



**HAL**  
open science

# **Analyse de la tenue aux séismes des structures en béton armé. Prise en compte globale des non-linéarités**

Ali Asghar Tai

## **► To cite this version:**

Ali Asghar Tai. Analyse de la tenue aux séismes des structures en béton armé. Prise en compte globale des non-linéarités. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1981. Français. ⟨NNT : >. ⟨tel-00529381⟩

**HAL Id: tel-00529381**

**<https://pastel.hal.science/tel-00529381v1>**

Submitted on 25 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

70 939

NS 10808(3)

x

# THÈSE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PRÉSENTÉE

A L'ÉCOLE NATIONALE des PONTS & CHAUSSÉES

PAR

ALI ASGHAR TAÏ

Ingénieur civil des Ponts et Chaussées

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

SUJET de la THÈSE :

**ANALYSE DE LA TENUE AUX SÉISMES DES  
STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ**

**PRISE EN COMPTE GLOBALE DES NON-LINÉARITÉS**

Soutenu le 17 Décembre 1981 devant le Jury composé de : MM. FAUCHART

*Président.*

FUENTÈS  
GALVAIN  
KAVYRCHINE  
SIESTRUNCK

*Examinateurs.*

EN.P.C.



DOC11139

14

*L'expérience est la source unique  
de la vérité ; elle seule peut nous  
apprendre quelque chose de nouveau.*

**POINCARÉ**

## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes remerciements respectueux à Monsieur FAUCHART, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, à Monsieur FUENTES, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ainsi que Monsieur SEISTRUNCK, Professeur à l'Université Pierre et Marie CURIE (Paris VI), pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont accordé à ce travail.

Mes plus vifs remerciements vont aussi à Monsieur SALENÇON, Professeur et Responsable de la Formation du Doctorat à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pour l'intérêt constant qu'il a manifesté au cours des différentes phases de cette recherche.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur ABSI, Délégué Général Scientifique du Centre Expérimental de Recherche et d'Etudes du Bâtiment et des Travaux Publics (CEBTP), qui a rendu possible l'élaboration de cette thèse au Centre de Saint-Rémy-lès-Chevreuse, à Monsieur KAVYRCHINE, Chef du Service d'Etudes des Structures (SES) du C.E.B.T.P., qui m'a fait l'honneur de m'accueillir dans son service et dont les orientations et les encouragements constants m'ont soutenu tout au long de mon étude.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude au D.E.M.T. du C.E.A et en particulier à Monsieur GAUVAIN, Ingénieur dans ce Département, qui a bien voulu assurer le suivi direct de ce travail et qui a eu l'obligeance de mettre à ma disposition des résultats d'essais ainsi que les moyens de calcul qui m'ont permis de mener à bien cette recherche.

J'exprime mes remerciements à Madame DIGONNAUX, et aux autres membres du Personnel de la Bibliothèque pour leurs bons offices ainsi qu'à Madame GUESNON qui a méticuleusement assuré la dactylographie de cette thèse.

J'exprime ma sympathie la plus vive à tout le Personnel du S.E.S., ainsi qu'à l'ensemble de mes camarades Ingénieurs et Ingénieurs-Stagiaires pour la chaleureuse ambiance dont ils m'ont entourée.

*Je remercie enfin le Ministère Français des Affaires Etrangères par l'intermédiaire de Madame MOREL, Chef du Service des Etudiants Etrangers pour l'octroi d'une bourse d'études.*

*Je tiens enfin à témoigner ma reconnaissance à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées qui m'a permis en tant qu'élève-chercheur la réalisation de cette thèse.*

R E S U M E

*Cette thèse porte sur l'étude théorique et expérimentale des structures en béton armé sous sollicitations statique puis dynamique de type séismique.*

*Une importante recherche bibliographique a été effectuée en vue d'analyser au mieux le comportement dynamique des matériaux ainsi que celui des éléments structuraux. Cette recherche est complétée par l'étude des structures essayées sur table séismique.*

*Les enseignements qui ont été tirés de cette étude préalable, notamment ceux concernant la modification de la rigidité des structures Béton Armé sous chargement altermé et séismique, ont permis d'établir une méthode de calcul (dite "statique équivalente") pour l'analyse de la tenue aux séismes des structures en Béton Armé.*

*Cette méthode tient compte, en particulier de la non-linéarité du comportement des matériaux.*

*Les réponses au séisme qui ont été obtenues par cette méthode sur des portiques essayés sur table vibrante, concordent de façon très satisfaisante avec les valeurs d'essais.*

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

CHAPITRE I - COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX	PAGE 1
I. COMPORTEMENT STATIQUE DES MATERIAUX	7
II. COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES MATERIAUX	25
CHAPITRE II - ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT ET LA DUCTILITE DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX EN BÉTON ARMÉ SOUS SOLLICITATIONS CYCLI- QUES ALTERNÉES	43
I. INTRODUCTION	47
II. DUCTILITE	48
III. COMPORTEMENT CYCLIQUE DU BETON ARME	50
IV. CONCLUSIONS	76
CHAPITRE III. ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE ET DYNAMIQUE DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ	81
I. INTRODUCTION	89
II. CARACTERISTIQUES DES STRUCTURES TESTEES - POTEAUX	95
III. DISPOSITIFS ET PROCEDURES D'ESSAIS STATIQUES	106
IV. DISPOSITIFS ET PROCEDURES d'ESSAIS SEISMIQUES	121
V. OBSERVATIONS GENERALES DES ESSAIS SUR POTEAUX	142

VI. CARACTERISTIQUES DES STRUCTURES TESTEES- PORTIQUES	PAGE 147
VII. DISPOSITIFS ET PROCEDURES D'ESSAIS STATIQUES	153
VIII. DISPOSITIFS ET PROCEDURES D'ESSAIS SEISMiques	165
IX. OBSERVATIONS GENERALES DES ESSAIS SUR PORTIQUES	185
 CHAPITRE IV - ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES	 201
I. GENERALITES	205
II. ETUDE DES STRUCTURES DANS LE DOMAINE ELASTI- QUE LINEAIRE	206
III. ETUDE DE STRUCTURES DANS LE DOMAINE ELASTO- PLASTIQUE (NON-LINEAIRE)	215
 CHAPITRE V - METHODE DE CALCUL PROPOSEE	 229
I. INTRODUCTION	235
II. PRINCIPE DES ETUDES THEORIQUES	236
III. PROCEDURE DE CALCUL ITERATIF	238
IV. CALCUL DE LA REPONSE SEISMIQUE DES PORTIQUES TESTES, PAR LA METHODE PROPOSEE	243
V. PROBLEMES LIES A LA DISCRETISATION D'UNE STRUCTURE	253
VI. EXTENSION DE LA METHODE POUR LE CAS DE SEISMES DE FORTE INTENSITE	257
VII. ETUDE DES RESULTATS	261
VIII. CALCUL DE LA REPONSE SEISMIQUE DES POTEAUX TESTES, PAR LA METHODE PROPOSEE	264
IX. CONCLUSION	268

CHAPITRE VI - ETUDE DE QUELQUES PORTIQUES PAR LA MÉTHODE PROPOSEE	271
I. INTRODUCTION	277
II. PORTIQUES A TROIS ETAGES	277
III. PORTIQUES A DEUX ETAGES (P.D.E.)	287
IV. PORTIQUES A DEUX ETAGES (ELASTIQUE)	294
V. PORTIQUE A DEUX ETAGES (PS 69)	300
VI. CONCLUSION	304
CONCLUSION	307
ANNEXE A - SEISMES	311
I. INTRODUCTION	317
II. DEFINITIONS	318
III. LES ECHELLES D'INTENSITE	319
IV. MAGNITUDE DES SEISMES	329
V. CORRELATIONS	332
VI. SEISME DU POINT DE VUE DU GENIE CIVIL	336
ANNEXE B -- RAPPEL DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES	357
I. INTRODUCTION	363
II. FORMULATION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT	364
III. ETUDE DE LA REPONSE LIBRE	367
IV. REPONSE D'UN SYSTEME A UN DEGRE DE LIBERTE	375
V. SYSTEMES A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE	386
VI. ETUDE DE LA REPONSE DYNAMIQUE	396

ANNEXE C - PROGRAMMES DE CALCUL EMPLOYES	PAGE 409
I. PROGRAMME TEDEL	411
II. PROGRAMME SAMSON	412
III. PROGRAMME RIGID	412

# INTRODUCTION

## I N T R O D U C T I O N

La vérification de la tenue au séisme des structures a pris un grand essor en France avec l'avènement des centrales nucléaires, pour lesquelles les exigences vis-à-vis de la sûreté sont très grandes.

Les structures en béton armé notamment, celles formées de portiques et de planchers posent de nombreux problèmes au sujet de leur tenue sous actions dynamiques et ont fait l'objet d'études nombreuses de par le monde depuis une vingtaine d'années. Le comportement du béton armé sous chargement monotone est assez bien connu et le calcul des charges limites est aujourd'hui chose courante. Le comportement du béton armé sous chargement dynamique alterné de haut niveau est plus complexe et les calculs dynamiques nécessaires à l'étude de la tenue au séisme en sont encore à leur début. Le plus souvent le dimensionnement au séisme d'un bâtiment se fait sur la base d'un calcul linéaire et par l'application simple des règles de construction en béton armé, le séisme étant assimilé à une charge statique. La définition de cette charge est faite à partir de considérations introduisant forfaitairement le caractère dynamique des sollicitations.

Des essais sismique réalisés sur table vibrante, comme ceux du C.E.A., en collaboration avec le C.E.B.T.P. et l'E.D.F., ont montré l'importante diminution de rigidité que subit une structure en béton armé avant l'atteinte de son état limite. Or la fréquence propre d'une structure et donc sa réponse à une sollicitation dynamique, est directement dépendante de sa rigidité. Les méthodes simplement linéaires se révèlent insuffisantes pour une analyse complète du comportement des structures en béton armé, même pour les niveaux de séisme relativement modérés.

Une méthode linéaire dite du "spectre de réponse modifié" a été proposée il y a quelques années aux Etats-Unis, mais si elle permet une sorte de "calcul aux états limites", elle ne prend pas en compte la dégradation de rigidité.

Par ailleurs, l'étude du comportement détaillé des éléments structuraux a permis de développer des modèles de calculs dynamiques non linéaires dans des programmes aux éléments finis. Un tel modèle a permis par exemple de retrouver par le calcul les réponses mesurées au cours du temps de structures testées sur la table vibrante du C.E.A. Mais si un calcul dynamique non linéaire, opérant pas à pas, est très précis, il est aussi très coûteux. C'est pourquoi nous proposons une méthode itérative avec prise en compte globale de la non linéarité (dégradation). Le principe de base consiste à calculer les efforts dans la structure par combinaison quadratique des réponses modales déduites du spectre de réponse du séisme.

A ces efforts, on fait correspondre un état "dégradé" des sections de béton grâce à un calcul statique non linéaire effectué une seule fois. Les nouvelles sections obtenues permettent un nouveau calcul modal, donc une nouvelle réponse du spectre. Il suffit en pratique de quelques itérations pour converger vers la solution.

Les chapitres I et II de ce travail sont consacrés à l'examen des propriétés du béton armé et des éléments structuraux tant statique que dynamique.

Le chapitre III présente les essais statique et dynamique réalisés au C.E.B.T.P et sur la table vibrante "VESUVE" du C.E.A.

Le chapitre IV est consacré aux principales méthodes d'analyse dynamique des structures. La méthode non linéaire globale itérative est développée dans le chapitre V où elle est également validée sur les essais séismiques.

Dans le chapitre VI, on présente plusieurs applications de la méthode à des bâtiments réels. En annexe, on rappelle les principales caractéristiques d'un séisme ainsi que les fondements de la dynamique des structures.

# CHAPITRE I

COMPORTEMENT DES MATERIAUX

# CHAPITRE I

## COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX

---

### I. COMPORTEMENT STATIQUE DES MATERIAUX

PAGE 7

#### 1.1 INTRODUCTION

#### 1.2 COMPORTEMENT STATIQUE MONOTONE

1.21 Comportement Statique Monotone de l'Acier

1.22 Comportement Statique Monotone du Béton

1.23 Confinement du Béton

1.24 Mécanisme d'Action des Aciers Transversaux

#### 1.3 COMPORTEMENT STATIQUE CYCLIQUE

1.31 Comportement Statique Cyclique de l'Acier

1.32 Comportement Statique Cyclique du Béton

2.1 GENERALITES

2.2. EFFET de la VITESSE de CHARGEMENT sur le COMPORTEMENT de l'ACIER

2.21 Effet de la Vitesse de Chargement sur la Résistance à la Traction ou la Résistance à la Compression de l'Acier

2.22 Effet de la vitesse de Chargement sur le Module d'Elasticité de l'Acier

2.3 EFFET de la VITESSE de CHARGEMENT sur le COMPORTEMENT du BETON

2.31 Résistance à la Compression du Béton sous Chargement Dynamique

2.32 Influence de la Vitesse de Chargement sur le Module d'Elasticité du Béton

2.33 Vitesse de Déformation des Matériaux sous Séisme

2.4 CAPACITE d'AMORTISSEMENT du BETON

2.41 Effet du Rapport Eau/Ciment

2.42 Effet du Séchage

2.43 Influence du Type et du Volume des Agrégats

2.44 Nature de l'Amortissement (Conclusion)

## I. COMPORTEMENT STATIQUE DES MATÉRIAUX

### 1.1 INTRODUCTION

Pour étudier le comportement des structures en béton armé soumises aux actions répétées et alternées de type séismique, il est très important d'avoir des informations sur le comportement de l'acier et du béton et des éléments en béton armé sous de telles charges. Si la loi de comportement de l'acier et du béton sous chargement statique monotone est connue depuis longtemps, les recherches concernant le comportement cyclique et dynamique ne datent que de quelques années. Nous allons passer en revue les recherches effectuées dans ce domaine.

Nous étudierons les effets de la vitesse de chargement ou de la mise en déformation, sur le module, la résistance et la ductilité de l'acier et du béton. Puis, nous commenterons les effets de quelques paramètres, tels que la vitesse de chargement, le pourcentage d'armatures, le taux d'aciers transversaux, la forme de ces derniers (confinement), etc, sur le module, la résistance et la ductilité des éléments en béton armé.

### 1.2 COMPORTEMENT STATIQUE MONOTONE

#### 1.21 Aciers

La loi contrainte-déformation de l'acier sous chargement monotone est bien connue. Cette loi présente successivement des parties élastique, plastique et écrouie. Dans le cas de l'acier naturel, la partie écrouie n'existe pas. La figure 1 représente les courbes contrainte-déformation de quelques types d'acier. Cette loi est supposée la même en traction et en compression. Les résultats d'essais confirment la validité de cette hypothèse.

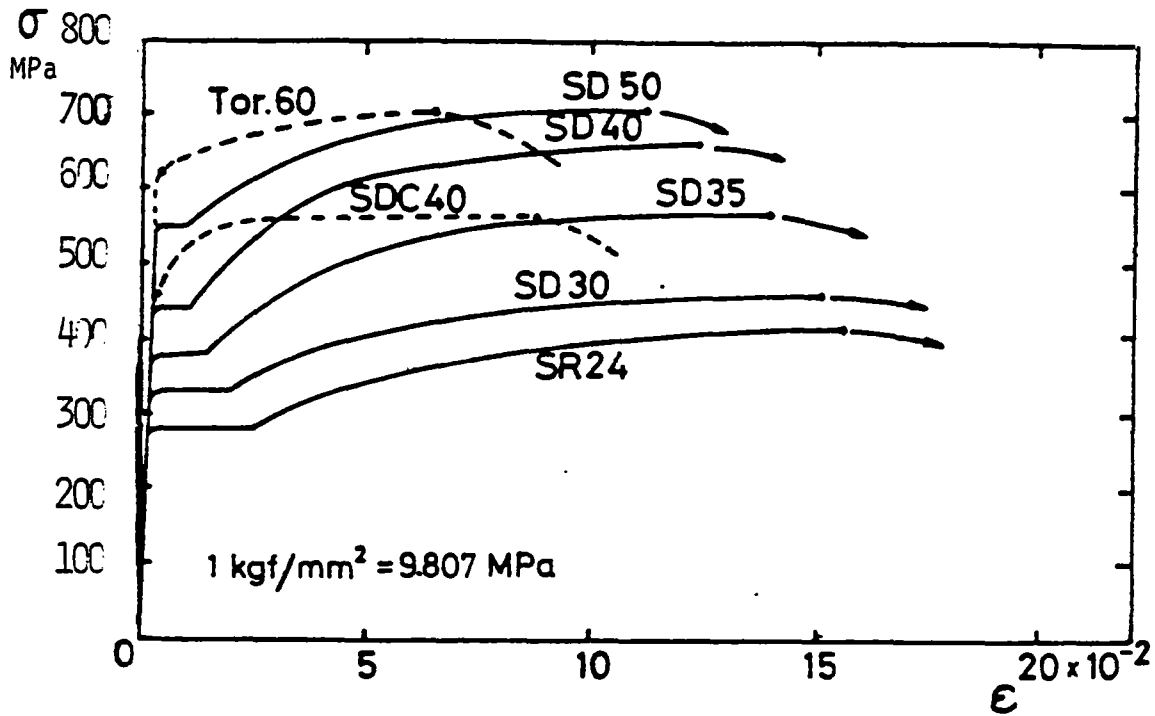


Figure 1 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de QUELQUES TYPES d'ACIER (9).

### 1.22 Comportement Statique Monotone du Béton

La résistance à la compression du béton en général est déterminée sur des cylindres dont le rapport de la hauteur au diamètre est de 2. Les cylindres sont chargés longitudinalement avec telle vitesse que la résistance maximale est atteinte au bout de 2 à 3 minutes. La résistance à la compression du béton peut varier de 14 à 56 MPa. La déformation correspondant à la résistance maximale est de l'ordre de 0.002. La courbe contrainte déformation en fonction de la résistance a l'allure présentée sur la figure 2.

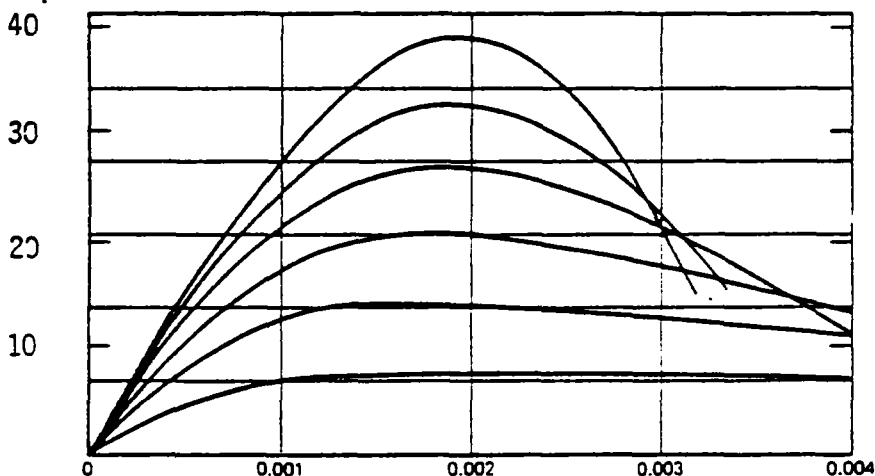


Figure 2 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de CYLINDRES de BETON sous COMPRESSION UNIAXIALE (9).

Les essais de Rüsçh ont montré que la forme de la courbe contrainte-déformation avant son sommet dépend de sa résistance à la compression (figure 3).

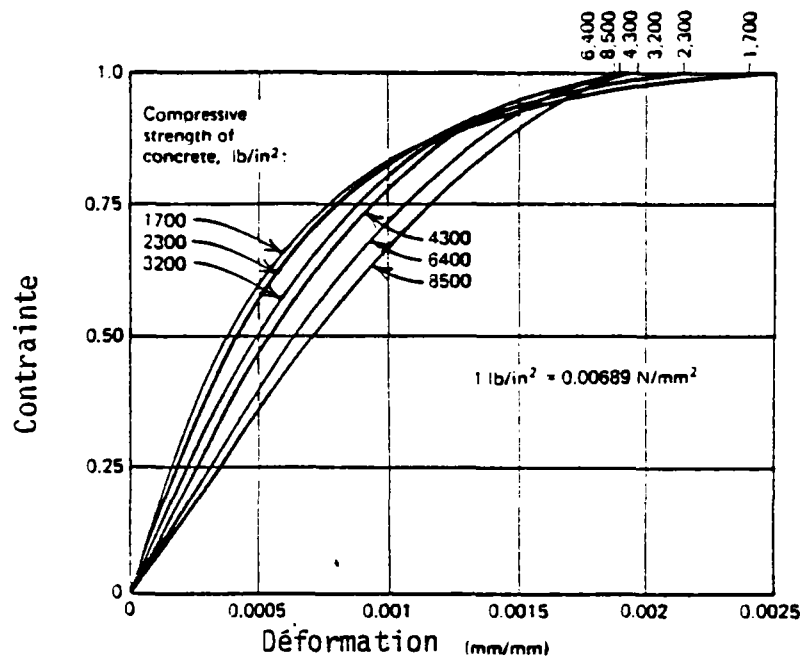


Figure 3 - RELATION entre le RAPPORT de CONTRAINTE et la DEFORMATION pour DIFFERENTS BETONS (9).

### 1.23 Effet du Confinement du Béton

La ductilité et la résistance du béton sous compression triaxiale augmentent considérablement. Les essais de Richart, Brandtzaeg et Brown (19) sur des cylindres en béton chargés axialement et confinés latéralement par pression hydraulique ont mis en évidence ce phénomène (voir courbe de la figure 4).

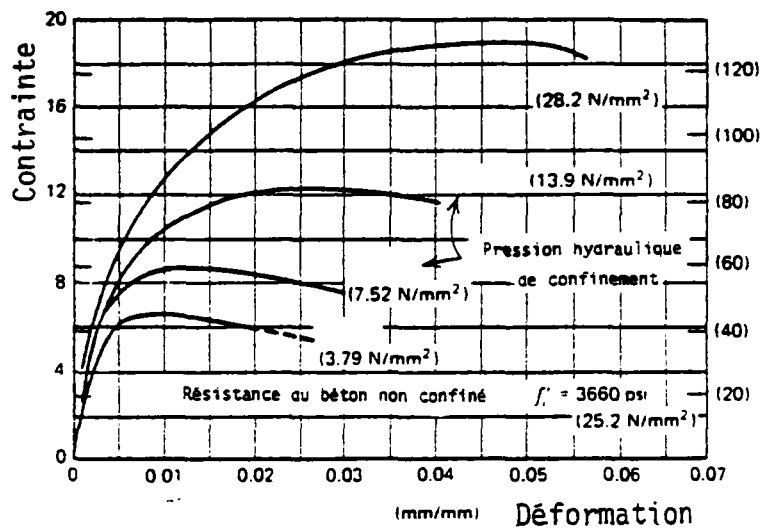


Figure 4 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION AXIALES des ESSAIS de COMPRESSION TRIAXIALE sur des CYLINDRES de BETON (19).

Ces courbes montrent qu'une augmentation de pression latérale apporte une augmentation significative aussi bien en résistance qu'en ductilité. Ceci est dû au fait que la pression latérale confine le béton et diminue la tendance de fissuration interne et l'augmentation du volume avant la rupture (Park-Panlay (9)).

#### Confinement du béton par des armatures transversales

Les essais de Iyengar (18) ont démontré que le béton confiné par les armatures transversales présente une résistance et une ductilité bien supérieures au béton non confiné ; il existe une ressemblance avec celui confiné par une pression latérale. En effet, les études concernant l'influence de confinement du bé-

ton sur sa résistance et sa déformation (ductilité) ont été effectuées par Richart et al. (19), Rusch (20), Bertero (23) .... Ces études portent sur l'augmentation de la résistance et de la déformation des colonnes circulaires en béton par utilisation des spirales comme armatures transversales. Ou elles concernent relations contrainte-déformation des cylindres en béton en fonction de la forme des armatures transversales (spirale, cadre circulaire ou rectangulaire ainsi que leur espacement). Pour ce genre d'essais la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  est de l'ordre de  $(1.4 \text{ à } 2.8) \times 10^{-5}$ . Les courbes de la figure 5 montrent l'influence du confinement par spirale.

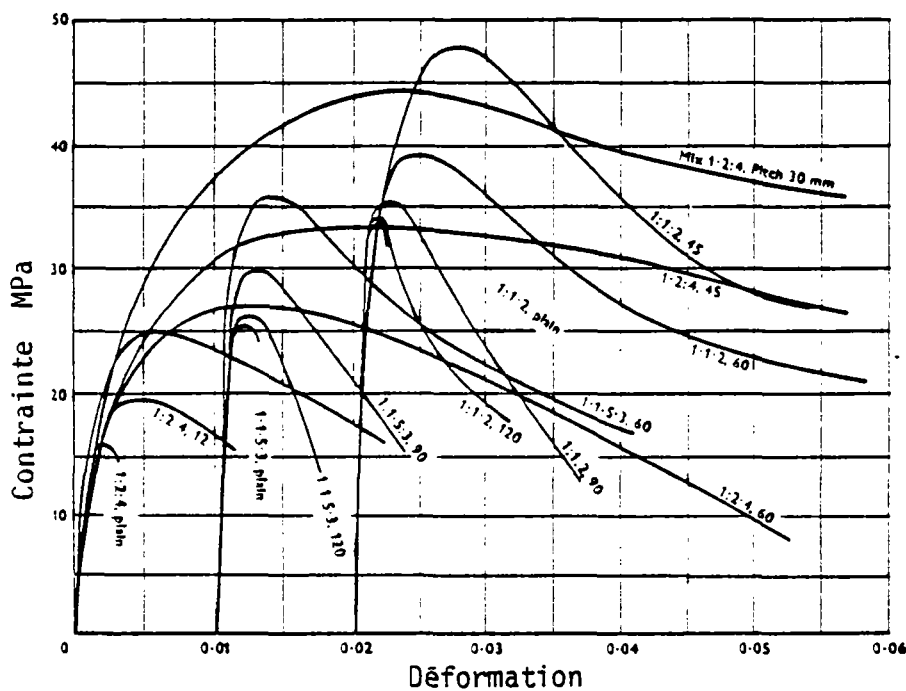


Figure 5 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de CYLINDRES de BETON (de différentes compositions) CONFINES par des SPIRALES d'ACIERS DOUX de 6.5 mm de DIX.(18)

Ces courbes montrent l'effet de l'espacement des aciers transversaux.

Il a été démontré que le confinement est efficace si l'espacement ne dépasse pas la plus petite dimension de l'élément. Nous rapportons de la littérature quelques courbes représentant les effets des différents paramètres déjà nommés sur les caractéristiques du béton, figures 6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12.

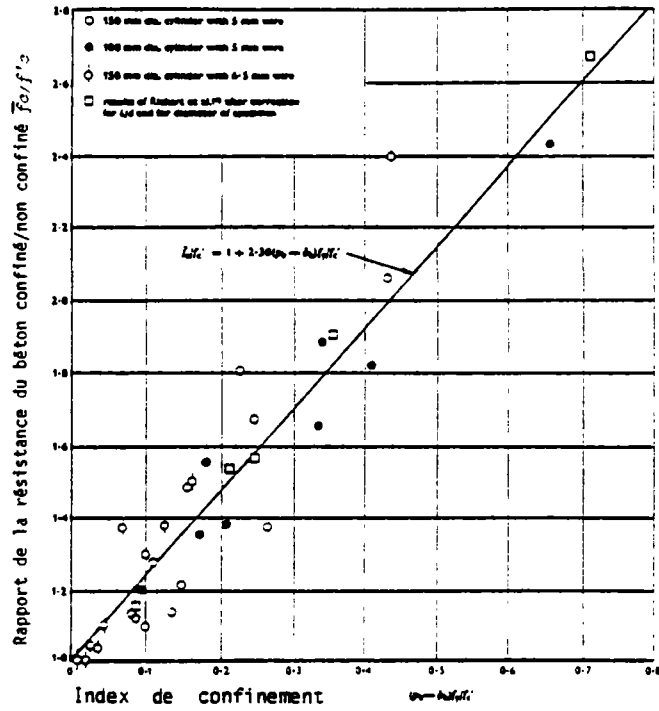


Figure 6 - INFLUENCE du CONFINEMENT par SPIRALE CIRCULAIRE sur la RESISTANCE ULTIME (18).

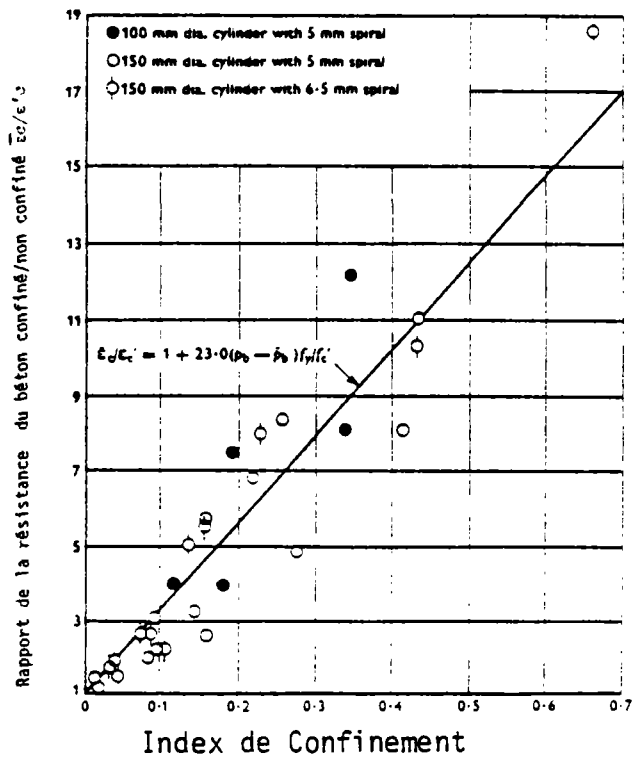


Figure 7 - INFLUENCE du CONFINEMENT par SPIRALE CIRCULAIRE sur la DEFORMATION CORRESPONDANTE à la RESISTANCE ULTIME (18).

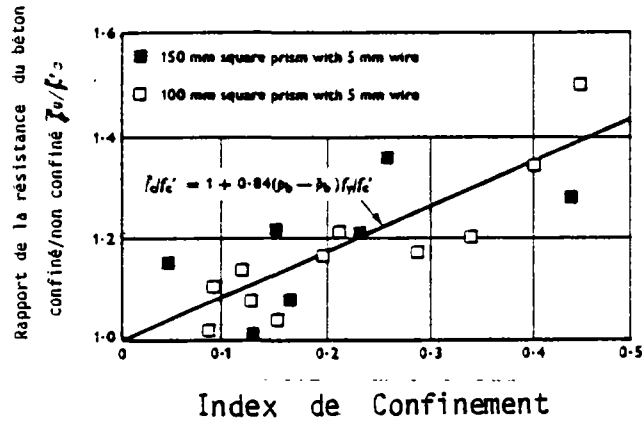


Figure 8 - INFLUENCE du CONFINEMENT par SPIRALE CARREE sur la RESISTANCE ULTIME (18).

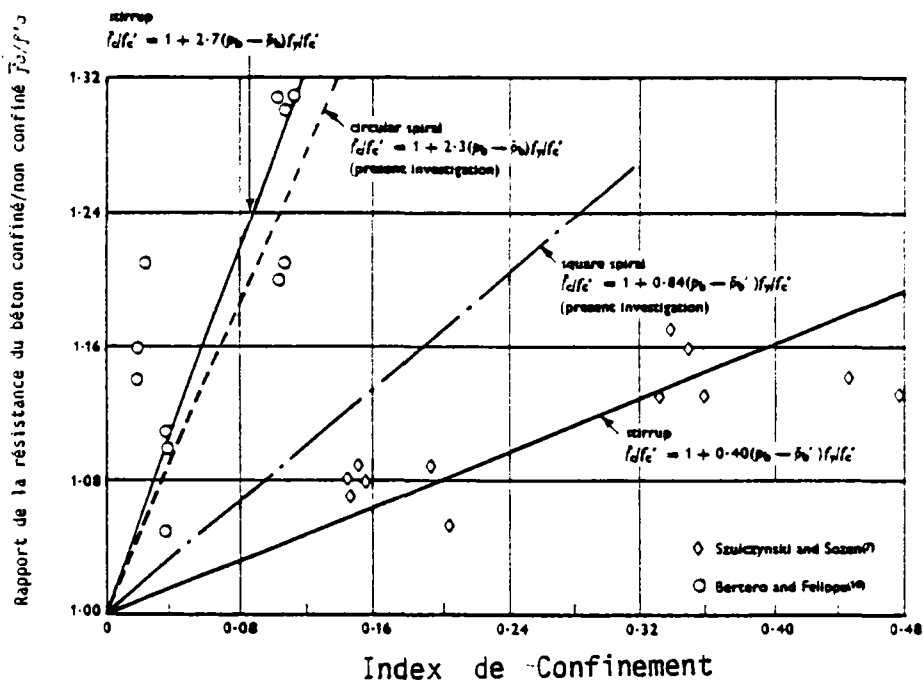


Figure 9 - INFLUENCE des ACIERS TRANSVERSAUX sur la RESISTANCE ULTIME (18).

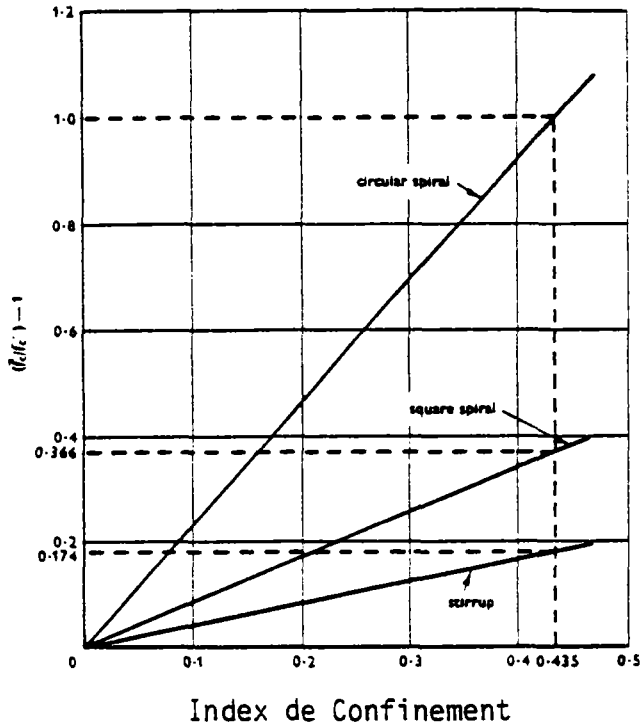


Figure 10 - COMPARAISON de L'INFLUENCE des DIFFERENTES BORNES d'ACIERS TRANSVERSAUX sur la RESISTANCE ULIME (18).

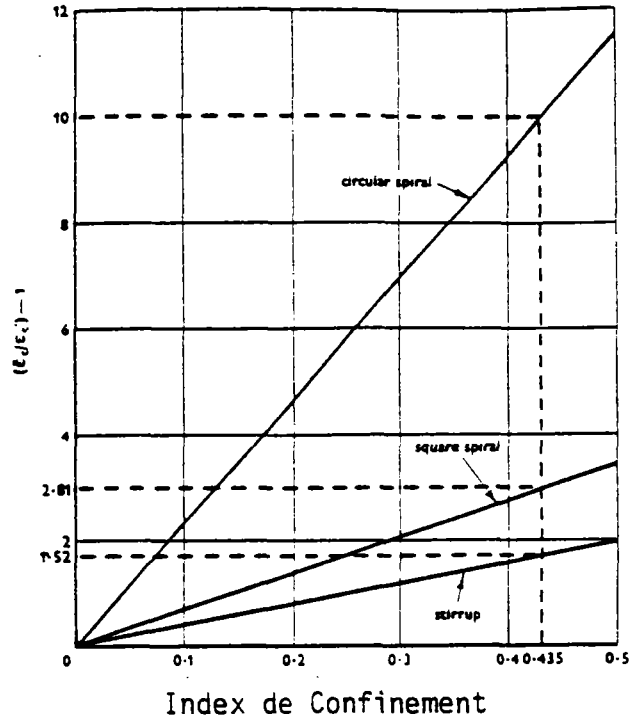
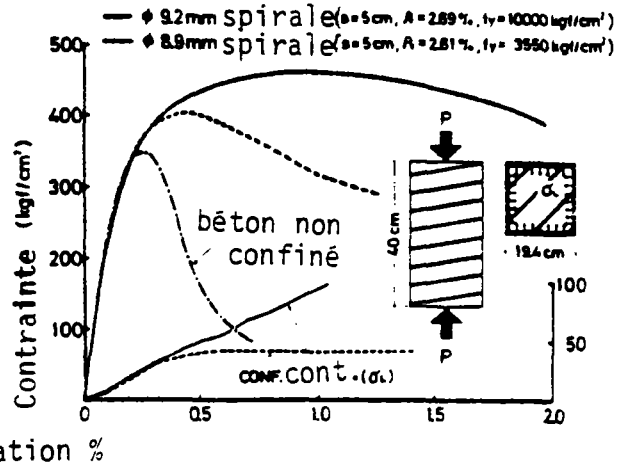
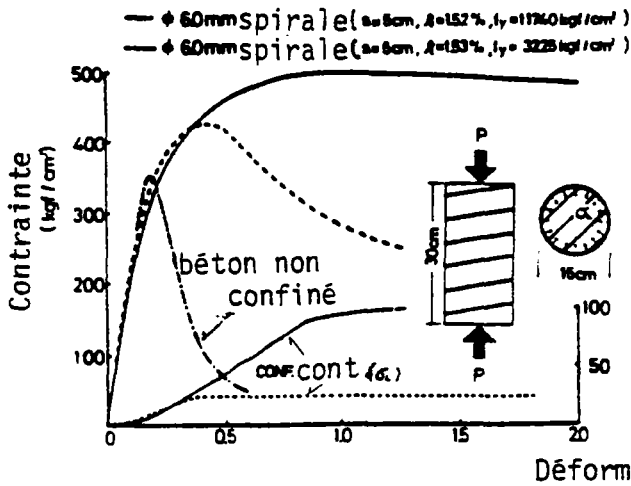


Figure 11 - COMPARAISON de L'AUGMENTATION de la DEFORMATION CORRESPONDANTE à la RESISTANCE ULTIME DUE aux DIFFERENTES FORMES d'ACIERS TRANSVERSAUX (18).



Contrainte de confinement (kgf/cm<sup>2</sup>)

Figure 12 - COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION MESUREES et les CONTRAINTES de CONFINEMENT (13).

#### 1.24 Mécanisme d'Action des Aciers Transversaux

L'augmentation de la résistance et de la déformation du béton confiné par des aciers transversaux est due à la résistance offerte par ces aciers contre le renflement latéral du béton. Lorsque la contrainte longitudinale d'un spécimen confiné avec des aciers transversaux augmente, la pression latérale exercée par ces aciers augmente également. En fait, ces aciers ont un rôle passif, cela veut dire que pour les contraintes longitudinales faibles, il n'y a pas de renflement du béton, il n'y a donc pas de pression latérale. Pour les valeurs élevées de cette contrainte, le renflement du béton exerce une pression sur les aciers transversaux. La réaction de ces derniers est une pression latérale sur le béton. Ce phénomène continue jusqu'à ce que la résistance maximale soit atteinte. Dans ce cas le béton confiné a un équilibre plastique entre les contraintes longitudinales et les contraintes latérales. A partir de cette étude, il n'y a plus d'augmentation de la résistance parce que les aciers transversaux commencent à se plastifier et au-delà du sommet, l'énergie exercée sur le spécimen est absorbée par la déformation des aciers latéraux. Ceci assure une déformation importante au-delà du sommet de la courbe contrainte-déformation, autrement dit rend le comportement ductile.

La raison pour laquelle il existe une différence considérable entre le confinement par les aciers transversaux circulaires ou en spirale, et le confinement par les aciers transversaux rectangulaires est que, comme le montrent les figures 13 & 14, dans le cas de spirale ou de cadre circulaire, grâce à leur forme, ils sont soumis à une traction axiale et par conséquent, ils exercent une pression latérale continue tout le long de la circonférence, qui, pour les grandes valeurs de déformations latérales, peut être comparée à la pression latérale hydrostatique (9).

Pour les cadres, la réaction de confinement existe aux angles. En fait, sous la pression du béton sur le cadre celui-ci se déforme vers l'extérieur entre ses deux coins. Ainsi les parties du milieu de chaque côté ne sont pas confinées.

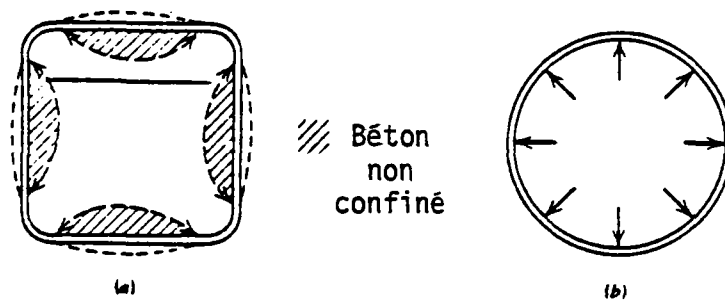


Figure 13 - CONFINEMENT par les CADRES CARRES et par SPIRALES CIRCULAIRES. (9)

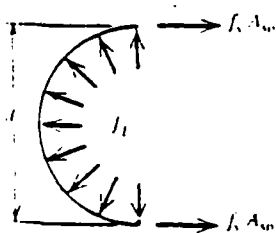


Figure 14 - CONFINEMENT du BETON par l'ACIER en SPIRALE. (9)

Par l'effet d'arc, les coins exercent une réaction sur le béton, ainsi c'est seulement le centre et les coins de la section qui sont confinés, mais pas sa totalité.

L'espacement des aciers transversaux dans le sens longitudinal par l'effet d'arc joue un rôle important sur le confinement, en particulier, pour les sections de petites dimensions (voir figures 15 et 16 et photographie).

Les auteurs comme Desayi (17) , Iyengar (18) et Park (9) ont proposé des équations pour la courbe contrainte-déformation du béton confiné, qui faisant intervenir les différents paramètres, correspondent d'une façon satisfaisante aux résultats d'essais.



EFFET de CONFINEMENT du BETON par les ARMATURES

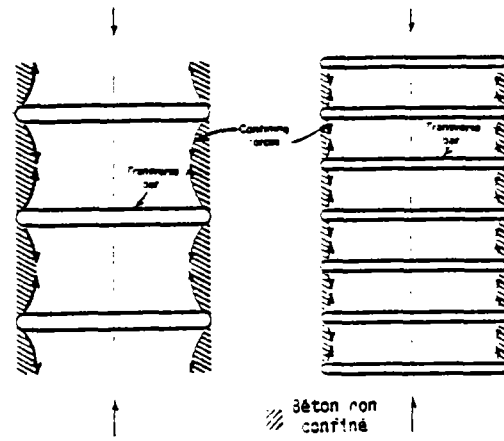


Figure 15 - EFFET de l'ESPACEMENT des ACIERS TRANSVERSAUX sur l'EFFICACITE du CONFINEMENT (9).

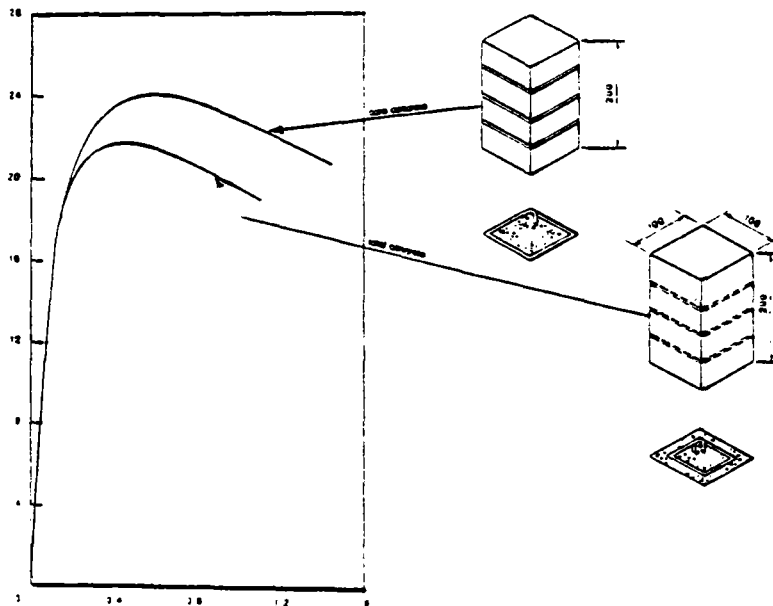
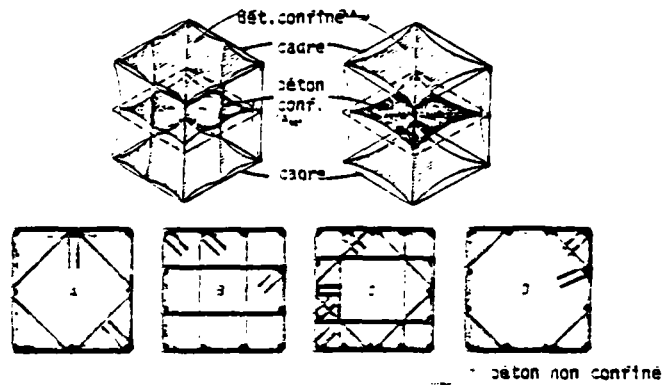


Figure 16 - EFFET de FORME du FERRAILLAGE sur l'EFFICACITE du CONFINEMENT (1).

### 1.3 COMPORTEMENT STATIQUE CYCLIQUE

#### 1.31 Comportement Cyclique des Armatures d'Aciers

Le comportement de l'acier sous chargement monotone est bien connu. Sous une charge répétée de même signe, décharge et recharge suivent la pente élastique initiale de la courbe contrainte-déformation. Lorsque la charge dépasse le niveau de la charge précédente, à partir de laquelle la décharge avait été effectuée, la courbe contrainte-déformation continue comme si la décharge n'avait pas eu lieu.

La courbe contrainte-déformation monotone forme une enveloppe pour les charges répétées de même signe indépendamment du fait que le chargement soit effectué dans la zone élastique, plastique ou écrouie (figure 17 a et 17 b).

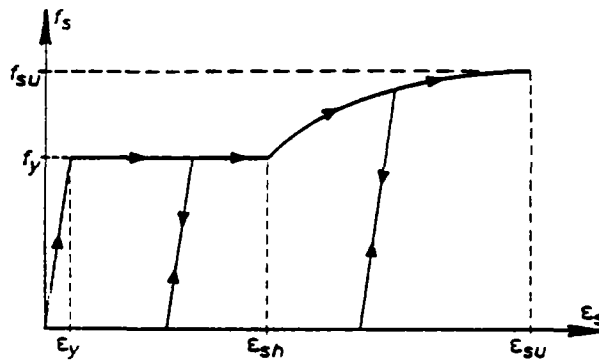


Figure 17 a - COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION sous CHARGEMENT CYCLIQUE de même SIGNE.(15)

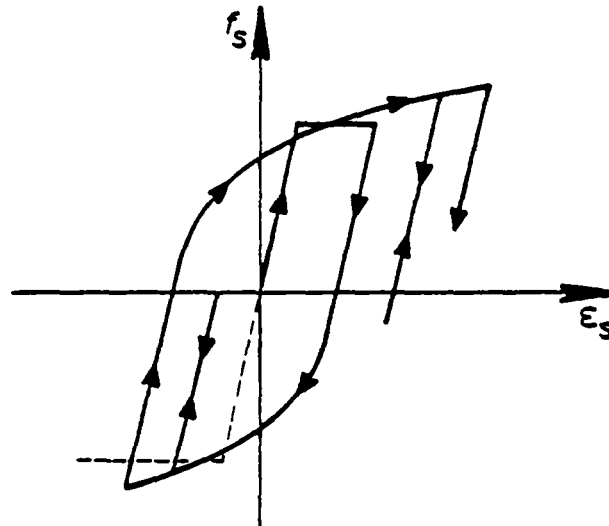


Figure 17 b - COURBE CONTRAINTE-DE-FORMATION sous CHARGEMENT CYCLIQUE ALTERNE. EFFET BAUSCHINGER (15).

Sous chargement cyclique alterné, la courbe contrainte-déformation de l'acier devient assez différente. Ceci est connu sous le nom de "*Effet Bauschinger*" qui résulte en une diminution de la limite d'élasticité pour la charge inversée. Si au cours des cycles de charge, la charge dépasse la limite élastique et que ce phénomène soit apparu, la relation linéaire pour une grande partie de chargement n'existe plus. Ce comportement est fortement influencé par l'histoire des déformations antérieures (figure 18).

La loi contrainte-déformation de l'acier a une influence importante sur le comportement des éléments en béton armé soumis aux cycles intenses de charge de flexion. En fait, comme nous avons vu précédemment, sous un cycle de charge dépassant la limite élastique de l'acier, dû à l'effet Bauschinger, sous les cycles suivants, la limite élastique étant diminuée, l'acier présente un comportement non linéaire à partir des niveaux de charge moins élevés. L'élément étant fissuré sous

le niveau de charge considéré et dans les sections fissurées l'acier ayant la limite d'élasticité réduite, au cours du cyclage, les fissures existent sur toute la section, et le moment résistant est dû uniquement aux forces dans les aciers (Park (9)).

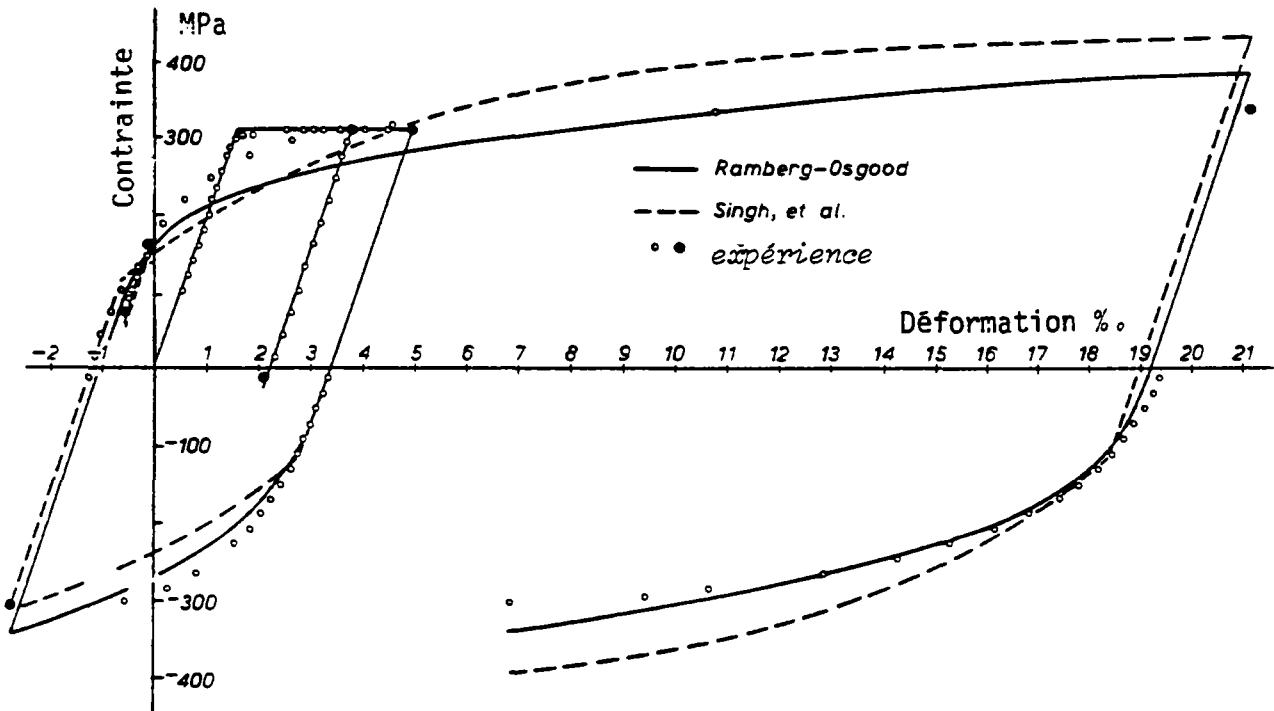


Figure 18 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION THÉORIQUES et EXPERIMENTALES de l'ACIER (5).

Ainsi la loi de comportement de l'élément (moment-courbure) à ce stade est entièrement dépendante de la loi contrainte-déformation de l'acier, qui est influencé par l'effet Bauschinger. Ceci met en évidence la nécessité et l'importance d'une bonne modélisation de la contrainte-déformation de l'acier sous chargement cyclique alterné.

L'autre influence de l'effet Bauschinger est que le module d'élasticité étant réduit, les armatures en compression risquent de flamber sous une charge inférieure à celle que l'on aurait estimé pour un chargement monotone.

### 1.32 Comportement Statique Cyclique du Béton

Nous présentons l'état des connaissances actuelles sur le comportement du béton soumis à des cycles de charge uniaxiale. Les courbes "enveloppes" ainsi que celles de décharge et de recharge sont décrites en s'appuyant sur les résultats expérimentaux.

#### Chargement Cyclique Monotone

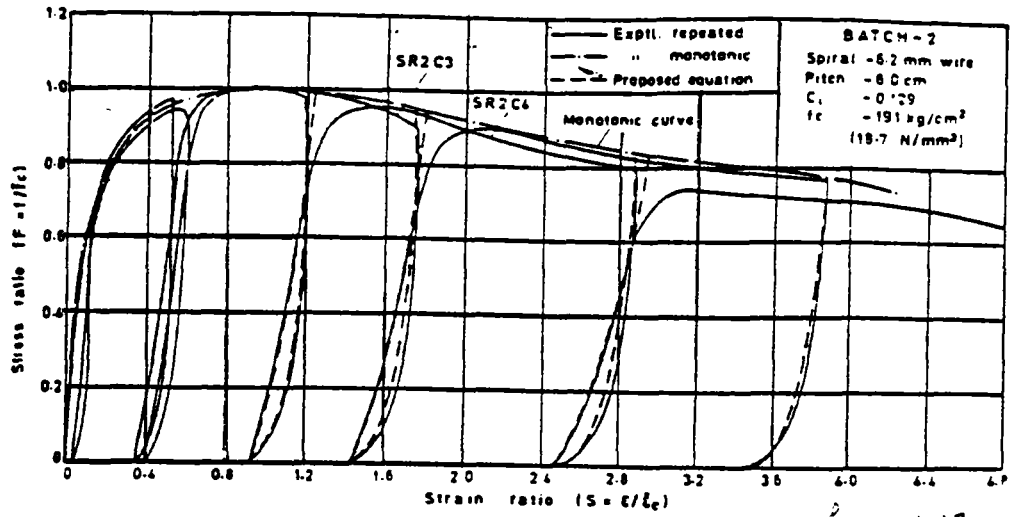
La courbe contrainte-déformation du béton sous chargement monotone étant connue, la question est de savoir s'il existe une courbe enveloppe unique de contrainte-déformation sous des charges répétées de mêmes signes et si oui, si cette courbe est confondue avec celle du chargement monotone. Les essais effectués dans ce but dans différents pays et par différents chercheurs ont démontré que l'on peut admettre une courbe enveloppe unique pour les charges répétées de même signe et qui soit confondue avec celle du chargement monotone. (quoiqu'il existe une dispersion sur la partie descendante)

La relation entre la déformation au début de déchargement et la déformation résiduelle dépend de la résistance du béton, plus la résistance est grande, plus la déformation résiduelle est petite.

Les cycles de charges dont le niveau est inférieur à la moitié de la résistance du béton (monotone) ne créent aucun changement, par contre les cycles de niveau de l'ordre de 85 % de la résistance du béton créent une diminution de la résistance et de la rigidité, en accumulant les déformations plastiques (figure 19).

#### Chargement Cyclique Alterné

Le béton ayant une faible résistance à la traction, son comportement cyclique alterné (si l'on peut considérer) est le même que dans le cas de chargement répété de même signe.



(17)

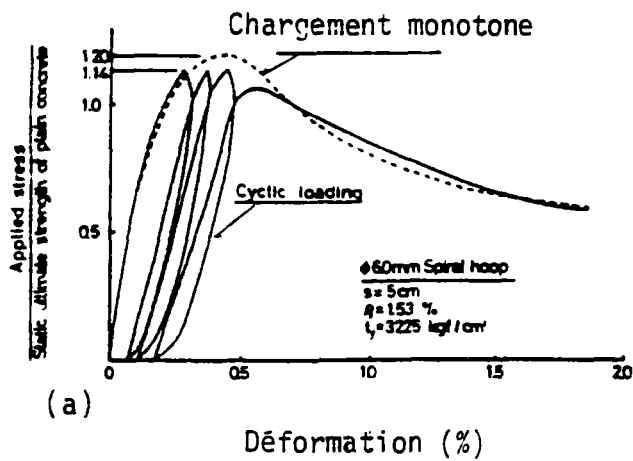


Figure 19 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION  
du BETON sous CHARGEMENT CYCLIQUE de MEME  
SIGNE (13).

## II COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES MATÉRIAUX

### 2.1 GENERALITES

Les matériaux de construction, subissant un chargement ou une déformation très rapide, présentent pour la plupart une augmentation de la résistance et du module élastique, par rapport à leurs résistance et module élastique statique.

La connaissance de ces modifications de propriété et leurs prises en compte à la fois pour l'interprétation des résultats des essais (impacts ou essais semblables) sur des éléments structuraux et aussi pour estimer la réponse des structures soumises à de telles charges, quand il s'agit de leur dimensionnement, paraît indispensable.

Les travaux de Gold Smith (1960), Johnson (1972), Tsutsumi et Sway dans ce domaine sont remarquables. Nous présentons un extrait des résultats expérimentaux sur les propriétés importantes de l'acier et du béton et du changement de ces propriétés, en fonction des paramètres intervenant.

### 2.2 EFFET de la VITESSE de CHARGEMENT sur le COMPORTEMENT de l'ACIER

#### 2.21 Limite Élastique Dynamique de l'Acier

Le comportement de l'acier sous chargement dynamique rapide par rapport à son comportement en cas de chargement statique, d'après différents auteurs, est rapporté sur les figures 20, 21 et 22. Ces courbes représentent les résultats d'essais en compression ou en traction, puisque ces deux types d'essais ont démontré le même comportement. On remarque une augmentation considérable de la limite d'élasticité. Les essais de flexion ont donné un moment plus grand que prévu dans l'hypothèse de distribution linéaire de la déformation (avec les résultats d'essais en compression ou en traction, pour l'acier, ce qui montre une sensibilité plus grande à la vitesse de chargement de l'acier en flexion.

Plus la limite élastique de l'acier est grande, plus l'augmentation est petite.

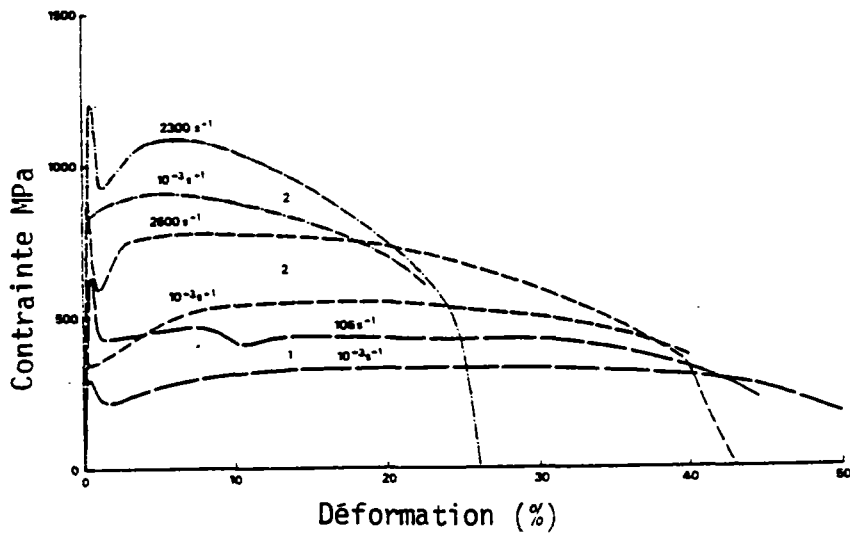


Figure 20 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de TROIS TYPES d'ACIERS SOUS DIFFERENTES VITESSES de MISE en DEFORMATION. (6)

Sources : 1. Campbell and Cooper 1966 ;  
2. Harding 1972.

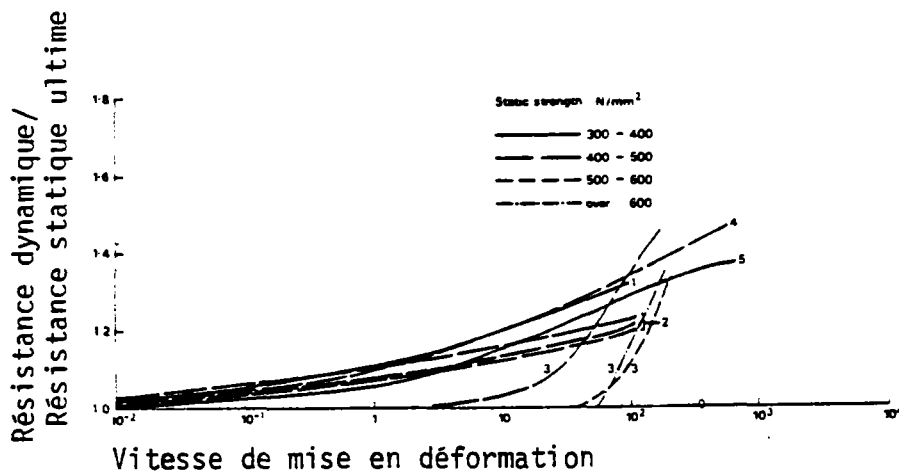


Figure 21 - VARIATION de la RESISTANCE ULTIME d'ACIER SOUS DIFFERENTES VITESSES de MISE en DEFORMATION. (6)

Sources : 1. Campbell and Cooper 1966 ;  
2. Chiang 1970 ; 3. Clark and Duwez 1950 ;  
4. Manjoine 1944 ; 5. Naezi and Manjoine 1941.

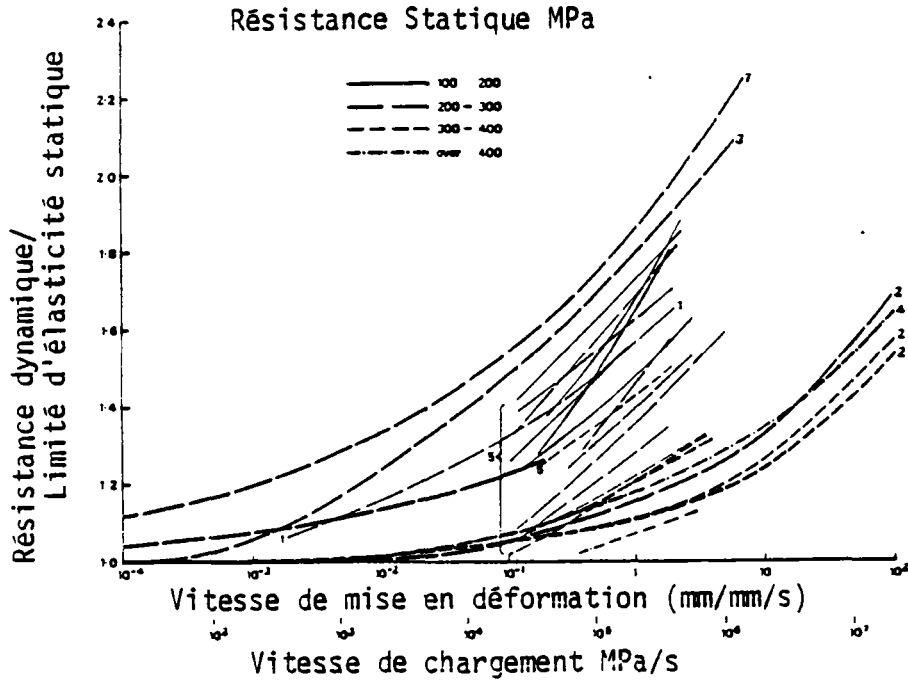


Figure 22 - VARIATION de la LIMITE ELASTIQUE de l'ACIER sous TRACTION ou COMPRESSION en FONCTION de la VITESSE de CHARGEMENT ou VITESSE de MISE en DEFORMATION. (6)

- Sources :
1. Aspden and Campbell 1966 (from published stress-strain diagrams)
  2. Chiang 1970 ;
  3. Campbell and Cooper 1966 ;
  4. Harding 1972 ;
  5. Krafft and Sullivan 1962,
  6. Leblois and Massonnet 1972,
  7. Wright, Hall and Hamada 1964.

## 2.22 Module d'Elasticité Dynamique

Pour le module d'élasticité dynamique, d'après les essais, la vitesse de chargement n'affecte que très peu le module d'élasticité de l'acier, ainsi, le module d'élasticité dynamique est quasiment égal au module d'élasticité statique (figure 20).

## 2.3 EFFET de la VITESSE de CHARGEMENT sur le COMPORTEMENT du BETON

### 2.31 Effet de la Vitesse de Chargement sur la Résistance à la Compression du Béton

Le béton comme l'acier sous chargement rapide présente une augmentation de la résistance à la compression et du module d'élasticité. Des chercheurs comme Tsutsumi et al. (7) ont étudié le comportement du béton sous chargement rapide, du type séismique, en faisant varier différents paramètres comme les types de chargement, les types de béton et le rapport eau/ciment dans le béton. D'autres chercheurs ont réalisé des essais de chargement très rapide (du type d'impact) sur des bétons ayant différentes résistances à la compression.

#### Résistance à la Compression (Chargement dynamique)

D'après les essais de Tsutsumi, en supposant la résistance à la rupture du béton en chargement statique égale à 1 (la durée d'application de la charge, jusqu'à la rupture, étant égale à  $t = 100$  secondes), elle varie de 1.17 à 1.30 pour un temps de rupture égal à  $t = 1$  sec., et de 1.30 à 1.56 pour  $t = 0.03$  sec. temps de rupture. La figure 23 montrent les courbes contraintes-déformations obtenues par Tsutsumi. Pour ces essais  $\epsilon_c$  était de  $(19.1 \text{ à } 28.1) \times 10^{-4}$ .

