



Comportement fragile des roches : dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes

Antonio Pellegrino

► To cite this version:

Antonio Pellegrino. Comportement fragile des roches : dégradation des propriétés élastiques et anisotropie induite par les contraintes. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1995. Français. $\langle$ NNT : $\rangle$. $\langle$ tel-00523151 $\rangle$

HAL Id: tel-00523151

<https://pastel.hal.science/tel-00523151v1>

Submitted on 4 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



THESE DE DOCTORAT

Spécialité: Géotechnique

Présentée par

Antonio PELLEGRINO

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

**Comportement fragile des roches :
dégradation des propriétés élastiques et
anisotropie induite par les contraintes**

*Centre d'Enseignement et Recherche en Mécanique des Sols
(C.E.R.M.E.S. / ENPC-LCPC)*

soutenue le 10 février 1995 devant le jury composé de:

Président:	M. Jean-Pierre MAGNAN	Professeur ENPC - Directeur Technique LCPC
Rapporteurs:	M. Yves BERTHAUD M. Jack-Pierre PIGUET	Chercheur CNRS (LMT-ENS Cachan) Professeur Ecole de Mine de Nancy (INPL)
Examineurs:	M. Giovanni BARLA M. André DRAGON M. Jean-Louis DURVILLE M. Marc PANET	Professeur Politecnico di Torino Directeur de Recherche CNRS (ENSMA-LMPM) Chef de la Division Géologie LCPC Président Directeur Général SIMECSOL
Directeur de thèse:	M. Jean SULEM	Chercheur ENPC (C.E.R.M.E.S.)



NATVRA DEFICIT
FORTVNA MVTATVR
DEVS OMNIA CERNIT

à Michael Howat

Introduction

Les cavités souterraines profondes montrent un comportement qui n'est pas facilement prévisible sur la base de l'élasticité linéaire classique. La roche à la paroi atteint la rupture pour des charges qui sont plus importantes que celles données par un calcul élastique (Guenot, 1987) mais, en même temps, la rupture paraît survenir de façon typiquement fragile, voire brutale parfois, sous forme de graves instabilités à la paroi (Maury, 1987).

La manifestation la plus éclatante de cette instabilité est l'explosion de la roche même (*rockburst*) dans les galeries minières à grande profondeur (Cook et al., 1966). Plus communément, dans le domaine du génie civil et pétrolier, on la détecte plutôt par un détachement intensif d'écaillés de roche à la paroi, comme cela a été décrit par Proctor et White (Proctor and White, 1946), qui à l'époque utilisaient l'expression *popping rock*, et comme cela a été observé par Panet (Panet, 1969), pendant le creusement du tunnel du Mont Blanc.

Généralement, ce phénomène apparaît pour des roches massives à résistance très élevée. Pourtant, plus récemment, un comportement semblable a été observé pour des roches d'origine sédimentaire, aussi bien en laboratoire, sur les parois de cylindres creux (Santarelli and Brown, 1989; Santarelli, 1992), que *in situ*, autour de puits de forages pétroliers (Plumb, 1989).

La mécanique de la rupture d'abord, pendant les années soixante, et la théorie de l'élasto-plasticité ensuite, pendant les années soixante-dix, ont été employées pour expliquer ces phénomènes. Néanmoins, si d'une part la mécanique de la rupture, développée initialement pour des sollicitations en traction, ne pouvait alors rendre compte du comportement fragile en compression (Bieniawski, 1967), d'autre part la théorie de l'élastoplasticité, développée pour les roches à partir des travaux de Mohr (1900), était adaptée à l'étude de la rupture en cisaillement et se révélait insuffisante pour expliquer les modes de rupture en extension (écaillage, clivage axial). Cependant, dans les quinze dernières années, elles ont progressé considérablement, à partir des travaux fondamentaux de Horii et Nemat-Nasser (1985), en mécanique de la rupture, et de Rudnicki et Rice (1976), en élasto-plasticité, qui ont permis d'y intégrer les concepts d'instabilité et de perte d'unicité de la solution (Darve, 1994), de bifurcation, de localisation et d'effet d'échelle (Vardoulakis et Sulem, 1993).

Dans la même période la mécanique de l'endommagement continu a été largement développée, grâce à un certain nombre de travaux parmi lesquels ceux des mécaniciens

français (Lemaitre, 1978; Mazars, 1984; Chaboche, 1988; Pijaudier Cabot et al., 1994, Dragon et al., 1994; Desoyer et Leroux, 1994). Cette théorie permet de garder, d'une façon différente selon les modèles, la vision micromécanique de la mécanique de la rupture tout en restant dans le domaine théorique de la mécanique des milieux continus.

Le travail présenté dans cette thèse se rapporte à l'étude de la rupture fragile des roches. Plus spécifiquement, son but a été d'étudier l'influence de l'endommagement des propriétés élastiques et de l'anisotropie induite, qui s'ensuit, sur le comportement fragile des matériaux rocheux.

Le cadre théorique employé est basé sur la théorie de l'endommagement. Nous avons élaboré un modèle qui s'inspire des modèles mésomécaniques de l'Ecole de Cachan, notamment celui de Cordebois et Sidoroff (1983), basé sur le principe d'équivalence en énergie entre un matériau réel endommagé et un matériau virtuel qui possède les caractéristiques élastiques initiales du précédent. Ce principe conduit à une loi élastique orthotrope très indiquée pour l'étude des structures en déformation plane.

Notre modèle utilise un tenseur de vitesse d'endommagement qui permet de décrire incrémentalement l'évolution d'un corps homogène, initialement isotrope, qui, soumis à un état de chargement croissant et monotone, développe une anisotropie orthotrope. Les valeurs des composantes du tenseur sont établies expérimentalement, sur la base d'essais triaxiaux, en fonction de l'état des contraintes. Cela nous permet d'introduire implicitement la non-linéarité dans la loi de comportement. Le modèle est donc incrémental, à anisotropie induite orthotrope et non linéaire.

Modéliser l'anisotropie induite à partir des essais triaxiaux nous a obligés à étudier, dans le même type d'essais, l'anisotropie parasite introduite par la non-uniformité des déformations. Nous avons observé que celle-ci pouvait être limitée avec, d'une part, une bonne lubrification entre les bases de l'éprouvette et les plateaux de charge et, d'autre part, le choix d'un élanement optimal.

Le modèle ayant été étalonné, nous l'avons appliqué à l'étude des cavités cylindriques soumises à un état de déformation plane et de chargement monotone de la paroi. Nous nous sommes donc intéressés au cylindre creux à pression intérieure nulle et à la cavité cylindrique dans un massif infini, soumise à un état de contraintes initial isotrope. La non linéarité de la loi nous a amenés à modéliser les deux structures par une équation différentielle ordinaire, d'ordre deux, homogène et non linéaire, qui a été résolue numériquement.

Les roches choisies pour notre recherche ont été une calcarénite italienne, la Pietra Leccese, et un grès des Vosges, le Grès de Rothbach.

Le chapitre I est une synthèse bibliographique des quelques aspects expérimentaux et théoriques de la recherche faite sur le sujet de la rupture des matériaux rocheux, en laboratoire et *in situ*.

Le chapitre II est consacré à la théorie de l'endommagement. Nous y présentons brièvement quelques modèles micromécaniques et mésomécaniques avant de décrire le modèle qui nous avons élaboré. Ce modèle nous conduit à proposer un nouveau critère de rupture basé sur l'évaluation de l'endommagement au sein du matériau.

L'activité expérimentale est le sujet du chapitre III, qui est divisé en trois parties: l'étude numérique et expérimentale de l'anisotropie parasite; la description des essais triaxiaux et l'étalonnage du modèle à partir des résultats expérimentaux.

Dans le chapitre IV nous montrons les deux exemples d'application du modèle à la simulation du chargement d'un cylindre creux et du creusement d'une cavité souterraine cylindrique; ces exemples nous permettent de tirer quelques conclusions quant à l'effet du chemin de contraintes sur les conditions de rupture.

Les conclusions et les perspectives constituent le sujet du chapitre V.

Enfin, dans les annexes nous présentons les résultats des essais de compression triaxiale réalisés au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées sur la Pietra Leccese et le Grès de Rothbach.

Remerciements

Faire une thèse de Doctorat en France a été pour moi une expérience enthousiasmante et enrichissante. J'ai connu en France une façon d'approcher les problèmes scientifiques, qui permet d'avoir une vision extrêmement claire de la mécanique des milieux continus. Cette clarté d'esprit est la chose la plus importante que mon expérience d'études doctorales m'a permis de connaître. J'aimerais donc remercier tous ceux qui ont contribué à rendre mon séjour en France si fondamental pour ma formation scientifique, mais je ne puis citer que quelques uns parmi ceux qui m'ont aidé pendant ces années de travail et je m'excuse auprès des autres

D'abord je veux exprimer ma gratitude aux membres du jury, qui m'ont fait l'honneur de participer à la soutenance de ma thèse. Monsieur Magnan, qui a accepté de présider mon jury. Monsieur Berthaud et Monsieur Piguët qui ont accepté la tâche de rapporteurs; leurs remarques ont été précieuses et m'ont permis de reprendre quelques unes des imperfections de ce mémoire. Monsieur Dragon, Monsieur Durville, Monsieur Panet qui m'ont fait l'honneur et le plaisir d'accepter d'être mes examinateurs; Monsieur Barla qui m'a initié à la mécanique des roches et qui m'a beaucoup aidé par son soutien et sa confiance dans l'avancée de mes recherches; Monsieur Sulem, mon directeur de thèse, grâce à lui j'ai eu la possibilité d'enrichir mes connaissances en mécanique des milieux continus.

Un remerciement particulier à Monsieur Erlacher, qui s'est toujours montré très disponible en me donnant des conseils précieux pour le bon déroulement de mon travail.

Pour la disponibilité, avec laquelle j'ai été accueilli, et l'esprit de collaboration, qui s'est révélé décisif pour mon travail, je remercie l'Enel-Cris, en la personne de Monsieur Attilio Zaninetti, et le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, en la personne de Monsieur Jean Louis Durville.

C'est avec une amitié fraternelle que je remercie tous mes copains du CERMES: Cem Atahan, Jean-Claude Dupla, Patrick Lerat, Yu Jun Cui, Jean Canou, Emanuel Delaure, Berhouz Gatmiri, Adrien Saitta et Philippe Unterreiner. Je remercie aussi Pierre Delage et Roger Frank. Un remerciement à Luc Dormieux et à Eric Leca. Un remerciement particulier à Josette Fayol, qui est un petit peu la *mamma* du CERMES, à Dominique Barrière et au personnel de l'Ecole des Ponts, avec reconnaissance. Je veux enfin exprimer ma reconnaissance à Monsieur Mathieu, Directeur de la Recherche de l'ENPC.

Merci également à Etienne Massieu, François Martineau et Lionel Martinet de LCPC, qui m'ont appris les bases de l'activité expérimentale.

Un très grand merci à Elisabeth Ducloux, qui a relu et corrigé le texte provisoire de ce mémoire.

Un remerciement et un bisou à Rosanna, la copine de ma vie.

Je veux enfin rappeler le souvenir de Michael Howat: c'était un très bon ingénieur et un très bon chercheur, mais il était surtout un homme doué de ce que les Romains appelaient *humanitas*. La vie et les hommes ont plié son esprit. A sa mémoire je dédie ma thèse.

Ciao Michael

Table des matières

I	Comportement des roches dans les essais de laboratoire. Une synthèse bibliographique	1
I.1	Cylindres pleins	4
I.1.1	La courbe contrainte-déformation	4
I.1.2	La phase iii	5
I.1.3	Le développement des fractures et la phase iv	8
I.1.4	Classification des ruptures	11
I.2	Cylindres creux.	13
I.2.1	Cylindres creux en compression uniaxiale.	13
I.2.2	Cavités cylindriques dans des éprouvettes cylindriques ou cubiques . .	14
I.3	Essais biaxiaux	17
I.3.1	Essais en cellule biaxiale	17
I.3.2	Essais d'instabilité de surface	20
I.4	L'interprétation des résultats	20
I.5	La Mécanique de la Rupture	22
I.5.1	Éléments de base de la mécanique de la rupture	22
I.5.2	La mécanique des roches et la mécanique de la rupture	24
I.5.3	Le modèle de Horii et Nemat-Nasser	25
I.5.4	Les modèles de Berkeley	28
I.5.5	Mécanique de la rupture et bifurcation	32
I.5.6	Mécanique de la rupture et localisation	36
I.6	Milieus continus et bifurcation	37
I.6.1	Application à l'échantillon cylindrique	38
I.6.2	Application à la cavité cylindrique	40
I.6.3	Instabilité de surface	42
II	Mécanique de l'Endommagement continu	45
II.1	Introduction	45
II.2	Définition et histoire du concept d'endommagement.	46
II.2.1	Définition d'endommagement	46
II.2.2	Le concept de contrainte effective	47

II.2.3	Evolution de la theorie.	48
II.3	Thermodynamique de l'endommagement	48
II.3.1	Principes d'équivalences	50
II.4	Endommagement anisotrope.	51
II.4.1	Definition thermodynamique d'un tenseur d'endommagement	51
II.4.2	Definition géométrique d'un tenseur d'endommagement	52
II.5	Micromécanique et endommagement	55
II.6	Le modèle à vitesse d'endommagement	57
II.6.1	Hypothèse d'équivalence en travail fait par les contraintes	60
II.6.2	Potentiel thermodynamique et dissipation mécanique	62
II.6.3	Evolution du tenseur de vitesse d'endommagement.	64
II.6.4	Caractéristique de la loi de comportement.	64
II.7	Le comportement inélastique	65
III	Programme des essais et interprétation des données	69
III.1	Introduction	69
III.2	Programme expérimental	70
III.2.1	Les roches étudiées	70
III.2.2	Essais uniaxiaux	73
III.2.3	Equipement expérimental et préparation des échantillons	79
III.2.4	Programme d'essai	82
III.3	Résultats et interprétation des essais	82
III.3.1	Commentaires sur les résultats obtenus	82
III.3.2	Méthode d'étalonnage du modèle de comportement	90
III.3.3	Résultats	94
III.4	Interprétation du comportement inélastique	105
III.5	Simulation des essais et validation du modèle	106
IV	Application: stabilité des excavations souterraines à grande profondeur	115
IV.1	Introduction	115
IV.2	Définition du problème et méthode de résolution	118
IV.2.1	Formulation des équations	118
IV.3	Algorithme de résolution	121
IV.4	Exemples numériques	124
IV.4.1	Cylindre creux	124
IV.4.2	Cavité cylindrique	135
IV.4.3	Résumé des résultats	151
V	Conclusions	155
V.1	Le modèle d'endommagement	155
V.2	Principaux résultats expérimentaux	155

V.3	Application à la stabilité des cavités cylindriques	156
V.4	Perspectives	157
Annexe A: Courbes de compression de la Pietra Leccese		159
Annexe B: Courbes de compression du Grès de Rothbach		177
Bibliographie		193

Chapitre I

Comportement des roches dans les essais de laboratoire. Une synthèse bibliographique

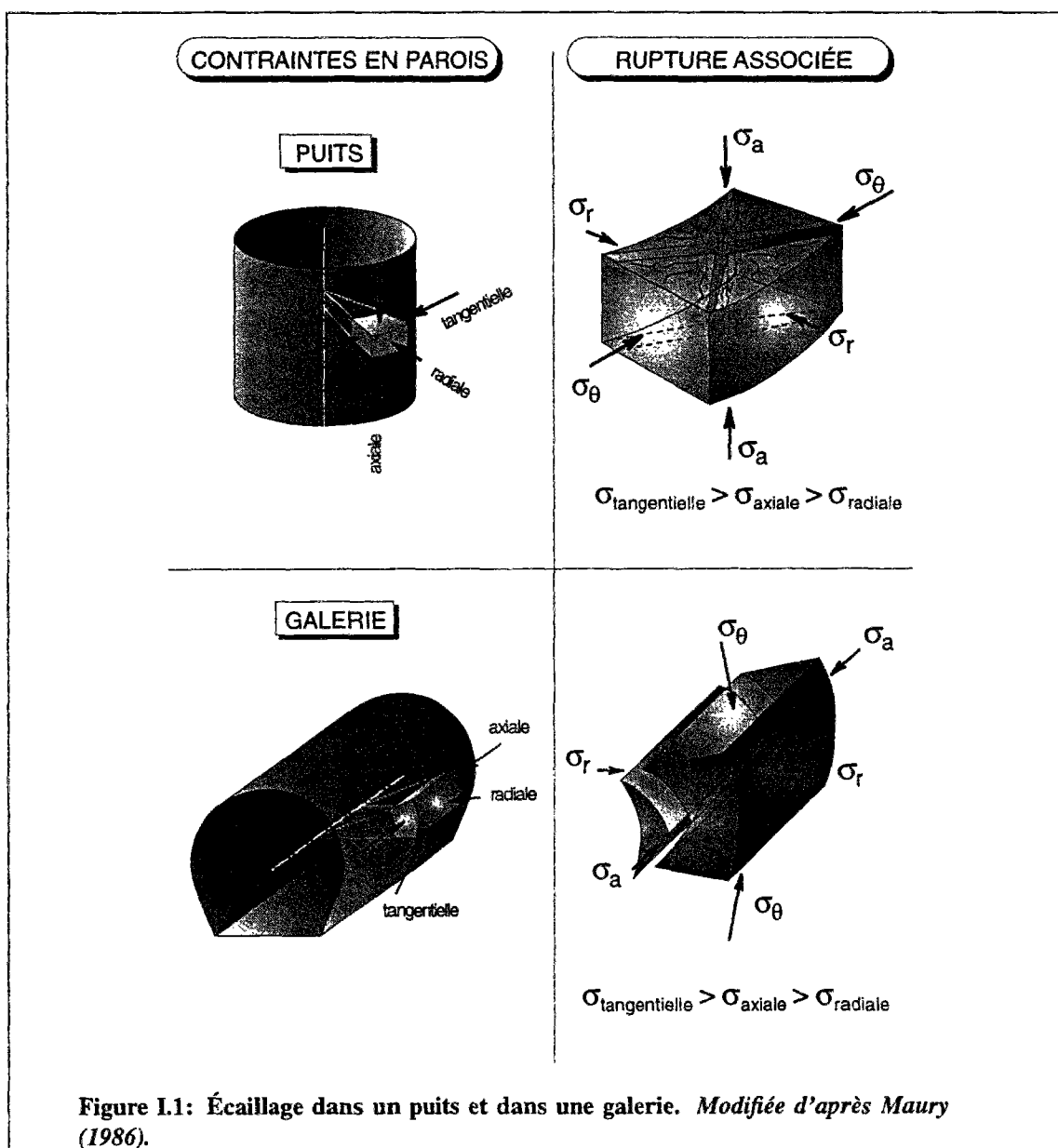
Les cavités rocheuses souterraines ont des fonctions différentes et une vaste gamme de dimensions qui vont du simple forage de sondage aux grandes cavernes. La variation de l'état initial des contraintes dans le massif près des cavités caractérise ces ouvrages. Cette variation, qui est un *déchargement* de la roche autour de l'excavation, provoque tout d'abord une déformation élastique de la roche elle-même. Ensuite, si les contraintes agissant à proximité de la cavité sont assez importantes, la déformation devient inélastique avec l'apparition de fissures et la dégradation des caractéristiques mécaniques telles que le module élastique et le coefficient de Poisson. Finalement, la rupture par fissuration peut survenir.

La définition la plus récente du terme *rupture* considère deux types de manifestations:

1. la rupture de la roche autour de l'excavation avec l'apparition de discontinuités macroscopiques;
2. le mouvement important le long des discontinuités existantes.

Le creusement du tunnel du Mont Blanc a été donné en exemple pour ce qui concerne les différents problèmes provoqués par les phénomènes de rupture fragile liés à la décompression de la roche. Dans une zone à une profondeur de 2000 m environ, où la roche était saine et massive, la décompression a été particulièrement intense et on a décrit la situation de la façon suivante:

L'aspect initial, plutôt massif, de la formation est entièrement modifié, transformé dans les trois ou quatre jours suivant le dérochement par une décompression extrêmement forte, violente, très active dont les effets spectaculaires sont souvent impressionnants. Ces effets se manifestent surtout sur les parements à mi-hauteur où la roche est extrêmement travaillée, s'écaille, se brise en tous sens, éclate violemment en larges plaques à bord dentelées, ou encore se détend par feuilles ou lamelles décollées (Panet, 1969).



La formation d'écailles ou de plaques, à l'intérieur de la roche mais aussi près des surfaces libres, est un phénomène souvent observé aux parois d'un tunnel ou au front d'une excavation dans une grande zone de roche fragile (figure I.1). Elle est due aux fissures d'extension qui sont parallèles à la direction de la contrainte principale majeure (Proctor et White, 1946; Fairhurst et Cook, 1966) et qui ne montrent pas un mouvement relatif parallèle à la surface de la fissure même (Singh, 1988).

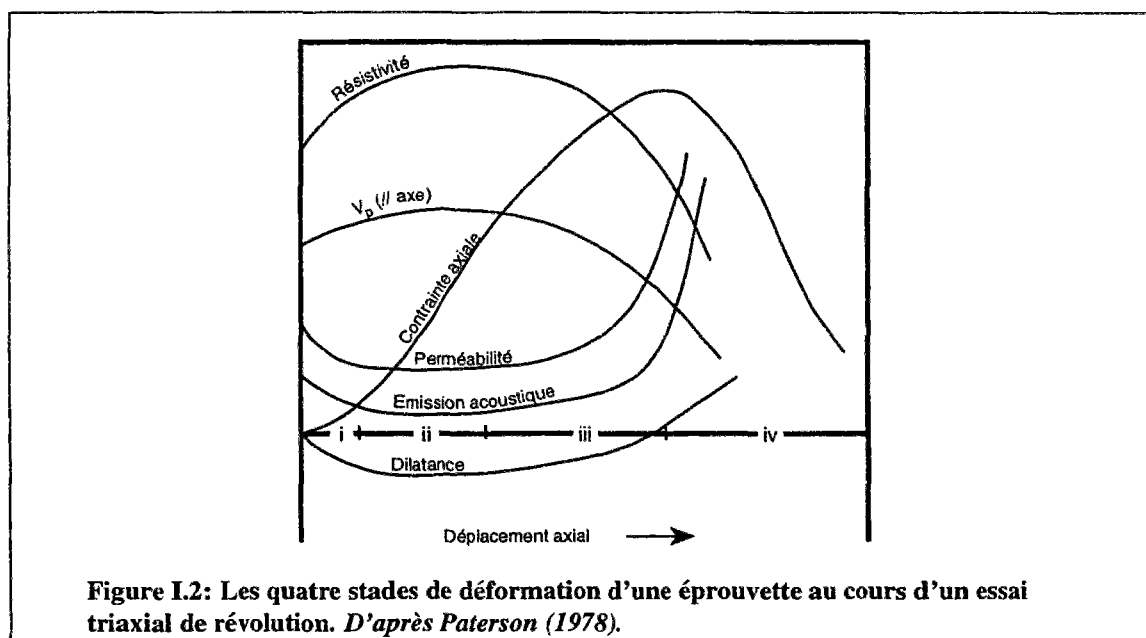
Dans la plupart des cas observés dans des massifs formés de roches isotropes, l'écaillage semble apparaître sous forme d'une discontinuité courbe, accompagnée ou non d'une autre présentant une inclinaison inverse par rapport au parement, ayant l'allure de deux lignes de cisaillement conjuguées (figure I.1). L'intersection des deux surfaces est parallèle à l'axe de la galerie. L'écaillage qui se produit est donc de type longitudinal ou cylindrique et il est dénommé parfois *en pelure d'oignon*.

Dans la littérature on a reporté quelques observations sur des cas de stabilité anormale soit d'ouvrages souterrains (galeries, puits, forages) soit d'essais de laboratoire. Maury (1987) mentionne le cas des galeries de stockage du Vexin en France, dans la craie Turo-nienne, dont les parois travaillent, en théorie, au niveau de la résistance en compression simple et la clé encore plus. Des sondages ont été faits dans la clé et les parois de ces sondages, soigneusement observées, n'ont montré aucun signe de rupture, bien que soumises à deux fois le niveau des contraintes correspondant à la résistance en compression simple σ_c , d'après la théorie de l'élasticité conventionnelle.

En laboratoire, on a enregistré plusieurs fois une stabilité anormale des parois des tubes épais, dont la géométrie était suffisante pour représenter le problème d'une cavité cylindrique dans un milieu infini. Ainsi le nombre de stabilité N_s , défini par

$$N_s = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_c}$$

où σ_θ est la contrainte théorique tangentielle de rupture, calculée au moyen d'un modèle



isotrope élastique, et σ_c est la résistance de la roche, déterminée à l'aide des essais conventionnels, a une valeur différente de 1 et comprise entre 2 et 8 (Guenot, 1987).

L'observation de la roche autour de la cavité cylindrique montre que pour la plupart des matériaux testés (grès, calcaires, craies séchées, marbres, granite), il n'y a pas de zones annulaires, travaillant en grandes déformations continues qui évoqueraient une déformation plastique, mais rupture, avec apparition de surfaces de discontinuités et déplacements éventuels de morceaux (écailles) dont la matrice rocheuse reste apparemment intacte.

En résumé il y a trois points à expliquer:

1. la *forme* que prend la surface de rupture (*écaillage*);
2. la *résistance* anormale de la roche soit *in situ* soit en laboratoire;
3. le rôle du comportement plastique et fragile du matériau.

I.1 Cylindres pleins

Dans le cadre des activités du Groupement de REcherches COordonnées (GRECO) "Géomatériaux", qui a été actif en France pendant quatre ans, de 1989 à 1993, on a fixé des axes de recherche théoriques et expérimentaux pour mieux comprendre le comportement en compression des roches et du béton, surtout par rapport aux phénomènes de localisation; les essais de compressions sur les cylindres pleins sont, en effet, les plus communs et donc les plus étudiés par les mécaniciens des roches. Les suggestions, provenant des discussions faites au sein du GRECO, se répandent dans l'esprit de notre travail de thèse.

I.1.1 LA COURBE EFFORT-DEFORMATION

Les aspects généraux du comportement d'une éprouvette de roche, pendant la rupture fragile en compression, ont été résumés par Paterson (Paterson, 1978, cité par Singh, 1987, et par Santarelli, 1990) en quatre phases (figure I.2) dans lesquelles on a :

1. fermeture élastique ou inélastique des pores du matériau;
2. déformation élastique avec la courbe effort-déformation linéaire;
3. développement stable des microfissures et dilatation qui implique la propagation des microfissurations: cela commence à partir d'un certain seuil, dit *seuil de microfissuration*;
4. développement instable des microfissurations à partir du *seuil de localisation*.

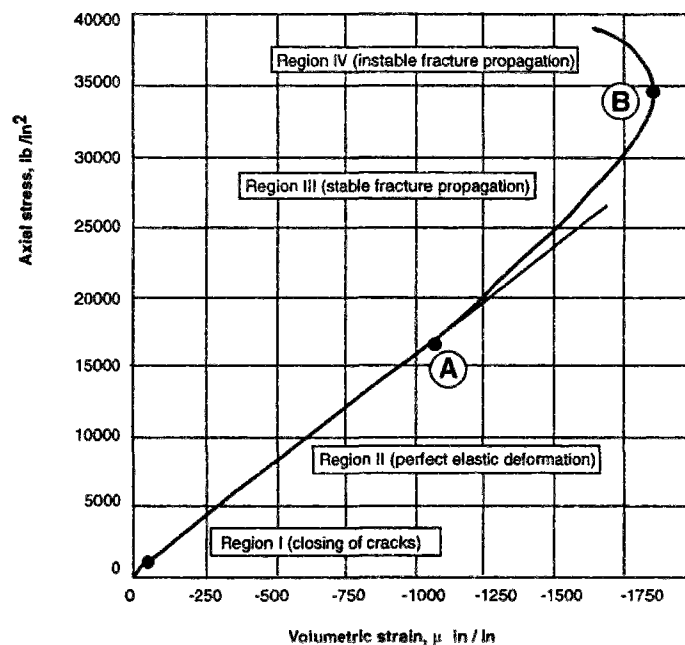


Figure I.3: Déformation volumique d'un quartzite. Essai de compression uniaxiale avec une presse conventionnelle ($1000 \text{ lb/in}^2 = 6,895 \text{ MPa}$). D'après Bieniawski (1967.b).

I.1.2 LA PHASE III

Déjà Bieniawski (Bieniawski, 1967a, 1967b, 1967c, 1968) avait fixé le seuil de microfissuration justement en le mettant en corrélation avec le changement de la pente de la courbe effort-déformation volumétrique (point A de la figure I.3), qui n'est plus linéaire. Il avait obtenu ces courbes pour différents échantillons de quartzite et de norite en compression uniaxiale. L'analyse des résultats, confirmés par des observations microscopiques à différents niveaux de charge, ont révélé que le début de la fissuration en compression uniaxiale ne dépendait pas de la forme de l'échantillon, des plateaux de chargement et du type de presse utilisée pour la compression (Bieniawski, 1967a).

En poursuivant la recherche de Bieniawski, Bordia (1971) a vérifié expérimentalement, pour un grès à grains fins, soumis à une charge uniaxiale avec une presse conventionnelle, que le début de la phase de fissuration était indépendante des dimensions de l'échantillon.

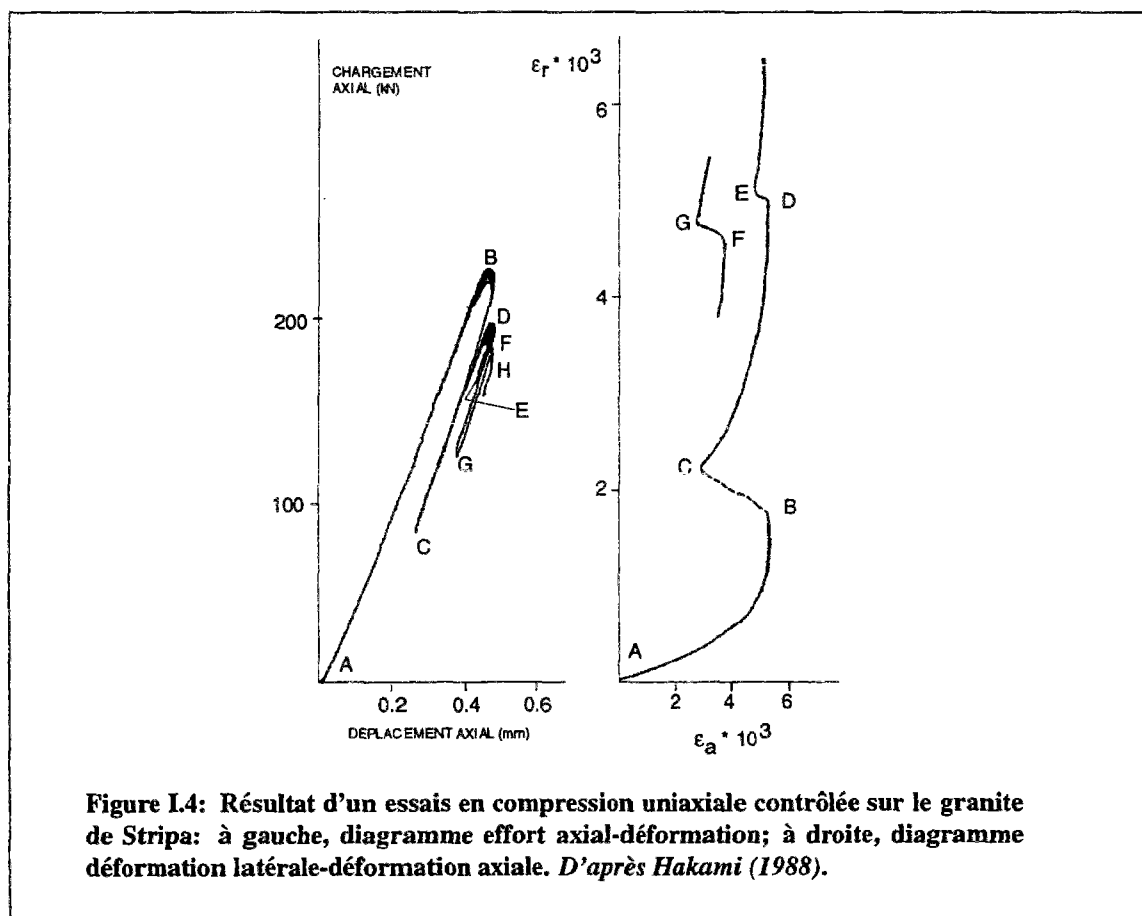
Finalement, au niveau microscopique, Brace (Brace, 1963) a observé en lame mince que, pendant la troisième phase, on a des changements permanents dans la structure microscopique des roches dures et tendres (diabase, quartzite, granite, calcaires cristallins), puisqu'il semble que les grains se détachent et que leurs bords deviennent lumineux.

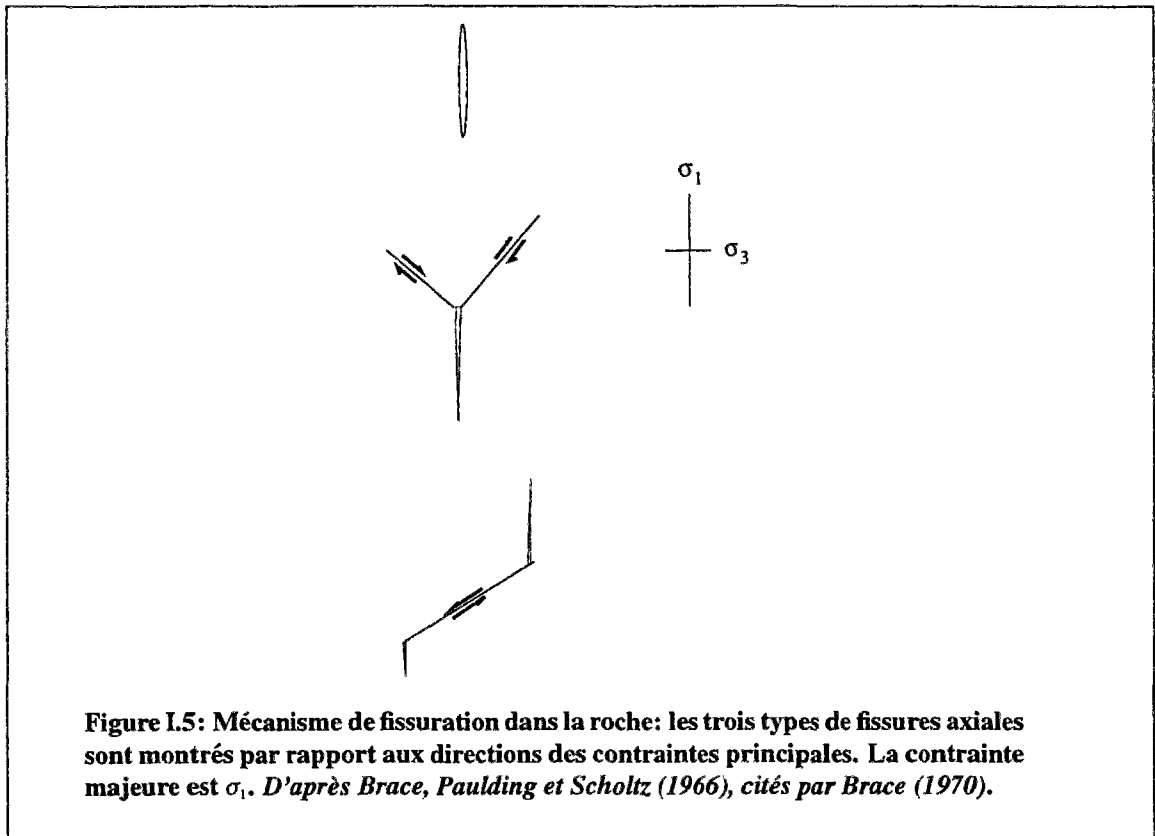
Au niveau macroscopique, on a employé plusieurs méthodes pour étudier le dévelop-

pement de la microfissuration: l'enregistrement de l'émission acoustique, la mesure de la perméabilité à l'air ou la résistivité électrique (figure I.2). Toutes ces mesures indiquent que le seuil de microfissuration se situe souvent entre 30% et 60% de la valeur du pic.

Au cours d'essais sur différents lithotypes (granite, marbre, calcaire, granite et grès) en compression uniaxiale, Hakami (Hakami, 1988) a relevé que l'effet de la microfissuration devient évident environ à 50% du pic, sous forme d'irrégularités très petites de la courbe effort-déformation (figure I.4). Les microfissures se développent à l'intérieur de l'éprouvette et elles ont tendance à se concentrer en zones localisées sous forme de bandes. Ce type de fractures primaires commence assez souvent, mais pas nécessairement, à partir des extrémités de l'éprouvette, ou de toute façon très près de l'extrémité, et se propagent dans la zone de concentration des microfissures. Par contre, Santarelli et Brown ont relevé, pour une dolomite, que les microfissures naissaient à l'intérieur de l'échantillon et n'arrivaient pas à ses extrémités, à cause de l'effet de confinement des plaques (Santarelli et Brown, 1989).

En ce qui concerne les mécanismes de la microfissuration, Brace (Brace, 1970) en





suggère trois types (figure I.5):

1. formation de microfissures isolées dans la direction de σ_1 ;
2. glissement le long des bords de deux différents grains adjacents, ce qui cause l'élargissement d'un troisième bord d'un grain ou un clivage à l'intérieur d'un grain;
3. glissement sur une fissure accompagné par la croissance d'une microfissure axiale: ce mécanisme a été suggéré par les études sur les verres et les matières plastiques.

L'observation montre que la microfissuration est uniformément répartie dans l'échantillon à l'exception des zones près des plateaux, où il y a l'influence du frottement. Il existe aussi une tendance générale des microfissures à se développer dans la direction parallèle à la direction de la contrainte principale majeure.

Toujours pendant la phase iii mais pour des essais en compression triaxiale, Santarelli et Brown (Santarelli et Brown, 1989), en étudiant le comportement de deux grès (grès de

Doddington et grès du Carbonifère) et d'une dolomite (dolomite de Gebdykes), ont observé l'apparition d'une série de plans de cisaillement plus petits, indiqués par des lignes de Lüder (plans additionnels de cisaillement vus en section). Ceux-ci correspondent à un certain degré de localisation des déformations à plus petite échelle et n'influencent pas l'homogénéité globale des déformations à l'échelle de l'échantillon.

I.1.3 LE DEVELOPPEMENT DES FRACTURES ET LA PHASE IV

Au point **B** de la figure I.3, on observe le seuil de propagation instable des fissures, qui se manifeste au niveau microscopique par le broyage des grains, absent dans la phase précédente (Bieniawski, 1967a). Parfois, ce nouveau stade est marqué sur la courbe effort-déformation (figure I.4) par une augmentation de la fréquence et de l'importance de ses irrégularités lorsqu'on approche du pic (Hakami, 1988).

C'est à ce stade que, selon Bieniawski, les conditions expérimentales deviennent importantes: le type de chargement et les dimensions des plateaux de charge par rapport aux bases de l'échantillon pour les essais uniaxiaux; la pression de confinement pour les essais triaxiaux. En condition uniaxiale, par exemple, nous avons la formation d'une surface de cisaillement de forme conique ou bien la production d'écailles, selon que la surface des plateaux de charge est plus grande ou égale à la surface de base de l'échantillon (*effet de poinçonnement* du plateau).

Compression uniaxiale

Pour des essais en compression uniaxiale (sur granites, basaltes, calcaires, marbres) Wawersik et Fairhurst (Wawersik et Fairhurst, 1970, cités par Brady et Brown, 1985) ont observé deux modes différents de fractures:

1. une fracture locale en extension, qui est généralement parallèle à la contrainte appliquée;
2. une fracture de cisaillement locale et macroscopique.

La prédominance relative de ces deux types de fracture dépend de la résistance, de l'anisotropie, de la fragilité et de la dimension des grains des agrégats cristallins.

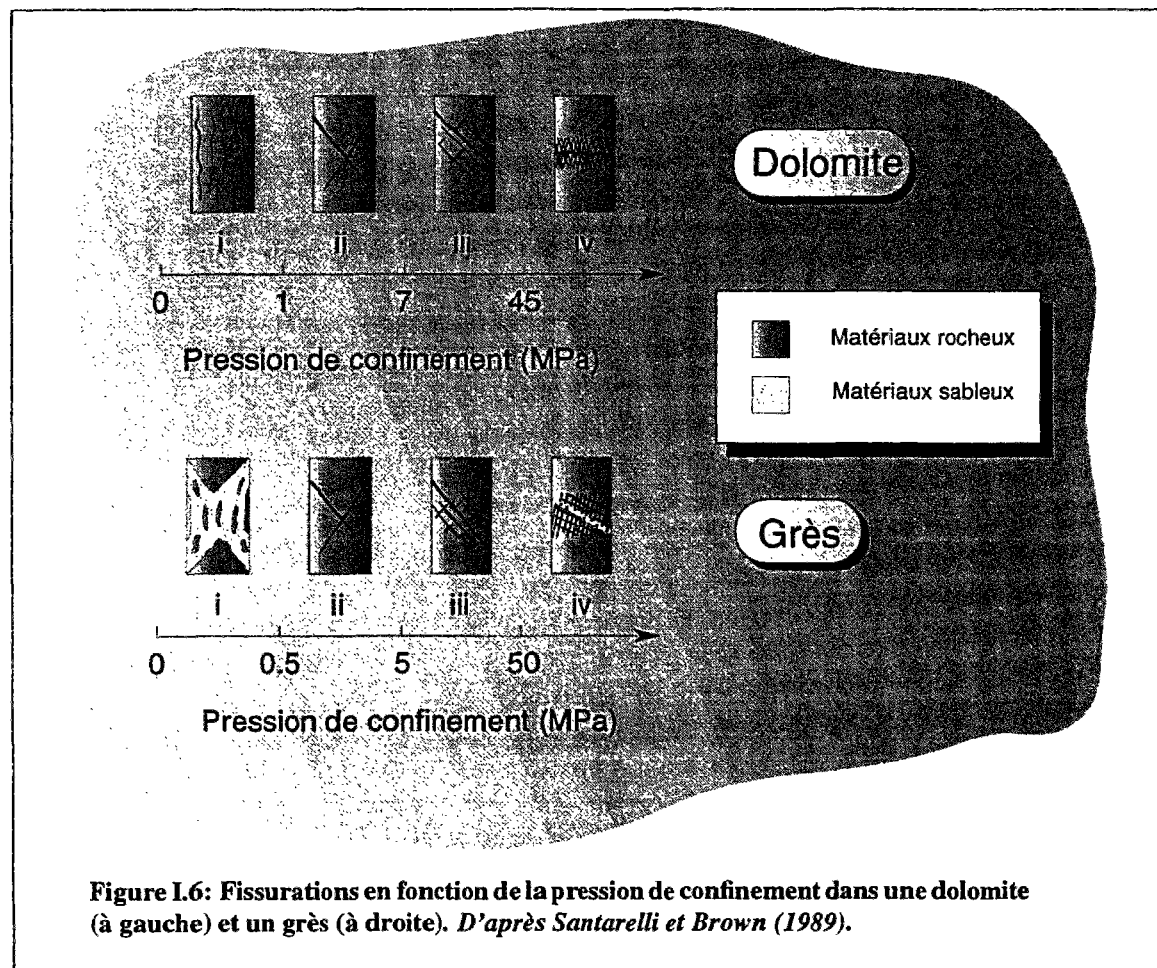
Hakami (Hakami, 1988) et Santarelli (Santarelli et Brown, 1989) ont généralement observé un développement des fractures de manière axiale (*axial splitting*), parallèles à la contrainte maximale. Cependant Santarelli (figure I.6) a remarqué qu'il y avait des différences entre la dolomite de Gebdykes (développement très localisé de microfissures et rupture par fissuration axiale), le grès de Doddington (développement peu localisé de microfissures et rupture avec pulvérisation de l'échantillon) et le grès du Carbonifère (développement des microfissures de manière intermédiaire entre les deux premières).

Compression triaxiale

Lorsque le confinement augmente (compression triaxiale), on observe généralement le passage de la rupture par fissuration axiale à la rupture par cisaillement (Brace, 1963).

Wawersik et Brace (1970) ont remarqué que pour le granite de Westerly ($\sigma_c = 298.6$ MPa) la fracture se propageait avec des fissures locales presque toutes orientées parallèlement à la contrainte de compression majeure pour un confinement inférieur environ à 20 MPa, avec création de plaques et bandes de cisaillement étroites, où la roche est pulvérisée. Lorsque la contrainte de confinement est supérieure 20 MPa, les fractures commencent à se développer localement, le plus souvent inclinées par rapport à la direction de la contrainte majeure de compression, pour donner lieu à une coalescence qui produit une fissure de cisaillement macroscopique. Enfin, aux pressions de confinement élevées, les fissures locales ont tendance à se propager dans leur plan initial.

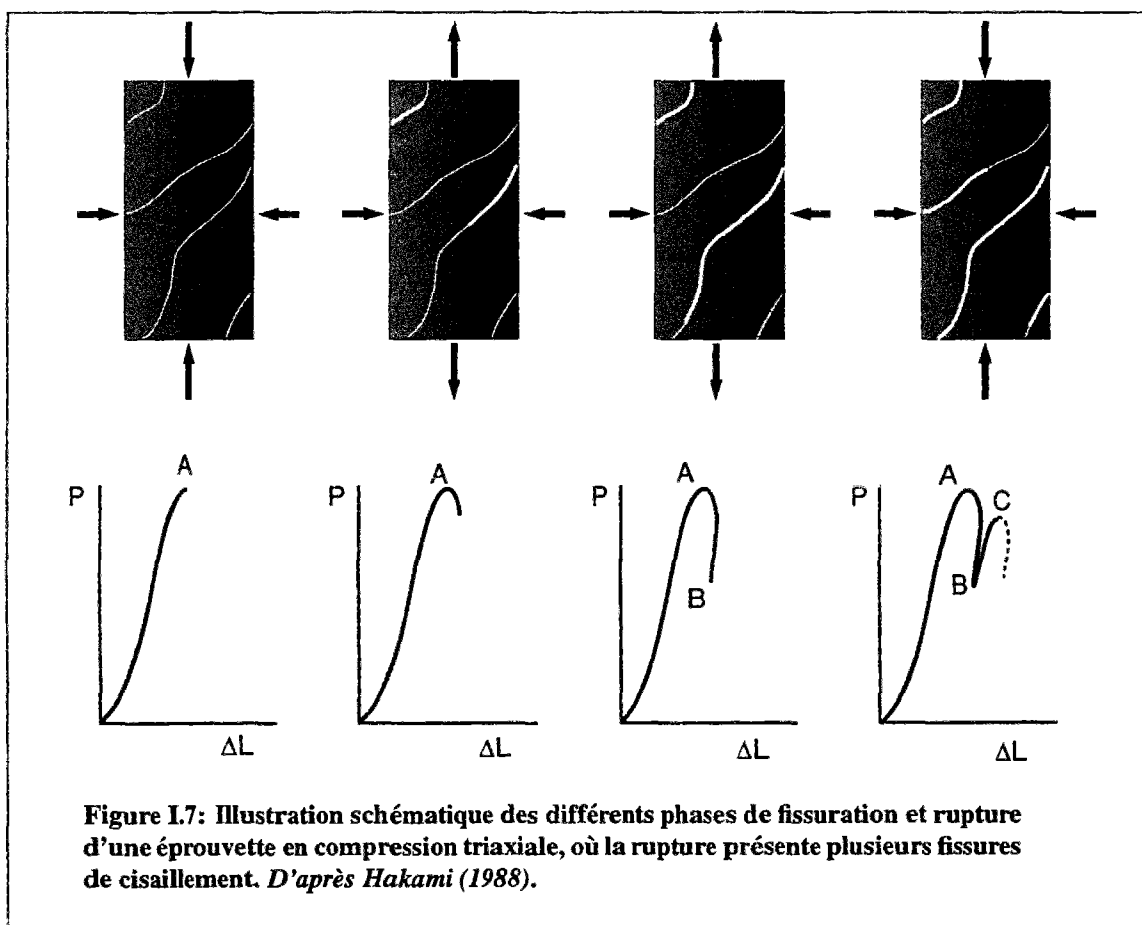
Pour le même lithotype (granite de Siljan Ring et granite de Gideå), Hakami (ibid.) a



remarqué la formation de fractures de cisaillement multiples pour des pressions de confinement faibles (figure I.7), alors que, pour des pressions de confinement importantes, on a la formation d'une seule fracture de cisaillement bien définie (figure I.8).

Pour le grès de Doddington, Santarelli (Santarelli et Brown, 1989) a observé qu'une augmentation de la valeur de la contrainte de confinement correspondait à une augmentation du nombre des lignes de Lüder. En même temps, on a l'apparition d'une bande de cisaillement, formée par du matériau transformé en gouge, son épaisseur augmentant avec l'augmentation de la contrainte de confinement. Par contre, pour la dolomite de Gebdykes, lorsque les contraintes augmentent, une zone avec beaucoup de plans de cisaillement se développe et donne à l'échantillon un comportement ductile. La seule discontinuité est horizontale et elle est formée par l'intersection de plusieurs plans de cisaillement avec différentes orientations.

Santarelli et Brown ont estimé que seul le début de la localisation principale doit être employé pour donner une limite de validité aux courbes contrainte-déformation pour la validation des lois de comportement.

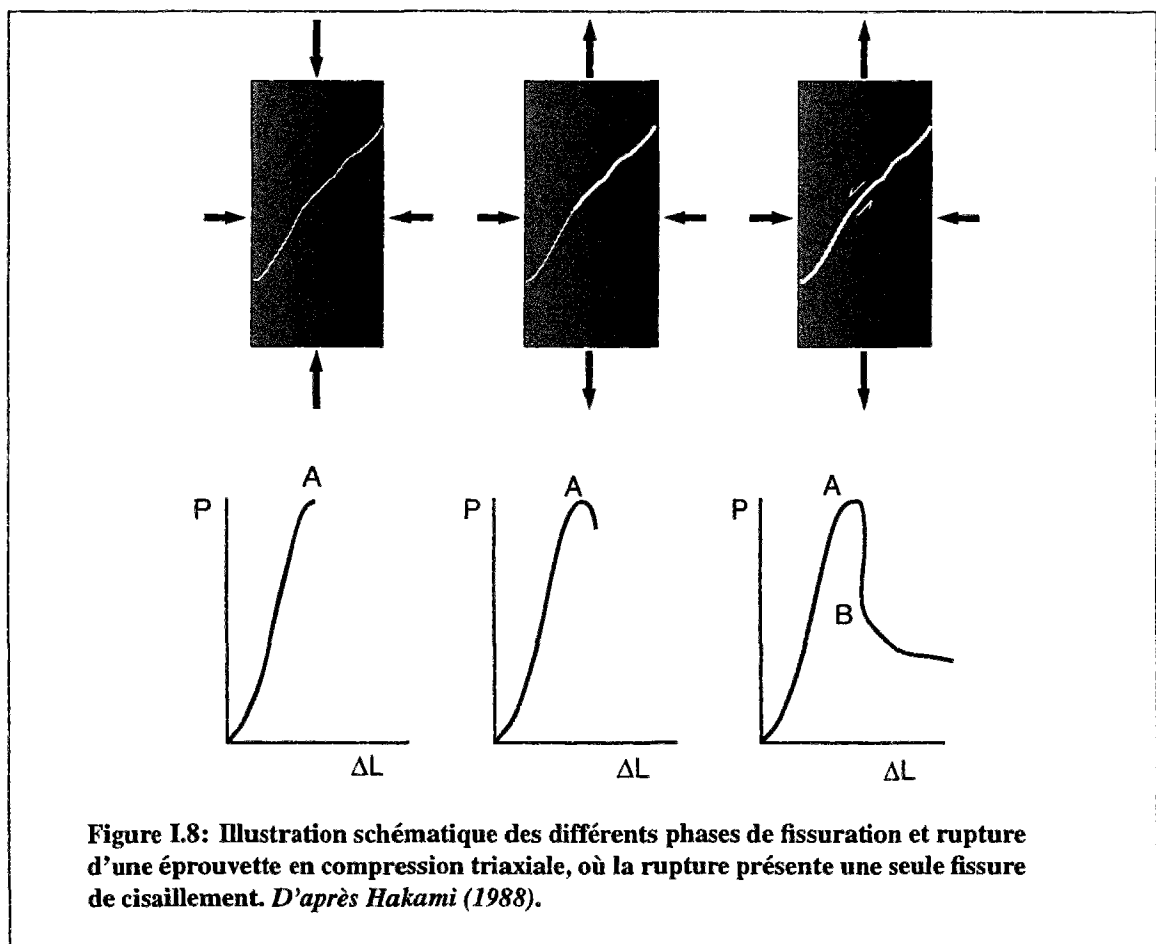


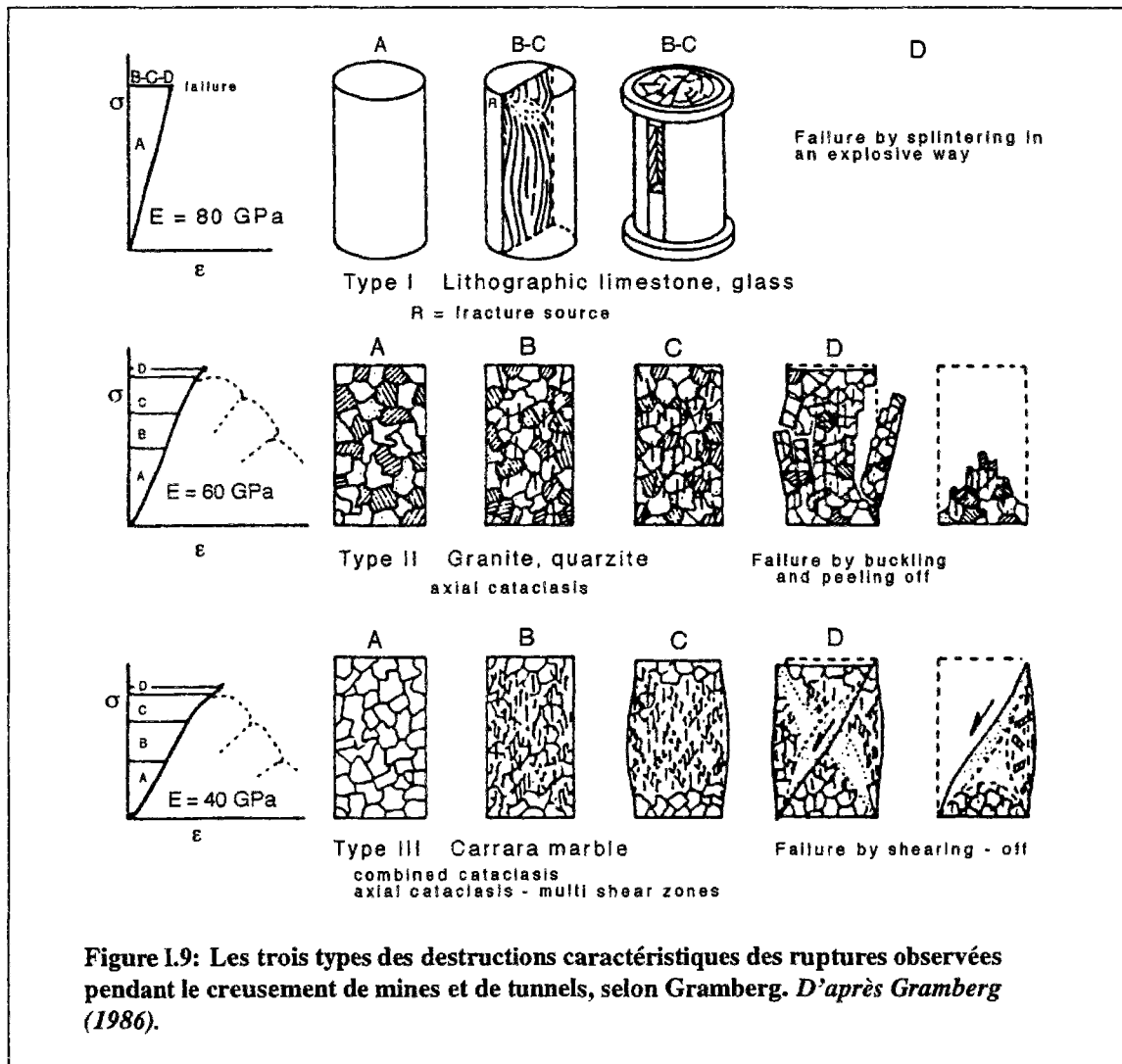
I.1.4 CLASSIFICATION DES RUPTURES

Une classification, communément acceptée pour la rupture macroscopique des roches par rapport à la compression de confinement, est celle de Jaeger et Cook (Jaeger et Cook, 1979). Selon cette classification on a :

1. rupture par fissuration axiale avec pression de confinement très faible;
2. rupture par cisaillement le long d'un plan unique à pression de confinement intermédiaire;
3. rupture le long de plusieurs plans de cisaillement à pression de confinement forte (comportement ductile).

En ce qui concerne le dernier point, Santarelli (Santarelli et Brown, 1989) observe que l'élément discriminant n'est pas la présence de nombreux plans de cisaillement, qui apparaissent à pression de confinement intermédiaire, mais l'absence d'un plan unique de discontinuité.





Gramberg (Gramberg, 1986) suit une vision phénoménologique pour la classification du développement de la fissuration et de la rupture pour différents lithotypes et il en reconnaît trois types, dont les modèles sont: le calcaire lithographique et le verre; le granite et le quartzite; le marbre de Carrare (figure I.9):

1. La fracture axiale de clivage, souvent visible dans les couches de voûte des fronts des longues tailles dans le charbon comme dans les piliers et aux parois des galeries.
2. La cataclase axiale, observée aux parois de galeries dans la roche et dans les piliers, aboutissant à la création d'écaillés et de plaques. Ce type de fracture cause une augmentation de volume.

3. La cataclase avec coalescence de plusieurs plans de cisaillement, généralement non directement observable, mais prévue dans les zones à hautes pressions derrière la paroi d'une galerie. Ce type de rupture cause une augmentation de volume et le développement de phénomènes de fluage.

I.2 Cylindres creux

En laboratoire on utilise des cylindres creux pour pouvoir reproduire à une échelle inférieure les phénomènes de fissuration dans les galeries et les puits pétroliers.

I.2.1 CYLINDRES CREUX EN COMPRESSION UNIAXIALE.

Les cylindres creux, comme les cylindres pleins, vont à la rupture en développant de nombreuses petites fissures, axiales ou sub-axiales, qui sont suivies par des phénomènes d'écaillage seulement quand la résistance à la rupture a été réduite de façon importante après le pic (Brown, Hudson, Hardy, Fairhurst, 1972). Le début de la fissuration n'est pas influencé par le type de presse employée pour la compression (conventionnelle ou rigide). Par contre, l'augmentation des dimensions des éprouvettes semble causer une diminution de la résistance de celles-ci (Brown, Hudson, Hardy, Fairhurst, 1972).

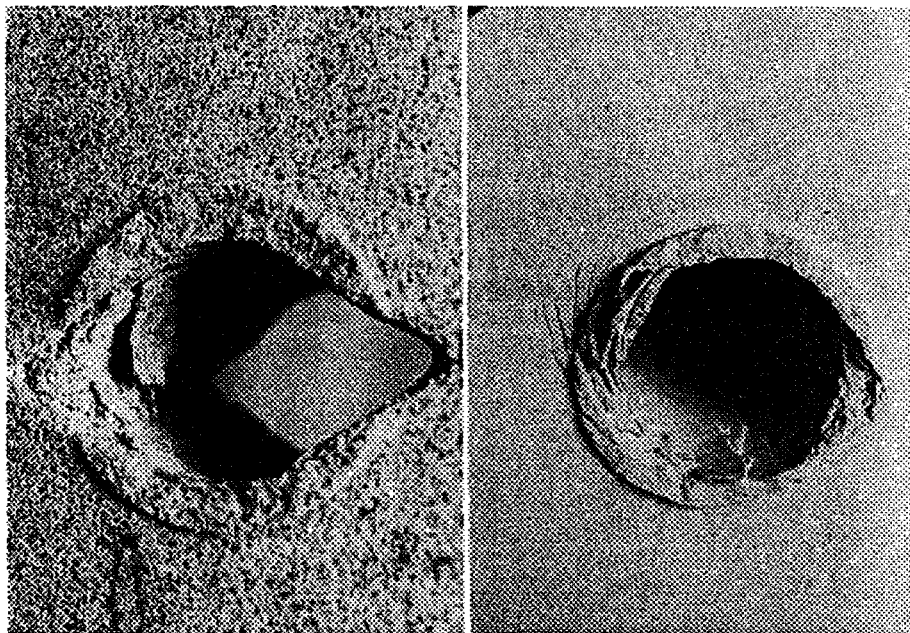


Figure I.10: Différents processus de rupture pour des essais sur cylindres creux: à gauche un grès du carbonifère; à droite une dolomite. D'après Guenot (1989).

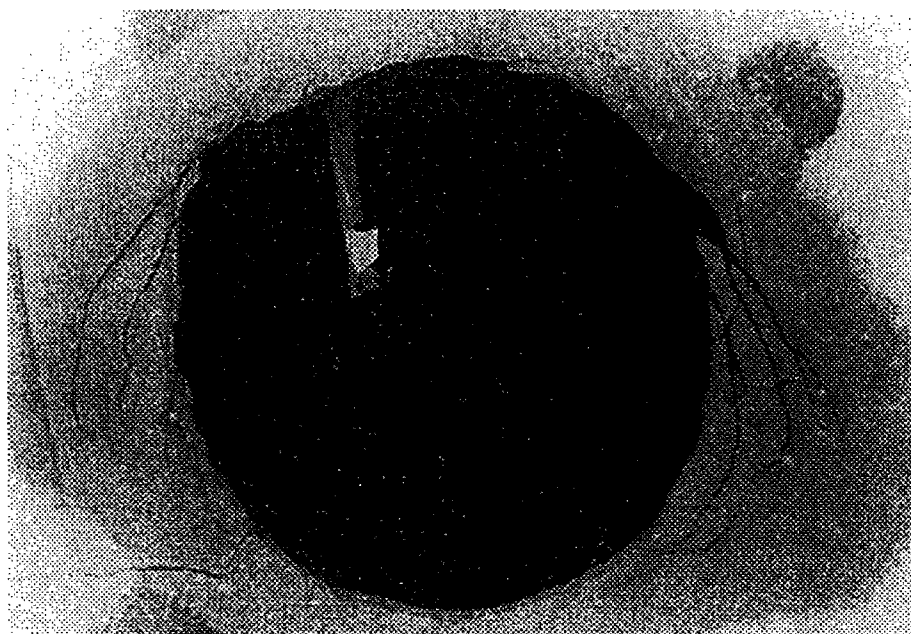


Figure I.11: Écaillage après un essai sur un cylindre creux de calcaire (rupture de type symétrique par rapport à un plan contenant l'axe du trou). *D'après Guenot (1989).*

L'étude en lames minces des trajets des fractures révèle que, même si quelques fissures intergranulaires passent à travers les grains sans interruption, beaucoup sont localisées dans un grain. On en a conclu que la fissuration était probablement provoquée par le développement de contraintes de tension indirectes, qui sont causées par l'hétérogénéité de la roche. Si le grain dans la roche est considéré comme un essai brésilien en faible confinement, la fissuration devrait se développer en forme de fissuration axiale qui divise le grain en deux parties. Si par contre le grain est considéré comme une inclusion avec un faible module d'élasticité, la fissuration axiale devrait se développer dans la matrice (Brown, Hudson, Hardy, Fairhurst, 1972).

1.2.2 CAVITES CYLINDRIQUES DANS DES EPROUVETTES CYLINDRIQUES OU CUBIQUES

Dans le cadre des travaux de la Commission pour l'Étude des Mécanismes de Rupture dans les Ouvrages Souterrains de la Société Internationale de Mécanique des Roches (ISMR), on a essayé de classer les différentes formes de rupture par écaillage (*breakout*), provoquées par l'application de différents champs de contraintes. Le résultat de ce travail est une classification qui différencie quatre types de ruptures en modes A, B, C et D (Maury,

1986; Maury, 1987):

1. **Type A** La contrainte intermédiaire est la contrainte axiale et la pression intérieure est nulle ou très basse; la rupture apparaît sous forme de surfaces de cisaillement qui se coupent parallèlement à la contrainte axiale. Si les contraintes latérales ne sont pas égales, la section du puits aura une forme elliptique.
2. **Type B** La contrainte intermédiaire est la contrainte tangentielle et la pression intérieure est intermédiaire. Les fragments ont une forme toroïdale.
3. **Type C** La contrainte intermédiaire est la contrainte radiale et la pression intérieure est forte. La rupture aux parois du puits apparaît comme une surface avec plusieurs plans de cisaillement qui se coupent parallèlement au rayon.
4. **Type D** La pression intérieure est très forte et on aura une fissuration de type hydraulique avec fractures isolées en extension.

On remarque premièrement que la rupture par écaillage a une nature anisotrope qui est reliée au champ des contraintes, anisotrope lui aussi: l'allongement de la rupture, qui a la forme montrée en figure I.10, révèle la direction de la contrainte horizontale principale la plus petite (perpendiculaire à l'allongement) et celle de la plus grande (parallèle à l'allongement) dans le plan perpendiculaire à l'axe du trou (Maloney et Kaiser, 1989). Lorsque la rupture commence de façon anisotrope, elle continue de la même façon, en montrant que le matériau n'a plus un comportement isotrope même s'il l'avait au début de l'essai (Maloney et Kaiser, 1989).

Pourtant, pour des essais en laboratoire, même en présence d'un champ des contraintes isotrope on obtient rarement pas plus souvent une rupture isotrope mais une rupture de type symétrique par rapport à un plan contenant l'axe du trou, et cela tant pour des lithotypes peu homogènes tel que le grès, que pour des roches homogènes telles que des calcaires ou des dolomites (figure I.11) (Santarelli et Brown, 1989; Guenot, 1989; Ewy, 1990).

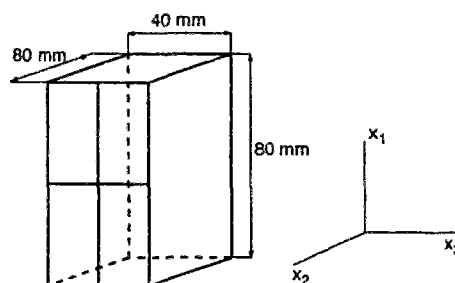


Figure I.12: Dimensions de l'échantillon utilisé dans l'appareil biaxial. D'après Ord et al. (1991).

Pour expliquer la non-axisymétrie de la zone de rupture, Santarelli (Santarelli, 1987) suggère que la rupture, en tant que phénomène discret, détruit l'axisymétrie initiale de la géométrie du trou dès qu'elle commence. Cela altère la répartition des contraintes autour de la cavité, puisque la concentration des contraintes autour des extrémités de la zone fissurée est suffisante pour décharger le reste des parois (Santarelli et Brown, 1989; Ewy, Kemeny, Zheng, Cook, 1989).

Par ailleurs, l'excentricité du trou dans le cylindre peut jouer un rôle important dans le développement de l'anisotropie de la rupture. Papanastasiou a montré, à l'aide d'un modèle numérique, qu'une très faible anisotropie (0.1%) du champ de contraintes suffisait à produire une rupture en *oreilles de chien* (Papanastasiou, 1990).

Le type de roche peut influencer le développement de la fracture. Santarelli (Santarelli et Brown, 1989), avec des cylindres chargés isotropiquement seulement à l'extrados, a observé que le grès avait une fissuration en extension, avec ouverture de fissures de tension parallèles aux parois de l'intérieur du cylindre. Les écailles (*spalls*) créées ne contribuent pas à la stabilité des parois, mais elles sont expulsées. En s'éloignant des parois du trou, elles deviennent plus petites et la forme finale de la section, très caractéristique, est appelée en oreilles de chien. Pour la dolomite, on a des écaillages qui ne sont pas expulsés mais qui contribuent à la stabilité du trou en donnant à la section finale une forme différente de celle du grès (figure I.10).

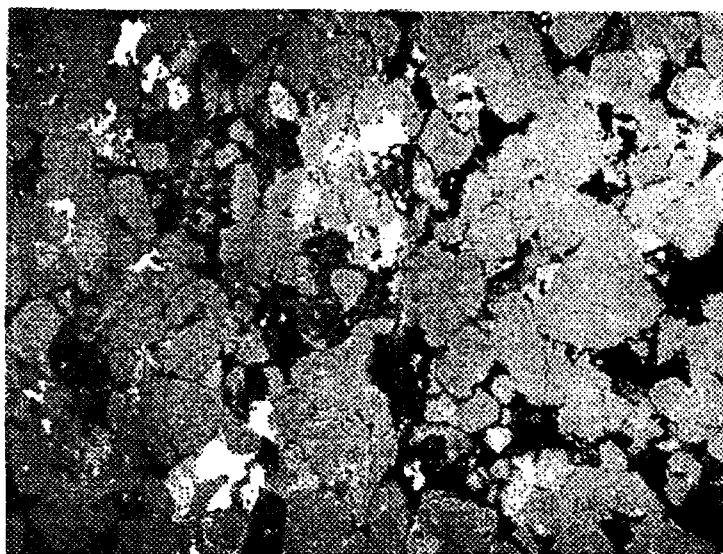


Figure I.13: Micrographie à balayage électronique du grès de Gosford. D'après Ord et al. (1991).

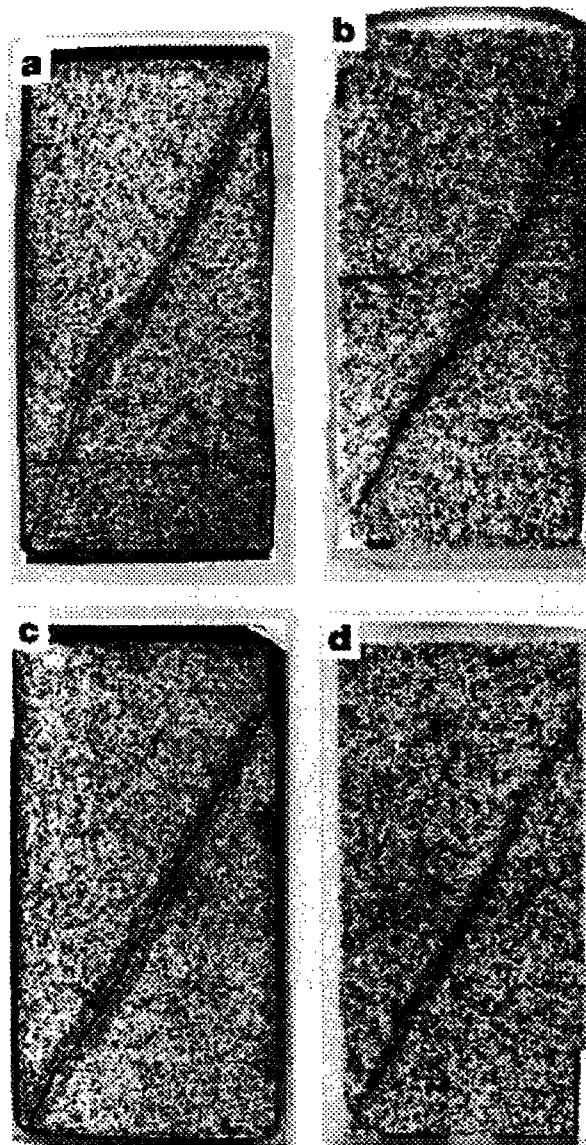


Figure I.14: Sections de quelques échantillons de grès de Gosford qui montrent l'orientation des bandes de cisaillement pour différentes valeurs de confinement: (a) 5 MPa, (b) 10 MPa, (c) 15 MPa, (d) 20 MPa. D'après Ord et al. (1991).

I.3 Essais biaxiaux

I.3.1 ESSAIS EN CELLULE BIAXIALE

Bien que la géométrie cylindrique soit très simple pour la mise en place d'essais triaxiaux et que les cylindres creux soient très voisins de la réalité d'un puits pétrolier ou d'une gale-

rie, c'est néanmoins avec des essais biaxiaux qu'on peut le mieux étudier le comportement des parois d'une cavité rocheuse, car toutes les composantes du tenseur des déformations et du tenseur des contraintes peuvent être contrôlées.

Ces dernières années, Vardoulakis et ses collaborateurs ont conduit des expériences sur la perte spontanée d'homogénéité de déformation pour des matériaux pourtant homogènes, au moins au sens des géomatériaux. Des expériences ont été menées sur des échantillons

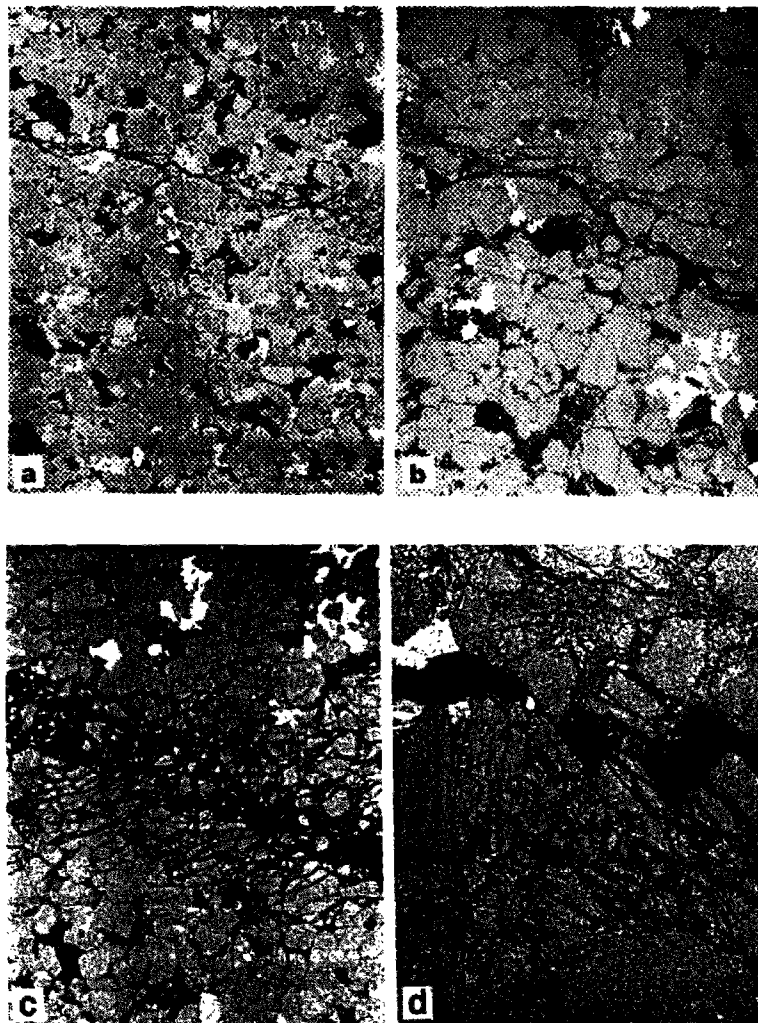


Figure I.15: Micrographie à balayage électronique d'une zone de cisaillement avant (a et b) et après (c et d) la rupture de l'échantillon: (a) réseau de microfissures inter et intragranulaires associées à la zone de cisaillement; (b) détail; (c) macrofissure, réseau de microfissures et brèche; (d) détail qui montre l'orientation du cisaillement des grains brisés. D'après Ord et al. (1991).

prismatiques (figure I.12) d'un grès australien, le grès de Gosford, et pour différentes valeurs de confinement.

