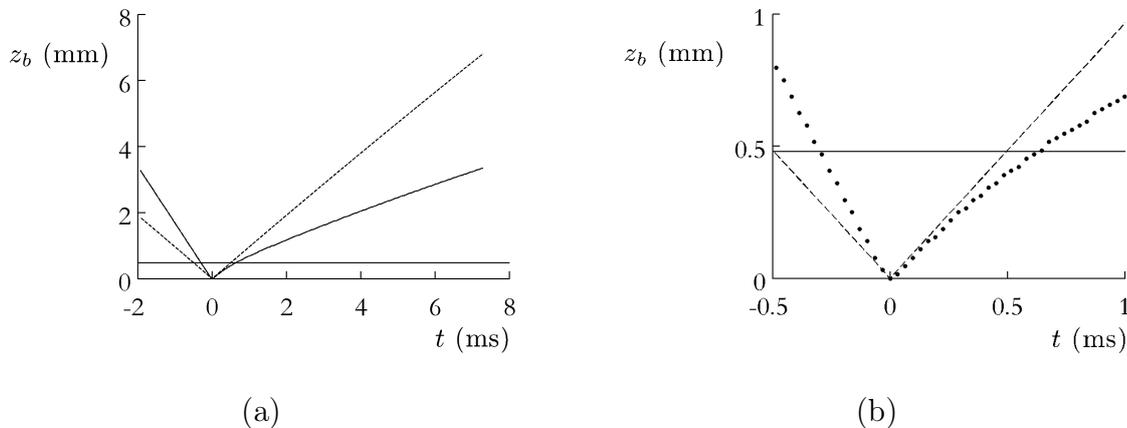


FIG. 6.11 – (a) Position du bas de la bille en fonction du temps ( $t=0$  correspond au moment de l'impact), pour une bille d'acier de 6 mm de diamètre et un film d'huile silicone ( $\eta = 12\,500$  mPa·s) de  $480\ \mu\text{m}$  d'épaisseur. La courbe en pointillés correspond à une trajectoire balistique avec une la vitesse de décollage mesurée expérimentalement ; la ligne horizontale représente la position du film. (b) Agrandissement de la zone située autour du point de rebond.

d'approche, la première portion du graphe devrait être très courbée, impliquant de forts ralentissements, ce qui n'est pas le cas. On observe sur la figure 6.11 (b) un changement de pente, signe d'un ralentissement de la bille, mais seulement sur les deux ou trois derniers points avant le changement de signe de la vitesse. On compare dans cette figure la courbe  $z(t)$  expérimentale avec une courbe balistique calculée en utilisant la vitesse de décollage après rebond, mesurée expérimentalement, et en tenant compte de la gravité. Les deux courbes ne se superposent pas et le décalage entre les deux, tant que la bille est dans le film, est aussi important à droite qu'à gauche du point d'impact. On remarque également que lorsque la bille est sortie du film, l'écart continue à croître de façon plus que linéaire avec le temps, comme si la bille, après sa sortie du film, continuait à être retenue dans son mouvement.

De ces deux remarques, on conclut que la moitié au moins de la dissipation se produit dans ce que nous appelons la phase de décollage. Celle-ci commence alors que la bille est encore dans le film et que sa vitesse vient juste de changer de signe (c'est-à-dire quand  $t > 0$  sur la figure 6.11), en même temps que se forme un filament visqueux, que nous décrivons en détail dans le paragraphe qui suit.

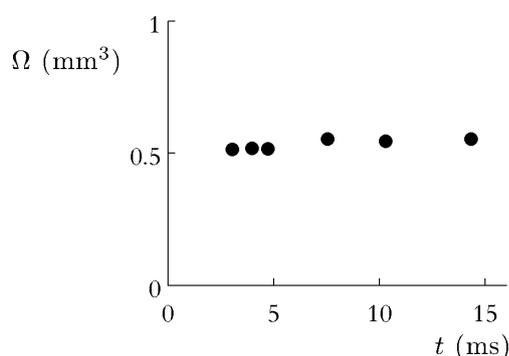


FIG. 6.12 – Volume de liquide compris dans le filament en fonction du temps lors du redécollage d'une bille d'acier de 6 mm de diamètre rebondissant sur un film d'huile silicone ( $\delta = 480 \mu\text{m}$ ,  $\eta = 12\,000 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ).

### 6.6.2 Rôle du filament

On observe sur la figure 6.10 que lorsque le film mouille la bille qui rebondit, il se forme entre eux un filament. Ce filament s'étire pendant que la bille remonte et se rompt un peu avant qu'elle atteigne son apogée.

La première question que l'on peut se poser est la quantité de liquide que ce filament contient. La figure 6.12 représente la variation du volume d'un filament en fonction du temps. Pour effectuer cette mesure, on extrait des vidéos le profil du filament et on en déduit son volume en supposant qu'il est axisymétrique. On observe que la phase de remontée se fait à volume constant : une fois mis en mouvement, le filament n'entraîne pas plus de liquide en provenance du film. Ce volume vaut typiquement une fraction de  $\text{mm}^3$ . On compare ce volume à une estimation du volume de liquide déplacé sous la sphère :  $\Omega_0 = a^2\delta$ , en notant  $a = \sqrt{R\delta}$  le rayon de la zone mouillée. On a donc  $\Omega_0 \simeq R\delta^2$ . Pour une bille de 6 mm de diamètre rebondissant sur un film de  $500 \mu\text{m}$ , on trouve  $\Omega_0 \simeq 0,75 \text{ mm}^3$ , ce qui est proche des  $0,5 \text{ mm}^3$  mesurés expérimentalement (figure 6.12).

Ceci signifie que le liquide de cette région est très étiré au cours de la remontée de la bille. En réalisant la même expérience avec des polymères de différentes masses moléculaires, on pourrait augmenter progressivement la viscosité élongationnelle et quantifier la proportion des pertes énergétiques qui sont associées à cet étirement.

La contrainte visqueuse s'écrit en fonction de la viscosité élongationnelle  $\sigma = \eta_{el} \frac{V}{z}$ . On en déduit l'énergie dissipée pendant la remontée :

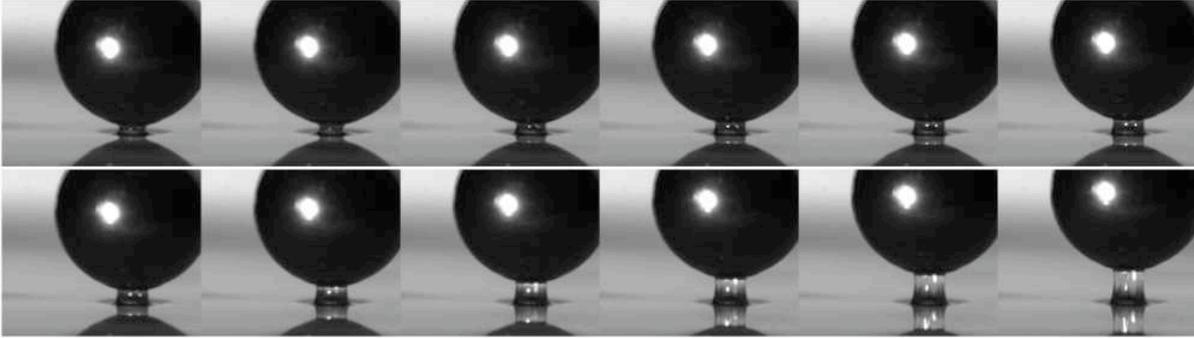


FIG. 6.13 – Chronophotographie de l'impact d'une bille d'acier de 6 mm de diamètre sur un film d'huile silicone ( $\delta = 480 \mu\text{m}$ ,  $\eta = 12\,000 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ). Intervalle entre deux images consécutives :  $64,5 \mu\text{s}$  sur la première ligne,  $258 \mu\text{s}$  sur la seconde. On observe que le diamètre du "filament" augmente en fonction du temps, trahissant la présence d'une bulle. Clichés Guillaume Dupeux.

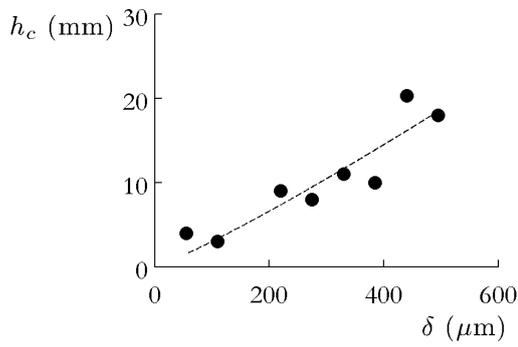
$$\Delta E_{fil} = \eta_{el} \frac{V}{z} r^2 z = \frac{\eta_{el} V \Omega}{z} \quad (6.17)$$

Sachant que pour un liquide newtonien la viscosité élongationnelle vaut le triple de la viscosité de cisaillement, on calcule pour la bille d'acier correspondant à l'expérience présentée sur la figure 6.12  $\Delta E_{fil} \simeq 6 \mu\text{J}$ . Or l'énergie perdue par la bille au cours de son rebond s'écrit  $\Delta E_{tot} = mg(h - z)$  et vaut  $950 \mu\text{J}$ . Encore une fois, le mécanisme proposé ne permet pas d'expliquer la quantité d'énergie perdue lors du rebond.

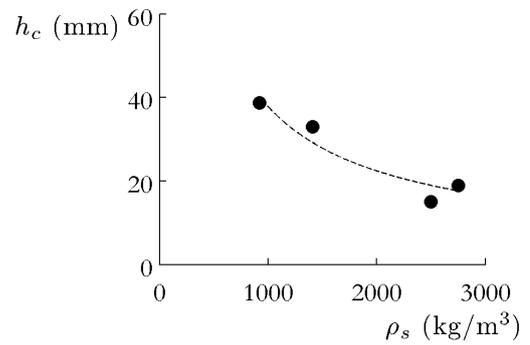
Enfin, on observe au sein du filament un autre phénomène, illustré par la figure 6.13 : il semble sur cette série d'images qu'une bulle de cavitation apparaisse au coeur du filament. L'apparition d'une telle bulle dans un film d'épaisseur  $x$  est possible dès lors que la contrainte visqueuse  $\eta V/x$  est égale à la pression atmosphérique. Pour une huile de viscosité  $1000 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ , on trouve  $x \simeq 10 \mu\text{m}$ , du même ordre de grandeur que la distance sphère-plan dans nos expériences. La pression au sein de cette bulle est quasiment nulle, on pourrait donc imaginer que cette dépression retienne la bille par aspiration.

## 6.7 Impacts sur une fine couche de mousse

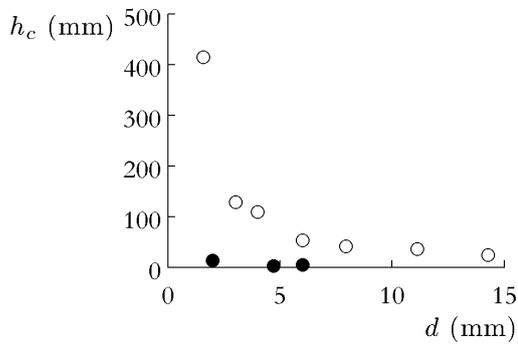
De la même façon, nous avons réalisé des expériences sur de fines couches de mousse. Celle-ci ne s'étalant pas sous son propre poids comme l'huile, il faut trouver une autre technique pour contrôler son épaisseur. On colle deux rectangles de ruban adhésif sur le verre de façon à former un canal qu'on surremplit, avant de racler la mousse et d'aplanir ainsi la surface à la hauteur des parois. On peut superposer plusieurs



(a)



(b)



(c)

FIG. 6.14 – (a) Hauteur de capture d’une bille de polypropylène de 7 mm de diamètre, en fonction de l’épaisseur de la couche de mousse. La courbe en pointillés représente un ajustement en loi de puissance ( $n = 1,1$ ). (b) Hauteur de capture d’une bille de 3 mm de diamètre par une couche de mousse de 440 microns d’épaisseur, en fonction de sa densité. (c) Hauteur de capture d’une bille d’acier par une couche de liquide, mousse (●) ou huile silicone V1000 (○), de 440 microns d’épaisseur, en fonction de la densité de la bille.

couches de ruban adhésif : il suffit alors de compter le nombre d'épaisseurs utilisées pour connaître l'épaisseur de mousse déposée sur le verre. On a donc accès à un spectre discret d'épaisseurs, multiples de l'épaisseur du ruban, qui vaut  $55 \mu\text{m}$ .

Les seuils mesurés sont présentés sur la figure 5.14. Le troisième graphe de cette figure présente une comparaison entre la mousse Gillette et une huile silicone de viscosité comparable, au sens de la viscosité discutée au chapitre 1. Comme dans le cas du freinage en profondeur infinie, on observe que la mousse dissipe moins l'énergie que l'huile. Deux explications sont possibles :

- Si une partie du mécanisme de dissipation est inertiel, c'est la différence de densité entre la mousse et l'huile qui explique leur différence de comportement : on perd plus d'énergie à déplacer de l'huile que de la mousse, qui est bien plus légère.
- L'élasticité des bulles pourrait aider au rebond des billes, comme c'est le cas dans l'expérience des pendules tombant dans une mousse infinie (chapitre 1).

Si l'on cherche à écrire, comme pour l'huile, la vitesse critique de rebond sur la mousse sous la forme  $V^* \sim R^a \rho_s^b \delta^d$ , on obtient :

$$\begin{cases} a \sim -0,5 \pm 0,35 \\ b \sim -0,06 \pm 0,29 \\ d \sim 0,38 \pm 0,16 \end{cases}$$

La largeur des barres d'erreur ne nous permet pas de savoir s'il existe des lois différentes dans la mousse de celles observées dans l'huile. On peut expliquer la dispersion des résultats par différents facteurs :

- On dispose d'un faible nombre de valeurs pour  $\rho_s$  et  $R$ . Typiquement, pour une densité donnée, on a testé trois rayons différents, et trois densités différentes pour un rayon donné. Il faudrait donc compléter les séries de mesures en faisant varier ces paramètres sur une plus large gamme.
- Pour filmer les rebonds, on utilise un projecteur puissant. Le chauffage dû au système d'éclairage est susceptible de provoquer l'évaporation du liquide qui compose la mousse. Lorsque les échantillons font plusieurs centimètres d'épaisseur, ce phénomène est négligeable, mais il ne l'est vraisemblablement plus lorsque l'épaisseur des couches de mousse est de l'ordre de la centaine de microns.

Les écoulements se font ici à des vitesses plus faibles que la vitesse  $V^*$  à laquelle les effets élastiques commencent à se faire sentir dans l'expérience d'impact en pro-

fondeur infinie ; de plus l'épaisseur des couches de mousse considérées est de l'ordre de quelques tailles de bulles. Il semble donc raisonnable d'imaginer que l'élasticité à l'échelle de la bulle joue un rôle non négligeable dans le rebond.

## 6.8 Conclusion

Nous avons vu dans les chapitres 4 et 5 des systèmes où les phénomènes de surface gouvernent la dissipation. Dans les chapitres 1, 2 et 3, nous avons étudié trois scénarios différents de freinage en volume.

L'expérience de rebond d'une bille sur une surface mouillée est habituellement traitée comme un problème d'hydrodynamique, dans lequel de l'énergie est dissipée par friction visqueuse lorsque la bille chasse le liquide du film qui la sépare de la surface solide. Cette description est bien adaptée au problème d'une bille totalement immergée dans un liquide et s'approchant d'une paroi. Mais certaines de nos expériences montrent que l'essentiel des pertes énergétiques se produit durant la phase ascendante du rebond.

