



HAL
open science

Contribution à la modélisation du comportement hydrique et mécanique des remblais routiers en matériaux fins

Moussa Wone

► **To cite this version:**

Moussa Wone. Contribution à la modélisation du comportement hydrique et mécanique des remblais routiers en matériaux fins. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1995. Français. NNT: . tel-00523303

HAL Id: tel-00523303

<https://pastel.hal.science/tel-00523303v1>

Submitted on 4 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 19 857 (4)

THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

spécialité : géotechnique

X

présentée par

Moussa WONE

*pour obtenir le grade de Docteur de
l'École Nationale des Ponts et Chaussées*

sur le sujet

**CONTRIBUTION A LA MODÉLISATION DU
COMPORTEMENT HYDRIQUE ET MÉCANIQUE
DES REMBLAIS ROUTIERS EN MATÉRIAUX FINS**

soutenue le 12 Décembre 1995

devant le jury composé de

M. J.P. MAGNAN,	Président
MM. J.M. FLEUREAU,	Rapporteur
I. SHAHROUR,	Rapporteur
P. HUMBERT,	Examineur
C. MIEUSSENS,	Examineur
MME. O. OZANAM,	Examineur

Paris



A MES PARENTS

REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Je remercie :

- **Monsieur Jean-François COSTE**, Directeur, pour m'y avoir accueilli ;

- **Monsieur Alain BONNET**, Directeur des Actions Scientifiques et Techniques et **Madame Nicole TCHANG** pour avoir mis à ma disposition les moyens nécessaires à la préparation de cette thèse ;

- **Messieurs Jean-Louis DURVILLE**, chef de la division de Mécanique des Sols et Géologie de l'Ingénieur, **Samuel AMAR**, adjoint au chef de la même division, et **Philippe Mestat**, chef de la section de Rhéologie et Modélisation des Sols, pour les efforts qu'ils ont déployés pour que cette thèse se déroule dans les meilleures conditions possibles.

Je remercie tout spécialement **Monsieur Jean-Pierre MAGNAN**, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Directeur Technique au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées qui a bien voulu diriger cette thèse et dont les orientations et les encouragements m'ont soutenu tout au long de mes recherches. Qu'il veuille bien accepter ma sincère reconnaissance et le témoignage de ma profonde gratitude.

J'exprime mes vifs remerciements aux membres du jury de soutenance de cette thèse :

- **Monsieur Jean-Marie FLEUREAU**, Professeur à l'Ecole Centrale de Paris, et à **Monsieur Isam SHAHROUR**, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse malgré leurs lourdes tâches ;

- **Madame Odile OZANAM**, **Messieurs Pierre Humbert et Claude Micussens** qui m'ont fait l'honneur d'en être les examinateurs et dont les remarques judicieuses ont été pour moi une source d'acquisitions nouvelles.

J'exprime mes chaleureux remerciements à **Messieurs Jacques OCZKOWSKI, Alain DUBOUCHET, Jean-Jacques BRIOIST, Jean-Louis SALHL, Jean LE GOUGUEC** pour les services techniques qu'ils m'ont rendu à certaines étapes de cette thèse.

Enfin, que toutes les personnes qui m'ont permis, de près ou de loin, de mener à bien ce travail et particulièrement mes collègues doctorants, trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

RÉSUMÉ

Afin de mieux estimer les tassements et la stabilité des ouvrages géotechniques au cours du temps, une modélisation du comportement couplé (mécanique, écoulement de l'eau et écoulement de l'air) des milieux poreux non saturés est développée.

A partir des équations d'équilibre, de continuité et de comportement des trois phases du sol, nous avons d'abord établi un système non linéaire tant du point de vue mécanique que du point de vue des écoulements. Ce modèle est discrétisé dans l'espace, par éléments finis, et dans le temps, par un schéma implicite. Le traitement numérique de ce problème conduit, d'une part, à la création d'une nouvelle famille d'éléments de consolidation bidimensionnelle des sols non saturés dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC et, d'autre part, à la mise au point d'un algorithme itératif combinant la méthode des rigidités variables pour le traitement des non linéarités liées à l'écoulement des fluides et la méthode des contraintes initiales pour le traitement des non linéarités mécaniques. La programmation de cet algorithme a été effectuée dans le module CSNS (Consolidation des Sols Non Saturés) de CESAR - LCPC.

La modélisation effectuée et sa programmation, qui tient compte, entre autres, du phasage de la construction du remblai et des conditions aux limites de diverses natures, ont été testées sur un ouvrage réel (remblai autoroutier). La confrontation des résultats numériques et expérimentaux sur cet ouvrage a montré que cette approche de couplage des écoulements de l'eau et de l'air et des déformations du sol produit des résultats encourageants tant du point de vue mécanique que du point de vue des écoulements.

Mots clés : Modèle numérique - Éléments finis - Consolidation - Couplage - Écoulement - Eau - Air - Saturé - Non saturé - Bidimensionnel - Non linéaire - Élasticité - Élastoplasticité - Modèle d'Alonso - Écrouissage - CESAR-LCPC - Rigidités variables - Méthode des contraintes initiales - Remblai - Fondation.

ABSTRACT

A coupled model for three-phase unsaturated porous media, with allowance for both the stress-strain relationships of the soil and the flow of water and air, is presented. It is aimed at improving the settlement predictions and stability analyses of geotechnical structures.

A system of non linear equations, both for the stress-strain relationships and for the flow of fluids, is first derived, on the basis of the static equilibrium equations, of the continuity equations and of the constitutive relationships of each of the three phases. This system of equations is then solved using the finite element method and an implicit integration scheme for time dependency. This work resulted in the implementation in the finite element program CESAR-LCPC of a new family of elements, devoted to the two-dimensional consolidation analysis of unsaturated soils, and of an iterative algorithm, combining the method of variable stiffness for the flow nonlinearities and the initial stress method for the material nonlinearities. A new subroutine of CESAR-LCPC, termed CSNS (for Consolidation of Unsaturated Soils, in French), was created for performing this type of analysis.

The subroutine CSNS takes into account the staged construction of the geotechnical structures and can accommodate any type of boundary conditions. It was checked against the observed behaviour of a test section of an existing motorway. The comparison of the observed and calculated displacements and water pressures in the embankment gave encouraging insight into the capabilities of the method.

Key words : Numerical model - Finite element - Consolidation - Coupled problem - Mechanical - Flow - Water - Air - Saturated - Unsaturated - Two-dimensional - Non-linear - Elasticity - Elastoplasticity - Alonso's model - Hardening - CESAR-LCPC - Variable stiffness - Initial stress method - Embankment - Foundation.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
----------------------------	---

PREMIÈRE PARTIE : SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 1 COMPORTEMENT DES REMBLAIS EN SOLS FINS	3
1.1 GÉNÉRALITÉS	3
1.2 LES MATÉRIAUX DE REMBLAIS	4
1.2.1 Les sols	4
1.2.2 Les matériaux rocheux.....	5
1.2.3 Les sous-produits industriels.....	5
1.3 COMPORTEMENT CARACTÉRISTIQUE DES SOLS FINS POUR LEUR UTILISATION EN REMBLAI	5
1.3.1 Analyse en laboratoire à partir des courbes Proctor et d'indice portant immédiat - CBR parès immersion.....	5
1.3.2 Présentation de la classification des sols proposée dans le GTR.....	13
1.4 LES MATÉRIAUX ROCHEUX ÉVOLUTIFS.....	14
1.5 RÉGLES DE CONSTRUCTION D'UN REMBLAI.....	16
1.6 COMPORTEMENT OBSERVÉ DES CORPS DE REMBLAIS.....	16
1.7 CONCLUSION	20
Chapitre 2 MODÉLISATION DES SOLS FINS COMPACTÉS	21
2.1 INTRODUCTION	21
2.2 MODÉLISATION DES SOLS NON SATURÉS : DIFFÉRENTES APPROCHES.....	21
2.3 BASES EXPÉRIMENTALES	27
2.3.1 Introduction.....	28
2.3.2 Etudes expérimentales en laboratoire et observations sur le terrain	28
2.3.2.1 Etudes expérimentales en laboratoire	28
2.3.2.2 Observations.....	31
A - Remblais faiblement compactés.....	31
B - Remblais de marnes argileuses compactées.....	34
2.3.3 Etudes théoriques	36
2.3.3.1 Hydraulique des milieux poreux non saturés.....	37
2.3.3.2 Modèle de comportement des sols non saturés.....	43
2.3.4 Etudes numériques.....	48
2.4 Exemples de calculs	50
2.4.1 Analyse de la consolidation des sols non saturés : application à la construction des barrages (Alonso et al., 1990).....	50

2.4.2	Validation des modèles de couplage sur ouvrage réel (Fleureau et Fry, 1990).	52
2.4.3	Evaluation de la sécurité des remblais en cours de construction : exemple de Mirgenbach (Nanda et al., 1993)	53
2.5	Conclusion	54

DEUXIÈME PARTIE : MODÉLISATION DES SOLS NON SATURÉS DANS CESAR-LCPC
--

Chapitre 3	MODÉLISATION DES SOLS NON SATURÉS : FORMULATION DES ÉQUATIONS	55
3.1	INTRODUCTION	55
3.2	HYPOTHÈSES ET DÉFINITIONS	56
3.2.1	Généralités	56
3.2.2	Champs de contraintes	56
3.2.3	Champs de déplacements et de déformations	56
3.2.4	Structure générale des équations	57
3.2.4.1	Equations d'équilibre	57
3.2.4.2	Loi de comportement du milieu continu global	57
3.2.4.3	Compatibilité des déformations du milieu global et des déformations des fluides (conservation de la masse des fluides)	57
3.2.4.4	Description des proportions des phases	57
3.2.4.5	Lois de comportement de l'eau et de l'air	58
3.2.4.6	Déplacements de l'eau et de l'air	58
3.3	ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE	58
3.4	LOIS DE COMPORTEMENTS DU MILIEU GLOBAL	59
3.4.1	Modèle d'Alonso et al. (1990) pour le cas axisymétrique	60
3.4.1.1	Surfaces de charge	60
3.4.1.2	Loi d'écoulement plastique	64
3.4.1.3	Lois d'écrouissage	65
3.4.1.4	Les déformations élastiques	65
3.4.2	Formalisme mathématique de l'élastoplasticité des sols non saturés	66
3.5	ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE D'EAU	68
3.6	ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE D'AIR	68
3.7	LOI DE DARCY	69
3.7.1	Écoulement de l'eau	69
3.7.2	Écoulement de l'air	70
3.8	LOIS DE COMPORTEMENT DE L'EAU ET L'AIR	70
3.9	CONDITIONS AUX LIMITES	71
3.9.1	Sur le milieu continu global	71
3.9.2	Sur l'eau	72
3.9.3	Sur l'air	72
3.10	FORMULATION VARIATIONNELLE	73
3.10.1	Choix d'un principe variationnel	73
3.10.2	Déformations du squelette	75
3.10.3	Écoulement de l'eau	76

3.10.4	Écoulement de l'air.....	77
3.10.5	Système d'équations à résoudre.....	78
3.11	FORMULATION MATRICIELLE.....	80
3.11.1	Déformations du squelette.....	80
3.11.2	Écoulement de l'eau.....	82
3.11.3	Écoulement de l'air.....	85
3.11.4	Système matriciel différentiel.....	87
3.12	INTÉGRATION DANS LE TEMPS.....	88
3.13	ALGORITHME DE RÉOLUTION.....	89
3.14	PROGRAMMATION EFFECTUÉE.....	91
3.15	CONCLUSION.....	92

Chapitre 4 DESCRIPTION ET VÉRIFICATION DU FONCTIONNEMENT DU MODULE CSNS.....

		93
4.1	GÉNÉRALITÉS.....	93
4.2	INTRODUCTION DU MODULE DE RÉOLUTION DE LA CONSOLIDATION BIDIMENSIONNELLE DES SOLS NON ÉLASTOPLASTIQUES NON SATURÉS DANS CESAR-LCPC.....	94
4.2.1	Présentation du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC.....	94
4.2.1.1	Le pré-processeur MAX.....	95
4.2.1.2	Le programme de calcul CESAR.....	95
4.2.1.3	Le post - processeur PEGGY.....	97
4.2.2	Description de la programmation du module de Consolidation des Sols Non Non Saturés (CSNS).....	98
4.2.2.1	Principaux sous-programmes généraux utilisés par le module CSNS.....	98
4.2.2.2	Principaux sous-programmes et fonctions du module CSNS.....	98
	A - Sous - programmes.....	98
	B - Fonctions.....	99
4.2.3	Description des principaux vecteurs du module CSNS.....	99
4.3	TEST MÉCANIQUE.....	101
4.4	TEST DU CALCUL DE CONSOLIDATION EN MILIEU SATURÉ.....	106
4.5	TEST DE DIFFUSION SIMPLE.....	110
4.6	TEST DE DIFFUSION COUPLÉ EN MILIEU DÉFORMABLE.....	114
4.7	CHOIX DU PAS DE TEMPS.....	118
4.8	DÉFINITION D'UN ÉTAT INITIAL POUR UN CALCUL NON SATURÉ.....	120
4.9	VIDANGE D'UNE COLONNE DE SOL.....	123
4.10	CONSOLIDATION ÉLASTOPLASTIQUE EN MILIEU SATURÉ.....	129
4.10.1	Calcul du tube épais avec le modèle de Mohr-Coulomb.....	129
4.10.2	Simulation d'un essai oedométrique avec le modèle d'Alonso et al., (1990)....	132
4.11	CONSOLIDATION ÉLASTOPLASTIQUE EN MILIEU NON SATURÉ.....	134
4.12	CONCLUSION.....	138

TROISIÈME PARTIE : APPLICATION AU CALCUL DU COMPORTEMENT DES REMBLAIS EN MATÉRIAUX FINS
--

Chapitre 5 COMPORTEMENT OBSERVÉ DU REMBLAI DE LA JORLE	139
5.1 INTRODUCTION	139
5.2 ÉTUDE GÉOTECHNIQUE DU MATÉRIAU DE REMBLAI	139
5.3 DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES DÉDUITES DE L'ÉTUDE GÉOTECHNIQUE	142
5.4 CONSTRUCTION DU REMBLAI ET MESURES SUR LES MATÉRIAUX	142
5.5 INSTRUMENTATION	146
5.5.1 Mesure des tassements	148
5.5.2 Mesures des déplacements et déformations horizontales	149
5.5.3 Mesures des pressions interstitielles	150
5.5.4 Diagraphies de teneur en eau	150
5.6 RÉSULTATS DES MESURES	150
5.6 CONCLUSION	156
Chapitre 6 ANALYSE DU REMBLAI DE LA JORLE PAR LE MODULE CSNS	157
6.1 INTRODUCTION	157
6.2 MODÈLE DE CALCUL	157
6.3 MODÈLE NUMÉRIQUE ET PARAMÈTRES MÉCANIQUES ET DÉCOULEMENT	162
6.4 CHARGEMENT	165
6.5 CONDITIONS AUX LIMITES	167
6.6 RÉSULTATS DES CALCULS ET ANALYSE	169
6.6.1 Déplacements	169
6.6.2 Régime hydraulique	177
6.7 CONCLUSION	185
CONCLUSION GÉNÉRALE	186
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	189
ANNEXE	198

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les sols naturels ont longtemps été traités par les mécaniciens des sols comme des milieux monophasiques (totalement secs) ou biphasiques (eau-squelette). La théorie de la consolidation des sols saturés, développée par Terzaghi dans les années 1920, a permis pour la première fois de distinguer quantitativement le rôle respectif de l'eau et du squelette solide. Cette théorie de la consolidation des sols saturés répondait d'abord aux problèmes rencontrés dans les pays tempérés où les nappes sont souvent proches de la surface. Mais l'intérêt croissant pour les terrains superficiels situés au dessus du toit de la nappe, les problèmes de sécheresse et les matériaux compactés, a rendu nécessaire l'étude systématique des sols non saturés. Dans un premier temps, il a paru logique aux chercheurs de commencer par adapter le principe des contraintes effectives et de l'élargir aux milieux poreux non saturés (Bishop et al., 1960). Ces tentatives se sont assez vite heurtées à des résultats expérimentaux démontrant leur incapacité à reproduire certains comportements des sols (Jennings et Burland, 1962). Une autre voie a ensuite été explorée, connue sous le nom de modélisation en variables indépendantes et qui consiste à considérer la contrainte totale diminuée de la pression d'air et la succion comme deux variables indépendantes et dont les effets se combinent pour produire la déformation totale du milieu. En France, l'étude du comportement des sols non saturés en variables indépendantes a été développée notamment au CERMES (Centre d'Etude et de Recherche en MEcanique des Sols de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées) et au sein du GRECO (Groupement de REcherche COordonnées) "Géomatériaux". Mais d'autres approches de la modélisation des sols non saturés existent en France, notamment celle de l'Ecole Centrale de Paris où les efforts sont concentrés sur la correction du principe des contraintes effectives de Bishop.

La modélisation des sols non saturés par les variables indépendantes a retenu l'attention d'un certain nombre de chercheurs, qui ont développé différents modèles théoriques. Dans ces modèles, le squelette du sol est le plus souvent considéré comme élastique linéaire ou non linéaire. Alonso et Gens (1990) ont proposé, pour la première fois dans une modélisation en variables indépendantes, un modèle élastoplastique avec écrouissage en se basant sur les résultats expérimentaux obtenus par eux-mêmes et dans d'autres centres de recherche. Le présent travail s'inscrit dans le prolongement de ces travaux en utilisant les capacités offertes par les puissants moyens de calculs actuels pour développer un modèle numérique dérivé du modèle théorique d'Alonso et Gens (1990) pour les milieux poreux non saturés en distinguant les phases solide, liquide et gazeuse. Notre modèle prend en compte non seulement le caractère non linéaire du squelette mais aussi celui des écoulements de l'eau et de l'air. Nous avons dans ce travail eu pour objectif de mettre à la disposition des ingénieurs un outil de calcul pour

l'analyse et le dimensionnement des ouvrages géotechniques, tels que les remblais et les barrages en terre, qui soit plus proche du comportement réel de ces matériaux.

La prise en compte du caractère triphasique du sol (eau-solide-gaz) et d'un comportement élastoplastique du sol dans le dimensionnement des ouvrages est un problème difficile. Malgré l'expérience acquise dans la construction des remblais et des barrages en terre, il n'existe pas à l'heure actuelle de méthodes de calcul globales de ce type de structure. Les calculs classiques reposent souvent sur des études découplées de l'ouvrage et de sa fondation. Les rares tentatives d'effectuer des calculs couplés ont vu les auteurs faire des hypothèses un peu restrictives sur le comportement du squelette solide. Parmi ces travaux, on peut citer ceux de Nanda (1989).

Il était donc nécessaire d'envisager des situations plus courantes et plus générales et de mettre au point une méthode de calcul globale de l'ouvrage, susceptible de prévoir son comportement aux différents stades de sa vie. L'étude que nous avons entreprise vise à apporter une contribution dans ce sens. Elle se fonde sur une modélisation du couplage de la consolidation des sols et des écoulements de l'eau et de l'air dans un cadre théorique qui assure la continuité physique des écoulements des fluides entre le remblai et sa fondation.

Ce mémoire comporte six chapitres regroupés en trois parties, dont chacune est composée de deux chapitres :

- la première partie regroupe les deux premiers chapitres et est consacrée à des synthèses bibliographiques sur le comportement observé des remblais routiers et la modélisation des sols fins non saturés ;

- la deuxième partie (chapitres 3 et 4) est consacrée à la modélisation des sols fins non saturés dans CESAR-LCPC (formulation variationnelle et matricielle du problème, programmation et vérification du modèle programmé).

- la troisième partie (chapitres 5 et 6) est consacrée à l'analyse du remblai expérimental de la Jorle et à l'application du modèle numérique développé à ce dernier.

PREMIÈRE PARTIE
SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 1

COMPORTEMENT DES REMBLAIS EN SOLS FINS

1.1 GENERALITES

Un remblai routier est un ouvrage en terre construit pour modeler la topographie naturelle du terrain de manière à assurer la géométrie imposée à la plate-forme sur laquelle la chaussée sera construite.

En principe un remblai routier doit donc avoir acquis une géométrie figée dès la fin de sa construction, mais certaines tolérances peuvent être admises suivant le contexte technico-économique des chantiers considérés. Cette exigence impose que :

- la stabilité interne du corps de remblai vis à vis d'éventuelles ruptures soit assurée ;
- les risques de déformations plastiques de la plate-forme, résultant notamment de tassements différentiels, soient maîtrisés pour rester compatibles avec le type de structure de chaussée adoptée et le niveau de service visé.

La construction des remblais routiers requiert des volumes importants de matériaux (en moyenne $100000 \text{ m}^3/\text{km}$ dans le cas d'autoroutes). De ce fait, il est presque toujours nécessaire, pour réaliser un ouvrage d'une certaine ampleur, d'utiliser des matériaux d'origines différentes, présentant des caractéristiques mécaniques et des comportements différents. Cette hétérogénéité est la cause principale des difficultés de construction de ces ouvrages car chaque classe de matériaux est tributaire de modalités de mise en oeuvre qui lui sont propres et qui doivent être respectées sous peine de livrer un ouvrage potentiellement déformable, voire instable à court ou long terme.

Il faut par ailleurs rappeler que le coût de la réalisation des remblais atteint 20 à 30 % du coût d'une autoroute et qu'en cas de manifestations d'instabilité les dispositions confortatives sont toujours très onéreuses, complexes à définir et jamais totalement garanties. Lorsque ces instabilités se produisent dans l'ouvrage en service, il faut encore y ajouter les coûts de la reconstruction de la chaussée et de la perte de niveau de service, qui peuvent s'avérer énormes dans certains cas.

Enfin, il faut être conscient que les causes des désordres sur un remblai sont à postériori toujours difficiles à identifier objectivement, ce qui réduit d'autant les possibilités d'en attribuer incontestablement la responsabilité à l'un ou l'autre des intervenants dans la réalisation.

Ces quelques généralités devaient être présentées pour démontrer, si besoin était, que l'ingénieur doit apporter à la conception et à la réalisation des remblais routiers une attention toute aussi grande que pour les autres ouvrages de génie civil.

1.2 LES MATERIAUX DE REMBLAIS

Les matériaux utilisés pour les corps de remblai se répartissent en trois catégories : les sols, les matériaux rocheux et les sous-produits industriels.

1.2.1 Les sols

Les sols sont des matériaux naturels provenant de la destruction mécanique et / ou physico-chimique des roches. Ils sont constitués de grains de dimensions très variables, de quelques micromètres à quelques décimètres, pouvant être séparés aisément par simple trituration ou éventuellement sous l'action d'un courant d'eau. Les sols sont de nature et d'origines géologiques très diverses : alluvions, matériaux meubles sédimentaires, dépôts glaciaires, éboulis de pentes.

Les possibilités d'emploi d'un sol pour la construction des remblais sont contrôlées par deux éléments essentiels : la nature et l'état hydrique, qui constituent le support de base de la classification des sols utilisée en France [G T R, septembre 1992].

On entend par nature du sol les caractéristiques du sol qui ne varient pas, ou très peu, lorsqu'on le manipule, que ce soit à l'extraction, au transport, à la mise en remblai ou au compactage. C'est le cas par exemple pour la granularité d'une grave et l'argilosité d'un sol fin. Par contre, les caractéristiques d'état d'un sol sont celles qui peuvent être modifiées par l'environnement dans lequel il se trouve. C'est le cas en particulier pour l'état hydrique.

Dans la classification des sols utilisés pour les corps de remblais [GTR, septembre 1992], les paramètres retenus pour caractériser la nature du sol sont la granularité (D_{max} , tamisat à 80 μ m, tamisat à 2 μ m), l'argilosité (indice de plasticité I_p , valeur de bleu de méthylène). Pour caractériser l'état hydrique du sol, trois paramètres ont été retenus dans la classification des sols. Ce sont le rapport de la teneur en eau naturelle (w_n) à la teneur en eau à

l'optimum Proctor Normal (w_{OPN}), l'indice de consistance (I_c) et l'Indice Portant Immédiat (I_{PI}).

1.2.2 Les matériaux rocheux

Dans cette catégorie nous pouvons distinguer deux types de matériaux : les matériaux sains, qui se caractérisent par le fait que leur granularité peut être considérée comme définitive une fois l'extraction réalisée, et les matériaux rocheux évolutifs. Le caractère évolutif du matériau est caractérisé par le changement de structure sous l'effet des engins au cours des travaux ou au cours de la vie de l'ouvrage. Comme matériaux rocheux non évolutifs, nous pouvons citer le granite et le basalte, et comme matériaux évolutifs, nous pouvons citer les marnes et la craie. Il faut toutefois être conscient qu'il existe le plus souvent une transition continue entre matériaux sains et matériaux évolutifs.

La classification des matériaux rocheux utilisés pour les corps de remblais, [GTR, septembre 1992], s'appuie en premier lieu sur des paramètres tels que la nature pétrographique de la roche (roches sédimentaires, magmatiques ou métamorphiques) et en second lieu, sur l'état de la roche et ses caractéristiques mécaniques (fragmentabilité, dégradabilité, coefficients Los Angeles et Micro Deval).

1.2.3 Les sous-produits industriels.

Ce sont des matériaux particuliers dont l'emploi en remblai peut dans certains cas se révéler intéressant du point de vue technique et économique, à condition de ne pas nuire à l'environnement. Toutefois, les critères au travers desquels il convient d'examiner chaque famille de matériaux entrant dans cette catégorie pour en déduire ses possibilités d'emploi sont à la fois divers et spécifiques à la famille de matériaux considérée. Les principaux sous-produits industriels utilisés dans la construction des remblais routiers en France [GTR, septembre 1992] sont les cendres volantes, les schistes houillers, les mâchefers d'incinération des ordures ménagères....

1.3 COMPORTEMENT CARACTERISTIQUE DES SOLS FINS POUR LEUR UTILISATION EN REMBLAI

1.3.1. Analyse en laboratoire à partir des courbes Proctor et d'indice portant immédiat-CBR après immersion

Les études de laboratoire pratiquées pour la conception et la construction des remblais sont généralement de deux types : les essais d'identification du sol (par exemple sa

granulométrie) et des études de comportement qui reposent sur "l'essai Proctor" et "l'essai d'indice portant immédiat".

Ces études permettent de déterminer plusieurs familles de courbes, dont les principales sont les courbes Proctor et les courbes IPI - CBR après immersion.

On appelle "courbe Proctor" la courbe reliant les densités sèches d'un matériau à ses teneurs en eau pour une énergie de compactage donnée. La courbe Proctor obtenue pour une énergie égale à $5N.cm/cm^3$ est appelée "courbe Proctor Normal" et constitue la courbe de référence pour représenter le comportement au compactage des matériaux de remblai. Sur la figure 1-1, nous avons représenté deux courbes Proctor correspondant à deux énergies différentes :

- la courbe "Proctor Normal" correspondant à l'énergie de $5N.cm/cm^3$,
- la courbe "Proctor Modifié" correspondant à l'énergie de $25N.cm/cm^3$,

qui constitue la référence pour évaluer le compactage des matériaux de chaussées.

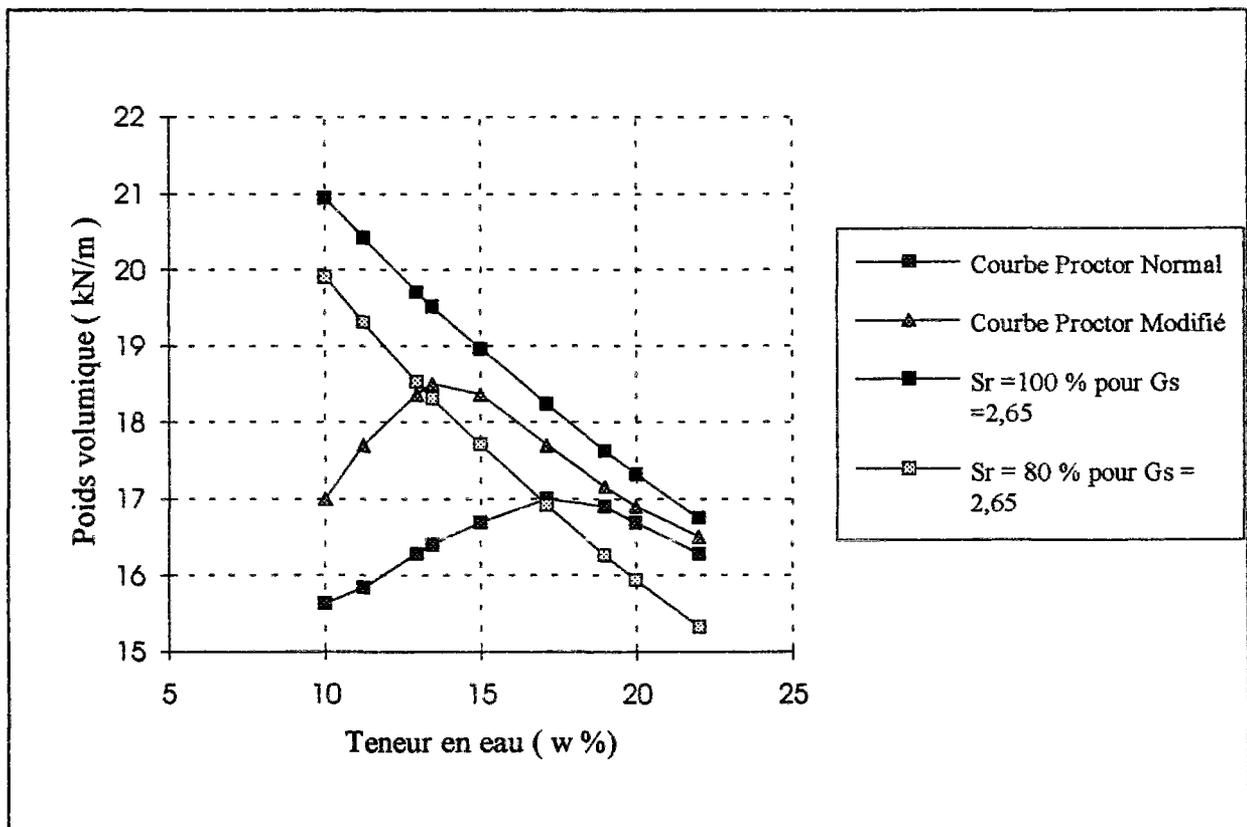


Figure 1.1 Courbes Proctor Normal et Modifié (Schaeffner, 1987)

On constate sur cette figure que les deux courbes présentent la même allure : une augmentation de la densité en fonction de la teneur en eau jusqu'à une certaine valeur maximale et une chute. Le pic de ces courbes correspond à la densité maximale de compactage obtenue

pour ce matériau et l'énergie de compactage considérée. La teneur en eau correspondant à cette densité maximale est appelée teneur en eau optimale. Sur cette même figure sont représentées les courbes de saturation du matériau à 80 et 100%.

La courbe à 100% de saturation constitue l'enveloppe de toutes les courbes $\gamma_d = f(w)$ quelle que soit l'énergie de compactage utilisée. La courbe à 80% de saturation, approximativement, est le lieu des optima de teneur en eau pour l'ensemble des matériaux compactés à l'énergie Proctor Normal.

Ces courbes renseignent sur les masses volumiques sèches (ou densités sèches) pouvant être atteintes pour différentes teneurs en eau et énergies de compactage.

En particulier, on constate que, si l'on compacte le sol à l'énergie Proctor Normal, la valeur de la densité sèche correspondant à 95% de la densité sèche maximum Proctor Normal (qui est une valeur minimale acceptée pour un matériau de remblai) peut être atteinte ou dépassée pour toute teneur en eau située entre deux valeurs : l'une du côté sec et l'autre du côté humide. Si la teneur en eau du matériau est située à l'extérieur de cette plage, il peut être possible d'atteindre cette densité de 95% de la densité sèche maximum Proctor Normal à condition d'augmenter l'énergie de compactage. On constate cependant que, si l'on peut effectivement compenser largement un manque d'eau par un surcompactage, en revanche un excès d'humidité ne peut plus être traité par cette technique dès que la teneur en eau atteint la teneur en eau de saturation correspondant à la densité sèche de 95% de la densité sèche maximale du Proctor Normal.

A partir des "courbes Proctor" à différentes énergies de compactage, il est donc possible de dire si la teneur en eau naturelle d'un sol permettra de le compacter pour atteindre les 95 % de la densité maximum Proctor recherchés mais elles ne suffisent pas pour affirmer que le matériau aura une résistance suffisante pour supporter les circulations des engins de mise en oeuvre ou si la résistance au cisaillement acquise immédiatement après sa mise en oeuvre ne risque pas de diminuer si le sol vient à se retrouver saturé ne serait-ce que temporairement (cas d'une inondation en pied de remblai, par exemple).

L'établissement des courbes IPI-teneur en eau et CBR après immersion-teneur en eau permet de répondre à ces questions.

Sur la figure 1-2 nous avons représenté deux courbes. La première est la courbe de variation de l'Indice Portant Immédiat (I_{pI}) en fonction de la teneur en eau : elle traduit l'évolution de la résistance au poinçonnement du sol pour les différentes teneurs en eau considérées pour établir la "courbe Proctor" à l'énergie Proctor Normal. La seconde est la courbe CBR après quatre jours d'immersion en fonction de la teneur en eau. Elle traduit la modification de la résistance au poinçonnement de chacune des éprouvettes ayant servi à la

détermination de la courbe IPI-teneur en eau quand elles ont été immergées durant quatre jours.

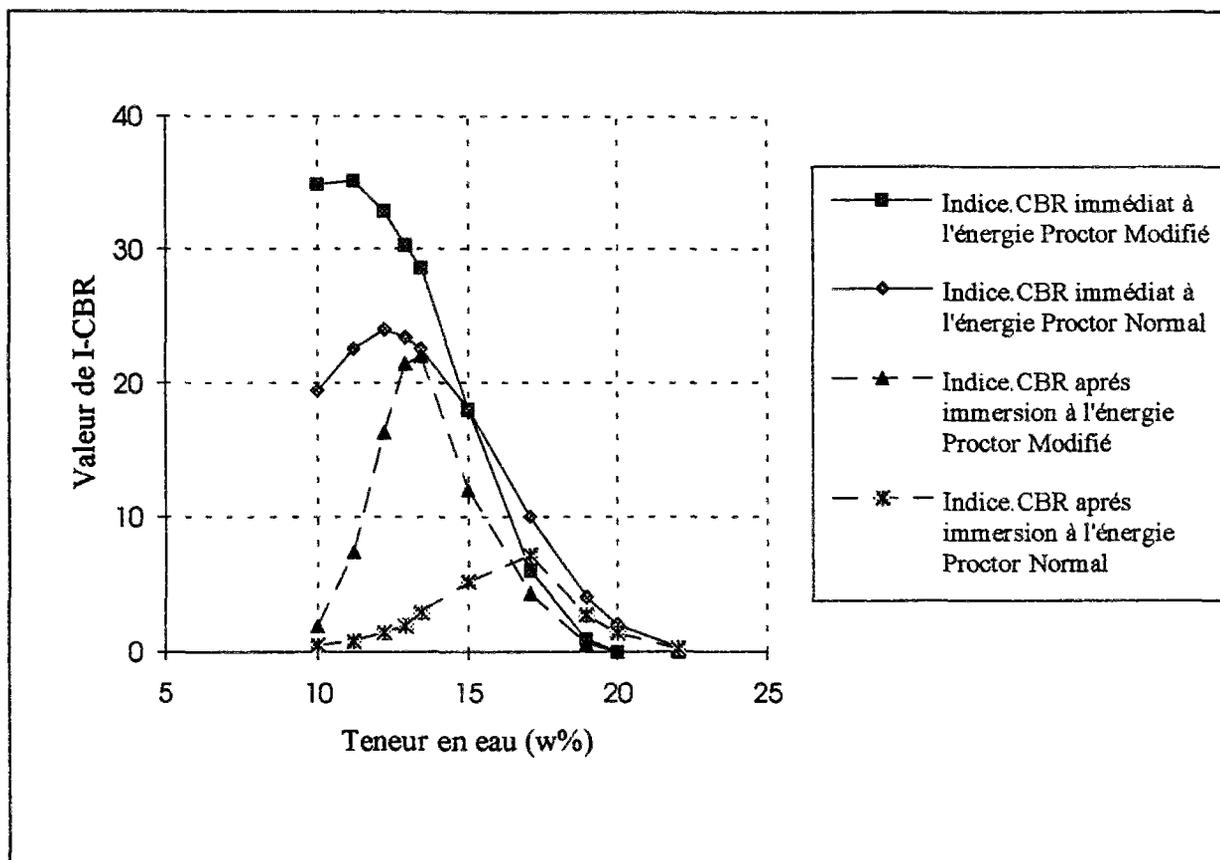


Figure 1.2 Courbes IPI-CBR avant et après immersion pour les énergies Proctor Normal et Modifié (Schaeffner, 1987)

D'après ces courbes, nous constatons que la résistance au cisaillement maximale (valeur IPI) s'obtient pour des teneurs en eau et des densités inférieures à la teneur en eau à l'optimum Proctor Normal et à la densité maximale. Mais si le matériau vient à être imbibé, la chute des caractéristiques est d'autant plus grande que sa teneur en eau de mise en oeuvre était faible. La teneur en eau et la densité qui conduisent, en cas d'imbibition, au meilleur compromis entre la chute de résistance et la résistance résiduelle, correspondent aux valeurs de la densité sèche maximale et à la teneur en eau optimale relatives de l'énergie de compactage considérée. C'est la raison qui fait que l'on recherche autant que faire se peut à se rapprocher de la teneur en eau optimum Proctor Normal.

Si le matériau est à une teneur en eau sensiblement plus élevée que la teneur en eau optimale, la résistance au cisaillement après immersion ne sera pas sensiblement modifiée mais restera faible. Un remblai construit avec un tel matériau, à condition que sa stabilité globale soit assurée (pente de talus faible, vitesse de dissipation des pressions interstitielles supérieures à la vitesse de construction du remblai...), n'évoluera plus même si une réimbibition se produit

mais il aura posé des problèmes à l'exécution (mauvaise traficabilité des engins de transport, difficultés pour régler les plates-formes, etc.).

En revanche, si la teneur en eau du matériau est largement inférieure à la teneur en eau optimale, le matériau aura une grande résistance pendant la réalisation, ce qui est intéressant pour la traficabilité des engins mais rend difficile le compactage (il sera toujours difficile d'atteindre 95 % de la densité sèche maximum proctor normal). Si le matériau vient à être réimbibé (cas d'une inondation), la chute des caractéristiques sous l'effet des contraintes dues aux engins et au poids des terres risque d'être brutale et de produire des réarrangements conduisant à des déformations géométriques inacceptables.

En résumé, la construction de remblais en sols fins dans des régions à climat humide et peu contrasté posera souvent des problèmes d'exécution liés à des difficultés de circulation des engins. Mais, une fois construits, ces ouvrages ont de grandes chances d'être définitivement stables. A l'inverse, les conditions les plus défavorables sont celles des régions à climat tranché (saison sèche et saison humide), dans lesquels les travaux sont réalisés pendant la saison sèche. Il faut dans ce cas s'attendre, avec les sols argileux relativement secs, à de grandes difficultés pour atteindre le seuil des 95% de la densité sèche maximum Proctor normal et, même si ce seuil est atteint, il est encore possible d'observer sur les grands ouvrages des déformations dues à une réimbibition du sol et à la chute brutale et importante de la résistance au cisaillement qui en résulte.

Pour mettre en évidence ces comportements, on peut établir des réseaux de courbes iso-IPI et iso-CBR après immersion. On peut constater par exemple, sur un réseau de courbes, correspondant à un limon d' $I_p = 15$ que, si la teneur en eau du sol se trouvait à la mise en oeuvre aux alentours de 8%, la valeur de l' I_{pI} atteinte pour une densité sèche de 95% de la densité sèche maximum Proctor normal est de 25 environ (ce qui est une valeur élevée) mais que, si le sol dans cet état de compacité vient à être saturé, sa résistance au poinçonnement chute à une valeur de 3 (qui n'est déjà plus suffisante pour supporter la circulation d'un engin lourd). Des exemples de ces courbes sont représentés en pointillé sur les figures 1-3 et 1.4.

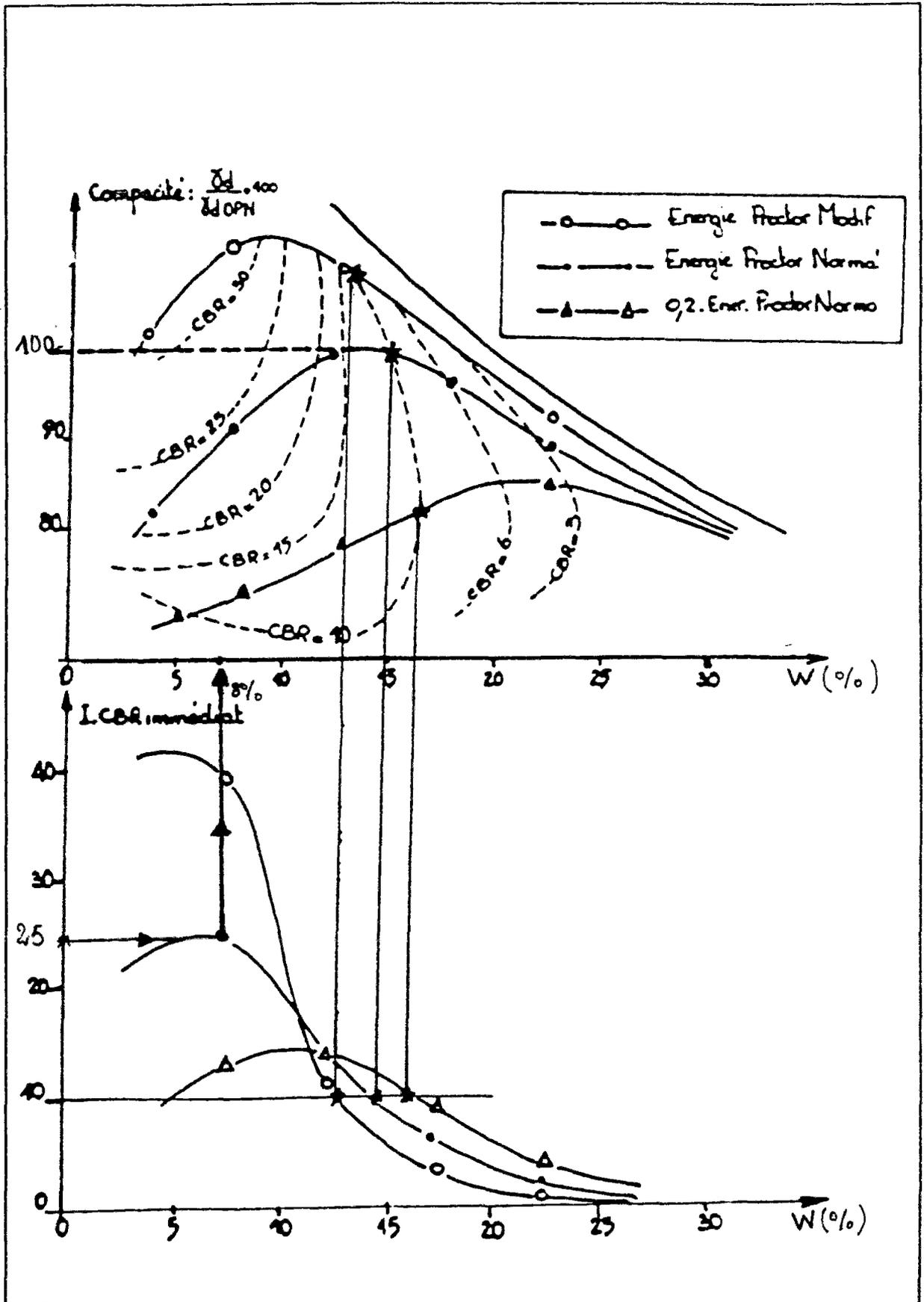


Figure 1.3 Représentation des courbes "Iso - CBR immédiat" dans le diagramme : compacité - teneur en eau (Schaeffner, 1987)

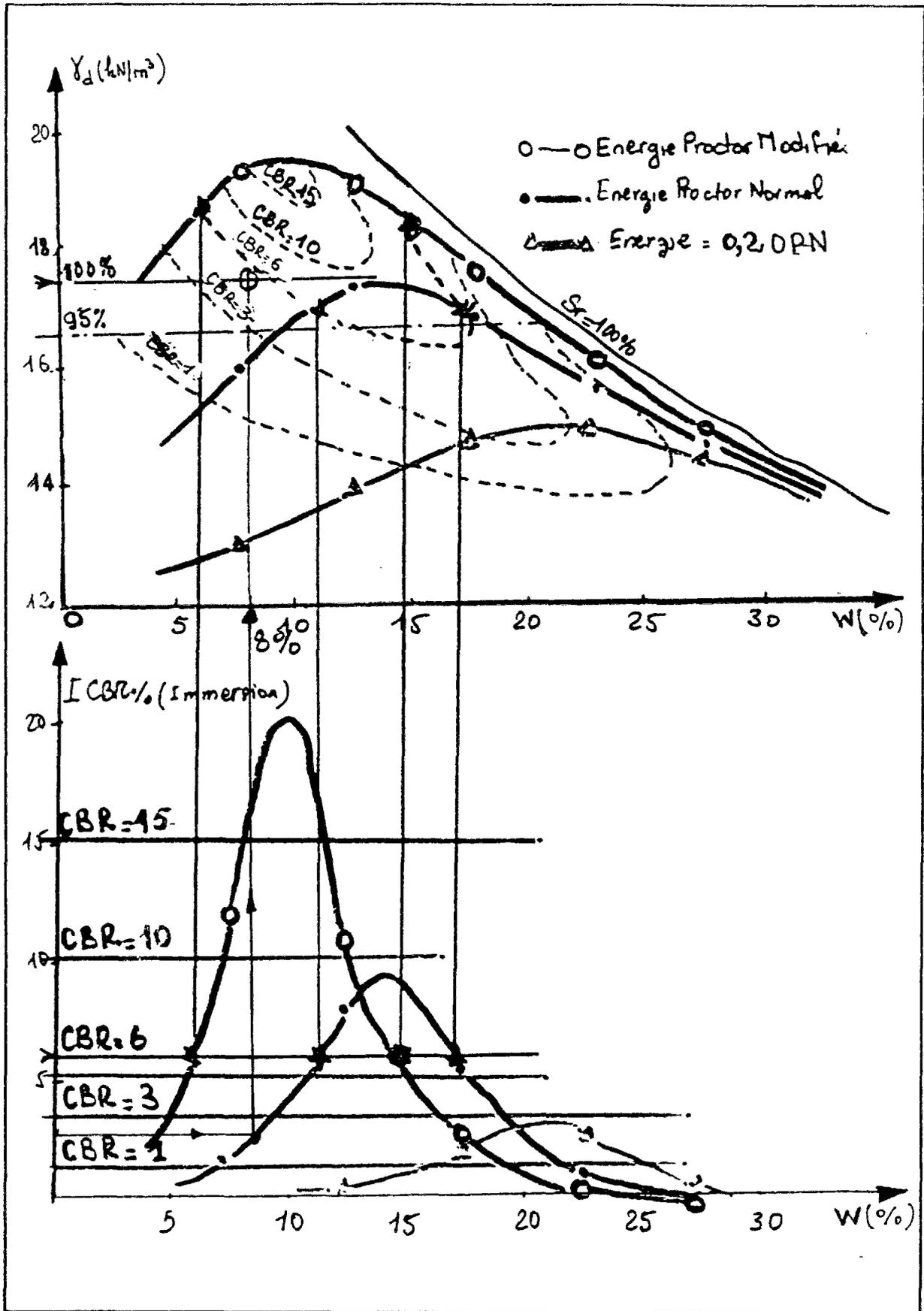


Figure 1.4 Représentation des courbes "Iso - CBR après immersion" dans le diagramme: poids volumique sec - teneur en eau (Schaeffner, 1987)

Malheureusement, dans la pratique la grande variabilité des sols rencontrés et la lourdeur des études Proctor et IPI - CBR après immersion font qu'il n'est pas possible d'effectuer ces études pour chaque nature de sols. Sur la figure 1-5 nous avons représenté des courbes Proctor, IPI et IPI-CBR après immersion pour quelques familles de sols.

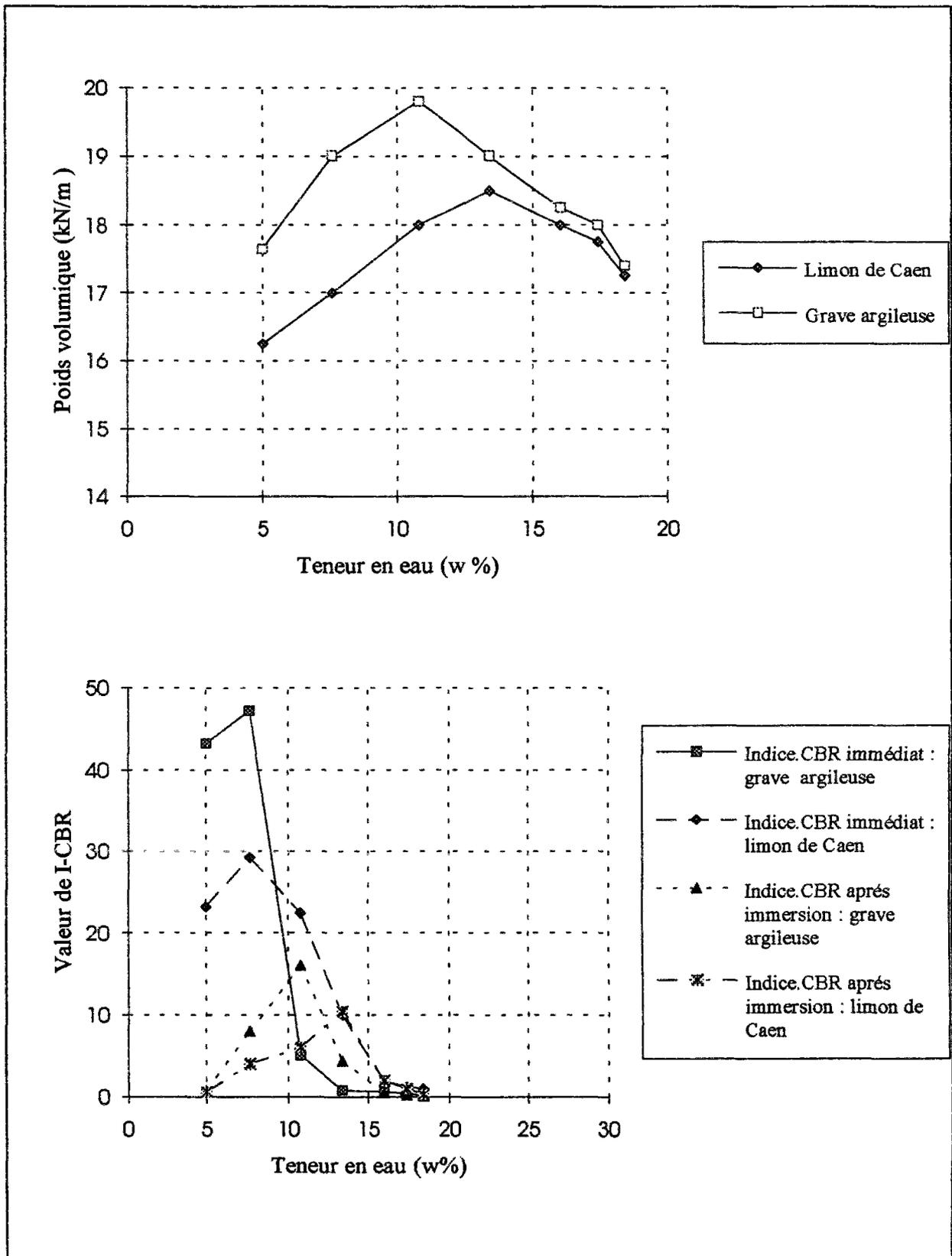


Figure 1.5 Courbes Proctor et IPI-CBR de quelques sols (Schaeffner, 1987)

Cette figure met en évidence l'importance des différences de comportement entre ces familles de sols. D'une manière générale, on constate que, moins les matériaux sont argileux, plus la chute de résistance au cisaillement est importante et se produit pour un plus petit écart de teneur en eau.

Tels sont rapidement décrits les modes de comportement des sols qui ont été pris en compte dans le GTR à la fois pour établir la classification et pour énoncer les règles d'utilisation en remblai de ces matériaux.

1.3.2 Présentation de la classification des sols proposée dans le GTR

Le GTR propose une classification des sols fins en quatre grandes familles à partir du paramètre de nature qui est l'argilosité.

Selon les paramètres de nature, les quatre sous-classes des sols fins sont ainsi définies :

- première sous-classe : $V_{BS} \leq 2,5$ ou $I_p \leq 12$;
- deuxième sous-classe : $2,5 < V_{BS} \leq 6$ ou $12 < I_p \leq 25$;
- troisième sous-classe : $6 < V_{BS} \leq 8$ ou $25 < I_p \leq 40$
- quatrième sous-classe : $V_{BS} > 8$ ou $I_p > 40$.

Dans la première sous-classe, on trouve les limons peu plastiques, les loess, les limons alluvionnaires, les sables fins peu pollués et les arènes plastiques.

Dans la deuxième sous-classe, on trouve les sables fins argileux, les limons, les argiles et marnes peu plastiques et les arènes. Dans la troisième sous-classe, on trouve les argiles et argiles marneuses, les limons très plastiques. Dans la quatrième sous-classe, on trouve les argiles et les argiles marneuses très plastiques.

- Première sous-classe : cette sous-classe correspond à des sols qui changent brutalement de consistance pour de faibles variations de teneur en eau, en particulier lorsque la teneur en eau naturelle est proche de la teneur en eau à l'optimum proctor. Le temps de réaction aux variations de l'environnement hydrique et climatique est relativement court mais, la perméabilité pouvant varier dans de larges limites selon la granularité, la plasticité et la compacité, le temps de réaction peut tout de même varier assez largement. Dans le cas de ces sols fins peu plastiques, il est préférable d'identifier leur nature par la valeur de bleu de méthylène V_{BS} , compte tenu de l'imprécision attachée à la mesure de l'indice de plasticité I_p .

- **Deuxième sous-classe:** le caractère moyen des sols de cette sous-classe fait qu'ils se prêtent à l'emploi de la plus large gamme d'outils de terrassement (si la teneur en eau n'est pas trop élevée).

Dès que l'indice de plasticité atteint des valeurs supérieures à 12, il constitue le critère d'identification le mieux adapté.

- **Troisième sous-classe :** ces sols ont une consistance qui varie de moyenne à dure, à teneur en eau moyenne ou faible, et sont collants ou glissants à l'état humide, d'où difficulté de mise en oeuvre sur chantier (et de manipulation en laboratoire).

Leur perméabilité très réduite rend leurs variations de teneur en eau très lentes en place. Une augmentation de teneur en eau assez importante est nécessaire pour changer notablement leur consistance.

- **Quatrième sous-classe :** ces sols sont très cohérents et presque imperméables ; s'ils changent de teneur en eau, c'est extrêmement lentement et avec d'importants retraits ou gonflements.

Leur emploi en remblai n'est normalement pas envisagé car, à sec, ils sont très difficiles à compacter car leur consistance varie de dure à très dure et, humides, ils sont très collants, mais il peut éventuellement être décidé sur la base d'une étude spécifique s'appuyant notamment sur des essais en vraie grandeur.

1.4 LES MATERIAUX ROCHEUX EVOLUTIFS

Un matériau évolutif est un matériau rocheux dont la structure se modifie sous l'effet de sollicitations appliquées par les engins au cours des travaux ou au cours de la vie de l'ouvrage sous l'action des contraintes mécaniques et des modifications d'état hydrique qu'il peut subir.

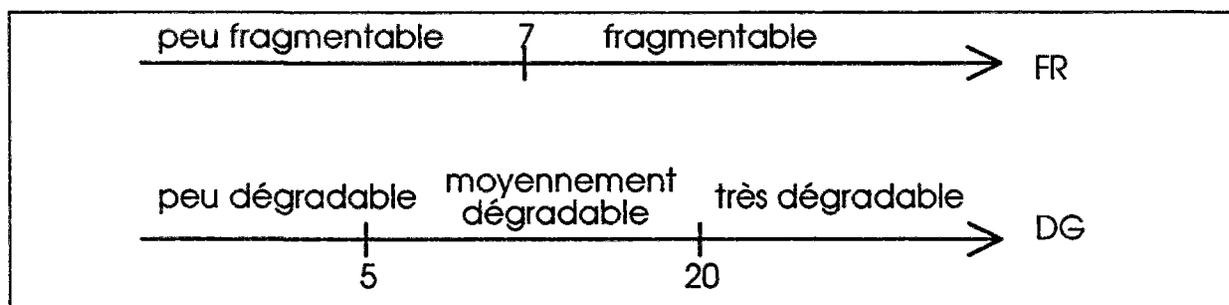
Lors de leur mise en remblai, ces matériaux présentent un pourcentage de vides relativement élevé, de l'ordre de 30 à 50% et, si la destruction de leur structure se poursuit après la mise en remblai, elle rend possible des réarrangements dans l'ouvrage conduisant au remplissage des vides et par conséquent à des tassements. Cette évolution se produit d'autant plus que les matériaux ont été moins fragmentés à la mise en oeuvre et que la granularité obtenue à ce stade est homométrique.

Pour caractériser ce genre de matériau dans le GTR , deux paramètres et des valeurs seuils ont été retenus. Ces paramètres sont les coefficients de fragmentabilité (FR) et de dégradabilité (DG).

On appelle "coefficient de fragmentabilité", le coefficient déterminé à partir du rapport des D_{10} mesurés sur un échantillon de 2 kg de matériau de granularité initiale 10/20 mm (ou 40/80 mm) après lui avoir appliqué 100 coups de dame "proctor standart". L'interprétation de ce coefficient vise les possibilités d'emploi en remblai de l'ensemble des matériaux rocheux évolutifs. Dans le cas des roches tendres non argileuses (calcaires friables, craies...) la fragmentabilité peut être évaluée à partir d'une mesure de la masse volumique apparente sèche réalisée sur des blocs car ce paramètre est en étroite corrélation avec la résistance de la structure de la roche.

On appelle "coefficient de dégradabilité", le coefficient qui s'exprime par la variation de D_{10} mesurée sur un échantillon de 2 kg de matériau de granularité initiale 10/20 mm (ou 40/80 mm) après lui avoir fait subir 5 cycles d'immersion et séchage (16h de séchage à l'étuve et 8h d'immersion par cycle).

Ci-dessous, nous avons représenté de façon schématique le classement du matériau selon les seuils près, des coefficients de fragmentabilité et de dégradabilité.



Les modalités pratiques à exiger pour la mise en remblai d'un matériau évolutif fragmentable ou peu fragmentable et très dégradable vont être fondamentalement différentes. Si, pour le premier, on peut prévoir que sa granularité va se modifier considérablement après extraction au cours des opérations de mise en oeuvre, pour le second, nous devons appliquer des moyens de fragmentations spécifiques pour pouvoir les utiliser en remblai. Pour ces raisons nous devrions appliquer à chaque matériau des normes de mise en oeuvre qui correspondent à l'état vers lequel il tendra après fragmentaion.

Le GTR donne, pour toutes les classes de matériaux évolutifs, les conditions de leur utilisation en remblai.

1.5 REGLES DE CONSTRUCTION D'UN REMBLAI

Exécuter un remblai consiste à coordonner chronologiquement les opérations suivantes: extraction, chargement, transport, déchargement, réglage en couches élémentaires et compactage.

Le matériau mis en remblai doit être mis en place en couches. L'un des problèmes permanent de la mise en remblai est d'adapter l'épaisseur de couche à la nature, à l'état hydrique du matériau et aux performances de la classe du compacteur utilisé.

Pour les sols fins, le problème est relativement simple car l'épaisseur de la couche peut être aisément réalisée à la demande mais, pour les matériaux rocheux et blocailleux, elle dépend de la dimension des plus gros éléments.

La décision de réutiliser un sol en remblai de hauteur donnée est prise par référence aux indications du GTR. Le sol doit être identifié de manière à connaître sa classe définie en nature et en état hydrique, ensuite on détermine la classe du compacteur utilisé. Ces deux renseignements permettent de trouver dans le GTR les éléments opérationnels de son utilisation, à savoir s'il faut agir sur:

- ses conditions d'extraction E;
- sa granularité G;
- sa teneur en eau W;
- son traitement T;
- et quelles sont les modalités de réglage R et
- de compactage C.

en fonction des conditions météorologiques au moment de sa mise en oeuvre et de la hauteur de l'ouvrage.

1.6 COMPORTEMENT OBSERVE DES CORPS DE REMBLAIS

Les laboratoires des Ponts et Chaussées ont observé plusieurs remblais ayant une évolution anormale. Dans un document de synthèse, D. Queyroi [1992] a recensé trente - six ouvrages présentant des pathologies.

La répartition géographique de ces ouvrages est indiquée sur la carte de la figure 1-6.

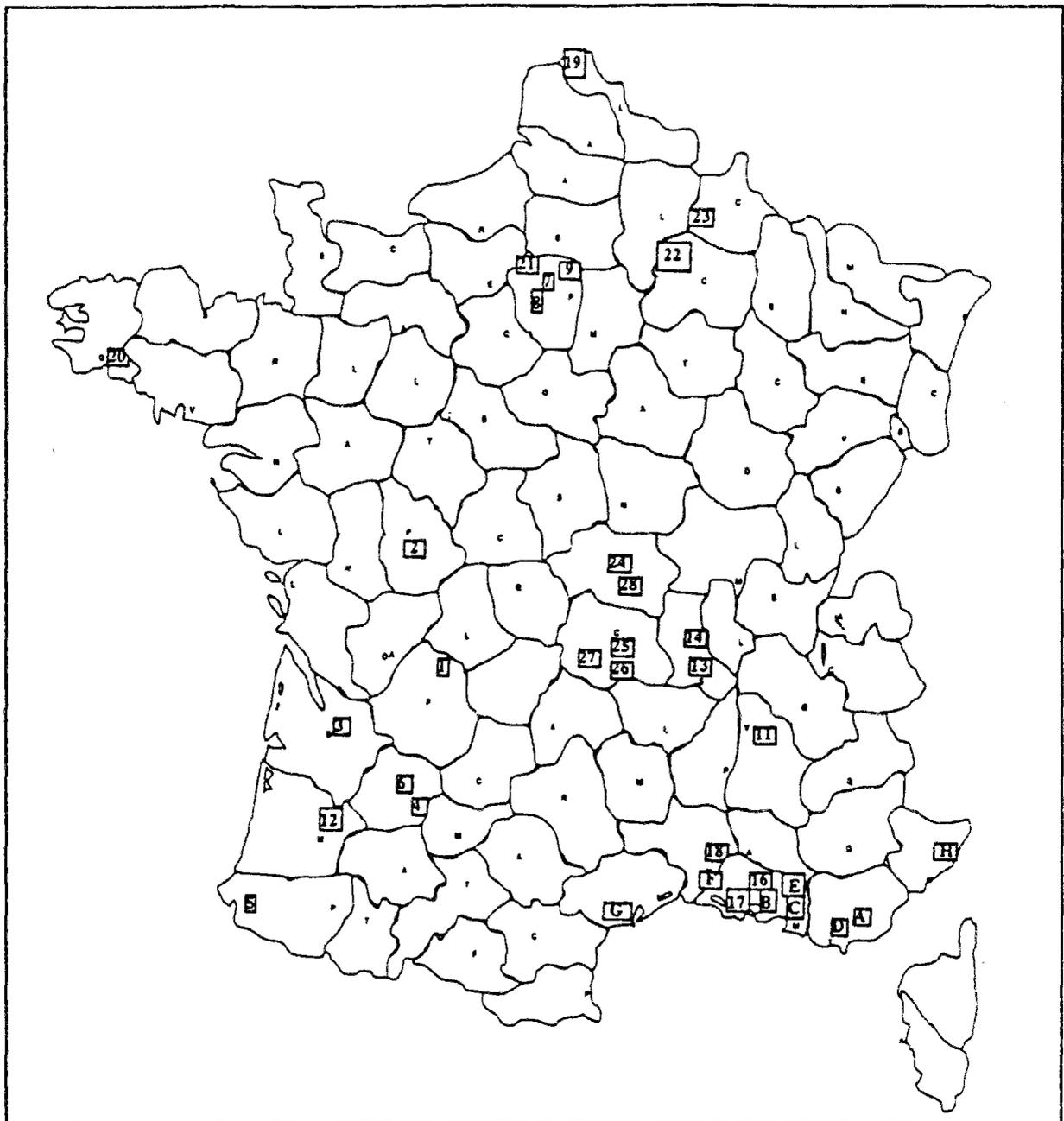


Figure 1.6 Répartition géographique des remblais présentant des pathologies de l'étude de Queyroi (1992)

L'analyse de cette repartition nous montre :

- une certaine concentration de pathologies sur des remblais situés sur le littoral méditerranéen (sols argilo-marneux et climat méditerranéen) ;

- des pathologies assez nombreuses en région parisienne (craie). Pour les autres, il s'agit de régions riches en matériaux rocheux principalement évolutifs.

La légende de cette carte est donnée dans le tableau 1.1 :

Tableau 1.1 Légende de la figure 1.6

Numéro d'ordre	Situation sur le plan géographique
A	Figon
B	Entre Aix-en-Provence et Marignane
C	Desserte Nord de Vitrolle
D	Vérane
E	A7. Marseille-Salo. Les Pennes
F	A9. Nimes-Monpellier. Les Grandes Calargues
G	RN. Leucate-Plage
H	A8. Roquebrune. Remblai de Quiaus
1	Remblai de la Croix Blanche
2	Remblai de la Casette
3	RN 89. Sorillon
4	RN 21. Agen Nord
5	Remblai ferroviaire d'Issaca
6	Déviation du CD 911 à Fumel
7	Saint - Nom la Bretèche
8	RN 307. Vaucresson
9	Route du Bas Noyer à Eragny
11	Valence (Diffuseur du Pont des Anglais)
12	RN 102. Déviation Nord de Villeneuve de Marsan
13	RN 7. Montée de Neaux
14	A 47. Section Ratarieux-la-Gouyonnière
15	RN 82
16	CD 14. Liaison Aix-en-Provence-Rocade Nord
17	Voie Latérale à l'A7, entre CD 9 et RN 113
18	Déviation de St - Gély du Fesc
19	Rocade Sud de Dunkerque
20	RN 165. Remblai de Kergadalen
21	A13. Remblai du Val Guyon
22	RN 31. Déviation de Jonchery
23	RN 51. Déviation de Rethel
24	A 71. Section Bruère Allichamps-Vallon en Sully
25	A 75. (RN 9) Aménagements Sud d'Issoire Remblai R2
26	A 75. (RN 9) Aménagements Sud d'Issoire Remblai R3
27	A 75. (RN 9) Aménagements Sud d'Issoire Remblai R2

Pour mieux scinder les différentes causes de pathologies, et prendre ainsi les mesures appropriées pour éviter leur apparition dans les ouvrages futurs, nous avons traduit le document de synthèse sous forme d'un histogramme.

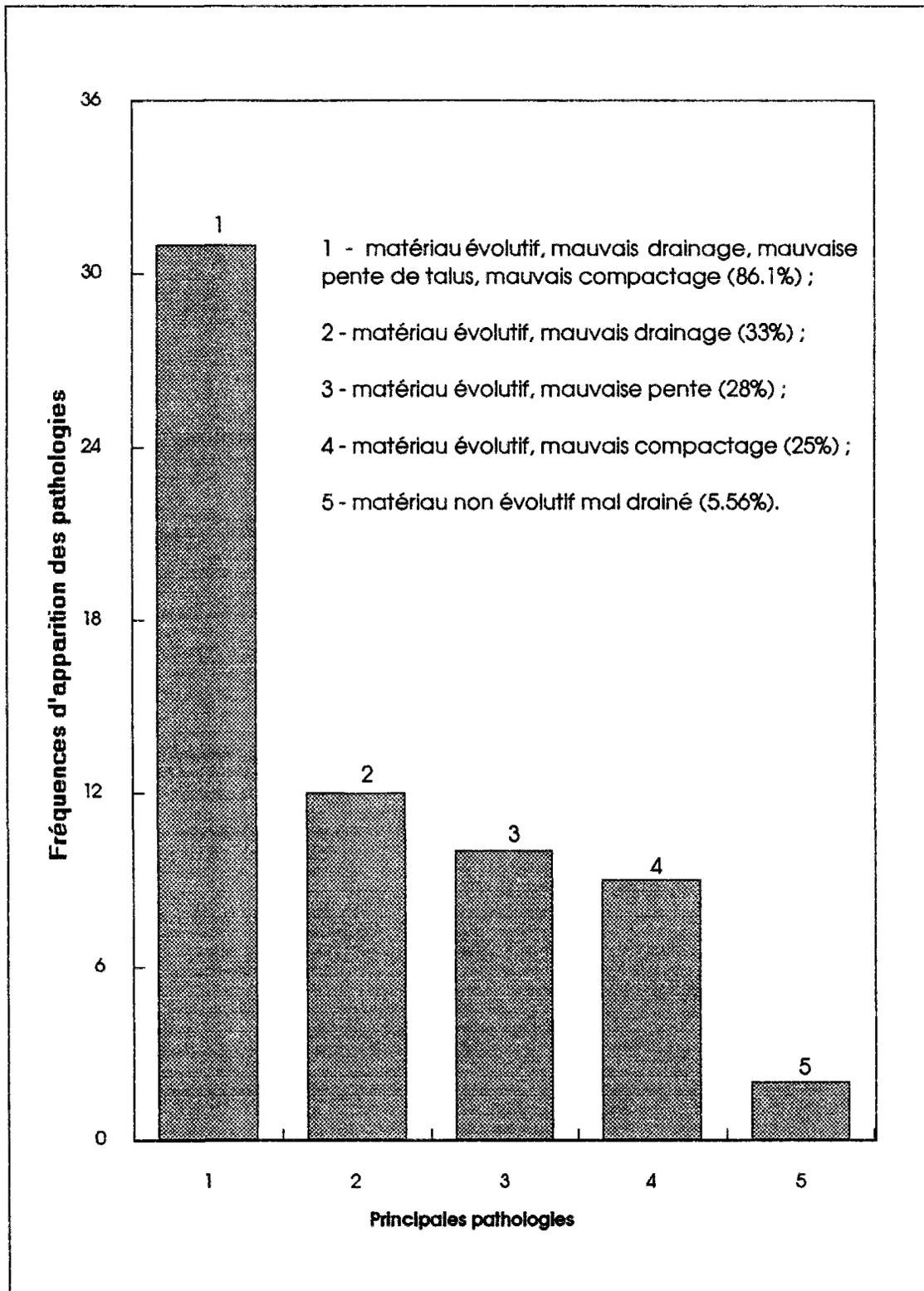


Figure 1.7 Histogramme des principales pathologies par ordre décroissant

Dans cet histogramme nous avons représenté la fréquence d'apparition des pathologies en fonction du nombre de paramètres responsables indiqué par D. Queyroi [1992]. Les principaux paramètres responsables de pathologies sont:

- le caractère évolutif du matériau,
- le mauvais drainage,
- le mauvais compactage,
- la mauvaise pente de talus.

1.7 CONCLUSION

Le caractère évolutif du matériau est de loin le premier responsable des pathologies. Seulement ensuite viennent, par ordre d'importance, le mauvais drainage, la mauvaise pente de talus et le mauvais compactage.

Il existe deux stades d'évolution d'une roche vers le sol. Une fois qu'il est sol, il est dans un milieu hydrique très proche des études que nous effectuons dans le cadre de cette recherche.

Les matériaux rocheux ayant évolué vers les sols représentent plus de la moitié des matériaux évolutifs que nous avons rencontrés dans cette étude.

Pour ces raisons, dans la suite le terme matériaux fins sera utilisé pour désigner aussi bien les matériaux argileux que les sols issus de l'évolution de certaines roches.

Chapitre 2

MODELISATION DES SOLS FINS COMPACTES

2.1 INTRODUCTION

La mécanique des sols saturés s'est développée dans les pays tempérés où le climat humide maintient la plupart des sols naturels dans un état de quasi saturation.

Dans les sols compactés et dans les sols naturels des pays arides, on rencontre des problèmes de gonflement ou de fissuration qui sont dus à la présence de gaz et d'eau dans les pores des sols, aux infiltrations, à la remontée capillaire et à l'évaporation. Pour ces sols, l'ingénieur dispose avec le concept de contrainte effective d'un outil capable de décrire simplement le comportement du sol en tant que milieu diphasique (eau-solide) en distinguant le rôle mécanique de chacune de ces phases ainsi que leur interaction. Le caractère triphasique des milieux non saturés (existence d'une phase gazeuse en plus des phases liquide et solide) complique singulièrement le comportement du matériau par le développement de ménisques eau-air au sein du squelette du sol. Des techniques particulières ont dû être développées pour la mesure de l'état et des lois de comportement de ces sols.

La "nouveau" de la discipline ainsi que sa complexité ont conduit à la formation de différentes "écoles", tant du point de vue des méthodes d'analyse que de celui des approches utilisées pour expliquer le comportement des sols non saturés.

Ce chapitre décrit les différentes approches utilisées pour modéliser les sols non saturés, les bases expérimentales de ces modèles et des exemples de calculs.

2.2 MODELISATION DES SOLS NON SATURES : DIFFERENTES APPROCHES

Terzaghi (1923) énonce le principe des contraintes effectives pour les sols saturés sous forme de deux postulats :

- les déformations du sol sont dues exclusivement aux variations de la contrainte effective ;
- la contrainte effective est égale à l'excédent de la contrainte totale sur la pression d'eau.

La validité de ce concept a été largement vérifiée pour les sols saturés, notamment par les travaux de Rendulic (1936), Bishop et al. (1950), Henkel (1959 et 1960), Skempton (1960). La simplicité de l'application pratique de ce concept a conduit les premiers chercheurs confrontés à la modélisation des sols non saturés à tenter d'appliquer ce principe à ce nouveau type de matériau, moyennant quelques corrections.

Les premières tentatives sont celles de Jennings (1957), Croney et al. (1958), Bishop (1959) et Aitchison (1960). Lors de la conférence de Londres (1960), consacrée aux études des pressions interstitielles et de la succion dans les sols, il a été montré que le principe de contrainte effective proposé par Bishop était le plus général. Ce principe se traduit mathématiquement par la relation :

$$\sigma' = (\sigma - p_a) + \chi (p_a - p_w) \quad [2.1]$$

avec

- σ' - contrainte effective ,
- σ - contrainte totale ,
- p_a - pression de l'air ,
- p_w - pression de l'eau ,
- χ - coefficient de pondération, connu sous le nom de coefficient de Bishop, compris entre zéro (sol sec) et un (sol complètement saturé).

Cette modélisation a été l'objet de quelques critiques, formulées entre autres par Jennings et Burland (1962), Coleman (1962), Matyas et Radakrishna (1968), Fredlund et Morgenstern (1977), en particulier pour ce qui concerne la non unicité du coefficient de Bishop pour un sol donné et l'isotropie imposée au tenseur des pressions. Ces critiques ont toutes été étayées par des résultats expérimentaux obtenus en laboratoire. Il faut noter aussi que Burland (1965) a montré que la relation proposée par Bishop était inexacte d'un point de vue microscopique. Mais cette remarque n'avait pas d'importance réelle, car la contrainte effective ne peut être définie qu'en mécanique des milieux continus (Atkinson et Bransby, 1978) et non d'un point de vue microscopique. A titre d'exemple, nous présentons ci-dessous le résultat d'un essai dit "d'effondrement", effectué par Jennings et Burland (1962) et qui fait partie des résultats d'essais qui ont été à l'origine de la contestation de la validité du concept de contrainte effective pour les sols non saturés.

Cet essai (figure 2.1) consiste à amener une éprouvette de sol sous succion constante jusqu'à une contrainte ($\sigma_0 - p_a$). Le sol est ensuite remouillé sous cette même contrainte, ce qui entraîne un effondrement. La contrainte est augmentée par la suite et l'on obtient une

courbe oedométrique classique pour un sol saturé. Selon la formule [2.1], une diminution de la succion entraîne une diminution de la contrainte effective, qui devrait entraîner une légère augmentation de l'indice des vides. Il n'en est rien, puisque celui-ci diminue de façon non négligeable.

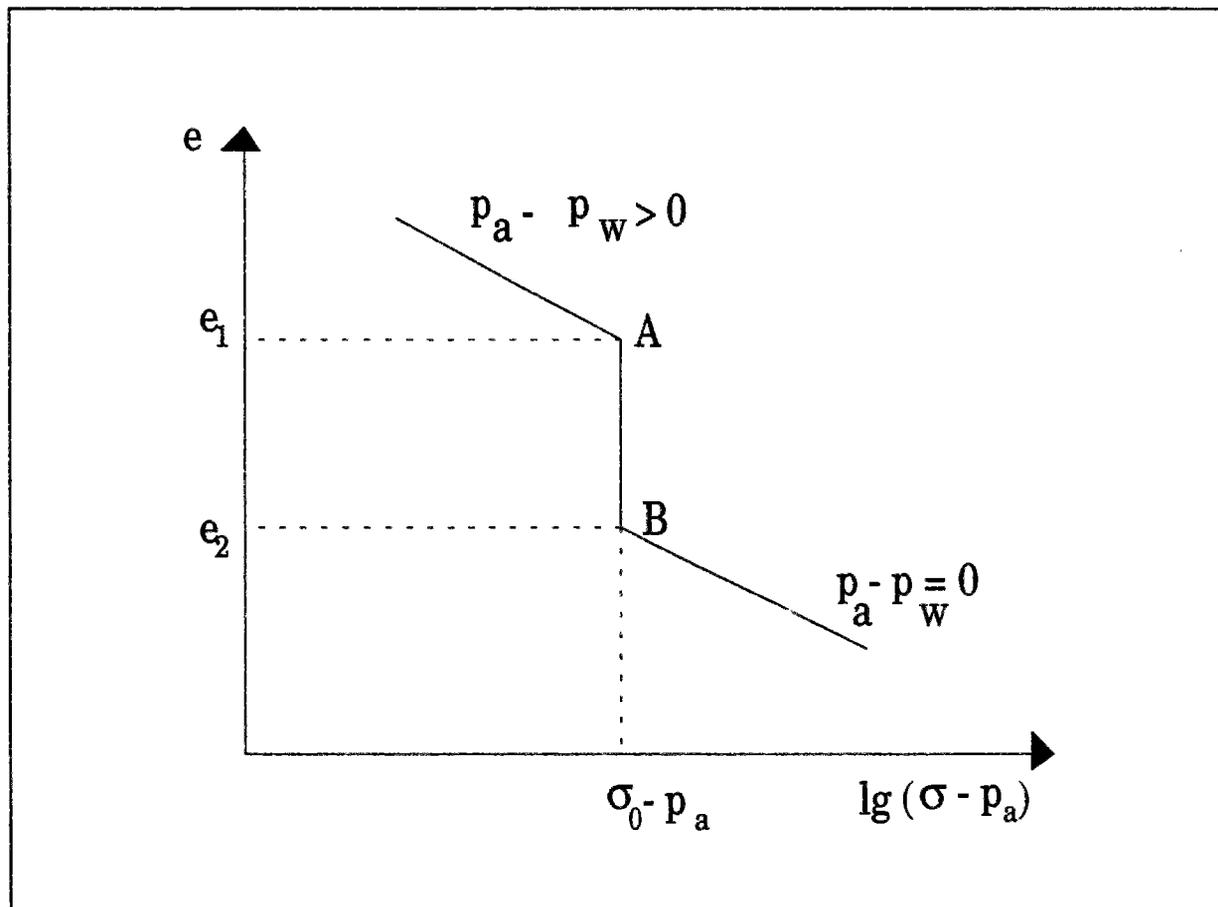


Figure 2.1 Essai d'effondrement à l'oedomètre (Jennings et Burland, 1962)

Les discussions engendrées par ces critiques ont amené les promoteurs du concept de contrainte effective à présenter sous une forme plus générale la relation entre les différents tenseurs de contraintes. La relation [2.1] revêt alors la forme suivante (Bishop et Blight, 1963) :

$$\sigma' = (\sigma - p_a) + f(p_a - p_w) \quad [2.2]$$

où f est non seulement une fonction de la succion, définie comme étant la dépression par rapport à la pression de l'air, mais aussi une fonction du degré de saturation du matériau. Bishop et Blight ont tout de même montré que l'expression $\chi(p_a - p_w)$ restait une bonne approximation des sollicitations de type triaxial.

L'introduction de la fonction f n'a pas du tout arrangé les choses sur le plan pratique. La complexité de l'expression de cette fonction a conduit à considérer les variables

$(\sigma - p_a)$ et $(p_a - p_w)$ comme indépendantes et à étudier directement les effets de variations de ces grandeurs sur l'indice des vides ou sur le déviateur à la rupture.

Dans leurs travaux, Matyas et Radakrishna (1968) ont montré qu'en traitant $(\sigma - p_a)$ et $(p_a - p_w)$ comme deux variables indépendantes, on trouve que les variations de l'indice des vides et du degré de saturation sont représentées par des surfaces uniques dans un espace "contrainte totale diminuée de la pression d'air - succion - indice des vides" et dans un autre espace "contrainte totale diminuée de la pression d'air - succion - degré de saturation". Ces surfaces d'état sont représentées respectivement sur les figures 2.2 et 2.3.

Un peu plus tard, cette approche a été utilisée par Lloret et Alonso (1980) pour l'analyse de la consolidation des sols non saturés.

