



HAL
open science

Contribution à la modélisation écologique du lac Léman : modèles physiques et biogéochimiques du lac

Bruno Tassin

► **To cite this version:**

Bruno Tassin. Contribution à la modélisation écologique du lac Léman : modèles physiques et biogéochimiques du lac. Hydrologie. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1986. Français. NNT : . tel-00523061

HAL Id: tel-00523061

<https://pastel.hal.science/tel-00523061>

Submitted on 26 Nov 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

76925

NS 13747 (13)
t. 1

2

MEMOIRE

PRESENTE POUR L'OBTENTION DU GRADE DE :

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

spécialité :

Sciences et Techniques de l'Environnement

par Bruno TASSIN

sujet de la thèse :

CONTRIBUTION A LA MODELISATION ECOLOGIQUE DU LAC LEMAN :

MODELES PHYSIQUES ET BIOGEOCHIMIQUES DU LAC

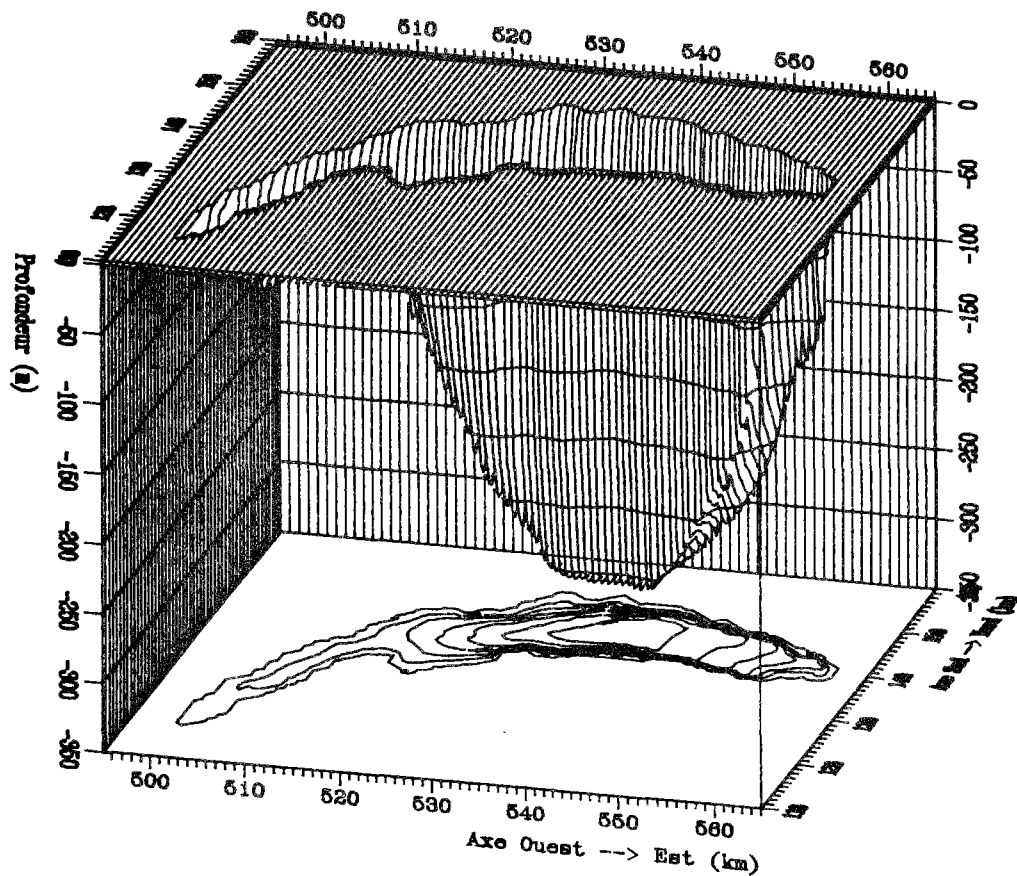
soutenu le 22 décembre 1986 devant un jury composé de :

M. J. JACQUET	Président
M. P. HUBERT	Rapporteur
M. J.M. JAQUET	Rapporteur
M. F. CHAHUNEAU	Examineur
M. J. DEVAUX	Examineur
M. J. GAILLARD	Examineur
M. D. THEVENOT	Examineur



NS

Lac Léman



Je songe parfois, non sans vertige, à la quantité de boeuf et de légumes qui serait nécessaire pour faire un pot-au-feu avec toute l'eau du lac Léman

Pierre Dac, Pensées

We are prepared to consider a model useful even if

- it rests on questionable assumptions; or
- it is based on faulty reasoning; or
- it leads to wrong conclusions; or
- it deals with ambiguous concepts; or
- it does not make testable predictions;

a model with several of these faults may still be valuable - so long as it does not have all of them.

H. Sussmann, R.Z. Zahler
in " Catastrophe Theory as applied to the social
and biological sciences", cité par R. Thom

Ce travail a pu être réalisé grâce à une bourse de recherche de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, et à la participation financière de:

- l'Agence de Bassin Rhône-Méditerranée-Corse et de la Commission Internationale pour la Protection des Eaux de Léman contre la Pollution;
- du Ministère de l'Environnement
- du Piren et du G.S. Lacs

Il a été effectué au CERGRENE, Centre d'Enseignement et de Recherche en Gestion des Ressources Naturelles et Environnement, de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

REMERCIEMENTS

Je remercie Monsieur Jacquet, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, qui, au cours de son enseignement, nous a initié aux méthodes de modélisation, et qui a bien voulu me faire l'honneur de présider ce jury.

Monsieur Chahuneau, de l'INRA et Monsieur Jacquet, de l'université de Genève, ont suivi et activement participé au développement de ce travail; qu'ils soient remerciés très vivement pour leur compétence leur soutien et l'intérêt qu'ils y ont portés.

Monsieur Hubert, de l'Ecole de Mines de Paris, a travaillé, il y a quelques années sur la dynamique des eaux du Léman. Je le remercie d'avoir bien voulu juger ce travail, qui par certains côtés, s'inscrit dans le prolongement de ses recherches.

Je remercie Monsieur Gaillard, de l'Agence de Bassin Rhône-Méditerranée-Corse de m'avoir confié le thème de cette étude, et de m'avoir fait bénéficier de ses critiques et conseils judicieux.

Monsieur Thévenot, de l'université Paris Val-de-Marne, et Monsieur Devaux de l'université de Clermont-Ferrand, ont accepté de participer à ce jury. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère gratitude.

De nombreuses personnes et organismes ont à un moment ou un autre, contribué à ce travail. Il me serait impossible de les nommer tous, qu'ils soient cependant persuadés de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier plus particulièrement:

l'INRA, et la Station d'Hydrobiologie Lacustre de m'avoir accueilli sur son système informatique.

Monsieur B. Primault de l'Institut Suisse de Météorologie, qui m'a transmis l'ensemble des données météorologiques utilisées dans cette étude.

la CIPEL, et Messieurs Burrus, de l'insitut Forel, et Liechti, de l'Agence de Protection de l'Environnement à Berne, qui m'ont fourni l'ensemble de la base de donnée du lac Léman.

Le Service Hydrologique et Géologique National Suisse, et Monsieur Schädler, qui m'ont gracieusement fourni les données relatives au Rhône.

L'ensemble des membres du Cergrene, qui ont permi le déroulement, dans des conditions toujours excellentes de cette thèse.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux qui m'ont offert, au cours de ces trois ans, leur soutien et leur amitié sans lesquels tout travail s'avèrerait triste, vain et inutile.

Contribution à la modélisation du lac Léman :
Modèles physiques et biogéochimiques

Mots-clés: bidimensionnel, cycle du phosphore, lac, Léman, modèle, overturn, thermique, unidimensionnel.

Résumé

Après avoir rapidement rappelé les objectifs de la modélisation du système lémanique, et étudié ses propriétés principales, le choix de la modélisation s'est porté sur la réalisation d'un modèle unidimensionnel vertical thermique couplé à un modèle biogéochimique du cycle du phosphore, et d'un modèle bidimensionnel vertical longitudinal, hydrodynamique et thermique.

Le modèle unidimensionnel vertical permet de décrire un comportement moyen du lac. Il a été calibré sur une année et vérifié sur les trois années suivantes. Il a été nécessaire afin d'obtenir un bon ajustement pluriannuel d'étudier en détail la formulation du coefficient de dispersion verticale. Les résultats rendent alors bien compte de l'évolution saisonnière en surface et de l'augmentation lente de la température des couches profondes (0.2 °C sur 4 ans)

Sur la base de ce modèle, une étude approfondie de l'évolution de la couche mélangée en hiver a été effectuée qui a permis de déboucher sur un premier modèle prédictif stochastique de la hauteur de la couche mélangée annuelle en fonction du profil thermique au début de l'hiver.

Le modèle bidimensionnel élaboré sous différentes versions dépendant d'hypothèses influant sur la durée d'exécution, permet de prendre en compte l'hétérogénéité horizontale du lac. Les résultats en température montrent la plus faible inertie du petit lac, qui se traduit par des températures hivernales plus froides et des variations de température plus importantes en été. Sur le plan hydrodynamique, le modèle permet d'évaluer l'ordre de grandeur des flux d'eau au cours de l'année à divers points du lac, point important dans l'objectif d'un établissement d'un modèle écologique par boîtes.

Un modèle biogéochimique du cycle du phosphore a été couplé au modèle unidimensionnel thermique. Comprenant deux compartiments, le phosphore minéral dissous, et le phosphore organique particulaire, ce modèle reprend les principales étapes du cycle : Production, Décomposition, Sédimentation et Relargage. Les résultats obtenus sont dans l'ensemble en bon accord avec les mesures, sur les quatre années de la simulation. Des simulations, prenant en compte les apports de différentes manières ont montré la faible sensibilité, sur un an, du modèle à ce terme. En particulier, considérer l'ensemble des apports en phosphore total comme directement assimilable par le milieu, n'influe pas sensiblement sur les résultats. On met ainsi en valeur la grande inertie du lac vis à vis des nutriments.

Chapitre 1 Simulation du fonctionnement des écosystèmes lacustres à l'aide de modèles mathématiques

1.	Généralités sur la notion de modélisation	I.1
1.1	Définition du modèle et de la modélisation	I.1
1.2	Utilisation des modèles	I.4
1.3	Méthode de la modélisation	I.4
2.	Classification des modèles d'écosystèmes lacustres	I.5
2.1	Origines de la modélisation des écosystèmes lacustres	I.5
2.2	Classification des modèles d'écosystèmes lacustres	I.6
2.3	Description des principaux types de modèles	I.8
2.3.1	Influence de la description physique du système	I.8
2.3.1.1	modèles non distribués spatialement	I.8
2.3.1.2	Modèles unidimensionnels verticaux	I.8
2.3.1.3	Modèles bi- ou tri- dimensionnels	I.8
2.3.1.4	Choix de la description physique	I.9
2.3.2	Influence de la description écologique du système	I.9
2.3.2.1	Modèles biogéochimiques	I.9
2.3.2.2	Modèles à niveaux trophiques condensés	I.10
2.3.2.3	Modèles à niveaux trophiques subdivisés	I.12
2.4	Synthèse	I.12

Chapitre 2 Principaux aspects physiques, chimiques et biologiques du lac Léman et de son bassin versant

1.	Caractéristiques physiques	II.2
1.1	Caractéristiques du lac	II.2
1.2	Etude de la météorologie	II.2
1.2.1	Vents	II.4
1.2.2	Température	II.5
1.2.3	Durée d'insolation	II.5
1.2.4	Nébulosité	II.5
1.3	Comportement physique du lac	II.7
1.3.1	Hydrodynamique	II.7
1.3.2	Thermique	II.8

	page
2. Caractéristiques écologiques	II.8
2.1 Niveau trophique	II.8
2.2 Evaluation des apports au lac (phosphore)	II.8
3. Base de données du Léman	II.10
 <u>Chapitre 3</u> Etude des modèles du lac Léman	
1. Revue des modèles existants	III.2
1.1 Modèles du sous-système physique	III.2
1.2 Modèles du sous-système écologique	III.2
2. Réflexions concernant les modèles développés et la stratégie de modélisation du Léman	III.3
2.1 Nécessité de modèles du fonctionnement du Léman	III.3
2.2 Définition des objectifs	III.3
2.3 Définition des échelles de temps et d'espace nécessaires à une bonne description du Léman	III.4
2.3.1 Hétérogénéité horizontale du Léman	III.4
2.3.2 Choix de l'échelle spatiale	III.4
2.3.2.1 Un modèle bidimensionnel	III.4
2.3.2.2 Un modèle unidimensionnel	III.6
2.3.2.3 Choix de l'échelle spatiale	III.6
2.3.3 Choix de l'échelle temporelle	III.7
2.4 Choix définitifs de la modélisation	III.7
2.5 Objectifs atteints par la modélisation	III.7
2.6 Tableau récapitulatif de la modélisation du milieu lémanique	III.8
 <u>Chapitre 4</u> Un modèle bidimensionnel du Léman de Thermique et de Transport des eaux	
1. Formulation de base du modèle	IV.2
1.1 Expression des équations de base	IV.2
1.1.1 Bilan de masse	IV.2
1.1.2 Equation de Navier-Stokes	IV.3
1.1.3 Equation de bilan thermique	IV.4
1.2 Hypothèses de base du modèle	IV.5

	page
2. Intégration des équations	IV.6
2.1 Equations de départ	IV.6
2.2 Etude de la répartition de la pression	IV.8
2.3 Equations locales moyennes	IV.8
2.3.1 Equation de continuité	IV.9
2.3.2 Equation de Navier Stokes	IV.9
2.3.2.1 Suivant x	
2.3.2.2 Suivant y	
2.3.3 Equation de bilan thermique	IV.9
2.4 Moyennage latéral des équation	IV.10
2.4.1 Equation de continuité	IV.10
2.4.2 Equation de quantité de mouvement	IV.10
2.4.3 Equation de bilan thermique	IV.11
<u>Chapitre 5</u> Traitement numérique du problème étudié	
1. Choix d'un pas de temps et d'espace, description du maillage	V.2
1.1 Contraintes liées à l'élaboration de la méthode de résolution	V.2
1.2 Le maillage	V.3
1.2.1 Détermination de l'axe central du lac et géométrisation de sections latérales	V.3
1.2.2 Le maillage	V.3
2. Traitement et résolution des équations	V.5
2.1 Méthode	V.5
2.2 Choix du pas de temps	V.6
2.3 Résolution numérique	V.6
2.3.1 Choix de la disposition des variables au sein du maillage	V.6
2.3.2 Résolution des équations	V.6
2.3.2.1 Résolution des étapes de convection	V.7
2.3.2.2 Résolution des étapes de dispersion	V.7
2.3.2.3 Calcul de la pression - Surface libre	V.8
2.3.2.4 Calcul de la vitesse verticale par l'équation de continuité	V.8

	page
2.4 Conditions limites pour la vitesse horizontale et la température	V.8
2.4.1 Conditions limites des étapes de convection	V.8
2.4.1.1 Advection horizontale	V.8
2.4.1.2 Advection verticale	V.8
2.4.2 Conditions limites des étapes de dispersion	V.9
2.4.2.1 Dispersion verticale pour la vitesse horizontale	V.9
2.4.2.2 Dispersion verticale pour la température	V.10
2.4.2.3 Dispersion horizontale	V.11
2.5 Calculs annexes	V.11
2.5.1 Calcul de la vitesse et de la profondeur d'entrée du Rhône	V.11
2.5.2 Suppression des instabilités thermiques	V.11
2.5.3 Calcul de la hauteur d'eau mélangée par les vagues	V.12

Chapitre 6 Formulation des coefficients de dispersion

1. Introduction	VI.2
2. Coefficients de dispersion horizontaux	VI.2
3. Coefficients de dispersion verticaux	VI.3
3.1 Approche théorique	VI.3
3.1.1 Les modèles de Mellor et Yamada	VI.3
3.1.1.1 Les hypothèses de Komogoroff et Rotta	VI.3
3.1.1.2 Les modèles de Mellor et Yamada	VI.4
3.1.2 Le modèle de Mellor et Durbin	VI.5
3.1.3 Le modèle de Simons	VI.6
3.2 Formulations empiriques	VI.8

Chapitre 7 Résultats du modèle unidimensionnel

1. Introduction	VII.2
2. Description du modèle unidimensionnel	VII.2
3. Résultats du modèle	VII.3
3.1 Résultats du "premier" modèle	VII.3
3.2 Formulation de la dispersion verticale dans les couches profondes	VII.11
3.3 Résultats du "second" modèle	VII.12
3.4 Analyse de sensibilité	VII.23

	page
3.4.1 Influence des paramètres météorologiques	VII.23
3.4.1.1 Influence de A	VII.23
3.4.1.2 Influence de B	VII.23
3.4.2 Influence des paramètres du coefficient de dispersion	VII.24
3.4.2.1 Influence de σ	VII.24
3.4.2.2 Influence de δ	VII.24
3.4.2.3 Influence de α	VII.24
3.4.2.4 Influence de p	VII.25
<u>Chapitre 8</u> Etude du retournement du Léman	
1. Introduction	VIII.2
2. Etude de la durée du mélange des hivers 77 78 79	VIII.2
2.1 Etude de l'évolution de la hauteur de la couche mélangée aux cours des hivers 77 78 79	VIII.2
2.2 Eléments caractéristiques du profil lémanique de début d'hiver	VIII.9
2.3 Influence de la structure temporelle des événements météorologiques sur la profondeur de mélange	VIII.10
3. Génération d'hivers lémaniques	VIII.15
3.1 Etude de la température	VIII.15
3.1.1 caractéristiques statistiques	VIII.15
3.1.2 Etude des chroniques de température	VIII.17
3.2 Etude du vent	VIII.18
3.2.1 caractéristiques statistiques	VIII.18
3.2.2 Etude des chroniques de vent	VIII.18
3.3 Etude du rayonnement solaire	VIII.20
3.3.1 Le rayonnement solaire diffus	VIII.20
3.3.2 Le rayonnement solaire direct	VIII.23
3.4 La Nébulosité	VIII.23
4. Recherche de la distribution de probabilité de la profondeur de la couche mélangée à la fin de l'hiver, à partir du profil thermique initial et de scénarios météorologiques générés	VIII.25
4.1 Etude prédictive à partir de trois hivers connus	VIII.25

	page
4.2 Génération de profils thermiques de début d'hiver	VIII.29
4.3 Résultats des scénarios et interprétation	VIII.30
5. Conclusions	VIII.31
 <u>Chapitre 9</u> Résultats du modèle bidimensionnel	
1. Les différentes versions du modèle bidimensionnel	IX.2
1.1 Rappel des objectifs du modèle	IX.2
1.2 Les différentes versions	IX.2
2. Détermination des variables de forçage du modèle	IX.4
2.1 Vent	IX.4
2.2 Température de l'air	IX.6
2.3 Rayonnement solaire et nébulosité	IX.6
3. Résultats du modèle bidimensionnel couplé	IX.6
3.1 Remarques concernant les stations de calibration	IX.6
3.2 Choix des paramètres de calage	IX.7
3.3 Résultats en température	IX.9
3.4 Hétérogénéité thermique horizontale	IX.9
3.5 Résultats en vitesse	IX.11
4. Résultats du modèle découplé	IX.12
4.1 Résultats en température	IX.12
4.2 Résultats hydrodynamiques	IX.13
5. Résultats du modèle couplé incluant la convection	IX.14
6. Résultats du modèle incluant la force de Coriolis	IX.15
6.1 Equations du modèle	IX.15
7. Conclusions	IX.16
 <u>Chapitre 10</u> Modélisation saisonnière su cycle du phosphore dans le Léman	
1. Description du modèle	X.2
1.1 Introduction	X.2
1.2 Equations du modèle	X.2
1.2.1 Production	X.5
1.2.2 Décomposition	X.5

	page
2.2.2.7 Influence des paramètres relatifs au relargage à l'interface eau-sédiment	X.19
2.2.2.7.1 Influence sur le phosphore particulaire	
2.2.2.7.2 Influence sur les orthophosphates	
2.2.2.7.3 Conclusions	
2.3 Validation du modèle	X.20
2.4 Modification de la prise en compte des apports	X.26
2.4.1 Apports en orthophosphates	X.26
2.4.2 Apports en phosphore organique particulaire	X.26
2.4.3 Résultats	X.26
2.5 Sensibilité du modèle à une modification des apports	X.36

Conclusion

ANNEXE 1 Echanges d'énergie à l'interface eau-air

ANNEXE 2 Brève étude météorologique de la région lémanique

ANNEXE 3 Intégration des équations du modèle bidimensionnel

ANNEXE 4 Résolution numérique et algorithme du modèle bidimensionnel

ANNEXE 5 Résultats du modèle unidimensionnel

ANNEXE 6 Résultats de l'analyse de sensibilité du modèle phosphore

		page
 Chapitre 1		
<u>Tableau 1.1</u>	Tableau récapitulatif des différents modèles d'écosystèmes lacustres	I.7
<u>Tableau 1.2</u>	Liste des variables d'état et des paramètres d'un modèle à niveaux trophiques condensés	I.11
 Chapitre 2		
<u>Tableau 2.1</u>	Caractéristiques du lac Léman et de son bassin versant	II.3
<u>Tableau 2.2</u>	Apports en phosphore au Léman	II.9
 Chapitre 7		
<u>Tableau 7.1</u>	Paramètres de calage du premier modèle	VII.4
<u>Tableau 7.2</u>	Paramètres de calage du second modèle	VII.13
 Chapitre 8		
<u>Tableau 8.1</u>	Températures moyennes à la station de Genève	VIII.17
<u>Tableau 8.2</u>	Résultats du modèle ARMA pour la température	VIII.17
<u>Tableau 8.3</u>	Vitesses moyennes mensuelles des vents	VIII.18
<u>Tableau 8.4</u>	Résultats du modèle ARMA pour le vent	VIII.20
<u>Tableau 8.5</u>	Valeurs des paramètres des profils générés	VIII.29
<u>Tableau 8.6</u>	Tableau des intervalles de probabilités et des probabilités finales des scénarios étudiés	VIII.33
 Chapitre 9		
<u>Tableau 9.1</u>	Tableau récapitulatif des différentes versions du modèle bidimensionnel	IX.5
<u>Tableau 9.2</u>	Valeurs des paramètres de calibration du modèle bidimensionnel	IX.8

Chapitre 10

<u>Tableau 10.1</u>	Equations du modèle	X.3
<u>Tableau 10.2</u>	Liste des paramètres du modèle biogéochimique	X.4
<u>Tableau 10.3</u>	Apports d'orthophosphates au Léman sur la période 1976-1979	X.6
<u>Tableau 10.4</u>	Valeurs des paramètres de la calibration	X.21
<u>Tableau 10.5</u>	Tableau comparatif de quelques vitesses de sédimentation mesurées et calculées	X.21
<u>Tableau 10.6</u>	Valeurs des paramètres de la calibration (second modèle)	X.26

Annexe 2

<u>Tableau A2.1</u>	Statistiques concernant la température de l'air, stations riveraines du Léman	
<u>Tableau A2.2</u>	Statistiques concernant la durée d'insolation des stations riveraines du Léman	

		page
Chapitre 1		
<u>Figure 1.1</u>	Diagramme des étapes d'élaboration d'un modèle	I.3
Chapitre 2		
<u>Figure 2.1</u>	Carte et visualisation du lac Léman	II.3
<u>Figure 2.2</u>	vitesse caractéristiques et corrélations des directions de vent sur les rives du Léman	II.6
<u>Figure 2.3</u>	Apports en phosphore total au Léman	II.9
<u>Figure 2.4</u>	Position des stations de mesures sur le Léman, période 1971-1975	II.11
<u>Figure 2.5</u>	Position des stations de mesures sur le Léman, période 1976-1980	II.11
Chapitre 3		
<u>Figure 3.1</u>	Visualisation de l'hétérogénéité horizontale du Léman: Vue satellite de la température de surface du lac le 30 Juillet 1984	III.5
<u>Figure 3.2</u>	Visualisation de l'hétérogénéité horizontale du Léman: Répartition du plomb dans les sédiments lémaniques	III.5
Chapitre 4		
<u>Figure 4.1</u>	Intégration latérale des équations	IV.10
Chapitre 5		
<u>Figure 5.1</u>	Axe de gravité du Léman et axe de la modélisation	V.4
<u>Figure 5.2</u>	Maillage du Léman	V.4
<u>Figure 5.3</u>	Positionnement des points de calcul des différentes grandeurs à l'intérieur de la maille	V.3

Chapitre 6

<u>Figure 6.1</u>	Comparaison des différentes formulations de la fonction de stabilité dans le calcul de la dispersion	VI.7
-------------------	--	------

Chapitre 7

<u>Figure 7.1</u>	Résultats du premier modèle, Année 1976	VII.5
<u>Figure 7.2</u>	Résultats du premier modèle, Année 1977	VII.6
<u>Figure 7.4</u>	Résultats du premier modèle, Année 1978	VII.7
<u>Figure 7.4</u>	Résultats du premier modèle, Année 1979	VII.8
<u>Figure 7.5</u>	Résultats du premier modèle, Evolution sur les quatres années de la simulation de la température à différentes profondeurs	VII.9
<u>Figure 7.6</u>	Profil typique du coefficient de disperion en période de stratification (1ère formulation)	VII.10
<u>Figure 7.7</u>	Profil typique en période de non stratification du coefficient de dispersion (1ère formulation)	VII.10
<u>Figure 7.8</u>	Résultats du second modèle, Année 1976	VII.14
<u>Figure 7.9</u>	Résultats du second modèle, Année 1977	VII.15
<u>Figure 7.10</u>	Résultats du second modèle, Année 1978	VII.16
<u>Figure 7.11</u>	Résultats du second modèle, Année 1979	VII.17
<u>Figure 7.12</u>	Résultats du second modèle, Année 1979, courbes d'isothermature	VII.18
<u>Figure 7.13</u>	Résultats du second modèle de coefficients de dispersion. Evolution sur les quatre années de la simulation de la température à différentes profondeurs	VII.19
<u>Figure 7.14</u>	Profil typique en période de non-stratification du coefficient de dispersion	VII.20
<u>Figure 7.15</u>	Profil typique en période de stratification du coefficient de dispersion	VII.20
<u>Figure 7.16</u>	Visualisation des profondeurs d'entrée du Rhône sur 2 cycles annuels	VII.21

		page
Chapitre 8.		
<u>Figure 8.1</u>	Profils de température aux: 1er Décembre 1976 1er Décembre 1977 1er Décembre 1978	VIII.3
<u>Figure 8.2</u>	Approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver 1976-1977	VIII.3
<u>Figure 8.3</u>	Approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver 1977-1978	VIII.4
<u>Figure 8.4</u>	Approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver 1978-1979	VIII.4
<u>Figure 8.5</u>	Episodes météorologiques, Hiver 1976-1977	VIII.5
<u>Figure 8.6</u>	Episodes météorologiques, Hiver 1977-1978	VIII.6
<u>Figure 8.7</u>	Episodes météorologiques, Hiver 1978-1979	VIII.7
<u>Figure 8.8</u>	Comparaison du profil thermique au 1er décembre 1976 et du profil généré sur quatre paramètres	VIII.11
<u>Figure 8.9</u>	Résultats de 10 simulations sans structure temporelle, hiver 1976-1977	VIII.12
<u>Figure 8.10</u>	Résultats de 10 simulations sans structure temporelle, hiver 1977-1978	VIII.13
<u>Figure 8.11</u>	Résultats de 10 simulations sans structure temporelle, hiver 1978-1979	VIII.14
<u>Figure 8.12</u>	Relation entre vitesse du vent et température à Cointrin, durant les hivers 1977, 1978, 1979	VIII.16
<u>Figure 8.13</u>	Episode hivernal de température générée	VIII.19
<u>Figure 8.14</u>	Episode hivernal de vent généré	VIII.19
<u>Figure 8.15</u>	Rayonnement direct durant l'hiver 1977	VIII.21
<u>Figure 8.16</u>	Rayonnement diffus durant l'hiver 1977	VIII.21
<u>Figure 8.17</u>	Episode de rayonnement direct généré	VIII.22
<u>Figure 8.18</u>	Episode de rayonnement diffus généré	VIII.22
<u>Figure 8.19</u>	Histogramme de la nébulosité à Cointrin	VIII.24

<u>Figure 8.20</u>	Histogramme des probabilités de profondeur de mélange sur la base du profil thermique du 1er Décembre 1976	VIII.26
<u>Figure 8.21</u>	Histogramme des probabilités de profondeur de mélange sur la base du profil thermique du 1er Décembre 1977	VIII.27
<u>Figure 8.22</u>	Histogramme des probabilités de profondeur de mélange sur la base du profil thermique du 1er Décembre 1978	VIII.28

Chapitre 9

N.B. Les figures concernant ce chapitre sont reportées à la fin du chapitre.

<u>Figure 9.1</u>	Test de l'influence de la convection (vitesses)	
<u>Figure 9.2</u>	Test de l'influence de la convection (stratification)	
<u>Figure 9.3</u>	Carte des vents du Léman	
<u>Figure 9.4</u>	Position relative des stations de mesures et de l'axe du modèle	
<u>Figure 9.5</u>	Instabilité thermique à la station CRG-24	
<u>Figure 9.6</u>	Résultats du modèle couplé; SHL-2, 1976	
<u>Figure 9.7</u>	Résultats du modèle couplé; GE-3, 1976	
<u>Figure 9.8</u>	Résultats du modèle couplé; GE-4, 1976	
<u>Figure 9.9</u>	Résultats du modèle couplé; CRG-3, 1976	
<u>Figure 9.10</u>	Résultats du modèle couplé; CRG-23, 1976	
<u>Figure 9.11</u>	Résultats du modèle couplé; CRG-24, 1976	
<u>Figure 9.12</u>	Isothermes en fin de période hivernale	
<u>Figure 9.13</u>	Isothermes en début de stratification	
<u>Figure 9.14</u>	Isothermes en période de stratification	
<u>Figure 9.15</u>	Isothermes en début de déstratification	
<u>Figure 9.16</u>	Isothermes en début de mélange	
<u>Figure 9.17</u>	Isothermes de surface entre le 15 Février et le 11 Mars	
<u>Figure 9.18</u>	Isothermes de surface entre le 4 et le 27 Avril	

- Figure 9.19 Isothermes de surface entre le 8 et le 21 Juillet
- Figure 9.20 Isothermes de surface entre le 18 Septembre et le 10 Octobre
- Figure 9.21 Isothermes de surface entre le 17 et le 30 Novembre
- Figure 9.22 bilan thermique moyen journalier du Grand Lac
- Figure 9.23 bilan thermique moyen journalier du Petit Lac
- Figure 9.24 Comparaison des bilans thermiques moyens journaliers du Grand et du Petit Lac
- Figure 9.25 Représentation des vitesses calculées en fin d'hiver
- Figure 9.26 Représentation des vitesses calculées en début de stratification par vent fort
- Figure 9.27 Représentation des vitesses calculées en période de stratification
- Figure 9.28 Représentation des vitesses calculées en début d'hiver
- Figure 9.29 Profil de vitesse horizontale dans le Grand-Lac en fin d'hiver
- Figure 9.30 Profil de vitesse horizontale dans le Grand-Lac en période de stratification
- Figure 9.31 Courants moyens mesurés dans la zone de 15 à 18 mètres dans le Léman (d'après Bohle 1985)
- Figure 9.32 Résultats du modèle découplé, station SHL-2
- Figure 9.33 Résultats du modèle découplé, Station GE-3
- Figure 9.34 Résultats du modèle découplé; Station GE-4
- Figure 9.35 Profil de vitesse horizontale simulé, après un changement de vent (modèle découplé)
- Figure 9.36 Représentation de vitesses calculées, (modèle découplé)
- Figure 9.37 Histogramme de la profondeur d'Ekman pour les différentes saisons et pour l'année complète (GE-3)
- Figure 9.38 Histogramme de la profondeur d'Ekman pour les différentes saisons et pour l'année complète (SHL-2)
- Figure 9.39 Evolution du débit au dessus de la profondeur d'Ekman, au point SHL-2 (modèle découplé)

- Figure 9.40 Histogramme de débit au dessus de la profondeur d'Ekman au point SHL-2 (modèle découplé)
- Figure 9.41 Evolution du débit au dessus de la profondeur d'Ekman, au point GE-3 (modèle découplé)
- Figure 9.42 Histogramme de débit au dessus de la profondeur d'Ekman au point GE-3 (modèle découplé)
- Figure 9.43 Résultats du modèle avec convection ; SHL-2, 1976
- Figure 9.44 Résultats du modèle avec convection ; GE-3, 1976
- Figure 9.45 Résultats du modèle avec convection ; GE-4, 1976
- Figure 9.46 Résultats du modèle avec convection ; CRG-3, 1976
- Figure 9.47 Résultats du modèle avec convection ; CRG-23, 1976
- Figure 9.48 Résultats du modèle avec convection ; CRG-24, 1976
- Figure 9.49 Profil simulé de vitesse horizontale en période de stratification (modèle avec convection)
- Figure 9.50 Détail de la figure précédente (épilimnion)
- Figure 9.51 Profil de vitesse mesuré sur le Lac de Lugano (d'après Bozzolo et al; 1983)
- Figure 9.52 Profil de vitesses simulé, en fin d'hiver. Modèle couplé avec convection
- Figure 9.53 Profil de vitesses simulé en début de stratification. Modèle couplé avec convection
- Figure 9.54 Profil de vitesses simulé en période de stratification thermique. Modèle couplé avec convection
- Figure 9.55 Profil de vitesses simulé en début de déstratification. Modèle couplé avec convection
- Figure 9.56 Evolution de la surface libre, au moment de la stratification, Modèle couplé, avec Coriolis, pdt=3h
- Figure 9.57 Champ des vitesses, modèle couplé avec Coriolis, pas de temps 0.3h
- Figure 9.58 Champ des vitesses, modèle couplé avec convection (comparaison) pas de temps 3h

	page
Chapitre 10	
<u>Figure 10.1</u> Schématisation du modèle	X.3
<u>Figure 10.2</u> Relation entre orthophosphates et oxygène dissous au fond du Léman	X.7
<u>Figure 10.3</u> Evolution de la concentration en orthophosphates au fond du lac Léman	X.7
<u>Figure 10.4</u> Exemples d'hétérogénéité horizontale et d'évolution mensuelle observée dans la base de données	X.10
<u>Figure 10.5</u> Résultats de la calibration pour les orthophosphates	X.11
<u>Figure 10.6</u> Résultats de la calibration pour le phosphore organique	X.12
<u>Figure 10.7</u> Validation du modèle, année 1977	X.22
<u>Figure 10.8</u> Validation du modèle, année 1978	X.23
<u>Figure 10.9</u> Validation du modèle, année 1979	X.24
<u>Figure 10.10</u> Evolution de la concentration en orthophosphates en surface en 1976	X.25
<u>Figure 10.11</u> Comparaison de l'évolution des orthophosphates au fond du lac, et du relargage simulé	X.25
<u>Figure 10.12</u> Résultats de la calibration, apports modifiés orthophosphates	X.28
<u>Figure 10.13</u> Résultats de la calibration, apports modifiés phosphore organique	X.29
<u>Figure 10.14</u> Validation apports modifiés, année 1977, orthophosphates	X.30
<u>Figure 10.15</u> Validation apports modifiés, année 1978, orthophosphates	X.31
<u>Figure 10.16</u> Validation apports modifiés, année 1979, orthophosphates	X.32
<u>Figure 10.17</u> Validation apports modifiés, année 1977, phosphore organique	X.33
<u>Figure 10.18</u> Validation apports modifiés, année 1978, phosphore organique	X.34
<u>Figure 10.19</u> Validation apports modifiés, année 1979, phosphore organique	X.35

Figure 10.20 Résultats d'une simulation, apports à 1000 tonnes d'orthophosphates X.37

Annexe 1

Figure A1.1 Comparaison du rayonnement solaire global calculé à partir des données d'insolation de Cointrin et du rayonnement mesuré à la station de Thônnon-Rives

Figure A1.2 Histogramme du rayonnement observé

Figure A1.3 Histogramme du rayonnement calculé

Annexe 2

Figure A2.1 Rose des vents Station: Cointrin
Période: jour

Figure A2.2 Rose des vents Station: Cointrin
Période: nuit

Figure A2.3 Rose des vents Station: Changins
Période: matin

Figure A2.4 Rose des vents Station: Changins
Période: midi

Figure A2.5 Rose des vents Station: Changins
Période: soir

Figure A2.6 Rose des vents Station: Lausanne
Période: matin

Figure A2.7 Rose des vents Station: Lausanne
Période: midi

Figure A2.8 Rose des vents Station: Lausanne
Période: soir

Figure A2.9 Rose des vents Station: Montreux
Période: matin

Figure A2.10 Rose des vents Station: Montreux
Période: midi

Figure A2.11 Rose des vents Station: Montreux
Période: soir

Annexe 4

- Figure A4.1 Méthode des caractéristiques
- Figure A4.2 Position des points de calcul de la surface libre et du débit par section le long de l'axe du modèle
- Figure A4.3 Calcul des vitesses verticales par l'équation de continuité

Annexe 5

- Figure A5.1 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Janvier 1976
- Figure A5.2 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Février 1976
- Figure A5.3 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Mars 1976
- Figure A5.4 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Avril 1976
- Figure A5.5 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Mai 1976
- Figure A5.6 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Juin 1976
- Figure A5.7 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Juillet 1976
- Figure A5.8 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois d'Aout 1976
- Figure A5.9 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Septembre 1976
- Figure A5.10 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois d'Octobre 1976
- Figure A5.11 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Novembre 1976
- Figure A5.12 Résultat du modèle thermique, première formulation, mois de Décembre 1976
- Figure A5.13 Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Janvier 1976
- Figure A5.14 Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Février 1976

<u>Figure A5.15</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Mars 1976
<u>Figure A5.16</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Avril 1976
<u>Figure A5.17</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Mai 1976
<u>Figure A5.18</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Juin 1976
<u>Figure A5.19</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Juillet 1976
<u>Figure A5.20</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois d'Aout 1976
<u>Figure A5.21</u>	resultat du modele thermique, seconde formulation, mois de Septembre 1976
<u>Figure A5.22</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois d'Octobre 1976
<u>Figure A5.23</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Novembre 1976
<u>Figure A5.24</u>	Résultat du modèle thermique, seconde formulation, mois de Décembre 1976
<u>Figure A5.25</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: A Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.26</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: A Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.27</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: A Amplitude $\pm 50\%$
<u>Figure A5.28</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: A Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
<u>Figure A5.29</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: B Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.30</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: B Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.31</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: B Amplitude $\pm 50\%$
<u>Figure A5.32</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: B Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
<u>Figure A5.33</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: σ Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.34</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: σ Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.35</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: σ Amplitude $\pm 50\%$

<u>Figure A5.36</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: σ Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
<u>Figure A5.37</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: δ Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.38</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: δ Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.39</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: δ Amplitude $\pm 50\%$
<u>Figure A5.40</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: δ Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
<u>Figure A5.41</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: α Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.42</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: α Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.43</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: α Amplitude $\pm 50\%$
<u>Figure A5.44</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: α Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
<u>Figure A5.45</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: p Amplitude $\pm 10\%$
<u>Figure A5.46</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: p Amplitude $\pm 20\%$
<u>Figure A5.47</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: p Amplitude $\pm 50\%$
<u>Figure A5.48</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: p Amplitude $\pm 50\%$ (profils)
Annexe 6	
<u>Figure A6.1</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_p Amplitude $\pm 10 \%$
<u>Figure A6.2</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_p Amplitude $\pm 10 \%$ (profils)
<u>Figure A6.3</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_p Amplitude $\pm 20 \%$ (profils)
<u>Figure A6.4</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_p Amplitude $\pm 50 \%$
<u>Figure A6.5</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_p Amplitude $\pm 50 \%$ (profils)
<u>Figure A6.6</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_{mn} Amplitude $\pm 10 \%$
<u>Figure A6.7</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K_{mn} Amplitude $\pm 10 \%$ (profils)

		page
<u>Figure A6.8</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Km _n + 20 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.9</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Km _n + 50 %	Amplitude
<u>Figure A6.10</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Km _n + 50 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.11</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K _d + 10 %	Amplitude
<u>Figure A6.12</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K _d + 10 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.13</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K _d + 20 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.14</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K _d + 50 %	Amplitude
<u>Figure A6.15</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: K _d + 50 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.16</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: V _s + 10 %	Amplitude
<u>Figure A6.17</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: V _s + 10 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.18</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: V _s + 20 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.19</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: V _s + 50 %	Amplitude
<u>Figure A6.20</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: V _s + 50 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.21</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: I _s + 10 %	Amplitude
<u>Figure A6.22</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: I _s + 10 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.23</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: I _s + 20 % (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.24</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: I _s + 50 %	Amplitude
<u>Figure A6.25</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: I _s + 50 % (profils)	Amplitude

		page
<u>Figure A6.26</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: θ $\pm 10 \%$	Amplitude
<u>Figure A6.27</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: θ $\pm 10 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.28</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité au fond paramètre: Relargmax, Ko, Kop Amplitude $\pm 10 \%$, $\pm 20\%$, $\pm 50\%$	
<u>Figure A6.29</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Relargmax Amplitude $\pm 10 \%$ (profils)	
<u>Figure A6.30</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Relargmax Amplitude $\pm 20 \%$ (profils)	
<u>Figure A6.31</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Relargmax Amplitude $\pm 50 \%$ (profils)	
<u>Figure A6.32</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Ko $\pm 10 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.33</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Ko $\pm 20 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.34</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Ko $\pm 50 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.35</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Kop $\pm 10 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.36</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Kop $\pm 20 \%$ (profils)	Amplitude
<u>Figure A6.37</u>	Résultat de l'analyse de sensibilité, paramètre: Kop $\pm 50 \%$ (profils)	Amplitude

CHAPITRE I

Simulation du fonctionnement des écosystèmes lacustres

à l'aide de modèles mathématiques

1 Généralités sur la notion de modélisation

1.1 Définition du modèle et de la modélisation

Le modèle n'est rien d'autre que sa fonction; et sa fonction est une fonction de délégation. Le modèle est un intermédiaire à qui nous déléguons la fonction de connaissance, plus précisément de réduction de l'encore-énigmatique, en présence d'un champ d'étude dont l'accès, pour des raisons diverses, nous est difficile. [...] Le modèle est un instrument d'intelligibilité.

Ainsi S. Bachelard (1979), au cours d'un colloque sur l'élaboration et la justification des modèles propose une définition du terme "modèle". R. Thom, au cours du même colloque, décrit la construction et l'utilisation d'un modèle:

Supposons qu'un être (ou une situation) extérieur(e) (X) présente un comportement énigmatique, et que nous posons à son sujet une (ou plusieurs) question(s) (Q). Pour répondre à cette question, on va s'efforcer de <<modéliser>> (X); c'est à dire, on va construire un objet (réel ou abstrait)(M), considéré comme l'image, l'analogue de (X): (M) sera dit le <<modèle>> de (X).

Le modèle (M) est construit de telle manière que, dans l'analogie (A) de (X) vers (M), la question (\hat{Q}) posée sur (X) se traduit en une question pertinente (Q) au modèle (M) qui y répondra par une évolution naturelle conduisant à une réponse (R): cela s'appelle <<faire jouer>> le modèle; l'analogie (A), prise en sens inverse, permet alors de déduire de (R) une réponse (\hat{R}) valable pour (X). On comparera alors cette réponse aux données empiriques...

L'ensemble de ces opérations est résumé dans le diagramme(D) ci dessous (figure 1.1):

R. Thom évoque aussi quelques critères que "l'opinion ordinaire propose pour définir les modèles scientifiques":

**UN MODELE POUR ETRE SCIENTIFIQUE, DOIT
ETRE MATHEMATIQUE ET QUANTITATIVEMNT
EXACT.**

Ceci est bien entendu **FAUX**, car cela reviendrait à éliminer du domaine scientifique toutes les assertions écrites en langage ordinaire

UN MODELE POUR ETRE UTILE, DOIT PERMETTRE LA PREDICTION QUANTITATIVE

Ceci dépend de la question (Q) qui motive la modélisation. S'il s'agit de déterminer des seuils quantitatifs pour assurer le bon fonctionnement du système (X), alors la réponse est **OUI**. S'il ne s'agit que de trancher qualitativement entre deux théorisations de (X), la réponse est **NON**

POUR ETRE SCIENTIFIQUE, UN MODELE (M) DOIT REPOSER SUR UNE BASE THEORIQUE RECONNUE.

NON, car on ne peut exclure à priori la possibilité de simuler un système naturel (X) par un système naturel (M) de nature entièrement différente. S'il s'avère que (M) simule (X) avec une très bonne exactitude, sans que nous ne comprenions pourquoi, il n'y a aucune raison de renoncer à cet accord inexplicable à des fins pragmatiques... En un certain sens, le critère positiviste de l'efficacité pragmatique (possibilité de prédire) et le critère de justification théorique sont, sinon opposés, au moins parfaitement indépendants.

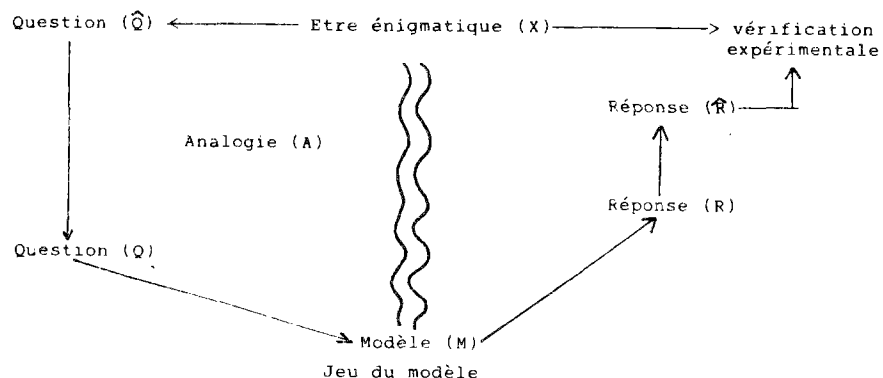


Figure 1.1 Diagramme des étapes d'élaboration d'un modèle (d'après Thom, 1979)

Ces définitions et remarques sur la conception des modèles montrent l'optique avec laquelle il faut regarder les modèles d'écosystèmes lacustres. Face à une complexité extrême provenant de l'interaction d'une multitude de phénomènes d'ordre physique, physico-chimique, biologique, rendant une globalisation de l'ensemble du système délicate, ils sont un outil placé entre le scientifique qui cherche à réduire le champ des zones obscures et le système qu'ils ont la capacité d'appréhender. En même temps, ces remarques mettent en valeur l'aspect pragmatique du modèle, qui peut travailler et être utile même sans justification théorique.

L'approche de la modélisation que nous avons utilisée a tenté, modestement, de suivre la démarche proposée dans ces quelques phrases. Il nous apparaît important de ne pas clore cette approche théorique du modèle sans citer une nouvelle fois R. Thom: " dans son acceptation usuelle, le mot << modèle >> suggère un être supérieur, plus élevé, que l'être modélisé. Ainsi en peinture, où le modèle en chair et en os est plus complet que sa reproduction picturale [...]. dans l'acceptation du mot modèle ici proposée, il en va tout autrement, puisque ici le modèle (M) est une image appauvrie - par oubli d'un tas de propriétés non pertinentes - de l'être (X) modélisé".

1.2 Utilisation des modèles

Les principales utilisations des modèles ont été mentionnées dans les citations du paragraphe précédent:

- améliorer la connaissance du milieu
- déterminer des seuils quantitatifs pour assurer un bon fonctionnement du milieu.

Ce sont ces utilisations qui sous-tendent l'élaboration du modèle. La première implique un aller-retour permanent entre le système à modéliser et les réponses obtenues lors du <<jeu du modèle>>, qui doivent apparaître comme autant de questions du type " De quoi dois-je m'étonner ?; quelles questions pertinentes dois-je me proposer au sujet du système"(R. Thom 1979). La seconde, plus pragmatique, apparaît fondamentale dans un objectif de gestion environnementale du système; elle n'implique pas l'utilisation de modèles à justification théorique, et se satisfait de descriptions dont les résultats sont en accord avec une réalité observée (statistiquement par exemple).

1.3 Méthode de la modélisation

Deux principales méthodes existent pour décrire le fonctionnement de l'écosystème. La première revient à

considérer l'écosystème dans son ensemble -approche holistique-, la seconde considère l'écosystème comme étant la somme de compartiments dont la réunion recrée l'écosystème entier (Agoumi 1985). Cette dernière approche, réductionniste, est celle qui est la plus adaptée à l'utilisation des modèles basés sur l'emploi d'outils mathématiques et numériques; elle s'est énormément développée avec l'apparition de moyens de calcul puissants. Elle impose notamment une approche systémique nécessitant le choix de:

- Variables d'état: quantités variables dans le temps et l'espace qui définissent, pour une échelle d'observation donnée, l'état du système en tout point de l'espace et à chaque instant.

- Variables de forçage: quantités variables dans le temps et l'espace, extérieures au système, qui influencent sa dynamique

- Paramètres: coefficients intervenant dans les équations qui peuvent varier dans l'espace et dans le temps (Chahuneau et al; 1980)

A partir de ces définitions de l'analyse de systèmes, on peut tenter de classifier les modèles d'écosystèmes lacustres.

2. Classification des modèles d'écosystèmes lacustres

2.1 Origines de la modélisation des écosystèmes lacustres

L'accroissement rapide des activités humaines depuis plusieurs décennies a contribué à modifier, de manière parfois irréversible, les milieux lacustres. Différents phénomènes de pollution ont été observés, certains de type accidentel, d'autres de type chronique, comme la pollution par les métaux lourds, les micropolluants organiques (tels que les insecticides), ou les nutriments provoquant une *eutrophisation* du milieu. Ce dernier phénomène est peut-être celui qui est le plus ressenti, tant par les populations riveraines du milieu (aspect des eaux peu agréable, odeurs nauséabondes...), que par les collectivités locales (augmentation du coût du traitement de l'eau de boisson, désertion des zones de détente...).

Lutter contre ce phénomène pour préserver la qualité des eaux, et les ressources qu'elles produisent est donc devenu un objectif prioritaire. La connaissance, à la fois sur

un plan qualitatif et quantitatif, des capacités d'assimilation du milieu, ainsi que des réponses de ce milieu à une modification des apports d'origine terrestre, s'est avérée nécessaire.

Face à ces besoins la modélisation mathématique est apparue comme un outil, mis à la disposition, tant du scientifique, qui peut ainsi tester différentes hypothèses de fonctionnement du milieu, que du gestionnaire, qui souhaite évaluer les réponses de l'écosystème à des sollicitations extérieures.

Il apparaît clairement que la seconde utilisation ne peut se faire que postérieurement à la première, si l'on utilise une approche réductionniste.

2.2 Classification des modèles d'écosystèmes lacustres

Nous reprenons la classification proposée par Chahuneau et al; 1980.

Un lac peut-être représenté comme la superposition de deux sous-systèmes, un sous-système physique, et un sous-système écologique.

Le premier regroupe les variables d'état de type "physique": température de l'eau, salinité (le cas échéant), caractéristiques hydrodynamiques de la masse d'eau.

Le second rassemble toutes les variables d'état permettant de décrire le comportement "qualitatif" de l'eau au point de vue physico-chimique et biologique.

Le premier sous-système a un caractère dominant, car les paramètres physiques ont une importance primordiale sur le comportement de l'écosystème (il suffit de voir l'explosion des diatomées dans le Léman au premier réchauffement printanier pour s'en convaincre); par contre le second sous-système n'influe sur le premier que par quelques rares phénomènes, comme l'auto-ombrage, qui provoque une modification de la structure thermique du lac (augmentation plus importante de la température près de la surface). Il apparaît donc nécessaire dans toute modélisation d'écosystèmes lacustres, de commencer par l'établissement de modèles permettant de décrire l'évolution du sous-système physique.

Sur la base de cette distinction, il est possible de décrire l'ensemble des modèles d'écosystèmes lacustres, en les classant par ordre de complexité croissante, suivant deux axes:

- 1- complexité dans la description du système physique
- 2- complexité dans la description du système écologique

Le nombre de variables d'état à considérer dans le premier modèle est assez réduit et peu discutable; la complexité dans ce type de modèle viendra principalement de la discrétisation, et du nombre de dimensions, pris en compte.

Dans le second modèle, la complexité viendra surtout du nombre de variables d'état étudiées, en liaison avec l'analyse de système qui a été faite du lac.

Sur cette base les modèles peuvent être classés dans le tableau suivant (Tableau 1.1):

	Modèles à variables d'état non distribuées spatialement		Modèles à variables d'état distribuées spatialement	
			1 dimension	2 ou 3 dimensions

Modèles bio-géo chimiques	Vollenweider 1983		Imboden 1978 Gaechter	Halfon 1978 Lam

Modèles écologiques à niveaux trophiques condensés	Jorgensen 1976		Gaillard 1981 Garçon 1981 Scavia 1980	Di Toro 1980 Conolly Matystick

Modèles écologiques à niveaux trophiques subdivisés	Park et al 1979		Chen 1975 Orlob	Chen Smith 1979

D'après Chahuneau et al (1980)

Tableau 1.1

2.3 Description des principaux types de modèles

2.3.1 Influence de la description physique du système

2.3.1.1 Modèles non distribués spatialement.

Nous supposons dans ce type de modèle que la masse d'eau est dans un état proche de l'homogénéité; et que donc, un seul point suffit à décrire l'ensemble du lac. Si ce type de modèle peut s'appliquer à des lacs peu profonds et soumis à des brassages ou mélanges superficiels importants, les résultats qu'ils fourniront pour des lacs profonds et fortement stratifiés décriront un comportement moyen et seront d'une faible précision. Leur grande facilité de mise en oeuvre permet de les utiliser, à un faible coût, dans un objectif de gestion environnementale.

2.3.1.2 Modèles unidimensionnels selon la verticale

Ces modèles prennent en compte l'hétérogénéité verticale du milieu lacustre. Deux principaux types de discrétisation verticale sont employées:

- modèles de type bicouche: ils séparent en période de stratification thermique l'épilimnion et l'hypolimnion; l'épaisseur de la couche épilimnique est déterminée d'après l'étude des profils thermiques et est stable pour toute la durée de la stratification.

- modèles de type multicouche: ces modèles discrétisent le lac en couches de faibles épaisseurs (de l'ordre du, ou de quelques mètres), et à partir de l'équation de transfert thermique au sein de la masse d'eau déterminent la température pour chaque couche et tout au long de la simulation à chaque pas de temps. Ils permettent aussi de déterminer le coefficient de dispersion turbulente entre les couches sur l'ensemble de la colonne d'eau, paramètre fondamental pour l'étude ultérieure des variables d'état écologiques.

Bien adaptés au cas des réservoirs, ainsi qu'aux lacs de faible étendue, de nombreux modèles de ce type ont été développés depuis une quinzaine d'année.

2.3.1.3 Modèles bi ou tri dimensionnels

Ces modèles ont principalement été établis sur les grands lacs, pour lesquels l'hypothèse d'une homogénéité

horizontale n'est plus acceptable. Le lac est alors discrétisé sous la forme de grosses boîtes empilées (21 pour le lac Ontario (Chen et al 1979), 12 pour le lac Erie (Di Toro et al 1980)). Ils nécessitent la connaissance des champs de courant dans l'ensemble du lac et sont pour cela fréquemment couplés à des modèles de circulation, d'une résolution spatiale beaucoup plus fine.

Ils deviennent donc rapidement très lourds et nécessitent pour fonctionner de très nombreuses données; en effet, l'absence de données suffisantes ne permet pas de vérifier les résultats du modèle. S'ils constituent des "jouets" attrayants pour les scientifiques, leurs applications pratiques demeurent des plus restreintes.

2.3.1.4 Choix de la description physique

Le choix d'un des types de modèles précédemment vus sera basé sur quelques principaux critères:

- dimension physique du lac à modéliser, et rapport des dimensions horizontales à la dimension verticale

- variabilité spatiale des phénomènes physiques et biologiques - mise en évidence de zones pseudo-homogènes de comportement voisin-

- base de données disponible pour permettre de faire fonctionner (variables de forçage) et vérifier ensuite le fonctionnement (variables d'état ou fonction de variables d'état) du modèle.

2.3.2 Influence de la description écologique du système

2.3.2.1 Les modèles biogéochimiques

Ces modèles ne prennent pas en compte de manière explicite les variables d'état de nature biologique, mais uniquement différentes formes chimiques d'un élément interférant de façon importante dans le cycle biologique. Ainsi, le phosphore, reconnu, dans la majorité des cas, comme étant le principal facteur responsable de l'eutrophication, sera très souvent l'élément de base de ce type de modèles, dont il existe une très large gamme qui recouvre une grande plage d'utilisation. Parmi les modèles les plus célèbres, citons:

- Les modèles à l'état stationnaire (steady-state) (Vollenweider 1969, 1975, 1983), (Dillon & Rigler 1974), qui

présentent, généralement sous la forme de graphes, le bilan de phosphore du lac. Bien que ces modèles ne fournissent que des résultats moyens annuels, d'une précision assez faible, ils permettent de suivre l'évolution à long terme du milieu et de comparer interannuellement son état trophique.

- Les modèles dynamiques, simulent l'évolution au cours du temps du lac, généralement à l'échelle saisonnière. Ils prennent en compte au minimum deux espèces de phosphore: (Imboden & Gächter, 1978)

-le phosphore minéral dissous (orthophosphates) disponible pour la production

-le phosphore organique, généralement supposé particulaire, qui intègre la biomasse planctonique.

Ces modèles assez simples d'élaboration et d'emploi se sont énormément développés, et d'autres compartiments ont parfois été ajoutés:

-le phosphore organique dissous (Premazzi & Rossi, 1984)

-l'oxygène dissous (Griffin & Ferrara, 1984)

-l'interface eau-sédiment (Griffin & Ferrara, 1984)

2.3.2.2 Les modèles à niveaux trophiques condensés

Ces modèles représentent une évolution logique, vers une complexification, des modèles précédents, en introduisant explicitement au moins un compartiment de phytoplancton. La présence de ce compartiment nécessite la prise en compte de nombreux autres compartiments qui augmentent de façon notable la complexité du modèle, les paramètres de calage, ainsi que les variables d'état (Tableau 1.2).

Variables d'état "biologiques"

- phytoplancton global (Jorgensen 1976)
- ou diatomées et non diatomées (Di Toro 1980)
- zooplancton
- ou zooplancton herbivore et zooplancton carnivore

Variables d'état physico-chimiques

- nutriments (phosphore, azote, silice, carbone)
- oxygène dissous, DBO

The model has 17 state variables:

- CC Carbon in algal cells ($g\ m^{-3}$),
- FNF Proportion of nitrogen in fish,
- FNZ Proportion of nitrogen in zooplankton,
- FPF Proportion of phosphorus in fish,
- FPZ Proportion of phosphorus in zooplankton,
- NC Nitrogen in algal cells ($g\ m^{-3}$),
- ND Nitrogen in detritus ($g\ m^{-3}$),
- NSED Nitrogen in sediment ($g\ m^{-3}$),
- NS Soluble nitrogen ($g\ m^{-3}$),
- PB Phosphorus released biologically from sediment ($g\ m^{-3}$),
- PC Phosphorus in algal cells ($g\ m^{-3}$),
- PD Phosphorus in detritus ($g\ m^{-3}$),
- PE Exchangeable phosphorus in sediment ($g\ m^{-3}$),
- PHYT Phytoplankton biomass ($g\ m^{-3}$),
- PI Phosphorus in interstitial water ($g\ m^{-3}$),
- PS Soluble phosphorus ($g\ m^{-3}$),
- ZOO Zooplankton biomass ($g\ m^{-3}$).

Liste des variables d'état

Symbol	Definition	Unit	Values		Values Based Upon
			Model I	Model II	
α	Extinction coefficient of water	m^{-1}	0.27	0.27	Chen and Orlob (1975)
β	Specific extinction coefficient of phytoplankton	$m^2\ g^{-1}$	0.18	0.18	Chen and Orlob (1975)
C	Concentration of inorganic carbon	$mg\ l^{-1}$	100	100	Measurements
CDR_{max}	Maximum growth rate of phytoplankton	day^{-1}	2.3	2.53	Calibration
D	Depth	m	1.8	1.8	Measurements
DB	Depth of biologically very active layer	m	—	$2 \cdot 10^{-2}$	Measurements
DENIT	Denitrification coefficient	day^{-1}	0.02	0.03	Nitrogen balance
DMU	Dry matter in sediment	—	0.07	0.07	Measurements
FISH ₀	Concentration of fish	$mg\ l^{-1}$	0.55	0.3	Calibration
KA	Michaelis constant for zooplankton grazing on phytoplankton	$mg\ l^{-1}$	0.5	2.0	Chen and Orlob (1971)
KC	Michaelis constant for carbon uptake	$mg\ l^{-1}$	0.5	0.5	Chen and Orlob (1975)
KDN_{10}	Decomposition rate of detritus nitrogen at 10°C	day^{-1}	0.1	0.1	Calibration
KDP_{10}	Decomposition rate of detritus phosphorus at 10°C	day^{-1}	0.25	0.4	Calibration
KE_{20}	Decomposition rate of PE at 20°C	day^{-1}	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	Calibration
KL	Michaelis constant for light	$kcal\ m^{-2}\ day^{-1}$	400	400	Gargas (1975)
KN	Michaelis constant for nitrogen uptake	$mg\ l^{-1}$	0.2	0.2	Lehman <i>et al.</i> (1975), Chen and Orlob (1975)
KP	Michaelis constant for phosphorus uptake	$mg\ l^{-1}$	0.02	0.02	Lehman <i>et al.</i> (1975), Chen and Orlob (1975)
PEL	Rate constant for release of nitrogen	day^{-1}	0.0040	0.0040	Jacobson and Jørgensen (1975)
KS	Threshold zooplankton biomass	$mg\ l^{-1}$	0.75	0.75	Steele (1974)
KZ	Michaelis constant for fish feeding on zooplankton	$mg\ l^{-1}$	0.35	0.35	Calibration
LUL	Unstable layer of sediment	m	0.1	0.1	Measurements
DS	$LUL \cdot (1 - DMU)$	m	—	—	—
MA	Mortality of phytoplankton	day^{-1}	0.09	—	Calibration

(continued over)

Symbol	Definition	Unit	Values		Values Based Upon
			Model I	Model II	
MYZ_{max}	Maximum growth rate of zooplankton	day^{-1}	0.2	0.188	Calibration
MZ	Mortality of zooplankton	day^{-1}	0.025	0.033	Calibration
NH_4P	Ammonia concentration in rainwater	$mg\ l^{-1}$	0.2	0.2	V. Jørgensen (1972)
NO_3P	Nitrate concentration in rainwater	$mg\ l^{-1}$	0.16	0.16	V. Jørgensen (1972)
ϕ	Temperature coefficient for degradation of detritus	—	1.072	1.072	—
$PRED_{max}$	Maximum feeding rate of fish on zooplankton	day^{-1}	0.06	0.012	Calibration
PP	Phosphorus concentration in rainwater	$mg\ l^{-1}$	0.0015	0.0015	V. Jørgensen (1972)
RC_{max}	Maximum respiration rate of phytoplankton	day^{-1}	0.13	0.088	Calibration
RZ_{max}	Maximum respiration rate of zooplankton	day^{-1}	0.035	0.028	Calibration
SVD	Settling rate of detritus	$m\ day^{-1}$	0.002	0.0019	Jørgensen (1976)
SVS	Settling rate of <i>Scenedesmus</i>	$m\ day^{-1}$	0.06	0.19	
θ	Temperature coefficient for decomposition of PE	day^{-1}	1.03	1.03	Chen and Orlob (1975)
UC_{max}	Maximum rate of carbon uptake	day^{-1}	0.65	0.55	Calibration
UN_{max}	Maximum rate of nitrogen uptake	day^{-1}	0.03	0.015	Calibration
UP_{max}	Maximum rate of phosphorus uptake	day^{-1}	0.003	0.0014	Calibration
FCA_{min}	Minimum kg C per kg phytoplankton biomass	—	0.15	0.15	Jørgensen (1976)
FCA_{max}	Maximum kg C per kg phytoplankton biomass	—	0.6	0.6	
FNA_{min}	Minimum kg N per kg phytoplankton biomass	—	0.015	0.015	
FNA_{max}	Maximum kg N per kg phytoplankton biomass	—	0.10	0.10	
FPA_{min}	Minimum kg P per kg phytoplankton biomass	—	0.001	0.001	Jørgensen (1976)
FPA_{max}	Maximum kg P per kg phytoplankton biomass	—	0.013	0.013	
V	Volume of the lake	m^3	420000	420000	—
Y	Yield of feeding zooplankton and fish	—	0.63	0.63	Chen and Orlob (1975)
Z	$1 - Y - 1$	—	0.59	0.59	—

Liste des paramètres

Tableau 1.2 Liste des variables d'état et des paramètres d'un modèle à niveau trophique condensés (Jørgensen 7 d'après Jørgensen 1983)

Les variables d'état de ces modèles atteignent rapidement le nombre de 10 ou 15. Il est donc impératif de disposer de bases de données très fournies pour calibrer et vérifier, avec quelques chances de succès ces modèles.

A mi-chemin entre ces modèles et ceux de la dernière catégorie, on trouve des modèles comptant un nombre de variables d'état plus important et introduisant des sous-groupes au sein des compartiments biologiques (diatomées, algues vertes, algues bleu-vert fixant l'azote, algues bleu-vert ne fixant pas l'azote pour le phytoplancton) (Bierman 1976), sans toutefois considérer des espèces précises comme c'est le cas pour les modèles à niveaux trophiques subdivisés.

2.3.2.3 Les modèles à niveaux trophiques subdivisés

Ces modèles représentent une complexification des modèles précédents en accroissant le nombre de variables d'état, en détaillant les différentes espèces présentes à chaque niveau de la chaîne trophique, qui est suivie jusqu'aux poissons (Canale et al 1976), (Ikeda, 1979); le nombre de variables d'état atteignant facilement 25 ou 30. Le principal objectif de ces modèles se réduit à déterminer un jeu de paramètres de calage, générant un comportement des dynamiques planctoniques proche de celui observé, plutôt que de trouver le meilleur ajustement entre le modèle et les données. Ainsi on peut, à partir des bases de données, essayer de calquer un comportement, mais il n'apparaît pas possible d'ajuster précisément le modèle aux données. (Jorgensen, 1983). Ceci limite énormément l'intérêt de ces modèles qui n'apparaissent que comme de simples jeux intellectuels.

2.4 Synthèse

Les différents types de modèles présentés recouvrent une plage très large; le choix d'un modèle particulier doit dépendre en premier lieu du but de la modélisation. En pratique, le choix est rapidement dicté par la nécessité d'une utilisation facile du modèle, la qualité et l'importance de la base de données disponible, ainsi que la description physique minimum du système, nécessaire pour en obtenir une image réaliste.

Ainsi, dans le cas du Léman, et pour des raisons qui seront développées dans le chapitre suivant, l'élaboration de modèles tridimensionnels et des modèles à niveaux trophiques subdivisés a été rejetée a priori. Compte tenu des caractéristiques physiques du lac, les modèles

adimensionnels n'ont pas non plus été retenus. Sans aucune considération quant au comportement du lac, nous nous dirigeons vers des modèles de type:

-biogéochimiques uni- ou bi-dimensionnels

-à niveaux trophiques condensés, uni ou bi dimensionnels.

Quel que soit le modèle que nous serons amenés à retenir, il nécessitera en premier lieu l'élaboration d'un modèle physique, capable de décrire l'évolution des paramètres physiques (température, coefficient de dispersion, mouvements d'eau).

CHAPITRE 2

Principaux aspects physiques, chimiques et biologiques
du lac Léman
et de son bassin versant

1 Caractéristiques physiques

1.1 Caractéristiques du lac

Le lac Léman, situé entre le Jura et les Alpes, sur la frontière franco-suisse, constitue par son volume le premier des grands lacs préalpins. Il draine un bassin versant de 7400 km² constitué à parts pratiquement égales de terres incultes, forêts, pâturages, terres cultivables, et dans une moindre mesure de glaciers. Les eaux pénètrent dans le lac par de nombreux affluents (25). Deux d'entre eux, le Rhône et la Dranse du Chablais, représentent 90 % des apports au lac, avec un débit moyen de 176 m³/s et 27 m³/s respectivement, susceptible de très fortes variations en période de crue.

Géométriquement, le lac occupe une cuvette de 89 km³ en forme de croissant, de 70 km de long et de 12 de large dont la coupe à l'allure d'une cuillère. Il est habituellement divisé en deux bassins:

- le Petit Lac situé à l'ouest du détroit de Promenthoux, d'une profondeur moyenne de 40 m et qui ne représente que 3,4 % du volume total du lac.

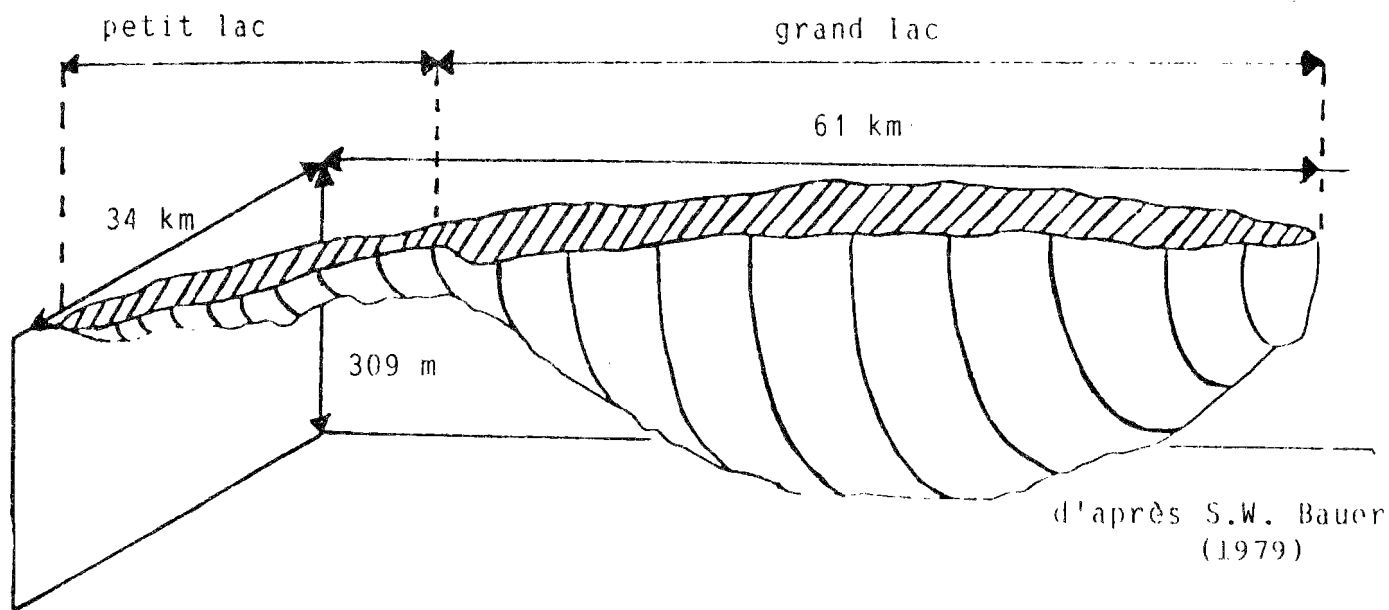
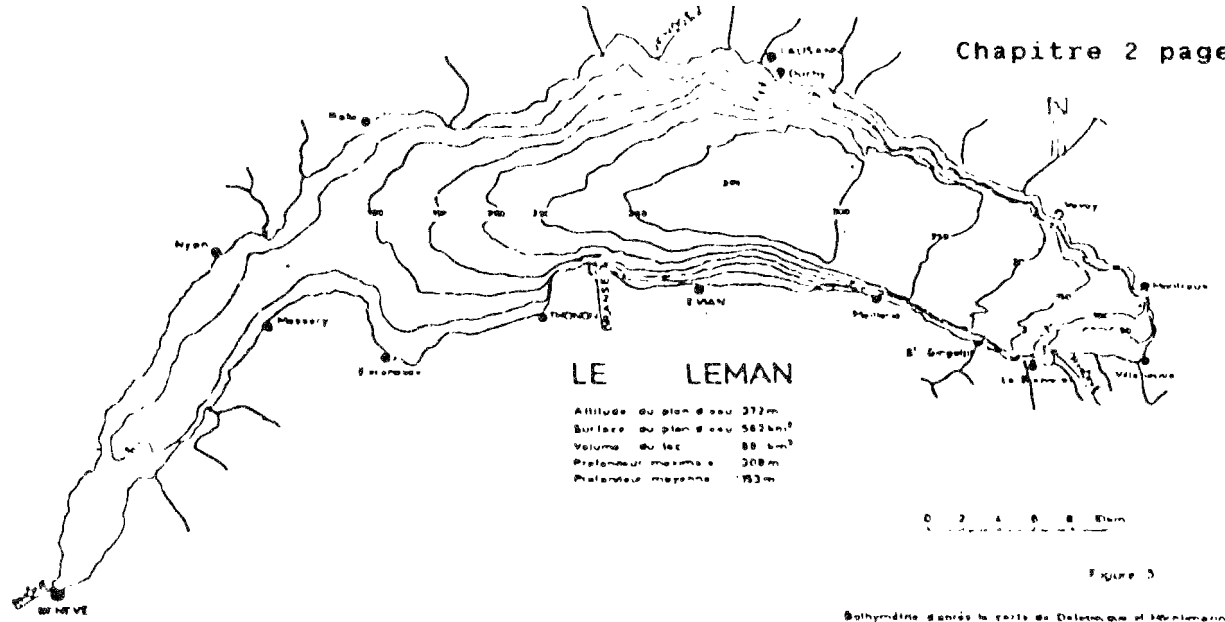
- le Grand Lac d'une profondeur moyenne de 172 m qui constitue la majorité du volume du lac. Le fond de ce bassin forme une plaine centrale de 12 X 6 km² située à 309 m sous la surface. La pénétration du Rhône a formé dans la partie Est une vallée sous lacustre, de 15 km de long et 30 m de profondeur, analogue aux canyons sous-marins, qui se termine à l'entrée de la plaine.

L'émissaire unique du lac se situe à Genève et constitue le Rhône. Il est fixé à l'altitude de 372 m plus ou moins 30 cm et le débit moyen y est de 240 m³/s. Le temps de renouvellement moyen des eaux du lac est de 12 ans.

Le Léman apparaît beaucoup plus petit que la plupart des grands lacs américains, mais aussi beaucoup plus profond. Cette caractéristique a une grande influence sur le comportement hydrodynamique et thermique du lac. (Figure 2.1 et Tableau 2.1).

1.2 Etude de la météorologie

La météorologie du Léman a été étudiée sur la base de données provenant des stations situées sur la côte suisse. Les stations prises en compte sont les suivantes:



distorsion x : y : z = 1 : 2.00 : 0.02

Figure 2.1: Carte et visualisation du lac Léman

Tableau 2.1: caractéristiques du lac et du bassin versant

LAC		BASSIN VERSANT	
Altitude moyenne du plan d'eau : 372 m		Superficie :	
Superficie du plan d'eau :		Bassin du Rhône	5221 km ²
Grand lac	503 km ²	Bassin de la Dranse	536 km ²
Petit lac	79 km ²	Bassin de la Venoge	235 km ²
Léman	682 km ²	Autres bassins	1408 km ²
Volume moyen :		TOTAL	7400 km ²
Grand lac	86 km ³	Débit moyen :	
Petit lac	3 km ³	Rhône	176 m ³ /s
Léman	89 km ³	Dranse	21 m ³ /s
Profondeur maximale :		venoge	5 m ³ /s
Grand lac	310 m	Altitude maximale :	
Petit lac	76 m	4638 m	
Profondeur moyenne :		Altitude moyenne :	
Grand lac	172 m	1670 m	
Petit lac	41 m	Utilisation du bassin versant :	
Léman	153 m	Glaciers	11 %
Longueur dans l'axe :		Terres incultes	24 %
Grand lac	49 km	Forêts	21 %
Petit lac	23 km	Pâturages	24 %
Léman	72 km	Terres cultivables	20 %
Débit moyen à l'émissaire : 240 m ³ /s		Population totale (sédentaire + tourisme) : 1000000 habitants	
Temps de séjour moyen des eaux : 12 ans		Industries : 1000000 équivalents -habitants	

Genève-Cointrin sur la période 1975-1979. Il s'agit d'une station automatique, fournissant des données trihoraires, obtenues par moyennage de données relevées toutes les dix minutes. Cette station est située à l'extrémité Ouest du lac, au voisinage de l'aéroport de Genève (Altitude 411 m).

Changins sur la période 1975-1981. Il s'agit d'une station non-automatique. Les relevés sont effectués triquotidiennement à 7, 13 et 19 heures. Cette station est située à la limite entre le Petit et le Grand Lac, au dessus de la ville de Nyon (Altitude 390 m).

Lausanne sur la période 1975-1980. Comme la précédente, cette station n'est pas automatique, les relevés sont effectués aux mêmes heures. Elle est située au niveau du Grand Lac au dessus de la ville de Lausanne (Altitude 589 m).

Montreux sur la période 1975-1980. Mesurée dans les mêmes conditions que les précédentes, cette station est située à l'extrémité Est du Grand Lac (Haut-Lac) (Altitude 408 m)

Compte tenu de sa situation peu favorable (abris des vents forts, ombrage) et de sa non disponibilité sur support informatique, la station située sur la rive française à Ithonon-Rives (Altitude 385 m) n'a pas été retenue pour l'ensemble des paramètres; néanmoins certains d'entre eux (insolation journalière globale...) ont été pris en compte.

Si les stations retenues couvrent bien la surface entière du lac, la morphométrie de la région lémanique ne permet pas d'extrapoler directement au lac les mesures effectuées au voisinage de la côte sur des versants très pentus. Ceci est particulièrement net pour les vents dont le champ sur le lac est particulièrement inhomogène comme l'indique le grand nombre de noms locaux (plus de 20) qui leur sont donnés.

Une étude détaillée de l'ensemble des données météorologiques est présentée dans l'annexe 2. Les principaux résultats en sont les suivants:

1.2.1 Vents

Le champ du vent sur le Léman est profondément inhomogène. En longeant le lac d'Ouest en Est, on note une diminution des vents forts, et le développement de vents thermiques. Les directions privilégiées des vents forts sont Nord-Est --> Sud-Ouest (Bise) et Sud-Ouest --> Nord-Est (Vent). Il n'existe pas de réelle cohérence entre les vitesses et les directions des vents entre deux points du

lac. Néanmoins, on peut noter, pour des vents de 5 m/s à Changins et des vents de 3 m/s à Pully les relations présentées dans le tableau suivant (Figure 2.2, d'après Bohle Carbonnel 1986)

1.2.2 Température

L'observation des températures permet de mettre en évidence des relations linéaires, entre les différentes stations, saison par saison, avec d'excellents coefficients de corrélation (r^2 de l'ordre de 0.850 à 0.950). Les différences entre les stations font apparaître un réchauffement du climat entre la partie Est du lac et l'Ouest; cependant la station de Lausanne ne suit pas cette évolution et est beaucoup plus froide, ce qui peut s'expliquer par la différence d'altitude de cette station, par rapport aux autres. On note en moyenne une différence de 1°C, indépendamment de la saison entre les stations de Genève et de Montreux.

D'une manière générale, les températures sont particulièrement tempérées sur les bord du lac, aussi bien l'hiver (moyenne comprise entre 2.2 et 3.2 °C) que l'été (moyenne comprise entre 16.2 et 17.2°C), l'amplitude thermique saisonnière n'atteignant pas 15 degrés (sur la base de moyennes quotidiennes). On retrouve ici l'effet modérateur du lac sur le climat (Blavoux et al, 1962).

1.2.3 Durée d'insolation

La durée d'insolation dépend faiblement de la localisation de la station météorologique, sauf pour la station de Montreux qui est nettement moins ensoleillée que les autres. Ceci est peut-être dû à la proximité des montagnes, qui provoque un blocage des nuages sur cette extrémité du lac, et masque le coucher du soleil, diminuant systématiquement la durée d'insolation. Il n'existe pas vraiment de corrélation statistiquement significative entre les résultats des diverses stations, à cause sans doute du caractère très local des nuages. Le pourcentage de journées sans soleil est de l'ordre de 50% l'hiver, moins de 20% l'été, et de l'ordre de 30% dans les saisons intermédiaires.

1.2.4 Nébulosité

La nébulosité est très corréllée à la durée d'insolation (coefficient de corrélation de -0.875, toutes

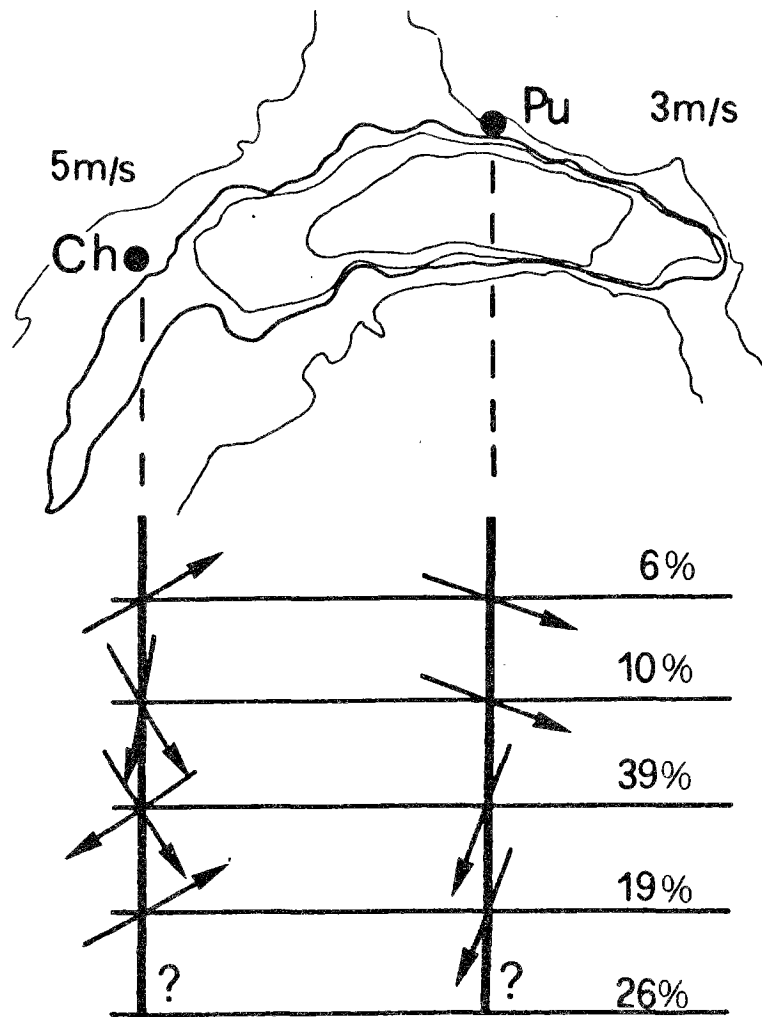


Figure 2.2: vitesses caractéristiques, et corrélations des directions du vent, sur les rives du Léman, à Changins et Pully (d'après Bohle-Carbonnell 1986)

stations et toutes années confondues). Aucune étude approfondie n'a donc été entreprise sur ce paramètre. Les résultats obtenus pour l'insolation restent valables pour la nébulosité, moyennant la transposition due à la corrélation négative.

1.3 Comportement physique du Léman

1.3.1 Hydrodynamique

Depuis très longtemps, le Léman fait l'objet d'études visant à comprendre et à analyser son fonctionnement d'un point de vue physique. Dès 1892, Forel a étudié les phénomènes de seiches et de vagues et a abordé l'étude des courants en en distinguant cinq types:

- courants d'écoulement du lac considéré comme un fleuve élargi
- courants de convection thermique dus aux variations de densité de l'eau
- courants engendrés par les vents
- courants dus à la pression atmosphérique
- courants produits par les seiches

Plus récemment Hubert 1971, a tenté de déterminer la dynamique des masses d'eau à partir d'un traçage au Tritium. Bauer, 1979 a étudié à partir d'un modèle numérique tridimensionnel les courants engendrés par le vent, ainsi que l'évolution de la surface libre du lac, en période d'homogénéité thermique, suite à une forte bise. Enfin Bohle 1986, sur la base de mesures courantométriques et d'analyses statistiques de ces mesures, a mis en évidence des grandeurs caractéristiques des mouvements d'eau dans le lac. Les principaux résultats de ces travaux sont les suivants:

La principale source d'énergie induisant des courants dans le lac est le vent; les courants engendrés par l'entrée du Rhône sont en comparaison 10 fois plus faibles (à l'exception de certaines périodes de crues).

La distribution en amplitude et direction des courants horizontaux varie suivant le lieu. On distingue cependant du côté suisse des courants Est-Ouest au voisinage du littoral, des courants en direction des zones profondes dans la partie centrale du lac et des courants tournant dans le sens des aiguilles d'une montre dans la partie Ouest du lac. A ces tendances se superposent des courants intermittents de nature aléatoire. La vitesse moyenne des courants est de l'ordre de 1 à 2 cm/s (Bohle 1986)

1.3.2 Thermique

Le Léman est à ranger dans la catégorie des lacs monomictiques chauds. Sa température ne descend jamais au dessous de 4 °C et très rarement au dessous de 5 °C. La hauteur de la couche superficielle mélangée chaque année varie de 50 à 310m (circulation totale). Il est à noter que les circulations totales ne se produisent qu'une fois tous les 10 ans environ, après une élévation progressive de la température au fond du lac (1/10 °C par an).

En plus des échanges d'énergie se produisant à l'interface eau-air (Annexe 1), le lac est soumis à un flux de chaleur terrestre provenant du fond du lac de 85 mW/m² (Finckh 1981)

2 Caractéristiques écologiques

Nous ne décrivons ici que les traits fondamentaux du Léman, nécessaires pour la suite de l'étude. Pour une description détaillée de ces caractéristiques, nous renvoyons le lecteur au rapport de synthèse de la CIPEL (1984). (Commission Internationale pour la Protection des Eaux du Léman contre la pollution)

2.1 Niveau trophique

Le Léman est à classer dans la catégorie des lacs mésoeutrophes à tendance eutrophe (Vollenweider, 1983). C'est dans les années 1950, que l'état du lac a commencé à se dégrader, suite à l'urbanisation du bassin versant. Il a été noté, à la fin des années 1960, l'apparition d'*Oscillatora rubescens*, caractéristique de l'eutrophisation du milieu. Le lac est actuellement dans un état stationnaire, malgré les mesures entreprises sur le bassin versant pour limiter les apports en nutriments au lac.

2.2 Evaluation des apports au lac (Phosphore)

Le phosphore joue un rôle fondamental dans la production phytoplanctonique, dont il est le principal facteur limitant. Il importe donc de connaître précisément les apports au lac, provenant de sources diffuses ou ponctuelles, dans cet élément. On peut actuellement les évaluer à 1000 tonnes de phosphore total par an dont environ 400 tonnes d'orthophosphates directement assimilables par les végétaux. (figure 2.3, tableau 2.2)

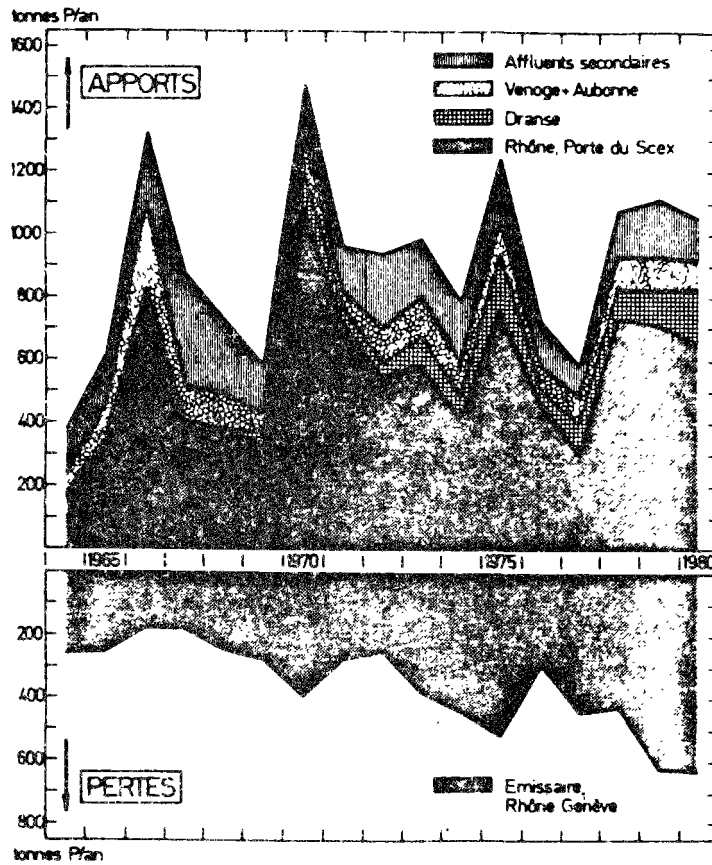


Figure 2.3: Apports en phosphore total au Léman (d'après Burkard, 1984)

		Ensemble Léman	Rhône Scex	Dranse	Venoge Aubonne +	Affluents secondaires
<u>Phosphore total</u>	t P/an	1'076	701	127	95	153
	% a/	100.0	65.1	11.8	8.9	14.2
<u>Orthophosphates</u>	t P/an	246	89	22	52	83
	% a/	100.0	36.2	8.9	21.1	33.8
	% b/	22.8	8.3	2.0	4.8	7.7
<u>Phosphore organique</u>	t P/an	830	612	105	43	70
	% a/	100.0	73.7	12.7	5.2	8.4
	% b/	77.2	56.9	9.8	4.0	6.5

Remarques : a/ répartition calculée pour chaque composant séparément
 b/ répartition calculée par rapport au phosphore total de l'ensemble du Léman

Tableau 2.2: Apports en phosphore au Léman (d'après Burkard, 1984)

Entre les différentes sources, la répartition des apports s'effectue de la manière suivante:

Affluents:	1000 tonnes (Tableau 2.2)
STEP:	80 tonnes
Apports atmosphériques	100 tonnes

Ce tableau, antérieur à 1984, surestime vraisemblablement les apports par les affluents; par contre les apports par les déversoirs d'orages et les stations sont, de la même manière sous-estimés.

Compte tenu de l'importance de ces apports, de nombreuses études sont actuellement en cours afin d'améliorer leur évaluation, principalement au niveau des sources diffuses, et des déversoirs d'orages.

2.3 Base de données du Léman

Depuis 1957, suite à l'instauration de la CIPEL, une masse colossale de données a été récoltée sur le site du Léman. Depuis 1970, la collecte des données a été organisée au sein de plans quinquennaux. De nombreuses modifications de la stratégie d'échantillonnage, tant au niveau des fréquences spatio-temporelles de prélèvement, qu'au niveau des paramètres mesurés ont eu lieu pendant cette période.

De 1971 à 1975 (premier plan quinquennal), 7 laboratoires riverains du lac participent aux campagnes de prélèvement, qui sont effectuées tous les mois, sur 28 stations, réparties le long de trois lignes longitudinales du lac (côte suisse, axe central, côte française) et trois lignes transversales (Vevey- St Gingolph, Lausanne- Evian, Thonon- Rolle) (Figure 2.4).

De 1976 à 1980 (second plan quinquennal), 14 stations parmi les précédentes font encore l'objet de mesures. Une station pélagique du haut-lac est rajoutée (CRG_24) (Figure 2.5).

Durant ces deux plans, les principaux paramètres de nature physico-chimique sont mesurés, tous les 5 ou 10 mètres au voisinage de la surface, et tous les 50 mètres dans les zones profondes, avec toutefois une intensification au voisinage du fond, durant le second plan quinquennal.

Une étude visant à évaluer la qualité des données obtenues durant cette période (Jaquet & Davaud 1978) a mis en évidence une variabilité interlaboratoire due à des

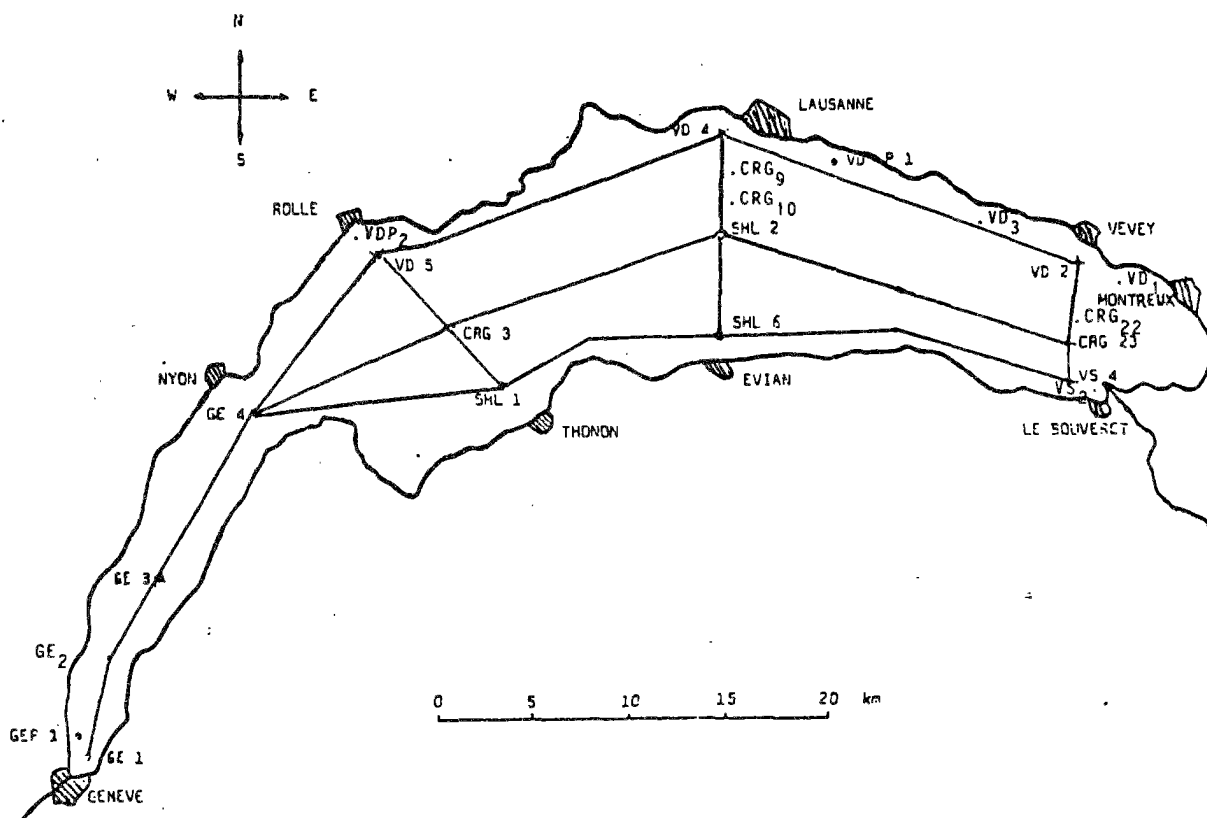


Figure 2.4: Position des stations de mesures sur le Léman période 1971 - 1975

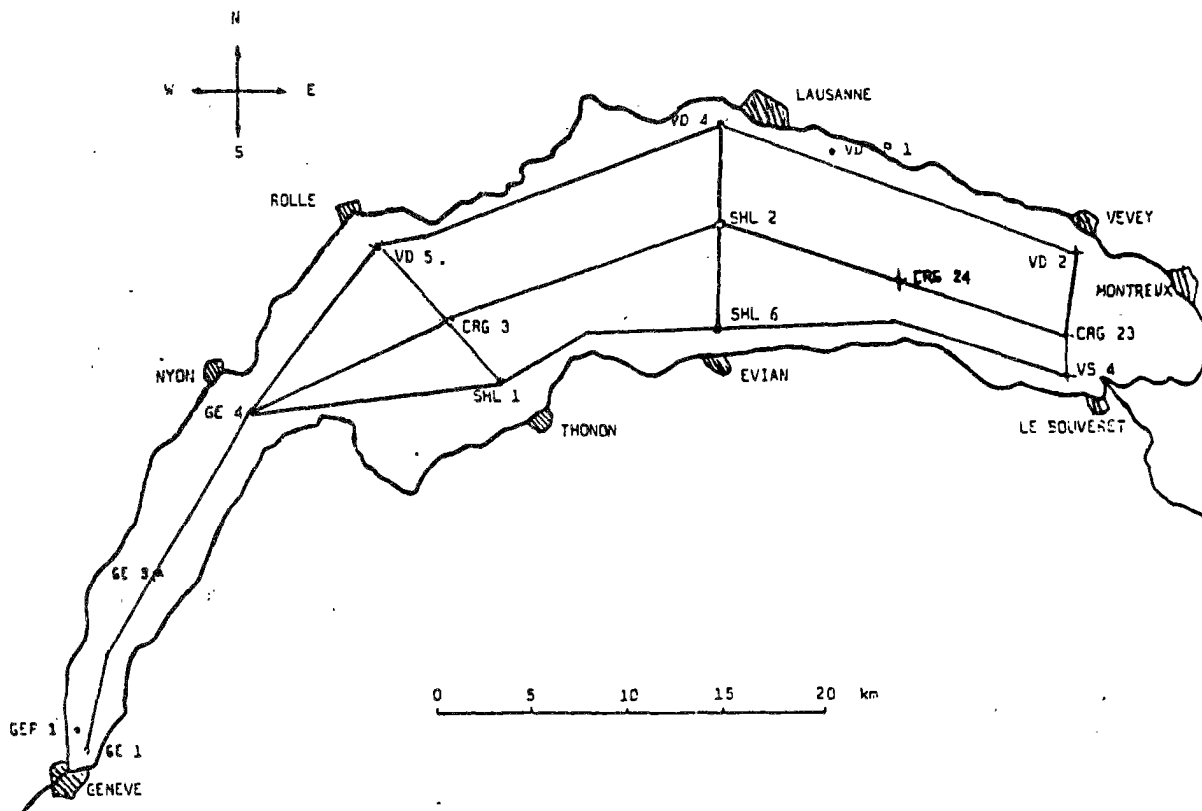


Figure 2.5: Position des stations de mesures sur le Léman période 1976- 1980

méthodes d'analyses différentes, ainsi que certaines incohérences dans l'ensemble de la base de données. Suite à cette étude, les seuls paramètres fiables sont:

Transparence (mesurée au disque de Secchi)
Température
Phosphore total
Orthophosphates
Nitrates

Le troisième plan quinquennal (1981-1986) est actuellement en voie d'achèvement. Il a vu le nombre des stations se réduire à une, située au centre du lac (SHL_2) et la fréquence d'observation devenir bihebdomadaire, en dehors de la période hivernale. Si la qualité des mesures s'est accrue pendant cette dernière période, la présence d'une unique station ne permet plus de suivre le comportement horizontal du lac.

La période la plus favorable à une étude globale, prenant en compte l'aspect vertical et horizontal du milieu, s'avère donc correspondre au second plan quinquennal, bien que ceux des paramètres mesurés dont la qualité est satisfaisante soient en petit nombre.

CHAPITRE 3

Etude des modèles du lac Léman

1. Revue des modèles existants

1.1 Modèles du sous-système physique

Le seul modèle existant actuellement (Bauer 1979) est un modèle tridimensionnel, qui étudie les mouvements du plan d'eau suite à un coup de vent, ainsi que les courants engendrés par ce dernier. Ce modèle, et les résultats qu'il produit, bien que très intéressants du point de vue du limnologue physique, sont assez peu exploitables dans une optique de modélisation écologique.

En effet, le lac est supposé, pendant toute la durée de la simulation, homogène thermiquement. D'autre part, le pas de temps utilisé - de l'ordre de la dizaine de secondes-, ainsi que la durée totale de la simulation - quelques jours-, ne sont pas compatibles avec les conditions nécessaires à une modélisation écologique - durée annuelle, pas de temps de quelques heures minimum-.

1.2 Modèles du sous-système écologique

Plusieurs modèles, visant à évaluer les capacités d'assimilation du phosphore par le lac, ont été établis sur le Léman. Leur nombre reste cependant restreint. Farnhi & Rapin, 1985, ont appliqué, entre autres, au lac toute la panoplie des modèles de Vollenweider (1968, 74, 75, 76, 81). Jaquet & Snodgrass 1984, ont établi un modèle du type de celui développé par Imboden 1974, à deux couches et deux compartiments de phosphore, qui leur a permis, sur la période 1957-1981 de simuler l'évolution des stocks de phosphore total dans le Léman, suivant différents scénarios. Enfin Jaquet, 1985, propose un modèle prédictif d'entrées-sorties du phosphore total dans le Léman, permettant d'évaluer, soit par une approche déterministe, soit par une approche stochastique, l'évolution de la concentration en phosphore total en fonction de différents "facteurs d'élimination globale" et des apports.

Au niveau des projets, Farnhi & Rapin, 1985, proposent un plan d'échantillonnage du lac, permettant d'appliquer le modèle SEEMOD (Gächter et al, 1983) (EAWAG, 1984), de type biogéochimique, multicouche.

2 Réflexions concernant les modèles développés et la stratégie de modélisation du Léman

2.1 Nécessité de modèles du fonctionnement du Léman

Le principal problème dont souffre le Léman est lié aux apports en phosphore, provoquant une eutrophisation du milieu. Naturellement, et ils suivent en cela la tendance amorcée aux Etats-Unis et au Canada, les modèles développés l'ont été dans un objectif:

- d'évaluation de l'état trophique du Léman
- d'évaluation des capacités d'assimilation du lac
- d'évaluation à long terme des charges totales en phosphore du lac

Il s'agit donc d'un objectif de gestion, non basé sur les résultats, ni de modèles de comportement physique, ni de comportement écologique fin.

Un certain nombre de difficultés ont été rencontrées lors de l'établissement de ces modèles (Jaquet 1984):

- mauvaise connaissance des valeurs des paramètres à caractère biologique
- mauvaise connaissance des coefficients de dispersion verticaux
- mauvaise connaissance des apports au lac

Les deux premiers points mentionnés peuvent être précisés par l'établissement de modèles "visant à améliorer la connaissance du milieu".

2.2 Définition des objectifs

Les objectifs prioritaires d'une modélisation du Léman, du type de celle envisagée précédemment, et permettant d'améliorer les résultats des modèles déjà établis, ainsi que de participer à l'élaboration de nouveaux sont les suivants:

- Obtenir une description fine de la structure thermique du lac, sur l'ensemble de son étendue, ainsi que des principaux transferts de masses d'eau, verticaux et horizontaux.

- Préciser quantitativement sur un plan écologique, soit le cycle du phosphore, principal nutriment du lac, à l'aide d'un modèle biogéochimique, soit l'ensemble de l'écosystème à l'aide d'un modèle à niveaux trophiques condensés.

Il apparaît donc nécessaire d'avoir le double objectif d'établir un modèle physique et un modèle écologique; le second utilisant les résultats du premier (couplage des deux modèles).

2.3 Détermination des échelles de temps et d'espace nécessaires à une bonne description du Léman

2.3.1 Hétérogénéité horizontale du Léman

De par son étendue, le Léman ne peut pas être considéré comme une masse d'eau homogène. La forme de son bassin, qui différencie nettement la partie Ouest (Petit-Lac) de la partie Est (Grand-Lac), l'entrée du Rhône, qui influe de manière importante sur tout l'extrême Est (Haut-Lac), la météorologie, et en particulier les vents qui soufflent de manière notablement différente d'un bout à l'autre du lac, sont autant de facteurs permettant de conforter l'idée de la non-homogénéité, que d'ailleurs les mesures effectuées sur le lac ont confirmée (Figure 3.1 et 3.2).

Il apparaît donc nécessaire de prendre en compte sa dimension horizontale, pour tenter de bien décrire le lac.

A cette dimension, s'ajoute la dimension verticale, qui ne peut être négligée, car ce sont principalement les échanges verticaux, grandement influencés par l'évolution thermique verticale, qui régissent le fonctionnement du lac.

Malheureusement, seules les données du second plan quinquennal permettront de vérifier les résultats d'un modèle à discrétisation horizontale et verticale.

2.3.2 Choix de l'échelle spatiale

2.3.2.1 Un modèle bidimensionnel

La nécessité de la prise en compte de la dimension horizontale pose encore le problème du choix entre un modèle bi ou tri dimensionnel. Plusieurs considérations d'ordre scientifique et pratique nous ont fait opter pour un modèle bidimensionnel.

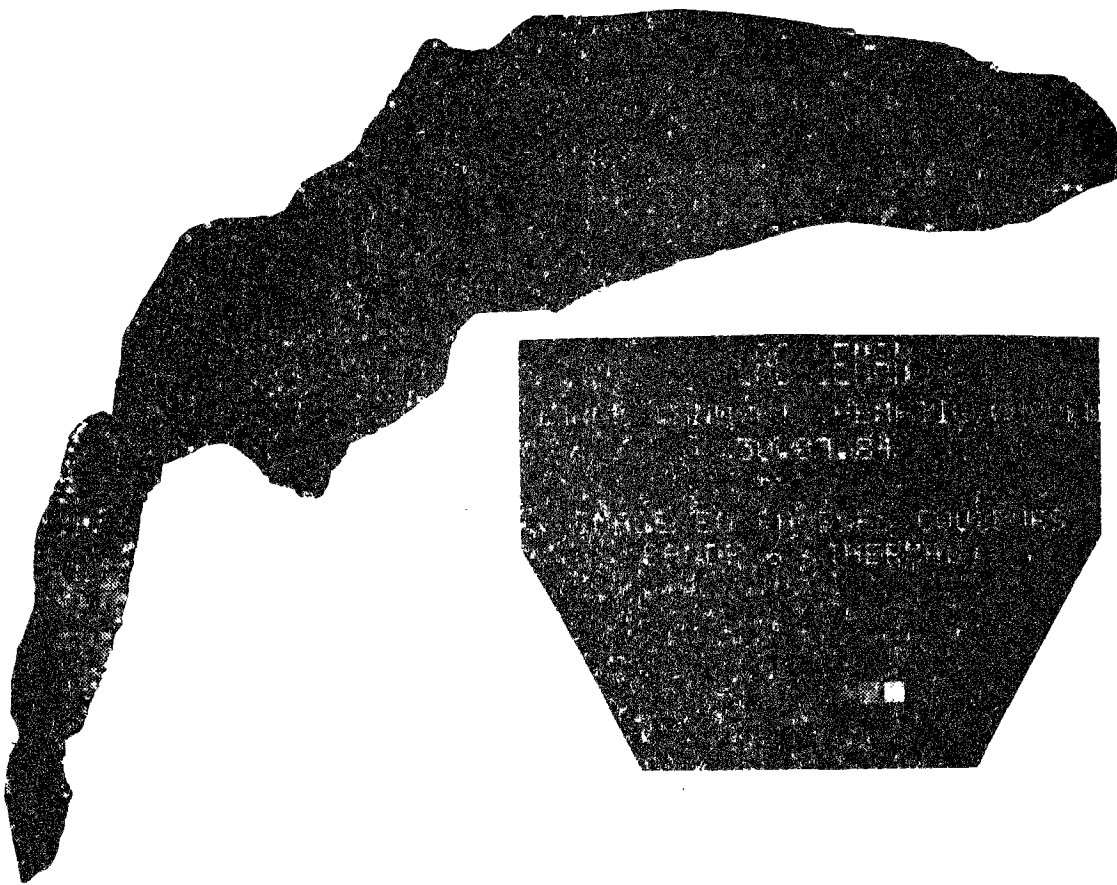


Figure 3.1: Visualisation de l'hétérogénéité horizontale du Léman
Image Landsat de la température de surface, en période estivale
(image procurée par J.M. Jaquet)

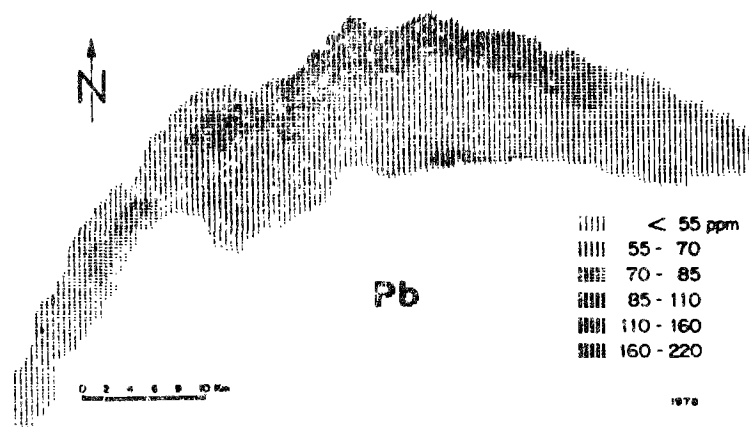


Figure 3.2: Visualisation de l'hétérogénéité horizontale du Léman
Répartition du plomb dans les sédiments lémaniques.
Année 1978, (CIPEL 1984)

La forme du lac, qui fait nettement apparaître une direction privilégiée (axe entrée du Rhône - émissaire) et décrit la séparation Haut-Lac, Grand-Lac, Petit-Lac, permet de s'abstenir de la prise en compte d'une dimension transversale.

La base de données disponible, tant au niveau des variables de forçage du modèle (principalement données météo), que des variables d'état, ne permet pas de calibrer ni de vérifier un modèle tridimensionnel.

Les moyens informatiques mis à notre disposition ne permettent pas l'élaboration d'un tel modèle, tant du point de vue de l'occupation mémoire, que du temps de calcul.

2.3.2.2 Un modèle unidimensionnel

Durant le temps de cette étude, F. Chahuneau a développé, dans le cadre d'une thèse de doctorat, un modèle unidimensionnel thermique du lac de Nantua (Chahuneau 1984). Parallèlement à la mise au point du modèle bidimensionnel, il nous est apparu judicieux de l'utiliser, bien qu'il ne prenne pas en compte l'hétérogénéité horizontale du milieu, à la fois comme outil scientifique décrivant un comportement moyen du lac (le Grand Lac représente plus de 90% de la masse d'eau totale du lac), et comme outil d'aide au développement du modèle bidimensionnel, fournissant la formulation de certaines étapes communes, ainsi que des valeurs de paramètres de calibration.

2.3.2.3 Choix de l'échelle spatiale

Les dimensions mêmes du lac (70 km de long et 300 m de profondeur), ainsi que les différences entre phénomènes verticaux et phénomènes horizontaux, impliquent de choisir des échelles totalement différentes selon les deux axes des modèles. Si le mètre est une échelle raisonnable pour une bonne description des phénomènes verticaux qu'ils soient de nature physique ou écologique, le kilomètre semble être la taille nécessaire pour décrire l'évolution des paramètres physiques, physico-chimique et biologiques du lac, horizontalement. On est en cela très proche, tout au moins pour les échelles horizontales des valeurs utilisées sur les grands lacs par Simons, 1976 et Di Toro, 1980.

2.3.3 Choix de l'échelle temporelle

Deux grandes échelles temporelles sont envisageables dans une optique de simulation à objectif final écologique. Il s'agit de l'échelle saisonnière, et de l'échelle pluri-annuelle (Simons 1979). En effet, les modifications de la vie d'un lac peuvent se décomposer en une composante saisonnière à laquelle se superpose une évolution pluri-annuelle d'amplitude beaucoup plus faible. Le choix de l'une ou de l'autre de ces échelles doit se faire en fonction des objectifs de la modélisation d'une part et d'autre part en fonction de l'échelle spatiale employée. Dans notre cas l'étude des processus thermiques et hydrodynamiques du lac, ainsi que de son évolution biogéochimique, impose le choix de l'échelle temporelle saisonnière.

2.4 Choix définitifs de la modélisation

L'ensemble des objectifs, contraintes et options majeures concernant la modélisation du Léman, et qui, bien qu'exposés ici séquentiellement, se sont présentés à nous de manière globale, s'exprime dans le choix final du modèle qu'il nous paraît optimal d'établir sur le Léman.

Il s'agit d'un modèle couplant un sous-modèle physique, bi-dimensionnel, décrivant le comportement saisonnier thermique et hydrodynamique du Léman, et d'un sous-modèle biogéochimique, ultérieurement modifiable en modèle à niveaux trophiques condensés.

Le modèle biogéochimique sera constitué de boîtes de grandes tailles reprenant la structure du Léman (séparation petit-lac, grand-lac, haut-lac) horizontalement et verticalement, reprenant la discrétisation épilimnion métalimnion, hypolimnion. Il utilisera les valeurs des températures et d'échanges de masses d'eau horizontaux et verticaux entre les boîtes calculés par le modèle physique.

2.5 Objectifs atteints par la modélisation

Ce modèle constitue, à notre avis, la stratégie optimale de la modélisation écologique du Léman, compte tenu des contraintes diverses précédemment évoquées. Il reste encore à atteindre, notre travail s'étant arrêté juste en deça du développement de ce modèle.

Nous avons développé les outils nécessaires à sa mise en oeuvre, à savoir:

I- Le modèle bidimensionnel, sous différentes versions, de l'évolution thermique saisonnière du lac, avec toutes les sorties intéressant le modèle biogéochimique bidimensionnel

- II- Le modèle unidimensionnel, qui a servi:
- au développement du modèle bidimensionnel,
 - à diverses études concernant le comportement thermique moyen du Léman,
 - de base au développement du:

III- Modèle unidimensionnel biogéochimique saisonnier, qui permet de globaliser les informations concernant le cycle du phosphore dans le Léman, ainsi que de servir de base de comportements cinétiques et de paramètres de calage, en vue du modèle bidimensionnel biogéochimique.

2.6 Tableau récapitulatif de la modélisation du milieu lémanique

Nous avons représenté sous la forme d'un organigramme l'ensemble des modèles actuellement opérationnels sur le Léman, ainsi que les futurs objectifs dans ce domaine. (figure 3.3).

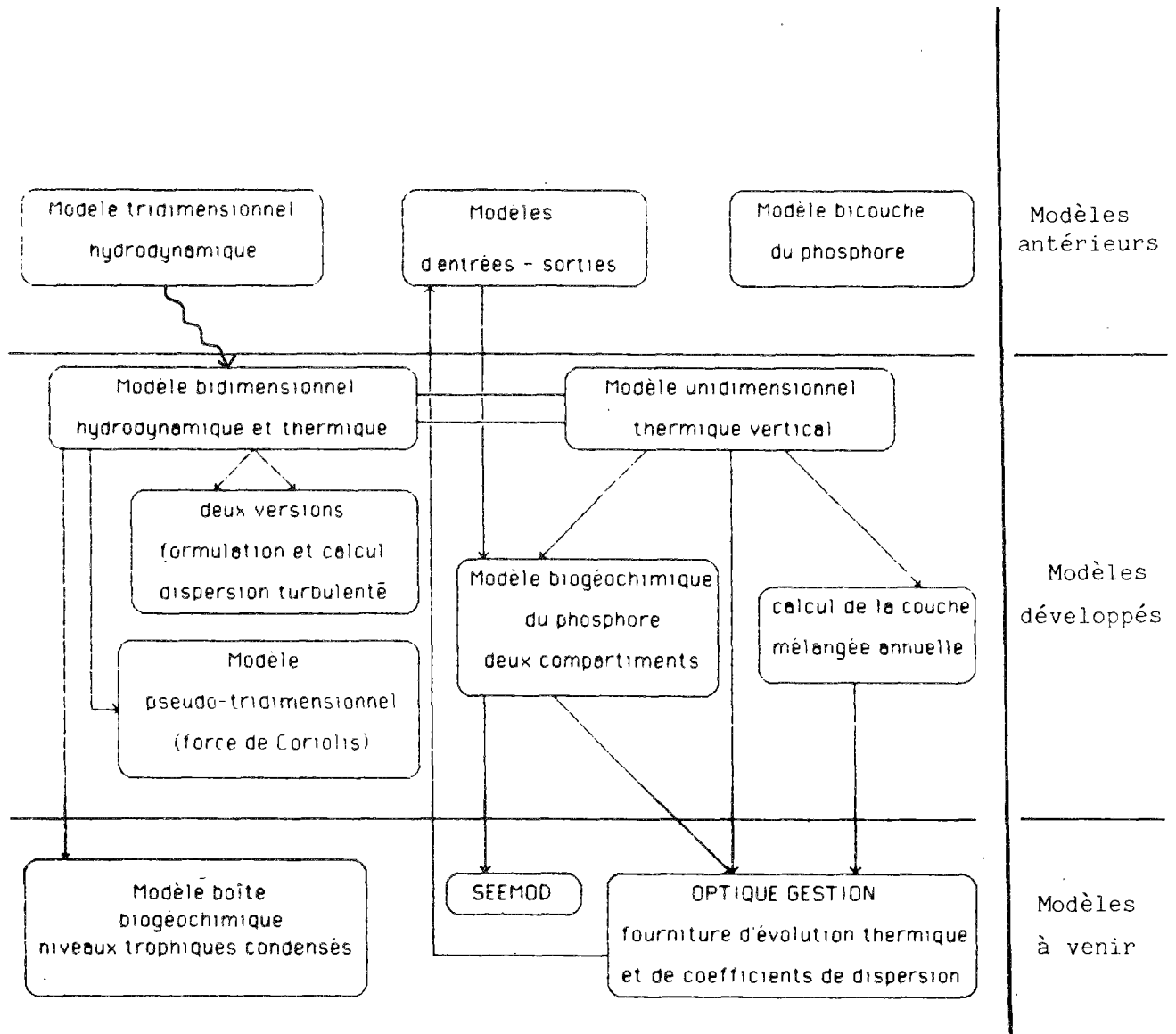


Figure 3.3: Organigramme récapitulatif de la modélisation du Léman

CHAPITRE 4

un MOdèle BIdimensionnel du LEman
de Thermique et de Transport des Eaux
(MOBILETTE)

1. Formulation de base du modèle

1.1 Expression des équations de base

Les équations de base utilisées dans l'élaboration sont:

- l'équation de continuité
- les équations de Navier-Stokes
- l'équation de bilan thermique

1.1.1 Bilan de masse

Le bilan de masse traduit la conservation globale de la masse et s'exprime par l'équation de continuité, dont l'expression sous forme locale est (Fabre & Ramanypala 1980)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

ρ densité du liquide

x, y, z

$x_{i,j,k}$ directions du repère orthonormé

U, V, W

$U_{i,j,k}$ vitesses instantanées de l'écoulement en un point du repère

Dans le cas d'un fluide incompressible, ce qui est tout à fait justifié dans la gamme de pression (de 1 à 30 atmosphères soit $\Delta\rho/\rho=0.15\%$) et la gamme de température (de 0 à 25 °C soit $\Delta\rho/\rho=0.25\%$) où nous travaillons, l'équation (1) se met sous la forme:

$$\frac{\partial (U_j)}{\partial x_j} = 0 \quad \text{soit } \text{div } \vec{v} = 0 \quad (1')$$

\vec{v} vecteur vitesse de composantes (U,V,W)

1.1.2 Bilan de quantité de mouvement, Equation de Navier-Stokes

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à un fluide en mouvement s'écrit, sur un domaine D:

$$\frac{d[\rho\vec{V}]_D}{dt} = [\vec{F}_e - \vec{\gamma}]_D \quad (2)$$

\vec{F}_e Forces extérieures appliquées au domaine D

$\vec{\gamma}$ Forces d'inerties

\vec{F}_e peut se décomposer en forces volumiques F et en forces de surface; l'équation (2) se met alors sous la forme

$$\frac{d[\rho\vec{V}]_D}{dt} = [\rho\vec{F}]_D + [\vec{T}]_S - [\vec{\gamma}]_D \quad (2')$$

\vec{T} Forces de surface

S Surface du Domaine D

Les seules forces extérieures à prendre en compte sont les forces de pesanteur; et la seule force d'inertie est la force de Coriolis. Quant aux forces surfaciques, on peut les exprimer en fonction du tenseur des contraintes du fluide de la manière suivante:

$$\vec{T} = [T_i] \quad \text{avec} \quad T_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3)$$

$\vec{\sigma}$ tenseur des contraintes du fluides

En utilisant l'expression du tenseur des contraintes dans l'hypothèse d'un fluide newtonien, on obtient l'équation classique de Navier-Stokes qui s'exprime, ramenée dans un repère orthonormé dirigé vers le bas, de la manière suivante:

$$(4) \left[\begin{array}{l} \rho \frac{\partial U}{\partial t} + \rho \frac{\partial U U}{\partial x} + \rho \frac{\partial U V}{\partial y} + \rho \frac{\partial U W}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta U + fV \\ \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho \frac{\partial V U}{\partial x} + \rho \frac{\partial V V}{\partial y} + \rho \frac{\partial V W}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta V - fU \\ \rho \frac{\partial W}{\partial t} + \rho \frac{\partial W U}{\partial x} + \rho \frac{\partial W V}{\partial y} + \rho \frac{\partial W W}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta W - \rho g \end{array} \right.$$

μ viscosité dynamique
 f paramètre de Coriolis
 P pression au sein du liquide
 g accélération de la pesanteur

1.1.3 Equation de bilan thermique

D'après le premier principe de la thermodynamique, la variation dans le temps de l'énergie cinétique et de l'énergie interne du fluide est compensée par la puissance mécanique et calorifique fournie par l'extérieur.

En supposant que la puissance calorifique provienne uniquement des effets de conduction thermique à travers la surface du domaine étudié et des sources thermiques à l'intérieur de ce domaine, l'équation du bilan ponctuel énergétique s'écrit:

$$\rho \frac{dE}{dt} + P \operatorname{div}(\vec{V}) = \Phi + \operatorname{div}(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}} \theta) + \frac{\partial Q}{\partial x_i} \quad (5)$$

soit aussi:

$$\rho C_p \frac{d\theta}{dt} - \beta \frac{dp}{dt} = \Phi + \operatorname{div}(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}} \theta) + \frac{\partial Q}{\partial x_i} \quad (5')$$

$\frac{\partial Q}{\partial x_i}$ densité volumique du taux d'apport
 par rayonnement

β coefficient de dilatation thermique
 λ conductivité thermique
 θ température
 E énergie interne par unité de masse
 C_p capacité calorifique du liquide à pression constante

Φ est la fonction de dissipation par frottement visqueux interne et s'exprime :

$$\Phi = \frac{1}{2} \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]^2$$

Φ est négligeable vis à vis des transferts thermiques

Les mouvements se produisant avec des vitesses faibles, les variations dynamiques de pression sont faibles vis à vis des variations de pression d'autres origines, nous pourrions donc les négliger.

L'allure finale de l'équation de bilan thermique s'écrit donc :

$$(6) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u \theta}{\partial x} + \frac{\partial v \theta}{\partial y} + \frac{\partial w \theta}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \Delta \theta + \frac{\partial Q}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho_0 c_p} \right]$$

1.2 Hypothèses de base du modèle

Les hypothèses de base du modèle sont les suivantes :

- Le fluide est supposé incompressible :

Nous avons déjà souligné que cette hypothèse était parfaitement justifiée

- la force de Coriolis est négligée :

Cette hypothèse est la plus forte du modèle. Une variante du modèle a d'ailleurs été établie pour en tenir compte et sera exposée ultérieurement.

Néanmoins, le lac étant situé à une latitude de 45° , et ayant une largeur moyenne de 10 km, le rayon du cercle d'inertie vaut $r = 1 \text{ km}$, pour des vitesses de l'ordre de 10 cm/s. D'après Mortimer (1974), la largeur doit être au moins égale à $5r$ avant que les effets de la force de Coriolis ne deviennent significatifs et $20r$, avant qu'ils ne deviennent prédominants. L'objectif du modèle bidimensionnel s'accorde mal avec la prise en compte de la force de Coriolis et ne peut se faire que par la prise en compte d'une pseudo-vitesse transversale, comme nous le verrons plus tard.

- Hypothèse de Boussinesq

Cette hypothèse consiste à négliger dans les équations de Navier-Stokes les variations de la densité avec la température, sauf dans les termes de pression. Compte tenu de la température (4-25°C) où nous travaillons, cette hypothèse est tout à fait justifiée. En effet l'erreur relative de densité à 25°C par rapport à la densité à 4°C est de 0.25 %.

- Hypothèse d'hydrostaticité.

Cette hypothèse revient à négliger les accélérations verticales et les termes de viscosité dans l'équation dynamique. Elle nécessitera la mise en place de tests de stabilité verticale de la couche d'eau et de procédures de mélange de la couche instable, le cas échéant.

- Nous simulerons les flux turbulents par des coefficients de dispersion turbulente.

- Bien que la diffusion moléculaire soit négligeable la plupart du temps, vis à vis de la dispersion turbulente nous la prendrons en compte. En effet, le rapport diffusion moléculaire sur dispersion turbulente peut être voisin de l'unité à certaines époques de l'année et à certaines profondeurs (Henderson-Sellers 1978).

2. Intégration des équations

2.1 Equations de départ

Compte tenu des hypothèses précédentes, les équations de base s'écrivent maintenant:

- équation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

- équations de Navier-Stokes

$$(8) \left[\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta u \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \Delta v \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho \frac{\partial wu}{\partial x} + \rho \frac{\partial wv}{\partial y} + \rho \frac{\partial ww}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta w - \rho g \end{aligned} \right.$$

ν viscosité cinématique = μ/ρ
 ρ_0 densité de référence du liquide

-équation de bilan thermique

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u\theta}{\partial x} + \frac{\partial v\theta}{\partial y} + \frac{\partial w\theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} K_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_y \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial q}{\partial z} \quad (9)$$

K_x, K_y, K_z sont les coefficients de diffusivité thermique

Une autre équation représentant la loi de comportement de la densité du liquide en fonction de la température est nécessaire pour fermer le système. L'eau présente son maximum de densité à une température de 4°C. De chaque côté de ce point, la densité varie avec une allure parabolique, dans la gamme dans laquelle nous nous situons. Nous utilisons donc une fonction de ce type (Markofsky & Harleman, 1973)

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha_T (\theta - \theta_0)^2) \quad (10)$$

θ_0 Température de référence (densité maximale)
 4°C

α_T Coefficient d'expansion thermique
 $6.63 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-2}$

2.2 Etude de la répartition de la pression

Compte tenu des hypothèses du modèle (hypothèse d'hydrostaticité), l'équation de Navier-Stokes suivant z , peut s'écrire:

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\rho g}{\rho_0} = 0 \quad (11)$$

En utilisant l'équation (10), l'intégration de (11) suivant l'axe z donne:

$$P(z) = P_s + \rho_0 g \xi - \rho \int_{z_0}^{\xi} g \alpha_T (\theta - \theta_0)^2 dz \quad (12)$$

ξ altitude de la surface libre
 P_s Pression à la surface de l'eau

2.3 Equations locales moyennes

Le caractère aléatoire des fluctuations des différentes grandeurs physiques et mécaniques qui prennent naissance au sein des écoulements turbulents des eaux de surface, amène à prendre en compte les différents moments statistiques de ces grandeurs. Chaque grandeur est décomposée en grandeur moyenne et valeur fluctuante (Fabre & Ramanyala, 1980).

Nous adoptons les hypothèses classiques de décomposition qui, à une grandeur G , fait correspondre la grandeur moyenne:

$$\bar{G} = \frac{1}{\tau} \int_T^{T+\tau} G dt \quad \bar{G} \text{ grandeur moyenne}$$

et la fluctuation associée à moyenne temporelle nulle:

$$G' = G - \bar{G} \quad \text{et} \quad \int_T^{T+\tau} G' dt = 0$$

Ceci est justifié si τ est petit devant l'échelle de temps caractéristique du phénomène instationnaire, ou du même ordre de grandeur que l'échelle intégrale de turbulence; nous nous intéresserons par la suite uniquement aux équations moyennes et non aux équations de fluctuations.

L'ensemble des étapes de calcul sont présentées dans l'annexe 3; nous ne reproduisons ici que les résultats de l'intégration.

2.3.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (13.1)$$

2.3.2 Equation de Navier Stokes

2.3.2.1 Equation suivant x

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} = \quad (13.2)$$

$$- \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial x} - g \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\bar{\xi}} \alpha_T g (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

2.3.2.2 Equation suivant y

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}\bar{w}}{\partial z} = \quad (13.3)$$

$$- \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial y} - g \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^{\bar{\xi}} \alpha_T g (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_{yx} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_{yy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_{yz} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$$

2.3.3 Equation de bilan thermique

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z} = \quad (13.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} K_{\theta x} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_{\theta y} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_{\theta z} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\bar{q}}{\rho_0 c_p} \frac{\partial \bar{q}_s}{\partial z}$$

2.4 Moyennage latéral des équations

Le modèle est un modèle bidimensionnel, nous devons donc nous intéresser au mouvement moyen des masses d'eau dans la direction de l'axe principal du lac. Nous intégrons les équations sur la largeur du lac, déterminée à partir de sections orthogonales à l'axe principal. Comme précédemment, chaque grandeur est décomposée en une composante moyenne et une composante fluctuante. Pour éviter de surcharger les notations, toutes les grandeurs moyennées précédemment (notées en majuscules avec une barre) seront notées en minuscules sans barre, les grandeurs moyennées au cours de cette étape seront notées en minuscules avec une barre et les grandeurs fluctuantes seront notées en minuscules primées. (sauf la température qui garde sa notation θ) (figure 4.1)

$$\bar{G} = \frac{1}{B} \int_{y_1}^{y_2} G \, dy \quad , \quad G' = G - \bar{G} \quad ,$$

$$B(x, z) = y_2(x, z) - y_1(x, z)$$

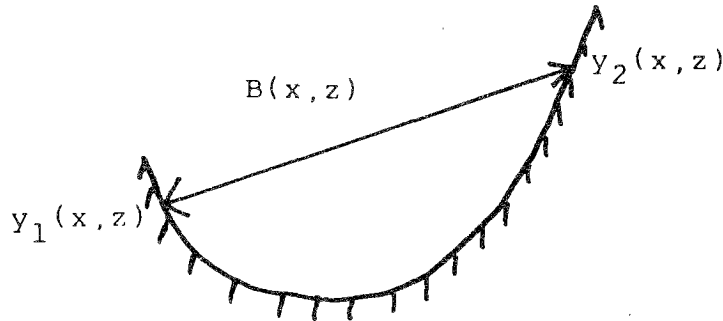


Figure 4.1: Intégration latérale des équations

2.4.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial B\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial B\bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (14.1)$$

2.4.2 Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\bar{w}}{\partial z} = \quad (14.2)$$

$$-Bg\alpha_T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{z_0}^E (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz \right) dy \right] - gB \frac{\partial \bar{E}}{\partial x} - B \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}_s}{\partial x}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} BE_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} BE_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - g \frac{|\bar{u}| \bar{u}}{c^2}$$

E_{xx} coefficients de dispersion

2.4.3 Equation de bilan thermique

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z} = \quad (14.3)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} BD_{xx} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} BD_{xz} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial z} \frac{B}{\rho_0 c_p}$$

D_{xx} est l'analogue de E_{xx} pour l'équation de bilan thermique,

D_{xx} coefficients de dispersion-diffusivité.

Par la suite, dans le chapitre 6 concernant le calcul des coefficients de dispersion, dans un souci de clarté, nous utiliserons la convention suivante. Les grandeurs intégrées seront notées par leur symbole usuel en majuscule, les grandeurs instantanées seront notées par leur symbole usuel en minuscule.

Chapitre 5

Traitement numérique du problème étudié

1. Choix d'un pas de temps et d'espace, description du maillage

1.1 Contraintes liées à l'élaboration de la méthode de résolution

Il a été vu (Chapitre 3 §2.3) que l'échelle d'espace nécessaire à la réalisation des objectifs de la modélisation devait être de l'ordre du mètre selon la verticale, et du kilomètre selon l'axe horizontal. De même l'échelle temporelle est l'échelle saisonnière, qui impose de prendre en compte au cours de la simulation le cycle nyctéméral, et donc des pas de temps de l'ordre de 3 heures, durée qui correspond à l'intervalle entre deux mesures à la station météorologique de Genève-Cointrin.

A ces considérations s'ajoutent des contraintes d'ordre technique - nécessité d'obtenir un schéma numérique stable-, et pratique - taille mémoire de l'ordinateur limitée et coût de la simulation-. Nous avons donc été amené à concevoir un maillage du lac, permettant d'obtenir des informations à haute densité, là où elles sont nécessaires (au voisinage de la surface du lac), et à densité beaucoup plus faible, là où les phénomènes varient de manière beaucoup plus continue et lente (dans les 200 mètres au dessus du fond du lac)

Les contraintes précédentes, et surtout celles d'ordre pratique nous ont amenés à utiliser comme méthode numérique de résolution, une méthode par différences finies. Deux grandes options étaient envisageables. La première consistait à utiliser une méthode par éléments finis; elle offre l'avantage de bien prendre en compte le contour géométrique du domaine étudié, mais amène à résoudre des systèmes linéaires d'une largeur de bande parfois importante. La seconde, que nous avons préférée, si elle considère un domaine dont les frontières sont une succession de segments orthogonaux, présente l'avantage de fournir des systèmes linéaires tridiagonaux, pour lesquels existent des algorithmes de résolution particulièrement performants. Compte tenu de la dimension du lac, ainsi que de la faiblesse des courants au fond du lac, les manques de précision dans la prise en compte des conditions limites dues à la schématisation de la frontière du domaine seront relativement faibles et sans incidence sur les résultats d'ensemble du modèle.

1.2 Le maillage

1.2.1 Détermination de l'axe central du lac et géométrisation de sections latérales.

L'axe central du lac a été défini comme étant l'axe de gravité du lac. Sur la base de considérations géométriques sur la frontière nord et la frontière sud du lac, on a déterminé cet axe, qui a ensuite été approximé par un polynôme de degré 6 (Figure 5.1).

Le long de cet axe, des sections orthogonales du lac ont été générées tous les 500 mètres; leur profil a été approximé par des fonctions polynômiales de degré variable, compris entre 6 et 10, permettant l'ajustement optimal entre le profil réel et le profil calculé. C'est sur la base de ces sections que toutes les caractéristiques géométriques du lac, nécessaires à la modélisation, largeurs, sections, volumes des mailles ont été déterminées.

1.2.2 Le maillage

Le maillage utilisé est rectangulaire à pas variable suivant les deux directions verticale et longitudinale. Les mailles générées vides sont automatiquement supprimées ainsi que les mailles singulières géométriquement (mailles isolées).

Les pas utilisés sont les suivants:

Direction verticale

Situation sous la surface	Hauteur de la maille
De 0 à 60 mètres	2 mètres
De 60 à 160 mètres	5 mètres
De 160 à 310 mètres	10 mètres

Direction longitudinale

Situation le long de l'axe central	Longueur de la maille
De 0 à 25 km (Petit-lac)	1 km
De 25 à 72 km (Grand-lac)	2 km

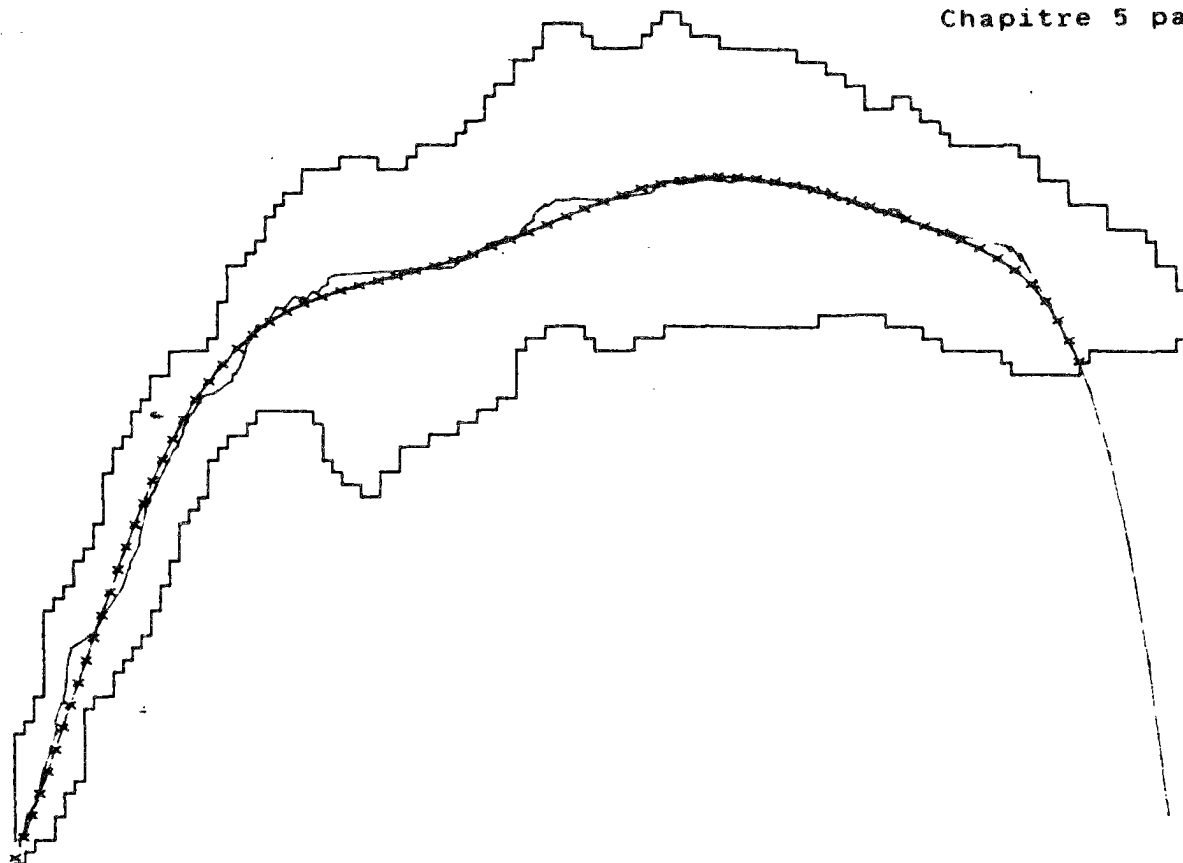


Figure 5.1: Axe de gravité du Léman (trait continu)
et axe de la modélisation (-*-)

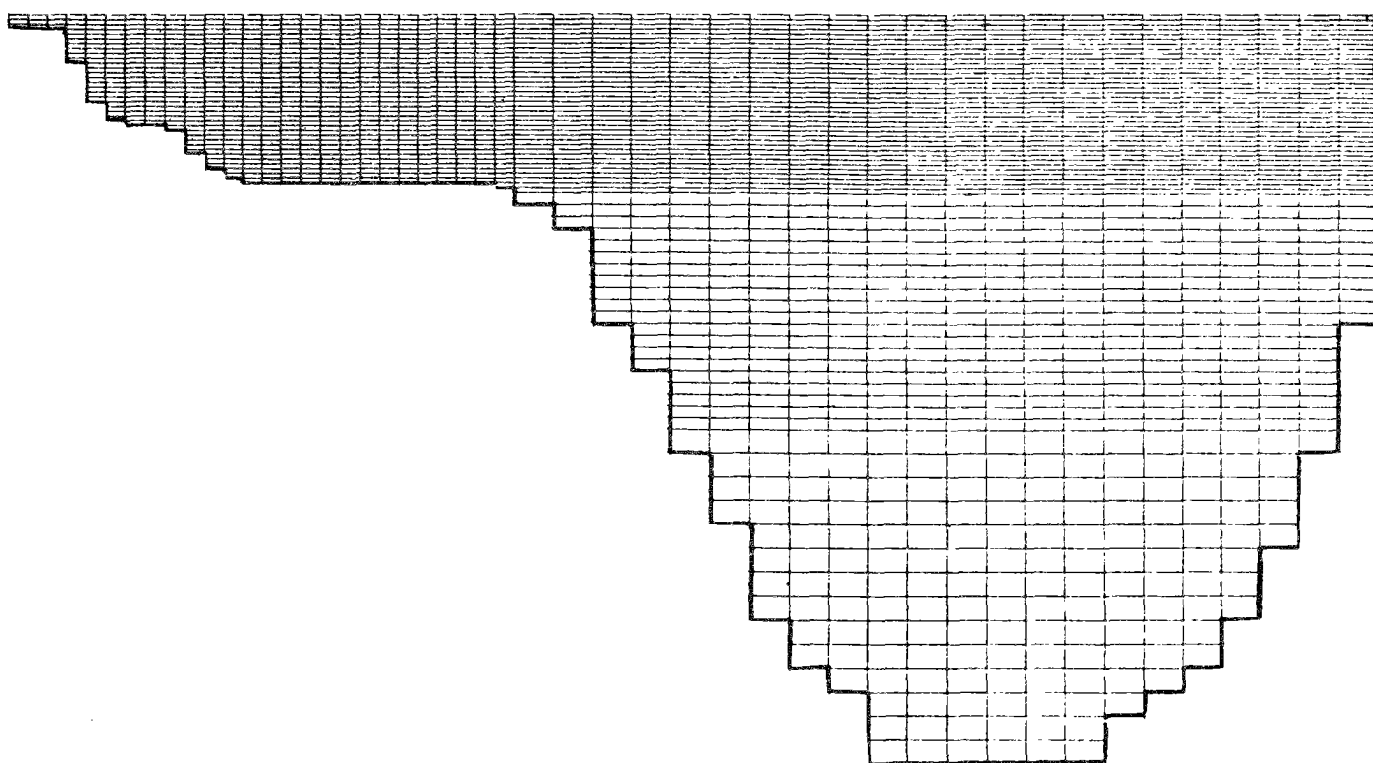


Figure 5.2: Maillage du lac Léman. Nombre de mailles: 2515

Ainsi le nombre maximal de couches dans le lac sur une verticale est de 70, alors que le nombre de mailles sur l'axe central est de 48. Le maillage compte au total 2 100 mailles actives. (Figure 5.2)

En comparaison d'autres maillages de modèles de grands lacs, celui-ci se distingue par le grand nombre de couches qu'il met en oeuvre. Par contre le dimensionnement horizontal des mailles est relativement classique (Simons 1976). On peut dans l'esprit rapprocher ce maillage de celui utilisé pour l'étude bidimensionnelle des réservoirs (Harper & Waldrop 1980), (Roberts & Street 1975; modèle Thermstat); la prise en compte de la largeur du lac et des variations de cette largeur en fonction de la verticale et de l'axe longitudinal, le distingue cependant de ces derniers.

2. Traitement et résolution des équations

2.1 Méthode

La méthode utilisée dans la résolution par les différences finies du modèle, est une méthode par pas fractionnaires (Yanenko, 1968), avec séparation des directions (splitting). Cette méthode permet de ramener le problème bidimensionnel à une succession de problèmes unidimensionnels (Richtmeyer & Morton 1967), qui dans notre cas sont les suivants:

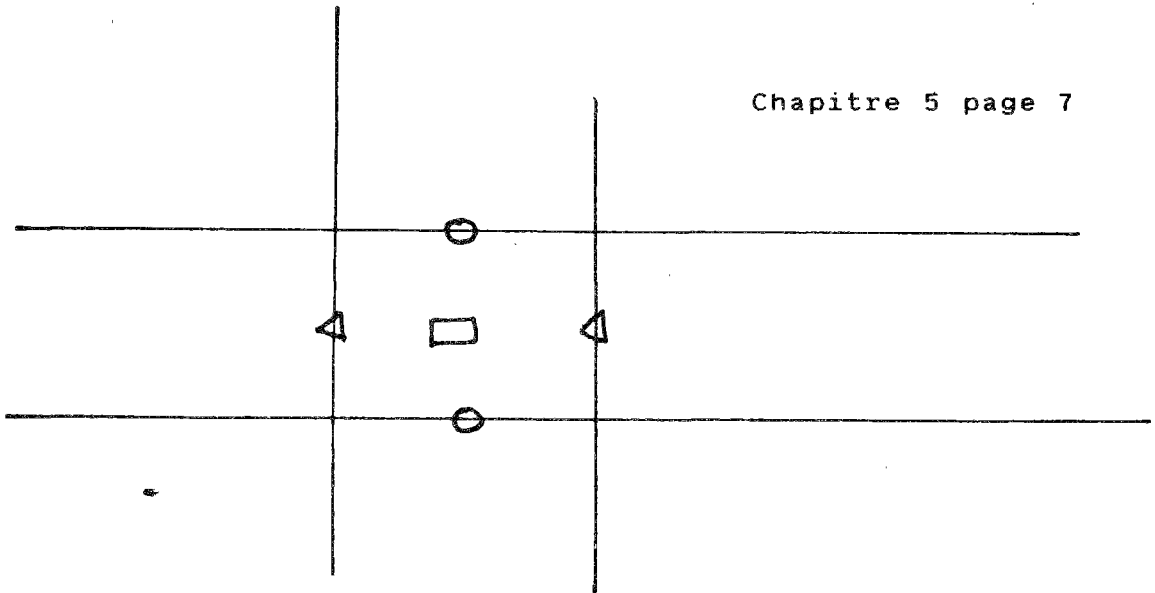
Vitesse horizontale : étape de convection horizontale
 étape de dispersion horizontale
 étape de convection verticale
 étape de dispersion verticale
 calcul du terme de pression et de la surface libre

Toutes ces étapes sont calculées à partir de l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe longitudinal, et cette équation intégrée sur toute la section transversale du lac.

Vitesse verticale : calcul par l'équation de continuité

Température: étape de convection horizontale
 étape de dispersion horizontale
 étape de convection verticale
 étape de dispersion verticale

Le calcul de la température est lui basé sur l'équation de bilan et transport thermique.



- points de calcul de la température, des coefficients de dispersion et des vitesses transversales (pseudo 3D)
- ◁ Points de calcul des vitesses horizontales
- points de calcul des vitesses verticales

Figure 5.3: Positionnement des points de calcul des différentes grandeurs à l'intérieur de la maille

2.3.2.1 Résolution des étapes de convection.

Les étapes de convection sont résolues par une méthode des caractéristiques, par remontée de la caractéristique, permettant de résoudre les équations de transport, avec des pas de temps et une qualité des résultats supérieurs à ceux des autres méthodes de différentiation. Par rapport à la méthode inverse (descente de la caractéristique), celle-ci présente l'avantage de limiter la diffusion numérique. Elle suppose que la vitesse varie linéairement entre deux points adjacents du maillage, ce qui permet de calculer immédiatement et analytiquement l'équation des caractéristiques en tout point du domaine.

2.3.2.2 Résolution des étapes de dispersion

Les étapes de dispersion se ramènent à des équations du type équations de diffusion à coefficient de diffusion non constant; elle sont résolues par une méthode semi-implicite sur 6 points, qui est inconditionnellement stable. La valeur du coefficient qui représente la pondération dans le calcul entre les instants t et $t + \Delta t$ (Voir Annexe 4), a été fixée à 0.6. On se ramène à un système

linéaire tridiagonal, dont la résolution requiert $8n$ opérations (n étant le rang de la matrice), contre $2n^3/5$ opérations pour une résolution par la méthode de Gauss; nous sommes donc dans un cas particulièrement favorable.

2.3.2.3 Calcul de la pression - Surface libre.

Les deux équations permettant de calculer le terme de pression de l'équation de Navier-Stokes et la surface libre du lac étant couplées sont résolues simultanément. La prise en compte de conditions limites amont et aval, implique la résolution d'un système linéaire de largeur de bande cinq, et à $2N + 3$ équations, N représentant le nombre de points du maillage le long de l'axe longitudinal, ce qui pèse beaucoup sur la durée d'exécution du programme. Nous avons donc, par une rapide résolution préliminaire analytique, diminué la largeur de bande de la matrice du système, de manière à se ramener à un système tridiagonal, que l'on peut résoudre avec l'algorithme habituel.

2.3.2.4 Calcul de la vitesse verticale par l'équation de continuité

On effectue simplement maille par maille le bilan d'eau.

2.4 Conditions limites pour la vitesses horizontale et la température

2.4.1 Conditions limites des étapes de convection

2.4.1.1 Advection horizontale

Les conditions employées sont les conditions usuelles : En cas de frontière solide, la condition d'imperméabilité des parois impose que les vitesses qui leurs sont transversales soient nulles; si la frontière n'est pas solide, on introduit une condition de débit rentrant à l'entrée du Rhône et la sortie à l'émissaire est libre. Le Rhône est le principal affluent et est situé dans l'axe du modèle; il représente à lui seul 80% des apports au lac. Les autres affluents arrivant transversalement n'ont pas été pris en compte.

2.4.1.2 Advection verticale

Les vitesses verticales étant nulles au fond du lac, ce processus ne nécessite pas de conditions limites au fond. En surface, si nécessaire, une vitesse horizontale constante, égale à celle de la maille inférieure est introduite.

2.4.2 Conditions limites des étapes de dispersion

2.4.2.1 Dispersion verticale pour la vitesse horizontale

Condition supérieure: Le phénomène physique se produisant à l'interface eau-air et impulsant la dispersion verticale, est la friction du vent à l'interface, qui crée une contrainte de la forme:

$$\tau_f = \rho_a C_{D,y} u_y^2 \quad (5.1)$$

τ_f contrainte de frottement dû au vent à l'interface eau air

ρ_a densité de l'air

$C_{D,y}$ coefficient de frottement du vent mesuré à l'altitude y

u_y vitesse du vent à l'altitude y

La valeur du coefficient de frottement dépend de l'altitude à laquelle le vent est mesuré, de la vitesse de celui-ci, ainsi que des conditions de stabilité atmosphérique, exprimée par le nombre de Richardson de gradient. Dans le cas d'une situation quasi-neutre Graf (1983) propose sur le Léman la relation suivante, obtenue par un ajustement aux moindres carrés de mesures effectuées au large de Vevey:

$$C_{D,10} = (0.52 + 0.054u_{10}) \cdot 10^{-3} \quad (5.2)$$

En période de stratification, il conseille de prendre:

$$C_{D,10} = 1.15 \cdot 10^{-3} \quad (5.3)$$

Ce sont ces valeurs que nous avons utilisées, en considérant que nous étions en situation quasi-neutre.

Naturellement la condition limite utilisée pour prendre en compte ce frottement de surface est de type Neumann:

$$\frac{1}{\rho} \tau_f = E_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (5.3)$$

Condition inférieure: Au fond du lac deux possibilités sont offertes; la première consiste à considérer un frottement de type Chézy au fond du lac, la seconde à supposer qu'il existe un gradient vertical des vitesses nul. Comme nous avons déjà un terme de frottement dans l'équation intégrée de Navier-Stokes, qui sera pris en compte dans une étape séparée, nous avons, pour la dispersion verticale, préféré la seconde solution qui s'exprime de la manière suivante:

$$\tau_b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (5.4)$$

τ_b frottement au fond du lac

2.4.2.2 Dispersion verticale pour la température

La prise en compte des conditions limites est exactement la même pour cette étape que pour la précédente; seule change la valeur de la contrainte de surface, dont le calcul détaillé est effectué dans l'annexe 1:

$$\tau_r = Q_{atm} - Q_{eau} - Q_l - Q_s \quad (5.5)$$

τ_r contrainte thermique de surface

Q_{atm} flux de radiation atmosphérique infra-rouge

Q_{eau} flux radiatif provenant du plan d'eau

Q_l flux de chaleur latente

Q_s flux de chaleur sensible

Le flux solaire de courte longueur d'onde étant considéré comme une source interne, est introduit dans cette étape du calcul (voir Annexe 4), mais n'est pas considéré dans la contrainte thermique à l'interface eau-air.

2.4.2.3 Dispersion horizontale

Les conditions sont similaires à droite et à gauche, nous avons utilisé des conditions de type Dirichlet, garantissant l'imperméabilité et l'adiabatisme des parois aux frontières solides, et les vitesses ou températures calculées d'entrées, lorsque celles-ci ne sont pas nulles.

2.5 Calculs annexes

2.5.1 Calcul de la vitesse et de la profondeur d'entrée du Rhône

La vitesse et la température d'entrée du Rhône interviennent dans les conditions limites des étapes de convection horizontale. Il est donc nécessaire de connaître la zone de pénétration verticale du fleuve.

Le Rhône est suppose rentrer dans le lac a son niveau d'isodensité, calculé en ne tenant explicitement compte que de la température. Les variations de densité dues à une augmentation de la charge en matière dissoutes et en matières en suspension n'est pas prise en compte. L'erreur ainsi engendrée est faible, voir nulle, dans une très grande majorité des cas. Il a été prouvé (Rapin, 1984) qu'en période de crue, la densité des eaux du Rhône pouvait subitement augmenter et provoquer une modification de la structure d'entrée du fleuve; ces phénomènes sont rares et ne correspondent pas à l'échelle spatio-temporelle de notre modèle; nous ne les avons donc pas pris en compte. La répartition des débits entrants se fait dans les quatre mailles voisines du niveau d'isodensité, soit sur une hauteur comprise entre 8 et 40 mètres, à raison de 33% sur les deux mailles les plus proches et 17% sur les deux mailles voisines. Compte tenu des faibles valeurs des débits entrants, il n'est pas apparu nécessaire d'utiliser de méthode plus sophistiquée (répartition gaussienne des entrées) (Markofsky & Harleman 1973). Les vitesses d'entrées sont alors calculées en divisant le débit entrant par la section d'entrée.

2.5.2 Suppression des instabilités thermiques

Lors du refroidissement du climat ambiant, durant l'automne et l'hiver, il se forme un profil thermique instable à la surface du lac, dû à l'augmentation de densité des couches superficielles. Telles qu'elles sont écrites, les équations du modèle ne permettent pas de s'affranchir directement de ces instabilités, qui, dans le milieu naturel, sont supprimées par des processus de convection verticaux très rapides. Deux solutions sont envisageables,

pour, dans le modèle, se ramener à un profil thermique stable. La première consiste à augmenter artificiellement le coefficient de dispersion vertical dans les couches instables, la seconde à mélanger artificiellement, par un processus itératif partant de la surface du lac, les couches une par une, jusqu'à retrouver un profil thermique stable, caractérisé par une structure monotherme sur une certaine hauteur, correspondant à une couche d'eau mélangée. Dans ce dernier cas, le mélange s'effectue instantanément reprenant en cela le caractère très rapide de ce phénomène dans le lac. Nous avons choisi cette dernière solution. L'algorithme utilisé teste, en partant de la surface, la stabilité de la colonne, par comparaison des gradients de densité couche par couche. En cas d'instabilité détectée, les couches situées entre la position de l'instabilité et la surface sont mélangées. On vérifie ensuite de nouveau la stabilité de la couche d'eau et l'on répète l'opération, tant que l'ensemble du profil n'est pas stable. Cet algorithme sera décrit en détail dans Chahuneau 1987.

2.5.3 Calcul de la hauteur d'eau mélangée par les vagues

La friction du vent à l'interface eau-air provoque l'apparition de vagues qui entraînent la formation d'une couche d'eau superficielle, bien mélangée, où les phénomènes turbulents sont particulièrement intenses. Il est donc important de connaître en fonction des paramètres extérieurs, l'évolution de l'épaisseur de cette couche.

Nous avons repris la formulation proposée par Smith (1979), basée sur des résultats obtenus sur les grands réservoirs des grandes plaines Nord-Américaines (U.S. Army 1962, cité par Smith). Dans le cas de plans d'eau dont la profondeur est supérieure à 1.5 fois la longueur des vagues, la longueur d'onde correspondant aux vagues est liée à leur période par la relation:

$$\lambda_s = 1.56 T_s^2 \quad (5.6)$$

λ_s longueur d'onde statistiquement significative

T_s Période statistiquement significative

de même, la période est reliée à la vitesse du vent mesurée à 8 mètres, au fetch, et à l'accélération de la pesanteur.

$$\frac{g T_s}{u_8} = 0.46 \left[\frac{g F}{u_8^2} \right]^{0.28} \quad (5.7)$$

F fetch

La définition du fetch utilisée par Smith est d'un emploi assez peu pratique, mais permet de prendre en compte les effets dus à une côte irrégulière. Compte tenu de la régularité de celle du Léman et de la faible importance du terme de fetch dans l'équation précédente (la variation du fetch de 15000 à 20000 m modifie la période de 8%), nous nous sommes tenus à un fetch constant, d'une valeur de 15000m).

La vitesse du vent à 8 mètres est classiquement reliée à celle du vent à 10 mètres par une loi de type puissance. De même, la hauteur d'eau mélangée par les vagues sera prise égale à la moitié de la longueur d'onde. (Smith & Sinclair 1972 cité par Smith 1979).

On obtient finalement l'expression suivante:

$$H = 0.165 * u^{0.88} * F^{0.56} * g^{-1.44} \quad (5.8)$$

Chapitre 6

Formulation des coefficients de dispersion

1 Introduction

L'intégration des équations de base du modèle, à la fois temporellement et spatialement, a introduit dans les équations, des termes analogues à de la diffusion, que nous avons appelés termes de dispersion et qui font intervenir, à la fois dans l'équation de quantité de mouvement suivant x et dans l'équation de transfert thermique des coefficients de dispersion et de diffusivité-dispersion.

Ces coefficients, intervenant à la fois sous forme de coefficients horizontaux ou verticaux, influent de manière très importante sur les résultats du modèle; le choix de la formulation employée pour les décrire et leur évolution spatio-temporelle est particulièrement critique.

Il existe deux grandes méthodes utilisées pour choisir les coefficients de dispersion verticaux; la première, empirique, base les formulations sur l'étude des profils (le plus souvent thermique), et sur des considérations de stabilité verticale de la couche d'eau. (Henderson-Sellers, 1982). La seconde repose sur des considérations théoriques, en partant des équations de Reynolds. La plupart des travaux existants, utilisant cette approche, découlent de théories élaborées pour l'étude de la Couche Limite Planétaire (CLP). (Mellor & Durbin 1975).

L'ordre de grandeur, ainsi que les gradients des coefficients de dispersion horizontaux sont totalement différents des précédents, et leur choix s'avère moins critique.

En généralisant les équations précédentes, ainsi que le concept de dispersion turbulente, à l'étude d'autres grandeurs que la température (concentration d'espèces chimiques), nous introduirons dans des équations de même structure que les précédentes des coefficients de dispersion relatifs à ces autres grandeurs. La question des relations entre ces différents coefficients se pose; nous supposerons qu'il existe entre eux une relation de type linéaire à coefficient constant, le coefficient étant un nombre proche de l'unité, analogue du nombre de Prandtl turbulent, qui relie les coefficients de dispersion et de viscosité turbulente. (Henderson-Sellers, 1976).

2. Coefficients de dispersion horizontaux

Les coefficients de dispersion horizontaux sont beaucoup plus grands que les coefficients de dispersion verticaux (10^5 cm²/s contre 1 à 50 cm²/s) (Lick 1976). La plupart des études les concernant est basée sur la dispersion de taches thermiques ou de polluants (Fischer et al,

1979), (Murthy, 1976). Les valeurs trouvées sont fonction de l'état d'agitation du lac, représenté par la longueur de mélange. La détermination des coefficients, sur la base de telles formulations, impose des calculs lourds par des méthodes de résolution itératives, faisant intervenir des systèmes d'équations couplées (équation de l'énergie cinétique turbulente, de la longueur de mélange...), et dont les résultats seront sujets à caution (Fischer et al, 1979). Plutôt que d'utiliser cette méthode très pénalisante pour les performances du modèle, nous avons préféré utiliser des coefficients de dispersion horizontaux constants, un pour l'épilimnion et un pour l'hypolimnion, dont les valeurs ont été ajustées pour minimiser les différences entre grandeurs simulées et grandeurs observées; nous reprenons en cela la démarche utilisée sur la Manche par Agoumi (1983).

3. Coefficients de dispersion verticaux

3.1 Approche théorique

3.1.1 Les modèles de Mellor et Yamada (1974)

3.1.1.1 Les hypothèses de Kolmogoroff et Rotta

De la même manière que nous avons décrit les équations des grandeurs moyennes lors de l'intégration spatio-temporelle des équations de base du modèle (que nous appellerons système A), nous pouvons écrire les équations des valeurs fluctuantes (id. système B). Ces équations, très complexes, sont modifiées de manière à faire apparaître les dérivées particulières des contraintes de Reynolds et des moments de conduction thermique (id. système C) (Mellor 1973), qui constituent la base des modèles de turbulence.

Ce système (C) d'équations n'est pas fermé, car sa résolution introduit des moments d'ordre trois qui nécessitent pour leur détermination un nouveau jeu d'équations contenant des moments d'ordre quatre, qui eux-mêmes ... etc ...

Une alternative à ce cercle vicieux consiste à chercher des approximations et des simplifications permettant de fermer le système (C). Les hypothèses suivantes sont alors effectuées:

Hypothèse de Rotta, 1951; cité par Mellor, 1973
le "terme de redistribution d'énergie" est supposé proportionnel aux contraintes de Reynolds et à l'advection du mouvement moyen

Hypothèse de Kolmogoroff (1941)

Il y a isotropie locale à petite échelle. Cette hypothèse permet de formaliser simplement les termes de dissipation

Ces hypothèses permettent de simplifier de manière tout à fait relative les équations du système C.

3.1.1.2 Les modèles de Mellor et Yamada

Sur la base de l'ultime écriture du système C, Mellor et Yamada, (1974), bâtissent une succession de quatre modèles de turbulence de complexité décroissante, pour la couche limite atmosphérique, obtenus en négligeant ("sweeping simplification" (Niiler & Kraus, 1977)) successivement les termes d'ordres supérieurs; l'idée étant de supprimer les corrélations triples et les dérivées temporelles pour permettre de mettre en équilibre les termes produisant les moments d'ordre 2 et ceux provoquant leur dissipation.

Ainsi, arrivés au modèle de niveau 2, dans le cadre des approximations concernant la couche limite atmosphérique (approximation hydrostatique, flux homogène, existence de vitesses moyennes à l'infini), nous obtenons pour les contraintes de Reynolds les équations suivantes:

$$-(\overline{uw}, \overline{vw}) = 1qS_M \left[\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (6.1)$$

$$-\overline{\theta w} = 1qS_H \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (6.2)$$

l représentant l'échelle de longueur des mouvements de turbulence

$q^2 = (u^2 + v^2 + w^2)$, le double de l'énergie cinétique turbulente

S_M et S_H étant des fonctions dépendant du nombre de Richardson de flux, et qui représentent la stabilité de la couche d'eau

Ces équations justifient théoriquement, à postériori, l'écriture des équations A3.4 et A3.15 (annexe 3) et se rattachent à certains modèles de turbulence connus (concept de viscosité turbulente (Boussinesq, 1877) modèles à longueur de mélange (Prantlt, 1925), cités par Rodi (1979)) appliqués à un milieu non neutre.

3.1.2 Modèle de Mellor & Durbin

Mellor & Durbin (1975) ont appliqué la formulation précédente à la couche de surface océanique, et, dans ce cadre, déterminent les différentes grandeurs intervenant dans les équations (6.1 et 6.2).

Le nombre de Richardson de flux R_f représente le rapport (négatif) entre la production d'énergie par force d'Archimède à la production due au cisaillement et s'écrit:

$$R_f = \frac{-\beta g \overline{w\theta}}{-\overline{uw} \frac{\partial U}{\partial z} - \overline{vw} \frac{\partial V}{\partial z}} \quad (6.3)$$

Ce nombre n'est malheureusement pas accessible facilement par des mesures ou des calculs; il est par contre lié au nombre de Richardson de gradient défini par

$$R_i = \frac{\beta g \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\left[\frac{\partial U}{\partial z} \right]^2 + \left[\frac{\partial V}{\partial z} \right]^2} \quad (6.4)$$

et par la relation:

$$R_f = 0.725 [R_i + 0.186 - (R_i^2 - 0.316R_i + 0.0346)^{0.5}] \quad (6.5)$$

obtenue par Mellor et Durbin (1975), par une résolution numérique de l'ensemble du modèle de turbulence.

De la définition de R_f et R_i nous déduisons :

$$R_f = R_i \frac{S}{S_M} \quad (6.6)$$

L'échelle de longueur est prise proportionnelle au rapport des moments d'ordre 0 et d'ordre 1 du champ de turbulence. Cette formulation semblable à celle utilisée en théorie cinétique des gaz (Mellor & Herring 1973), détermine l'échelle du mouvement moyen d'une particule.

$$l = \frac{\int_{-\infty}^0 q|z| dz}{\int_{-\infty}^0 q dz} \quad (6.7)$$

Le calcul de l'énergie cinétique turbulente, q , est lui basé sur l'équation de bilan entre la production d'énergie turbulente par cisaillement et par force d'Archimède et de dissipation.

$$-\overline{wu} \frac{\partial U}{\partial z} - \overline{wv} \frac{\partial V}{\partial z} + \beta g \overline{w\theta} - \frac{q^3}{B_1} = 0 \quad (6.8)$$

B_1 , constante, évaluée (Mellor & Yamada 1974) à 15

L'ensemble de ces formules permet de calculer explicitement l'énergie cinétique turbulente, ainsi que les deux fonctions de stabilité S_M et S_H

$$q = \sqrt{15} l (S_H - S_M R_i)^{0.5} \left| \frac{\partial V}{\partial z} \right| \quad (6.9)$$

$$S_H = 2.55 \frac{0.21 - R_f}{1.0 - R_f} \quad (6.10)$$

$$S_M = 0.69 \frac{0.27 - R_f}{0.25 - R_f} S_H \quad (6.11)$$

3.1.3 Modèle de Simons

A partir de ce modèle théorique, une formulation empirique, a été établie (Simons 1981) et appliquée au cas d'un modèle unidimensionnel thermique de lac. Elle dépend uniquement du nombre de Richardson de gradient, aisément calculable, à partir des profils thermiques, et des profils de vitesses horizontales, déterminées par le modèle de circulation d'Ekman (1905).