En outre, nous avons montré que la théorie élastohydrodynamique, qui décrit bien l'existence d'un seuil et la variation rapide de l'élasticité du rebond au-delà de ce seuil, ne rend pas bien compte de la valeur de ce seuil et de sa variation avec les paramètres de l'expérience. Nos expériences semblent montrer que  $St^*$  varie en loi de puissance avec la taille de la bille, sa densité, la viscosité du liquide et l'épaisseur du film. Les exposants mesurés pour chacune de ces lois sont faibles, c'est pourquoi  $St^*$  peut apparaître constant.

Nous proposons différents scénarios faisant intervenir des effets de profondeur finie ou de la tension de surface. Chacun d'entre eux fait intervenir un phénomène dont on sait qu'il est présent dans l'expérience : entraînement de liquide, présence d'une ligne triple et d'un filament ... Les réflexions proposées dans ce chapitre n'en sont qu'à un stade préliminaire, et il faut maintenant mener des études quantitatives pour savoir lesquels de ces phénomènes permettent d'expliquer les variations de  $St^*$ . Étant donné le nombre de mécanismes différents mis en jeu, il y a vraisemblablement plusieurs régimes et le diagramme de phase à explorer semble riche.

Enfin, nous avons montré que les seuils mesurés dans la mousse sont différents de ceux qu'on obtient dans l'huile : le rebond est plus facile sur la mousse que sur une huile de "même" viscosité. Ceci pourrait être lié au fait qu'un nouveau phénomène, l'élasticité des bulles, s'ajoute à tous ceux dont nous avons fait la liste dans un liquide newtonien. Là encore, la compréhension du bilan énergétique du rebond sur

la mousse passe par des expériences plus quantitatives.

---

## Conclusion

---

Un solide arrivant avec de l'élan sur une interface liquide la déforme, et cela lui coûte de l'énergie.

*Que devient l'énergie perdue ?*

Si l'interface est la surface libre d'un bain, le projectile met en mouvement le fluide environnant, et le scénario de la dissipation varie en fonction du fluide qui compose le bain.

- Dans une mousse, la décélération est rapide et se décompose en deux phases. Dans un premier temps la bille se propage dans la mousse comme dans un liquide très visqueux, jusqu'à atteindre une vitesse critique au-dessous de laquelle des effets élastiques se font sentir. L'essentiel de la dissipation se fait dans la première phase, donc sous forme d'une friction "visqueuse". La rhéologie de la mousse, aux taux élevés de sollicitation que nous avons explorés, semble donc simplifiée et bien décrite par une unique viscosité, dont la valeur reste à comprendre.
- Dans de l'huile de viscosité comparable à celle de la mousse, la masse volumique est plus élevée. Les effets visqueux et inertiels sont alors d'importance comparable. Il faut utiliser un modèle intermédiaire, dans lequel une force visqueuse équilibre la variation de quantité de mouvement, cette dernière prenant en compte la masse du liquide entraîné.
- Dans l'eau, qui est un liquide peu visqueux, la résistance du fluide est, conformément à l'intuition, bien décrite par une simple traînée inertielle.

Si l'interface est un film de savon, la masse de liquide déplacée lors de l'impact est très faible, on peut alors négliger l'inertie du liquide. Les échanges énergétiques se font alors entre l'inertie du solide et l'énergie de surface du film. A plus grande vitesse ( $V > 5$  m/s), les billes millimétriques cassent les films de savon avant de les déformer, sans absorption d'énergie par le système.

Enfin, le cas d'un film liquide étalé sur un solide (ou d'un bain d'épaisseur très faible) se situe entre ces deux situations extrêmes. Nous avons montré que l'hypothèse classique qui consiste à dire que toute la dissipation s'effectue par friction visqueuse pendant la phase d'approche mérite d'être remise en question. Il faut maintenant considérer un par un tous les mécanismes possibles de dissipation, notamment ceux qui font intervenir la tension de surface, pour identifier les phénomènes dominants.

*Le projectile peut-il rebondir ?*

De nombreuses études portent sur le rebond d'une gouttelette liquide sur un solide plan. Il est donc légitime de se demander ce qui se passe lorsqu'on inverse les géométries et qu'on lance une bille solide sur un plan liquide.

Les billes utilisées dans nos expériences étant partiellement mouillantes, elle finissent presque toujours par être capturées par le liquide dans les expériences d'impacts sur un film de savon ou sur un bain liquide. Nous avons observé deux cas de "rebonds", où le projectile s'extrait du liquide avec une vitesse dirigée vers le haut :

- Le ricochet d'une bille en rotation
- Le rebond sur un solide mouillé

Nous présentons en outre dans l'annexe C une expérience d'impact de bulles de savon à la surface d'un liquide, dans laquelle le rebond de la bulle est également possible.

*Quand et où le projectile est-il capturé ?*

Dans un bain de liquide newtonien, la bille finit sa course au fond du réservoir si elle est plus dense que le liquide ou flotte à la surface libre si elle est moins dense. Dans le cas de l'impact en rotation d'une sphère de faible densité, on peut calculer la distance entre son point d'impact et l'endroit où elle émerge à nouveau.

Dans une mousse en revanche, il est possible de piéger la bille dans le volume. Nous avons déterminé pour les deux types de mousse étudiés la condition de capture. La

profondeur à laquelle la bille s'arrête est calculable analytiquement dans le cas de la mousse bambou et numériquement dans le cas de la mousse à raser.

Dans le cas d'une bille lancée sur un solide mouillé, on se demande à quelle condition elle sera piégée dans le film dès l'impact. Un critère impliquant le nombre de Stokes est habituellement utilisé, mais le nombre de Stokes critique varie en fonction de l'expérience. Nous proposons plusieurs pistes pour essayer de déterminer ce qui fixe le piégeage, mais bien des investigations restent à entreprendre pour comprendre ce phénomène.



---

Forme d'un film de savon

---

### A.1 Problème

On s'intéresse ici à la forme adoptée par un film de savon accroché à deux anneaux de rayon  $R_1$  et  $R_2$ , séparés verticalement d'une distance  $H$ . Ainsi que nous l'avons représenté sur la figure A.1, les anneaux étant circulaires, cette forme est une surface de révolution. Il suffit donc pour la décrire de connaître le profil  $r(z)$ .

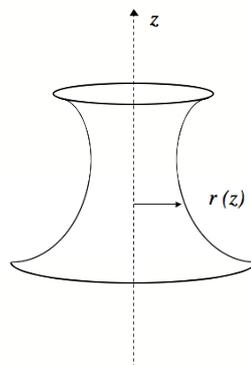


FIG. A.1 – Paramétrage de la surface du film.

## A.2 Mise en équation

Sous l'action de la tension de surface, le film se stabilise en adoptant une forme minimisant l'aire de l'interface liquide/air, donc la surface du film.

$$A = \int_{\Sigma} r(z) ds = \int_0^H r(z) \sqrt{1 + r'^2(z)} dz \quad (\text{A.1})$$

Lorsque le rayon passe de  $r$  à  $r + dr$ , cette surface devient :

$$A + dA = \int_0^H (r + dr) \sqrt{1 + (r' + dr')^2} dz \quad (\text{A.2})$$

Au premier ordre en  $dr'$ , on a alors :

$$A + dA = \int_0^H (r + dr) \sqrt{1 + r'^2 + 2r'dr'} dz \quad (\text{A.3})$$

$$A + dA = \int_0^H (r + dr) \sqrt{1 + r'^2} \left(1 + \frac{r' dr'}{1 + r'^2}\right) dz \quad (\text{A.4})$$

L'accroissement de surface  $dA$  s'écrit donc :

$$dA = \int_0^H \sqrt{1 + r'^2} dr + \frac{r r' dr'}{\sqrt{1 + r'^2}} dz \quad (\text{A.5})$$

On peut calculer le deuxième terme en intégrant par parties. On pose  $u' = dr'$  et  $v = \frac{r r'}{\sqrt{1 + r'^2}}$ . Alors  $u = dr$  et

$$v' = \frac{(r r'' + r'^2) \sqrt{1 + r'^2} - r r' \frac{r' r''}{\sqrt{1 + r'^2}}}{1 + r'^2} \quad (\text{A.6})$$

$$v' = \frac{(r r'' + r'^2) (1 + r'^2) - r r' r''}{(1 + r'^2)^{3/2}} \quad (\text{A.7})$$

$$v' = \frac{r r'' + r'^2 + r'^4}{(1 + r'^2)^{3/2}} \quad (\text{A.8})$$

Comme le film est accroché aux anneaux en  $z = 0$ , et  $z = H$ , le rayon est imposé et  $u = dr$  est nul en ces deux points. Ainsi le produit  $uv$  est nul en 0 et en  $H$ . Finalement on a donc :

$$dA = \int_0^H \sqrt{1 + r'^2} dr dz - \int_0^H \frac{r r'' + r'^2 + r'^4}{(1 + r'^2)^{3/2}} dr dz \quad (\text{A.9})$$

Pour que  $dA$  soit nul quel que soit la perturbation  $dr$ , il faut avoir :

$$(1 + r'^2)^2 = rr'' + r'^2 + r'^4 \quad (\text{A.10})$$

On obtient finalement l'équation suivante pour la surface :

$$1 + r'^2 = rr'' \quad (\text{A.11})$$

Les conditions aux limites sont  $r(z = 0) = R_1$  et  $r(z = H) = R_2$ .

### A.3 Résolution

Pour intégrer l'équation précédente et trouver le profil, on remarque que si  $1 + r'^2 = rr''$ , alors

$$\frac{r''}{\sqrt{1 + r'^2}} = \frac{\sqrt{1 + r'^2}}{r} \quad (\text{A.12})$$

Ainsi, les dérivées de ces deux fonctions sont égales. Or

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{\sqrt{1 + r'^2}}{r} \right) = \frac{r \frac{r' r''}{\sqrt{1 + r'^2}} - r' \sqrt{1 + r'^2}}{r^2} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{\sqrt{1 + r'^2}}{r} \right) = \frac{r'}{r^2 \sqrt{1 + r'^2}} (rr'' - (1 + r'^2)) \quad (\text{A.14})$$

D'après le calcul précédent, la différence dans le membre de droite est nulle partout à la surface du liquide. On a alors

$$\frac{d}{dz} \frac{r''}{\sqrt{1 + r'^2}} = \frac{d}{dz} \frac{\sqrt{1 + r'^2}}{r} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Cela signifie qu'il existe une constante  $a$  telle que sur toute la surface  $\frac{r''}{\sqrt{1 + r'^2}} = 1/a$ . Si l'on pose  $f = r'$ , on obtient pour  $f$  l'équation différentielle

$$\frac{f'}{\sqrt{1 + f^2}} = 1/a \quad (\text{A.16})$$

Cette équation s'intègre à l'aide d'une fonction hyperbolique :

$$\text{Argsh}(f) = z/a + C \quad (\text{A.17})$$

$$f(z) = r'(z) = \text{sh}(z/a + C) \quad (\text{A.18})$$

On sait exprimer  $r$  en fonction de  $r'$  et  $r''$ , on dérive donc l'expression précédente :

$$r''(z) = \frac{1}{a} ch(z/a + C) \quad (\text{A.19})$$

$$r(z) = \frac{1 + r'^2}{r''} = \frac{1 + sh^2(z/a + C)}{\frac{1}{a} ch(z/a + C)} \quad (\text{A.20})$$

Finalement, on a donc

$$r(z) = a ch(z/a + C) \quad (\text{A.21})$$

Pour déterminer les constantes d'intégration  $a$  et  $C$ , on utilise les conditions aux limites  $r(0) = R_1$  et  $r(H) = R_2$ .

---

## Enduction d'une fibre avec de la mousse

---

### B.1 Mouillage dynamique d'une fibre

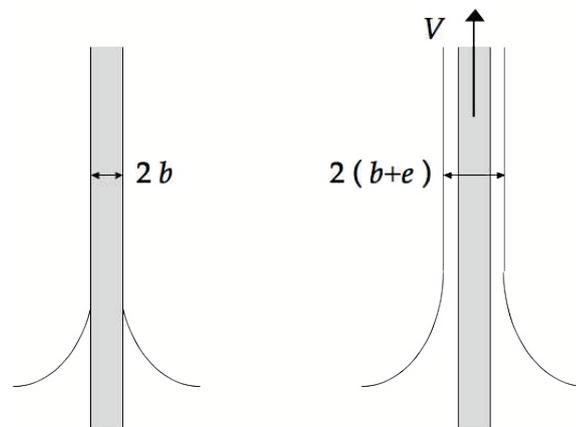


FIG. B.1 – A gauche : fibre immobile, de rayon  $b$ , plongée dans un liquide. A droite, la même fibre tirée du bain liquide à la vitesse  $V$ , entraînant un film d'épaisseur  $e$ .

Lorsqu'on tire une fibre hors d'un bain, celle-ci entraîne autour d'elle une gaine de liquide. Ce procédé, représenté sur la figure B.1, est courant dans de nombreuses applications industrielles, lorsqu'on veut couvrir un fil de peinture ou de colle par exemple. Dans ce cas, on veut connaître la quantité de liquide déposée sur la fibre.

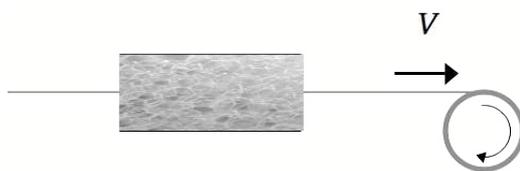


FIG. B.2 – Schéma du montage.

On s'intéresse ici à des fibres dont le rayon  $b$  est plus petit que la longueur capillaire :

$$b < \sqrt{\gamma/\rho g} \quad (\text{B.1})$$

Les forces capillaires sont alors plus importantes que les forces de gravité, et on peut estimer l'épaisseur  $e$  du film entraîné. A basse vitesse, elle est déterminée par un équilibre visco-capillaire  $e \sim b Ca^{2/3}$ , où  $Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$  est un nombre sans dimension appelé nombre capillaire, qui compare effets visqueux et capillaires. A grande vitesse, on ne peut plus négliger l'inertie et l'épaisseur suit une nouvelle loi dont la dépendance est plus rapide en vitesse. La transition entre les deux régimes est décrite dans [109].

On reproduit ici cette expérience en remplaçant le liquide mouillant par une mousse. On cherche à savoir si la fibre entraîne dans son mouvement du liquide moussant et/ou des bulles, et en quelle quantité.

## B.2 Entraînement de mousse par une fibre

### B.2.1 Montage

Le montage expérimental est l'objet de la figure B.2 : un tube cylindrique est rempli de mousse à raser Gillette et fixé horizontalement. On utilise des fils de Nylon ou de métal, dont le diamètre est de l'ordre de la centaine de microns, entraînés par un moteur pas à pas dont la vitesse de rotation détermine la vitesse de tirage du fil (qui varie entre 0,008 et 2 m/s). Ces fibres sont observées optiquement, soit à la loupe binoculaire, soit à l'aide d'une caméra munie d'un objectif macro. La résolution de ces techniques ne nous permet pas de détecter la présence éventuelle d'un film de liquide moussant d'une épaisseur inférieure à 5  $\mu\text{m}$ .