Selon les auteurs, dans le grès de Gosford, les macrofissures montrées sur la figure I.14 sont le résultat d'une altération graduelle de la microstructure, montré en figure I.13, et ne sont pas dues à une propagation instantanée de la macrofissure même. Si on regarde précisément la zone fissurée d'un échantillon, qui n'a pas été conduit à rupture (figure I.15 a et b), on peut observer l'existence d'une zone localisée, large environ d'un ou deux grains, où la fissuration peut être soit intergranulaire soit intragranulaire.

Pour un échantillon conduit à la rupture, la micrographie de la zone où se trouve la bande de cisaillement (figure I.15 c et d) montre la présence de grains fortement brisés et d'une brèche dans le centre de la zone de cisaillement. Autour de la macrofissure, on observe un réseau de microfissures et, en s'éloignant encore, on trouve une zone où la déformation est due à un déplacement rigide et à une rotation des grains de quartz et de feldspath dans la matrice, plutôt qu'à une fissuration des grains mêmes.

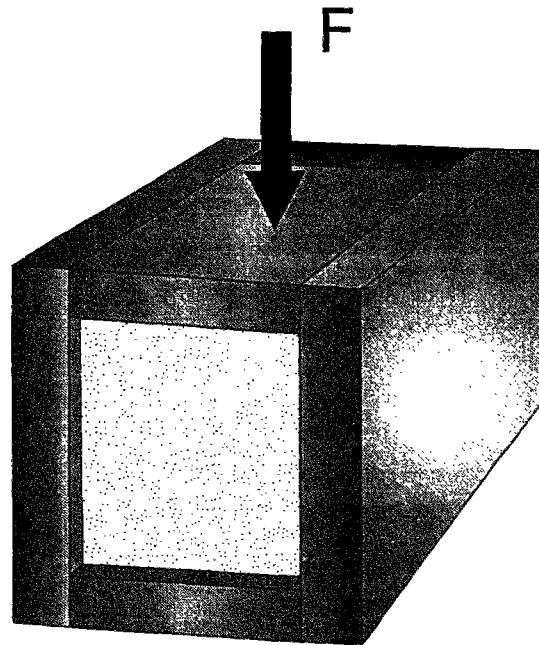


Figure I.16: Illustration schématique de la cellule employée pour l'étude de l'instabilité de surface. D'après Papamichos (1991).

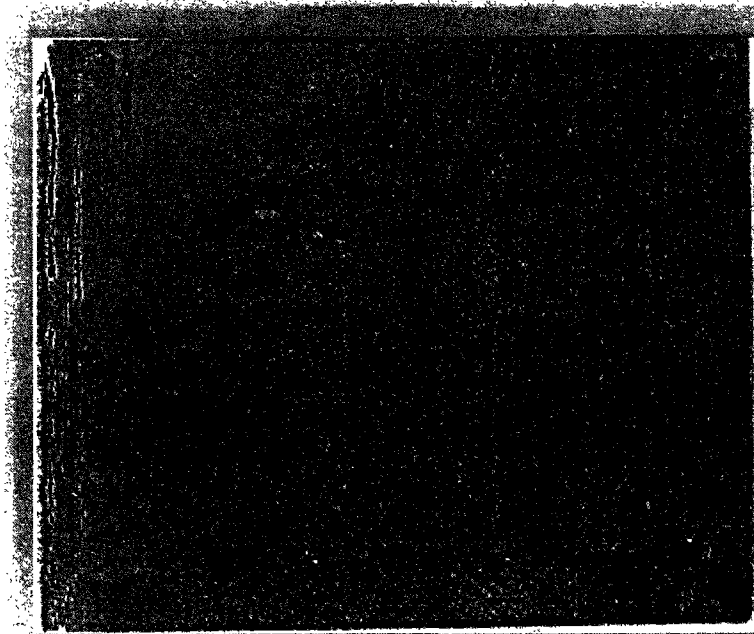


Figure I.17: Zone fissurée à la suite d'un essai d'instabilité de surface. (D'après Papamichos, 1991).

I.3.2 ESSAIS D'INSTABILITE DE SURFACE

L'écaillage étant un phénomène d'instabilité de surface, on a mis au point un essai pour étudier la naissance et le développement des fissures qui se forment dans le voisinage d'une surface libre (Papamichos, 1990). L'échantillon prismatique est placé dans une boîte qui laisse libre une facette latérale. Le couvercle de la boîte peut glisser pour transmettre la charge verticale. La cellule est équipée de capteurs pour l'enregistrement de l'activité acoustique de la roche. La roche testée était le grès de Berea (*Berea sandstone*) et le prisme était d'une hauteur de 90 mm, d'une largeur de 80 mm et d'une longueur de 110 mm.

La figure I.16 représente une illustration schématique de la cellule. La zone fissurée, près de la surface libre, qui a une largeur de 2 mm environ est bien montrée en figure I.17.

I.4 L'interprétation des résultats

Les trois sections précédentes ont été consacrées à l'examen de quelques résultats expérimentaux obtenus en laboratoire. A présent, nous allons illustrer quelques modèles théoriques utilisés par les mécaniciens afin d'expliquer le comportement des roches. Le panorama est très riche et fort difficile à schématiser.

Nous avons décidé de suivre la partition classique qui distingue deux grands groupes théoriques: d'un côté la mécanique de la rupture, de l'autre la mécanique des milieux continus (et notamment la théorie de l'élastoplasticité).

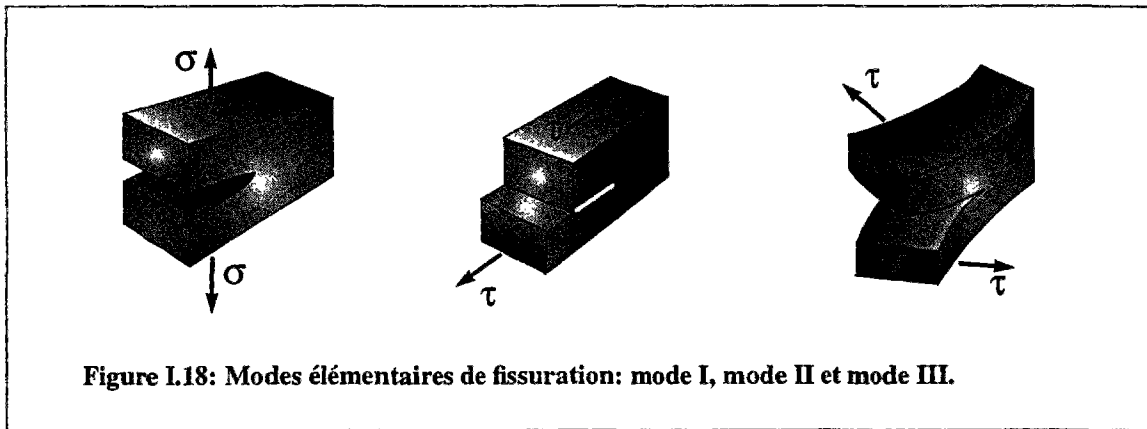
Les liens entre les deux groupes sont complexes mais ni la mécanique de la rupture ni l'élastoplasticité ne sont capables de donner à elles seules une explication complète des phénomènes liés à la rupture des roches en compression (Bažant et al., 1993).

Déjà dans la définition du comportement plastique et fragile on retrouve une opposition radicale. Par exemple, selon Maugin, on appelle plastique le comportement d'un matériau qui atteint des déformations permanentes sans fissures (Maugin, 1992), alors que, chez les mécaniciens des roches, on trouve les définitions suivantes de la rupture fragile ou de la fragilité:

1. Brace (Brace, 1963) a défini la fracture fragile comme un processus qui ne produit aucun autre changement permanent dans le matériau que la séparation en deux parties.
2. Obert et Stephenson (Obert et Stephenson, 1965) distinguent fracture et rupture: la fracture est un type de rupture (*failure*) pour laquelle il y a une perte complète de cohésion et des surfaces nouvelles sont créées; pour la rupture proprement dite, il n'y a qu'une perte partielle de cohésion.
3. Brady (Brady, 1969) a défini la fragilité comme une propriété d'un matériau qui peut être déformé de façon continue et permanente, sans déformation plastique évidente, pendant l'application de contraintes qui dépassent celles nécessaires pour commencer la microfissuration à l'intérieur du matériau.
4. Singh (Singh, 1988) a défini la fracture ou fissure (*fracture or crack*) comme une surface au travers de laquelle les contraintes de traction ne peuvent pas être transmises tandis que des discontinuités de déplacement peuvent se développer. En outre, dans le cas de la fracture fragile, les fissures se forment dans le matériau même à faible déformation.

L'intuition physique du phénomène nous pousserait donc à utiliser la mécanique de la rupture; en effet, elle fut largement employée pendant les années soixante (Cook, 1965; Hoek, 1967) mais ses limitations théoriques déçurent les espoirs des chercheurs. Cet échec provient de l'origine même de la théorie: la recherche fut développée sur *une* fissure soumise à la *traction*, tandis que dans les roches nous avons un *réseau* de fissures soumis à la *compression*.

L'étude du comportement des roches après le pic, possible avec l'utilisation des presses rigides, et la diffusion des concepts de la Nouvelle Méthode Autrichienne furent d'autres raisons qui justifèrent l'abandon de la mécanique de la rupture pour la théorie de l'élastoplasticité, qui à l'époque était déjà rigoureusement formulée (Brown et al., 1983).



Pourtant, dans les années quatre-vingts, l'étude des modes de rupture dans les cavités souterraines et en laboratoire a montré les limitations des analyses élastoplastiques classiques. C'est pour cela que, à la suite de l'interprétation de la rupture comme phénomène d'instabilité, qui n'est pas seulement lié à des caractéristiques intrinsèques des matériaux mais aussi aux conditions aux limites auxquelles les matériaux sont soumis, quelques chercheurs ont introduit dans le cadre de l'élastoplasticité les concepts de bifurcation et de localisation du mode de déformation (Desrues, 1991; Vardoulakis et al. 1988; Sulem et al. 1988).

Quelle relation peut-on établir entre fissuration et localisation des déformations? Selon Sluys (1992) la déformation se manifeste comme zone de fissuration (*localisation de Mode I*) si les propriétés cohésives du matériau sont plus importantes que les propriétés de frottement. Dans le cas contraire, la localisation se manifeste sous forme de bandes de cisaillement (*localisation de Mode II*).

I.5 La Mécanique de la Rupture

I.5.1 ELEMENTS DE BASE DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE

On a souvent attribué aux défauts du matériau la cause principale de la rupture fragile. Sur la base d'une analyse des contraintes, Kirsch (1898) et Inglis (1913) avaient déjà donné des solutions analytiques pour le calcul du facteur de concentration des contraintes pour des plaques infinies soumises à la traction avec respectivement un trou circulaire et un trou elliptique. Mais le facteur de concentration des contraintes devenait infini dans le cas d'une fissure et cela signifiait que des contraintes externes très faibles suffisaient pour la rupture d'un solide fissuré, ce qui est en contradiction avec la réalité.

Finalement, Griffith (1920), à partir de considérations énergétiques, démontra que l'énergie élastique W_e , relâchée par une plaque uniformément tendue, d'épaisseur unitaire et gravée par une fissure de longueur $2a$, était proportionnelle à l'énergie contenue dans le cercle de rayon a avant la fissure:

$$W_e = \pi a^2 \frac{\sigma^2}{E} \quad (\text{I.1})$$

où E est le module élastique du matériau. Pour créer une fissure de longueur $2a$, l'énergie surfacique nécessaire est:

$$W_s = 4 a \gamma \quad (\text{I.2})$$

où γ est l'énergie par unité de surface. Donc, pour qu'une fissure de longueur $2a$ s'allonge, il faut que l'énergie élastique relâchée dans une extension virtuelle soit supérieure ou égale à celle demandée par la création de la surface libre supplémentaire:

$$\frac{dW_e}{da} \geq \frac{dW_s}{da} \quad (\text{I.3})$$

De cette condition, on obtient:

$$\sigma \geq \sqrt{\frac{2 \gamma E}{\pi a}} \quad (\text{I.4})$$

Le modèle de Griffith fut généralisé par Irwin (1957) qui étudia la vitesse avec laquelle la contrainte autour de l'extrémité de la fissure tend vers l'infini. Il introduisit le facteur de concentration des contraintes (*stress intensity factor*) K_I . Il arriva à déterminer la valeur critique de K_I pour qu'il y ait instabilité à l'extrémité de la fissure de Griffith:

$$K_{Ic} = \sqrt{2 \gamma E} \quad (\text{I.5})$$

Le double de l'énergie surfacique unitaire est appelé *énergie de rupture* $\mathcal{G}_F$ et le facteur critique devient:

$$K_{Ic} = \sqrt{\mathcal{G}_F E} \quad (\text{I.6})$$

Les deux paramètres K_{Ic} et $\mathcal{G}_F$ sont des caractéristiques du matériau liées à la création de nouvelles surfaces libres et sont appelés paramètres de *ténacité à la rupture*.

Comme pour la rupture par traction, dont le facteur d'intensification des contraintes est K_I , il existe des facteurs d'intensification pour la rupture par cisaillement et la rupture par torsion notés respectivement K_{II} et K_{III} et montrés en figure I.18.

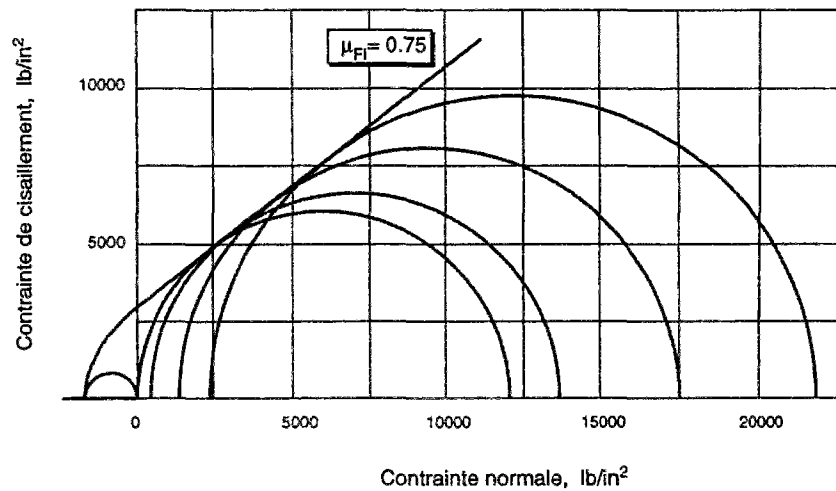


Figure I.19: Enveloppe de Mohr du début de fissuration pour une norite ($1000 \text{ lb/in}^2 = 6,895 \text{ MPa}$). D'après Bieniawski (1967).

I.5.2 LA MECANIQUE DES ROCHES ET LA MECANIQUE DE LA RUPTURE

Bien que la Mécanique de la Rupture ait été développée pour les structures soumises à la traction, elle a retenu l'attention des mécaniciens des roches dès le début des années soixante. L'espoir parmi les chercheurs fut considérable (Hoek, 1967), surtout après la modification de la théorie de Griffith par Walsh et McClintock (Walsh et McClintock, 1962), qui permit de considérer aussi le frottement qui se développe dans une fissure qui se ferme. Mais déjà Brace (Brace, 1963) souligna quelques difficultés théoriques pour l'application de cette théorie à la roche. Il suggéra que celle-ci ne pouvait être appliquée que pour prévoir le début de la propagation de la fissuration à partir d'une fissure particulière et non pour établir un critère pour la rupture globale.

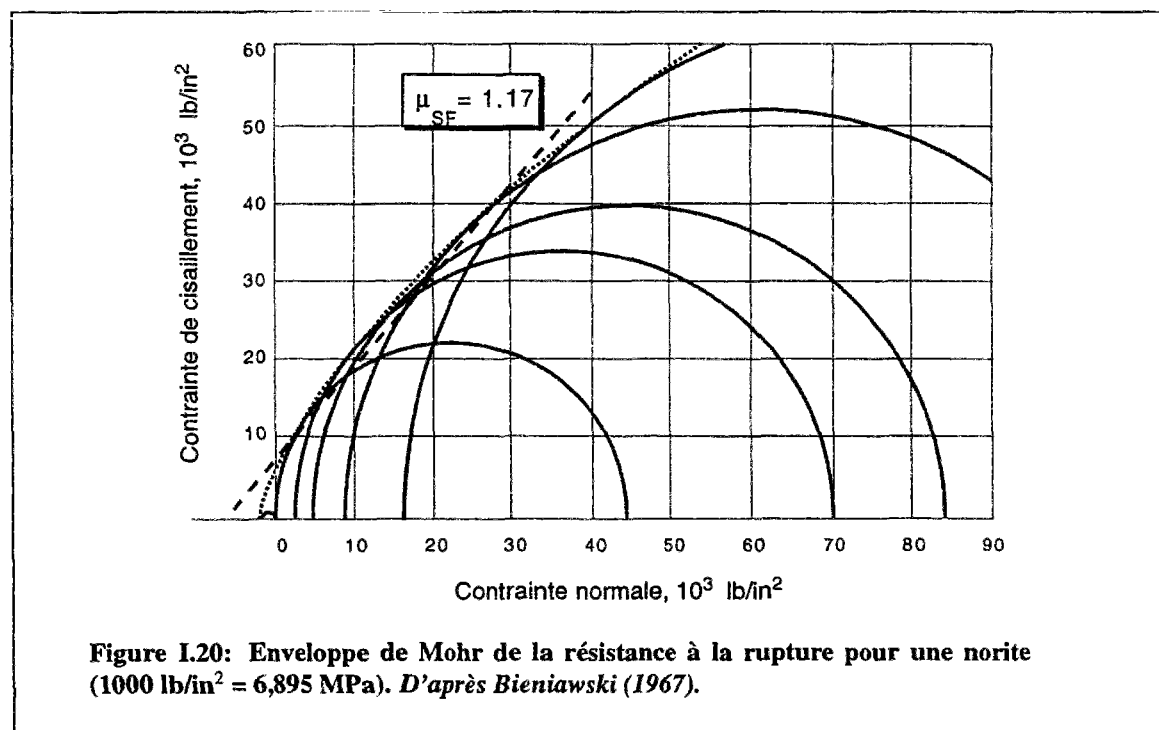
Une preuve expérimentale de l'hypothèse de Brace fut fournie par Bieniawski (Bieniawski, 1967b). Celui-ci démontra que le critère de Griffith modifié expliquait bien le comportement d'une fissure particulière fermée (enveloppe des cercles de Mohr rectiligne dans la figure I.19) mais s'adaptait très mal à la résistance à la rupture globale (enveloppe des cercles de Mohr courbe dans la figure I.20). Finalement, Bieniawski affirma fermement que, si l'application du critère de résistance de Griffith au commencement de la fissuration était correcte, le même critère ne pouvait pas être utilisé pour la rupture globale du matériau en compression, et cela tant d'un point de vue théorique que d'un point de vue expérimental.

Cependant, en dépit des conclusions de Bieniawski, la mécanique de la rupture a continué à être utilisée en mécanique des roches pour la formulation de modèles de comportement. Nous en verrons quelques exemples dans la suite du présent chapitre.

I.5.3 LE MODELE DE HORII ET NEMAT-NASSER

Les travaux de Horii et Nemat-Nasser (Horii et Nemat-Nasser, 1985) constituent une synthèse des recherches précédentes et sont le point de départ de nouveaux efforts théoriques dans le domaine de la micromécanique. L'objectif visé par ces auteurs fut de définir un critère global de résistance pour les matériaux rocheux en utilisant les moyens de la mécanique de la rupture. Pour cela, ils réalisèrent un programme théorique et expérimental, en utilisant, pour vérifier leur conclusions, des plaques de résine présentant à l'intérieur une ou plusieurs fentes lubrifiées.

Ils observèrent que les fissures à l'intérieur des matériaux rocheux n'étaient que très rarement du type Griffith. En effet, on a observé plutôt des pores très allongés selon un axe ou des discontinuités à l'interface entre grain-grain et grain-matrice. Pourtant, mécaniquement, une quelconque inhomogénéité ou discontinuité géométrique du matériau peut concentrer des contraintes, amorcer une fissure et déclencher une progression de celle-ci. D'après des observations microscopiques, il semble que la cause principale de cette chaîne d'événements soit la déformation de cisaillement par glissement le long des lamelles ou par frottement des lèvres des micropores. Il s'ensuit que le modèle de microfissure le plus simple est celui montré sur la figure I.21: une microfissure, inclinée d'un angle γ par rapport à la direction de la contrainte de compression majeure, pouvant glisser dans son plan et ayant une résistance au cisaillement égale à:



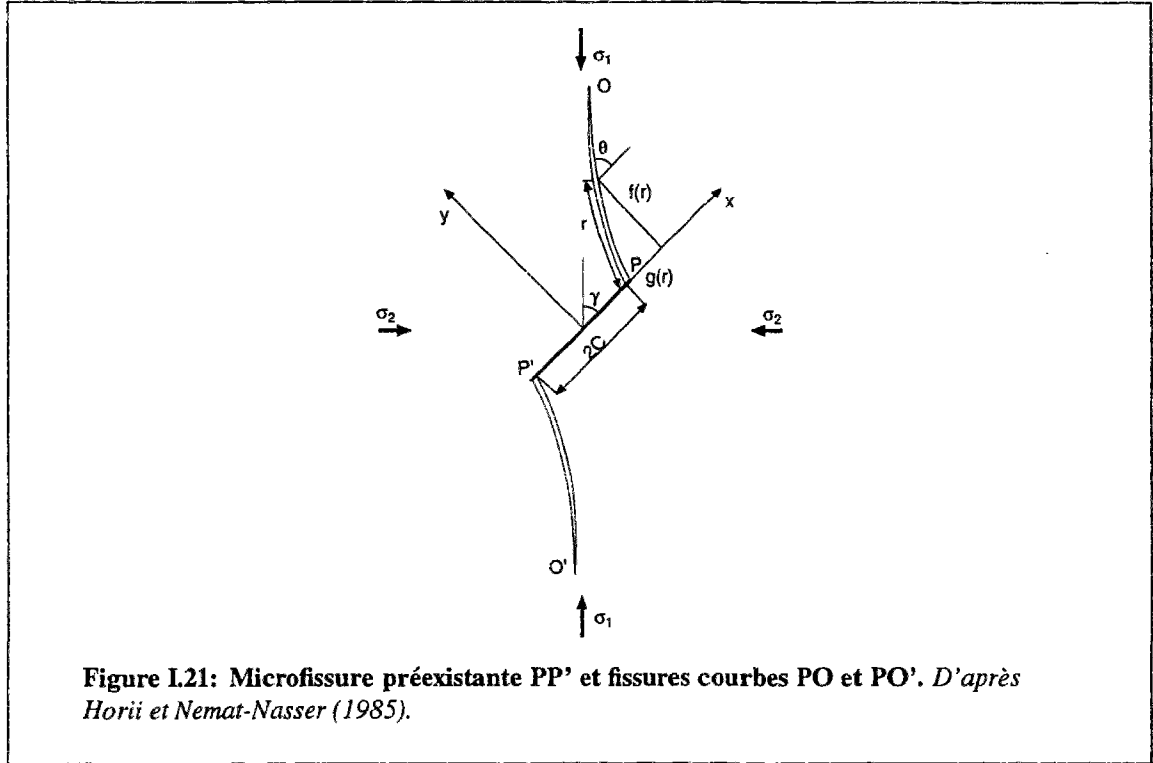


Figure I.21: Microfissure préexistante PP' et fissures courbes PO et PO'. D'après Horii et Nemat-Nasser (1985).

$$\tau = \tau_c + \mu\sigma_y \quad (\text{I.7})$$

où τ_c est la cohésion, μ le coefficient de frottement moyen et σ_y l'effort de compression perpendiculaire à la fissure.

La microfissure est supposée être dans un milieu bidimensionnel, infini et élastique-linéaire, soumis à un état de compression axiale et latérale. Le modèle de Horii et Nemat-Nasser associe à la progression des fissures un problème élastique aux équations intégrales, qui satisfait les conditions suivantes:

$$\begin{aligned} u_y^+ &= u_y^- & \tau_{xy}^+ &= \tau_{xy}^- = \tau_c + \mu\sigma_y & \text{sur PP'} \\ \sigma_\theta &= \tau_{r\theta} & & & \text{sur PQ et P'Q'} \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

où tous les symboles se réfèrent au modèle présenté en figure I.21.

Pour Horii et Nemat-Nasser, la rupture dans la roche se produit essentiellement selon deux modes: le clivage axial (*axial splitting*) et la rupture par cisaillement (*shear failure*). Le premier mode est lié surtout au comportement des fissures isolées tandis que le second concerne des rangs de fissures de même longueur et de même angle par rapport à la direction de la contrainte axiale.

Dans le cas des microfissures isolées, ils arrivèrent aux conclusions suivantes sur le rôle de l'état des contraintes et de l'interaction entre celui-ci et la répartition des microfissures mêmes:

- La progression de la courbure (*kink*), après une brusque déviation d'environ 70° , se déroule à l'extérieur du plan de la fissure préexistante pour continuer parallèlement à la contrainte de compression maximale.
- La présence d'une toute petite traction latérale rend le trajet courbe de progression instable, car celui-ci, après avoir atteint une longueur critique, se développe tout seul sans aucun incrément de contrainte axiale jusqu'à la cassure complète. Par contre si l'on exerce un confinement, même très faible, par rapport à la contrainte axiale, la fissure courbe s'arrête à une longueur finie.
- Dans le cas d'un ensemble de fissures, les plus longues commencent par se propager mais s'arrêtent en présence de confinement tandis que les plus courtes s'initient à un certain niveau de la charge axiale et arrivent à coalescence si la charge augmente.

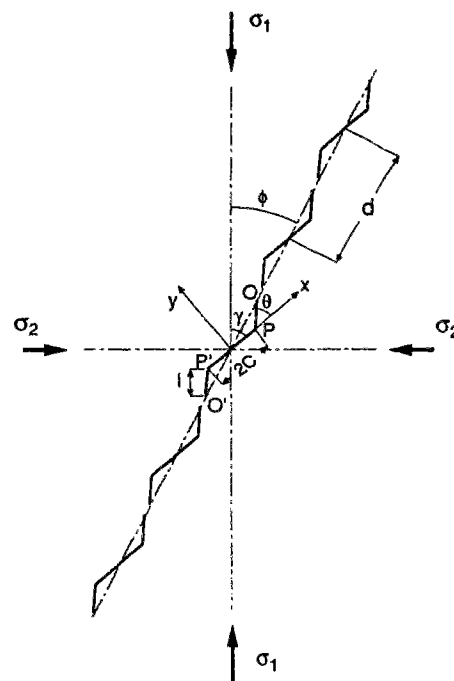


Figure I.22: Bande composée par une structure périodique de microfissures préexistantes PP' et de fissures de traction PO et PO' dans un solide infini. D'après Horii et Nemat-Nasser (1985).

Pour modéliser la rupture par cisaillement, on l'a schématisée comme montré sur la figure I.22: un rang de fissures de même longueur c , de même inclinaison γ , donnant naissance à une bande qui forme un angle ϕ avec la direction de la σ_1 , espacées de la même distance d le long de la bande et soumises, à l'infini, à un confinement σ_2 .

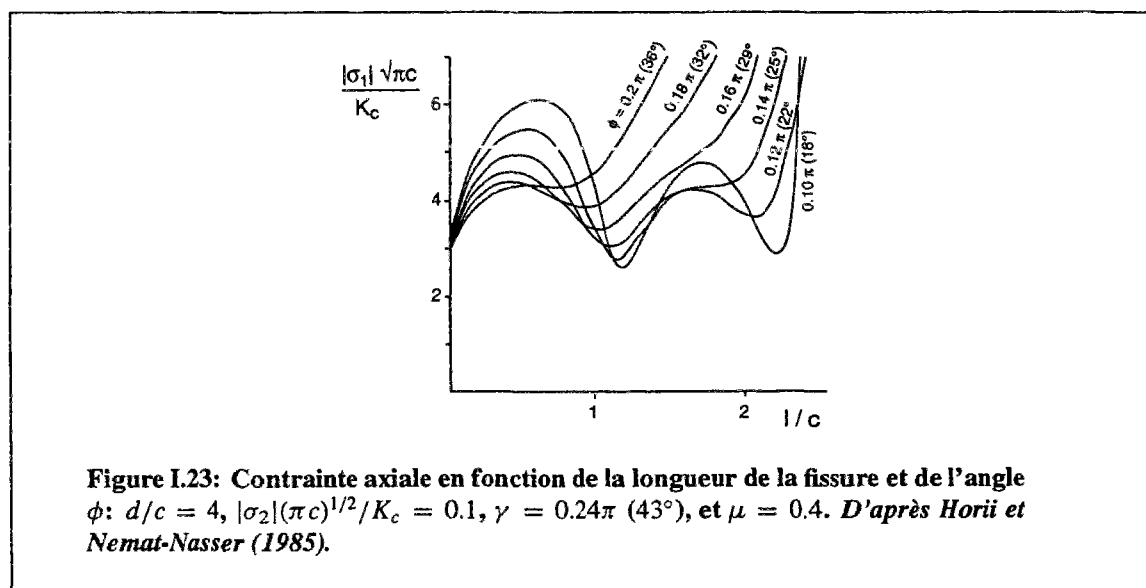
Parmi les autres résultats, on remarque le rôle de ϕ et de σ_2 . La figure I.23 montre la contrainte axiale en fonction de l'extension de la fissure l/c et de l'angle de la bande ϕ . On peut voir que pour certaines valeurs de ϕ , la valeur maximale de σ_1 se trouve dans un intervalle très étroit, ce qui peut expliquer la variation de l'orientation de la rupture macroscopique. En outre, le modèle montre que, ϕ étant faible pour de faibles valeurs de σ_2 , lorsque le confinement augmente, qui croît rapidement pour se stabiliser autour de 30° pour des pressions très élevées.

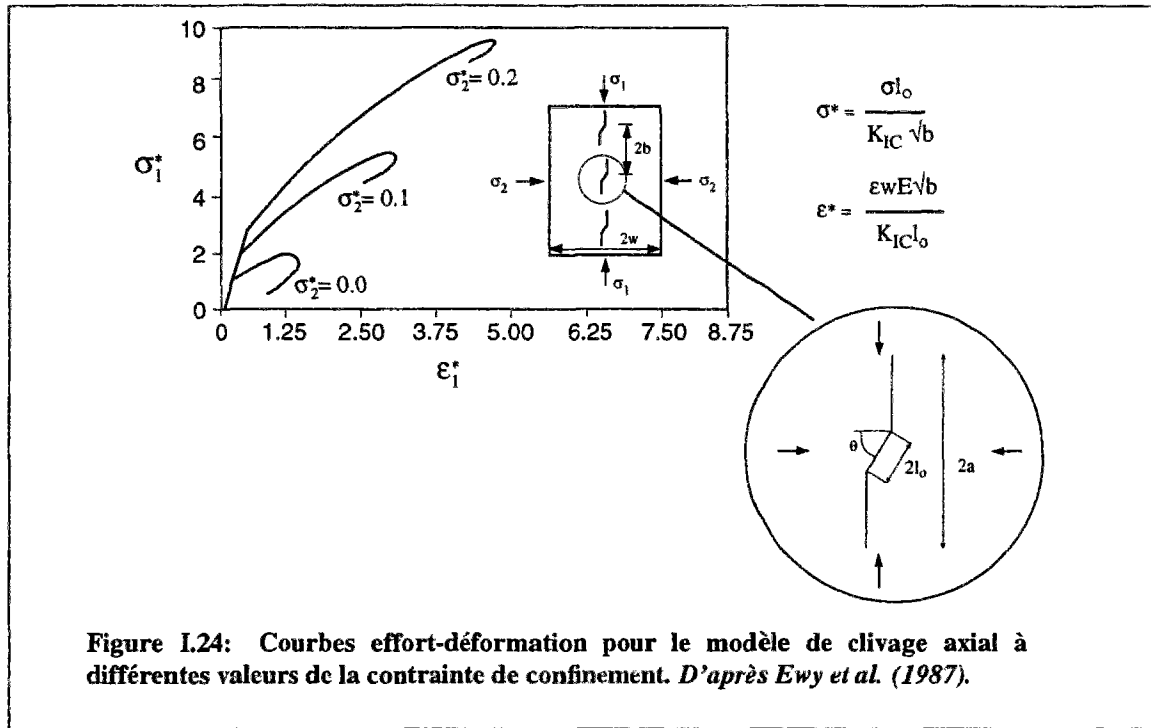
I.5.4 LES MODELES DE BERKELEY

Kemeny et Cook

L'équipe de Cook, à Berkeley, en suivant les travaux de Horii et Nemat-Nasser, mit en place, pour un matériau élastique linéaire bidimensionnel, les deux modèles simples micromécaniques de la fissuration axiale par clivage et de la rupture par cisaillement, montrés sur les figures I.24 et I.25.

Le modèle de la fissuration axiale par clivage est constitué par une colonne bidimensionnelle de fissures, qui peut glisser à cause des contraintes uniaxiales et du confinement imposés. Le développement des fissures, jusqu'à la coalescence, est contrôlé par le facteur



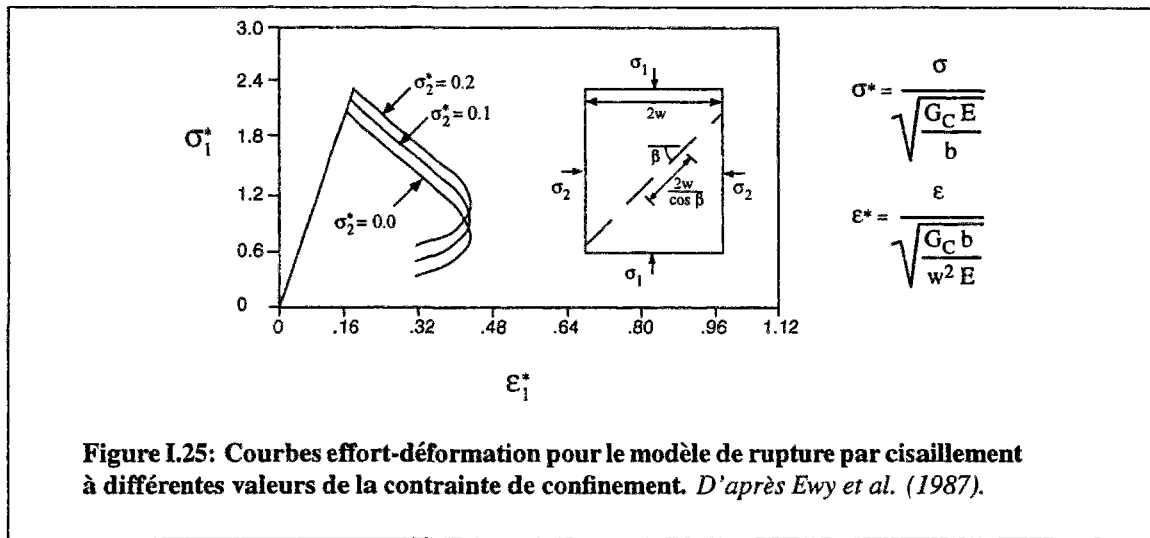


d'intensité des contraintes de type Mode I et le paramètre important pour le matériau est alors le facteur K_I .

Le modèle de rupture par cisaillement présente un rang bidimensionnel de fissures de cisaillement alignées qui forment un certain angle avec l'horizontale et qui se propagent dans leur plan. Les fissures par cisaillement sont contrôlées par le facteur d'intensité de contrainte du type Mode II, et le paramètre le plus important est la valeur critique du taux de restitution d'énergie $\mathcal{G}_c$.

Les formes des courbes effort-déformation obtenues par les deux modèles suggèrent à Ewy et al. d'adopter des critères de rupture $\sigma_1 = f(\sigma_2)$ de type Mohr-Coulomb, utilisés pour une modélisation numérique des cavités circulaires et non circulaires par la méthode des équations intégrales.

A proximité des parois, si la contrainte est assez grande par rapport à la résistance de la roche, qui est donnée par l'ordonnée maximale sur la figure I.24, la roche devrait se casser par clivage axial subparallèle aux parois du trou. La zone concernée par ce phénomène devrait être assez limitée, à cause de l'effet de confinement dû au gradient élevé de σ_r . Après la formation de la première écaille, la forme de la section change et, dans la zone désormais la plus proche de la nouvelle surface, σ_θ augmente et σ_r se réduit. En conséquence, une autre fissure en extension devrait se former de manière subparallèle à la portion allongée de la nouvelle section transversale. Si on laisse évoluer la forme de la section jusqu'au point où σ_θ est partout plus faible que la résistance de la roche, on obtient une forme finale

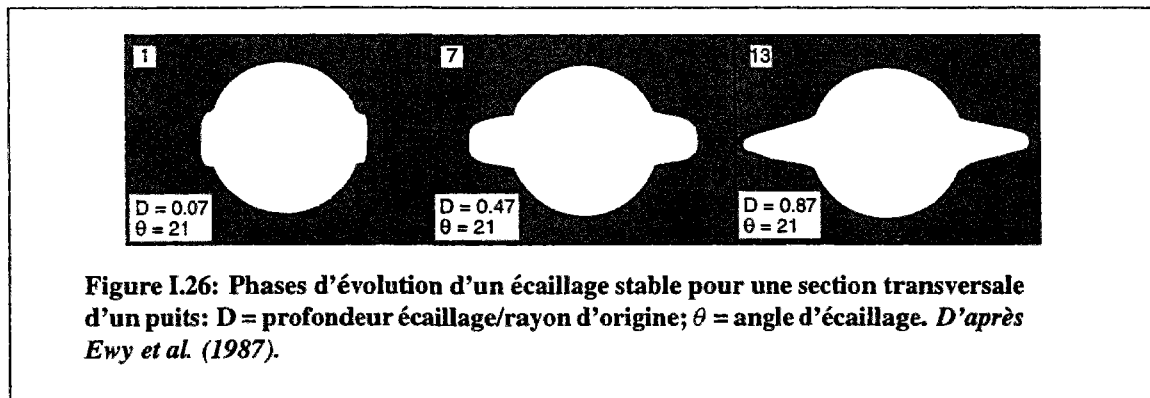


de la section qui correspond au Mode A de Maury (Maury, 1987) (figure I.26).

Une caractéristique intéressante du modèle est sa sensibilité aux chemins de contraintes: l'écaillage nécessaire pour atteindre une section stable dans le cas d'une cavité creusée instantanément dans un massif, soumis à un état initial de contraintes σ_0 , est beaucoup plus important que celui développé par cette même cavité dans le même massif, initialement sous contraintes nulles et où l'on augmente progressivement les contraintes à l'infini jusqu'à la valeur σ_0 .

Ewy

Dans sa thèse, Ewy (Ewy, 1989) n'utilisa pas un milieu continu équivalent, basé sur des considérations micromécaniques, mais examina directement le comportement des fissures à la paroi d'une cavité circulaire pour calculer les valeurs des facteurs de concentration des



contraintes K_I et K_{II} .

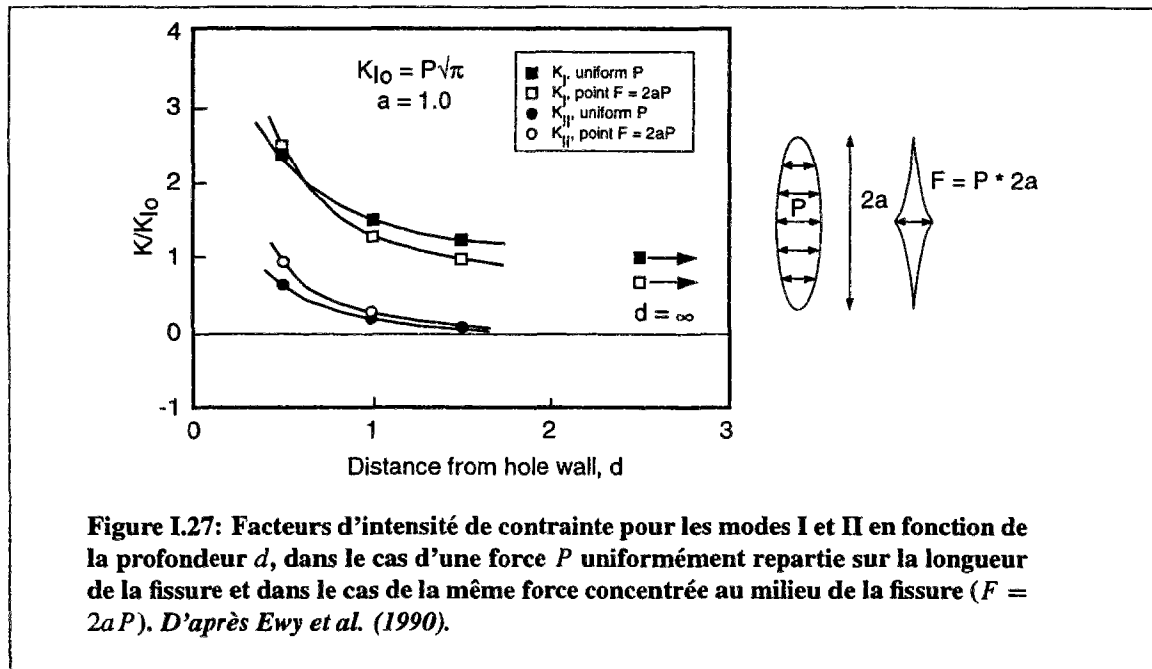
En suivant l'hypothèse de Horii et Nemat-Nasser, il utilisa l'élément bidimensionnel présenté sur la figure I.24, en étudiant son évolution avec la méthode de la discontinuité des déplacements de Crouch et Starfield. Cette formulation élastique et linéaire du problème modélise la fissure comme une ligne d'éléments à travers lesquels les contraintes normales et de cisaillement sont continues tandis que les déplacements normaux et de cisaillement sont discontinus.

Les déplacements d'ouverture de la fissure (D_{OF}) et de glissement de la fissure (D_{GF}) calculés sont reliés aux facteurs K_I et K_{II} par:

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{G(D_{OF})}{4(1-\nu)} \quad K_{II} = \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \frac{G(D_{GF})}{4(1-\nu)} \quad (I.9)$$

où G est le module de cisaillement, ν est le coefficient de Poisson et r la distance entre l'extrémité de la fissure et le point où D_{OF} et D_{GF} sont calculés (figure I.21).

La position de la fissure est critique: la figure I.27 montre que l'effet de la proximité de la paroi de la cavité sur K_I et K_{II} est plus important que le mode de mise en charge de la fissure (Ewy et Cook, 1990b). Les calculs montrèrent aussi que le mécanisme de glissement le long des lèvres des fissures est possible seulement très près des parois, car la contrainte radiale augmente très rapidement et exerce un effet de confinement, qui devient suffisant pour empêcher la progression des fissures. En outre, les fissures les plus proches



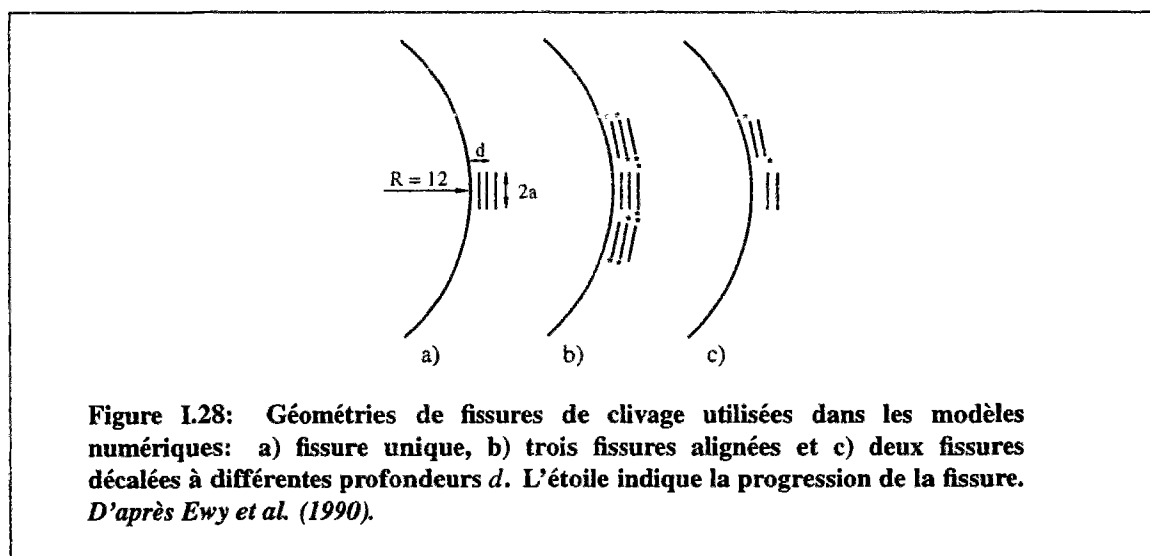
des parois ne sont pas seulement celles qui peuvent se propager le plus facilement mais aussi celles qui peuvent se propager de façon instable. Enfin, selon Ewy, la contrainte de traction nécessaire pour déclencher une fissure est surtout générée par un mécanisme du type essai brésilien.

Ewy étudia aussi l'effet d'interaction des fissures en examinant les valeurs de K_I et K_{II} en cas de fissures alignées et décalées et il souligna que la présence de plusieurs fissures de clivage favorisait la déformation du périmètre de la cavité. Cela conduit à une nouvelle répartition des contraintes et notamment à une diminution de la contrainte radiale dans des zones où les fissures ne sont pas encore activées.

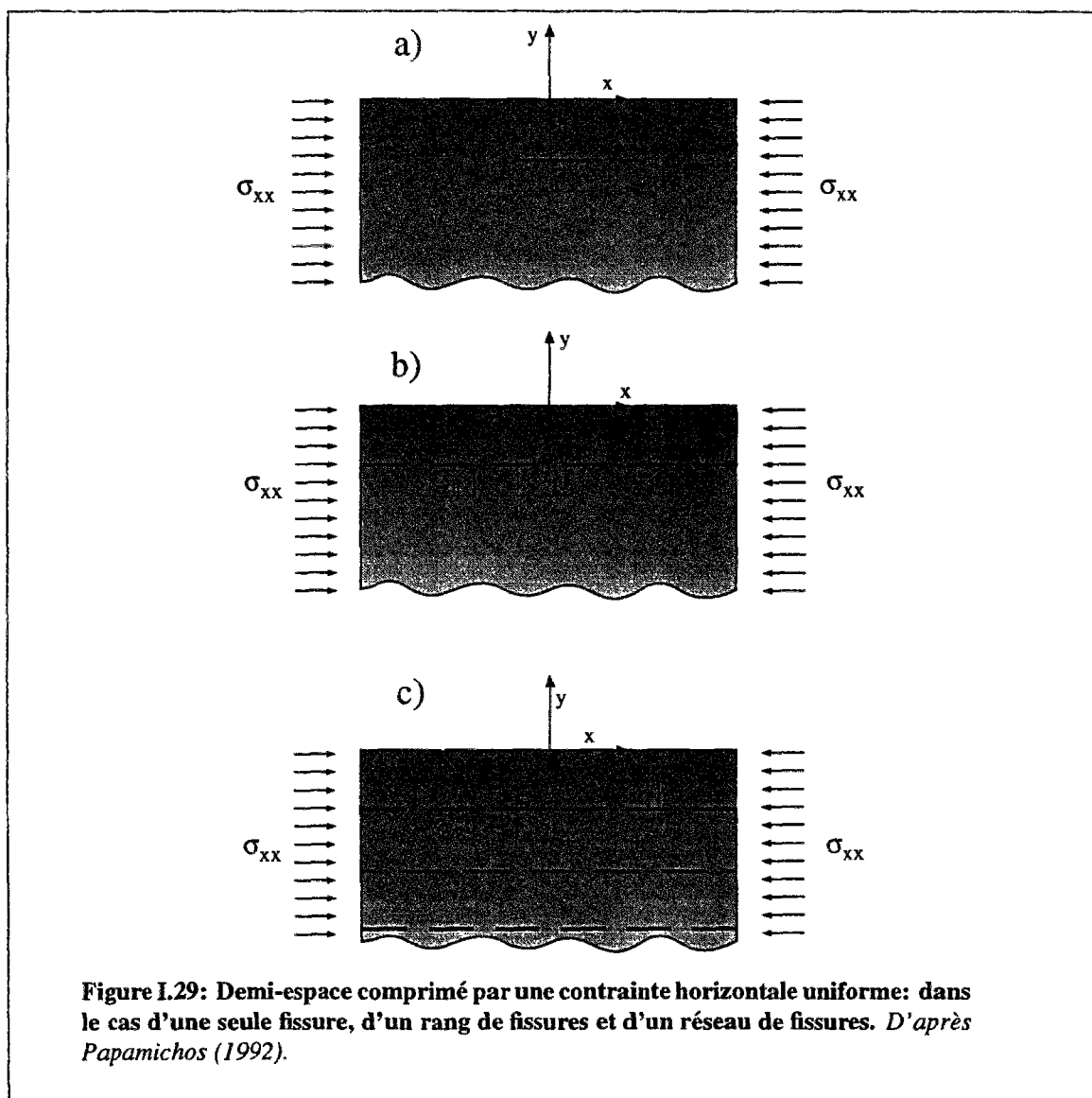
1.5.5 MECANIQUE DE LA RUPTURE ET BIFURCATION

Une utilisation originale de la mécanique de la rupture a été faite par Papamichos qui traita le problème de l'instabilité de surface (Papamichos, 1992). Il utilisa une théorie, déjà développée par Biot, basée sur le principe de superposition des déformations incrémentales sur une déformation uniforme engendrée, en déformations planes, par une compression uniforme. La progression incrémentale de la déformation prend en compte la présence des fissures existantes. Sur la base de cette théorie, Papamichos développa les équations qui gouvernent le comportement et la possibilité de bifurcation par flambement pour un demi-espace linéaire, anisotrope et hypoélastique, sur la surface duquel il analysa les effets de la présence d'une seule fissure, d'un rang de fissures et enfin d'un réseau de fissures toujours parallèles à la surface (figure I.29).

Comme Ewy, Papamichos utilisa la méthode de la discontinuité des déplacements de Crouch et Starfield pour résoudre le problème d'une fissure dans un demi-espace initiale-



ment soumis à une contrainte parallèle à la surface. Nous rappelons que la méthode se base sur la solution analytique du problème d'une discontinuité évoluant à vitesse constante sur un segment de longueur finie (qui correspond à la fissure) dans un demi-espace anisotrope. La fissure est subdivisée en N éléments dont il faut déterminer la vitesse et le taux de contrainte. Il s'ensuit que, pour chaque fissure, on a un système de $2N$ équations linéaires et homogènes à $2N$ inconnues. La contrainte critique σ_{xx} nécessaire au flambement du demi-espace est la plus petite qui rend le déterminant du système nul. C'est en ce dernier point qu'on peut reconnaître l'intervention des techniques liées à la théorie de la bifurcation.



Dans le cas le plus simple d'une seule fissure dans un milieu isotrope et compressible, il est possible de développer une solution analytique. Une fois fixées les caractéristiques du matériau (à savoir le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν) et la géométrie du modèle (figure I.29.a), pour rendre le déterminant nul il faut choisir la bonne valeur de σ_{xx} . Les résultats sur la figure I.30 nous montrent que la contrainte de flambement, qui apparaît implicitement dans le paramètre $\xi = \sigma_{xx} / (2G)$, diminue de manière d'autant plus importante que la fissure est près de la surface et que ν est faible.

Papamichos calcula aussi la solution numérique pour les déplacements des deux lèvres de la fissure, déplacements données par σ_{xx} qui correspond à la valeur propre la plus petite du système. Les déformées obtenues pour la fissure et pour la surface sont montrées en figure I.31 pour trois valeurs du paramètre $\beta = h/a$: on peut voir comment les deux faces de la fissure se déforment de manière différente et comment la zone de la surface libre sujette au flambement se localise, lorsque la fissure s'en approche.

L'étude d'un réseau de fissures (figure I.29.c) nous donne des résultats intéressants sur l'interaction entre celles-ci. Papamichos trouva que la charge de flambement était déterminée essentiellement par la distance entre la surface libre et le premier rang de fissures. De plus, les déplacements correspondant à l'état critique montrent que le flambement du demi-espace concerne d'abord le rang le plus proche de la surface libre. Finalement, nous pouvons voir ici une autre explication du phénomène d'écaillage, qui se déclenche près de la surface pour se développer ensuite plus à l'intérieur du milieu.

Un dernier point examiné par Papamichos fut la relation entre la résistance à la progression de la fissure et l'état d'instabilité de la surface lorsque la fissure, dont les faces sont

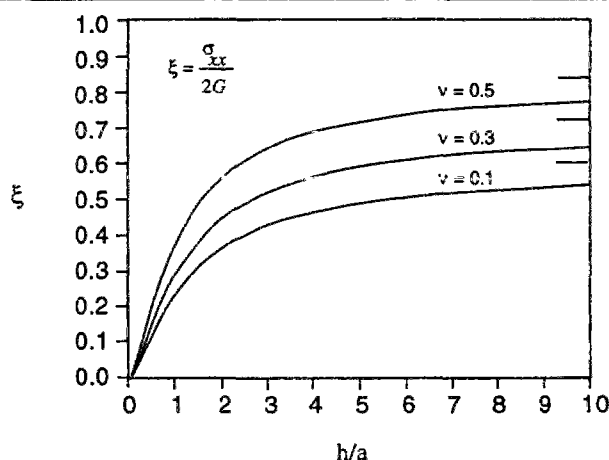


Figure I.30: Contrainte critique de flambage d'un demi-espace qui contient une seule fissure; les traits sont les valeurs asymptotiques pour un demi-espace sans fissures. D'après Papamichos (1991, 1992).

soumises à une pression uniforme p , se trouve dans un demi-espace soumis à un champ de contraintes σ_{xx} parallèle à la surface (figure I.29.a). L'analyse, en confirmant les résultats expérimentaux d'Horii et Nemat-Nasser, montre que le facteur d'intensité des contraintes K , augmente très rapidement lorsque l'on s'approche de la condition d'instabilité de la surface, ce qui signifie que la résistance à la progression de la fissure diminue aussi rapidement.

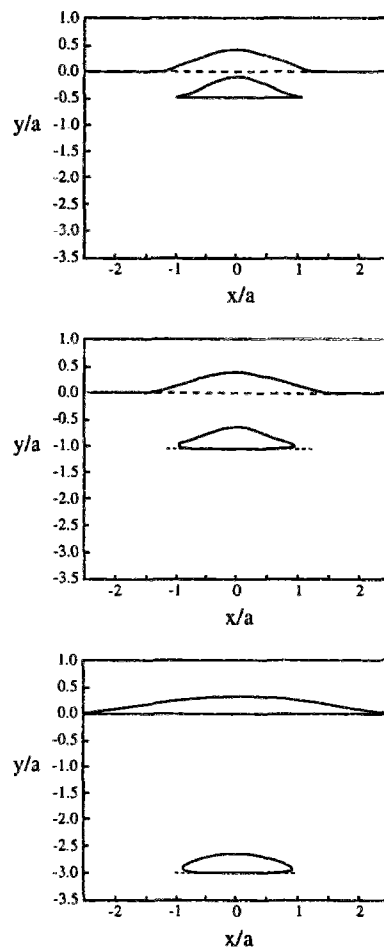
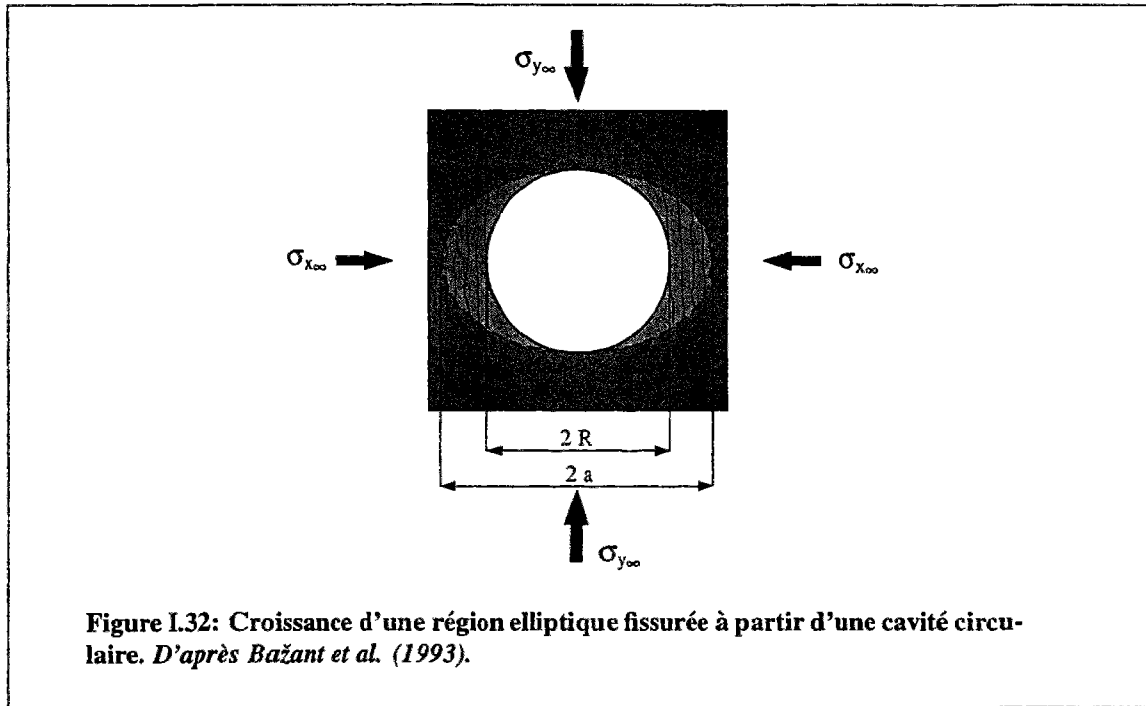


Figure I.31: Variation de la forme d'une fissure et de la surface libre due au flambage du demi-espace: a) $\beta = 0.5$, b) $\beta = 1.0$ et c) $\beta = 1.5$ ($\beta = h/a$). Solution numérique par la méthode des équations intégrales pour $\nu = 0.3$. D'après Papamichos (1992).



I.5.6 MECANIQUE DE LA RUPTURE ET LOCALISATION

L'analyse de Horii et Nemat-Nasser (Horii et Nemat-Nasser, 1985) négligeait la présence de micro et macro-colonnes, créées par l'interaction des micro-fissures, et le rôle que leur flambement pouvait jouer dans la stabilité globale du matériau. Par contre, Bažant, Lin et Lippmann (1993) étudièrent la rupture par écaillage dans une cavité circulaire à l'aide d'un modèle simplifié, montré sur figure I.32, où le flambement est le phénomène principal.

Le modèle est basé sur un bilan énergétique dans la zone comprise entre le cylindre circulaire et le cylindre elliptique qui renferme la partie où se déroule la fissuration en colonnettes. La perte nette d'énergie par unité de longueur $\Delta\P$, due au passage de la cavité circulaire dans la roche intacte à une zone elliptique endommagée avec un écaillage vertical, est:

$$\Delta\P = \Delta\P'_1 - \Delta\P_0 + \Pi_{cr} \quad (\text{I.10})$$

où $\Delta\P'_1$ est la perte d'énergie potentielle lorsqu'on applique une traction uniforme σ_{cr} à l'intérieur de la surface de la cavité elliptique; $\Delta\P_0$ est la perte d'énergie potentielle lorsque l'on creuse une cavité circulaire dont le rayon R est égal à l'axe le plus petit de l'ellipse et Π_{cr} est l'énergie de déformation résiduelle, contenue entre l'ellipse et le cercle initial, donnée par l'énergie de flambement des colonnettes par écaillage. Dans cette dernière, on inclut l'énergie dissipée par frottement entre colonnettes.

Il faut remarquer que dans l'expression de Π_{cr} apparaissent l'épaisseur h de l'écaille et une longueur empirique λ reliée à l'énergie dissipée par frottement, celle-ci étant l'épaisseur d'une tranche de roche intacte dont le déplacement relatif élastique de cisaillement, dû à la contrainte unitaire de cisaillement, est le même que celui entre les deux surfaces d'une fissure.

On peut considérer ensuite l'énergie dissipée par la fissuration de la roche ΔW , égale à la somme de l'énergie dissipée par toutes les écailles verticales. En comparant $\Delta \Pi$ à ΔW on peut construire une fonction $F(R, h)$ qu'on minimise par rapport à h pour obtenir la valeur σ_{cf} qui représente la contrainte de compression la plus petite pour laquelle l'écaillage commence.

Les auteurs ont souligné les nombreuses hypothèses qui soutiennent ce modèle, notamment la symétrie de la rupture et la similitude des zones fissurées, dont la taille est proportionnelle au rayon de la cavité. Une autre limite fort gênante concerne la difficulté d'assigner une valeur à λ , qui est une sorte de longueur interne du matériau.

L'approche de Bažant, Lin et Lipmann a cependant le mérite d'introduire dans l'analyse de la stabilité de la cavité l'effet de la taille de celle-ci, car σ_{cf} dépend de R et de h .

I.6 Milieux continus et bifurcation

Nous abordons ici une autre manière d'interpréter la rupture dans la roche, dans le cas d'échantillons en laboratoire et de cavités dans un massif. Cette fois, le cadre général est donné par la mécanique des milieux continus et notamment par la théorie de l'élasto-plasticité.

Nous ne discuterons pas ici les aspects les plus généraux de la théorie de la plasticité (Kachanov, 1975; Halphen et Salençon, 1989; Lemaitre, 1988; Maugin, 1992); par contre, nous concentrerons notre attention sur l'utilisation du concept de bifurcation faite en plasticité (Desrues, 1984; Nova, 1992), notamment par Vardoulakis et ses collaborateurs.

La théorie de la bifurcation est une théorie relativement ancienne développée dans le domaine de la stabilité élastique. Physiquement, la bifurcation du processus de déformation signifie que, à un certain moment critique de l'histoire de charge du matériau, plusieurs états de déformation correspondent à un seul état de contrainte. Mathématiquement, une bifurcation signifie la perte d'unicité de la solution des équations qui gouvernent l'évolution du système. L'état de charge auquel plusieurs champs de déformation apparaissent s'appelle *état de bifurcation*. On peut évaluer cet état à partir des équations constitutives incrémentales du matériau, de l'équation d'équilibre en vitesse et des conditions aux limites.

I.6.1 APPLICATION A L'ECHANTILLON CYLINDRIQUE

Les modèles de comportement pour les roches sont généralement étalonnés sur des essais de laboratoire en compression triaxiale. Des expériences réalisées avec des conditions limites parfaites sur des échantillons parfaitement homogènes ne garantissent généralement pas des déformations homogènes dans l'échantillon pendant tout le chemin de chargement.

Différents modes de bifurcation des déformations sont possibles et se développent effectivement (figure I.33). Des exemples typiques d'une telle perte *spontanée* d'homogénéité sont la formation de bandes de cisaillement, la mise en tonneau de l'échantillon, la formation de fissures à la suite d'un régime de contraintes de traction entraînées justement par la bifurcation diffuse.

Du point de vue pratique, il est très important de pouvoir prédire le point de bifurcation car, au delà de ce point, les valeurs des mesures expérimentales ne représentent plus le comportement global et intrinsèque du matériau mais résultent du comportement post-bifurcation d'un échantillon qui ne se déforme plus de façon homogène. Ainsi, si l'on sait que les roches peuvent présenter un caractère dilatant et radoucissant, une forte dilatance et un comportement fortement radoucissant ne correspondent généralement pas à une propriété intrinsèque du matériau mais sont plutôt le résultat de l'évolution post-bifurcation non homogène de l'échantillon.

Les deux types de bifurcation sont:

1. la bifurcation discontinue ou localisée;
2. la bifurcation continue ou diffuse.

Formation de bandes de cisaillement

La bifurcation localisée conduit à la formation d'une bande de cisaillement qui peut être vue comme une pellicule épaisse bornée par deux surfaces matérielles de discontinuité du gradient incrémental du déplacement. L'analyse de bande de cisaillement se fait à partir



Figure I.33: Bifurcation localisée et diffuse: bande de cisaillement, mise en tonneau, clivage axiale. D'après Sulem et al. (1990).

des conditions de compatibilité géométrique, car le champ des déplacements est continu sur les frontières de la bande, tandis que le gradient de ce champ ne l'est pas; deuxièmement on passe aux conditions de compatibilité statique, qui garantissent la continuité de l'état des contraintes initiales et l'équilibre de l'incrément effectif des contraintes à travers les frontières de la bande de cisaillement.

Lorsqu'on écrit ces conditions en utilisant la loi de comportement choisie, on obtient un système d'équations différentielles se ramenant à un système d'équations algébriques homogènes dont le déterminant doit être nul pour obtenir des solutions non triviales, ce qui conduit à une équation caractéristique de la forme:

$$a \tan^4 \theta + b \tan^2 \theta = c \quad (\text{I.11})$$

où a , b et c sont fonctions de l'état de contrainte et du tenseur de rigidité élastoplastique et θ est l'inclinaison de l'axe des bandes de cisaillement par rapport à la direction radiale. Dépendant de l'état de déformation, l'équation caractéristique aura des directions complexes ou réelles. Les solutions sont réelles dès que le discriminant de l'équation I.11 devient égal à zéro, c'est à dire lorsque:

$$\frac{b}{2a} < 0 \quad \text{et} \quad \Delta = b^2 - 4ac = 0 \quad (\text{I.12})$$

Modes de bifurcation diffuse

Pour étudier la bifurcation diffuse sur des échantillons cylindriques de roche en compression, telle que la mise en tonneau ou l'apparition d'instabilité de surface, on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de frottement entre l'extrémité de l'éprouvette et les deux plateaux de chargement. On considère aussi le champ de déformation suivant:

$$v_r = U(\rho) \cos \zeta \quad v_z = W(\rho) \sin \zeta \quad (\text{I.13})$$

où

$$\rho = \frac{r}{R} \quad \zeta = m\pi \frac{z}{H} \quad (\text{I.14})$$

avec m = nombre modal et avec les autres symboles définis sur figure I.34.

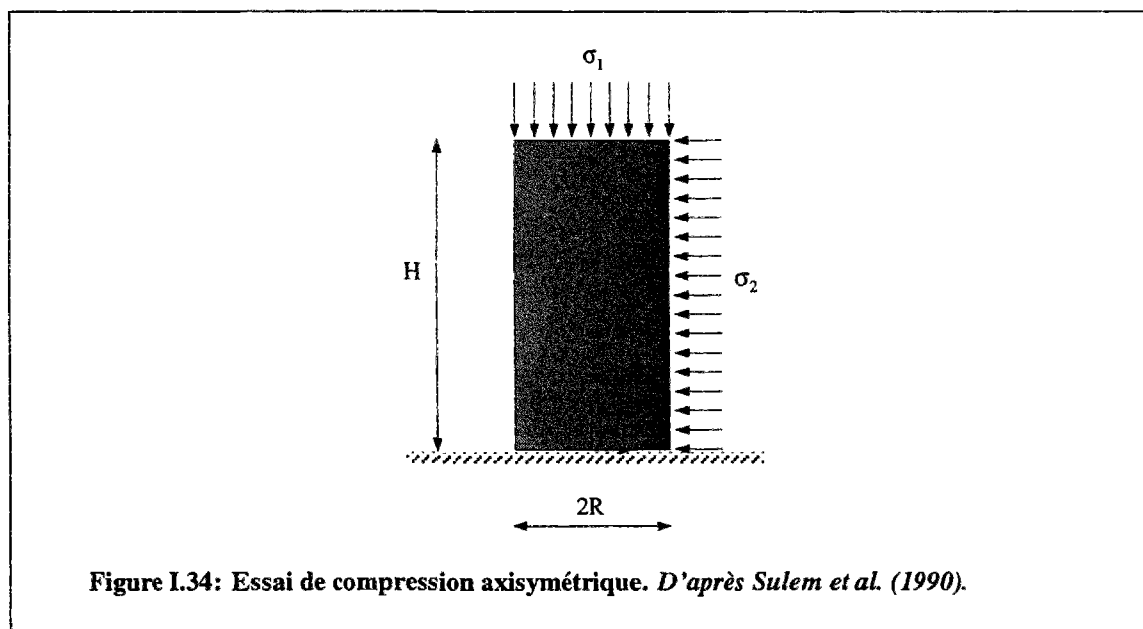
Une analyse de bifurcation (Sulem et Vardoulakis, 1990) a été conduite sur les données obtenues par Santarelli pour le grès de Doddington (Santarelli, 1987). Elle a montré que la formation de bandes de cisaillement et la bifurcation diffuse avec une petite longueur d'onde (instabilité de surface) apparaissaient en même temps. Cela peut expliquer pourquoi pour ce grès la rupture localisée était la plus fréquente dans les essais triaxiaux, alors que la fissuration diffuse était le mode de rupture commun en compression uniaxiale.

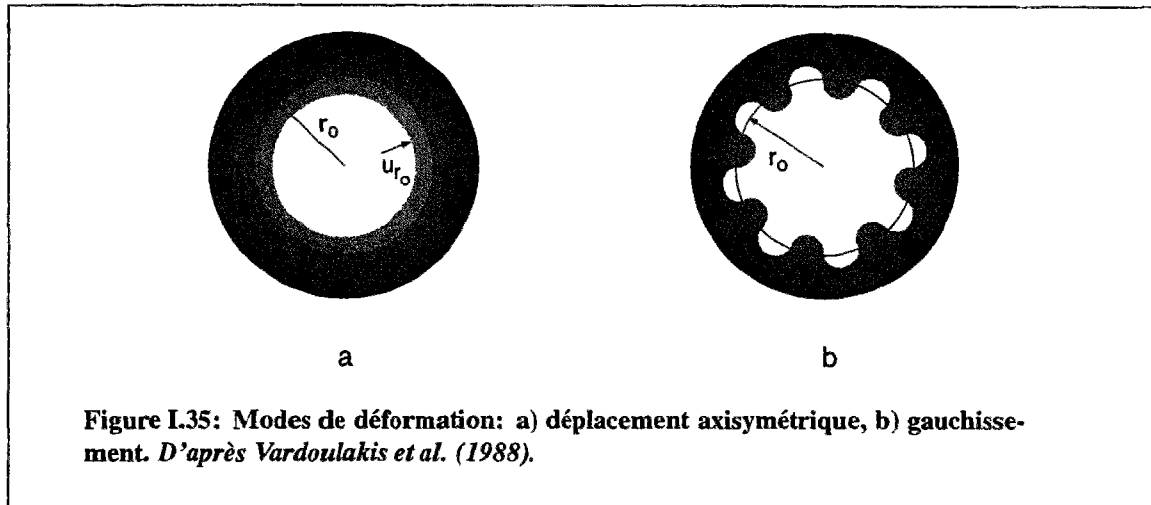
Un résultat intéressant d'une telle analyse est de montrer l'influence de l'élancement de l'échantillon sur le point critique de bifurcation. En particulier, on montre que le système va bifurquer d'autant plus tôt que l'échantillon est élancé. Ce résultat est conforme aux observations expérimentales habituelles sur l'effet de l'élancement d'un échantillon de roche sur sa résistance. En effet la résistance décroît rapidement lorsque le rapport H/R (figure I.34) croît jusqu'à 5 et reste pratiquement inchangée au-delà.

De plus, si on considère un modèle plastique de Cosserat qui possède une longueur interne caractéristique l , il est possible de modéliser l'effet d'échelle et de calculer les déformations de cisaillement au point critique de bifurcation en fonction du rapport entre la hauteur de l'échantillon H et la longueur caractéristique l à parité d'élancement H/R .

1.6.2 APPLICATION A LA CAVITE CYLINDRIQUE

Considérons la section profonde d'une cavité souterraine circulaire, de sorte que le problème soit en déformation plane. Le champ de contrainte à grande distance est supposé isotrope. Le mode fondamental de déformation est simplement un mode de convergence





axisymétrique des parois (figure I.35 a). Il y a bifurcation si, en plus de cette solution fondamentale, un autre mode de déformation non axisymétrique, qui vérifie les conditions limites homogènes, peut exister (figure I.35.b)).

Sulem et Vardoulakis (1988) ont étudié deux modes de bifurcation: la formation de bandes de cisaillement à la paroi de l'excavation et le mode de gauchissement des parois (figure I.35.b). Ce dernier mode est responsable des ruptures par écaillage car il induit l'activation et la propagation instable des fissures préexistantes parallèles à la paroi (figure I.36.a).

L'état critique de bifurcation n'est pas une propriété intrinsèque du matériau mais dépend du chemin de contraintes et des conditions limites du système mécanique considéré. De plus, il est important de noter que les résultats quantitatifs des analyses de bifurcation dépendent fortement des lois de comportement considérées. Il est ainsi important de considérer des lois de comportement permettant de décrire l'écrouissage et la dilatance des roches pour obtenir des prédictions réalistes des modes et des points de bifurcation. Pour différents types de roches et différentes conditions de chargement, on obtient que le mode d'instabilité de surface peut précéder ou non l'apparition de bandes de cisaillement.

L'instabilité de surface est le mode dominant de bifurcation, obtenu lorsqu'on étudie la possibilité de bifurcation diffuse des parois d'une cavité circulaire avec les hypothèses de comportement d'un milieu continu classique, c'est à dire un mode correspondant à une longueur d'onde infiniment petite comparée au rayon de la cavité. Cela signifie que la solution de bifurcation n'affecte qu'un anneau d'épaisseur infinitésimale autour des parois. Ce résultat n'est pas surprenant, car géométriquement le problème considéré ne contient qu'une seule longueur caractéristique, le rayon de la cavité et de ce point de vue toutes les cavités sont géométriquement similaires. Cependant, les instabilités de parois dans les cavités souterraines affectent généralement une zone finie du matériau au voisinage de la pa-

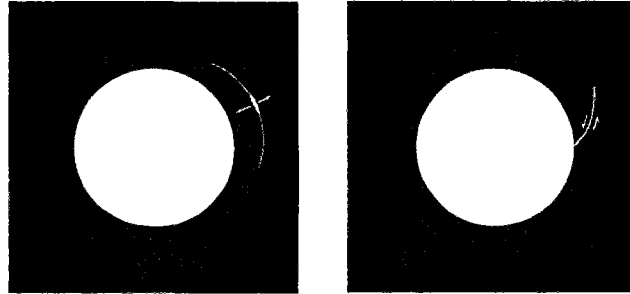


Figure I.36: Modes de rupture: a) écaillage et b) formation d'une bande de cisaillement. D'après Sulem et al. (1988).

roi, dont l'épaisseur dépend du rayon de la cavité. D'autre part, il est clair intuitivement et confirmé expérimentalement que les *petites* excavations sont plus stables que les *grandes* excavations. L'influence du rayon de la cavité sur les conditions d'instabilité ainsi que sa relation avec l'étendue de la zone instable doivent donc être modélisées. Étant donné qu'à grande profondeur les effets de la gravité ne sont pas significatifs, la longueur nécessaire qui doit être utilisée pour donner une échelle au rayon de la cavité doit provenir de la loi de comportement.