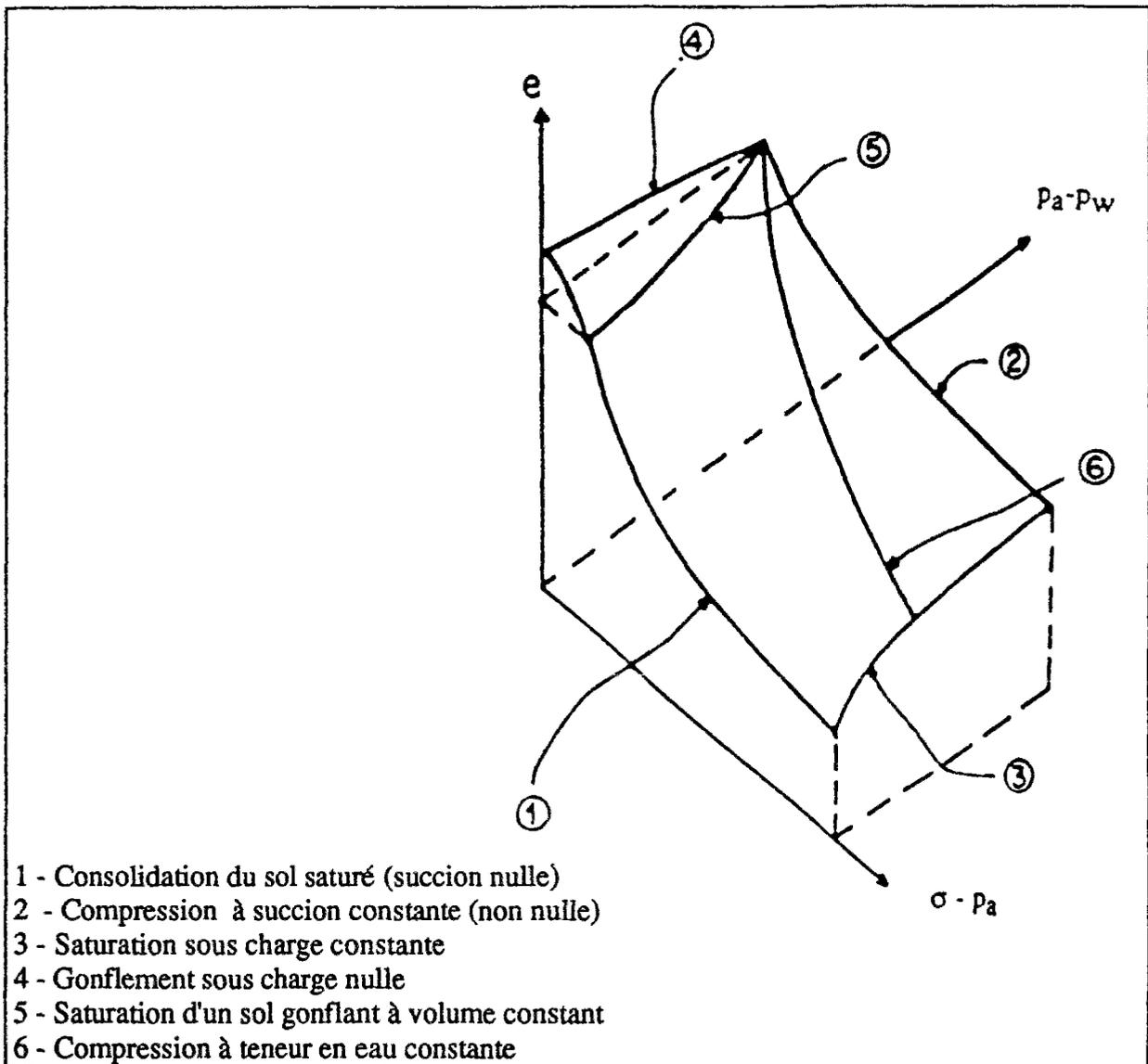


Figure 2.2 Surface d'état $e = f(\sigma - p_a, p_a - p_w)$ (Matyas et Radakrishna, 1968)

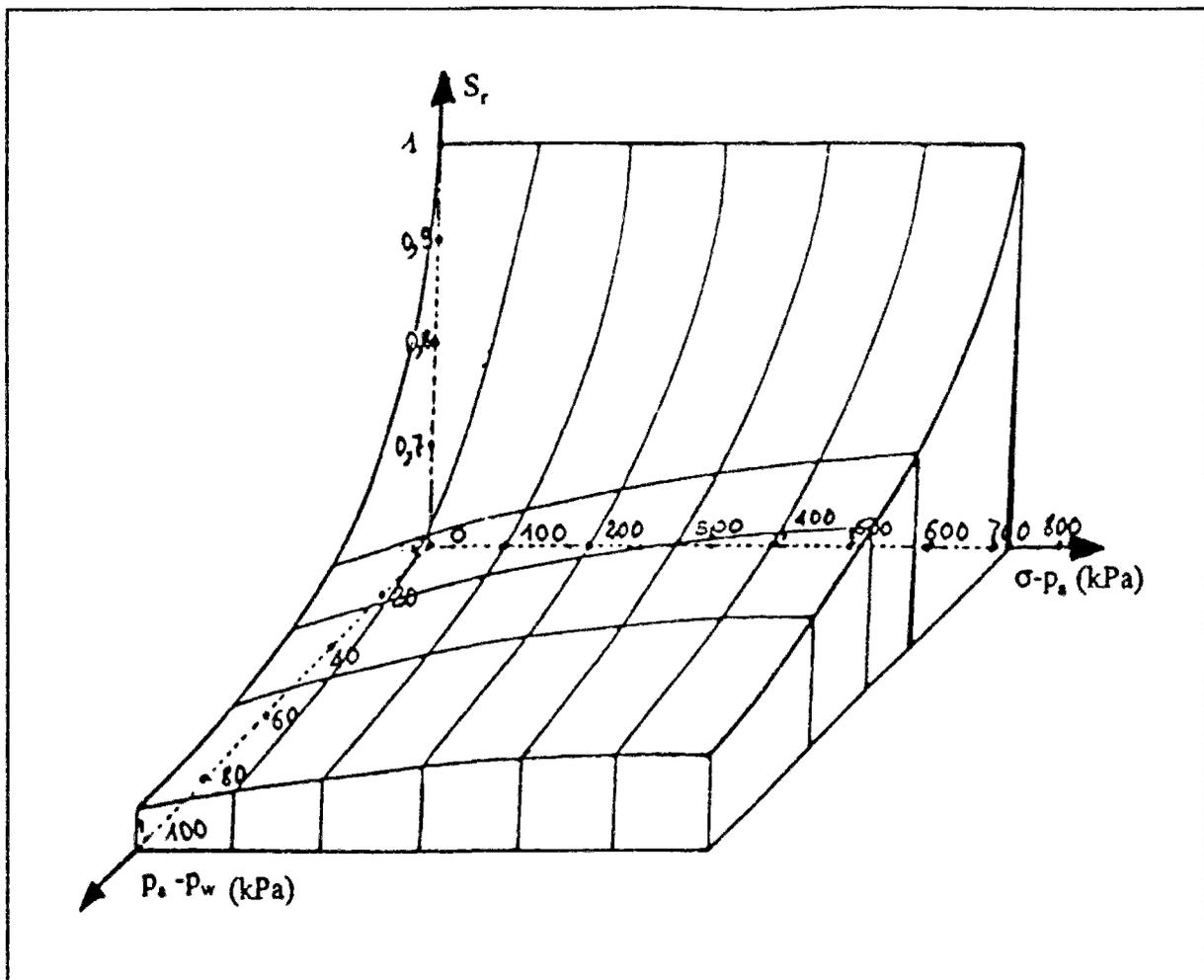


Figure 2.3 Surface d'état $S_r = f(\sigma - p_a, p_a - p_w)$ (Matyas et Radakrishna, 1968)

En France, des travaux théoriques sur le comportement des sols non saturés ont été engagés au cours des années 1980. Une partie des chercheurs s'est tournée vers le concept de variables indépendantes, mais d'autres continuent de travailler pour déterminer les domaines de validité de la notion de contrainte effective pour les sols non saturés (Biarez, Fleureau et al., 1988, 1989).

La validité du concept des variables indépendantes a été largement explorée. Dans le cadre de la campagne d'essais entreprise au sein du "GRECO Géomatériaux", Delage et al. (1988) ont effectué des travaux expérimentaux sur des éprouvettes de limon consolidées en suivant quatre chemins différents, ne comportant que des compressions et resaturations. Les résultats obtenus confirment, à des degrés divers, les conclusions des travaux de Matyas et Radakrishna (1968) et montrent que les points expérimentaux obtenus appartiennent à une même surface, indépendamment du chemin suivi.

Si les résultats obtenus pour le degré de saturation sont satisfaisants, en revanche ceux obtenus pour l'indice des vides le sont moins. Il est important de souligner aussi que ce concept est soumis à une hypothèse un peu restrictive qui consiste à considérer une variation croissante du degré de saturation. Les résultats de ces essais sont représentés sur les figures 2.4 et 2.5.

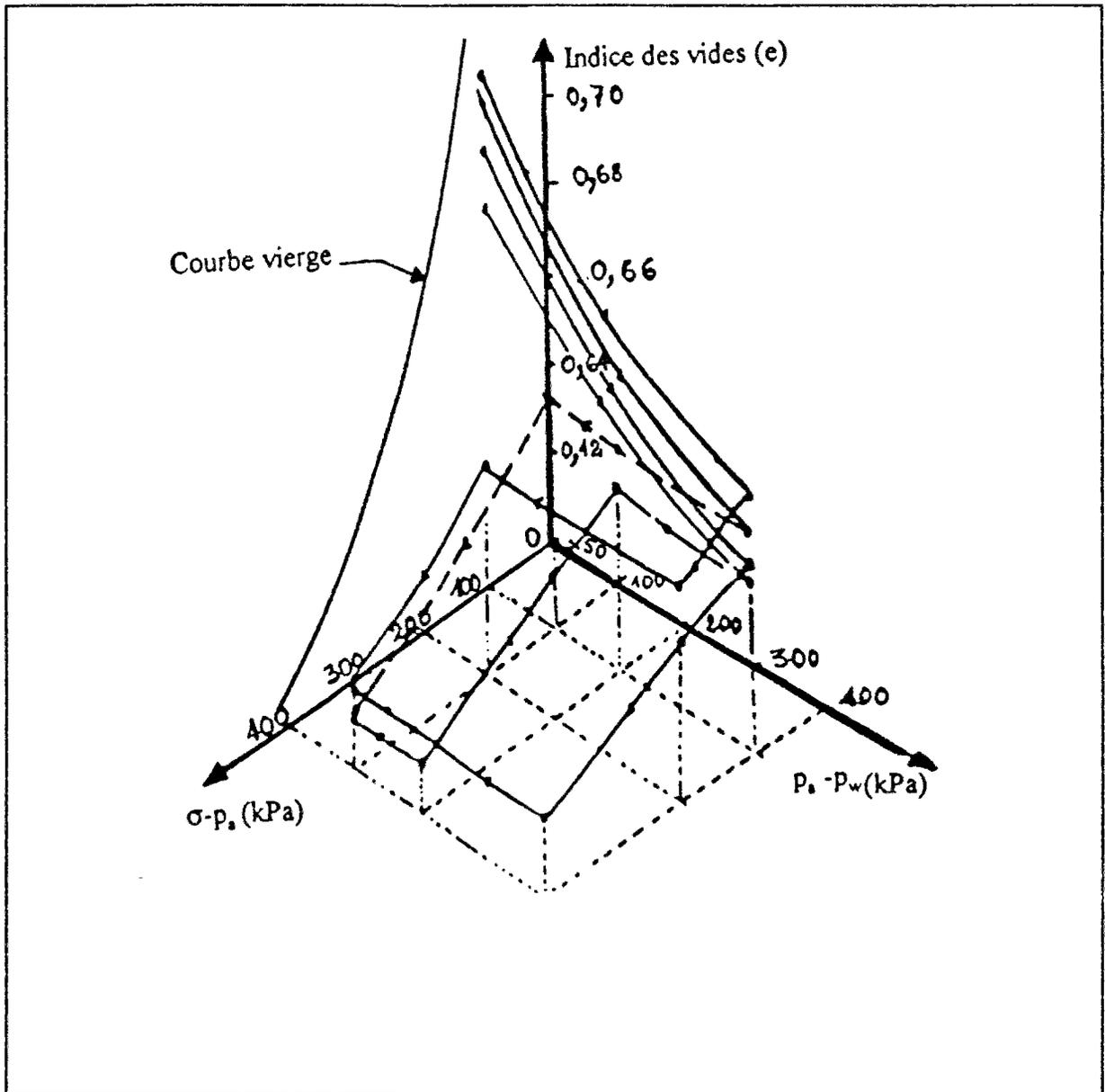


Figure 2.4 Surface d'état $e = f(\sigma - p_a, p_a - p_w)$ (Delage et al., 1988)

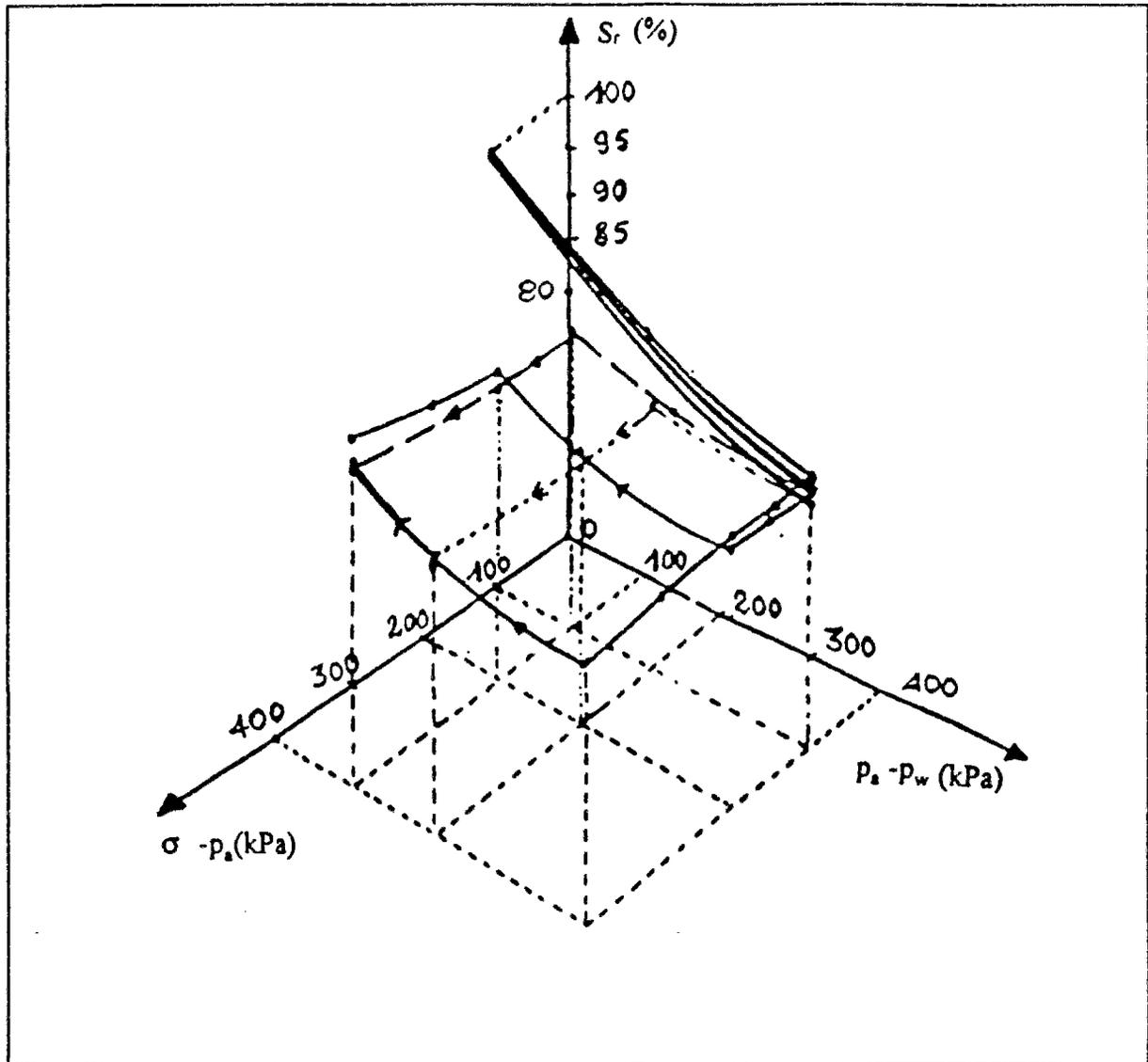


Figure 2.5 Surface d'état $S_r = f(\sigma - p_a, p_a - p_w)$ (Delage et al., 1988)

A l'heure actuelle des modèles plus élaborés, dont certains prennent en compte l'écroûissage en succion, ont été développés. On peut citer ceux d'Alonso, Gens (1987, 1990), Balmacada (1991), Josa et al. (1992), Cui (1993).

2.3 BASES EXPERIMENTALES

2.3.1 Introduction

Le comportement des sols non saturés est complexe et son étude a été abordée suivant différents approches. Trois types d'activités participent au développement de la mécanique des sols non saturés :

- les essais en laboratoire ou en place,
- la modélisation,
- les mesures.

Chacune de ces activités nécessite des connaissances particulières, mais aucune ne peut se développer sans les deux autres.

Cette section passe en revue les aspects expérimentaux, théoriques et numériques de la modélisation des sols non saturés.

2.3.2 Etudes expérimentales en laboratoire et observations sur le terrain

2.3.2.1 Etudes expérimentales en laboratoire

Les publications disponibles actuellement dans le domaine expérimental concernent généralement les essais en laboratoire. Les publications consacrées aux études en laboratoire peuvent être classées en deux groupes :

- le premier groupe est consacré aux matériels et procédures d'essai,
- le deuxième groupe est consacré aux résultats des essais.

Les matériels d'essai les plus utilisés restent de loin les oedomètres et les appareils triaxiaux. Il est toutefois important de souligner que, dans le cas des sols non saturés, il est nécessaire d'adapter les appareils de mesure traditionnels ou de mettre au point de nouveaux appareillages tant la mesure de certaines quantités physiques, comme la succion, est complexe et nécessite une procédure particulière.

Les différents appareillages et techniques utilisés pour mesurer les quantités telles que la succion, la perméabilité, la compressibilité et la résistance sont récapitulés dans le tableau 2.1. Ces appareils sont ceux utilisés dans la campagne des essais du GRECO entre 1986 et 1989.

Tableau 2.1 Appareillage et technique de mesure

Quantité mesurée	Technique utilisée	Références
Pression capillaire	<ul style="list-style-type: none"> - Tensiomètre - Méthode osmotique - Appareil de Richards - Méthode hygrométrique - Papier filtre - Psychromètre 	(GRECO Géomatériaux, 1989)
Perméabilité ou conductivité	<ul style="list-style-type: none"> - Colonne double source - Perméabilité osmotique - Perméabilité à surpression d'air 	(GRECO Géomatériaux, 1989)
Compressibilité	<ul style="list-style-type: none"> - Oedomètre osmotique - Oedomètre à surpression d'air - Oedomètre à psychromètre - Colonne résonnante à surpression d'air 	(GRECO Géomatériaux, 1989)
Résistance	<ul style="list-style-type: none"> - Triaxial osmotique - Triaxial à surpression d'air - Triaxial à psychromètre et tensiomètre 	(GRECO Géomatériaux, 1989)

Certains de ces appareils de mesure, développés en France, ont été très sollicités dans les travaux expérimentaux réalisés au sein du GRECO. Nous pouvons citer par exemple l'appareil triaxial osmotique qui a été développé au CERMES par Delage et al. (1987).

La campagne d'essais réalisée au sein du GRECO a permis d'utiliser les différents appareils de mesure énumérés dans le tableau 2.1, de tester les capacités et les limites de chaque appareil et en même temps d'effectuer des validations croisées sur les différentes techniques. Le tableau 2.2 indique les domaines dans lesquels chaque appareil est le plus efficace.

On appelle pF le logarithme décimal de la succion, exprimée en centimètres d'eau.

Tableau 2.2 Plage d'utilisation des appareils de mesure de la succion (GRECO Géomatériaux, bilan et perspective 1989)

Tensiomètre	Oedomètre osmotique	Appareil de Richards	Mesure au papier filtre	Psychromètre	Dessicateurs
Faibles pressions et sables	(2 - 4) pF	(2,3 - 4,2) pF	(1 - 6) pF	(3 - 5) pF	(4,4 - 7) pF

Nous ne pouvons parler de sols compactés sans parler de leur comportement vis à vis d'éventuels changements de teneur en eau. Mitchell (1956), Lambe (1958), Seed et Chan (1959) et récemment Alonso (1993) ont montré que la structure et la minéralogie sont les variables fondamentales qui gouvernent le comportement vis-à-vis des variations de teneur en eau et qui contrôlent le comportement mécanique d'un sol compacté. Un sol compacté dans un état initial déterminé (γ_d, w) peut soit gonfler, soit s'effondrer. Le signe de la déformation volumique dépend fortement de la contrainte de confinement existant avant le chargement. Les travaux expérimentaux réalisés grâce aux équipements oedométriques par Escario (1967), Barden et al. (1969), Kassif et Ben Shalom (1971), Aitchison et Martin (1973), Fredlund et Morgenstern (1976), Cox (1978), Lloret et Alonso (1985), Vicol (1990), Biarez, Fleureau et al. (1991) et Delage et Suraj De Silva (1992) ont permis de mieux connaître le processus de gonflement et d'effondrement lors des cycles d'humidification du sol. Si ces résultats expérimentaux ont joué un rôle important pour la compréhension de certains facteurs gouvernant le comportement des sols non saturés, ils ne suffisent pas, pour autant, pour expliquer certains phénomènes observés sur des structures compactées comme les remblais. Il paraît donc plus que nécessaire de connaître le comportement des sols compactés dans des états plus généraux notamment parce que :

- des zones étendues de remblais sont faiblement confinées, dans des conditions très éloignées des conditions oedométriques. Ces zones (talus, couronnement) sont les principaux foyers d'apparition de pathologie ;

- les essais d'imbibition sous condition oedométrique se trouvent loin des conditions de rupture.

Plusieurs modèles prenant en compte l'effet de la contrainte de cisaillement ont été publiés ces derniers temps. Nous pouvons citer ceux d'Alonso, Gens et Hight (1987), Alonso, Gens et Josa (1990), Karube et al. (1989), Kohgo et al. (1993) et Cui (1993).

2.3.2.2 Observations

A l'heure actuelle, il existe très peu de publications sur des études effectuées in situ. Certaines caractéristiques de remblais ont été mises en évidence grâce à des observations détaillées sur de longues périodes. Ces travaux ont permis d'avoir une image détaillée du comportement réel des remblais. Nous nous intéresserons à deux cas qui nous paraissent très représentatifs : le premier est représentatif des matériaux hétérogènes faiblement compactés, le second concerne les remblais construits avec des matériaux évolutifs, responsables de beaucoup des pathologies observées sur ce genre d'ouvrages (voir chapitre 1).

A - Remblais faiblement compactés

Cette étude a été effectuée par Charles et al. (1984) et avait pour objectif de décrire l'élévation de la nappe phréatique dans un remblai en grès et limonite de 70 m de hauteur. Le remblai est hétérogène et présente les caractéristiques suivantes :

- une porosité qui varie de 0,2 à 0,4,
- les fines limoneuses ne représentent que 10 % (on note une prédominance de fragments de roche),
- le degré de saturation varie de 0,1 à 1.

Les déformations ont été mesurées grâce aux extensomètres placés dans tout le remblai. Ce remblai a été suivi durant trois ans.

Les résultats des tassements obtenus par Charles et al. ont été réinterprétés par Alonso (1993) par la représentation des déformations à différentes profondeurs en fonction de la distance entre la surface libre et le point représentatif de la déformation. Cette réinterprétation a été faite, d'une part, pour montrer l'influence de la contrainte de confinement sur le gonflement ou le tassement et, d'autre part, pour vérifier certains résultats expérimentaux obtenus en laboratoire (entre autre le signe de la déformation en fonction de la contrainte de confinement et de la valeur de la succion).

La courbe de tassement obtenue à partir des observations de Charles et al. est représentée sur la figure 2.6. Sa réinterprétation est représentée sur la figure 2.7. Dans cette même étude de réinterprétation, Alonso (1993) a, à partir des données de deux sondages instrumentés, représenté les déformations finales en fonction de la contrainte verticale moyenne (figure 2.8).

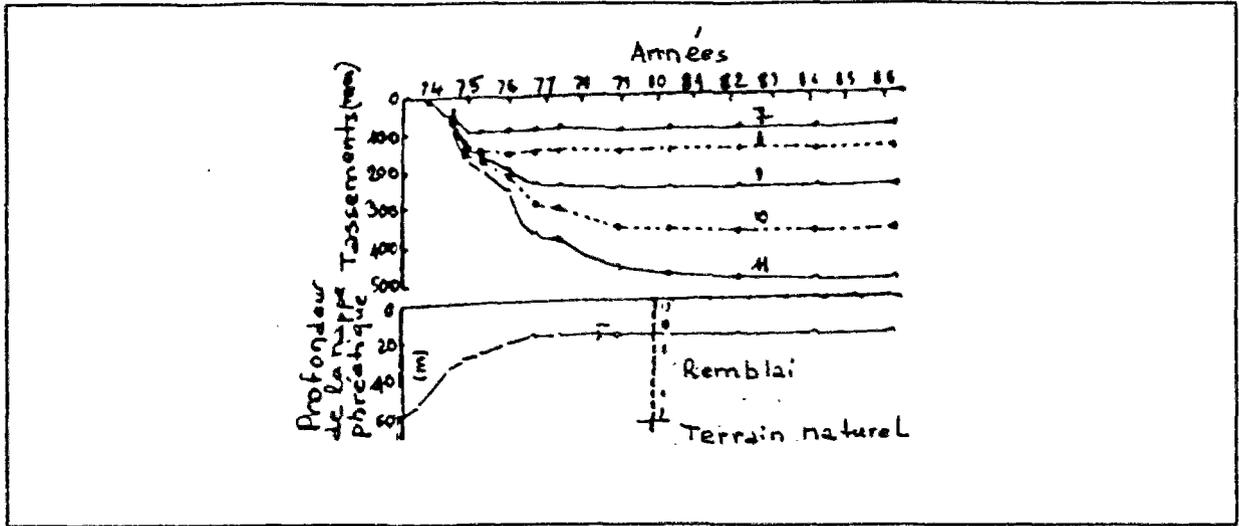


Figure 2.6 Tassements mesurés à Horsley (extensomètre B2) (Charles et al. (1984), cités par Alonso (1993))

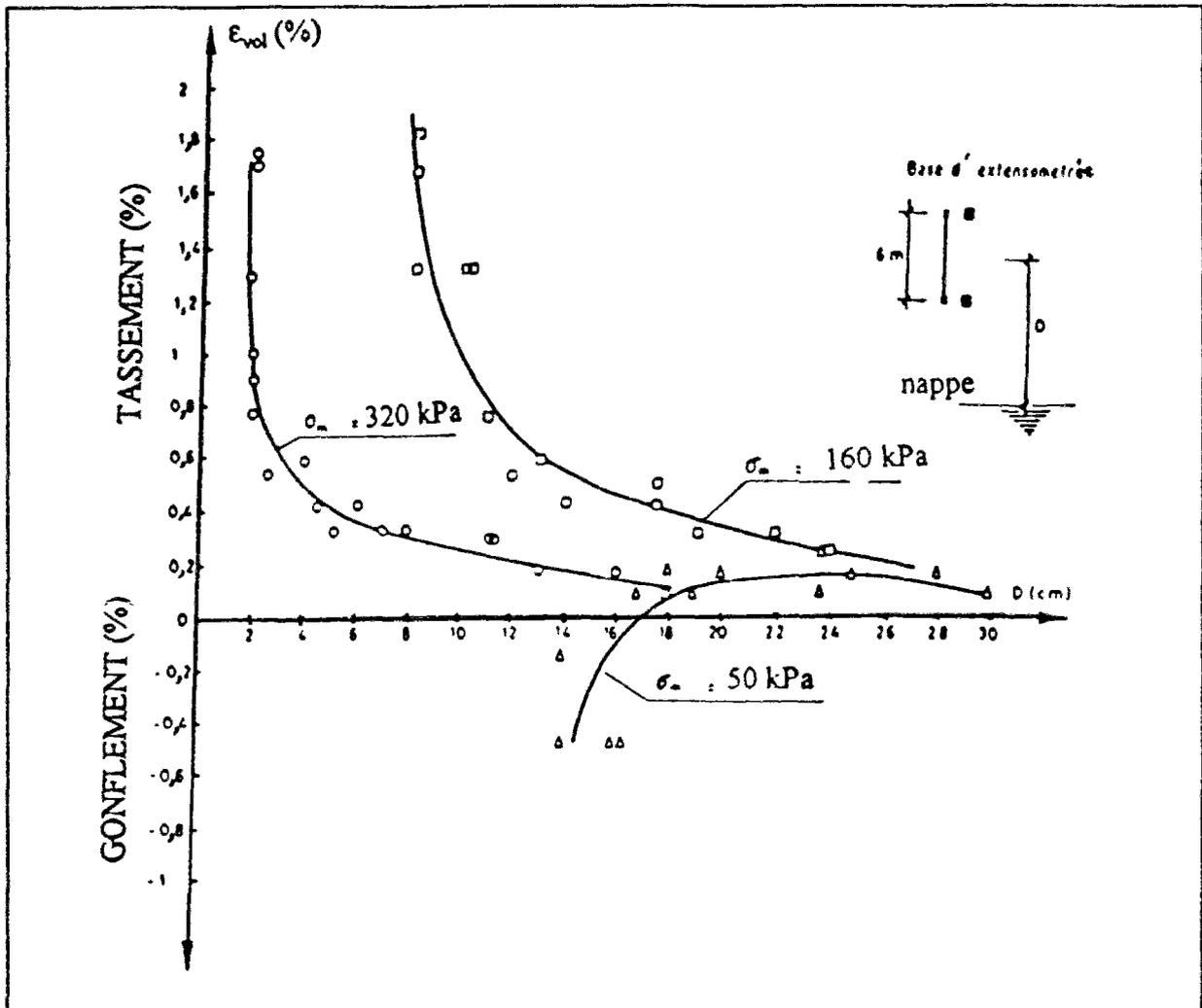


Figure 2.7 Relation entre la déformation verticale (tassement ou gonflement), la contrainte verticale et la distance à la nappe phréatique, à partir des données publiées par Charles et al. (1984) pour l'extensomètre B2 (Alonso, 1993)

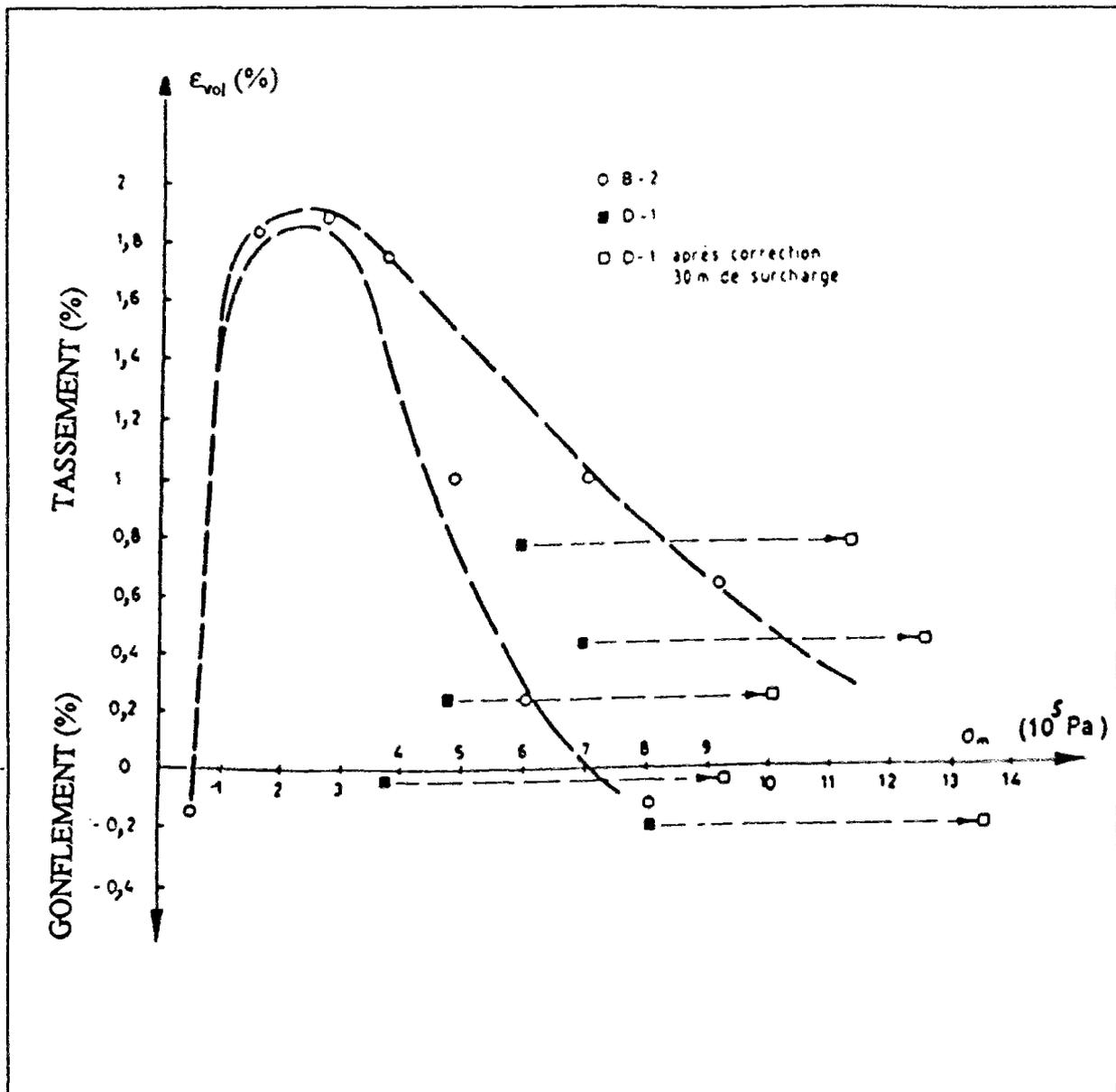


Figure 2.8 Relation entre la déformation volumique et la contrainte moyenne calculée par Alonso (1993) à partir des données publiées par Charles et al. (1984)

Toutes ces études ont montré que si un ouvrage peu compacté est remouillé, soit par infiltration superficielle due aux précipitations, soit par remontée de la nappe phréatique, il tasse de façon significative, et que le préchargement est un processus efficace pour limiter ces tassements dû à l'affaissement de la structure du matériau.

B. Remblais de marnes argileuses compactées

Nous allons examiner comme exemple de ce type de remblai celui de la Jorle, sur l'autoroute Bordeaux - Toulouse.

C'est un remblai expérimental situé sur l'Autoroute A.62 à proximité de Layrac, près d'Agen. Il a été édifié avec des matériaux marneux (CO_3Ca : 67 - 82 % ; w_L : 14 - 18 % ; w_{nat} 9,6 - 11,2 %). Une étude complète d'identification a été faite. Ceci a permis de classer les marnes bariolées et grises en A_3 et la marne calcaire en A_2 .

Le compactage a été effectué avec des densités variant entre les optima Proctor Normal et Modifié. Le degré de saturation moyen après compactage était de l'ordre de 90%.

Une instrumentation assez complète a permis de mesurer les tassements, les déplacements et les déformations horizontales, les pressions interstitielles et les teneurs en eau.

Les figures 2.9 et 210 montrent respectivement l'influence de la saturation sur le comportement du sol en fonction d'une part de l'énergie de compactage et d'autre part de la consolidation initiale, et les courbes de compressibilité du matériau selon l'énergie de compactage avec ou sans saturation. Ces résultats justifient pleinement le choix des différentes énergies de compactage pour différentes hauteurs du remblai (OPM pour les dix premiers mètres, OPN pour les dix mètres supérieurs).

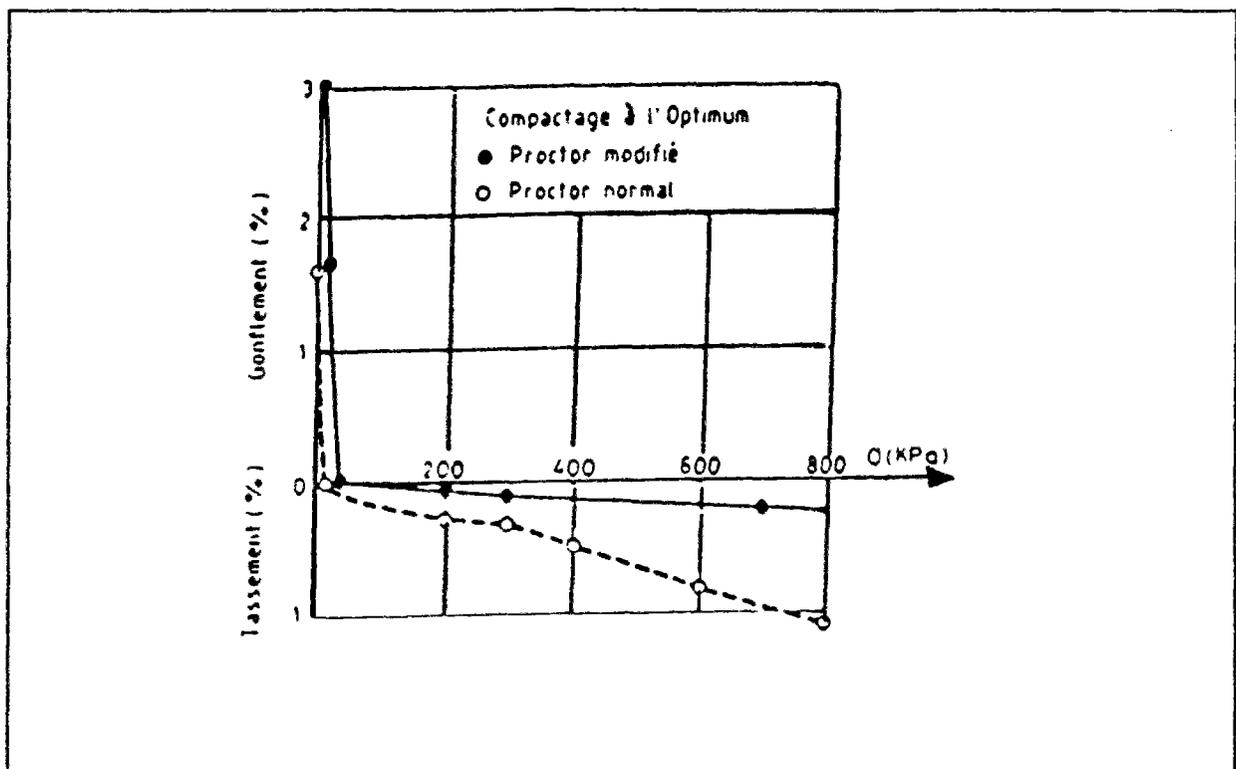


Figure 2.9 Influence de la saturation sur la reprise des tassements ou gonflement selon la valeur de la consolidation initiale (Mieussens et Camapum de Carvalho, 1986)

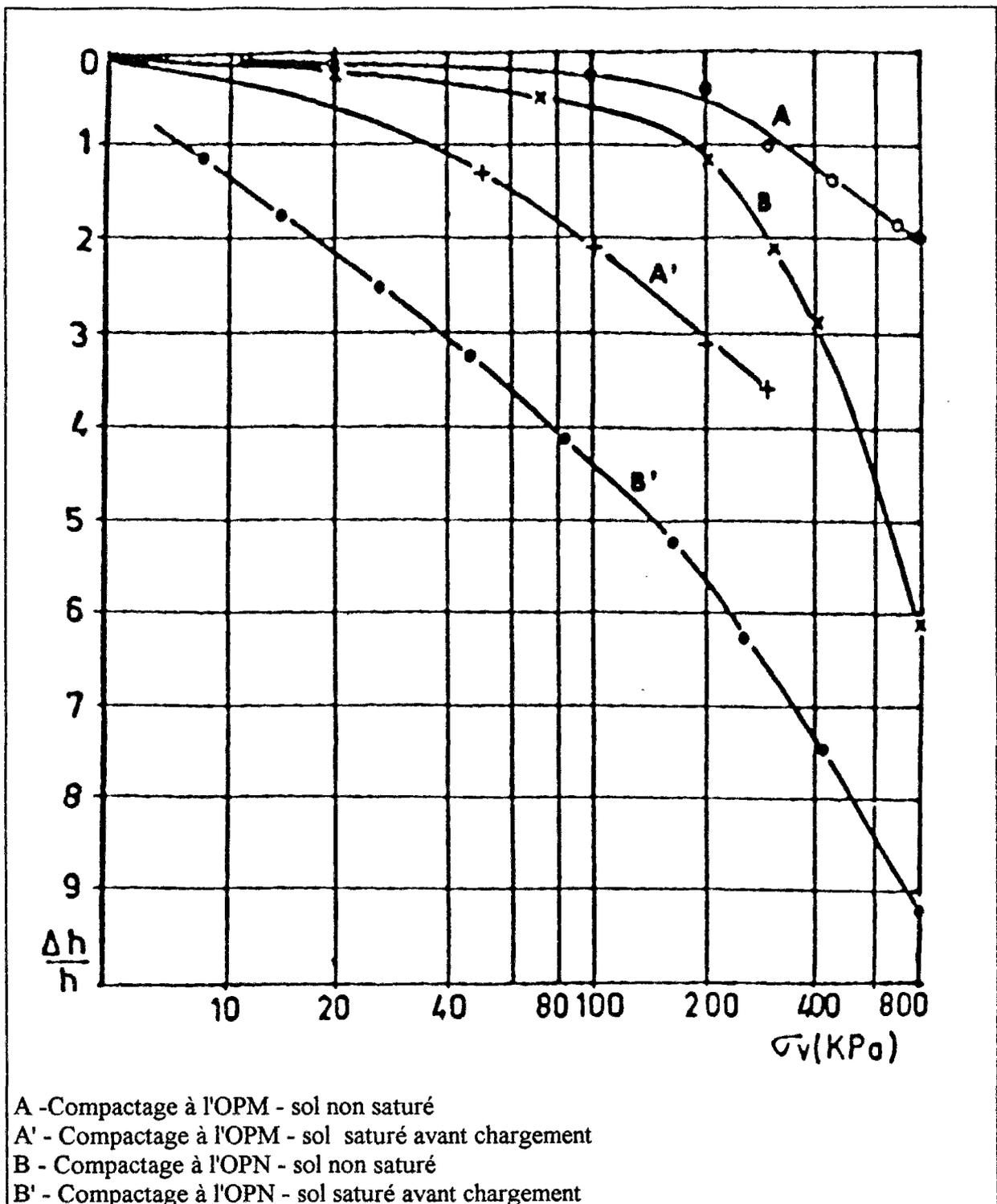


Figure 2.10 Courbes de compressibilité à l'oedomètre selon l'énergie de compactage avec ou sans saturation initiale (Mieussens et Camapun de Carvalho, 1986)

Les changements d'humidité dans les matériaux compactés affectent surtout les couches superficielles (talus, dans les cas de remblais). Pour cette raison, des études détaillées sur les

cycles d'humidification et de séchage auraient apporté des informations très instructives pour la compréhension de ce genre de phénomène.

Les mesures obtenues grâce à l'extensomètre placé à la mi-hauteur du versant et à l'inclinomètre placé au même endroit ont montré respectivement des gonflements importants des deux derniers mètres du remblai et des mouvements horizontaux croissants au bas du versant sur les trois derniers mètres.

La combinaison du gonflement et de la déformation horizontale se traduit par un vecteur de déplacement qui est représenté sur la figure 2.11. Les premiers mouvements correspondent à une déformation purement volumique et le vecteur de déplacement est pratiquement normal au talus mais, au fur et à mesure que le temps s'écoule, ce sont les mouvements dans le sens du talus qui prédominent, indiquant ainsi la présence d'importantes déformations de cisaillement.

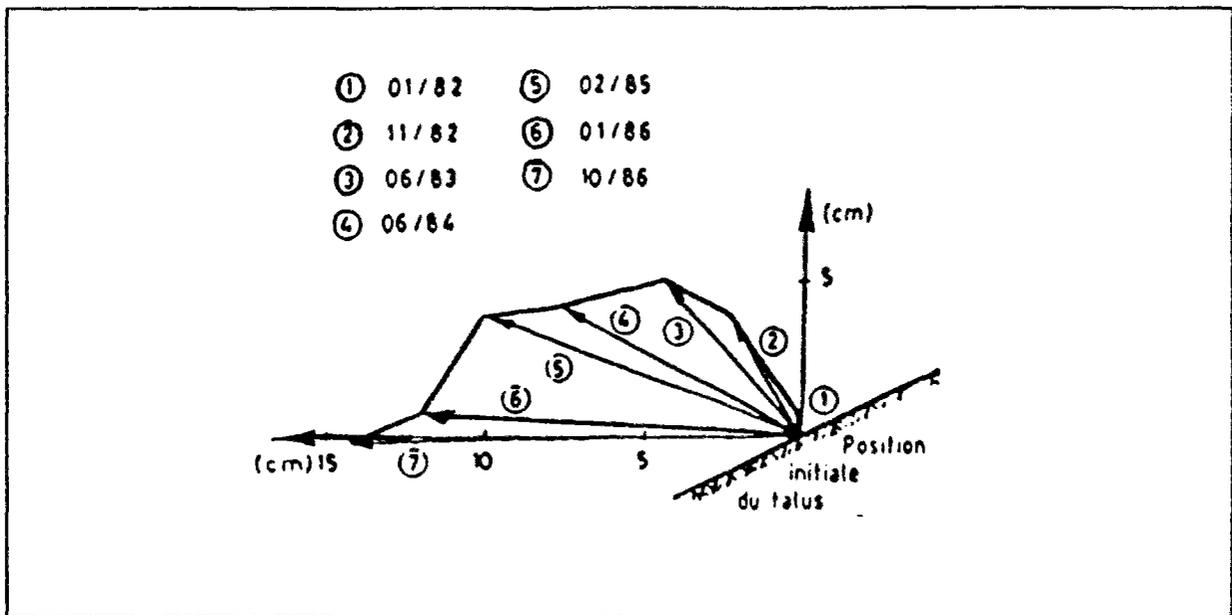


Figure 2.11 Mouvement de la surface du talus déduit de la composition des déplacements horizontaux et verticaux mesurés à différentes dates (Mieussens, 1989)

2.3.3 Etudes théoriques

Les travaux expérimentaux effectués dans le domaine de la modélisation des sols non saturés ont permis d'apporter des éclaircissements sur le couplage mécanique - hydraulique, en particulier une explication des phénomènes d'affaissement et de gonflement des sols non saturés (Jennings et Burland, 1962; Yoshimi et Osterberg, 1963; Matyas et Radakrishna, 1968; Barden et al., 1969; Fredlund et Hasan, 1979).

Ces approches théoriques reposent essentiellement sur les hypothèses suivantes:

- la loi de Darcy pour les transferts d'eau et d'air,
- la loi de Henry pour la dissolution de l'air dans l'eau,
- l'équation de continuité appliquée à l'eau et à l'air.

Cependant, il existe une divergence notable entre les auteurs pour ce qui est de la prise en compte des variations de la porosité du sol au cours du processus de consolidation. Or, il s'agit là de l'un des points essentiels de la modélisation des sols non saturés et déformables. D'autres interrogations subsistent aussi en ce qui concerne, par exemple, la continuité ou non de la phase gazeuse et les variations, pour un sol non saturé, des perméabilités à l'eau et à l'air.

2.3.3.1 Hydraulique des milieux poreux non saturés

L'équilibre de l'eau dans le sol dépend de plusieurs facteurs : la porosité, la pesanteur, les sels dissous et la pression de la phase gazeuse. Chacun de ses facteurs contribue à l'énergie potentielle respectivement sous forme de potentiel matriciel, gravitaire, osmotique et de pression gazeuse.

La variation du degré de saturation entraîne une variation de la succion. Toute diminution de la teneur en eau entraîne une augmentation de la succion. On appelle "courbe de rétention" la courbe succion-teneur en eau. Cette dernière dépend du sol étudié et plus particulièrement de sa texture. Cette courbe est appelée parfois caractéristique hydrique du sol. La figure 2.12 montre, pour divers sols, que les variations de succion sont plus importantes pour une argile que pour un limon ou sable.

Ceci est tout à fait prévisible physiquement, eu égard à la dimension des pores et au mécanisme d'adsorption des argiles.

Il convient de souligner à ce stade que le compactage des sols a une influence sur la caractéristique hydrique (Luc, 1978) puisqu'il modifie les dimensions des pores. La rétention capillaire peut être plus forte dans ce cas (fig. 2.13).

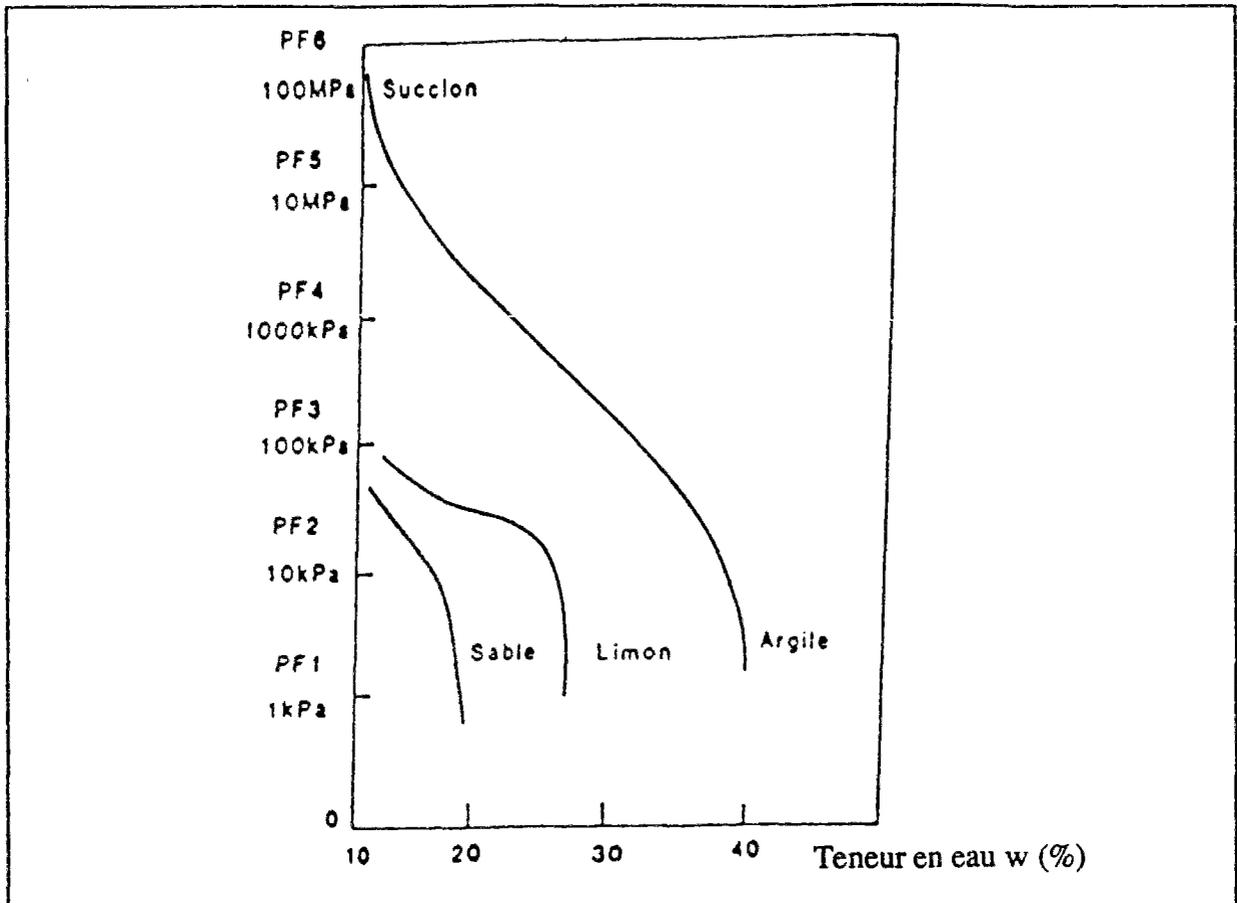


Figure 2.12 Courbes de rétention d'eau de divers types de sol (Kassif et al., 1979)

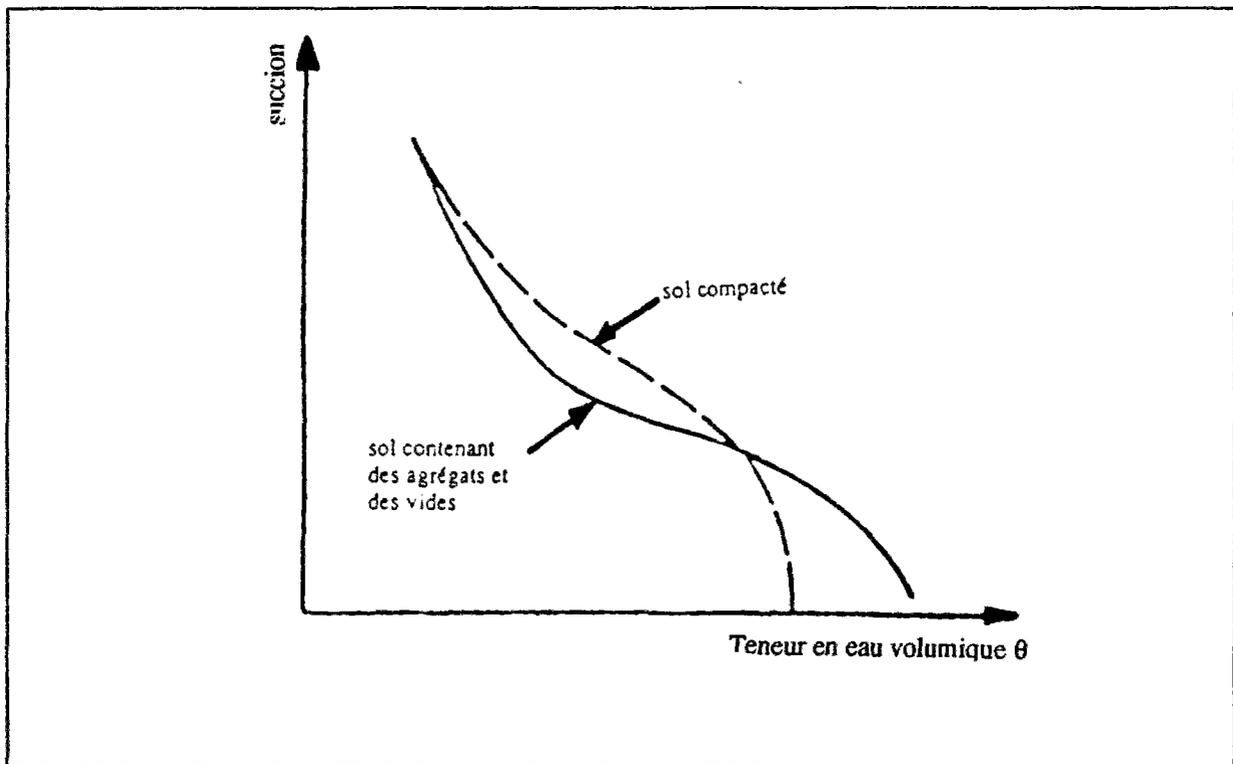


Figure 2.13 Influence du compactage sur la courbe de rétention (Luc, 1978)

On comprend donc que la connaissance des courbes de rétention soit un problème capital en hydraulique des sols non saturés. L'expérience acquise en hydrodynamique des sols non saturés met en évidence une limite à la notion de caractéristique hydrique. Ceci est dû au fait que la relation succion-teneur en eau n'est pas univoque. Cette non-unicité pour un même sol de la caractéristique hydrique est liée à un phénomène d'hystérésis. Ce comportement hystérétique complexe des sols non saturés fait que la caractéristique hydrique pour un sol donné ne se reproduit pas exactement lors des humidifications et dessèchements successifs.

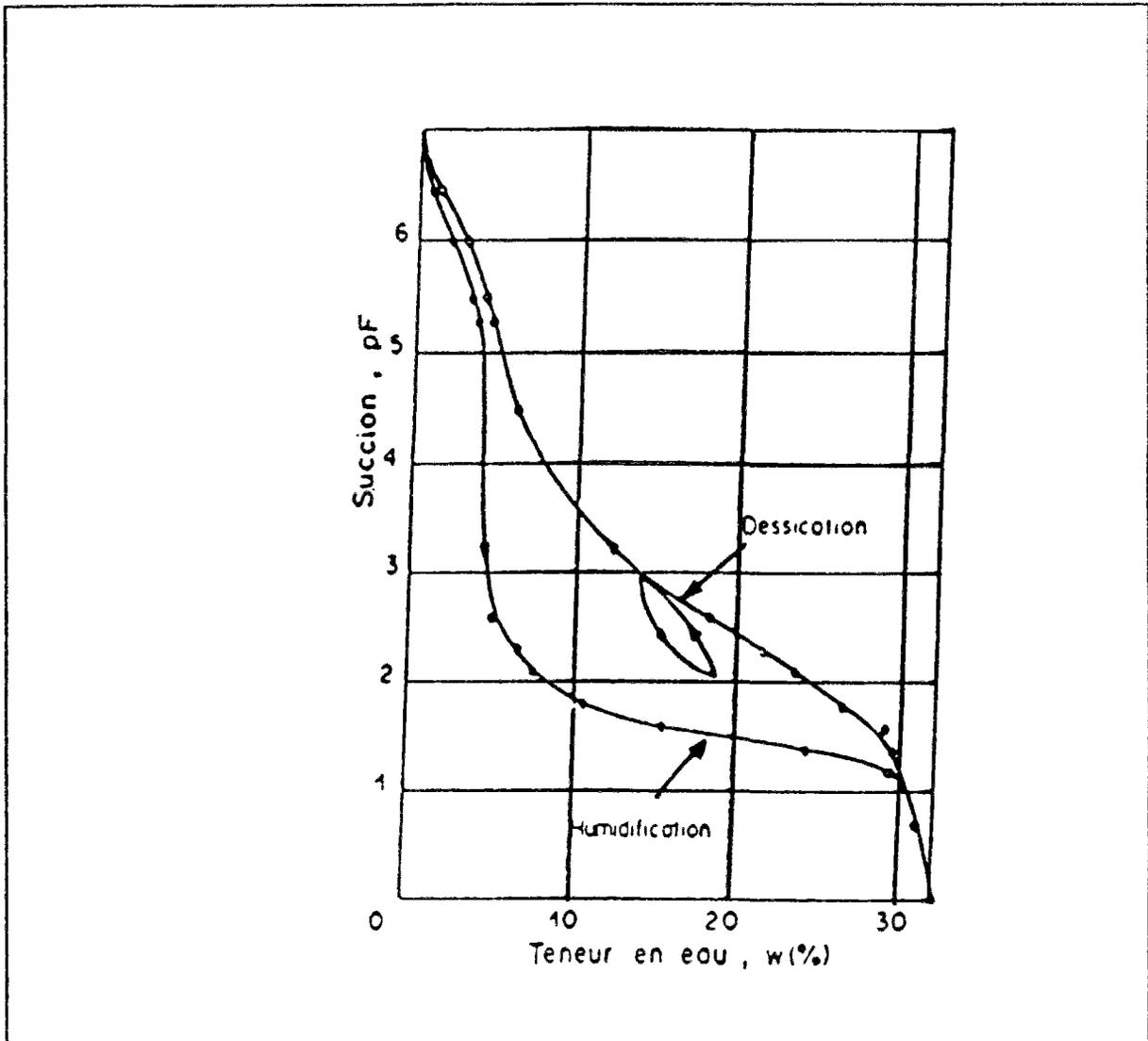


Figure 2.14 Hystérésis dans les sols non saturés (Croney, 1958)

Cette courbe nous montre que le sol est plus humide à la dessiccation qu'à l'humidification pour une même valeur de la succion. Il en résulte que le sol présente un comportement hydraulique dépendant du chemin de teneur en eau parcouru. Ce comportement non-univoque, qui fait intervenir à priori toute l'histoire "hydrique" du sol, complique singulièrement la description des écoulements dans les sols non saturés.

Les causes du phénomène d'hystérésis sont encore mal élucidées. On cite fréquemment les deux suivantes :

- l'hétérogénéité du diamètre des pores d'un même sol,
- la variation de l'angle de raccordement des ménisques capillaires.

Dans le premier cas, cette hétérogénéité fait qu'au remplissage l'avancée de l'eau est temporairement bloquée au niveau des diamètres les plus grands par une succion insuffisante. A la vidange, l'écoulement est aussi temporairement bloqué au niveau des étranglements où la force de succion est plus forte. Ce phénomène est connu sous le nom "d'effet goulot". Dans le deuxième cas, lors de l'humidification les capillaires ne sont pas encore humides et l'angle de raccordement du ménisque n'est pas nul. La force de succion pour un capillaire est plus grande à la vidange qu'à l'humidification, puisque lors de la vidange l'angle de raccordement est nul et son cosinus est maximal :

$$p_a - p_w = \frac{(2 \sigma \cos \alpha)}{r} \quad [2.3]$$

avec

- σ - tension superficielle,
- α - angle de raccordement,
- r - rayon du tube capillaire.

On vérifie expérimentalement que les écoulements à petits nombres de Reynolds s'établissant dans les sols non saturés obéissent à la loi de Darcy généralisée. Celle-ci relie la vitesse moyenne de filtration au gradient de charge par l'intermédiaire du tenseur des perméabilités. L'expérience montre que le tenseur des perméabilités du sol non saturé et celui des perméabilités à saturation restent homothétiques. Le rapport d'homothétie est appelé perméabilité relative et dépend du type de sol et de sa texture.

La description phénoménologique des transferts de fluides dans les milieux poreux non saturés ne peut être complète sans l'évocation de la phase gazeuse. Celle-ci pose un problème dont l'importance est variable suivant le cas considéré : la continuité ou non de l'air.

Pour les problèmes où le sol est partiellement saturé, l'existence d'air occlus dans l'eau peut rendre celle-ci sensiblement compressible. Lorsque le sol est fortement désaturé, la perméabilité à l'air peut avoir une importance dans les transferts d'eau. L'air continu mais sous pression peut s'opposer aux mouvements de l'eau. La figure 2.15 présente une comparaison des perméabilités à l'eau et à l'air pour un même sol.

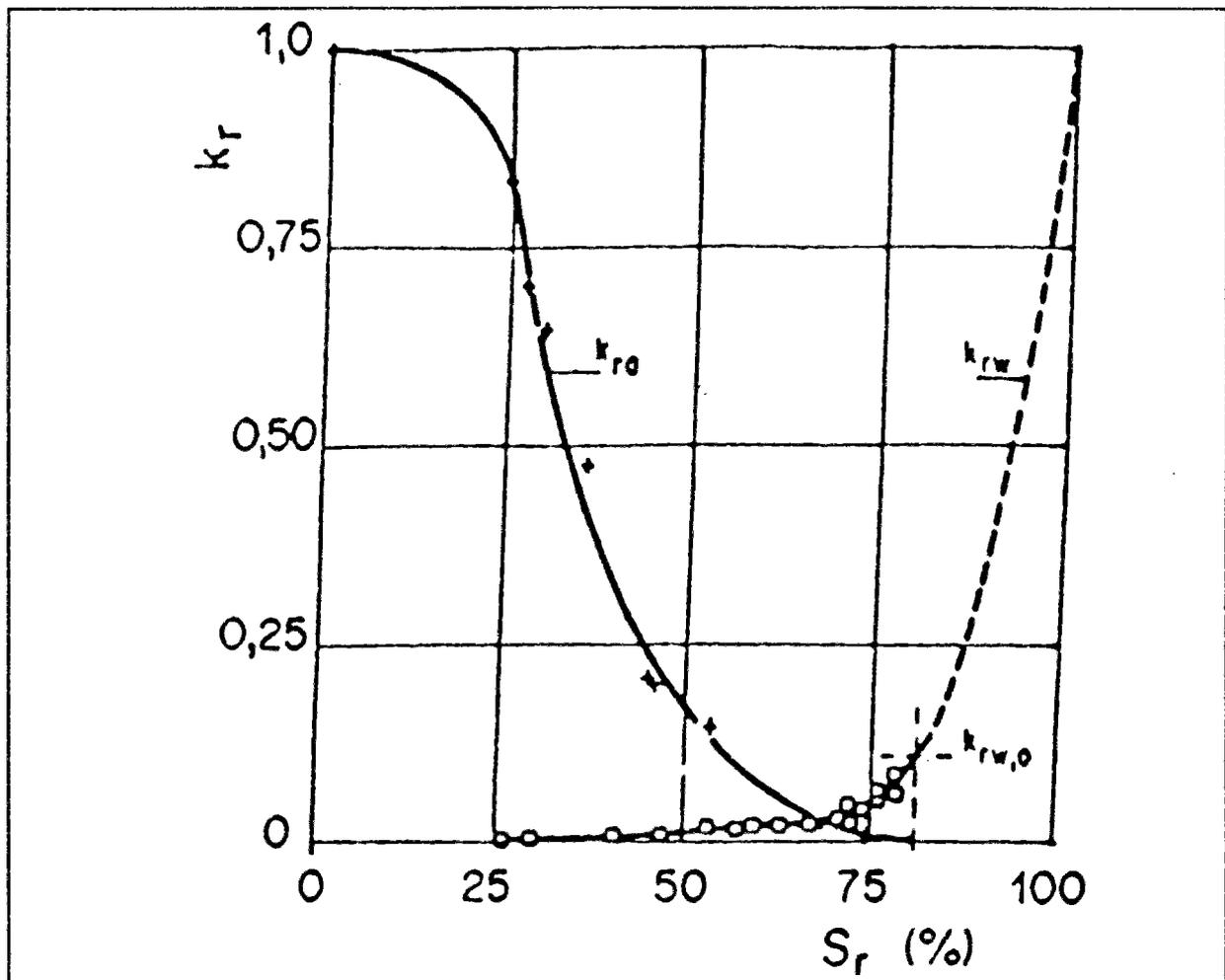


Figure 2.15 Perméabilités relatives d'un sable non saturé (Vachaud et al., 1974)

Notons que, dans les modélisations actuelles prenant en compte la phase gazeuse, on admet que l'écoulement de l'air est régi par la loi de Darcy.

Pour prendre en compte l'effet combiné du degré de saturation et de l'indice des vides, le modèle suivant a été proposé pour les perméabilités à l'eau :

$$k_w(s_r, e) = f_1(s_r) f_2(e) \quad [2.4]$$

Chang (1976) a montré que l'équation empirique qui reflétait le mieux les dépendances du coefficient de perméabilité à l'eau et de l'indice des vides et du degré de saturation était de la forme :

$$k_w = k_s G_e H_s \quad [2.5]$$

avec

k_s - coefficient de perméabilité à l'état saturé,

G_e - fonction dépendant de l'indice des vides,

$$H_s = \left[\frac{S_r - S_{ru}}{1 - S_{ru}} \right]^m \text{ - fonction dépendant du degré de saturation.}$$

Une étude bibliographique très détaillée sur les relations entre le coefficient de perméabilité à l'eau et la succion, d'une part, et le degré de saturation, d'autre part, a été faite par Alonso et al. (1987).

Il existe plusieurs expressions des coefficients de perméabilités à l'eau et à l'air. Dans leurs travaux, Lambe et Whitman (1969) ont montré que la perméabilité à l'eau dépendait de trois paramètres principaux : la composition du sol, l'indice des vides et le degré de saturation. Si la structure du sol n'est pas trop affectée durant le processus de consolidation, l'indice des vides et le degré de saturation restent les principaux facteurs contrôlant la perméabilité à l'eau.

La perméabilité à l'air a été étudiée entre autres par Matyas (1967), Langfelder et al. (1968) et Blight (1971). L'expression la plus utilisée est celle de Yoshimo et Osterberg (1963), qui relie linéairement les logarithmes de k_a et du produit $[e(1-S_r)]$ et s'écrit sous la forme :

$$k_a = c \frac{\gamma_a}{\mu_a} [e (1 - S_r)]^d \quad [2.6]$$

avec

c, d - constantes,

γ_a - poids volumique de l'air,

μ_a - viscosité de l'air.

La diversité des relations proposées dans la littérature pour l'expression des coefficients de perméabilité à l'eau et à l'air nous a contraint à faire un choix. Pour la perméabilité à l'air notre choix s'est porté sur l'expression [2.6] ; pour la perméabilité à l'eau, nous avons choisi d'utiliser l'expression suivante, qui a été déjà retenue par Alonso (1988), Nanda (1989) et Abida (1992) :

$$k_w = a 10^{\alpha e} \left[\frac{S_r - S_{ru}}{1 - S_{ru}} \right]^m \quad [2.7]$$

avec

α, a, m - constantes,

S_{ru} - degré de saturation résiduel.

2.3.3.2 *Modèle de comportement des sols non saturés*

Le premier modèle de comportement des sols non saturés a été proposé par Coleman (1962), qui adopte les expressions suivants :

$$de = a_{11} d(\sigma - p_a) + a_{12} d(p_a - p_w) \quad [2.8]$$

$$dS_r = a_{21} d(\sigma - p_a) + a_{22} d(p_a - p_w) \quad [2.9]$$

avec

e - indice des vides,

S_r - degré de saturation,

a_{ij} - paramètres du matériau, considérés comme constants.

L'hypothèse des valeurs constantes des paramètres du matériau restreint le modèle aux cas de petites variations de contraintes.

Barden (1965) a proposé une description du comportement des sols non saturés qui cherche à mieux décrire les phénomènes physiques qui se produisent dans les sols non saturés. Indépendamment des lois physiques citées ci-dessus, il considère que la porosité du sol est une fonction inconnue de la contrainte, du degré de saturation et d'un certain paramètre représentatif de la structure du sol. En fait, il a voulu intégrer dans son modèle les paramètres principaux gouvernant le comportement des sols non saturés. Mais la complexité de la relation obtenue l'a contraint à proposer des solutions simplifiées pour certaines plages de saturation caractéristiques car elles déterminent l'état des phases fluide et gazeuse ainsi que leurs interactions avec le squelette solide. Les plages adoptées sont les suivantes :

- si le degré de saturation est inférieur à 50%, le matériau est considéré comme étant très sec. Dans cet état, la seule phase fluide en mouvement lors de la compression est l'air. L'eau, quant à elle, reste solidement lié au squelette ;

- pour un degré de saturation compris entre 50% et 90%, l'état de la phase fluide dépend de la position du point suivi sur la courbe Proctor :

- si l'on est du côté sec, il y a continuité des deux phases fluide (eau et air) ;

- si l'on est autour de l'optimum Proctor, il y a une phase transitoire avec un transfert simultané d'air et d'eau. La pression de l'eau dans ce cas devient positive et il y a expulsion de l'air, qui s'accompagne d'une diminution de la perméabilité à l'air et d'une augmentation de celle de l'eau ;

- si l'on est du côté humide, l'air est occlus et reste lié à l'eau, ce qui affaiblit fortement sa perméabilité. Une partie de l'air reste piégée dans le squelette et l'autre se mélange à l'eau sous forme de bulles et donne un fluide compressible ;

- pour des degrés de saturation supérieurs à 90%, il y a une faible présence d'air et cette dernière phase reste piégée par le squelette.

Une analyse minutieuse de l'approche proposée par Barden montre que les simplifications adoptées conduisent à chaque fois à résoudre des systèmes d'équations ramenant à la méthode de Bishop. Pour y remédier, Fredlund et Hasan (1979) utilisent le modèle proposé par Coleman (1962) où les paramètres du matériau sont obtenus à partir des surfaces d'état et varient en fonction des deux variables indépendantes utilisées, qui sont la succion et la contrainte totale diminuée de la pression d'air. Ce modèle se rapproche beaucoup plus de la réalité. La principale limitation de ce modèle est qu'il considère que les perméabilités à l'eau et à l'air sont constantes et qu'il n'est valable que pour des chemins correspondant à une augmentation des contraintes et une non augmentation de la succion. Fredlund et Hasan proposent des surfaces d'état caractéristiques des variations du volume total, du volume de l'eau et du volume de l'air.

Lloret et Alonso (1980) ont proposé un modèle pour l'analyse de la consolidation des sols non saturés. Ce modèle est unidimensionnel, utilise pour l'indice des vides et le degré de saturation les fonctions d'état proposées par Matyas et Radakrishna (1968) et admet la continuité des phases fluides (eau et air). Les perméabilités à l'eau et à l'air sont prises variables et dépendent de l'indice des vides et du degré de saturation.

Quelques modèles bidimensionnels ont aussi été proposés. Ces modèles vont de l'élasticité non linéaire à l'élastoplasticité. L'un des premiers modèles en élasticité non linéaire et pour des conditions de déformations planes a été proposé par Lloret et al. (1986). Ce modèle s'écrit sous la forme générale :

$$\underline{\Delta \sigma^*} = \underline{D} \Delta (\underline{\varepsilon} - \varepsilon_0) \quad [2.10]$$

$$\underline{\varepsilon_0} = \underline{F} \Delta (p_a - p_w) \quad [2.11]$$

avec

$$\Delta \sigma^*_{ij} = \Delta (\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}),$$

ε_{ij} - déformations,

\underline{D} et \underline{F} - matrices de souplesse associées respectivement à $\sigma^*_{ij} = (\sigma_{ij} - p_a)$ et $(p_a - p_w)$ et dépendent de l'histoire des contraintes et de la succion,

$\underline{\varepsilon_0}$ - déformations imposées représentant les incréments de déformations dus aux variations de la succion.

$\underline{D} = \underline{D}(K, G)$, K désignant le module de déformation volumique obtenu à partir de la fonction d'état correspondante à l'indice des vides, définie par :

$$e = e_0 + a \lg(\sigma - p_a) + b \lg(p_a - p_w) + c \lg(\sigma - p_a) \lg(p_a - p_w)$$

$$K = \frac{\partial e}{\partial (\sigma - p_a)}$$

et G désignant le module de cisaillement défini par la relation hyperbolique suivante :

$$G = (G_0 + [G_0 + m(p_a - p_w)] \left[1 - \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 + \sigma_3)} \right]^2)$$

Les modèles élastoplastiques proposés jusqu'à présent dérivent généralement du modèle Cam-clay (Roscoe et al., 1958; Roscoe and Schofield, 1963; Roscoe et Burland, 1968). L'un des premiers modèles a été proposé par Chang et Duncan (1983). Ce modèle se différencie du modèle Cam-clay par les points suivants:

- la ligne d'état critique ne passe pas par l'origine dans le plan p-q,
- la loi d'écrouissage est décrite avec un coefficient de compressibilité λ dépendant de la contrainte effective,
- le module élastique varie avec la pression de confinement.

Pour développer la relation entre les contraintes effectives et les déformations, Chang et Duncan (1983) supposent que le squelette du sol se comporte comme un matériau élastoplastique isotrope avec une loi d'écoulement associée.

La surface de charge est décrite dans le plan (p , q) par une ellipse (figure 2.16).

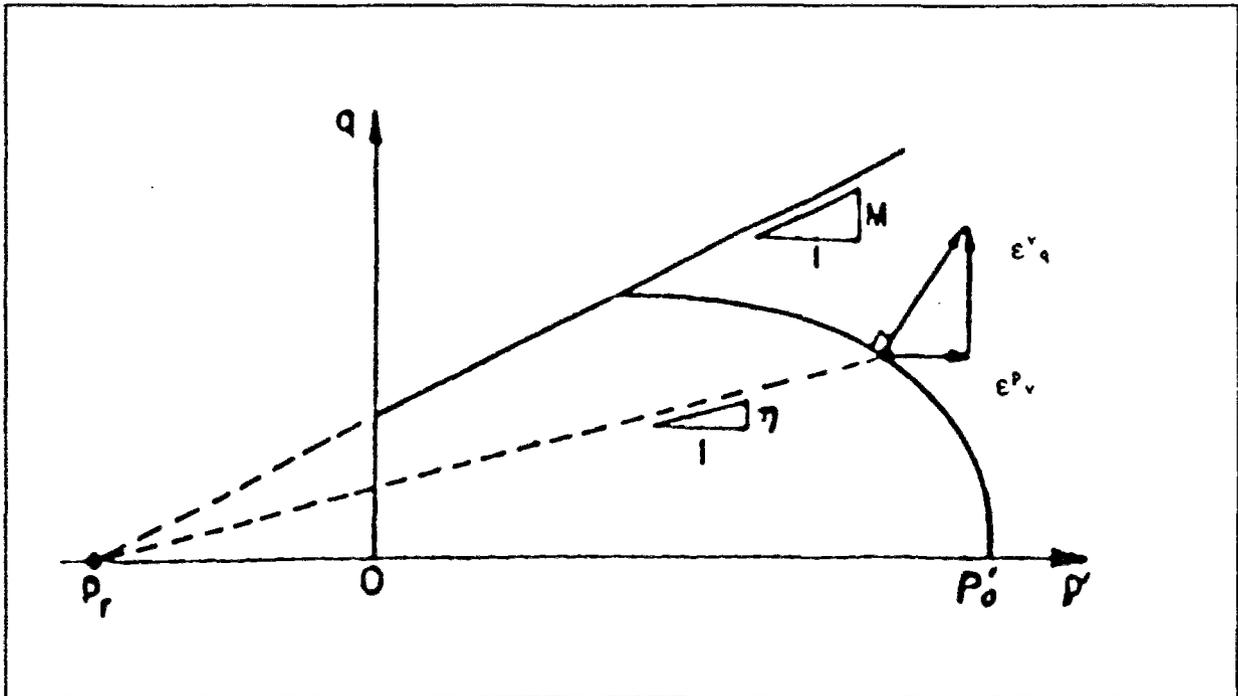


Figure 2.16 Surface de charge dans le plan $p' - q$ du modèle de Chang et Duncan (1983)

La surface de charge de ce modèle est représentée par l'équation suivante :

$$\left[1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right] (p' + p_r) - p_r = p'_0 \quad [2.12]$$

avec

$$\eta = \frac{q}{p' + p_r}$$

$$q = \sqrt{0,5 \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \tau_{xy}^2 \right]}$$

$$p' = \frac{1}{3} (\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z)$$

M - pente de la ligne d'état critique,
 p_r - pression de référence
 p'_0 - valeur de p' quand l'ellipse coupe l'axe Op' .

Karube et Kato (1989) ont proposé un autre modèle élastoplastique, assez complexe qui admet l'existence d'une contrainte effective verticale due à la succion.

Kohgo (1987) a interprété le comportement mécanique des sols non saturés en utilisant la théorie de l'élastoplasticité et a proposé un modèle élastoplastique basé sur l'état critique qui est formulé en contraintes effectives définies comme fonction de la succion; avec une loi d'écrouissage fonction de la déformation volumique et de la succion. Kohgo et al. (1991),

après une étude plus détaillée de l'effet de la succion sur le comportement des sols non saturés, ont proposé un modèle plus proche des observations et qui a été ensuite simplifié (Kohgo et al., 1993). Nous décrivons ci-après la dernière version de ce modèle ainsi que les équations le gouvernant.

L'effet de la succion sur le comportement des sols non saturés peut être résumé comme suit, selon Kohgo et al. (1993) :

- une augmentation de la succion induit une augmentation de la contrainte effective,

- une augmentation de la succion induit une augmentation de la contrainte limite et de la rigidité du squelette au détriment des déformations plastiques.

Partant de ces principes, les auteurs ont proposé le modèle élastoplastique suivant :

$$f_1 = M^2(p' - p_0)^2 + q^2 - (Mp_0)^2 = 0 \quad [2.13]$$

avec

$$p_0 = \frac{p_c}{2}$$

$$p' = \frac{(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)}{3}$$

$$q = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{\sqrt{3}}$$

$$M = \frac{6 \sin \phi'_{cs}}{3 - \sin \phi'_{cs}}$$

ϕ'_{cs} est l'angle de frottement interne de la courbe d'état critique et σ'_1 , σ'_2 et σ'_3 sont les trois contraintes principales effectives.

p_0 et p_c sont définis comme sur la figure 2.17.

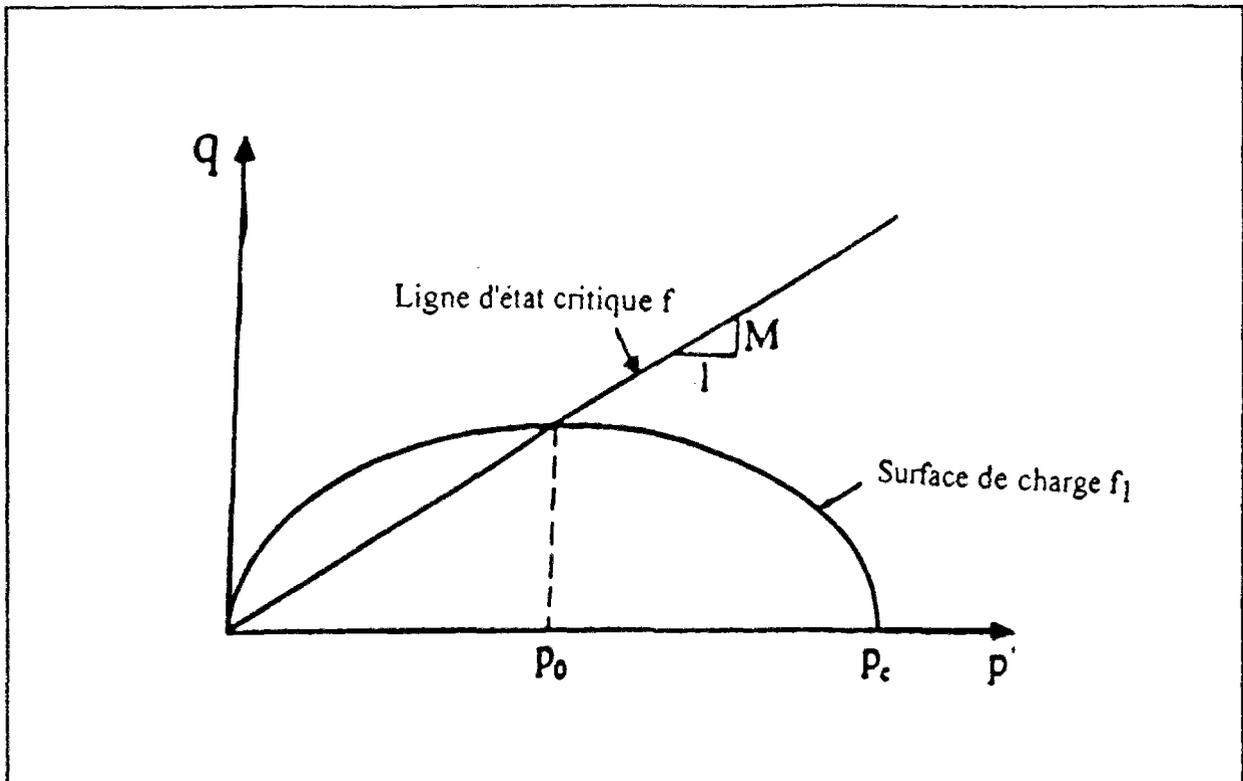


Figure 2.17 Surface de charge du modèle Cam-clay (Kohgo et al., 1993)

Alonso et al. (1990) ont proposé un modèle élastoplastique avec deux courbes d'état critique : une courbe d'état critique en contrainte et une courbe d'état critique en succion. Nous donnerons plus de détails sur ce modèle dans le chapitre suivant. Notons seulement au passage que ce modèle a été récemment un peu modifié par Balmacada et al. (1991) et Josa et al. (1992) pour introduire la notion d'affaissement maximal.

Ces modèles théoriques ont été confrontés à des résultats expérimentaux mais le nombre des simulations expérimentales existant dans les différentes publications en notre possession reste très faible.

2.3.4 Etudes numériques

Pour modéliser les sols non saturés, plusieurs modèles numériques ont été proposés ces dernières années. Ces modèles diffèrent par les méthodes de résolution adoptées en fonction des lois de comportement des différentes phases et ainsi que par leurs domaines d'applicabilité. Il existe des modèles en différences finies et des modèles en éléments finis.

Le but de cette étude étant la mise en oeuvre d'un outil numérique capable de modéliser des ouvrages compactés comme les remblais, nous ne nous intéresserons qu'aux modèles en éléments finis allant dans ce sens.

Ghaboussi et Wilson (1971), Chang et Duncan (1977, 1983) et Ghaboussi et Kwang (1982) ont développé des modèles en éléments finis pour modéliser les phénomènes de consolidation en milieux poreux non saturés. Le sol est modélisé par une loi de comportement élastoplastique et le mélange eau-air par un fluide compressible. La même approche a été adoptée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées par Babchia (1984), Babchia et Magnan (1986) et par Ould Amy et Magnan (1990). Une modification de ces approches a été entreprise par Ozanam et Aubry (1988) et Kohgo et Yamashita (1988). Dans ces deux derniers cas, les auteurs utilisent une approche en contraintes effectives dont la limitation a été largement discutée ci-dessus. Cependant, cette approche donne des résultats intéressants pour les valeurs élevées du degré de saturation.

Dans toutes ces approches, la phase gazeuse et l'influence de la succion sont négligées. Pour être plus proche de la réalité, Alonso et al. (1988) ont utilisé une approche découplée pour modéliser le comportement d'ouvrages compactés mais en tenant compte des phases liquide et gazeuse. Dans ce modèle multidimensionnel, la solution est obtenue en deux étapes : dans la première étape, la résolution ne concerne que les équations de la mécanique ; dans une deuxième étape, les équations concernant les écoulements de l'eau et de l'air sont résolues. Si sur le plan numérique une certaine stabilité de la solution est semblable-t-il garantie, il faut s'assurer que le résultat obtenu est bien une approximation correcte de la solution non linéaire et couplée. Nanda (1989) a repris l'approche d'Alonso et al., (1988) dans un modèle couplé. Dans ce modèle, Nanda (1989) a fait les hypothèses suivantes :

- les deux variables indépendantes choisies sont la succion, d'une part, et la contrainte totale diminuée de la pression d'air, d'autre part ;
- les transferts d'eau et d'air sont calculés à partir de courbes définissant les perméabilités relatives à l'eau et à l'air en fonction de la succion, et de la courbe de rétention d'eau,
- les variations de l'indice de vide et du degré de saturation sont calculées en fonction de ces variables à partir du concept de surface d'état (Matyas et Radakrishna, 1968),
- la résistance au cisaillement du sol dépend de la succion, selon un modèle hyperbolique (Duncan) paramétré par la succion.

Ce modèle continue d'être développé au CERMES à Paris, en liaison notamment avec l'EDF et a été appliqué au calcul de barrages en terre.

2.4 Exemples de calculs

Dans cette section, nous ne nous intéresserons qu'aux résultats de calculs effectués par les modèles numériques prenant en compte les phases solide, liquide et gazeuse. Compte tenu de la prolifération de ces modèles ces derniers temps, nous restreignons encore notre étude aux seuls cas concernant les ouvrages réels tel que les barrages.