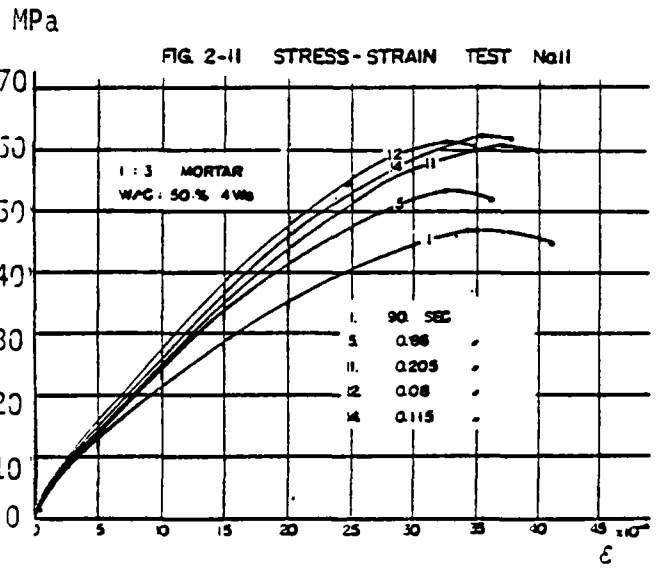
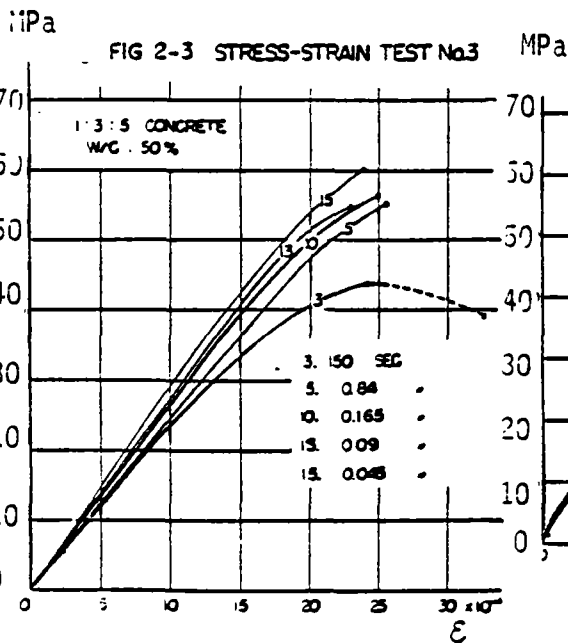
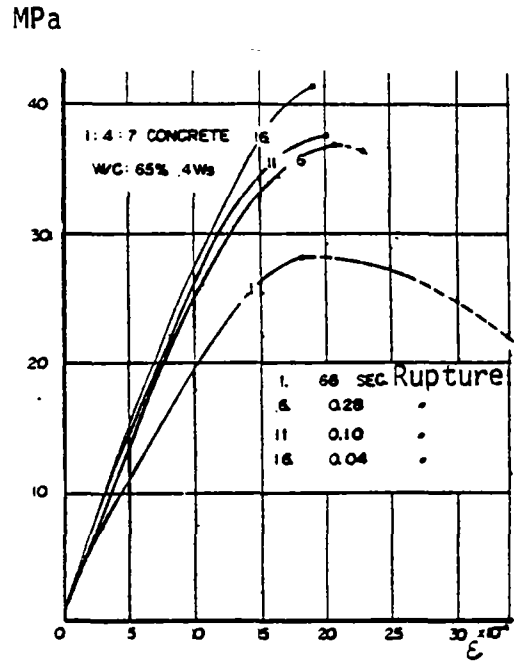
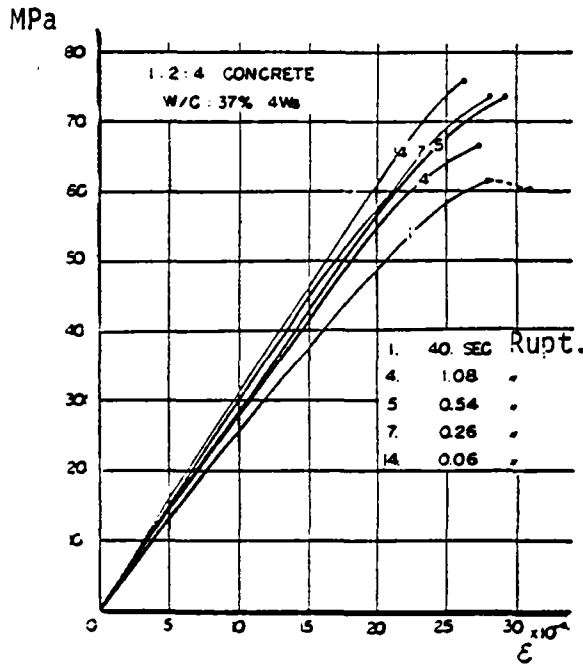


Figure 23 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de DIFFERENTS TYPES de BETON en FONCTION de la VITESSE de MISE en DEFORMATION (6).

Les figures 24 et 25 représentent les résultats d'études effectuées par d'autres chercheurs.

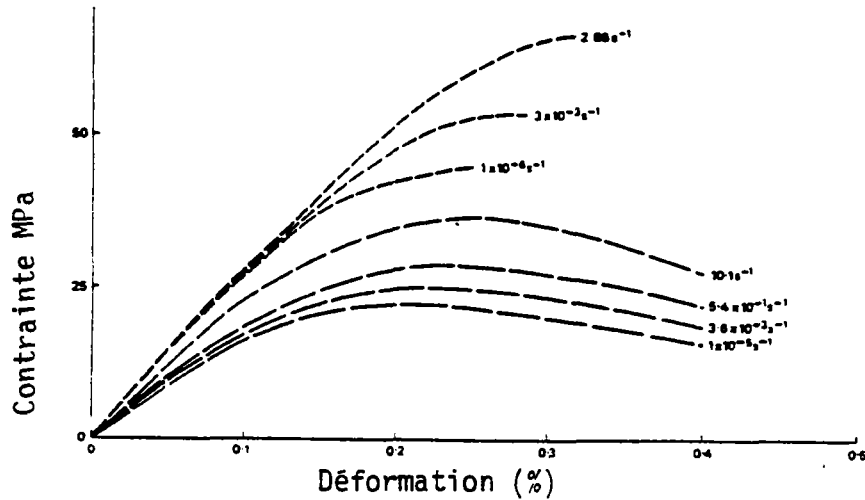


Figure 24 - COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION de DIFFERENTS TYPES de BETON pour DIFFERENTES VITESSES de MISE en DEFORMATION. (6)  
Sources - Watstein 1953 ; Watstein and Borresi 1952.

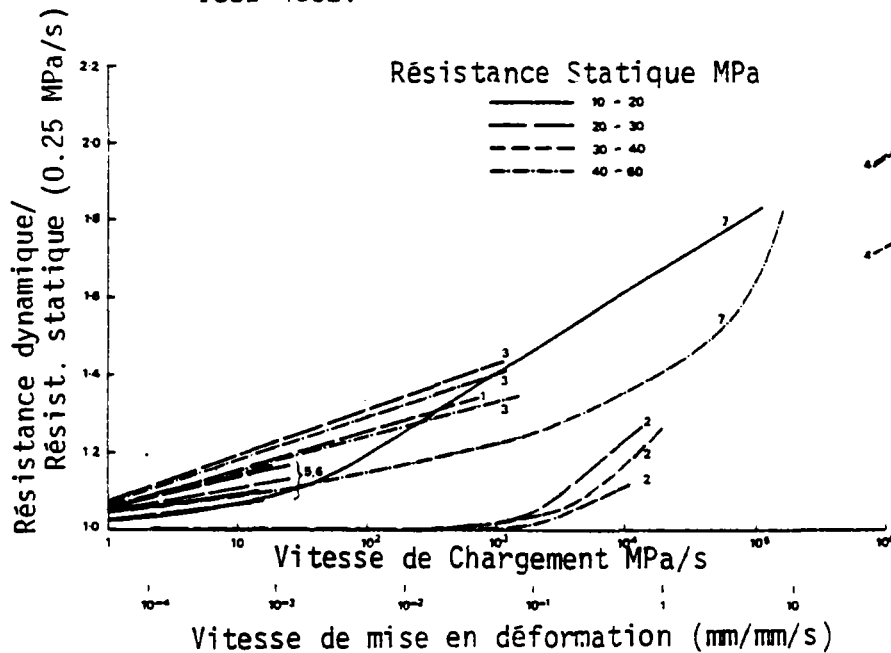


Figure 25 - VARIATION de la RESISTANCE ULTIME du BETON avec la VITESSE de CHARGEMENT ou de MISE en DEFORMATION. (6)  
Sources : 1. Belobrov and Shcherbina 1970 ; 2. Evans 1942 ; 3. Hatano and Tsutsumi 1960 ; 4. Hughes and Gregory ; 5. Jones and Richart 1936 ; 6. Sparks and Menzies 1973 ; 7. Watstein 1953.

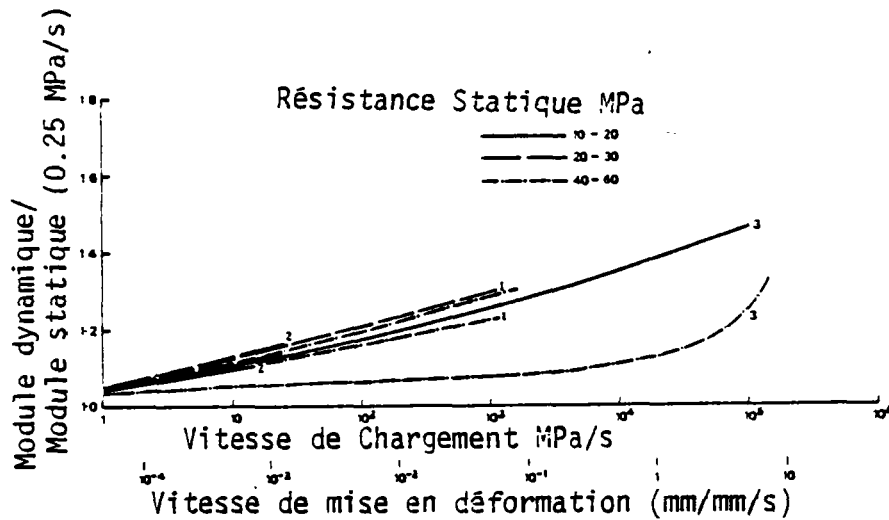


Figure 25 - VARIATION du MODULE d'ELASTICITE du BETON avec la VITESSE de CHARGEMENT ou la VITESSE de MISE en DEFORMATION. (6)

Sources : 1. Hatano and Tsutsumi 1960 ;  
2. Jones and Richart 1936 ;  
3. Watstein 1953.

### 2.32 Module d'Elasticité Dynamique

Le module d'élasticité du béton sous chargement rapide est supérieur au module d'élasticité du même béton en chargement lent. La différence entre le module dynamique et le module statique dépend, d'après les essais de Tsutsumi, des dimensions et de la forme du spécimen, du type d'essais (de flexion, de compression ou de torsion) de l'âge et de l'agrégat du béton, de la magnitude du module. Wright (22) a également observé que les grandes éprouvettes donnaient des petites valeurs pour les modules statiques et dynamiques dues probablement, d'après lui, au compactage et au gradient de l'humidité.

Quant à l'effet de mode de vibration, d'après l'étude de Swamy (5) et Rigby (5) le module dynamique du béton, en flexion, obtenu par la vibration en flexion est généralement inférieur au module dynamique obtenu en vibration longitudinale (figure 26) (pour un béton âgé de 56 jours ou de 176 jours, la différence a été de 5 % et de 8 %).

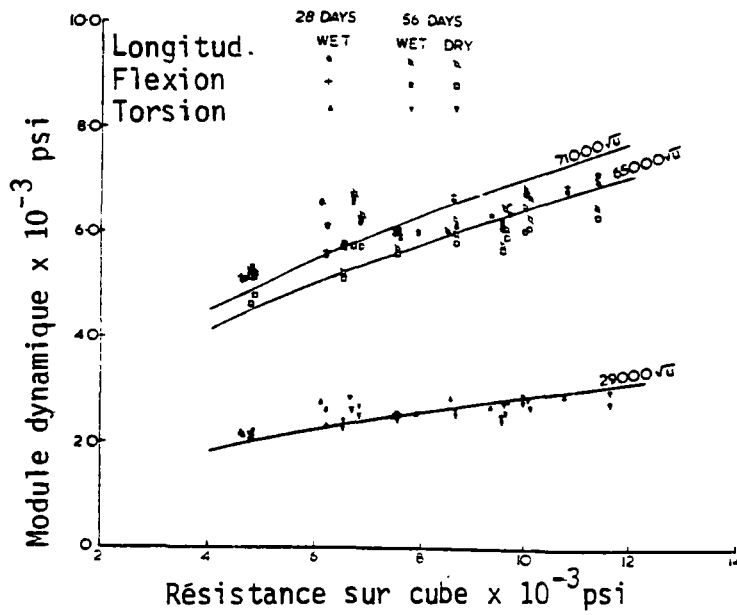


Figure 26 - RELATION entre le MODULE DYNAMIQUE et la RESISTANCE sur CUBE de BETON. (5)

Le tableau 1 résume l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance du béton et de l'acier d'après ACI (9).

VITESSE MOYENNE DE DEFORMATION (mm/(mm) (sec))	Rapport de la Résistance/Résistance Statique		
	BETONS		ACIERS
	Résistance à la Compression (17.2 MPa)	Résistance à la Compression (44.8 MPa)	Limite Elastique (310, 352 et 393 MPa)
0.001	1.05	1.11	1.02-1.05
0.01	1.17	1.16	1.07-1.14
0.1	1.39	1.23	1.16-1.21
1.0	1.62	1.40	1.25-1.28

Tableau 1

### 2.33 La Vitesse de Déformation des Matériaux sous Seïsme

La vitesse de déformation créée par un séisme dans les structures dépend de la période propre de la structure. Les structures courantes ont une période de 0.1 à 1 seconde. Prenons un cas extrême où la période est de 0.1 seconde. Si l'on suppose que la demande de ductilité dans la section considérée est grande, on peut présenter la variation de contrainte dans une barre d'acier comme sur la figure 27.

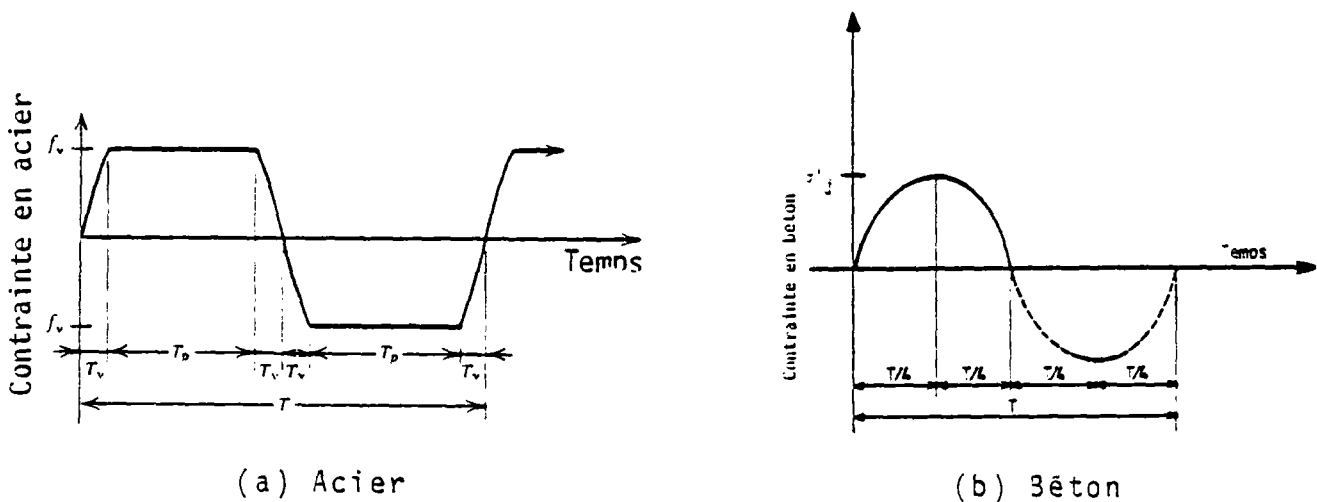


Figure 27 - SCHEMATISATION de la VARIATION de CONTRAINTE avec le TEMPS. (9)

En se donnant comme limite élastique de l'acier 440 MPa, le module élastique 200 000 MPa et le coefficient de ductilité de 5 nous aurons :  $T_p = 5 T_y$ ,  $T = 0.1$  sec. la déformation pour la limite élastique  $440 : 200\ 000 = 0.0022$  et  $T_y = 0.1 \times 1/14 = 0.007143$  sec.

Ainsi la vitesse de déformation moyenne pendant l'intervalle de temps  $T_y$  est  $0.0022 : 0.007143 = 0.0309$  mm/mm/sec.

Comme cela est indiqué au tableau 1, cette vitesse de déformation peut augmenter de façon significative la résistance de l'acier. Pour le béton, choisissant la variation de la contrainte au cours du temps, comme sur la figure 27.

Pour un béton, avec le sommet de la courbe contrainte-déformation à 2 %, on aura  $T_{\text{sommet}} = 0.1/4 = 0.025$  ; et la vitesse de déformation moyenne :  $0.002/0.025 = 0.08 \text{ mm/mm/sec}$ .

Cette vitesse de déformation peut augmenter d'après le tableau 1, la résistance du béton est de l'ordre de 20 %. D'après le diagramme (page 21) pour cette vitesse, l'augmentation du module élastique serait de l'ordre de 15 %.

#### 2.4 CAPACITE d'AMORTISSEMENT, CARACTERISTIQUES d'AMORTISSEMENT des MATERIAUX CIMENTEURS

Le béton est un matériau constitué de grains rigides avec une matrice moins rigide. L'amortissement total d'un tel matériau dépend des propriétés physiques et chimiques de chacun de ses constituants, des volumes d'eau et d'air du système et des caractéristiques des bornes d'interfaces entre les grains et la matrice. Les effets des différents paramètres intervenant dans la capacité d'amortissement du béton sont :

##### 2.41 Effet du Rapport Eau/Ciment

L'augmentation du rapport eau/ciment augmente les propriétés d'amortissement du béton, cette augmentation est grande pour le béton jeune, mais diminue avec l'âge du béton (figure 28), ceci pour différents modes de vibrations.

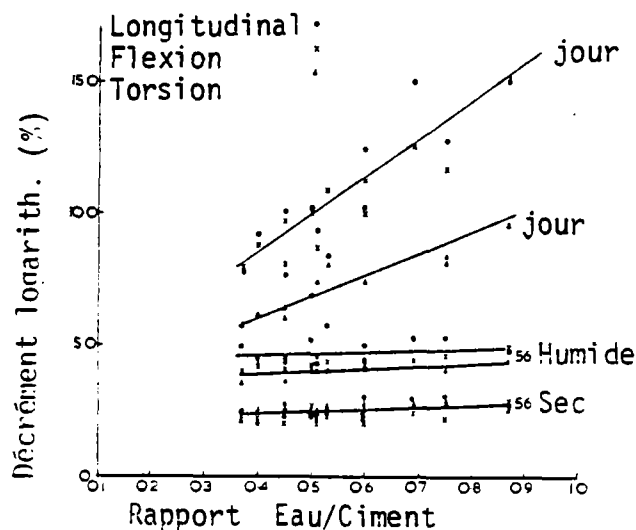


Figure 28 - INFLUENCE de l'AGE et du RAPPORT EAU/CIMENT sur la CAPACITE d'AMORTISSEMENT du BETON. (5)

## 2.42 Effet de Séchage

Le séchage du béton diminue sa capacité d'amortissement d'après N. Swamy - G. Kigby. La perte d'humidité et par conséquent, la perte de la capacité d'amortissement est plus grande pour un béton que pour le mortier correspondant à ce béton, et cette perte est d'autant plus grande que le volume des agrégats est plus grand. Ceci est attribué au rôle des vides sur la capacité d'amortissement. L'augmentation de la capacité d'amortissement due au retrait du béton est bien plus petite que sa diminution due à la perte de son humidité, par conséquent, le séchage a une influence plus grande que les microfissures sur la capacité d'amortissement du béton.

## 2.43 Influence du Type et du Volume des Agrégats

L'influence de l'augmentation du volume d'agrégat sur la capacité d'amortissement est montrée sur la figure 29. Une plus grande quantité de sable diminue l'amortissement, l'augmentation du gros agrégat a le même effet. Il semble que l'amortissement dans les matériaux cimenteux se produit plus dans la matrice que dans les agrégats ou dans les interfaces matrice-agrégat.

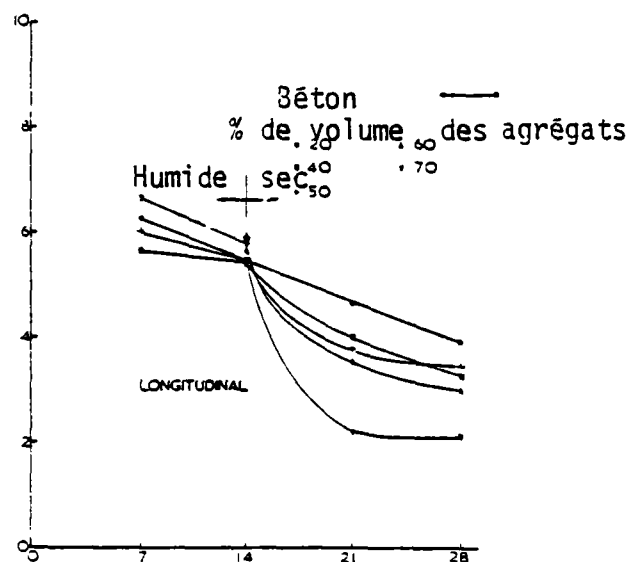


Figure 29 - VARIATION de la CAPACITE d'AMORTISSEMENT avec le VOLUME des AGREGATS. (5)

L'influence de la taille et du type des agrégats

L'amortissement interfacial faisant partie de la capacité d'amortissement du béton, des agrégats ayant une grande surface spécifique apporteront une augmentation supplémentaire d'amortissement. Pour la même raison, pour un béton avec des agrégats concassés, on aura une capacité d'amortissement supérieure à celle d'un béton avec des agrégats ronds et lisses.

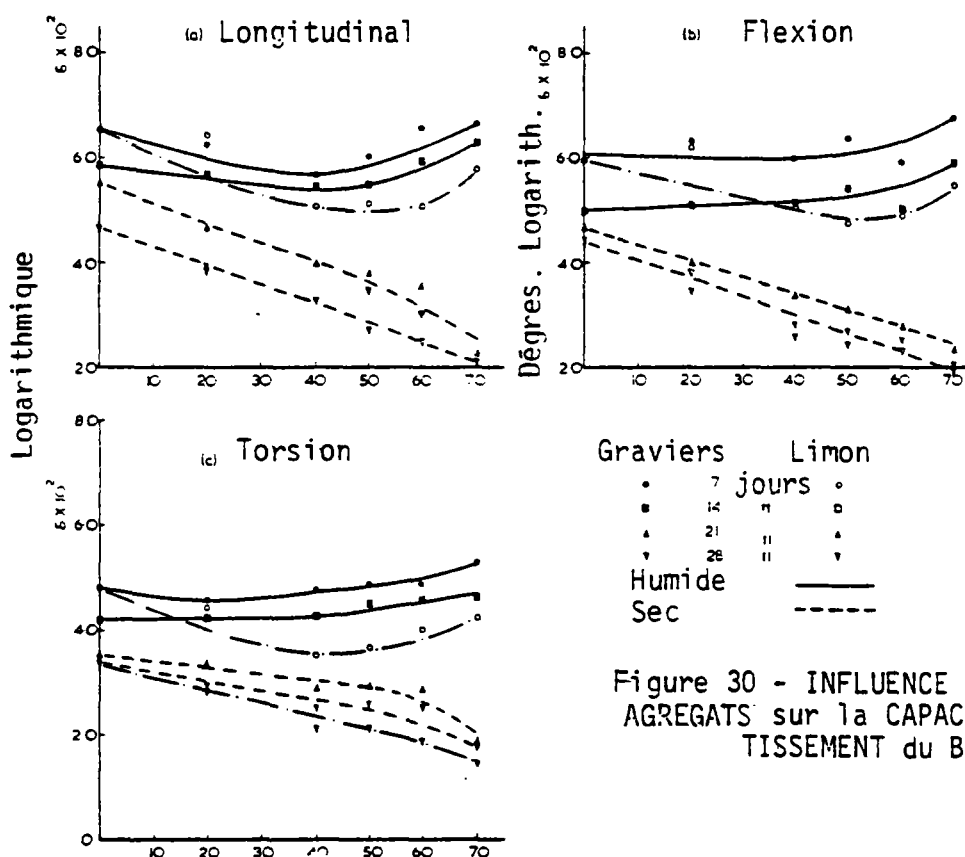


Figure 30 - INFLUENCE du VOLUME de AGREGATS sur la CAPACITE d' AMORTISSEMENT du BETON. (5)

Influence du mode de vibration sur la capacité d'amortissement

D'après les résultats d'essais, la capacité d'amortissement est la plus grande en vibration longitudinale et elle est la plus petite en vibration en torsion. (N. Swamy). Jones (21) a observé la même quantité d'amortissement pour

les trois modes de vibrations. Elvery (18) a trouvé que l'amortissement (dégrossion logarithmique) en torsion est inférieur à l'amortissement en vibration longitudinale. La figure ci-dessous montre la relation entre les décroissements logarithmiques en vibration longitudinale et la vibration transversale du béton.

Il faut ajouter que la capacité d'amortissement diminue avec l'augmentation du module dynamique et aussi avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton. La précision des valeurs d'amortissement a été de 16 %.

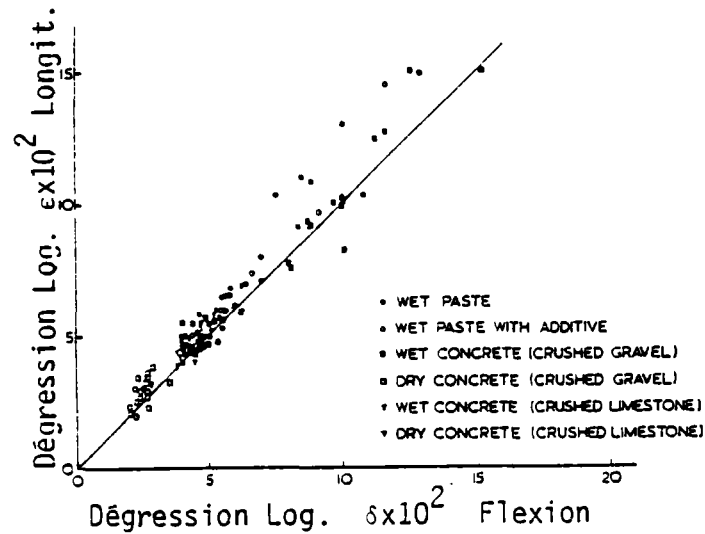


Figure 31 - COMPARAISON de l'AMORTISSEMENT du BETON en VIBRATION LONGITUDINALE ou en VIBRATION en FLEXION. (5)

#### 2.44 Nature du Mécanisme de l'Amortissement des Matériaux Cimenteux

La nature de l'amortissement des matériaux cimenteux est très complexe. Un amortissement purement visqueux est dépendant de la fréquence, alors qu'un amortissement purement solide est indépendant de celle-ci. Les résultats d'essais ont montré que l'amortissement des matériaux cimenteux est une combinaison complexe des amortissements visqueux et solides et du frottement, dépendant de l'humidité et du volume des agrégats. Il semble que l'amortissement dans ce genre de matériaux s'effectue plus dans la matrice que dans des agrégats et encore moins dans des interfaces matrice-agrégats. Parfois, la dissipation d'énergie dans les interfaces sous forme de frottement ou de propagation de fissures peut contribuer d'une manière importante, à la capacité d'amortissement des matériaux cimenteux.

COMPORTEMENT des MATERIAUX

REFERENCES

- (1) O. GANGADHARAM - K. NAGI REDDY  
Effect of cover upon the stress-strain properties of concrete confined in steel binders  
Magazine of concrete Research, Vol. 32, n° 112, September 1980
- (2) M. SARGIN, S. K. GHOSH and V.K. HANDER  
Strength of concrete confined by rectangular ties.  
INDIAN CONCRETE JOURNAL, May-June, 1978.
- (3) B.P. HUGHES and A.J. WASTON  
Compressive Strength and Ultimate Strain of concrete under impact loading.  
Magazine of Concrete Research : vol. 30, n° 105, December 1978.
- (4) M.N. HAGUE and D.J. COOK.  
The effect of water sorption on the dynamic modulus of elasticity of desiccated concrete materials.
- (5) N. SWAMY - G. RIGBY  
"Dynamic properties of hardened paste, mortar and concrete"  
MATERIAUX et CONSTRUCTIONS, Vol. 4, n° 19, - 1971.
- (6) R.J. MAINSTONE  
"Properties of materials at high rates of straining or loading"  
MATERIAUX et CONSTRUCTIONS, vol. 8, n° 44.
- (7) T. HATANO - M. TSUTSUMI  
"Dynamical compressive deformation and failure of concrete under earthquake load"  
Proceeding of the second world conference on earthquake engineering  
Vol. III, Japan 1960.

- (8) P.R. SPARKS, J.B. MENZIES  
"The effect of rate of loading upon the static and fatigue strengths  
of plain concrete in compression"  
Magazine of Concrete Research, Vol. 25, n° 83, June 1973
- (9) R. PARK and T. PAULAY  
"Reinforced Concrete Structures"
- (10) SURENDA P. SHAH and SUSHIL CHANDRA  
Fracture of Concrete Subjected to Cyclic and Sustained Loading  
Journal of the American Concrete Institute, October 1970.
- (11) BILL L. ATCHLEY and HOWARD L. FURR  
Strength and Energy Absorption Capacities of Plain Concrete Under  
Dynamic and Static Loadings.  
Journal of the American Concrete Institute, November 1967.
- (12) BEN KATO  
Mechanical Properties of Reinforcing Steel under Load Cycles idealizing  
Seismic Actions.  
L'Industria Italiana des Cemento, Octobre 1980.
- (13) THEODOSIOS P. TASSIOS  
Properties of Bond Between Concrete and Steel under Load Cycles  
idealizing Seismic Actions  
AICAP - CEB Symposium, Rome, Mai 1979, Bulletins d'Information n° 131,  
Volume 1, n° 132, Volume 2.
- (14) Proceedings of the Seventh World Conference on Earthquake Engineering  
September 1980, Istanbul, TURKEY.
- (15) D.C. KENT and R. PARK  
Cyclique Load behaviour of Reinforcing Steel  
"Straine" July 1973.
- (16) R. CRAWFORD and H.S. WARD  
Dynamique Strains in Concrete and Masonry Walls  
Building Research Note, December 1965,  
Division of Building Reserach, National Research Council, OTTAWA,  
CANADA.

- (17) P. DESAYI, K.T. SUNDARA IYENGAR and T.S. REDDY  
Stress-Strain characteristics of Concrete Combined in Steel  
Spirals under repeated Loading  
Matériaux et Constructions, Vol. 12, n° 71.
- (18) S.R. IYENGAR, P. DESAYI and K.N. REDDY  
Stress-Strain Characteristics of Concrete confined in Steel Binder  
Magazine of Concrete Research, Volume 22, Number 72, September 1970.
- (19) F.E. RICHART , A. BRANDTZAEG and R.L. BROWN  
The Failure of Plain and Spirally Reinforced concrete in Cmpression.  
Urbana University of Illinois Engineering Experiment Station,  
Bulletin n° 190.
- (20) H. RUSCH and STOCKL  
The Effect of Stirrups and Compression Reinforced Meat on the Flexural  
Compressive Zone of Reinforced Concrete Beams.  
Berlin, Deutscher Aussshuss für Stahlbeton, 1963, n° 148.
- (21) R. JONES  
Non destructive testing of concrete,  
Cambrige University Press, 1962.
- (22) R.N.M. WRIGHT, W.J. HAMADA  
Loading rate effects in structural Steel design,  
Proc. Amer. Soc. Civil. Engin., Vol. 90 ptST 5 1964.
- (23) BERTERO V., BRESLER B.,  
Behavior of rienforced concrete under repeated Load  
ASCE, Journal of the Structural Division June 1968, Vol. 194  
n° ST6.

# CHAPITRE II

ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT  
ET LA DUCTILITE DES ELEMENTS STRUCTURAUX  
EN BETON ARME SOUS SOLLICITATIONS CYCLI-  
QUES ALTERNEES

## CHAPITRE II

### ÉTUDES EXPÉRIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT ET LA DUCTILITÉ DES ÉLÉMENTS STRUCTURAUX EN BÉTON ARMÉ SOUS SOLLICITATIONS CYCLIQUES ALTERNÉES

I.	INTRODUCTION	PAGE 47
II.	DUCTILITÉ	PAGE 48
	2.1 FACTEURS de DUCTILITE	
	. Facteurs de Ductilité d'un Matériau	
	. Facteurs de Ductilité en Rotation	
	. Facteurs de Ductilité en Déplacement	
III.	COMPORTEMENT CYCLIQUE DU BÉTON ARMÉ	PAGE 50
	3.1 Les ELEMENTS de POUTRES	
	. Essais de Popov et Bertero	
	3.2 Les ELEMENTS de POTEAUX	
	. Essais du C.E.B.T.P.	
	. Essais de Park	
	3.3 ASSEMBLAGES POUTRES-POTEAUX	
	. Essais de Popov et Bertero	
	. Essais de Uzumeri	
IV.	CONCLUSIONS	PAGE 76

## I. INTRODUCTION

Le béton est un matériau peu ductile car il possède une résistance négligeable à la traction. Son comportement sous une sollicitation cyclique non alternée dépend essentiellement de son confinement par les armatures transversales dès que la charge atteint le sommet de la courbe "charge-déformation monotone".

Par contre, le béton, combiné avec des armatures d'acier, ou "béton armé" constitue un matériau composite satisfaisant au point de vue de la ductilité des structures béton armé, grâce au comportement ductile de l'acier. L'interaction de ces deux matériaux n'est cependant pas toujours parfaite. Lorsque l'acier subit des contraintes élevées, on peut voir apparaître un glissement entre le béton et l'acier ; en particulier, lorsqu'il s'agit d'une contrainte alternée répétée.

Le béton armé présente également un comportement complexe lorsqu'il est soumis aux sollicitations cycliques.

Pour étudier le comportement des structures sous sollicitations de type sismique, on s'intéresse en premier au comportement des composants isolés des structures. Dans le cas des structures composées de portiques, il s'agit de : éléments poutres, éléments poteaux, assemblages poutres-poteaux.

On peut toujours se demander si la connaissance des comportements individuels des éléments d'une structure est suffisante pour comprendre le comportement de la structure dans son ensemble.

Comme le remarquent Newmark et al. (14), la résistance d'un système, son amortissement, son mode de rupture dans la plupart des cas peuvent être déduits à partir des propriétés individuelles des éléments qui le composent.

Néanmoins, l'interaction complexe de ces éléments, qui dépend des paramètres tel que le type et la direction de chargement, subsiste. Ces interactions doivent être prises en compte.

## II. DUCTILITE

L'aptitude d'une structure à préserver sa capacité de résistance au-delà de sa limite élastique est très importante en calcul sismique. Cette aptitude est mesurée par la ductilité, qui peut être celle du matériau, d'un élément de la structure ou de la structure même.

Nous rappelons les définitions des différents facteurs de ductilité.

### 2.1 FACTEURS de DUCTILITE

Pour résister à un séisme de grande amplitude, une structure doit avoir un comportement ductile. Pour l'analyse sismique, la valeur de cette ductilité doit être connue. Dans ce but, il faut différencier au moins trois types de ductilité :

*La première* de ces trois types est la ductilité du matériau lui-même. Cette ductilité peut être définie comme le rapport de la déformation maximale  $\epsilon_m$ , correspondant à la contrainte maximale, sur la déformation  $\epsilon_y$ , correspondant à la limite élastique. Ainsi le facteur de ductilité du matériau désigné par  $\mu_\epsilon$  a pour expression :

$$\mu_\epsilon = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_y}$$

La définition de ce facteur dans le cas de chargement monotone est sans ambiguïté, ce qui n'est pas le cas lorsqu'il s'agit de chargement cyclique. Dans ce cas,  $\epsilon_m$  peut être défini, soit comme la déformation maximale depuis l'état initial, soit comme la déformation depuis le commencement d'un cycle, jusqu'à leur niveau maximum (12). D'après Popov (1) la deuxième définition semble être davantage représentative de la ductilité d'un matériau sous chargement cyclique.

La deuxième, pour évaluer le comportement individuel des éléments structuraux, on définit le facteur de ductilité en rotation,  $\mu_\theta$ , défini de la même façon que le  $\mu_\epsilon$ , c'est-à-dire comme le rapport de la rotation maximale d'un élément  $\theta_m$ , sur la rotation  $\theta_y$  correspondant à la limite élastique des matériaux le composant :  $\epsilon_y$ ,

$$\mu_\theta = \frac{\theta_m}{\theta_y}$$

Pour l'étude du chargement cyclique, comme dans le cas d'  $\epsilon_m$ ,  $\theta_m$  est la rotation totale correspondant à un demi cycle de charge. Si un élément a des capacités de rotation différentes dans les deux sens opposés, il aura des facteurs de ductilité  $\mu_\theta$  différents dans les deux sens.

La capacité de rotation des éléments est un paramètre très important non seulement en calcul sismique, mais également en analyse plastique des structures pour le chargement monotone. Cette capacité permet la redistribution des moments dans le système.

La troisième, finalement, la ductilité en déplacement, définie par le facteur de ductilité en déplacement  $\mu_\delta$  souvent employé en calcul sismique, est reliée au déplacement  $u_\delta$  d'un point de la structure.  $u_\delta$  est également défini comme le rapport du déplacement horizontal maximal  $\delta_m$  d'un niveau défini de la structure, sur le déplacement  $\delta_y$  correspondant à la limite élastique.

$$\mu_\delta = \frac{\delta_m}{\delta_y}$$

Comme pour  $\epsilon_m$  et  $\theta_m$ ,  $\delta_m$  est défini par le déplacement maximal atteint pendant un demi-cycle de charge.

On peut définir  $\delta_y$  comme le déplacement correspondant au moment où la limite élastique est atteinte pour la première fois dans une section quelconque de la structure. Une autre définition de  $\delta_y$  consiste en l'examen de la relation charge-déplacement de toute la structure et à noter le commencement de la déviation de comportement par rapport à la partie élastique linéaire.

Une troisième approche pour la détermination de  $\delta_y$  consiste à trouver l'intersection des asymptotes des parties élastiques et plastiques de la courbe charge-déplacement. Les facteurs de ductilité  $\mu_\delta$  en considérant l'une des deux dernières approches, sont inférieurs à  $\mu_\delta$  défini par la première approche. C'est la deuxième méthode qui est la plus souvent employée.

Il reste des différences considérables entre les trois facteurs de ductilité précédemment définis, et on ne doit pas les confondre. Chacun d'eux a son importance et sa signification. Le facteur de ductilité de matériau  $\mu_\epsilon$ , caractérise les propriétés mécaniques des matériaux. Un  $\mu_\epsilon$  élevé indique un matériau ductile, un  $\mu_\epsilon$  faible un matériau fragile.

Le facteur de ductilité de rotation  $\mu_\theta$ , représente la performance d'un élément ou d'un joint de la structure. Une structure ne peut pas avoir un comportement ductile si les valeurs de  $\mu_\theta$  pour ses éléments et ses joints sont insuffisants pour redistribuer les moments internes. Finalement, le facteur de ductilité en déplacement  $\mu_\delta$  fournit un indice pour le comportement global de la structure, c'est-à-dire l'aptitude de la structure à se déformer avec la sécurité au-delà de la limite élastique. La relation entre ces trois facteurs peut être représentée sous la forme :

$$\mu_\epsilon > \mu_\theta \geq \mu_\delta$$

Pour les éléments dont la profondeur par rapport à la longueur est grande, comme pour un mur de contreventement en béton armé, l'expérience montre (d'après Popov) que  $\mu_\theta$  peut être égale à  $\mu_\delta$ . Cependant, pour les poutres et poteaux ayant les proportions habituelles, le rapport de  $\mu_\theta/\mu_\delta$  dépasse l'unité. Pour ces éléments, il est souhaitable d'avoir ce rapport de l'ordre de 1.5 (13).

### III. COMPORTEMENT CYCLIQUE DU BÉTON ARMÉ

Les structures en béton armé au cours d'un séisme violent ont un comportement non linéaire non élastique. Un tel comportement peut être schématisé par un diagramme hystérétique de Force-Déplacement sous chargement cyclique alterné. L'évaluation et la connaissance de tels diagrammes et leur modélisation mathématique est une tâche difficile en calcul sismique.

Nous passons en revue les études expérimentales et théoriques du comportement cyclique des éléments structuraux, d'une console simple à un système complexe, effectuées dans différents laboratoires.

### 3.1 LES ELEMENTS de POUTRES

Pour obtenir des informations sur la résistance, la ductilité, la capacité d'absorption et de dissipation d'énergie et le mécanisme de dégradation de rigidité et de rupture, nous pouvons citer les travaux de Popov et Bertero (7).

#### Essais de Popov et Bertero :

Cette étude comporte l'examen d'une série de console.

#### Description des corps d'épreuve :

Les consoles étudiées représentent à l'échelle 1/2 la moitié des poutres courantes dans les structures (figure 1). Elles ont une sections rectangulaire avec la même quantité d'acier en haut de la section qu'en bas de la section pour une série (R6, R5) et avec un rapport de quantité d'acier Bas de la section/ Haut de la section = 1/2 pour la série R3.

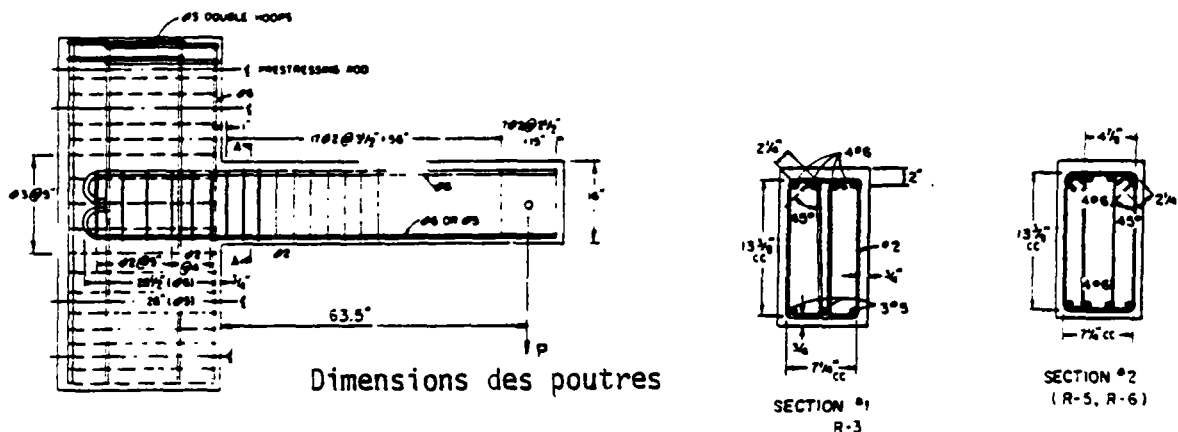
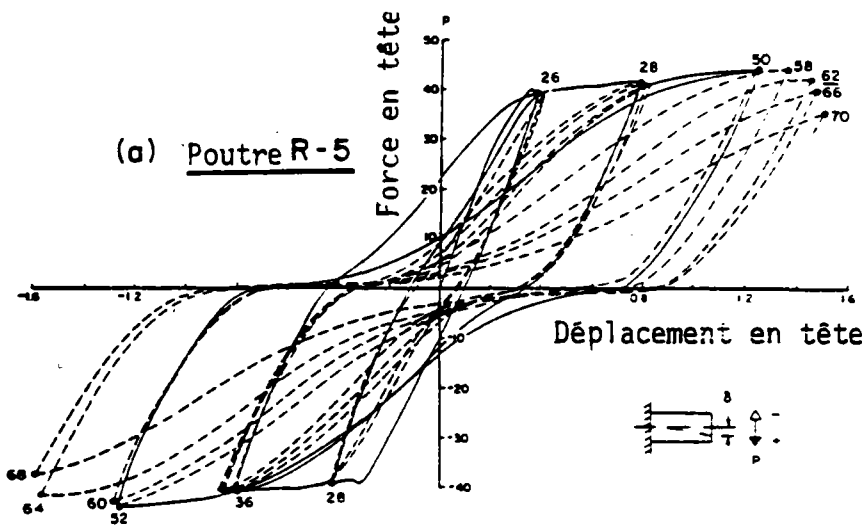
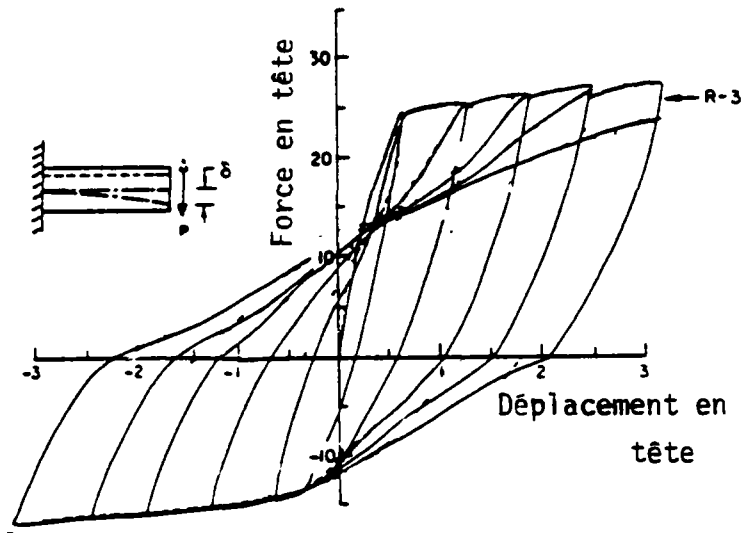


Figure 1 - DIMENSIONS et FERRAILLAGES des CORPS d'EPREUVE.

Les figures 2, 3 et 4 représentent les cycles charges-déplacements pour les consoles R3, R5 et R6.



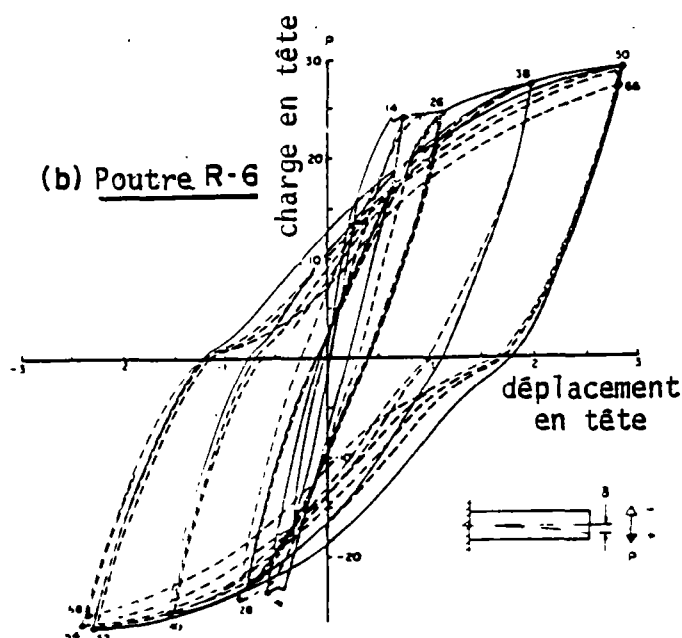


Figure 4 - DIAGRAMME pour CONSOLE R6

La comparaison des deux diagrammes (2) et (4) montre l'influence de la quantité d'acier dans la section.

La comparaison des deux diagrammes (3) et (4) met en évidence l'influence du cisaillement dans la section critique, sur le comportement de la poutre. Cette différence est plus prononcée pour quelques cycles sur les diagrammes (5 a) et (5b).

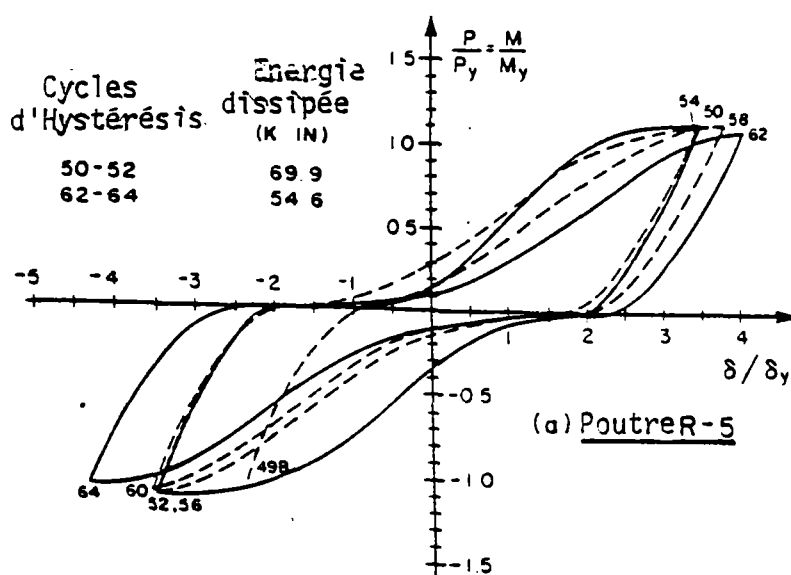


Figure 5a - DIAGRAMME pour CONSOLE R5  
(Cisaillement considérable)

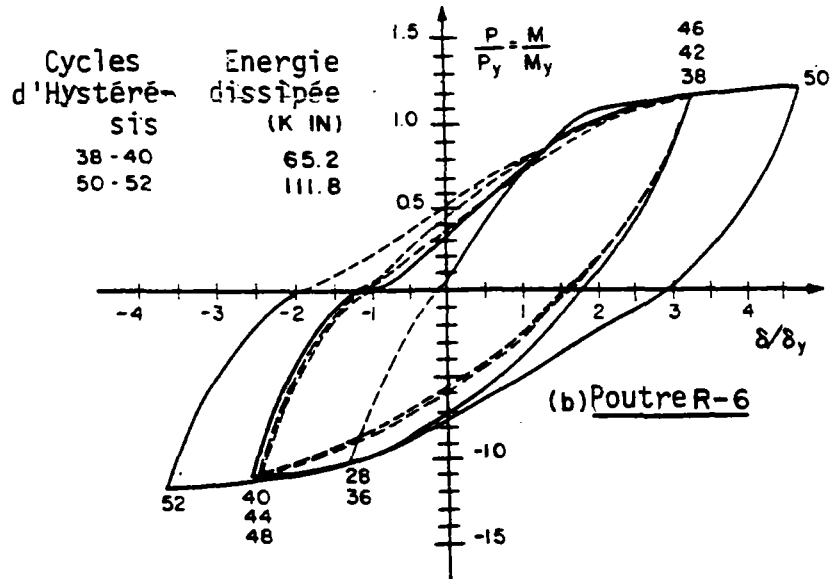


Figure 5b - DIAGRAMME pour CONSOLE R6  
(Cisaillement peu Important).

Les diagrammes (6a) et (6b) représentent le déplacement total ainsi que les déplacements dus aux différents phénomènes, respectivement pour la console (R6) avec l'influence négligeable du cisaillement et la console (R5) où l'influence du cisaillement est considérable.

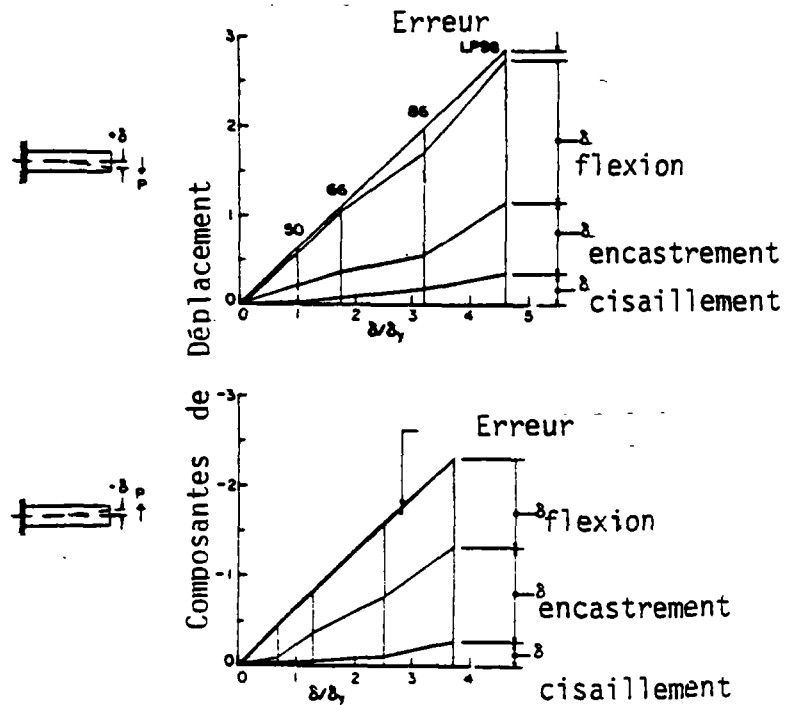


Figure 6a - CONTRIBUTION de DIFFERENTS DEPLACEMENTS au DEPLACEMENT TOTAL.

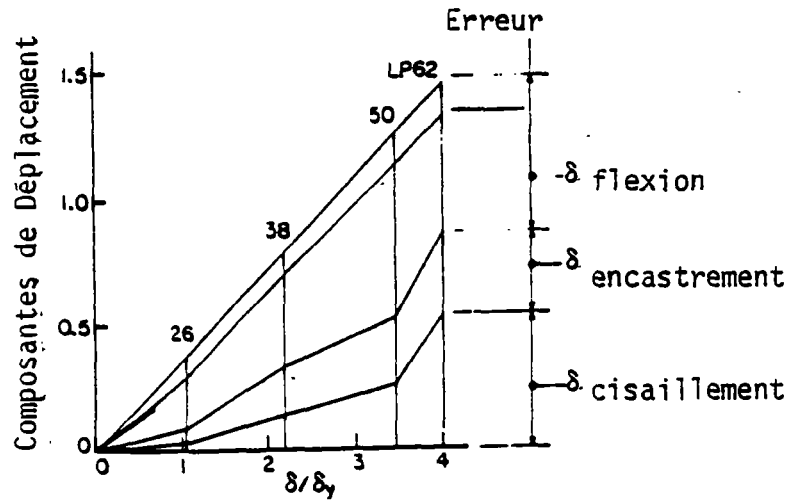
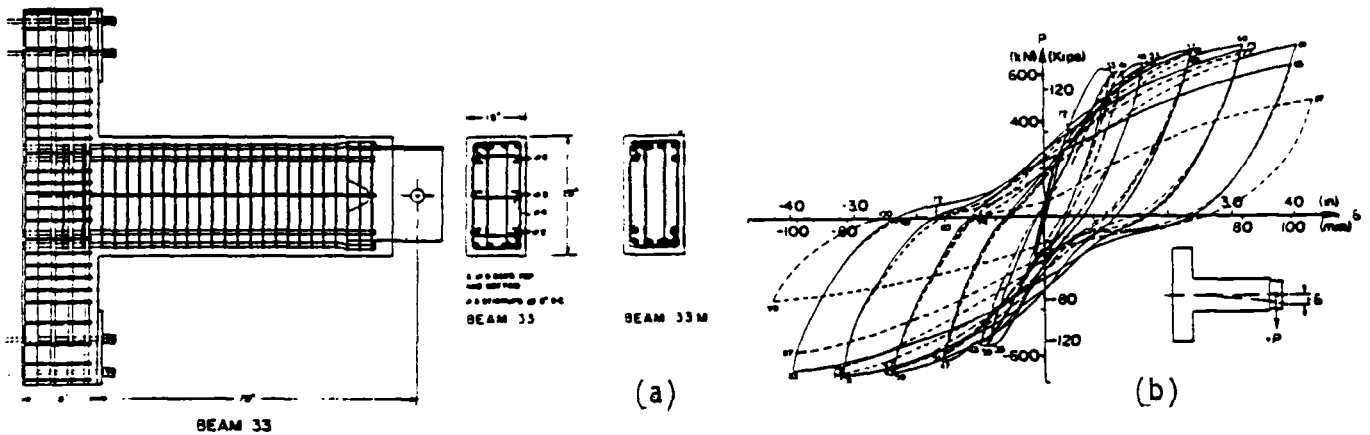


Figure 6b - CONTRIBUTION de DIFFERENTS DEPLACEMENTS au DEPLACEMENT TOTAL.

On peut éviter la déformation due au cisaillement, avec une disposition d'armature judicieusement choisie. Les résultats d'essais sur deux poutres consoles de même dimension, l'une ferrillée normalement, l'autre spécialement pour l'effort tranchant, sont présentés sur les figures 7a & 7b qui montrent la différence de leur comportement.



Poutre R3 ferrillée normalement

Figure 7a - (a) POUTRE R3 FERRILLEE NORMALEMENT, (b) Les BOUCLES d'HYSTERESIS.

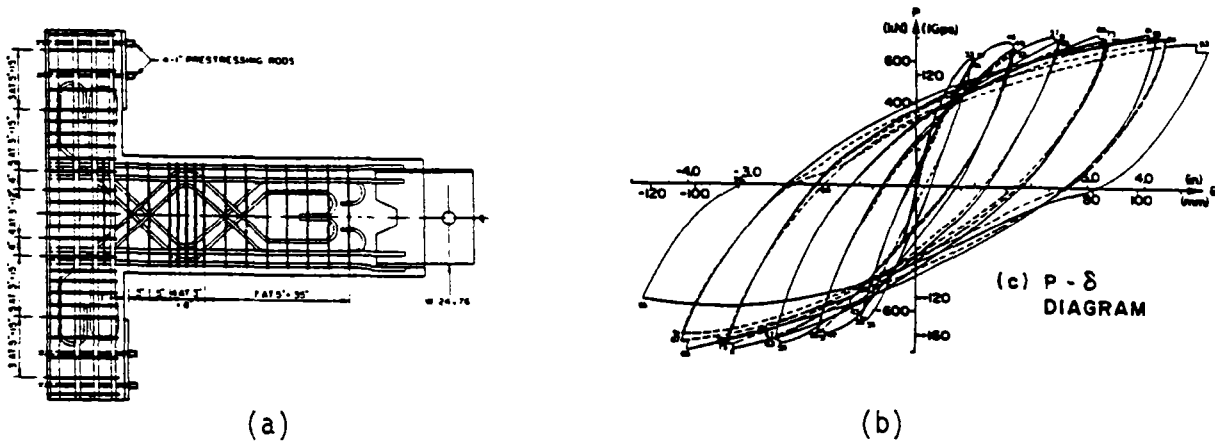


Figure 7b -(a) POUTRE R3 FERRAILLEE SPECIALEMENT, pour l'EFFORT TRANCHANT, (b) Les BOUCLES d'HYSTERESIS.

### RESULTATS des ESSAIS

Des résultats d'essais effectués sur les poutres consoles soumises aux chargements cycliques alternés, nous pourrions retenir les observations suivantes :

- A. Le comportement des poutres est non-linéaire dès que la charge dépasse la limite de fissuration du béton. L'aire des boucles d'hystérésis et par conséquent, la capacité d'absorption et de dissipation d'énergie croît au fur et à mesure que la charge augmente. Ce phénomène est plus accentué pour les sections symétriquement armées.
- B. La dégradation de la rigidité est due, principalement, à la fissuration du béton. L'effet Bauschinger, la détérioration de l'adhérence acier-béton, ainsi que le cisaillement dans la section critique, amplifient cette détérioration. Les boucles d'hystérésis sont stables pour une amplitude donnée de la charge (ou de la déformation). Une augmentation du niveau de la charge entraîne une dégradation supplémentaire de la rigidité. Les boucles d'hystérésis se stabilisent pour les cycles de charge de la nouvelle amplitude. L'allure de ces boucles est différente (plus pincée) si le cisaillement est important.

C. La dégradation de la résistance est peu importante.

### 3.2 Les ELEMENTS de POTEAUX

Le comportement des poteaux sous chargement cyclique alterné a été étudié expérimentalement dans différents laboratoires. La différence entre les éléments poutres et poteaux est l'existence de l'effort normal pour ces derniers. Ainsi, le taux de l'effort normal est un paramètre important à considérer et à faire varier dans les essais. Parmi les études les plus récentes dans ce domaine, nous citerons celles effectuées à Saint-Rémy-lès-Chevreuse, au C.E.B.T.P. (11) et celles effectuées par W. D. Gill Park et Priestky (8) aux U.S.A.

#### Les Essais Effectués au C.E.B.T.P.

Des travaux faits au Service d'Etude des Structures du C.E.B.T.P. à Saint-Rémy-lès-Chevreuse, présentés ici, portent sur l'étude de poteaux en béton armé sous sollicitations cycliques. En plus de cycles de flexion alternée, l'effet d'une force de compression a été étudié.

#### Description des Corps d'Epreuve

Chacun des poteaux essayés avait pour dimensions 200 mm de large, 250 mm de haut, 2 700 mm de long, avec deux axes transversaux d'appui espacés de 2 500 mm. Ils étaient tous armés longitudinalement par 4 aciers Tor de 14 mm de diamètre. L'armature transversale était formée de cadres en acier doux de 6 mm de diamètre, d'espacement variable (50, 100 ou 150 mm). Une partie des pièces essayées avait un recouvrement normal d'environ 25 mm (les aciers longitudinaux étaient alors placés à des entreaxes de 130 x 180 mm) et une autre partie avait des cadres affleurant la surface du béton (les aciers longitudinaux étaient alors placés à des distances entre axes de 170 et 220 mm) (figure 8).

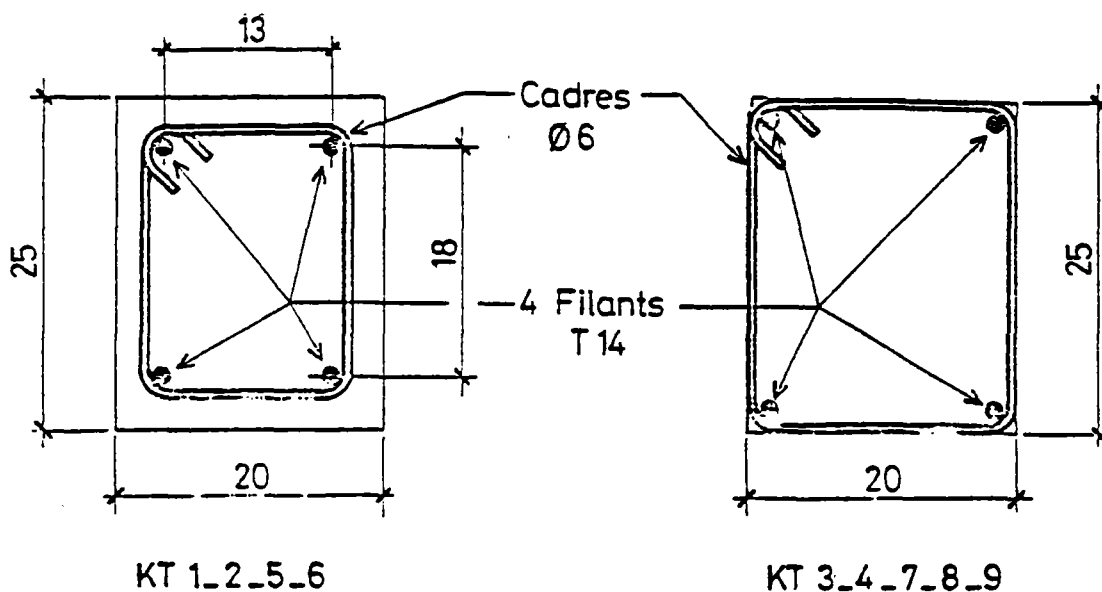


Figure 8 - COUPES TRANSVERSALES des CORPS d'EPREUVE.

### Méthode d'Essai

Le montage d'essai est représenté sur la figure 9. Après la mise en place de la poutre, on a appliqué la force normale horizontale, dont l'intensité (mesurée à l'aide d'un dynamomètre) était maintenue constante pendant la suite de l'essai. Deux niveaux de charge normale ont été ainsi réalisés : 440 KN et 221 KN (soit 8,8 MPa et 4,4 MPa de compression). On réalisait ensuite dix cycles de chargement alternés entre deux forces limites de sens opposé et égales en valeur absolue. La valeur de la force transversale maximum  $P_c$  de chaque cycle représentait une fraction importante de la charge transversale ultime pouvant être supportée par la pièce (tableau 1).

Après la réalisation des dix cycles à forces maximales limitées, on procédait à un chargement de déformation contrôlée jusqu'à l'épuisement complet de la résistance de la pièce.

La flèche au milieu de la poutre enregistrée en continu en fonction de la charge, directement sur table traçante, pendant l'essai est présentée sur la figure 10a pour quelques poteaux. La figure 10b montre la relation "moment courbure" correspondant aux cycles de charge sur le poteau KT1.