Les équations 6.2 et A3.15, appliquées au cas d'un modèle unidimensionnel permettent d'écrire:

$$\overline{w\theta} = D \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (6.12)$$

$$D = D_{xz} = lqS_H \quad (6.13) \quad \text{d'où}$$

$$D = \sqrt{15} (S_H - S_M R_i) S_H l^2 \left| \frac{\partial V}{\partial z} \right| \quad (6.14)$$

V représente l'ensemble du vecteur vitesse dans le plan horizontal.

La relation liant les deux nombres de Richardson (6.5) impose la condition $R_i < 0.21$; dans ces conditions deux approximations successives de (6.14) sont utilisables et ont été comparées (figure 6.1).

$$D \cong (2S_t)^{3/2} l^2 \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right| \quad (6.15)$$

$$D \cong (1 - 4R_i)^{-1} l^2 \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right| \quad (6.16)$$

Cette dernière formulation peut être généralisée par le paramétrage suivant:

$$D \cong (1 - \sigma R_i)^{-1} l^2 \left| \frac{\partial v}{\partial z} \right| \quad (6.17)$$

σ étant un paramètre de calage du modèle

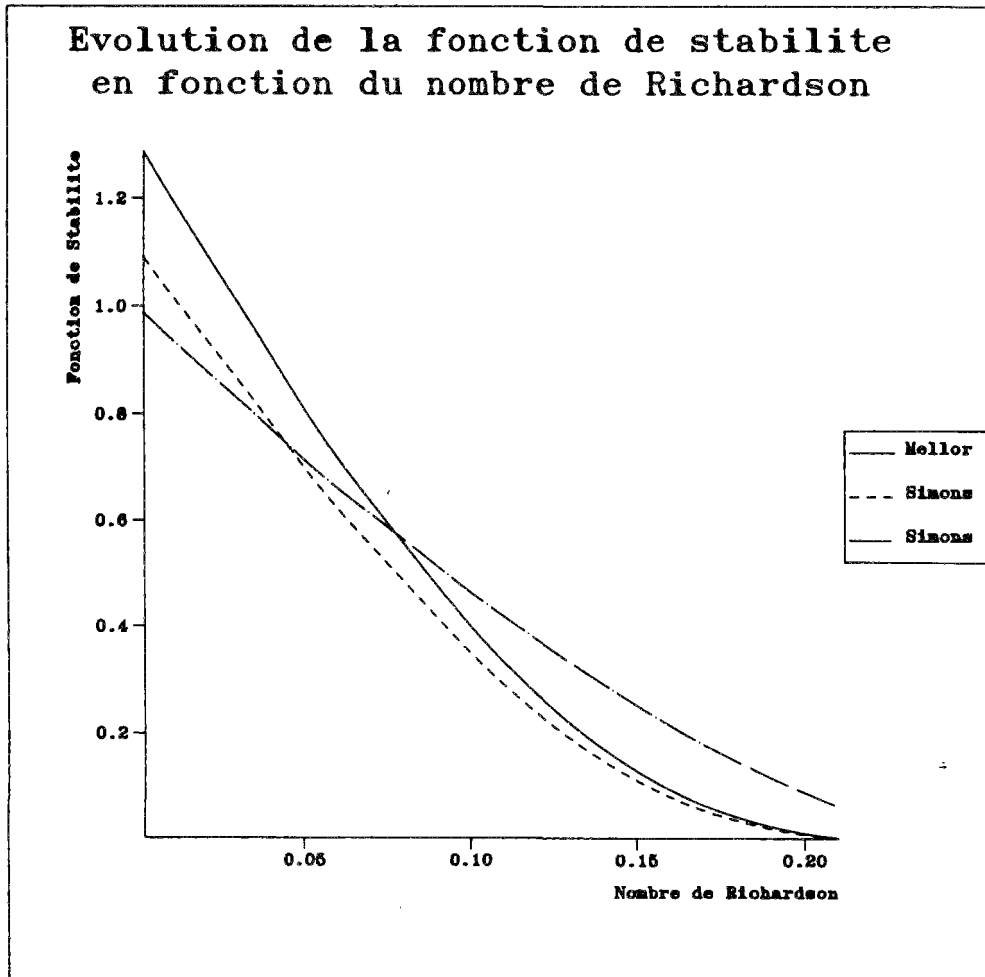


Figure 6.1: Comparaison des différentes formulations de la fonction de stabilité dans le calcul de la dispersion. (équations 6.14, 6.15, 6.16)

Afin de fermer le système, il convient de modéliser le gradient de vitesse. Après Simons (1981), nous utilisons le modèle d'Ekman

$$\left| \frac{\partial V}{\partial z} \right| = \frac{\tau_0}{\rho A_0} \left(1 + \frac{z}{D_{ek}} \right)^2 \quad (6.18)$$

$$A_0 = \epsilon \tau_0 / \rho f$$

$$\epsilon = \sqrt[4]{\frac{588}{16}} \delta^2 \quad (6.19)$$

A_0 représente la valeur de surface de la dispersion
 τ_0 la contrainte de surface et,
 δ^0 est un paramètre de calage du modèle

$$D_{ek} = 588^{1/4} \sqrt{\frac{A_0}{f}} \quad (6.20)$$

représente la profondeur d'Ekman

On en déduit la valeur de la longueur de mélange:

$$l = \frac{\delta D_{ek}}{4} \quad (6.21)$$

Pour des profondeurs de l'ordre $\sqrt{\frac{A_0}{f}}$

le gradient de vitesse peut s'écrire:

$$\left| \frac{\partial V}{\partial z} \right| = \frac{\tau_0}{\rho A_0} \exp(z/\Delta) \quad (6.22) \text{ avec } \Delta = \sqrt{\frac{A_0}{f}}$$

Moyennant cette hypothèse, il vient

$$R_i = \left(\frac{\epsilon}{f} \right) \beta g \frac{\partial \theta}{\partial z} \exp(-2z/\Delta) \quad (6.23)$$

et

$$D = (1 + \sigma R_i) \frac{\epsilon \tau_f}{\rho f} \exp(z/\Delta) \quad (6.24)$$

3.2 Formulations empiriques

A coté de l'approche précédente, qui justifie théoriquement le choix des formulations des coefficients de dispersion verticaux, on peut aboutir sur la base de considérations d'ordre purement physique, à des expressions tout à fait analogues de ces coefficients, mais dont il est difficile de faire ressortir la signification physique de chaque membre de la formule globale. De nombreux auteurs

(Sundaram & Rehm 1971, 1973), (Henderson-Sellers, 1976, 77, 78, 81, 82, 83), (Turner & Kraus, 1967a, 1967b), ont utilisé cette méthode et partent du raisonnement suivant. (Sundaram & Rehm 1971)

Le mécanisme principal par lequel la turbulence est générée dans les couches de surface d'un lac est l'action de cisaillement du vent sur la surface du lac; parallèlement, les gradients de densité sont produits dans le lac, par les échanges thermiques à l'interface lac-air. Lorsque la stratification est bien établie, elle tend à supprimer la création de turbulence engendrée par le vent; de même lorsque la structure thermique n'est pas stable, le phénomène de turbulence due au vent s'accroît. Il existe donc, au niveau des effets une interaction importante entre la stabilité thermique de la couche d'eau et la turbulence engendrée par le vent. Ainsi la dispersion turbulente pourra être décrite comme étant le produit d'un terme de dispersion en milieu neutre, c'est à dire non stratifié, et d'une fonction caractérisant les effets conjoints de la stratification thermique, -le gradient de densité vertical en est un bon indicateur-, et du vent qui, agissant sur la structure verticale des courants horizontaux (Ekman 1905), peut aussi être décrit par le gradient vertical des vitesses horizontales.

La méthode empirique introduit naturellement le nombre de Richardson de gradient, qui est une combinaison des descripteurs ci-dessus, et propose d'une manière générale, la formulation suivante pour le coefficient vertical de dispersion:

$$D = D_0 (S(R_i)) \quad (6.25)$$

D_0 coefficient de dispersion en milieu neutre.

$S(R_i)$ étant une fonction de stabilité, fonction du nombre de Richardson, et dépendant des différents auteurs. Deux difficultés surgissent de l'utilisation de cette formulation; la première est le choix de la fonction de stabilité, la seconde, la modélisation du gradient vertical de vitesse horizontale, dans le cas de l'utilisation de modèles unidimensionnels verticaux ne prenant pas en compte les courants horizontaux. Si le deuxième point était aussi présent dans l'utilisation des formulations d'origines théoriques (voir l'utilisation du modèle d'Ekman par Simons 1981), il n'en est pas de même de l'allure de la fonction de stabilité qui était fournie par la théorie, ainsi que l'expression, en fonction des caractéristiques du milieu de D_0 .

Les formulations utilisées pour la fonction de stabilité et la dispersion en milieu neutre sont cependant très voisines de celles obtenues dans le calcul théorique.

La fonction hyperbolique de stabilité, que nous avons trouvée est parfois remplacée par une fonction de type "puissance", dont les valeurs des coefficients sont très variables d'un auteur à l'autre. Ceci ne change en rien l'influence et la signification de cette fonction.

Le coefficient de dispersion en milieu neutre, fait systématiquement intervenir le cisaillement du vent, ainsi que le gradient vertical de vitesse horizontale, qui, dans le cas de modèles unidimensionnels doit être déterminé empiriquement. Il est fréquemment fait appel à différents modèles de longueur de mélange (Prantlt, Von Karman). On trouve, dans la littérature de nombreuses études de comparaisons de ces différentes formulations (Henderson-Sellers 1976).

Il est intéressant de constater la très grande proximité des résultats des deux méthodes employées au niveau de la formulation de ces coefficients. Particulièrement, on peut être surpris que les méthodes, sinon empiriques du moins intuitives, ne fournissent pas d'expression plus simple que la théorie (et ses simplifications) et corrélativement il est rassurant de voir qu'il existe, derrière ces méthodes, une théorie permettant de justifier leurs résultats.

Chapitre 7

Résultats du modèle unidimensionnel

1. Introduction

Nous avons précédemment (Chapitre 3) souligné l'intérêt du développement du modèle unidimensionnel, parallèlement au modèle bidimensionnel.

Compte tenu de la similarité de conception existant entre les deux modèles, certaines difficultés, rencontrées sur le modèle bidimensionnel ont pu être franchies grâce au modèle unidimensionnel.

Ainsi la détermination des paramètres de calage, aurait nécessité, sur le modèle bidimensionnel, un temps de calcul prohibitif. Le faire sur l'unidimensionnel, puis transposer les résultats sur le bidimensionnel est apparu très satisfaisant et beaucoup plus économique.

De même l'étude de sensibilité du modèle aux paramètres, effectuée sur l'unidimensionnel, a pu être conduite de manière relativement détaillée, pour un coût acceptable, ce qui n'aurait pas pu être le cas pour le modèle bidimensionnel.

Enfin, compte tenu des résultats obtenus, l'étude sur modèle unidimensionnel a été approfondie sur la période hivernale, afin de déterminer qualitativement et quantitativement les facteurs responsables de la hauteur de la couche mélangée annuellement; ceci a débouché sur la mise au point d'un modèle prédictif stochastique du calcul de cette hauteur.

2. Description du modèle unidimensionnel

Le modèle utilisé (Chahuneau 1984), suit la même conception que le modèle bidimensionnel exposé précédemment. L'étape d'intégration latérale des équations de Navier-Stokes est remplacée par une intégration bidimensionnelle, qui supprime évidemment le calcul des vitesses horizontales; les vitesses verticales demeurent dans les termes d'advection et sont calculées à partir des formulations empiriques utilisées par l'US Army Corps of Engineers (Chen et al 1978). L'équation générale du modèle est la suivante:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[A D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{1}{A} \left[\frac{\partial A W \theta}{\partial z} \right] + S \quad (7.1)$$

A aire de la section du lac (à la profondeur z)

S terme de variation locale dû à l'absorption du rayonnement solaire, aux apports et exportations de chaleur par les affluents, et au flux de chaleur terrestre.

Cette équation est résolue par une méthode aux différences finies implicite. La discrétisation compte 155 couches de 2 mètres d'épaisseur chacune. Il est tenu compte de la couche d'eau mélangée par les vagues, par une formule analogue à celle utilisée dans le modèle bidimensionnel (Smith 1979, Chapitre 5 §6.3).

3. Résultats du modèle

Le modèle unidimensionnel a été utilisé pour simuler l'évolution thermique saisonnière du lac sur la période 1976-1979, avec, dans un premier temps, la formulation des coefficients de dispersion exposée Chapitre 6 ("Premier modèle"). L'année 1976 a servi d'année de calibration et les trois années suivantes de période de validation. Les mesures ayant été utilisées pour la calibration et la vérification sont celles des stations pélagiques profondes de la CIPEL suivies durant le second plan quinquennal. (SHL-2, SHL-1, CRG-3, CRG-23, CRG-24).

3.1 Résultats du "Premier modèle"

Les résultats sont exposés sous forme graphique: figures 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, pour la température, figure 7.6, 7.7 pour les coefficients de dispersion. Les graphiques à plus grande échelle sont exposés dans l'annexe 5.

Les valeurs des paramètres de calage sont rassemblés dans le Tableau 7.1. Deux sortes de paramètres interviennent dans le modèle thermique, A et B proviennent du calage du bilan thermique à l'interface eau-air, δ et σ proviennent du modèle de coefficient de dispersion.

Le calage du modèle a été effectué par une méthode automatique d'optimisation.

Tableau 7.1

Paramètres de calage du modèle

Paramètres du bilan thermique à l'interface eau air

$$A = 16 \cdot 10^{-10}$$

$$B = 67 \cdot 10^{-5}$$

Paramètres du coefficient de dispersion

$$\delta = 0.068$$

$$\sigma = 7.7$$

Les résultats montrent un bon ajustement de la simulation au voisinage de la surface du lac; on note cependant un décrochage dans les couches profondes, qui va s'accroissant, d'année en année. Alors que la température du lac augmente régulièrement, la simulation garde la valeur initiale, hors des périodes de brassage. Ceci peut s'expliquer par la très faible valeur du coefficient de dispersion en dessous de la thermocline. Il est d'ailleurs à noter que la formulation utilisée basée sur des modèles de Couche Limite Atmosphérique, ne décrit que la couche superficielle, correspondant à l'épilimnion en période stratifiée, et l'appliquer, à l'ensemble du lac, constitue une extension dont les résultats de la simulation montrent les limites. Il est donc nécessaire de trouver une autre formulation du coefficient de dispersion, pour le métalimnion et l'hypolimnion, en période de stratification, afin d'améliorer la description des phénomènes se produisant dans les couches profondes.

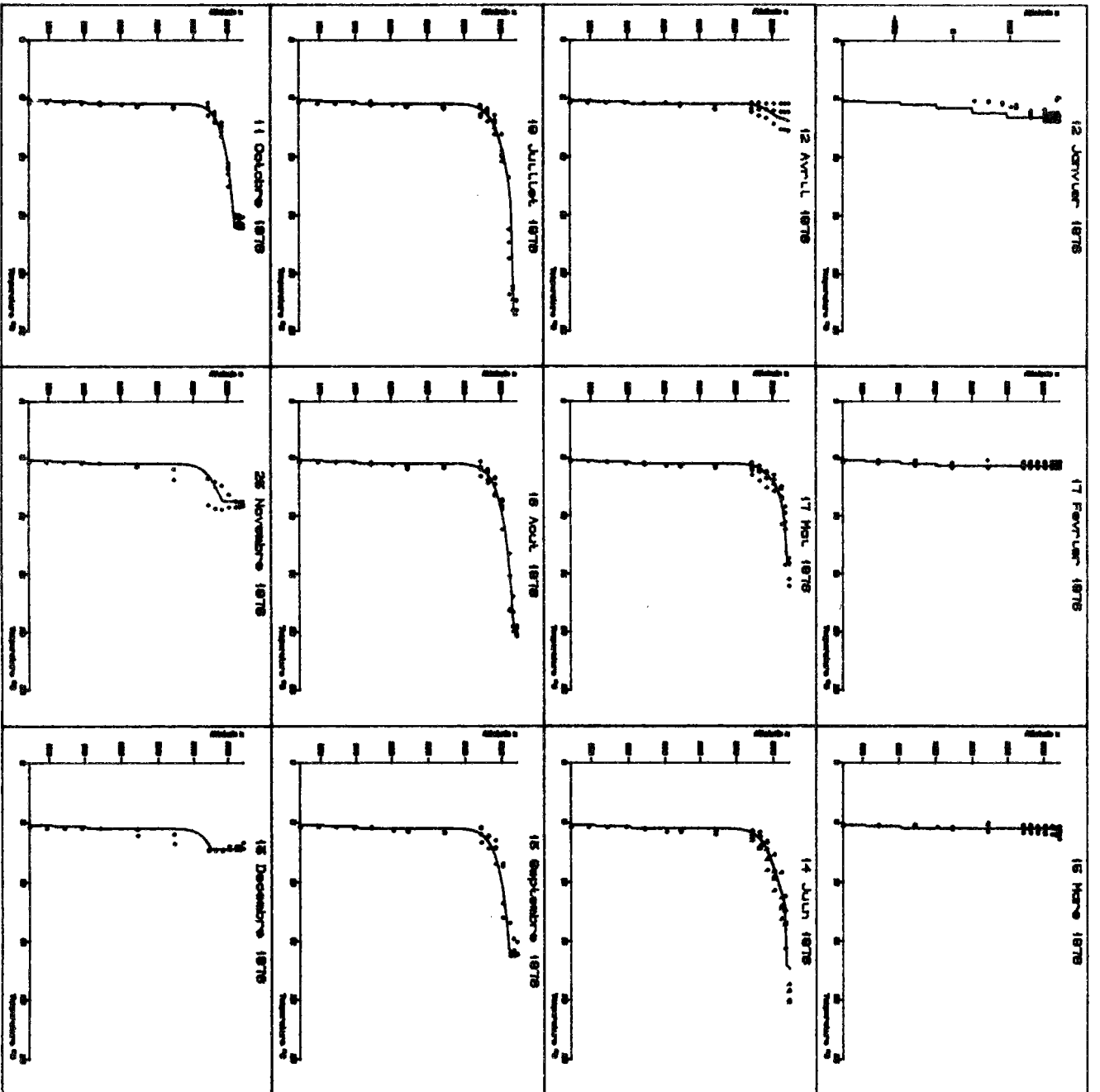


Figure 7.1: Année 1976
 résultats du modèle mois par mois
 valeurs mesurées (.)
 valeurs simulées (—)
 abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 0 à 372 m

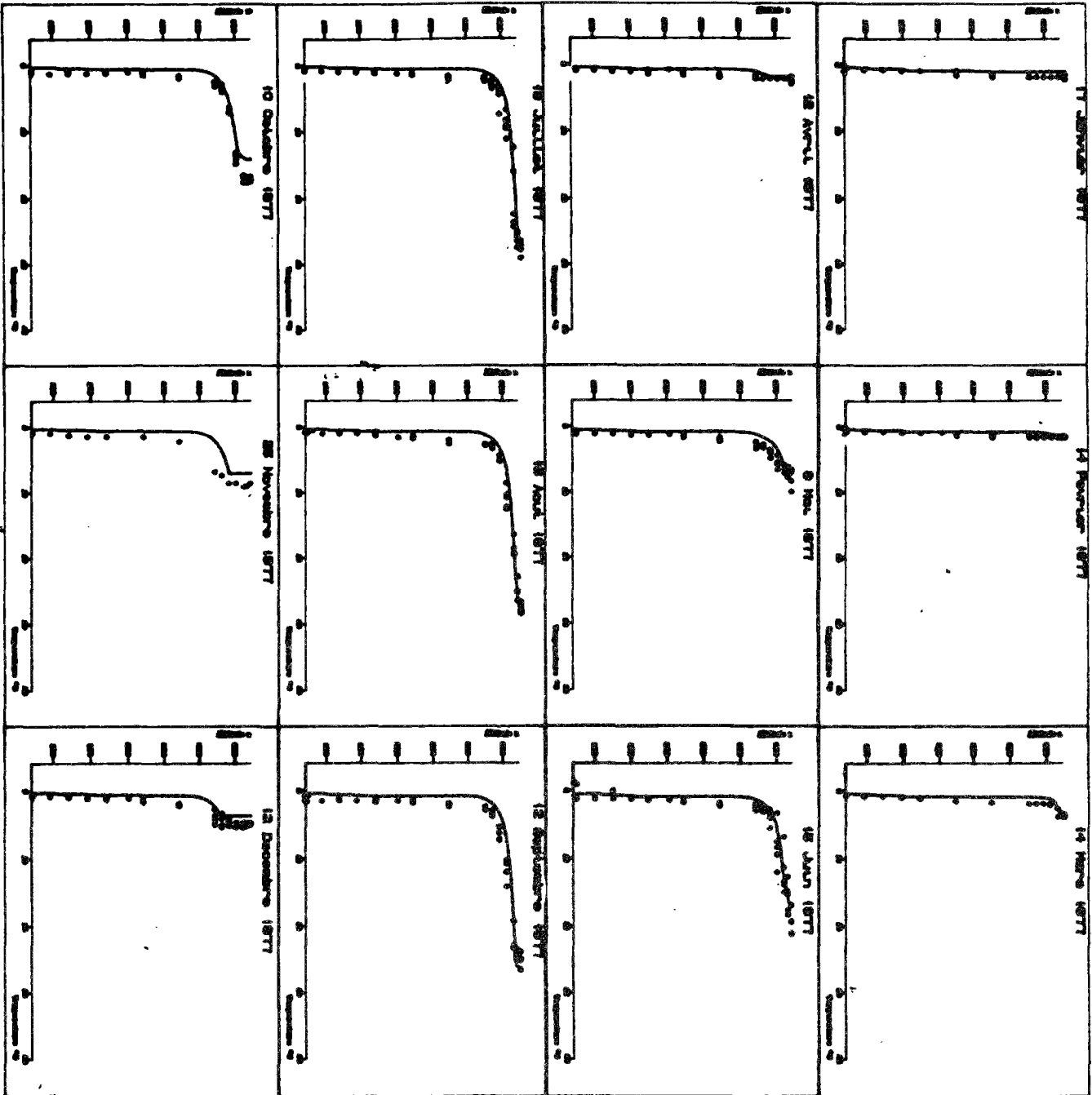


Figure 7.2: Année 1977
 résultats du modèle mois par mois
 valeurs mesurées (.)
 valeurs simulées (—)
 abscisses: Température, 0 à 25°C
 ordonnées: altitude de 62 à 372m



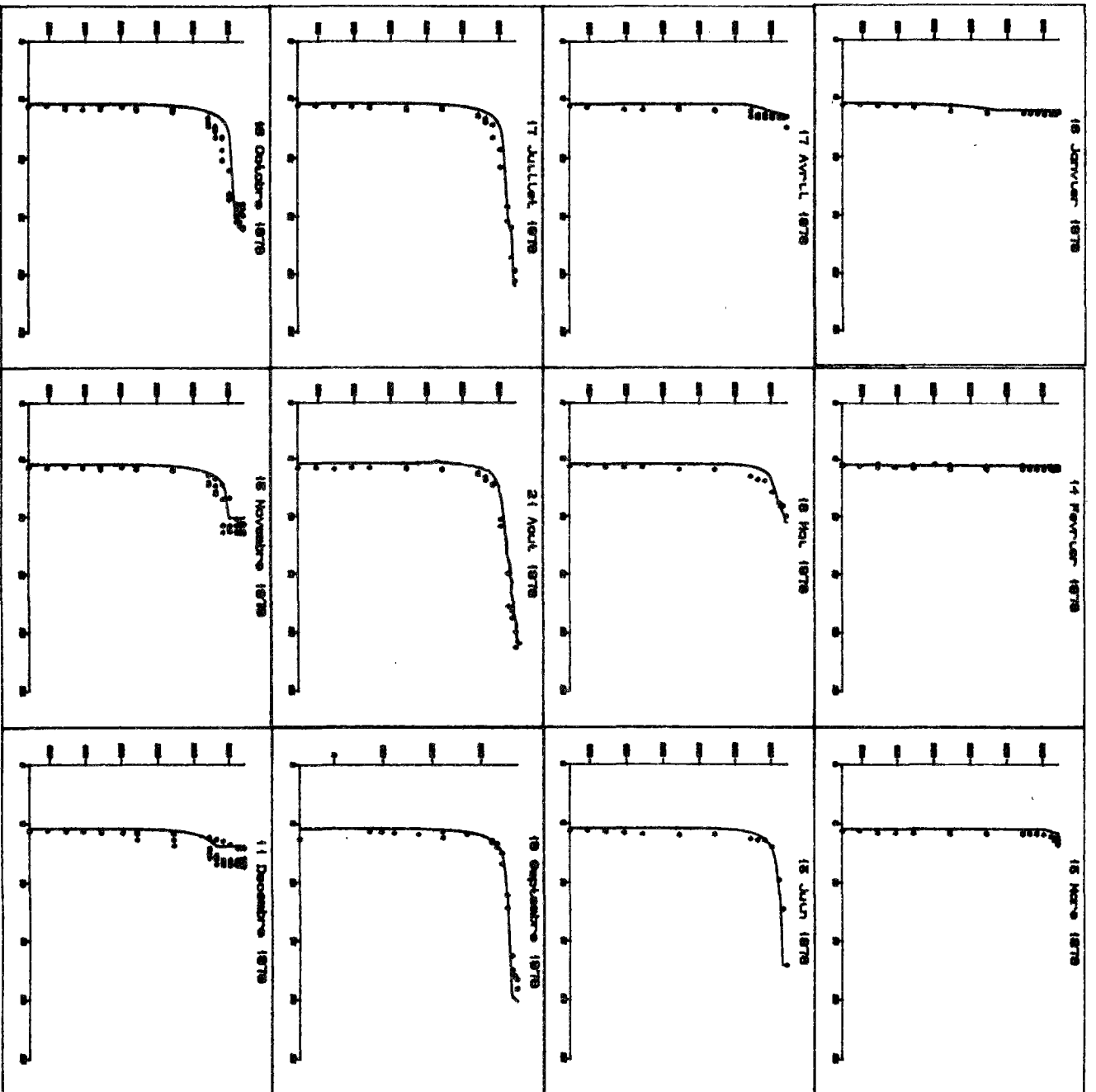


Figure 7.3: Année 1978
 résultats du modèle mois par mois
 valeurs mesurées (.)
 valeurs simulées (____)
 abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

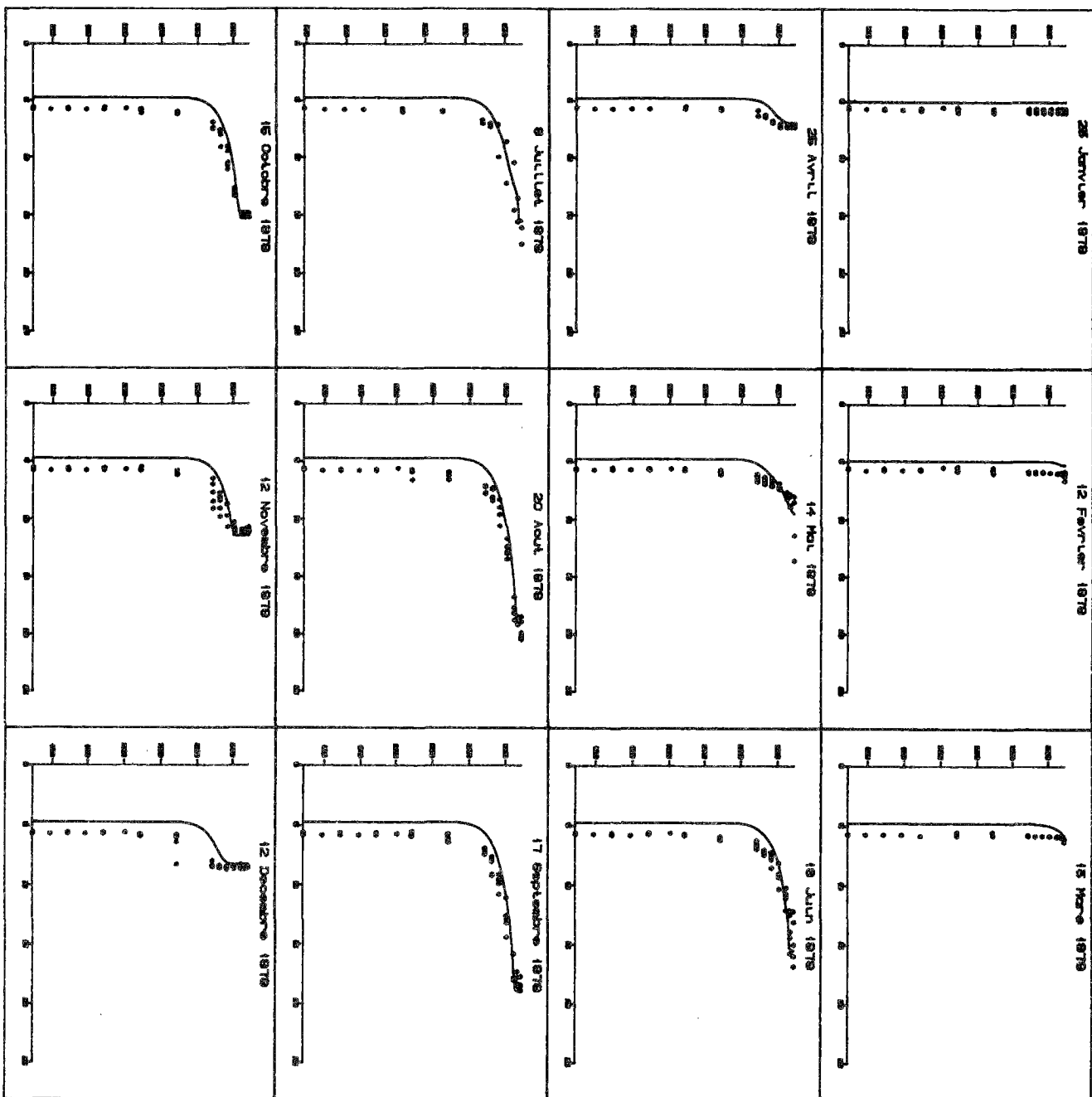


Figure 7.4: Année 1979
 résultats du modèle mois par mois
 valeurs mesurées (.)
 valeurs simulées (____)
 abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

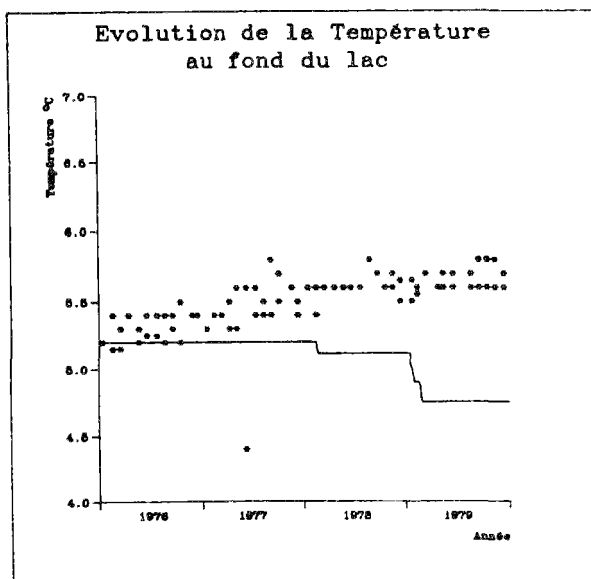
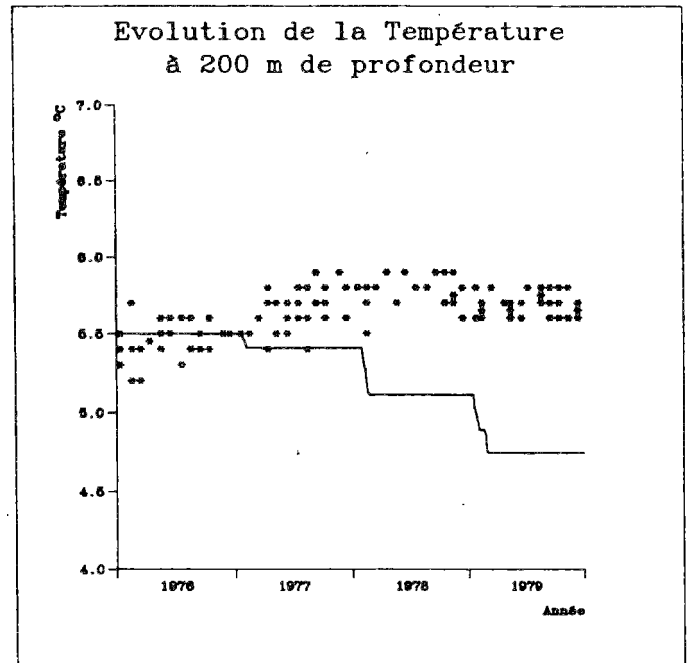
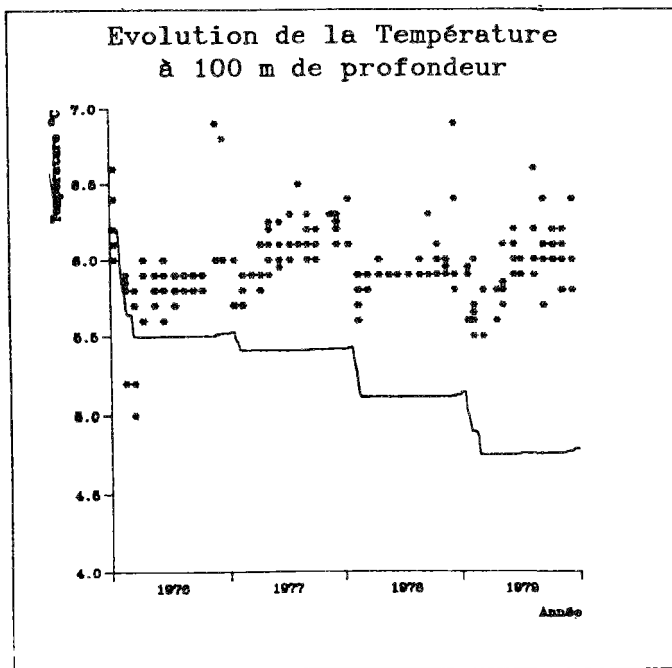
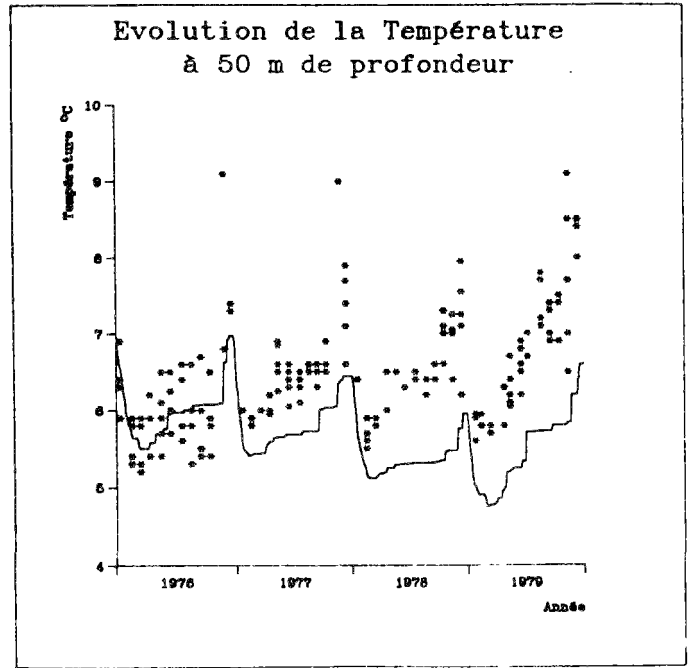
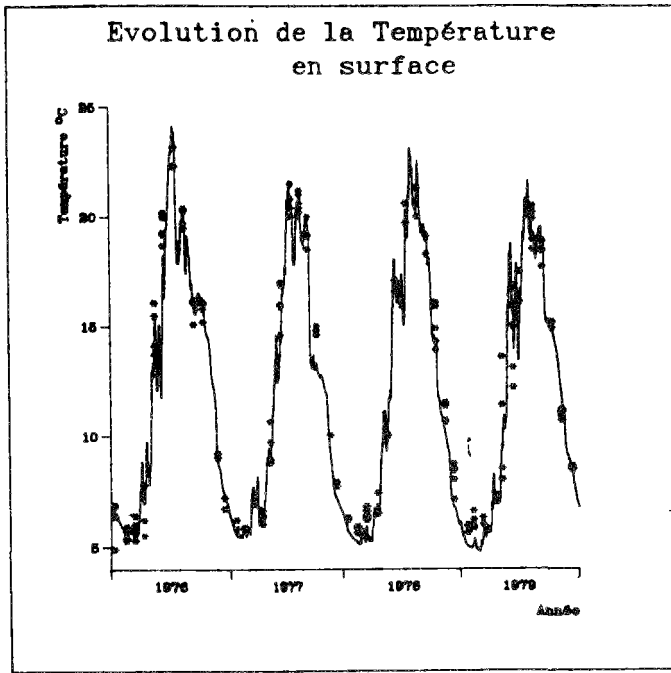


Figure 7.5: Résultats du premier modèle de coefficients de dispersion

évolution sur les quatre années de la simulation de la température à différentes profondeurs

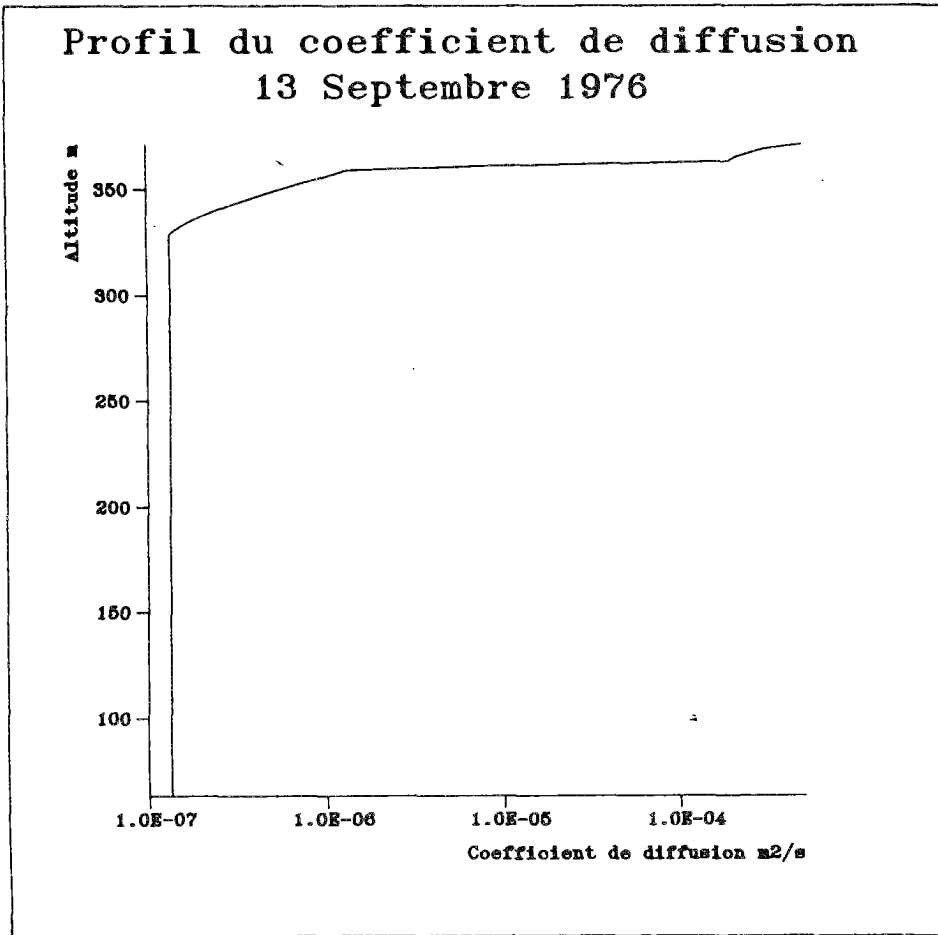


Figure 7.6:
profil typique en période
de stratification du
coefficient de dispersion
(lère formulation)

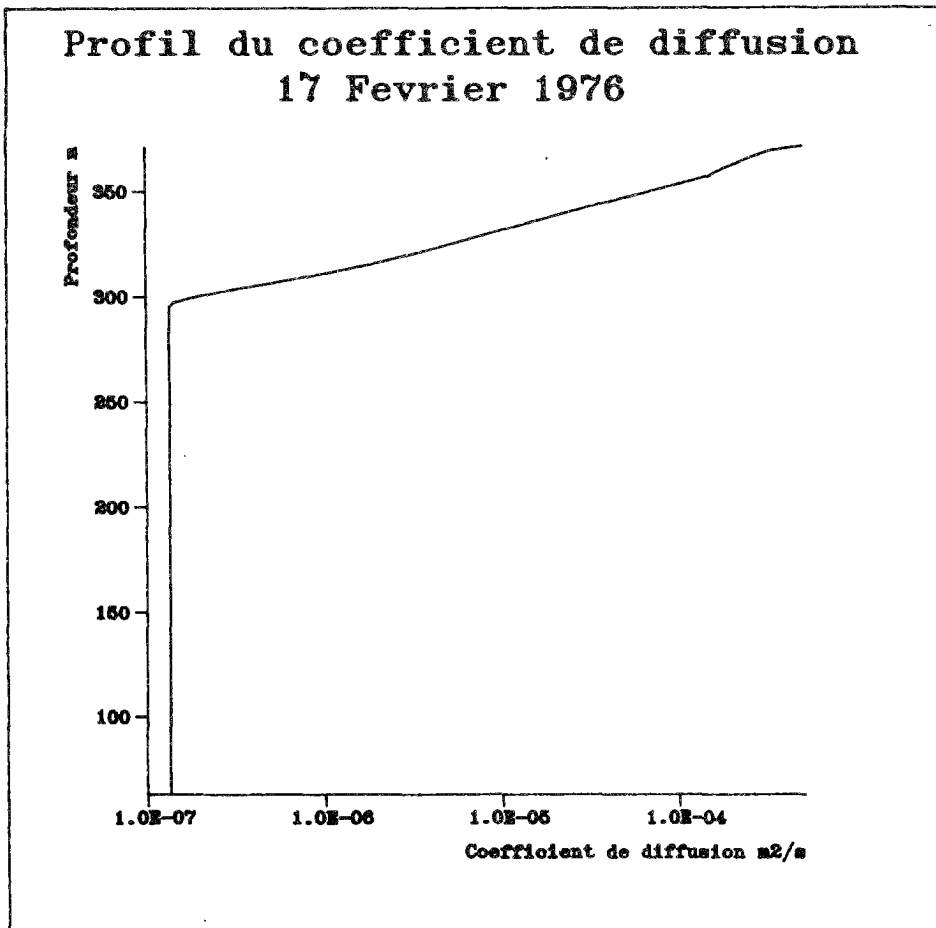


Figure 7.7:
profil typique en période
de non-stratification du
coefficient de dispersion
(lère formulation)

3.2 Formulation de la dispersion verticale dans les couches profondes

Dans les couches profondes, l'interaction qui existait entre l'influence du vent et celle de la température, exprimée par le nombre de Richardson (de flux ou de gradient), disparaît. En effet, la thermocline agit comme une frontière, et l'influence du vent devient négligeable, du point de vue macroscopique où nous nous plaçons. Il convient donc d'utiliser un autre critère de stabilité, comparant les caractéristiques de la couche à une certaine profondeur, à celles de la couche située à l'interface physique supérieure, à savoir la thermocline, ou le bas du métalimnion.

La fréquence de Brunt-Väisälä représente la fréquence d'oscillation d'une particule située dans un milieu stable thermiquement stratifié, autour de sa position d'équilibre, et s'exprime en fonction du gradient de densité par la formule suivante:

$$N^2 = \frac{-g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (7.2)$$

N fréquence de Brunt-Väisälä

Plus le milieu sera stable, plus la fréquence de Brunt-Väisälä sera importante. On peut donc à l'aide de ce nombre comparer la stabilité de la couche considérée à celle de la thermocline.

Nous arrivons donc naturellement à formuler le coefficient de dispersion dans le métalimnion de la manière suivante:

$$D = \alpha D_{th} \left[\frac{N_{th}}{N(z)} \right]^p \quad (7.3)$$

α, p paramètres de calage

N_{th} fréquence de Brunt-Väisälä à la thermocline

D_{th} coefficient de dispersion à la thermocline

et dans l'hypolimnion par:

$$D = z_{fac} D_{méta} \left[\frac{N_{méta}}{N(z)} \right]^p \quad (7.3)$$

Compte tenu de la proximité de la frontière solide constituée par le fond du lac, le facteur multiplicatif z_{fac} permet de diminuer la dispersion au voisinage de cette frontière, et a été préféré, à un terme constant, comme celui utilisé dans le métalimnion.

$$z_{fac} = \frac{z - z_{surf}}{z_{meta} - z_{surf}} \quad (7.4)$$

z_{surf} : altitude de la surface du lac

z_{meta} : altitude du métalimnion

Le bas du métalimnion a été défini empiriquement comme la profondeur pour laquelle le gradient de densité devient inférieur, en valeur absolue à 10^{-5} kg/m⁻².

De même, la période de stratification est celle pour laquelle il existe dans le lac un gradient de densité supérieur à la valeur précédente.

Le modèle, avec cette nouvelle formulation de la dispersion a été calibré et vérifié sur la même période que le modèle précédent.

Les valeurs des paramètres de calibration sont rassemblées dans le tableau 7.2

3.3 Résultats du second modèle

Les résultats synthétiques sont présentés dans les figures 7.8 à 7.15; les résultats à plus grande échelle sont rassemblés dans l'annexe 5.

Les résultats obtenus avec cette formulation rendent bien compte de l'évolution en profondeur de la température; on observe un lent réchauffement à 300 mètres de profondeur comparable à l'évolution sur quatre ans des températures mesurées. A 200 mètres, on remarque une légère augmentation de la température les trois premières années et une légère baisse durant l'hiver 1978-1979, le mélange des eaux ayant atteint cette profondeur cette année là, comme en témoignent les mesures (disparition des températures de 5.9 °C présentes à cet endroit depuis l'automne 1977). La carte des isovaleurs des températures montre bien l'augmentation graduelle de la température dans l'ensemble des zones profondes par l'abaissement des isothermes. La grande dispersion des valeurs des mesures à 100 et à 50 mètres, due

à l'hétérogénéité horizontale du lac, rend plus difficile la comparaison entre le modèle et les données. On note cependant que les valeurs simulées se situent toujours à l'intérieur du nuage de données et que les cycles saisonniers sont parfaitement marqués et d'une amplitude comparable à celle observée. Enfin, les résultats à la surface sont très proches des valeurs mesurées et permettent de retrouver certains phénomènes météorologiques importants comme la canicule de l'été 1976 (environ 25 degrés en surface contre 21 les autres années). Le calcul des écarts résiduels quadratiques dénote une nettement meilleure adéquation de cette formulation par rapport à la formulation précédente.

Tableau 7.2

Valeurs des paramètres de calage du second modèle
Paramètres du bilan thermique à l'interface eau air

$$A = 16 \cdot 10^{-10}$$

$$B = 67 \cdot 10^{-5}$$

Paramètres du coefficient de dispersion

$$\delta = 0.09$$

$$\sigma = 7.7$$

$$\alpha = 0.35$$

$$p = 0.67$$

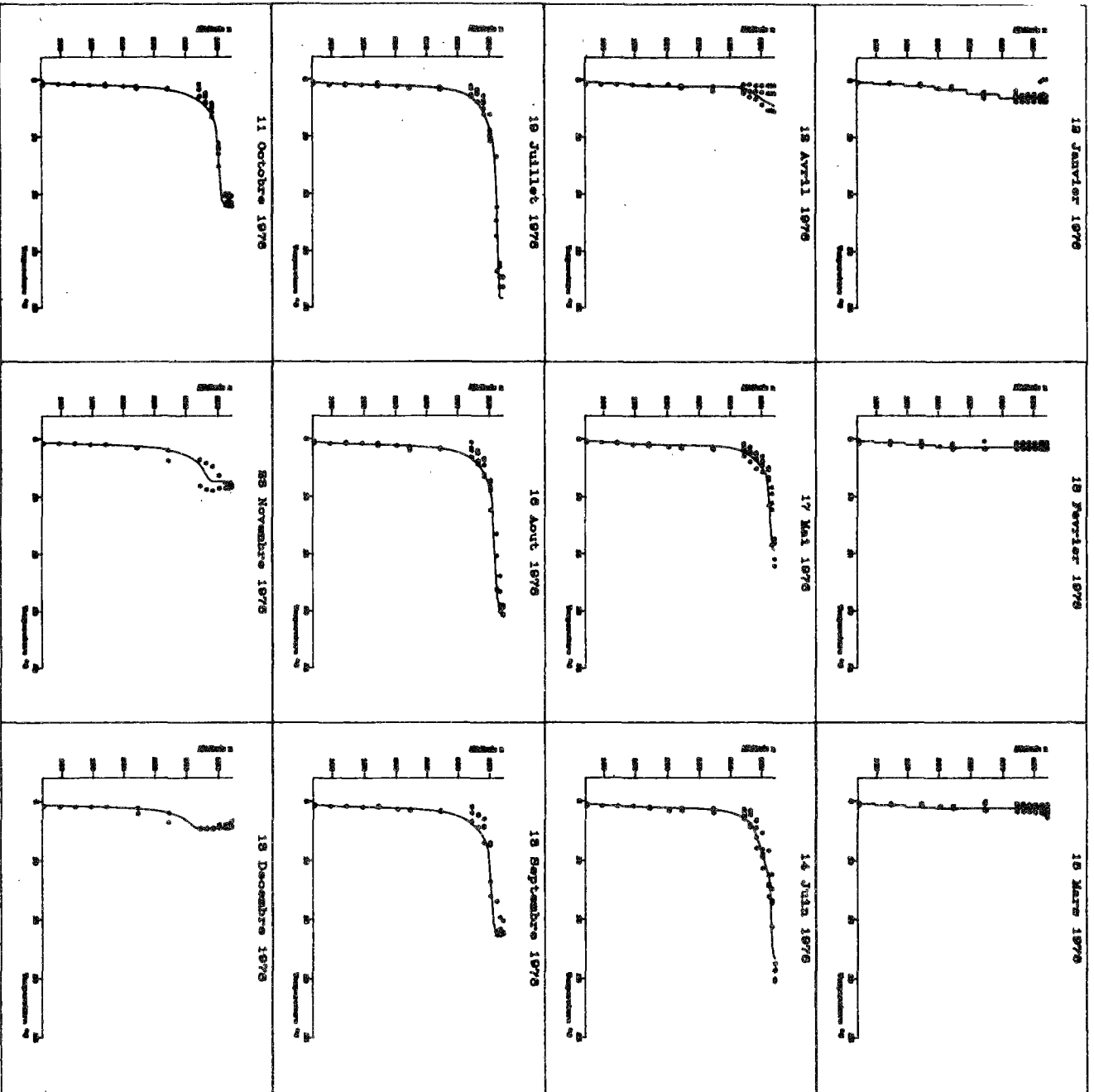


Figure 7.8: Année 1976
 résultats du modèle mois par mois
 (seconde formulation)
 valeurs mesurées (·)
 valeurs simulées (—)

abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

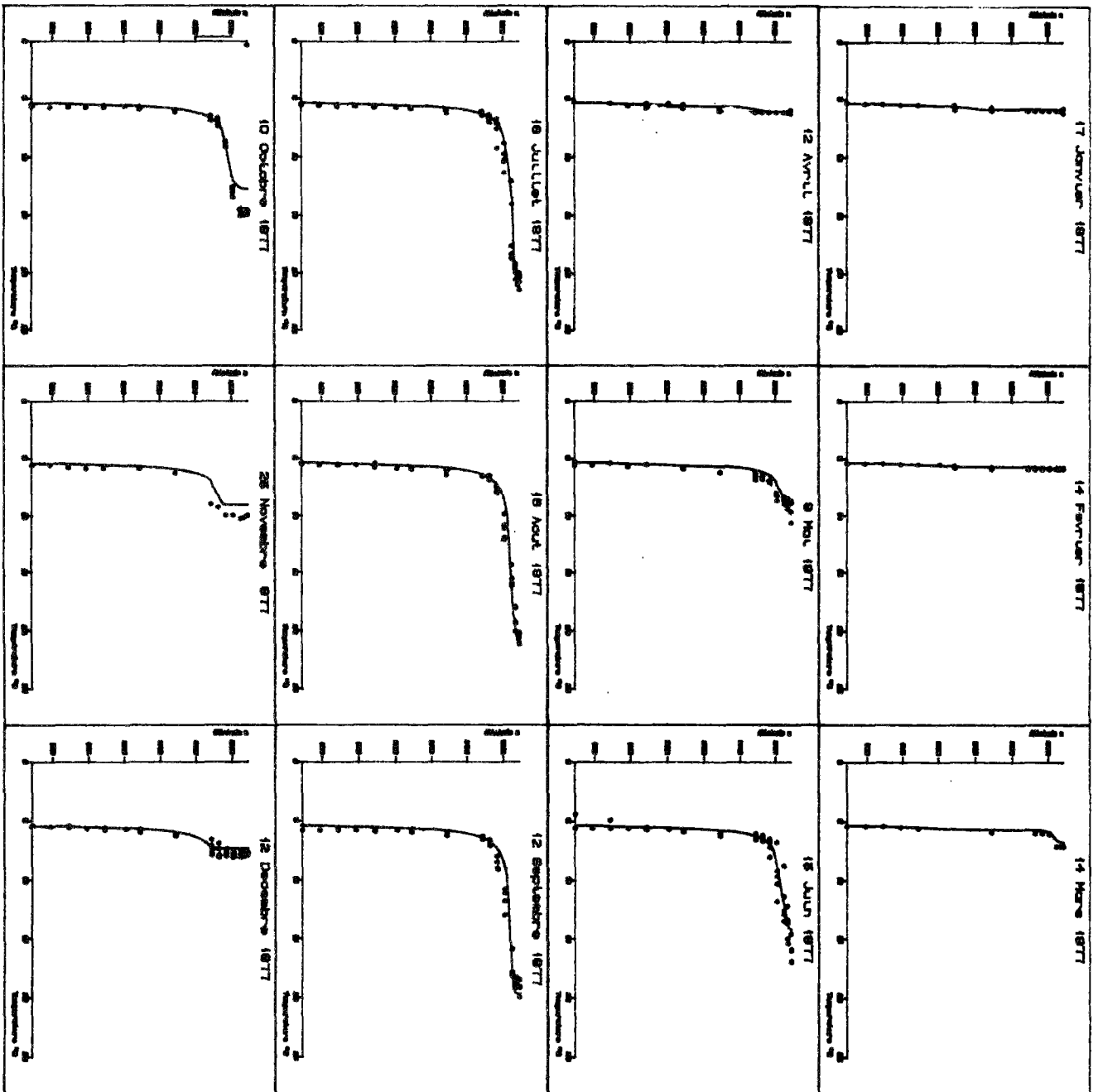


Figure 7.9: Année 1977
 résultats du modèle mois par mois
 (seconde formulation)
 valeurs observées (·)
 valeurs simulées (—)
 abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

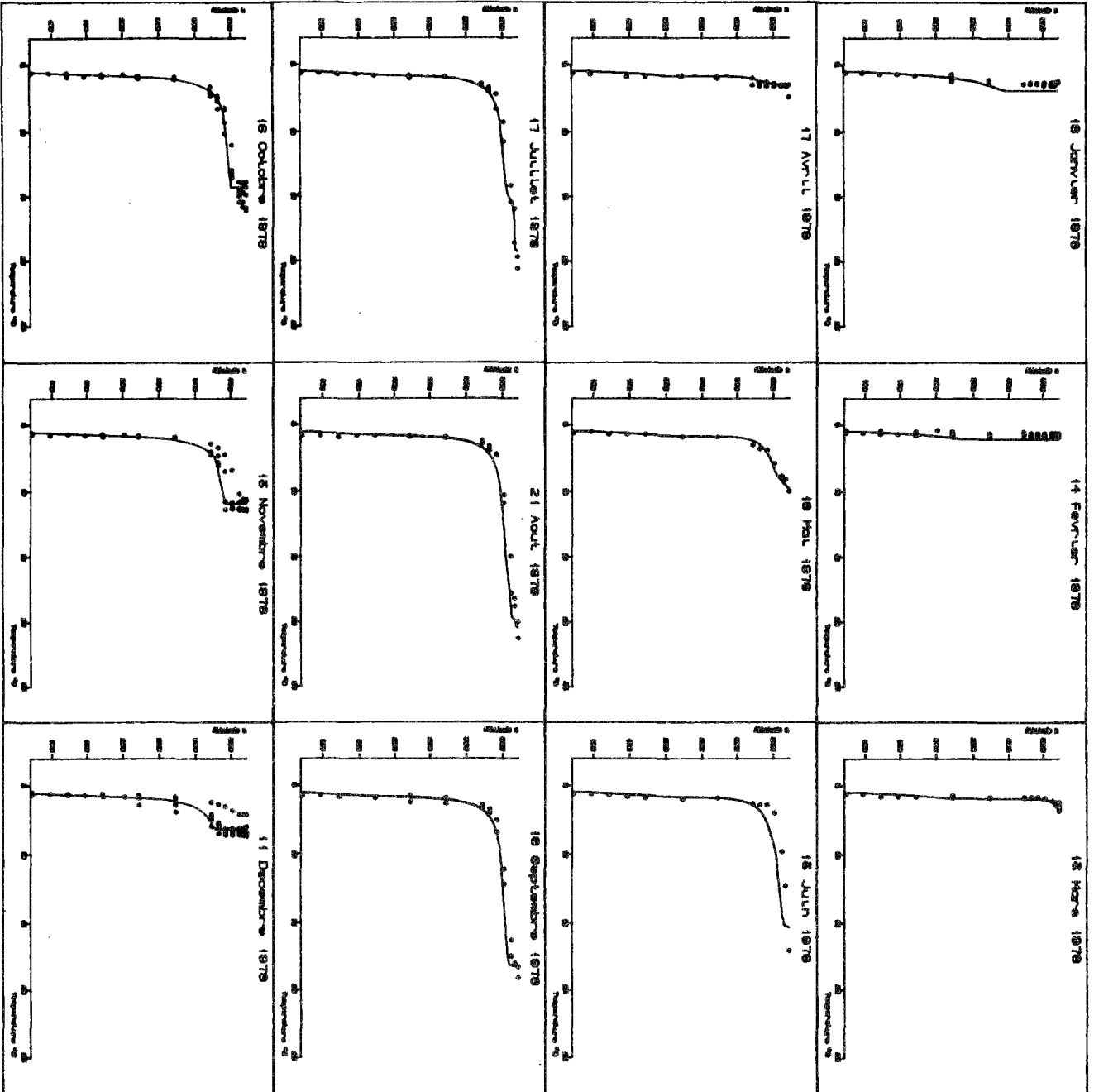


Figure 7.10: Année 1978
 résultats du modèle mois par mois
 valeurs mesurées (·)
 valeurs observées (—)
 abscisses: Température de 0 à 25.°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

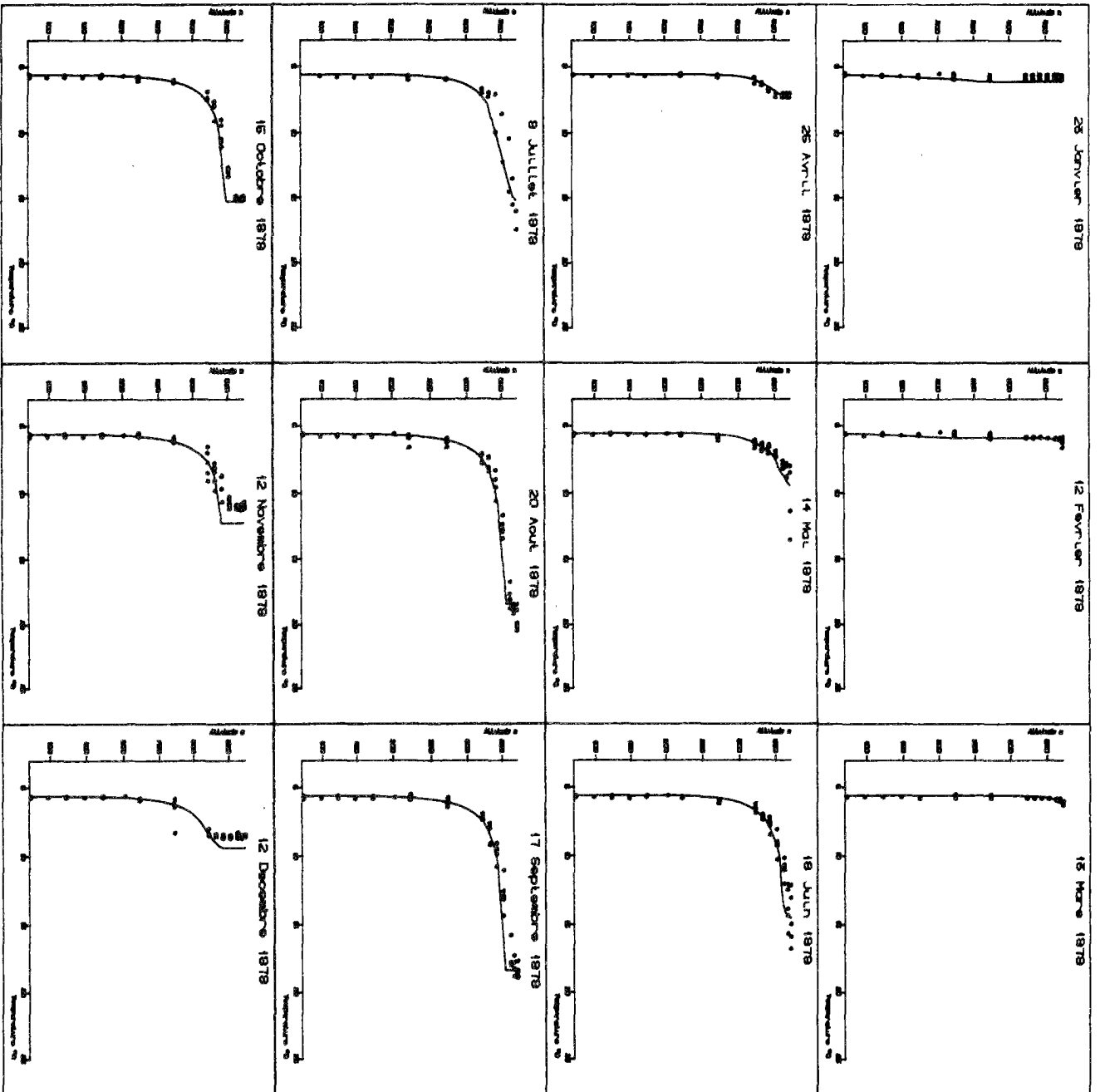


Figure 7.11: Année 1979
 résultats du modèle mois par mois
 (seconde formulation)
 valeurs mesurées (•)
 valeurs observées (—)
 abscisses: Température de 0 à 25°C
 ordonnées: Altitude de 62 à 372 m

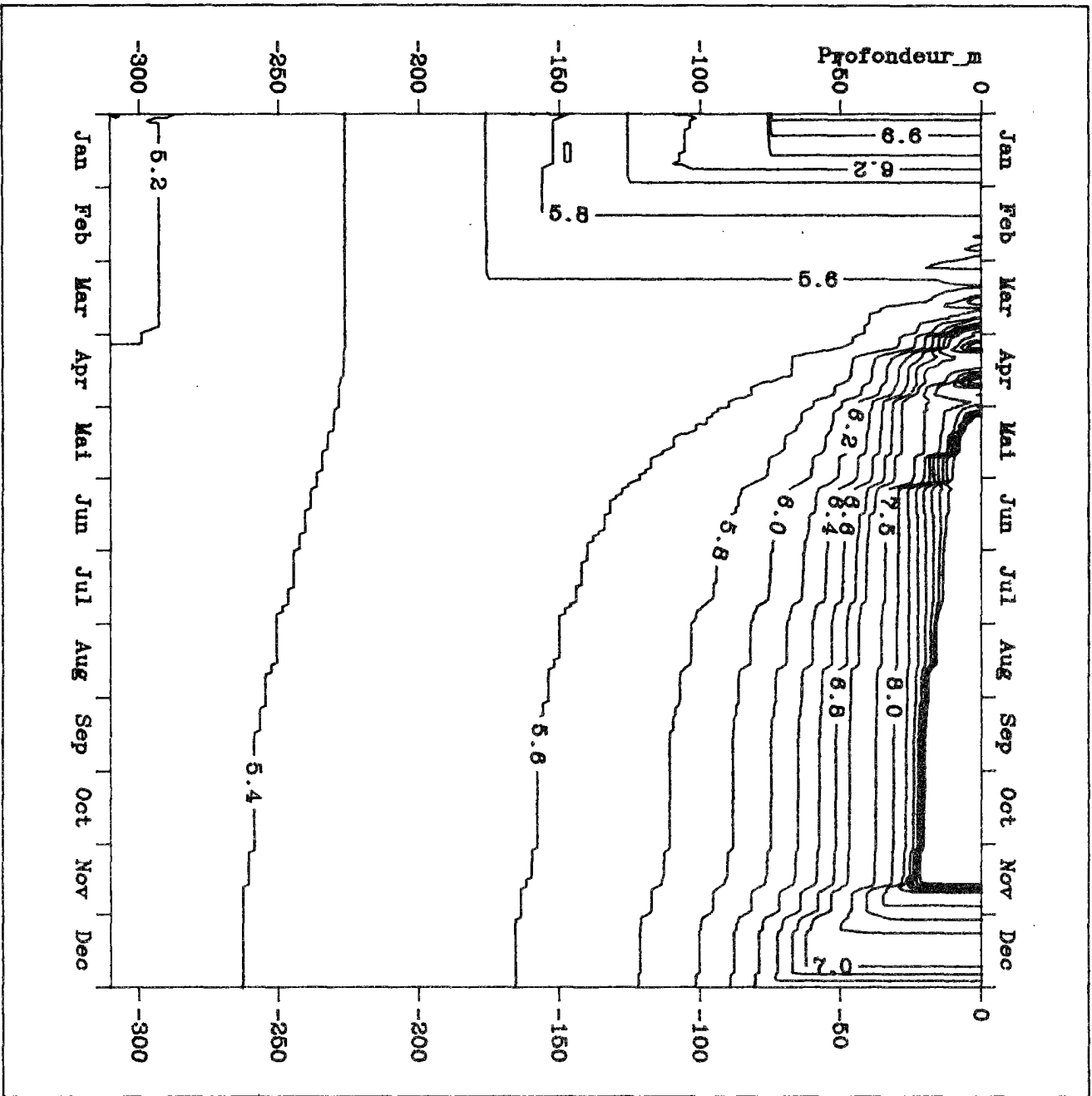
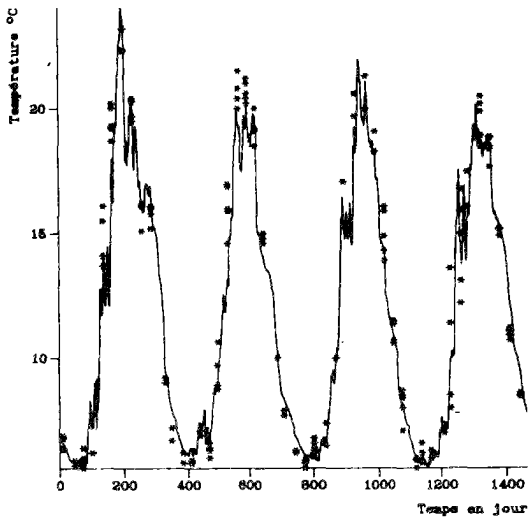
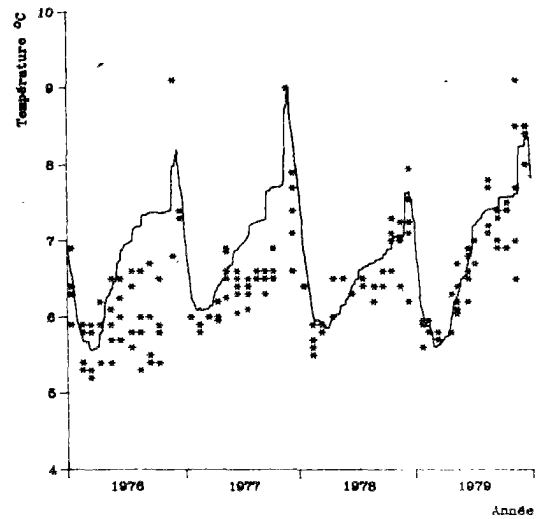


Figure 7.12: Année 1976
 résultats du modèle,
 seconde formulation
 courbes d'isotempératures

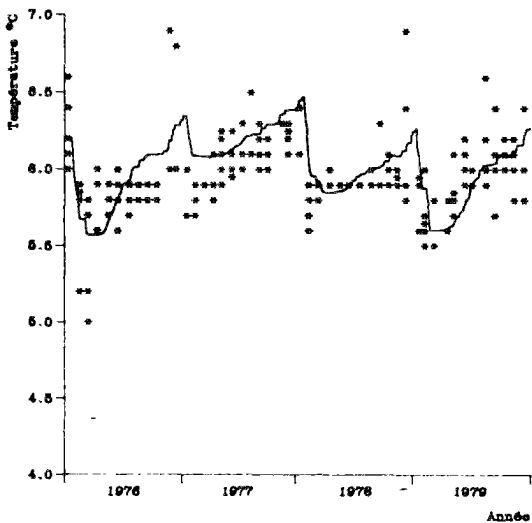
Evolution de la Température en surface



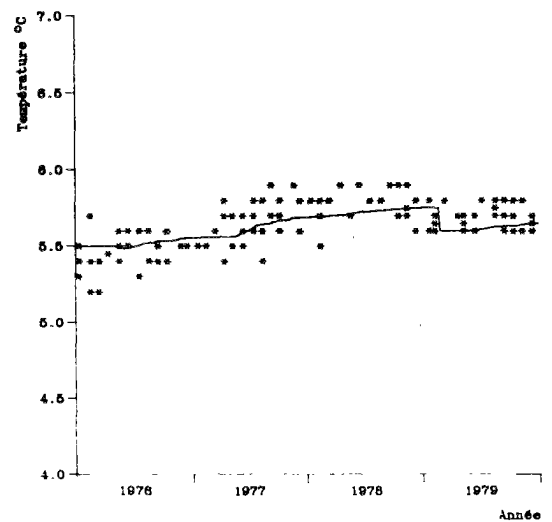
Evolution de la Température à 50 m de profondeur



Evolution de la Température à 100 m de profondeur



Evolution de la Température à 200 m de profondeur



Evolution de la Température au fond du lac

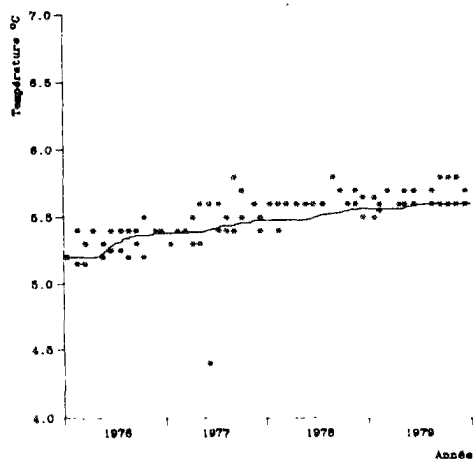


Figure 7.13: Résultats du second modèle de coefficients de dispersion

évolution sur les quatre années de la simulation de la température à différentes profondeurs

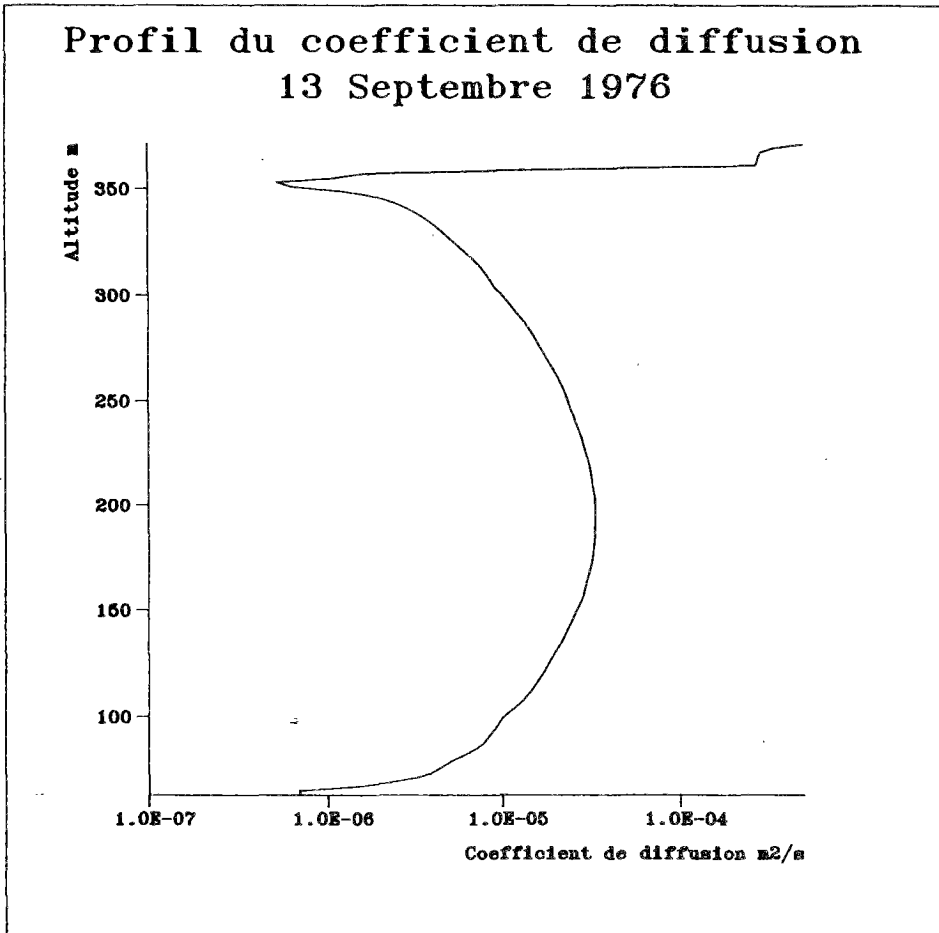


Figure 7.14: Profil typique du coefficient de dispersion en période de stratification (2nde formulation)

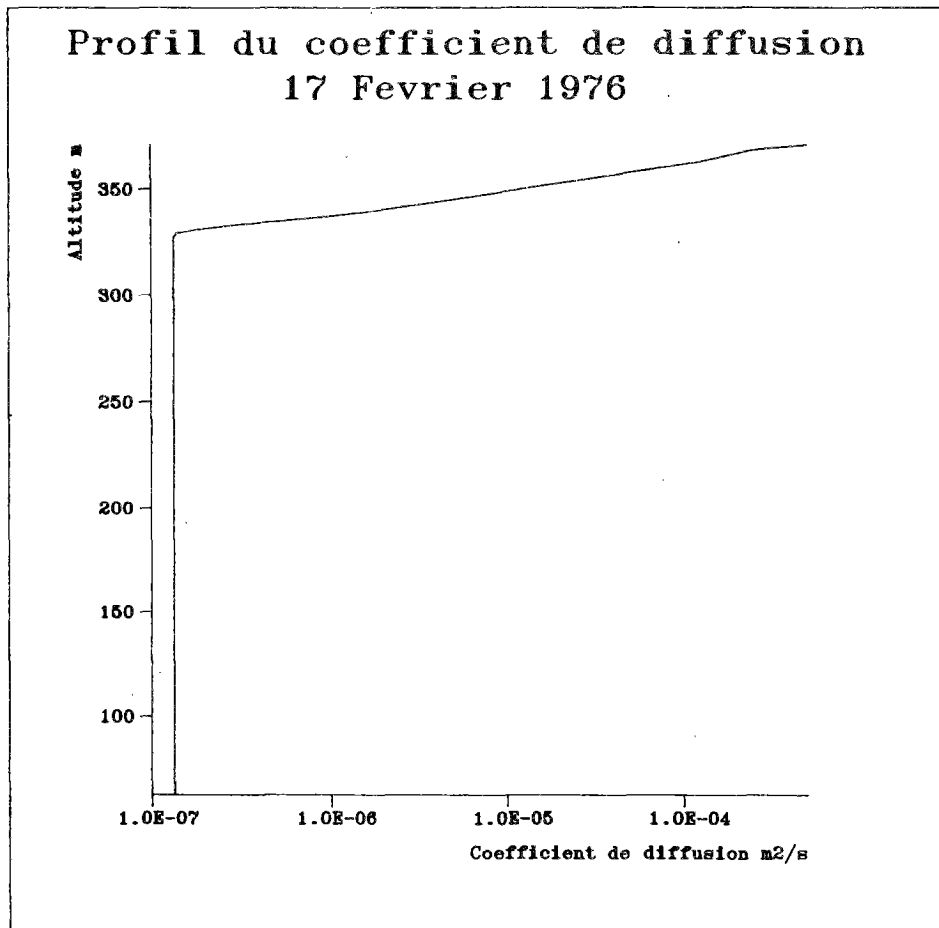


Figure 7.15: Profil typique du coefficient de dispersion en période de non stratification (2nde formulation)

Profondeur d'entrée au Rhône

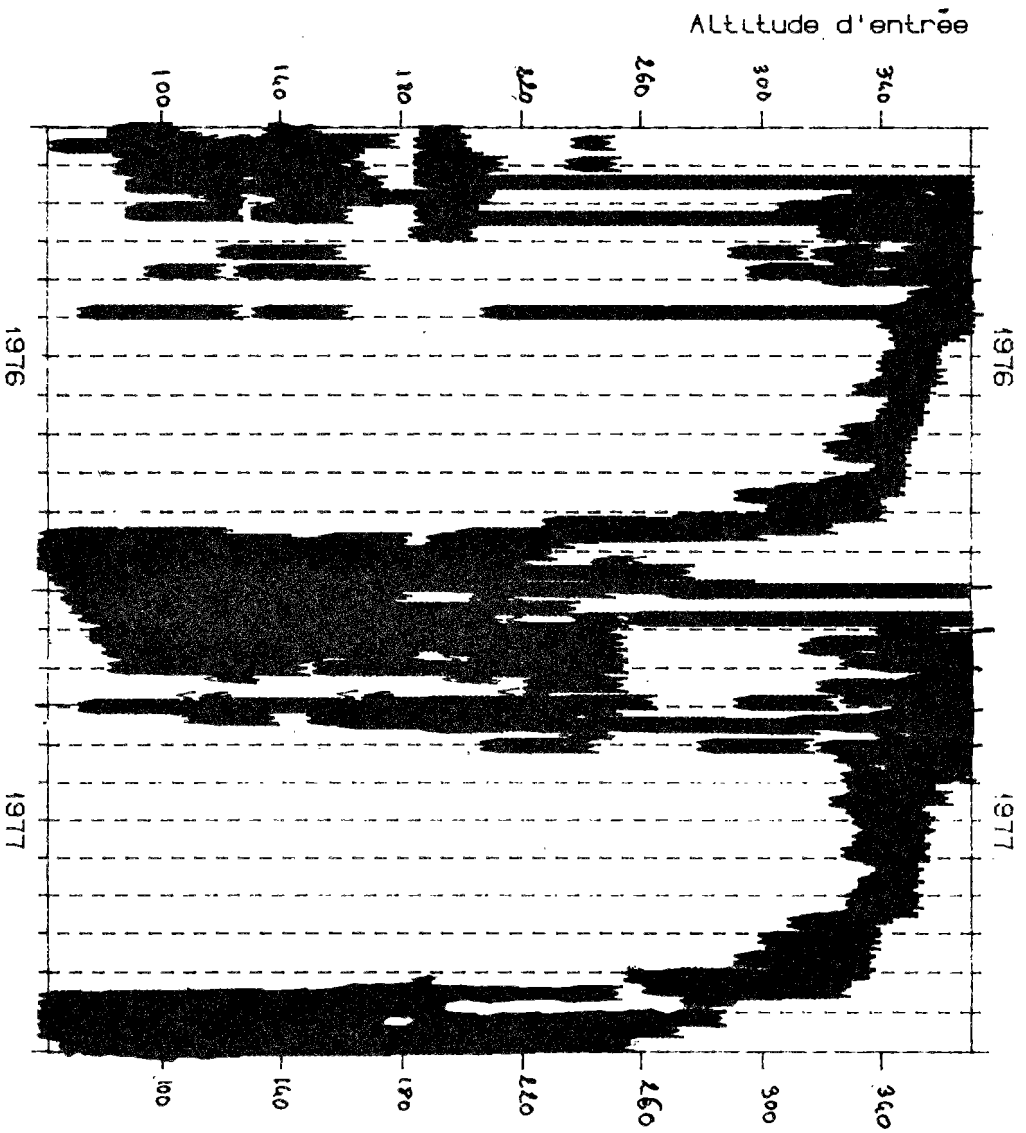


Figure 7.16: Visualisation des profondeurs d'entrée du Rhône, sur 2 cycles annuels. Les zones noircies représentent les zones d'entrée du fleuve, indépendamment de l'intensité du débit.

Le profil des coefficients de dispersion n'a pu être comparé à des mesures effectuées sur le site, rendues très délicates, voire impossible, dans la zone profonde, vue la faiblesse des gradients. Cependant les ordres de grandeurs obtenus sont comparables à ceux trouvés par Fischer (1980) (communication personnelle J.M. Jaquet) qui donne comme valeurs maximales $2.2 \text{ cm}^2/\text{s}$ dans la couche de 100 à 250 mètres et $0.3 \text{ cm}^2/\text{s}$ dans la couche de 250 à 300 mètres. De plus l'allure générale du profil, caractérisée par le renflement sous la thermocline a pu être observée en période de stratification, sur d'autres lacs, comme le lac de Zürich (Yuan-hui li, 1973) et le lac de Lugano (Rossi & al, 1982).

Bien qu'on ne puisse être certain de leur complète exactitude, ces coefficients de dispersion, au vu des résultats obtenus pour la température, constituent un point de départ fiable, pour des utilisations complémentaires, du type modèle écologique.

Une autre conséquence de l'établissement du modèle est de fournir une idée de la profondeur d'entrée du Rhône dans le lac, ainsi que l'évolution de cette profondeur d'entrée au cours du temps. Nous n'avons pas utilisé de formulation liant la densité du Rhône affluent à la concentration en matières en suspension. En période de stratification, le gradient thermique très élevé provoque une localisation très précise de l'entrée du Rhône; et seuls des épisodes de crue, augmentant notablement la charge en matières en suspension peuvent provoquer une modification de cette profondeur d'entrée; ces phénomènes sont très ponctuels et ne correspondent pas à notre échelle temporelle d'étude. En période de non-stratification thermique, la hauteur d'entrée du Rhône n'est plus très localisée, et varie du fond du lac à une profondeur de 100 mètres environ; la prise en compte des matières en suspension n'aurait pas modifié notablement les résultats de ce modèle thermique. Ceux ci sont présentés dans la figure 7.16, sous la forme d'isocontours modifiés; les zones noircies correspondent aux zones d'entrée du Rhône, indépendamment de l'intensité du débit à cette profondeur. Compte tenu de la complexité réelle du phénomène d'entrée du Rhône, surtout en période de crue, les résultats présentés ne donnent que l'allure du phénomène au cours de l'année. Un modèle beaucoup plus fin, spécialement établi, serait nécessaire pour obtenir des informations plus précises concernant cette entrée, en particulier pour évaluer l'impact d'éventuelles modifications des caractéristiques de l'eau entrante.

3.4 Analyse de sensibilité

Une analyse de sensibilité a été effectuée sur cette dernière formulation du modèle. Chaque paramètre a été soumis à des variations de $\pm 10\%$, $\pm 20\%$, $\pm 50\%$, autour de sa valeur de calibration. Les résultats de cette analyse sont présentés dans l'annexe 5, sous forme de graphiques. Deux sortes de graphiques sont utilisés.

1. évolution du profil thermique annuel, mois par mois, comparé aux valeurs mesurées, ce qui permet par transitivity, de le comparer aux profils de la calibration.

2. représentation du rapport température perturbée/ température de calibration, en coordonnées polaires, l'angle polaire représentant la position dans l'année ($1\text{an} = 2\pi$ radians), et la longueur du vecteur radial représentant la valeur du rapport

3.4.1 Influence des paramètres météorologiques

Deux paramètres météorologiques interviennent dans le calcul du profil thermique vertical (Annexe 1). Ce sont:

A, qui influe sur la chaleur latente

B, qui influe sur la chaleur sensible.

3.4.1.1 Influence de A

Ce paramètre est l'un des seuls dont l'influence se fait sentir jusqu'au fond du lac. Il s'agit d'une influence régulière, provoquant, par rapport à la calibration, un effet cumulatif, tout au long de l'année et décroissant régulièrement de la surface au fond du lac. Notons qu'une diminution de 50% de A provoque une variation de température de plus de 10% en surface et de 5% à 200 mètres de profondeur. Il n'y a pas d'influence sur l'allure du profil thermique, mais simplement une homothétie, par rapport à la calibration dont le rapport varie de la surface au fond.

3.4.1.2 Influence de B

Le rôle de ce paramètre paraît tout à fait semblable à celui du précédent, quoique produisant moins d'effet. Son influence en surface, durant la période de stratification apparaît très faible, et une variation de $\pm 50\%$ ne permet pas de distinction importante, pendant cette période, avec la calibration.

3.4.2 Influence des paramètres du coefficient de dispersion

Ces paramètres sont au nombre de quatre, deux influent sur le coefficient dans la zone épilimnique, ce sont:

σ , qui intervient dans la fonction de stabilité

δ , qui intervient dans le calcul de la profondeur d'Ekman

Deux autres interviennent dans le calcul du coefficient en zone sub-épilimnique, ce sont:

α , facteur multiplicatif utilisé en zone métalimnique

p , qui intervient dans la seconde fonction de stabilité

3.4.2.1 Influence de σ

Ce paramètre doit varier dans des proportions importantes, pour avoir un effet sensible visuellement sur le profil. N'agissant que dans la couche épilimnique, son effet est surtout de surface et paraît à peu près constant sur la couche de 0 à 50 mètres. Il contribue à modifier l'allure du profil thermique dans cette zone proche de la surface, en agissant sur la courbure du profil, entre la thermocline et sa partie à très faible gradient. Il n'a aucune influence sur la température des zones profondes.

3.4.2.2 Influence de δ

δ provoque une différence de comportement en période de stratification, entre la surface et les couches supérieures situées sous l'épilimnion. En effet, alors qu'une augmentation de δ provoque un abaissement de la température de surface, elle provoque durant l'été, une augmentation de la température à 50 mètres. C'est donc ce paramètre, qui permet de régler la taille du plateau de la thermocline.

3.4.2.3 Influence de p

p agit sur l'ensemble de la hauteur du lac, en période de stratification. Il modifie le profil sous la thermocline, en lui donnant une allure plus ou moins cassée, très sensible sur la représentation graphique à +50% de variations. Au fond du lac, cette variation produit des écarts de température de l'ordre de 5% ce qui est très important, compte tenu de l'ordre de grandeur des variations

interannuelles observées de la température à cette profondeur, et de l'effet cumulatif, sur un plan inter-annuel de ces écarts. Compte tenu de la zone d'application de p , les écarts de température observés en surface, sont relativement faibles et s'annule en fin d'année, au cours de la déstratification. p est un paramètre qui permet de modifier la distribution de la chaleur sur l'ensemble de la colonne d'eau, sans effet interannuel de surface.

3.4.2.4 influence de α

α n'intervient que dans la zone métalimnique; il est donc fort logique qu'il n'influe sur la température qu'au voisinage des 50 mètres, avec toutefois de légères incidences sur la température de surface. α joue un rôle assez semblable, du point de vue du résultat, à σ , mais avec une intensité plus faible.

CHAPITRE 8

Etude du retournement du Léman

1 Introduction

Le retournement complet du Léman ne se produit qu'environ une fois tous les 10 ans; il a une grande influence sur le comportement écologique du lac, permettant de remettre en circulation des nutriments provenant du fond, et d'oxygéner l'ensemble de la masse d'eau du lac. Il semble donc important de pouvoir prévoir à l'entrée de l'hiver, à la fois la profondeur de couche mélangée la plus probable, ainsi que les risques (ou les chances!!) de mélange complet. Cet aspect prédictif constitue une première étape dans l'établissement de modèles de gestion du milieu naturel.

Nous avons, pour aboutir à cet objectif, suivi la démarche suivante:

- étude sur les trois hivers 77, 78, 79, de l'évolution de la couche mélangée, en liaison avec les phénomènes météorologiques et le profil thermique initial en début d'hiver.

- évaluation de l'influence de la structure temporelle des événements météorologiques sur la profondeur finale de la couche mélangée.

- recherche la structure temporelle des événements météorologiques, afin de générer des épisodes hivernaux lémaniques typiques.

- recherche la distribution de probabilité de la couche mélangée en fonction du profil thermique initial sur les trois hivers connus, et sur des profils thermiques générés à partir de quelques grandeurs caractéristiques.

2. Etude du mélange des hivers 77 78 79

2.1 Etude de l'évolution de la hauteur de la couche mélangée aux cours des hivers 77 78 79

L'hiver est considéré d'un point de vue météorologique. Il commence au 1er décembre environ (330ème jour de l'année) et dure 95 jours, soit jusqu'au 1er mars. Les profils initiaux de température sont rassemblés figure 8.1. Les figures 8.2, 8.3, 8.4 suivent, au cours de l'hiver, l'approfondissement de la couche mélangée déterminée à l'aide du modèle thermique "seconde version" exposé au paragraphe précédent. Les chroniques météorologiques concernant la température de l'air et le vent pour ces hivers sont rapportés dans les figures 8.5, 8.6, 8.7..

Les profils initiaux distinguent nettement les trois années, bien que les températures de surface soient identiques. Le premier hiver, la température au fond du lac est basse (légèrement inférieure à 5.4°C), entre 150 et 50 mètres, le profil est très arrondi et le gradient de densité maxima se situe à une profondeur de 50 mètres. En 1977, la température du fond approche 5.5 degrés. Tout en étant plus cassé que l'année précédente, le profil présente un gradient dans la zone inférieure à 100 mètres plus important (l'écart entre les deux courbes va en diminuant). Le gradient de densité maxima se situe à 60 mètres, et le "plateau" correspondant à la thermocline en voie de disparition est moins large que l'année précédente. Il est surprenant de constater l'allure très cassée du dernier profil, pour lequel la température au fond atteint pratiquement 5.55°C , et le gradient maximal se situe à 40 m, le "plateau" est assez étroit, mais comparable à celui 1978 en taille, tout en étant encore plus plat.

Comparons maintenant les évolutions temporelles, à la vue de ces profils initiaux. Pour l'hiver 1977, on note pour la température de l'air, une tendance très marquée, avec refroidissement en décembre et réchauffement en janvier et février, ce qui donne un mois de février particulièrement chaud. Au niveau du vent, l'hiver est assez classique, avec, durant la première quinzaine de décembre un période de vent fort. L'approfondissement de la thermocline s'effectue régulièrement durant les mois de décembre et janvier; en février, l'augmentation de la température provoque une stratification de faible amplitude, qui suffit à supprimer tout mélange supplémentaire - l'hiver est fini-. La profondeur finale du mélange se situe vers 120 mètres dans une zone où le gradient thermique est encore assez fort (plus fort que sur le profil initial, compte tenu de l'approfondissement de la thermocline par dispersion). Un approfondissement supplémentaire de la couche mélangée aurait nécessité l'expulsion d'une quantité de chaleur importante, ce que n'aurait pu faire un hiver doux. Le profil initial de décembre 1976, peut donc être qualifié de "stable" dans ce sens qu'il ne favorise pas un mélange profond. Pour l'hiver 1978, on ne note aucun phénomène météorologique particulier, sauf un assez grand froid durant la première quinzaine de février. La figure d'évolution d'approfondissement de la thermocline montre deux étapes. Du début décembre à la mi-janvier, évolution lente et régulière, puis de mi-janvier au 20 février, évolution régulière, beaucoup plus rapide (24 mètres/mois pour la première période, 73 mètres/mois pour la seconde). Ce changement de pente, ne correspond pas à une modification brusque et durable du climat. On note un vent assez fort mi- et fin- janvier, coupé par une période de calme, avec une température moyenne; par contre, il correspond assez exactement à la fin du plateau à fort gradient de densité (profil thermique), à partir duquel il devient plus facile de mélanger des couches d'eau importantes.

Profils initiaux de temperature

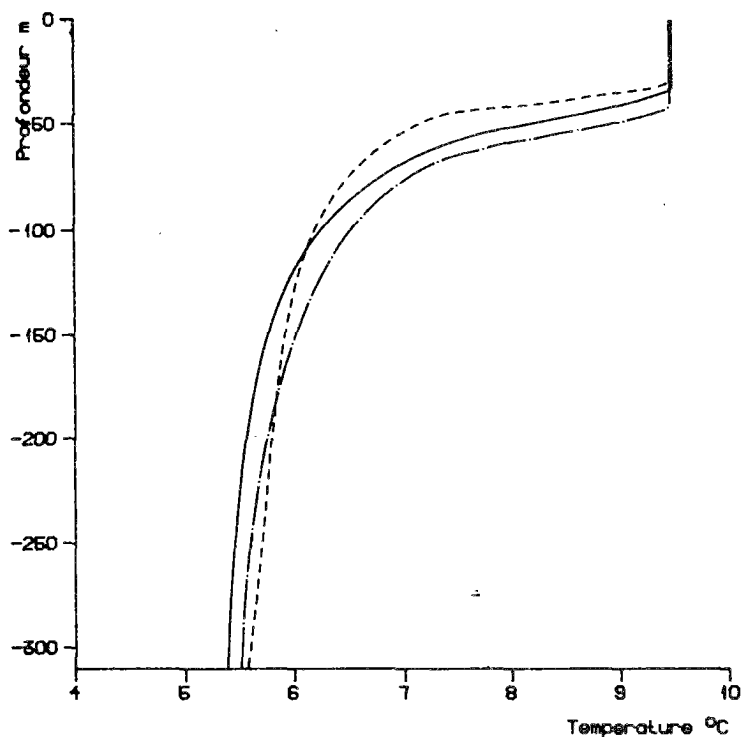


Figure 8.1 : Profils de température aux
 1er décembre 1976 : trait continu
 1er décembre 1977 : trait mixte
 1er décembre 1978 : trait tireté

hiver 76-77

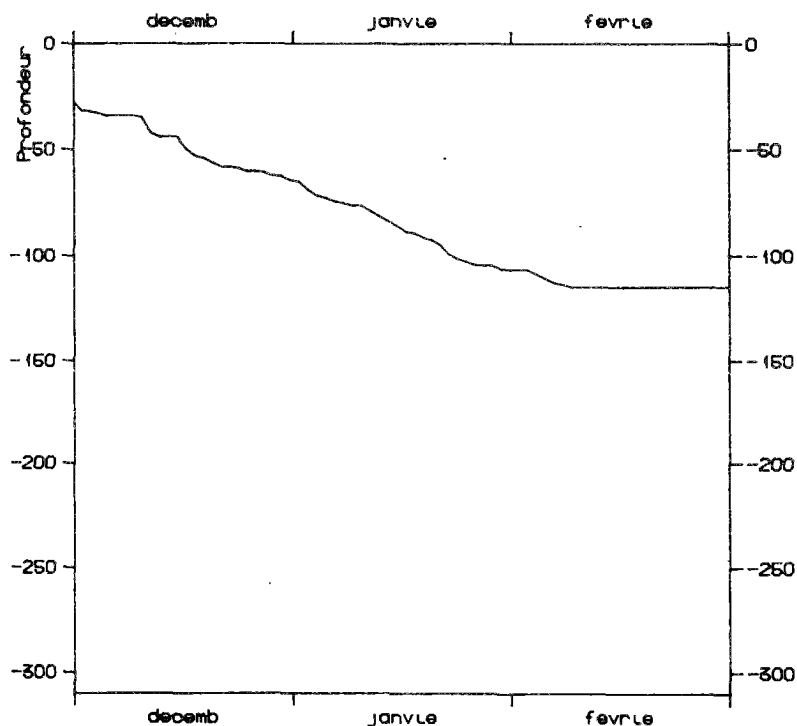


Figure 8.2 : Hiver 1976-1977
 évolution de l'approfondissement de la
 couche mélangée au cours de l'hiver

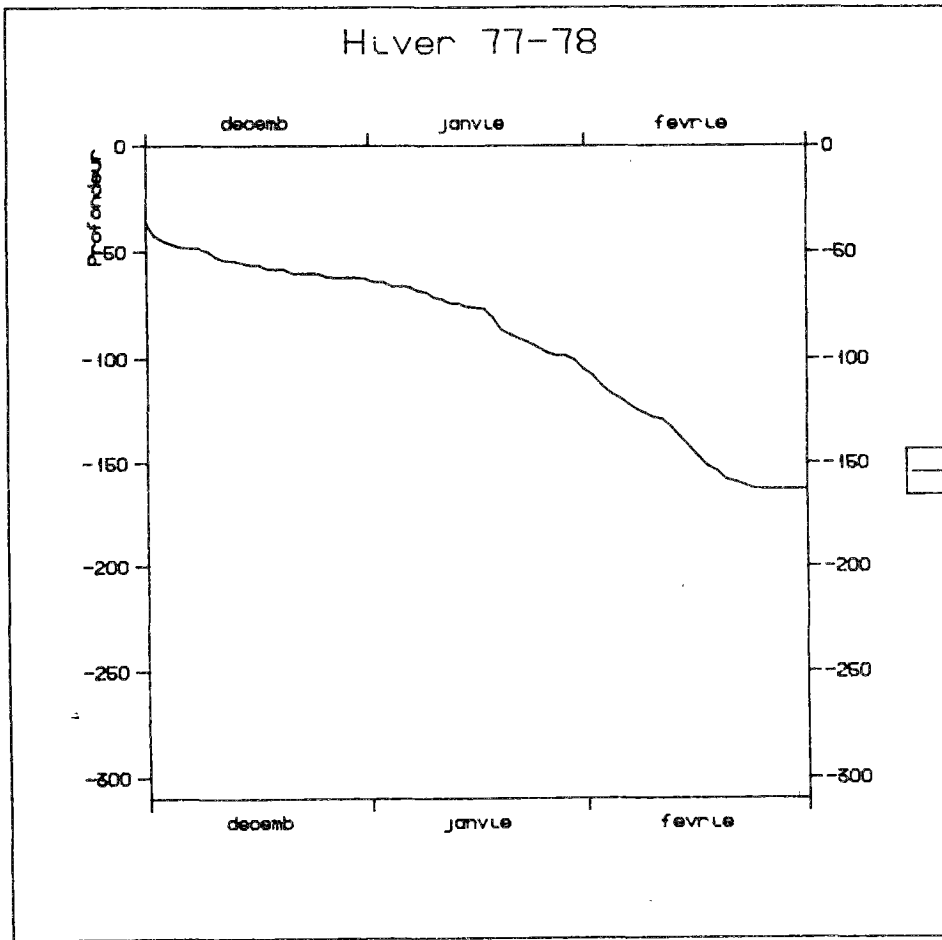


Figure 8.3 : Hiver 1977-1978
évolution de l'approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver

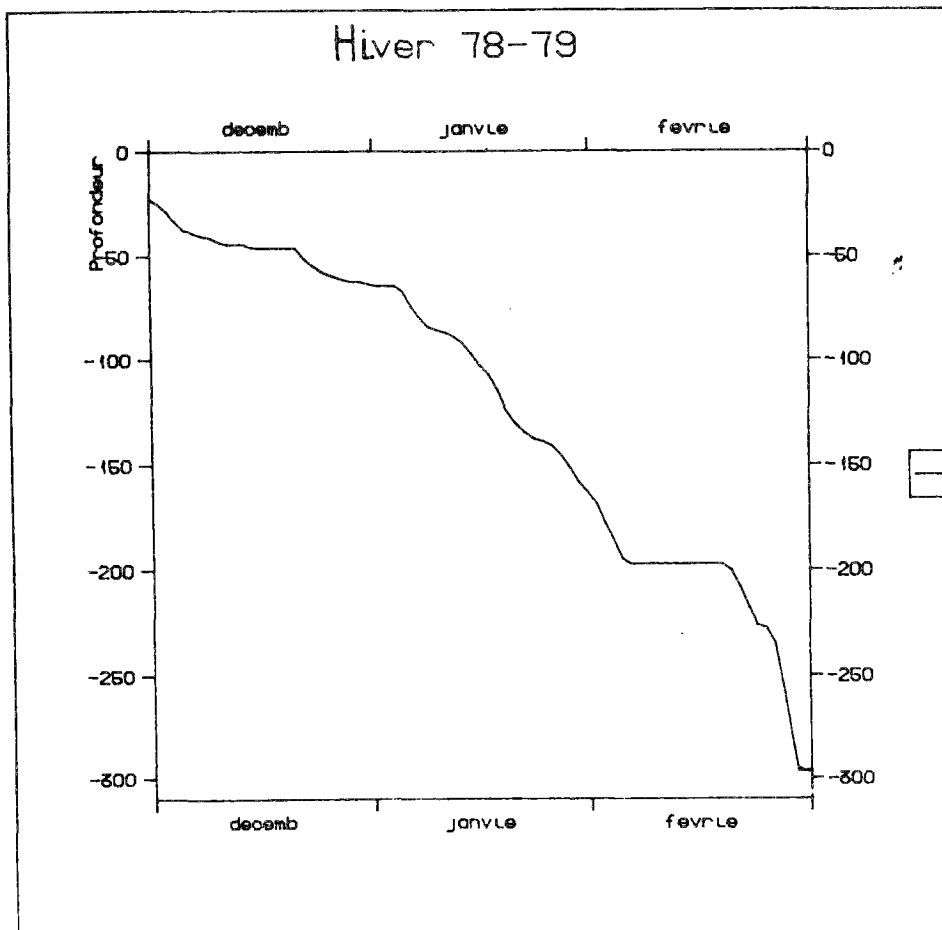


Figure 8.4 : Hiver 1978-1979
évolution de l'approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver

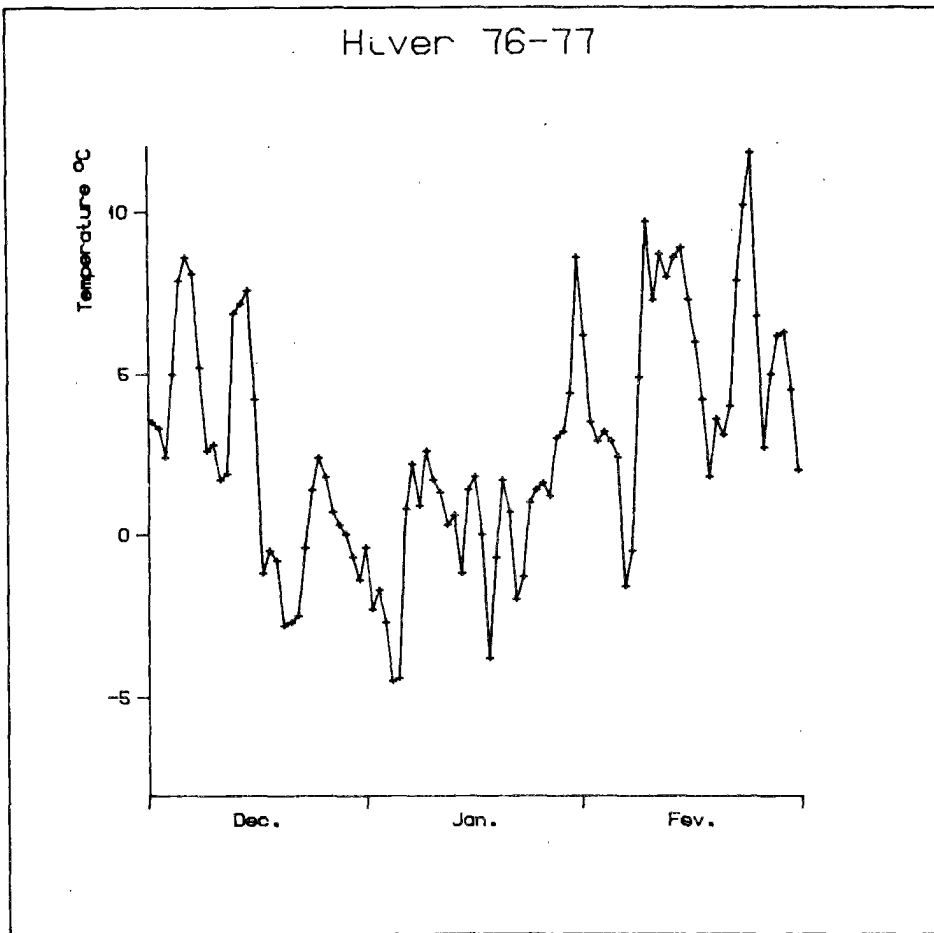
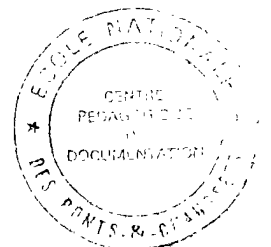
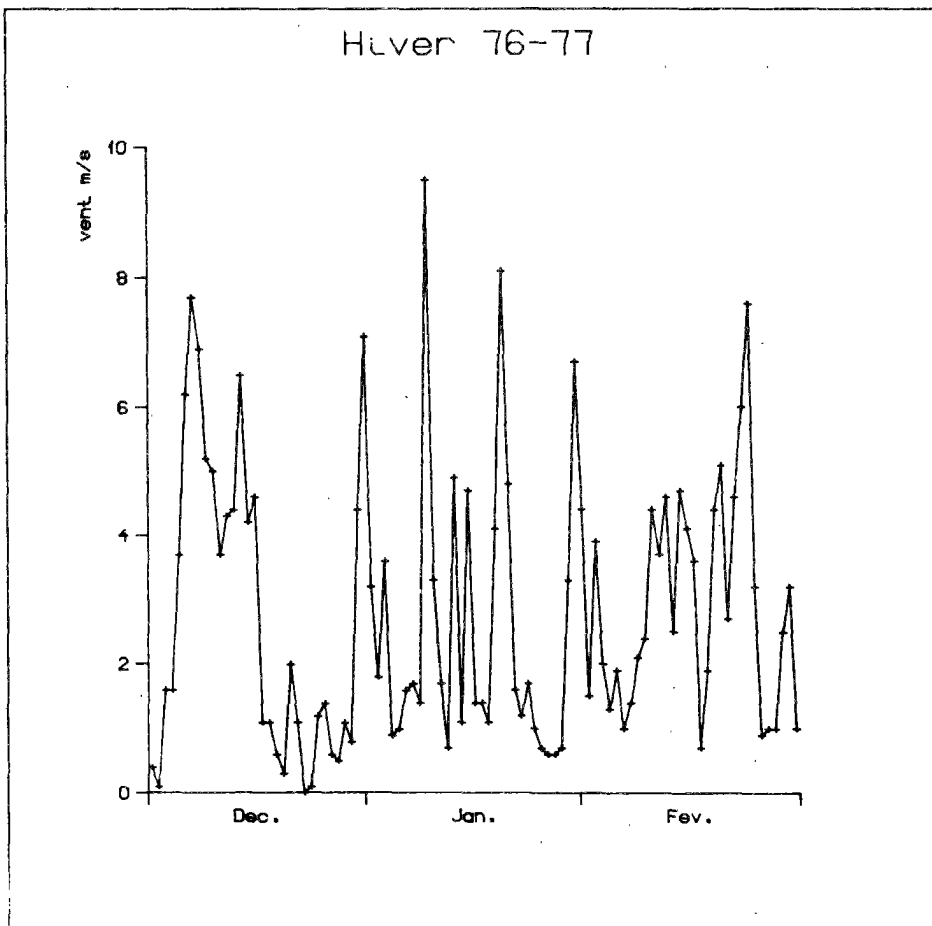


Figure 8.5 :
épisodes météorologiques
hiver 1976-1977



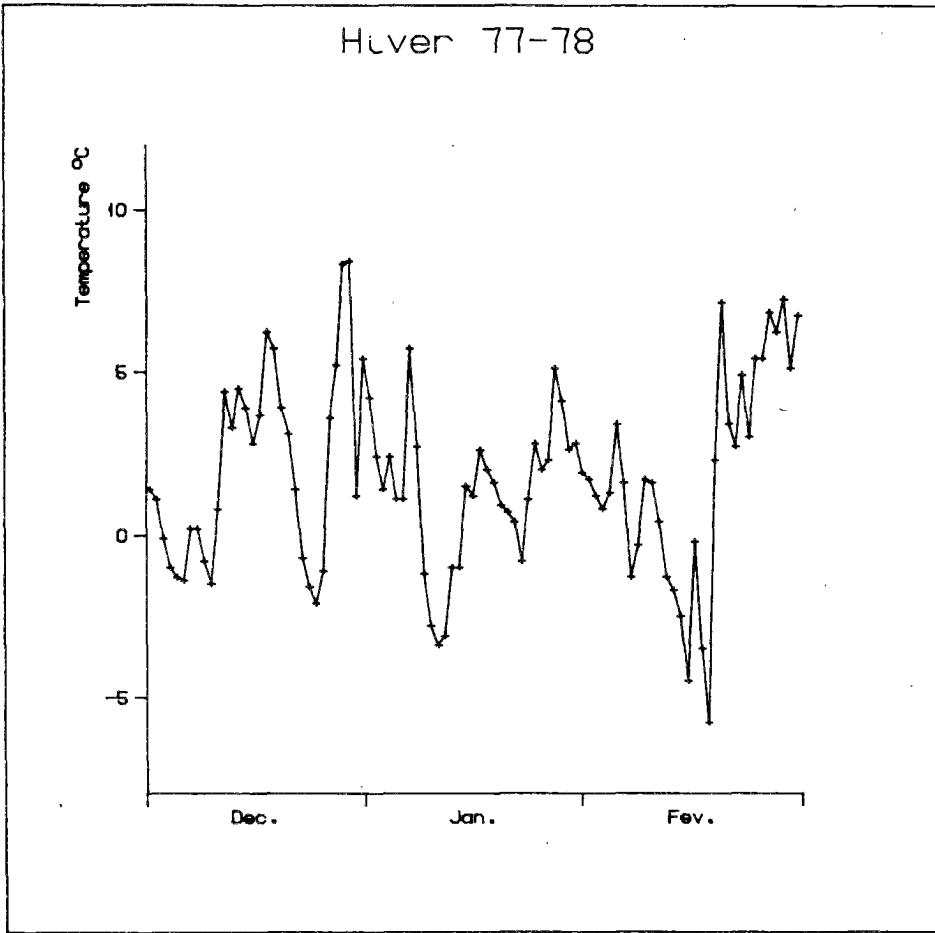
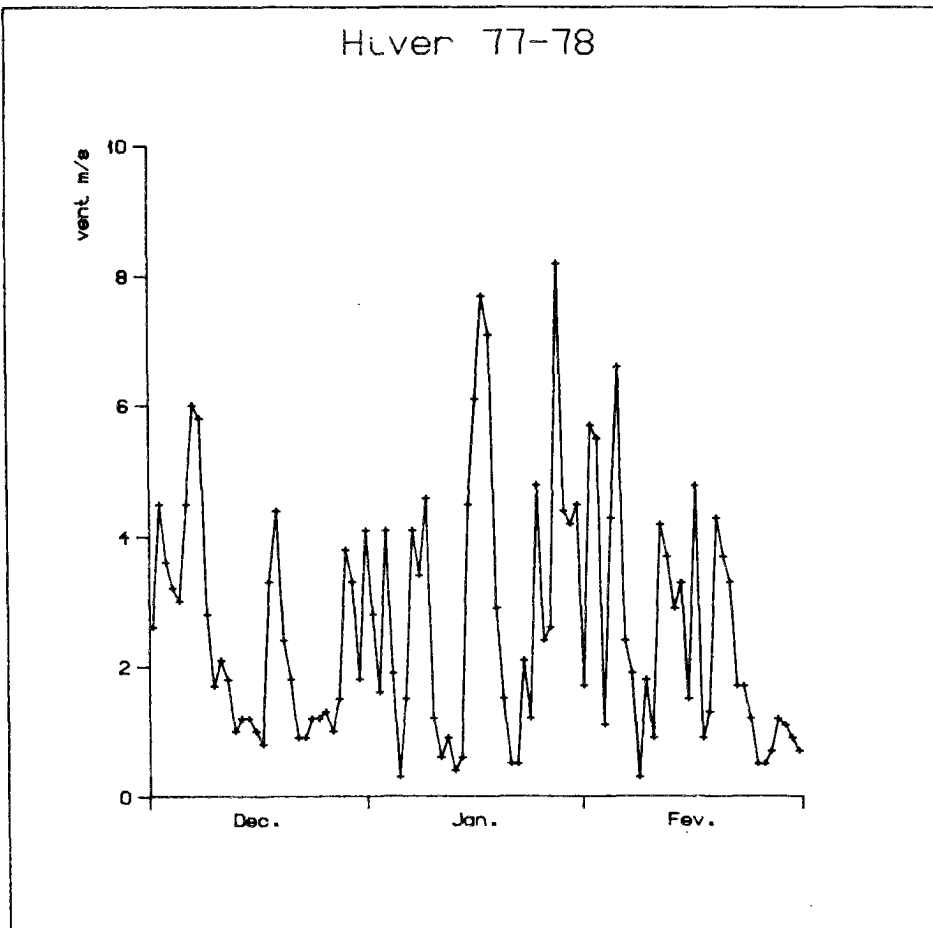


Figure 8.6 :
épisodes météorologiques
hiver 1977-1978



Huver 78-79

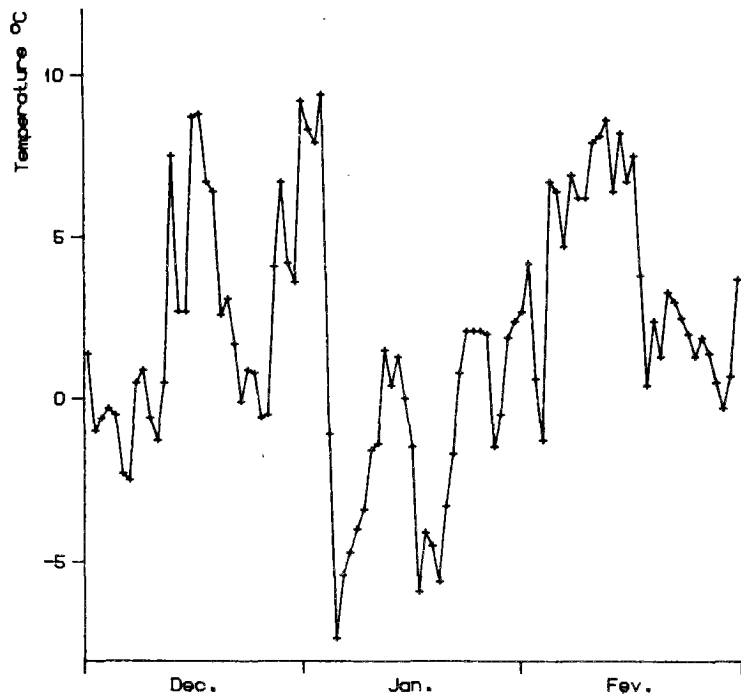
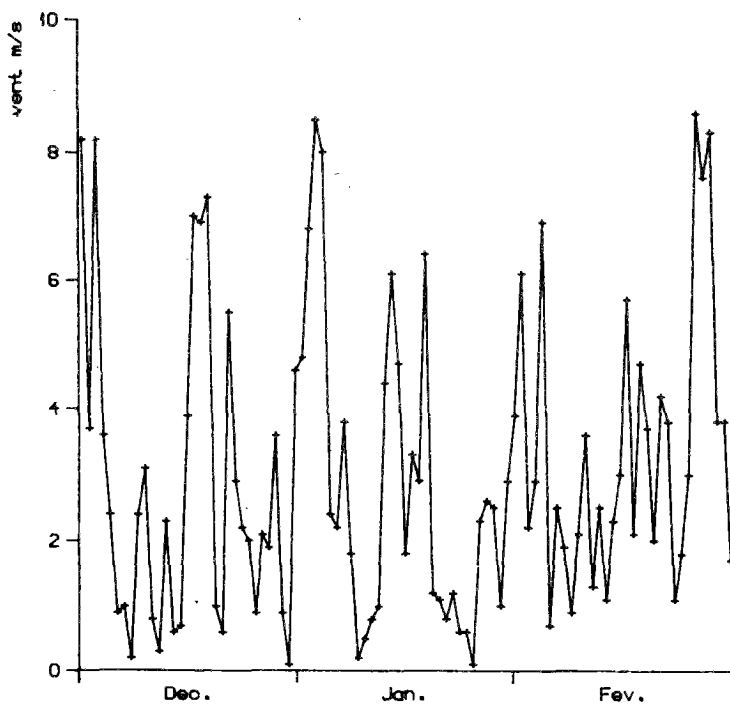


Figure 8.7 :
épisodes météorologiques
hiver 1978-1979

Huver 78-79



On peut échauffer l'hypothèse suivante:

il existe dans le lac deux vitesses d'approfondissement de la couche de mélange, la première correspond à la destruction de la thermocline, marquée par un plateau à gradient thermique fort de l'ordre de 2.5°C pour 10 ou 20 mètres (zone 1), la seconde correspond à l'attaque du faible gradient thermique des couches profondes, après la destruction du plateau (zone 2). Le passage de l'une à l'autre couche peut être dû à un épisode météorologique ponctuel important (coup de vent, coup de froid) de type catastrophe; cependant, la profondeur finale du mélange semble plutôt dictée par l'intensité globale des événements météorologiques de l'hiver. Cet aspect bicouche doit être tempéré par "l'arrondi du profil initial" qui constitue une zone de transition plus ou moins importante selon les années.

L'étude de l'approfondissement durant le dernier hiver permet de conforter cette hypothèse; durant le mois de décembre, on assiste à la destruction lente du plateau, avec des vents assez forts, et des températures élevées, sauf durant la première quinzaine. Le passage en zone 2 s'effectue par un coup de froid et de vent; l'augmentation de température début février provoque une stratification de surface, donc un maintien de la profondeur mélangée. Un faible refroidissement suffit, à la fin du mois, en liaison avec un coup de vent à faire reprendre l'enfoncement de la couche mélangée, facilité par l'importante température au fond, jusqu'à frôler le fond du lac. La poursuite de la pente de la couche mélangée du mois de Janvier, sur le mois de février, permet de retrouver la profondeur finale de mélange, indépendamment de la période de plat due à la stratification de surface.

2.2 Eléments caractéristiques du profil thermique de début d'hiver

Les résultats précédents permettent de recenser les points importants dans le profil thermique initial, qui vont, dans une certaine mesure conditionner la profondeur de mélange.

- une température de surface de 9.5 degrés
 - une hauteur de couche mélangée initiale H_m
 - la taille du plateau (en $^{\circ}\text{C}$) et le gradient thermique du plateau (respectivement T_p et G_p , et la hauteur de plateau qui y est liée, $H_p = T_p/G_p$)
 - la température au fond et la température à 150m
- T_f T_{150}

Sur cette base un profil thermique de début d'hiver peut être généré de la manière suivante:

de la surface à H_m , $T = 9.5^\circ\text{C}$

de H_m à $H_m - T_p/G_p = H_p$, $T = 9.5 - G_p*(z-H_m)$

de H_p à 150 mètres raccord parabolique avec continuité en H_p et continuité de la dérivée à 150 mètres

de 150 au fond, variation linéaire de T_{150} à T_f

soit, au total 5 paramètres pour caractériser le profil thermique.

La vue des profils permet de limiter ce nombre à quatre paramètres, en supposant que la fin du plateau se produit à 7.5°C .

Cette méthode a été appliquée avec succès sur les profils de début d'hiver connus. (figure 8.8)

2.3 Influence de la structure temporelle des événements météorologique sur la profondeur de mélange

Nous avons laissé entrevoir dans l'hypothèse émise précédemment, que les phénomènes ponctuels favorisaient le passage d'un état à l'autre dans le mode de mélange, mais surtout, que la profondeur résultante du mélange était une conséquence de l'ensemble des phénomènes s'étant produits durant l'hiver, indépendamment de leur structure temporelle, la profondeur finale de mélange formant une signature intégrée de l'hiver. Nous avons vérifié cette hypothèse en détruisant, sur les trois hivers la structure temporelle des données, mais en gardant leur histogramme, ce qui a été obtenu en tirant au hasard, jour par jour les valeurs des variables de forçage du modèle selon une loi uniforme.

Nous avons effectué, pour chaque hiver une dizaine de simulations dont les résultats sont rassemblés dans les figures 8.9, 8.10, 8.11.

Nous en retirons les informations suivantes:

HIVER 76-77: L'approfondissement de la thermocline se fait de manière très régulière, tous les scénarios donnent des résultats très groupés. Le fait que l'hiver se soit fini très tôt cette année, avec une stratification dès le mois de février, n'est évidemment pas retrouvé, et provoque une valeur de la couche mélangée légèrement plus importante que celle observée. Ceci ne remet nullement en cause notre hypothèse, le décalage étant dû à un autre phénomène, que l'on peut considérer comme parasite.

comparaison profil reel et modele

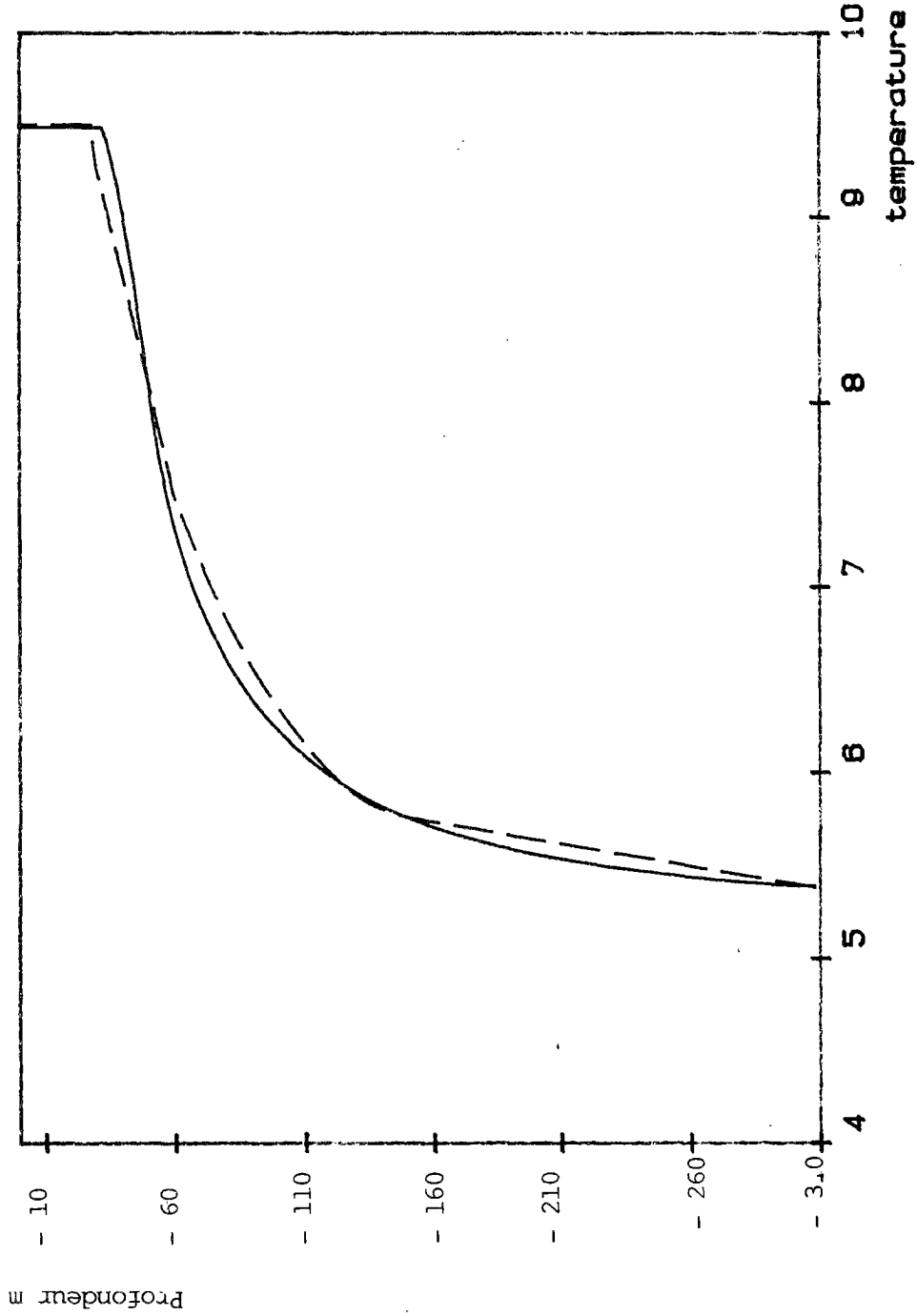


Figure 8.8 : Comparaison du profil thermique au ler decembre 1976 (trait continu) et de la formulation à 4 paramètres (trait tireté)

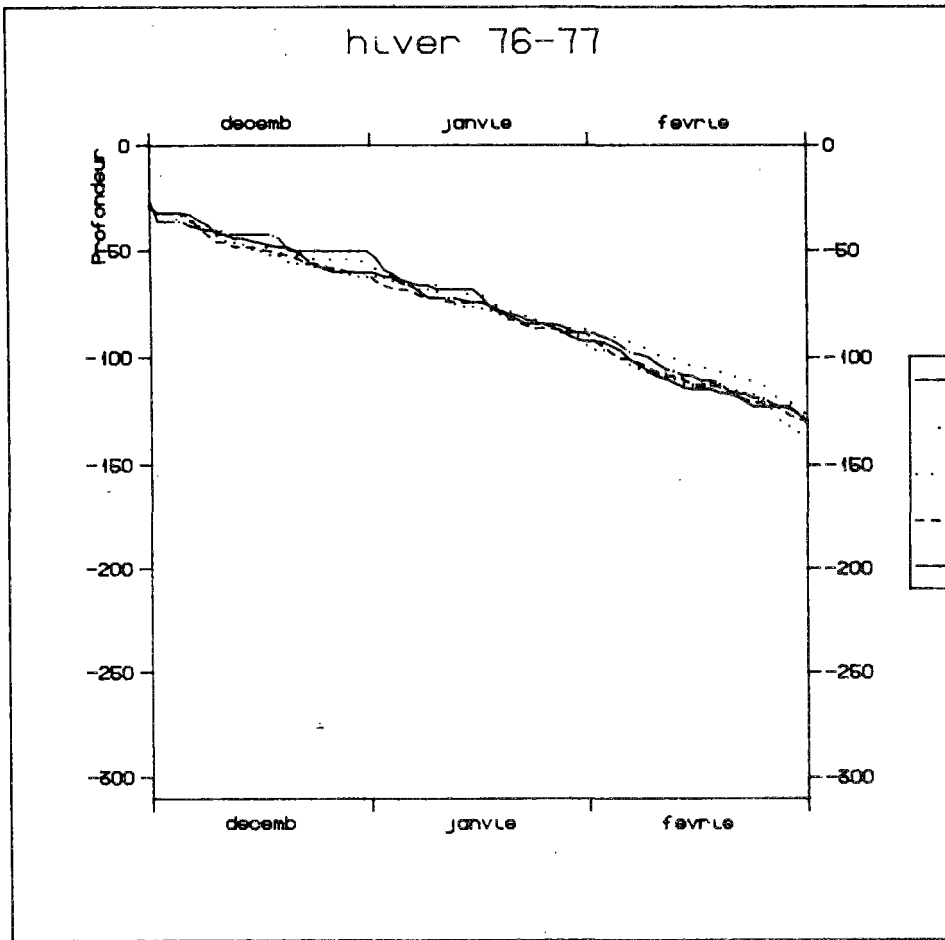
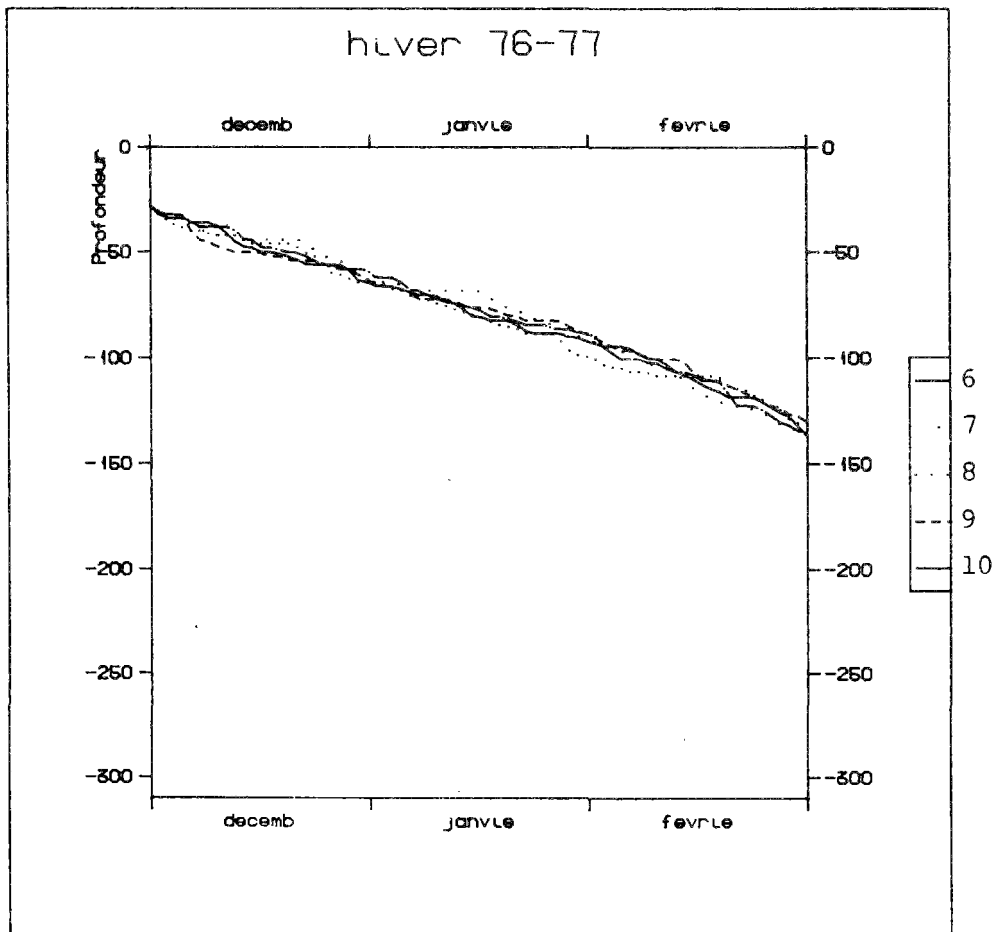


Figure 8.9
résultats de 10 simulations
sans structure temporelle



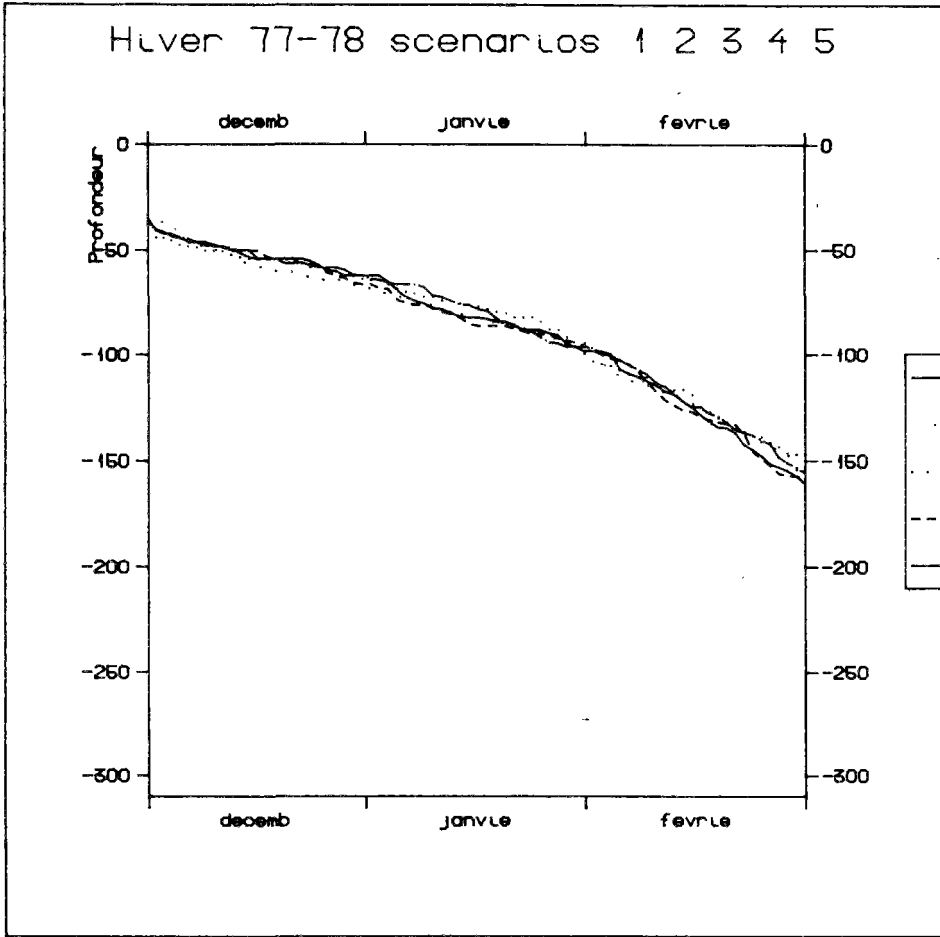
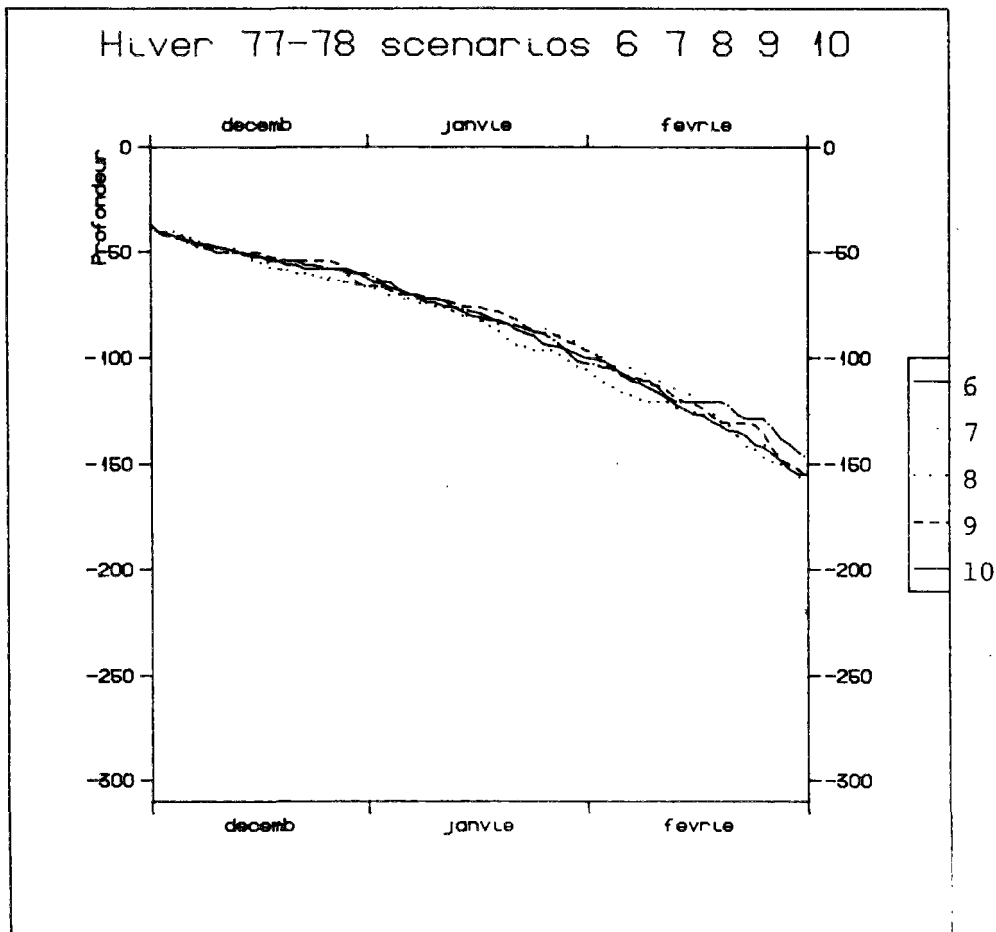


Figure 8.10 Hiver 1977-1978 résultats de 10 simulations sans structure temporelle



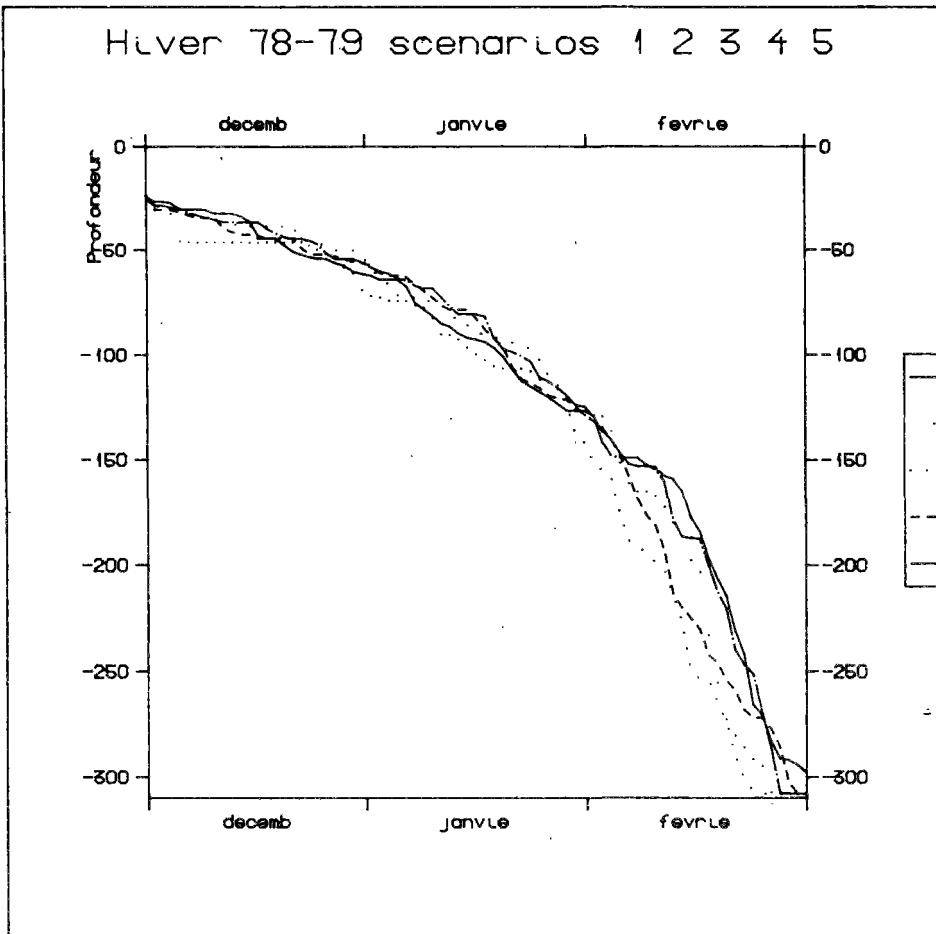
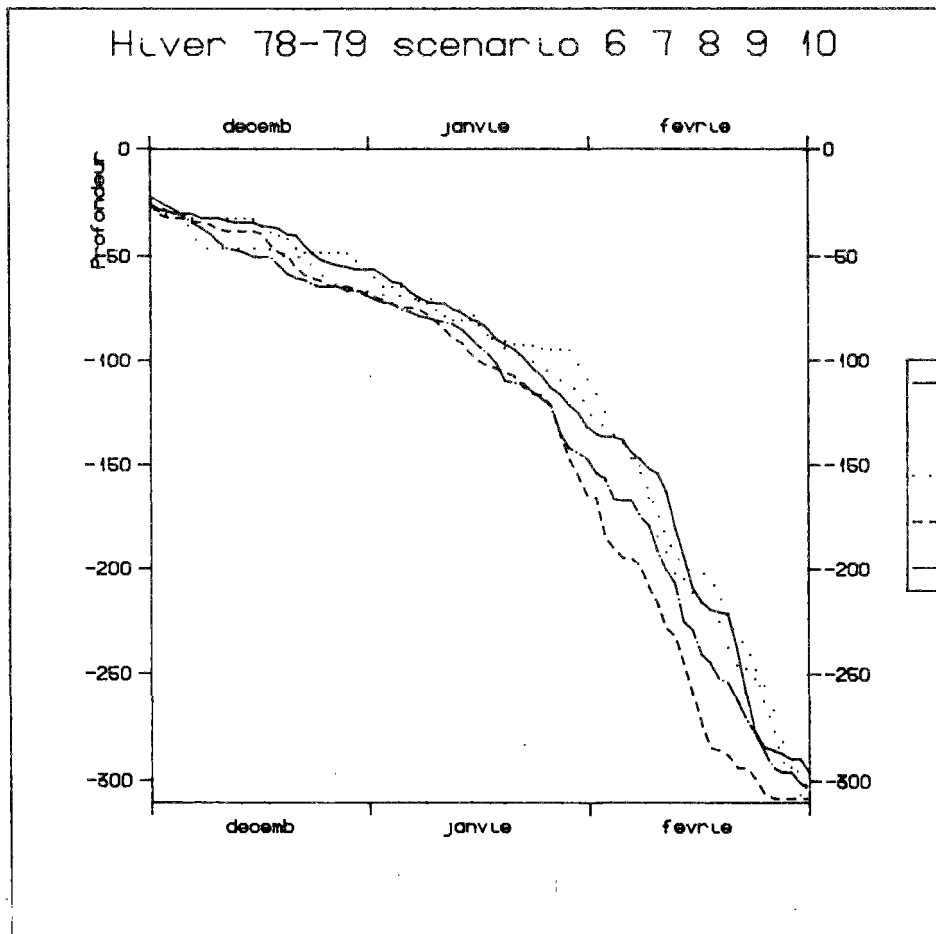


Figure 8.11 Hiver 1978-1979
résultats de 10 simulations
sans structure temporelle



HIVER 77-78 La profondeur de mélange trouvée est à 10 mètres près celle observée et ceci dans tous les cas. On retrouve, bien que de manière moins nette, les phénomènes catastrophiques étant supprimés, la rupture de pente, qui, fort logiquement s'observe vers le 15 janvier.

HIVER 78-79 Pour ce dernier hiver, les résultats des scénarios générés sont aussi très proches des valeurs observées. En particulier, on observe encore la rupture de pente, aux alentours du 15 janvier. Dans ce cas, compte tenu de la vitesse de descente de la couche mélangée en zone 2 due à la faiblesse du gradient thermique dans cette zone, l'écartement des courbes s'agrandit. Ces dernières restent cependant parallèles. Notons que sur 10 scénarios nous observons 5 cas de mélange complet, mais qui se produisent très tard dans l'hiver (fin Février) et peuvent être considérés comme des résultats satisfaisants.

Ces résultats sont tout à fait en confirmation avec nos hypothèses concernant, tant la compréhension du phénomène de déstratification que l'importance de la structure chronologique des variables de forçage. Ce qui compte, c'est l'intensité et l'histogramme des phénomènes, et non leur structure temporelle, ni à l'échelle quotidienne, ni même à l'échelle mensuelle.

3. génération d'hivers lémaniques

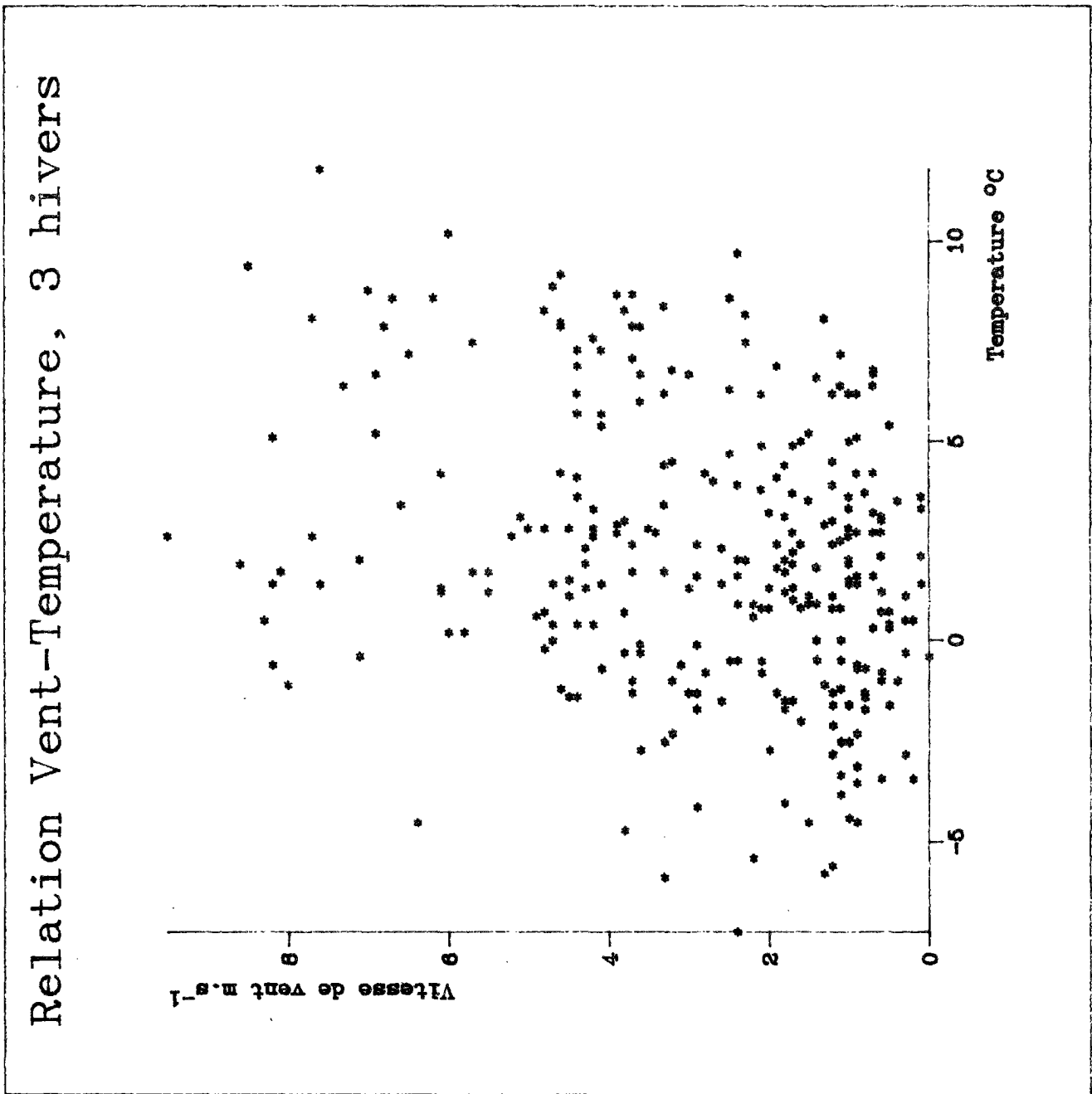
Dans notre optique finale de pronostic de la profondeur de mélange, les résultats précédents sont importants, car ils permettent de s'affranchir d'une description trop fine de la structure temporelle des variables de forçage (principalement le vent et la température de l'air). Une étude de ces variables est néanmoins nécessaire pour obtenir des histogrammes réalistes de températures et de vents pour des hivers lémaniques. Il a été vérifié qu'il n'existait aucune corrélation entre ces deux paramètres (Figure 8.12)

3.1 Etude de la température

3.1.1 caractéristiques statistiques

Les caractéristiques statistiques de la température de l'air à Genève, ont été analysées (Primault, 1974). les résultats, pour les hivers de 1900 à 1960, sont les suivants. (Tableau 8.1)

Figure 8.12: Relation entre vitesse du vent et température, à Cointrin, durant les hivers 1977, 1978, 1979



Températures moyennes à la station de Genève (°C)

	Décembre	Janvier	Février
Maximum	4.3	3.2	4.7
1. quart.	3.5	2.6	3.8
Médiane	2.0	1.3	2.3
3. quart.	1.2	-0.4	0.9
Minimum	0.5	-1.5	-0.7

Tableau 8.1 d'après Primault (1974)

Notons qu'il s'agit de moyennes quotidiennes et non de moyennes mensuelles.

On remarque que ces valeurs varient dans une gamme assez étroite, et qu'il existe une tendance saisonnière, avec un refroidissement de décembre à janvier suivi d'un réchauffement de janvier à février.

3.1.2 Etude des chroniques de température

Sur la base des données météorologiques à notre disposition, nous avons étudié à l'aide de modèles ARMA (Box & Jenkins, 1976) les températures des trois hivers 76, 77, 78. L'étude des autocorrélations met en évidence un processus autorégressif d'ordre 1. Nous avons donc choisi un modèle ARMA de type (1, 1) pour décrire la température du Léman. Les valeurs des coefficients du modèle calculées sur les trois hivers sont les suivantes:

	Coefficient autorégressif	Coefficient moy. mobile	Variance résidus
1976	0.7053	-0.4058	3.711
1977	0.6444	-0.2635	3.947
1978	0.6672	-0.3020	5.620

Tableau 8.2 Modèle ARMA (1,1) pour la température

Il a été vérifié que les résidus n'étaient pas autocorrélés.

Compte tenu de la proximité des différents coefficients pour les trois années, nous avons choisi les valeurs suivantes pour le modèle

$$AR = 0.67 \qquad MA = -0.33 \qquad Vr = 4.5$$

Sur cette base la génération des températures a été effectuée de la manière suivante:

A partir des données statistiques, tirage par période décadaire d'une température moyenne, puis calcul de la moyenne quotidienne lissée par interpolation linéaire entre les valeurs décadaires, puis calcul de la valeur quotidienne par le modèle ARMA.

La figure 8.13 présente une chronique de température générée, à comparer aux chroniques réelles montrées précédemment (figure 8.5, 8.7)

3.2 Etude du vent

3.2.1 caractéristiques statistiques

Les observations statistiques concernant le vent ont été relevées dans les annales de la météorologie suisse, sur la période 1971-1983. Nous nous sommes basés sur des moyennes mensuelles.

	Décembre	Janvier	Février
moyenne (m/s)	3.049	2.890	3.060
écart-type	0.706	0.784	1.040

Tableau 8.3 moyennes mensuelles des vents

Ces résultats montrent qu'il n'existe pratiquement pas de tendance saisonnière concernant le vent qui demeure au voisinage de 3m/s au cours de l'hiver.

3.2.2 Etude des chroniques de vents

Comme précédemment, nous avons analysé ces chroniques à l'aide de modèles ARMA, nous avons là aussi choisi un modèle ARMA 1.1 dont les coefficients prennent les valeurs suivantes: (Tableau 8.4)

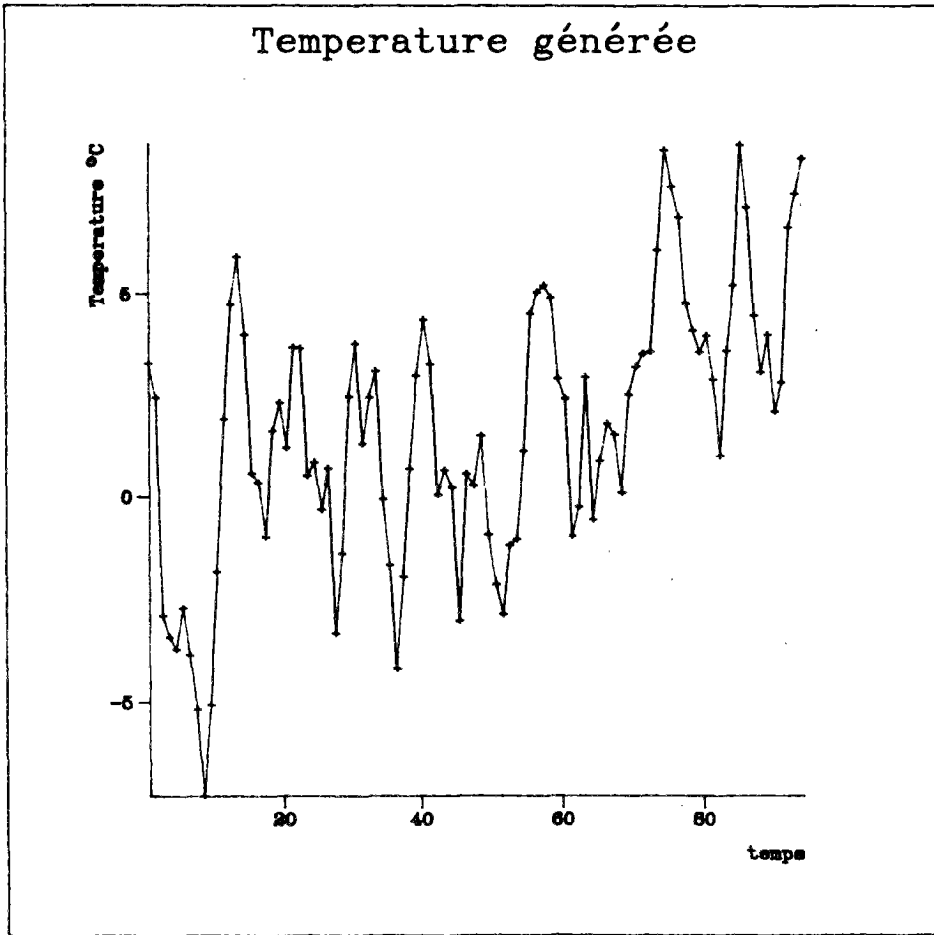


Figure 8.13: Episode hivernal de température générée

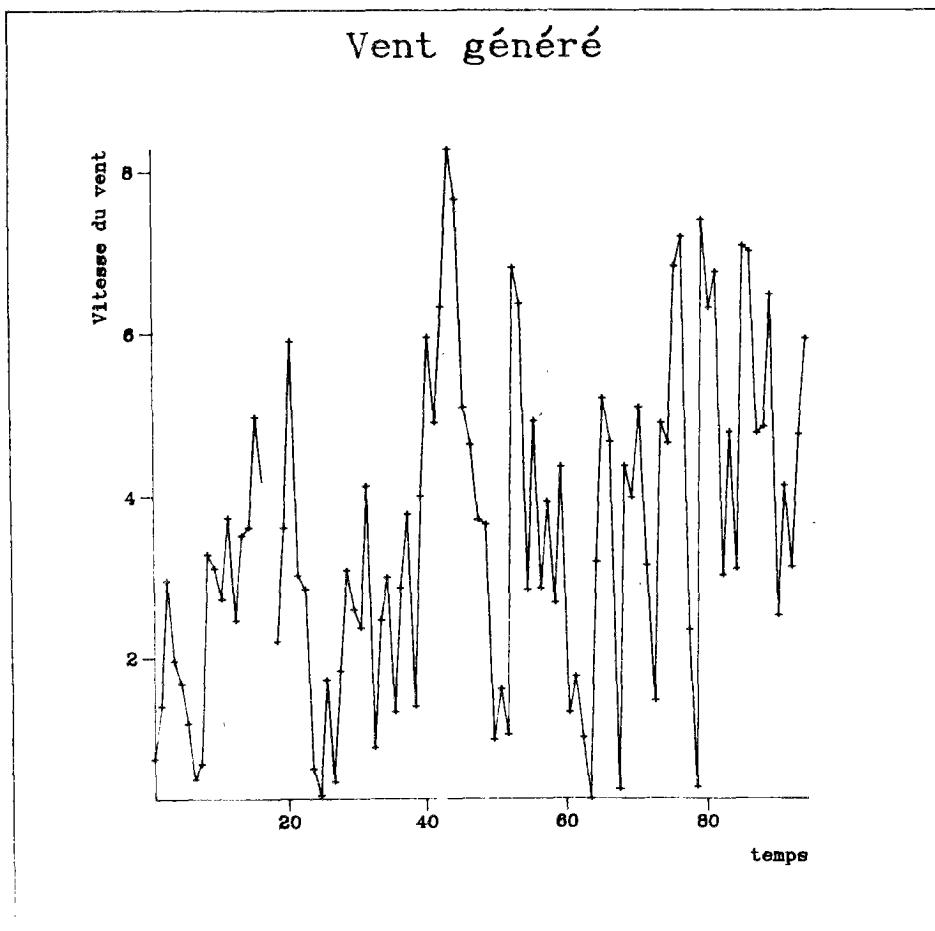


Figure 8.14: Episode hivernal de vent généré

	Coefficient autorégressif	Coefficient moy. mobile	Variance résidus
1976	0.3940	-0.1260	3.439
1977	0.3855	-0.1182	2.589
1978	0.3902	-0.0652	3.963

Tableau 8.4 Résultats du modèle ARMA (1,1)

Nous avons choisi sur cette base pour notre modèle les valeurs suivantes:

$$AR = 0.39 \qquad MA = -0.1 \qquad Vr = 3.5$$

Les chroniques de vents ont été générées en tirant selon une loi normale, une valeur moyenne décadaire du vent, les valeurs moyennes quotidiennes ont été calculées par interpolation linéaire, puis les valeurs quotidiennes calculées avec le modèle ARMA.

Un épisode de vent généré est présenté figure 8.14. Nous notons que cette procédure est tout à fait analogue à celle employée pour la température.

3.3 Etude du rayonnement solaire

Nous avons vu (Annexe 1) que le rayonnement solaire était composé d'un rayonnement direct provenant du disque solaire (figure 8.15), et d'un rayonnement diffus provenant de l'ensemble de la voûte céleste, à l'exception du disque solaire (figure 8.16).

3.3.1 le rayonnement solaire diffus

La chronique de rayonnement diffus ne permet pas d'utiliser, dans l'état, un modèle ARMA. Nous l'avons donc tout d'abord transformée:

- en supprimant la tendance saisonnière, calculée selon une loi parabolique

- en ramenant les fluctuations autour de la valeur moyenne à des fluctuations de même amplitude indépendamment de la saison, par une transformation exponentielle décroissante.

Rayonnement direct Hiver 77

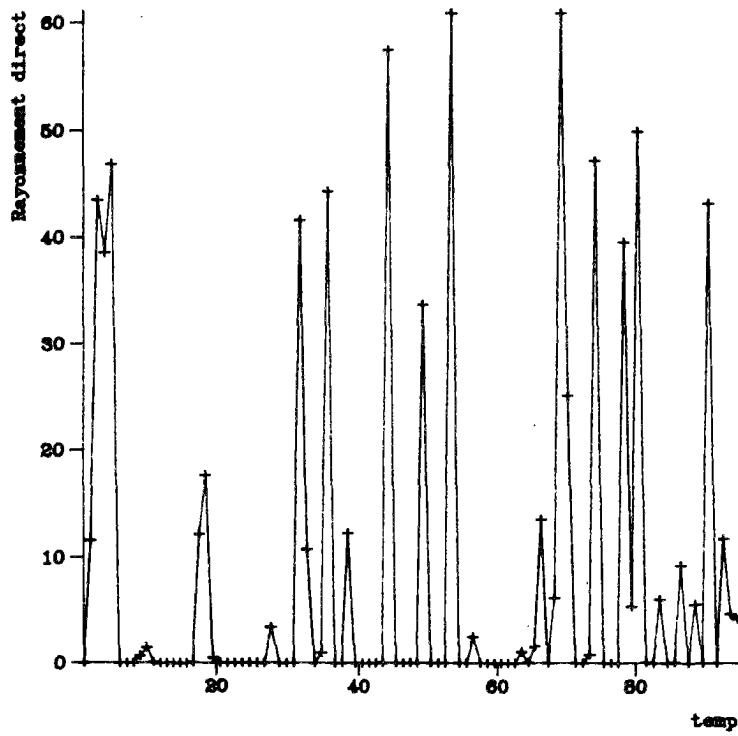


Figure 8.15: Rayonnement direct durant l'hiver 1977

Rayonnement diffus Hiver 1977

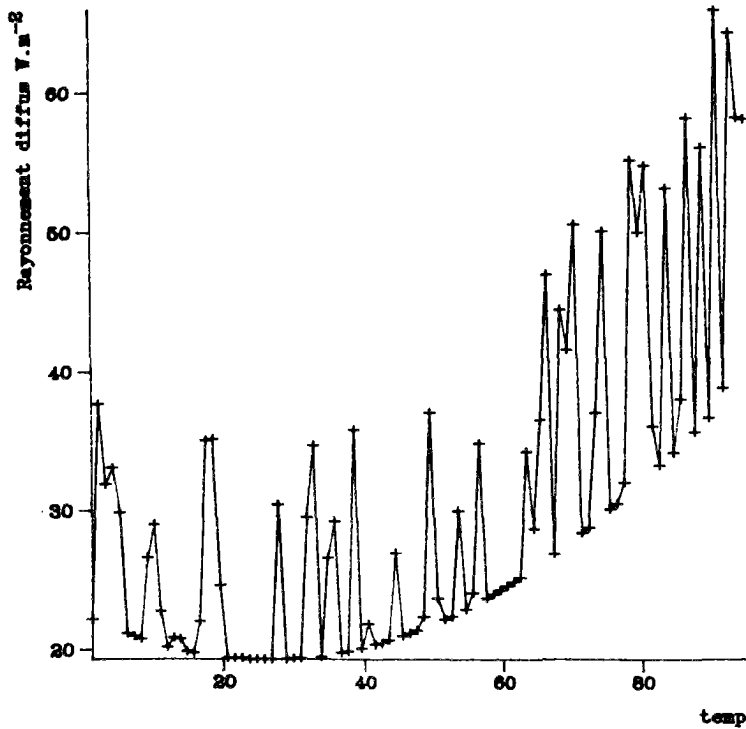


Figure 8.16: Rayonnement diffus durant l'hiver 1977

Rayonnement direct genere

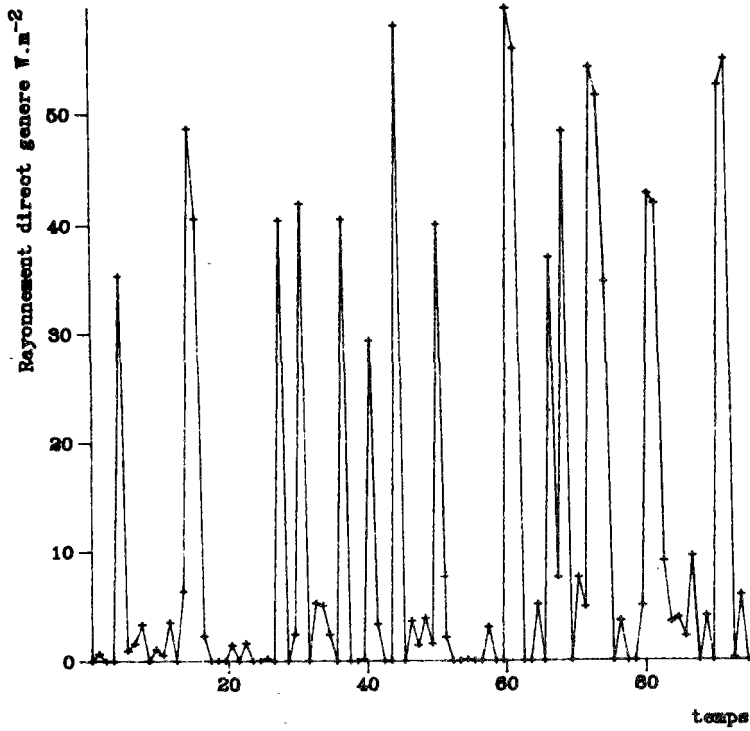


Figure 8.17: Episode de rayonnement direct genere

Rayonnement diffus genere

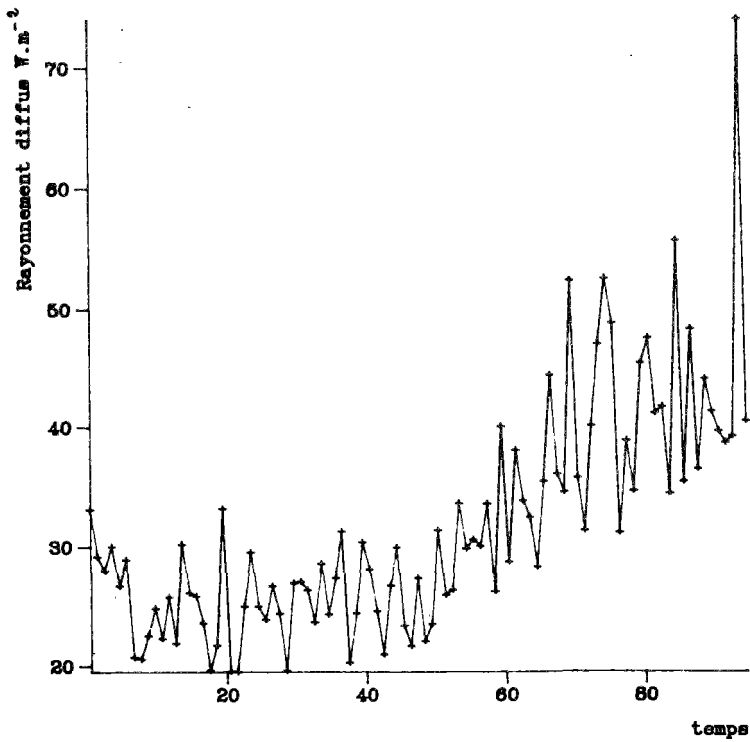


Figure 8.18: Episode de rayonnement diffus genere

Sur cette nouvelle base, le modèle ARMA (1,1) donne les résultats suivants, calculés pour l'ensemble des trois années:

$$AR = -0.2612 \qquad MA = -0.3849 \qquad Vr = 22.712$$

La génération des chroniques de rayonnement diffus se fait sur la base de ce modèle, puis en effectuant le processus inverse à celui décrit précédemment. Un exemple de rayonnement diffus généré est présenté figure 8.17.