Nous analyserons seulement trois cas instructifs pour la suite de nos travaux : le premier est celui du calcul effectué par Alonso et al. (1988) au moyen de leur programme NOSAT, le second est le calcul du barrage de la Verne décrit par Fleureau et Fry (GRECO, 1991) et le troisième est le calcul effectué par Nanda et al., (1993) pour évaluer le coefficient de sécurité du barrage de Mirgenbach.

2.4.1 Analyse de la consolidation des sols non saturés : application à la construction des barrages (Alonso et al., 1988)

Dans cette étude, Alonso et al., (1988) ont simulé la construction d'un barrage de 90m de hauteur. Le barrage étudié est un ouvrage non homogène avec un mince noyau central et des enrochements. Chaque nouvelle couche est appliquée en conditions non drainées. L'effet de la variation de la teneur en eau au cours du compactage a été étudié et une attention toute particulière a été apportée aux réponses du noyau argileux durant la construction par étapes. Deux types de sols ont été étudiés : un sol "sec" de degré de saturation initial de 80 % et un sol humide correspondant à un degré de saturation de 90%.

Sur les figures 2.18 et 2.19 sont représentées les lignes d'égal degré de saturation pour les deux types de sol à la fin de la construction de l'ouvrage.

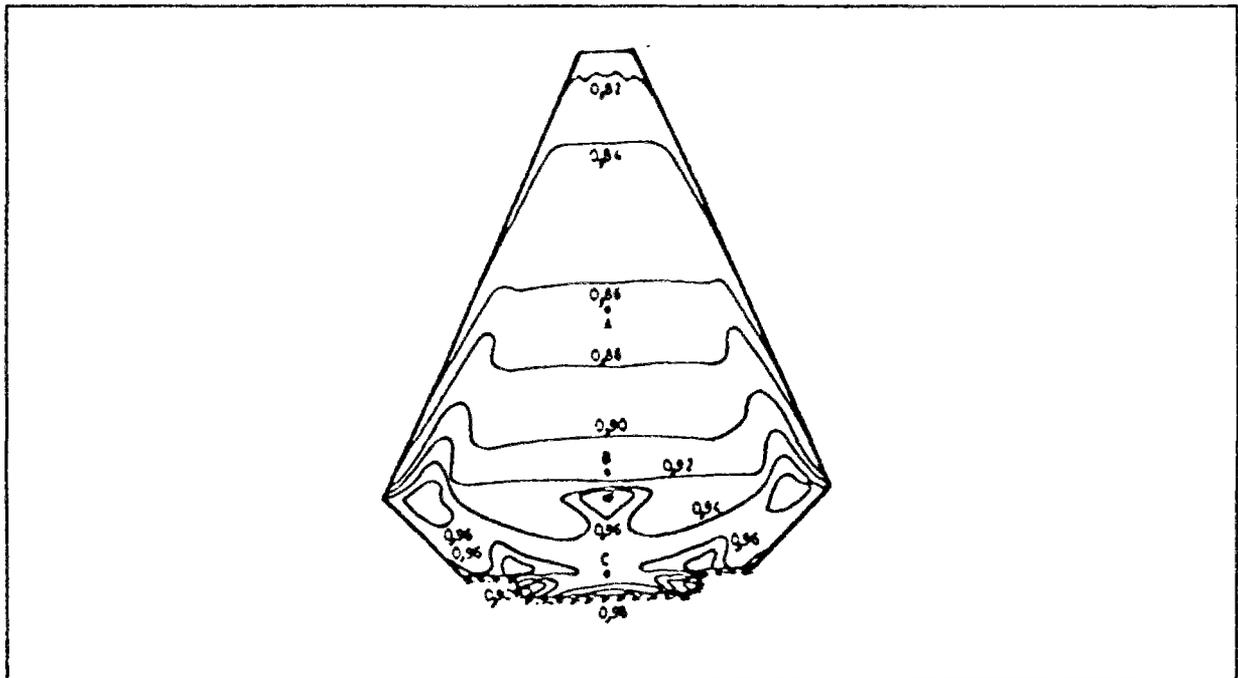


Figure 2.18 Lignes d'égal degré de saturation dans le sol sec à la fin de la construction du barrage (Alonso et al., 1988)

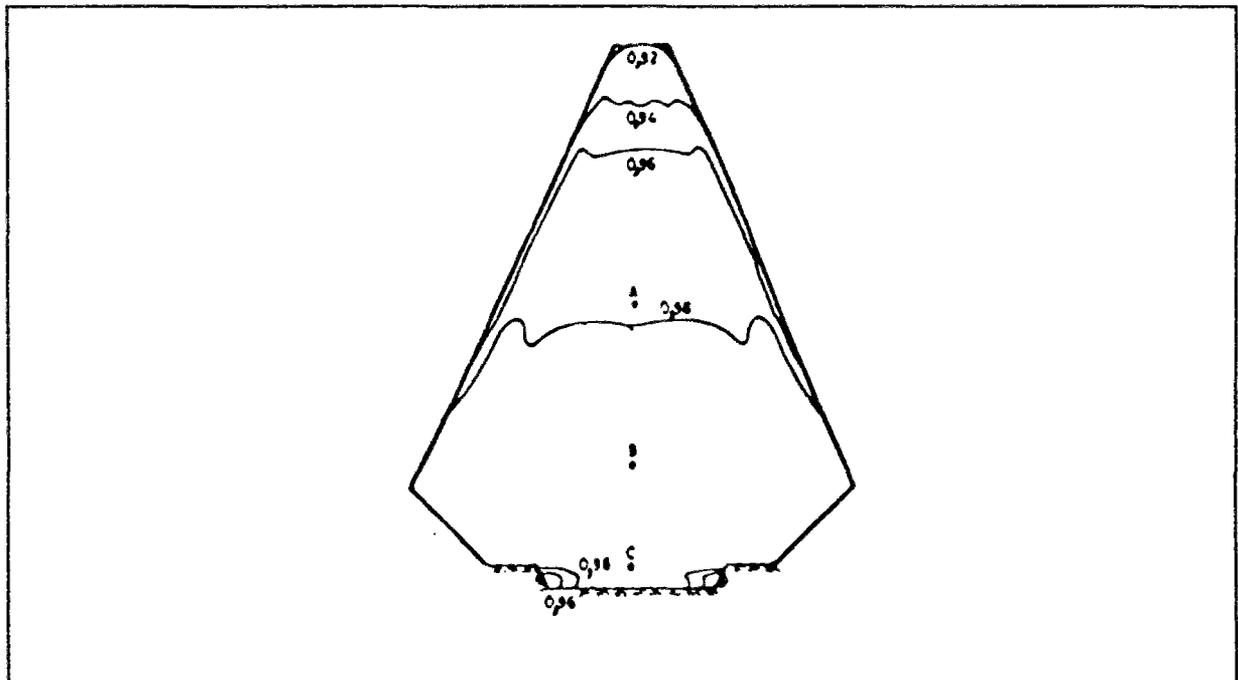


Figure 2.19 : Lignes d'égal degré de saturation dans le sol humide à la fin de la construction du barrage (Alonso et al., 1988)

2.4.2 Validation des modèles de couplage sur ouvrage réel (Fleureau et Fry, GRECO, 1991)

Dans cette étude, les auteurs ont procédé tout d'abord à la détermination des différents paramètres nécessaires à la simulation de l'ouvrage par une étude expérimentale effectuée à l'Ecole Centrale de Paris et à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (Paris). Cette étude leur a permis d'avoir une idée de la perméabilité saturée du matériau. Une première simulation unidimensionnelle a été faite par le logiciel NS2D de EDF, puis une deuxième simulation unidimensionnelle a été faite par le code UDAM.

La simulation par UDAM version 1D a été faite en vue de vérifier le rôle de la perméabilité (figure 2.20). Il est important de noter que les résultats fournis par le programme dépendent de façon très importante de la surface d'état déterminée expérimentalement dans les plans à contraintes et succions nulles. En outre la perméabilité à l'air et la charge hydraulique ont été choisies de façon arbitraire de manière à majorer les pressions. Un calcul bidimensionnel a été effectué par le même logiciel.

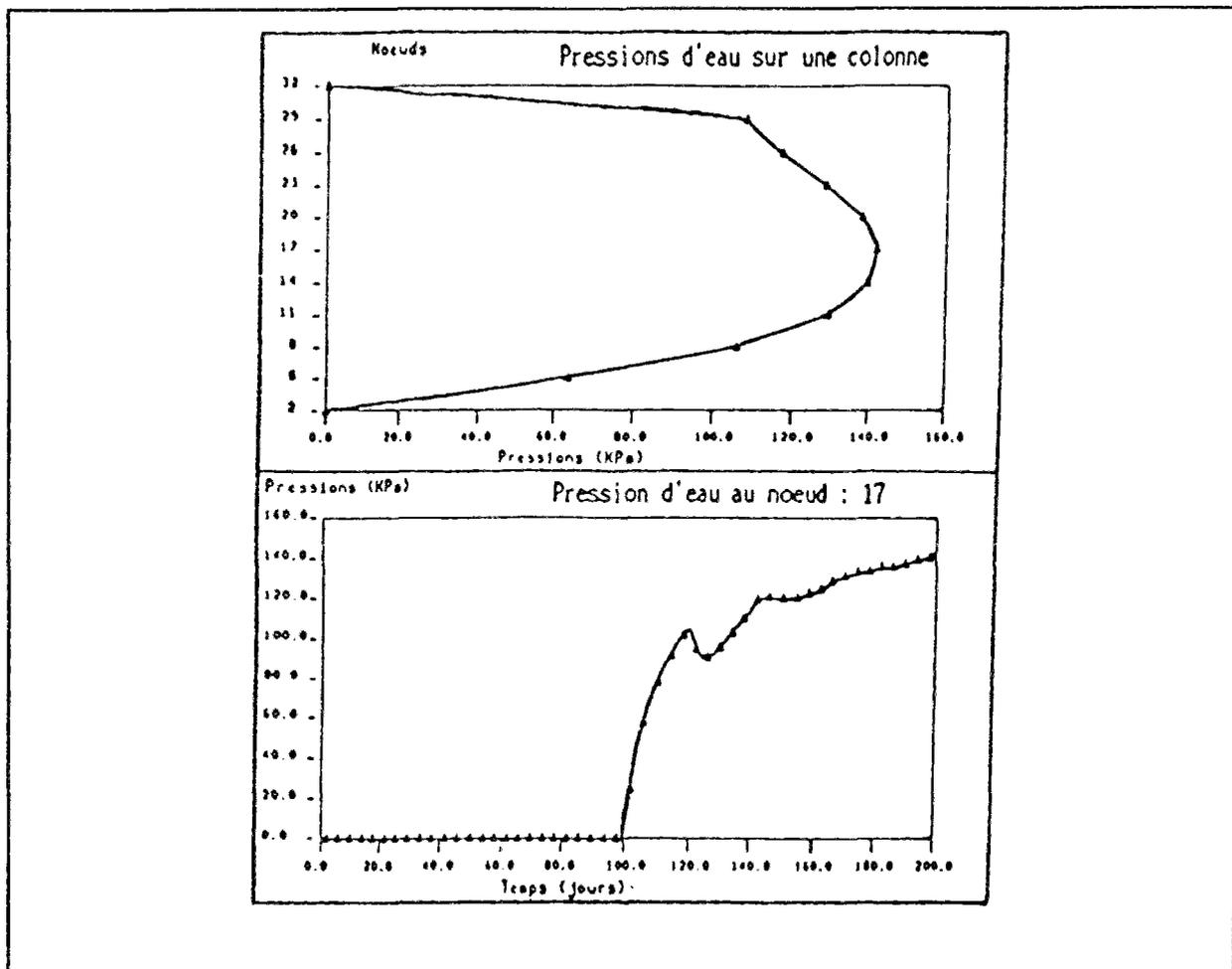


Figure 2.20 Exemple de résultat de simulation par le logiciel UDAM (Fleureau et Fry, GRECO, 1991)

2.4.3 Evaluation de la sécurité des remblais en cours de construction : exemple de Mirgenbach (Nanda et al., 1993)

La digue de Mirgenbach est un ouvrage de 22m de hauteur dans laquelle les premières pathologies ont été identifiées le 20 août 1982. Cet incident a permis de confirmer les difficultés majeures que créent l'estimation de la génération des pressions d'eau au sein d'un remblai en argile, le contrôle de l'argile mise en place et le suivi et l'interprétation des pressions d'eau par l'auscultation.

Classiquement, seule la pression d'eau retient l'attention de l'ingénieur car elle explique la plupart des cas extrêmes entraînant la pathologie. Néanmoins, la pression de l'air ne doit pas être négligée car, dans la plupart des barrages en argile, le niveau de contrainte n'est pas suffisant pour dissoudre tout l'air contenu dans le sol et donc l'argile reste non saturée.

Nanda et al. (1993) ont utilisé le logiciel UDAM pour essayer de reproduire le type de rupture du barrage de Mirgenbach dans un but de qualification de leur modèle. Certains résultats de ces calculs sont reportés sur les figures 2.21 et 2.22.

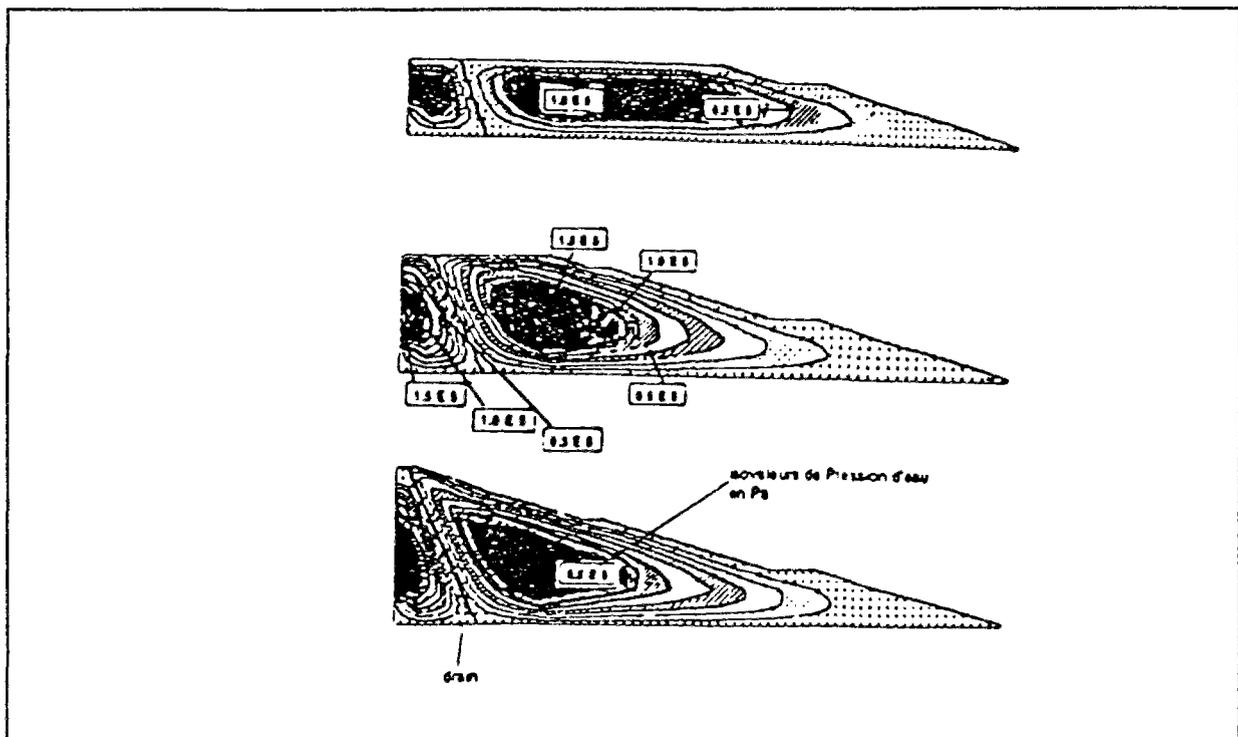


Figure 2.21 Evolution de la pression d'eau simulée par UDAM en cours de construction (Nanda et al., 1993)

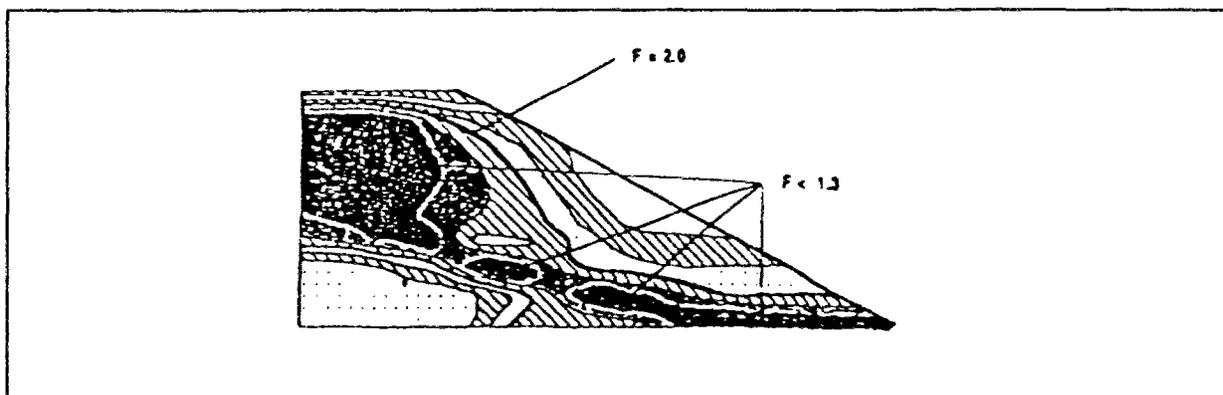


Figure 2.22 Apparition d'une localisation de cisaillement simulée par UDAM et repérée par la répartition du coefficient de sécurité $F < 1,3$ (Nanda et al., 1993)

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé de résumer les progrès effectués dans le domaine de la modélisation des sols non saturés en général et des sols fins compactés en particulier.

Les modèles théoriques développés jusqu'à nos jours n'ont pas acquis une crédibilité réelle vu le peu de résultats expérimentaux disponibles pour les valider. Nous avons retenu celui développé par Alonso, Gens et al., (1990) compte tenu des résultats satisfaisants obtenus par les différentes simulations effectuées par ce modèle.

Pour être proche de la réalité physique des sols non saturés, nous développerons dans la suite de ce rapport un modèle numérique couplé prenant en compte les phases solide, liquide et gazeuse ainsi que leurs différentes interactions et une loi de comportement du sol élastoplastique basée sur le modèle d'Alonso et al. (1990).

DEUXIÈME PARTIE
MODÉLISATION DES SOLS NON SATURÉS DANS
CESAR-LCPC

Chapitre 3

MODELISATION DES SOLS NON SATURES FORMULATION DES EQUATIONS

3.1 INTRODUCTION

Le chapitre précédent a rappelé les différentes approches de modélisation des sols non saturés ainsi que les bases expérimentales ayant servi de support pour ces modèles. Nous nous contenterons dans ce chapitre de donner la formulation des équations qui régissent le comportement macroscopique du milieu poreux non saturé en mécanique des milieux continus.

Outre les équations de comportement, de conservation de masse et d'équilibre, les conditions aux limites du modèle sont introduites et décrites de la manière la plus générale.

A l'échelle macroscopique, qui est celle de la modélisation et des calculs par éléments finis, plusieurs milieux continus sont considérés simultanément en chaque point du milieu poreux non saturé : les grains, l'eau et l'air. Les équations qui régissent le comportement du milieu se répartissent en trois catégories, celles relatives au milieu global, celles relatives à l'eau, celles relatives à l'air. Pour chacune d'entre elles, nous avons écrit une loi de comportement, une équation de conservation de masse (pour les phases eau et air) et une équation d'équilibre.

Les équations utilisées dans cette étude sont celles proposées par Alonso et al. (1988), reprises par Nanda (1989) et Abida (1992). Dans les deux premières approches, le sol est considéré comme élastique non linéaire et une variation non linéaire des perméabilités des différentes phases fluides est prise en compte dans la formulation, ainsi que l'influence de la succion sur les déformations et l'écoulement. La formulation proposée par Alonso et al. (1988) traite ce problème de façon découplée, tandis que les deux autres en font une analyse couplée.

Pour être plus proche du comportement observé des sols non saturés, nous avons adopté une formulation couplée et un comportement élastoplastique avec écrouissage du squelette du sol. Cette formulation nous permettra de prendre en compte les déformations irréversibles observées dans les sols non saturés au cours de leur histoire.

3.2 HYPOTHESES ET DEFINITIONS

3.2.1 Généralités

La représentation mécanique adoptée pour la modélisation numérique des sols non saturés repose sur la superposition de trois milieux continus, qui couvrent chacun l'ensemble de l'espace occupé par le sol :

- le milieu continu global (sans distinguer les phases ; on admet que les modifications de composition de ce milieu triphasé par suite des mouvements de l'eau et de l'air ont un effet négligeable sur ses propriétés physiques et mécaniques, c'est à dire qu'il a une loi de comportement définie à partir de son état initial) ;

- le milieu continu "air" et le milieu continu "eau" (ces deux milieux peuvent se déplacer l'un par rapport à l'autre à l'intérieur du milieu global et en sortir).

Les conventions de signe adoptées dans les équations développées ci-dessous sont celles du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, qui sont des conventions mixtes (contraintes négatives en compression, pressions d'eau et d'air positives en compression).

3.2.2 Champs de contraintes

Nous distinguons trois champs de contraintes : la contrainte totale σ , la pression d'eau p_w et la pression d'air p_a . Ces champs de contraintes correspondent respectivement au milieu global, à l'eau et à l'air.

Le champ de contraintes du milieu global est contrôlé directement par la pesanteur et les conditions aux limites en mécanique et, indirectement, par la loi de comportement et les autres conditions aux limites. Le champ associé à la pression de l'eau (respectivement à la pression de l'air) est contrôlé directement par la pesanteur et les conditions aux limites sur la charge d'eau (respectivement la charge d'air) et, indirectement, par la loi de comportement et les autres conditions aux limites.

3.2.3 Champs de déplacements et de déformations

Nous distinguons trois champs de déplacements auxquels sont associés trois champs de déformations :

- un champ de déplacements associé au milieu continu global ou champ principal noté \bar{u} ;
- un champ de déplacements associé à l'eau noté \bar{u}_w ;

Au champ de déplacements principal \bar{u} on associe un champ de déformations totales du milieu global $\underline{\epsilon}$. Le champ de déplacements associé à l'eau (respectivement à l'air) est utilisé sous les deux formes suivantes : vitesse moyenne d'écoulement de l'eau \bar{v}_w (respectivement vitesse moyenne d'écoulement de l'air \bar{v}_a) et variation du flux d'eau sortant d'un volume unitaire $\text{div } \bar{v}_w$ (respectivement variation du flux d'air sortant d'un volume unitaire $\text{div } \bar{v}_a$).

3.2.4 Structure générale des équations

3.2.4.1 Equations d'équilibre

- équilibre local du milieu continu global (contraintes totales $\underline{\underline{\sigma}}$, forces volumiques \bar{F});
- conditions aux limites en contraintes ($\underline{\underline{\sigma}}$, forces surfaciques \bar{T}).

3.2.4.2 Loi de comportement du milieu continu global

- relation entre incréments des déformations ($d\underline{\underline{\epsilon}}$) et des contraintes ($d\underline{\underline{\sigma}} + d\underline{\underline{p}}_a$; $d\underline{\underline{p}}_a - d\underline{\underline{p}}_w$);

3.2.4.3 Compatibilité des déformations du milieu global et des déformations des fluides (conservation de la masse des fluides)

- relation entre la vitesse de déformation volumique du milieu global ($\dot{\epsilon}_{vol}$), les déformations volumiques des fluides ($\dot{\epsilon}_{avol}, \dot{\epsilon}_{wvol}, \dot{\epsilon}_{svol}$) et les débits des fluides ($\text{div } \bar{v}_w, \text{div } \bar{v}_a$)

$$\dot{\epsilon}_{vol} - \dot{\epsilon}_{avol} - \dot{\epsilon}_{wvol} - \dot{\epsilon}_{svol} - \text{div } \bar{v}_a - \text{div } \bar{v}_w = 0 \quad [3.1]$$

3.2.4.4 Description des proportions des phases

- V_a - volume d'air

$$V_a = n(1 - S_r)V \quad [3.2]$$

n - porosité du matériau ;

S_r - degré de saturation ;

V - volume total.

- V_w - volume d'eau

$$V_w = nS_r V \quad [3.3]$$

- V_s - volume du solide

$$V_g = (1 - n)V \quad [3.4]$$

- masse d'eau

$$m_w = \rho_w n S_r \quad [3.5]$$

ρ_w - masse volumique de l'eau.

- masse d'air

$$m_a = \rho_a n (1 - S_r + H S_r) \quad [3.6]$$

ρ_a - masse volumique de l'air;

H - coefficient de Henry.

3.2.4.5 Lois de comportement de l'eau et de l'air

- compressibilité de l'eau ;
- compressibilité de l'air ;
- interactions (solubilité) .

3.2.4.6 Déplacements de l'eau et de l'air

- relation entre débits et gradients;
- conditions aux limites en flux d'eau et d'air ou en pression imposée.

3.3 EQUATIONS D'EQUILIBRE

Ces équations s'appliquent à l'ensemble de la matière contenue dans un élément de volume, sans mouvement relatif des phases.

L'équation d'équilibre de la mécanique des milieux continus a la forme :

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad [3.7]$$

avec

- σ_{ij} - tenseur des contraintes totales;
- F_i - forces volumiques

3.4 LOIS DE COMPORTEMENTS DU MILIEU GLOBAL

On admet, suivant les hypothèses d'Alonso et al. (1988), reprises par Nanda (1989) et Abida (1992), que la loi de comportement des sols non saturés élastiques s'écrit sous la forme générale:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = D_e^{-1}(\underline{\underline{\sigma}} + p_a \underline{\underline{I}}) - D_s(p_a - p_w) \underline{\underline{I}} \quad [3.8]$$

Multiplions les deux membres de cette égalité par D_e :

$$D_e \underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\sigma}} + p_a \underline{\underline{I}} - D_e D_s (p_a - p_w) \underline{\underline{I}} \quad [3.9]$$

Après réarrangement nous obtenons:

$$\sigma_{ij} = D_e \varepsilon + (F_e I - I) p_a - F_e p_w I \quad [3.10a]$$

avec

- D_e - matrice de souplesse du milieu global relative aux variations de $(\underline{\underline{\sigma}}_{ij} + p_a \delta_{ij})$;
- ε_{ij} - tenseur des déformations (du milieu global) ;
- $F_e = D_e D_s$;
- D_s - matrice de souplesse du milieu global relative aux variations de $(p_a - p_w)$;
- p_a - pression de l'air ;
- p_w - pression de l'eau ;
- $\underline{\underline{I}}$ - tenseur unité.

Le sol est considéré comme un matériau anélastique en ce sens qu'il n'est jamais possible d'écrire une relation entre les contraintes et les déformations, mais seulement entre incréments de contraintes et de déformations. Cela est indispensable si l'on veut pouvoir décrire les phénomènes de charge et décharge qui se produisent localement ou au cours de la construction. D'autre part, la relation entre incréments de contraintes et incréments de déformations dépend de l'état de contraintes actuel et des variables d'état qui caractérisent l'histoire du matériau.

La relation [3.10a] devient, sous forme incrémentale :

$$ds_{ij} = D_{ep}^{ij} de_{kl} + (F_e - 1) dp_a d_{ij} + F_e dp_w d_{ij} \quad [3.10b]$$

D_{ep} - matrice de souplesse du milieu global anélastique relative aux variations de $(d\underline{\underline{\sigma}} + dp_a \underline{\underline{I}})$.

$$F_e = D_{ep} D_s$$

Plusieurs modèles de comportement des sols non saturés ont été proposés pour modéliser ce genre de phénomène. Nous avons choisi le modèle d'Alonso, Gens et al. (1990) pour modéliser le comportement mécanique des sols non saturés qui nous intéressent ici.

3.4.1 Modèle d'Alonso et al. (1990) pour le cas axisymétrique

La formulation mathématique du modèle qui est décrite dans ce paragraphe s'appuie sur l'article d'Alonso et al. (1990).

Pour l'établissement d'une formulation mathématique du modèle de comportement des sols non saturés à partir des travaux expérimentaux, notamment oedométriques et de cisaillement à succion contrôlée, Alonso, Gens et Josa ont retenu les conclusions suivantes :

1. la succion contribue à la rigidification du sol soumis à des charges extérieures et il existe une pression de préconsolidation apparente qui augmente avec la succion ;
2. la réduction de la succion (mouillage du sol) pour un certain état de contraintes de confinement entraîne une déformation irréversible (affaissement) ;
3. le sol non saturé peut gonfler ou s'affaisser pendant le mouillage suivant que l'état de contraintes de confinement est faible (gonflement) ou important (affaissement) ;
4. la réponse volumique des sols non saturés dépend non seulement de l'état de contraintes et de la succion mais aussi du chemin particulier suivi depuis l'état initial jusqu'à l'état final.

3.4.1.1 Surfaces de charge

Deux surfaces de charge ont été définies en considérant les variables de contraintes suivantes :

$$\begin{aligned}
 - p &= \frac{(\sigma_1 + 2\sigma_3)}{3} + p_a \\
 - q &= \sigma_1 - \sigma_3 \\
 - s &= p_a - p_w
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

avec

- p - contrainte moyenne,
- q - déviateur de contraintes,
- s - succion,
- σ_1 - contrainte principale maximale,
- σ_3 - contrainte principale minimale,
- p_a - pression d'air,

p_w - pression d'eau.

La première surface de charge (courbe d'état limite en contraintes totales CEL/ σ) est une ellipse dans le plan (p , q), qui se réduit à l'ellipse de Cam-clay quand la succion est nulle. L'équation de la première surface de charge est :

$$f_1(p, q, s, p_0^*) \equiv q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) = 0 \quad [3.12a]$$

avec

M - pente de la courbe d'état critique (CEC).

$$p_s = ks \quad [3.12b]$$

k - paramètre décrivant l'augmentation de la cohésion avec la succion.

$$\frac{p_0}{p^c} = \left(\frac{p_0^*}{p^c} \right)^{\left[\frac{\lambda(0) - \chi}{\lambda(s) - \chi} \right]} \quad [3.12c]$$

p_0 - pression de préconsolidation pour une succion non nulle ;

p_0^* - pression de préconsolidation pour une succion nulle ;

p^c - pression de référence ;

$\lambda(0)$ - indice de compression plastique de la courbe de consolidation pour une succion nulle ;

$\lambda(s)$ - indice de compression plastique de la courbe de consolidation pour une succion donnée s ;

χ - indice de compression élastique.

$$\lambda(s) = \lambda(0) [(1 - r) \exp(-\beta s) + r] \quad [3.12d]$$

r - paramètre définissant la rigidité maximale du sol ;

β - facteur de contrôle de l'augmentation de la raideur du sol avec la succion.

La deuxième surface de charge (courbe d'état limite en succion CEL/S) est une droite d'équation :

$$f_2 \equiv s - s_0 = 0 \quad [3.13]$$

s_0 - paramètre d'écroûissage de la courbe d'état limite en succion (CEL/S).

Nous avons représenté sur les figures 3.1, 3.2 et 3.3 les surfaces de charge dans les plans (p, q) , (p, s) et l'espace (p, q, s) respectivement.

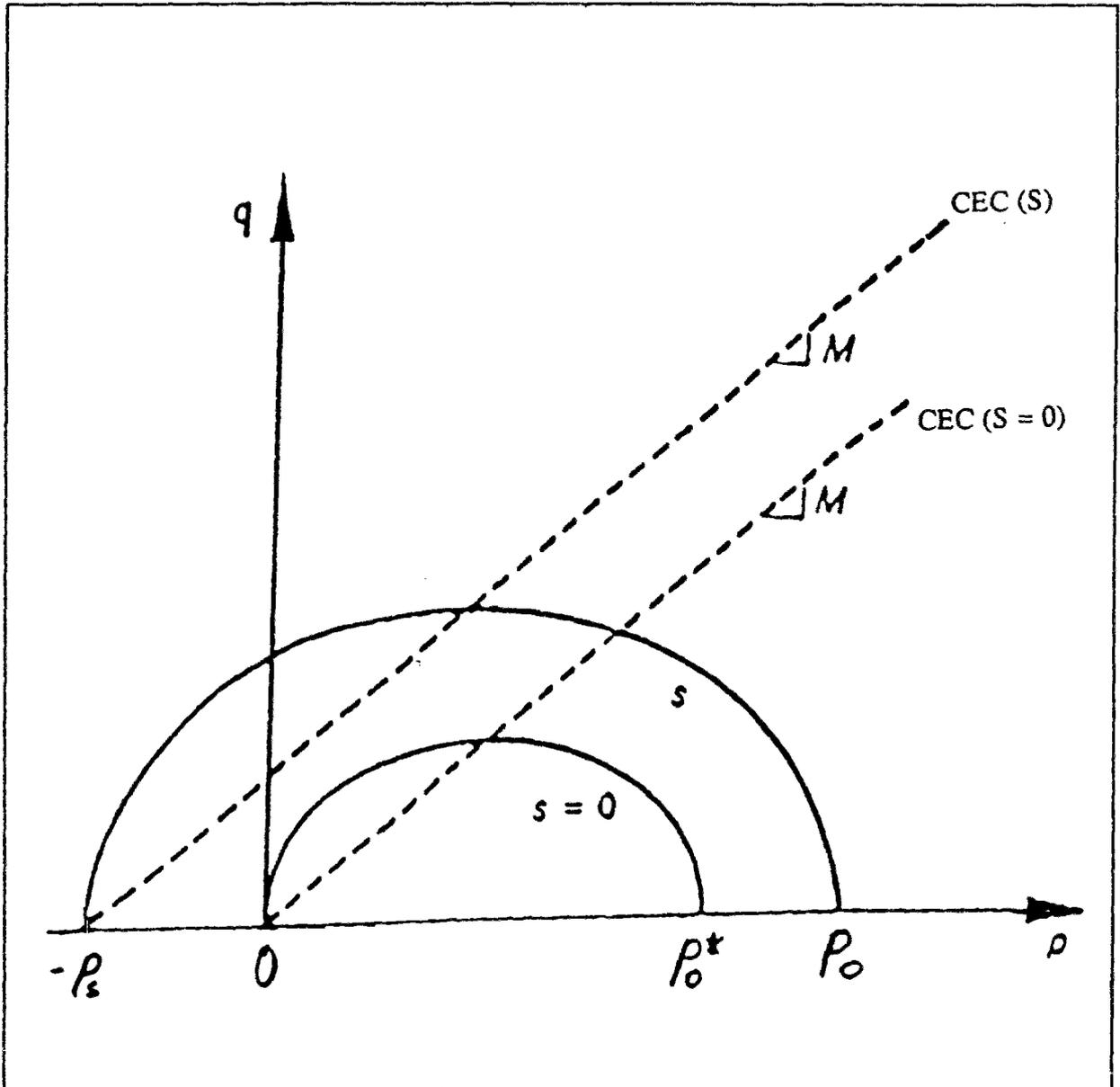


Figure 3.1 Surface de charge dans le plan (p, q) (Alonso et al., 1990)

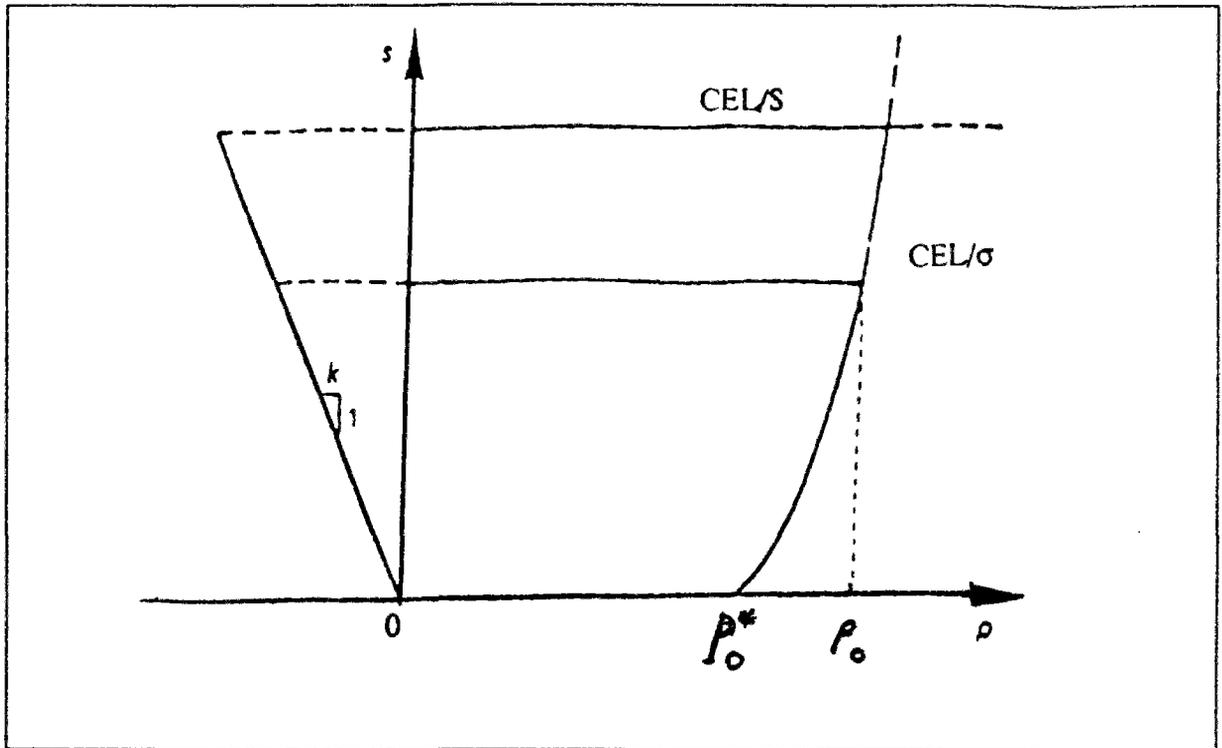


Figure 3.2 Surface de charge dans le plan (p, S) (Alonso et al., 1990)

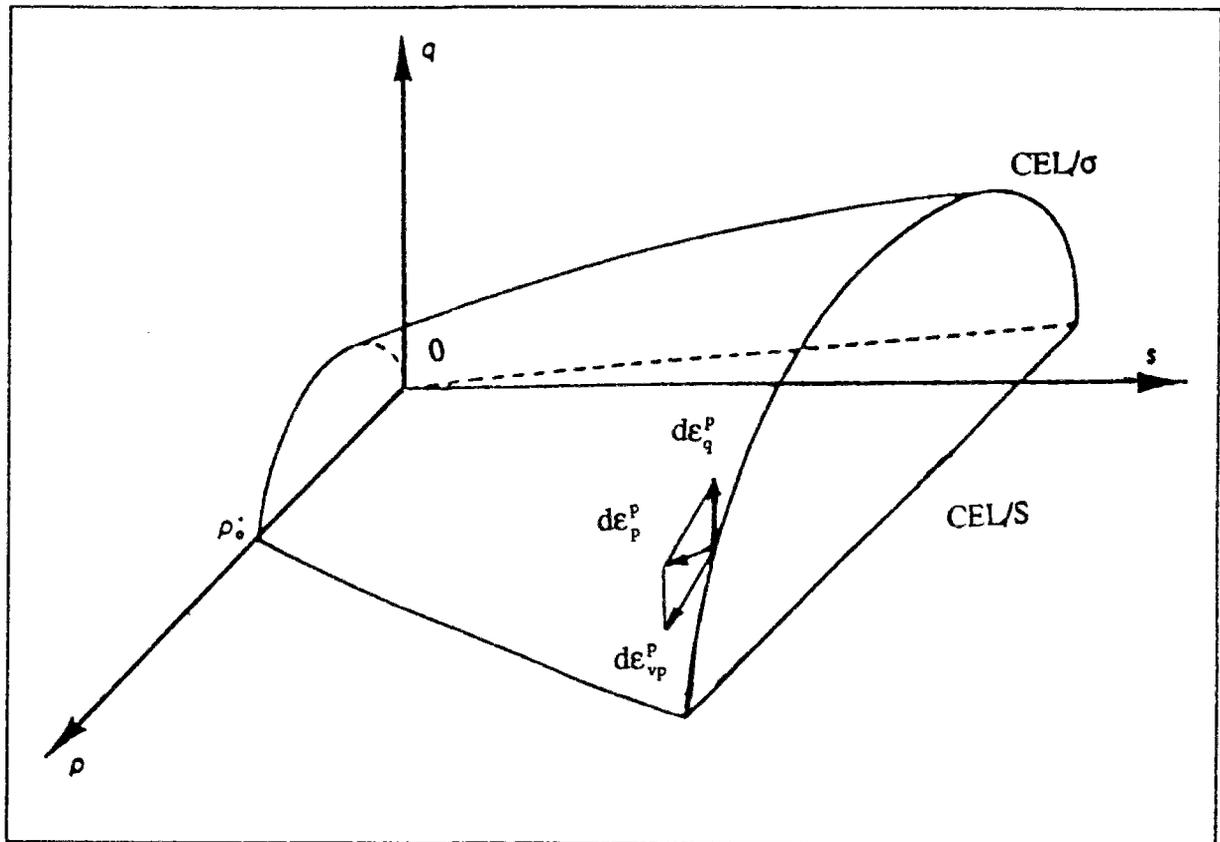


Figure 3.3 Surface de charge dans l'espace (p, q, S) (Alonso et al., 1990)

3.4.1.2 Loi d'écoulement plastique

Les incréments de déformations plastiques associées à la première surface de charge sont $d\epsilon_{vp}^p$ et $d\epsilon_q^p$ qui sont respectivement la déformation volumique plastique et la déformation déviatorique plastique. Ces deux incréments de déformations sont définis par :

$$\begin{cases} d\epsilon_{vp}^p = \mu_1 n_p \\ d\epsilon_q^p = \mu_2 n_q \end{cases} \quad [3.14]$$

avec

$$n_p = \frac{\frac{\partial f_1}{\partial p}}{\left\| \frac{\partial f_1}{\partial p} \right\|} = 1$$

$$n_q = \frac{\frac{\partial f_1}{\partial q}}{\left\| \frac{\partial f_1}{\partial q} \right\|} = \frac{2q\alpha}{M^2(2p + p_s - p_0)}$$

α est une constante qui peut être déterminée en analysant le cas d'un essai de type K_0 (déformation latérale nulle) :

$$\frac{d\epsilon_q^p}{d\epsilon_{vp}^p} = \left(\frac{2}{3} \right) \left[\frac{-1}{\frac{1-\chi}{\lambda(0)}} \right] \quad [3.15]$$

On considère que la déformation déviatorique plastique est nulle pour un état de contrainte satisfaisant la condition K_0 , soit :

$$\left(\frac{q}{p + p_s} \right) = 3 \left(\frac{1 - K_0}{1 + 2 K_0} \right) \quad [3.16]$$

en considérant les relations [3.14], [3.15] et [3.16], nous obtenons finalement le paramètre α par l'équation suivante :

$$\alpha = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)} \left[\frac{1}{\frac{1-\chi}{\lambda(0)}} \right] \quad [3.17]$$

Pour la courbe d'état limite en succion nous n'avons que l'incrément de déformation volumique plastique en succion $d\epsilon_{vq}^p$, qui est défini par la relation :

$$d\epsilon_{vq}^p = \mu_2 \quad [3.18]$$

μ_1 et μ_2 sont obtenus à partir de la relation de consistance $df_1=0$.

3.4.1.3 Lois d'écroûissage

L'évolution des surfaces de charges est contrôlée par les paramètres d'écroûissage p_0^* et s_0 . Ils sont reliés à la déformation volumique plastique par les relations suivantes:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{1+e_0}{\lambda(0)-\chi} d\epsilon_v^p \quad [3.19]$$

$$\frac{ds_0}{(s_0 + p_{at})} = \frac{1+e_0}{\lambda_s - \chi_s} d\epsilon_v^p$$

avec

e_0 - indice des vides initial ;

λ_s - indice de compression plastique de la courbe de consolidation à charge constante ;

χ_s - indice de compression élastique de la courbe de déchargement-rechargement ;

p_{at} - pression atmosphérique.

3.4.1.4 Les déformations élastiques

Les déformations volumique et déviatorique élastiques sont données par les équations suivantes :

$$d\epsilon_v^e = \frac{\chi}{v} \frac{dp}{p} + \frac{\chi_s}{v} \frac{ds}{(s + p_{at})}$$

$$d\epsilon_q^e = \left(\frac{1}{3G} \right) dq \quad [3.20]$$

$$v = 1 + e_0$$

3.4.2 Formalisme mathématique de l'élastoplasticité des sols non saturés

La réponse élastoplastique d'un sol non saturé peut être définie par une famille de courbes F_n de la manière suivante :

$$f_n(\sigma, s, K) = 0 \quad [3.21]$$

avec

- f_n - famille de surfaces de charges ;
- σ - tenseur des contraintes totales ;
- s - succion ;
- K - paramètre d'écroûissage.

Dans le paragraphe qui suit, nous allons faire une description mathématique de l'élastoplasticité par les sols non saturés dans le cas où $n=1$.

Décomposons le tenseur de déformations en une partie élastique et une partie plastique :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}} = d\underline{\underline{\varepsilon}}^e + d\underline{\underline{\varepsilon}}^p \quad [3.22]$$

La relation "contraintes-déformations" pour les sols élastoplastiques s'écrit :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^e = D_e^{-1} d\underline{\underline{\sigma}} + D_\infty^{-1} \underline{\underline{I}} ds \quad [3.23]$$

$$d\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

Nous pouvons écrire à partir des relations [3.22] et [3.23] :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = D_e d\underline{\underline{\varepsilon}} - \lambda D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} - D_e D_\infty^{-1} \underline{\underline{I}} ds \quad [3.24]$$

En supposant $F_e = D_e D_\infty^{-1}$ et en multipliant la relation [3.24] par $\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T$, nous obtenons :

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T d\underline{\underline{\sigma}} = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T D_e d\underline{\underline{\varepsilon}} - \lambda \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} - \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right]^T F_e ds \quad [3.25]$$

D'autre part, il y a plasticité lorsque, en particulier, nous avons :

$$f = 0 \quad [3.26]$$

et

$$df = 0 \text{ (relation de consistance)} \quad [3.27]$$

A partir de la relation [3.21] et [3.27], on peut écrire par différenciation :

$$df = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\underline{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial s} ds + \frac{\partial f}{\partial K} dK = 0 \quad [3.28]$$

Nous savons en plus que :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = A \lambda - \frac{\partial f}{\partial s} ds \quad [3.29]$$

avec

$$A = - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial K} dK$$

En résolvant ces équations par rapport à λ nous obtenons :

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} D_e d\underline{\varepsilon} - \frac{\partial f}{\partial \sigma} F_e I ds + \frac{\partial f}{\partial s} ds}{A + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma}} \quad [3.30]$$

La résolution par rapport à $d\sigma$ donne :

$$d\underline{\sigma} = \left[D_e - \frac{1}{H_1} \left(D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D_e \right) \right] d\underline{\varepsilon} - \left[F_e - \frac{1}{H_1} \left(D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} F_e \right) + \right. \\ \left. \frac{1}{H_1} \frac{\partial f}{\partial s} D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right] ds \quad [3.31a]$$

Si l'on pose :

$$D_{\varepsilon\varepsilon}^p = \frac{1}{H_1} \left(D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D_e \right)$$

$$F_{\varepsilon s}^p = \frac{1}{H_1} \left(D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} F_e \right)$$

$$F_{ss}^p = \frac{1}{H_1} \frac{\partial f}{\partial s} D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

$$H_1 = A + \frac{\partial f}{\partial \sigma} D_e \frac{\partial f}{\partial \sigma}$$

la relation [3.31a] devient :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = (D_e - D_{\varepsilon^p}) d\underline{\underline{\varepsilon}} - (F_e - F_{\varepsilon^p} + F_{\sigma^p}) \underline{\underline{I}} ds \quad [3.31b]$$

Si l'on pose $K = p^*_0$ ($p^*_0 = f(\varepsilon_v^p)$), A devient :

$$A = - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial f}{\partial p^*_0} dp^*_0$$

$$dp^*_0 = \frac{\partial p^*_0}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = \frac{\partial p^*_0}{\partial \varepsilon_v^p} \lambda m \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad [3.32]$$

Dans ce cas A devient :

$$A = - \frac{\partial f}{\partial p^*_0} \frac{\partial p^*_0}{\partial \varepsilon_v^p} m \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

Dans ces équations, λ désigne le multiplicateur de plasticité et $m = [1, 1, 0]$

3.5 EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE D'EAU

Cette équation doit exprimer un bilan entre les flux d'eau entrant et sortant de l'élément de volume par échange avec le milieu extérieur et la variation instantanée du volume d'eau disponible dans les pores. L'équation s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w n S_r) + \text{div}(\rho_w \bar{v}_w) = 0 \quad [3.33]$$

avec

- ρ_w - masse volumique de l'eau ;
- n - porosité du massif ;
- S_r - degré de saturation lié aux pressions d'eau et d'air par la relation utilisées par Matyas et Radakrishna (1968) et reprise par Alonso et al., 1988) :

$$S_r = S_{r0} - [a_s + b_s (\sigma_{ij} + p_a \delta_{ij})] \{1 - \exp [-c_s (p_a - p_w)]\} \quad [3.34]$$

a_s, b_s, c_s - constantes ;

- \bar{v}_w - vitesse moyenne d'écoulement de l'eau.

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho_a n(1 - S_r + HS_r)] + \text{div}[\rho_a (\bar{v}_a + H\bar{v}_w)] = 0 \quad [3.35]$$

avec

- ρ_a - masse volumique de l'air ;
- H - coefficient de solubilité de l'air dans l'eau ou coefficient de Henry ($H=0,02$) ;
- \bar{v}_a - vitesse moyenne d'écoulement de l'air.

3.7 LOI DE DARCY

3.7.1 Ecoulement de l'eau

Elle exprime la vitesse d'écoulement de l'eau en fonction du gradient de la charge hydraulique. Si l'on oriente la verticale vers le haut et si l'on néglige le terme dynamique du potentiel hydraulique $\frac{v^2}{2g}$, la charge hydraulique s'écrit :

$$h = \frac{p}{\gamma} + z \quad [3.36]$$

avec

- p - pression du fluide ;
- γ - poids volumique du fluide ;
- z - cote du point courant.

Pour l'eau, la loi de Darcy s'écrit :

$$\bar{v}_w = -\underline{k}_w \text{grad } h_w \quad [3.37]$$

avec

\underline{k}_w - tenseur des perméabilités à l'eau (les perméabilités dépendent de façon générale de l'indice des vides ou de la porosité, du degré de saturation, de la température et de la nature du fluide).

Dans le cadre de cette étude, la fonction de perméabilité à l'eau retenue est la même que celle utilisée par Alonso et al, (1988), Nanda (1989) et Abida (1992) et s'exprime par :

$$k_w = a 10^{\alpha e} \left[\frac{S_r - S_{ru}}{1 - S_{ru}} \right]^3 \quad [3.38]$$

avec

- a, α - constantes ;
- e - indice de vide ;
- S_r - degré de saturation ;
- S_{ru} - degré de saturation résiduel ;
- h_w - charge hydraulique.

3.7.2 Ecoulement de l'air

On fait l'hypothèse que l'écoulement de l'air est également régi par la loi de Darcy (Yoshimi, 1969):

$$\bar{v}_a = - \underline{k}_a \text{grad } h_a \quad [3.39]$$

avec

\underline{k}_a - tenseur des perméabilités à l'air.

Dans cette étude, nous avons adopté la même fonction de perméabilité à l'air que celle utilisée par Alonso et al. (1988), Nanda (1989) et Abida (1992) :

$$k_a = b \frac{\gamma_a}{\mu_a} [e (1 - S_r)]^c \quad [3.40]$$

avec

- b, c - constantes adimensionnelles;
- γ_a - poids volumique de l'air ;
- μ_a - viscosité de l'air ;
- e - indice des vides.

3.8 LOIS DE COMPORTEMENT DE L'EAU ET L'AIR

- L'eau est supposée incompressible par rapport à l'air.
- L'air est un gaz parfait (sa compressibilité varie en fonction des pressions).

3.9 CONDITIONS AUX LIMITES

3.9.1 Sur le milieu continu global

La figure 3.4 montre la partition de la frontière S du domaine Ω .

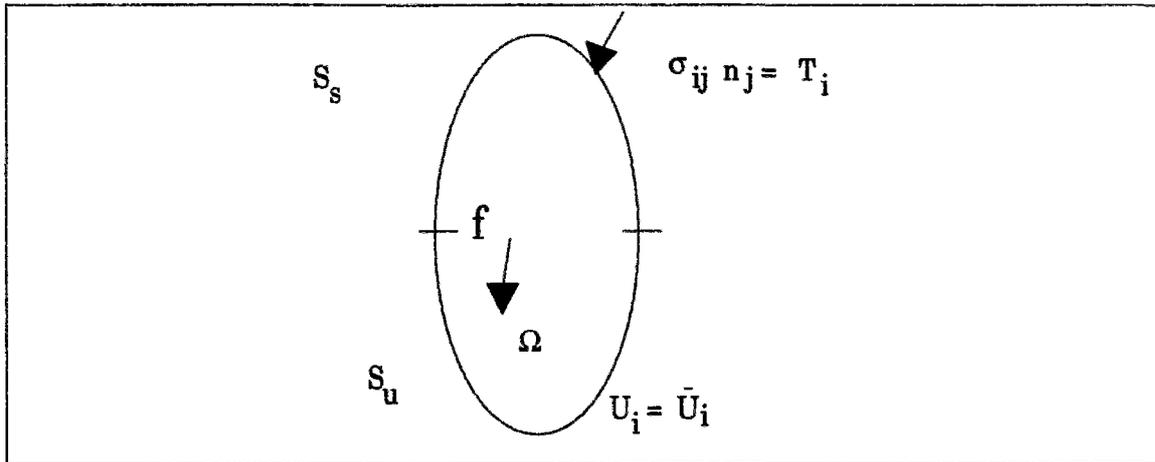


Figure 3.4 Partition mécanique de la frontière S du domaine Ω

- Conditions aux limites en contraintes

Sur la partie S_σ de la frontière, la structure est chargée par des forces de surface distribuées \bar{T}^* . En appelant \bar{T} le champ des tenseurs de contraintes totales défini par :

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad [3.41a]$$

la condition aux limites sur cette partie de la frontière s'écrit :

$$\bar{T} = \bar{T}^* \quad \forall x \in S_\sigma \quad [3.41b]$$

Il est important de noter que cette condition est imposée au tenseur de contraintes totales et non au tenseur des contraintes effectives. On notera également la relation suivante entre le vecteur des contraintes totales et ses différentes composantes :

$$\sigma_{ij} = D_e e_{ij} + (F_e - 1) p_a \delta_{ij} - F_e p_w \delta_{ij} \quad [3.42]$$

- Conditions aux limites en déplacements

Sur la partie S_u de la frontière, on se donne une condition aux limites en déplacements

$$u_i = \bar{u}_i \quad [3.43]$$

3.9.2 Sur l'eau

Les conditions aux limites sont de deux types : charges imposées ou flux imposés. On considère donc, parallèlement à la décomposition de la frontière envisagée en mécanique, une deuxième décomposition de la frontière S du domaine Ω , représentée sur la figure 3.5.

$$S = S_{h_w} \cup S_{\phi_w} \quad [3.44]$$

charges imposées

$$h_w = \bar{h}_w \quad [3.45]$$

débits imposés

$$\bar{v}_w \bar{n} = \bar{\phi}_w \quad [3.46]$$

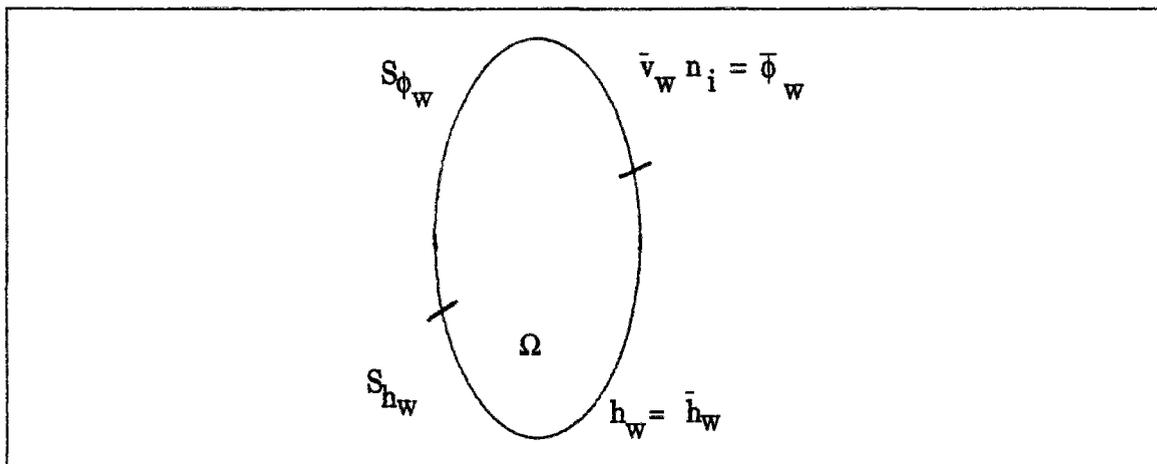


Figure 3.5 Partition de la frontière S du domaine Ω (écoulement de l'eau)

3.9.3 Sur l'air

Comme pour l'eau, les conditions aux limites sont de deux types : charges imposées ou flux imposés. On considère donc une troisième décomposition de la frontière S du domaine Ω , représentée sur la figure 3.6

$$S = S_{h_a} \cup S_{v_a} \quad [3.47]$$

- charges imposées

$$h_a = \bar{h}_a \quad [3.48]$$

- débits imposés

$$(\bar{v}_a + H\bar{v}_w)\bar{n} = \bar{\phi}_a \quad [3.49]$$

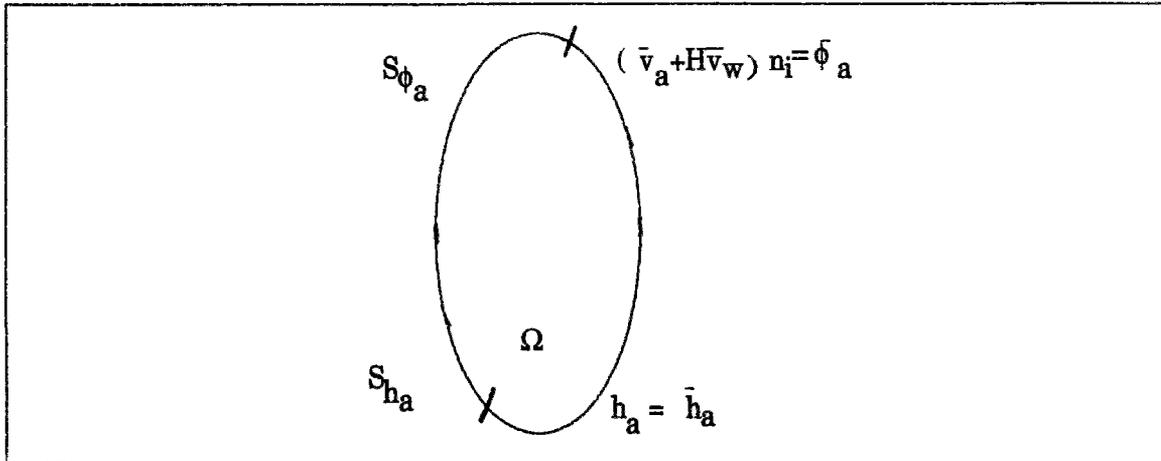


Figure 3.6 Partition de la frontière S du domaine Ω (écoulement de l'air)

3.10 FORMULATION VARIATIONNELLE

3.10.1 Choix d'un principe variationnel

Le passage des équations précédentes à une formulation variationnelle permettant d'associer la solution cherchée (un état d'équilibre local) à un extrémum d'une fonctionnelle (minimum ou maximum) n'est pas encore une opération classique dans le cas des milieux triphasés.

Dans le cas d'un milieu monophasé, on associe les états stables aux minimas de l'énergie potentielle, ce qui conduit au principe des travaux virtuels,

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.50]$$

pour tout déplacement virtuel admissible (respectant les conditions aux limites sur les déplacements).

Dans le cas des milieux biphasés, l'établissement des deux fonctionnelles dont on cherchera simultanément les extrémums s'effectue classiquement en deux temps :

- on écrit d'abord que le travail des charges appliquées (forces volumiques, pressions) est opposé à celui des efforts internes, sans distinguer les phases, c'est à dire en contraintes totales :

$$\int_{\Omega} (\sigma'_{ij} - p_w \delta_{ij}) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.51]$$

- ensuite, on s'occupe des équations d'écoulement et on écrit une équation intégrale qui n'est autre qu'un bilan global des mouvements de la masse d'eau présente dans le sol, compte tenu de l'écoulement, de la compressibilité du fluide et des variations du volume des pores :

$$\int_{\Omega} a_w n p_w \delta p_w d\Omega + \int_{\Omega} \rho_w \dot{\varepsilon}_{ij} \delta_{ij} \delta p_w d\Omega - \int_{\Omega} \text{div} \left[\rho_w \underline{k}_w \text{grad} h_w \right] \delta p_w + \int_{S_{\phi}} \phi_w \delta p_w dS_{v_w} = 0 \quad [3.52]$$

L'introduction du champ δp_w en guise de multiplicateur (non nul) permet d'imposer la conservation de la masse d'eau en tout point du milieu poreux.

Le couplage est assuré par la présence de la pression interstitielle dans la première équation intégrale et de la variation du volume du sol (donc des pores) dans la seconde.

Quand il y a trois phases, on peut aborder le problème de façon comparable

- dans une première étape, on fige l'état des fluides et on se préoccupe de trouver l'état d'équilibre du milieu global en minimisant son énergie potentielle, c'est à dire que l'on écrit un "principe des travaux virtuels" dans lequel le travail interne (déduit de la loi de comportement) est équilibré par le travail des forces externes (forces de pesanteur et forces de surface, c'est à dire pressions totales):

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.53a]$$

$$\int_{\Omega} \left[D_e \varepsilon^e_{ij} + (F_e - 1) p_a \delta_{ij} - F_e p_w \delta_{ij} \right] \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.53b]$$

Cette intégrale correspond au travail de la contrainte totale. Le champ de contraintes totales σ est défini sur le milieu total et correspond directement à ε ;

- dans une deuxième étape, on s'occupe des équations d'écoulement et on écrit deux équations intégrales qui ne sont autres que des bilans globaux des mouvements des masses fluides (eau et air) présentes dans le sol, compte tenu de l'écoulement, de la

compressibilité des fluides, des variations du degré de saturation et des variations des volumes des pores :

- pour l'eau

$$\int_{\Omega} a_w n S_r \dot{p}_w \delta p_w d\Omega + \int_{\Omega} \rho_w n \dot{S}_r \delta p_w d\Omega + \int_{\Omega} \rho_w S_r \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \delta p_w d\Omega - \int_{\Omega} \text{div} \left[\rho_w \underline{k}_w \text{grad} \left(\frac{p_w}{\gamma_w} + z \right) \right] \delta p_w d\Omega + \int_{S_{sw}} \phi_w \delta p_w dS_{\phi_w} = 0 \quad [3.54]$$

- pour l'air

$$\int_{\Omega} a_a n (1 - S_r + HS_r) \dot{p}_a \delta p_a d\Omega + \int_{\Omega} \rho_a n (H - 1) \dot{S}_r \delta p_a d\Omega + \int_{\Omega} \rho_a (1 - S_r + HS_r) \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \delta p_a d\Omega - \int_{\Omega} \text{div} \left[\rho_a \underline{k}_a \text{grad} \left(\frac{p_a}{\gamma_a} + z \right) \right] \delta p_a d\Omega - \int_{\Omega} \text{div} \left[\rho_a H \underline{k}_w \text{grad} \left(\frac{p_w}{\gamma_w} + z \right) \right] \delta p_a d\Omega + \int_{S_{\phi_a}} \phi_a dS_{\phi_a} = 0 \quad [3.55]$$

Le couplage solide-eau est assuré par la présence de la pression d'eau dans l'intégrale [3.53] et de la variation de volume du sol dans l'intégrale [3.54]. Le couplage solide-air est assuré par la présence de la pression d'air dans l'intégrale [3.53] et de la variation de volume du sol dans l'intégrale [3.55]. Le couplage air-eau est assuré par la présence du coefficient de solubilité de l'air ou coefficient de Henry dans [3.55].

3.10.2 Déformations du squelette

En appliquant le principe des travaux virtuels, qui stipule que la somme des travaux des forces internes et externes est nulle pour tout déplacement virtuel admissible δu_i (c'est à dire $\delta \bar{u}_i = \bar{0}_i$ sur S_v), on peut écrire :

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.56]$$

En remplaçant σ_{ij} par sa valeur dans [3.10a] nous obtenons :

$$\int_{\Omega} [D_e \epsilon_{ij} + (F_e - 1) p_a \delta_{ij} - F_e p_w \delta_{ij}] \delta \epsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} = 0 \quad [3.57]$$

La relation entre les pressions d'eau (respectivement les pressions d'air) et les charges d'eau (respectivement les charges d'air) est la suivante :

$$p_w = \gamma_w (h_w - z) \quad [3.58a]$$

$$p_a = \gamma_a (h_a - z) \quad [3.58b]$$

En remplaçant [3.58a] et [3.58b] dans [3.57] et après développement, nous obtenons la fonctionnelle relative aux déformations du squelette, que nous noterons dF :

$$dF = \int_{\Omega} D_e \epsilon_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) h_a \delta \epsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e h_w \delta \epsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} - \int_{\Omega} (F_e - 1) \gamma_a z \delta \epsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} F_e \gamma_w z \delta \epsilon_{ij} = 0 \quad [3.59]$$

3.10.3 Ecoulement de l'eau

Compte tenu de la loi de Darcy et de la loi de comportement adoptée pour l'eau, en négligeant les variations spatiales de sa masse volumique et en simplifiant par ρ_w , on peut écrire à partir de [3.33] et [3.37] :

$$\left[\underline{k_w} (h_w) \right]_{,j} = n \dot{S}_r + S_r \dot{\theta} \quad [3.60]$$

avec

$$\dot{S}_r = \frac{\partial S_r}{\partial t} = \frac{\partial S_r}{\partial (\sigma + p_a)} \frac{\partial (\sigma + p_a)}{\partial t} + \frac{\partial S_r}{\partial (p_a - p_w)} \frac{\partial (p_a - p_w)}{\partial t} = g_1 \frac{\partial (\sigma + p_a)}{\partial t} + g_2 \frac{\partial (p_a - p_w)}{\partial t}$$

$$g_1 = -b_s [1 - \exp c_s (p_a - p_w)]$$

$$g_2 = -c_s [a_s + b_s (\sigma + p_a)] \exp[-c_s (p_a - p_w)]$$

$$\dot{\theta} = \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = \delta_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} \quad [3.61]$$

En tenant compte de ces dernières relations, l'équation [3.60] s'écrit :

$$\left[\underline{k}_w h_{w,j} \right]_{,i} = ng_1 \left[\delta_{ij} D_e \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + F_e \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) \right] + ng_2 \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) + S_r \delta_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \quad [3.62]$$

En tenant compte des relations [3.58a] et [3.58b], l'équation [3.62] s'écrit :

$$\left[\underline{k}_w h_{w,j} \right]_{,i} = ng_1 \left[\delta_{ij} D_{\varepsilon_{ijkl}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + F_e \left(\gamma_a \frac{\partial h_a}{\partial t} - \gamma_w \frac{\partial h_w}{\partial t} \right) \right] + ng_2 \left(\gamma_a \frac{\partial h_a}{\partial t} - \gamma_w \frac{\partial h_w}{\partial t} \right) + S_r \delta_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \quad [3.63]$$

En multipliant [3.63] par δh_w un champ de charge hydraulique virtuellement admissible (vérifiant $\delta h_w = 0$ sur la frontière S_{h_w}) et en intégrant dans le domaine Ω et sur la frontière S_{ϕ_w} , il vient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left[\underline{k}_w h_{w,j} \right]_{,i} \gamma_w \delta h_w d\Omega &= \int_{\Omega} n (g_1 F_e + g_2) \left(\gamma_a \frac{\partial h_a}{\partial t} - \gamma_w \frac{\partial h_w}{\partial t} \right) \gamma_w \delta h_w d\Omega + \\ &\int_{\Omega} (ng_1 m_1^T D_e + \delta_{ij}^T S_r) \gamma_w \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta h_w d\Omega + \int_{S_{\phi_w}} \left[\underline{k}_w h_{w,j} n_i + \phi_w \right] \gamma_w \delta h_w dS_{\phi_w} \end{aligned} \quad [3.64]$$

On sait que

$$\int_{\Omega} \gamma_w \left[\underline{k}_w h_{w,j} \right]_{,i} \delta h_w d\Omega - \int_{S_{\phi_w}} \underline{k}_w h_{w,j} n_i dS_{\phi_w} = - \int_{\Omega} \underline{k}_w h_{w,j} \gamma_w \delta h_{w,i} d\Omega \quad [3.65]$$

Après réarrangement de [3.64] en tenant compte de [3.65], nous obtenons la fonctionnelle relative à l'écoulement de l'eau :

$$\begin{aligned} dF_w &= \int_{\Omega} \gamma_w \left(ng_1 m_1^T D_e + S_r \delta_{ij} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta h_w d\Omega - \int_{\Omega} n \gamma_w^2 (g_2 + g_1 F_e) \frac{\partial h_w}{\partial t} \delta h_w d\Omega + \\ &\int_{\Omega} n \gamma_a \gamma_w (g_2 + g_1 F_e) \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_w d\Omega + \int_{\Omega} \underline{k}_w h_{w,j} \gamma_w \delta h_{w,i} d\Omega + \\ &\int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \phi_w \delta h_w dS_{\phi_w} = 0 \end{aligned} \quad [3.66]$$

3.10.4 Ecoulement de l'air

Compte tenu de la loi de Darcy, l'équation [3.35] peut s'écrire de la façon suivante:

$$\left[\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right]_{,i} = \rho_a (1 - S_r + HS_r) \delta_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} + \rho_a n(H-1) \frac{\partial S_r}{\partial t} + n(1 - S_r + HS_r) \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \quad [3.67]$$

En multipliant l'équation [3.67] par δh_a champ de charge d'air virtuellement admissible (vérifiant $\delta h_a = 0$ sur la frontière S_{h_a}) et en intégrant dans le domaine Ω et sur la frontière S_{ϕ_a} , il vient :

$$\int_{\Omega} \left(\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right)_{,i} \gamma_a \delta h_a d\Omega = \int_{\Omega} \rho_a \gamma_a (1 - S_r + HS_r) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \int_{\Omega} \rho_a \gamma_a n(H-1) \frac{\partial S_r}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \int_{\Omega} n \gamma_a (1 - S_r + HS_r) \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \int_{S_{\phi_a}} \left[\left(\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right) n_i + \phi_a \right] \gamma_a \delta h_a dS_{\phi_a} \quad [3.68]$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \frac{\partial \rho_a}{\partial p_a} \frac{\partial p_a}{\partial t} = \frac{\partial \rho_a}{\partial h_a} \frac{\partial h_a}{\partial t} \quad [3.69]$$

Or on sait que:

$$\int_{\Omega} \gamma_a \left(\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right)_{,i} \delta h_a d\Omega - \int_{S_{\phi_a}} \left(\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right) \gamma_a n_i \delta h_a dS_{\phi_a} - \int_{\Omega} \left(\rho_a \underline{k}_a h_{a,j} + \rho_a H \underline{k}_w h_{w,j} \right) \gamma_a \delta h_{a,i} d\Omega \quad [3.70]$$

Après réarrangement de [3.67] en tenant compte de [3.68], [3.69] et [3.70], nous obtenons la fonctionnelle relative à l'écoulement de l'air

$$\begin{aligned} dF_a = & \int_{\Omega} \gamma_a \rho_a \left[n(H-1) m_1^T g_1 D_e + (1 - S_r + HS_r) \right] \delta_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta h_a d\Omega - \\ & \int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1) (g_1 F_e + g_2) \right] \frac{\partial h_w}{\partial t} d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1) (g_1 F_e + g_2) + C_a n(1 - S_r + HS_r) \right] \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a \underline{k}_a h_{a,j} \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a H \underline{k}_w h_{w,j} \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \phi_a \delta h_a dS_{\phi_a} = 0 \end{aligned} \quad [3.71]$$

3.10.5 Système d'équations à résoudre

L'analyse du comportement au cours du temps des massifs de sols élastoplastiques non saturés consiste finalement à résoudre dans le domaine fixe Ω le système d'équations suivant :

$$\left. \begin{aligned}
dF &= \int_{\Omega} D_e \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) h_a \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e h_w \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \\
&\quad \int_{\Omega} F_i \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} T_i \delta u_i dS_{\sigma} - \int_{\Omega} (F_e - 1) \gamma_a z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \\
&\quad \int_{\Omega} F_e \gamma_w z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = 0 \\
dF_w &= \int_{\Omega} \gamma_w \left(n g_1 m_1^T D_e + S_r \delta_{ij} \right) \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta h_w d\Omega - \int_{\Omega} n \gamma_w^2 (g_2 + g_1 F_e) \\
&\quad \frac{\partial h_w}{\partial t} \delta h_w d\Omega + \int_{\Omega} n \gamma_a \gamma_w (g_2 + g_1 F_e) \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_w d\Omega + \int_{\Omega} k_w h_{w,j} \gamma_w \delta h_{w,i} d\Omega \\
&\quad + \int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \phi_w \delta h_w dS_{\phi_w} = 0 \\
dF_a &= \int_{\Omega} \gamma_a \rho_a \left[n(H-1) m_1^T g_1 D_e + (1 - S_r + H S_r) \right] \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \delta_{ij} \delta h_a d\Omega - \\
&\quad \int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1) g_1 F_e + \rho_a n(H-1) g_2 \right] \frac{\partial h_w}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a^2 \rho_a n(H-1) g_1 F_e \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_a d\Omega \\
&\quad + \int_{\Omega} \gamma_a^2 \rho_a n(H-1) g_2 \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a^2 C_a n(1 - S_r + H S_r) \frac{\partial h_a}{\partial t} \delta h_a d\Omega + \\
&\quad \int_{\Omega} \gamma_a k_a h_{a,j} \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a H k_w h_{w,j} \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \phi_a \delta h_a dS_{\phi_a} = 0
\end{aligned} \right\} \quad [S]$$

auxquelles il faut rajouter les conditions aux limites (figures 3.4, 3.5 et 3.6) et les conditions initiales.

Les notations utilisées sont les suivantes :

D_e - Matrice de souplesse du milieu global relative aux variations de $\sigma_{ij} + p_a \delta_{ij}$,

ε_{ij} - Tenseur des déformations du milieu global,

γ_a - poids volumique de l'air (kN/m^3),

γ_w - poids volumique de l'eau (kN/m^3),

$F_e = D_e D_s$ où D_s est la matrice de souplesse du milieu global relative aux variations de $p_a - p_w$,

h_a - charge d'air (m),

h_w - charge d'eau (m),

F_i - forces volumiques (kN/m^3),

T_i - forces surfaciques (kPa),

z - cote du point courant,

ρ_a - masse volumique de l'air (kg/m^3),

n - porosité du massif,

H - coefficient de Henri ($H = 0,02$),

$m_1^T = [0 \ 1 \ 0]$,

g_1 - dérivée de la fonction de saturation par rapport à $\sigma_{ij} + p_a \delta_{ij}$ (kPa^{-1}),

g_2 - dérivée de la fonction de saturation par rapport à $p_a - p_w$ (kPa^{-1}),

S_r - degré de saturation,

C_a - compressibilité de l'air (kPa^{-1}),

k_a - perméabilité à l'air (m/s),
 k_w - perméabilité à l'eau (m/s).

3.11 FORMULATION MATRICIELLE

3.11.1 Déformations du squelette

La fonctionnelle [3.59] peut s'écrire sous forme incrémentale, en se plaçant au temps τ compris dans l'intervalle $[t, t+\Delta t]$ auquel on s'intéresse et en posant :

$$\underline{\sigma}_{ij} = D_e \varepsilon_{ij} \quad [3.72]$$

$$\underline{\sigma}_{ij}(\tau) = \underline{\sigma}_{ij}(t) + \Delta \underline{\sigma}_{ij}(\tau) \quad [3.73]$$

$$h_w(\tau) = h_w(t) + \Delta h_w(\tau) \quad [3.74]$$

$$h_a(\tau) = h_a(t) + \Delta h_a(\tau) \quad [3.75]$$

$$F(\tau) = F(t) + \Delta F(\tau) \quad [3.76]$$

$$T(\tau) = T(t) + \Delta T(\tau) \quad [3.77]$$

En tenant compte des relations [3.72] à [3.77] la fonctionnelle [3.59] s'écrit :

$$\begin{aligned} dF = & \int_{\Omega} \Delta \underline{\sigma}_{ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) \Delta h_a(\tau) d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e \Delta h_w(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \\ & \int_{\Omega} \Delta F_i(\tau) \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} \Delta T_i(\tau) \delta u_i dS_{\sigma} + \int_{\Omega} \underline{\sigma}_{ij}(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) h_a(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e h_w(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i(t) \delta u_i d\Omega \\ & - \int_{S_{\sigma}} T_i(t) \delta u_i dS_{\sigma} - \int_{\Omega} (F_e - 1) \gamma_a z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} F_e \gamma_w z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad [3.78]$$

De plus on sait que :

$$\int_{\Omega} \Delta \underline{\sigma}_{ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} D_e \Delta \varepsilon_{ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \Delta \underline{\sigma}_{0ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega \quad [3.79]$$

avec $\Delta \underline{\sigma}_{0ij}$ - "corrections de contraintes d'origine plastique", la fonctionnelle [3.59] devient :

$\begin{aligned} dF = & \int_{\Omega} D_e \Delta \varepsilon_{ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) \Delta h_a(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e \Delta h_w(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \\ & \int_{\Omega} \Delta F_i(\tau) \delta u_i d\Omega - \int_{S_{\sigma}} \Delta T_i(\tau) \delta u_i dS_{\sigma} - \int_{\Omega} \Delta \underline{\sigma}_{0ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \underline{\sigma}_{ij}(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) h_a(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} \gamma_w F_e h_w(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} F_i(t) \delta u_i d\Omega - \\ & \int_{S_{\sigma}} T_i(t) \delta u_i dS_{\sigma} - \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_w F_e z \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad [3.80]$

Pour un élément fini, en prenant des fonctions d'interpolation identiques pour les déplacements, les pressions d'eau et d'air, on peut écrire:

$$U = NU_E \quad [3.81]$$

$$H_{w_E} = NH_{w_E} \quad [3.82]$$

$$H_{a_E} = NH_{a_E} \quad [3.83]$$

$$\varepsilon = BU_E \quad [3.84]$$

En tenant compte de [3.81] à [3.84], chaque terme de la fonctionnelle [3.80] s'exprime alors par :

$$\int_{\Omega} D_e \Delta \varepsilon_{ij}(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \Delta U_E^T \left(\int_{\Omega} B^T D_e B d\Omega \right) \delta U_E = \Delta U_{w_E}^T R_E^T \delta U_E \quad [3.85]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_w F_e \Delta h_w(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega &= \Delta H_{w_E}^T \left(\int_{\Omega} N^T \gamma_w F_e B d\Omega \right) \delta U_E \\ &= \Delta H_{w_E}^T C_{uw} \delta U_E \end{aligned} \quad [3.86]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) \Delta h_a(\tau) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega &= \Delta H_{a_E}^T \left[\int_{\Omega} N^T \gamma_a (F_e - 1) B d\Omega \right] \delta U_E \\ &= \Delta H_{a_E}^T C_{ua} \delta U_E \end{aligned} \quad [3.87]$$

$$\int_{\Omega} \Delta F^T(\tau) N d\Omega + \int_{S_{\sigma}} \Delta T^T(\tau) N dS_{\sigma} = \Delta F_E^T(\tau) \delta U_E \quad [3.88]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_w F_e h_w(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega &= H_{w_E}^T(t) \left(\int_{\Omega} N^T \gamma_w F_e B d\Omega \right) \delta U_E \\ &= H_{w_E}^T C_{uw} \delta U_E \end{aligned} \quad [3.89]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_a (F_e - 1) h_a(t) \delta \varepsilon_{ij} d\Omega &= H_{a_E}^T(t) \left(\int_{\Omega} N^T \gamma_a (F_e - 1) B d\Omega \right) \delta U_E \\ &= H_{a_E}^T(t) C_{ua} \delta U_E \end{aligned} \quad [3.90]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} F^T(t) N d\Omega + \int_{S_{\sigma}} T^T(t) N dS_{\sigma} + \int_{\Omega} N^T Z^T (F_e - 1) \gamma_a B d\Omega - \\ \int_{\Omega} N^T Z^T \gamma_w F_e B d\Omega = F_E^T(t) \delta U_E \end{aligned} \quad [3.91]$$

L'équation [3.80] peut s'écrire, après simplification par δU_E non identiquement nul et transposition de tous ses termes :

$dF = R_E \Delta U(\tau) - C_{uw_E} \Delta H_w(\tau) + C_{ua_E} \Delta H_a(\tau) = \Delta F_E(\tau) + F_E(t) - F_g(t) + F_{\Delta g_{0,ij}}(\tau) + C_{uw_E} H_w(t) - C_{ua_E} H_a(t) \quad [3.92]$

avec pour notations :

$$R_E = \int_{\Omega} B^T D_e B d\Omega \quad [3.93]$$

$$C_{uwE} = \int_{\Omega} B^T \gamma_w F_e N d\Omega \quad [3.94]$$

$$C_{uaE} = \int_{\Omega} B^T \gamma_u (F_e - 1) N d\Omega \quad [3.95]$$

$$\Delta F = \int_{\Omega} \Delta F N d\Omega + \int_{S_{\sigma}} \Delta T N dS_{\sigma} \quad [3.96]$$

$$F = \int_{\Omega} N^T F d\Omega + \int_{S_{\sigma}} N^T T d\Omega + \int_{\Omega} B^T \gamma_u (F_e - 1) z N d\Omega - \int_{\Omega} B^T \gamma_w F_e z N^T d\Omega \quad [3.97]$$

$$F_{\underline{\sigma}} = \int_{\Omega} B^T \underline{\sigma}_{ij} d\Omega \quad [3.98]$$

$$F_{\Delta \underline{\sigma}_0} = \int_{\Omega} B^T \Delta \underline{\sigma}_{0ij} d\Omega \quad [3.99]$$

3.11.2 Ecoulement de l'eau

Si l'on pose, pour $\tau \in [t, t + \Delta t]$:

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}(\tau) = \dot{\theta}(\tau) = \dot{\theta}(t) + \Delta \dot{\theta}(\tau) \quad [3.100]$$

$$\frac{\partial h_w}{\partial t}(\tau) = \dot{h}_w(\tau) = \dot{h}_w(t) + \Delta \dot{h}_w(\tau) \quad [3.101]$$

$$\frac{\partial h_a}{\partial t}(\tau) = \dot{h}_a(\tau) = \dot{h}_a(t) + \Delta \dot{h}_a(\tau) \quad [3.102]$$

$$h_{w,j}(\tau) = h_{w,j}(t) + \Delta h_{w,j}(\tau) \quad [3.103]$$

$$\phi_w(\tau) = \phi_w(t) + \Delta \phi_w(\tau) \quad [3.104]$$

la fonctionnelle [3.66] s'écrit sous la forme incrémentale suivante :

$$\begin{aligned}
dF_w = & \int_{\Omega} \gamma_w (ng_1 m_1^T D_e + S_r \delta_{ij}) \Delta \dot{\theta}(\tau) \delta h_w d\Omega - \\
& \int_{\Omega} n \gamma_w^2 (g_2 + g_1 F_e) \Delta \dot{h}_w(\tau) \delta h_w d\Omega + \int_{\Omega} n \gamma_a \gamma_w (g_2 + g_1 F_e) \Delta \dot{h}_a(\tau) \delta h_w d\Omega + \\
& \int_{\Omega} k_w \Delta h_{w,j}(\tau) \gamma_w \delta h_{w,i} d\Omega + \int_{S_{V_w}} \gamma_w \Delta \phi_w(\tau) \delta h_w dS_{V_w} + \\
& \int_{\Omega} \gamma_w (ng_1 m_1^T D_e + S_r \delta_{ij}) \dot{\theta}(t) \delta h_w d\Omega - \int_{\Omega} n \gamma_w^2 (g_2 + g_1 F_e) \dot{h}_w(t) \delta h_w d\Omega + \\
& \int_{\Omega} n \gamma_a \gamma_w (g_2 + g_1 F_e) \dot{h}_a(t) \delta h_w d\Omega + \int_{\Omega} k_w h_{w,j}(t) \gamma_w \delta h_{w,i} d\Omega + \\
& \int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \phi_w(t) \delta h_w dS_{\phi_w} = 0
\end{aligned}$$

[3.105]

Soit g_w le gradient des charges d'eau :

$$g_w = H_{w,i} = N_{,i} H_{wE} \quad [3.106]$$

La discrétisation par éléments finis des différents termes de la fonctionnelle [3.105] s'effectue comme suit.