Dans le cas des matériaux de type granulaire, une modélisation de la microstructure de la roche basée sur la théorie des milieux de Cosserat est bien adaptée. Un milieu de Cosserat est un milieu contenant une cinématique plus riche qu'un milieu continu classique car un point matériel va posséder trois degrés de liberté de rotation en plus des trois degrés de liberté de translation, indépendants de la partie antisymétrique du gradient de déplacement. La description du comportement d'un tel matériau contient par conséquent un module de flexion M , qui, normalisé par le module de cisaillement G , introduit naturellement dans le problème une longueur interne, donnée par la relation suivante:

$$2l = \sqrt{\frac{M}{G}} \quad (\text{I.15})$$

Dans ce contexte réapparaît le concept de longueur intrinsèque, déjà vu au paragraphe I.5.6, qui donne à nouveau le moyen de pouvoir introduire l'effet de la taille dans l'étude de la cavité.

I.6.3 INSTABILITE DE SURFACE

L'instabilité de surface fut étudiée en détail par Papamichos, et on a vu à la section I.5.5 que son approche était de type micromécanique. Par contre, dans cette section nous verrons le

même problème abordé comme un problème de bifurcation. On commence par écrire les équations d'équilibre en utilisant les équations de comportement sous forme incrémentale:

$$\begin{aligned} C_{1111}v_{1,11} + (C_{1212} - t)v_{1,22} + (C_{1122} + C_{1212} + t)v_{2,12} &= 0 \\ (C_{2211} + C_{1212} - t)v_{1,12} + (C_{1212} + t)v_{2,11} + C_{2222}v_{2,22} &= 0 \end{aligned} \quad (I.16)$$

où

$$t = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \quad (I.17)$$

C_{ijkl} tenseur incrémental d'élasticité

Le système d'équations différentielles à dérivées partielles constitue, avec les conditions limites homogènes pour les vitesses et leurs dérivées, le problème général en bifurcation pour un demi-espace soumis à un état initial et uniforme de contraintes et de déformations.

Ensuite, nous allons considérer un champ de vitesses non trivial superposé à un champ de vitesses homogène qui correspond à la solution triviale du système I.16:

$$\begin{aligned} v_1 &= U(x) \cos(\beta y) & U(x) &= B \exp(\beta Z x) \\ v_2 &= V(x) \sin(\beta y) & V(x) &= A \exp(\beta Z x) \end{aligned} \quad (I.18)$$

où $\beta = 2\pi / L$ et L est la longueur d'onde du champ de vitesses.

Si nous substituons les vitesses I.18 dans le système d'équations I.16 et rendons nul son déterminant, nous obtenons l'équation bicarrée suivante en Z :

$$aZ^4 - bZ^2 + c = 0 \quad (I.19)$$

où a , b et c sont donnés par des combinaisons des éléments du tenseur de rigidité et de t .

Les conditions aux limites pour les instabilités de surface demandent que $v_1(x, y)$ et $v_2(x, y)$ deviennent égales à zéro pour $x = \infty$. Cela signifie que sont valides seulement les solutions pour lesquelles la part réelle des racines Z_k est négative. Autrement dit, les instabilités de surface ne sont possibles que dans le régime elliptique des équations différentielles qui régissent le système, lorsque

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &< 0 \quad \text{ou} \\ b^2 - 4ac &> 0 \quad \text{et} \quad b/a > 0 \quad \text{et} \quad c/a > 0 \end{aligned} \quad (I.20)$$

Après avoir obtenu la solution pour le champ de vitesses I.18, on peut écrire les équations pour les conditions de contraintes aux bords:

$$\begin{aligned}\dot{\pi}_{11}(0, y) &= C_{1111}v_{1,1} + (C_{1122} + p + t)v_{2,2} = 0 \\ \dot{\pi}_{21}(0, y) &= C_{1212}v_{1,2} + (C_{1122} + p + t)v_{2,1} = 0\end{aligned}\quad (\text{I.21})$$

où π_{ij} est le tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff.

Finalement, en substituant en I.21 les expressions des vitesses et après en avoir annulé le déterminant, on obtient le critère d'instabilité de surface:

$$\begin{aligned}C_{1111}C_{2222} - C_{1122}C_{2211} - C_{1122}(p - t) - C_{2211}(p + t) + \\ + t^2 - p^2 - (p^2 + t^2 - 2pC_{1212}) \left[\frac{C_{1111}C_{2222}}{C_{1122}^2 - t^2} \right]^{1/2} = 0\end{aligned}\quad (\text{I.22})$$

Il faut souligner que la cessation de la validité des conditions d'ellipticité I.20 est la condition pour la localisation par bande de cisaillement.

Le critère I.22 a été vérifié par Papamichos avec les théories classiques d'écoulement et de déformation plastique mais celles-ci prévoient l'écaillage de la surface en proximité du pic où le taux d'écrouissage positif s'approche de la valeur zéro, tandis que les matériaux fragiles montrent une localisation à grandes valeurs du taux d'écrouissage positif. Papamichos a donc proposé un modèle non coaxial qui, en se basant sur la théorie classique d'écoulement, contient une partie cinématique d'écrouissage associée à des déformations plastiques non coaxiales qui ont lieu lorsque la charge n'est plus proportionnelle. Les résultats expérimentaux nous montrent que c'est le cas de l'état de bifurcation où les directions principales des contraintes subissent des rotations.

Chapitre II

Mécanique de l'endommagement continu

II.1 Introduction

La Mécanique de l'endommagement est un moyen de modéliser le comportement d'un matériau, intermédiaire entre la mécanique des milieux continus et la mécanique de la rupture.

La mécanique des milieux continus considère le milieu comme homogène et continu en négligeant les défauts à l'échelle de la microstructure. Elle se base sur la notion d'**élément de volume caractéristique** (EVC), sur lequel on définit une déformation et une contrainte *mésoscopiques* ou moyennes, et sur l'hypothèse de l'état local, qui postule que l'état thermomécanique d'un milieu matériel, en un point et à un instant donnés, est complètement défini par la connaissance des valeurs, à cet instant, d'un certain nombre de variables ne dépendant que du point considéré (Lemaitre, 1988; Chaboche, 1991).

La mécanique de la rupture considère au contraire la présence d'un défaut microscopique. Cela est en principe une fissure, ou un nombre limité de fissures, qui est considérée comme une frontière libre du corps. Sa progression revient à changer les conditions du problème aux limites vérifiées par la structure. La mécanique de la rupture utilise la notion de champ singulier de contrainte et/ou de déformation en tête de la fissure dans un milieu homogène. Le champ singulier porte à des paramètres, dits globaux car ils résultent souvent d'un bilan énergétique global sur la structure, tels que le facteur d'intensité des contraintes ou le taux d'énergie libérée par accroissement de la fissure.

La mécanique de l'endommagement se distingue parce qu'elle considère la présence des défauts, des microfissures, des cavités ou d'autres décohésions de la matière, tout en continuant à considérer le milieu comme continu. Pour cela on suppose que le nombre des défauts, à une échelle microstructurale donnée, soit suffisant pour permettre le calcul d'une moyenne des contraintes et des déformations et pour garder la notion d'élément

de volume caractéristique (EVC), celui-ci étant indépendant de l'échelle microstructurale (Chaboche, 1991).

Très schématiquement, on peut affirmer que dans la mécanique de l'endommagement deux lignes théoriques fondamentales existent: la plus ancienne est celle qui privilégie une vision microstructurale et géométrique; l'autre, négligeant l'échelle microscopique, postule à l'échelle mésoscopique la validité du principe thermodynamique de l'état local.

Dans ce chapitre, après avoir présenté quelques éléments de la théorie et quelques modèles parmi les plus connus, nous passerons, à partir de la section II.6, à l'analyse du modèle que nous avons élaboré.

II.2 Définition et histoire du concept d'endommagement

II.2.1 DEFINITION DE L'ENDOMMAGEMENT

Kachanov en 1958 fut le premier à utiliser le concept d'endommagement pour expliquer la rupture par fluage dans les aciers. Il considéra une barre en condition de traction uniaxiale constante et il affirma que, quoique la *force* restât la même, la *contrainte* augmentait car les microfissures réduisaient la surface résistante.

Plus rigoureusement, si, pour un corps endommagé, on choisit un EVC en un point P , orienté par un plan repéré par sa normale $\hat{n}$ et son abscisse x le long de la direction $\hat{n}$ (figure II.1), on définit:

- δS , aire de la surface d'intersection entre le plan et l'EVC;
- δS_{Dx} , somme des aires de toutes les intersections des microfissures et des micropores qui se trouvent dans le plan;
- $D(P, \hat{n}, x)$, valeur de l'endommagement liée au point P dans la direction $\hat{n}$ et à l'abscisse x :

$$D(P, \hat{n}, x) = \frac{\delta S_{Dx}}{\delta S} \quad (\text{II.1})$$

Pour définir une variable continue $D_{P,\hat{n}}$ sur l'EVC il faut regarder sur tous les plans le long la direction de x et considérer celui qui est le plus endommagé:

$$D_{P,\hat{n}} = \max_x [D(P, \hat{n}, x)] \quad (\text{II.2})$$

Finalement x peut disparaître et on arrive à:

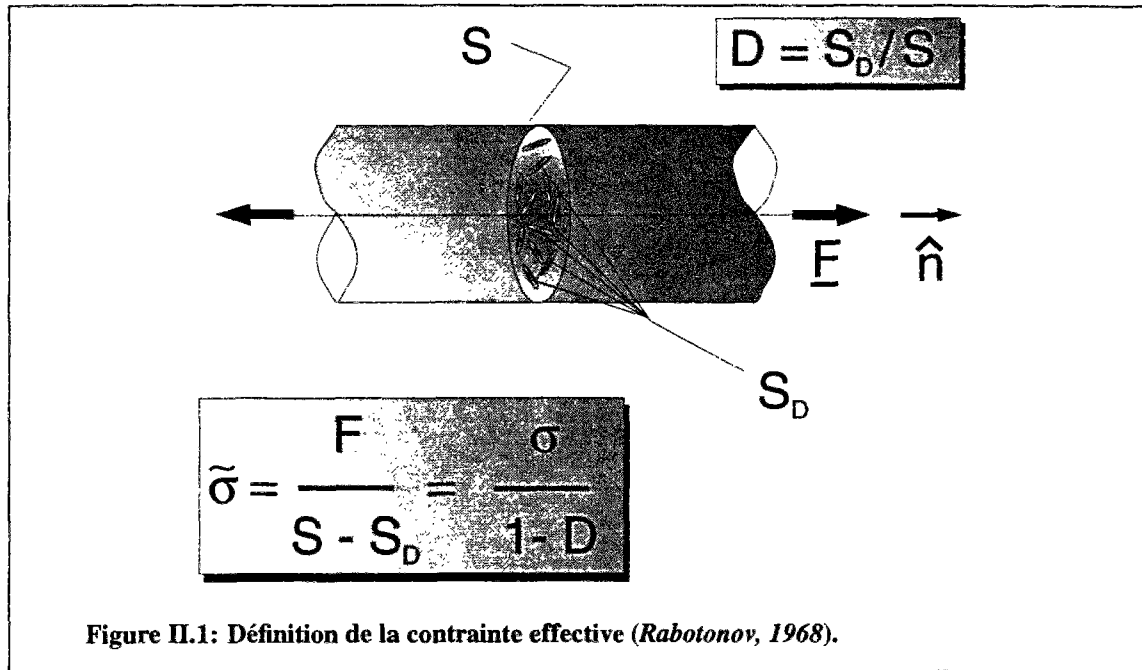


Figure II.1: Définition de la contrainte effective (Rabotnov, 1968).

$$D_{P,\hat{n}} = \frac{\delta S_{Dx}}{\delta S} \quad (\text{II.3})$$

De II.3 on déduit que la valeur de la variable scalaire D est bornée entre 0 et 1: $D = 0$ pour un EVC intact et $D = 1$ pour un EVC séparé en deux morceaux. Cependant, dans la réalité, la rupture survient pour des valeurs de D plus petites que 1, due à des phénomènes d'instabilité.

II.2.2 LE CONCEPT DE CONTRAINTE EFFECTIVE

Prenons une barre soumise à une traction uniaxiale par une force F (figure II.1), la contrainte classique est:

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (\text{II.4})$$

Si maintenant on considère l'aire résistante effective ($S - S_D$), on arrive à définir une nouvelle contrainte:

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F}{S \left(1 - \frac{S_D}{S}\right)} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (\text{II.5})$$

La contrainte $\tilde{\sigma}$ est appelée contrainte effective.

II.2.3 EVOLUTION DE LA THEORIE

Le développement de la mécanique de l'endommagement a commencé à la fin des années soixante-dix et au début des années quatre-vingt, lorsque les bases thermodynamiques de cette théorie ont été clarifiées (Lemaitre et Chaboche, 1978; Dragon et Mroz, 1978) et que les mécaniciens ont commencé à considérer le comportement anisotrope des matériaux endommagés (Cordebois et Sidoroff, 1979). Cela a abouti au développement de plusieurs modèles, micromécaniques et mésomécaniques, qui utilisent la description vectorielle des variables d'endommagement (un vecteur est associé à chaque direction de microfissure), ou encore la définition de tenseurs d'endommagement d'ordre deux ou même d'ordre plus grand.

II.3 Thermodynamique de l'endommagement

La vision phénoménologique de l'endommagement néglige l'échelle microscopique, en affirmant la validité du principe de l'état local à l'échelle mésoscopique. Cette vision conduit naturellement à un développement thermodynamique de la théorie. Il suffit de considérer l'énergie libre spécifique Ψ , qui joue le rôle de potentiel thermodynamique et qui est fonction convexe de toutes les variables d'état, observables et internes, et, en particulier, de l'endommagement.

$$\Psi = \Psi(\epsilon^e, T, D, V_k) \quad (\text{II.6})$$

où

- ϵ^e est le tenseur de déformation;
- T est la température absolue;
- V_k désigne les autres variables internes: par exemple les variables d'écrouissage.

Si on fait l'hypothèse du découplage entre les effets d'élasticité, associés à l'endommagement, et tous les autres effets représentés par les V_k , le potentiel II.6 devient:

$$\Psi = \Psi_e(\epsilon^e, T, D) + \Psi_p(T, V_k) \quad (\text{II.7})$$

Enfin si l'on se place dans le cadre de l'élasticité linéaire isotherme, l'expression de Ψ sera:

$$\rho \Psi_e = \frac{1}{2} (1 - D) \mathbf{C} : \epsilon^e : \epsilon^e \quad (\text{II.8})$$

dont on déduit la loi élastique du matériau endommagé:

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial \epsilon^e} \quad \text{ou} \quad \sigma = \tilde{\mathbf{C}} : \epsilon^e \quad (\text{II.9})$$

qui nous reconduit à la relation:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} = \mathbf{C} : \epsilon^e \quad (\text{II.10})$$

La force thermodynamique associée à l'endommagement est le scalaire:

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial D} = -\frac{1}{2} \mathbf{C} : \epsilon^e : \epsilon^e \quad (\text{II.11})$$

En notant dw_e la densité d'énergie élastique définie par

$$dw_e = \sigma : d\epsilon^e$$

on montre que:

$$-Y = \left. \frac{1}{2} \frac{dw_e}{dD} \right|_{\sigma=\text{const.}} \quad (\text{II.12})$$

La variable $-Y$ peut être donc considérée comme le taux de restitution d'énergie élastique associé à une variation d'endommagement à contrainte constante, c'est à dire l'énergie restituée à cause de la perte de la raideur d'un EVC endommagé.

On postule aussi l'existence d'un pseudo-potentiel de dissipation, qui est une fonction convexe à valeur scalaire de toutes les variables flux, les variables observables et les variables internes qui interviennent comme paramètres:

$$\phi = \phi(\dot{\epsilon}^p, \dot{V}_k, \dot{D}, \mathbf{q}; \epsilon^e, V_k, D, T) \quad (\text{II.13})$$

où $\mathbf{q}$ est le vecteur courant de chaleur, associé au gradient de température $T_{,i}$ pour les processus non isothermes, et $\dot{\epsilon}^p$ est la variable flux plastique.

Le potentiel de dissipation est utilisé pour vérifier si le modèle de comportement choisi respecte le principe d'entropie, qui impose que la dissipation intrinsèque soit positive. En effet, toujours dans l'hypothèse d'un potentiel découplé, à partir de l'équation de Clausius-Duhem:

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho(\dot{\Psi} + s\dot{T}) - q_i \frac{T_{,i}}{T} \geq 0 \quad (\text{II.14})$$

où s est l'entropie spécifique; $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p$ et $\dot{\Psi}$ est la vitesse de l'énergie libre:

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial D} \dot{D} + \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (\text{II.15})$$

on en déduit que le deuxième principe de la thermodynamique est respecté si:

$$-Y\dot{D} \geq 0 \quad (\text{II.16})$$

$-Y$ étant une fonction quadratique, on en conclut que $\dot{D}$ doit toujours être ≥ 0 .

Le potentiel de dissipation, qui est une fonction convexe, nous donne, par transformation de Legendre-Fenchel partielle, un autre potentiel dual équivalent ϕ^* , qui nous permet d'exprimer $\dot{D}$ en fonction de Y :

$$\dot{D} = \frac{\partial \phi^*}{\partial Y} \quad (\text{II.17})$$

Puisque ϕ^* aussi est convexe, II.16 est automatiquement vérifiée.

II.3.1 PRINCIPES D'EQUIVALENCES

Jusqu'à présent, on a implicitement utilisé le **principe d'équivalence en déformation** énoncé par Lemaitre, qui affirme que:

Tout comportement à la déformation, unidimensionnel ou tridimensionnel, d'un matériau endommagé est traduit par les lois de comportement du matériau vierge dans lesquelles on remplace la contrainte usuelle par la contrainte effective. (Lemaitre, 1971).

Matériau endommagé	Matériau sain équivalent
$\sigma = \tilde{E} \varepsilon$	$\tilde{\sigma} = E \varepsilon$
dont $\tilde{\sigma} = \sigma(1 - D)^{-1}$ ou $\sigma = (1 - D)E\varepsilon$	

Il existe d'autres principes d'équivalence qui s'inspirent du premier principe formulé par Lemaitre.

Si on fait l'hypothèse que la contrainte dans le matériau sain équivalent est la même que dans le matériau réel, alors on emploie l'**équivalence en contrainte**. Il s'ensuit que, pour exercer sur le matériau réel et sur le matériau sain la même contrainte, il faut appliquer à ce dernier la déformation $\tilde{\varepsilon}$:

Matériau endommagé	Matériau sain équivalent
--------------------	--------------------------

$$\sigma = \tilde{E} \varepsilon$$

$$\sigma = E \tilde{\varepsilon}$$

$$\text{ce qui conduit à } \tilde{\varepsilon} = (1 - D) \varepsilon$$

Lorsque l'on postule que l'énergie élastique W_e est la même dans les deux matériaux on utilise l'**équivalence en énergie** (Cordebois et Sidoroff, 1982):

Matériau endommagé	Matériau sain équivalent
--------------------	--------------------------

$$W_e = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon$$

$$W_e = \frac{1}{2} \tilde{\sigma} \tilde{\varepsilon}$$

$$\sigma = (1 - D) E \varepsilon$$

$$\tilde{\sigma} = E \tilde{\varepsilon}$$

$$\text{ce qui conduit à}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon} &= (1 - D)^{1/2} \varepsilon \\ \tilde{\sigma} &= (1 - D)^{-1/2} \sigma \end{aligned}$$

II.4 Endommagement anisotrope

II.4.1 DEFINITION THERMODYNAMIQUE D'UN TENSEUR D'ENDOMMAGEMENT

L'extension au cas anisotrope du modèle thermodynamique basé sur le principe d'équivalence en déformation est évidente si on considère l'endommagement comme une variable tensorielle d'ordre quatre (Chaboche, 1978). D'une manière analogue au cas isotrope on parvient à une nouvelle expression de $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(\mathbf{I} - \mathbf{D})} \quad (\text{II.18})$$

La force thermodynamique associée à l'endommagement est:

$$\mathbf{Y} = \rho \frac{\partial \Psi_e}{\partial \mathbf{D}} = -\frac{1}{2} \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (\text{II.19})$$

et à partir du potentiel de dissipation:

$$\phi^* (\sigma, A_k, \mathbf{Y}; \boldsymbol{\varepsilon}^e, T, V_k, \mathbf{D}) \quad (\text{II.20})$$

on parvient à:

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \mathbf{Y}} \quad (\text{II.21})$$

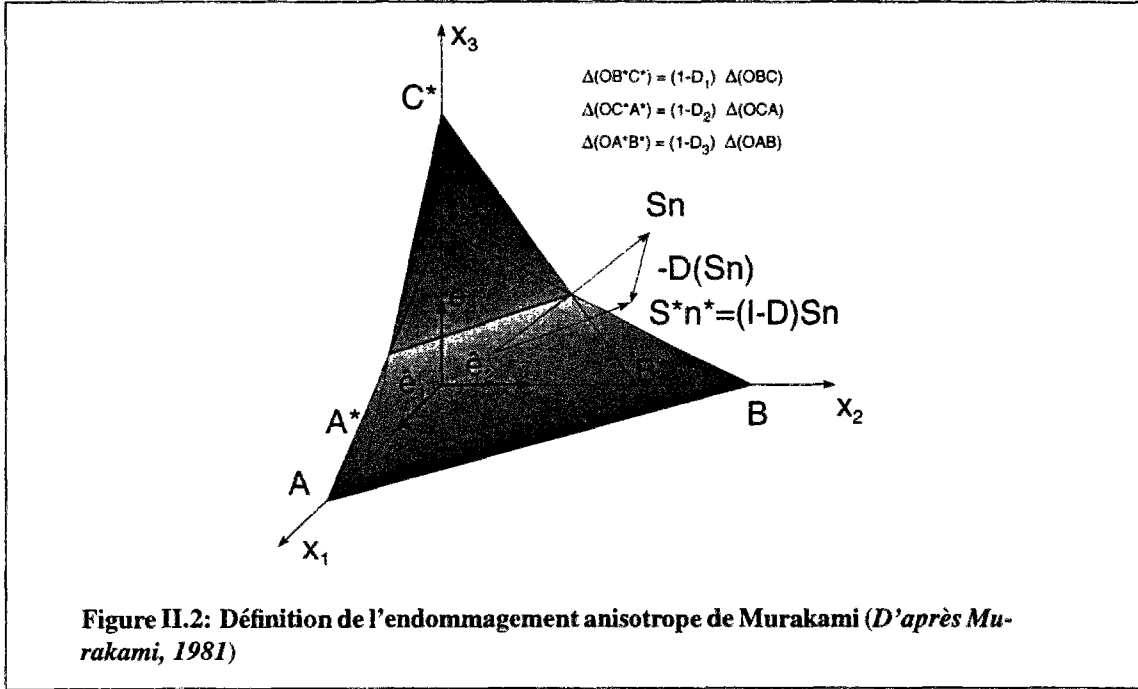
Dans le cadre de la modélisation macroscopique d'un matériau endommagé à comportement anisotrope, Ramtani (1990) a élaboré un modèle qui avait pour but la description du comportement d'une poutre en béton sous sollicitations alternées. L'anisotropie élastique est décrite par un couple de variables d'endommagement $\mathbf{d}$ et δ (respectivement un tenseur d'ordre 2 symétrique, relatif à l'évolution des microfissures, et un scalaire représentant l'évolution des microcavités). En outre Ramtani a proposé un couplage particulier, au niveau du potentiel thermodynamique, entre les variables d'endommagement et les déformations anélastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^{an}$, dues uniquement à l'état d'endommagement. La prise en compte du comportement unilatéral est satisfaite par une partition du tenseur élastique dans l'expression de l'énergie libre.

II.4.2 DEFINITION GEOMETRIQUE D'UN TENSEUR D'ENDOMMAGEMENT

La définition de l'endommagement anisotrope de Murakami (Murakami, 1981) est une extension de la définition géométrique de Kachanov.

Examinons sur la figure II.2 un EVC qui a une section transversale définie par sa surface δS , son orientation $\hat{n}$ et sa forme. Après un certain endommagement, dans l'hypothèse que la forme de l'EVC demeure la même, on parvient à un EVC* avec une section transversale définie par δS^* et $\hat{n}^*$.

Le tenseur du deuxième ordre qui transforme le vecteur $\hat{n}\delta S$ en $\hat{n}^*\delta S^*$ est associé à l'endommagement et il est noté $(\mathbf{I} - \mathbf{D})$:



$$(\mathbf{I} - \mathbf{D}) \delta S \hat{n} = \delta S^* \hat{n}^* \quad (\text{II.22})$$

où $\mathbf{I}$ est le tenseur unitaire du deuxième ordre et $\mathbf{D}$ est une variable tensorielle de deuxième ordre; elle est symétrique et les directions de ses trois valeurs principales (D_1, D_2, D_3) sont parallèles aux axes du repère principal (X_1, X_2, X_3).

Comme exemple, le dessin de la figure II.2 illustre le cas d'un triangle ABC de surface δS , appartenant au tétraèdre $OABC$, qui, à cause de l'endommagement, devient le triangle $A^*B^*C^*$ de surface δS^* . Les relations entre les surfaces des deux tétraèdres découlent de II.22 et sont reportées sur la figure II.2.

Afin de définir la contrainte effective, on commence par écrire que la force exercée dans les deux configurations est la même:

$$T_i \delta S = T_i^* \delta S^* \quad (\text{II.23})$$

d'où, compte tenu de

$$\sigma_{ij} \hat{n}_j = T_i$$

et

$$\delta S^* \hat{n}_j^* = (I_{ij} - D_{ij}) \delta S \hat{n}_j$$

on obtient que la contrainte effective est:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(\mathbf{I} - \mathbf{D})} \quad (\text{II.24})$$

Le tenseur $(\mathbf{I} - \mathbf{D})$ est symétrique et orthotrope mais $\tilde{\sigma}$ ne l'est pas. Cela nous mène à considérer le nouveau tenseur:

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{2} [\sigma(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} + (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} \sigma] \quad (\text{II.25})$$

Modèles statistiques

Le modèle de Murakami a été le point de départ d'un ensemble de modèles pour lesquels l'étude de la progression de l'endommagement dans la roche a été conduite à l'aide des outils de la statistique (Kawamoto et al., 1988; Wohua et Valliappan, 1991; Singh, 1988).

Pour Singh (1988) l'endommagement D^α est donné par la mesure de la densité de la fissuration dans une direction α .

Une autre approche est celle où, après avoir calculé la distribution des projections des fissures sur les facettes d'un cube de roche, subdivisé en plusieurs cellules cubiques, chacune représentant un EVC, on arrive à définir un tenseur d'endommagement $\mathbf{D}$ qui est fonction du nombre et de l'aire des fissures existantes dans le cube (Kawamoto et al., 1988). Dans le cas d'une seule famille de fissures k , on a l'expression suivante:

$$\mathbf{D}_k = \frac{l}{V^{2/3}} \left[\frac{N_1 N_2 L_1 L_2}{\sqrt{(1 - n_1^2)(1 - n_2^2)}} \right]^{1/2} (\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (\text{II.26})$$

où

- l est la longueur du côté de la cellule;
- V est le volume du cube;
- N_i est le nombre des fissures sur la facette i du cube;
- L_i est la longueur moyenne des fissures sur la facette i du cube;
- n_i sont les composantes de la normale $\mathbf{n}$ à la surface de la fissure $a = L_1 L_2$;

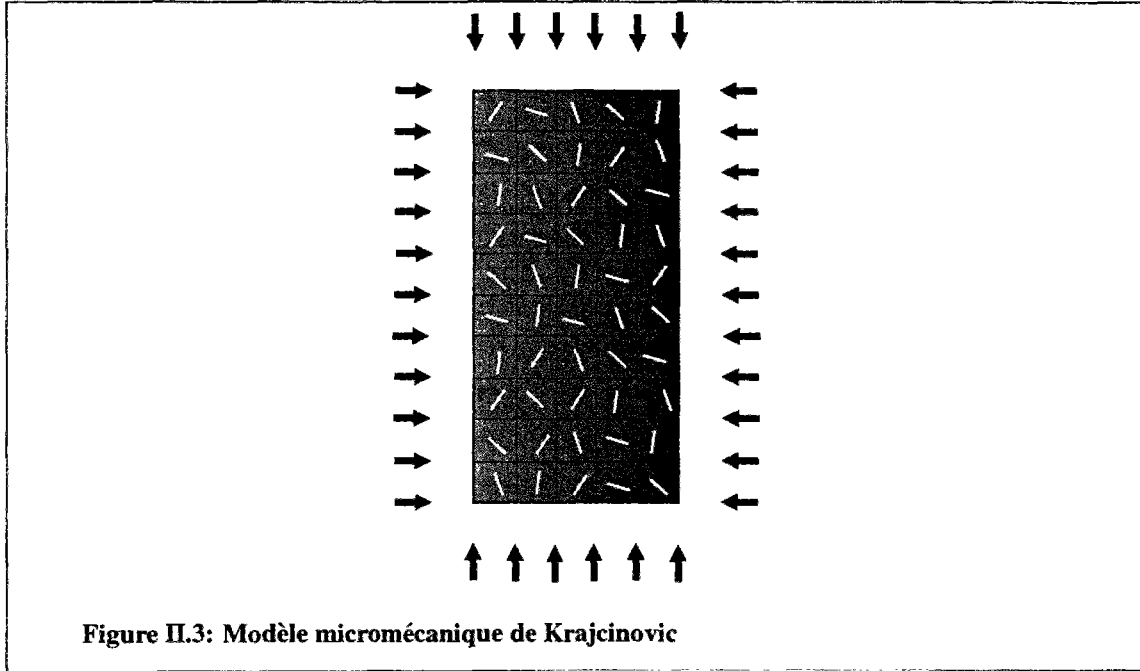


Figure II.3: Modèle micromécanique de Krajcinovic

- les index 1 et 2 indiquent des facettes orthogonales entre elles et aux fissures.

Lorsqu'on examine plusieurs familles de fissures le tenseur d'endommagement global est donné par la somme des D_k :

$$D = \sum_{k=1}^n D_k \quad (\text{II.27})$$

II.5 Micromécanique et endommagement

L'approche micromécanique (Krajcinovic, 1981, 1985; Andrieux, 1983) considère que l'EVC est une cellule qui contient une seule fissure. À l'intérieur de cette cellule, on suppose un certain comportement mécanique, le comportement macroscopique étant obtenu par homogénéisation de celui-ci.

Krajcinovic, par exemple, considère un élément mésoscopique qui est subdivisé en plusieurs cellules (figure II.3), chacune contenant une fissure. Les fissures, dont on peut négliger l'influence réciproque, sont décrites par la densité de probabilité de leur taille et de leur orientation. Si on en calcule la densité d'énergie de déformation, on parvient à une expression où l'endommagement anisotrope est donné par trois variables:

- un scalaire ω , qui est la partie *isotrope* de l'endommagement;
- un tenseur d'ordre deux ω_{ij} , dérivable aussi par une analyse géométrique comme celle de Murakami;
- un tenseur d'ordre quatre ω_{ijkl} , dérivable aussi par une analyse purement thermodynamique comme celle conduite dans le paragraphe II.4.1.

Andrieux (Andrieux, 1983; Andrieux et al. 1986) part d'un modèle élémentaire composé d'une cellule élastique comportant une fissure avec frottement de Coulomb, susceptible de se propager. L'homogénéisation mène à un modèle élastoplastique non standard avec endommagement.

Plus récemment Gambarotta and Logomarsino (1993) ont considéré un matériau élastique à faible densité de microfissures plates (*flat cracks*); leur modèle est basé sur l'hypothèse de croissance auto-similaire des microfissures plates et entend être une synthèse de plusieurs effets: l'endommagement, le frottement et les discontinuités de déplacement dans les microfissures.

Si on utilise la contrainte macroscopique $\mathbf{T}$ et la déformation macroscopique $\mathbf{E}$ (Nemat-Nasser et Horii, 1990) le modèle de Gambarotta et Logomarsino s'écrit:

$$\mathbf{E} = \mathbf{K} : \mathbf{T} + \mathbf{E}_n + \mathbf{E}_s \quad (\text{II.28})$$

où $\mathbf{E}_n$ est la contribution de l'ouverture des microfissures et $\mathbf{E}_s$ est la contribution du glissement des microfissures.

L'ensemble des microfissures est décrit en utilisant des familles des microfissures également orientées; à chaque orientation, deux variables internes sont associées: la taille des microfissures (microfissures ouvertes) et le vecteur de glissement avec frottement (microfissures fermées).

Les équations d'évolution des vitesses des variables internes sont obtenues à partir des critères de glissement et de croissance des microfissures. Ces équations conduisent à formuler des équations incrémentales de comportement et à fixer les conditions limites du modèle.

Dragon et ses collaborateurs (1994) ont élaboré un modèle qui, à partir d'une analyse micromécanique de l'état de fissuration d'un matériau rocheux, arrive à définir une loi de comportement dans laquelle la déformation irréversible est traitée sans l'utilisation de la plasticité, car la ductilité du matériau est fonction de la progression de l'endommagement. Le modèle intègre aussi l'analyse de la localisation sur la base du critère:

$$\det \mathbf{Q} \leq 0 \quad \mathbf{Q} \equiv \mathbf{n} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{n} \quad (\text{II.29})$$

où C est le tenseur tangent de rigidité (Doghri, 1989), ce qui est une condition nécessaire et suffisante pour la bifurcation (Desoyer et Cormery, 1994).

II.6 Le modèle à vitesse d'endommagement

Après avoir montré quelques exemples des modèles d'endommagement présents dans la littérature, nous présentons à présent le modèle que nous avons élaboré où la variable d'endommagement prend une signification différente de celle classique. En effet, on définit le concept de contrainte effective dans le cas uniaxial comme:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D}$$

où la variable d'endommagement scalaire D peut être interprétée comme la fraction de surface qui ne soutient plus la charge, à cause de la fissuration induite par la charge même.

Dans cette section nous définirons le concept de contrainte effective sur la base de considérations énergétiques, en suivant l'approche de Chow et Lu (*Chow et Lu, 1992*), qui ont développé l'hypothèse d'équivalence en énergie de Cordebois et Sidoroff, de sorte qu'ici le concept d'endommagement désignera un processus plutôt qu'une mesure de la détérioration du matériel.

Examinons la courbe contraintes-déformations, montrée sur la figure II.4, d'un matériau élastique-endommageable ($\epsilon = \epsilon^e$). Au point $i - 1$ nous avons la contrainte σ_{i-1} et le module tangent de souplesse S'_{i-1} ; après un incrément de charge $d\sigma_i = \dot{\sigma}_i dt$ et de déformation $d\epsilon_i = \dot{\epsilon}_i dt$, nous parvenons au point i avec un module S'_i .

Pour décrire le comportement du matériau, nous employons l'hypothèse d'équivalence en incrément de travail fait par l'incrément des contraintes. Alors le travail incrémental, fait par l'incrément des contraintes sur le matériau en train d'être endommagé, est égal à chaque instant au travail incrémental fait sur un matériau virtuel, de caractéristiques mécaniques égales à celles du précédent, qui n'a pas subi l'incrément d'endommagement (Pellegrino et al., 1994).

Pour la courbe montrée sur la figure II.4, l'application de l'hypothèse qui vient d'être formulée nous permet d'écrire:

$$\begin{aligned} dW &= d\tilde{W} \\ dW^e + dW^d &= d\tilde{W} \\ \sigma_{i-1} d\epsilon_i + \frac{1}{2} d\sigma_i d\epsilon_i &= \sigma_{i-1} d\tilde{\epsilon}_i + \frac{1}{2} d\tilde{\sigma}_i d\tilde{\epsilon}_i \end{aligned} \tag{II.30}$$

or on peut écrire:

$$\dot{\varepsilon}_i = S'_i \dot{\sigma}_i \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_i = S'_{i-1} \dot{\bar{\sigma}}_i \quad (\text{II.31})$$

En substituant les expressions II.31 dans la dernière équation de II.30 on a:

$$\sigma_{i-1} S'_i d\sigma_i + \frac{1}{2} d\sigma_i S'_i d\sigma_i = \sigma_{i-1} S'_{i-1} d\bar{\sigma}_i + \frac{1}{2} d\bar{\sigma}_i S'_{i-1} d\bar{\sigma}_i \quad (\text{II.32})$$

$\dot{\sigma}_i$ et $\dot{\bar{\sigma}}_i$ sont liés par la relation:

$$\dot{\bar{\sigma}}_i = \gamma_i \dot{\sigma}_i \quad (\text{II.33})$$

où

$$\gamma_i = \frac{1}{1 - \dot{d}_i} \quad (\text{II.34})$$

Nous appelons $\dot{\bar{\sigma}}_i$ la vitesse de contrainte effective et $\dot{d}$ la vitesse d'endommagement.

De façon plus générale, pour une charge triaxiale et un endommagement anisotrope, on obtient que le tenseur incrémental de contrainte effective, $d\bar{\sigma} = \dot{\bar{\sigma}} dt$, et le tenseur incrémental de Cauchy, $d\sigma = \dot{\sigma} dt$, sont reliés par la loi de transformation:

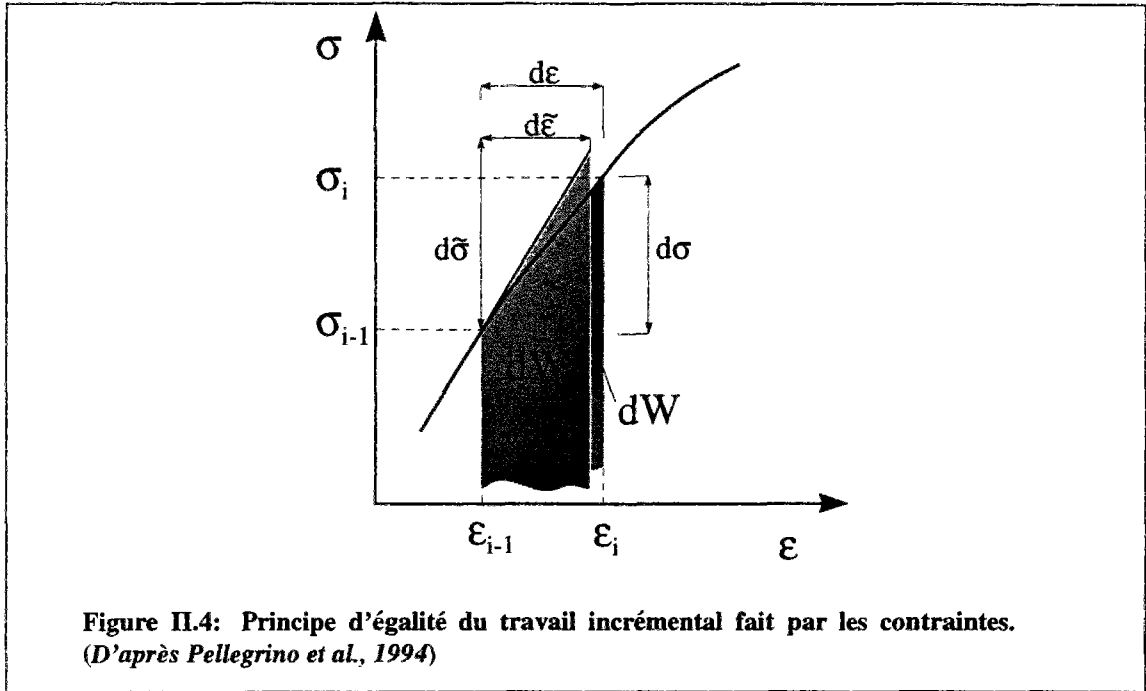
$$\begin{aligned} \dot{\bar{\sigma}}_{ij} &= \dot{\sigma}_{ir} \Gamma_{rj} \\ \dot{\sigma}_{ij} &= \dot{\bar{\sigma}}_{ir} \Upsilon_{rj} \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Etant donné que le tenseur de Cauchy est symétrique:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{ij} + \dot{\sigma}_{ji}}{2} \quad (\text{II.36})$$

les relations II.35 peuvent aussi s'écrire de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\sigma}}_{ij} &= \frac{1}{2} (\Gamma_{ir} \delta_{js} + \Gamma_{is} \delta_{jr}) \dot{\sigma}_{rs} = \Gamma_{ijrs} \dot{\sigma}_{rs} \\ \dot{\sigma}_{ij} &= \frac{1}{2} (\Upsilon_{ir} \delta_{js} + \Upsilon_{is} \delta_{jr}) \dot{\bar{\sigma}}_{rs} = \Upsilon_{ijrs} \dot{\bar{\sigma}}_{rs} \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$



Mais le tenseur $\dot{\tilde{\sigma}}$ n'est symétrique que dans le cas d'un endommagement isotrope; en effet:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\sigma}}_{12} / \dot{\tilde{\sigma}}_{21} &= (1 - \dot{d}_2) / (1 - \dot{d}_1) \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{23} / \dot{\tilde{\sigma}}_{32} &= (1 - \dot{d}_3) / (1 - \dot{d}_2) \\ \dot{\tilde{\sigma}}_{31} / \dot{\tilde{\sigma}}_{13} &= (1 - \dot{d}_1) / (1 - \dot{d}_3)\end{aligned}\quad (\text{II.38})$$

Il s'ensuit que les deux tenseurs du quatrième ordre définis dans les II.37 ne sont symétriques que par rapport à deux indices:

$$\Gamma_{ijrs} = \Gamma_{ijsr} \quad \Upsilon_{ijrs} = \Upsilon_{jirs} \quad (\text{II.39})$$

Pour surmonter cette difficulté, nous utiliserons la symétrisation proposée par Cordebois et Sidoroff (Cordebois et Sidoroff, 1982) qui définit un nouveau tenseur $\tilde{\tilde{\sigma}}$:

$$\dot{\tilde{\tilde{\sigma}}}_{ij} = \sqrt{\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} \dot{\tilde{\sigma}}_{ji}} \quad (\text{II.40})$$

dont

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} &= \frac{1}{2} \sqrt{(\Gamma_{ir}\delta_{js} + \Gamma_{is}\delta_{jr}) (\Gamma_{jr}\delta_{is} + \Gamma_{js}\delta_{ir})} \\
\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} &= M_{ijrs} \dot{\sigma}_{rs} \\
M_{ijrs} &= \frac{1}{2} \sqrt{(\Gamma_{ir}\delta_{js} + \Gamma_{is}\delta_{jr}) (\Gamma_{jr}\delta_{is} + \Gamma_{js}\delta_{ir})}
\end{aligned} \tag{II.41}$$

où $\mathbf{M}$ est un tenseur symétrique du quatrième ordre. Si on utilise la notation vectorielle pour $\dot{\tilde{\sigma}}$, la deuxième équation de II.41 devient:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_i = M_{ij} \dot{\sigma}_j \tag{II.42}$$

où M_{ij} est un tenseur symétrique du deuxième ordre:

$$M_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-d_2)(1-d_3)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-d_3)(1-d_1)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{(1-d_1)(1-d_2)}} \end{bmatrix} \tag{II.43}$$

Le tenseur $\mathbf{M}$ est le tenseur d'effet d'endommagement.

II.6.1 HYPOTHESE D'EQUIVALENCE EN TRAVAIL FAIT PAR LES CONTRAIN- TES

Dans cette partie, nous développerons les conséquences liées à l'hypothèse d'équivalence en travail incrémental énoncée au début du chapitre. Grâce à cette hypothèse, nous définirons un potentiel thermodynamique, incrémental lui aussi, qui nous permettra de décrire le comportement de notre matériau avec une loi macroscopique, qui a la même structure qu'une loi élastique classique.

Nous écrivons à nouveau les équations II.32 et II.33 en employant $\tilde{\sigma}$ à la place de $\bar{\sigma}$:

$$\sigma_{i-1} S'_i d\sigma_i + \frac{1}{2} d\sigma_i S'_i d\sigma_i = \sigma_{i-1} S'_{i-1} d\tilde{\sigma}_i + \frac{1}{2} d\tilde{\sigma}_i S'_{i-1} d\tilde{\sigma}_i \tag{II.44}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_i = \gamma_i \dot{\sigma}_i \quad (\text{II.45})$$

Ensuite nous substituons l'équation II.45 dans l'équation II.44 pour obtenir:

$$\sigma_{i-1} S'_i d\sigma_i + \frac{1}{2} d\sigma_i S'_i d\sigma_i = \sigma_{i-1} S'_{i-1} \gamma_i d\sigma_i + \frac{1}{2} d\sigma_i \gamma_i S'_{i-1} \gamma_i d\sigma_i \quad (\text{II.46})$$

De l'équation II.46 on déduit la relation:

$$\frac{1}{2} \dot{\sigma}_i S'_i \dot{\sigma}_i \cong \frac{1}{2} \dot{\sigma}_i \gamma_i S'_{i-1} \gamma_i \dot{\sigma}_i \quad (\text{II.47})$$

pour laquelle on a:

$$S'_i \cong \gamma_i S'_{i-1} \gamma_i \quad (\text{II.48})$$

Sur la base des passages montrés dans la section précédant, l'équation II.48 se généralise de la façons suivante:

$$\begin{aligned} (S'_{ij})_i &= M_{ri} (S'_{ij})_{i-1} M_{js} \\ \mathbf{S}'_i &= \mathbf{M}_i^T \mathbf{S}'_{i-1} \mathbf{M}_i \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

qui sous forme explicite et pour le cas de la compression triaxiale devient:

$$\mathbf{S}'_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{1i-1} (1 - \dot{d}_1)_i^2} & \frac{-\nu_{12i-1}}{E_{1i-1} (1 - \dot{d}_1)_i (1 - \dot{d}_2)_i} & \frac{-\nu_{13i-1}}{E_{1i-1} (1 - \dot{d}_1)_i (1 - \dot{d}_3)_i} \\ \frac{-\nu_{21i-1}}{E_{2i-1} (1 - \dot{d}_2)_i (1 - \dot{d}_1)_i} & \frac{1}{E_{2i-1} (1 - \dot{d}_2)_i^2} & \frac{-\nu_{23i-1}}{E_{2i-1} (1 - \dot{d}_2)_i (1 - \dot{d}_3)_i} \\ \frac{-\nu_{31i-1}}{E_{3i-1} (1 - \dot{d}_3)_i (1 - \dot{d}_1)_i} & \frac{-\nu_{32i-1}}{E_{3i-1} (1 - \dot{d}_3)_i (1 - \dot{d}_2)_i} & \frac{1}{E_{3i-1} (1 - \dot{d}_3)_i^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

A partir des II.49 on montre que S'_i et S'_o , tenseur de souplesse de l'état non endommagé, sont reliés par la relation suivante:

$$\begin{aligned} S'_i &= M_i^T S'_{i-1} M_i \\ &= M_i^T M_{i-1}^T S'_{i-2} M_{i-1} M_i \\ &\vdots \\ &= M_i^T \dots M_1^T S'_o M_1 \dots M_i \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

Par conséquent, à partir de l'équation II.51 on dérive l'égalité suivante:

$$E_{\rho_{i-1}}(1 - \dot{d}_p) = E_o \prod_{k=1}^{k=i} (1 - \dot{d}_p)_k \quad (\text{II.52})$$

qui nous permet d'écrire

$$S'_i = \frac{1}{E_o} \begin{bmatrix} \frac{1}{\prod_{k=1}^i (1 - \dot{d}_1)_k^2} & \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_1)_k (1 - \dot{d}_2)_k]} & \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_1)_k (1 - \dot{d}_3)_k]} \\ \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_2)_k (1 - \dot{d}_1)_k]} & \frac{1}{(\dot{d}_2)_k^2} & \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_2)_k (1 - \dot{d}_3)_k]} \\ \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_3)_k (1 - \dot{d}_1)_k]} & \frac{-\nu_o}{\prod_{k=1}^i [(1 - \dot{d}_3)_k (1 - \dot{d}_2)_k]} & \frac{1}{\prod_{k=1}^i (1 - \dot{d}_3)_k^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

II.6.2 POTENTIEL THERMODYNAMIQUE ET DISSIPATION MECANIQUE

Du fait que M_i est symétrique, les équations II.49 et II.51 nous permettent enfin d'affirmer que le tenseur S'_i est symétrique. Si S'_i est symétrique, nous pouvons finalement affirmer qu'il existe (Maugin, 1992) un potentiel en vitesse de déformation $d\Psi(\dot{\epsilon}, \dot{\mathbf{d}})$ tel que:

$$d\Psi(\dot{\epsilon}, \dot{\mathbf{d}}) = \frac{1}{2} \mathbf{C}^t : \dot{\epsilon} : \dot{\epsilon} \quad (\text{II.54})$$

où $\mathbf{C}^t = \mathbf{S}^{t-1}$ est le tenseur tangent de rigidité. Par ailleurs de l'équation II.54 il s'ensuit que:

$$\dot{\sigma} = \frac{\delta \partial \Psi(\dot{\epsilon}, \dot{\mathbf{d}})}{\delta \partial \dot{\epsilon}} \quad (\text{II.55})$$

et

$$\dot{\mathbf{Y}} = \frac{\delta \Psi(\dot{\mathbf{e}}, \dot{\mathbf{d}})}{\delta \dot{\mathbf{d}}} \quad (\text{II.56})$$

où $\dot{\mathbf{Y}}$ est la force thermodynamique associée à $\dot{\mathbf{d}}$.

Soit $D_{ik} = (1 - d_i)_k$ ($k = 1, \dots, i$), alors on peut écrire:

$$d\Psi_k(\dot{\mathbf{e}}, \dot{\mathbf{d}}) = \frac{1}{2}(D_{ik} D_{jk} c_{ijk} \dot{e}_{ik} \dot{e}_{jk}) \quad (\text{II.57})$$

où

$$c_{iik} = \frac{1 - \nu_o}{(1 + \nu_o)(1 - 2\nu_o)} E_{ik-1} \quad \text{et} \quad c_{ijk} = \frac{\nu_o^2}{(1 + \nu_o)(1 - 2\nu_o)} \frac{E_{ik-1}}{\nu_{ijk-1}} \quad (i \neq j) \quad (\text{II.58})$$

La composante $\dot{Y}_{ik}$ de $\dot{\mathbf{Y}}$ sera:

$$\dot{Y}_{ik} = -D_{jk} c_{ijk} \dot{e}_{ik} \dot{e}_{jk} \quad (\text{II.59})$$

A partir de l'équation de Clausius-Duhem, nous savons que le principe d'entropie n'est pas violé si:

$$-Y_i \dot{d}_i \geq 0$$

c'est à dire si:

$$-\int_{t=0}^t \dot{Y}_i dt \dot{d}_i \geq 0 \quad (\text{II.60})$$

mais de II.59 il découle que $-\dot{Y}_{ik}$ est positif et que par conséquent la condition II.60 est respectée si $\dot{d}_i \geq 0$.

II.6.3 EVOLUTION DU TENSEUR DE VITESSE D'ENDOMMAGEMENT

La rupture fragile des parois des cavités souterraines est liée à la création d'une surface de discontinuité matérielle, qui engendre dans son voisinage l'évolution anisotrope de l'état des contraintes, d'où l'anisotropie induite dans la roche. Par ailleurs les essais triaxiaux, présentés dans le chapitre suivant, ont été conduits à vitesse de contrainte axiale contrôlée.

On a donc choisi d'exprimer l'évolution des composantes du tenseur de vitesse d'endommagement en fonction de l'état des contraintes, notamment en fonction de p , contrainte moyenne, et de $t = \sqrt{J_2}$, intensité de la contrainte de cisaillement.

Cela nous permet de rendre la loi non linéaire et par conséquent plus indiquée pour décrire l'interaction entre l'état d'endommagement de la roche et l'état des contraintes, car cette interaction est l'élément principal du processus qui aboutit à la rupture de la paroi d'une cavité.

La loi d'évolution de la vitesse d'endommagement est définie à partir des essais triaxiaux, selon la procédure présentée au chapitre III. On parvient ainsi à tracer deux surfaces, une dans l'espace $(p, t, \dot{d}_1)$ et l'autre dans l'espace $(p, t, \dot{d}_2)$, obtenues par interpolation des points expérimentaux. Notons que les composantes $\dot{d}_i$ ainsi définies sont toujours positives ou nulles, ce qui signifie que la condition II.60 est toujours respectée dans le modèle.

De même, on définit le seuil d'endommagement expérimentalement à partir de l'observation de l'évolution du module élastique et du coefficient de Poisson tangents.

II.6.4 CARACTERISTIQUES DE LA LOI DE COMPORTEMENT

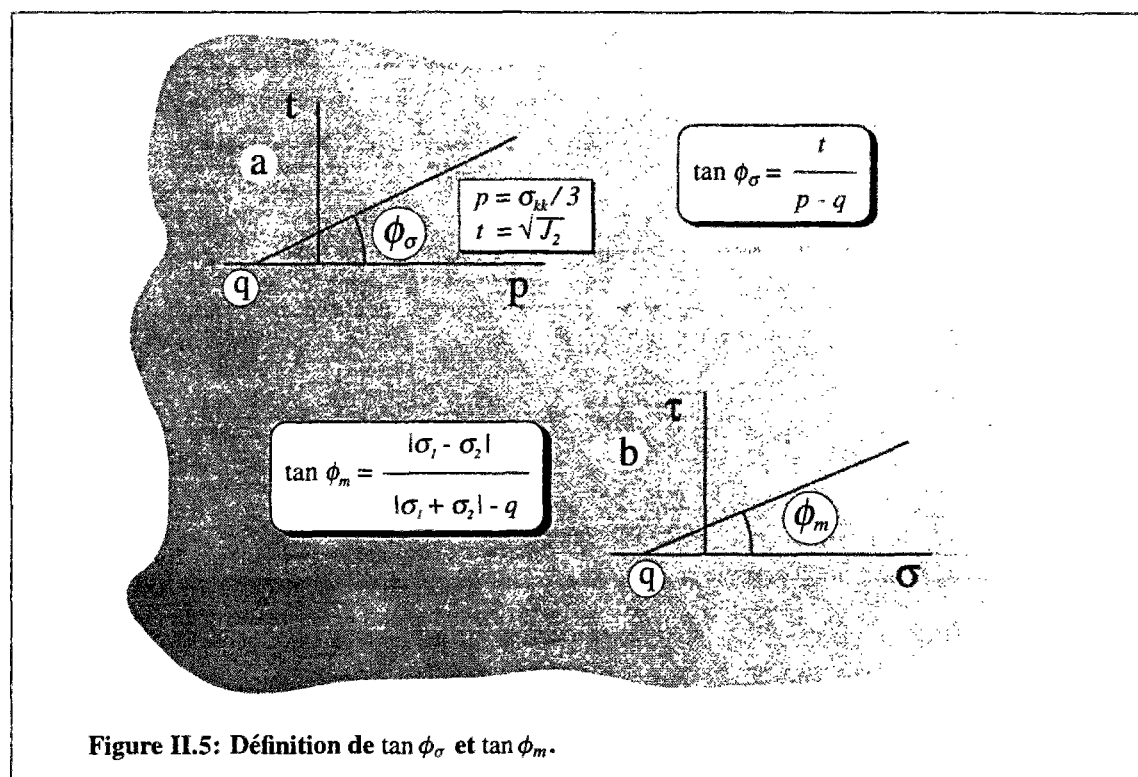
La loi de comportement ici formulée est élastique non linéaire et vérifie les trois conditions pour lesquelles elle peut être considérée comme une loi rhéologique potentielle (*Darve, 1987*):

- S' est une *fonction homogène d'ordre 1*. Cela signifie que le comportement du matériau est indépendant des vitesses de sollicitation, c'est-à-dire:

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}^+ : S'(\lambda d\sigma) = \lambda S d\sigma \quad (\text{II.61})$$

- S' est *incrémentalement linéaire*, car on est dans le cadre élastique; cette linéarité incrémentale ne doit pas être confondue avec une linéarité globale éventuelle.
- S' est *anisotrope*. En effet, l'examen de l'équation II.50 nous montre que la loi décrit un comportement orthotrope, car les trois conditions de symétrie sont vérifiées:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (\text{II.62})$$



L'équation II.51 montre que la loi de comportement obtenue nous permet de décrire le comportement d'un matériau qui montre une courte mémoire de son histoire (Eringen, 1962).

Enfin, la loi contient en elle-même le critère de rupture fragile, atteint lorsque les valeurs des composantes du tenseur de vitesse d'endommagement deviennent égales à 1.

II.7 Le comportement inélastique

Nous interprétons les déformations irréversibles, toujours présentes dans le comportement des roches, même si leurs quantités diffèrent de roche à roche, suivant un modèle, basé sur la théorie des déformations plastiques (Kachanov, 1975). Nous ne donnons que quelques éléments du modèle, car l'étude du comportement inélastique des roches n'est pas concernée par cette thèse.

Le modèle utilise les invariants de contrainte suivants:

- le premier invariant ou la contrainte moyenne:

$$I_1 = \sigma_{kk} \text{ respectivement } p = \sigma_{kk}/3 \quad (\text{II.63})$$

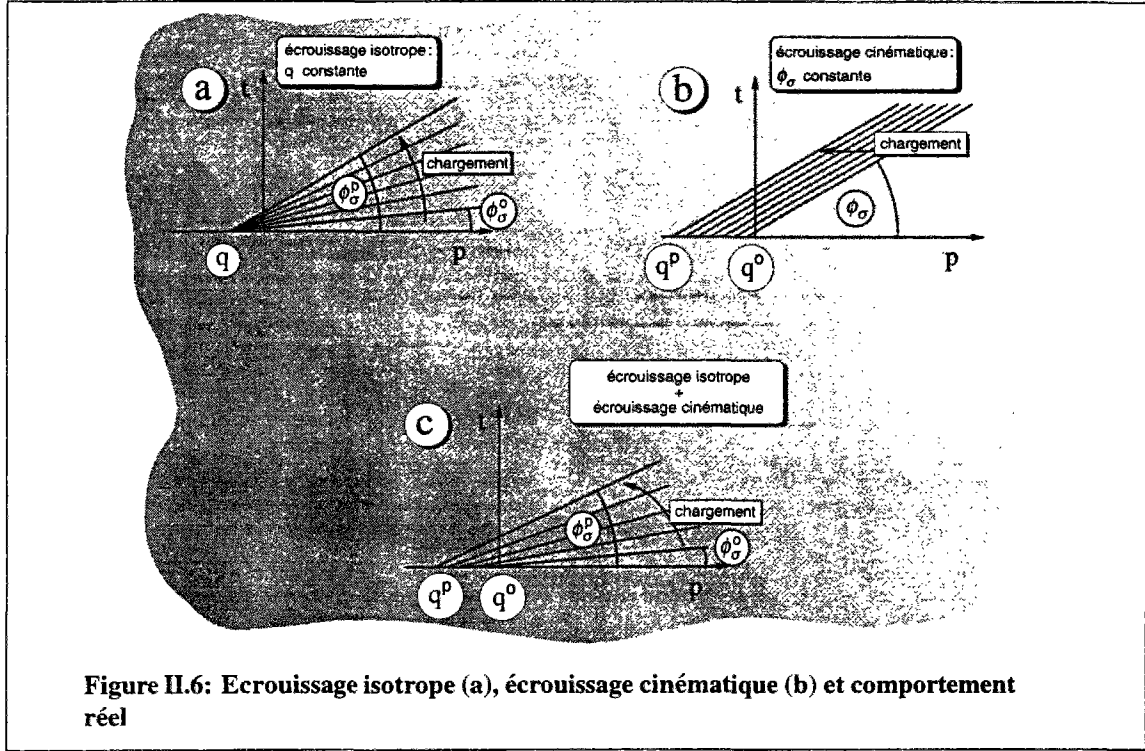


Figure II.6: Écrouissage isotrope (a), écrouissage cinématique (b) et comportement réel

- le deuxième invariant ou l'intensité de la contrainte de cisaillement:

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \text{ respectivement } t = \sqrt{J_2} \quad (\text{II.64})$$

L'autre paramètre utilisé est le rapport des contraintes (*stress obliquity*) (Vardoulakis et al., 1988):

$$\tan \phi_\sigma = \frac{t}{q - p} \quad (\text{II.65})$$

où q est reliée à la résistance en traction du matériau (figure II.5a). Pour des conditions de compression triaxiale on peut écrire les relations entre ϕ_σ (figure II.5a) et l'angle de frottement mobilisé de Mohr-Coulomb ϕ_m (figure II.5b):

$$\sin \phi_m = \frac{3 \tan \phi_\sigma}{2\sqrt{3} + \tan \phi_\sigma} \quad \tan \phi_\sigma = \frac{2\sqrt{3} \sin \phi_m}{3 - \sin \phi_m} \quad (\text{II.66})$$

où $\sin \phi_m$ est donné par la relation suivante:

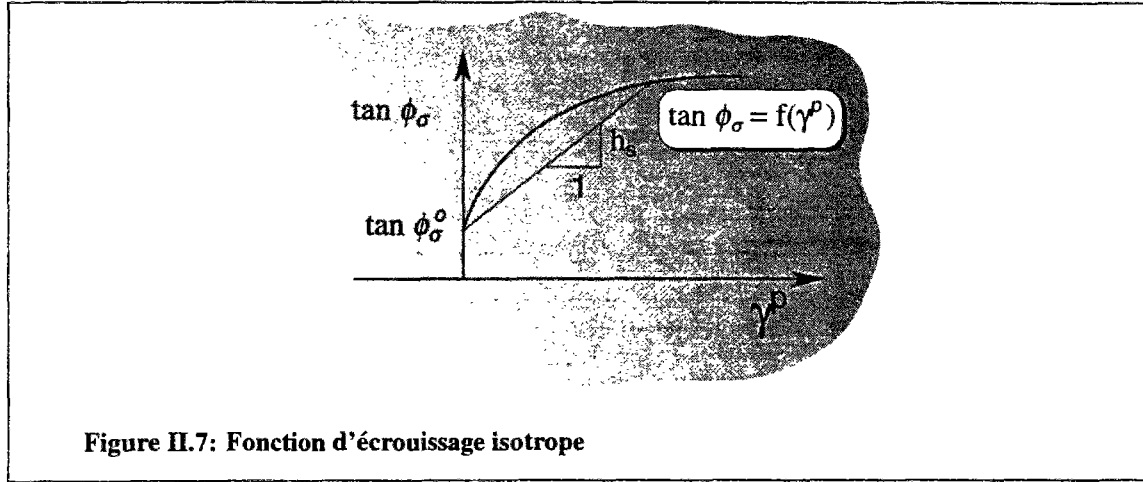


Figure II.7: Fonction d'écrouissage isotrope

$$\sin \phi_m = \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{|\sigma_1 + \sigma_2| + q} \quad (\text{II.67})$$

Le modèle est basé sur l'hypothèse d'écrouissage isotrope du matériau (figure II.6a), selon laquelle q demeure constante, tandis que ϕ_σ augmente, à partir d'une valeur initiale ϕ_σ^o , jusqu'à une valeur de pic ϕ_σ^p . L'hypothèse d'écrouissage cinématique par contre prend en compte un'évolution de la valeur de q , demeurant constante celle de $\tan \phi_\sigma$ (figure II.6b). Bien sûr, le comportement réel des matériaux est un mélange entre l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique (figure II.6c).

On fait aussi l'hypothèse que la fonction d'écrouissage est indépendante de la pression de confinement; cela est équivalent à faire l'hypothèse d'une courbe unique de la fonction d'écrouissage (Kachanov, 1975). On peut, alors, exprimer l'évolution de $\tan \phi$ en fonction de la déformation déviatorique plastique γ^p (figure II.7):

$$\gamma^p = \sqrt{2 e_{ij}^p e_{ij}^p} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p) \quad (\text{conditions de compression axisymétriques}) \quad (\text{II.68})$$

Aussi la déformation volumique ε_v^p peut être exprimée en fonction de γ^p selon la:

$$\varepsilon_v^p = D(\gamma^p) \quad (\text{II.69})$$

où D est la fonction de dilatance.

Dans la section III.4 nous montrerons un exemple d'interprétation des déformations inélastiques de la Pietra Leccese.

Chapitre III

Programme d'essais et interprétation des données

III.1 Introduction

La théorie de l'endommagement est un outil d'interprétation du comportement élastique non linéaire des roches. Les expériences conduites en laboratoire ont été conçues pour étudier ce type de comportement et pour vérifier et valider le modèle présenté au chapitre II. Pour cela nous avons décidé de faire des essais sur deux roches différentes: la **Pietra Leccese**, une calcarénite tendre italienne, et le **Grès de Rothbach**, un grès des Vosges. La première montre des caractéristiques plastiques évidentes, alors que l'autre est typiquement fragile.

Notre intérêt s'est porté sur l'étude du comportement des roches avant le pic, pendant les phases III et IV (chapitre 1), afin de modéliser aussi bien la détérioration des caractéristiques mécaniques, telles que le module élastique et le coefficient de Poisson tangents, que l'anisotropie induite par la charge appliquée. En outre nous avons concentré notre recherche à de bas niveaux de confinement, car cela correspond à l'état de la roche au voisinage des parois d'une cavité souterraine.

L'étude expérimentale de l'anisotropie induite par le chargement en cours d'essai nous a conduit à examiner celle parasite, due aux défauts dans l'exécution de l'essai (Hegmier et Read, 1985), afin de l'éliminer ou au moins de l'atténuer. Pour cette raison, la première partie du programme expérimental a été consacrée à l'étude de l'influence des conditions d'expérimentation, et notamment de celles liées à la géométrie de l'éprouvette et aux conditions limites. Cette phase a été développée à Milan, au laboratoire de Mécanique des Roches de l'Enel-Cris. Elle a nous permis d'établir une configuration d'essai à utiliser pour la dernière partie du travail expérimental. Celle-là a été consacrée à l'exécution des essais triaxiaux et réalisée dans le laboratoire de Mécanique des Roches du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), à Paris.



Figure III.1: Les rectangles noirs désignent la région de provenance de la Pietra Leccese (à gauche) et du Grès de Rothbach (à droite).

Après une description des matériaux rocheux utilisés, la première partie du chapitre présente le travail expérimental réalisé à l'Enel-Cris de Milan, qui nous a permis de fixer la procédure à suivre pour les essais triaxiaux conduits à Paris, et le travail expérimental réalisé au LCPC de Paris. Dans la deuxième partie nous illustrons les résultats de nos essais, à partir desquels nous déduirons les paramètres de comportement nécessaires à la modélisation.

III.2 Programme expérimental

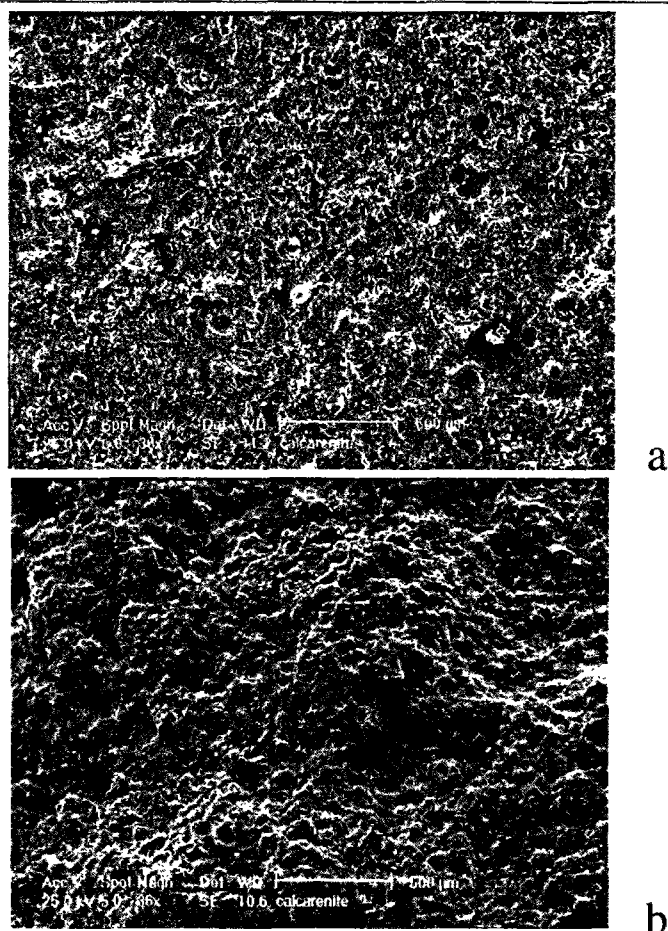
III.2.1 LES ROCHES ETUDIÉES

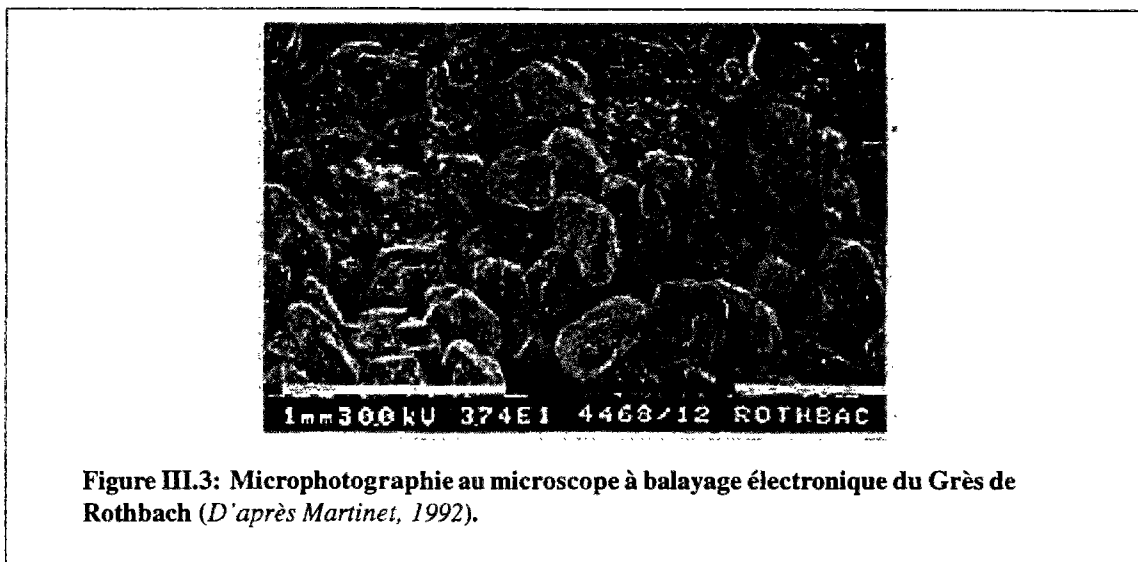
La Pietra Leccese

La Pietra Leccese, qui peut être définie une calcarénite miocénique, fait partie des calcarénites du Salento, région qui se trouve dans les Pouilles, en Italie du Sud. Ses dépôts sont orientés selon une allure Nord-Sud qui concorde avec les principales lignes tectoniques régionales. La carrière, où les blocs utilisés ont été prélevés, se trouve près de Cursi, dans la province de Lecce.

Le lythotype prédominant de cette unité géologique est une calcarénite organogène à grain fin, poreuse et tendre; sa couleur varie du jaune paille au jaune havane très clair et au gris très clair.

Normalement son aspect est massif mais parfois elle montre des structures laminaires bien évidentes. Le type pétrographique prédominant est une biomicrite formée par des restes organiques entiers ou en fragments, à grains fins et compacts (figure III.2). Les interstices sont occupés par de la micrite et en partie par de la glauconite; le degré de cimen-





Le Grès de Rothbach

Le Grès de Rothbach (Table XXXVII-15 de la Carte Géologique de la France à 1/50.000, figure III.1) appartient au faciès du grès du Buntsandstein moyen et il affleure dans la partie septentrionale des Vosges, dans le parc national près de Saverne. Il est essentiellement constitué par un grès rouge à grain moyen en bancs lenticulaires, épais de 0,5 à 4 m, séparés par des intercalations meubles, sableuses fines à silteuses et argileuses, ou des diasthéries. Il provient de la cimentation d'anciens sables fluviaux.

Le Grès de Rothbach est essentiellement constitué de grains de quartz avec une proportion assez variables de feldspaths (5 à 25%). Les grains, dont la forme très arrondie est montrée sur la figure III.3 (Martinet, 1992), sont enduits d'un pigment ferrugineux d'hématite et de goethite. La cimentation est assurée par une fraction argileuse (kaolinite et illite) peu abondante ou par mobilisation de silice secondaire. La fraction fine est constituée de fins grains de quartz, d'illite fraîche et de paillettes de muscovite, orientées parallèlement à la sédimentation.

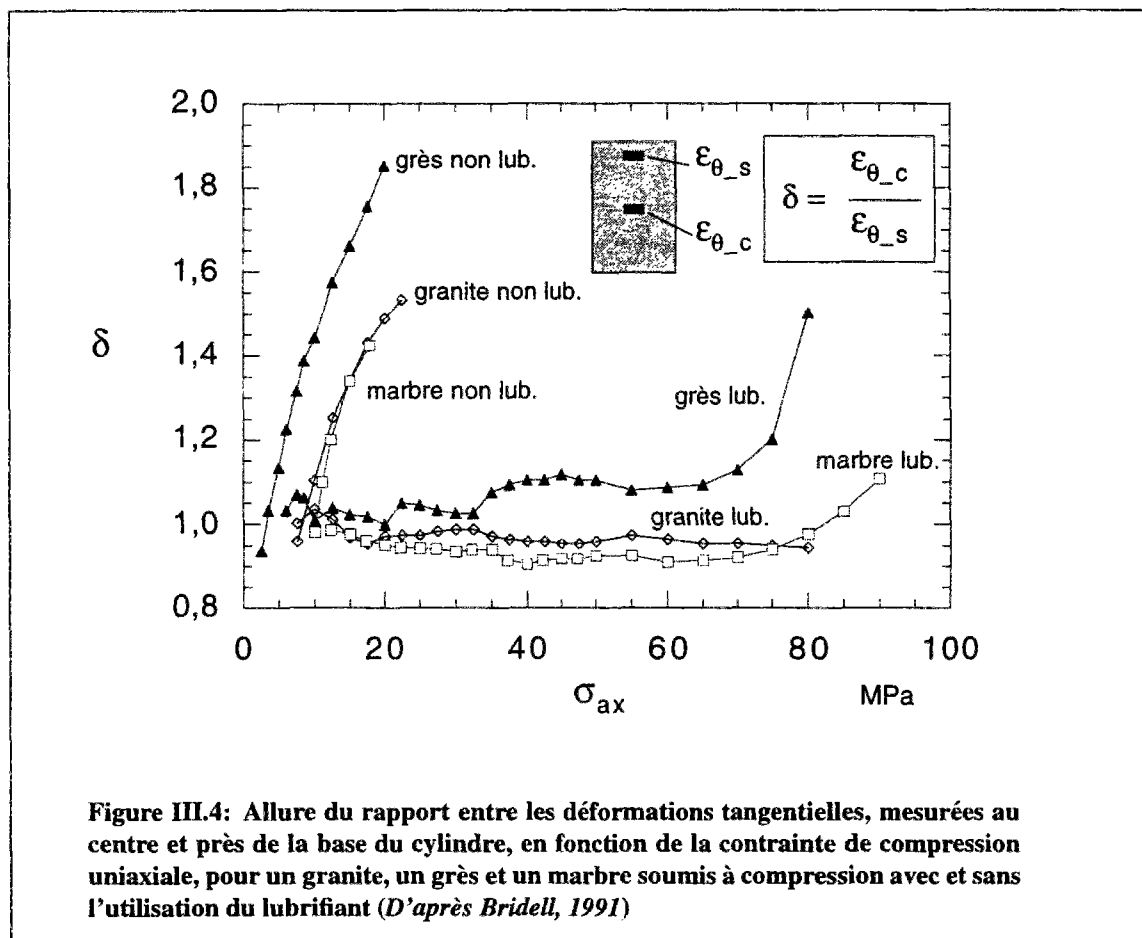
La composition chimique est constituée par 92% de SiO_2 , 3,5% de Al_2O_3 et pour le reste de K_2O (2.0%), CaO et Fe total.