3.3.2 le rayonnement solaire direct

Le rayonnement solaire présenté figure 8.15 fait apparaître les caractéristiques suivantes:

- Il existe quelques jours de "beau-temps" pendant lesquels le rayonnement direct oscille de 35 à 70 W/m², avec des pointes pouvant atteindre 100 W/m². Ces journées sont rares (20%) et isolées.

- Le reste du temps le rayonnement solaire direct est très voisin de zéro, il peut atteindre parfois 10 W/m².

L'opposition entre le "beau-temps" et le "mauvais-temps" nous a fait choisir le processus de génération suivant:

s'il fait beau-temps, il y a 80 % de chances qu'il fasse mauvais temps le lendemain

s'il fait mauvais temps, il y a 80 % de chances qu'il fasse encore mauvais le lendemain.

Dans chaque cas les valeurs du rayonnement direct sont tirées selon une loi gaussienne, de moyenne 45 et d'écart-type 15 pour le beau-temps, de moyenne 0 et d'écart-type 8 pour le mauvais temps (les valeurs tirées négatives sont remplacées par leur valeur absolue). Les caractéristiques de ces tirages proviennent de l'étude des valeurs de rayonnement direct, triées en beau-temps et en mauvais-temps. Un exemple de rayonnement direct généré est présenté figure 8.18.

3.4 Nébulosité

La nébulosité qui intervient dans le calcul du rayonnement atmosphérique, est générée, à partir de l'histogramme hivernal de la nébulosité à Genève-Cointrin. (Figure 8.19)

Les autres variables nécessaires à la détermination du bilan thermique sont calculées à partir des valeurs calculés précédemment.

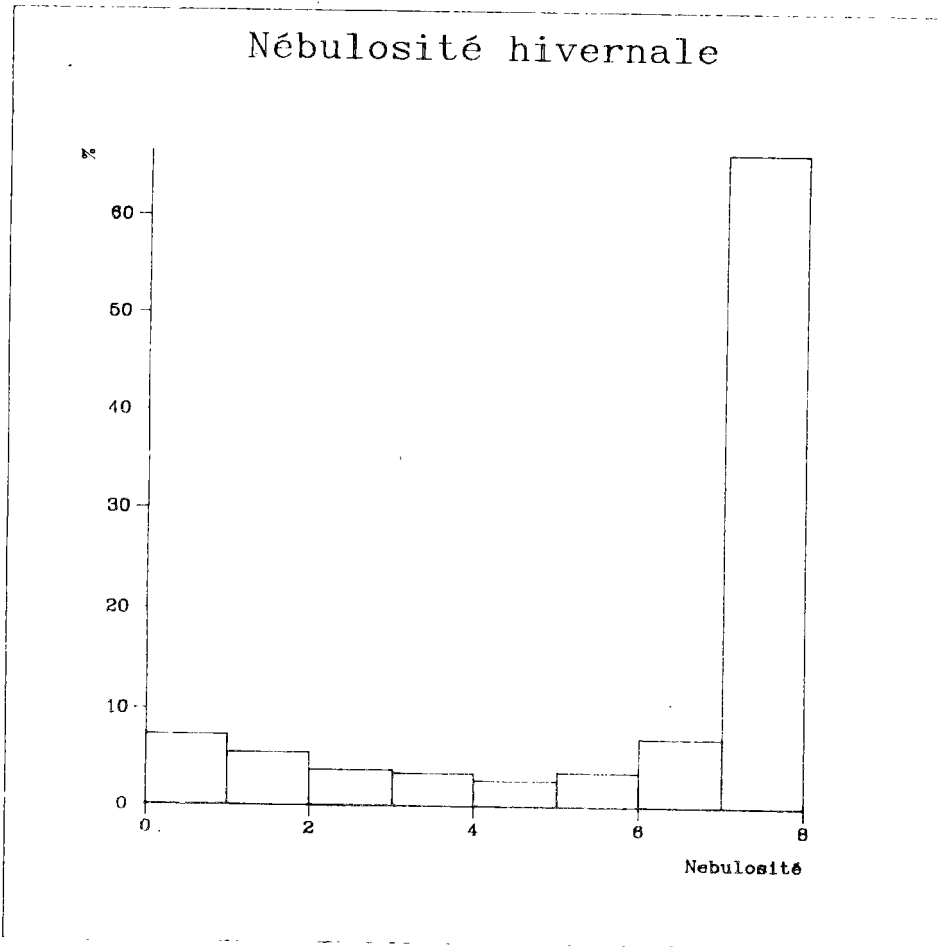


Figure 8.19 : Histogramme de la nébulosité (en 1/8e) à Cointrin (Hivers de 1975 à 1980)

4. Recherche de la distribution de probabilité de la profondeur de la couche mélangée à la fin de l'hiver, à partir du profil thermique initial, et de scénarios météorologiques générés

4.1 Etude prédictive à partir des trois profils initiaux connus

Les résultats sont figurés sous forme d'histogrammes, qui représentent la densité de probabilité d'une hauteur mélangée. (Figure 8.19, 8.20, 8.21). Ils ont été obtenus après 79 simulations de 95 jours chacune, et ne dépendent que du profil initial.

Il est très frappant de noter l'allure totalement différente des distributions de probabilités pour ces trois profils, ce qui nous confirme leur importance fondamentale sur la profondeur de mélange finale.

Pour 1977, la distribution est particulièrement étalée, avec des profondeurs de mélange s'étalant de 70 à 310 mètres ce dernier cas étant relativement important, avec 5% des cas; on note un autre centre autour de 250 mètres de profondeur, puis ensuite une distribution d'allure gaussienne avec un pic à 15% pour une profondeur de 150m. Notons que la profondeur de 120m effectivement observée cette année là, atteint selon notre modèle 10% de probabilité.

Pour 1978, le profil est d'allure assez semblable, mais sensiblement plus resserré, et décalé légèrement vers un approfondissement du mélange, avec un maximum de probabilité vers 170 m, qui décroît très vite, et la quasi-absence de mélange inférieur à 240 mètres.

1979 est lui complètement différent; la distribution est très étalée de 120 mètres à 300 mètres, avec une augmentation lente et régulière de la probabilité, et plus de 30% de chances d'obtenir le mélange complet.

Ces résultats sont tout à fait en accord avec nos interprétations des évolutions de la profondeur de mélange en fonction du profil initial.

1977, caractérisée par la faiblesse de sa température de fond, son plateau moyennement profond et un gradient de zone profonde lui aussi moyen, montre que les hivers ont une certaine difficulté à faire basculer la couche mélangée en zone 2, la zone majoritaire de 100 à 150 mètres se caractérisant par un gradient thermique encore assez fort. Par contre, les hivers plus rigoureux n'ont aucune peine, une fois la zone 2 atteinte à produire des zones mélangées de 250 mètres, voir à mélanger entièrement le lac.

Probabilité de profondeur de mélange

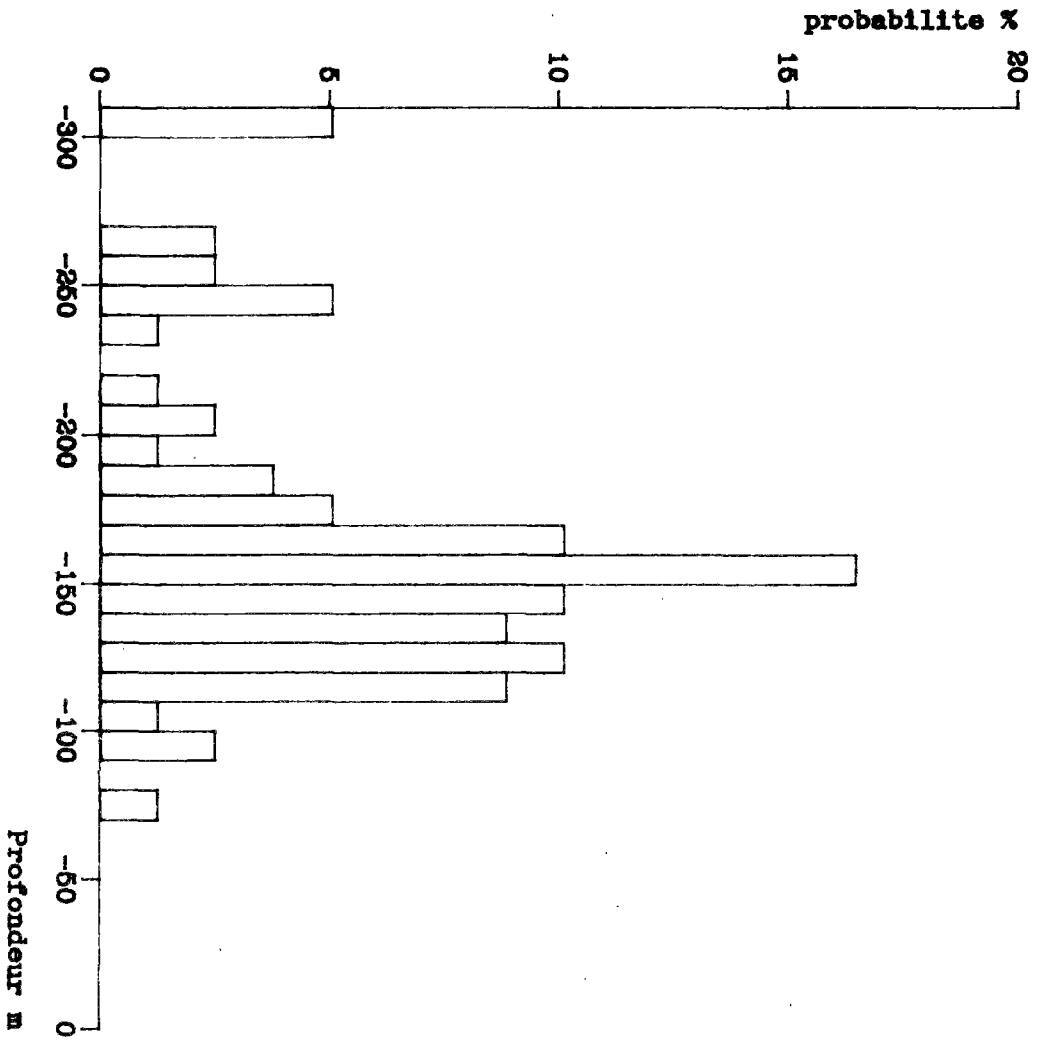


Figure 8.20: Histogramme des probabilités de profondeur de mélange sur la base du profil thermique du 1er Décembre 1976 conditions obtenues avec 79 simulations

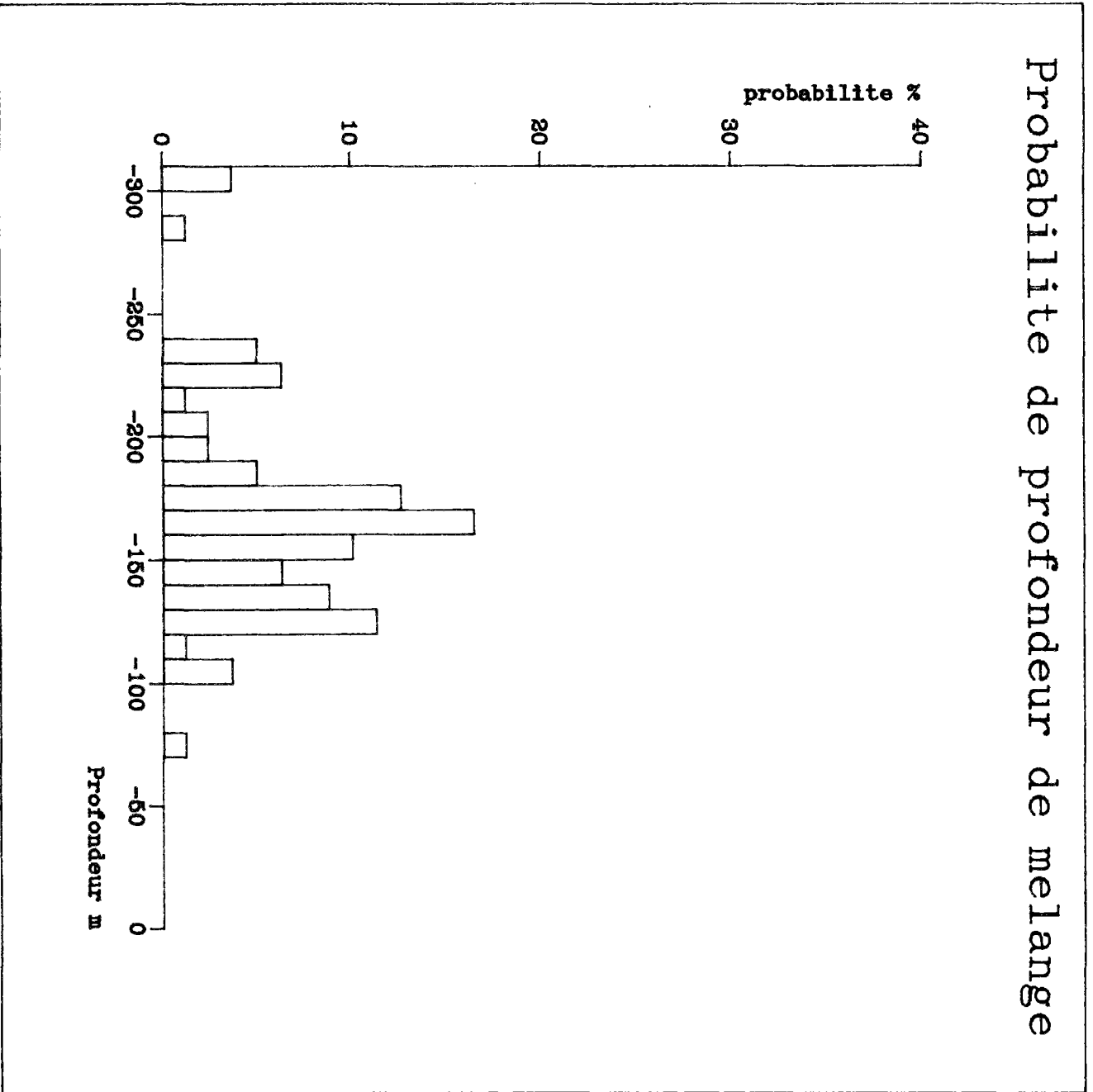


Figure 8.21 : Histogramme des probabilites de profondeur de melange sur la base du profil thermique du 1er decembre 1977 conditions obtenues avec 79 simulations

Probabilite de profondeur de melange

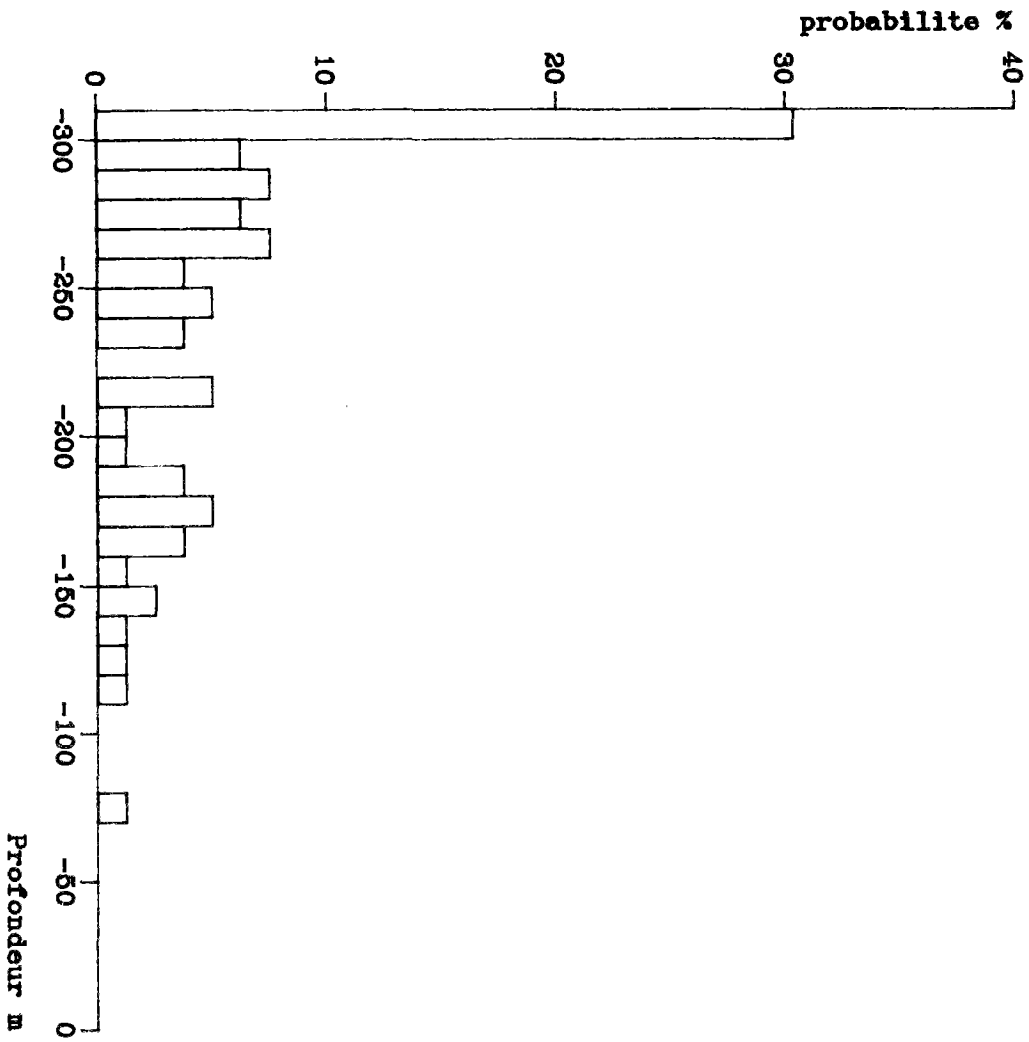


Figure 8.22: Histogramme des probabilites de profondeur de melange sur la base du profil thermique du 1er decembre 1978 conditions obtenues avec 79 simulations

1978, caractérisée, par un gradient au fond le plus important de nos trois profils initiaux et par un plateau très profond, provoque une frontière de zone 1 plus profonde installant le maximum de probabilité à 170 mètres. L'importance du gradient en zone très profonde ne permet qu'aux hivers extrêmement rigoureux d'atteindre la zone 2, ce qui explique la faiblesse de la probabilité du mélange complet avec ce profil initial.

1979, était, à priori, l'année la plus "à risque" de mélange complet, gradient profond très faible, plateau très haut. Les résultats confirment entièrement cette intuition. La zone 1 n'est plus atteinte que par les hivers très doux, et la quasi totalité des résultats se retrouve échelonnée dans la zone 2, particulièrement dans la zone de 250 mètres au fond du lac.

Ces résultats, permettent de justifier sur trois cas la fiabilité de la méthode, dont les résultats sont cohérents avec la réalité observée sur le site. Il mettent en évidence l'aspect fondamental du profil thermique de début d'hiver sur la profondeur de mélange. Compte tenu de la grande variabilité des hivers, les résultats sont assez étalés, ce qui implique de considérer des marges autour du maximum de probabilité, dans une utilisation prédictive de ces résultats.

4.2 Génération de profils thermiques de début d'hiver

Nous reprenons les paramètres caractéristiques des profils thermiques définis § 3.5.1., sans toutefois considérer la température de fin du plateau.

Nous allons choisir quelques cas typiques, sur lesquels nous allons déterminer les probabilités de profondeur de mélange. Ils sont rassemblés sous forme de tableau (8.5).

Hauteur de couche mélangée	20 m	50 m
Hauteur du plateau	10 m	20 m 30 m
Δ température entre 150m et le fond	0.2 °C	0.4 °C
température du fond	5.3 °C	5.45 °C 5.6 °C

Tableau 8.5: Valeurs des paramètres des profils générés.

Nous obtenons ainsi 36 profils générés. 150 simulations sur 95 jours ont été effectuées sur chaque scénario. Les différents jeux de valeurs des paramètres météorologiques utilisés étaient les mêmes pour chaque simulation, compte tenu de la nature pseudo-aléatoire de la méthode de tirage. Les résultats des scénarios sont présentés, sous forme d'histogramme dans l'annexe 5.

4.3 Interprétation des résultats

Il est difficile d'interpréter quantitativement l'ensemble des résultats précédents. Il est par contre possible d'évaluer l'influence de chacun des paramètres de définition du profil initial.

Il n'existe pas d'homogénéité dans l'ensemble des résultats présentés. Certaines distributions montrent un pic très net vers 100 mètres de profondeur; d'autres, au contraire, une distribution uniforme sur l'ensemble des zones profondes; d'autres, enfin, un maximum de probabilité de mélange complet. Cette plage de variation très étendue met en évidence, l'importance du profil thermique de début d'hiver.

La hauteur initiale de la couche mélangée a tendance à bloquer le mélange final vers 100,120 mètres. Une augmentation du mélange initial, a principalement comme effet de renforcer ce que nous avons appelé la zone 1 et donc d'augmenter la probabilité d'atteinte de cette couche de 100-120 mètres. Il est intéressant de noter que, dans les deux cas étudiés (20 m et 50 mètres), qui sont, en quelque sorte extrêmes, le pic correspondant à une fin d'hiver en zone 1 se situe à la même profondeur (voir scénarios 9,13, 40). Cependant, une diminution de la hauteur de la couche mélangée initialement, provoque une augmentation de la probabilité de passer en zone 2 au cours de l'hiver, la hauteur du plateau servant de transition et de modérateur à ce passage. Ainsi un plateau haut provoque, dans la distribution, des probabilités assez fortes vers 140, 150 mètres, alors qu'un plateau moins important, provoque une distribution plus resserrée. Dans la seconde zone, la profondeur de mélange finale est gérée par les deux autres paramètres, le gradient en zone profonde, et la température au fond. Le gradient joue un rôle modérateur, et son augmentation provoque un étalement des résultats en zone profonde. Cet effet est particulièrement net, lorsque la hauteur de mélange initiale est faible, ce qui permet dans de nombreux cas, et non seulement pour des hivers exceptionnellement rigoureux, d'atteindre la zone 2. Enfin, la notion, que nous possédions intuitivement, d'un mélange complet favorisé par une température du fond du lac

importante trouve confirmation dans les résultats de nos simulations. Il apparait cependant nettement que le facteur le plus important, pour obtenir le mélange complet, est le nécessaire passage en zone 2, qui est régit non pas par les conditions thermiques du fond du lac, mais, bel et bien par les conditions de surface et en particulier par la hauteur de la couche de surface mélangée au début de l'hiver. Ainsi, l'hiver apparait nettement n'être plus la seule cause de la hauteur de la couche mélangée; celle-ci est la conséquence de l'ensemble des phénomènes de nature météorologique de l'année. En effet, la nature des phénomènes régissant l'établissement de la thermocline et le blocage qu'elle joue lorsqu'elle est établie, vont conditionner le profil thermique au début de l'hiver. Ainsi un printemps particulièrement beau, va provoquer une thermocline peu profonde, qui va favoriser, l'hiver suivant, un mélange profond; au contraire, un printemps alternant les périodes de beau temps et les périodes froides et ventées, par une succession de stratifications-déstratifications, va provoquer un réchauffement progressif de la masse d'eau, puis un établissement de la thermocline en profondeur, d'où, au moment de l'hiver, une probabilité de mélange complet faible.

Nous pouvons essayer de regrouper les probabilités de mélange complet dans un tableau récapitulatif (8.6) sous forme d'arbre, qui permet, à partir d'un profil initial, d'obtenir une fourchette de probabilité de mélange complet.

5 Conclusions

En plus des résultats obtenus sur le Léman, le caractère prédictif de la méthodologie employée précédemment nous semble particulièrement intéressant et susceptible d'être utilisé pour d'autres applications. Elargie à l'année entière, elle peut permettre d'aboutir à des modèles prédictifs stochastiques du Léman, à la fois sur le plan physique, mais aussi sur le plan biogéochimique ou écologique. Cependant la grande plage de variation des résultats obtenus sur les simulations hivernales, nous incline à penser qu'une période de simulation longue (minimum 10 ans) serait nécessaire pour obtenir une bande de résultats suffisamment étroite.

Cette méthode apparait aussi comme étant un autre moyen d'appréhender la sensibilité de la modélisation employée.

Enfin elle peut fournir des résultats directement exploitables à des fins de gestion, lorsque, par exemple, un mélange peut avoir des conséquences catastrophique, en relargant dans le milieu extérieur des quantités importantes de gaz toxiques emmagasinés sous forme dissoute dans le lac. Une évaluation des probabilités de mélange du système peut permettre au gestionnaire de prendre, à temps, les mesures

nécessaires (pompage hypolimnique, déstratification contrôlée...) pour éviter des conséquences dramatiques.

PROFIL INITIAL	Hauteur de la couche mélangée initiale (mètres)	Hauteur du plateau (mètres)	Différence de température sur les 150 derniers mètres (°C)	Température au fond du lac (°C)
Hm = 20 0.03 < p < 0.55	Hc = 10 0.09 < p < 0.55	D=0.2 0.18 < p < 0.55	T=5.3, p=0.18	T=5.3, p=0.18
			T=5.45, p=0.35	T=5.45, p=0.35
		D=0.4 0.09 < p < 0.25	T=5.6, p=0.55	T=5.6, p=0.55
			T=5.3, p=0.09	T=5.3, p=0.09
			T=5.45, p=0.15	T=5.45, p=0.15
			T=5.6, p=0.25	T=5.6, p=0.25
	Hp = 20 0.03 < p < 0.33	D=0.2 0.11 < p < 0.33	T=5.3, p=0.11	T=5.3, p=0.11
			T=5.45, p=0.19	T=5.45, p=0.19
		D=0.4 0.03 < p < 0.14	T=5.6, p=0.33	T=5.6, p=0.33
			T=5.3, p=0.03	T=5.3, p=0.03
			T=5.45, p=0.08	T=5.45, p=0.08
			T=5.6, p=0.14	T=5.6, p=0.14
Hp = 30 0.03 < p < 0.18	D=0.2 0.05 < p < 0.18	T=5.3, p=0.05	T=5.3, p=0.05	
		T=5.45, p=0.11	T=5.45, p=0.11	
	D=0.4 0.03 < p < 0.08	T=5.6, p=0.18	T=5.6, p=0.18	
		T=5.3, p=0.03	T=5.3, p=0.03	
		T=5.45, p=0.05	T=5.45, p=0.05	
		T=5.6, p=0.08	T=5.6, p=0.08	
Hm = 50 0.00 < p < 0.05	Hp = 10 0.02 < p < 0.05	D=0.2 0.02 < p < 0.05	T=5.3, p=0.03	T=5.3, p=0.03
			T=5.45, p=0.03	T=5.45, p=0.03
		D=0.4 0.02 < p < 0.03	T=5.6, p=0.05	T=5.6, p=0.05
			T=5.3, p=0.02	T=5.3, p=0.02
			T=5.45, p=0.03	T=5.45, p=0.03
			T=5.6, p=0.03	T=5.6, p=0.03
	Hp = 20 0.01 < p < 0.05	D=0.2 0.03 < p < 0.05	T=5.3, p=0.04	T=5.3, p=0.04
			T=5.45, p=0.05	T=5.45, p=0.05
		D=0.4 0.01 < p < 0.02	T=5.6, p=0.05	T=5.6, p=0.05
			T=5.3, p=0.01	T=5.3, p=0.01
			T=5.45, p=0.01	T=5.45, p=0.01
			T=5.6, p=0.02	T=5.6, p=0.02
Hp = 30 0.00 < p < 0.04	D=0.2 0.02 < p < 0.04	T=5.3, p=0.02	T=5.3, p=0.02	
		T=5.45, p=0.03	T=5.45, p=0.03	
	D=0.4 0.00 < p < 0.01	T=5.6, p=0.04	T=5.6, p=0.04	
		T=5.3, p=0.01	T=5.3, p=0.01	
		T=5.45, p=0.01	T=5.45, p=0.01	
		T=5.6, p=0.00	T=5.6, p=0.00	

Tableau 3.6: Tableau des intervalles de probabilités, et des probabilités finales des scénarios étudiés

CHAPITRE 9

Résultats du modèle bidimensionnel

N.B. Compte tenu de l'importance des résultats graphiques concernant ce chapitre, l'ensemble des figures a été rassemblé en fin de chapitre.

1. Les différentes versions du modèle bidimensionnel

1.1 Rappel des objectifs du modèle

Comme nous l'avons exposé dans le chapitre 3, ce modèle bidimensionnel poursuit plusieurs objectifs, dont les deux principaux sont:

- décrire l'évolution thermique du lac, le long de l'axe longitudinal.
- évaluer les transferts d'eau au cours du temps entre différentes parties du lac.

Atteindre ces objectifs a nécessité de mettre en place différentes versions de ce modèle, chacune étant caractérisée par les résultats qu'elle prodigue, son autonomie plus ou moins poussée, et son temps d'exécution.

1.2 Les différentes versions

La première version de ce modèle est celle qui a été décrite en détail dans les chapitres 4 et 5, intégralement. Le nombre d'étapes de calcul considéré en fait un outil lourd d'utilisation et très coûteux en temps calcul, puisque sa durée d'exécution, pour une simulation annuelle, est de 6h de CPU sur DPS8/Multics. Nous avons donc tenté de la simplifier, pour accélérer son exécution.

Ainsi la seconde version du modèle, qui devient beaucoup plus exploitable, puisque le temps de la simulation annuelle tombe à moins de 2,5 heures, reprend la version précédente en y supprimant les étapes de convection. Cette hypothèse, qui peut paraître forte, a été testée, a priori, en comparant les résultats des deux simulations sur des périodes de 24 jours.

Le premier test a été effectué dans un lac homogène thermiquement (température à 4°C), sans échange thermique avec le milieu extérieur. On ne note pas de modifications notoires des circulations, quant aux modifications de la température étant nulles. Le second test, portant sur une période de formation de stratification thermique, a soumis le lac, dans les mêmes conditions initiales que précédemment à un apport thermique de 200 W/m², répartis en 100 W/m² s'échangeant à l'interface eau-air, et 100 W/m² considérés comme analogues au rayonnement solaire de courte longueur d'onde, et donc pénétrant à l'intérieur du milieu. Les résultats de ce dernier test (figures 9.1 et 9.2) montrent un bon accord au niveau des courants entre les résultats des deux simulations, avec toutefois un léger décalage pour les grandes vitesses négatives, pour lesquelles la convection se fait le plus sentir.

Pour la température, nous avons tracé les isothermes, à la fin du test, et nous notons un léger effet de surface qui provoque, dans les 10 premiers mètres du lac une différence de 1°C.

Malgré ces différences, sensibles, nous avons poursuivi la calibration du modèle sur cette version sans convection; le temps d'exécution de la version complète rendant toute calibration impossible. Cette hypothèse, consistant à négliger la convection, a d'ailleurs aussi été utilisée par Bauer (1980) dans sa modélisation tridimensionnelle. Elle peut permettre une calibration de la température, sur les cinq stations situées sur l'axe du lac (CRG-3, CRG-23, CRG-24, GE-3, GE-4, SHL-2). Néanmoins, une simulation complète, c'est à dire incluant la convection a été effectuée, sur la base des valeurs des paramètres de calibration du modèle sans convection. Les comparaisons des résultats permettront de juger de l'influence réelle de la convection.

Cette version sans convection, couple le calcul des vitesses et celui de la température par l'intermédiaire du calcul des coefficients de dispersion turbulente et de viscosité turbulente. Ce couplage nécessite, pour bien décrire les coefficients de dispersion, la prise en compte de l'ensemble de la quantité de mouvement reçue du vent par le lac, et donc implique de projeter sur l'axe du modèle l'ensemble de la contrainte de cisaillement due au vent. Cette nécessité, ôte par la même occasion la possibilité à cette version d'évaluer quantitativement le bilan d'eau à travers une section du lac. En effet, l'ensemble des circulations étant censées se produire le long de l'axe du modèle, celles-ci sont bien évidemment surévaluées par rapport à la réalité. Cependant les informations qualitatives obtenues sur les circulations, particulièrement entre le Petit Lac et le Grand Lac, sont assez instructives.

La troisième version permet de s'affranchir de cette difficulté en découplant le calcul de la température de celui des courants. Nous reprenons pour le calcul des coefficients de dispersion la seconde formulation utilisée dans le modèle unidimensionnel, le gradient vertical de vitesse étant exprimé par le modèle d'Ekman. On peut, avec ce modèle, simuler les courants engendrés uniquement par le vent soufflant dans l'axe du modèle, le vent total étant utilisé pour le calcul du bilan thermique et de la contrainte de cisaillement utilisée dans le calcul des coefficients de dispersion.

Une ultime version devant permettre à la fois d'avoir un modèle couplé et de bien prendre en compte l'aspect bidimensionnel horizontal du champ du vent a été étudiée. Il s'agit en fait de concevoir un modèle pseudo-

tridimensionnel, avec calcul de vitesses transversales maille par maille, incluant la force de Coriolis; une condition de débit nul, à travers la section du maillage, assure la continuité selon l'axe transversal du modèle. Malheureusement, cette dernière version s'est heurtée à des difficultés numériques aisément explicables compte tenu de la conception du modèle, et qui nécessiteraient pour les résoudre, un recodage complet du modèle (utilisation de méthodes predictor-corrector par exemple). (Tableau 9.1)

2. Détermination des variables de forçage du modèle

L'hétérogénéité horizontale des caractéristiques météorologiques, montrée Annexe 2, ne permet pas l'utilisation du même champ de variables de forçage d'une extrémité du lac à l'autre. Nous avons essayé de prendre en compte ces constatations, en modifiant le long du lac les valeurs des mesures de Cointrin, pour les adapter aux différents secteurs du lac.

2.1 Vent

A la vue des résultats quantitatifs et des roses des vents, nous avons constaté un affaiblissement continu de l'intensité du vent entre Genève et Montreux, et une augmentation de l'intensité des vents d'origine thermique.

La répartition retenue est la suivante: le lac est divisé en trois parties, Petit-Lac, Grand-Lac première moitié (jusqu'à Lausanne), Grand-Lac seconde moitié (de Lausanne à l'extrême Est).

Sur le Petit-Lac, nous utilisons le champ du vent de Cointrin tel quel.

Sur le Grand-Lac, l'intensité du vent mesuré décroît linéairement pour atteindre 30% de réduction à l'extrémité Est. De plus, en cas de vent faible, inférieur à 3 noeuds, un vent thermique, dirigé perpendiculairement à l'axe du lac dans la première moitié du Grand-Lac, puis parallèle à celui-ci sur la seconde moitié est ajouté; son intensité varie au cours de la journée pour atteindre un maximum de 1.5 noeud à 9h du matin et 9 h du soir. Cette valeur de 1.5 noeud peut paraître faible; cependant c'est au centre du lac que les vents thermiques sont les plus faibles et c'est pour cette raison que nous n'avons pas utilisé les valeurs trouvées sur les roses des vents. Pour éviter les discontinuités, ces valeurs sont lissées sur 5 mailles, autour des limites de secteurs. Les caractéristiques de ces vents thermiques ont été choisies pour tenir compte au maximum de nos observations et des caractéristiques locales; en particulier à l'extrémité Est du lac, pour

Identification de la version	convection	diffusion	coriolis	Résultats		CPU
				vitesse	température	
Version de base couplée	non	oui	non	oui qualitatif.	oui	2.3
Version decouplée	non	oui	non	oui quantitatif.	oui	2.3
Version convection	oui	oui	non	oui qualitatif.	oui	6.0
Version Coriolis	non	oui	oui	oui quantitatif.	oui	?

Tableau 9.1: Tableau récapitulatif des différentes versions du modèle bidimensionnel

retrouver les vents de la haute vallée du Rhône (Vauderon et Rebat) (figure 9.3)

2.2 Température de l'air

Nous avons utilisé pour cette variable les valeurs de Cointrin. Les valeurs de l'extrémité Est du lac sont calculées à l'aide des relations de régression saisonnières obtenues entre les valeurs de Genève et celles de Montreux. Entre ces deux extrémités, les valeurs de température sont obtenues par interpolation linéaire.

2.3 Rayonnement solaire et nébulosité

Entre les deux extrémités du lac, nous avons observé une augmentation de la nébulosité et une diminution du rayonnement solaire. Là aussi, nous avons fait varier linéairement ces paramètres le long du lac, en considérant une diminution de 10% à Montreux, pour les saisons de Printemps et d'Automne et de 20% en Eté. En Hiver, rayonnement solaire et nébulosité sont semblables sur toute la superficie du lac.

3. Résultats du modèle bidimensionnel couplé

3.1 Remarques concernant les stations de calibration

Le modèle a été calibré sur l'année 1976, sur 6 stations bien réparties le long de l'axe du modèle (figure 9.4). Ces stations représentent trois laboratoires différents. Si les résultats des laboratoires "Station d'Hydrobiologie Lacustre" (SHL) et "Service d'Hydrobiologie de l'Institut d'Hygiène à Genève" GE sont cohérents entre eux (sauf pour le mois d'avril 1976, où les deux stations GE donnent des valeurs particulièrement élevées), on constate sur les profils thermiques des stations mesurées par le "Centre de Recherches Géodynamiques" (CRG) une instabilité thermique, quasi-systématique entre 50 et 100 mètres (figure 9.5), sans raison physique, mais qui peut s'expliquer par l'utilisation de deux thermomètres différents pour les faibles et les grandes profondeurs. Il nous semble que les températures sur les cinquantes premiers mètres de ces stations sont sous-estimées d'une valeur de l'ordre de 0,5 °C. Nous avons donc, pour notre calibration considéré principalement les stations qui nous semblaient les plus fiables, à savoir celles des laboratoires SHL et GE.

3.2 Choix des paramètres de calage

Le calage des paramètres intervenant dans le modèle bidimensionnel a été effectué sur le modèle couplé. Il est basé sur celui obtenu sur le modèle unidimensionnel (version 2), pour les paramètres intervenant dans la formulation du coefficient de dispersion. Néanmoins, deux paramètres prenant en compte à la fois l'aspect horizontal du lac, et le couplage hydrodynamique-thermique ont dû être calés.

Le premier est le nombre de Prandtl turbulent, qui représente le rapport entre la diffusivité thermique, que nous calculons et la viscosité turbulente, que nous estimons précisément, à partir de la diffusivité thermique. La valeur théorique de ce nombre, en milieu non turbulent (viscosité cinématique/diffusivité thermique) est de 7 (Fischer et al 1981). La valeur que nous avons retenue, en milieu turbulent est de 20, ce qui est du même ordre de grandeur que la valeur précédente. Cette valeur permet, de plus, de se rapprocher de la valeur de la viscosité turbulente utilisée par Bauer (1983), dans ses simulations en milieu homogène ($460 \text{ cm}^2/\text{s}$), puisque nous obtenons, dans ce cas, une valeur de $100 \text{ cm}^2/\text{s}$. Ce paramètre demeure cependant et avant tout, un nombre opérationnel, de calage, qui, dans notre cas, inclut, en particulier, l'ensemble des phénomènes convectifs que nous ne prenons pas en compte, et qui contribuent à augmenter artificiellement sa valeur; nous considérons donc comme satisfaisant de nous situer dans les ordres de grandeurs, à la fois du nombre de Prandtl et de la viscosité turbulente déjà utilisée.

Le second paramètre est le coefficient de dispersion horizontale. Les valeurs le concernant trouvées dans la littérature varient aussi dans une gamme assez importante. Lick (1976) utilise, sur les grands lacs, des valeurs dans la gamme de 10^4 à $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$, trouvées par Hamblin (1971); Vasseur et al (1980), dans l'étude de plumes thermiques en Scandinavie, dans des zones côtières où ce coefficient est plus faible, donnent des valeurs de $10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$, Heinrich et al (1981), sur le bassin central du lac Erie, prennent $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$. Quant à Agoumi (1985), sur la Manche, il utilise selon les secteurs des valeurs comprises entre 100 et $500 \text{ m}^2/\text{s}$. Ce paramètre semble donc avoir non seulement une signification physique mais aussi dépendre de la discrétisation du système employée. Le modèle a montré un bon comportement pour des valeurs comprises entre celles de Lick et de Heinrich, avec une sensibilité assez faible dans cette gamme. Nous avons finalement choisi la valeur de $50 \text{ m}^2/\text{s}$, proche de celle utilisée par Bohle (1986a) dans le calcul de la largeur des courants côtiers. Les valeurs des différents paramètres de calage sont rassemblés dans le tableau 9.2.

Paramètres du bilan thermique à l'interface eau-air

$$A = 20 \cdot 10^{-10}$$

$$B = 67 \cdot 10^{-5}$$

Paramètres du coefficient de dispersion

$$\delta = 0.09 \quad (\text{version découplée du modèle uniquement})$$

$$\sigma = 7.7$$

$$\alpha = 0.35$$

$$p = 0.65$$

Paramètre couplant la dispersion et la viscosité verticale
(nombre de Prandtl turbulent Pr)

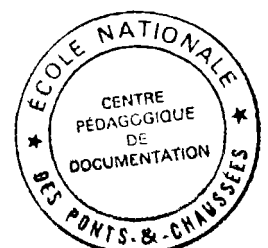
$$Pr = 20$$

Coefficient de dispersion horizontale

$$Kh = 50 \text{ m}^2/\text{s}$$

Tableau 9.2: Valeurs des paramètres de calibration
du modèle bidimensionnel. Résultats obtenus sur la
version couplée, sans prise en compte de la convection.

Les notations des paramètres sont définies dans le chapitre 7



3.3 Résultats en température

Les résultats pour les cinq stations sont reportés dans les figures 9.6 à 9.11. Ils montrent un bon accord global entre les valeurs mesurées et celles simulées. Cependant quelques écarts, indépendants de la station peuvent être observés. Particulièrement dans la période de déstratification, (mois de Novembre et Décembre), les valeurs simulées dénotent un refroidissement relativement plus lent que celui observé. Cet effet est le plus sensible pour les stations du Petit Lac, et va s'affaiblissant vers le Grand Lac. On remarque aussi, que la stratification, aux mois de Mai et Juin s'opère dans la simulation avec un certain retard par rapport aux mesures. Compte tenu de l'importance du gradient de surface durant ces deux mois, sur l'ensemble des stations, -plusieurs degrés sur 5 mètres-, et de l'absence de couche mélangée, ces importantes températures de surface observées, peuvent être des effets uniquement diurnes, que les résultats, moyennés sur une journée, du modèle ne peuvent pas rendre.

3.4 Hétérogénéité thermique horizontale

La prise en compte de la dimension longitudinale, et de la comparaison sur cette dimension des résultats des simulations est un des plus grands intérêts de ce modèle. Nous avons représenté l'hétérogénéité horizontale sur deux types de figures. Le premier représente les isothermes à différents instants sur l'ensemble du lac (figure 9.12 à 9.16). Il convient de noter que ces figures, afin de bien rendre compte des phénomènes se produisant dans le Petit et le Grand Lac, ainsi qu'au voisinage de la surface, sont distordues et reprennent la structure du maillage utilisé pour la résolution numérique. Les axes gradués représentent en fait le numéro, suivant x et y de la maille concernée. Ainsi les distances réelles sont les suivantes:

$x < 25$	1 unité = 1 kilomètre
$x > 25$	1 unité = 2 kilomètres
$y < 16$	1 unité = 10 mètres
$16 < y < 36$	1 unité = 5 mètres
$y > 36$	1 unité = 2 mètres

On observe à la fin de l'hiver (1er Mars) que l'ensemble du Petit-Lac est homogène verticalement, mais que subsiste un gradient horizontal, régulier, induisant une différence de température entre la Petit et le Grand-Lac de 0.5 °C environ. Le Grand-Lac est lui, homogène horizontalement (à 0.2 °C près!); par contre une stratification des couches profondes subsiste, due au mélange hivernal incomplet.

En pleine période d'installation de la stratification (10 Mai 1976), la température s'est élevée relativement plus rapidement dans le Petit lac que dans le Grand. La différence de température est de l'ordre de 1 °C. Dans les couches profondes, les isothermes 6 et 6.5 °C s'enfoncent progressivement entre l'extrémité Est du Lac et Genève. Dans cette zone, la stratification s'est établie plus tardivement, ce qui a permis une pénétration en profondeur de la chaleur arrivant en surface à cette période. Cet effet peut raisonnablement être imputé au vent, qui souffle plus fort sur le Petit-Lac que sur le Grand. A l'extrémité Est du Lac, la température est légèrement supérieure à celle de la pleine eau du Grand Lac. C'est en effet sur cette zone que le vent souffle le moins fort. De plus, si l'ensoleillement est plus faible sur cette région, la nébulosité et la température de l'air y sont supérieurs; ces deux facteurs favorisent une augmentation de la quantité de chaleur incidente.

En plein été, les constatations précédentes sont encore valables. La jonction entre le Petit et le Grand-Lac est toutefois légèrement moins chaude, de même que l'extrême Est du Lac. En cette saison, le rayonnement solaire est particulièrement intense et sa diminution à l'Est du Lac influe là sensiblement sur les valeurs de la température.

En période de déstratification, (5 Novembre) Le Petit-Lac se déstratifie plus vite ce qui provoque un affaiblissement plus sensible de la thermocline sur cette partie. L'extrême Est du Lac, une fois l'été fini, redevient la partie la plus chaude. Cette tendance est confirmée au début de l'hiver (20 décembre).

Le second type de visualisation des résultats consiste à représenter les isocontours de l'évolution temporelle de la température de surface le long de l'axe du modèle (coordonnées non distordues). (figure 9.17 à 9.21). Ces figures confirment les remarques précédentes concernant le refroidissement plus rapide du Petit Lac. La stratification se traduit sur ces dessins par un changement de la direction générale des isocontours (passage horizontal-vertical). Sur le Grand Lac, ce passage s'effectue aux alentours du 60^{ème} jour (1er Mars), alors que le Petit Lac est encore totalement brassé. Sur cette partie, la stratification ne s'établira définitivement qu'aux alentours du 105^{ème} jour (15 Avril). A ce moment, la température rattrapera très rapidement celle du Grand Lac, et, 10 jours plus tard, c'est le Petit Lac qui sera le plus chaud. La période de forte stratification thermique traduit cet état -plus de 23 °C sur le petit lac vers le 200^{ème} jour (15 Juillet)-, ainsi que sa plus grande sensibilité thermique, puisque, suite à un léger refroidissement, sa température, vers le 205^{ème} jour devient inférieure à celle du Grand Lac.

La déstratification thermique observable entre les 260 et 285 ème jours (1er au 15 octobre) montre un décalage d'environ 2 jours entre la température observée aux extrémités Est et Ouest du lac. On peut noter l'aspect très rectiligne des isocontours sur cette période, montrant une évolution continue de la température sur l'ensemble du Lac.

L'étude bidimensionnelle de la température, au vu des résultats des simulations, permet de montrer une plus faible inertie thermique du Petit-Lac par rapport au Grand Lac, qui cause un refroidissement hivernal plus important et une température maximale supérieure, qui se produit et disparaît très soudainement. Les conditions météorologiques du Petit-Lac -vent plus fort, températures plus faibles-, si elles favorisent le refroidissement hivernal, ne provoquent pas de températures très élevées en période estivale. Le vent sur cette partie du lac retarde l'apparition d'une thermocline stable d'environ 1 mois, provoquant parallèlement un échauffement des couches profondes. Il convient toutefois de relativiser cette hétérogénéité horizontale, car l'écart de température maximal en surface, indépendamment de la saison n'excède qu'exceptionnellement 1°C. Cette situation est assez bien traduite par les bilans thermiques en un point du Petit Lac (GE3) et un point du Grand Lac (SHL2), (figures 9.22 à 9.24) qui ne montrent que des différences minimales. (les valeurs très faibles de ces bilans durant une journée du mois de Novembre sont dues à un très fort coup de vent).

3.5 Résultats en vitesse

Nous avons représenté, à différentes périodes de l'année et sous différentes intensités de vent le champ des vitesses sur le lac. (figures 9.25 à 9.28). Les figures mettent en évidence la différence de comportement du lac entre l'été et l'hiver, par la profondeur d'apparition des courants de retour, qui se traduit, sur le plan des vitesses par une augmentation du rapport vitesse de surface/vitesse des couches profondes. Il apparaît clairement que deux cellules de circulations se créent; l'une dans le Petit Lac, l'autre dans le Grand Lac, ce qui fait naître des courants verticaux de forte intensité au voisinage du détroit de Promentoux. La représentation de profils de vitesse horizontale (figures 9.29, 9.30) montre une évolution très régulière, indépendamment de la saison entre le fond du lac et la surface, et en particulier, une vitesse de retour constante à partir d'une zone proche du fond du lac. Cette régularité semble relativement artificielle au vu des observations de Bohle (1986b), mais absolument pas surprenante, compte tenu de la modélisation que nous avons faite du système, qui donne une représentation macroscopique et moyennée dans le temps et l'espace du phénomène. Les ordres de grandeurs de vitesse que nous obtenons sont, eux, satisfaisants, et en accord avec les mesures effectuées par Bohle (1986b) (figure 9.31). Nous trouvons, sur la période qui

correspond le plus à ces mesures, du 1er Janvier au 10 mars, les résultats suivants:

Grand Lac plaine centrale, face à Lausanne

vitesse moyenne cm/s: 1.8

Détroit de Promenthoux

vitesse moyenne cm/s: 0.6

La non-prise en compte des circulations de retour horizontales, engendrées principalement par la force de Coriolis, implique, pour satisfaire à l'équation de continuité intégrée verticalement, la génération de gradients de pression de surface trop importants, qui provoquent dans les zones profondes des vitesses horizontales sans doute surévaluées, et, par conséquent des vitesses verticales trop importantes. Nous pouvons donc raisonnablement admettre que les vitesses des zones profondes que nous visualisons sur les figures 9.25 à 9.28 sont sur-estimées.

4. Résultats du modèle découplé

4.1 Résultats en température

Cette version du modèle bidimensionnel compte deux utilisations. La première consiste à calculer uniquement le champ des températures sur un cycle annuel, sans se préoccuper du champ des vitesses. Le temps d'exécution est alors partiellement réduit, et s'élève à 2h de CPU. Le calage des paramètres que nous avons utilisé est celui obtenu pour le modèle couplé; les résultats que nous présentons, pour les trois stations les plus représentatives (figures 9.32 à 9.34). Si les résultats de cette version sont légèrement inférieurs à ceux de la version précédente, en période de stratification - en particulier les valeurs de surface sont un peu surévaluées et la thermocline est trop raide-, la simulation de la déstratification durant les mois de Novembre et Décembre est beaucoup plus performante; toutefois, au mois de Novembre, dans le petit lac, les résultats sont bons en surface et au fond du lac, mais la hauteur de la couche mélangée à cette époque est trop faible.

4.2 Résultats hydrodynamiques

L'autre utilisation de ce modèle consiste à calculer les vitesses le long de l'axe du lac, en utilisant comme condition limite à la surface, la composante le long de cet axe de la contrainte de cisaillement due au vent. On peut ainsi calculer, pas de temps par pas de temps, les transferts horizontaux et verticaux d'eau en n'importe quel point du lac.

Nous avons vu sur les figures 9.25 à 9.28 les allures des courants dans l'ensemble du lac. Il se produit, à une profondeur variable, plus importante dans le Grand Lac que dans le Petit, une inversion de la direction générale des courants et formation de courants de retour. Dans le modèle découplé, la modification de la prise en compte de la direction du vent engendre des situations plus complexes comme le montrent les figures 9.35 et 9.36. Nous avons néanmoins, défini la profondeur d'Ekman, comme étant celle où se produit la première inversion de direction des vitesses horizontales, et calculé, section par section, au cours de l'année, le débit au dessus et au dessous de cette profondeur. L'examen de la répartition au cours de l'année de la profondeur d'Ekman (figures 9.37 et 9.38) montre une dispersion assez faible des valeurs, saison par saison, et une évolution annuelle allant vers une diminution de la profondeur d'Ekman lors de la stratification du lac, puis de nouveau, vers une augmentation en automne. L'évolution des débits, aux stations SHL-2 et GE-4 (figures 9.39 à 9.42) montre aussi une répartition très étroite, autour de faibles valeurs du débit. On retrouve, sous forme d'un grand pic, l'épisode météo que l'on avait déjà observé sur le bilan thermique. L'intégration sur l'ensemble de la durée de la simulation permet de fournir des valeurs de quantité d'eau échangée à travers différentes sections du lac. Nous donnons ici quelques unes de ces valeurs, à titre purement indicatif. Bien que mésestimant la réalité, puisque ne prenant pas en compte les circulations horizontales, et soumis à un champ de vent à la définition discutable, les résultats obtenus nous ont paru d'un ordre de grandeur raisonnable. L'année 1976 a été caractérisée par une grande sécheresse et le Rhône, seul affluent que nous prenions en compte, a vu cette année là, son débit moyen se situer à $127 \text{ m}^3/\text{s}$, soit un apport annuel proche de 4 km^3 . Nous trouvons, sur 356 jours de simulation, pour la station SHL-2, un débit au dessus de la profondeur d'Ekman de 10 km^3 , le débit inférieur permettant de boucler le bilan d'eau global. Pour la station GE-4, le bilan global, au dessus et en dessous de la profondeur d'Ekman, se traduit par un transfert d'eau du Grand vers le Petit lac, dans les proportions de $2/3$ (3 km^3) pour la zone supérieure à la profondeur d'Ekman et $1/3$ (1 km^3) pour la zone inférieure. Il convient de dire que ce ne sont que des résultats globaux qui ne remettent nullement en cause l'existence hivernale de courants de densité du Petit vers le Grand Lac. Ces chiffres,

qui devraient pouvoir être vérifiés sur le site, constituent une base permettant d'évaluer, dans le cadre de l'établissement d'un modèle écologique par boîte, les termes d'échanges entre les différentes boîtes.

5. Résultats du modèle couplé incluant la convection

Il n'a été, pour des raisons de coût, effectué qu'une seule simulation quasi-annuelle avec ce modèle, sur une période de 340 jours. Les résultats en température sont exposés dans les figures (9.43 à 9.48). Ils montrent avant tout que les valeurs des paramètres utilisées ne conviennent pas pour ce modèle. Il s'avère donc à posteriori, que sur des périodes longues les phénomènes de convection pure ne sont pas négligeables, puisqu'ils provoquent des augmentations importantes des températures dans une zone située sous la thermocline ce qui dégrade, petit à petit la qualité des résultats. Ces phénomènes de convection sont donc suffisamment faibles pour que l'on puisse obtenir des bons résultats sans les prendre en compte, mais il apparaît clairement que les valeurs des paramètres utilisées, incluent implicitement leurs effets. Ainsi le nombre de Prandlt turbulent, que nous avons dû caler à une valeur de 20, soit au dessus de sa valeur théorique, apparaît dans cette simulation tout à fait surévalué, sa valeur de calibration inclue donc une partie de l'effet de la convection. Il en est vraisemblablement de même pour les coefficients de frottement du vent et les paramètres gérant la dispersion métalimnique. L'augmentation importante de la température dans les zones profondes du Grand Lac, au moment de la déstratification (mois de Novembre à SHL2), peut aussi s'expliquer par une convection verticale trop grande due à des vitesses verticales surévaluées qui sont une conséquence directe, comme nous l'avons mentionné précédemment, de la modélisation du système. Nous ne devons pas non plus exclure, malgré les tests effectués sur de courtes périodes, la possibilité, à long terme, compte tenu des ordres de grandeurs des vitesses et principalement des vitesses verticales, de problèmes de nature purement numérique, provoquant une dégradation des résultats sans rapport avec l'intensité du phénomène convectif.

Sur le plan des vitesses, nous notons, en période stratifiée, des profils beaucoup moins réguliers que ceux obtenus sur les modèles sans convection. (Figure 9.49 9.50). Ils apparaissent plus proches des mesures effectuées sur le lac de Lugano (Bozzolo et al 1983) (Figure 9.51). En particulier, la profondeur d'Ekman, se situe à une profondeur beaucoup plus grande dans ce modèle, que dans les modèles précédents en période de stratification. La comparaison des profils de vitesse sur l'ensemble du lac (figures 9.52 à 9.55) ne laisse pas voir, à l'oeil, de grandes différences avec les

résultats obtenus sans convection. La différence la plus sensible se situe au mois d'Août, en période stratifiée, où l'enfoncement de la profondeur d'Ekman se visualise très nettement.

Malgré la différence des résultats entre ce modèle et le modèle sans convection, au niveau de la température, il ne nous paraît pas souhaitable, dans l'objectif d'une modélisation écologique de vouloir poursuivre dans la voie d'une complexification du modèle afin de suivre au plus près les phénomènes physiques réels. Il apparaît clairement qu'un modèle uniquement dispersif peut inclure implicitement, et avec succès (sauf, rappelons-le, pour la période de déstratification) les phénomènes convectifs, dont une prise en compte explicite ne pourrait amener à de meilleurs résultats que moyennant de forts investissements qui s'avèrent assez peu justifiés. L'établissement d'un modèle bidimensionnel plan pourrait toutefois s'avérer être un complément intéressant de ce modèle, capable de préciser l'intensité des coriulations horizontales.

6. Résultats du modèle incluant la force de Coriolis

6.1 Equations du modèle

Ce modèle reprend les équations du modèle complet, en y ajoutant la force de Coriolis. Les équations de la quantité de mouvement suivant les deux directions longitudinales et transversales, en négligeant les phénomènes convectifs, s'écrivent alors:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - f\bar{v} = \quad (9.1)$$

$$\begin{aligned} & -Bg\alpha_T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{z_0}^{\bar{E}} (\bar{\theta} - \theta_0^2) dz \right) dy \right] - gB \frac{\partial \bar{E}}{\partial x} - B \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} BE_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} BE_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - g \frac{\bar{u}|\bar{u}|}{c^2} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + f\bar{u} = \quad (9.2)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{\partial}{\partial y} BE_{yy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} BE_{yz} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - g \frac{\bar{v}|\bar{v}|}{c^2} \end{aligned}$$

Les notations concernant ces équations sont définies dans les chapitre 4 et 5.

La continuité selon l'axe transversal au maillage est obtenue, dans ce modèle, en imposant à la surface du lac un gradient de pression transversal tel que le débit total a travers l'ensemble du maillage soit nul.

6.2 Résultats

Compte tenu de la méthode par pas fractionnaire utilisée dans la résolution du modèle, il est très aisé de rajouter les étapes permettant le calcul de la vitesse transversale. Cette vitesse est calculée pour chaque maille au centre de la maille de même manière que la température. Le taux d'alourdissement du modèle, une fois rajouté la dimension transversale, reste relativement raisonnable, puisqu'il est de 1.2, soit 3 heures de CPU, pour une simulation annuelle, gardant le pas de temps de 3 heures précédemment utilisé.

Malheureusement, si les résultats paraissent satisfaisants sur des périodes courtes, la simulation sur des périodes longues, provoque une augmentation des vitesses transversales et longitudinales, nécessitant des mouvements de la surface libre absurdes, pour maintenir les conditions de continuité du lac (figure 9.56). Compte tenu des propriétés des termes de Coriolis ajoutés aux équations, il serait nécessaire d'utiliser une méthode de résolution itérative de type predictor corrector, avec ajustement automatique du pas de temps, pour résoudre avec succès ce système. Une autre solution consiste à réduire de manière absolue le pas de temps, mais, il n'est plus possible, dans le cadre d'une exploitation usuelle, d'effectuer alors que des simulations de courtes durées et l'on perd l'objectif de modélisation saisonnière qui était le nôtre initialement. Nous ne voyons donc pas de solution rapide à ce problème, qui initialement était une possibilité séduisante d'introduire la force de Coriolis dans un modèle bidimensionnel.

7. Conclusions

Il se dégage, de la modélisation bidimensionnelle entreprise de nombreux points tout à fait positifs.

- En premier lieu, la durée annuelle de la modélisation, et la résolution spatiale employée, pour un temps d'exécution, certes élevé, mais encore raisonnable, et qui est amené à diminuer avec l'accélération des moyens

de calcul (le DPS8 a en effet une vitesse d'exécution de 0.2 Mégaflop en double précision; contre 44 Mégaflop au CRAY XMP2, ce qui amènerait grossièrement le temps de calcul à 1 minute !!) en font un outil potentiellement utilisable en modélisation écologique. Par rapport à de nombreux modèles, de cette taille, appliqués aux grands lacs ou aux réservoirs, qui ne s'intéressaient qu'à l'étude d'épisodes ponctuels, et travaillaient avec des pas de temps très courts (Thermstat (1975), Bozzolo (1983)), le modèle se distingue par la prise en compte de l'évolution saisonnière. Par rapport aux modèles tridimensionnels saisonniers mis au point sur le lac Ontario (Chen et Smith, 1979), celui ci offre une description verticale beaucoup plus fine, permettant une meilleure description de la température dans la couche épilimnique.

- Les résultats en température obtenus par deux des versions de ce modèle (couplé et découplé) sont satisfaisants dans une grande majorité de cas. Ils mettent en particulier en évidence l'hétérogénéité horizontale du lac entre le Petit-Lac et le Grand-Lac ainsi qu'entre le Grand-Lac et l'extrême Est du Lac.

- Les résultats obtenus par le modèle découplé, en hydrodynamique, même s'ils sont sujets à caution, ont au moins le mérite de fournir quelques ordres de grandeur des transferts de masse entre différentes parties du lac. Là aussi, ces termes d'échanges macroscopiques peuvent servir de base à une modélisation écologique.

Parallèlement, sont apparues dans le développement et les résultats de ce modèle certaines difficultés:

- les valeurs des courants que nous obtenons sont surestimées dans les zones profondes, par non prise en compte des courants de retour horizontaux, ce qui induit le cas échéant, une convection verticale trop importante.

- Ces valeurs de vitesses sont très dépendantes de l'intensité de la contrainte de cisaillement de surface. Il serait donc nécessaire, pour améliorer les résultats, de mieux connaître le champ du vent, et le coefficient de frottement sur l'ensemble du lac.

- Enfin, à propos des courants dans le Léman, Bohle (1986a) notait: "The horizontal currents of the "Léman" are build up by "patches" of local current patterns depending on the stratification and the local bottom slope. Each pattern has its own characteristics. The ensemble of these current pattern is heterogeneous in space". Nos résultats, s'ils mettent bien en valeur une

hétérogénéité spatiale, sont assez éloignés, du concept de "patches" sus-mentionné. Bien que les échelles d'approche du phénomène hydrodynamique soient complètement différentes dans le point de vue précédent et dans notre modèle, cette remarque permet de relativiser nos résultats. Il semble plus correct de les considérer comme des ordres de grandeurs à grande échelle (utilisation des vitesses sous forme intégrée), que comme une description, à différents instants des circulations à travers un plan horizontal longitudinal du lac.

Par rapport au modèle unidimensionnel thermique, ce modèle donne des résultats en température sensiblement équivalents, en ce qui concerne le comportement moyen du lac (rappelons que le Grand-Lac représente 97% du volume total du lac). Il permet cependant une description de la température dans les autres parties du lac, ainsi qu'une description des transferts de masses d'eau. Bien que beaucoup plus onéreux dans son exécution, le modèle bidimensionnel, peut se montrer, suivant les utilisations parfaitement complémentaire de l'unidimensionnel thermique, le premier par sa prise en compte de la dimension spatiale, le second par son fonctionnement pluri-annuel.

Influence de la convection 24 jours de simulation

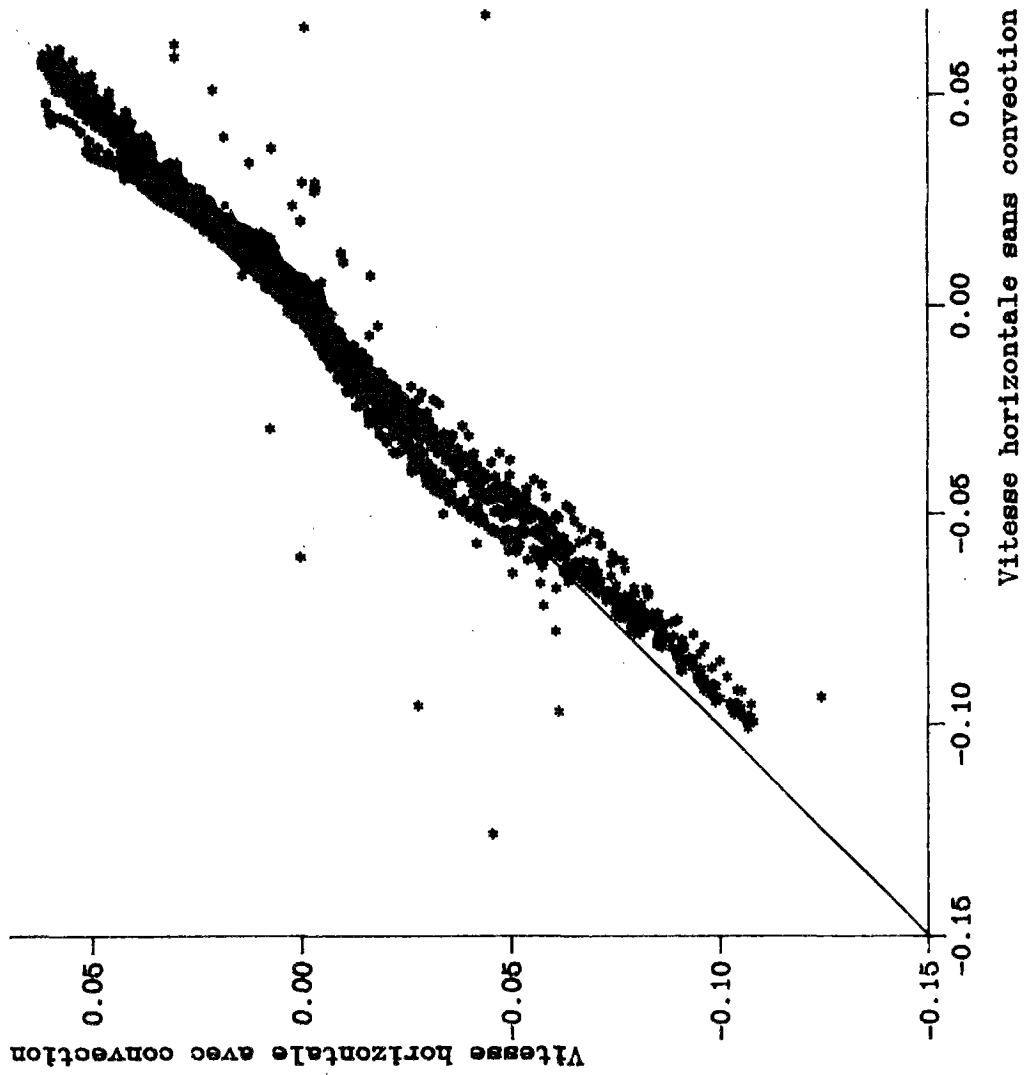


Figure 9.1: Test de l'influence de la convection

Comparaison de l'ensemble des vitesses horizontales calculées, après 24 jours de simulation.

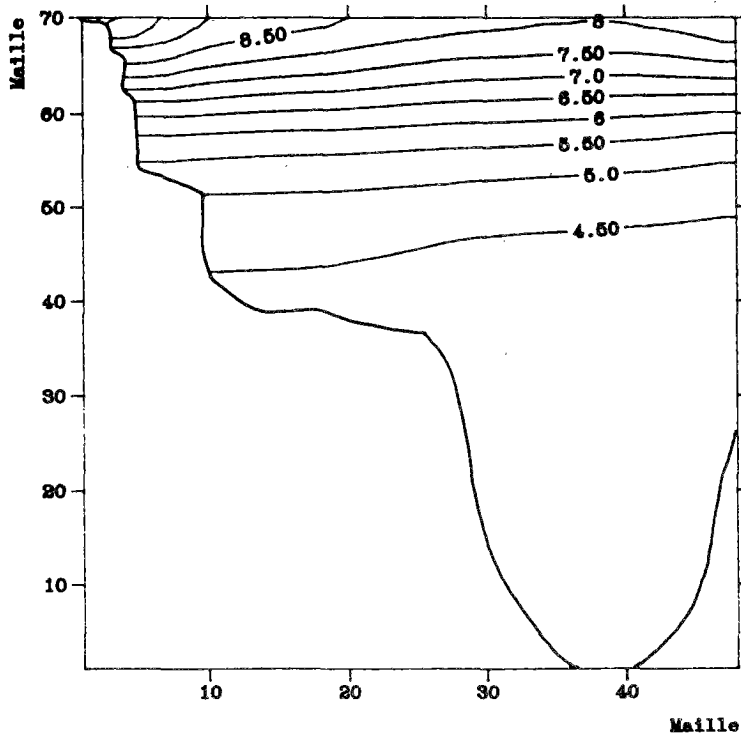
Conditions initiales de la simulation: milieu homogène à 4 °C

conditions de simulation:

apports thermiques de surface de 100 W/m²

apports thermiques de type solaire 100 W/m²

Simulation sans convection 24ème jour



Simulation avec convection 24ème jour

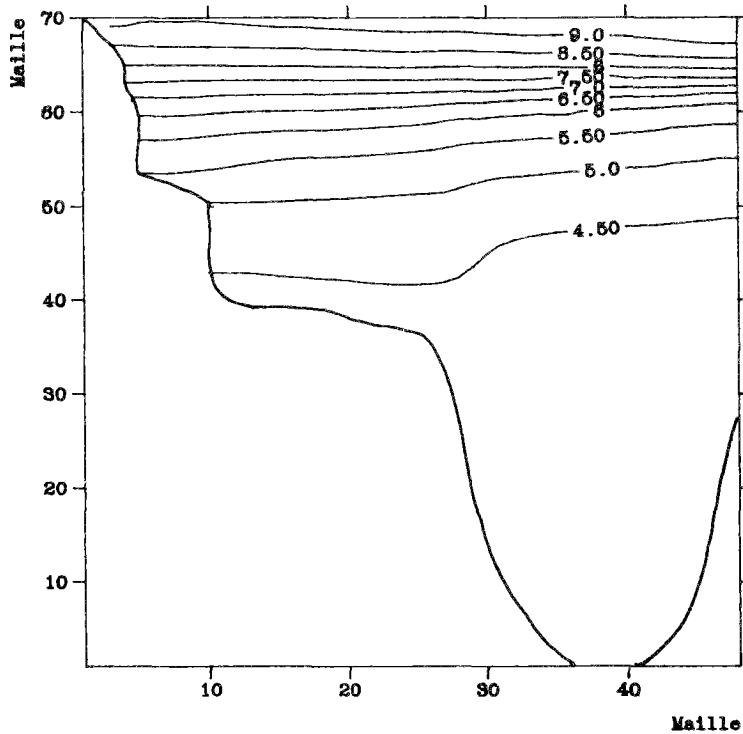


Figure 9.2: Test de l'influence de la convection.
Comparaison des isothermes au 24ème jour de simulation

Conditions initiales de la simulation:
milieu homogène à 4 °C

Conditions de simulation:
apports thermiques de surface: 100 W/m²
apports thermiques de type solaire: 100 W/m²

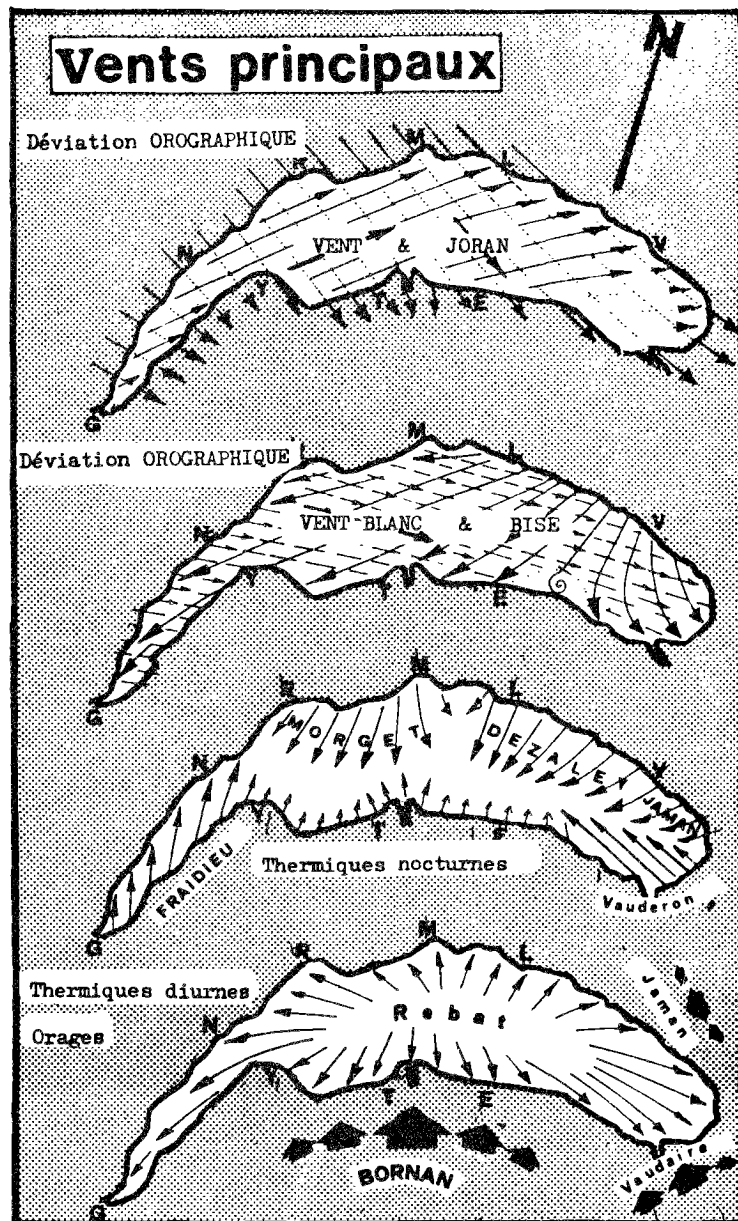


Figure 9.3: Carte des vents du Léman.

d'après: "Carte marine du Léman, Jean de Boisset, édition 1979"

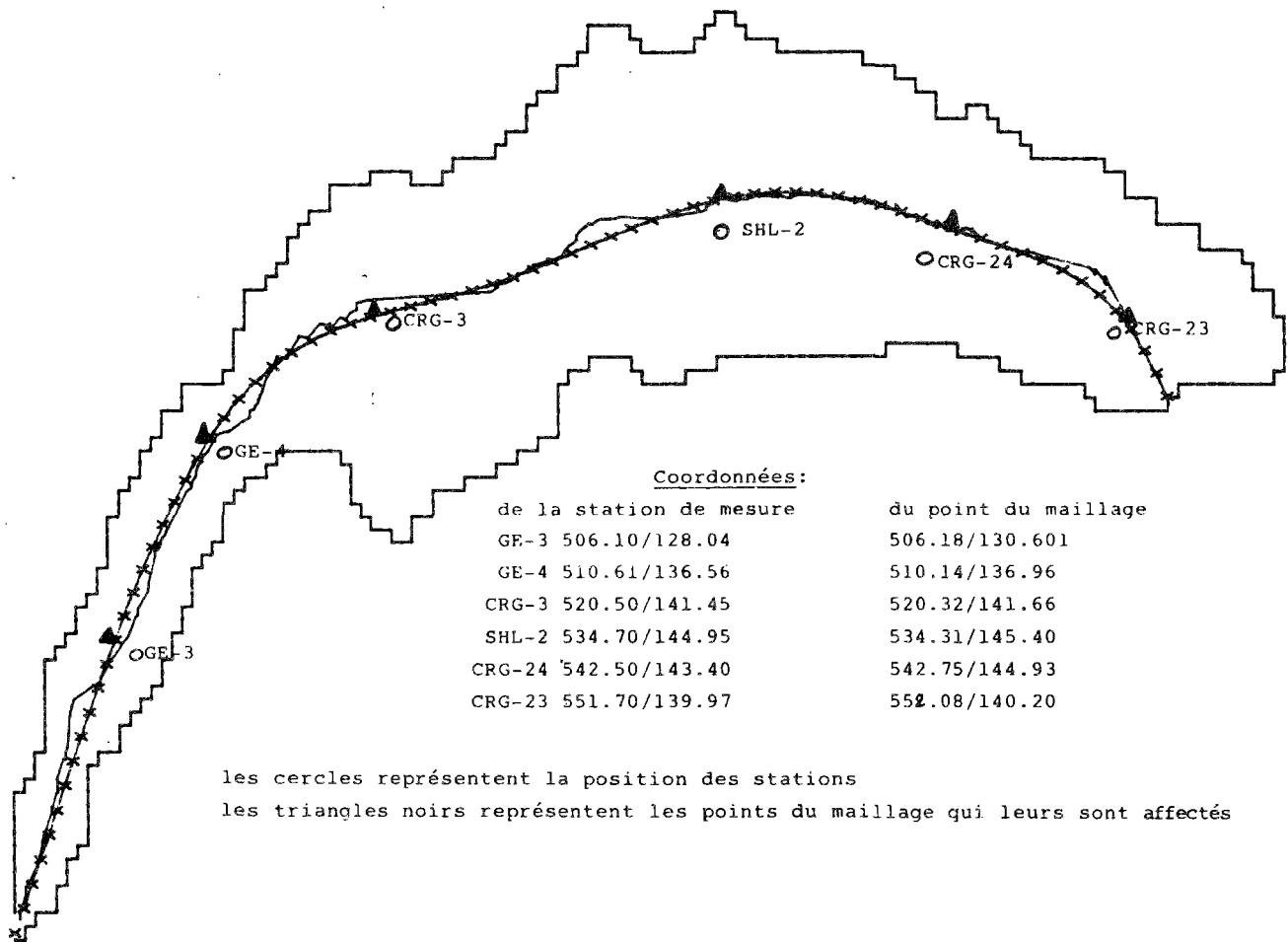


Figure 9.4: Positions relatives des stations de mesures et de l'axe du modèle

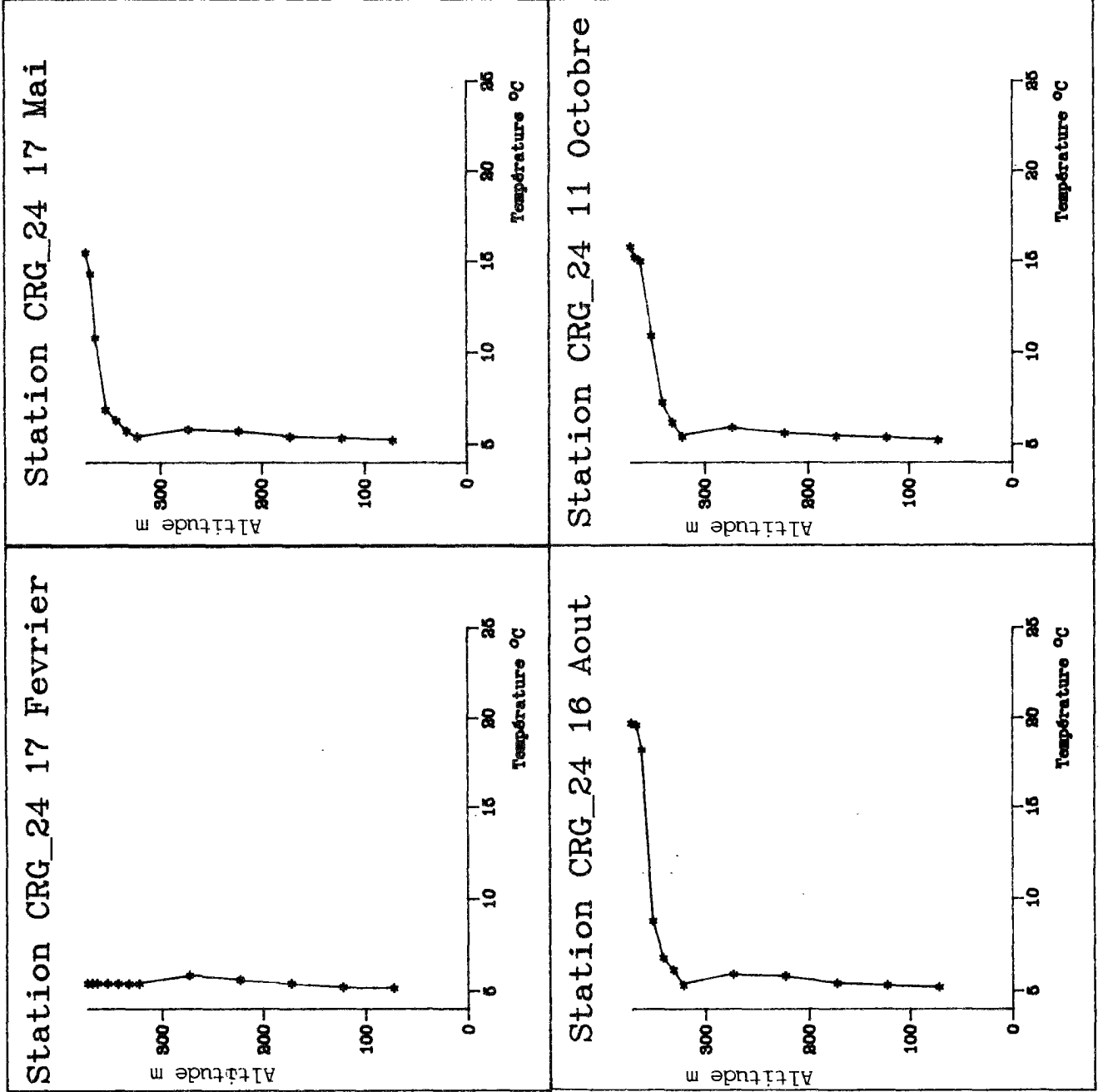


Figure 9.5: Quelques exemples de mesures pour une station CRG, montrant une instabilité thermique entre 50 et 100 mètres (Année 1976)

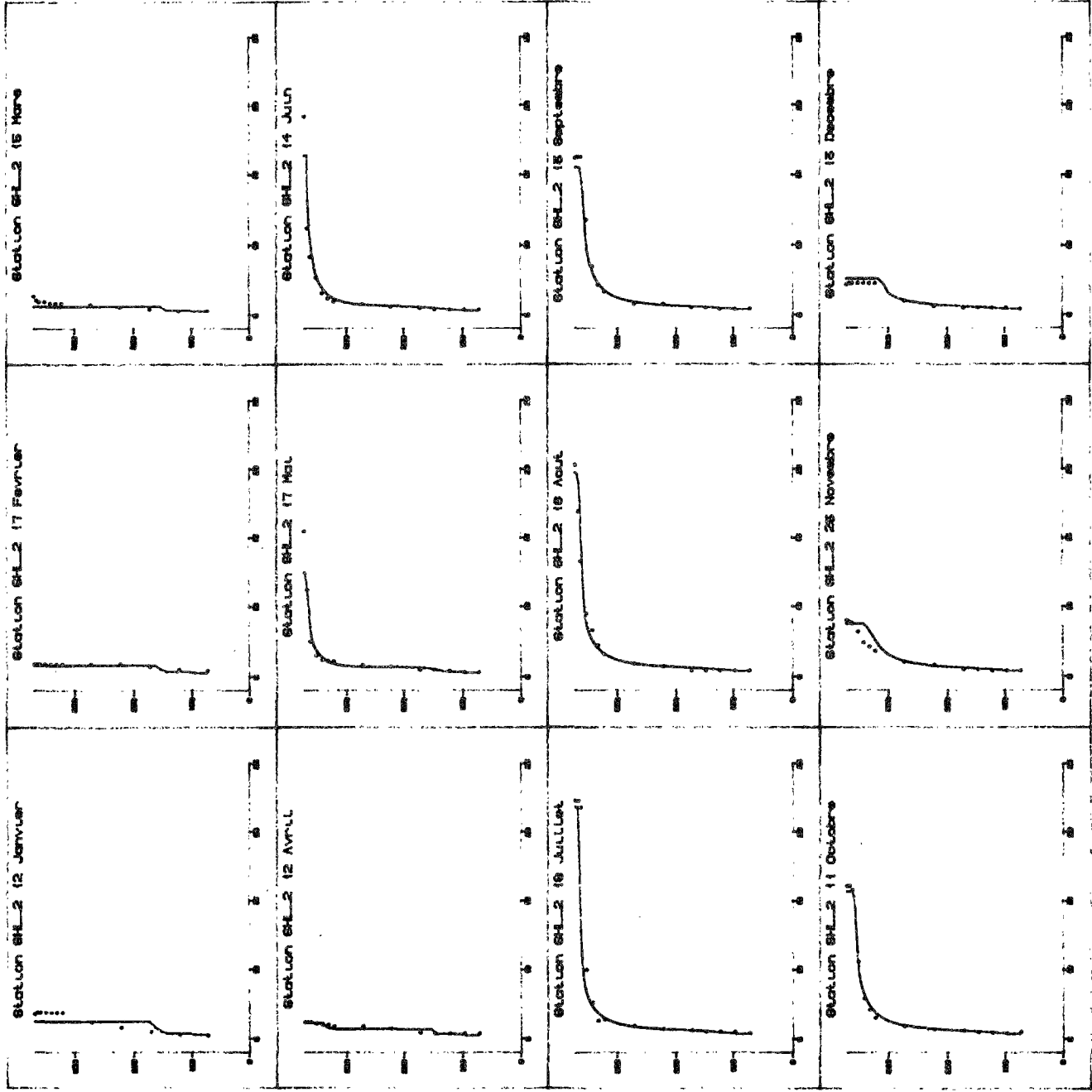


Figure 9.6: Station SHL-2, Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)
 (... mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m

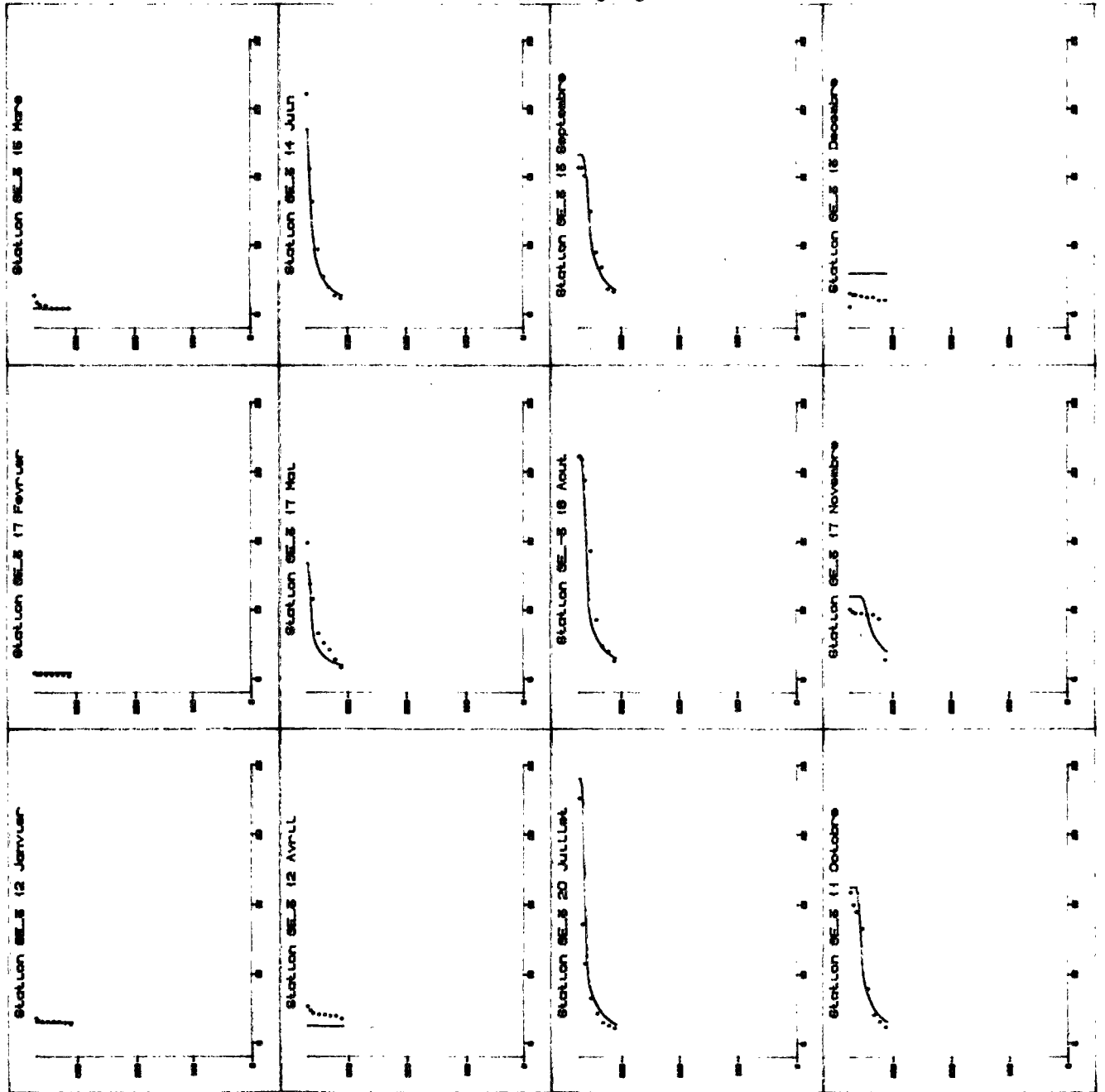


Figure 9.7: Station GE-3, Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)
 (... mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m

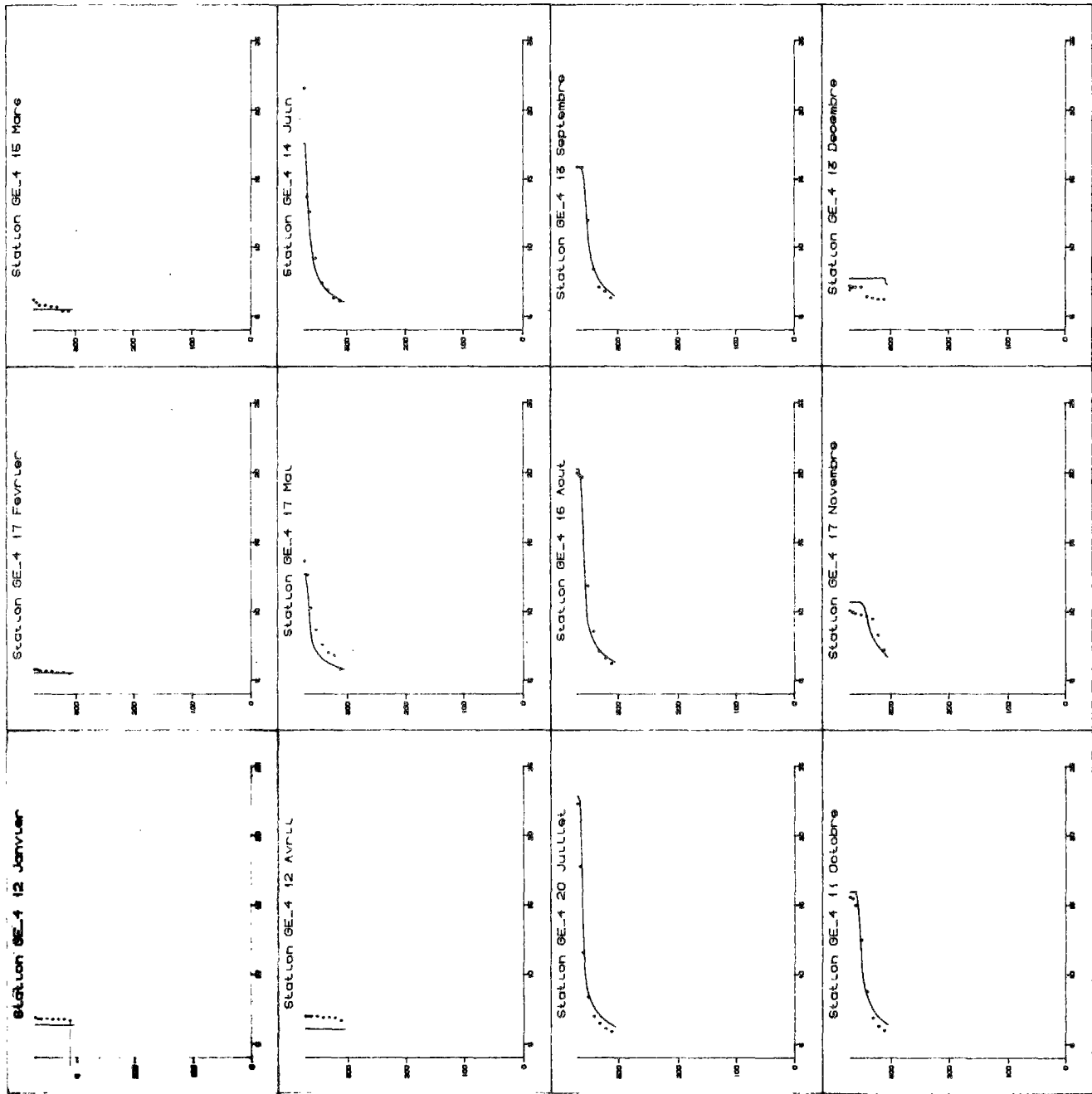


Figure 9.8: Station GE-4 Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)
 (... mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m

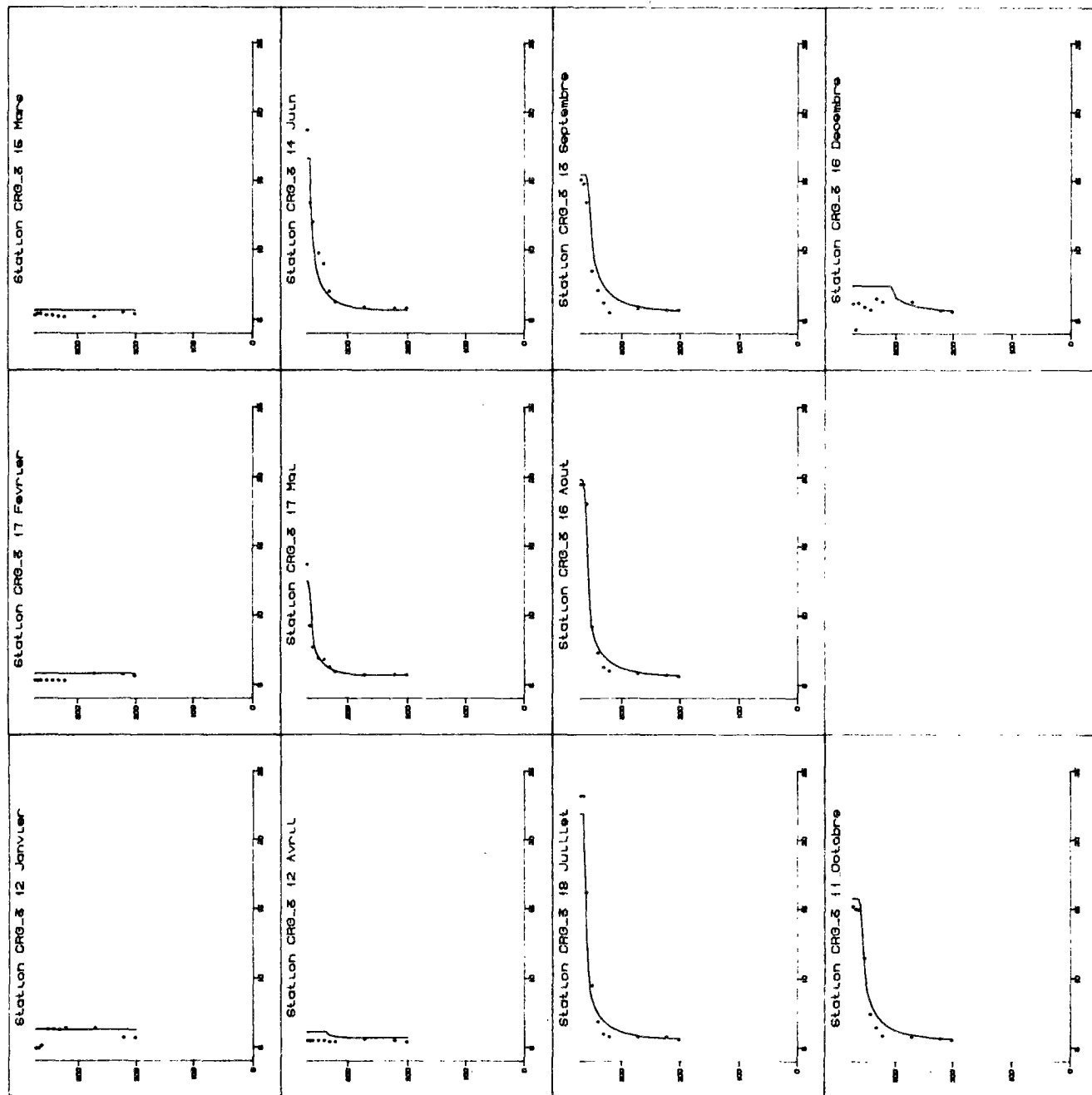


Figure 9.9: Station CRG-3, Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)

(... mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m

Figure 9.10: Station CRG-23 , Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m

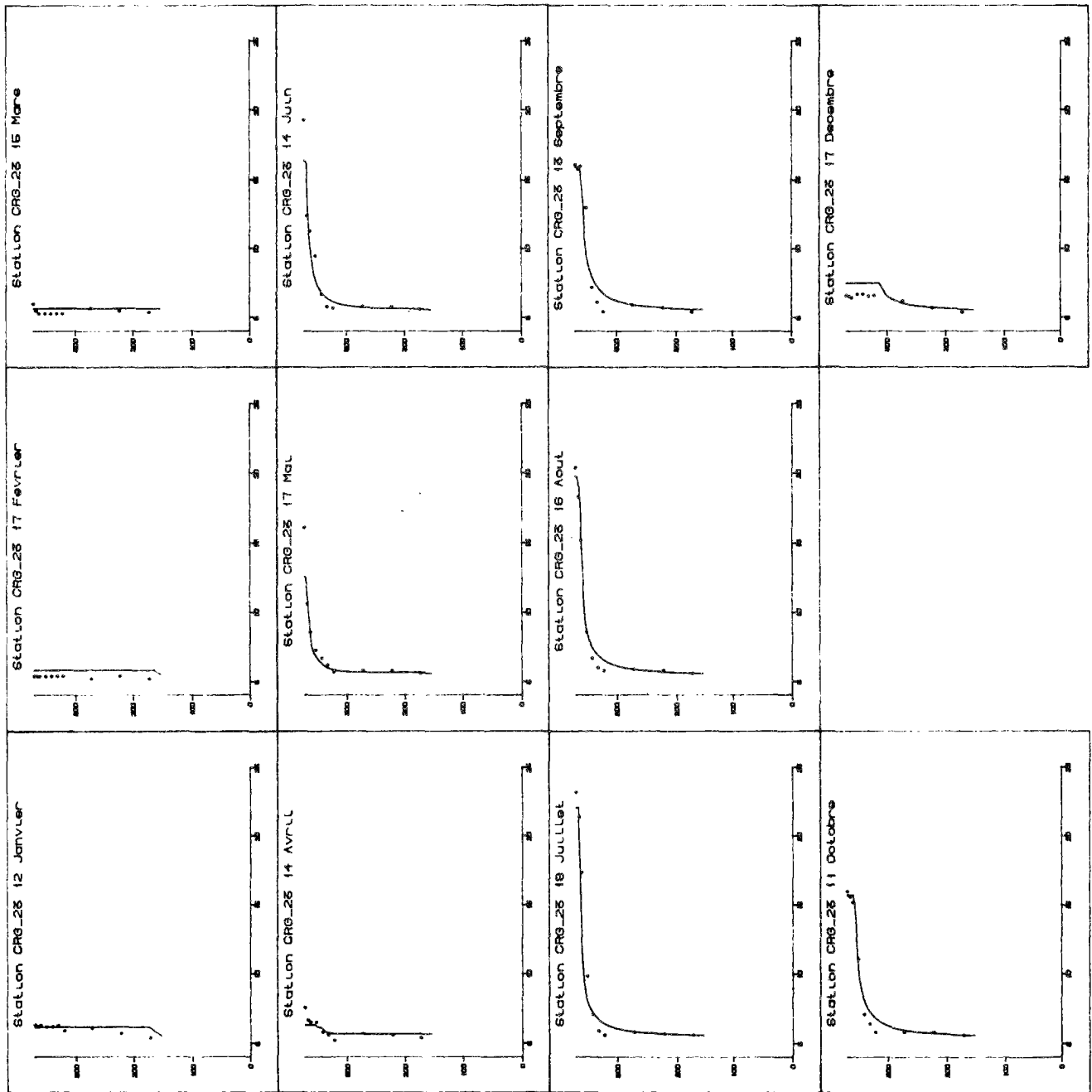
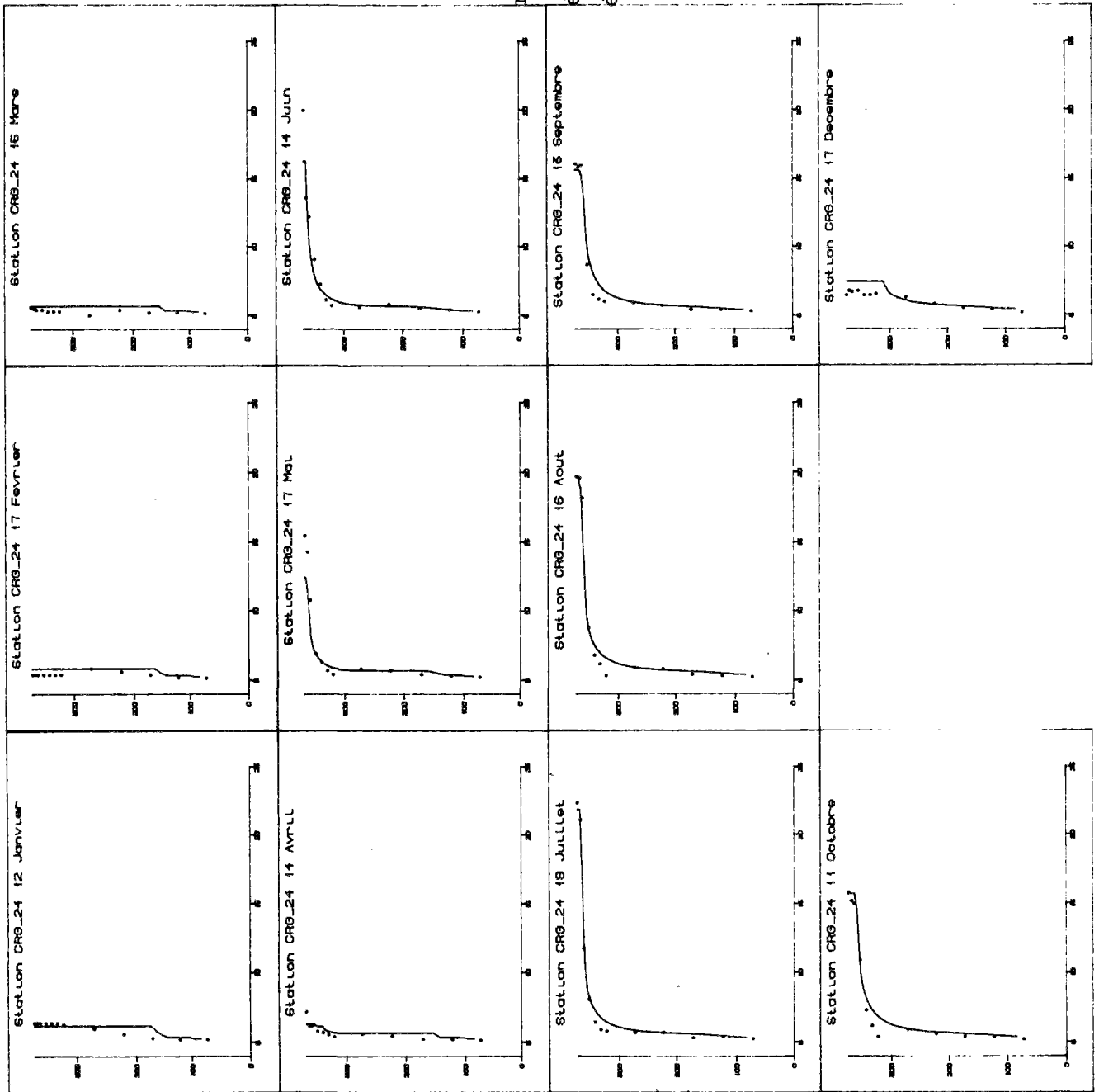


Figure 9.11: Station CRG-24, Année 1976
 résultats du modèle couplé (température)
 échelle des abscisses de 4 à 25°C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m



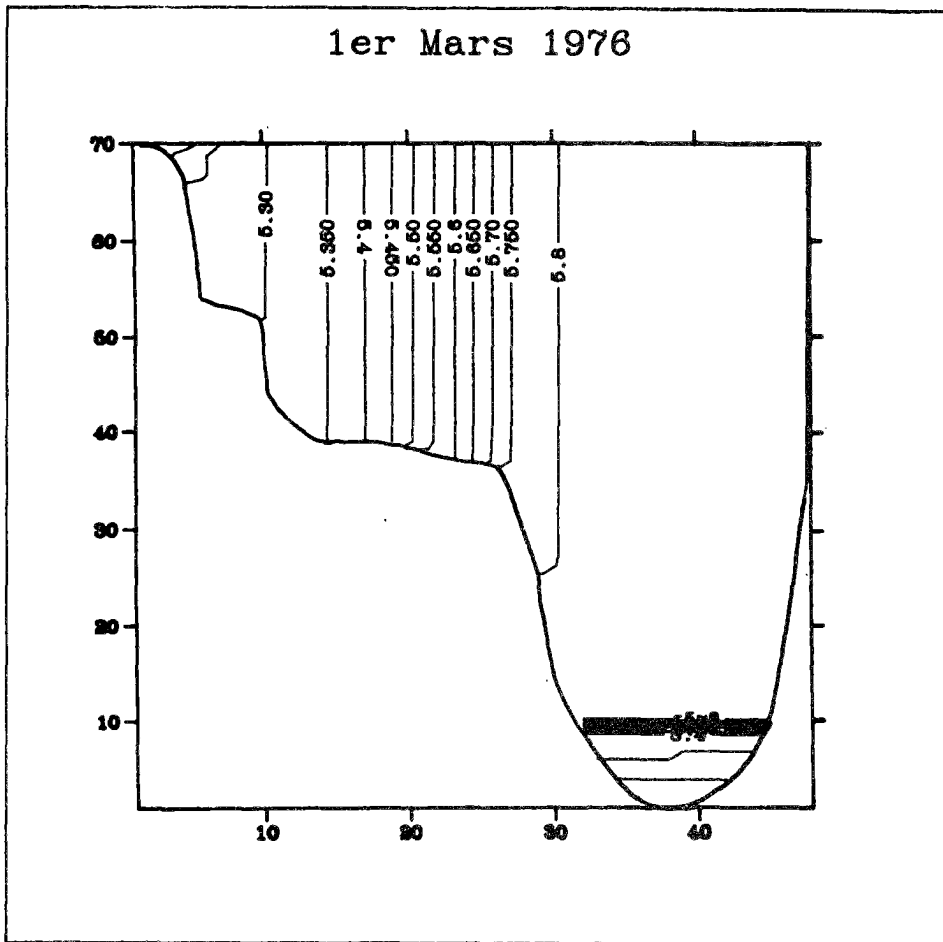


Figure 9.12: Isothermes dans le Léman en fin de période hivernale

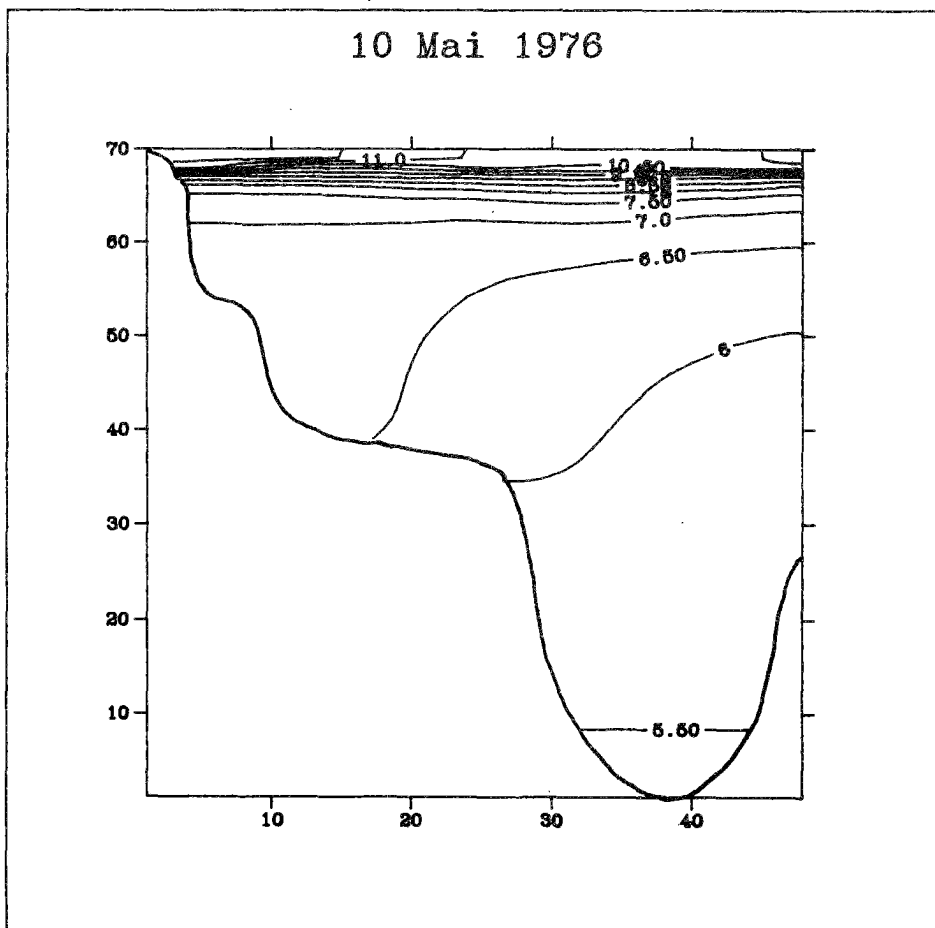


Figure 9.13: Isothermes dans le Léman en début de stratification

!!! ATTENTION !!!

les abscisses et ordonnées sont en unité "Maille"
 Pour la transformation en unité métrique voir le texte.

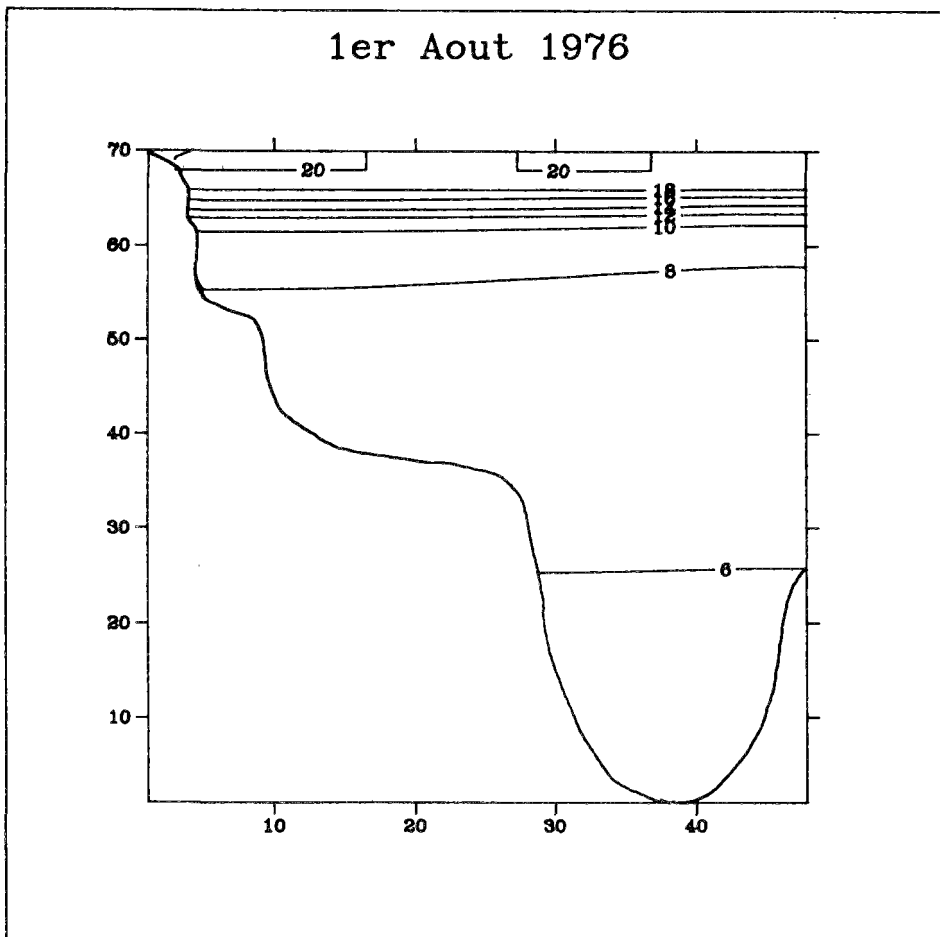


Figure 9.14: Isothermes dans le Léman en période de stratification

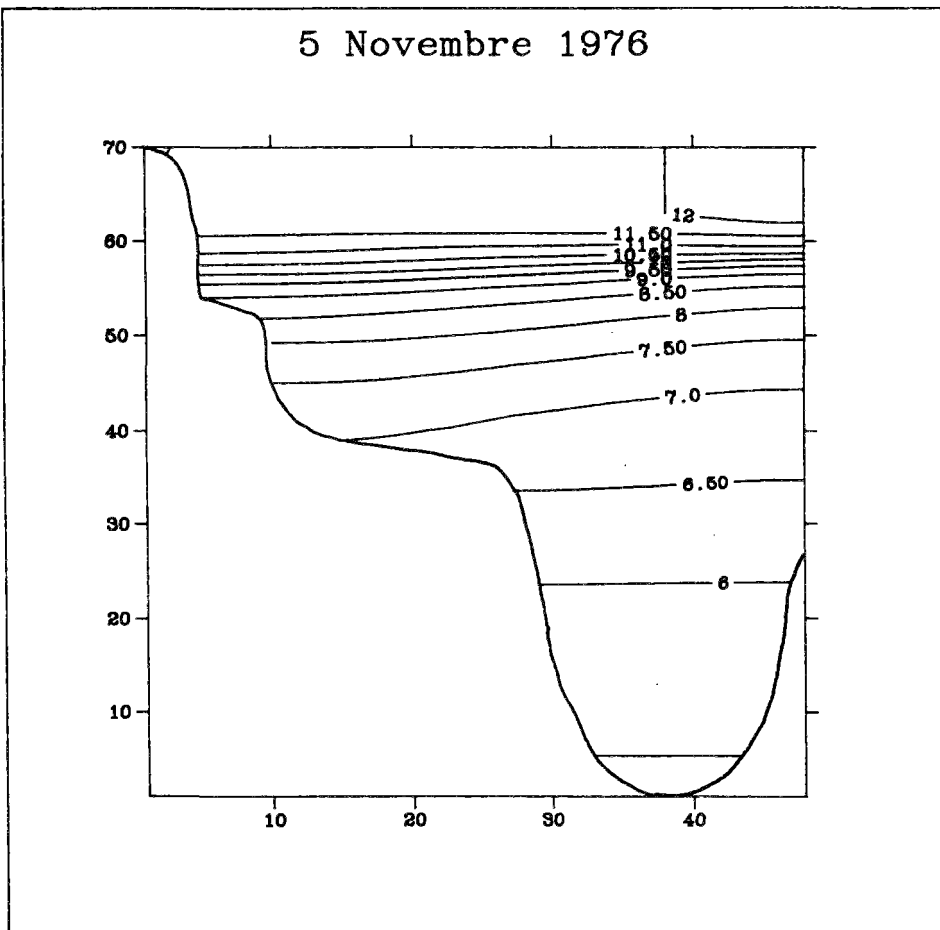


Figure 9.15: Isothermes dans le Léman en début de destratification

!!! ATTENTION !!!

Les abscisses et ordonnées sont en unité "Maille"
 Pour la transformation en unité métrique voir le texte

20 Decembre 1976

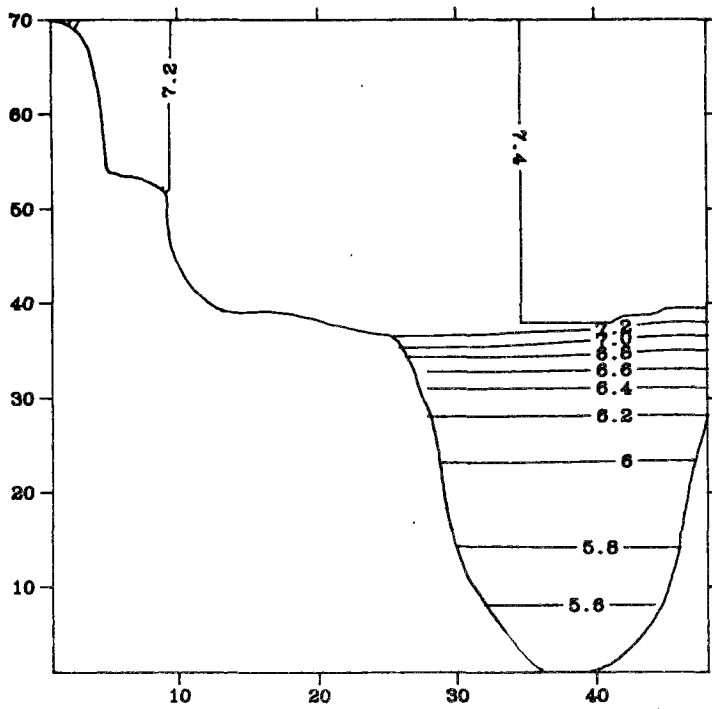


Figure 9.16: Isothermes dans le Léman
en début de mélange

!!! ATTENTION !!!

Les abscisses et ordonnées sont en
unité "Maille"

Pour la transformation en unité métrique
voir le texte

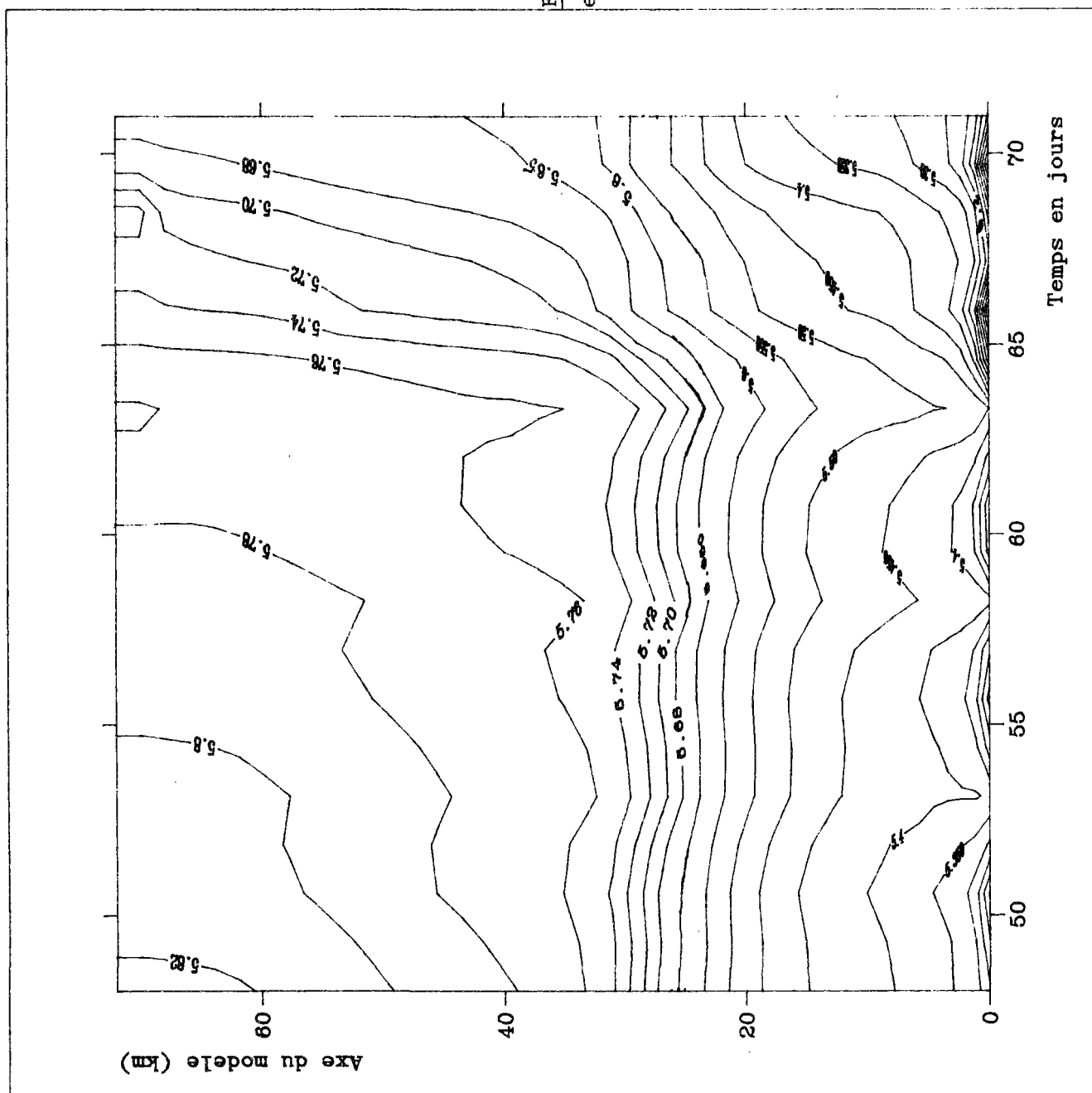


Figure 9.17: Isothermes de surface
entre les 15 Février et 11 Mars

Figure 9.18: Isothermes de surface
entre le 4 et le 27 Avril

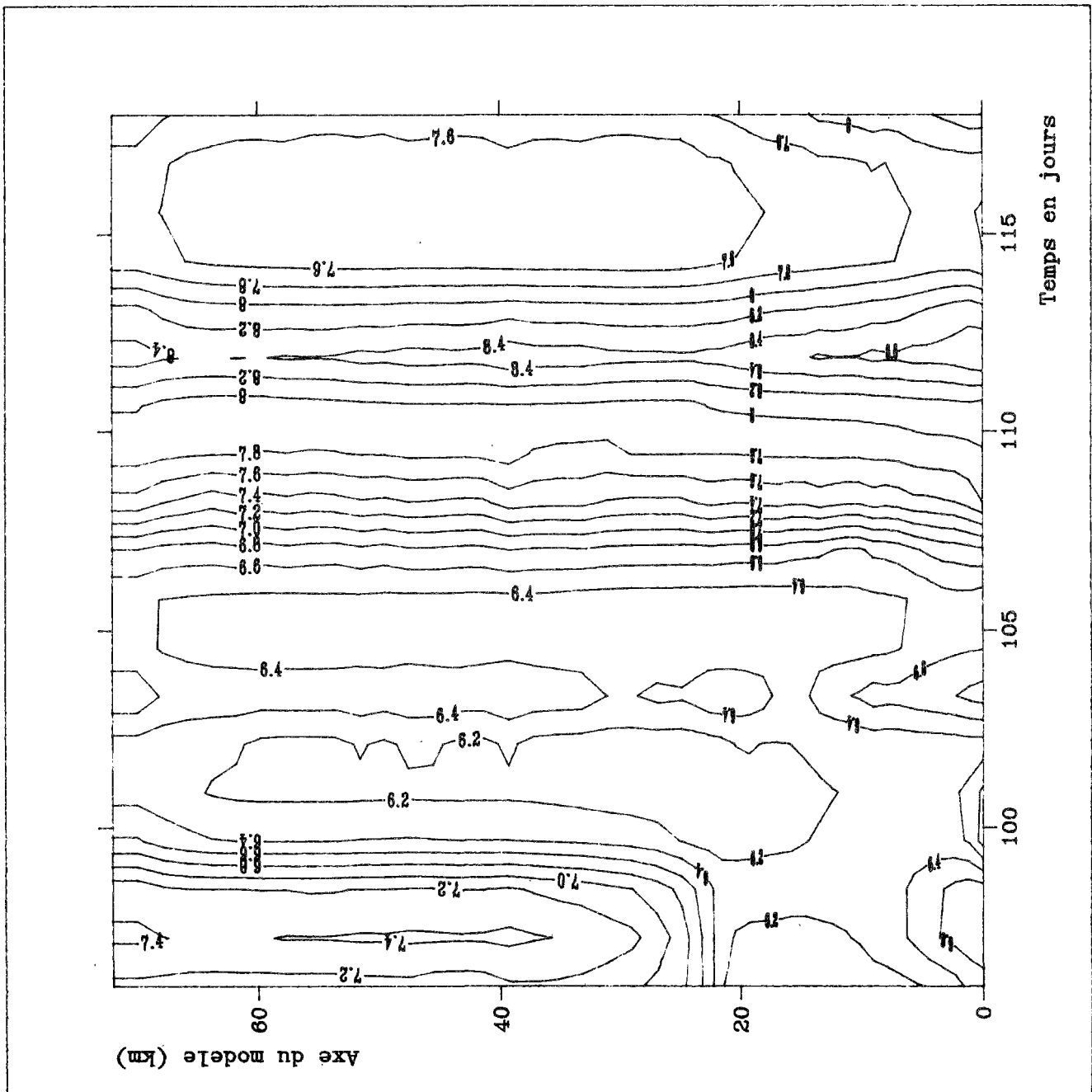


Figure 9.20: Isothermes de surface
entre le 18 Septembre et le 10 Octobre

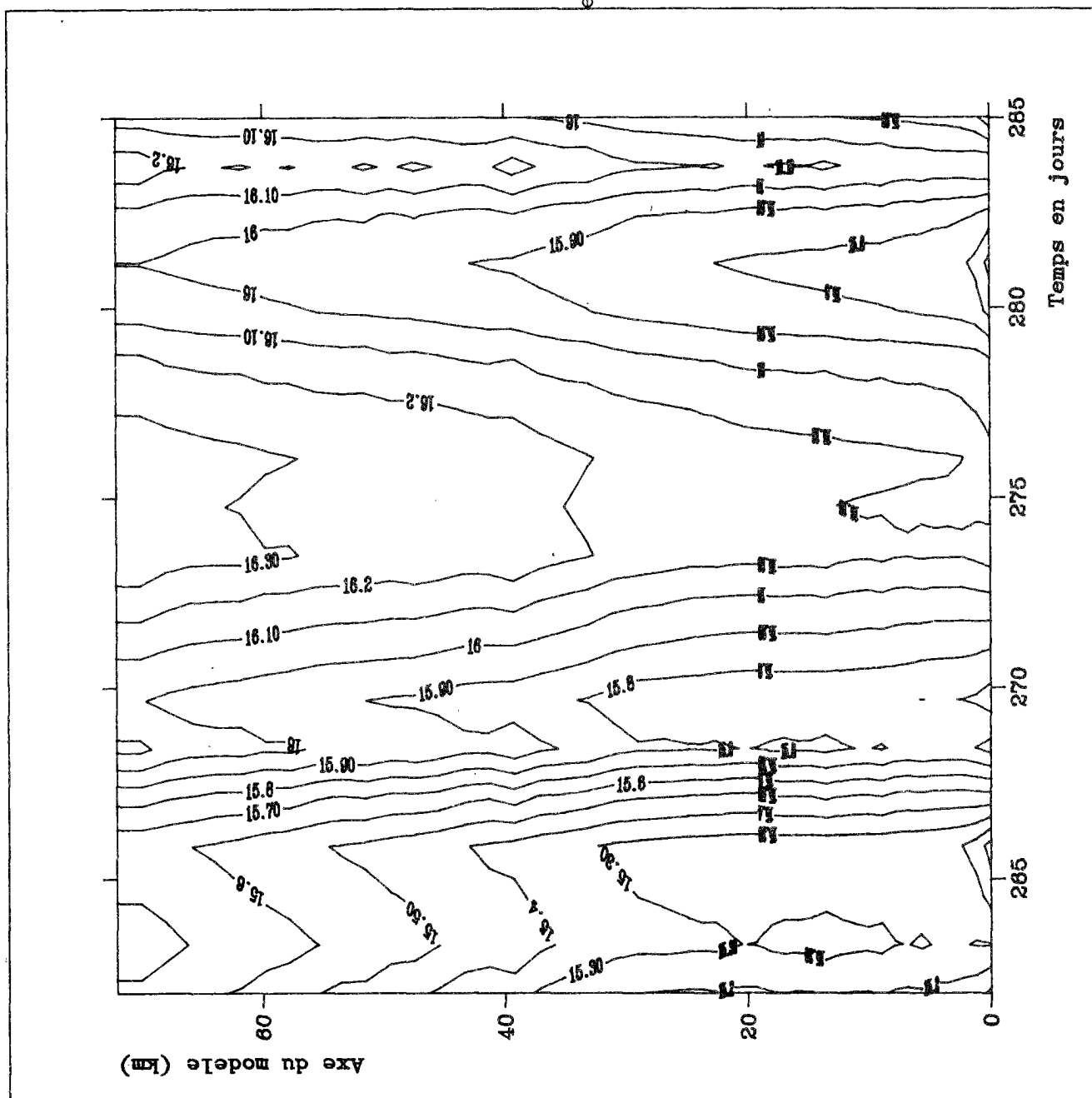
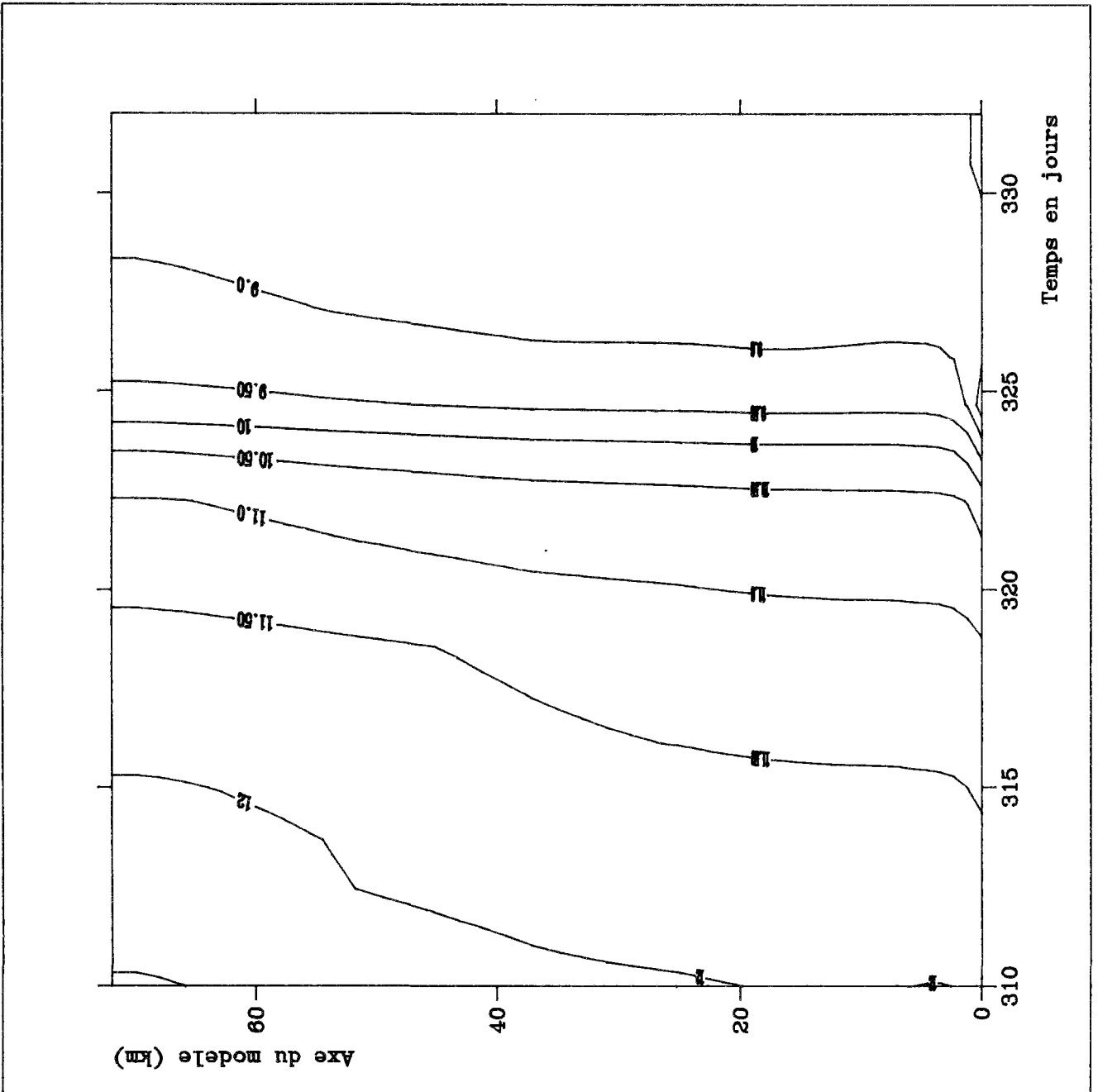


Figure 9.21: Isothermes de surface
entre le 17 et le 30 Novembre



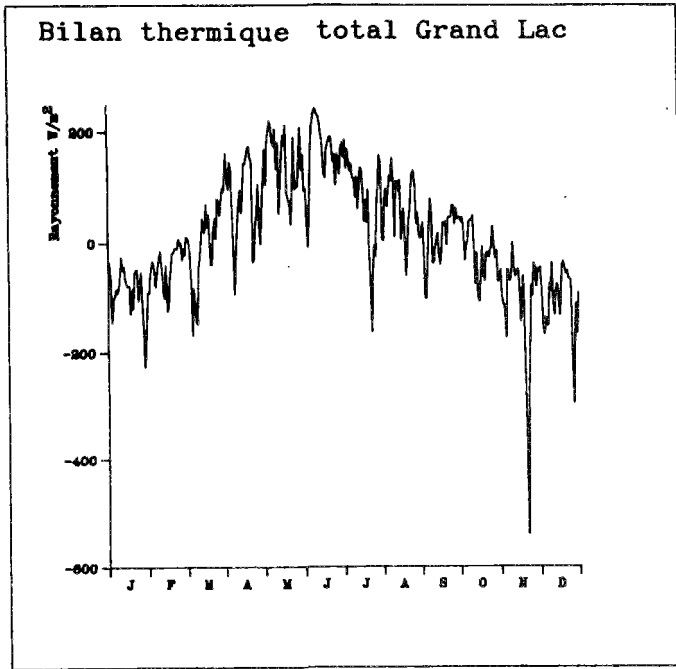


Figure 9.22: bilan thermique moyen journalier du Grand Lac

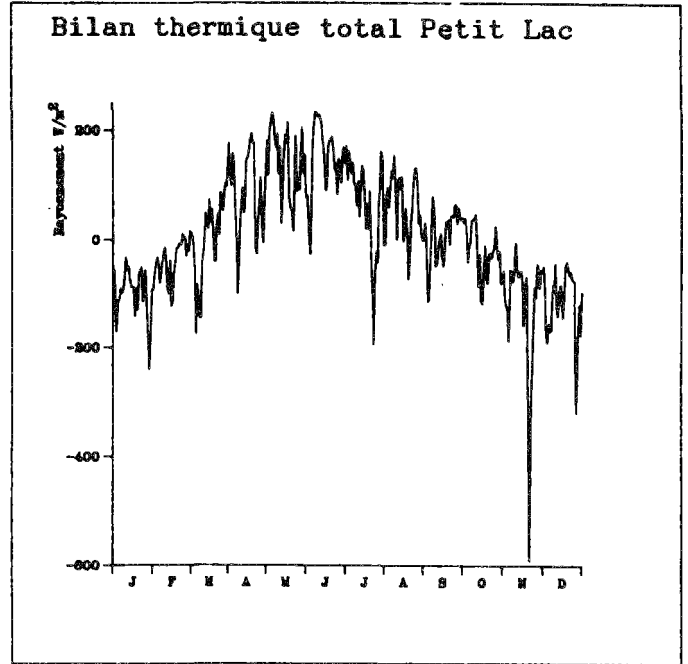


Figure 9.23: bilan thermique moyen journalier du Petit-Lac

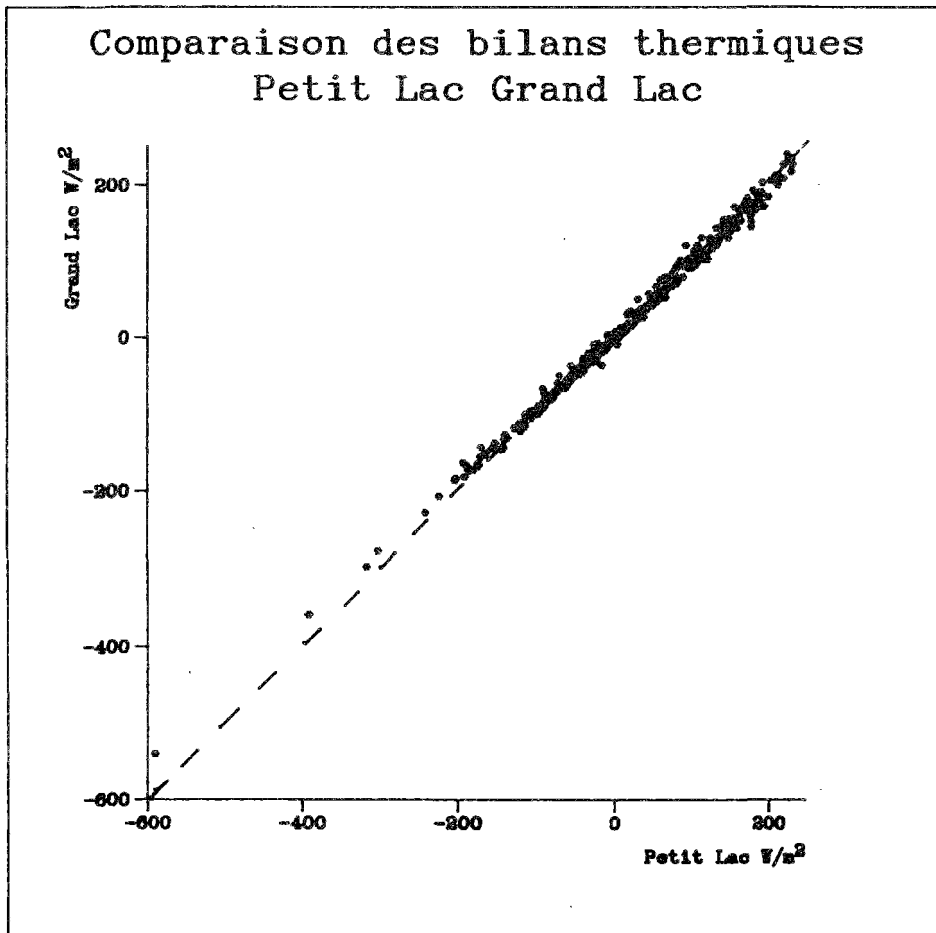


Figure 9.24: Comparaison des bilans thermiques moyens journaliers du Grand et du Petit Lac

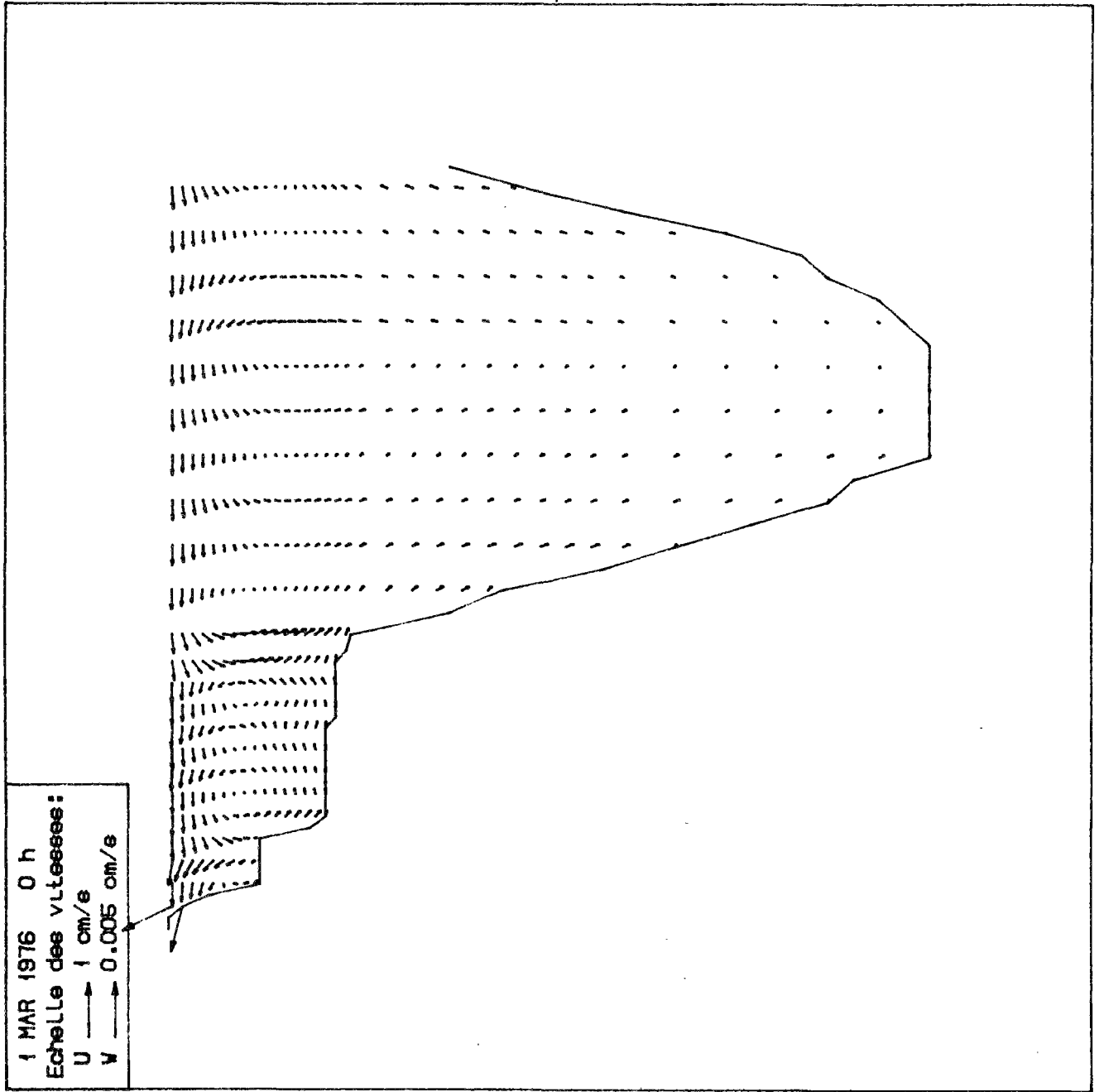


Figure 9.25: représentation des vitesses
calculées en fin d'hiver

28 APR 1976 18 h
Echelle des vitesses:
U → 10 cm/s
W → 0.02 cm/s

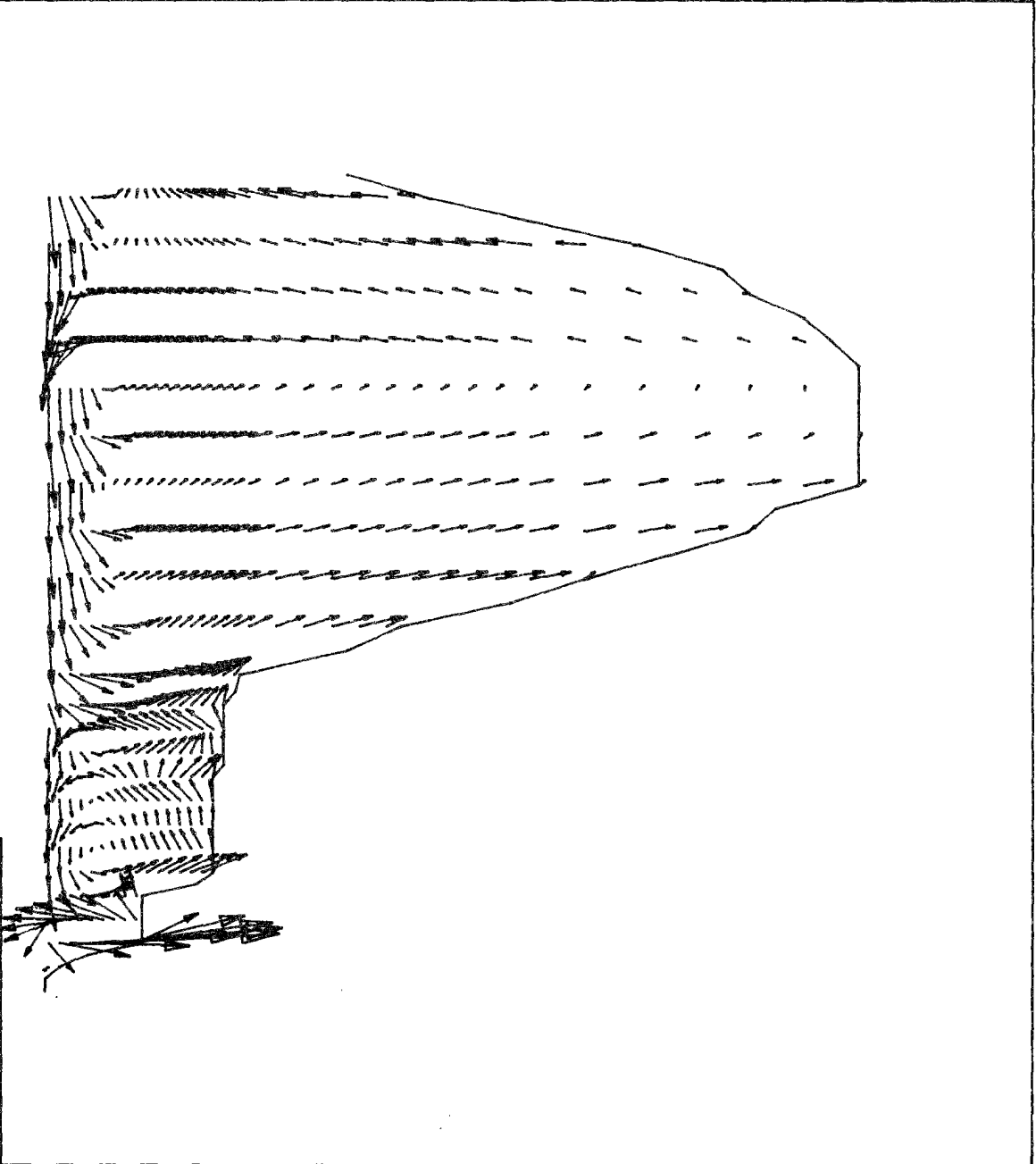


Figure 9.26: Représentation des vitesses
calculées en début de stratification
par vent fort

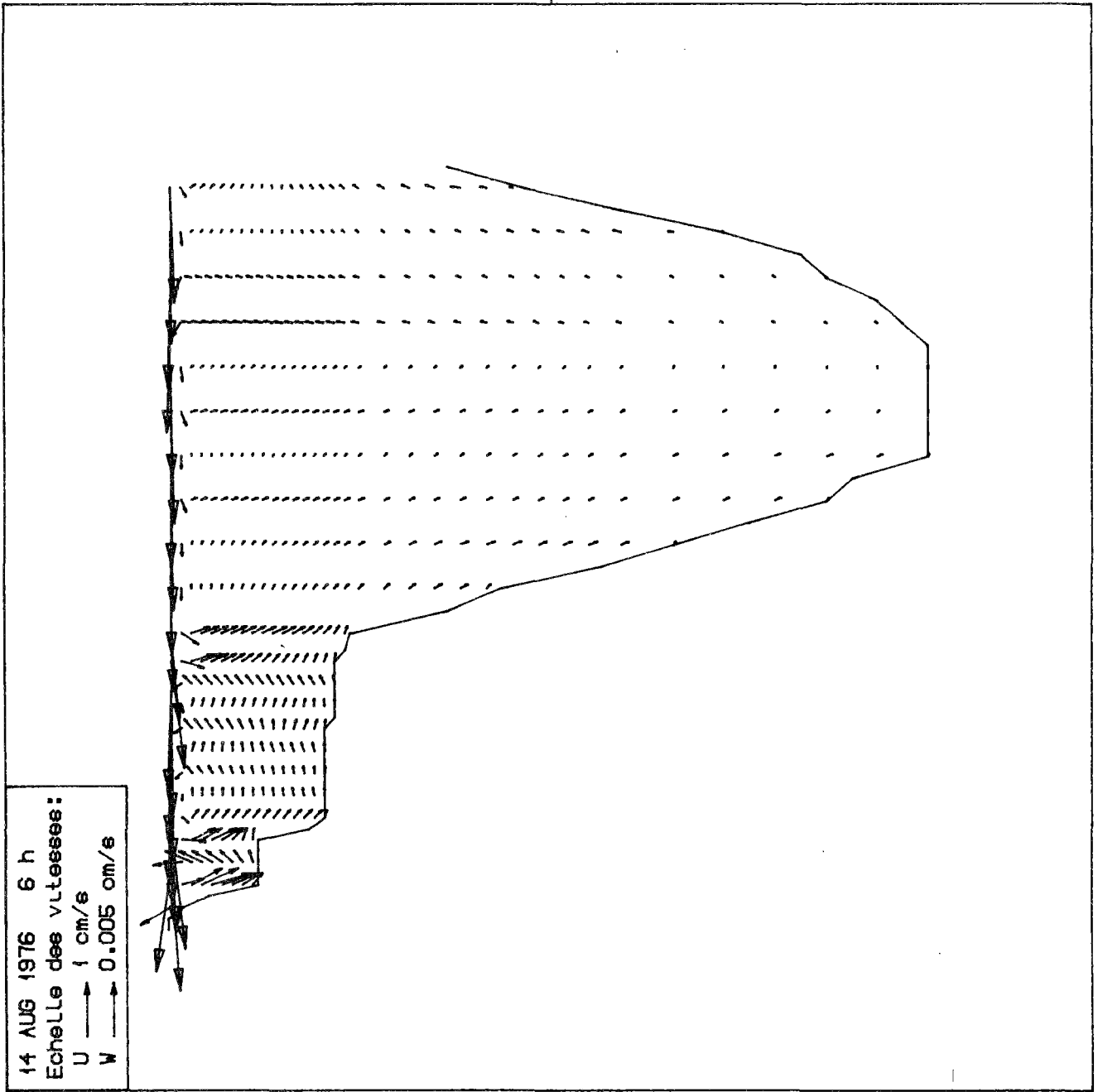


Figure 9.27: Représentation des vitesses calculées en période de stratification

11 DEC 1976 0 h
Echelle des vitesses:
U → 20 cm/s
W → 0.05 cm/s

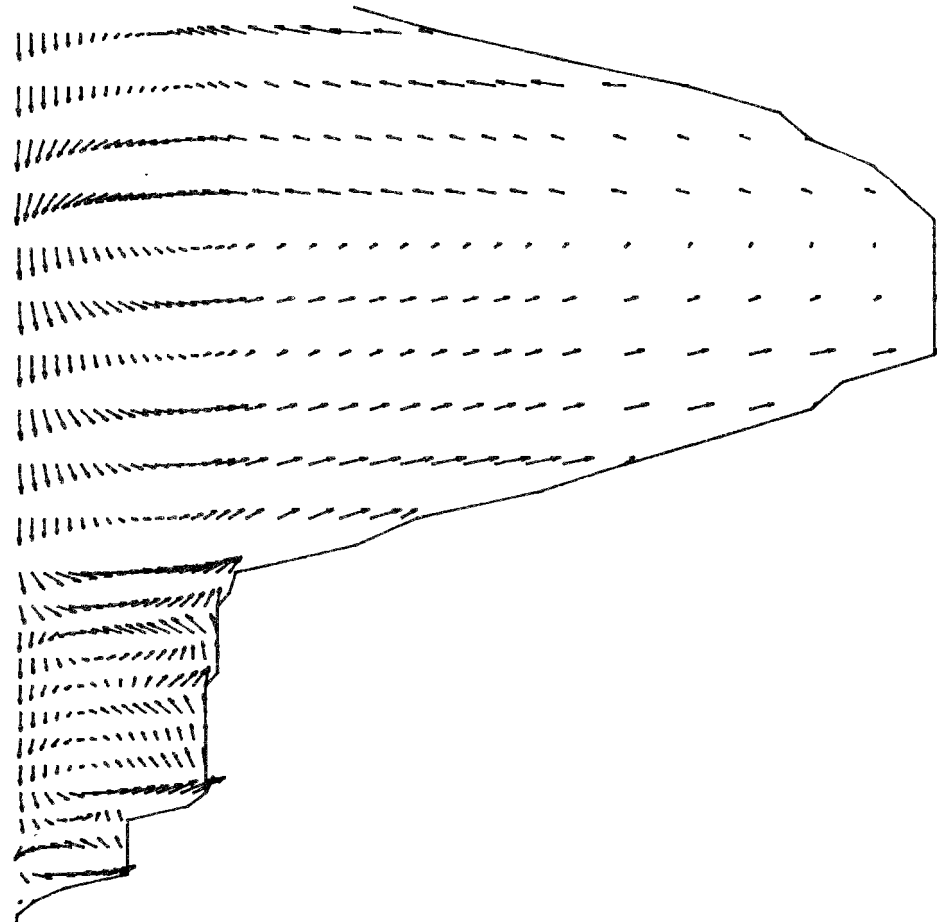


Figure 9.28: Représentation des vitesses calculées en début d'hiver

8 Mars Profil de vitesse horizontale

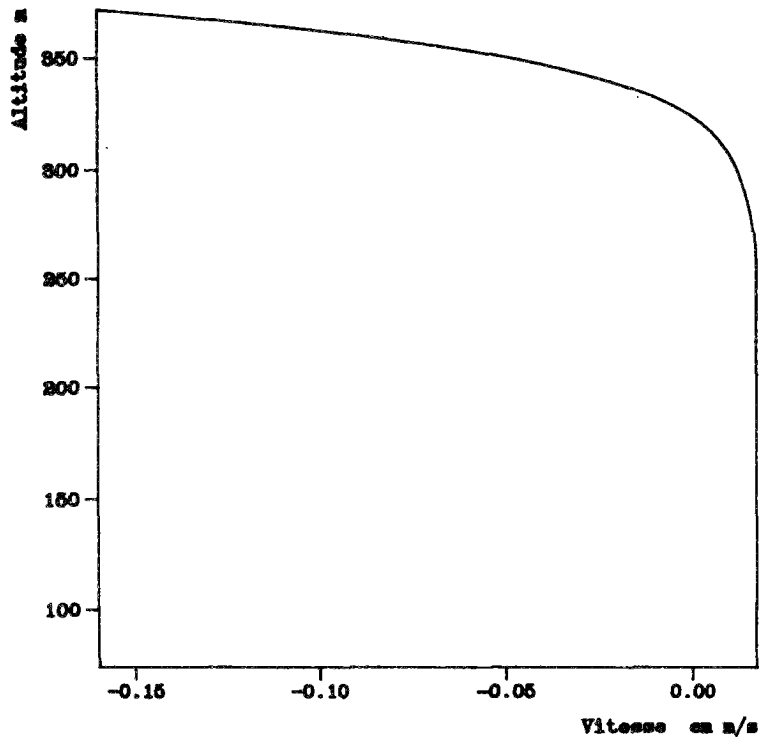


Figure 9.29: Profil de vitesse horizontale dans le Grand-Lac, en fin d'hiver. (modèle couplé sans convection)

25 Juillet Profil de vitesse horizontale

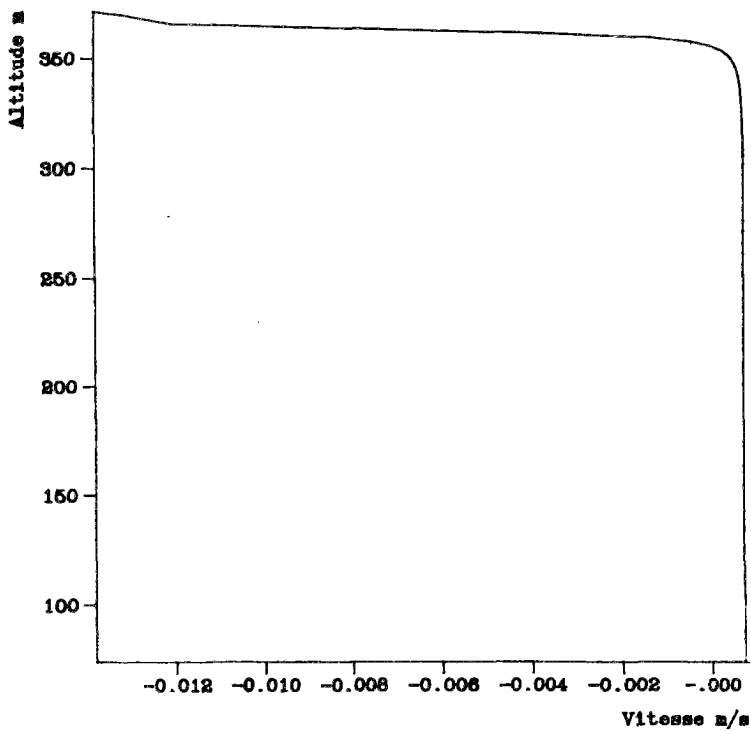


Figure 9.30: Profil de vitesse horizontale dans le Grand Lac, en période de stratification. (modèle couplé sans convection)

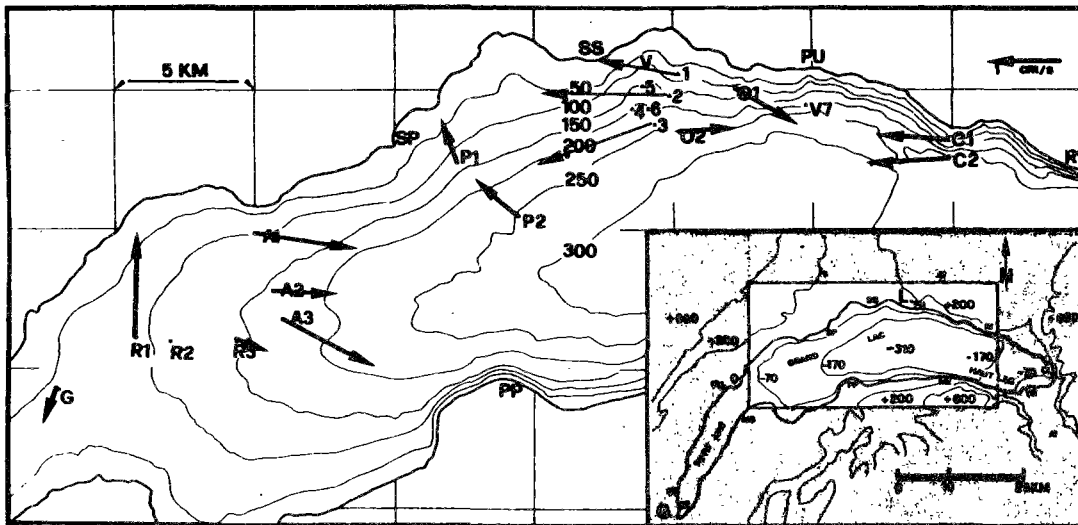


Figure 9.31: Courants moyens mesurés dans la zone de 15 à 18 m. de profondeur (d'après Bohle, 1986)

Dates des campagnes de mesures utilisées pour le calcul des courants moyens:

1ère campagne	du 17-10-81	au 30-03-82
2ème campagne	du 22-10-81	au 01-03-83
3ème campagne	du 17-10-83	au 06-03-84

La mesure des valeurs des vitesses sur cette figure donnent

au point G (voisin du Détroit de Promenthoux) 0.5 cm/s

au point 3 (proche de la plaine centrale, face à Lausanne) 1.6 cm/s

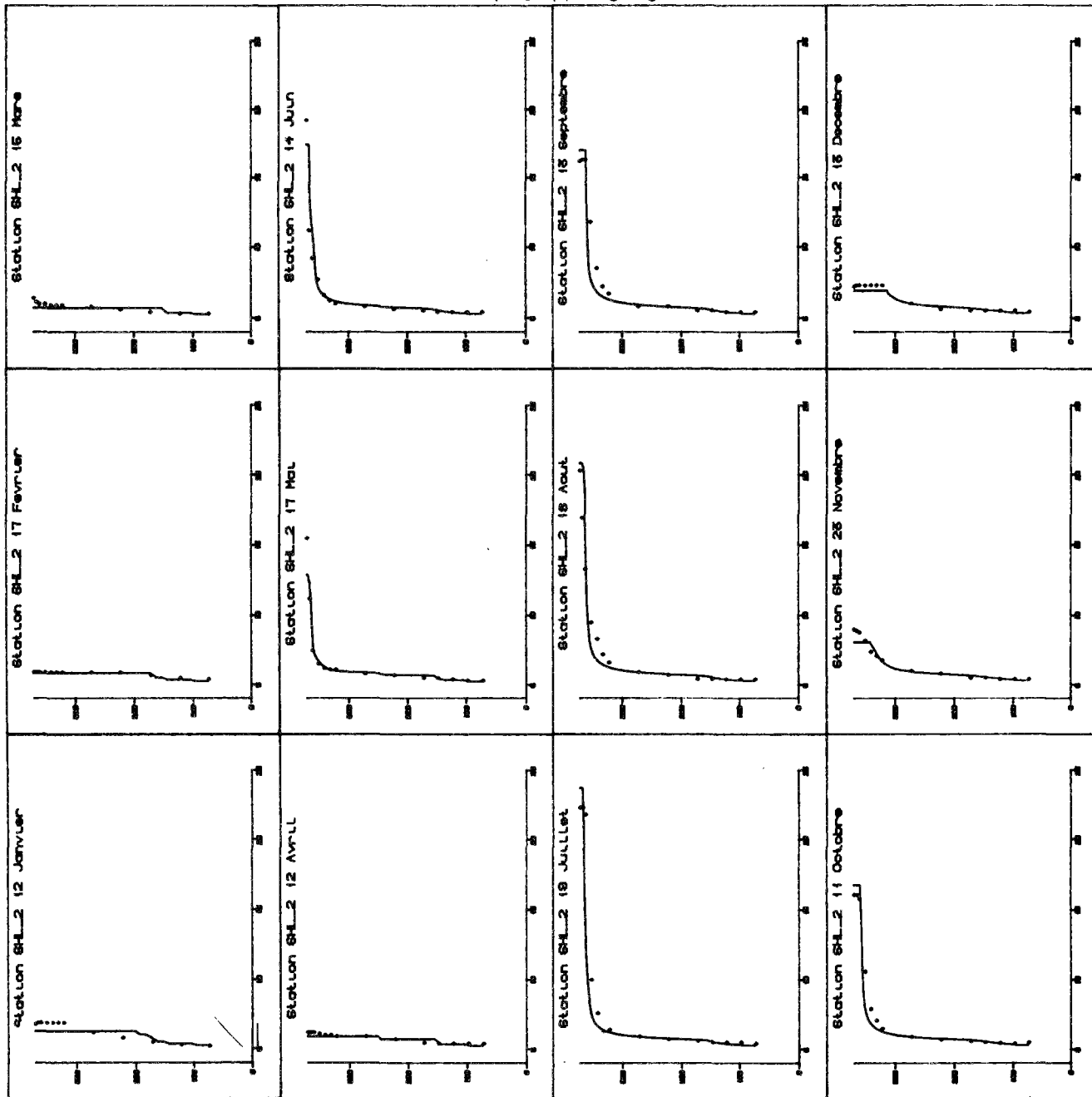


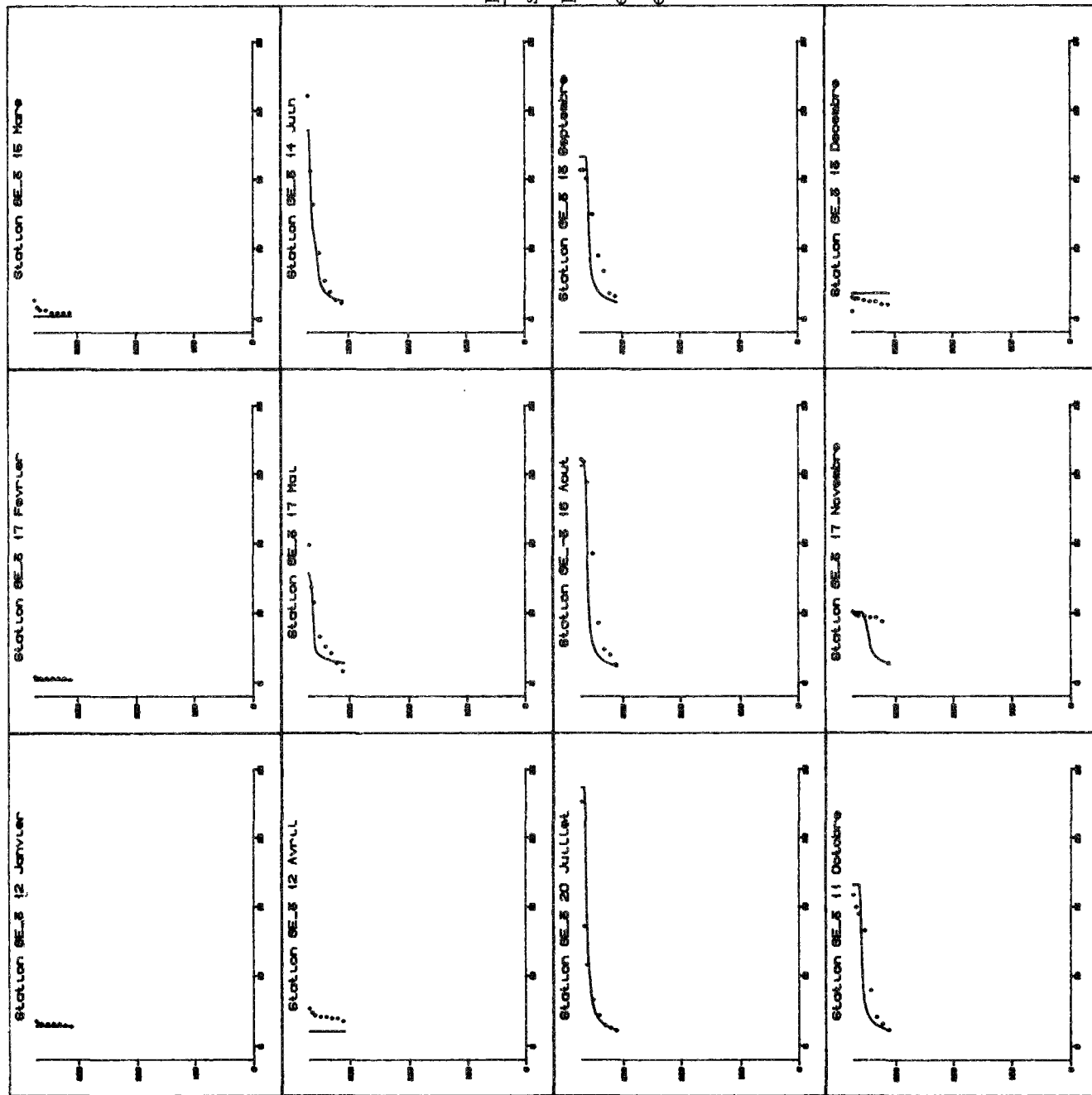
Figure 9.32: Station SHL-2, Année 1976
simulation de la température.