En tenant compte des relations [3.100] à [3.104] et de la relation [3.106], les termes de la fonctionnelle [3.105] s'expriment comme précédemment sous la forme :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} (ng_1 m_1^T D_e + S_r) \delta_{ij} \Delta \dot{\theta}(\tau) \delta h_w d\Omega &= \Delta \dot{U}_E^T(\tau) \left[\int_{\Omega} B^T (ng_1 m_1^T D_e + S_r) N d\Omega \right] \delta H_{wE} \\
&= \Delta \dot{U}_E^T C_{wu}^T \delta H_{wE}
\end{aligned} \quad [3.107]$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_w^2 n (g_1 F_e + g_2) \Delta \dot{h}_w(\tau) \delta h_w d\Omega &= \Delta \dot{H}_{wE}^T \left[\int_{\Omega} N^T \gamma_w^2 n (g_1 F_e + g_2) N d\Omega \right] \delta H_{wE} \\
&= \Delta \dot{H}_{wE}^T C_{ww}^T \delta H_{wE}
\end{aligned} \quad [3.108]$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w n (g_1 F_e + g_2) \Delta \dot{h}_a(\tau) \delta h_w d\Omega &= \Delta \dot{H}_{aE}^T(\tau) \left[\int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w n (g_1 F_e + g_2) N d\Omega \right] \delta H_{wE} \\
&= \Delta \dot{H}_{aE}^T(\tau) C_{wa}^T \delta H_{wE}
\end{aligned} \quad [3.109]$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_w k_w \Delta h_{w,j}(\tau) \delta h_{w,i} d\Omega &= \Delta H_{wE}^T(\tau) \left(\int_{\Omega} N_{,i}^T \gamma_w k_w N_{,j} d\Omega \right) \delta H_{wE} \\
&= \Delta H_{wE}^T(\tau) K_{wE}^T \delta H_{wE}
\end{aligned} \quad [3.110]$$

$$\begin{aligned}
\int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \Delta \phi_w(\tau) \delta h_w dS_{\phi_w} &= \left(\int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \Delta \phi_w(\tau) N dS_{\phi_w} \right) \delta H_{wE} \\
&= \Delta Q_{wE}^T(\tau) \delta H_{wE}
\end{aligned} \quad [3.111]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (ng_1 m_1^T D_e + S_r) \delta_{ij} \dot{\theta}(t) d\Omega &= \dot{U}_E^T(t) \left[\int_{\Omega} B^T (ng_1 m_1^T D_e + S_r) N d\Omega \right] \delta H_{w_E} \\ &= \dot{U}_E^T(t) C_{wu}^T \delta H_{w_E} \end{aligned} \quad [3.112]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_w^2 n (g_1 F_e + g_2) \dot{h}_w(t) \delta h_w d\Omega &= \dot{H}_{w_E}^T(t) \left[\int_{\Omega} N^T \gamma_w^2 n (g_1 F_e + g_2) N^T d\Omega \right] \delta H_{w_E} \\ &= \dot{H}_{w_E}^T(t) C_{ww}^T \delta H_{w_E} \end{aligned} \quad [3.113]$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w n (g_1 F_e + g_2) \dot{h}_a(t) \delta h_w d\Omega &= \dot{H}_{a_E}^T(t) \left[\int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w n (g_1 F_e + g_2) N d\Omega \right] \delta H_{w_E} \\ &= \dot{H}_{a_E}^T(t) C_{wa}^T \delta H_{w_E} \end{aligned} \quad [3.114]$$

$$\int_{\Omega} \gamma_w k_w h_{w,i}(t) \delta h_{w,i} d\Omega = H_{w_E}(t) \left(\int_{\Omega} N_i^T \gamma_w k_w N_i d\Omega \right) \delta H_{w_E} = H_{w_E}^T(t) K_{w_E}^T \delta H_{w_E} \quad [3.115]$$

$$\int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \phi_w(t) \delta h_w dS_{\phi_w} = \left[\int_{S_{\phi_w}} \gamma_w \phi_w(t) N dS_{\phi_w} \right] \delta H_{w_E} = Q_{w_E}^T(t) \delta H_{w_E} \quad [3.116]$$

L'équation [3.105] peut s'écrire après simplification par δH_{w_E} non identiquement nul et transposition de tous ses termes :

$$\begin{aligned} dF_w &= C_{wu_E} \Delta \dot{U}(\tau) + K_{w_E} \Delta H_{w_E}(\tau) - C_{ww_E} \Delta \dot{H}_{w_E}(\tau) + C_{wa_E} \Delta \dot{H}_{a_E}(\tau) - \Delta Q_{w_E}(\tau) = -C_{wu_E} \dot{U}(t) - \\ &K_{w_E} H_{w_E}(t) + C_{ww_E} \dot{H}_{w_E}(t) - C_{wa_E} \dot{H}_{a_E}(t) + Q_{w_E}(t) \end{aligned} \quad [3.117]$$

avec pour notations:

$$\begin{aligned} C_{wu_E} &= \int_{\Omega} N^T (ng_1 m_1^T D_e + S_r \delta_{ij}^T) \gamma_w B d\Omega \\ m_1^T &= [0 \ 1 \ 0] \end{aligned} \quad [3.118]$$

$$\delta_{ij}^T = [1 \ 0 \ 0]$$

$$K_{w_E} = \int_{\Omega} N_i^T \gamma_w k_w N_i d\Omega \quad [3.119]$$

$$C_{ww_E} = \int_{\Omega} N^T \gamma_w^2 n (g_2 + g_1 F_e) N d\Omega \quad [3.120]$$

$$C_{wa_E} = \int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w n (g_2 + g_1 F_e) N d\Omega \quad [3.121]$$

$$\Delta Q_{w_E} = \int_{S_{\phi_w}} N^T \Delta \phi_w(\tau) dS_{\phi_w} \quad [3.122]$$

$$Q_{w_E} = \int_{S_{\phi_w}} N^T \phi_w(t) dS_{\phi_w} \quad [3.123]$$

3.11.3 Ecoulement de l'air

Si l'on pose, pour $\tau \in [t, t + \Delta t]$:

$$\frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t}(\tau) = \dot{\theta}(\tau) = \theta(t) + \Delta \dot{\theta}(\tau) \quad [3.124]$$

$$\frac{\partial h_w}{\partial t}(\tau) = \dot{h}_w(\tau) = \dot{h}_w(t) + \Delta \dot{h}_w(\tau) \quad [3.125]$$

$$\frac{\partial h_a}{\partial t}(\tau) = \dot{h}_a(\tau) = \dot{h}_a(t) + \Delta \dot{h}_a(\tau) \quad [3.126]$$

$$h_{w,j}(\tau) = h_{w,j}(t) + \Delta h_{w,j}(\tau) \quad [3.127]$$

$$h_{a,j}(\tau) = h_{a,j}(t) + \Delta h_{a,j}(\tau) \quad [3.128]$$

$$\phi_a(\tau) = \phi_a(t) + \Delta \phi_a(\tau) \quad [3.129]$$

la fonctionnelle [3.80] s'écrit sous la forme incrémentale suivante :

$$\begin{aligned} dF_a = & \int_{\Omega} \gamma_a \rho_a [n(H-1)m_1^T g_1 D_e + (1-S_r + HS_r)] \delta_{ij} \Delta \dot{\theta}(\tau) \delta h_a d\Omega - \\ & \int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w [\rho_a n(H-1)(g_1 F_e + g_2)] \Delta \dot{h}_w(\tau) d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a^2 [\rho_a n(H-1)(g_1 F_e + g_2) + C_a n(1-S_r + HS_r)] \Delta \dot{h}_a(\tau) \delta h_a d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a k_a \Delta h_{a,j}(\tau) \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a H k_w \Delta h_{w,j}(\tau) \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{S_{V_a}} \gamma_a \Delta \phi_a(\tau) dS_{V_a} \\ & + \int_{\Omega} \gamma_a \rho_a [n(H-1)m_1^T g_1 D_e + (1-S_r + HS_r)] \delta_{ij} \dot{\theta}(t) \delta h_a d\Omega - \\ & \int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w [\rho_a n(H-1)(g_1 F_e + g_2)] h_w(t) \delta h_a d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a^2 [\rho_a n(H-1)(g_1 F_e + g_2) + C_a n(1-S_r + HS_r)] h_a(t) \delta h_a d\Omega + \\ & \int_{\Omega} \gamma_a k_a h_{a,j}(t) \delta h_{a,i} d\Omega + \int_{\Omega} \gamma_a H k_w h_{w,j}(t) \delta h_{a,i} d\Omega \\ & + \int_{S_{V_a}} \gamma_a \Delta \phi_a(t) dS_{V_a} = 0 \end{aligned} \quad [3.130]$$

Soit g_a le gradient de la pression d'air :

$$g_a = H_{a,i} = N_{,i} H_{a_8} \quad [3.131]$$

Les différents termes de la fonctionnelle [3.130] s'expriment de même que précédemment :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a \rho_a \left[n(H-1)g_1 m_1^T D_e + (1-S_r + HS_r) \right] \delta_{ij} \Delta \dot{\theta}(\tau) \delta h_a d\Omega = \\
\Delta \dot{U}_E^T(\tau) \left\{ \int_{\Omega} B^T \gamma_a \rho_a \left[n(H-1)g_1 m_1^T D_e + (1-S_r + HS_r) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.132] \\
= \Delta \dot{U}_E^T(\tau) C_{au}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) \right] \Delta \dot{h}_w(\tau) \delta h_a d\Omega = \\
\Delta \dot{H}_{wE}^T(\tau) \left\{ \int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.133] \\
= \Delta \dot{H}_{wE}^T(\tau) C_{aw}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) + C_a n(1-S_r + HS_r) \right] \Delta \dot{h}_a(\tau) \delta h_a d\Omega = \\
\Delta \dot{H}_{aE}^T(\tau) \left\{ \int_{\Omega} N^T \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) + C_a n(1-S_r + HS_r) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.134] \\
= \Delta \dot{H}_{aE}^T(\tau) E_{aE}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a k_a \Delta h_{a,j}(\tau) \delta h_{a,i} d\Omega = \Delta H_{aE}^T(\tau) \left[\int_{\Omega} N_{,i}^T \gamma_a k_a N_{,j} d\Omega \right] \delta H_{aE} \\
= \Delta H_{aE}^T(\tau) K_{aE}^T \delta H_{aE} \quad [3.135]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a H k_w \Delta h_{w,j}(\tau) \delta h_{a,i} d\Omega = \Delta H_{wE}^T(\tau) \left[\int_{\Omega} N_{,i}^T \gamma_a H k_w N_{,j} d\Omega \right] \delta H_{aE} \\
= \Delta H_{wE}^T(\tau) K_{aw}^T \delta H_{aE} \quad [3.136]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \Delta \phi_a(\tau) \delta h_a dS_{\phi_a} = \left(\int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \Delta \phi_a(\tau) N dS_{\phi_a} \right) \delta H_{aE} \\
= \Delta Q_{aE}(\tau) \delta H_{aE} \quad [3.137]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a \rho_a \left[n(H-1)g_1 m_1^T D_e + (1-S_r + HS_r) \right] \dot{\theta}(t) \delta h_a d\Omega = \\
\dot{U}_E^T(t) \left\{ \int_{\Omega} B^T \gamma_a \rho_a \left[n(H-1)g_1 m_1^T D_e + (1-S_r + HS_r) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.138] \\
= \dot{U}_E^T(t) C_{au}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) \right] \dot{h}_w(t) \delta h_a d\Omega = \\
\dot{H}_{wE}^T(t) \left\{ \int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.139] \\
= \dot{H}_{wE}^T(t) C_{aw}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) + C_a n(1-S_r + HS_r) \right] \dot{h}_a(t) \delta h_a d\Omega = \\
\dot{H}_{aE}^T(t) \left\{ \int_{\Omega} N^T \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1)(g_2 + g_1 F_e) + C_a n(1-S_r + HS_r) \right] N d\Omega \right\} \delta H_{aE} \quad [3.140] \\
= \dot{H}_{aE}^T(t) E_{aE}^T \delta H_{aE}
\end{aligned}$$

$$\int_{\Omega} \gamma_a k_a h_{a,j}(t) \delta h_{a,i} d\Omega = H_{a_E}^T(t) \left[\int_{\Omega} N_i^T \gamma_a k_a N_j d\Omega \right] \delta H_{a_E} = H_{a_E}^T(t) K_{a_E}^T \delta H_{a_E} \quad [3.141]$$

$$\int_{\Omega} \gamma_a H k_w h_{w,j}(t) \delta h_{a,i} d\Omega = H_{w_E}^T(t) \left[\int_{\Omega} N_i^T \gamma_a H k_w N_j d\Omega \right] \delta H_{a_E} = H_{w_E}^T(t) K_{aw}^T \delta H_{a_E} \quad [3.142]$$

$$\int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \phi_a(t) \delta h_a dS_{\phi_a} = \left[\int_{S_{\phi_a}} \gamma_a \phi_a(t) N dS_{\phi_a} \right] \delta H_{a_E} = Q_{a_E}(t) \delta H_{a_E} \quad [3.143]$$

L'équation [3.130] peut s'écrire après simplification par δH_{a_E} non identiquement nul et transposition de tous ses termes :

$$\begin{aligned} dF_a = C_{au_E} \Delta \dot{U}_E(\tau) - C_{aw_E} \Delta \dot{H}_{w_E}(\tau) + E_{a_E} \Delta \dot{H}_{a_E}(\tau) + K_{a_E} \Delta H_{a_E}(\tau) + K_{w_E} \Delta H_{w_E}(\tau) - \Delta Q_{a_E}(\tau) = \\ -C_{au_E} \dot{U}_E(t) + C_{aw_E} \dot{H}_{w_E}(t) - E_{a_E} \dot{H}_{a_E}(t) - K_{a_E} H_{a_E}(t) - K_{w_E} H_{w_E}(t) + Q_{a_E}(t) \end{aligned} \quad [3.144]$$

avec pour notations :

$$C_{au_E} = \int_{\Omega} N^T \gamma_a \rho_a \left[n(H-1) g_1 m_1^T D_e + (1 - S_r + HS_r) \right] B d\Omega \quad [3.145]$$

$$C_{aw_E} = \int_{\Omega} N^T \gamma_a \gamma_w \left[\rho_a n(H-1) (g_1 F_e + g_2) \right] N d\Omega \quad [3.146]$$

$$E_{a_E} = \int_{\Omega} N^T \gamma_a^2 \left[\rho_a n(H-1) (g_2 + g_1 F_e) + C_a n(1 - S_r + HS_r) \right] N d\Omega \quad [3.147]$$

$$K_{a_E} = \int_{\Omega} N_i^T \gamma_a k_a N_j d\Omega \quad [3.148]$$

$$K_{aw_E} = \int_{\Omega} N_i^T \gamma_a H k_w N_j d\Omega \quad [3.149]$$

$$\Delta Q_{a_E} = \int_{S_{\phi_a}} N^T \gamma_a \Delta \phi_a dS_{\phi_a} \quad [3.150]$$

$$Q_{a_E} = \int_{S_{\phi_a}} N^T \gamma_a \phi_a dS_{\phi_a} \quad [3.151]$$

3.11.4 Système matriciel différentiel

Les équations [3.92], [3.117] et [3.144] permettent d'écrire, après assemblage des éléments, le système différentiel non symétrique non-linéaire que doivent vérifier simultanément le champ de déplacement U , les charges d'eau H_w et les charges d'air H_a :

$$\left\{ \begin{array}{l}
R_G \Delta U - C_{uwG} \Delta H_w + C_{uaG} = \Delta F_G + F_G - F_g + F_{\Delta g} + C_{uwG} - C_{uaG} \\
C_{wuG} \Delta \dot{U} - C_{wwG} \Delta \dot{H}_w + C_{waG} \Delta \dot{H}_a + K_{wG} \Delta H_w - \Delta Q_G = C_{wuG} \dot{U} + C_{wwG} \dot{H}_w - C_{waG} \dot{H}_a + K_{wG} H_w \\
C_{auG} \Delta \dot{U} - C_{awG} \Delta \dot{H}_w + E_a \Delta \dot{H}_a + K_{aG} \Delta H_a + K_{wG} \Delta H_w - \Delta Q_{aG} = -C_{auG} \dot{U} + C_{awG} \dot{H}_w - E_{aG} \dot{H}_a \\
\qquad -K_{aG} H_a - K_{wG} H_w + Q_{aG}
\end{array} \right. \quad [3.152]$$

Pour résoudre ce système différentiel, une intégration sur le temps s'impose.

3.12 INTEGRATION DANS LE TEMPS

Dans la modélisation numérique des problèmes transitoires, l'intégration dans le temps joue un rôle capital, puisqu'elle agit directement sur les performances générales des algorithmes (précision des résultats numériques, stabilité des solutions, mode de convergence des processus itératifs, etc.).

Nous avons adopté dans cette étude un schéma d'intégration dans le temps totalement implicite, dérogeant ainsi à la tradition dans CESAR-LCPC où l'intégration dans le temps de type Galerkin est le plus souvent utilisée.

Ce choix s'explique par le fait que le schéma de type implicite est réputé être non seulement inconditionnellement stable mais aussi inconditionnellement non oscillant.

On pose :

$$U(t + \Delta t) = U(t) + \Delta U \quad [3.153]$$

$$H_w(t + \Delta t) = H_w(t) + \Delta H_w \quad [3.154]$$

$$H_a(t + \Delta t) = H_a(t) + \Delta H_a \quad [3.155]$$

$$F(t + \Delta t) = F(t) + \Delta F \quad [3.156]$$

$$Q_w(t + \Delta t) = Q_w(t) + \Delta Q_w \quad [3.157]$$

$$Q_a(t + \Delta t) = Q_a(t) + \Delta Q_a \quad [3.158]$$

$$\dot{U} = \frac{U(t + \Delta t) - U(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta U}{\Delta t} \quad [3.159]$$

$$\dot{H}_w = \frac{H_w(t + \Delta t) - H_w(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta H_w}{\Delta t} \quad [3.160]$$

$$\dot{H}_a = \frac{H_a(t+\Delta t) - H_a(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta H_a}{\Delta t} \quad [3.161]$$

En tenant compte de ces dernières équations, le système [3.152] devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_G \Delta U - C_{uwG} \Delta H_w + C_{uaG} \Delta H_a = F_G(t+\Delta t) - F_g + F_{\Delta g}(t) + C_{uwG} H_w(t) - C_{uaG} H_a(t) \\ C_{wuG} \Delta U - C_{wwG} \Delta H_w + C_{waG} \Delta H_a + \Delta t K_{wG} \Delta H_w = -K_{wG} \Delta t H_w + \Delta t Q_w(t+\Delta t) \\ C_{auG} \Delta U - C_{awG} \Delta H_w + E_a \Delta H_a + \Delta t K_{aG} \Delta H_a + \Delta t K_{wG} \Delta H_w = -\Delta t K_{aG} H_a - \\ \Delta t K_{wG} H_w + Q_{aG}(t+\Delta T) \end{array} \right. \quad [3.162]$$

3.13 ALGORITHME DE RESOLUTION

C'est la nature de la non-linéarité qui détermine, en principe, l'algorithme à choisir pour son traitement .

Dans le cas présent, il s'agit des non-linéarités hydraulique et mécanique. La non-linéarité hydraulique est généralement traitée par la méthode des rigidités variables, contrairement aux non-linéarités rhéologiques du squelette qui permettent un plus grand choix de méthodes de résolution (matrice de rigidité tangente, contraintes initiales et déformations initiales).

Classiquement il existe deux méthodes capables de traiter les systèmes d'équations non-linéaires : la méthode du point fixe et la méthode de Newton.

Dans cette étude, la méthode de résolution choisie est la méthode du point fixe. Ce choix s'explique par le fait que le traitement des non-linéarités dues à l'écoulement dans CESAR-LCPC se fait généralement par la méthode du point fixe et que la méthode de Newton n'est pas d'un emploi simple. En effet, l'utilisation de la matrice tangente qu'exige la méthode de Newton ne présente pas un intérêt évident. Cette méthode demande le calcul de plusieurs tenseurs d'ordre élevé (perméabilité tangente, compressibilité tangente, couplage tangent...).

Dans le but de traiter l'ensemble des non-linéarités par la méthode du point fixe, nous avons choisi de transférer l'élastoplasticité au second membre (méthode des contraintes initiales).

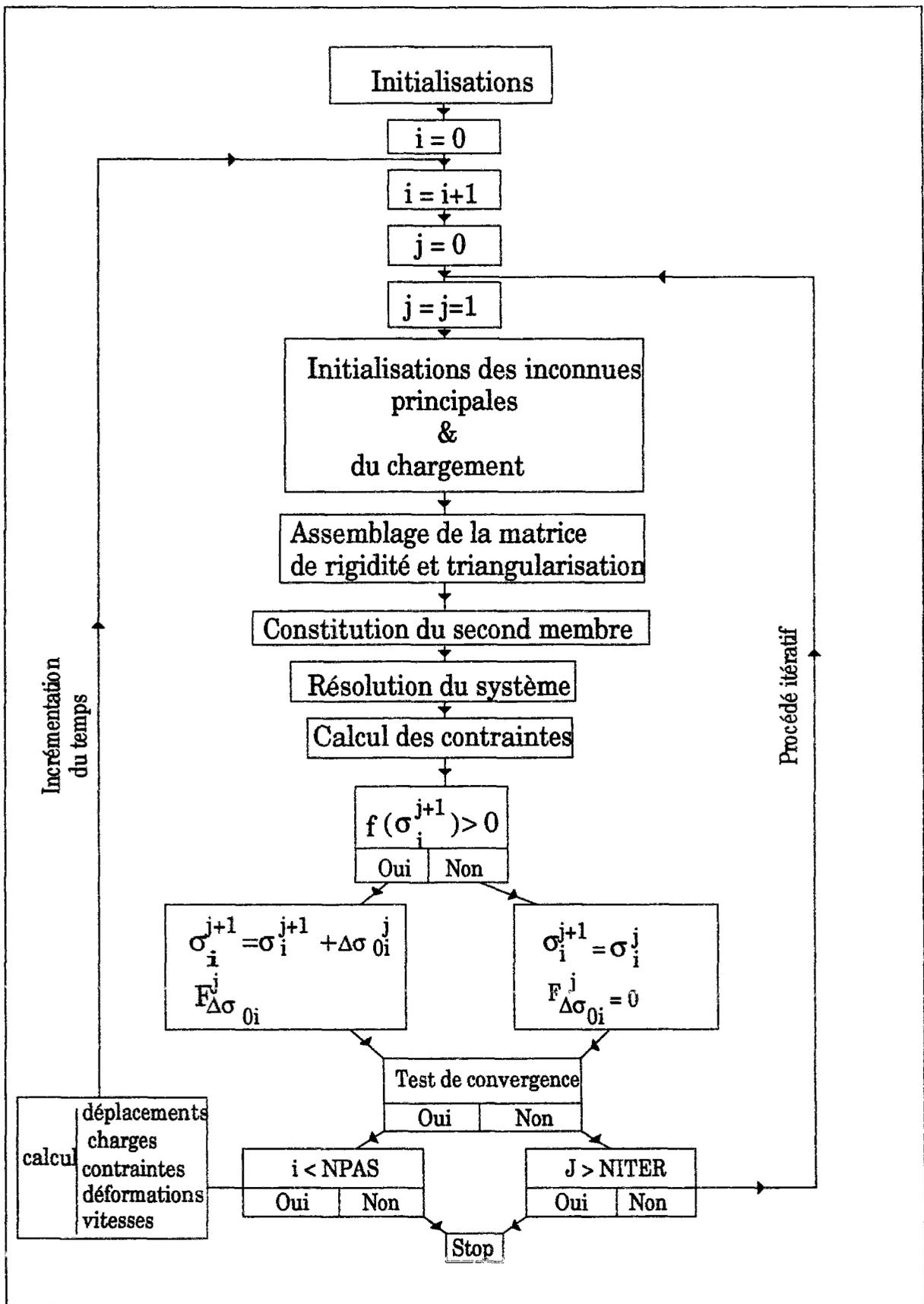


Figure 3.7 Algorithme de résolution

3.14 PROGRAMMATION EFFECTUEE

La programmation a consisté en la création dans le code de calculs par éléments finis CESAR-LCPC d'un module à part. Cela veut dire, d'une part, la mise au point d'une nouvelle famille d'éléments finis adaptés au calcul de diffusion non-linéaire prenant en compte la phase gazeuse et, d'autre part, la création d'un "bloc" de calcul correspondant.

Cette nouvelle famille d'éléments respecte une méthode numérique relativement simple : à chaque itération on calcule les pressions des différentes phases aux points de Gauss, puis on teste la valeur algébrique des pressions pour appliquer le traitement assigné aux différents paramètres (perméabilité à l'eau et à l'air, degré de saturation, compressibilité de l'air, couplage) et, par intégration numérique sur l'ensemble de l'élément, on calcule les matrices élémentaires C_{ua} , C_{uw} , C_{wu} , C_{ww} , C_{wa} , C_{au} , C_{aw} , E_a , etc.

Cette nouvelle famille d'éléments de consolidation bidimensionnelle non saturée permet de traiter les problèmes élastoplastiques. Ainsi, nous avons introduit le calcul des contraintes aux points d'intégration des éléments, le calcul des contraintes aux noeuds à partir des points d'intégration et, inversement, le calcul élémentaire du vecteur des forces nodales dues aux corrections des contraintes, le calcul du vecteur des efforts internes par intégration des contraintes vérifiant l'équilibre, le calcul des valeurs de l'écroutissage au niveau des points de Gauss de l'élément, etc.

La précision de la méthode, comme on peut le constater, dépend du nombre de points de Gauss que possède l'élément fini, nombre que l'on peut augmenter en cas de besoin.

Les chargements, comme les conditions aux limites, peuvent provenir de diverses origines et s'appliquer progressivement dans le temps (enchaînement de phases ou calcul avec reprise).

L'utilisateur fixe les paramètres du processus de convergence. Il en existe deux : le nombre d'itérations à ne pas dépasser et la tolérance admise sur la solution qu'il souhaite obtenir. Dans tous les cas, le critère de convergence doit satisfaire une double condition sur la vérification de l'équilibre et de la loi de comportement, d'une part, et sur la tolérance de la solution, d'autre part.

Ainsi, il y a convergence lorsque, pour le pas de temps considéré et pour tout noeud du maillage, les différences maximales entre deux itérations successives du terme non-linéaire du second membre et de la solution (déplacements, charges d'eau et d'air) atteignent une tolérance fixée préalablement par l'utilisateur. On considère qu'il y a, au contraire, divergence du

processus itératif et donc arrêt du programme, lorsqu'on dépasse sans converger un nombre d'itérations fixé également par l'utilisateur.

3.15 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle numérique traitant le couplage de la consolidation des sols élastoplastiques homogènes et isotropes et des écoulements de l'eau et de l'air, avec une stratégie de résolution combinant la méthode des contraintes initiales (plasticité) et la méthode des rigidités variables (écoulement non-linéaire de l'eau et de l'air). Dans cet algorithme nous avons défini un critère de convergence et une méthode d'intégration numérique de la loi élastoplastique. La programmation a été effectuée dans l'optique du calcul d'ouvrages réels dans un nouveau module de calcul par éléments finis du code CESAR-LCPC que nous avons appelé CSNS (Consolidation des Sols Non Saturés). Le modèle implanté dans ce module de calcul est celui d'Alonso, Gens et al (1990). Avant de passer au calcul d'ouvrages réels, nous avons procédé aux tests de vérification du module. Ces tests sont l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 4

DESCRIPTION ET VERIFICATION DU FONCTIONNEMENT DU MODULE CSNS

4.1 GENERALITES

Valider un programme de calcul est toujours une opération très complexe. Quand le programme de calcul résout numériquement un système d'équations dont la solution analytique a pu être calculée dans certains cas particuliers, la validation revêt la forme d'une comparaison des résultats obtenus sur ces cas particuliers avec la solution théorique (elle - même calculée de façon approchée). Lorsqu'il n'existe comme base de comparaison que des calculs approchés du même problème, dont on ne sait pas la précision du résultat, la stratégie de validation est moins probante : on se limite en pratique à des comparaisons entre résultats de calculs. Une troisième situation est souvent rencontrée aussi en pratique, particulièrement en géotechnique : on cherche à montrer le caractère "approximatif" de la solution fournie par le programme de calcul en la comparant avec des observations faites sur éprouvette ou massif de sol.

La validation d'un programme de calcul de consolidation des sols non saturés pose un problème délicat. Dans ce domaine, à notre connaissance, il n'existe pas de solutions analytiques tenant compte de l'interaction de toutes les phases présentes dans ce genre de milieu, à savoir les phases solide, liquide et gazeuse.

Nous avons analysé le fonctionnement de CSNS à deux niveaux : dans un premier temps nous avons vérifié la programmation effectuée en découplant le problème. Ceci nous a conduit à effectuer des calculs classiques (des calculs drainés ou couplés en milieu saturé) dont la réponse est connue. Nous avons ensuite effectué des calculs couplés en milieu non saturé pour vérifier qualitativement la réponse du modèle numérique développé en comparant les résultats des calculs effectués par ce nouveau module à des résultats des mêmes calculs effectués par d'autres chercheurs ou à des résultats expérimentaux quand ils existent.

Les résultats des différents tests sont présentés dans ce chapitre et sont discutés simultanément pour chaque problème étudié.

Avant de décrire ces tests, nous commencerons par une rapide description du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC dans lequel le module développé a été implanté, ainsi que du module lui-même.

4.2 INTRODUCTION DU MODULE DE RESOLUTION DE LA CONSOLIDATION BIDIMENSIONNELLE DES SOLS ELASTOPLASTIQUES ISOTROPES NON SATURES DANS CESAR-LCPC

4.2.1 Présentation du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC

Humbert (1989) a décrit de manière détaillée le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Nous n'en donnerons ici qu'une présentation résumée, renvoyant les personnes intéressées par plus d'informations à la section des Modèles Numériques du LCPC. Le développement des éléments finis au LCPC a commencé vers la fin des années 1960, afin de résoudre certains problèmes de géomécanique. C'est ainsi que, dès 1968, était constituée une équipe pour développer un programme de calcul qui allait prendre le nom de ROSALIE. Cette activité a connu un essor rapide et diversifié.

CESAR-LCPC est un programme de calcul développé au LCPC depuis 1981. Ce code s'est substitué progressivement à ROSALIE. Outre le programme de calcul proprement dit, le système mis en place comporte des programmes périphériques ayant pour objet la définition de la géométrie du maillage, la vérification des données de calcul et l'interprétation graphique des résultats. Ce système est structuré comme indiqué sur la figure 4.1.

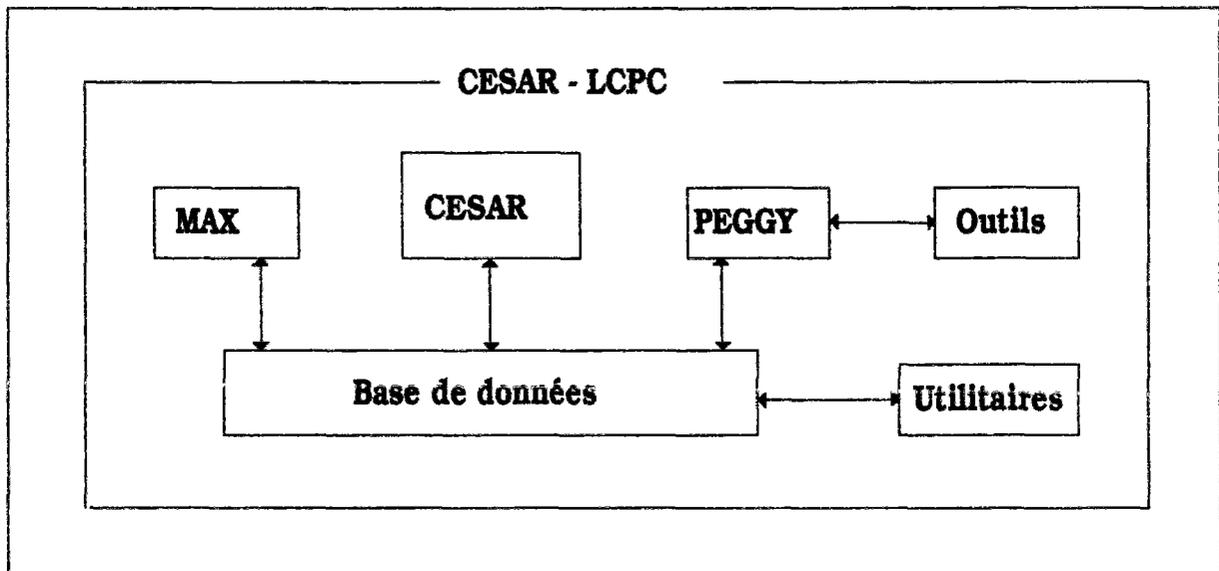


Figure 4.1 Architecture de CESAR

CESAR-LCPC est un code de calcul par éléments finis destiné à la résolution des problèmes de génie civil et industriel. Il se compose de trois parties essentielles :

- 1 - un pré-processeur interactif graphique (MAX),
- 2 - un programme de calcul par éléments finis (CESAR),
- 3 - un post-processeur interactif graphique (PEGGY).

4.2.1.1 Le pré-processeur MAX

MAX est un outil interactif graphique qui permet de constituer les données nécessaires au programme de calcul par éléments finis CESAR, c'est à dire le maillage et le jeu de données. Il réalise les fonctions principales suivantes : génération d'éléments bi- et tridimensionnels, renumérotation, préparation des autres données de calcul (choix du type de calcul, caractéristique mécanique, conditions aux limites, chargements, etc.).

4.2.1.2 Le programme de calcul CESAR

CESAR est le programme de résolution numérique du problème par la méthode des éléments finis : c'est donc le coeur du code de calcul CESAR-LCPC. Il regroupe les familles d'éléments et les modules d'exécution. Sur la figure 4.2 nous avons représenté la structure générale de CESAR.

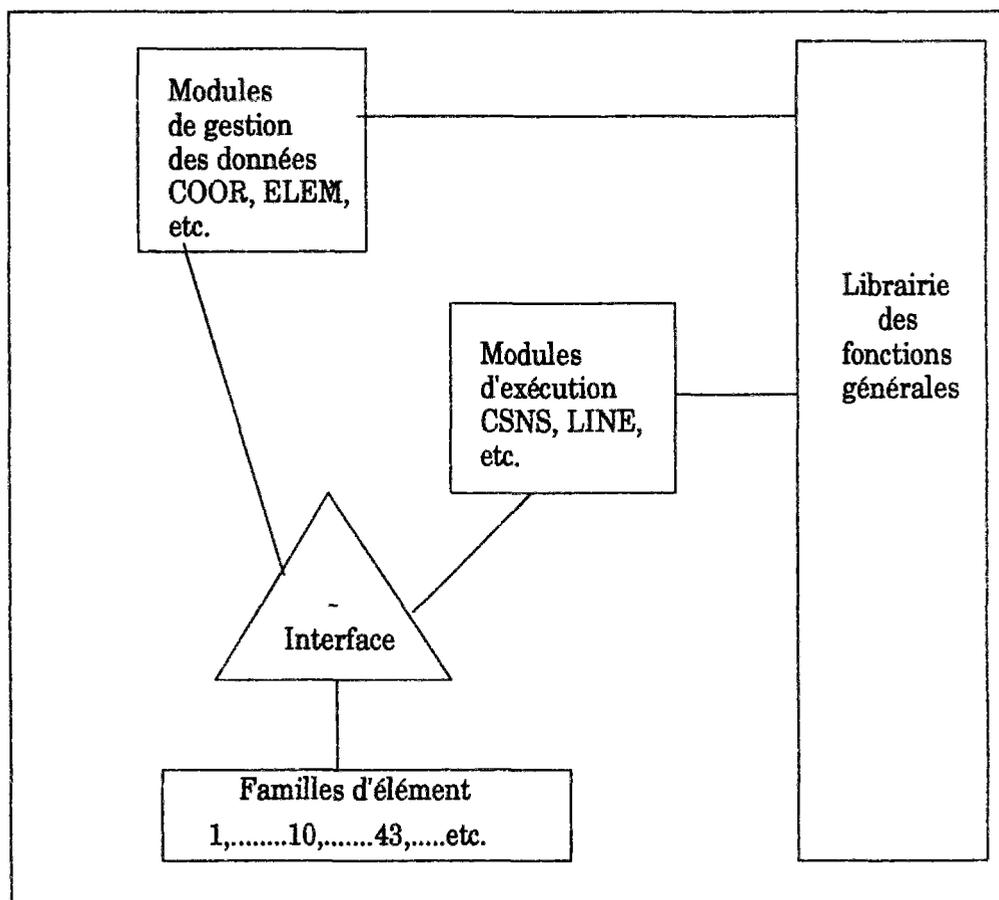


Figure 4.2 Structure générale de CESAR

CESAR possède une bibliothèque d'éléments très complète. Ces éléments sont regroupés en familles selon le caractère bi- ou tridimensionnel du problème traité et sa nature

(mécanique, diffusion, etc.). Le module de calcul pour les sols non saturés utilise la famille 43, qui est une famille d'éléments bidimensionnels couplés à quatre degrés de liberté (deux degrés de liberté mécanique, un degré de liberté pour la diffusion de l'eau et un pour la diffusion de l'air). Les éléments finis utilisés pour les calculs de consolidation en non saturé sont représentés sur la figure 4.3.

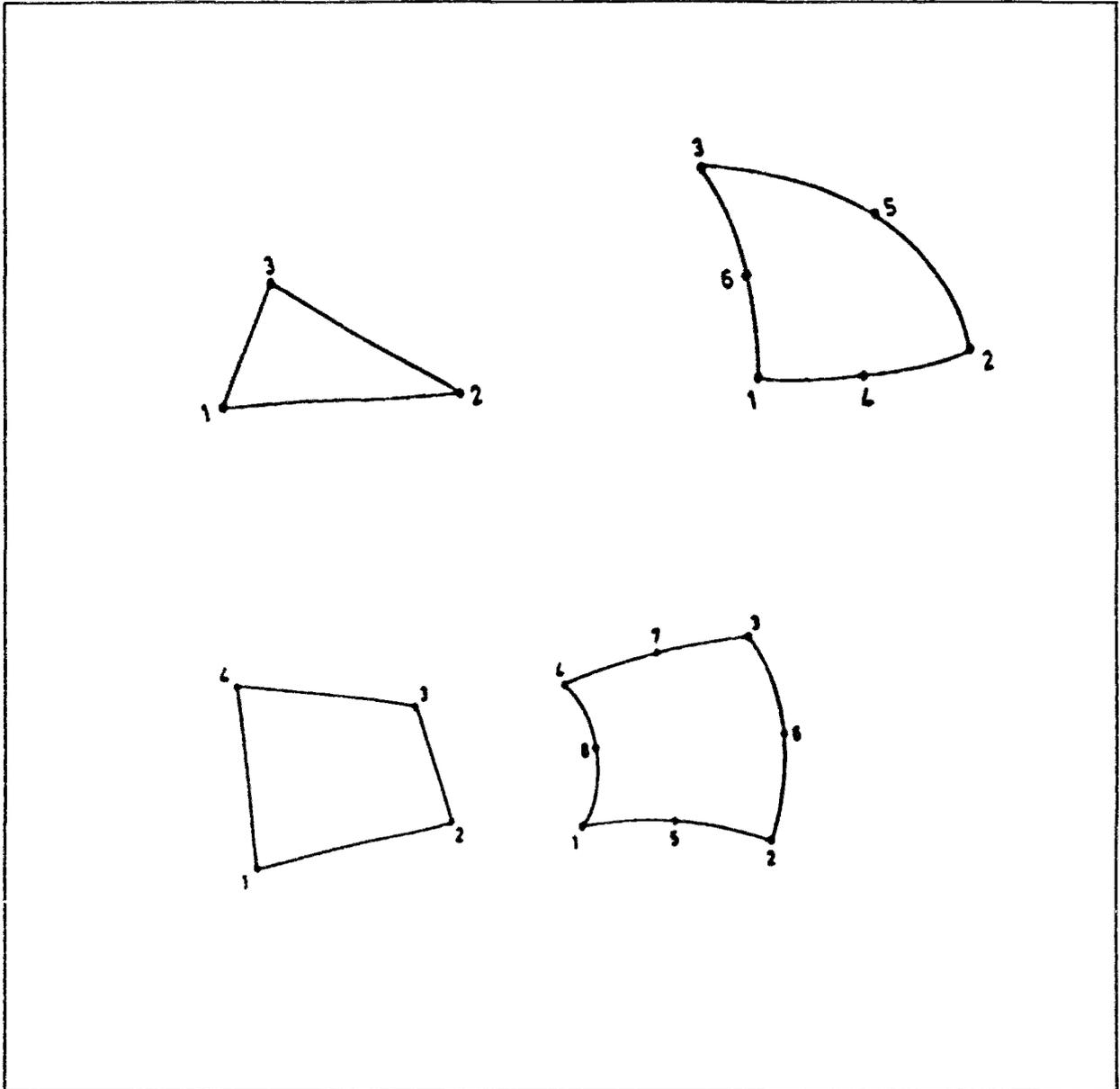


Figure 4.3 Différents types d'éléments pour la famille 43

Comme nous l'avons schématisé sur la figure 4.2, CESAR est structuré en modules de gestion de données et en modules d'exécution, caractéristiques de la nature même du problème traité. Chaque module est désigné par un mot-clé de quatre lettres. Un module est activé par la présence dans le jeu de données de CESAR du mot-clé correspondant. Les principaux modules de gestion de CESAR sont les suivants :

- COOR : module pour la lecture des données des noeuds du maillage,
ELEM : module pour la lecture des liaisons entre les noeuds, des types d'éléments, des propriétés matérielles des éléments et de la loi de comportement choisie,
COND : module pour la lecture des conditions aux limites,
CHAR : module pour la lecture de l'ensemble des sollicitations appliquées puis leur transformation en forces nodales.

Le programme principal de CESAR enchaîne l'exécution des modules sous le contrôle de l'utilisateur en appelant les sous-programmes correspondants. Un jeu de données de CESAR est ainsi constitué d'une suite de mots clés.

4.2.1.3 Le post - processeur PEGGY

Le post-processeur PEGGY est un outil interactif graphique. Par visualisation sur écran graphique, il permet une analyse rapide des résultats du calcul par éléments finis effectués par CESAR. Il permet également de choisir les sorties sur traceur pour la constitution des rapports d'étude.

PEGGY réalise les fonctions suivantes :

- gestion de la base caractéristique de l'étude,
- définition de la vue,
- dessin du maillage,
- choix d'un certain nombre de points pour variation en fonction du temps,
- choix du pas de temps,
- tracé des déformées,
- tracé des contraintes dans les éléments de volume,
- tracé des vitesses, des charges d'eau et d'air,
- tracé des déplacements,
- tracé des courbes ou zones d'isovaleurs,
- tracé des profils des paramètres, etc.

4.2.2 Description de la programmation du module de Consolidation des Sols Non Saturés (CSNS)

L'analyse du comportement couplé des sols non saturés est effectuée grâce au module d'exécution CSNS (Consolidation des Sols Non Saturés) programmé dans le cadre de ce travail. La rencontre du mot-clé CSNS entraîne l'appel successif des deux sous-programmes suivants :

- call **BLCSNS** : ce sous-programme recueille les paramètres de contrôle nécessaires au dimensionnement des tableaux prévus par la résolution numérique et appelle le sous-programme **EXCSNS**;

- call **EXCSNS** : ce sous-programme exécute toutes les opérations indispensables pour mener à bien la résolution du problème d'analyse du comportement des sols non saturés par la méthode des éléments finis.

4.2.2.1 Principaux sous-programmes généraux utilisés par le module CSNS

ASSEM : assemblage de la matrice de rigidité globale,
CONTR : calcul des contraintes et des vitesses d'écoulement de l'eau et de l'air,
INCSNS : initialisation des paramètres d'écrouissage,
INTEGR : calcul des fonctions d'interpolation et de leurs dérivées,
MUCSNS : calcul des chargements dus aux termes de couplage,
MULNL : chargement dû à la matrice de rigidité du second membre,
NSRESI : calcul du vecteur résidu,
RESOUD : triangulation d'une matrice non symétrique et résolution du système linéaire,
REAC : initialisation des réactions.

4.2.2.2 Principaux sous-programmes et fonctions du module CSNS

A - Sous - programmes

AKCSNS : sous-programme des fonctions de perméabilité,
CALK43 : calcul des perméabilités à l'eau ou à l'air aux points d'intégration,
CAKN43 : calcul des perméabilités à l'eau ou l'air aux noeuds,
CALC43 : calcul de la déformation volumique en succion et de la compressibilité à l'air,
CALCK1 : calcul des coefficients C_{kw} et C_{ka} pour le conditionnement de la matrice de rigidité,
CONG43 : calcul des contraintes aux points d'intégration,
CONT43 : calcul des contraintes aux noeuds,
COME : sous-programme pour le choix de la méthode de résolution numérique,
LECSNS : lecture des données initiales,
ELEM43 : regroupe les fonctions élémentaires de la famille 43,
GRAD43 : calcul des vitesses d'écoulement de l'eau et de l'air,
IMPR43 : imprime les contraintes et les vitesses aux noeuds,

- MULTKH : calcul du produit de la matrice de rigidité du second membre par le vecteur VDLE (degrés de liberté élémentaires),
- PREL43 : lit les propriétés matérielles d'un groupe d'éléments,
- RIAU43 : calcul de la matrice de couplage squelette-air,
- RIAW43 : calcul du terme de couplage air-eau,
- RIG43 : calcul de la matrice de rigidité élémentaire,
- RIPA43 : calcul du terme de compressibilité,
- RIUW43 : calcul du terme de couplage squelette-eau,
- RIWU43 : calcul du terme de couplage eau-squelette,
- RIWW43 : calcul du terme C_{ww} ,
- RPCSNS : sous-programme d'écriture ou de lecture sur un fichier de reprise.

B - Fonctions

- ENSA1 : calcul de la fonction de saturation,
- ENSA11 : calcul des dérivées de la fonction de saturation par rapport à la succion,
- ENSA2 : calcul des dérivées de la fonction de saturation par rapport à la contrainte totale diminuée de la pression de l'air.

4.2.3 Description des principaux vecteurs du module CSNS

Le tableau 4.1 décrit au niveau global les principaux vecteurs du module CSNS.

Tableau 4.1 Principaux vecteurs globaux du module CSNS

Vecteur	Dimension	Description du contenu
VUT	NDLT	Vecteur des déplacements et charges totales
VDU	NDLT	Vecteur des déplacements à l'itération i
VUI	NDLT	Vecteur des déplacements à l'incrément j
VPT	NDLT	Vecteur de chargement au pas de temps t
VTEMPS	NPASI	Vecteur des incréments de temps Δt successifs
VKGD	NEQ	Diagonale de la matrice de rigidité
VKGS	NEQ	Triangle supérieur de la matrice de rigidité
VKGI	NEQ	Triangle inférieur de la matrice de rigidité
VCOEL	NCONE*NELT	Vecteur des contraintes, des vitesses d'écoulement et des charges de l'eau et de l'air
VRES	NEQ	Vecteur résidu
VPLAS	IPLAS*NELT	Vecteur regroupant toutes les quantités non linéaires en chaque point du maillage

NDLT : nombre total de degrés de liberté,
 NPAS : nombre de pas de temps,
 NPAS1 : NPAS+1,
 NEQ : nombre d'équations du système,
 NELT : nombre d'éléments constituant le maillage,
 NCONT : nombre de contraintes plus le nombre de vitesses d'écoulement de l'eau et de l'air;
 NPINTM : nombre maximum de points d'intégration,
 NCONE = NCONT*NPINTM,
 IPLAS = 2*NCONE+2*NPINTM.

Au niveau élémentaire, les principaux vecteurs du module CSNS sont résumés dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2 Principaux vecteurs élémentaires du module CSNS

Vecteur	Dimension	Description du contenu
VDLE	NDLE	Vecteur des inconnues principales
VCONE	NCONE	Vecteur des contraintes élémentaires
VNOLI	2*NCONE+2*NPINTM	Vecteur élémentaire des quantités non linéaires

NDLE : nombre de degrés de liberté de chaque élément.

Le vecteur VDLE contient les déplacements (u , v), les charges d'eau (h_w) et les charges d'air (h_a) aux noeuds.

$$\text{VDLE} = \left[\langle u, v, h_w, h_a \rangle_1, \langle u, v, h_w, h_a \rangle_2, \dots, \langle u, v, h_w, h_a \rangle_{\text{inel}} \right]$$

noeud 1
noeud 2
noeud inel

Pour des raisons de commodité, nous avons créé trois vecteurs VDLE1, VDLE2 et VDLE3 dans lesquels on stocke respectivement les déplacements mécaniques, les charges d'eau et les charges d'air :

$$\text{VDLE1} = \left[\langle u, v \rangle_1, \langle u, v \rangle_2, \dots, \langle u, v \rangle_{\text{inel}} \right]$$

$$\text{VDLE2} = \left[\langle h_w \rangle_1, \langle h_w \rangle_2, \dots, \langle h_w \rangle_{\text{inel}} \right]$$

$$\text{VDLE3} = \left[\langle h_a \rangle_1, \langle h_a \rangle_2, \dots, \langle h_a \rangle_{\text{inel}} \right]$$

Le vecteur VCONE contient les contraintes (σ_{ij}) et les vitesses d'écoulement de l'eau (\vec{v}_w) et les vitesses d'écoulement de l'air (\vec{v}_a) aux noeuds ou aux points d'intégration d'un élément.

Pour un calcul en déformation plane ou en contrainte plane, VCONE est structuré de la façon suivante :

$$VCONE = \left[\left\langle \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}, \sigma_{zz}, v_{wx}, v_{wy}, v_{ax}, v_{ay} \right\rangle_1, \dots \right].$$

En déformation axisymétrique, VCONE devient :

$$VCONE = \left[\left\langle \sigma_{rr}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}, \sigma_{\theta\theta}, v_{wr}, v_{wz}, v_{ar}, v_{az} \right\rangle_1, \dots \right]$$

Comme pour VDLE, il nous a paru judicieux de créer trois vecteurs VCONT (dans lequel sont stockés les contraintes mécaniques), VFW (pour les vitesses de l'eau) et VFA (pour les vitesses de l'air).

Le vecteur VNOLI regroupe toutes les quantités élémentaires non linéaires pour tous les noeuds et les points d'intégration de l'élément. Sa structure est la suivante

$$VNOLI = [\langle VCONE \rangle, \langle VCONE \rangle, \langle VCRIT \rangle, \langle VCRIT \rangle]$$

Dans le premier vecteur VCONE, on stocke les contraintes totales, dans le deuxième les déformations plastiques totales. Dans le premier vecteur VCRIT on stocke un champ scalaire qui décrit l'évolution de la fonction de chargement et dans le deuxième on stocke les paramètres d'écrouissage.

4.3 TEST MECANIQUE

Pour valider des programmes de calcul numérique, beaucoup d'auteurs utilisent comme base de comparaison les solutions analytiques obtenues pour le tube épais. La commodité de ce tube épais s'explique par le fait qu'il permet de vérifier plusieurs modélisations à la fois, à savoir les modélisations plane, axisymétrique et tridimensionnelle. Dans notre cas, le type de modélisation utilisé est plan et les solutions sont obtenues pour les déplacements et les contraintes en élasticité linéaire de Hooke.

Dans le cas classique d'un tube épais homogène soumis à une pression interne P, de rayon interne a et de rayon externe b, la solution exacte est donnée par (AFNOR SSLV04/89):

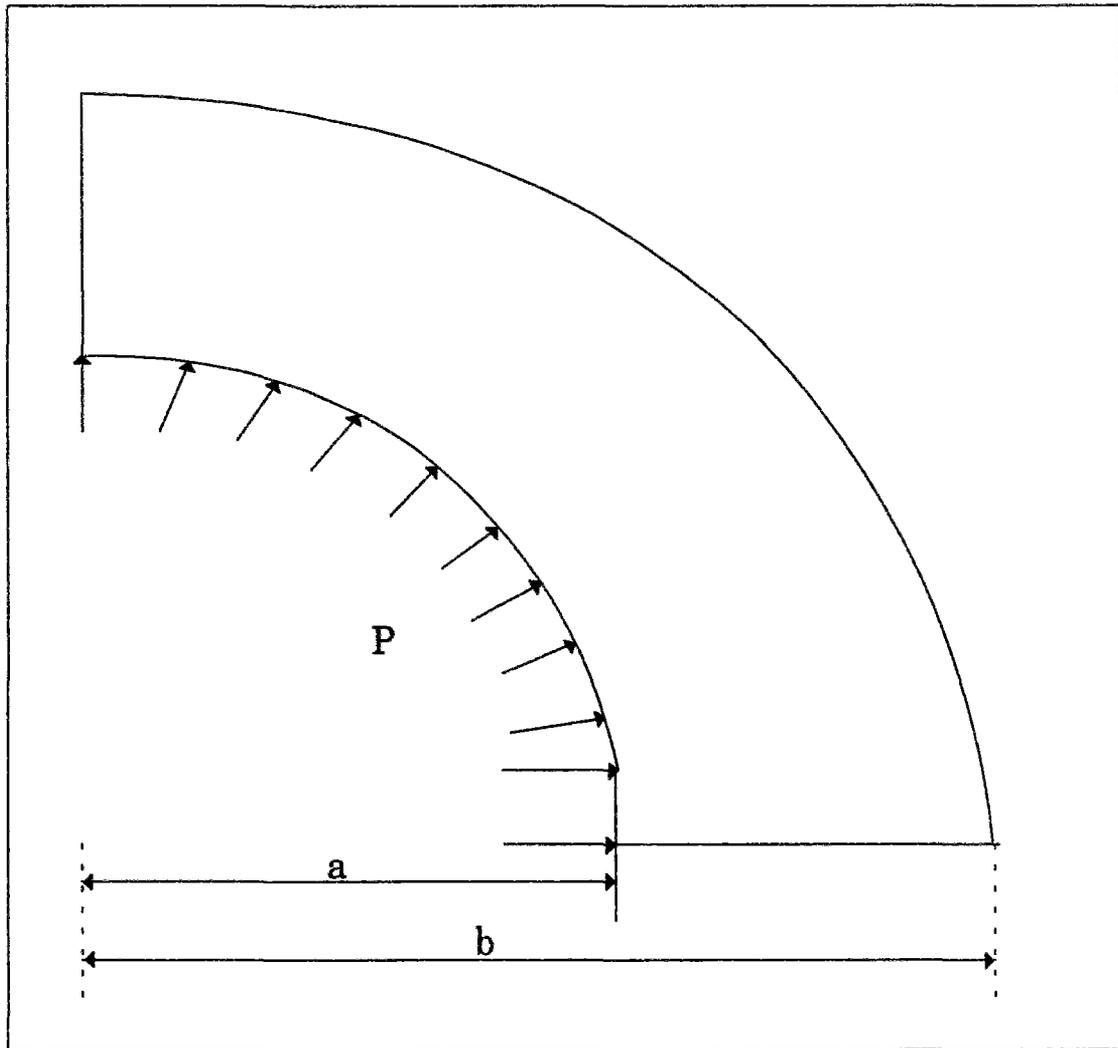


Figure 4.4 Dimensions du tube et chargement appliqué

SOLUTION ANALYTIQUE

- déplacement radial

$$u_r = p \frac{(1-\nu)}{E} \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left[(1-2\nu)r + \frac{b^2}{r} \right] \quad [4.1]$$

- contrainte radiale

$$\sigma_r = p \left[\frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \quad [4.2]$$

- contrainte tangentielle

$$\sigma_{\theta} = p \left[\frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{r^2} \right) \right] \quad [4.3]$$

- contrainte s_{zz}

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_r + \sigma_{\theta}) \quad [4.4]$$

Les formules ci-dessus ont été utilisées pour calculer les contraintes dans le cas d'un modèle de comportement élastique linéaire isotrope, pour une pression interne appliquée $P = 1000$ kPa et pour différents rayons du tube.

Les caractéristiques utilisées pour le calcul numérique sont données dans le tableau 4.3. Le maillage (40 éléments Q8) et les conditions aux limites du calcul sont représentés sur la figure 4.5.

Tableau 4.3 Données utilisées pour le calcul numérique du tube épais

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	0
Module d'Young E (kPa)	1000
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	10 ⁻⁸
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,00001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,015
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	1
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	10 ⁻⁸
Constante pour la perméabilité à l'air c	0,0004
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	0

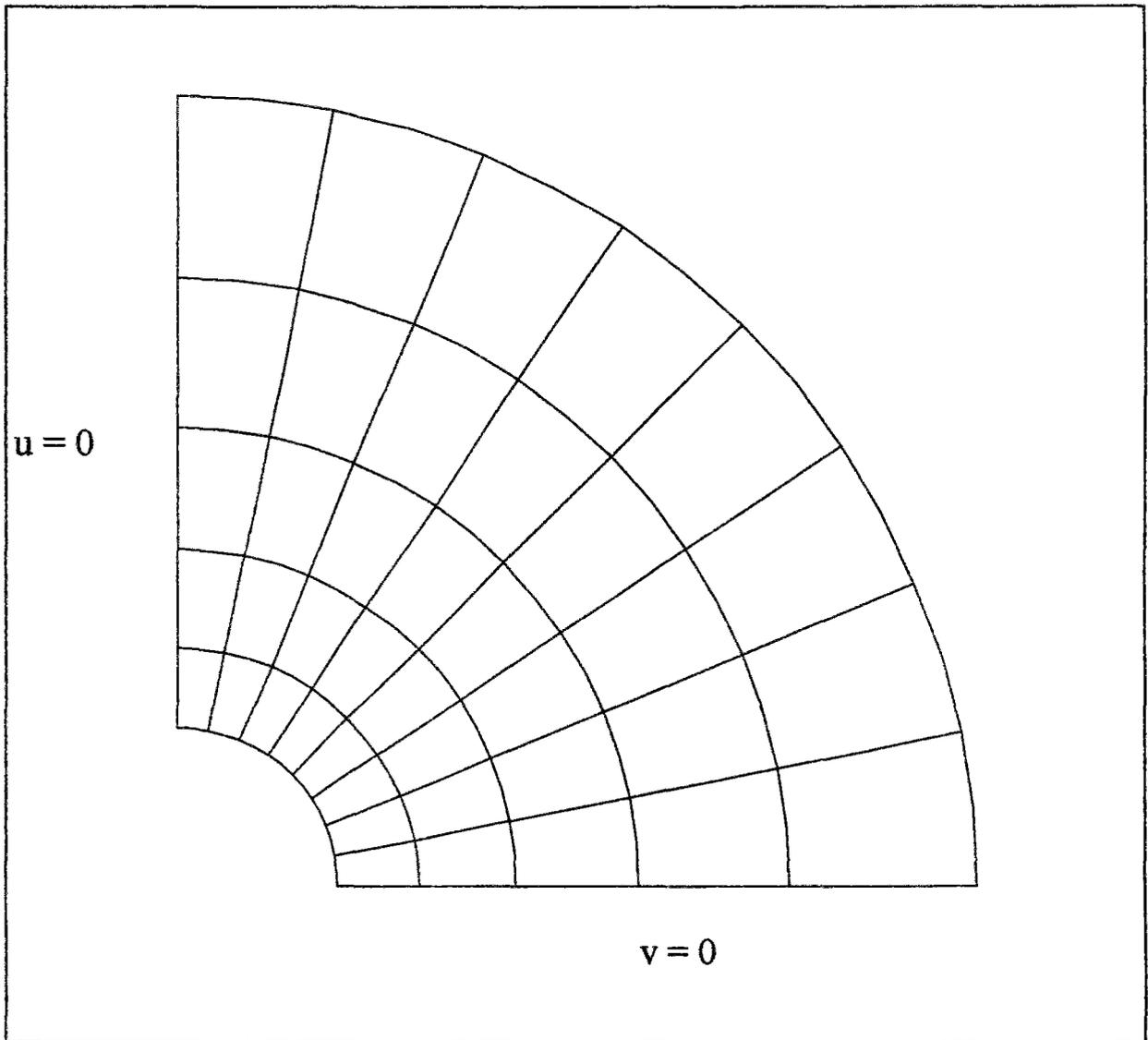


Figure 4.5 Maillage et conditions aux limites du calcul CSNS

Les résultats des calculs effectués au moyen des formules analytiques [4.2] à [4.4] et des calculs numériques effectués par le module CSNS sont représentés sur les figures 4.6 et 4.7.

L'observation de ces deux graphiques montre que le modèle numérique reproduit parfaitement la solution analytique.

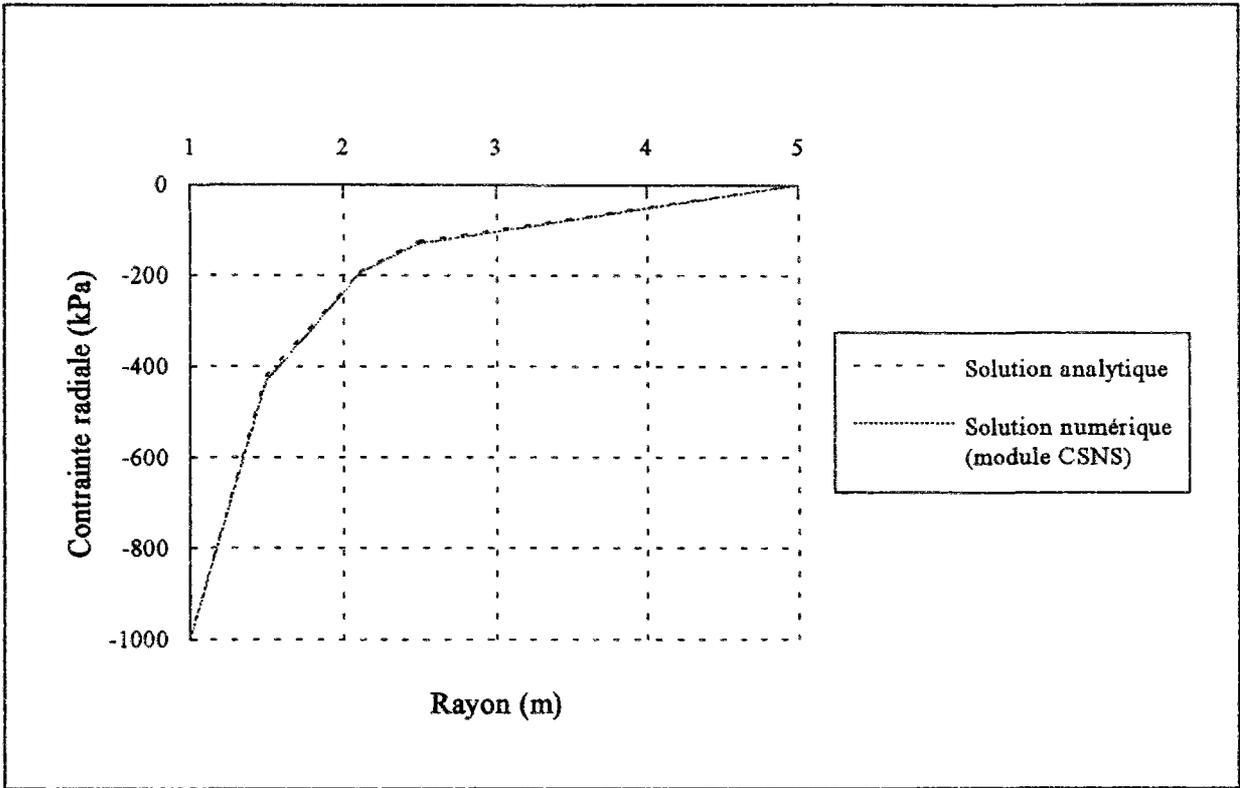


Figure 4.6 Variation des contraintes radiales en fonction du rayon du tube

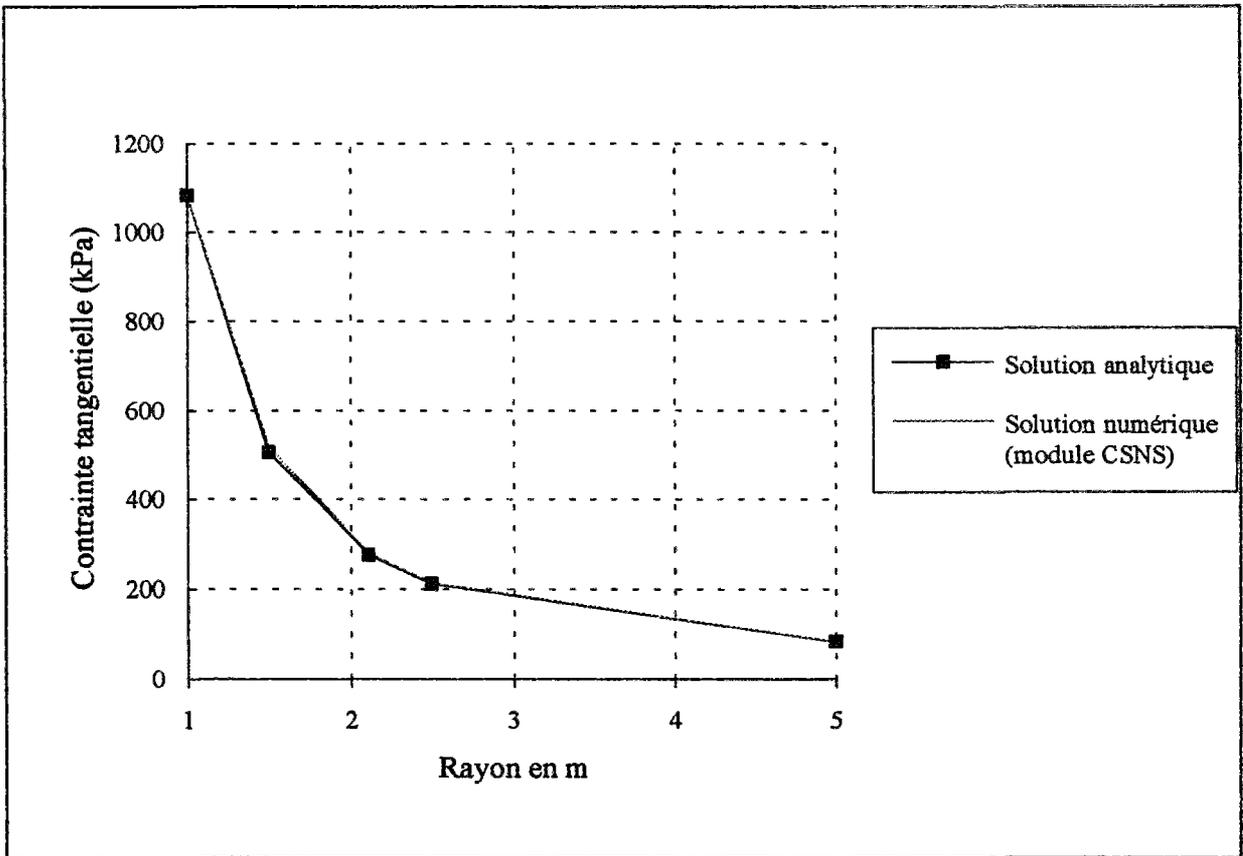


Figure 4.7 Variation des contraintes tangentielles en fonction du rayon du tube

4.4 TEST DU CALCUL DE CONSOLIDATION EN MILIEU SATURÉ

Considérons une colonne soumise à une compression uniforme, saturée par un fluide incompressible, drainée par le haut et imperméable à sa base (figure 4.8).

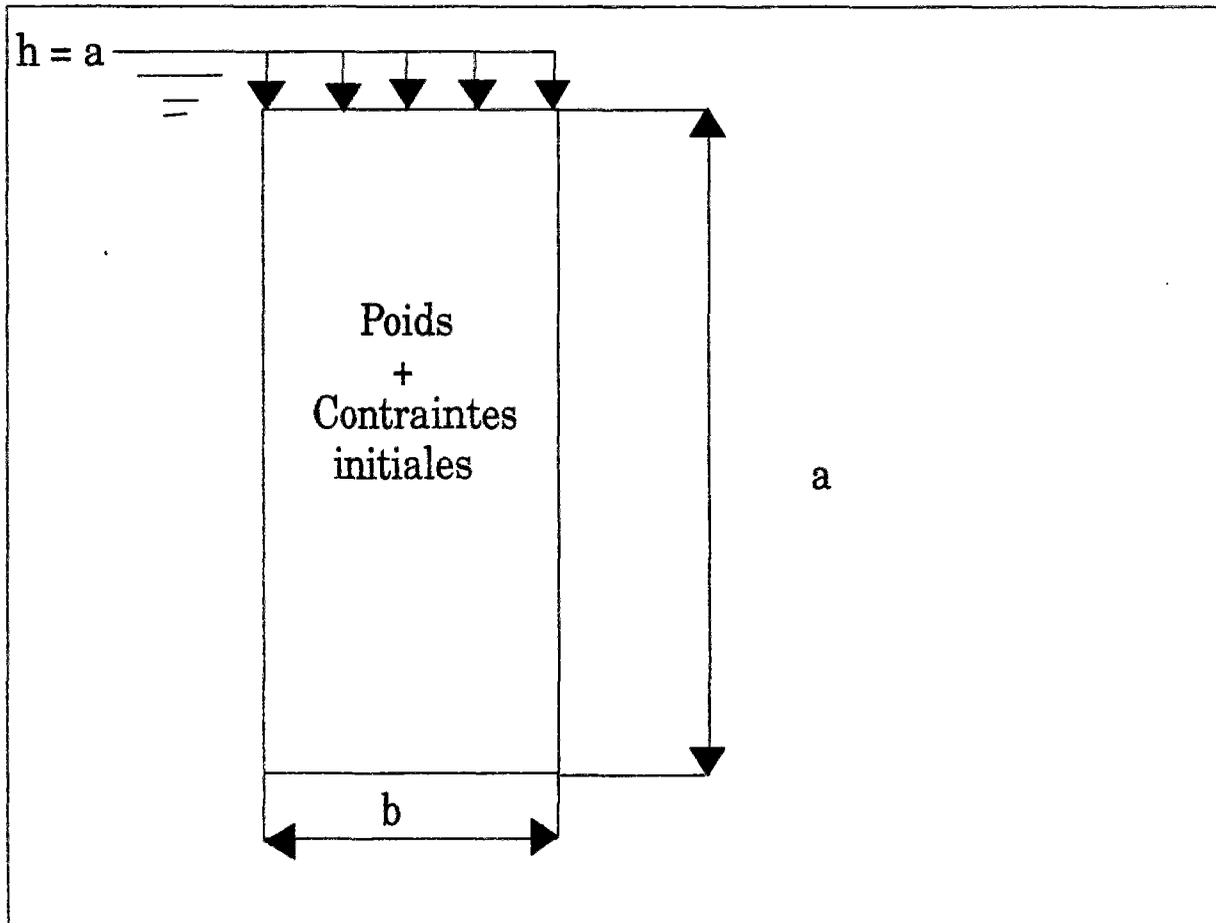


Figure 4.8 Colonne utilisée pour le calcul et chargements

Il s'agit là d'un problème complètement linéaire car le sol est considéré comme élastique et les perméabilités du fluide sont constantes. Le milieu restant saturé, le processus itératif de traitement de la non saturation s'arrête au bout de deux itérations. On résout donc un problème de consolidation linéaire à double itération par pas de temps. Les données numériques introduites dans le modèle sont celles du tableau 4.4.

Il est important de souligner que, dans le module de consolidation des sols non saturés que nous avons développé, pour effectuer un calcul équivalent à la consolidation d'un sol saturé, ce sont les degrés de liberté correspondant à l'eau qu'il faut bloquer et non ceux correspondant à l'air.

Tableau 4.4 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	1500
Coefficient de Poisson ν	0,35
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	$1,16 \cdot 10^{-9}$
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,00001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,015
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	1
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	$1,16 \cdot 10^{-9}$
Constante pour la perméabilité à l'air c	0,0004
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	10
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	10^{-3}

Le maillage utilisé, qui est constitué de 10 éléments quadrilatères à 8 noeuds, et les conditions aux limites sont représentés sur la figure 4.9.

Pour ce calcul trois types de chargements ont été considérés : une pression uniformément répartie de 100 kPa appliquée en haut de la colonne, les contraintes initiales d'origine géostatique et le poids propre du massif de sol. Ces chargements sont appliqués pendant 116 jours, divisés en 21 pas de temps . L'état initial correspond à une charge hydraulique égale à $h = P/\gamma_w + a$ ($P = 100$ kPa) et des déplacements nuls en tous les noeuds du maillage.

Nous avons reporté sur les figures 4.11 et 4.12 les tassements en surface et les charges hydrauliques relevés en quelques noeuds du maillage. Les noeuds pour lesquels nous avons tracé les variations des charges hydrauliques en fonction du temps sont représentés sur la figure 4.10.

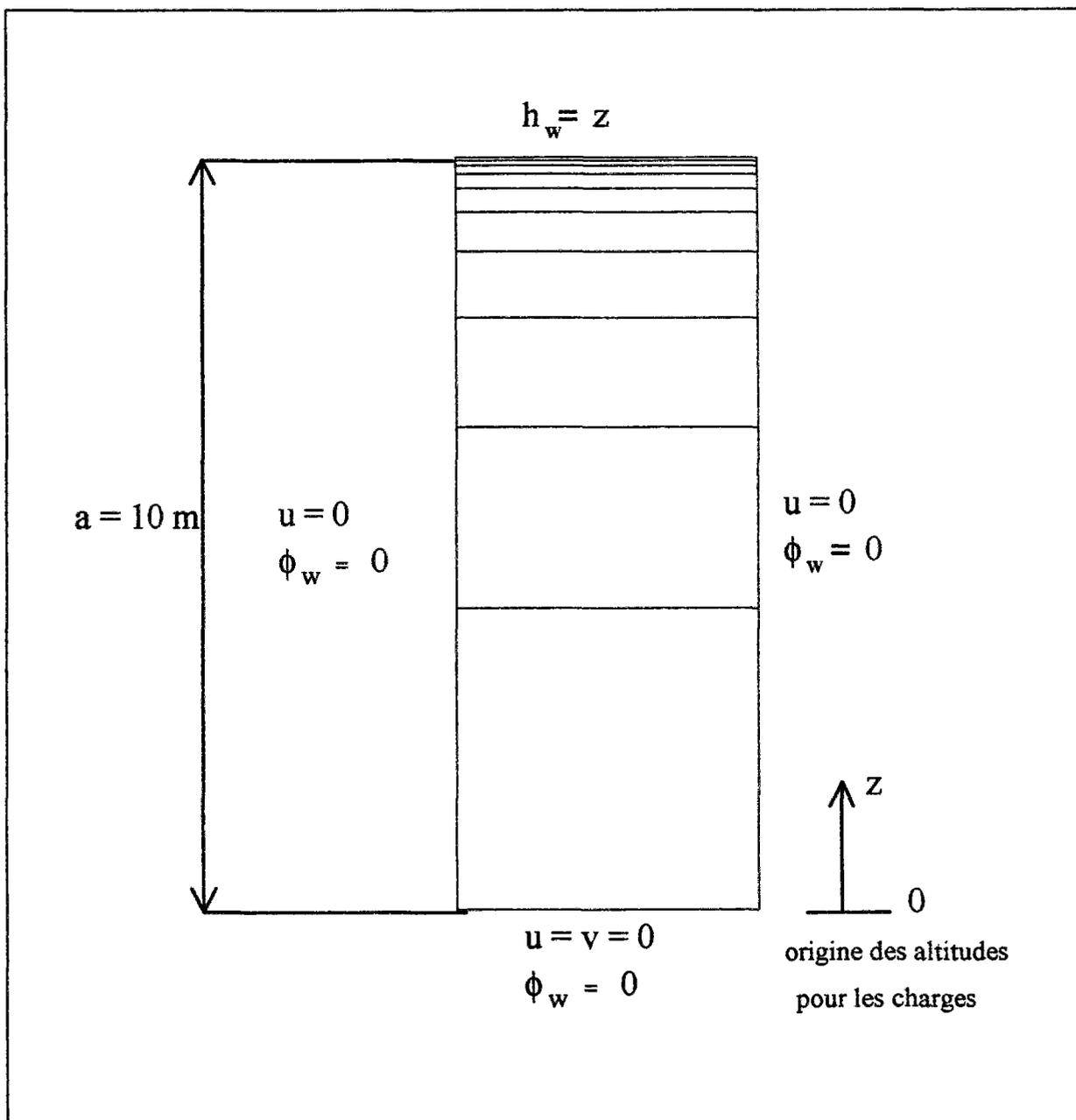


Figure 4.9 : Maillage et conditions aux limites

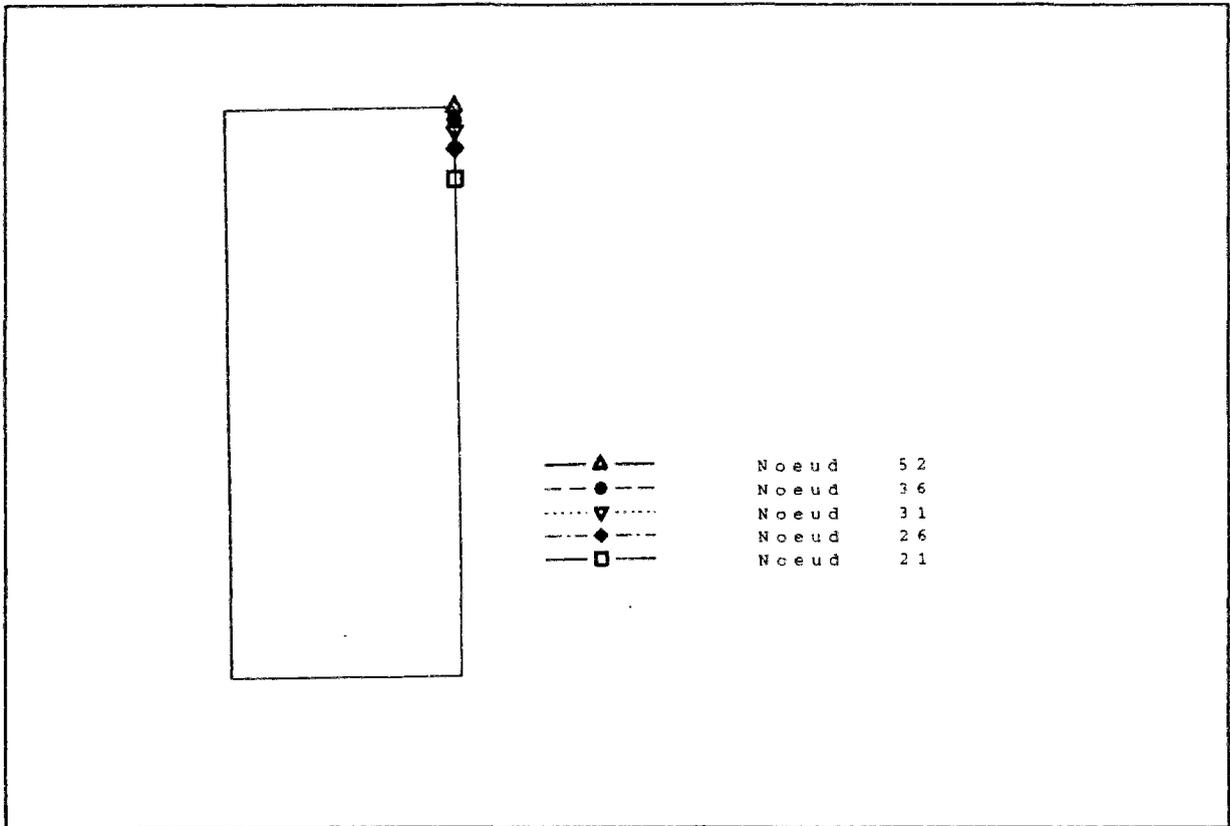


Figure 4.10 Noeuds correspondant aux charges de l'air de la figure 4.12

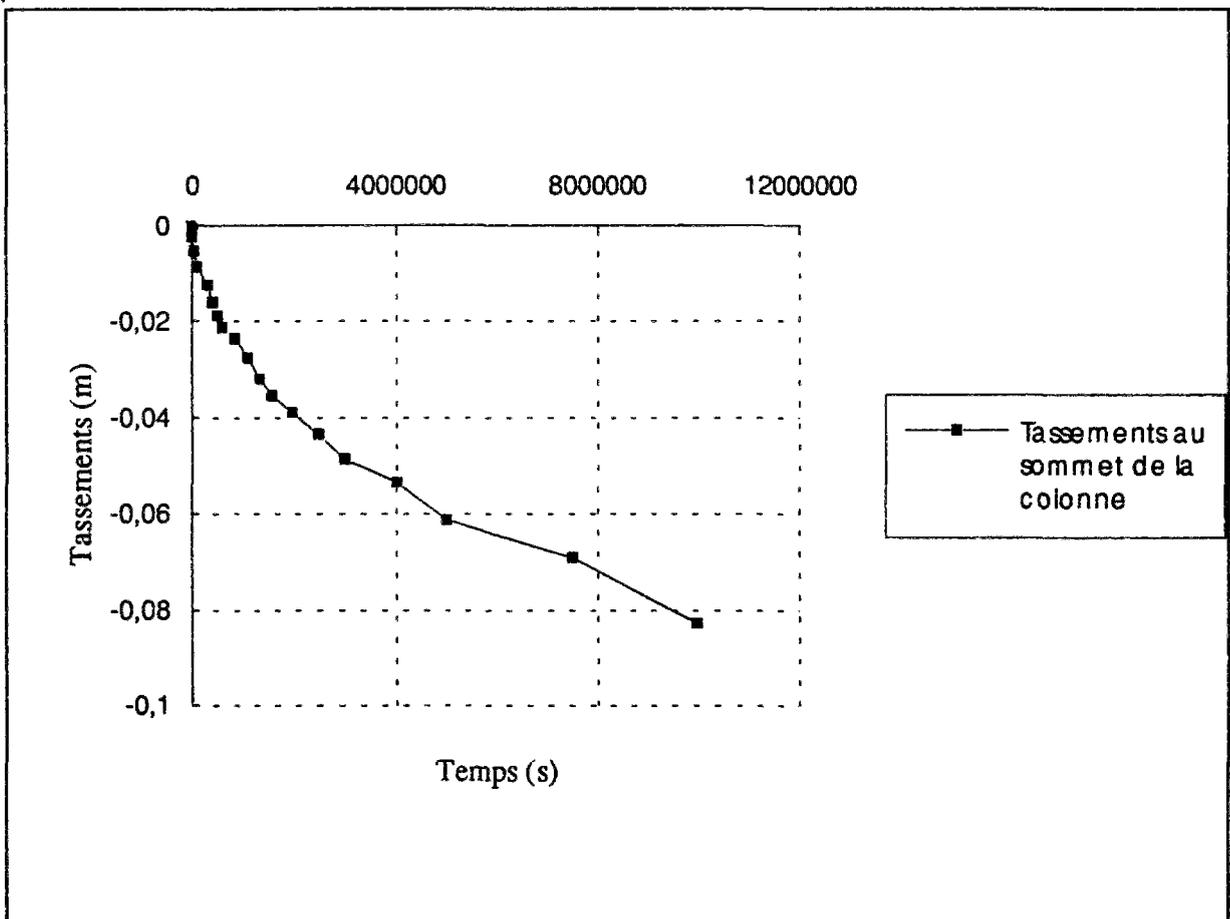


Figure 4.11 Tassements en surface de la colonne

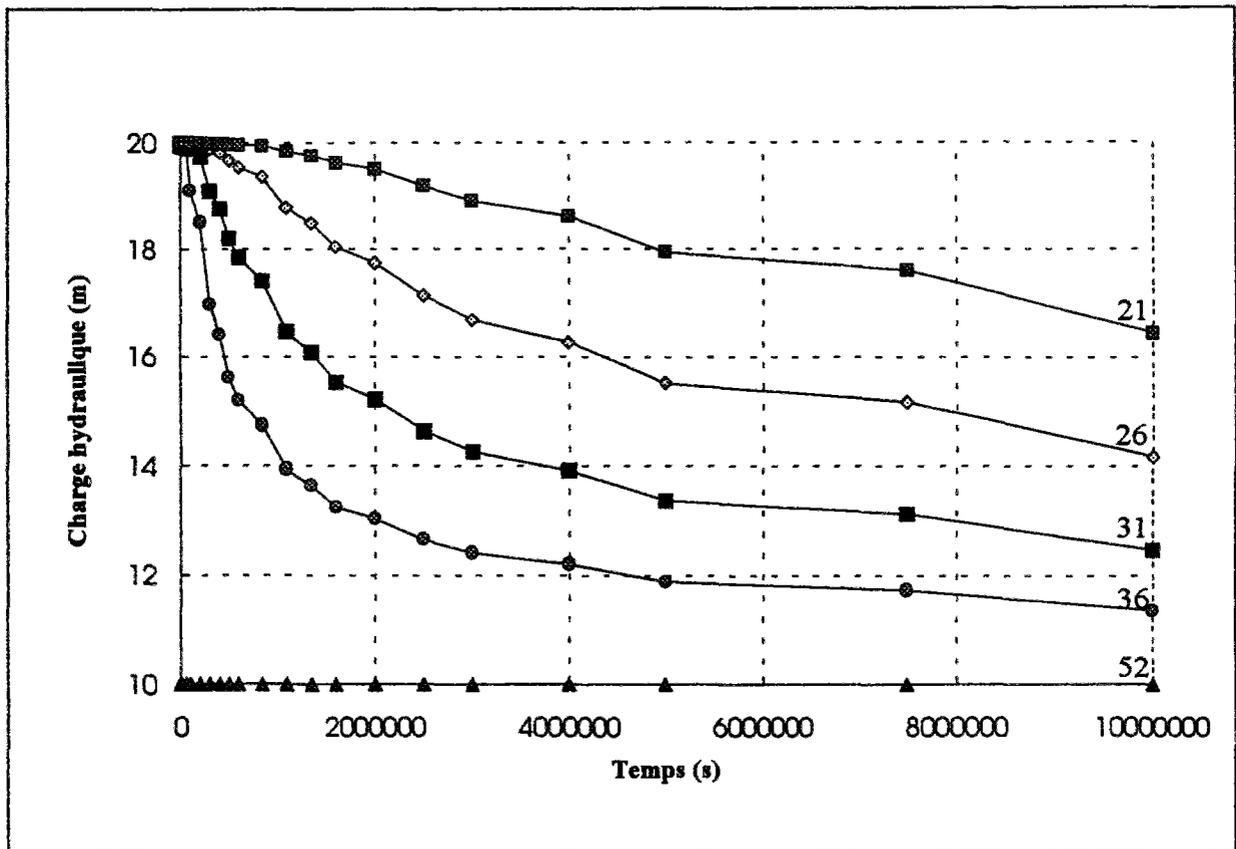


Figure 4.12 Charges hydrauliques en différents noeuds de la colonne

Pour ce qui est des tassements, nous constatons une augmentation des tassements au fil du temps, ce qui correspond qualitativement au processus de consolidation (sous l'hypothèse bien sûr de ne pas prendre en compte le fluage).