Corps d'Epreuve	Recouvrement béton	Espacement cadres mm	Force Normale N K Newtons	Force transver. maximum		Mode de rupture finale
				Cycle Pc à rupt. KN	Pu KN	
KT 1	normal	50	221	79	98	Acier
KT 2	normal	50	441	79	125	acier
KT 3	nul	50	221	99	108	acier
KT 4	nul	50	441	99	131	acier
KT 5	normal	150	441	79	120	béton
KT 6	normal	150	221	78	93	acier
KT 7	nul	150	441	98	125	béton
KT 8	nul	150	221	98	98	A + B
KT 9	nul	100	441	98	120	béton

TABLEAU - 1

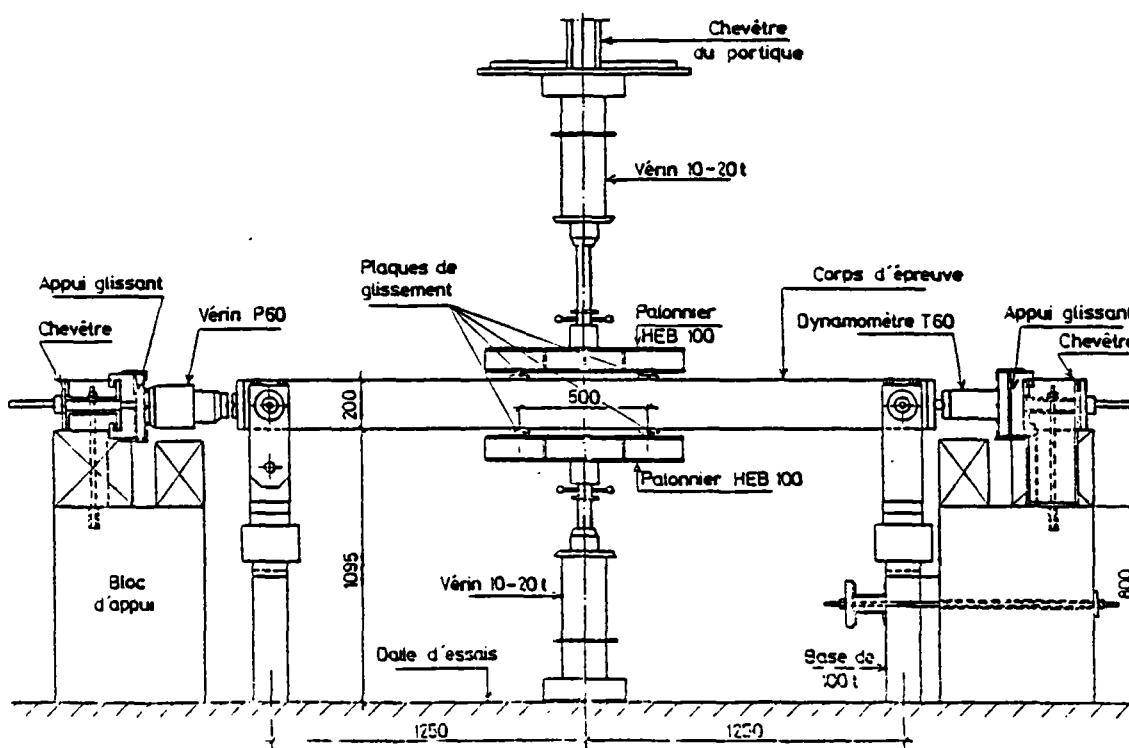
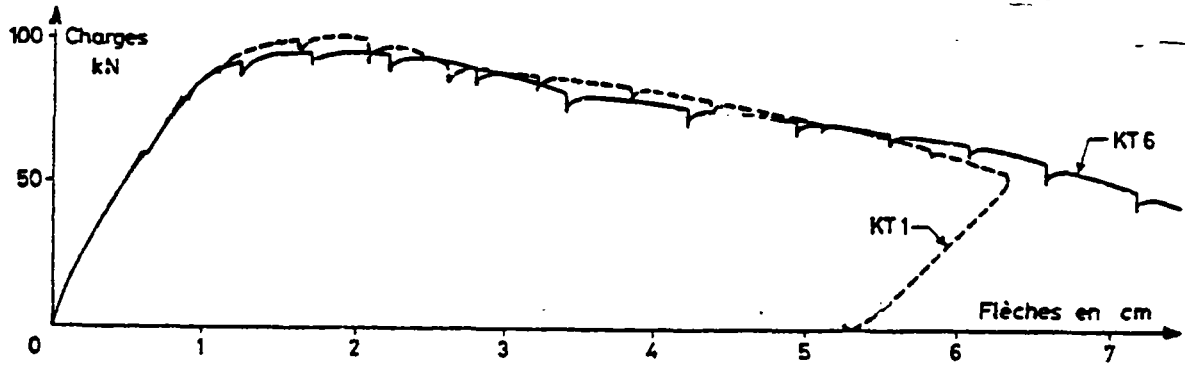
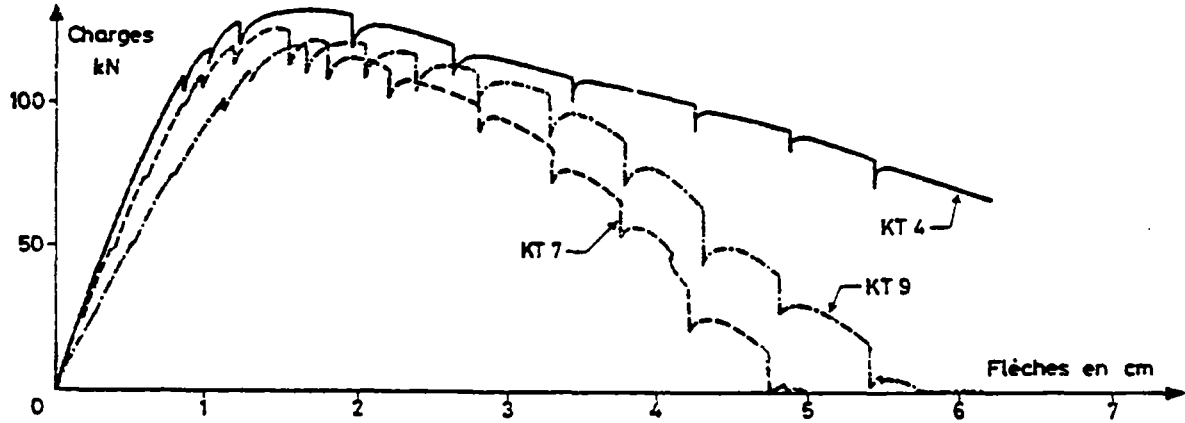


Figure - 9  
MONTAGE d'ESSAI.



Courbes charge-flèche à rupture (KT 1 et 6)



Courbes charge-flèche à rupture (KT 4, 7 et 9)

Figure - 10 (a)

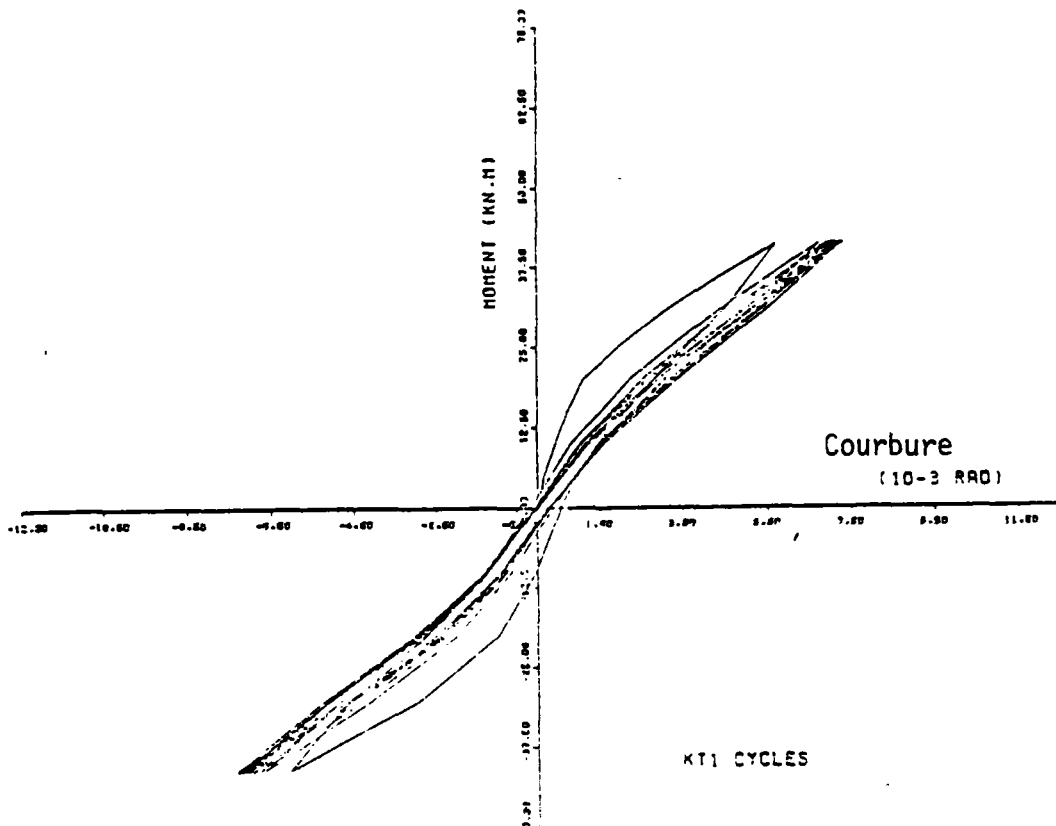


Figure - 10 (b)

COURBE MOMENT-COURBURE pour KT 1

### Résultats d'Essais

La courbe moment-courbure enregistrée pendant l'essai montrait une stabilisation des cycles ; après le premier cycle, qui était plus large que les autres, montrant une dépense d'énergie initiale plus forte. Les cycles n° 2 à 10 étaient étroits et presque superposables (figure Db). Des fissures de flexions apparaissaient au cours du premier cycle et s'ouvraient au cours des cycles successifs sans modification notable de leur aspect.

L'influence de l'espacement des cadres est nette, dans le cas de la force de compression la plus élevée, sur le mode de rupture final et sur l'énergie de destruction.

### Conclusion

Les essais en flexion composée sur des poteaux en béton armé, avec divers espacements de cadres et divers recouvrements de béton sur la cage d'armatures, ont mis en évidence l'influence de l'espacement des cadres sur la forme de la rupture finale et sur la courbe "charge-flèche" au-delà du moment résistant maximum.

La destruction par épuisement de la résistance du béton en compression a été obtenue par la compression la plus élevée et des espacements de cadres de 100 ou 150 mm. Les valeurs les plus basses de destruction totale correspondant à des espacements de 150 mm combinés avec la compression la plus élevée.

Au cours des dix cycles successifs de chargement faits au début de chaque essai, on a constaté une fissuration sur les deux côtés tendus successivement par la flexion, avec une dépense d'énergie d'autant plus importante que la sollicitation était élevée au cours du premier cycle. La fissuration n'évoluait pratiquement plus au cours des neuf cycles suivants, pendant lesquels l'amplitude de la déformation croissait lentement.

Les Essais de Park

Description des spécimens :

Les spécimens choisis pour cette étude sont les éléments poteaux de sections carrées dont les dimensions et les ferrailages sont présentés sur les figures 11a et 11b.

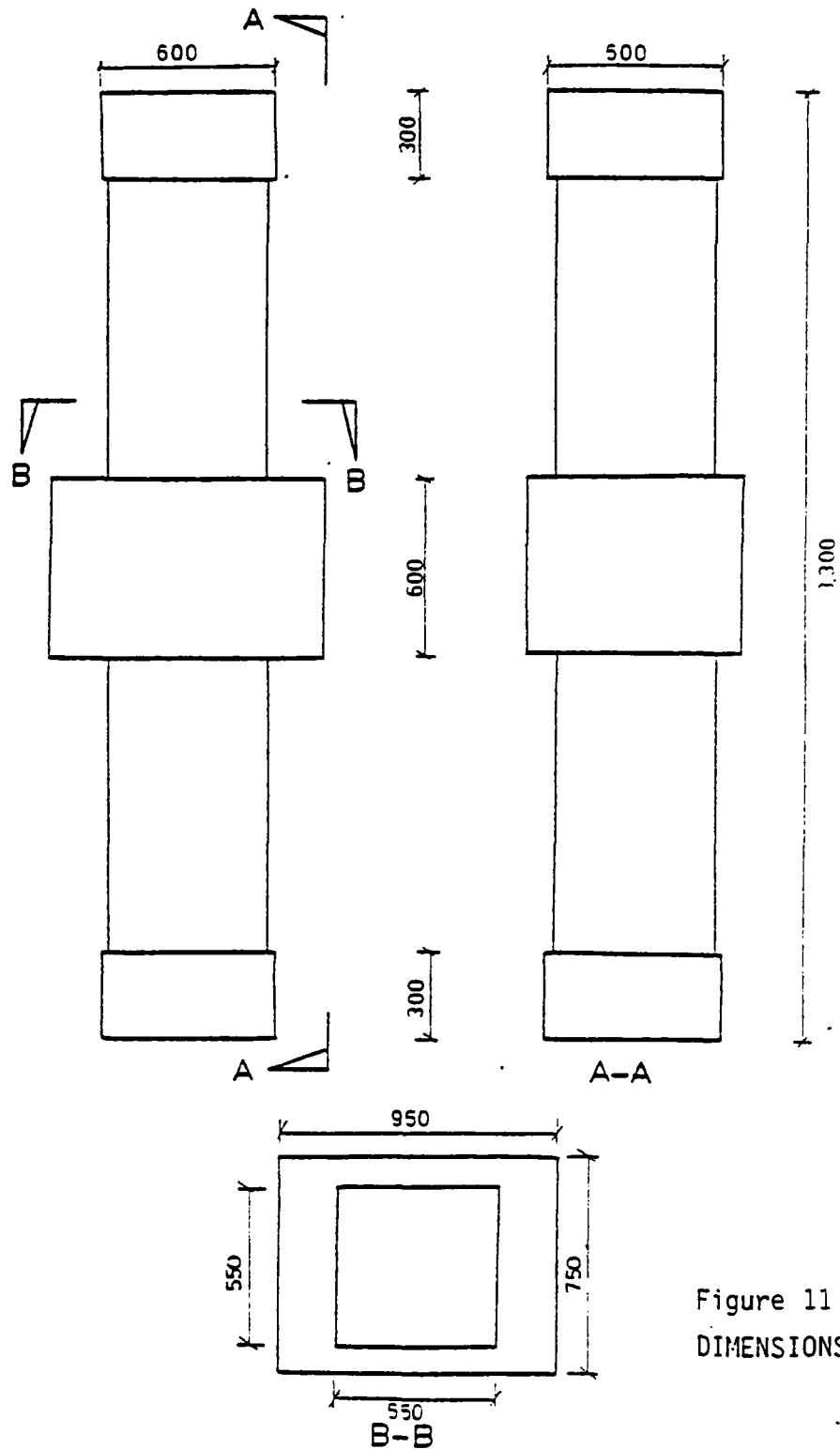


Figure 11 (a)  
DIMENSIONS des SPECIMENS

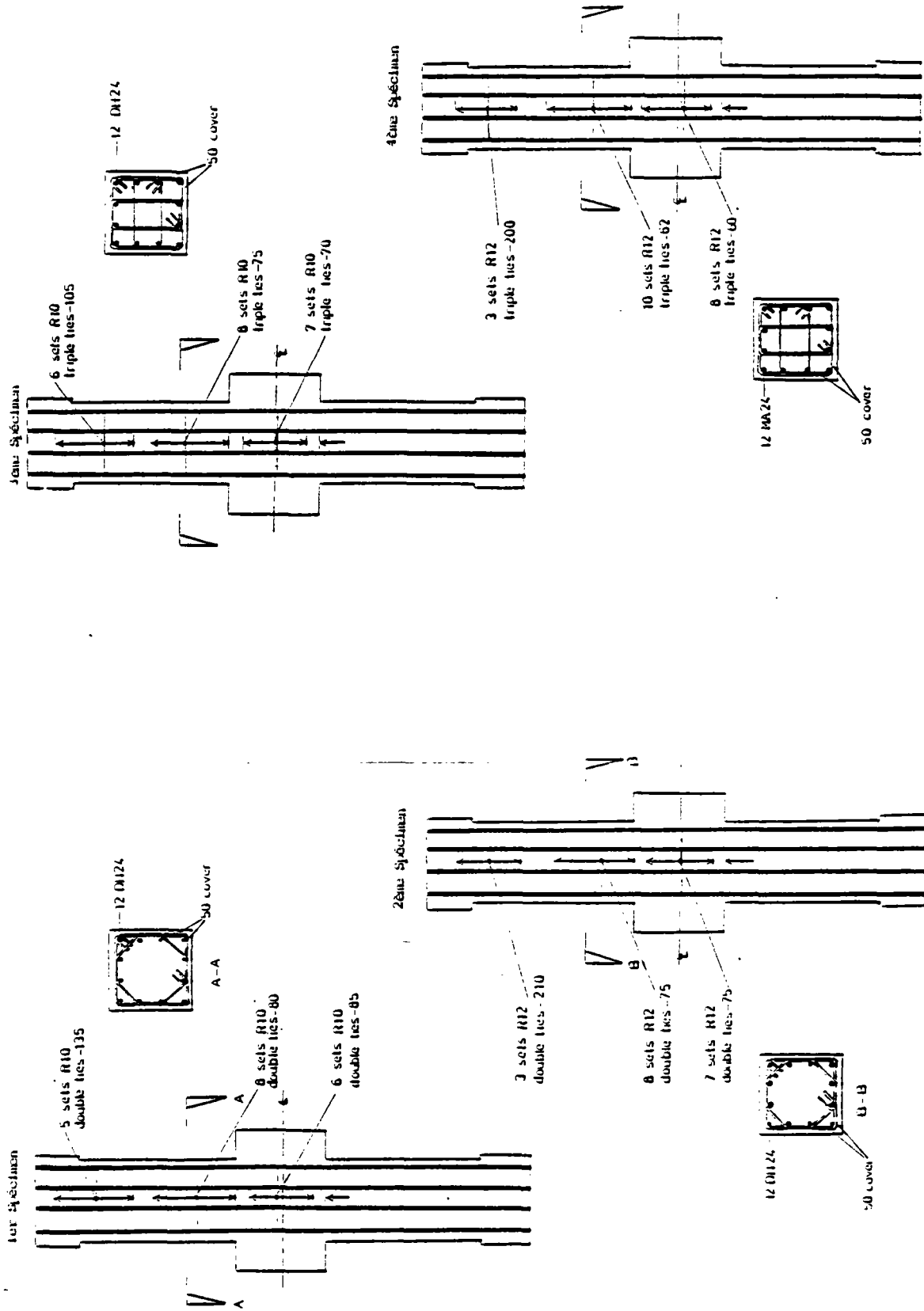
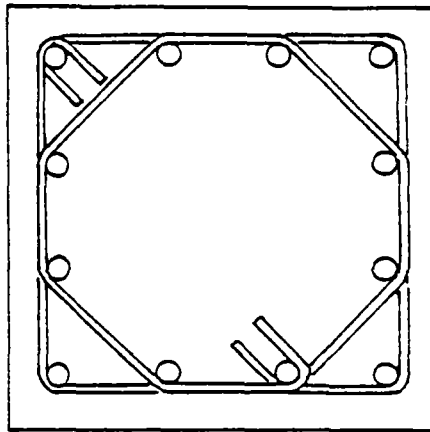
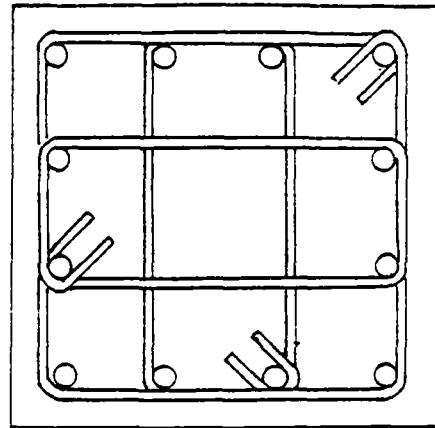


Figure 11(b) - FERRAILLAGES des SPECIMENS.

Deux types d'aciers transversaux ont été utilisés, le type 1 pour les spécimens un et deux, et le type 2 pour les spécimens trois et quatre (figure 12)



Pour 1er et 2ème Spécimens



Pour 3ème et 4ème Spécimens

Figure 12- COUPES TRANSVERSALES

Le glissement des armatures longitudinales était empêché (figure 13).

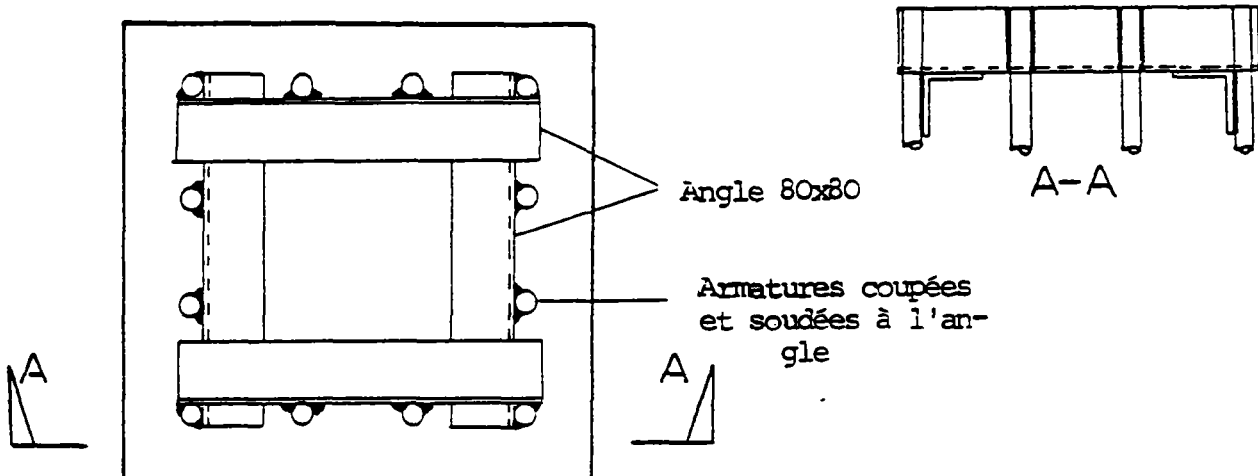


Figure 13 - ARRET des ARMATURES LONGITUDINALES

Les taux de l'effort normal dans les quatre spécimens étaient respectivement de 0.26, 0.25, 0.42 et 0.60  $\sigma'_c \cdot B$  (B section).

### METHODE d'ESSAI

Le montage d'essai, ainsi que le mode de chargement sont représentés sur la figure 14.

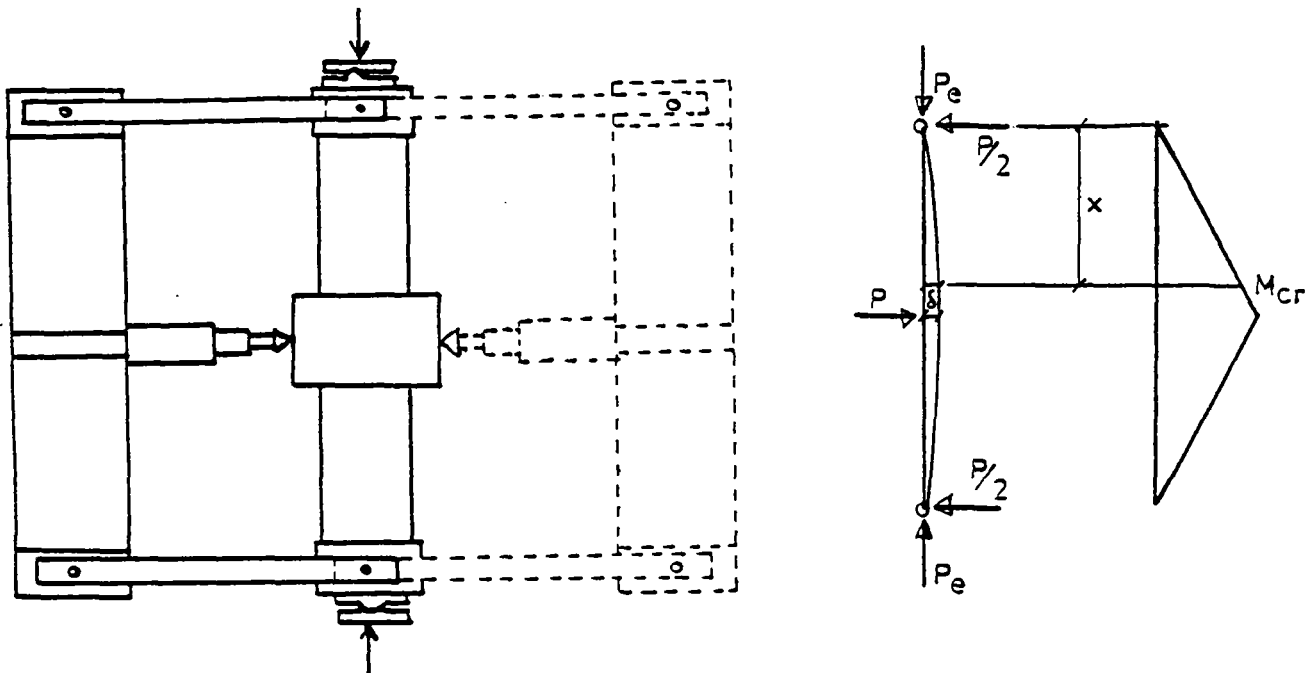


Figure 14 - MONTAGE d'ESSAI

Quant à la charge cyclique horizontale, le diagramme 15 en représente les séquences et les amplitudes.

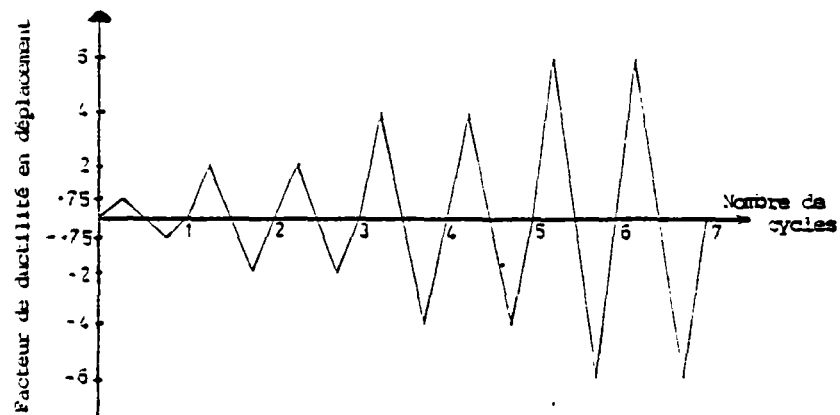


Figure 15 - SEQUENCES de la CHARGE HORIZONTALE.

Les quatre spécimens ont été instrumentés afin d'obtenir les relations moment-courbure et charge-déplacement, ainsi que les contraintes dans les armatures longitudinales et transversales aussi bien que dans le béton.

RESULTATS des ESSAIS

Les figures 16 à 23 représentent les cycles d'hystérésis en charge-déplacement ou moment-courbure, pour les quatre spécimens.

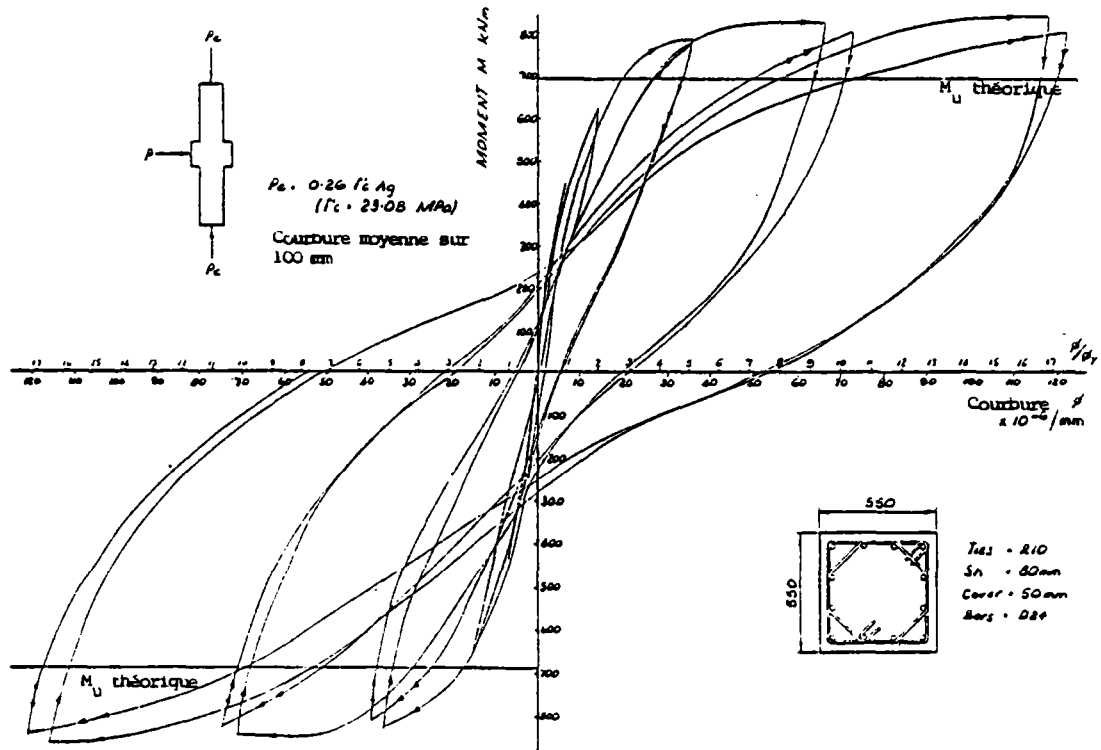


Figure 16 - "Moment Courbure" 1er Spécimen

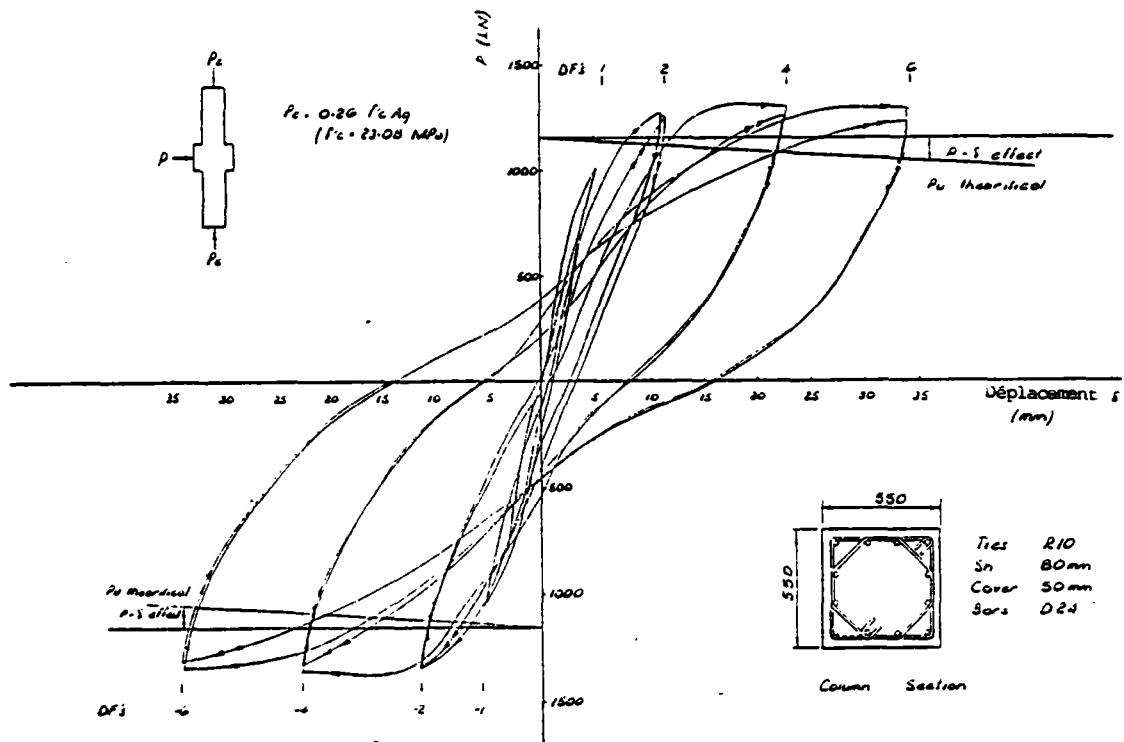


Figure 17 - "Charge-Déplacement" 1er Spécimen

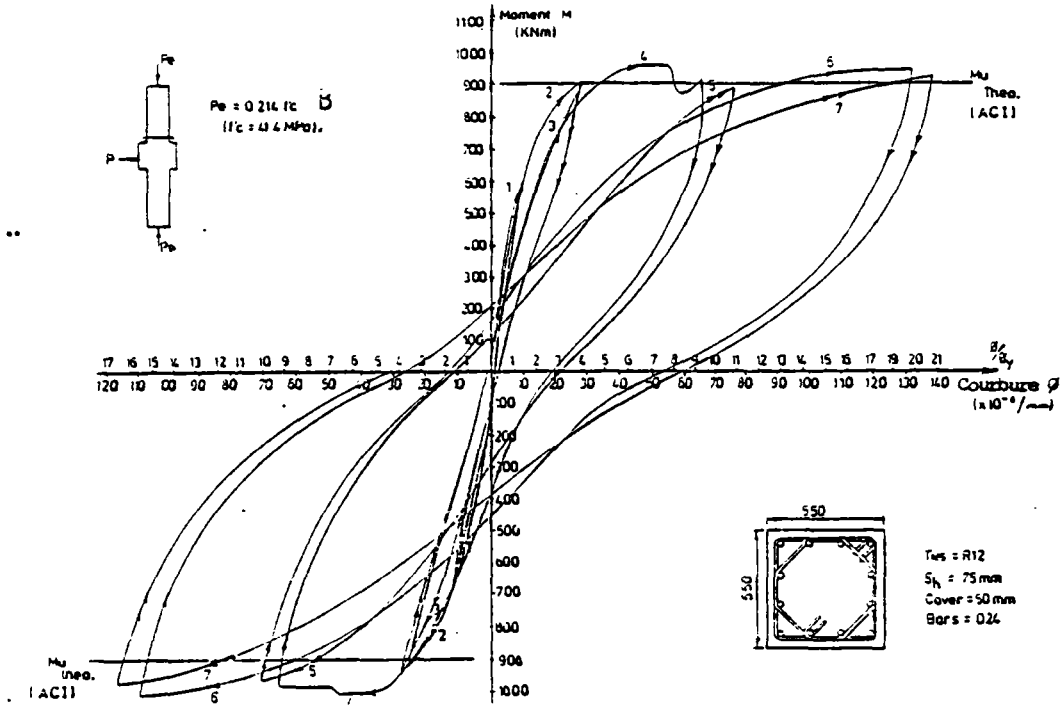


Figure 18 - "Moment Courbure" 2ème Spécimen.

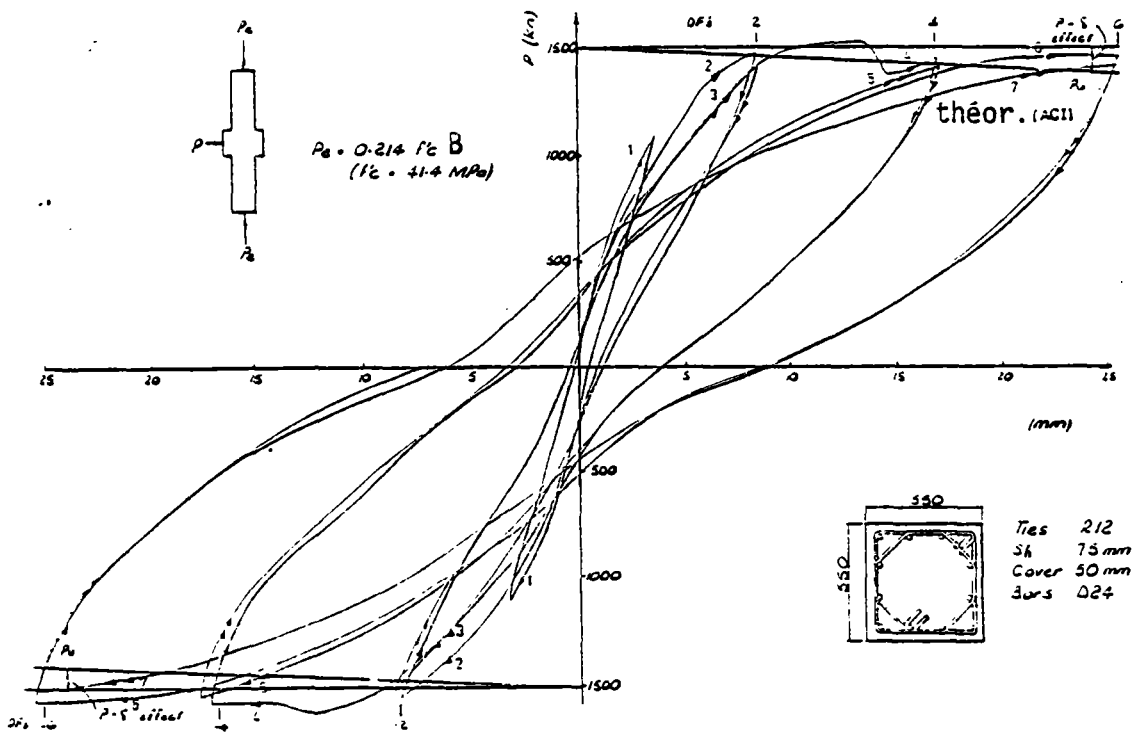


Figure 19 - "Charge Déplacement" 2ème Spécimen

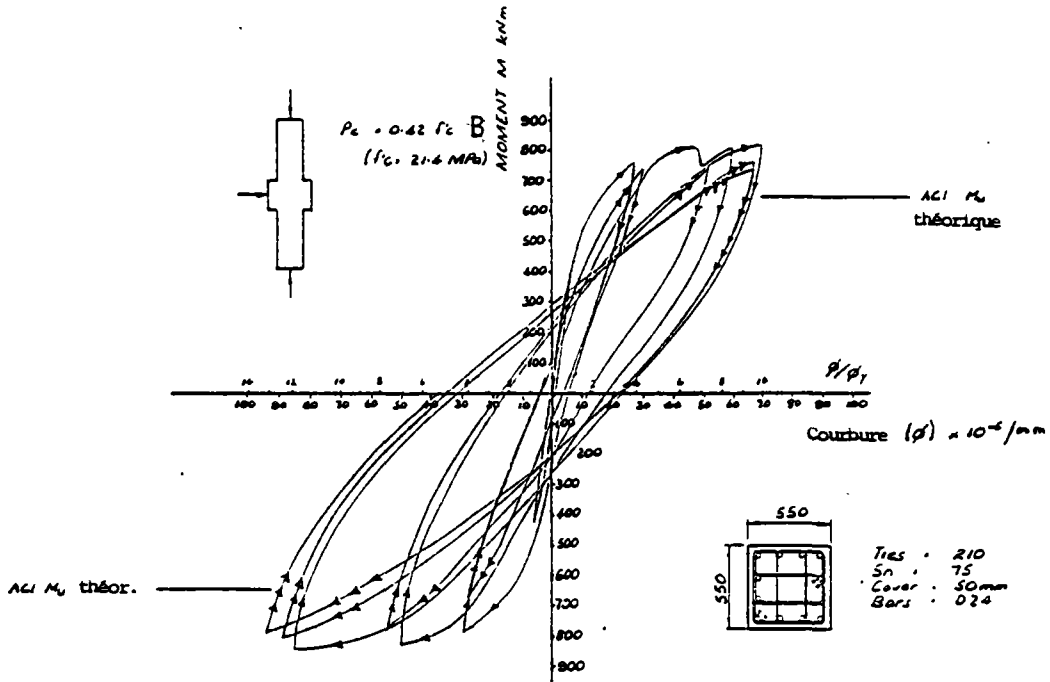


Figure 20 - "Moment Courbure" 3ème Spécimen

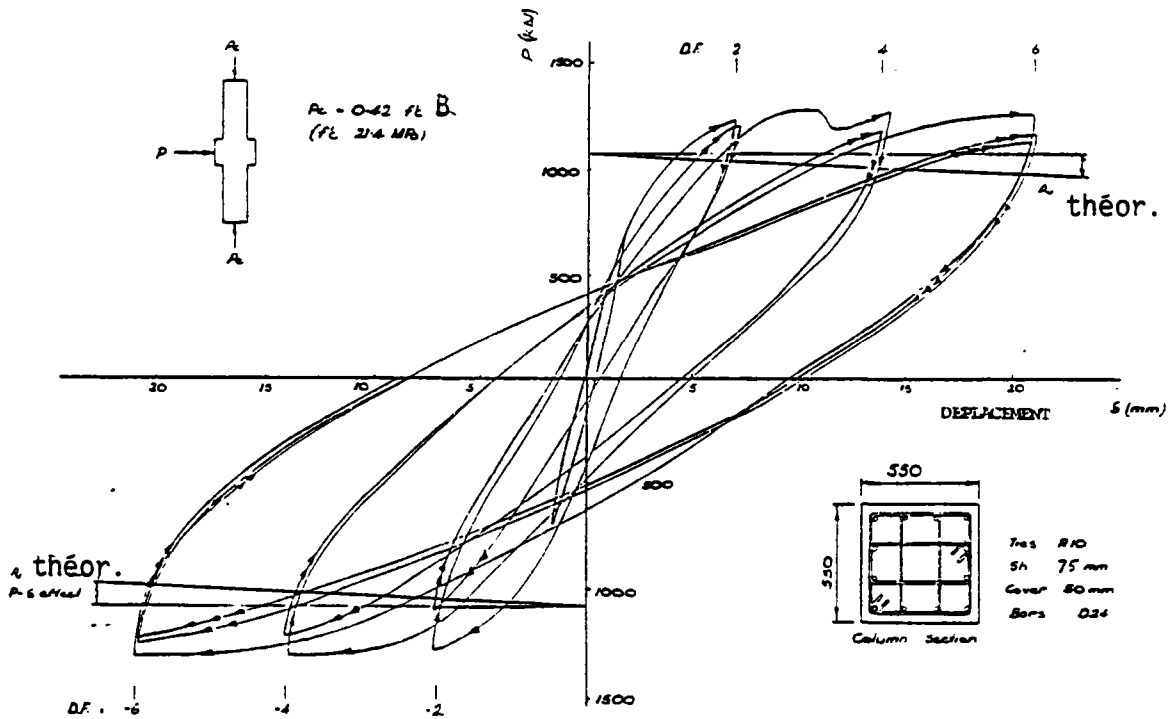


Figure 21 - "Charge-Déplacement" 3ème Spécimen

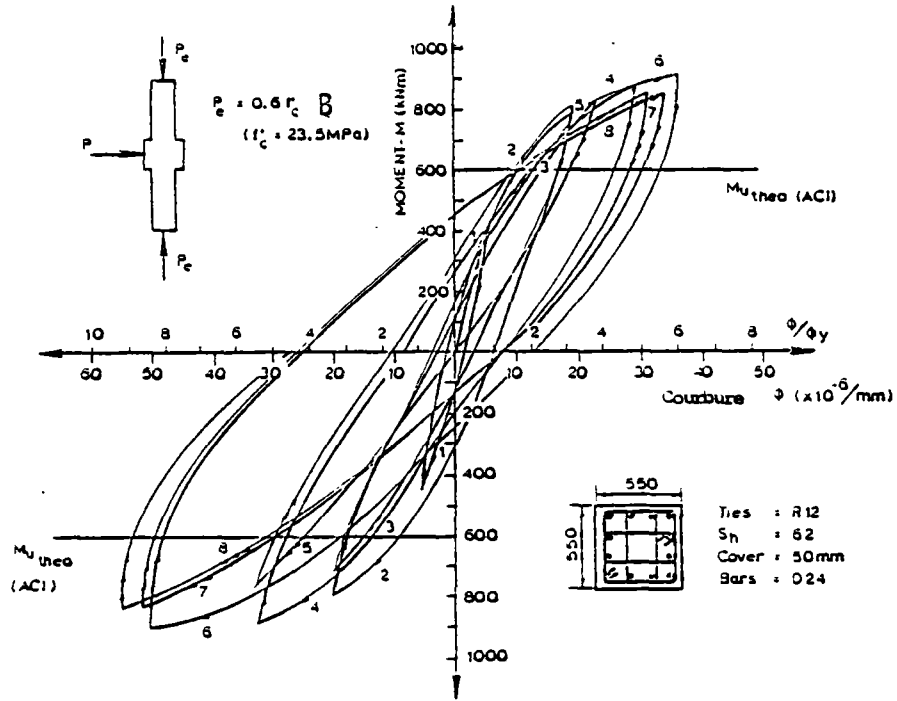


Figure 22 - "Moment-Courbure" 4ème Spécimen

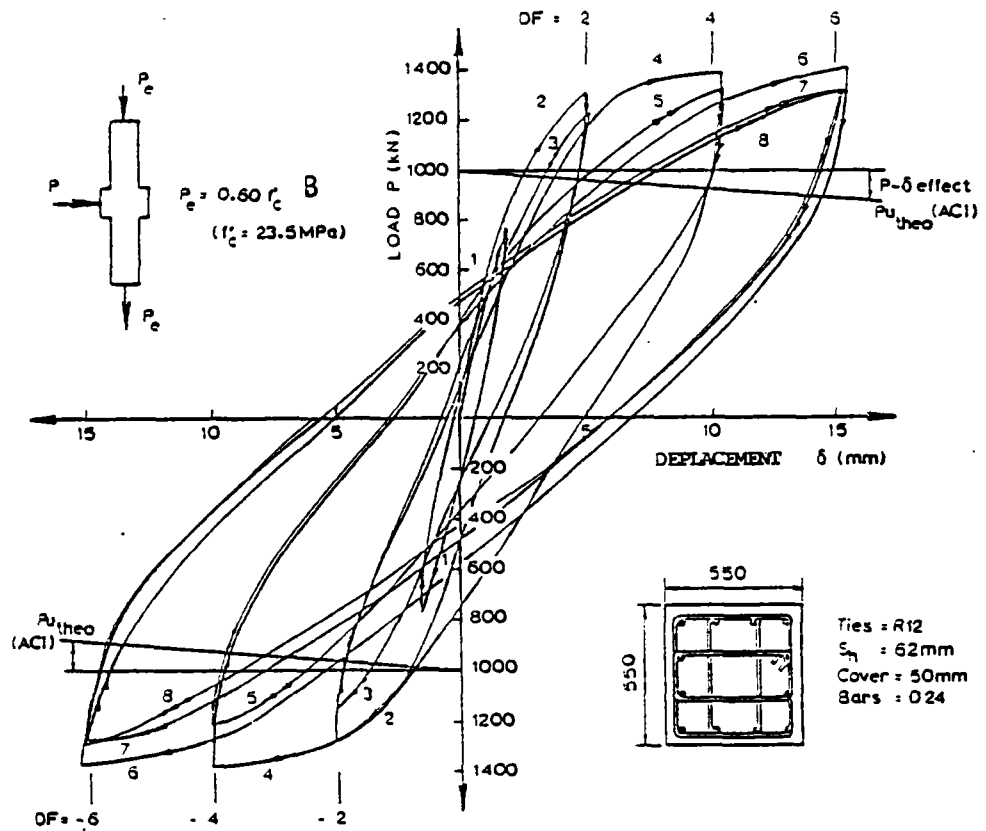


Figure 23 - "Charge-Déplacement" 4ème Spécimen

Les observations générales sur ces diagrammes sont les mêmes que celles données pour les éléments poutres. L'augmentation du niveau de charge est accompagnée par un élargissement des boucles d'hystérésis et par conséquent, par une majoration de capacité de dissipation et d'absorption de l'énergie.

Pour les faibles niveaux de l'effort normal, la demande de ductilité est grande. Le facteur de ductilité en rotation pour le spécimen avec un effort normal de  $0.214 f'_c \cdot B$  est de 21, ce facteur est de 6 si l'effort normal est de  $0,6 f'_c \cdot B$ . (figures 19 et 22). Ce phénomène peut être très préoccupant en calcul sismique pour les poteaux qui subissent un déchargement au cours du séisme. Les courbes d'hystérésis sont de moins en moins pincées, pour des valeurs croissantes de l'effort normal.

Les diagrammes 24 et 25 représentent la répartition de la ductilité ( $\mu_e$ ) dans les armatures le long du spécimen 1 ( $p_e = 0.26 f'_c \cdot B$ ) pour les différentes valeurs de ductilité de déplacement ( $\mu_\delta$ ).

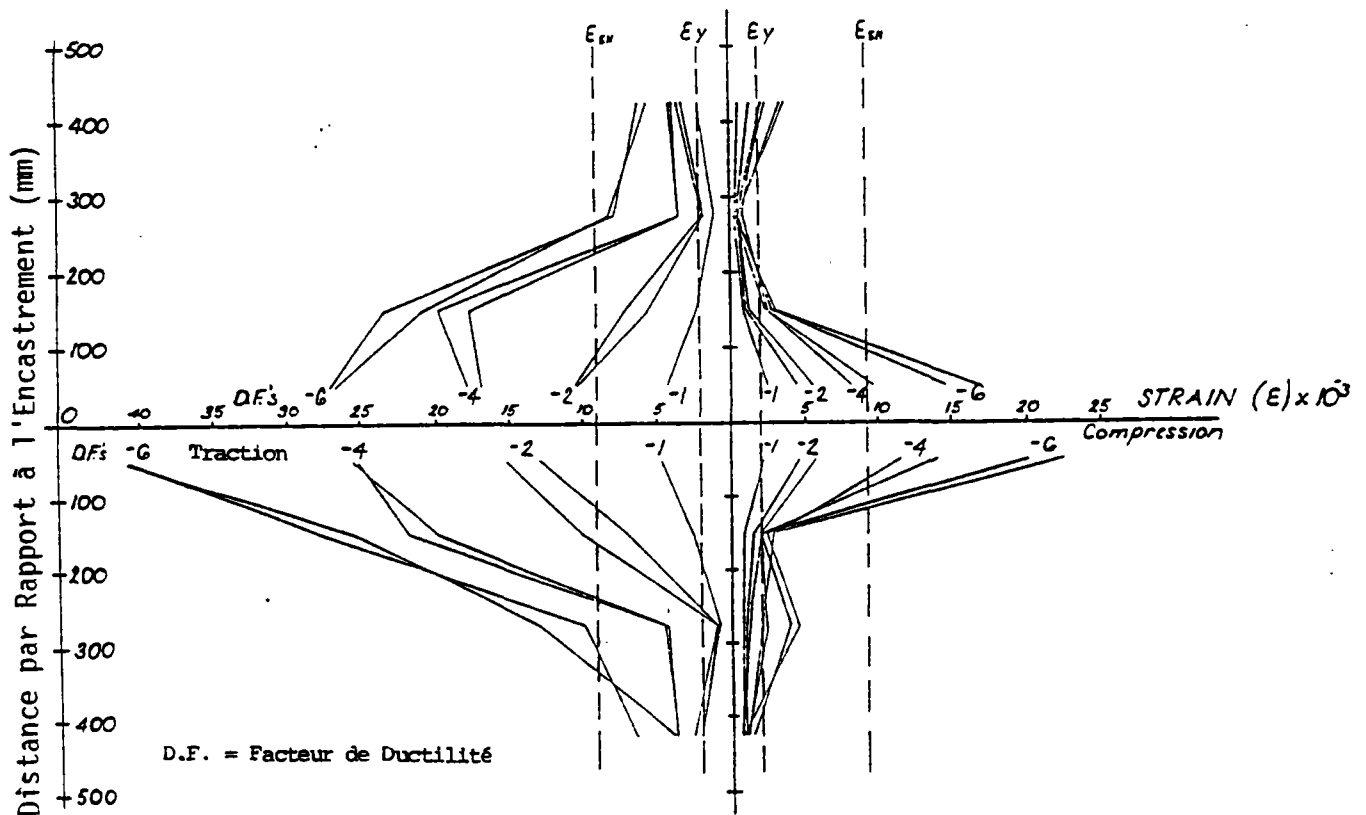


Figure 24 - Déformation de l'Armature - 1er Spécimen - Chargement Alterné

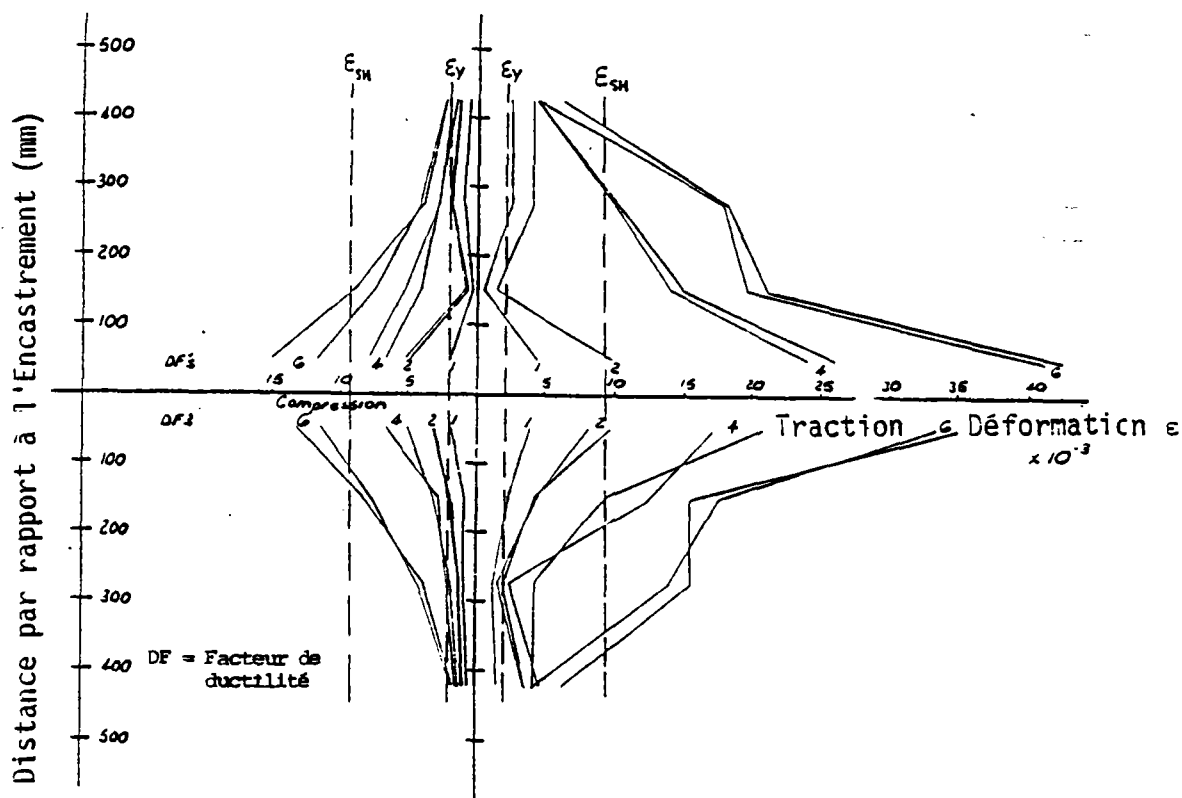


Figure 25 - Déformation de l'Armature - 1er Spécimen - Chargement

### OBSERVATIONS

Les éléments poteaux présentent donc les mêmes caractéristiques que les éléments poutres.

De plus, l'influence de l'effort normal sur la demande de ductilité, spécifique aux poteaux, est à prendre en compte dans le calcul sismique.

### 3.3 L'ASSEMBLAGE POUTRES-POTEAUX

Le comportement d'un assemblage (poutres-poteaux) dépend essentiellement de la géométrie, du confinement du béton, de la résistance au cisaillement et au glissement de l'assemblage.

En calcul sismique des portiques ductiles en béton armé, il est généralement conseillé de dimensionner ces portiques de telle façon que, sous sollicitation sismique, les poutres se plastifient les premières. Pour les essais en laboratoire, cette règle est souvent respectée. Nous rapportons les résultats de deux séries d'essais effectués par Popov, Bertero (7) et Uzumeri (4) dans ce domaine :

Essais de Popov et Bertero

Cette étude porte sur un noeud d'une structure courante.

Description des Corps d'Epreuve

Le premier modèle est une réduction à l'échelle 1/2 d'un noeud de troisième étage d'un portique à vingt étages. La figure 26 représente le modèle et les dimensions des sections aussi bien que leur ferrailage.

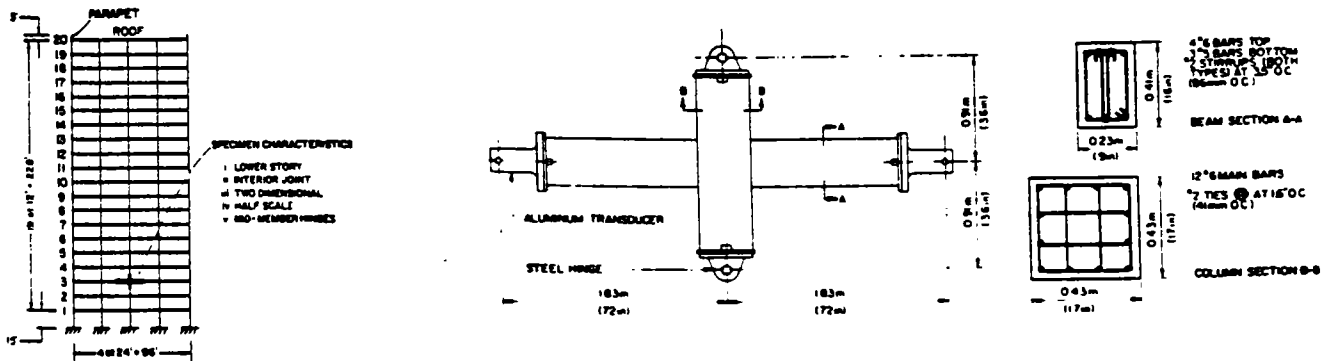


Figure 26 - ASSEMBLAGE POUTRE-POTEAU

Méthode d'Essai

Sur la figure 27, les modes de chargement vertical et de chargement horizontal cyclique sont représentés. Les séquences de la charge cyclique figurent sur le diagramme 28.

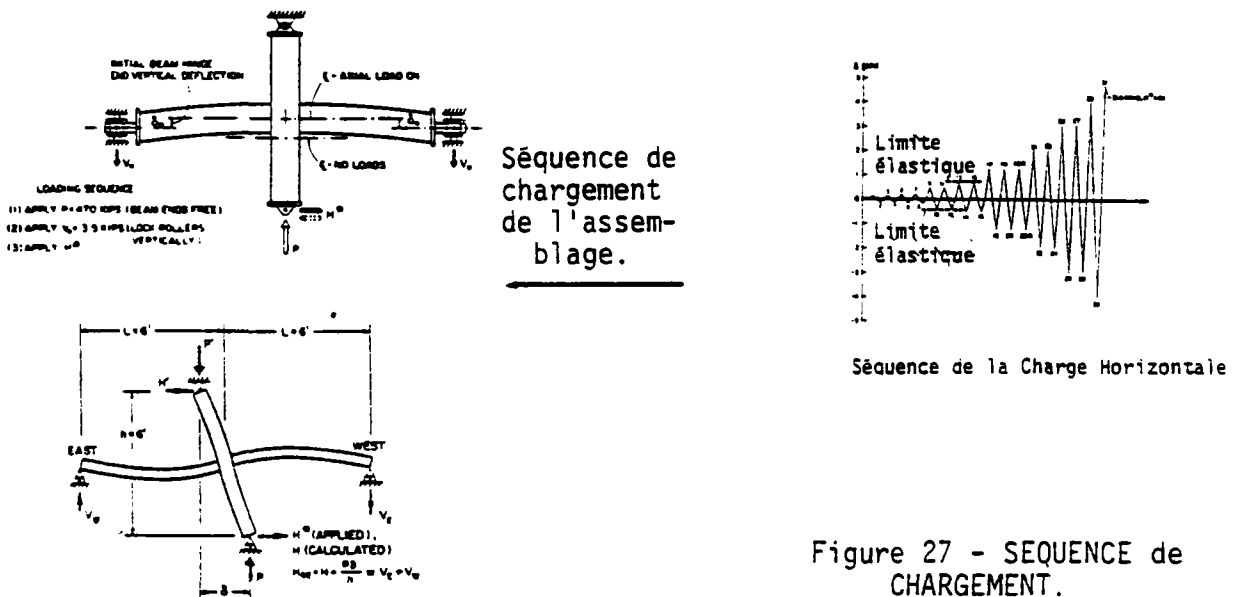


Figure 27 - SEQUENCE de CHARGEMENT.

## RESULTATS des ESSAIS

Les diagrammes charge horizontale-déplacement pour les cycles de charges sont présentés sur les figures 28 et 29.

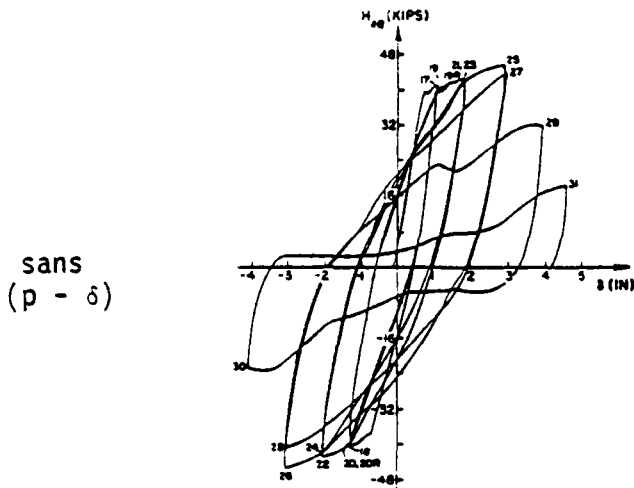


Figure 28

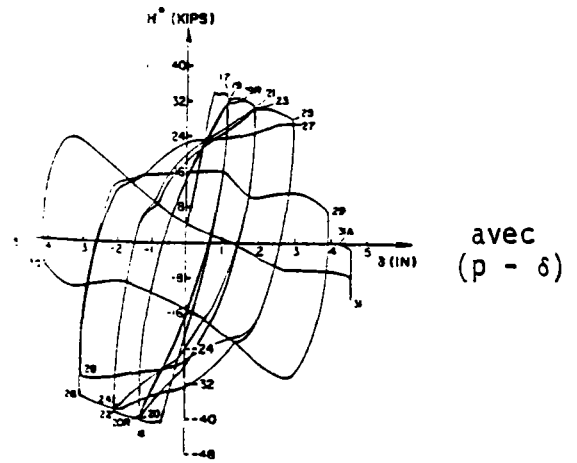


Figure 29

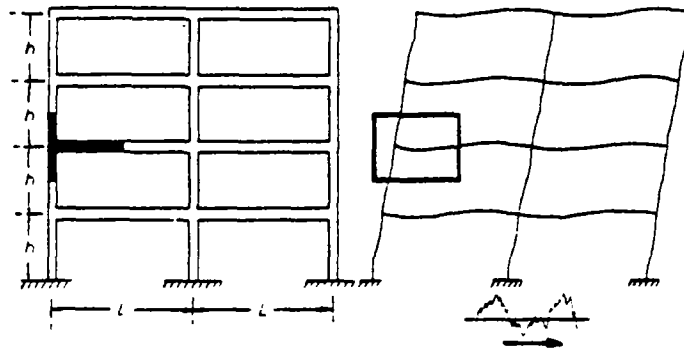
La différence entre ces deux diagrammes est due à l'effet de  $(p - \delta)$ . Cet effet agit en particulier sur la dégradation de la rigidité. Son influence sur la dégradation de la résistance est également considérable. En empêchant la détérioration de l'adhérence acier-béton et par conséquent, le glissement des armatures, on peut obtenir d'excellentes boucles d'hystérésis.

### Les Essais de Uzumeri

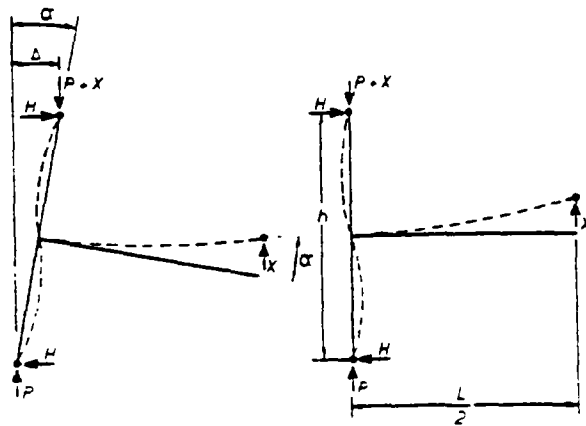
Les essais de Uzumeri consistent en l'étude d'un assemblage composé d'une poutre et d'un poteau.

### Description des Corps d'Epreuve

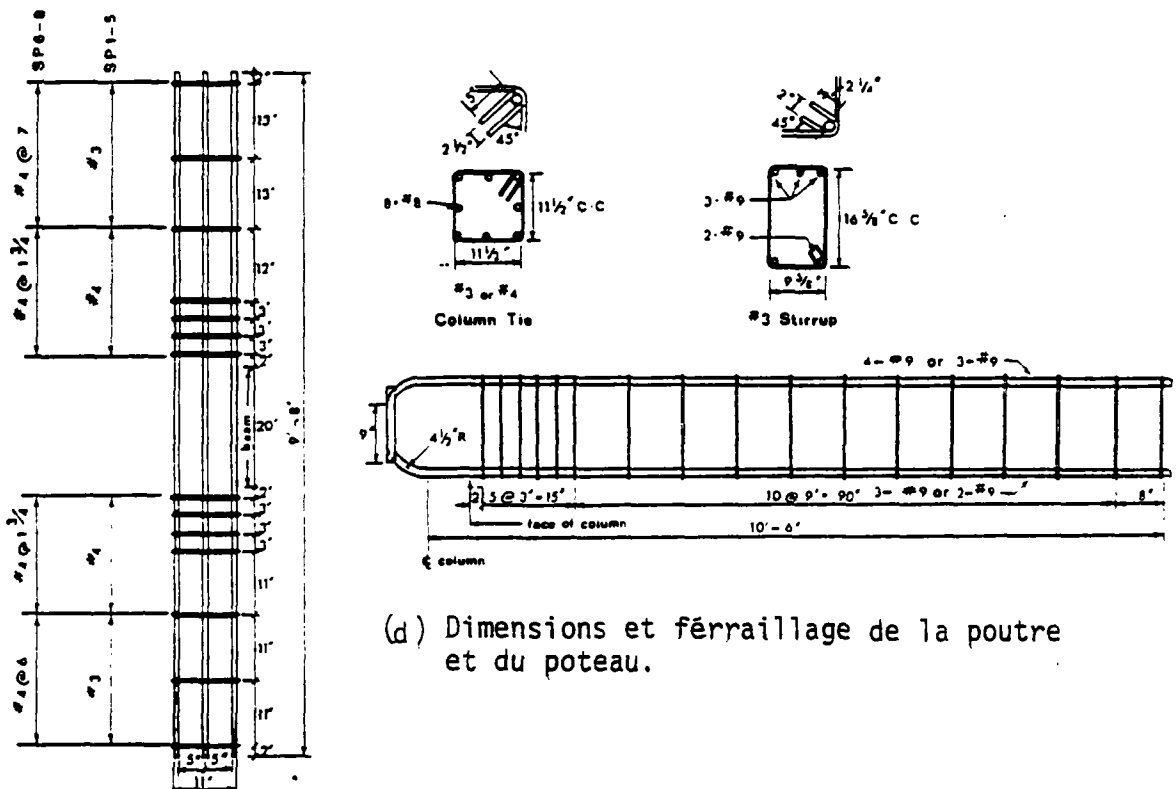
La forme et les dimensions des modèles choisis sont présentés sur la figure 30. Dans cet assemblage, la plastification est prévue dans la poutre, ainsi le poteau, tout le long du chargement aura un comportement élastique.