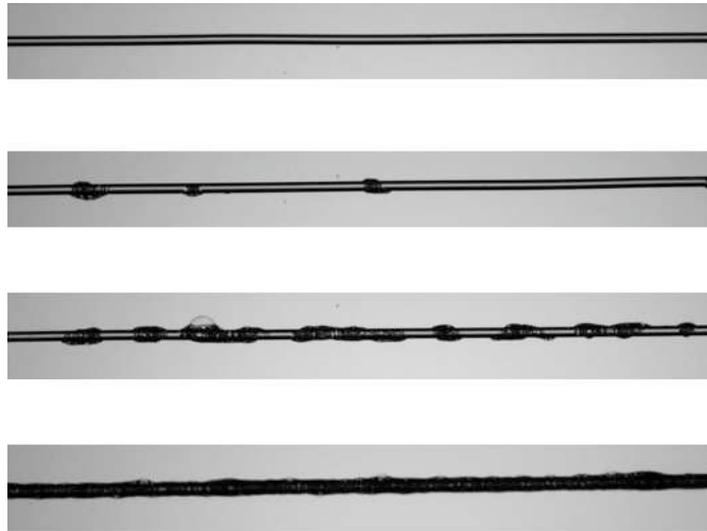


FIG. B.3 – Dépôt de mousse sur une fibre de Nylon de  $200 \mu\text{m}$  de diamètre, en fonction de la vitesse de la fibre. De haut en bas :  $V = 8 \text{ mm/s}$ ,  $V = 21 \text{ mm/s}$ ,  $V = 62 \text{ mm/s}$ ,  $V = 206 \text{ mm/s}$ .

## B.2.2 Entraînement discontinu

### Seuil d'entraînement par paquets

La figure B.3 montre les dépôts obtenus sur une même fibre lorsqu'on augmente la vitesse de tirage :

- A basse vitesse, la fibre n'entraîne pas de mousse.
- Au-delà d'un premier seuil  $V'$ , de l'ordre du centimètre par seconde, des paquets de mousse s'accrochent mais ne suffisent pas à former une gaine uniforme autour de la fibre.
- Lorsqu'on continue d'augmenter la vitesse, on arrive à une vitesse  $V''$  à partir de laquelle la fibre entraîne une gaine continue de mousse d'épaisseur mesurable : la fibre est à proprement parler enduite de mousse.

La figure B.4 représente la variation de  $V'$  avec le rayon  $b$  de la fibre. Pour les fibres d'un diamètre supérieur à  $100 \mu\text{m}$ , on observe une décroissance de la vitesse seuil en fonction du rayon. Les fibres les plus grosses sont donc les plus susceptibles d'entraîner du liquide.

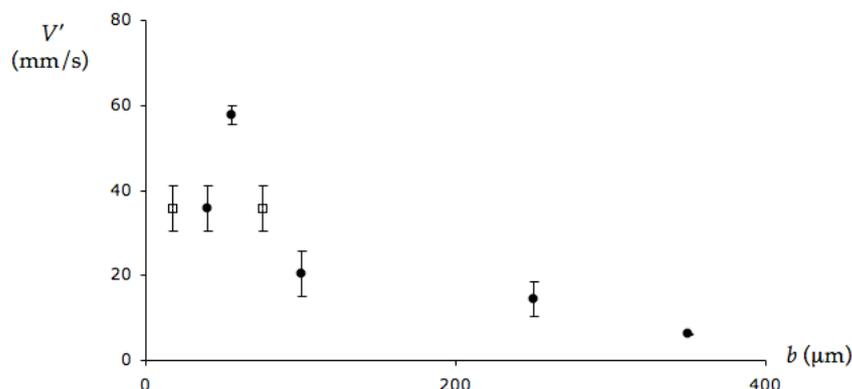


FIG. B.4 – Variation de la vitesse seuil d'entraînement discontinu  $V'$  avec le diamètre de la fibre, pour des fibres de Nylon ( $\bullet$ ) ou de nickel ( $\square$ ).

### Taille et longueur d'ondes des paquets

Les paquets observés dans la fenêtre de vitesses comprise entre  $V'$  et  $V''$  semblent avoir toujours une taille de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à quelques tailles de bulles, comme on le voit bien sur la première image de la série B.5. Ces photographies montrent que la dimension caractéristique de ces agrégats de bulles ne semble varier ni avec la vitesse de tirage  $V$ , ni avec le rayon  $b$  de la fibre.

En revanche la longueur d'onde à laquelle ils sont émis change en fonction de la vitesse de tirage : plus celle-ci est importante, plus les paquets sont rapprochés, comme on l'observe qualitativement sur les photographies de la figure B.3 et quantitativement sur le graphe de la figure B.6. On remarque de plus sur cette dernière courbe que les données obtenues avec deux fibres de rayons différents semblent se superposer : ainsi, cette longueur d'onde dépendrait seulement de la vitesse de tirage, mais pas du rayon de la fibre.

### Origine de la discontinuité

Ce régime de dépôt discontinu n'est pas dénué d'intérêt, notamment grâce à la possibilité de contrôler la longueur d'onde d'émission des paquets par le biais de la vitesse de tirage. Lorsqu'on approche du seuil d'entraînement continu, la distance entre deux grappes de bulles devient de l'ordre de la taille des paquets et du diamètre de la fibre. Si le liquide moussant contient une espèce chimique capable de s'adsorber sur le solide ou de le faire réagir, on peut texturer la fibre à l'échelle de la dizaine de micromètres, ce qui serait difficile avec une technique classique de lithographie,

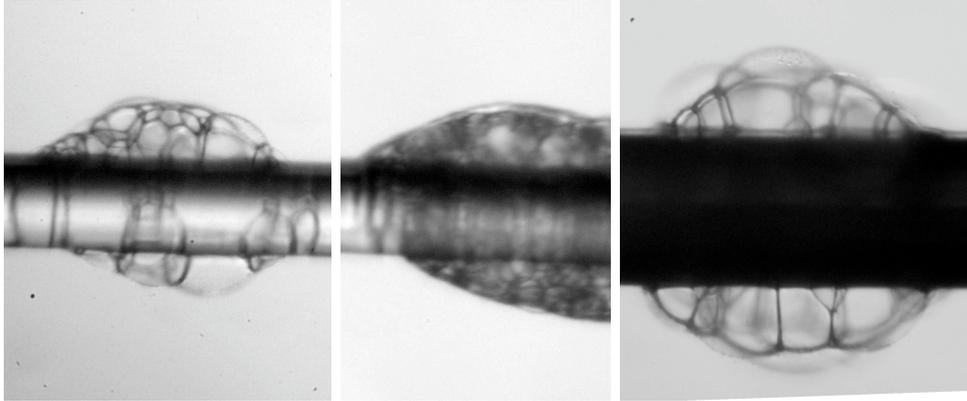


FIG. B.5 – Photographie des paquets émis lors de l’enduction d’une fibre de Nylon. De gauche à droite : ( $V = 40$  mm/s,  $b = 40$   $\mu\text{m}$ ), ( $V = 200$  mm/s,  $b = 40$   $\mu\text{m}$ ), ( $V = 100$  mm/s,  $b = 75$   $\mu\text{m}$ ).

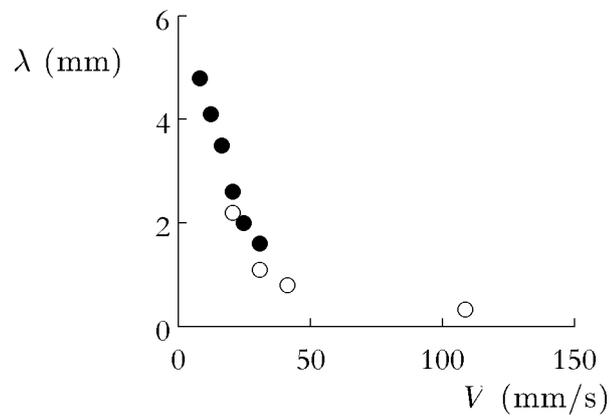


FIG. B.6 – Longueur d’onde d’émission des paquets, en fonction de la vitesse de tirage, pour une fibre de Nylon de diamètre 200  $\mu\text{m}$  ( $\circ$ ) ou 700  $\mu\text{m}$  ( $\bullet$ ).

utilisée généralement pour texturer des surfaces planes. L'entraînement par paquets pourrait donc s'inscrire dans le contexte de l'utilisation de liquides en microfabrication, qui permet d'élaborer des structures en trois dimensions [110]. Cependant, dans la plupart des procédés d'enduction, on souhaite recouvrir un solide d'un film liquide d'épaisseur uniforme. On cherche donc à savoir dans quelles conditions on peut obtenir un revêtement discontinu.

On pourrait imaginer que les gouttes régulièrement espacées que l'on observe résultent de la fragmentation d'un manchon liquide. En effet, une gaine liquide sur une fibre se déstabilise le plus souvent en gouttelettes, sous l'effet d'une instabilité de type Plateau-Rayleigh [111]. La fibre se retrouve alors garnie d'une chaîne de gouttelettes, de longueur d'onde :

$$\lambda \sim 2\pi\sqrt{2}b \left(1 + \frac{e}{b}\right)^2 \quad (\text{B.2})$$

Or la longueur d'onde des colliers de bulles produits dans notre expérience semble indépendante du rayon de la fibre. Un scénario à la Plateau semble bien improbable, compte tenu de l'absence de tension de surface pour la mousse. D'ailleurs, l'observation à la caméra rapide de la fibre à la sortie de l'échantillon de mousse montre que les paquets se forment dès la sortie du tube. La fibre n'est jamais recouverte d'un film qui se déstabiliserait ensuite, il faut donc trouver un mécanisme qui explique la formation des paquets dès la sortie du tube.

Lors de l'enduction d'une fibre par de l'eau pure, il arrive qu'on observe l'émission de gouttes [112]. Ce phénomène a été remarqué par de Ryck et se produit aux grandes vitesses de tirage, lorsque la force due à l'entraînement inertiel par la fibre excède la force capillaire. Le ménisque devient alors instable et libère une goutte. Dans notre cas, c'est aux petites vitesses de tirage qu'on observe l'émission de paquets, on ne peut donc l'expliquer par un argument inertiel.

Sachant que la mousse est un fluide complexe, on se demande si l'entraînement par paquets est lié aux caractéristiques non-newtoniennes de la mousse. Les expériences réalisées par de Ryck pour une solution de POE (polymère soluble dans l'eau) montrent qu'à vitesse de tirage donnée, l'épaisseur déposée croît avec la concentration en polymères [113]. Ce phénomène est interprété comme un signature de la présence de contraintes normales dans la solution polymère : lorsque celle-ci est cisailée par le tirage de la fibre, elle gonfle dans la direction normale, ce qui crée un film plus épais. La viscoélasticité a donc une influence sur l'épaisseur entraînée, mais cette épaisseur reste constante.

On pourrait également attribuer l'apparition de paquets au caractère hétérogène de

la mousse. D'autres expériences effectuées par de Ryck portent sur des émulsions [112] : on enduit une fibre avec une émulsion et on s'intéresse au régime de basses vitesses, dans lequel on attend une épaisseur plus faible que la taille des gouttes d'huile. On se demande alors quelle est l'épaisseur et la composition du film entraîné. L'huile est toujours entraînée, même à très basse vitesse, dans le cas où des forces de van der Waals attractives existent entre la fibre et la phase organique. On s'attend en revanche à n'entraîner que de l'eau dans le cas où ces interactions sont répulsives. Il semble donc que l'hétérogénéité de la mousse ne soit pas non plus la source des discontinuités observées.

On peut aussi se demander si l'entraînement par paquets est la conséquence d'une autre propriété rhéologique de la mousse : le seuil d'écoulement. Les simulations effectuées par Hurez et Tanguy pour un fluide de Bingham ne semblent pas indiquer de discontinuité dans l'enduction des fibres [114], mais les seuils d'écoulements utilisés dans leurs calculs sont faibles (de l'ordre de 5 Pa). Nous avons répété notre expérience avec deux autres fluides à seuil : du gel coiffant ( $\sigma_Y \simeq 60$  Pa) et du dentifrice ( $\sigma_Y \simeq 200$  Pa). Aucun de ces deux liquides n'a permis d'obtenir des paquets. Il semble donc que l'existence d'un seuil d'écoulement ne soit pas la source de ce phénomène.

Enfin, on pourrait également interpréter l'entraînement par paquets comme une manifestation de la nature solide de la mousse. En soufflant un jet d'air sur une mousse bidimensionnelle, Hilgenfeldt et al. ont montré que celle-ci peut se fracturer comme un solide [115]. On pourrait donc imaginer que, dans notre expérience, la fibre casse l'échantillon de mousse, y créant un tunnel dans lequel le reste du fil peut avancer sans toucher le fluide. Puis, en raison de l'élasticité de la mousse, ce tunnel pourrait se refermer, déposant alors un peu de liquide sur la fibre.

Finalement, c'est peut-être la combinaison entre plusieurs de ces effets qui est à l'origine des discontinuités du revêtement. Par exemple, une compétition entre élasticité et inertie en présence d'un seuil d'écoulement peut mener à un phénomène de type stick-slip, dont on sait qu'il existe dans les mousses à l'échelle des bulles qui se réarrangent [116], et qui peut produire des structures périodiques [117].

### B.2.3 Entraînement continu

#### Seuil d'entraînement continu

Nous avons vu qu'au-delà d'un seuil  $V''$  la fibre pouvait être entièrement recouverte de mousse. Commençons par délimiter ce régime d'entraînement continu en mesurant la valeur de  $V''$  et en étudiant ses variations en fonction du diamètre de la fibre. On

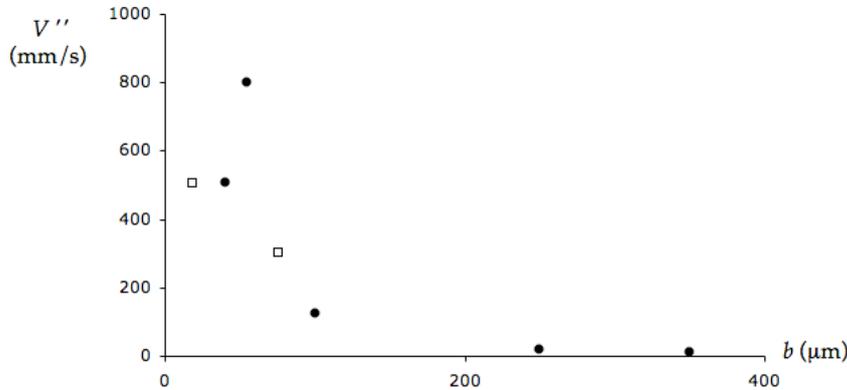


FIG. B.7 – Variation de la vitesse seuil d'enduction  $V''$  avec le diamètre de la fibre, pour des fibres de Nylon ( $\bullet$ ) ou de nickel ( $\square$ ).

montre sur la figure B.7 que, comme le seuil d'entraînement par paquets, le seuil d'entraînement continu décroît avec le rayon de la fibre. Nous n'avons pas observé de différence qualitative entre les fibres de Nylon et les fibres métalliques.

### Épaisseur entraînée

On cherche maintenant à caractériser le film de mousse obtenu. La question de l'épaisseur déposée se pose alors naturellement. On cherche à savoir si l'on retrouve avec une mousse un équivalent de la loi  $e \sim b Ca^{2/3}$  établie par Landau, Levich et Derjaguin.