Pour sa part la charge hydraulique passe progressivement de la valeur $(P/\gamma_w + a)$ prise immédiatement après l'application de la charge mécanique P , à des valeurs plus faibles tendant vers l'état hydrostatique d'équilibre ($a = 10$ m) au cours du processus de consolidation.

4.5 TEST DE DIFFUSION SIMPLE

La diffusion de l'eau est régie par une équation analogue à l'équation de diffusion de la chaleur. Pour vérifier la bonne programmation des équations de diffusion de l'eau, nous comparons les résultats des calculs numériques effectués par le module CSNS avec ceux obtenus par un calcul analytique sur un massif de sol semi infini soumis à un flux d'eau à l'une de ses extrémités. La charge hydraulique en surface (par exemple sur le bord AB de la figure

4.13) pour ce genre de problème, est définie analytiquement par $h_{ws} = 2 \sqrt{\frac{t}{\pi}}$ (cette

solution n'est valable qu'au voisinage de la zone d'application du chargement). Nous avons représenté sur la figure 4.13 le massif de sol utilisé pour cette modélisation. Le test est effectué en hydraulique pure c'est à dire que le sol est considéré indéformable et on néglige l'écoulement de l'air. Le chargement appliqué durant tout le processus de diffusion est représenté sur la figure 4.14.

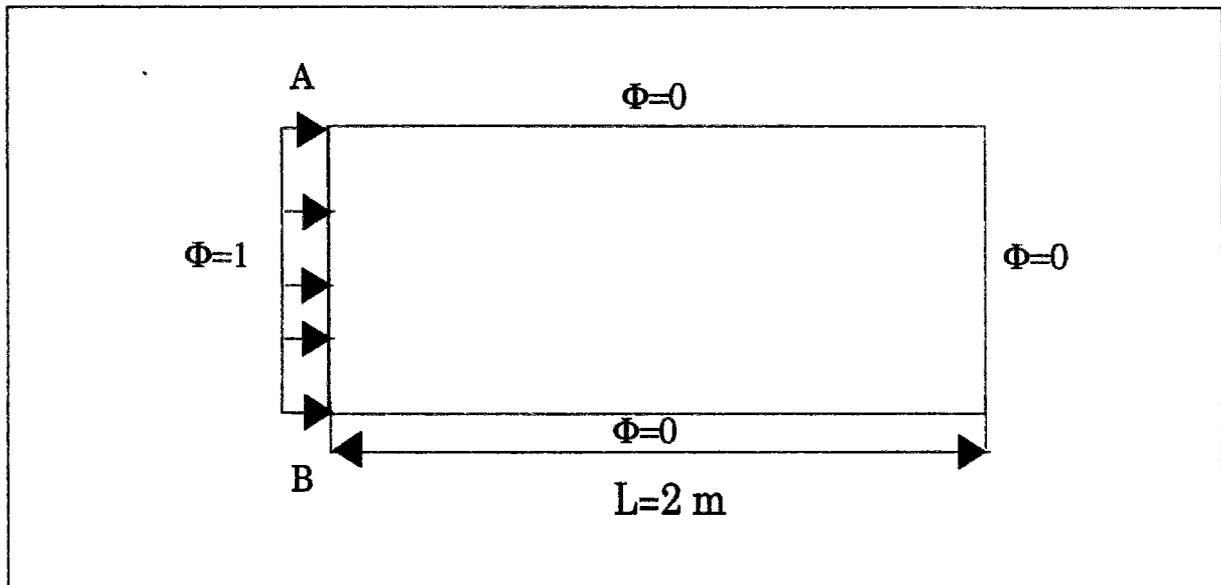


Figure 4.13 Dimensions du massif et conditions aux limites en chargement

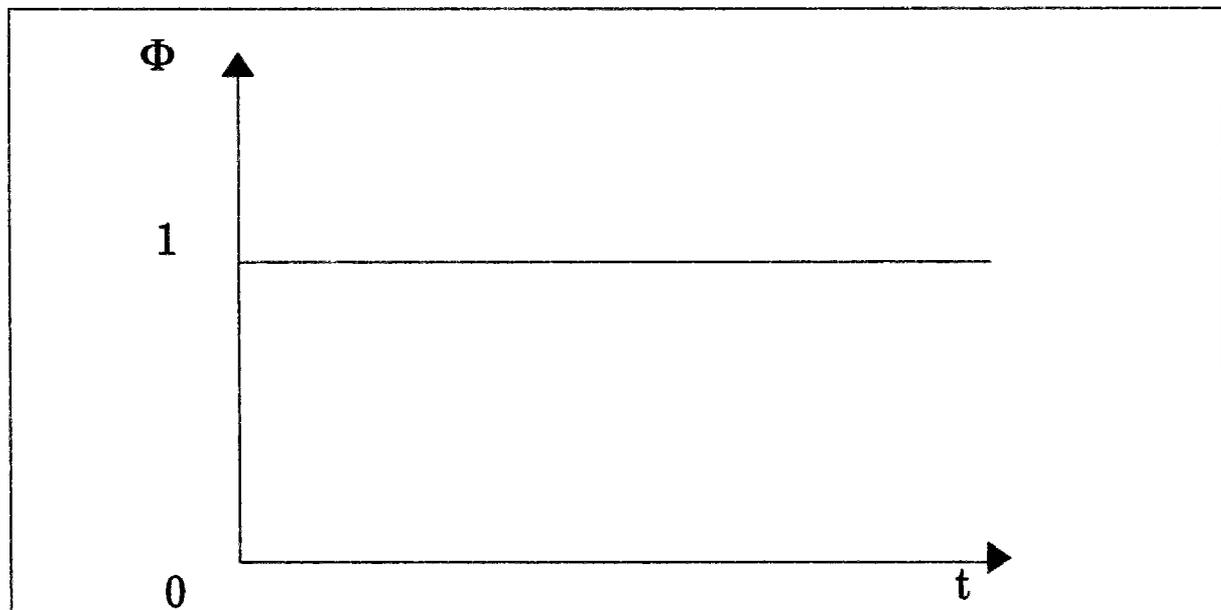


Figure 4.14 Chargement appliqué en fonction du temps à l'extrémité A du tube

Pour les calculs numériques nous avons utilisé le maillage représenté sur la figure 4.15. Le maillage utilisé est constitué de 20 éléments quadrilatères à 4 noeuds. Le seul chargement appliqué est le flux d'eau. Les données numériques du calcul sont celles du tableau 4.5.

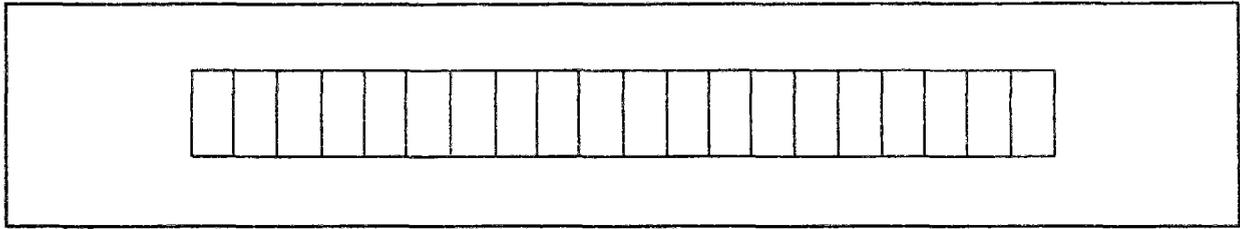


Figure 4.15 Maillage

Tableau 4.5 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	10000
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	1
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,00001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,015
Degré de saturation résiduel S_{ri}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	1
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	1
Constante pour la perméabilité à l'air c	0,0004
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	0,1
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,1
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	0

Sur la figure 4.16 nous avons représenté les différents noeuds pour lesquels nous avons tracé les variations des charges d'eau en fonction du temps.

Les résultats des calculs analytique et numérique effectué par le module CSNS sont représentés en trait épais sur la figure 4.17. Ces résultats montrent que le modèle numérique reproduit bien la physique du problème, c'est à dire que les résultats sont proches de la solution analytique dans les domaines où elle est applicable et s'écartent de celle - ci au fur et à mesure que l'on s'éloigne de ce domaine d'application.

Ce test nous renseigne sur les performances numériques de l'algorithme : convergence, stabilité de la solution et précision du calcul.

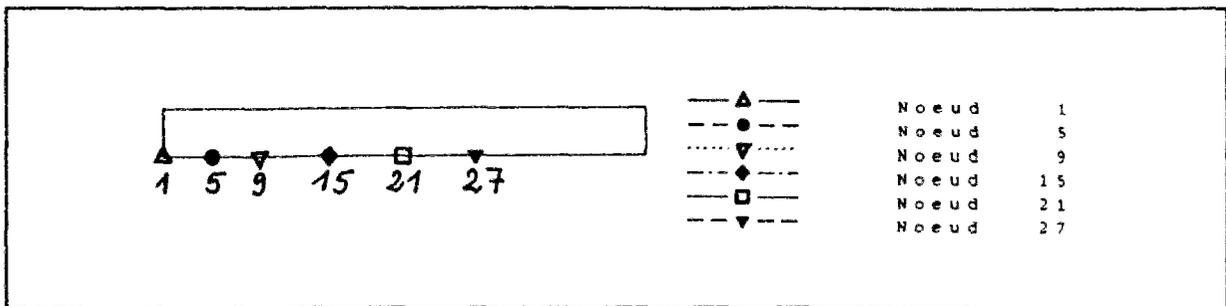


Figure 4.16 Noeuds correspondant aux charges d'eau de la figure 4.17

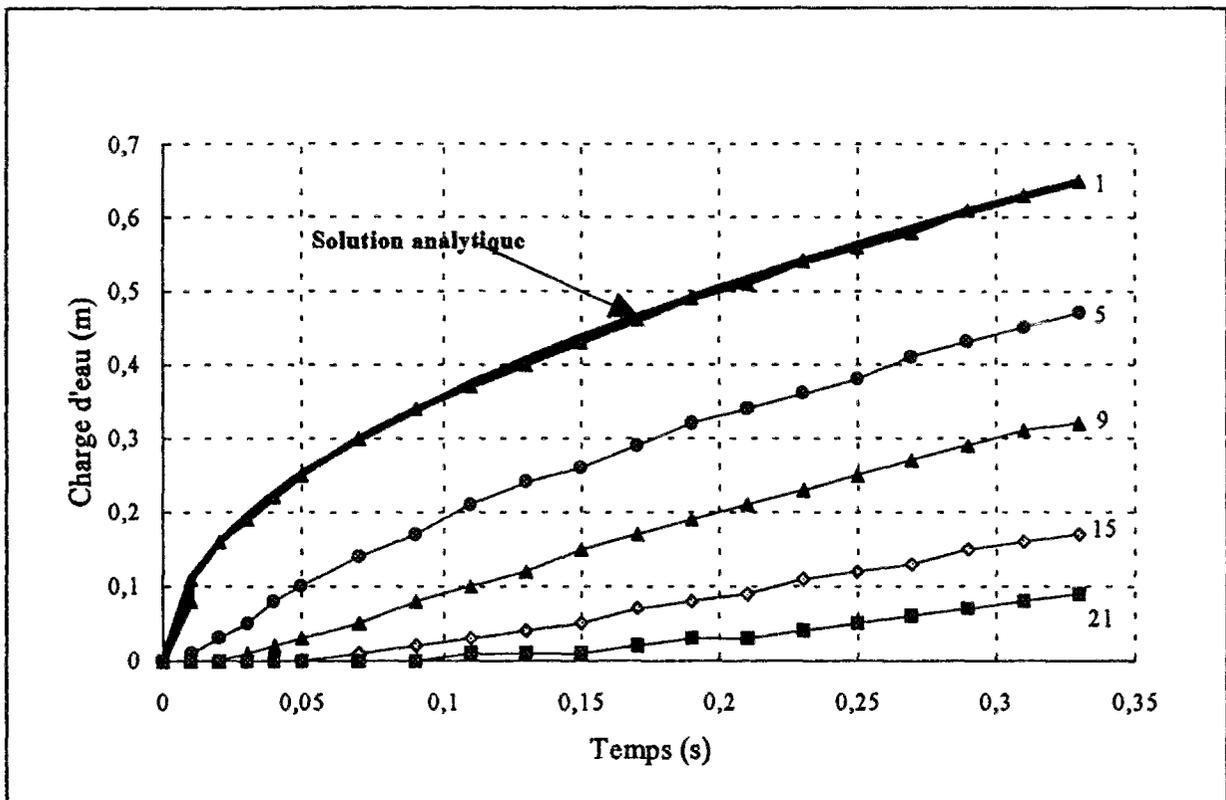


Figure 4.17 Charge hydraulique en différents noeuds du massif de sol calculées avec CSNS

La solution analytique est comparable à la solution numérique obtenue pour le noeud numéro 1 (noeud situé dans le domaine d'application de la solution analytique).

4.6 TEST DE DIFFUSION COUPLE EN MILIEU DEFORMABLE

Nous avons effectué un test bidimensionnel en prenant en compte les écoulements des deux fluides (eau et air). Ce test a été effectué sur un carré de 10 m de côté, dont les

conditions aux limites sont représentées sur la figure 4.18. Le côté AB est soumis à des conditions aux limites de charge d'eau égale à 10 m et de flux d'air nul, le côté AE est soumis à des conditions de charge d'eau égale à la charge d'air et égale à la hauteur du massif ($H = 10$ m), le côté DE est soumis à des conditions de charge d'eau égale à la charge d'air et égale à la cote du point courant et enfin les côtés BC et CD sont soumis à des conditions de flux nul pour les deux phases. Le sol est considéré comme élastique linéaire et aucun chargement mécanique n'est pris en compte. Les paramètres de calcul sont rassemblés dans le tableau 4.6.

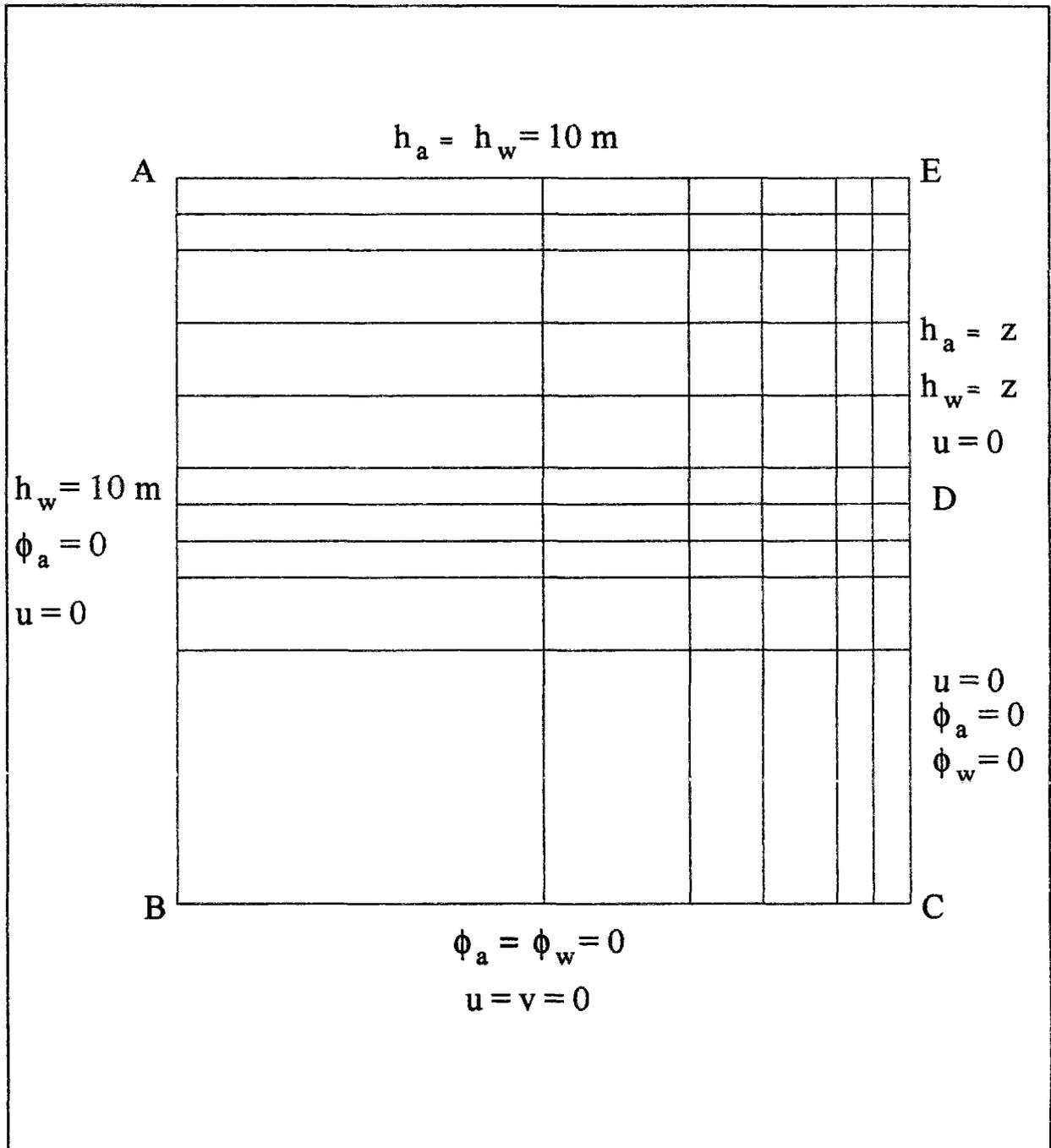


Figure 4.18 Maillage et conditions aux limites

Tableau 4.6 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	0
Module d'Young E (kPa)	9600
Coefficient de Poisson ν	0,4
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	54500
Indice des vides initial e_0	0,9
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	$6 \cdot 10^{-10}$
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,00001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	$5 \cdot 10^{-4}$
Degré de saturation résiduel S_{r0}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	10^{-3}
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	$0,41 \cdot 10^{-9}$
Constante pour la perméabilité à l'air c	3
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	$1,2 \cdot 10^{-5}$

Nous avons représenté sur les figures 4.19 et 4.20 les équipotentielles et les vitesses d'écoulement pour l'eau et l'air.

Les conditions initiales de calcul sont : charge d'eau égale charge d'air égale à 10 m et déplacements verticaux et horizontaux nuls.

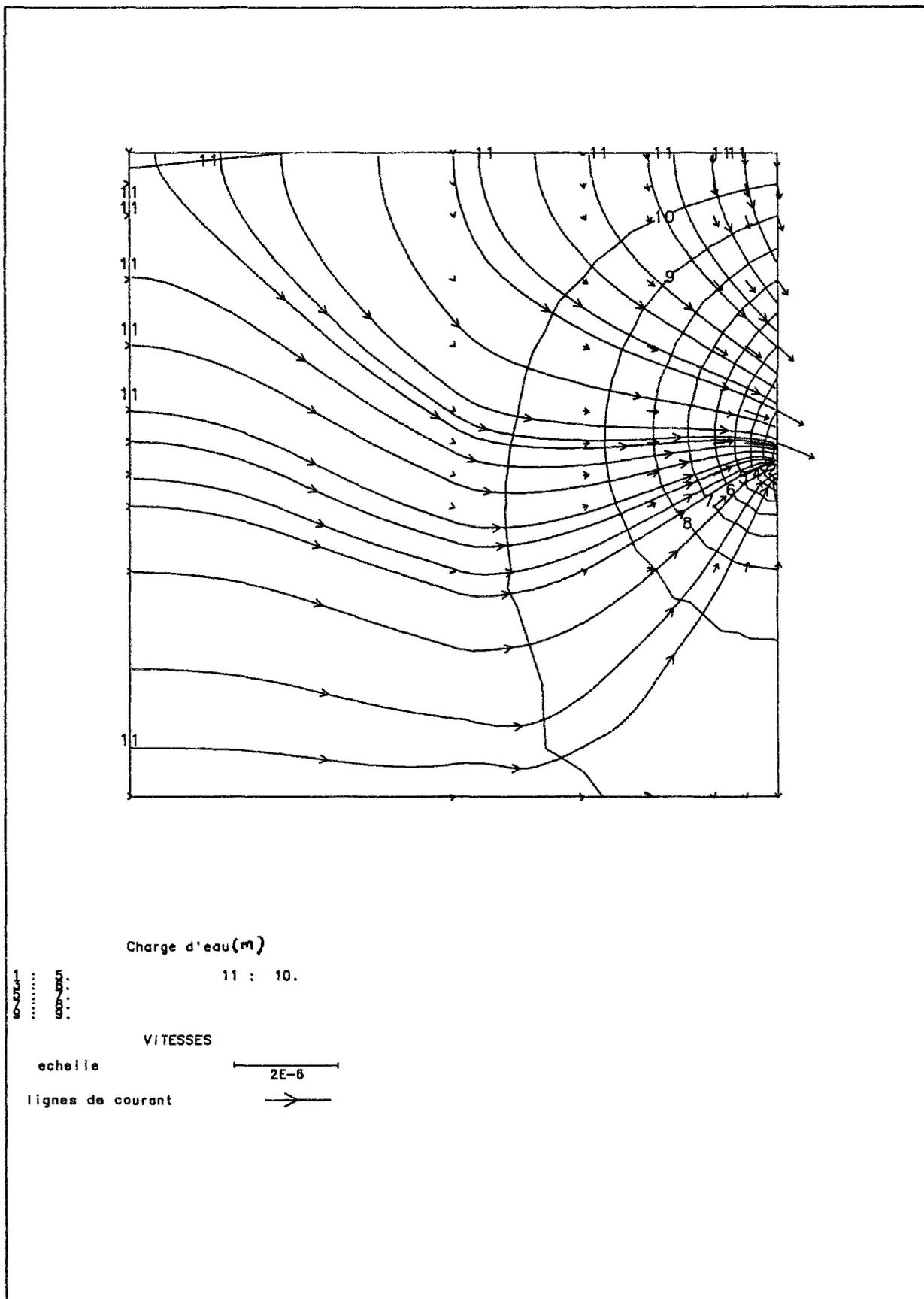
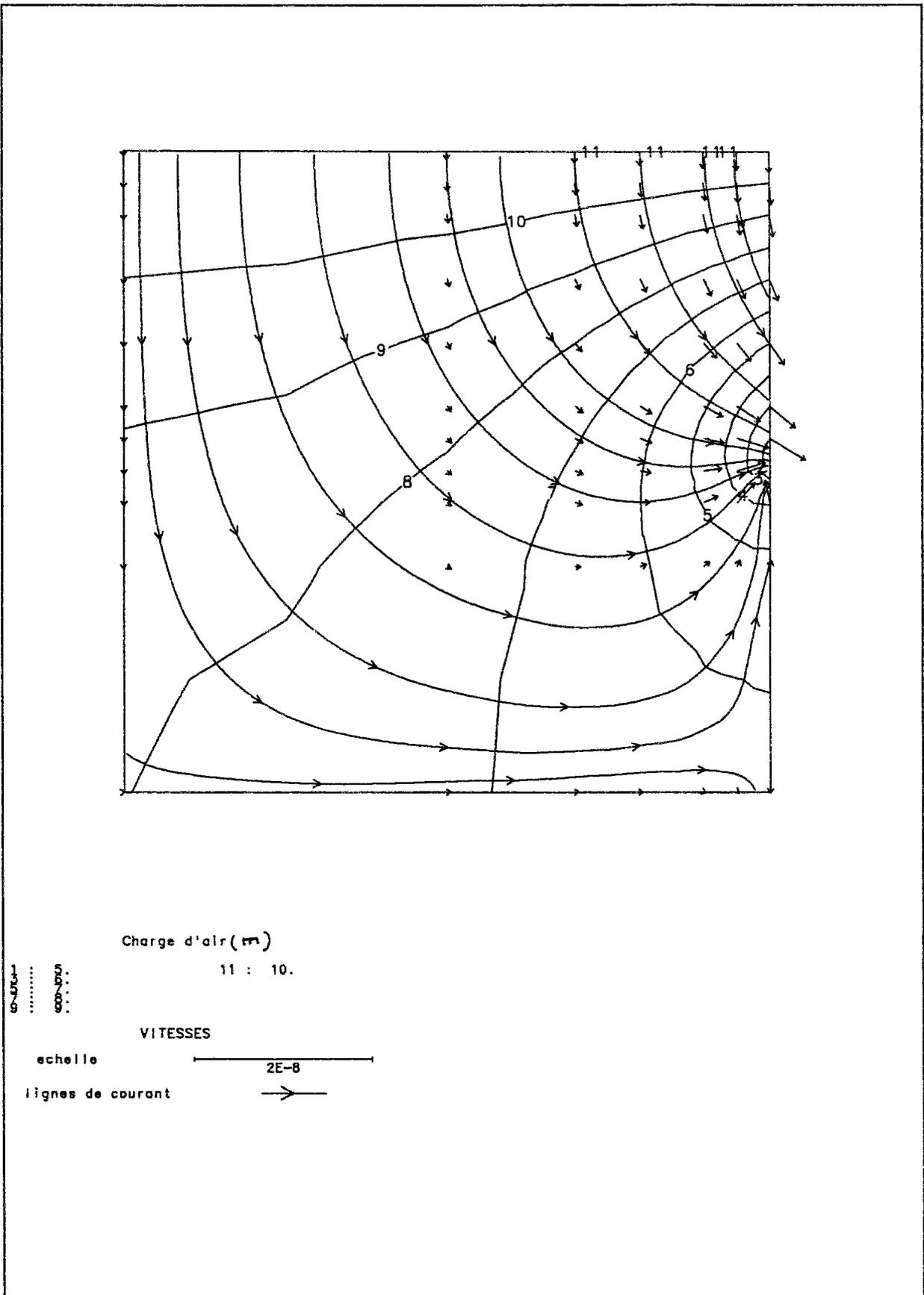


Figure 4.19 Equipotentiellles, lignes d'écoulement et vitesses d'eau (calcul bidimensionnel avec drain)



**Figure 4.20 Equipotentielles, lignes d'écoulement et vitesses d'air
(calcul bidimensionnel avec drain)**

4.7 CHOIX DU PAS DE TEMPS

Dans les calculs couplés, le choix du premier pas de temps est déterminant. Pour le montrer, nous avons effectué des calculs sur une colonne d'un massif de sol, pour une durée totale de 100000s. Nous avons considéré dans ce calcul différentes valeurs de l'incrément de temps. Chaque calcul a convergé vers une solution différente, ce qui montre que les calculs peuvent bel et bien converger sans pour autant être précis.

Nous avons répertorié dans le tableau 4.7 ces résultats en prenant pour référence la solution obtenue pour l'incrément de temps $\Delta t=1000s$.

Tableau 4.7 Résultats pour différents incréments de temps à $t = 100000 s$

Incrément de temps (secondes)	Charges d'eau (mètres)	Charges d'air (mètres)	% par rapport à la solution de référence pour l'eau	% par rapport à la solution de référence pour l'air
1000	12,8	6400	0	0
10000	11,8	5600	7,8	12,5
100000	8,1	2500	37	61

Plusieurs chercheurs se sont intéressés à ce problème notamment au LCPC (Magnan et al.), Vermeer et al.(1981) et récemment Gatmiri et al. (1994) qui ont explicité des expressions du pas de temps minimal pour les sols non saturés en conditions unidimensionnelles et bidimensionnelles pour le code de calcul UDAM.

Ces expressions sont conseillées aux utilisateurs pour le choix du premier pas de temps. Les pas de temps qui suivent sont calculés à partir du dernier par multiplication ou division par une constante. Un choix judicieux du pas de temps permet de limiter les oscillations dans les calculs numériques. Pour les sols saturés en condition unidimensionnelles, cette expression s'exprime mathématiquement par (Vermeer et al.,1981):

$$\Delta t \geq \frac{\gamma_w (\Delta h)^2}{6 k E} \quad [4.5]$$

avec

- γ_w - Poids volumique du fluide,
- Δh - distance minimale entre deux noeuds dans la zone critique,
- k - coefficient de perméabilité,
- E - module d'Young du matériau.

Notons qu'une expression équivalente avait été développée pour la consolidation unidimensionnelle des sols saturés par Thomann (1972) et est utilisée depuis dans le logiciel CONMULT (CONSolidation MULTicouche) du LCPC :

$$\Delta t = \frac{\alpha}{N^2} \left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{h_i}{\sqrt{C_{v_i}}} \right)^2 \quad [4.6]$$

avec

$$\alpha = \frac{C_{v_i} \Delta t}{(\Delta z_i)^2}$$

C_{v_i} - coefficient de consolidation,

Δt - intervalle de temps,

$$\Delta z_i = \frac{h_i}{n_i}$$

h_i - hauteur de la i ème couche,

n_i - nombre de sous - couche dans la i ème couche,

i - indice de couche $1 < i < n$.

$$N = \sum_{i=1}^{i=n} n_i$$

Gatmiri et al. (1994) ont étendu cette expression aux sols saturés en conditions bidimensionnelles et aux sols non saturés en conditions unidimensionnelles et bidimensionnelles. Mais ces expressions ne sont pas d'un usage simple car, en plus des paramètres cités ci-dessus, elles dépendent du degré de saturation et de ses dérivées, de la succion, etc.

Pour s'affranchir de ces difficultés dans nos calculs, nous avons utilisé la formule 4.5 pour déterminer le premier pas de temps et les pas de temps suivants sont obtenus par multiplication du pas précédent par deux. Ceci est certes une approximation simpliste mais elle nous a permis d'éviter dans beaucoup de cas des oscillations.

Pour contenir ces oscillations numériques, la solution serait à notre avis d'introduire un procédé d'incrémentation automatique du pas de temps, basé sur un critère de calcul défini à l'avance, dans les codes de calcul par éléments finis.

4.8 DEFINITION D'UN ETAT INITIAL POUR UN CALCUL NON SATURE

Dans les calculs de comportement des milieux non saturés, il est souvent difficile d'imaginer l'état initial. En effet, les distributions des contraintes totales, des charges d'eau et des charges d'air doivent être en équilibre compte tenu de la répartition des phases dans l'espace (indice des vides et degré de saturation), si l'on veut que les résultats des calculs ne combinent pas l'effet de l'évolution spontanée de l'état initial et l'effet du chargement, ce qui est très ennuyeux pour l'exploitation des résultats.

Pour définir un état initial en équilibre, nous avons examiné une procédure qui consiste à calculer l'état initial de la manière suivante :

- on effectue à partir d'un état initial estimé mais pas nécessairement en équilibre un premier calcul avec pour seul chargement mécanique le poids du massif de sol jusqu'à stabilisation des charges d'eau et d'air et des contraintes ;

- on reprend les résultats du calcul précédent comme état initial des calculs ultérieurs en annulant les déplacements.

Pour illustrer cette démarche et montrer à quel type de résultats elle conduit, nous avons représenté sur les figures 4.22 à 4.25 respectivement les variations de l'indice des vides pour un noeud sommet de la colonne et les variations en fonction de la profondeur de l'indice des vides, des charges d'eau et des charges d'air. L'état initial correspondant à ce test est défini par : déplacements horizontaux et verticaux nuls, charge d'eau égale à 5 m et charge d'air égale à 10 m ce qui correspond à une zone de drainage au sommet de la colonne. Le maillage et les conditions aux limites utilisés pour le calcul sont représentés sur la figure 4.21. Le calcul a été effectué pour une durée de 366 jours.

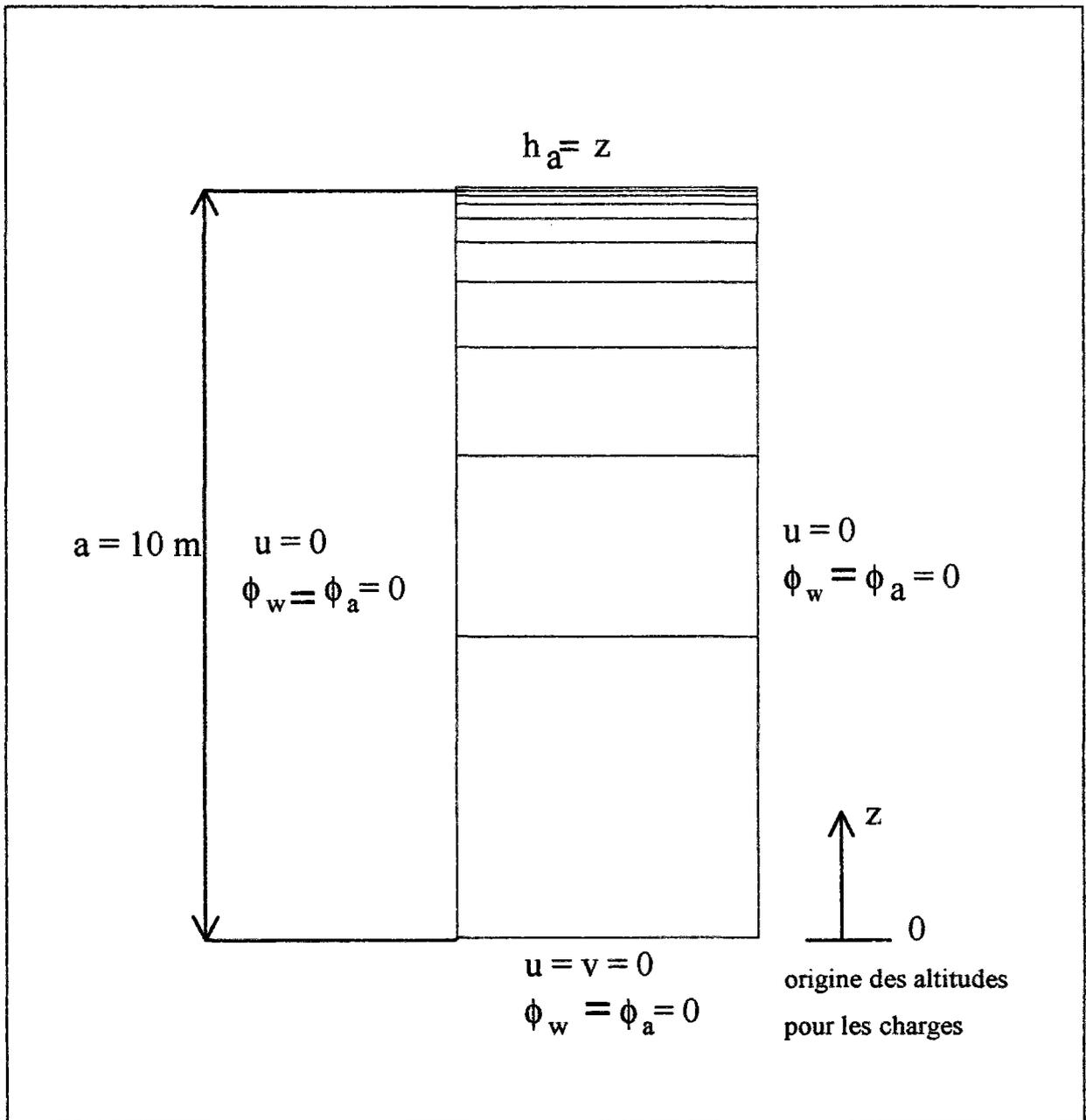


Figure 4.21 Maillage et conditions aux limites du calcul

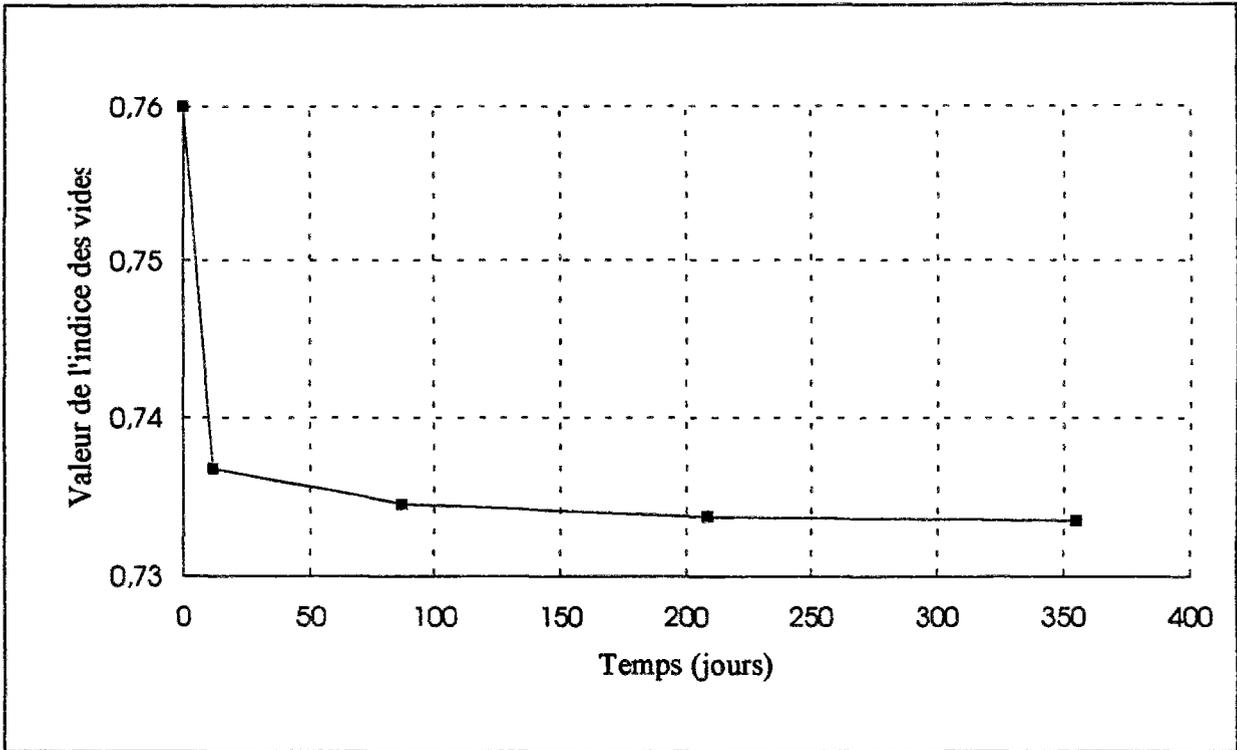


Figure 4.22 Variations de l'indice des vides en fonction du temps pour un noeud du sommet de la colonne

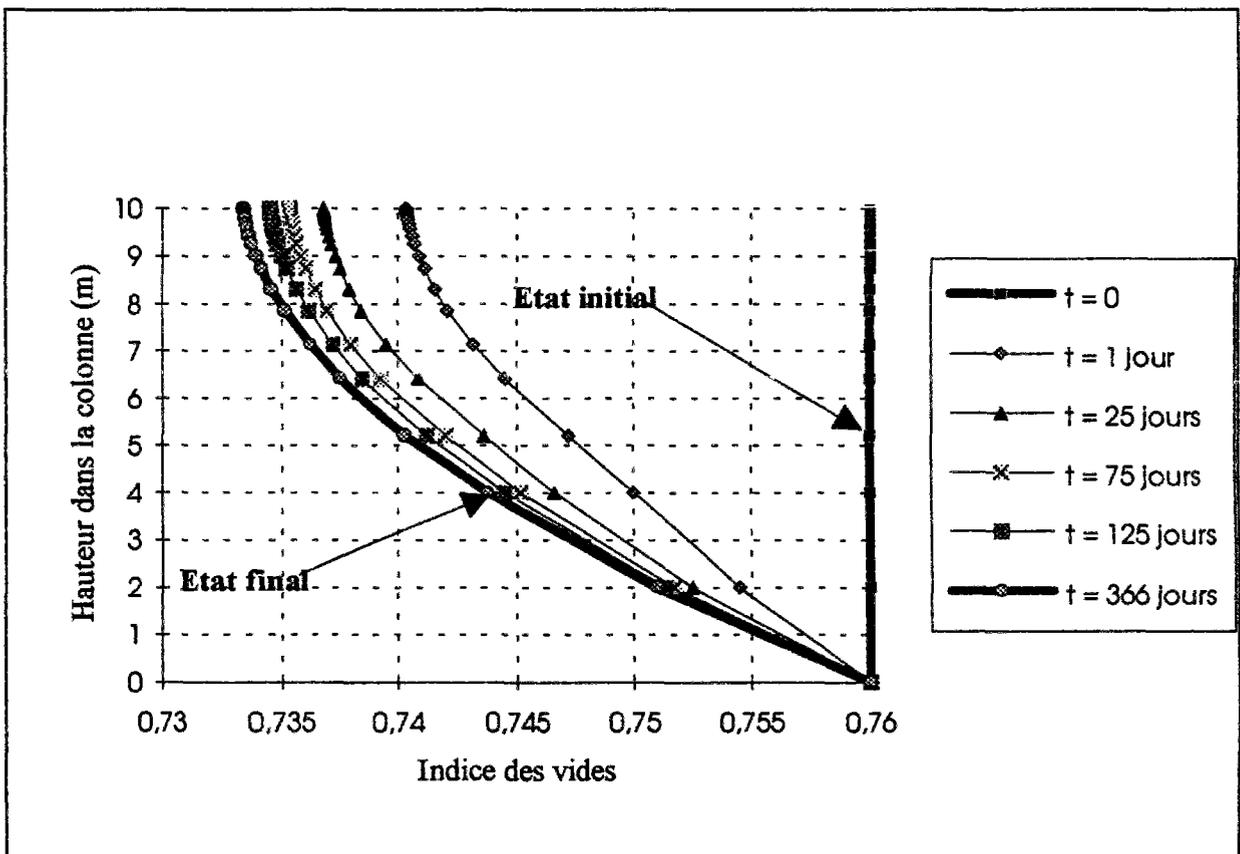


Figure 4.23 Variations de l'indice des vides suivant une coupe à différents temps

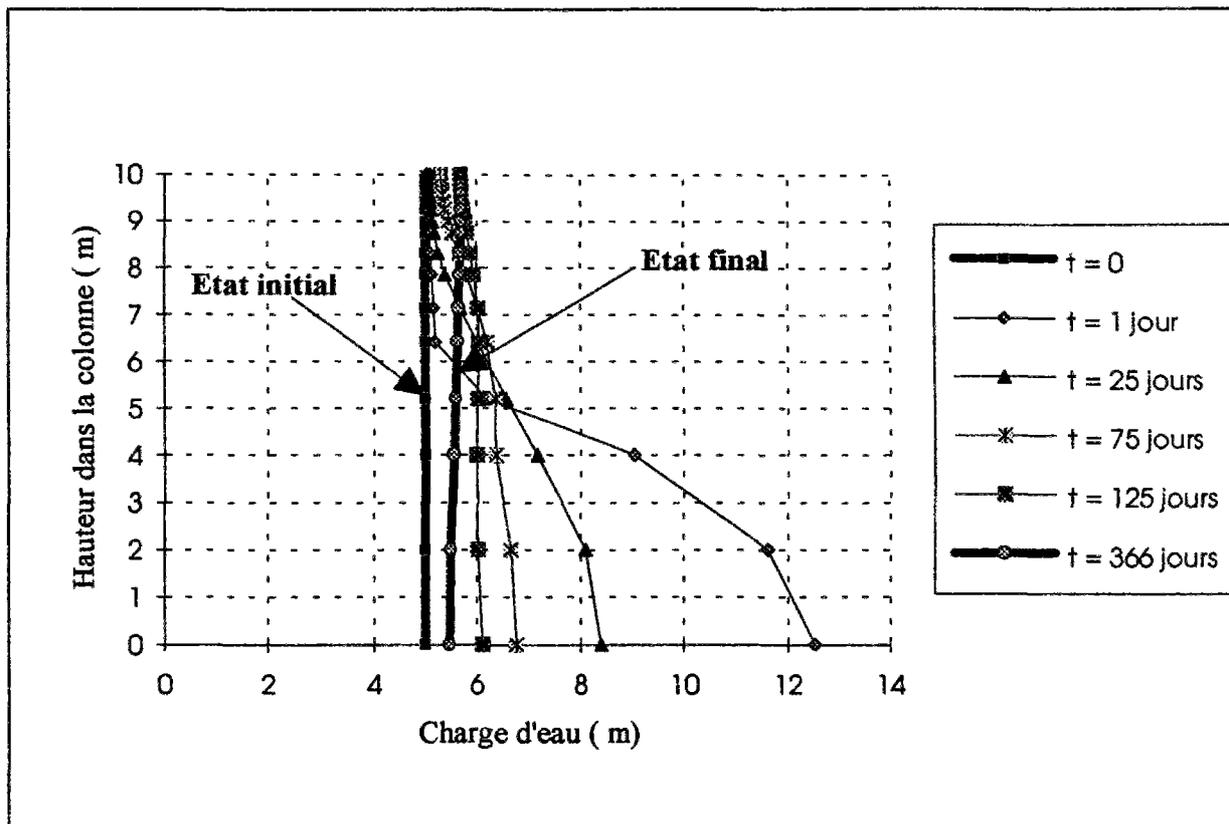


Figure 4.24 Variations de la charge d'eau suivant une coupe à différents temps

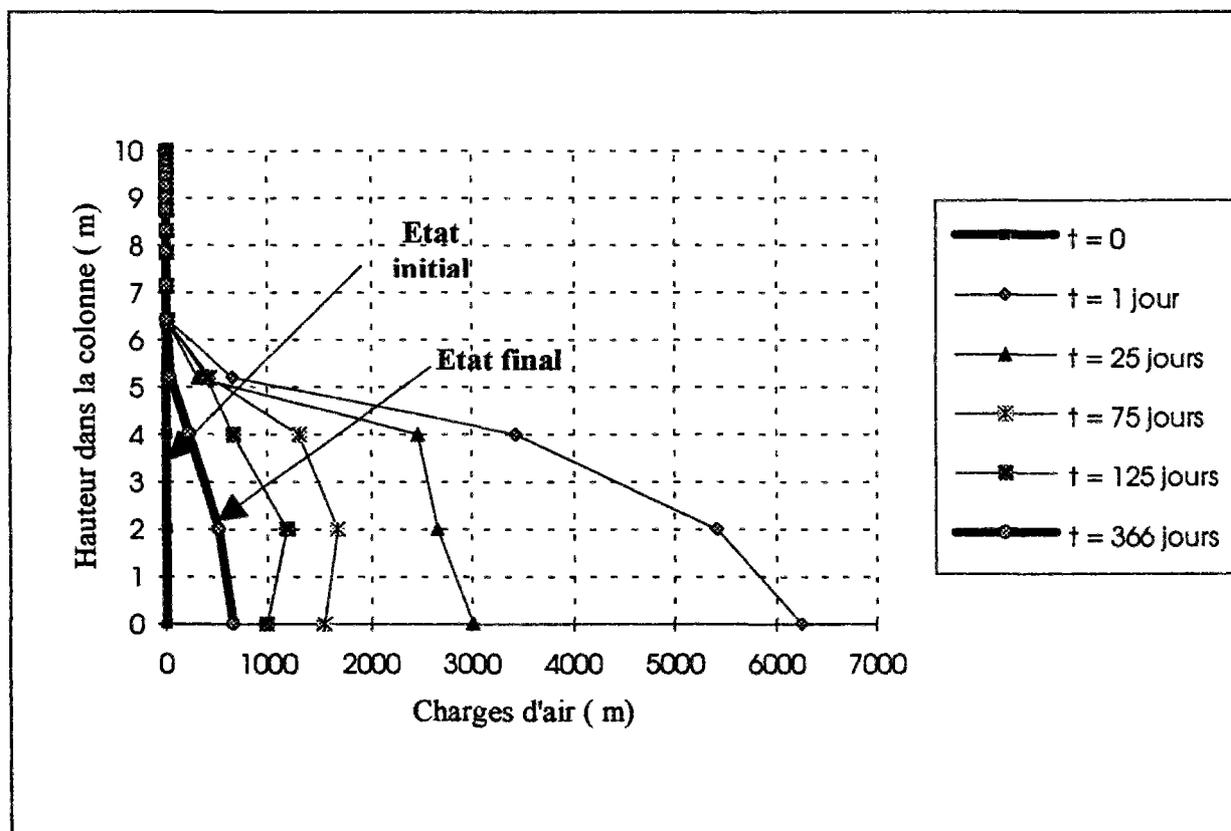


Figure 4.25 Variations de la charge d'air suivant une coupe à différents temps

Les figures 4.22 à 4.25 montrent que nous aboutissons à la fin des calculs à un état uniforme pour les indices des vides et les charges d'eau. Les charges d'air quand à elles sont uniformes pour les noeuds situés au-dessus de 5,25 m (ce qui correspond à la valeur finale de la charge d'eau) et sont linéaires pour les noeuds situés en dessous de cette valeur. La valeur maximale de la pression d'air enregistrée à la fin du calcul est de l'ordre de 8 kPa.

Les résultats de ce premier calcul sont stockés dans un fichier de reprise et serviront comme état initial d'un calcul ultérieur.

4.9 VIDANGE D'UNE COLONNE DE SOL

Liakopoulos (1965) a conduit plusieurs expériences sur le drainage de l'eau d'une colonne verticale remplie de sable de Del Monte. Une de ces expériences a été choisie pour effectuer une simulation par le modèle que nous avons développé. Ce test numérique a été effectué pour la première fois par Narasimhan et Witherspoon (1978). Ce problème a été résolu par plusieurs auteurs suivant différentes approches, généralement basées sur un comportement passif de la phase air et les résultats des essais de Liakopoulos ont été confirmés (Schrefler et Simoni, 1988; Zienkiewicz et al., 1990).

Notre analyse tient compte des deux phases fluides (eau et air). Nous avons utilisé pour ce calcul le maillage et les conditions aux limites représentés sur la figure 4.26. Le maillage est constitué de 100 éléments quadrilatères à 4 noeuds. Les conditions aux limites sont les suivantes : déplacements horizontaux nuls sur les faces latérales et à la base de la colonne et déplacements verticaux nuls à la base de la colonne. Les pressions d'air sont égales à la pression atmosphérique en haut et en bas de la colonne. Les pressions d'eau sont égales à la pression atmosphérique à la base de la colonne. Les flux d'eau et d'air sont nuls sur les bords latéraux. Les flux d'eau sont nuls en haut de la colonne.

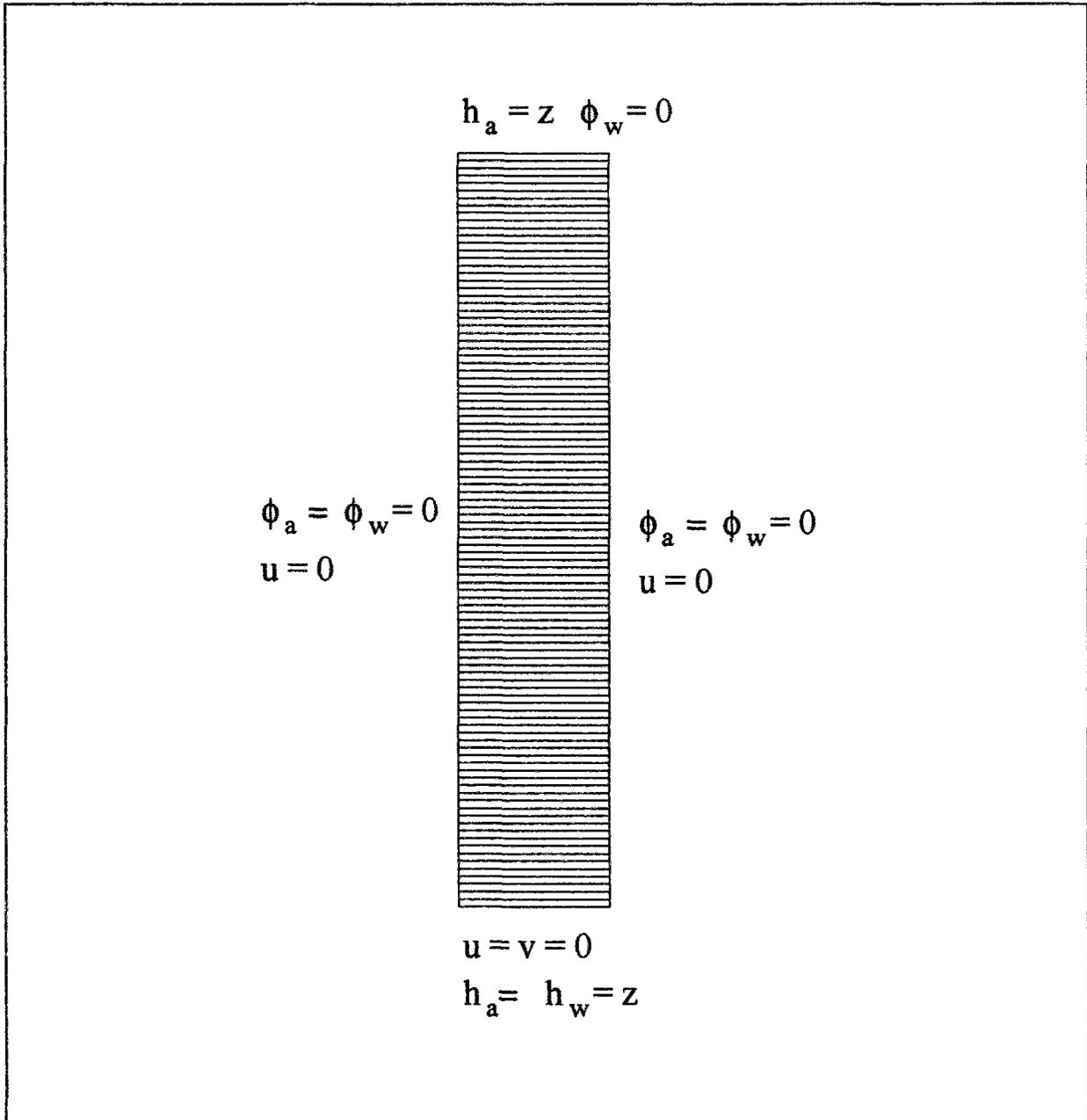


Figure 4.26 Maillage et conditions aux limites (colonne de Liakopoulos)

Pour effectuer ce calcul, nous avons adopté les expressions suivantes des perméabilités relatives à l'eau et à l'air suivantes en fonction du degré de saturation :

Perméabilité relative à l'eau

$$k_{rw} = 1 - 2,207 (1 - S_r)^{0,95} \quad [4.6]$$

Perméabilité relative à l'air

$$k_{ra} = (1 - S_e) \left[1 - S_e \frac{(2+\lambda)}{\lambda} \right] \quad [4.7]$$

avec

$$S_e = \left(\frac{S_r - 0,8}{0,2} \right) \text{ et } \lambda = 3$$

Degré de saturation

$$S_r = 1 - 0,0969 \left(\frac{p_a - p_w}{9,81} \right)^{2,43} \quad [4.8]$$

pour $S_r \geq 0,91$ (les pressions p_a et p_w sont exprimées en kPa).

Les conditions initiales sont les suivantes : distribution hydrostatique pour l'eau, pression d'air égale à la pression atmosphérique pour l'air et déplacements horizontaux nuls et déplacements verticaux vérifiant l'état d'équilibre mécanique.

Ces différentes fonctions sont représentées respectivement sur les figures 4-27 et 4-28.

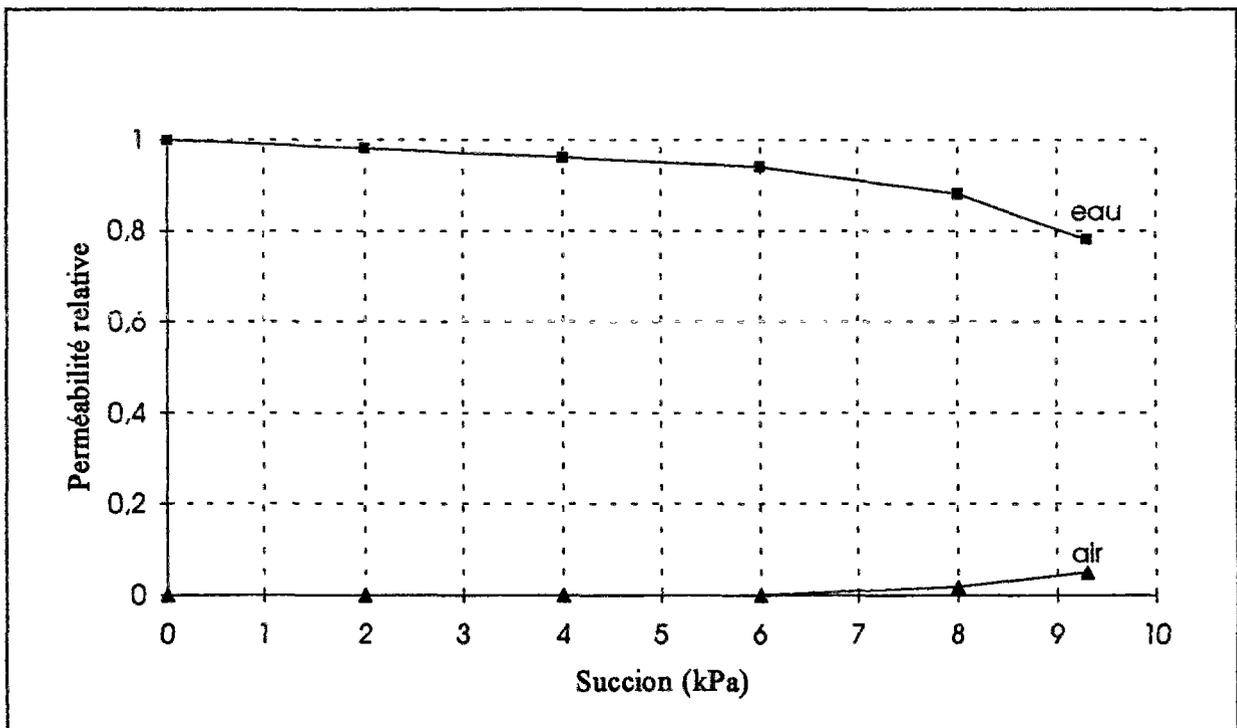


Figure 4.27 Perméabilités relatives à l'eau et à l'air

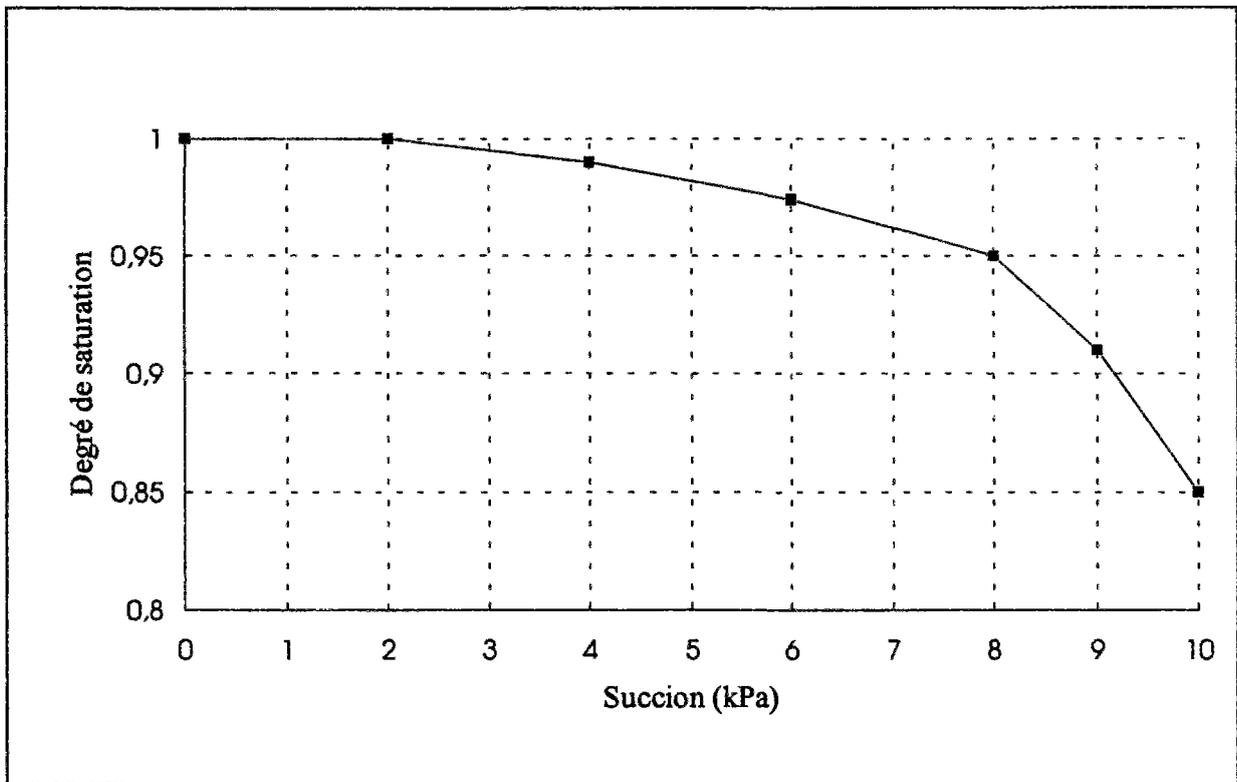


Figure 4.28 Degré de saturation en fonction de la succion

Les données numériques utilisées pour le calcul sont rassemblées dans le tableau 4.8.

Tableau 4.8 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	3000
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion(kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0,43
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	$4,4 \cdot 10^{-6}$
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Coefficient de perméabilité à l'air en saturé k_{sata} (m/s)	$2,44 \cdot 10^{-7}$
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,01
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	$1,2 \cdot 10^{-2}$

Les résultats des calculs sont représentés sur les figures 4.29 à 4.32. Les noeuds latéraux sont maintenus imperméables à l'air, ce qui correspond aux conditions expérimentales.

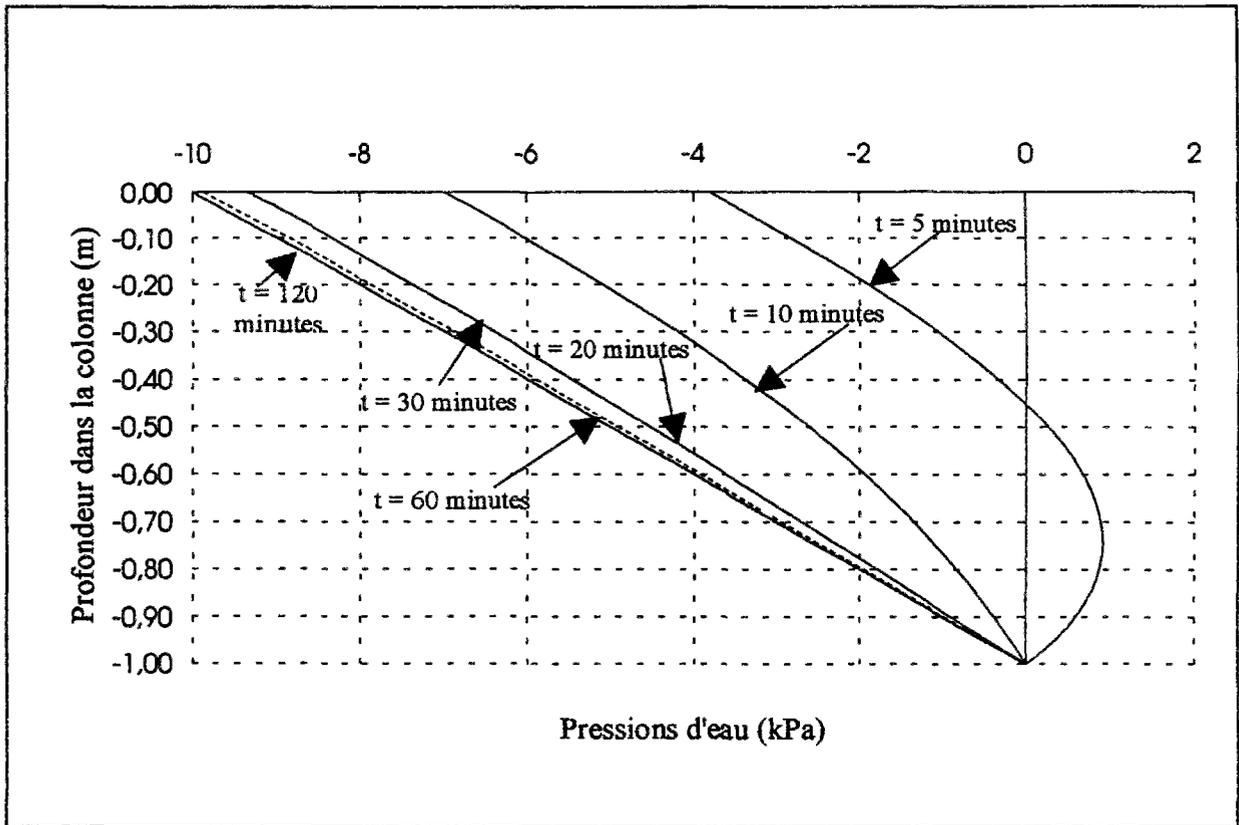


Figure 4.29 Pressions d'eau en fonction de la profondeur

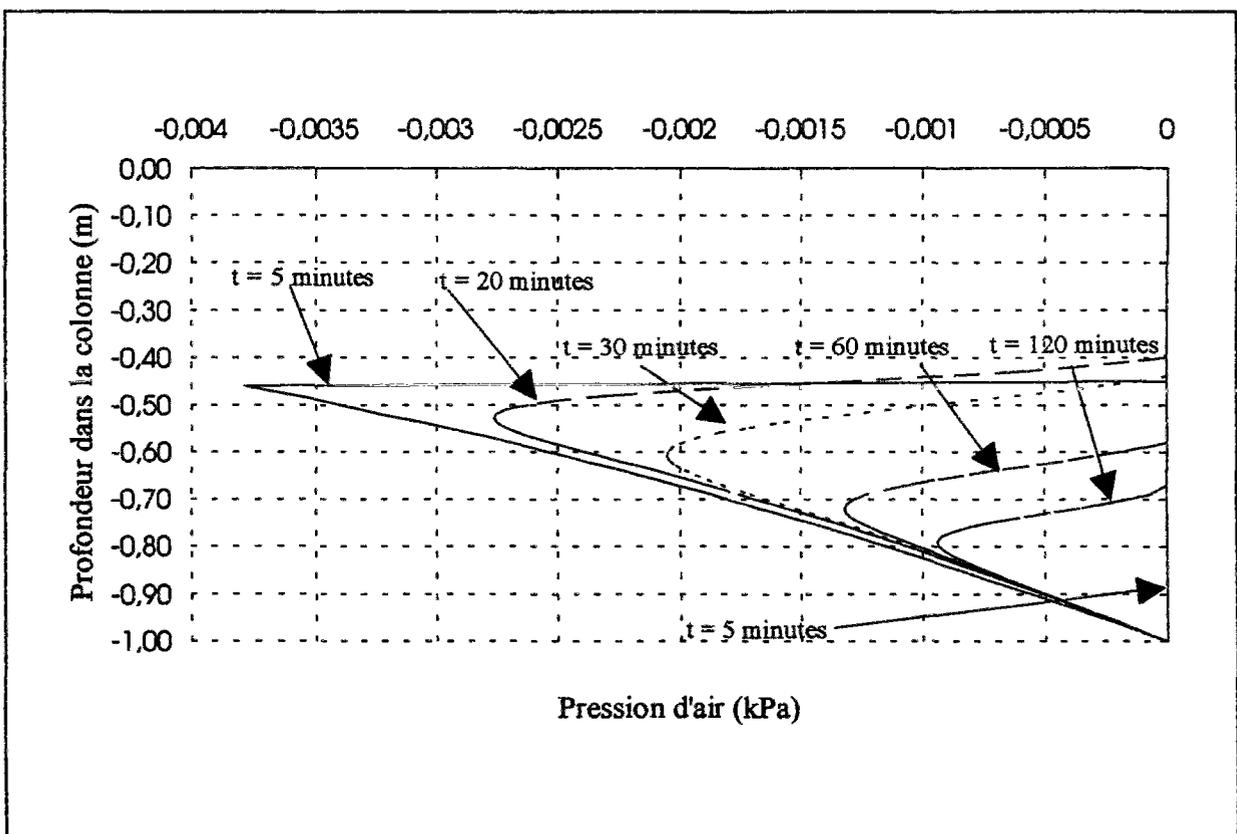


Figure 4.30 Pressions d'air en fonction de la profondeur

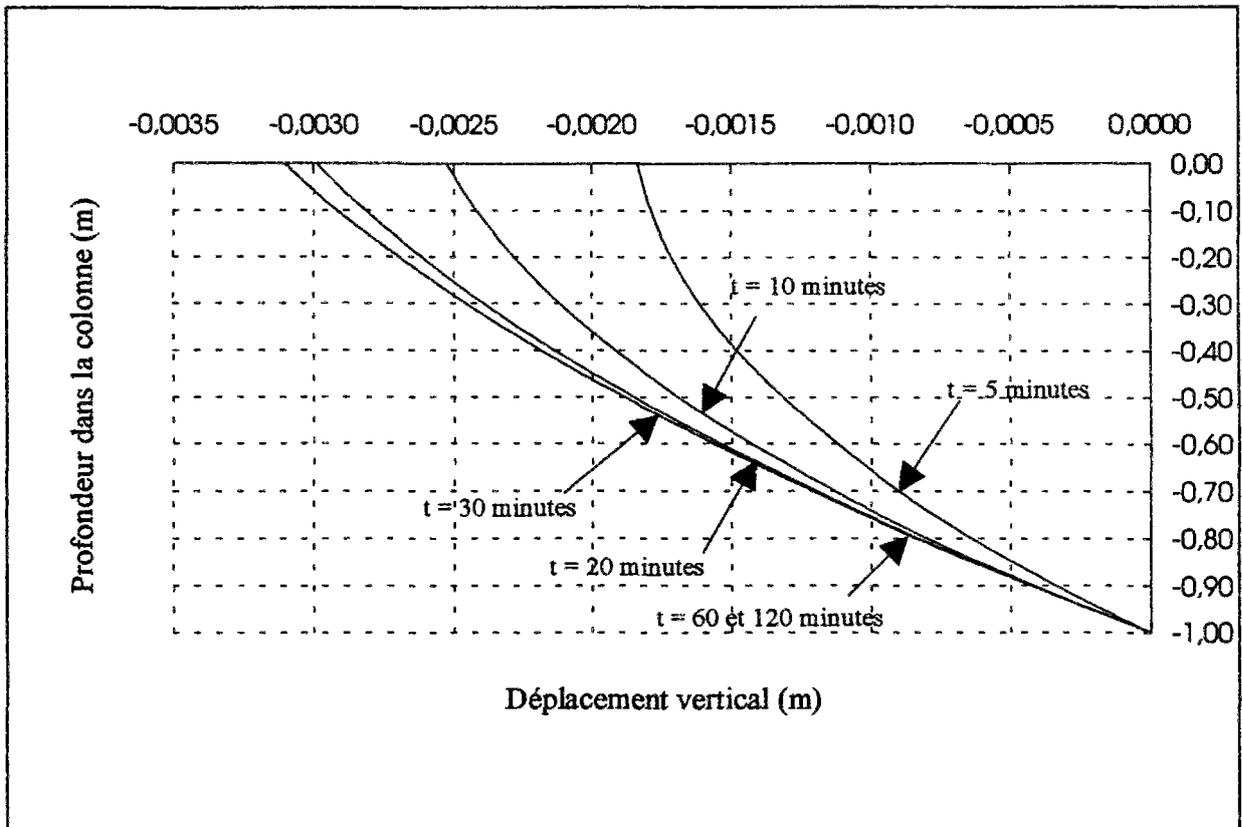


Figure 4.31 : Déplacements verticaux en fonction de la profondeur

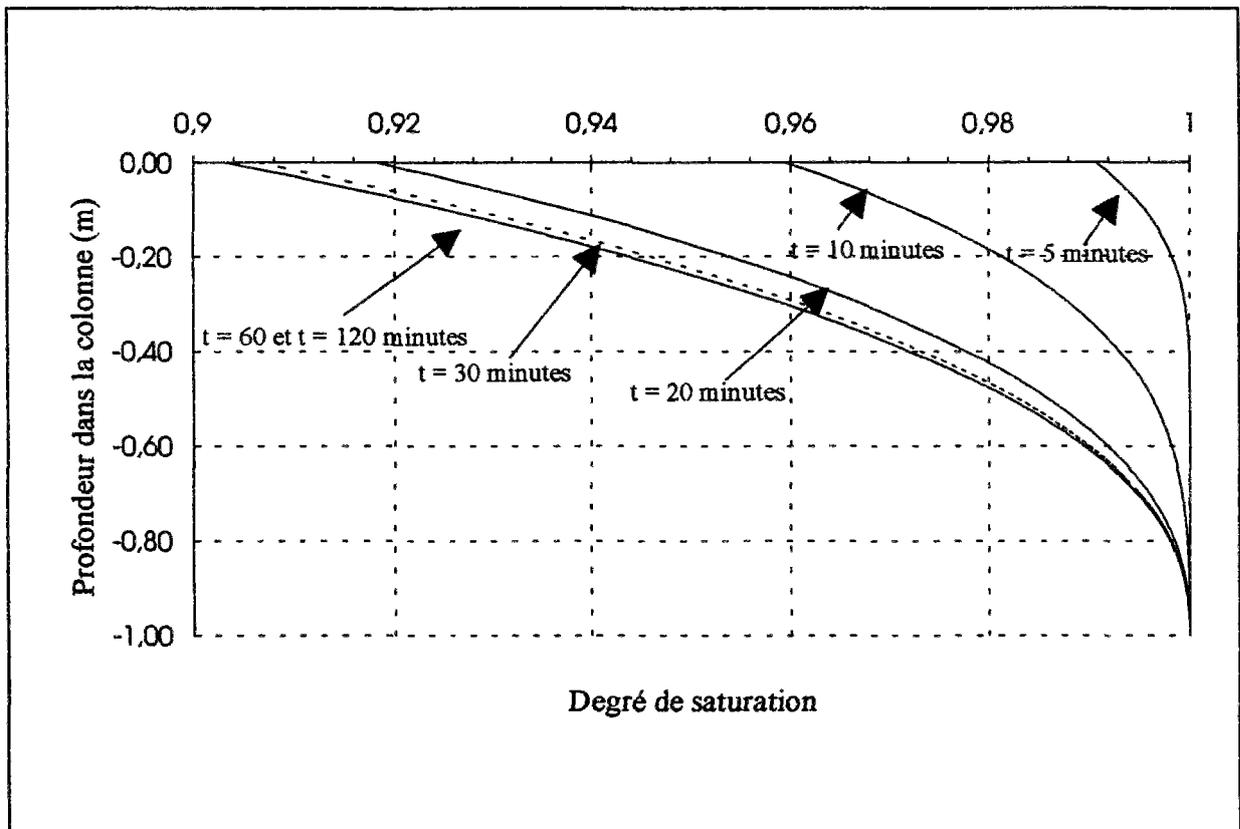


Figure 4.32 : Degré de saturation

L'analyse de ces résultats nous montre qu'au début de la désaturation de la colonne, tous les paramètres évoluent vite puis se stabilisent au bout d'une heure. Cette variation rapide des paramètres s'explique par la perméabilité du matériau étudié (perméabilité proche de celle du sable). D'autre part, les pressions d'eau à la fin du test sont négatives et égales à la hauteur de la colonne, ce qui correspond à la succion maximale à laquelle on doit s'attendre. La faible évolution de la pression d'air est due aux conditions aux limites et initiales imposées (pression atmosphérique en haut et en bas de la colonne et état initial égal à la pression atmosphérique) qui ne créent pas de gradients importants.

A la fin de l'expérience, le degré de saturation enregistré reste quand même relativement élevé, de l'ordre de 90 %. Sa stabilisation à cette valeur s'explique en partie par les phénomènes de capillarité.

4.10 CONSOLIDATION ELASTOPLASTIQUE EN MILIEU SATURÉ

Cette section est consacrée à la validation de l'algorithme de traitement de l'élastoplasticité à l'intérieur du module CSNS. Les comparaisons présentées ici portent sur des solutions numériques résultant de calculs effectués pour un milieu saturé dans le cas des modèles de Mohr-Coulomb avec écoulement et Cam-Clay.

4.10.1 Calcul du tube épais avec le modèle de Mohr-Coulomb

Pour effectuer ce calcul, nous avons modélisé le tube épais. Cette modélisation a été faite en axisymétrie. Le seul chargement appliqué est une pression uniformément répartie de 10 kPa à l'intérieur du tube. Les données numériques utilisées pour le calcul sont rassemblées dans le tableau 4.9.

Le maillage et les conditions aux limites sont représentés sur la figure 4.33.

Tableau 4.9 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	1500
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satv} (m/s)	10 ⁻⁸
Constante du degré de saturation a_s	0
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	0

Tableau 4.9 (suite) Données numériques introduites dans le calcul

Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	1
Constante pour la perméabilité à l'eau α	10 ⁻⁴
Constante pour la perméabilité à l'air b	1,8. 10 ⁻⁸
Constante pour la perméabilité à l'air c	1
Contrainte verticale σ_v (kPa)	0.
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	1
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	1
Coefficient de Henry H	1
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	1,2 10 ⁻⁵
Cohésion C (kPa)	0
Angle de frottement interne (degrés)	30
Angle de dilatance (degrés)	30
Coefficient du tenseur des contraintes effectives plastiques β	1

Nous avons représenté sur les figures 4.34 et 4-35 respectivement l'évolution de la charge hydraulique et les contraintes radiales suivant la coupe AB, correspondant au bord extérieur du tube.