Résultats du modèle découplé.

échelle des abscisses de 4 à 25 °C

échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'Altitude

Figure 9.33: Station GE-3, Année 1976
 simulation de la température
 Résultats du modèle découplé
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'altitude



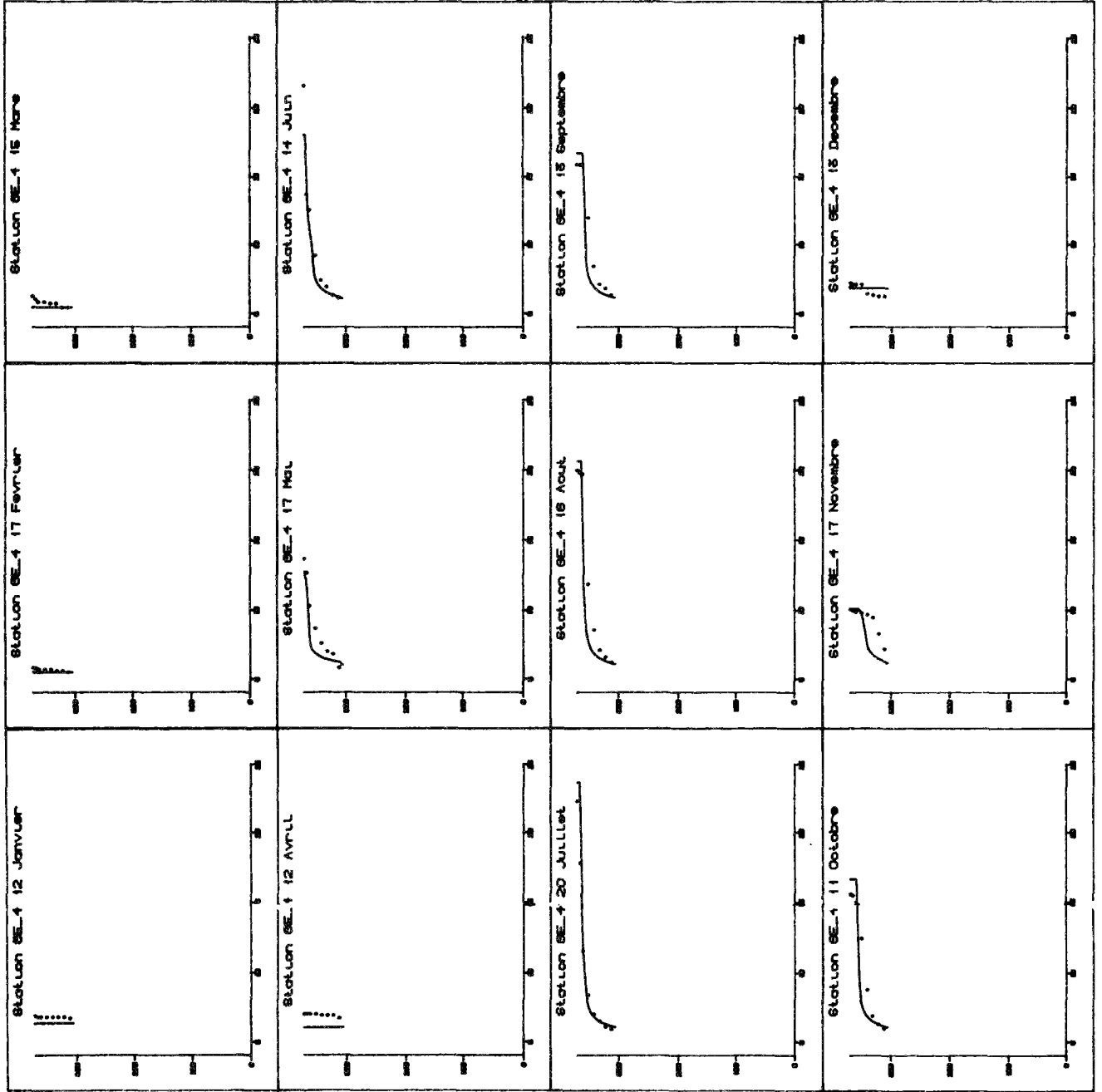


Figure 9.34: Station GE-4, Année 1976
 simulation de la température
 résultats du modèle découplé
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372m d'altitude

Profil de vitesse horizontale 8 Mars SHL-2

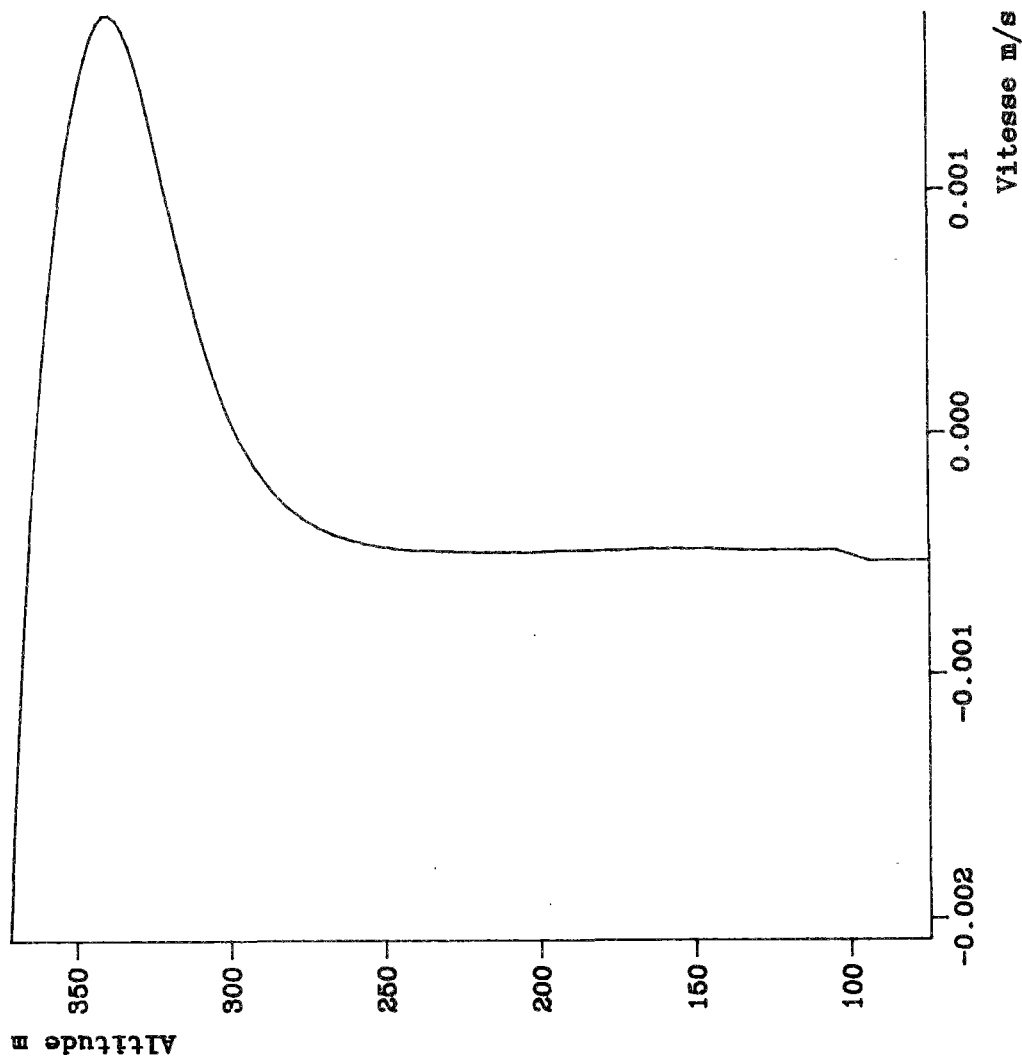


Figure 9.35: Profil de vitesse horizontal simulé, après un changement de la direction du vent. (Grand-Lac)
-modèle découplé-

1 MAR 1976 0 h
Echelle des vitesses:
U → 0.5 cm/s
W → 0.002 cm/s

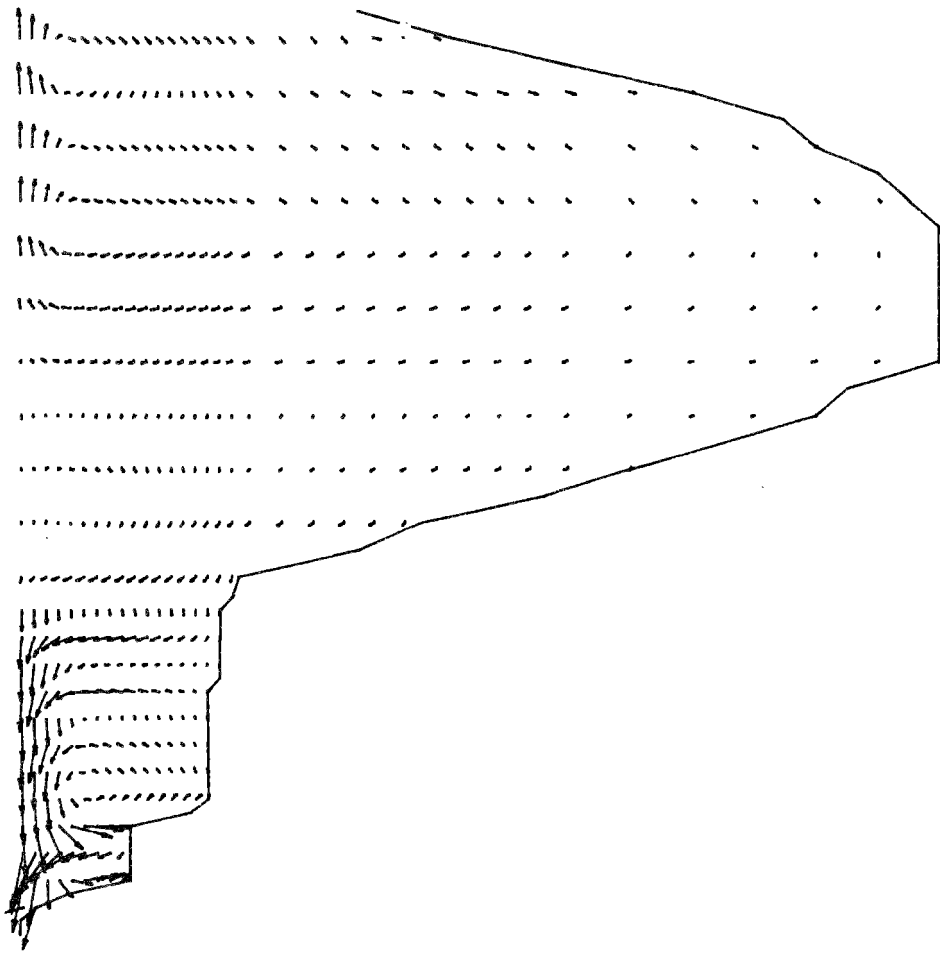


Figure 9.36: Profil de vitesse simulé
avec des conditions de vent différentes
d'un bout à l'autre du lac.
-modèle découplé-

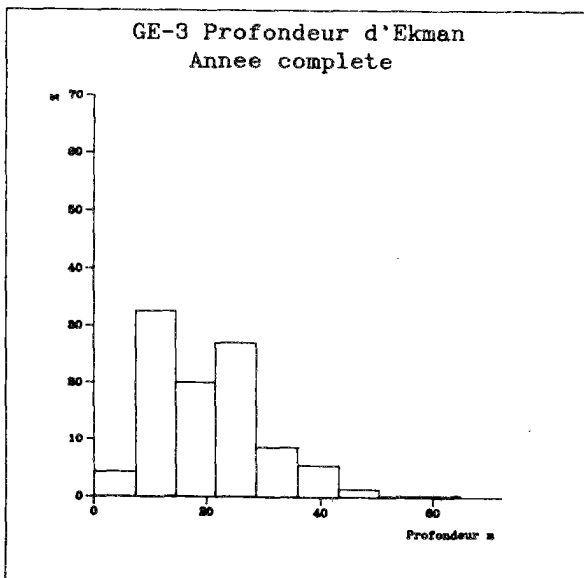
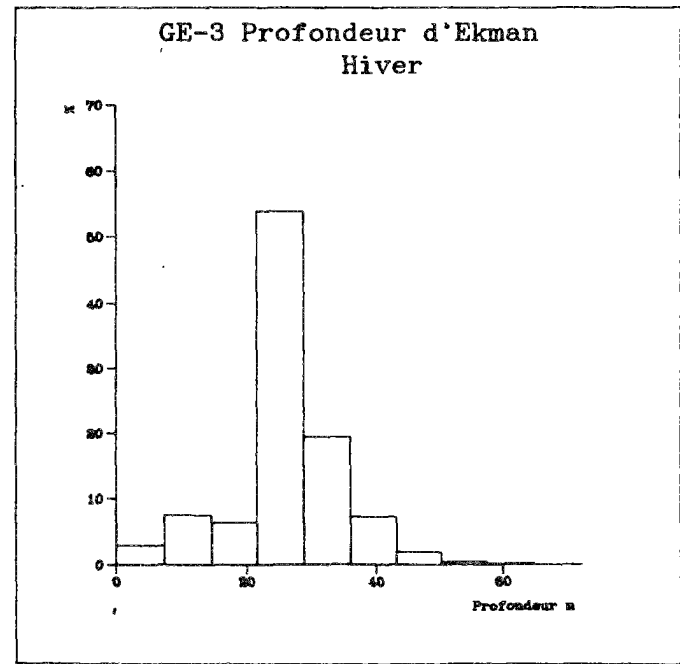
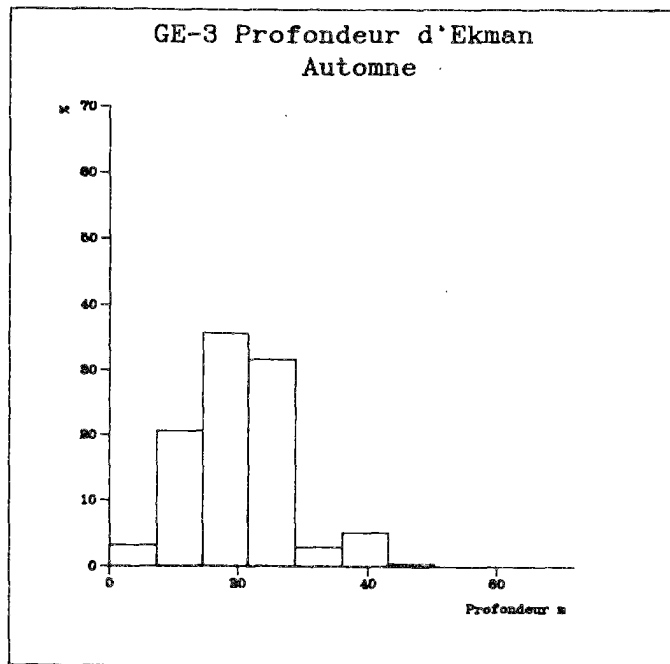
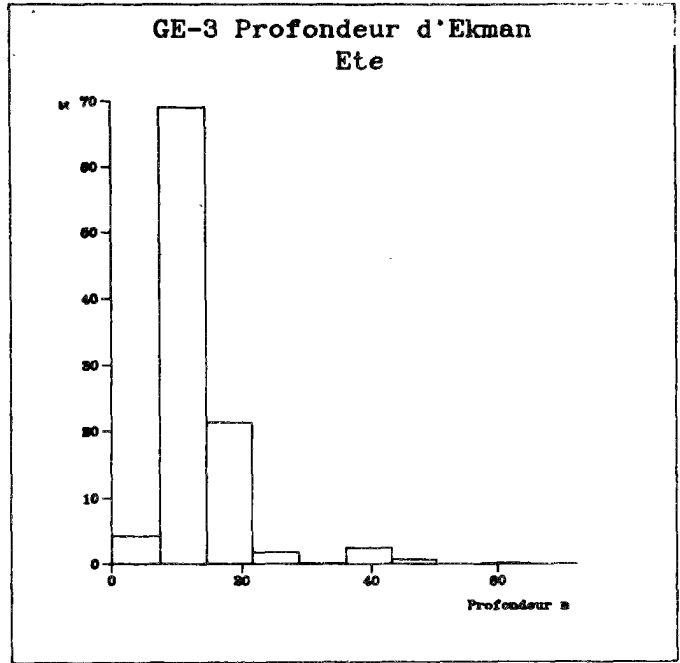
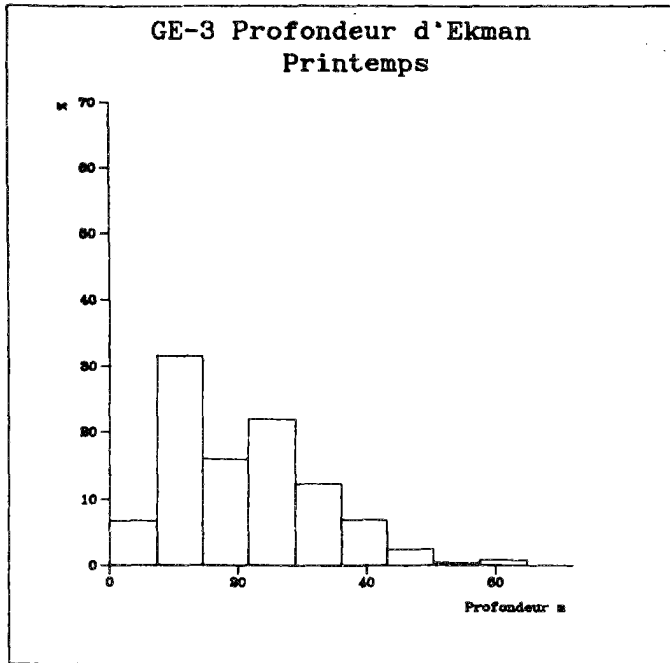


Figure 9.37: Histogrammes de la profondeur d'Ekman pour les différentes saisons et pour l'année complète.
Station du Petit-Lac GE-3

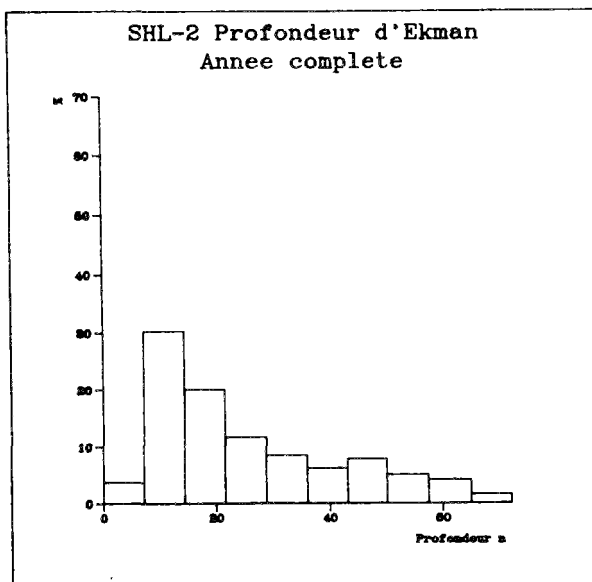
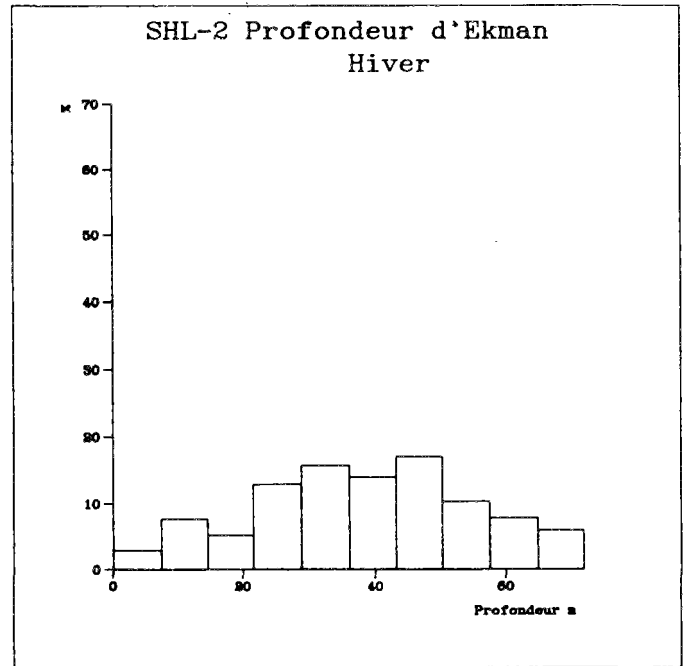
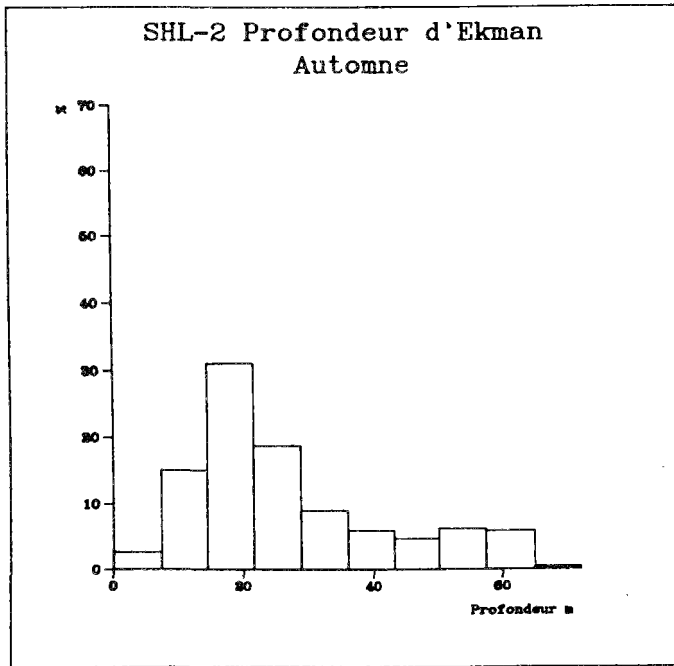
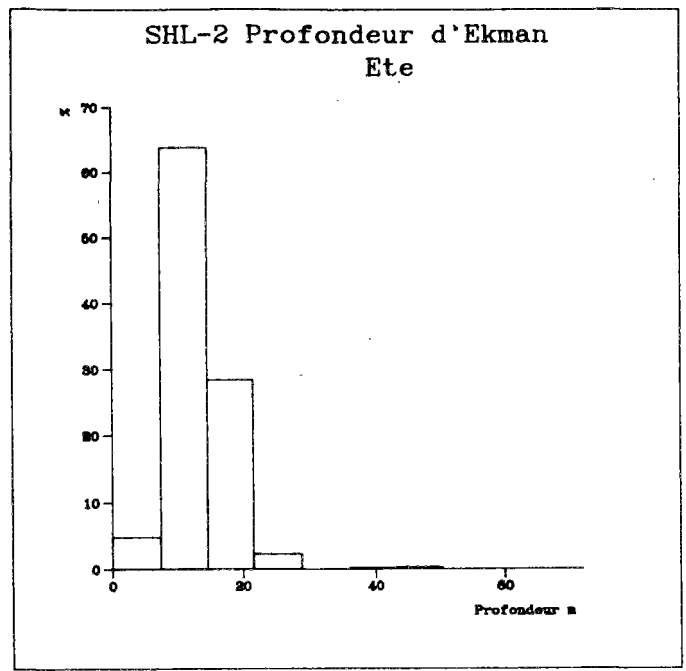
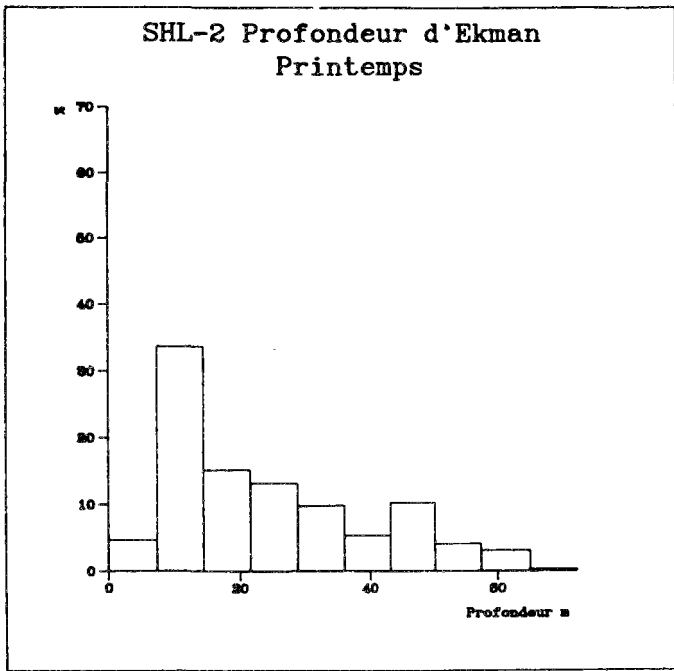


Figure 9.38: Histogrammes de la profondeur d'Ekman pour les différentes saisons et pour l'année complète.
Station du Grand-Lac SHL-2

Debit au dessus de la profondeur d'Ekman
SHL-2

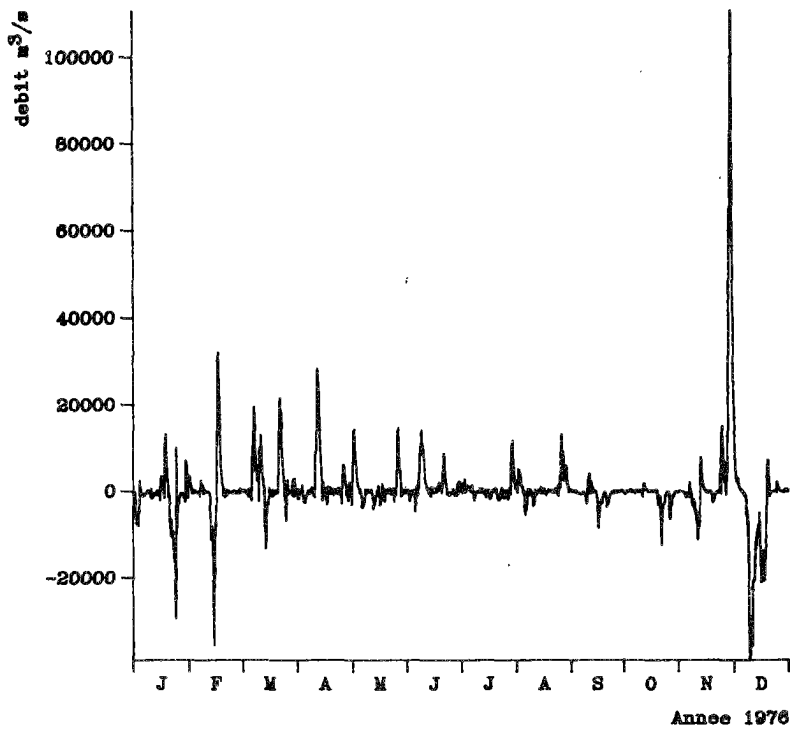


Figure 9.39: Evolution du débit
au dessus de la profondeur d'Ekman,
au point SHL2
-modèle découplé-

SHL-2 Histogramme des debits
au dessus de la profondeur d'Ekman

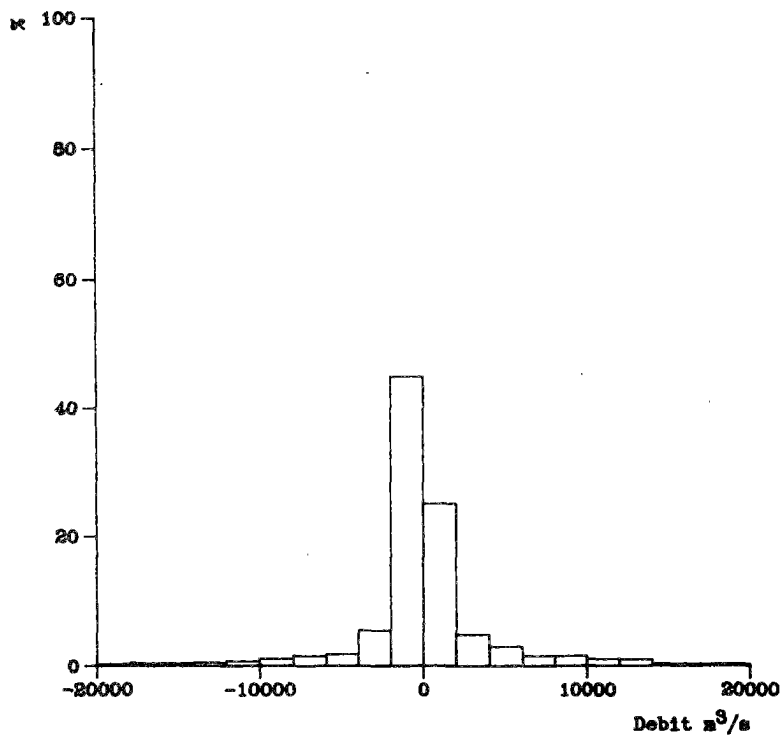


Figure 9.40: Histogramme du débit
au dessus de la profondeur d'Ekman
au point SHL-2
-modèle découplé-

Debit au dessus de la profondeur d'Ekman
GE-4

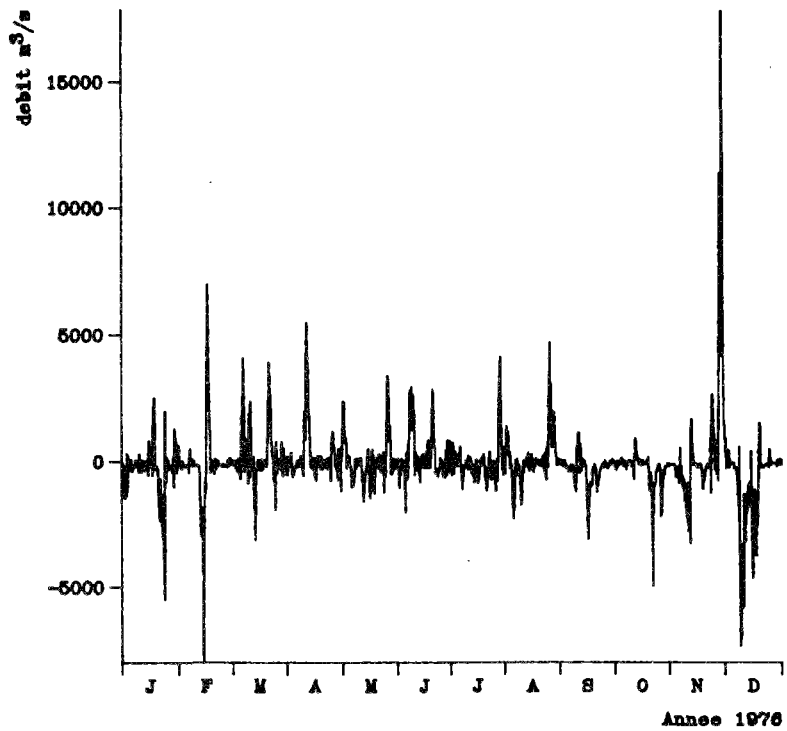


Figure 9.41: Evolution du débit
au dessus de la profondeur d'Ekman
près du Déroit de Promenthoux
-modèle découplé-

GE4 Histogramme des debits
au dessus de la profondeur d'Ekman

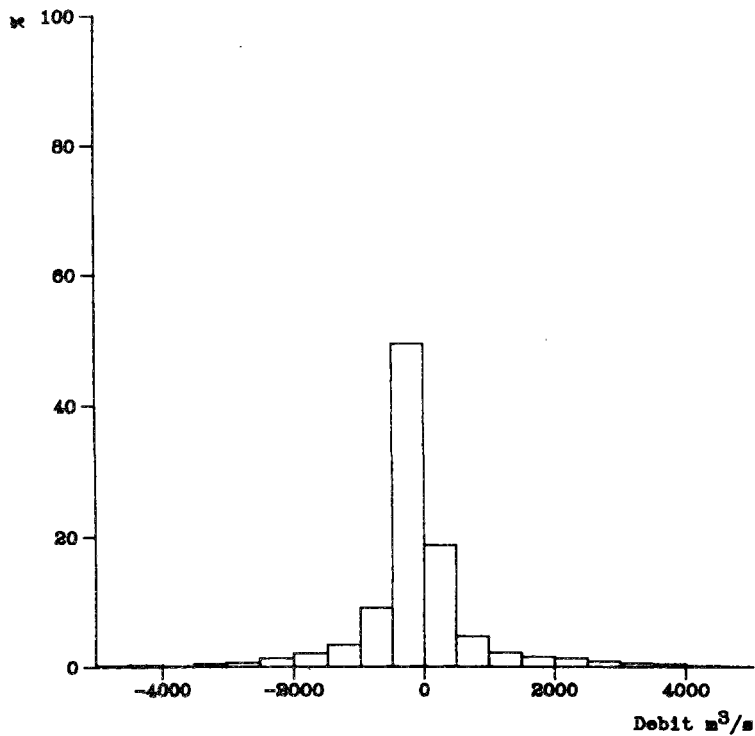


Figure 9.42: Histogramme du débit
au dessus de la profondeur d'Ekman
près du déroit de Promenthoux
-modèle découplé-

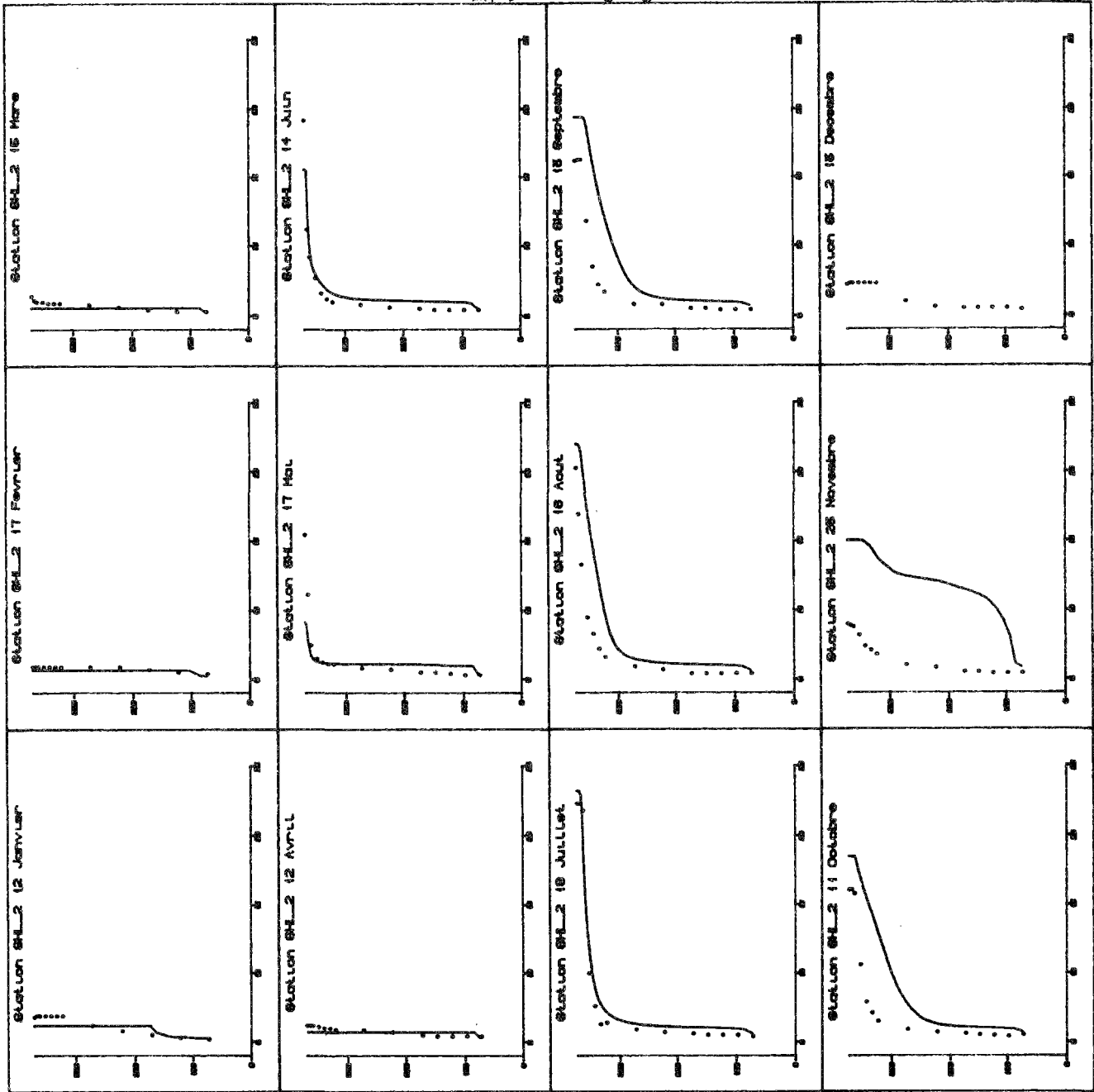


Figure 9.43: Modèle couplé avec convection
Valeurs simulées de la température à SHL-2

(... mesures , — modèle)

échelle des abscisses de 4 à 25 °C

échelle des ordonnées de 0 à 372m d'altitude

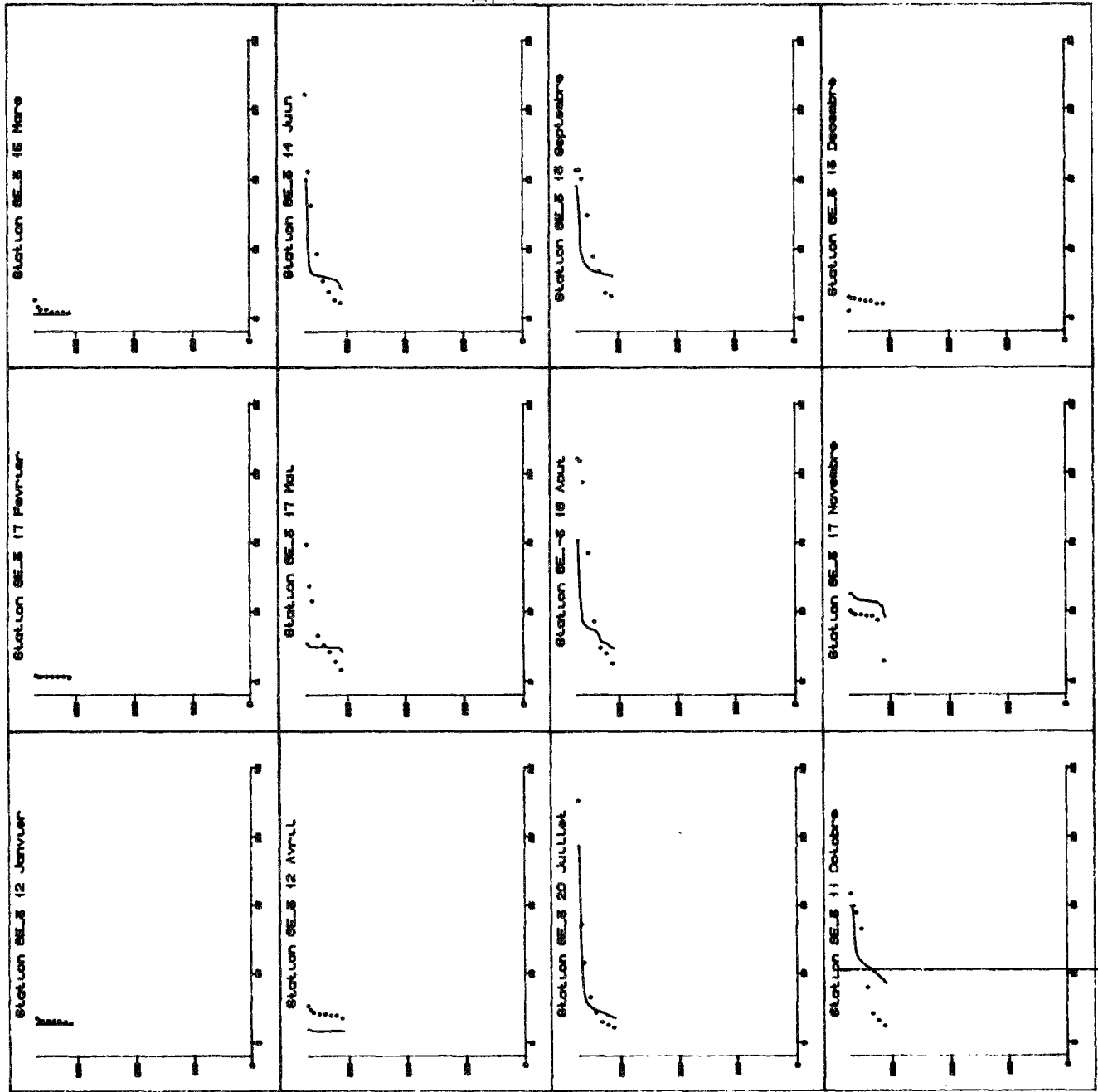


Figure 9.44: Modèle couplé avec convection
Valeurs simulées de la température à GE-3

(... mesures, — modèle)

échelle des abscisses de 4 à 25 °C

échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'altitude

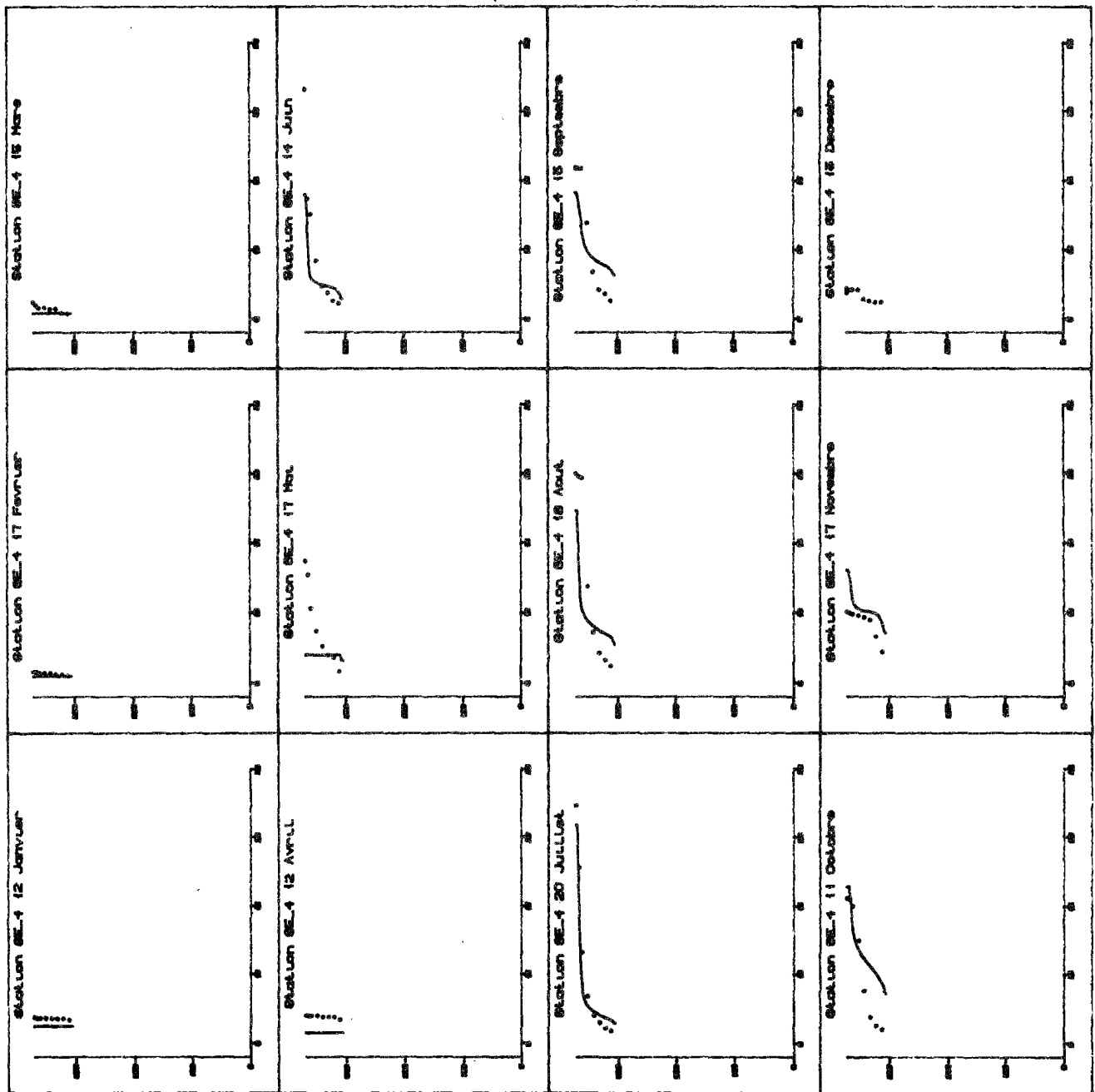


Figure 9.45: Modèle couplé avec convection
 Valeurs simulées de la température à GE-4
 (... mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'alt.

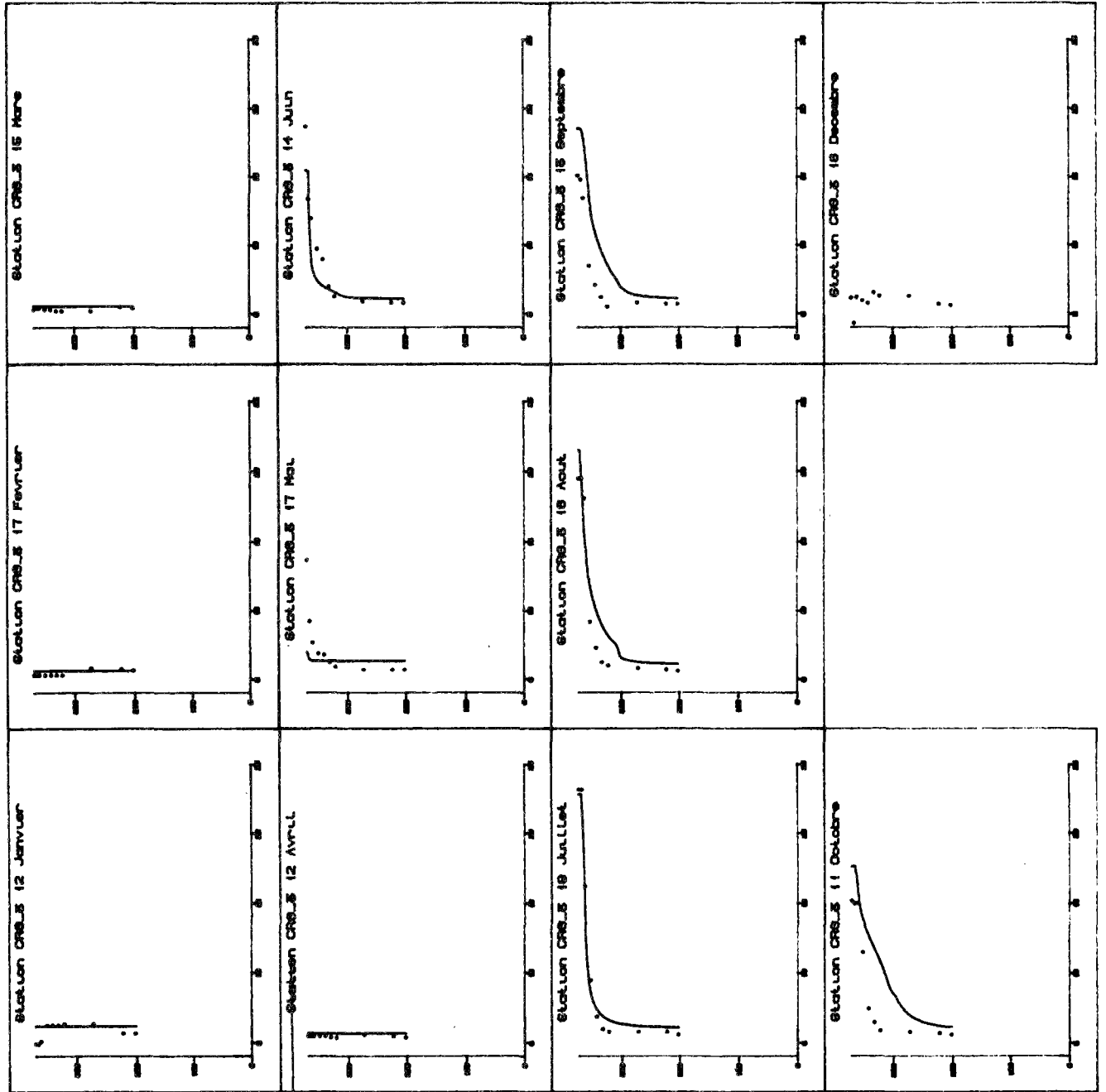


Figure 9.46: Modèle couplé avec convection
Valeurs simulées de la température à CRG-3

(... mesures, — modèle)

échelle des abscisses de 4 à 25 °C

échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'alt.

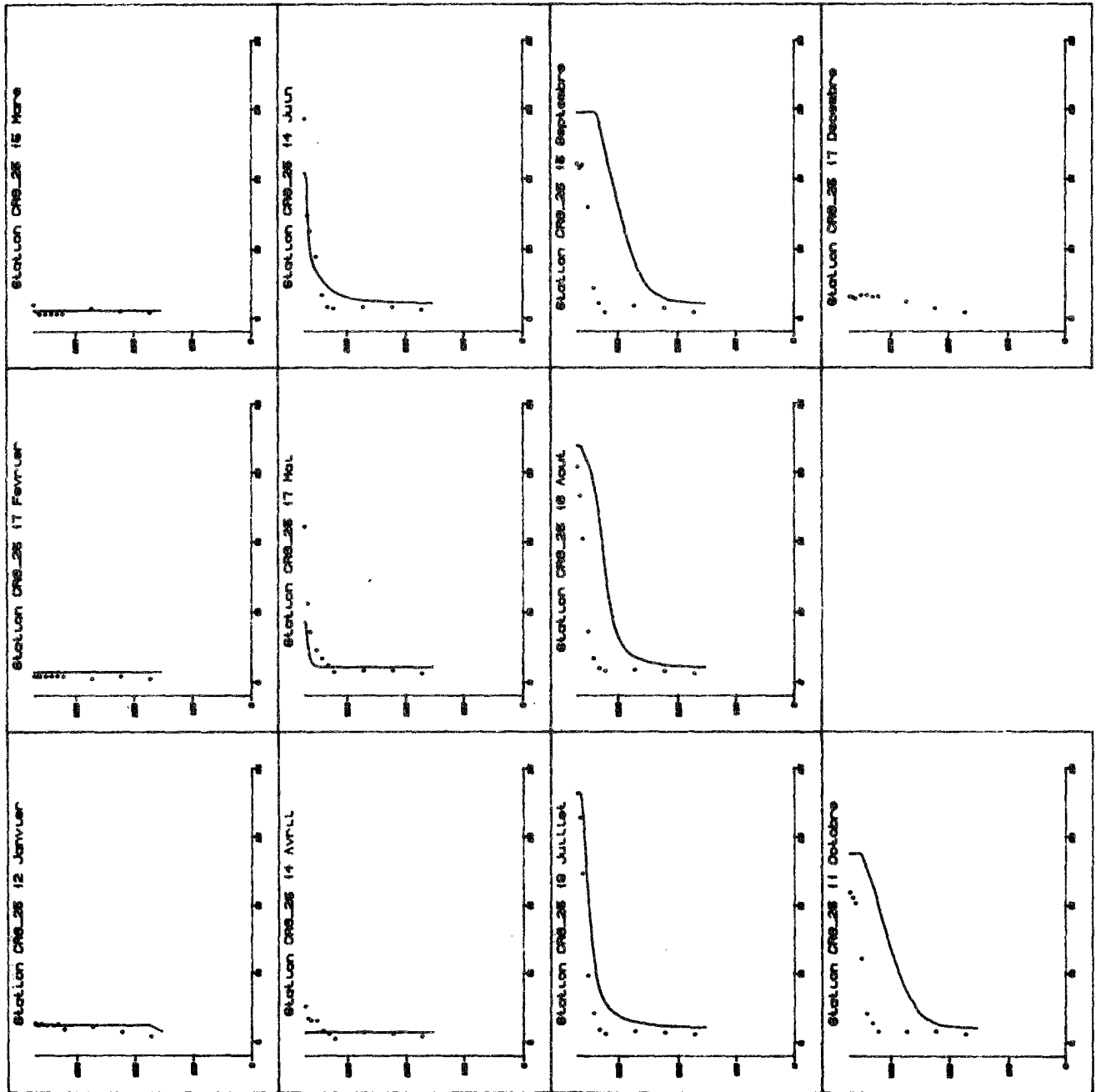


Figure 9.47: Modèle couplé avec convection
 Valeurs simulées de la température à CRG-23
 (...mesures, — modèle)
 échelle des abscisses de 4 à 25 °C
 échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'alt.

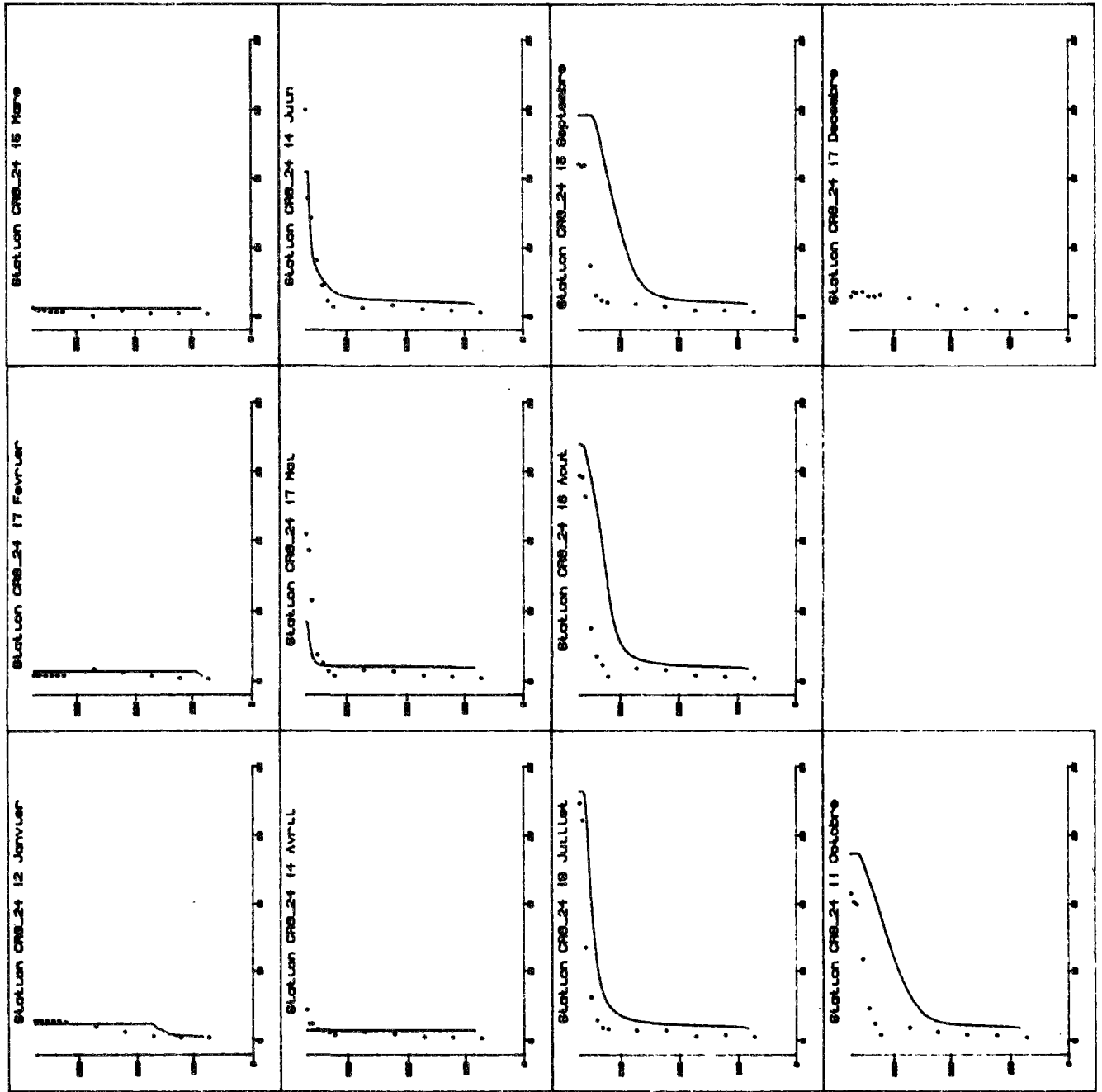


Figure 9.48: Modèle couplé avec convection
Valeurs simulées de la température à CRG-24
(... mesure, — modèle)

échelle des abscisses de 4 à 25 °C

échelle des ordonnées de 0 à 372 m d'alt.

25 Juillet Profil de vitesse horizontale

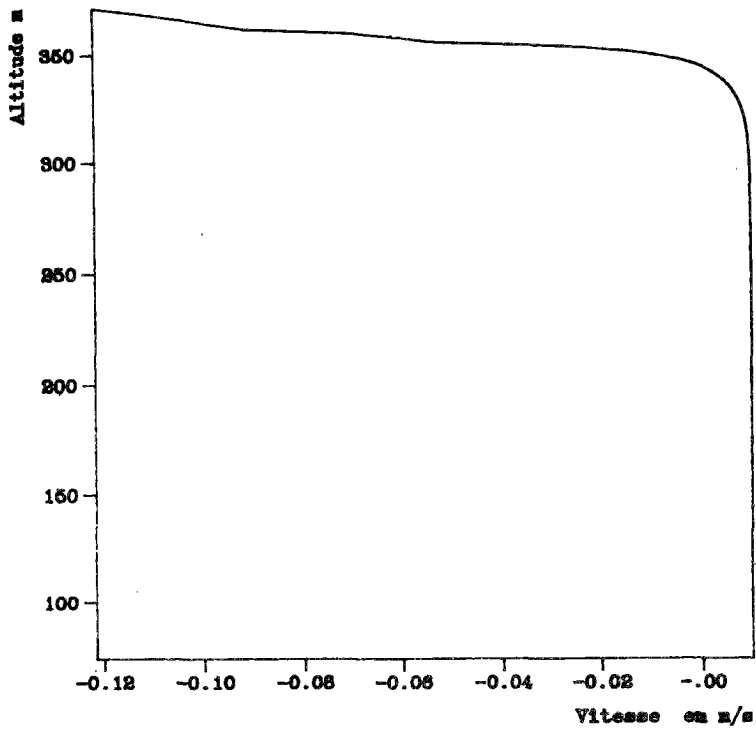


Figure 9.49: Profil simulé de vitesse horizontale, en période de stratification
-modèle couplé avec convection-

25 Juillet Profil de vitesse horizontale Partie supérieure

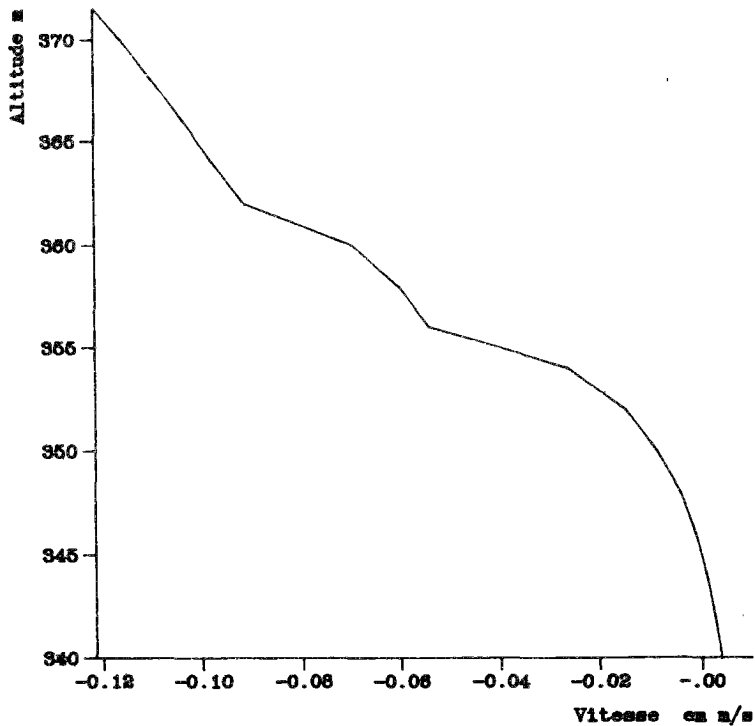


Figure 9.50: Détail du profil de vitesse précédent, partie supérieure
-modèle couplé avec convection-

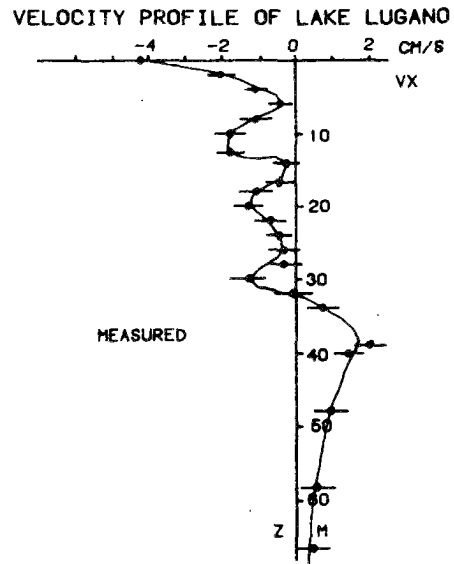


Figure 9.51: Profil de vitesse mesuré sur le lac de Lugano en période de stratification, par vent faible

(d'après Bozzolo et al; 1983)

1 MAR 1976 0 h
Echelle des vitesses:
U → 1 cm/s
W → 0.005 cm/s

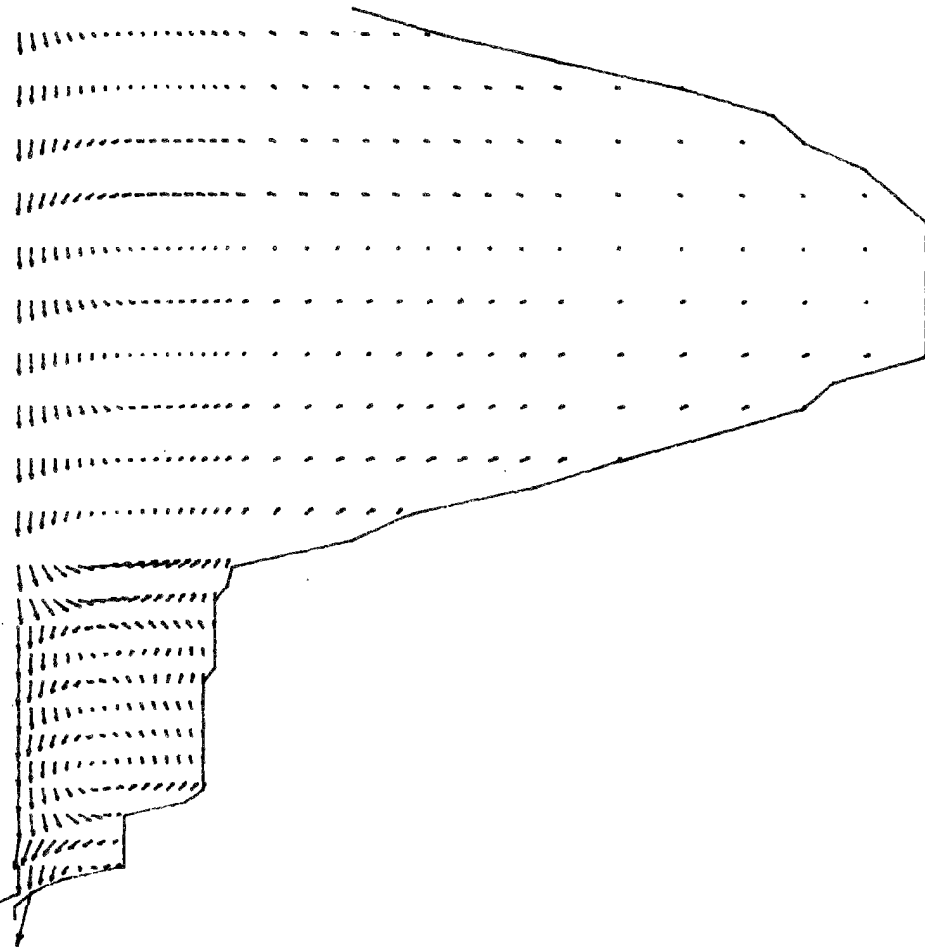


Figure 9.52: profil de vitesses simulé
-modèle couplé avec convection-
Période de fin d'Hiver

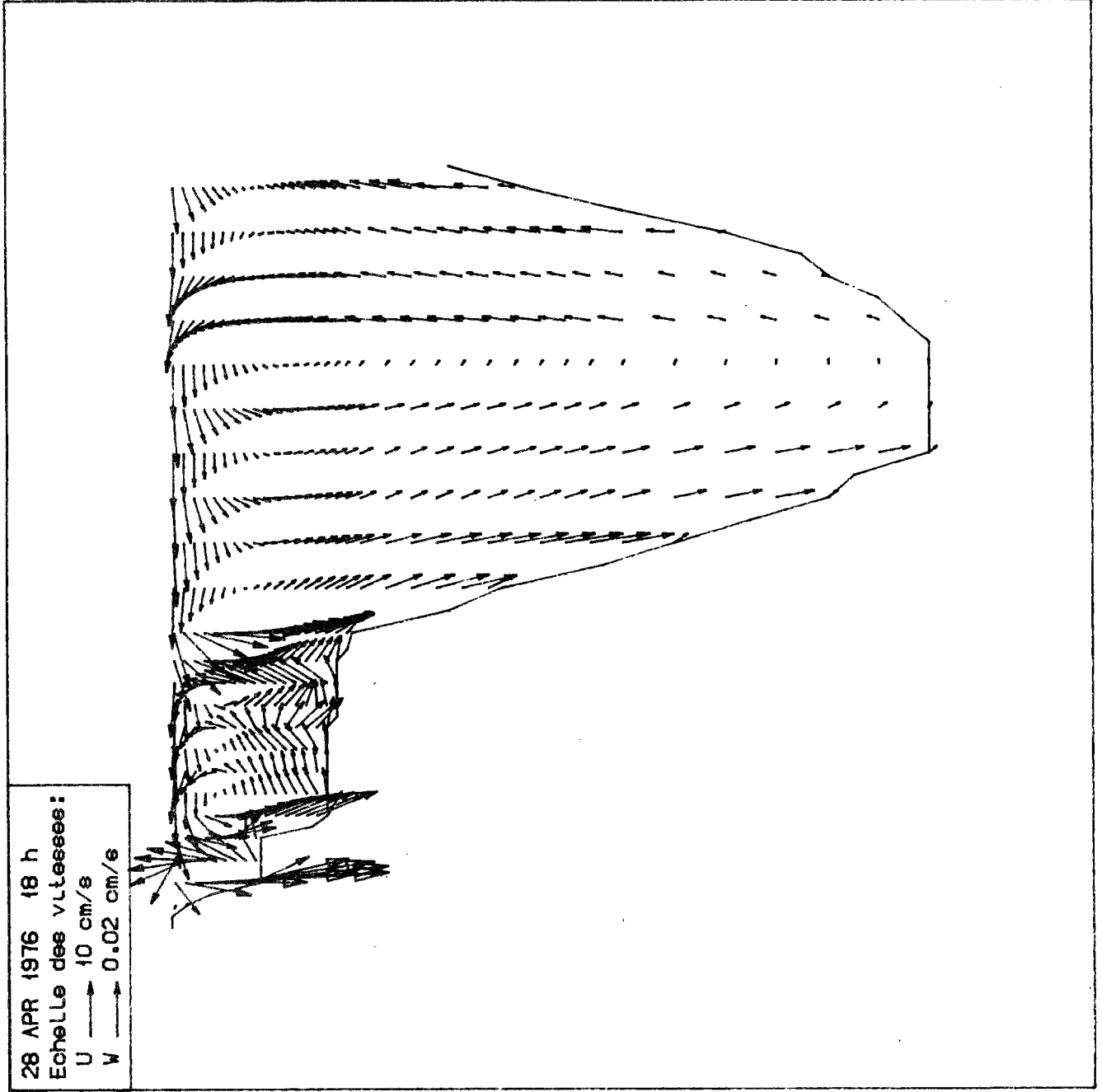


Figure 9.53: profil de vitesse simulé
-modèle couplé avec convection-
Période de début de stratification

14 AUG 1976 6 h
Echelle des vitesses:
U → 1 cm/s
W → 0.005 cm/s

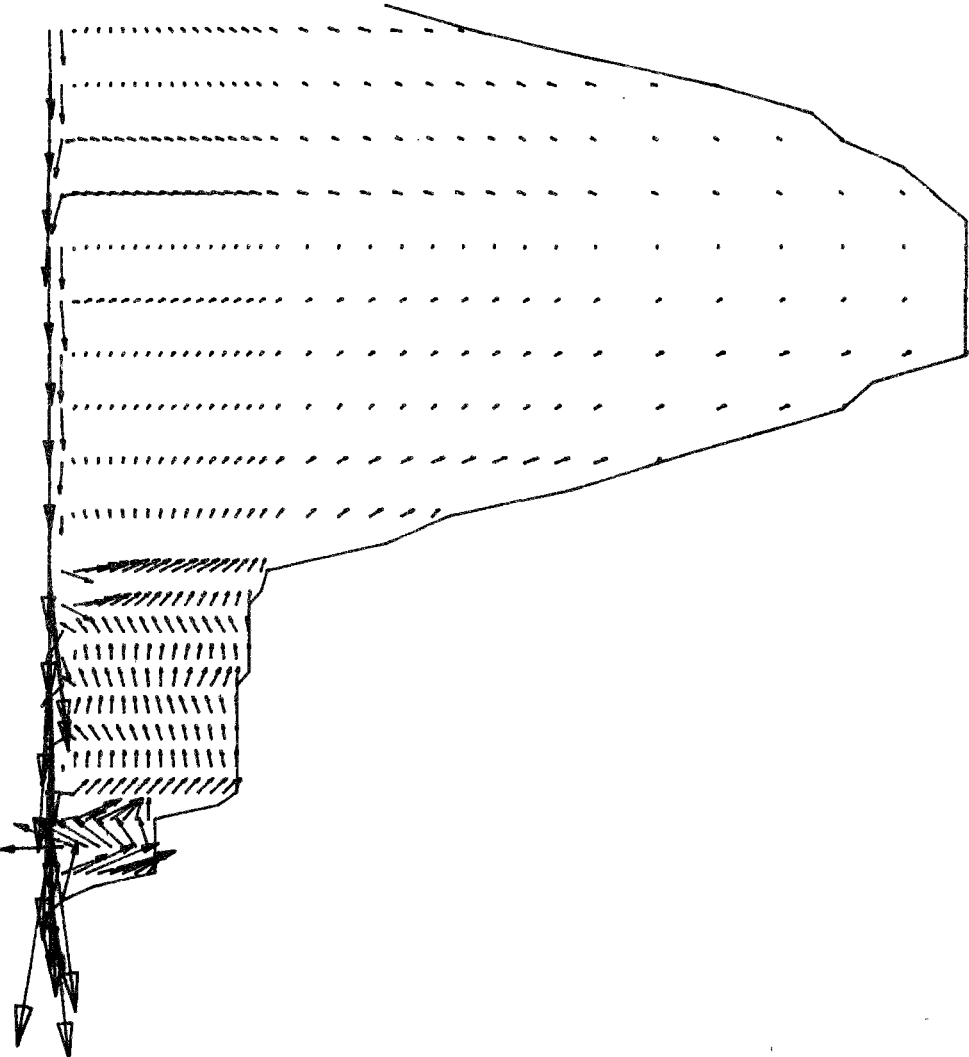


Figure 9.54: profil de vitesse simulé
-modèle couplé avec convection-
Période de stratification thermique

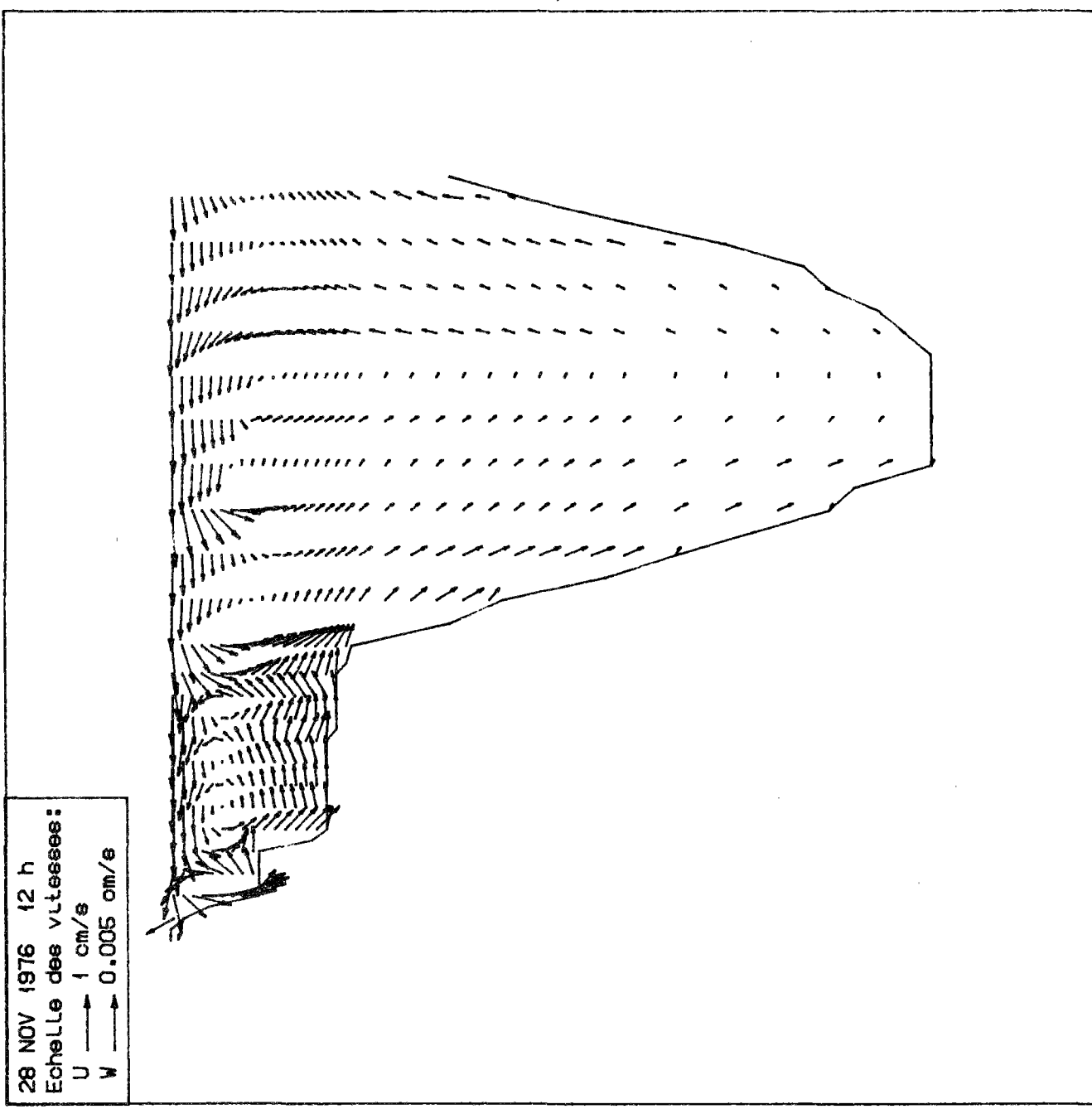
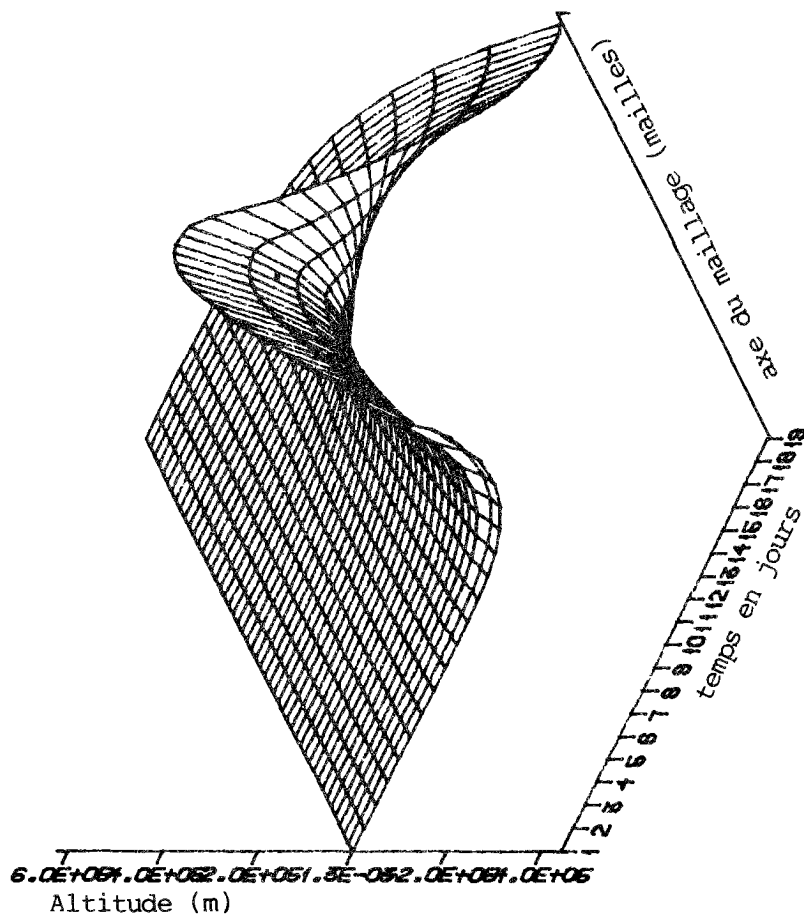


Figure 9.55: profil de vitesse simulé
-modèle couplé avec convection-
période de début de déstratification

Figure 9.56: Evolution de la surface libre, au moment de la stratification. (modèle couplé, avec Coriolis; pas de temps de 3 heures)



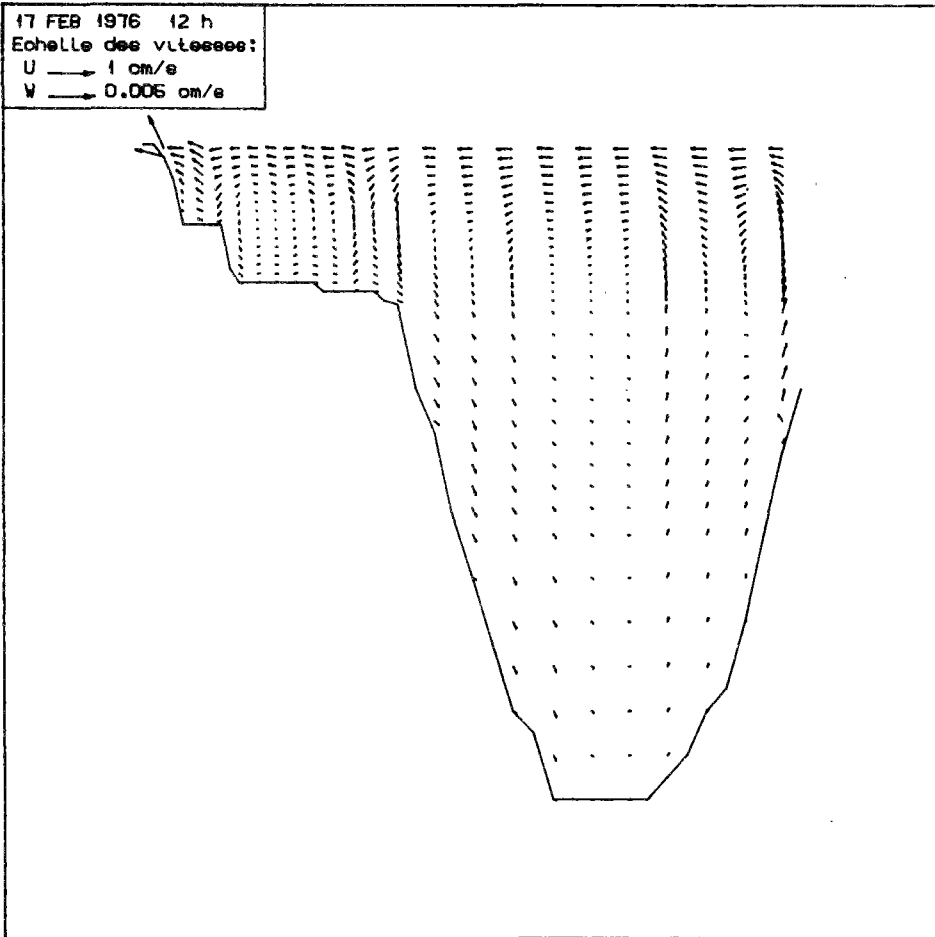


Figure 9.57: Champ des vitesses;
 modèle couplé avec Coriolis
 pas de temps de 0.3 heures

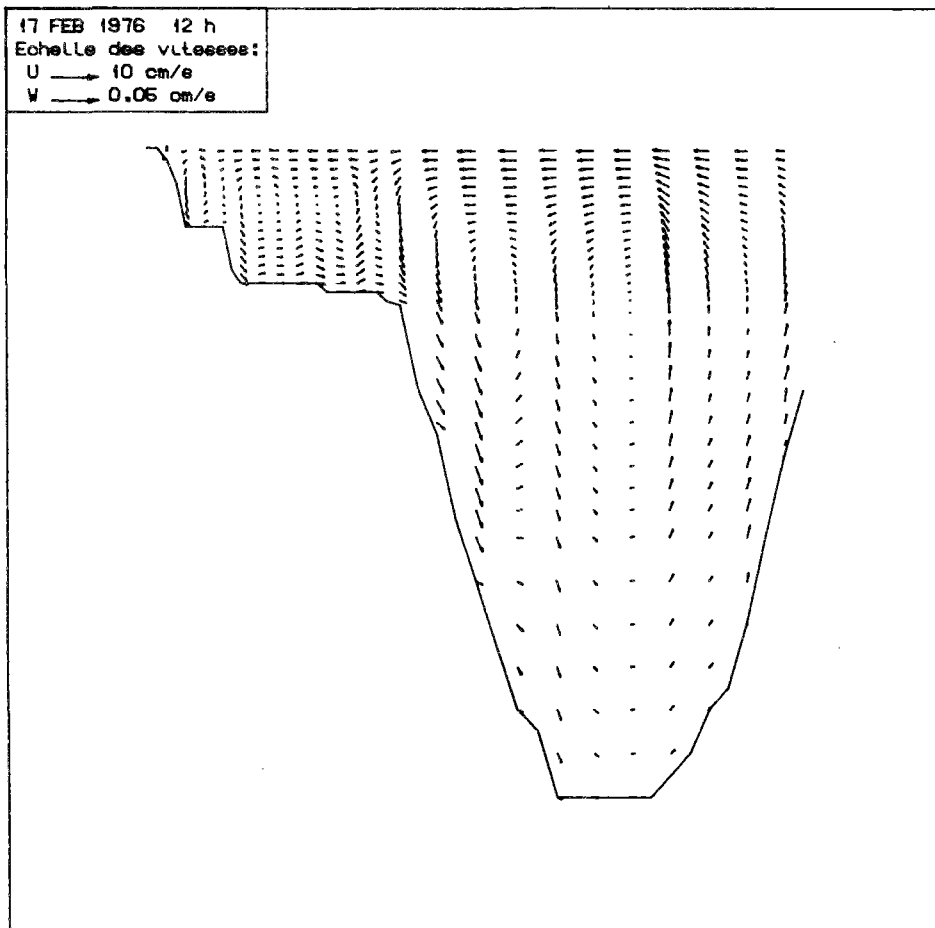


Figure 9.58: Champ des vitesses
 modèle couplé avec convection.
 Noter la différence d'ordre de grandeur
 des vitesses, et plus particulièrement
 des vitesses verticales

Chapitre 10

Modélisation saisonnière du cycle du phosphore dans le Léman

1. Description du modèle.

1.1 Introduction

L'objectif du modèle est de préciser à la même échelle que le modèle unidimensionnel vertical thermique, l'évolution saisonnière du cycle du phosphore, variable représentative de l'état trophique du lac, considérée à travers deux compartiments, le phosphore inorganique dissous, et le phosphore organique, exprimés en phosphore élémentaire. Les résultats du modèle représentent le comportement moyen d'une verticale de la zone profonde du lac et ont été comparés aux données mesurées sur l'ensemble des stations pélagiques suivies durant le second plan quinquennal de la CIPEL, qui sont les mêmes que celles utilisées pour calibrer et vérifier le modèle thermique.

1.2 Equations du modèle

Le modèle est basé sur la description du cycle du phosphore utilisée par Imboden & Gächter (1978) et Griffin et Ferrara (1984) - sans prise en compte de l'oxygène dissous -; il est représenté schématiquement figure 10.1. Chaque couche est supposée être bien mélangée et le phosphore est considéré comme étant élément limitant de la croissance algale. Une des principales hypothèses du modèle consiste à postuler un seul compartiment de phosphore organique, pris sous forme particulaire, donc soumis à une vitesse de sédimentation; il représente la différence entre le phosphore total et l'orthophosphate. Les principaux phénomènes pris en compte sont la production phytoplanctonique, qui consomme des orthophosphates et produit du phosphore organique, la décomposition et la sédimentation du phosphore organique, et le relargage d'orthophosphates au fond du lac en période de faible concentration en oxygène dissous.

Les équations du modèle (Tableau 10.1) représentent les changements des variables d'état dans le temps et dans l'espace; ces équations sont de la forme de l'équation (7.1), qui, appliquée à une concentration d'espèce devient:

$$\frac{\partial [C]}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} (A W [C]) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial z} \left[A K_z \frac{\partial [C]}{\partial z} \right] = S \quad (10.1)$$

[C] représente la concentration dans le milieu de l'espèce étudiée

Le tableau (10.2) reprend l'ensemble des notations définies dans le tableau (10.1)

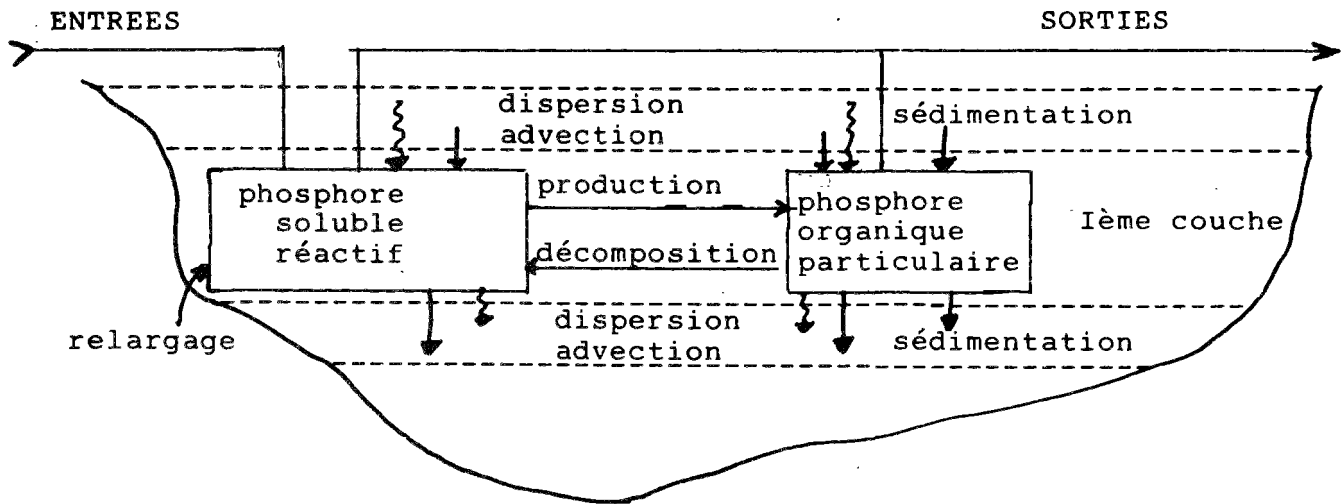


Figure 9.1: schématisation du modèle

Production

Sources OP = decomp + relarg - prod + entrees - sorties
 Sources PP = prod - decomp - sedim + entres - sorties

$$\text{Prod} = K_p \theta_p^{(T-20)} \frac{I_i}{I_s} \exp\left[1 - \frac{I_i}{I_s}\right] \frac{[\text{OP}]}{K_{mn} + [\text{OP}]} [\text{PP}] \quad (10.2)$$

Décomposition

$$\text{Decomp} = K_d \theta_d^{(T-20)} [\text{PP}] \text{ si } 0 < z < \min(40 \text{ m, thermocline}) \quad (10.3)$$

sinon

$$\text{Decomp} = \text{Max}(\text{Décomp}(40) \cdot \exp(40 \cdot -z), \text{Décompmax} \cdot \theta_d^{(T-20)} [\text{PP}])$$

Sédimentation

$$\text{Sedim}(j) = [A(j+1) V_s(j+1) - A(j) V_s(j)] / \text{vol}(j) \quad (10.4)$$

Relargage

$$\text{Relarg} = \text{Relargmax} \frac{K_0}{K_0 + [\text{DO}]} \frac{K_{OP}}{K_{OP} + [\text{OP}]} - K_{sed} [\text{OP}] \quad (10.5)$$

Tableau 10.1: équations du modèle

<i>PROD</i>	terme de production [T^{-1}]
K_p	vitesse de production maxima [T^{-1}]
θ_p	coefficient d'influence de la température (loi d'Arrhenius)
I_j	intensité lumineuse atteignant la jème couche
I_s	intensité lumineuse produisant la croissance algale optimale
[OP]	concentration en orthophosphate [$M L^{-3}$]
[PP]	concentration en phosphore particulaire [$M L^{-3}$]
K_{mn}	constante de Michaelis [$M L^{-3}$]
<i>DECOMP</i>	terme de décomposition [T^{-1}]
θ_d	coefficient d'influence de la température (loi d'Arrhenius)
K_d	vitesse de décomposition maxima [T^{-1}]
<i>Decompmax</i>	vitesse de décomposition maxima dans l'hypolimnion [T^{-1}]
<i>Sedim</i>	terme de sédimentation [$M L^{-2} T^{-1}$]
$A(j)$	aire de la jème section (origine au fond du lac) [L^2]
V_s	vitesse de sédimentation [$L T^{-1}$] = V_{epi} si dans épilimnion = V_{hypo} si dans hypolimnion
$Vol(j)$	volume de la jème couche [L^{-3}]
<i>Relarg</i>	terme de relargage [T^{-1}]
<i>Relargmax</i>	vitesse de relargage maxima [T^{-1}]
K_O	constante prenant en compte l'influence de IO_2D [$M L^{-3}$]
K_{OP}	constante prenant en compte l'influence de IOP [$M L^{-3}$]
K_{sed}	constante de resédimentation par réprécipitation de IOP [T^{-1}]
[DO]	concentration en oxygène dissous. [$M L^{-3}$]

Tableau 0.2: Liste des paramètres du modèle biogéochimique

Les équations incluent les phénomènes d'advection et de dispersion turbulente. Les phénomènes de nature physico-chimique ou biologique, ainsi que les apports par les affluents et les pertes à l'émissaire sont pris en compte dans le terme S (sources-puits).

1.2.1 Production

La production, équation (10.2) est limitée par trois facteurs:

La concentration en orthophosphates, selon une cinétique de type Monod,
la température par la loi d'Arrhénius
l'éclairement par la loi de Steele

La formulation résultante est relativement classique et permet une bonne description du phénomène global.

Pour tenir compte des différences de croissance des populations planctoniques, la vitesse de croissance maxima a été prise variable en fonction de la température de surface. Pour une température inférieure à 7 °C, elle est limitée à 80% de la vitesse maximale estivale.

1.2.2 Décomposition

La décomposition (équation 10.3) dépend uniquement de la température selon une loi d'Arrhénius. Elle est limitée dans les couches hypolimniques par une valeur de $7 \cdot 10^{-3}$ jours⁻¹.

1.2.3 Sédimentation

Conformément aux observations effectuées généralement sur les lacs, et précisément sur le Léman, nous avons distingué une vitesse de sédimentation épilimnique et une vitesse hypolimnique, d'intensité supérieure; ces deux vitesses sont reliées par interpolation linéaire dans la zone métalimnique.

1.2.4 Relargage

Le relargage à l'interface eau-sédiment est calculé avec la formulation proposée par Griffin et Ferrara, 1984, limitant le relargage en fonction de l'oxygène dissous et de l'orthophosphate surnageant (équation 10.5). L'étude des relations entre l'oxygène dissous et l'orthophosphate au

fond du Léman montre, en effet, qu'il existe une corrélation très nette entre ces deux éléments (figure 10.2). Nous avons préféré la formulation utilisant des cinétiques de type Monod inverse, à une cinétique de premier ordre en fonction de l'oxygène surnageant, car elle prend mieux en compte l'augmentation très rapide du relargage aux faibles concentrations d'oxygène; la dépendance vis à vis des orthophosphates permet, sous la forme d'une pseudo-diffusion de modérer le relargage en fonction de la concentration à l'interface eau-sédiment. Les diminutions parfois très rapides de la concentration en orthophosphates (figure 10.3) laissent cependant penser qu'à la dispersion verticale s'ajoutent d'autres phénomènes conduisant à l'élimination d'une partie des quantités relarguées tels que l'adsorption ou la précipitation de l'orthophosphate. Le flux rediffusé n'est donc pas totalement réintroduit dans le cycle (Jaquet et al 1983). On a tenté de prendre en compte globalement ces phénomènes en introduisant une disparition d'orthophosphate à vitesse constante au fond du lac.

1.3 Evaluation des apports

Seuls les orthophosphates ont été pris en compte dans les apports, le phosphore "organique" allochtone étant considéré comme non biodisponible.

Les apports au lac ont été évalués, dans un premier temps, à partir des données de la Cipel (Burkard 1984) figure 2.2, tableau 10.3. Ceux en provenance du Rhône ont été séparés des autres et pénètrent dans le lac à leur niveau d'isodensité, sur une hauteur calculée en fonction du gradient thermique vertical du lac, sans tenir compte de la charge en suspensions. Nous avons utilisé, comme concentration moyenne d'apports annuels, la valeur présentée dans le tableau 10.3 répartie régulièrement sur l'ensemble de l'année.

Aux apports provenant des autres affluents, ont été ajoutés ceux provenant des stations d'épuration, ils ont été évalués sur la période de la modélisation à 200 tonnes par an, réparties régulièrement tout au long de l'année.

	1976	1977	1978	1979
Rhône	200	170	130	100
autres affluents	200	200	200	200

Tableau 10.3: Apports d'orthophosphates au Léman sur la période 1976 1979 en tonnes/an

Fond du Lemman

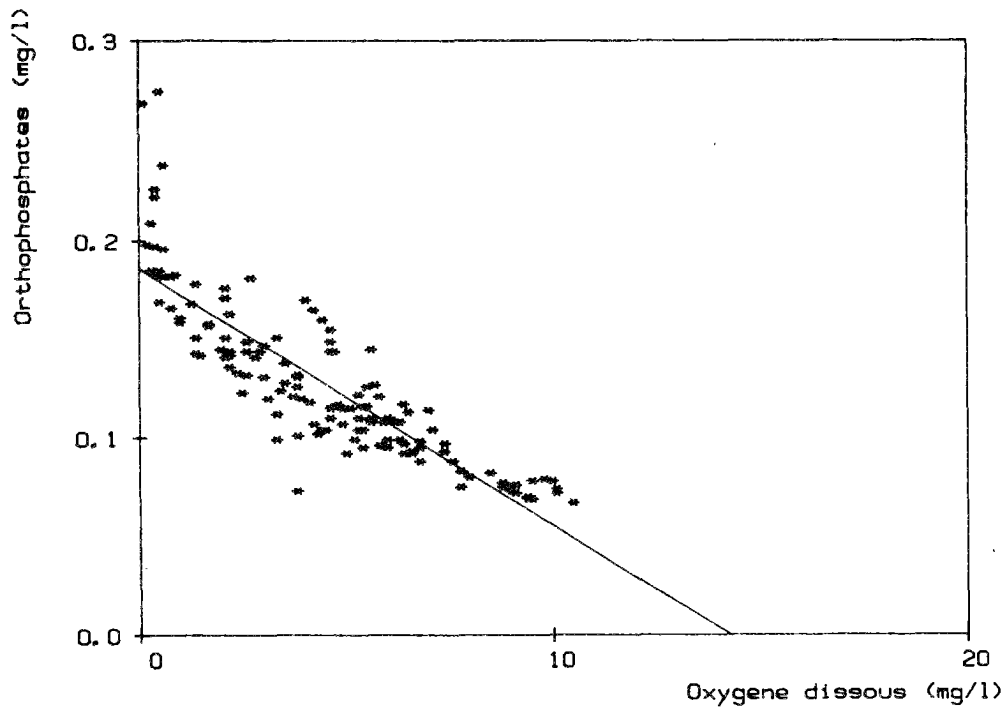


Figure 10.2 : Relation entre Orthophosphates et Oxygène dissous au fond du Léman au point SHL_2. sur la période 1976 1979

Fond du Lemman

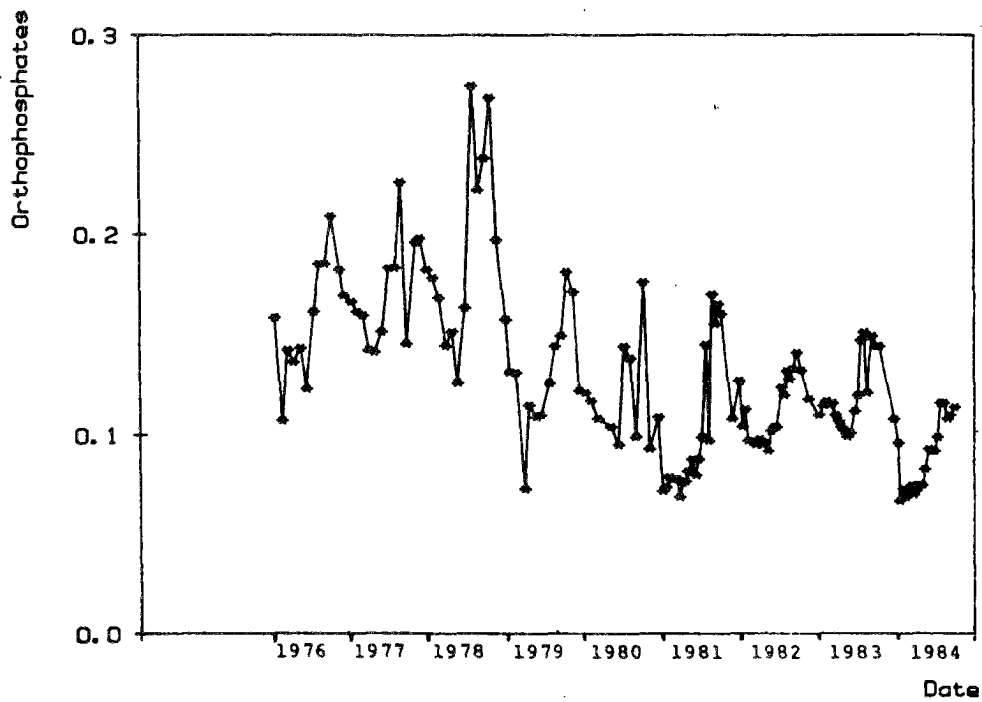


Figure 10.3 : Evolution de la concentration en orthophosphates (mg/l) au fond du lac Léman de 1976 à 1984

2. Calibration et analyse de sensibilité du modèle

2.1 Calibration

2.1.1 méthode de calibration

Le modèle a été calibré sur l'année 1976. Sur cette année nous disposons pour chaque station d'une mesure mensuelle; les stations utilisées sont les mêmes que pour le modèle unidimensionnel thermique. Chaque mois, seules ont été prises en compte les stations mesurées le même jour que SHL_2. Compte tenu de l'hétérogénéité des valeurs suivant les stations, nous avons comparé les résultats du modèle aux valeurs mesurées en les considérant toutes comme également représentatives de l'état moyen du lac. Cette méthode a été préférée à une comparaison avec une moyenne des données des différentes stations. Il n'a pas été utilisé de méthode automatique pour cette calibration, compte tenu de la dispersion des résultats et de certains décalages suspects sur l'ensemble de la colonne d'eau, entre des mesures consécutives (figure 10.4), provoquant des variations du stock d'orthophosphates d'environ 20 %, ainsi que de la relative difficulté à comparer les valeurs de phosphore organique, (différence entre le phosphore total et les orthophosphates), et du phosphore organique modélisé considéré comme uniquement particulaire.

Le jeu final des paramètres de calage est reporté tableau 10.4.

2.1.2 Discussion des paramètres de calage

Les résultats de la calibration sont reportés dans les figures (10.5, 10.6)

On observe tout d'abord le bon ajustement obtenu pour la simulation des orthophosphates, ainsi que pour le phosphore organique où l'on reste dans les ordres de grandeur des observations; il est difficile pour ce paramètre de définir une évolution de profil annuel à partir des valeurs observées. Le profil très cassé obtenu en surface pour le phosphore particulaire, en période de stratification, est dû à la double conjonction de la présence de la thermocline et de la sédimentation, dont la vitesse varie précisément dans la zone métalimnique ce qui favorise la création de cette cassure.

2.1.2.1 Vitesse de sédimentation

La valeur de la vitesse de sédimentation calculée (0.35-0.45 m/j) diffère de manière importante de la vitesse

mesurée (2m/j dans l'épilimnion et 3 m/j dans l'hypolimnion) (Jaquet et al 1983). Cette différence, entre la valeur mesurée et la valeur calculée est fréquemment observée dans la littérature (tableau 10.5). Elle peut être attribuée à l'absence de distinction entre le phosphore particulaire organique et le phosphore dissous organique. En effet comme seule la première espèce sédimente, la vitesse de sédimentation apparente des deux espèces mélangées est inférieure à celle du phosphore particulaire observée. On pourrait faire varier cette vitesse en fonction de la saison pour prendre en compte implicitement l'évolution des espèces au cours de l'année et la répartition du phosphore organique entre les deux espèces, en l'augmentant dans les périodes de blooms et en la diminuant dans les périodes de faible productivité, en janvier par exemple, où presque tout le phosphore organique serait sous forme soluble (Blösch 1974).

2.1.2.2 Constante de Michaelis pour l'assimilation du phosphore

La valeur trouvée se trouve dans la gamme des valeurs usuelles de la littérature qui va de 1 à 80 mg/m³. (EPA 1985); elle est plus élevée que celle trouvée par Imboden (1978) sur deux lacs alpins (Greifensee et Alpnachsee) (1.5 mg/m³). Elle montre que le phosphore limite la croissance algale même à des concentrations de l'ordre de celles rencontrées en période hivernale (60 mg/m³). Les premiers blooms de diatomées sont donc limités et ne peuvent consommer tout l'orthophosphate disponible après le retournement. L'épuisement du stock en surface ne s'effectue qu'à partir du mois de juin (1976) ou juillet (1977-1978), quand l'augmentation de la température et de l'ensoleillement permet d'accélérer la production.

2.1.2.3 Dégradation

Pour ce paramètre, nous nous situons dans la partie haute des valeurs usuelles. Ceci est en accord avec les observations de Jaquet et al (1983), qui ont noté que 85% de la dégradation se faisait dans les 100 premiers mètres du lac.

2.1.2.4 Relargage

Le calage des paramètres gouvernant ce processus s'est avéré assez délicat, faisant intervenir à la fois une diffusion à l'interface et la refixation d'une partie du phosphore relargué. Les paramètres ont donc été choisis pour suivre au mieux les augmentations de concentration au fond du lac, tout en sachant qu'un retard, par rapport aux

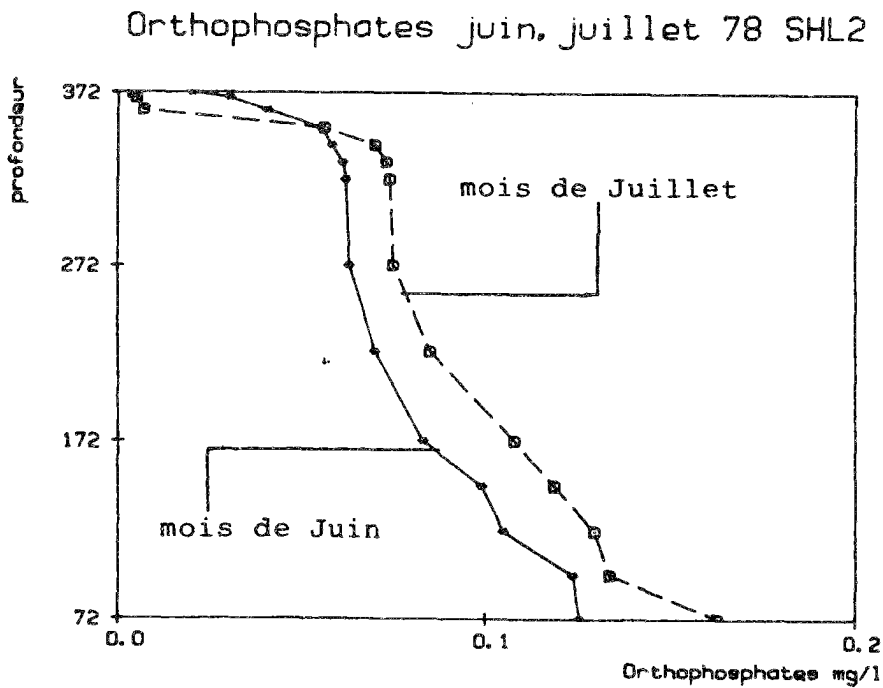
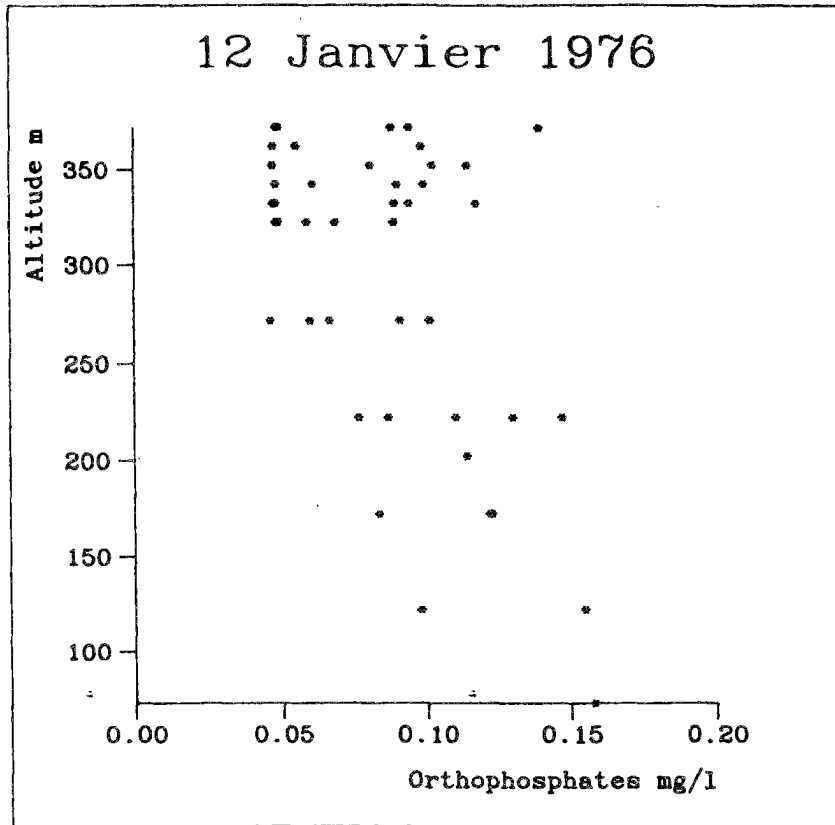


Figure 10.4 : exemples d'hétérogénéité horizontale et d'évolution mensuelle observées dans la base de données

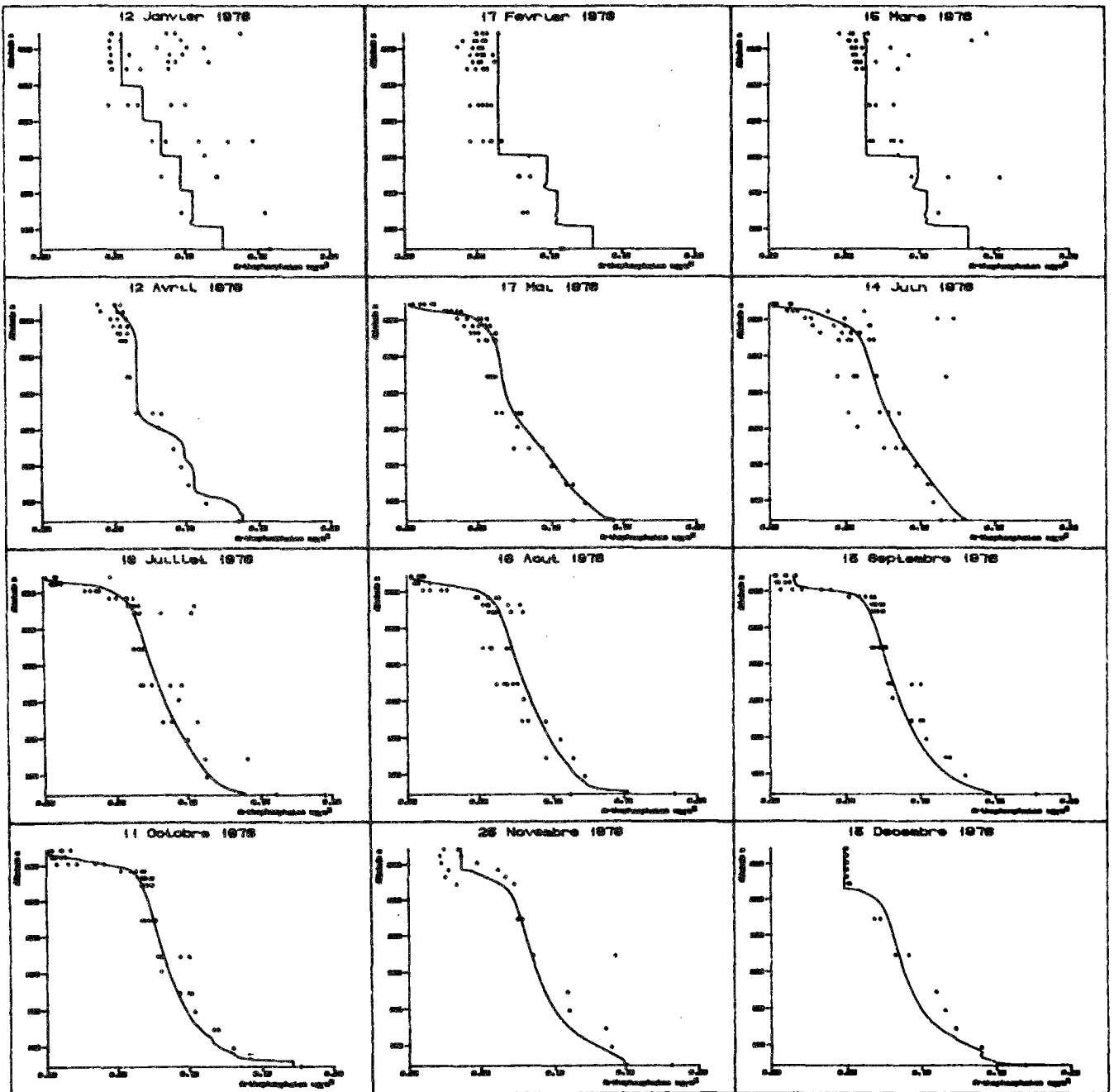


Figure 10.5: Résultats de la calibration pour les Orthophosphates (... valeurs observées, __ valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg de Phosphore /l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

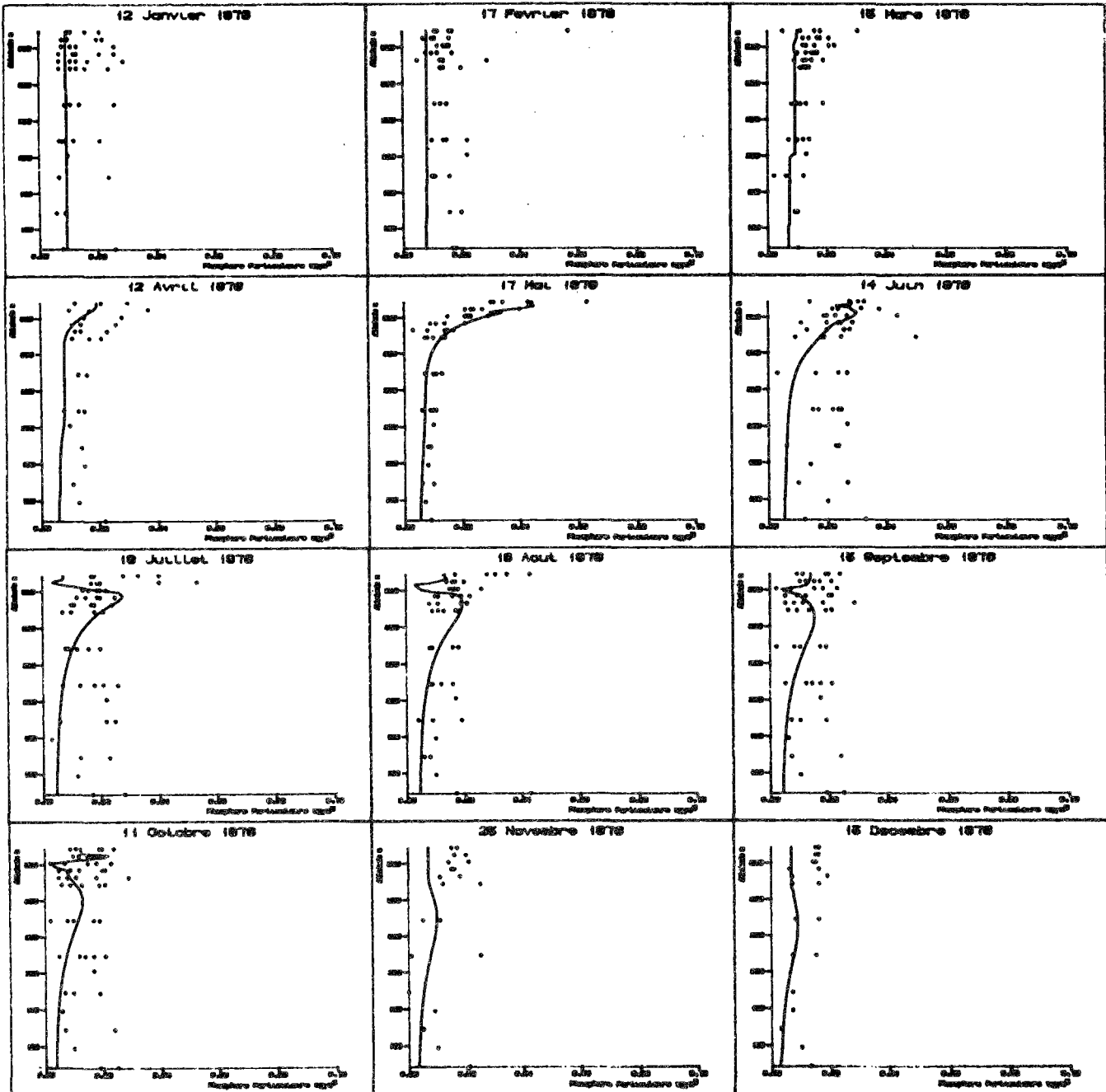


Figure 10.6: Résultats de la calibration pour le le phosphore organique (... valeurs observées, ___ valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.10 mg de Phosphore/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

K_p	1.036	j^{-1}
θ_p	1.04	
I_s	80	$W.m^{-2}$
K_{mn}	6	$mg.m^{-3}$
θ_d	1.04	
K_d	0.078	j^{-1}
Décompmax	0.007	j^{-1}
V_s	Vépi	0.35 $m.j^{-1}$
	Vhypo	0.45 $m.j^{-1}$
Relargmax	3.70	$mg.m^{-2}.j^{-1}$
K_o	1.7	$mg.l^{-1}$
K_{op}	150	$mg.m^{-3}$

Tableau 10.4: Valeurs des paramètres de la calibration

<i>valeurs mesurées</i>	<i>valeurs calculées</i>
<i>Bloesch, 1974</i> <i>Vierwaldstättersee, Rotsee</i> <i>diatomées de 0.8 à 19.6</i>	<i>Imboden, 1978</i> <i>Alpnachersee</i> <i>Vépi=0.05 Vhypo=0.2</i>
<i>Grim, 1939</i> <i>Bodensee</i> <i>1.2 à 7</i>	<i>Di Toro, 1977 -</i> <i>Lake Erie</i> <i>0.05</i>
<i>Jaquet, 1983</i> <i>lac Léman</i> <i>2 à 3</i>	<i>Tassin, 1986</i> <i>Lac Léman</i> <i>0.35 à 0.45</i>
<i>Honjo, 1978</i> <i>océan</i> <i>80 à 150</i>	<i>Simons, 1979</i> <i>Lake Ontario</i> <i>0.2 à 0.4</i>

Tableau 10.5: Tableau comparatif de quelques vitesses de sédimentation mesurées et calculées en m/j

données, se produira dans les diminutions, la cinétique constante de refixation s'avérant assez peu adaptée; en particulier certains phénomènes ponctuels de remise en suspension du sédiment favorisant une refixation ne sont pas pris en compte.

2.2 Analyse de sensibilité aux paramètres du modèle

Les résultats de l'analyse de sensibilité sont présentés sous forme graphique dans l'annexe 6. Deux types de représentations ont été utilisées:

-la première suit mois par mois l'évolution du profil vertical d'orthophosphates, et le compare aux valeurs mesurées, qui servent alors de référence,

-la seconde, suit l'évolution annuelle de la concentration en orthophosphates et en phosphore particulaire à différentes profondeurs, en la comparant à la version de calibration, en représentant en coordonnées polaires le rapport entre le résultat du modèle perturbé et le résultat de la calibration, la longueur du vecteur radial représentant la valeur du rapport et l'angle polaire la position dans l'année, l'année complète se répartissant sur 2π radians.

2.2.1 Méthode de l'étude

Nous avons testé systématiquement les modifications des résultats du modèle, pour tous les paramètres y intervenant, en modifiant les valeurs initiales (celles de la calibration) de ± 10 , ± 20 et ± 50 % sauf les coefficients des lois de type Arrhénius, que nous n'avons fait varier, pour rester réaliste, que de $\pm 10\%$. Sans atteindre des résultats aussi complets et quantitatifs que ceux obtenus par Gentil, 1981, la méthode employée, compte tenu du petit nombre de variables d'état de notre modèle, permet de suivre l'influence des perturbations, à la fois en fonction de leur intensité, et au cours du cycle annuel, d'un point de vue qualitatif, qui s'avère très expressif. Le choix des trois gammes de variations est basé sur l'amplitude de variation des paramètres observée dans la littérature (EPA 1985). Il s'avère même que le facteur multiplicatif 3 correspondant à la différence entre la simulation à $+ 50\%$ et celle à moins 50% , soit pour bien des paramètres, faible. La plage de variation des résultats nous a cependant engagé à ne pas essayer de plus importantes variations.

2.2.2 Résultats

2.2.2.1 Influence de la croissance maxima

2.2.2.1.1 Influence sur les orthophosphates

Dans la zone profonde, aucune modification n'est observée, même pour une variation de 50% du paramètre. Par contre, dès 50 mètres de profondeur, une variation de 10% provoque une variation des résultats de l'ordre de 5%. Le décalage s'établit lors de la première poussée printanière, au début du mois de mars, s'accroît lors de la seconde poussée, dans le courant du mois de mai, et reste fixe jusqu'à la destratification, ce qui peut paraître curieux à première vue, mais n'est en fait qu'une conséquence de la situation en surface. A cette profondeur l'évolution est assez lissée, bien que le décalage de -50% provoque en fin d'année une explosion rapide, atteignant 130% de la calibration courant Novembre. La situation en surface est profondément différente. Les faibles concentrations de surface provoquent en période printanière et estivale des rapports de sensibilité très importants, donnant un profil très haché, mettant en valeur l'aspect catastrophique des phénomènes de production, qui apparaissent assez bien rendus par le modèle. La variation de 10% permet d'atteindre à la fin de l'année des résultats proches de ceux de la calibration, ce qui n'est plus le cas pour la variation de -50%. Nous notons pour cette dernière que la concentration reste pratiquement constante sur les 100 premiers mètres. La production est donc dans ce cas complètement annihilée.

2.2.2.1.2 Influence sur le phosphore particulaire

L'influence d'une modification de la croissance phytoplanctonique touche l'ensemble de la colonne d'eau et ce, dès le mois de juillet. On note à cet égard l'influence de la vitesse de sédimentation, puisque, indépendamment de son intensité, la variation se fait sentir vers la fin du mois de mars à 200 mètres et fin juin au fond du lac. Au fond du lac et à 200 mètres les phénomènes observés sont relativement réguliers, mais présentent un effet additif. L'augmentation ou le déficit de matière particulaire, ne reste pas stable entre deux explosions algales, mais varie quasi linéairement, prouvant l'arrivée régulière de la matière depuis la surface. A 50 mètres, la diminution de la production provoque un appauvrissement en phosphore particulaire, allant jusqu'à la disparition pour une diminution de 50%, phénomène qui s'observe aussi en surface. La variation de $\pm 10\%$ donne des résultats plus surprenants puisqu'il y a inversion des tendances au mois d'octobre, où l'on note un excès de phosphore particulaire, puis nouvelle inversion en décembre, avec finalement un déficit important pour la

variation de -10% et plus faible pour celle de +10%. Ces effets d'automne sont sans doute dus au ralentissement de la production à cette période, plus rapide que celui de la dégradation. La seconde inversion est due à la déstratification qui provoque l'uniformisation des concentrations depuis la surface.

2.2.2.1.3 Conclusions

Le modèle est très sensible à ce paramètre, qui, par l'intermédiaire du phosphore particulaire, agit sur l'ensemble de la colonne d'eau. Les influences sur le futur du lac, telles qu'on peut les voir à 50 mètres, et non en surface où le profil est trop haché font apparaître des variations en fin d'année de 5% pour l'orthophosphate et 20% pour le phosphore particulaire, pour une variation de ± 10 des paramètres. Une variation de 50% conduit à des résultats irréalistes. Le maximum de sensibilité semble se situer au printemps, lorsque l'orthophosphate de surface disponible doit être consommé.

2.2.2.2 Influence de la décomposition maxima

2.2.2.2.1 Influence sur les orthophosphates

Quelle que soit la variation de la vitesse de décomposition maxima, seul l'orthophosphate des couches superficielles subit des modifications. Les zones profondes gardent le même comportement, ce qui est en accord avec la formulation de la décomposition employée. A 50 mètres, les décalages par rapport à la calibration se font par bonds, aux périodes de forte production; en dehors de ces périodes le décalage reste constant. De même, le mélange hivernal produit une accentuation de la tendance observée durant l'année, par influence des couches supérieures. La variation de $\pm 10\%$ ne produit en fin d'année qu'un décalage de $\pm 5\%$, alors que la variation de $\pm 50\%$ produit un décalage d'environ 30%. En surface on retrouve un comportement haché. Les mêmes causes produisant les mêmes effets, la variation de $\pm 10\%$ maintient les deux simulations perturbées au voisinage de la calibration, et retrouve pratiquement cette dernière à la fin de l'année, alors que la variation de $\pm 50\%$ induit un comportement totalement différent, en particulier, durant la période estivale. Une variation de même amplitude de la croissance maxima détruit complètement l'allure habituelle du profil vertical d'orthophosphates; ce n'est pas le cas pour la dégradation.

2.2.2.2.2 Influence sur le phosphore particulaire

La variation de la dégradation influence l'ensemble de la colonne d'eau, toujours par l'intermédiaire de la

sédimentation; on retrouve donc des diagrammes polaires en forme de spirale, dans les couches profondes, très régulières, avec le même décalage de trois mois dans l'apparition des écarts à la calibration entre 200 et 300 mètres. Les variations de $\pm 50\%$ provoquent des effets quantitativement très importants, aux grandes profondeurs, puisqu'ils atteignent 50% à 200 mètres de profondeur. Le comportement à 50 mètres, pour la faible variation est assez semblable à celui observé pour la croissance maximale, particulièrement l'oscillation autour de la valeur de calibration durant le dernier trimestre de l'année. Il s'agit bien d'un phénomène d'origine physique: approfondissement de la thermocline suivi de la destratification, et non d'un phénomène d'origine physico-chimique. En surface, le comportement est surprenant, puisque l'augmentation de la dégradation produit en mars et avril une baisse de la concentration, alors qu'en juin-juillet, elle produit l'effet inverse. Effectivement, en période printanière, la cinétique de production est faible, donc une augmentation de la dégradation diminue les stocks de matière particulaire, en augmentant ceux d'orthophosphates; plus tard, la cinétique de production est accélérée, et devient plus importante que pour la calibration, compte tenu du stock d'orthophosphates plus grand, d'où augmentation de la matière particulaire, que la lenteur de sa cinétique de dégradation ne peut entièrement consommer. Cette alternance, autour de la calibration est là due à une compétition de cinétiques.

2.2.2.2.3 Conclusions

L'influence de la décomposition maxima sur les orthophosphates est moins importante que celle de la croissance maxima; par contre elle est plus importante sur le phosphore particulaire: une variation de $\pm 10\%$ produit à 200 m de profondeur des écarts de l'ordre de 20%.

2.2.2.3 Influence des constantes d'Arrhénius

La valeur de la constante est la même pour la production et la décomposition. La plage de variation considérée n'est que de $\pm 10\%$, ce qui est déjà important.

2.2.2.3.1 Influence sur les orthophosphates

L'influence ne se fait surtout sentir qu'en période printanière, provoquant un retard, ou une avance sur la production, donc sur la consommation des orthophosphates disponibles de surface. Dans la zone de moyenne profondeur, les variations sont de l'ordre de 10 à 20%, et durant le second semestre, l'augmentation ou la diminution de la

constante d'Arrhénius provoque un effet similaire. Ceci est le résultat des compétitions entre les cinétiques de production et de décomposition, et de l'état des stocks des deux composants au début du second semestre.

2.2.2.3.2 Influence sur le phosphore particulaire

L'influence sur le phosphore particulaire est très importante sur toute la colonne d'eau. L'aspect compétitif des cinétiques de production et décomposition provoque un comportement assymétrique des deux simulations (+10% et -10%), ainsi une diminution de 10% provoque à 200 mètres une disparition quasi-complète du phosphore particulaire, alors que l'augmentation provoque une variation finale à 200 mètres de +15% seulement. Les variations dans la couche superficielle sont très importantes, et modifient radicalement les ordres de grandeurs de phosphore particulaire dans cette couche.

2.2.2.3.3 Conclusions

Si elle n'influe que modérément sur les orthophosphates, la constante d'Arrhénius modifie complètement le profil de phosphore particulaire, qui y est donc très sensible. La compétition existant entre les deux cinétiques de production et de décomposition ne permet pas de prévoir a priori l'amplitude ni la position, par rapport à la calibration, de la simulation perturbée. Ce paramètre est donc très difficile à caler.

2.2.2.4 Influence de la constante de Michaelis

2.2.2.4.1 Influence sur les orthophosphates

L'influence ne se fait sentir que dans les couches superficielles, et encore n'est elle que perceptible à 50 m où 50% d'écarts ne produisent qu'un écart de simulation de 5% environ. L'effet résultant de surface est lui aussi minime. Il s'agit surtout d'une modification des cinétiques qui provoque un retard de la production printanière lorsque la constante est diminuée, ainsi qu'un non épuisement complet du stock disponible de surface. Dans ce cas l'effet limitant se fait profondément sentir. La constante de Michaelis est donc typiquement un paramètre d'ajustement du modèle, une fois ses grands traits annuels fixés.

2.2.2.4.2 Influence sur le phosphore particulaire

Comparée aux autres paramètres déjà vus, l'influence de la constante de Michaelis sur le phosphore particulaire est assez faible. La sédimentation provoque des modifications dans les couches profondes, mais qui ne dépassent pas 10% pour une variation du paramètre de 50%. En surface, on

note principalement une poursuite du phénomène automnal déjà remarqué, ainsi que le décalage important en fin d'année, provoquant un effet pluri-annuel de la modification de ce paramètre.

2.2.2.4.3 Conclusions

Le modèle est nettement moins sensible aux variations de la constante de Michaelis, qui n'entraînent qu'un effet saisonnier sur les orthophosphates et un léger effet pluri-annuel sur le phosphore particulaire. Il s'agit donc d'un paramètre d'ajustement secondaire du modèle.

2.2.2.5 Influence de l'intensité de saturation

2.2.2.5.1 Influence sur les orthophosphates

L'effet résultant des variations est proportionnel à celles-ci, il est inexistant dans les zones profondes, et de type additif (donnant des graphiques en spirales) en dessous de la thermocline. On note un effet saisonnier très important sur la date d'épuisement du phosphore de surface, ainsi que sur l'allure du profil vertical, beaucoup plus arrondi, lorsque l'intensité à saturation diminue, provoquant une production optimale, dans des couches moins éclairées. Le décalage se maintient jusqu'à la fin de l'année; la variation de l'intensité a donc des implications pluri-annuelles.

2.2.2.5.2 Influence sur le phosphore particulaire

Comme nous l'avons déjà remarqué, toute modification de la cinétique de production a des implications sur le phosphore particulaire sur l'ensemble de la colonne d'eau. Ici les phénomènes sont très importants surtout pour une diminution de l'intensité de saturation, dont l'augmentation de 20% provoque un décalage de 25% à 200 mètres et de 15% au fond du lac. Une variation de ± 10 ne provoque pas d'effet interannuel de surface.

2.2.2.5.3 Conclusions

L'intensité de saturation a l'avantage de jouer efficacement sur l'allure du profil vertical d'orthophosphates en modifiant sa courbure dans la zone métalimnique, ainsi que sur l'épuisement de surface au printemps. Le phosphore particulaire est très sensible aux variations de ce paramètre et ceci avec un effet pluri-annuel.

2.2.2.6 Influence de la vitesse de sédimentation

2.2.2.6.1 Influence sur les orthophosphates

la vitesse de sédimentation n'a qu'une influence relativement faible sur le comportement des orthophosphates, tant au point de vue saisonnier qu'au point de vue annuel. A 50 mètres de profondeur, les écarts à la calibration, pour une variation des paramètres de 50% n'excèdent pas 10%. En surface, l'influence saisonnière du paramètre joue surtout, mais relativement faiblement, sur la production printanière, et par conséquent, sur l'épuisement du phosphore disponible en surface.

2.2.2.6.2 Influence sur le phosphore particulaire

La variation du paramètre de $\pm 10\%$ n'a qu'une incidence faible sur le phosphore particulaire des zones profondes; il y a par contre un effet pluri-annuel de surface. Une variation de 50% joue de manière beaucoup plus importante, en particulier dans la zone de 200 mètres où le comportement apparaît totalement différent de la calibration, ce qui est dû à la modification de la date des apports consécutifs à la production (plus tôt ou plus tard), à cette profondeur. Il n'y a pas, corrélativement, de lien logique entre le comportement à 200 mètres et celui au fond du lac. Notons cependant qu'une variation de $\pm 50\%$ entraîne au fond du lac une variation de 20% environ. Dans les couches superficielles, une augmentation de la vitesse appauvrit très rapidement le stock, qui augmente parallèlement lorsque celle-ci diminue.

2.2.2.6.3 Conclusions

Une augmentation de 50% nous amène à des vitesses de sédimentation de l'ordre de 0.7, 0.8 m/j. Ces vitesses inférieures à celles observées sur le Léman, donnent déjà des résultats assez irréalistes, ou, qui obligerait à une modification complète de la cinétique de production pour éviter une disparition totale du phosphore particulaire de surface. Il apparaît clairement, qu'on ne peut calibrer ce modèle en utilisant comme vitesse de sédimentation les valeurs qui ont été mesurées sur le Léman.

2.2.2.7 Influence des paramètres relatifs au relargage à l'interface eau - sédiment

2.2.2.7.1 Influence sur le phosphore particulaire

Quelle que soit l'amplitude de la variation du paramètre, l'influence du relargage sur le phosphore particulaire est nulle.

2.2.2.7.2 Influence sur l'orthophosphate.

L'influence du relargage, quel que soit le paramètre, est très locale, et en dehors des périodes de brassage, n'excède pas le fond du lac, et n'atteint pas 200 mètres. Pratiquement invisible sur les profils verticaux, elle atteint au maximum 20%, lorsque le relargage maxima est augmenté de 50%. On retrouve pour tous les écarts, des profils polaires de type spirale, qui s'expliquent par le fait que les variations de paramètres sont proportionnelles et qu'il y a additivité des effets, cette zone étant relativement coupée du reste du lac.

2.2.2.7.3 Conclusions

Les paramètres de relargage sont les seuls à influencer sur l'orthophosphate dans les zones profondes; néanmoins, des variations importantes des paramètres ne produisent que des effets relativement minimes.

2.3 Validation du modèle

Le modèle a été validé sur les trois années suivant l'année de calibration. Les résultats sont présentés figure 10.7, 10.8, 10.9. Ils montrent le bon accord d'ensemble entre les mesures et les simulations. Certains phénomènes ponctuels, relatifs au cycle du phosphore dans le lac sont très bien simulés par le modèle. Ainsi on observe régulièrement vers la fin du mois de février une consommation d'orthophosphates correspondant à la poussée des diatomées (figure 10.10), que l'on peut parfois observer sur les profils de transparence. On note cependant plusieurs difficultés. La première concerne la simulation de l'épuisement des orthophosphates de surface en période printanière, qui se produit dans le modèle d'une manière souvent plus brusque que dans la réalité, provoquant un décalage sans influence toutefois sur l'évolution interannuelle des variables. La seconde concerne le phénomène de relargage, qui, dans sa formulation actuelle ne permet pas au modèle de travailler en mode prédictif d'une part, et d'autre part, n'arrive pas à suivre les évolutions parfois très brusques observées au fond du lac (Figure 10.11). Enfin, contrairement aux simulations, les mesures du printemps de 1979 indiquent, dans les zones profondes un gradient important que le mélange hivernal aurait dû abolir. Deux interprétations peuvent être données de ce phénomène. La première, difficilement crédible compte tenu des résultats en température, résulterait d'une mauvaise évaluation des coefficients de dispersion. La seconde, au cas où le brassage provoquerait une homogénéisation parfaite, consiste à dire que le relargage que nous simulons, au début de l'année 1979 est notoirement insuffisant, ce qui est assez surprenant, compte tenu des valeurs élevées d'oxygène dissous durant cette période au fond du lac (dus précisément au brassage).

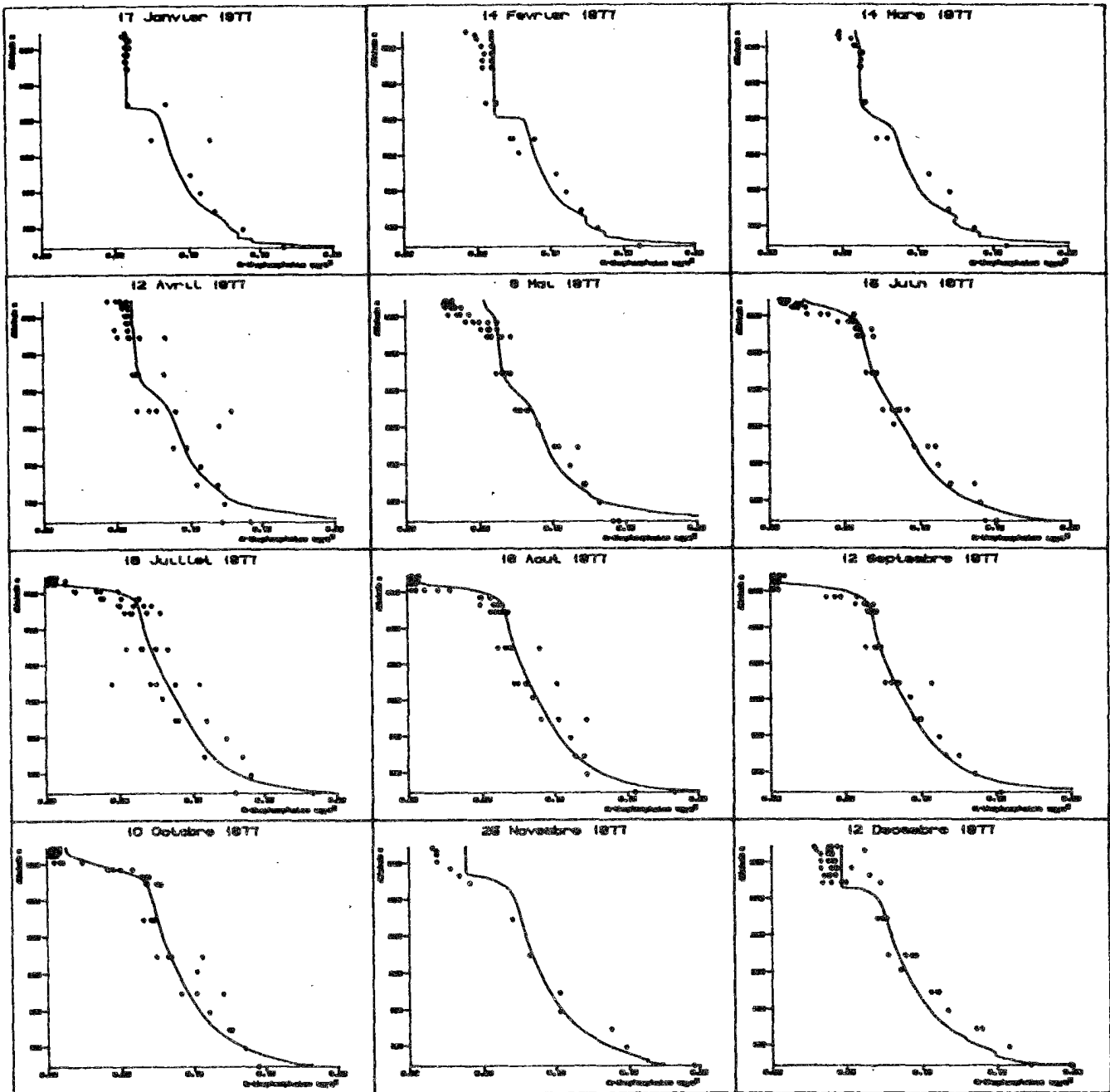


Figure 10.7: Validation du modèle, année 1977

Résultats de la simulation pour les orthophosphates
 (... valeurs observées, ___ valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg P_{PO4}/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

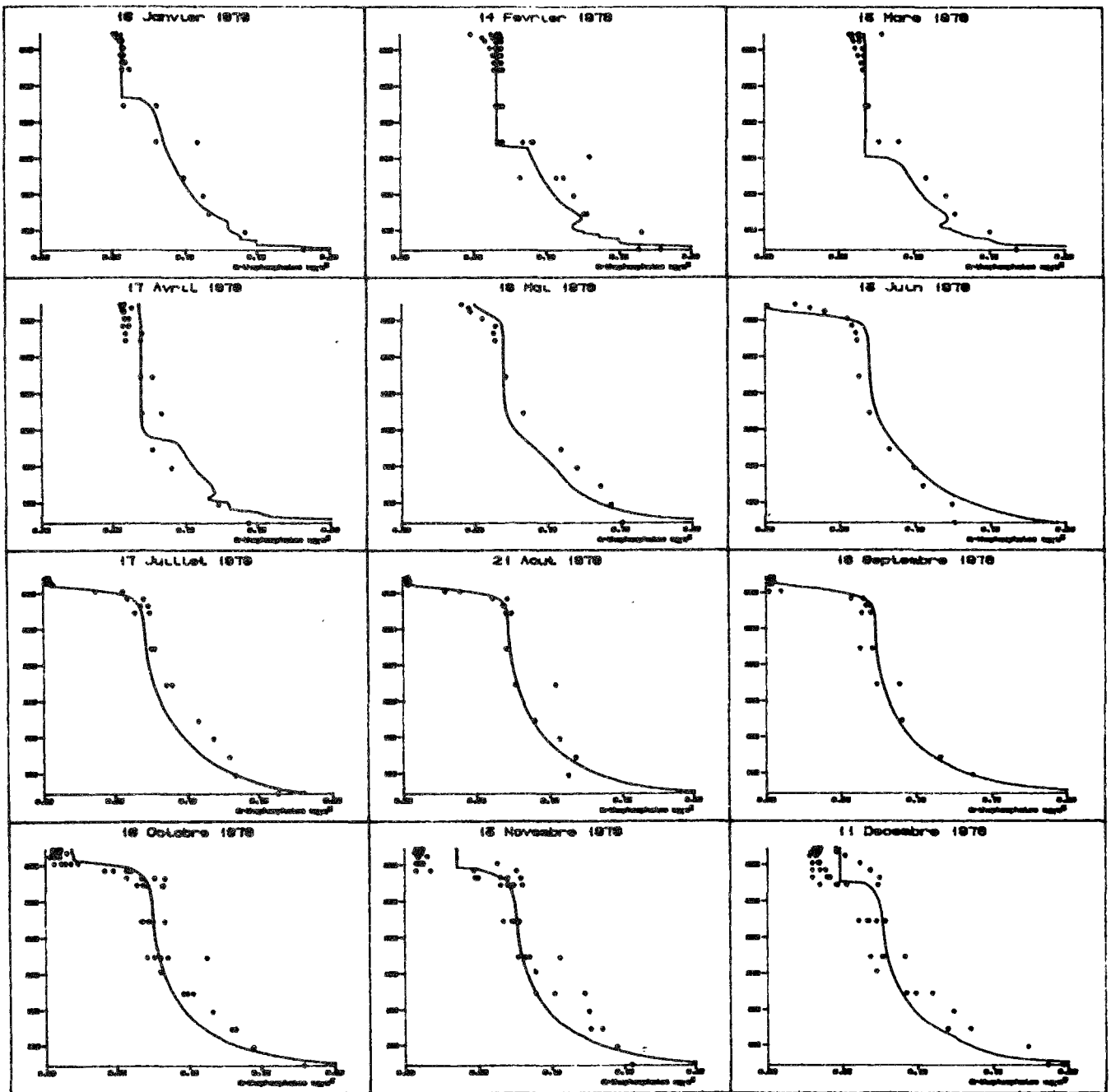


Figure 10.8: Validation du modèle, année 1978

Résultats de la simulation pour les orthophosphates
 (... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg P_{PO4}/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

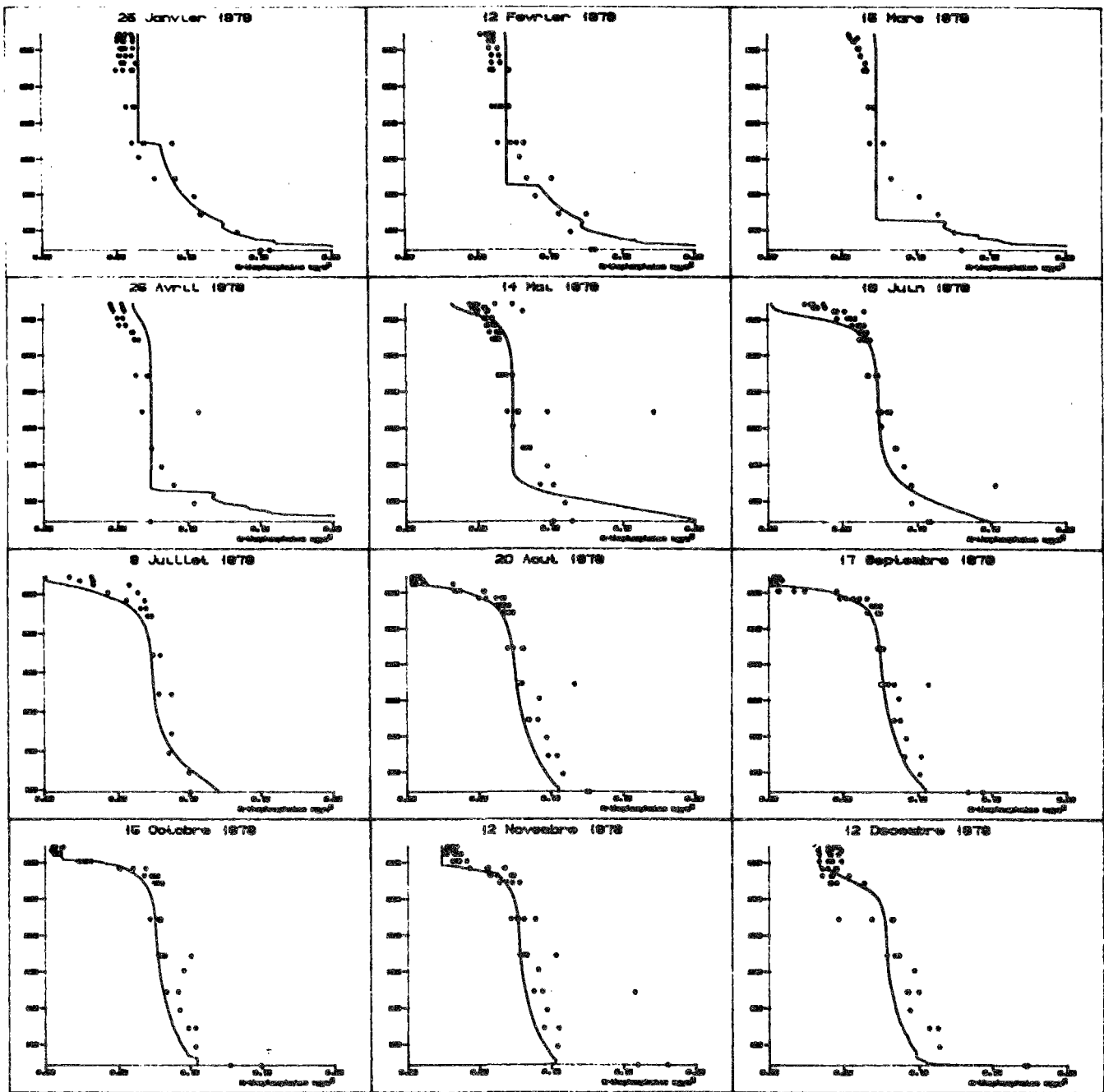


Figure 10.9: Validation du modèle, année 1979

Résultats de la simulation pour les orthophosphates
 (... valeurs observées, ___ valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg P_{PO4} / l
 échelle des ordonnées de 62 à 312 m d'altitude

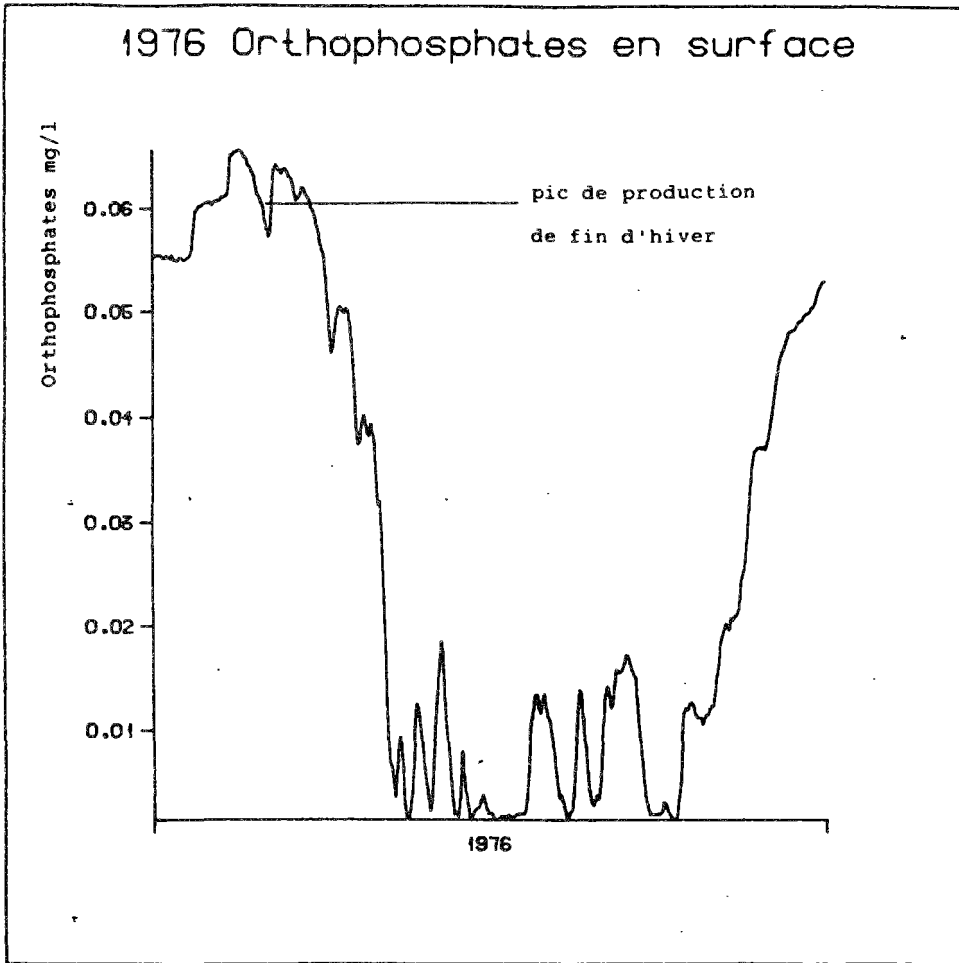


Figure 10 10: Evolution de la concentration en Orthophosphates en surface en 1976.
Noter le pic de production à la fin de l'hiver

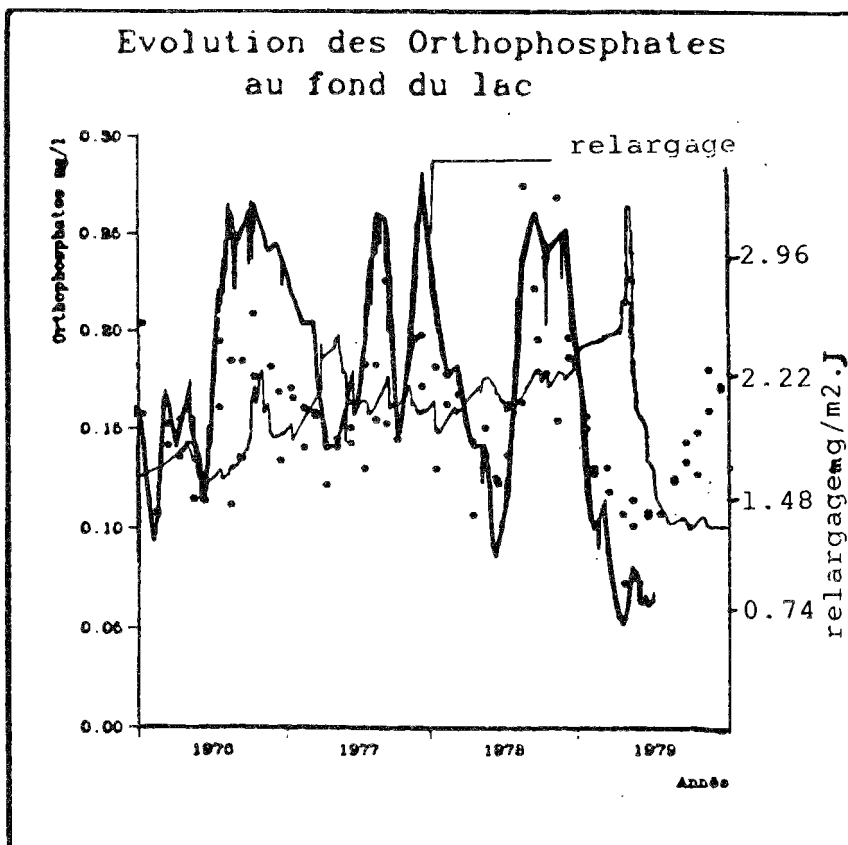


Figure 10 11: Comparaison de l'évolution des orthophosphates au fond du lac (*: valeurs observées, trait épais: simulation) et le relargage au fond du lac (trait fin)

ce qui est assez surprenant, compte tenu des valeurs élevées d'oxygène dissous durant cette période au fond du lac (dues précisément au brassage).

2.4. Modification de la prise en compte des apports

2.4.1 Apports en orthophosphates

Les apports du Rhône, jusqu'alors basés sur le tonnage annuel apporté, sont maintenant basés sur les relevés hebdomadaires du Service Hydrologique et Géologique National Suisse. Bien que ces valeurs aient tendance à minorer les apports réels, elles sont en tout cas beaucoup plus précises que celles que nous avons utilisées précédemment, et correspondent mieux à l'échelle temporelle du modèle.

2.4.2 Apports en phosphore particulaire

Nous avons considéré qu'une partie du phosphore particulaire était susceptible de participer au cycle du phosphore dans le lac. En évaluant les apports en phosphore particulaire à 800 tonnes par an, valeur proche de celles de ces dernières années, et en considérant que 25% de ces apports étaient biodisponibles (De Pinto et al 1981, cité par Jaquet 1984), nous avons finalement pris en compte 200 tonnes par an de phosphore particulaire intervenant directement dans le cycle, répartis uniformément sur l'ensemble de l'année.

2.4.3 Résultats

Ces modifications ont naturellement entraîné une nouvelle calibration du modèle qui reste tout de même très proche de l'ancienne (Tableau 10.6).

Les résultats sur les quatre années sont présentés (figure 10.12 à 10.19). On note une certaine amélioration dans la description du phénomène de croissance printanier en 1976, 1978, 1979. Ceci peut s'expliquer par le fait que les apports en phosphore particulaire soient plus importants en début de saison, et provoquent, une production, qui est proportionnelle à ce stock, beaucoup plus étalée dans le temps, évitant ainsi une explosion retardée par un manque de phosphore particulaire, puis accélérée soudainement par une trop grande abondance. Un certain retard dans la production de l'année 1977, montre cependant les limites de l'approche simple employée.

Les résultats de l'année 1979, sont dans l'ensemble légèrement moins bons que dans la formulation précédente. Ceci est dû à la modification des paramètres du relargage. Cependant, la grosse difficulté vient de la non-homogénéisation en profondeur des orthophosphates, malgré le profond mélange thermique. On note, sur les données, une augmentation de la concentration en orthophosphates, dans la couche de moyenne profondeur (de 100 à 200 mètres), dont ne rend pas compte le modèle, qui reste quasiment constant dans cette zone, tout au long de l'année; la décomposition de fin d'année au niveau de la thermocline allant même jusqu'à donner une allure très incurvée au profil.

Malgré ces imperfections, on remarque l'excellent accord à chaque fin (ou début) d'année des résultats de la simulation avec les profils observés, et ce sur une période particulièrement longue de vérification du modèle, puisqu'elle couvre trois années faisant suite à la calibration.

Les résultats concernant le phosphore particulaire sont beaucoup plus difficiles à interpréter. Si l'on note de meilleurs résultats, par rapport à la formulation précédente, pour l'année 1976; un décalage systématique se produit dans les années ultérieures qui semble se stabiliser dès 1977. On peut expliquer ce phénomène de plusieurs façons. Premièrement, le tonnage de phosphore particulaire entrant, et participant effectivement au cycle sous forme particulaire, est insuffisant. Deuxièmement, et la stabilisation du décalage à partir de la seconde année de la simulation plaide un peu pour cette hypothèse, la quantité de phosphore particulaire, qui intervient effectivement dans le modèle est celle que l'on trouve dans les résultats des simulations, les mesures comptant, en plus de cette part active, une part de phosphore particulaire n'intervenant pas directement dans le cycle de l'élément. Troisièmement, la sédimentation, telle que nous la prenons en compte, provoque une disparition du cycle d'une quantité de phosphore particulaire trop importante, provoquant un abaissement trop fort de sa concentration en zone profonde. Enfin, peut-on peut être voir dans ce décalage, une conséquence de la non prise en compte du phosphore organique dissous, la différence en zone profonde entre les valeurs observées et les valeurs simulées, étant précisément cette fraction dissoute. De l'ensemble de ces possibilités notre préférence va à la seconde, la vitesse de sédimentation employée provoquant un temps de descente du phosphore subépilimnique particulaire dans la colonne d'eau de l'ordre de 500 jours, ce qui correspond à peu près à la date de stabilisation de notre profil simulé.

Au delà de cette date, l'ensemble de l'orthophosphate de la colonne est donc le résultat des apports ou de la production, donc effectivement celui ayant activement participé au cycle.

Il est enfin intéressant de noter l'indépendance qui existe, sur une grande hauteur, entre ces deux paramètres, qui peut permettre, pour suivre l'orthophosphate, d'établir un modèle simplifié, à un seul compartiment (orthophosphates), avec une formule de relargage en zone profonde, un puit correspondant à la production en zone de surface, et fonctionnant sur la hauteur correspondant à l'hypolimnion du lac avec une équation de dispersion, utilisant les coefficients de dispersion issus du modèle thermique.