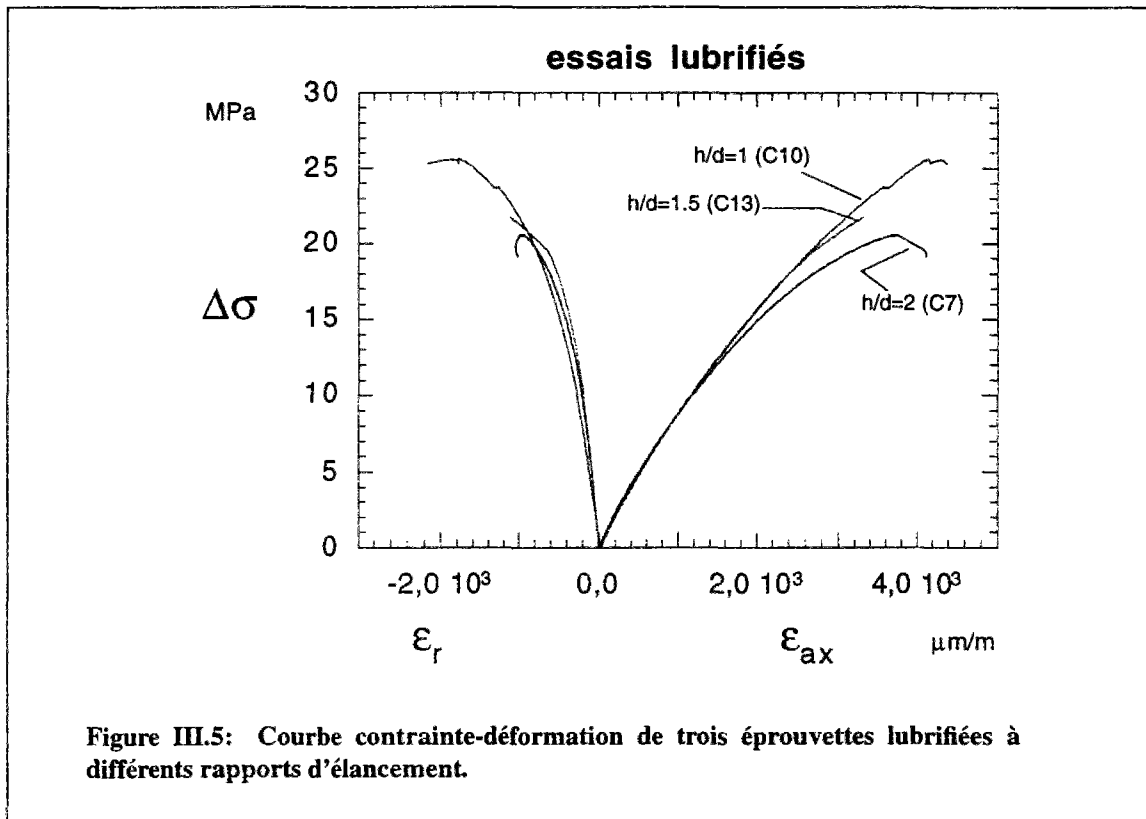
La porosité totale du grès est égale à 18,9% et elle donnée pour 78% par des macropores ($r > 7,5 \mu\text{m}$) intergranulaires (Martinet, 1992).

III.2.2 ESSAIS UNIAXIAUX

Lorsqu'on fait des essais de compression, il faut trouver un compromis satisfaisant entre l'exigence d'éviter les effets du frettage (Drescher et Vardoulakis, 1982), entre les bases de l'échantillon et les plateaux de charge, et la possibilité de flambage (Sulem et Vardoulakis, 1990), due à la perpendicularité imparfaite des bases avec l'axe du cylindre. Pour rendre négligeable le frettage, il faudrait utiliser des échantillons longs, alors que, pour empêcher le flambage, il serait mieux d'employer des cylindres courts. La Société Internationale de Mécanique des Roches (ISRM) prescrit un rapport entre la hauteur et le diamètre du cylindre de 2-2,5.

En suivant les conclusions de Bridell et Labuz (Bridell, 1991; Bridell et Labuz, 1993; Papamichos, 1992) issues d'une recherche conduite à l'Université du Minnesota, nous avons décidé de tester des conditions d'essais différentes de celles indiquées par l'ISRM. En fait, Bridell et Labuz ont montré qu'on pouvait empêcher le frettage si l'on utilisait un lubrifiant, dont la valeur du coefficient de frettage est comprise entre 0,01 et 0,06, était





composé par de l'acide stéarique et de la vaseline, en proportion de 1:1 en poids.

Ils ont utilisé cette technique avec trois roches différentes: le granite de Cold Spring (diamètre du cylindre de 97.5 mm, élancement égale à 2); le grès de Berea (diamètre du cylindre de 51 mm, élancement égale à 2) et le marbre du Tennessee (diamètre du cylindre de 51 mm, élancement égale à 2). Dans les trois roches la présence du lubrifiant a une influence importante sur l'uniformité des déformations des cylindres (figura III.4). En particulier, le lubrifiant retarde la manifestation de la localisation des fissurations axiales et permet de déterminer le niveau de contrainte axiale où la localisation se manifeste, car la pente des courbes ($\sigma_a x, \delta$) augmente dans les échantillon lubrifiés de grès et marbre (figura III.4).

Nous avons conduit une analyse numérique préliminaire sur les effets de la lubrification sur les champs de contraintes et de déformations de l'échantillon en utilisant le programme par éléments finis CESAR, du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Paris. Les paramètres du calcul sont l'élancement de l'éprouvette, les conditions de fretage, entre les bases du cylindre et les plateaux de charge, et le diamètre des plateaux par rapport à celui du cylindre. Le comportement du matériau était élasto-plastique parfait avec un critère de plasticité de Druker-Prager.

Pour simuler les trois conditions de contact entre la roche et les plateaux de charge

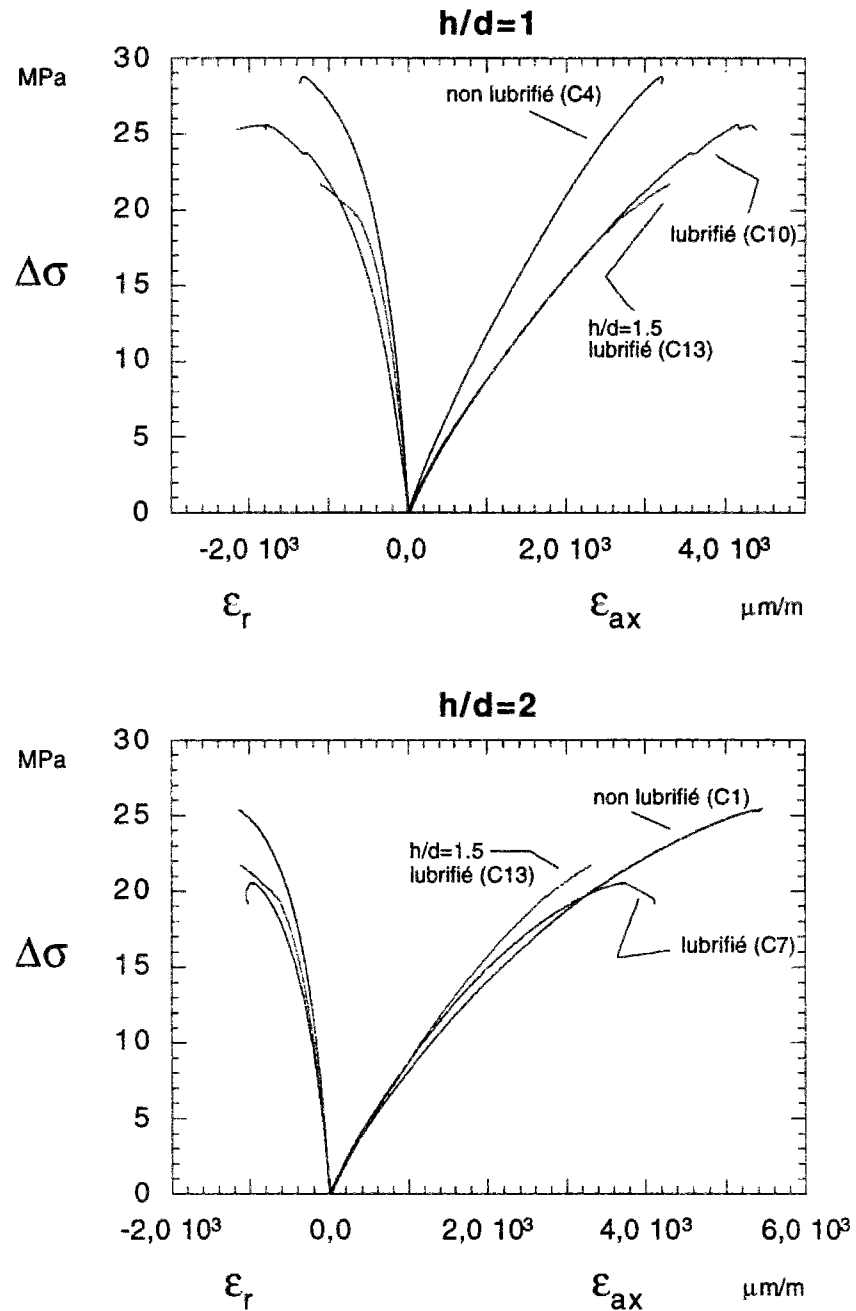
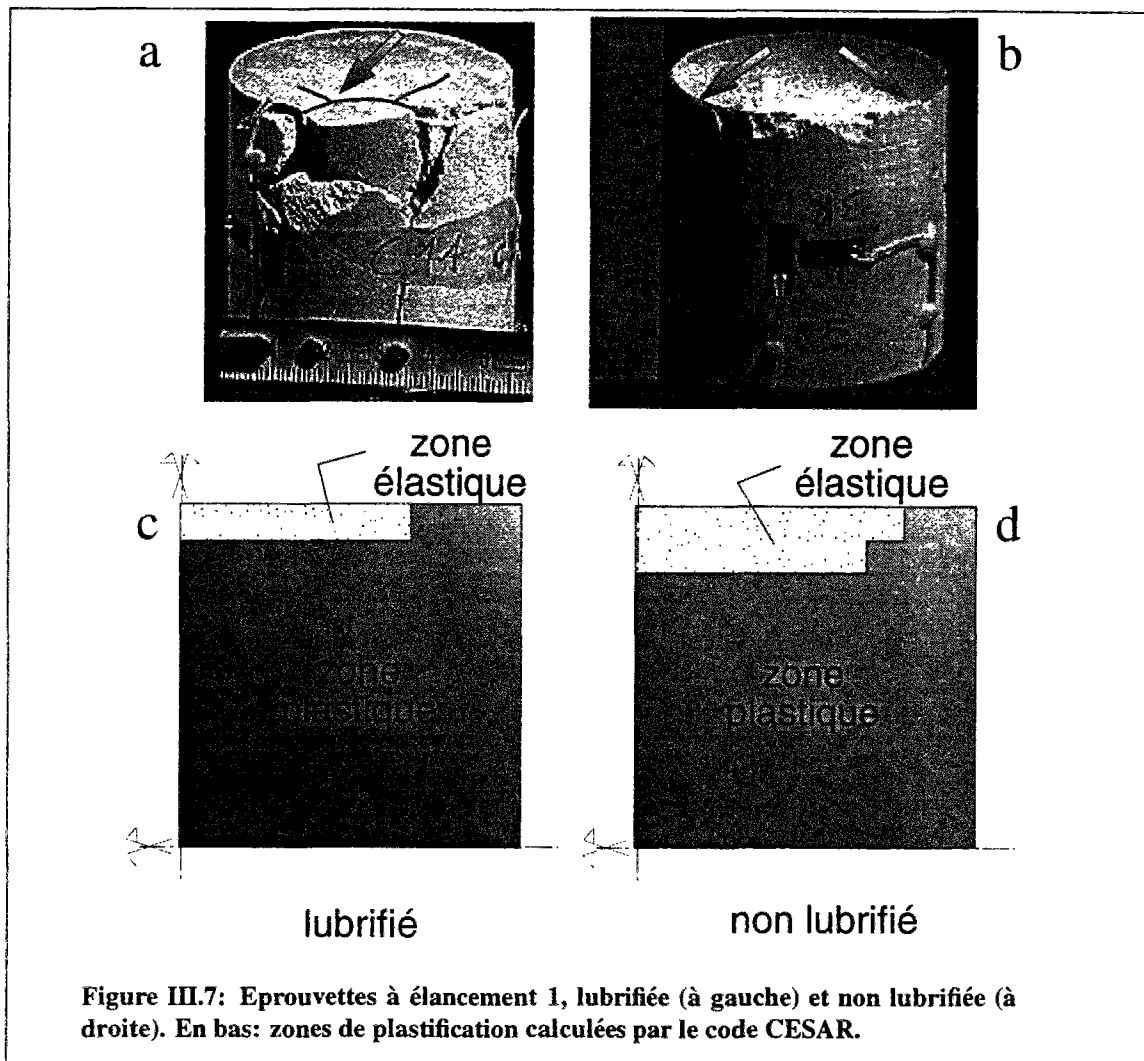
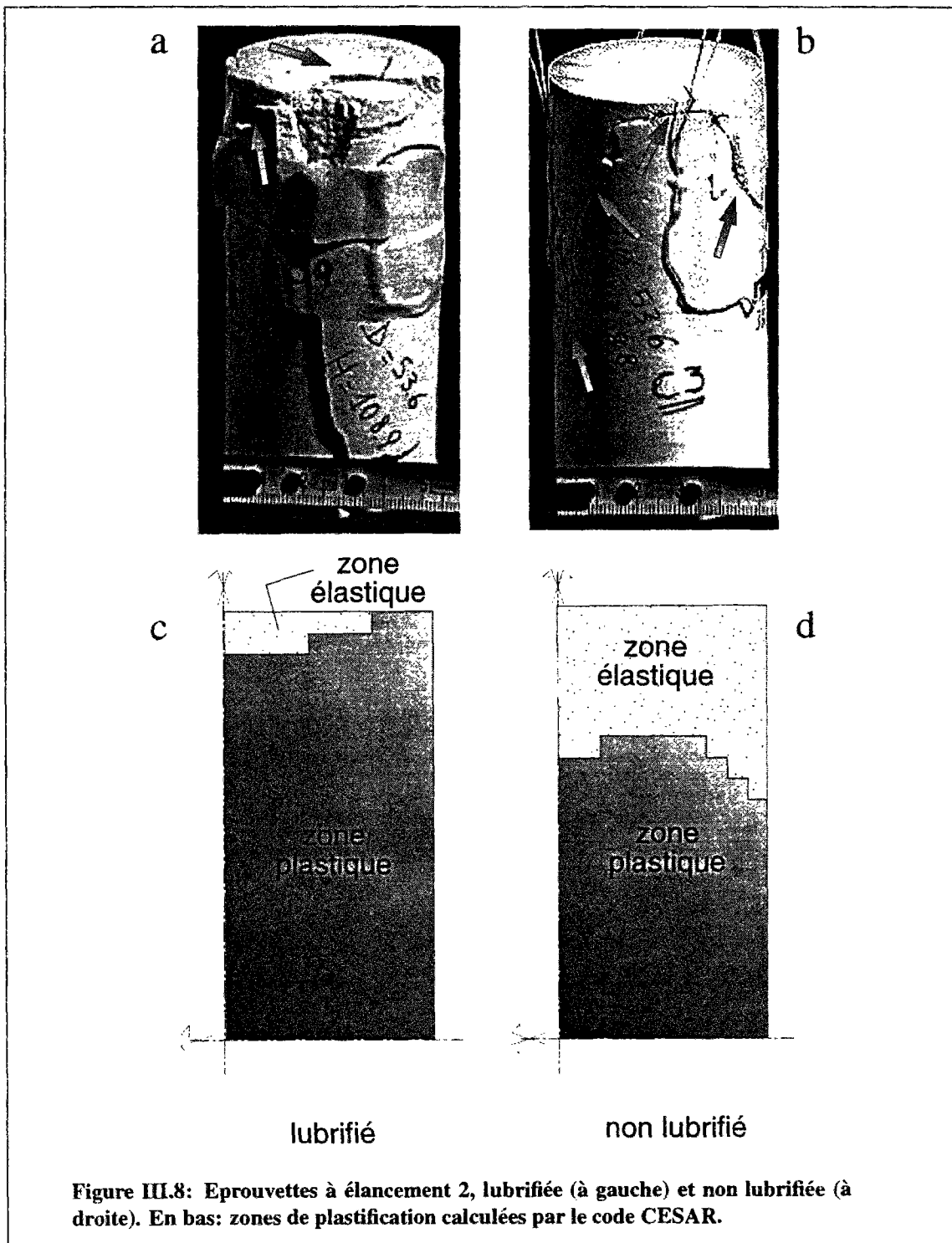


Figure III.6: Courbes contrainte-déformation de deux éprouvettes à rapport $h/d = 1$ (en haut) et $h/d = 2$ (en bas) lubrifiées et non avec la courbe de l'éprouvette à élargissement $h/d = 1,5$ lubrifiée.



(contact direct roche-acier, contact lubrifié et enfin glissement libre de la roche par rapport aux plateaux), dans le premier cas nous avons imposé que l'échantillon soit solidaire des plateaux, dans le deuxième nous avons inséré entre les bases du cylindre et l'acier des éléments de contact dont le coefficient de frottement était égal à celui de Bridell et Labuz, alors que, dans le troisième cas, le coefficient des mêmes éléments était égal à zéro.

Les résultats des calculs montrent que les éprouvettes solidaires des plateaux développent toujours un cône élastique au contact des plateaux (*cône de frottement*), alors que celles comprimées en absence complète de frottement se plastifient de façon homogène. En cas de lubrification (figure III.7 et III.8 en bas) le frottement partiel a encore une influence sur le début de la plastification, car il favorise une concentration des contraintes tout le long de sa circonférence de base.



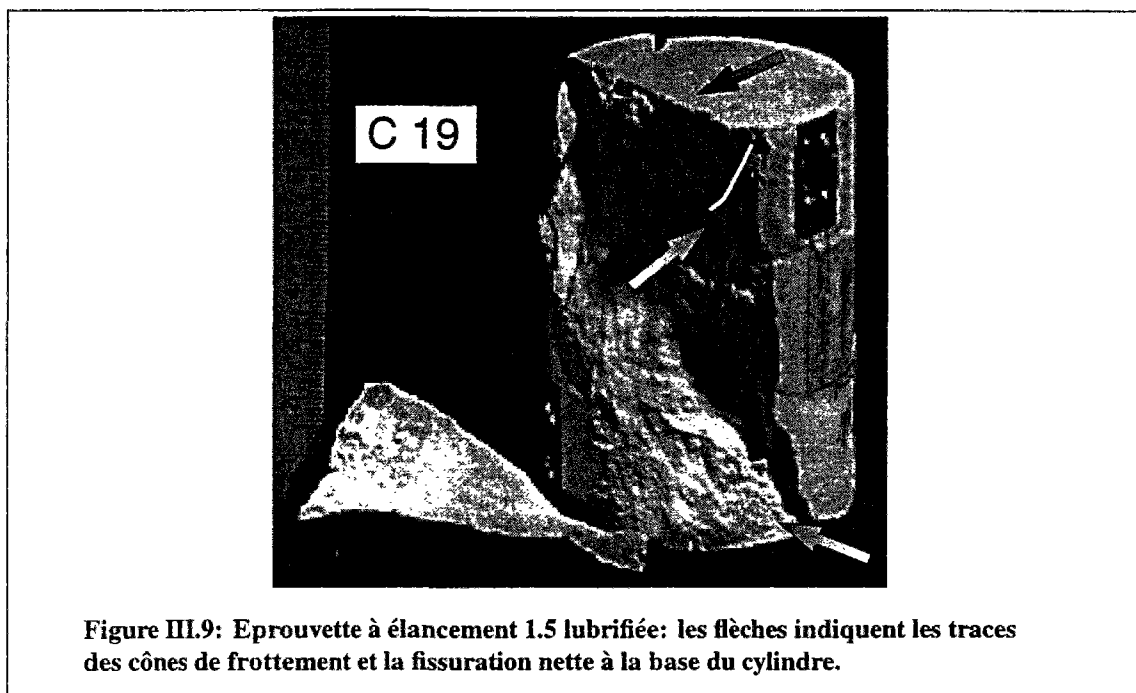


Figure III.9: Eprouvette à élancement 1.5 lubrifiée: les flèches indiquent les traces des cônes de frottement et la fissuration nette à la base du cylindre.

L'étude de l'anisotropie parasite a été poursuivie en laboratoire, où nous avons vérifié les résultats numériques.

Pour cette phase nous avons utilisé une presse mécanique Galdabini de 200 kN, en contrôlant l'essai en vitesse de déplacement, fixée à $0,25 \mu\text{m/s}$.

Nous avons réalisé des essais uniaxiaux en faisant varier l'élancement des éprouvettes et leur condition de contact avec les plateaux de charge. Le rapport hauteur-diamètre de l'éprouvette variait entre 1, 1,5 et 2. Nous avons fait des essais avec lubrifiant et sans lubrifiant pour les cylindres à élancement 1 et 2 et des essais avec lubrifiant pour les cylindres à élancement 1,5.

L'influence des deux paramètres sur la résistance de la roche est montrée sur les figures III.5 et III.6. La présence du frettage provoque une résistance *apparente* plus importante, car elle fait fonction de léger confinement radial, alors que l'effet de l'élancement est de la diminuer. L'échantillon lubrifié d'élancement 1,5 a un comportement intermédiaire entre les deux autres et, si l'on compare entre elles les courbes des éprouvettes lubrifiées de la figure III.5, on voit que, même si sa résistance est presque égale à celle de l'éprouvette à élancement 2, sa courbe contrainte-déformation dévie plus tard du trajet initial, manifestant ainsi un comportement plus stable du système.

L'examen visuel des échantillons testés confirme que le frettage joue un rôle fondamental dans le processus de rupture. En cas de contact direct entre la roche et l'acier, le

fretage, associé aux caractéristiques ductiles de la Pietra Leccese, fait que les éprouvettes restent monolithique, bien qu'elles montrent clairement les bandes de cisaillement classiques (figure III.8 en haut et à droite). Par contre, lorsqu'on utilise le lubrifiant, les éprouvettes se cassent axialement ou sub-axialement en morceaux, démontrant ainsi que le matériau a dépassé le seuil de résistance en traction (figures III.7 et III.8 en haut et à gauche et figure III.9).

Sur les figures III.7 et III.8, les photographies de quatre échantillons sont comparées aux résultats correspondants des analyses par éléments finis. Sur la figure III.7 une éprouvette trapue et lubrifiée montre des fissures à sa base (mises en évidence par les traits noirs et par la flèche) alors que celle non lubrifiée montre une couronne très fine tout au long de sa circonférence. Les analyses numériques concordent qualitativement avec les observations expérimentales, car le modèle d'éprouvette non lubrifiée montre une couronne plastifiée (en bas et à droite de la figure). Son épaisseur plus grande est due au choix des paramètres utilisés dans le calcul; en effet, étant donné que les calculs par éléments finis ont précédé les essais, ces paramètres ont été seulement estimés.

Comme on l'observe sur les figures III.7 et III.8, les résultats de la simulation numérique montrent que, dans le cas non lubrifié, la zone non plastifiée (cône de fretage) est d'autant plus grande que l'élancement est grand. Dans le cas lubrifié, l'élancement n'influence pratiquement pas les résultats.

La présence simultanée d'un cône de frottement et d'une fissuration axiale est clairement illustrée dans l'image de figure III.9 (échantillon d'élancement 1,5). Les flèches en bas en haut montrent les traces des deux cônes (cône souligné par une ligne blanche en haut), tandis que la troisième montre la rupture nette sur la base supérieure du cylindre.

Les résultats de cette phase préparatoire nous ont amené à adopter une configuration d'essai prévoyant une éprouvette lubrifiée d'élancement 1,5. C'est une configuration différente de celle conseillée par l'ISRM mais les résultats du calcul, d'une part, et l'observation visuelle, de l'autre, nous indiquent que la lubrification, même si elle n'arrive pas à éliminer totalement le fretage, améliore considérablement l'homogénéité de la répartition des champs de contrainte et de déformation à l'intérieur du cylindre (figure III.7 et III.8). Enfin, si l'on associe à la lubrification un rapport d'élancement $h/d=1,5$, on obtient un comportement de l'éprouvette plus stable (figure III.5).

III.2.3 EQUIPEMENT EXPERIMENTAL ET PREPARATION DES ECHANTILLONS

Les essais de compression triaxiale ont été conduits sur une presse hydraulique de 200 kN conçue et réalisée au LCPC. La presse était équipée avec un capteur de pression de 200 kN, dont l'étalonnage a mesuré une précision de 0,5%. Etant donné que le but de notre recherche était de modéliser le comportement avant le pic, nous n'avons pas été gênés par le fait

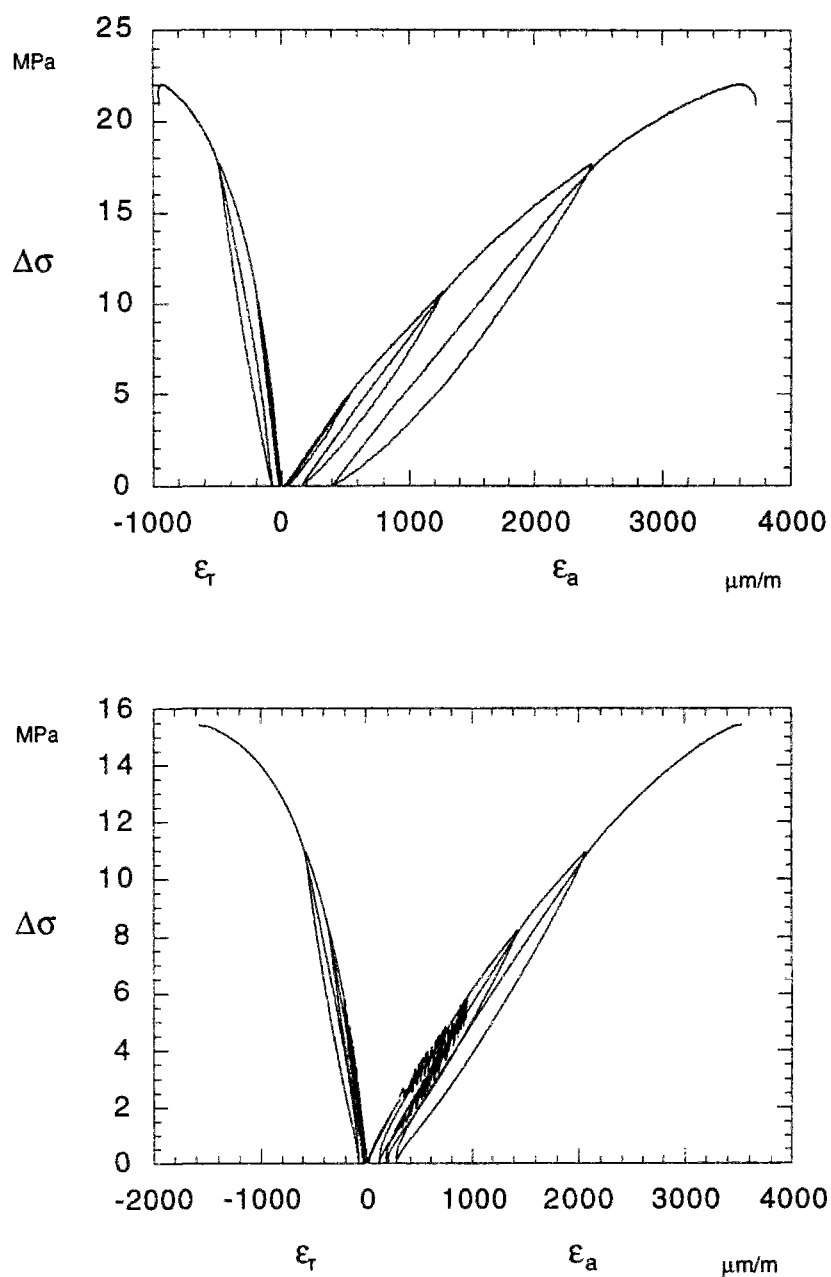


Figure III.10: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation uniaxiales du bloc 1 (Enel, en haut) et du bloc 2 (LCPC, en bas).

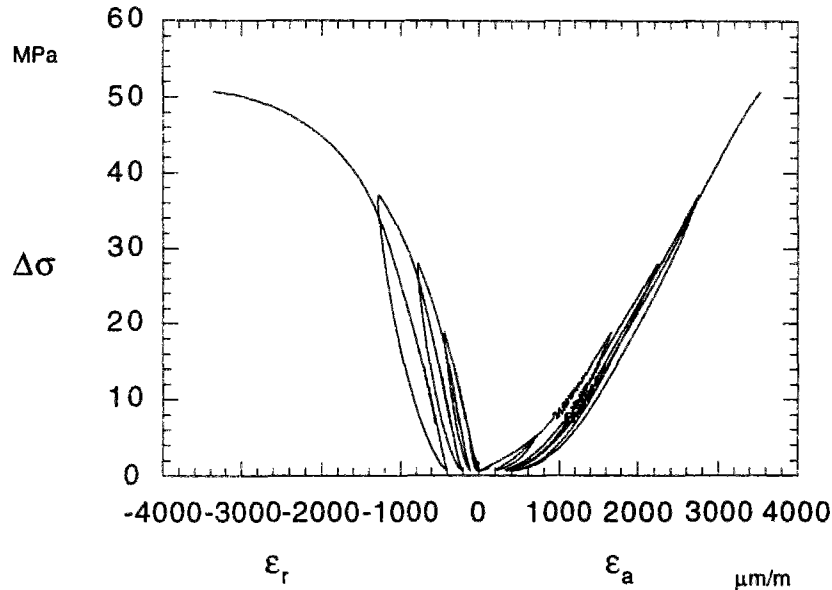


Figure III.11: Courbe contrainte-déformation uniaxiale du Grès de Rothbach.

que la presse n'était contrôlée qu'en vitesse de force (0,03 kN/s pour la Pietra Leccese et 0,10 kN/s pour le grès de Rothbach); toutefois la rigidité du système de chargement a posé quelques problèmes, car dans certains cas, surtout pour le grès, la vitesse finale de rupture prenait des valeurs très importantes.

La cellule triaxiale est du type Hooke, dessinée pour des échantillons de 40 mm de diamètre et équipée avec un capteur de pression de 20 MPa pour les essais sur la calcarénite et de 40 MPa pour les essais sur le grès. Les pistons à l'intérieur de la cellule ont été modifiés pour permettre la sortie des fils des jauges. Ces dernières étaient des jauges Kyowa du type KFG-10-120-D16-11.

Le système d'acquisition est un boîtier de mesure du type IMP 35952B, qui comporte dix voies de commutation CMOS FET à semiconducteurs permettant de mesurer les grandeurs de sortie des jauges des contraintes. Le logiciel d'acquisition est le RTM 3500, commercialisé par la société Schlumberger.

On a contrôlé l'homogénéité du champs de déformation des éprouvettes pendant la charge par le moyen de trois couples de jauges à 120°, collés à mi-hauteur de chaque échantillon.

III.2.4 PROGRAMME D'ESSAI

On a planifié une série d'essais triaxiaux selon le schéma reporté dans le tableau III.1. Pour la calcarénite on a choisi une valeur de la vitesse de chargement qui pouvait rapprocher les conditions expérimentales de celles déjà imposées à Milan, la vitesse du chargement pour le grès étant proportionnelle à sa résistance, qui est environ le triple de celle de la calcarénite.

La plus grande valeur de confinement utilisée pour la calcarénite a été fixée à 10 MPa, parce qu'à ce niveau la roche est déjà très ductile. Pour le grès le choix a été conditionné par les performances de la presse.

Pour chaque niveau de pression de confinement, nous avons réalisé trois essais afin de tester la reproductibilité des résultats.

Les cycles de décharge et recharge ont pour but d'établir des points de déformations irréversibles, à partir desquels on peut déduire l'évolution en fonction de la charge appliquée. Cela nous permet d'obtenir les déformations élastiques à utiliser pour la dérivation des paramètres d'endommagement.

Nous avons également réalisé une série d'essais de compression uniaxiale sur des échantillons secs et saturés d'eau à géométries différentes, en ne mesurant que la valeur de leur résistance. Le but était de vérifier les caractéristiques d'homogénéité du matériau et la reproductibilité des essais permise par l'équipement utilisé.

III.3 Résultats et interprétation des essais

III.3.1 COMMENTAIRES SUR LES RESULTATS OBTENUS

Par rapport aux éprouvettes de l'Enel-Cris (tableau III.3) celles comprimées au LCPC (tableau III.2) ont montré une résistance plus faible. Même si on a utilisé deux presses différentes pour les deux séries (mécanique et à vitesse de déformation contrôlée à Milan; hy-

Tableau III.1: Plan des essais triaxiaux.						
roche	vitesse de chargement	confinement (MPa)			nombre d'essais à rupture directe par niveau de confinement	nombre d'essais cycliques par niveau de confinement
Pietra Leccese	0.03 kN/s	0,0	1,5	2,5	1	2
		5,0	7,5	10,0		
Grès de Rothbach	0.10 kN/s	0,0	2,5	5,0	1	2
		7,5	10,0	15,0		
Les cycles sont au 10%, 40%, 60% et 80% de la charge à rupture						

Tableau III.2: Résultats des essais uniaxiaux à rupture (LCPC).

échantillon	diamètre (mm)	h/d	σ_r (MPa)	condition aux limites
Lc03	40	1.5	15.03	lubrifiée
Lc06	40	1.5	14.13	lubrifiée
Lc08	40	1.5	14.82	lubrifiée
Lc12	40	1.5	15.23	lubrifiée
Lc15	40	1.5	15.18	lubrifiée
Lc18	40	1.5	14.19	lubrifiée
Lc22	40	1.5	14.71	lubrifiée
Lc41	40	1.5	15.18	lubrifiée
Lc46	40	1.5	14.84	lubrifiée
Lc53	40	1.5	14.52	lubrifiée
Lc74	50	1.5	14.90	lubrifiée
Lc77	50	1.5	14.61	lubrifiée
Lc78	50	1.5	14.76	lubrifiée
Lc75*	50	1.5	15.11	lubrifiée
Lc76*	50	1.5	14.41	lubrifiée
Lc79*	50	1.5	14.65	lubrifiée
Lc58	40	2.5	15.80	lubrifiée
Lc60	40	2.5	15.82	lubrifiée
Lc62	40	2.5	14.97	lubrifiée
Lc57*	40	2.5	14.11	lubrifiée
Lc59*	40	2.5	12.98	lubrifiée
Lc61*	40	2.5	14.30	lubrifiée
Lc54	40	1.5	15.75	carton
Lc52	40	1.5	16.51	acier
Lc27	40	1.5	6.804	acier & saturée
Lc28	40	1.5	6.094	acier & saturée
Lc36	40	1.5	7.040	acier & saturée
Lc37	40	1.5	6.136	acier & saturée
Lc42	40	1.5	6.221	acier & saturée
Lc55	40	1.5	6.088	acier & saturée
Lc63	40	1.5	5.795	acier & saturée
* essais avec 4 cycles de charge et décharge				

Tableau III.3: Sommaire des essais de compression uniaxiale réalisés à l'Enel-Cris;
h et *d* sont la hauteur et le diamètre de l'échantillon

essai	% décharge	<i>h/d</i>	lubrification	σ_c (MPa)	
C1	rupture	2	non	25,46	
C2	50%	2	non	27,39	
C3	75%	2	non	22,10	
C7	rupture	2	oui	20,60	
C8	50%	2	oui	21,84	
C9	75%	2	oui	24,44	
C4	rupture	1	non	28,77	
C5	50%	1	non	28,62	
C6	75%	1	non	26,80	
C10	rupture	1	oui	25,60	
C11	50%	1	oui	24,93	
C12	75%	1	oui	23,49	
C13-C14	rupture	1.5	oui	21,98	21,31
C15-C16	12.5%	1.5	oui	24,19	24,60
C17-C18	25%	1.5	oui	21,39	25,90
C19-C20	50%	1.5	oui	24,88	24,12
C21-C22	75%	1.5	oui	21,82	17,93
C23-C24	4 cycles de charge et décharge à 12.5%, 25% 50% e 75%	1.5	oui	22,33	20,78
pour <i>h/d</i> égaux à 1 et 2 le diamètre de l'échantillon est 54 mm, pour <i>h/d</i> égal à 1.5 le diamètre de l'échantillon est 50 mm.					

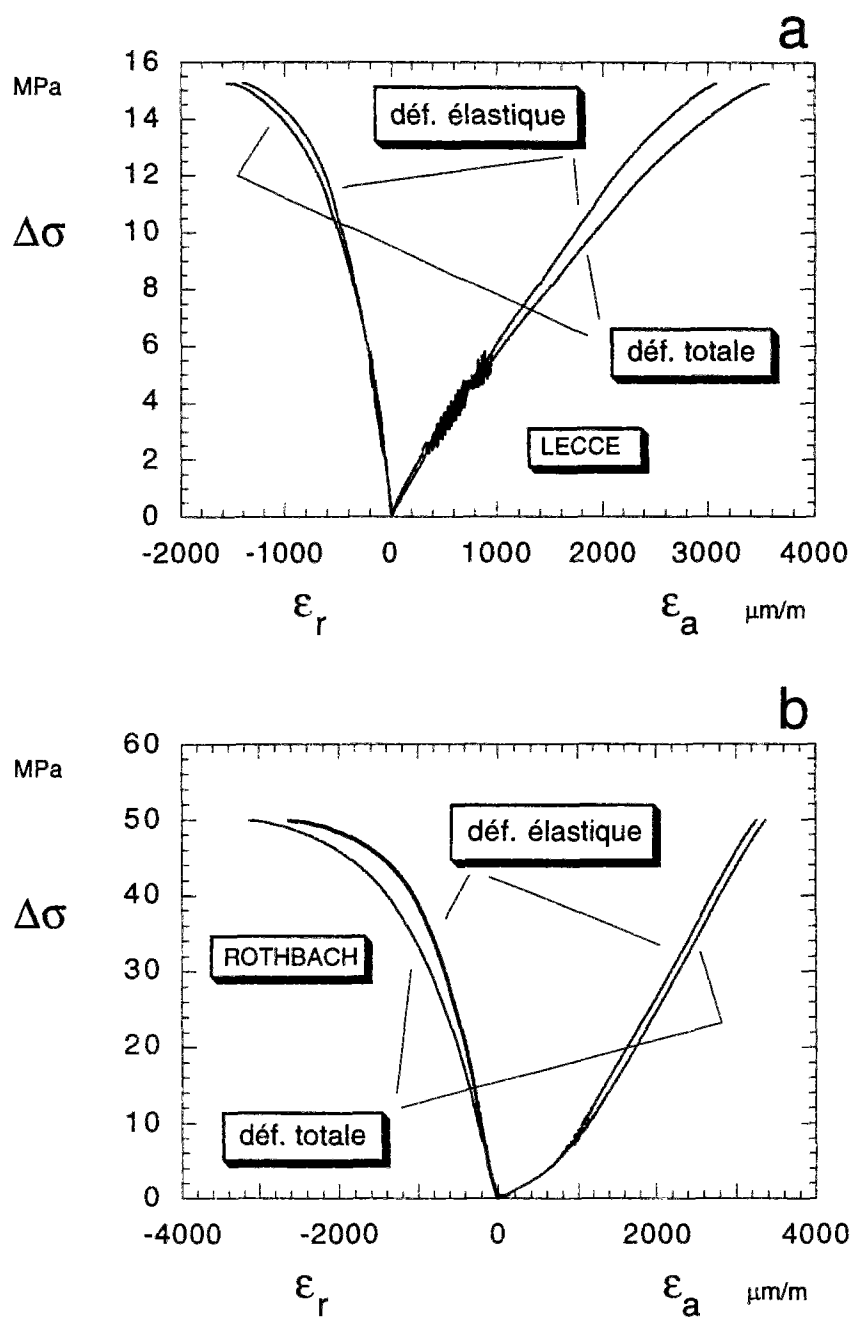


Figure III.12: Courbes contrainte-déformation uniaxiales, totales et élastiques, pour la Pietra Leccese (en haut) et pour les grès de Rothbach (en bas).

Tableau III.4: Résumé des résultats des essais triaxiaux pour la Pietra Leccese.

Echantillons	confinement (MPa)	$\Delta\sigma^\diamond$ (MPa)		
Lc34*-Lc32*-Lc43*	0,0	14,80	12,72	15,42
Lc29*-Lc02*-Lc09*	1,5	17,21	15,72	16,28
Lc19*-Lc40*-Lc56*	2,5	16,83	16,19	18,27
Lc05*-Lc26*-Lc31*	5,0	17,93	17,23	18,98
Lc50*-Lc20*-Lc21*	7,5	18,00	17,83	18,70
Lc38*-Lc17*-Lc45*	10,0	18,85	17,46	17,59
$\diamond$ vitesse de déformation $\leq 100 \mu\text{m/m/s}$				
* 4 cycles de charge et décharge à 10% 40% 60% 80% de σ_c de Lc*				

draulique et à vitesse de force contrôlée à Paris), la variation de la résistance à la rupture entre les deux blocs est explicable seulement par une certaine variation des caractéristiques mécaniques du banc exploité en carrière. Cependant, à l'intérieur de chaque série, les valeurs sont assez constantes.

Deux exemples de courbes contrainte-déformation uniaxiales pour la calcarénite (Enel-Cris et LCPC) et un exemple pour le grès sont présentés sur les figures III.10 et III.11. On remarque surtout la présence d'une phase de serrage et d'une déformation radiale très prononcées dans le cas du grès. Le comportement des deux échantillons de calcarénite est similaire, notamment le durcissement initial est caractéristique de cette roche ainsi que la déformation radiale limitée.

Dans les tableaux III.4 et III.5 on a résumé les résultats des essais triaxiaux sur la calcarénite et le grès, mais, sur la figure III.13, nous n'en avons tracées qu'une courbe contrainte-déformation pour chaque confinement (Lc43, Lc02, Lc40, Lc26, Lc20 et Lc45 pour la Pietra Leccese et Rb24, Rb07, Rb12, Rb16, Rb15 et Rb14 pour le Grès de Rothbach), à laquelle on a enlevé les parties correspondantes aux cycles. Elles sont les courbes choisies pour l'étalonnage du modèle. Dans les annexes A e B nous reportons toutes les courbes.

Tableau III.5: Résumé des résultats des essais triaxiaux pour le Grès de Rothbach.

Echantillons	confinement (MPa)	$\Delta\sigma$ (MPa)				condition
Rb04*-Rb26*	0,0	45,07	42,10			non lubrifiés
Rb27*-Rb11*-Rb24*	0,0	45,72	40,75	50,28		lubrifiés
Rb23*-Rb07*-Rb21*	2,5	68,60	54,90	70,77		lubrifiés
Rb09*-Rb19*-Rb12*	5,0	87,07	85,04	82,57		lubrifiés
Rb03*-Rb13*-Rb16*	7,5	91,80	91,44	88,86		lubrifiés
Rb08*-Rb15*-Rb17*	10,0	102,92	93,37	82,50		lubrifiés
Rb14*-Rb01*-Rb22*-Rb25*	15,0	126,85	101,62	101,58	95,30	lubrifiés
* 4 cycles de charge et décharge à 10% 40% 60% 80% de σ_c de Rb*						

La faible influence de la pression de confinement sur la résistance et sur le module élastique de la Pietra Leccese est une caractéristique de cette roche (figure III.19). Par contre le comportement plastique de la roche se manifeste déjà à faible confinement: les courbes de déformation volumique (figure III.14) montrent que le passage au comportement franchement ductile et contractant s'effectue à 5 MPa.

Un examen visuel des échantillons cassés (figure III.15) montre la séquence classique des typologies de rupture déjà illustrée au Chapitre I. Cependant on a pu observer que la présence du lubrifiant limitait le développement des bandes de cisaillement. Cela aboutit d'une part, pour les essais uniaxiaux, à une géométrie des fissures complexe (fissuration axiale et subaxiale associée à la formation limitée des cônes au contact des plateaux) et d'autre part, pour les confinements de 1,5 et 2,5 MPa, à une localisation du plan de cisaillement qui pourtant ne détruit pas l'intégrité physique des échantillons. A partir de 5 MPa, on a une plastification plus diffuse dans la zone centrale de l'éprouvette. En effet, le système automatique de détection de la rupture ne s'est pas activé à ce niveau de confinement, ce qui témoigne d'une absence de fissuration localisée.

De même que pour les essais menés à Milan, en compression uniaxiale on a assisté à une manifestation évidente de ce qu'on appelle l'*effet de peau*, c'est-à-dire le développement d'une couronne extérieure de quelques dixièmes de millimètre, visible aussi bien dans les éprouvettes de 40 mm que dans celles de 50 mm de diamètre (figure III.17).

La figure III.13 montre que le grès de Rothbach a un comportement classiquement fragile. Son module élastique est très sensible au confinement, même si celui-ci est très faible (figure III.19); cela est très commun pour les grès (Santarelli, 1987). Sa déformation vo-

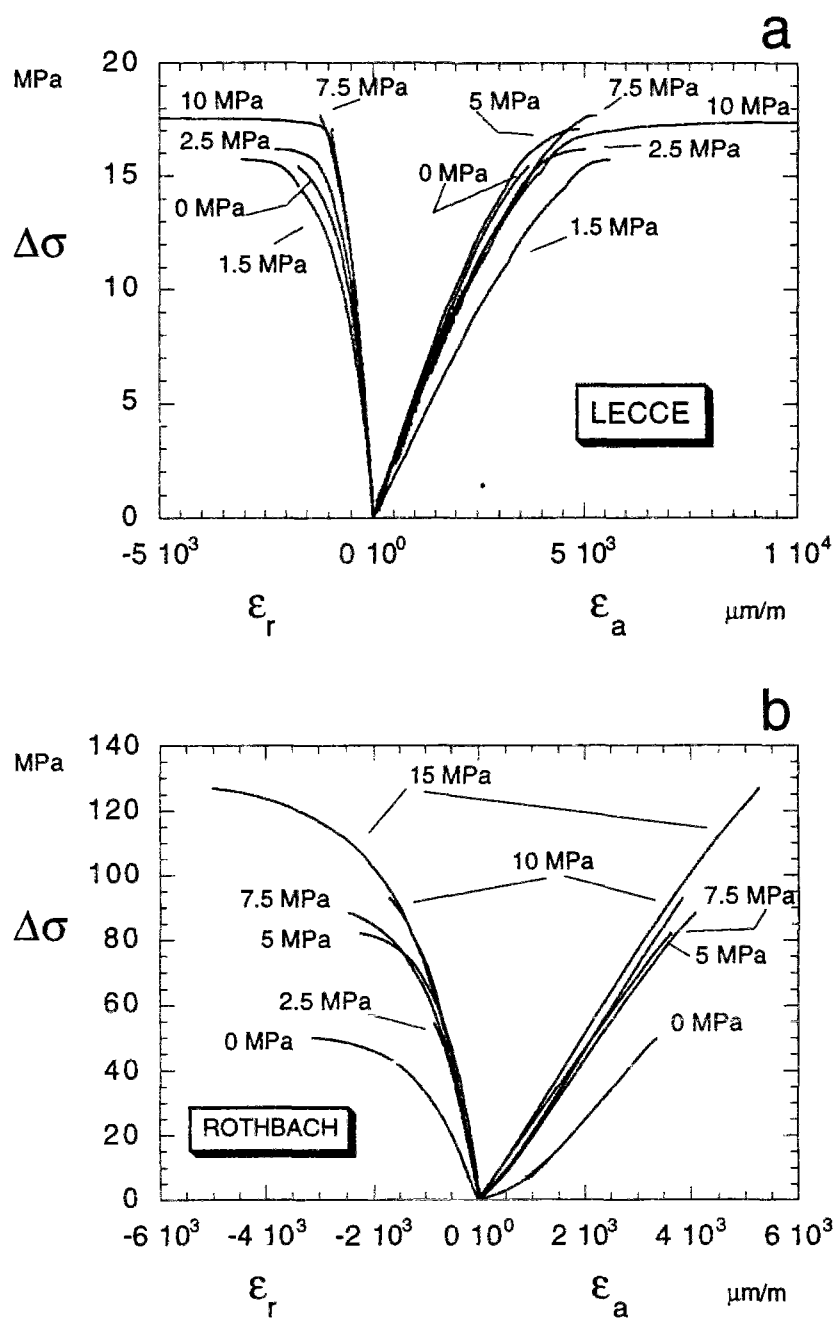


Figure III.13: Courbes contrainte-déformation des essais triaxiaux de la Pietra Lecce et du Grès de Rothbach.

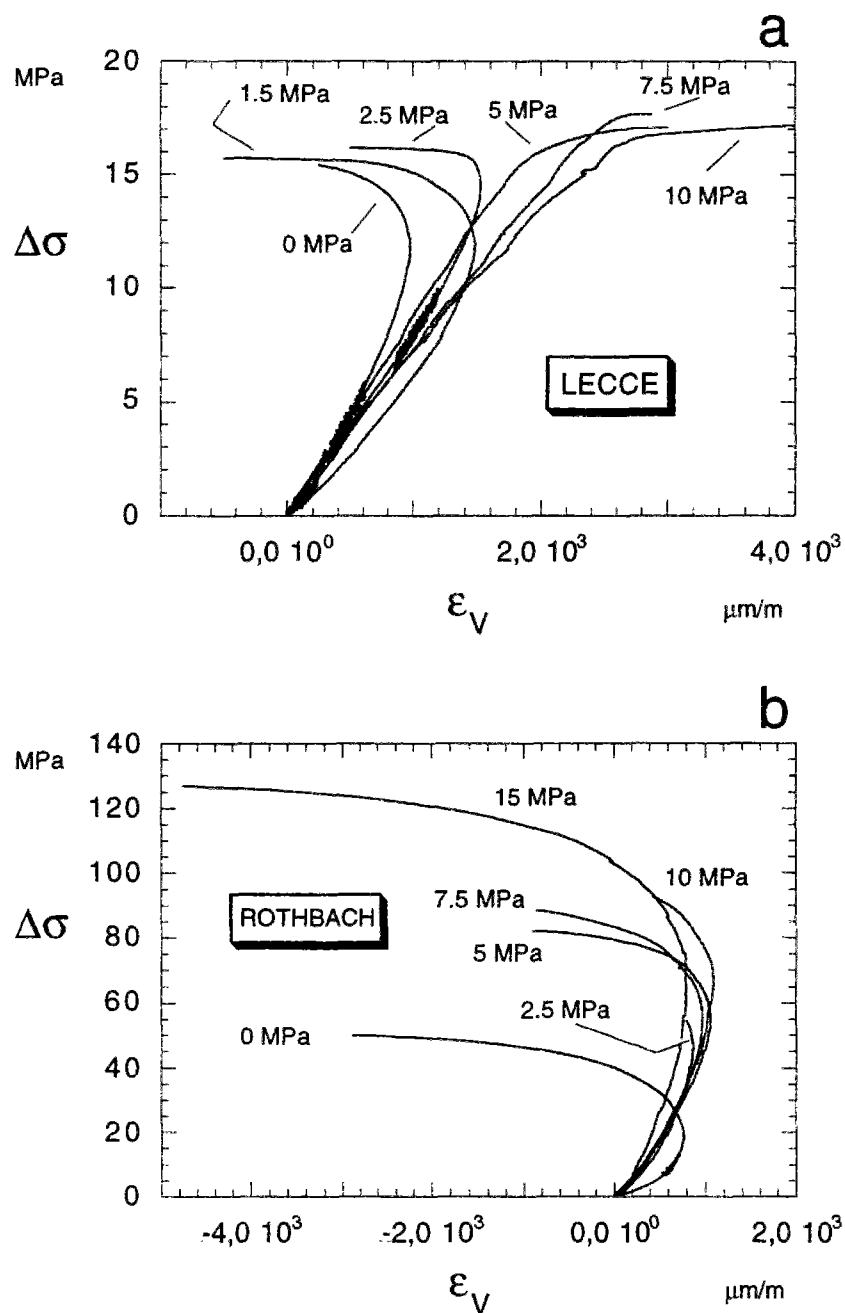


Figure III.14: Courbes de déformation volumique des essais triaxiaux de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach.

lumique (figure III.14) indique une dilatance très prononcée qui est reliée à son mode de rupture.

En compression uniaxiale les échantillons de grès ont montré la formation de deux cônes, au contact des plateaux de chargement, beaucoup plus développés que ceux de la calcarénite (figure III.16). Lorsqu'on s'approche du point de rupture, ils commencent à soutenir la plus grande partie du chargement, alors que le reste de l'échantillon se déforme en tonneau. Finalement la cassure survient de façon brutale avec production de sable. En compression triaxiale la roche a montré le plan de rupture classiquement cité dans la littérature (figure III.16). Néanmoins, il a été parfois difficile d'établir la géométrie de la fissuration car malgré la détection par le système de la rupture et l'arrêt automatique de l'essai, l'échantillon une fois extrait de la presse semblait sain et sans fissuration macroscopique visible.

Les courbes contrainte-déformation totale et contrainte-déformation élastique confirment la différence essentielle entre la Pietra Leccese et le grès de Rothbach (figure III.12). La déformation plastique, donnée par la différence entre la déformation totale et la déformation élastique, est plus importante dans la calcarénite que dans le grès. Il faut souligner que les courbes totale et élastique de la déformation radiale du grès deviennent de plus en plus proches, lorsque le confinement augmente.

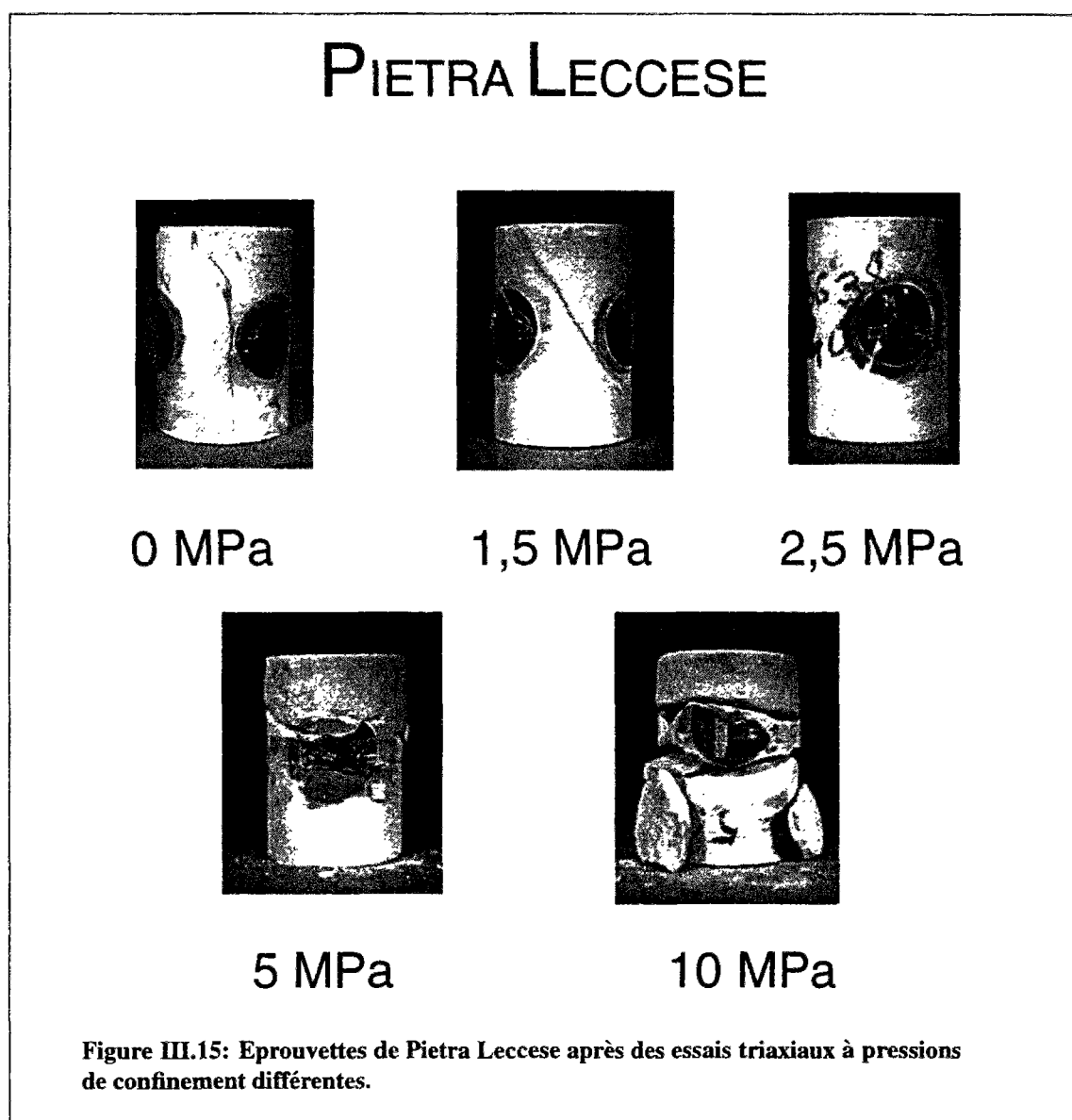
III.3.2 METHODE D'ETALONNAGE DU MODELE DE COMPORTEMENT

L'étalonnage du modèle de comportement est typiquement un "problème inverse". Il n'existe pas une méthode unique d'étalonnage et la stratégie suivie influence les valeurs des paramètres du modèle obtenu. Cependant la méthode que nous présentons ici a montré sa robustesse.

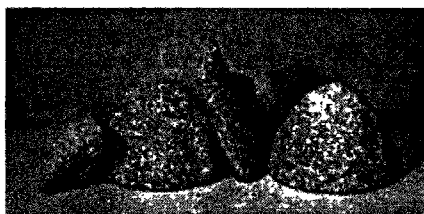
Dans le cas des essais triaxiaux les composantes du tenseur de vitesse d'endommagement, montrées sur la figure III.18, sont $\dot{d}_1$, parallèle à la contrainte de compression verticale, et $\dot{d}_2$ parallèle à la contrainte de des déformations totales confinement radiale. Leur valeurs sont calculées à partir du module élastique E_{1i} et du coefficient de Poisson ν_{12i} tangents selon la relation:

$$\dot{d}_1 = 1 - \sqrt{\frac{E_{1i}}{E_{1i-1}}} \quad \text{et} \quad \dot{d}_2 = 1 - \frac{\nu_{12i-1}}{\nu_{12i}} \sqrt{\frac{E_{1i}}{E_{1i-1}}} \quad (\text{III.1})$$

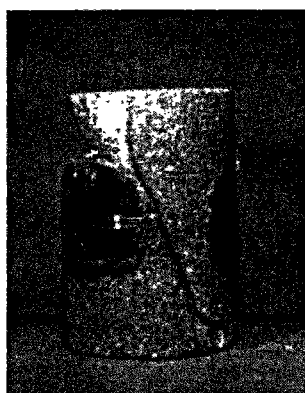
qui s'obtient de la lois de comportement II.50 y posant $\dot{\sigma}_2 = \dot{\sigma}_3 = 0$, car les essais sont réalisés à pression de confinement constante. Cependant pour pouvoir calculer les caractéristiques élastiques de la roche (E_{1i} et ν_{12i}) il faut d'abord éliminer, des déformations totales mesurées, les déformations plastiques, obtenues à partir des déformations résiduelles mesurées à la fin de la phase de décharge des cycles charge-décharge.



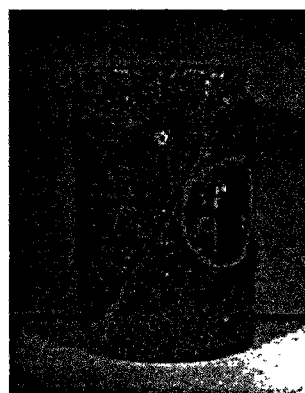
GRÈS DE ROTHBACH



0 MPa



2,5 MPa



15 MPa

Figure III.16: Eprouvettes de Grès de Rothbach après des essais triaxiaux à pressions de confinement différentes.



0 MPa
50 mm



0 MPa
40 mm

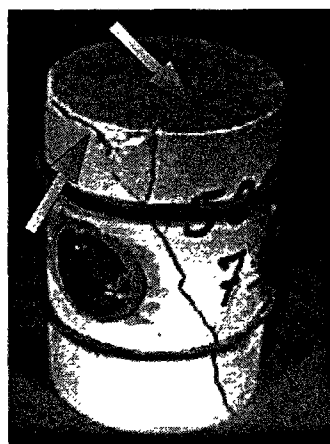


Figure III.17: *Effet de peau* dans des éprouvettes de Pietra Leccese à diamètres différents.

La procédure complète est résumée dans les points suivants:

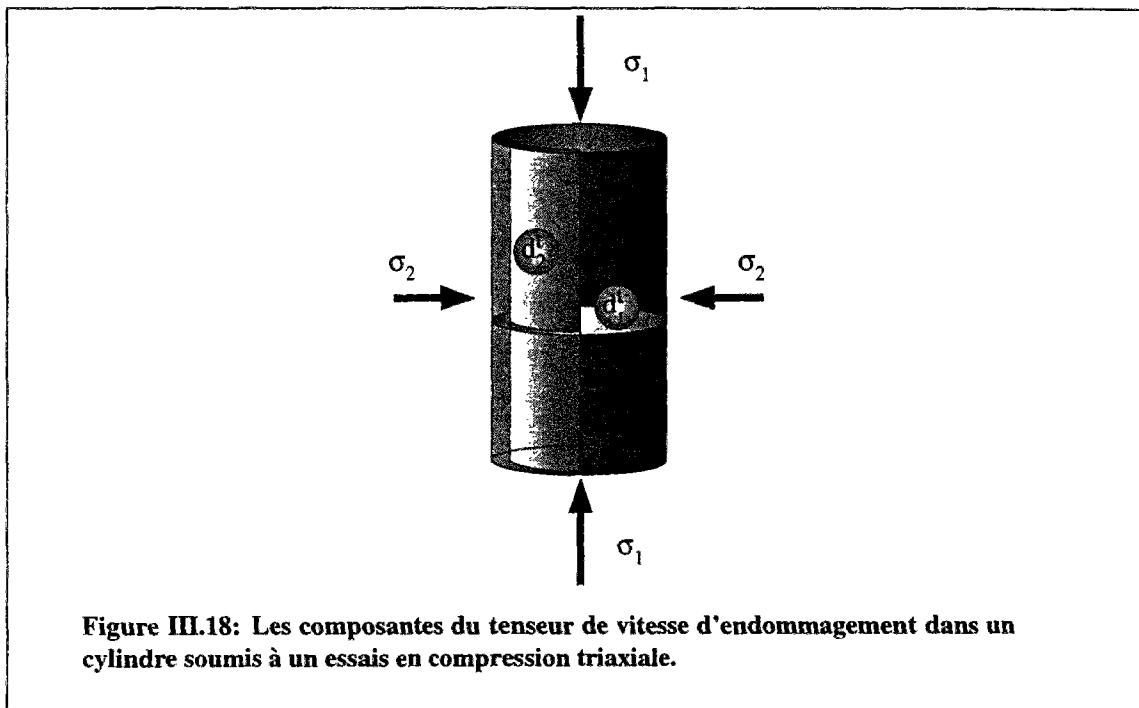
- choix des courbes de déformations totales $\varepsilon_i = \varepsilon_i(t)$ à utiliser;
- reconstruction des courbes de déformations plastiques $\varepsilon_i^p = \varepsilon_i^p(t)$ à partir des déformations résiduelles mesurées;
- reconstruction des courbes de déformations élastiques $\varepsilon_i^e(t) = \varepsilon_i(t) - \varepsilon_i^p(t)$;
- définition de la déformation élastique $\varepsilon^e(t) = \frac{1}{n} \sum_i^n \varepsilon_i^e(t)$, où n est le nombre de courbes choisies ($n \leq 3$);
- lissage des données à l'aide de fonctions polynomiales pour obtenir une déformation axiale $\varepsilon_1^e(t)$ et radiale $\varepsilon_2^e(t)$ et une contrainte axiale $\sigma_1(t)$ exprimées analytiquement;
- dérivation par rapport au temps de $\varepsilon_1^e(t)$, $\varepsilon_2^e(t)$ et $\sigma_1(t)$ pour obtenir $\dot{\varepsilon}_1^e(t)$, $\dot{\varepsilon}_2^e(t)$ et $\dot{\sigma}_1(t)$;
- calcul de $E_1(t) = \frac{\dot{\sigma}_1(t)}{\dot{\varepsilon}_1^e(t)}$ et de $\nu_{12}(t) = \frac{\dot{\varepsilon}_2^e(t)}{\dot{\varepsilon}_1^e(t)}$;
- calcul de $\dot{d}_1 = 1 - \sqrt{\frac{E_{1i}}{E_{1i-1}}}$ et de $\dot{d}_2 = 1 - \frac{\nu_{12i-1}}{\nu_{12i}} \sqrt{\frac{E_{1i}}{E_{1i-1}}}$ (figure III.18);

III.3.3 RESULTATS

Evaluation des paramètres élastiques

La présence de la zone de serrage, caractéristique du grès, et de durcissement initial, typique de la calcarénite, apparaît sur l'allure des modules d'élasticité sécants et tangents (figure III.20). À partir des essais uniaxiaux (figure III.10), nous avons tracé les modules sous forme normalisée par rapport à la valeur E_o , correspondante à la phase linéaire de la courbe contrainte-déformation, et à la valeur de la contrainte axiale maximale. On remarque la concavité initiale de la courbe dans le cas de la calcarénite et la convexité dans le cas du grès. Dans notre modélisation nous ne tenons pas compte de cet aspect et nous faisons l'hypothèse que les modules initiaux sont égaux aux valeurs de E_o , correspondantes à la partie élastique-linéaire des courbes contrainte-déformation.

Les coefficients de Poisson sécants (figure III.21) reflètent le comportement volumique des deux matériaux. Le ν secant du grès plus grand que 0,5 est la conséquence d'une déformation en tonneau, qui apparaît malgré la présence du lubrifiant. Dans la même figure les valeurs tangentes des coefficients de Poisson sont illustrées et montrent une sensibilité plus fine au comportement dilatant des deux roches: le ν tangent du grès, qui d'abord a



la même allure que l'autre, commence à augmenter à des niveaux de charge inférieurs par rapport à la contrainte axiale de rupture.

Sur les figures III.22 et III.23, pour mieux apprécier l'influence du confinement sur les paramètres élastiques, nous avons tracé, toujours sous forme normalisée, les E et les ν tangents de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach obtenus en compression uniaxiale et en compression triaxiale au dernier niveau de confinement (10 MPa pour la calcarénite, 15 MPa pour le grès). Le coefficient de Poisson de la calcarénite est le paramètre le plus influencé par le confinement. Il diminue radicalement à forte pression latérale alors que, pour le grès, il garde la même allure que celui à 0 MPa. La concavité du module élastique de la calcarénite augmente mais la convexité du grès diminue, ce qui signifie que la pression latérale produit des effets opposés sur le durcissement de la Pietra Leccese et sur le serrage du grès.

Evidemment les composantes du tenseur d'endommagement d_1 et d_2 , obtenues à partir des données triaxiales, reflètent les variations des allures des paramètres élastiques. Nous avons tracé les données brutes en fonction de p/p_{max} sur les figures III.24 et III.25; leurs valeurs sont comprises entre 0 (matériau sain) et 1 (au pic de la courbe contrainte-déformation). Du fait que, dans la réalité et au début de l'essai, les paramètres élastiques ne

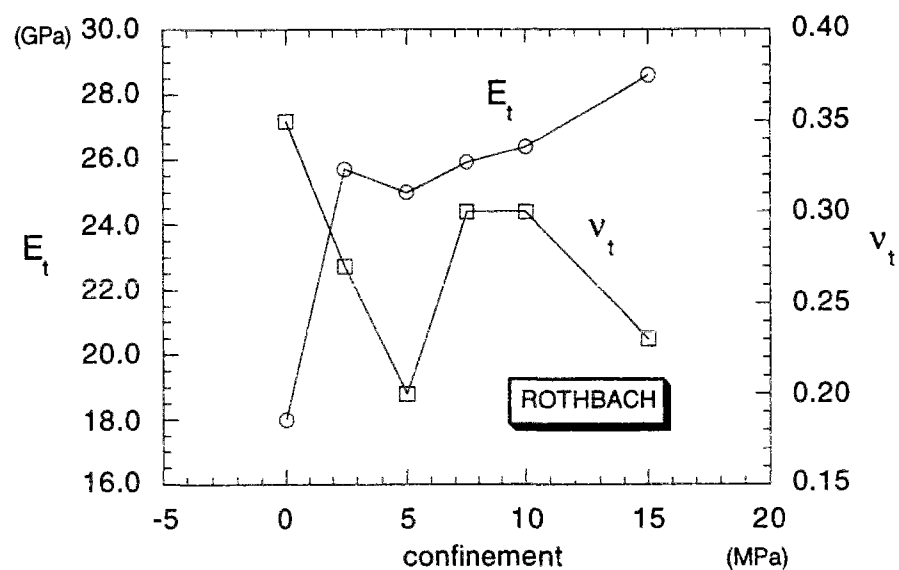
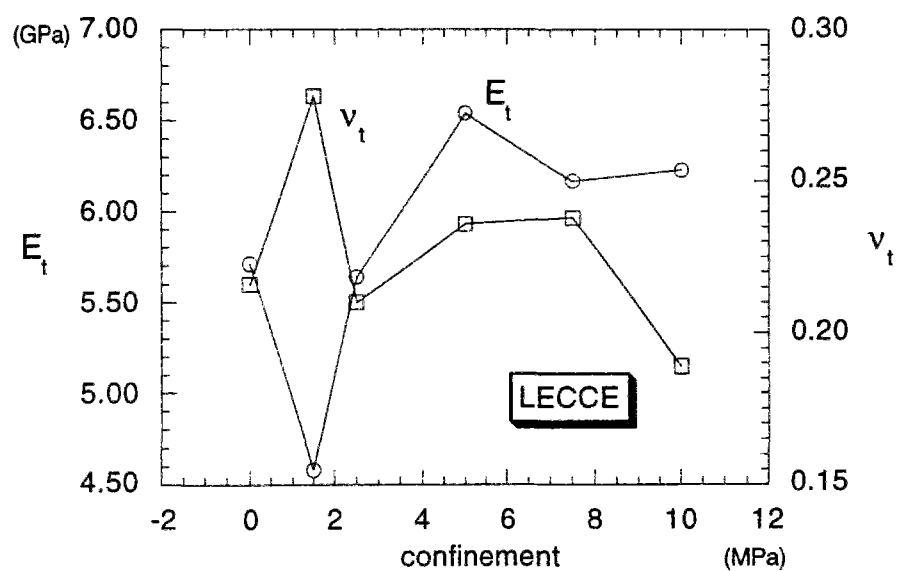


Figure III.19: Module élastique et coefficient de Poisson initiaux de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach en fonction de la pression de confinement.

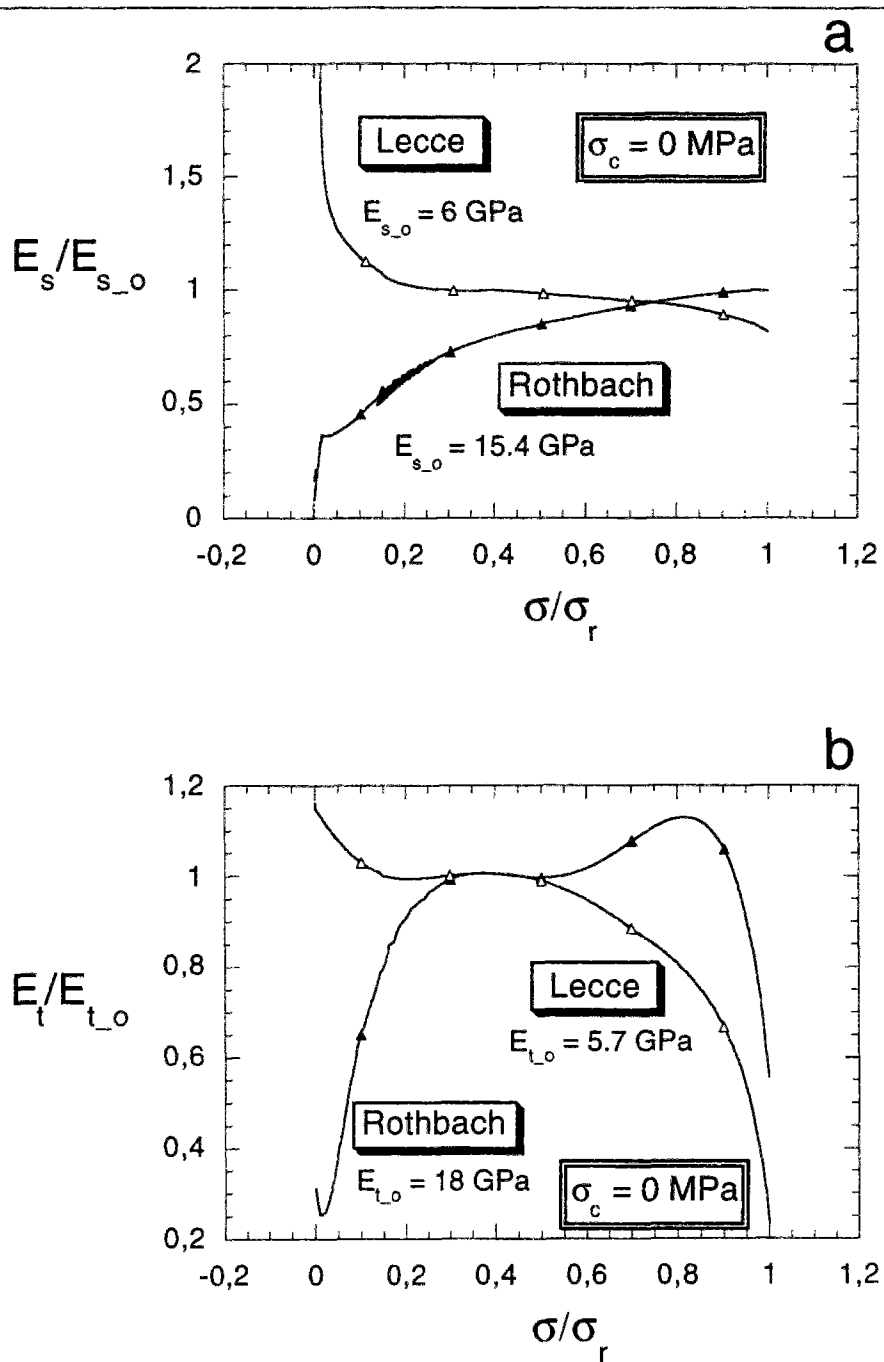


Figure III.20: Comparaison entre les modules élastiques sécants et tangents de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach.