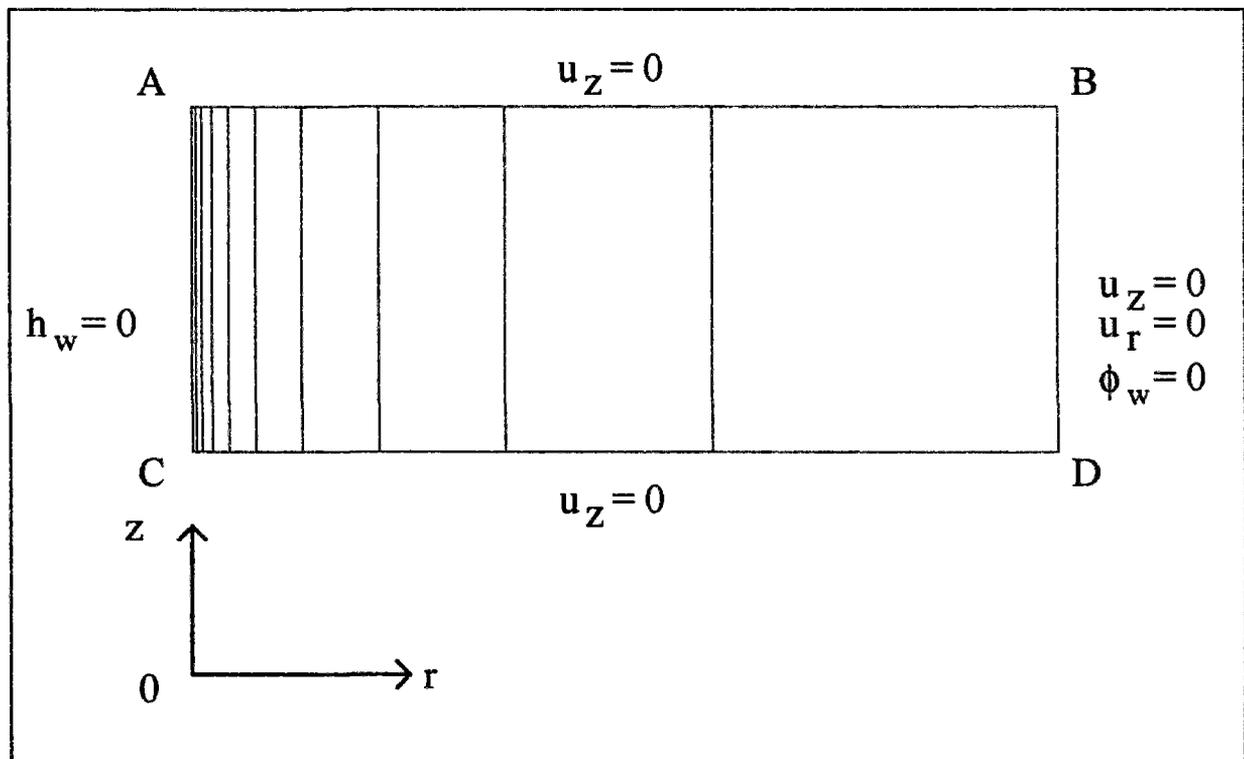


Figure 4.33 Maillage et conditions aux limites

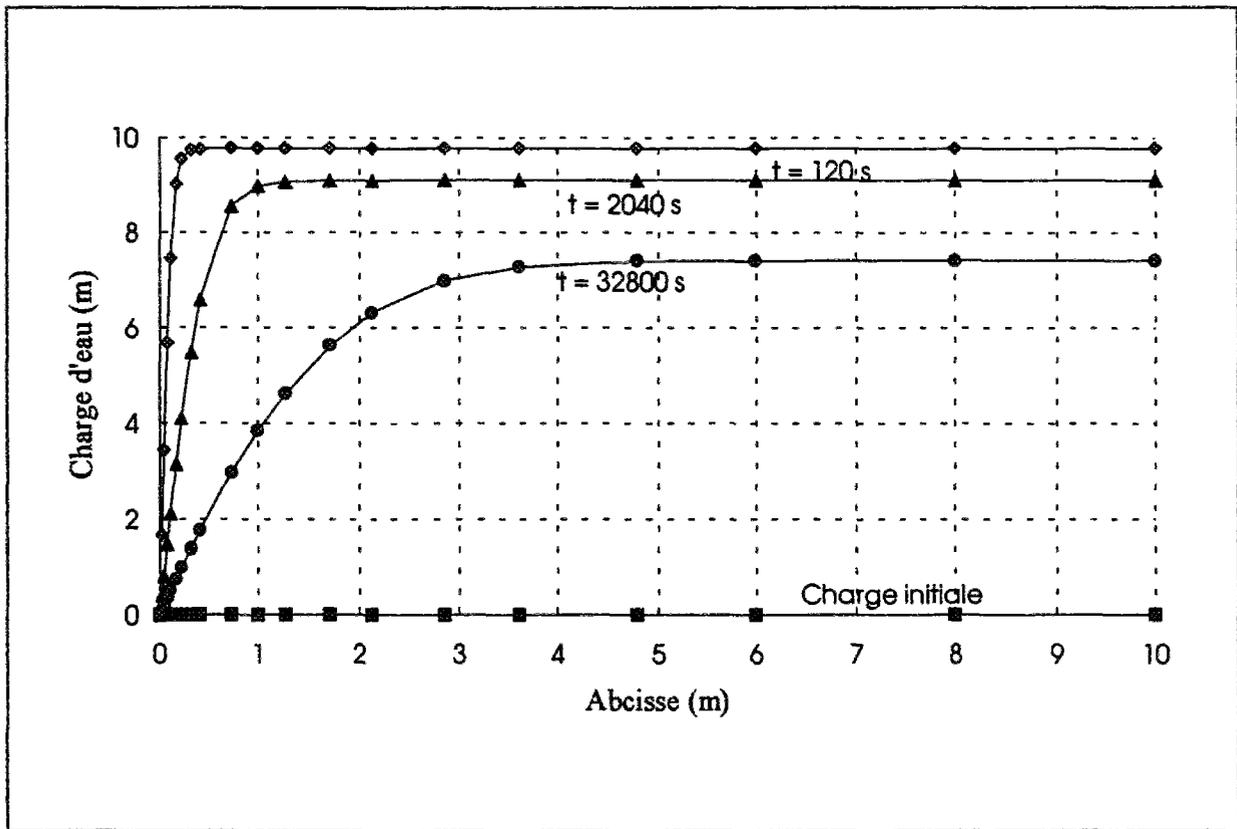


Figure 4.34 Evolution de la charge hydraulique en fonction du temps

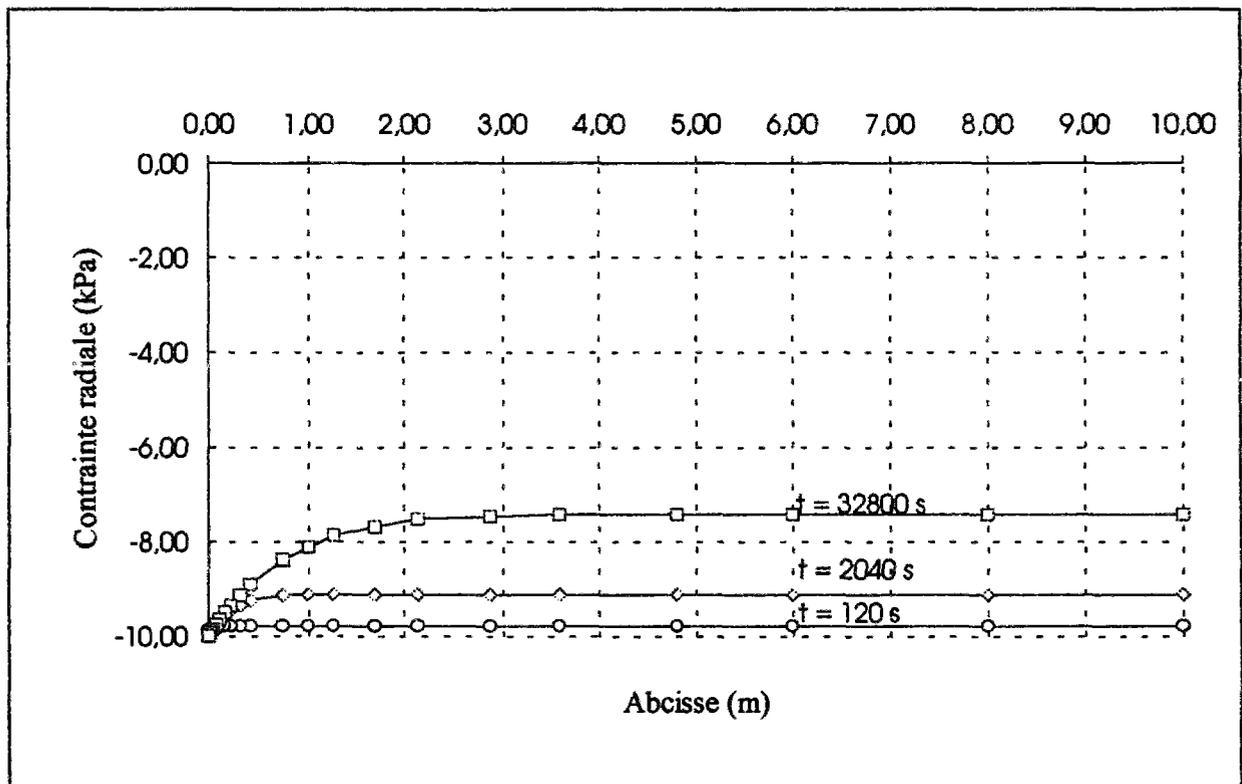


Figure 4.35 Evolution de la contrainte radiale en fonction suivant la coupe AB en fonction du temps

Les résultats de ce calcul ont été comparés avec des résultats de calculs effectués par d'autres chercheurs au LCPC dans le cadre d'une validation croisée des différents modules de CESAR-LCPC. Ils nous montrent que l'algorithme utilisé pour la résolution des problèmes de consolidation non saturés donne des résultats très encourageants pour le modèle de Mohr-Coulomb.

4.10.2 Simulation d'un essai oedométrique avec le modèle d'Alonso et al. (1990)

L'objectif de ce test est de s'assurer que le modèle d'Alonso, compte tenu du fait qu'il généralise le modèle de Cam-clay, peut reproduire ce dernier.

Pour effectuer cette simulation, nous avons particularisé le modèle d'Alonso et al. (1990) tel qu'il est programmé dans CSNS par annulation de la succion. Ce calcul a été comparé à un calcul effectué par le module MCNL (MéCanique Non Linéaire) du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Pour effectuer ce test nous avons utilisé un élément quadrilatère à 8 noeuds soumis une pression uniformément répartie de 15 kPa. Sur la figure 4.36 nous avons représenté l'élément fini utilisé pour ce calcul.

Les données numériques utilisées pour le calcul sont présentées dans le tableau 4.10.

Tableau 4.10 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	0,3
Module d'Young E (kPa)	100
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	0
Indice des vides initial e_0	0,34
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	10 ⁻⁸
Constante du degré de saturation a_s	0
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	0
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	1
Constante pour la perméabilité à l'eau α	10 ⁻⁴
Constante pour la perméabilité à l'air b	1,8.10 ⁻⁸
Constante pour la perméabilité à l'air c	1
Contrainte verticale σ_v (kPa)	0
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	1

Tableau 4.10 (suite) Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	1.
Coefficient de Henry H	1
Compressibilité de l'air (kPa ⁻¹)	1,2.10 ⁻⁵
Pente de la courbe vierge λ	0,014
Pente des courbes de déchargement-rechargement K	0,024
Paramètre définissant la rigidité du sol (r)	0
Paramètre contrôlant l'augmentation de la rigidité du sol avec la succion (β)	0
Pression de préconsolidation initiale P_{c0} (kPa)	10
Contrainte de référence P_r (kPa)	10
Coefficient contrôlant l'augmentation de la cohésion avec la succion P_{tk}	0
Pente de la courbe d'état critique m	1,24

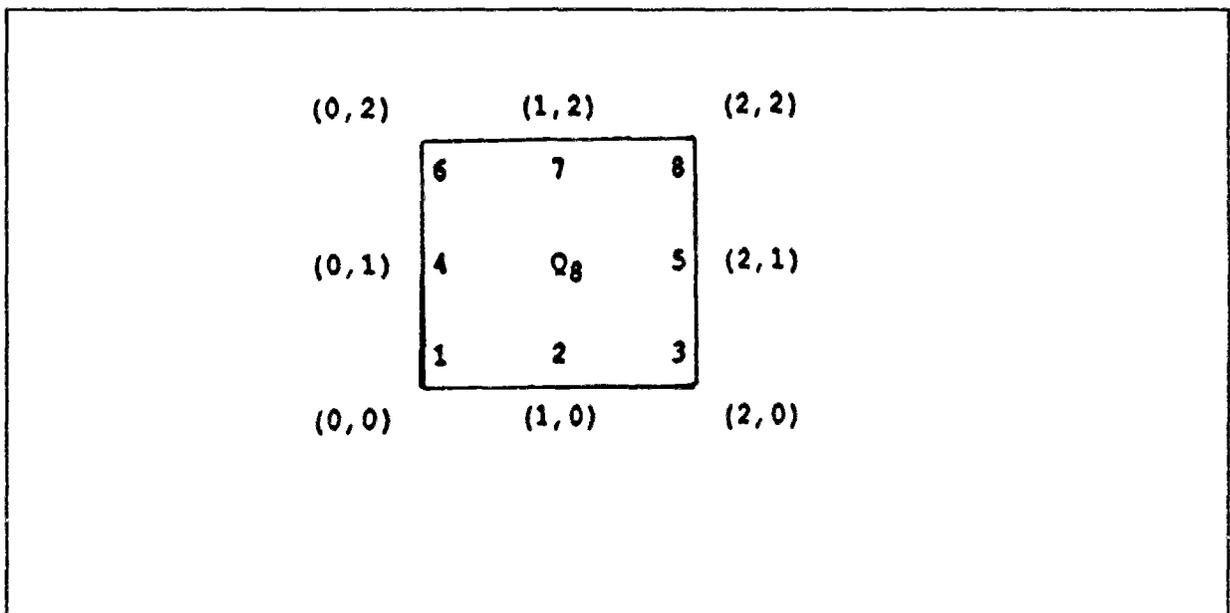


Figure 4.36 Elément Q8 utilisé pour le calcul

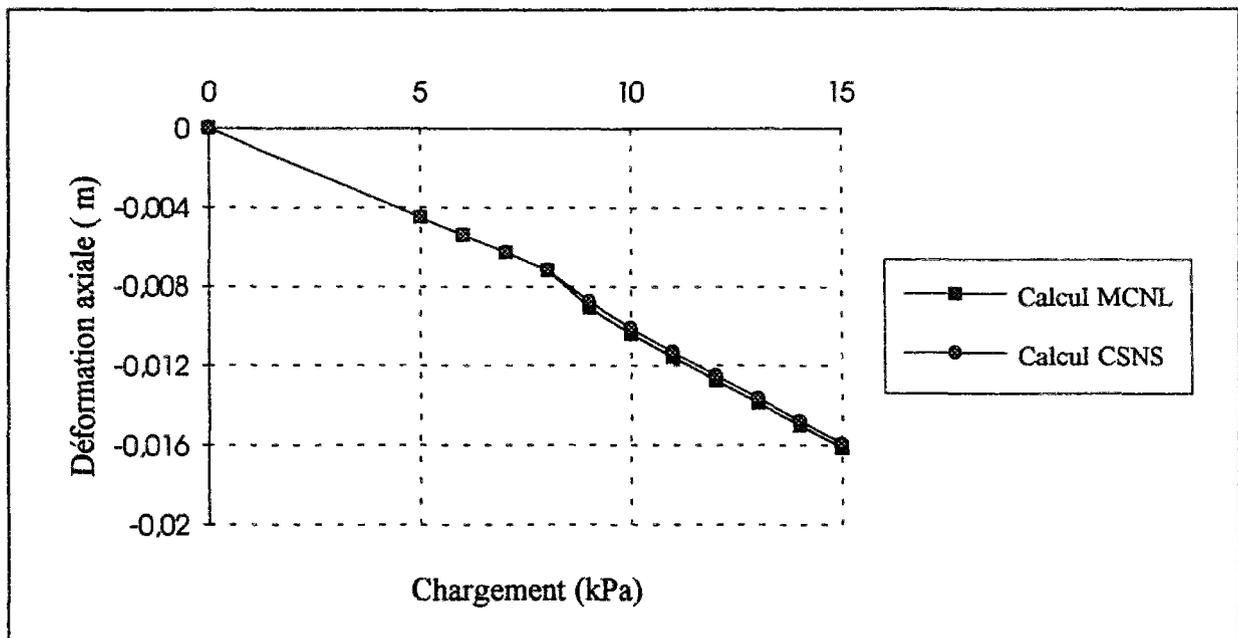


Figure 4.37 Variation de la déformation axiale en fonction du chargement

La comparaison entre ces deux calculs montre une bonne coïncidence des résultats.

4.11 CONSOLIDATION ELASTOPLASTIQUE EN MILIEU NON SATURÉ

Jusqu'à présent, tous les tests effectués ont été découplés, couplés en milieu saturés ou couplés en milieu non saturé dans le cas d'un squelette solide élastique linéaire.

Avant d'entamer la modélisation d'ouvrages complexes, il nous a paru logique d'effectuer un test couplé où nous prenons en compte aussi bien les non linéarités liées à la mécanique que celles liées à l'écoulement des fluides.

Les comparaisons présentées ici portent sur des solutions numériques résultant de calculs effectués pour un milieu non saturé dans le cas du modèle d'Alonso et al. (1990).

Pour effectuer ce calcul, nous avons modélisé le tube épais. Cette modélisation a été faite en axisymétrie. Le seul chargement appliqué est une pression uniformément répartie de 150 kPa à l'intérieur du tube. Les données numériques utilisées pour le calcul sont rassemblées dans le tableau 4.11.

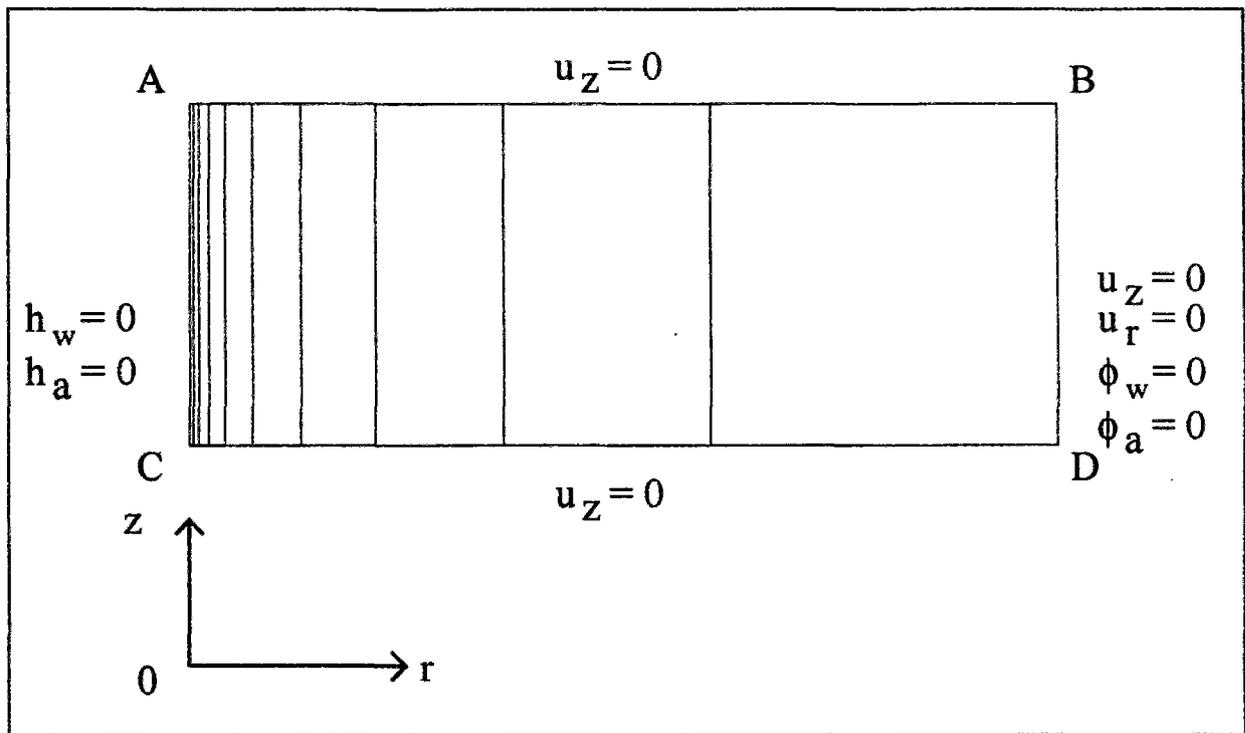


Figure 4.38 Maillage et conditions aux limites

Tableau 4.11 Données numériques introduites dans le calcul

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	10000
Coefficient de Poisson ν	0,2
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	18000
Indice des vides initial e_0	0,34
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/s)	10 ⁻⁸
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,0001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,012
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa s)	10 ⁻⁸
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3.
Constante pour la perméabilité à l'air b	1,8.10 ⁻¹⁸
Constante pour la perméabilité à l'air c	1
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0

Tableau 4.11 (suite) Données numériques introduites dans le calcul

Pente de la courbe vierge λ	0,014
Pente des courbes de déchargement-rechargement K	0,024
Paramètre définissant la rigidité du sol (r)	0,82
Paramètre contrôlant l'augmentation de la rigidité du sol avec la succion (β) (kPa^{-1})	16400
Pression de préconsolidation initiale P_{c0} (kPa)	100
Contrainte de référence P_r (kPa)	100
Coefficient contrôlant l'augmentation de la cohésion avec la succion P_{tk}	0,02
Pente de la courbe d'état critique m	1,24

Nous avons représenté sur les figures 4.39 et 4.42 respectivement l'évolution des déplacements radiaux, des déformations plastiques, des charges d'eau et d'air suivant la coupe AB, correspondant au bord extérieur du tube.

L'analyse de ces résultats montre que le modèle de comportement numérique adopté donne des résultats conformes à la physique du problème : une augmentation instantanée des charges d'eau et d'air au départ, puis leur diminution au cours du temps traduisant le processus de consolidation lié au drainage des deux fluides ; les déformations plastiques et les déplacements radiaux augmentent au cours du temps, traduisant respectivement la plastification progressive du matériau et le transfert des sollicitations appliquées des fluides vers le squelette.

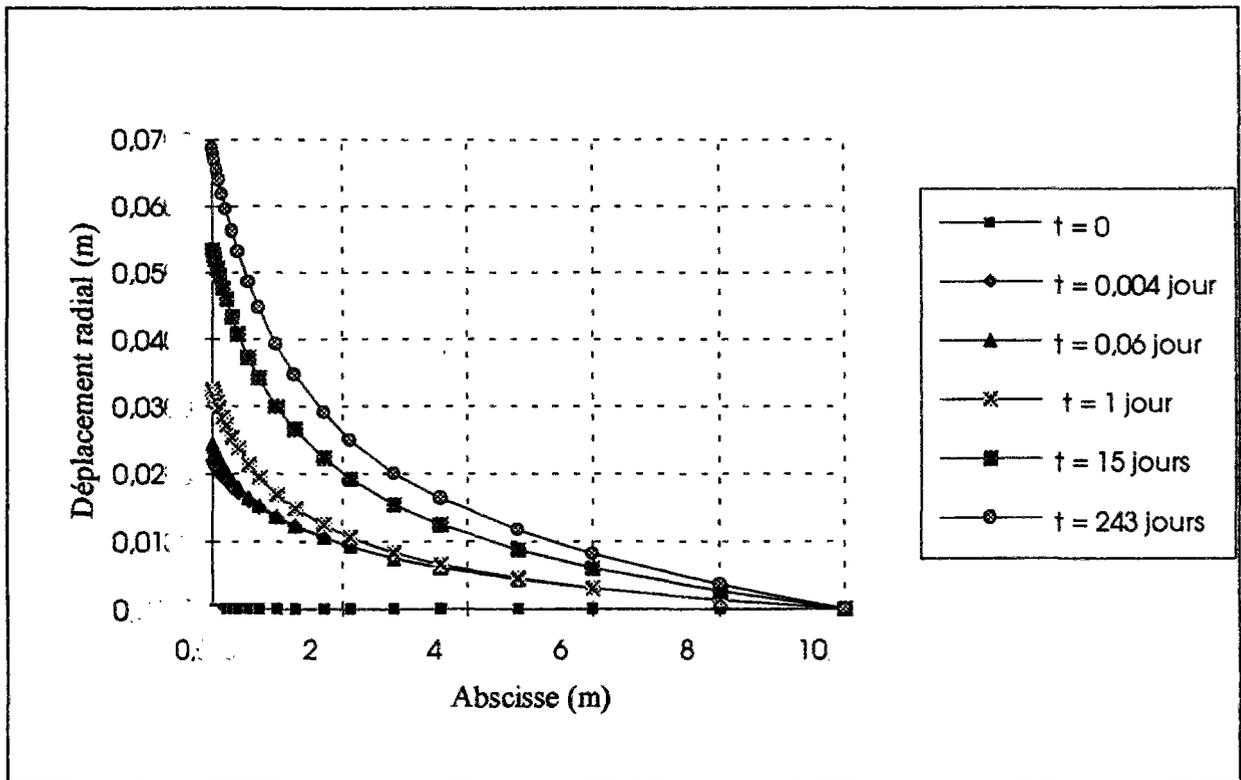


Figure 4.39 Variations des déplacements radiaux en fonction du temps

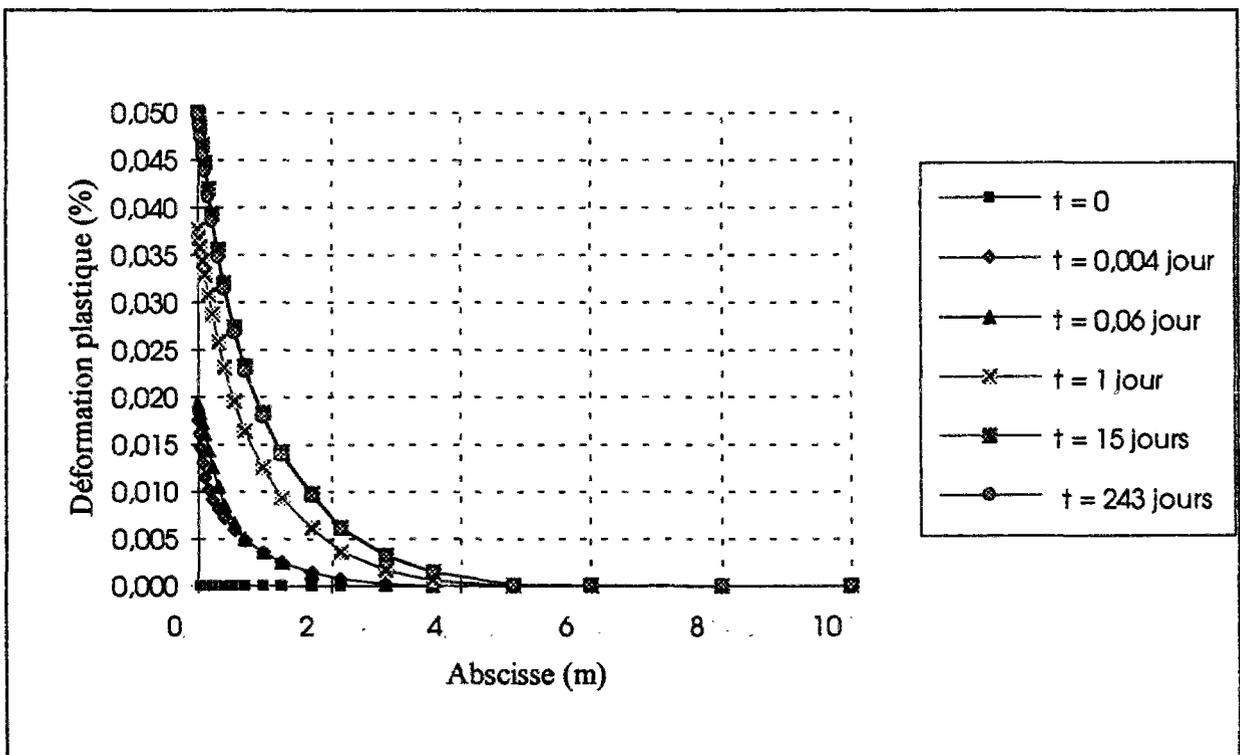


Figure 4.40 Variations des déformations plastiques en fonction du temps

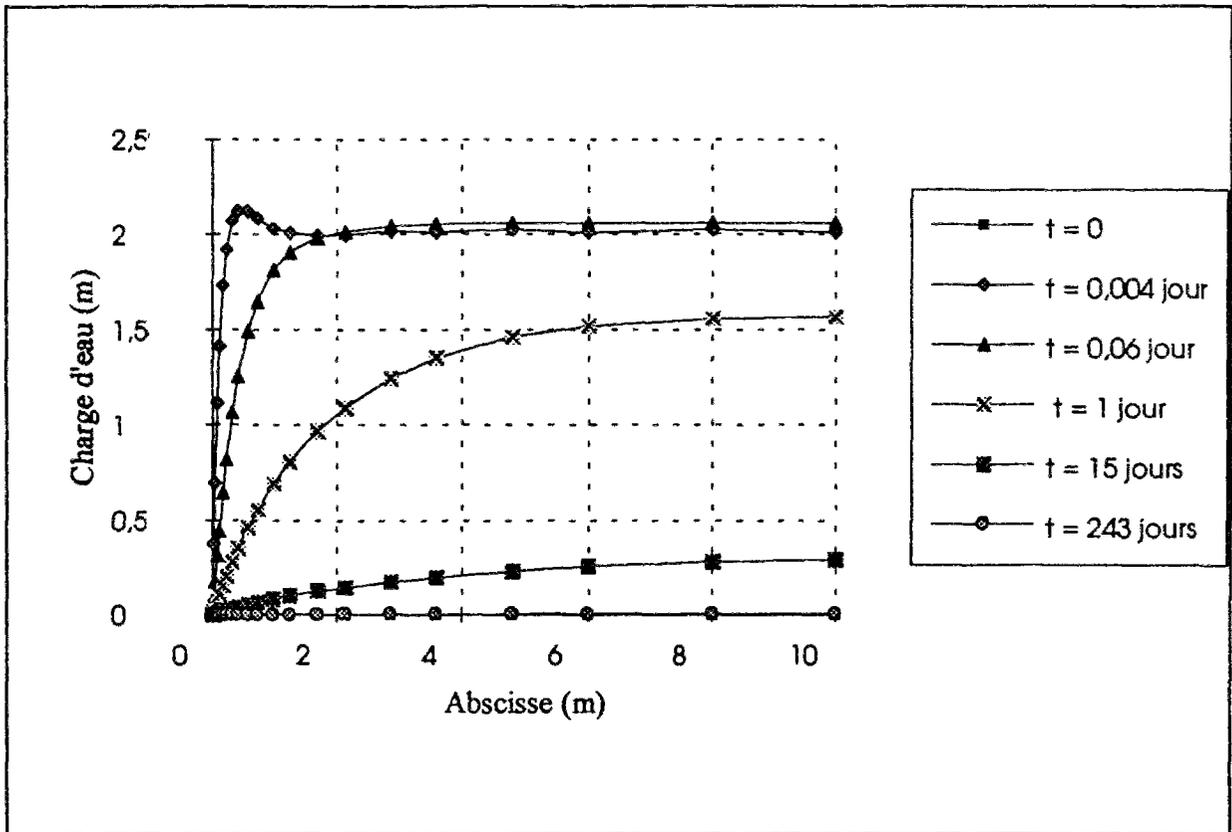


Figure 4.41 Variations des charges d'eau en fonction du temps

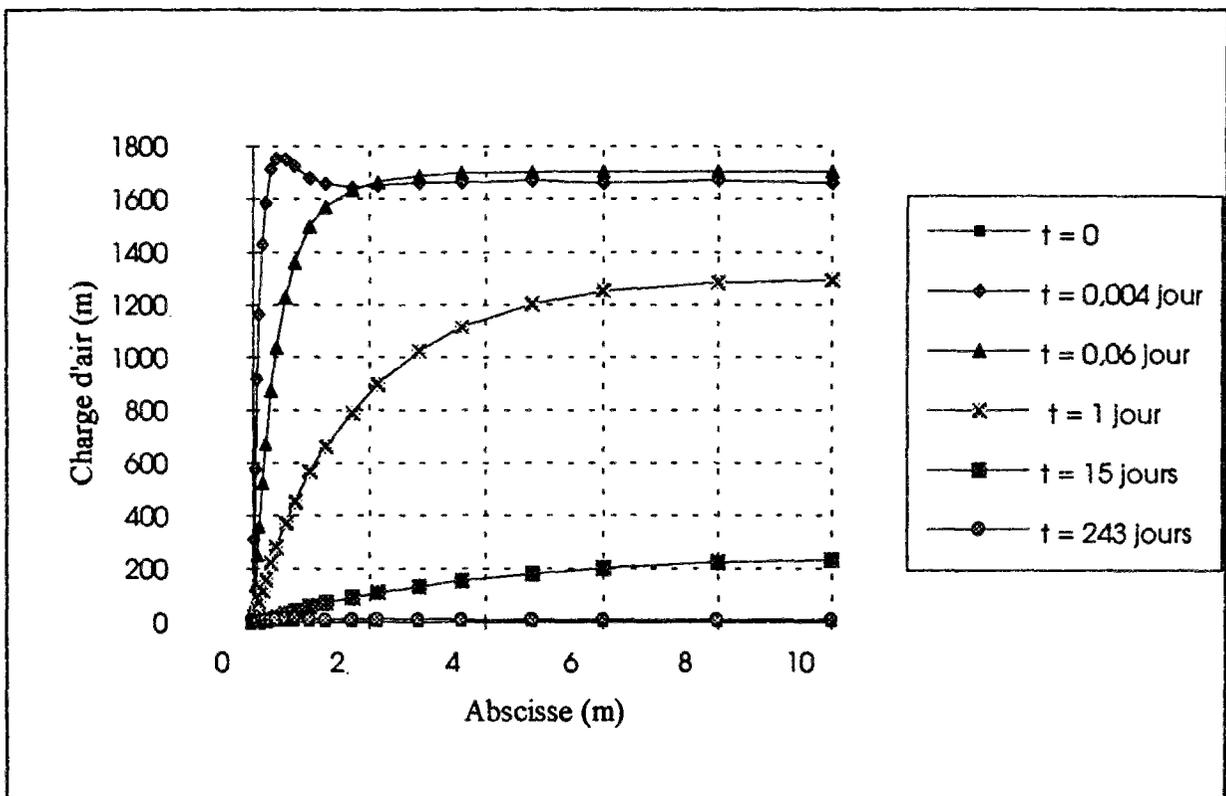


Figure 4.42 Variations des charges d'air en fonction du temps

4.12 CONCLUSION

Les tests effectués dans cette partie ont été doublement instructifs pour nous :

- dans un premier temps, ils nous ont montré l'aptitude du modèle numérique à reproduire certains modèles existants par particularisation de nos équations ;

- dans un deuxième temps, ces tests nous ont permis d'avoir une certitude de la bonne programmation effectuée par comparaison avec les modules de CESAR existants, ce qui nous a permis d'entamer avec confiance la modélisation d'ouvrages complexes tels que les remblais routiers, qui est l'objectif des travaux de recherche effectués dans cette thèse.

TROISIÈME PARTIE
APPLICATION AU CALCUL DU COMPORTEMENT
DES REMBLAIS EN MATÉRIAUX FINS

Chapitre 5

COMPORTEMENT OBSERVE DU REMBLAI DE LA JORLE

5.1 INTRODUCTION

Dans le premier chapitre de cette thèse nous avons pu voir l'impact qu'avait le caractère évolutif du matériau sur l'apparition des pathologies dans les remblais routiers.

Pour mieux comprendre l'origine de ces pathologies, une étude approfondie et détaillée du matériau constitutif du remblai de la Jorle a été faite en laboratoire et in situ par le biais d'une instrumentation assez diversifiée.

Cette étude consacrée à un remblai de 30 m de hauteur en matériau marneux évolutif, a permis d'en surveiller le comportement pendant et après la construction et de disposer d'un ensemble de mesures permettant de mieux comprendre les mécanismes de déformation et d'évolution du matériau.

Dans ce chapitre, nous nous limiterons à la description et à l'analyse des résultats expérimentaux obtenus grâce à cette instrumentation. Le chapitre 6 sera consacré à la modélisation de ce remblai.

5.2 ETUDE GEOTECHNIQUE DU MATERIAU DE REMBLAI

Le remblai de la Jorle est situé sur l'autoroute A 62 à proximité de Layrac, près d'Agen. Il permet le franchissement du ruisseau de la Jorle. Il a été édifié avec des matériaux marneux de la butte de Layrac.

Afin de définir les conditions de mise en oeuvre, en remblai de grande hauteur, des marnes de la butte de Layrac, une étude spécifique en laboratoire a été faite sur des matériaux prélevés dans une zone supposée représentative de l'ensemble de la butte (Camapum de Carvalho, 1985).

Les résultats de cette étude ont permis de distinguer trois familles de marnes, dont les principales caractéristiques sont données dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Caractéristiques des marnes

Type de marne	Teneur en eau moyenne w (%)	Composition en carbonate de calcium (%)	Poids volumique sec γ_d (kN/m ³)	Limite de liquidité w_L (%)	Indice de plasticité I_p	Valeur de bleu V_B (g/100g)
Marne bariolée	11,2	67,3	18,3	18	18	3,2
Marne grise	11,9	78	21,1	16	17	3,5
Marne calcaire	9,6	82	21,5	14	11	2,3

Le poids volumique des grains est de 27,2 kN/m³. Les essais d'identification effectués sur ces marnes permettent de classer les marnes bariolées en A₃ et la marne calcaire en A₂ dans la classification GTR. Sur la figure 5.1 nous avons représenté les courbes Proctor Normal et Modifié des marnes grises. Il est intéressant de noter que la teneur en eau naturelle est très loin de la teneur en eau à l'optimum Proctor Normal mais proches de l'optimum Proctor Modifié, ce qui risquerait, pour une énergie égale à l'énergie Proctor Normal, de produire un compactage du côté sec et exposerait l'ouvrage à d'éventuels changements de comportement s'il venait à être humidifié.

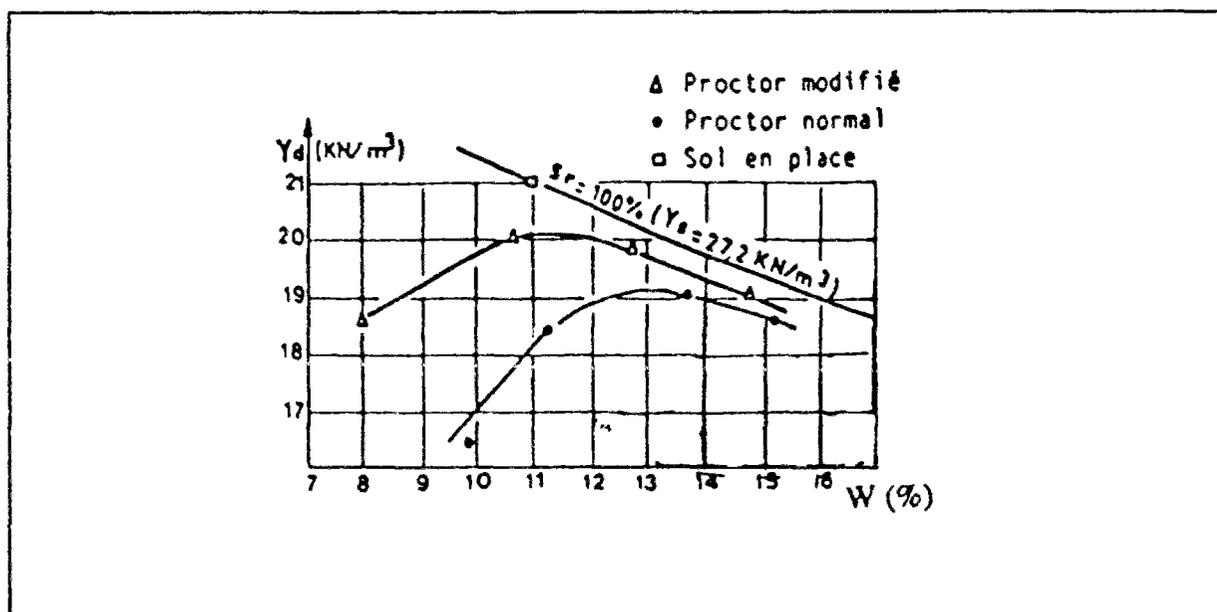


Figure 5.1 Courbes Proctor (marnes grises) (Mieussens et al., 1982)

Une étude a été faite pour donner une idée des déformations de tassement ou de gonflement en fonction du compactage, d'une part, et de la consolidation initiale, d'autre part.

Dans cette étude les différentes contraintes de consolidation utilisées sont égales à 0,54, 200, 431 et 863 kPa et le liquide d'imbibition utilisé est de l'eau du robinet avec un pH = 7,65. Le matériel de mesure utilisé est l'oedomètre et la cellule triaxiale.

Les échantillons utilisés pour les mesures ont été reconstitués à partir des matériaux prélevés sur le site de Layrac. Ce matériau a ensuite été broyé et intimement mélangé pour servir de sol de référence dans les essais. Deux types d'échantillons ont été étudiés : des échantillons correspondant aux conditions moyennes dans le remblai ($\gamma_d = 20 \text{ kN/m}^3$ et $w = 11,5 \%$) et des échantillons correspondant à la condition de l'optimum Proctor Normal ($\gamma_d = 19 \text{ kN/m}^3$ et $w = 13,6$). La méthode de compactage utilisée au laboratoire consiste à compacter statiquement dans une cellule triaxiale des échantillons de faibles poids volumique sec initial.

La figure 5.2 montre quelle peut être l'influence du compactage et du confinement initial sur l'apparition des tassements ou des gonflements dans les éprouvettes compactées à l'OPN ou à l'OPM puis saturées sous la pression σ .

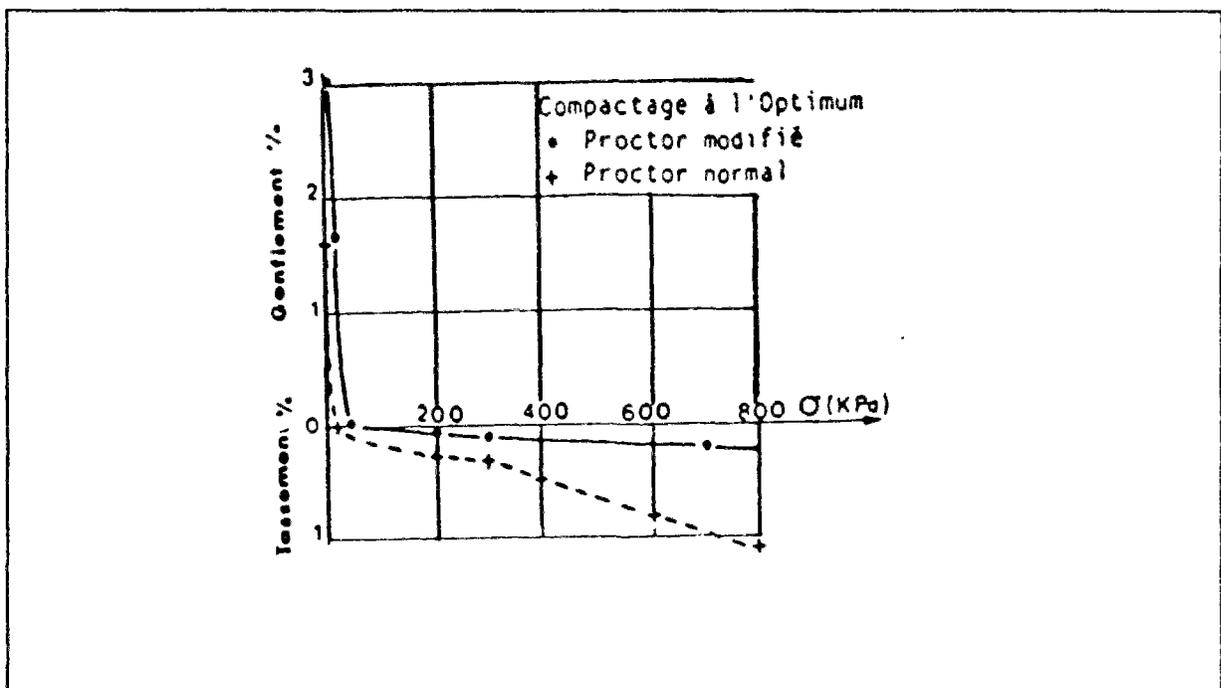


Figure 5.2 Tassements et gonflements en fonction de l'énergie de compactage pour des éprouvettes chargées sous σ puis humidifiées (Mieussens et al., 1982)

L'étude géotechnique préliminaire n'avait pas permis de donner des conclusions définitives quant à la nature du matériau réel du remblai, compte tenu du caractère ponctuel des prélèvements. Afin de compléter la connaissance du matériau, une étude géotechnique complémentaire a été faite sur 9 échantillons supposés représentatifs du gisement (Camapum de Carvalho, 1982).

Cette étude a mis en évidence la prédominance des marnes grises dans le gisement utilisé pour la construction du remblai. D'autre part, des essais de cisaillement à l'appareil triaxial ont permis d'établir que, dans le domaine normalement consolidé, le matériau compacté est caractérisé par un angle de frottement interne $\phi' = 28^\circ$ et une cohésion $c' = 2$ kPa. Les résultats de toutes ces études ont conduit à prendre les dispositions constructives décrites dans la section suivante.

5.3 DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES DEDUITES DE L'ETUDE GEOTECHNIQUE

Les études géotechniques (préliminaires et complémentaires) ont conduit à proposer les dispositions suivantes :

1 - compactage des dix premiers mètres de remblai à une densité proche de celle correspondant à l'énergie Proctor Modifié, ceci pour avoir un matériau légèrement surconsolidé et éviter ainsi un changement de comportement ultérieur dû à une éventuelle modification de la teneur en eau ;

2 - compactage des dix derniers mètres de remblai à une densité proche de l'énergie Proctor Normal de façon à ne pas avoir un matériau trop surconsolidé, donc fragile ;

3 - compactage de la couche intermédiaire à une énergie intermédiaire ;

4 - la teneur en eau de compactage doit être supérieure à la teneur en eau à l'optimum Proctor, permettant ainsi de se situer du côté humide ;

5 - une couche d'argile de 2 m d'épaisseur a été utilisée pour compenser les gonflements qui pourraient survenir lors d'une éventuelle variation de la saturation sur les talus ou en pied du remblai ;

6 - la pente de talus a été prise égale à $\text{tg } \beta = 1/2$.

5.4 CONSTRUCTION DU REMBLAI ET MESURES SUR LES MATERIAUX

Ces dispositions constructives ont conduit à construire le remblai comme suit :

- première période : mise en oeuvre de 8 m de remblai sur un tapis drainant de 1 m. Cette phase a débuté le 1 septembre 1980 et s'est achevée le 1 décembre 1980. Du 1 décembre 1980 au 15 avril 1981, une pause a été observée sur le chantier en protégeant la plate-forme par une couche d'argile de 2 m d'épaisseur ;

- deuxième période : cette période correspond à un chargement quasi continu du 15 avril 1981 au 10 novembre 1981. Deux couches seront distinguées dans cette étude : une couche située entre 10 à 20 m et une couche allant de 20 m à la hauteur finale du remblai.

Pendant la construction, des mesures de densité sèche et de teneur en eau ont été effectuées sur les trois couches du remblai. Leurs résultats sont présentés sur les figures 5.3 à 5.8.

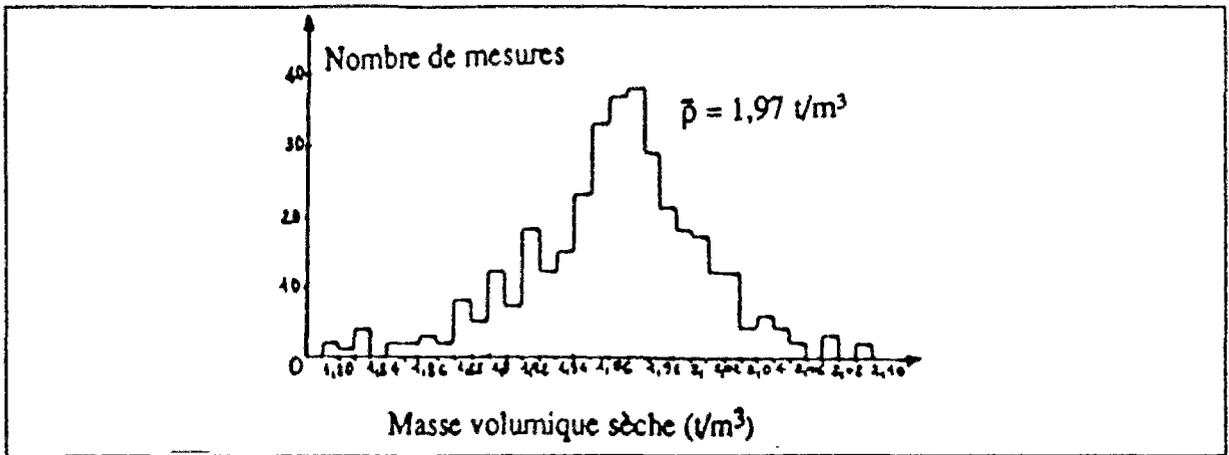


Figure 5.3 Histogramme des masses volumiques sèches pour la première couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

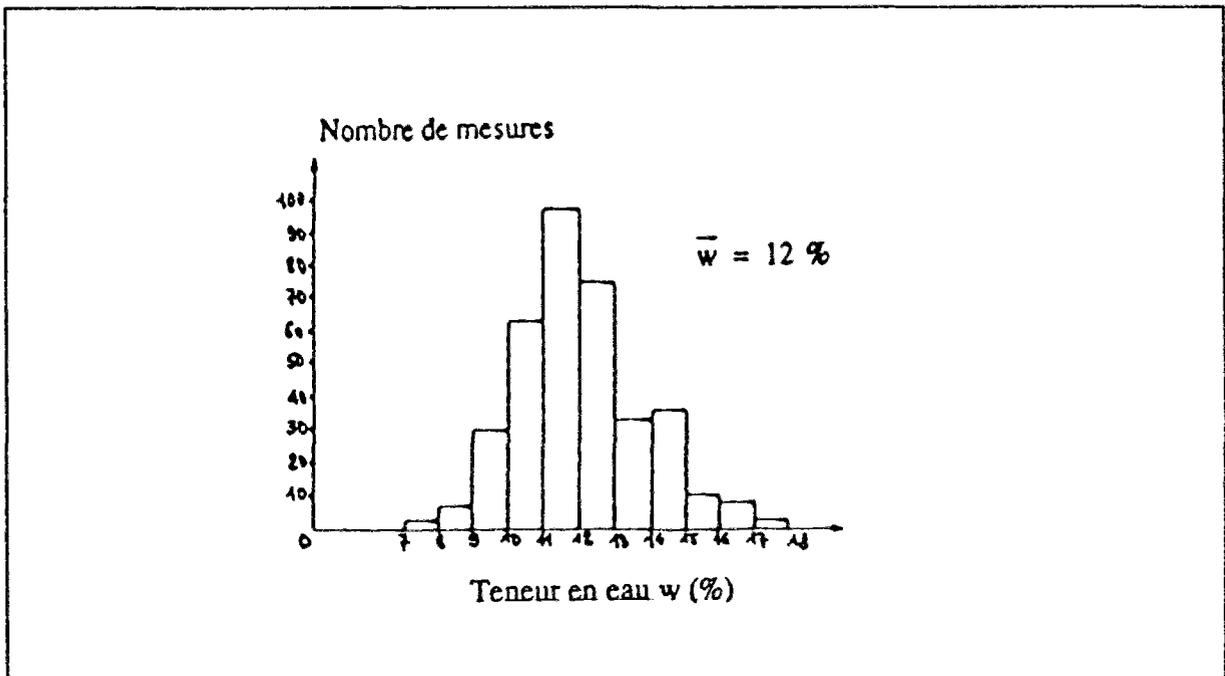


Figure 5.4 Histogramme des teneurs en eau pour la première couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

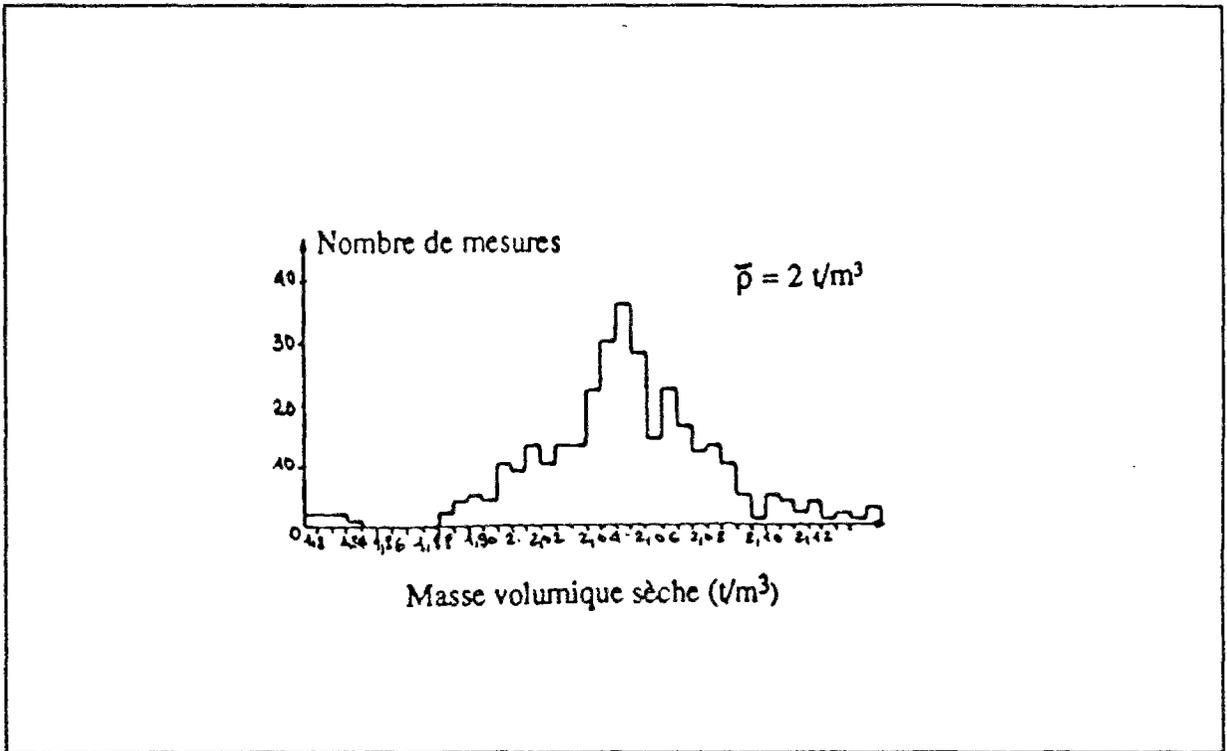


Figure 5.5 Histogramme des masses volumiques sèches pour la deuxième couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

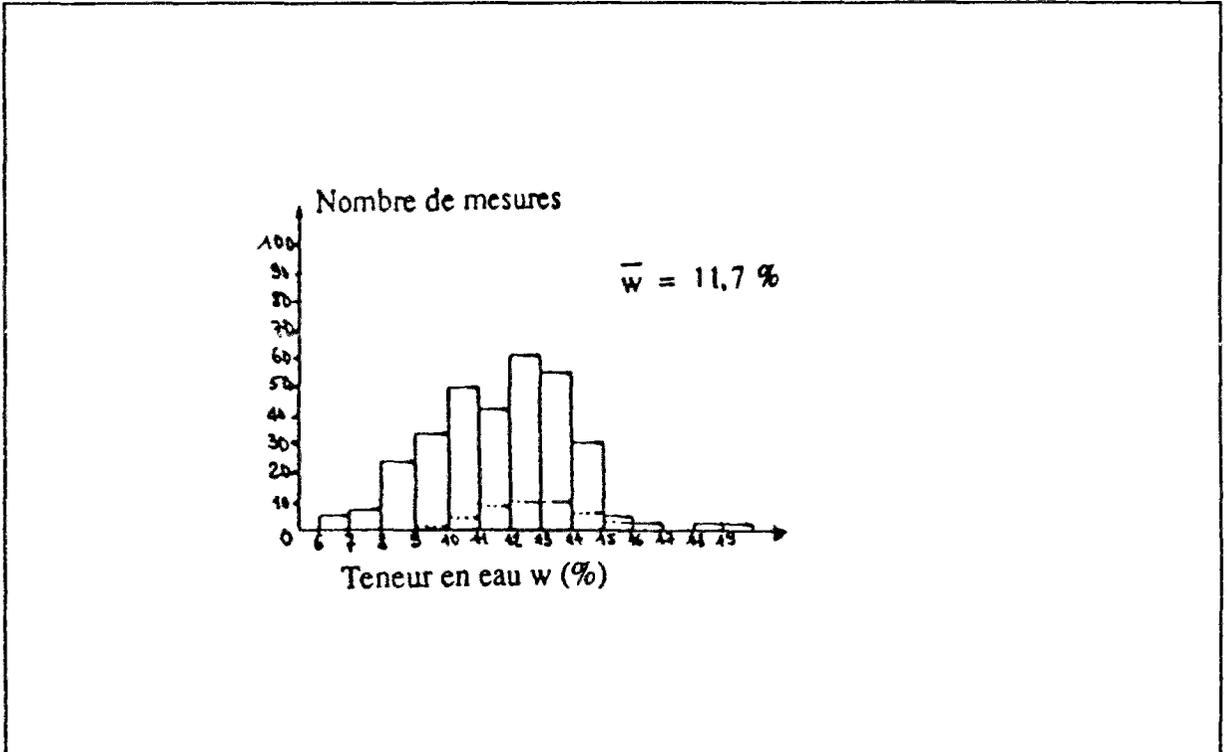


Figure 5.6 Histogramme des teneurs en eau pour la deuxième couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

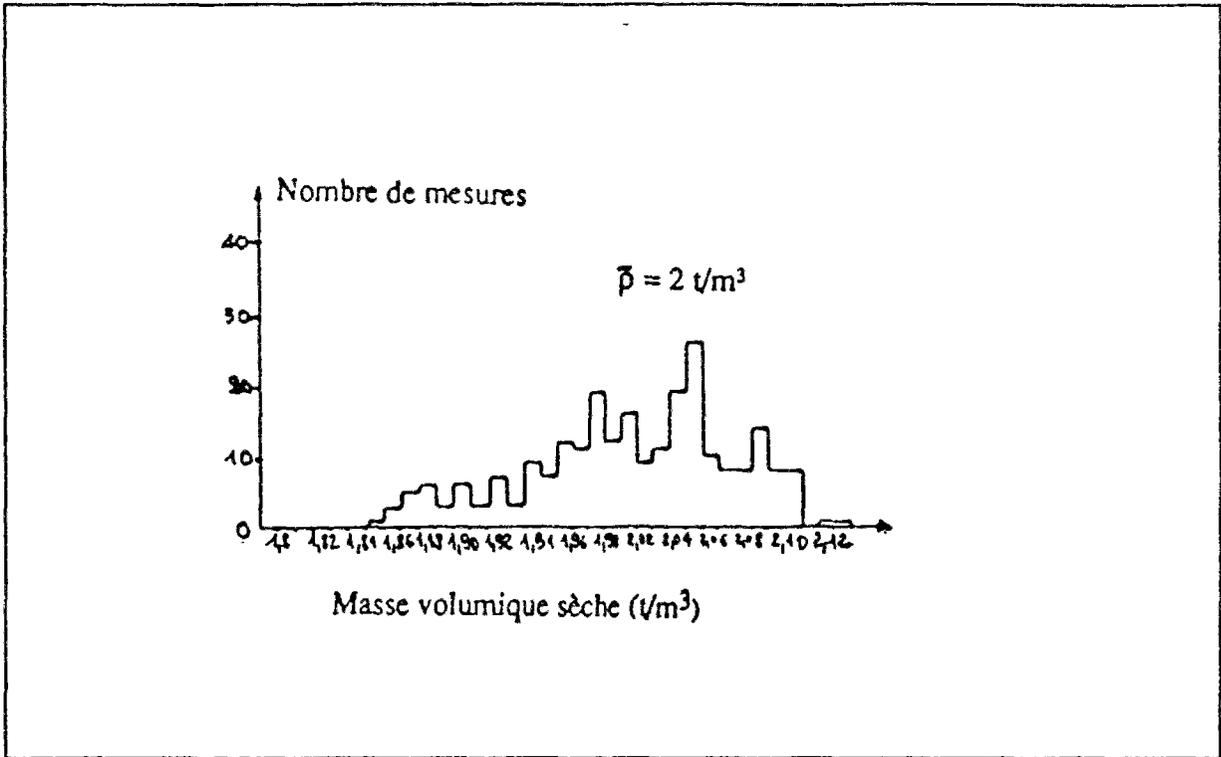


Figure 5.7 Histogramme des masses volumiques sèches pour la troisième couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

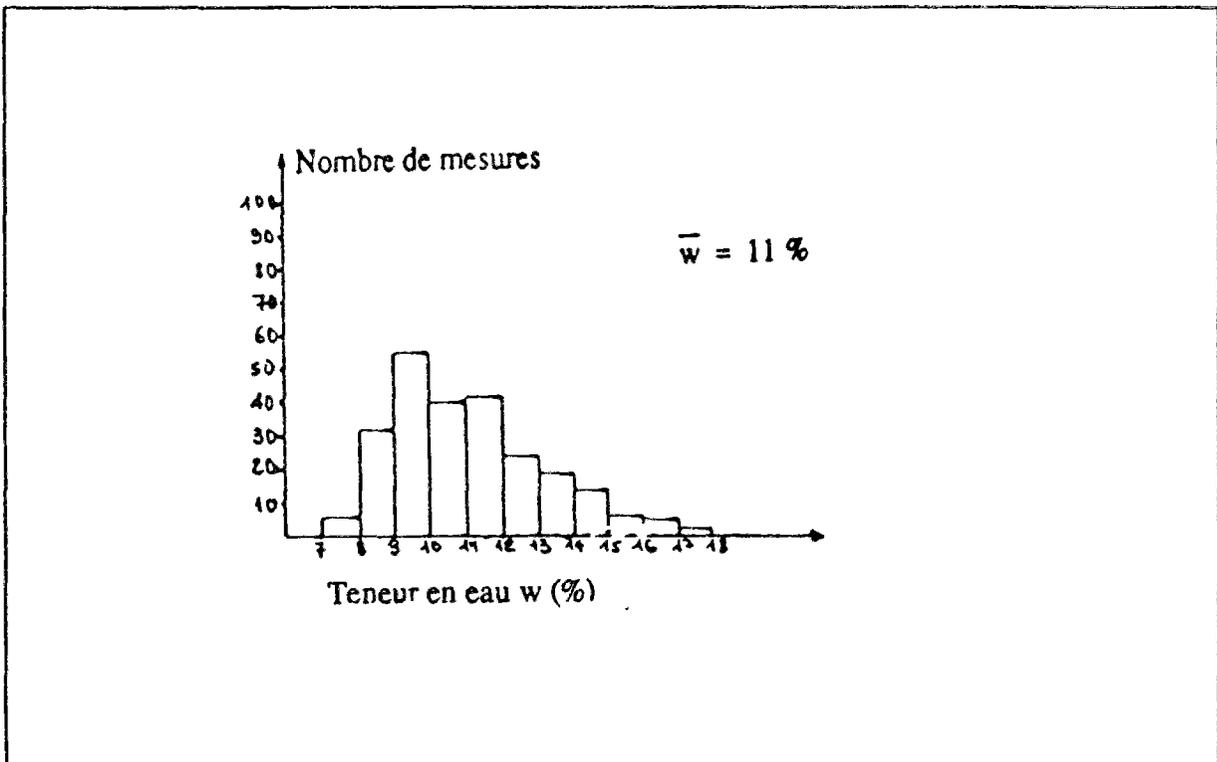


Figure 5.8 Histogramme des teneurs en eau pour la troisième couche du remblai de la Jorle (Mieussens et al., 1982)

5.5 INSTRUMENTATION

Quatre niveaux d'instrumentations ont été retenus :

- niveau 00 : terrain naturel ;
- niveau 10 : cote du remblai de décembre 1980 au 15 avril 1981 ;
- niveau 20 : cote du remblai la première semaine de juillet 1981 ;
- niveau 30 : cote finale du remblai.

La figure 5-9 montre le plan d'instrumentation du remblai. Les mesures effectuées ont concerné aussi bien les tassements que les déplacements horizontaux et les pressions interstitielles. Pour effectuer ces mesures, plusieurs appareillages ont été utilisés pour s'assurer de la fiabilité des mesures et tester certains nouveaux appareils.

Des essais pressiométriques ont d'autre part été réalisés dans le corps du remblai.

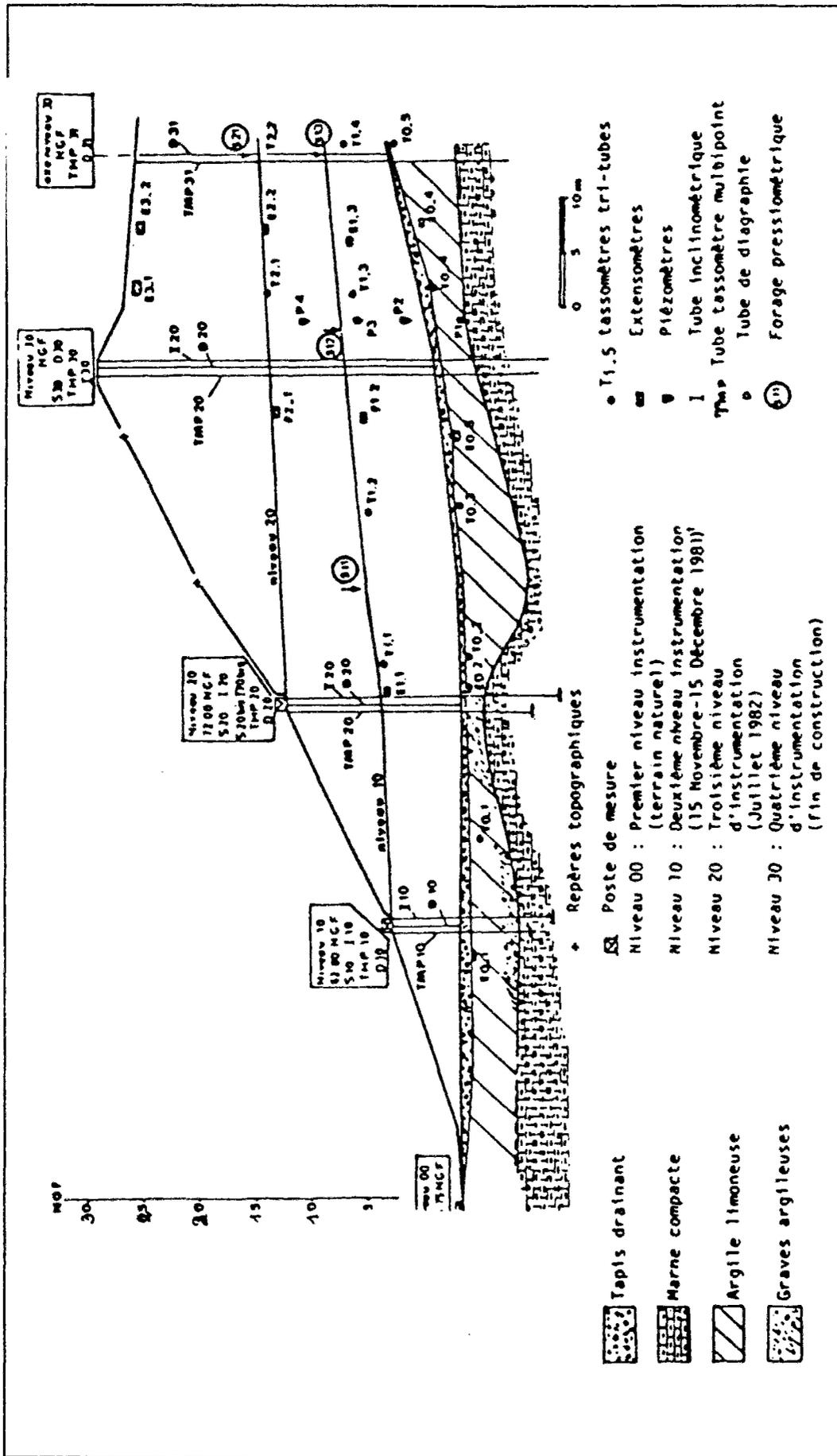


Figure 5.9 Instrumentation et implantation des essais pressiométriques (Mieussens et al., 1982)

5.5.1 Mesure des tassements

Deux systèmes de mesure ont été utilisés pour les tassements : l'un basé sur le tassomètre multipoint de profondeur (TMP) et l'autre sur le tassomètre à trois-tubulures.

Les tassements ont été mesurés au moyen de tassomètres tri-tube (notés "Ti-J"), au niveau du sol support ($i = 0$) puis aux niveaux 10 ($i = 1$) et 20 ($i = 2$). Le principe de ce tassomètre est décrit sur la figure 5.10. Sa précision est de ± 1 mm si la lecture est faite à la pression atmosphérique et de ± 1 cm si la lecture est faite après application d'une contrepression d'air.

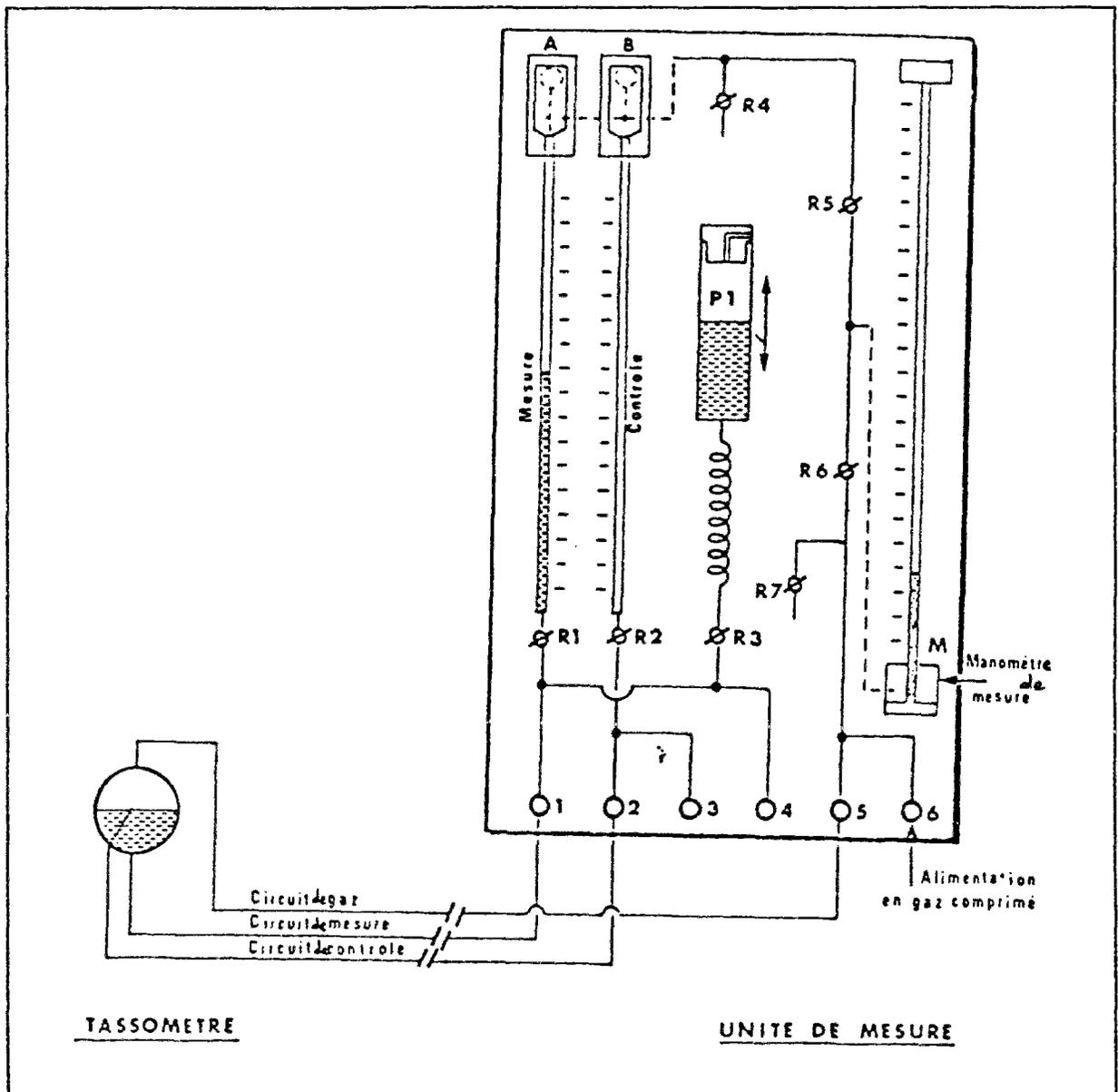


Figure 5.10 Principe du tassomètre à trois tubes et de l'unité de mesure portable (Mieussens et al., 1986)

Un deuxième ensemble de mesures a été effectué grâce au tassomètre multipoint (TMP). Ce système est plus précis que le précédent, ± 1 mm, mais son inconvénient réside dans la délicatesse de sa mise en oeuvre et il ne donne des informations qu'à la fin de la construction du remblai. Néanmoins ces deux systèmes ont été utilisés compte tenu de leur complémentarité. La figure 5.11 présente le principe de fonctionnement du tassomètre multipoint.

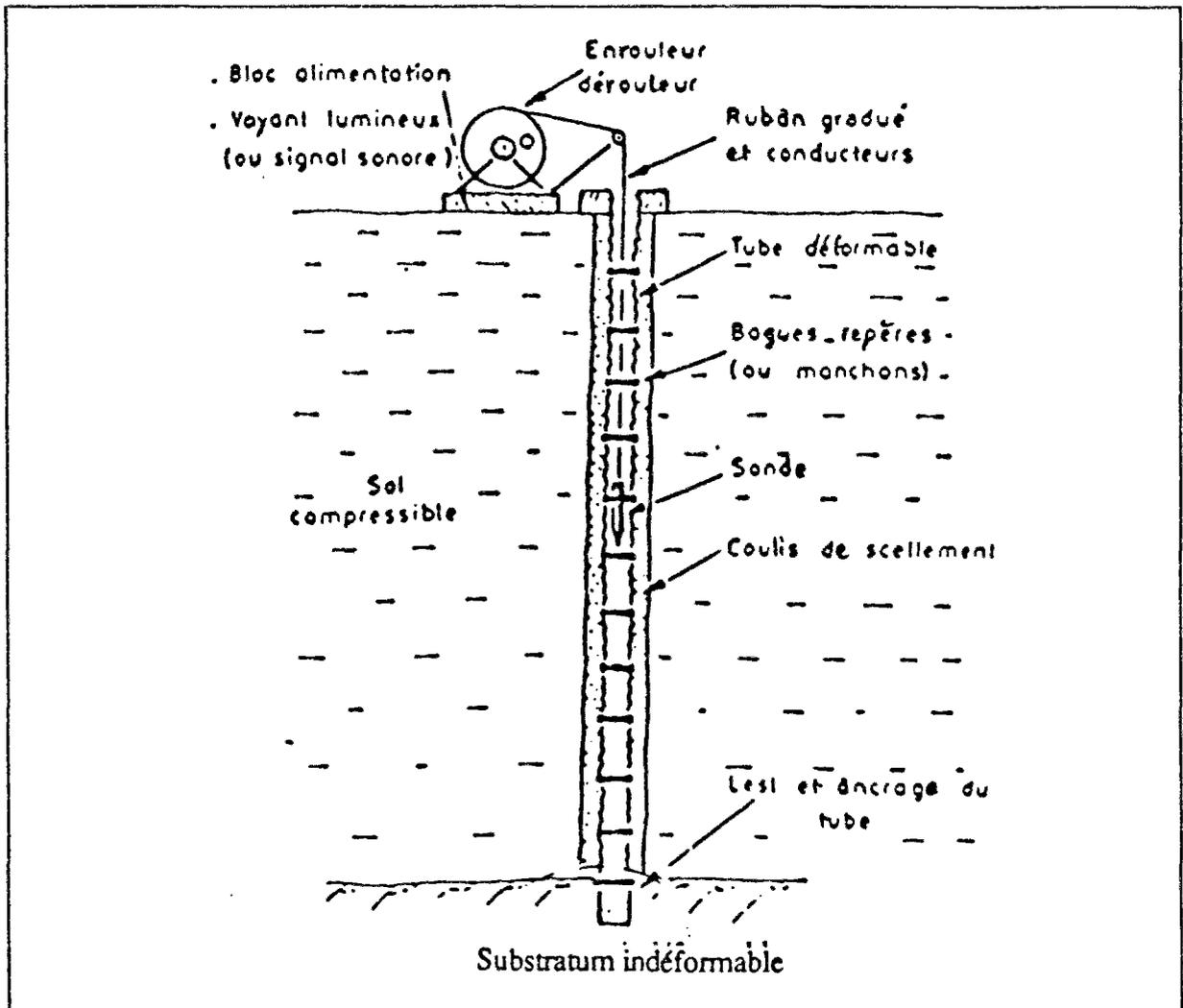


Figure 5.11 Principe du tassomètre multipoint de profondeur (Mieussens et al., 1986)

5.5.2 Mesures des déplacements et déformations horizontales

Les déplacements horizontaux ont été mesurés au moyen de tubes inclinométriques placés dans le talus au fur et à mesure de la construction et en crête en fin de construction. Les déformations horizontales ont été mesurées au moyen d'extensomètres dont le principe est décrit sur la figure 5-13. Les deux extrémités distantes de 0,5 m sont solidaires d'une plaque figée dans le sol et qui en suit donc le mouvement.

La résolution de la mesure est de $1 \mu\text{m}$, mais celle-ci n'est significative que si l'on a une liaison parfaite avec le sol, ce qui n'est pas généralement le cas, d'où le plus souvent l'existence de déplacements fictifs relativement importants (atteignant 1 mm).

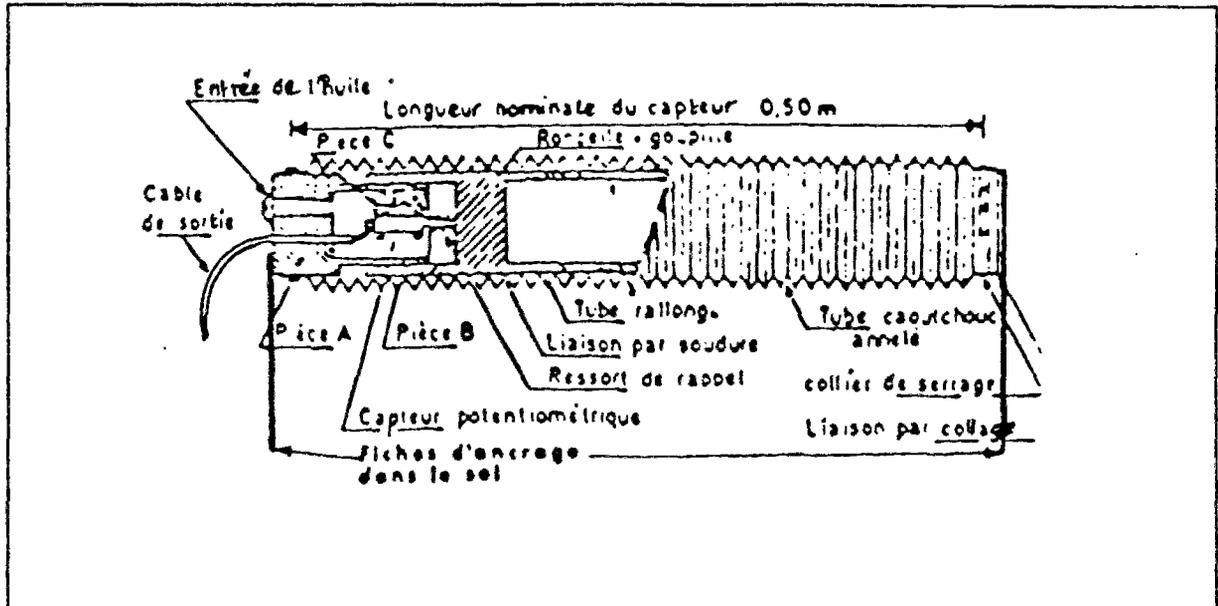


Figure 5.12 Principe de l'extensomètre (Mieussens et al., 1986)

5.5.3 Mesures des pressions interstitielles

L'évolution des surpressions interstitielles a été déterminée grâce à quatre piézomètres à contrepression, placés dans le sol support et dans le corps du remblai (figure 5.9).

5.5.4 Diagraphies de teneur en eau

L'observation de l'évolution des teneurs en eau par diagraphie n'a malheureusement pas donné de résultats satisfaisants. Ceci peut être expliqué en partie par le mauvais contact entre le tube métallique et le sol support, du fait de la très grande longueur des forages.

5.6 RESULTATS DES MESURES

La figure 5.13 présente les tassements du sol support, constitué essentiellement de dépôts de pente et de dépôts argileux reposant sur le substratum marneux compact. Les tassements évoluent surtout pendant la construction du remblai et se stabilisent rapidement après.

La figure 5.14 montre l'évolution du tassement par couche de remblai. Ces valeurs ont été obtenues en faisant la différence entre les lectures des tassomètres situés à deux altitudes différentes. Sur cette même figure ont été reportés les tassements fournis par les tassomètres multipoints (TMP) situés au même niveau.

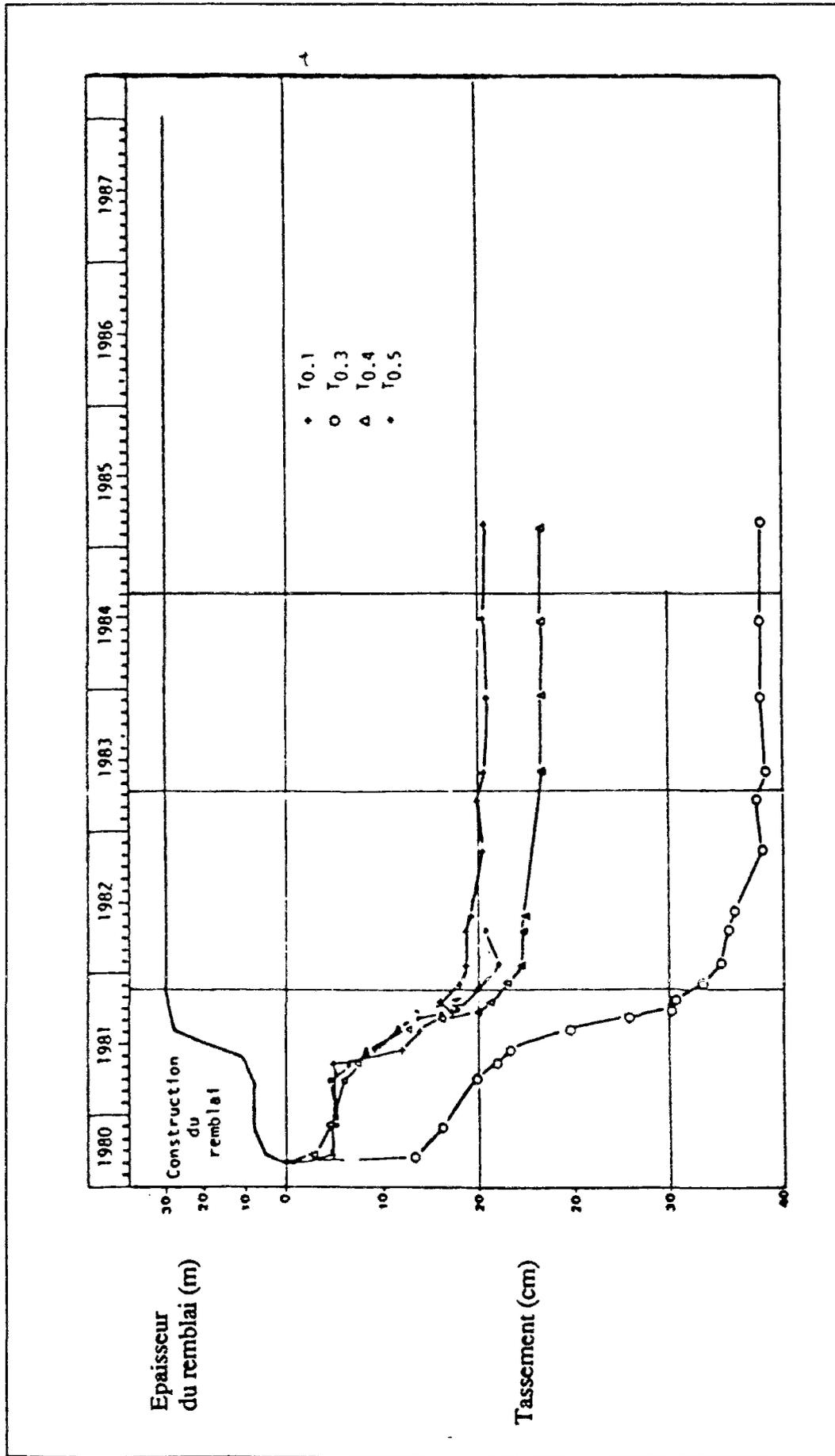


Figure 5.13 Tassement du sol support (Mieussens et al., 1986)

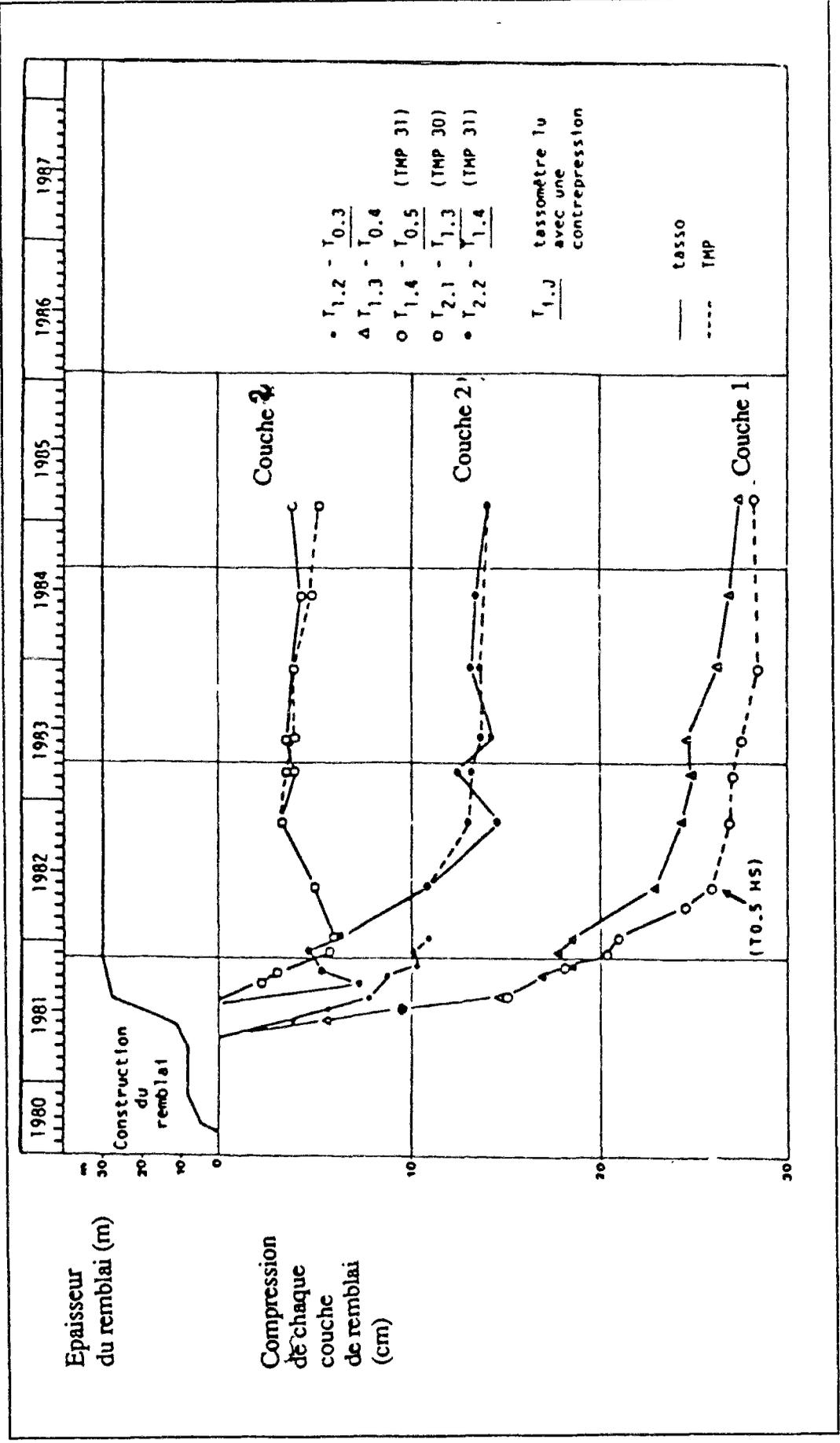


Figure 5.14 Tassements des trois couches de remblai (Mieussens et al., 1986)

Les figures 5.16 et 5.17 donnent les résultats des mesures de déformations horizontales pour les deux inclinomètres I10 et I20 pour le corps du remblai seul, avec pour origine du temps la fin de la construction. Pour l'inclinomètre I10 nous remarquons une amplification du phénomène et son approfondissement, qui concerne la totalité de l'épaisseur du remblai. Il est intéressant, de noter que, jusqu'en mai 1982, le déplacement latéral n'avait pas affecté la zone comprise entre 3,5 et 5 m de profondeur. Pour ce qui est de l'inclinomètre I20, on observe des phénomènes similaires mais avec deux zones séparées à la base du remblai et en surface.