K_p	1.036	j^{-1}
θ_p	1.05	
I_s	80	$W.m^{-2}$
K_{mn}	6	$mg.m^{-3}$
θ_d	1.04	
K_d	0.075	j^{-1}
Décompmax	0.007	j^{-1}
V_s	Vépi	0.35 $m.j^{-1}$
	Vhypo	0.45 $m.j^{-1}$
Relargmax	3.70	$mg.m^{-2}.j^{-1}$
K_o	1.7	$mg.l^{-1}$
K_{op}	150	$mg.m^{-3}$

Tableau 10.6: Valeurs des paramètres de la calibration

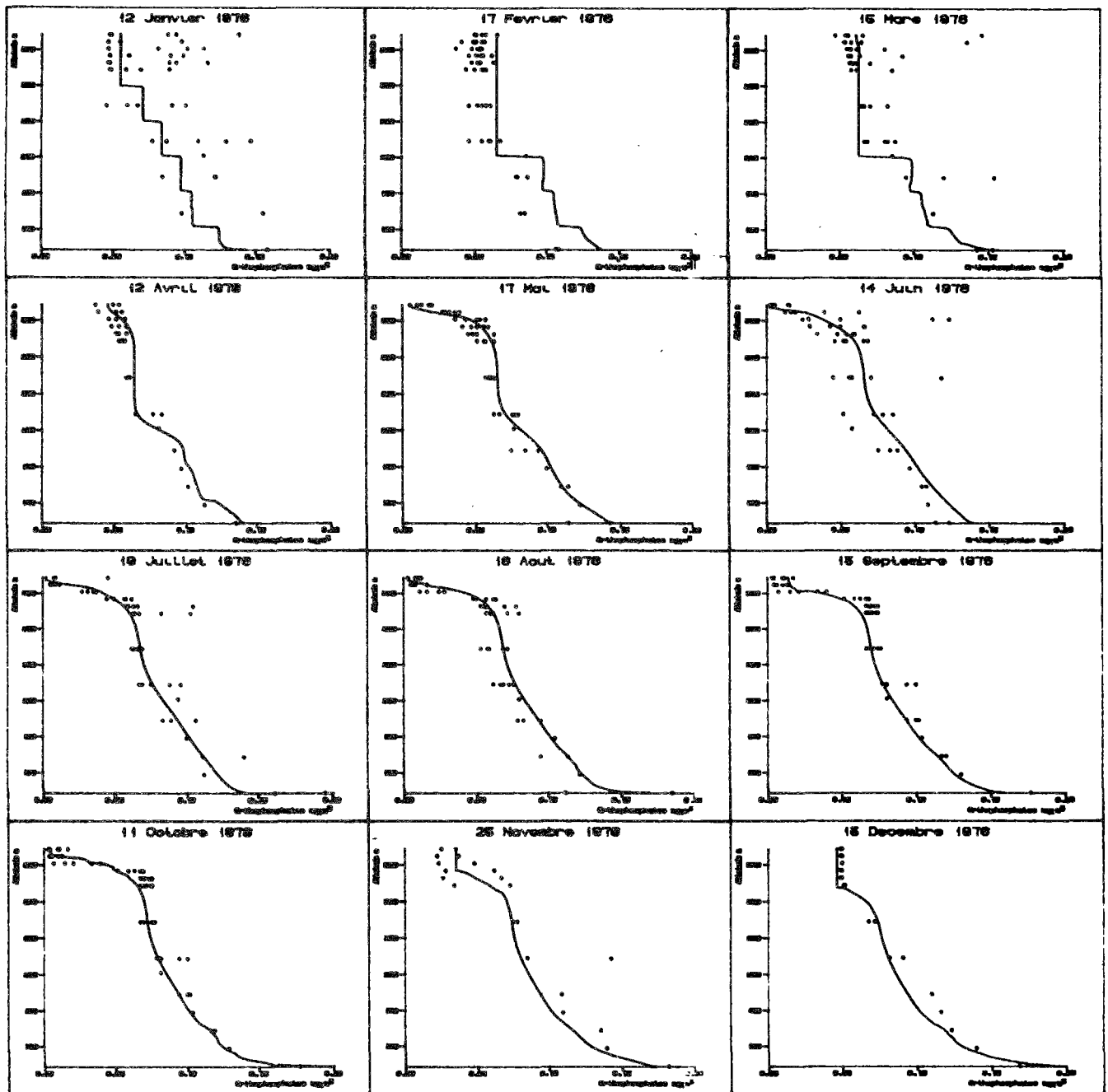


Figure 10.12: Résultats de la calibration (apports modifiés)
 Année 1976, orthophosphates
 (... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg d'orthophosphates / l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

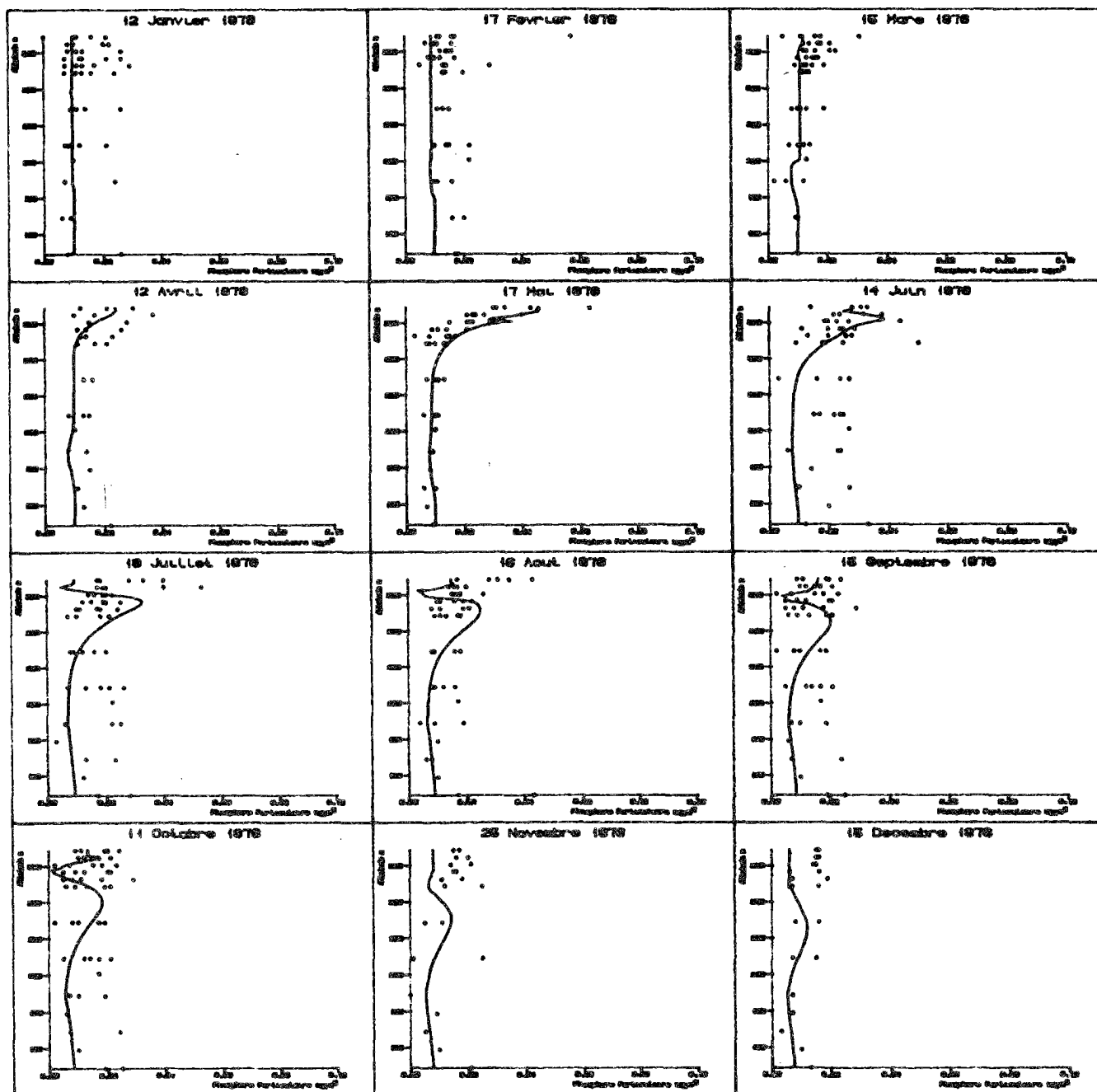


Figure 10.13: Résultats de la calibration (Apports modifiés)

Année 1976, phosphore particulaire organique

(... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.10 mg de Phosphore organique / l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

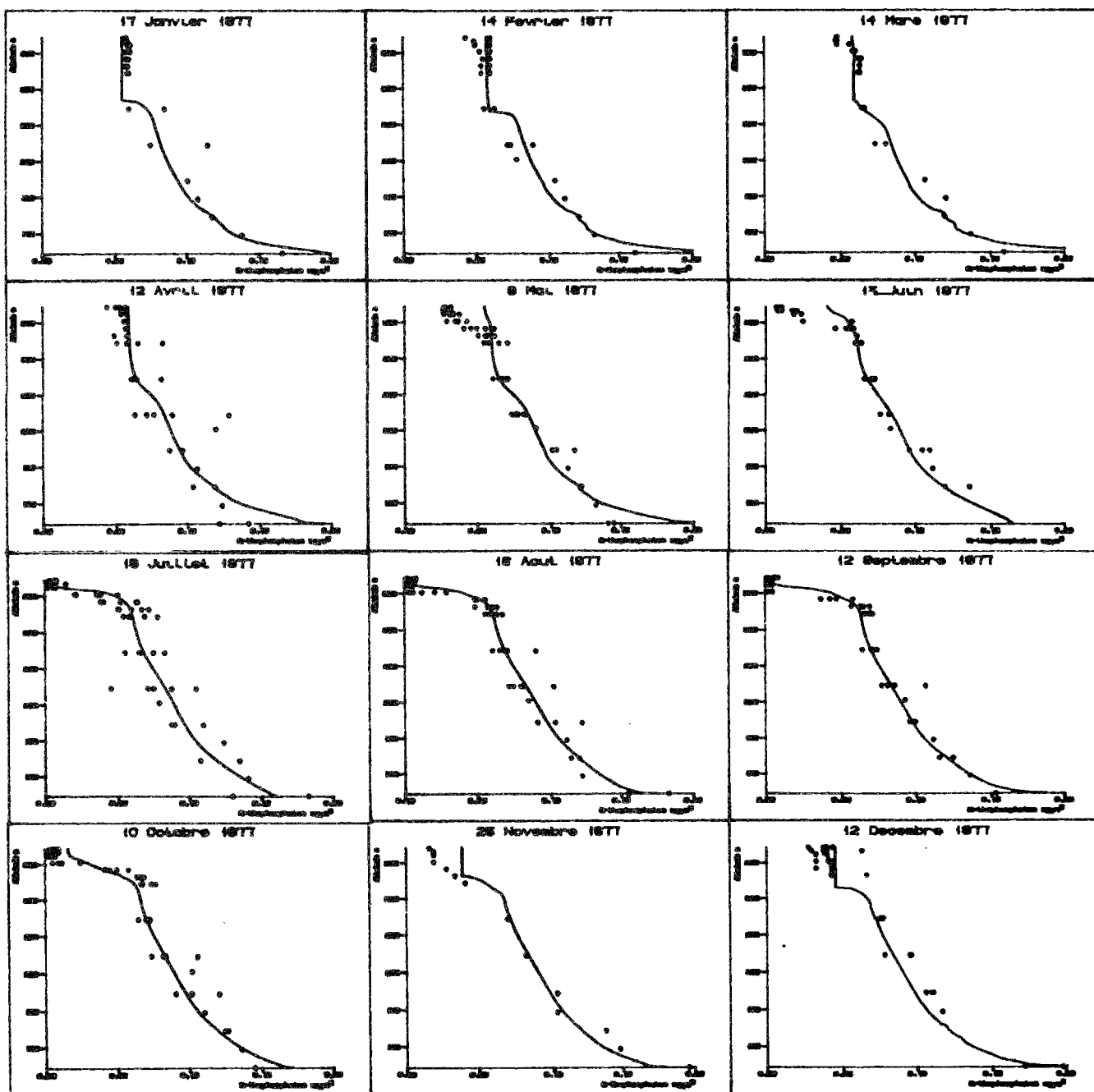


Figure 10.14: Résultats du modèle (apports modifiés)
 Validation, année 1977, orthophosphates
 (... Valeurs observées — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg d'orthophosphates / l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

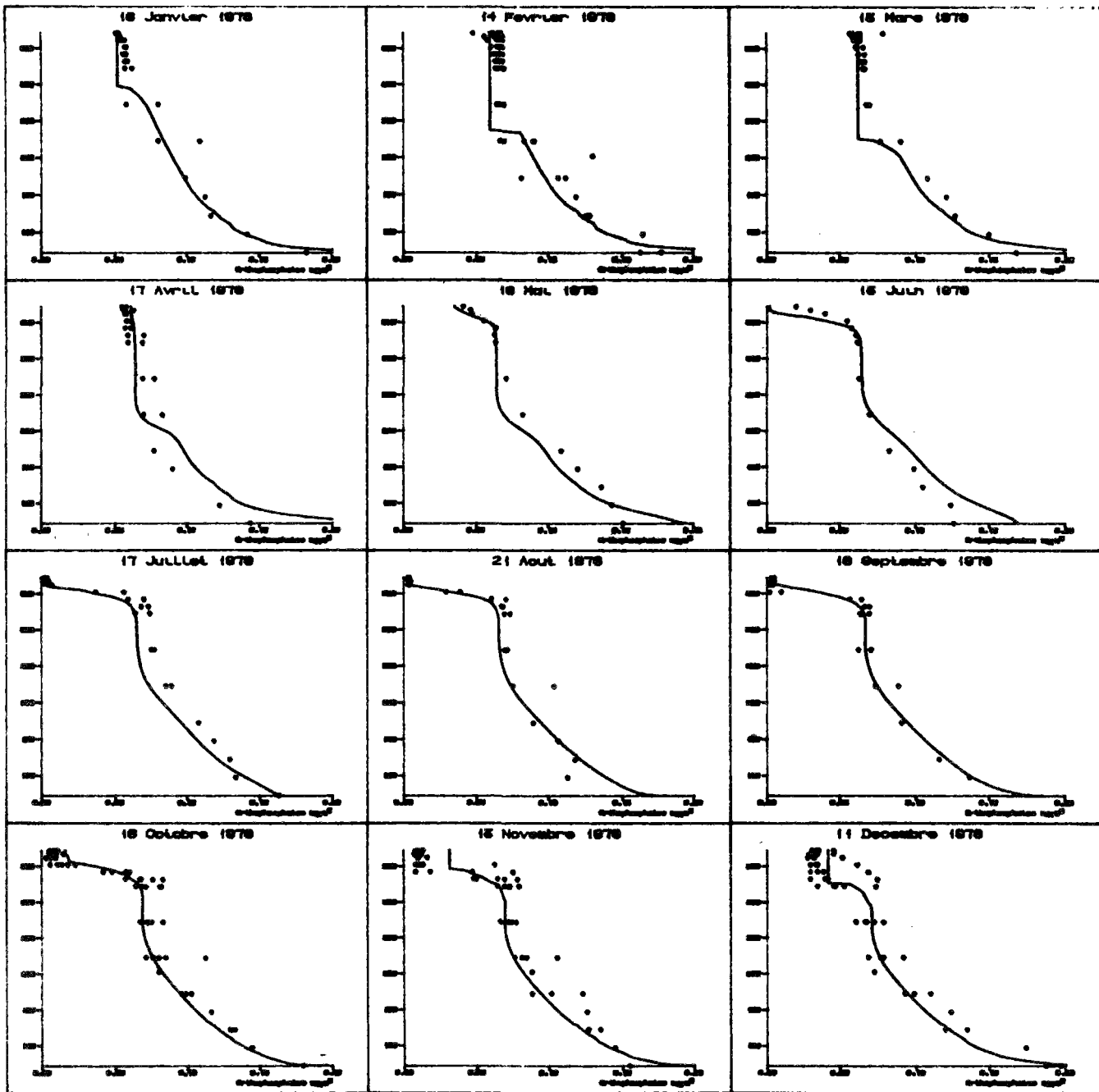


Figure 10.15: Résultats du modèle, (apports modifiés)

Validation, année 1978, orthophosphates

(... Valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg d'orthophosphates / l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

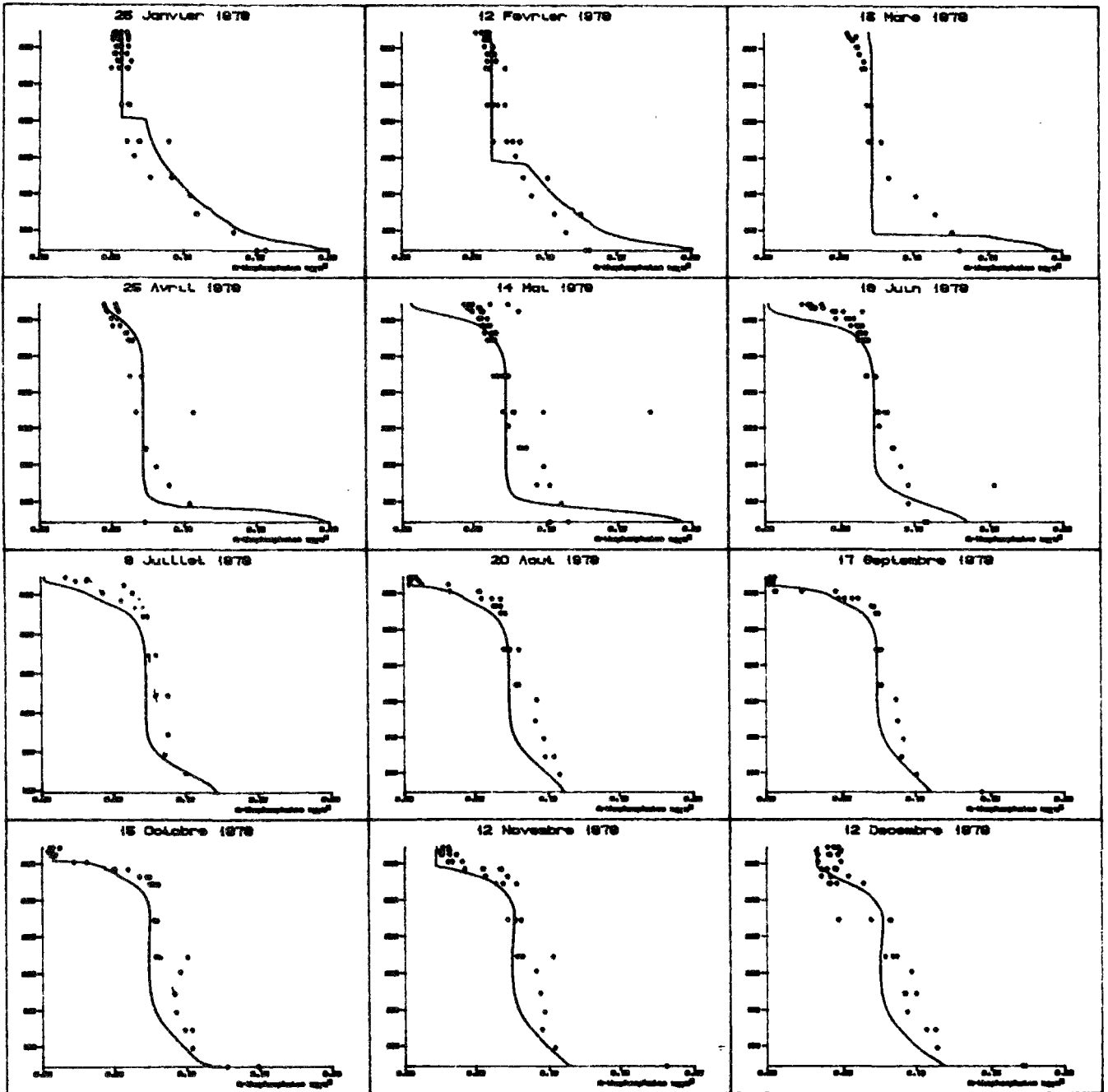


Figure 10.16: Résultats du modèle (apports modifiés)
 validation, année 1979, orthophosphates
 (... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.20 mg d'orthophosphates/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

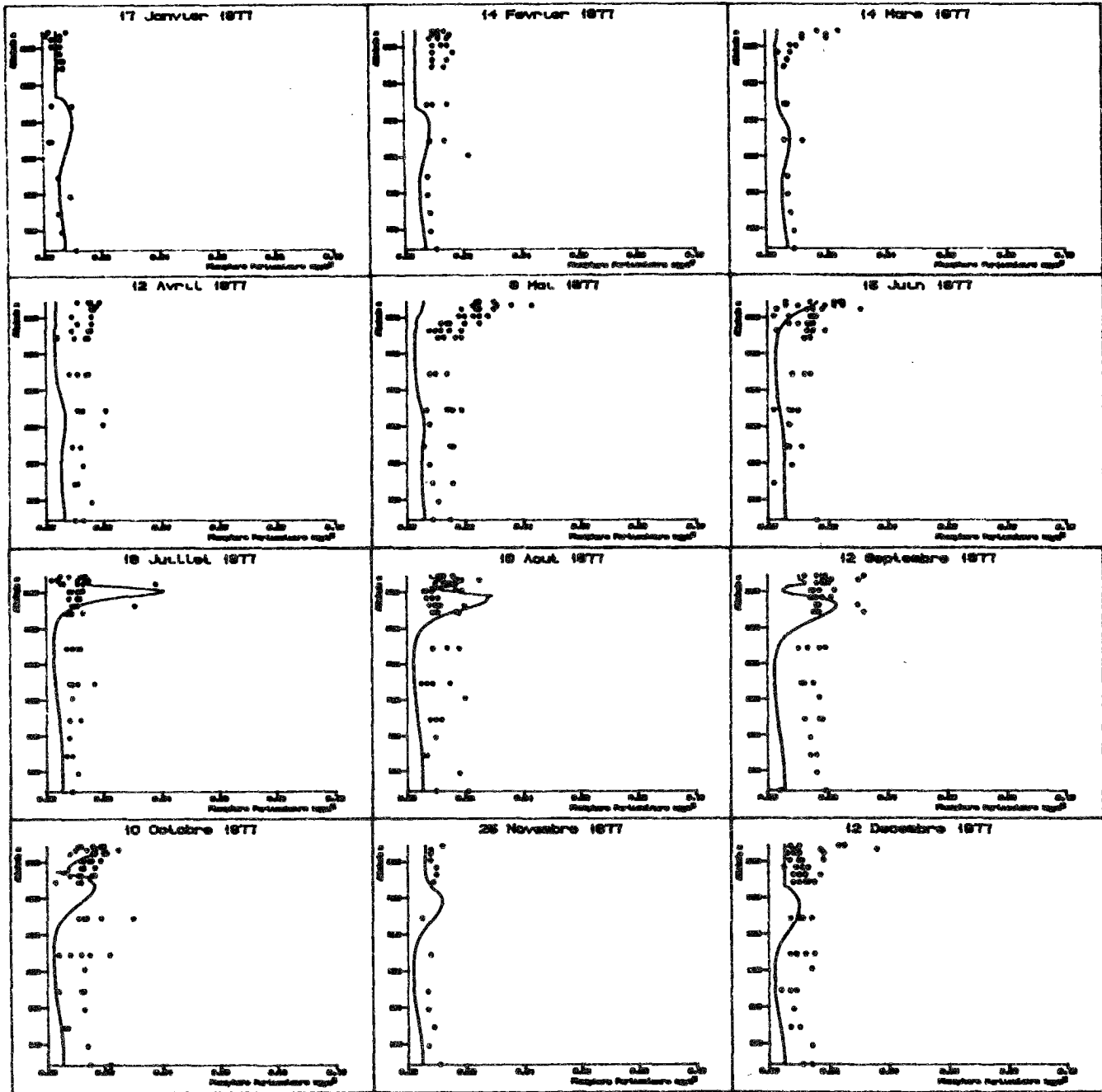


Figure 10.17: Résultats du modèle (apports modifiés)
 validation, année 1977, phosphore particulaire organique
 (... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.10 mg de phosphore particulaire/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

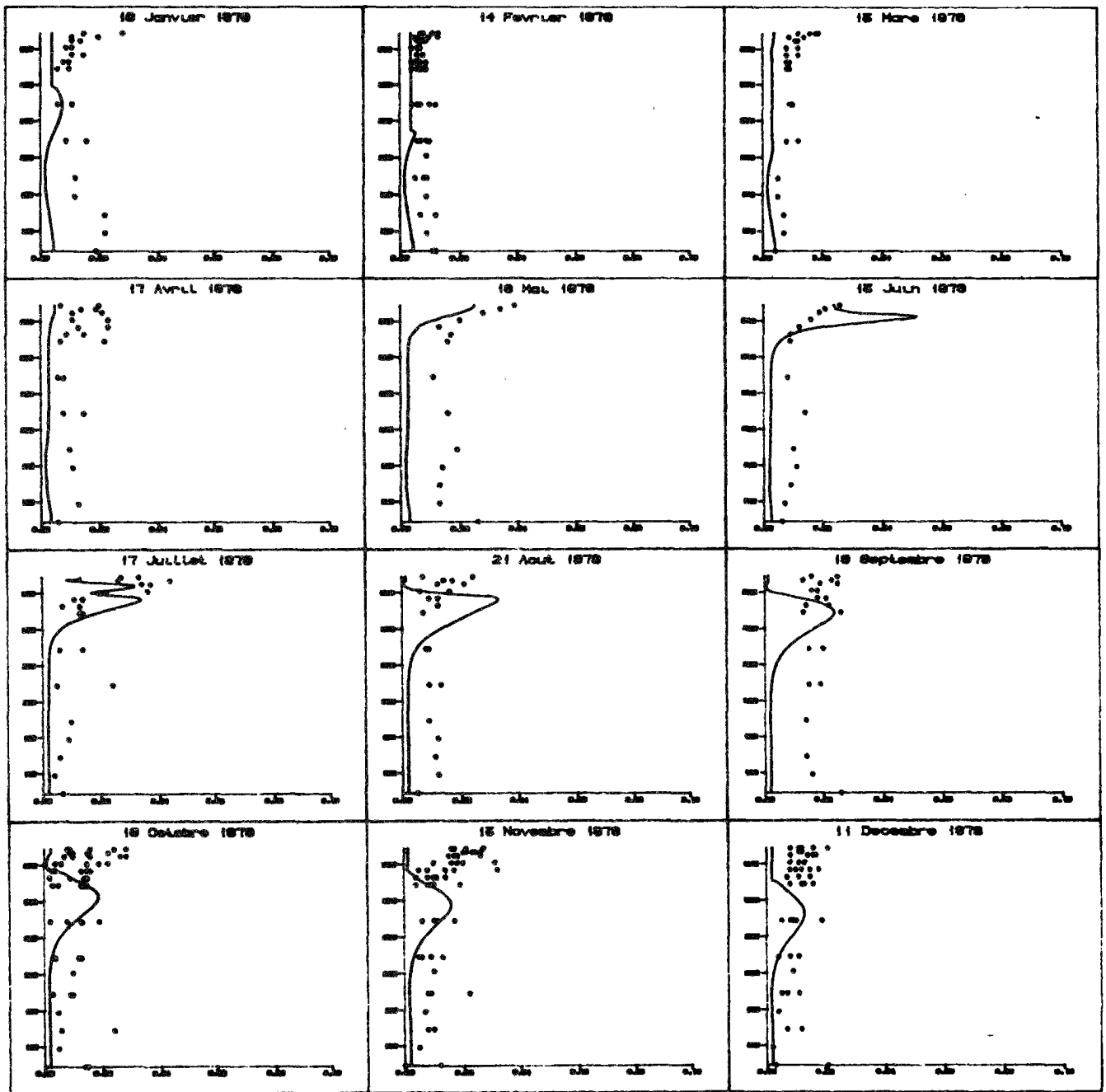


Figure 10.18: Résultats du modèle (apports modifiés)
 validation année 1978, phosphore particulaire organique
 (.. valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.10 mg de phosphore particulaire organique/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

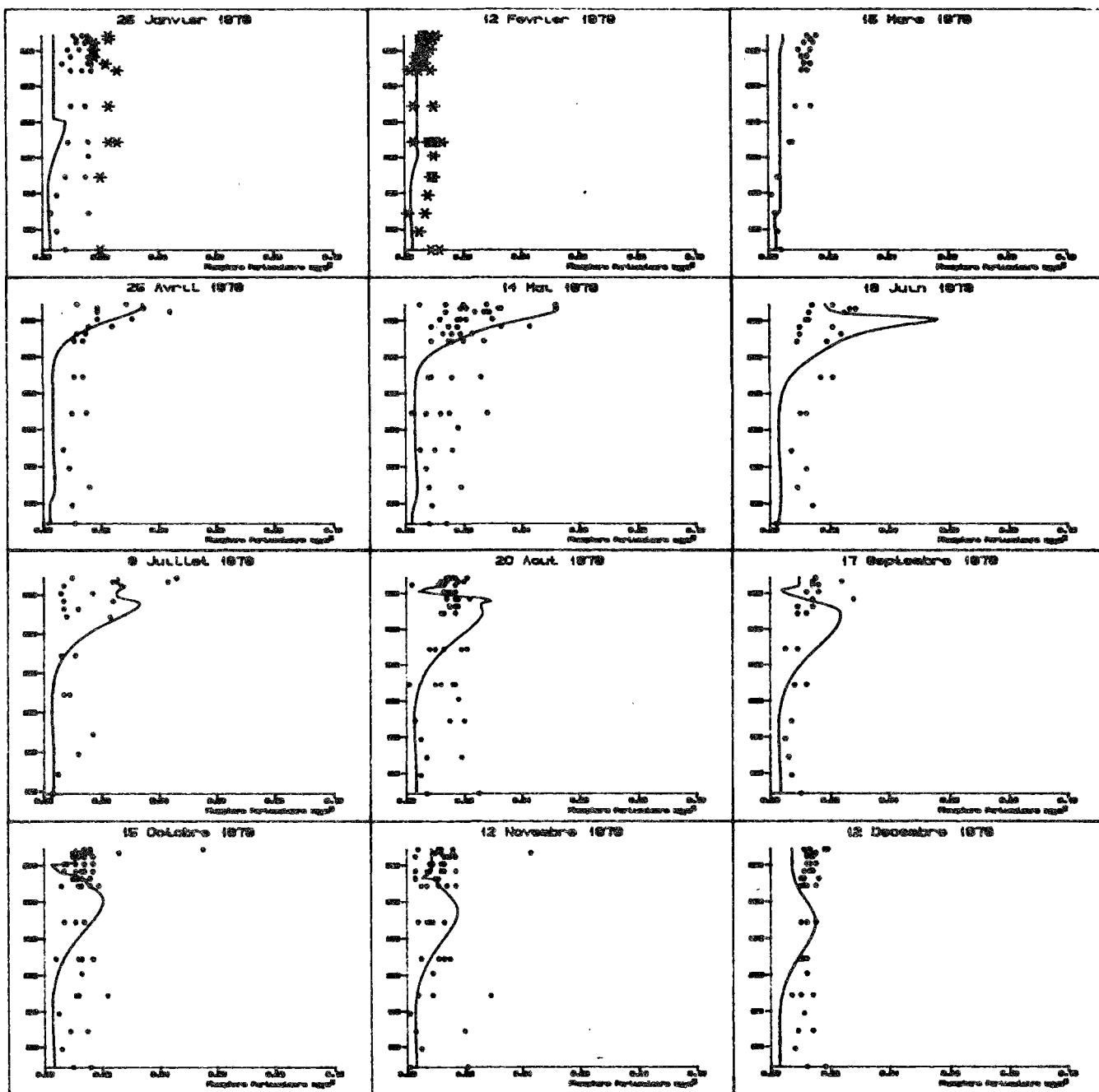


Figure 10.19: Résultats du modèle (apports modifiés)
 validation année 1979, phosphore particulaire organique
 (... valeurs observées, — valeurs simulées)

échelle des abscisses de 0 à 0.10 mg de phosphore particulaire organique/l
 échelle des ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

2.5 Sensibilité du modèle à une modification des apports

Nous avons souligné précédemment l'aspect non-prédictif du modèle dans son état actuel. Il n'est donc pas possible de faire d'une manière simple et fiable de la prédiction à long terme avec ce modèle dans son état actuel, d'autant plus que nous avons mis en évidence l'aspect aléatoire de la hauteur de la couche mélangée annuelle. Néanmoins, sur la base de simulations annuelles, utilisant les variables de forçage utilisées pour l'année de calibration, il est possible de déterminer la variation de réponse du modèle à une modification des apports.

Nous avons fait varier les apports de $\pm 10\%$, $\pm 20\%$, $\pm 50\%$. Les résultats sont présentés dans en Annexe 6. Ils mettent en valeurs la faible sensibilité du lac aux apports sur un cycle annuel, ainsi que la complexité et la non-linéarité liée au cycle du phosphore. En effet les réponses, qui dans l'ensemble sont assez peu sensible, compte tenu du stock du lac en phosphore et de son temps de rétention, varient d'un cas à l'autre, sans faire apparaître d'effet cumulatif, au fur et à mesure de l'augmentation du pourcentage de variation. Ainsi, une variation de $\pm 10\%$ n'a pratiquement aucune influence sur la concentration en orthophosphate; par contre elle provoque une variation sensible de la concentration en phosphore particulaire dans la zone proche de la surface, au cours du premier refroidissement d'automne. Par contre une variation de $\pm 50\%$ modifie régulièrement tout au long de l'année, la concentration en orthophosphates dans la couche de surface, alors que les variations du phosphore particulaire demeurent très faibles. Ces résultats, d'apparence contradictoires, sont dus aux modifications des cinétiques des réactions au cours de l'année.

Il est actuellement admis que 1000 tonnes de phosphore total entre annuellement dans le Léman. Nous avons, par ailleurs, testé le modèle sur un cycle annuel, en supposant, hypothèse pessimiste, que ces 1000 tonnes entraînent dans le lac, directement sous forme d'orthophosphates biodisponible. Il convient de noter qu'aucune modification du jeu des paramètres de calage n'a été effectué pour cette simulation, dont les résultats sont présentés figure 10.12.. Ils font apparaître la faible sensibilité du modèle à une variation des apports sur un cycle annuel, même pour une variation importante de ceux-ci. Ceci est à relier à l'important temps de rétention du lac; une modification des apports n'aura d'effet qu'à moyen, voire long terme.

D'un point de vue plus "mécaniste", les résultats du modèle à cet ensemble de modifications des apports, prouvent la capacité de celui-ci à décrire le fonctionnement

du Léman, quels que soient les apports, en quantité et en répartition orthophosphates-phosphore particulaire, sur un cycle annuel. Une connaissance plus précise des apports serait nécessaire pour obtenir un calage, vraisemblablement peu différent du calage actuel, mais plus précis, permettant des simulations sur des durées de l'ordre du temps de rétention du lac.

Dans un objectif de gestion environnementale, il apparaît clairement que la période de simulation de une année pour évaluer l'influence d'une modification des apports est insuffisante dans le cas du Léman. Seule une simulation pluri-annuelle, de type stochastique afin de prendre en compte à la fois le caractère aléatoire des variables de forçage liées au cycle production-décomposition, et celui des variables influant sur le système physique, et sur la hauteur annuelle de couche mélangée est susceptible de fournir une fourchette de prévisions réalistes. Cet objectif nécessite une amélioration de la connaissance des relations liant le relargage des orthophosphates à la concentration en oxygène dissous, soit en déterminant une relation fiable, de l'évolution temporelle de l'oxygène dissous au fond du lac au cours du cycle annuel, soit en adjoignant un compartiment oxygène dissous au modèle, afin de le rendre prédictif.

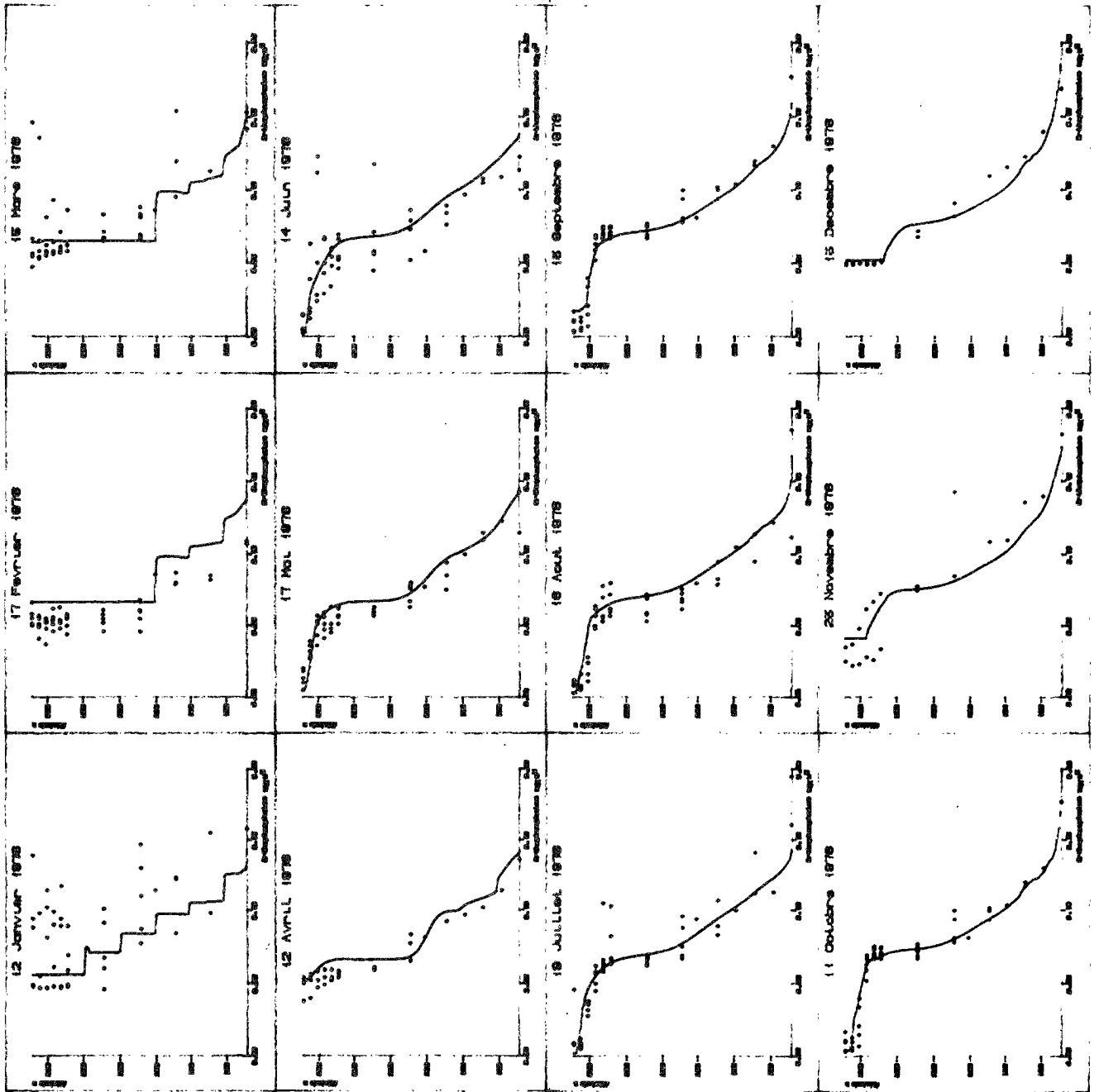


Figure 10.20: Résultats du modèle
 apports = 1000 tonnes d'orthophosphates
 (... valeurs observées, — simulation)
 abscisses de 0 à 0.20 mg P_{PO4}/l
 ordonnées de 62 à 372 m d'altitude

CONCLUSION

Nous avons tenté dans ce travail, de mener parallèlement une modélisation physique et écologique du système. Si la modélisation du sous-système physique représente une grande partie de l'ensemble de cette étude, elle a toujours été effectuée en gardant à l'esprit l'idée d'un couplage entre le fonctionnement physique et le fonctionnement écologique du lac, afin de fournir des résultats ultérieurement exploitables dans une approche plus profondément axée sur la description du système écologique. Conformément à la description des modèles d'écosystèmes lacustres, nous avons travaillé à la fois dans l'objectif d'une amélioration de la connaissance du milieu et de mise au point d'outils potentiellement utilisables dans la gestion du milieu.

L'établissement sous différentes versions d'un modèle unidimensionnel vertical de l'évolution thermique saisonnière du lac a permis:

- de décrire de manière satisfaisante, et sur des périodes particulièrement longues (4 ans) dans des conditions météorologiques très différentes, l'évolution saisonnière des couches de surface du lac et pluriannuelle des couches profondes.

- de trouver une formulation des coefficients de dispersion verticaux, permettant, précisément, une bonne description de l'évolution du système.

- de servir de base à l'établissement d'un modèle biogéochimique et à une étude stochastique de l'approfondissement de la couche mélangée au cours de l'hiver.

Sur ce dernier point, l'étude entreprise a permis de mettre en valeur l'importance non seulement des phénomènes météorologiques, mais aussi de l'état thermique initial du lac, sur la hauteur mélangée en fin d'hiver. Il apparaît, de plus, possible, par cette étude, de prévoir, dans la plupart des cas avec une faible incertitude, la probabilité d'atteinte d'une certaine hauteur mélangée. Cet aspect aléatoire et prédictif constitue, à notre avis, l'un des résultats fondamentaux de ce travail, et devrait être poursuivi et élargi à l'ensemble de l'année. Nous ne pouvons envisager, à priori, l'allure des résultats, sur une longue période (permettant de bien couvrir la gamme d'évènements probables) d'un modèle thermique stochastique du lac. Ils devraient néanmoins permettre d'affiner nos résultats, en ne faisant plus dépendre la profondeur mélangée du profil thermique de début d'hiver, mais uniquement des variables de forçage durant la (ou les) saison(s) précédente(s). Compte tenu du non-retour annuel à des conditions initiales similaires, la capacité prédictive d'un modèle de gestion ne pourra être obtenue que par l'introduction d'un aspect stochastique dans la description physique et éventuellement écologique du système.

Le modèle bidimensionnel développé, qui s'est limité à une description saisonnière, a permis de décrire de manière assez satisfaisante le comportement thermique annuel du lac à la fois verticalement et longitudinalement. En particulier, il met en valeur, malgré une faible amplitude absolue, l'hétérogénéité horizontale du milieu, et apporte quelques informations concernant les transferts d'eau à différents endroits du lac. Les problèmes rencontrés sur les profils thermiques lors de la prise en compte de l'advection rendent néanmoins compte de l'importance des circulations horizontales, ainsi que de la nécessité d'une bonne connaissance du champ du vent sur l'ensemble de la surface du lac. Si les résultats que nous avons présentés permettent d'ores et déjà la conception d'un modèle écologique (biogéochimique ou à niveaux trophiques condensés) par boîte, l'établissement d'un modèle physique bidimensionnel horizontal, en complément de celui déjà développé, apporterait sans doute des informations plus précises concernant les échanges d'eau sur le lac.

Le modèle biogéochimique exposé se rattache aux deux objectifs des modèles précédemment cités. Concernant l'amélioration de la connaissance du milieu, nous avons montré l'applicabilité du type d'outil "modèle", au Léman, malgré le fonctionnement complexe du milieu. Si les résultats d'ensemble peuvent là aussi être jugés satisfaisants,

ils ont clairement mis en valeur certaines lacunes qu'un approfondissement des études sur le site serait susceptible d'éliminer. Il s'agit en premier lieu d'une amélioration des connaissances concernant l'interface eau-sédiment et plus particulièrement des conditions de relargage en fonction de l'oxygène dissous et de l'orthophosphate surnageant, ainsi que de la refixation éventuelle de celui-ci. Une autre difficulté concerne la vitesse de sédimentation et en particulier le décalage qui existe entre celle utilisée dans le modèle et celle mesurée sur le site. L'utilisation de ce modèle sur quatre années successives, avec un seul décalage important, concernant le mélange profond de l'hiver 1979, ce qui pose la question du mélange convectif ou d'une diffusion accélérée, dans les couches profondes, permet d'envisager pour ce modèle, à la fois l'ajout d'autres espèces (oxygène dissous, chlorophylle...) et son utilisation en mode prédictif stochastique. Compte tenu des faibles variations des concentrations observées sur la colonne d'eau comprise entre 80 et 270 mètres de profondeur, on peut envisager qu'un modèle, ne donnant qu'une description grossière de cette partie, en augmentant la hauteur des couches, permettrait de garder un bon niveau de résultats, tout en diminuant la durée d'exécution. L'étude de sensibilité effectuée sur les apports a montré la faible incidence d'une grande variation de ceux-ci sur un cycle annuel. Il est clair qu'il n'en n'est pas de même sur une longue période,

ce qui implique, afin de connaître précisément les apports, d'améliorer la connaissance de la biodisponibilité du phosphore entrant.

Comme nous l'avons indiqué dans le titre de ce mémoire, ce travail ne constitue pas un tout, mais s'inscrit dans le cadre beaucoup plus large de la modélisation du système lémanique. Par rapport aux études antérieures sur ce thème, il se distingue principalement par l'échelle spatio-temporelle qu'il emploie: modélisation saisonnière ou pluri-saisonnière, discrétisation verticale fine, prise en compte de la dimension horizontale. Par rapport aux études à venir, nous osons espérer qu'il servira de base de travail, à la fois dans l'établissement de modèles physiques plus performants et dans l'établissement de modèles écologiques plus complets.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

1

- Agoumi A. (1983); Modélisation mathématique du régime thermique de la Manche. Thèse de Doctorat d'Ingénieur, ENPC, Paris, 127 pages.
- Agoumi A. (1985). Modélisation de l'écosystème pélagique en Manche. Etude de l'influence des phénomènes physiques sur le système planctonique. Thèse de Doctorat d'état es sciences, Paris VI, 500 pages.
- Bachelard S. (1979). Quelques aspects historiques des notions de modèles et de justification des modèles. In "Actes du colloque: Elaboration et justification des modèles; applications en biologie". Présenté par Delattre P. & Thellier M. Maloine, Paris. Tome 1 pp 13-19.
- Bauer S.W. (1979) Three dimensional irregular grid finite difference model of wind induced water level fluctuations and currents in a homogeneous lake, with applications to the lake of Geneva. Doctoral dissertation N° 33 Department of civil engineering. Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, 158 pages
- Bierman V.J. (1976). Mathematical model of the selective enhancement of blue-green algae by nutrient enrichment. In "Modelling biochemical processes in aquatic ecosystems". Ed. Canale R.P. (Ann Arbor, MI: Ann Arbor Science). pp 1-32
- Blavoux B., Dussart B., Maneglier H. & Salvetti C. (1962) La région lémanique du point de vue hydrométéorologique. Le Globe, Soc. Géo. de Genève, 102, pp 49-68
- Blösch J. (1974) Sedimentation und Phosphorhaushalt im Vierwaldstättersee (Horwer Bucht) und im Rotsee. Schw. Z. Hydro., 35, 1
- Bohle-Carbonnel M. 1986a Communication Ass. Fr. Limn.: "Hétérogénéité du Léman; Statistics on its horizontal currents"
- Bohle-Carbonnel M. 1986b Hydrodynamik des Genfersees; Gleichgewichte und charakterisierende Grössen. Thèse EPFL, Communication du laboratoire d'hydraulique n° 52, 235 pages + annexes
- Box G.E.P. & Jenkins G.M. (1976) Time series analysis forecasting and control. Revised edition Holden Day, San Francisco, 575 pages
- Bozzolo D., Pamini R., Salvade G., Solca F., Spinedi C. & Zamboni F. (1983) Mathematische Modelle zur Simulation von Zirkulationsströmungen in einem See. Schweiz. Zeit. Hydrol. 45/1 pp 145-175
- Burkard P. (1984). Apports par les affluents (au Léman). In "Rapport de synthèse de la CIPEL". pp 388-422
- Burkard P. (1984) Climatologie in "Rapport de synthèse de la Cipel" pp 49-53.
- Canale R.P. (1976) Modelling biochemical processes in aquatic ecosystems. Ann Arbor Sciences Pub. Ann Arbor; 389 p.

BIBLIOGRAPHIE

2

- Chahuneau F., Des Clers S., Meyer J.A. (1980). Les modèles de simulation en écologie lacustre, Présentation des différentes approches et analyse des modèles existants. *Acta Oecologica, Oecologica Generalis*; 1, 1, pp 27-50
- Chahuneau F. (1984) Modélisation saisonnière du lac de Nantua. *Verh. Internat. Limnol.* 22, pp 125- 131
- Chahuneau F. (1987) Modélisation du lac de Nantua. Thèse de Doctorat ès-sciences, A paraître.
- Chapra S.C. (1977). Total phosphorus model for great lakes. *Jour. Env. Eng. Div.* 103, EE2
- Chen C.W., Orlob G.T. (1975) Ecologic simulation for aquatic environments. In *Systems Analysis and Simulation in Ecology*, Patten editor, Academic Press, New-York, Vol.3 pp 476-587.
- Chen C.W., Smith D.J. (1979) Preliminary insights into a three dimensional ecological hydrodynamic model. In *Perspectives on lake ecosystem modelling*, Scavia & Robertson Editor (Ann Arbor, MI: Ann Arbor Science). pp 249-279.
- Choisnel E. (1977) Le bilan d'énergie et le bilan hydrique du sol, *La Météorologie*, 6ème série, 11, pp 103-159.
- CIPEL (1984) Le Léman, Synthèse des travaux de la Commission Internationale pour la Protection des Eaux du Léman, contre la Pollution. Secrétariat de la commission internationale, Lausanne, 650 pages
- De Pinto J.V, Young T.C., Martin S.C. (1981) Algal available phosphorus in suspended sediments from lower great lakes tributaries. *Jour. Great Lakes Res.*, 7, 3, pp 311-325
- Dillon P.J., Rigler F.H. (1974) A test of a simple nutrient budget model predictiong the phosphorus concentration in lakes. *Jour. Fish. Res. Bd. Can.*, 31, 11, pp 1771-1778.
- Di Toro D.M. & Matystik W.F. (1977) Mathematical models of large lakes. 1. Lake Huron and Saginaw Bay, Manhattan College, New-York, 165 pages
- Di Toro D.M., Matystik W.F. Jr (1980) Mathematical models of water quality in large lakes; part 1: Lake Huron and Saginaw Bay. U.S. E.P.A. Report, EPA-600/3-80-056, Duluth, MN, 249 pages.
- Di Toro D.M., Connolly J.C. (1980) Mathematical models of water quality in large lakes; part 2: Lake Erie. U.S. E.P.A. Report, EPA-600/3-80-065, Duluth, MN, 180 pages
- EAWAG (1984) Gutachten über die Sanierung des Zugersees mit besonderer Berücksichtigung des Projektes Zur Seeregulierung. EAWAG Dübendorf, Auftrag n°4663. Baudirektion des Kantons Zug, 103 pages

BIBLIOGRAPHIE

3

- Ekman V.W. (1905) On the influence of the earth's rotation on ocean currents. Ark. Mat. Astr. Fys., 2, 11, pp 78-128
- EPA (1985) Rates, constants and kinetics formulation in surface water quality modelling (Second Edition). EPA-600/3-85-040, Athens, Georgia, 455 pages.
- Fabre J. & Ramanypala P. (1980) Equations générales de transfert de masse, de quantité de mouvement, d'énergie dans les eaux de surface. Ann. Univ. Abidjan. Serie C, Tome XVI, 99 pages
- Farnhi H.P., Rapin F. (1985) Modélisation du cycle du phosphore dans le Léman, CIPEL, Rapport interne, 88 pages.
- Finckh P. (1981) Heat flow measurements in 17 prealpine lakes, Geol. Soc. Am. Bull., I, Vol.92, pp 108-111.
- Fischer K.H. (1980) Communication personnelle à J.M. Jaquet
- Fischer H.B., List E.J., Koh R.C.Y., Imberger J. & Brooks N.H. (1979) Mixing in inland and coastal waters. Academic press 1979, New-York, 483 pages.
- Forel (1892) Le Léman, bibliographie limnologique, Tome 1, Slatkine Reprints, Genève 1969, 1909 pages
- Gächter R., Imboden D.M., Bühner H. & Stadelmann P. (1983) Mögliche Massnahmen zur Restaurierung des Sempachersees. Schw. Z. für Hydro., 45, pp 246-266
- Gaillard J. (1981) A predictive model for water quality in reservoirs and its application to selective withdrawal. PhD Dissertaion, Colorado State University, Fort Collins, Colorado, 232 pages.
- Garçon V. (1981) Modélisation numérique d'un écosystème aquatique: application au réservoir de Grangent, sur la Loire. Thèse de 3ème cycle, Université de Paris VII, 89 pages.
- Gentil S. (1981) Modélisation en écologie : Méthodologie et application aux écosystèmes lacustres. Thèse d'état, Université de Grenoble, 231 pages.
- Graf W.H. (1983) Hydrodynamics of the lake of Geneva. Schw. Zeit. Hydrol. 45, 1, pp 63,100
- Griffin T.T., Ferrara R.A. (1984) A multicomponent model of phosphorus dynamics in reservoirs, Wat. Res. Bull. 20, 5, pp 777-788.
- Grim (1939) Beobachtungen am Phytoplankton des Bodensees (Obersee) sowie deren rechnerische Auswertung. Int. Rev. Hydrobio. Hydrograph. 39, pp 193-315

BIBLIOGRAPHIE

4

- Halfon E., Lam D.C.L. (1978) The effect of advection -diffusion equations model on the eutrophication of large lakes. A hypothetical example: Lake Superior. *Ecological modelling* 4, 2/3, pp 119-131.
- Hamblin P.F. (1971) An investigation of horizontal diffusion in lake Ontario. Proceedings 14th conference Great Lakes Research. International Association for Great Lakes Research. pp570-577.
- Harper W.L. & Waldrop W.R. A two dimensional laterally averaged hydrodynamic model with application to Cherokee reservoir. Proc. symposium on "Surface water impoundments" (ASCE) Stefan H.G. ed., pp 508-517
- Heinrich J., Lick W. Paul J. (1981) The temperature and currents in a stratified lake: a two dimensional analysis. Internal report EPA, 30 pages.
- Henderson-Sellers B. (1976) Role of eddy diffusivity in thermocline formation. *Jour. Env. Eng. Div.*, 102, EE3, pp 517-531
- Henderson-Sellers B. (1978) Choice of model parameter in the numerical simulation on heat transfer processes in Reservoirs. pp 549-557
- Henderson Sellers B. (1982) A simple formula for vertical eddy diffusion coefficients under conditions of non-neutral stability. *Jour. Geophys. Res.*, 87, C8, pp 5860-5864
- Henderson-Sellers B., Mc Cormick M.J. & Scavia D. (1983) A comparison of the formulation for eddy diffusion in two one-dimensional models. *Appl. Math. Modelling*, 7, pp 212-215
- Honjo S., Romani S.R. (1978) Marine copepod fecal pellets production, preservation and sedimentation *Jour. Mar. Res.* , 36, pp 45-57
- Hubert P. (1971) Etude par le Tritium de la dynamique des eaux du lac Léman; apport du tritium à la limnologie physique. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Paris, 149 pages.
- Ikeda S., Inoue Y. & Iwai S. (1979) Multispecies of planctons and nutrients models of lake eutrophication. A simulation study of lake Biwa. In "State of the art an ecological modelling" Jorgensen S.E. Ed. Copenhagen: Int. Soc. Ecol. Mod. pp 501- 526
- Imboden D.M. (1974) Phosphorus model of lake eutrophication *Limno. Ocean.* 19 (2) 297-304
- Imboden D.M., Gächter R. (1978) A dynamic lake model for trophic state prediction. *Ecological modelling*, 4, pp 77-98.
- Jaquet J.M. (1985) Bilan et modèle d'entrées-sorties du phosphore total dans le Léman. *Annl. Limnol.*, 21, 3, pp 177-189.
- Jaquet J.M., Snodgrass W.J. (1976) Modelling of total phosphorus in lac Lemman, the role of sediment. Présentation au symposium SIL-UNESCO sur les échanges eau-sédiment, Amsterdam.

BIBLIOGRAPHIE

5

- Jaquet J.M., Snodgrass W.J. (1984) Modélisation du phosphore dans le Léman, in Rapport de Synthèse CIPEL, pp 547-558.
- Jaquet J.M., Favarger P.Y., Peter A., Vernet J.P. (1983) Premières données sur la matière en suspension dans le Léman. Rapport Interne, Institut Forel, Université de Genève, 83 pages.
- Jaquet J.M. & Davaud E. (1978) Analyse statistique des données CFS. Précision et reproductibilité des variables, variabilités spatiale et temporelle. Laboratoire de limnologie, Université de Genève, Sept 78, 12 pages
- Jorgensen S.E. (1976) An eutrophication model for a lake. Ecol. Modelling, 2, 2, pp 147-165
- Jorgensen S.E. (1983) Ecological modelling of lakes. In "Mathematical modelling of water quality in streams, lakes and reservoirs. Orlob G.T. Ed. IIASA, Vol 12, pp 337-394
- Kolmogoroff (1941) the local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. In "turbulence classic papers on statistical theory " Friedlander S.K. & Topper L, Ed.. Intersciences Publishers Inc. New-York. 1961, pp 151-156
- Li Y.H. (1973) Verticale eddy diffusion coefficient in lake Zürich. Schweiz. Zeitsch. für Hydrol., 35, 1, pp 1-7
- Lick W. (1976) Numerical modelling of lake currents. Annual reprints of earth and planetary sciences, 4, pp 49-74
- Markofsky M., Harleman D.R.F. (1973) Prediction of water quality in stratified reservoirs. Jour. Hydraul. Div., ASCE, 99, HY5, pp 729-745
- Mejon M.J. (1983) Etudes des liaisons journalières entre l'irradiation journalière et les variables météorologiques globales. Thèse de 3ème cycle, Grenoble, 236 pages
- Mellor G.L., Herring J.A. (1973) A survey of the mean turbulent field closure models, AIAA Journal, 11, pp 590-599
- Mellor G.L., Durbin P.A. (1975) The structure and dynamics of the ocean surface mixed layer. Jour. Phys. Ocean., 5, pp 718-728
- Mellor G.L. (1973) Analytic prediction of the properties of stratified planetary surface layers. Jour. of the Atm. Sciences, 30, pp 1061-1069
- Mellor G.L., Yamada T (1974) A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. Journal of the atmospheric sciences, 31, pp 1791-1806

BIBLIOGRAPHIE

6

- Mortimer C. (1974) Lakes hydrodynamics. Contribution 109, Ass. Int. Limn., pp 127-197
- Murthy C.R. (1976) Horizontal diffusion characteristics in lake Ontario. Jour. Phys. Ocean., 6, pp 76-84
- Niiler P.P., Kraus E.B. (1977) One dimensional models of the upper ocean. In Modelling and prediction of the upper layers of the ocean, Kraus E.B. editor, Pergamon Press, pp 143-177
- Park P.A., Groden T.W. & Desormeau C.J. (1979) Modification to the cleaner model requiring further research. Perspectives on lake ecosystem modelling. D. Scavia Robertson A. editors, (Ann Arbor), pp 87-108
- Perrin de Brinchambaut C. (1963) Rayonnement solaire et échanges radiatifs naturels, Gauthier-Villars
- Pochat R. (1980) Ecole d'été de mécanique, mécanique des fluides, écoulements à surface libre. Hanoi, 1980, 280 pages
- Prantlt L. (1925) Über die ausgebildete Turbulenz, ZAMM, 5, p 136
- Premazzi G., Rossi G. (1984) Phosphorus cycle in an eutrophic subalpine lake. Commission of the european communities. Eur 9116 E.N., 54 pages
- Primault B. (1974) Etude méso-climatique du canton de Vaud. Cahier de l'aménagement régional n°14, Office cantonal vaudois de l'urbanisme, 186 pages
- Richtmeyer R.D., Morton K.W. (1967) Difference methods for initial value problems, second edition, Interscience, New-York, 405 pages
- Roberts B.J. & Street R.L. (1975) two dimensional hydrostatic simulation of thermally influenced hydrodynamic flows. Technical report n° 194. Dept. Civ. Eng. Stanford University, 162 pages
- Rodi W. (1979) Turbulence models and their applications in hydraulics, IAHR, Delft, Netherlands, 104 pages
- Rossi G., Beonio-Brocchieri F., Sangregorio J. (1982) On the evaluation of the vertical eddy diffusion coefficient in lakes by means of measured temperature profiles. In Analysis of ecological systems, State of the art in ecological modelling, Lauenroth W.K., Skogaboe C.V., Flug M editors. Elsevier Amsterdam. pp 615-622
- Rotta (1951) Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. Z. Phys., 129, pp 547,572 131 pp51,77
- Scavia D. (1980) An ecological model for lake Ontario, Ecological modelling, 8, 49-78
- Simons T.J. (1981) The seasonal climate of the upper ocean, data analysis and model development. National Water Research Institute, Burlington, Ontario, Interim report 50 pages

BIBLIOGRAPHIE

7

- Simons T.J. (1973) Development of three dimensional numerical models of the great lakes. Scientific series N°12, CCIW, Burlington Ontario, 26 pages
- Simons T.J. (1976) Analysis and simulation of spatial variations of physical processes in lake Ontario. J. Great Lakes Res., 2, 2, pp 215-233
- Simons T.J. (1979) Assessment of water quality simulation capability for lake Ontario. Scientific series n°111, CCIW, Burlington, Ontario, 220 pages
- Smith I.R. (1979) Hydraulic conditions in isothermal lakes. Freshwater biology, 9, pp 119-145
- Smith I.R. & Sinclair I.J. (1972) Deep water waves in lakes. Freshwater biology, 2, pp 387-399
- Sundaram T.R., Rehm R.G. (1971) Formation and maintenance of thermocline in temperate lakes. AIAA journal, 9, 7, pp 1322-1329
- Sundaram T.R., Rehm R.G. (1973) The seasonal thermal structure of deep temperate lakes. Telles XXV, 2, pp 157-167
- Turner J.J. & Kraus E.B. (1967a) A one dimensional model of the seasonal thermocline. I) A laboratory experiment and its interpretation. Tellus XIX, pp 88-97.
- Turner J.J. & Kraus E.B. (1967b) A one dimensional model of the seasonal thermocline. II) The general theory and its consequences. Tellus XIX, pp 98-105
- Thom R. (1979) Modélisation et scientificité, in Actes du colloque "élaboration et justification des modèles, applications en biologie. Delattre P. et Thellier M., editors, Maloine, Paris, pp21-29
- Thomann R.V., Di Toro D.M., Winfield R.B., O'Connor D.J. (1975) Mathematical modelling of phytoplankton in lake Ontario, Model development and verification. EPA Rep. 660/3 75 005, 177 pages
- U.S. Army (1962) Waves in inland reservoirs. Tech. Man. Beach erosion, Board n°132
- Vasseur B., Funkquist L., Paul J.I. (1980) Verification of a numerical model for thermal plumes. Hydrologi och Oceanographi. Nr Rho 24 122 pages
- Vollenweider R.A. (1969) Möglichkeiten und Grenzen elementarer Modelle des Stoffbilanz von Seen. Arch. Hydrobiol., 66, pp 1-36
- Vollenweider R.A. (1968) Scientific fundamentals of the eutrophication of lakes and flowing waters, with particular reference to phosphorus and nitrogen as factors in eutrophication. OECD technical report DAS/CSI/68.27, 159 pages

BIBLIOGRAPHIE

8

- Vollenweider R.A. (1975) Input output models with special references to the phosphorus loading concept in limnology. Schweiz. Z. Hydrol., 37, 1, pp 53-84
- Vollenweider R.A. (1976) Advances in defining critical loadings level for phosphorus in lake eutrophication. Mem. 1st. Ita. Idrobiol., 33, pp 53-83
- Vollenweider R.A. (1981) Rapport de synthèse sur l'eutrophisation, OCDE Paris, 165 pages
- Vollenweider R.A. (1983) Notion de charge admissible, Communication au colloque sur l'eutrophisation et la pollution du Léman. CIPEL-ASL, Genève
- Vollenweider R.A. & Dillon P.J. (1974) Application du concept de la vitesse d'apport de phosphore par unité de surface à la recherche sur l'eutrophisation. Cons. Nat. Rec. Can. n° 13691, 44 pages
- Yanenko N.N. (1968) Méthode à pas fractionnaire. Résolution de problèmes polydimensionnels de physique mathématique, Armand-Colin, 205 pages

Contribution à la modélisation du lac Léman :
Modèles physiques et biogéochimiques

Mots-clefs: bidimensionnel, cycle du phosphore, lac, Léman, modèle, overturn, thermique, unidimensionnel.

Résumé

Après avoir rapidement rappelé les objectifs de la modélisation du système lémanique, et étudié ses propriétés principales, le choix de la modélisation s'est porté sur la réalisation d'un modèle unidimensionnel vertical thermique couplé à un modèle biogéochimique du cycle du phosphore, et d'un modèle bidimensionnel vertical longitudinal, hydrodynamique et thermique.

Le modèle unidimensionnel vertical permet de décrire un comportement moyen du lac. Il a été calibré sur une année et vérifié sur les trois années suivantes. Il a été nécessaire afin d'obtenir un bon ajustement pluriannuel d'étudier en détail la formulation du coefficient de dispersion verticale. Les résultats rendent alors bien compte de l'évolution saisonnière en surface et de l'augmentation lente de la température des couches profondes (0.2 °C sur 4 ans)

Sur la base de ce modèle, une étude approfondie de l'évolution de la couche mélangée en hiver a été effectuée qui a permis de déboucher sur un premier modèle prédictif stochastique de la hauteur de la couche mélangée annuelle en fonction du profil thermique au début de l'hiver.

Le modèle bidimensionnel élaboré sous différentes versions dépendant d'hypothèses influant sur la durée d'exécution, permet de prendre en compte l'hétérogénéité horizontale du lac. Les résultats en température montrent la plus faible inertie du petit lac, qui se traduit par des températures hivernales plus froides et des variations de température plus importantes en été. Sur le plan hydrodynamique, le modèle permet d'évaluer l'ordre de grandeur des flux d'eau au cours de l'année à divers points du lac, point important dans l'objectif d'un établissement d'un modèle écologique par boîtes.

Un modèle biogéochimique du cycle du phosphore a été couplé au modèle unidimensionnel thermique. Comprenant deux compartiments, le phosphore minéral dissous, et le phosphore organique particulaire, ce modèle reprend les principales étapes du cycle : Production, Décomposition, Sédimentation et Relargage. Les résultats obtenus sont dans l'ensemble en bon accord avec les mesures, sur les quatre années de la simulation. Des simulations, prenant en compte les apports de différentes manières ont montré la faible sensibilité, sur un an, du modèle à ce terme. En particulier, considérer l'ensemble des apports en phosphore total comme directement assimilable par le milieu, n'influe pas sensiblement sur les résultats. On met ainsi en valeur la grande inertie du lac vis à vis des nutriments.

NS 13447 (3)
t. 2

2

MEMOIRE

PRESENTE POUR L'OBTENTION DU GRADE DE:

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

spécialité:

Sciences et Techniques de l'Environnement

par Bruno TASSIN

sujet de la thèse:

CONTRIBUTION A LA MODELISATION ECOLOGIQUE DU LAC LEMAN.

MODELES PHYSIQUES ET BIOGEOCHIMIQUES DU LAC

ANNEXES



TS



ANNEXE 1

Echanges d'énergie à l'interface eau-air

Les échanges d'énergie à l'interface eau-air peuvent être séparés en deux catégories:

- Echanges de type radiatif
- Echanges de type turbulent

Chacune de ces catégories est formée de plusieurs termes, qui doivent être déterminés à partir des données météorologiques classiques, à l'aide d'estimations plus ou moins empiriques.

1 Echanges de type radiatif

Trois termes appartiennent à ce type d'échange:

- Le flux de radiation solaire de courte longueur d'onde
 Q_{sol}
- Le flux de radiation atmosphérique infra-rouge Q_{atm}
- Le flux radiatif provenant du plan d'eau Q_{eau}

Le premier flux pénètre la masse d'eau suivant la loi de Beer-Lambert:

$$Q_{sol}(z) = Q_{sol0} \exp(-\eta z) \quad (A1.1)$$

η coefficient d'extinction solaire du milieu

Q_{sol0} flux à la surface de l'eau

$Q_{sol}(z)$ flux à la profondeur z

z profondeur considérée

Les autres flux s'échangent à l'interface eau-air.

1.1 Flux de radiation solaire de courte longueur d'onde

Le rayonnement solaire (R_{glob}) arrivant à la surface terrestre est formé d'un rayonnement direct (R_{dir}) provenant du disque solaire, et d'un rayonnement diffus (R_{dif}) provenant de l'ensemble de la voute céleste à l'exception du disque solaire. Leur somme forme le rayonnement solaire global.

$$R_{glob} = R_{dif} + R_{dir}$$

Ces deux termes sont calculés à partir de la durée d'insolation et du rayonnement global extraterrestre (R_{extra}) à l'aide des formules de Perrin de Brinchambaut (1963) et de Choissnel (1977)

$$R_{glob} = R_{extra} (a + b DI/DJ)$$

DI durée d'insolation

DJ durée du jour

a, b sont des paramètres, qui dépendent de la localisation géographique et de la saison et dont les valeurs à Mâcon sont:

saison	a	b
printemps	0.20	0.56
été	0.20	0.52
automne	0.17	0.56
hiver	0.17	0.60

$$R_{\text{dif}} = R_{\text{extra}} f(\text{DI/DJ})$$

$$\begin{aligned} f(\text{DI/DJ}) &= 0.17 + 0.45 \text{ DI/DJ} && \text{si } \text{DI/DJ} < 0.20 \\ f(\text{DI/DJ}) &= 0.26 && \text{si } 0.20 < \text{DI/DJ} < 0.75 \\ f(\text{DI/DJ}) &= 0.54 - 0.38 \text{ DI/DJ} && \text{si } 0.75 < \text{DI/DJ} \end{aligned}$$

Le rayonnement direct est obtenu par soustraction du rayonnement global et du rayonnement diffus.

Le rayonnement global extraterrestre et la durée du jour sont calculés à partir de formules d'astronomie classiques (Mejon 1983).

Calcul de la durée du jour

$$\text{DJ} = \frac{24}{\pi} \text{Arccos}(-\text{tg}\lambda\text{tg}\delta)$$

λ latitude du lieu

δ déclinaison du soleil le jour considéré

$$\sin\delta = \sin l \sin w$$

$$\sin w = 0.3978$$

l longitude du soleil

$$l = 0.017202t + 0.03344 \sin 0.017202t - 1.3526 \quad (\text{en radians})$$

t numéro du jour de l'année

Les résultats de ce modèle de flux solaire, calculés à partir des données d'insolation de la station de Genève-Cointrin ont été comparés aux mesures effectuées à la station de Thônnon-Rives sur la période 1975-1979 (figure A1.1 à A1.3).

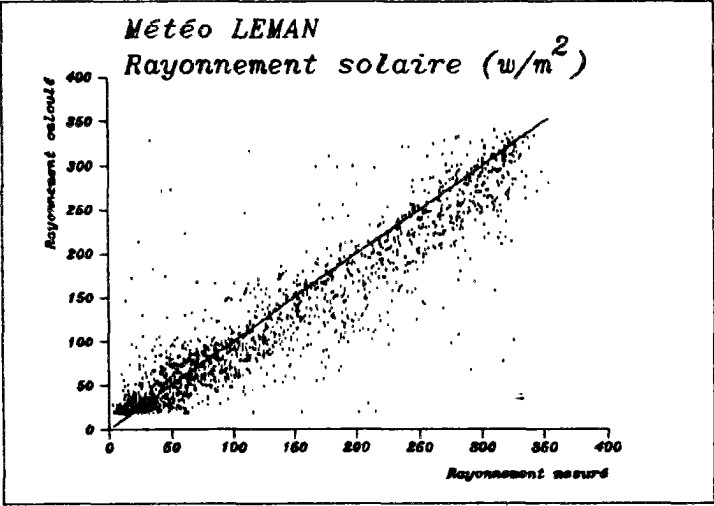


Figure A1.1: Comparaison du rayonnement solaire global calculé à partir des données d'insolation de Cointrin, et du rayonnement mesuré à la station de Thônion - Rives (1975-1980)

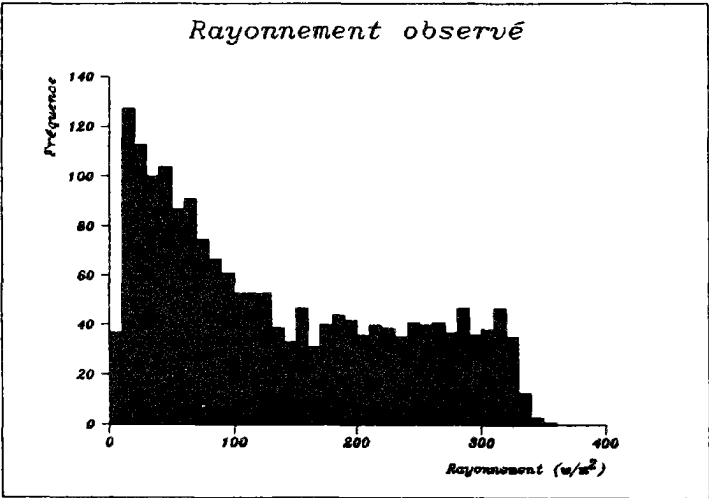


Figure A1.2: Histogramme du rayonnement observé

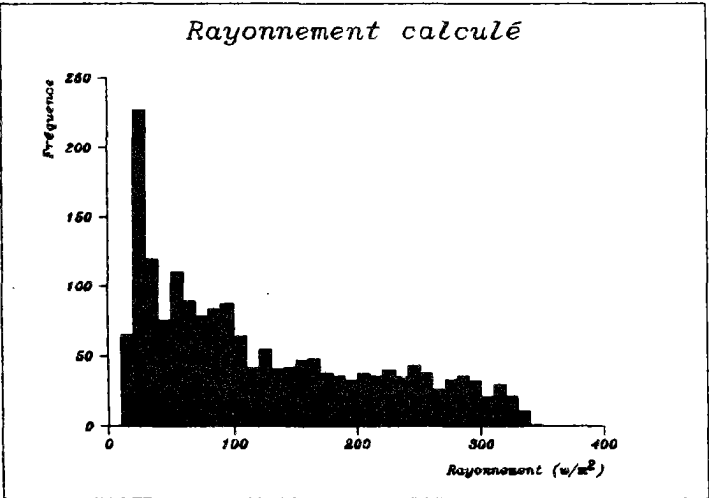


Figure A1.3: Histogramme du rayonnement calculé

1.2 Flux de radiation atmosphérique infra-rouge

Le rayonnement atmosphérique est calculé à partir de la loi du rayonnement du corps noir; il correspond à la réémission par l'atmosphère de l'énergie solaire directement absorbée par ses différents constituants

$$Q_{\text{atm}} = \epsilon \sigma T_a^4$$

ϵ émittance moyenne de l'atmosphère

σ constante de Stefan-Boltzman = $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$

T_a température de l'air en Kelvin

De nombreuses expressions ont été proposées pour déterminer ϵ , en fonction de la température de l'air, de l'épaisseur de la couche d'eau condensable...; nous avons classiquement (Gaillard 1981, Chahuneau 1984, Agoumi 1985) retenu la formulation de Swinbank qui apparait de loin la plus simple

$$\epsilon = 0.937 \cdot 10^{-5} T_a^2$$

La présence des nuages provoque une augmentation de la radiation atmosphérique, elle est prise en compte par la formule de Boltz:

$$Q_{\text{atm}} = \epsilon \sigma T_a^4 (1 + 0.17 C^2)$$

C = nébulosité mesurée en dixièmes

Une partie de ce rayonnement est directement réémise par la masse d'eau; cette fraction de l'ordre de 3% est d'un effet négligeable sur les résultats du modèle.

1.3 Flux de rayonnement du plan d'eau

De la même manière que l'atmosphère, le plan d'eau rayonne, et réémet un flux suivant la loi de Stefan-Boltzman en direction de l'atmosphère.

$$Q_{\text{eau}} = \epsilon \sigma T_w^4$$

T_w Température de l'eau en Kelvin

ϵ émittance de l'eau = 0.96

σ constante de Stefan-Boltzman

2 Echanges de type turbulent

Deux principaux phénomènes interviennent dans ce type d'échange, il s'agit:

-du flux de chaleur latente dû à l'évaporation à la surface du plan d'eau Q_l

-du flux de chaleur sensible dû aux phénomènes convectifs occurant à la surface du plan d'eau Q_s

2.1 Flux de chaleur dû à l'évaporation

Le calcul de l'évaporation est basé sur l'évaluation par une méthode empirique du flux de vapeur d'eau

$$E = - \rho K_w \frac{\partial C}{\partial z}$$

E = Flux de vapeur d'eau ($M L^{-2} T^{-1}$)

ρ_a = Densité de l'air ($M L^{-3}$)

K_w = Coefficient de transfert de masse ($L^2 T^{-1}$)

C = Humidité spécifique à la surface de l'eau

A cette évaporation correspond un flux de chaleur selon la formule

$$Q_1 = L(T_w) E$$

$L(T_w)$ = chaleur latente de vaporisation

La chaleur latente de vaporisation dépend de la température de l'eau par la relation suivante:

$$L(T_w) = (2500.9 - 2.36 T_w) 10^3 \text{ Joule kg}^{-1}$$

Le gradient d'humidité spécifique à la surface est évalué par la formulation empirique suivante:

$$\frac{\partial C}{\partial z} = A V (q_s - q) (1 + 1.69 \cdot 10^{-03} T_w)$$

A paramètre de calibration

q_s Humidité spécifique de l'air à saturation

V Vitesse du vent à 2 mètres au dessus de la surface

q_s est calculé en fonction de la pression atmosphérique et de la température de l'air par la formule de Magnus-Tetens

$$q = \frac{0.622 e}{p - 0.378 e}$$

$$e = \exp \left[2.302 \left[\frac{7.5 T_w}{237.3 + T_w} + 0.7858 \right] \right]$$

d'où finalement

$$Q_1 = A V \rho L(T_w) (q_s - q) (1 + 1.69 \cdot 10^{-03} T_w)$$

2.2 Flux de chaleur sensible

Par analogie avec l'expression du flux de chaleur latente, le flux de chaleur sensible est calculé par la formule suivante

$$Q_s = A B (V) (T_w - T_a) \rho L(T) P$$

w a

A est le même paramètre de calage que celui utilisé pour le flux de chaleur latente

B est un autre paramètre de calage

P_a pression atmosphérique

1. Etude des roses des vents des différentes stations

1.1 Station de Genève Cointrin

1.1.1 Description de l'étude effectuée

Pour cette station, différente des autres stations présentes sur le pourtour du lac par la fréquence de ses mesures sur la période de l'étude, on a déterminé, pour l'année complète, et pour les quatre saisons, pour la journée complète ainsi que pour le jour (6 heures - 18 heures) et la nuit (18h - 6h), les roses des vents, en considérant successivement tous les vents, puis les vents faibles (<5 noeuds), moyens (>5noeuds et < 20 noeuds) et forts (>20 noeuds). Sur la base de ces roses des vents certaines constatations se sont imposées.

1.1.2 Résultats saison par saison

1.1.2.1 Année complète

Deux directions de vents sont très nettement privilégiées à l'extrémité du petit-lac. Il s'agit des directions NE et SW qui correspondent aux deux vents dominants, la Bise et le Vent. Les périodes de vent nul représentent en moyenne 22 % du temps, soit 29 % des mesures de nuit et 18 % des mesures de jour. La répartition des vents selon leur intensité s'établit de la manière suivante:

	vents faibles	vents moyens	vents forts
nuit	39%	31%	1%
jour	36%	44%	2%

Il apparait donc globalement que le vent souffle plus fort durant la journée que la nuit. L'étude des vents faibles entre les périodes de jour et de nuit permet de distinguer un léger vent thermique, orienté SW la nuit et E le jour. Il est cependant beaucoup moins marqué qu'à d'autres stations. Par rapport aux deux vents dominants, les vents faibles les plus fréquents s'obtiennent en effectuant une légère rotation dans le sens des aiguilles d'une montre, et sont situés principalement dans quatre directions opposées deux à deux. Il est important de noter la part prise dans le bilan global par les vents moyens (plus d'un tiers), ainsi que la présence de vents très forts, d'une vitesse supérieure à quarante noeuds.

ANNEXE 2

Brève étude météorologique de la région lémanique

1.1.2.2 Printemps

L'opposition jour-nuit qui était apparue durant l'année entière, s'accroît en période printanière, surtout dans les vents faibles, laissant penser que le vent thermique se fait plus sentir à cette période où le réchauffement terrestre est beaucoup plus rapide que le réchauffement du lac. Ainsi, la rose des vents apparaît très aplatie sur l'axe est-ouest, alors que la nuit les directions favorisées sont situées dans le quart SW. Comme pour l'année entière, on observe une rotation de la direction du vent dans le sens WS et EN lorsque le vent forçit. On note aussi que la fréquence des vents faibles et nuls diminue, principalement au bénéfice des vents moyens.

	vents nuls	vents faibles	vents moyens	vents forts
nuit	25%	36%	38%	1%
jour	11%	33%	54%	2%

1.1.2.3 Eté

On note pour cette saison une baisse de l'intensité moyenne du vent, les seuls vents forts ayant maintenant une unique direction NE. Le vent thermique augmente encore d'intensité. La proportion des vents nuls est particulièrement faible durant cette période.

	vents nuls	vents faibles	vents moyens	vents forts
nuit	29%	42%	29%	0.4%
jour	14.5%	35%	50%	0.5%

1.1.2.4 Automne

L'automne apparaît comme étant la grande période de calme, principalement la nuit. Les vents faibles de nuit sont toujours orientés dans le quart SW avec une direction N assez privilégiée. Lorsque le vent augmente, on observe toujours la même rotation. Durant la journée la rose des vents faibles est assez équilibrée, un seul axe étant faiblement représenté (SE, NO). Une seule direction unique pour les vents forts (NE).

	vents nuls	vents faibles	vents moyens	vents forts
nuit	36%	38%	23%	<1%
jour	18%	46%	34%	<2%

1.1.2.5 Hiver

On note une augmentation très sensible des vents moyens et forts, avec en contrepartie une baisse des périodes de calme de nuit. Les vents moyens redeviennent bidirectionnels avec une direction SW privilégiée, principalement durant la journée. La structure des vents forts reprend celle du printemps, en opposition avec les deux autres saisons.

	vents nuls	vents faibles	vents moyens	vents forts
nuit	25%	38%	35%	1.5%
jour	18%	40%	40%	2%

1.1.2.6 Conclusions

On note une opposition très marquée jour-nuit surtout pour les vents faibles et nuls (plus fréquents la nuit et orientés SW, NE) et les vents forts, plus nombreux le jour. Les saisons peuvent être regroupées en deux groupes (hiver printemps et automne hiver), le premier groupe étant nettement moins calme que le second, et connaissant des vents de SW beaucoup plus fréquemment.

1.2 Station de Changins

1.1.1 Méthode

La station météorologique de Changins, a été étudiée sur la période 1975- 1981. Cette station, située à l'extrémité du détroit de Promenthoux, fait l'objet de relevés manuels triquotidiens à 7, 13 et 19 heures. Les études effectuées sur les données provenant de cette station sont les mêmes que celles entreprises sur la station de Genève - Cointrin. Cependant, la journée a été divisée en trois parties, le matin le midi et le soir, chaque partie reprenant une des trois mesures triquotidiennes. On peut noter l'importance sur ces roses des vents du nombre de vents ayant même direction que les 4 axes cardinaux, et donc se poser la question de savoir si ceci est un artefact du aux mesures manuelles, ou s'il s'agit d'une réalité.

1.1.2 Résultats

1.1.2.1 Année complète

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	15.4%	67.0%	17.1%	0.6%
midi	6.8%	57.0%	35.1%	1.1%
soir	9.2%	61.0%	29.2%	0.6%
total	10.5%	61.7%	27.1%	0.8%

Il n'existe pas de direction aussi privilégiée à Changins qu'à Cointrin; on note cependant que les quatre axes cardinaux, ainsi que leurs premières bissectrices sont favorisées. La période la plus active de la journée est le midi, la période la plus calme étant le matin. Les vents moyens et forts sont eux orientés dans les directions correspondant à la Bise et au Vent. On observe le matin un vent thermique soufflant de la terre sur le lac, mais sans direction bien définie, puisqu'elle oscille dans les trois cadrans allant du Sud à l'Est, alors que le vent thermique du midi provient uniquement du quart E-S; le soir nous retrouvons un vent très proche de celui du matin.

1.2.2.2 Printemps

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	6.3%	56.8%	36.2%	0.6%
midi	3.0%	53.3%	41.6%	2.1%
soir	13.0%	69.0%	17.0%	1.0%
total	7.5%	59.7%	31.6%	1.2%

Pendant cette saison, le soir est la grande période de calme et vents faibles. La structure des vents thermiques est la même que sur l'année entière, mais d'une intensité légèrement inférieure. Les vents forts sont des Bises et Vents et se produisent surtout dans la journée.

1.2.2.3 Eté

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	21.9%	67.0%	10.8%	0.3%
midi	4.9%	58.7%	35.9%	0.5%
soir	10.0%	61.4%	27.9%	0.6%
total	15.4%	62.4	24.9	0.5%

Le vent thermique, dont la structure ne varie pas, est beaucoup plus marqué dans cette saison où il apparaît dans les vents moyens. Les vents forts sont très peu nombreux et légèrement orientés selon la Bise. La grande période de calme est maintenant le matin.

1.2.2.4 Automne

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	14.3%	71.4%	14.0%	0.3%
midi	7.3%	64.8%	27.0%	1.0%
soir	8.7%	67.8%	23.3%	0.2%
total	10.1%	68.0%	21.4%	0.5%

Cette saison se caractérise aussi par le peu de vents moyens ou forts. Le soir, le vent thermique est légèrement différent avec deux pointes W et NNO, suffisamment puissantes pour être visibles dans les vents moyens. Les vents forts sont eux orientés selon la direction Vent-Bise.

1.2.2.5 Hiver

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	12.4%	60.7%	26.1%	0.7%
midi	11.8%	51.6%	35.7%	0.9%
soir	11.4%	58.3%	29.4%	0.9%
total	11.9%	56.8%	30.4%	0.8%

L'hiver marque une baisse de l'intensité du vent thermique, et une augmentation des vents moyens sous la forme de Vent et de Bise.

1.2.2.6 Conclusions

On note pour cette station une baisse des vents moyens et forts, par rapport à la station de Cointrin; leurs directions restent celles de la Bise et du Vent. Le vent thermique est lui par-contre beaucoup plus sensible, et peut parfois être supérieur à cinq noeuds. On retrouve, au niveau de l'histogramme des intensités des vents, le regroupement déjà observé pour Cointrin, Hiver-Printemps et Eté-Automne.

1.3 Station de Lausanne

1.3.1 Méthode

La station de Lausanne, qui n'est pas non plus automatisée, a été étudiée selon la même méthode que la station de Changins, sur la période 1975-1980.

1.3.2 Résultats

1.3.2.1 Année complète

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.7%	91.6%	7.7%	//
midi	0.1%	87.7%	12.1%	//
soir	0.4%	85.9%	13.7%	//
total	0.4%	88.4%	11.2%	//

On remarque la très grande importance prise par les vents faibles, presque 90%, ainsi que la disparition des vents forts et des périodes de calme. Les vents moyens sont orientés dans la direction Bise-Vent, alors que les vents faibles correspondent à des vents thermiques orientés:

le matin: W
 le midi: dans le quart SW
 le soir: W

A ces vents thermiques se superpose une bise (NE) de faible intensité.

1.3.2.2 Printemps

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.9%	91.7%	7.4%	//
midi	0.4%	86.9%	12.8%	//
soir	0.2%	83.5%	16.3%	//
total	0.5%	87.3%	12.2%	//

La période la plus agitée est ici le soir; le vent thermique, le matin et le soir, n'a pas de direction très nette, alors qu'il apparait nettement SW le midi.

1.3.2.3 Eté

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	//	88.0%	12.0%	//
midi	//	89.6%	10.4%	//
soir	0.4%	95.4%	0.2%	//
total	0.1%	91.2%	8.8%	//

Cette saison est la moins ventée de l'année; les vents moyens sont surtout des Bises. le vent thermique est légèrement plus fixé à cette saison que durant l'hiver, surtout le matin, où il souffle surtout de l'Ouest.

1.3.2.4 Automne

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.7%	91.9%	7.4%	//
midi	0.2%	88.5%	11.3%	//
soir	0.6%	86.3%	13.1%	//
total	0.5%	88.9%	10.6%	//

Cette période est légèrement moins ventée que la moyenne annuelle; la Bise souffle avec une intensité faible, voir moyenne, à toutes les périodes de la journée. S'y superpose, un vent thermique orienté de la même manière que durant les autres saisons.

1.3.2.5 Hiver

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.9%	87.2%	11.9%	//
midi	//	86.0%	14.0%	//
soir	0.9%	85.7%	13.5%	//
total	0.6%	86.3%	13.1%	//

Comme nous avons pu le remarquer pour d'autres stations, l'hiver est une période plus agitée. Les vents moyens soufflent principalement dans deux directions, celles de la Bise et du Vent, ce dernier soufflant dans l'ensemble du secteur SW-W. On note trois directions de vent thermique bien marquées: NE, SE, WSW; bien qu'il oscille le matin dans les directions W,E et SE.

1.3.2.6 Conclusions

L'intensité mesurée des vents continue de diminuer, puisqu'on ne mesure plus aucun vent soufflant à plus de 20 noeuds, et que le pourcentage de vents moyens est de l'ordre de 13 à 15%; de même, les périodes de calme atteignent à peine 1%, alors que les vents faibles se produisent dans pratiquement 90% des cas. La structure des vents thermiques, très sensible est cependant différente de celle rencontrée à Changins, à cause sans doute de la configuration locale de la côte. La Bise et le Vent sont encore sensibles, mais leurs intensités sont notablement diminuées.

1.4 Station de Montreux

1.4.1 Méthode

La méthode utilisée est la même que pour les autres stations non automatiques; la période étudiée est la période 1975 - 1981. La station de Montreux est située à l'extrémité est du lac.

1.4.2 Résultats

1.4.2.1 Année complète

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.4%	98.2%	1.4%	<0.1%
midi	//	94.3%	5.7%	//
soir	0.3%	96.9%	2.7%	<0.1%
total	0.2%	96.5%	3.3%	<0.1%

Les vents faibles occupent maintenant la quasi-totalité des cas. Les périodes de calme sont encore plus restreintes, et les vents forts presque absents. L'allure de la rose des vents est assez surprenante: la présence de deux pics orientés NNW et NNE, avec une direction N très faible, lui donne une allure de "bonnet d'âne"; une autre direction, la direction W est très représentée. Ces trois directions sont particulièrement visibles sur la rose des vents faibles du matin; le passage aux vents moyens permet de mettre en valeur un vent du Sud assez marqué. Le vent thermique du midi est orienté dans le quart S - W avec principalement les deux directions S et W représentées. Le soir, la structure du vent est semblable à celle du matin.

1.4.2.2 Printemps

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.2%	98.3%	1.6%	//
midi	//	90.2%	9.8%	//
soir	0.2%	96.2%	3.2%	//
total	0.1%	95.0%	4.9%	//

La structure des vents est semblable à celle de l'année entière; on note une fréquence assez élevée de vents moyens le midi, ceux ci sont orientés W et peuvent être apparentés à des vents thermiques, car ils sont absents le soir, les vents moyens provenant à cette période du Sud.

1.4.2.3 Eté

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.8%	99.0%	0.2%	//
midi	//	96.0%	4.0%	//
soir	1.0%	95.7%	3.3%	//
total	0.6%	96.9%	2.5%	//

La proportion des vents faibles est très élevée durant cette saison, surtout le matin. Les directions principales sont les mêmes que celles rencontrées pour l'année complète, de même que leur répartition au cours de la journée.

1.4.2.4 Automne

	Vent nul	Vent faible	Vent moyen	Vent fort
matin	0.6%	97.9%	1.4%	//
midi	//	95.6%	4.4%	//
soir	0.2%	98.4%	1.4%	//
total	0.3%	97.3%	2.3%	//

La structure en vitesse et en direction des vents est semblable à celle de l'été; il en est de même pour la saison d'hiver, avec une augmentation des vents moyens et la présence de deux vents forts.

1.4.2.5 Conclusion

On note pour cette station une disparition totale des vents forts et des périodes de calme, ainsi qu'une baisse des vents moyens, au profit des vents faibles qui atteignent 95% des vents et plus. La Bise et le Vent ont complètement disparu. Le vent thermique qui se développe est indépendant de la saison et assez peu tournant. Un vent d'ouest très pointu fait son apparition à cette station, de même que le "bonnet d'âne" autour de la direction N. Ce dernier cas est peut-être du à la situation propre de la station.

1.5 Conclusions

La rapide étude présentée permet de mettre en valeur l'hétérogénéité du vent sur le lac, malgré le mauvais positionnement des stations, et les résultats parfois suspects de certaines, mesurées manuellement et favorisant les axes cardinaux (Changins). Certaines tendances s'observent cependant, d'un bout à l'autre du lac:

Affaiblissement des vents forts (Vent et Bise) de Genève à Montreux, où l'on ne peut plus les distinguer;

Augmentation proportionnelle de l'importance prise par les vents thermiques, dont les directions variables d'une station à l'autre, sont dues à la localisation de ces dernières par rapport à la côte.

Les directions des vents thermiques peuvent varier, surtout le matin et le soir, dans une plage assez grande, d'une manière indépendante de la saison.

Les saisons peuvent être regroupées en:
Hiver - Printemps: saisons les plus agitées
Été - Automne: Saisons calmes

Les roses des vents pour chaque station, pour l'année entière, matin midi et soir, sont présentées dans les figures A2.1 à A2.11

2. Température de l'air

Blavoux et al (1962) notent que la température moyenne de l'air sur les bords du lac est de 10 degrés, et expliquent cette valeur relativement élevée compte tenu de la situation géographique du site, par le rôle modérateur joué par le lac; il note une diminution régulière de la température d'ouest en est, à mesure que les reliefs des bords du lac s'estompent.

Nous avons, pour chacune des stations précédentes, évalué, sur la base de valeurs moyennes quotidiennes, les histogrammes des températures pour chaque saison, ainsi que pour l'année complète. Quelques éléments statistiques de base, (moyenne, écart-type, médiane, quartile) permettent de comparer les comportements des différentes stations. Sur la base de régressions linéaires, nous avons essayé de voir s'il existait une cohérence entre les différentes stations. Plutôt que d'exposer les résultats station par station, nous avons préféré les interpréter globalement. Les résultats sont rassemblés sous forme de tableau. (tableau A2.1).

Station de Genève-Cointrin

Période 1975 - 1979

Rose des vents

Année complète: jour (6h 18h)


Nombre total d'observations 33 04

Nombre d'observations

à vent nul 130

vitesse représentées:

< 2	noeuds
2 < v < 4	noeuds
4 < v < 6	noeuds
6 < v < 8	noeuds
8 < v < 10	noeuds
10 < v < 12	noeuds
12 < v < 14	noeuds
14 < v < 16	noeuds
16 < v < 18	noeuds
v > 18	noeuds

Echelle: 

représentent 250 observations

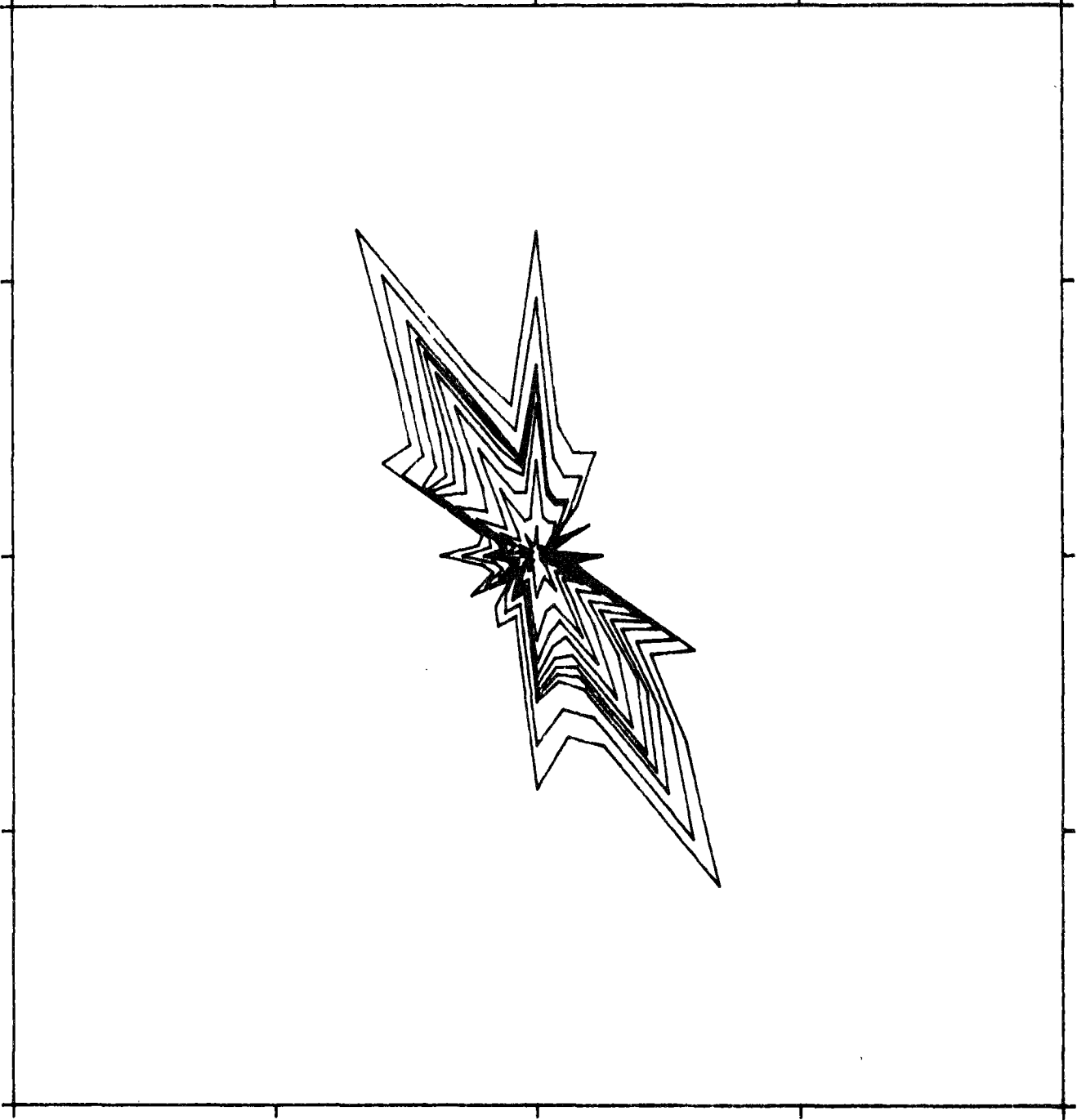


Figure A2.1

Station de Genève-Cointrin

Période 1975 - 1979

Rose des vents

Année nuit (18h 6h)

Nombre total d'observations 30

Nombre d'observations

à vent nul 2103

vitesse représentées:

< 2	noeuds
2 < v < 4	noeuds
4 < v < 6	noeuds
6 < v < 8	noeuds
8 < v < 10	noeuds
10 < v < 12	noeuds
12 < v < 14	noeuds
14 < v < 16	noeuds
16 < v < 18	noeuds
v > 18	noeuds

Echelle: _____

représentent 250 observations

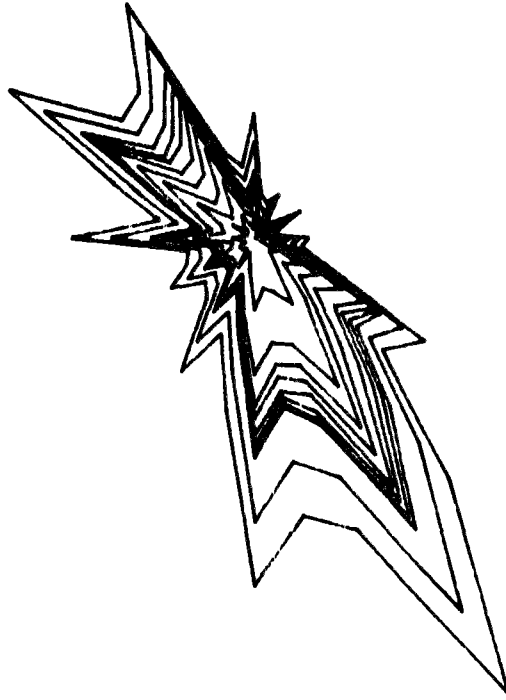


Figure A2.2

STATION DE CHANGJINS
PERIODE 1975 - 1981

ROSE DES VENTS

Arrière: orientale
Niveau: 10m

Nombre total d'observations **2557**
Nombre d'observations à vent nul **393**

Vitesse représentées

1 < V < 2 noeuds
2 < V < 4 noeuds
4 < V < 6 noeuds
6 < V < 8 noeuds
8 < V < 10 noeuds
10 < V < 12 noeuds
12 < V < 14 noeuds
14 < V < 16 noeuds
16 < V < 18 noeuds
V > 18 noeuds

Echelle 

représentent **100** observations

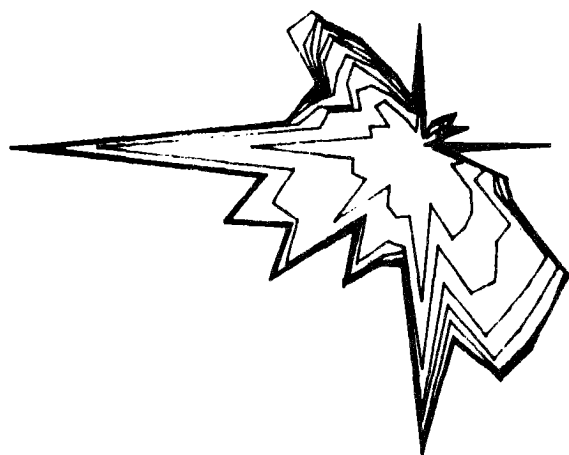


Figure A2.3

Station de Chargis
Période 1975 - 1981

Rose des vents

Année entière
Midi

Nombre total d'observations 2557
Nombre d'observations à vent nul 175

Vitesses représentées

- 1 < V < 2 noeuds
- 2 < V < 4 noeuds
- 4 < V < 6 noeuds
- 6 < V < 8 noeuds
- 8 < V < 10 noeuds
- 10 < V < 12 noeuds
- 12 < V < 14 noeuds
- 14 < V < 15 noeuds
- 15 < V < 18 noeuds
- 18 < V < 19 noeuds

Echelle

représentent 100 observations

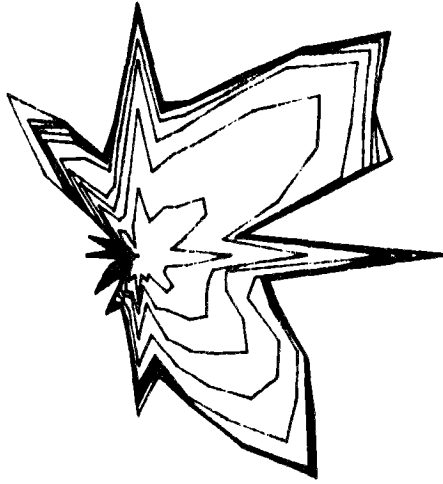


Figure A2.4

Station de Changins
Période 1975 - 1981

Rose des vents

Année entière
Soir

Nombre total d'observations **8557**
Nombre d'observations à vent nul **834**

Vitesses représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle

représentent **100** observations

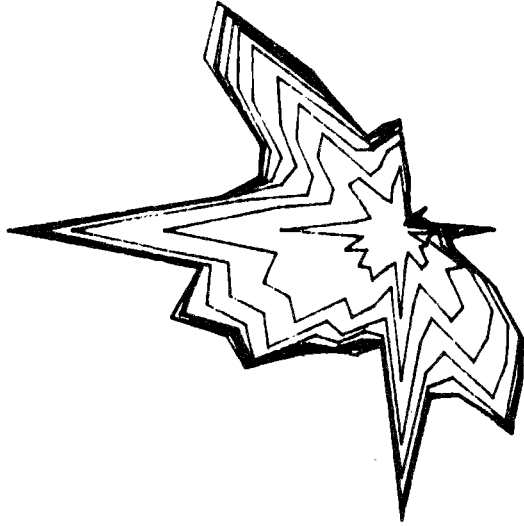


Figure A2.5

Station de Lausanne
Période 1975 - 1980

Rose des vents

Année entière
Matin

Nombre total d'observations 2191
Nombre d'observations à vent nul 16

Vitesses représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle

représentent 100 observations

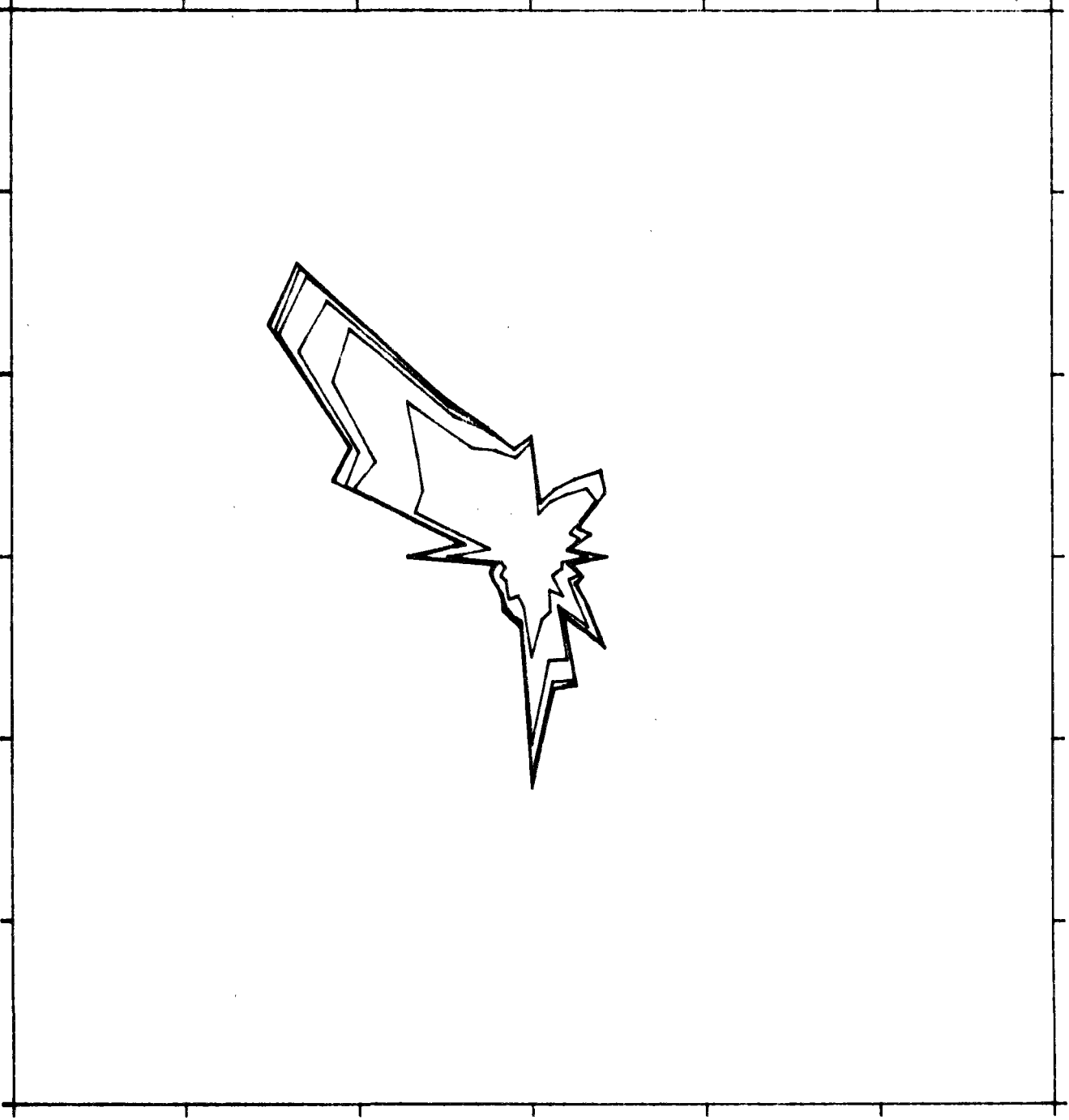


Figure A2.6

Station de Lausanne
période 1960-1990

Rosa des vents

Année entière
Midi

Nombre total d'observations **2192**
Nombre d'observations à vent nul **3**

Vitesse représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 5 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle



représentent 50 observations
observations

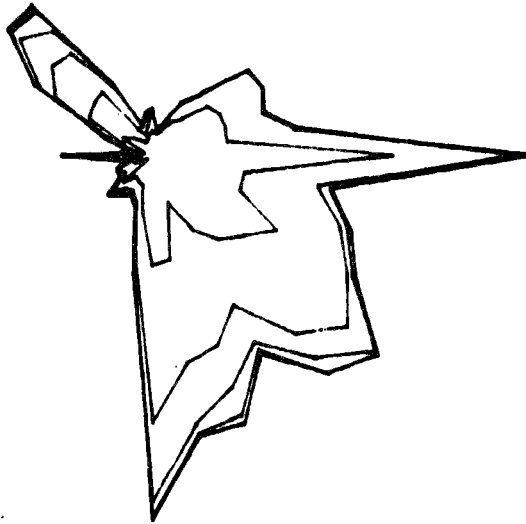


Figure A2.7

Station de Lausanne
Période 1975 - 1980

Rose des vents

Année entière
Soir

Nombre total d'observations **2192**
Nombre d'observations à vent nul **9**

Vitesses représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 15 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle

représentent 100 observations

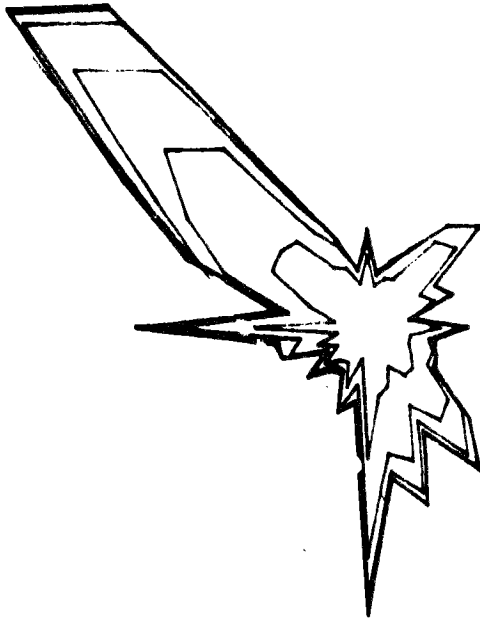


Figure A2.8

STAT. DE MONTREAL
PERIODE ANNEE 1957

CHIFFRE DES VITESSES

Année entière

Matière

2557

Nombre total d'observations 2557

Nombre d'observations ayant au 10

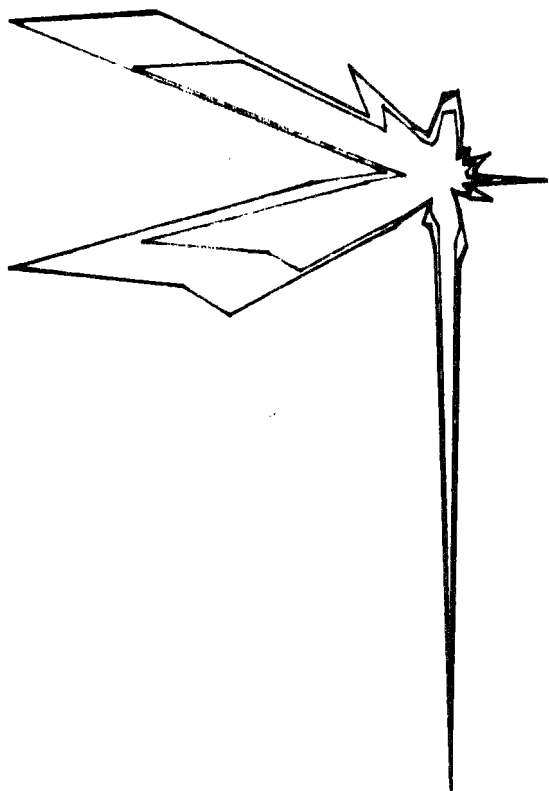
Vitesse représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle

représentent 200 observations

Figure A2.9



Station de Montreux
Période 1975 - 1991

Rose des vents

Année entière
Midi

Nombre total d'observations 1557
Nombre d'observations à vent nul 0

Vitesses représentées

- 1 < v < 2 noeuds
- 2 < v < 3 noeuds
- 3 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 5 noeuds
- 5 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- 18 < v < 19 noeuds

Echelle

représente 200 observations

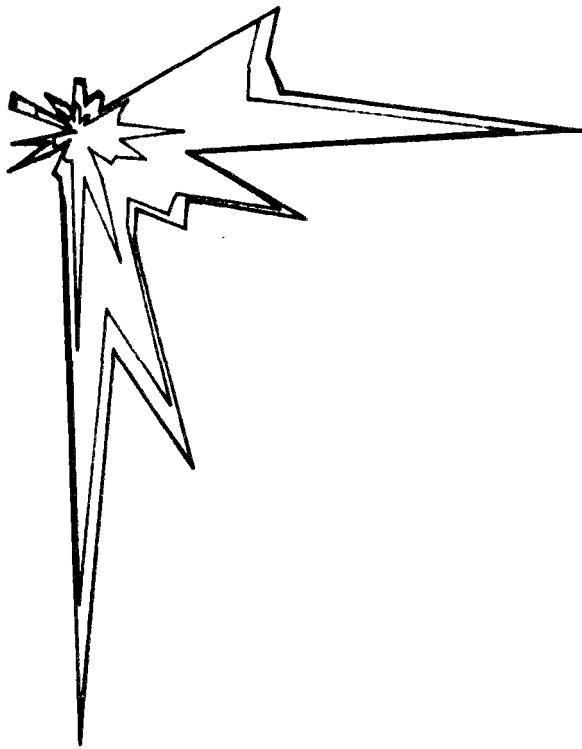


Figure A2.10

Chartier de Mont-Bé
1910-1911

Scale des vents

Unité
m/s

Nombre total d'observations: 2557
Nombre d'observations à part 0-18

Vitesses représentées

- v < 2 noeuds
- 2 < v < 4 noeuds
- 4 < v < 6 noeuds
- 6 < v < 8 noeuds
- 8 < v < 10 noeuds
- 10 < v < 12 noeuds
- 12 < v < 14 noeuds
- 14 < v < 16 noeuds
- 16 < v < 18 noeuds
- v > 18 noeuds

Echelle

représentent 200 observations

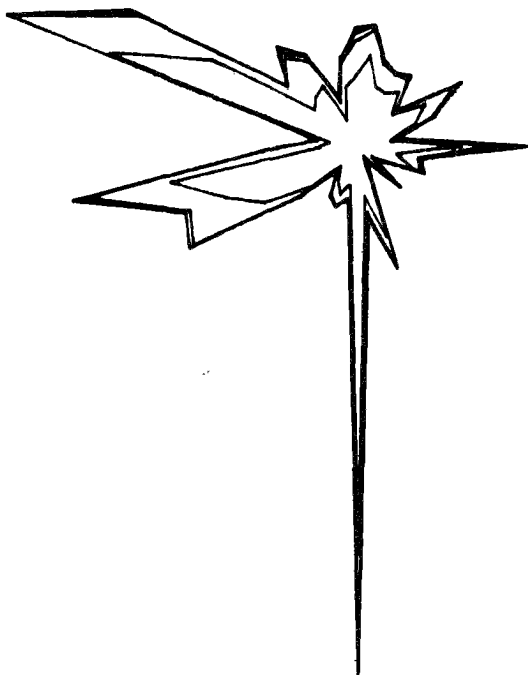


Figure A2.11

Statistiques concernant la Température de l'air, stations riveraines du Léman, 1975-1980

Station	saison	minimum	1er quar.	médiane	3è. quar.	maximum	moyenne	st. dev.
Cointrin	année entière	-7.263	4.062	9.231	15.237	25.337	9.616	6.709
Cointrin	hiver	-7.263	0.181	1.956	4.169	11.825	2.179	3.209
Cointrin	printemps	-1.175	4.575	7.000	9.187	15.437	7.026	3.324
Cointrin	ete	4.200	13.556	16.250	19.331	25.537	16.221	3.957
Cointrin	automne	-1.350	7.725	11.900	16.075	22.625	11.534	5.378
Changins	année entière	-7.300	4.400	9.750	16.033	27.333	10.274	7.038
Changins	hiver	-7.300	0.500	2.550	4.600	12.433	2.567	3.147
Changins	printemps	-1.167	4.933	7.200	9.850	17.033	7.505	3.632
Changins	ete	4.567	14.267	17.433	20.467	27.333	17.308	4.316
Changins	automne	-2.233	8.033	12.467	16.667	25.333	12.149	5.622
Lausanne	année entière	-8.067	4.033	9.750	16.033	27.333	9.852	7.094
Lausanne	hiver	-8.067	0.050	2.017	4.700	10.667	2.216	3.286
Lausanne	printemps	-2.100	3.900	6.433	9.583	15.467	6.859	3.950
Lausanne	ete	2.600	13.433	16.867	20.100	26.800	16.674	4.467
Lausanne	automne	-2.867	7.800	12.400	16.467	25.000	11.944	5.715
Montreux	année entière	-6.400	5.033	10.167	16.400	26.677	10.656	6.745
Montreux	hiver	-6.400	1.367	3.067	5.250	12.067	3.216	2.854
Montreux	printemps	-0.467	5.383	7.617	9.867	15.867	7.803	3.366
Montreux	ete	3.933	14.267	17.300	20.467	26.667	17.240	4.032
Montreux	automne	-2.133	8.867	13.100	17.167	24.933	12.711	5.498

Tableau A2.1

A la vue de ce tableau, quelques tendances générales s'imposent. Sur l'ensemble des stations, l'écart type des températures est assez faible, et va en augmentant de l'hiver à l'automne. Si la station de Montreux apparaît comme étant la plus chaude, et Genève la plus froide, on ne peut pas dire au vue de ces données que l'évolution le long du lac est régulière, car la station de Lausanne est nettement plus froide que les stations de Montreux et de Changins. Cette moyenne, pour Lausanne est due à la part très importante prise par les valeurs très basses, puisque c'est pour cette station que nous observons la minimum absolu moyen sur l'ensemble du lac et le premier quartile le plus faible. L'écart moyen entre les stations extrêmes (Genève, Montreux) atteint la valeur de 1.05 degrés ce qui est assez important, compte tenu de la distance séparant les deux sites. Les allures des histogrammes par saison et des écarts types, montrent que la notion de température moyenne saisonnière a bien un sens sur le Léman, puisque selon les cas, la tranche, d'une amplitude de 4 degrés, la plus représentée, rend compte de 25 à 50% des journées. La différence moyenne entre les saisons d'hiver et d'été est, quelle que soit la station inférieure à 15 degrés, ce qui confirme l'idée d'un climat "tamponné" par la présence du lac.

L'étude des régressions entre les différentes saisons et stations a donné les résultats suivants.

<u>Hiver:</u>	"Y"	Cointrin	Changins	Lausanne	Montreux
"X"	Cointrin	a	0.947	0.899	0.805
		b	0.503	0.257	1.461
		r ²	0.932	0.770	0.819
	Changins	a		0.980	0.848
		b		-0.299	1.039
		r ²		0.880	0.874
	Lausanne	a			0.824
		b			1.390
		r ²			0.900

Statistiques concernant la durée d'insolation des stations riveraines du Léman, période 1975-1980

Station	Saison	minimum	1er quar.	médiane	3em quar.	maximum	moyenne	st. dev.
Cointrin	hiver	0.000	0.000	0.300	3.200	9.400	1.850	2.532
Cointrin	printemps	0.000	0.400	3.600	8.200	13.300	4.502	4.107
Cointrin	été	0.000	2.650	8.700	11.900	14.900	7.621	4.766
Cointrin	automne	0.000	0.400	3.900	8.200	13.800	4.591	4.087
Changins	hiver	0.000	0.000	0.400	3.650	9.700	1.984	2.618
Changins	printemps	0.000	0.400	3.600	8.400	12.100	4.452	3.992
Changins	été	0.000	2.700	7.400	10.500	13.600	6.687	4.339
Changins	automne	0.000	0.700	4.100	8.100	12.500	4.541	3.941
Lausanne	hiver	0.000	0.000	0.400	3.450	9.900	2.016	2.724
Lausanne	printemps	0.000	0.250	3.350	8.300	13.300	4.492	4.271
Lausanne	été	0.000	2.700	7.700	11.800	14.900	7.333	4.780
Lausanne	automne	0.000	0.900	4.400	8.000	13.700	4.785	4.018
Montreux	hiver	0.000	0.000	0.400	3.700	7.900	1.834	2.384
Montreux	printemps	0.000	0.150	2.750	7.950	11.900	4.050	4.033
Montreux	été	0.000	1.800	5.700	9.900	11.700	5.794	4.178
Montreux	automne	0.000	0.700	3.900	7.500	11.900	4.410	3.772

Tableau A2.2

<u>Printemps:</u> "Y"		Cointrin	Changins	Lausanne	Montreux
"X" Cointrin	a		1.018	1.084	0.946
	b		0.354	-0.757	1.158
	r ²		0.870	0.835	0.875
Changins	a			1.064	0.903
	b			-1.123	1.025
	r ²			0.957	0.950
Lausanne	a				0.825
	b				2.142
	r ²				0.938

<u>Eté:</u> "Y"		Cointrin	Changins	Lausanne	Montreux
"X" Cointrin	a		1.021	?	0.943
	b		0.734	?	1.930
	r ²		0.878	?	0.859
Changins	a			1.021	0.911
	b			-0.992	1.470
	r ²			0.971	0.951
Lausanne	a				0.882
	b				2.530
	r ²				0.956

<u>Automne:</u> "Y"		Cointrin	Changins	Lausanne	Montreux
"X" Cointrin	a		1.035	1.033	1.004
	b		0.215	0.027	1.129
	r ²		0.980	0.946	0.965
Changins	a			1.002	0.966
	b			-0.225	0.975
	r ²			0.971	0.976
Lausanne	a				0.951
	b				1.350
	r ²				0.977

Il ressort de ce tableau qu'il existe de très bonnes relations linéaires entre les différentes stations, saison par saison et pour l'ensemble de l'année. L'utilisation de la seule station de Cointrin pour décrire l'ensemble du lac est possible, en utilisant, secteur par secteur, les relations précédentes.

3. Insolation

3.1 Relation Durée d'insolation nébulosité

La corrélation entre la durée d'insolation et la nébulosité, sur l'ensemble des moyennes quotidiennes et sur l'ensemble des stations, soit un échantillon de 9860 valeurs, vaut - 0.854. Cette valeur, ainsi que l'examen des histogrammes, nous permet de justifier l'existence de relations significatives entre ces deux grandeurs. Nous n'en examinerons qu'une: la durée d'insolation.

3.2 Etude interstation de la durée d'insolation

Comme pour la température, les résultats statistiques ont été rassemblés dans un tableau (A2.3). Certaines valeurs d'insolation pour l'automne sont supérieures à 12 heures. Ceci est dû au fait que l'automne inclut le mois de septembre en entier.

Les stations ont un comportement très voisin dans l'ensemble. On note cependant que la station de Montreux est légèrement moins ensoleillée que les autres, surtout en période estivale. Cette différence est due, à la vue des histogrammes, à une classe d'ensoleillement très faible (<1.5h) très représentée (25%) et à un creux dans les valeurs d'ensoleillement moyen (6 à 10 heures).

L'étude des corrélations interstations et intrasaisons donnent des résultats nettement moins bons que pour la température, et il n'est pas possible de trouver de bonnes lois de régression linéaire. Les valeurs de la stations de Cointrin semblent cependant représentatives de l'ensemble du lac, sauf dans la partie extrême-est, où elles sont 1.3 fois plus importantes.

ANNEXE 3

Intégration des équations
du modèle bidimensionnel

Sur la base du jeu d'équations de base présenté § 3.2.2, on établit les équations intégrées qui seront résolues numériquement

1. Equations locales moyennes

Le caractère aléatoire des fluctuations des différentes grandeurs physiques et mécaniques qui prennent naissance au sein des écoulements turbulents des eaux de surface, amène à prendre en compte les différents moments statistiques de ces grandeurs. Chaque grandeur est décomposée en grandeur moyenne et valeur fluctuante (Fabre & Ramanipala, 1980).

Nous adoptons les hypothèses classiques de décomposition qui, à une grandeur G , fait correspondre la grandeur moyenne:

$$\bar{G} = \frac{1}{\tau} \int_T^{T+\tau} G \, dt \quad \bar{G} \text{ grandeur moyenne}$$

et la fluctuation associée à moyenne temporelle nulle:

$$G' = G - \bar{G} \quad \text{et} \quad \int_T^{T+\tau} G' \, dt = 0$$

Ceci est justifié si τ est petit devant l'échelle de temps caractéristique du phénomène instationnaire, ou du même ordre de grandeur que l'échelle intégrale de turbulence; nous ne nous intéresserons par la suite uniquement aux équations moyennes et non aux équations de fluctuations.

1.1 Equation de continuité

Intégrons entre T et $T + \tau$ l'équation de continuité (7)

$$\frac{1}{\tau} \int_T^{T+\tau} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) dt = 0$$

d'où:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} = 0 \quad (\text{A3.1})$$

1.2 Equations de Navier Stokes

L'intégration s'effectue de la même manière suivant x et y; nous ne l'écrivons donc que suivant x:

$$\int_T^{T+\tau} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} - \left[u \Delta u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial x} - g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\xi} \alpha_T g (\theta - \theta_0)^2 dz \right] \right] dz = 0$$

devient

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} = & \quad (A3.2) \\ u \Delta \bar{u} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial x} - g \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\xi} \alpha_T g (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz & \end{aligned}$$

L'équation suivant y est obtenue en remplaçant u par v dans l'équation ci-dessus. Suivant z, nous obtenons l'équation de pression moyennée intégrée verticalement.

1.3 Equation de transfert thermique.

L'équation intégrée est obtenue par analogie avec l'équation de Navier-Stokes;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{\theta'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{\theta'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{\theta'w'}}{\partial z} = & \quad (A3.3) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(-K_x \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-K_y \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-K_z \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial q_s}{\partial z} & \end{aligned}$$

1.4 Fermeture du système

Pour fermer le système, nous devons expliciter les moments d'ordre deux qui se sont introduits dans les équations. Ces termes jouent des rôles analogues aux flux diffusifs moléculaires. Ils représentent des flux turbulents des différentes grandeurs considérées, résultant de

l'organisation tourbillonnaire du fluide. Ces flux turbulents sont prépondérants vis à vis des flux moléculaires, en dehors des zones de fort gradient. On sera amené à leur donner une forme analogue aux flux moléculaires. La justification théorique de cette analogie sera donnée lors de l'étude des coefficients de dispersion (Chapitre 6); néanmoins pour des raisons de cohérence et pour achever l'intégration de ces équations, nous allons introduire le concept de coefficient de viscosité turbulente que nous allons noter ν_{Tij} , pour les équations de Navier-Stokes, et de dispersion turbulente que nous allons noter K_T pour l'équation de bilan thermique.

$$\overline{u_i' u_j'} = \nu_{Tij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad \overline{u_i' \theta'} = K_{Ti} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \quad (A3.4)$$

1.5 Ecriture finale des équations moyennes locales

A partir de la précédente introduction du coefficient de dispersion turbulente, nous définissons les notations suivantes:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij} &= \nu_{Tij} + \nu & i, j &= x, y, z \\ K\theta_i &= K_{Ti} + K_i & i &= x, y, z \end{aligned} \quad (A3.5)$$

1.5.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (A3.6)$$

1.5.2 Equation de Navier Stokes

1.5.2.1 Equation suivant x

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} = \quad (A3.7)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial x} - g \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\bar{\epsilon}} \alpha_T g (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \end{aligned}$$

1.5.2.2 Equation suivant y

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{v}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}\bar{w}}{\partial z} = \quad (A3.8)$$

$$- \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_s}{\partial y} - g \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^{\xi} \alpha_T g (\bar{\theta} - \theta_0)^2 dz$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \epsilon_{yx} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_{yy} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_{yz} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}$$

1.5.3 Equation de transfert thermique

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z} = \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} K_{\theta x} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_{\theta y} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_{\theta z} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{1}{\rho_0 c_p} \frac{\partial \bar{q}_s}{\partial z}$$

2. Moyennage latérale des équations

Le modèle est un modèle bidimensionnel, nous devons donc nous intéresser au mouvement moyen des masses d'eau dans la direction de l'axe principal du lac. Nous intégrons les équations sur la largeur du lac, déterminée à partir de sections orthogonales à l'axe principal. Comme précédemment, chaque grandeur est décomposée en une composante moyenne et une composante fluctuante. Pour éviter de surcharger les notations, toutes les grandeurs moyennées précédemment (notées avec une barre) seront notées sans barre, en minuscule. Les grandeurs moyennées au cours de cette étape seront notées avec une barre et les grandeurs fluctuantes seront notées primées, toujours en minuscule. (voir figure 4.1)

$$\bar{G} = \frac{1}{B} \int_{y_1}^{y_2} G dy \quad , \quad G' = G - \bar{G} \quad ,$$

$$B(x, z) = y_2(x, z) - y_1(x, z)$$

2.1 Règle de Leibniz

Nous rappelons la règle de Leibniz, très utilisée au cours de cette étape.

$$\int_a^b \frac{\partial G}{\partial y} dx = \frac{\partial}{\partial y} \int_a^b G dx - \left[\frac{\partial b}{\partial y} G(b) - \frac{\partial a}{\partial y} G(a) \right]$$

2.2 Intégration de l'équation de continuité

Nous faisons l'hypothèse d'imperméabilité des parois, ce qui nous fournit les deux équations suivantes:

$$\begin{aligned} v_{y_2} &= u_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial x} + w_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial z} \\ v_{y_1} &= u_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x} + w_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial z} \end{aligned} \quad (A3.10)$$

L'expression intégrée de l'équation de continuité est la suivante:

$$\begin{aligned} &\int_{y_1}^{y_2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dy = 0 \quad \langle === \rangle \\ &\frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_{y_1}^{y_2} w dy + (v_{y_2} - v_{y_1}) \\ &- \left(u_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial x} - u_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x} \right) - \left(w_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial z} - w_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial z} \right) = 0 \\ \langle === \rangle &\quad \frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_{y_1}^{y_2} w dy = 0 \\ \langle === \rangle &\quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (A3.11) \end{aligned}$$

2.3 Intégration de l'équation de Navier-Stokes

2.3.1 Intégration du terme convectif

$$\int_{y_1}^y \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right] dy =$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{y_1}^{y_2} u \, dy - \left(u \frac{\partial y_2}{\partial t} - u \frac{\partial y_1}{\partial t} \right) + (uv)_{y_2} - (uv)_{y_1}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} uu \, dy - \left((uu)_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial x} - (uu)_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x} \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \int_{y_1}^{y_2} uw \, dy - \left((uw)_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial z} - (uw)_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial z} \right)$$

Cette équation se simplifie, en utilisant les conditions d'imperméabilité et devient

$$\int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right] dy = \quad (A3.12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}$$

2.3.2 terme de pression

$$\begin{aligned}
& \int_{y_2}^{y_1} \left[- \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_s}{\partial x} - g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\xi} \alpha_T g (\theta - \theta_0)^2 dz \right] dy \\
& - \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} P_s dy - \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} P_{sy_2} - \frac{\partial y_1}{\partial x} P_{sy_1} \right) \right] \\
& - g \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} \xi dy - \left(\frac{\partial y_2}{\partial x} \xi_{y_2} - \frac{\partial y_1}{\partial x} \xi_{y_1} \right) \right] \\
& - g \alpha_T \left[\frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} \left(\int_{z_0}^{\xi} (\theta - \theta_0^2) dz \right) dy \right] \\
& + g \alpha_T \left[\left(\int_{z_0}^{\xi} (\theta - \theta_0^2) dz \right)_{y_2} \frac{\partial y_2}{\partial x} \right] + g \alpha_T \left[\left(\int_{z_0}^{\xi} (\theta - \theta_0^2) dz \right)_{y_1} \frac{\partial y_1}{\partial x} \right] \\
& = \\
& - B g \alpha_T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{z_0}^{\xi} (\theta - \theta_0^2) dz \right) dy \right] - g B \frac{\partial \xi}{\partial x} - B \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_s}{\partial x} \\
& + \frac{P_s}{\rho_0} \frac{\partial B}{\partial x} + g \xi \frac{\partial B}{\partial x} + g \alpha_T \frac{\partial B}{\partial x} \left[\int_{z_0}^{\xi} (\theta - \theta_0)^2 dz \right] \quad (A3.13)
\end{aligned}$$

Les termes de la dernière ligne sont négligeables par rapport aux autres; en effet, ils ne font intervenir que des fluctuations, ainsi que la variation de la largeur en fonction de l'abscisse, terme petit dans le cas du Léman compte tenu de l'évolution régulière de sa largeur.

2.3.3 Terme diffusif

L'intégration de ce terme nécessite une hypothèse supplémentaire:

Les contraintes visqueuses et de viscosité turbulente, sont prises en compte sous la forme d'une contrainte à la paroi de type Chézy, proportionnelle au carré de la vitesse moyenne.

L'intégration est alors immédiate et donne:

$$\int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \epsilon_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \epsilon_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} \right] dy =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{y_1}^{y_2} \epsilon_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_{y_1}^{y_2} \epsilon_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} dy - g \frac{\bar{u} |\bar{u}|}{c^2} \quad (A3.14)$$

C coefficient de Chézy

2.3.4 Ecriture finale de l'équation de Navier-Stokes suivant x

Dans cette écriture, nous faisons l'hypothèse que les moments d'ordre 1 sont remplacés par des termes de dispersion, qui prennent en compte, l'effet différentiel latéral dû aux écarts de la vitesse par rapport à la moyenne transversale. Les coefficients de dispersion qui interviennent alors, sont fonction des profils transversaux de vitesse, et des coefficients de diffusion turbulente. Ceci se traduit de la manière suivante:

$$\int_{y_1}^{y_2} \epsilon_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \overline{u'u'} dy = - B E_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$$

$$\int_{y_1}^{y_2} \epsilon_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} + \overline{u'w'} dy = - B E_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

(A3.15)

E_{xx} et E_{xz} sont les coefficients de dispersion

L'écriture finale de l'équation est donc:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} & (A3.16) \\ & - Bg\alpha_T \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{z_0}^{\bar{E}} (\bar{\theta} - \theta_0^2) dz \right) dy \right] - gB \frac{\partial \bar{E}}{\partial x} - B \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_s}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} BE_{xx} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} BE_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - g \frac{\bar{u}|\bar{u}|}{c^2} \end{aligned}$$

2.4 Intégration de l'équation de pression

Nous supposons que les fluctuations latérales de pression aux parois, ainsi que la variation de la largeur en fonction des deux axes x et z sont faibles; L'équation de pression n'est alors pas modifiée par l'intégration latérale.

2.5 Intégration de bilan thermique

Nous intégrons cette équation, en refaisant la même démarche que pour l'équation de quantité de mouvement. Nous obtenons alors par analogie, l'équation intégrée suivante:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\theta}\bar{w}}{\partial z} = & (A3.17) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} BD_{xx} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} BD_{xz} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{\partial Q_s}{\partial z} \frac{B}{\rho_0 C_p} \end{aligned}$$

D représentant l'analogie de E pour la température.

ANNEXE 4

Résolution numérique et algorithme du modèle bidimensionnel

1 Algorithme de résolution du modèle

Initialisation du maillage

Initialisation des variables d'état

Initialisation des variables de forçage

Calcul des variables de forçage au début du pas de temps

Calcul de la convection horizontale

Calcul de la convection verticale

Calcul de la dispersion verticale

Calcul de la dispersion horizontale

Calcul du frottement

Calcul de la surface libre et du terme de pression

Calcul des vitesses verticales

Calcul de la convection horizontale (température)

Calcul de la convection verticale (température)

Calcul de la dispersion verticale (température)

Calcul de la dispersion horizontale (température)

Test de la stabilité de la colonne d'eau

Calcul des coefficients de dispersion

Sauvegarde des résultats du pas de temps



2. Méthodes de résolution et discrétisation des équations

2.1 Convection (vitesse et température)

La méthode utilisée est une méthode des caractéristiques, avec remontée des caractéristiques.

Nous supposons qu'entre deux points du maillage, la vitesse varie linéairement. (Pochat 1980)

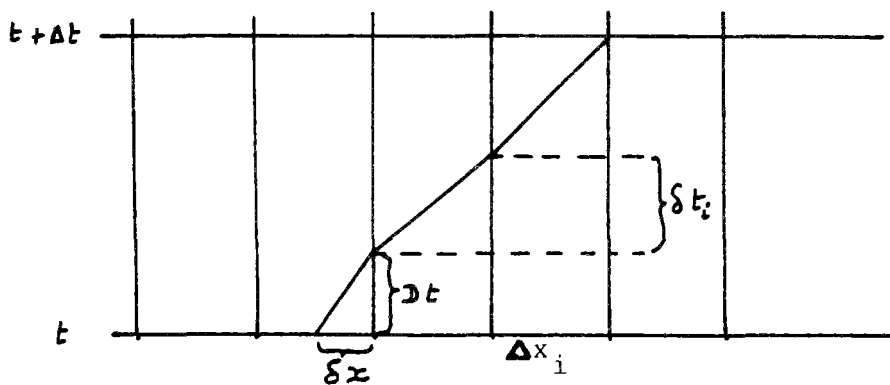


Figure A4.1: méthode des caractéristiques

L'équation de la vitesse sur la maille est

$$u = ax + b$$

$$a \text{ et } b \text{ étant tels que } u(x_i) = u^i$$

$$\text{et } u(x_{i+1}) = u_{i+1}$$

L'équation de la caractéristique est donc:

$$\frac{dx}{u} = dt$$

qui peut se mettre sous la forme directement intégrable:

$$\frac{dx}{ax + b} = dt$$

Le temps δt_i nécessaire pour traverser la maille i est donc:

$$\delta t_i = -\frac{\varepsilon \Delta x_i}{u_i - u_{i+\varepsilon}} \text{Log}(u_{i+\varepsilon}/u_i)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \varepsilon &= 1 \text{ si } u_i > 0 \\ &= -1 \text{ si } u_i < 0 \end{aligned}$$

si $\delta t_i > \Delta t$, il faut calculer les δt_j , successifs jusqu'à ce que la caractéristique croise la droite $y=t$. Il faut alors calculer δx permettant de positionner le point d'intersection entre les points x_k et $x_{k+\epsilon}$

$$Dt = \Delta t - \sum \delta t_i > 0$$

$$\delta x = u_k/a (\exp(-aDt) - 1)$$

On peut donc par cette méthode déterminer l'origine au pas de temps t de la caractéristique passant au point M au temps $t + \Delta t$.

Bien que simple sur le principe, cette méthode compte quelques inconvénients, principalement lorsque des changements de signes des vitesses se produisent, ce qui entraîne des caractéristiques à tangentes verticales, nécessitant un traitement particulier.

2.2 Etape de dispersion

La méthode de résolution employée est la même pour la vitesse horizontale ou la température, ainsi que pour les dispersion horizontales ou verticales. Nous allons la décrire en détail, pour la dispersion verticale de la vitesse. Il suffira d'effectuer les changements de variables adéquats, pour l'obtenir dans les autres cas. Compte tenu de la structure du maillage et de la répartition des variables au sein du maillage, certaines interpolations supplémentaires peuvent être nécessaires dans d'autres étapes. La méthode employée est une méthode semi implicite sur 6 points inconditionnellement stable.

2.2.1 Résolution de l'équation

Ecriture de l'équation à résoudre:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{B} \frac{\partial}{\partial z} \left[B E_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i+1/2,k}^{t+1} - u_{i+1/2,k}^t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \theta \left[\frac{u_{i+1/2,k+1}^{t+1} - u_{i+1/2,k}^{t+1}}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right] + (1 - \theta) \left[\frac{u_{i+1/2,k+1}^t - u_{i+1/2,k}^t}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \theta E = \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{\theta}{\Delta z_k} B E^+ \left[\frac{u_{i+1/2,k+1}^{t+1} - u_{i+1/2,k}^{t+1}}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right] - B E^- \left[\frac{u_{i+1/2,k}^{t+1} - u_{i+1/2,k-1}^{t+1}}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right] + \frac{(1-\theta)}{\Delta z_k} B E^+ \left[\frac{u_{i+1/2,k+1}^t - u_{i+1/2,k}^t}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right] - B E^- \left[\frac{u_{i+1/2,k}^t - u_{i+1/2,k-1}^t}{0.5(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right]$$

$$E^+ = \frac{1}{2} (E_{i+1/2,k} + E_{i+1/2,k+1})$$

$$E^- = \frac{1}{2} (E_{i+1/2,k} + E_{i+1/2,k-1})$$

$$B^+ = \frac{1}{2} (B_{i+1/2,k} + B_{i+1/2,k+1})$$

$$B^- = \frac{1}{2} (B_{i+1/2,k} + B_{i+1/2,k-1})$$

L'équation précédente peut s'écrire sous la forme d'un système linéaire tridiagonal:

$$\begin{aligned}
& u_{i+1/2,k}^{t+1} \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} - \frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_{k-1} + \Delta z_k)} \right] \right) \\
& + u_{i+1/2,k+1}^{t+1} - \frac{\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right] \\
& + u_{i+1/2,k-1}^{t+1} - \frac{\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^- E^-}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right] \\
= & u_{i+1/2,k}^t \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1-\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} - \frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_{k-1} + \Delta z_k)} \right] \right) \\
& + u_{i+1/2,k+1}^t - \frac{1-\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^+ E^+}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k+1})} \right] \\
& + u_{i+1/2,k-1}^t - \frac{1-\theta}{B_k \Delta z_k} \left[\frac{B^- E^-}{1/2(\Delta z_k + \Delta z_{k-1})} \right]
\end{aligned}$$

2.2.2 Prise en compte des conditions limites

En surface: L'équation à l'interface est la suivante:

$$E \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_f$$

exprimée sous forme de différences finies, elle devient:

$$\frac{\theta(u_{i+1/2,\text{surf}}^{t+1} + u_{i+1/2,1}^{t+1})}{0.5(\Delta z_{\text{surf}} + \Delta z_{\text{surf}-1})} + \frac{1-\theta(u_{i+1/2,\text{surf}}^t + u_{i+1/2,1}^t)}{(\Delta z_{\text{surf}} + \Delta z_{\text{surf}-1})} = \frac{\tau_f}{E_{\text{surf}}}$$

Au fond: L'équation se présente de manière analogue:

$$\frac{\theta(u_{i+1/2,\text{fond}}^{t+1} + u_{i+1/2,\text{fond}-1}^{t+1})}{0.5(\Delta z_{\text{fond}} + \Delta z_{\text{fond}-1})} + \frac{1-\theta(u_{i+1/2,\text{fond}}^t + u_{i+1/2,\text{fond}-1}^t)}{0.5(\Delta z_{\text{fond}} + \Delta z_{\text{fond}-1})}$$

2.3 Calcul de la pression - surface libre

Deux équations sont nécessaires pour calculer le profil de la surface libre: il s'agit de l'équation donnant le débit à travers les sections transversales du lac, qui est obtenue en intégrant l'équation de continuité sur la hauteur, et l'équation de la répartition de la pression en fonction de la surface libre, intégrée sur la hauteur.

L'équation de continuité s'écrit:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B_{\text{surf}} \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0$$

Et l'équation de pression intégrée:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gS \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{-1}{\rho_0} S \frac{\partial P}{\partial x} - g\alpha_T B \left[\frac{Q_\theta \partial \text{fond}}{\partial x} - \frac{\partial Q_{z\theta}}{\partial x} \right]$$

avec
$$Q_\theta = \int_{\text{fond}}^{\text{surf}} (\theta_0 - \theta)^2 dz$$

et
$$Q_{z\theta} = \int_{\text{fond}}^{\text{surf}} z(\theta_0 - \theta)^2 dz$$

Le système formé par les deux équations ci-dessus est résolu par une méthode semi implicite, il fournit les débits par sections et les altitudes à l'instant $t+\Delta t$, le calcul des altitudes permet d'effectuer le calcul final de la vitesse horizontale -étape de pression- en déterminant la pression dans tous les points du fluide. Les conditions limites du système sont le débit entrant et le débit sortant du lac.

La répartition des points de calcul de la surface libre et du débit est la suivante:

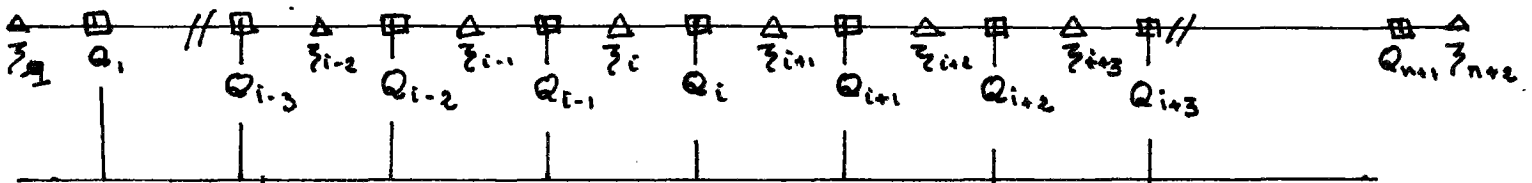


Figure A4.2: position des points de calcul

de la surface libre et du débit par section, le long de l'axe du modèle

Si N est le nombre de mailles selon l'axe longitudinal, nous avons N + 2 points de calcul de l'altitude de la surface et N+1 point de calculs du débit.

Le système, de manière discrétisée, s'écrit:

Q_1 et Q_{n+1} étant fixés par les conditions limites

$$\theta \frac{Q_{i+1/2}^{t+1} - Q_{i-1/2}^{t+1}}{\Delta x_i} + (1-\theta) \frac{Q_{i+1/2}^t - Q_{i-1/2}^t}{\Delta x_i} + B(i) \frac{\xi_i^{t+1} - \xi_i^{t+1}}{\Delta t} = 0$$

$$\frac{Q_{i+1/2}^{t+1} - Q_{i+1/2}^t}{\Delta t} + \left[(1-\theta) \frac{\xi_{i+1}^t - \xi_i^t}{\Delta x_i} + \theta \frac{\xi_{i+1}^{t+1} - \xi_i^{t+1}}{\Delta t} \right] g S_{i+1/2}$$

$$= -\frac{g\alpha B}{\Delta x_i} \left[Q_{z\theta i+1}^t \quad Q_{z\theta i}^t - \quad Q_{\theta i+1}^t \left(\frac{z_{fi+1}^t}{z_{fi}^t} \right) \right] (1-\theta)$$

$$-\frac{g\alpha B}{\Delta x_i} \left[Q_{z\theta i+1}^{t+1} \quad Q_{z\theta i}^{t+1} - \quad Q_{\theta i+1}^{t+1} \left(\frac{z_{fi+1}^{t+1}}{z_{fi}^{t+1}} \right) \right] \theta$$

Ce système à 2N + 3 équations est tridiagonal, sauf aux extrémités où l'introduction des conditions limites provoque des termes non disposés symétriquement par rapport à la diagonale. Une résolution analytique partielle au voisinage de ces points permet de se ramener à un système parfaitement tridiagonal à 2N+1 équations qui peut être résolu efficacement par un algorithme approprié.

La connaissance du profil de la surface du lac permet de d'achever le calcul des vitesses horizontales, en intégrant le terme de pression de manière explicite. Cette ultime étape s'exprime de manière discrétisée:

$$\frac{u_{i+1/2,k}^{t+1} - u_{i+1/2,k}^t}{\Delta t} = \frac{-g}{\Delta x_i B_{i+1/2,k}} (\xi_{i+1}^{t+1} - \xi_i^{t+1} + Q_{\theta i+1/2}^{t+1} - Q_{\theta i-1/2}^{t+1})$$

2.4 Discrétisation de l'équation de continuité

Nous faisons explicitement le bilan d'eau par maille. Les conditions limites sont les conditions d'imperméabilité aux parois.

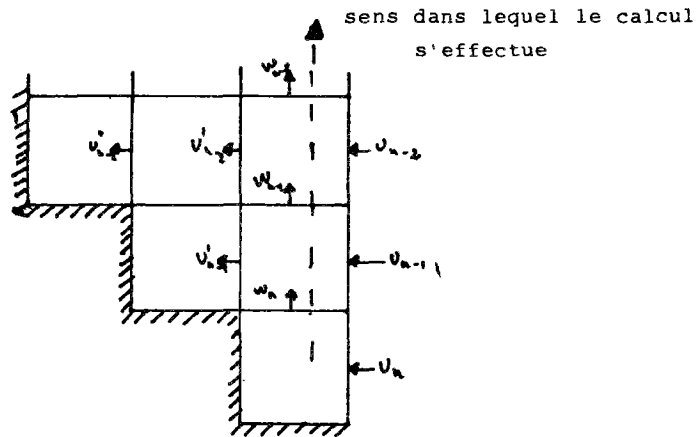


Figure A4.3: calcul des vitesses verticales par l'équation de continuité

De manière discrétisée le bilan d'eau s'écrit:

$$\frac{(B_{i+1/2,j} u_{i+1/2,j}^{t+1} - B_{i-1/2,j} u_{i-1/2,j}^{t+1})}{\Delta x_i} + \frac{(B_{i,j+1/2} w_{i,j+1/2}^{t+1} - B_{i,j-1/2} w_{i,j-1/2}^{t+1})}{\Delta z_j} = 0$$

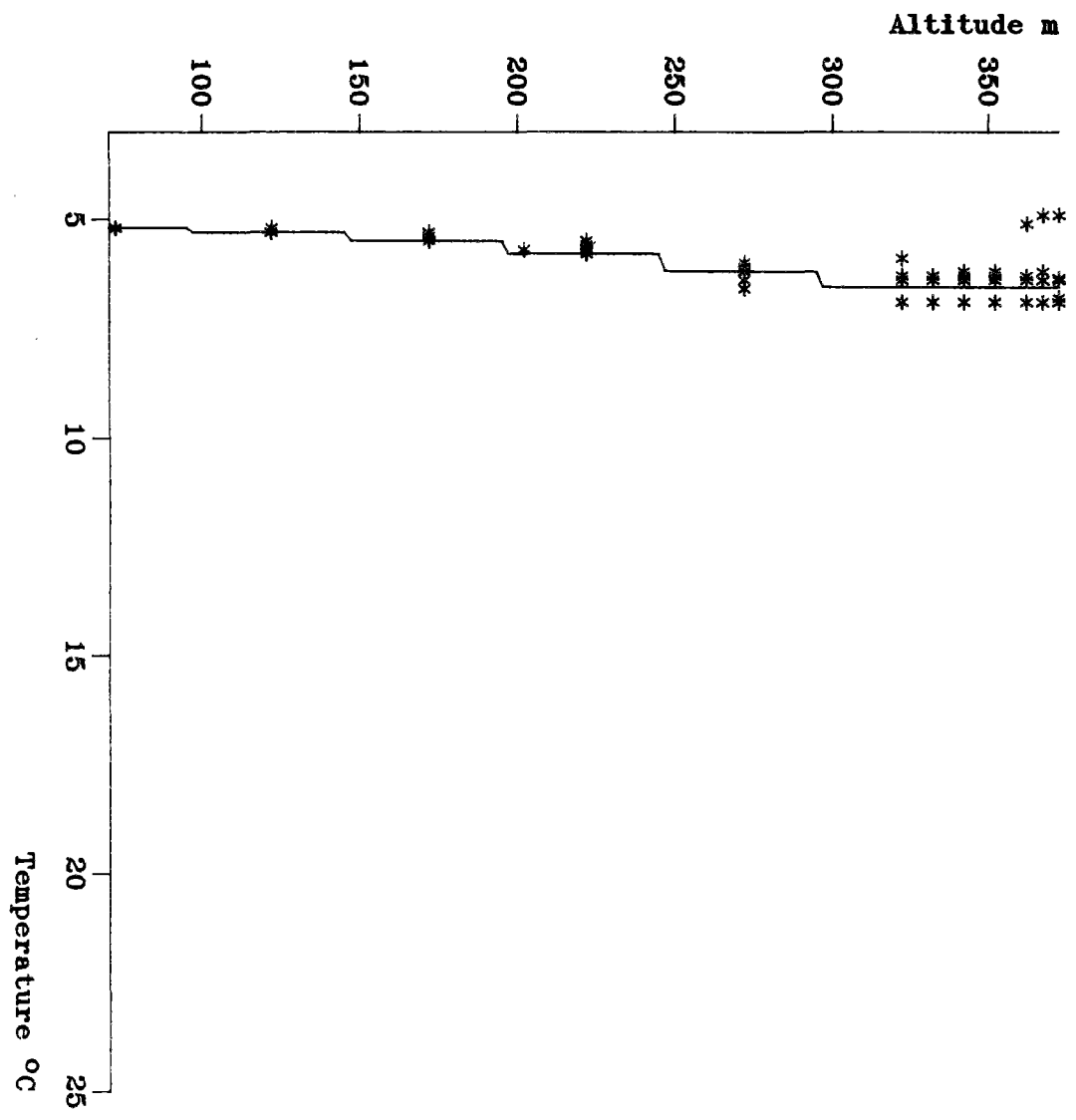
Nous résolvons colonne par colonne puis maille par maille l'équation précédente, en partant du fond du lac, où la vitesse verticale est nulle par condition limite.