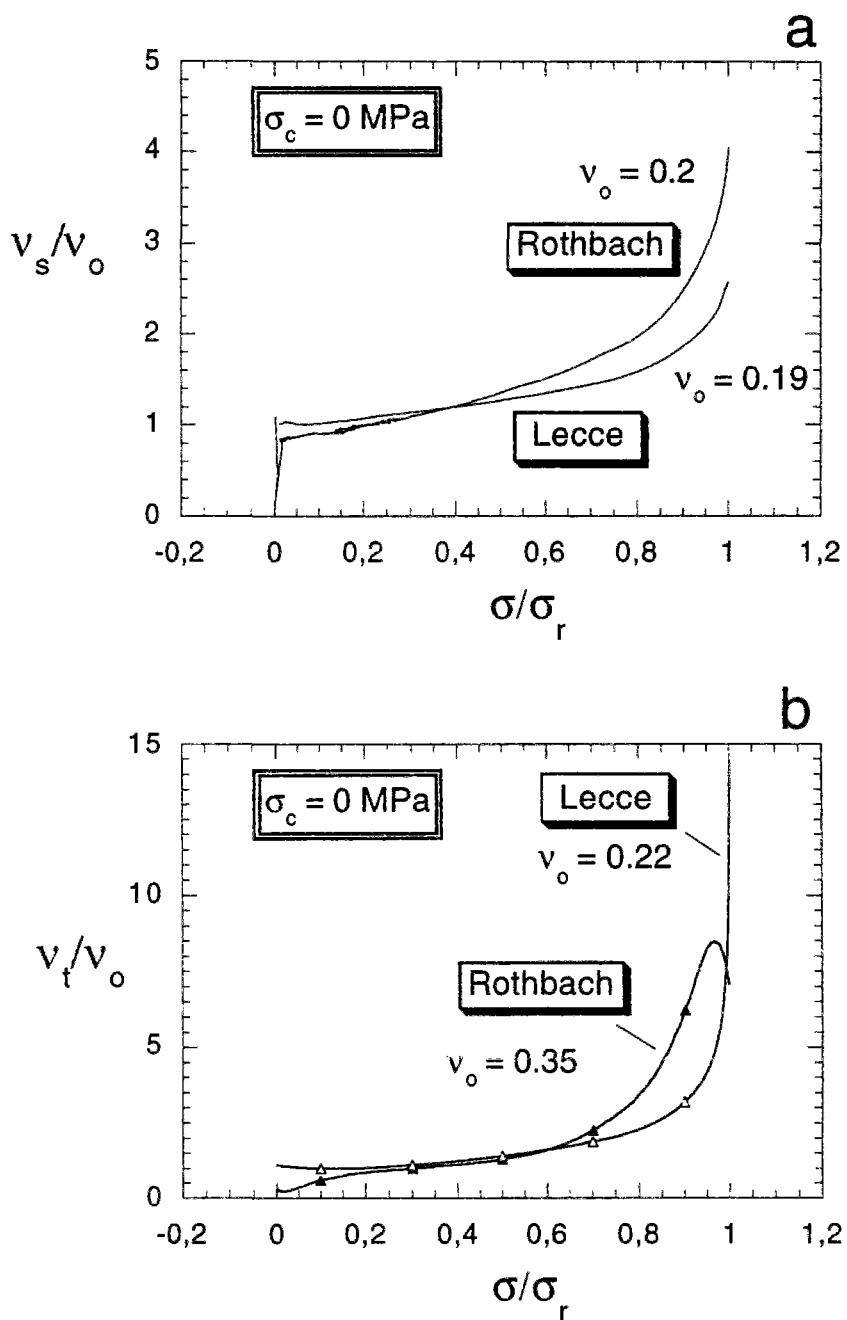


Figure III.21: Comparaison entre les coefficients de Poisson tangents et sécants de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach.

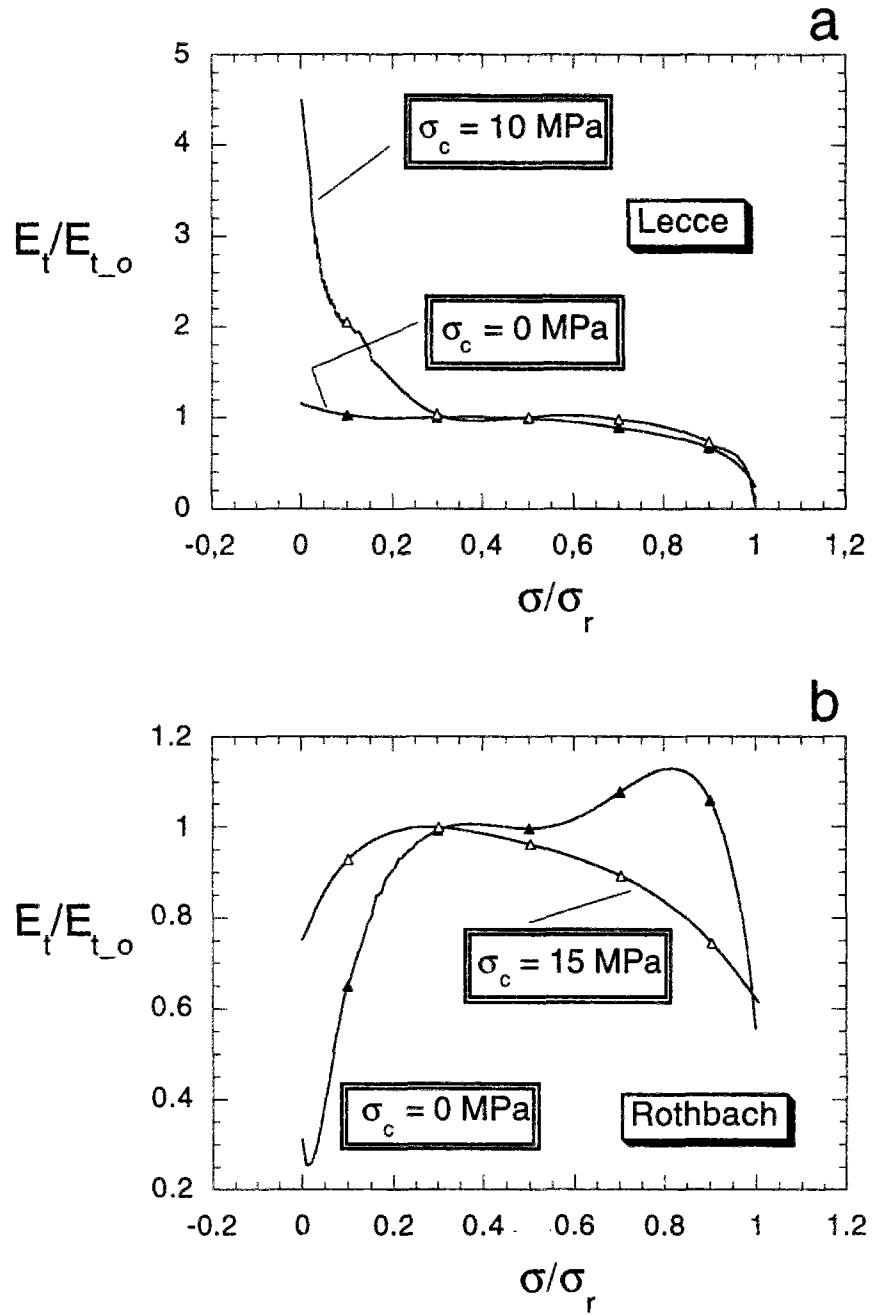


Figure III.22: Comparaison entre les modules élastiques tangents de la Pietra Lecce et du Grès de Rothbach relatifs à deux niveaux de confinement latéral.

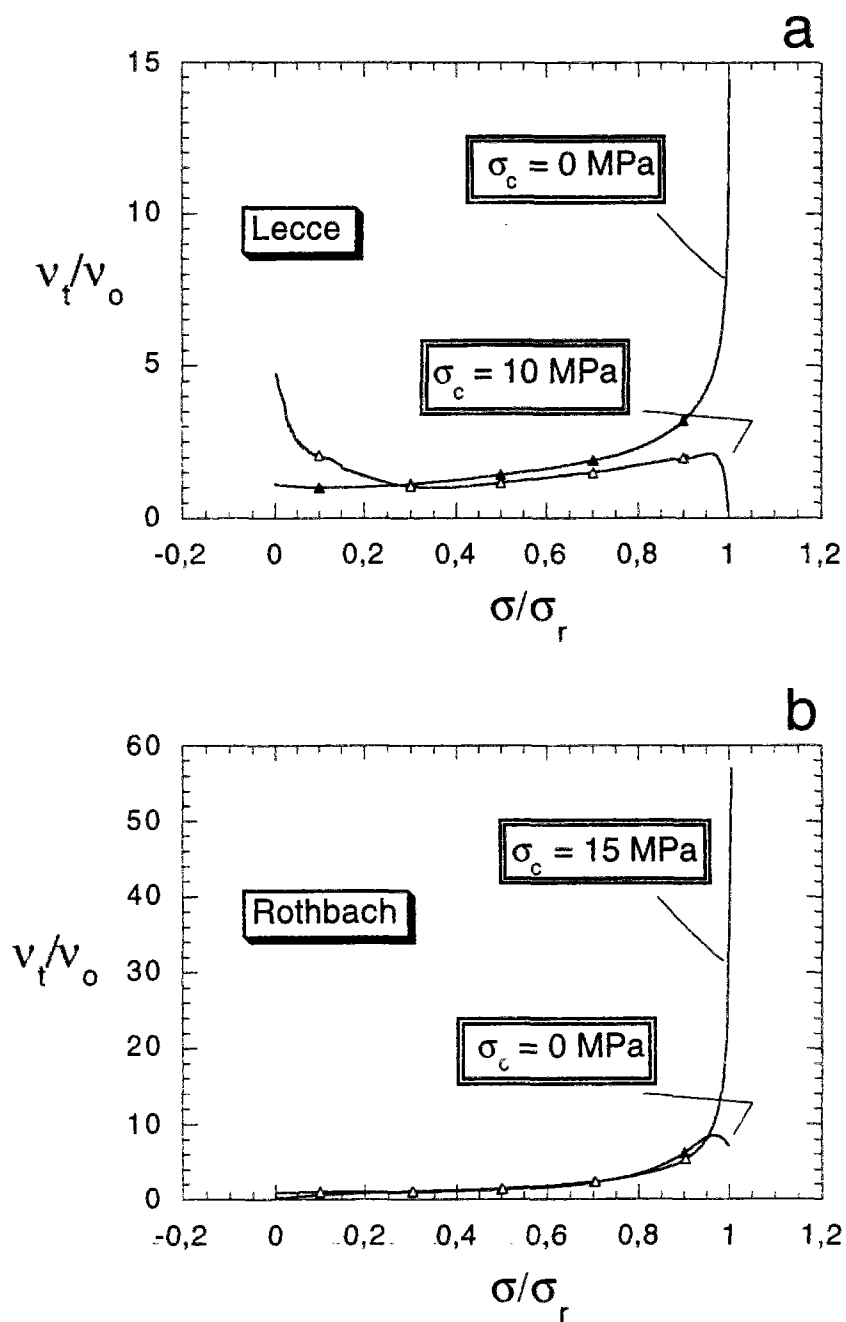


Figure III.23: Comparaison entre les coefficients de Poisson tangents de la Pietra Leccese et du Grès de Rothbach relatifs à deux niveaux de confinement latéral.

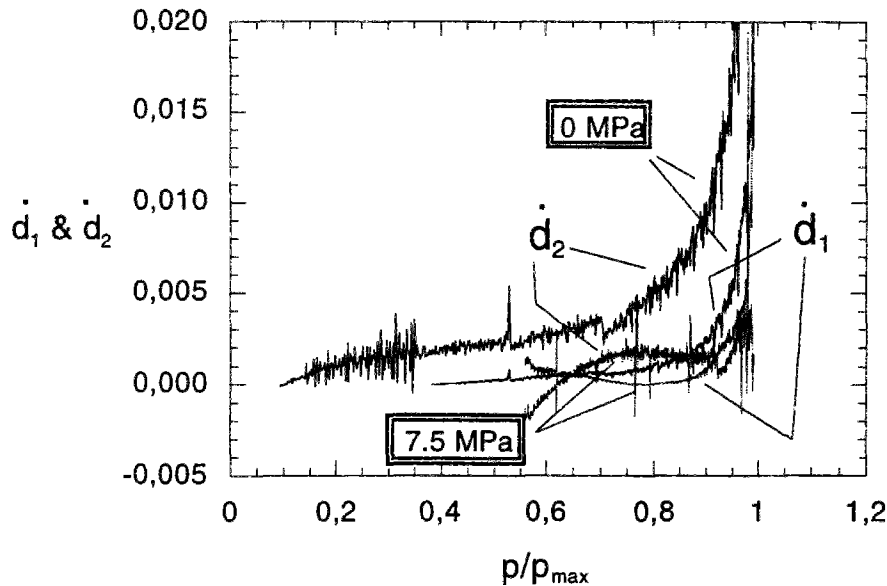


Figure III.24: Composantes d'endommagement de la Pietra Leccese à deux niveaux de confinement différents.

sont pas constants, les courbes de $\dot{d}_1$ et $\dot{d}_2$ prennent des valeurs différentes de 0, mais très faibles.

La différence croissante entre les composantes, au fur et à mesure que la contrainte moyenne normalisée augmente, nous donne une mesure de l'anisotropie qui se développe dans l'éprouvette. Cette différence s'efface lorsqu'on s'approche du pic de la courbe. Le fait que ni pour le grès ni pour le calcarénite on n'arrive à la valeur théorique de 1 est dû à l'utilisation d'une presse à contrôle de contrainte. Cette méthode de pilotage ne permet pas d'apprécier le point de pic, où le module élastique tangent est égal à 1.

Le grès montre une certaine régularité dans l'allure des composantes: les valeurs de $\dot{d}_1$ et de $\dot{d}_2$ sont regroupées en deux faisceaux distincts, à valeurs plus faibles pour le premier et plus élevées pour le deuxième (figure III.25).

L'effet du confinement est remarquable sur la calcarénite. On voit sur la figure III.24, où pour une plus grande clarté nous n'avons reporté que deux courbes, que la pression latérale est un facteur qui réduit l'anisotropie induite: à confinement élevé les deux composantes tendent à avoir les mêmes faibles valeurs. En effet la composante $\dot{d}_2$ dépend des valeurs de ν_t et la figure III.23 montre comment ν_t devient plus faible, lorsque la pression de confinement augmente. Cela confirme que notre modèle est bien capable de décrire les aspects volumiques du comportement de la roche.

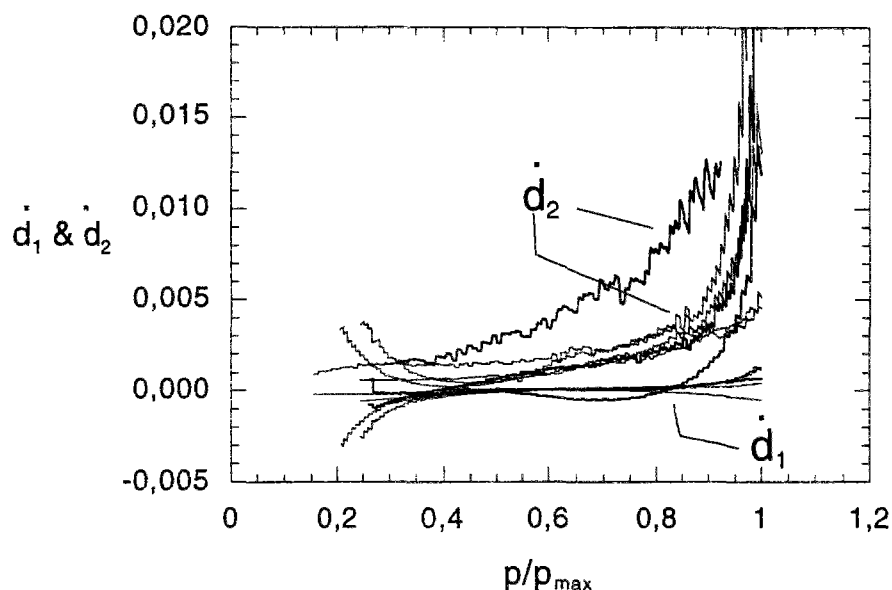


Figure III.25: Composantes d'endommagement du Grès de Rothbach aux différents confinements.

Une autre considération dérivée de l'observation de la calcarénite est que, pour des pressions latérales de plus en plus élevées, non seulement l'anisotropie mais aussi l'endommagement devient de plus en plus faible. On peut alors supposer qu'il existe un domaine d'endommagement borné par un état où la valeur de la contrainte moyenne est si élevée que seul l'écoulement plastique est possible.

En supposant que l'endommagement est fonction de l'état des contraintes, et notamment de la contrainte moyenne p et de l'intensité des contraintes tangentielles t , il est alors possible de tracer des surfaces d'incrément d'endommagement dans l'espace $(p, t, \dot{d}_1)$ et $(p, t, \dot{d}_2)$, sur lesquelles se déplacera le point correspondant à l'état d'endommagement de l'échantillon.

Nous avons tracé les courbes brutes sur les figures III.24 et III.25. Les courbes lissées sont tracées sur les figures III.26 et III.26 avec les seuils d'endommagement correspondants. Les ordonnées sont à l'échelle logarithmique pour mieux apprécier les allures caractéristiques des composantes.

L'endommagement latéral $\dot{d}_2$ est toujours à des niveaux plus élevés de celui axial $\dot{d}_1$. En effet la rupture fragile en extension (le mode I de la mécanique de la rupture), prépondérante à bas niveaux de confinement, est progressivement substituée par la rupture par

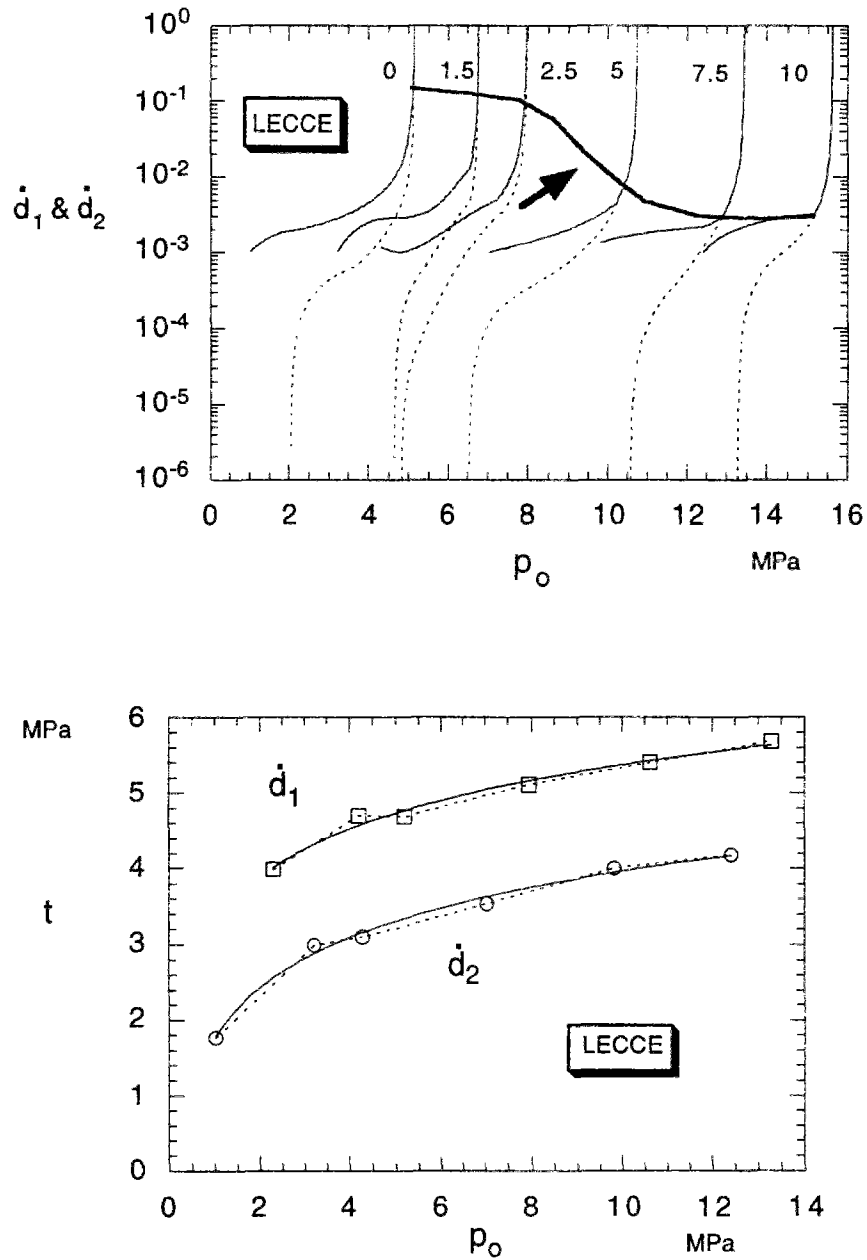


Figure III.26: Pietra Leccese. En haut: allure de $\dot{d}_1$ (en pointillé) et de $\dot{d}_2$ en fonction de la contrainte moyenne. Les ordonnées sont en échelle logarithmique. En bas: les seuils d'endommagement correspondants.

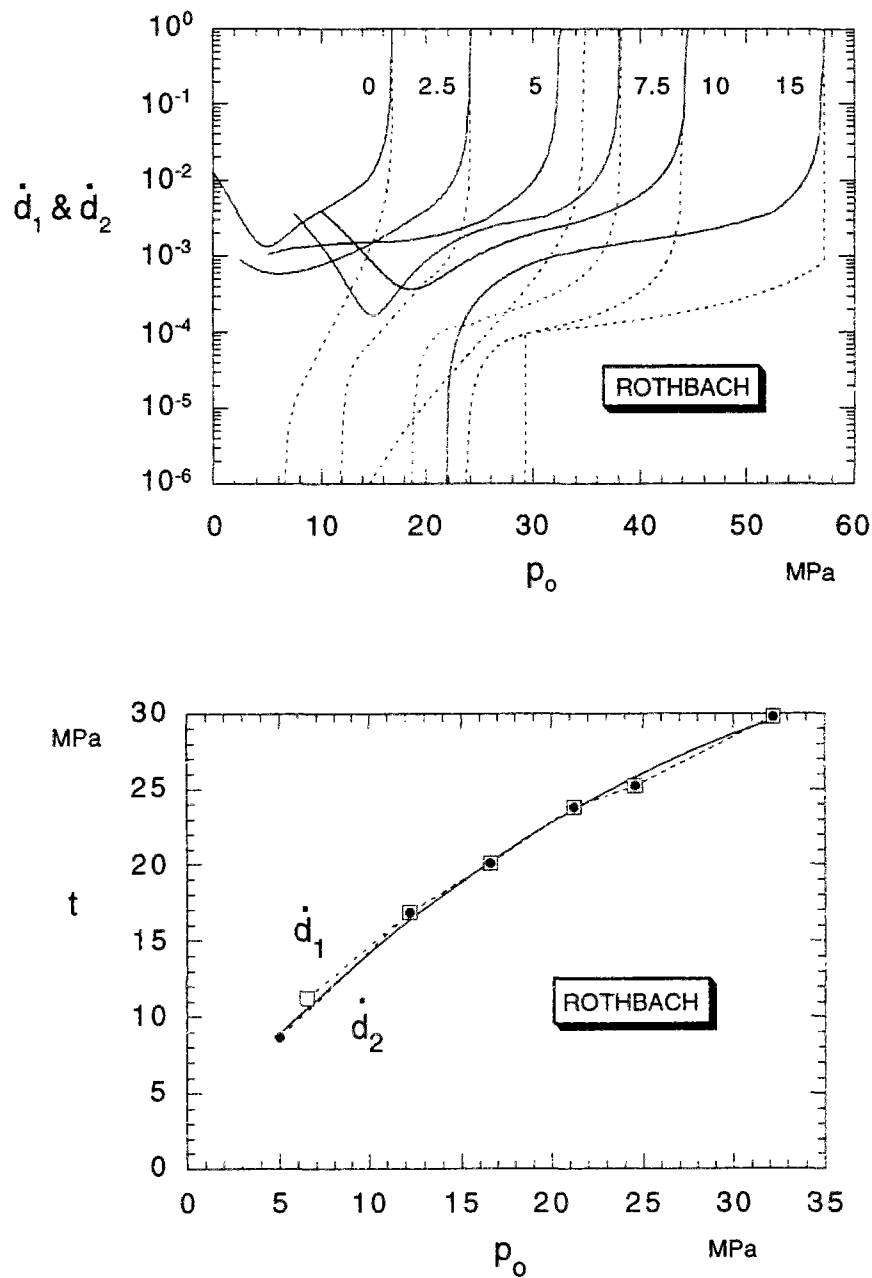


Figure III.27: Grès de Rothbach. En haut: allure de $\dot{d}_1$ (en pointillé) et de $\dot{d}_2$ en fonction de la contrainte moyenne. Les ordonnées sont en échelle logarithmique. En bas: les seuils d'endommagement correspondants.

cisaillement, qui est plutôt reliée à un comportement ductile.

On remarque à nouveau que l'endommagement de la calcarénite ressent fortement l'effet du confinement: dans le graphique du haut de la figure III.26, la flèche indique une courbe tracée pour souligner que $\dot{d}_2$ devient égal à $\dot{d}_1$ à des niveaux d'endommagement plus faibles pour une contrainte moyenne plus élevée. On observe un changement brusque du niveau d'endommagement aux points de contact de $\dot{d}_1$ et $\dot{d}_2$ lorsqu'on dépasse le seuil de 5 MPa, qui correspond, en effet, au passage du comportement dilatant à un comportement contractant.

Les seuils d'endommagement sont tracés dans le plan (p, t) sur les figures III.26 et III.27 en bas.

III.4 Interprétation du comportement inélastique

On donne dans cette section un exemple d'interprétation du comportement inélastique de la Pietra Leccese (car le Grès de Rothbach ne montre pas de déformations irréversibles) sur la base du modèle plastique présenté dans la section II.7.

Les données sur la figure III.28 montrent une dépendance de la pression de confinement; cela signifie que l'hypothèse de courbe unique, pour la fonction d'écrouissage $\tan \phi_\sigma$, (Kachanov, 1975) n'est pas complètement respectée. En plus l'utilisation d'une presse pilotée en contrainte ne permet pas une évaluation précise de la valeur de $\tan \phi_\sigma^p$ et de $\sin \phi_m^p$ (où ϕ_m est l'angle de frottement dans le plan de Mohr-Coulomb) au pic de la courbe contrainte-déformation. Néanmoins, nous avons essayé de trouver une courbe optimale parmi celles obtenues à partir des essais (figure III.29) avec l'utilisation d'une fonction d'extrapolation, adaptée aux données expérimentales, qui a l'expression suivante (Sulem et Vardoulakis, 1989):

$$\tan \phi_\sigma = \tan \phi_\sigma^o + \frac{(c_1 - c_2 \gamma^p) \gamma^p}{1 + c_0 \gamma^p} \quad (\text{III.2})$$

Sur la figure III.29 nous avons reporté trois courbes, adaptées aux données correspondant à 0 MPa, 5 MPa et à tous les niveaux de confinements.

La dilatanse du matériau a été étudiée en traçant le paramètre de dilatanse:

$$\Delta = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\gamma^p} \quad (\text{III.3})$$

Ce paramètre nous permet d'établir si notre matériau suit une loi associée ou non associée; en effet, la loi est associée lorsque Δ est égale à $\tan \phi_\sigma$ mais on voit toute de suite sur la figure III.30 que ce n'est pas le cas pour la calcarénite.

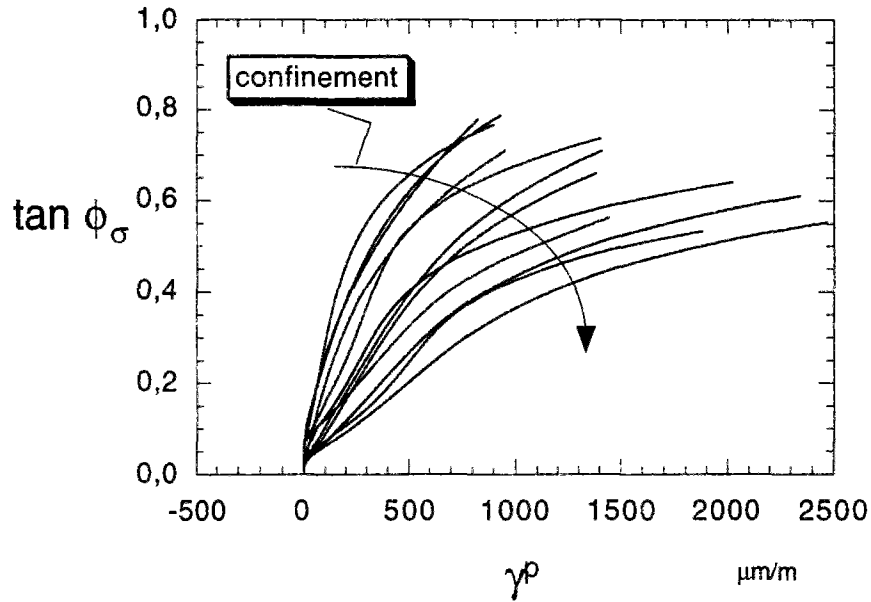


Figure III.28: Allure des fonctions d'érouissage en fonction de la pression de confinement de la Pietra Leccese.

III.5 Simulation des essais et validation du modèle

Pour vérifier si l'étalonnage des composantes $\dot{d}_1$ et $\dot{d}_2$ est correct, nous avons simulé les essais triaxiaux en utilisant un algorithme qui se compose des étapes suivantes:

- lissage des courbes d'endommagement (représentées figure III.24 et III.25) en fonction du temps;
- choix des valeurs initiales du module d'élasticité et du coefficient de Poisson tangents;
- calcul de $E_i = f(E_{i-1})$ et $\nu_i = g(\nu_{i-1})$:

$$E_i = E_{i-1} (1 - \dot{d}_1)^2 \quad \text{et} \quad \nu_i = \nu_{i-1} \frac{1 - \dot{d}_1}{1 - \dot{d}_2} \quad (\text{III.4})$$

- calcul des incréments des déformations élastiques $d\varepsilon_{a_i}^e = \frac{d\sigma_i}{E_i}$ et $d\varepsilon_{r_i}^e = \nu_i \frac{d\sigma_i}{E_i}$;
- intégration dans le temps de $d\varepsilon_{a_i}^e$ et de $d\varepsilon_{r_i}^e$ pour obtenir les déformations élastiques $\varepsilon_{a_i}^e$ et $\varepsilon_{r_i}^e$

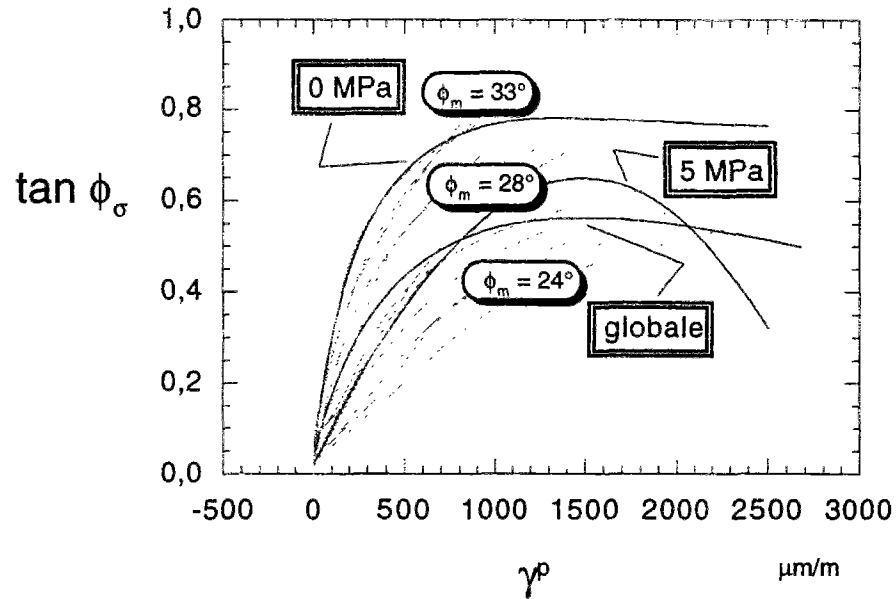


Figure III.29: Adaptation et extrapolation des fonctions d'érouissage de la Pietra Leccese pour deux niveaux de confinement différents et pour tous les niveaux.

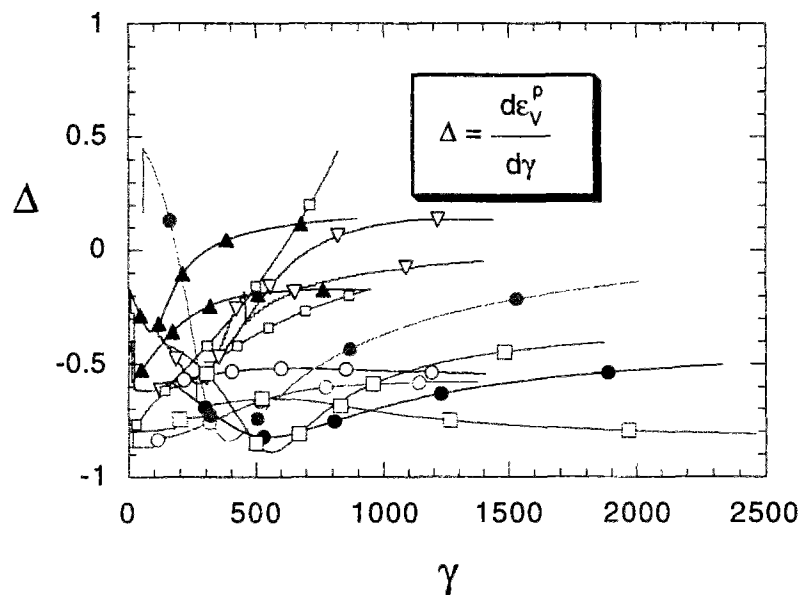


Figure III.30: Paramètre Δ de la Pietra Leccese pour les niveaux de confinement différents.

Dans les figures de III.31 à III.33 et de III.34 à III.36 nous illustrons le résultat des simulations sur les essais triaxiaux pour la Pietra Leccese et pour le grès.

De façon générale la simulation est de bonne qualité, quoique la déformation radiale soit quelques fois légèrement surestimée et que pour le grès l'évaluation de la déformation axiale soit moins bonne, parce que le modèle ne prend pas en compte le serrage des microfissures. Pour les essais du grès à 2,5, 7,5 et 10 MPa la simulation paraît intégrer la partie finale des courbes expérimentales, en donnant une résistance finale plus importante que celle mesurée.

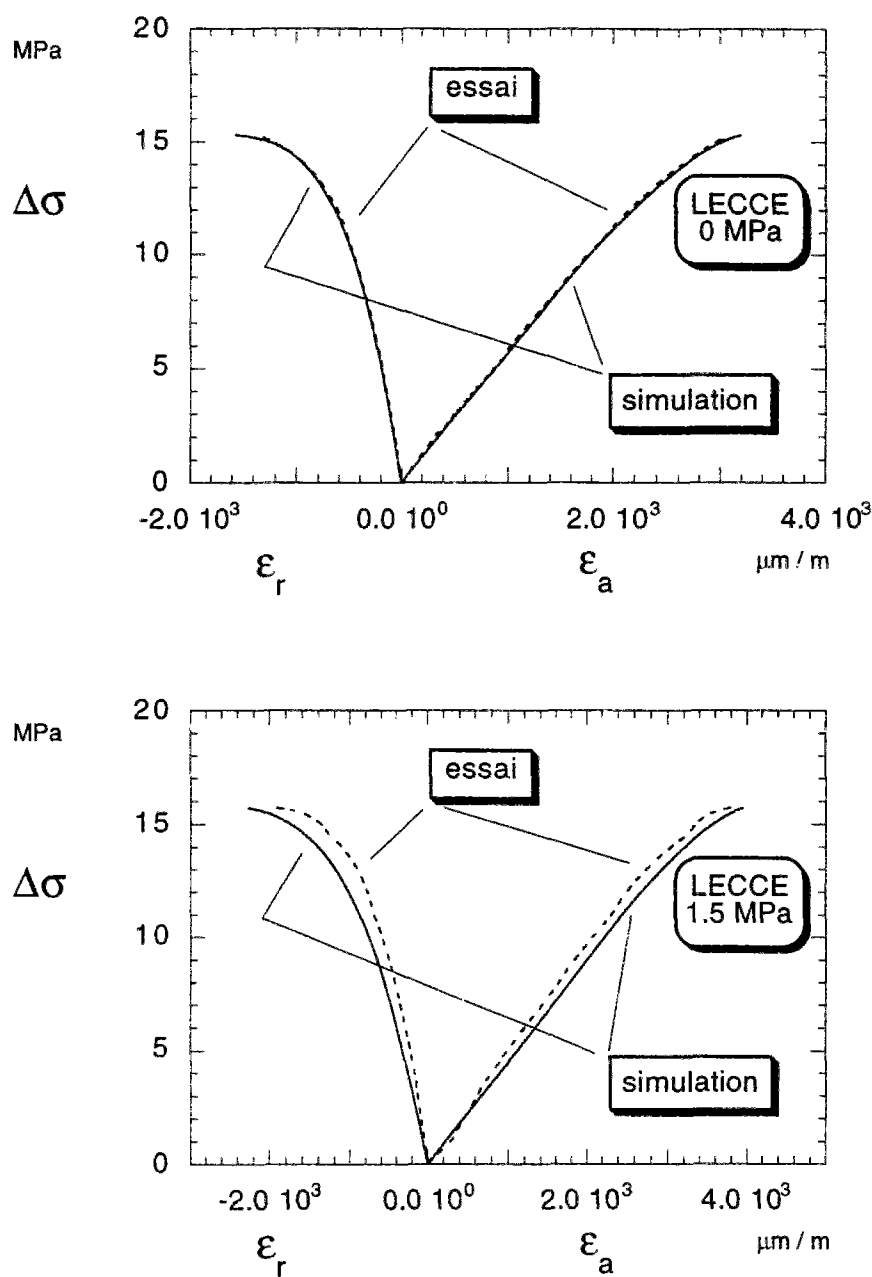


Figure III.31: Simulation des courbes élastiques d'un essai uniaxial et d'un essai confiné à 1,5 MPa de la Pietra Leccese.

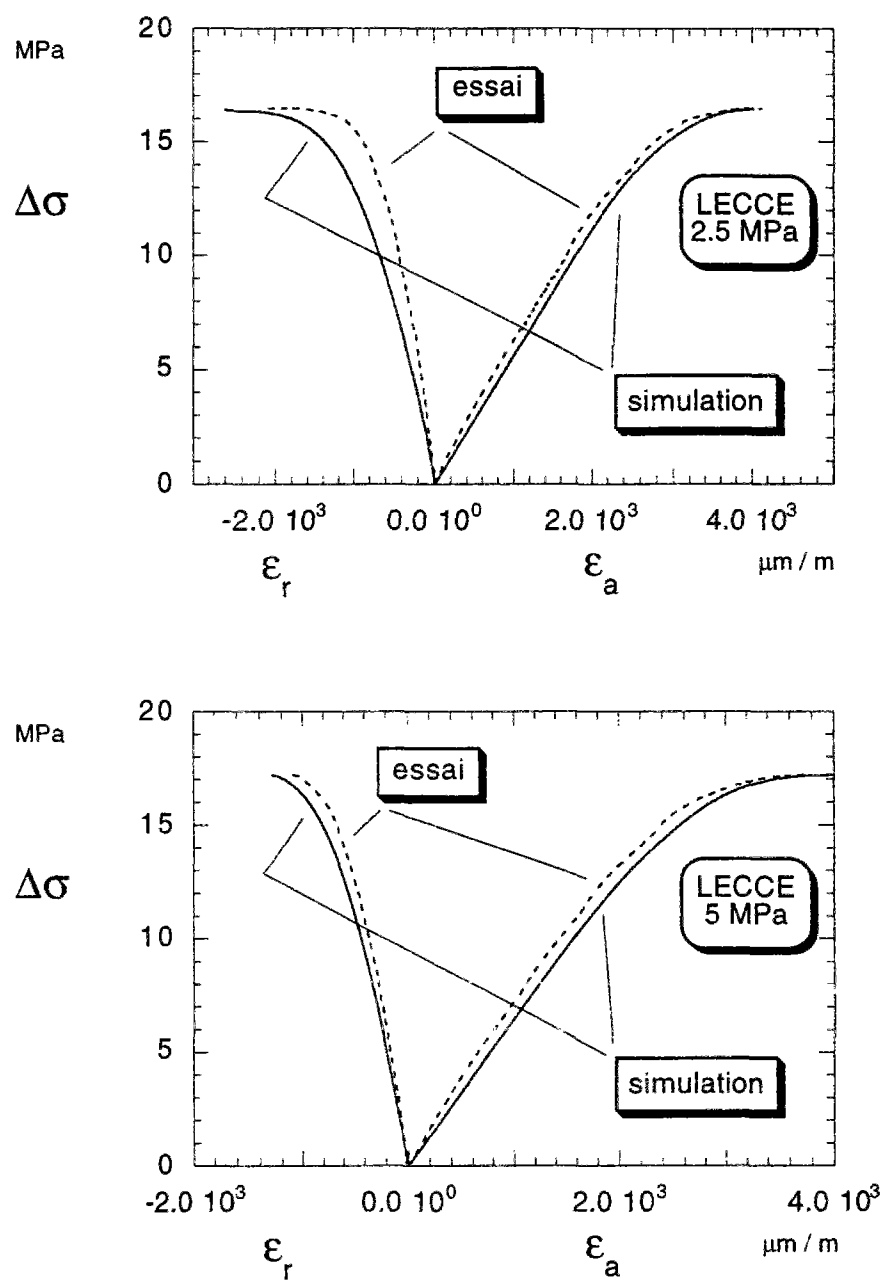


Figure III.32: Simulation des courbes élastiques de deux essais confinés à 2,5 MPa et à 5,0 MPa de la Pietra Leccese.

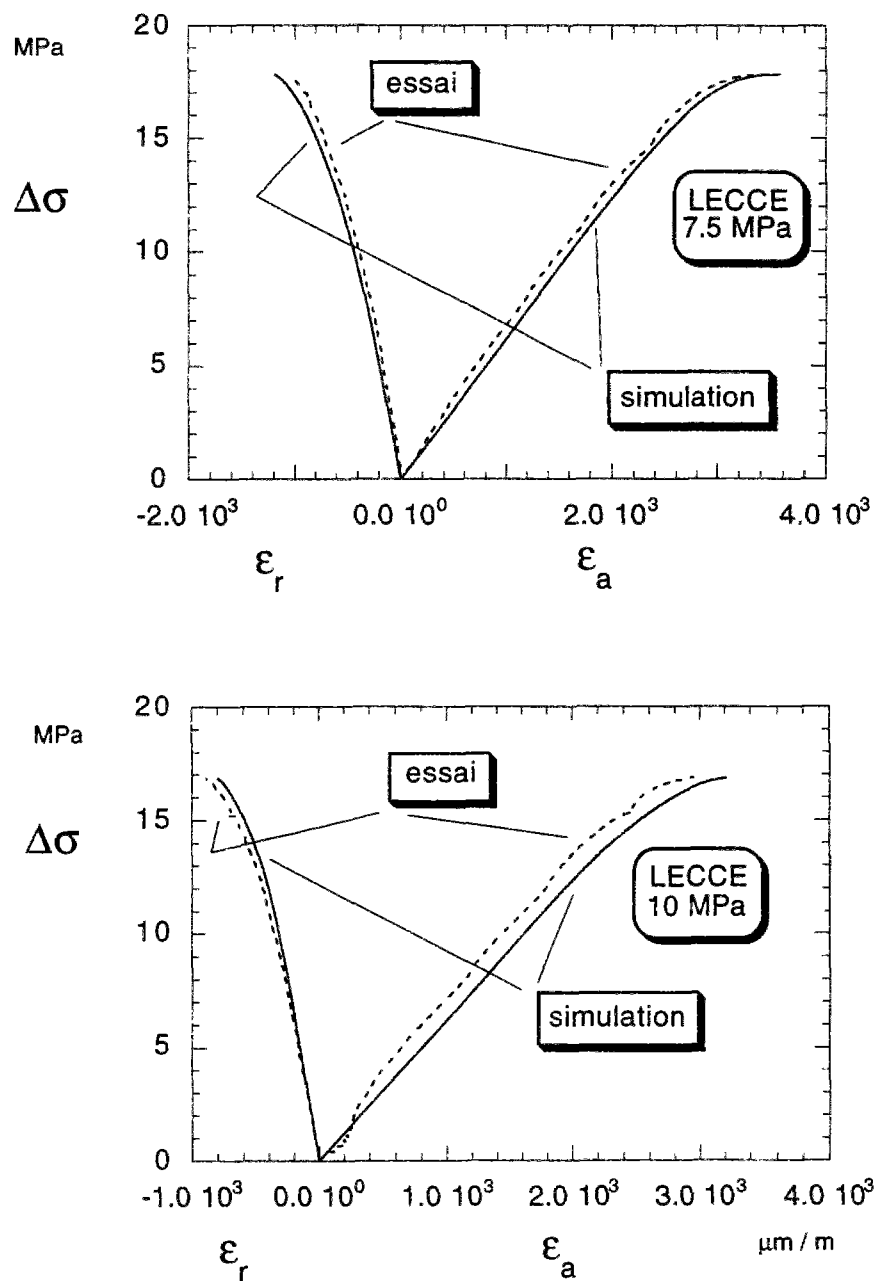


Figure III.33: Simulation des courbes élastiques de deux essais confinés à 7,5 MPa et à 10,0 MPa de la Pietra Leccese.

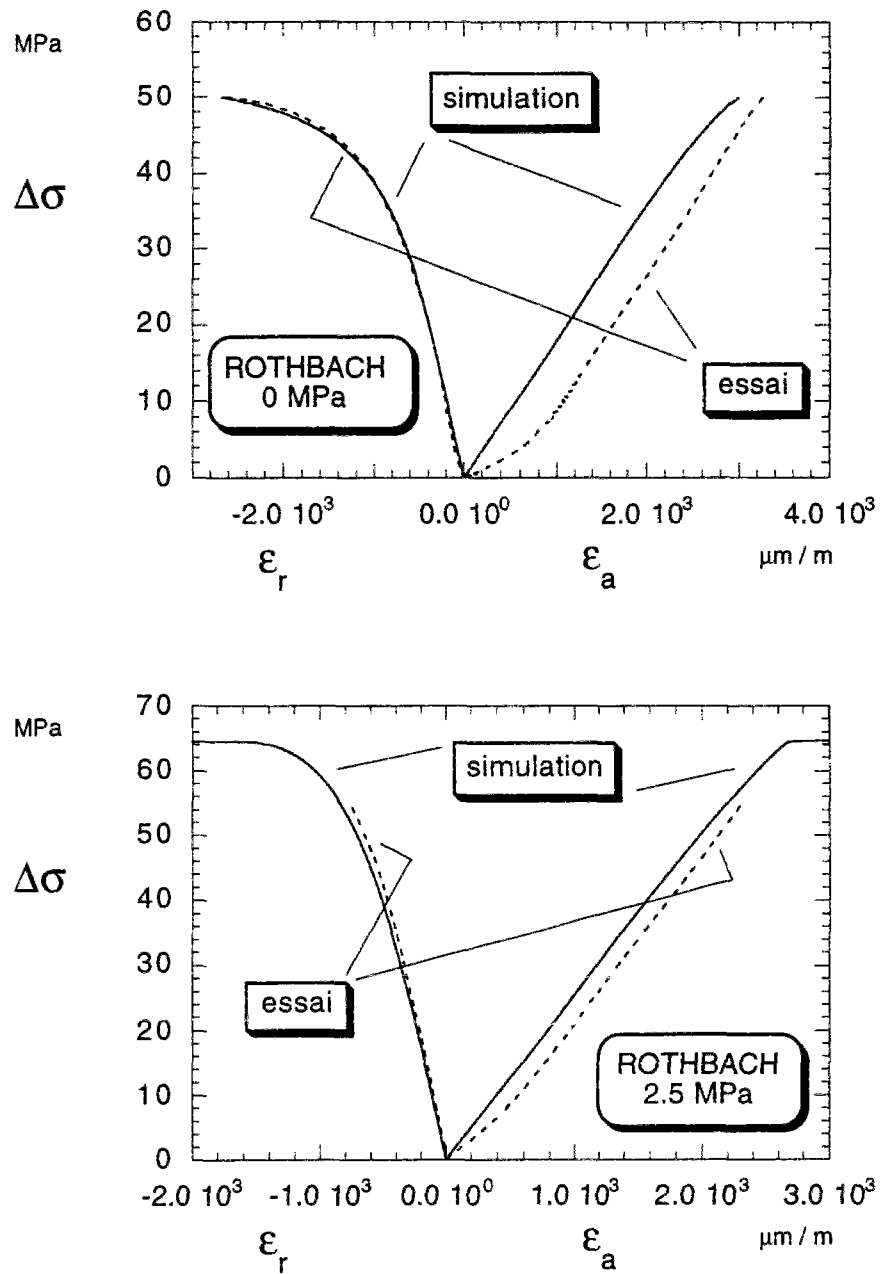


Figure III.34: Simulation des courbes d'un essai uniaxial et d'un essai confiné à 2,5 MPa du Grès de Rothbach.

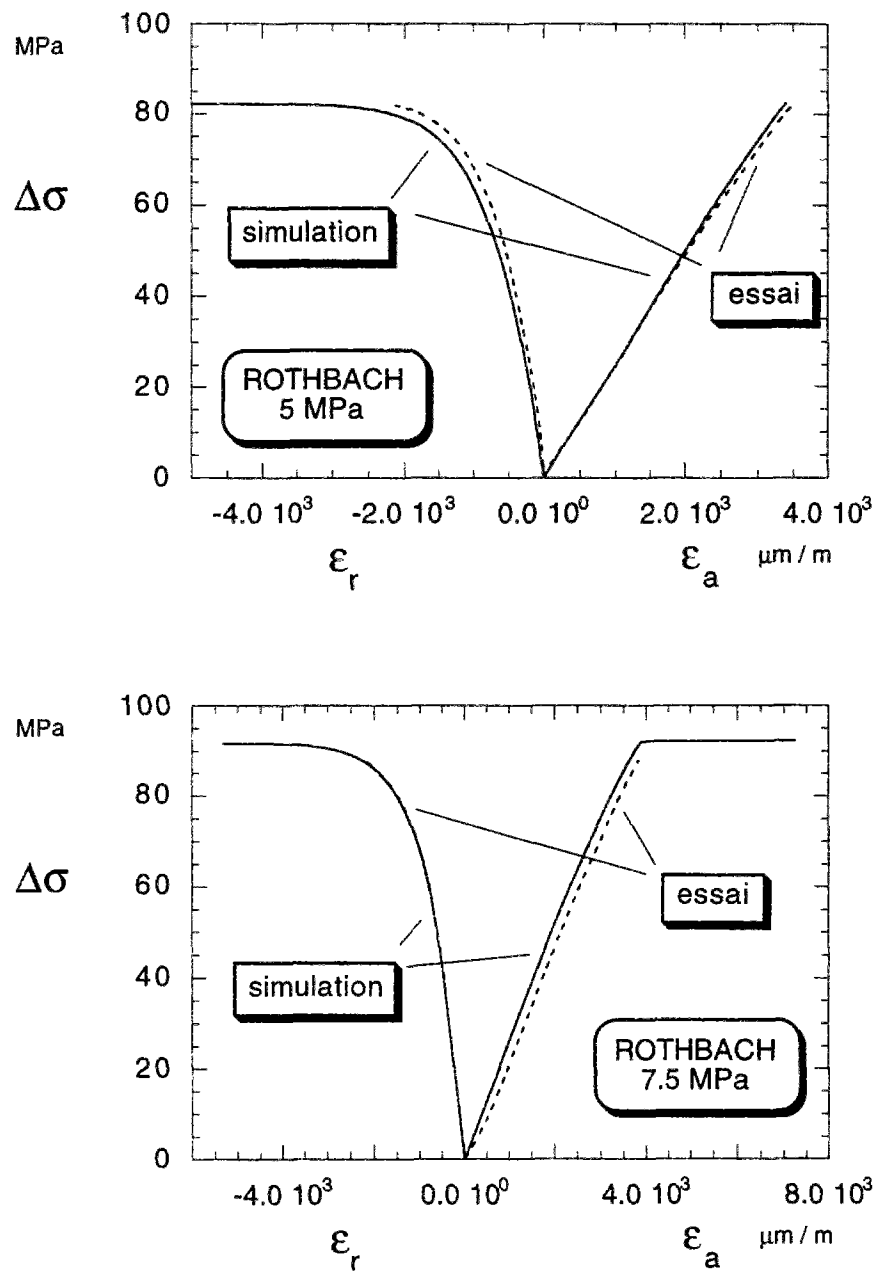


Figure III.35: Simulation des courbes de deux essais confinés à 5,0 MPa et à 7,5 MPa du Grès de Rothbach.

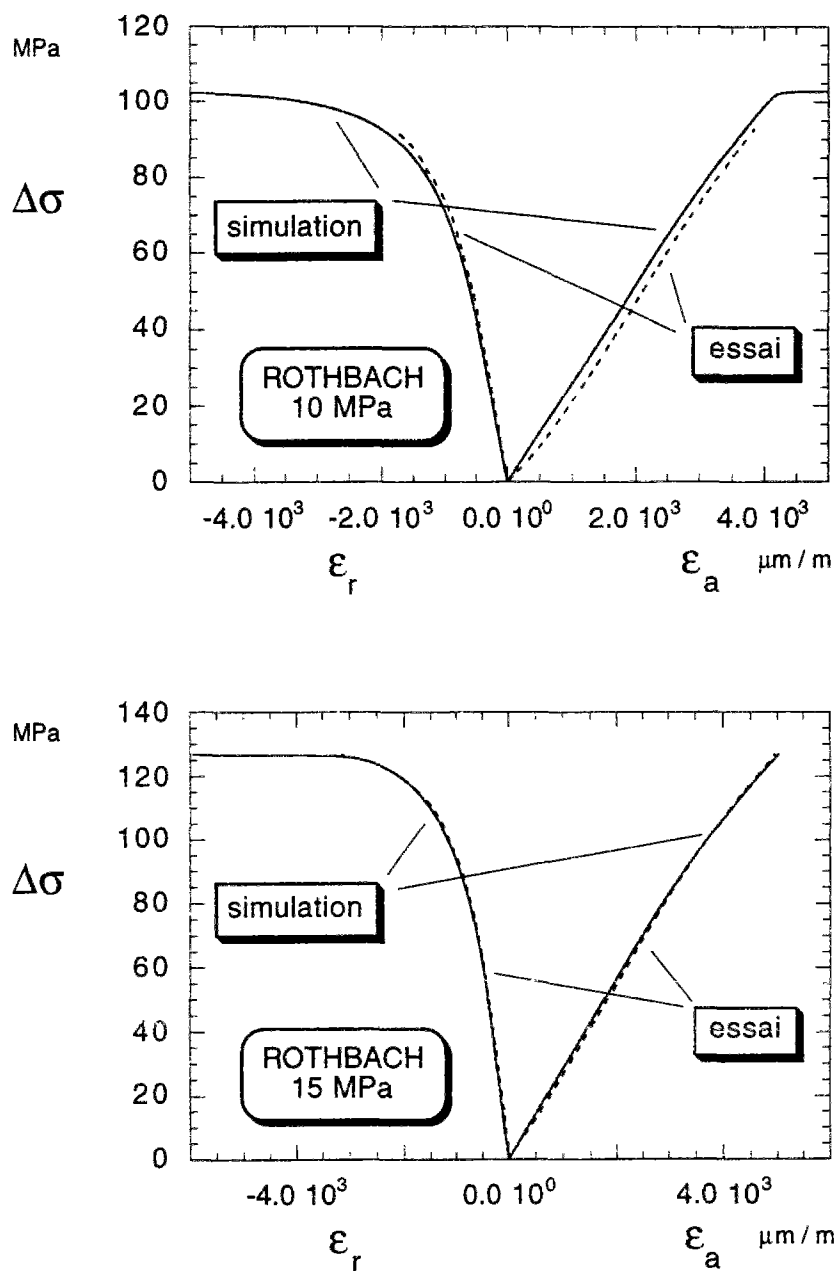


Figure III.36: Simulation des courbes de deux essais confinés à 10,0 MPa et à 15,0 MPa du Grès de Rothbach.

Chapitre IV

Application: stabilité des excavations souterraines à grande profondeur

IV.1 Introduction

L'application du modèle d'endommagement étalonné sur les essais triaxiaux au problème de la cavité souterraine pose la question de la validité de l'extension d'un modèle étalonné sur un chemin de contraintes particulier à un chemin de contraintes quelconque. Cette hypothèse ne peut être vérifiée qu'à partir d'un programme d'essais biaxiaux (en déformation plane). Il faudrait alors dans un processus itératif de simulation et d'expérimentation, calculer à partir d'un étalonnage initial les champs de contraintes et de déformations à la paroi de la cavité, puis appliquer à un échantillon à l'appareil biaxial le chemin de contraintes calculé. La comparaison des champs de déformations calculés et mesurés permettrait alors l'ajustement de l'étalonnage de la loi d'endommagement.

Dans ce chapitre nous utiliserons les lois expérimentales d'évolution de l'endommagement évaluées au chapitre précédent, pour simuler des chemins de contraintes suivis par une cavité souterraine lors de son excavation.

Plus spécifiquement nous avons simulé deux cas, d'intérêt à la fois pratique et théorique dans le domaine de la mécanique des roches: la compression d'un cylindre creux à parois épaisses chargé extérieurement, dont la cavité interne est maintenue à pression radiale nulle et dont la déformation axiale est nulle aussi, et le creusement d'une cavité cylindrique.

Dans les deux cas le problème est en déformation plane ($\varepsilon_z = 0$) (figure IV.2). Cependant le chemin suivi par un point à la paroi des deux cavités est très différent. En effet lorsqu'on examine le chemin de contraintes d'un essai uniaxial dans le plan (p, t) (figure IV.1), on remarque que les parois d'un cylindre creux suivent un chemin semblable à celui de l'essai uniaxial, car les pentes des deux chemins sont:

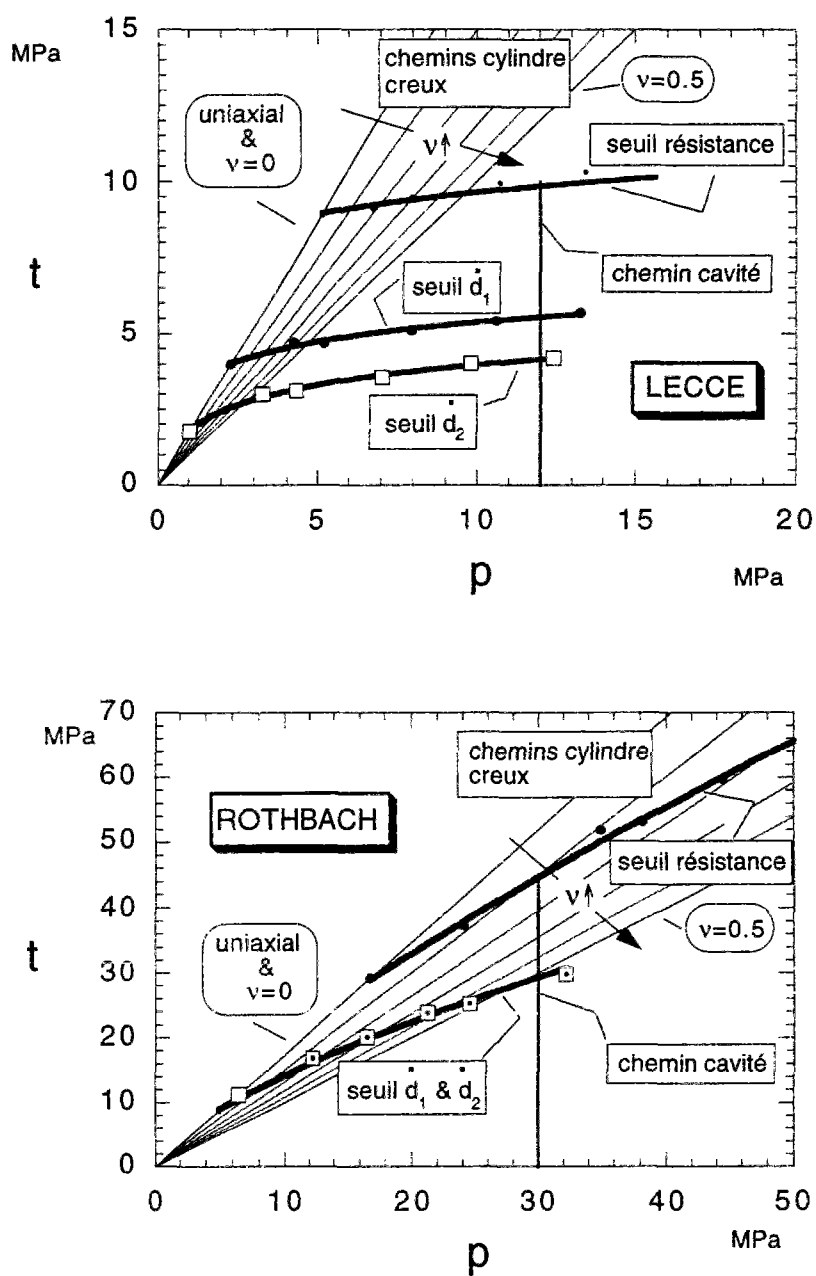
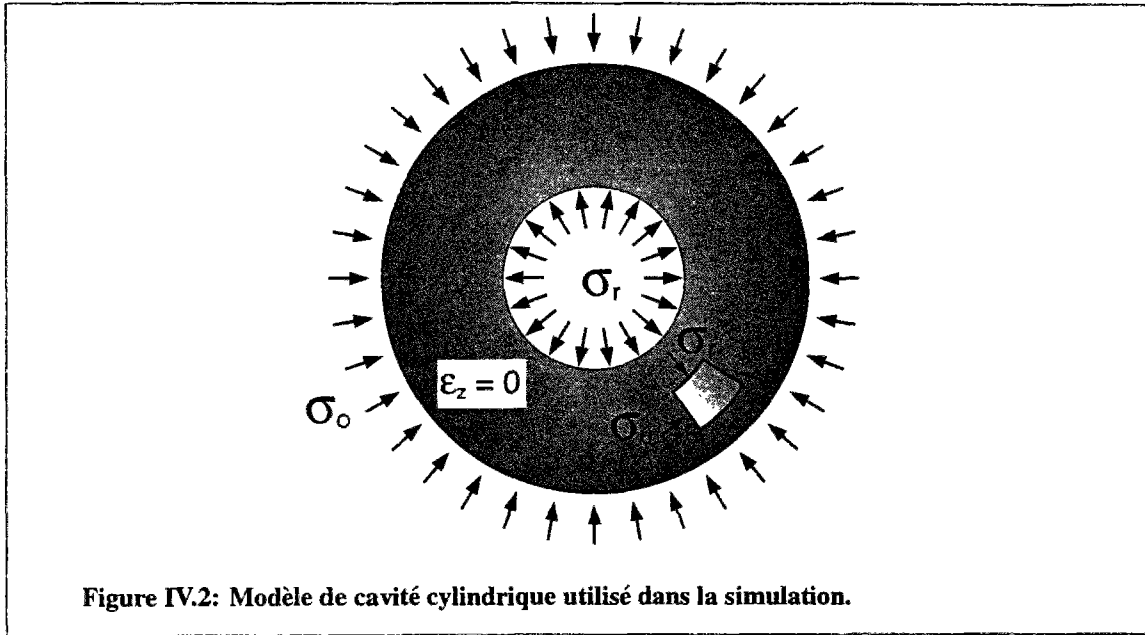


Figure IV.1: Chemins de contraintes pour la Pietra Leccese et le Grès de Rothbach pour un point à la paroi d'une cavité dans un cylindre creux et dans un massif infini.



$$t = \sqrt{3} p$$

pour l'essai uniaxial

$$t = \sqrt{3} \frac{\sqrt{1-\nu} + \nu^2}{1+\nu} p \quad (\text{IV.1})$$

pour l'essai au cylindre creux

et que les deux chemins sont égaux si $\nu = 0$.

Dans le cas d'une cavité cylindrique à comportement élastique-linéaire, par contre, le chemin de contraintes est parallèle à l'axe t , car la pression moyenne de tous les points du massif rocheux reste constante ($\Delta\sigma_\theta = -\Delta\sigma_r$).

Dans la suite du chapitre, nous formulons l'équation différentielle qui décrit le comportement d'une cavité dans un cylindre creux et dans un milieu infini. Ensuite nous décrivons la structure de l'algorithme utilisé pour la résoudre. Enfin nous présentons les résultats des calculs en les comparant avec ceux classiques donnés par la théorie de l'élastoplasticité.

Nous adoptons comme critère de rupture la condition $\dot{d}_r=1$ et/ou $\dot{d}_\theta=1$, correspondant physiquement à la valeur maximale de la vitesse d'endommagement supportée par la roche et numériquement à la valeur nulle des dénominateurs des éléments de la matrice de souplesse dans l'équation IV.2. Nous pourrions ainsi comparer les conditions de rupture pour les deux chemins de contraintes suivis respectivement par le cylindre creux et par la cavité en milieu infini.

IV.2 Définition du problème et méthode de résolution

IV.2.1 FORMULATION DES EQUATIONS

Pour formuler l'équation différentielle qui décrit le comportement d'une cavité cylindrique dans un milieu élastique-endommageable, nous revenons d'abord à la loi rhéologique déjà illustrée au chapitre III et exprimée cette fois-ci en coordonnées cylindriques :

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_\theta \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{r_{i-1}}(1-d_r)_i^2} & \frac{-\nu_{r\theta_{i-1}}}{E_{r_{i-1}}(1-d_r)_i(1-d_\theta)_i} & \frac{-\nu_{rz_{i-1}}}{E_{r_{i-1}}(1-d_r)_i(1-d_z)_i} \\ \frac{-\nu_{\theta r_{i-1}}}{E_{\theta_{i-1}}(1-d_\theta)_i(1-d_r)_i} & \frac{1}{E_{\theta_{i-1}}(1-d_\theta)_i^2} & \frac{-\nu_{\theta z_{i-1}}}{E_{\theta_{i-1}}(1-d_\theta)_i(1-d_z)_i} \\ \frac{-\nu_{zr_{i-1}}}{E_{z_{i-1}}(1-d_z)_i(1-d_r)_i} & \frac{-\nu_{z\theta_{i-1}}}{E_{z_{i-1}}(1-d_z)_i(1-d_\theta)_i} & \frac{1}{E_{z_{i-1}}(1-d_z)_i^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_r \\ \dot{\sigma}_\theta \\ \dot{\sigma}_z \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

où E_p et ν_{pq} ($p = r, \theta, z$ et $q = r, \theta, z$; $p \neq q$) désignent les valeurs des modules élastiques et des coefficients de Poissons **tangents**.

Dans le chapitre II on a démontré qu'entre le module élastique courant E_{p_i} et le module initial E_o il existe la relation:

$$E_{p_i} = E_{p_{i-1}} (1 - d_{p_i}) = E_o \prod_{k=1}^{k=i} (1 - d_{p_k})^2 \quad (\text{IV.3})$$

dont, en posant $D_p = (1 - d_p)$ il découle que pour le coefficient de Poisson, on a la série de relations suivante:

$$\frac{\nu_{pq_i}}{E_{p_i}} = \frac{\nu_{pq_{i-1}}}{E_{p_{i-1}} D_{p_i} D_{q_i}} \Rightarrow \nu_{pq_i} = \nu_{pq_{i-1}} \frac{D_{p_i}}{D_{q_i}} = \nu_o \frac{\prod_{k=1}^{k=i} D_{p_k}}{\prod_{k=1}^{k=i} D_{q_k}} \quad (\text{IV.4})$$

A partir de l'hypothèse de déformation plane:

$$\dot{\varepsilon}_z = 0 \quad (\text{IV.5})$$

nous pouvons donc exprimer $\dot{\sigma}_z$ en fonction de $\dot{\sigma}_r$ et $\dot{\sigma}_\theta$ comme:

$$\dot{\sigma}_{z_i} = \nu_o \prod_{k=1}^{k=i} D_{z_k} \left(\frac{\dot{\sigma}_{r_i}}{\prod_{k=1}^{k=i} D_{r_k}} + \frac{\dot{\sigma}_{\theta_i}}{\prod_{k=1}^{k=i} D_{\theta_k}} \right) \quad (\text{IV.6})$$

La déformation $\dot{\varepsilon}_{p_i}$ devient:

$$\dot{\varepsilon}_{p_i} = \frac{1 - \nu_o^2}{E_o \prod_{k=1}^{k=i} D_{p_k}^2} \dot{\sigma}_{p_i} - \frac{\nu_o(1 + \nu_o)}{E_o \prod_{k=1}^{k=i} D_{p_k} D_{q_k}} \dot{\sigma}_{q_i} \quad (\text{IV.7})$$

d'où, en utilisant les relations dans l'équation IV.4, on obtient:

$$\dot{\varepsilon}_{p_i} = \frac{1 - \nu_o^2}{E_{p_{i-1}} D_{p_i}^2} \dot{\sigma}_{p_i} - \frac{\nu_{pq_{i-1}}(1 + \nu_o)}{E_{p_{i-1}} D_{p_i} D_{q_i}} \dot{\sigma}_{q_i} \quad (\text{IV.8})$$

Finalement sous forme explicite l'équation IV.2 devient:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 - \nu_o^2}{E_{r_{i-1}} D_{r_i}^2} & -\frac{\nu_{r\theta_{i-1}}(1 + \nu_o)}{E_{r_{i-1}} D_{r_i} D_{\theta_i}} \\ -\frac{\nu_{\theta r_{i-1}}(1 + \nu_o)}{E_{\theta_{i-1}} D_{\theta_i} D_{r_i}} & \frac{1 - \nu_o^2}{E_{\theta_{i-1}} D_{\theta_i}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_r \\ \dot{\sigma}_\theta \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

En suivant la solution fournie par Lekhnitskii (Lekhnitskii, 1978) pour une cavité cylindrique dans un milieu élastique à anisotropie radiale, nous exprimons σ_r et σ_θ comme dérivées de la fonction potentielle d'Airy Φ , qui satisfait automatiquement les équations d'équilibre:

$$\dot{\sigma}_{r_i} = \frac{1}{r} \frac{d(\dot{\Phi}_i)}{dr} = \frac{\dot{y}_i}{r} \quad \dot{\sigma}_{\theta_i} = \frac{d^2(\dot{\Phi}_i)}{dr^2} = \dot{y}_i' \quad (\text{IV.10})$$

où $(\dot{})' = \frac{d(\dot{})}{dr}$.

Le problème étant en conditions axisymétriques, les déformations radiale et tangentielle sont ainsi reliées au déplacement u_{r_i} :

$$\dot{\varepsilon}_{r_i} = \dot{u}_{r_i}' \quad \dot{\varepsilon}_{\theta_i} = \frac{\dot{u}_{r_i}}{r} \quad (\text{IV.11})$$

Nous substituons les égalités IV.10 et IV.11 dans IV.9, nous dérivons ensuite la deuxième équation de IV.9 et la substituons dans la première pour obtenir finalement l'équation différentielle suivante:

$$r^2 \dot{y}_i'' + A_i r \dot{y}_i' + B_i \dot{y}_i = 0 \quad (\text{IV.12})$$

où

$$\begin{aligned} A_i &= \left[1 - r \left(\frac{E'_{\theta_{i-1}}}{E_{\theta_{i-1}}} + 2 \frac{D'_{\theta_i}}{D_{\theta_i}} \right) \right] \\ B_i &= \frac{1}{D_{r_i}^2} [r(a_i + b_i) + c_i] \\ a_i &= -\frac{\nu'_{\theta r_{i-1}}}{1 - \nu_o} D_{\theta_i} D_{r_i} \\ b_i &= \frac{\nu_{\theta r_{i-1}}}{1 - \nu_o} \left(\frac{E'_{\theta_{i-1}}}{E_{\theta_{i-1}}} D_{\theta_i} D_{r_i} + D'_{r_i} D_{\theta_i} + D_{r_i} D'_{\theta_i} \right) \\ c_i &= -\frac{E_{\theta_{i-1}}}{E_{r_{i-1}}} D_{\theta_i}^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

C'est une équation de deuxième ordre, ordinaire, homogène et non linéaire, car les composantes $\dot{d}_r$ et $\dot{d}_\theta$ du tenseur de vitesse d'endommagement sont fonctions du champ des contraintes. On remarque facilement que l'équation IV.12 est une généralisation à un milieu élasto-endommageable de l'équation classique qui décrit le comportement d'un milieu élastique dans les mêmes conditions. Pour un endommagement nul IV.12 devient:

$$r^2 \dot{y}'' + r \dot{y}' - \dot{y} = 0 \quad (\text{IV.14})$$

La structure de l'équation IV.12 nous révèle que le modèle utilisé permet un passage très souple du régime élastique-linéaire au régime élastique-endommageable, car les valeurs de $\dot{d}_r$ et $\dot{d}_\theta$ sont très faibles au début de la phase d'endommagement. Cela est un avantage par rapport aux solutions élasto-plastiques classiques, qui donnent des changements brutaux des allures de σ_θ et σ_r (Ribacchi et Riccioni, 1977).

Le modèle utilisé n'a été calé que pour des chemins de charges croissants et monotones et il ne considère qu'un comportement élastique-endommageable. Un enrichissement prévu du modèle concerne le couplage de l'endommagement avec la plasticité, qui

permettra de mieux décrire des matériaux comme la Pietra Leccese, pour lesquelles le comportement ductile joue un rôle très important.

Nous avons intégré cette équation numériquement en utilisant la méthode expliquée dans le paragraphe suivant.

IV.3 Algorithme de résolution

L'intégration numérique de Runge-Kutta est une méthode classique, robuste et facile à programmer, qui calcule la solution d'un problème à valeurs initiales. Nous avons utilisé celle du quatrième ordre, qui permet de contrôler la solution à l'intérieur de l'intervalle d'intégration. Le schéma de résolution est illustré à la figure IV.3.