Nous réalisons une série d'expérience en faisant varier la vitesse de tirage de  $V''$  à la limite de cohésion de la mousse (à très grande vitesse, la fibre creuse un trou dans l'échantillon, il y a alors rupture du contact liquide-solide). La figure B.8 représente, dans le régime d'entraînement, l'épaisseur  $e$  de la gaine de mousse entraînée.

On a vu que la taille des paquets était de quelques dizaines de microns ; on s'attend donc à ce que le film entraîné ait une épaisseur de cet ordre lorsque  $V$  est proche de  $V''$ . C'est effectivement ce qui se produit, puis l'épaisseur croît avec la vitesse de tirage jusqu'à atteindre des valeurs proches du diamètre de la fibre. La courbe  $e(V)$  ressemble alors à une loi de puissance, avec un exposant  $0,5 \pm 0,1$ . On remarque également que si l'on change le diamètre de la fibre, l'épaisseur varie dans les mêmes proportions.

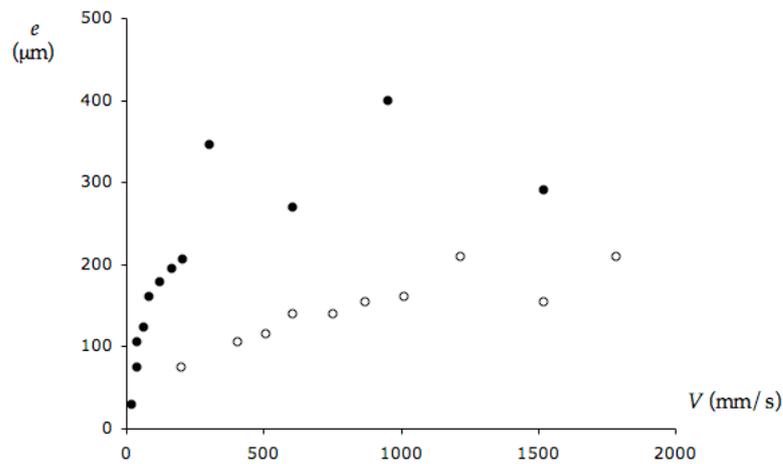


FIG. B.8 – Épaisseur de la gaine de mousse entraînée en fonction de la vitesse de tirage, pour des fils de Nylon de 700  $\mu\text{m}$  ( $\bullet$ ) et 200  $\mu\text{m}$  ( $\circ$ ) de diamètre.

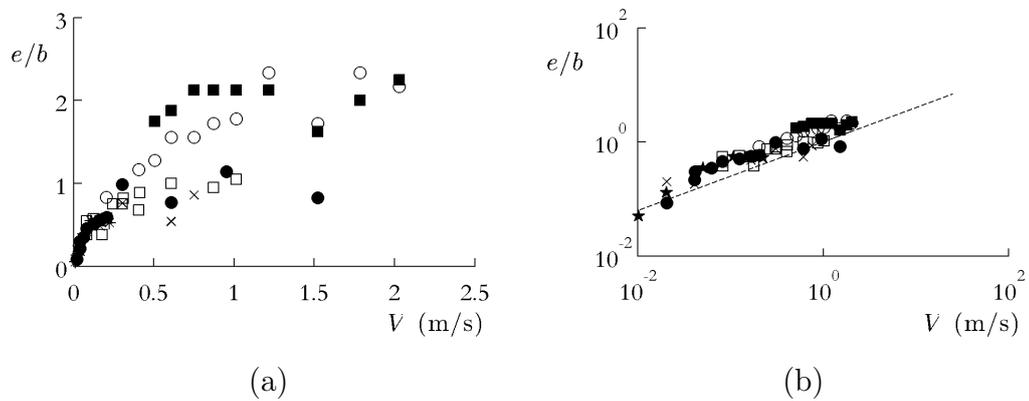


FIG. B.9 – (a) Épaisseur de la gaine de mousse entraînée en fonction de la vitesse de tirage, pour des fils de Nylon de 700  $\mu\text{m}$  ( $\bullet$ ), 500  $\mu\text{m}$  ( $\times$ ), 200  $\mu\text{m}$  ( $\circ$ ) et 80  $\mu\text{m}$  ( $\blacksquare$ ) de diamètre; un fil métallique de 200  $\mu\text{m}$  ( $\square$ ) de diamètre et une tige de plastique (PMMA) de 4 mm de diamètre ( $\star$ ). (b) Représentation en échelle logarithmique des mêmes données. La courbe en pointillés est une droite de pente 0,5.

On trace alors, en échelle logarithmique,  $e/b$  en fonction de  $V$  : la figure B.9 montre que toutes les données se superposent alors le long d'une droite de pente  $2/3$ . Les données représentées sur cette figure correspondent à des fils de Nylon de différents diamètres, mais aussi à un fil métallique et à une tige de plastique. Il semble donc que la nature chimique du matériau qui compose la fibre ne joue aucun rôle dans la détermination de l'épaisseur entraînée.

Il est tentant de voir dans cette loi d'échelle, valable sur deux ordres de grandeur, un analogue de la loi d'échelle proposée par Landau et Levich [108].

$$e \sim b Ca^{2/3} \quad (\text{B.3})$$

Il faut évidemment manipuler avec prudence les concepts de viscosité et de tension de surface pour la mousse. Nous avons montré dans le chapitre 1 qu'il était possible de définir une viscosité équivalente pour la mousse, mais cette approximation ne se justifie que dans un régime de taux de cisaillement élevé. Pour une expérience d'enduction, on ne connaît pas l'échelle des gradients de vitesse, il est donc possible qu'on se situe dans le domaine où  $\eta$  varie avec le taux de cisaillement. Quant à la tension de surface, elle n'est pas bien définie pour une mousse. Pour un liquide pur, la longueur capillaire détermine l'échelle au-dessous de laquelle une goutte prend une forme sphérique. Il n'en va pas de même pour une mousse : la forme d'un amas de mousse ne résulte pas d'un simple équilibre entre gravité et tension de surface, elle dépend de la structure même de l'amas. En effet, toute modification géométrique de l'amas suppose un réarrangement entre bulles, qui nécessite de franchir une barrière énergétique. Celle-ci est en général suffisamment haute pour que ni gravité ni tension de surface ne parviennent à modeler l'échantillon. La forme d'un tas de mousse ne permet pas de comparer ces deux effets.

Une meilleure connaissance des écoulements dans la mousse au voisinage de la fibre pourrait néanmoins nous permettre de savoir si le modèle visqueux est pertinent dans cette expérience. Nous nous livrons donc dans la section qui suit à des mesures de force, dans l'espoir de déterminer l'échelle spatiale de variation de la vitesse et de connaître le modèle rhéologique adapté à la description de l'expérience.

## B.3 Force exercée par la mousse sur la fibre

### B.3.1 Principe de la mesure

On mesure en pratique la force exercée par la fibre sur la mousse, en faisant une mesure de déplacement. Le montage expérimental est représenté sur la figure B.10 :

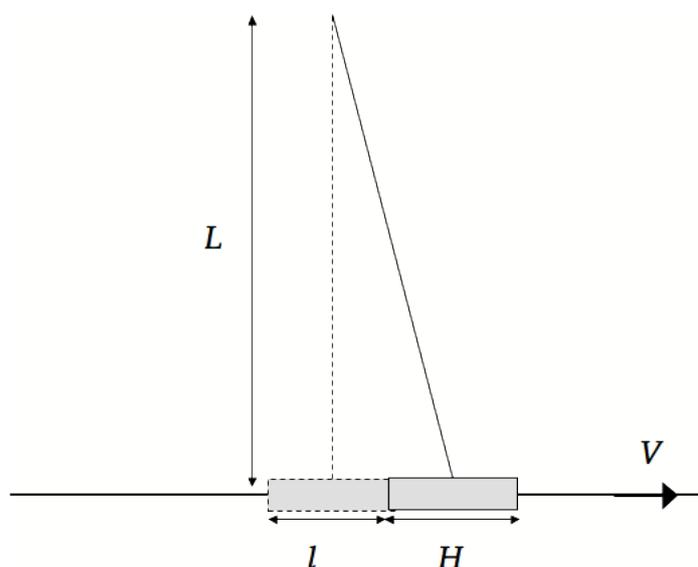


FIG. B.10 – Le tube de mousse, de longueur  $H$ , n'est plus fixé mais suspendu à un fil de longueur  $L$ . Lorsque la fibre qui le traverse avance à une vitesse  $V$ , le tube est déplacé d'une distance  $l$  par rapport à sa position initiale.

au lieu de fixer le tube qui contient la mousse, on le suspend à un fil de longueur  $L$ . Il est ainsi libre de se déplacer le long de l'axe de la fibre. Lorsque celle-ci avance, elle entraîne avec elle la mousse qui l'entoure, et le tube avance lui aussi. Il atteint une position d'équilibre à une distance  $l$  de sa position de repos, dans laquelle il est en régime stationnaire : la force de rappel due à la gravité compense exactement la force exercée par la mousse. Ainsi, on peut déduire cette dernière par une simple mesure de déplacement :

$$F \simeq M_{tot} g \frac{l}{L} \quad (\text{B.4})$$

où  $M_{tot}$  est la masse de l'ensemble (tube + mousse).

### B.3.2 Résultats

La figure B.11 représente les variations de la force mesurée  $F$  avec la vitesse de tirage  $V$ , pour des tubes de trois longueurs  $H$  différentes. On remarque que  $F$  croît linéairement avec  $H$ , ainsi qu'avec le rayon  $b$  de la fibre. Il semble donc que la contrainte exercée par la mousse sur le fil est uniforme. On cherche alors à comprendre comment cette contrainte  $\frac{F}{Hd}$  varie en fonction de la vitesse de tirage. La figure B.12 montre qu'il semble exister une loi d'échelle

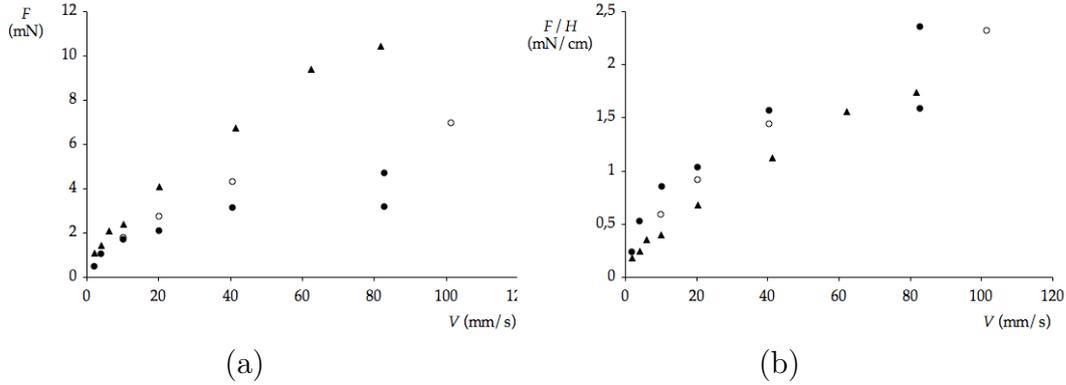


FIG. B.11 – (a) Force  $F$  exercée par la mousse sur un fil d'épaisseur  $200 \mu\text{m}$ , en fonction de la vitesse de tirage  $V$ . On réalise l'expérience avec des tubes de longueur  $H = 2$  cm (●),  $H = 3$  cm (○) et  $H = 6$  cm (▲). (b) Variation du rapport  $F/H$  en fonction de la vitesse  $V$  pour les mêmes expériences.

$$\frac{F}{Hd} \sim V^a \quad (\text{B.5})$$

avec  $a \simeq 0,6$ .

## B.4 Taille de la région élastique

On sait que la mousse réagit comme un solide élastique aux faibles déformations et qu'elle se réarrange de façon irréversible lorsqu'elle est soumise à un cisaillement important. Le taux de cisaillement n'est pas le même dans tout l'échantillon : on s'attend donc à ce qu'il y ait dans la mousse des domaines élastiques et des régions où se localisent les réarrangements. Notre objectif ici est d'essayer de comprendre l'agencement de ces domaines et leurs tailles respectives.

On réalise une mesure de force dans le même esprit que l'expérience précédente, mais en se plaçant cette fois à la surface de la mousse, et en régime quasi-statique. On approche de cette surface un disque de diamètre  $D$  relié à une tige. Le disque colle à la mousse grâce aux forces de capillarité : en tirant sur la tige, on peut alors entraîner le tube de mousse. On tire donc très lentement sur cette tige jusqu'à ce que la mousse rompe. On vérifie bien que le disque est couvert de mousse après la rupture, ce qui signifie que celle-ci a bien lieu au sein de la mousse et pas du contact avec le disque.

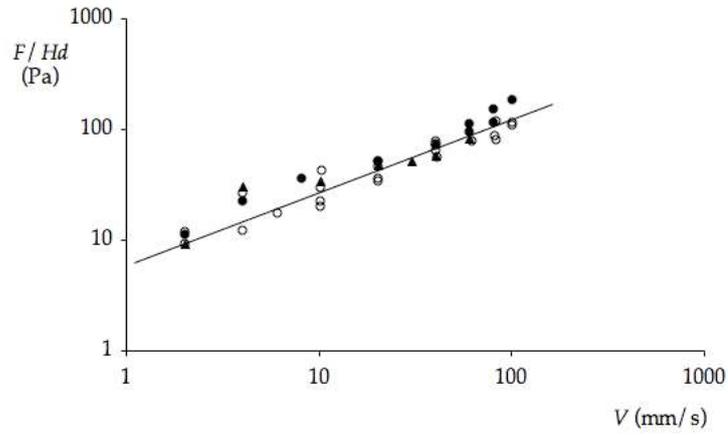


FIG. B.12 – Évolution de la contrainte mesurée  $\sigma = \frac{F}{Hd}$ , en fonction de la vitesse de tirage, pour des fils de rayon  $b = 40 \mu\text{m}$  ( $\bullet$ ),  $b = 200 \mu\text{m}$  ( $\circ$ ) et  $b = 500 \mu\text{m}$  ( $\blacktriangle$ ). La droite en trait plein représente le meilleur ajustement en loi d'échelle,  $\sigma \sim V^a$ , avec  $a = 0,6$ .

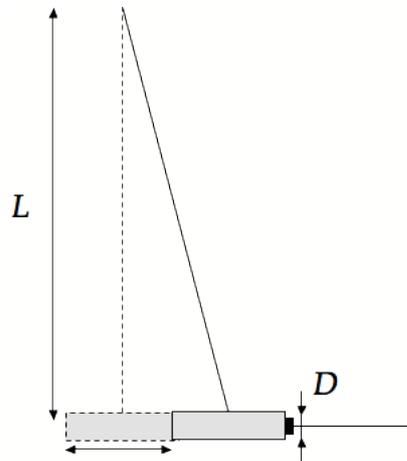


FIG. B.13 – Le tube rempli de mousse est suspendu à un fil de longueur  $L$ . On approche de la surface de mousse un disque de diamètre  $D$  sur lequel on tire ensuite jusqu'à ce que la mousse rompe, le tube ayant parcouru une distance  $l$ .