Résultats à grande échelle du modèle thermique

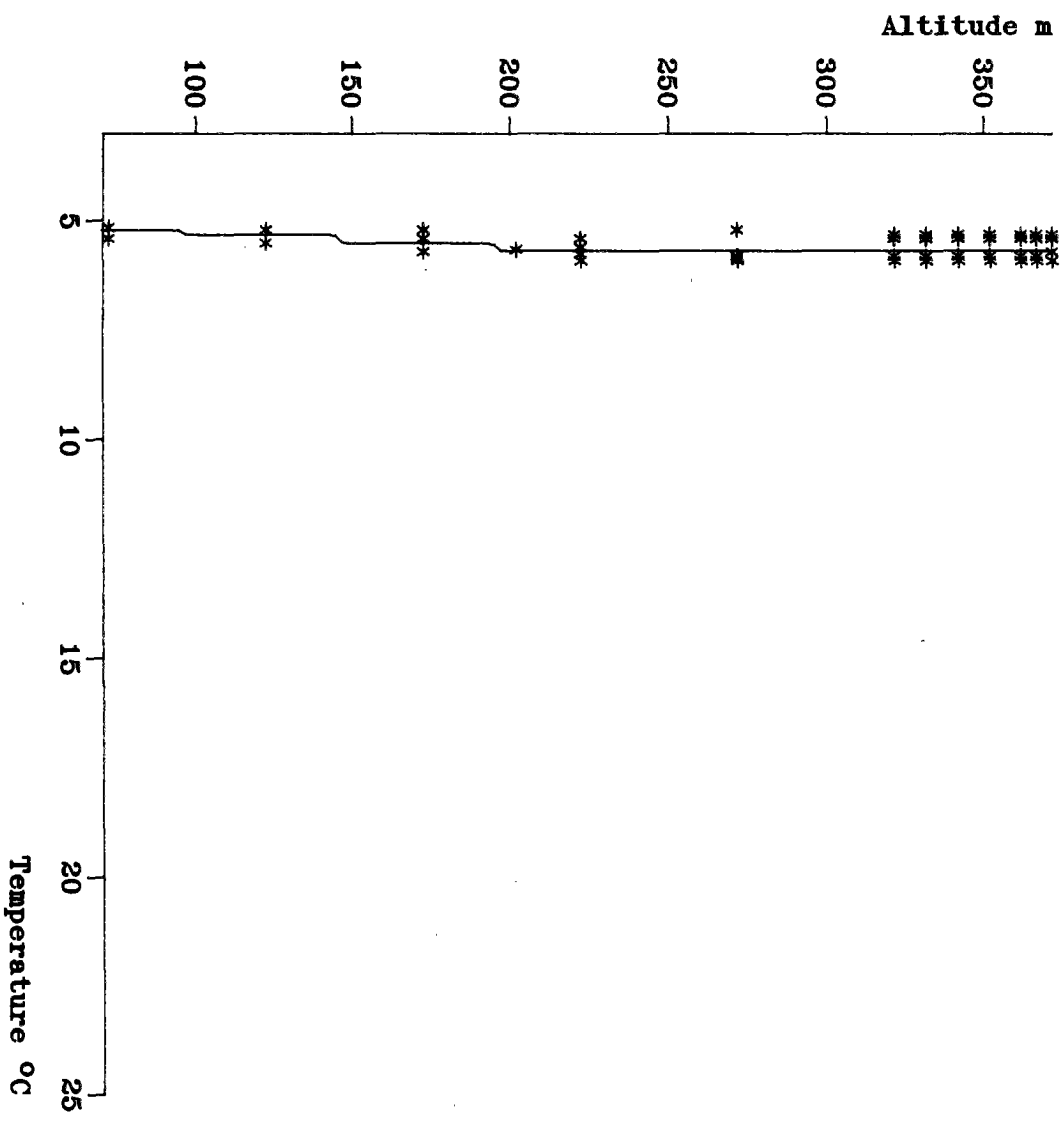
lère version du coefficient de dispersion

ANNEXE 5

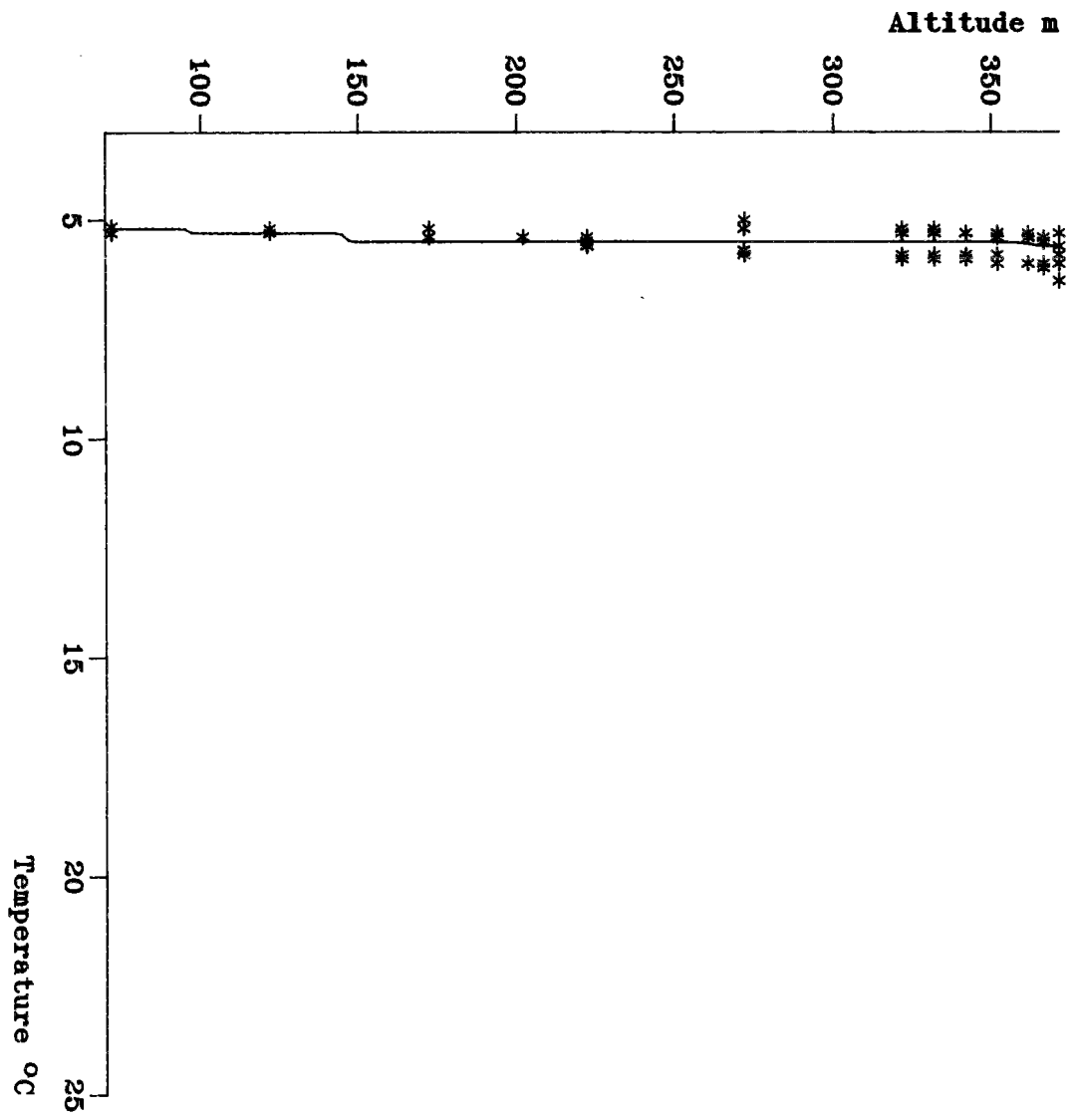
Profil de Temperature 12 Janvier 1976



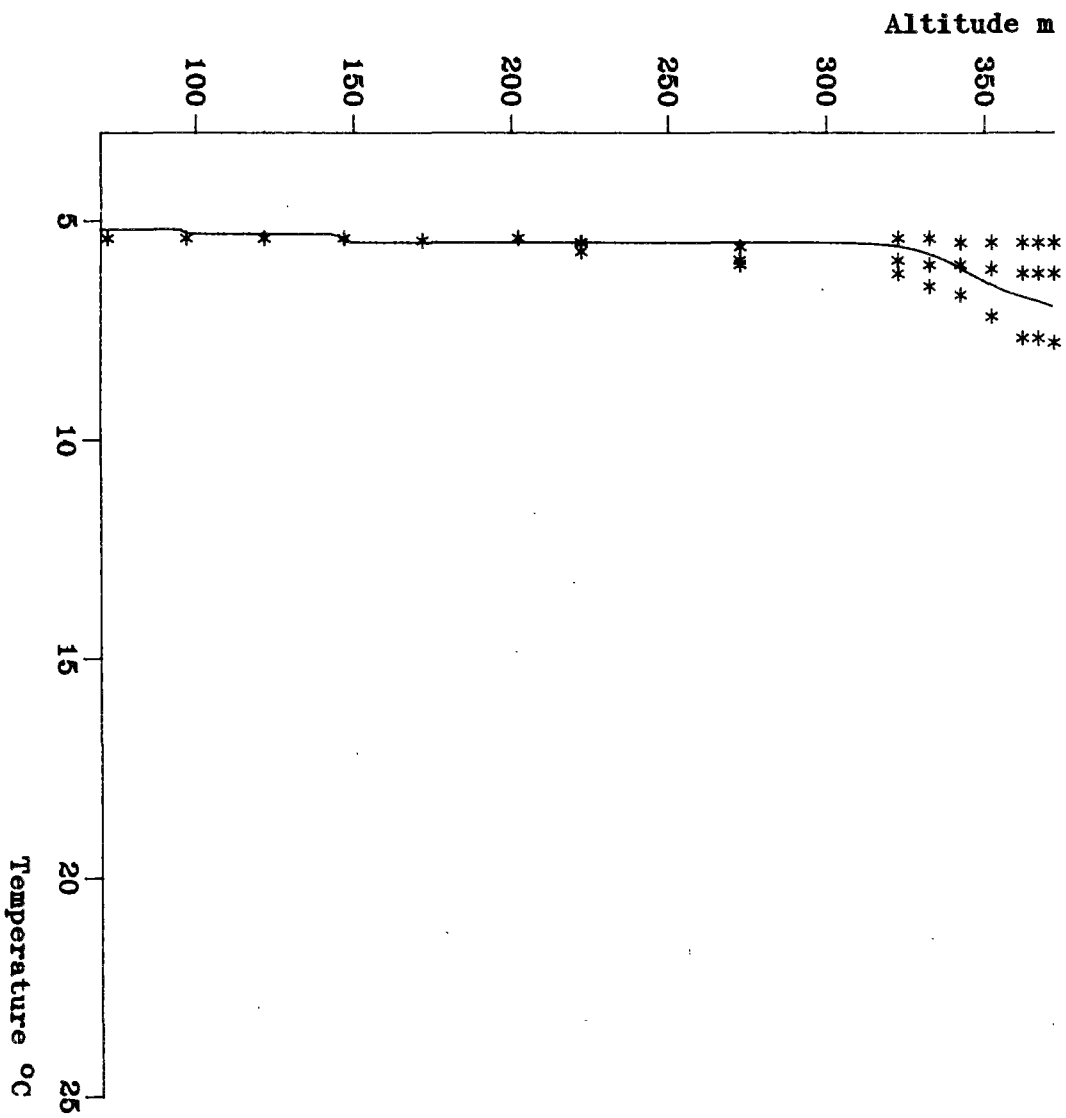
Profil de Temperature 17 Fevrier 1976



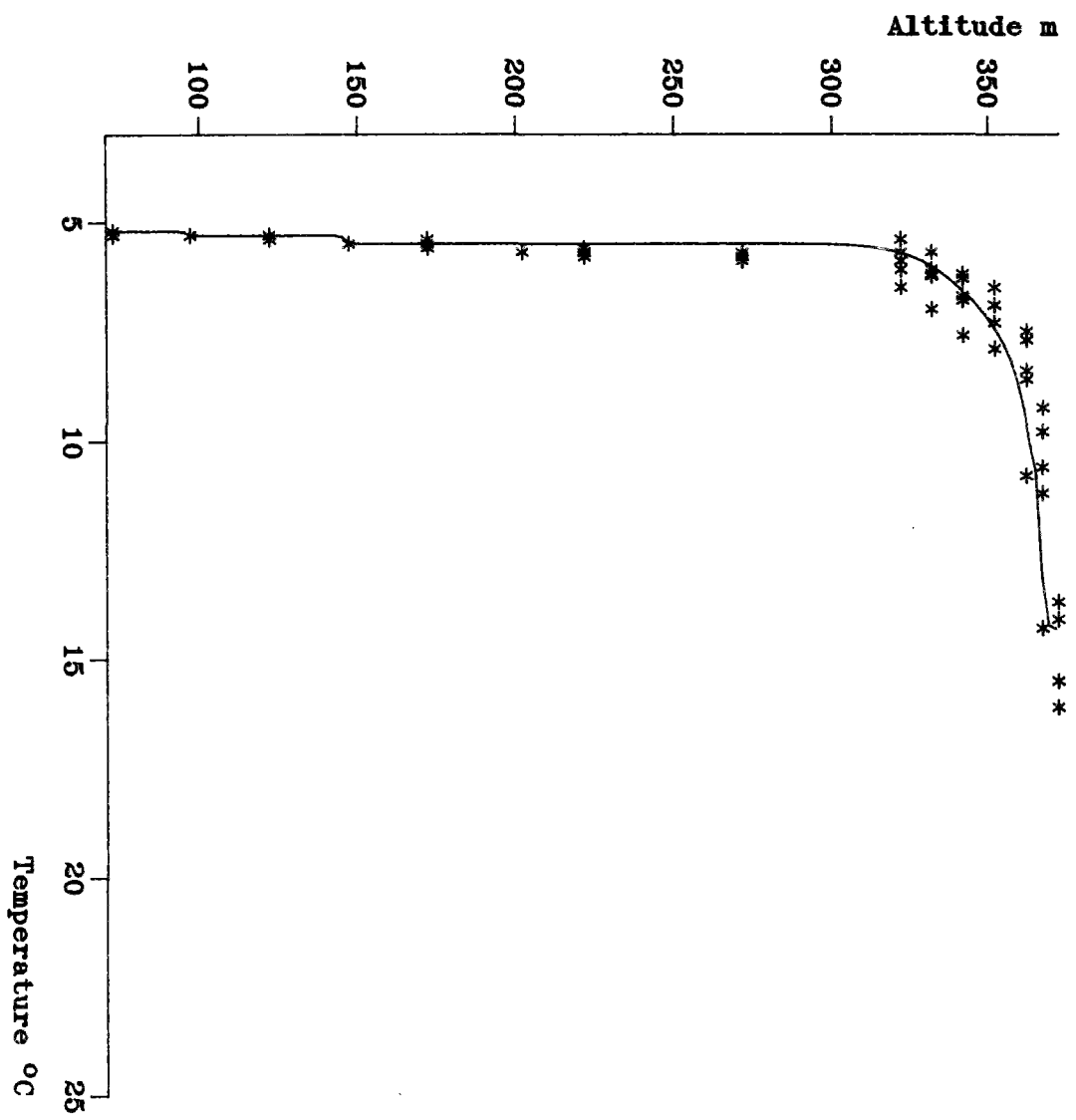
Profil de Temperature 15 Mars 1976



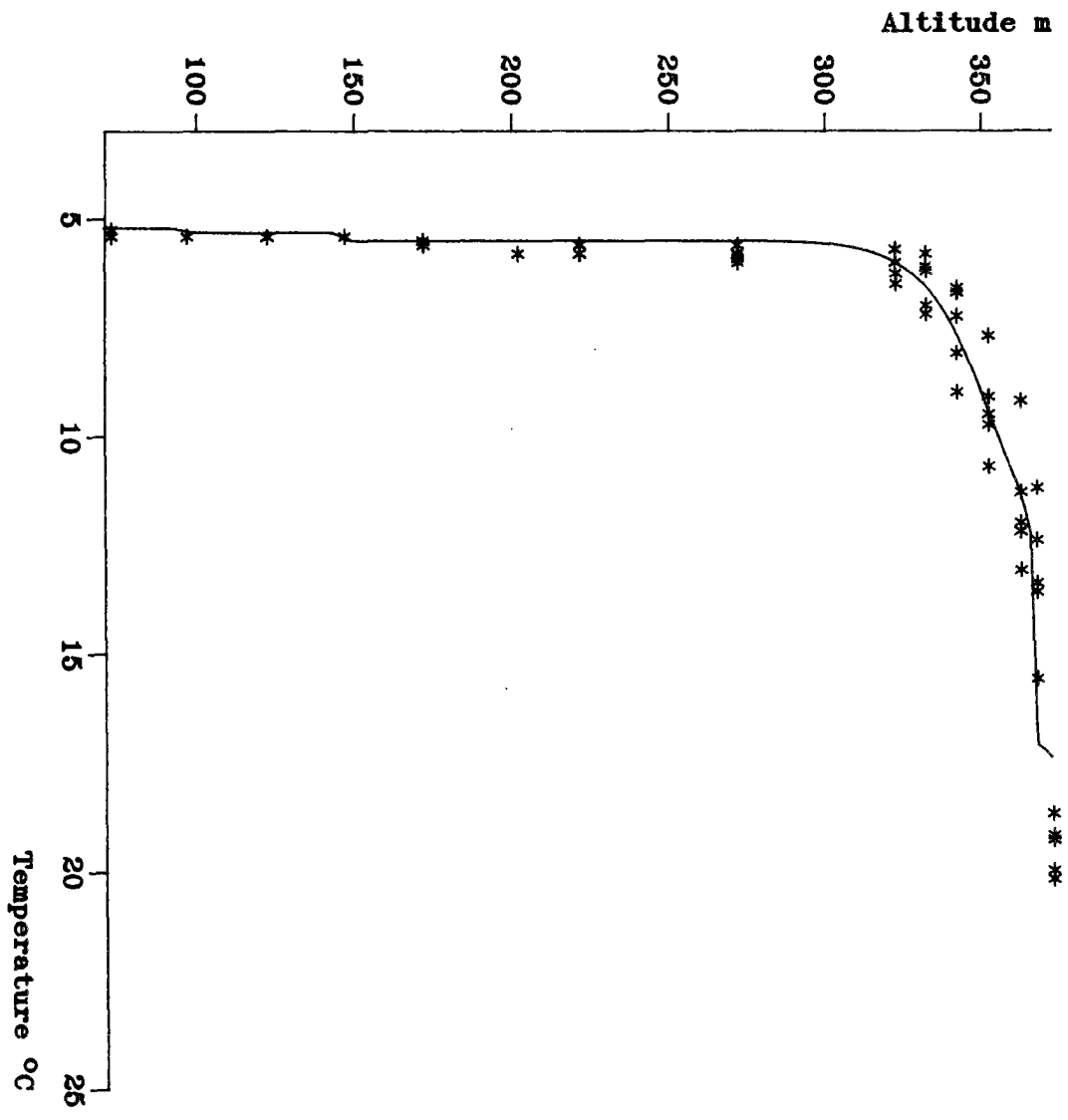
Profil de Temperature 12 Avril 1976



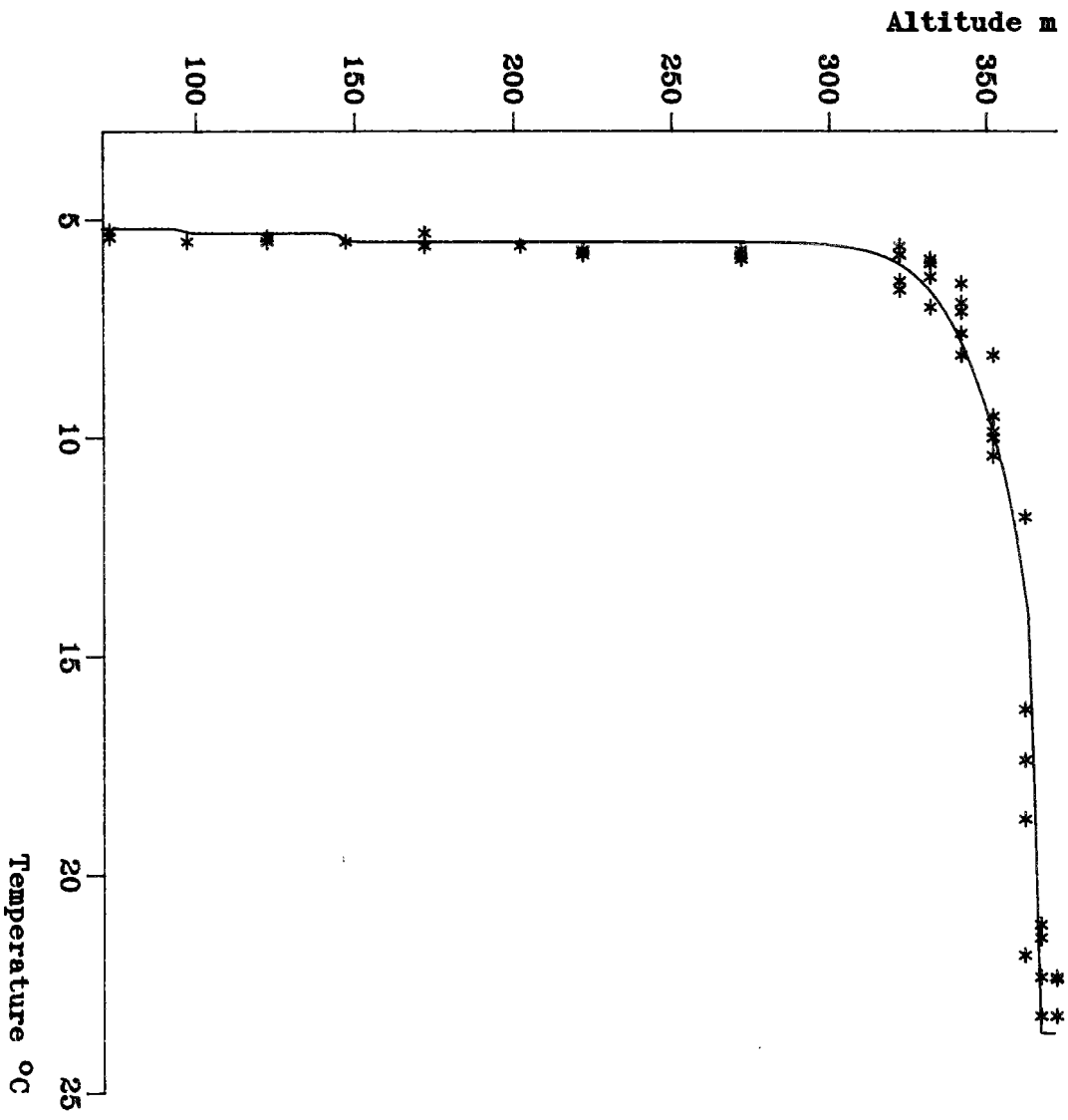
Profil de Temperature 17 Mai 1976



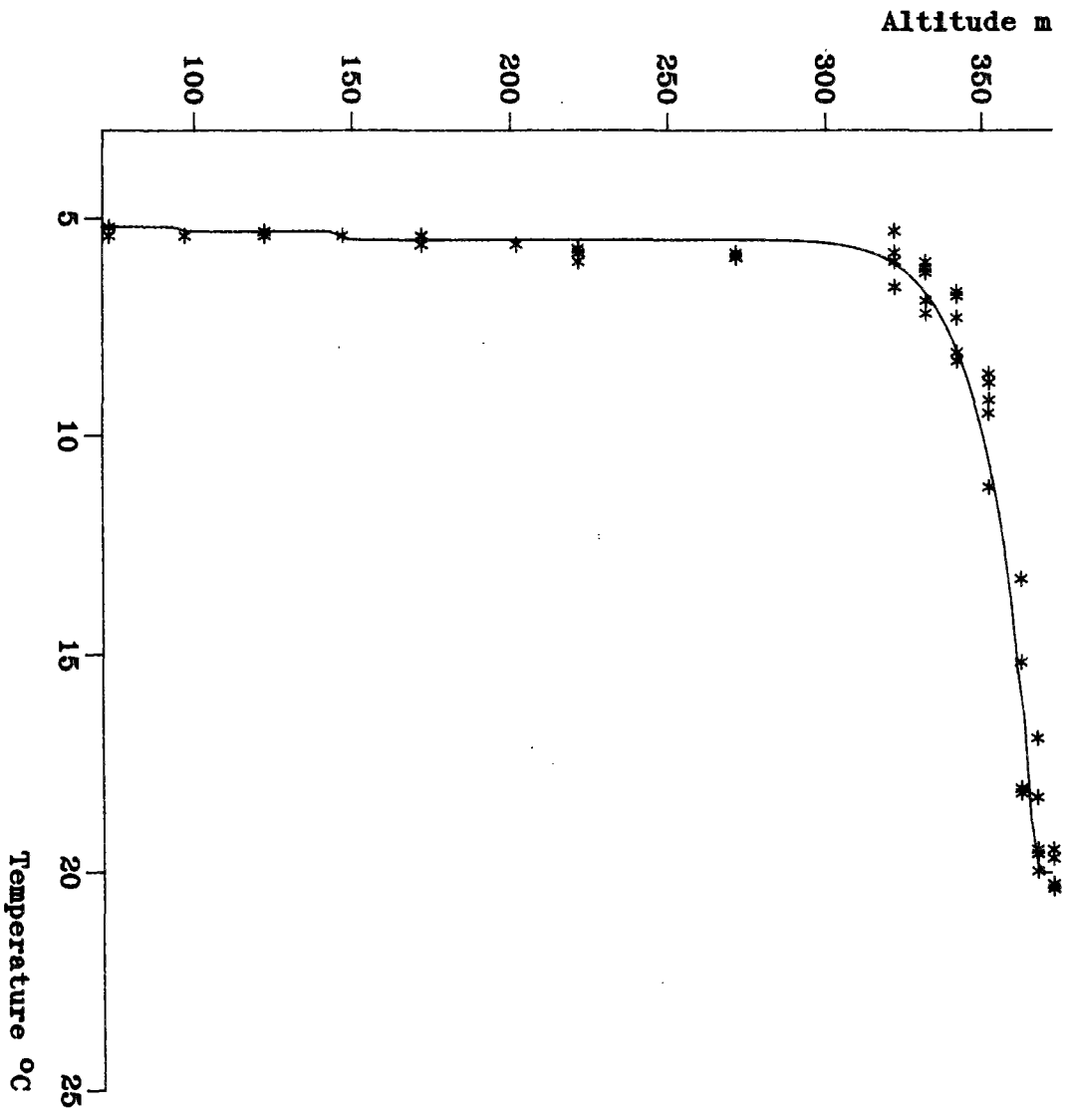
Profil de Temperature 14 Juin 1976



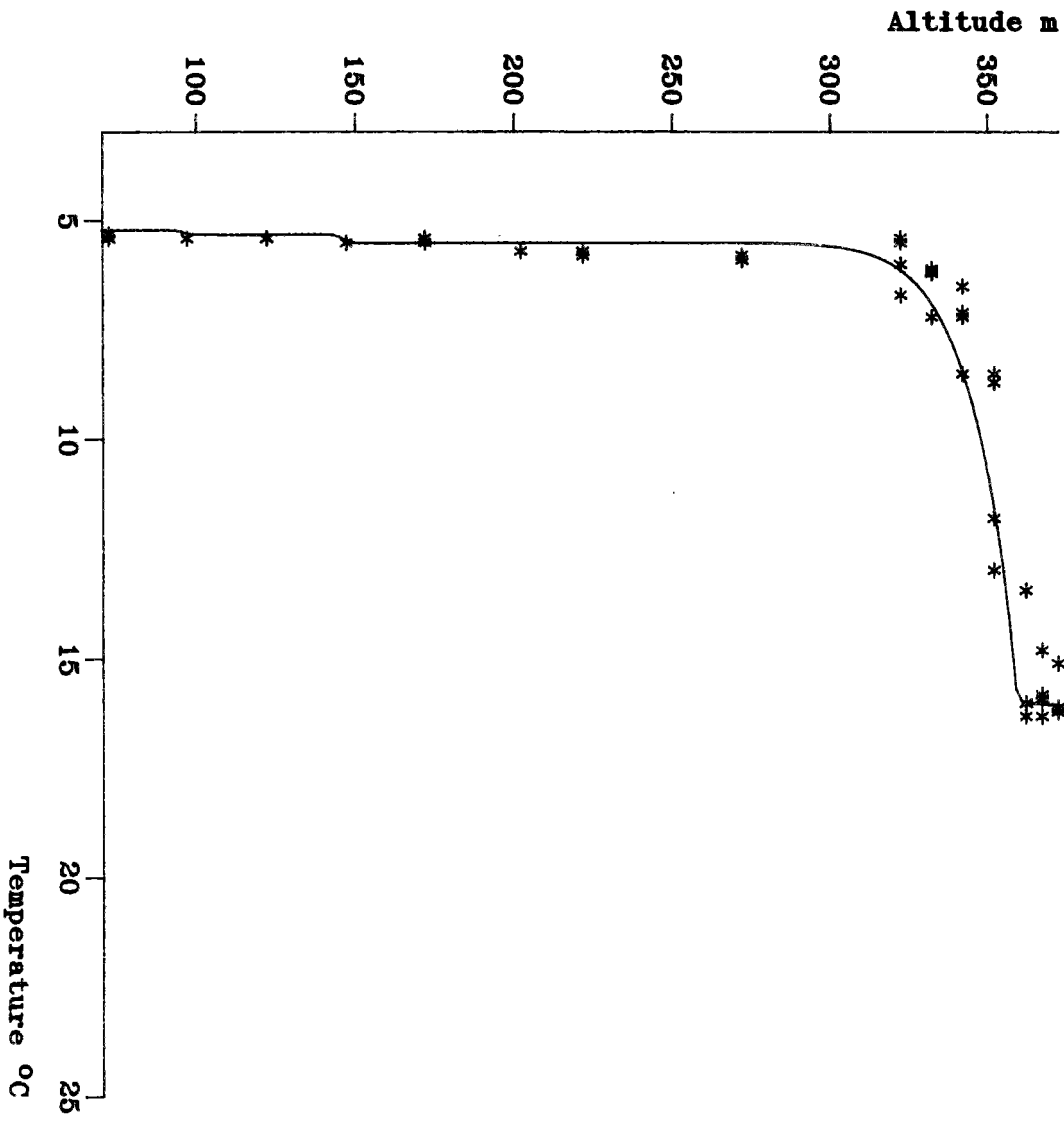
Profil de Temperature 19 Juillet 1976



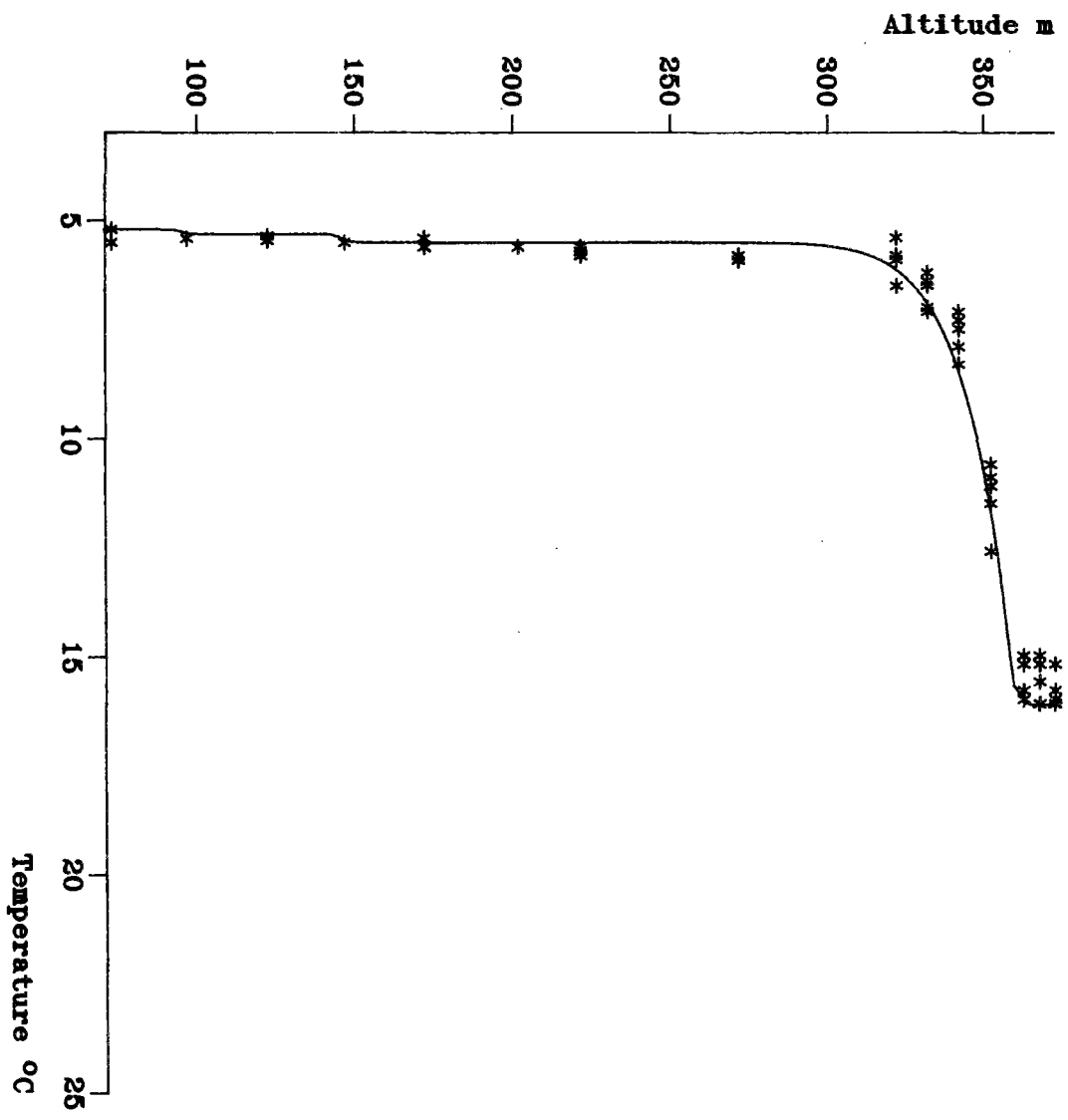
Profil de Temperature 16 Aout 1976



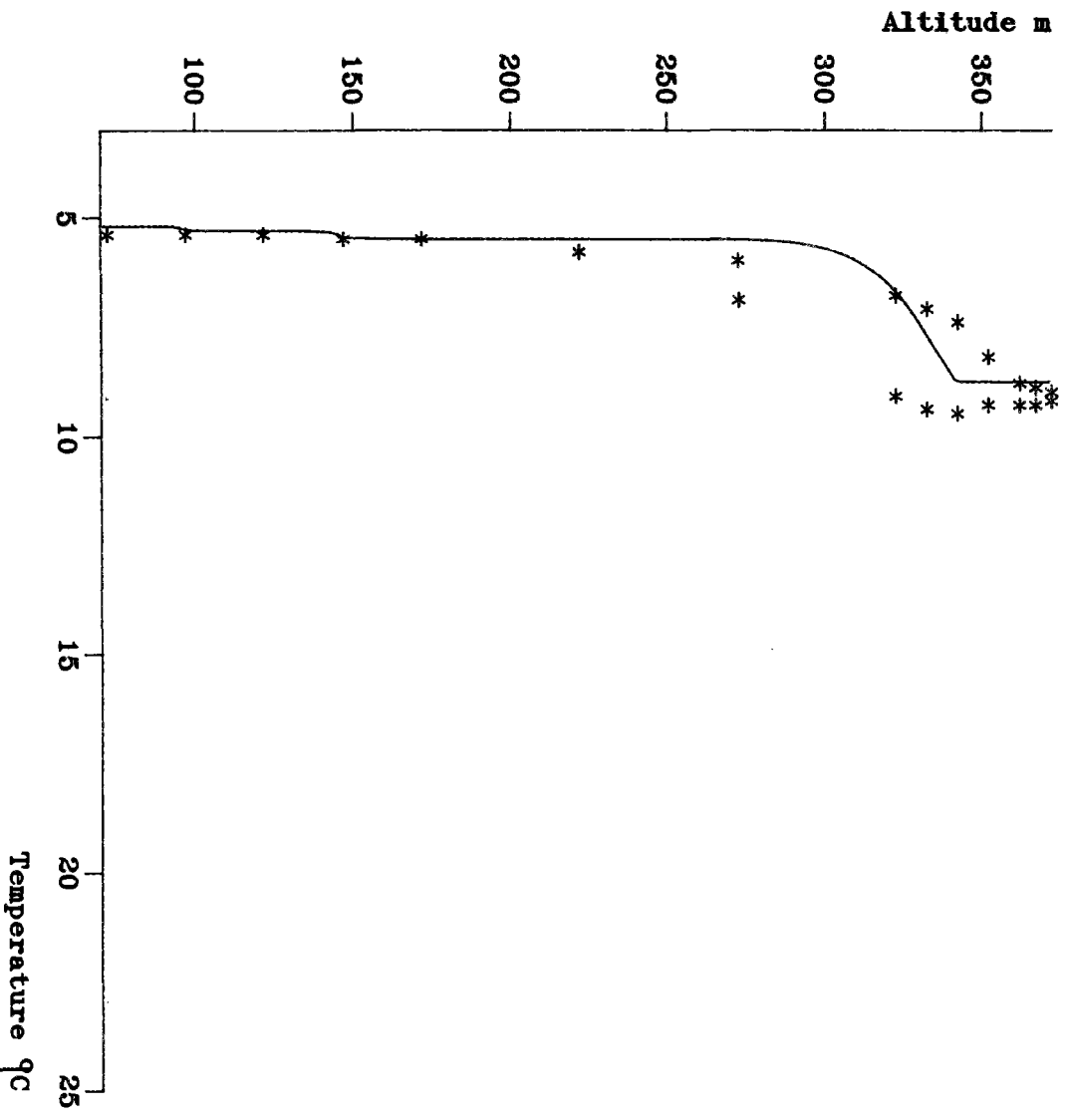
Profil de Temperature 13 Septembre 1976



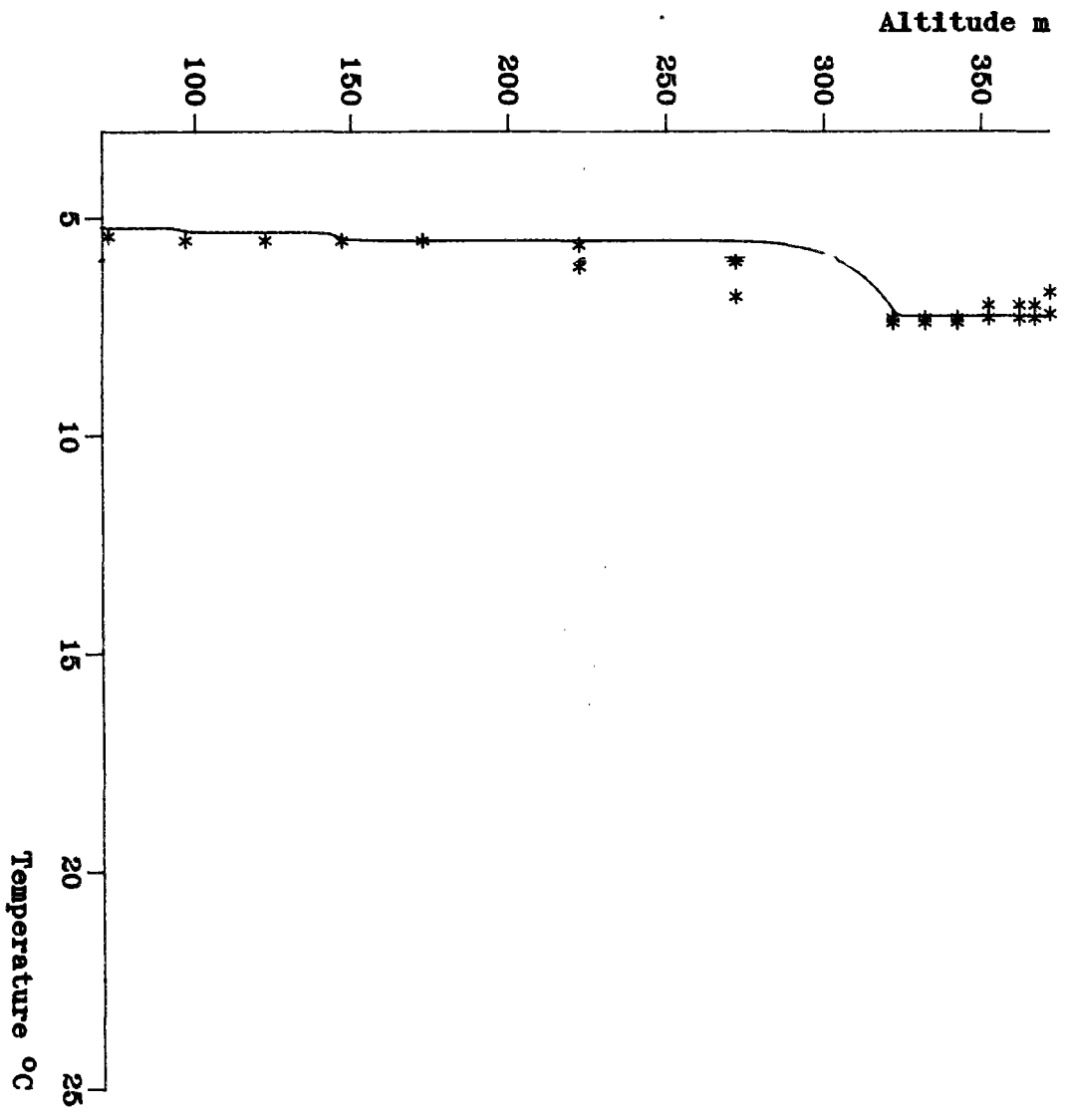
Profil de Temperature 11 Octobre 1976



Profil de Temperature 23 Novembre 1976



Profil de Temperature 13 Decembre 1976

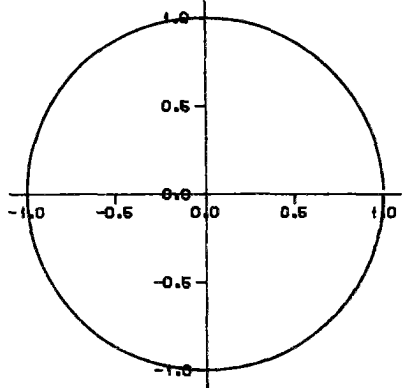


Résultats à grande échelle du modèle thermique

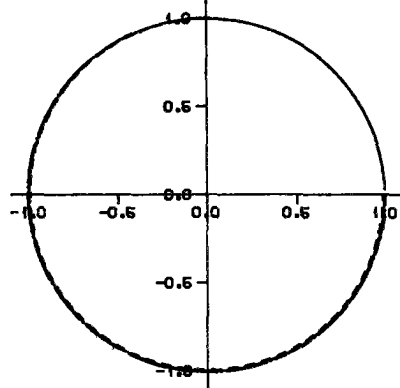
2ème version du coefficient de dispersion

Analyse de sensibilité du modèle thermique

Fond



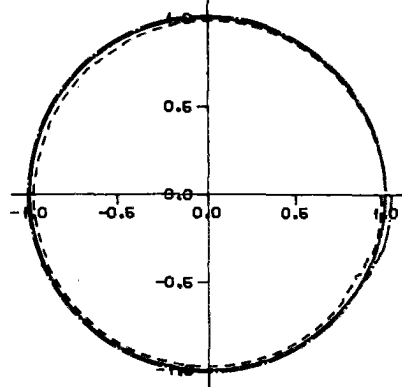
200 m



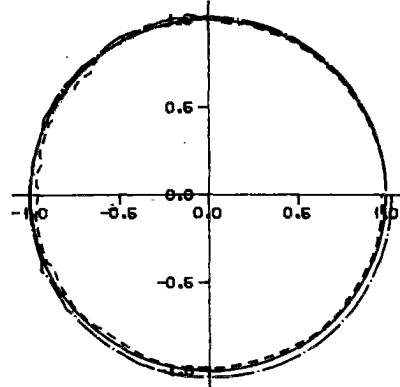
- - - - - A +10%

- . - . - . A -10%

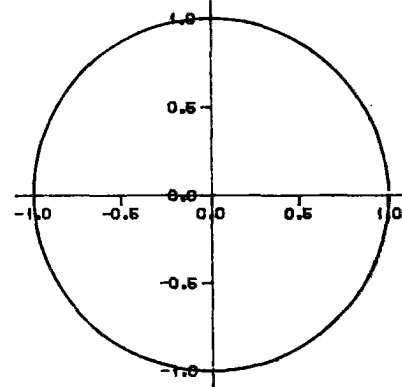
50 m



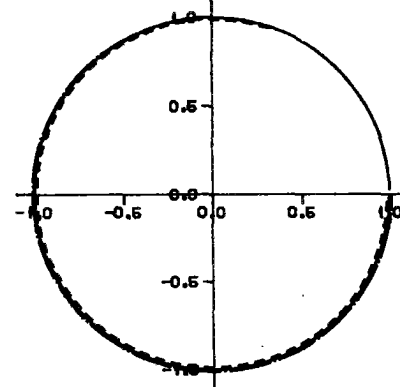
Surface



Fond



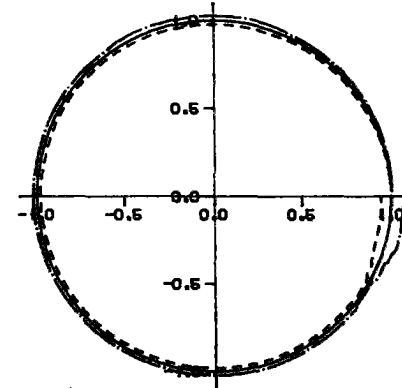
200 m



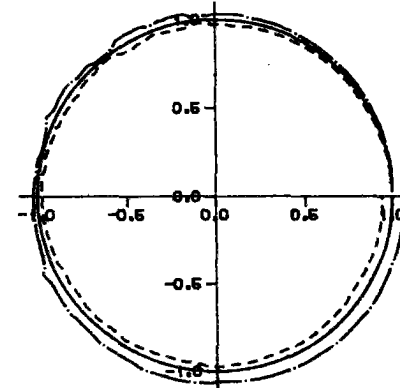
- - - - - A +20%

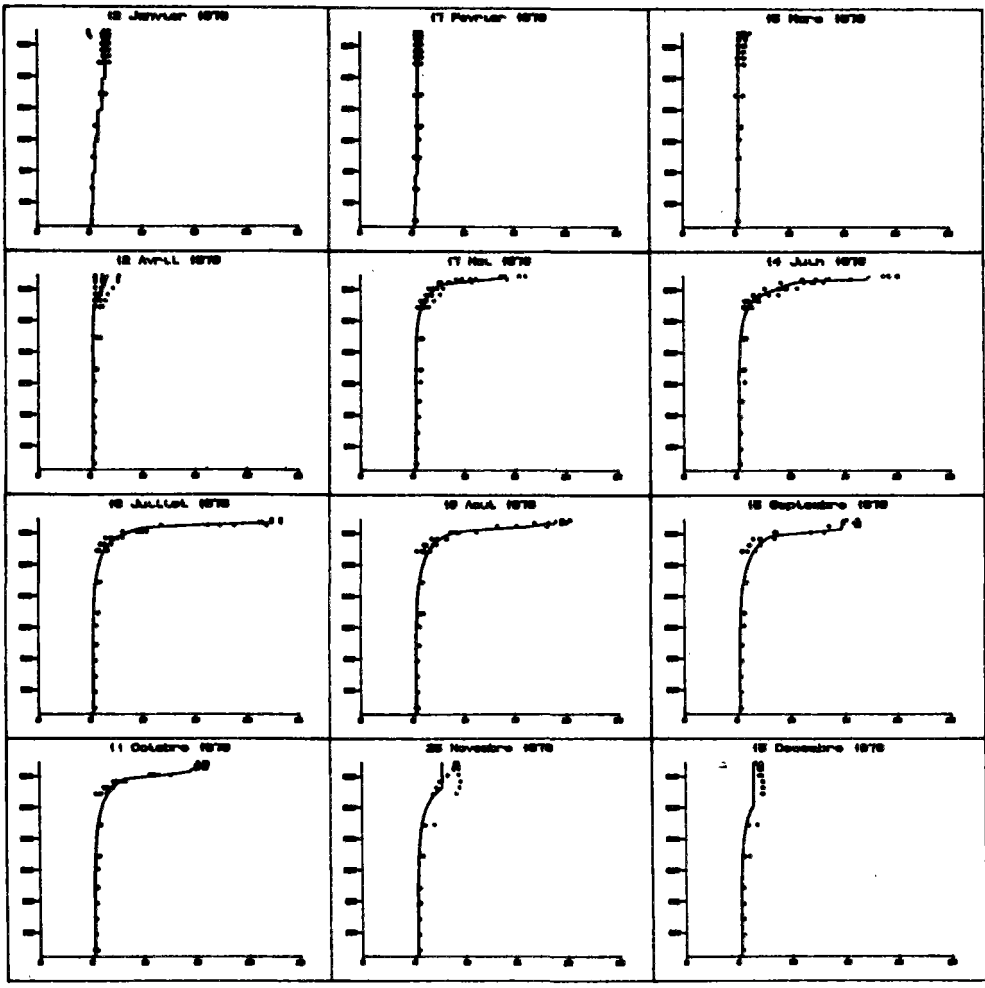
- . - . - . A -20%

50 m

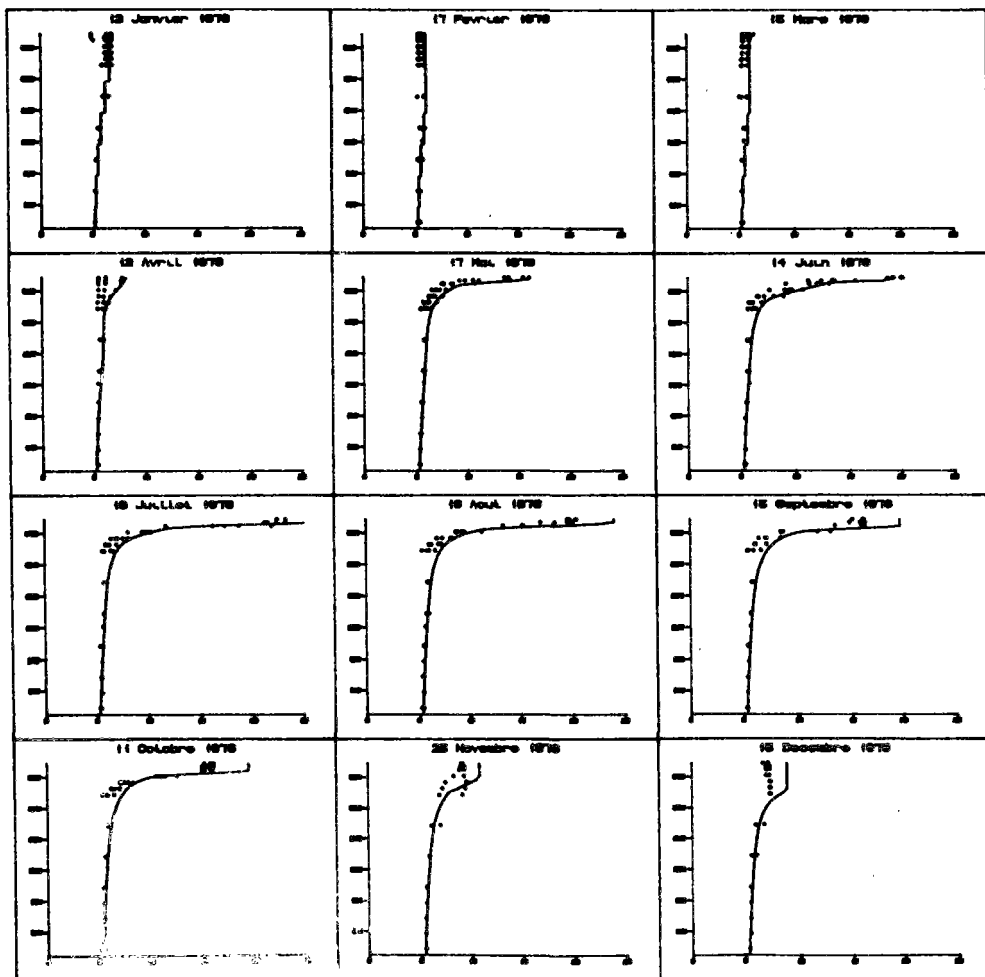


Surface

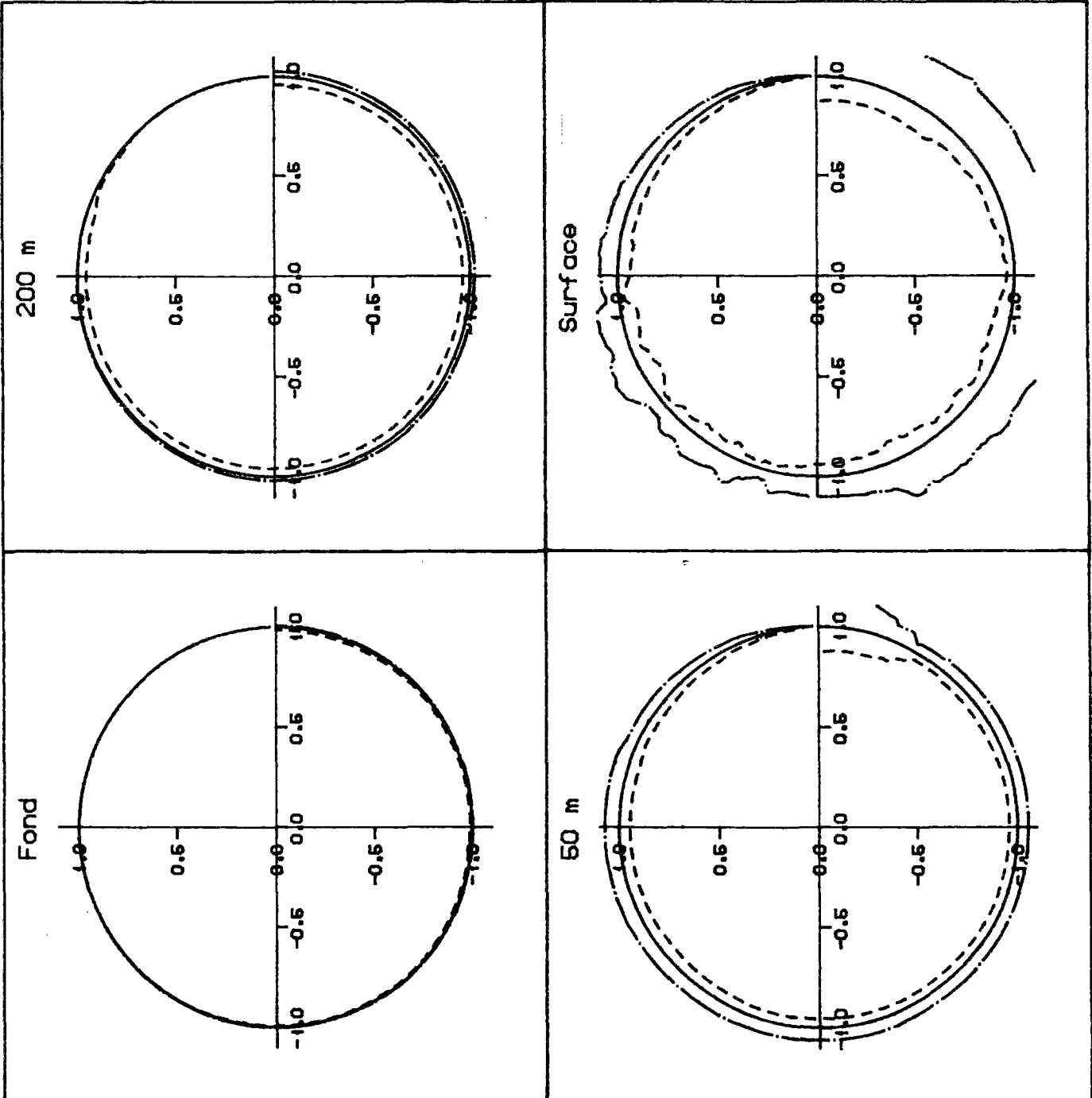




A +50%
sigma 7.7
 δ 0.09
alpha 0.35
p 0.67
A 24.10-10
B 67.10-05



A -50%
sigma 7.7
 δ 0.09
alpha 0.35
p 0.67
A 0.8 10-10
B 67.10-05



200 m

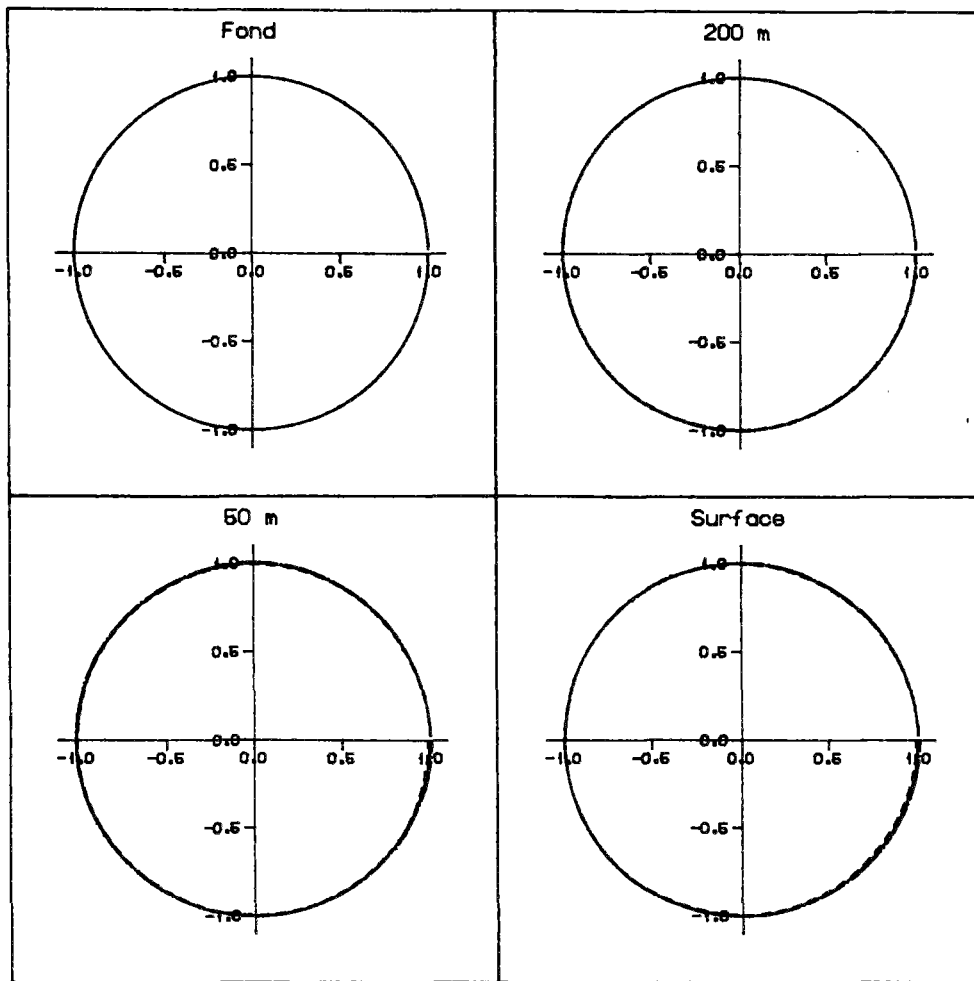
Surface

Fond

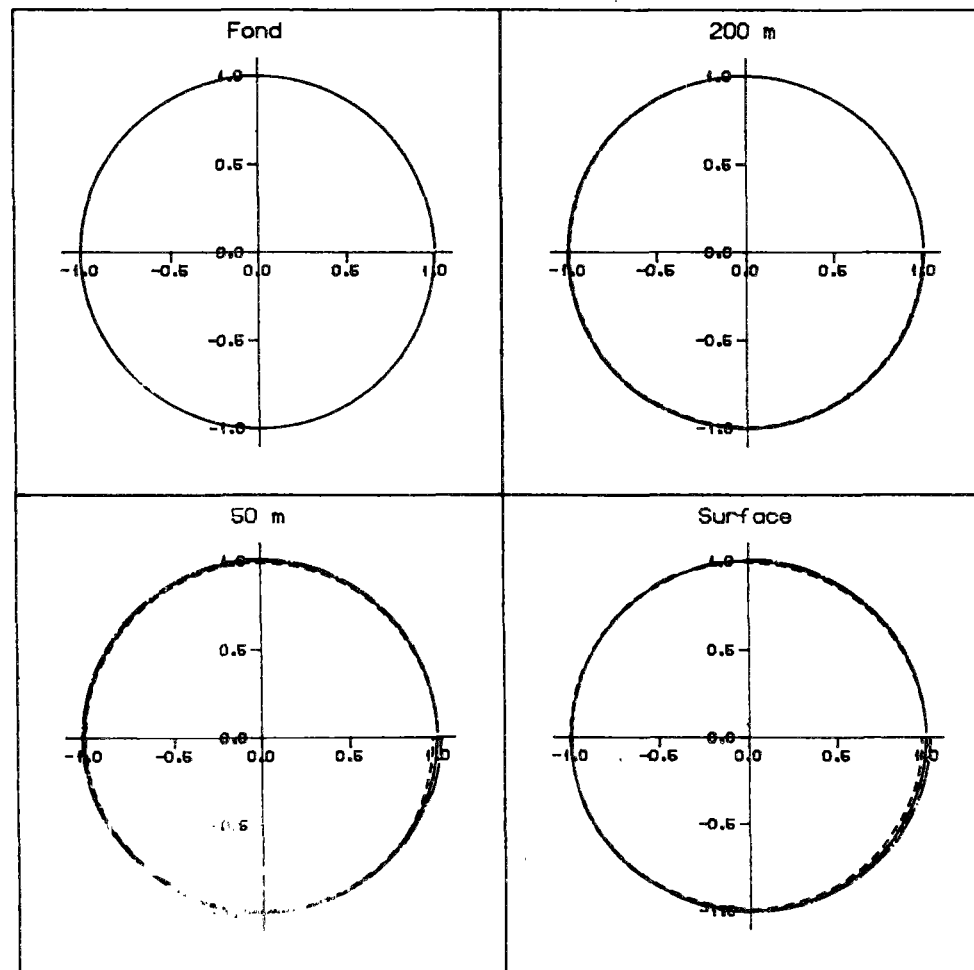
50 m

- - - A +50%

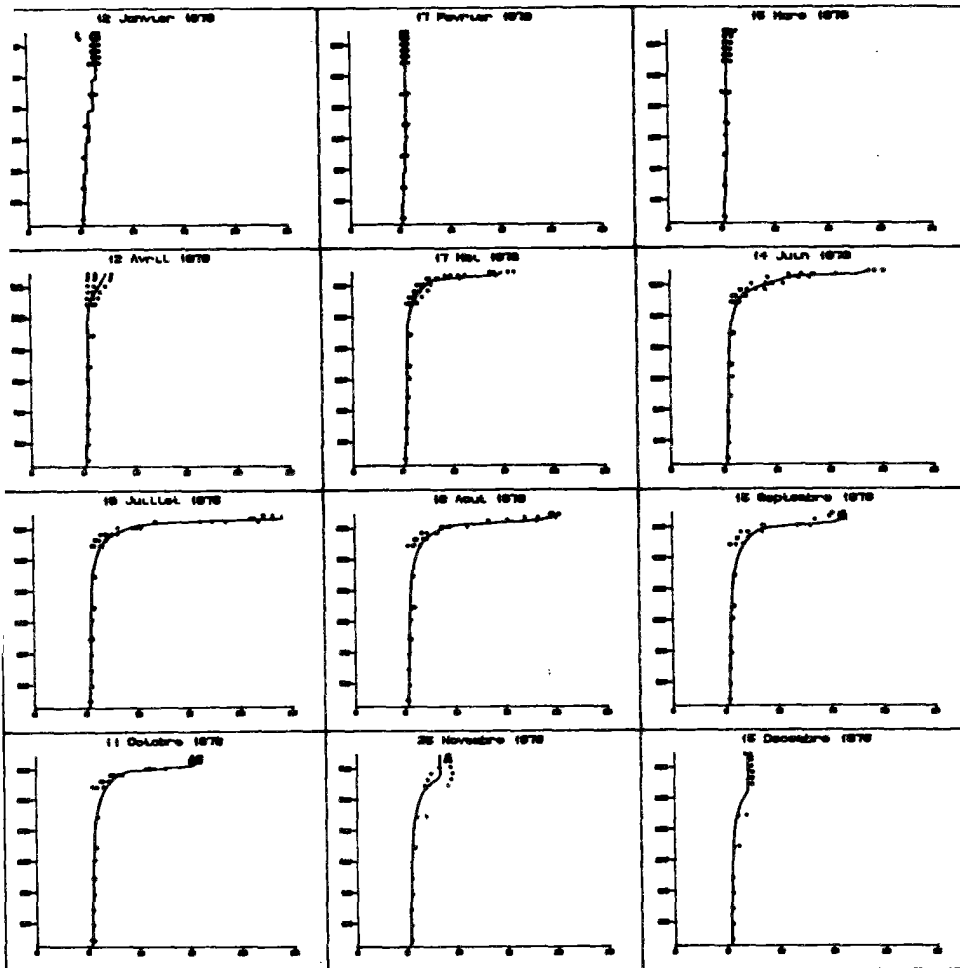
- . - A -50%



--- B +10%
 - - - B -10%



--- B +20%
 - - - B -20%



=====

B +50%

sigma 7.7

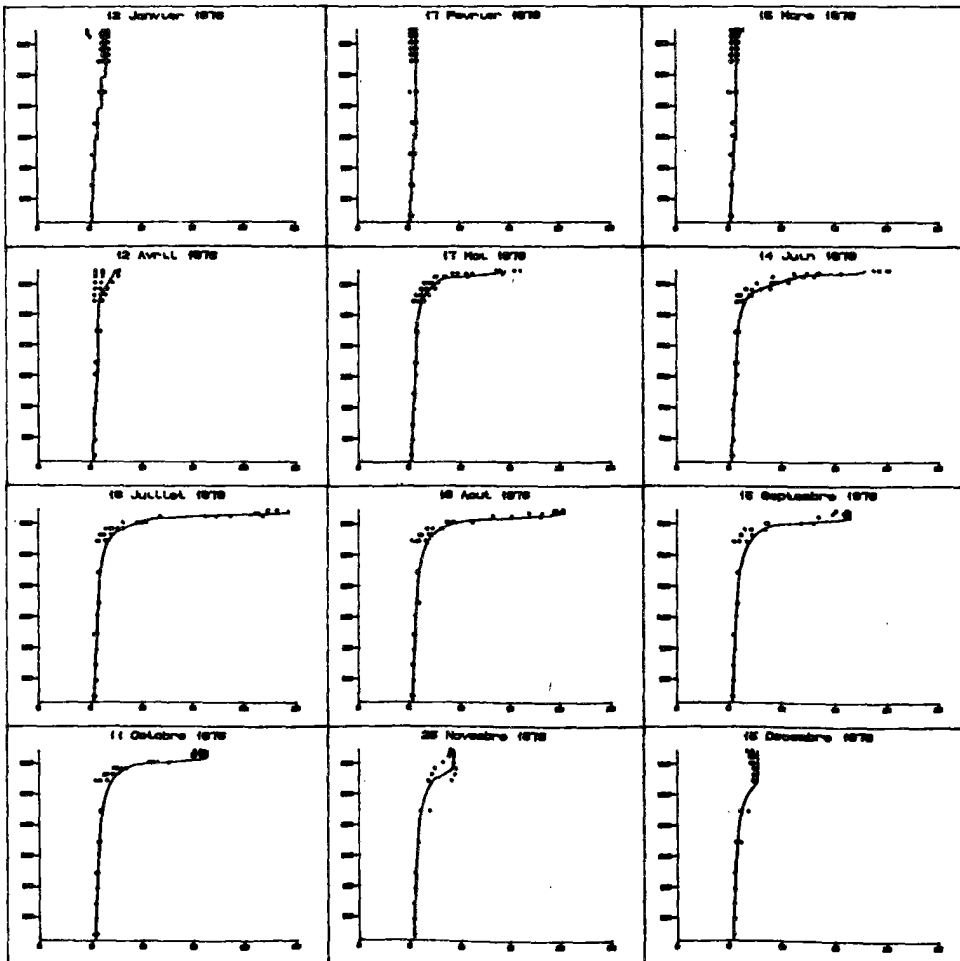
δ 0.09

alpha 0.35

p 0.67

A 16.10-10

B 100.10-05



=====

B -50%

sigma 7.7

δ 0.09

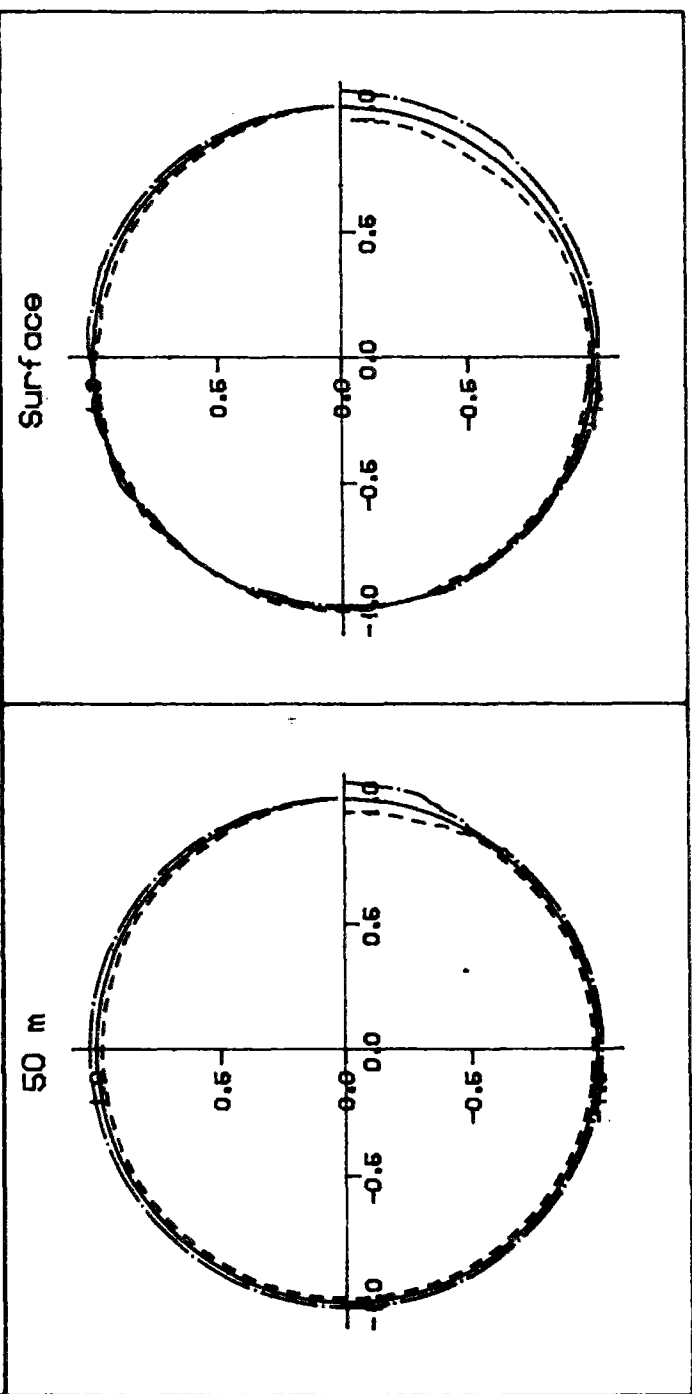
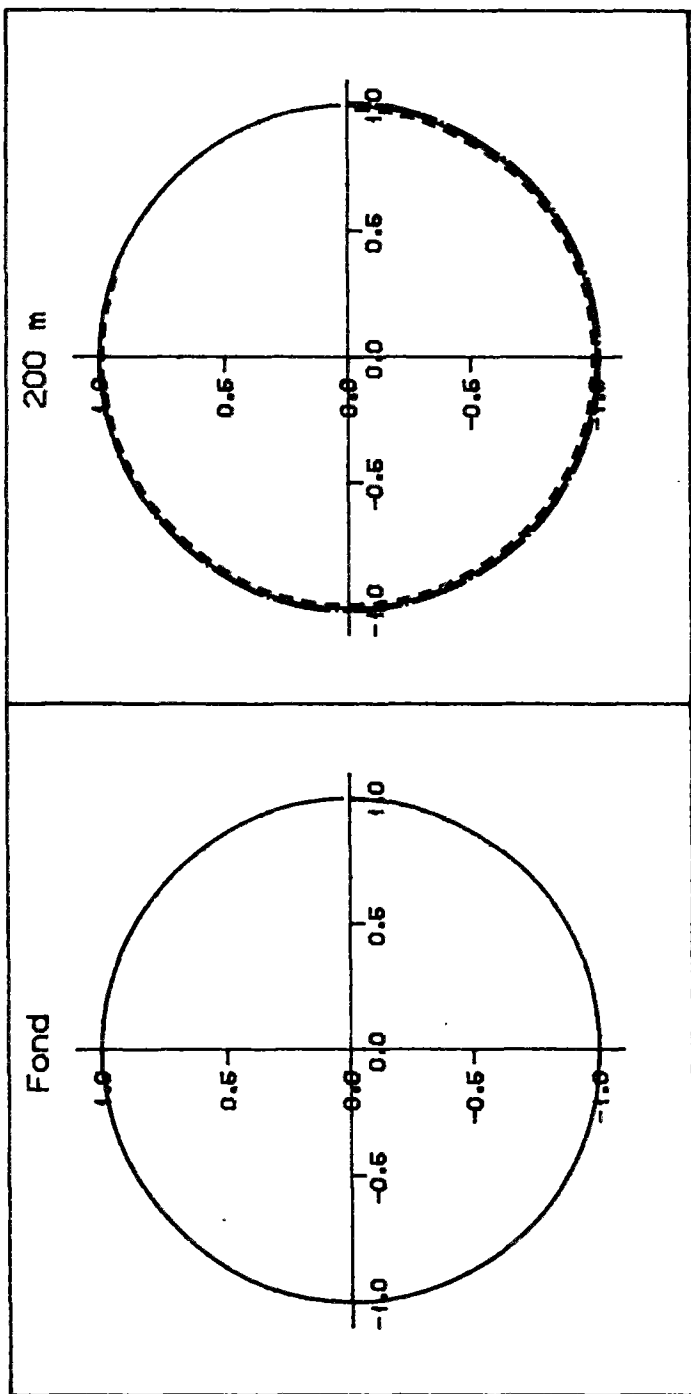
alpha 0.35

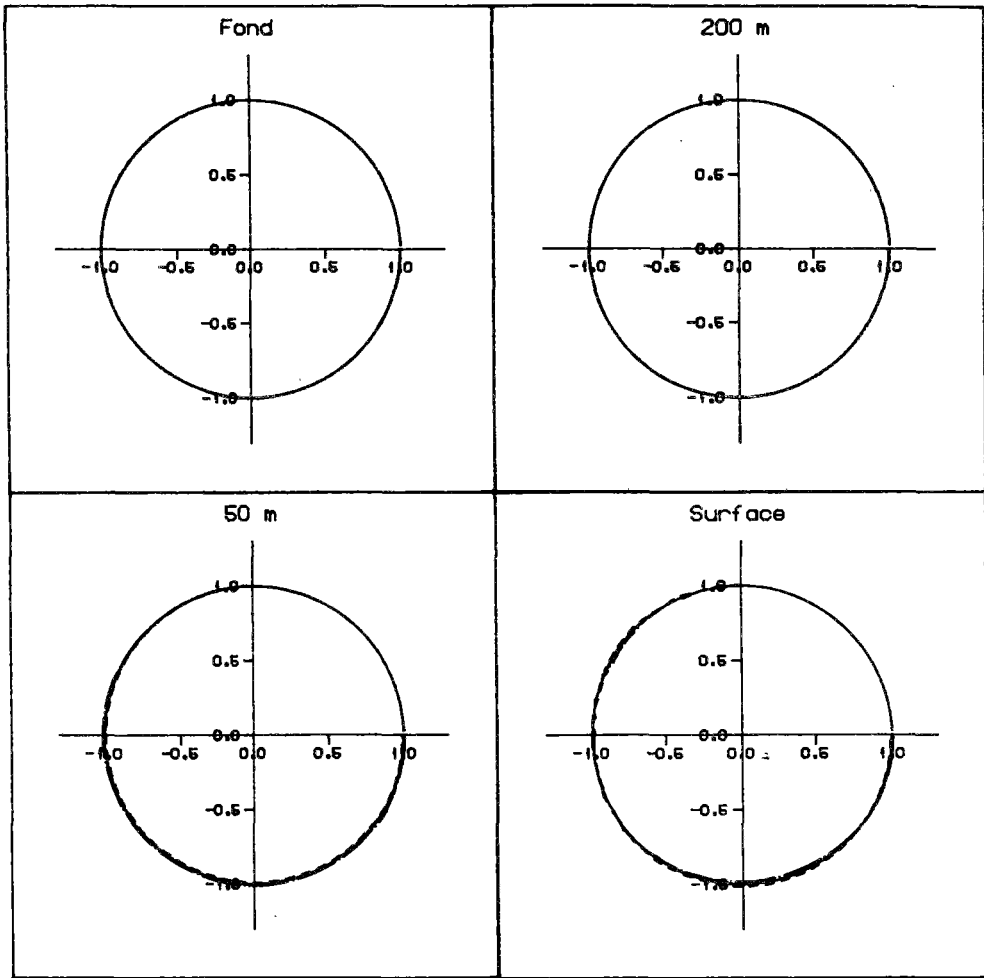
p 0.67

A 16.10-10

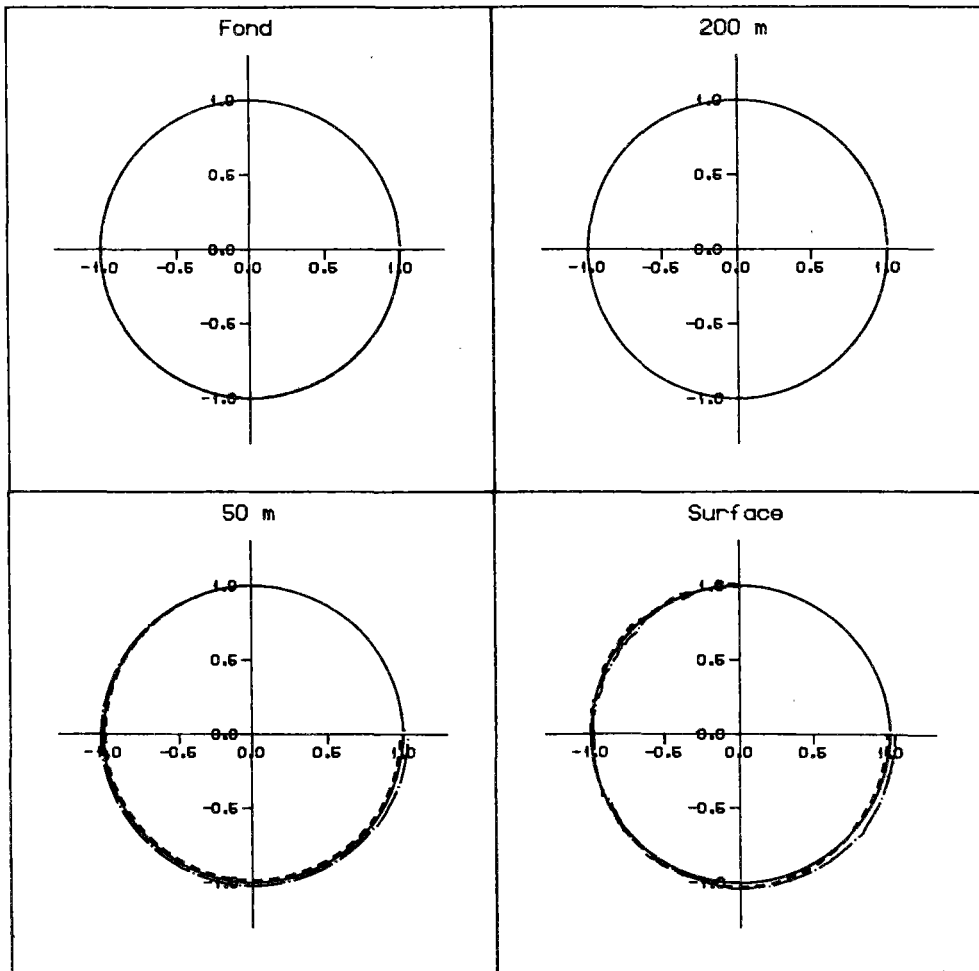
B 33.10-05

- - - B +50%
 - . - . - B -50%



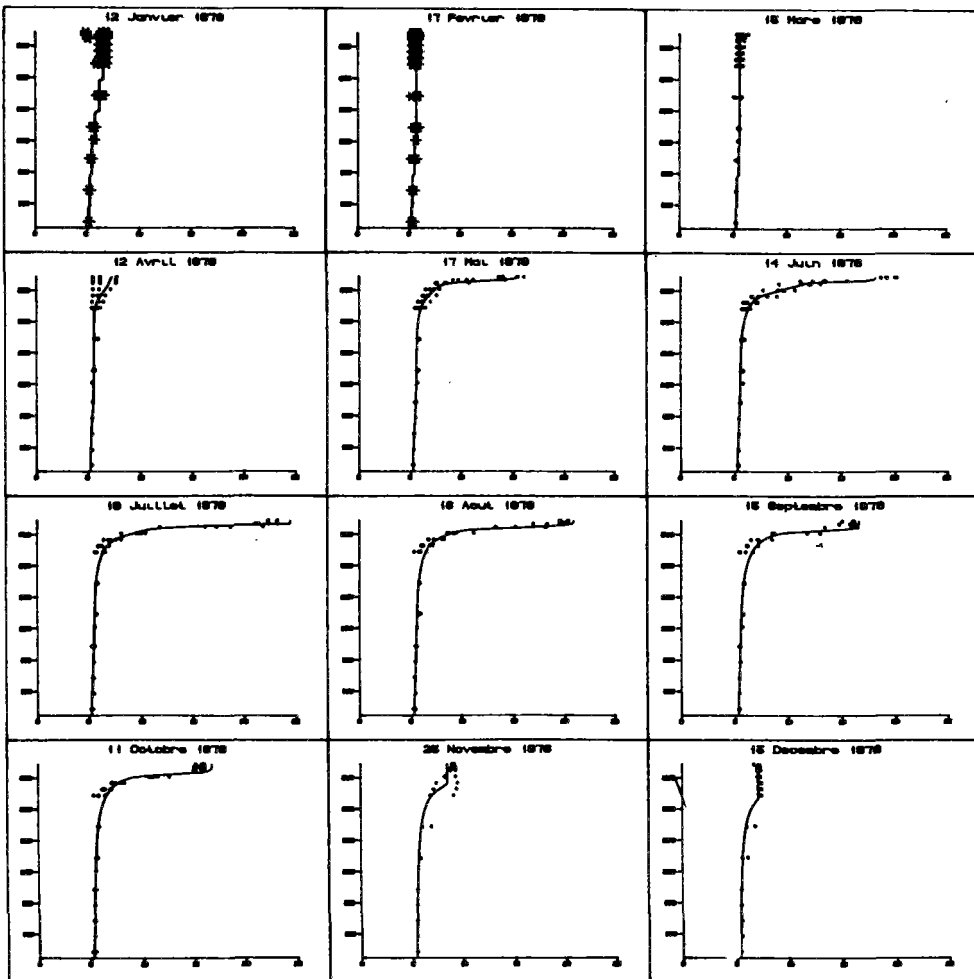


- - - sigma +10%
 - . - . - sigma -10%
 - - - - -



- - - sigma +20%
 - . - . - sigma -20%
 - - - - -

sigma +50%



sigma 11.55

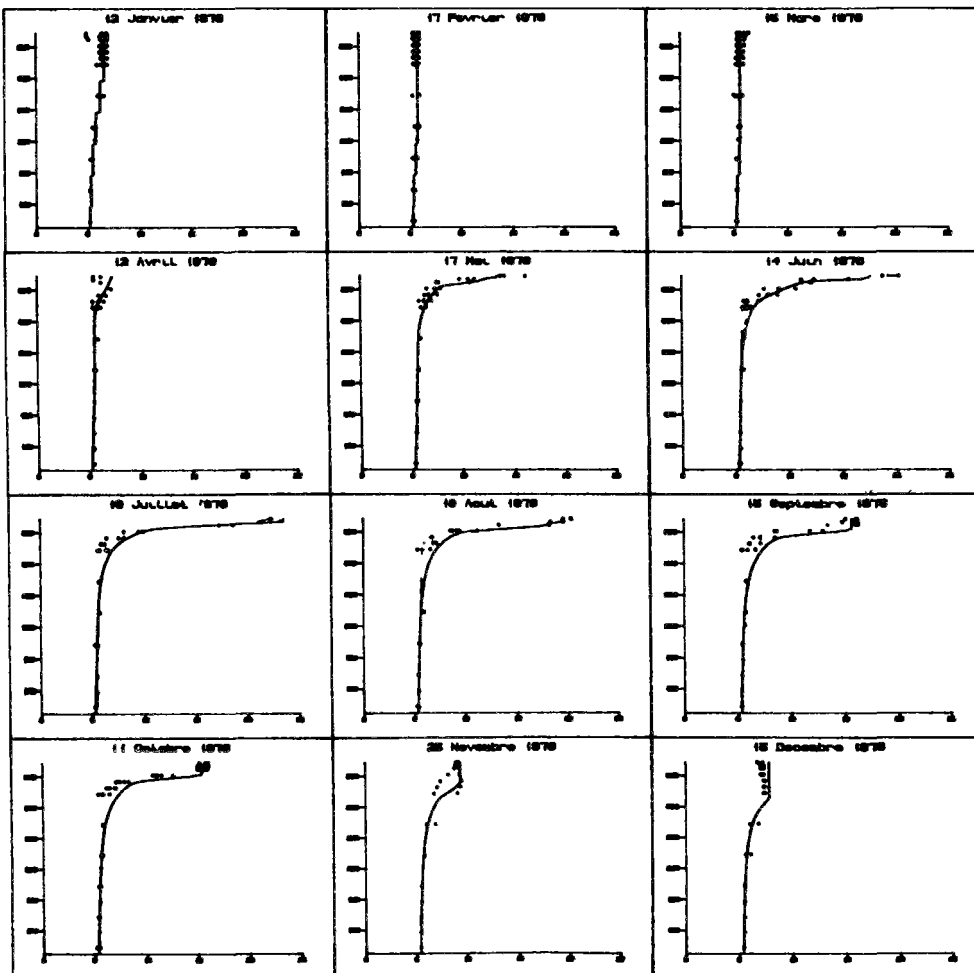
δ 0.09

alpha 0.35

p 0.67

A 16.10-10

B 67.10-05



sigma -50%

sigma 3.85

δ 0.09

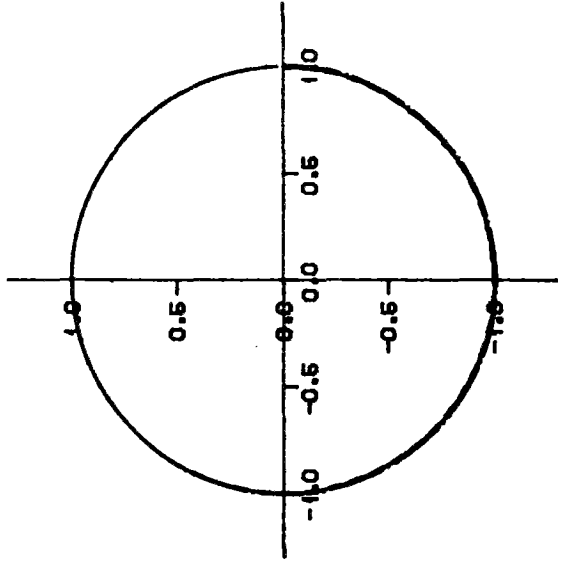
alpha 0.35

p 0.67

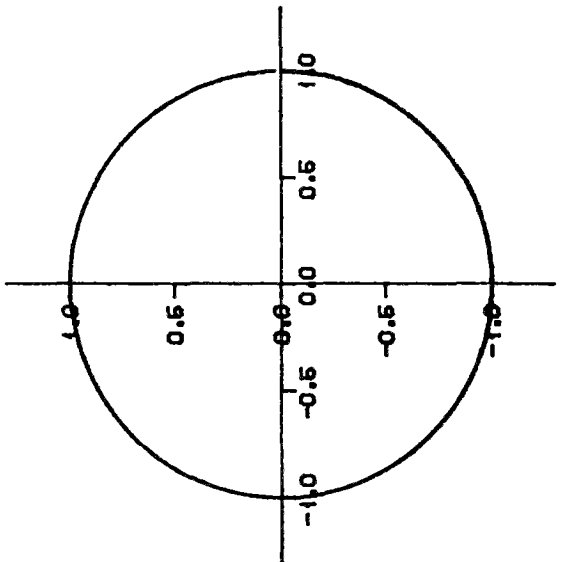
A 16.10-10

B 67.10-05

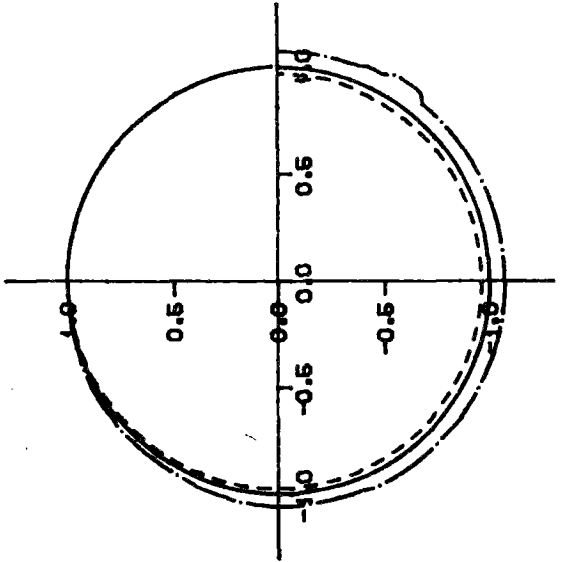
Fond



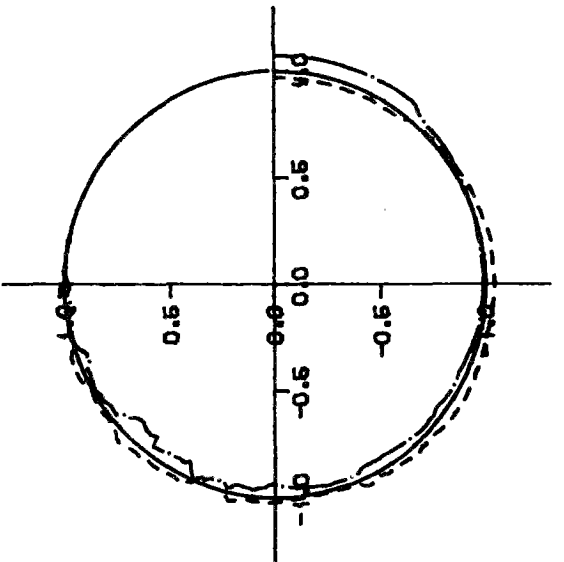
200 m



50 m



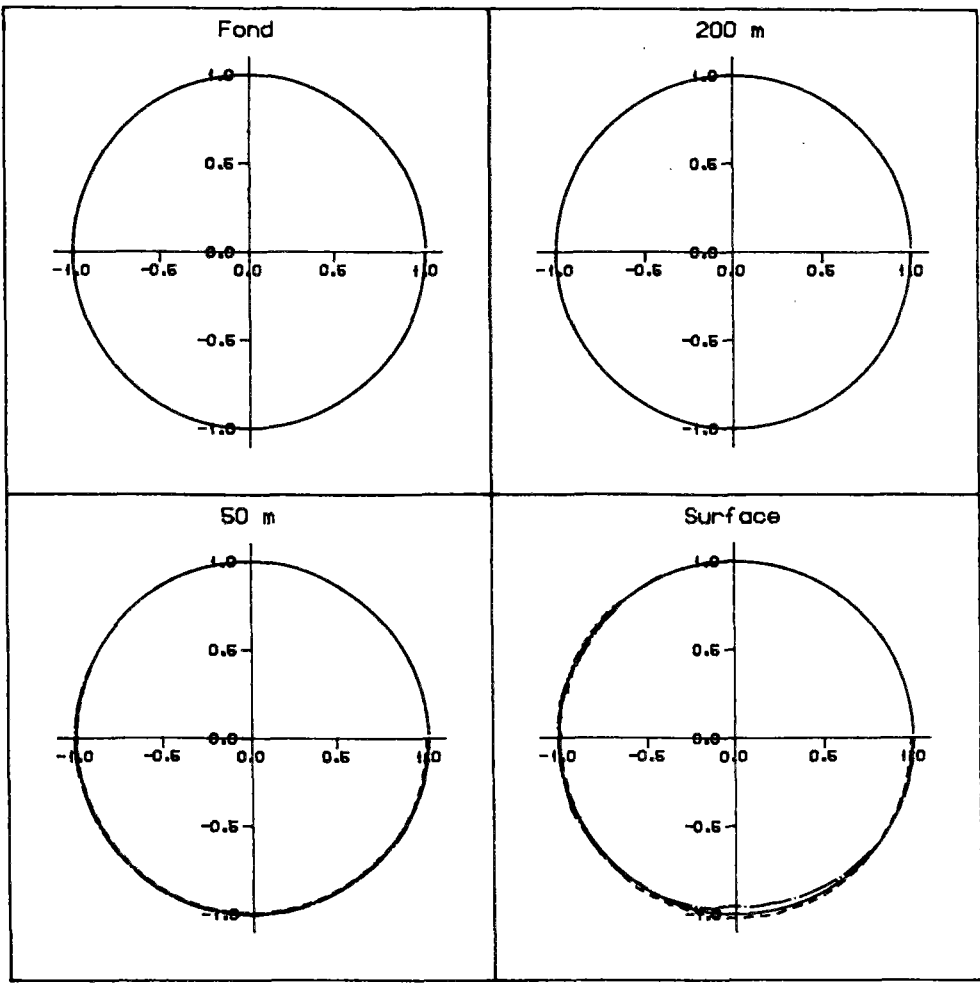
Surface



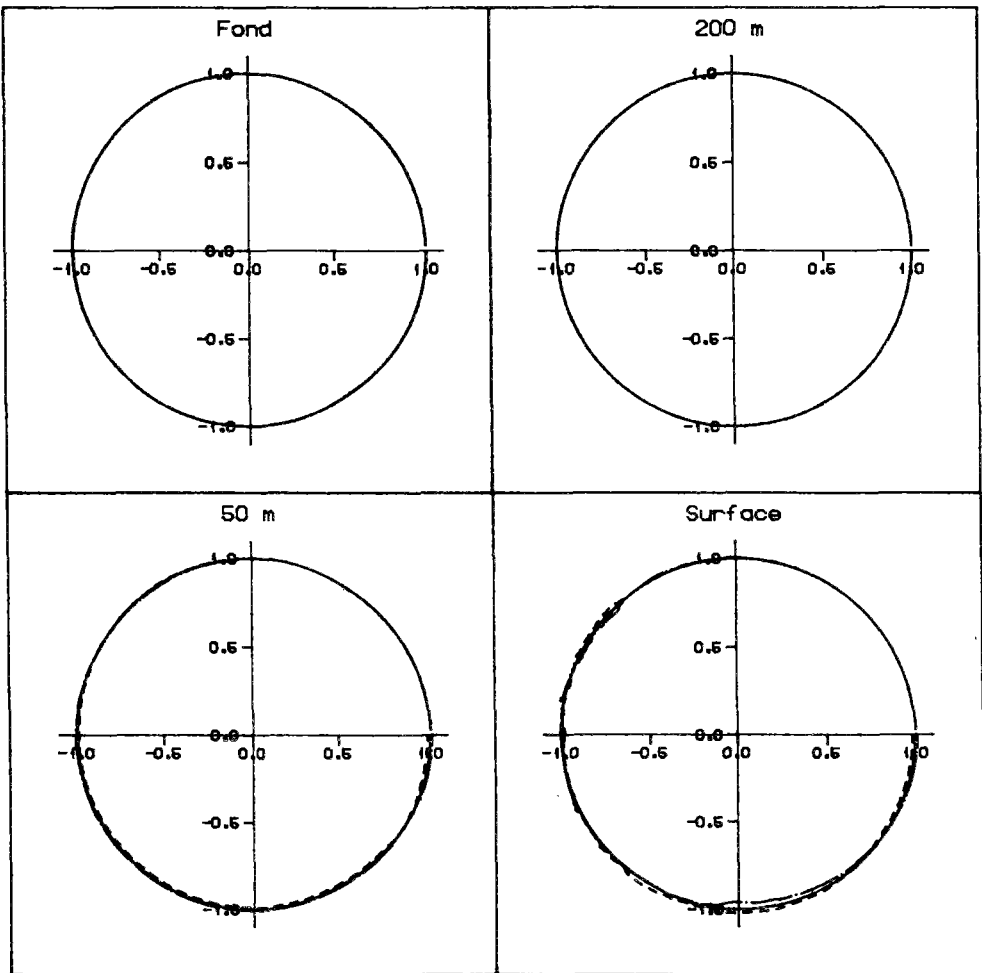
- - - sigma + 50%

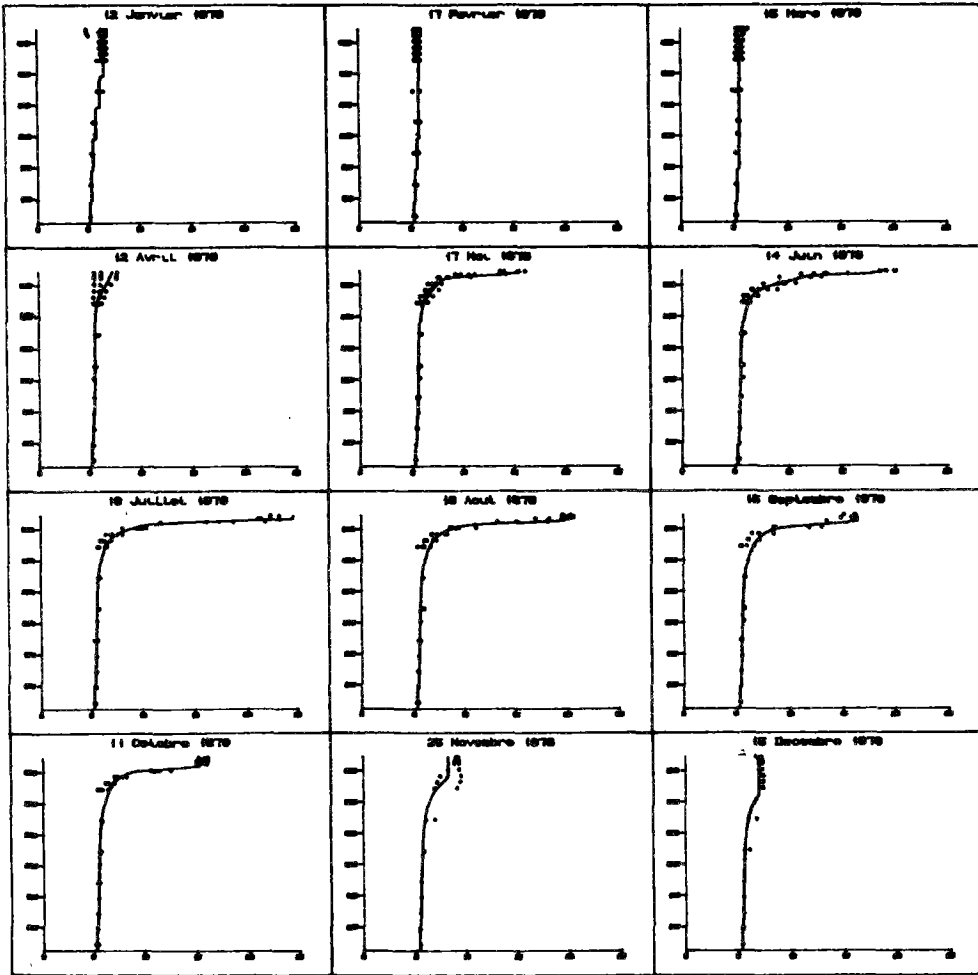
- . - sigma - 50%

- - - - - $\delta +10\%$
 - . - . - . $\delta -10\%$



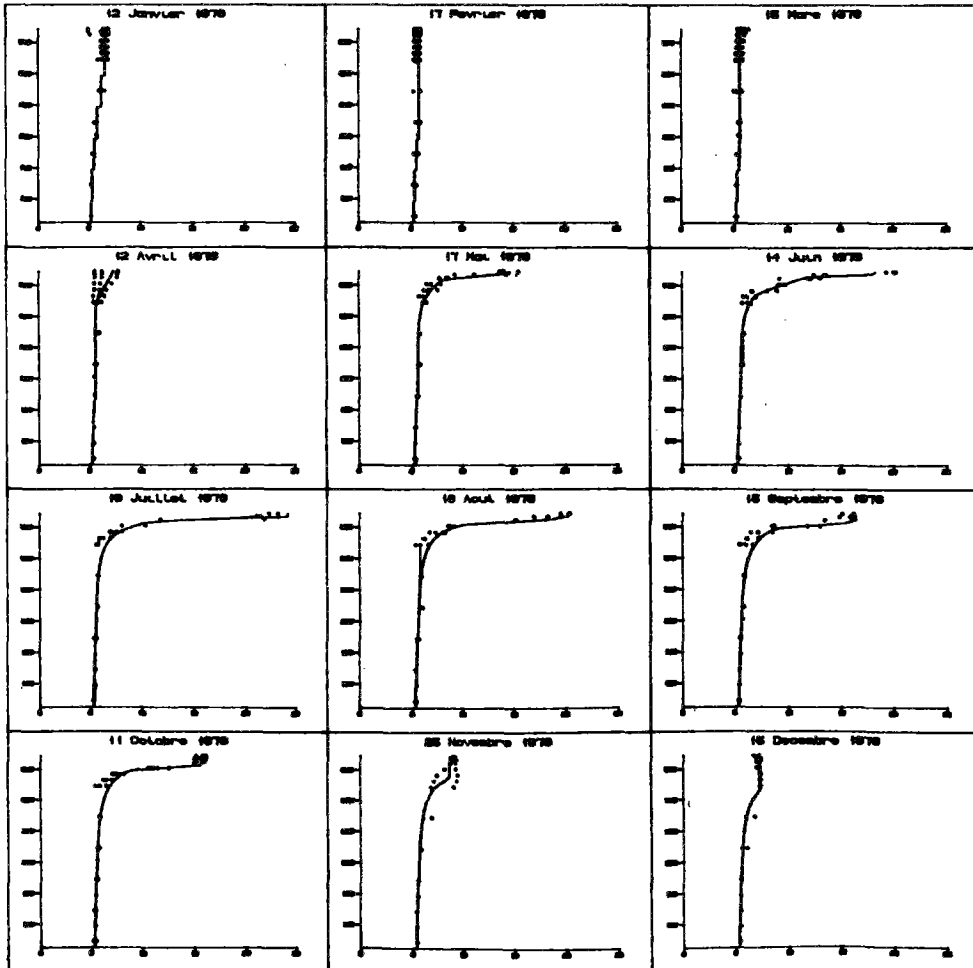
- - - - - $\delta +20\%$
 - . - . - . $\delta -20\%$





$\delta +50\%$

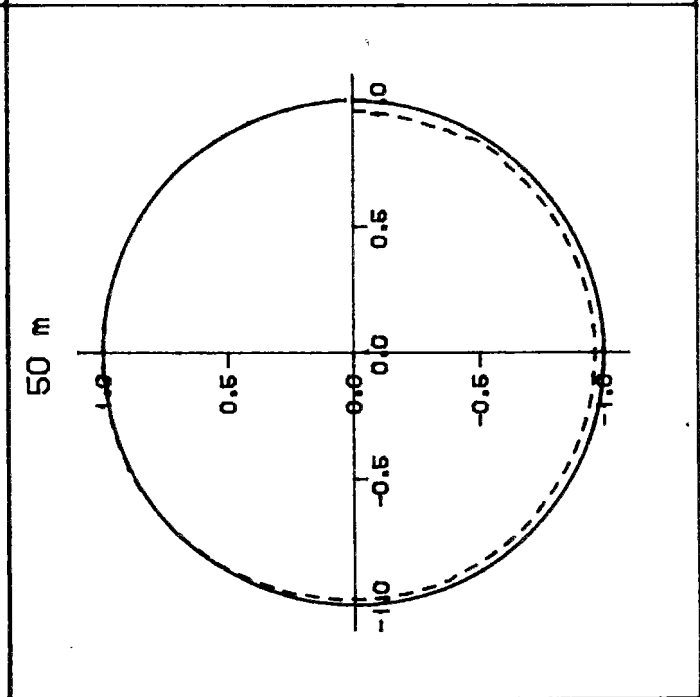
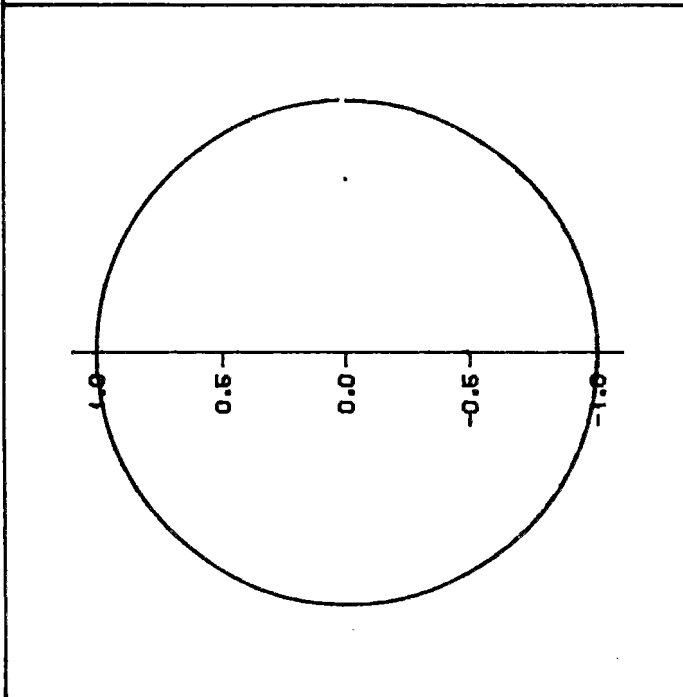
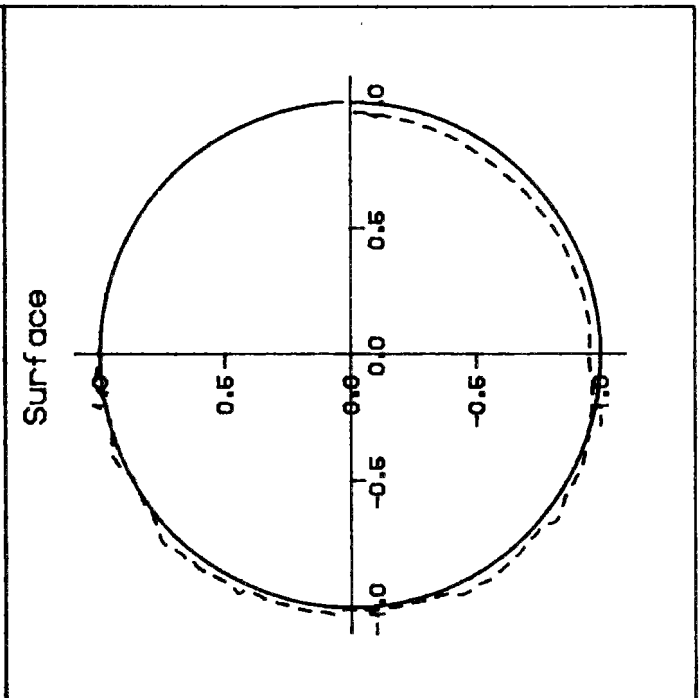
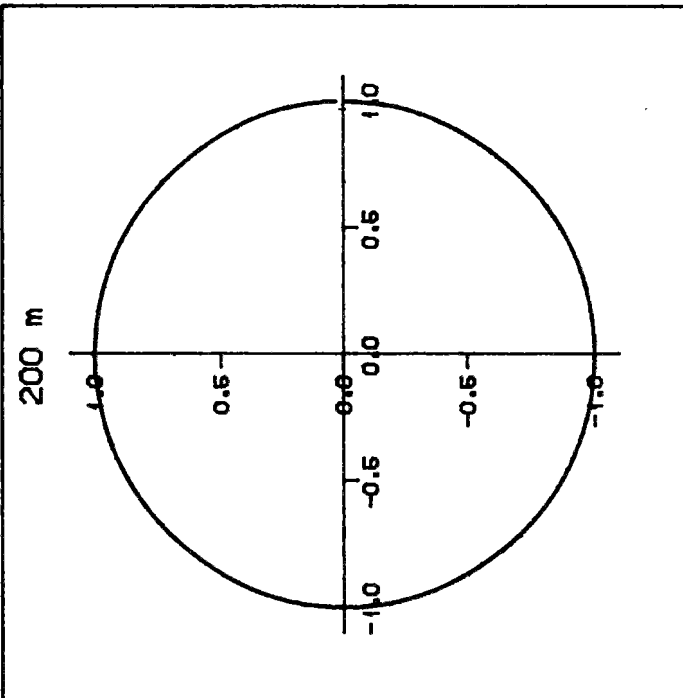
sigma 7.7
 $\bar{\delta}$ 0.135
 alpha 0.35
 p 0.67
 A 16.10-10
 B 67.10-05

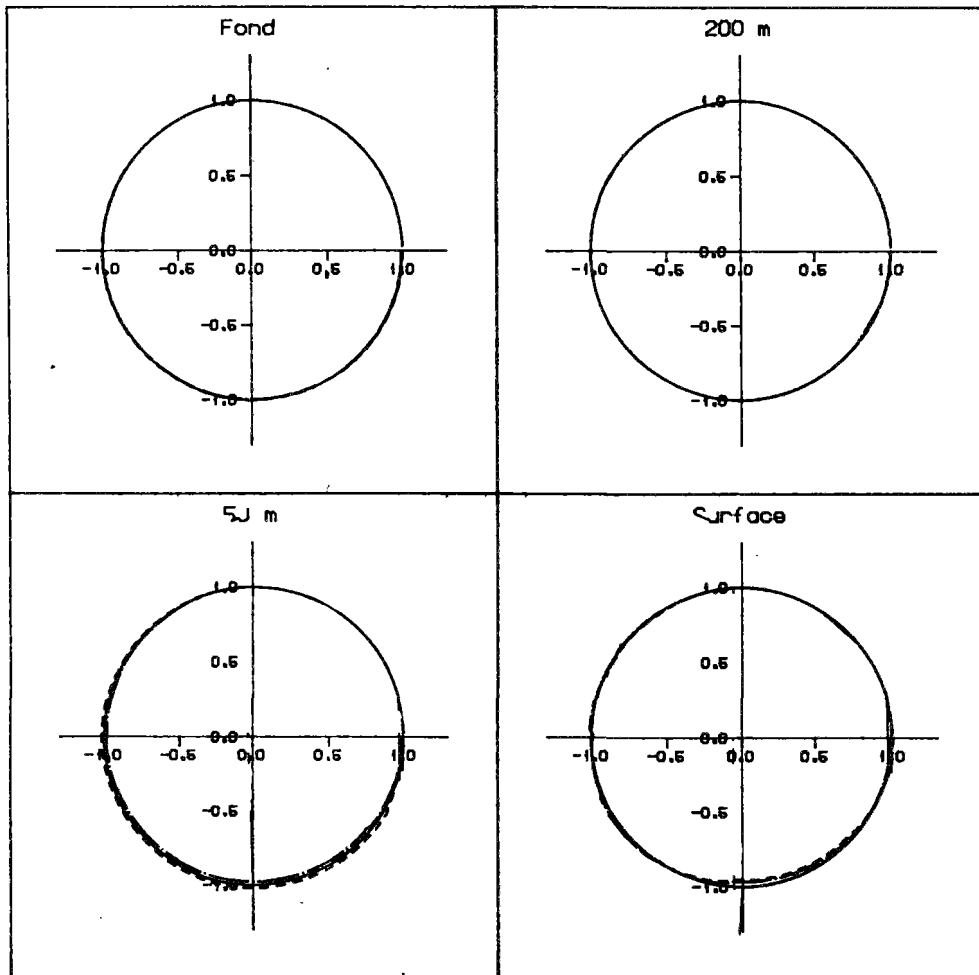
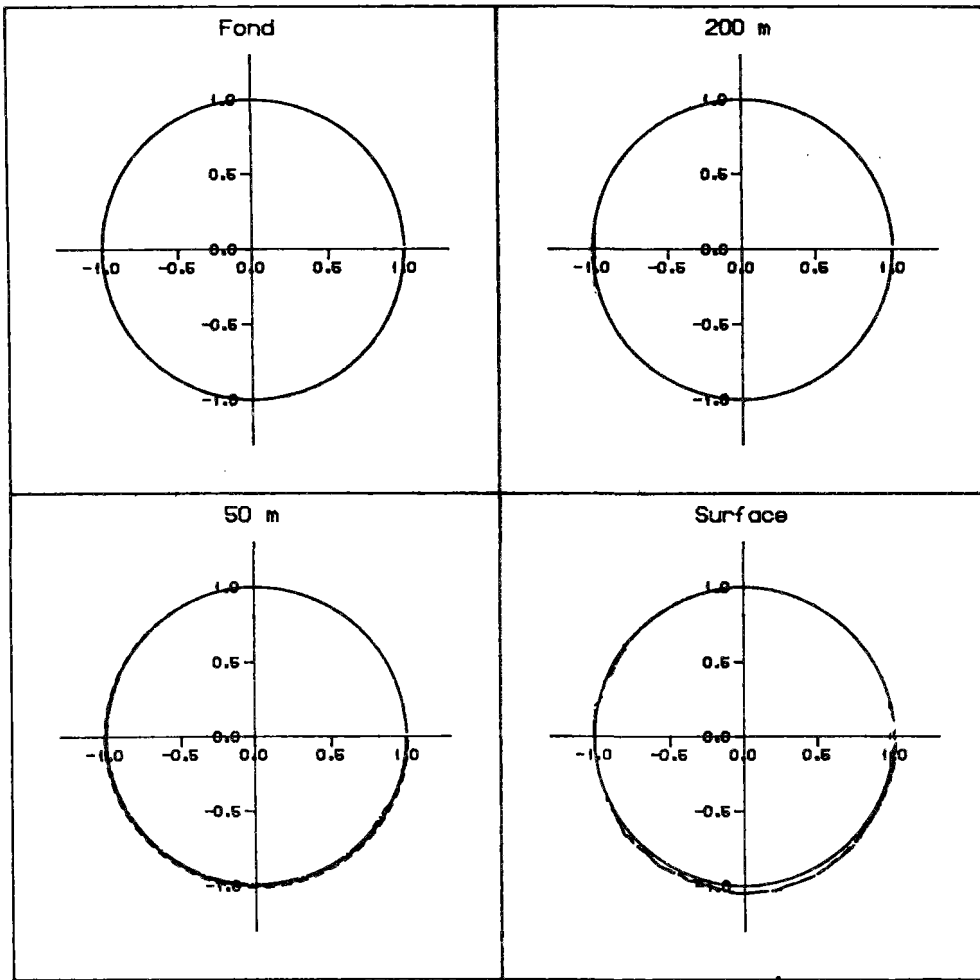


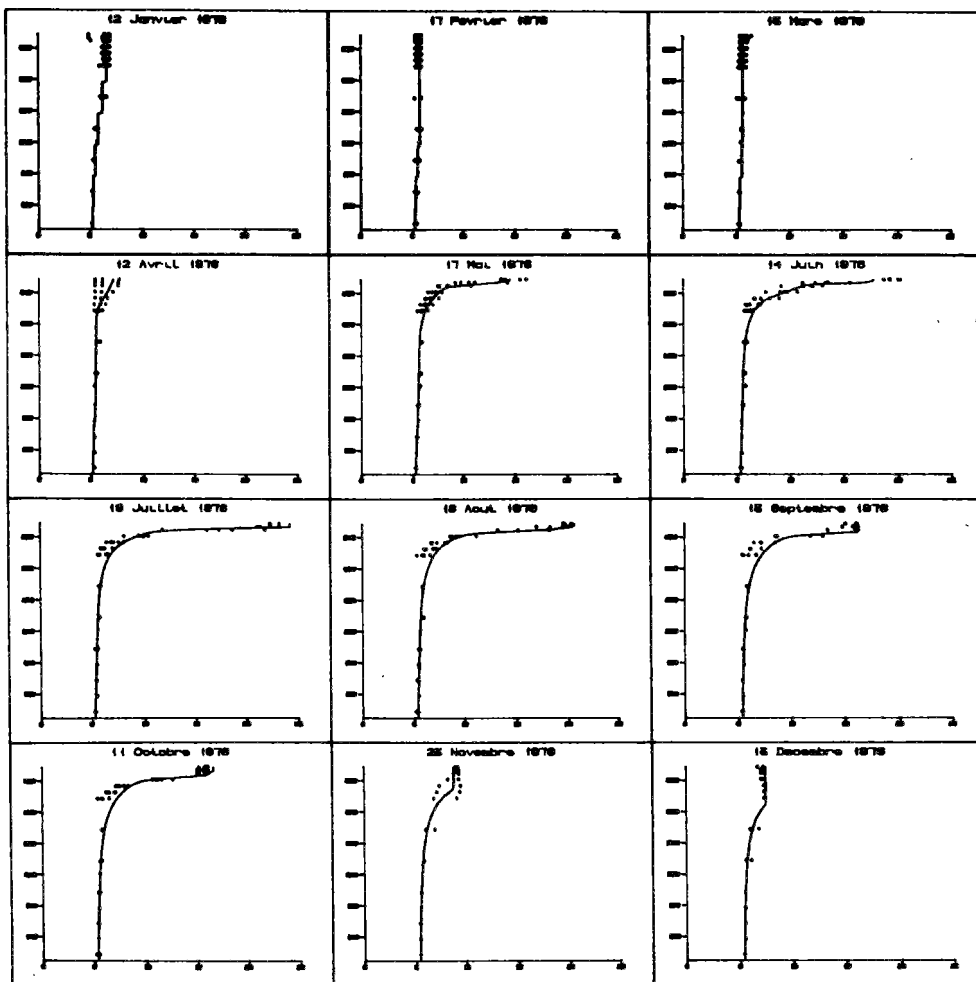
$\delta -50\%$

sigma 7.7
 $\bar{\delta}$ 0.045
 alpha 0.35
 p 0.67
 A 16.10-10
 B 67.10-05

- - - - - δ +50%
 - - - - - δ -50%

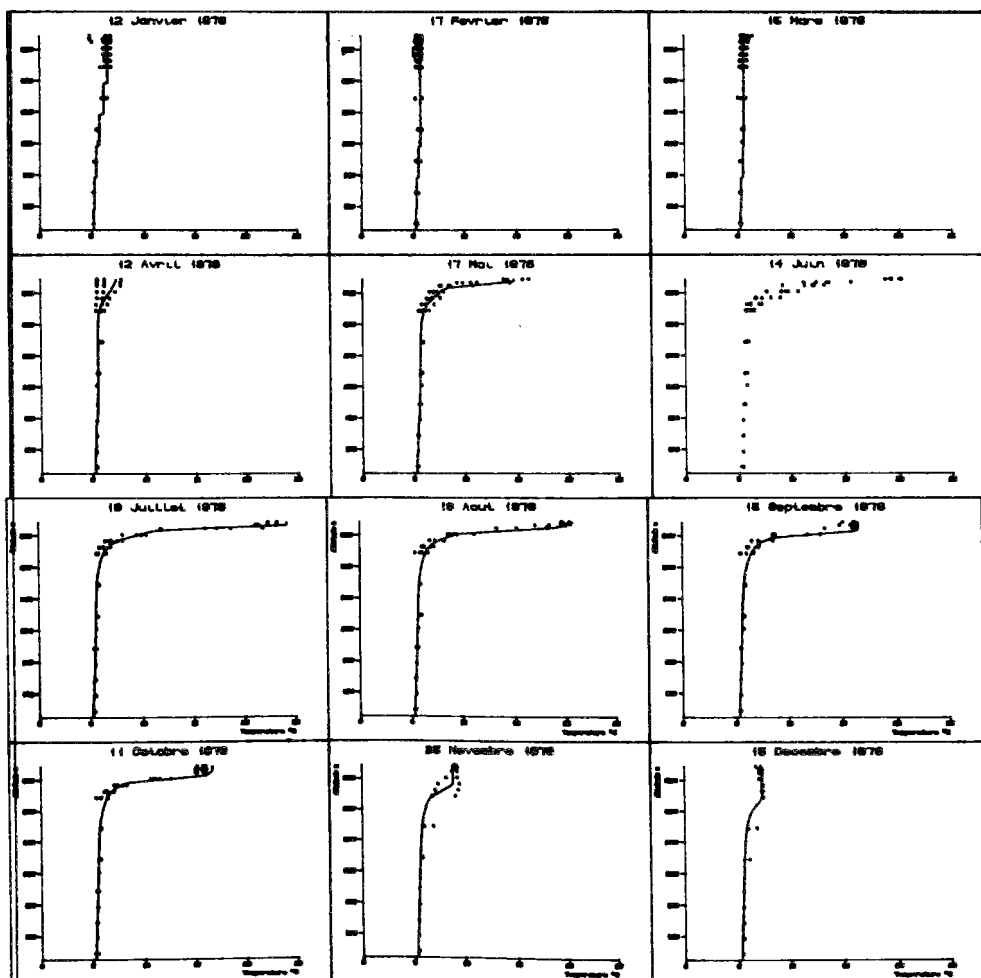






alpha +50%

sigma 7.7
 delta 0.09
 alpha 0.525
 p 0.67
 A 16.10-10
 B 67.10-05



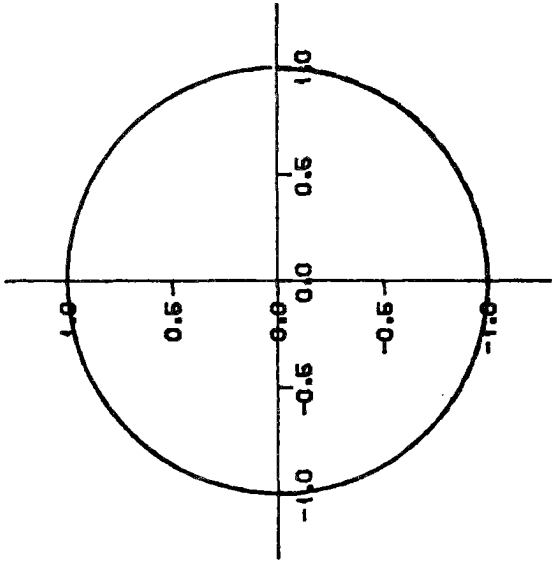
alpha -50%

sigma 7.7
 delta 0.09
 alpha 0.175
 p 0.67
 A 16.10-10
 B 67.10-05

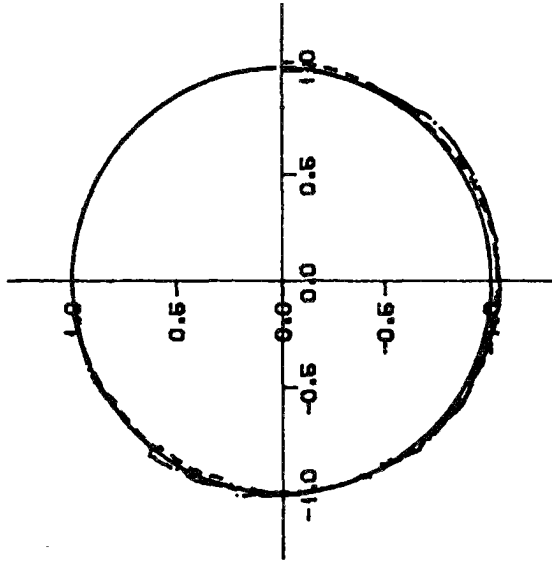
alpha +50%

alpha -50%

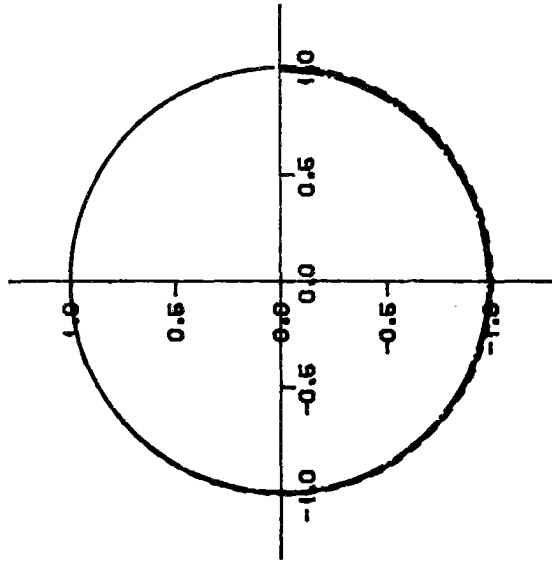
200 m



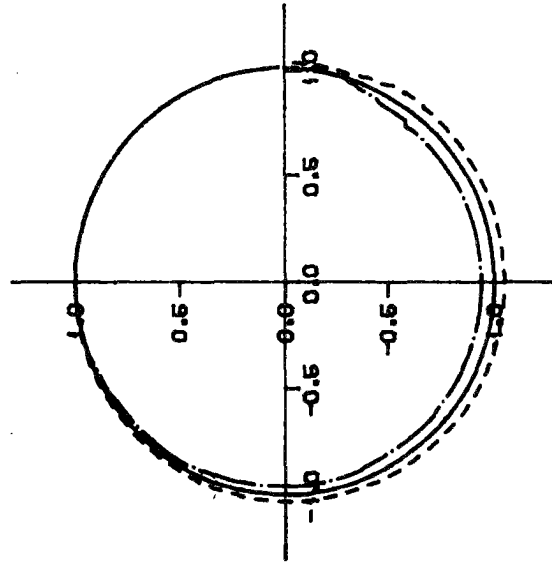
Surface

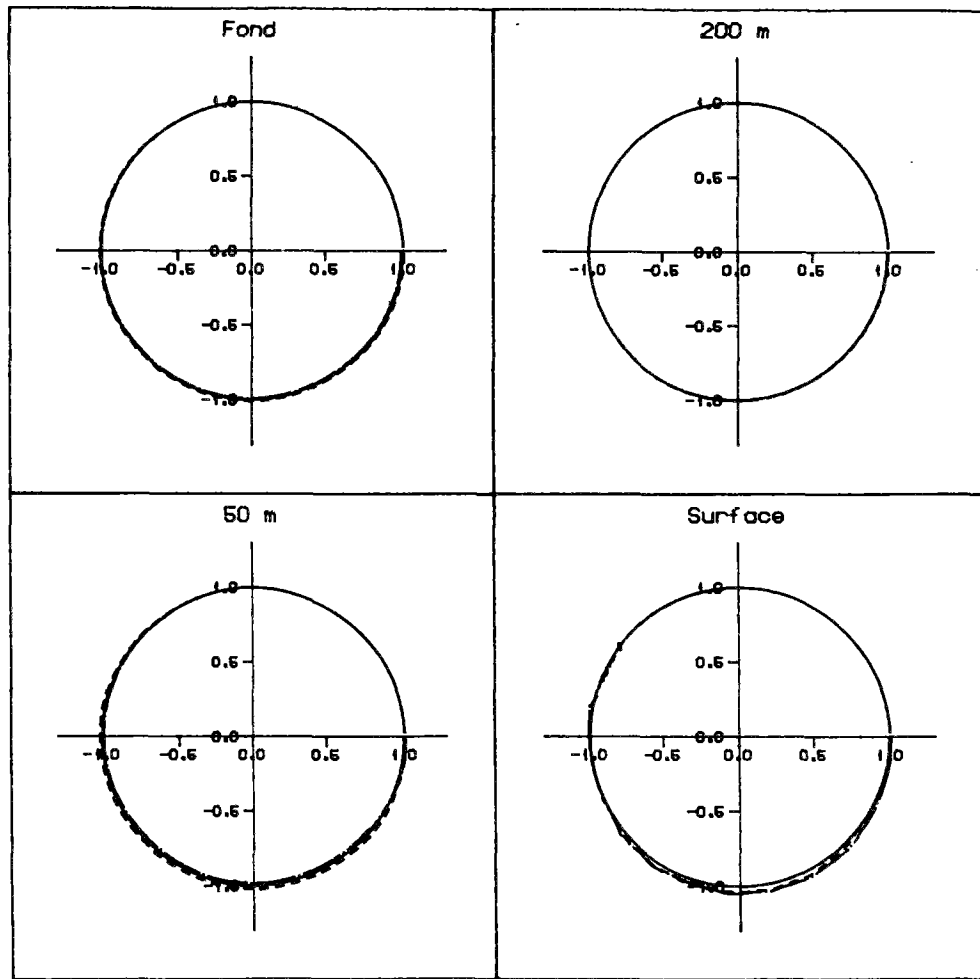


Fond

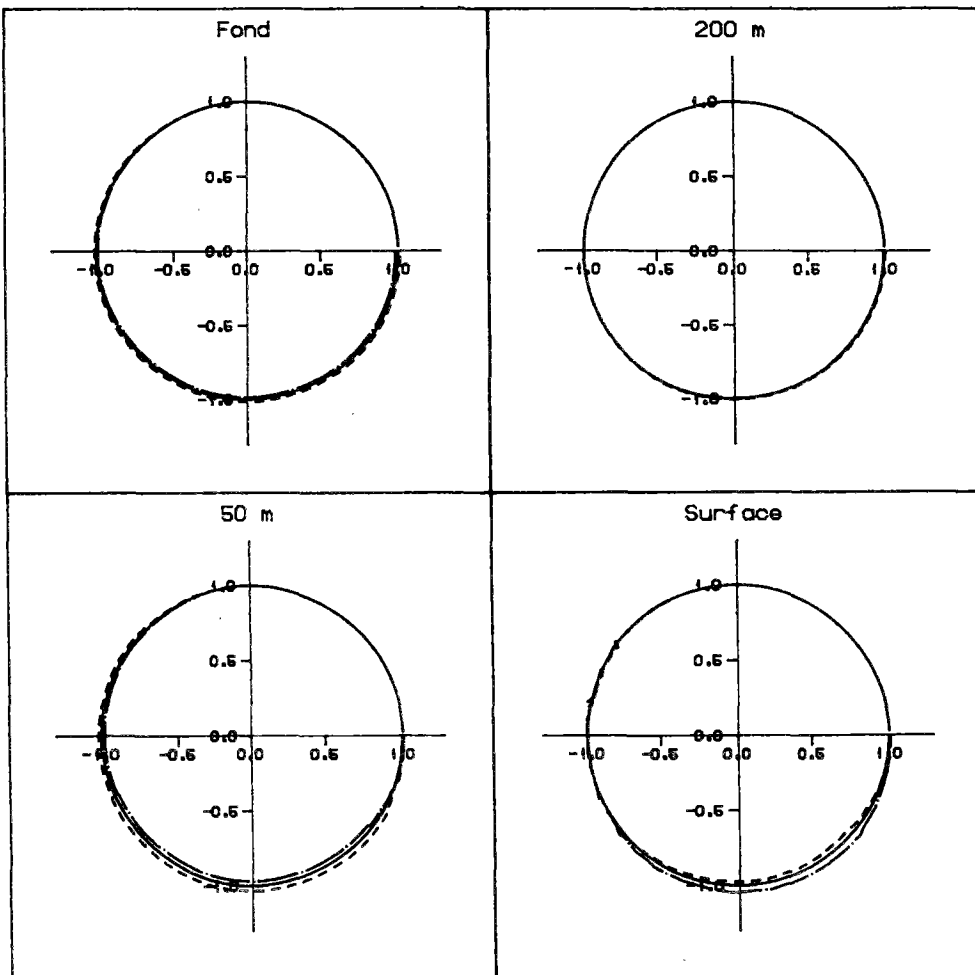


50 m

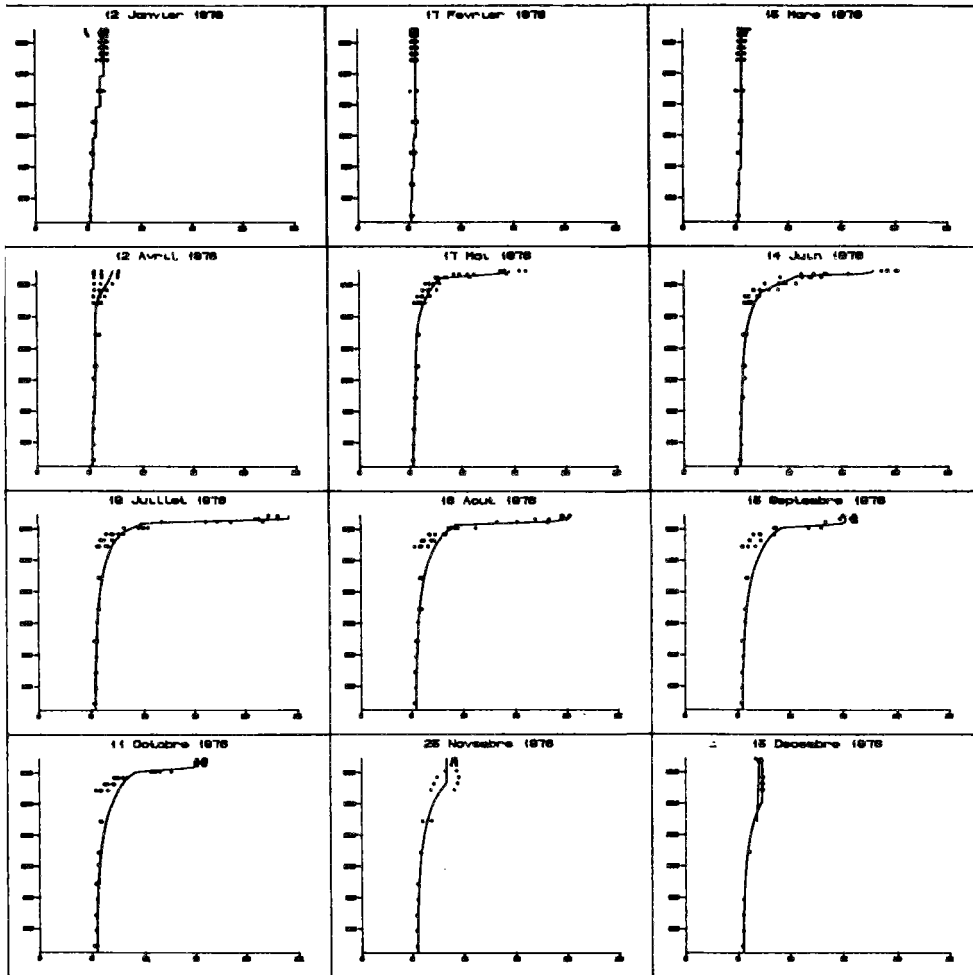




----- p + 10%
 ----- p - 10%

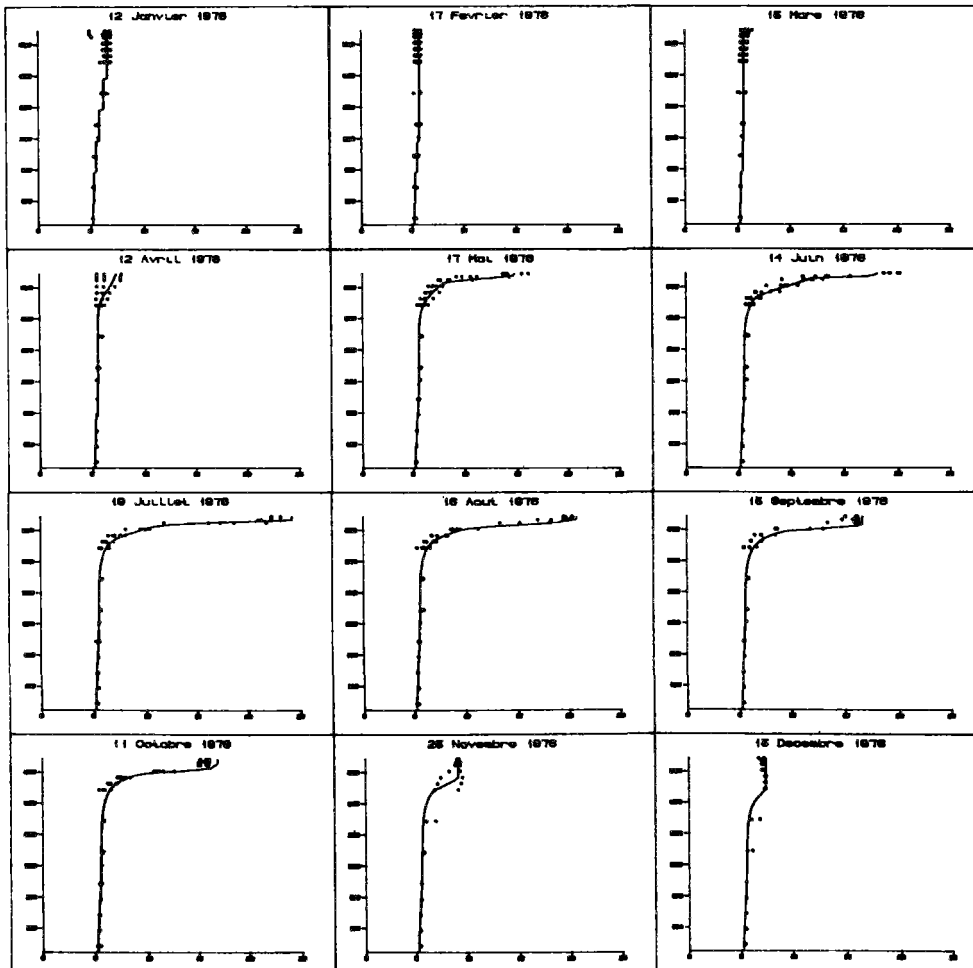


----- p + 20%
 ----- p - 20%



p = +50%

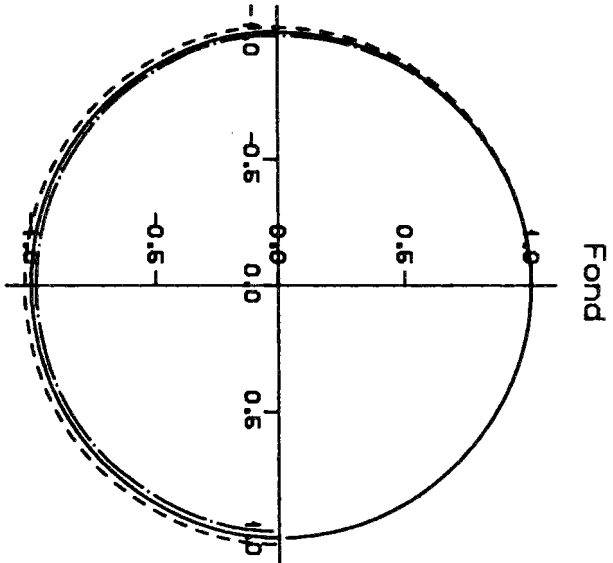
sigma 7.7
 delta 0.09
 alpha 0.35
 p 1.005
 A 16.10-10
 B 67.10-05



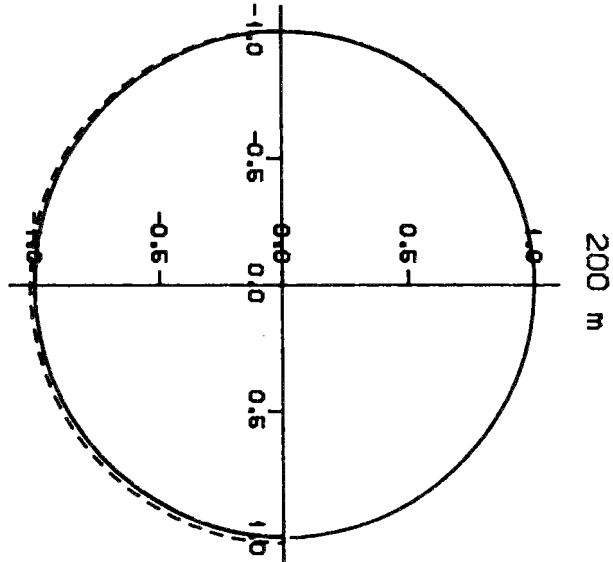
p = -50%

sigma 7.7
 delta 0.09
 alpha 0.35
 p 0.335
 A 16.10-10
 B 67.10-05

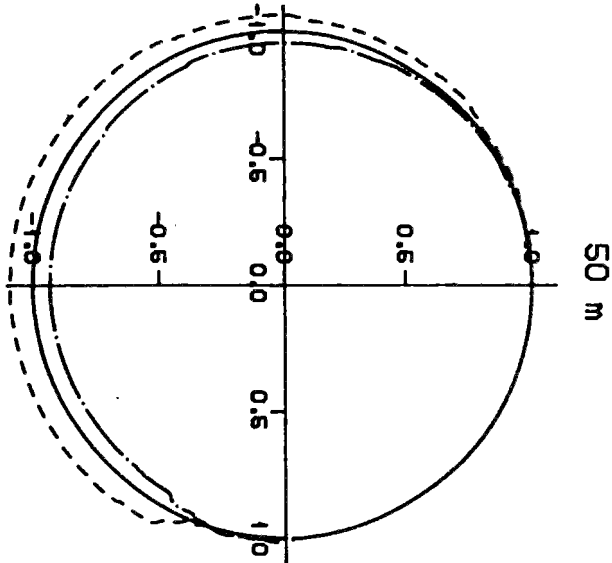
 - - - - - p + 50%
 ———— p - 50%



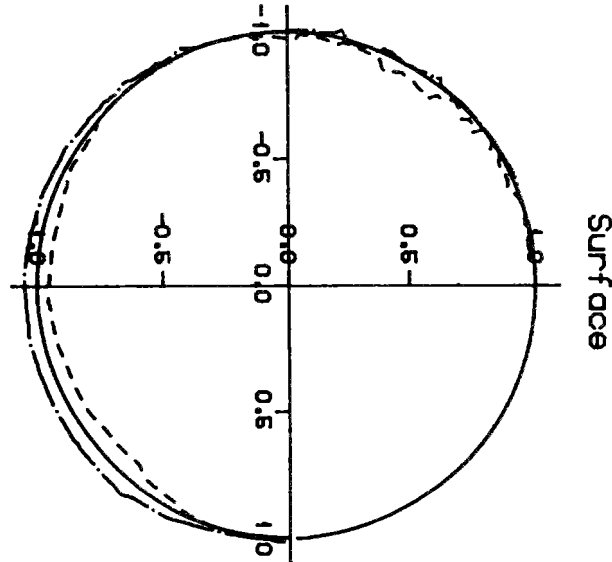
Fond



200 m



50 m



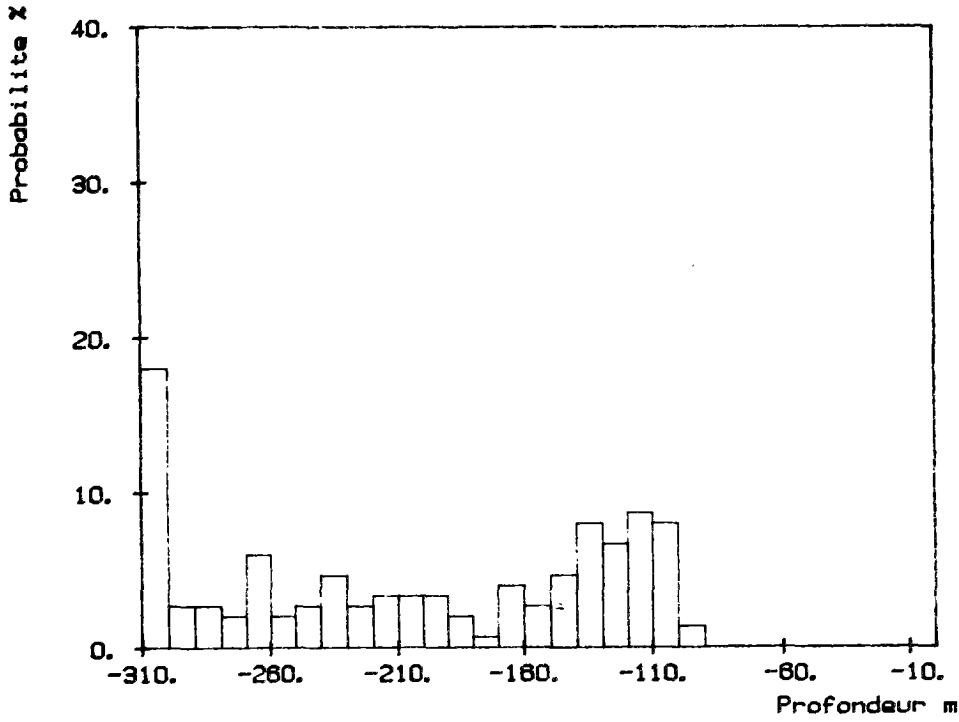
Surface

Etude du mélange hivernal

Résultats des scénarios

Histogrammes des probabilités de profondeur de mélange atteinte

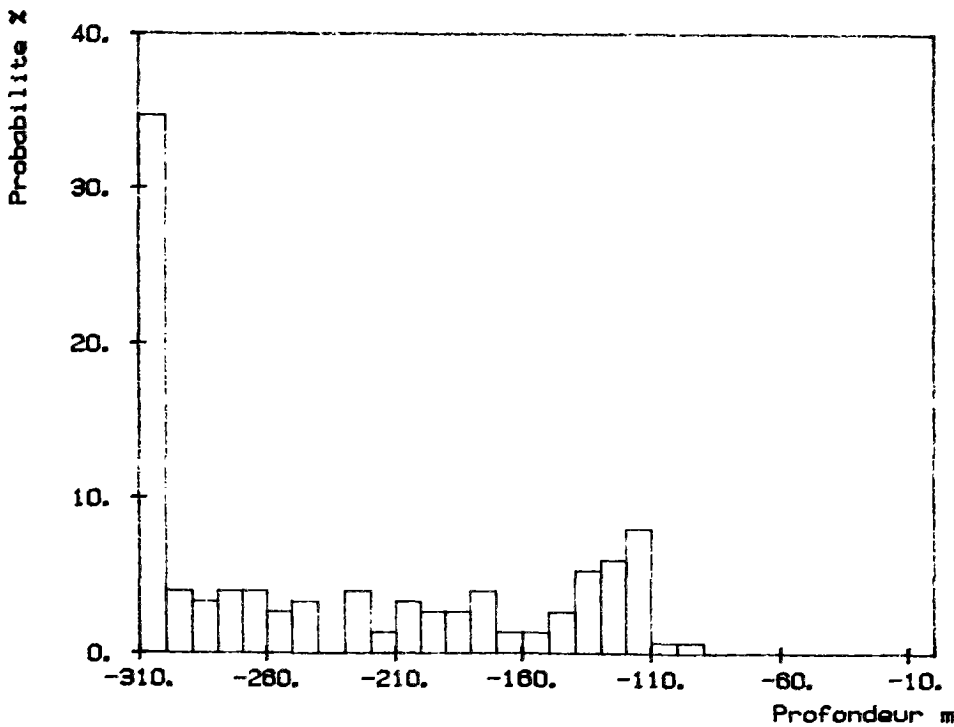
Scenario 1



scenario 1

couche mélangée 20
 hauteur du plateau 10
 Température à 150m 5.5
 Température au fond 5.3

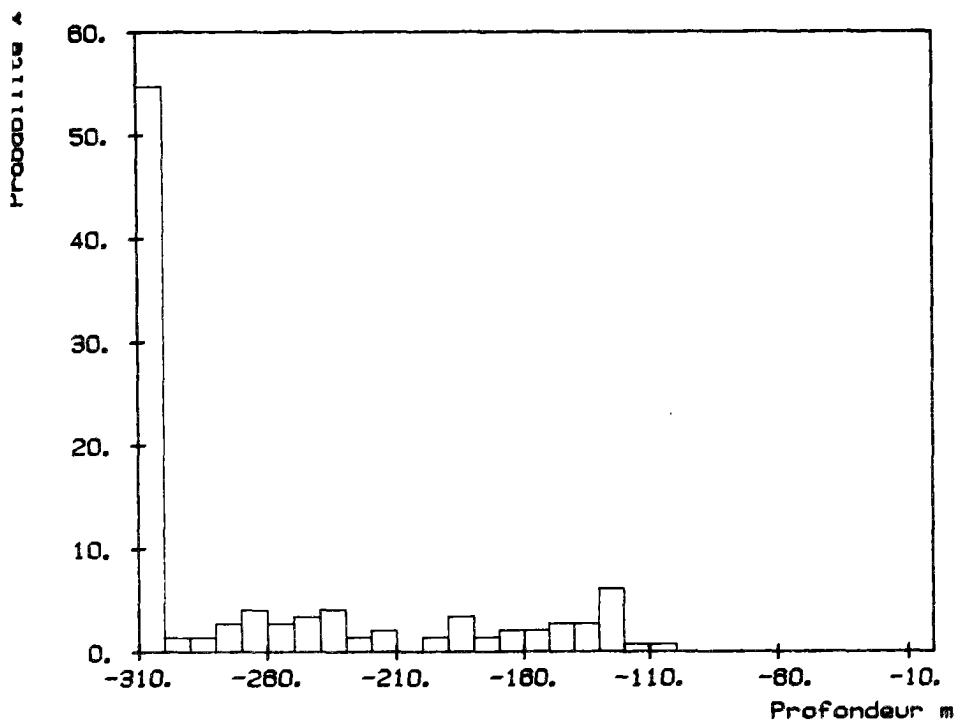
Scenario 2



scenario 2

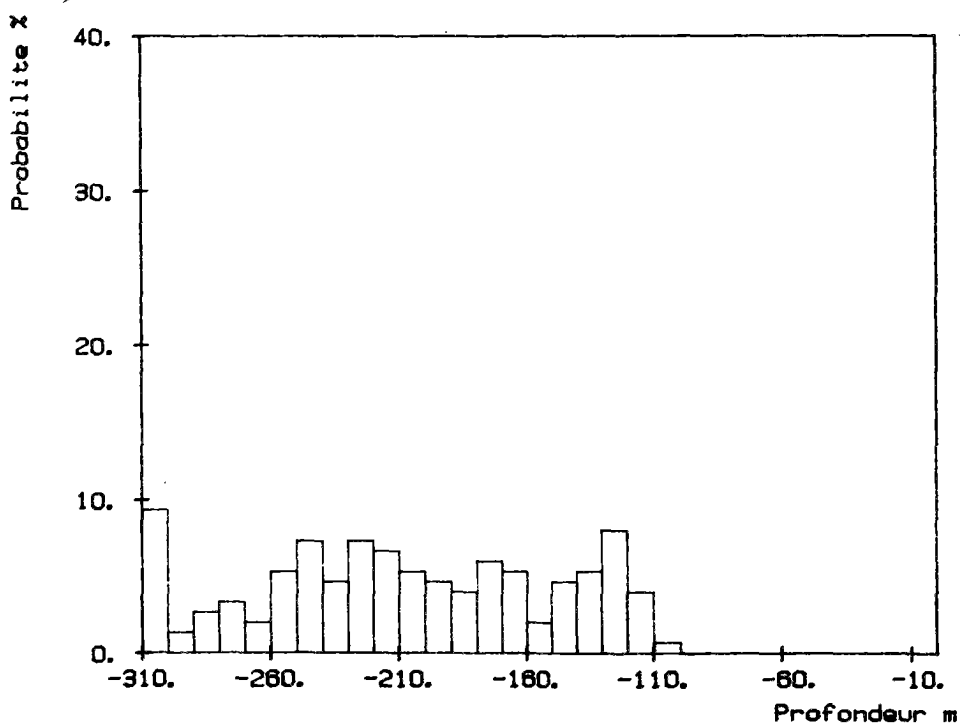
couche mélangée 20
 hauteur du plateau 10
 Température à 150m 5.65
 Température au fond 5.45

Scenario 3



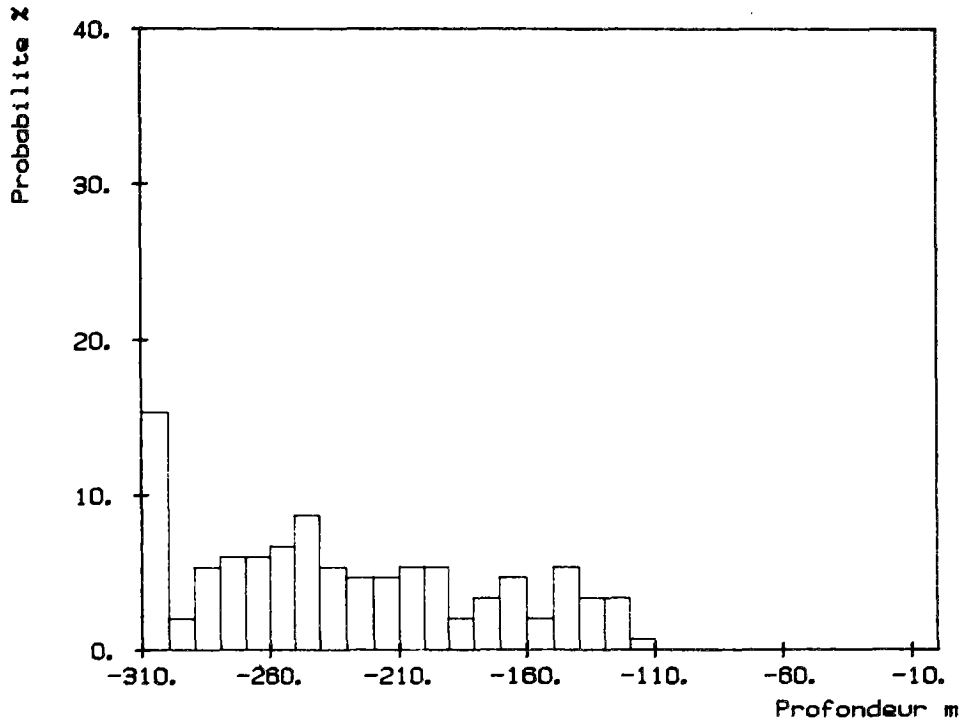
scenario 3
 couche mélangée 20
 hauteur du plateau 10
 Température à 150m 5.8
 Température au fond 5.6

Scenario 4



scenario 4
 couche mélangée 20
 hauteur du plateau 10
 Température à 150m 5.7
 Température au fond 5.3

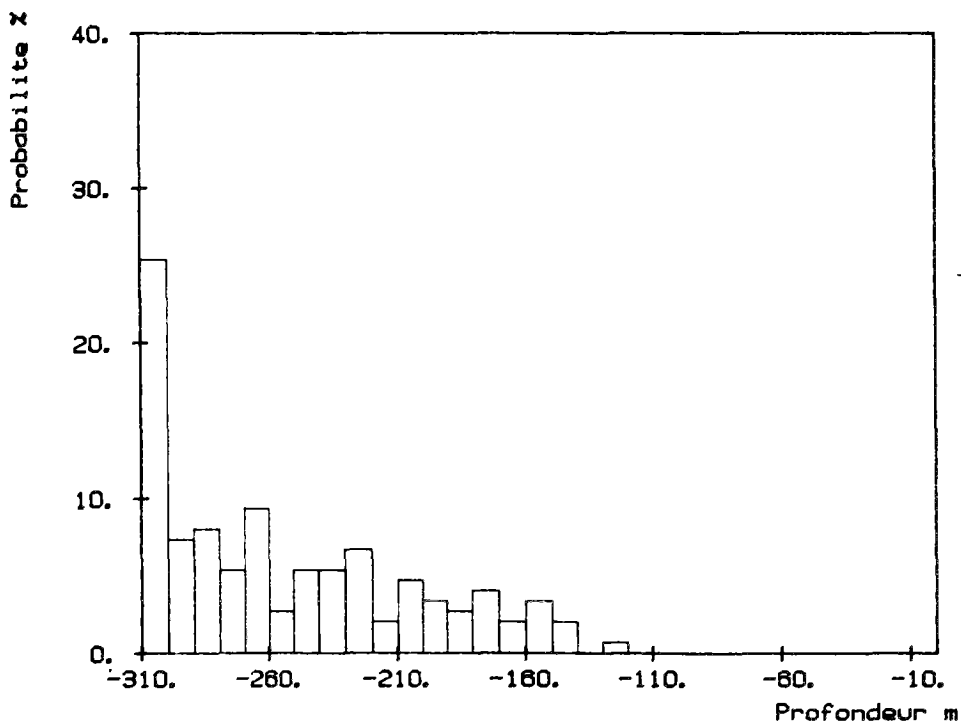
Scenario 5



scenario_5

couche mélangée 20
hauteur du plateau 10
Température à 150m 5.85
Température au fond 5.45

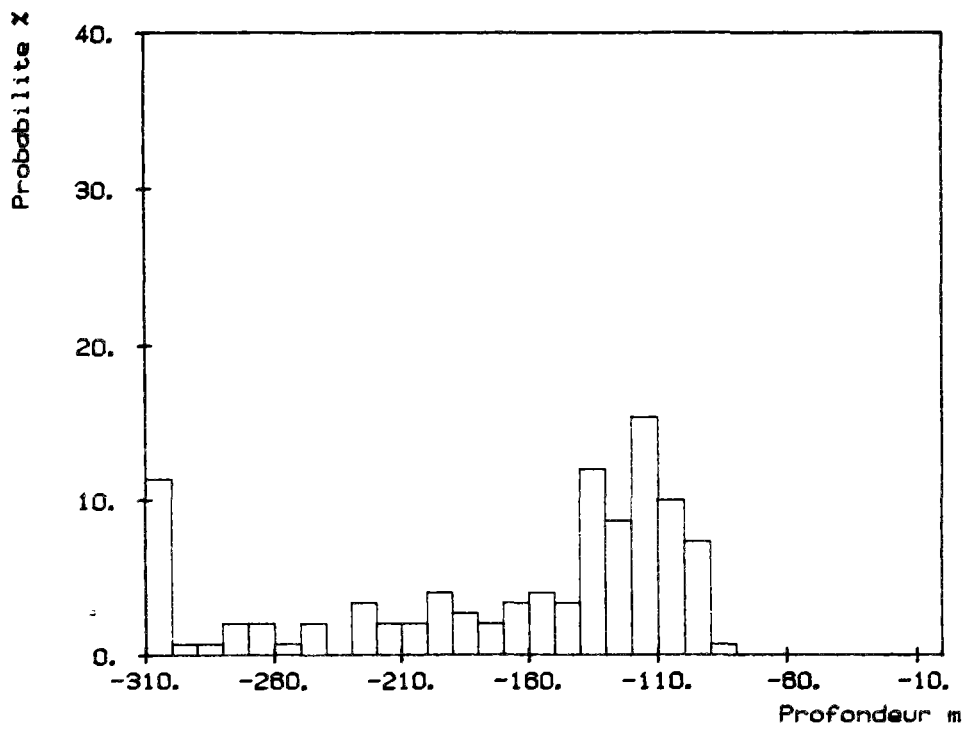
Scenario 6



scenario_6

couche mélangée 20
hauteur du plateau 10
Température à 150m 6.0
Température au fond 5.6

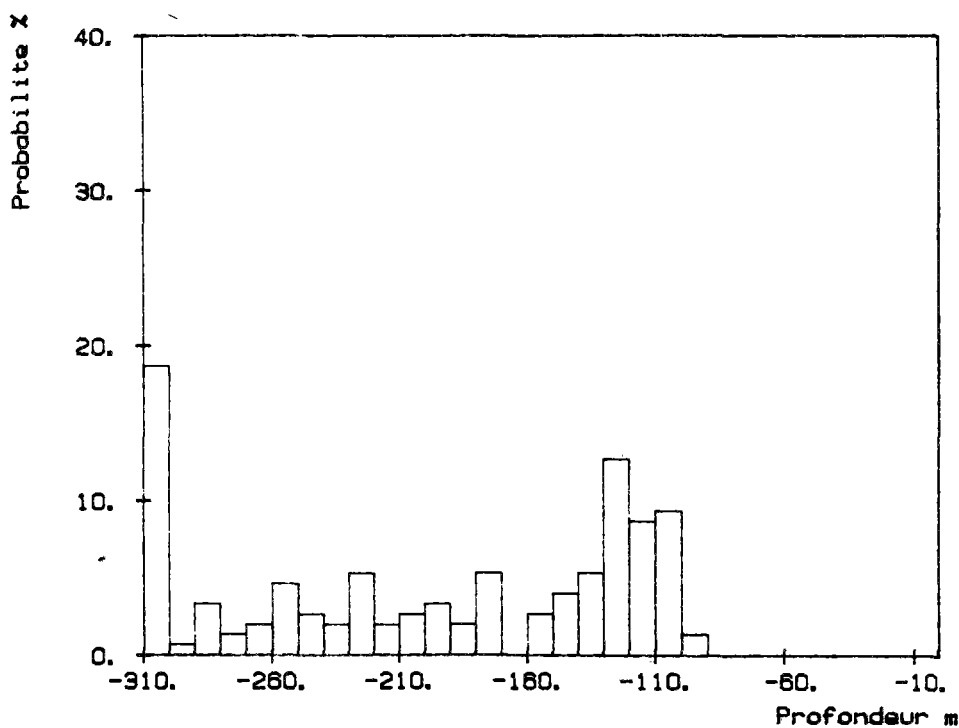
Scenario 7



scenario 7

couche mélangée 20
 hauteur du plateau 20
 Température à 150m 5.5
 Température au fond 5.3

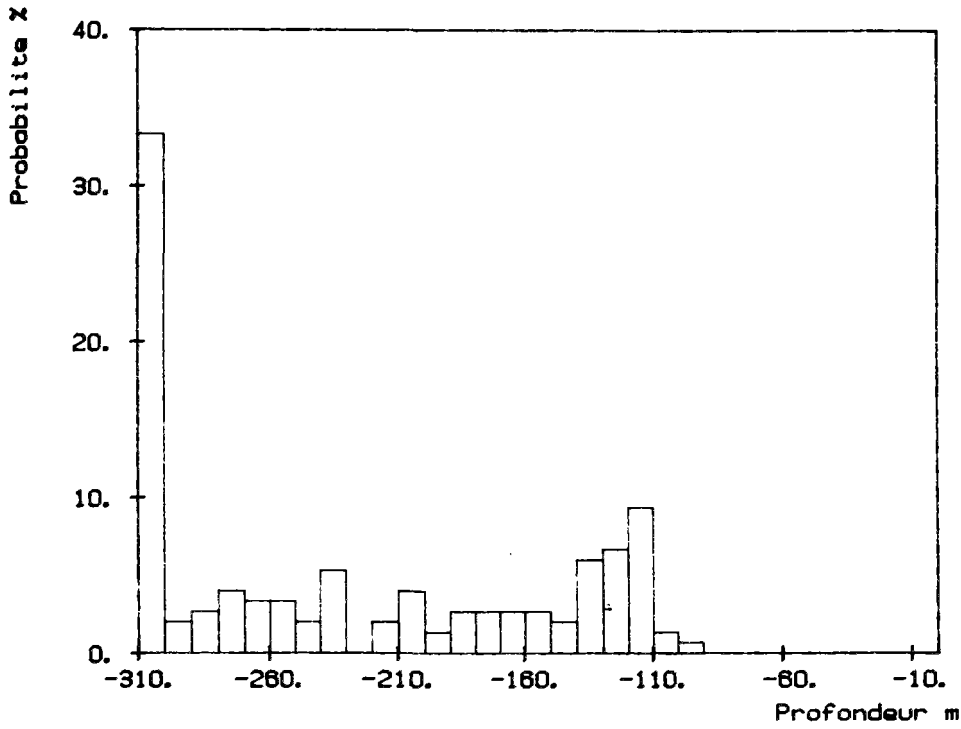
Scenario 8



scenario 8

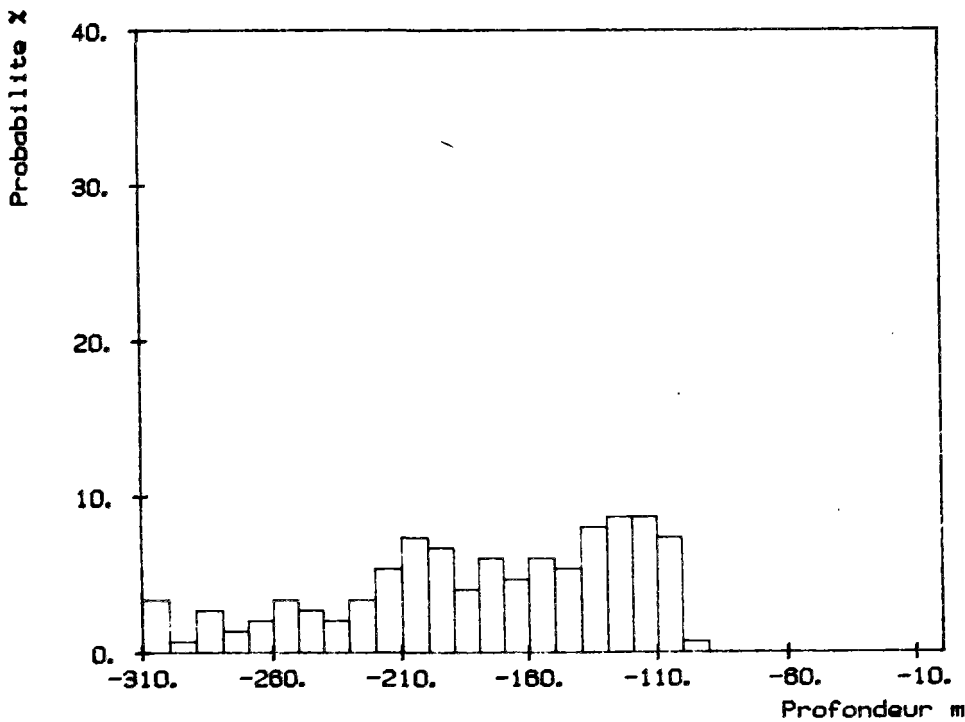
couche mélangée 20
 hauteur du plateau 20
 Température à 150m 5.65
 Température au fond 5.45

Scenario 9



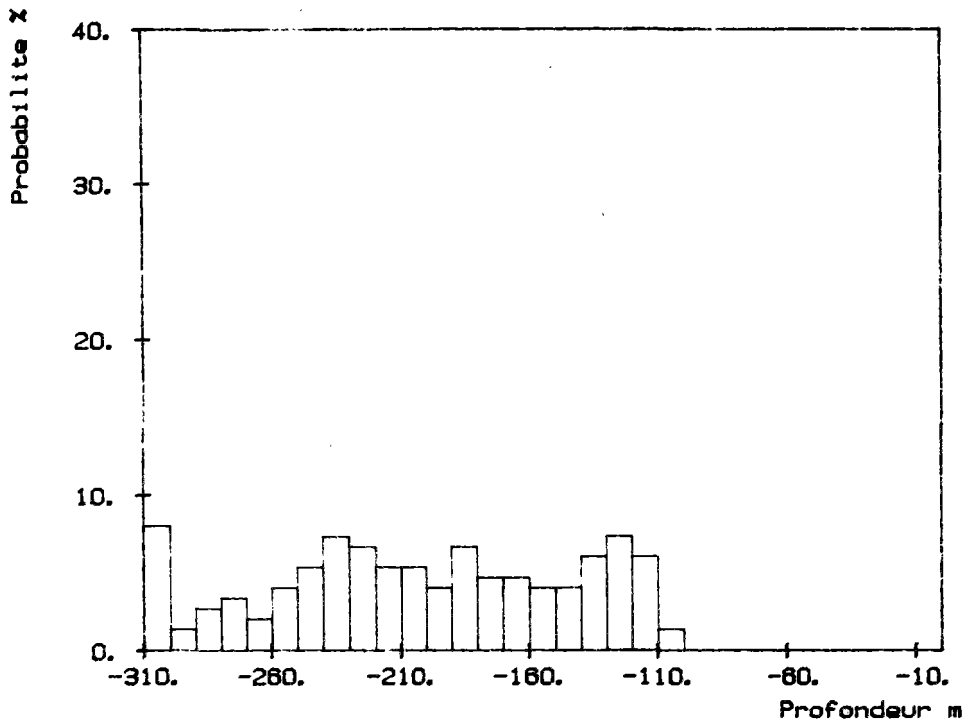
scenario_9
couche mélangée 20
hauteur du plateau 20
Température à 150m 5.8
Température au fond 5.6

Scenario 10



scenario_10
couche mélangée 20
hauteur du plateau 20
Température à 150m 5.7
Température au fond 5.3

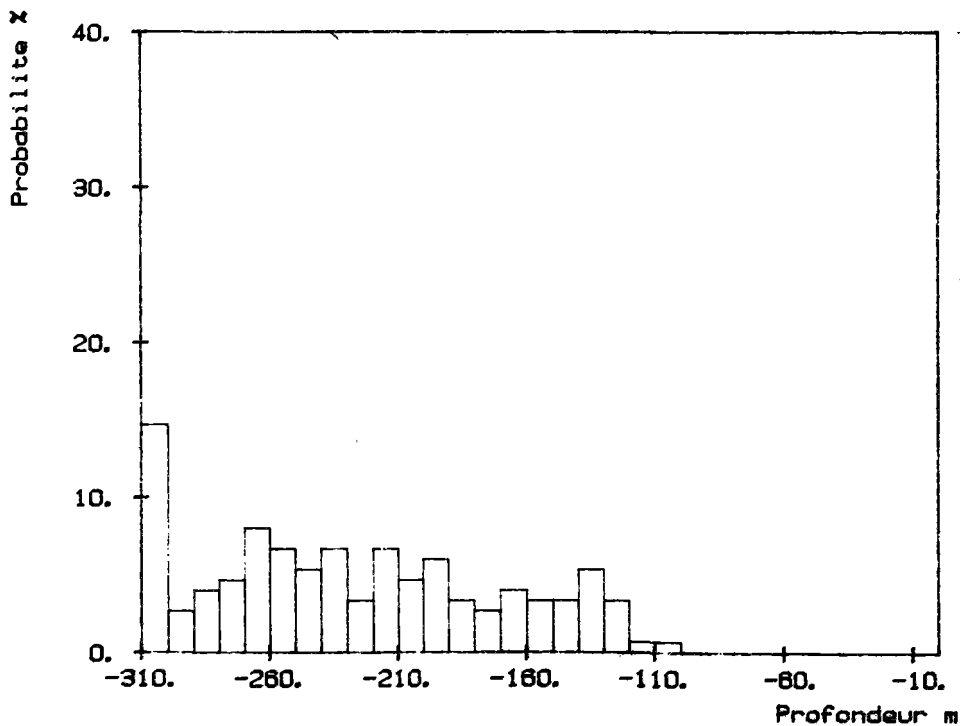
Scenario 11



scenario 11

couche mélangée 20
hauteur du plateau 20
Température à 150m 5.85
Température au fond 5.45

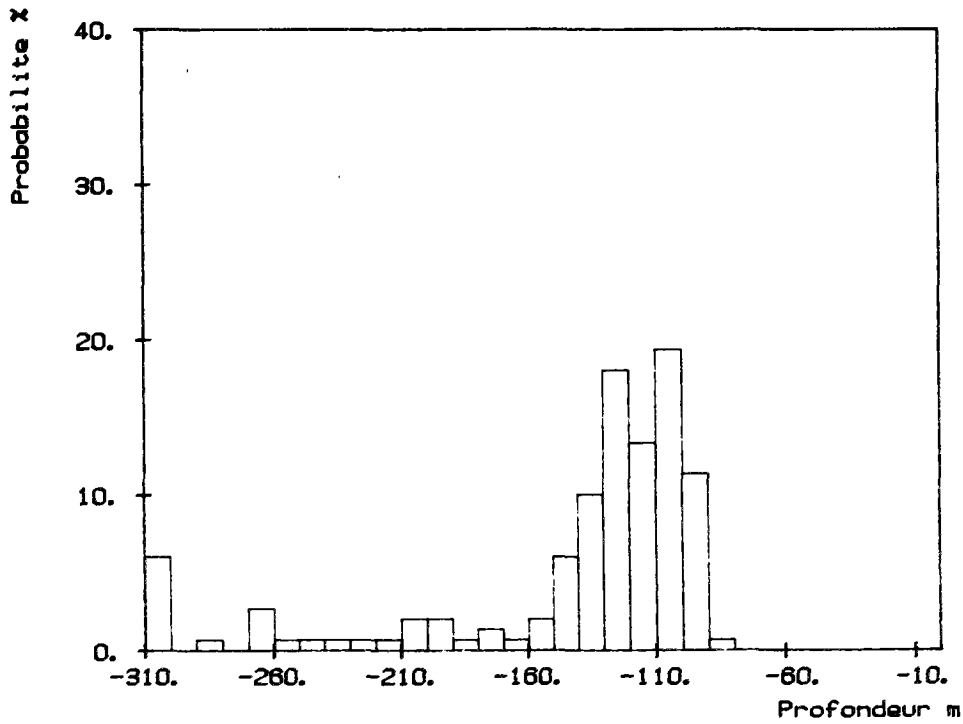
Scenario 12



scenario 12

couche mélangée 20
hauteur du plateau 20
Température à 150m 6.0
Température au fond 5.6

Scenario 13



scenario_13

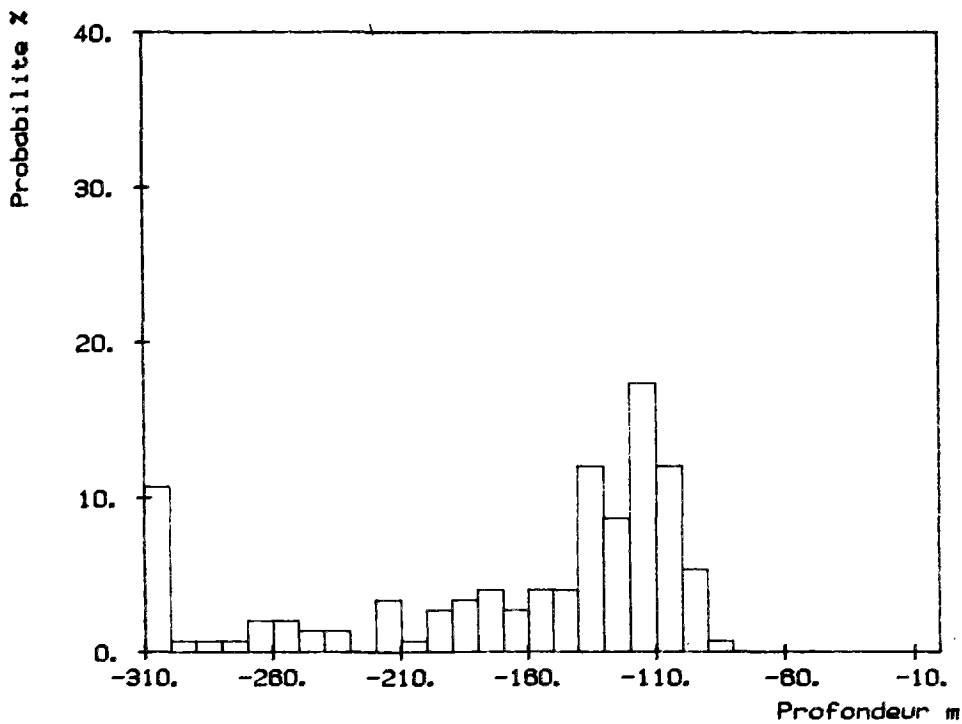
couche mélangée 20

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.5

Température au fond 5.3

Scenario 14



scenario_14

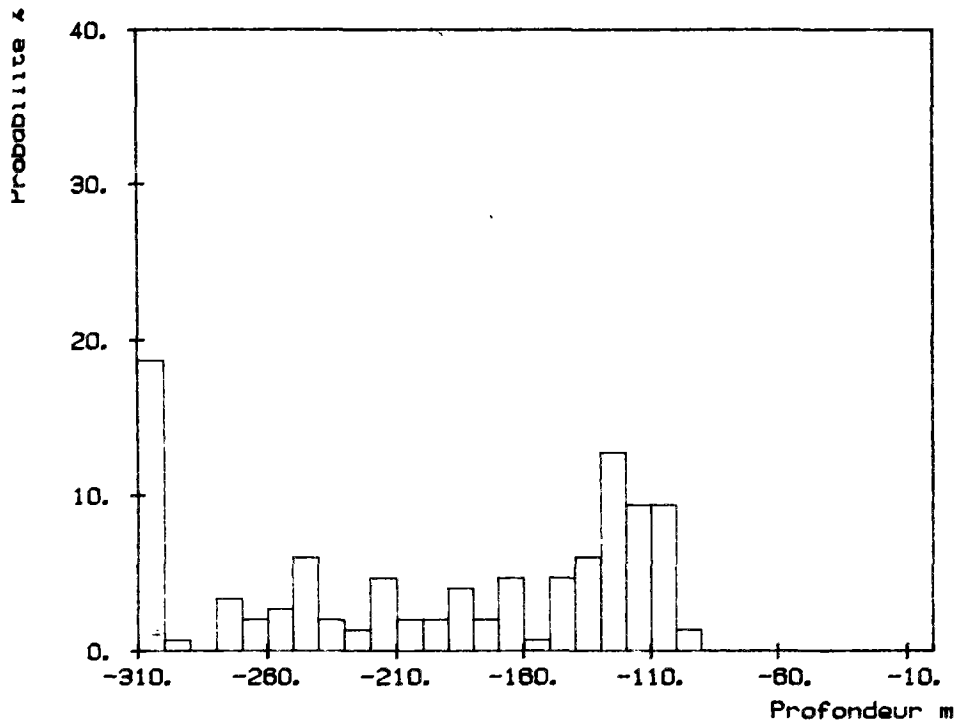
couche mélangée 20

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.65

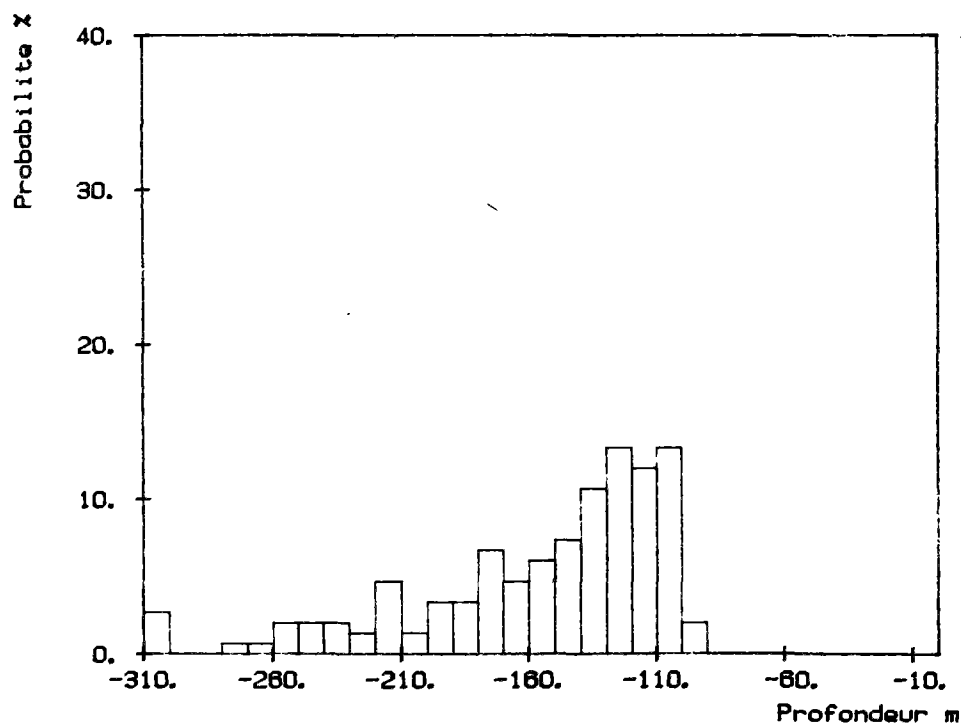
Température au fond 5.45

Scenario 15



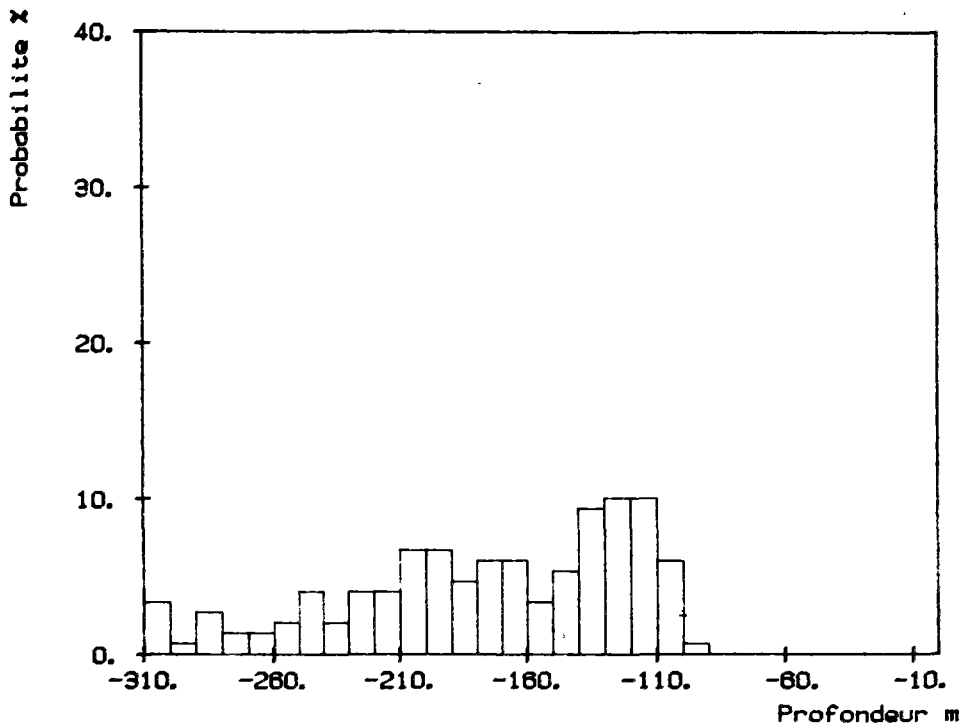
scenario_15
 couche mélangée 20
 hauteur du plateau 30
 Température à 150m 5.8
 Température au fond 5.6

Scenario 16



scenario_16
 couche mélangée 20
 hauteur du plateau 30
 Température à 150m 5.7
 Température au fond 5.3