Le modèle impose des conditions aux limites aussi bien à la paroi de la cavité qu'à la frontière externe du domaine d'intégration, représentée, dans le cas de la cavité, par un point suffisamment éloigné de la paroi et, dans le cas du cylindre creux, par un point sur la surface extérieure. A cause de ces conditions mixtes, nous utilisons la technique du tir: nous imposons des conditions initiales à la paroi de la cavité (les valeurs de $\Delta\sigma_r$ et $\Delta\sigma_\theta$) puis nous évaluons l'erreur par rapport aux conditions finales (σ_r à l'infini ou σ_r sur la surface extérieure du cylindre creux). A chaque *tir* l'interdépendance entre les vitesses d'endommagement et les contraintes demande de faire un certain nombre de cycles, très faible d'ailleurs, pour obtenir la convergence de la solution.

En figure IV.4 nous avons tracé l'organigramme de l'algorithme utilisé pour la simulation du creusement de la cavité; le même algorithme, à quelques changements près, est utilisable pour le cylindre creux. Le paramètre que nous utilisons pour *tirer* à la bonne solution est le coefficient κ qui exprime la relation entre $\Delta\sigma_\theta$ et $\Delta\sigma_r$ (incrément négatif de confinement radial pour la cavité) ou $\Delta\sigma_o$ (incrément du confinement radial externe pour le cylindre creux). Au début du calcul ce paramètre a des valeurs données par la théorie élastique des cavités cylindriques:

$$\begin{array}{ll} \Delta\sigma_\theta = -1 \Delta\sigma_r & \Delta\sigma_\theta = 2 \frac{\rho^2}{\rho^2 - 1} \Delta\sigma_o \\ \text{pour la cavité} & \text{pour le cylindre creux} \end{array} \quad (\text{IV.15})$$

où ρ est le rapport entre le rayon extérieur et le rapport intérieur du cylindre creux. Il en découle que:

$$\begin{array}{ll} \kappa = 1 & \kappa = 2 \frac{\rho^2}{\rho^2 - 1} \\ \text{pour la cavité} & \text{pour le cylindre creux} \end{array} \quad (\text{IV.16})$$

Runge-Kutta Cet algorithme calcule la solution du problème à valeurs initiales

$$y'' = f(x, y, y') \quad \text{avec} \quad y(x_0) = y_0 \quad \text{et} \quad y'(x_0) = y'_0$$

INPUT: valeurs initiales x_0, y_0, y'_0 , longueur du pas h_i , nombre de pas N .

OUTPUT: Évaluation de y_{n+1} , valeur estimée de $y(x_{n+1})$ au point $x_{n+1} = x_0 + \sum_i^n h_i$

For $i = 0, 1, N$

$$k_1 = \frac{1}{2}h_i f(x_i, y_i, y'_i)$$

$$k_2 = \frac{1}{2}h_i f(x_i + \frac{1}{2}h_i, y_i + K, y'_i + k_1)$$

$$\text{où } K = \frac{1}{2}h_i(y'_i + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = \frac{1}{2}h_i f(x_i + \frac{1}{2}h_i, y_i + K, y'_i + k_2)$$

$$k_4 = \frac{1}{2}h_i f(x_i + h_i, y_i + L, y'_i + 2k_3)$$

$$\text{où } L = h_i(y'_i + k_3)$$

$$x_{i+1} = x_i + h_i$$

$$y_{i+1} = y_i + h_i(y'_i + \frac{1}{3}(k_1 + k_2 + k_3))$$

OUTPUT

x_{i+1}, y_{i+1} (évaluation de la solution en x_{i+1})

$y'_{i+1} = y'_i + \frac{1}{3}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + 2k_4)$ (valeur nécessaire pour le pas suivant)

FIN

Figure IV.3: Schéma de l'algorithme pour la méthode d'intégration de Runge-Kutta du quatrième ordre (D'après Kreyszig, 1988).

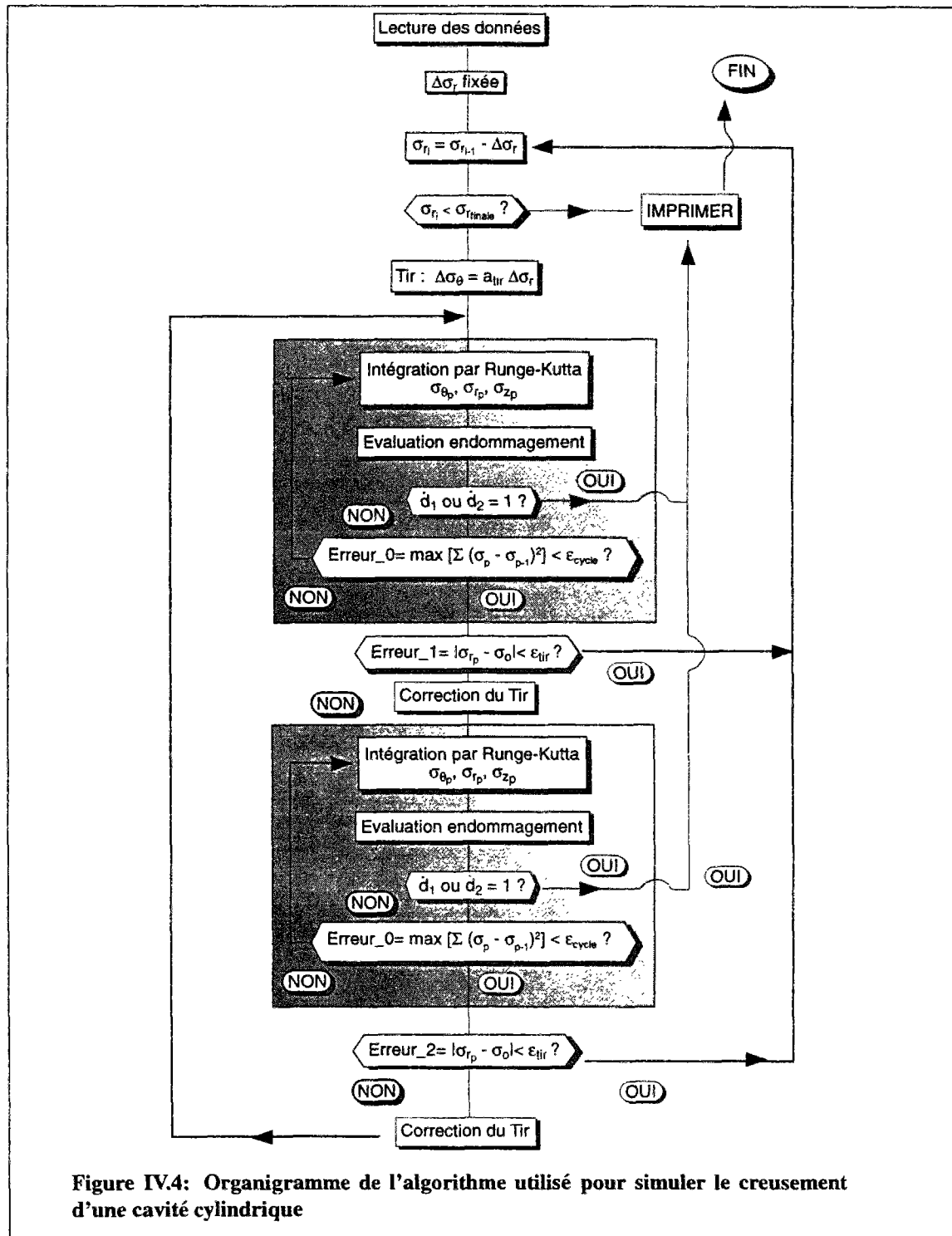


Figure IV.4: Organigramme de l'algorithme utilisé pour simuler le creusement d'une cavité cylindrique

Lorsque le chemin dépasse le seuil d'endommagement, la roche devient de moins en moins capable de soutenir des nouveaux incréments de charge; à cela correspond une décroissance progressive du paramètre κ , dont l'allure permet ainsi d'apprécier le degré d'endommagement de la roche à la paroi.

Quoique nos surfaces de vitesses d'endommagement soient définies jusqu'à la rupture ($\dot{d}_r = \dot{d}_\theta = 1$), il n'est toutefois pas aisé de s'approcher de la limite de résistance à cause de la forte croissance des vitesses d'endommagement près de cette zone (figures III.26 et III.27). Pour résoudre ce problème, nous avons adopté une subdivision des pas temporels de façon à ce que les incréments de σ_r et σ_θ deviennent de plus en plus petits au fur et à mesure qu'on s'approche du seuil. La même chose a été faite pour la discrétisation spatiale où les intervalles sont plus petits à proximité de la cavité.

Le temps de calcul est de 15 minutes environ sur une station de travail Sun SparkC 20.

IV.4 Exemples numériques

Dans cette deuxième partie du chapitre nous présentons les résultats des simulations concernant le chargement latéral d'un cylindre creux et le creusement d'une cavité cylindrique à grande profondeur, soumise à l'infini à un état de contraintes isotropes. Nous avons simulé quatre situations: un cylindre creux de calcarénite et de grès et une cavité cylindrique dans la calcarénite et le grès. Afin de confronter les résultats du cylindre creux et de la cavité cylindrique dans la dernière section du chapitre, dans les calculs on a utilisé un rayon externe égal à dix fois le rayon de la cavité, bien que dans les essais aux cylindres creux le rayon externe soit en réalité trois ou quatre fois le rayon interne.

Pour chaque situations nous présentons des graphiques qui clarifient les aspects les plus intéressants des résultats obtenus. Nous montrons d'abord le chemin des contraintes d'un point à la paroi de la cavité et les allures de $\dot{d}_r$ et $\dot{d}_\theta$ en fonction du rayon normalisé; ensuite nous comparons l'allure élastique et l'allure élasto-endommagée et, où on les a calculées, l'allure élasto-plastiques et l'allure élasto-endommagée des contraintes et des déformations. Enfin, pour un point à la paroi de la cavité, nous présentons les courbes effort-déformation calculées, $(\varepsilon_\theta, \sigma_\theta)$ et $(\varepsilon_r, \sigma_\theta)$, pour les comparer aux courbes élastiques correspondantes.

IV.4.1 CYLINDRE CREUX

Dans la simulation, on suppose qu'au début le cylindre creux est déchargé ($p=t=0$, figure IV.1) et qu'il est soumis à un chargement latéral, la déformation axiale persistant nulle; par conséquent, le chemin de contrainte d'un point à la paroi de la cavité dépendra de la valeur initiale du coefficient de Poisson et il sera compris dans le faisceau de chemins montré sur la figure IV.1.

La Pietra Leccese

L'allure du chemin des contraintes endommagées montre une certaine différence par rapport à l'allure du chemin des contraintes élastiques (figure IV.5a), notamment en ce qui concerne la valeur finale de t , car le chemin élastique dépasse le seuil de rupture, ce qui est une explication pour les cas de stabilité élastique anormale observés en laboratoires et cités dans le premier chapitre. En effet, le point correspondant à l'état *vrai* de la roche, qui est l'état endommagé, se déplace vers des valeurs plus faibles de la contrainte moyenne et de l'intensité de la contrainte de cisaillement et ainsi il demeure au dessous du seuil de résistance. Par contre, le point correspondant à l'état *fictif* de la roche, qui est l'état élastique non endommagé, garde des valeurs de p et de t plus élevées. En utilisant une image exotique on pourrait parler d'un *mirage des contraintes* dû à l'effet de l'endommagement.

La simulation prévoit pour la calcarénite une faible anisotropie, qui est témoignée par la petite différence entre les composantes du tenseur de vitesse d'endommagement en fonction du rayon normalisé (figure IV.5b).

Quoique le chemin de contrainte endommagé soit différent du chemin élastique, l'allure des champs de contraintes et de déformations pour le modèle avec endommagement de la Pietra Leccese n'est pas très différente de celle du modèle élastique (les paramètres élastiques initiaux choisis sont $E_o = 6,5$ GPa et $\nu_o = 0,2$), sauf à la proximité de la paroi, où σ_θ endommagée devient plus faible que σ_θ élastique et montre un pic très doux (agrandissement sur la figure IV.6a). La même observation est valable pour les déformations radiale et tangentielle (agrandissements en figure IV.6b).

On remarque que, bien que σ_θ soit maximal à l'intérieur de la roche, la vitesse d'endommagement maximale est obtenue à la paroi. Cette valeur maximale de σ_θ marque un seuil au delà duquel la vitesse d'endommagement prend des valeurs critiques pour la stabilité de la paroi.

Pour un point à la paroi il est possible de tracer les courbes $(\sigma_\theta, \varepsilon_\theta)$ et $(\sigma_\theta, \varepsilon_r)$ (figure IV.8a), ce qui nous donne le moyen d'observer son comportement au cours du chargement et de le comparer au comportement élastique-linéaire.

Comme le chemin de contraintes pour un point de la cavité est semblable à celui d'une compression uniaxiale, les courbes rappellent celles des essais uniaxiaux (figure IV.8b). Néanmoins on remarque que la contrainte σ_θ au pic est supérieure à la résistance en compression simple de la roche.

Les parties finales des courbes, qui présentent des plateaux très similaires aux plateaux d'écoulement plastique, cachent en réalité des pics extrêmement peu marqués.

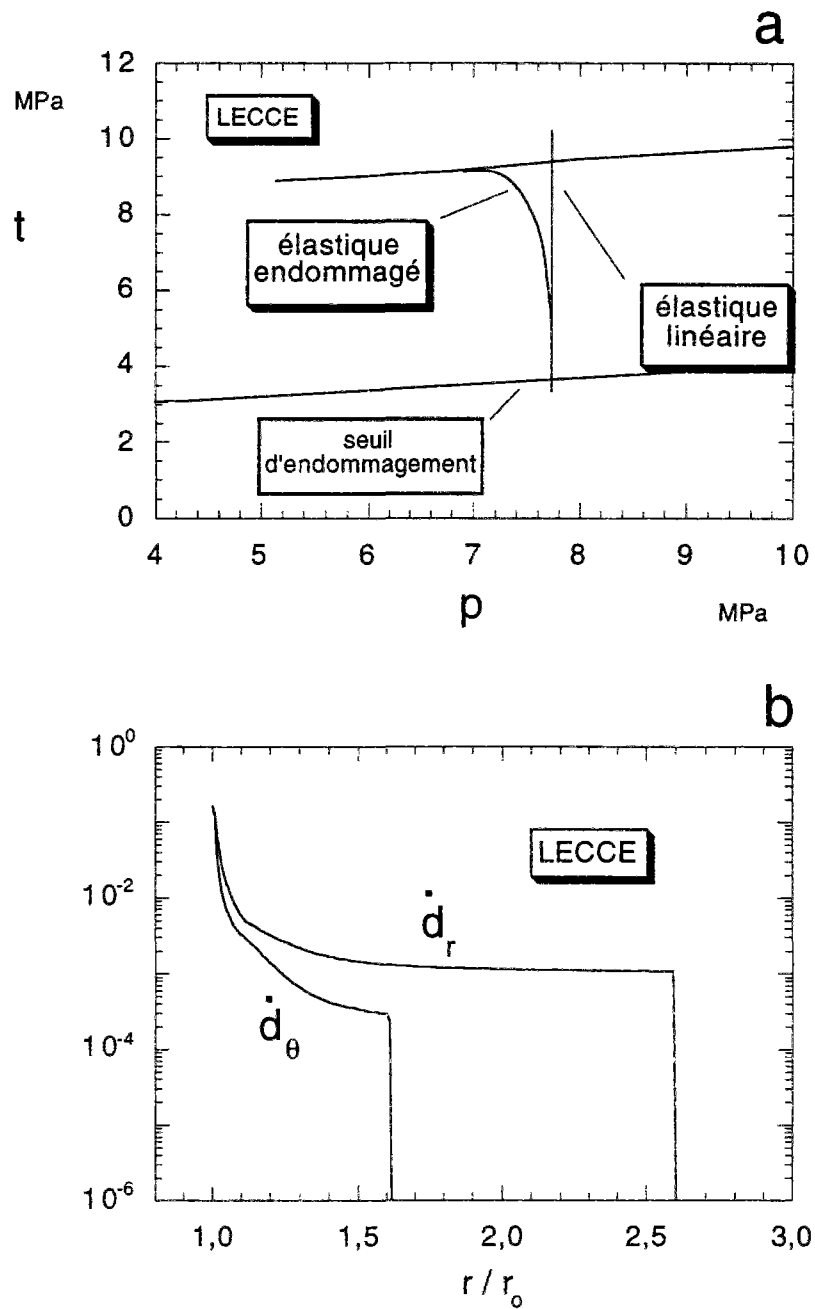


Figure IV.5: Chemins de contraintes le long du rayon du cylindre creux (a) et courbes des vitesses d'endommagement (b) en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese.

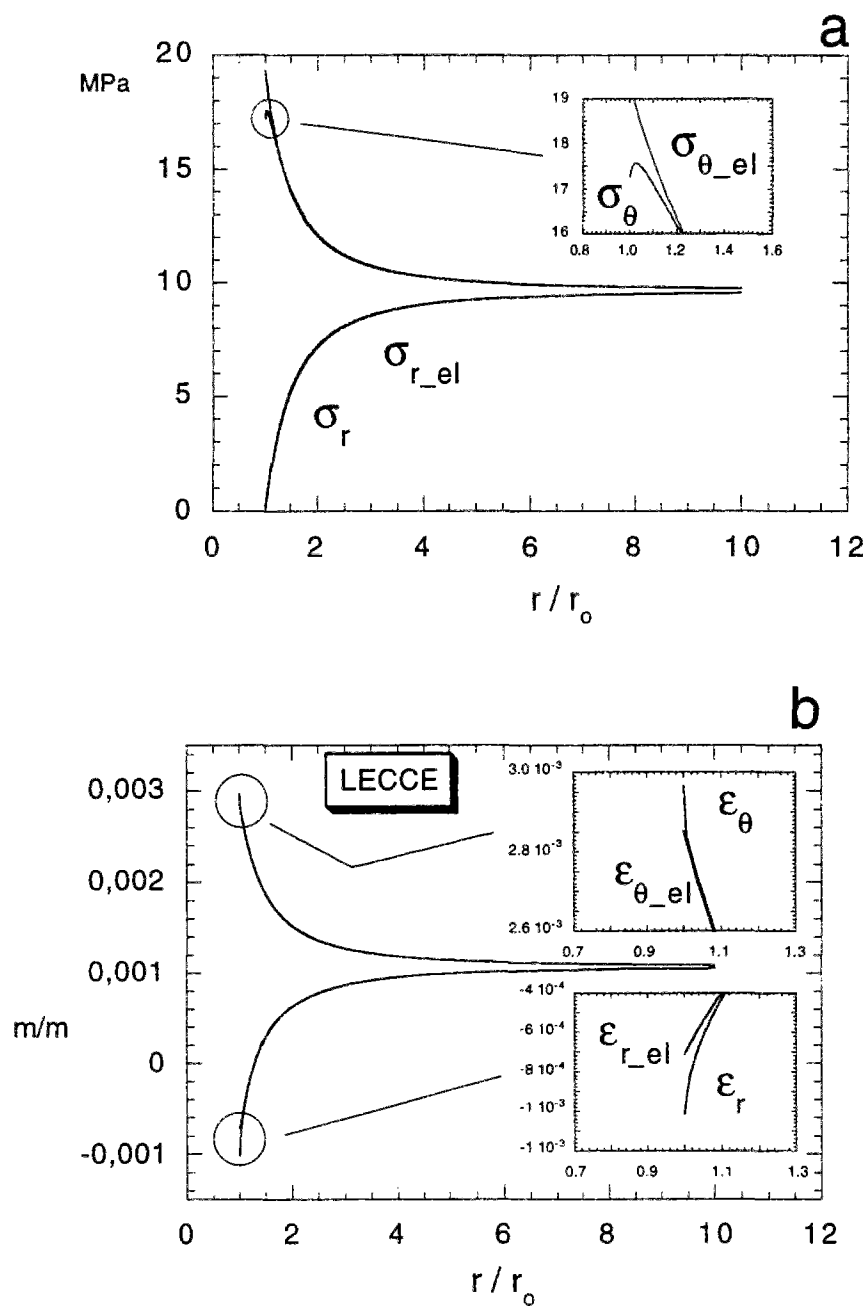


Figure IV.6: Allures des contraintes et des déformations élastiques-linéaires (a) et élastiques endommagées (b) dans un cylindre creux en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese.

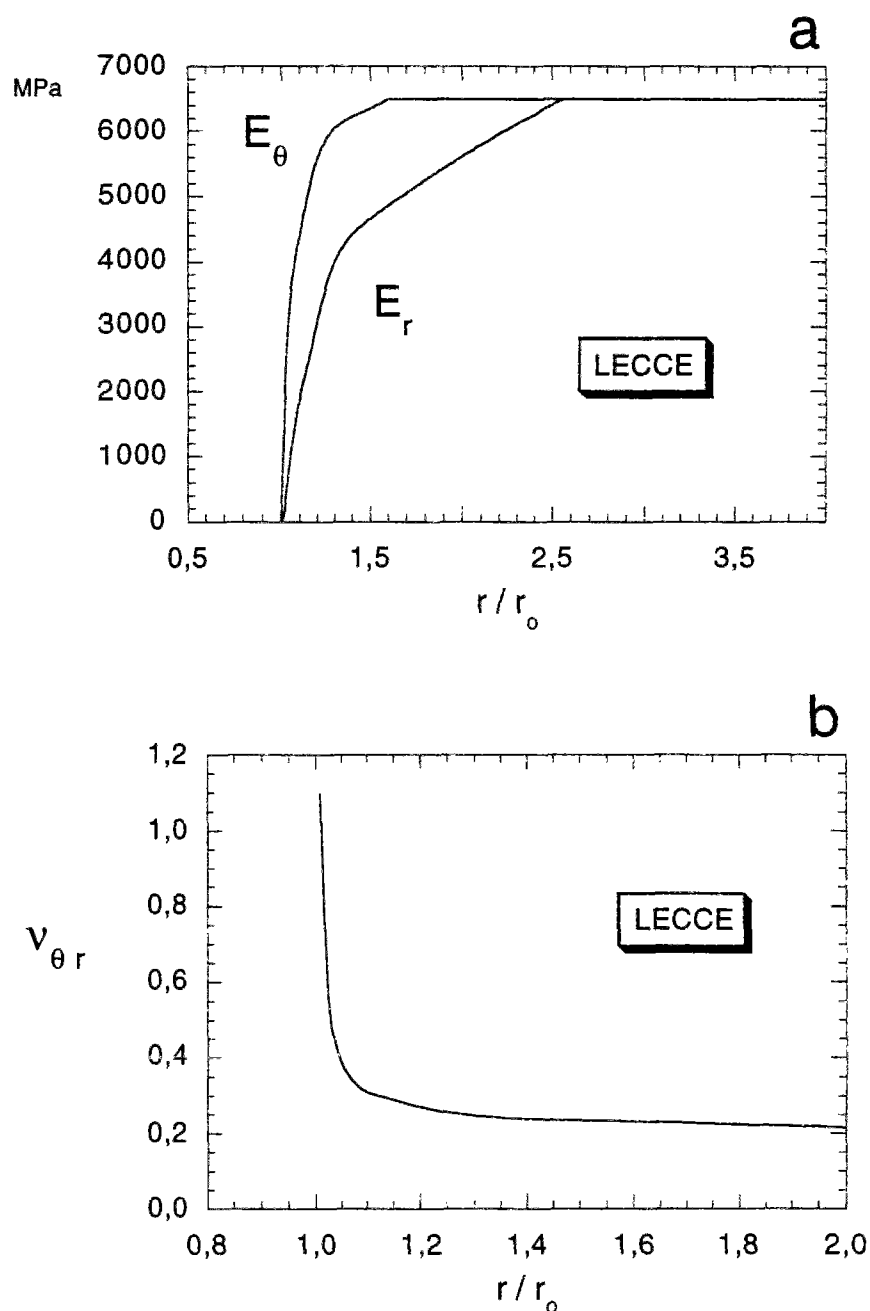


Figure IV.7: Allures des modules élastiques (a) et du coefficient de Poisson tangent (b) dans un cylindre creux en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese.

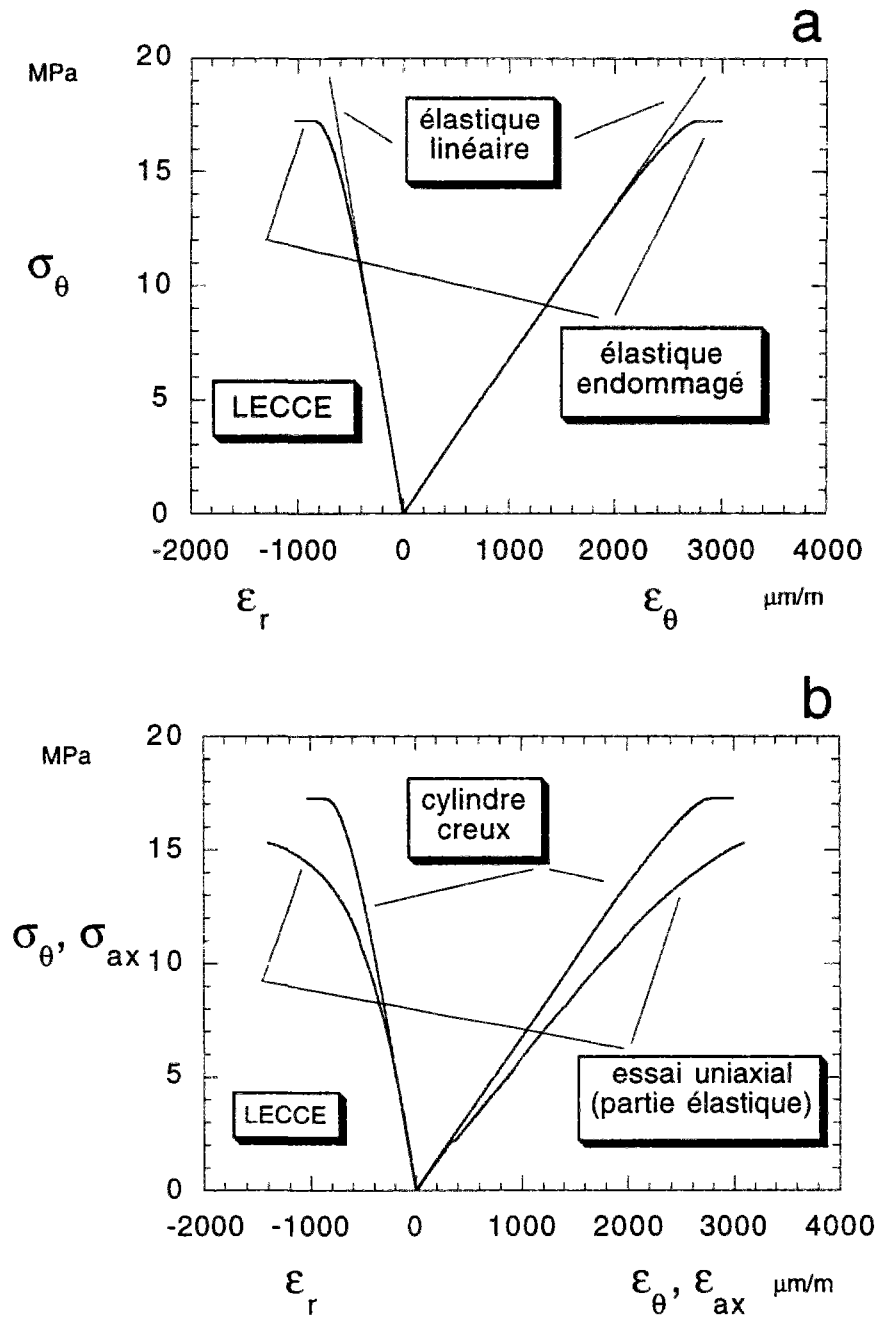


Figure IV.8: Courbes effort-déformation élastique-linéaire et élastique-endommagée d'un point à la paroi de la cavité d'un cylindre creux (a) et comparaison avec les courbes uniaxiales (b) (Pietra Leccese).

Le Grès de Rothbach

Les paramètres élastiques initiaux choisis sont $E_o = 28,5$ GPa et $\nu_o = 0,15$. Le chemin de contraintes du grès est tout à fait semblable à celui de la Pietra Leccese (figure IV.9a) et les contraintes et les déformations ont des allures semblables à celles tracées pour la Pietra Leccese (figures IV.10a et b), avec un pic de la σ_θ à l'intérieur de la couronne du cylindre creux et la ε_θ et la ε_r endommagées presque égales aux déformations élastiques correspondantes.

La comparaison, entre la Pietra Leccese et le Grès de Rothbach, des vitesses d'endommagement $\dot{d}_r$ et $\dot{d}_\theta$ (figure IV.5b et figure IV.9b) et des modules élastiques E_r et E_θ le long de la direction radiale (figure IV.7a et figure IV.11a) montre l'importance de l'anisotropie induite dans le cas du grès par rapport à celui de la calcarénite. Alors que pour la Pietra Leccese les composantes radiales et tangentielle de l'endommagement et des modules élastiques ont des valeurs moins éloignées et sont pratiquement égales à la paroi, celles-ci diffèrent de plusieurs ordres de grandeur dans le cas du grès. Cette anisotropie induite se manifeste aussi par les valeurs très importantes du coefficient de Poisson tangent $\nu_{\theta r}$ dans le cas du grès (figures IV.7b et IV.11b).

Il faut souligner que le degré d'anisotropie induite plus important donne à cette roche un caractère plus fragile qui se manifeste d'une part par un pic de σ_θ plus marqué que le pic de la Pietra Leccese (comparer les figures IV.6a et IV.10a). et d'autre part par une déformation radiale plus importante (comparer les figures IV.6b et IV.10b) près de la cavité.

L'anisotropie induite, plus importante dans le grès, se manifeste aussi dans la courbe ($\sigma_\theta, \varepsilon_\theta$) (figure IV.12a), dont l'allure fait supposer une rupture fragile en compression. En outre la comparaison entre la résistance de l'échantillon, soumis à compression uniaxiale (50 MPa), et du point à la paroi de la cavité ($\sigma_\theta = 95$ MPa) (figure IV.12a) montre une augmentation très importante de la résistance à la compression en ce dernier cas. Cela s'explique par la sensibilité au confinement, qui est majeure pour le grès que pour la calcarénite.

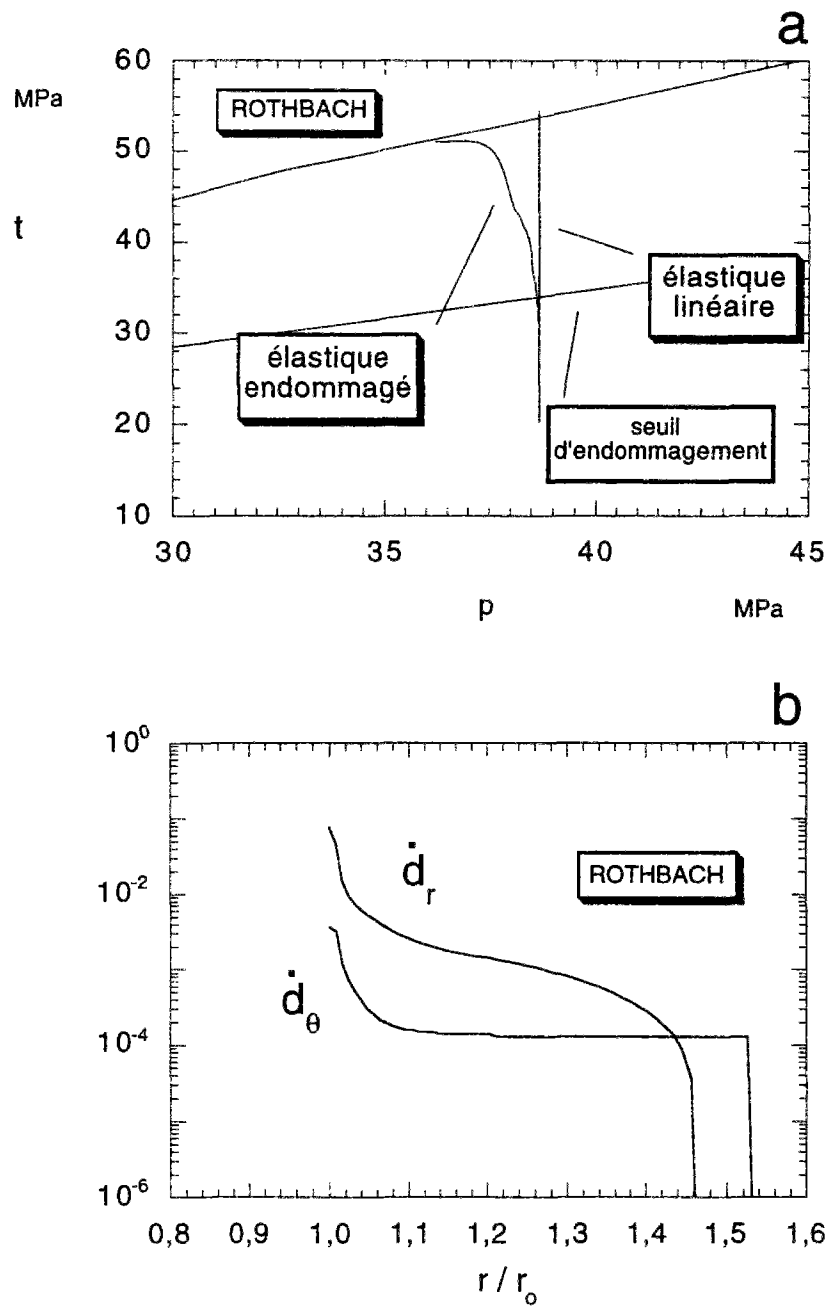


Figure IV.9: Chemins de contraintes le long du rayon du cylindre creux (a) et courbes des vitesses d'endommagement (b) en fonction du rayon normalisé pour le Grès de Rothbach.

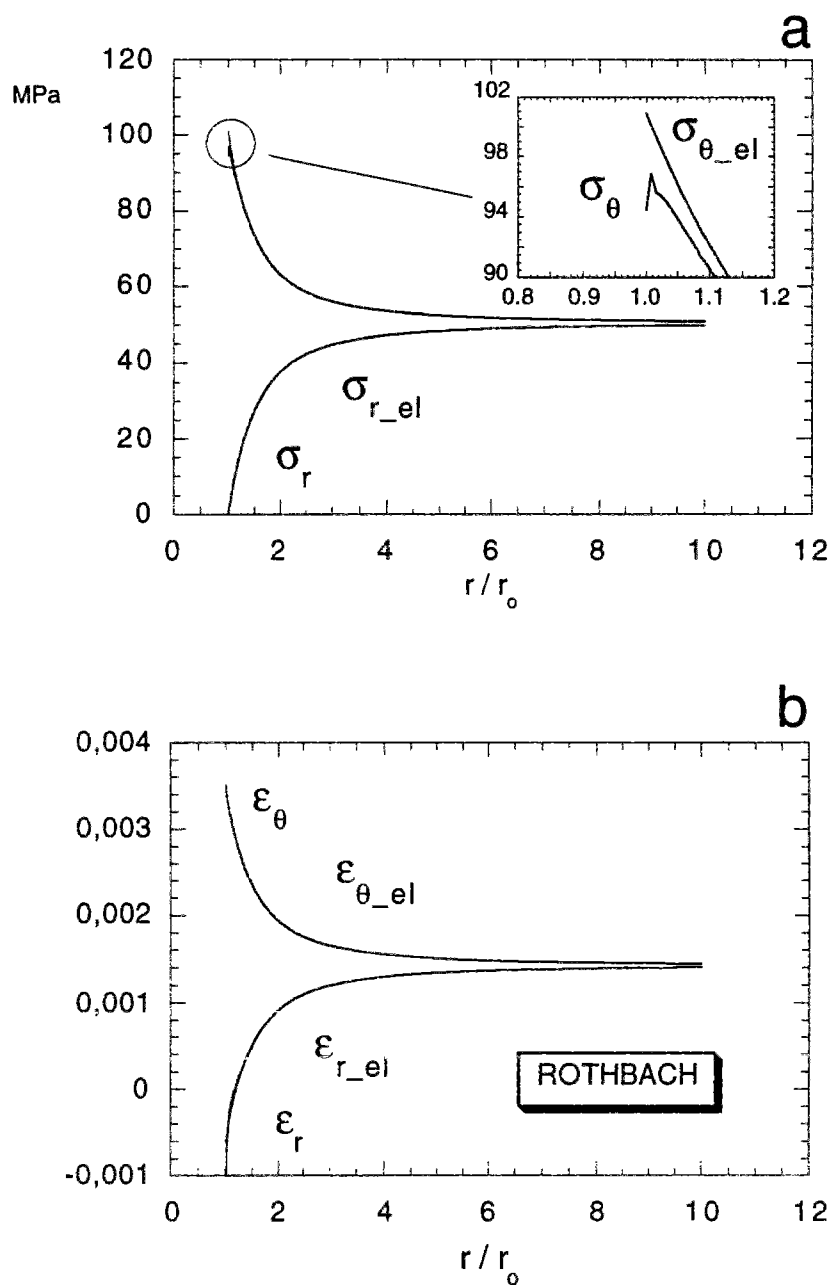


Figure IV.10: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élastiques linéaires et élastiques endommagées dans un cylindre creux en fonction du rayon normalisé pour le Grès de Rothbach.

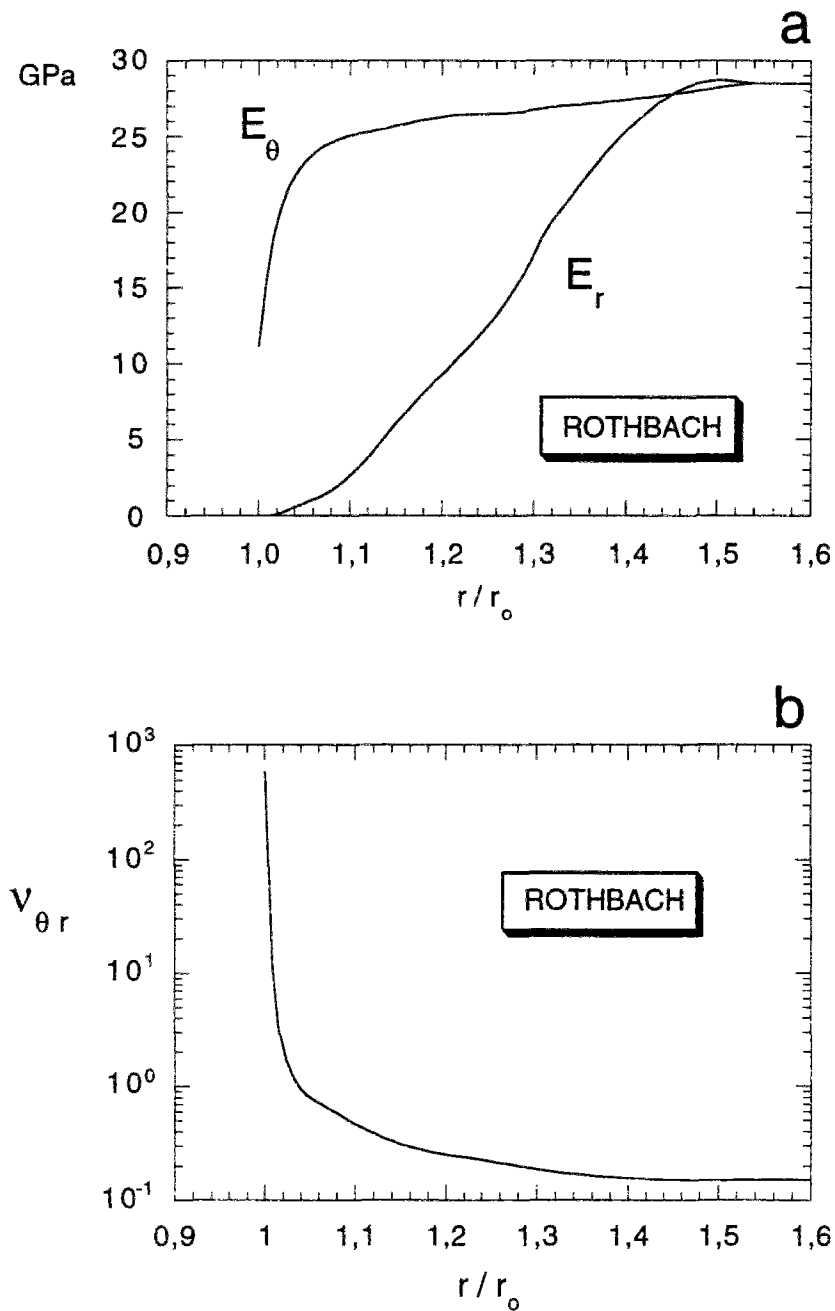


Figure IV.11: Allures des modules élastiques (a) et du coefficient de Poisson tangent (b) dans un cylindre creux en fonction du rayon normalisé pour le Grès de Rothbach.

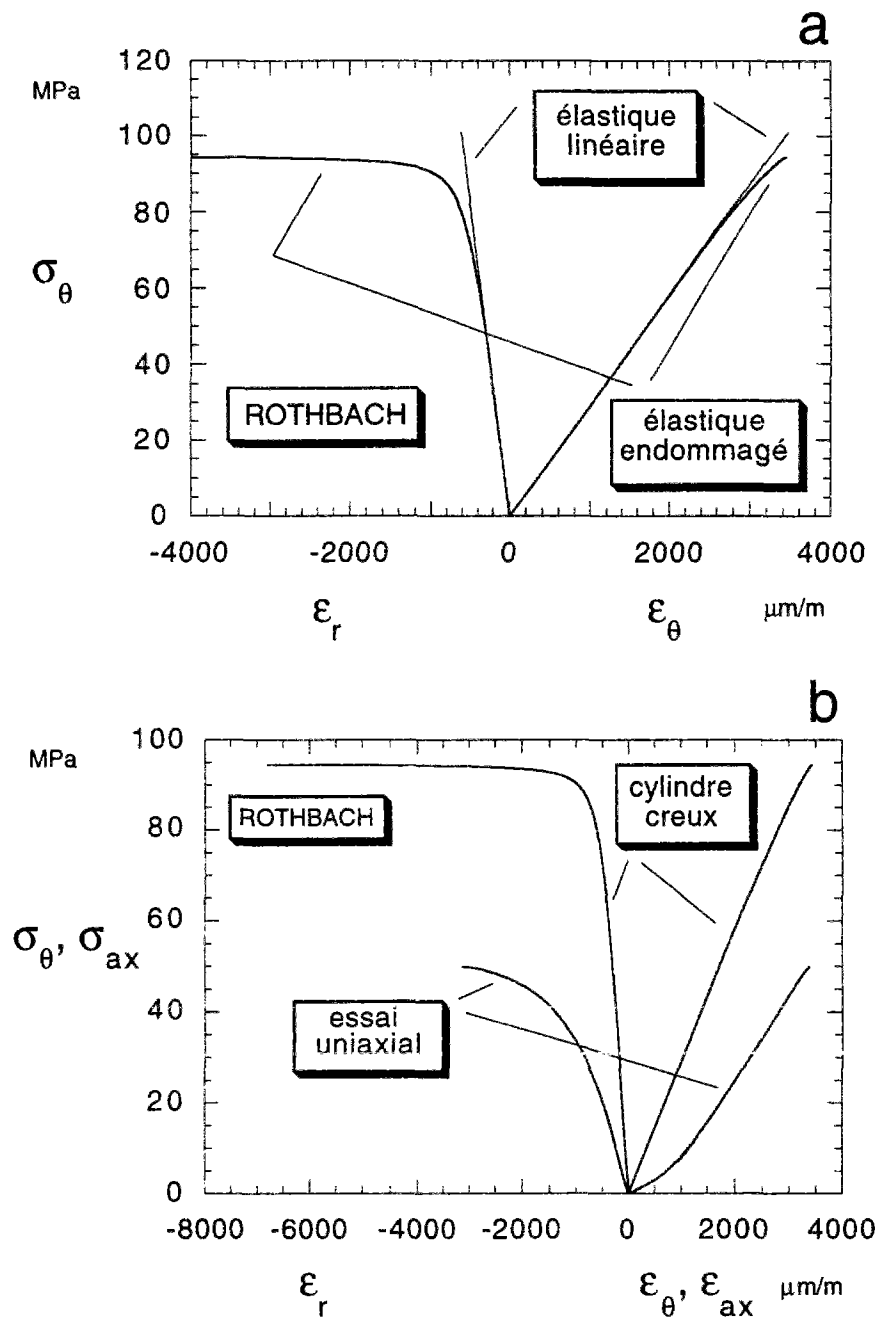


Figure IV.12: Courbes effort-déformation élastique-linéaire et élastique-endommagée (a) d'un point à la paroi de la cavité d'un cylindre creux et comparaison avec les courbes uniaxiales (b) (Grès de Rothbach).

IV.4.2 CAVITE CYLINDRIQUE

La Pietra Leccese

Pour la Pietra Leccese la base de données expérimentales nous permet de considérer un état de contraintes initial σ_o dans le massif allant jusqu'à 12 MPa. Nous avons obtenu que la rupture, pour un confinement nul à la paroi, était obtenue pour $\sigma_o = 10,5$ MPa.

Les paramètres élastiques initiaux sont $E_o = 6,5$ GPa et $\nu_o = 0,2$.

Les graphiques qu'on reporte ici se rapportent à l'avant-dernier pas de calcul, avant que l'algorithme ne devienne instable parce que la valeur maximale de l'endommagement est atteinte et les dénominateurs des éléments de la matrice de souplesse deviennent nuls.

Nous montrons sur les figures IV.13a et IV.13b le chemin de contraintes avec l'allure des composantes du tenseur de la vitesse d'endommagement. On remarque que l'anisotropie induite diminue au voisinage de la paroi où les modules d'élasticité se rapprochent jusqu'à devenir presque égaux et le coefficient de Poisson tangent croît rapidement.

Les allures des contraintes et des déformations radiales endommagées (figure IV.14) ne changent, par rapport à celles de l'élastique linéaire, que tout près de la cavité, où σ_θ montre un pic très peu marqué et ε_r devient très grande à la paroi. Néanmoins, le modèle prévoit une stabilité de la paroi à des niveaux de contraintes où la solution du calcul plastique, obtenue en utilisant un critère de Coulomb ($c = 6.3$ MPa et $\phi = 8^\circ$) (Ribacchi et Riccioni, 1977), prévoit, par contre, la présence d'un anneau plastique (figure IV.15 a). On remarque par contre que les déformations obtenues pour le modèle d'endommagement et le modèle de plasticité sont sensiblement les mêmes (figure IV.15 b).

Les modules élastiques radial et tangentiel (figure IV.16a) témoignent de l'existence d'une anisotropie induite qui se réduit tout près de la cavité, où le coefficient de Poisson $\nu_{r\theta}$ prend des valeurs très importantes (figure IV.16b).

Si l'on trace les courbes $(\sigma_\theta, \varepsilon_\theta)$ et $(\sigma_\theta, \varepsilon_r)$ on observe l'existence d'un pic plus marqué que celui obtenu pour le cylindre creux. Notons que, même dans cette phase post pic, l'endommagement continue à croître; cela s'explique par le fait que les composantes du tenseur vitesse d'endommagement sont fonction des invariants des contraintes p et t et que, même après le pic, le point représentatif de la roche à la paroi continue à se déplacer vers le seuil de vitesse d'endommagement maximal sur les surfaces d'endommagement dans le plan (p, t) (figure IV.13a).

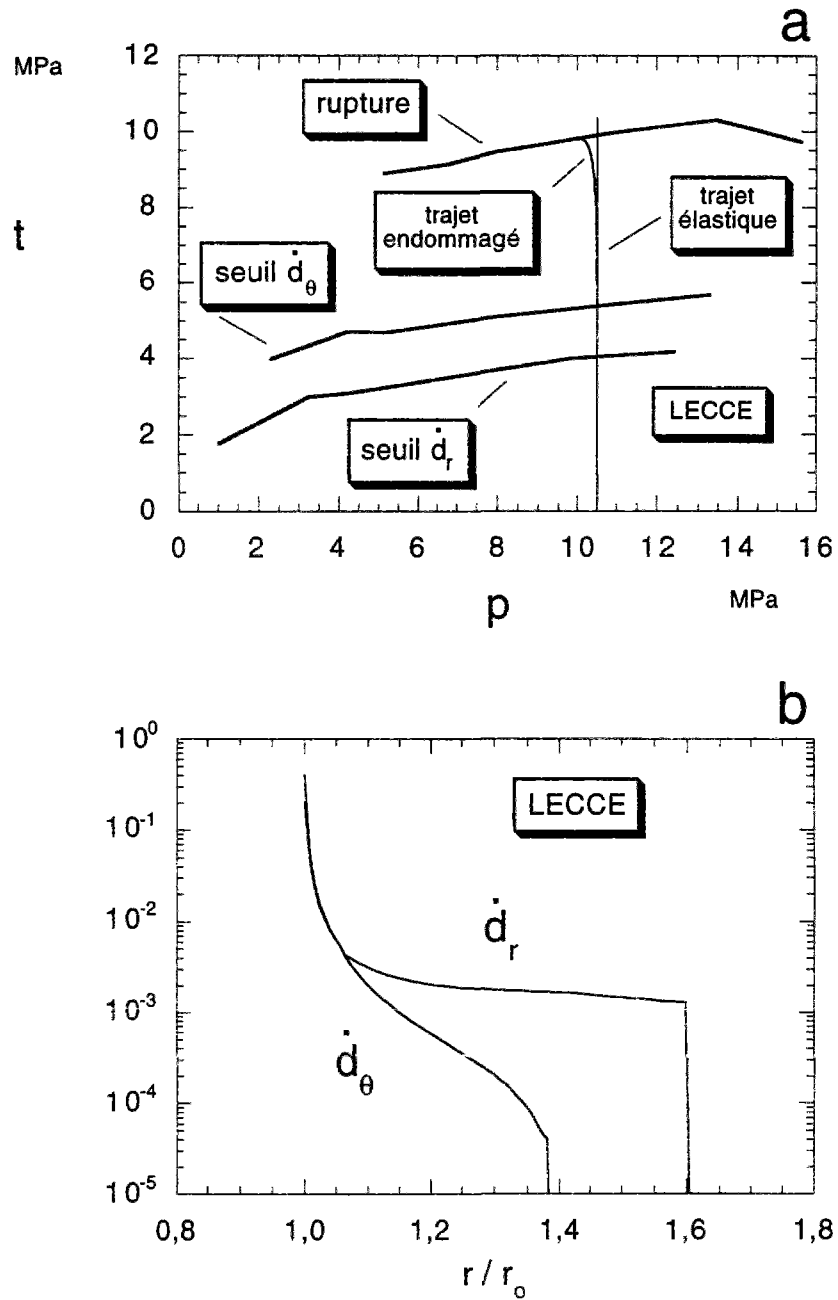


Figure IV.13: Chemins de contraintes le long du rayon de la cavité (a) et courbes des vitesses d'endommagement (b) en fonction du rayon normalisé de la cavité pour la Pietra Leccese.

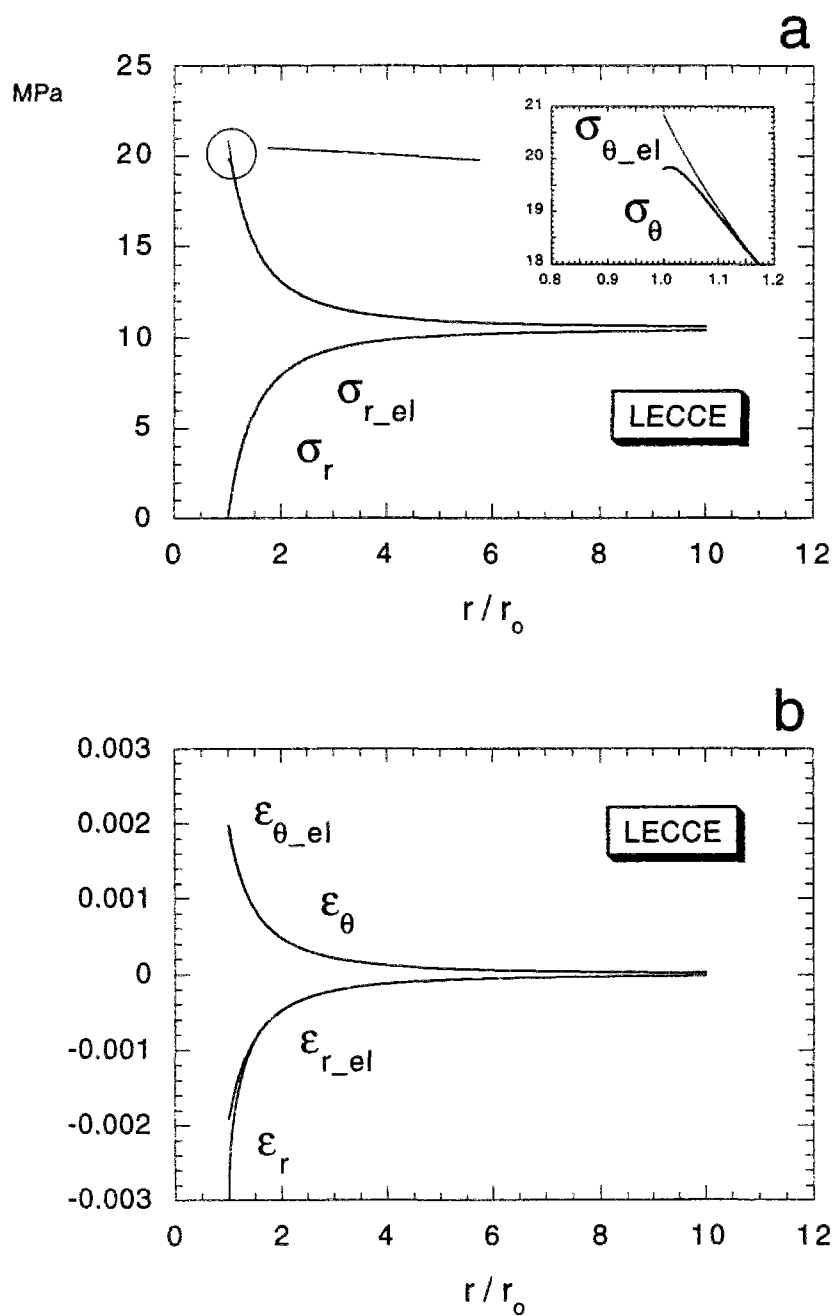


Figure IV.14: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élastiques linéaires et élastiques endommagées en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese (cavité).

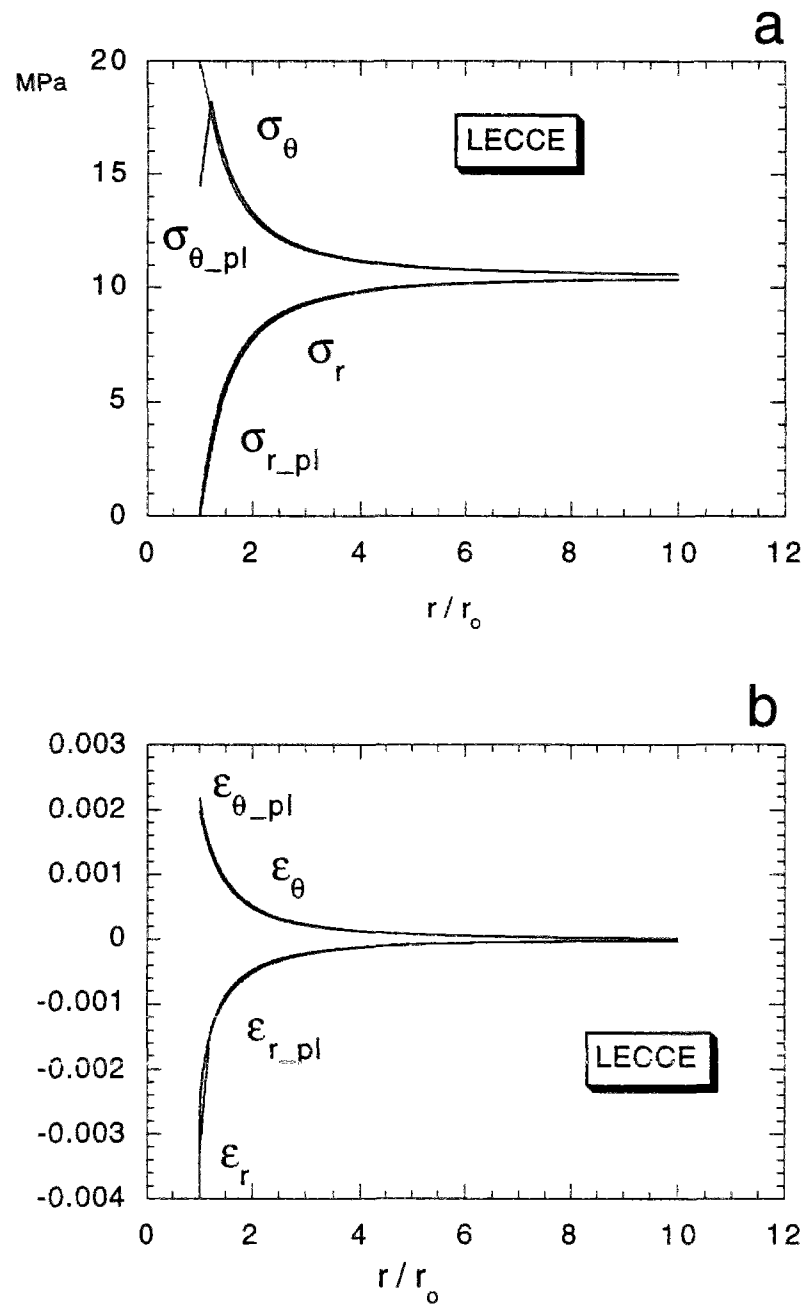


Figure IV.15: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élasto-plastiques et élastiques endommagées en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese (cavité).

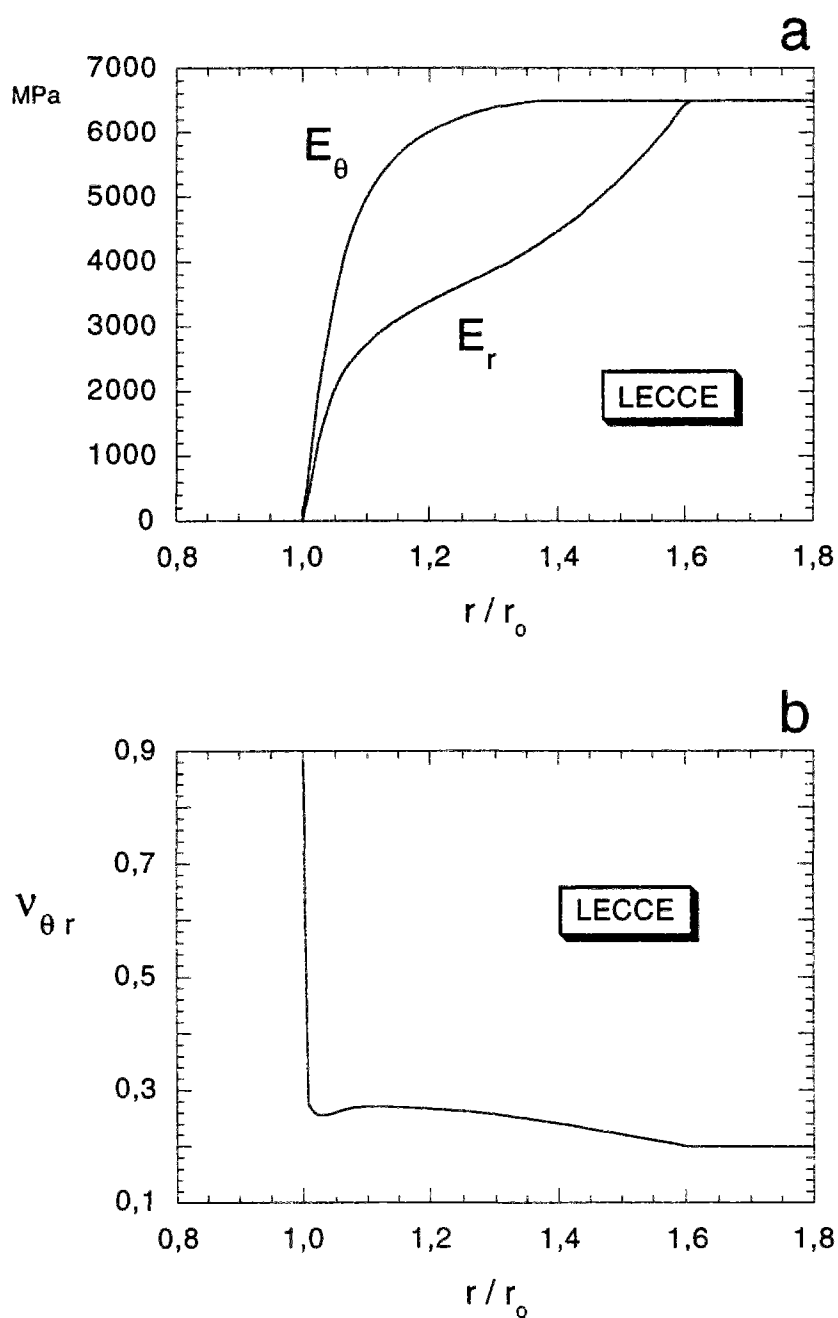


Figure IV.16: Allures des modules élastiques (a) et du coefficient de Poisson (b) tangent en fonction du rayon normalisé pour la Pietra Leccese (cavité).

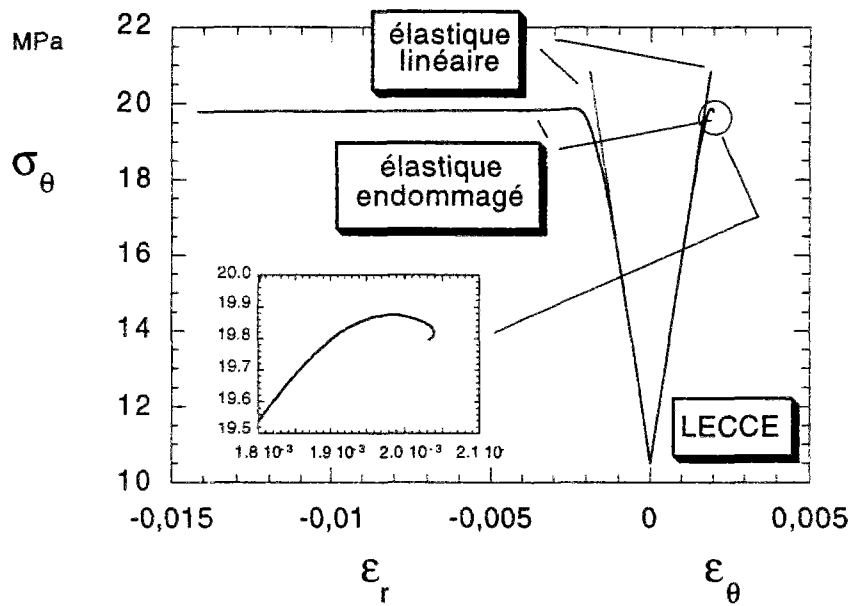


Figure IV.17: Courbes effort-déformation élastique-linéaire et élastique-endommagée d'un point à la paroi de la cavité pour la Pietra Leccese (cavité).

Le Grès de Rothbach

Pour le grès la base de données expérimentales ne nous permet pas d'envisager des simulations pour des pressions initiales à l'intérieur de la cavité supérieures à 30 MPa. En effet, l'appareillage expérimental nous a limité, pour les essais triaxiaux, à une pression de confinement de 15 MPa. Le calcul montre que, pour une contrainte initiale en place de 30 MPa, la rupture n'est pas atteinte lorsque la contrainte radiale à la paroi est déchargée jusqu'à 0 ($\dot{\epsilon}_r = 1,05 \cdot 10^{-3}$ et $\dot{\epsilon}_\theta = 0,06 \cdot 10^{-3}$). Les paramètres élastiques initiaux sont $E_o = 28,5$ GPa et $\nu_o = 0,15$.

Pour une contrainte initiale de 30 MPa et un déchargement de la contrainte radiale à la paroi jusqu'à 0, on a reporté sur la figure IV.18 l'évolution des contraintes et des déformations radiales et tangentielles. On remarque que celles-ci ne diffèrent pas de celles obtenues pour un calcul élastique linéaire. En effet l'endommagement reste très faible. Notons que pour la même configuration un calcul élastoplastique ($c = 10,6$ MPa et $\phi = 40^\circ$) montre l'existence d'un anneau plastifié de rayon 1,024 (figure IV.19a) auquel correspond une déformation radiale plastique légèrement majeure que celle endommagée (figure IV.19b).

On a poussé le calcul jusqu'à obtenir la rupture en considérant des contraintes radiales négatives à la paroi. Cependant nous considérons cette phase comme une expérience numérique, car l'extrapolation du modèle à un régime dans lequel une des contraintes principales devient négative n'est pas validée expérimentalement. Notons toutefois que le modèle reste théoriquement et thermodynamiquement valide dans ce régime de contraintes.

Le chemin des contraintes endommagées (figure IV.20a) présente à nouveau l'allure vue dans les autres cas mais, cette fois-ci, avec un petit saut final, qui est relié à une instabilité du comportement du point à la paroi de la cavité. Une anisotropie induite très importante est montrée par les allures des vitesses d'endommagement (figure IV.20b).

En figure IV.21 nous avons associé les graphiques des contraintes et des déformations élastiques linéaires et élastiques-endommagées, tracées en fonction du rayon normalisé. Quoique les contraintes ne soient pas très différentes, les déformations, surtout la déformation radiale, ressentent le changement des paramètres élastiques le long du rayon dû à l'anisotropie induite tout autour de la cavité. Elle est telle que E_r s'affaiblit rapidement lorsqu'on s'approche de la paroi, alors que E_θ garde des valeurs plus élevées jusqu'à l'écroulement lorsqu'on arrive au seuil de rupture (figure IV.22a); aussi la valeur du coefficient de Poisson, près de la cavité, confirme le rôle très important de l'anisotropie induite. Cela reflète, d'ailleurs, les allures des composantes du tenseur de vitesse d'endommagement tracées sur la figure IV.20b.

Le calcul élasto-plastique, toujours conduit selon la solution de Ribacchi et Riccioni, aboutit à la plastification complète du massif.

Comme on l'a fait dans les cas précédents, on trace les courbes $(\sigma_\theta, \epsilon_\theta)$ et (σ_r, ϵ_r)

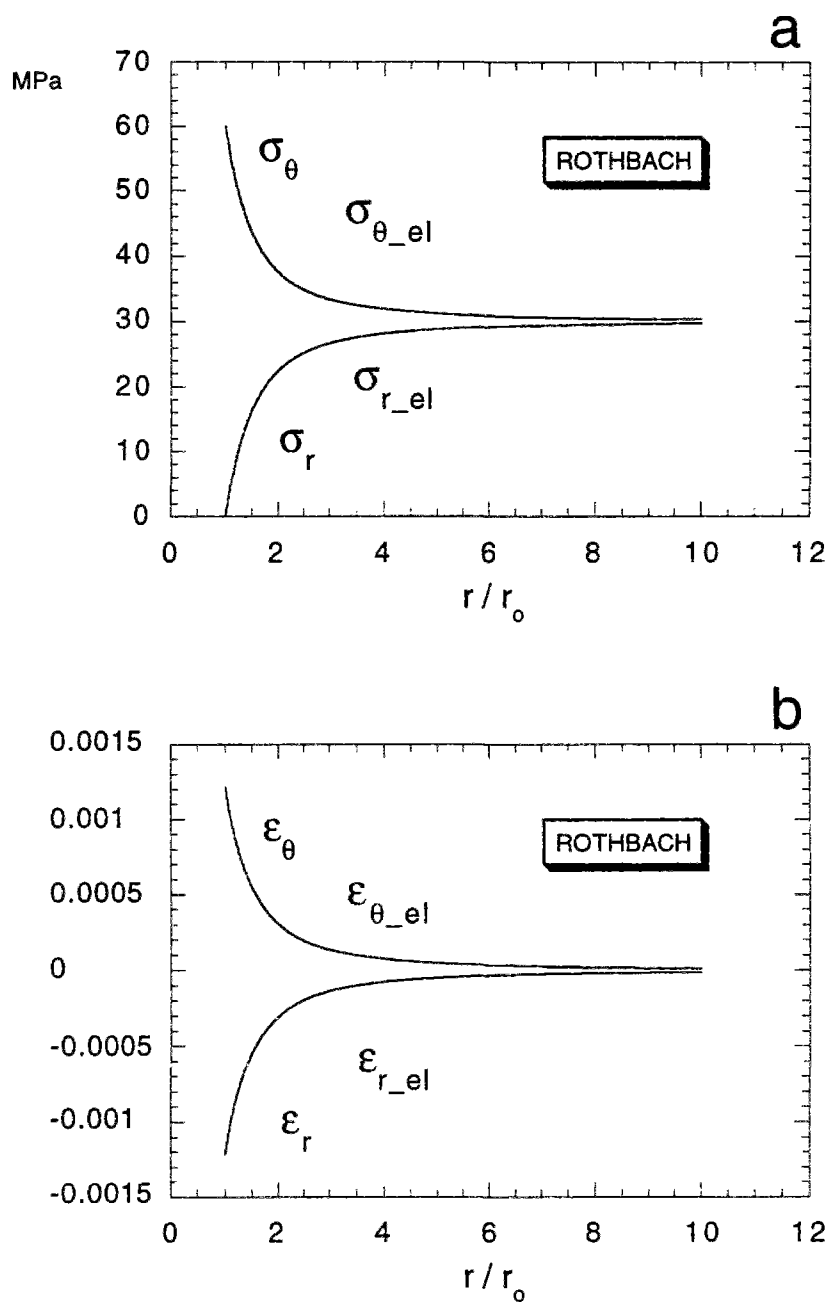


Figure IV.18: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élastiques-linéaires et élastiques endommagées en fonction du rayon normalisé pour le Grès de Rothbach (cavité).

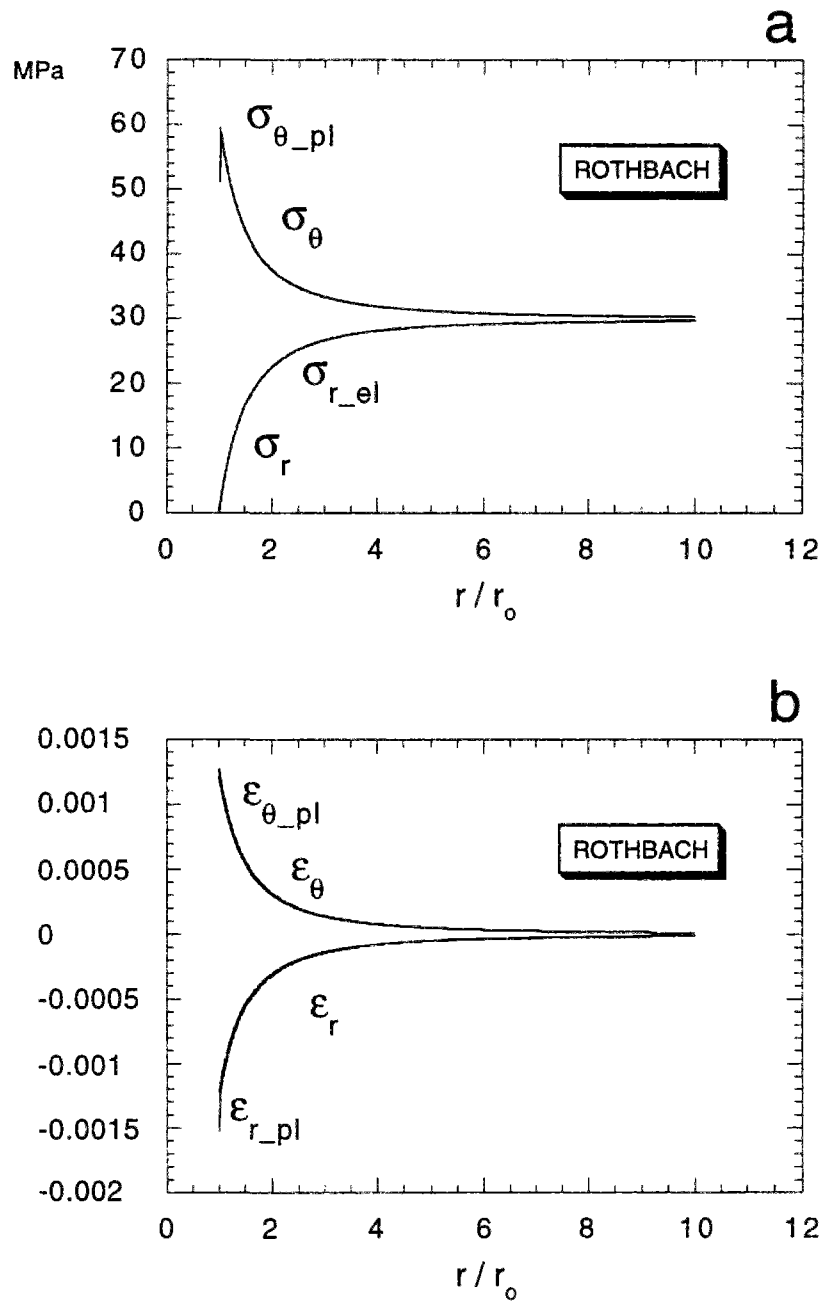
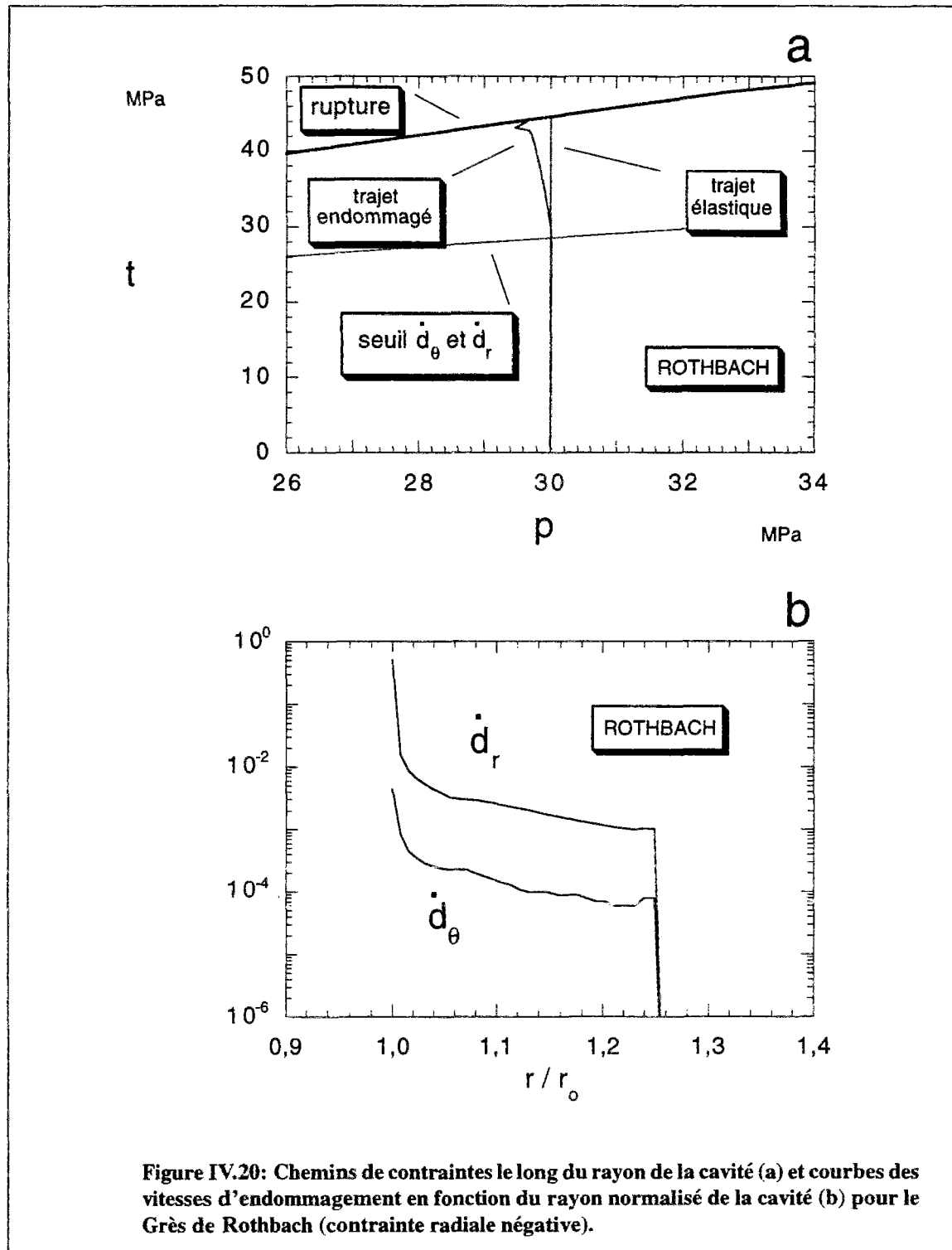


Figure IV.19: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élasto-plastiques et élastiques-endommagées en fonction du rayon normalisé pour le Grès de Rothbach (cavité).