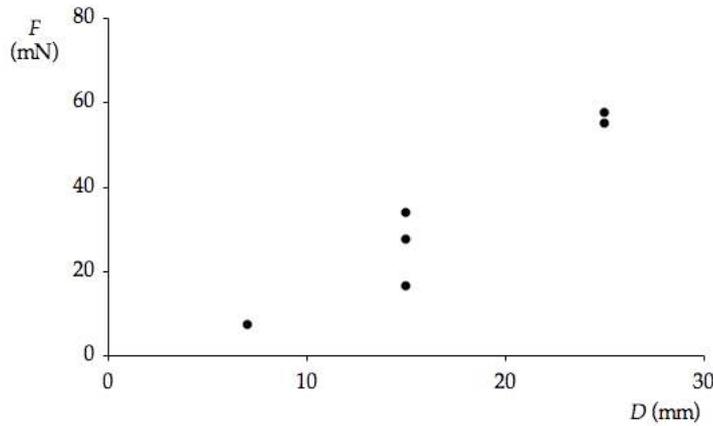


FIG. B.14 – Variation de la force  $F$  mesurée en fonction du diamètre  $D$  du disque utilisé.

La figure B.14 représente la force  $F$  mesurée pour des expériences impliquant toujours le même tube et des disques de diamètres  $D$  différents. La force exercée par la mousse sur le disque est  $\pi \frac{D^2}{4} \sigma$ . On s'attend à ce que la rupture se produise au moment où la contrainte  $\sigma$  atteint le seuil d'écoulement  $\sigma_Y$ , et donc à mesurer :

$$F = \pi \frac{D^2}{4} \sigma_Y \quad (\text{B.6})$$

La figure B.15 présente les valeurs obtenues pour  $F$ , en fonction de  $\pi \frac{D^2}{4} \sigma_Y$ . Conformément à la prédiction (B.6), on observe une droite de pente 1.

Les résultats obtenus dans ces deux expériences, l'une dynamique et l'autre quasi-statique, montrent qu'au-dessous d'une contrainte seuil  $\sigma_Y$  la mousse ne s'écoule pas, et qu'une fois ce seuil d'écoulement dépassé la contrainte dépend de la vitesse selon une loi de type :

$$\sigma \sim \sigma_Y + CV^a \quad (\text{B.7})$$

avec  $2/3 < a < 1$ . On reconnaît une loi de type Herschel-Bulkley, classiquement utilisée en rhéologie des mousses.

## B.5 Conclusion

Nous avons réalisé une expérience d'ensimage avec de la mousse et montré qu'il existe un régime dans lequel la fibre entraîne un manchon liquide dont l'épaisseur

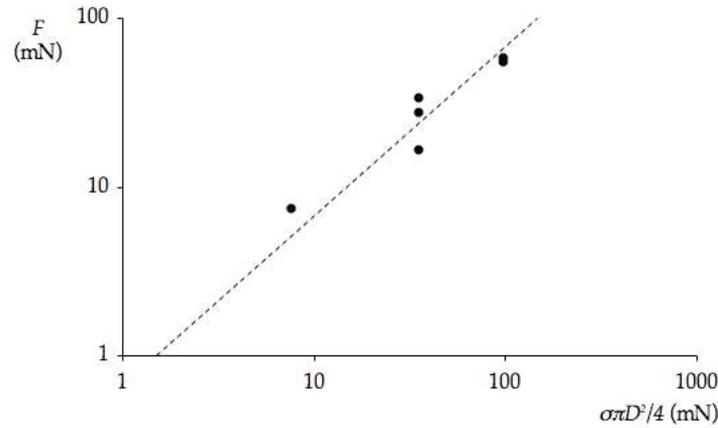


FIG. B.15 – Variation de la force  $F$  mesurée en fonction de la quantité  $\frac{1}{4}\pi D^2\sigma_Y$ . La pente de la droite en pointillés est 1.

est donnée par une loi de type Landau-Levich.

Aux faibles vitesses, nous avons mis en évidence un phénomène original d'entraînement discontinu dont le mécanisme demeure incompris. Nous avons mesuré les limites  $V'$  et  $V''$  de ce régime, qui semblent varier de façon inversement proportionnelle avec le rayon de la fibre.

Pour comprendre ce phénomène, il semble nécessaire de tenir compte de toutes les spécificités de la mousse : viscosité, élasticité et seuil d'écoulement. Nous avons montré qu'aucune d'elles, seule, ne suffit à provoquer l'apparition de paquets. Pour savoir quel modèle rhéologique utiliser, nous avons effectué des mesures, statiques et dynamiques, de la force exercée par la mousse sur la fibre. Celles-ci montrent que le comportement de la mousse dans cette expérience est bien décrit par une loi de type Herschel-Bulkley.



---

## Bulles rebondissantes

---

### C.1 Rebond d'une bulle sur un bain liquide

#### C.1.1 Impact d'une bulle sur une surface

Nous avons vu que l'enveloppe liquide des bulles de savon est sujette à l'évaporation. La durée de vie d'une bulle est donc limitée par le temps mis par le liquide qui la compose à s'évaporer. Cependant, il est relativement rare qu'une bulle en suspension dans l'air éclate pour cette raison. Très souvent, c'est en rencontrant un solide que la bulle disparaît. Au contact d'une pointe, par exemple, les bulles de savon éclatent, mais elles peuvent résister à un impact à faible vitesse sur une surface plane, liquide ou solide comme le feutre du chapeau représenté sur la figure C.1.

Lorsqu'une bulle rentre en contact avec une surface lisse et sèche, quelle que soit sa nature (verre, métal, marbre ou polymère), elle éclate. Ce n'est plus le cas si la surface est couverte d'une flaque d'eau ou d'eau savonneuse. On a alors le sentiment que le rebond est rendu possible par la présence d'une interface molle, comme une surface liquide ou la surface du chapeau, couverte de filaments de laine déformables. Pour mieux comprendre ce phénomène, on étudie l'impact d'une bulle sur une surface liquide. Pour s'affranchir des effets de profondeur finie, on préfère utiliser un bain d'eau qu'une surface mouillée.

Lors d'un impact sur un bain d'eau, les bulles n'éclatent jamais. Elles peuvent soit rebondir à la surface du bain, comme le montre la figure C.2, si elles arrivent douce-



FIG. C.1 – *Les bulles de savon*, dessin de Jean-Jacques de Boissieu, 1799. Le personnage de droite joue à faire rebondir une bulle de savon sur le feutre de son chapeau.

ment à la surface du bain, soit, si leur vitesse d'impact est plus élevée, coalescer avec le liquide et former une bulle hémisphérique à sa surface. Les petites bulles (d'un diamètre d'environ 1 cm) coalescent dans la plupart des cas (environ 60%), tandis que les plus grosses (10 à 15 cm de diamètre) rebondissent presque toujours (dans 90 % des cas).

Nous nous sommes intéressés au régime dans lequel la bulle rebondit sur le liquide. La solution utilisée pour fabriquer les bulles est un mélange d'eau et de liquide vaisselle de marque Paic (la valeur de la tension de surface, mesurée par la méthode de la goutte pendante, est de 25 mN/m) et les bulles sont formées en soufflant dans un anneau préalablement trempé dans la solution. Les impacts sont filmés à l'aide d'une caméra rapide (Phantom V9).

### C.1.2 Déformation des bulles

Le rebond se déroule en plusieurs étapes : pendant la phase d'approche, la bulle est bien ronde. Elle rentre ensuite en "contact" avec le liquide (nous verrons par la suite qu'il existe en fait un mince film d'air qui l'isole du bain, de la même façon que les fibres du feutre piègent une couche d'air entre la bulle et le chapeau de la figure C.1). Durant cette phase, la bulle s'aplatit jusqu'à adopter une forme de galette plus ou moins mince, selon la violence de l'impact (voir figure C.3). Une fois qu'elle a atteint sa déformation maximale, elle se détend comme un ressort que l'on a comprimé et redécalle. Nous mesurons sur les vidéos la déformation  $\delta$ , définie comme la différence entre le diamètre initial de la bulle et l'épaisseur de la crêpe au moment où elle est

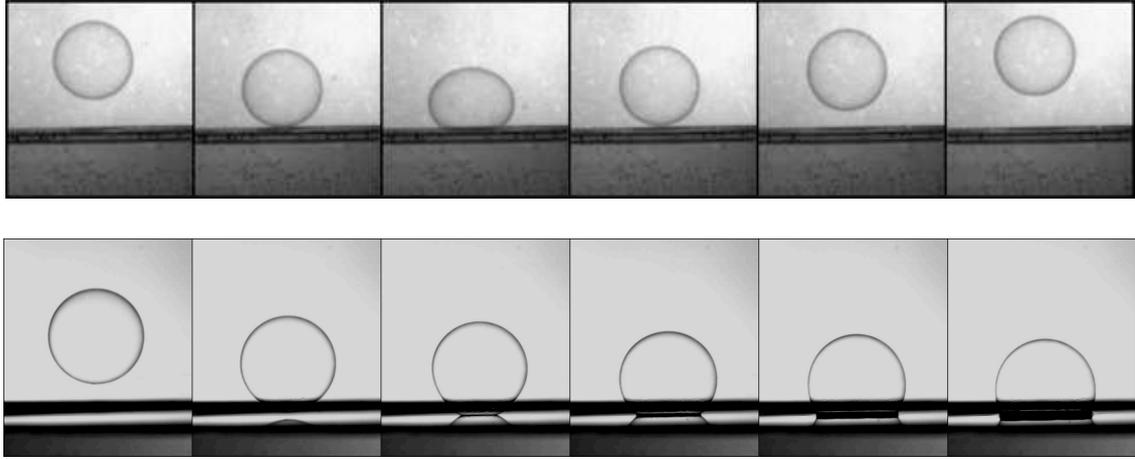


FIG. C.2 – En haut : série d'images d'une bulle de rayon  $R = 1,1$  cm arrivant sur un bain d'eau à la vitesse  $V = 65$  cm/s et rebondissant à sa surface. En bas : série d'images d'une bulle de rayon  $R = 0,7$  cm arrivant sur le bain d'eau à  $V = 25$  cm/s pour coalescer avec la surface. L'intervalle entre deux clichés consécutifs est de 14 ms.

la plus déformée.

L'accroissement de surface  $\Delta A$  d'une sphère transformée en ellipsoïde s'écrit  $\Delta A = \frac{8\pi}{5} \delta^2$ . L'énergie nécessaire pour déformer la bulle, c'est-à-dire les deux interfaces ellipsoïdales qui la composent, est donc

$$E_{surf} = \gamma \Delta A = \frac{16\pi}{5} \gamma \delta^2 \quad (C.1)$$

Si on considère que cette énergie est égale à l'énergie cinétique de la bulle avant

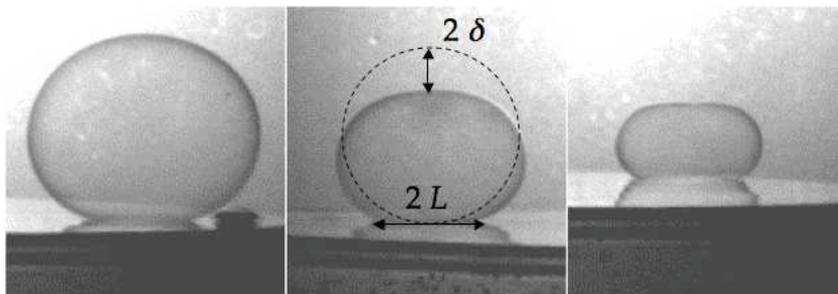


FIG. C.3 – Déformation maximale des bulles. On note  $\delta$  l'écrasement de la bulle au moment où elle atteint la déformation maximale et  $L$  le rayon de la zone de "contact". A gauche :  $V = 43$  cm/s,  $R = 1,1$  cm ; au milieu  $V = 86$  cm/s et  $R = 0,8$  mm ; à droite  $V = 120$  cm/s et  $R = 0,6$  mm.

impact, on obtient le bilan énergétique suivant :

$$\frac{8\pi}{5} \gamma \delta^2 = 1/2 M V^2 \quad (\text{C.2})$$

La masse d'une bulle se décompose en deux termes : la masse de l'enveloppe liquide et la masse de l'air que celle-ci englobe :

$$M = 4 \pi R^2 e \rho_l + \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_{air} \quad (\text{C.3})$$

Les deux termes sont égaux lorsque  $R = R_c = 3 e \rho_l / \rho_{air}$ . Si l'épaisseur de la couche de liquide est de 3  $\mu\text{m}$ , alors  $R_c$  vaut 9 mm. Pour  $R < R_c$ , le rapport surface/volume est important et c'est la masse du liquide qui domine. La plupart des bulles utilisées dans notre expérience sont plus grandes que cette taille critique. Ainsi, l'air qu'elles renferment pèse plus que le liquide qui les compose. Nous pouvons alors écrire, d'après C.2 :

$$\frac{16\pi}{5} \gamma \delta^2 \simeq \frac{2\pi}{3} \rho_{air} R^3 V^2 \quad (\text{C.4})$$

On peut ainsi exprimer  $\delta$  en fonction du nombre de Weber  $We$ , qui compare l'inertie de l'air contenu dans la bulle aux forces capillaires :

$$We = \frac{\rho_{air} V^2 R}{\gamma} \quad (\text{C.5})$$

$$\delta = \sqrt{5/24} R \sqrt{We} \quad (\text{C.6})$$

Le nombre de Weber est compris entre 0,1 et 1 dans nos expériences : pour une bulle de rayon 2 cm arrivant à la surface de l'eau à 50 cm/s,  $We$  vaut 0,22. Les déformations prévues par ce modèle sont proportionnelles à la taille de la bulle considérée, avec un préfacteur  $\sqrt{5/24} \sqrt{We} \simeq 20 \%$ . Les bulles étudiées étant de taille centimétrique, on attend donc des déformations de l'ordre de quelques millimètres, voire du centimètre pour les bulles les plus grosses, ce qui est effectivement observé expérimentalement.

On s'attend également à ce que  $\delta$  varie linéairement avec la vitesse d'impact, comme pour un rebond banal. En effet, la conversion d'énergie cinétique en énergie élastique pour un système masse-ressort s'écrit :

$$1/2 M V^2 = 1/2 k x^2 \quad (\text{C.7})$$

Si la masse, initialement à l'équilibre, est mise en mouvement à une vitesse  $V$ , elle s'éloignera de sa position d'équilibre jusqu'à atteindre la distance  $x = V \sqrt{M/k}$ .

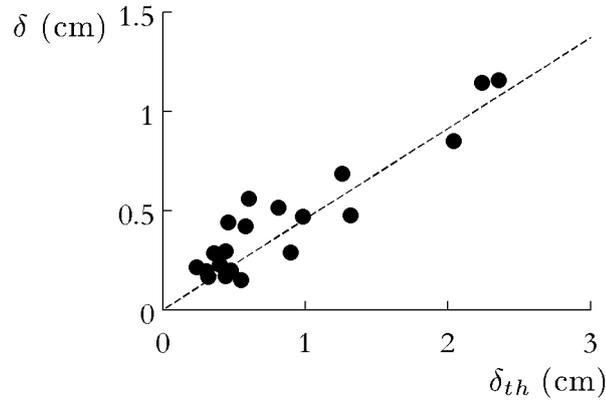


FIG. C.4 – Déformation  $\delta$  des bulles, représentée en fonction de la grandeur  $\delta_{th} = R We^{1/2}$ . La courbe en pointillés correspond à l'équation (C.6).