La figure 5.18 donne les valeurs des surpressions interstitielles dans le sol support et dans les couches inférieures du remblai. Les pressions interstitielles dans le sol support ont atteint une valeur maximale de 75 kPa. La figure montre aussi que le tapis drainant a relativement bien joué son rôle puisqu'on n'observe aucune surpression dans son voisinage. Dans le corps du remblai, il n'y a pas eu de surpressions interstitielles pendant la construction, ce qui est conforme à l'hypothèse de saturation progressive du matériau par consolidation du remblai sous son poids propre.

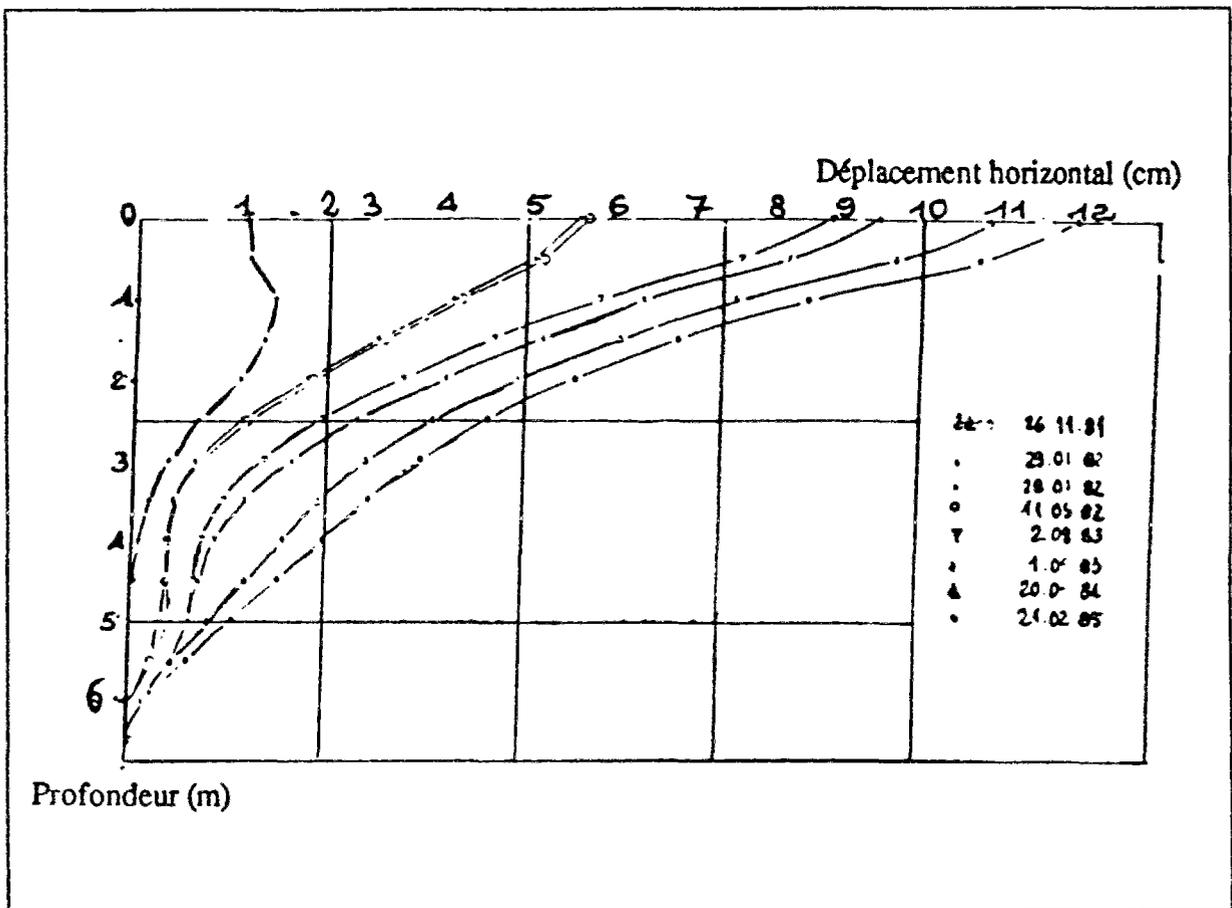


Figure 5.16 Déformation horizontale depuis la fin de la construction (I10 - origine au niveau du tapis drainant) (Mieussens et al., 1986)

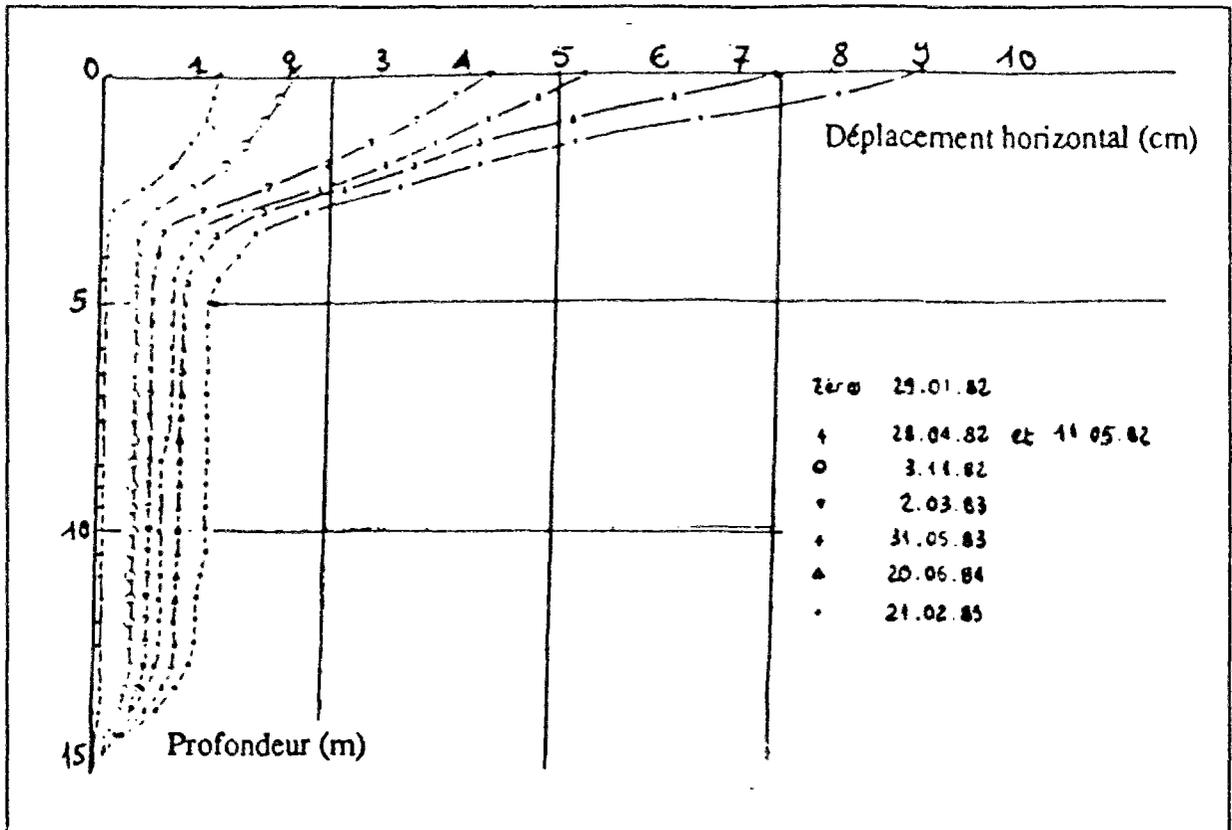


Figure 5.17 Déformation horizontale depuis la fin de la construction (I10 - origine au niveau du tapis drainant) (Mieussens et al., 1986)

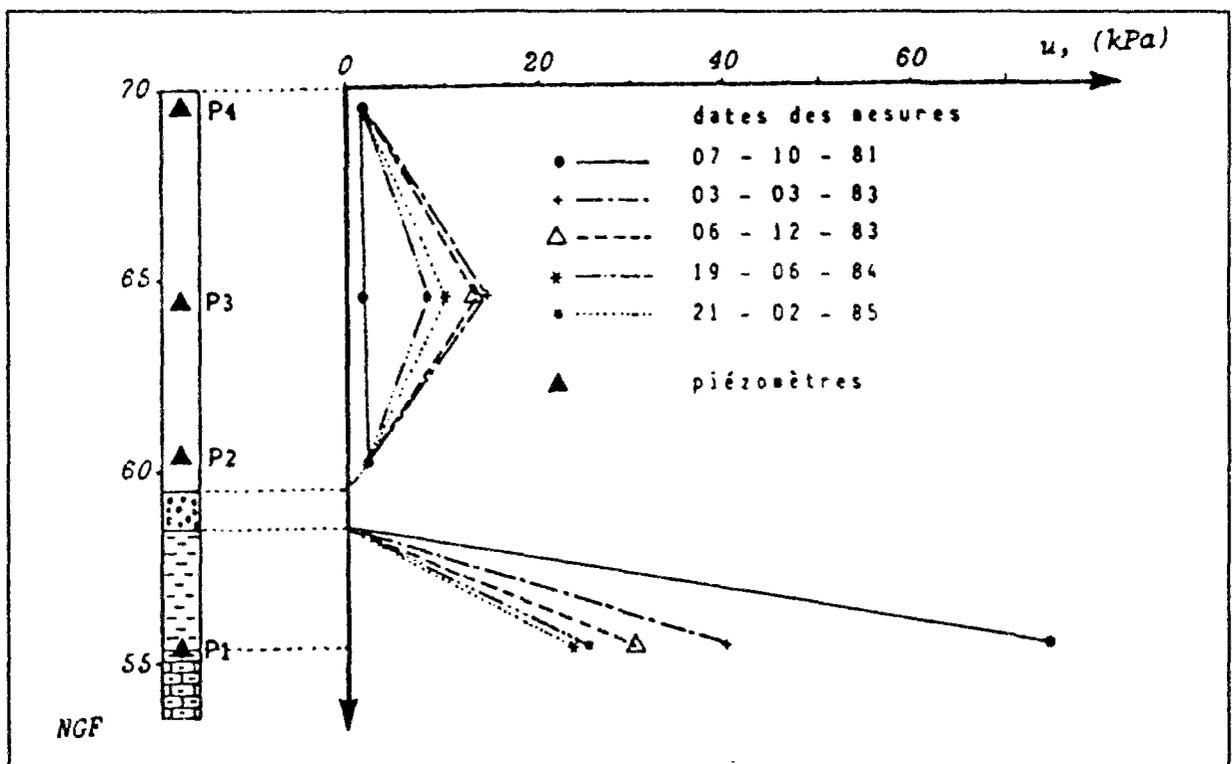


Figure 5.18 Evolution des surpressions interstitielles dans le remblai (Mieussens et al., 1986)

5.6 CONCLUSION

La bonne instrumentation du remblai a permis d'effectuer des mesures qui reflètent assez bien les conditions dans lesquelles la construction et le suivi du remblai ont été effectués. Elles nous permet d'avoir des données représentatives pour la comparaison avec les calculs numériques que nous effectuerons dans le chapitre suivant, qui constituent une première étape de la validation de notre modèle.

Il est toutefois important de signaler ici que des fissures ont été observées en certains endroits du remblai et qu'elles peuvent avoir influencé le comportement observé du remblai.

Chapitre 6

ANALYSE NUMERIQUE DU COMPORTEMENT DU REMLAI DE LA JORLE PAR LE MODULE CSNS

6.1 INTRODUCTION

Le modèle numérique décrit au chapitre 3 est implanté dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC. Des tests uni - et bidimensionnels, présentés dans le chapitre 4, ont été effectués pour s'assurer de la bonne programmation, de l'aptitude du modèle à reproduire certains modèles particuliers qu'il généralise et du bon choix de l'algorithme numérique.

Dans ce chapitre, nous présenterons l'application du module CSNS (Consolidation des Sols Non Saturés) à la modélisation du remblai de la Jorle.

6.2 MODELE DE CALCUL

La géométrie de l'ouvrage (figure 6.1), sa conception et l'interprétation des résultats expérimentaux laissent supposer que le remblai de la Jorle a un comportement bidimensionnel en déformation plane.

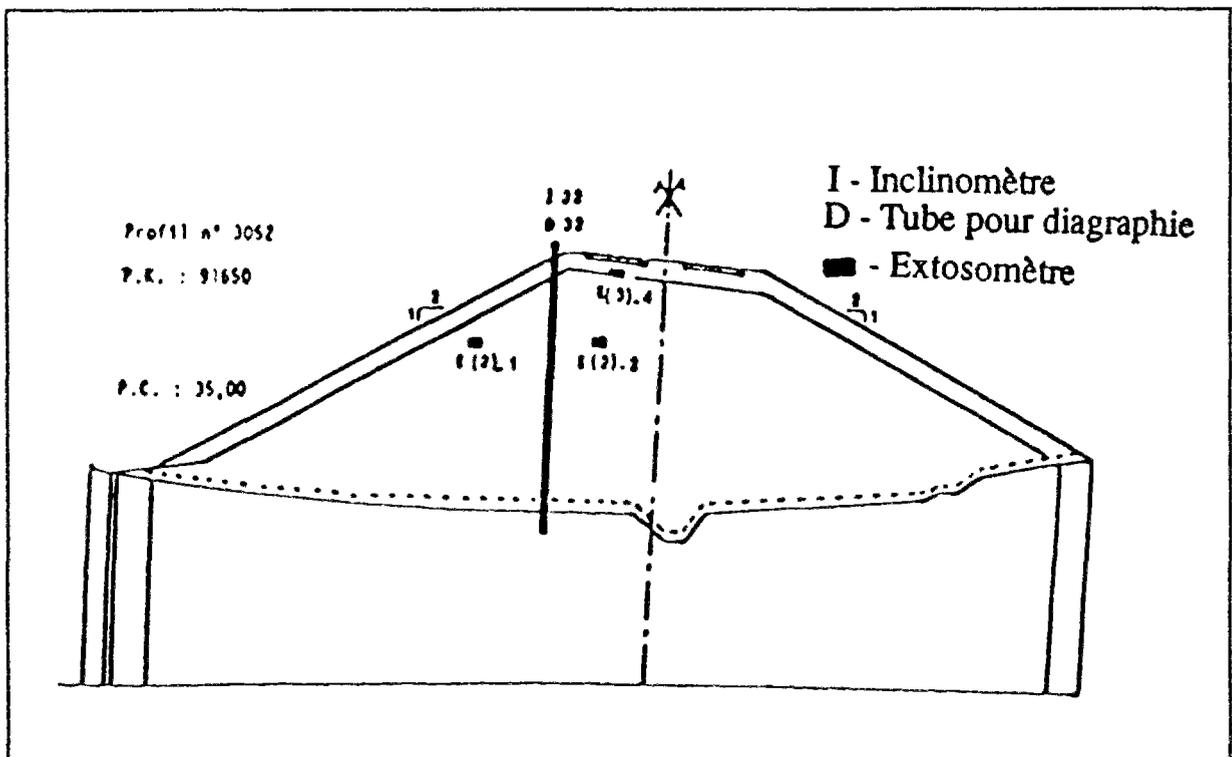


Figure 6-1 Coupe transversale du remblai de la Jorle

Nous avons néanmoins apporté quelques simplifications à la géométrie du remblai et du sol support pour le calcul :

- la crête de la digue a été supposée horizontale. Cette hypothèse se justifie par le fait que les pentes adoptées pour les chaussées dans ce genre d'ouvrage sont généralement faibles et que leur prise en compte ne fait que compliquer la géométrie de l'ouvrage et donc du maillage sans beaucoup influencer les résultats des calculs ;

- le tapis drainant a été considéré comme horizontal et nous avons négligé la tranchée du milieu ;

- dans l'impossibilité de connaître avec exactitude la stratification de la couche dite "grave argileuse", cette couche a été négligée et la couche d'argile limoneuse a été prise horizontale.

Compte tenu de ces hypothèses, nous avons procédé au choix du maillage. La règle générale pour le choix de la géométrie des modèles est que le domaine défini pour le calcul doit être assez grand pour que les parties éliminées du massif ou de la structure n'aient pas d'influence sur le résultat du calcul.

Pour le choix du maillage, nous avons cherché à avoir un minimum d'éléments pour un maximum de précision. Pour atteindre cet objectif nous avons procédé à des analyses préliminaires sur deux maillages (figure 6.2). Les résultats des calculs effectués avec ces deux maillages nous ont montré que, pour les paramètres auxquels on s'intéressait dans cette modélisation (les tassements, les déplacements horizontaux, etc.) et compte tenu des chargements appliqués, le deuxième maillage convenait mieux.

Le maillage retenu tient compte des considérations importantes suivantes :

- pour représenter l'hétérogénéité de la structure du remblai et du sol support, nous avons structuré le maillage en groupes d'éléments correspondant aux couches ;

- pour représenter le phasage de la construction, nous avons respecté le calendrier de la construction, ce qui s'est traduit dans la modélisation par l'activation de certains éléments à un temps déterminé en vue de prendre en compte leur rigidité et leurs poids propre ;

- la nature des conditions aux limites envisagées (drainage, flux nul, encastrement, etc.) et la présence de discontinuités (passage de la fondation au drain ou du drain à la première couche de remblai) nous ont amené à raffiner le maillage dans certaines zones plus que d'autres ;

- la géométrie adoptée, compte tenu des hypothèses citées ci-dessus, nous a permis de considérer le remblai comme symétrique et de ne modéliser que la moitié de l'ouvrage.

Ces différentes considérations nous ont conduit à créer cinq groupes d'éléments constituant cinq sous-structures distinctes :

- une sous-structure pour le sol support (premier groupe d'éléments), constitué d'argile limoneuse ;

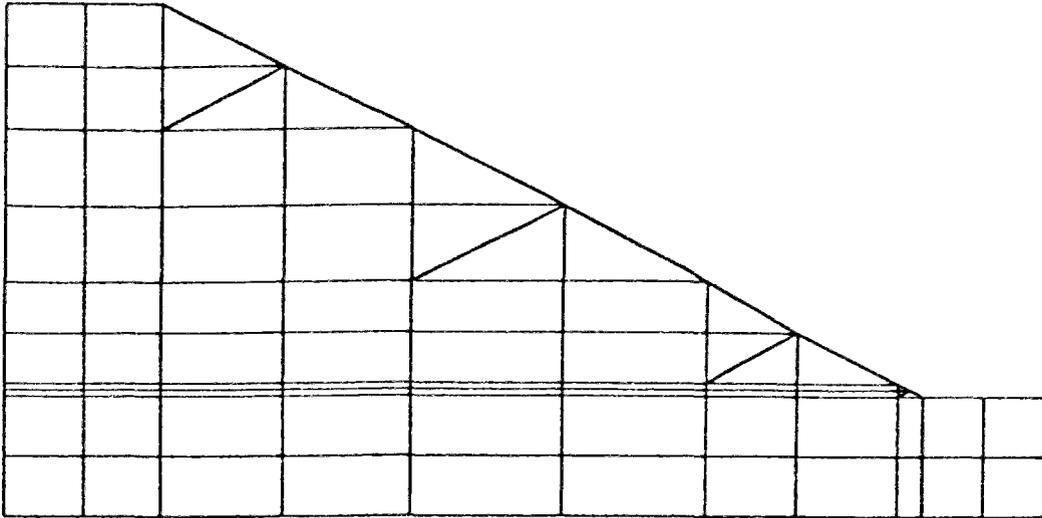
- une sous-structure pour le tapis drainant (deuxième groupe d'éléments) constitué de sable ;

- les trois autres sous-structures représentent les trois couches de remblai et sont constituées de marnes.

Les maillages de ces différentes sous-structures, avant assemblage, sont représentés sur la figure 6.3. L'assemblage de ces différentes sous-structures donne le maillage du remblai (fig.6.4).

Le maillage final est composé de 169 quadrilatères à 8 noeuds et de 43 triangles à 6 noeuds placés au niveau des talus pour éviter d'avoir des éléments trapézoïdaux ou très anguleux. Le nombre total des noeuds est de 651.

Première variante



Deuxième variante

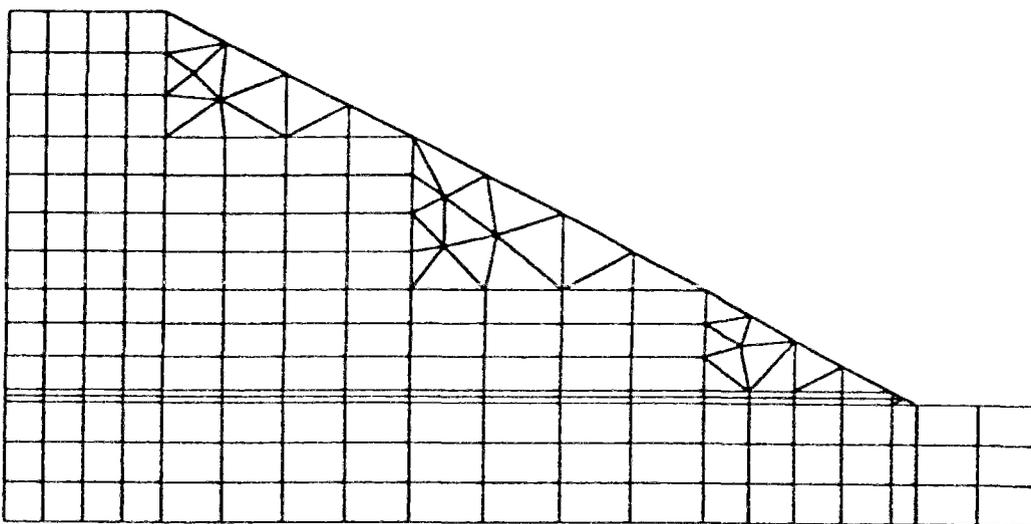


Figure 6.2 Maillages utilisés dans les calculs préliminaires

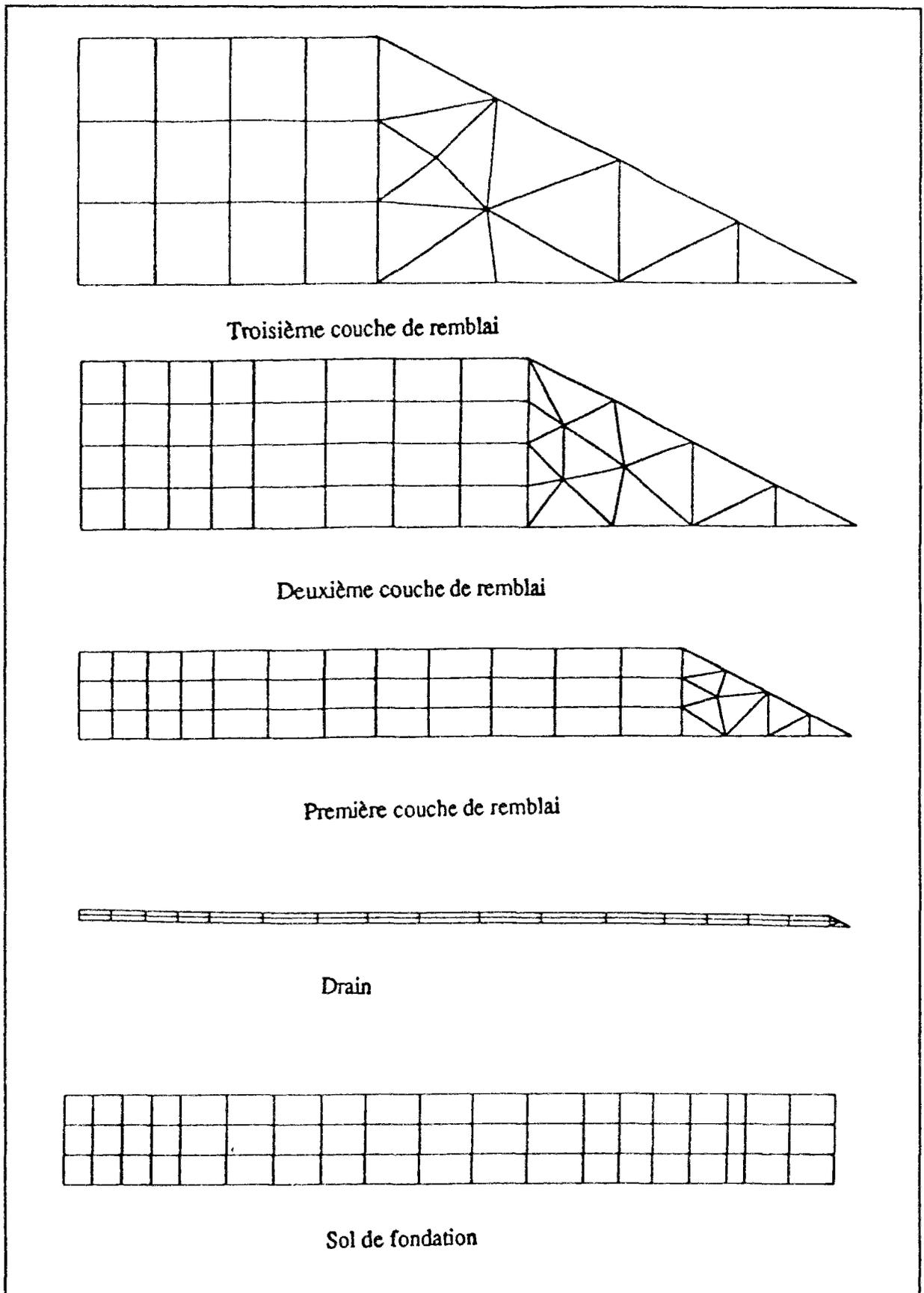


Figure 6.3 Maillage des différentes sous-structures du remblai

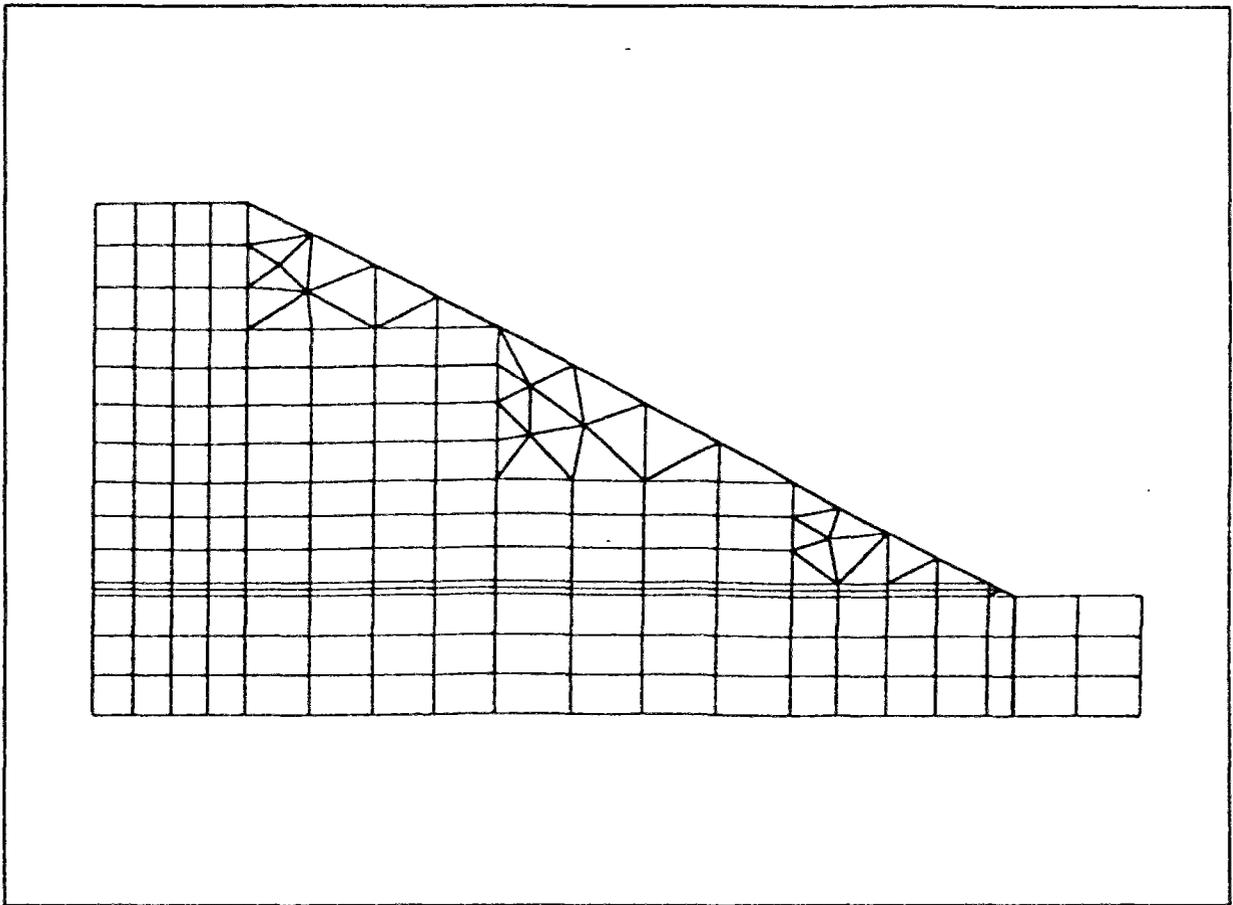


Figure 6.4 Maillage du remblai retenu pour le calcul

6.3 MODELE NUMERIQUE ET PARAMETRES MECANQUES ET D'ECOULEMENT

Nous avons supposé pour le calcul du remblai de la Jorle que les déformations du matériau du remblai et de sa fondation sont élastoplastiques.

Les essais de compressibilité effectués sur la marne utilisée pour la construction du remblai (Camapum de Carvalho, 1985) donnent un ordre de grandeur des modules d'Young et de certains paramètres mécaniques utilisés pour la loi de comportement du sol, comme les paramètres de compressibilité élastique et plastique. Les autres paramètres ont été choisis par analogie avec les paramètres de ce genre utilisés pour ce type de marnes.

Il faut noter que le module de la marne varie considérablement depuis son extraction jusqu'à sa mise en remblai et au cours du compactage puis de la consolidation. Cette variation peut aller de 1000 MPa jusqu'à 25 MPa. Pour simuler plus simplement le comportement de la marne dans l'ouvrage, nous avons tenu compte dans le choix des modules de l'effet différé en faisant varier uniquement le module en fonction de la succion initiale.

Les modules d'Young du sable (tapis drainant) et des limons sont supposés égaux à ceux des matériaux usuels du même type.

Les paramètres d'écoulement de l'eau et de l'air ont été choisis conformément au formalisme du modèle physique tri-phasique adopté dans notre travail.

Pour compléter les données numériques du modèle, nous avons introduit, en plus, les paramètres de définition des courbes de variation des perméabilités à l'eau et à l'air et du degré de saturation. La variation de ces paramètres en fonction de la succion a été choisie identique pour les différents groupes. Dans les tableaux 6.2 à 6.4, nous avons regroupé les valeurs des différents paramètres de calcul utilisés pour chaque type de sol.

Tableau 6.2 Paramètres de calculs utilisés pour l'argile limoneuse

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	0
Module d'Young E (kPa)	15000
Coefficient de Poisson ν	0,3
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	28076,9
Indice des vides initial e_0	0,385
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/j)	10 ⁻⁵
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,0001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,0012
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa j)	1,8.10 ⁻¹³
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	10 ⁻¹³
Constante pour la perméabilité à l'air c	2
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹ j)	1,2
Indice de compressibilité élastique (κ)	0,097
Indice de compressibilité plastique (λ)	0,041
Paramètre définissant la rigidité (r)	0,82
Paramètre définissant l'augmentation de la rigidité avec la succion (β) (kPa ⁻¹)	164000

Tableau 6.2 (suite) Paramètres de calculs utilisés pour l'argile limoneuse

Pression de préconsolidation à l'état saturé P_{c0} (kPa)	3000
Contrainte de référence P_r (kPa)	300
Coefficient de cohésion pt_k	0,02
Pente de la courbe d'état critique (M)	1,41

Tableau 6.3 Paramètres de calcul utilisés pour la marne

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	250000
Coefficient de Poisson ν	0,3
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	248076,9
Indice des vides initial e_0	0,385
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/j)	10 ⁻⁵
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,0001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,0012
Degré de saturation résiduel S_{ru}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa j)	1,8.10 ⁻¹³
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	10 ⁻¹⁴
Constante pour la perméabilité à l'air c	2
contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité à l'air (kPa ⁻¹ j)	1,2
Indice de compressibilité élastique(κ)	0,097
Indice de compressibilité plastique (λ)	0,041
Paramètre définissant la rigidité (r)	0,82
Paramètre définissant l'augmentation de la rigidité avec la succion (β) (kPa ⁻¹)	16400
Pression de préconsolidation à l'état saturé P_{c0} (kPa)	5000
Contrainte de référence P_r (kPa)	300
Coefficient de la cohésion pt_k	0,02
Pente de la courbe d'état critique (M)	1,41

Tableau 6.4 Paramètres de calcul utilisés pour le tapis drainant

Poids volumique du sol γ (kN/m ³)	20
Module d'Young E (kPa)	100000
Coefficient de Poisson ν	0,3
Module de déformation volumique en succion (kPa ⁻¹)	98076,924
Indice de vide initial e_0	0,6
Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé k_{satw} (m/j)	10 ⁻³
Constante du degré de saturation a_s	1
Constante du degré de saturation b_s (kPa ⁻¹)	-0,0001
Constante du degré de saturation c_s (kPa ⁻¹)	0,0012
Degré de saturation résiduel S_{r1}	0
Viscosité de l'air μ_a (kPa j)	1,8.10 ⁻¹³
Constante pour la perméabilité à l'eau α	3
Constante pour la perméabilité à l'air b	1.10 ⁻¹³
Constante pour la perméabilité à l'air c	2
Contrainte verticale σ_v (kPa)	200
Poids volumique de l'eau γ_w (kN/m ³)	10
Poids volumique de l'air γ_a (kN/m ³)	0,012
Coefficient de Henry H	0,02
Coefficient de compressibilité de l'air (kPa ⁻¹ j)	1,2
Indice de compressibilité élastique(κ)	0,085
Indice de compressibilité plastique (λ)	0,031
Paramètre définissant la rigidité (r)	0,82
Paramètre définissant l'augmentation de la rigidité avec la succion (β) (kPa ⁻¹)	16400
Pression de préconsolidation à l'état saturé P_{c0} (kPa)	100000
Contrainte de référence P_r (kPa)	300
Coefficient de la cohésion pt_k	0,02
Pente de la courbe d'état critique (M)	1,3

6.4 CHARGEMENT

Les chargements appliqués pendant et après la construction sont relativement simples. Pour la clarté de l'exposé, nous allons distinguer le remblai et le sol de fondation. Le sol de fondation ne tasse que sous le poids du remblai. A l'état initial on donne un champ de contraintes initiales pour assurer l'équilibre du massif de fondation. Ces contraintes serviront pour la suite du calcul non linéaire.

Pour le remblai, le seul chargement mis en jeu est le poids propre de chaque couche.

Il reste à préciser la loi de chargement du remblai, c'est à dire le phasage de la construction. Comme nous l'avons décrit dans le chapitre précédent, le remblai de la Jorle a été construit en trois étapes avec une période d'arrêt du chantier qui s'étend du 1^{er} décembre 1980 au 15 avril 1981.

Pour modéliser cette loi, on a choisi d'exécuter quatre calculs enchaînés (calculs avec reprise). Le premier calcul correspond à la mise en place d'une couche de remblai de 8 mètres et s'étend du 1 septembre 1980 au 1 décembre 1980. Le deuxième calcul correspond à la période de pose du chantier et s'étend du 1 décembre 1980 au 15 avril 1981. A partir de cette date et de manière quasi continue, nous avons exécuté deux calculs correspondant successivement à la mise en place de 10 mètres et de 12 mètres de remblai.

Sur la figure 6.5 nous avons représenté l'évolution du remblai pendant la construction telle qu'elle a été décrite dans le chapitre 5.

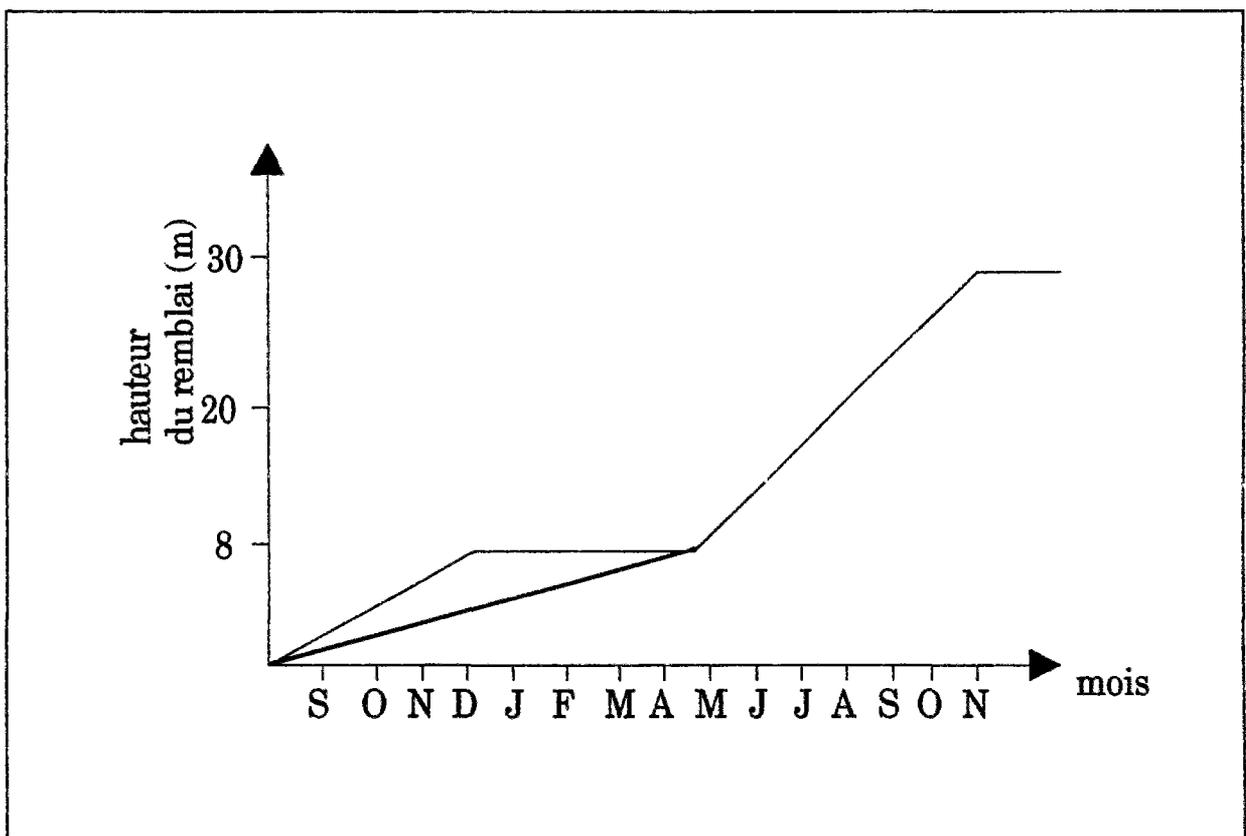


Figure 6.5 Evolution de la construction du remblai de la Jorle

6.5 CONDITIONS AUX LIMITES

Les conditions aux limites durant le calcul ont été maintenues inchangées. Le rôle drainant du sable a été simulé par un jeu de conditions aux limites. On aurait pu choisir des caractéristiques de perméabilité et mécaniques pour ces éléments de manière à modéliser plus directement leur rôle dans l'ouvrage (intercepter les eaux et les évacuer). La figure 6.6 donne l'ensemble des conditions aux limites imposées dans ce calcul : imperméabilité de la base et des faces latérales du sol support (couche de la fondation), déplacements horizontaux nuls en bas et sur les faces latérales du sol support, déplacements verticaux nuls en bas du maillage, drainage au niveau des talus du remblai. Ces conditions aux limites sont récapitulées dans le tableau général des calculs effectués (tableau 6.5).

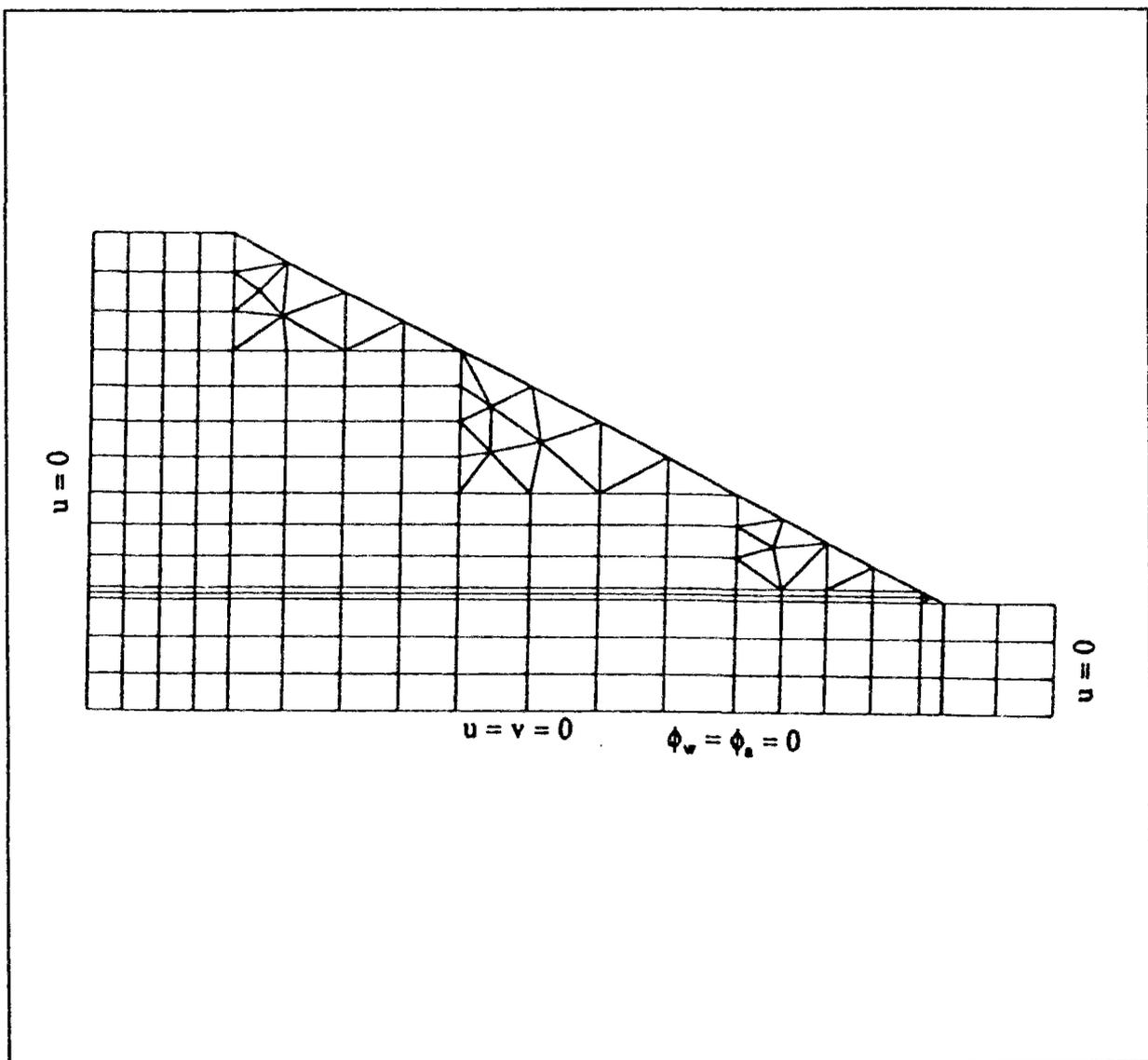
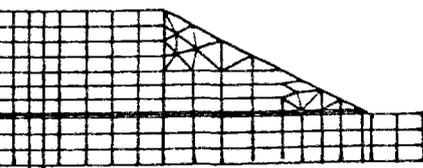
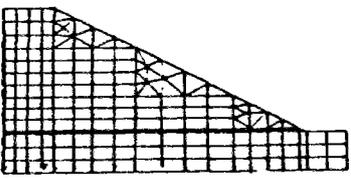


Figure 6.6 Conditions aux limites

Tableau 6.5 Résumé des calculs effectués

STRUCTURES	Phase	Durée (jours)	Chargements	Conditions aux limites
	1	227	<ul style="list-style-type: none"> - contraintes initiales; - poids du drain; - poids de 8 m de remblai 	<ul style="list-style-type: none"> - déplacements verticaux et horizontaux nuls sur les faces latérales du massif de fondation; - déplacements verticaux nuls en bas du massif de fondation; - surface imperméable sur les faces latérales et en bas du massif de fondation; - charges d'eau égale à la charge d'air égale à la cote au sommet des couches et sur les bords des talus.
	2	123	<ul style="list-style-type: none"> - phase II plus poids de 12 m de remblai 	<ul style="list-style-type: none"> - conditions aux limites de même nature
	3	126	<ul style="list-style-type: none"> - phase III plus le poids de 10 m de remblai 	<ul style="list-style-type: none"> - conditions aux limites de même nature

6.6 RESULTATS DES CALCULS ET ANALYSE

6.6.1 Déplacements

Ce paragraphe présente les résultats numériques obtenus pendant et après la construction, entre le 1 septembre 1980 et le 21 mai 1984. En guise de comparaison, nous nous sommes intéressés à l'enfoncement des toits du sol support, de la première et de la deuxième couche du remblai ainsi que les tassements différentiels de la première et de la deuxième couche (Dossier n°82.N.15 - MS. 18420 63). Ces résultats sont représentés respectivement sur les figures 6.7, 6.8, 6.9, 6.10 et 6.11.

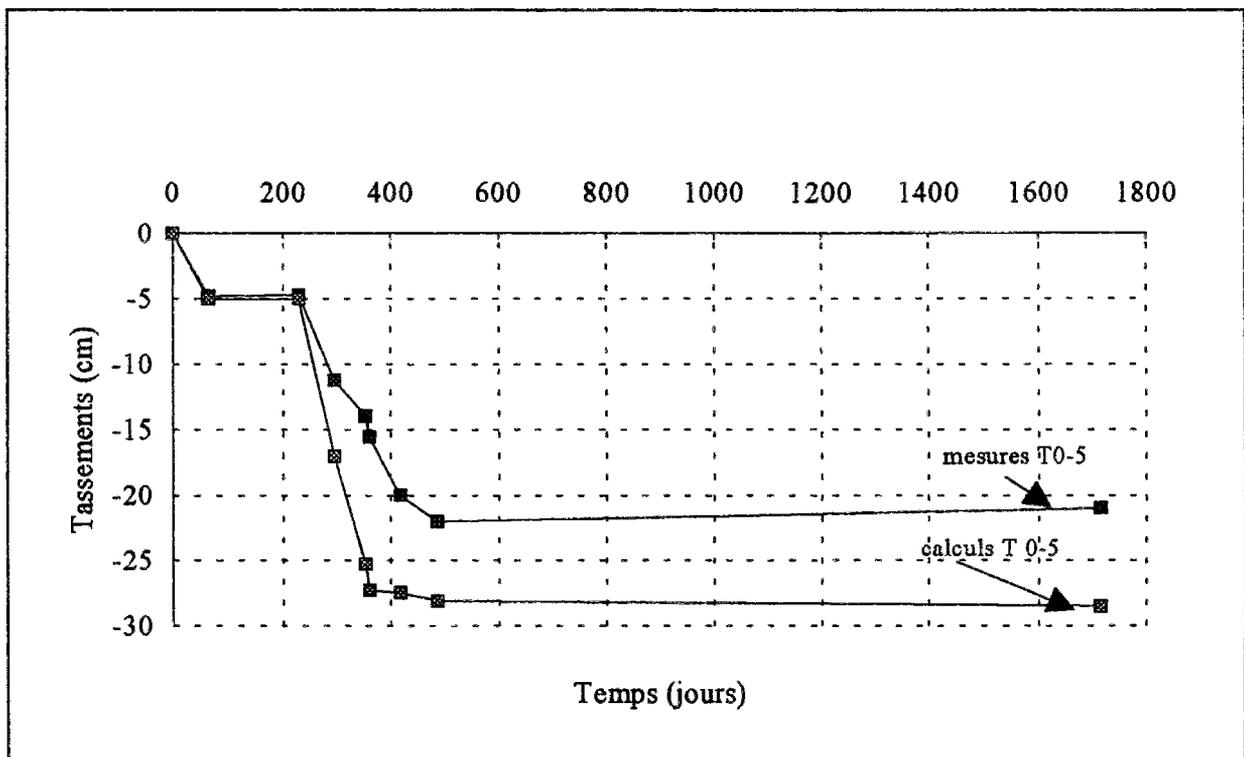


Figure 6.7 Tassements mesurés et calculés du sol support

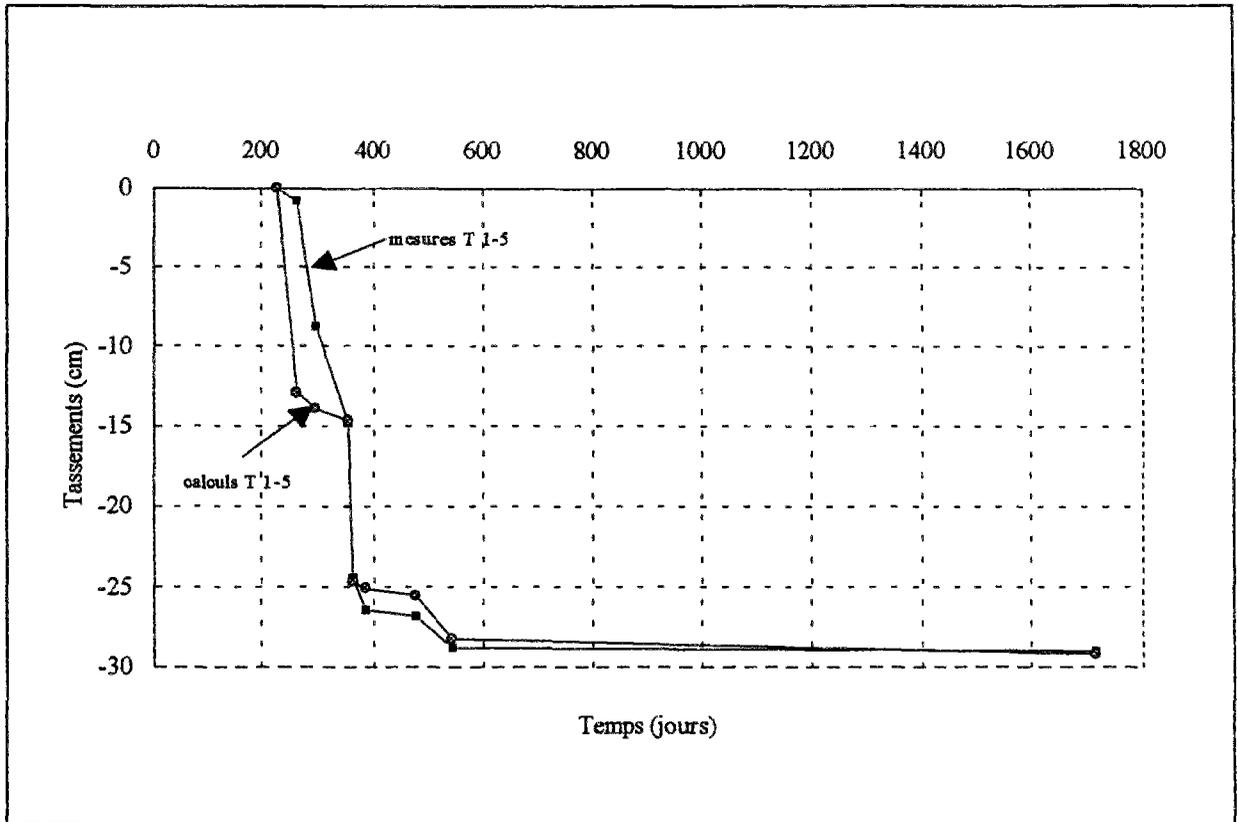


Figure 6.8 Tassements mesurés et calculés de la première couche de remblai

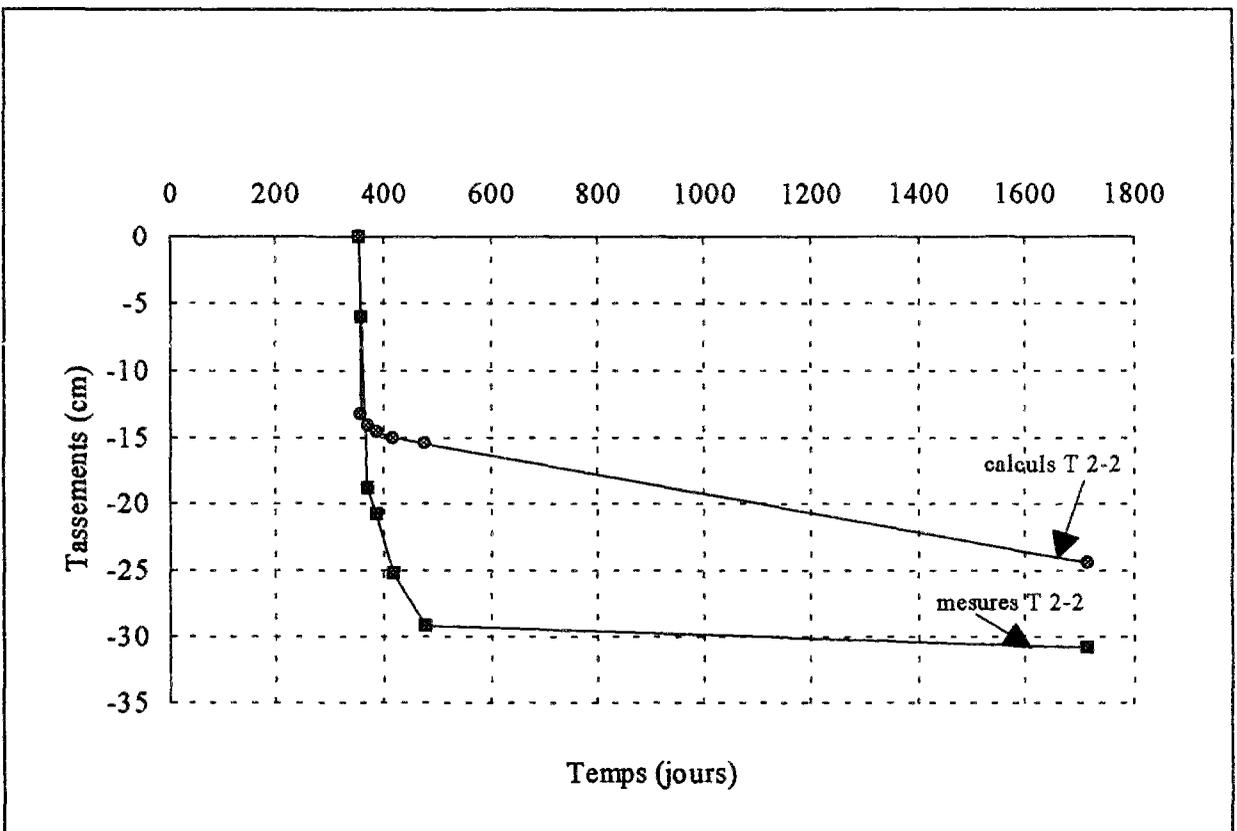


Figure 6.9 Tassements mesurés et calculés de la deuxième couche de remblai

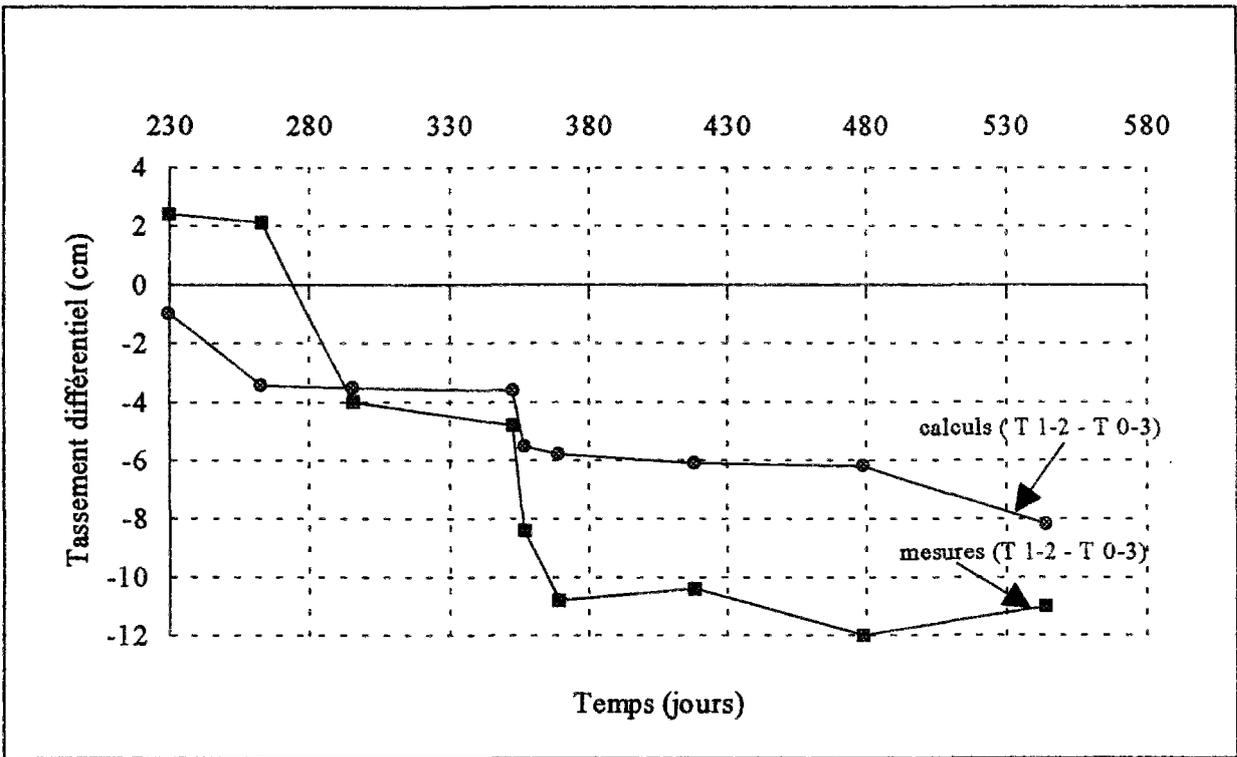


Figure 6.10 Compression de la première couche de remblai

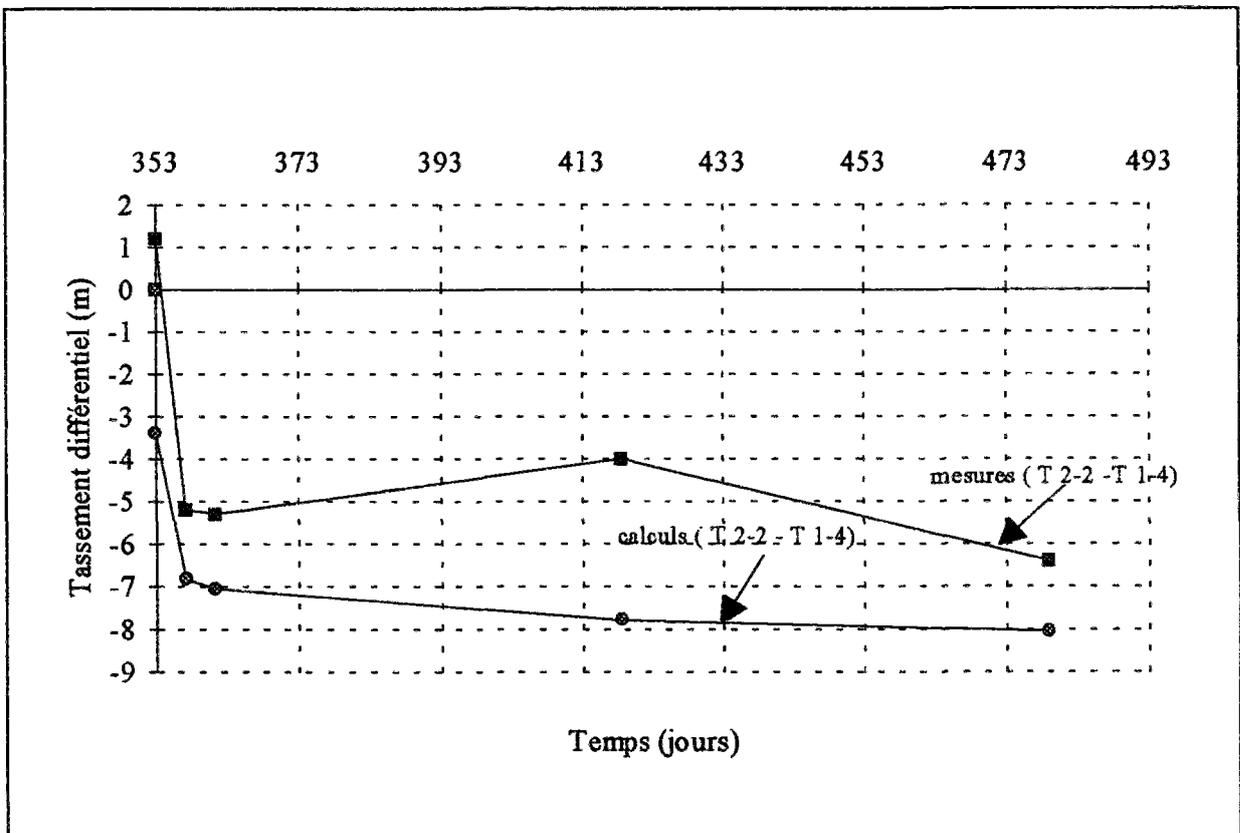


Figure 6.11 Compression de la deuxième couche de remblai

Nous avons, d'autre part, représenté sur les figures 6.13 à 6.15 les variations spatiales des tassements obtenues pour les coupes I-I, II-II et III-III. Ces coupes correspondent aux toits, respectivement, de la première couche de remblai, de la deuxième couche de remblai et de la troisième couche de remblai (figure 6.12). Les dates ont été choisies de manière à compléter notre analyse sur d'autres périodes d'évolution du remblai pour lesquelles nous ne disposons pas de mesures. La figure 6.16 représente les courbes d'isovaleurs des tassements du remblai à la fin de la construction.

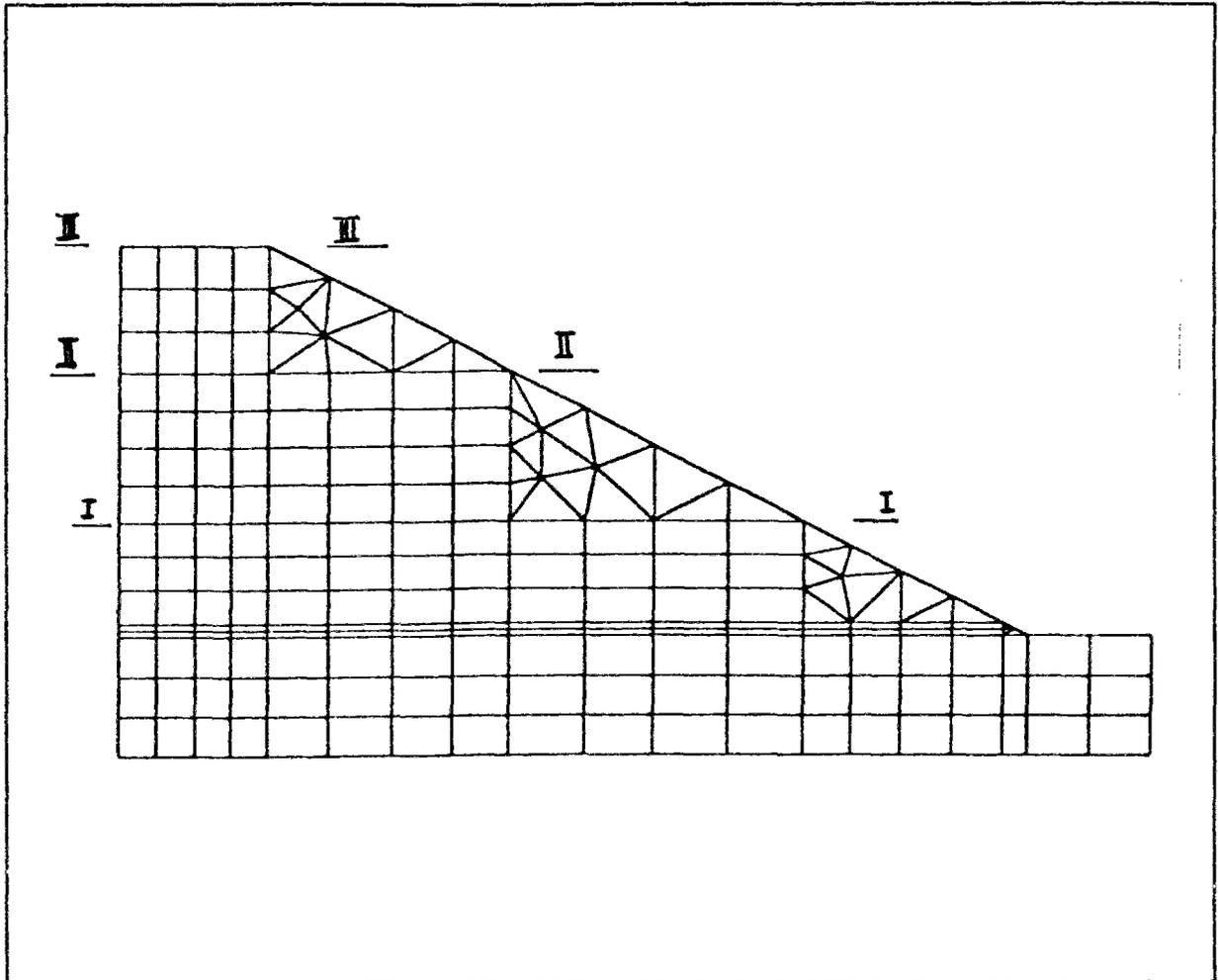


Figure 6.12 Position des différentes coupes

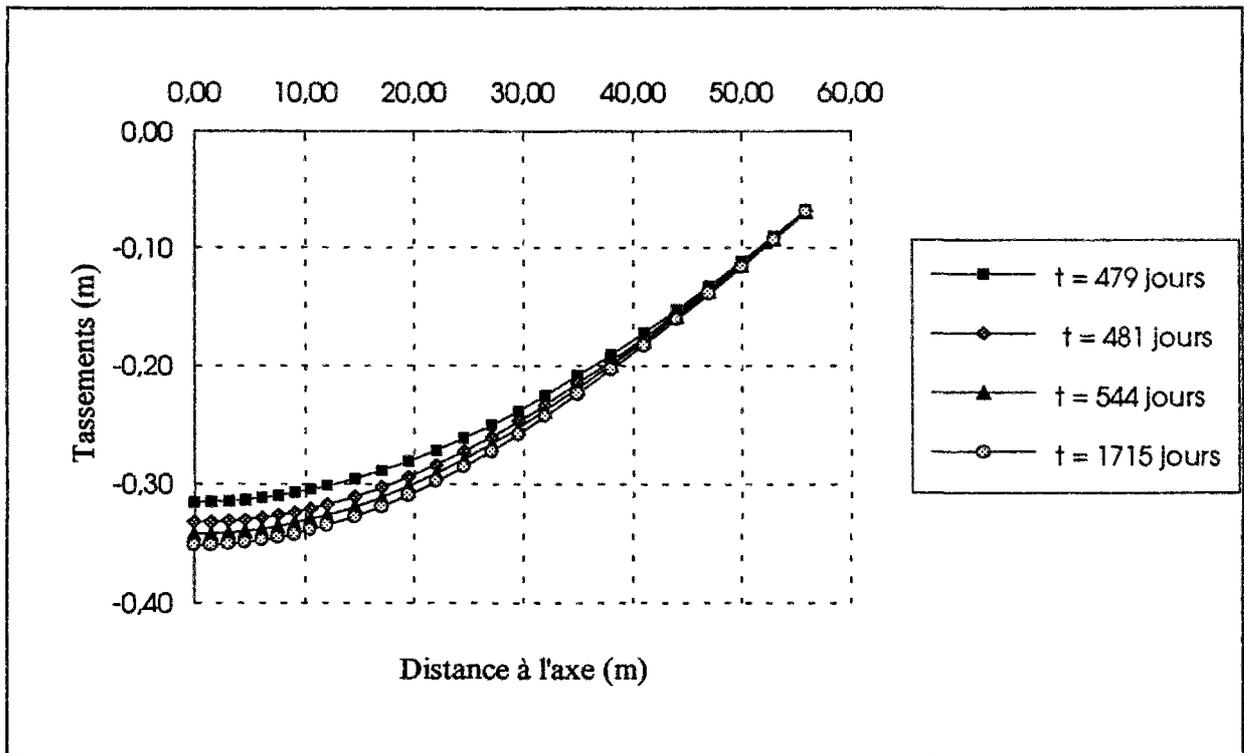


Figure 6.13 Tassements calculés obtenus pour la coupe I-I

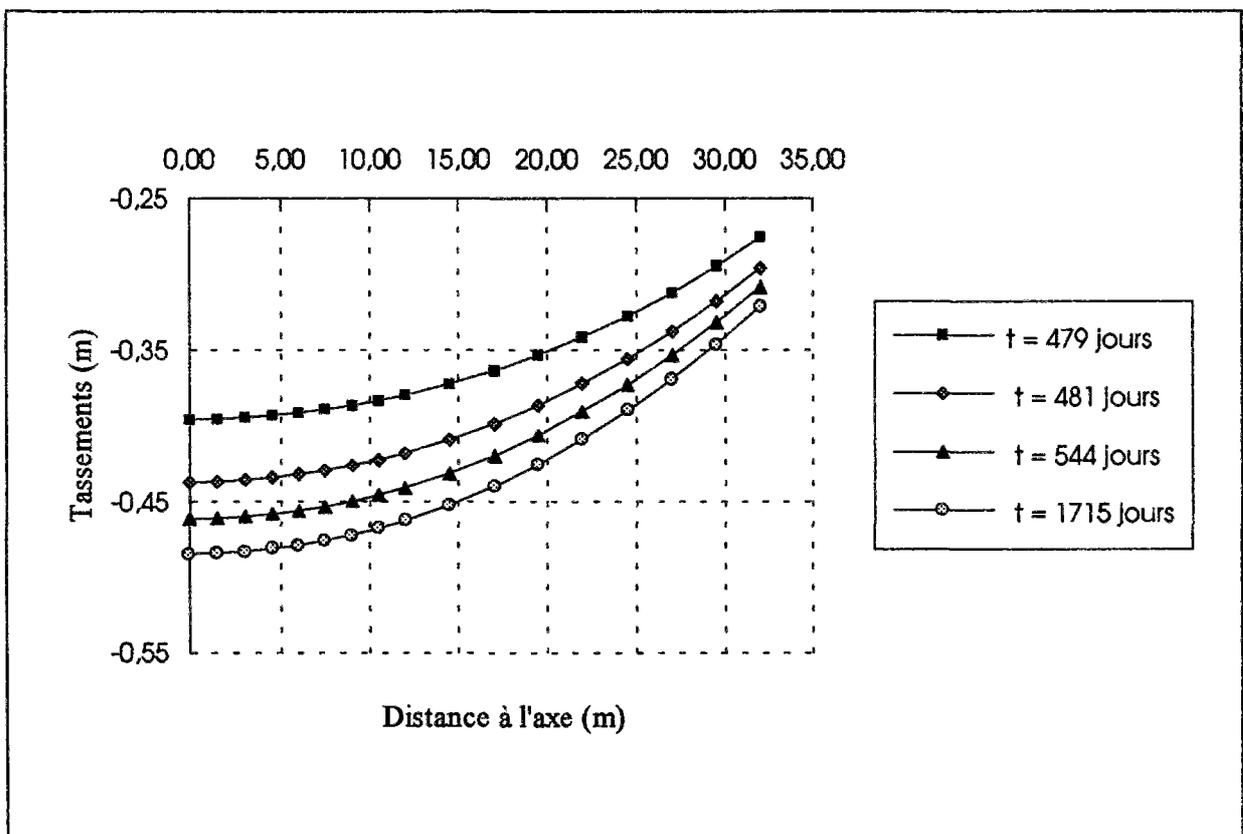


Figure 6.14 Tassements obtenus pour la coupe II-II

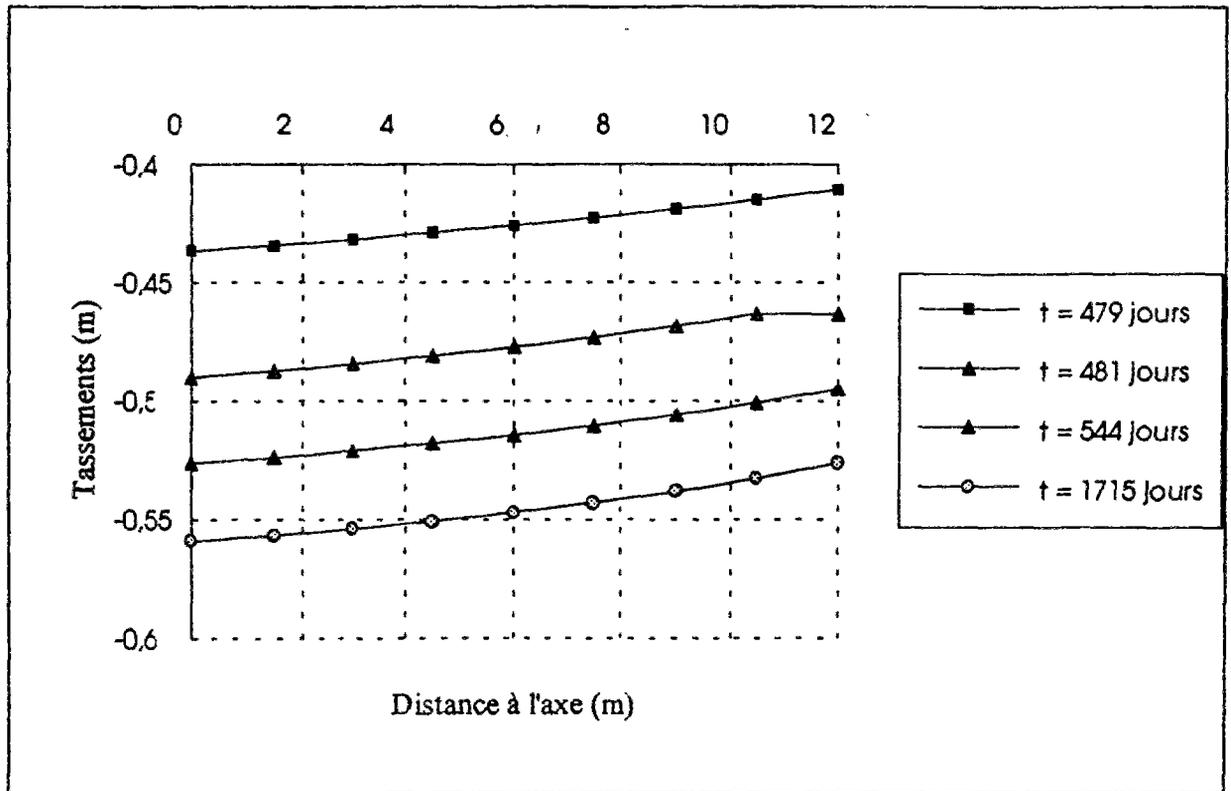


Figure 6.15 Tassements obtenus pour la coupe III-III

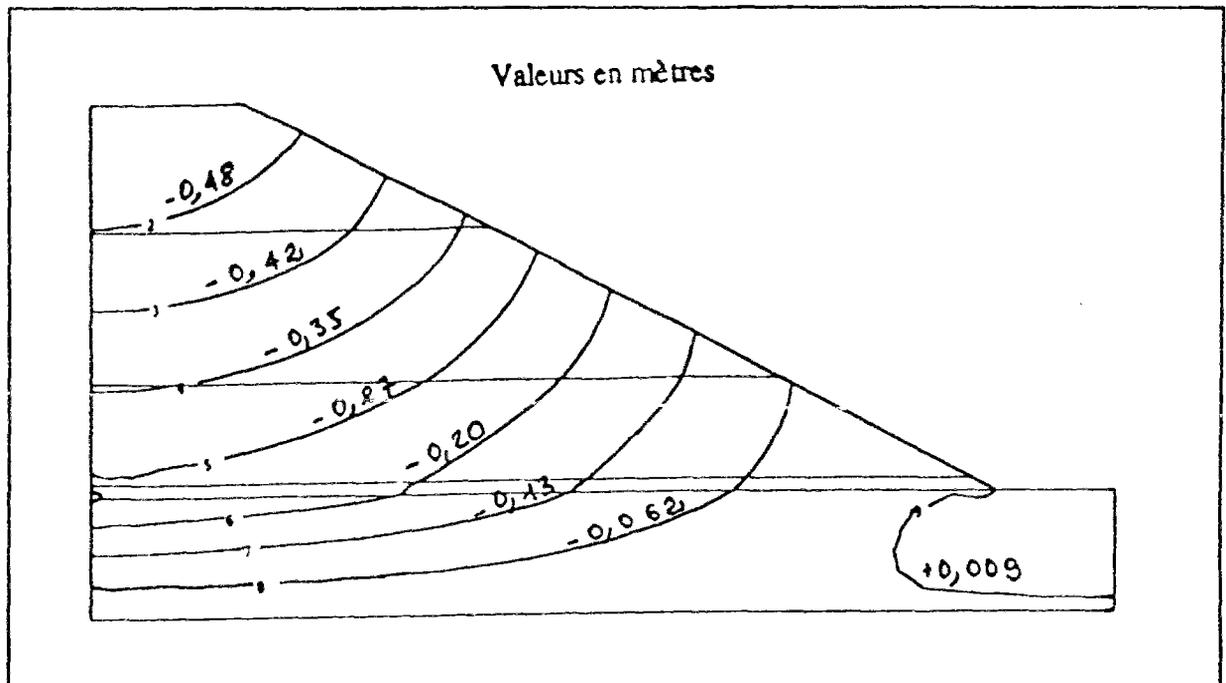


Figure 6.16 Courbes d'isovaleurs des tassements à la fin de la construction

Nous avons d'autre part tracé les déplacements horizontaux en fonction du temps pour les têtes des deux inclinomètres I10 et I20 ainsi que leurs déformées relatives. Ces courbes sont reproduites respectivement sur les figures 6.17, 6.18 et 6.19.