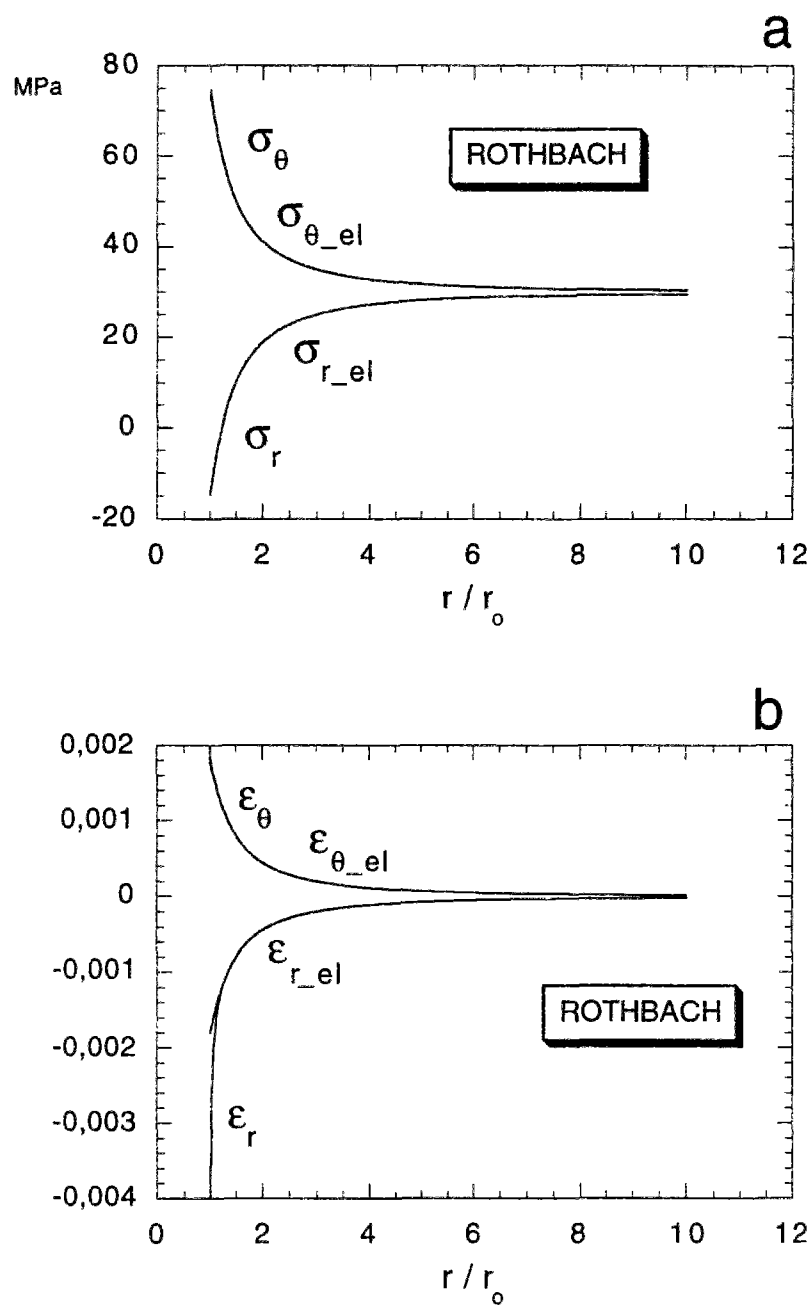


Figure IV.21: Allures des contraintes (a) et des déformations (b) élastiques linéaires et élastiques endommagées en fonction du rayon normalisé de la cavité pour le Grès de Rothbach (contrainte radiale négative).

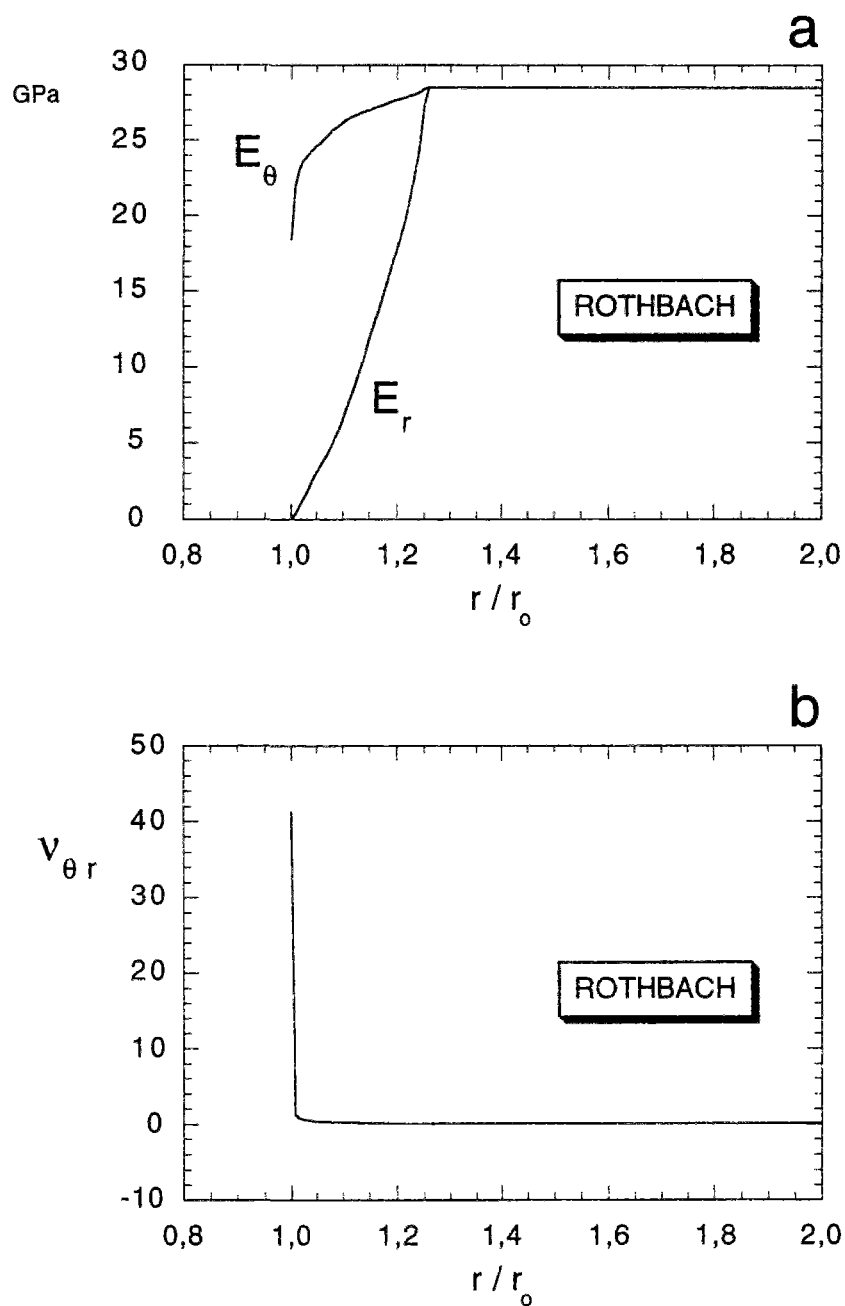


Figure IV.22: Allures des modules élastiques (a) et du coefficient de Poisson tangent (b) en fonction du rayon normalisé de la cavité pour le Grès de Rothbach (contrainte radiale négative).

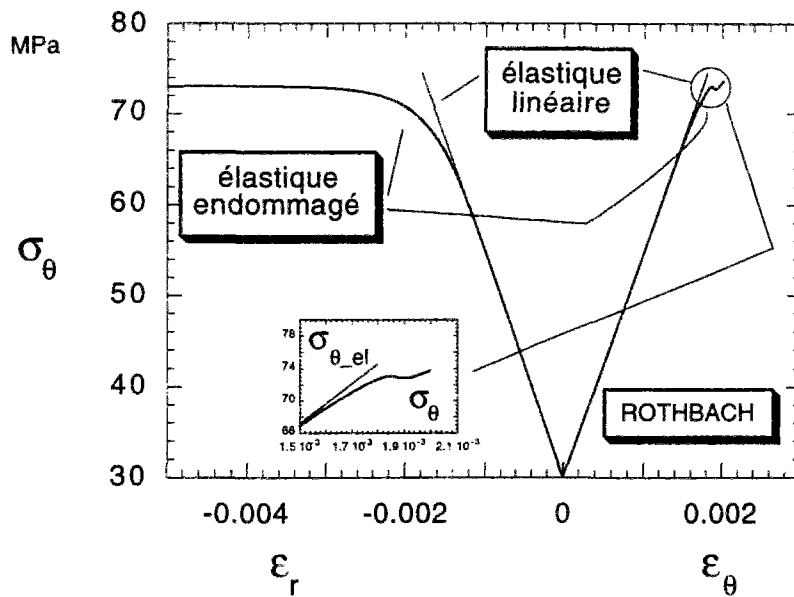


Figure IV.23: Courbes effort-déformation élastique-linéaire et élastique-endommagée d'un point à la paroi de la cavité pour le Grès de Rothbach (contrainte radiale négative).

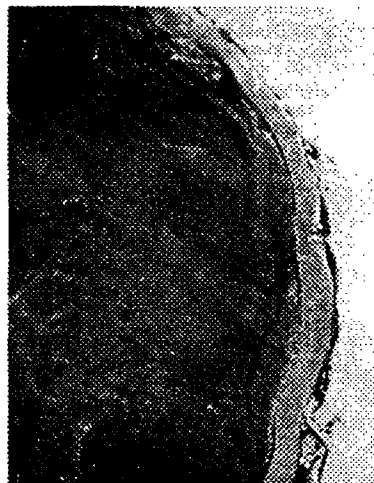


Figure IV.24: Instabilité de surface à la paroi d'un cylindre creux à pression intérieure décroissante (d'après Santarelli, 1992)

pour un point à la paroi (figure IV.23), toujours pour comparer le comportement élastique-endommagé au comportement élastique-linéaire.

Les courbes endommagées, une fois dépassé le seuil d'endommagement, ont un affaiblissement progressif de leur raideur, plus marqué en ce qui concerne la déformation radiale, car E_r diminue plus rapidement que E_θ . La courbe $(\sigma_\theta, \varepsilon_\theta)$ montre un pic suivi par une phase d'instabilité élastique, marquée par l'allure classique mise en évidence dans l'agrandissement sur la figure IV.21 (Kyriakides, 1992), alors que la déformation radiale prend des valeurs de plus en plus élevées (jusqu'à -0,06). Cela signifie que celle obtenue par le calcul est une instabilité élastique de surface qui concerne un anneau d'épaisseur limité tout près de la cavité. En fait c'est ce qu'il ressort obtient des essais sur cylindre creux à pression intérieure décroissante (Santarelli, 1992) (figure IV.24).

Pour vérifier que l'instabilité obtenue par la simulation n'est pas un artifice numérique, nous avons exécuté deux autres calculs: le premier pour une contrainte isotrope initiale de 30 MPa et un coefficient de Poisson initial de 0,2 et le second pour une contrainte isotrope initiale de 20 MPa et un coefficient de Poisson initial de 0,2. Les résultats, reportés sur la figure IV.25 et sur la figure IV.26, sont qualitativement égaux à ceux de la figure IV.23, témoignant ainsi que l'instabilité ne dépend que de l'endommagement, accumulé pendant le chemin de contraintes suivi, et de l'anisotropie induite qui en résulte.

Sur les mêmes graphiques nous avons tracé les courbes $(\sigma_\theta, \varepsilon_\theta)$ et $(\sigma_\theta, \varepsilon_r)$ des deux points suivant le point à la paroi le long la direction du rayon. Le fort gradient d'anisotropie fait que les trois points ont des courbes différentes tout près du pic. Le point à $r/r_o = 1,0077$ montre l'allure typique du *snap back*, alors que la courbe du point suivant ne montre aucun signe de comportement instable.

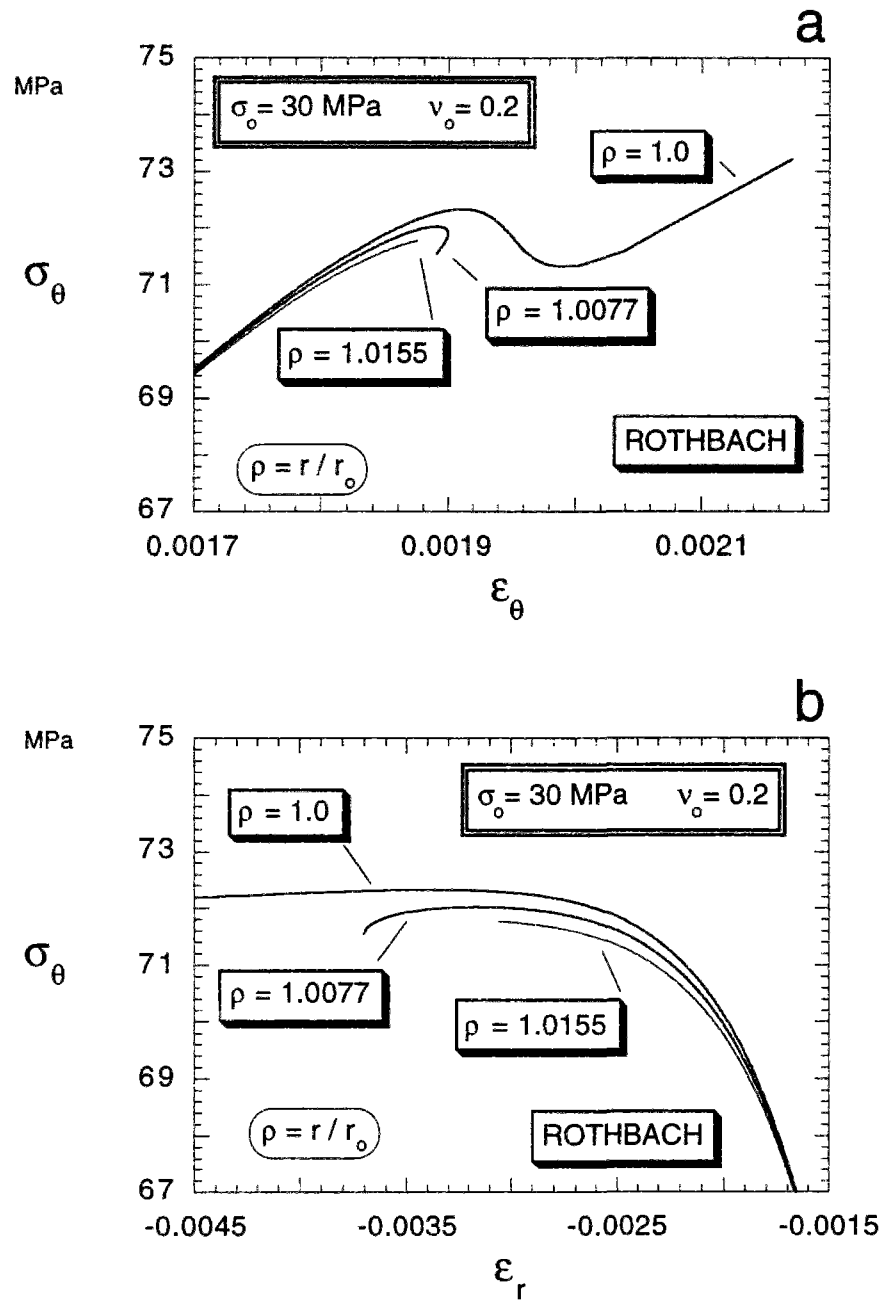


Figure IV.25: Courbes effort-déformation élastiques-endommagées des trois points les plus proches de la paroi de la cavité pour le Grès de Rothbach. Pression initiale de 30 MPa et coefficient de Poisson initiale de 0,2 (contrainte radiale négative).

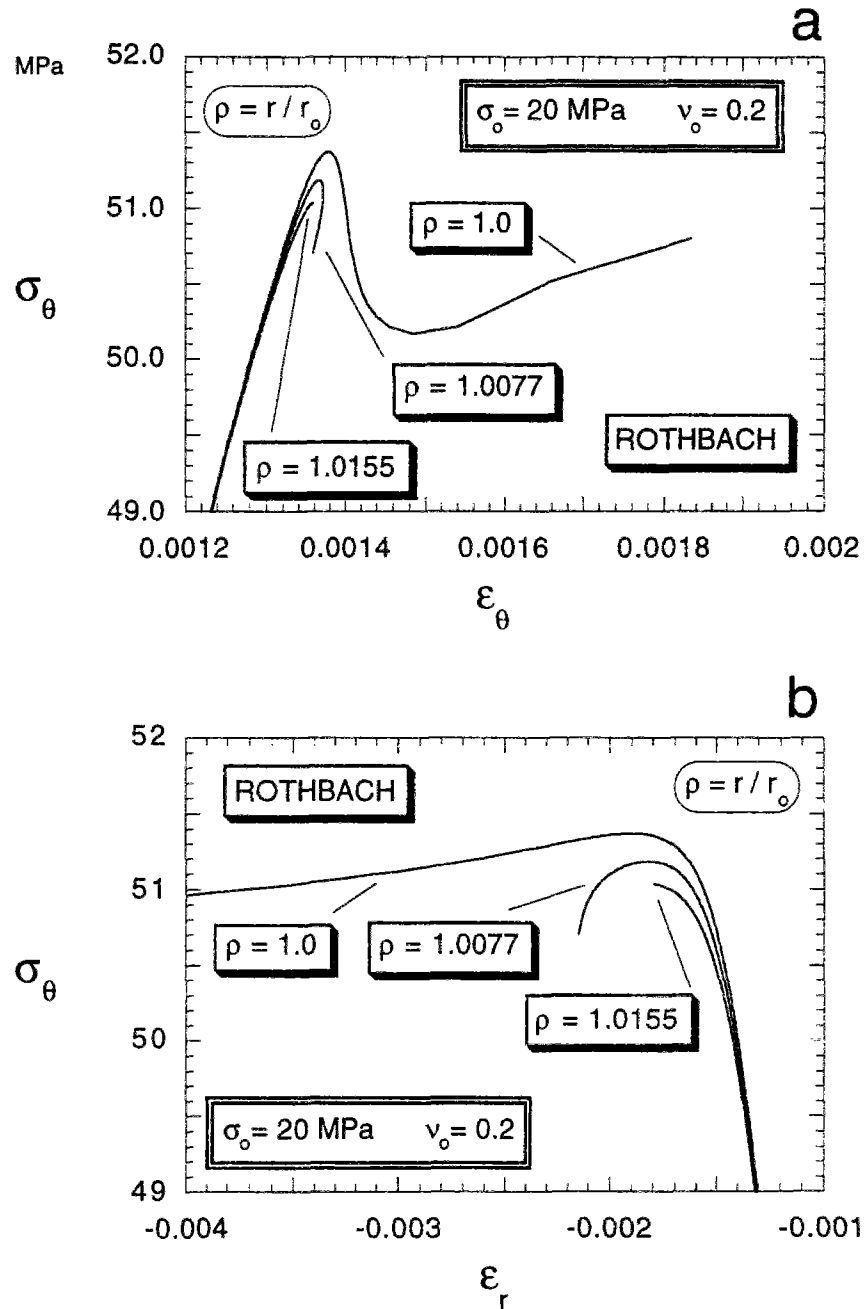


Figure IV.26: Courbes effort-déformation élastiques-endommagées des trois points les plus proches à la paroi de la cavité pour le Grès de Rothbach. Pression initiale de 20 MPa et coefficient de Poisson initiale de 0,2 (contrainte radiale négative).

IV.4.3 RESUME DES RESULTATS

Le nombre de stabilité

Comme on l'a souligné dans le chapitre I, on observe couramment que la paroi d'une cavité (pour le cylindre creux en laboratoire ou la galerie et les puits pétroliers *in situ*) est plus stable que ce à quoi on pouvait s'attendre sur la base de la résistance en compression uniaxiale de la roche. Nos simulations numériques confirment ces observations.

Nous avons reporté dans le tableau IV.1 les nombres de stabilité N_s , calculés à partir de nos résultats et dans le tableau IV.2 des nombres de stabilité reportés dans la littérature (Guenot, 1987). Nous rappelons que le nombre de stabilité est défini comme le rapport entre la contrainte à la rupture σ_θ à la paroi, obtenue pour un calcul élastique linéaire, et la résistance en compression uniaxiale σ_c .

En comparant les deux tableaux il faut considérer que nos calculs sont menés pour des cavités cylindriques dont le rayon interne est un dixième du rayon extérieur, alors que pour les cylindres creux du tableau IV.2 il est d'un tiers ou d'un quart du rayon extérieur.

L'accord entre la valeur calculée et celles observées de N_s , pour le cylindre creux, est très bon pour le grès, moins bon pour le calcaire. Cela est peut-être dû aux caractéristiques de la Pietra Leccese, car sa résistance n'augmente pas beaucoup avec la pression de confinement.

Si, dans le tableau IV.1, on compare les nombres de stabilité pour le cylindre creux et pour la cavité de la Pietra Leccese, on constate que cette dernière est légèrement plus stable. La même comparaison n'est pas possible pour le grès parce que, dans le calcul de la cavité, la paroi n'a pas atteint la rupture.

Tableau IV.1: Nombres de stabilité obtenus par le calcul.

roche	σ_c (MPa)	cylindre creux			cavité			
		valeur endommagée (MPa)	valeur élastique (MPa)	N_s	valeur endommagée (MPa)	valeur élastique (MPa)	N_s	pression interne (MPa)
Pietra Leccese	15.3	17.26	19.32	1.26	19.8	21.0	1.36	10.5
Grès de Rothbach	50.4	94.47	100.88	2	-	-	>1.19	>30.0

Tableau IV.2: Essais de rupture sur cylindre creux (*D'après Guenot, 1987*).

Auteur principal	Roche	Pression interne (MPa)	N_s
Obert	Calcaire	0	2.45
	Grès	0	1.82
	Marbre	0	2.75
Berest	Craie	0	1.8-2.6
Guenot	Charbon	0	2
Haimson, Edl	Grès	0	1.8-2.3
Symonyants	Calcaire	0-60	2-3.8
	Dolomie	0-60	2-4
	Marble	0-60	5-8
	Grès	0-60	1.9-5.8
	Siltstone	0-60	1.9-5.8
Geerstma	Grès	?	1-16
Gay	Grès	0	2.3
Mastin	Grès	0	1.9
Haimson, Herrick	Calcaire	0	1.6-3.6
Bandis, Barton	Artificielle	0	1.5-3

Autres observations

Les simulations du creusement d'une cavité circulaire confirment la possibilité d'avoir, tout autour de la paroi, un anneau étroit de roche qui est encore élastique, même s'il est soumis à un état de contraintes plus important que celui prévu par la théorie élastique (tableau IV.1) et en condition de rupture imminente. A l'intérieur de l'anneau, la roche réagit à l'incrément de la contrainte σ_θ et au décrétement de la contrainte σ_r avec dissipation de l'énergie en excès, c'est-à-dire avec endommagement de soi même. La conséquence est une décharge élastique de cette zone, soulignée par la présence du pic sur les figures IV.14 et IV.21.

L'anneau endommagé a une extension plus petite que celui plastique mais les déformations, obtenues aux parois, ont des valeurs inférieures à celles obtenues pour un modèle élasto-plastique (tableau IV.3).

Cela signifie que, dans le cas des galeries, il n'est pas possible comprendre, à partir

Tableau IV.3: Comparaison entre les déformations élastiques et plastiques

roche	ε	endommagée (mm·m/m)	plastique (mm·m/m)
Pietra Leccese	tangentielle	1,98	2,18
Grès de Rothbach	tangentielle	0,21	1,27
Pietra Leccese	radiale	-1,42	-3,42
Grès de Rothbach	radiale	-1,20	-1,52

des mesures de convergence, si la convergence mesurée est due à des déformations plastiques ou plutôt à des déformations élastiques-endommagées. Ainsi les mesures de convergence ne sont pas suffisantes pour prévoir des phénomènes d'instabilité des parois, tels que l'écaillage ou l'explosion de la roche.

Une dernière remarque concerne l'inclusion du critère de résistance dans la structure de la loi de comportement, ce qui nous permet d'éviter d'utiliser les concepts de cohésion et d'angle de frottement, souvent critiqués, et de décrire la rupture comme le stade extrême d'un processus rhéologique.

Chapitre V

Conclusions

V.1 Le modèle d'endommagement

La rupture fragile est généralement liée à l'existence d'une surface libre, qu'il s'agisse de la paroi d'une excavation souterraine ou des bords d'un échantillon en laboratoire. La création ou la présence d'une surface libre engendre, au niveau micromécanique, un développement anisotrope des microfissures présentes dans son voisinage, car le champ des contraintes y devient anisotrope.

Nous avons montré dans ce travail que l'emploi d'une loi élasto-endommageable anisotrope permettait de bien saisir, au niveau mésomécanique, les éléments fondamentaux de l'évolution du phénomène complexe qui mène à la rupture fragile de la paroi d'une cavité souterraine.

Nous avons développé un modèle d'endommagement anisotrope basé sur le principe d'équivalence du travail effectué par un incrément de contrainte entre le matériau réel et un matériau virtuel non soumis à l'incrément d'endommagement, possédant les mêmes caractéristiques élastiques que le précédent. Il en découle un tenseur de vitesse d'endommagement d'ordre deux, dont les trois composantes sont évaluées à partir des variations des paramètres élastiques tangents (module d'Young et coefficient de Poisson tangents). Les composantes sont exprimées en fonction de l'état des contraintes, notamment en fonction des invariants p , pression moyenne, et $t = \sqrt{J_2}$, intensité des contraintes tangentielles. Cela nous permet d'introduire dans la loi de comportement une non linéarité qui exprime l'interdépendance qui existe entre l'état des contraintes et le tenseur de vitesse d'endommagement.

V.2 Principaux résultats expérimentaux

Nous insisterons tout d'abord sur les conditions d'essai dans lesquelles nous avons réalisé le programme expérimental et qui sont différentes des conditions habituelles recomman-

dées par la Société Internationale de Mécanique des Roches. Une étude préliminaire associée à une modélisation par éléments finis d'un essai uniaxial nous a permis de conclure que pour préserver l'homogénéité des contraintes et des déformations dans l'échantillon au cours du chargement il était nécessaire de diminuer au maximum le frottement entre les plateaux de chargement et l'échantillon par l'utilisation d'une bonne lubrification. Nous avons utilisé ici un acide gras.

Par ailleurs, pour éviter les phénomènes de flambement et de mise en tonneau de l'échantillon, nous avons utilisé un élancement de 1,5. Nous avons mis en évidence le fait que le fretage de l'échantillon conduisait à surévaluer à la fois le module élastique et la résistance en compression simple de la roche. Notons que ces conditions expérimentales nouvelles ont été par ailleurs utilisées par d'autres équipes de recherche et nous pensons que les résultats rapportés dans ce travail concourent à l'idée de proposer une modification des recommandations internationales sur ce sujet.

Nous avons développé une méthode robuste d'étalonnage du modèle de comportement à partir des résultats des essais triaxiaux sur une calcarénite italienne, la Pietra Leccese, et un grès des Vosges, le Grès de Rothbach. Ceux-ci ont été réalisés avec des cycles de charge et décharge à différents niveaux de contraintes, de sorte que nous avons pu séparer de façon fiable les déformations élastiques et plastiques pour chaque essai. Ceci est essentiel pour l'évaluation des paramètres élastiques et de leur évolution à partir de laquelle nous avons étalonné la surface d'endommagement et son évolution jusqu'à la rupture.

L'anisotropie induite dans le comportement de la roche par les contraintes est évaluée par les différentes composantes du tenseur de vitesse d'endommagement. Cette anisotropie, qui se développe dans la phase de microfissuration stable, diminue avec le confinement, ce qui permet de décrire la transition fragile-ductile du comportement à partir du degré d'anisotropie de l'endommagement. La simulation des essais triaxiaux à l'aide du modèle a montré que celui-ci représentait correctement la courbe déformation élastique-contrainte axiale pour les deux roches étudiées et les différentes pressions de confinement.

V.3 Application à la stabilité des cavités cylindriques

Les résultats présentés dans le chapitre IV ont montré que ce modèle permettait de tenir compte du chemin de contraintes et des conditions aux limites pour la rupture à la paroi d'une cavité souterraine. Le critère de rupture proposé permet d'obtenir des résultats énoncés en termes de nombre de stabilité (rapport entre la contrainte tangentielle à la paroi à la rupture et la résistance en compression uniaxiale de la roche) plus réalistes que l'approche élasto-fragile classique. Par ailleurs, l'étude menée pour deux roches différentes, le grès de Rothbach où l'anisotropie induite est importante et le calcaire de Lecce où celle-ci est beaucoup plus réduite, a montré que l'allure différente des courbes (ε_θ , σ_θ) d'un élément de roche à la paroi pouvait être reliée à l'anisotropie même de la roche.

V.4 Perspectives

L'anisotropie induite par les contraintes a été modélisée ici par une loi d'endommagement. Il conviendrait maintenant d'étendre ce modèle en y couplant la plasticité.

Notons que l'anisotropie des propriétés élastiques est importante tant que les déformations plastiques sont relativement faibles. Cette remarque nous permet d'envisager une extension relativement simple du modèle en ne tenant compte de l'anisotropie du comportement que dans la partie élastique et en conservant un modèle de plasticité isotrope dans lequel on peut intégrer des éléments importants tels que l'écrouissage en déformation et la dépendance en contraintes.

Annexe A

Courbes de compression de la Pietra Leccese

Dans cette annexe nous avons réporté toutes les courbes contrainte-déformations de la Pietra Leccese, obtenues à partir des essais réalisés à Lcpc. Nous avons regroupé les essais selon la contrainte de confinement. Au début de chaque séries il y a un tableau qui résume les caractéristiques principales de chaque essai.

Tableau A.1: Résumé des essais triaxiaux pour la Pietra Leccese.

Echantillon	diamètre (mm)	h/d	confinement (MPa)	condition
Lc57-Lc59*-Lc61*	40	2,5	0,0	lubrifiés
Lc76-Lc75*-Lc79*	50	1,5	0,0	lubrifiés
Lc34-Lc32*-Lc43*	40	1,5	0,0	lubrifiés
Lc29-Lc02*-Lc09*	40	1,5	1,5	lubrifiés
Lc19-Lc40*-Lc56*	40	1,5	2,5	lubrifiés
Lc05-Lc26*-Lc31*	40	1,5	5,0	lubrifiés
Lc50-Lc20*-Lc21*	40	1,5	7,5	lubrifiés
Lc38-Lc17*-Lc45*	40	1,5	10,0	lubrifiés
* 4 cycles de charge et décharge à 10% 40% 60% 80%				

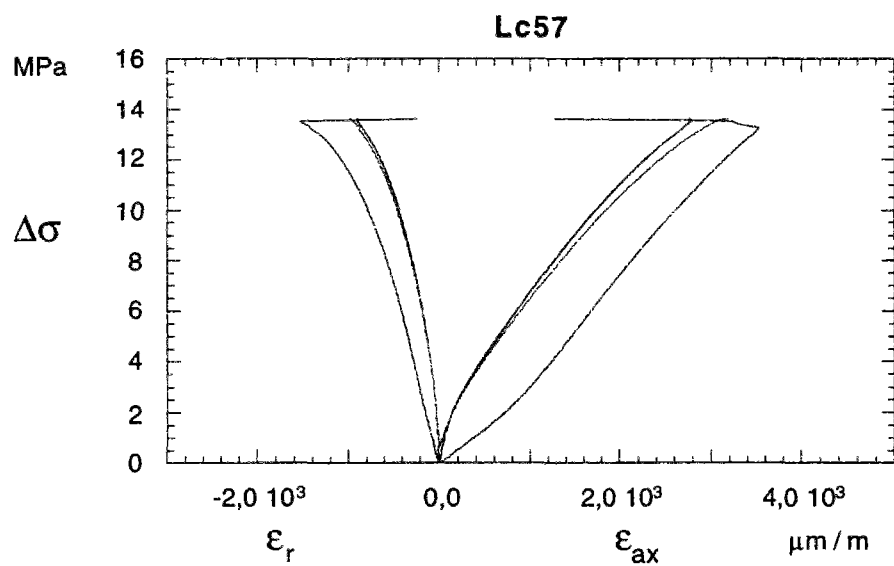


Figure A.1: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 40 mm et $h/d = 2.5$.

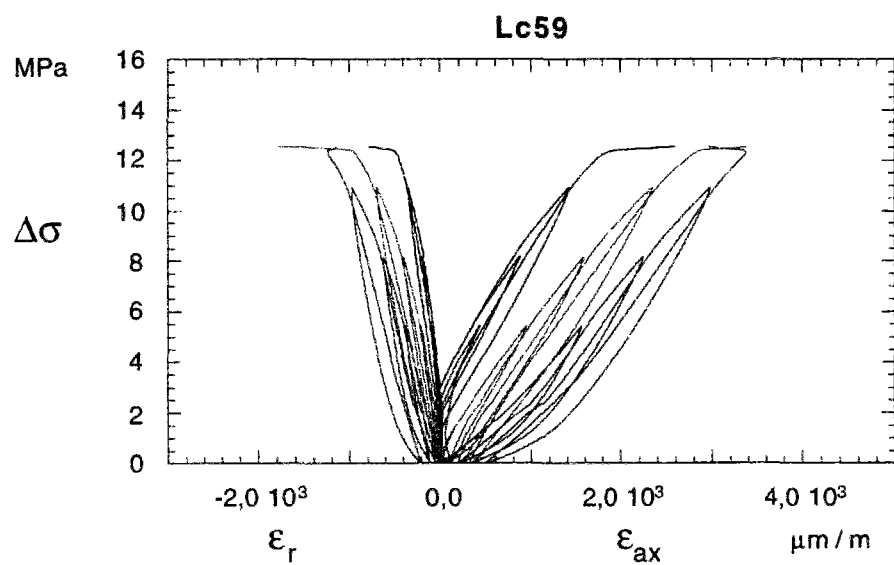


Figure A.2: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 40 mm et $h/d = 2.5$.

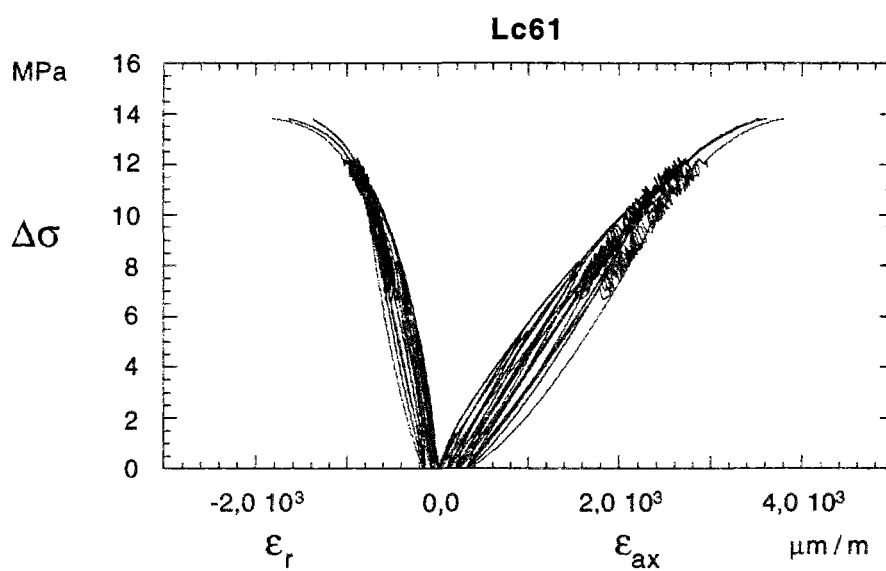


Figure A.3: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 40 mm et $h/d = 2.5$.

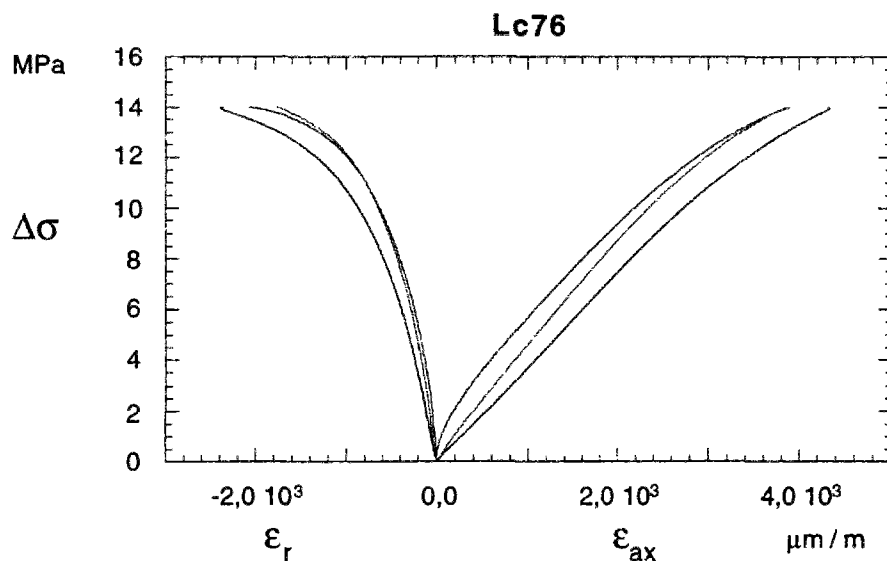


Figure A.4: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 50 mm et $h/d = 1.5$.

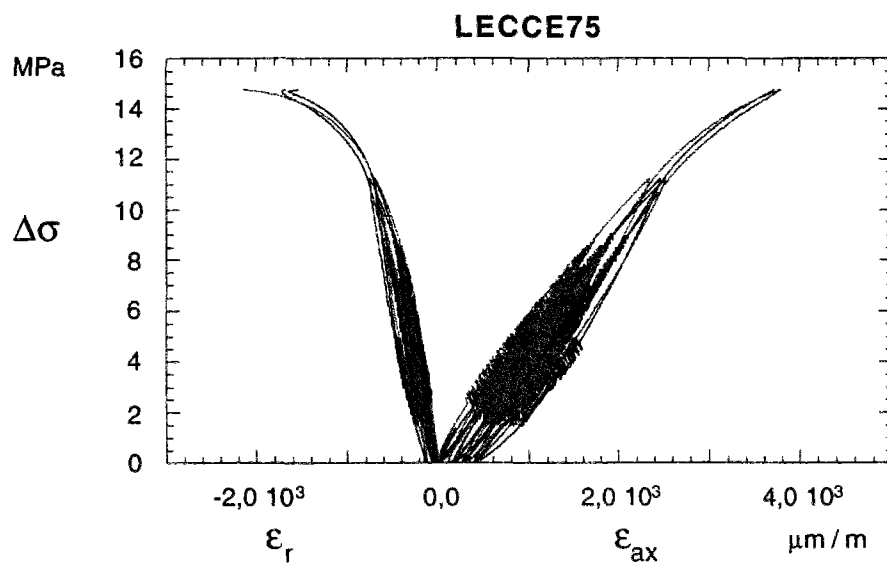


Figure A.5: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 50 mm et $h/d = 1.5$.

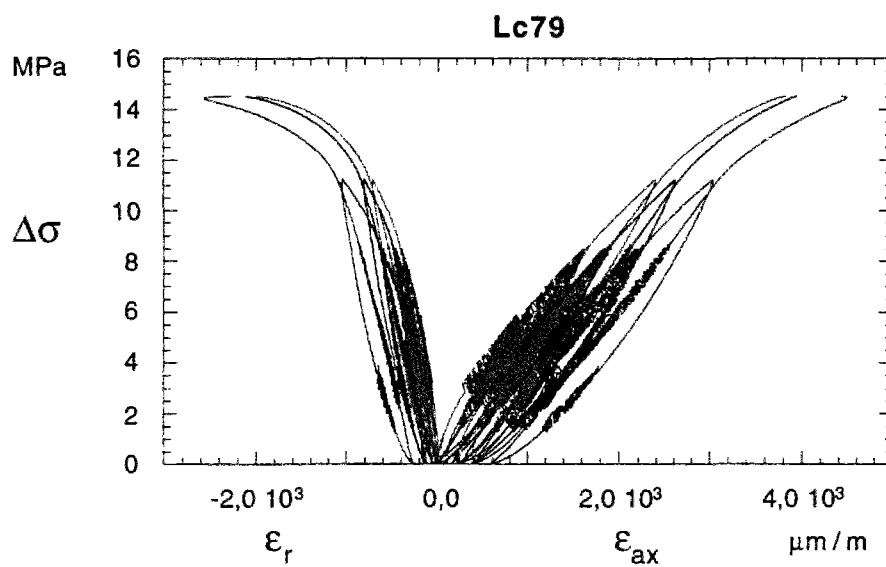


Figure A.6: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement; diamètre = 50 mm et $h/d = 1.5$.

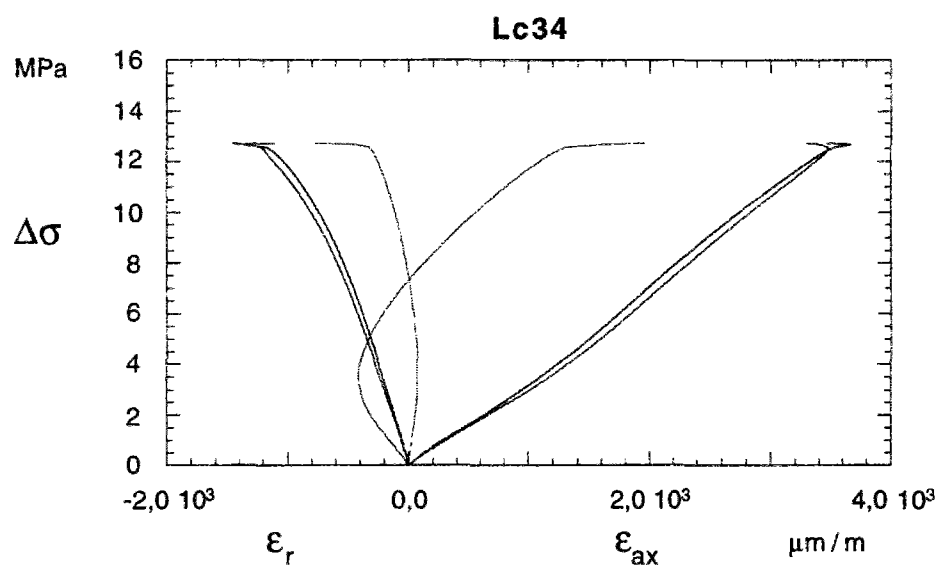


Figure A.7: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement.

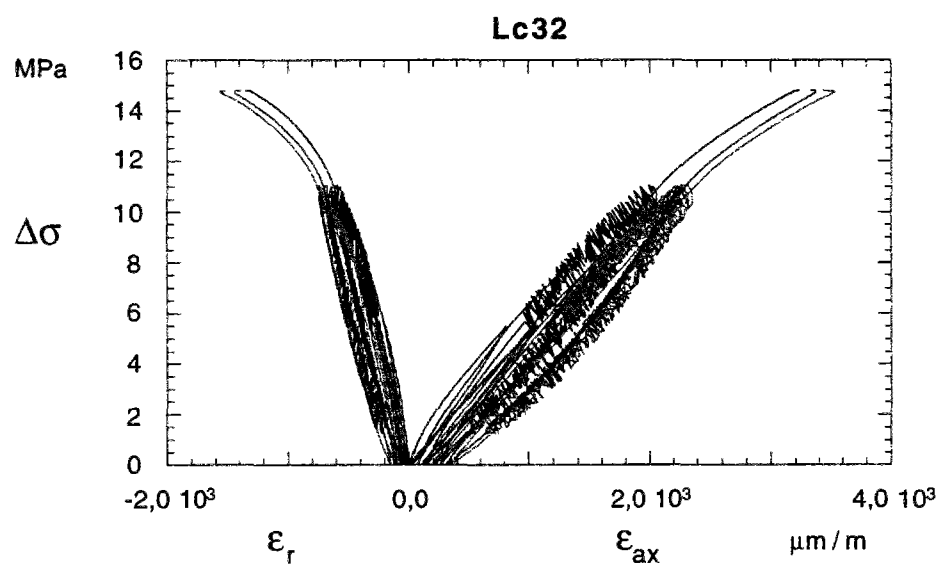
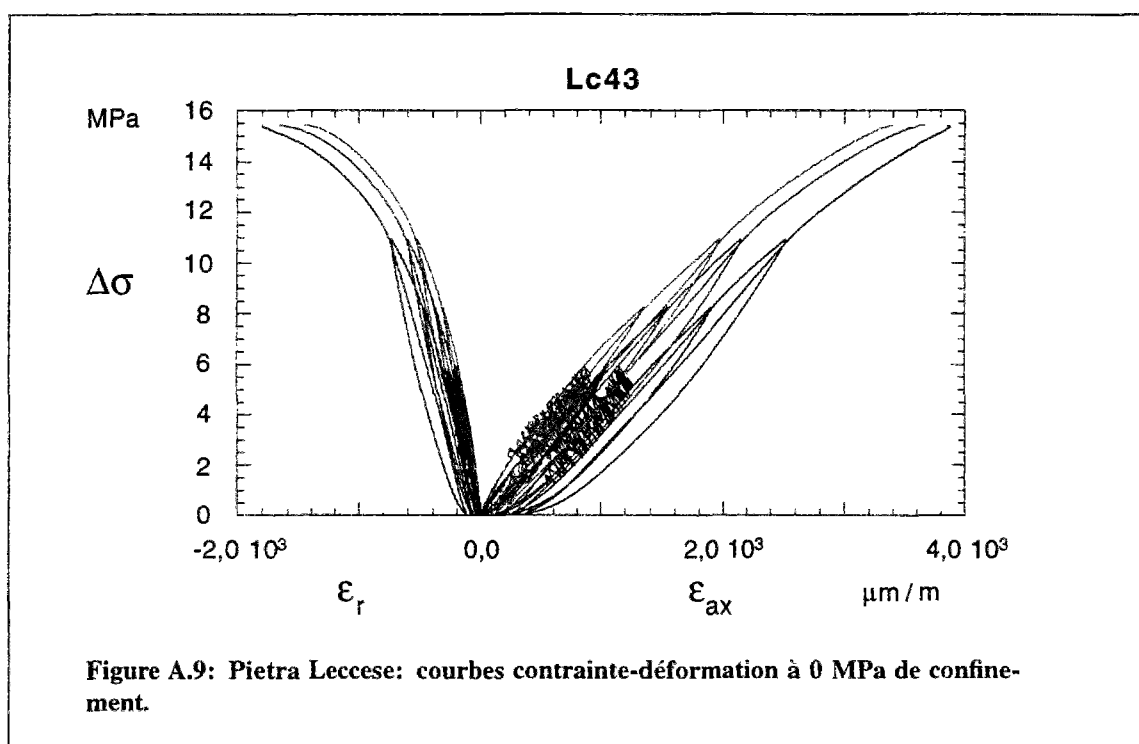


Figure A.8: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement.



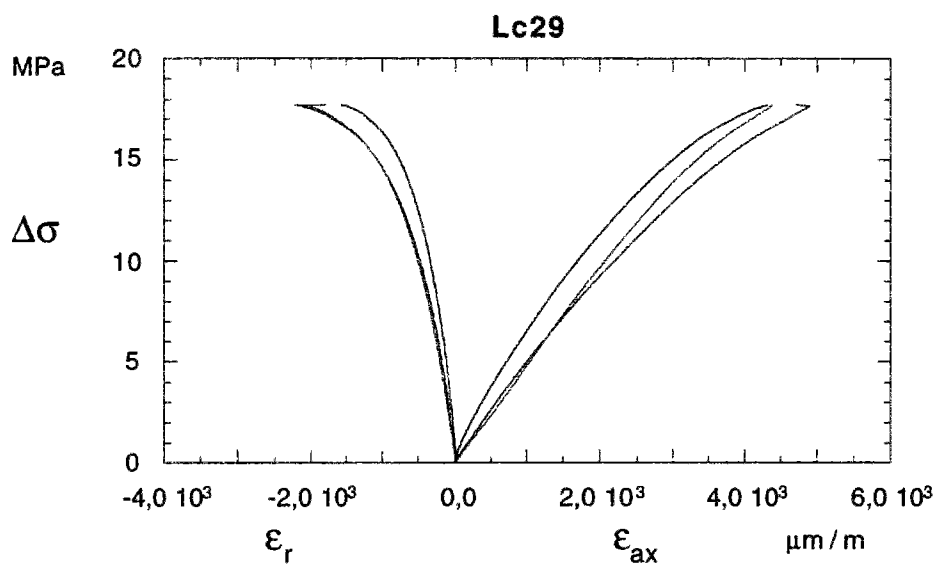


Figure A.10: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 1.5 MPa de confinement.

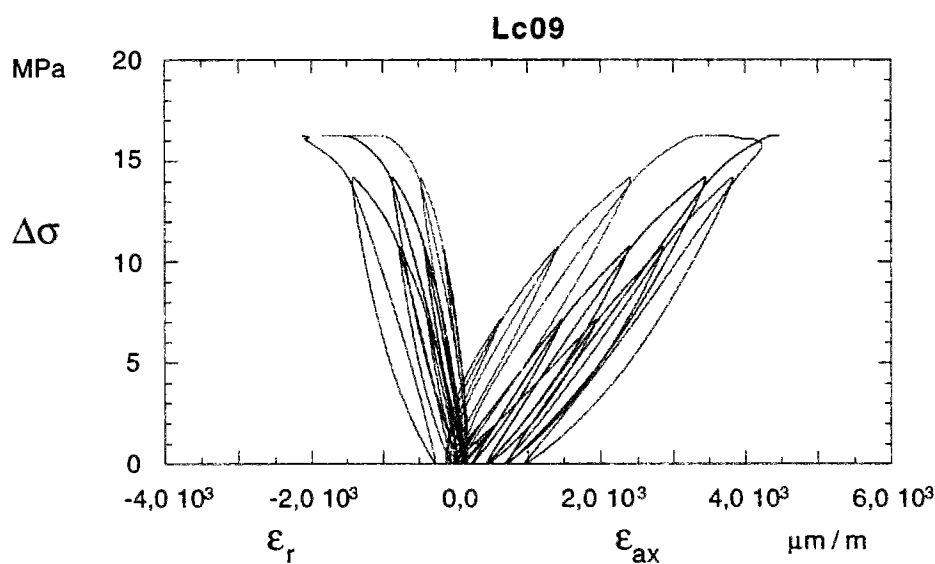
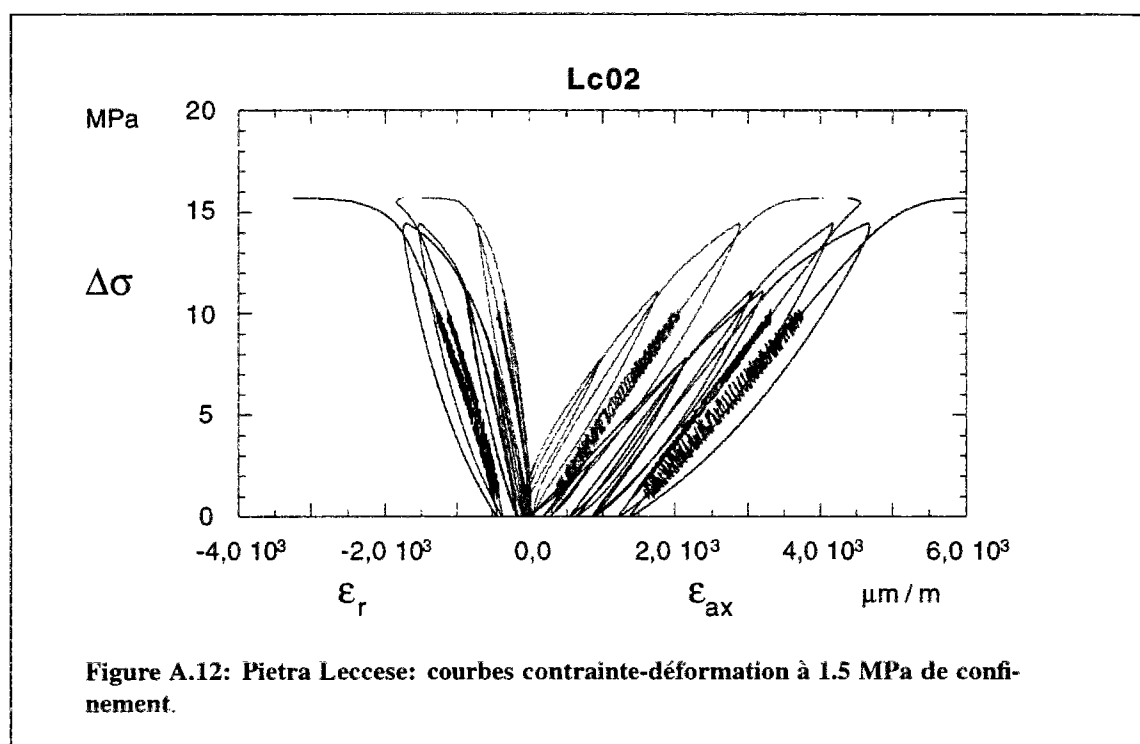


Figure A.11: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 1.5 MPa de confinement.



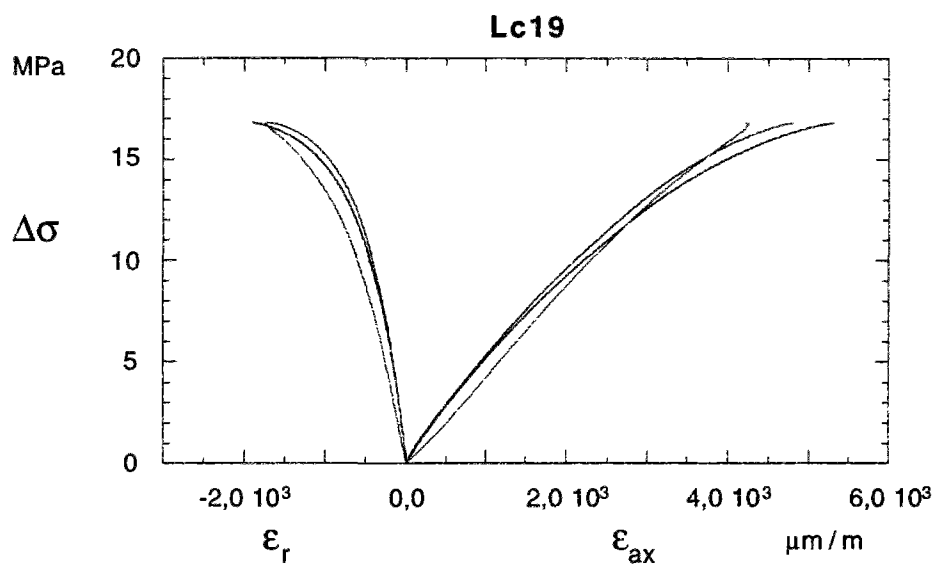


Figure A.13: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 2.5 MPa de confinement.

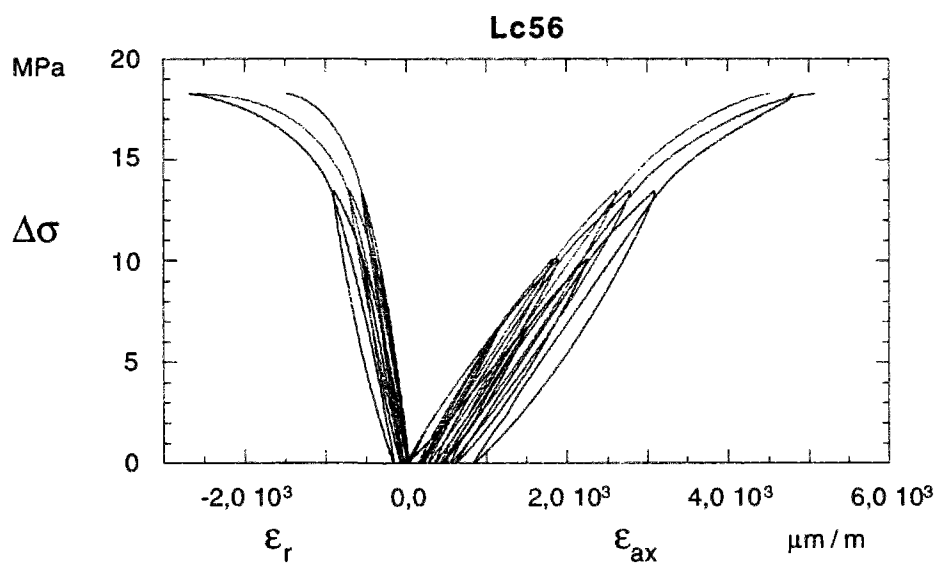


Figure A.14: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 2.5 MPa de confinement.

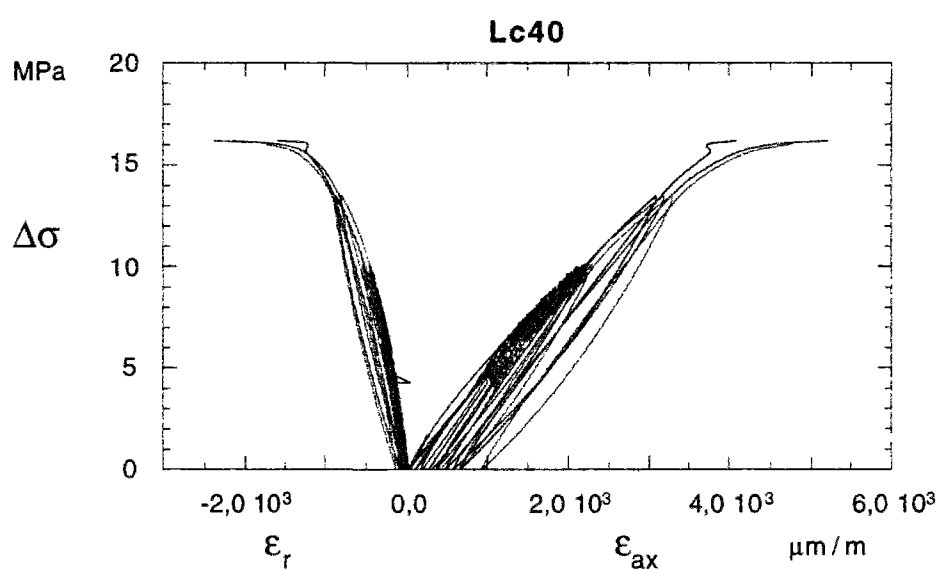


Figure A.15: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 2.5 MPa de confinement.

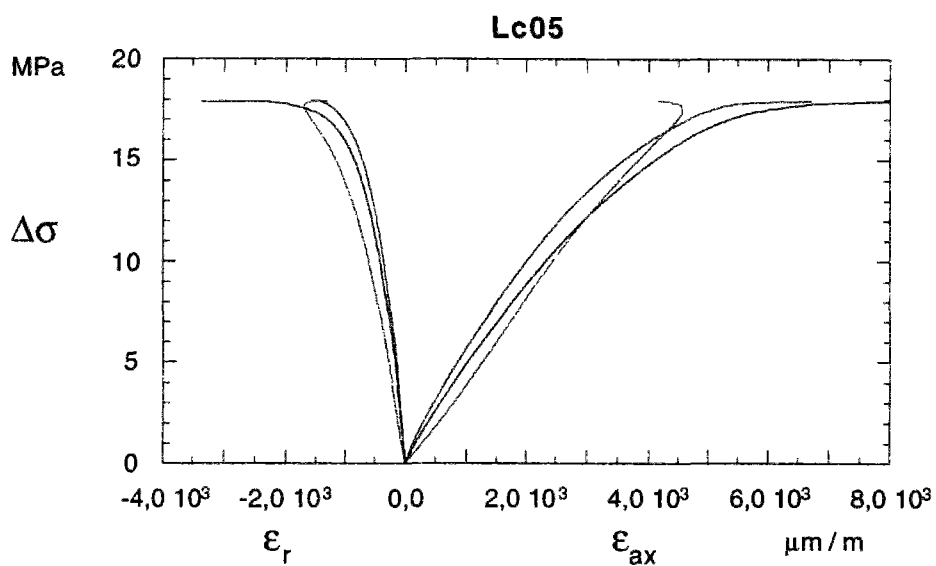


Figure A.16: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 5 MPa de confinement.

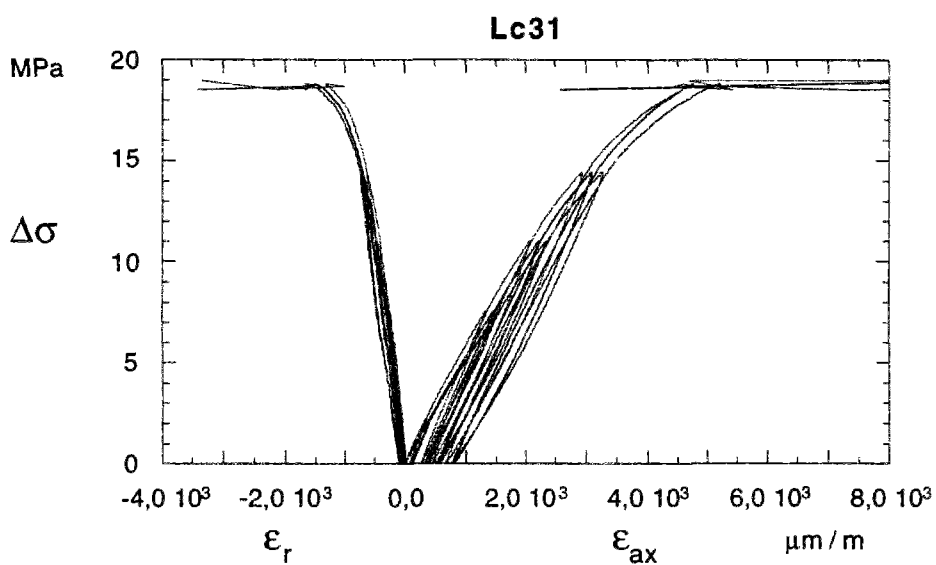
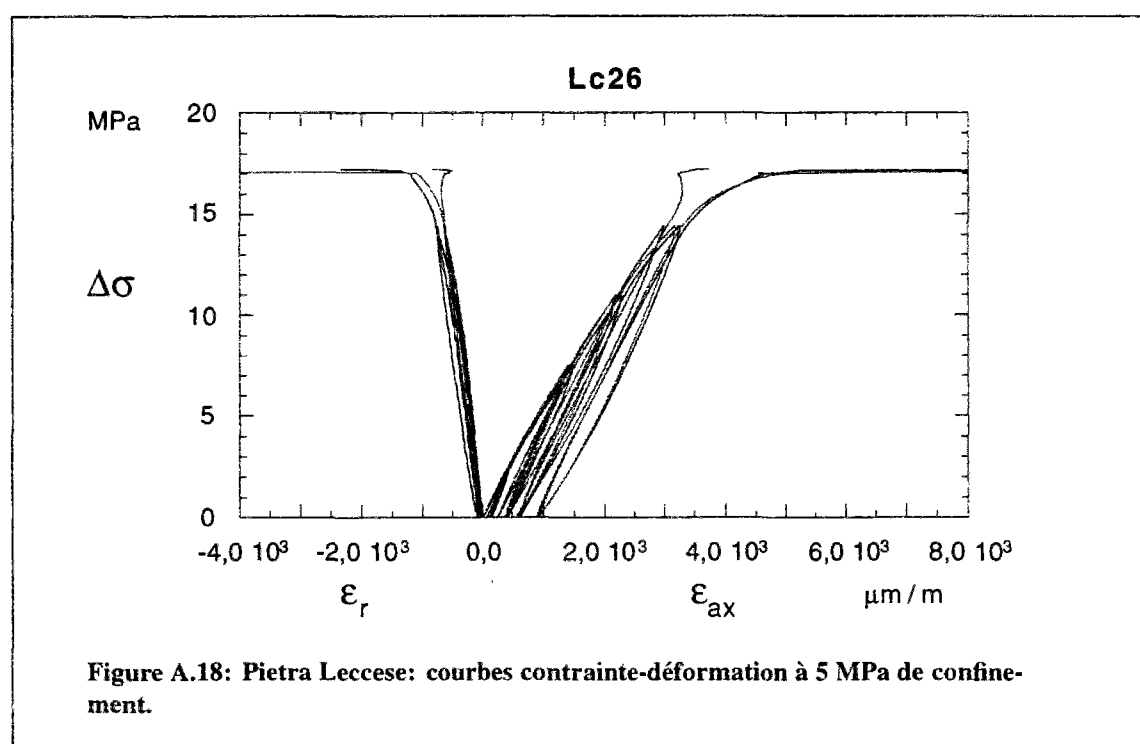


Figure A.17: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 5 MPa de confinement.



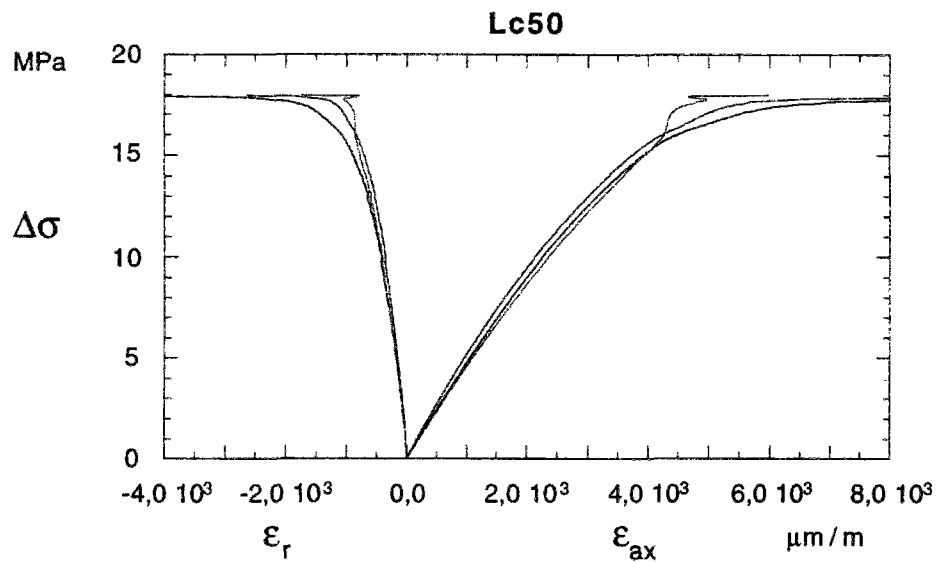


Figure A.19: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 7.5 MPa de confinement.

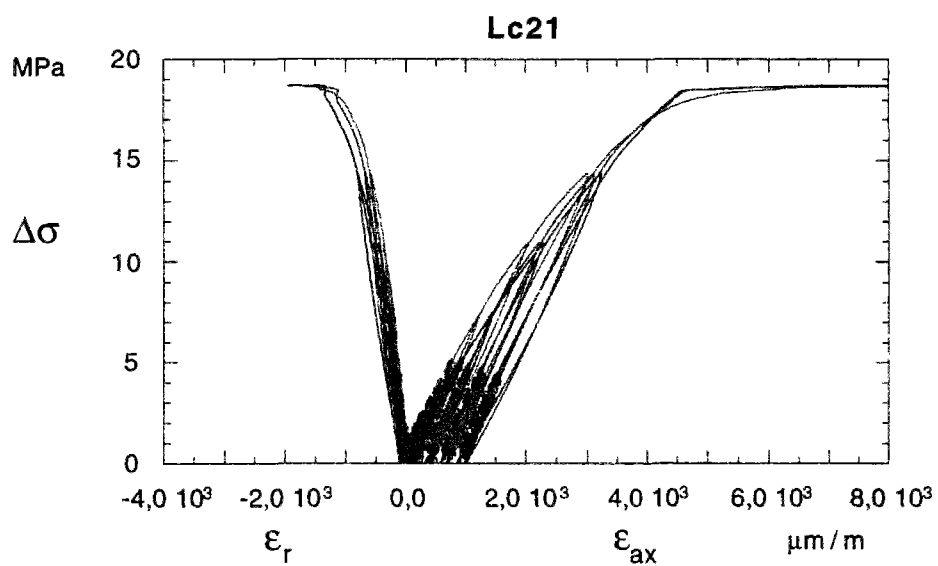


Figure A.20: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 7.5 MPa de confinement.

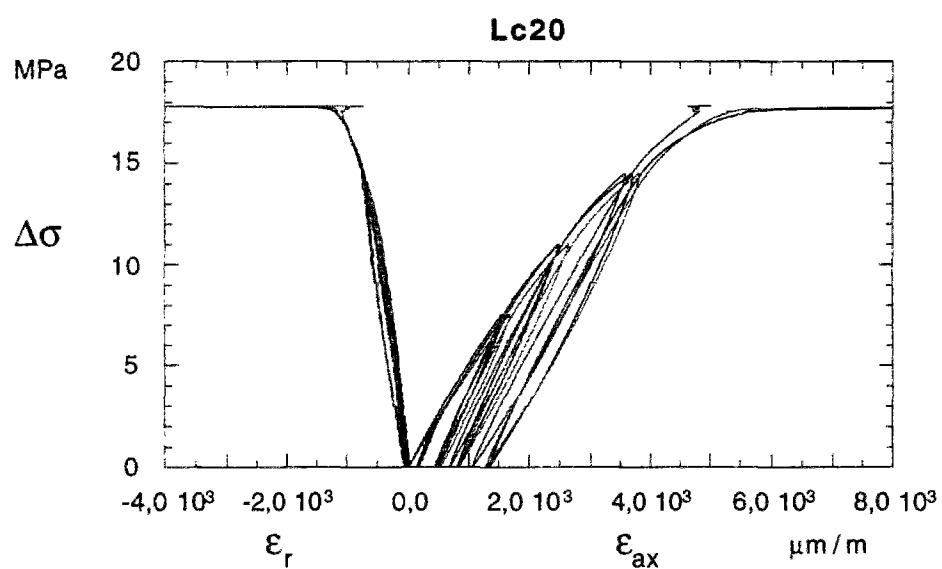


Figure A.21: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 7.5 MPa de confinement.

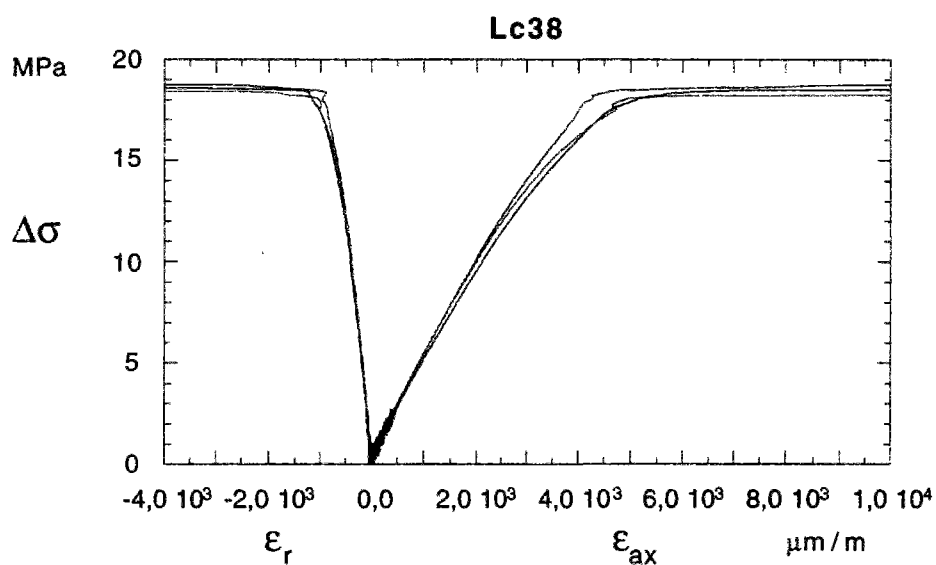


Figure A.22: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 10 MPa de confinement.