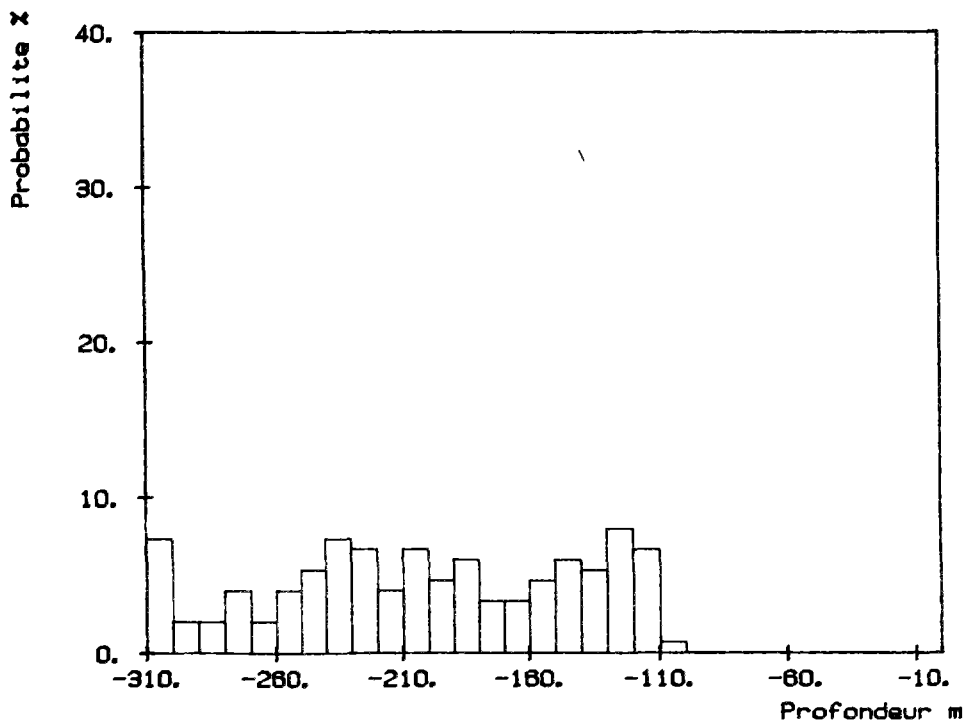
Scenario 17



scenario_17

couche mélangée 20
hauteur du plateau 30
Température à 150m 5.85
Température au fond 5.45

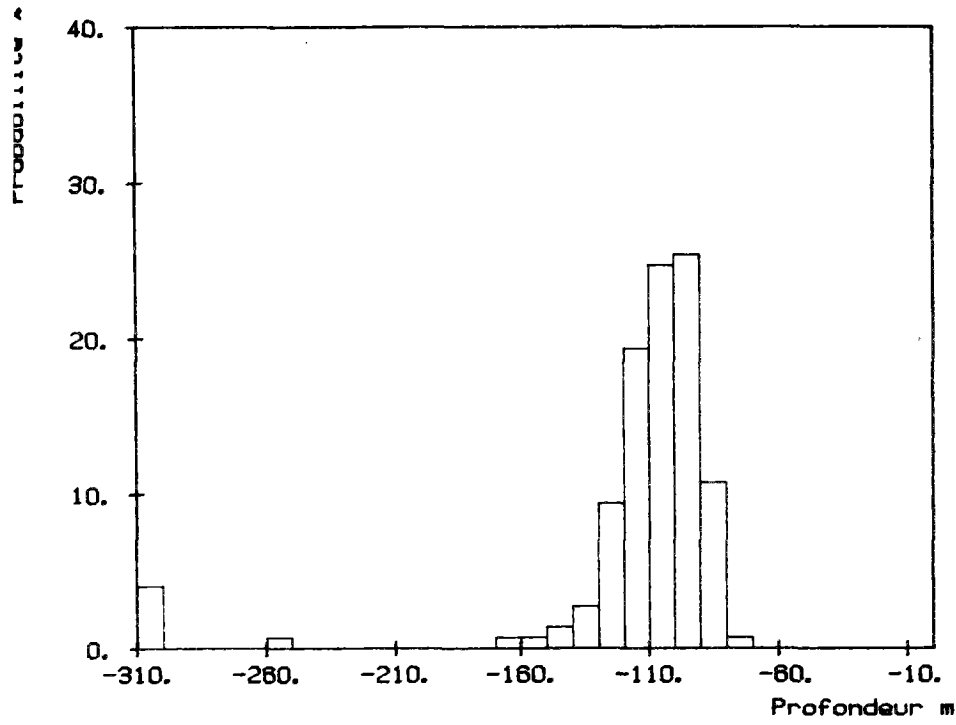
Scenario 18



scenario_18

couche mélangée 20
hauteur du plateau 30
Température à 150m 6.0
Température au fond 5.6

Scenario 37



scenario 37

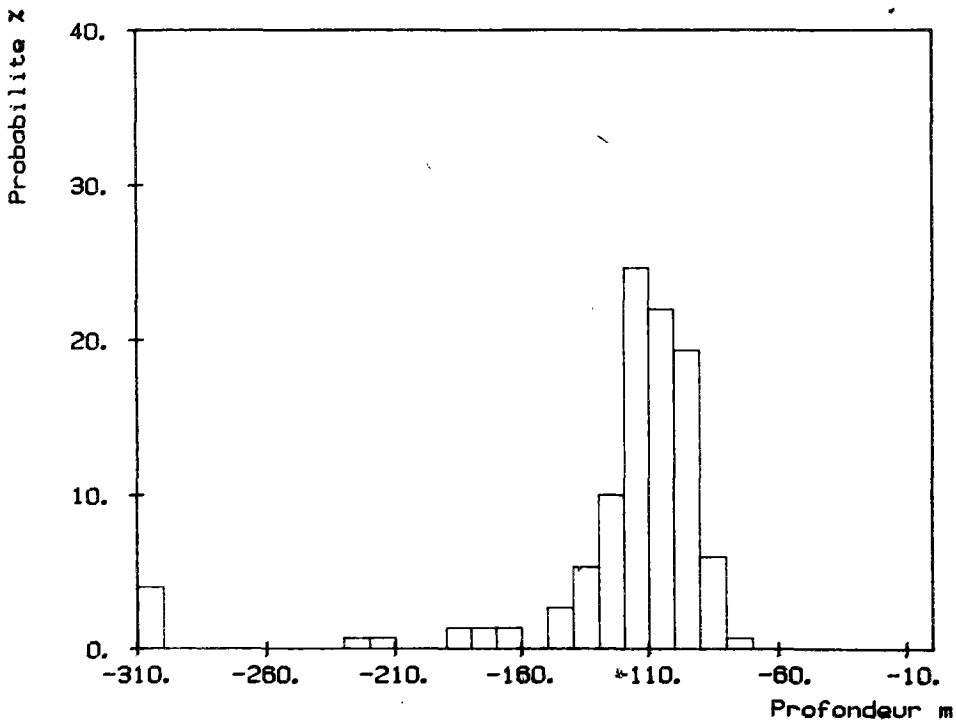
couche mélangée 50

hauteur du plateau 10

Température à 150m 5.5

Température au fond 5.3

Scenario 38



scenario 38

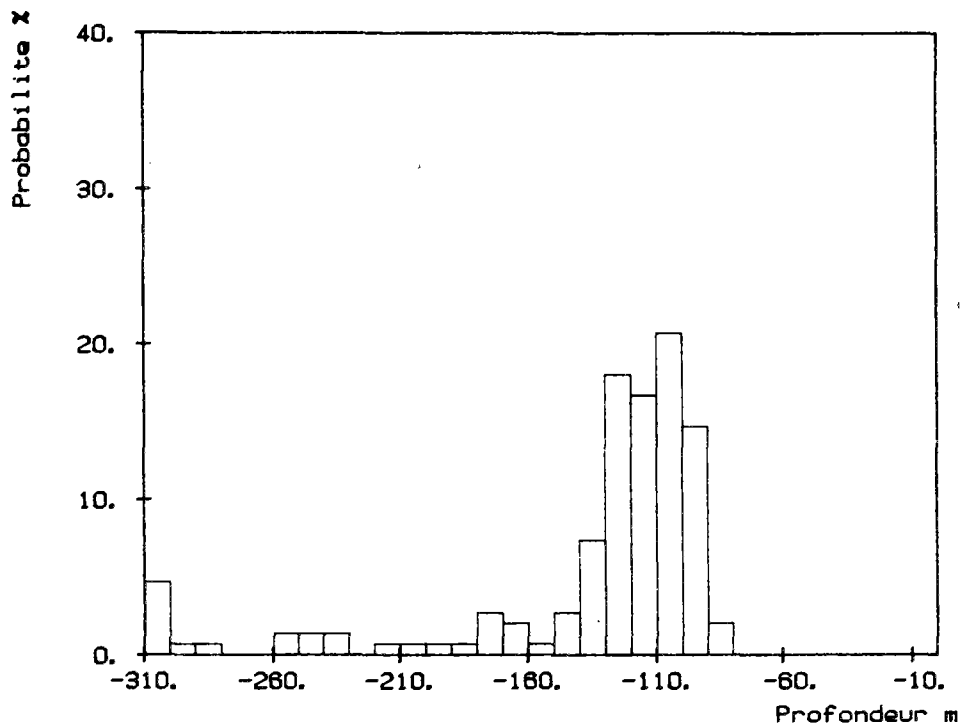
couche mélangée 50

hauteur du plateau 10

Température à 150m 5.65

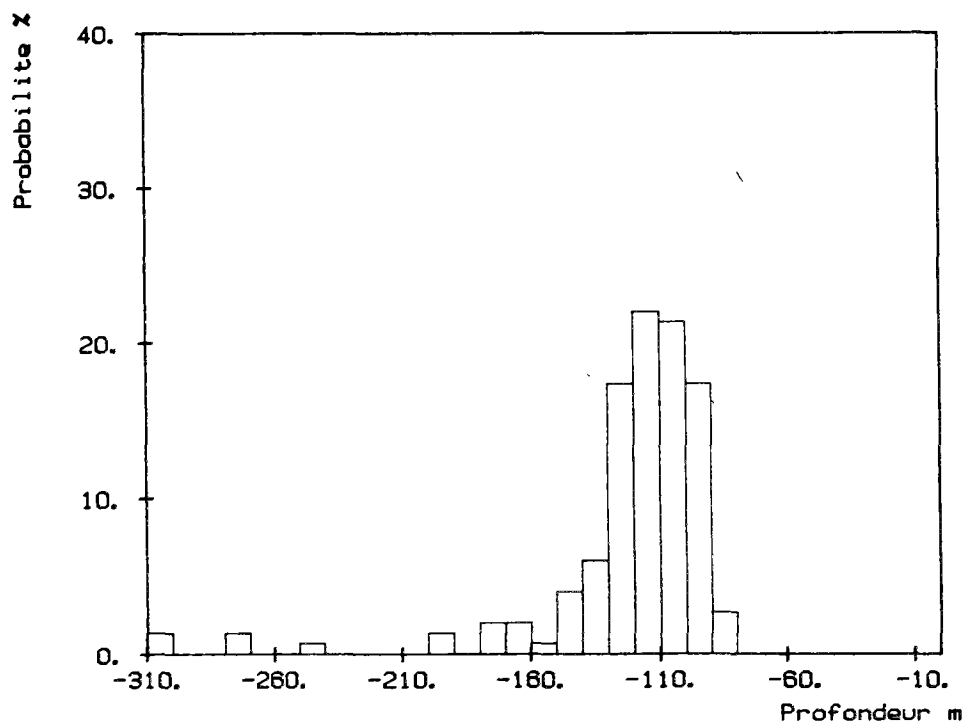
Température au fond 5.45

Scenario 39



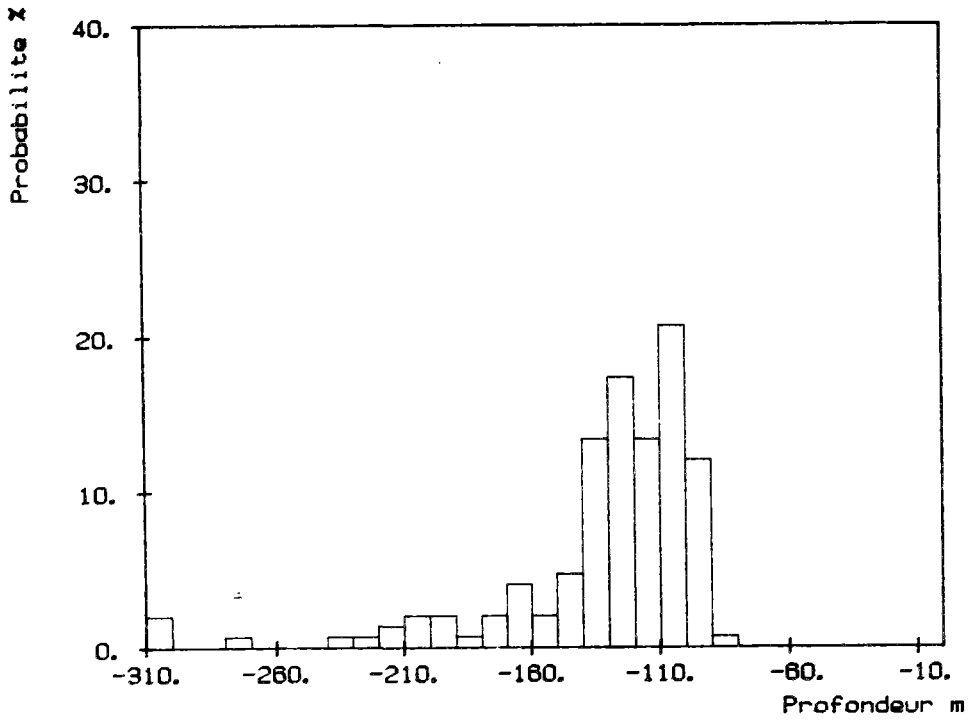
scenario 39
couche mēlangēe 50
hauteur du plateau 10
Température à 150m 5.8
Température au fond 5.6

Scenario 40



scenario 40
couche mēlangēe 50
hauteur du plateau 10
Température à 150m 5.7
Température au fond 5.3

Scenario 41



scenario_41

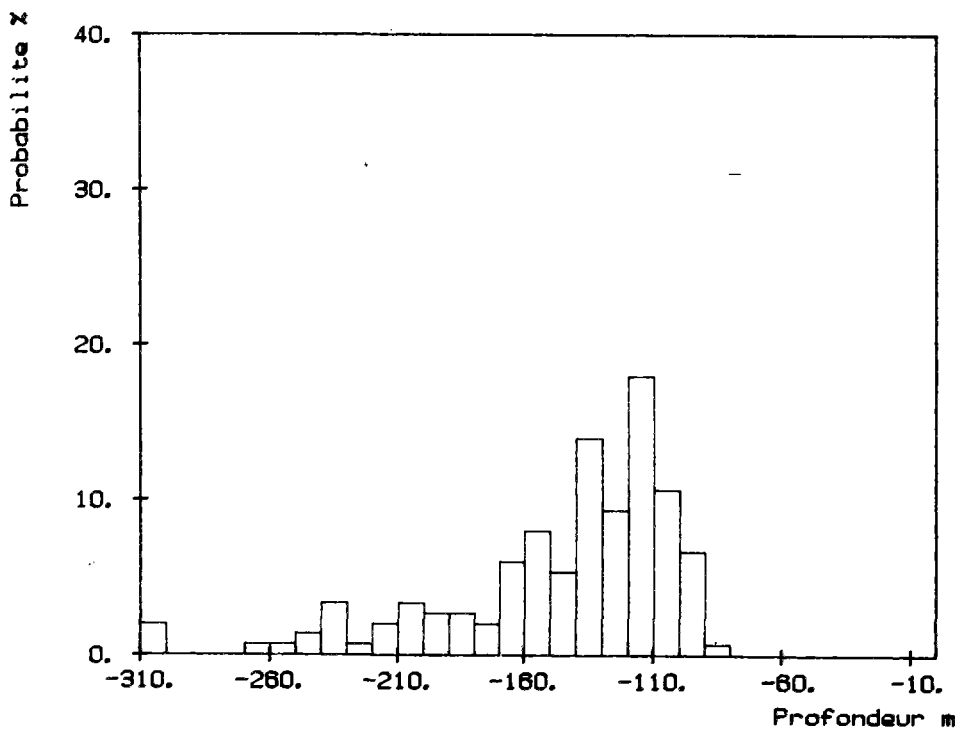
couche mélangée 50

hauteur du plateau 10

Température à 150m 5.85

Température au fond 5.45

Scenario 42



scenario_42

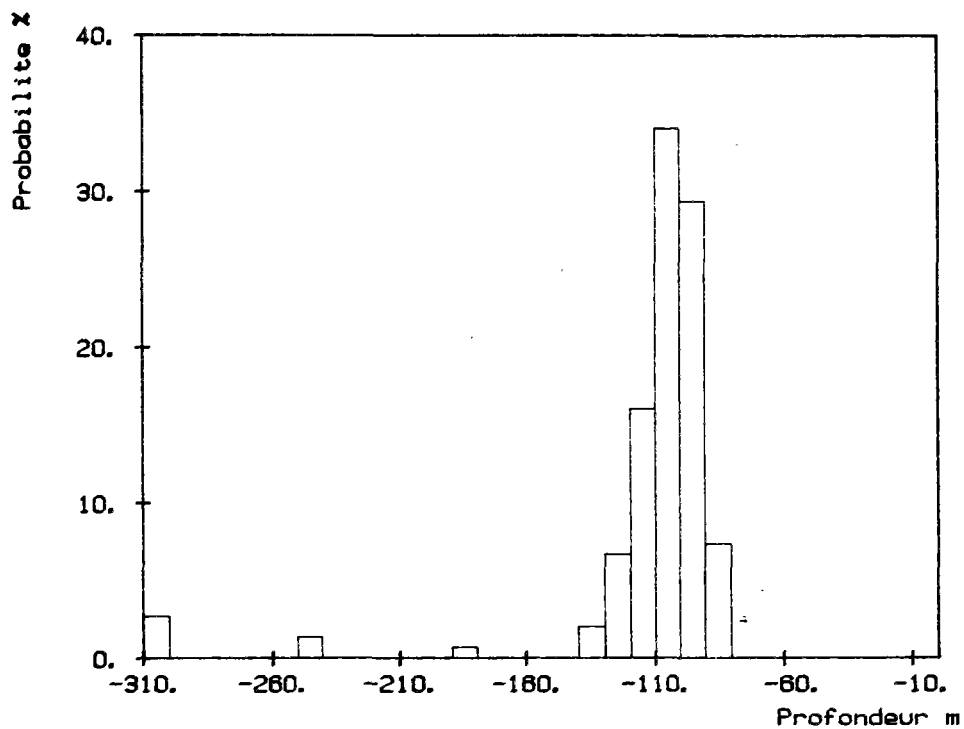
couche mélangée 50

hauteur du plateau 10

Température à 150m 6.0

Température au fond 5.6

Scenario 43



scenario_43

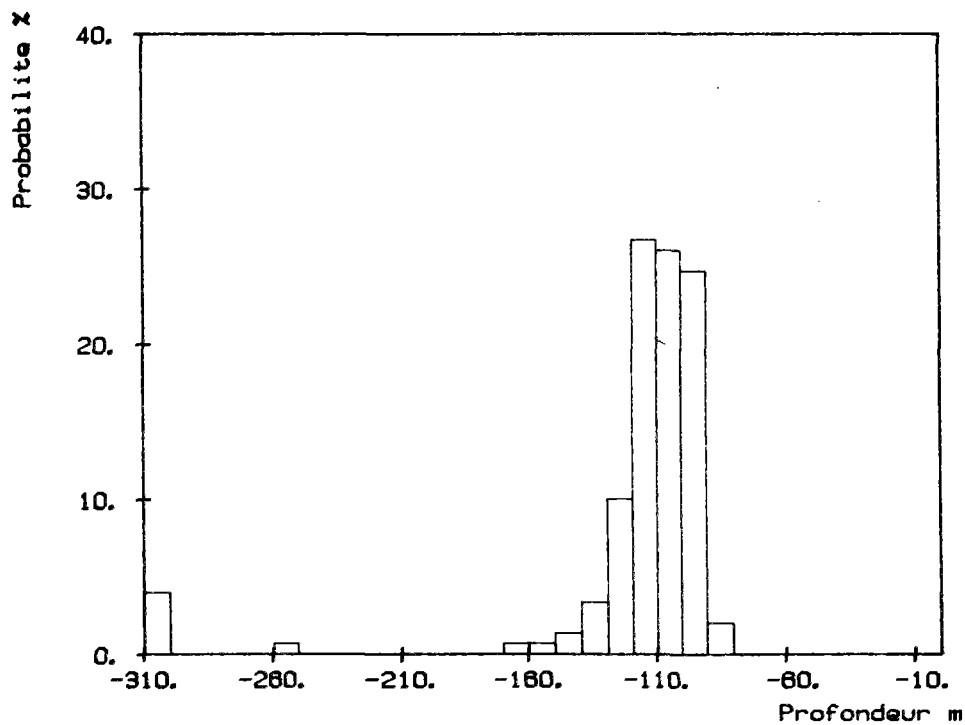
couche mélangée 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 5.5

Température au fond 5.3

Scenario 44



scenario_44

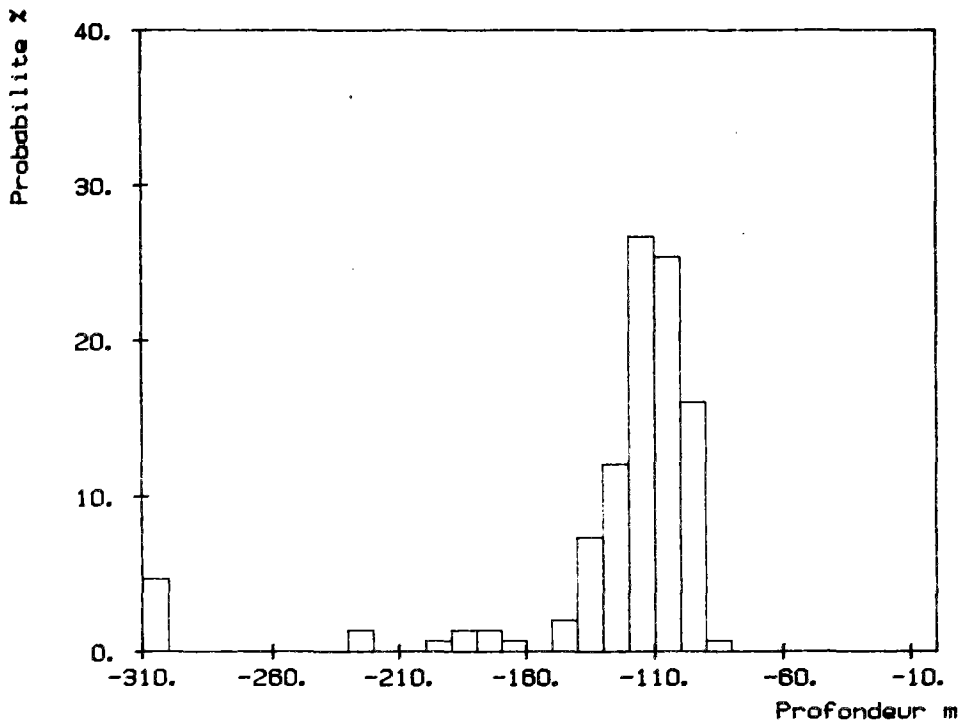
couche mélangée 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 5.65

Température au fond 5.45

Scenario 45



scenario_45

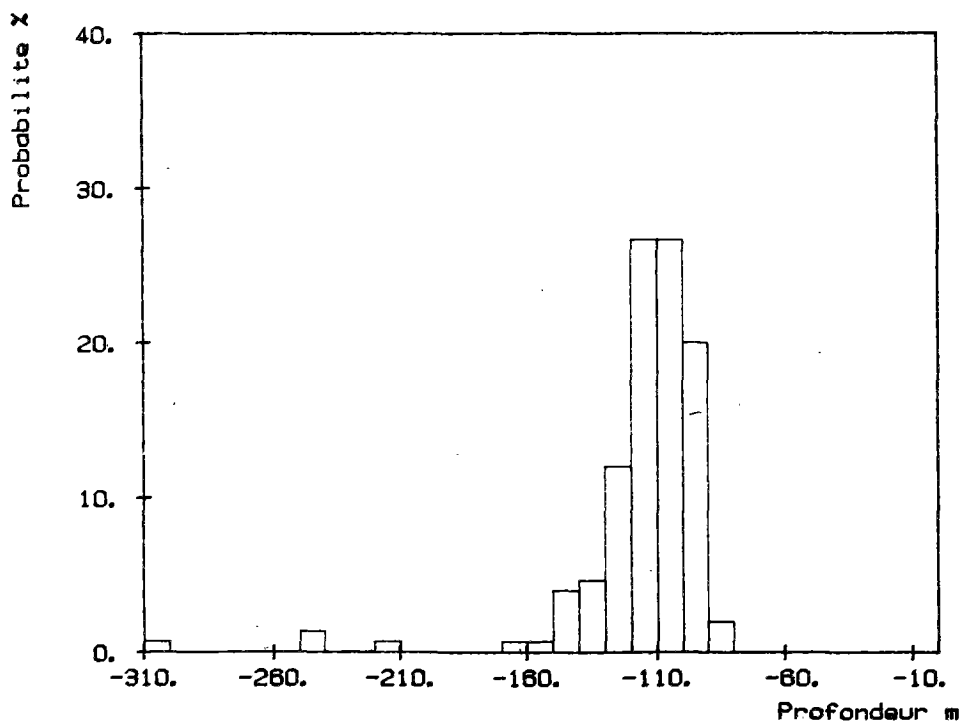
couche mélangée 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 5.8

Température au fond 5.6

Scenario 46



scenario_46

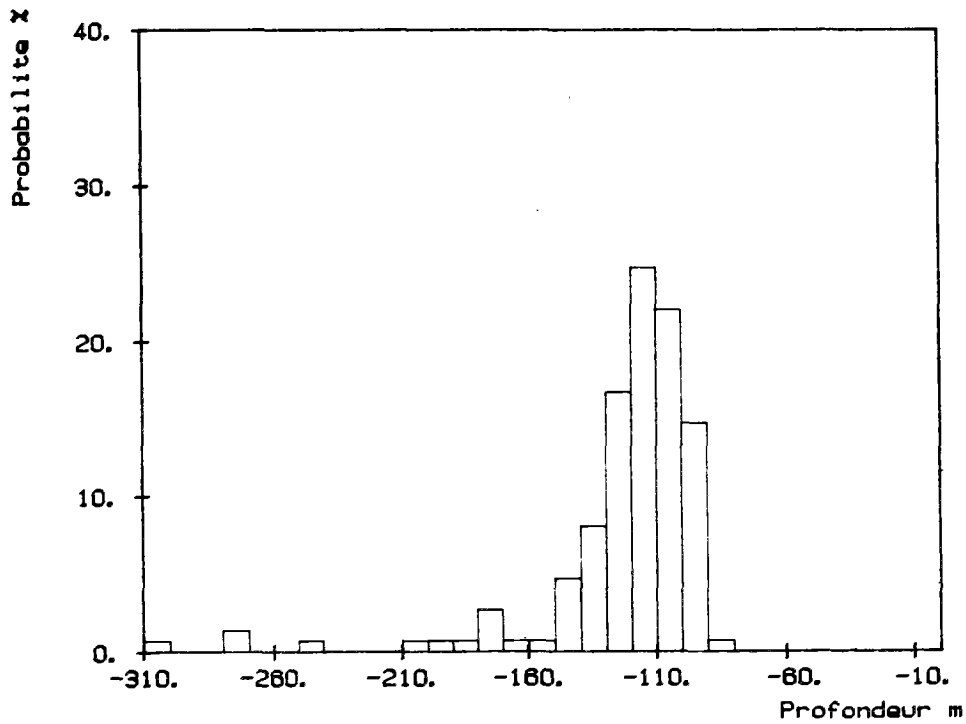
couche mélangée 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 5.7

Température au fond 5.3

Scenario 47



scenario_47

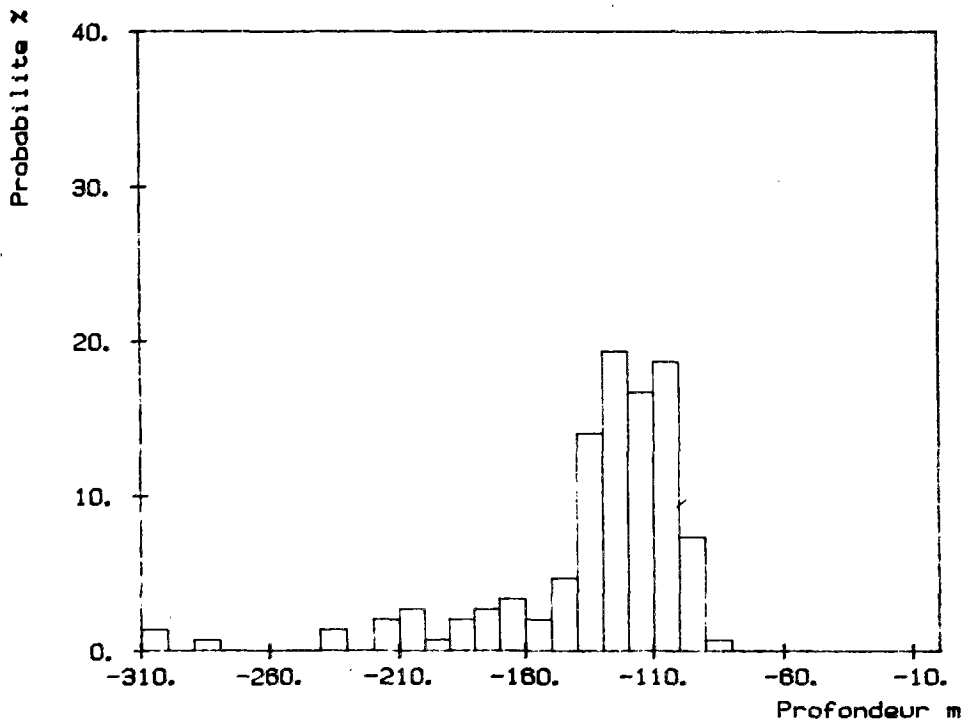
couche mēlangēe 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 5.85

Température au fond 5.45

Scenario 48



scenario_48

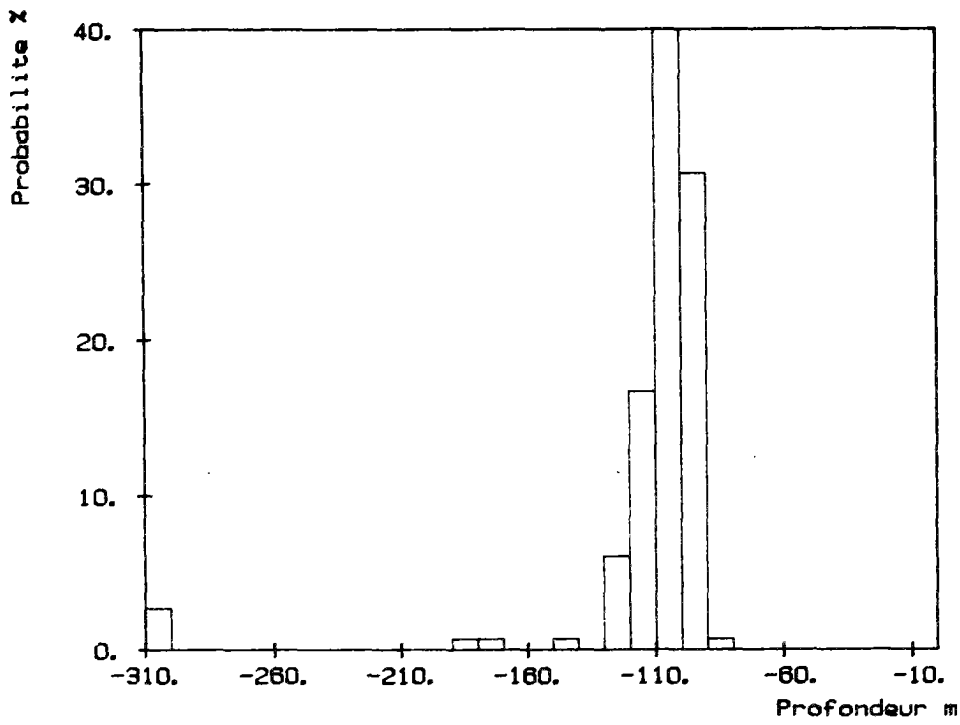
couche mēlangēe 50

hauteur du plateau 20

Température à 150m 6.0

Température au fond 5.6

Scenario 49



scenario_49

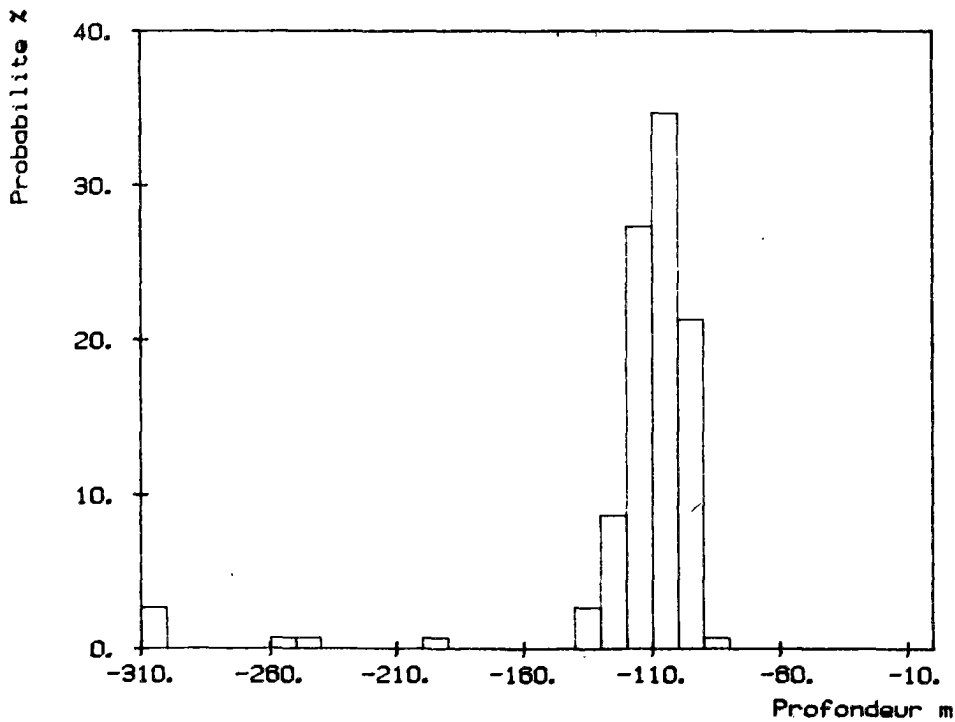
couche mélangée 50

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.5

Température au fond 5.3

Scenario 50



scenario_50

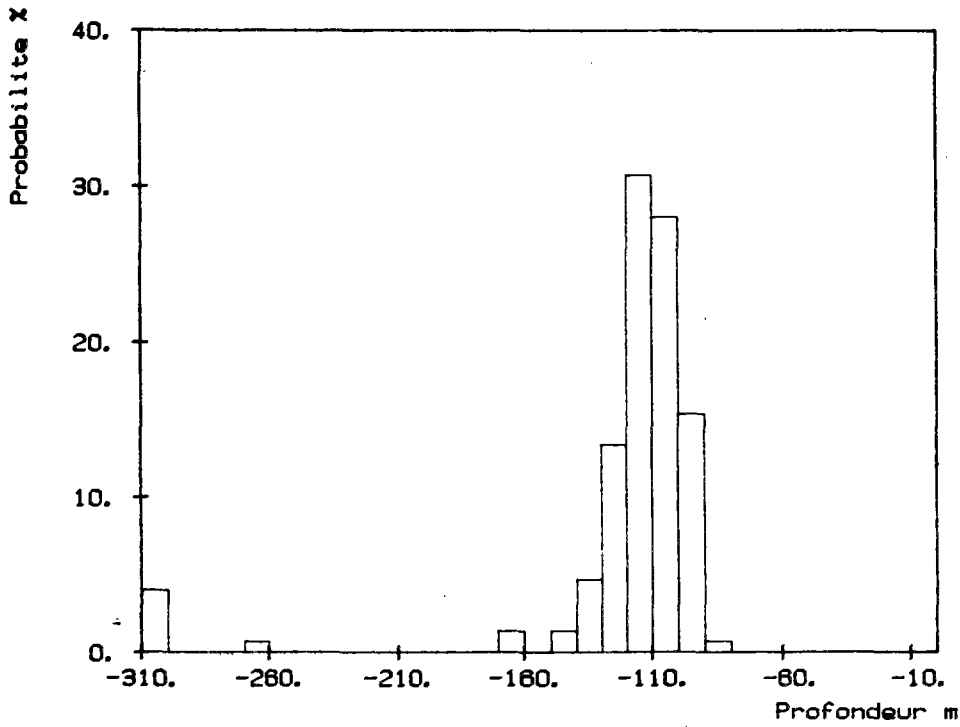
couche mélangée 50

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.65

Température au fond 5.45

Scenario 51



scenario 51

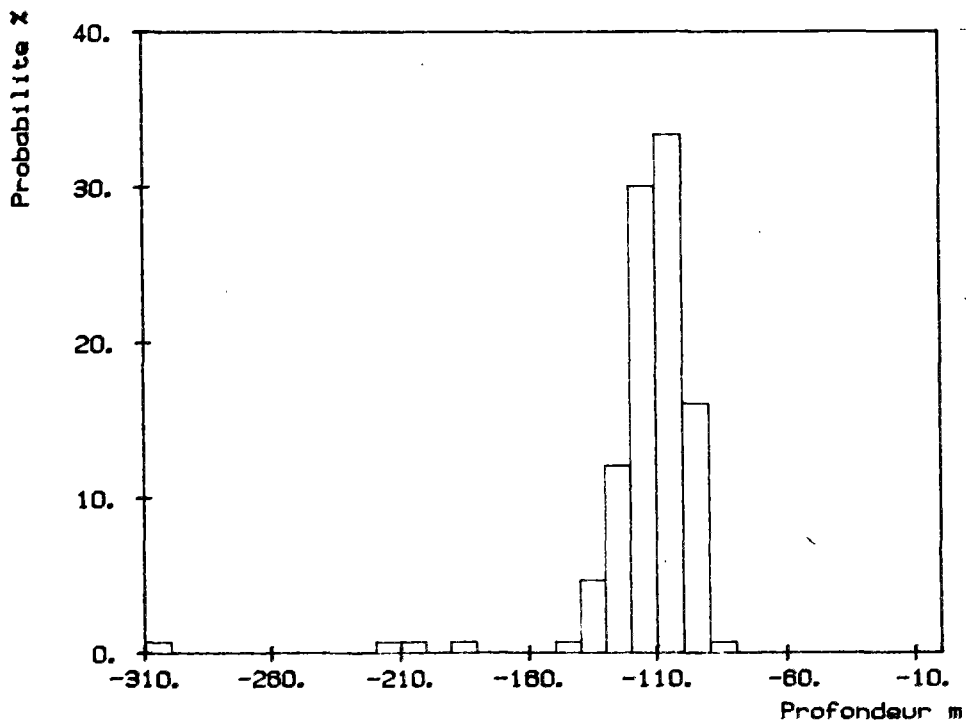
couche mélangée 50

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.8

Température au fond 5.6

Scenario 52



scenario 52

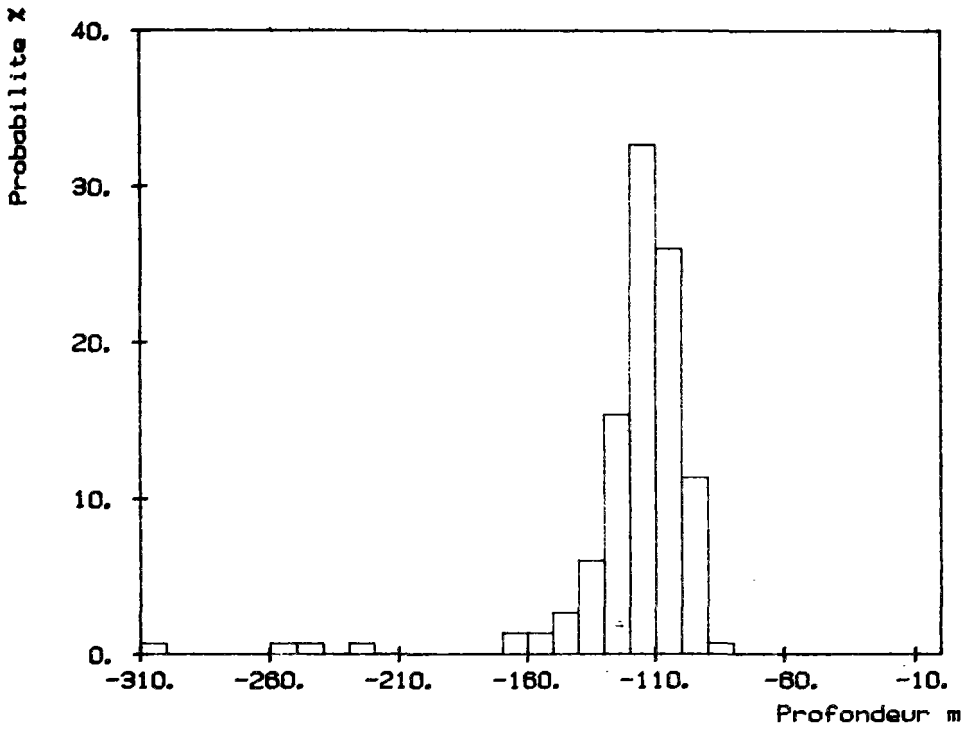
couche mélangée 50

hauteur du plateau 30

Température à 150m 5.7

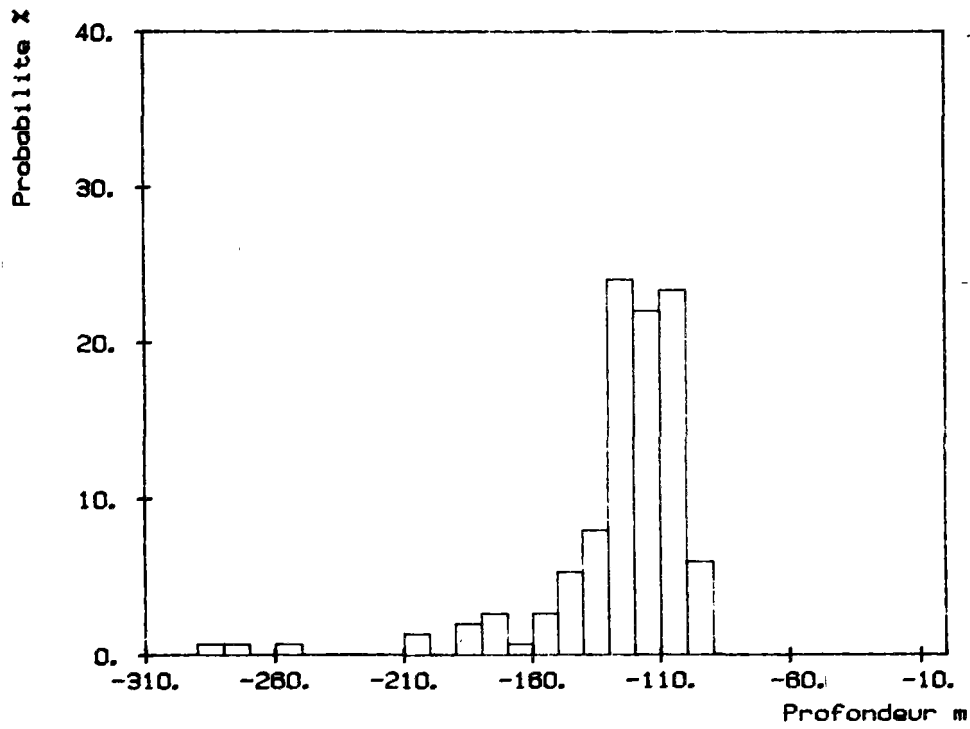
Température au fond 5.3

Scenario 53



scenario_53
couche mélangée 50
hauteur du plateau 30
Température à 150m 5.85
Température au fond 5.45

Scenario 54

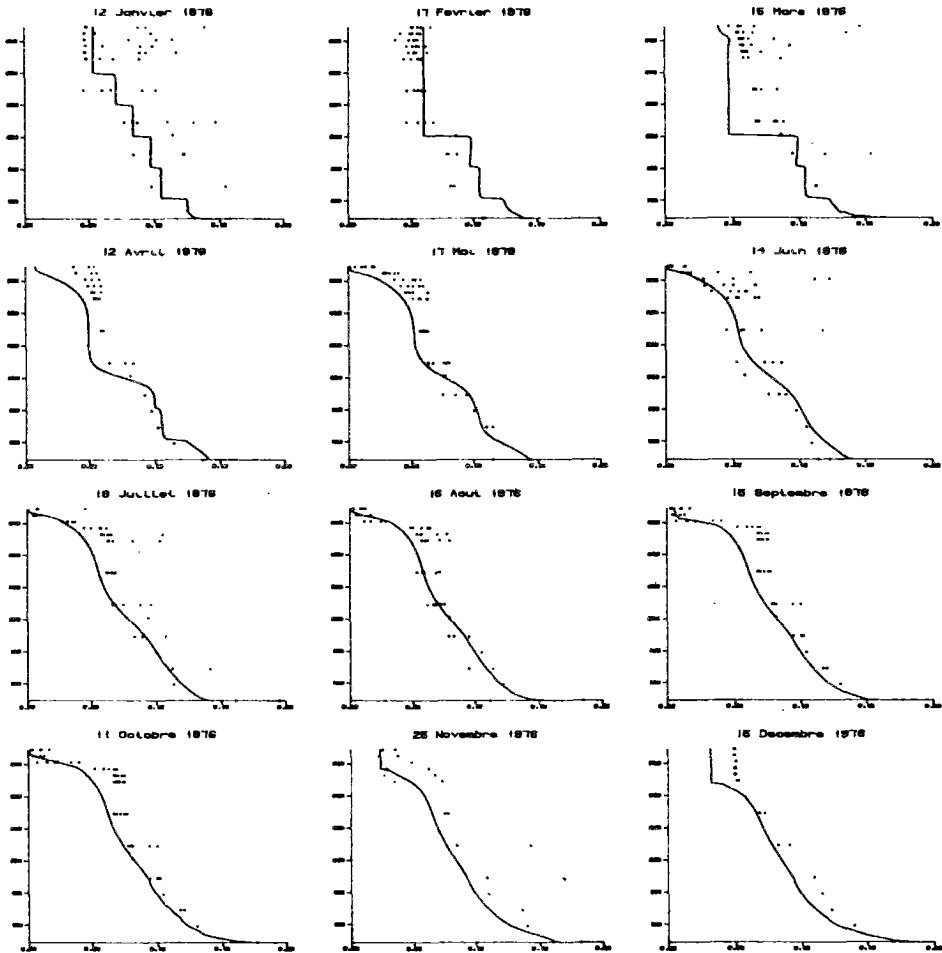


scenario_54
couche mélangée 50
hauteur du plateau 30
Température à 150m 6.0
Température au fond 5.6

ANNEXE 6

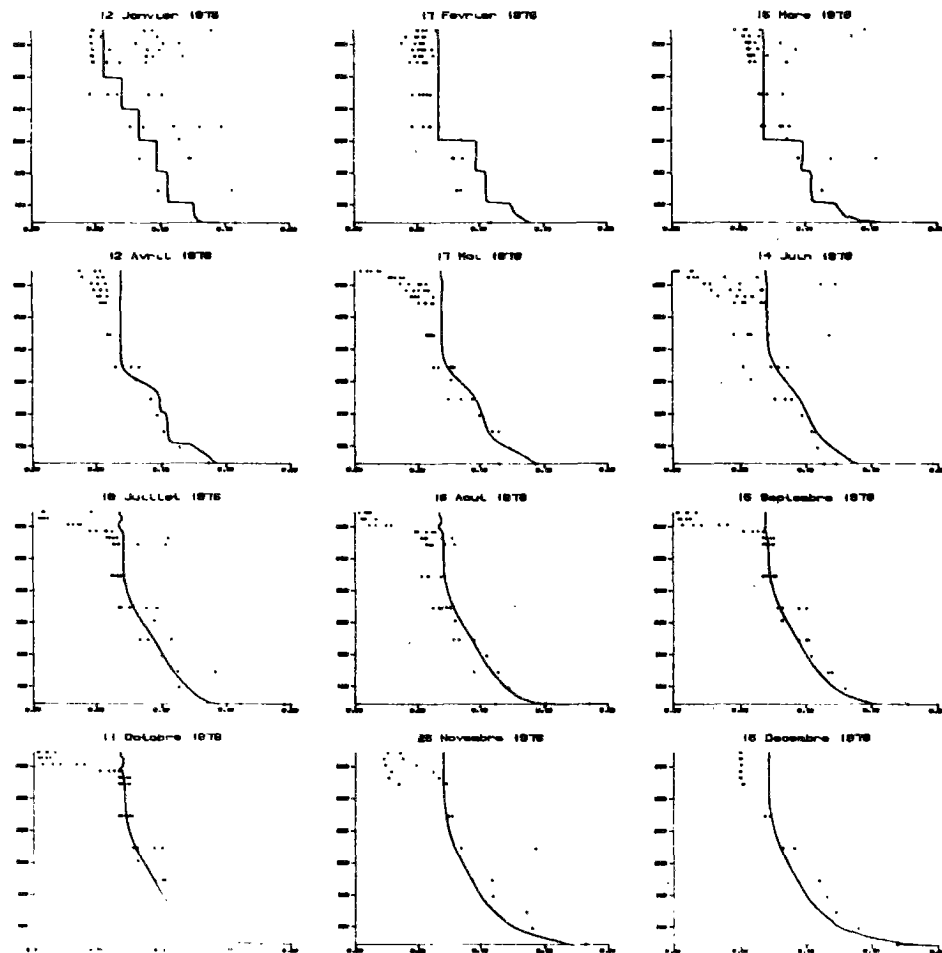
Résultats de l'analyse de sensibilité
aux paramètres
et aux apports

Sensibilité aux paramètres



Kp ±50 %

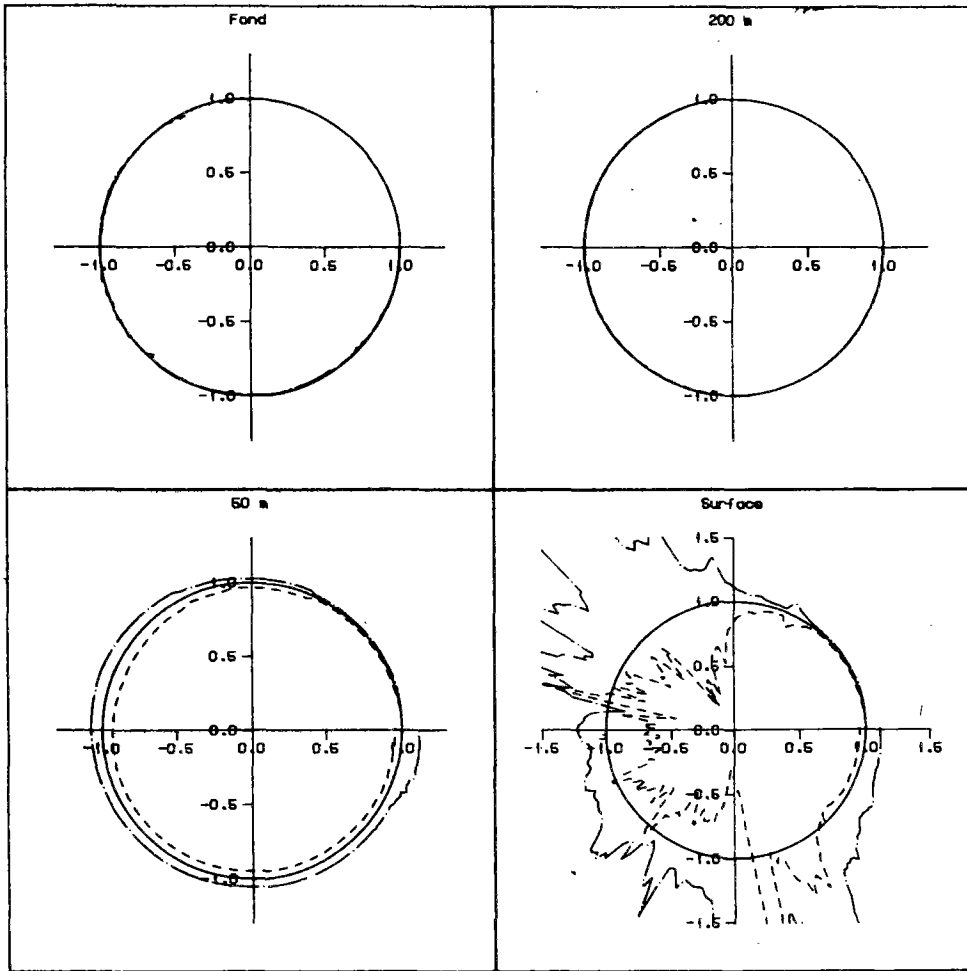
<u>Kp (j-1)</u>	<u>1.55</u>
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Kp -50%

<u>Kp (j-1)</u>	<u>0.51</u>
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

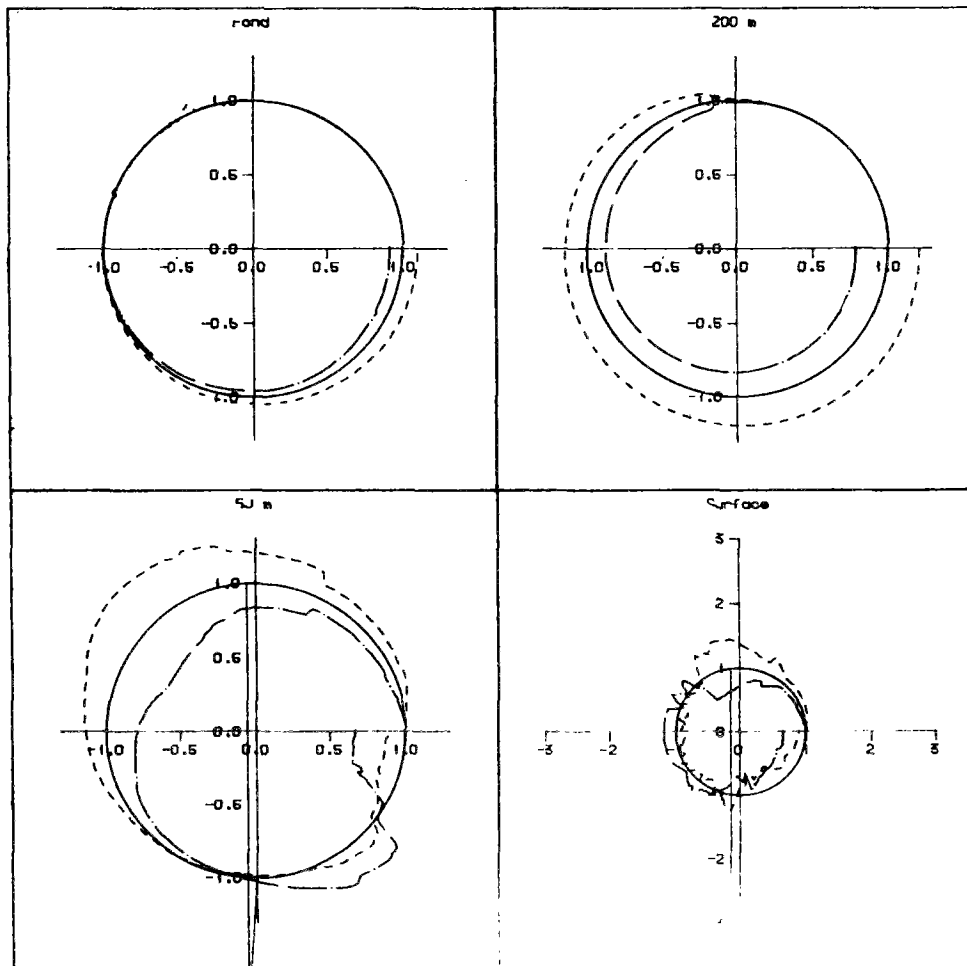
=====



Orthophosphates

Kp +10 % trait tireté

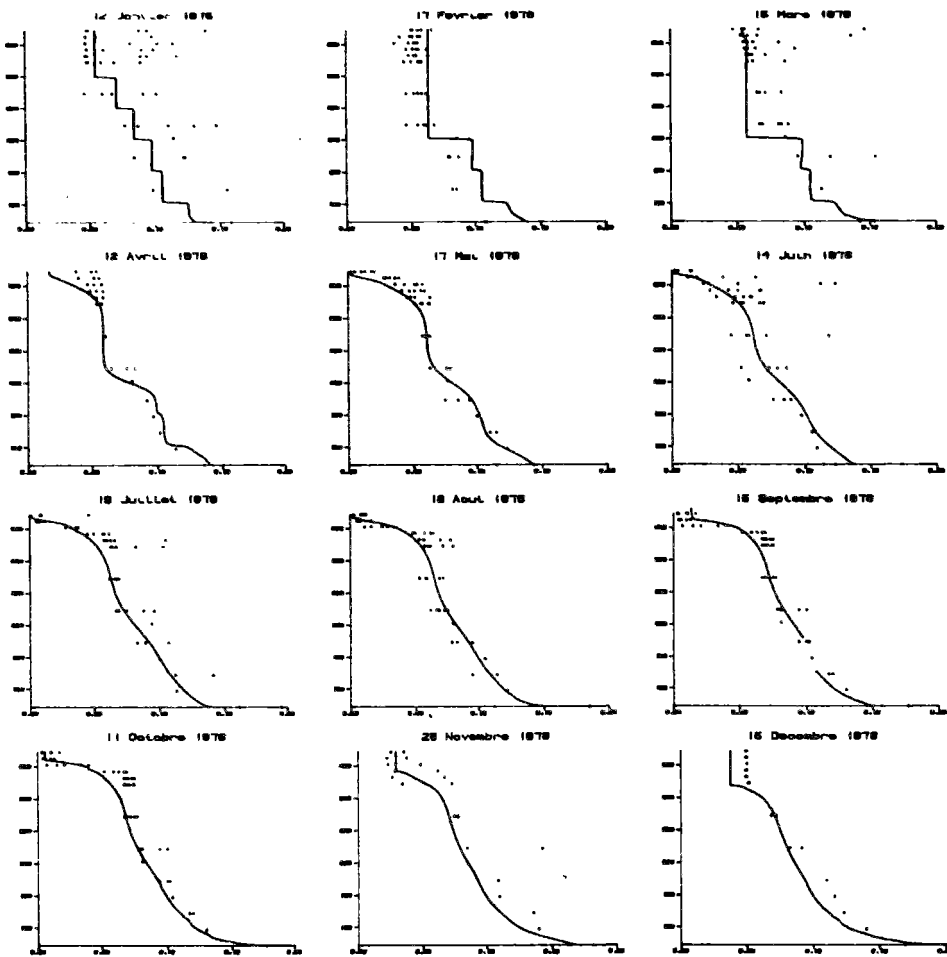
Kp -10 % trait mixte



phosphore particulaire

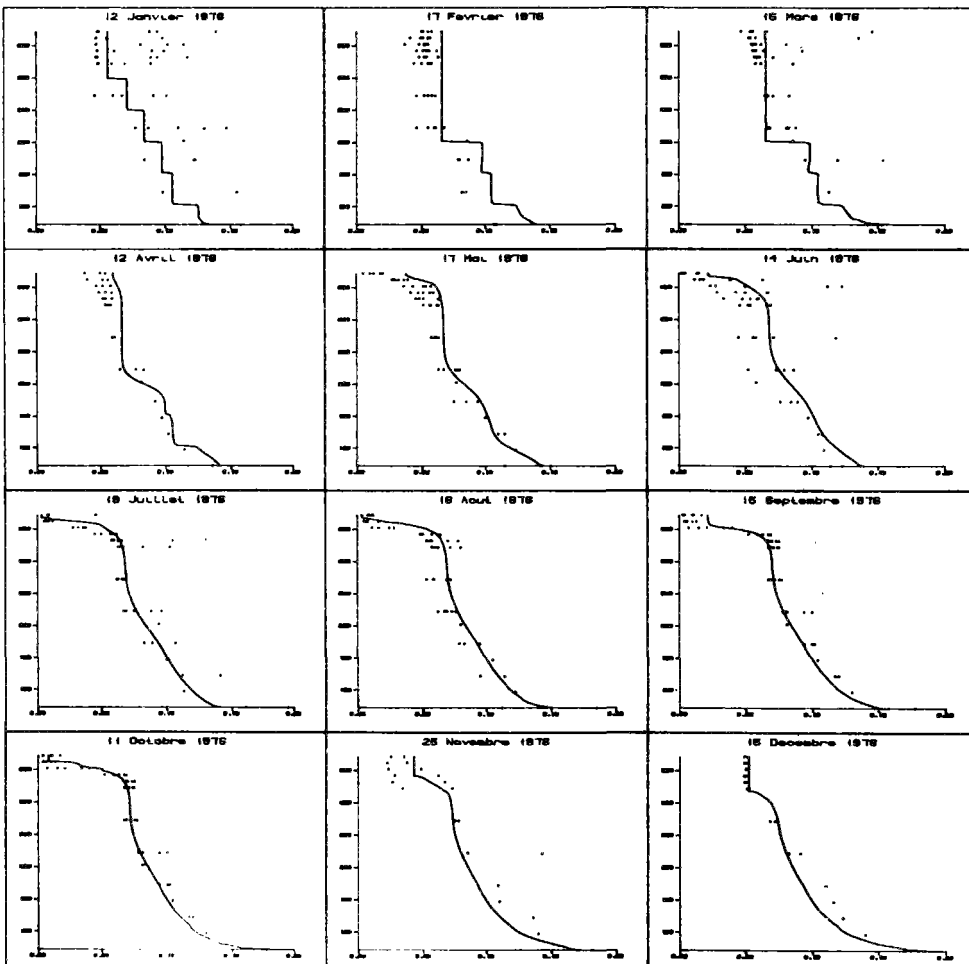
Kp +10 % trait tireté

Kp -10 % trait mixte



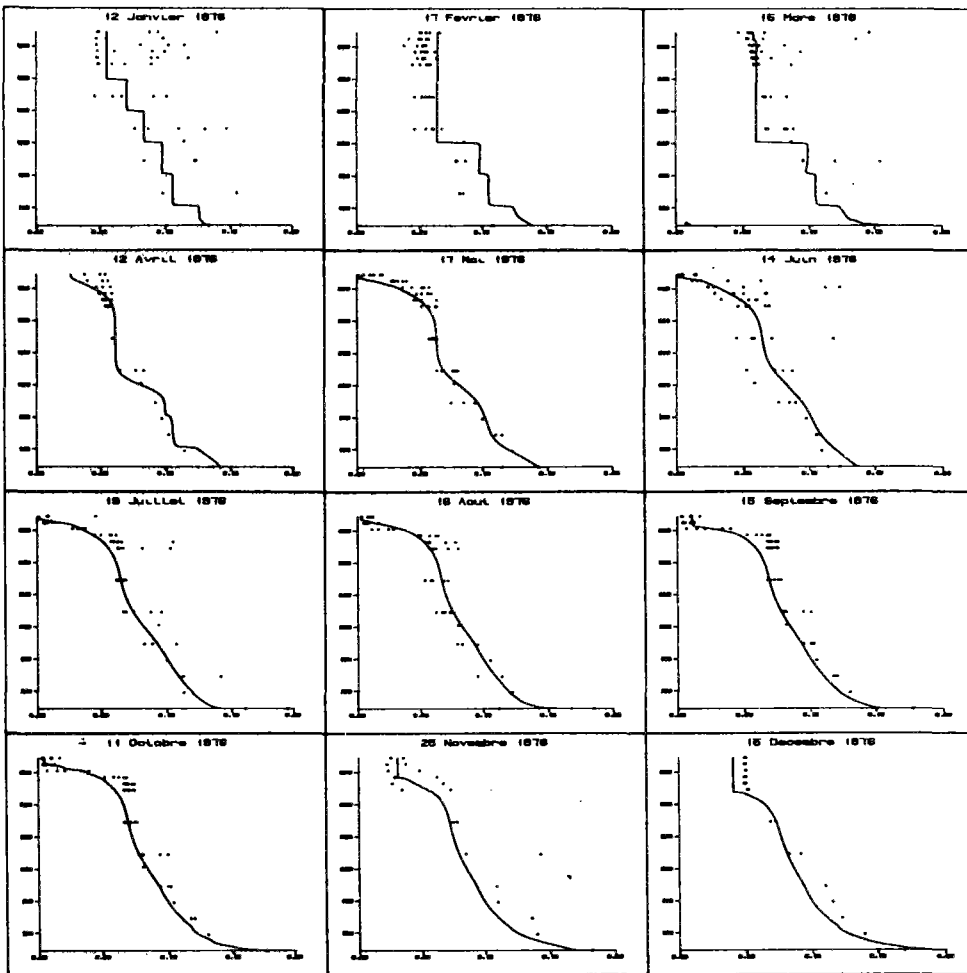
Kp +20%

<u>Kp (j-1)</u>	<u>1.24</u>
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



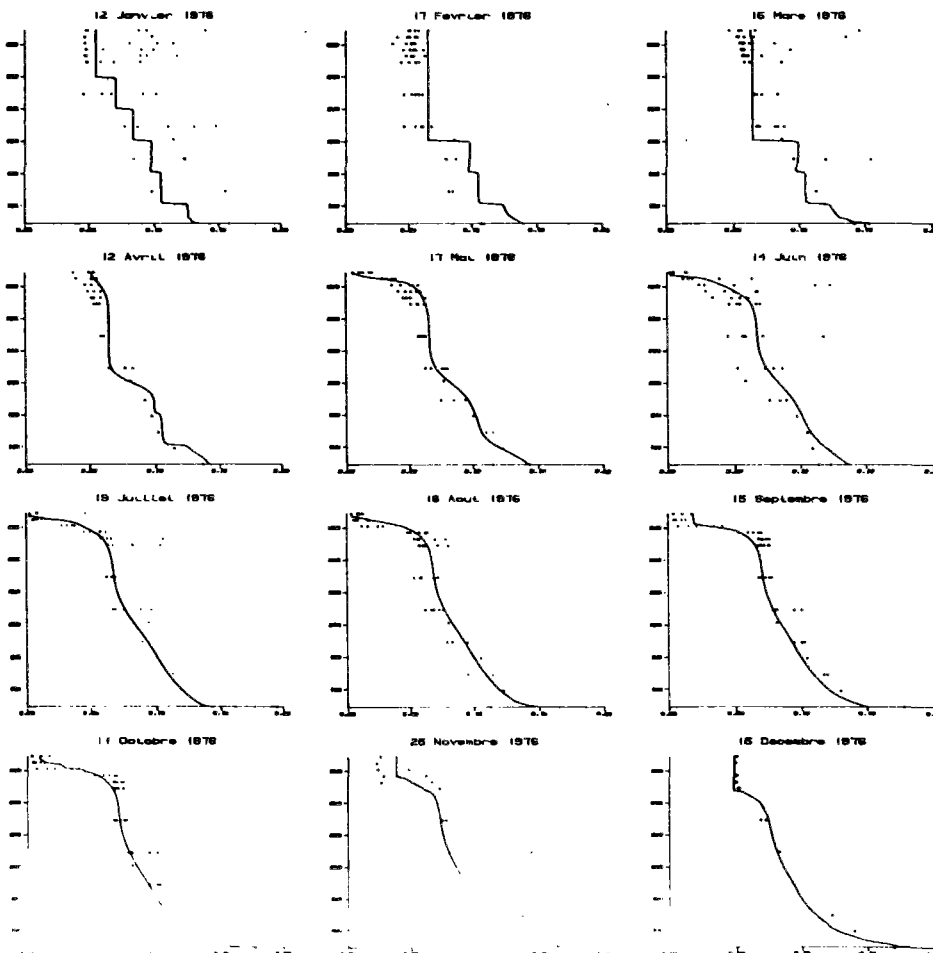
Kp -20%

<u>Kp (j-1)</u>	<u>0.83</u>
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



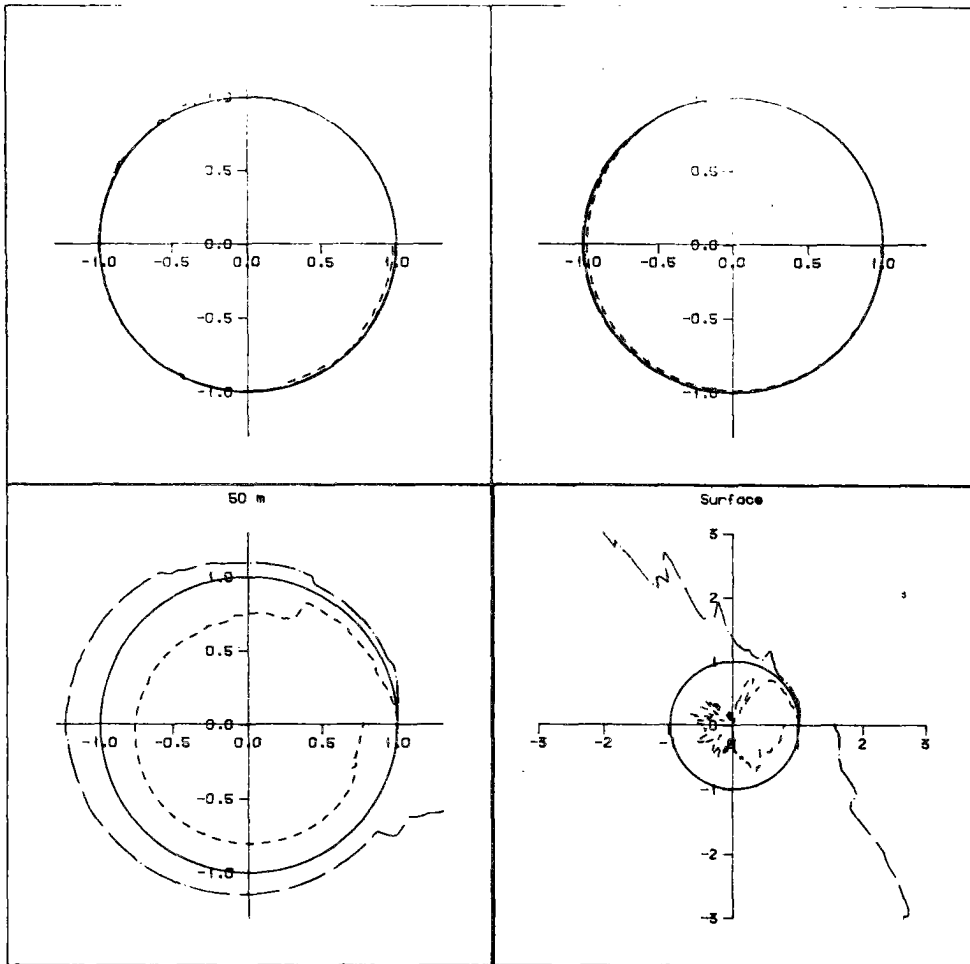
Kp +10%

<u>Kp (j-1)</u>	<u>1.14</u>
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vêpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150
=====	



Kp -10%

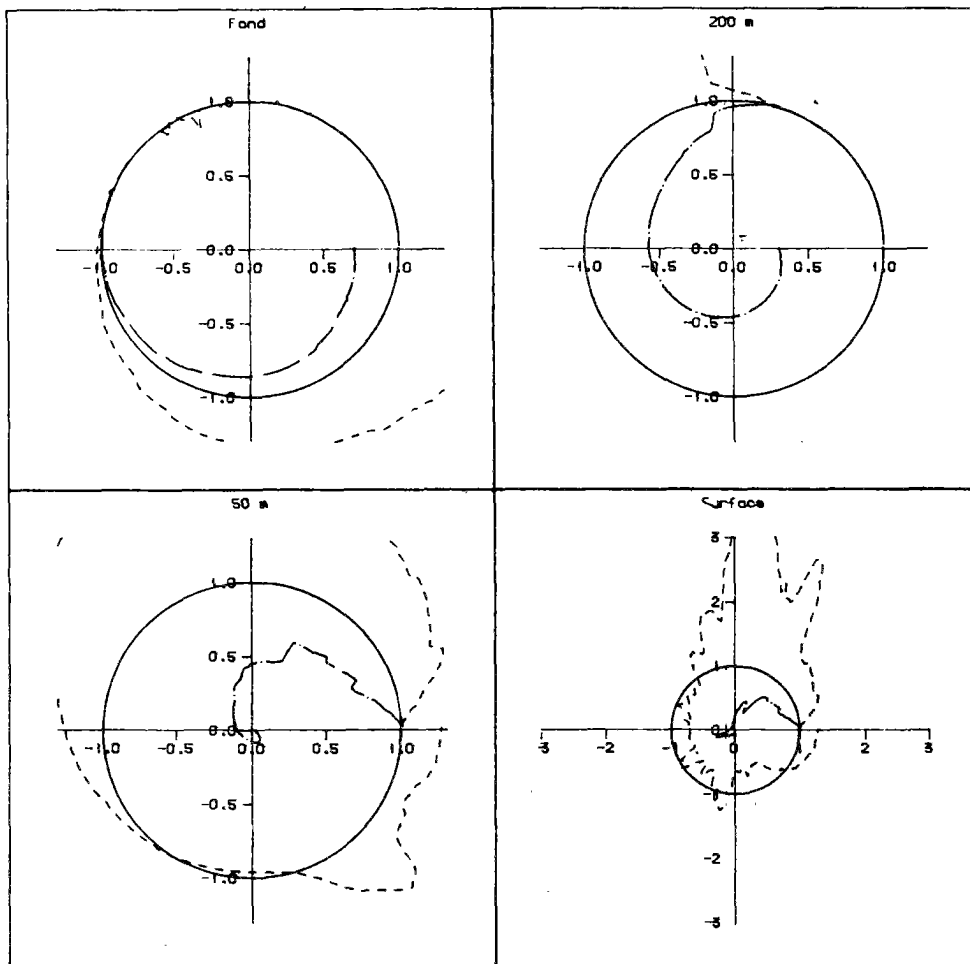
<u>Kp (j-1)</u>	<u>0.933</u>
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vêpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150
=====	



Orthophosphates

Kp +50 % trait tireté

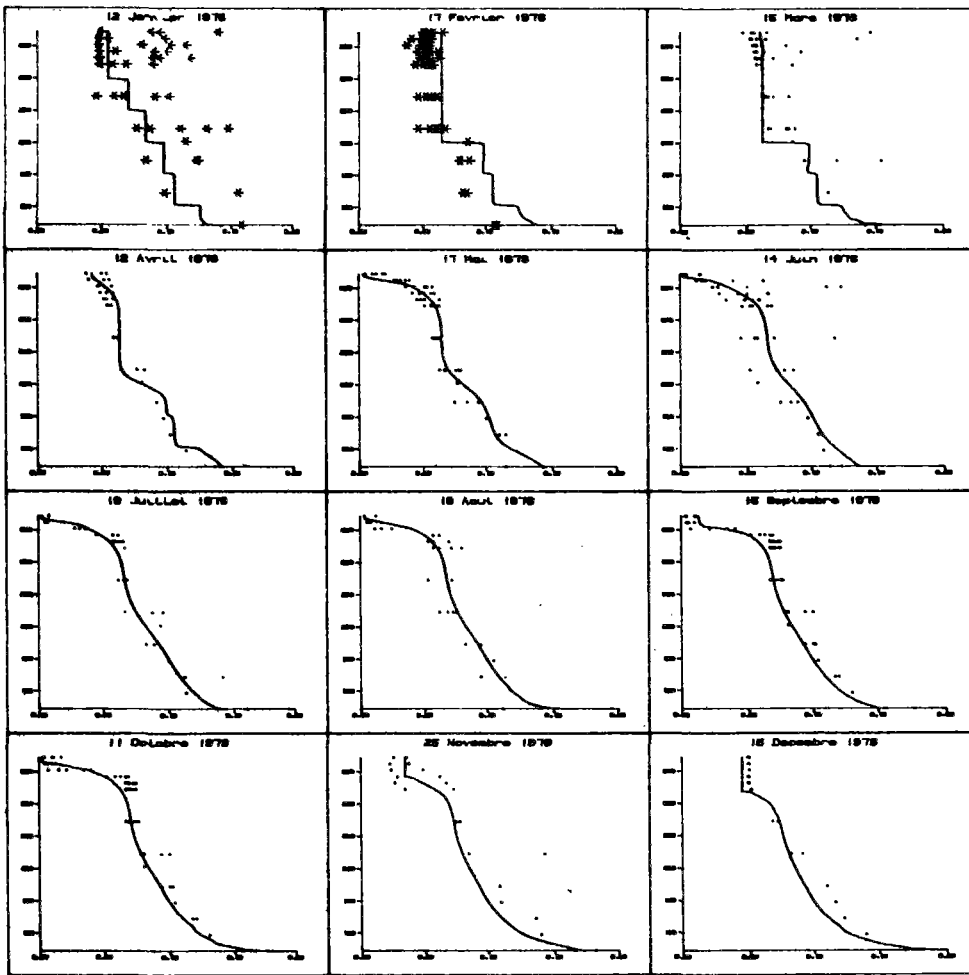
Kp -50 % trait mixte



phosphore particulaire

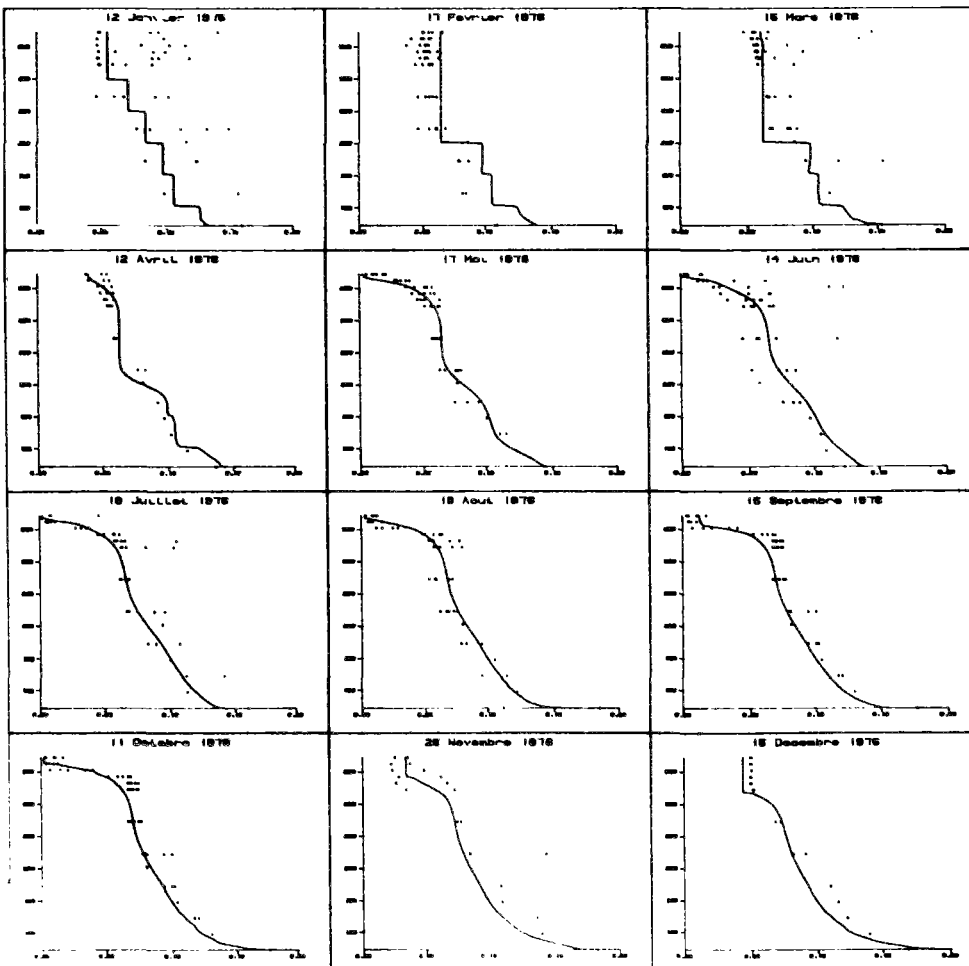
Kp +50 % trait tireté

Kp -50 % trait mixte



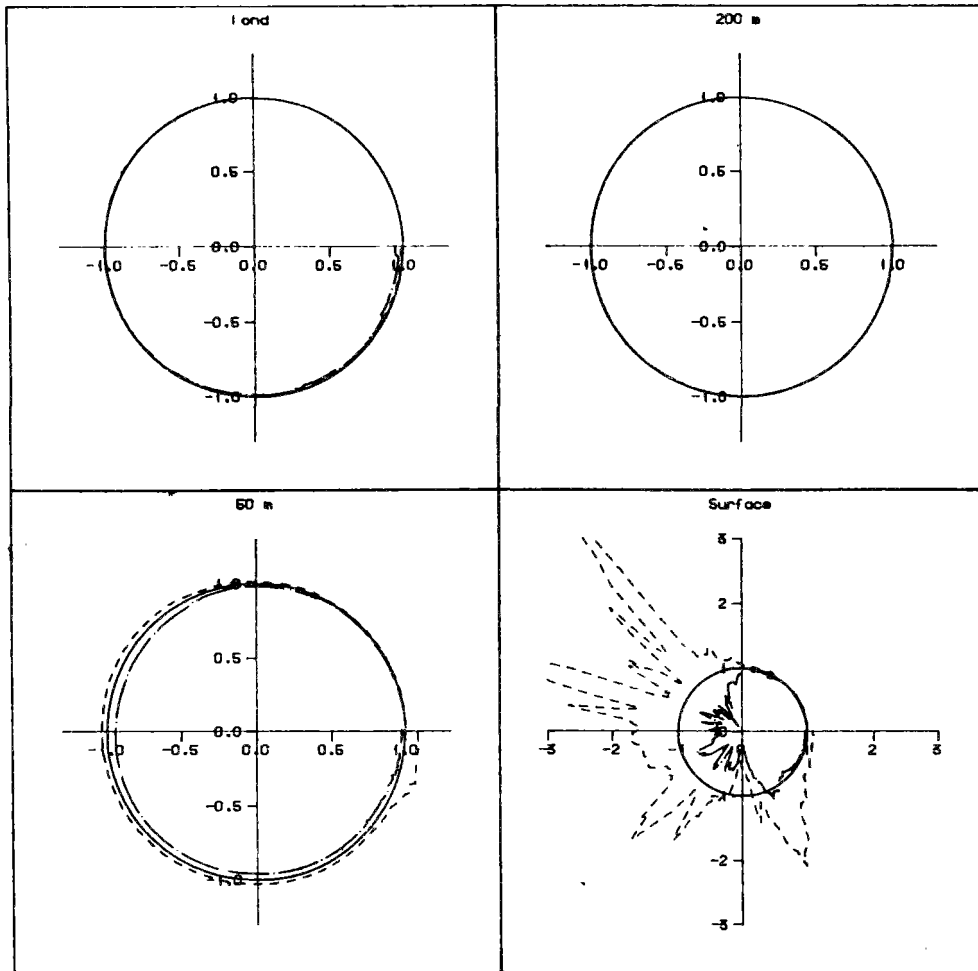
=====
Kmn +10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>6.6</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Kmn -10%

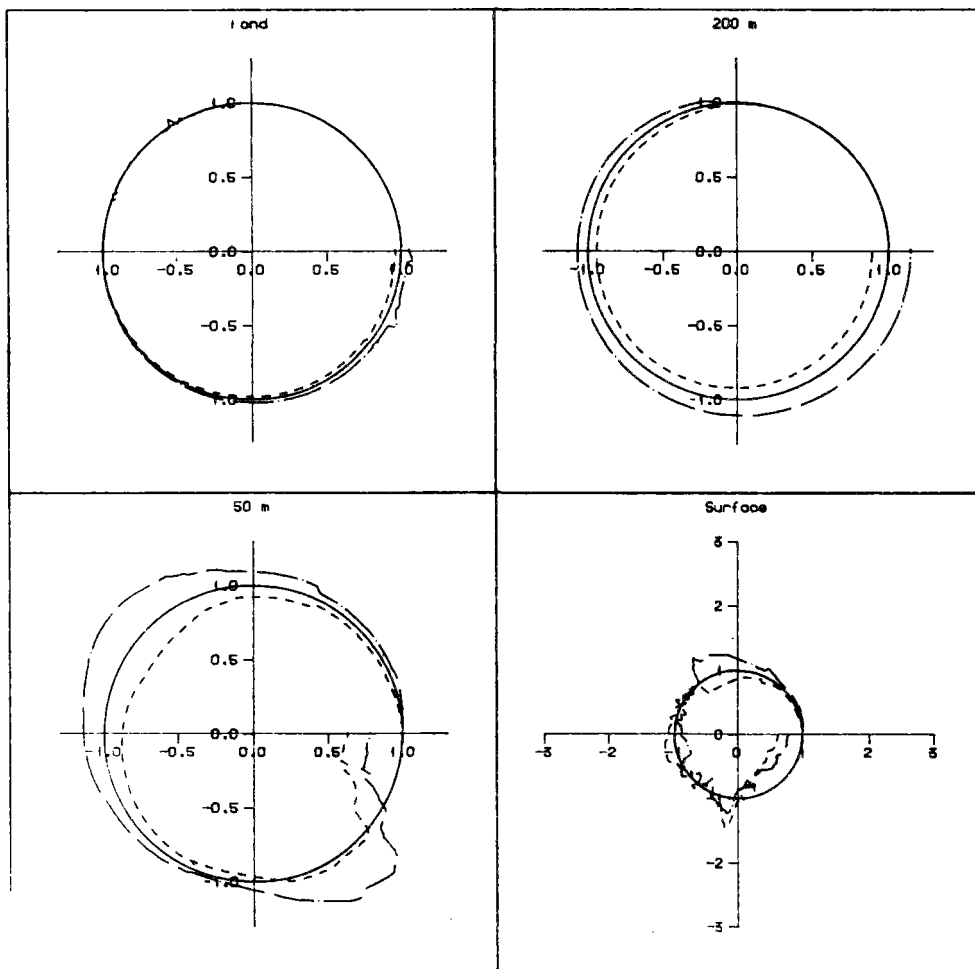
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>5.4</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Orthophosphates

Kmn +50 % trait tireté

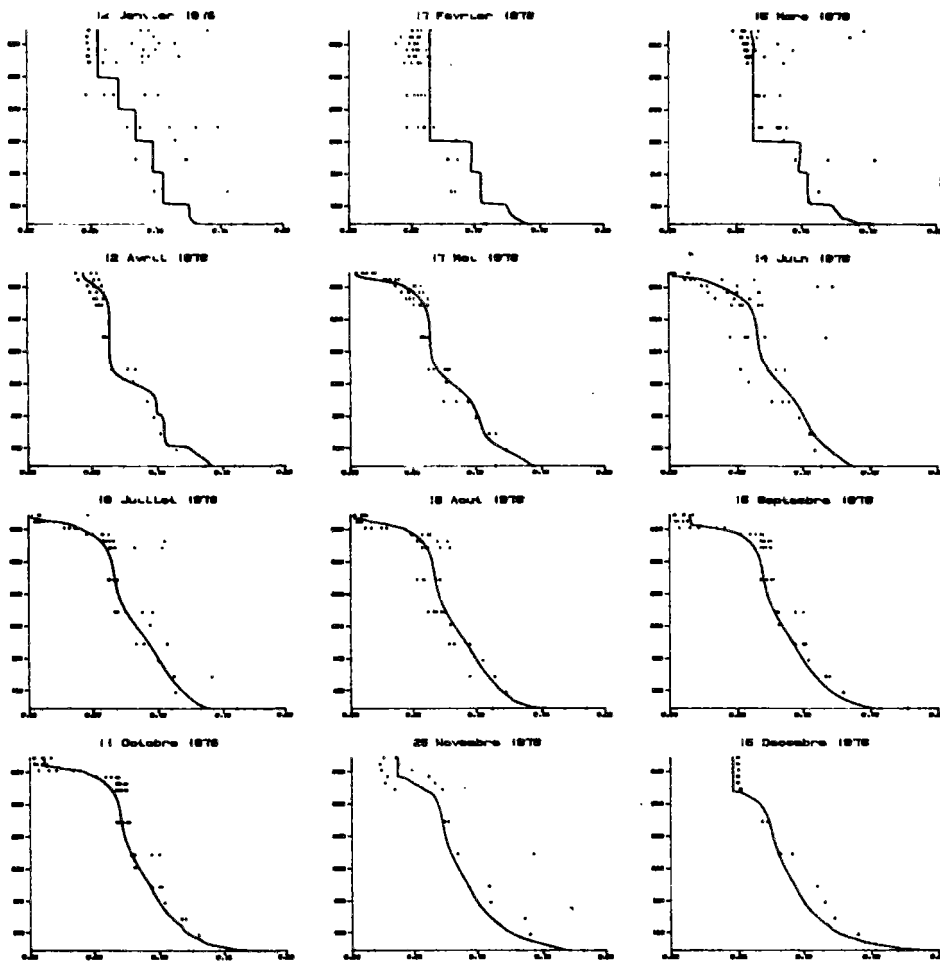
Kmn -50 % trait mixte



phosphore particulaire

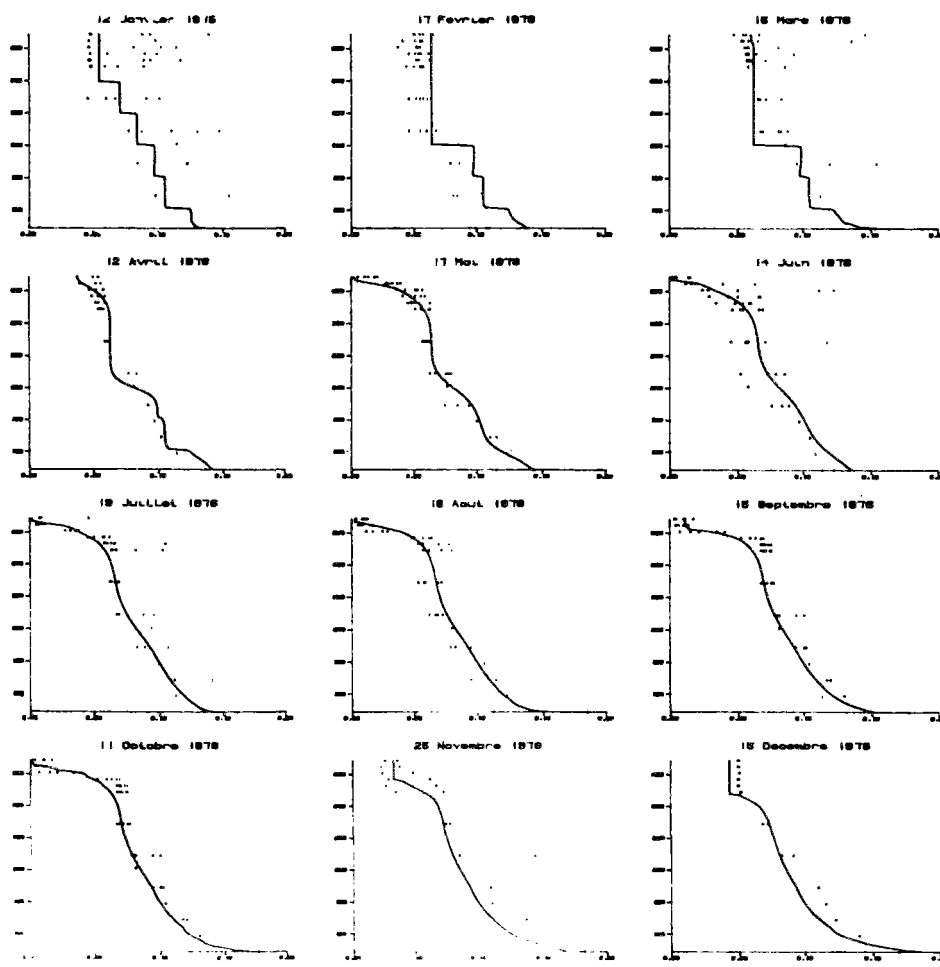
Kmn +50 % trait tireté

Kmn -50 % trait mixte



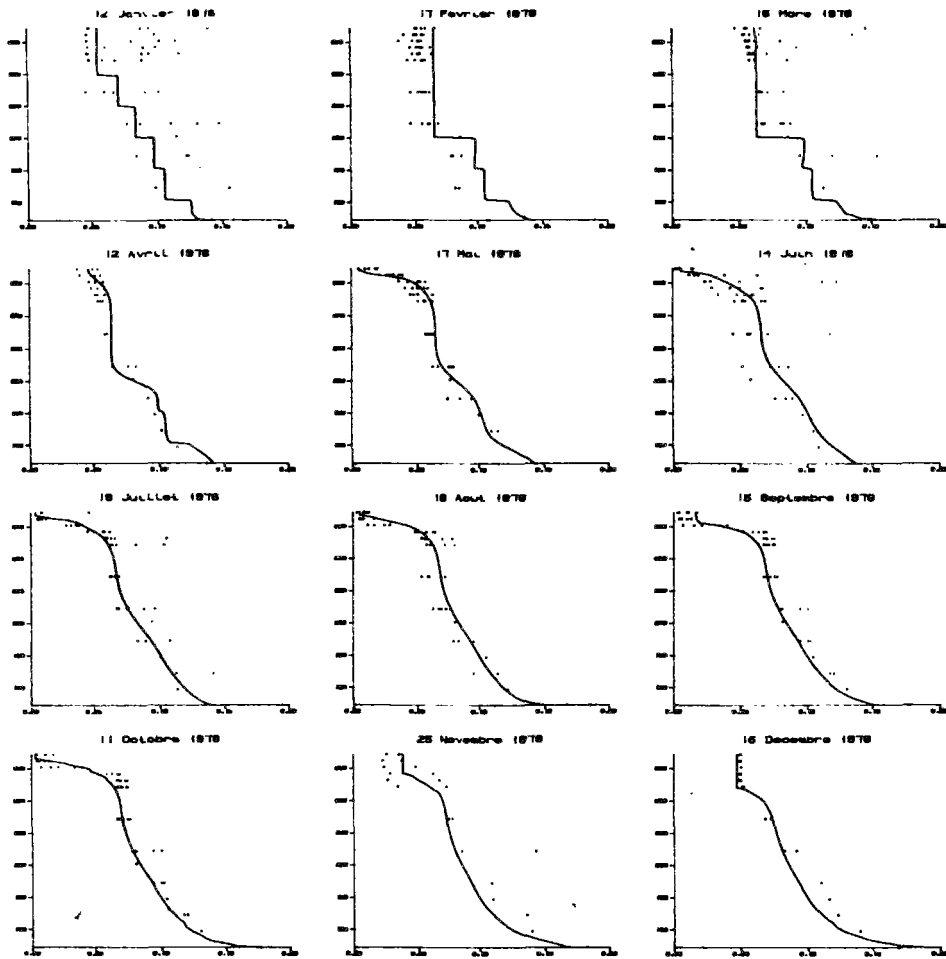
Kmn +20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>7.2</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



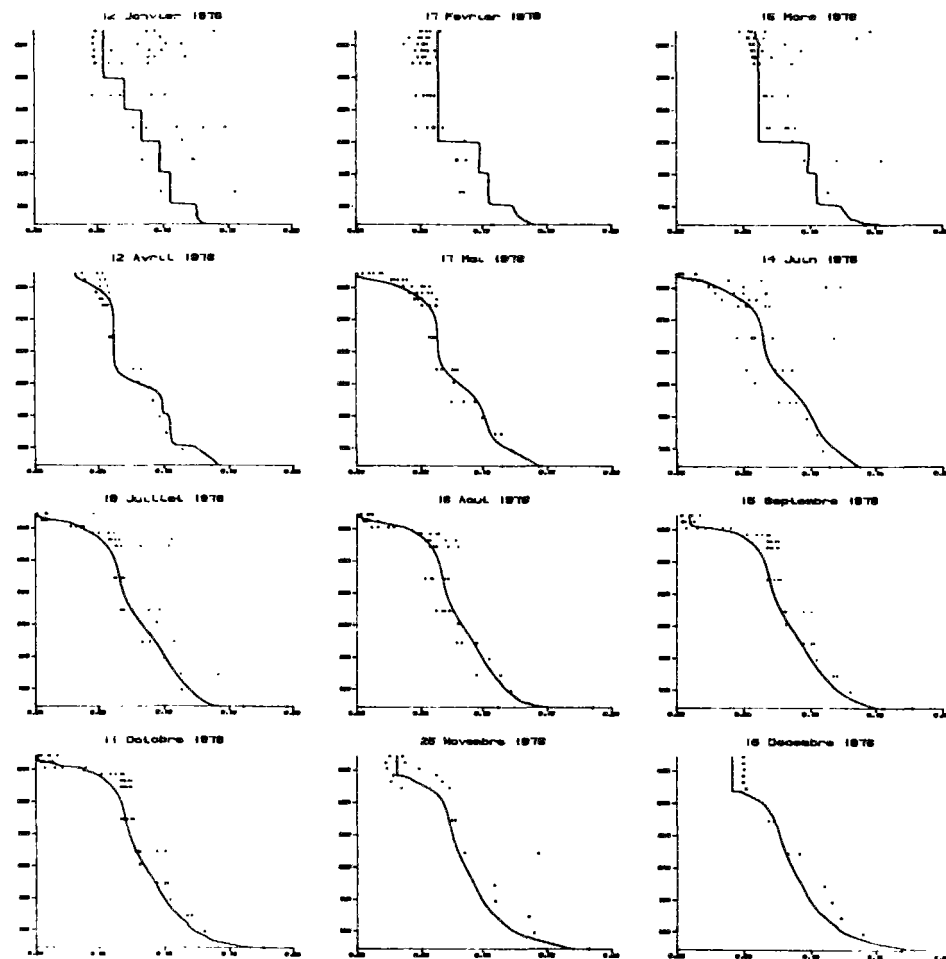
Kmn -20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>4.8</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



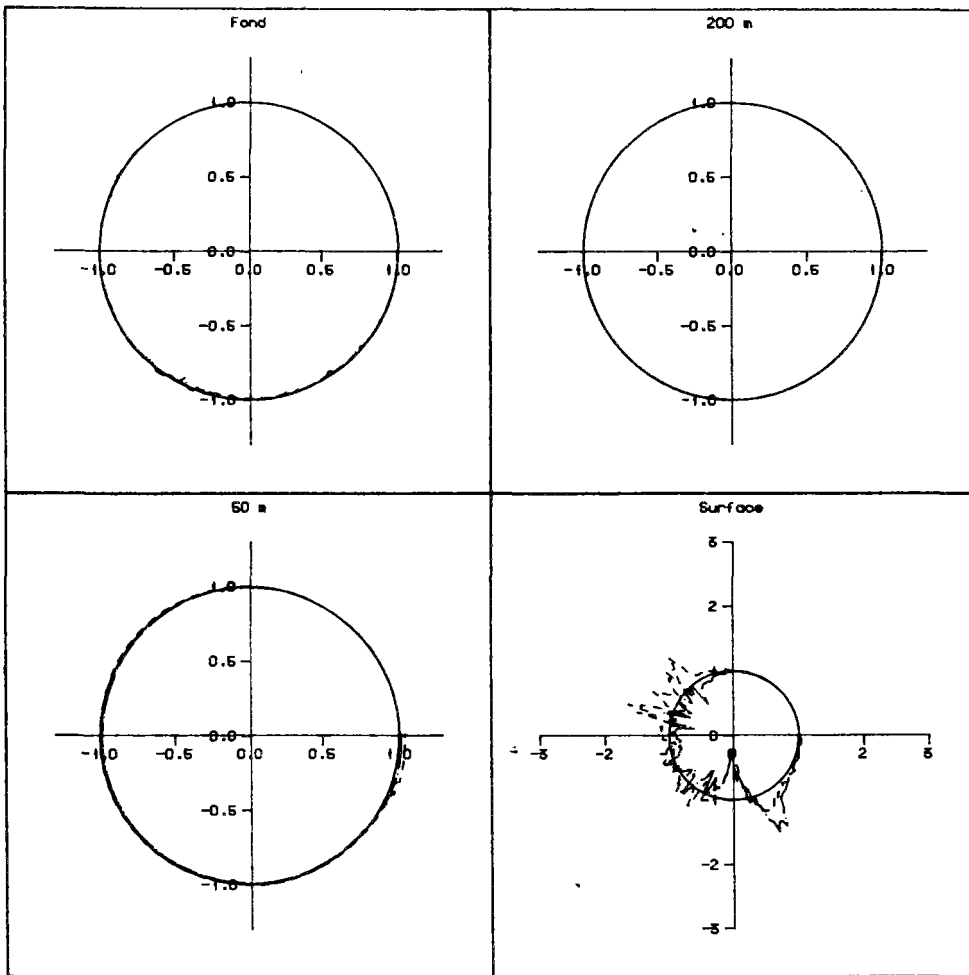
Kmn +50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>9.</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

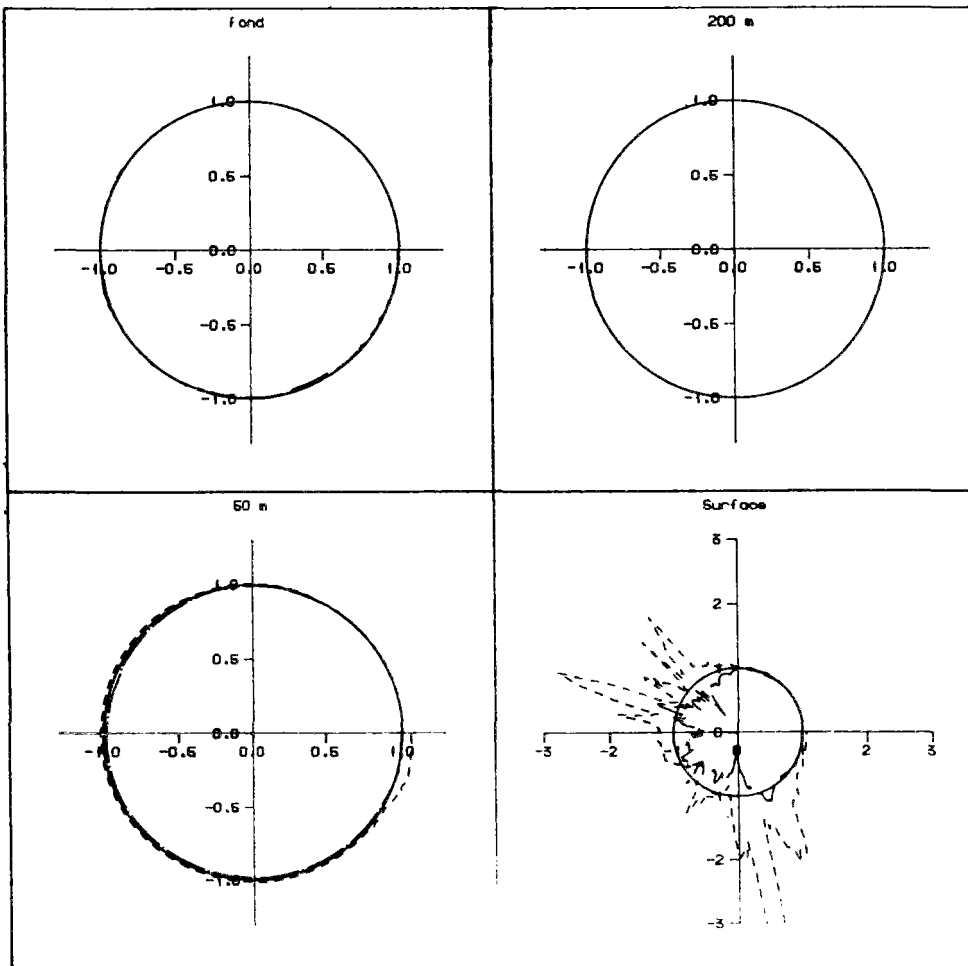


Kmn -50%

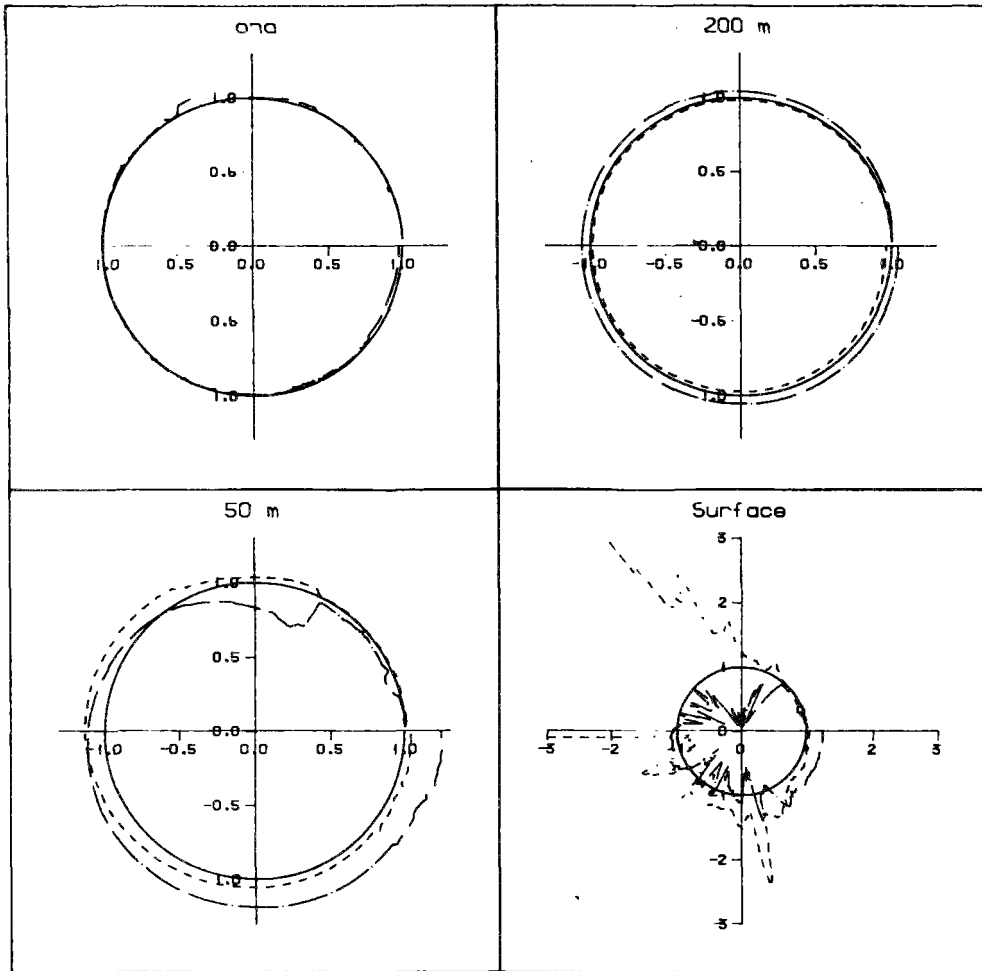
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
<u>Kmn (mg.m-3)</u>	<u>3.</u>
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Orthophosphates
 Kmn +10 % trait tireté
 Kmn -10 % trait mixte



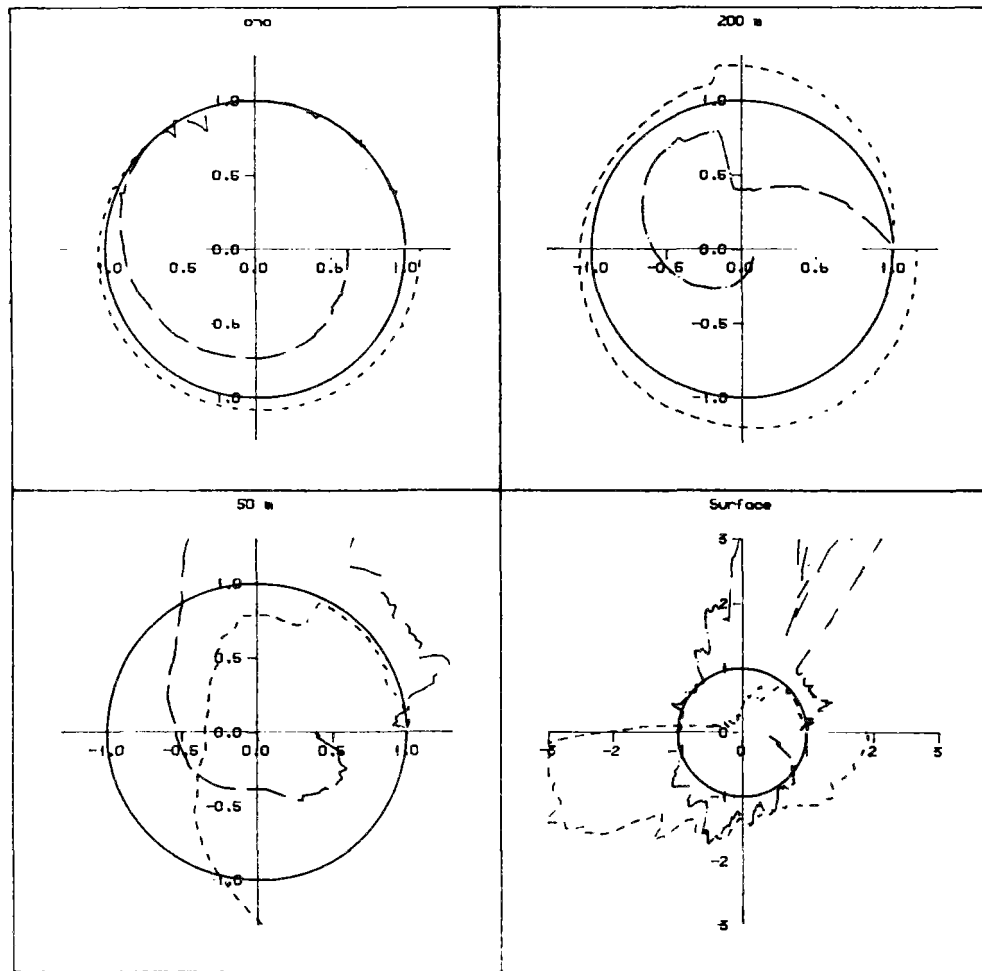
Orthophosphates
 Kmn +20 % trait tireté
 Kmn -20 % trait mixte



Orthophosphates

$\theta_p, \theta_d +10\%$ trait tireté

$\theta_p, \theta_d -10\%$ trait mixte



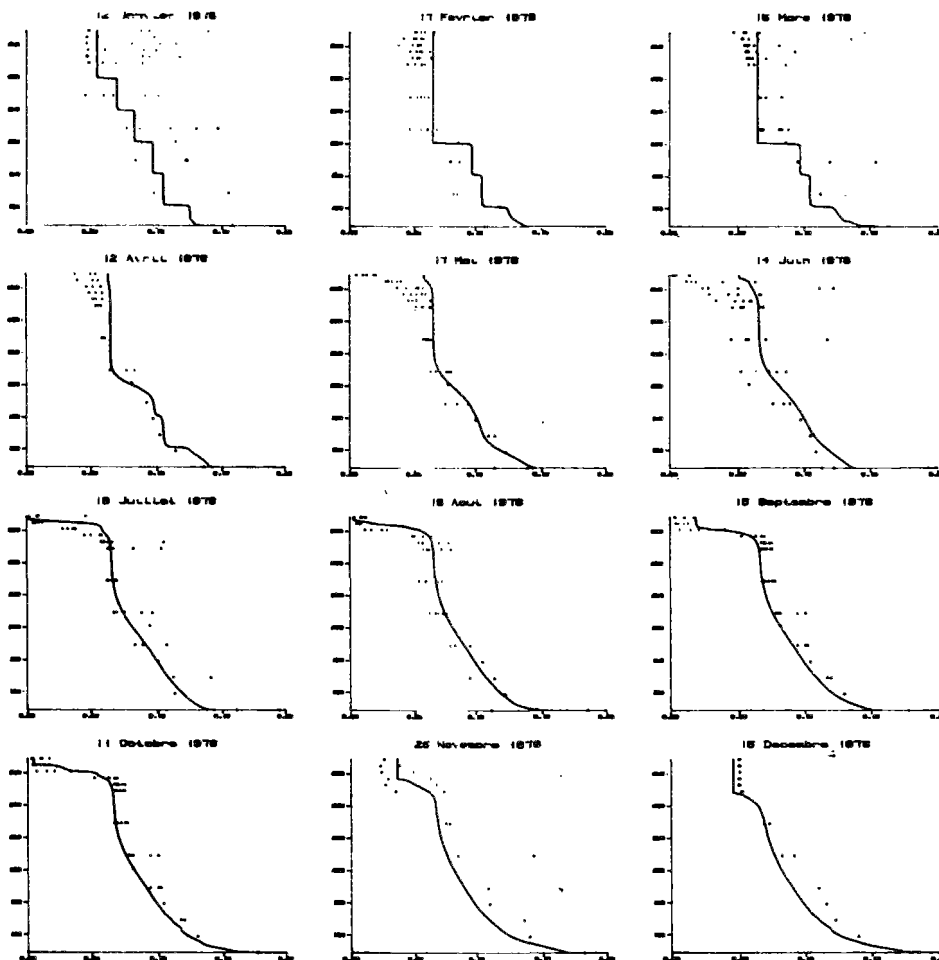
phosphore particulaire

$\theta_p, \theta_d +10\%$ trait tireté

$\theta_p, \theta_d -10\%$ trait mixte

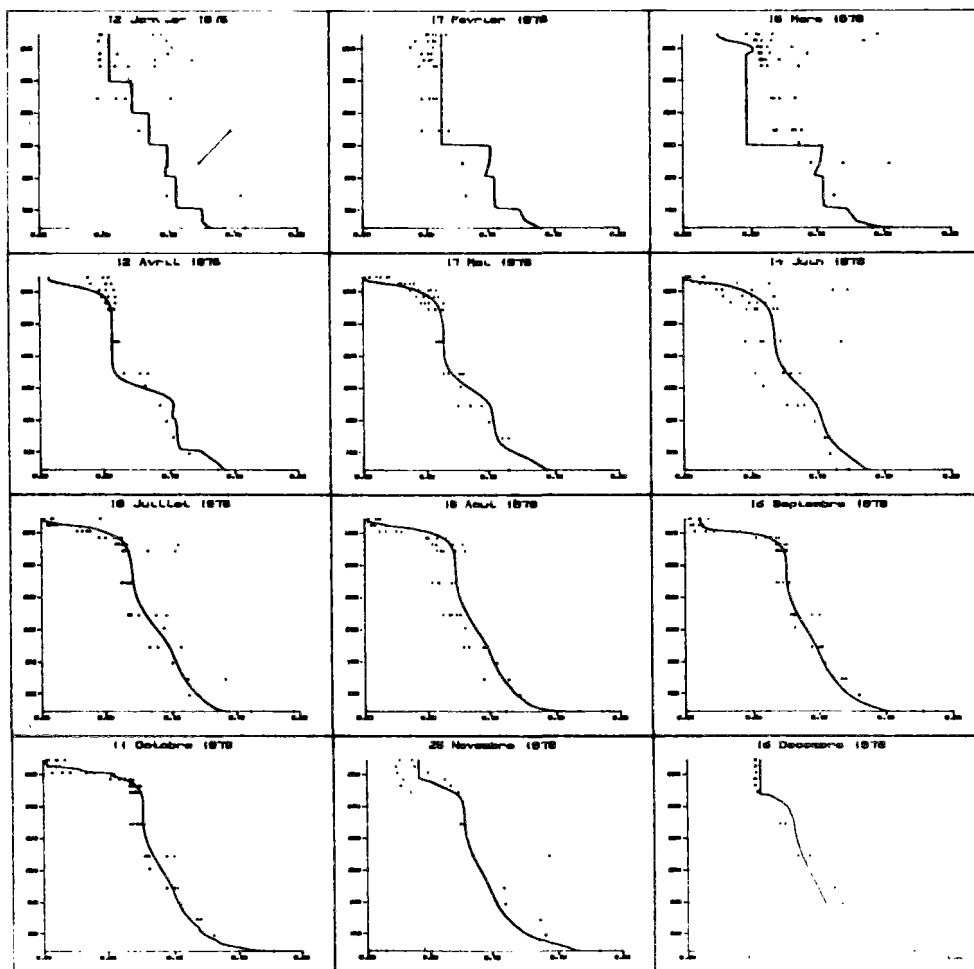
$\theta_p, \theta_d +10\%$

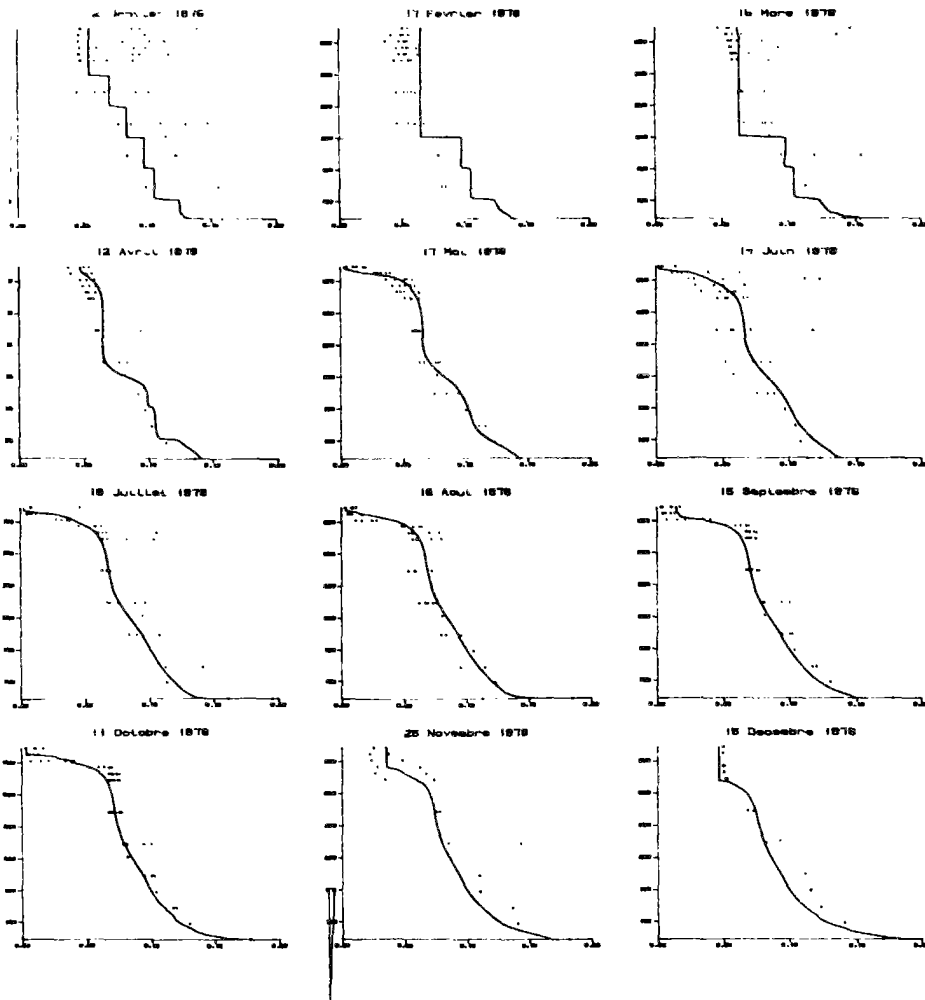
Kp (j-1)	1.04
<u>θ_p</u>	<u>1.14</u>
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
<u>θ_d</u>	<u>1.14</u>
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



$\theta_p, \theta_d -10\%$

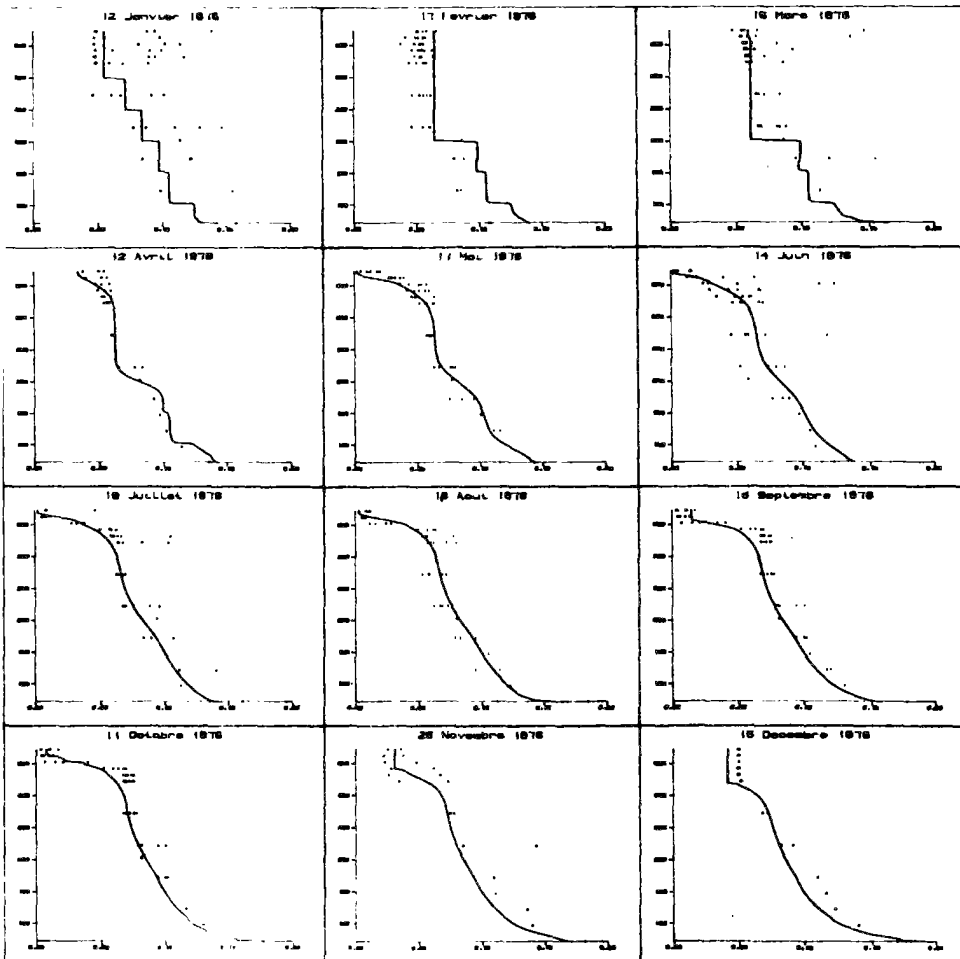
Kp (j-1)	1.04
<u>θ_p</u>	<u>0.936</u>
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
<u>θ_d</u>	<u>0.936</u>
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150





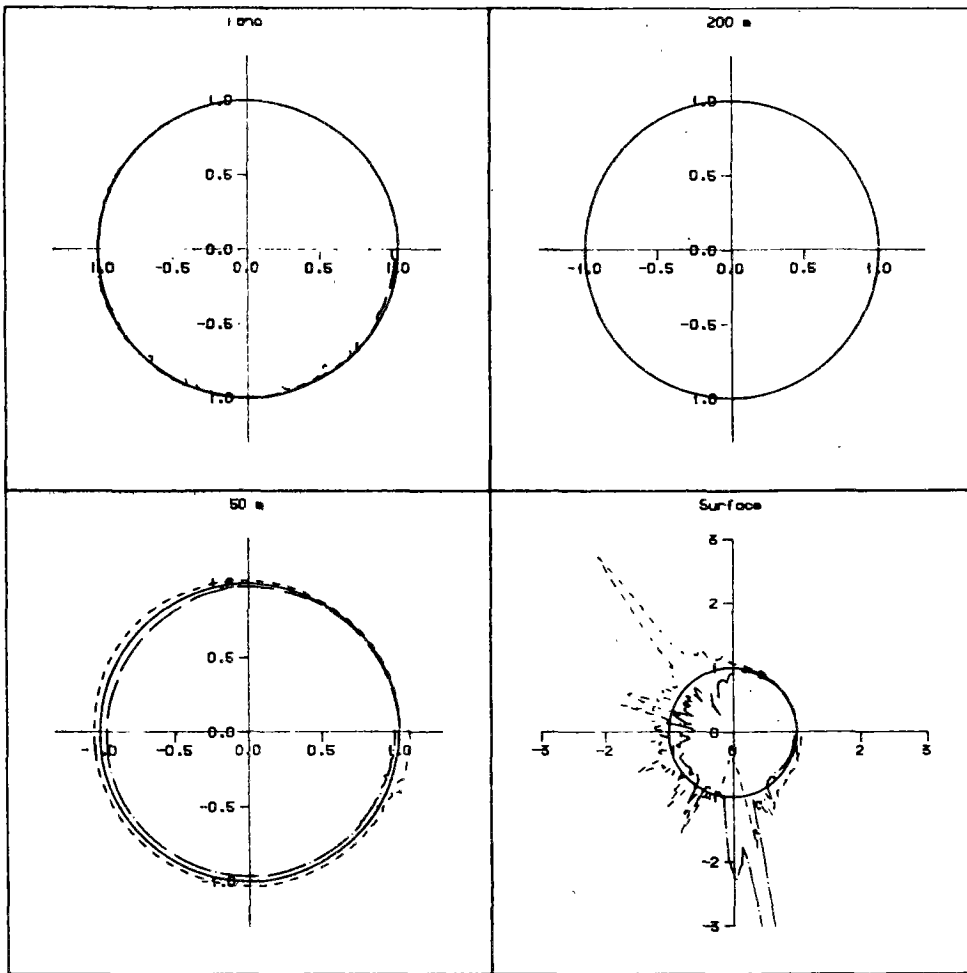
Kd +10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>85.10-3</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

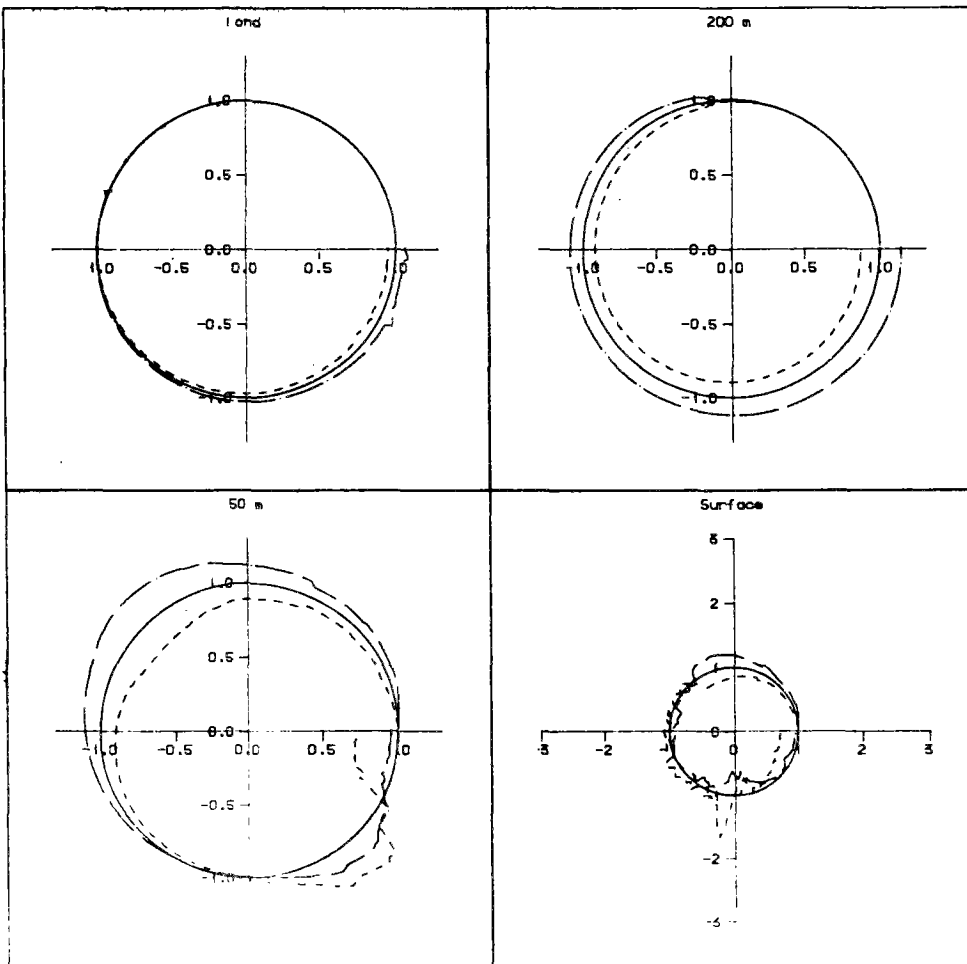


Kd -10%

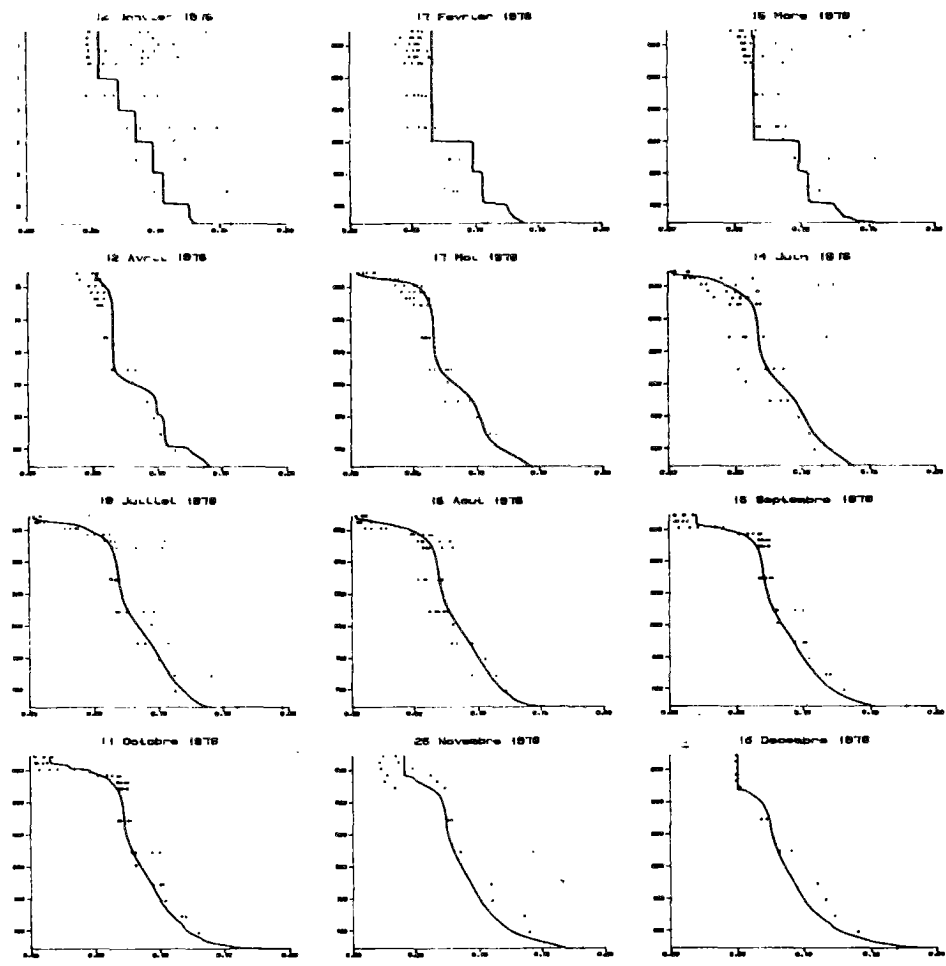
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>70.10-3</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Orthophosphates
 Kd +10 % trait tireté
 Kd -10 % trait mixte



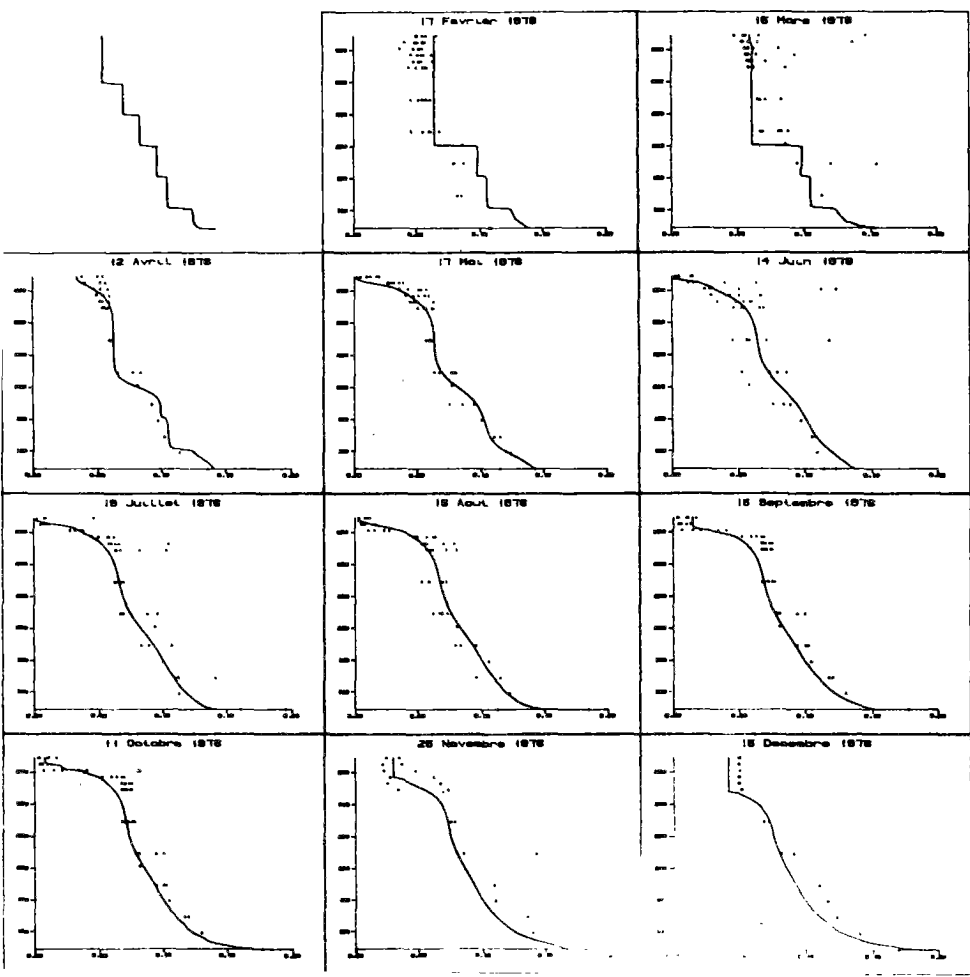
phosphore particulaire
 Kd +10 % trait tireté
 Kd -10 % trait mixte



=====

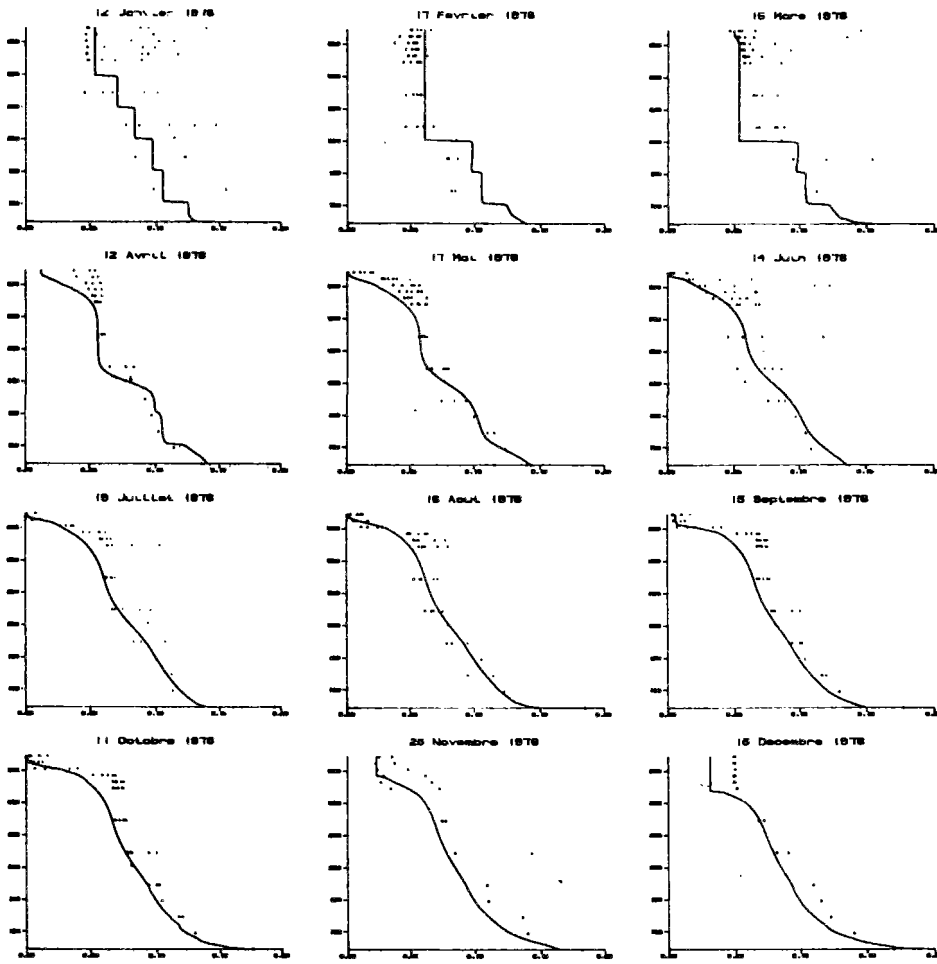
Kd +20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>94.10-3</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vèpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

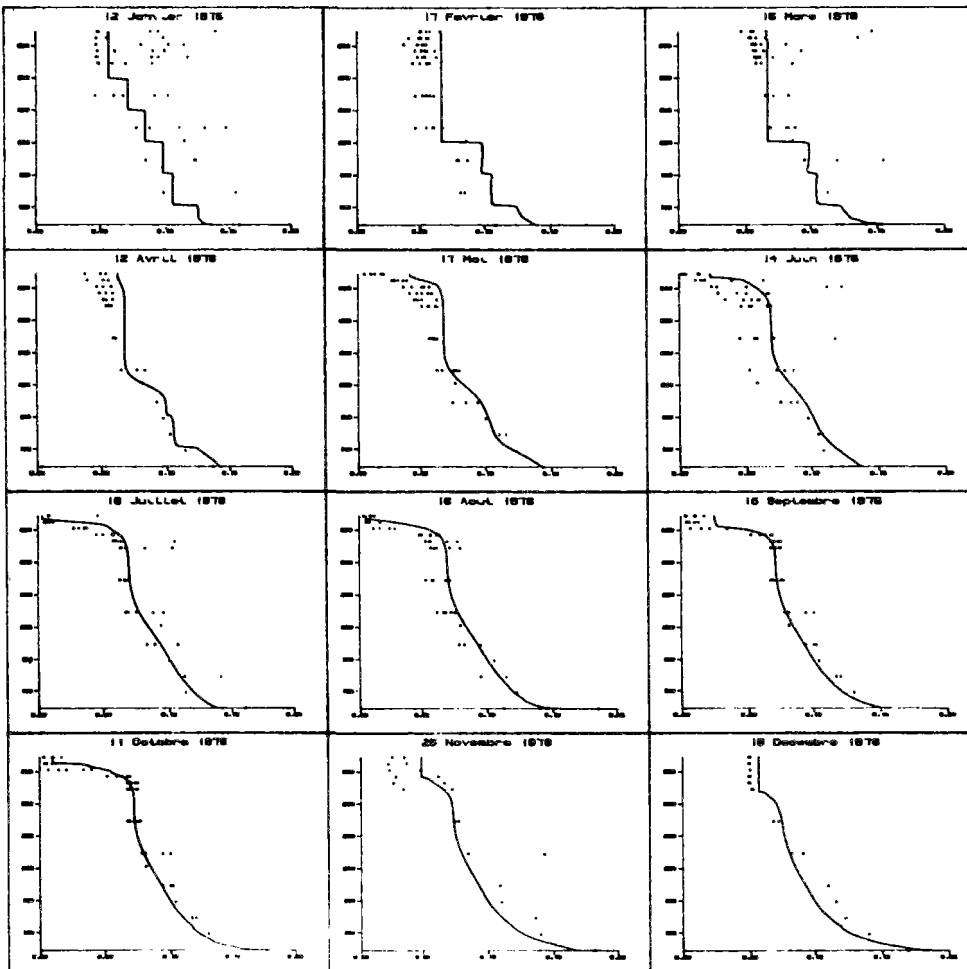


Kd -20%

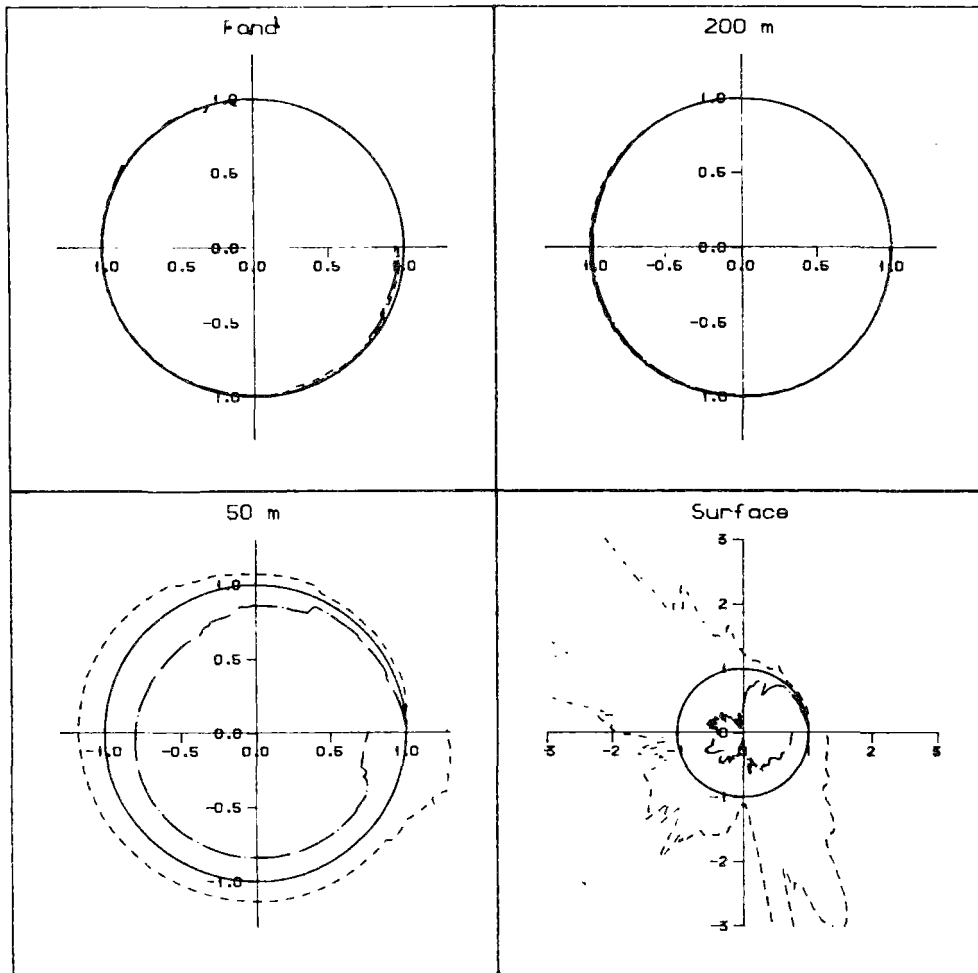
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>63.10-3</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vèpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



<u>Kd -50%</u>	
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>39.10-3</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



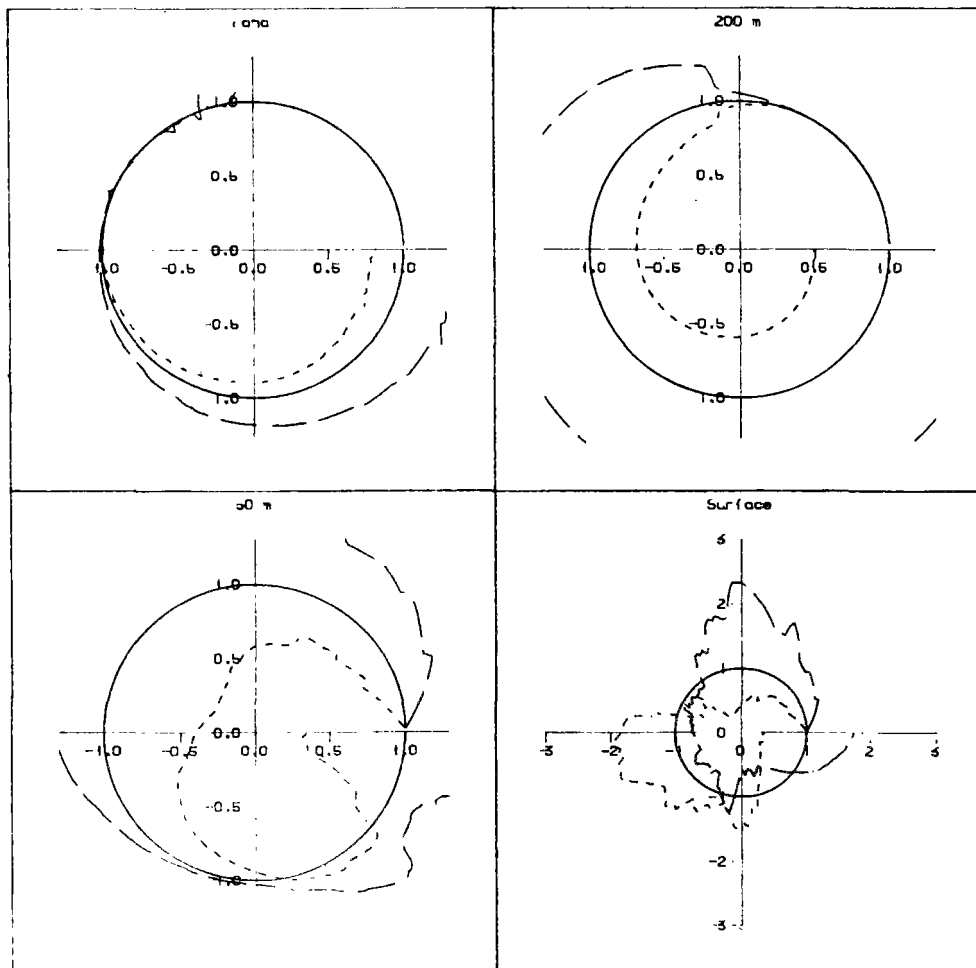
<u>Kd +50%</u>	
Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
<u>Kd (j-1)</u>	<u>117.10-</u>
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Orthophosphates

Kd +50 % trait tireté

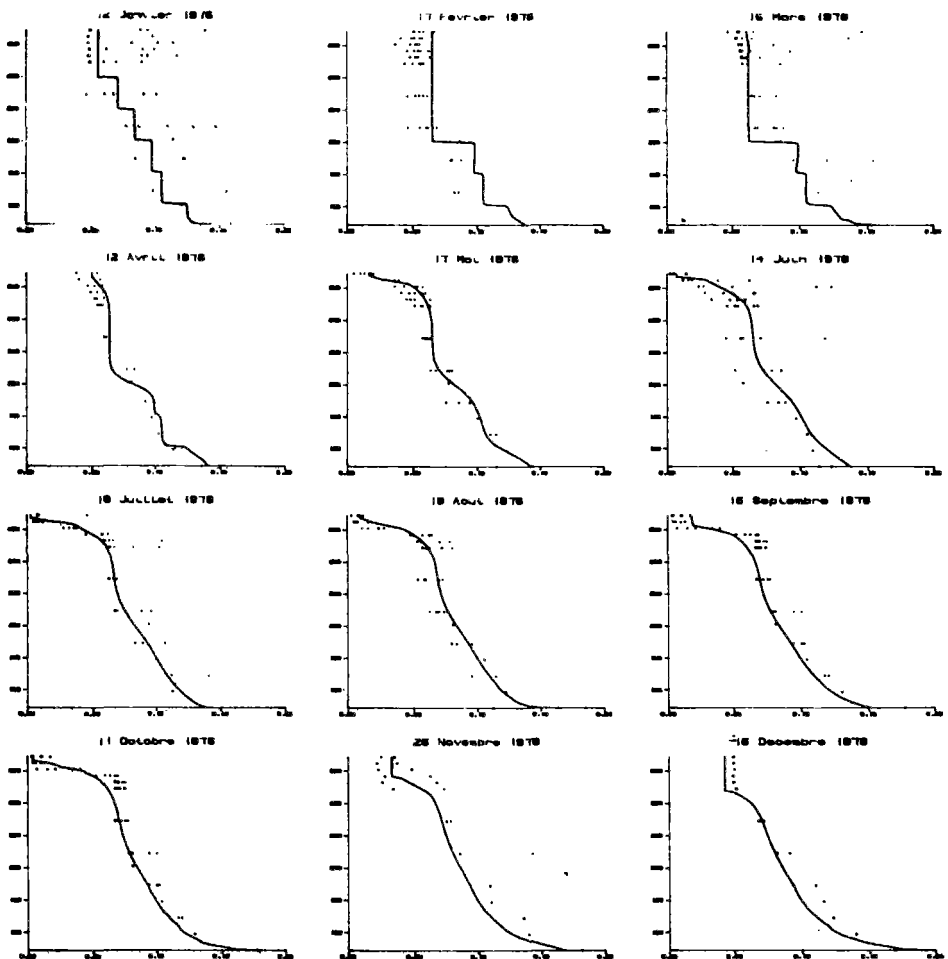
Kd -50 % trait mixte



phosphore particulaire

Kd +50 % trait tireté

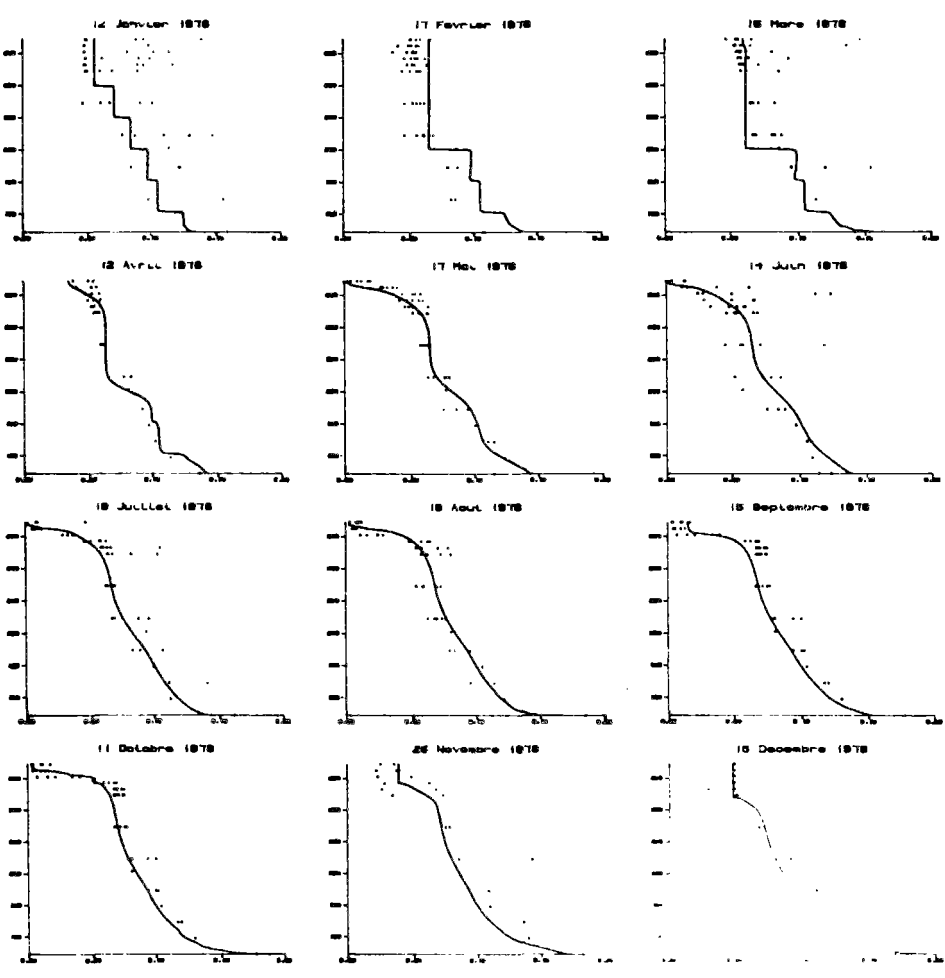
Kd -50 % trait mixte



=====

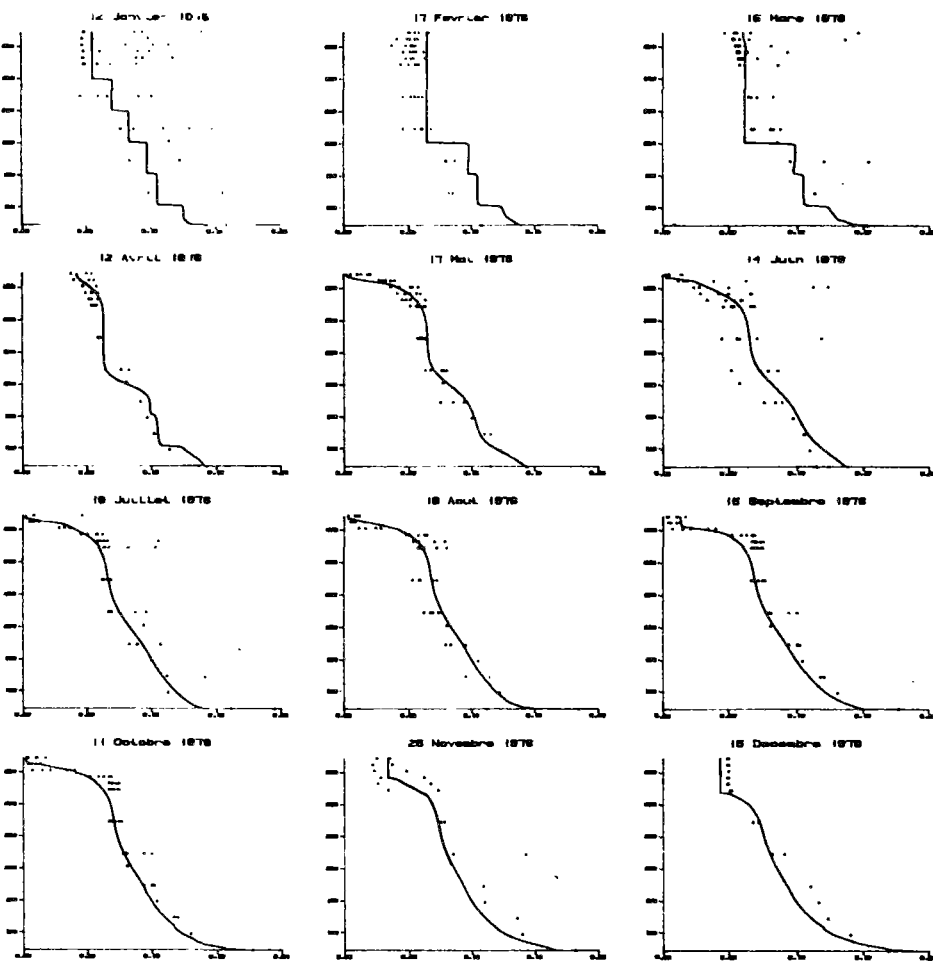
Vépi Yhvoo +50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
<u>Vs Vépi (m.j-1)</u>	<u>0.525</u>
<u>Yhvoo(m.j-1)</u>	<u>0.675</u>
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



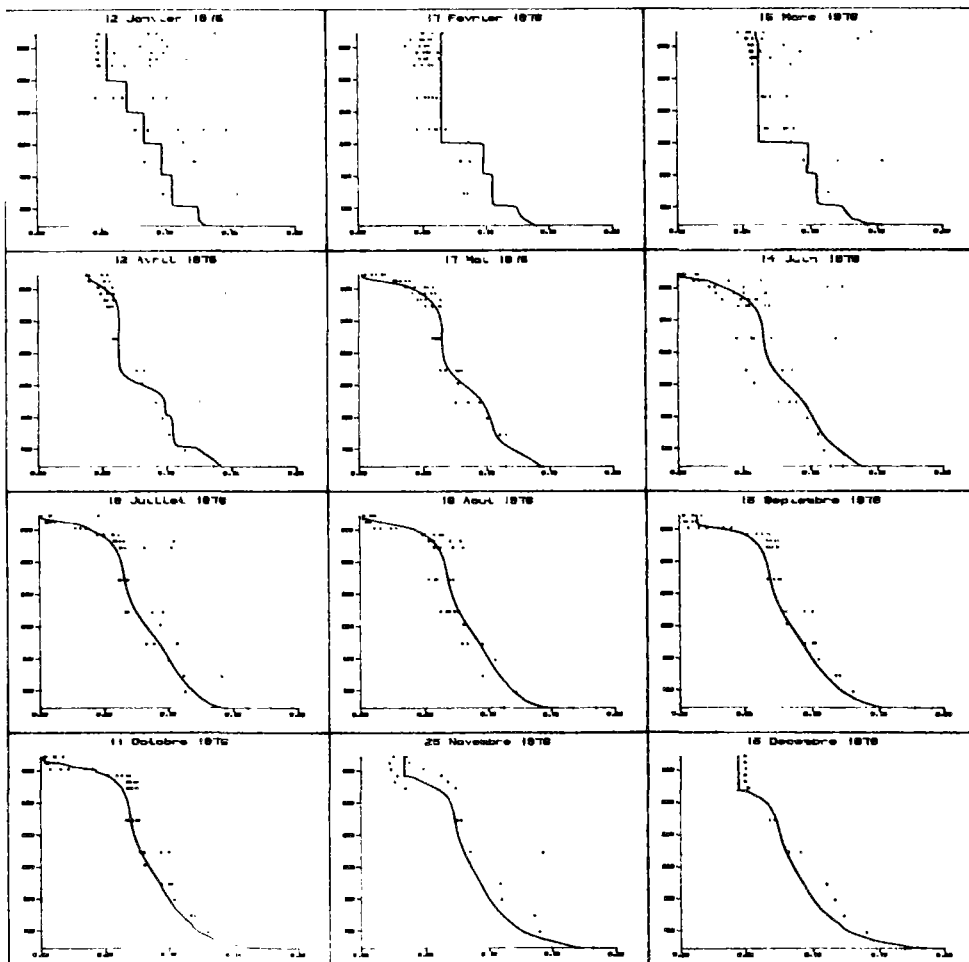
Vépi Yhvoo -50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
<u>Vs Vépi (m.j-1)</u>	<u>0.175</u>
<u>Yhvoo(m.j-1)</u>	<u>0.225</u>
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



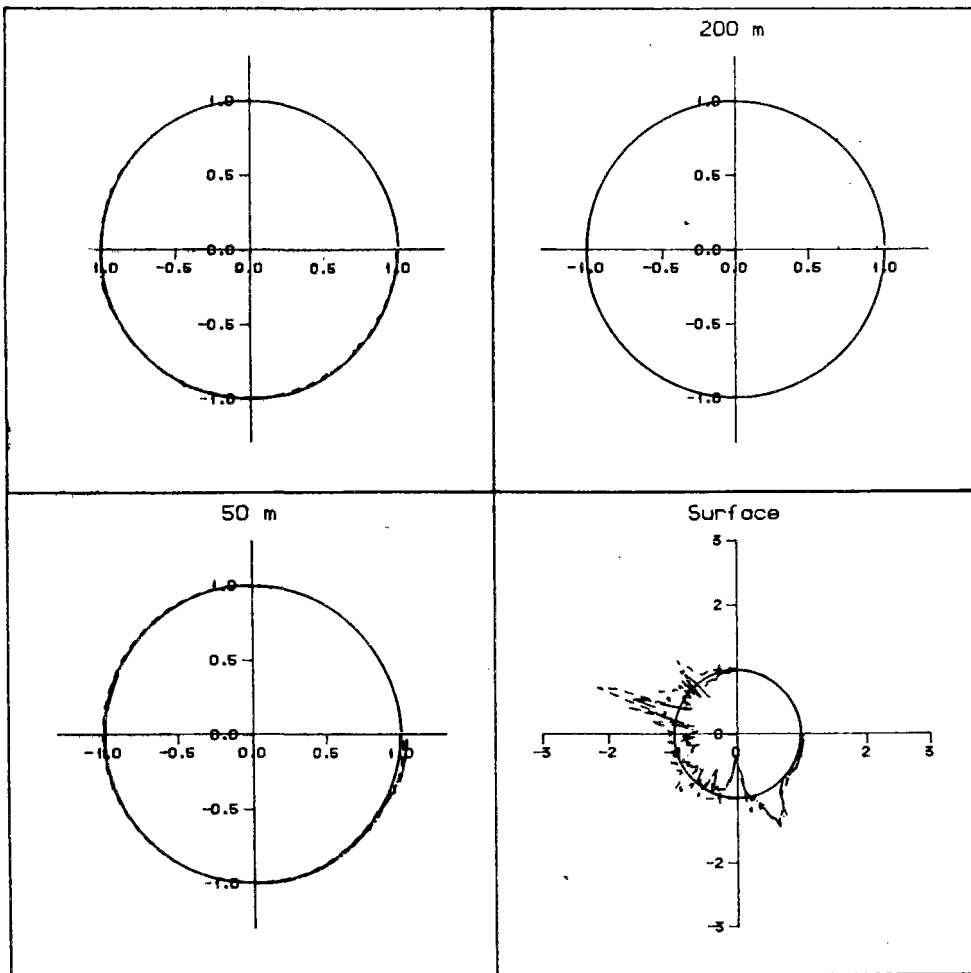
Vépi Vhypo +10%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	93.6.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
<u>Vs V&eacute;pi (m.j-1)</u>	<u>0.385</u>
<u>Vhypo(m.j-1)</u>	<u>0.495</u>
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Vépi Vhypo -10%

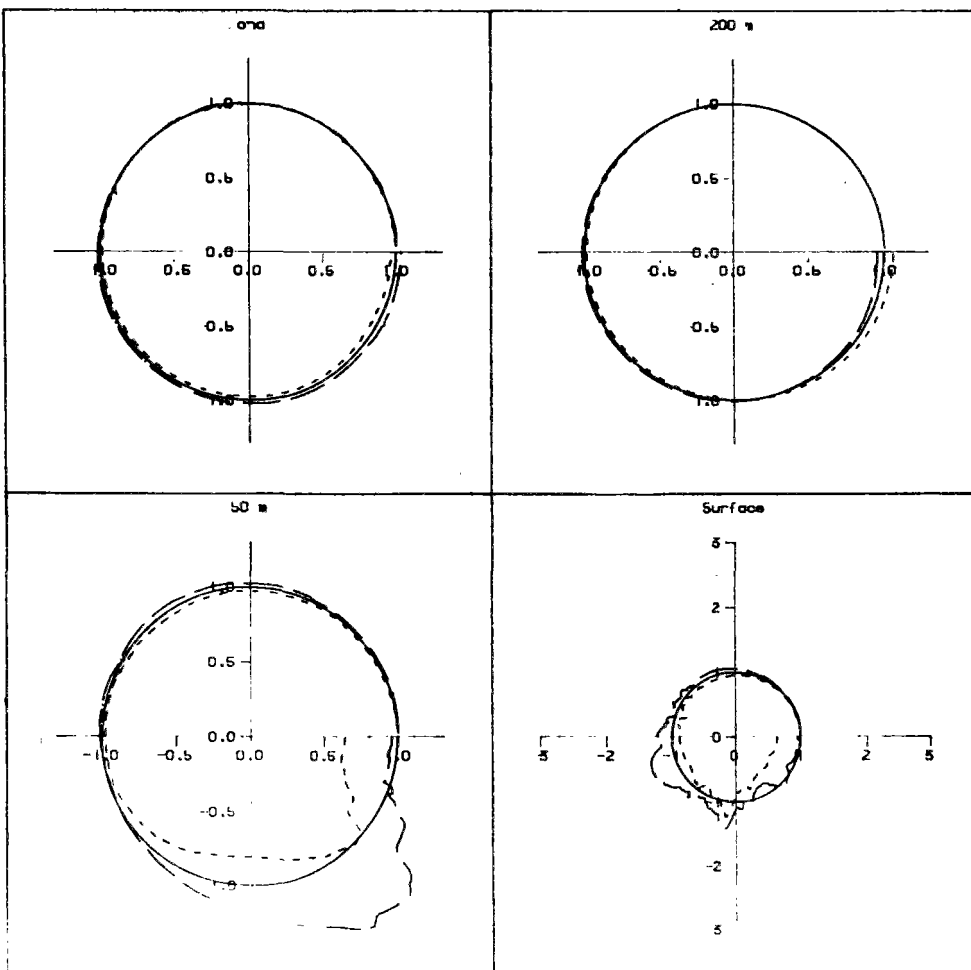
Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
<u>Vs V&eacute;pi (m.j-1)</u>	<u>0.315</u>
<u>Vhypo(m.j-1)</u>	<u>0.405</u>
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Orthophosphates