(a) Structure choisie (b) Structure sous chargement latéral



(c) Assemblage poutre-poteau isolé de la structure.



(d) Dimensions et ferrailage de la poutre et du poteau.

Figure 30 - ASSEMBLAGE POUTRE-POTEAU.

## RESULTATS des ESSAIS

Un diagramme représentant les diagrammes obtenus par cette étude est donné sur la figure 31.

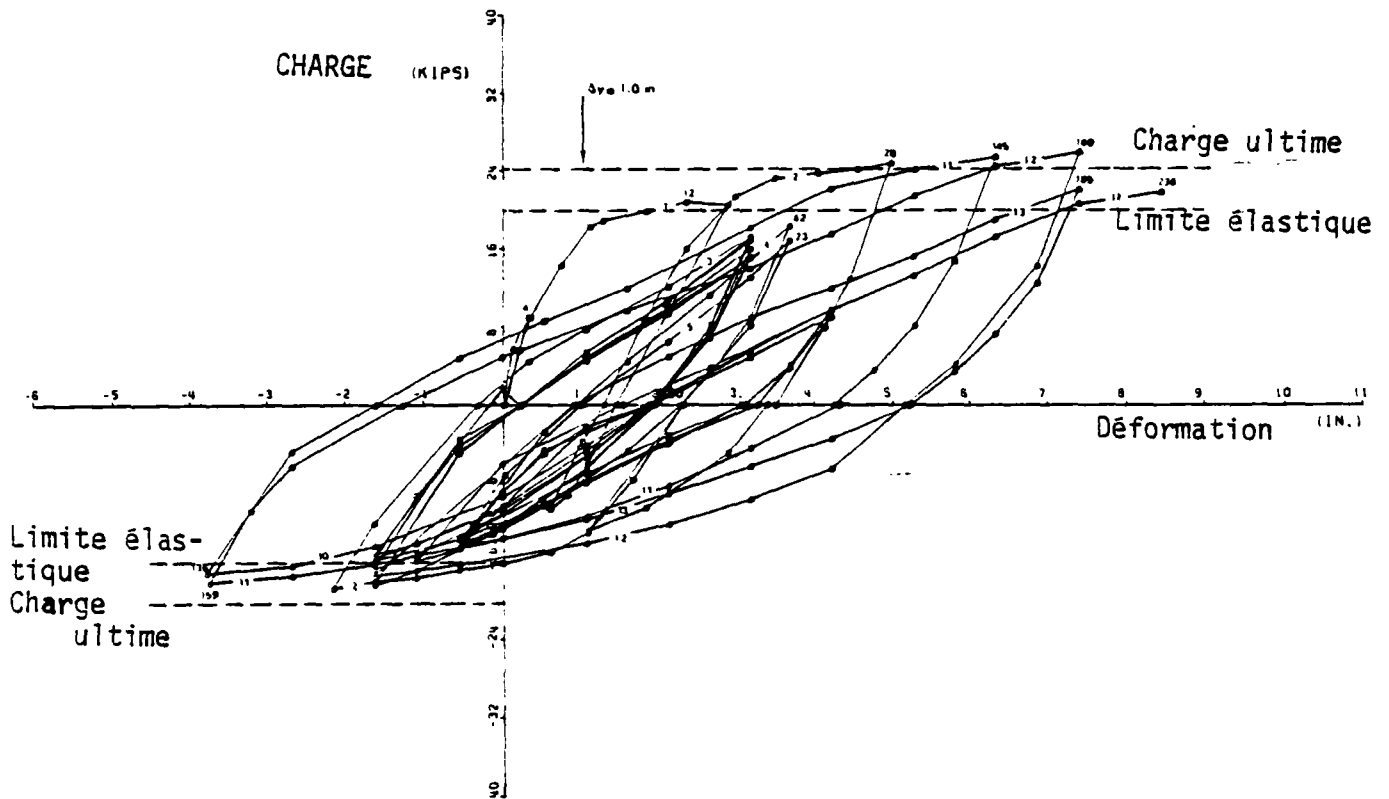


Figure 31 - DIAGRAMME CHARGE-DEFORMATION

Ce diagramme comme dans le cas précédent confirme l'importante dégradation de la rigidité pendant le cyclage. Pour un cycle de charge moins élevé que le précédent, ou pour deux cycles de même niveau, les boucles d'hystérésis sont stables. Par contre un cycle de charge d'un niveau plus élevé entraîne une dégradation supplémentaire et par conséquent modifie la boucle d'hystérésis. La dégradation de la résistance est peu considérable, de plus, elle est indépendante de l'histoire de chargement, alors que l'ampleur de la dégradation de la rigidité dépend sensiblement de l'histoire de chargement. Les conclusions tirées des essais des éléments poutres ainsi que des éléments poteaux concernant le comportement cyclique sont également valables pour les assemblages de ces éléments.

Les boucles d'hystérésis se stabilisent pour les cycles de nouvelle amplitude. L'allure de ces boucles est différente (plus pincée) si le cisaillement est important.

Pour les poteaux, lorsque l'effort normal décroît, la demande de ductilité pour le même chargement latéral, augmente. Ce phénomène est à considérer en calcul séismique pour des poteaux qui subissent un déchargement au cours des séismes.

#### IV. CONCLUSIONS

De ce chapitre nous tirons les conclusions suivantes :

1. Le comportement des éléments structuraux en béton armé est non linéaire dès que la charge dépasse la limite de fissuration du béton et ce à cause de la fissuration du béton. La non linéarité du comportement est due également à la détérioration de l'adhérence acier-béton, par conséquent, au glissement des armatures d'acier, pour de fortes sollicitations.
2. L'aire des boucles d'hystérésis, mesure de dissipation et d'absorption de l'énergie, croît au fur et à mesure que la charge augmente. Ce phénomène est plus accentué pour les sections symétriquement armées.
3. Au cours du cyclage, la rigidité se dégrade. Cette dégradation est due principalement à la fissuration du béton en traction. L'effet Bauschinger, la détermination de l'adhérence acier-béton, ainsi que le cisaillement dans la section critique, amplifient la dégradation. La dégradation de la rigidité est très sensible à l'histoire du chargement.
4. Les cycles de charge ainsi que l'histoire de chargement entraînent une dégradation de la résistance qui est négligeable.
5. Les boucles d'hystérésis sont stables pour une amplitude donnée de la charge (ou déformation) ainsi que pour un cycle de charge d'un niveau moins élevé. Une augmentation de niveau de la charge entraîne une dégradation supplémentaire de la rigidité.

ETUDES EXPERIMENTALES sur le COMPORTEMENT et la DUCTILITE  
des ELEMENTS STRUCTURAUX en BETON ARME sous SOLLICITATIONS  
CYCLIQUES ALTERNEES

REFERENCES

- (1) EGOR P. POPOV  
Séismic Behavior of Structural Subassemblages,  
Journal of the Structural Division, ST 7., July 1980.
- (2) K. NAKANO and S. OKAMOTO  
Test Results on Beam-Column Assemblies,  
Proceedings of the Eighth Congress of the Fédération Interna-  
tionale de la Précontrainte, LONDON, 30 Avril-5 Mai 1978.
- (3) K.J. THOMPSON and R. PARK  
Cyclic Load Tests on Prestressed and Reinforced Concrete  
Beam-Column Joints,  
Research Report, 76-8 June 1976, Departement of Civil Engi-  
neering University of Canterbury, Christchurch New Zealand.
- (4) S.M. UZUMERI  
Strength and Ductility of Cast-in-Place Beam-Column Joints,  
Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones Aci Publica-  
tion, SP-53.
- (5) CHARLES F. SCRIBNER and JAMES K. WIGHT  
Delaying Shear Strength Decay in Reinforced Concrete Flexural  
Members under Large Load Reversals,  
Proceedings of the Seventh World Conference on Earthquake En-  
gineering, Vol. 7, September 8-13/1980, ISTANBUL, TURKEY.

- (6) WILLIAM H. TOWNSEND and ROBERT D. HANZON  
Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones,  
Aci Publication, SP. 53
- (7) V.V. BERTERO and E.P. POPOV  
Seismic Behavior of Ductule Moment-Resisting Reinforced  
Concrete Frames.  
Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones,  
Aci Publication, SP. 53
- (8) R. PARK, M.J.N. PRIESTLEY and WAYNE D. GILL,  
Ductility of Rectangular Reinforced Concrete Columns  
with Axial Load.  
Research Report, February 1979,  
Departement of Civil Engineering, University of Canterbury  
Christchurch New Zealand.
- (9) R.H. CHOWDHURY and R.N. WHITE  
Multistory Reinforced Concrete Frames under Simulated  
Seismic Loads  
Aci Publication, SP 63.
- (10) T. PAULAY, R. PARK and J.N. PRIESTLEY  
Reinforced Concrete Beam-Column Joints under Seismic  
Actions,  
Journal of American Concrete Institute, November 1978.
- (11) M. KAVYRCHINE, A. GRELAT  
Ductilité de Poteaux en Flexion Composée sous Charges  
Alternées,  
AICAP - CEB Symposium, Vol. 2, ROME, Mai 1979.
- (12) E.P. POPOV and B.R. PINKNEY  
Cyclic Yield Reversal in Steel Building Connections,  
Journal of the Structural Division,  
ASCE, Vol. 104, n° EM6, Mar. 1969.
- (13) W.J. HALL  
Current Trends in the Seismic Analysis and Designe of  
Structures and Facilities,  
Proceeding U.S. - Southeast Asia Symposium on Engineering  
for Natural Hazards Protections,  
Departement of Civil Engineering, University of Illinois,  
Urbana-Champaign Ill, 1078.

- (14) NEWMARK N.M. and VELETOS A.S.  
Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple  
Systems to Earthquake Motions  
Proceedings of the Second World Conference on Earthquake  
Vol. II, Japan 1960.

# CHAPITRE III

ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT  
STATIQUE ET DYNAMIQUE DES STRUCTURES  
EN BETON ARME

# CHAPITRE III

## ETUDES EXPERIMENTALES SUR LE COMPORTEMENT STATIQUE ET DYNAMIQUE DES STRUCTURES EN BÉTON ARMÉ.

I.	INTRODUCTION	PAGE 89
1.1	ETAT des RECHERCHES PRECEDENTES	
1.11	Essais Statiques	
1.12	Essais dynamiques	
1.2	OBJECTIF du PROGRAMME de RECHERCHE	
II.	CARACTERISTIQUES DES STRUCTURES TESTÉES - POTEAUX	PAGE 95
2.1	CHOIX du MODELE	
2.2	CONSTITUION des POTEAUX	
2.3	CARACTERISTIQUES MECANQUES des MATERIAUX	
2.31	Aciers	
2.31	Bétons	
III.	DISPOSITIFS ET PROCÉDURES D'ESSAIS STATIQUES	PAGE 106
3.1	DISPOSITIFS de MISE en CHARGE	
3.11	Essais Statiques Monotones	
3.12	Essais Cycliques Alternés	
3.2	DISPOSITIFS de MESURE	
3.21	Mesures pour Essais Statiques	
3.22	Mesures pour Essais Cycliques Alternés	
3.3	RESULTATS EXPERIMENTAUX	
3.31	Essais Statiques	
3.32	Essais Cycliques Alternés	
IV.	DISPOSITIFS ET PROCÉDURES D'ESSAIS SÉISMQUES	PAGE 121
4.1	CARACTERISTIQUES TECHNIQUES de l'INSTALLATION d'ESSAIS SEISMQUES "VESUVE"	

- 4.41 Caractéristiques Techniques des Capteurs
- 4.42 Acquisition des Données
- 4.43 Moyens de Traitement des Signaux
- 4.45 Déroulement des Essais
- 4.46 Résultats des Essais Séismiques

V.	OBSERVATIONS GÉNÉRALES DES ESSAIS SUR POTEAUX	PAGE 142
5.1	EVOLUTION de la FREQUENCE	
5.2	EVOLUTION de l'AMORTISSEMENT	
5.3	INTERPRETATION du COMPORTEMENT DYNAMIQUE des POTEAUX BETON ARME	
VI.	CARACTÉRISTIQUES DES STRUCTURES TESTÉES - PORTIQUES	PAGE 147
6.1	CHOIX des RESULTATS	
6.2	DESCRIPTION des PORTIQUES	
6.3	CARACTERISTIQUES MECANIQUES des MATERIAUX	
6.31	Aciers	
6.32	Bétons	
VII.	DISPOSITIFS DE PROCÉDURES	PAGE 153
7.1	DISPOSITIFS de MISE en CHARGE	
7.11	Essai Statique	
7.12	Essai Statique Alterné	
7.2	DISPOSITIFS de MESURE	
7.21	Mesure des Déformations Relatives des Aciers et du Béton	
7.22	Mesure des Flèches du Portique	
7.23	Enregistrements des Résultats	
7.3	RESULTATS EXPERIMENTAUX	
7.31	Essais Statiques	
7.32	Essais Cycliques Alternés	
7.4	CONCLUSIONS	

VIII. DISPOSITIFS ET PROCÉDURE D'ESSAIS SÉISMQUES

PAGE 165

- 8.1 CARACTERISTIQUES TECHNIQUES de l'INSTALLATION d'ESSAIS SEISMQUES
  - 8.11 Caractéristiques Limites de la Table Vibrante "VESUVE"
- 8.2 CHOIX des ACCELEROGRAMMES de MOUVEMENT du SOL
- 8.3 REPRODUCTION des MOUVEMENTS SEISMQUES par la TABLE VIBRANTE
- 8.4 INSTRUMENTATION
  - 8.41 Caractéristiques Techniques des Capteurs
  - 8.42 Acquisition des Données
  - 8.43 Moyens de Traitement des Poteaux
- 8.5 DEROULEMENT des ESSAIS
- 8.6 RESULTATS des ESSAIS SEISMQUES sur PORTIQUES

IX. OBSERVATIONS GÉNÉRALES DES ESSAIS SUR PORTIQUES

PAGE 185

- 9.1 EVOLUTION de la FREQUENCE
- 9.2 EVOLUTION de l'AMORTISSEMENT
- 9.3 CORRELATION entre les RESULTATS d'ESSAIS STATIQUES et SEISMQUES CONCERNANT la DEGRADATION de la RIGIDITE
- 9.4 COMPARAISON entre les FORCES HORIZONTALES de RUPTURE pour les ESSAIS STATIQUES et DYNAMIQUES
- 9.5 INTERPRETATION du COMPORTEMENT SEISMQUE des STRUCTURES en BETON ARME
- 9.6 MODELE de COMPORTEMENT IDEALISE du BETON ARME

## I. INTRODUCTION

### 1.1 ETAT des RECHERCHES PRECEDENTES

Des recherches importantes concernant la réponse des structures en béton armé soumises aux excitations du type séismique ont été effectuées depuis une vingtaine d'années. On y trouve principalement des essais statiques monotones ou cycliques et des essais en vibration forcés.

Un résumé des recherches concernant les portiques en béton armé est présenté ci-après. (9)

#### 1.11 Essais Statiques

Bertero et Maclune (1964) ont étudié cinq portiques simples sous chargement horizontal monotone et alterné. Malgré les précautions prises concernant l'ancrage des armatures aux joints, la rigidité des portiques avait considérablement diminué au cours des essais et au fur et à mesure que l'on observait l'endommagement des portiques.

Aoyam et al. (1966) ont étudié douze portiques simples en béton armé, en faisant varier le ferrailage. Différents types de rupture ont été observés.

Beaufait et Williams (1968) : Sept portiques simples en béton armé à échelle 1/4. Différentes formes de ferrailage dans les joints ont été envisagées et l'influence du ferrailage sur la ductilité a été étudiée.

Sanbis et White (1969) : Vingt portiques simples sous chargement vertical et horizontal alterné. On a rapporté une forte diminution de la rigidité.

Tani (1970) : Des portiques simples à échelle réduite (contreventé ou pas). La diminution de la rigidité du portique, l'influence de l'effort normal sur le mode de rupture et la forme des courbes d'hystérésis ont été étudiées.

## 1.12 Essais Dynamiques

Eisenberg (1966) a étudié des portiques à trois étages à échelle 1/4 au Central Research Institute of Building Structures, (U.R.S.S.) sur une table vibrante de 50 tonnes.

La modification considérable de la rigidité et de l'amortissement a été observée. La fréquence propre (la première) a diminuée d'un facteur 2.5 à 4.

Des portiques d'un étage et d'une travée ont été soumis par Shiger et Ogawa (1966) à des vibrations suffisamment fortes pour entraîner la plastification du système, sur une table vibrante. Les boucles d'hystérésis ont été déterminées et comparées avec celles obtenues pendant les essais statiques avant et après les essais dynamiques. Les boucles d'hystérésis obtenues en vibration étaient semblables à celles en chargement statique effectuées après la vibration. La dégradation de la rigidité avec l'amplitude de la vibration a été observée. Cette dégradation ne progresse pas au cours de cyclage de même amplitude.

Shibada et al. (1970) ont étudié la réponse d'un portique à un étage et à une travée dissymétrique spatiale, soumis à un mouvement sinusoïdal, sur une table vibrante. La réponse en torsion du portique était le principal objet de cette étude. Les caractéristiques de torsion de ce portique ont été modifiées en fonction de la variation de la distribution de la rigidité et de la résistance.

Shina et Al. (1970) ont étudié des portiques à un ou deux étages et à une travée, soumis aux vibrations sinusoïdales pour évaluer l'influence de l'amplitude et de la fréquence du mouvement sur le facteur d'amortissement. Il a été observé que le facteur d'amortissement varie avec le changement de l'amplitude de la vibration mais pas avec sa fréquence. La rigidité varie d'une façon significative avec l'amplitude du déplacement.

Guřkan et Sozen (1971) ont testé des portiques à un étage et une travée (à échelle 1/4 ou 1/8) sous chargement horizontal statique alterné, et soit sous vibration sinusoïdale, soit sous mouvements du type séismique (El Centra N-S, 1940) (Taft N-E, 1952). Les deux types d'essais dynamiques ont montré la dégradation de la rigidité et par conséquent, la diminution de la fréquence propre de la structure.

Pour un niveau constant de l'accélération de base et pendant plusieurs essais, la réponse en accélération montre une légère diminution, simultanément la réponse en déplacement croît légèrement. Ces essais dynamiques ont été réalisés sur une table vibrante (Illinois).

Otani et Soren (1972) ont étudié des portiques à trois étages et une travée sous mouvements séismiques (El Centro et Taft). Chaque essai comporte quatre à six séismes de niveau croissant, avec une accélération maximale allant de 2.1g à 3.4g. Des dommages importants, dus à la flexion et/ou à l'effort axial sont apparus à la base des poteaux du premier étage.

Le cisaillement n'a pas eu d'effets conséquents. Les valeurs correspondant à l'effondrement de ces portiques, calculées par une modélisation élasto-plastique, ont été largement dépassées pendant ces essais : le cisaillement à la base par un coefficient de 1.7, et le moment de renversement par un coefficient de 1.8. Le déplacement maximal du premier étage, mesuré a été dix fois plus important que le déplacement calculé par un modèle à rupture. Une différence entre les valeurs mesurées et calculées de la rigidité initiale ainsi qu'une diminution de la rigidité aux cours des essais a été remarquée. La fréquence initiale mesurée était de 80 % de celle calculée. A la fin des essais, la fréquence représentait 25 % de sa valeur initiale.

Diaconn et al. (1973) : Essais des modèles à échelle 1/4 d'un portique à dix étages d'un immeuble construit avec des panneaux préfabriqués, assemblés sur place, et avec des dalles, des murs de contreventement et des poteaux. On a réalisé des essais dynamiques de type séismique, ainsi que des essais statiques, dans le domaine élastique et élastoplastique. Les résultats principaux obtenus étaient la variation de la fréquence et du facteur d'amortissement de 6.67 Hz et 0.03 au début d'essai à 3.33 Hz et 0.09 à la fin de la première étape. Puis la structure a été réparée avec une fréquence de 4.35 Hz et un facteur d'amortissement de 0.08. Après un essai de niveau élevé, la fréquence était de 1.72 Hz. Il a été rapporté que la variation de la rigidité le long de la structure a produit, dans les étages supérieurs, un cisaillement comparable à celui du premier étage.

Ross (1974) : Essais statiques et dynamiques des portiques à deux étages et une travée. Les essais statiques permettant de déterminer la rigidité latérale

ont montré des valeurs inférieures à celles prévues théoriquement. Les essais dynamiques étaient du type des vibrations sinusoïdales, créés au niveau du premier étage. Ces essais ont montré également la diminution de la fréquence et l'augmentation du facteur d'amortissement.

Chen, Zarnecki et Scholl (1974) : Essai d'un portique à quatre étages à échelle 1. sous des vibrations de niveaux destructifs. La vibration est créée par un générateur placé au troisième ou au quatrième étage. Avant d'exercer les vibrations de haut niveau, il a été créé des vibrations engendrant des forces latérales inférieures à celles correspondant à la limite élastique de la structure. Pendant ces mouvements (structure à comportement linéaire), la fréquence fondamentale a baissé de 23 %. Pour des mouvements créant une force supérieure à la limite élastique de la structure, cette diminution était de 77 %. Ces chutes de fréquences étaient accompagnées par une augmentation du facteur d'amortissement, de 30 % et de 80 % respectivement.

A.M. Chawdhury et R.N. White : Essai de deux portiques à trois étages et deux travées, sous chargement horizontal monotone et pour le deuxième un chargement horizontal cyclique alterné. La diminution de la rigidité dans les deux cas, pour un niveau de charge inférieur à 80 % de la charge ultime, est la même. Pour un niveau de charge plus élevé, le chargement cyclique entraîne une plus grande dégradation de la rigidité.

P. Hidalgo et R.W. Clough : Essai statique et sismiques des portiques à deux étages et à une travée. Les essais sismiques effectués sur la table vibrante simulant les séismes d'El Centro et Taft. Nous étudierons en détail ces essais et les résultats obtenus au chapitre VI ; ainsi que ceux rapportés ci-dessous.

S. Otani et M.A. Sozen : Essais sismiques sur la table vibrante des portiques à trois étages et une travée, à échelle réduite.

Un grand nombre d'essais dynamiques ont été réalisés sur les immeubles existants. Nous en citerons deux ci-dessous :

Le premier réalisé par Shiga et Al, (1973) concerne le "Civil Engineering and Architecture Department Building", un bâtiment de neuf étages à l'Université de Tokoyu. Les propriétés dynamiques de ce bâtiment ont été déterminées par la mesure des vibrations propres ou à l'aide des enregistrements au cours d'un séisme. Les vibrations sont réalisées par l'intermédiaire d'un excitateur placé sur le toit, pendant une période de trois ans. L'enregistrement séismique a eu lieu pendant le séisme de 1969. Le principal résultat de cette vibration est que la fréquence de la structure diminue avec l'âge. Pendant le séisme, la diminution de la fréquence est fonction de l'intensité du séisme.

Le deuxième cas rapporté par Iemura et Jennings (1973) concerne l'étude du "Millikan Library", un bâtiment de neuf étages à l'Institut de San Fernando de Californie, pendant le séisme de San Fernando en Février 1971. A l'aide des enregistrements obtenus au niveau de la fondation et du toit pendant le séisme, et par des essais de vibrations effectués avant et après le séisme, on a découvert que la fréquence propre a diminué de 1.52 Hz à la fin de la construction de l'immeuble (1966) à 1.00 Hz au cours du séisme.

La vibration de la structure quelques jours après le séisme a donné une fréquence égale à 1.25 Hz, vingt deux mois plus tard, la valeur mesurée de la fréquence était de 1.37 Hz.

De ces quelques exemples, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- la fréquence de la structure sous sollicitations dynamiques, et par conséquent la rigidité, diminue à cause de la fissuration et de la détérioration de l'adhérence entre l'acier et le béton,
- l'amortissement de la structure augmente lorsqu'elle subit des dégâts,
- une meilleure capacité d'absorption et de dissipation de l'énergie des structures en béton armé peut être obtenue par un ferrailage judicieusement choisi.

La différence entre les valeurs de la rigidité, calculées et mesurées, et les problèmes concernant la prédiction de la résistance ultime des structures par une analyse statique en utilisant un modèle élasto-plastique, sont d'autres résultats importants de ce type d'essais.

## 1.2 OBJECTIF du PROGRAMME de RECHERCHE

Les essais véritablement représentatifs du séisme, donc sur table vibrante, étant peu nombreux, le CEA et l'EDF ont décidé de réaliser un programme de recherche fondamental dans le triple but suivant :

- Obtenir des informations sur le comportement dynamique des structures en béton armé d'une part, et des corrélations qui existent entre le comportement statique et dynamique de telles structures d'autre part,

- Obtenir des réponses dynamiques (de type séismique), qui peuvent servir pour vérifier la validité des modèles mathématiques (des comportements des matériaux) et les procédures analytiques employées pour le calcul dynamique,

- Et, finalement, d'une part développer un modèle de calcul dynamique non linéaire qui permet d'étudier la réponse d'une structure au cours du temps, d'autre part, élaborer une méthode de calcul approchée (statique équivalente) qui tient compte du comportement réel des matériaux.

Dans ce but, deux séries d'études expérimentales ont été entreprises :

1. Des essais sur poteaux,
2. Des essais sur portiques.

Pour les deux séries d'études, deux types d'essais ont été effectués :

1. Essais statiques,

Essais statiques : monotones, cycliques, cycliques alternés. Ils ont été réalisés au C.E.B.T.P.

2. Essais dynamiques séismiques

Essais dynamiques, de type séismique, par reproduction des mouvements séismiques sur table vibrante. Ils ont été réalisés sur table VESUVE au D.E.M.T. du C.E.A.

## II. CARACTERISTIQUES DES STRUCTURES TESTEES - POTEAUX

### 2.1 CHOIX du MODELE

Le choix du type de poteau à tester a été guidé par les considérations mentionnées en (1.2) et par les possibilités de la table vibrante VESUVE. Parmi ces dernières : la charge est limitée à 15 000 daN et la force de vérin à 35 000 daN. Le système de pilotage permet de passer les fréquences comprises entre 0.1 et 200 Hz ou peut introduire un séisme de type classique en échelle de temps réelle ou contractée.

Ces raisons ont conduit à choisir un poteau reproduisant à l'échelle 1/3 un poteau typique d'un bâtiment existant. Les spectres de réponse des séismes utilisés -Taft N-S et San Francisco N-S contractés d'un facteur 3 ou 4- ont fait choisir une fréquence fondamentale de l'ordre de 5 Hz pour la structure intacte. Chaque poteau était encasturé à sa base dans une fondation en béton armé de même nature, les armatures d'acier étant continues de la fondation au poteau. Le dimensionnement des poteaux a été fait conformément aux règles de construction (CCBA 68).

Dans le tableau ci-après, nous donnons l'indexation de ces pièces avec leur mode de sollicitations et le lieu de l'essai correspondant.

Indexation des Pièces	Mode de Sollicitation	Lieu de l'Essai
JT 3	Statique	CES à Saint-Rémy
JT 4	Statique	" "
JT 5	Statique Alterné	" "
JT 6	" "	" "
JT 7	" "	" "
JT 8	" "	" "
JT 9	Séismique	CEN à Saclay
JT 10	"	" "
JT 11	"	" "
JT 12	"	" "
JT 13	"	" "
JT 14	"	" "
JT 15	"	" "
JT 16	"	" "

## 2.2 CONSTITUTION des POTEAUX

Chaque élément est constitué par un poteau en béton armé de section carrée (17 cm x 17 cm) et de 1.44 m de hauteur, encastré dans une semelle en béton armé de 70 cm x 70 cm et de 20 cm d'épaisseur.

Le ferrailage (représenté sur la figure 1 et sur la photographie n° 1) est constitué par :

- 12 aciers à haute adhérence TOR de 8 mm de diamètre ancrés totalement par les boucles dans la semelle,
- 29 cadres en acier tréfilé de 4 mm de diamètre associés à des épingles en aciers doux  $\emptyset$  2.4 mm placés tous les 5 centimètres sur la hauteur du poteau.

Le béton a été réalisé avec soin pour respecter l'échelle 1/3 dans la granulométrie, à partir de granulats silico-calcaires de bassin de la Seine. La composition pondérale pour un mètre cube est la suivante :

Constituants	Poids (kg)
Gravillon 5/8 (sec)	1005
Sable 0/5 (sec)	750
Ciment CPALC 325	375
Eau totale	205

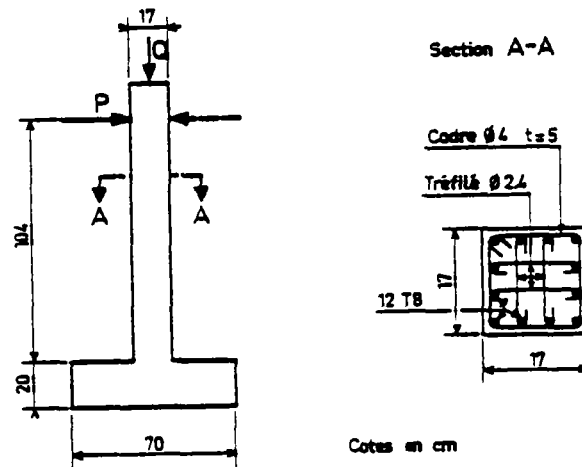


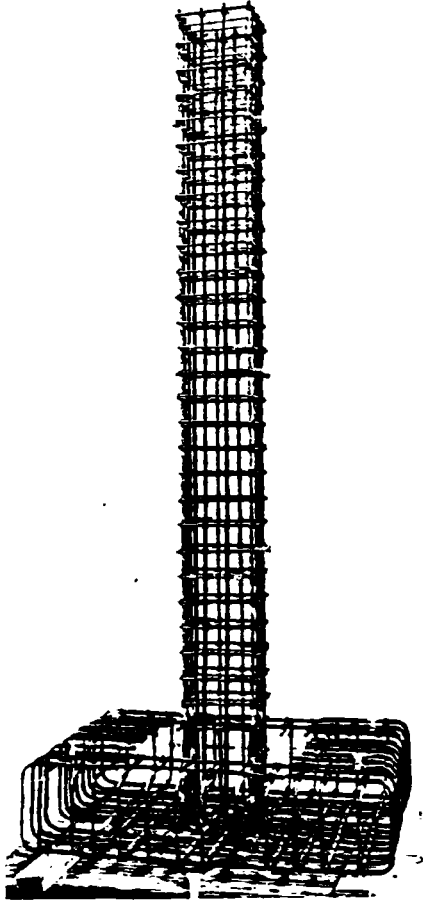
Figure 1 - DIMENSIONS et FERRAILLAGE des CORPS d'EPREUVE.

### 2.3 CARACTERISTIQUES MECANIQUES des MATERIAUX

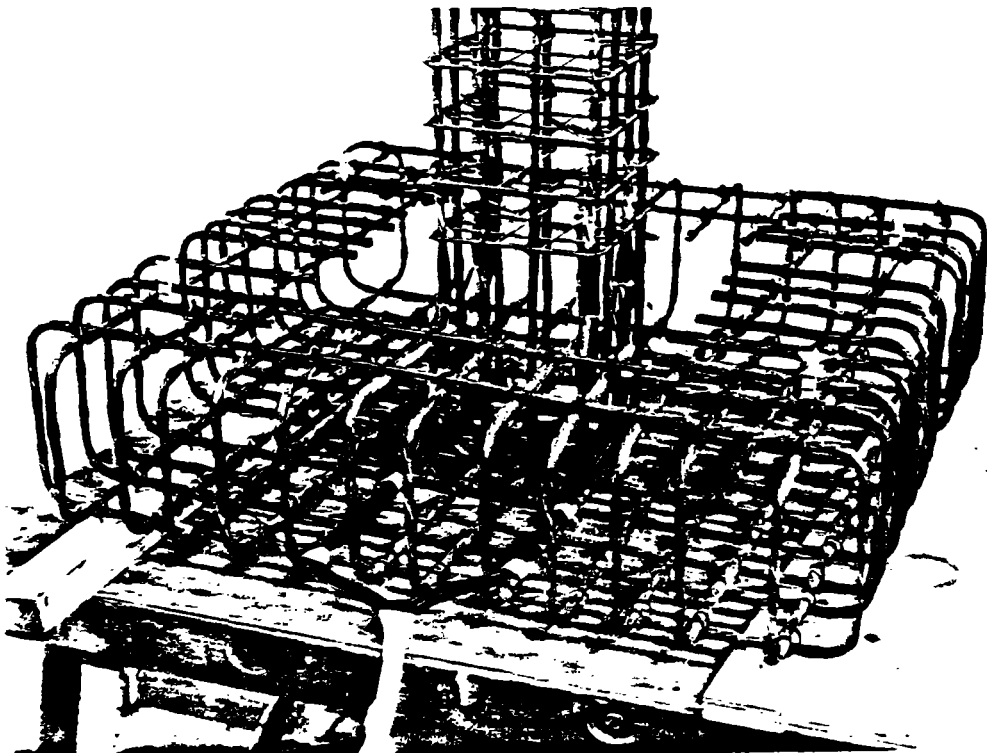
Les caractéristiques mécaniques de l'acier et du béton utilisés pour la construction des corps d'épreuve sont déterminées à partir des relations contraintes-déformations mesurées. Les valeurs obtenues pour différents matériaux sont indiquées ci-dessous.

#### 2.3.1 Aciers

Pour les aciers TOR  $\varnothing$  8mm, on a effectué des essais de traction sur éprouvettes de 1 m de longueur pour déterminer :



Photographie 1  
FERRILLAGE des CORPS d'EPREUVE



Photographie 2 - INPLANTATION des JAUGES sur les ACIERS

- . le module d'élasticité longitudinal,
- . la limite conventionnelle d'élasticité à 0.2 % d'allongement,
- . la charge limite supportée par l'éprouvette,
- . la résistance à la traction,
- . l'allongement en pourcentage après rupture.

Les résultats, moyenne sur trois éprouvettes, sont donnés pour les poteaux JT 9 à JT 16 sur le tableau 1. Pour les calculs, l'idéalisation suivante (droite hyperbole) a été adoptée :

$$\begin{aligned}
 |\sigma| < \sigma_p & \quad \sigma = E_a \cdot \epsilon \\
 \sigma \geq \sigma_p & \quad \sigma = \sigma_R - \frac{(\sigma_R - \sigma_p)^2}{\sigma_R - 2\sigma_p + E_a \cdot \epsilon} \\
 \sigma < -\sigma_p & \quad \sigma = -\sigma_R + \frac{(\sigma_R - \sigma_p)^2}{\sigma_R - 2\sigma_p - E_a \cdot \epsilon}
 \end{aligned}$$

$\sigma_p$  est la limite de proportionnalité linéaire, définie en fonction de  $\sigma_e$  et  $\sigma_R$  par

$$\sigma_p = \sigma_e - 63.25 \sqrt{\sigma_R - \sigma_e} \quad (\text{unités} = \text{kgb/cm}^2).$$

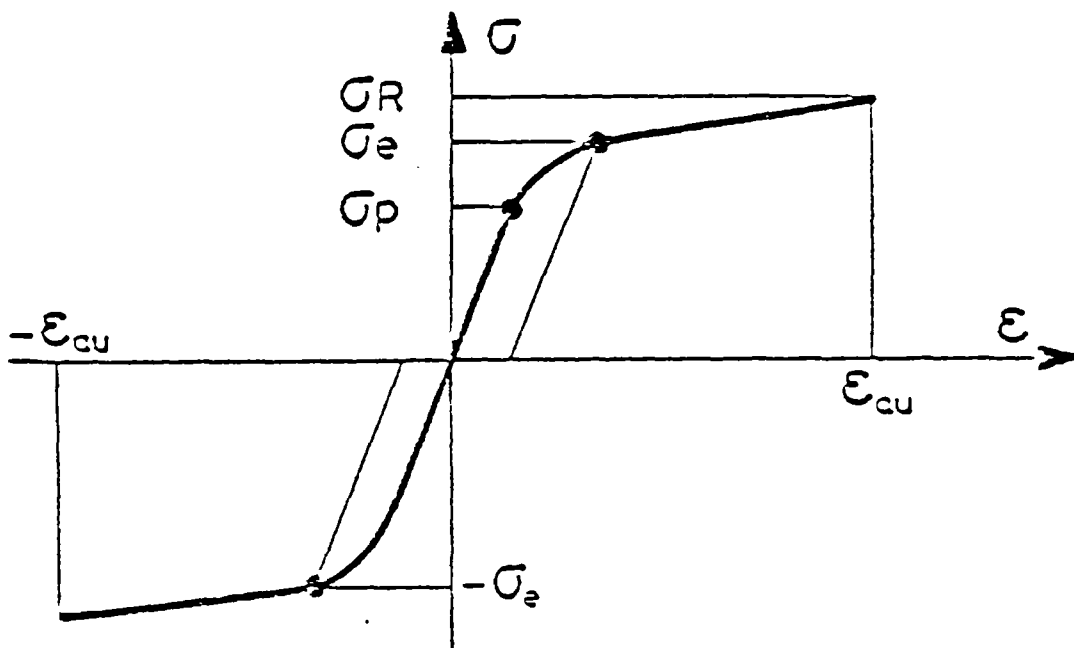


Figure 2 - La LOI CONTRAINTE-DEFORMATION des ACIERS ECROUIS.

Indexation des pièces	Coefficient d'élasticité de l'acier (bars)	Limite d'élasticité à 0,2% (bars.)	Charge ultime (en daN)	Résistance à la traction (en bars)	Allongement après rupture (en %)
JT 9	2 300 000	4 900	2 930	5 837	20,0
JT 10	2 200 000	4 700	2 902	5 781	19,0
JT 11	2 100 000	4 950	2 975	5 926	20,0
JT 12	2 200 000	5 100	3 007	5 989	20,0
JT 13	2 000 000	4 950	2 932	5 840	18,3
JT 14	2 100 000	4 650	2 892	5 760	17,5
JT 15	2 100 000	5 000	2 913	5 803	17,5
JT 16	2 200 000	4 950	2 958	5 893	20,0
Moyenne	2 150 000	4 900	2 939	5 854	19,0

Tableau 1 - CARACTERISTIQUES MECANIQUES des ACIERS T8.

### 2.32 Bétons

A 28 jours d'âge et le jour même de l'essai les caractéristiques du béton ont été mesurées :

- résistance à la compression  $\sigma_j$  par essai de compression normalisé sur trois cylindres (diamètre 16 cm, hauteur 32 cm) ;
- résistance à la traction  $\sigma_j$  par essai de traction-flexion normalisé sur trois prismes (10 cm x 10 cm x 10 cm).

On a tracé également pour chaque essai de compression la relation contrainte-déformation qui a permis entre autre de déduire le module d'élasticité longitudinal. Les résultats pour les poteaux JT 9 à JT 16 sont portés sur le tableau . Pour les calculs, nous avons utilisé soit la relation contrainte-déformation en compression mesurée, soit la loi générale proposée par Sargin ( 2 ) figure 3 qui offre des possibilités intéressantes :

$$\sigma = \sigma_c \frac{kc \frac{\epsilon}{\epsilon_0} + (ka - 1) \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2}{1 + (kc - 2) \frac{\epsilon}{\epsilon_0} + ka \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2}$$

avec :

$\sigma$  = contrainte de compression dans le béton,

$\epsilon$  = déformation correspondante à cette contrainte,

$k_c, k_a$  = deux paramètres, qui permettent d'avoir différents diagrammes.

Cette loi englobe en particulier les diagrammes paraboliques ( $k_c = 2, k_a = 0$ ) que nous avons choisis.

Le sommet de la courbe se trouve à  $(\sigma_c, \epsilon_0)$  avec  $\epsilon_0 = 2\%$ .

Indexation des pièces	Age (j)	$\sigma'_j$ MPa	$\sigma_j$ MPa		Module d'Elasticité $E_f$ (bars)
			Sur prisme	Par fendage	
JT 9	226	48.3	3.8	3.6	342 000
JT 10	224	52.5	3.4	3.8	348 000
JT 11	221	50.7	3.6	3.8	330 000
JT 12	214	51.2	3.7	3.9	338 000
JT 13	209	52.3	4.0	3.7	318 000
JT 14	204	58.2	3.7	4.1	348 000
JT 15	205	51.9	3.6	3.9	313 000
JT 16	330	48.8	3.7	3.8	340 000
Moyennes	-	51.8	3.7	3.8	334 000

Tableau 2 - CARACTERISTIQUES MECANIKES des BETONS

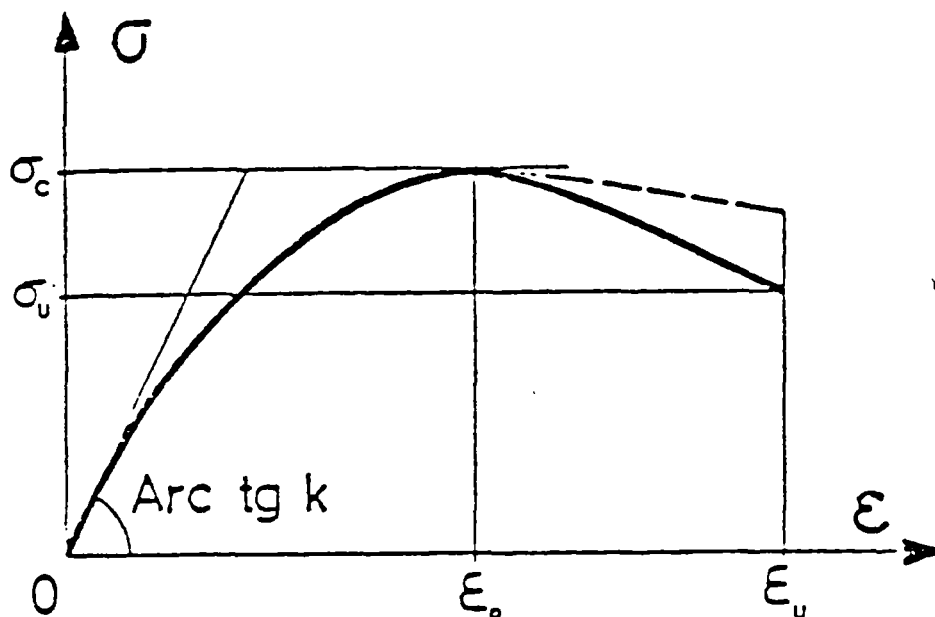


Figure 3 - LOI CONTRAINTE-DEFORMATION  
du BETON en COMPRESSION.

Quant à la schématisation de la résistance à la traction du béton, comme une section représente une certaine longueur d'élément, qui comportera plusieurs fissures, il convient donc de lui attribuer un comportement moyen représentatif de l'élément fissuré.

La fissuration étant caractérisée par le dépassement de la résistance à la traction du béton, ce comportement moyen est déterminé d'après les observations suivantes :

- a) les déformations "moyennes" de la section sont continues au passage de la fissuration,
- b) à la plastification des aciers tendus, elles sont voisines de celles que l'on calculerait en négligeant la résistance à la traction du béton.

Pour représenter ce comportement moyen, nous affecterons à l'ensemble des fibres de béton tendu d'une section, un module élastique fictif  $E_{bt}$  variable au cours du chargement. La zone tendue aura donc une répartition de contrainte triangulaire.

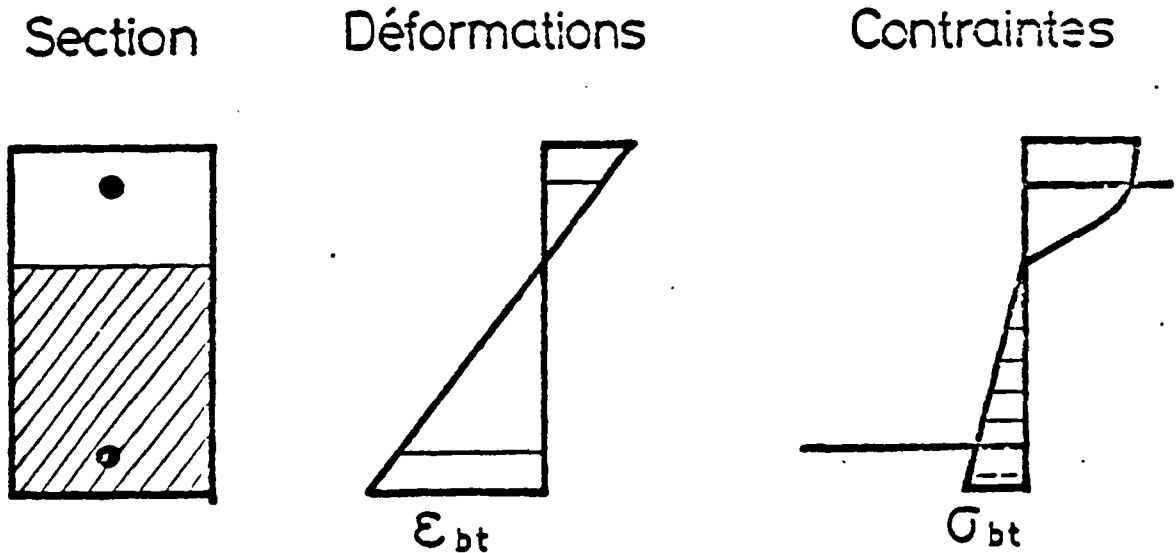


Figure 4 - REPARTITION FICTIVE des CONTRAINTES pour le BETON TENDU.

Sur la fibre la plus tendue, on a :

$$\sigma_{bt} = E_{bt} \epsilon_{bt}$$

Soit  $\eta_1$  l'allongement du béton tendu à la fissuration, défini par :

$$\eta_1 = \sigma_j / E_{bo}$$

$\sigma_j$  étant la résistance à la traction du béton, et  $\eta_2$  l'allongement limite correspondant approximativement à la plastification des armatures tendues.

Les conditions de raccordement imposent :

$$\text{pour } \epsilon_{bt} = -\eta_1 \quad \sigma_{bt} = -\sigma_j$$

$$\text{pour } \epsilon_{bt} = -\eta_2 \quad \sigma_{bt} = 0$$

Entre ces deux limites, différents modèles de comportement peuvent être adoptés ; on peut les caractériser par une loi de variation de  $\sigma_{bt}$  en fonction de  $\epsilon_{bt}$ , comme suit : (3 )

$$\sigma_{bt} = -\sigma_j \frac{(\epsilon_{bt} + \eta_2)^2}{(\eta_2 - \eta_1)^2}$$

Pour la relation contrainte-déformation moyenne, en traction du béton, la schématisation suivante (chapitre V ) a été adoptée dans les calculs :

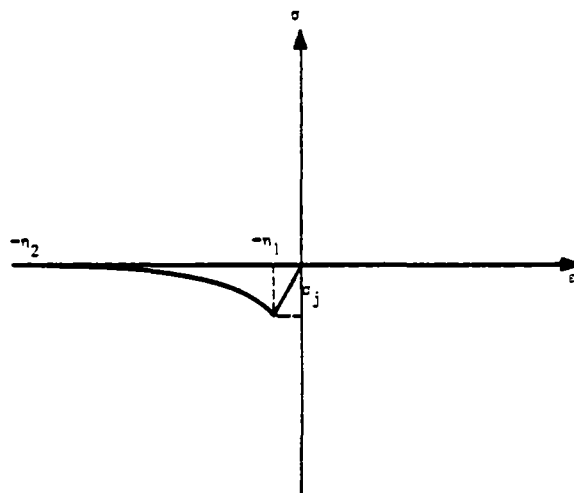


Figure - LOI CONTRAINTE-DEFORMATION  
ADOPTÉE pour le BETON en TRACTION

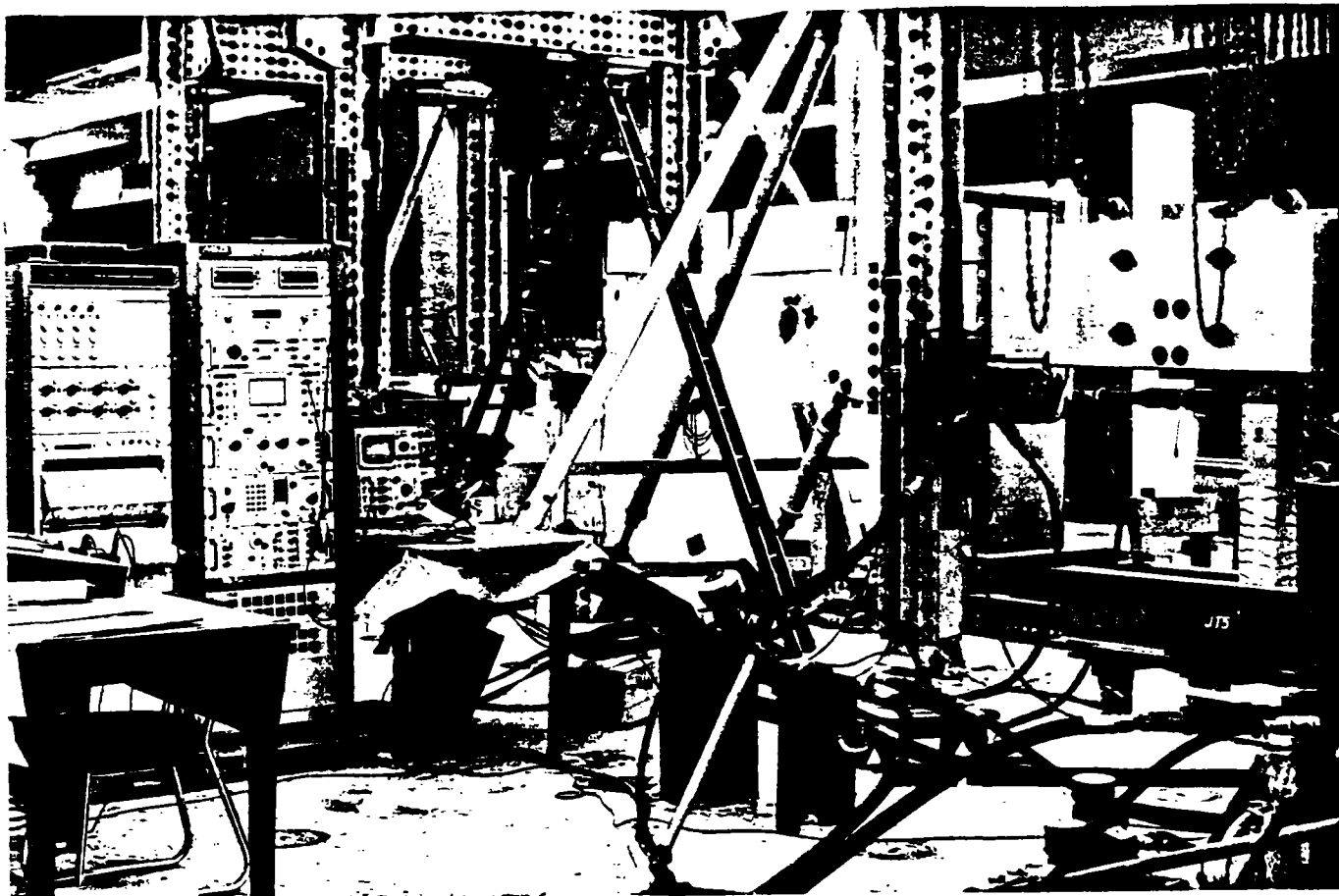
### III. DISPOSITIFS ET PROCÉDURES D'ESSAIS STATIQUES

#### 3.1 DISPOSITIFS de MISE en CHARGE

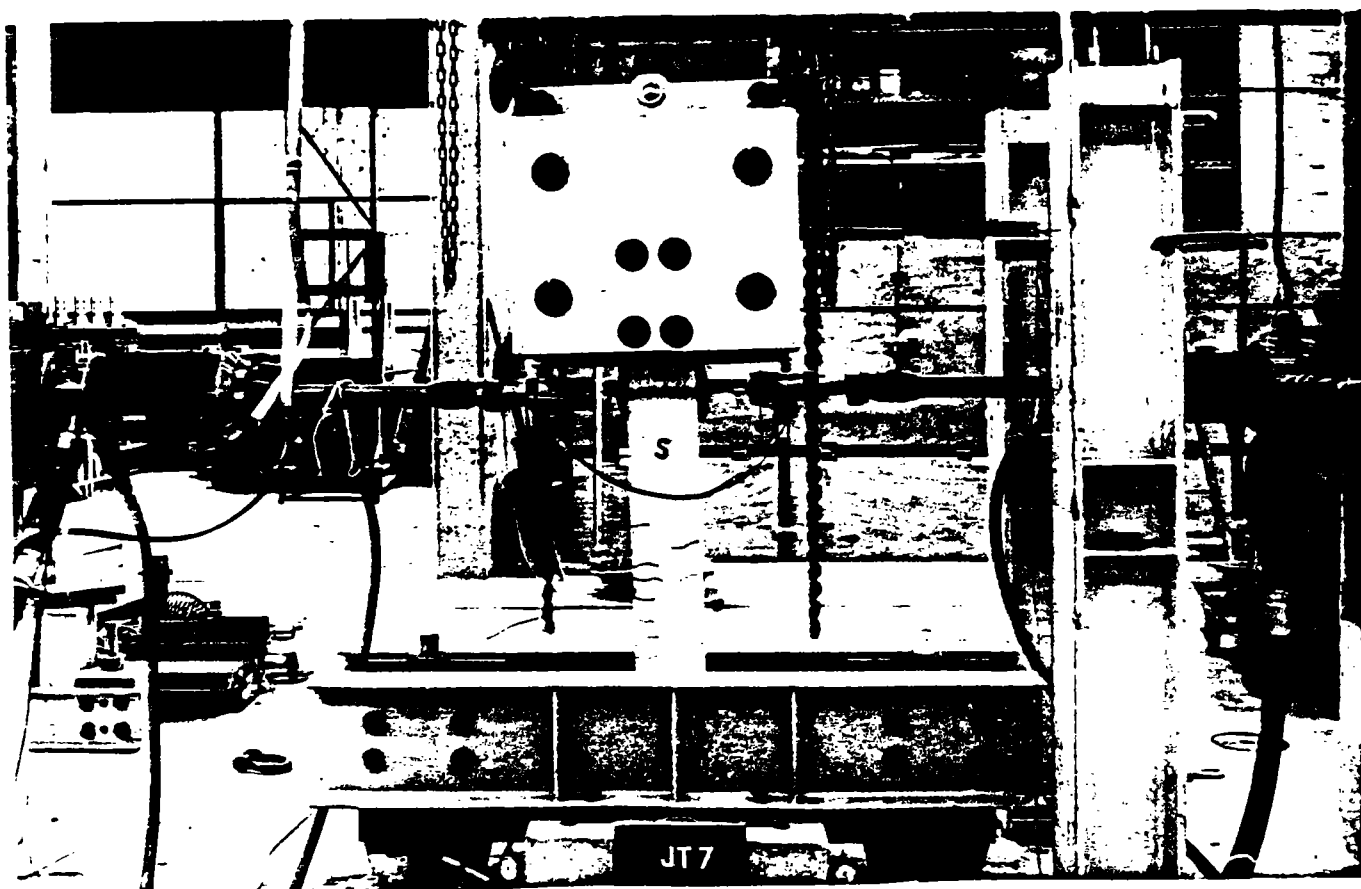
Les corps d'épreuve ont été bridés sur la plate-forme des essais du CES I à Saint-Rémy. Ils sont sollicités par un ou deux vérins hydrauliques AMSLER 10/5 t qui agissent horizontalement sur les faces du poteau (le diamètre de la tête du vérin est de 16 cm). Pour tous les essais la ligne d'action des forces a été réglée à 126 cm de la plate-forme soit à 104 cm de la face supérieure de la semelle.

Les différents dispositifs sont donnés sur la photographie 3.

Pendant les essais chaque poteau a été chargé verticalement en tête avec une masse de plomb de poids variable selon les essais, dont le centre de gravité coïncide avec la face supérieure du poteau, ceci afin de représenter l'état de contrainte axiale existant lors des essais dynamiques.



Photographie 4 - DISPOSITIFS de MESURE



Photographie 3 - DISPOSITIFS de CHARGEMENT

### 3.11 Essais Statiques Monotones

Pour les essais dits statiques, on a fait agir un seul vérin sur un côté du poteau.

Deux essais de ce type ont été réalisés avec deux charges de plomb différentes :

Indexation des Pièces	Charge de Plomb (daN)
JT 3	2 000
JT 4	6 000

Le programme de chargement a été mené par paliers statiques successifs de 100 kg jusqu'à rupture avec retour à la charge de référence de 100 kg entre chacun d'eux.

Les forces appliquées ont été mesurées avec un dynamomètre à pendule AMSLER.

### 3.12 Essais Cycliques Alternés

Pour ce deuxième mode de chargement, nous sollicitons le corps d'épreuve successivement avec les deux vérins hydrauliques dont les axes coïncident, de façon à faire fléchir le poteau alternativement de part et d'autre de son axe vertical.

Les vérins sont montés en opposition et sont alimentés par une servovalve ce qui donne un montage dont l'action mécanique est équivalente à celle d'un vérin à double effet.

Quatre essais de ce type ont été effectués :

Indexation des Pièces	Charge de Plomb (daN)
JT 5	6 000
JT 6	6 000
JT 7	4 000
JT 8	2 000

### 3.2 DISPOSITIFS de MESURE

Au moment de la fabrication de chaque poteau, on a collé huit jauges type FLA 6 de 6 mm de longueur sur quatre aciers longitudinaux T8 (les jauges étant groupées deux par deux et diamétralement opposées). (Photographies n° 2 et n° 4)

La position et l'indexation de ces points de mesure sont données à la figure 5.

#### 3.2.1 Mesures pour Essais Statiques

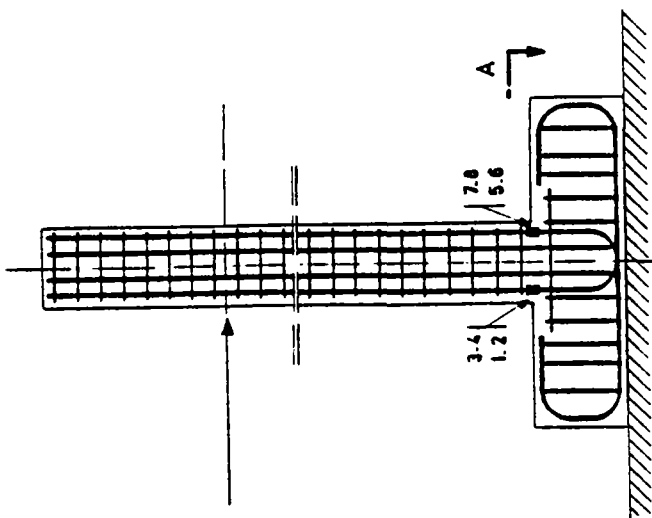
Pour les deux essais statiques, nous avons également mesuré :

1. les flèches du poteau avec des capteurs de déplacement répartis sur cinq niveaux repérés par rapport à leur distance à la face supérieure de la semelle (25 - 50 - 75 - 104 et 144 cm). A chaque niveau deux points de mesure distants horizontalement de 13 cm ont été posés.

2. Les déformations du béton sur les faces comprimées ou tendues du poteau avec des jauges type PL 30 ou des extensomètres.

La position de tous ces points de mesure est donnée à la figure 5, la semelle de chaque pièce étant aussi équipée de capteurs pour contrôler tous mouvements relatifs éventuels avec la plateforme d'essai (décollement et glissement).

Elévation



Coupe: A

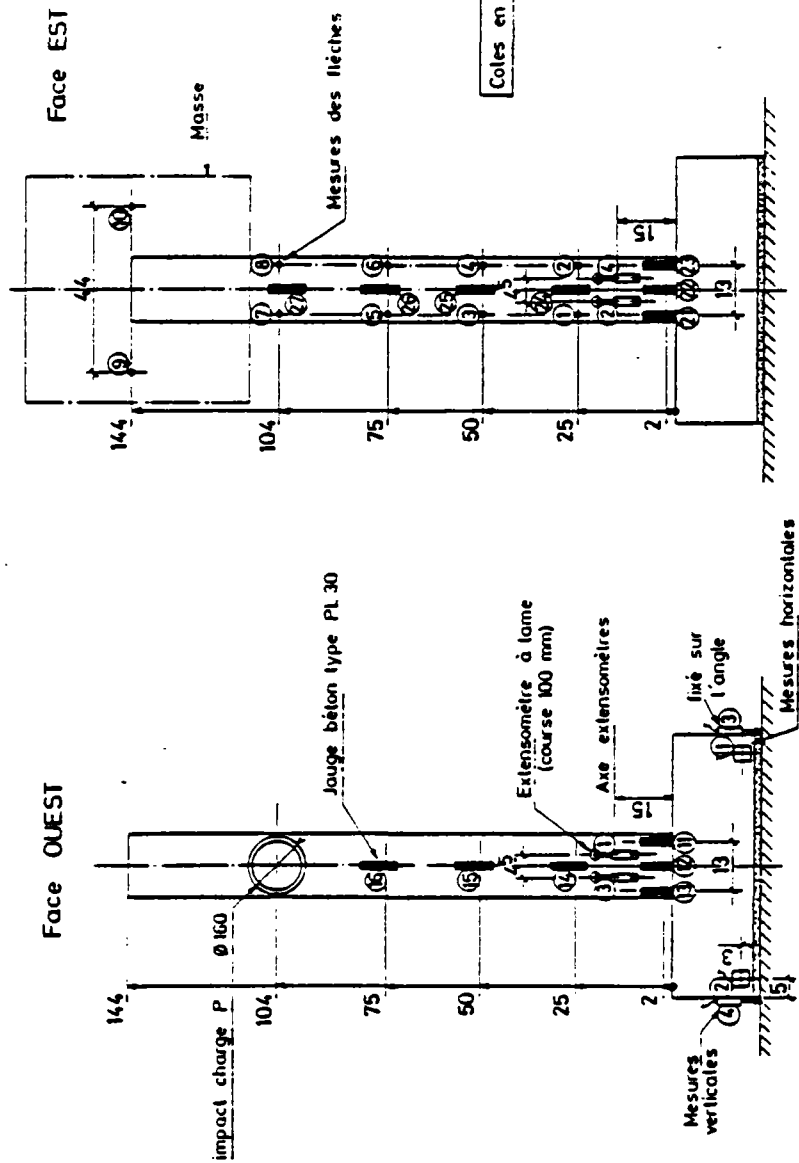
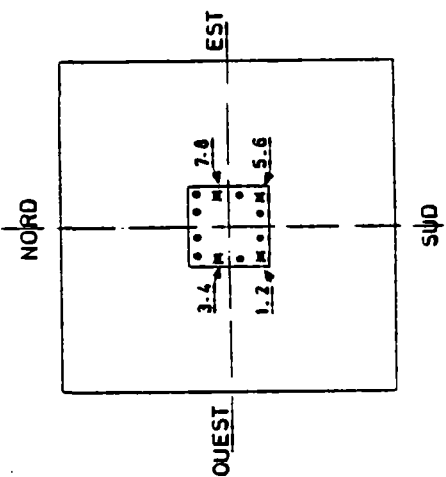


Figure 5 - IMPLANTATION des JAUGES sur les ACIERS et POSITION des POINTS de MESURE sur le BETON.

### 3.22 Mesures pour Essais Cycliques Alternés

Le capteur de flèche utilisé est du type à variation de mutuelle inductance (course nominale  $\pm 100$  mm, précision  $\pm 1/10$  mm) utilisé sur des échelles intermédiaires amplifiées

- $\pm 20$  mm pour les premiers cycles,
- $\pm 50$  mm pour les derniers cycles.

Les efforts sont mesurés de deux façons :

1. à l'aide de deux dynamomètres à jauges TESTUT placés sur les têtes des vérins, câblés en opposition et alimentés par un pont unique d'extensométrie. On obtient ainsi directement la résultante géométrique de l'effort total sur le poteau. La précision sur les charges est en fait la précision de l'étalonnage sur les presses du laboratoire,  $\pm 0,5$  % sur 5 000 kg, soit  $\pm 25$  kg.
2. à l'aide d'un capteur de pression différentielle SEDEME dont chacune des chambres est reliée à un verin. Connaissant la section des vérins, on peut en déduire l'effort résultant appliqué sur le poteau.

## 3.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX

### 3.31 Essais Statiques

Les déformations relatives des aciers et des flèches (en mm) aux différentes hauteurs ont été mesurées ainsi que les déformations relatives du béton, trouvées avec les jauges et les extensomètres.

Les diagrammes de la figure 6 donnent pour les deux pièces (JT 3, JT 4) l'évolution de la déformation relative du béton (mesurée avec l'extensomètre n° 4 placé à 15 cm de la face supérieure de la semelle) en fonction de la charge horizontale P appliquée, enregistrée sur la table traçante.

Au cours du chargement des fissures de flexion se sont développées, au niveau des cadres, sur la face du poteau sollicitée par la tête du vérin. A titre d'exemple, nous donnons sur la photographie 3 l'aspect de cette fissuration sur la pièce JT 4.