Toute l'énergie cinétique incidente est alors stockée par le ressort comprimé ou allongé. On retrouve donc, dans le simple cas d'un système masse-ressort, une déformation dépendant linéairement de la vitesse, comme le prédit l'équation (C.6).

La figure C.4 représente  $\delta$  en fonction de  $\delta_{th} = R \sqrt{We}$ . On y remarque tout d'abord que les points expérimentaux s'alignent sur une droite, ce qui signifie que la dépendance en  $\sqrt{We}$  est bien vérifiée. De plus, la pente de cette droite est celle prédite par l'équation (C.6) :  $\sqrt{5/24} \simeq 0,5$ . On a donc un accord quantitatif entre modèle et expérience, particulièrement sur la partie de la courbe correspondant aux grands  $\delta_{th}$ . Pour les plus petites valeurs de  $\delta_{th}$ , les mesures sont plus dispersées. Ces valeurs de  $\delta_{th}$  correspondent aux petites bulles, dont le rayon est inférieur à  $R_c = 9$  mm, et pour lesquelles il faudrait prendre en compte la masse du liquide qui les compose :  $M > \frac{4\pi}{3} \rho_{air} R^3$ , d'où une déformation  $\delta = \sqrt{\frac{5}{32\pi} \frac{MV^2}{\gamma}} > \sqrt{5/24} R \sqrt{We}$ . L'équation (C.6) sous-estime donc la déformation des petites bulles, c'est pourquoi les points pour les petites bulles se retrouvent sur la figure C.4 au-dessus de la droite en pointillés.

Le bon accord entre prédictions et mesures expérimentales de la déformation valide le bilan énergétique selon lequel toute l'énergie cinétique de la bulle au moment de l'impact est stockée sous forme d'énergie de surface. En est-il de même lorsque le "ressort" formé par la bulle se détend ? Pour le savoir, nous mesurons le coefficient de restitution  $r$  de la bulle, c'est-à-dire le rapport entre vitesse de décollage  $V'$  et vitesse d'impact  $V$ . Dans nos expériences,  $r$  varie avec une large amplitude autour

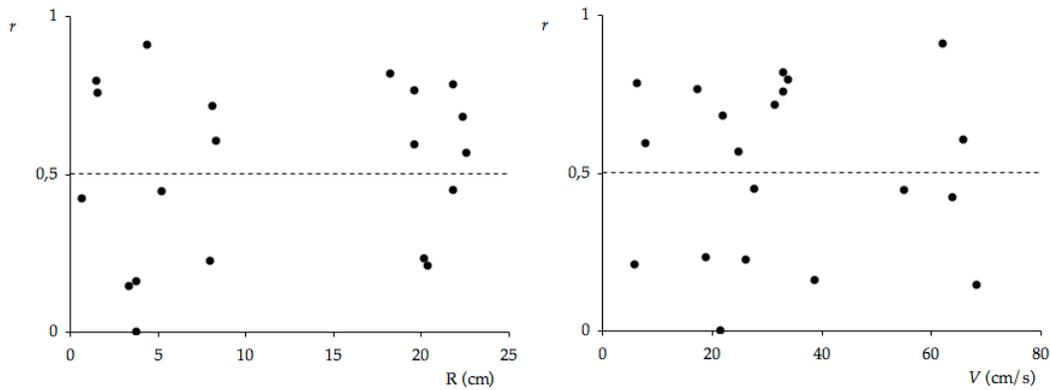


FIG. C.5 – Coefficient de restitution  $r = V'/V$  du rebond d'une bulle de savon sur un bain d'eau, en fonction de son rayon  $R$  (à gauche) et de sa vitesse d'impact  $V$  (à droite).

d'une valeur moyenne de 0,5, comme le montre la figure C.5. Ceci signifie que seule une faible part de l'énergie (environ un quart) contribue au rebond.

Le raisonnement présenté ci-dessus fait intervenir la bulle d'une part et le film d'air sous-jacent de l'autre. Il y manque un autre acteur : le liquide du bain. Nous avons vu que le rebond n'est pas possible sur une surface solide, lisse et sèche. Comme une goutte en lévitation un bain vibrant, la bulle qui rebondit est protégée de la coalescence par une déformation de la surface liquide. Les écoulements qui résultent de cette déformation sont responsables d'une partie de la dissipation.

### C.1.3 Temps de contact

Le temps de contact  $\tau$  est défini comme la durée qui sépare le moment auquel le bas de la bulle arrive sur la surface de celui où la bulle décolle du bain.

Nous pouvons poursuivre ici l'analogie élastique pour tenter de prédire la valeur et les variations du temps de contact. Le temps caractéristique du rebond,  $\tau$ , correspond à une période d'oscillation du système masse-ressort représentant la bulle, de raideur égale à  $2\gamma$  :

$$\tau = \sqrt{M/k} = \sqrt{M/2\gamma} \quad (\text{C.8})$$

On a vu que pour  $R > R_c$ , on peut négliger la masse du film liquide qui compose la bulle. La masse de la bulle s'écrit dans ce cas  $M \simeq 4/3\pi R^3 \rho_{air}$  ; le temps de contact est alors :

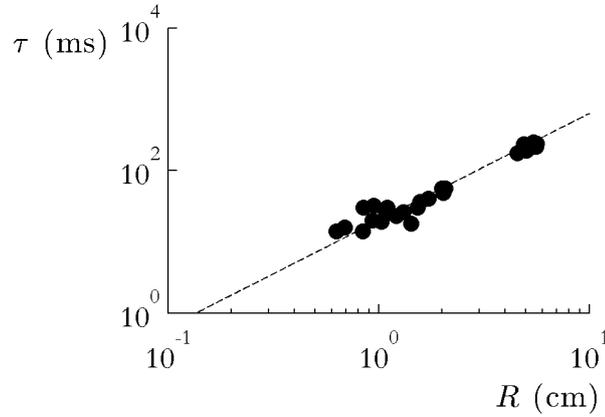


FIG. C.6 – Temps de contact d’une bulle à la surface du bain, en fonction de la taille de la bulle. La ligne en pointillés est une droite de pente  $3/2$ .

$$\tau \simeq \sqrt{\frac{2\pi \rho_{air} R^3}{3 \gamma}} \quad (\text{C.9})$$

L’expression obtenue est indépendante de la vitesse, comme pour les rebonds de gouttes [118]. La densité de l’air et la tension de surface du liquide savonneux étant constantes dans nos expériences, le temps de contact prédit par (C.9) ne dépend en fait que du rayon et passe de 10 ms pour une bulle d’un centimètre à plus de 300 ms pour une bulle de 10 cm de rayon.

La figure C.6 représente  $\tau$  en fonction du rayon  $R$  des bulles qui rebondissent. La fréquence d’acquisition des vidéos est de 1000 images par secondes, ce qui mène à une erreur sur le temps de contact de 1 ms, tandis que l’erreur sur le rayon des bulles est inférieure au millimètre.  $\tau$  varie, dans nos expériences, entre 10 et 250 ms. Par exemple, pour la bulle rebondissante représentée sur la figure C.2,  $\tau$  correspond au temps écoulé entre la seconde et la quatrième photographie et vaut 28 ms. Le temps caractéristique des rebonds de bulles est donc nettement supérieur à celui des gouttes, qui est lui de l’ordre de 1 ms.

On remarque sur la figure C.6 que le temps de contact suit la loi de puissance en  $R^{3/2}$  suggérée par la formule (C.9) et observée également pour les gouttes rebondissant sur une plaque très chaude [119] ou sur une plaque superhydrophobe [83].

Sur la figure C.7 on trace  $\tau/\sqrt{\rho R^3/\gamma}$  en fonction de la vitesse d’impact. On vérifie

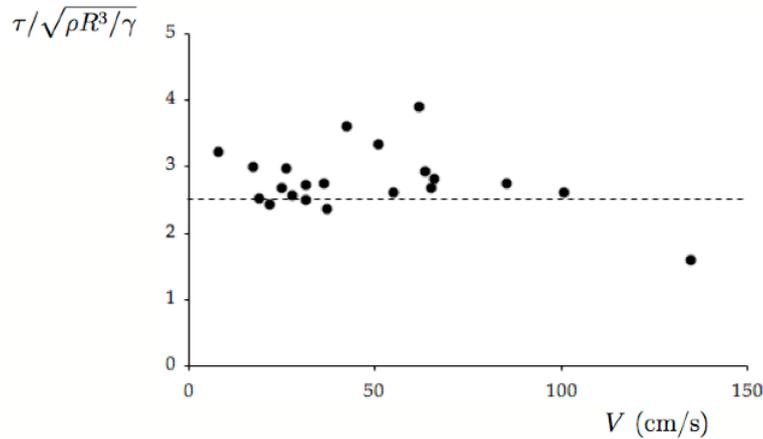


FIG. C.7 – Variations de la quantité  $\tau/\sqrt{\rho R^3/\gamma}$  en fonction de la vitesse d'impact  $V$ . La ligne en pointillés représente la valeur 2,6 correspondant aux rebonds de goutte.

ainsi que le temps de contact est indépendant de la vitesse. Cette courbe nous permet aussi d'évaluer le préfacteur, qui dans l'équation (C.9), qui vaut  $\sqrt{2\pi/3} \simeq 1,4$ . Pour des impacts de gouttes, le modèle de Okumura et al. prédit une valeur de 2,3 [120], tandis que Richard et al. ont mesuré un coefficient de 2,6 [118]. Pour les rebonds de bulles, nous trouvons une valeur de  $3,0 \pm 0,8$  en tenant compte de toutes les mesures (y compris les plus petites bulles, pour lesquelles la masse de l'eau, négligée dans (C.9), est comparable à la masse totale), et  $2,7 \pm 0,3$  si on ne conserve que les points correspondant aux bulles de rayon supérieur à  $R_c$ . Malgré une différence de plus d'un ordre de grandeur sur les tailles et les temps caractéristiques considérés, et une répartition de masse très différente, on trouve des résultats très proches de ceux observés pour des gouttes, ce qui valide bien le modèle de ressort capillaire utilisé ici.

## C.2 Coalescence bain - bulle

Nous avons jusqu'à maintenant montré que la tension de surface conférait aux bulles, comme aux gouttes, l'élasticité nécessaire pour rebondir sur un bain de liquide. Mais l'étude des seuls rebonds ne peut pas nous permettre de comprendre pourquoi certaines bulles rebondissent quand d'autres fusionnent avec le bain. On a vu que lorsqu'on augmente la vitesse d'impact des bulles, il arrive qu'un contact se crée entre le bas de la bulle et le bain, initiant ainsi la coalescence entre les deux phases. Durant ce processus, illustré par la figure C.8, la bulle se déforme et finit par ressembler à une demi-sphère flottant à la surface du bain. Cet objet est encore métastable : le film qui compose la coupole liquide s'amincit et la bulle finit par crever [121]. Tout

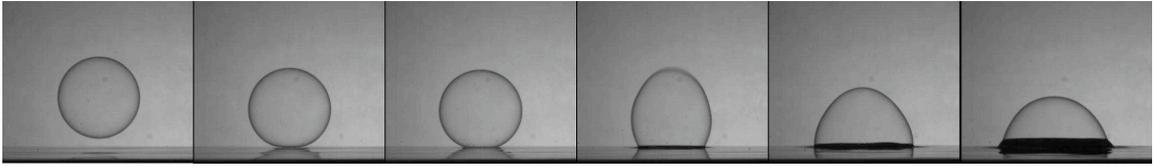


FIG. C.8 – Série d’images d’une bulle de rayon 1,6 cm arrivant sur un bain d’eau à la vitesse de 38 cm/s et fusionnant avec la surface. L’intervalle entre deux clichés consécutifs est de 12 ms.

le liquide se retrouve alors dans le bain.

Après un aperçu des différents systèmes où l’on observe des phénomènes de non-coalescence, nous étudierons le comportement des bulles à l’impact dans le régime de coalescence afin d’essayer de proposer un critère de rebond.

### C.2.1 Autres exemples de non-coalescence

L’expérience présentée ci-dessus s’inscrit dans le cadre plus général de la non-coalescence entre deux liquides miscibles. Ce phénomène peut être observé par exemple dans une tasse de café : on remarque parfois qu’une goutte de café arrivant à la surface met quelques instants à se fondre dans cette dernière. On parle alors de retard à la coalescence.

Ce problème est soulevé en 1978 par Walker à propos de gouttes d’eau savonneuse rebondissant sur un bain du même liquide [122]. Les interfaces eau-air sont occupées par des surfactants dont la présence peut retarder la coalescence [123].

Cette explication ne permet pas de rendre compte de la cascade de coalescence décrite par Thoroddsen et Takehara [124]. Leur expérience a en effet lieu dans un liquide pur : ils remarquent qu’une goutte de liquide lancée sur un bain du même liquide ne fusionne pas immédiatement avec lui. Une partie de la goutte le fait, tandis que l’autre rebondit. Cette goutte-fille, une fois revenue à la surface, se scinde elle aussi en deux. On observe jusqu’à 7 fragmentations successives.

Blanchette et Bigioni proposent un scénario dans lequel la rupture de film d’air crée des ondes qui se propagent à la surface de la goutte et interfèrent avec son mouvement [125]. Ainsi des ondes se propageant à la surface d’un liquide peuvent affecter la coalescence. Celle-ci peut même être supprimée lorsqu’on s’intéresse pour des gouttes d’huile à la surface d’un bain d’huile vibrant [126].

La non-coalescence est toujours liée à la présence d'un film de gaz entre les deux phases liquides. Ce film peut parfois être alimenté par les gouttes elles-mêmes : ainsi, deux gouttes d'azote liquide se vaporisent à température ambiante et se repoussent par conséquent [127].

### C.2.2 Proposition d'un critère de coalescence

On s'intéresse maintenant au comportement des bulles au-delà du seuil de rebond. On cherche à comprendre ce qui entraîne la disparition du film d'air dans le cas des bulles qui coalescent.

Considérons que l'air est évacué progressivement pendant la phase d'approche de la bulle. Nous comparons le temps caractéristique de drainage du film sous la bulle  $\tau^*$  au temps de contact  $\tau$  évalué plus haut. S'il faut plus de temps à la bulle pour chasser l'air qui la sépare de la surface que pour se contracter puis se détendre, alors elle rebondit, tandis qu'elle se collera à la surface si elle entre en contact avec elle avant d'avoir fini son oscillation.

Si on appelle  $L$  la largeur du "contact" entre la surface et la bulle au moment où celle-ci atteint sa déformation maximale (définie sur la figure C.3), et  $v$  la vitesse caractéristique de l'écoulement dans le film d'air, le temps de drainage s'écrit simplement  $\tau^* = L/v$

On peut déduire la largeur du contact  $L$  de la déformation  $\delta$  par une simple relation géométrique :

$$L \sim \sqrt{R\delta} \quad (\text{C.10})$$

Cette relation est bien vérifiée expérimentalement, comme le montre la figure C.9.