Vsédim +10 % trait tireté

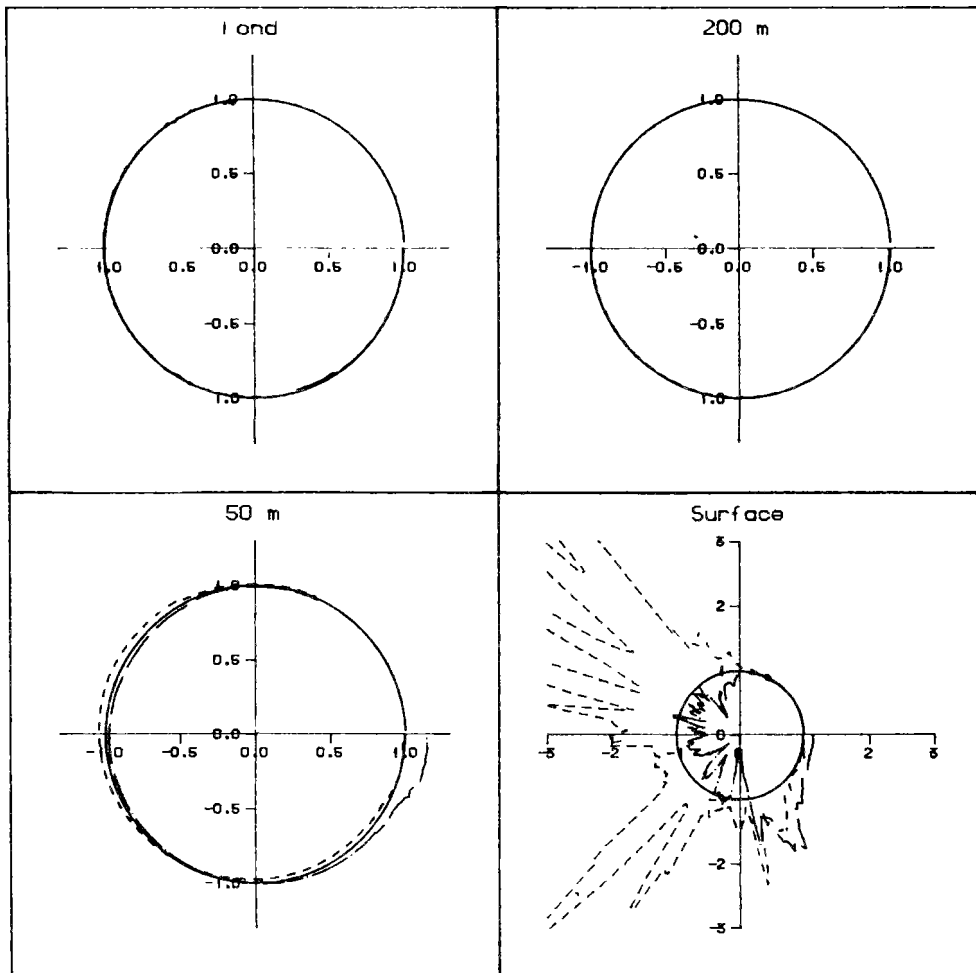
Vsédim -10 % trait mixte



phosphore particulaire

Vsédim +10 % trait tireté

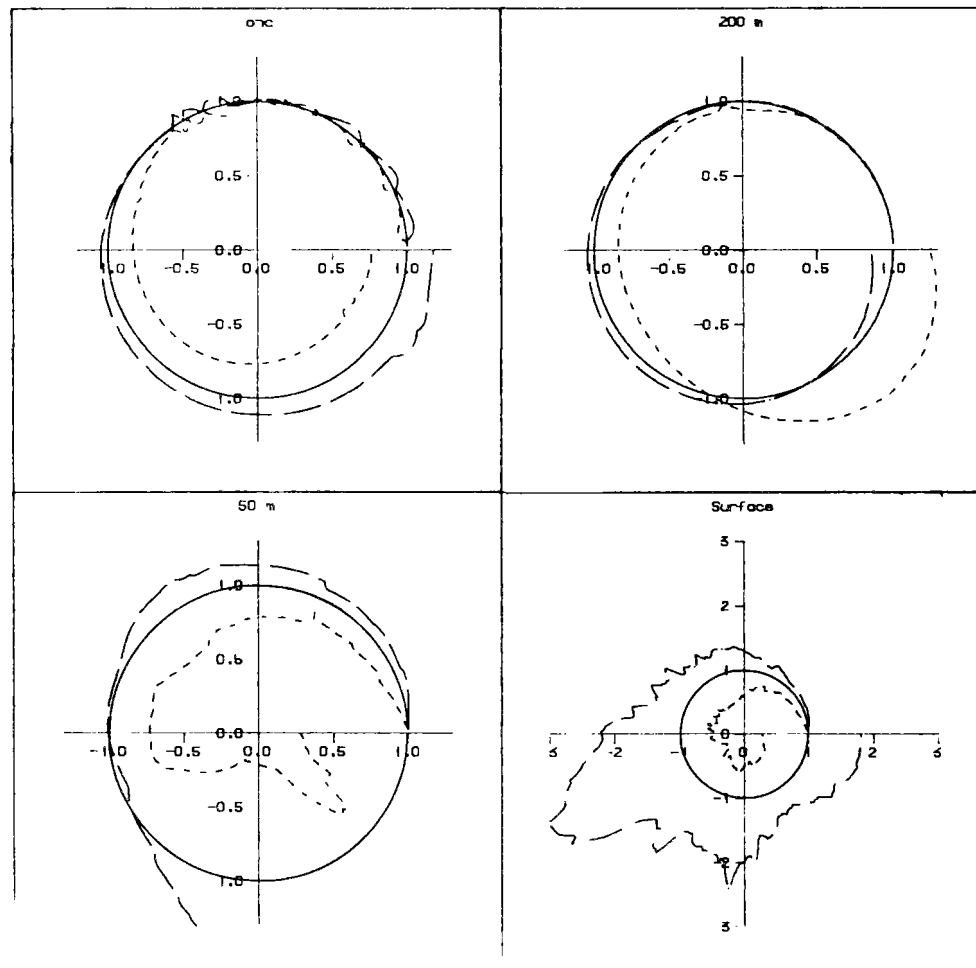
Vsédim -10 % trait mixte



Orthophosphates

Vsédim +50 % trait tireté

Vsédim -50 % trait mixte

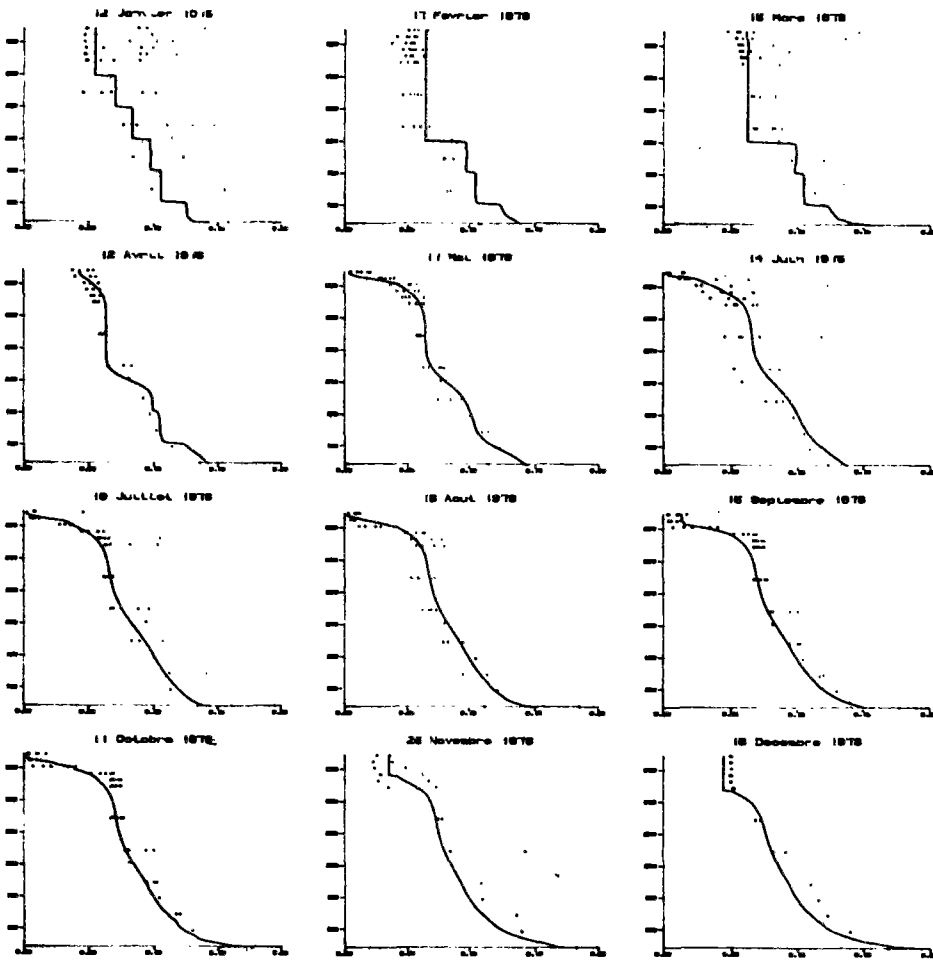


phosphore particulaire

Vsédim +50 % trait tireté

Vsédim -50 % trait mixte

=====

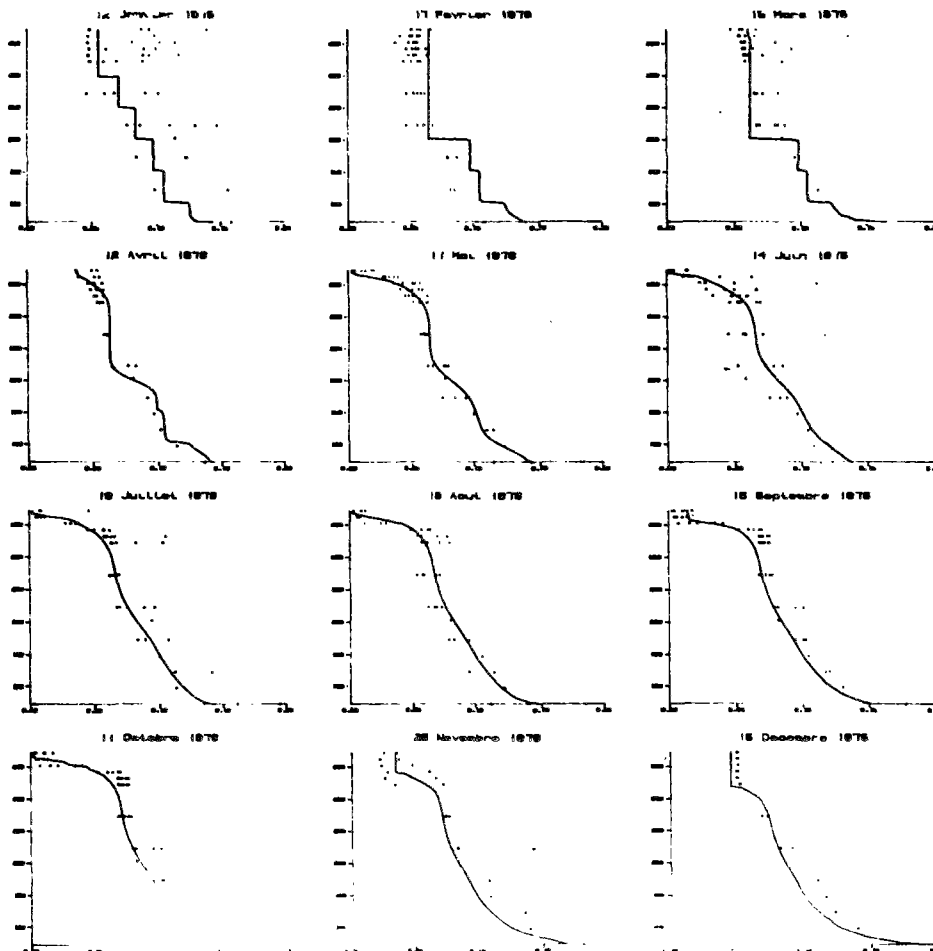


Vépi Vhypo +20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3

Vs Vépi (m.j-1) 0.42
Vhypo(m.j-1) 0.54

Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

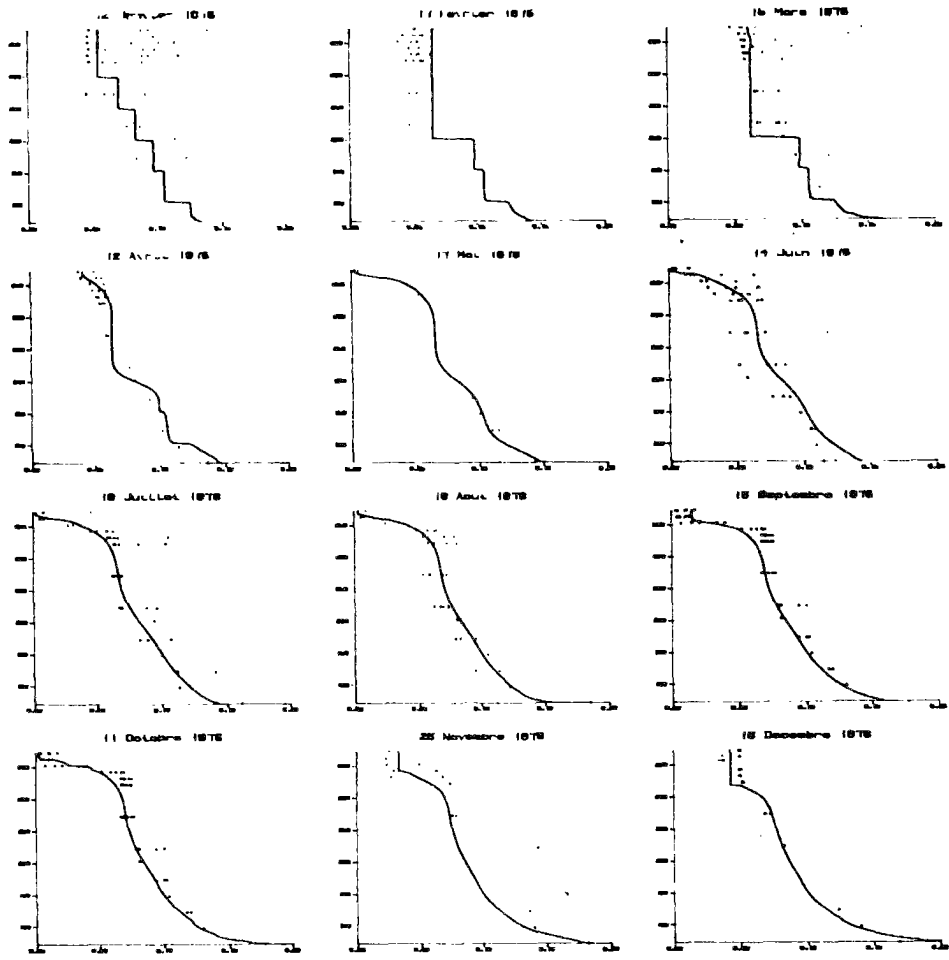


Vépi Vhypo -20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3

Vs Vépi (m.j-1) 0.28
Vhypo(m.j-1) 0.36

Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

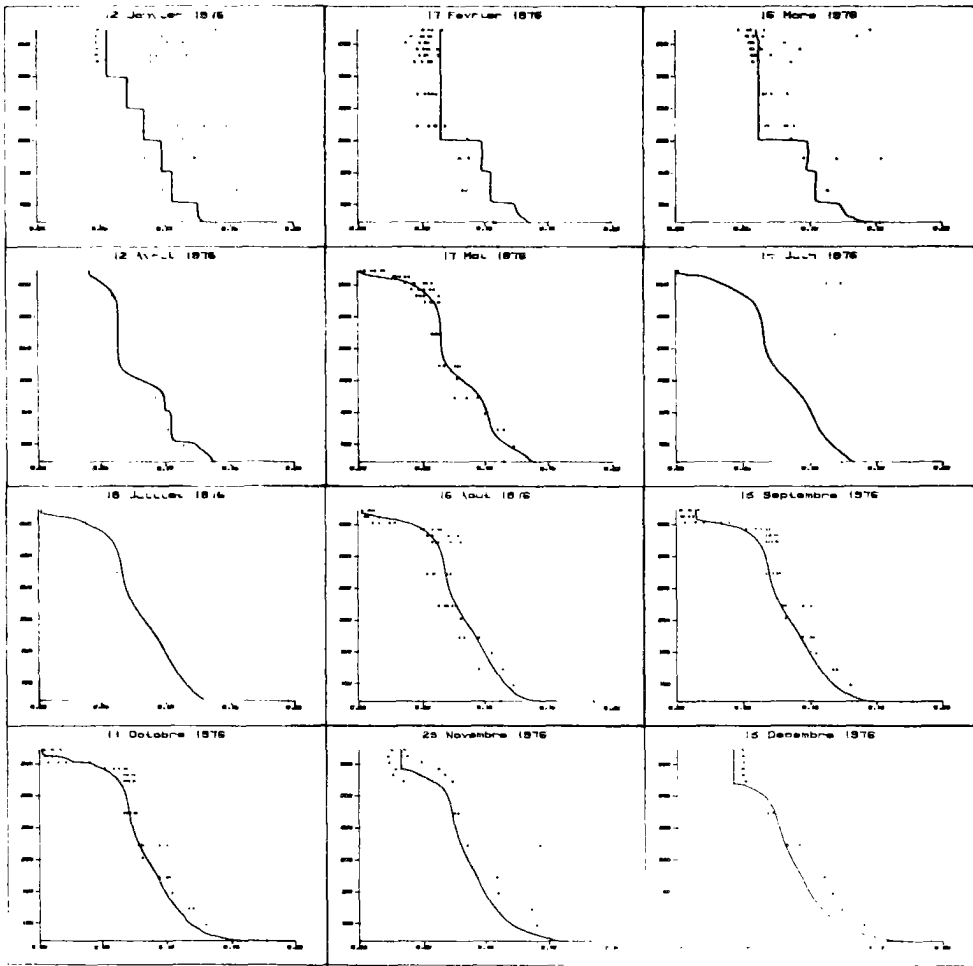


Relargmax = 207

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45

Relargmax
(mg.m-2.j-1) 4.44

Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

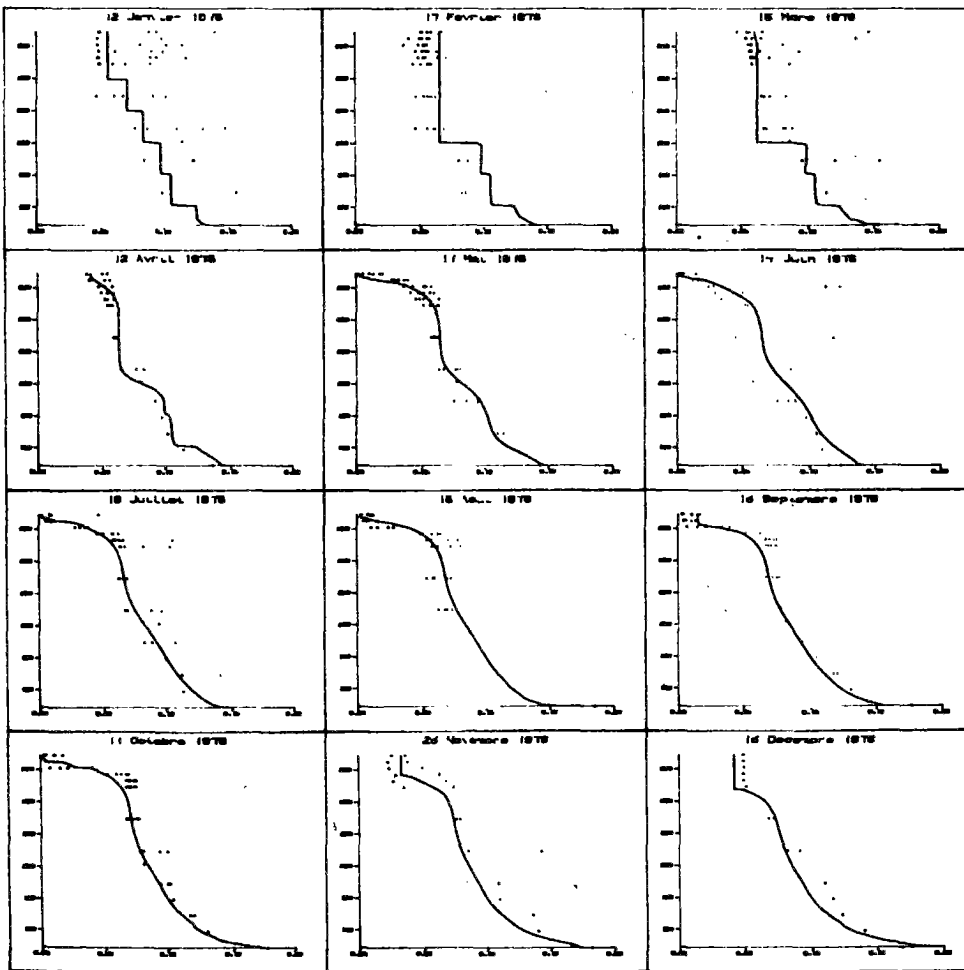


Relargmax = 207

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45

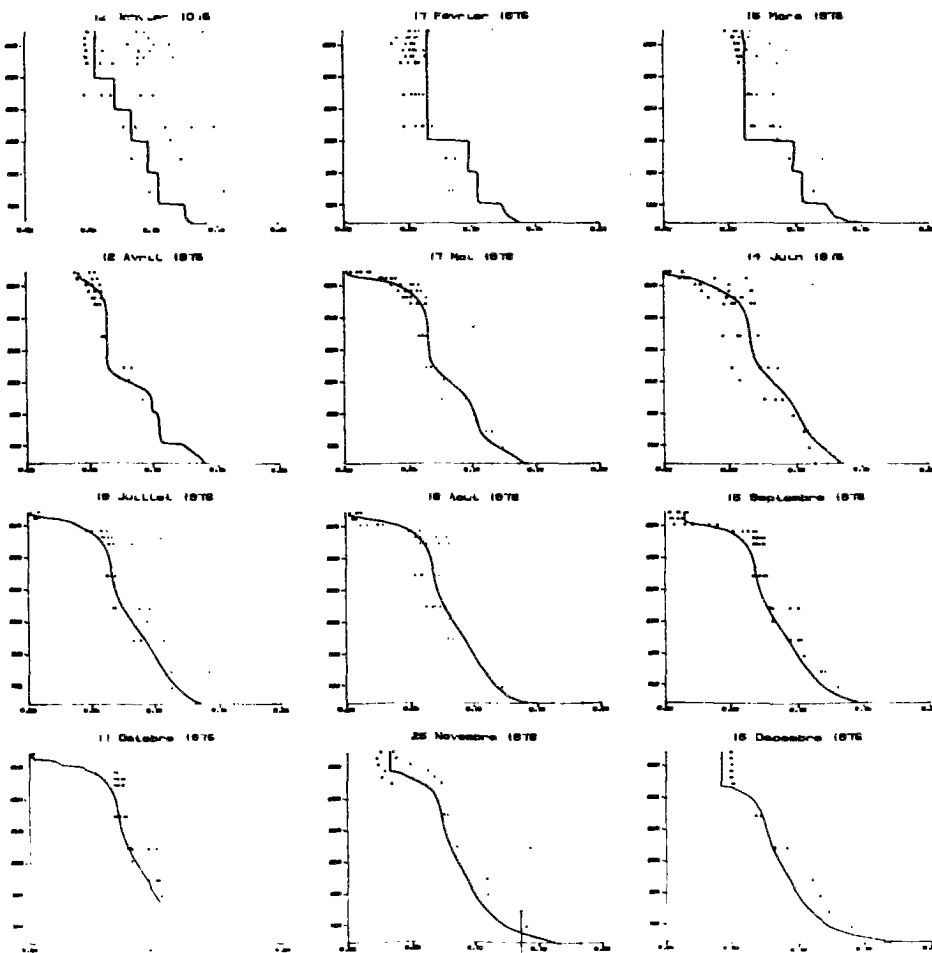
Relargmax
(mg.m-2.j-1) 2.96

Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



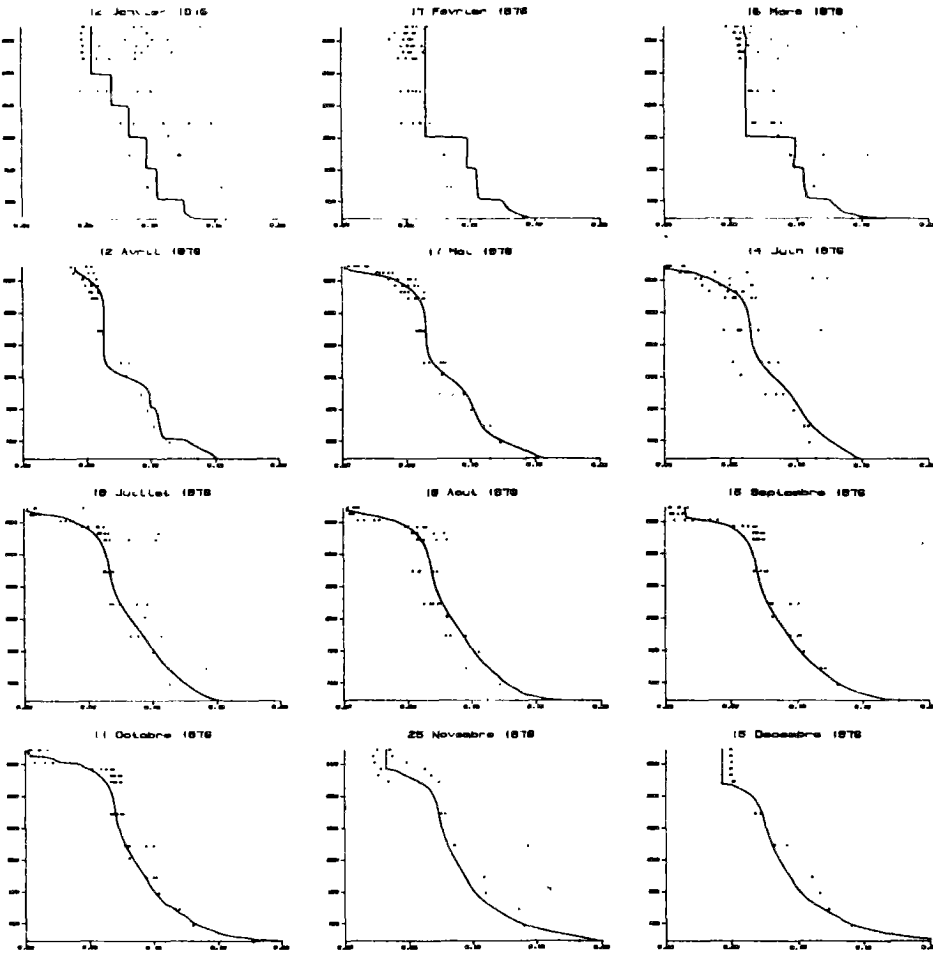
=====
Relargmax +10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
<u>Relargmax</u>	<u>4.07</u>
(mg.m-2.j-1)	
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



Relargmax -10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
<u>Relargmax</u>	<u>3.33</u>
(mg.m-2.j-1)	
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

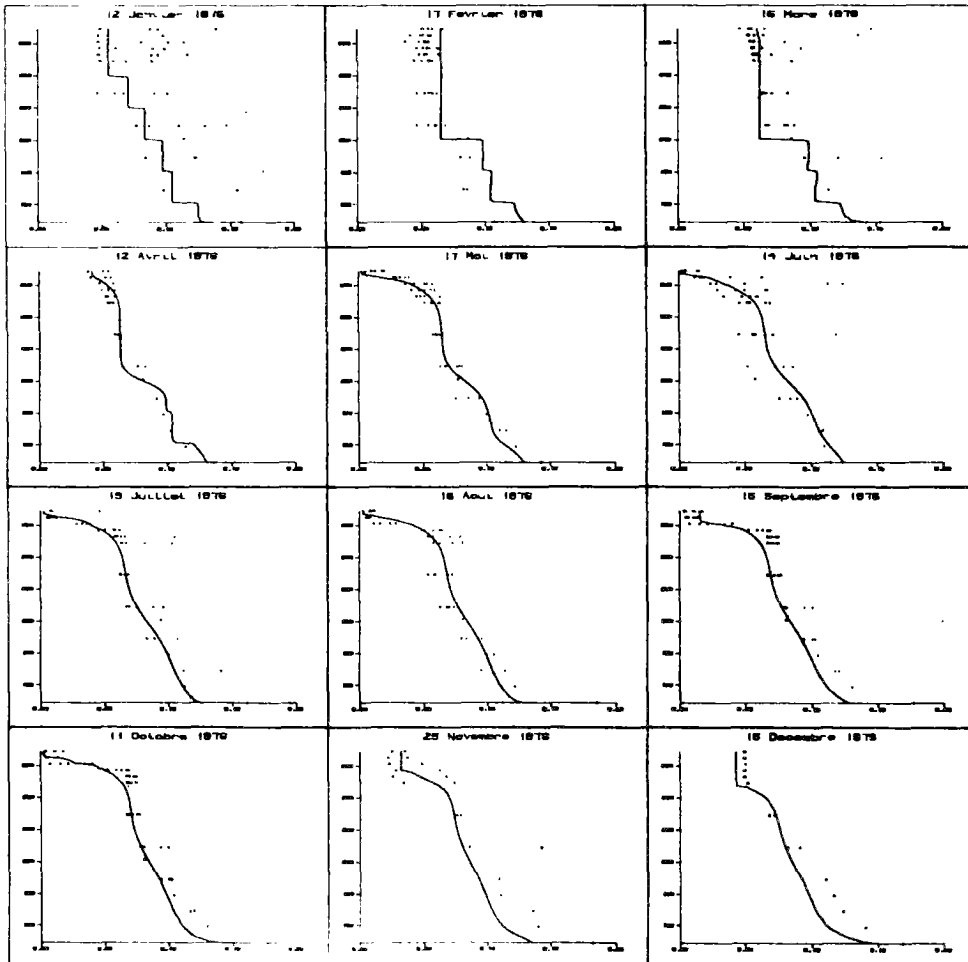


Relargmax +50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45

Relargmax (mg.m-2.j-1) 5.55

Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

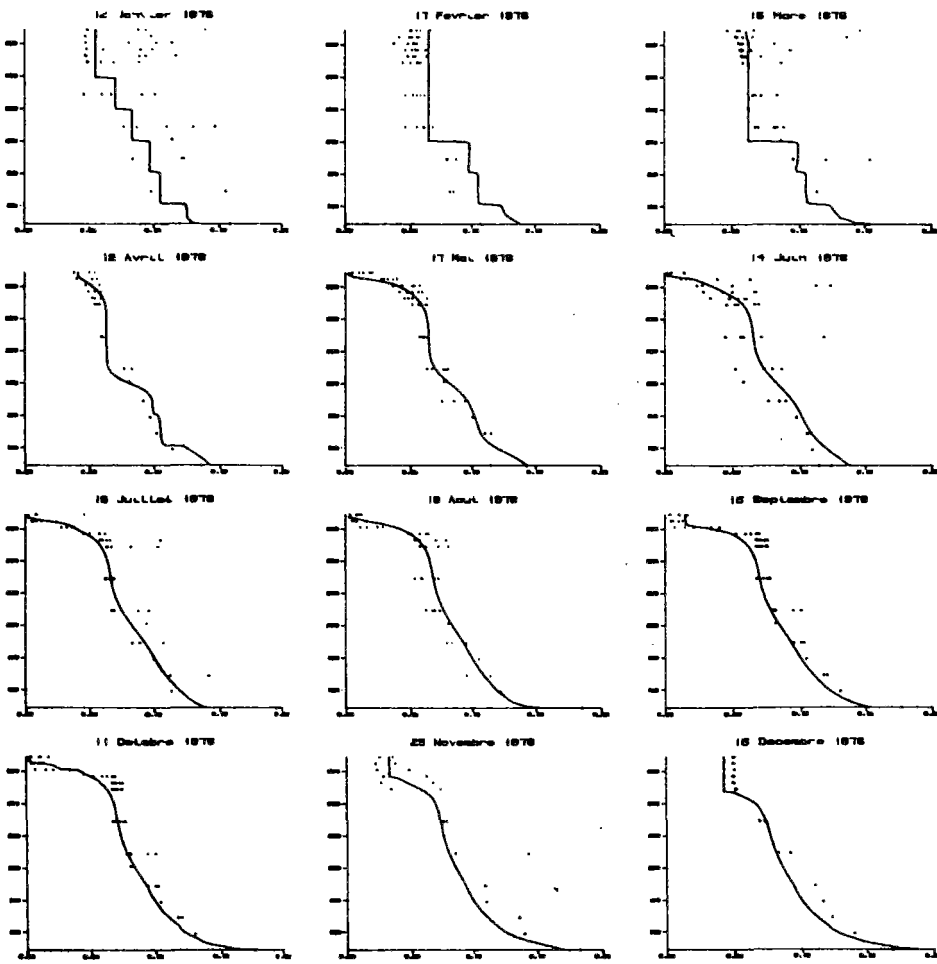


Relargmax -50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45

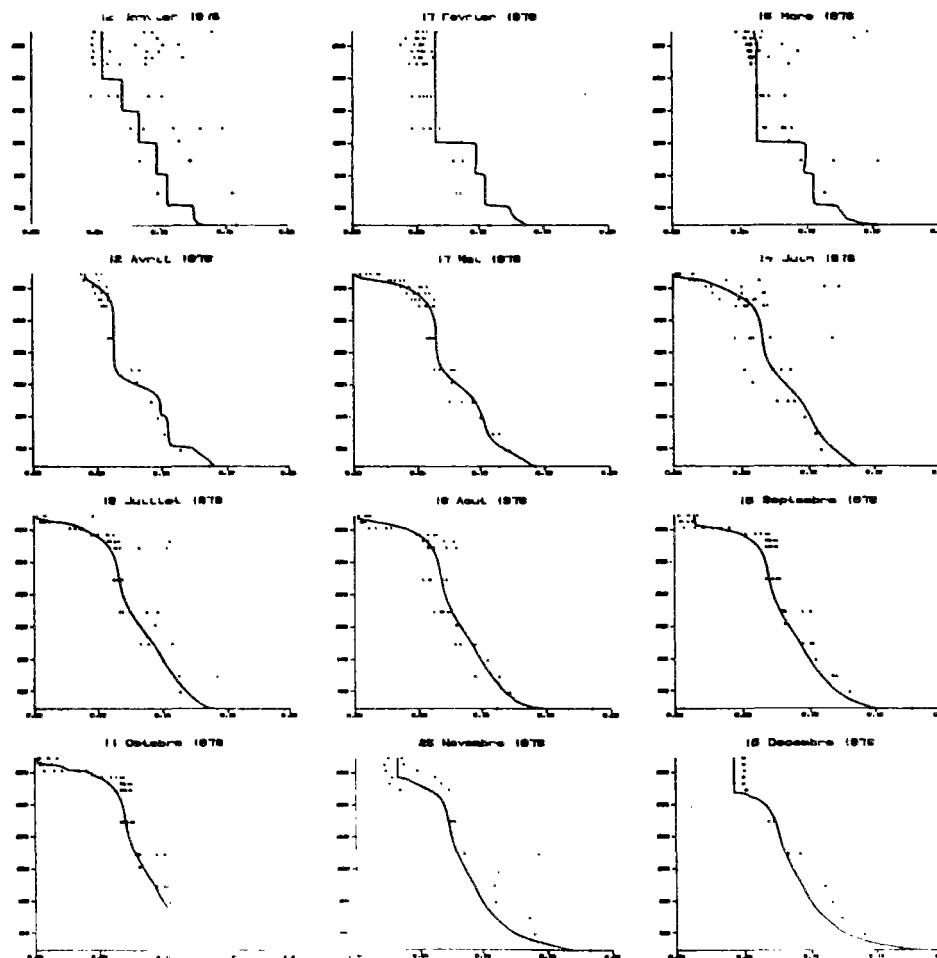
Relargmax (mg.m-2.j-1) 1.85

Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



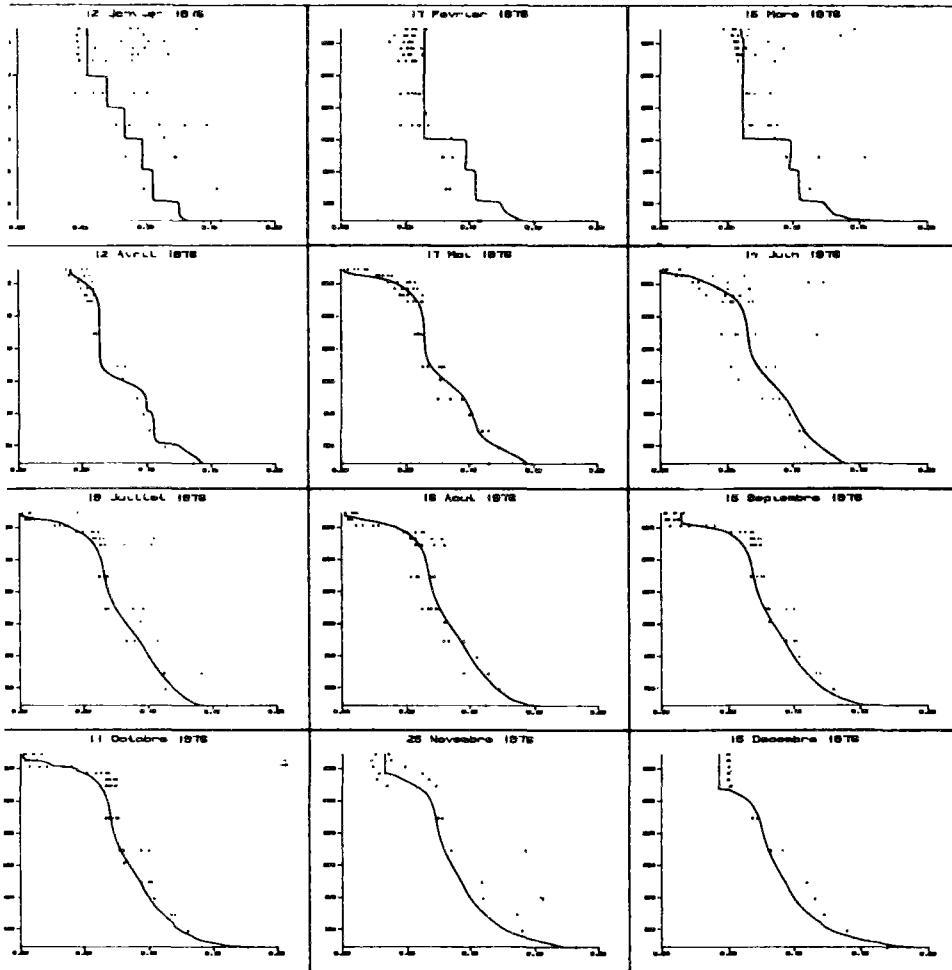
Ko +10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>Ko (mg.l-1)</u>	<u>1.07</u>
Kop (mg.m-3)	150



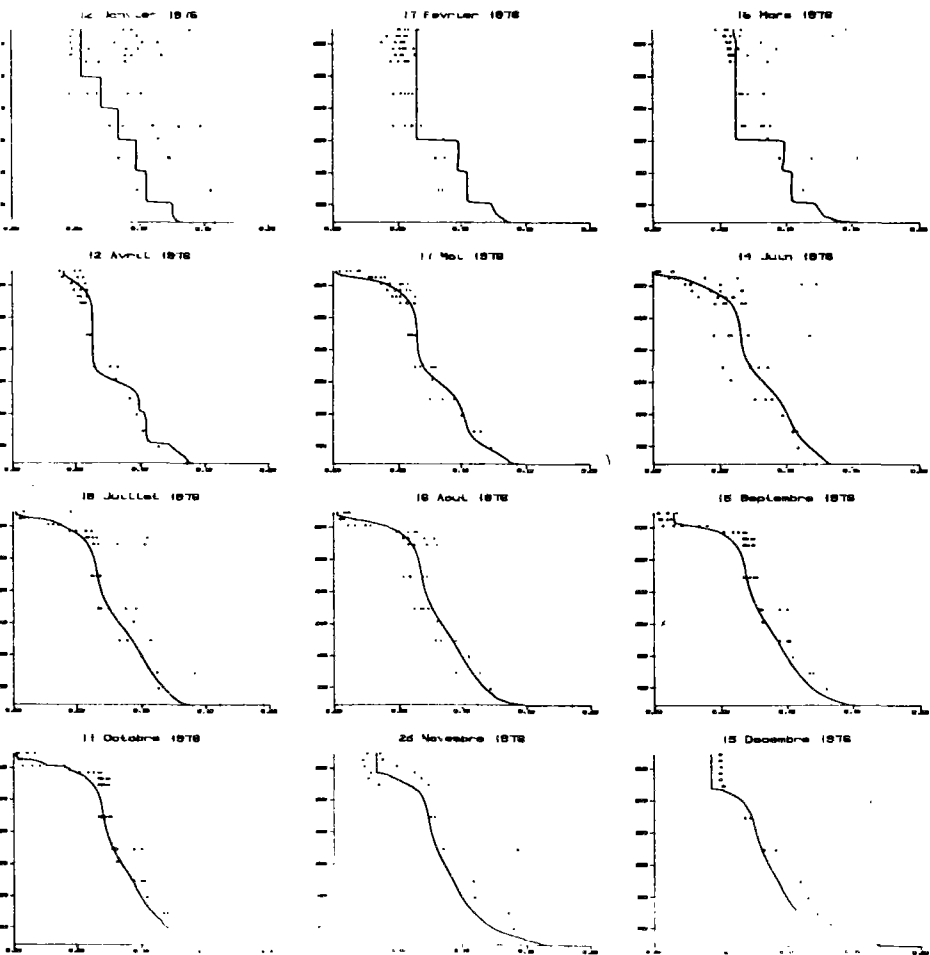
Ko -10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>Ko (mg.l-1)</u>	<u>1.53</u>
Kop (mg.m-3)	150



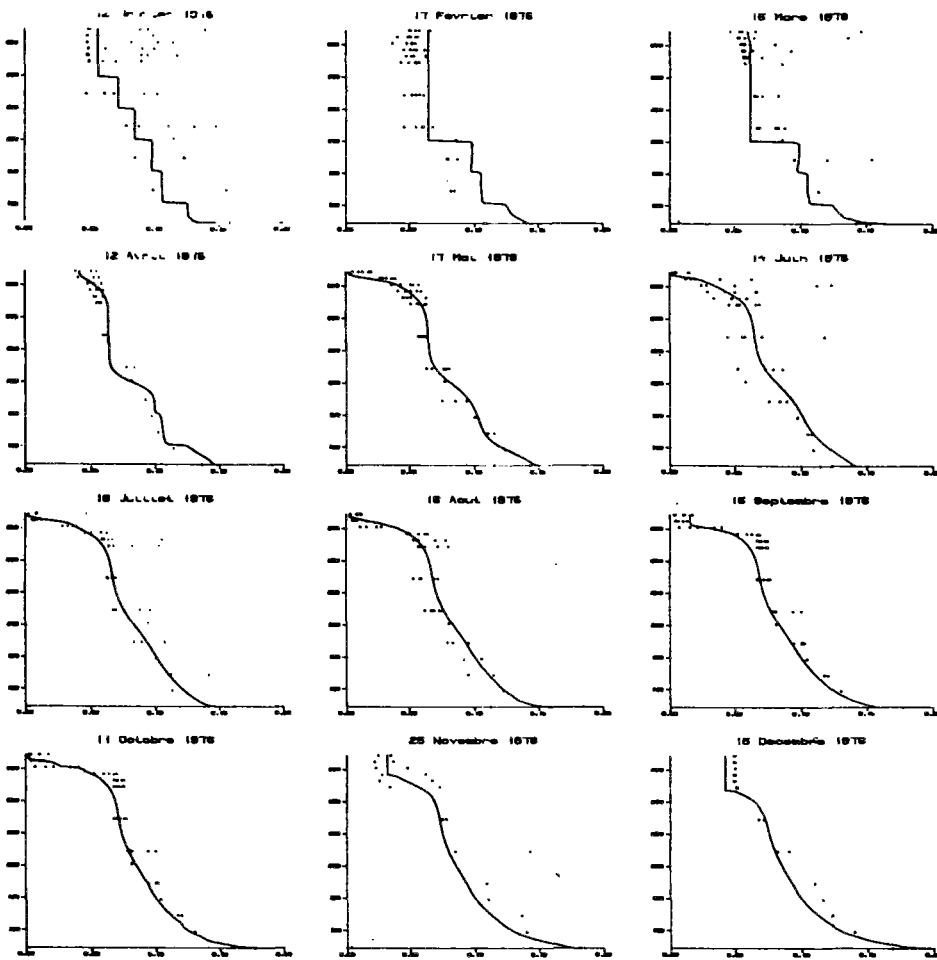
Ko +20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>Ko (mg.l-1)</u>	<u>2.04</u>
Kop (mg.m-3)	150



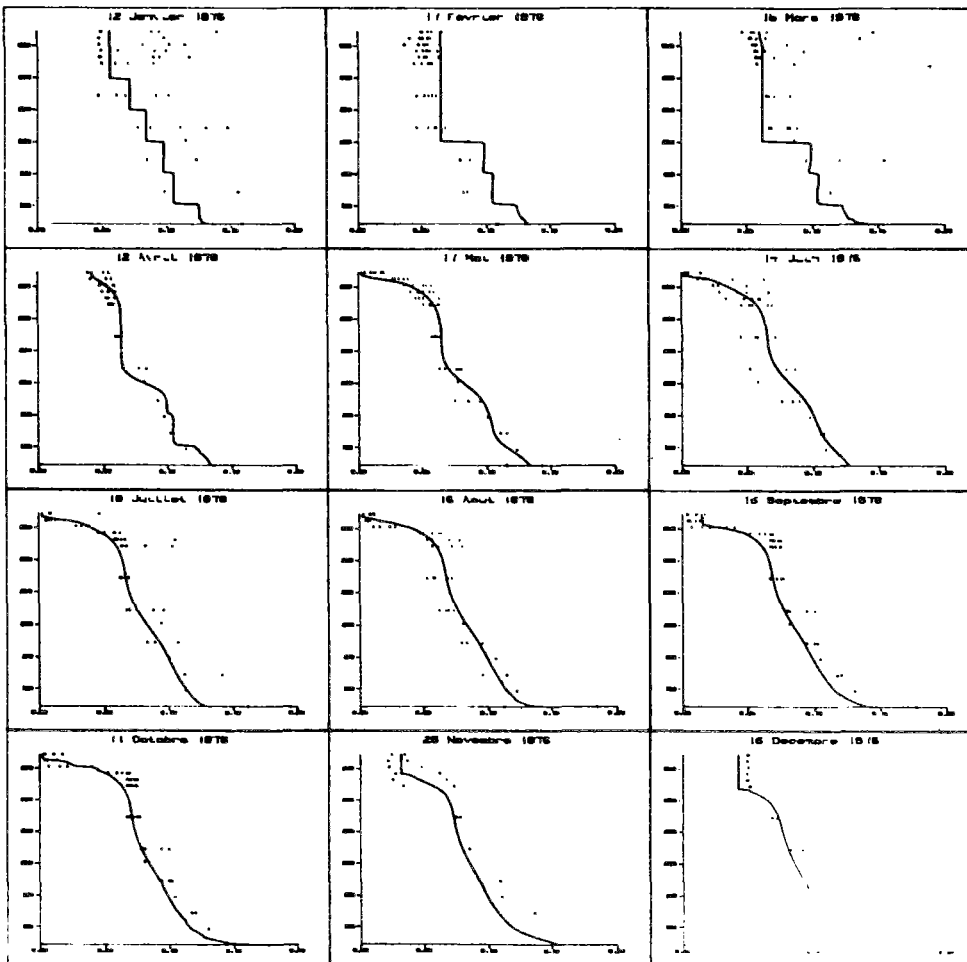
Ko -20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>Ko (mg.l-1)</u>	<u>1.36</u>
Kop (mg.m-3)	150



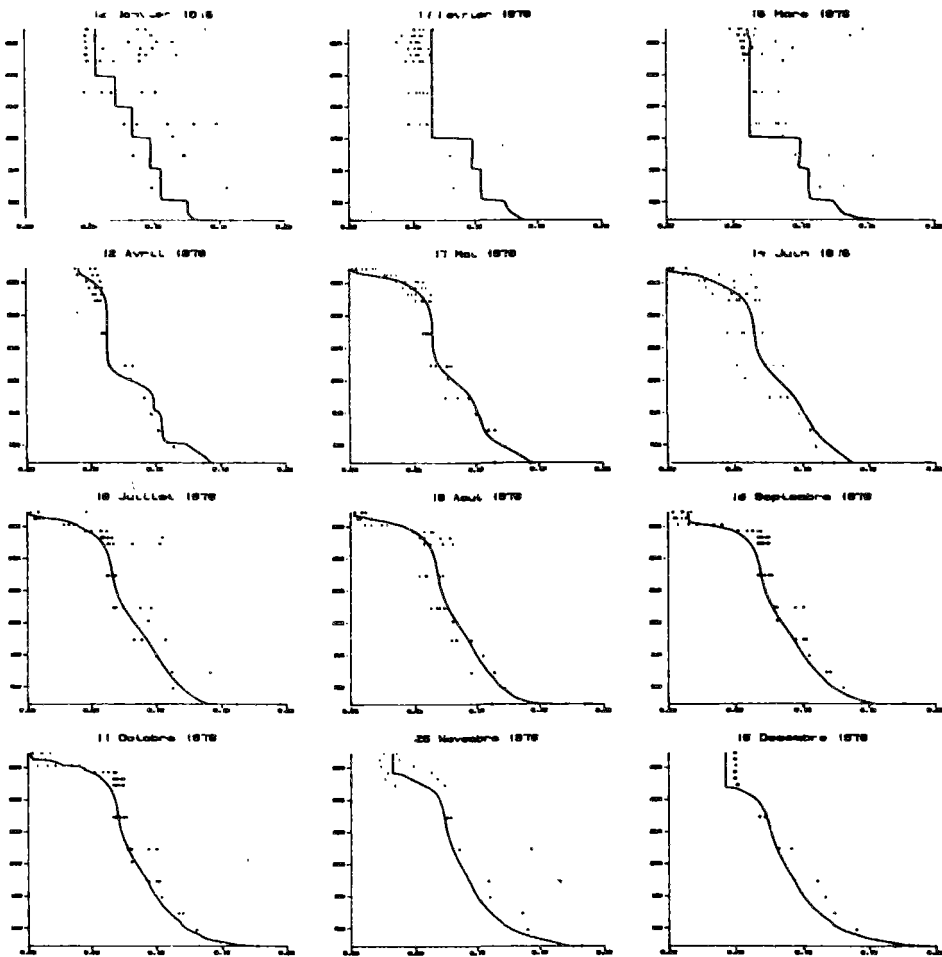
K0 +50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vêpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>K0 (mg.l-1)</u>	<u>2.55</u>
Kop (mg.m-3)	150



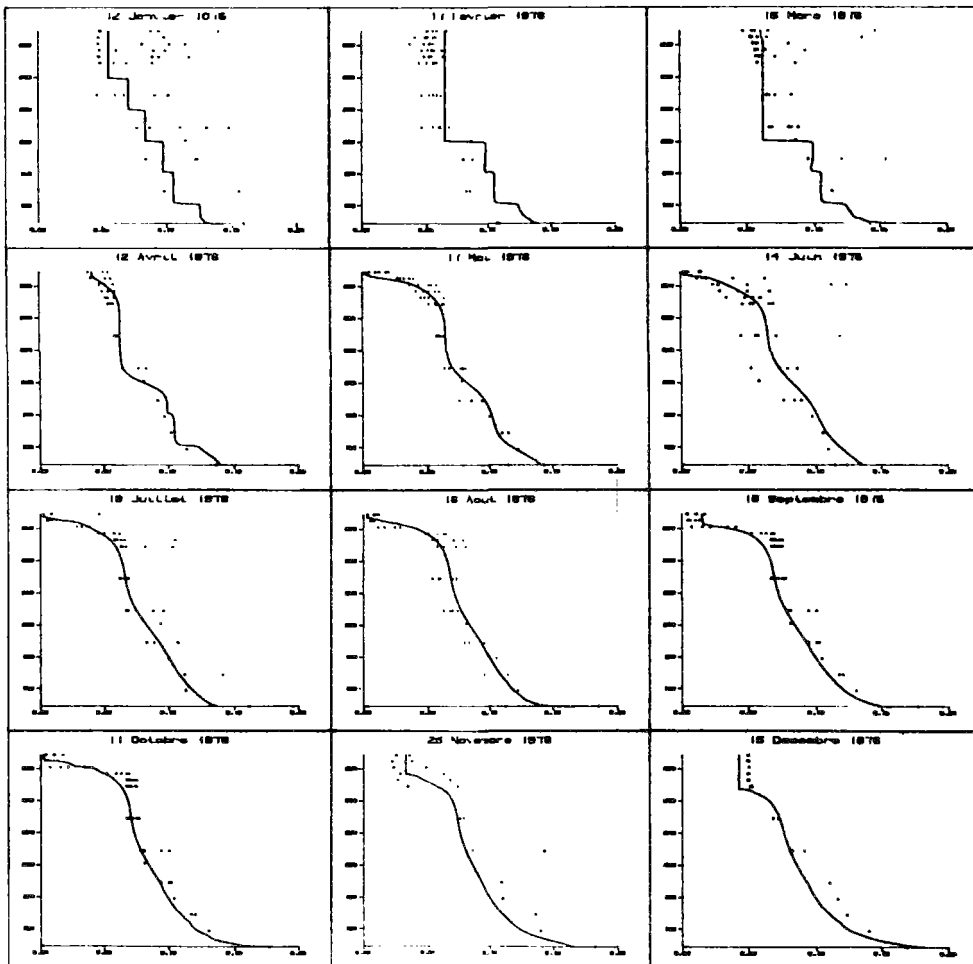
K0 -50%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vêpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
<u>K0 (mg.l-1)</u>	<u>0.85</u>
Kop (mg.m-3)	150



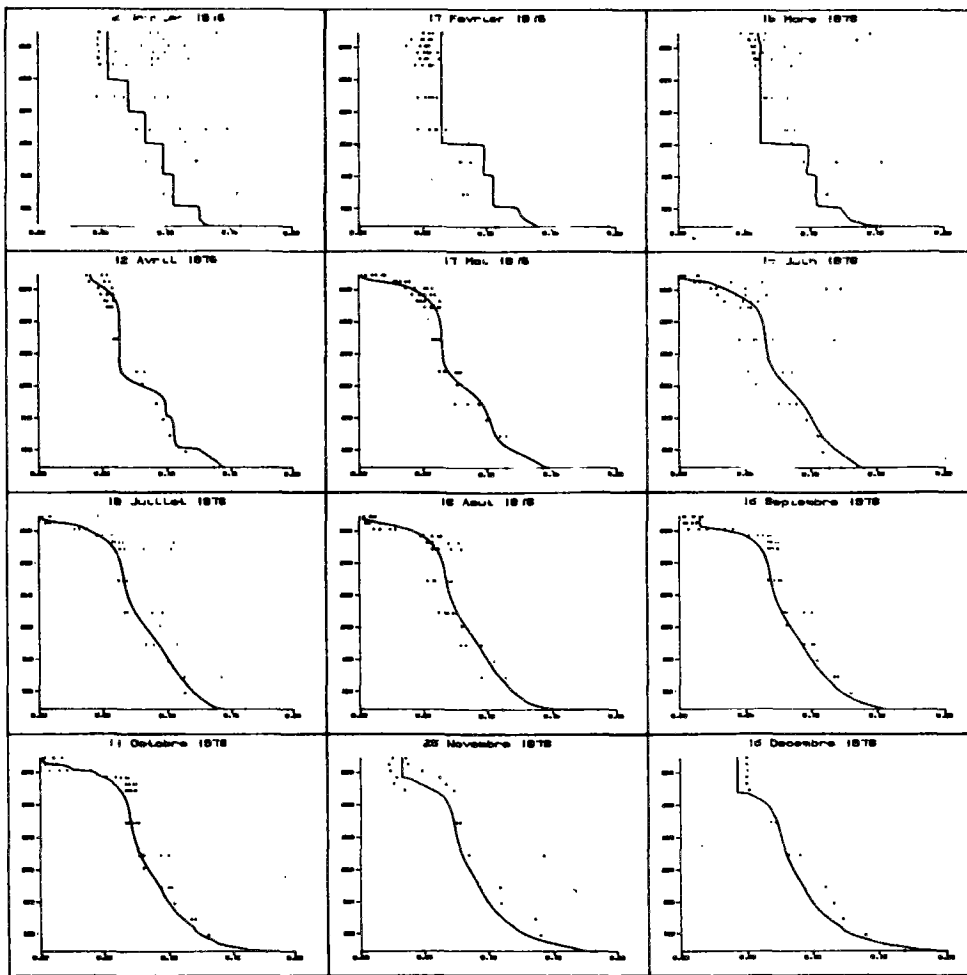
Kop +10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	165



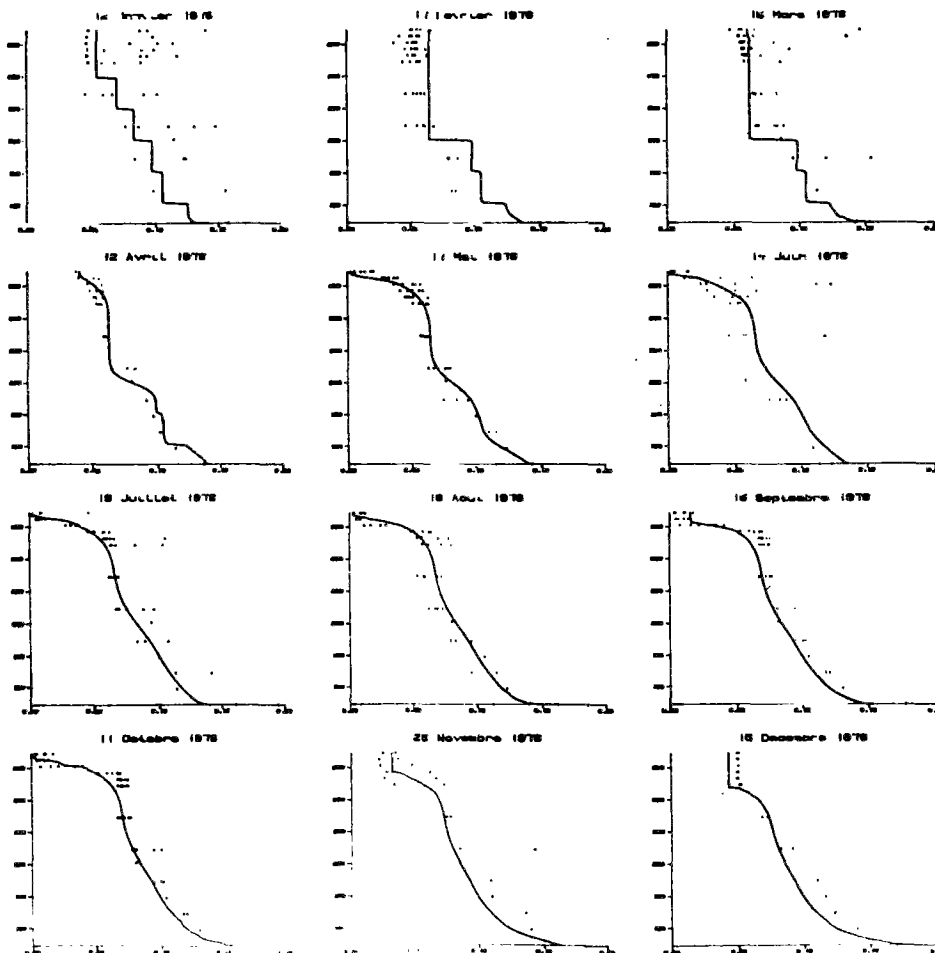
Kop -10%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	135



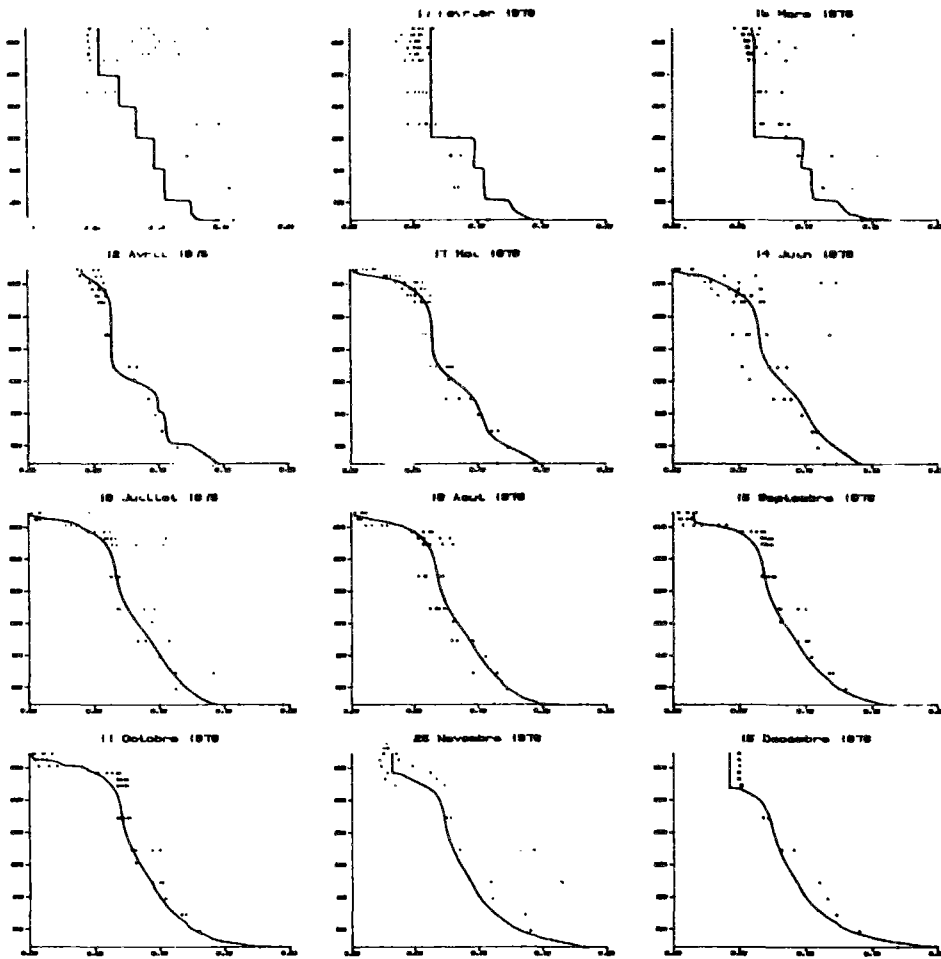
Kop +20%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	$78 \cdot 10^{-3}$
Decompmax (j-1)	$7 \cdot 10^{-3}$
Vs V \acute{e} pi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	180



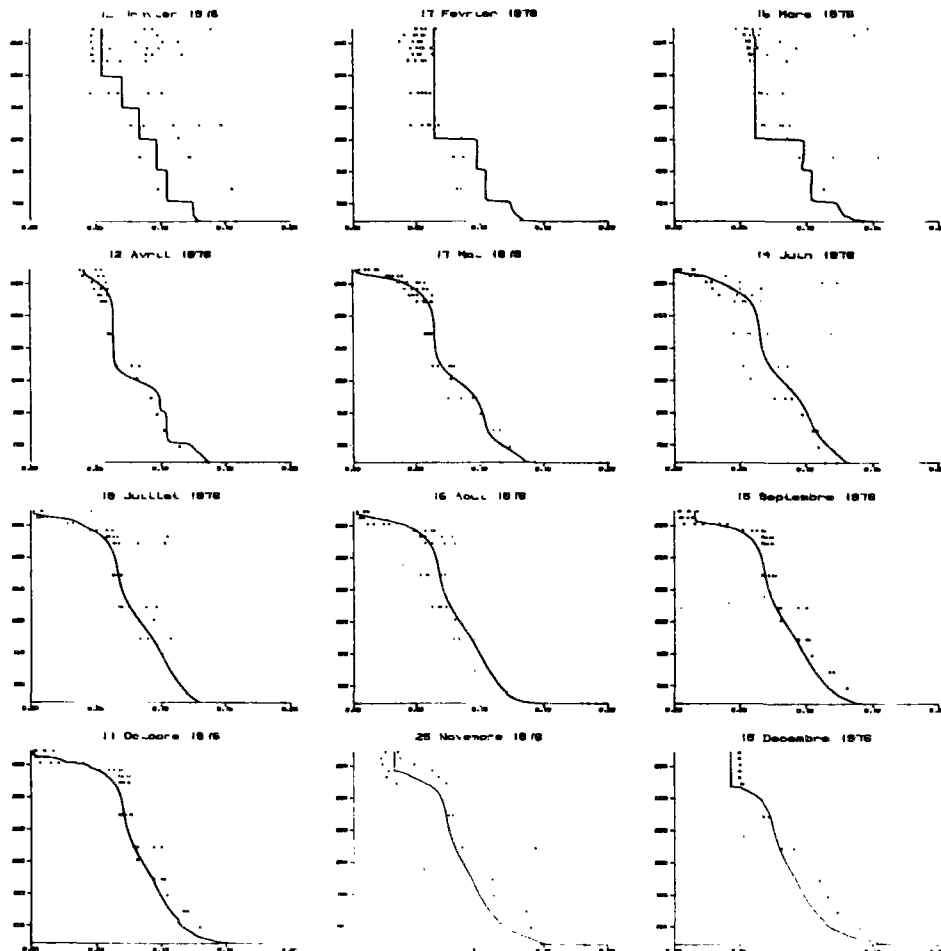
Kop -20%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	$78 \cdot 10^{-3}$
Decompmax (j-1)	$7 \cdot 10^{-3}$
Vs V \acute{e} pi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	120



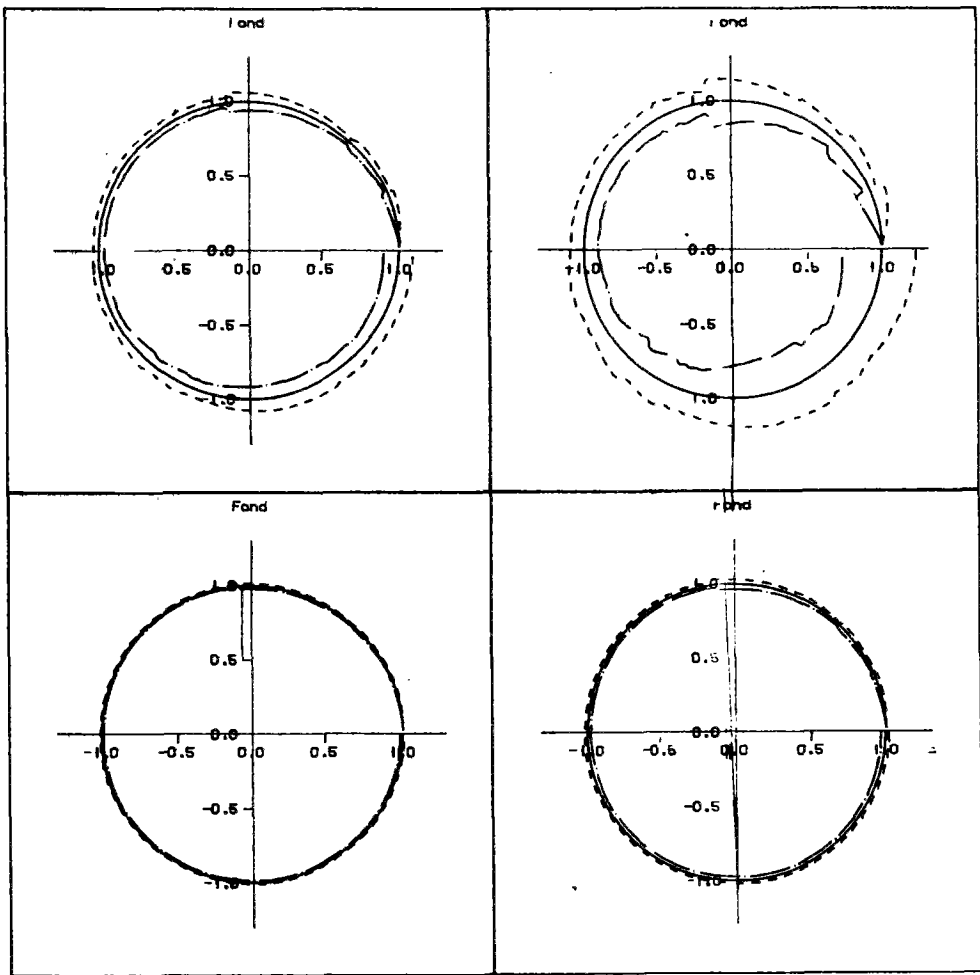
Kop +50%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmx (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
<u>Kop (mg.m-3)</u>	<u>225.</u>



Kop -50%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
Is (W.m-2)	80.
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmx (j-1)	7.10-3
Vs Vépi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
<u>Kop (mg.m-3)</u>	<u>75.</u>



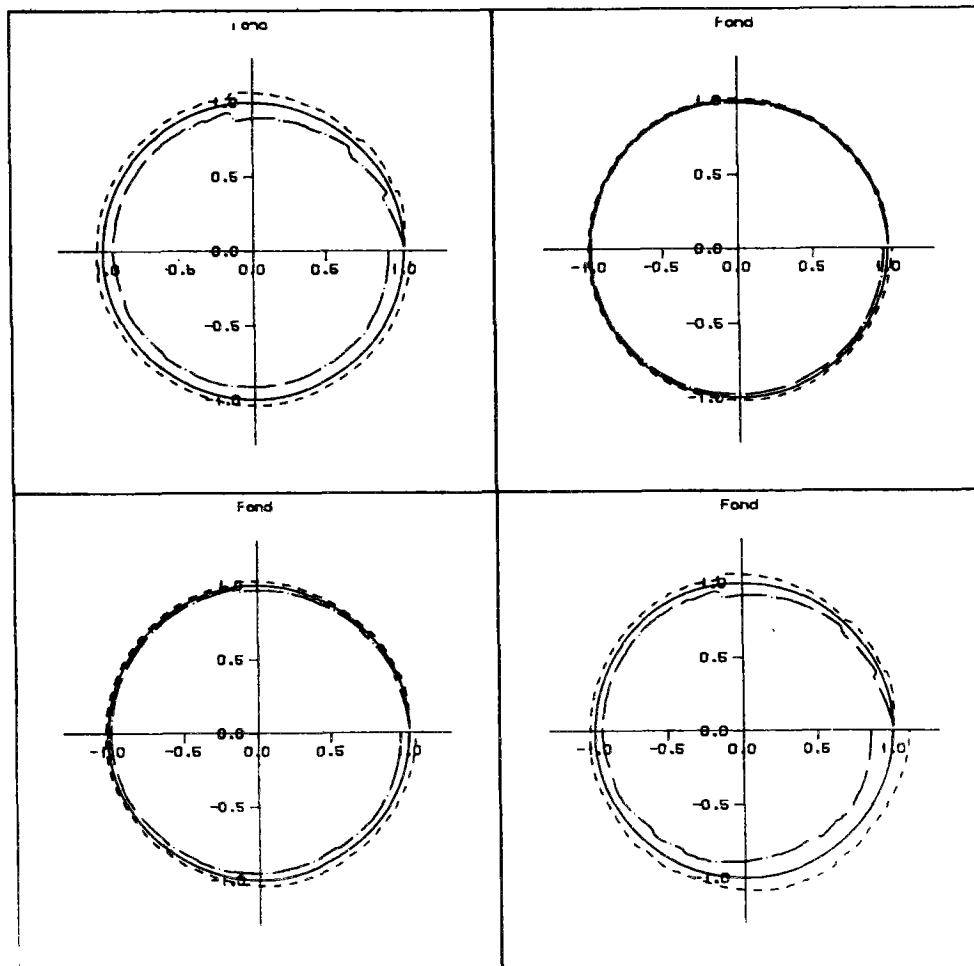
Orthophosphates au fond

Haut Gauche:
 Relargmax +20% trait tireté
 Relargmax -20% trait mixte

Haut Droit
 Relargmax +50% trait tireté
 Relargmax -50% trait mixte

Bas Gauche
 Ko +10% trait tireté
 Ko -10% trait mixte

Bas droit
 Ko +20% trait tireté
 Ko -20% trait mixte



Orthophosphates au fond

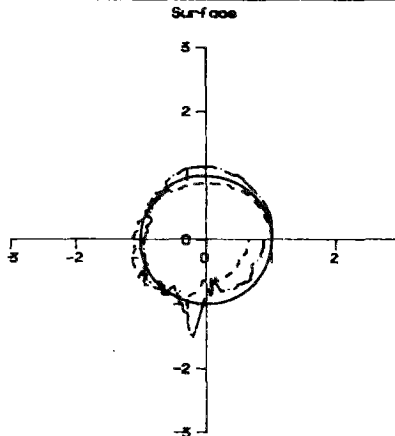
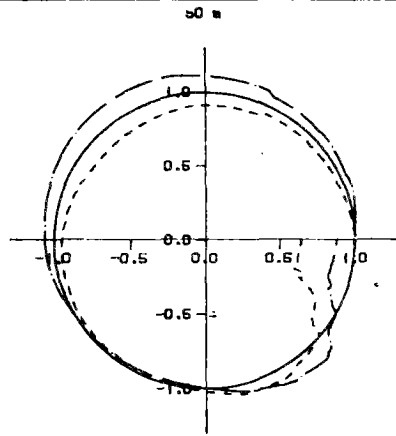
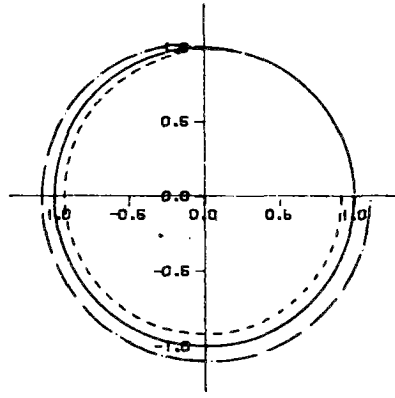
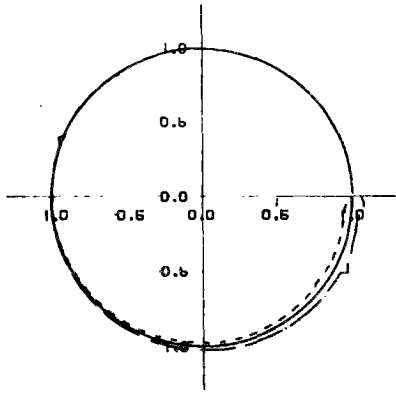
Haut Gauche:
 Ko +50% trait tireté
 Ko -50% trait mixte

Haut Droit
 Kop +10% trait tireté
 Kop -10% trait mixte

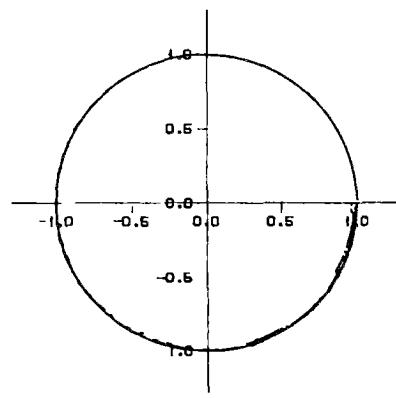
Bas Gauche
 Kop +20% trait tireté
 Kop -20% trait mixte

Bas Droit
 Kop +50% trait tireté
 Kop -50% trait mixte

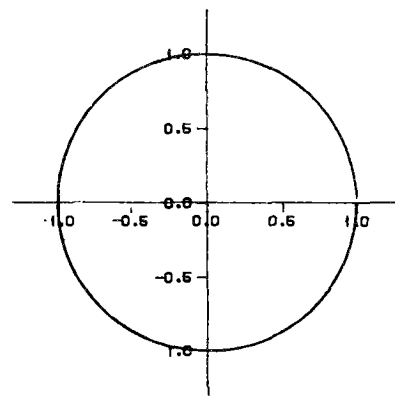
phosphore particulaire
 Is +10 % trait tireté
 Is -10 % trait mixte



Fond

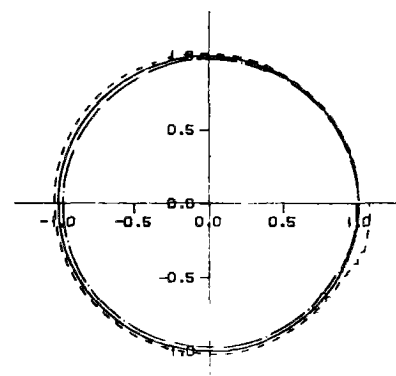


200 m

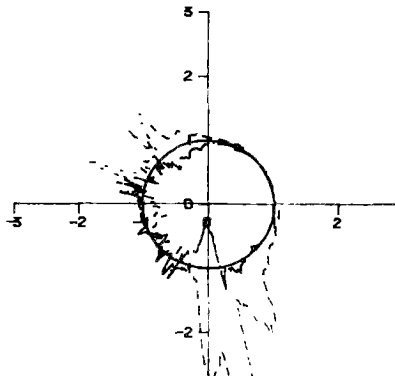


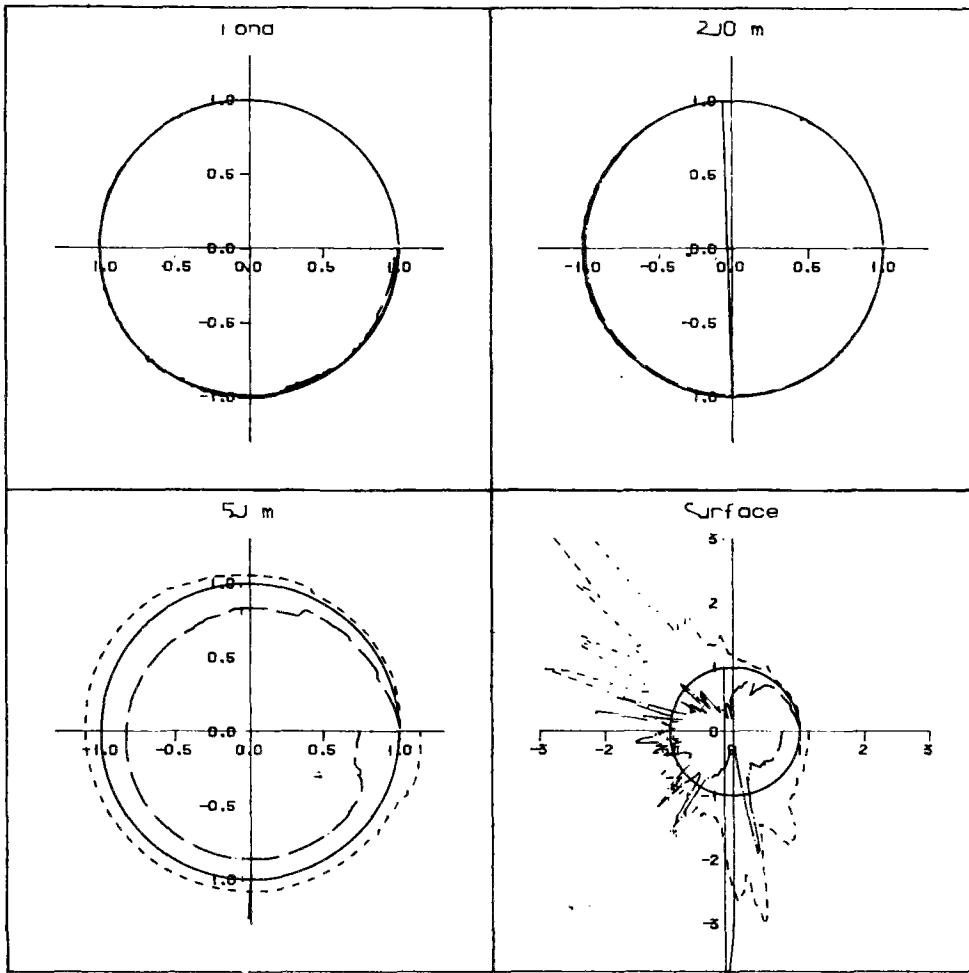
Orthophosphates
 Is +10 % trait tireté
 Is -10 % trait mixte

50 m



Surface

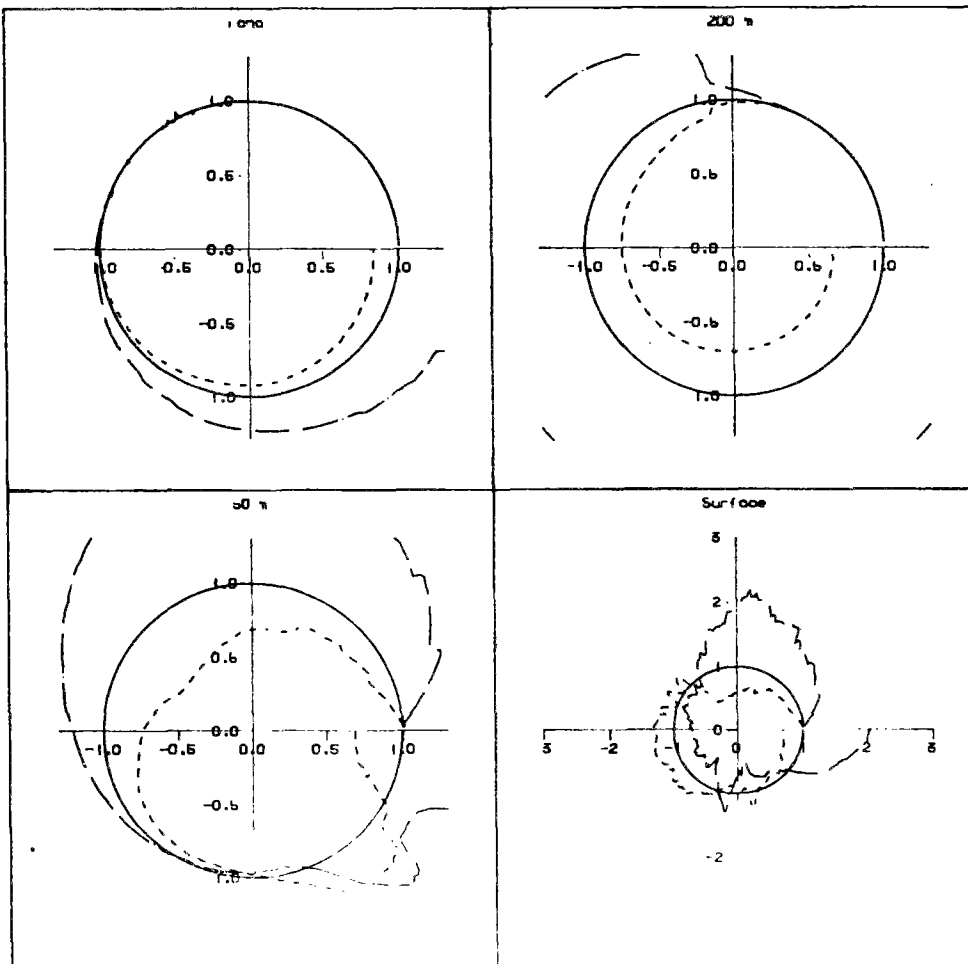




Orthophosphates

Is +50 ‰ trait tireté

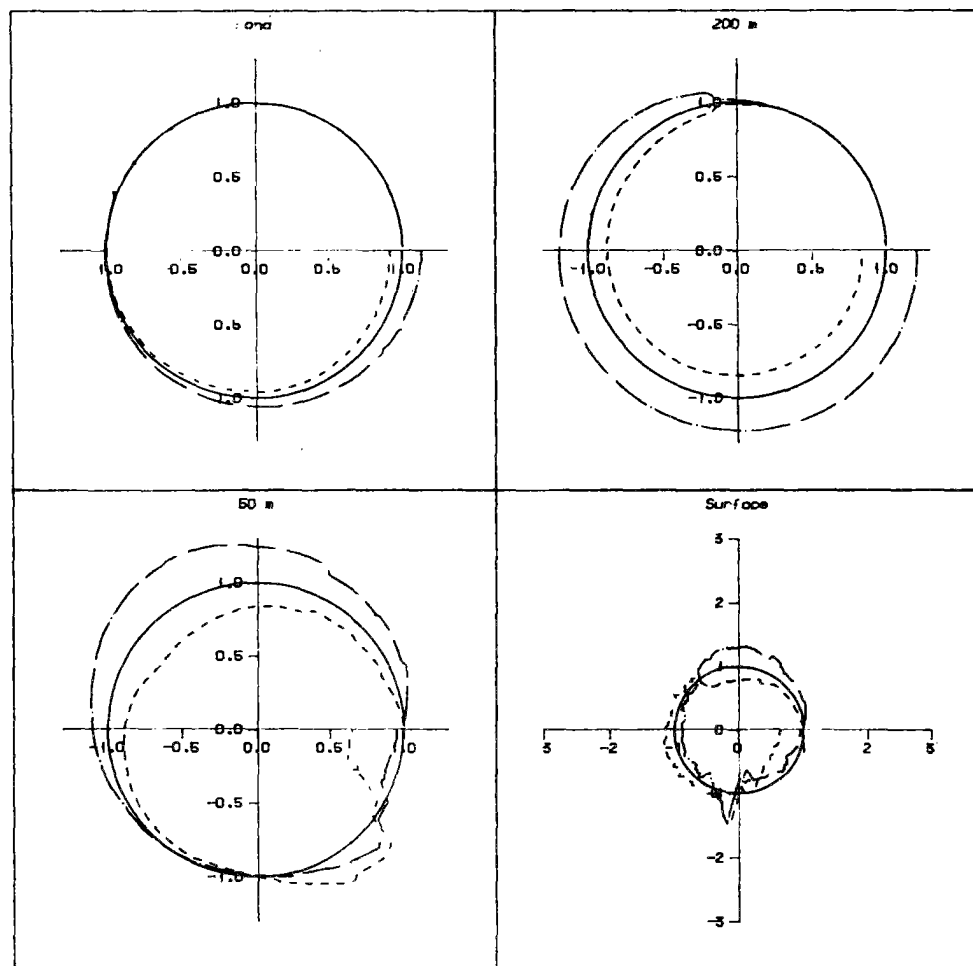
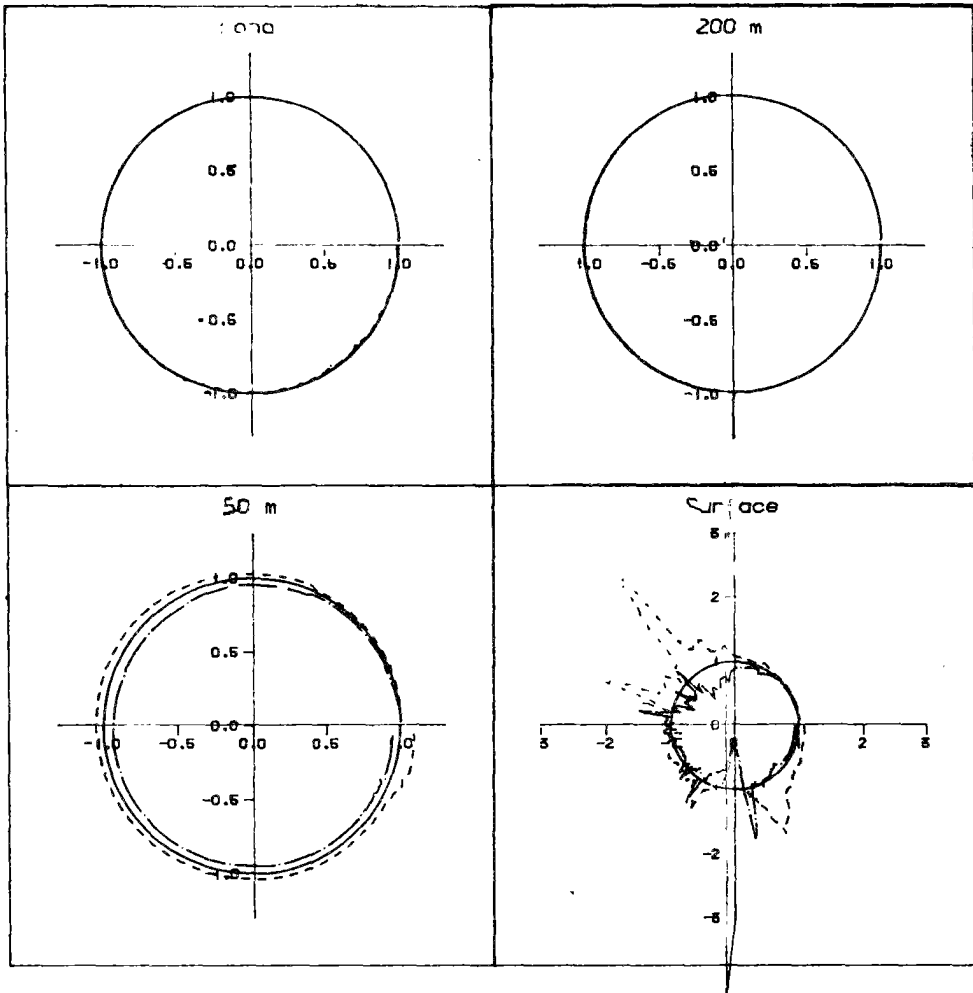
Is -50 ‰ trait mixte

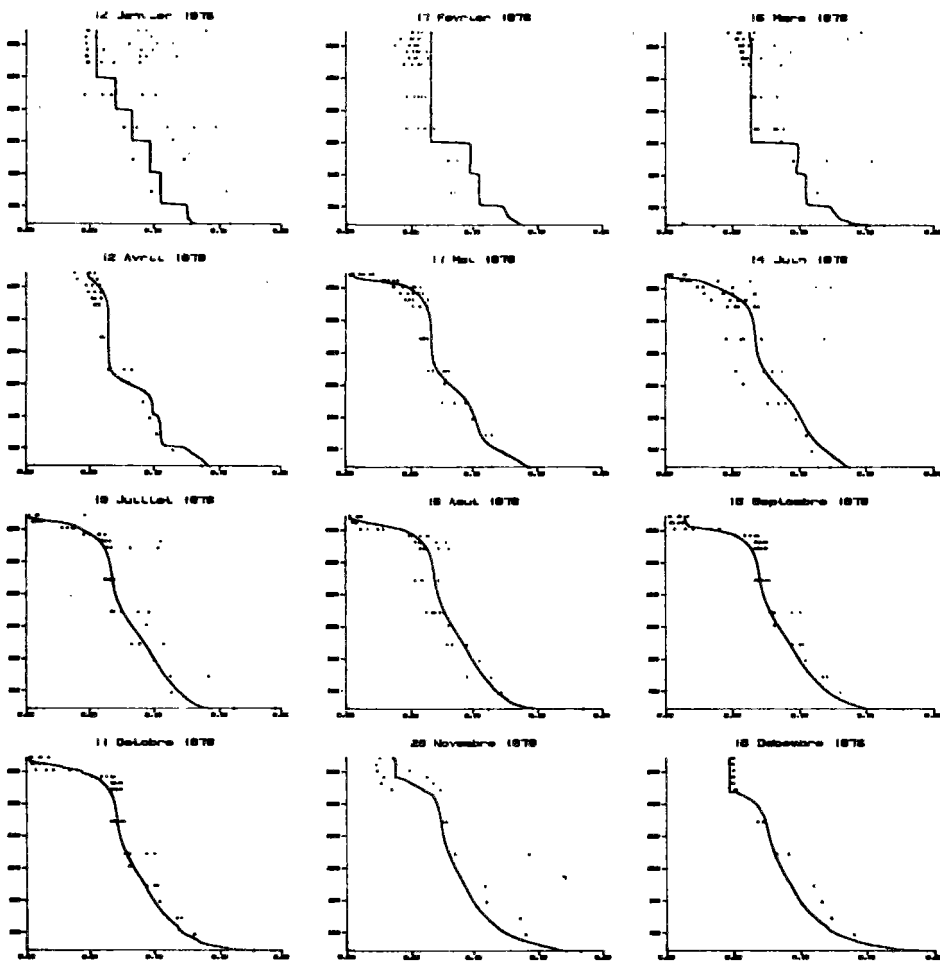


phosphore particulaire

Is +50 ‰ trait tireté

Is -50 ‰ trait mixte

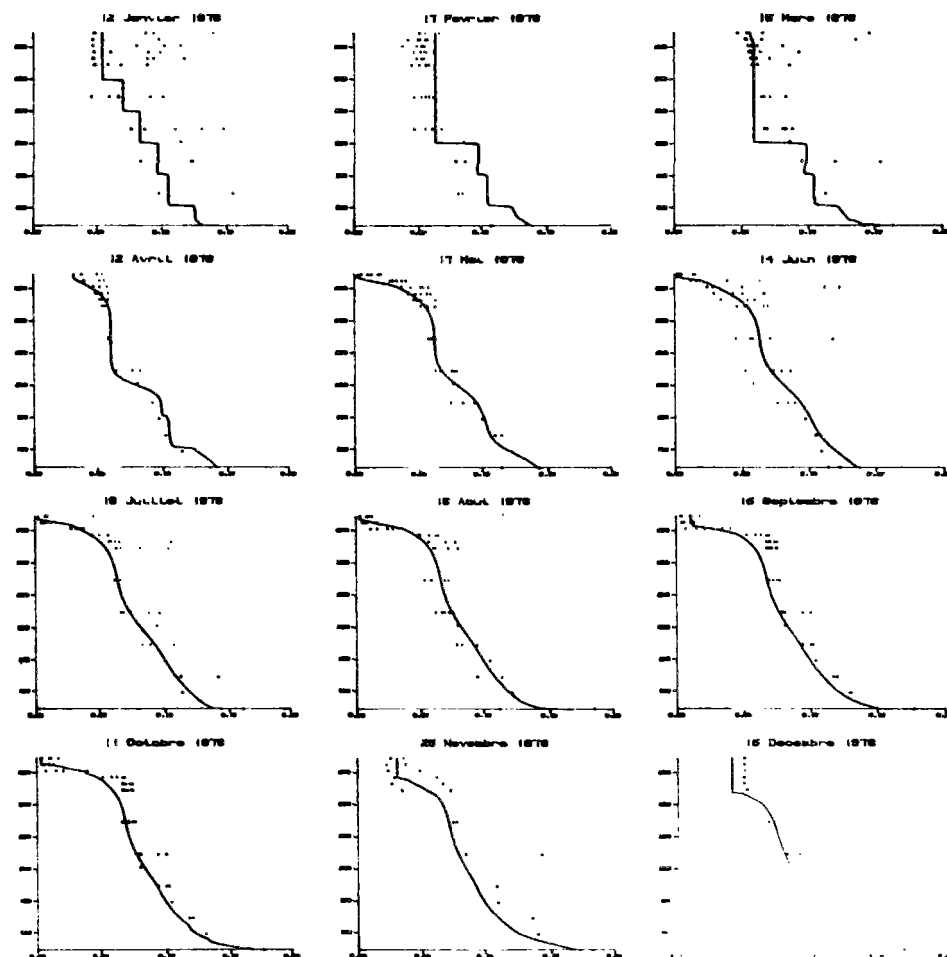




=====

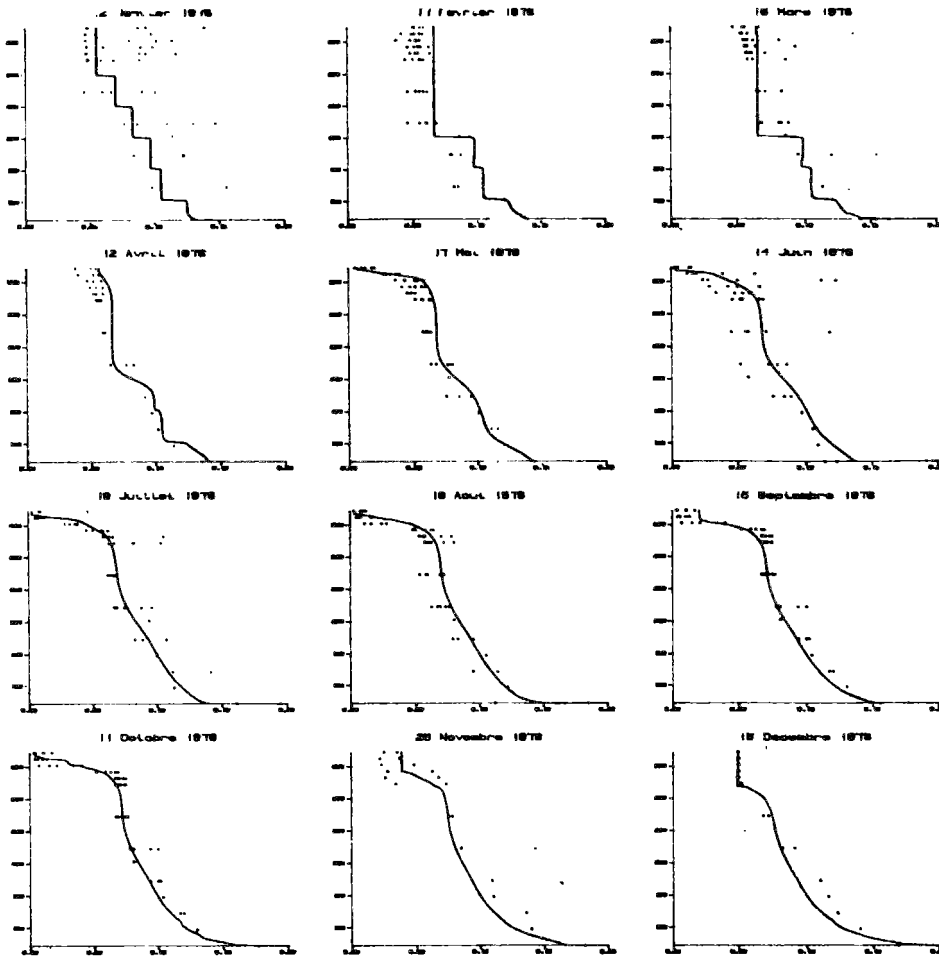
Is +20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
<u>Is (W.m-2)</u>	<u>96.</u>
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	76.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



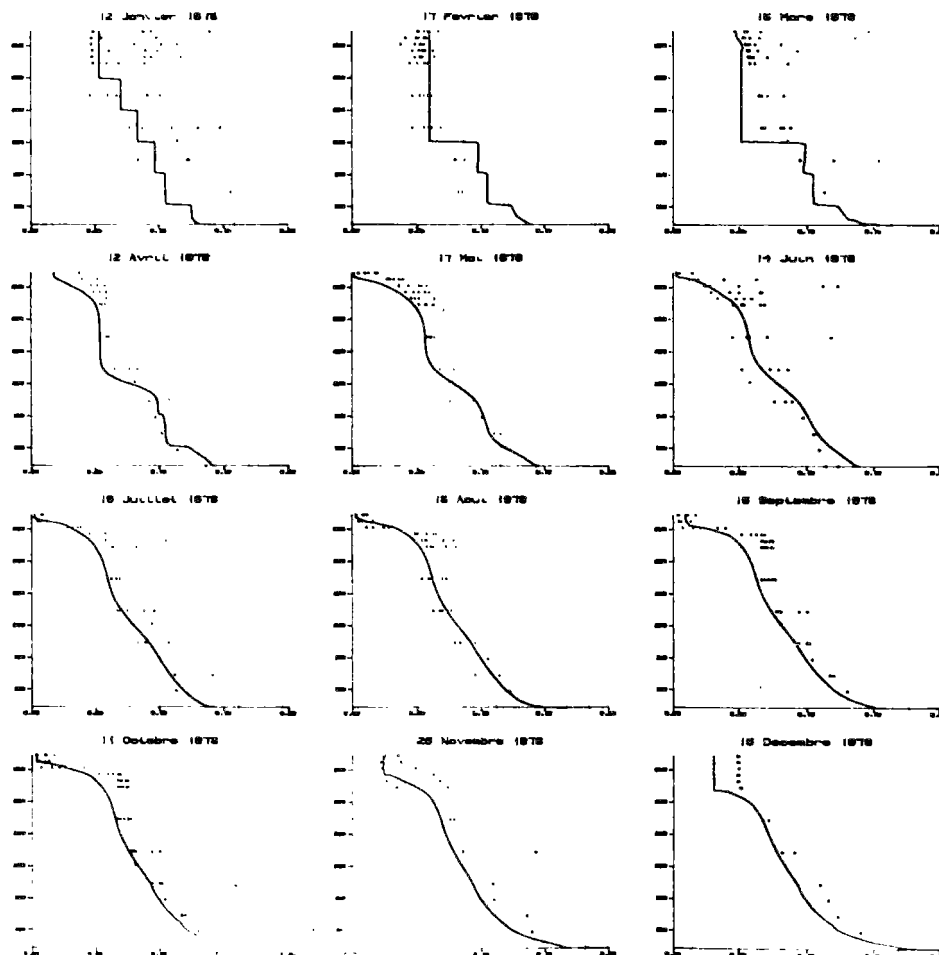
Is -20%

Kp (j-1)	1.04
θp	1.04
<u>Is (W.m-2)</u>	<u>64.</u>
Kmn (mg.m-3)	6.
θd	1.04
Kd (j-1)	76.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs Vēpi (m.j-1)	0.35
Vhypo(m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



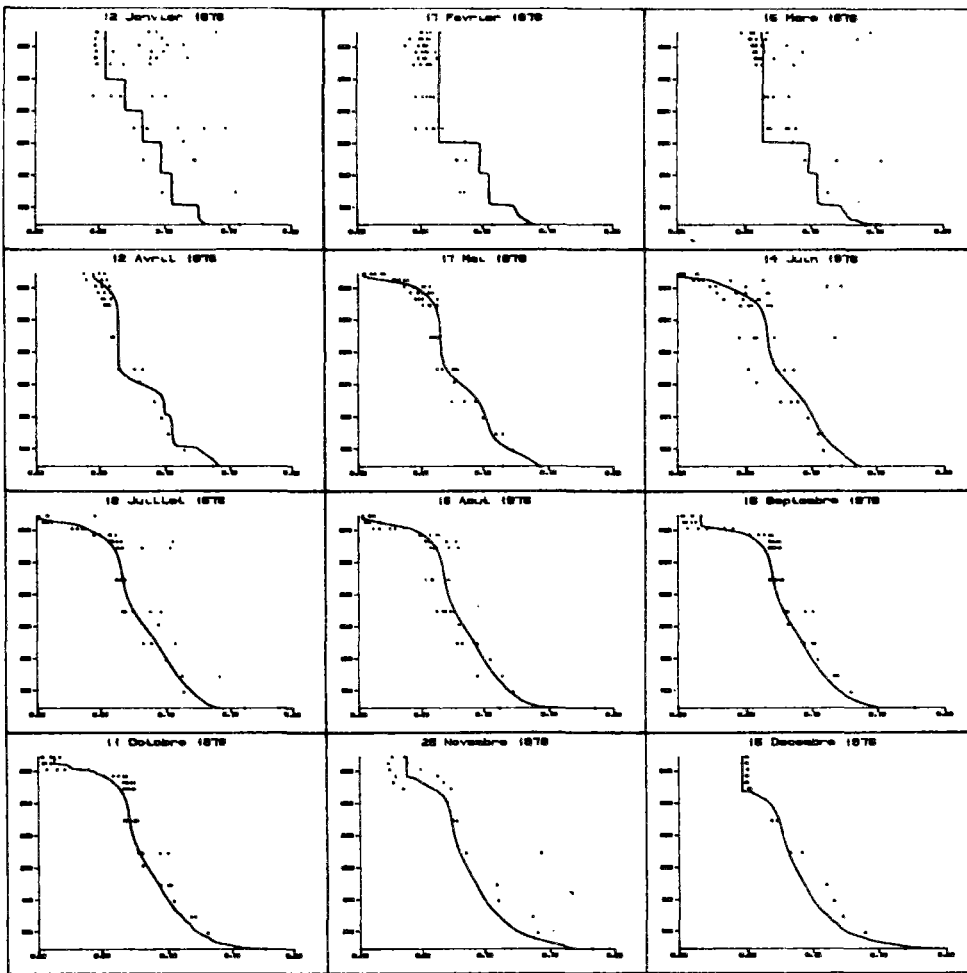
Is +50%

Kp (j ⁻¹)	1.04
θp	1.04
Is (W.m ⁻²)	120.
Kmn (mg.m ⁻³)	6.
θd	1.04
Kd (j ⁻¹)	78.10 ⁻³
Decompmax (j ⁻¹)	7.10 ⁻³
Vs Vêpi (m.j ⁻¹)	0.35
Vhypo(m.j ⁻¹)	0.45
Relargmax (mg.m ⁻² .j ⁻¹)	3.7
Ko (mg.l ⁻¹)	1.7
Kop (mg.m ⁻³)	150



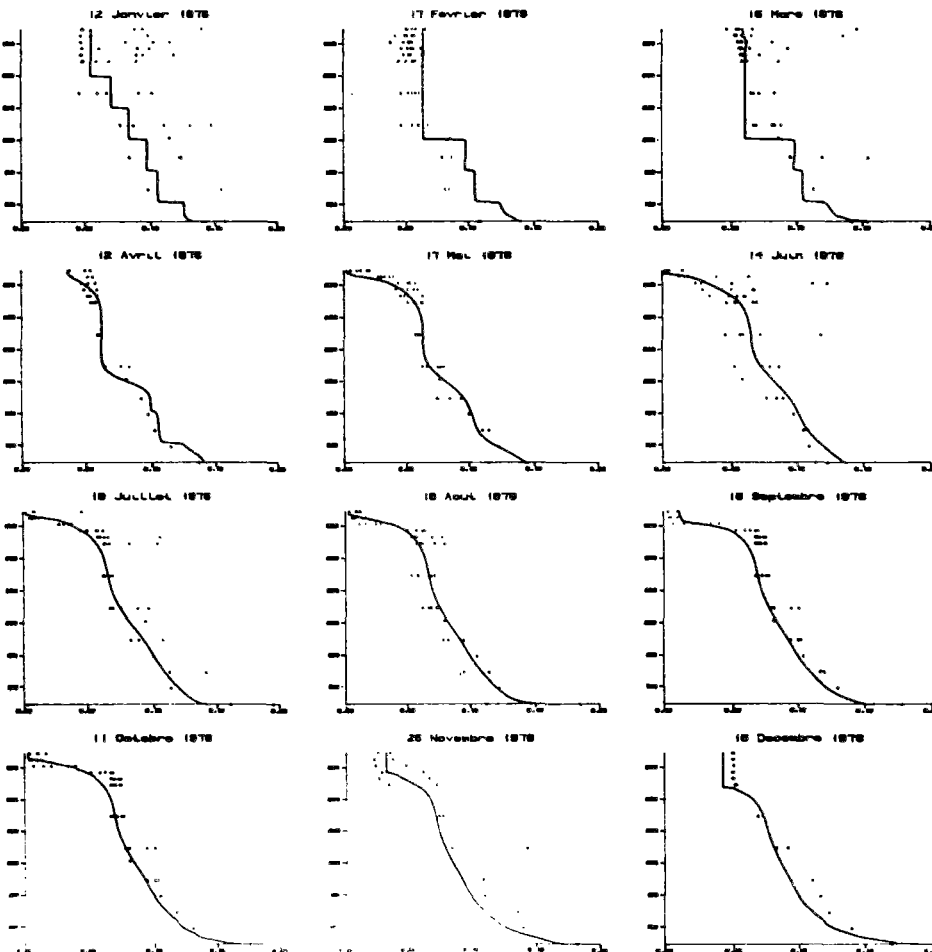
Is -50%

Kp (j ⁻¹)	1.04
θp	1.04
Is (W.m ⁻²)	40.
Kmn (mg.m ⁻³)	6.
θd	1.04
Kd (j ⁻¹)	78.10 ⁻³
Decompmax (j ⁻¹)	7.10 ⁻³
Vs Vêpi (m.j ⁻¹)	0.35
Vhypo(m.j ⁻¹)	0.45
Relargmax (mg.m ⁻² .j ⁻¹)	3.7
Ko (mg.l ⁻¹)	1.7
Kop (mg.m ⁻³)	150



Is +10%

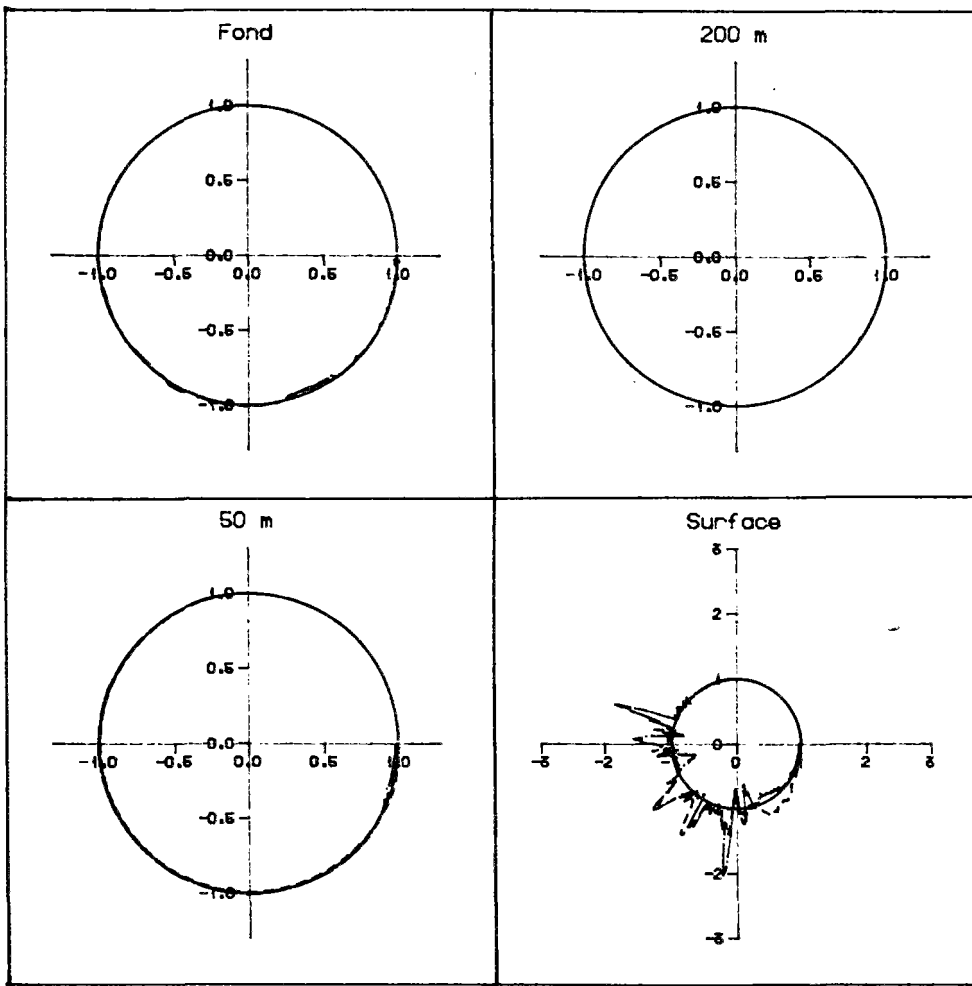
Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
<u>Is (W.m-2)</u>	<u>88.</u>
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150



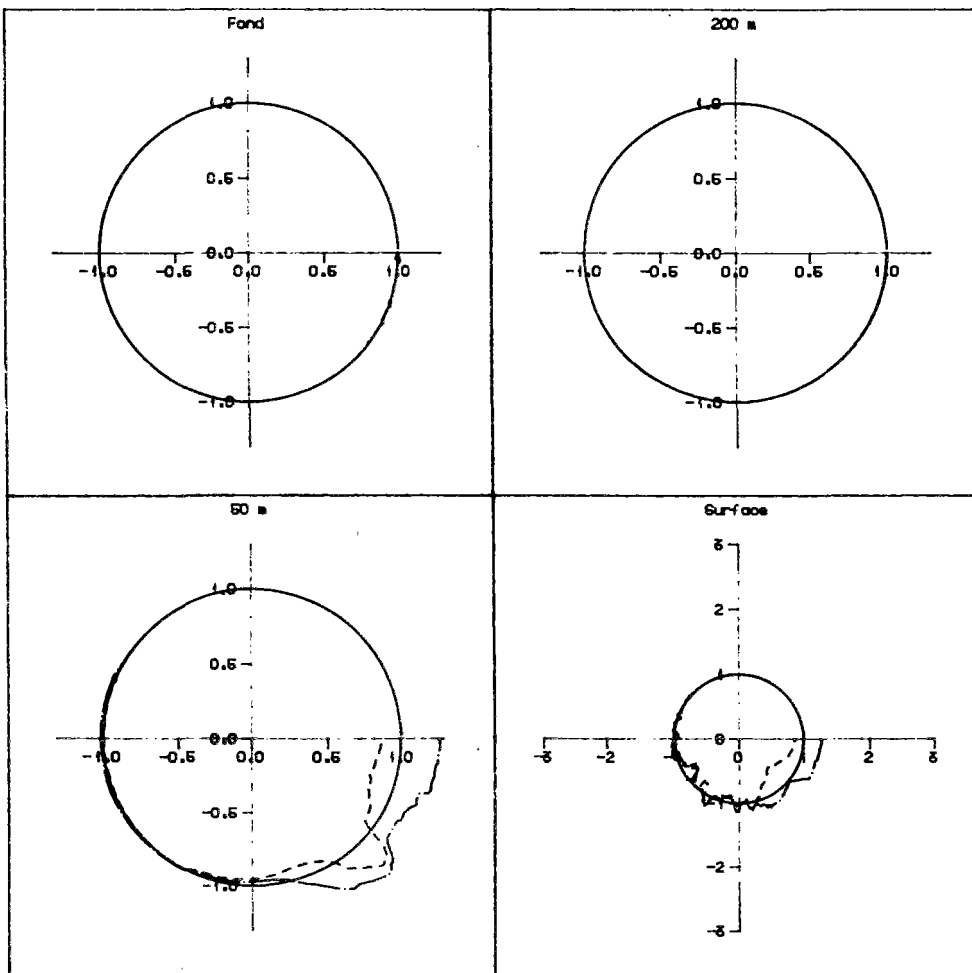
Is -10%

Kp (j-1)	1.04
θ_p	1.04
<u>Is (W.m-2)</u>	<u>72.</u>
Kmn (mg.m-3)	6.
θ_d	1.04
Kd (j-1)	78.10-3
Decompmax (j-1)	7.10-3
Vs V _{épi} (m.j-1)	0.35
V _{hypo} (m.j-1)	0.45
Relargmax (mg.m-2.j-1)	3.7
Ko (mg.l-1)	1.7
Kop (mg.m-3)	150

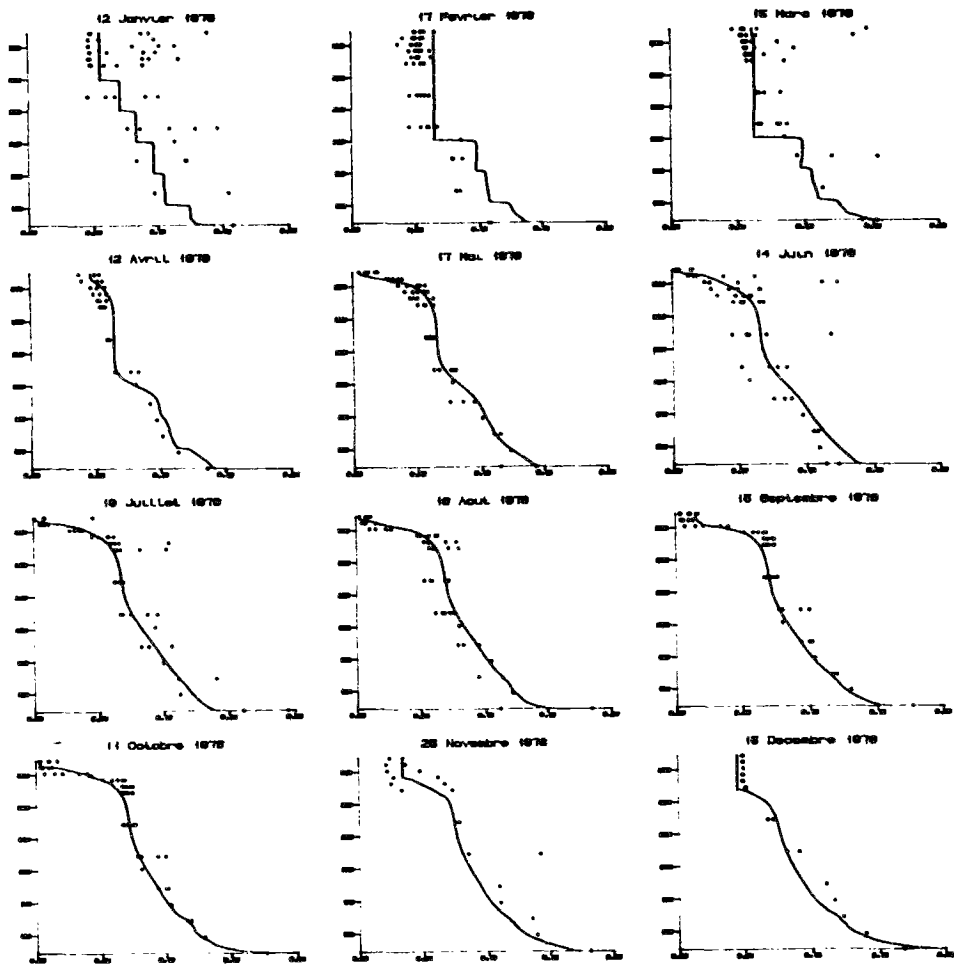
Sensibilité aux apports



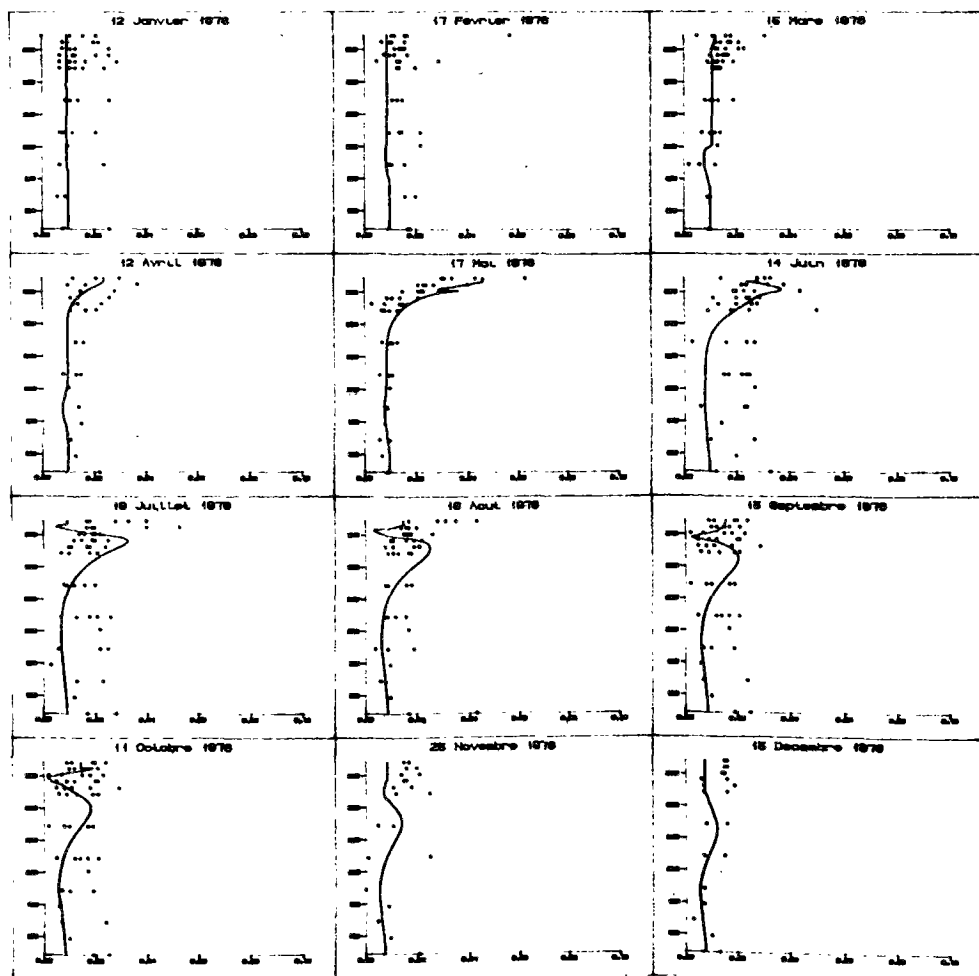
 Orthophosphates \pm 10%
 +10% trait mixte
 -10% trait tireté



 Orthophosphates \pm 10%
 P-particulaire
 +10% trait mixte
 -10% trait tireté

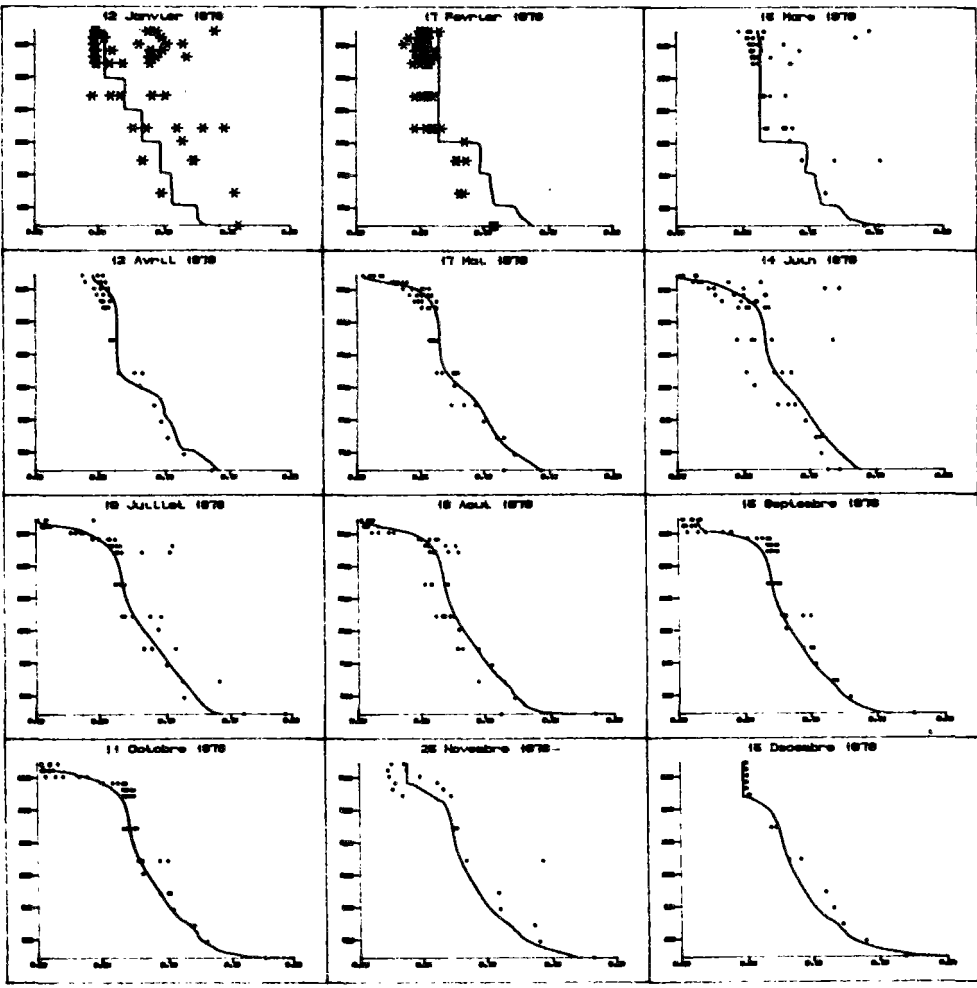


Profils d'orthophosphate
apports + 10%

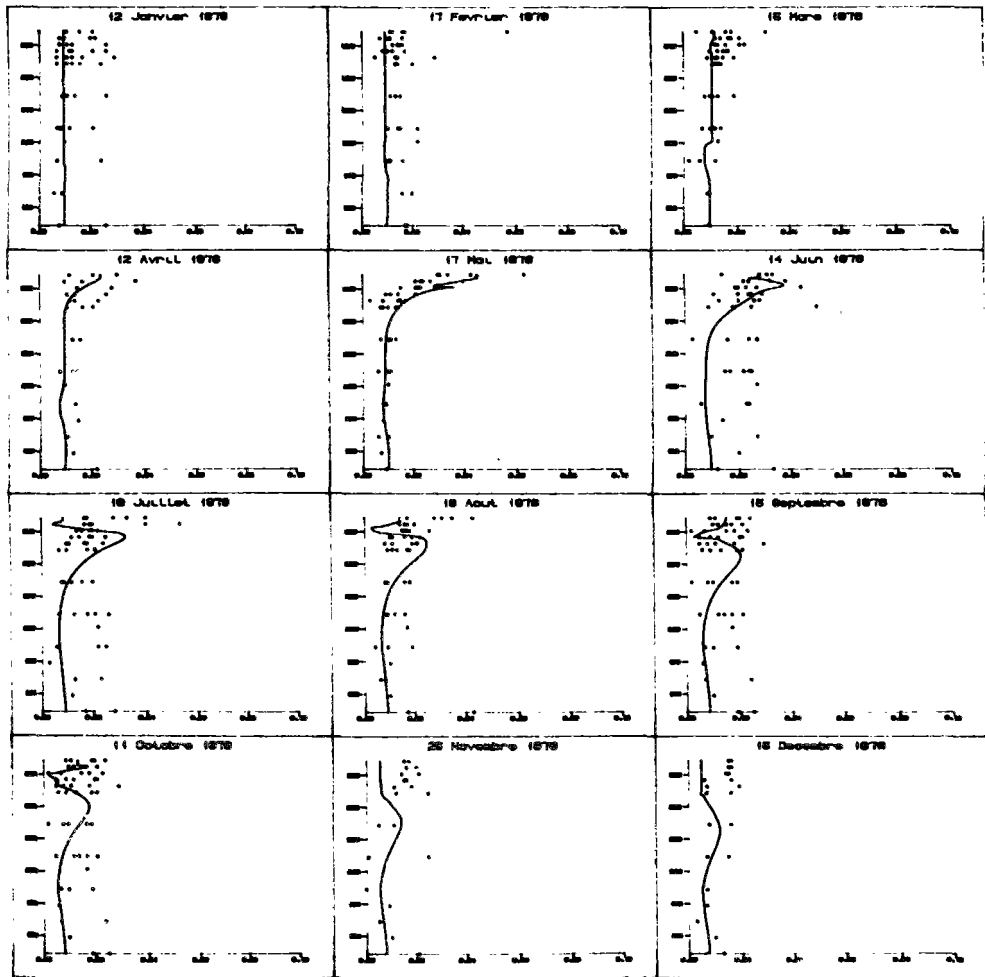


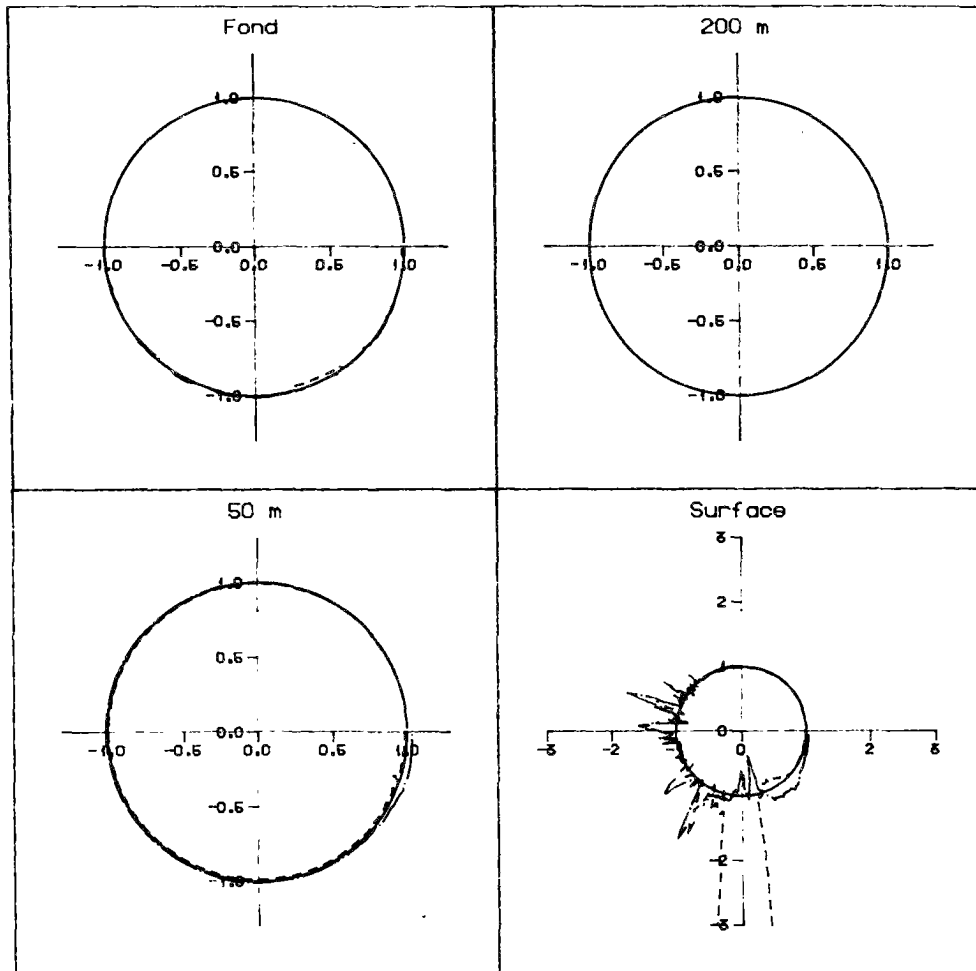
Profils de P-particulaire
apports + 10%

Profils d'orthophosphate
apports - 10%

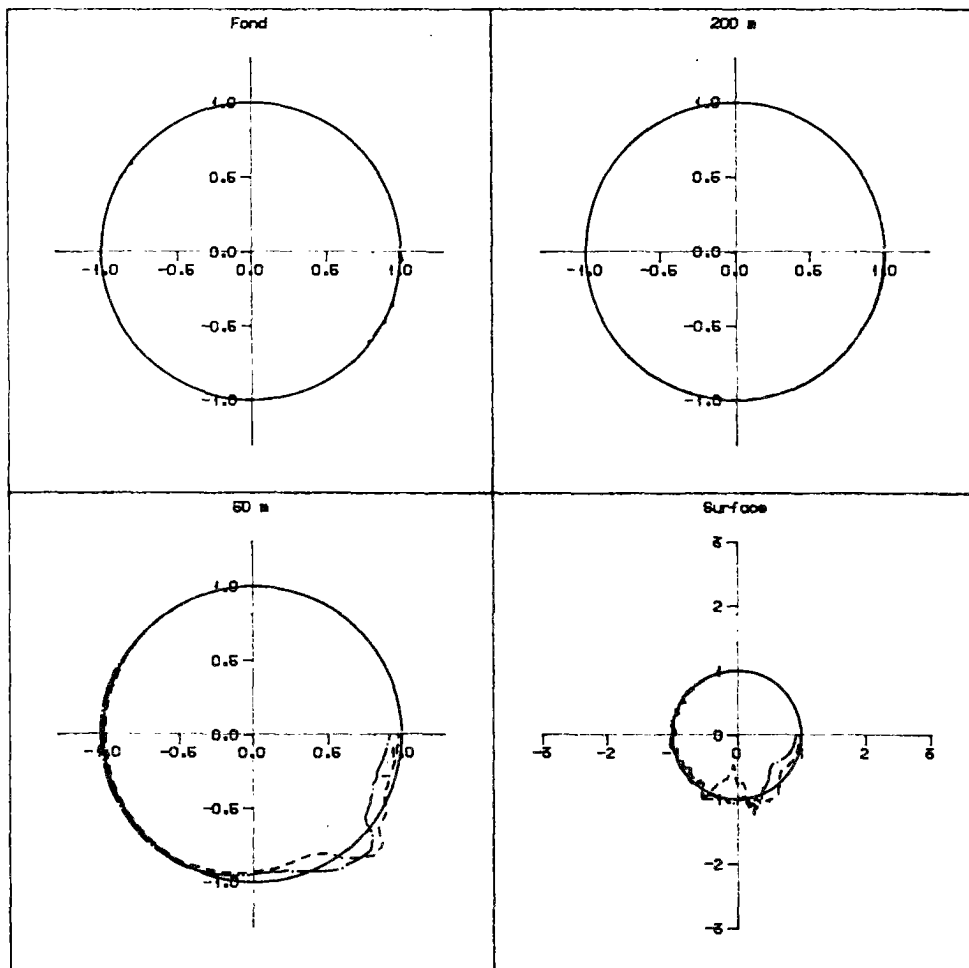


Profils de P-particulaire
apports - 10%

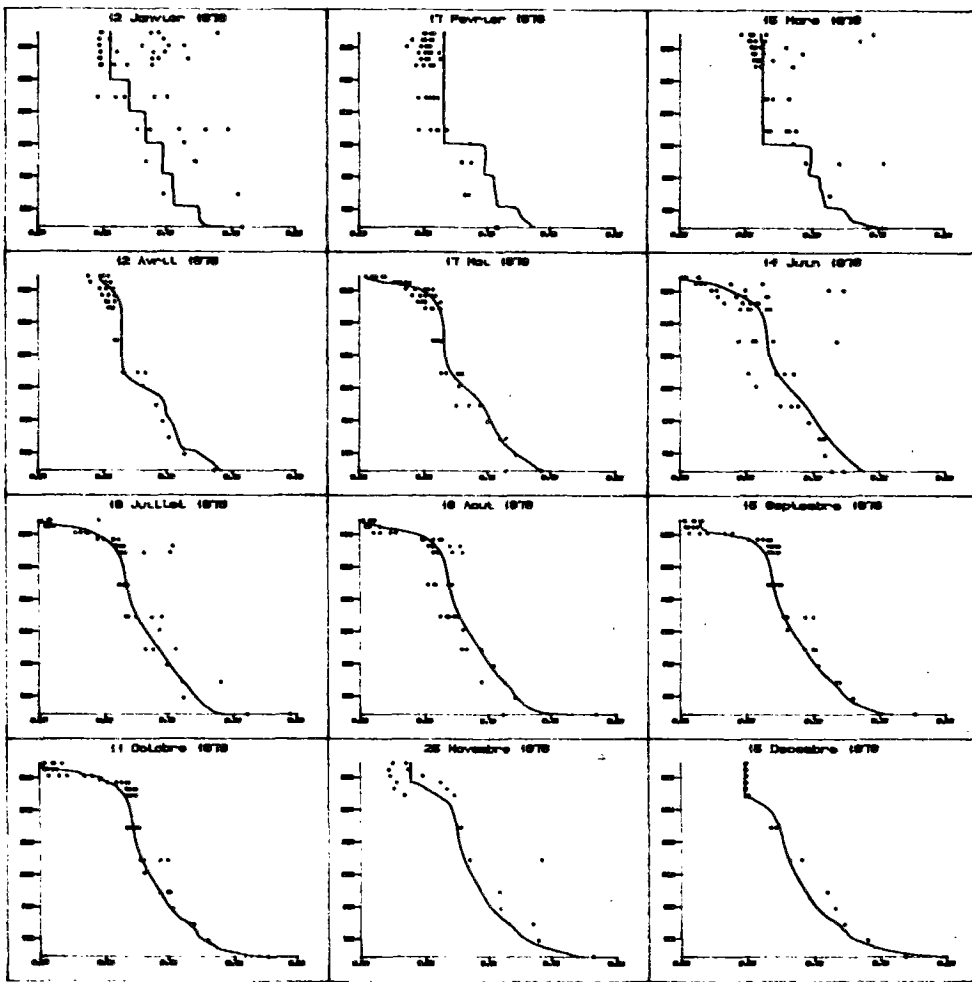




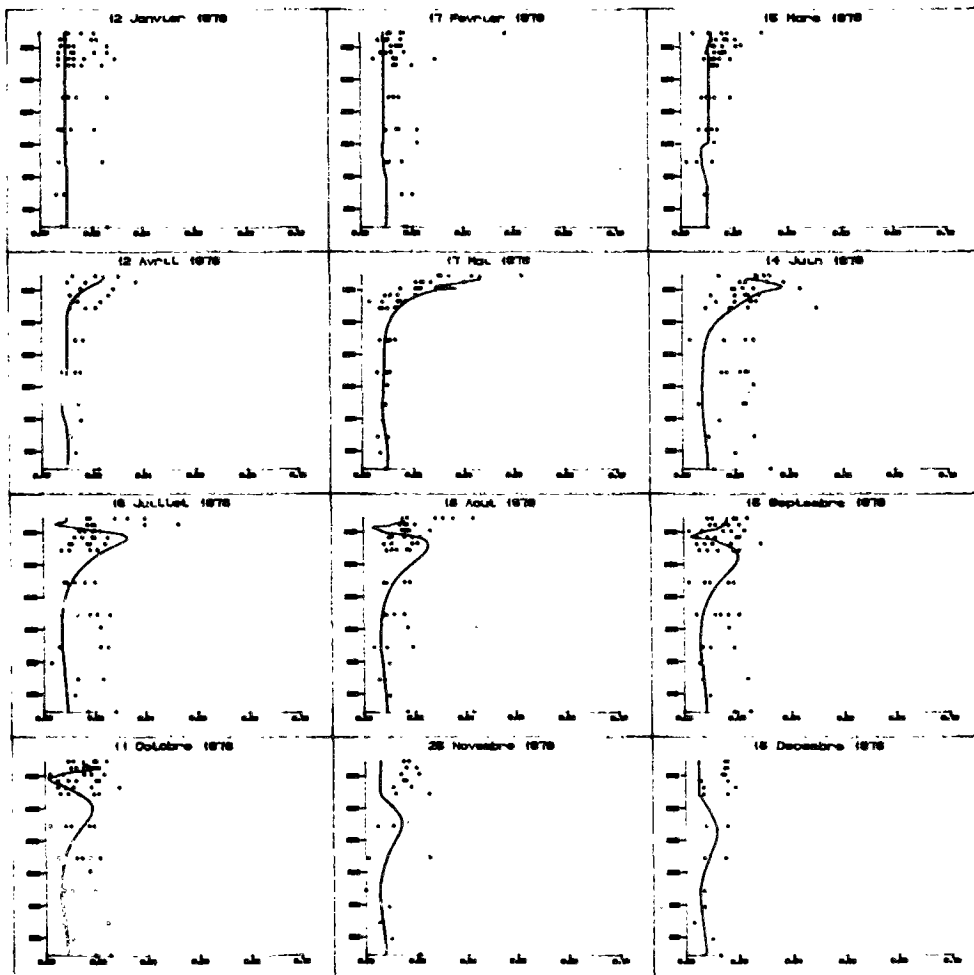
 Orthophosphates \pm 20%
 Orthophosphates
 +20% trait mixte
 -20% trait tireté



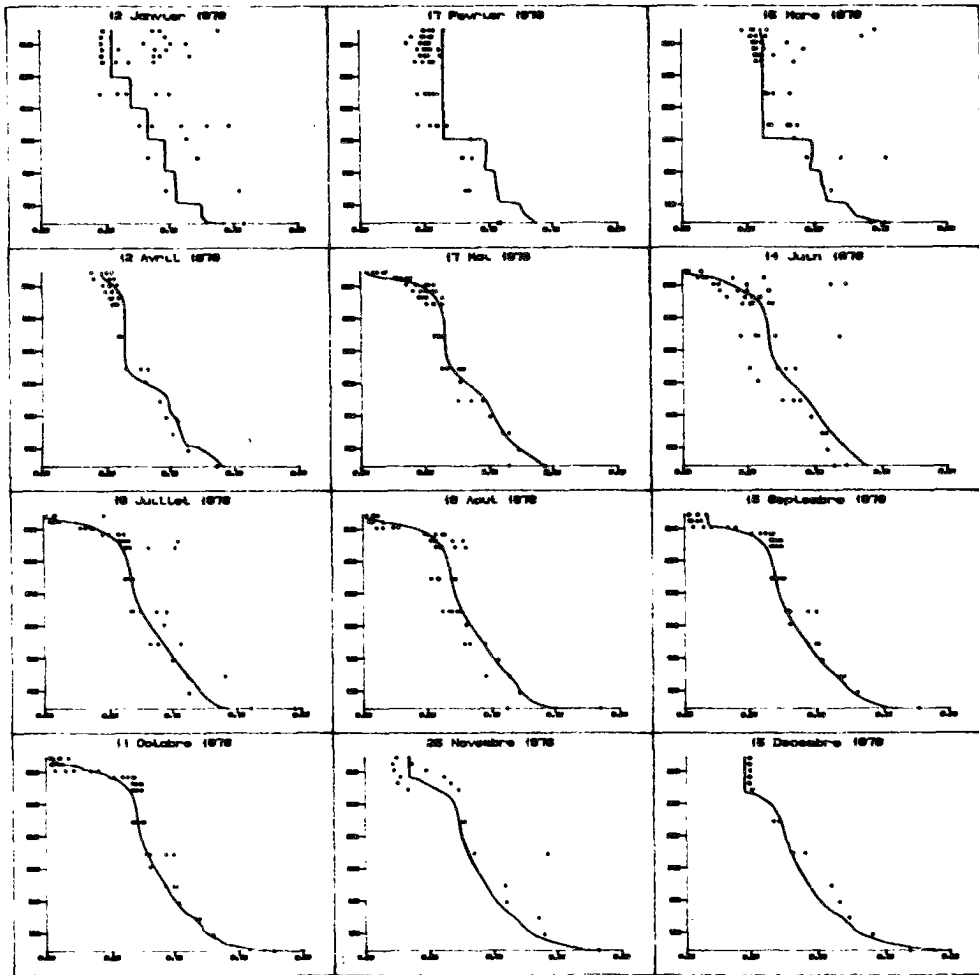
 Orthophosphates \pm 20%
 P-particulaire
 +20% trait mixte
 -20% trait tireté



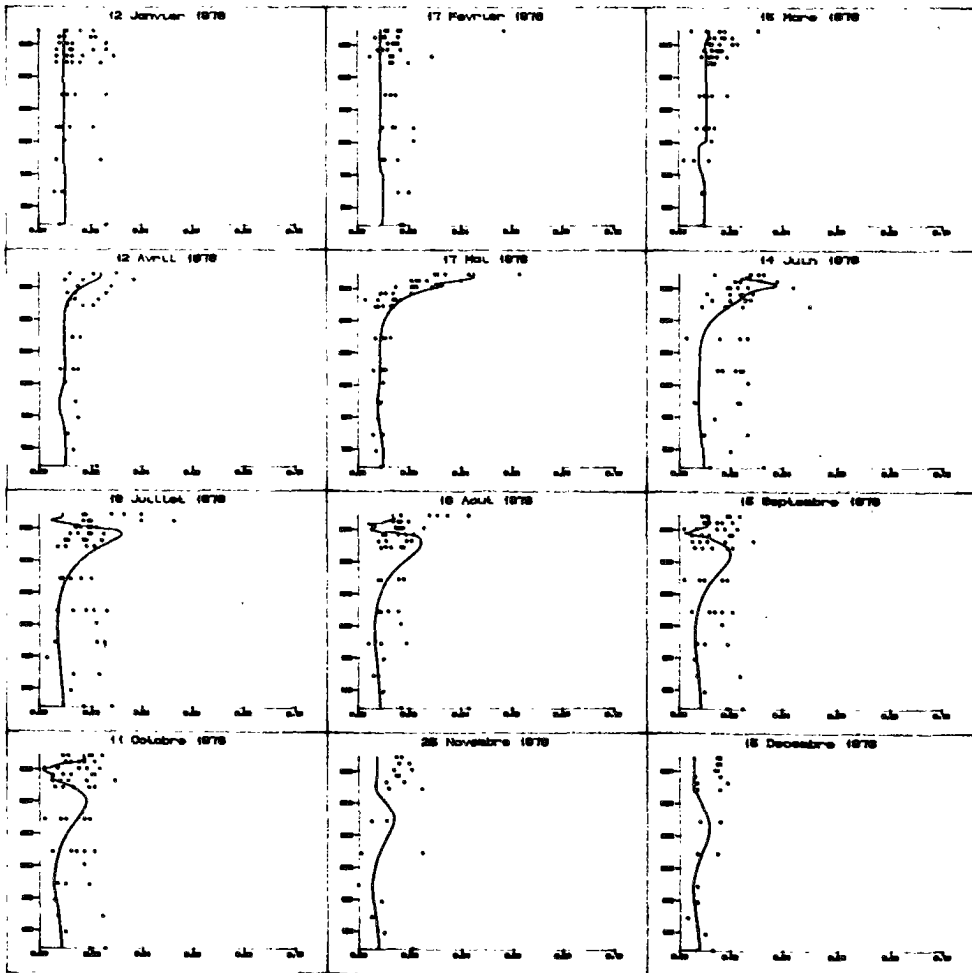
Profils d'orthophosphate
apports + 20%



Profils de P-particuli
apports + 20%

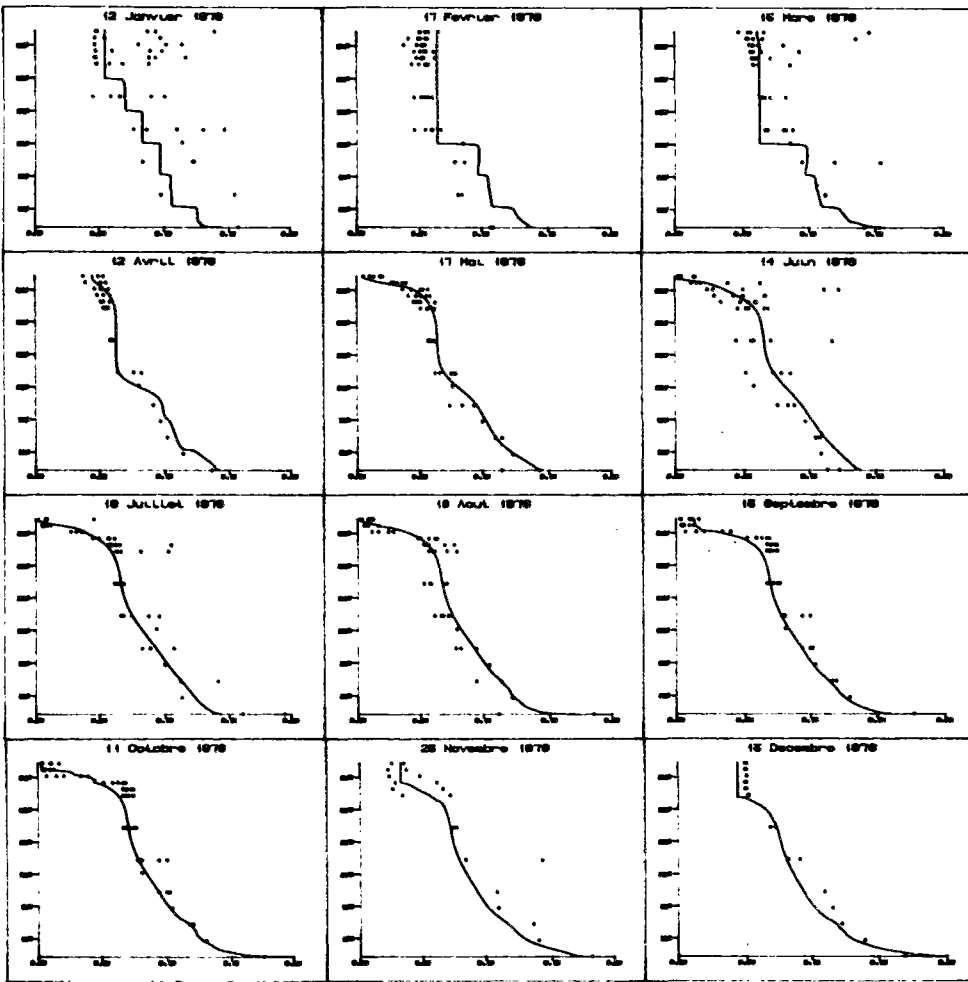


Profils d'orthophosphate
apports - 20%

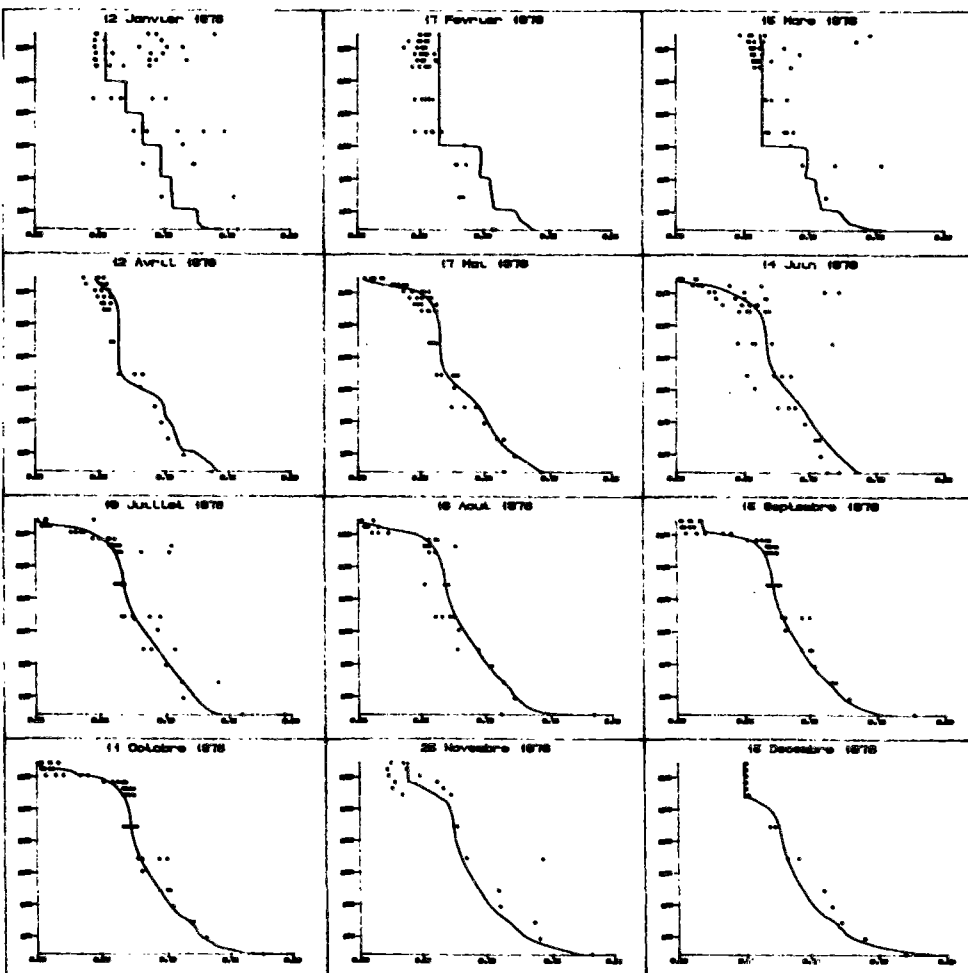


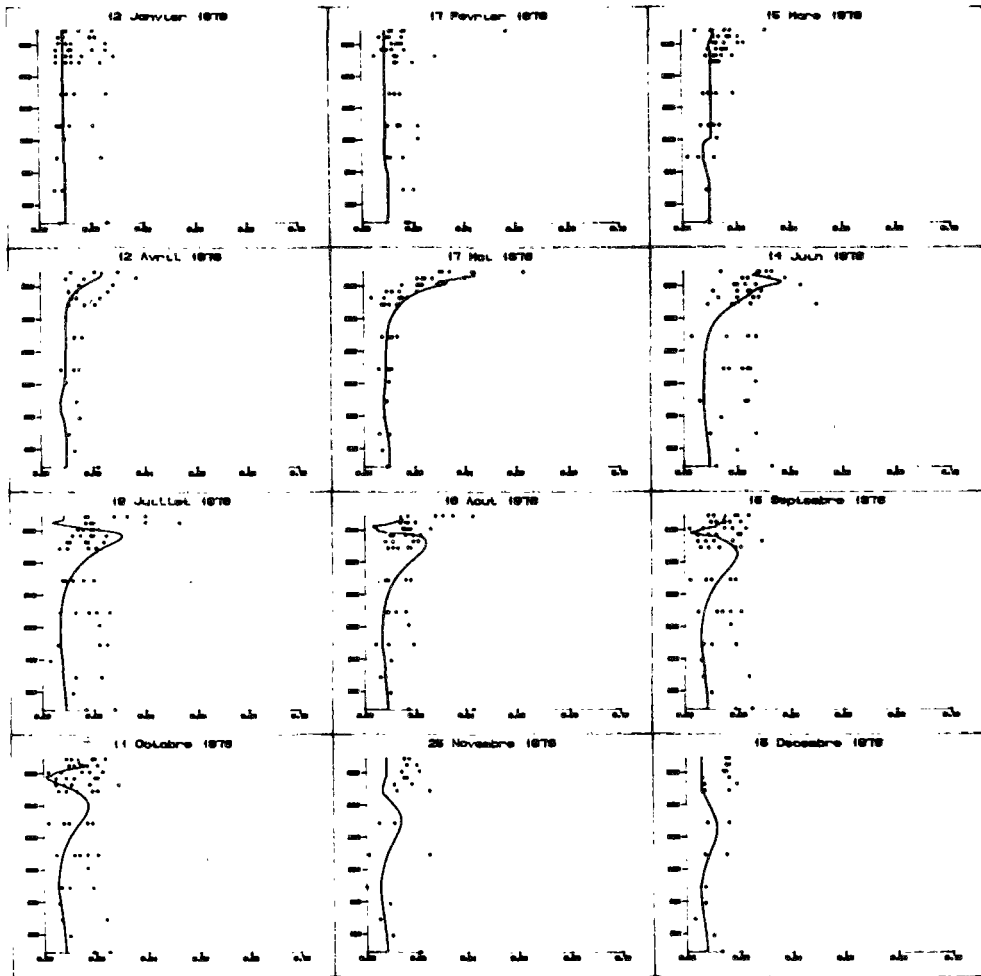
Profils de P-particulaire
apports - 20%

Profils d'orthophosphate
apports - 50%

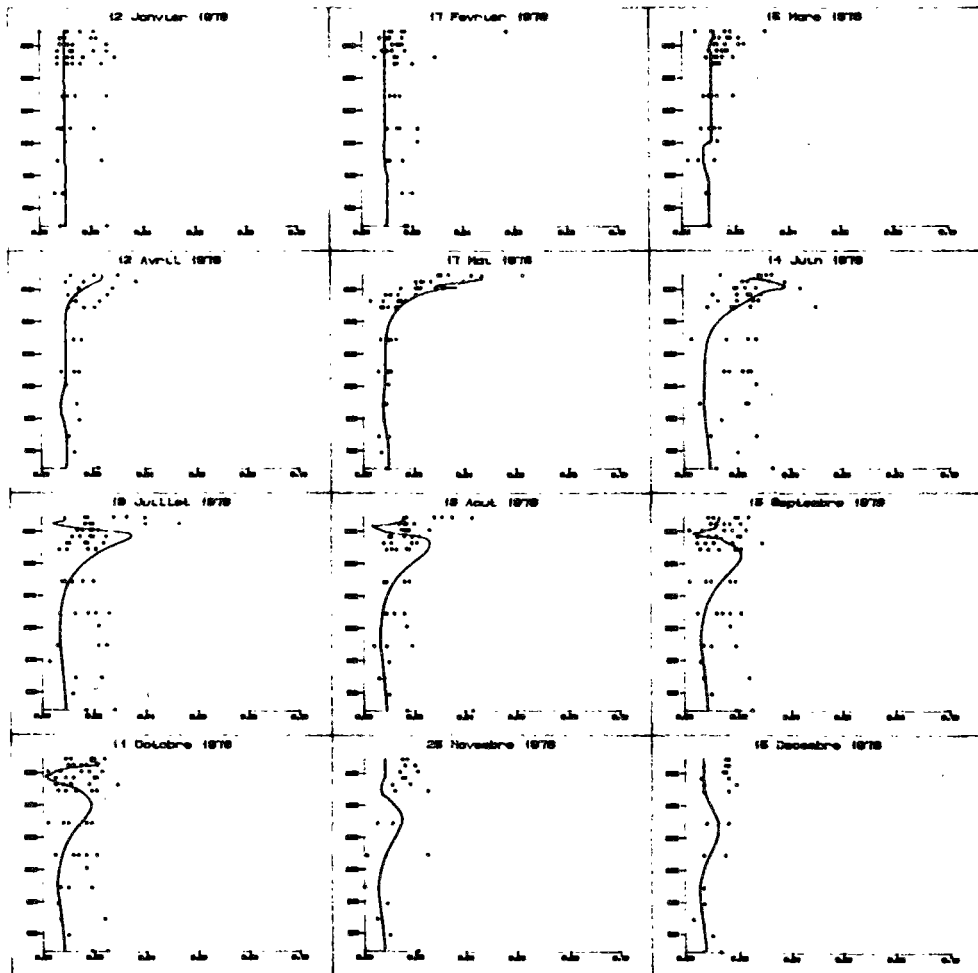


Profils d'orthophosphate
apports + 50%

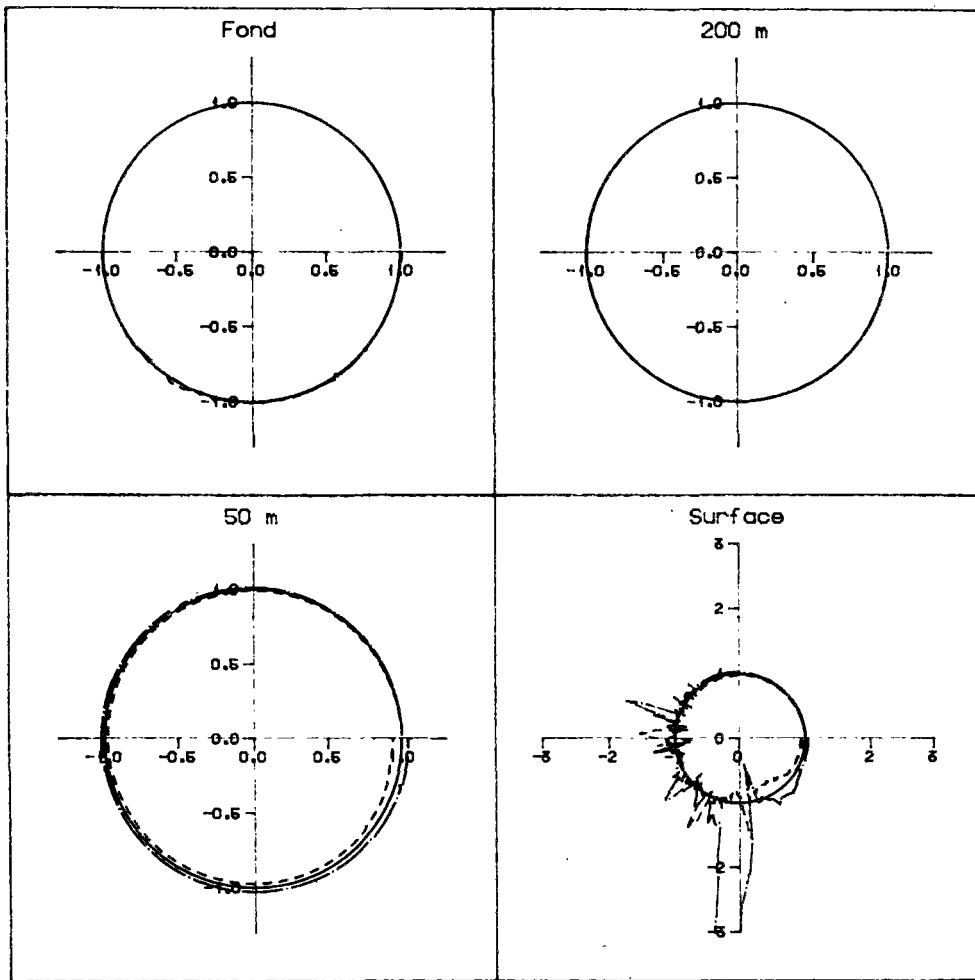




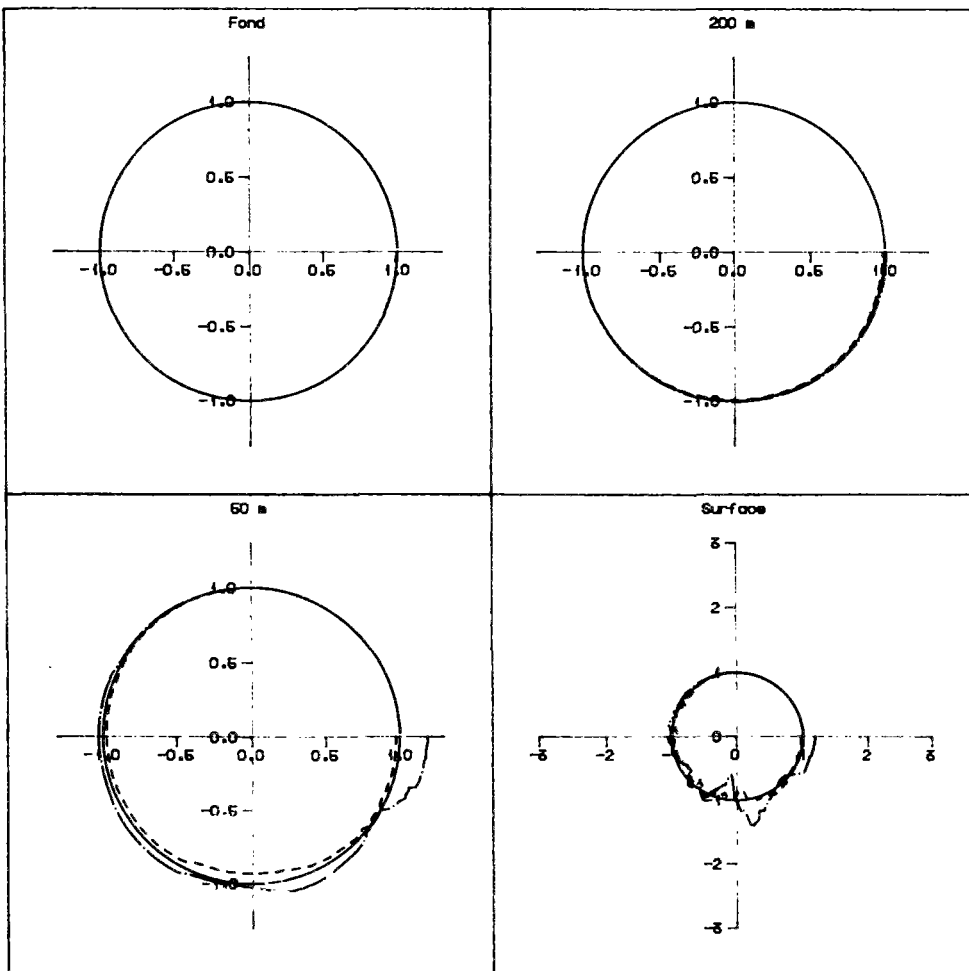
Profils de P-particulaire
apports - 50%



Profils de P-particulaire
apports + 50%



 Orthophosphates \pm 50%
 Orthophosphates
 +50% trait mixte
 -50% trait tireté



 Orthophosphates \pm 50%
 P-particulaire
 +50% trait mixte
 -50% trait tireté

Contribution à la modélisation du lac Léman :
Modèles physiques et biogéochimiques

Mots-clefs: bidimensionnel, cycle du phosphore, lac, Léman, modèle, overturn, thermique, unidimensionnel.

Résumé

Après avoir rapidement rappelé les objectifs de la modélisation du système lémanique, et étudié ses propriétés principales, le choix de la modélisation s'est porté sur la réalisation d'un modèle unidimensionnel vertical thermique couplé à un modèle biogéochimique du cycle du phosphore, et d'un modèle bidimensionnel vertical longitudinal, hydrodynamique et thermique.

Le modèle unidimensionnel vertical permet de décrire un comportement moyen du lac. Il a été calibré sur une année et vérifié sur les trois années suivantes. Il a été nécessaire afin d'obtenir un bon ajustement pluriannuel d'étudier en détail la formulation du coefficient de dispersion verticale. Les résultats rendent alors bien compte de l'évolution saisonnière en surface et de l'augmentation lente de la température des couches profondes (0.2 °C sur 4 ans)

Sur la base de ce modèle, une étude approfondie de l'évolution de la couche mélangée en hiver a été effectuée qui a permis de déboucher sur un premier modèle prédictif stochastique de la hauteur de la couche mélangée annuelle en fonction du profil thermique au début de l'hiver.

Le modèle bidimensionnel élaboré sous différentes versions dépendant d'hypothèses influant sur la durée d'exécution, permet de prendre en compte l'hétérogénéité horizontale du lac. Les résultats en température montrent la plus faible inertie du petit lac, qui se traduit par des températures hivernales plus froides et des variations de température plus importantes en été. Sur le plan hydrodynamique, le modèle permet d'évaluer l'ordre de grandeur des flux d'eau au cours de l'année à divers points du lac, point important dans l'objectif d'un établissement d'un modèle écologique par boîtes.

Un modèle biogéochimique du cycle du phosphore a été couplé au modèle unidimensionnel thermique. Comprenant deux compartiments, le phosphore minéral dissous, et le phosphore organique particulaire, ce modèle reprend les principales étapes du cycle : Production, Décomposition, Sédimentation et Relargage. Les résultats obtenus sont dans l'ensemble en bon accord avec les mesures, sur les quatre années de la simulation. Des simulations, prenant en compte les apports de différentes manières ont montré la faible sensibilité, sur un an, du modèle à ce terme. En particulier, considérer l'ensemble des apports en phosphore total comme directement assimilable par le milieu, n'influe pas sensiblement sur les résultats. On met ainsi en valeur la grande inertie du lac vis à vis des nutriments.