Les deux pièces se sont rompues en flexion avec rupture des aciers longitudinaux. Les charges ultimes enregistrées sont :

REPERE des PIECES	CHARGES ULTIMES (daN)
JT 3	2 260
JT 4	2 200

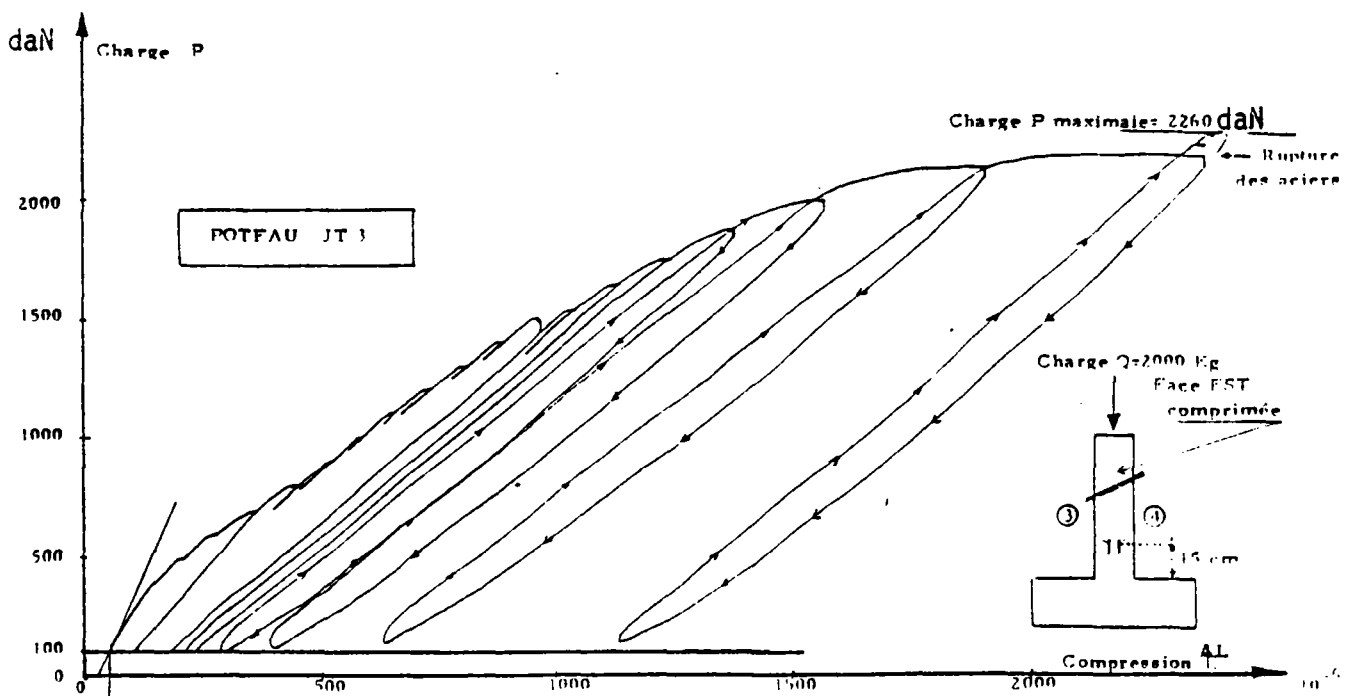


Figure 5a- ENREGISTREMENT "DEFORMATION RELATIVE/CHARGE" sur l'EXTENSOMETRE 4 PENDANT L'ESSAI JT 3.

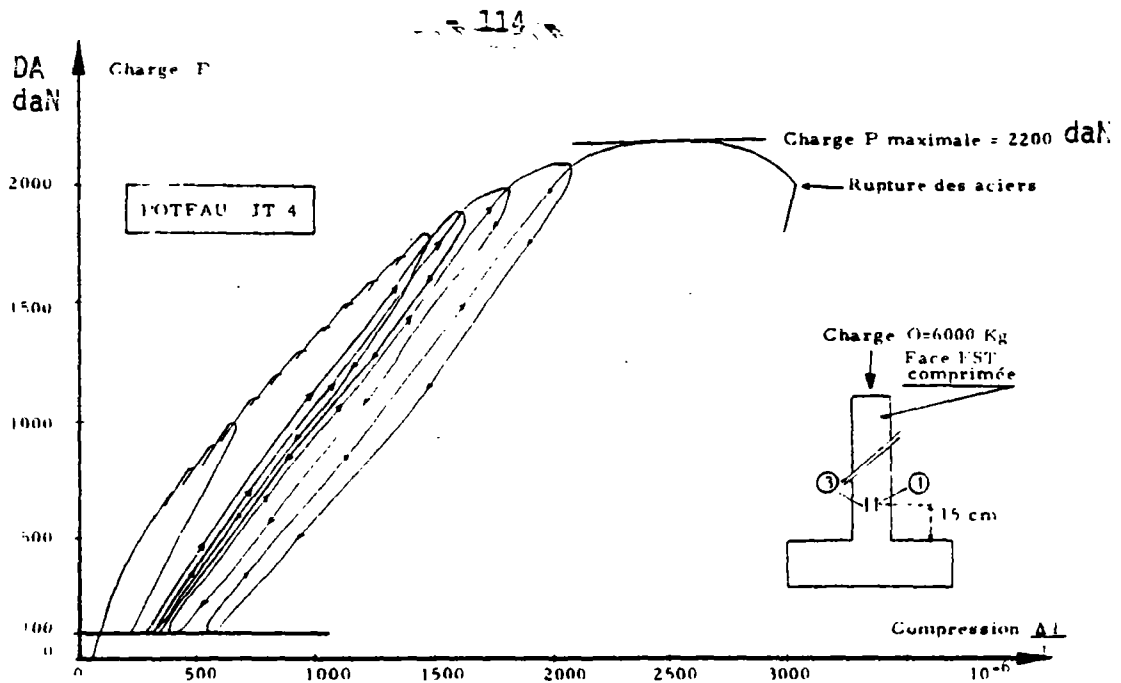


Figure 5b- ENREGISTREMENT "DEFORMATION RELATIVE/CHARGE" sur l'EXTENSOMETRE 4 PENDANT L'ESSAI JT 4.

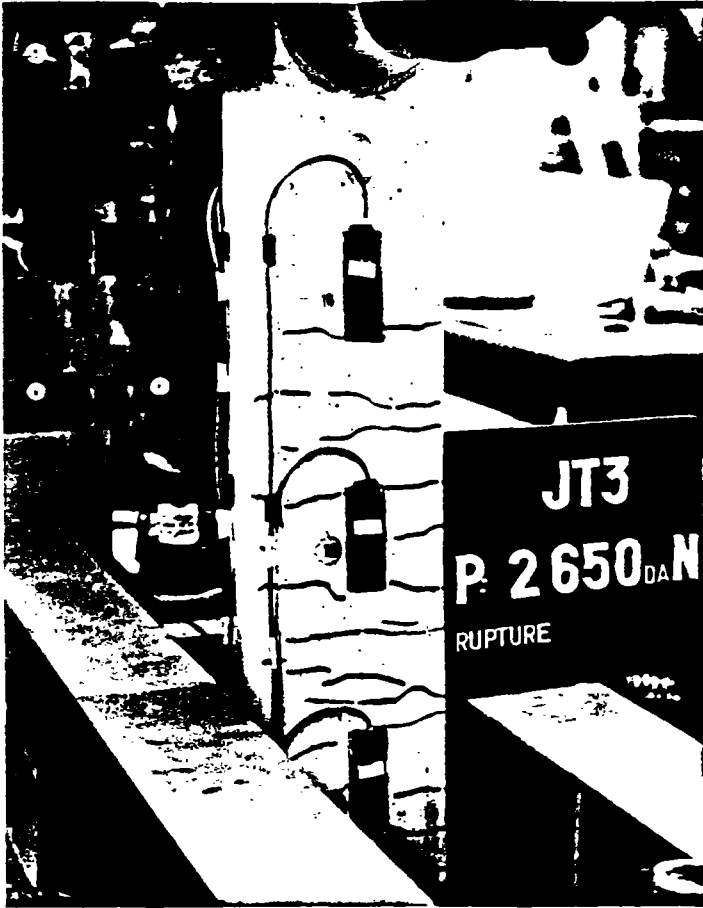
### 3.32 Essais Cycliques Alternés

Les diagrammes enregistrés sur table traçante sont donnés sur la figure 6 pour une pièce avec les modalités de déformations imposées. Les déplacements sur ces diagrammes sont exprimés en mm (en abscisse) et les charges correspondantes en daN (en ordonnée).

La fissuration s'est développée sur chaque face sollicitée par un vérin d'une manière tout-à-fait analogue à celle des essais statiques. Nous donnons, sur les photographies 5 et 6 différents aspects de ces fissures sur deux corps d'épreuve.

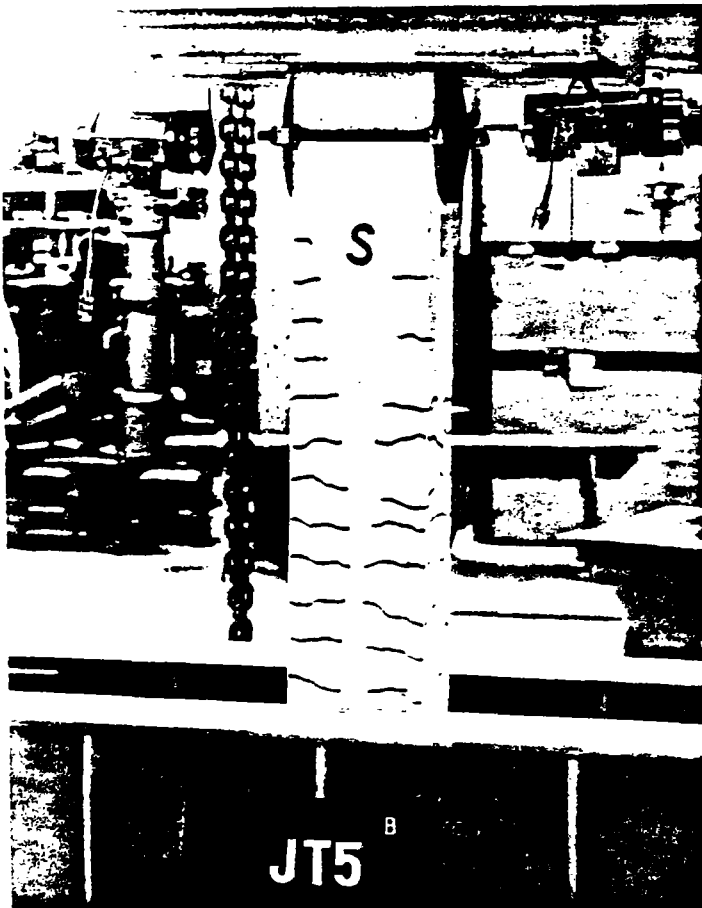
Les pièces se sont rompues en flexion après application des charges maximales de : (photographies n° 7 et n° 8)

REPERE des PIECES	CHARGE MAXIMALE (daN)
JT 5	2 155
JT 6	2 200
JT 7	2 120
JT 8	2 112



Photographie 6

FISSURATION sous CHARGEMENT MONOTONE



Photographie 5

FISSURATION sous CHARGEMENT CYCLIQUE  
ALTERNE

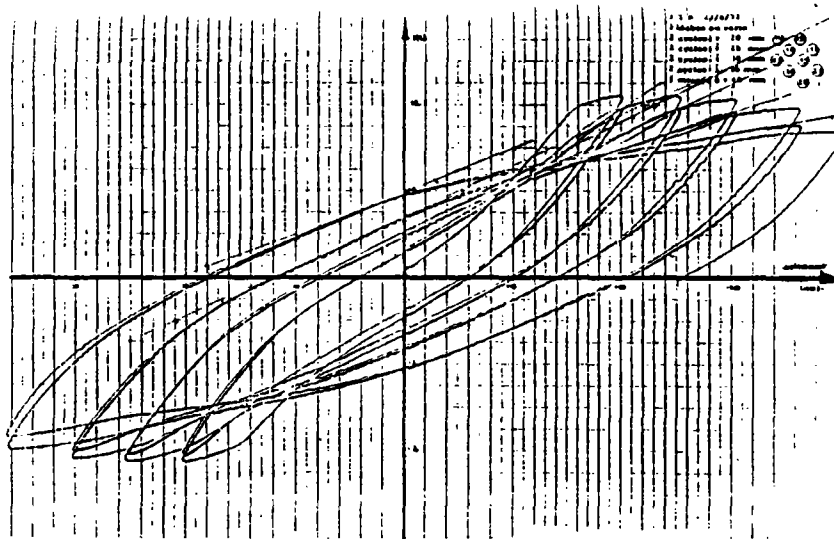
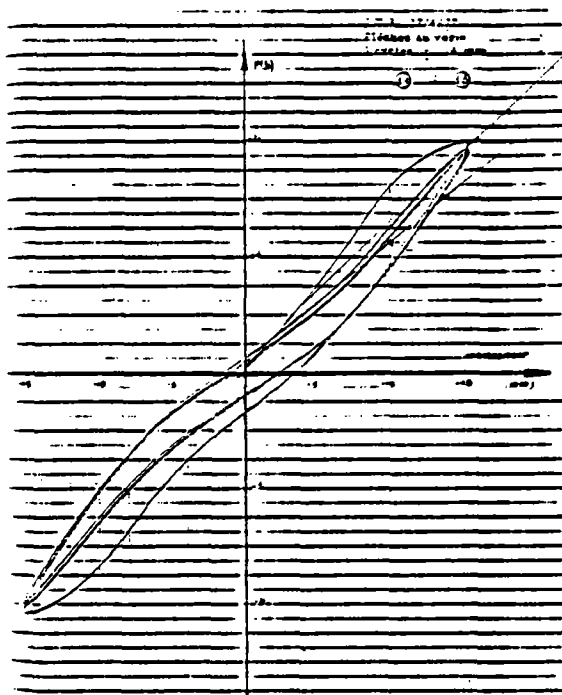
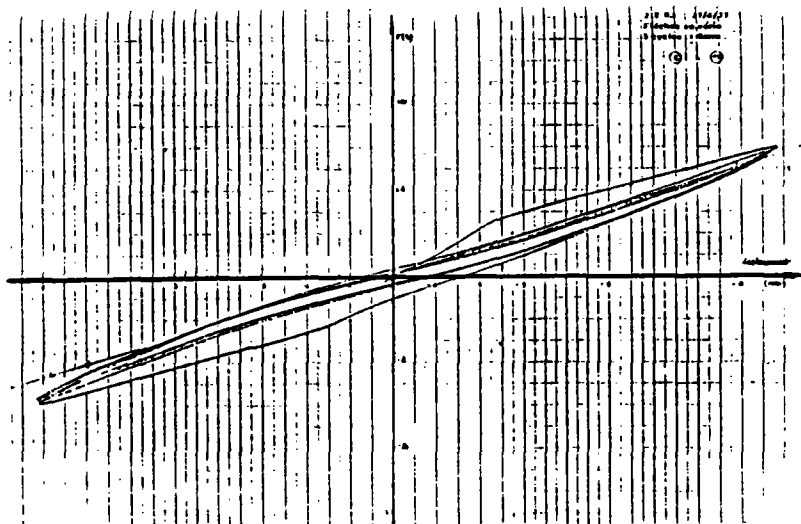
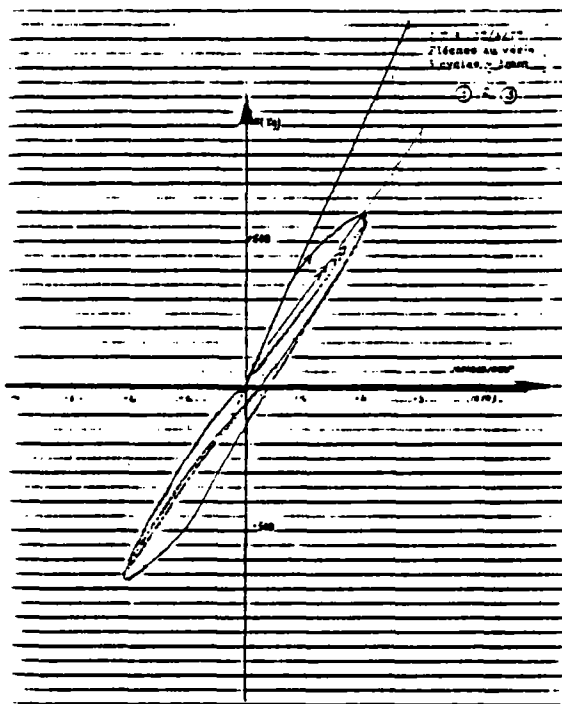
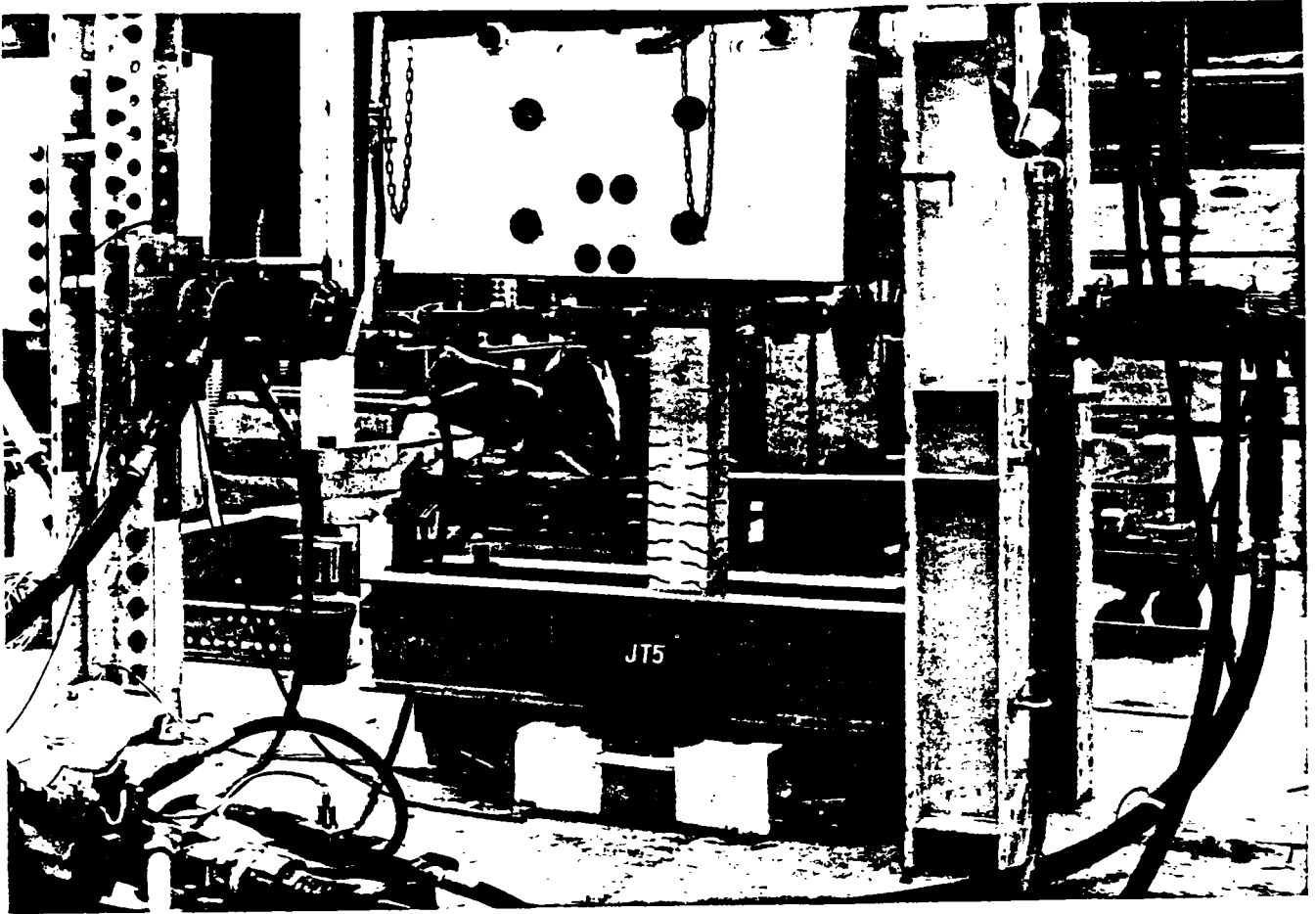
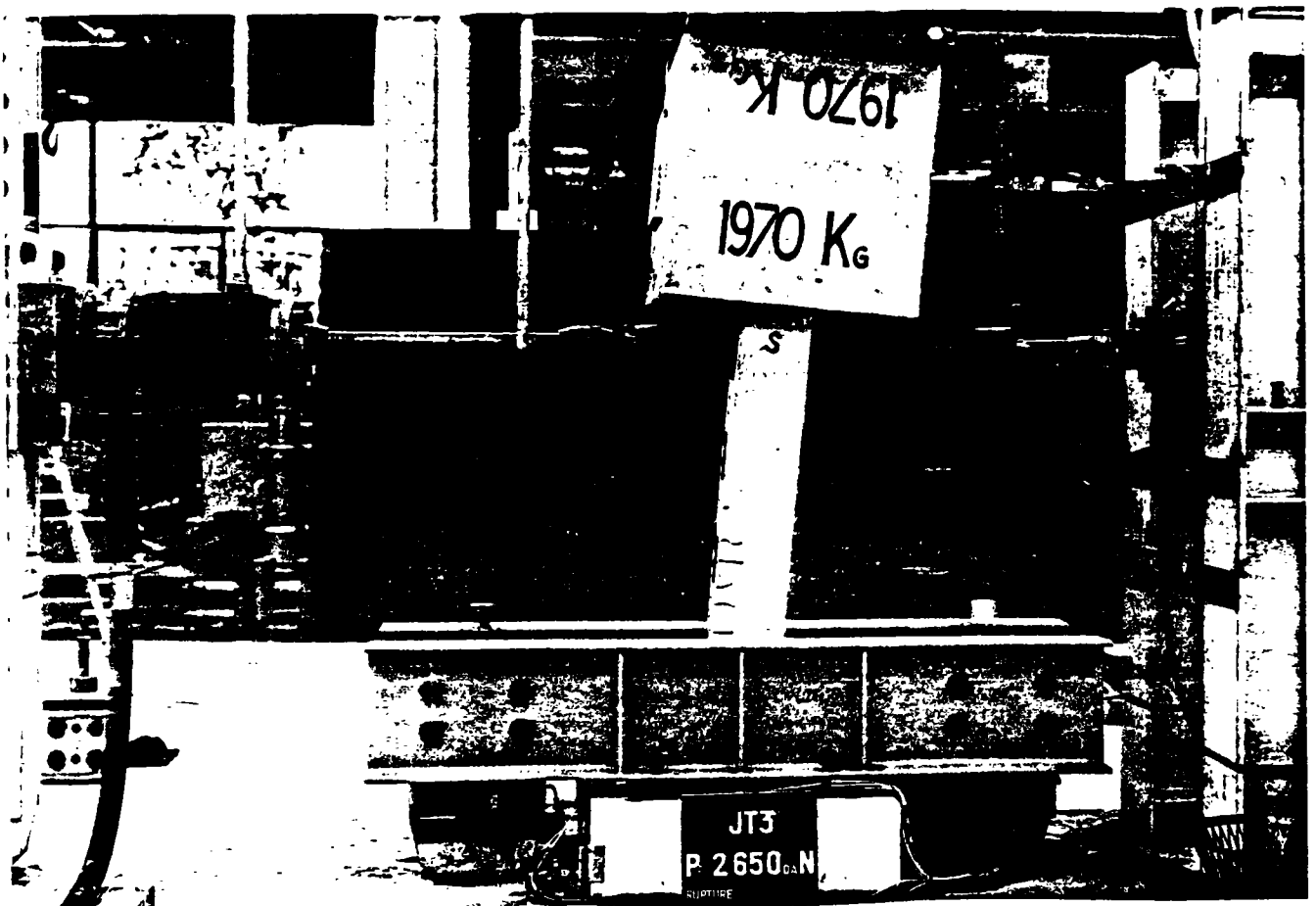


Figure 6 - ENREGISTREMENT CHARGE-FLECHE  
au NIVEAU d'un VERIN pour JT 8.



Photographie 8 - RUPTURE sous CHARGEMENT CYCLIQUE ALTERNE



Photographie 7 - RUPTURE sous CHARGEMENT MONOTONE

#### IV. DISPOSITIFS ET PROCÉDURES D'ESSAIS SÉISMQUES

##### 4.1 CARACTERISTIQUES TECHNIQUES de l'INSTALLATION d'ESSAI SEISMIQUE "VESUVE"

La pièce maîtresse de l'installation est une table vibrante à excitation horizontale monoaxiale mue par un vérin électrohydraulique. Ses caractéristiques techniques et ses performances en font un outil remarquable pour l'étude en vraie grandeur de certains éléments de réacteur nucléaire, ainsi que pour l'étude de maquettes d'ensembles plus importants à une échelle assez grande pour permettre d'utiliser des lois de similitude valables (figure 7).

La table mesure 3,10 m x 3,10 m et peut supporter une masse de 20 T. Réalisée en alliage léger (AG3) mécanosoudé, amortie, sa masse propre est de 4.2 T. Sa première fréquence de résonance est supérieure à 200 Hz.

Son guidage horizontal est assuré par six paliers SOMAT (quatre en "V" et deux en "T") équipés chacun de huit patins à rattrapage de jeu hydraulique et dont la surface de glissement est revêtue d'une fine pellicule de téflon qui leur confère un coefficient de frottement dynamique de l'ordre de 0.03 à 0.05.

Le vérin hydraulique de "VESUVE" a une force maximale de 350 kN. Le déplacement maximal du vérin est de  $\pm 100$  mm. Pour un spécimen présentant une masse de 15 T, l'ensemble table plus spécimen peut atteindre une accélération maximale de 1.8 g.

La servo-valve associée au vérin, d'un débit maximal de 625 l/mn autorise une vitesse maximale de  $1 \text{ ms}^{-1}$

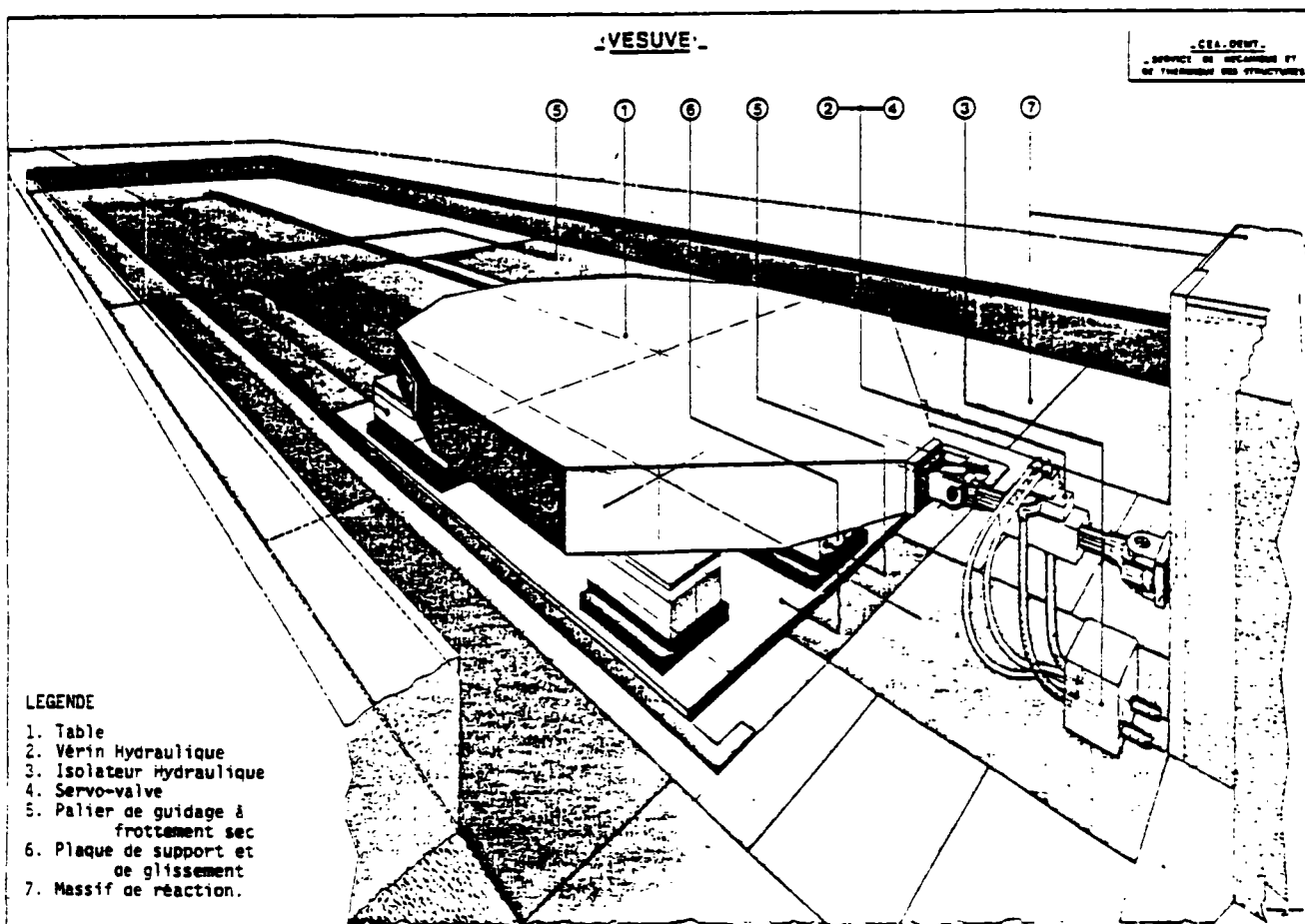


Figure 7 - TABLE VIBRANTE "VESUVE"

Le pilotage de "VESUVE" est réalisé à partir d'une console de contrôle commande analogique.

#### 4.11 Caractéristiques Limites de la Table Vibrante "VESUVE"

Pour des fréquences inférieures à 1 ou 2 Hz, la limitation apparaît sur le déplacement (course maximale). Au dessus, on a d'abord une limitation en vitesse (débit admissible dans la servo-valve) puis en force, ce qui correspond

à une accélération maximale qui sera fonction de la masse du spécimen étudié. (figure 8).

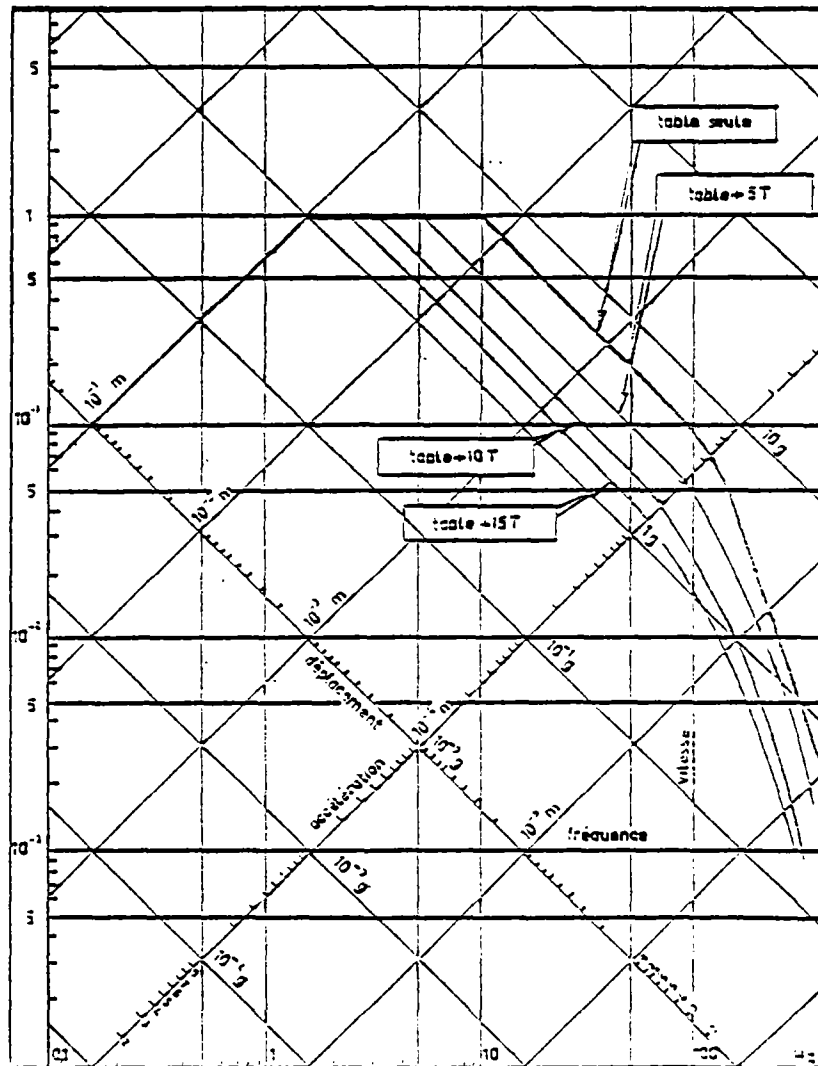


Figure 8 - LIMITES d'UTILISATION de la TABLE VIBRANTE "VESUVE", en DEPLACEMENT, en VITESSE et en ACCELERATION.

#### 4.2 CHOIX des ACCELEROGRAMMES de MOUVEMENT de SOL

On a choisi pour les essais deux accélérogrammes de caractéristiques différentes : il s'agit de TAFT NS (1952) d'une durée de 14 s et de fréquence centrale 2,5 Hz et SAN FRANCISCO NS (1957) d'une durée de 5,4 s et de fréquence centrale 4 Hz. Pour simuler sur une maquette à l'échelle 1/3 les effets de séismes

sur une structure à l'échelle 1, l'application des règles de la similitude dynamique en l'absence de pesanteur conduit à contracter le temps d'un facteur 3 en conservant les vitesses. En fait, pour ce type d'essai d'étude de comportement et de validation de modèle de calcul, l'application d'une similitude exacte n'est pas nécessaire. Pour des raisons de commodité d'essais, les facteurs de contraction de temps retenus en pratique sont de 4 pour TAFT, et 3 pour SAN FRANCISCO.

Au cours des essais, ces accélérogrammes sont utilisés à différents niveaux. Le paramètre choisi pour repérer ces différents niveaux est la *vitesse* maximale au cours du temps, qui présente l'avantage d'être conservée par la similitude.

Les accélérogrammes contractés des séismes utilisés sont représentés sur la figure 9.

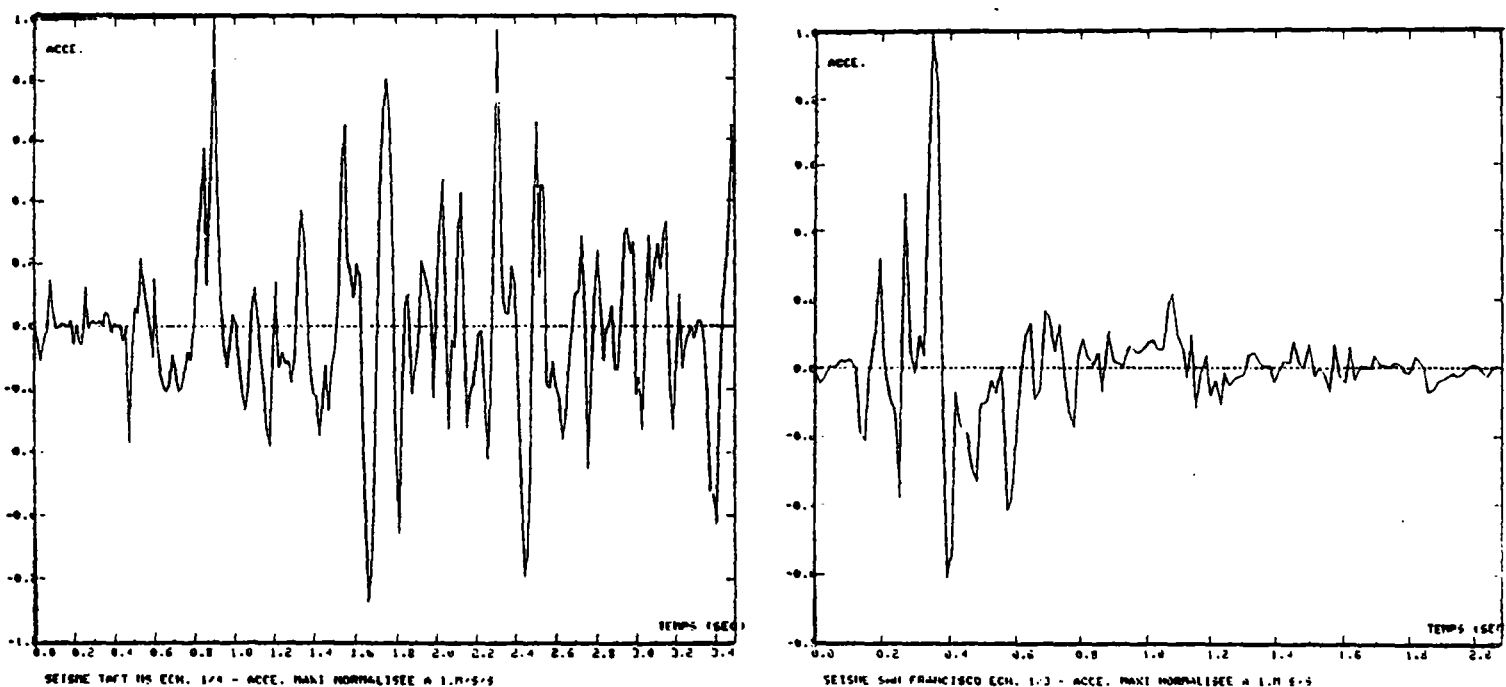


Figure 9 - Les ACCELEROGRAMMES CONTRACTES des SEISMES de TAFT et SAN FRANCISCO.

#### 4.3 REPRODUCTION des MOUVEMENTS SEISMQUES par la TABLE VIBRANTE

Comme il a déjà été mentionné on a utilisé pour les essais les mouvements séismiques à TAFT et à SAN FRANCISCO contractés en temps (figure 9). Ces accélérographes sont intégrés deux fois pour obtenir des signaux de déplacement, utilisés pour piloter la table. Le contrôle à chaque essai est effectué par mesure du déplacement et de l'accélération de la table. La figure 10 montre la bonne reproduction des déplacements.

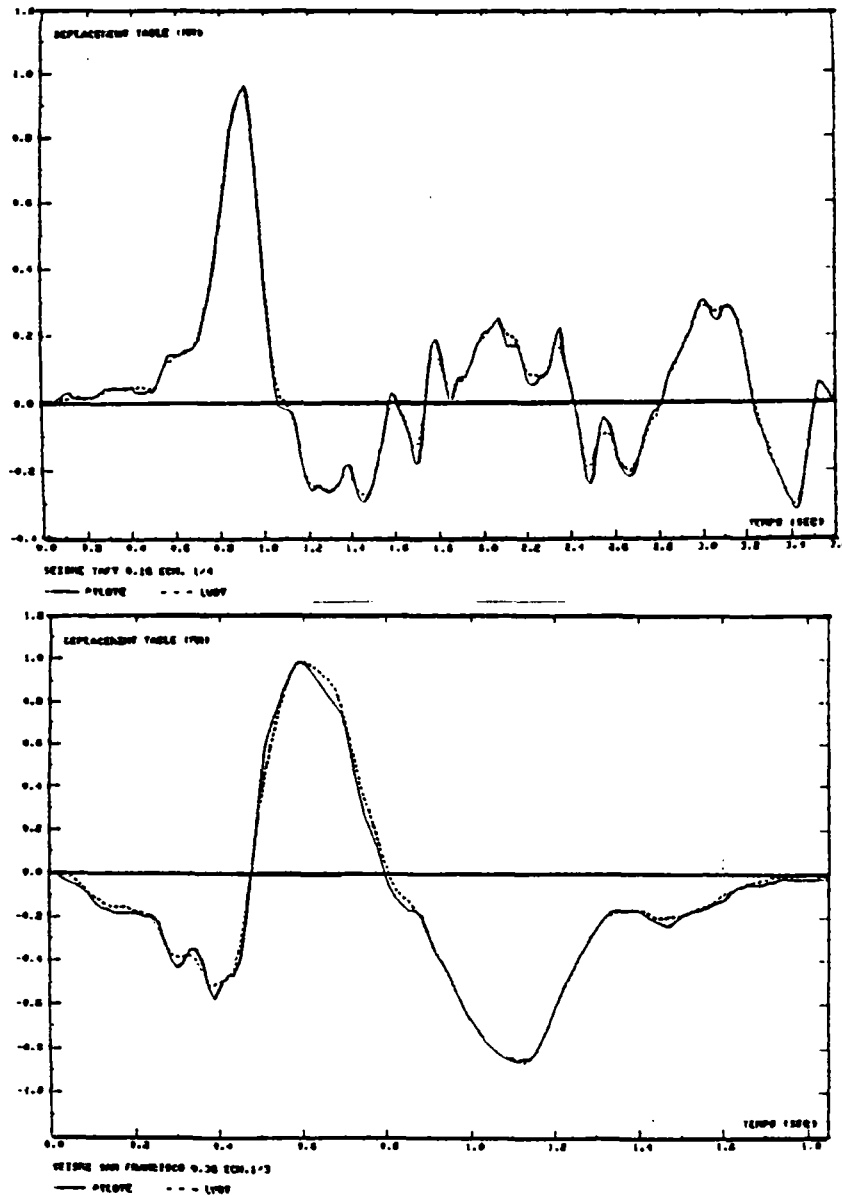
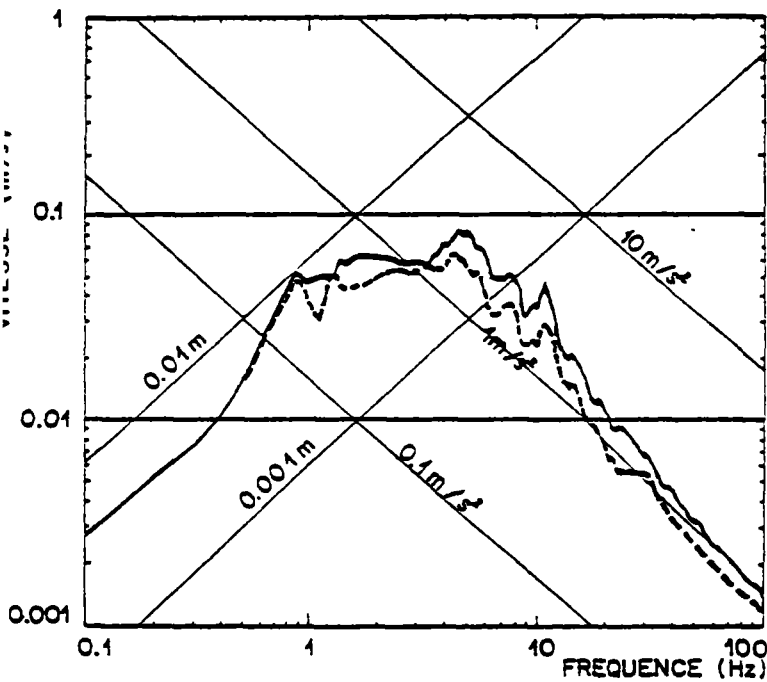


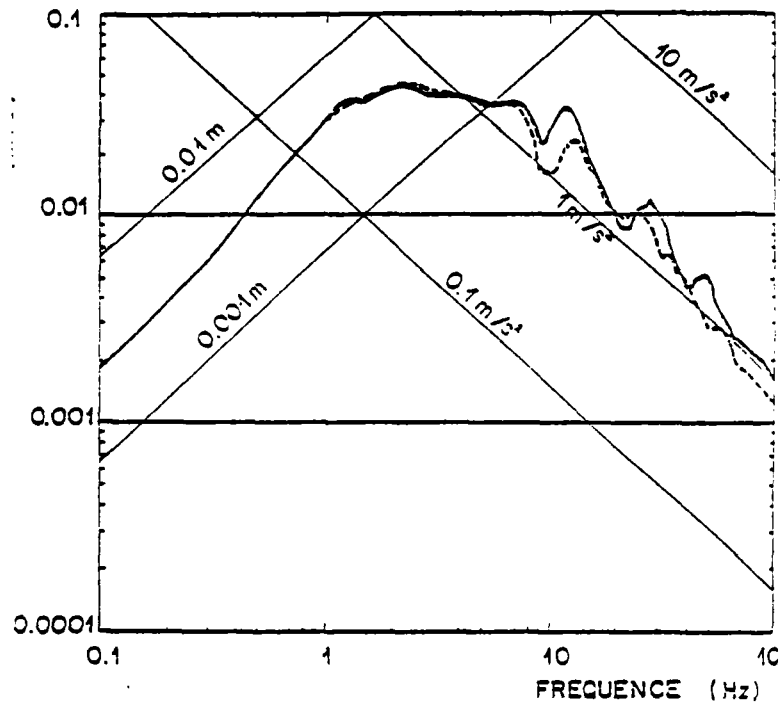
Figure 10 - DEPLACEMENTS de REFERENCE et DEPLACEMENTS REALISES, SEISMES TAFT et SAN FRANCISCO.

La comparaison des spectres de réponse en pseudo-vitesse d'un accéléro-gramme théorique et d'un accélérogramme réalisé du même mouvement permet de vérifier la bonne reproduction des mouvements sismiques utilisés dans la gamme de fréquence de la structure étudiée (figure 11). On note cependant une atténuation des composantes de fréquence élevée ( $> 20$  Hz) du mouvement, qui se traduit en particulier par une diminution sensible de l'accélération réalisée par rapport à l'accélération théorique, mais ceci est sans importance pour les essais de structures à basses fréquences comme les poteaux ou les portiques et béton armé.



— Spectre de référence  
 - - - Spectre réalisé

SÉISME TAFT N-S , ÉCHELLE 1/4



— Spectre de référence  
 - - - Spectre réalisé

SÉISME SAN-FRANCISCO S-E , ÉCHELLE 1/3

Figure 11 - SPECTRES de REPONSE de REFERENCE et REALISES

#### 4.4 INSTRUMENTATION

Le schéma général de l'implantation de l'instrumentation est représenté sur la figure 12.

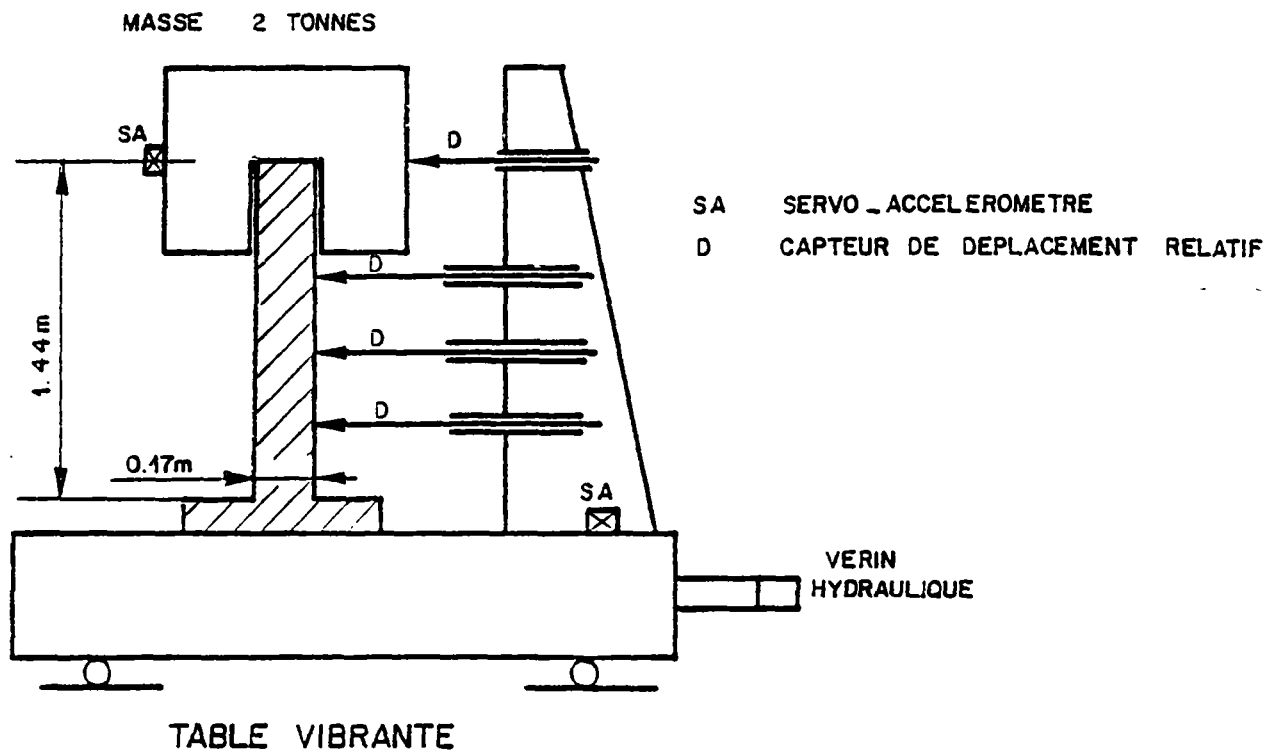


Figure 12 - INSTRUMENTATION

#### 4.41 Caractéristiques Techniques des Capteurs

##### a) Accéléromètres

Les accéléromètres utilisés sont des servo-accéléromètres KISTLER type 305 A dont la gamme de réponse en fréquence s'étend du continu à 480 Hz. (- 3db) Les amplificateurs conditionneurs associés à chacun des servo-accéléromètres sont des 515M3. KISTLER. Le gain est calculé pour avoir 0,1V/g en sortie de l'amplificateur. Deux servo-accéléromètres sont situés sur le spécimen, dont un sur la masse de plomb.

Le troisième est collé sur la table, à côté du vérin hydraulique pour contrôler la réponse en accélération de la table vibrante.

b) Capteurs de Déplacement

Un capteur de déplacement longue course ( $\pm 25$  cm) SCHAEVITZ de type différentiel pour mesurer les déplacements au sommet du poteau. Etalonnage : 0,1V/2cm.

Trois capteurs inductifs de déplacement linéaire de course  $\pm 10$  cm SENSLINE pour mesurer les déplacements le long du poteau (figure 12). Etalonnage : 0,1V/cm.

Un capteur de déplacement de type différentiel MTS de course  $\pm 10$  cm situé à l'intérieur du corps du vérin hydraulique de "VESUVE" pour mesurer le déplacement de la table. Etalonnage : 0,1V/cm.

c) Jauges de contraintes

Dix jauges MICRO-MESURE de  $k = 2,14$  et  $R = 120_r$ . Elles ont chacune un câble de 15 m de longueur ( $r = 0,16 \Omega/m$ ) pour les relier aux ponts d'extensiométrie EKTRON. Etalonnage des jauges : 1mV = 4 d.

d) Extensomètre

Un extensomètre à lames étalonné à 1V/2mm.

3.42 Acquisition des données

a) Enregistrement des voies de mesure sur deux enregistreurs magnétiques analogiques de 14 pistes chacun.

b) Enregistrement de 16 voies de mesure sur un PLURIMAT S.

Les deux options sont utilisées au cours des expériences.

#### 4.43 Moyens de Traitement des Signaux

Le moyen principal est le Plurimat S, système d'acquisition et de traitement organisé autour d'un mini-ordinateur permettant de recueillir des informations analogiques délivrées simultanément par seize capteurs. Celles-ci sont ou bien numérisées et traitées en temps quasiment réel, soit après numérisation stockées sur disque ou sur bande magnétique numérique et dépouillées en temps différé (soit au moyen du multi 20 du Plurimat S, soit sur les ordinateurs de la CISI au moyen de codes DENT). L'unité de visualisation de l'ensemble Plurimat S permet à chaque instant au cours d'un essai de suivre le comportement de seize capteurs sur un oscilloscope. L'expérience terminée, on peut, grâce à l'unité de reprographie associée au Plurimat S, tracer les courbes les plus intéressantes.

#### 4.5 DEROULEMENT des ESSAIS

Chaque poteau a été soumis à une succession de séismes jusqu'à observation de la ruine (caractérisée par l'écrasement du béton en compression). Avant chaque séisme la fréquence propre du poteau a été déterminée par un balayage sinusoïdal à très faible niveau ( $F \approx 10$  N) à l'aide d'un excitateur électrodynamique.

#### 4.6 RESULTATS des ESSAIS SEISMQUES

##### Essais sur Poteaux

Comme nous avons vu précédemment, deux types d'accélérogrammes (TAFT, 1952 - SAN FRANCISCO, 1957) ont été choisis pour ces expériences. On a réalisé trois types d'expérience, soit une dizaine de séismes de niveau croissant, soit quelques séismes de niveau élevé et finalement, sur un poteau, quarante séismes de niveau moyen (fatigue) (8). Nous étudions le comportement de chacun de ces poteaux observés au cours d'expériences.

Pour chaque poteau, nous donnons en premier la fréquence et l'amortissement initial, le type d'accélérogramme (séisme) utilisé, la durée du séisme, ainsi

que la durée du mouvement. Puis nous présentons dans un tableau, pour chaque essai, les caractéristiques du mouvement de la table sismique ainsi que celles du mouvement du poteau. La fréquence et l'amortissement du poteau après chaque essai, déterminées pendant le mouvement libre, y sont également représentés. Finalement, nous rapportons les observations générales de chaque expérience.

Le tableau ci-dessous résume les essais effectués.

POTEAUX	SEISMES	V. Max.	
		Niveau Inf.	Niveau Sup.
JT 9	TAFT NS 8 séismes de niveau croissant	0.075 m/s	0.49 m/s
JT 10	TAFT NS 4 séismes de niveau croissant	0.48 m/s	0.48 m/s
JT 11	SAN FRANCISCO NS 13 séismes de niveau croissant	0.048 m/s	0.55 m/s
JT 12	SAN FRANCISCO NS 8 séismes au niveau supérieur	0.56 m/s	0.56 m/s
JT 13	SAN FRANCISCO NS 13 séismes de niveau croissant	0.056 m/s	0.55 m/s
JT 14	TAFT N 40 séismes au niveau moyen	0.18 m/s	0.18 m/s

POTEAU JT 9 (Séismes de niveaux croissants)

Fréquence initiale : 4.92 Hz  
 Amortissement initial : 0.8 %  
 Séisme TAFT NS : Echelle 1/4  
 Durée du séisme : 3.5 s  
 Durée du mouvement du poteau : 8 à 10 s

ESSAI N °	T A B L E			P O T E A U			
	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/s	Accélération maxi % g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi %g	Fréquence finale Hz	Amortissement final %
1	9.2	0.075	0.19	0.31	0.27	3.49	3.1
2	18.8	0.128	0.42	0.92	0.53	2.64	3.7
3	27.7	0.231	0.53	1.49	-	2.34	4.0
4	38.0	0.275	0.72	1.96	0.75	2.13	4.2
5	44.4	0.312	0.84	2.64	0.82	2.04	4.6
6	54.4	0.345	1.0	3.25	0.84	1.99	4.6
7	63.7	0.398	1.20	3.78	0.83	1.95	5.8
8	70.2	0.490	1.31	4.58	0.81	1.80	5.4

Observations

La première fissure visible à l'encastrement est apparue après le premier séisme. Les fissures s'étendent jusqu'à 55 cm sur les deux faces après le troisième séisme, jusqu'à 70 cm après le quatrième et jusqu'à 85 cm, côté ouest après le cinquième séisme. Après le cinquième essai, on observe une flèche résiduelle du côté Est du poteau. Puis la fissuration ne progresse plus, mais la fissure à l'encastrement s'ouvre avec allongement plastique des armatures principales. Au huitième séisme, on remarque l'écrasement du béton à l'encastrement côté comprimé (Est). La ruine intervient par la suite par rupture des armatures à l'encastrement côté tendu (Ouest).

POTEAU JT 9 - SEISME TAFT NS - 0.10 - ECHELLE 1/4

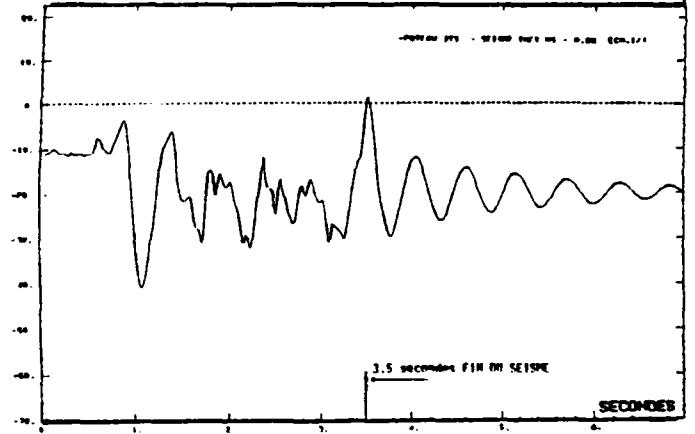
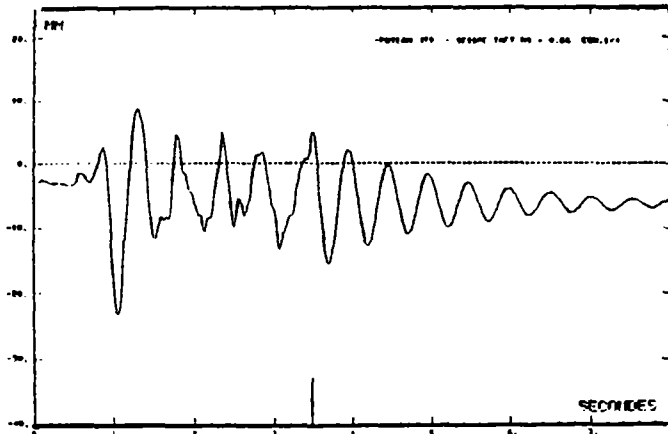
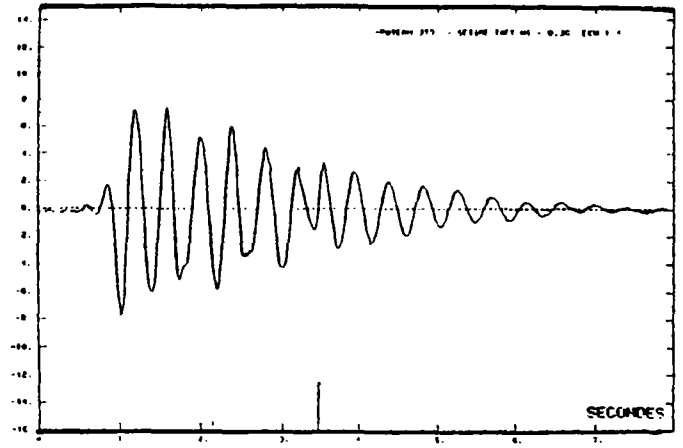
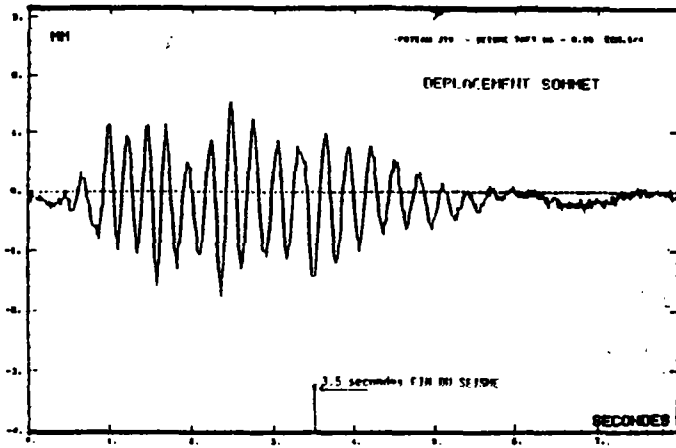


Figure 13 - MOUVEMENTS en DEPLACEMENT du POTEAU JT 9 pour SEISMES TAFT de NIVEAUX CROISSANTS.

POTEAU JT 10 (Séismes niveaux élevés)

Fréquence initiale : 5.08 Hz  
 Amortissement initial : 0.7 %  
 Séisme TAFT NS : Echelle 1/4  
 Durée du séisme : 3.5 s  
 Durée du mouvement du poteau : 8 s

ESSAI N °	T A B L E			P O T E A U			
	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/S	Accélération maxi g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi g	Fréquence finale Hz	Amortissement final %
1	68.3	0.444	1.51	4.43	0.82	2.08	4.4
2	68.4	0.482	1.39	4.73	0.80	2.03	4.5
3	68.5	0.473	1.51	5.19	0.71	1.75	5.3

La fissuration apparaît comme sur le poteau précédent tous les 5 cm ce qui correspond à l'espacement des étriers de l'armature. Fissuration sur 50 cm du côté Est (flèche résiduelle) et sur 75 cm côté Ouest. Après le second séisme, on observe l'écrasement du béton sur la face comprimée à l'encastrement et une ouverture importante de la fissure à l'encastrement côté tendu. La hauteur fissurée n'évolue quasiment pas. Après le troisième séisme le poteau présente une importante flèche résiduelle, le béton en compression à l'encastrement s'est effrité et les aciers tendus ont plastifié notablement. La ruine intervient aussitôt après une nouvelle secousse de faible amplitude.

POTEAU JT 10 - SEISME TAFT NS - 1-0.8g - Echelle 1/4

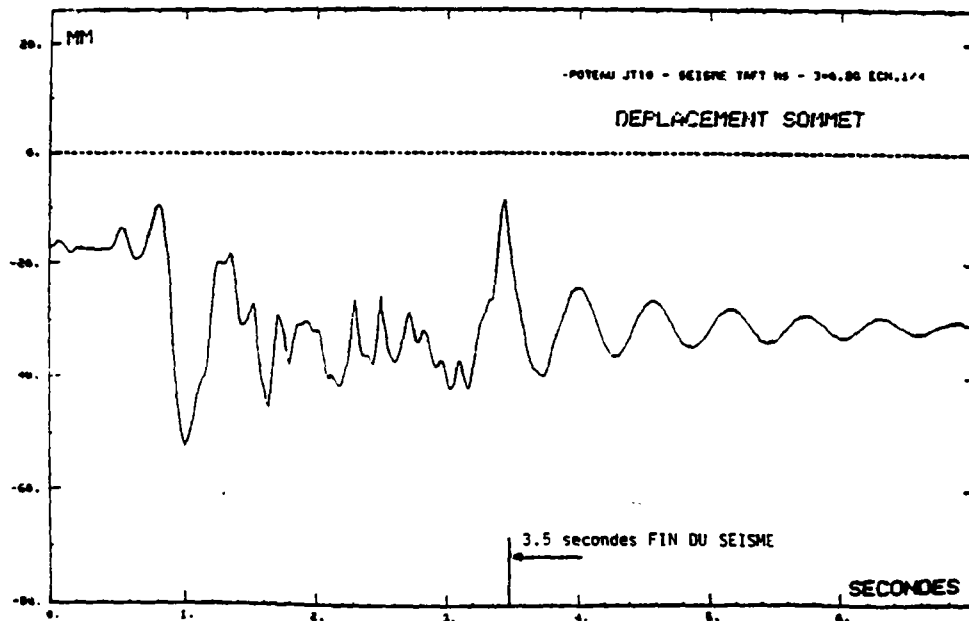
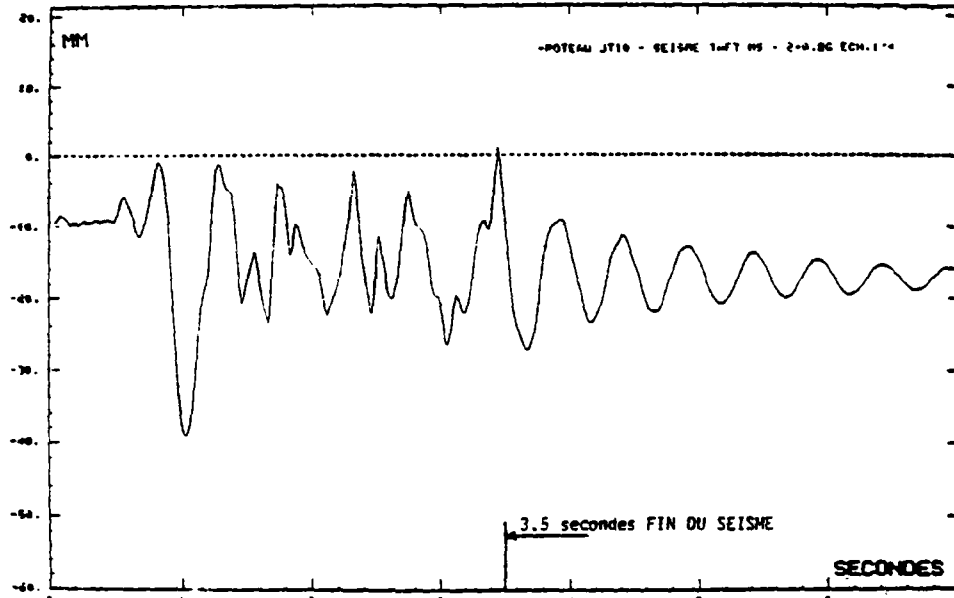
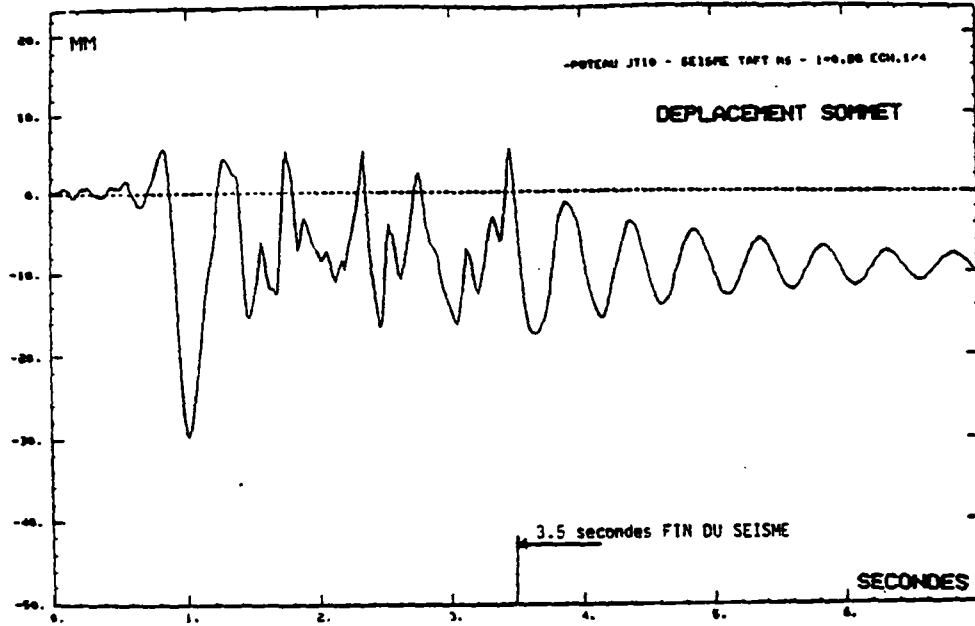


Figure 14 - MOUVEMENTS en DEPLACEMENT du POTEAU JT 10 pour SEISMES TAFT de HAUT NIVEAU.