Pour obtenir un ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement dans le film, on écrit un équilibre entre gradient de pression et force visqueuse. Commençons par estimer l'épaisseur du film d'air. On s'attend à ce que la bulle se déforme lorsqu'elle commence à sentir la résistance visqueuse que lui oppose le film d'air. Dans ce cas, elle devrait s'arrêter à une distance  $\epsilon$  de la surface telle que le nombre de Reynolds construit sur cette distance soit d'ordre 1 :

$$\epsilon = \frac{\eta}{\rho V} \quad (\text{C.11})$$

Pour des vitesses de l'ordre de 10 cm/s, on trouve  $\epsilon \simeq 100 \mu\text{m}$ . On peut observer à la caméra rapide le rebond avec un fort grossissement pour avoir accès à  $\epsilon$ . L'épaisseur

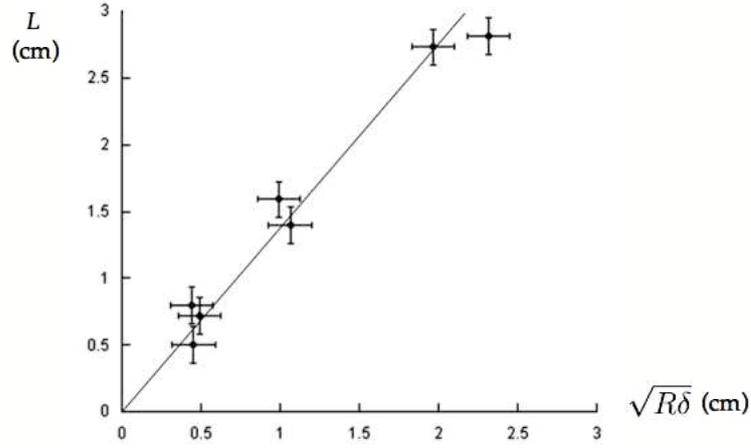


FIG. C.9 – Vérification de la loi de Hertz pour la variation de la largeur du contact  $L$  en fonction de la taille de la bulle  $R$ .

du film d'air mesurée expérimentalement est bien de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$  (figure C.10).

Une fois que la bulle commence à se déformer, il existe une région plane au centre de la zone de contact. A cet endroit, la surpression dans le film est égale à la surpression dans la bulle :

$$\Delta P \sim \gamma/R \quad (\text{C.12})$$

Ainsi le gradient radial de pression s'écrit, en combinant (C.12) et (C.10) :

$$\frac{\Delta P}{L} \sim \frac{\gamma}{RL} \sim \frac{\gamma}{R^2 We^{1/4}} \quad (\text{C.13})$$

Comme  $\epsilon$  est beaucoup plus petit que  $L$ , la force visqueuse s'écrit par unité de volume  $\eta v/\epsilon^2$ . De son équilibre avec (C.13) on déduit la valeur de  $v$  :

$$v \sim \frac{\eta\gamma}{\rho^2 R^2 V^2 We^{1/4}} \quad (\text{C.14})$$

Pour une bulle de 2 cm de rayon arrivant à 50 cm/s sur le bain, on trouve  $v = 5 \text{ mm/s}$ , soit une vitesse cent fois inférieure à la vitesse d'impact  $V$ . Le temps caractéristique de drainage s'écrit finalement :

$$\tau^* \sim \frac{L}{v} \sim \frac{\rho R^2}{\eta} We^{3/2} \quad (\text{C.15})$$

Pour  $R = 2 \text{ cm}$  et  $V = 50 \text{ cm/s}$ , on trouve  $\tau^* \simeq 180 \text{ ms}$ , quand  $\tau$  pour la même bulle vaut environ  $50 \text{ ms}$ , ce qui signifie qu'elle achève son oscillation avant que le film sur

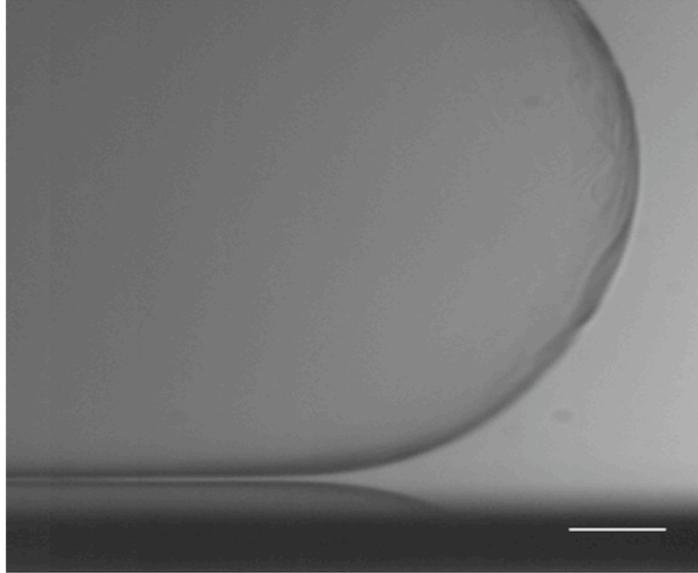


FIG. C.10 – Observation du film d’air sous la bulle : on éclaire par derrière et le film d’air est rendu visible par les rayons lumineux qui passent sous la bulle. Le rayon de la bulle est 1,6 cm, sa vitesse d’impact 70 cm/s. La barre blanche représente 1 mm.

laquelle elle repose soit chassé. Expérimentalement, on observe effectivement qu’une telle bulle rebondit.

On peut alors enfin la condition de rebond :  $\tau < \tau^*$  en fonction du nombre capillaire  $Ca = \frac{\eta V}{\gamma}$  :

$$R > \epsilon Ca^{1/2} \quad (\text{C.16})$$

Pour une taille de bulle donnée, cette condition fait bien apparaître une vitesse critique  $V^*$  au-delà de laquelle les bulles coalescent :

$$V^* \sim \frac{\gamma}{\eta} \left( \frac{R}{\epsilon} \right)^2 \quad (\text{C.17})$$

Un rapide calcul d’ordre de grandeur nous montre cependant que ce critère n’est pas assez restrictif. En effet, l’épaisseur  $\epsilon$  du film d’air est toujours bien plus petite que le rayon de la bulle, donc  $R/\epsilon \gg 1$  or le nombre capillaire est faible dans nos expériences :  $Ca = \frac{\eta V}{\gamma} \simeq 3 \cdot 10^{-4}$  pour  $V = 50$  cm/s. Ainsi la condition (C.16) est toujours vérifiée, ce qui signifie que les bulles ne devraient jamais coalescer !

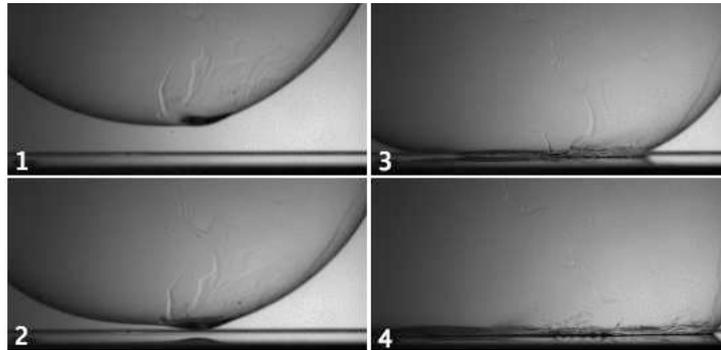


FIG. C.11 – Chronophotographie d'une bulle fusionnant avec la surface libre. La tache sombre correspond à une zone épaissie par la goutte. On voit bien sur l'image 2 que c'est cette zone plus épaisse qui touche la surface libre la première. Intervalle entre deux images consécutives : 100 ms.

Observons une dernière fois la bulle au cours de sa coalescence avec le bain : nous avons fait l'hypothèse que la base de la bulle s'aplatit au cours de la déformation ; la figure C.11 montre que ce n'est pas tout à fait le cas. Lorsque les bulles sont formées, elles contiennent le plus souvent un excès de liquide, qui draine en une fraction de seconde vers le fond de la bulle. Entre l'instant où on souffle la bulle et l'impact il s'écoule typiquement une seconde : en bas de la bulle, une goutte est bien présente, comme on le voit sur la figure C.11. La même figure montre que c'est le contact entre cette goutte et la surface qui initie la coalescence, alors que le film d'air existe encore.

Pour pouvoir tester rigoureusement le critère (C.16), il faudrait s'affranchir de ces gouttes parasites, soit en accélérant très vite les bulles après les avoir créées, de façon à ce que la goutte n'ait pas le temps de se former, soit en utilisant un liquide moussant plus visqueux pour ralentir la dynamique de formation de ces surépaisseurs.

### C.3 Conclusion

L'expérience d'impact d'une bulle sur un bain liquide condense deux phénomènes habituellement étudiés pour des gouttes : le rebond et la (non-)coalescence. Gouttes et bulles ont de nombreux points communs. Nous avons vu qu'une goutte de 1 mm de diamètre suffit à former une bulle de 1 cm de diamètre : les deux contiennent donc la même quantité de liquide et ont des masses comparables. Comme une bulle, une gouttelette (tant qu'elle est plus petite que la longueur capillaire) est rendue sphérique par la tension de surface.

Lors d'un choc, elle peut elle aussi se déformer et, parfois, rebondir. Nous avons montré qu'on retrouve dans le rebond de bulles sur un bain de liquide des propriétés similaires à celles des rebonds de gouttes non-mouillantes sur des surfaces solides. L'originalité de l'expérience des bulles rebondissantes réside dans la taille centimétrique des objets que l'on observe. Une grande taille ralentit les phénomènes observés et les grandit : le temps de contact est alors de l'ordre d'une fraction de seconde, et le film sous-jacent assez épais pour être observé directement, au contraire des gouttes.

---

## Bibliographie

---

- [1] G. G. Stokes. On the effect of internal friction in fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9, 1851.
- [2] I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. 1687.
- [3] C. N. Davies. Definitive equations for the fluid resistance of spheres. *Proceedings of the Physical Society*, 1945.
- [4] H. R. Pruppacher and E. H. Steinberger. An experimental determination of the drag on a sphere at low Reynolds numbers. *Journal of Applied Physics*, 39(4129), 1968.
- [5] E. Achenbach. Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 54(3), 1972.
- [6] L. Jacquin and P. Tabeling. Turbulence et tourbillons. Cours de M1 "Dynamique des fluides" - École Polytechnique, 2006.
- [7] F. Bolton and D. Weaire. Rigidity loss transition in a disordered 2d froth. *Physical Review Letters*, 65(27), 1990.
- [8] J. Plateau. *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars, 1873.
- [9] H. M. Princen and A. D. Kiss. Rheology of foams and highly concentrated emulsions iii : static shear modulus. *Journal of Colloids and Interface Science*, 112(2), 1986.

- [10] P. Sollich, F. Lequeux, P. Hébraud, and M. Cates. Rheology of soft glassy materials. *Physical Review Letters*, 78(2020), 1997.
- [11] A. J. Liu, S. Ramaswamy, T. G. Mason, H. Gang, and D. A. Weitz. Anomalous viscous loss in emulsions. *Physical Review Letters*, 76(16), 1996.
- [12] S. A. Langer. Effect of random packing on stress relaxation in foam. *Journal of Physical Chemistry B*, 101 :8667–8671, 1997.
- [13] F. Rouyer, S. Cohen-Addad, and R. Höhler. Is the yield stress of aqueous foam a well-defined quantity? *Colloids and Surfaces A*, 263 :111–116, 2005.
- [14] A. D. Gopal and D. J. Durian. Shear-induced "melting" of an aqueous foam. *Journal of Colloids and Interface Science*, 213 :169–178, 1999.
- [15] P. Marmottant and F. Graner. An elastic, plastic, viscous model for slow shear of a liquid foam. *European Physics Journal E*, 23(337), 2007.
- [16] S. Benito, C.-H. Bruneau, T. Colin, C. Gay, and F. Molino. An elasto-viscoplastic model for immortal foams or emulsions. *European Physics Journal E*, 25 :225–251, 2008.
- [17] R. Höhler and S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foams. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(41), 2005.
- [18] N. D. Denkov, V. Subramanian, D. Gurovich, and A. Lips. Wall slip and viscous dissipation in sheared foams : Effect of surface mobility. *Colloids and Surfaces A*, 263 :129–145, 2005.
- [19] F. Elias, C. Flament, J. A. Glazier, F. Graner, and Y. Jiang. Foams out of stable equilibrium : cell elongation and side swapping. *Philosophical Magazine B*, 79(5) :729–751, 1999.
- [20] M. Durand and H. A. Stone. Relaxation time of the topological T1 process in a two-dimensional foam. *Physical Review Letters*, 97(22), 2006.
- [21] B. Dollet and F. Graner. Two-dimensional flow of foam around a circular obstacle : local measurements of elasticity, plasticity and flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 585 :181–211, 2007.
- [22] I. Cantat and O. Pitois. Stokes experiment in a liquid foam. *Physics of Fluids*, 18(083302), 2006.
- [23] A. Saint-Jalmes and D. Langevin. Time evolution of aqueous foams : drainage and coarsening. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 40 :9397–9412, 2002.

- [24] V. Labiausse. *Rhéologie non linéaire des mousses aqueuses*. PhD thesis, Université de Marne-la-Vallée, 2004.
- [25] N. D. Denkov, K. Golemanov, and S. Tcholakova. Communication privée.
- [26] S. Cohen-Addad, H. Hoballah, and R. Höhler. Viscoelastic response of a coarsening foam. *Physical Review E*, 57(6), 1998.
- [27] C. Baravian, J. Dillet, and J.-P. Decruppe. Birefringence determination in turbid media. *Physical Review E*, 75(3), 2007.
- [28] J. Lambert, I. Cantat, R. Delannay, A. Renault, F. Graner, J. A. Glazier, I. Veretennikov, and P. Cloetens. Extraction of relevant physical parameters from 3D images of foams obtained by X-ray tomography. *Colloids and Surfaces A*, 263 :295–302, 2005.
- [29] H. Tabuteau, P. Coussot, and J. R. de Bruyn. Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid. *Journal of Rheology*, 51(1), 2007.
- [30] B. Akers and A. Belmonte. Impact dynamics of a solid sphere falling into a viscoelastic micellar liquid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 135, 2006.
- [31] P. Oswald. *Rhéophysique, ou comment coule la matière*. Belin, 2005.
- [32] A. D. Gopal and D. J. Durian. Relaxing in foam. *Physical Review Letters*, 91(18) :188303, 2003.
- [33] L. W. Schwartz and H. C. Princen. A theory of extensional viscosity for flowing foams and concentrated emulsions. *Journal of Colloids and Interface Science*, 118(1) :201–211, 1987.
- [34] A.-L. Biance, S. Cohen-Addad, and R. Höhler. Communication privée.
- [35] S. Tcholakova, N. D. Denkov, K. Golemanov, K. P. Ananthapadmanabhan, and A. Lips. Theoretical model of viscous friction inside steadily sheared foams and concentrated emulsions. *Physical Review E*, 78 :011405, 2008.
- [36] K. Golemanov, N. D. Denkov, S. Tcholakova, M. Vethamuthu, and A. Lips. Surfactant mixtures for control of bubble surface mobility in foam studies. *Langmuir*, 2008.
- [37] N. D. Denkov, S. Tcholakova, K. Golemanov, K. P. Ananthapadmanabhan, and A. Lips. The role of surfactant type and bubble surface mobility in foam rheology. *Soft Matter*, 5 :3389–3408, 2009.