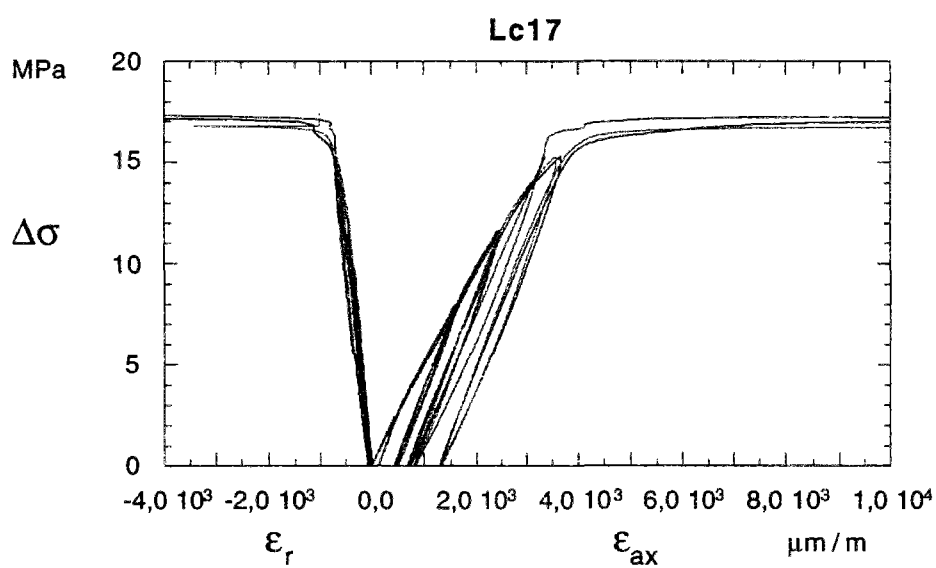
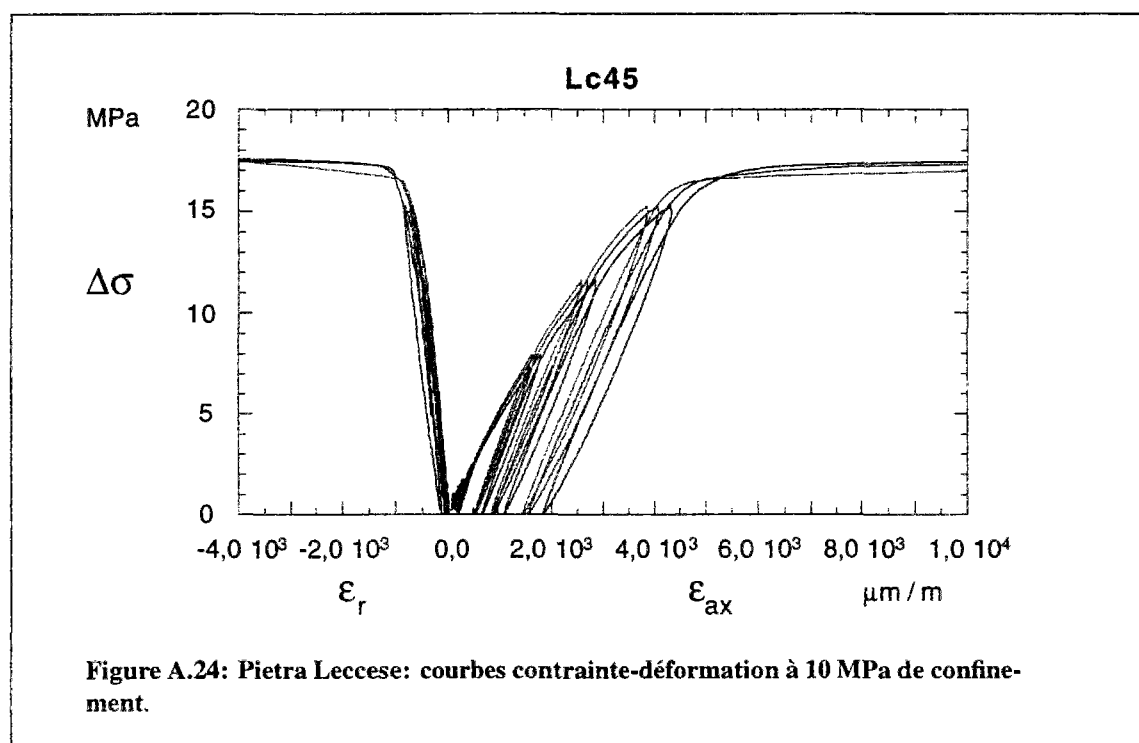


Figure A.23: Pietra Leccese: courbes contrainte-déformation à 10 MPa de confinement.



Annexe B

Courbes de compression du Grès de Rothbach

Dans cette annexe nous avons réporté toutes les courbes contrainte-déformations du Grès de Rothbach, obtenues à partir des essais réalisés à Lcpc. Nous avons regroupé les essais selon la contrainte de confinement. Au début de chaque séries il y a un tableau qui résume les caractéristiques principales de chaque essai.

Tableau B.1: Résumé des essais triaxiaux pour le Grès de Rothbach.

Echantillon	diamètre (mm)	h/d	confinement (MPa)	condition
Rb04-Rb26*	40	1,5	0,0	non lubrifiés
Rb27-Rb11*-Rb24*	40	1,5	0,0	lubrifiés
Rb23-Rb07*-Rb21*	40	1,5	2,5	lubrifiés
Rb09-Rb19*-Rb12*	40	1,5	5,0	lubrifiés
Rb03-Rb13*-Rb16*	40	1,5	7,5	lubrifiés
Rb08-Rb15*-Rb17*	40	1,5	10,0	lubrifiés
Rb14-Rb01*-Rb22*-Rb25*	40	1,5	15,0	lubrifiés
* 4 cycles de charge et décharge à 10% 40% 60% 80%				

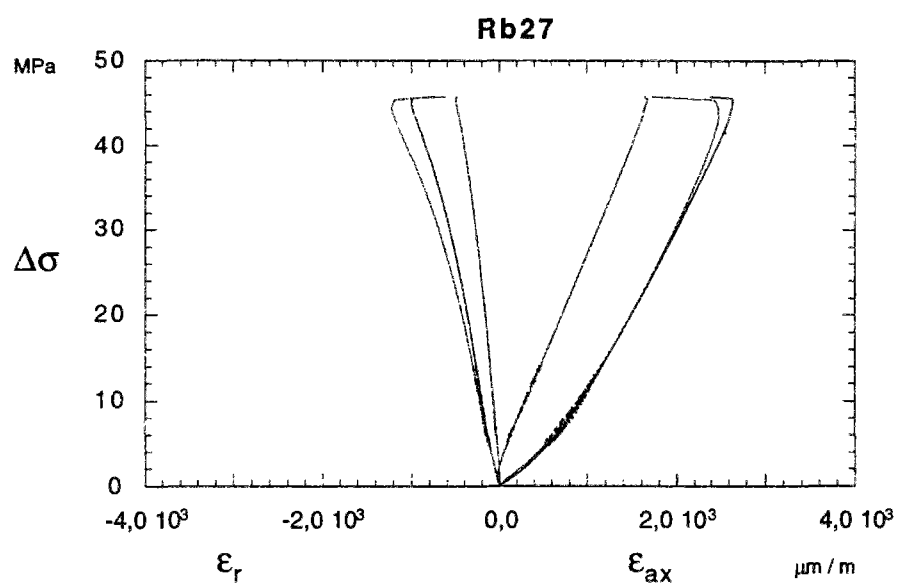


Figure B.1: Grès de Rothbach: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement.

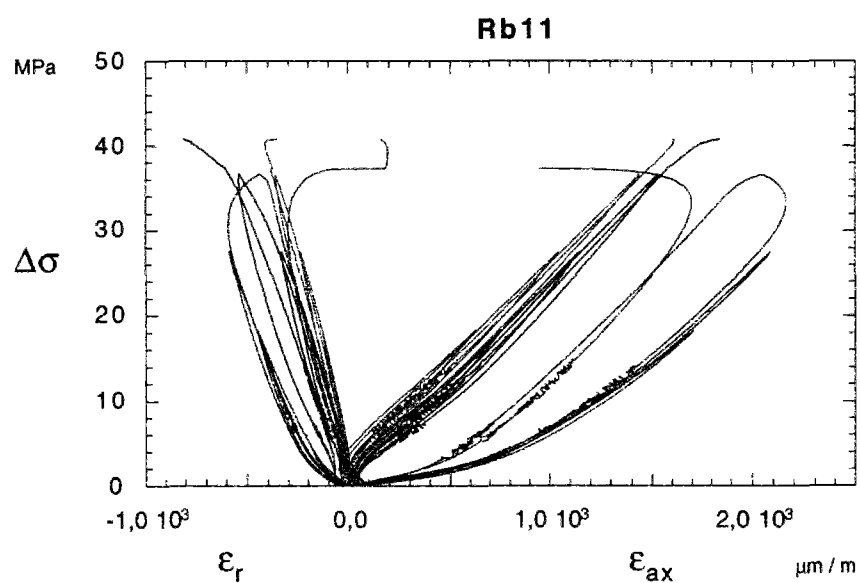
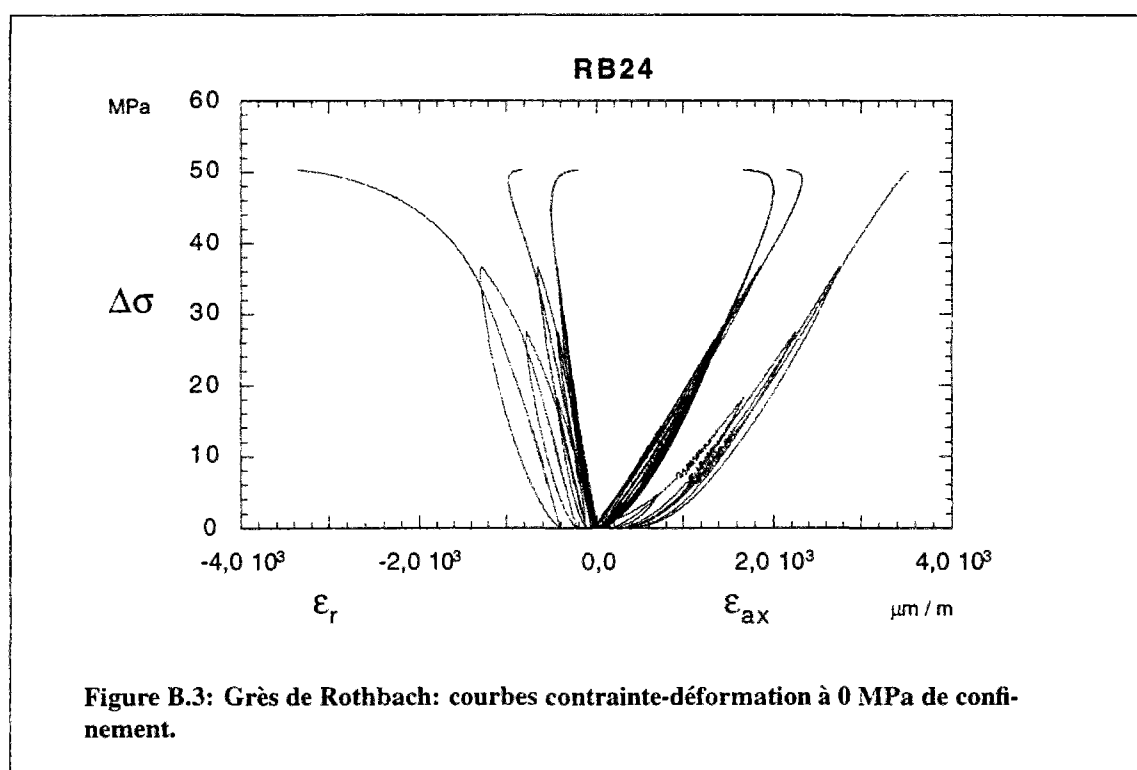


Figure B.2: Grès de Rothbach: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement.



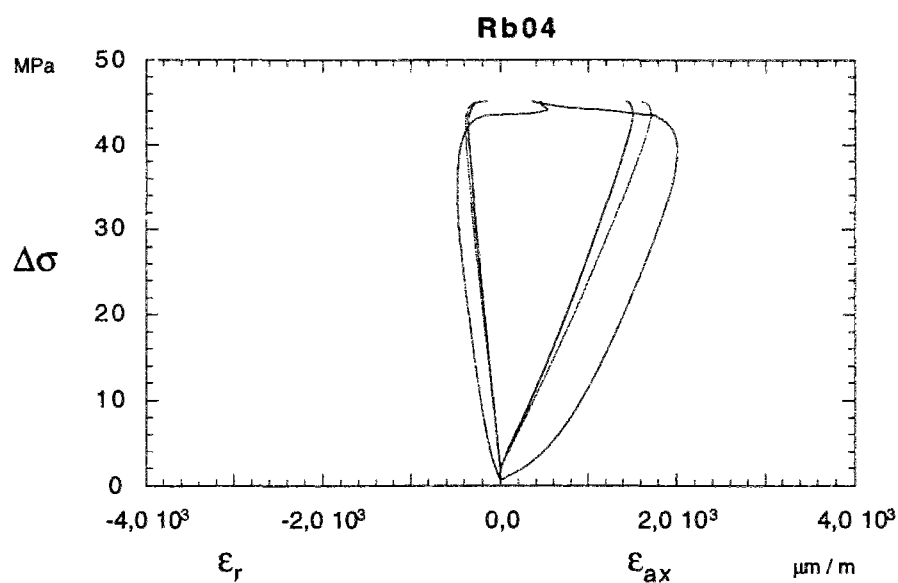


Figure B.4: Grès de Rothbach: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement (échantillon non lubrifié).

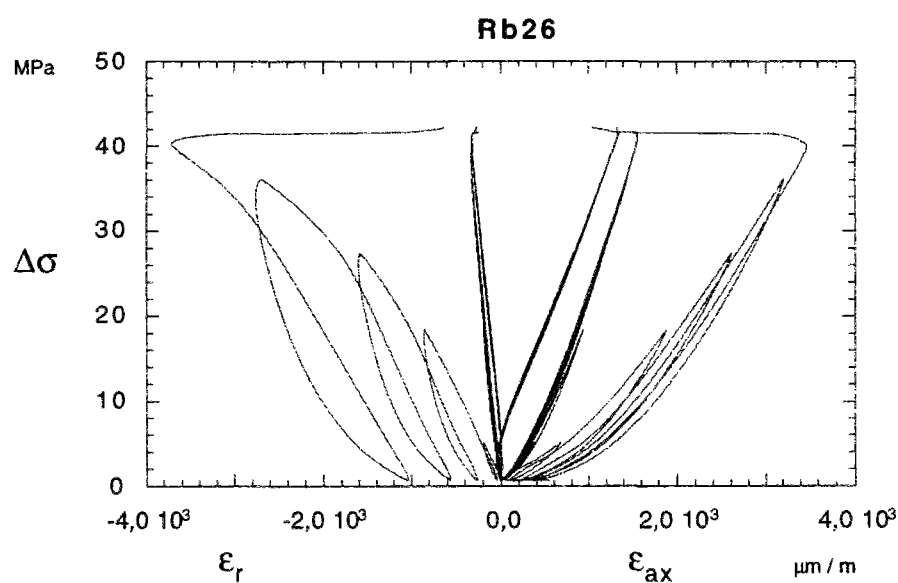
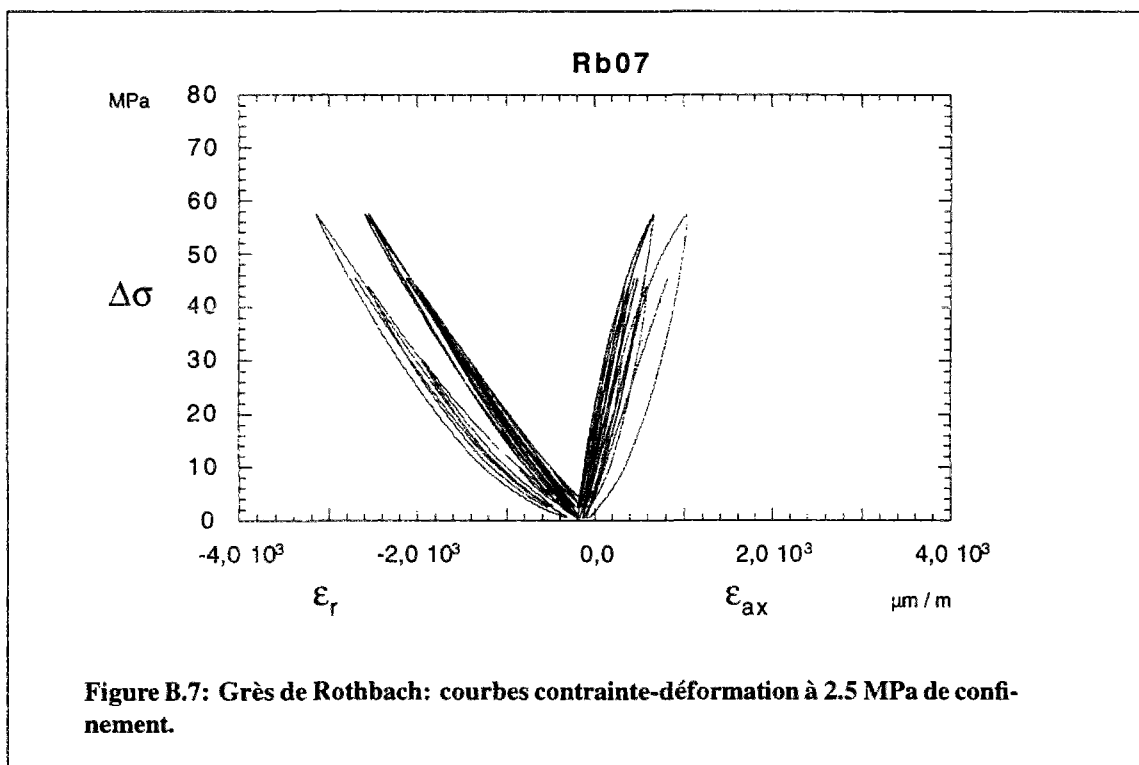
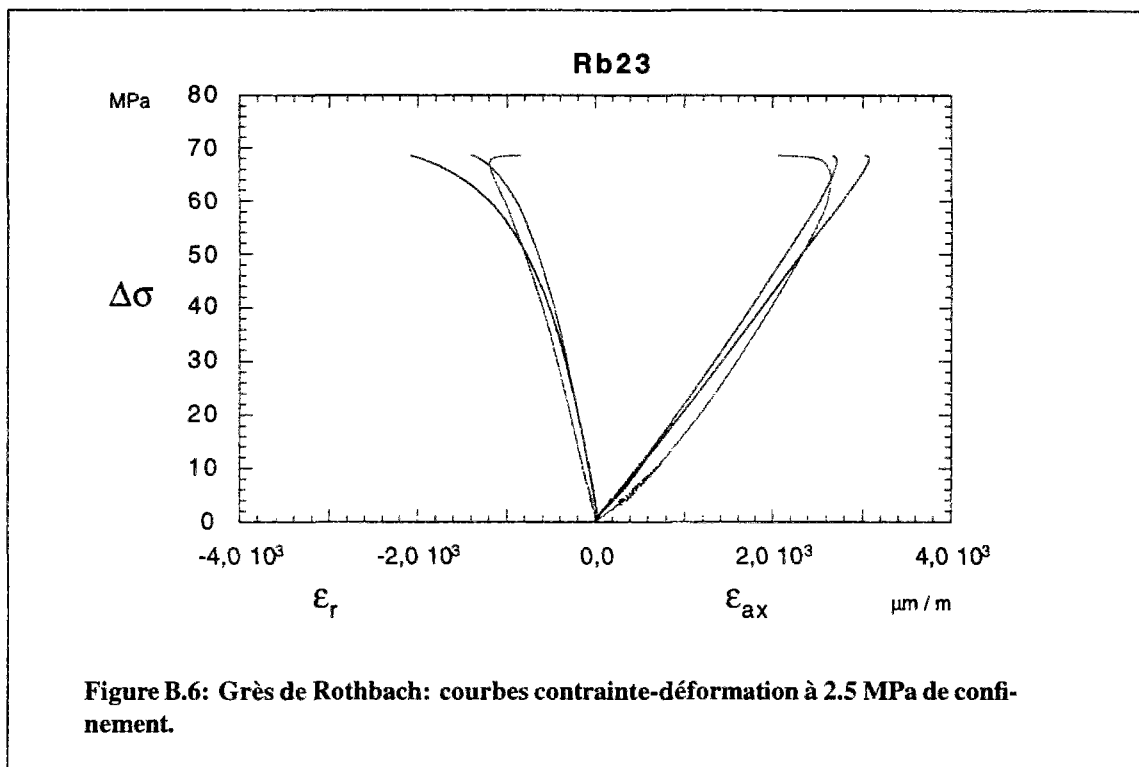
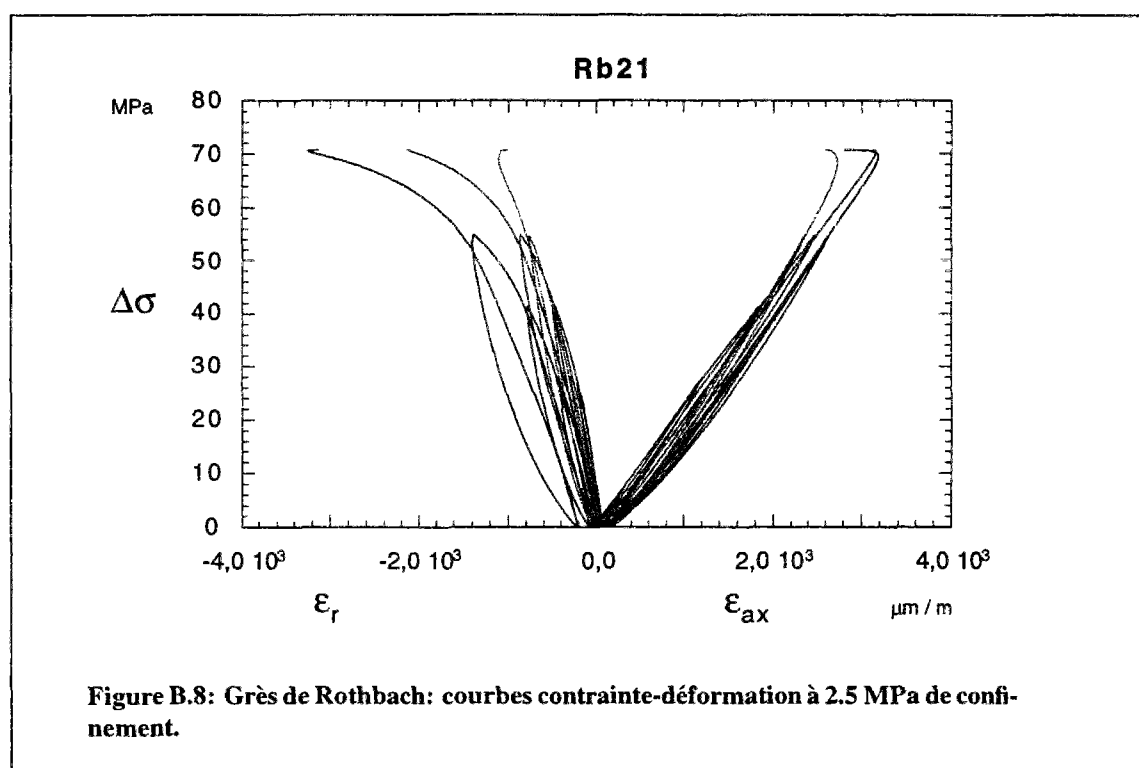
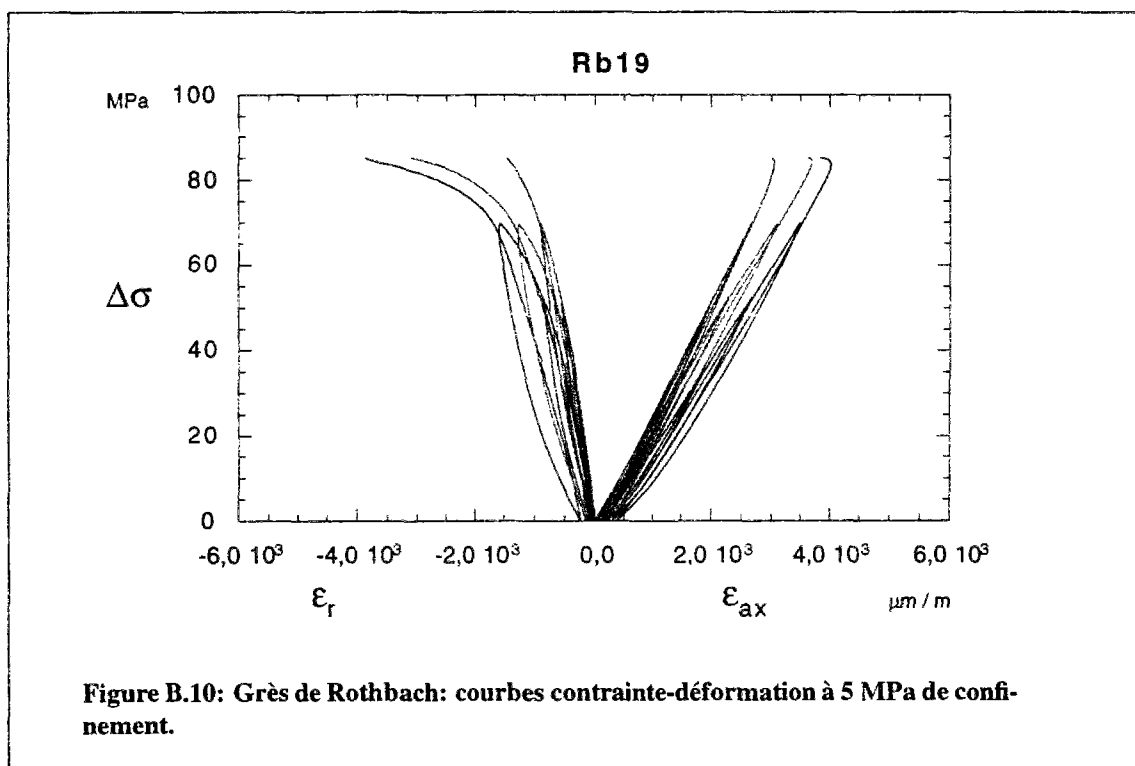
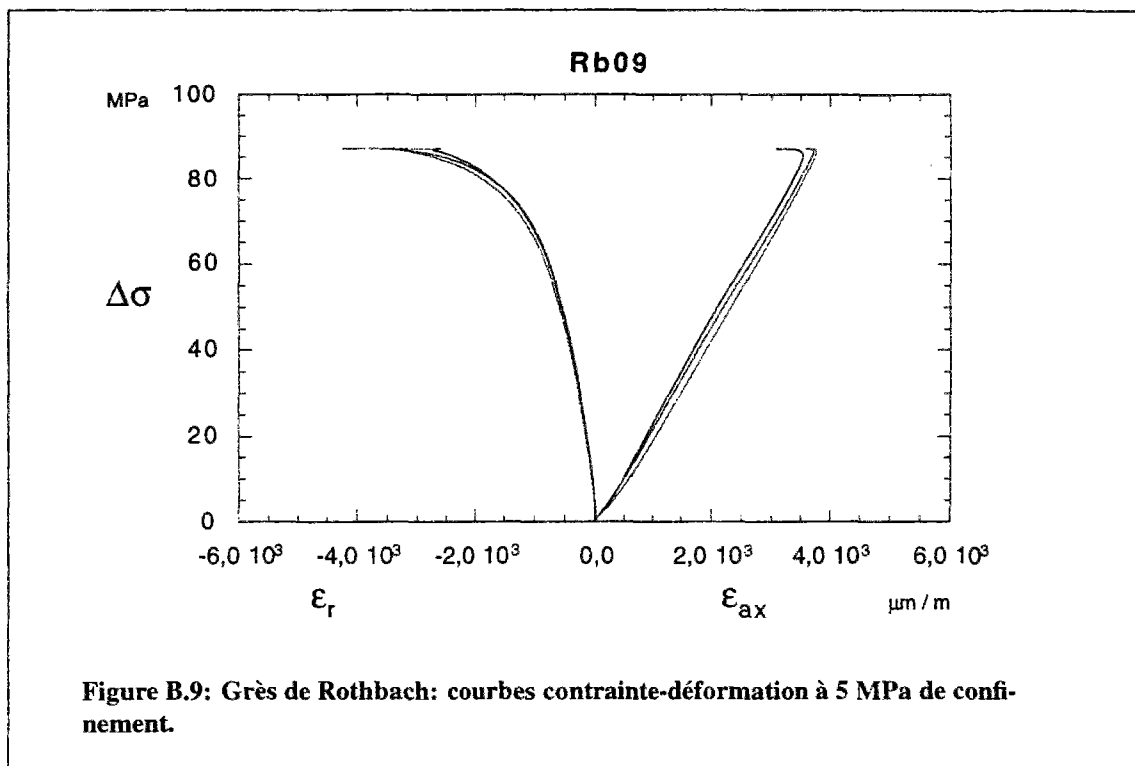
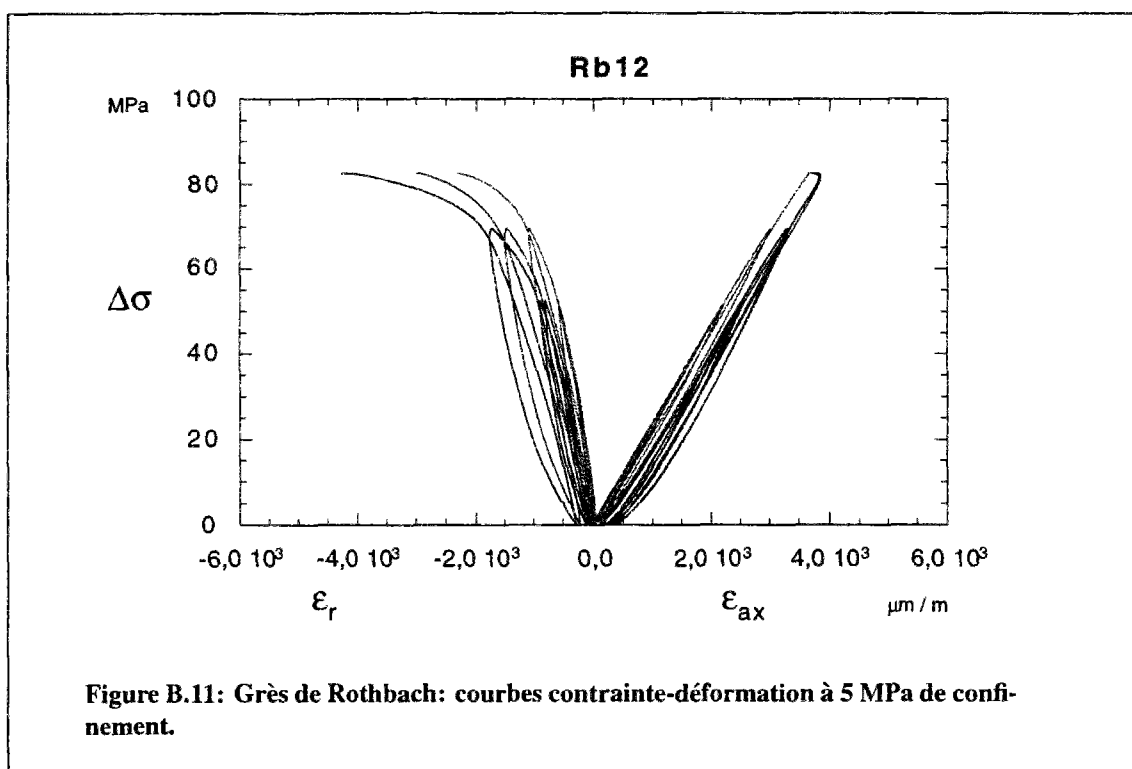


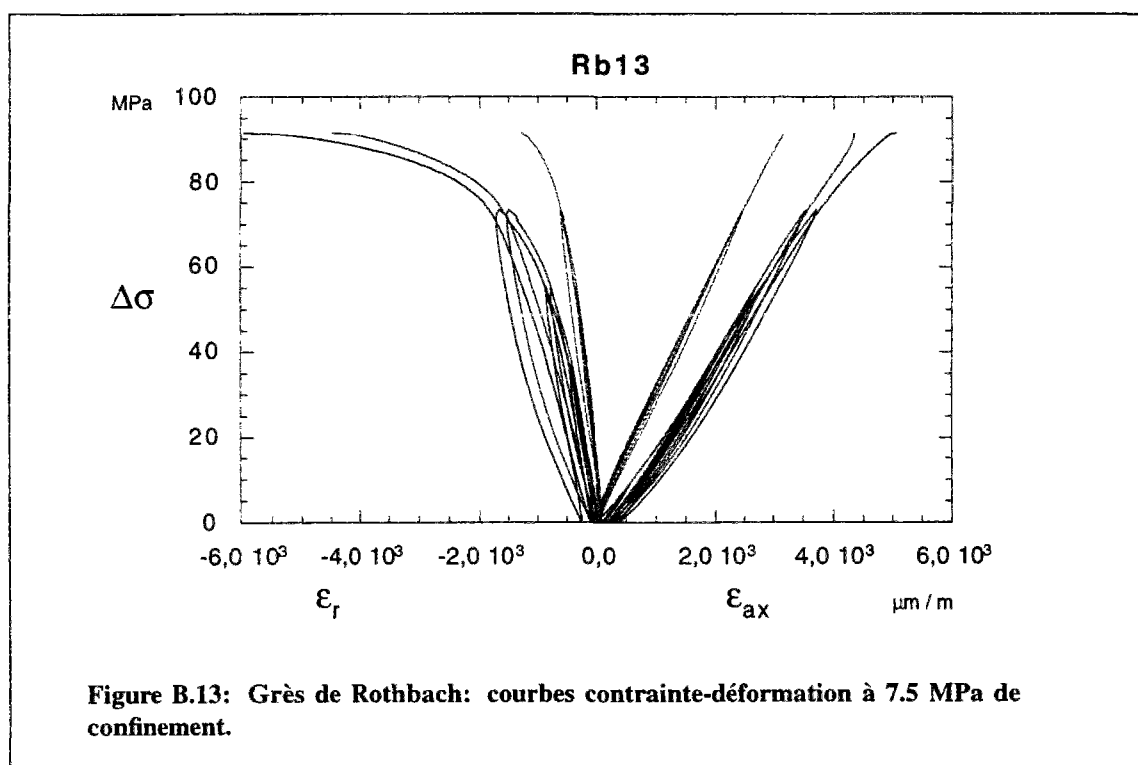
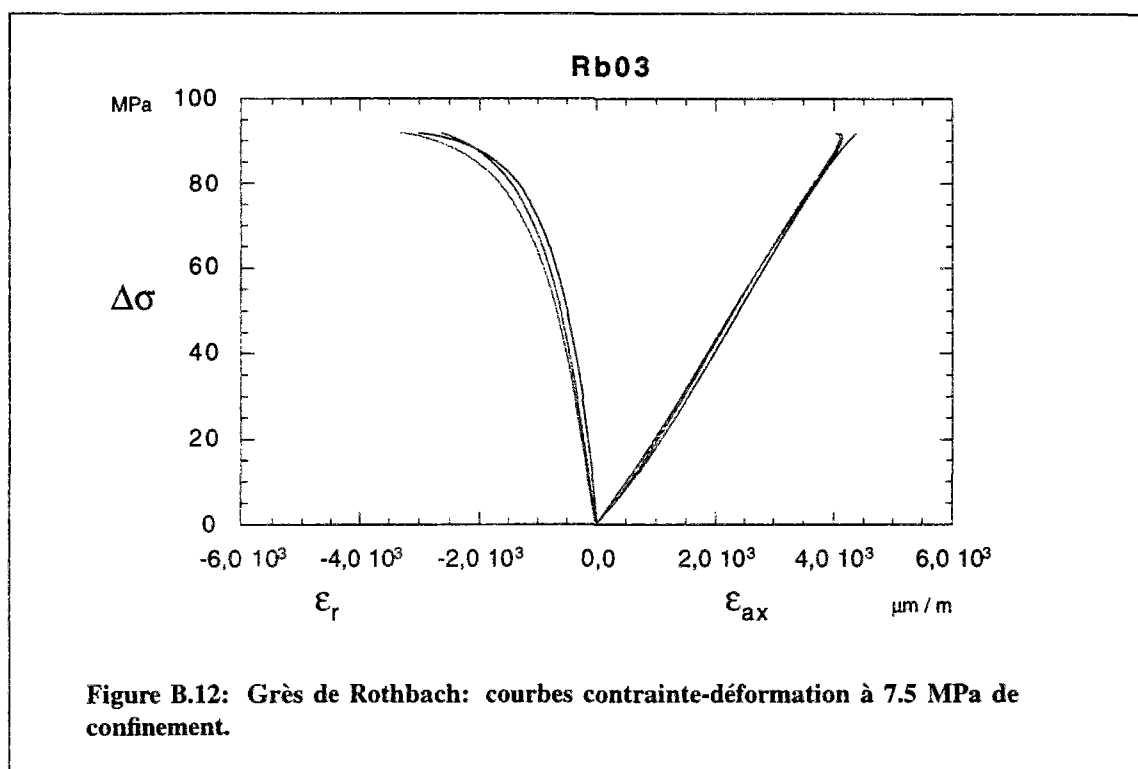
Figure B.5: Grès de Rothbach: courbes contrainte-déformation à 0 MPa de confinement (échantillon non lubrifié).

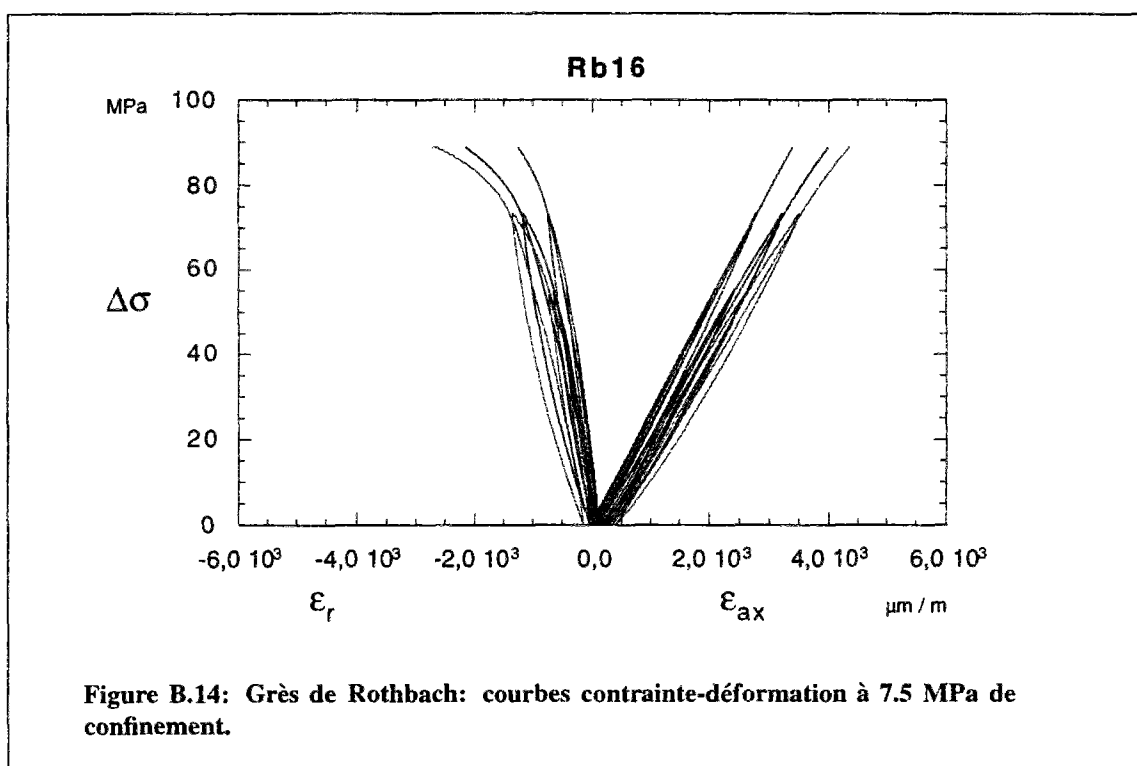


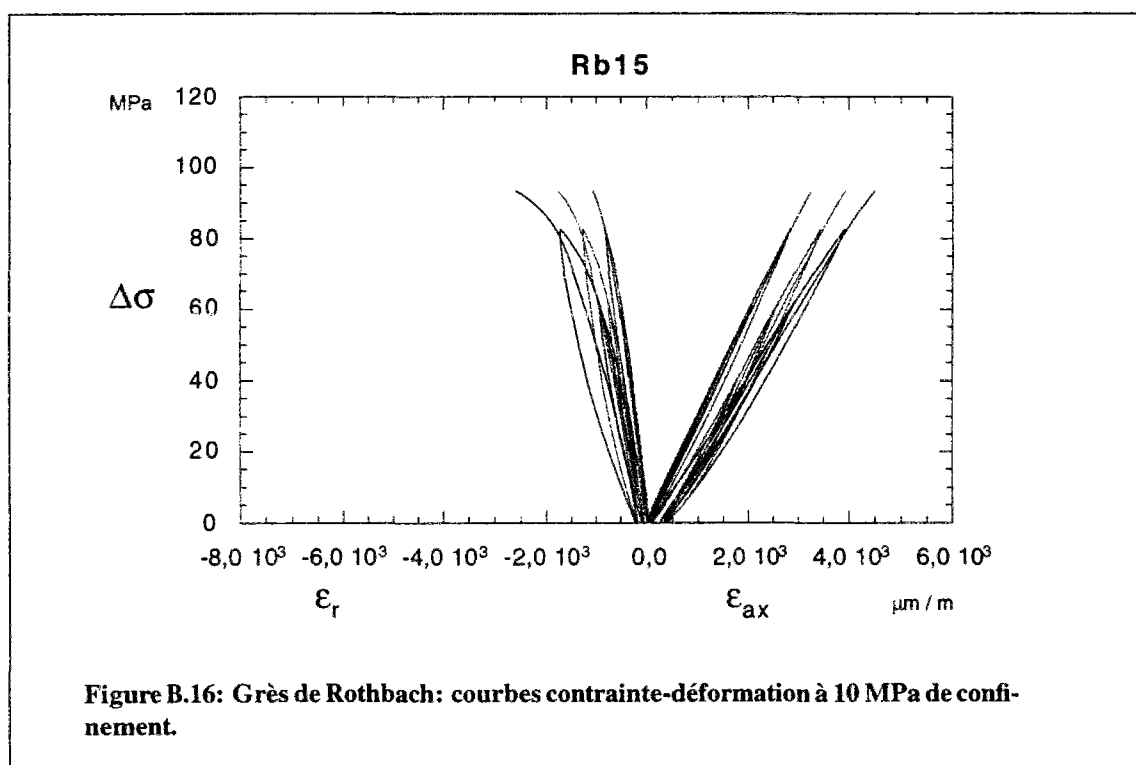
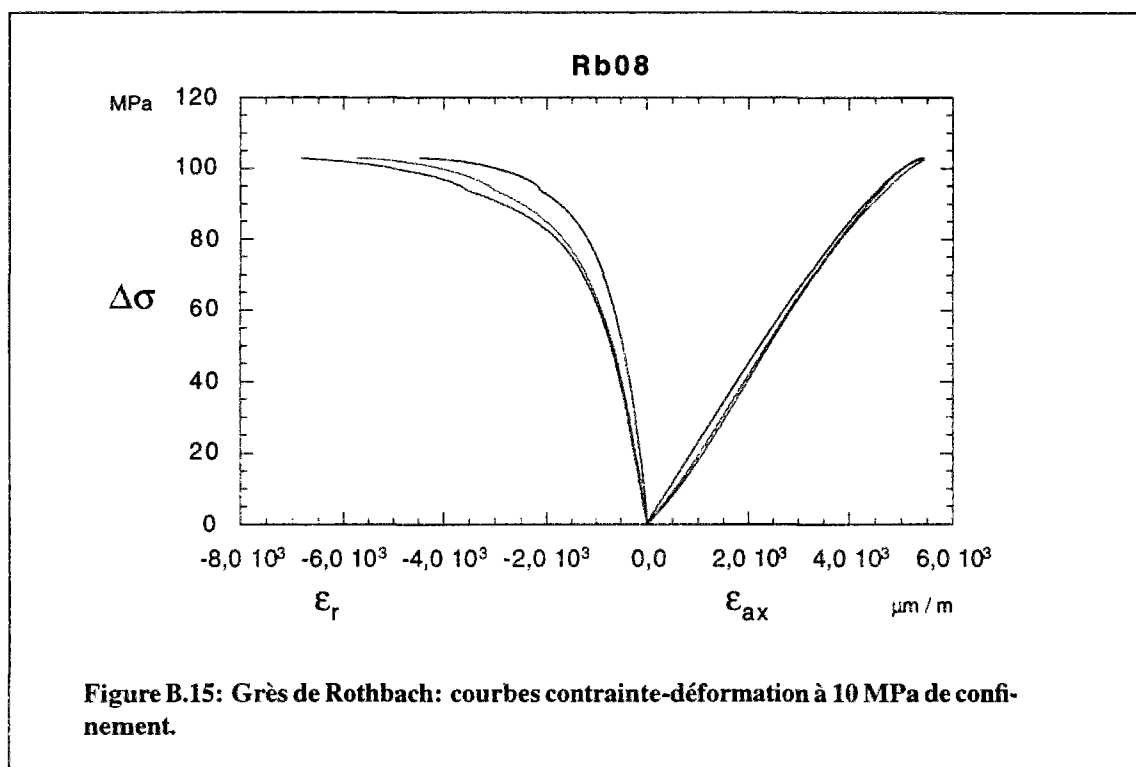


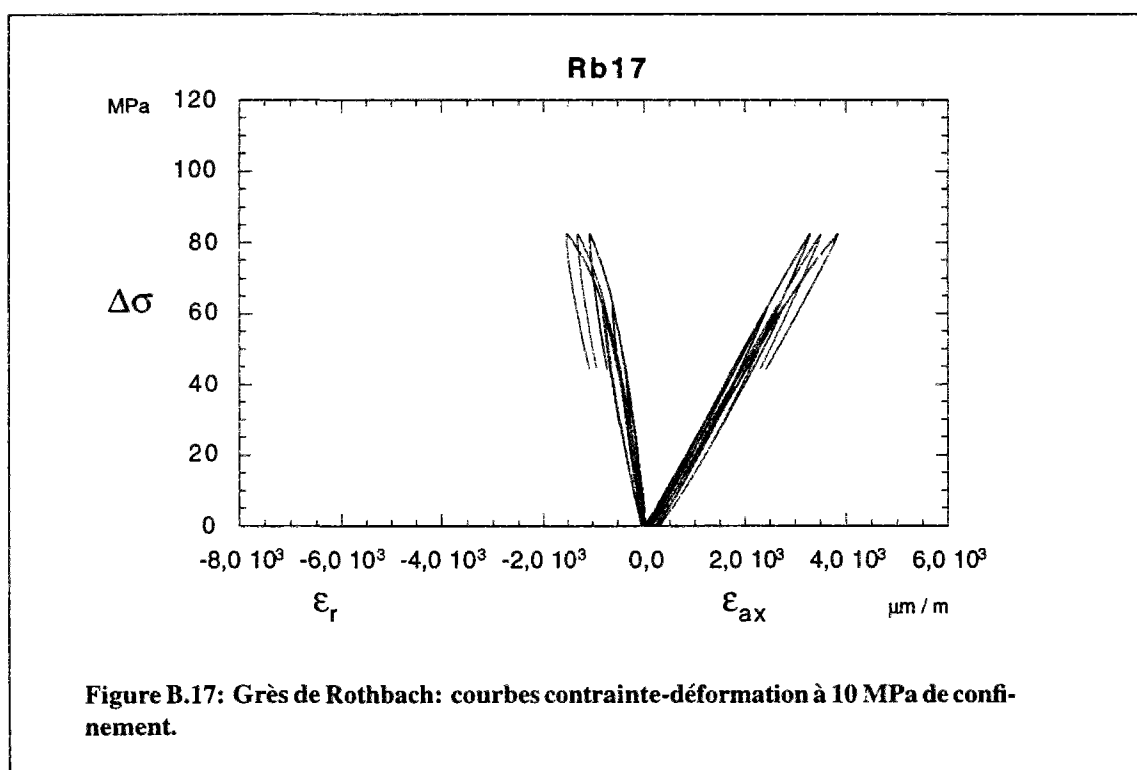


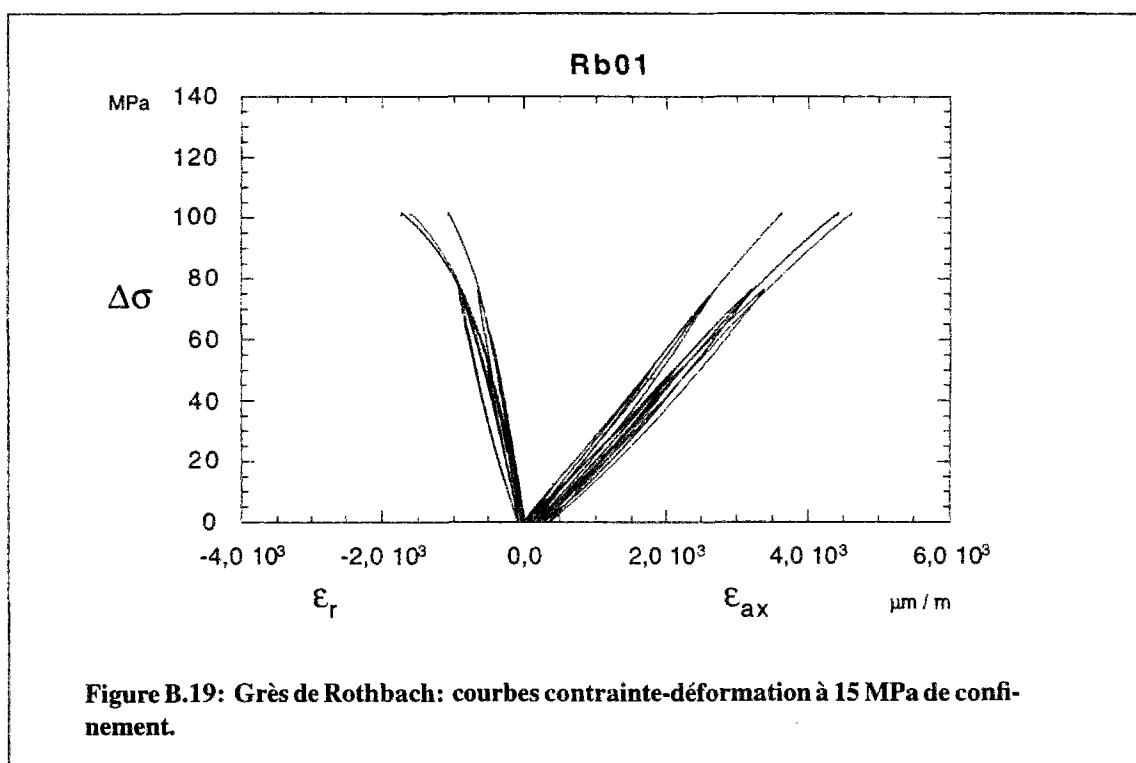
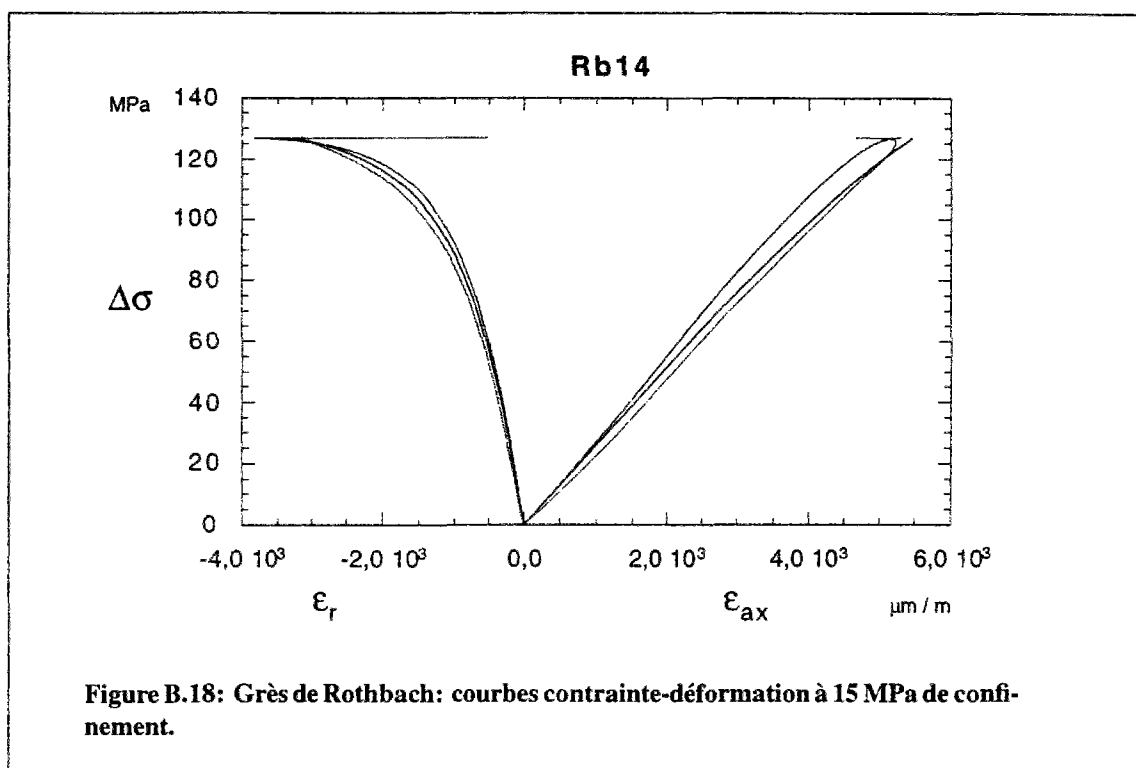


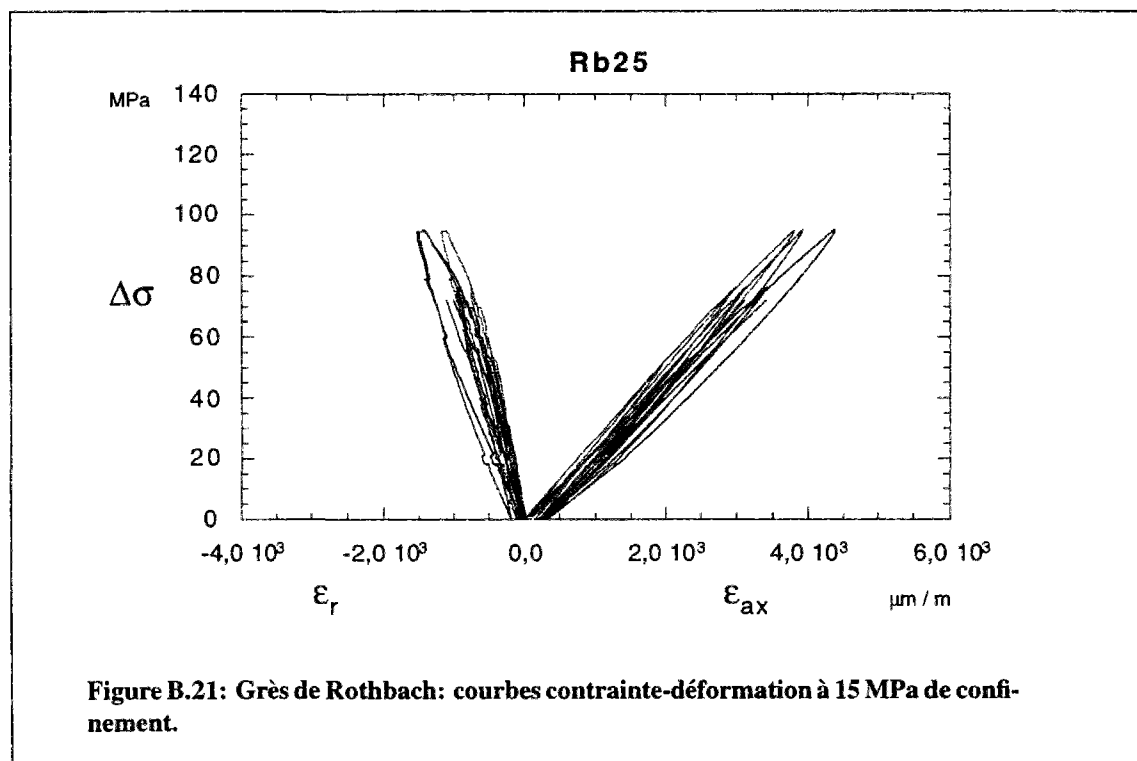
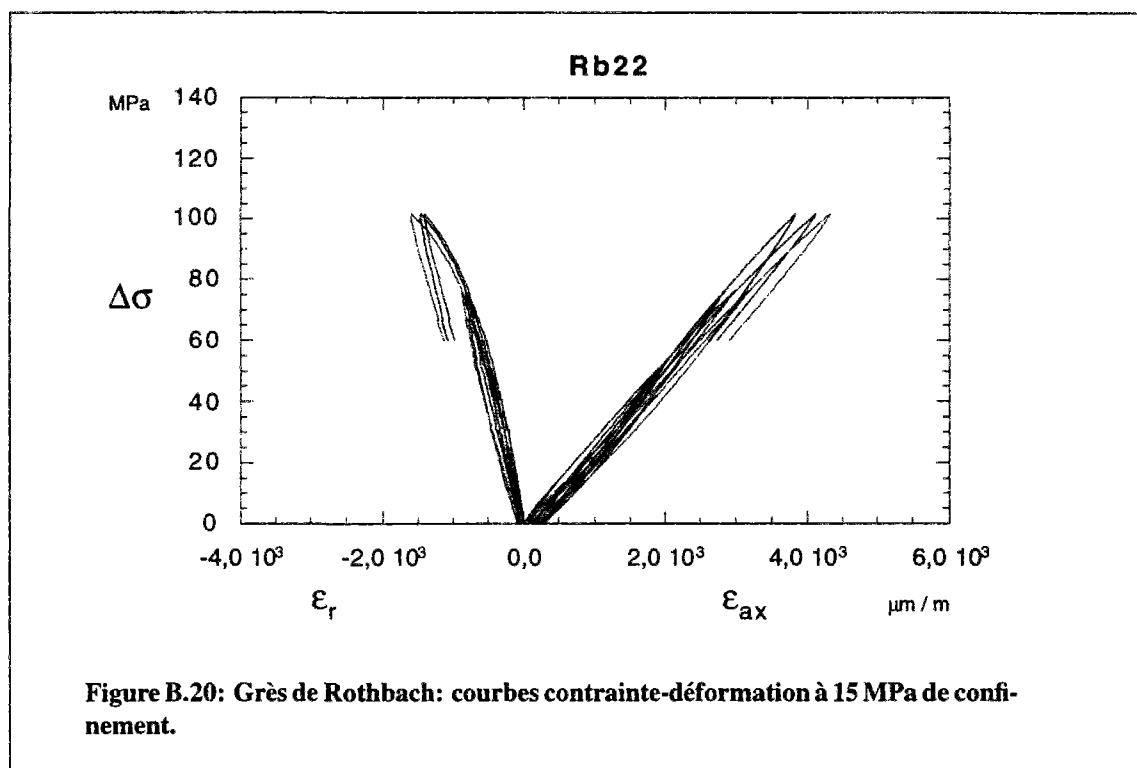












Bibliographie

- Andrieux S.. *Un modèle de matériau microfissuré applications aux roches et aux bétons*. Thèse de Doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées. Paris, 1983, pp.273.
- Andrieux S., Bamberger Y., Marigo J.J.. Un modèle de matériau microfissuré pour les béton et les roches. *J. Méc. théor. appl.*. Vol. 5, No 3, pp 471-513 (1983).
- Bazant Z., Lin F.B., Lippmann H.. Fracture Energy Release and Size Effect in Borehole Breakout. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*. Vol. 17, pp 1-14 (1993).
- Bieniawski Z.T.. Mechanism of Brittle Failure of Rock. Part II: Experimental Studies. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 4, No 4, pp. 407-423 (1967).
- Bieniawski Z.T.. Mechanism of Brittle Failure of Rock. Part III: Fracture in tension and under Long-Term Loading. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 4, No 4, pp. 425-430 (1967).
- Bieniawski Z.T.. Stability Concept of Brittle Fracture Propagation in Rock. *Int. J. Eng. Geol.*. Vol 2, No 3, pp 149-162 (1967).
- Bieniawski Z.T.. Brittle Fracture Propagation in Rock. In Gray K.E. (Edited by), *Basic and Applied Rock Mechanics*. Austin, pp. 409-427 (1968).
- Bordia S.K.. The Effect of Size and Stress Concentration on the Dilatancy and Fracture of Rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 8, pp 629-640 (1971).
- Brace W.F.. Brittle Failure of Rocks. In *State of Stress in the Earth's Crust. Proc. Int. Conf.* Santa Monica, pp. 111-178, Elsevier, 1964.
- Brady B.T.. A Mechanical Equation of State for Brittle Rock. Part I: The Pre-failure behavior of Brittle Rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 7, pp 385-421 (1970).
- Bridell J.M.. *Reducing frictional constraint in compression testing*. M.S. Thesis. University of Minnesota, Minneapolis (1991).

- Brown E.T., Bray J.W., Ladanyi B., Hoek E.. Ground Response Curves for Rock Tunnels. *J. Geotech. Eng.*. Vol. 109, No 1, pp 15-39 (1983).
- Brown E.T., Hudson J.A., Hardy M.P., Fairhurst C.. Controlled Failure of Hollow Rock Cylinders in Uniaxial Compression. *Rock Mechanics*. Vol 4, pp 1-24 (1972).
- Chaboche J.L.. Continuum Damage Mechanics: Part I - General Concepts. *ASME J. Applied Mechanics*. Vol. 55, pp 59-64 (1988a).
- Chaboche J.L.. Continuum Damage Mechanics: Part II - Damage Growth, Crack Initiation, and Crack Growth. *ASME J. Applied Mechanics*. Vol. 55, pp 65-72 (1988b).
- Chow C.L., Lu T.J.. A comparative study of continuum damage models for crack propagation under gross yielding. *Int. Jour. Fract.* **53**, pp 43-75 (1992).
- Cordebois J.P., Sidoroff F.. Damage induced elastic anisotropy. *Euromech 115*, Villard de lans (1979).
- Cordebois J.F., Sidoroff F.F.. Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité. *J. Méc. théor. appl.* Vol. spécial, pp 45-60 (1980).
- Cook N.G.W.. The Failure of Rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*. Vol. 2, pp 389-403 (1965).
- Cook N.G.W, Hoek E., Pretorius J.P.G., Ortlepp W.D., Salomon M.D.G.. Rock Mechanics Applied to the Study of Rockbursts. *J. South Afr. Min. & Metal.*. pp 436-528, (May 1966).
- Crouch S.L., Starfield A.M.. *Boundary Element Methods in Geomechanics*. Georg Allen & Unwin, London.
- Darve F.. Rupture d'argiles naturelles par surfaces de cisaillement à l'essai triaxial. *Rev. Franç. Géotec.*. Nu. 23, pp 27-38 (1983).
- Darve F.. L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement. In *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, F. Darve Ed.. Presses des Ponts et Chaussées, Paris, 1987, pp 129-149.
- Darve F.. Stability and uniqueness in geomaterials constitutive modelling. In *Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rock*. Balkema, Rotterdam, 1994, pp. 73-88.
- Desrues J.. *La localisation de la déformation dans les matériaux granulaires*. Thèse de Doctorat. Université Scientifique et Médicale & Institut National Polytechnique de Grenoble. Grenoble, 1984, 283 pp..

- Désoyer T., Cormery F.. On Uniqueness and Localisation in Elastic-Damage Materials. *Int. J. Solids Structures*. Vol. 31, n° 5, pp 733-744 (1994).
- Désoyer T., Leroux S.. Etude de la localisation pour une loi de comportement élastique-endommageable avec gradients de déplacement d'ordre supérieur. C. R. Acad. Sci. Paris, Série II, p. 277-282 (1994).
- Doghri I.. *Étude de la localisation de l'endommagement*. Thèse de Doctorat. Université Pierre et Marie Curie (Paris 6). Paris, 1989, 152 pp..
- Dragon A., Mroz Z.. A continuum model for plastic-brittle behavior of rock and concrete. *Int. J. Engng. Sci.*. Vol 17, pp.122-137 (1978).
- Dragon A., Cormery F., Désoyer T., Halm D.; Localised failure analysis using damage models. In *Localisation and Bifurcation Theory for Soils and Rock*. Balkema, Rotterdam, 1994, pp. 127-139.
- Drescher A., Vardoulakis I.. Geometric softening in triaxial tests on granular material. *Géotechnique*. Vol. 32, n°4, pp 291-303 (1982).
- Eringen A.C.. *Nonlinear Theory of Continuous Media*. McGraw-Hill Book Company. New York, 1962.
- Ewy R.T., Cook N.G.W.. Deformation and Fractures around Cylindrical Openings in Rock: Observations and Analysis of Deformations. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.*. Vol. 27, No. 5, pp 409-427 (1990).
- Ewy R.T.. Deformation and Fractures around Cylindrical Openings in Rock: Initiations, Growth and Interaction of Fractures. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.*. Vol. 27, No. 5, pp 387-407 (1990).
- Ewy R.T.. *Deformation and Fracture around Cylindrical Openings in Rock*. Ph.D. Thesis. University of California at Berkeley, (1989), pp.219.
- Ewy R.T, Kemeny J.M., Zheng Z., Cook N.G.W.. Generation and analysis of stable excavation shapes under high rock stresses. In *Proc. 6th Congress ISRM*. Montréal, Vol. 2, pp. 875-881 (1987).
- Fairhurst C., Cook N.G.W.. The Phenomenon of Rock Splitting Parallel to the Direction of Maximum Compression in the Neighbourhood of a Surface. In *Proc. 1th Congress ISRM*. Lisbon, Vol. 1, pp. 687-692 (1966).
- Gambarotta L., Lagomarsino S.. A Microcrack Damage Model for Brittle Materials. *Int. J. Solids Structures*. Vol. 30, No. 2, pp. 177-198 (1993).

- Gramberg J.. *A Non-Conventional View on Rock Mechanics and Fracture Mechanics*. Balkema 1989, 250 pp..
- GRECO Géomatériaux. *Actes du Colloque Bilan et Perspective du GRECO Géomatériaux*. Edité par F. Darve. Ministère de la Recherche et de la Technologie, CNRS, Ministère de l'Education Nationale, Paris, 1989, 311 pp..
- GRECO Géomatériaux. *Rapport Scientifique 1991*. Edité par J.M. Reynouard. Ministère de la Recherche et de la Technologie, CNRS, Ministère de l'Education Nationale, Paris, 1991, 843 pp..
- GRECO Géomatériaux. *Rapport Scientifique 1992*. Edité par J.M. Reynouard. Ministère de la Recherche et de la Technologie, CNRS, Ministère de l'Education Nationale, Paris, 1992, 801 pp..
- Guenot A.. Contraintes et ruptures autour des forages pétroliers. *Proc. 6th Congr. Int. Soc. Rock Mech.*, pp 109-118, Montreal, 1987.
- Guenot A.. Borehole Breakouts and Stress Field. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.* Vol 26, No 3/4, pp. 185-195 (1989).
- Halphen B., Salençon J.. *Elasto-plasticité*. Presses des Ponts et Chaussées, Paris, 1987, 448 pp..
- Hegemier G.A., Read H.E.. On Deformation and Failure of Brittle Solids: Some Outstanding Issues. *Mechanics of Materials* 4, pp 215-259 (1985).
- Hoek E.. Brittle Failure of Rock. *Imperial College, Rock Mechanics Research Report*. London, 24 pp. (1967).
- Horii H., Nemat-Nasser S.. Compression-induced microcrack growth in brittle solids: Axial splitting and shear failure. *J. Geophys. Res.* Vol. 90, B4, pp. 3105-3125 (1985).
- Irwin G.R.. Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate. *J. Applied Mechanics*. Vol. 24, pp. 361-364 (1957).
- Kawamoto T., Ichikawa Y., Kyoya T.. Deformation and Fracturing Behavior of Discontinuous Rock Mass and Damage Mechanics Theory. *Int. Jour. Num. Anal. Methods in Geom.* Vol 12, pp 1-30 (1988).
- Kachanov L.M.. *Eléments de la théorie de la plasticité*. Editions Mir, Moscou, 1975, 453 pp..
- Kachanov L.M.. *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1986, 135 pp..

- Krajcinovic D., Fonseka G.U.. The Continuous Damage Theory of Brittle Materials. Part 1: General Theory. *ASCE Jour. Appl. Mech.*. Vol. 48, pp 809-815 (1981).
- Krajcinovic D., Fonseka G.U.. The Continuous Damage Theory of Brittle Materials. Part 2: Uniaxial and Plane Response Modes. *ASCE Jour. Appl. Mech.*. Vol. 48, pp 816-824 (1981).
- Krajcinovic D.. Continuous Damage Mechanics Revisited: Basic Concepts and Definitions. *ASCE Jour. Appl. Mech.*. Vol. 52, pp 829-834 (1985).
- Kreyszig E.. *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, 1988, pp. 1294.
- Kyriakides S.. Propagating instabilities in structures. In *Theoretical and Applied Mechanics 1992*. Elsevier, 1993, pp. 79-80.
- Labuz J.F., Bridell J.M.. Reducing Frictional Constraint in Compression Testing Through Lubrication. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 30, n4, pp 451-455 (1993).
- Lekhnitskii S.G.. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. Mir, Moscow, 1981.
- Lemaitre J.. *A Course on Damage Mechanics*. Springer-Verlag. Berlin, 1992, pp 210.
- Lemaitre J., Chaboche J.L.. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris, 1988, 544 pp.
- Maloney S., Kaiser P.K.. Results of borehole breakout simulation tests. *Rock at Great Depth, Maury & Fourmaintraux (eds.)*, Pau 1989. Vol 2, pp 745-751.
- Martinet G.. *Grès et mortiers du temple d'Amon*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, 1992, 187 pp..
- Maugin G.A.. *The Thermomechanics of Plasticity and Fracture*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992, 350 pp.
- Maury V.. Observations, recherches et résultats récentes sur les mécanismes de rupture autour des galeries isolées. Rapport de la Commission ISRM "Mécanismes de rupture". *Proc. 6th Congr. Int. Soc. Rock Mech.*, pp 109-118, Montreal, 1987.
- Mazars J.. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de Doctorat d'État, Université Paris VI. Paris, 1984.
- McClintock F.A., Walsh J.B.. Friction on Griffith cracks in rocks under pressure. *U.S. Natl. Congr. Appl. Mech.*, pp 1015-1021, Berkeley, 1962.

- Murakami S., Ohno N.. A continuum Theory of Creep and Creep Damage. *Proc. 3rd IU-TAM Symp. on Creep Structures*. A.R.S. Ponter and D.R. Hayhurst Eds.. Springer-Verlag, Berlin 1980, pp 422-443.
- Nemat-Nasser S., Horii H.. Elastic solids with microdefects. In *Micromechanics and Inhomogeneity*. G.J. Weng, M. Taya and H Abè Ed. Springer, Berlin, 1990, pp.297-320.
- Nova R.. Loss of Uniqueness of Elastoplastic Strainhardening Constitutive Laws for Geomaterials. In *Strain Localisation and Failure in Geomaterials*, Milan 1992, 25 pp..
- Obert L., Stephenson D.E.. Stress Condition under which Core Discing occurs. *Soc. Min. Eng. Transactions*. pp. 227-234 (1965).
- Ord A., Vardoulakis I., Kajewski R.. Shear Band Formation in Gosford Sandstone. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol. 28, n^o 5, pp 397-409 (1991).
- Panet M.. Quelques problèmes de mécanique des roches posés par le tunnel du Mont Blanc. *Bul. Liaison Labo. Routiers P. et Ch.*, n. 42, pp 115-145 (1969).
- Papamichos E., Labuz J.F., Vardoulakis I.. A Surface Instability Detection Apparatus. *Rock Mech. Rock Engng.* Vol. 27, pp 37-56 (1994).
- Papanastasiou P.C.. *Numerical analysis of localisation phenomena with application in deep boreholes*. Ph.D. Thesis. University of Minnesota, Minneapolis, 1990.
- Paterson M.S.. *Experimental Rock Deformation - The Brittle Field*. Springer Verlag, Berlin, 1978.
- Pellegrino A., Sulem J., Barla G.. Nonlinear effects in the study of borehole stability. *Eu-rock '94*. Balkema, Rotterdam. pp. 231-238 (1994).
- Pijaudier Cabot G., La Borderie C., Fichant S.. Damage Mechanics for Concrete Modelling: Applications and Comparison with Plasticity and Fracture Mechanics. *Euro-C 1994, Proc. Int. Conf.*. Innsbruck, pp.17-36 (1994).
- Plumb R.A.. Fracture patterns associated with incipient wellbore breakouts. *Rock at Great Depth, Maury & Fourmaintraux (eds.)*, Pau 1989. Vol. 2, pp 761-768.
- Proctor R.V., White T.L.. *Rock Tunnelling with Steel Supports*. The Commercial Shearing & Stamping Co.. Youngstown, Ohio, 1946, 282 pp..
- Ramtani S.. *Contribution à la modelisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral*. Université Pierre et Marie Curie (Paris 6). Paris, 1990, 227 pp..

- Ribacchi R, Riccioni R.. Stato di sforzo e deformazione intorno ad una galleria circolare. *Gallerie*, 5, pp 7-20 (1977).
- Rudnicki J.W., Rice J.R.. Conditions for the localisation of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*. Vol 23, pp 371-394 (1975).
- Santarelli F.J.. *Theoretical and experimental investigation of the stability of the axysymmetric wellbore*. Ph.D. Thesis, University of London, London 1987, 472 pp..
- Santarelli F.J., Brown E.T.. Failure of Three Sedimentary Rocks in Triaxial and Hollow Cylinder Compression Tests. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.* Vol. 26, No. 5, pp 401-413 (1989).
- Santarelli F.J.. Quelques réflexions sur les biais d'observation lors des essais sur les modèles réduit de forage. *Rev. Franç. Géotech.* n. 59, pp 33-41 (1992).
- Singh U.K., Digby P.J.. A Continuum Damage Model for Simulation of The Progressive Failure of Brittle Rocks. *Int. J. Solids Structures*. Vol.25, No.6, pp 647-663 (1989).
- Sluys L.J.. *Wave propagation, localisation and dispersion in softening solids*. Delft University of Technology, Delft, 1993, pp.173.
- Stacey T.R., De Jongh C.L.. Stress fracturing around a deep-level bored tunnel. *J. S. Afr. Inst. Min. Met.* Vol 78, No 5, pp. 124-133 (1977).
- Sulem J., Vardoulakis I.. Bifurcation analysis of triaxial test on rock specimens. A theoretical model for shape and size effect. *Acta Mechanica*. Vol. 83, pp 195-212 (1990).
- Vardoulakis I., Papamichos E.. Surface instabilities in elastic anisotropic media with surface parallel Griffith cracks. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.* Vol. 28, No. 2/3, pp.163-173 (1991).
- Vardoulakis I., Sulem J., Guenot A. Borehole Instabilities as Bifurcation Phenomena. *Int J. Rock Mech. Sci & Geomech. Abstr.* Vol. 25, No. 3, pp 159-170 (1988).
- Vardoulakis I., Sulem J.. Application of Bifurcation Theory to Rock Mechanics Problems. In *Comprehensive Rock Engineering*, J.A. Hudson Editor. Chapter 23, Volume 1 (1993).
- Wohua Z., Valliappan S.. Analysis of Random Anisotropic Damage Mechanics Problems of Rock Mass. Part I: Probabilistic Simulation. *Rock Mechanics and Engineering*. Vol. 23, pp. 91-112 (1990).
- Wawersik W.R., Fairhurst C.. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* Vol. 7, No 5, pp. 561-575 (1970).