POTEAU JT 11 (Séismes niveaux croissants)

Fréquence initiale : 4.63 Hz  
 Amortissement initial : 0.8 %  
 Séisme SAN FRANCISCO : Echelle 1/3  
 Durée du séisme : 1.9 s  
 Durée du mouvement du poteau : 4 à 6 s

Essai N°	T A B L E			P O T E A U			
	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/S	Accélération maxi g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi g	Fréquence finale Hz	Amortissement final %
1	3.2	0.048	0.19	0.13	0.18	4.38	2.3
2	6.1	0.124	0.28	0.31	0.20	3.68	3.6
3	8.5	0.177	0.36	0.68	0.38	2.77	3.6
4	12.5	-	0.43	-	-	2.50	3.6
5	15.3	0.286	0.55	1.25	0.63	2.34	3.7
6	18.7	0.334	0.71	1.88	0.71	2.10	4.2
7	22.4	0.382	0.85	2.21	0.73	2.00	4.6
8	25.0	0.436	0.95	-	-	1.97	-
9	27.8	0.468	1.06	3.11	0.81	1.93	5.0
10	31.0	0.500	1.16	3.68	0.82	1.91	5.4
11	34.0	-	-	-	-	-	-
12	37.0	-	-	-	-	-	-
13	39.1	0.549	0.03	8.08	0.62	1.63	7.2

La fissuration se produit régulièrement en fonction du niveau de séisme comme pour les poteaux précédents. La ruine se produit toujours par écrasement du béton sur la face comprimée à l'encastrement et allongement excessif des fers côté face tendu à l'encastrement.

POTEAU JT 11 - SEISME SAN FRANCISCO NS - 0.3 g ECHELLE 1/3

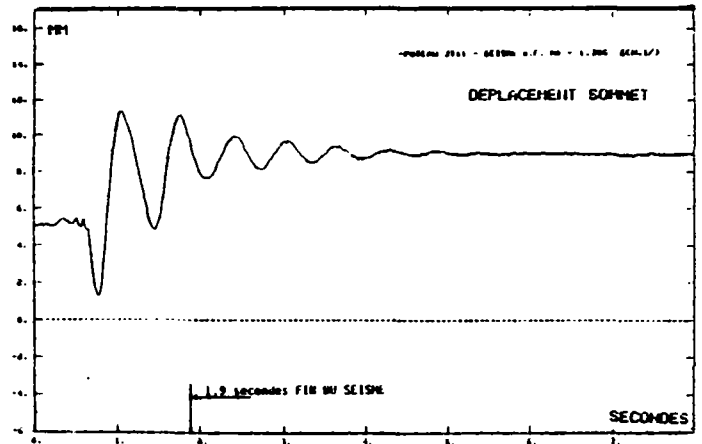
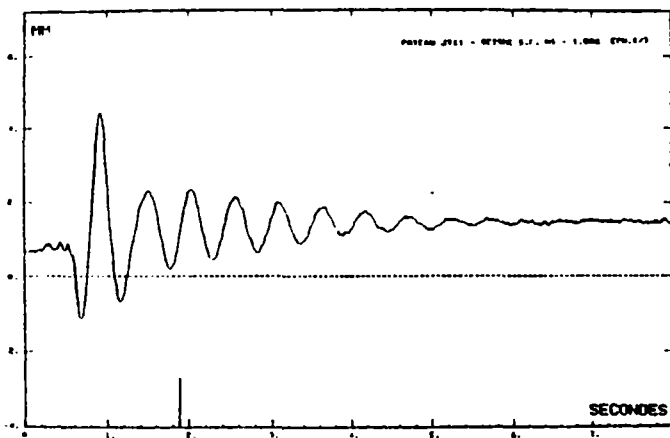
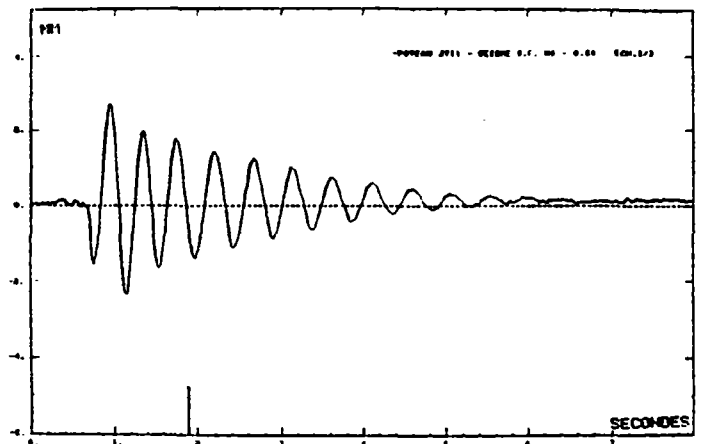
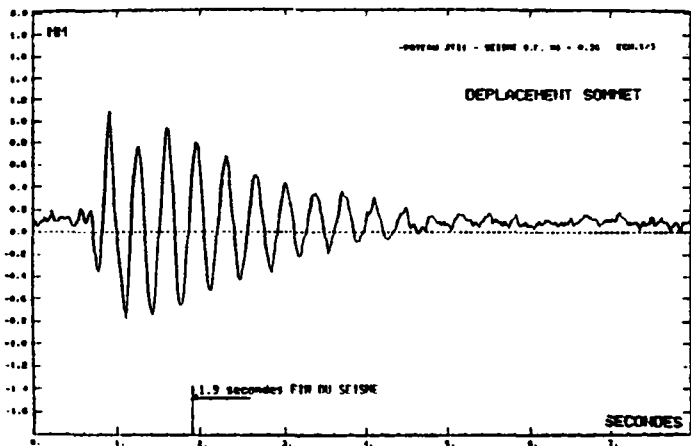


Figure 15 - MOUVEMENTS en DEPLACEMENT du POTEAU JT 11 pour SEISMES SAN FRANCISCO de NIVEAUX CROISSANTS.

POTEAU JT 12 (Séismes niveaux élevés)

Fréquence initiale : 4.61 Hz  
 Amortissement initial : 0.9 %  
 Séisme de SAN FRANCISCO NS : Echelle 1/3  
 Durée du séisme : 1.9 s  
 Durée du mouvement du poteau : 4 s

ESSAI N°	T A B L E			P O T E A U			
	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/S	Accélération maxi g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi.g	Fréquence finale Hz	Amortissement final %
1	40.6	0.562	1.38	3.56	0.70	1.90	6.0
2	42.0	0.561	1.24	4.01	0.76	1.71	6.4
3	41.2	0.617	1.25	3.72	0.78	1.66	6.4
4	42.8	0.544	1.29	3.76	0.73	1.61	6.2
5	41.8	0.590	1.46	3.90	0.63	1.39	6.4
6	42.7	0.602	1.55	3.96	0.50	1.38	9.1
7	43.1	0.546	1.28	4.59	0.40	1.33	7.0

On a observé une flèche résiduelle augmentant après chaque séisme. L'écrasement du béton à l'encastrement est apparu dès le second séisme. L'allongement plastique des fers permet d'absorber une très grande énergie avant la rupture et limite l'accélération de la masse.

Les flèches résiduelles après chaque séisme à partir desquelles sont mesurées les flèches relatives maximales sont données ci-dessous :

Séisme	n°	1	2	3	4	5	6	7
Flèche résiduelle %		0.49	1.04	0.76	1.11	1.67	2.78	4.17

POTEAU JT 12 - SEISME SAN FRANCISCO NS - 1-1.3g - ECHELLE 1/3

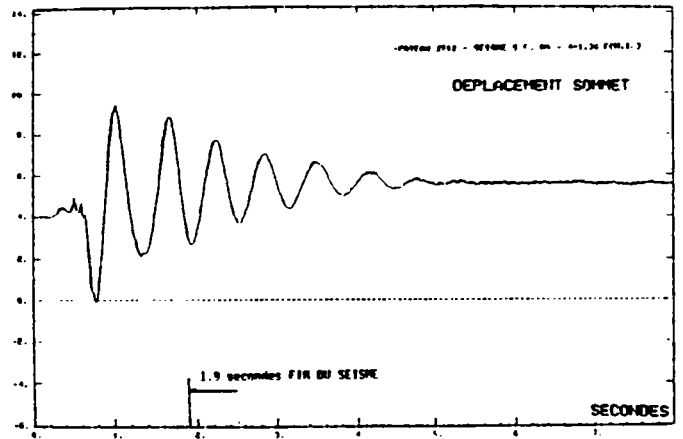
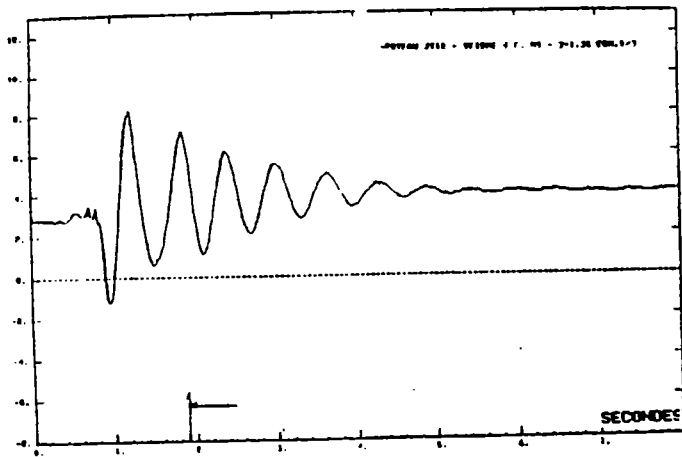
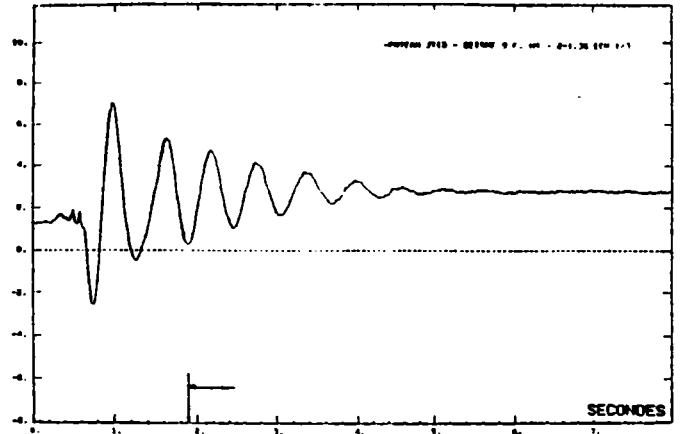
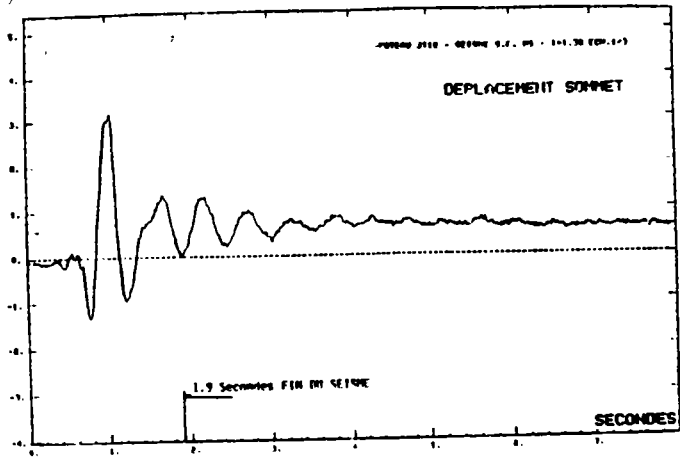


Figure 16 - MOUVEMENTS en DEPLACEMENT pour le POTEAU JT 12 pour SIEMES SAN FRANCISCO de NIVEAU ELEVE.

POTEAU JT 14 (Séismes niveau moyen "Fatigue")

Fréquence initiale : 5.09 Hz  
 Amortissement initial : 0.6 %  
 Séisme TAFT NS : Echelle 1/4  
 Durée du séisme : 3.5 s  
 Durée du mouvement du poteau : 8 s

L'essai a consisté à appliquer 40 fois un même séisme de niveau moyen sur le même poteau.

ESSAI N °	T A B L E			P O T E A U			
	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/S	Accélération maxi g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi.g	Fréquence finale Hz	Amortissement final %
1	20.9	0.175	0.53	0.76	0.48	3.10	3.90
2	20.2	0.175	0.54	1.08	0.67	2.70	3.10
3	21.1	0.180	0.56	1.42	0.68	2.66	2.35
4	21.2	0.181	0.55	0.95	0.70	2.64	2.25
5	21.5	0.185	0.47	0.83	0.69	2.65	2.25
6	21.2	0.188	0.48	0.86	0.58	2.62	2.25
7	20.6	0.177	0.61	0.74	0.58	2.60	2.45
8	20.7	0.177	0.59	0.72	0.68	2.57	2.25
9	20.6	0.182	0.52	0.73	0.69	2.57	2.20
10	20.9	0.186	0.57	0.70	0.69	2.58	2.20
11	20.9	0.171	0.57	0.72	0.68	2.59	2.30
12	20.9	0.173	0.56	0.67	0.70	2.58	2.30
13	20.8	0.185	0.58	0.65	0.68	2.59	2.40
14	21.1	0.175	0.59	0.78	0.69	2.56	2.45
15	21.2	0.176	0.49	0.83	0.68	2.55	2.60
16	20.4	0.178	0.51	0.67	0.67	2.55	2.50
17	19.1	0.178	0.62	0.70	0.67	2.52	2.50

ESSAI N °	Déplacement maxi mm	Vitesse maxi m/S	Accélération maxi g	Flèche relative maxi %	Accélération masse maxi %g	Fréquence finale H <sub>z</sub>	Amortissement final %
18	20.8	0.175	0.52	0.70	0.68	2.55	2.45
19	20.9	0.180	0.50	0.65	0.67	2.53	2.70
20	20.7	0.177	0.55	0.65	0.68	2.50	2.75
21	20.4	0.178	0.58	0.71	0.68	2.51	2.70
22	20.7	0.177	0.51	0.65	0.67	2.50	2.75
23	20.5	0.177	0.61	0.67	0.67	2.49	2.80
24	20.6	0.177	0.57	0.70	0.70	2.49	2.45
25	21.1	0.180	0.55	0.65	0.69	2.49	2.60
26	20.8	0.185	0.62	0.72	0.67	2.48	2.75
27	21.2	0.182	0.57	0.71	0.68	2.49	2.60
28	21.1	0.183	0.59	0.70	0.68	2.49	2.60
29	21.4	0.188	0.54	0.78	0.68	2.50	2.45
30	20.7	0.180	0.61	0.72	0.68	2.49	2.65
31	20.9	0.187	0.62	0.74	0.68	2.48	2.85
32	21.2	0.187	0.61	0.72	0.69	2.48	2.50
33	20.4	0.179	0.54	0.73	0.70	2.48	2.95
34	21.1	0.181	0.60	0.71	0.69	2.48	2.80
35	20.9	0.176	0.56	0.69	0.69	2.48	3.00
36	20.8	0.185	0.58	0.65	0.67	2.48	2.85
37	19.8	0.172	0.55	0.78	0.68	2.47	2.95
38	20.5	0.182	0.52	0.71	0.69	2.48	3.05
39	20.3	0.175	0.51	0.66	0.67	2.48	2.75
40	21.1	0.180	0.56	0.75	0.68	2.48	2.50

A la suite des essais les fissures restaient peu visibles. Un essai de chargement statique a permis de déterminer la charge limite dans la direction perpendiculaire au mouvement séismique : 450 kgf.

POTEAU JT 14 - TAFT NS - 0.2g N° 20 - ECHELLE 1/4

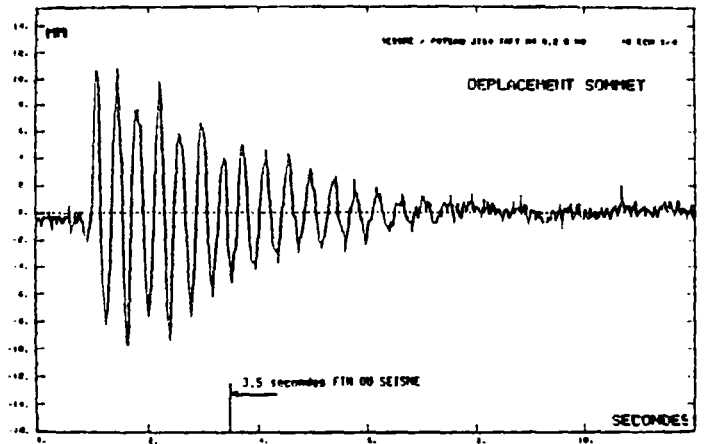
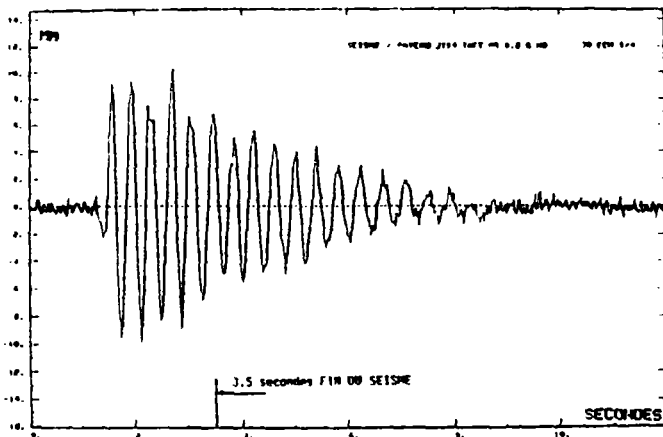
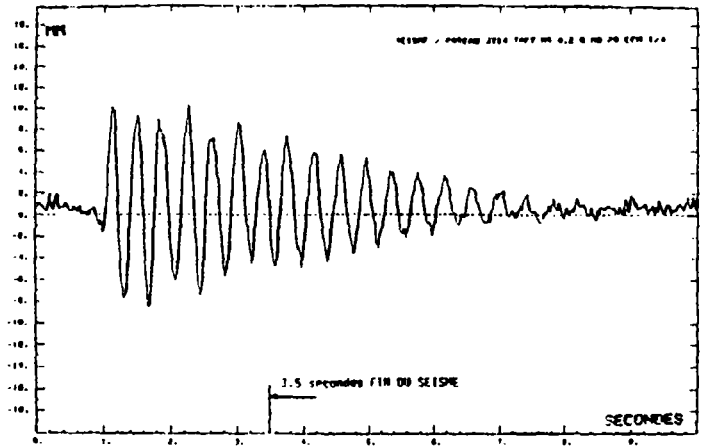
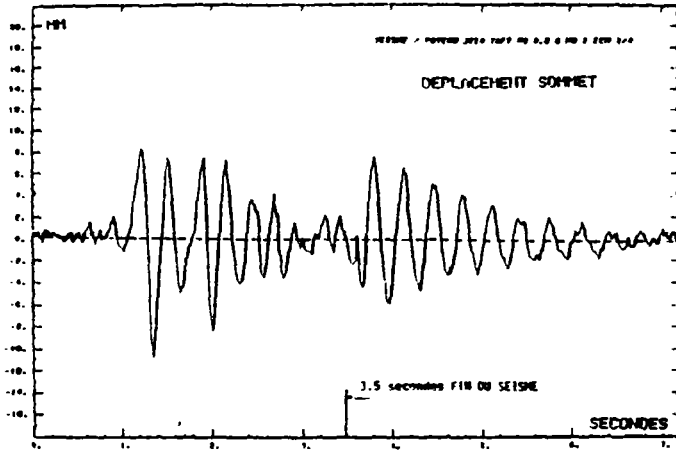


Figure 17 - MOUVEMENTS en DEPLACEMENT du POTEAU JT 14 pour SEISMES TAFT de NIVEAU MOYEN "FATIGUE".

## V. OBSERVATIONS GÉNÉRALES DES ESSAIS SUR POTEAUX

### 5.1 EVOLUTION DE LA FREQUENCE

Avant chaque série d'essai, on a mesuré la fréquence propre de la structure en faisant un balayage sinusoïdal, avec une force très faible, à l'aide d'un excitateur électrodynamique. Pour chaque essai, l'étude du pic de la fonction de transfert du système donne la fréquence de la structure. Les fréquences propres ainsi obtenues sont de 10 % à 20 % plus faibles que celles calculées dans l'hypothèse d'une section homogène.

Ce phénomène est général et est attribué à la microfissuration due au retrait du béton, à l'imperfection de l'encastrement des appuis, à la différence entre le module en compression (utilisé dans le calcul) et au module en flexion ainsi qu'à l'effet de la contrainte axiale et du cisaillement dans les sections. Au cours des essais, même pour un séisme de faible niveau, les signaux fournis par les jauges de déformation au cours du mouvement, montrent clairement que le béton se fissure alors qu'aucune fissure n'est encore visible à l'oeil nu. La fissuration du béton et par conséquent, la diminution de la rigidité de la structure sont mises en évidence par la diminution de la fréquence propre de la structure. Ce fait est visible au cours de la vibration libre du système qui succède à la vibration forcée pendant le séisme. Dans les tableaux du comportement des poteaux, la fréquence propre de la structure mesurée après chaque séisme et pendant la vibration libre, montre que la modification de la fréquence de la structure est considérable et dépend du niveau du séisme. Pour les séismes de niveaux croissants, le développement de la fissuration en fonction du niveau du séisme se traduit par la diminution continue de la fréquence (dégradation). Cependant, il existe une limite inférieure. Cette limite correspond au cas où, pour les sections critiques, la rigidité est uniquement celle des armatures seules. Dans le cas des séismes d'amplitudes élevées, après un premier séisme, cette limite est presque atteinte. Ainsi, les séismes suivants de même amplitude, n'entraînent que très peu de dégradations supplémentaires (JT 10 à JT 12).

L'étude du comportement d'un des poteaux testés (JT 14), sous une succession de séismes d'amplitude moyenne (40 fois) montre que le premier séisme entraîne une certaine fissuration de la structure diminuant la fréquence initiale de 5.09 Hz à 3.10 Hz. Les séismes suivants ne font presque pas évoluer la fréquence, ce qui signifie qu'ils n'entraînent ni de nouvelles fissures, ni de plus grandes ouvertures des fissures déjà existantes. Le fait que les caractéristiques d'une structure subissant une succession de séismes d'un niveau donné soit quasiment les mêmes, à la fin du premier ou du n<sup>ième</sup> séisme rappelle les caractéristiques des systèmes élastiques linéaires. C'est pourquoi on peut attribuer au système étudié un comportement élastique linéaire avec une rigidité équivalente fictive dépendante du niveau du mouvement subi. Cette rigidité reste à définir (figure 18).

## 5.2 Evolution de l'AMORTISSEMENT

L'amortissement calculé à partir des mesures effectuées avant les essais sur poteaux, par la méthode de "largeur de bande" varie de 0.6 % à 1.0 % de l'amortissement critique. Pour chaque poteau, on a déterminé l'amortissement après chaque essai, en assimilant le mouvement libre du poteau au mouvement pseudo-périodique d'un oscillateur linéaire amorti, à un degré de liberté. Comme cela est présenté dans le tableau des résultats, pour chaque poteau, l'amortissement croît avec l'amplitude du séisme (•••). Cela est quasiment insensible au nombre d'essais de mêmes amplitudes. (JT 14 amortissement 0.6 % avant l'essai, 2.25 % après le cinquième essai et 2.50 après le quarantième séisme). On peut remarquer que les valeurs d'amortissement mesurées sont sensiblement plus faibles que celles habituellement prises en compte pour le dimensionnement du séisme des bâtiments. Ceci est peut être dû au fait que l'amortissement a été déterminé avec le mouvement libre des poteaux quand l'amplitude de la déformation est plus faible que pendant le séisme. On doit également souligner que le béton a été réalisé en laboratoire et non sur chantier et avec une granulométrie à l'échelle un tiers des dimensions usuelles afin de respecter les conditions de similitude.

(•••) (JT 11 amortissement 0.8 % initial, 2.3 % après le premier et 7.2 après le dernier séisme (à la ruine))

### 5.3 INTERPRETATION du COMPORTEMENT DYNAMIQUE des POTEAUX - BETON ARME

#### Caractéristiques du comportement dynamique en flexion

On a observé que la fréquence du poteau après un séisme dépend uniquement de la flèche maximale atteinte au cours du séisme. En fait, le degré de fissuration dépend directement de la déformation globale de l'élément. Il existe une relation entre la rigidité, donc la fréquence, et la déformation de l'élément. Pour garder un caractère le plus général possible à la présentation, on a utilisé comme paramètre de la déformation d'ensemble la flèche relative, c'est-à-dire, le rapport entre la flèche du poteau et sa hauteur. On a tracé pour les huit poteaux l'évolution de la fréquence propre déterminée sur le mouvement libre après le séisme en fonction de la flèche relative maximale atteinte au cours du séisme (figure 18). Cette figure montre que les résultats sont très peu dispersés : la fréquence décroît rapidement d'environ un facteur 2 puis elle continue à décroître lentement pour atteindre la fréquence correspondant à l'état entièrement fissuré des sections critiques. On n'a pas observé d'influence de la durée du séisme (3.5 secondes pour TAFT contracté et 1.9 secondes pour SAN FRANCISCO contracté sur la relation fréquence-flèche).

Le paramètre utilisé pour l'étude du coefficient d'amortissement est la flèche relative comme pour l'étude de la fréquence. Lorsque le niveau de déformation est très faible (flèche relative inférieure à  $10^{-4}$ ) l'amortissement est de l'ordre de 0.8 %.

Pour une flèche relative comprise entre  $10^{-3}$  et  $2.5 \times 10^{-2}$  l'amortissement est compris entre 3 % et 4 %. Pour des flèches relatives plus élevées l'amortissement augmente jusqu'à 7 %. Les résultats pour le coefficient d'amortissement en fonction de la flèche relative sont un peu plus dispersés que ceux en fréquence, et on observe que même pour des flèches relativement importantes ( $2 \times 10^{-2}$ ) l'amortissement peut rester de l'ordre de 3 % (figure 19).

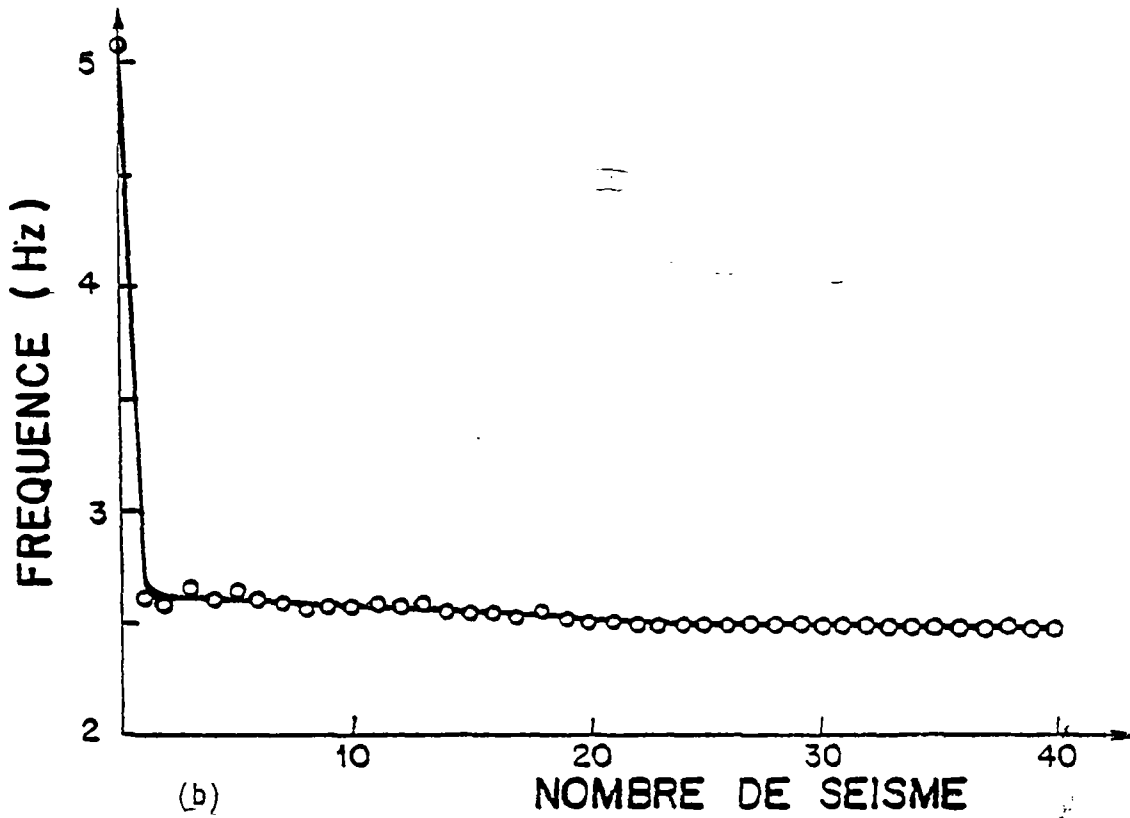
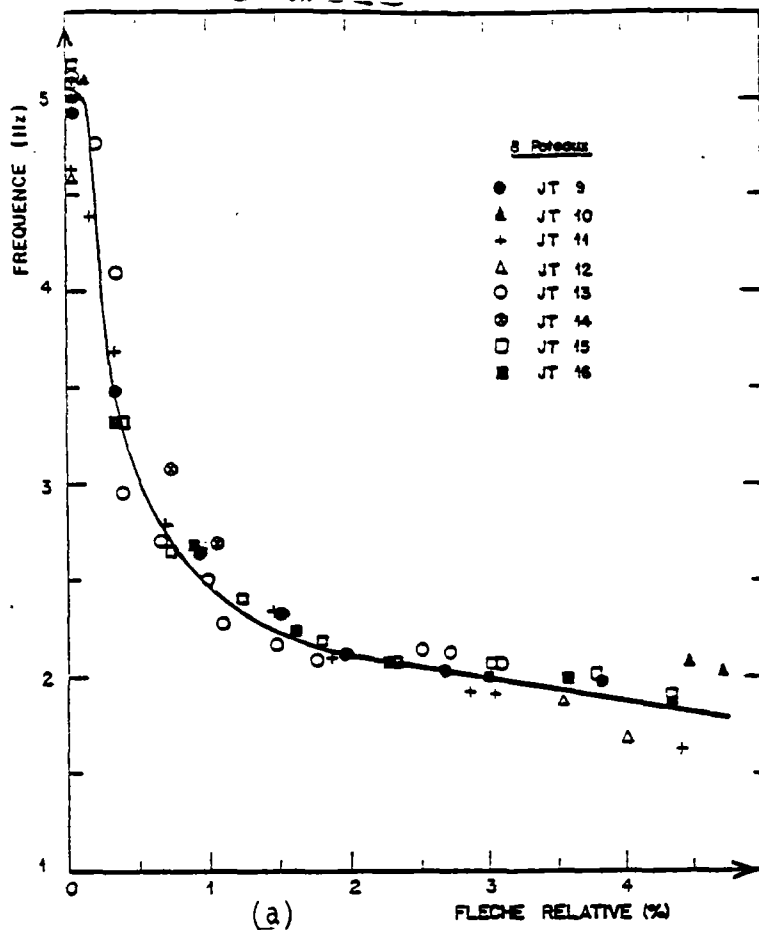


Figure 18 - EVOLUTION de la FREQUENCE en FONCTION de la FLECHE RELATIVE.  
(a) Séismes de niveaux croissants,  
(b) Répétition d'un séisme de même niveau "fatigue".

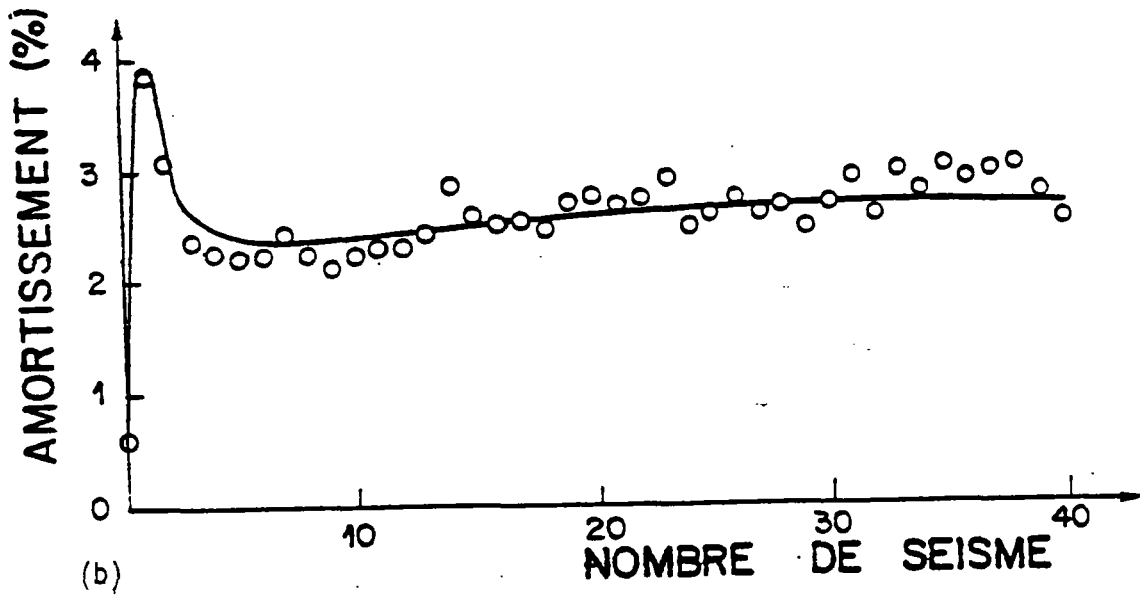
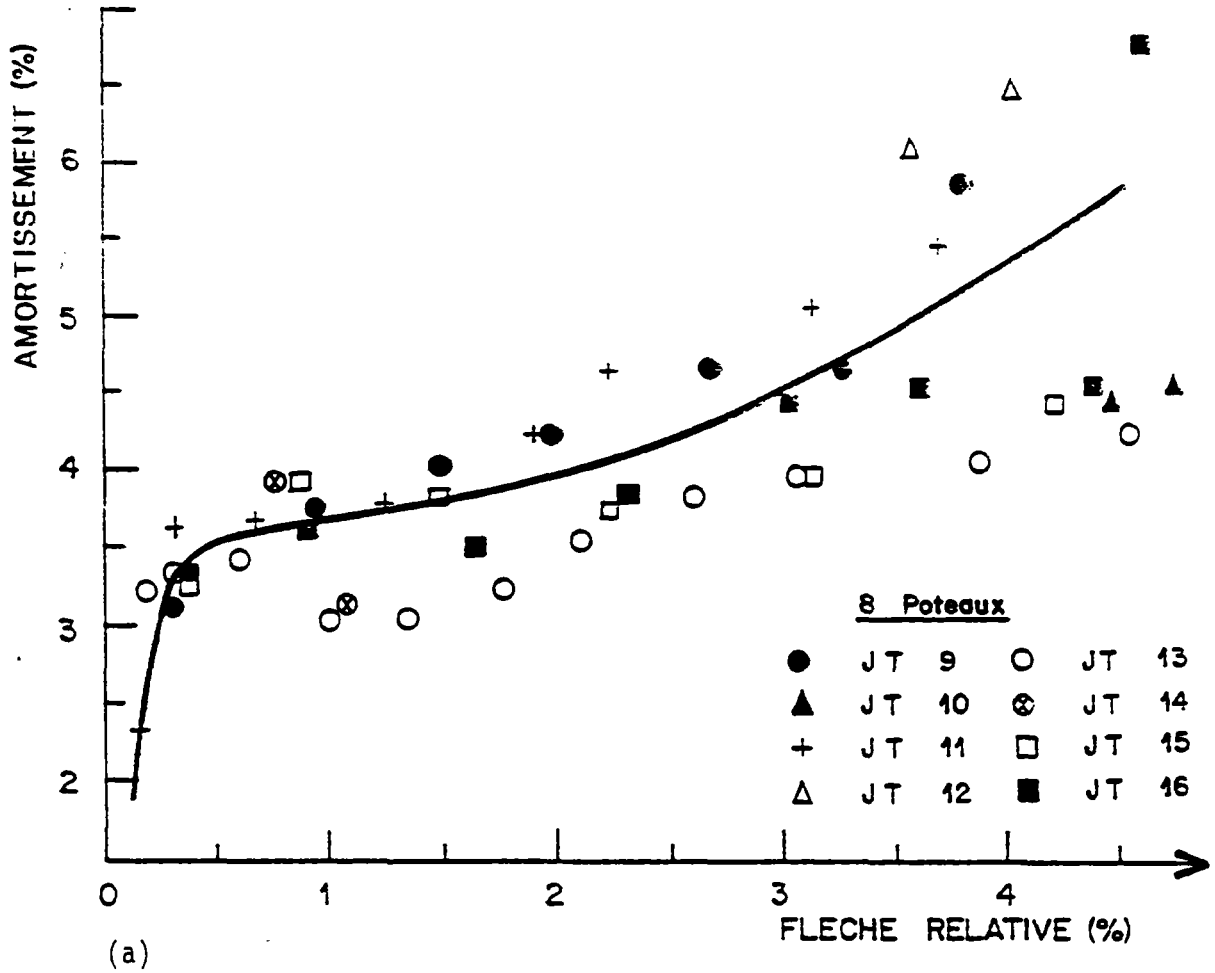


Figure 19 - EVOLUTION de l'AMORTISSEMENT en FONCTION de la FLECHE RELATIVE

- (a) Séismes de niveaux croissants
- (b) Répétition d'un séisme de même niveau "fatigue".

## VI. CARACTÉRISTIQUES DES STRUCTURES TESTÉES - PORTIQUES

### 6.1 CHOIX des MODELES

Les structures choisies sont des portiques en béton armé, représentant à l'échelle 1/3 l'élément de structure d'un bâtiment faisant partie des bâtiments locaux électriques d'une centrale nucléaire.

Dans le tableau ci-après, nous donnons l'indexation de ces pièces avec leur mode de sollicitations et le lieu de l'essai correspondant.

Indexation des Pièces	Mode de Sollicitation	Lieu de l'Essai
JT 17 JT 18	Statique Cyclique alterné	CES à Saint-Rémy, CES à Saint-Rémy,
JT 19 JT 20 JT 21 JT 22 JT 23	Séismique Séismique Séismique Séismique Séismique	CEN à Saclay, CEN à Saclay, CEN à Saclay, CEN à Saclay, CEN à Saclay.

### 6.2 DESCRIPTION des PORTIQUES

Chaque portique est constitué par deux poteaux en béton armé de section carrée (13.5 x 13.5 cm) de 1.91 m de hauteur, encastrés chacun dans une semelle en béton armé de 70 x 70 cm de section et de 20 cm d'épaisseur et par une poutre de section 23.5 x 13.5 cm de 1.83 m de longueur.

Le ferrailage de chaque poteau comprend :

- 8 aciers à haute adhérence TOR de 8 mm de diamètre,
- 2 aciers TOR de 6 mm de diamètre,
- 30 cadres en acier NERFOR de 4 mm de diamètre espacés de 6.5 cm.

Le ferrailage de la poutre comprend :

- 12 aciers en T6 et T8 suivant la place,
  - 37 cadres doubles en acier NERFOR de 4 mm de diamètre espacés de 5 cm.
- (photographie 9 et figure 20)

Le béton a été réalisé avec soin, pour respecter l'échelle 1/3 également dans la granulométrie, à partir de granulats silico-calcaires du bassin de la Seine. La composition pondérale pour un mètre cube est la suivante :

Constituants	Poids (en kg)
Gravillon 5/8 (sec)	972
Sable 0/5 (sec)	783
Ciment CPALC 325	375
Eau totale	225

avec un affaissement moyen de 9.5 cm.

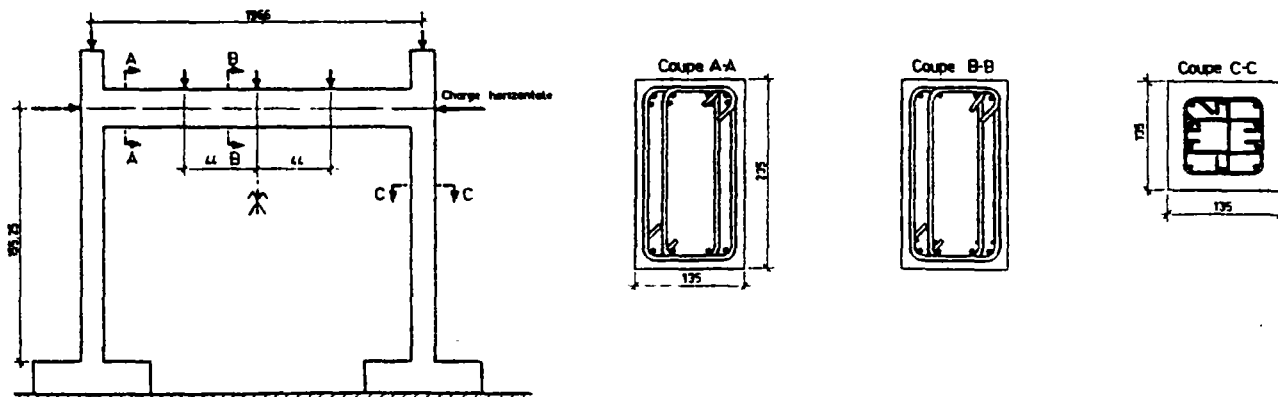
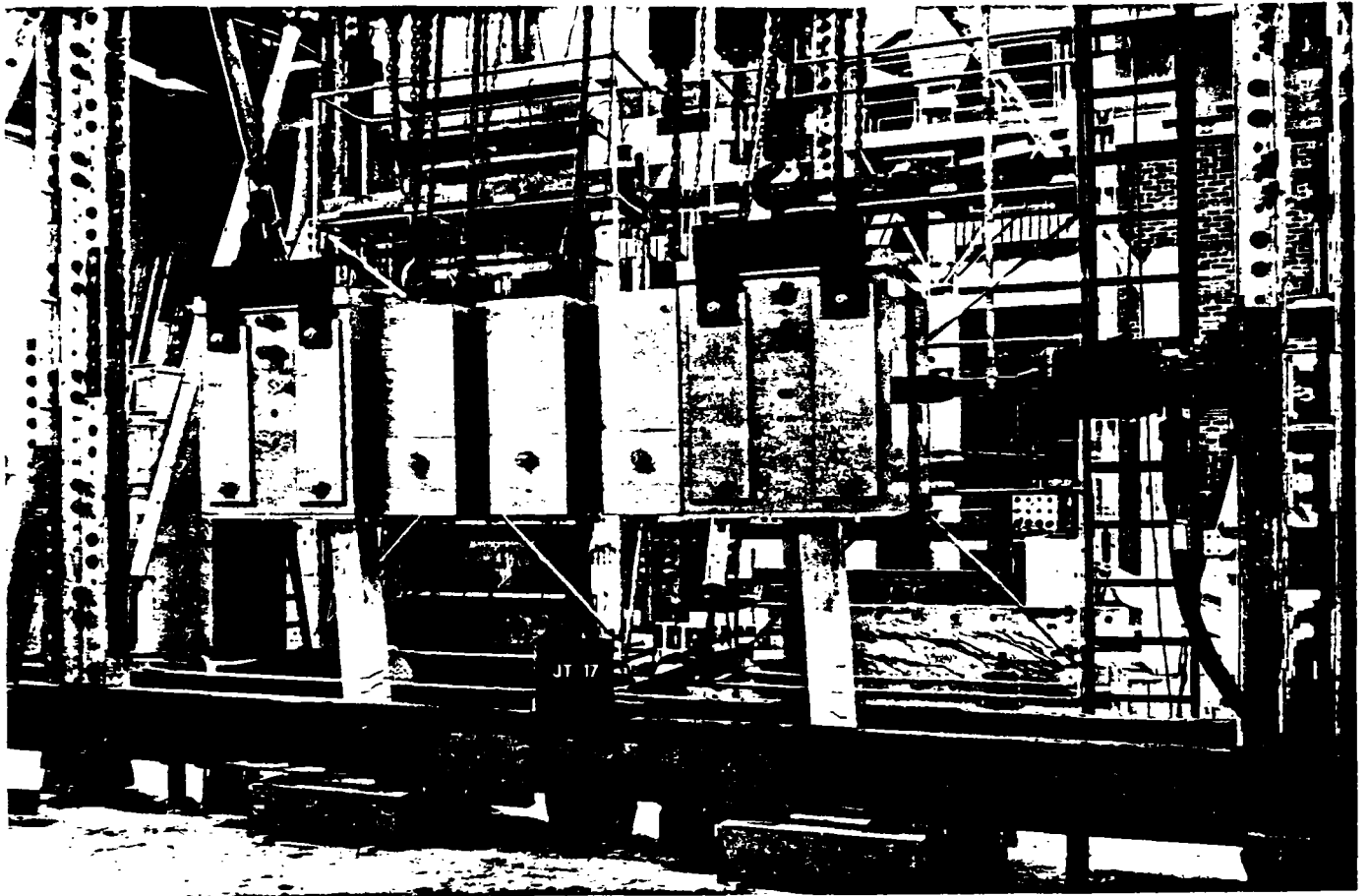
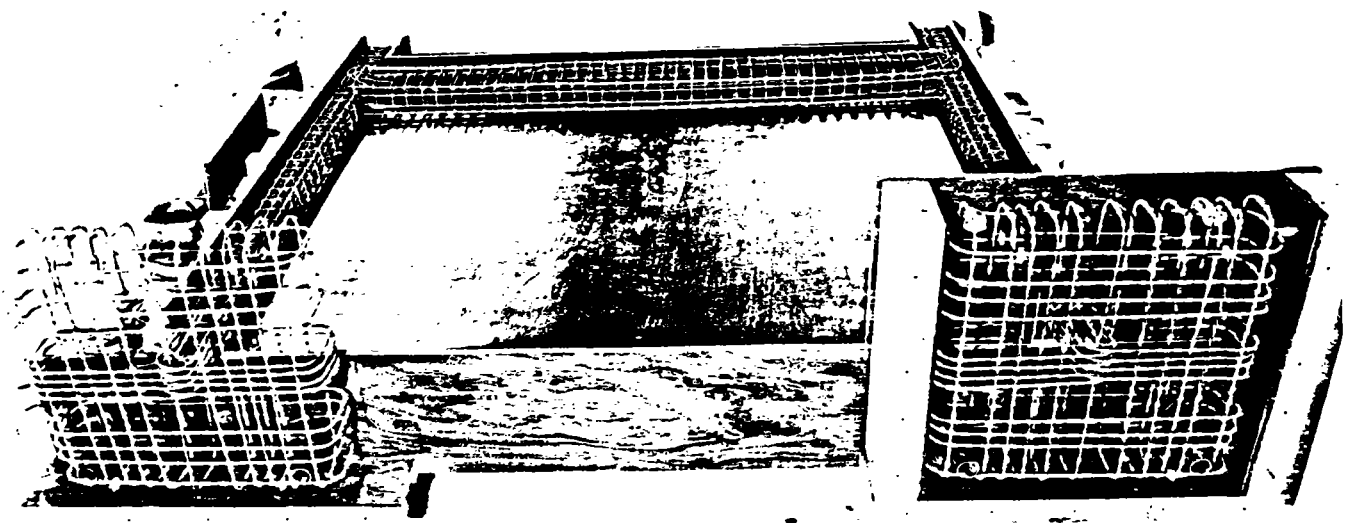


Figure - 20



Photographie 10 - DISPOSITIFS de CHARGEMENT



Photographie 3 - FERRAILLAGE des CORPS d'EPREUVES

Pour représenter l'effet dû à la masse des planchers dans un bâtiment réel le portique est chargé par des masses de plomb.

Au sommet de chaque poteau est fixée une masse de cinq tonnes de telle sorte que son centre de gravité coïncide avec le raccordement des fibres moyennes de la poutre et du poteau. Sur la poutre horizontale sont fixées trois masses de 1.5 tonne de telle sorte que leur centre de gravité soit sur la fibre moyenne de la poutre et qu'elles imposent une charge uniformément répartie sur la poutre (photographie 10).

### 6.3 CARACTERISTIQUES MECANQUES des MATERIAUX

#### 6.31 Aciers

Pour les aciers TOR de 6 et 8 mm de diamètre et pour les aciers NERFOR de 4 mm de diamètre, on a procédé à des essais de traction sur des éprouvettes de 1 mètre de longueur pour déterminer :

- . le coefficient d'élasticité de l'acier,
- . la limite conventionnelle d'élasticité à 0.2 % d'allongement rémanent,
- . la charge ultime supportée par l'éprouvette,
- . la résistance à la traction,
- . l'allongement en pourcentage après rupture.

Les résultats moyenne sur 3 éprouvettes, sont donnés pour chaque type d'acier, pour les portiques JT 19 à JT 23 dans les tableaux de la page suivante.

#### 6.32 Bétons

Le jour même de l'essai sont mesurées les caractéristiques du béton :

- résistance à la compression  $\sigma_j$  par essai de compression normalisé sur trois cylindres (diamètre 16 cm - hauteur 32 cm),
- résistance à la traction  $\sigma_j$  par essai de traction - flexion normalisée sur trois prismes (10 x 10 x 50 cm).

ACIER TOR de 8 mm de DIAMETRE

Indexation des pièces	Coefficient d'élasticité de l'acier (bars)	Limite d'élasticité à 0,2 % (bars)	Charge ultime (en daN)	Résistance à la traction (en bars)	Allongement après rupture (en %)
JT 19	2 140 000	4 900	2 953	5 871	18,5
JT 20	2 130 000	5 030	3 005	5 974	17,5
JT 21	2 160 000	4 580	2 803	5 573	17,0
JT 22	2 150 000	5 050	3 083	6 130	17,3
JT 23	2 130 000	4 320	2 922	5 808	19,3

ACIER TOR de 6 mm de DIAMETRE

Indexation des pièces	Coefficient d'élasticité de l'acier (bars)	Limite d'élasticité à 0,2 % (en bars)	Charge ultime (en daN)	Résistance à la traction (en bars)	Allongement après rupture (en %)
JT 19	2 130 000	4 400	1 527	5 397	18,0
JT 20	2 180 000	4 450	1 535	5 423	19,0
JT 21	2 050 000	4 350	1 511	5 340	18,0
JT 22	2 130 000	4 380	1 525	5 388	18,0
JT 23	2 180 000	4 380	1 515	5 353	19,0

ACIER TOR de 4 mm de DIAMETRE

Indexation des pièces	Coefficient d'élasticité de l'acier (bars)	Limite d'élasticité à 0,2 % (bars)	Charge ultime (en daN)	Résistance à la traction (en bars)	Allongement après rupture (en %)
JT 19	2 050 000	4 980	686	5 444	15,0
JT 20	2 010 000	4 350	572	5 331	15,0
JT 21	1 980 000	4 330	579	5 369	15,0
JT 22	1 990 000	4 970	578	5 351	15,0
JT 23	2 030 000	4 900	550	5 357	15,0

On a tracé également pour chaque essai de compression la relation contrainte-déformation qui a permis, entre autre, d'en déduire le module d'élasticité longitudinale.

Les moyennes des résultats obtenus pour les portiques JT 19 à JT 23 sont données sur le tableau ci-dessous ; on donne également la résistance à la compression du béton obtenue par essai de fendage sur cylindre.

Indexation des portiques	Age (j)	Résistance en compression (MPa)	Module d'Elasticité $E_i$ (MPa)	Résistance en traction	
				Sur prisme (MPa)	Par fendage (MPa)
JT 19	29	34.9	30750	2.86	3.47
JT 20	34	36.8	32400	2.66	3.11
JT 21	29	35.3	32250	2.43	3.16
JT 22	28	32.1	32250	3.00	3.10
JT 23	32	30.0	29500	2.68	3.04

Les lois de comportements de l'acier et du béton employées pour les calculs sont celles choisies et mentionnées pour les poteaux. (chapitre II, 2.3)

## VII. DISPOSITIFS ET PROCEDURES D'ESSAIS

### 7.1 DISPOSITIFS de MISE en CHARGE

Les corps d'épreuve ont été bridés sur la plate-forme d'essais du CES I à Saint-Rémy-lès-Chevreuse. Ils sont sollicités par un ou deux vérins hydrauliques AMSLER 10/20 t qui agissent horizontalement sur les faces externes des poteaux (le diamètre de la plaque d'appui de la tête du vérin est de 16 cm). Pour tous les essais la ligne d'action des forces a été réglée sur l'axe de la poutre à 176,75 cm de la plateforme des essais soit à 155,25 cm de la face supérieure des semelles.

Pendant les essais, chaque portique a été chargé verticalement en tête de chaque poteau et en trois points de la poutre avec cinq masses de plomb ayant un poids total de 14,5 tonnes.

#### 7.11 Essai Statique

Pour l'essai statique, on a fait agir un seul vérin sur un côté du portique JT 17 (sur le poteau Ouest) (photographie 10).

Le programme de chargement a été mené par paliers statiques successifs de 200 kg jusqu'à 3 000 kg puis de 100 kg ensuite jusqu'à rupture de la pièce avec retour à la charge de référence de 100 kg entre chacun d'eux.

Les forces appliquées ont été mesurées avec un dynamomètre à pendule AMSLER raccordé sur le circuit hydraulique d'alimentation du vérin.

#### 7.12 Essai Statique Alterné

Pour ce deuxième mode de chargement, on a sollicité le corps d'épreuve, JT 18, successivement avec les deux vérins hydrauliques dont les axes coïncident de façon à déformer le portique alternativement de part et d'autre de son plan transversal de symétrie.

Les vérins sont montés en opposition et sont alimentés chacun par un groupe moto-pompe équipé d'un régulateur de débit, logé dans le corps d'un dynamomètre à ressort AMSLER.

Ce dispositif de chargement est piloté en déformation à partir de deux capteurs CIC (repérés Est et Ouest) mis en place sur les poteaux, en dessous de la face inférieure de la poutre. Quant aux efforts appliqués par chaque vérin, ils sont mesurés à l'aide de deux dynamomètres à jauges TESTUT placés sur leurs têtes, câblés en opposition et alimentés par un pont unique d'extensométrie. On obtient ainsi directement la résultante géométrique de l'effort total sur le portique. La précision sur les charges est en fait la précision de l'étalonnage sur les presses du laboratoire  $\pm 0,5 \%$  sur 5 000 kg, soit  $\pm 25$  kg.

Le programme de chargement du corps d'épreuve a été réalisé d'après le tableau ci-après :

Amplitude de déformation imposée	Nombre de cycles appliqués	Numéro du cycle
$\pm 2$ mm	5	1 à 5
$\pm 9$ mm	4	6 à 9
$\pm 14,5$ mm	3	10 à 12
+ 20 mm	0.5	13
- 25 mm	0.5	13
$\pm 30$ mm	1	14
+ 35 mm	/	15

## 7.2 DISPOSITIFS de MESURE

### 7.21 Mesure des Déformations Relatives des Aciers et du Béton

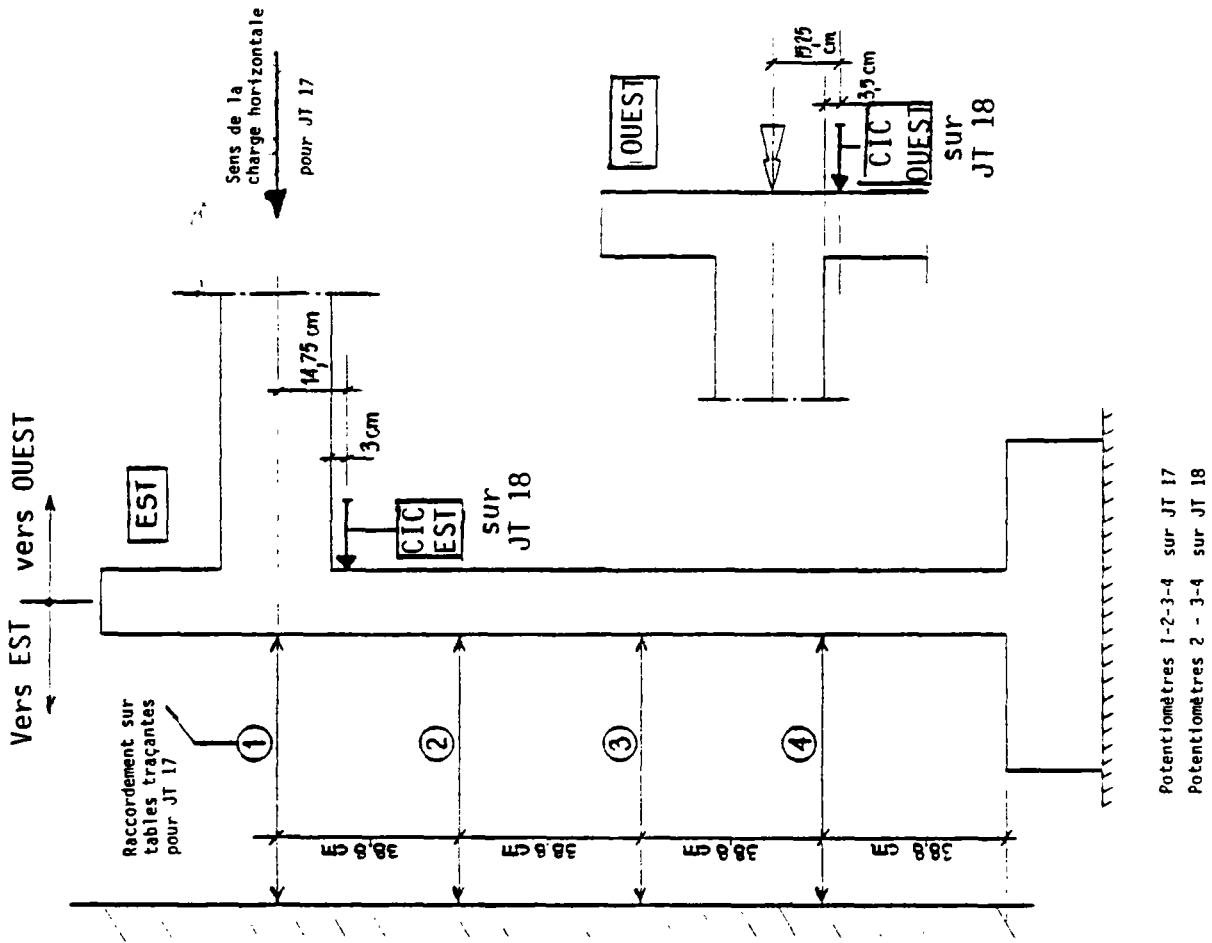
#### Mesures sur Aciers

Au moment de la fabrication de chaque pièce on a collé douze jauges type FLA 6 de 6 mm de longueur sur deux aciers longitudinaux T8 d'un poteau et sur deux aciers longitudinaux de la poutre (les jauges étant groupées deux par deux et diamétralement opposées). (figure 21)

#### Mesures sur Béton

Les déformations du béton sur les faces comprimées ou tendues d'un poteau (celui équipé avec les jauges sur acier) sont mesurées avec des jauges type PL 30 de 30 mm de longueur.

La position et l'indexation de ces points de mesure sont données sur la figure 21.



Potentiomètres 1-2-3-4 sur JT 17  
 Potentiomètres 2 - 3-4 sur JT 18

Figure 22 - INDEXATION des CAPTEURS de DEPLACEMENT.

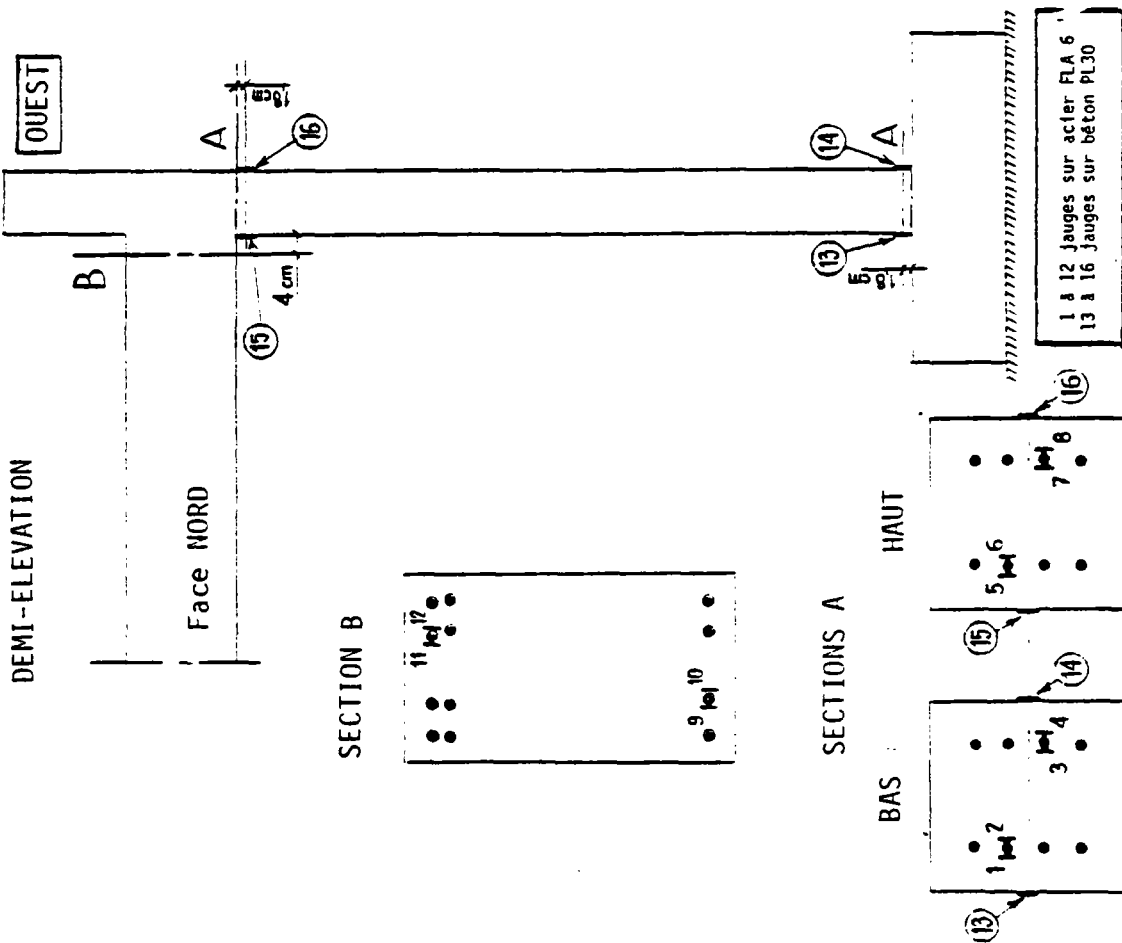


Figure 21 - INDEXATION des JAUGES sur un PORTIQUE.

## 7.22 Mesure des Flèches du Portique

Pour chaque portique les flèches d'un poteau sont mesurées dans son plan de symétrie avec des capteurs de déplacements potentiométriques répartis sur quatre niveaux pour JT 17 et sur trois niveaux seulement pour JT 18 d'après le schéma de la figure 22 (où sont également indexés les deux capteurs CIC mis en place sous la poutre de JT 18).

Les semelles de chaque pièce sont équipées de comparateurs pour contrôler tous mouvements relatifs éventuels avec la plateforme d'essai (décollement et glissement) pendant les chargements.

## 7.23 Enregistrements des Résultats

Tous les capteurs de déformation et les dynamomètres ont été raccordés à une centrale automatique d'acquisition de données SCHLUMBERGER reliée à une imprimante.

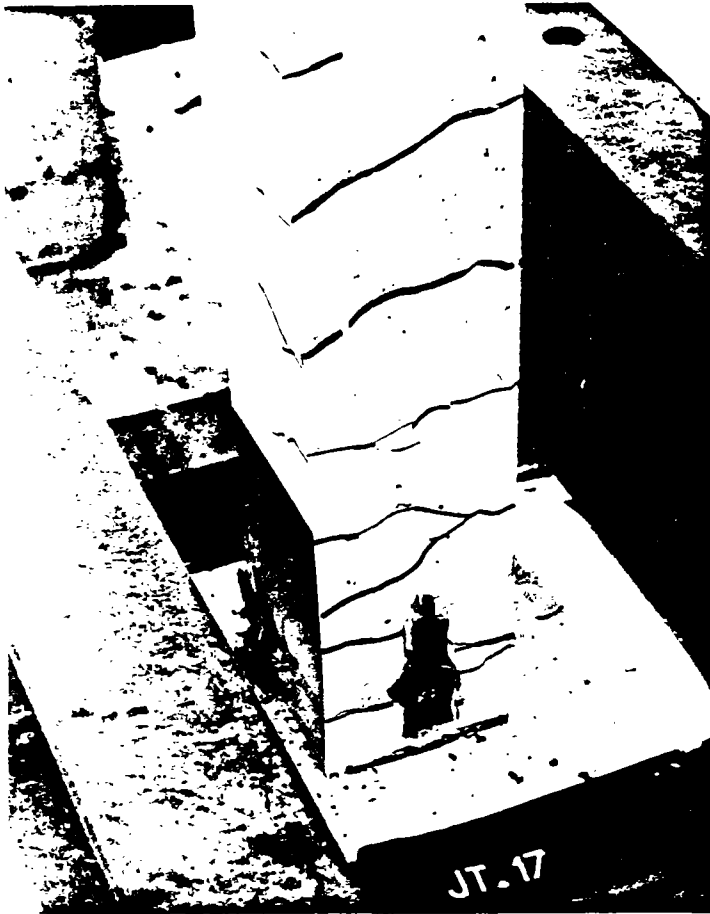
Ce dispositif de mesure permet, à chaque palier de charge pour JT 17 (figure 23) ou pour chaque valeur maximale des amplitudes de déformation JT 18 (figure 23) de faire une lecture rapide de tous les points de mesure en quelques fractions de seconde.