- [38] K. Golemanov, S. Tcholakova, N. D. Denkov, K. P. Ananthapadmanabhan, and A. Lips. Breakup of bubbles and drops in steadily sheared foams and concentrated emulsions. *Physical Review E*, 78(051405), 2008.
- [39] A. May and J. C. Woodhull. Drag coefficient of steel spheres entering water vertically. *Journal of Applied Physics*, 19(12) :1109–1121, 1948.
- [40] J. W. Glasheen and T. A. McMahon. Vertical water entry of disks at low Froude numbers. *Physics of Fluids*, 8 :2078–2083, 1996.
- [41] R. Bergmann, D. van der Meer, S. Gekle, A. van der Bos, and D. Lohse. Controlled impact of a disk on a water surface : Cavity dynamics. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :381–409, 2009.
- [42] V. Duclaux, F. Caillé, C. Duez, C. Ybert, L. Bocquet, and C. Clanet. Dynamics of transient cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 591 :1–19, 2007.
- [43] C. Duez, C. Ybert, C. Clanet, and L. Bocquet. Making a splash with water repellency. *Nature Physics*, 3(3) :180 – 183, 2007.
- [44] S. T. Thoroddsen and Amy Q. Shen. Granular jets. *Physics of Fluids*, 13(1), 2001.
- [45] J. S. Uehara, M. A. Ambroso, R. P. Ojha, and D. J. Durian. Low-speed impact craters in loose granular media. *Physical Review Letters*, 90(19) :194301–1–4, May 2003.
- [46] D. Lohse, R. Bergmann, R. Mikkelsen, C. Zeilstra, D. van der Meer, M. Verluis, K. van der Weele, M. van der Hoef, and H. Kuipers. Impact on soft sand : Void collapse and jet formation. *Physical Review Letters*, 93(198003), 2004.
- [47] E. G. Richardson. The impact of a solid object on a liquid surface. *Proceedings of the Physical Society*, 61 :352–367, 1948.
- [48] G. Birkhoff and E. H. Zarantonello. *Jets, wakes, and cavities*. Academic Press, 1957.
- [49] J. W. Glasheen and T. A. McMahon. A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard. *Nature*, 380 :340–342, 1996.
- [50] R. Bergmann, D. van der Meer, M. Stijnman, M. Sandtke, A. Prosperetti, and D. Lohse. Giant bubble pinch-off. *Physical Review Letters*, 96(154505), 2006.
- [51] T. Grumstrup, J. B. Keller, and A. Belmonte. Cavity ripples observed during the impact of solid objects into liquids. *Physical Review Letters*, 99(114502), 2007.

- [52] S. Gekle, J. M. Gordillo, D. van der Meer, and D. Lohse. High-speed jet formation after solid object impact. *Physical Review Letters*, 102(034502), 2009.
- [53] T. T. Truscott and A. H. Techet. Water entry of spinning spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009.
- [54] H. G. Magnus. Über die Abweichung der Geschosse, und eine auffallende Erscheinung bei rotirenden Korpfern. *Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie*, 1853.
- [55] B. Robins. *New principles of gunnery*. 1742.
- [56] J. M. Davies. The aerodynamics of golf balls. *Journal of Applied Physics*, 20(9), 1949.
- [57] R. D. Mehta. Aerodynamics of sports balls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17 :151–189, 1985.
- [58] L.W. Alaways and M. Hubbard. Experimental determination of baseball spin and lift. *Journal of Sports Sciences*, 19 :349–358, 2001.
- [59] A. May and J. C. Woodhull. The virtual mass of a sphere entering water vertically. *Journal of Applied Physics*, 21, 1950.
- [60] G. K. Batchelor. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press, 1967.
- [61] A. May. Vertical entry of missiles into water. *Journal of Applied Physics*, 23 :1362–1372, 1952.
- [62] L. Rosellini, F. Hersen, C. Clanet, and L. Bocquet. Skipping stones. *Journal of Fluid Mechanics*, 543(137), 2005.
- [63] C. Clanet, F. Hersen, and L. Bocquet. Secrets of successful stone-skipping. *Nature*, 427 :29, 2004.
- [64] T. Gilet and J. W. M. Bush. The fluid trampoline : droplets bouncing on a soap film. *Journal of Fluid Mechanics*, 625 :167–203, 2009.
- [65] T. Gilet and J. W. M. Bush. Chaotic bouncing of a droplet on a soap film. *Physical Review Letters*, 102(014501), 2009.
- [66] *Intermolecular and Surface Forces*. Academic Press, 1991.

- [67] G. I. Taylor. The dynamics of thin sheets of fluid. ii. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 253(1274), 1959.
- [68] F. E. C. Culick. Comments on a ruptured soap film. *Journal of Applied Physics*, 31, 1960.
- [69] E. Bayart. L'effet trampoline d'un film de savon. Rapport de stage de licence, 2005.
- [70] D.-G. Lee and H.-Y. Kim. Impact of a superhydrophobic sphere onto water. *Langmuir*, 24 :142–145, 2008.
- [71] P. Aussillous and D. Quéré. Liquid marbles. *Nature*, 411 :924–927, 2001.
- [72] L. Courbin and H. A. Stone. Impact, puncturing, and the self-healing of soap films. *Physics of Fluids*, 18 :091105, 2006.
- [73] L. Dibattista. L'Institut Marey : naissance et destin d'un rêve scientifique. *Vesalius*, 2005.
- [74] O. Sandre, L. Moreaux, and F. Brochard-Wyart. Dynamics of transient pores in stretched vesicles. *Proceedings of the National Academy of Science USA*, 96 :10591–10596, 1999.
- [75] C. V. Boys. *Soap bubbles, their colors and forces which mold them*. Dover, 1959.
- [76] Y.-J. Chen and P. H. Steen. Dynamics of inviscid capillary breakup : collapse and pinchoff of a film bridge. *Journal of Fluid Mechanics*, 341 :245–267, 1997.
- [77] Programme de l'association Paris-Montagne permettant à des lycéens motivés de faire des stages en laboratoire de recherche. <http://www.scienceacademie.org>.
- [78] P. Marmottant, E. Villermaux, and C. Clanet. Transient surface tension of an expanding liquid sheet. *Journal of Colloids and Interface Science*, 230 :29–40, 2000.
- [79] J.-F. Joanny and P.-G. de Gennes. A model for contact angle hysteresis. *The journal of chemical physics*, 81(1) :552–562, 1984.
- [80] P.-G. de Gennes. Wetting : statics and dynamics. *Review of Modern Physics*, 57(3), 1985.
- [81] N. D. Denkov. Mechanisms of foam destruction by oil-based antifoams. *Langmuir*, 20 :9463–9505, 2004.

- [82] I. A. Larmour, S. E. J. Bell, and G. C. Saunders. Remarkably simple fabrication of superhydrophobic surfaces using electroless galvanic deposition. *Angewandte Chemie*, 46(10) :1710–1712, 2007.
- [83] M. Callies and D. Quéré. On water repellency. *Soft Matter*, 1 :55–61, 2005.
- [84] C. Redon, F. Brochard-Wyart, and F. Rondelez. Dynamics of dewetting. *Physical Review Letters*, 66 :715–718, 1991.
- [85] A. Le Goff, L. Courbin, H. A. Stone, and D. Quéré. Energy absorption in a bamboo foam. *Europhysics Letters*, 84(36001), 2008.
- [86] D. Reinelt, P. Boltenhagen, and N. Rivier. Deformed foam structure and transitions in a tube. *European Physics Journal E*, 4 :299–304, 2001.
- [87] D. Weaire and W. Drenckhan. Structure and dynamics of confined foams : a review of recent progress. *Advances in Colloid and Interface Science*, 137 :20–26, 2008.
- [88] D. Weaire and S. Hutzler. *The Physics of Foams*. Oxford University Press, 2001.
- [89] I. Cantat and R. Delannay. Dissipative flows of 2d foams. *European Physics Journal E*, 18 :55–67, 2005.
- [90] P. Tsou. Silica aerogel captures cosmic dust intact. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 186 :415–427, 1995.
- [91] R. J. Pugh. Foaming, foam films, antifoaming and defoaming. *Advances in Colloid and Interface Science*, 64 :67–142, 1996.
- [92] N. Pittet, P. Boltenhagen, N. Rivier, and D. Weaire. Structural transitions in ordered, cylindrical foams. *Europhysics Letters*, 35(7) :547–552, 1995.
- [93] H. Hertz. Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, pages 156–171, 1882.
- [94] E. Falcon, C. Laroche, S. Fauve, and C. Coste. Behavior of one inelastic ball bouncing repeatedly off the ground. *European Physics Journal B*, 3(45-57), 1998.
- [95] G. G. Joseph, R. Zenit, M. L. Hunt, and A. M. Rosenwinkel. Particle-wall collisions in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 433 :329–346, 2001.
- [96] P. Gondret, M. Lance, and L. Petit. Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Physics of Fluids*, 14(643), 2002.

- [97] R. H. Davis, J.-M. Serayssol, and E. J. Hinch. The elastohydrodynamic collision of two spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 163 :479–497, 1986.
- [98] G. Barnocky and R. H. Davis. Elastohydrodynamic collision and rebound of spheres : Experimental verification. *Physics of Fluids*, 31(6), 1988.
- [99] O. Reynolds. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower’s Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 177, 1886.
- [100] M. Scheel, R. Seemann, M. Brinkmann, M. Di Michiel, A. Sheppard, and S. Herminghaus. Liquid distribution and cohesion in wet granular assemblies beyond the capillary bridge regime. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 20(494236), 2008.
- [101] K. L. Johnson, K. Kendall, and A. D. Roberts. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 324(1558), 1971.
- [102] A. Zosel. Adhesion and tack of polymers : Influence of mechanical properties and surface tensions. *Colloid and Polymer Science*, 263(7), 1985.
- [103] D. Derks, A. Lindner, C. Creton, and D. Bonn. Cohesive failure of thin layers of soft model adhesives under tension. *Journal of Applied Physics*, 93(3) :1557–1566, 2003.
- [104] R. J. Cox and H. Brenner. The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface - ii small gap widths, including inertial effects. *Chemical Engineering Science*, 22 :1753–1777, 1967.
- [105] R. H. Davis, D. A. Rager, and B. T. Good. Elastohydrodynamic rebound of spheres from coated surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 468 :107–119, 2002.
- [106] T. Young. On the cohesion of fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1805.
- [107] L. H. Tanner. The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 12, 1979.
- [108] L.D. Landau and B. V. Levich. Dragging of a liquid by moving a plate. *Acta physicochimica URSS*, 17 :42–54, 1942.
- [109] D. A. White and J. A. Tallmadge. A theory of withdrawal of cylinders from liquid baths. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 12(2), 1966.

- [110] H. Gau, S. Herminghaus, P. Lenz, and R. Lipowsky. Liquid morphologies on structured surfaces : From microchannels to microchips. *Science*, 283(5398) :46–49, 1999.
- [111] S. L. Goren. The instability of an annular thread of fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 12(2), 1962.
- [112] A. de Ryck. *Le mouillage dynamique d'une fibre*. PhD thesis, Université Paris VI, 1994.
- [113] A. de Ryck and D. Quéré. Fluid coating from a polymer solution. *Langmuir*, 13 :1911–1914, 1998.
- [114] P. Hurez and P. A. Tanguy. Finite element analysis of dip coating with Bingham fluids. *Polymer Engineering Science*, 30(18), 1990.
- [115] S. Hilgenfeldt, S. Arif, and J.-C. Tsai. Foam : a multiphase system with many facets. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, 366 :2145–2159, 2008.
- [116] A. D. Gopal and D. J. Durian. Nonlinear bubble dynamics in a slowly driven foam. *Physical Review Letters*, 75(13), 1995.
- [117] H. Yoshizawa, P. McGuiggan, and J. Israelachvili. Identification of a second dynamic state during stick-slip motion. *Science*, 26(5099), 1993.
- [118] D. Richard, C. Clanet, and D. Quéré. Contact time of a bouncing drop. *Nature*, 417(811), 2002.
- [119] A.-L. Biance, F. Chevy, C. Clanet, G. Lagubeau, and D. Quéré. On the elasticity of an inertial liquid shock. *Journal of Fluid Mechanics*, 554 :47–66, 2006.
- [120] K. Okumura, F. Chevy, D. Richard, D. Quéré, and C. Clanet. Water spring : a model for bouncing drops. *Europhysics Letters*, 62(237-243), 2003.
- [121] G. Debrégeas, P.-G. de Gennes, and F. Brochard-Wyart. The life and death of "bare" viscous bubbles. *Science*, 279(5357) :1704–1707, 1998.
- [122] Walker. Drops of liquids can be made to float on the liquid. What enables them to do so? *Scientific American*, 238(6), 1978.
- [123] Y. Amarouchene, G. Cristobal, and H. Kellay. Noncoalescing drops. *Physical Review Letters*, 2001.

- [124] S. T. Thoroddsen and K. Takehara. The coalescence cascade of a drop. *Physics of Fluids*, 12(6) :1265–1267, 2000.
- [125] F. Blanchette and T. P. Bigioni. Partial coalescence of drops on liquid interfaces. *Nature Physics*, 2 :254–257, 2006.
- [126] S. Protière. *Gouttes rebondissantes : une association onde-particule à échelle macroscopique*. PhD thesis, Université Paris VII, 2007.
- [127] A. Snezhko, E. Ben Jacob, and I. S. Aranson. Pulsating-gliding transition in the dynamics of levitating liquid nitrogen droplets. *New Journal of Physics*, 10(043034), 2008.



## Résumé

Nous étudions expérimentalement différentes figures d'impacts de solides sur des liquides.

Dans un premier temps, nous lançons à grande vitesse une bille dans un bain. Nous mesurons sa décélération et en déduisons la force exercée par le fluide sur la bille. Nous montrons ainsi qu'une mousse fortement cisailée se comporte comme un fluide visqueux. Lors de ces impacts violents, de l'air est entraîné dans le bain par le projectile. Il se forme alors au sein du liquide une cavité que nous caractérisons : elle prend la forme d'un tunnel dans la mousse, d'un vase dans une huile visqueuse, et d'une spirale dans l'eau si la bille tourne sur elle-même au moment de l'impact.

Nous nous intéressons ensuite à des impacts à plus faible vitesse, en remplaçant le bain par un film liquide : film de savon ou film visqueux étendu sur un plan. Les forces capillaires deviennent alors comparables à l'inertie des projectiles. On montre alors qu'une bille venant frapper un film peut rester piégée dans le liquide. Une mousse, qui contient de nombreux films liquides, peut ainsi freiner puis capturer des solides par capillarité.

*Mots-clés* : Impacts, interfaces, mousse, films, viscosité, cavités, rebonds, effet Magnus

## Abstract

We study experimentally different situations of impact of solids onto liquids.

We first study the impact at large velocity of a solid sphere in a liquid bath. We observe the sphere's deceleration. We deduce from these laws the force exerted on the sphere by the fluid, and show that a highly sheared foam behaves like a viscous fluid. Such violent impacts also cause air entrapment. We describe the shape of the cavity created in the liquid : tunnel-like in foam, vase-shaped in a viscous oil, it can look like a spiral in water if the projectile is spinning.

We then focus on low-velocity impacts on liquid films : soap films or viscous layers spread on solid surfaces. Capillary forces are comparable to the projectiles' inertia. We show that a bead hitting a film can be stucked in the liquid. A foam, containing a large number of such liquid films, can then slow down and trap particles by capillarity.

*Keywords* : Impacts, interfaces, foam, films, viscosity, cavity, bouncing, Magnus effect