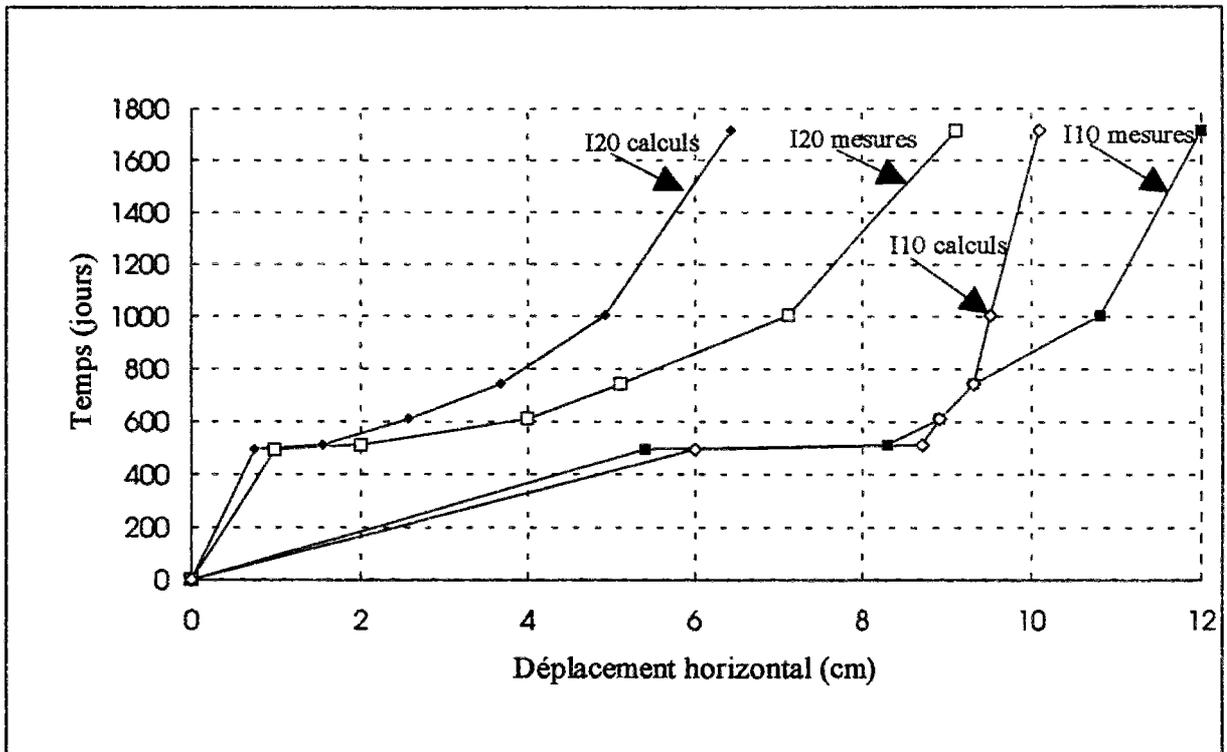


Figure 6.17 Déplacements en tête des tubes inclinométriques en fonction du temps (origine en fin de la construction)

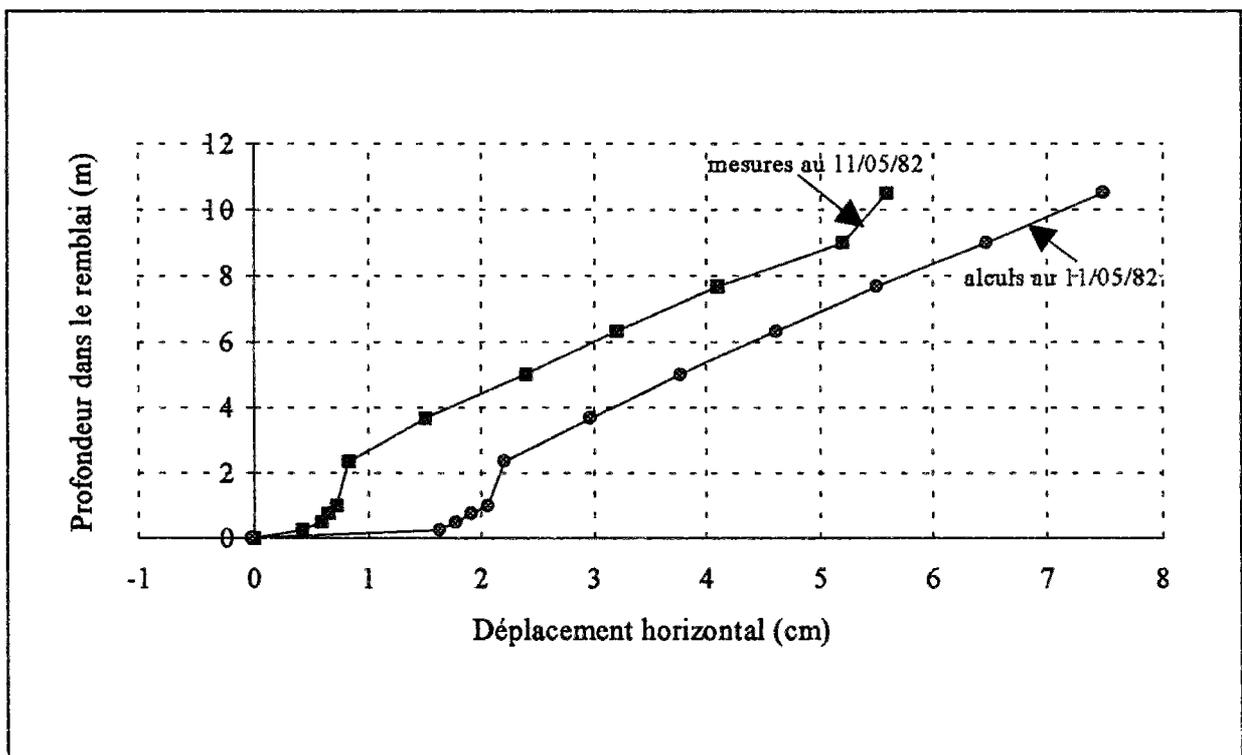


Figure 6.18 Déformation horizontale depuis la fin de la construction (I10 - origine au niveau tapis drainant)

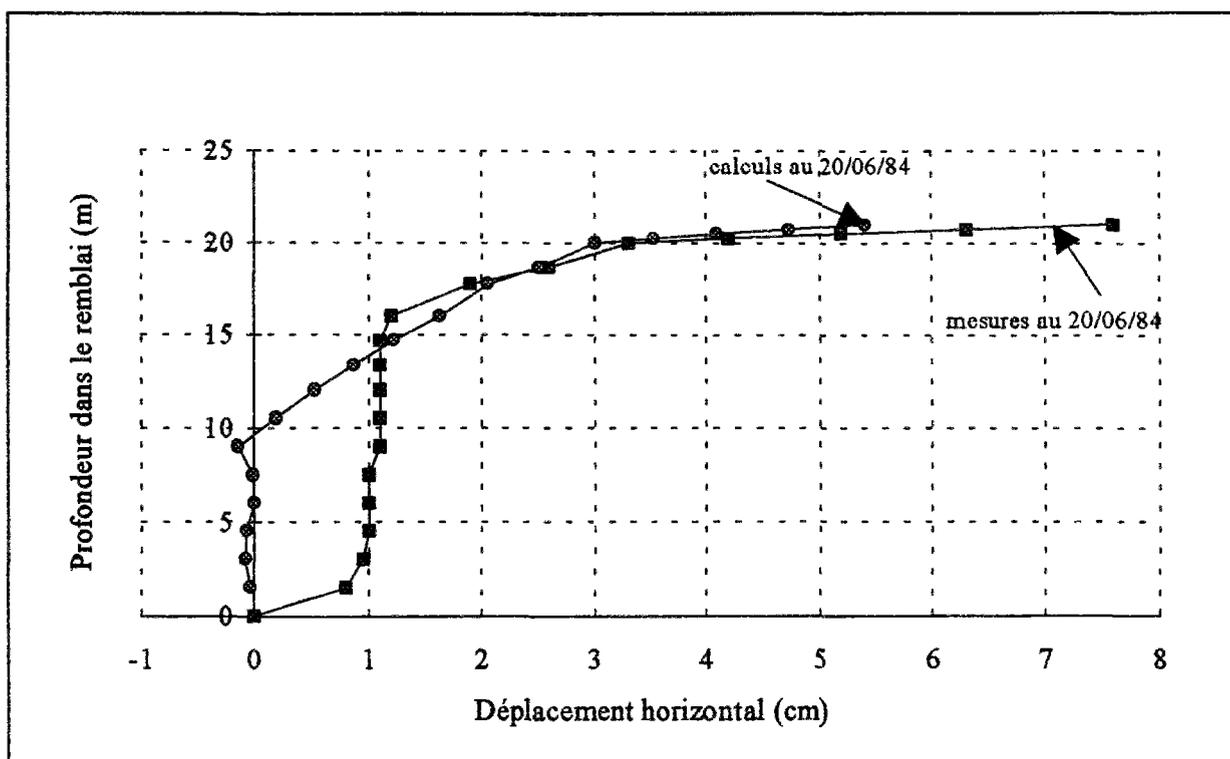


Figure 6.19 Déformation horizontale depuis la fin de construction (I20 - origine au niveau du tapis drainant)

L'analyse de ces résultats nous montre que, d'une manière générale, la tendance d'évolution des différents paramètres est identique. Dans tous les cas, les résultats des calculs des tassements ou des compressions sont supérieurs à ceux des mesures sauf pour la deuxième de couche. La particularité des résultats de cette couche de remblai peut être expliquée, en partie, par le fait qu'au moment où les mesures ont été effectués, la marne n'a pas eu le temps d'évoluer. Ceci est d'autant plus vrai que les mesures auxquelles nous avons comparé nos résultats numériques ont été effectuées au début de la construction de cette couche, contrairement aux autres.

Comme nous l'avons mentionné plus haut, on aurait pu peut-être atténuer ces différences en prenant en compte dans nos calculs des modules variables en fonction notamment de la succion. Ces différences peuvent aussi provenir de la fissuration enregistrée dans certaines parties du remblai. Les tassements du massif de fondation sont restés dans l'ensemble très faibles. Pour cette raison nous n'avons pas représenté leurs variations spatiales comme ce fut le cas des couches du remblai. Cette faible variation des tassements de la couche du sol support peut être expliquée en partie par le régime hydraulique sur lequel nous reviendrons plus tard. Les valeurs et les formes des isovaleurs des tassements traduisent de

façon claire la géométrie du chargement et l'emplacement des différentes couches dans le remblai. Les couches les plus élevées tassent plus que celles qui sont en dessous, ce qui peut s'expliquer par le fait que les couches situées plus en bas ont eu le temps de se consolider durant le processus de construction avant celles situées au-dessus.

Les remarques sur les tassements peuvent être étendues aux déplacements horizontaux obtenus, d'une part, pour les têtes des inclinomètres I10 et I20 et, d'autre part, pour les déplacements horizontaux des tubes inclinométriques mesurés et calculés par notre modèle : différences dues à la non prise en compte dans notre modèle de l'effet différé du comportement mécanique de la marne. Il est quand même important de signaler que, dans tous les cas de figure, les déplacements calculés restent quand même inférieurs aux mesures.

Pour être plus complet dans cette partie, nous avons représenté sur la figure 6.20 les isovaleurs des déplacements totaux (combinaison des déplacements horizontaux et verticaux) calculés.

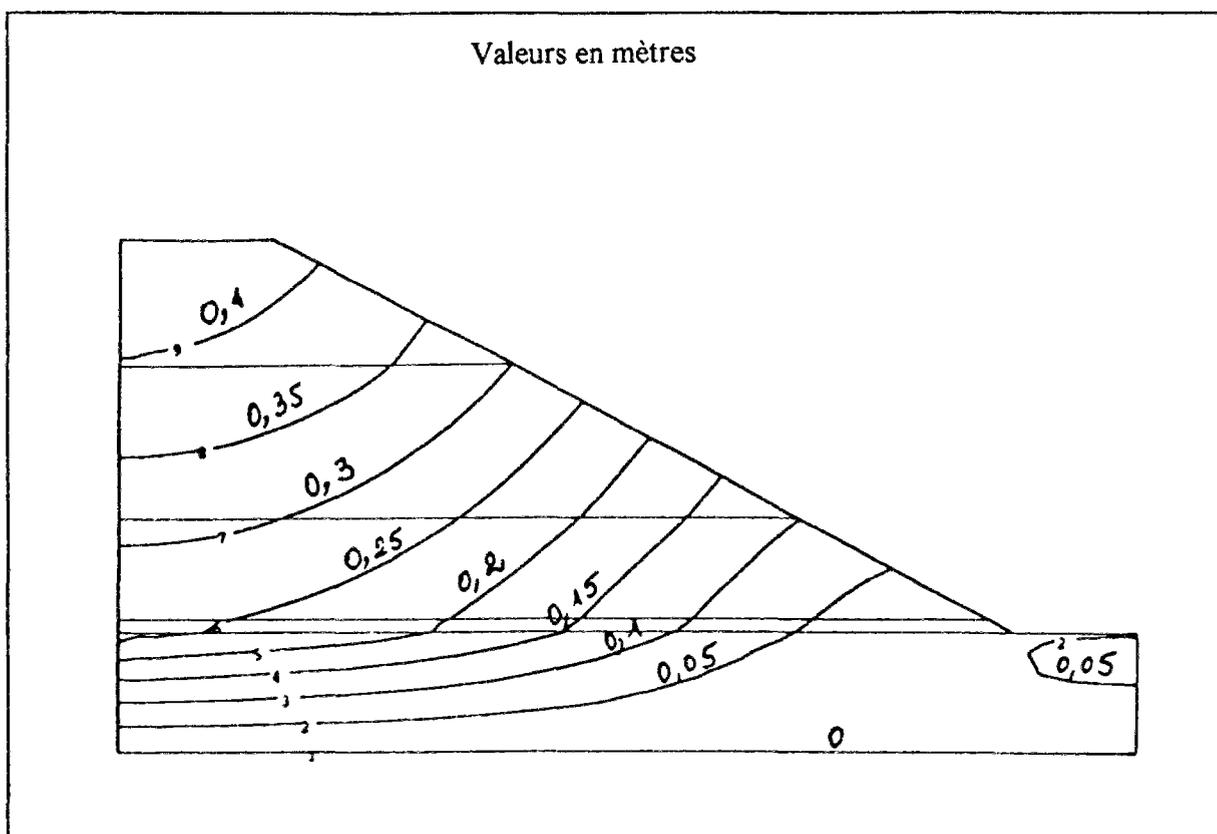


Figure 6.20 Isovaleurs des déplacements totaux

6.6.2 Régime hydraulique

Le régime hydraulique dans le remblai et dans le sol de fondation est quasiment resté permanent. On enregistre une très faible augmentation des charges d'eau et d'air aussi bien pour

les mesures que pour les calculs en éléments finis. Dans le sol support, les pressions interstitielles mesurées in situ ont atteint un maximum de 75 kPa (fig 6.17). Dans le cas des calculs par éléments finis, la pression maximale calculée pour le piézomètre est de 110 kPa. (fig 6.21). Pour la modélisation numérique, compte tenu du manque d'information sur la position réelle de la nappe et ne traitant pas un problème de consolidation avec recherche de surface libre, nous avons été contraint de donner une position arbitraire à la nappe. Cette position a été choisie en prenant en compte la position et le rôle du drain. Compte tenu de la position du drain, la nappe ne peut être qu'en dessous de celui-ci. En plus, dans ce cas précis, son rôle principal est d'isoler les couches supérieures du remblai et d'empêcher ainsi l'eau de remonter dans le remblai. La faible variation de la pression d'eau dans le sol support (valeur variant de 110 à 107 kPa) est due à la non prise en compte dans notre modèle de la compressibilité de l'eau. La différence entre les pressions mesurées et calculées pour les points situés à l'altitude 30,5 m (figure 6.21) est due au fait que, pour les périodes choisies, dans nos calculs les charges n'ont pas encore atteint la valeur de la cote qui est synonyme de pressions nulles. Pour les dates de comparaison (7/10/81, 3/3/83 et 21/02/85), les valeurs des charges hydrauliques calculées sont respectivement 34,39m, 33,53 m et 32,91 m. D'autre part, la discontinuité causée par le drain peut aussi influencer sur les valeurs des pressions. Nous avons aussi représenté sur la figure 6.22 l'évolution des pressions d'air. La tendance enregistrée est conforme à la physique du problème ; les conditions aux limites et initiales imposées à cette phase font que son évolution ne peut être que faible. Comme nous avons considéré la pression atmosphérique comme origine des valeurs des pressions, c'est à dire nulle, et compte tenu des conditions aux limites appliquées à cette étude, leurs faibles variations (0,023 kPa au maximum) sont tout à fait raisonnables.

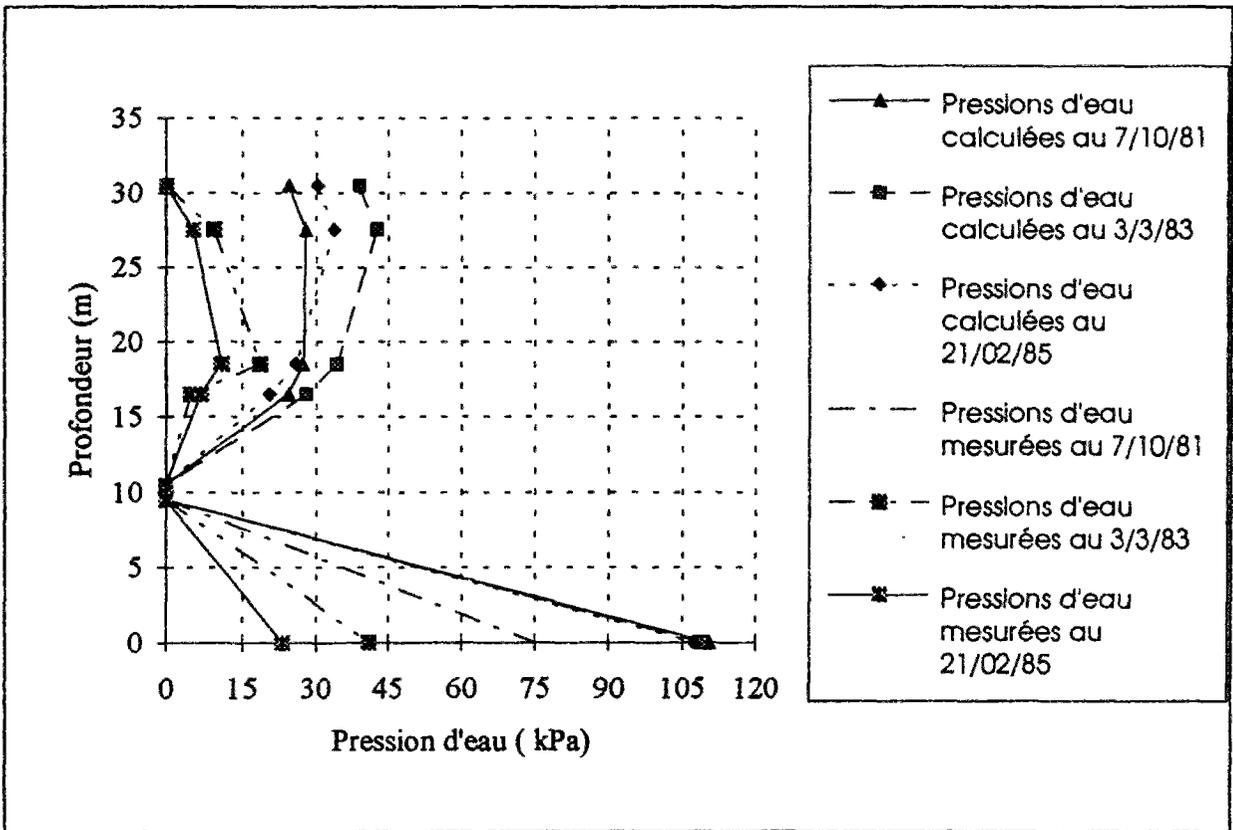


Figure 6.21 Evolution des pressions d'eau dans le remblai

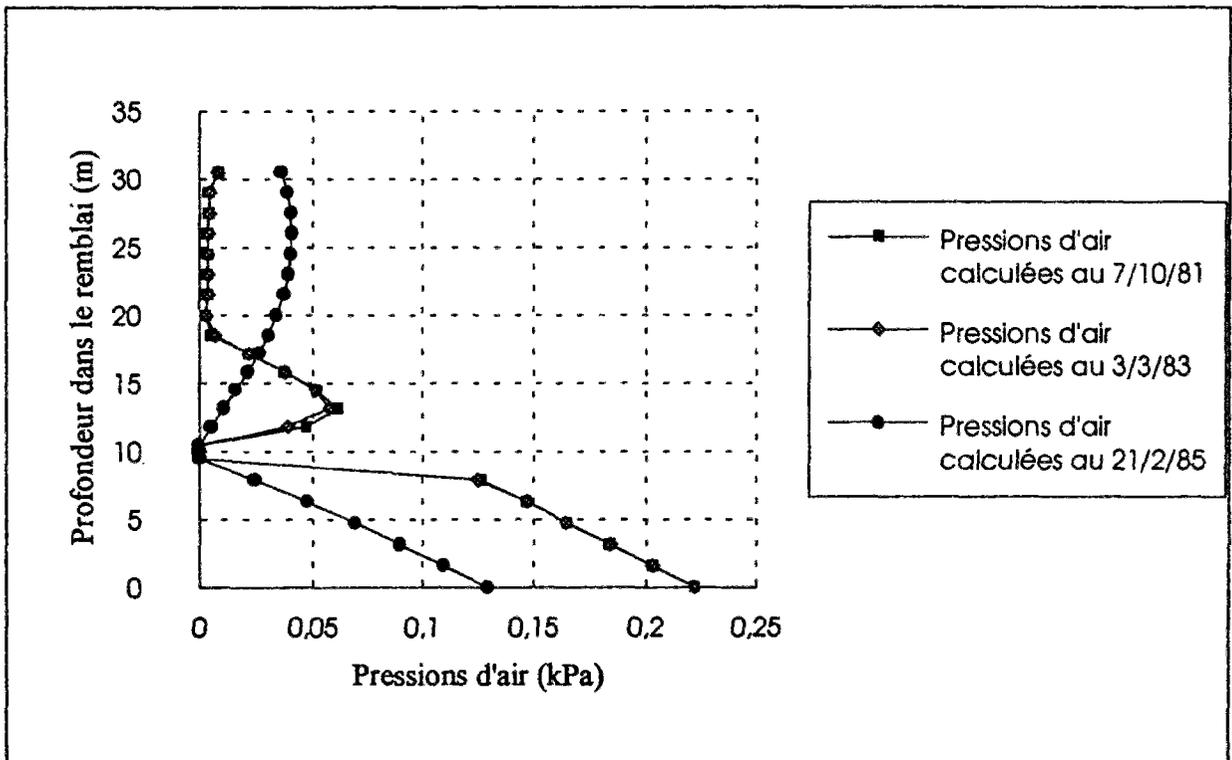


Figure 6.22 Evolution des pressions d'air dans le remblai

Pour argumenter un peu plus les explications que nous avons données sur l'évolution des pressions d'eau, nous avons représenté sur les figures 6.23 à 6.28 l'évolution des charges d'eau et d'air en certains noeuds du remblai. Bien que les variations restent faibles, la tendance générale reste relativement correcte c'est à dire une augmentation de la charge due au chargement appliqué et une diminution au cours du temps qui tend vers la valeur de la cote du point courant.

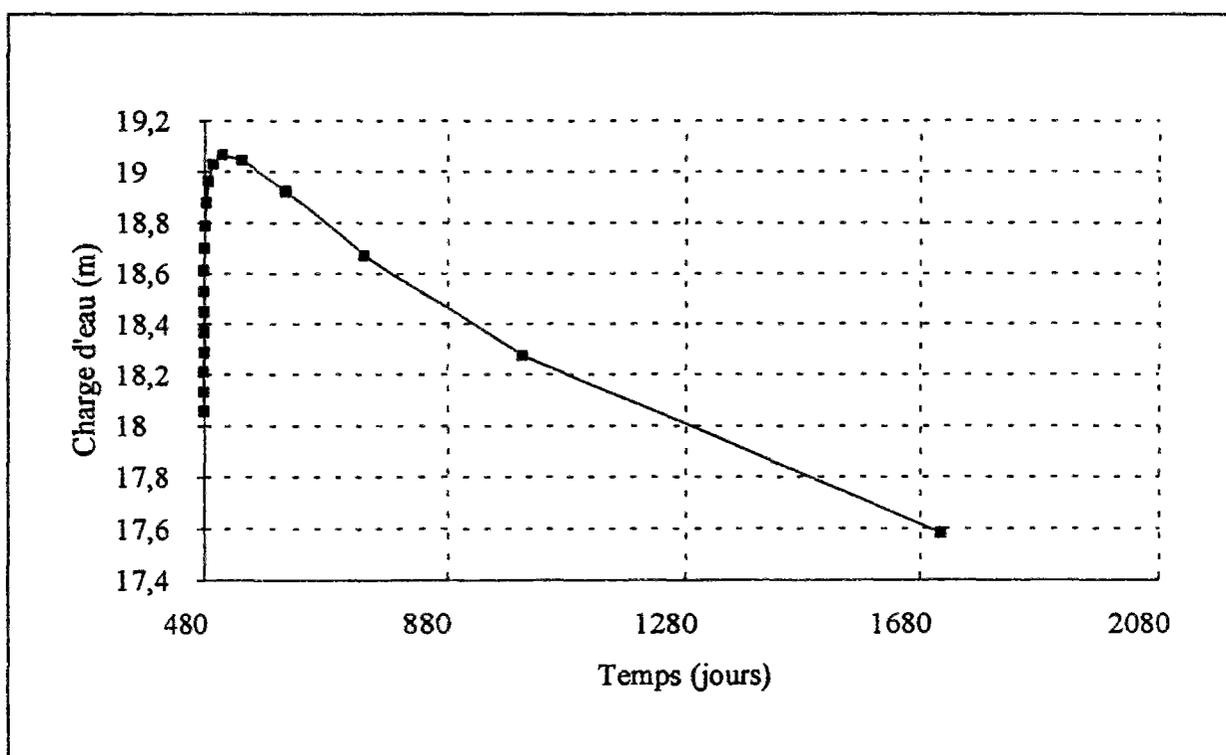
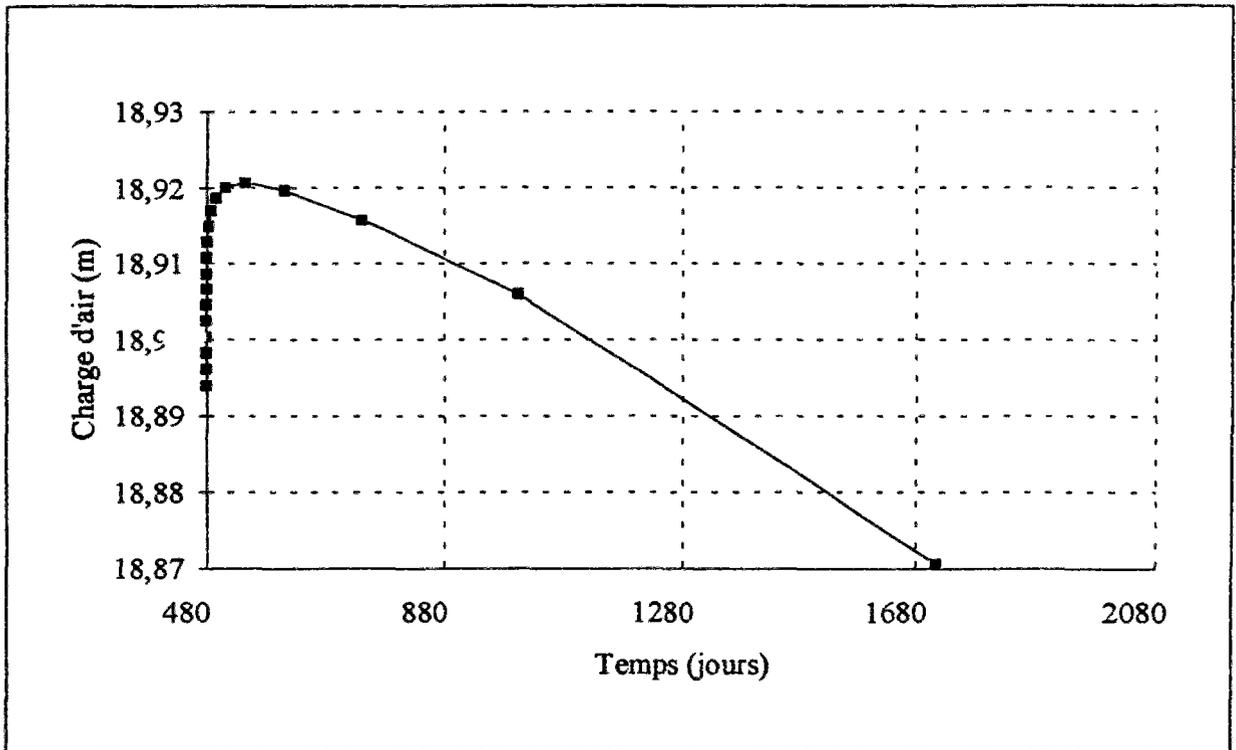
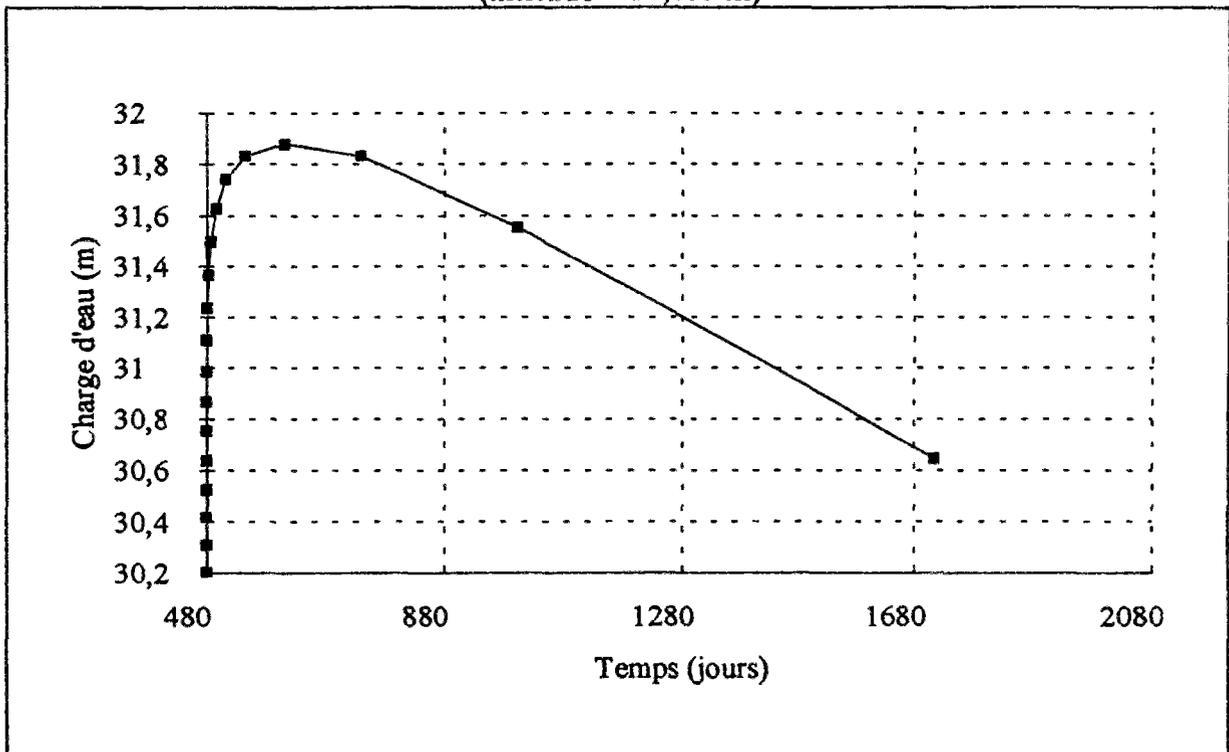


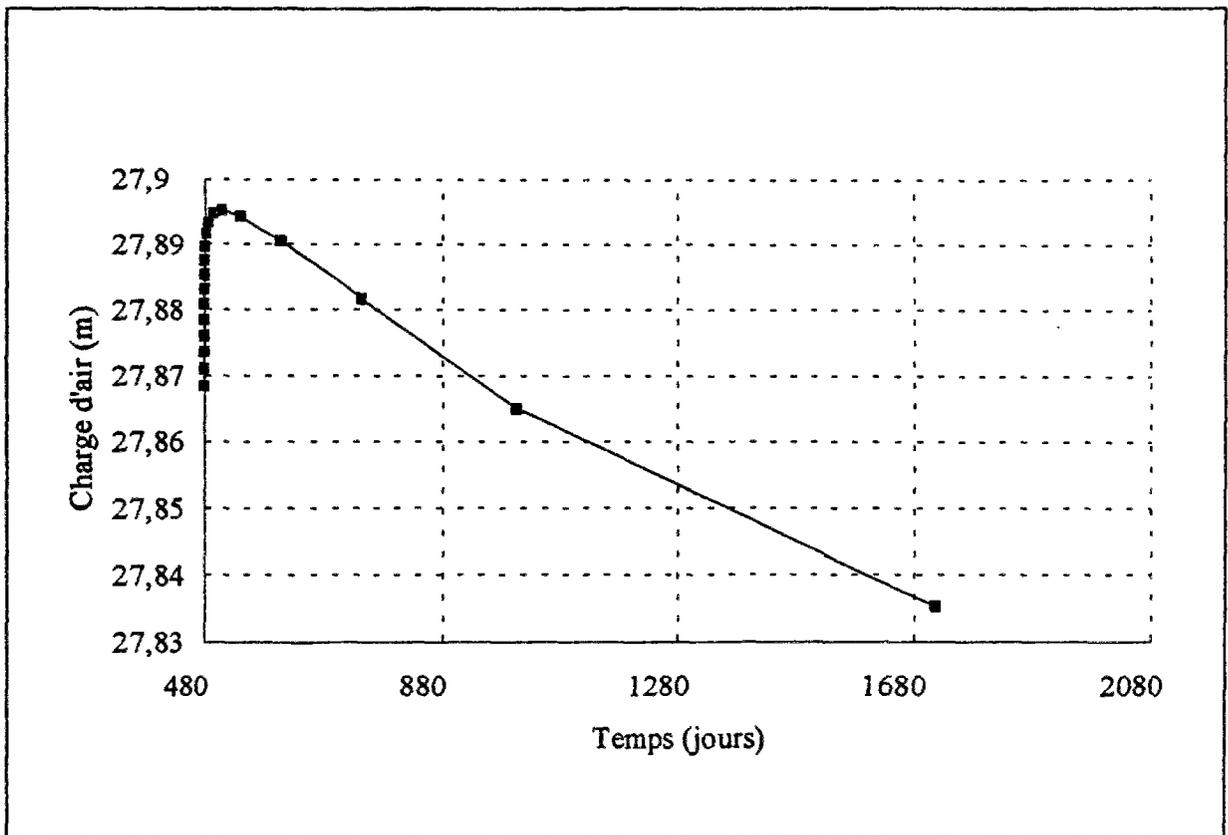
Figure 6.23 Evolution au cours du temps de la charge d'eau au noeud 501 (altitude = 15,833 m)



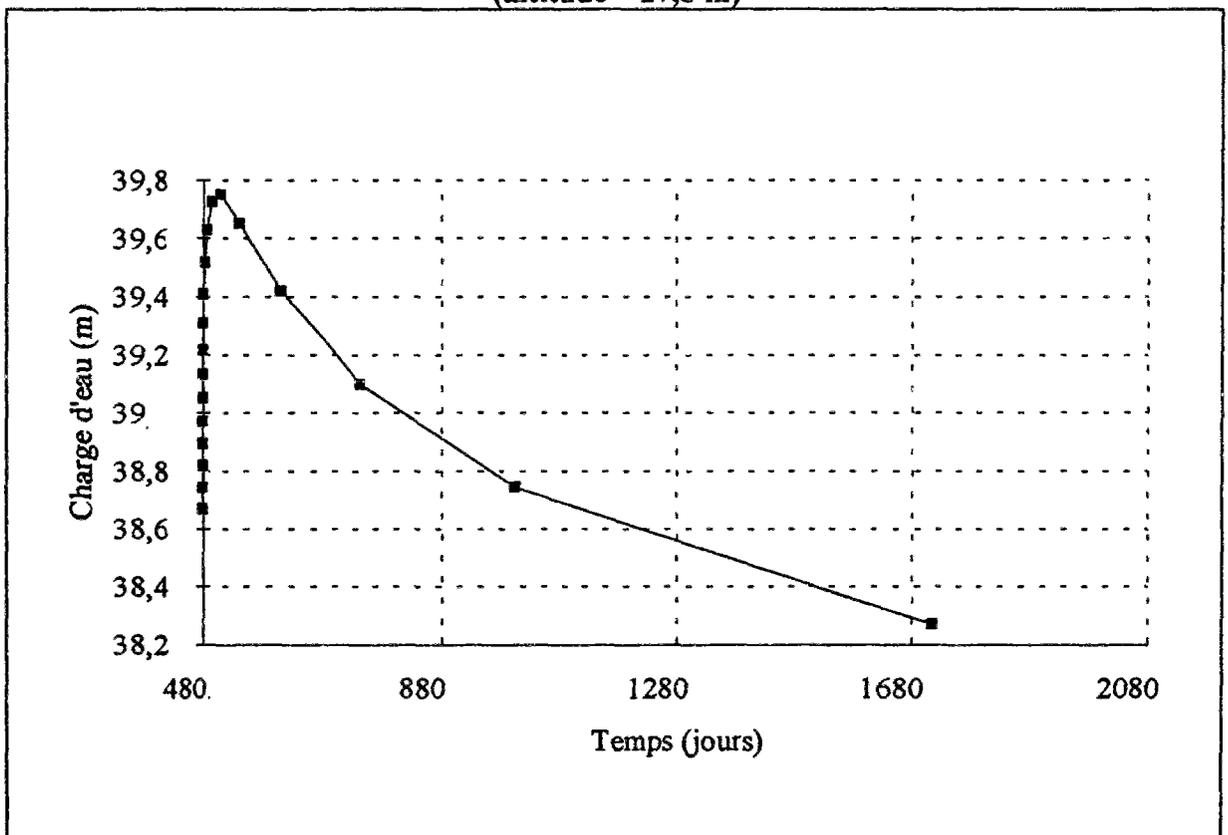
**Figure 6.24 Evolution au cours du temps de la charge d'air au noeud 501
(altitude = 15,833 m)**



**Figure 6.25 Evolution en fonction du temps de la charge d'eau pour le noeud 513
(altitude = 27,5 m)**



**Figure 6.26 Evolution en fonction du temps de la charge d'air pour le noeud 513
(altitude = 27,5 m)**



**Figure 6.27 Evolution en fonction du temps de la charge d'eau pour le noeud 522
(altitude = 36,1667 m)**

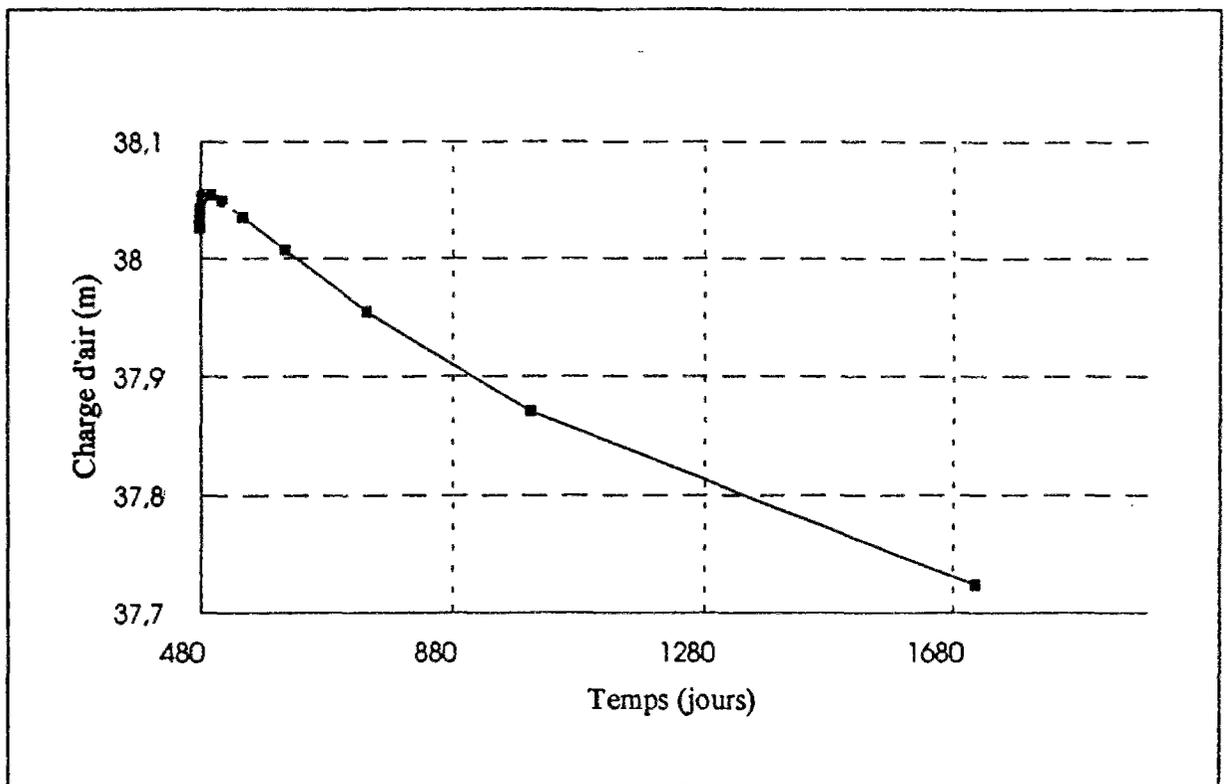


Figure 6.28 Evolution en fonction du temps de la charge d'air pour le noeud 522 (altitude = 36,1667 m)

Enfin, nous avons représenté sur les figures 6.29, 6.30 et 6.31 respectivement les déformations du remblai à la fin de la construction de la première et de la deuxième couches et à la fin de la construction. Pour terminer, nous avons représenté sur la figure 6.32 les isovaleurs des déformations plastiques du remblai.

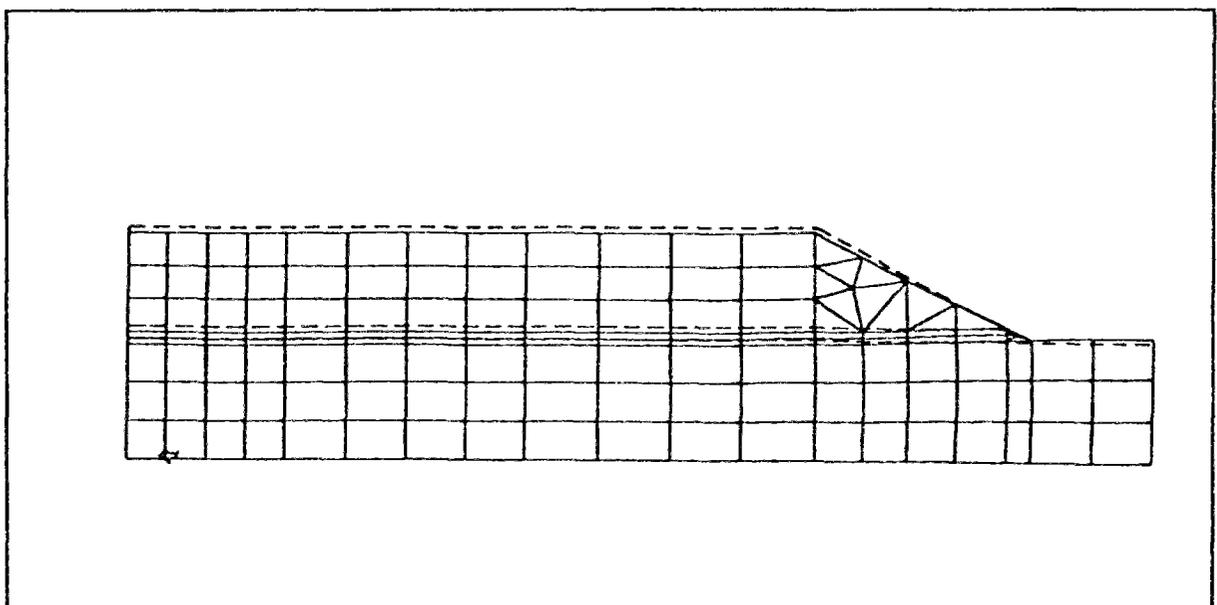


Figure 6.29 Déformée du maillage à la fin de la construction de la première couche de remblai

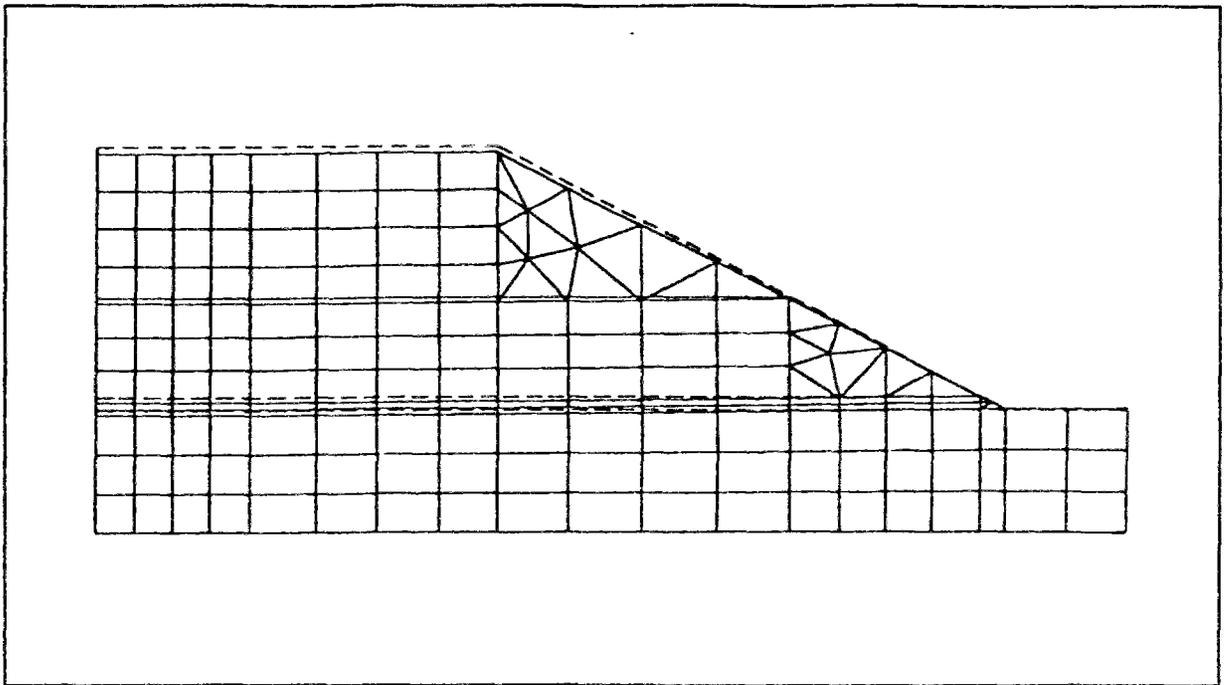


Figure 6.30 Déformée du maillage à la fin de la construction de la deuxième couche de remblai

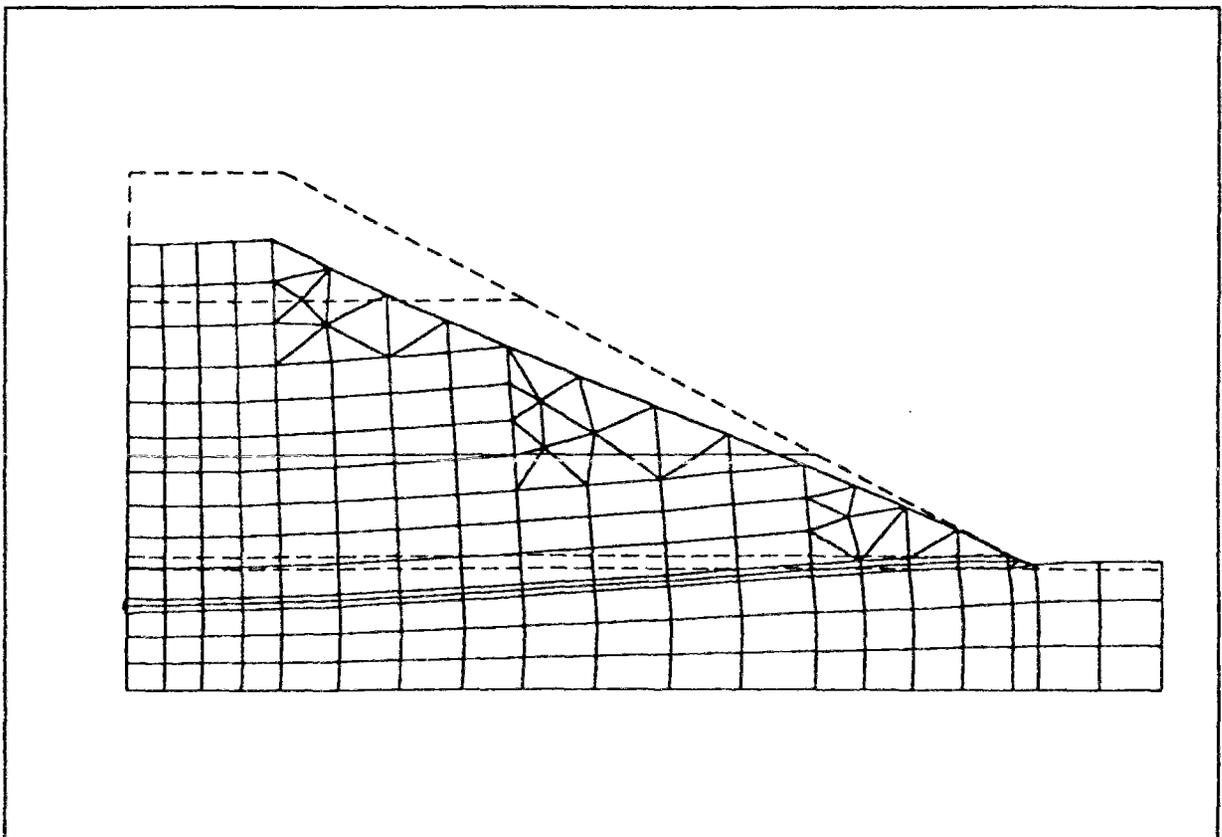


Figure 6.31 Déformée du maillage à la fin de la construction du remblai

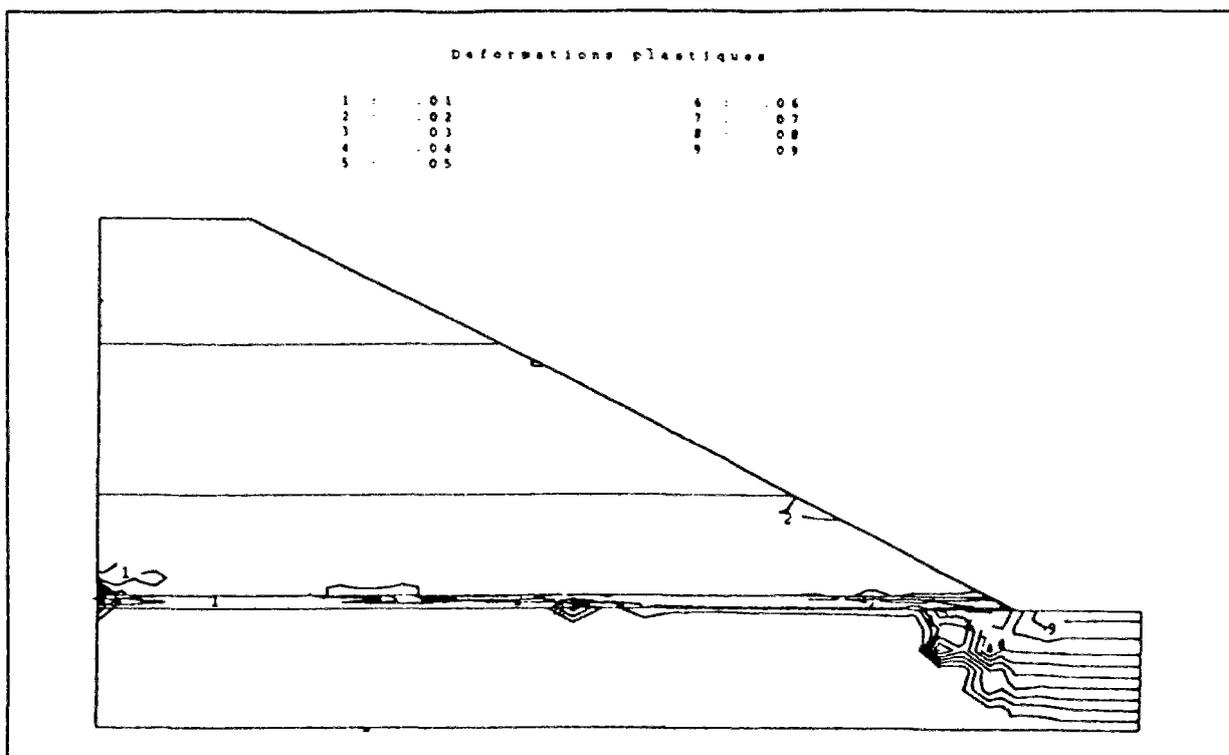


Figure 6.32 Isovaleurs des déformations plastiques

6.7 CONCLUSION

Le calcul du remblai de la Jorie par un modèle élastoplastique de consolidation pour les sols non saturés et sa confrontation avec certains résultats expérimentaux obtenus in situ ont montré que l'approche adoptée pour le couplage entre l'écoulement de l'eau, l'écoulement de l'air et les déformations semble fonctionner de façon réaliste, même si des divergences existent entre calculs et mesures. Il nous paraît pour cette raison possible de poursuivre ce travail de développement et validation des procédures de calcul et des modèles de comportement des sols non saturés.

CONCLUSION GENERALE

Afin de modéliser le comportement mécanique et les écoulements de l'eau et de l'air des sols non saturés, nous avons défini un cadre général de traitement numérique du couplage de la consolidation des sols et des écoulements des deux fluides eau et air et l'avons programmé dans le logiciel CESAR-LCPC.

Nous avons dans, un premier temps, effectué une recherche bibliographique détaillée pour évaluer l'état des connaissances dans ce domaine sans restriction sur les approches utilisées par les uns et les autres, et nous avons examiné les travaux des expérimentateurs autant que ceux des théoriciens et des numériciens.

Les travaux expérimentaux nous ont conforté dans le choix qui avait été fait à priori de l'approche en variables indépendantes qui considère la contrainte totale nette et la succion comme deux variables indépendantes contribuant chacune à sa façon à l'apparition des déformations.

Les modèles numériques en variables indépendantes recensés dans la littérature se rattachent à deux voies : une couplée et l'autre découplée. Ces deux types de modèles avaient en commun le caractère élastique linéaire ou non linéaire du squelette du sol qui nous a parut un peu éloigné de la réalité.

Pour aller plus loin dans la représentation de la réalité des sols non saturés, nous avons entrepris une démarche de modélisation des sols non saturés par une approche couplée en variables indépendantes dans laquelle le squelette solide est considéré comme élastoplastique. Ce choix nous a conduit, dans une deuxième étape, à rechercher les modèles mécaniques et d'écoulements les mieux adaptés à l'analyse de ce genre de problèmes malgré les difficultés de numérisation qui en découlent.

Une fois ces modèles physiques choisis, nous avons appliqué le principe des travaux virtuels et la méthode des éléments finis à ce problème, ce qui nous a conduit, après la discrétisation dans l'espace et dans le temps, à la résolution d'un système différentiel non linéaire et non symétrique, du premier ordre. Dans le code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC, ceci s'est traduit par la création d'une nouvelle famille d'éléments de consolidation bidimensionnels pour les sols non saturés à quatre degrés de liberté (deux degrés de liberté mécanique, un degré de liberté pour l'eau et un degré de liberté pour l'air), et par la mise au point d'un algorithme itératif combinant la méthode des rigidités variables pour le traitement

des non linéarités dues à l'écoulement des fluides (eau et air) et la méthode des contraintes initiales pour le traitement des non linéarités mécaniques (élastoplasticité).

La validation de ce module a été effectuée en deux temps : une validation découplée, permettant de vérifier les capacités du nouveau module à reproduire certains résultats d'autres modules du code de calcul par éléments finis CESAR-LCPC et une validation couplée. Les calculs découplés nous ont permis de nous situer par rapport à LINE (module traitant le comportement mécanique linéaire) pour le comportement mécanique, CSLI (module traitant la Consolidation des Sols élastiques Linéaires) pour le couplage des déformations du sol et de l'écoulement de l'air et DTLI (Diffusion Transitoire Linéaire) pour l'écoulement de l'eau. Nous avons aussi effectué une validation découplée de notre problème pour les phases solide et gazeuse avec un comportement élastoplastique du sol. Ceci nous a permis de comparer le modèle d'Alonso à celui de cam-clay. La validation couplée du module a été effectuée dans le cadre des travaux du groupe "modèles couplés" du LCPC. Les calculs effectués dans ce groupe nous ont permis de comparer nos résultats aux essais de Liakopoulos (1965) et à ceux d'autres calculs.

Nous avons enfin confronté cette modélisation avec un cas réel de remblai. Nous avons montré notamment que l'on peut conduire de bout en bout le calcul d'un remblai réel et obtenir des résultats encourageants tant du point de vue des écoulements que du point de vue des déformations du corps de remblai.

Plusieurs perfectionnements restent cependant nécessaires à ces travaux.

Sur le plan théorique, si les modèles en variables indépendantes ont permis une avancée sensible dans le domaine de la modélisation des sols non saturés, il reste quand même plusieurs perfectionnements à faire dans les lois de comportement dont nous disposons aujourd'hui. Sur le plan numérique nous pouvons opter pour un procédé itératif de couplage de la méthode du point fixe et de la méthode de Newton-Raphson (plus lourde mais d'ordre de convergence supérieur). On peut envisager aussi d'étendre la modélisation actuelle aux problèmes d'analyse des massifs tridimensionnels de sols non saturés tridimensionnels. Les bases numériques de cette extension existent déjà.

Nous espérons, en dotant le code de calculs par éléments finis CESAR-LCPC d'outils numériques de traitement des problèmes de consolidation des sols élastoplastiques non saturés couplés avec les écoulements de l'eau et de l'air tenant compte des variations des différents paramètres d'écoulement et mécaniques (indice des vides, écrouissage, degré de saturation, perméabilités à l'eau et à l'air, compressibilités, etc.), avoir contribué à augmenter la capacité d'analyse numérique du comportement des ouvrages en comme les remblais et les barrages.

De plus, grâce à une programmation qui prend en compte le phasage de la construction du remblai nous espérons avoir amorcé une modélisation plus réaliste des ouvrages en terre fondée sur le couplage des problèmes mécaniques et d'écoulement de l'eau et de l'air dans le calcul de ces structures.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ABIDA H. (1992). **La modélisation des sols non saturés - analyse numérique**. Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 271 pages.

AL-MUKHTAR M., ROBINET J.C. et al. (1992). **Analyse critique d'essais destinés à déterminer les paramètres de gonflement des sols**. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 483-486.

ALIMI I., BENTOUMI O. et al., (1992). **Analyse des transferts d'eau et d'air dans les sols**. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 461-468.

ALONSO A.E., BATLLE F., GENS A., LLORET .A. (1988). **Consolidation analysis of partially saturated soils. Application to earthdam construction**. Proceedings, 6th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, Balkema, pp. 1303-1308.

ALONSO A.E., GENS A., JOSA A. (1990). **A constitutive model for partially saturated soils**. Géotechnique 40, n°3, pp. 405-430.

ALONSO E.E., GENS A., HIGHT D.W. (1987). **Special problems soils - General Report (session 5)**. Proceedings, 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Dublin, vol. 5, pp. 1-60.

ALONSO E.E., GENS A., LLORET A. (1991). **Double structure model for the prediction of long-term movements in expansive materials**. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Balkema, Rotterdam, pp. 541-548.

ANGULO R., VICOL T., GAUDET J.P., THONY J.L., VAUCLIN M., DELAGE P. (1989). **Hydrodynamique des sols déformables partiellement saturés**. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 176-187.

BABCHIA M.Z., MAGNAN J.P (1986). **Analyse numérique du comportement des massifs de sols argileux**. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris. Rapport de recherche LPC, n°140, 127 pages.

BARDEN L. (1965). Consolidation of compacted and unsaturated clays. Géotechnique, vol. 15, n°3, pp. 267-286.

BEHROUZ G., MAGNIN P. (1994). Minimum time step criterion in finite element analysis of unsaturated consolidation, model U-DAM. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Balkema, Rotterdam, pp. 43-50.

BIAREZ J., FLEUREAU J.M, ZERHOUNI M.I, SOEPANDJI B.S (1988). Variations de volume des sols argileux lors des cycles de drainage-humidification. Revue Française de Géotechnique, n°41, pp. 63-71.

BIAREZ J., FLEUREAU J.M., ZERHOUNI M.I. (1989). Compressibilité des sols argileux entre 10^1 et 10^8 Pa. Comptes rendus, 12^{ème} Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations, Rio de Janeiro, vol. 1, pp. 15-16.

BISHOP A.W., BLIGHT G.E. (1963). Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils. Géotechnique, vol. 13, n°3, pp. 177-197.

BISHOP A.W., DONALD I.B. (1961). The experimental study of partly saturated soils. Géotechnique, vol. 13, n°3, pp. 177-197.

BURLAND J.B. (1985). Recent developments in laboratory equipment. Proceedings, 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, vol. 5, pp. 2678-2680.

CAMAPUM de CARVALHO J. (1985). Etude du comportement mécanique d'une marne compactée. Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées, Toulouse, 181 pages.

CHANG C.S., DUNCAN J.M. (1983). Consolidation analysis for partly saturated clay by using an elastic-plastic effective stress-strain model. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 7, pp. 39-55.

CUI Y.J., DELAGE P.(1990). Comportement d'un limon non saturé : aspect déviatorique et volumique. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 413-422.

DELAGE P. (1991). **Etude du couplage hydraulique-mécanique en non saturé.** Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 501-508.

DELAGE P., FRY J.J., POULAIN D. (1992). **Mesure in situ et modélisation : analyse appliquée aux barrages.** Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 487-491.

DELWYN G., FREDLUND D.G., HASAN J.U. (1979). **One-dimensional consolidation theory : unsaturated soils.** Canadian Geotechnical Journal, vol. 16, n°3, pp. 521-531.

DESAI C.S., PHANT H.V., STURE S. (1981). **Procedure, selection and application of plasticity models for a soil.** International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 5, pp. 295-311.

ESCARIO V., JUCA J.F.T., (1989). **Strength and deformation of partly saturated soils.** Proceedings, 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, vol.1, pp. 43-46.

FLEUREAU J.M., FRY J.J (1991). **Validation des modèles de couplage sur ouvrages réels.** Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 509-516.

FLEUREAU J.M., INDARTO, SAOUD S., SOEMITRO R., TAIBI S., ZERHOUNI M.I (1990). **Sols non saturés.** Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 409-412.

FREDLUND D.G. (1989). **Discussion leader's report.** Proceedings, 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, vol. 5, pp. 2861-2878.

FREDLUND D.G., MORGENSTERN N.R. (1976). **Constitutive relations for volume change in unsaturated soils.** Canadian Geotechnical Journal, n°13, pp. 261-276.

GAN J.K.M., FREDLUND D.G., RAHARDJO H.(1988). **Determination of the shear strength parameters of an unsaturated soil using the direct test.** Canadian Geotechnical Journal, n°25, pp. 500-510.

GENS A., ALONSO E.E., JOSA A. (1989). Elastoplastic modelling of partially saturated soils. Proceedings of the 3rd International Symposium on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG III), Niagara Falls, Canada, pp. 163-170.

GENS A., ALONSO E.E., JOSA A. (1989). Elastoplastic modelling of partially saturated soils. Numerical Methods in Geomechanics, pp. 163-170.

HAYES L.J. (1980). Finite element patch approximations and alternating directions methods. Mathematics and Computer in Simulation, XXII, pp. 25-29.

HAYES L.J. (1981). A modified backward time discretization for nonlinear parabolic equations using patch approximations. SIAM J. Numer. Anal., vol. 18, n°5, pp. 781-793.

JENNINGS J.E.B., BURLAND J.B. (1962). Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils. Géotechnique, 12, n°2, pp. 125-144.

JOSA J.L, BALMACEDA A., GENS A., ALONSO E.E (1992). An elastoplastic model for partially saturated soils exhibiting a maximum of collapse. Proceedings, 3rd International Conference on Computational Plasticity, Barcelona, Part 1, pp. 815 - 826.

JOSA A., ALONSO E.E., LLORET A., GENS A. (1987). Stress-strain behaviour of partially saturated soils. Proceedings, 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Dublin, vol. 2, pp. 561-564.

KABALA Z.J., MILLY P.C.D. (1990). Sensitivity analysis of flow in unsaturated heterogeneous porous media : theory, numerical model, and its verification. Water Resources Research, vol. 26, n°4, pp. 593-610.

KALUARACHI J.J, PARKER J.C. (1987). Effects of hysteresis with air entrapment on water flow in the unsaturated zone. Water Resources Research, vol. 23, n°10, pp. 1967-1976.

KARUBE D., KATO S.(1989). Yield functions of unsaturated soil. Proceedings, 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, vol. 1, pp. 615-618.

KOHGO Y., NAKANO M., MIYAZAKI T. (1991). **Elastoplastic constitutive modelling for unsaturated soils**. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Balkema, Rotterdam, pp. 631-636.

KOHGO Y., NAKANO M., MIYAZAKI T. (1991). **Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils**. Soils and Foundations, vol. 33, n°4, pp 49-63.

LCPC - SETRA (1992). **Guide Technique "Réalisation des remblais et des couches de forme"**. Fascicule I : principes généraux, 98 pages.

LCPC - SETRA (1992). **Guide Technique "Réalisation des remblais et des couches de forme"**. Fascicule II : annexes techniques 102 pages.

LAM L., FREDLUND D.G. (1984). **Saturated-unsaturated transient finite element seepage model for geotechnical engineering**. Advanced Water Resources, vol. 7, pp. 132-136.

LI X., ZIENKIEWICZ O.C. (1992). **Multiphase flow in deforming porous media and finite element solutions**. Computers & Structures, vol. 45, n°2, pp. 211-227.

LLORET A., ALONSO E.E. (1980). **Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour**. Géotechnique, vol. 30, n°4, pp. 449-477.

LLORET A., GENS A., BATLLE F., ALONSO E.E. (1987). **Flow and deformation analysis of partially saturated soils**. Proceedings, 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Dublin, vol. 2, pp. 565-568.

MASLIA M.L., JOHNSTON R.H. (1984/1985). **Use of a digital model to evaluate hydrogeologic controls on groundwater flow in fractured rock aquifer at Niagara falls, New York**, Journal of Hydrology, n°75, pp. 176-194.

MATYAS E.L., RADHAKRISHNAN A.S. (1968). **Volume change characteristics of partially saturated soils**. Géotechnique, vol. 18, pp. 432-448.

MEIRI D., KARADI G.M. (1982). **Simulation of air storage aquifer by finite element model**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 6, pp. 339-351.

MIEUSSENS C. (1982). Autoroute A 61 - Remblai de la Jorle. Résultats des mesures du comportement du corps du remblai et du sol support de septembre 1980 à mai 1982. Synthèse des études géotechniques. Dossier n° 82.N.15 - MS. 18420 6 3.

MIEUSSENS C., CAMAPUM DE CARVALHO J. (1986). Remblais en marne - désordres, étude, confortation. Rapport SCETEAUROUTE- LRPC de TOULOUSE, 71 pages.

MOUSSAI B. (1993). Influence de la taille des mottes et du mode de compactage sur la perméabilité des sols. Bulletin de l'Association Internationale de Géologie de l'Ingénieur, n° 48, pp. 83-88.

MUSY A. (1976). Simulation des écoulements en milieu poreux non saturé. Journal of Hydrology, n° 29, pp. 1-21.

NANDA A. (1989). Analysis of consolidation of embankment dams during construction. Rapport CERMES, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 42 pages.

NANDA A. (1989). Finite element analysis of unsaturated coupled flow and deformation. Rapport CERMES, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 18 pages.

NANDA A., GATMIRI B., DELAGE P., FRY J.J., NEDJAT N.(1990). U-DAM : un nouveau code de calcul triphasique pour barrages. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 427-432.

NARASIMHAN T.N., NEUMAN S.P., WITHERSPONN P.A. (1978). Finite element method for subsurface hydrology using a mixed explicit-implicit scheme. Water Resources Research, vol. 14, n° 5, pp. 863-877.

NARASIMHAN T.N., WITHERSPOON P.A. (April 1978). Numerical model for saturated-unsaturated flow in deformable porous media "Algorithm". Water Resources Research, vol. 14, n° 2, pp. 255-261.

NARASIMHAN T.N., WITHERSPOON P.A. (December 1978). Numerical model for saturated-unsaturated flow in deformable porous media. "Applications". Water Resources Research, vol. 14, n° 6, pp. 1017-1034.

NARASIMHAN T.N., WITHERSPOON P.A. (June 1977). Numerical model for saturated-unsaturated flow in deformable porous media." Theory".Water Resources Research, vol. 13, n° 3, pp. 657-664.

NEUMAN S.P., PRELLER C., NARASIMHAN T.N. (1982). Effects of hysteresis with air entrapment on water flow in the unsaturated zone. Water Resources Research, vol. 18, n°5, pp. 1551-1561.

OULD AMY M., MAGNAN J.P (1990). Modélisation numérique des écoulements et des déformations dans les barrages en terre construits sur sols mous. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, Etudes et recherches des LPC, série géotechnique, n° GT49, 146 pages.

OZANAM O. (1988). Modélisation numérique des sols élastoplastiques non saturés - application aux barrages en remblais. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Paris, 252 pages.

OZANAM O. (1990). Validation de logiciels pour les écoulements en milieu poreux non saturés. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 423-426.

PIETRUSZCZAK P. (1994). A continuum theory of granular media partially saturated with a viscous fluid. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 18, pp. 93-105.

POPESCU M. (1987). Effets sur les constructions des variations d'humidité dans les sols argileux à gonflements et retraits importants. Proceedings, 9th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Dublin, vol. 2, pp. 573-576.

ROBINET J.C., AL MUKHTAR M. (1990). Transfert hydrique dans les argiles profondes : application au stockage des déchets nucléaires. Ministère de la Recherche et de la Technologie /CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 401-408.

ROBINET J.C., AL MUKHTAR M., LIU C.H. (1991). Modèle élasto-plastique à deux mécanismes plastiques : application aux argiles actives à faible porosité. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 523-526.

ROBINET J.C., AL-MUKHTAR M. (1992). **Analyse de l'écrouissage capillaire**. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 469-482.

SHREFLER B.A., ZHAN Xiaoyong. (1993). **A fully coupled model for water flow and airflow in deformable porous media**. Water Resources Research, vol. 29, n°1, pp. 155-167.

SIRIWARDANE H.J., DESAI C.S. (1981). **Two numerical schemes for non linear consolidation**. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 17, pp. 405-426.

THOMANN G. (1972). **Résolution de l'équation de la consolidation unidimensionnelle par la méthode des différences finies**. Bulletin de liaison des LPC, n°59, pp. 57-64.

THOMAS H.R., HE Y. (1994). **An elasto-plastic analysis of the termo-hydraulic-mechanical behaviour of unsaturated soil**. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Balkema, Rotterdam, pp. 1171-1176.

THOMAS H.R. ZHOU Z. (1995). **A comparaison of field measured and numerical simulated seasonal ground movement in unsaturated clay**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 19, pp. 249-265.

THOMAS H.R., REES S.W. (1993). **The numerical simulation of seasonal soil drying in an unsaturated clay soil**. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 17, pp. 119-132.

THOMAS H.R., SAMSON R.M. (1995). **Fully coupled analysis of heat, moisture, and air transfert in unsaturated soil**. Journal of Engineering Mechanics, vol. 121, n°3, pp. 392-405.

TISOT J.P., MASROURI F. (1990). **Transfert de l'eau dans un sol en cours de saturation : premiers résultats obtenus avec l'appareillage "GDS"**. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 391-400.

TOLL D.G. (1990). **A framwork for unsaturated soil behaviour**. Géotechnique 40, n°1, pp. 31-44.

TOUMA J., VAUCLIN M. (1986). **Experimental and numerical analysis of two-phase infiltration in a partially saturated soil**. Transport in Porous Media, n°1, pp. 27-55.

VAUCLIN M., KHANJI D., VACHAUD G. (1979). Experimental and numerical study of a transient two-dimensional unsaturated-saturated water table recharge problem. Water Resources Research, vol. 15, n°5, pp. 1089-1101.

VERMEER P.A., VERRUIJT A. (1981). An accuracy condition for consolidation by finite elements. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 5, pp 1-14.

VICOL T., DELAGE P. (1989). Analyse des chemins oedométriques à contrainte ou succion imposée - réflexions sur le couplage. Ministère de la Recherche et de la Technologie/CNRS. Rapport Scientifique du GRECO "Géomatériaux", pp. 188-201.

YANG D., SHEN Z.J. (1991). Two dimensional numerical simulation of generalized consolidation of problems of unsaturated soils. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Rotterdam, pp. 1261-1266.

YOSHIDA Y., KUWANO J., KUWANO R. (1991). Effects of saturation on shear strength of soils. Soils and Foundations, vol. 31, n°1, pp. 181-186.

ANNEXE

Module "CSNS" -Résolution d'un problème de Consolidation élastoplastiques des Sols Non Saturés

ANNEXE

I - EXPLICATIONS

1. Généralités

Le module CSNS permet de résoudre les problèmes de consolidation des sols non saturés avec un comportement élastoplastique du squelette du sol basé sur le modèle d'Alonso et al. (1990). C'est un modèle couplé qui prend en compte les phases solide, liquide et gazeuse. Dans ce modèle, l'air est compressible et obéit à la loi des gaz parfaits tandis que l'eau est considéré comme incompressible par rapport à l'air.

2. Limitations du module

Le module ne fonctionne qu'avec les éléments de la famille 43, c'est à dire les éléments de la famille de consolidation des sols non saturés. Les éléments de cette famille comportent 4 degrés de libertés : deux degrés de liberté mécanique, un degré de liberté pour la diffusion de l'eau et un degré de liberté pour la diffusion de l'air.

3. Résultats

Le module CSNS fournit comme résultat principal les valeurs nodales des déplacements, de la charge d'eau et de la charge d'air, et comme résultats complémentaires les contraintes et les vitesses d'écoulement.

Pour l'impression des résultats, se reporter aux explications fournies pour le module **IMPR**. Pour leur exploitation graphique, se reporter aux explications de l'option **SRE**

II - DONNEES DU MODULE CSNS

1. Lignes d'en tête

- CSNS

- MEXE

= 0 - impression de tous les pas de temps ;

= 1 - impression de MEXE = 0 plus :

- fonction portant sur le paramètre (si l'option LIM est activée) ;

- fonctions portant sur le chargement (si l'option CFT est activée) ;

= 2 - impression de la solution à chaque pas de temps.

2. Définition des caractéristiques de l'algorithme et des pas de temps

- NITER , TOL

NITER : nombre maximum d'itérations par pas de temps ;

TOL : tolérance relative sur la convergence.

- IMET

IMET : choix de la méthode de résolution ;

= 1 méthode des contraintes initiales : schéma implicite.

- KSAT

KSAT : nature du sol (saturé ou non saturé)

KSAT= 0 calcul non saturé ;

KSAT= 1 calcul saturé.

- NPAS1

NPAS1 : Nombre de pas de temps sur lequel on étudie le problème plus 1.

- T_0 , (DT(I), I = 1, NPAS)

T_0 : origine du temps ;

$DT(I)$: valeur du i -ème pas de temps.

Avec ces données, le programme calculera la solution aux instants suivants :

- $t_0 = T_0$
- $t_1 = t_0 + DT(I)$
- .
- .
- .
- $t_{npas} = t_{npas-1} + DT(I)$

• **VERTIX, VERTIY, VERTIZ**

- **VERTIX, VERTIY, VERTIZ** : composantes dans le repère ayant servi à définir le maillage, du vecteur unitaire dirigé suivant la verticale ascendante du lieu géographique.
- **NPAS1** : nombre de pas de temps plus un

3. Autres données du module

L'introduction des autres données du module CSNS est structuré en options annoncées par les mots - clés de trois lettres suivants :

CFT : données des fonctions du temps relatives aux chargements définis dans **CHAR**.

INI : initialisation complète, au temps T_0 , des valeurs nodales principales et secondaires à partir des résultats d'un calcul antérieur stockés avec l'option **STK**.

IPW : initialisation des charges d'eau au temps T_0 .

IPA : initialisation des charges d'air au temps T_0 .

INU : initialisation des déplacements au temps T_0 .

LIM : données des fonctions du temps relatives aux conditions aux limites (en déplacement, charge d'eau et charge d'air) définies dans **COND**.

SRE : stockage des résultats en vue de leur exploitation graphique.

SPA : stockage des charges d'air sur un fichier en vue d'une initialisation (option **IPA**) lors d'un calcul ultérieur.

SPU : stockage des déplacements sur un fichier en vue d'une initialisation (option **INU**) lors d'un calcul ultérieur.

SPW : stockage des charges d'eau sur un fichier en vue d'une initialisation (option **IPW**) lors d'un calcul ultérieur.

4. Description des différentes options

a - Option CFT

Omettre cette option si le jeu de données ne comporte pas de chargement.

Sinon pour chacun des chargements i , introduits à l'aide du module **CHAR**, on va lire une fonction du temps $f_i(t)$, telle que le chargement global à l'instant t , soit défini par :

$$\text{chargement}(t) = \sum_{i=1}^{\text{NCHAR}} \text{chargement}(i) * f_i(t)$$

avec

- NCHAR : le nombre de mot - clé **CHAR** présent dans le jeu de données.

•CFT

((FT(J,I) , J=1, NPAS1), I = 1, NCHAR)

VFT (J+1, I) : Valeur de la I-ème fonction de chargement au pas de temps J.

b - Option INI

•INI

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel sont lues les valeurs initiales des paramètres.

c - option IPA

Omettre cette option si les charges d'air initiales sont nulles à l'instant T_0 .

•IPA

M5 : indicateur de lecture des charges d'air initiales ;

si M5 = 0, lecture dans le présent jeu de données ;

si M5 = 1, initialisation à une même valeur en tout noeud ;

si M5 = 2, lecture des valeurs de la charge d'air à partir d'un fichier de reprise;

si M5 = 3 calcul de la charge d'air à partir des pressions non nulles ;

si M5 = 4 initialisation par groupe.

M5 = 0, lecture de :

$(h_a(I), I = 1, NNT)$

- NNT : nombre total de noeuds du maillage ;

- h_a : tableau des charges d'air initiales.

M5 = 1, lecture de :

h_{a0}

h_{a0} : valeur initiale de la charge d'air en tout noeud du maillage.

M5 = 2, lecture de :

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel est lu le tableau des charges d'air.

M5 = 3, lecture de :

P_{a0}, γ_a

- P_{a0} - pression d'air initiale ;

- γ_a : poids volumique de l'air.

M5 = 4, lecture de :

NG, (KG(I), VUT(I), i= 1, NG)

- NG - nombre de groupe d'éléments de massif pour lesquels on initialise le champ de charge ;
- KG : liste des numéros de ces groupes ;
- VUT : valeurs initiales associées.

d - option IPW

•IPW

Omettre cette option si les charges d'eau initiales sont nulles.

M4 . indicateur de lecture des charges d'air initiales ;

si M4 = 0, lecture dans le présent jeu de données ;

si M4 = 1, initialisation à une même valeur en tout noeud ;

si M4 = 2, lecture des valeurs de la charge d'eau à partir d'un fichier de reprise ;

si M4= 3, calcul de la charge d'eau à partir des pressions initiales non nulles;

si M4= 4, prise en compte de la nappe ;

si M4 = 5 initialisation des charges d'eau par groupe.

M4 = 0, lecture de :

(h_w (I), I = 1, NNT)

- NNT : nombre total de noeuds du maillage ;
- h_w : tableau des charges d'eau initiales.

M1 = 1, lecture de :

h_{w0}

h_{w0} : valeur initiale de la charge d'eau en tout noeud du maillage.

M4 = 2, lecture de :

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel est lu le tableau des charges d'eau.

M4 = 3, lecture de :

P_{w0} , γ_w

- P_{w0} - pression d'eau initiale ;

- γ_w : poids volumique de l'eau.

M4 = 4, lecture de :

HNAP

HNAP- cote de la nappe ;

M4 = 5, lecture de :

NG, (KG(I), VUT(I), $i=1, NG$)

- NG - nombre de groupe d'éléments de massif pour lesquels on initialise le champ de charge ;

- KG : liste des numéros de ces groupes ;

- VUT : valeurs initiales associées.

e - option INU

Omettre cette option si les déplacements nodaux initiaux sont nuls en tout noeud du maillage à l'instant T_0 .

•INU

M3=indicateur de lecture des valeurs initiales

M3 : numéro du fichier où sont lus les déplacements:

si **M3** = 0, lecture dans le jeu de données;

si **M3** = 1, lecture à partir d'un fichier de reprise;

si **M3** = 2 initialisation de tous les noeuds à une même valeur de u et de v.

M3 = 0, lecture :

(U(I), I= 1, NNT*NDIM)

dimension - NNT*NDIM : nombre de noeuds du maillage multiplié par la dimension du problème (=nombre de degrés de liberté de type mécanique) ;

- U : tableau des déplacements initiaux imposés.

M3 = 1, lecture de :

NOMFV

NOMFV : Nom du fichier sur lequel est stocké le tableau U.

M3 = 2, lecture de :

UI, VI

- UI - valeur initiale du déplacement u en tout noeud du maillage ;

- VI - valeur initiale du déplacement v en tout noeud du maillage.

f - option LIM

Pour chaque module **COND** déclaré dans le jeu de données :

•LIM

((KOND(I), J=1, NPAS)

((VCOND(I), J=1, NPAS1)

KCOND : tableau d'indicateurs spécifiant si au pas de temps J les conditions aux limites déclarées dans le module **COND** considéré sont relaxées ou non :

$KCOND(J+1) = 0$ si relaxée au pas J ;

$KCOND(J+1) = 1$ sinon

VCOND : tableau des fonctions multiplicatives des conditions aux limites.

$VCOND(J+1)$ = valeur multiplicative au pas de temps J des conditions aux limites déclarées dans le module **COND** considéré.

J = 1 pas de temps initial.

NPAS1 : nombre total de pas de temps plus 1.

g - option SRE

Cette option permet de spécifier :

- les pas de temps pour lesquels on souhaite stocker les résultats de calcul en vue de leur exploitation graphique par le post - processeur **PEGGY** .
- le niveau de stockage désiré.

Selon la valeur de l'indicateur **ISRC**, sont stockés les valeurs nodales de l'inconnue principale et éventuellement les résultats complémentaires aux pas de temps spécifiés dans le tableau **KSRE**.

Si cette option n'est pas utilisée : par souci d'économie de l'espace disque, il n'est prévu que le stockage du champ des inconnues principales.

•**SRE**

(KSRE(I), I = 1, NPAS1)

KSRE : tableau d'indicateurs spécifiant pour chaque pas de temps si l'on désire ou non stocker les résultats ;

KSRE (I+1) = 0 aucun stockage au pas de temps I;

= 1 stockage au pas de temps I des résultats désignés par l'indicateur ISRC.

I = 1 : pas de temps initial.

NPAS1 : nombre de pas de temps plus 1.

ISRC

ISRC : indicateur du niveau de stockage souhaité :

= 0 stockage de l'inconnue principale ;

= 1 stockage de l'inconnue principale et des résultats complémentaires.

h - option STK

Cette option permet de stocker sur un fichier les résultats d'un calcul précédent en vue d'une reprise ultérieure. Les paramètres stockés sont : les inconnues principales, les contraintes, les vitesses, les déformations anélastiques, etc.

•**STK**

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel sont stockés les résultats.

i - option SPA

Cete option permet de stocker, sur un fichier, uniquement les charges d'air du dernier pas de temps, en vue d'une initialisation pour un autre calcul avec le module CSNS.

•**STA**

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel sont stockés les charges d'air obtenues au dernier pas de temps.

j - option STU

Cete option permet de stocker, sur un fichier, uniquement les déplacements du dernier pas de temps, en vue d'une initialisation pour un autre calcul avec le module CSNS.

•**STU**

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel sont stockés les déplacements obtenus au dernier pas de temps.

k - option SPW

Cete option permet de stocker, sur un fichier, uniquement les charges d'eau du dernier pas de temps, en vue d'une initialisation pour un autre calcul avec le module CSNS.

•**STW**

NOMF

NOMF : nom du fichier sur lequel sont stockées les charges d'eau obtenues au dernier pas de temps.

Famille 43 - Donnée des caractéristiques d'un groupe d'éléments NBxx

I - Indications générales caractérisant le groupe d'éléments

***IMOD , INAT**

IMOD : Indicateur du type de modèle mécanique utilisé pour les éléments du groupe.

= 1 consolidation en milieu élastique linéaire non saturé

= 10, 21

consolidation élastoplastique en milieu non saturé :

= 10 Mohr - Coulomb

= 21 Modèle d'Alonso et al., (1990)

INAT : nature du problème étudié

= 1 déformation plane

= 2 déformation axisymétrique

II - Lecture des caractéristiques des éléments du groupe

*** IMOD = 1**

- Masse volumique ;
- Module d'Young ;
- Coefficient de Poisson ;
- Module de déformation volumique en succion ;
- Indice des vides initial ;
- Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé ;
- Constante pour la perméabilité à l'eau α ;
- Constante du degré de saturation a_s ;
- Constante du degré de saturation b_s ;
- Constante du degré de saturation c_s ;
- Degré de saturation résiduel ;
- Viscosité de l'air ;
- Constante pour la perméabilité à l'air b ;

- Constante pour la perméabilité à l'air c ;
- Contrainte verticale ;
- Poids volumique de l'eau ;
- Poids volumique de l'air ;
- Coefficient de Henry ;
- Compressibilité de l'air.

*** IMOD = 10**

- Masse volumique ;
- Module d'Young ;
- Coefficient de Poisson ;
- Module de déformation volumique en succion ;
- Indice des vides initial ;
- Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé ;
- Constante pour la perméabilité à l'eau α ;
- Constante du degré de saturation a_s ;
- Constante du degré de saturation b_s ;
- Constante du degré de saturation c_s ;
- Degré de saturation résiduel ;
- Viscosité de l'air ;
- Constante pour la perméabilité à l'air b ;
- Constante pour la perméabilité à l'air c ;
- Contrainte verticale ;
- Poids volumique de l'eau ;
- Poids volumique de l'air ;
- Coefficient de Henry ;
- Compressibilité de l'air.
- Cohésion ;
- Angle de frottement interne ;
- Angle de dilatance ;
- Coefficient du tenseur des contraintes effectives plastiques β .

*** IMOD = 21**

- Masse volumique ;
- Module d'Young ;

- Coefficient de Poisson ;
- Module de déformation volumique en succion ;
- Indice des vides initial ;
- Coefficient de perméabilité à l'eau en saturé ;
- Constante pour la perméabilité à l'eau α ;
- Constante du degré de saturation a_s ;
- Constante du degré de saturation b_s ;
- Constante du degré de saturation c_s ;
- Degré de saturation résiduel ;
- Viscosité de l'air ;
- Constante pour la perméabilité à l'air b ;
- Constante pour la perméabilité à l'air c ;
- Contrainte verticale ;
- Poids volumique de l'eau ;
- Poids volumique de l'air ;
- Coefficient de Henry ;
- Compressibilité de l'air ;
- Pente de la courbe vierge ;
- Pente des courbes décharge - charge ;
- Paramètre définissant la rigidité du sol ;
- Paramètre contrôlant l'augmentation de la rigidité du sol avec la succion ;
- Pression de préconsolidation initiale ;
- Contrainte de référence ;
- Coefficient contrôlant l'augmentation de la cohésion avec la succion ;
- Pente de la courbe d'état critique.