Lors de la mise en place de chaque masse de plomb une lecture complète de tous les points de mesure a également été faite avant application des efforts horizontaux.

## 7.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX

### 7.31 Essais Statiques

Au cours du chargement, comme dans le cas des poteaux, des fissures de flexion se sont développées sur les faces de chaque poteau (photographies 11 et 12). La charge horizontale ultime a été de 3 300 daN. L'évolution du déplacement de la tête du poteau en fonction de la charge horizontale appliquée, enregistrée au cours d'essai est représentée sur la figure 23.



Photographie 11

PIED du POTEAU OUEST de JT 17  
après RUPTURE



Photographie 12

VUE du POTEAU EST de JT 17  
après RUPTURE

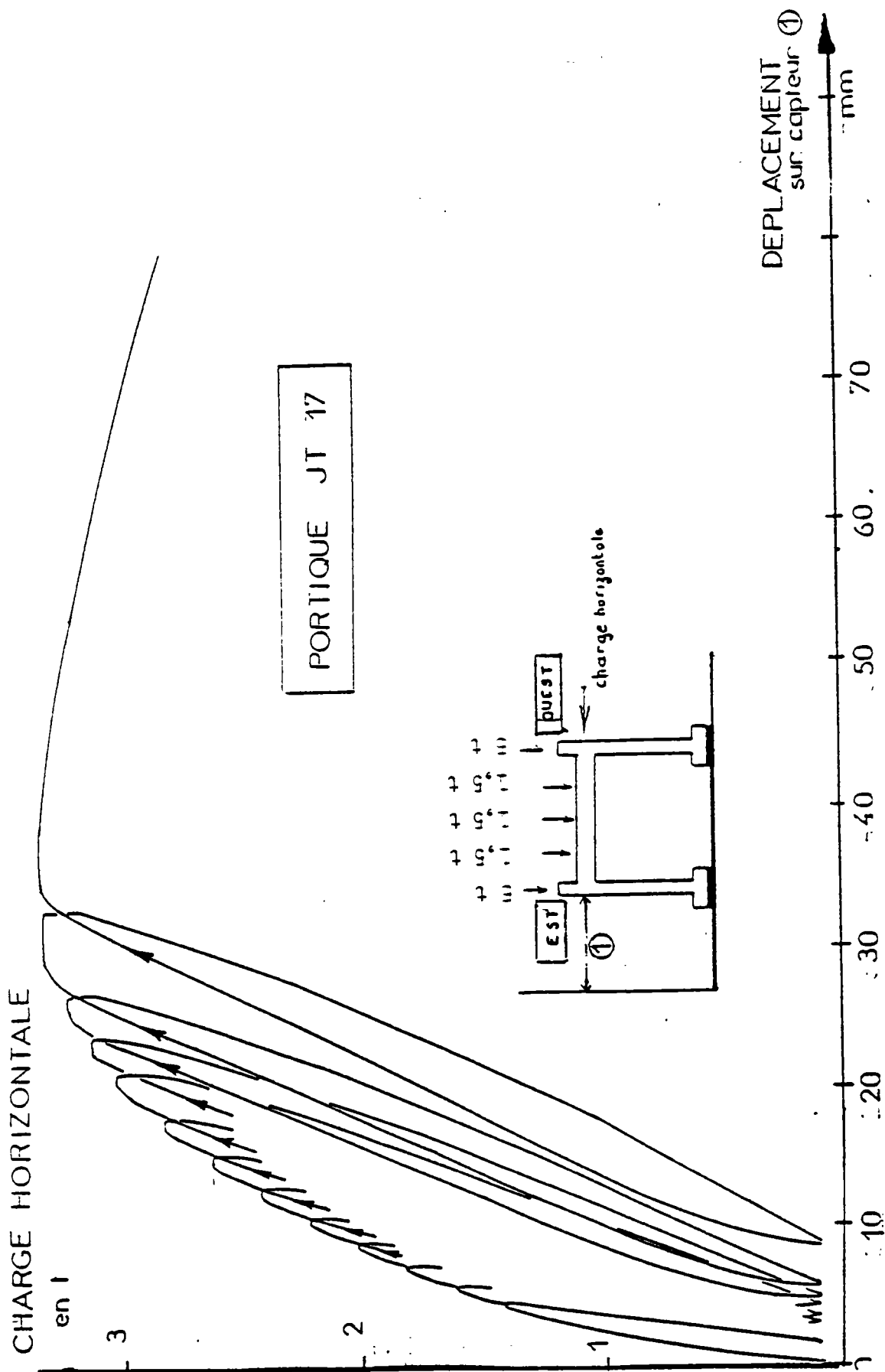


FIGURE 23.

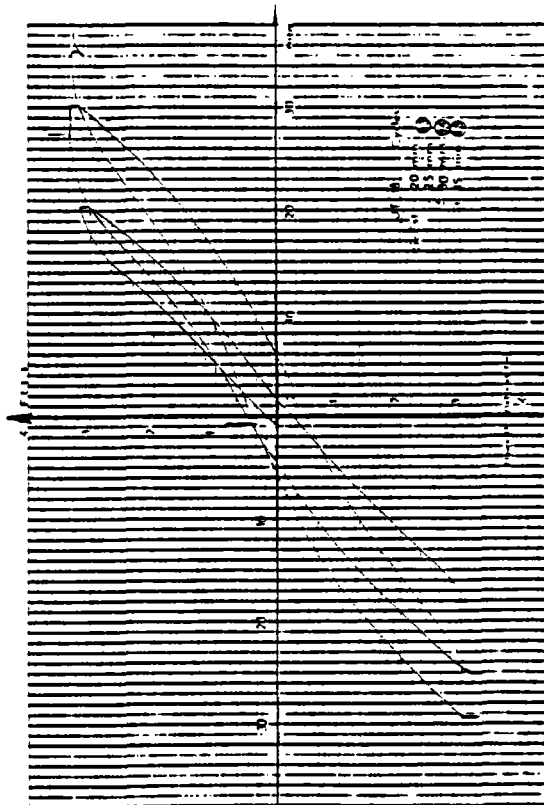
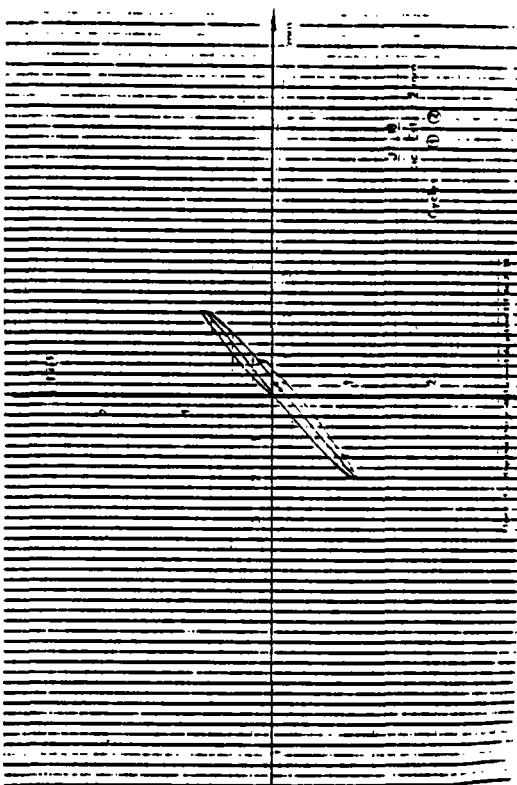
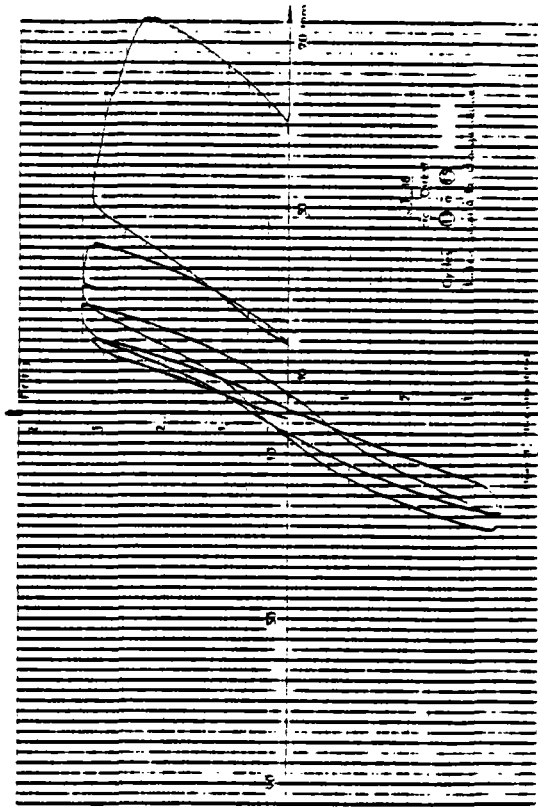
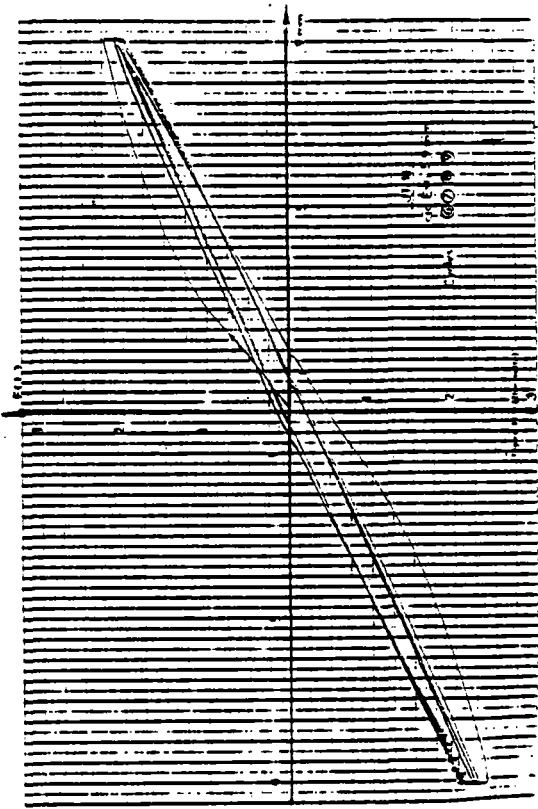


FIGURE 24.  
COMPORTEMENT CYCLIQUE du PORTIQUE.

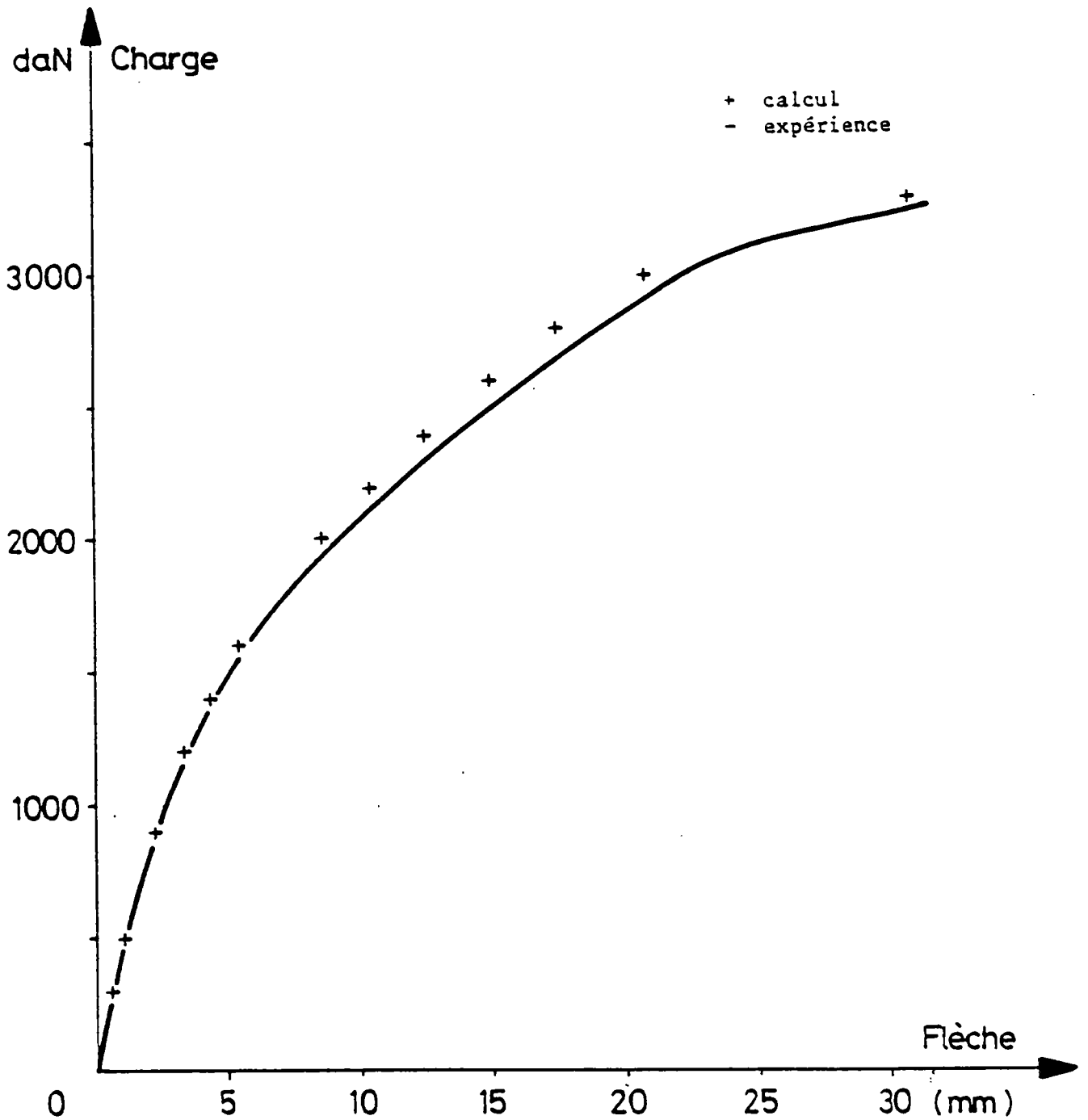


Figure - 25  
COMPARAISON des COURBES "CHARGE-FLECHE"  
CALCULEE et MESUREE.

### 7.32 Essais Cycliques Alternés

Le comportement du portique testé sous un chargement cyclique alterné est analogue à celui des poteaux sous le même type de chargement. Pendant l'essai, la fissuration se développe sur les deux poteaux ( ) (en bas et en haut des poteaux) jusqu'à rupture. Le portique s'effondre pour une charge horizontale de 3 410 daN. En maintenant cette charge, à rupture, la flèche horizontale est de l'ordre de 90 mm. Ainsi comme le présente la figure 24 ces portiques ont un comportement ductile.

### 7.4 CONCLUSIONS

Les essais de chargement monotone sur les poteaux et les portiques servent comme références. La comparaison des courbes "effort-déplacement" (horizontal) enregistrées au cours d'essais avec celles calculées (par le programme TEDEL Annexe dont nous nous servons pour nos calculs) démontre le degré de fiabilité des résultats de calcul (figure 25)

Les essais de cyclages, en déplacement imposé, montrent que la décharge après le premier chargement, s'effectue avec une pente plus faible que la pente élastique dès que commence la fissuration, ce qui correspond à un très faible niveau de charge. Les cycles suivants s'effectuent avec une pente qui est d'autant plus faible que le déplacement imposé est grand. En effet, la fissuration du béton en traction se traduit par la diminution de rigidité de la structure, car à la traction le béton de la partie fissurée de la section n'oppose aucune résistance à la traction. On constate qu'après quelques cycles de déplacement imposé de même niveau, les cycles d'hystérésis se stabilisent et que le matériau (béton armé) se comporte quasiment comme un matériau élastique fictif d'un module d'élasticité réduit.

## VII. DISPOSITIFS ET PROCÉDURES D'ESSAIS SÉISMQUES

### 8.1 CARACTERISTIQUES TECHNIQUES de l'INSTALLATION d'ESSAI SEISMIQUE

#### 8.1.1 Caractéristiques Limites de la Table Vibrante "VESUVE"

La table vibrante utilisée pour ces études est la "VESUVE" dont nous avons vu les caractéristiques précédemment.

#### 8.2 CHOIX des ACCELEROGRAMMES de MOUVEMENT du SOL

Pour les essais, trois accélérogrammes de caractéristiques différentes étaient spécifiés :

- TAFT NS (1952) de durée 14 secondes et de fréquence centrale 2.5 Hz,
- SAN FRANCISCO NS (1957) de durée 5.4 secondes et de fréquence centrale 4 Hz,
- SYNTHETIQUE AEDF 73 de durée 20 secondes correspondant au spectre EDF.

Pour simuler sur une maquette à l'échelle 1/3 les effets de séismes sur une structure à l'échelle 1, l'application des règles de similitude dynamique, en l'absence des effets de pesanteur, conduit à contracter le temps d'un facteur 3 en conservant les vitesses. Ceci entraîne donc une dilatation des accélérations d'un facteur 3 et une contraction des déplacements d'un facteur 3.

Au cours des essais, ces accélérogrammes sont utilisés à différents niveaux. Le paramètre choisi pour repérer ces différents niveaux est la vitesse maximale au cours du temps, qui présente l'avantage d'être conservée par la similitude.

Les accélérogrammes contractés des séismes utilisées sont représentés, normalisés à une vitesse maximale de 0.1 m/s sur les figures 26, 27 et 28.

#### 8.3 REPRODUCTION des MOUVEMENTS SEISMQUES par la TABLE VIBRANTE

Comme il est mentionné plus haut, on a utilisé pour les essais les mouvements séismiques enregistrés à TAFT et à SAN FRANCISCO ainsi que l'accélérogramme synthétique AEDF73 contractés en temps.

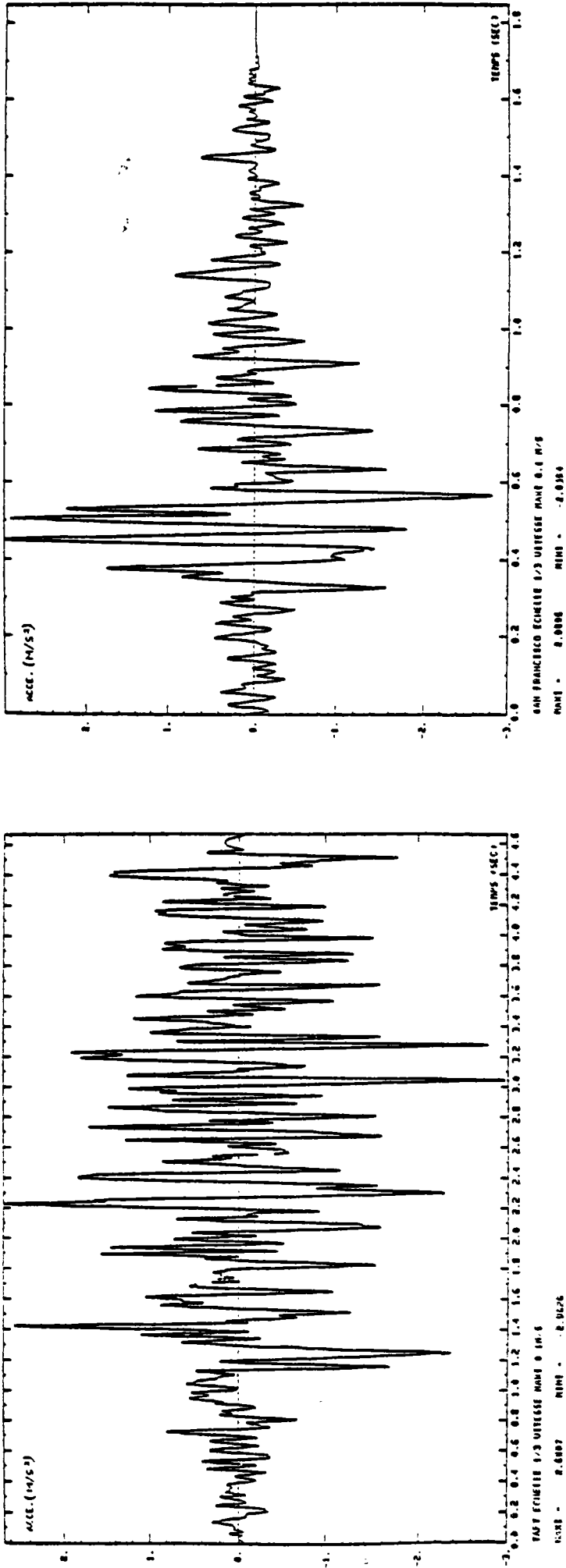


Figure 26.

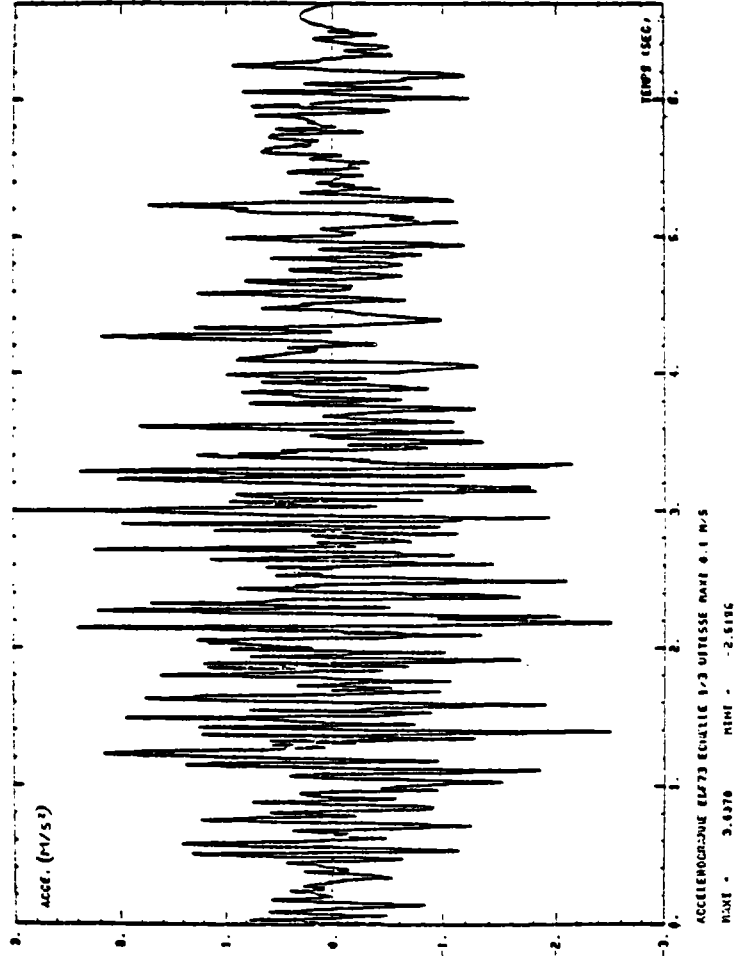


Figure 27.

Figure 28

ACCELEROGRAFIA ECHILLE 1/3 UTESSE NAME 0 1 M/S  
RATE - 3.0370 TIME - 2.6106

Ces accélérographes sont intégrés deux fois pour obtenir des signaux de déplacement utilisés pour piloter la table. Le contrôle à chaque essai est effectué par mesure du déplacement et de l'accélération de la table.

#### 8.4 INSTRUMENTATION

Le schéma général de l'implantation de l'instrumentation est représenté sur la figure 29. (photographie n° 13)

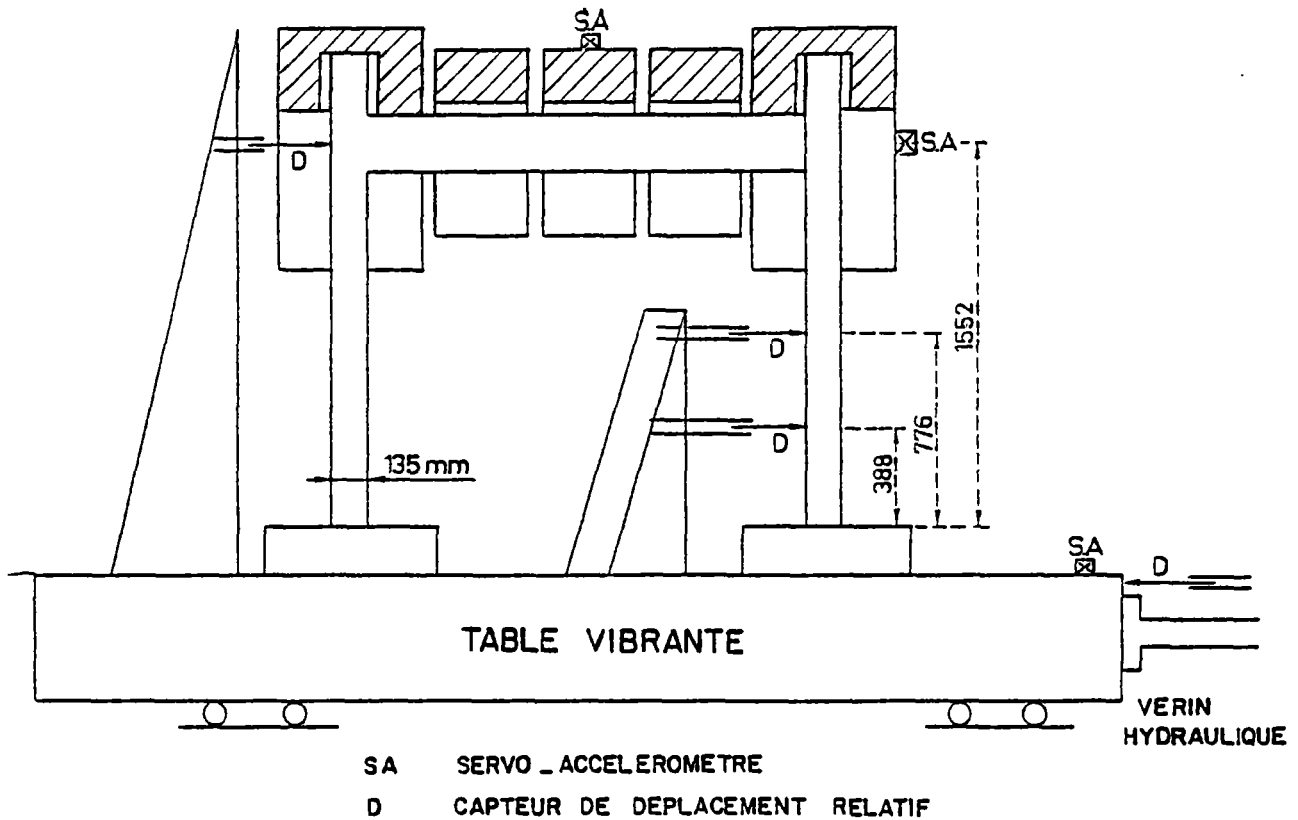
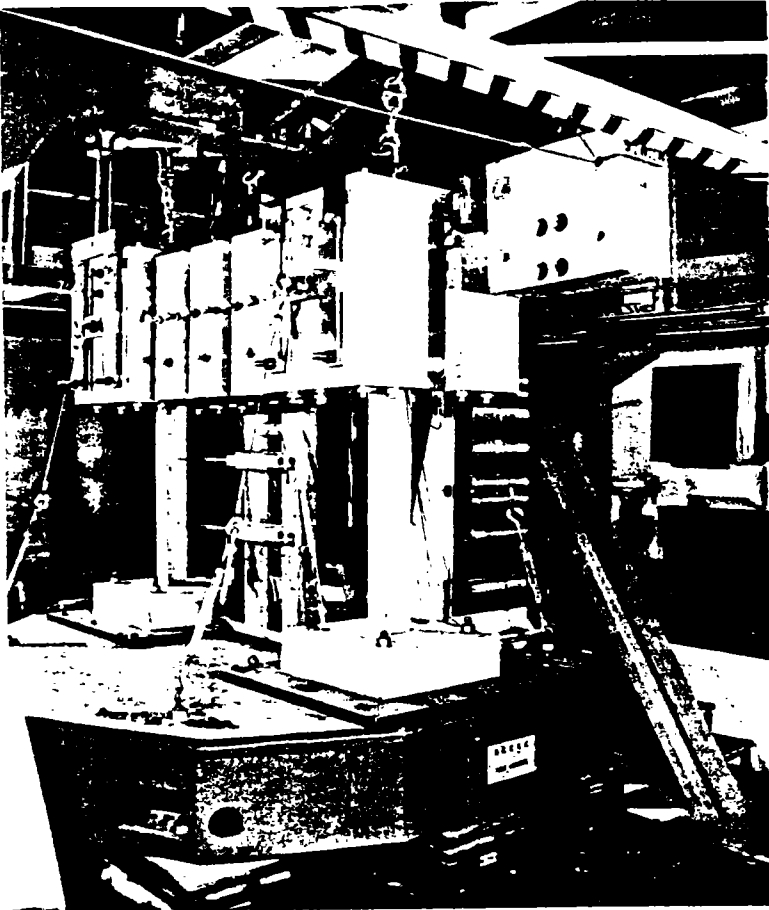
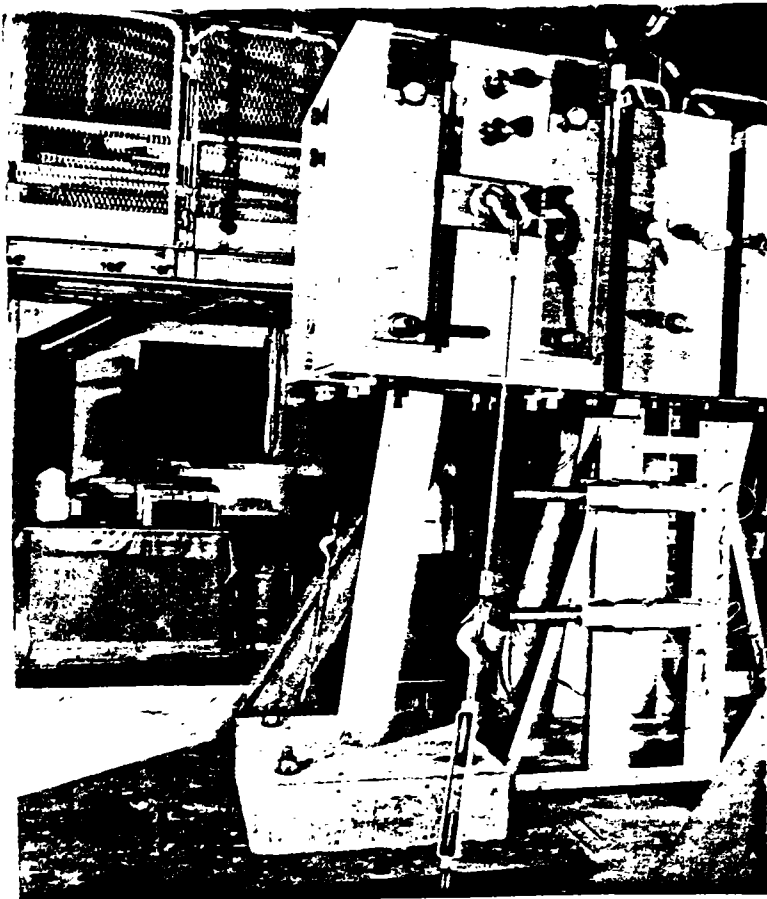


Figure 29 - SCHEMA GENERAL de  
l'IMPLANTATION de l'INSTRUMENTATION



Photographie 13

DISPOSITIFS d'ESSAI SEISMIQUE



Photographie 14

RUPTURE sous ESSAI SEISMIQUE

#### 8.41 Caractéristiques Techniques des Capteurs

Les accéléromètres, capteurs de déplacement, jauges de contraintes et extensomètres utilisés avaient les mêmes caractéristiques que ceux employés pour l'étude des poteaux.

#### 8.42 Acquisition des Données

a) enregistrement des voies de mesure sur deux enregistreurs magnétiques analogiques de quatorze pistes chacun,

b) enregistrement de seize voies de mesure sur un PLURIMAT S.

#### 8.43 Moyens de Traitement des Signaux

Ces moyens sont les mêmes que pour les poteaux.

#### 8.5 DEROULEMENT des ESSAIS

Chaque portique a été soumis à une succession de séismes jusqu'à observation de la ruine (caractérisée essentiellement par l'écrasement du béton en compression). Avant chaque essai la fréquence propre et l'amortissement du portique sont déterminés par un balayage sinusoïdal à très faible niveau ( $F \approx 10$  N) à l'aide d'un excitateur électrodynamique. Après chaque séisme, la fréquence propre et l'amortissement du portique sont déterminés numériquement en assimilant le mouvement libre du portique au mouvement pseudo-périodique d'un oscillateur à un degré de liberté. L'expérience montre que la mesure de la fréquence propre de la structure est une très bonne indication de l'état de dégradation du matériau.

Les essais effectués sont résumés dans le tableau page suivante.

PORTIQUES	SEISMES	VITESSE MAXIMALE	
		Niveau Inférieur	Niveau Supérieur
JT 19	TAFT NS 8 séismes de niveau croissant	0.049 m/s	0.370 m/s
JT 20	TAFT NS 6 séismes de niveau élevé	0.370 m/s	0.370 m/s
JT 21	SAN FRANCISCO NS 23 séismes de niveau croissant	0.080 m/s	0.590 m/s
JT 22	SAN FRANCISCO NS 9 séismes de niveau élevé	0.590 m/s	0.590 m/s
JT 23	ACCELEROGRAMME AEDF 73 Séismes de niveau croissant	0.063 m/s	0.360 m/s

## 8.6 RESULTATS des ESSAIS SEISMIQUES sur PORTIQUES

Pour les essais sismiques sur portiques, comme précédemment vu, trois types d'accélérogrammes (TAFT, 1952 - SAN FRANCISCO, 1957 et Ac. AEDF 73) ont été utilisés. On a réalisé deux types d'expériences, soit une dizaine de séismes de niveau croissant, soit quelques séismes de niveau élevé

Nous étudions dans ce qui suit le comportement de chacun de ces portiques observé en cours d'expérience. Pour la détermination de la fréquence et de l'amortissement des portiques, aussi bien dans leur état initial qu'au cours du mouvement, on a employé les mêmes procédures que pour les poteaux.

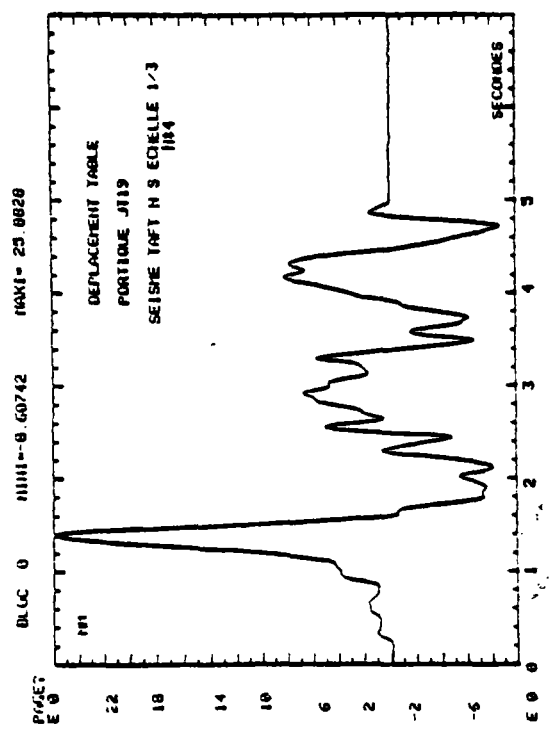
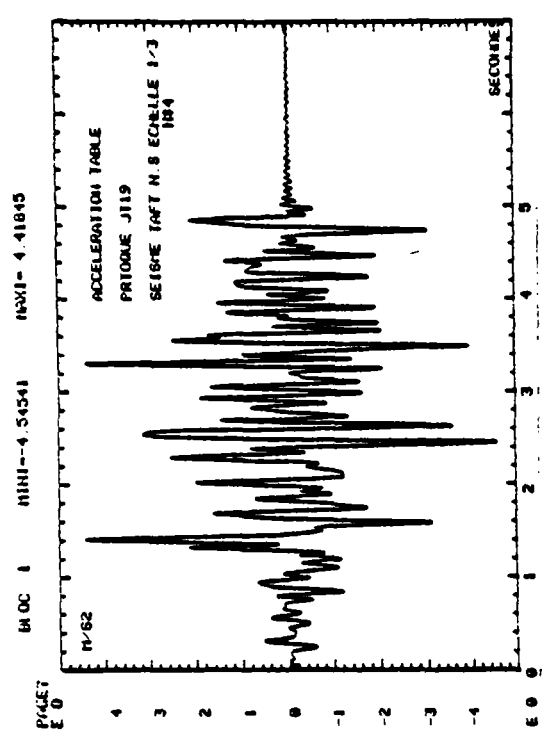
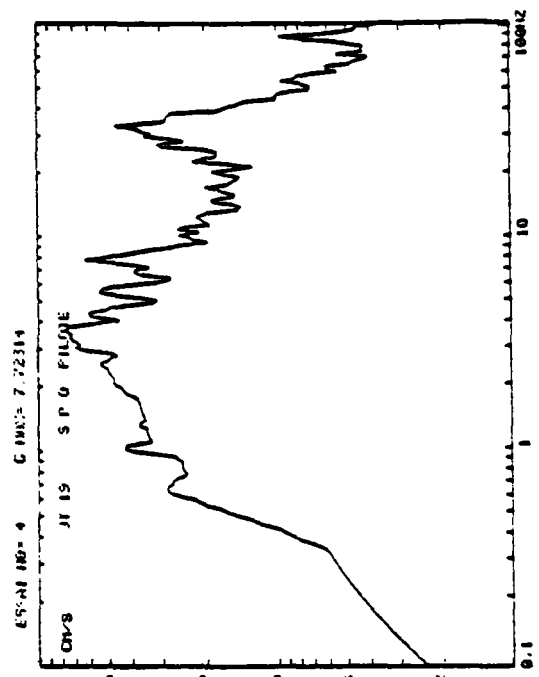
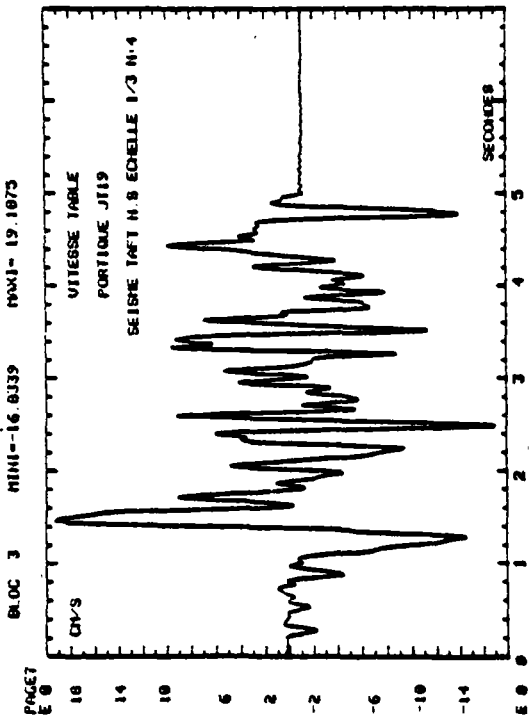


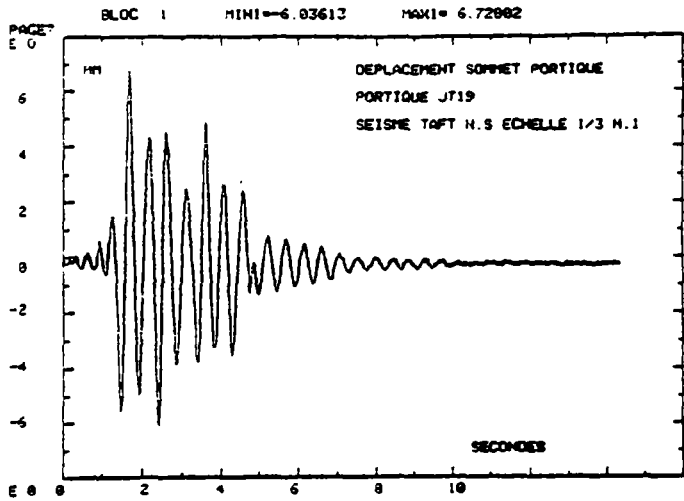
Figure 30 - PROPRIETES du SEISME  
TAFT créées par la TABLE.

PORTIQUE JT 19

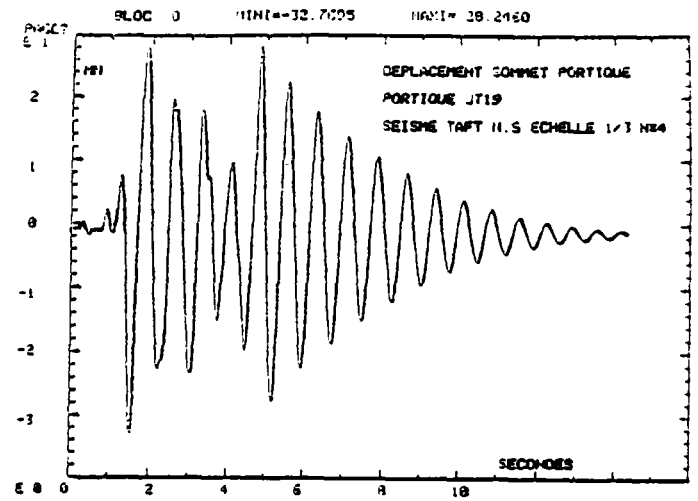
Fréquence initiale : 2.83 Hz  
 Amortissement initial : 1.8 %  
 Séisme TAFT NS : Echelle 1/3  
 Durée du séisme : 4.6 s  
 Durée du mouvement du portique : 12 à 15 s

Essai n°	Mouvement de la Table			Mouvement du Portique				Etat final	
	Déplacement maxi (mm)	Vitesse maxi (m/s)	Accélérat. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Déplacement maxi (mm)			Accél. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Amortissem. (%)
				COTE 1552	COTE 776	COTE 338	SOMMET 1552		
1	6.3	0.049	1.25	6.9	3.2	1.5	1.31	2.15	3.3
2	11.8	0.099	2.35	13.6	6.9	3.5	1.88	1.87	3.9
3	19.3	0.145	3.44	22.6	12.1	5.5	2.35	1.65	4.3
4	25.9	0.192	4.54	32.0	15.5	7.5	2.94	1.31	3.9
5	32.1	0.236	5.50	42.0	22.7	10.3	2.85	1.12	4.2
6	38.0	0.281	6.51	52.5	28.0	13.4	2.93	0.97	5.
7	45.0	0.326	7.72	60.	34.	17.	2.87	0.90	7.5
8	51.8	0.369	8.75	65.0	36.	17.5	2.75	-	-

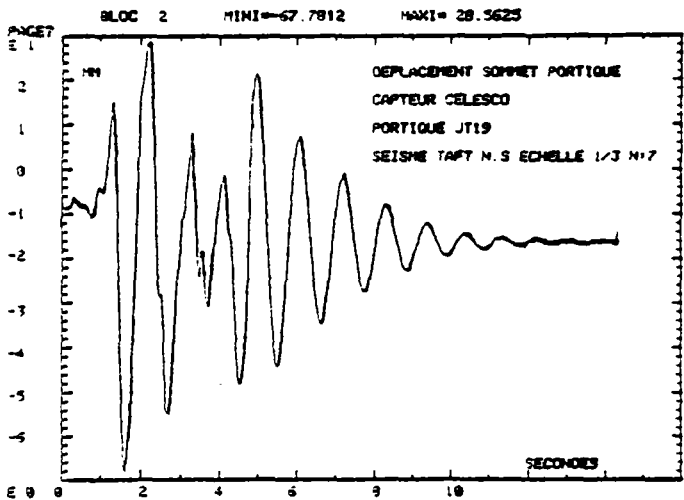
Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure 31.



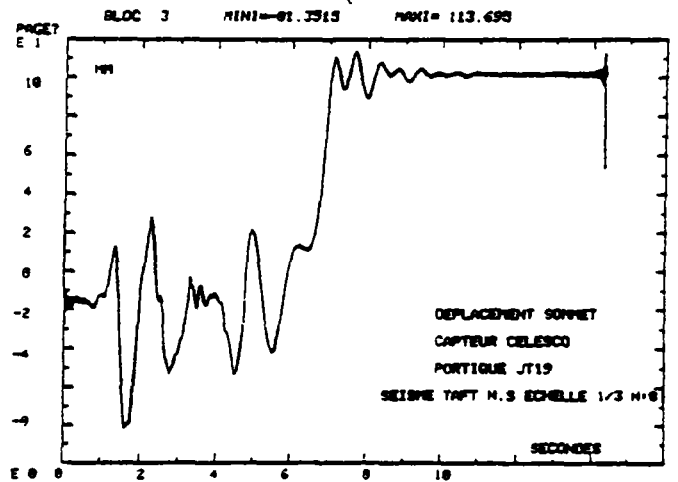
1ère Expérience



4ème Expérience



7ème Expérience



8ème et Dernière Expérience

Figure 31 - MOUVEMENT du SOMMET du PORTIQUE SEISMES NIVEAUX CROISSANTS

A partir du troisième séisme on a observé des fissures importantes aux niveaux des encastremets à la base des poteaux et au droit de la poutre horizontale. A partir du cinquième séisme, on a observé l'écrasement du béton à la base des poteaux.

La ruine du portique est survenue au cours du huitième séisme.

Après la ruine (écrasement du béton aux encastremets inférieurs et supérieurs des poteaux) la poutre horizontale n'est quasiment pas dégradée (fissure à peine visible).

La ruine du portique est survenue pour la vitesse maximale de séisme  $V = 0.37$  m/s.

PORTIQUE JT 20

Fréquence initiale : 2.92 Hz  
 Amortissement initial : 1.4 %<sup>2</sup>  
 Séisme TAFT NS : Echelle 1/3  
 Durée du séisme : 4.6s  
 Durée du mouvement du portique : 15 s.

Essai n°	Mouvement de la Table			Mouvement du Portique				Etat final	
	Déplacement maxi (mm)	Vitesse maxi (m/s)	Accélérat. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Déplacement maxi (mm)			Accél. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Amortissem. (%)
				COTE 1552	COTE 776	COTE 338	SOMMET 1552		
1	52.5	0.32	8.0	-	-	-	-	-	
2	53.0	0.32	7.04	122	38	18	2.11	1.0	
3	53.7	0.34	9.55	68	36	16	1.95	0.92	
4	53.0	0.34	7.36	64	35	17	1.81	0.91	
5	52.6	0.31	9.30	70	38	18	1.73	0.97	
6	52.6	0.29	6.70	-	-	-	2.10	-	

Les déplacements du portique sont donnés par rapport à la position en début d'essai, déduction faite du déplacement résiduel de l'essai précédent. Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure 32.

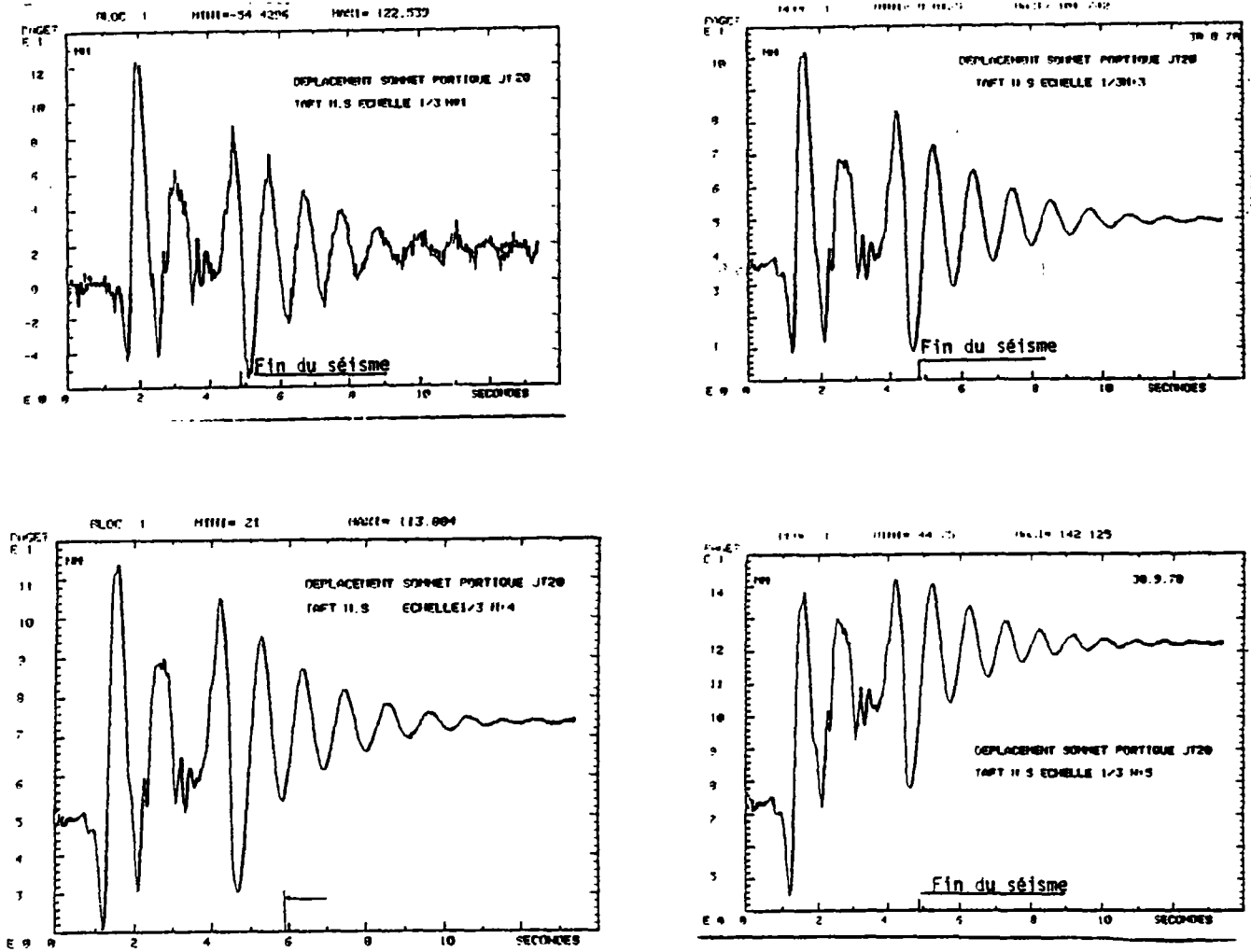


Figure 32 - MOUVEMENT du SOMMET du PORTIQUE

La ruine intervient par écrasement du béton et rupture des fers aux deux encastremets inférieurs, le mouvement restant dans le plan du portique.

PORTIQUE JT 21

Fréquence initiale : 2.95 Hz  
 Amortissement initial : 3 %  
 Séisme SAN FRANCISCO NS : Echelle 1/3  
 Durée du séisme : 1.9 s  
 Durée du mouvement du portique : 8 s

Essai n°	Mouvement de la Table			Mouvement du Portique				Etat final	
	Déplacement maxi (mm)	Vitesse maxi (m/s)	Accélérat. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Déplacement maxi (mm)			Accél. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Amortissem. (%)
				COTE 1552	COTE 776	COTE 338			
1	3.4	0.080	4.2	5.5	3.5	1.4	1.23	2.24	3.5
2	7.2	0.162	5.7	13.7	7.9	3.2	1.94	1.91	3.8
3	10.7	0.23	8.2	23.6	13.9	5.7	2.37	1.60	3.7
4	14.2	0.30	10.8	31.3	17.7	7.4	2.75	1.35	3.6
5	18.1	0.37	13.6	44.0	22.4	9.8	2.83	1.21	4.5
6	21.7	0.42	15.6	51.1	25.6	11.4	2.58	1.08	4.9
7	24.9	0.46	-	54.8	27.3	12.3	2.57	1.06	4.9
8	28.3	0.50	19.2	57.3	28.8	13.1	2.49	1.05	5.5
9	31.3	0.52	20.0	58.1	29.4	-	2.64	0.96	5.8
10	35.4	0.54	22.0	58.6	29.7	13.7	2.76	0.96	5.7
11	38.5	-	-	58.7	29.6	13.8	2.77		
12	41.6	-	-	61.4	31.9	14.9	2.74		
13	44.8	-	-	65.3	33.8	16.2	2.66		
14	47.1	-	-	59.9	35.5	17.2	2.61		
15	49.4	-	-	61.3	37.2	18.0	2.60		
16	51.2	-	-	62.6	38.8	19.2	2.57		
17	53.1	0.59	35.0	64.9	40.3	20.2	2.58		
18	55.2	0.59	36.9	68.3	43.9	-	2.43		
19	56.4	0.59	-	73.0	-	-	-		
20	57.6	0.56	-	79.0	-	-	2.39		
21	58.2	0.57	40.4	89.7	-	-	2.21		
22	58.4	0.56	39.3	144.	-	-	2.15		
23	60.4	-	-	232.	-	-	2.98		

On doit noter que lors de ces essais le déplacement de la table a été incrémenté régulièrement mais la vitesse a été limitée à la vitesse maximale du vérin pour ces conditions de chargement, soit 0.60 m/s. Ceci a donc abaissé la partie haute fréquence du spectre de réponse mais était sous influence pour le portique qui est à basse fréquence.

Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure 34.

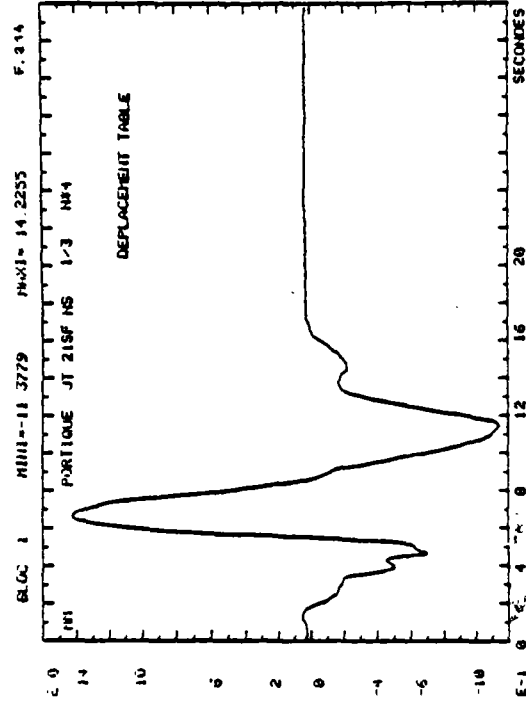
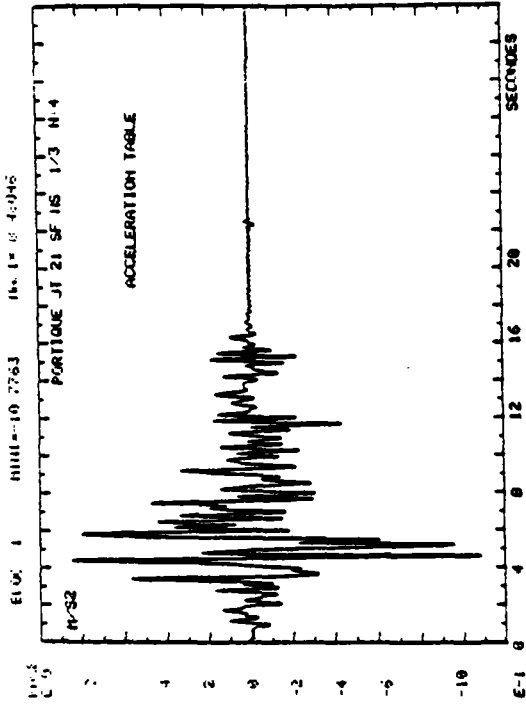
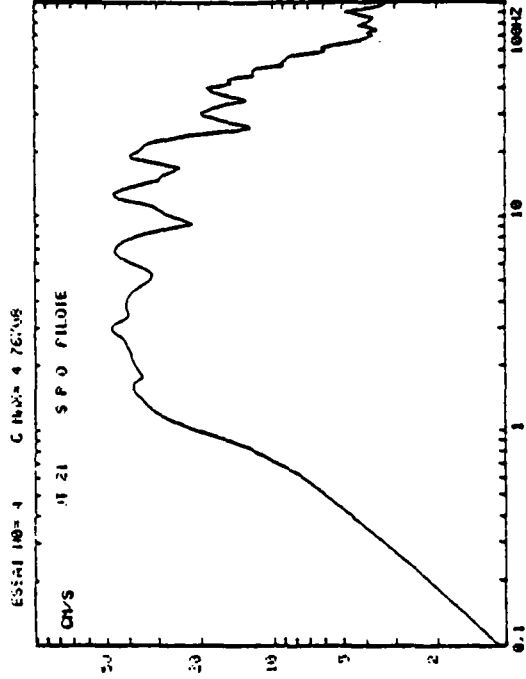
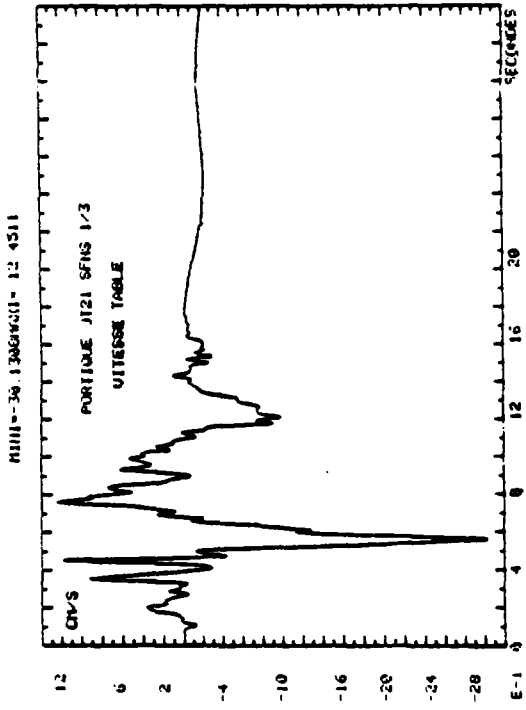


Figure 33 - CARACTERISTIQUES du SEISME SAN FRANCISCO.

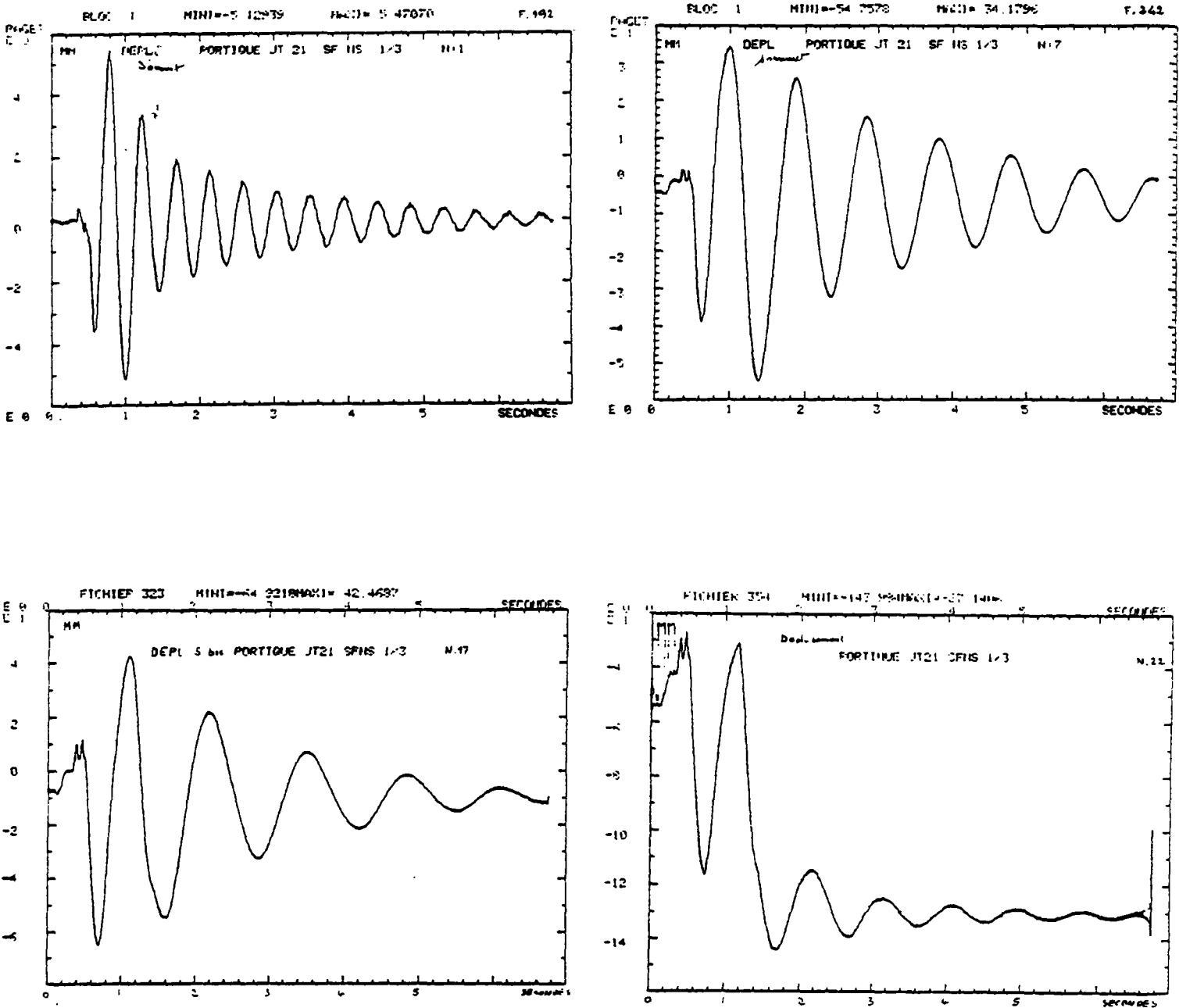


Figure 34 - MOUVEMENT du SOMMET du PORTIQUE.

Les fissurations aux encastremets sont apparues à partir du cinquième essai. L'écrasement du béton sur les faces opposées des mêmes encastremets est apparue à partir du dixième essai. La ruine s'est produite simultanément par écrasement du béton et rupture des armatures "externes" aux encastremets inférieurs.

Le déplacement maxi de la table lors de la ruine correspondait à une vitesse maximale théorique  $V = 1.36$  m/s.

PORTIQUE JT 22

Fréquence initiale : 2.82 Hz  
 Amortissement initial : 1.3 %  
 Séisme SAN FRANCISCO NS : Echelle 1/3  
 Durée du Séisme : 1.9 s  
 Durée du mouvement du portique : 8 s.

Essai n°	Mouvement de la Table			Mouvement du Portique				Etat final	
	Déplacement maxi (mm)	Vitesse maxi (m/s)	Accélérat. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Déplacement maxi (mm)			Accél. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Amortissem. (%)
				COTE 1552	COTE 776	COTE 338	SOMMET 1552		
1	57.4	0.541	35.1	97.5	54.7	26.0	3.51	0.92	
2	58.1	0.577	35.9	77.0	44.0	20.5	2.14	0.83	
3	58.1	0.584	36.0	76.0	43.9	20.4	2.36	0.31	
4	58.3	0.582	36.7	75.0	43.7	20.3	2.57	0.77	
5	58.4	0.578	36.9	74.3	43.4	20.2	2.68	0.75	
6	58.5	0.579	37.0	74.0	43.1	20.1	2.76	0.75	
7	58.4	0.585	36.1	73.4	42.8	19.9	2.77	0.70	
8	58.4	0.583	37.0	73.6	42.7	19.9	2.79	0.70	
9	58.5	0.580	36.8	73.4	42.8	20.0	2.75	-	

Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure .

Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure 35.

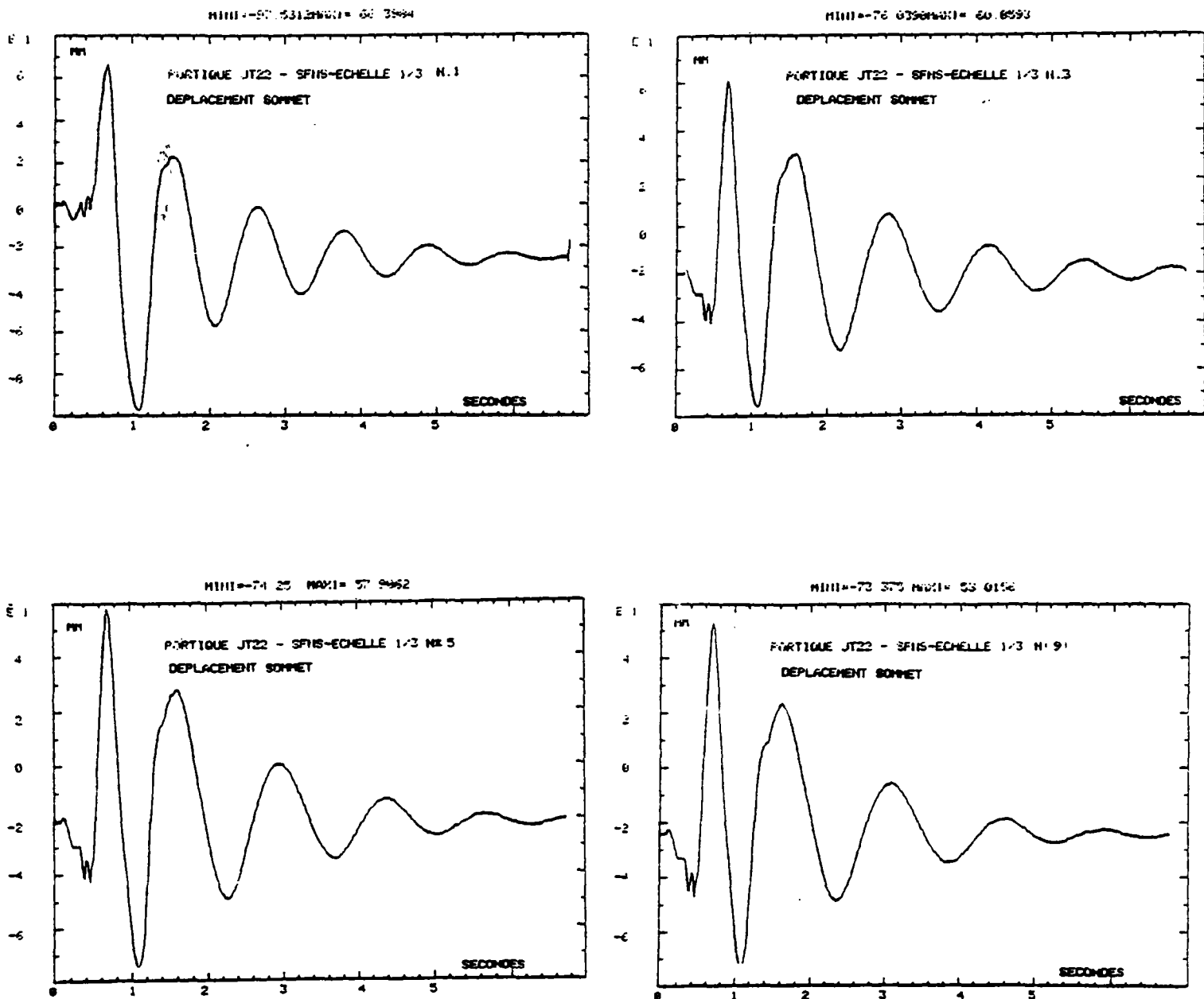


Figure 35 - MOUVEMENT du SOMMET du PORTIQUE.

Les fissures et l'écrasement du béton aux encastremets sont apparus lors du premier séisme. La ruine est survenue par écrasement du béton et striction des armatures tendues au niveau des encastremets inférieurs.

PORTIQUE JT 23

Fréquence initiale : 2.78 Hz  
 Amortissement initial : 1.7 %  
 Séisme ACCELEROGRAMME EDF 73 : Echeille 1/3  
 Durée du séisme : 6.7 s  
 Durée du mouvement du portique : 15 s

Essai n°	Mouvement de la Table			Mouvement du Portique				Etat final	
	Déplacement maxi (mm)	Vitesse maxi (m/s)	Accélérat. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Déplacement maxi (mm)			Accél. maxi (m/s <sup>2</sup> )	Fréquence (Hz)	Amortissem. (%)
				COTE 1552	COTE 776	COTE 338	SOMMET 1552		
1	6.8	0.054	1.99	6.4	3.3	1.6	1.26	2.05	3.2
2	13.7	0.109	3.05	13.8	9.0	3.9	1.90	1.76	4.2
3	20.7	0.162	4.90	24.7	13.8	6.1	2.42	1.44	4.6
4	27.3	0.214	7.11	40.3	21.4	8.9	2.53	1.18	4.9
5	34.2	0.269	7.85	55.2	32.5	15.4	2.43	0.89	6.0
6	41.2	0.321	8.26	89.2	62.3	30.7	2.29	0.89	7.8
7	47.7	0.358	9.17	-	-	-	-	-	-

Le mouvement du sommet du portique pour quelques expériences est donné sur la figure 37.

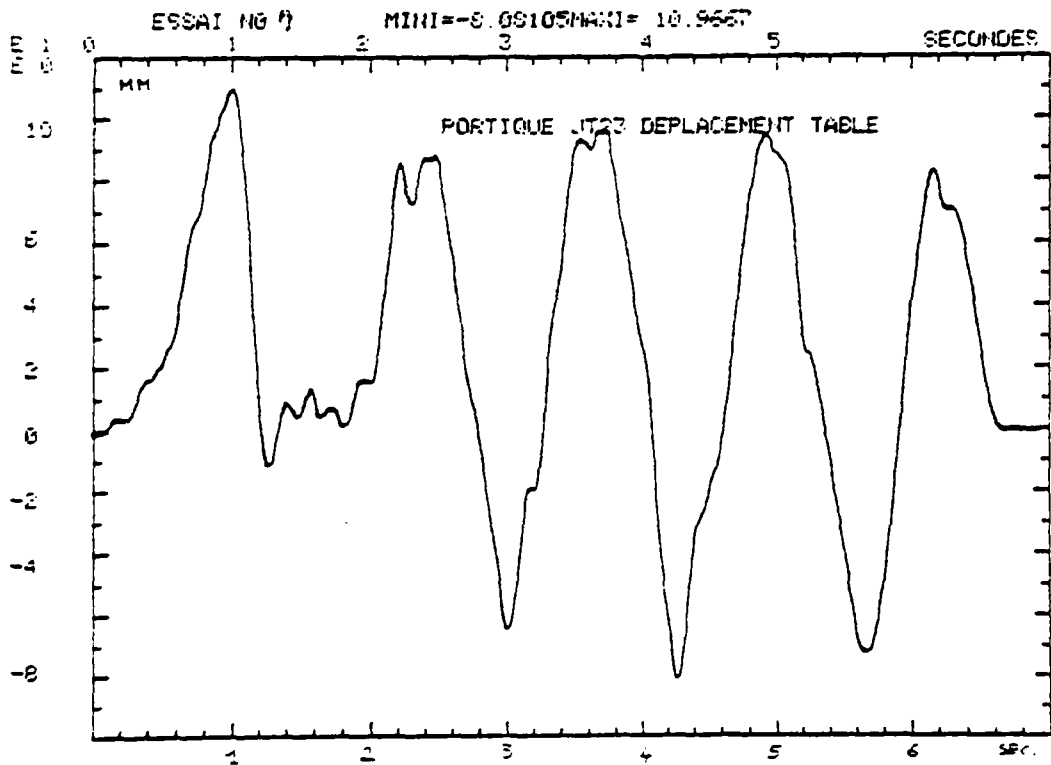
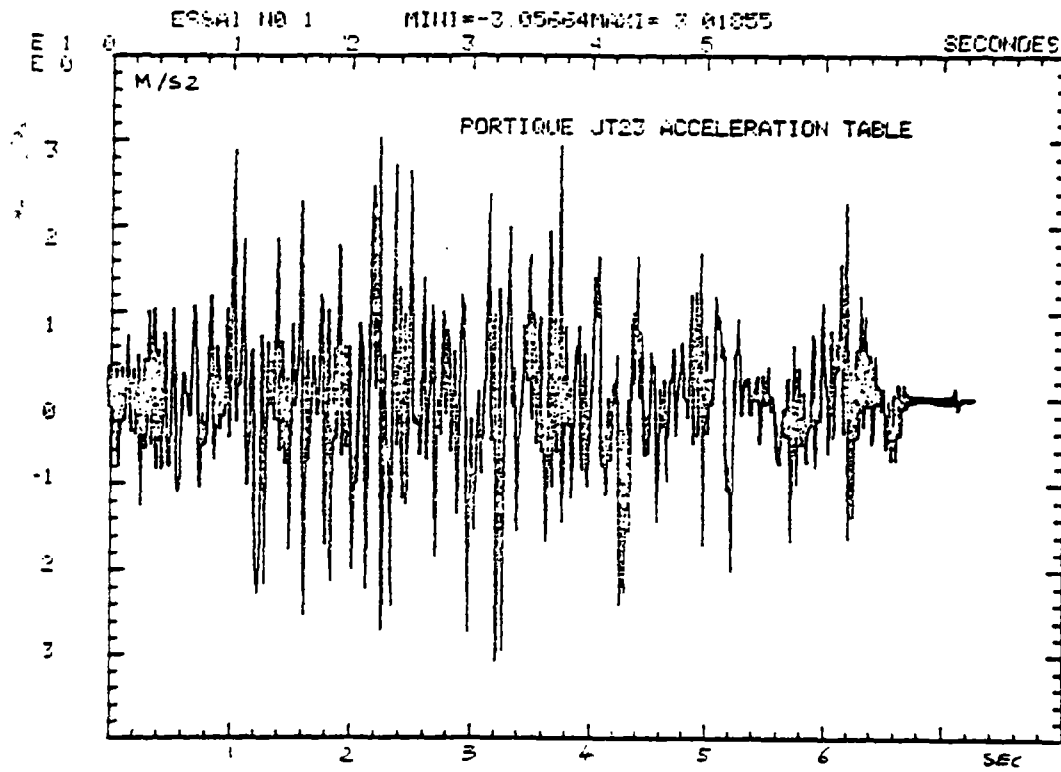


Figure 36 - CARACTERISTIQUES de l'ACCELEROGRAMME AEDF 73.

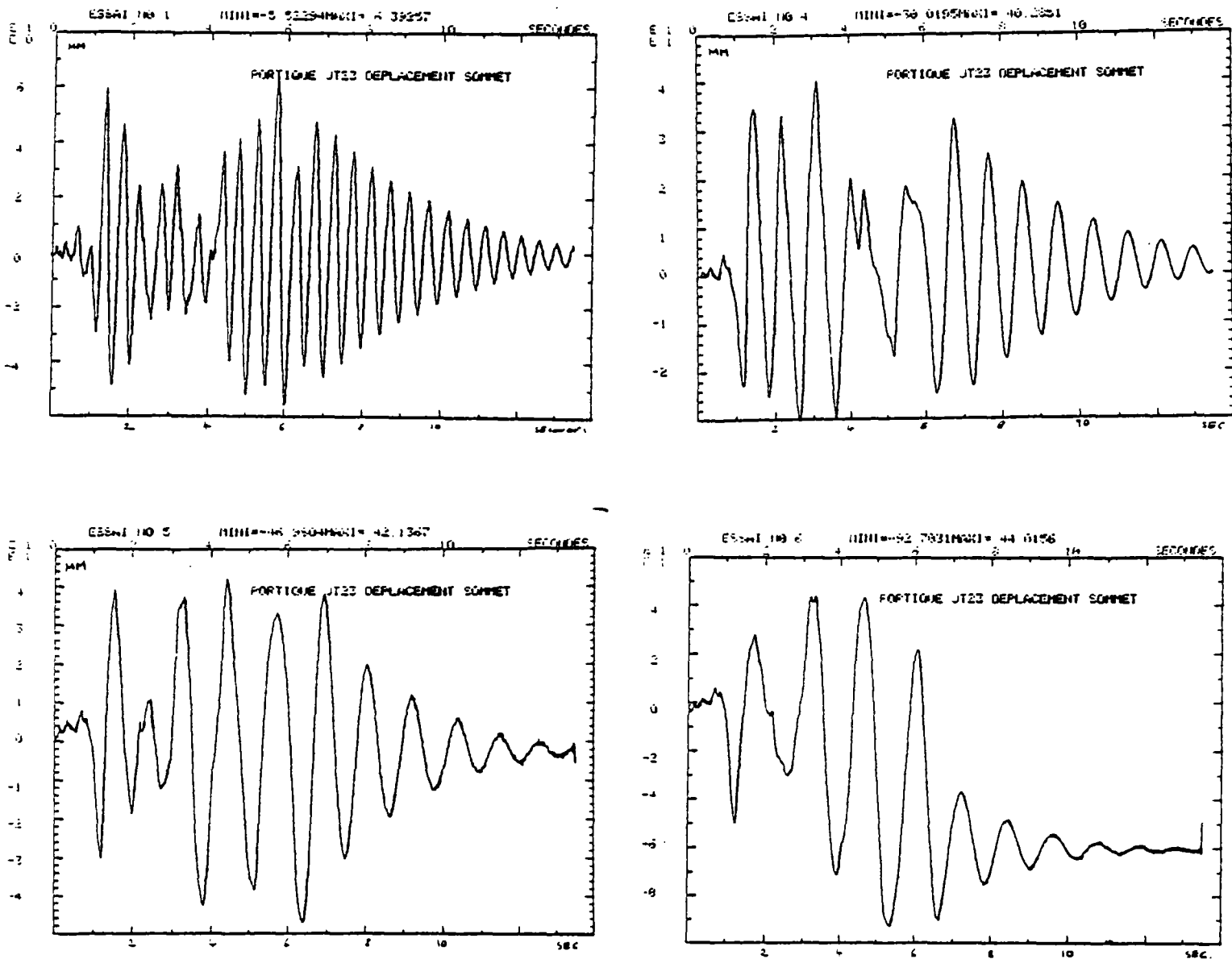


Figure 37.  
MOUVEMENT du SOMMET du PORTIQUE.

Les fissures aux encastremets sont apparues lors du deuxième séisme et l'écrasement du béton est apparu à partir du quatrième séisme. La ruine du portique s'est produite simultanément par écrasement du béton et rupture des armatures tendues. La vitesse maximale de la table lors de la ruine était de 0.36 m/s.

## IX OBSERVATIONS GÉNÉRALES DES ESSAIS SUR PORTIQUES

### 9.1 EVOLUTION de la FREQUENCE

Les fréquences propres des portiques mesurées à l'aide d'un excitateur électrodynamique sont de 1 % à 8 % plus faibles que celles calculées dans l'hypothèse d'une section homogène.

Au cours du mouvement séismique, comme pour les poteaux, les portiques subissent une diminution de la rigidité. Ce phénomène dû en particulier à la fissuration du béton entraîne la diminution de la fréquence propre du portique. La figure 38 présente la variation de la fréquence en fonction de la flèche relative. On remarque la diminution de la fréquence de 2.9 Hz à l'état initial, à 0.97 à l'état précédent la ruine.

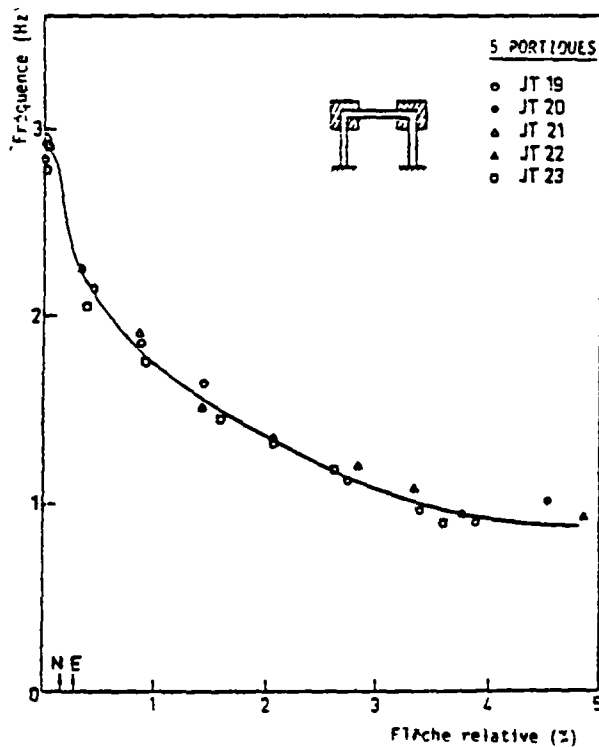


Figure 38

EVOLUTION de la FREQUENCE en FONCTION de la FLECHE RELATIVE.

## 9.2 EVOLUTION de l'AMORTISSEMENT

L'amortissement des portiques à l'état initial varie de 1.3 % à 3 % de l'amortissement critique. Au cours du mouvement séismique, l'amortissement croît. La figure 39 présente la variation de l'amortissement en fonction de la flèche relative (en tête) du portique. L'amortissement mesuré à l'état précédent la rupture était de l'ordre de 7.5 % de l'amortissement critique.

### Caractéristiques du Comportement dynamique en flexion

Les essais séismiques sur portiques ont confirmé les résultats obtenus par les essais du même type sur poteaux. En effet, la tendance concernant la dégradation de la rigidité et l'accroissement de l'amortissement en fonction de la flèche relative en tête des portiques, est la même que celle des poteaux.

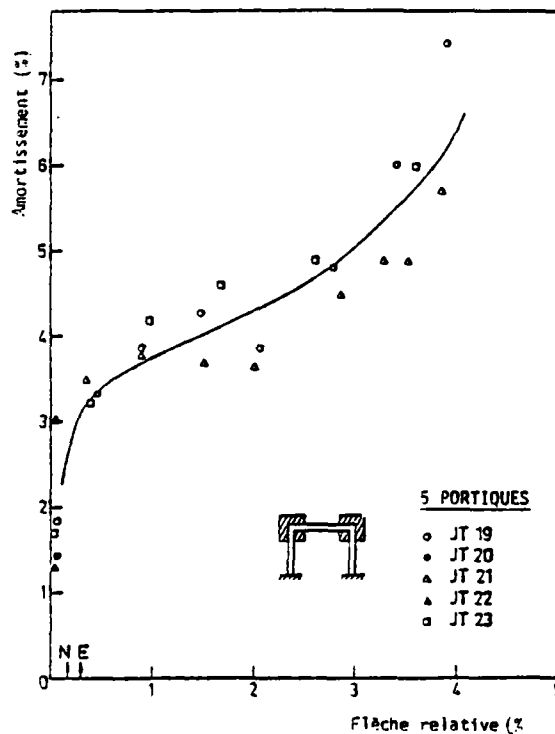


Figure 39

EVOLUTION de l'AMORTISSEMENT en  
FONCTION de la FLECHE RELATIVE.

### 9.3 CORRELATION entre les RESULTATS d'ESSAIS STATIQUES et SEISMIQUES CONCERNANT la DEGRADATION de la RIGIDITE.

En chargement statique cyclique, pour une amplitude donnée de la charge ou du déplacement, les boucles d'hystérésis se stabilisent avec une rigidité réduite. En essais sismiques, après un séisme, on remarque une diminution de la fréquence, donc une diminution de la rigidité. Nous avons étudié la variation de la ruine du rapport de la rigidité à l'état considéré sur la rigidité à l'état initial, en fonction de la flèche relative en tête de la structure. Nous avons également étudié la variation du rapport de la fréquence à l'état considéré sur la fréquence à l'état initial, en fonction de la flèche relative de la structure. En outre, nous avons considéré pour une flèche donnée, le rapport de la rigidité sécante sur la rigidité initiale en comportement statique monotone. La figure 40 présente l'ensemble de ces trois courbes pour les poteaux. Sur la figure 41 sont présentées les courbes correspondant aux portiques. Nous constatons que la variation de la rigidité en fonction de la flèche relative de la structure sous sollicitation statique ou dynamique, est quasiment la même. Ainsi, on peut obtenir une estimation de la diminution de la rigidité (fréquence) d'une structure subissant un séisme, en connaissant sa flèche sous ce séisme, et à l'aide de son comportement statique.

La relation Force-Déformation (en cas statique) d'une structure procure cette estimation, en connaissant la force engendrée par l'action sismique dans la structure. Par conséquent, on peut évaluer l'état de fissuration d'une structure sous un séisme, par l'intermédiaire de son comportement statique. Nous reprendrons cet argument au chapitre suivant.

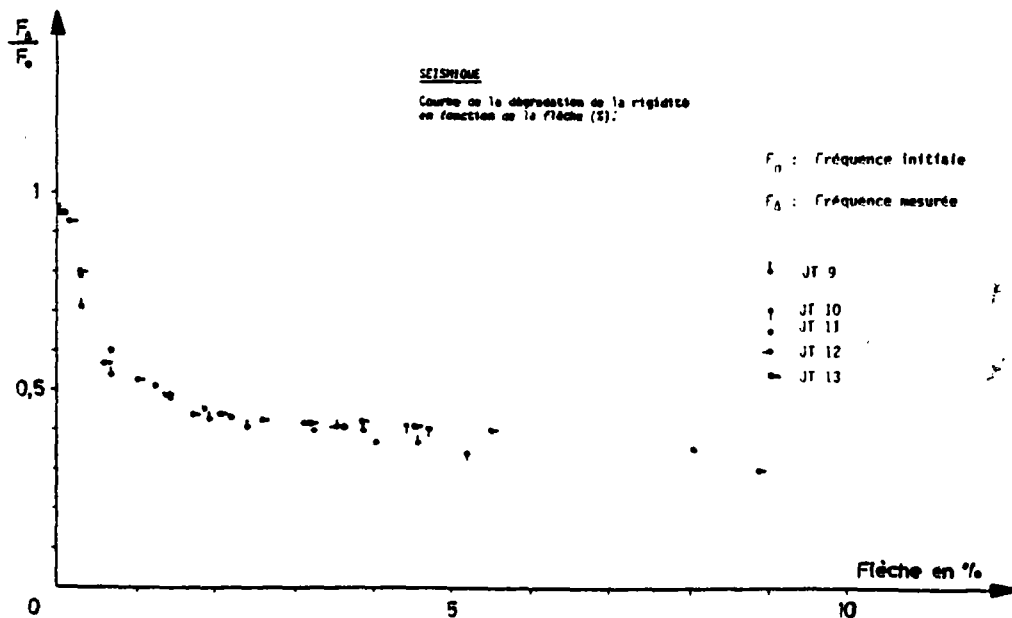
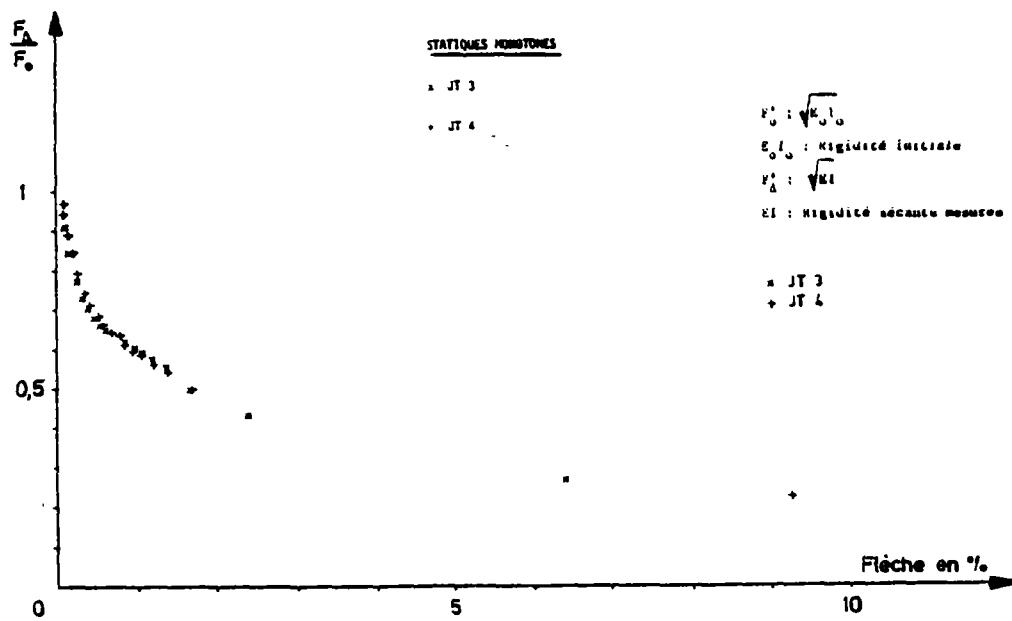
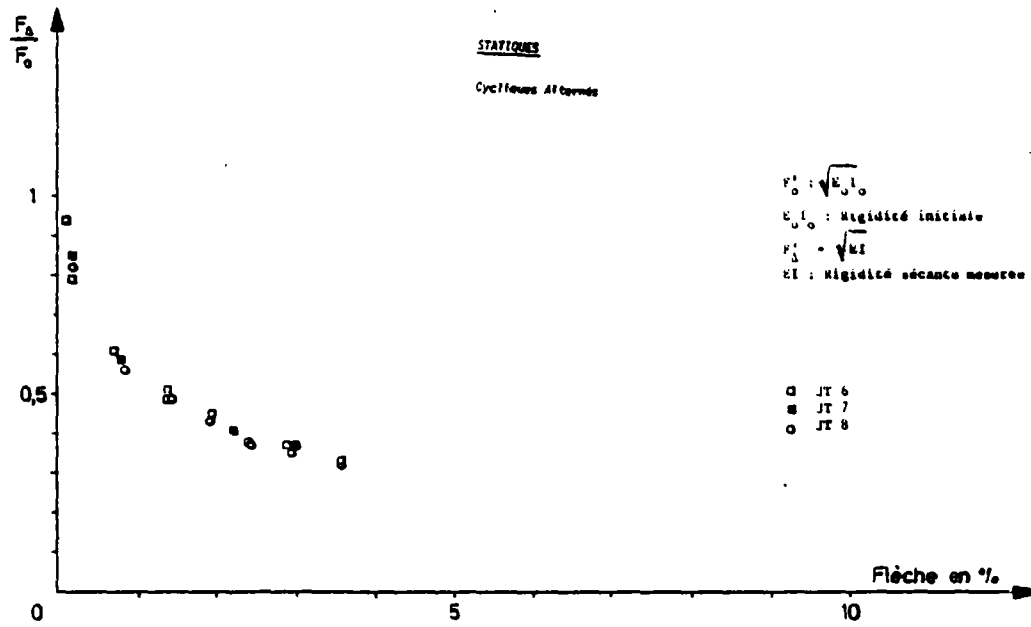


Figure 40 - DEGRADATION de RIGIDITE, ESSAIS STATIQUES, ESSAIS SEISMQUES.

#### 9.4 COMPARAISON entre des FORCES HORIZONTALES de RUPTURE pour les ESSAIS STATIQUES et DYNAMIQUES.

Des essais réalisés (statiques ou sismiques) nous avons retenu les forces horizontales de rupture suivantes :

FORCE horizontale maximale atteinte (en cas dynamique, la FORCE horizontale est le produit de l'accélération atteinte par la masse).

<u>POTEAUX</u> :	Essai statique monotone :	2 200 daN
	Essai statique alterné :	2 150 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux croissants)	1 680 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux élevés)	1 600 daN

<u>PORTIQUES</u> :	Essai statique monotone :	3 340 daN
	Essai statique cyclique alterné :	3 330 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux croissants)	4 166 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux élevés)	5 168 daN

CHARGE horizontale atteinte au cours du cycle précédent la rupture :

<u>POTEAUX</u> :	Essai statique monotone :	2 200 daN
	Essai statique alterné :	1 750 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux croissants)	1 230 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux élevés)	800 daN

<u>PORTIQUES</u> :	Essai statique monotone :	3 340 daN
	Essai statique cyclique alterné :	3 165 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux croissants)	3 165 daN
	Essai sismique (séismes de niveaux élevés)	3 092 daN

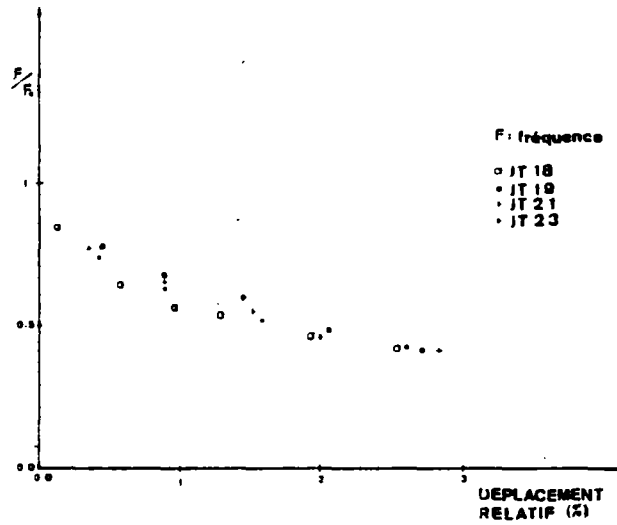


Figure 41 - DEGRADATION de RIGIDITE, ESSAIS STATIQUES, ESSAIS SEISMIQUES.

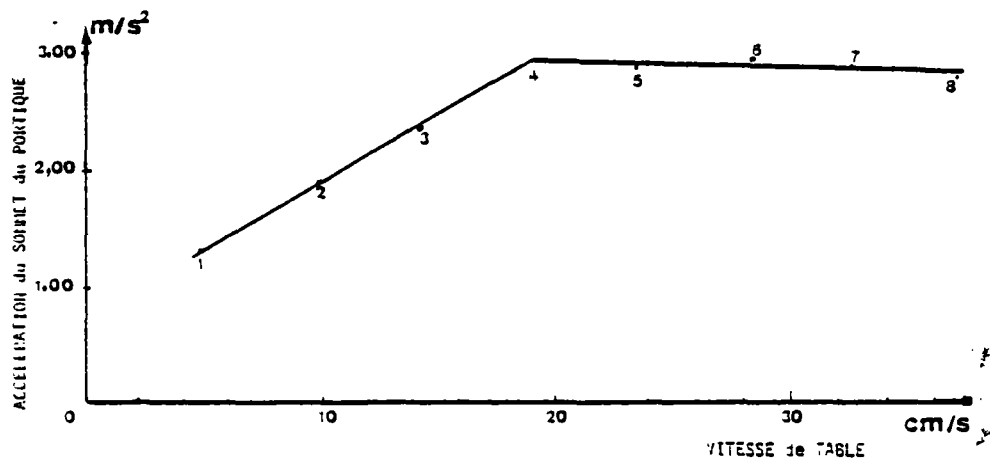


Figure 42 - ACCELERATION du SOMMET du PORTIQUE en FONCTION de la VITESSE de TABLE.

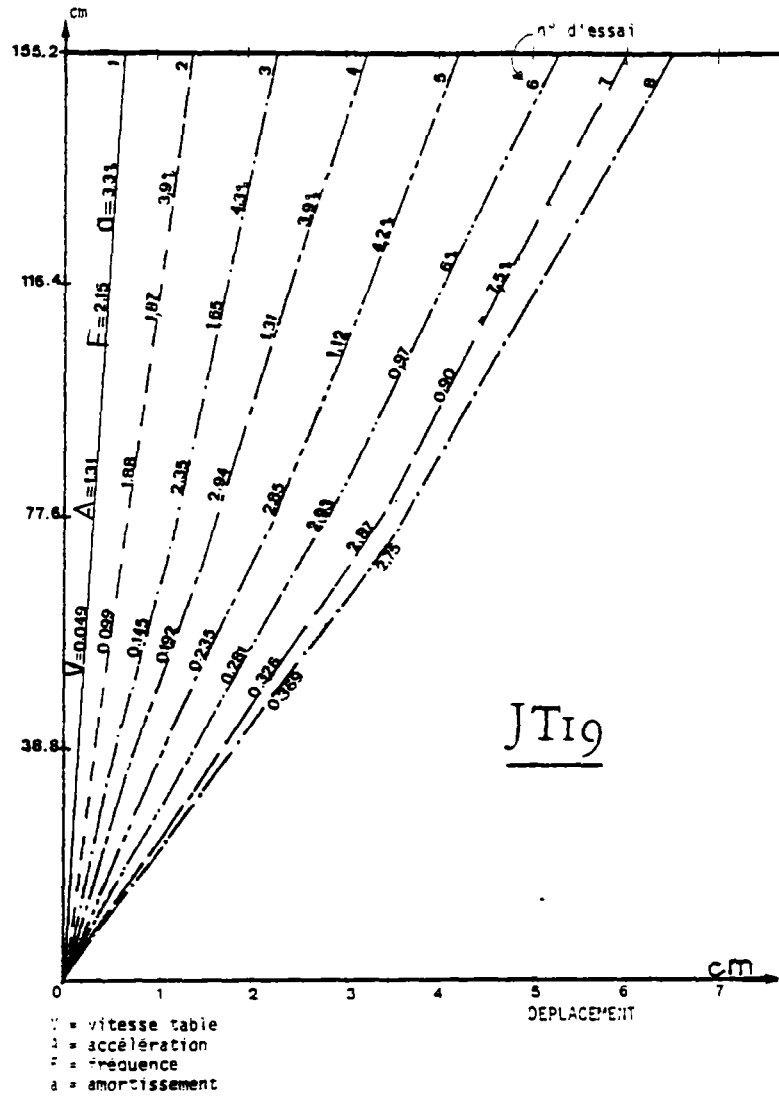
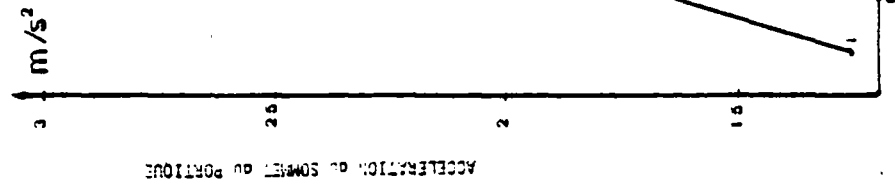


Figure 43 - LA DEFORMEE du PORTIQUE.

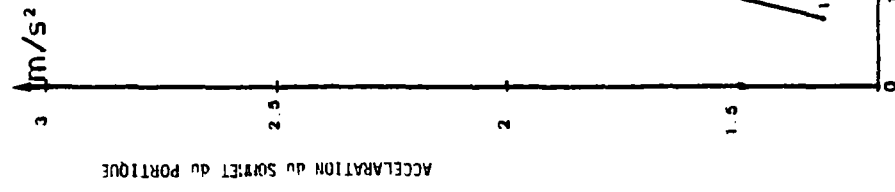
JT 23



ACCELERATION au SOMMET du PORTIQUE

DEPLACEMENT en TETE du PORTIQUE

JT 19



ACCELERATION du SOMMET du PORTIQUE

DEPLACEMENT en TETE du PORTIQUE

Figure 44 - RELATION ACCELERATION-DEPLACEMENT.

## 9.5 INTERPRETATION du COMPORTEMENT SEISMIQUE des STRUCTURES BETON ARME

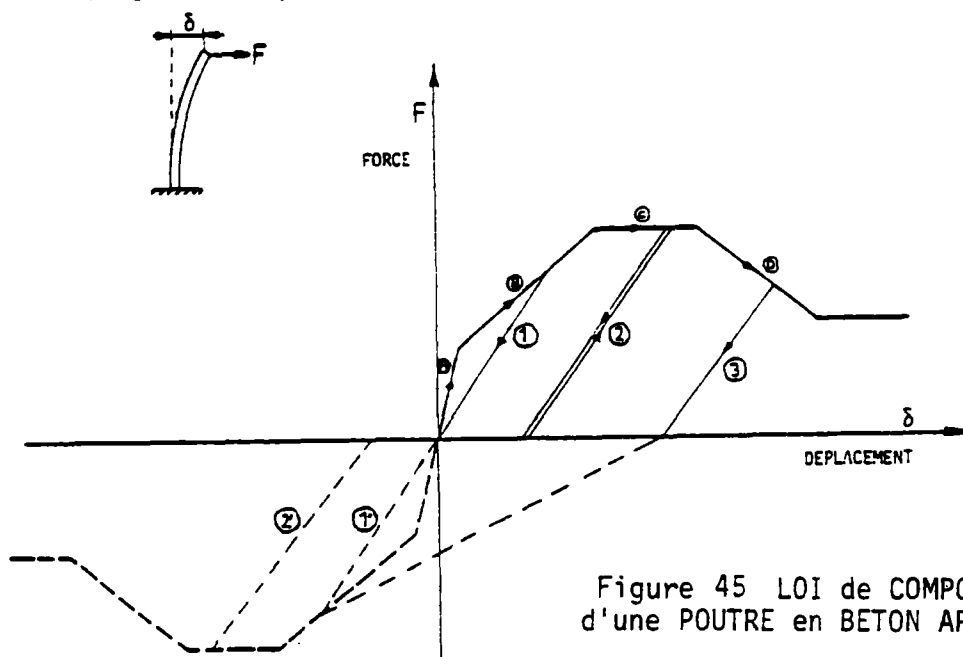
- La fréquence et l'amortissement à l'état précédent la rupture sont sensiblement les mêmes, si cet état est précédé par une succession de séismes de niveaux croissants ou s'il est précédé par quelques séismes de même niveau élevé. Ainsi, le comportement est indépendant de l'historique, de chargement, en ce qui concerne l'état de l'amortissement et de la fréquence avant la rupture. En revanche, la réponse en accélération ou la réponse en déplacement de la structure dépendent essentiellement de son état au moment de la mise en mouvement. Deux portiques, l'un ayant subi auparavant des séismes, l'autre dans son état initial, et tous deux soumis au même séisme ( $v = 1.30 \text{ m/s}$ ) ont comme réponse en accélération  $2.39 \text{ m/s}^2$  et  $3.51 \text{ m/s}^2$  et en déplacement  $79. \text{ mm}$  et  $97.5 \text{ mm}$ . Après un deuxième séisme ( $v = 1.31 \text{ m/s}$ ), le deuxième portique a une réponse en accélération de  $2.14 \text{ m/s}^2$  alors que le premier a une réponse de  $2.21 \text{ m/s}^2$ .
- La variation de l'accélération (donc à un coefficient près) la force engendrée par le séisme) en fonction de la vitesse de table pour les portiques JT montre une relation bi-linéaire entre ces deux paramètres. Il existe des relations semblables pour les trois portiques soumis à une succession de séismes de niveaux croissants. (figure 42).
- La déformée des portiques, mesurée au cours des essais (séismes de différents niveaux), est présentée sur la figure 43. Ces figures montrent la variation du déplacement latéral du portique en fonction du niveau du séisme ( $v_{\text{max}} = 0.049 \text{ à } 0.326 \text{ m/s}$ ).
- La relation "Accélération-Déplacement" en tête des portiques est illustrée par la figure 44. Ces figures fournissent un comportement ductile pour les portiques (JT 19, JT 23).
- La force engendrée par un séisme (le produit de l'accélération maximale par la masse) dans une structure ne correspond pas à la force horizontale statique entraînant la ruine de la structure. La différence entre ces deux forces (séismique/statique) est de  $- 25 \%$  pour les poteaux et de  $+ 25 \%$  pour les portiques pour les séismes de niveaux croissants.

- Une autre particularité du comportement dynamique des structures Béton Armé, est que l'on observe des déformations en mouvement dynamique dépassée d'un facteur de l'ordre de 3, des déformations possibles en comportement statique. En cas statique, par déplacement imposé, on atteint un déplacement de tête de portique de 3.5 cm (au sommet), en mouvement sous séisme un déplacement en tête de portique de 9.0 cm a été enregistré.

Un poteau testé en statique par un déplacement imposé, s'effondre pour un déplacement de 11 cm. Un poteau semblable sous mouvement séismique présente un déplacement de 11.2 cm après lequel il est capable de résister à une dizaine de séismes de même niveau.

### 9.6 MODELE de COMPORTEMENT IDEALISE du BETON ARME

Les phénomènes non linéaires qui interviennent dans la flexion d'une poutre en béton armé, soumise à un effort normal constant, sont la fissuration du béton en tension, la déformation plastique du béton en compression, la déformation plastique des armatures en tension ou en compression, enfin l'écrasement du béton en compression. La détermination expérimentale de la relation moment-courbure montre que ces phénomènes interviennent pratiquement successivement. Les essais statiques et dynamiques de poteaux ont permis d'élaborer un modèle de comportement du béton armé sous chargement dynamique. Dans ce modèle la loi moment-courbure d'une section béton armé est idéalisée par un diagramme tri-linéaire complété par une branche descendante (figure 45).



- la partie A correspond au comportement élastique du béton et des armatures,
- la partie B correspond à la fissuration du béton,
- la partie C correspond à la déformation plastique du béton et des aciers,
- la partie D correspond à l'écrasement du béton et atteint la valeur zéro à la rupture des armatures.

La fissuration du béton entraîne une diminution de la section et du moment d'inertie donc une diminution de rigidité. Tant qu'il n'y a pas de plastification la courbe de décharge 1 passe par l'origine. Lorsqu'on atteint la fissuration quasi-maximale la pente de décharge 2 n'évolue plus guère. Si on dépasse la limite d'écrasement du béton (partie D) on observe une dégradation des cycles qui entraînera la ruine de la structure.

On peut calculer la loi globale moment-courbure à partir des lois de comportement du béton et de l'acier et de la géométrie de la section de la poutre. Ceci est en particulier réalisé par le programme SAMSON (figure 46).

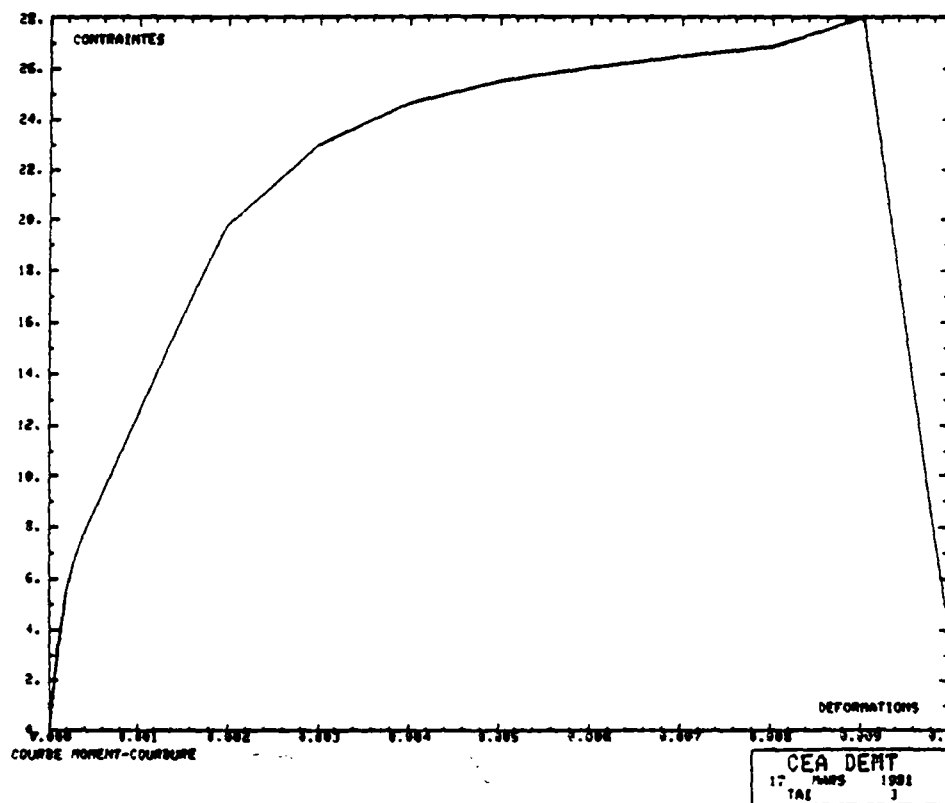
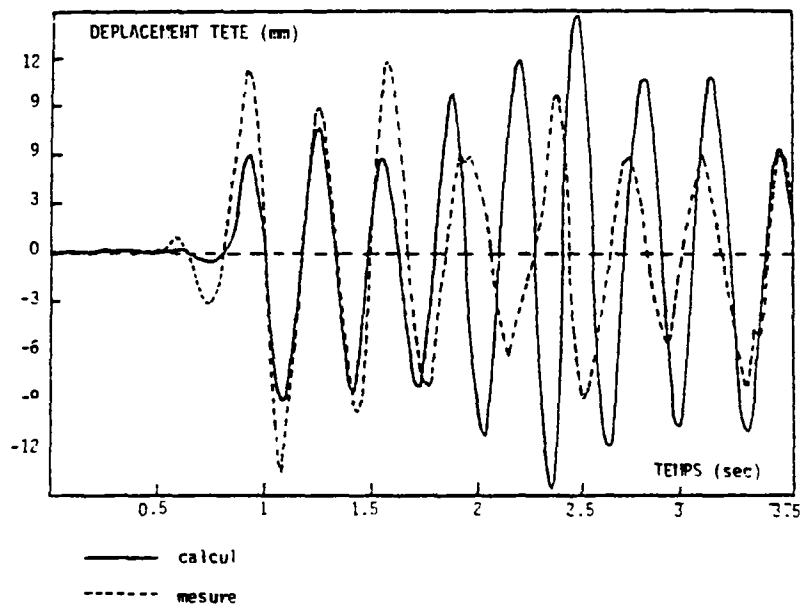


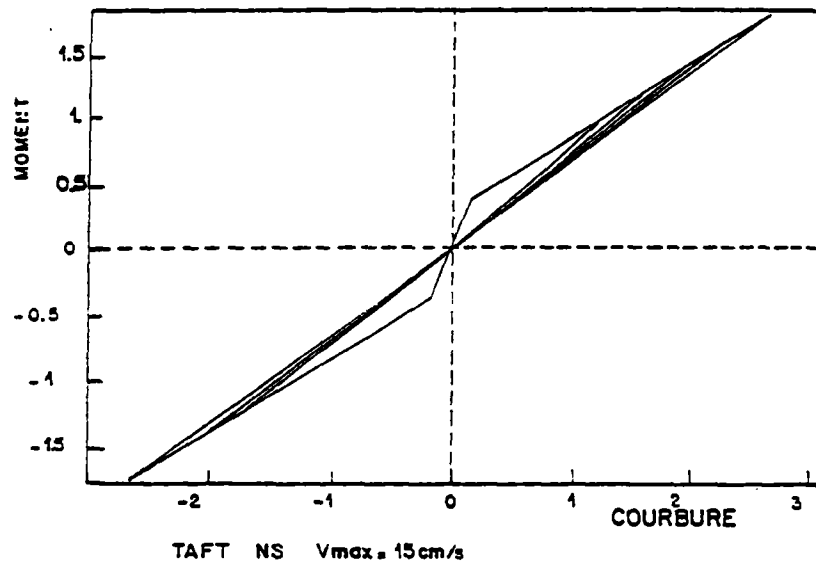
Figure 46 - COURBE "MOMENT - COURBURE".

Ce modèle a été introduit dans le programme de calcul des structures en béton armé par les éléments finis "TEDEL". Le calcul des poteaux essayés sur la table vibrante "VESUVE", par ce modèle, a montré la validité de ce modèle.

On a calculé la réponse dynamique des poteaux pour différents niveaux des accélérogrammes TAFT NS et SAN FRANCISCO. Les figures 47, 48 présentent les mouvements calculés et mesurés au cours du temps du sommet d'un poteau ainsi que les relations moment-courbure correspondantes pour le séisme de TAFT à faible niveau ( 47 ) et à niveau élevé ( 48 ).

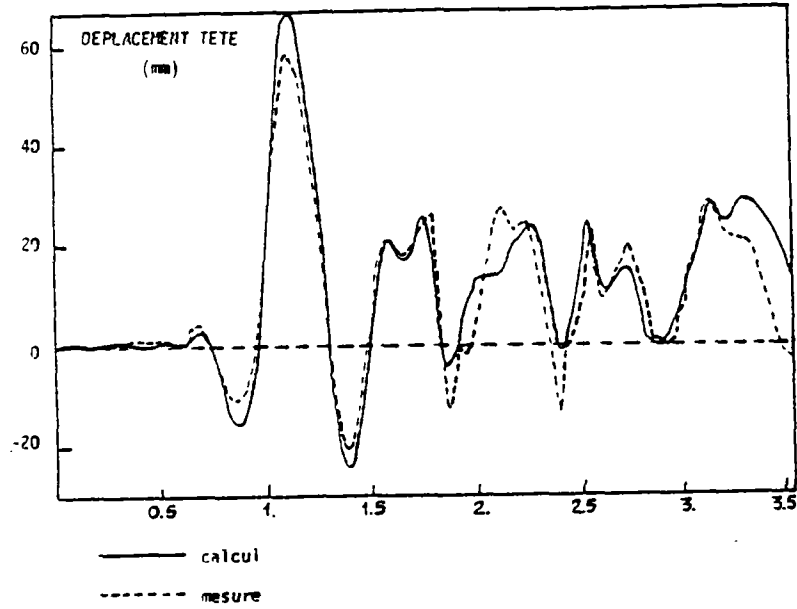


COMPARAISON ESSAI-CALCUL de la REPONSE d'un POTEAU SOUMIS au SEISME TAFT NS Echelle 1/3, NIVEAU de VITESSE MAXI : 0.15 m/s.

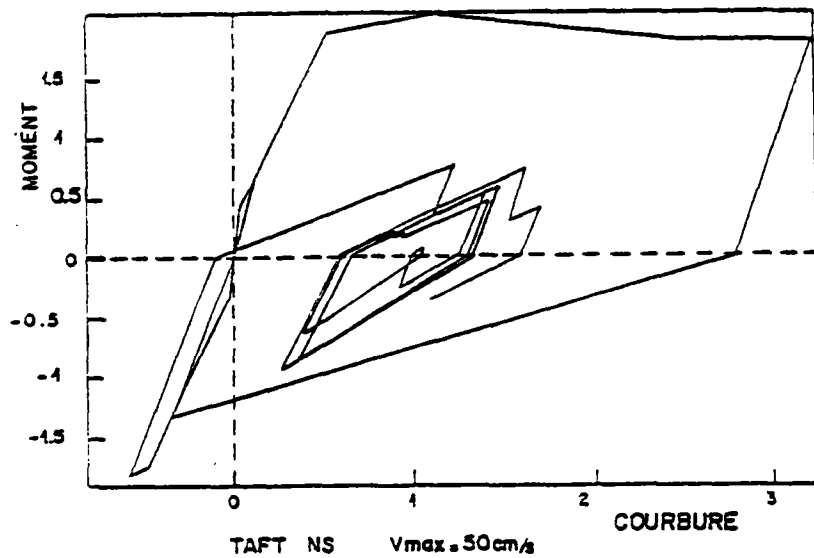


REPONSE CALCULEE avec le PROGRAMME TEDEL

Figure 47 - REPONSE du POTEAU (SEISME de FAIBLE NIVEAU).



COMPARAISON ESSAI-CALCUL de la REPONSE d'un POTEAU SOUMIS au SEISME TAFT NS, Echelle 1/3 NIVEAU de VITESSE MAXI : 0.50 m/s.



REPONSE CALCULEE avec le PROGRAMME TEDEL

Figure 48 - REPONSE du POTEAU (SEISME de NIVEAU ELEVE)

ETUDES EXPERIMENTALES sur le COMPORTEMENT STATIQUE et DYNAMIQUE  
des STRUCTURES en BETON ARME

REFERENCES

- (1) BERTERO et MACLUNE (1964)
- (2) SARGIN M.  
Stress-Strain relationships for concrete and the Analysis  
of Structural Concrete Sections,  
n° 4, Solid Mechanics, 1971.
- (3) GAUVAIN J., JEANDIDIER C., QUEVAL JC., GUAUZERT JC. & BOISLIVEAU S.  
Etude Séismique de Portiques Béton Armé, 2ème Partie : Essais  
Note Technique EMT/SMTS/VIBR/79/13
- (4) GAUVAIN J.  
Etude Séismique de Portiques, 1ère Partie,  
Note Technique EMT/78/199
- (5) HOFFMANN A., ROCHE R., LIVOLANT M. et GAUVAIN J.  
Quelques Considérations Simples sur les Modèles Globaux de  
Plasticité,  
Rapport EMT/77/022.
- (6) KAVYRCHINE M., SOUBRET R. et al.  
Essais Statiques sur Portiques,  
Rapport S.E.S., Juillet 1978
- (7) KAVYRCHINE M. et al.  
Essais Statiques sur Poteaux  
Rapport S.E.S. 1978.
- (8) GAUVAIN J., et al.  
Essais Séismiques de Poteaux en Béton Armé  
Note Technique EMT/78/177
- (9) HIDALGO P., et al.  
Earthquake Simulator Study of a Reinforced Concrete Frame.  
California University, Berkley, California, Déc. 1974.

# CHAPITRE IV

ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

# CHAPITRE IV

## ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

I.	GÉNÉRALITÉS	PAGE 205
II.	ÉTUDE DES STRUCTURES DANS LE DOMAINE ELASTIQUE LINEAIRE	PAGE 206
	2.1 CALCUL DYNAMIQUE DIRECT PAS à PAS	
	2.2 CALCUL DYNAMIQUE par la SUPERPOSITION des MODES	
	2.3 CALCUL par l'ANALYSE MODALE et UTILISATION du SPECTRE de REPONSE	
III.	ÉTUDE DE STRUCTURES DANS LE DOMAINE ÉLASTO-PLASTIQUE (NON LINÉAIRE)	PAGE 215
	3.1 CALCUL DYNAMIQUE DIRECT PAS à PAS	
	3.2 CALCUL par l'ANALYSE MODALE et UTILISATION du SPECTRE de REPONSE MODIFIE ("Méthodes dite de Newmark")	

## ANALYSE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

### I. GÉNÉRALITÉS

Pour analyser la réponse d'une structure à un chargement dynamique, il est nécessaire de calculer le mouvement de cette structure pour ce chargement. En pratique, ce problème revient à la résolution d'un système d'équation de mouvement du type :

$$M \ddot{v} + C \dot{v} + K v = F(t)$$

avec  $M$  matrice de masse,

$C$  matrice d'amortissement visqueux

$K$  matrice de rigidité

$v$  vecteur déplacement relatif des différents points de la structure

$F(t)$  vecteur correspondant au chargement.

Dans le cas de l'analyse d'une structure à une excitation sismique, cette équation a pour expression :

$$M \ddot{v} + C \dot{v} + K v = -M \Gamma(t)$$

avec  $\Gamma(t)$  vecteur correspondant à l'accélération du sol  $\gamma(t)$

$\Gamma(t) = \gamma(t) U$  où  $U$  est un vecteur unitaire dans la direction du séisme.

En général, une structure continue est discrétisée en un certain nombre de points. Les matrices de masse et de rigidité correspondantes sont alors obtenues ainsi que la matrice d'amortissement.

Connaissant ces matrices et par conséquent, l'équation du mouvement de la structure, il ne reste, pour obtenir les réponses recherchées qu'à choisir la méthode de calcul qui convient. Le choix de la méthode de calcul est dicté par la précision recherchée et les moyens de calcul dont l'on dispose. Dans ce qui suit,

nous étudierons ces méthodes en signalant leur précision, leur portée, les avantages et les inconvénients de l'emploi de chacune d'elles.

Nous distinguons deux domaines :

- I : ETUDE de STRUCTURES dans le DOMAINE ELASTIQUE LINEAIRE,
- II : ETUDE de STRUCTURES dans le DOMAINE ELASTO-PLASTIQUE.

## II. ETUDE DE STRUCTURES DANS LE DOMAINE ELASTIQUE LINEAIRE

### 2.1 CALCUL DYNAMIQUE DIRECT PAS à PAS

Pour les systèmes linéaires élastiques, la réponse exacte pour un séisme donné par l'accélérogramme  $\Gamma(\gamma)$ , peut être obtenue par la résolution de l'équation du mouvement :

$$M \ddot{v} + K \dot{v} + K v = -M \ddot{\Gamma}(t)$$

cette méthode nécessite un calcul pas à pas au cours du temps. A chaque intervalle de temps de l'ordre de 0.005 secondes, pour avoir une bonne précision, on doit procéder à l'intégration du système d'équation différentielle du mouvement. (Pour un séisme comme EL CENTRO, dont la durée est de 30 secondes, 6 000 pas de calcul sont nécessaires) Les résultats seront généralement assez précis pour les périodes de vibration au moins dix fois plus grandes que l'intervalle d'intégration.

En général, l'intégration directe pas à pas serait une des plus utiles dans le calcul de la réponse des structures complexes à des charges impulsives de courte durée, à condition que l'histoire de la réponse recherchée soit de durée relativement courte.

Néanmoins, il existe une difficulté potentielle dans l'intégration pas à pas de la réponse des systèmes à plusieurs degrés de liberté ; la matrice d'amortissement  $C$  doit être définie explicitement, et non en fonction des *facteurs d'amortissement modaux*. Il est très difficile de déterminer tous les coefficients d'influence d'amor-

tissement. En général, le procédé de calcul le plus efficace consiste à estimer les valeurs des facteurs d'amortissement modaux jugés importants, et à calculer ensuite une matrice d'amortissement orthogonale.

Cependant on peut considérer que la matrice d'amortissement est définie explicitement et non par des facteurs d'amortissement modaux, ce qui accroît la généralité de la méthode d'intégration directe pas à pas par rapport à la méthode de superposition des modes que nous étudierons par la suite.

Cette méthode fournie à chaque intervalle de temps, et en chaque point de la structure étudiée, la réponse  $(v, \dot{v}, \ddot{v})$  recherchée, ce qui permet d'étudier le mouvement de chaque point du système sous un séisme.

## 2.2 CALCUL DYNAMIQUE par la METHODE de SUPERPOSITION des MODES

Pour une structure élastique linéaire, l'utilisation des coordonnées principales (normales) et leurs propriétés d'orthogonalité peuvent servir, pour obtenir les équations découplées du mouvement, à partir des systèmes d'équations du mouvement de la structure.

Ce procédé procure l'équation du système à un degré de liberté correspondant à chaque mode de vibration de la structure. Ainsi, l'emploi des coordonnées principales permet de transformer les équations du mouvement, qui constituent un système de  $N$  équations différentielles simultanées, couplées par les termes non diagonaux des matrices de masse et de rigidité, en un système de  $N$  équations indépendantes, rapportées aux coordonnées principales. La réponse dynamique peut donc être obtenue en calculant séparément les réponses de chaque mode, et en les transformant en coordonnées géométriques, pour avoir la réponse totale, il ne reste qu'à superposer les réponses ainsi obtenues. La réponse dynamique de chacun de ces modes considéré comme un système élastique à un degré de liberté et soumis à un chargement quelconque, en particulier à une excitation sismique représentée par un accélérogramme, s'obtient en général par l'intégrale de Duhamel. Ainsi on obtient pour chaque mode de vibration la réponse  $(v, \dot{v}, \ddot{v})$  à chaque intervalle de temps et en chaque point considéré.

Lorsque la réponse ( $v$ ,  $\dot{v}$ ,  $\ddot{v}$ ) est déterminée, le calcul des sollicitations, ne pose, en principe, aucun problème. (figure 1)

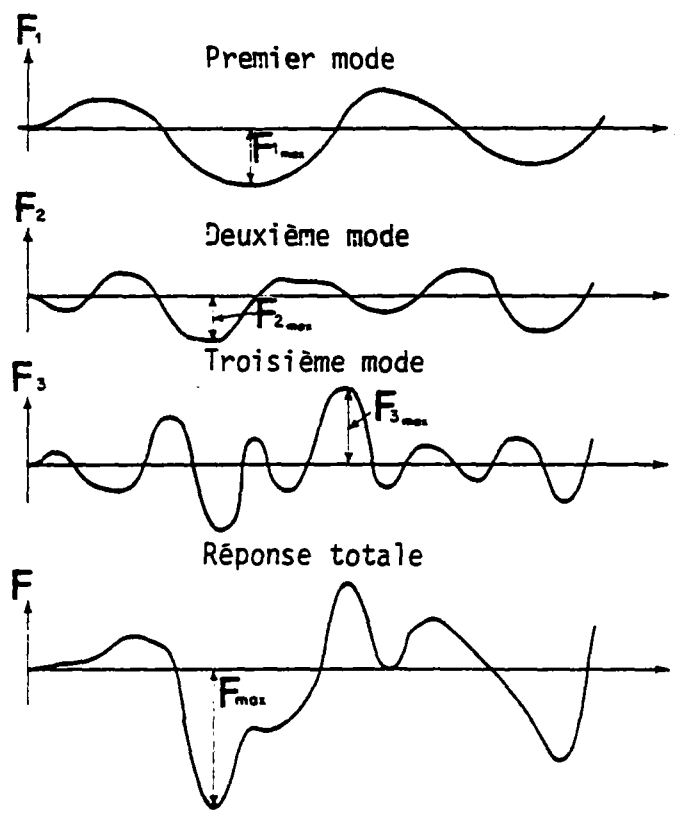


Figure - 1

On remarquera que dans la plupart des cas les contributions des différents modes sont plus importantes pour les fréquences basses, et tentent à être négligeables pour les fréquences plus hautes. Il en résulte qu'il n'est généralement pas nécessaire d'inclure tous les modes de vibration à fréquence élevée dans la superposition. La série comprenant les modes à superposer peut donc être tronquée lorsque la réponse a été obtenue avec un degré de précision suffisant. Une autre raison pour limiter le nombre de modes à considérer dans un calcul dynamique, c'est que la modélisation mathématique d'un système complexe conduit à des résultats relativement peu précis pour les modes à fréquences élevées.

Cette méthode comme la précédente, procure la réponse au cours du temps d'une structure à un chargement dynamique, avec la différence que, d'une part, les modes de fréquences élevées ne contribuant pas beaucoup à la réponse totale peuvent être

négligés. En pratique, on ne considère que les tout premiers modes, ce qui diminue considérablement le volume de calcul pour une structure complexe à plusieurs degrés de liberté.

D'autre part, la détermination des facteurs d'amortissement pour chaque mode est plus commode que la détermination des coefficients d'influence d'amortissement.

Ces deux avantages font que cette dernière méthode est généralement employée pour l'analyse dynamique des systèmes élastiques linéaires dans le cas où l'on s'intéresse aux réponses du système au cours du temps.

La variation au cours du temps des déplacements d'une structure peut être considérée comme la mesure fondamentale de sa réponse à un chargement dynamique. On peut calculer directement les autres éléments de la réponse, telles que les contraintes ou les forces produites dans certaines parties de la structure, à partir des déplacements. Par exemple, les forces élastiques qui s'opposent à la déformation de la structure. Ainsi la variation des forces élastiques est calculée au cours du temps. Mais dans les cas courants et en pratique, ce qui est recherché, n'est pas la variation au cours du temps des déplacements de la structure ou la variation de la force élastique engendrée dans la structure, mais les maximums de ces valeurs. Dans ce cas la méthode la plus appropriée est la méthode quasi-statique équivalente (méthode de spectre de réponse).

### 2.3 METHODE par l'ANALYSE MODALE et UTILISATION du SPECTRE de REPONSE

L'outil fondamental du calcul "séismique" par cette méthode est le spectre de réponse. Un spectre de réponse (d'oscillateur)\* constitue une représentation d'un accélérogramme donné. Ainsi, un séisme dans cette méthode est représenté par son spectre de réponse correspondant, ce qui à lui seul, permet de calculer la réponse d'une structure linéaire.

De la même manière que dans la méthode de superposition modale, à partir du système d'équations de mouvement d'une structure, en utilisant les coordonnées principales, on obtient l'équation du mouvement de chaque mode de vibration, ainsi que la fréquence propre et le vecteur modal de chacun d'eux. A partir de ce stade

(\*) Annexe A

de calcul, la procédure de calcul change par rapport à la méthode précédente. Cette fois-ci, nous ne calculons pas la réponse de chaque mode à un séisme donné (par exemple, par l'intégrale de Duhamel) mais nous obtenons la réponse maximale de chaque mode à un séisme à l'aide de son spectre de réponse. Connaissant la fréquence ( $f$ ) et le coefficient d'amortissement ( $\xi$ ) de chaque mode et ayant le spectre de réponse, nous reportons la fréquence sur l'abscisse du spectre. La ligne perpendiculaire à l'abscisse en ce point coupe la courbe correspondante au coefficient d'amortissement considéré en un point ( $P$ ). Une ligne perpendiculaire à un des axes des réponses à partir de ce point ( $P$ ) procure la réponse recherchée (figure 2).

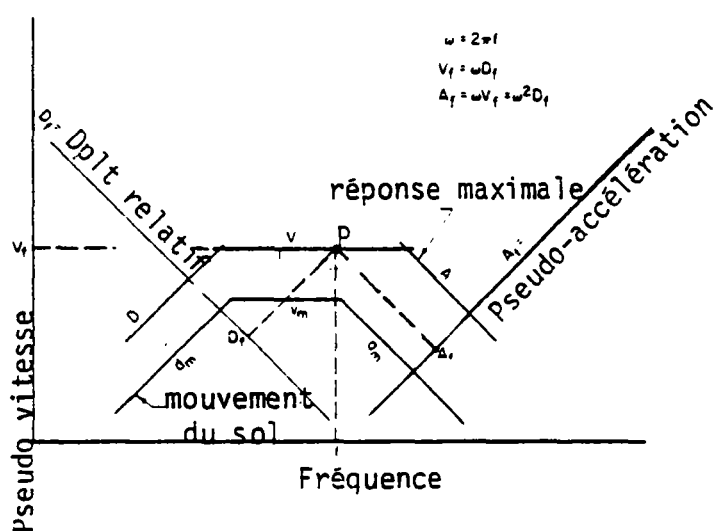


Figure 2

En répétant cette procédure de calcul pour chaque mode, nous obtenons la réponse de chaque mode. Pour avoir la réponse totale de la structure, il suffit de combiner ces réponses. Et c'est justement là que la difficulté commence : Comment doit-on combiner ces réponses, sachant qu'il n'y a pas de raison que ces réponses maximales soient de même signe, ni soient produites au même moment. La superposition des valeurs absolues des réponses par la sommation arithmétique sera alors une surestimation de la réponse totale. Une méthode généralement employée dans ce cas, consiste à considérer les modes de vibration indépendants, puis pour obtenir la réponse totale, conformément aux lois statistiques, faire la moyenne quadratique des carrés des réponses. Ainsi la réponse est la racine carrée de la somme des carrés

rés des réponses. Evidemment, a priori, nous ne savons pas si la réponse ainsi obtenue est une surestimation ou une sous-estimation de la vraie réponse.

Des études entreprises et rapportées par Newmark et Al.(1965), Jennings et Newmark (1960) et encore Jennings et Newmark (1960) (1) portant sur un ensemble de structures à plusieurs degrés de liberté et soumis à différents séismes (accélérogrammes) ont montré des résultats intéressants. Dans ces études, la réponse de chaque système a été calculée, d'abord par calcul dynamique direct par l'intégration pas à pas des équations du mouvement, puis par l'analyse spectrale. La vraie réponse obtenue par la première méthode a été comparée avec celles obtenues par la deuxième méthode (la somme des valeurs absolues des réponses et la racine carrée de la somme des carrés des réponses). Nous pouvons ainsi résumer les résultats.

Pour les systèmes ayant moins de quatre degrés de liberté, la vraie réponse à un séisme est très proche mais un peu moins de la somme des valeurs absolues des réponses modales. En revanche, pour des systèmes à plus de douze degrés de liberté, la vraie réponse est très proche de la racine carrée de la somme des carrés des réponses modales. La vraie réponse des systèmes ayant un degré de liberté intermédiaire représenterait la moyenne des deux valeurs.

Comme exemple, nous présenterons une étude de Newmark en ce domaine. Cette étude concerne deux systèmes à cinq degrés de liberté. Pour le premier, les masses et les rigidités sont les mêmes.

Dans le deuxième cas, les masses sont les mêmes mais les rigidités varient. Les réponses de ces deux systèmes sont calculées pour une excitation de sol due à une explosion nucléaire, enregistrée à Aardwark. Les réponses sont données sous forme de déplacements relatifs de chacun des cinq étages. Les réponses obtenues par la somme des valeurs absolues des réponses modales ou par la racine carrée de la somme des carrés des réponses modales ainsi que la réponse exacte, calculée par l'intégration pas à pas des équations du mouvement, sont présentées sur les figures 3 et 4. Dans ces figures, la valeur  $SA = 1.00$  s correspond au cas où la valeur approximative égale la vraie valeur. Comme démontre les figures 3 et 4 la somme des valeurs absolues des réponses, se situe souvent, au

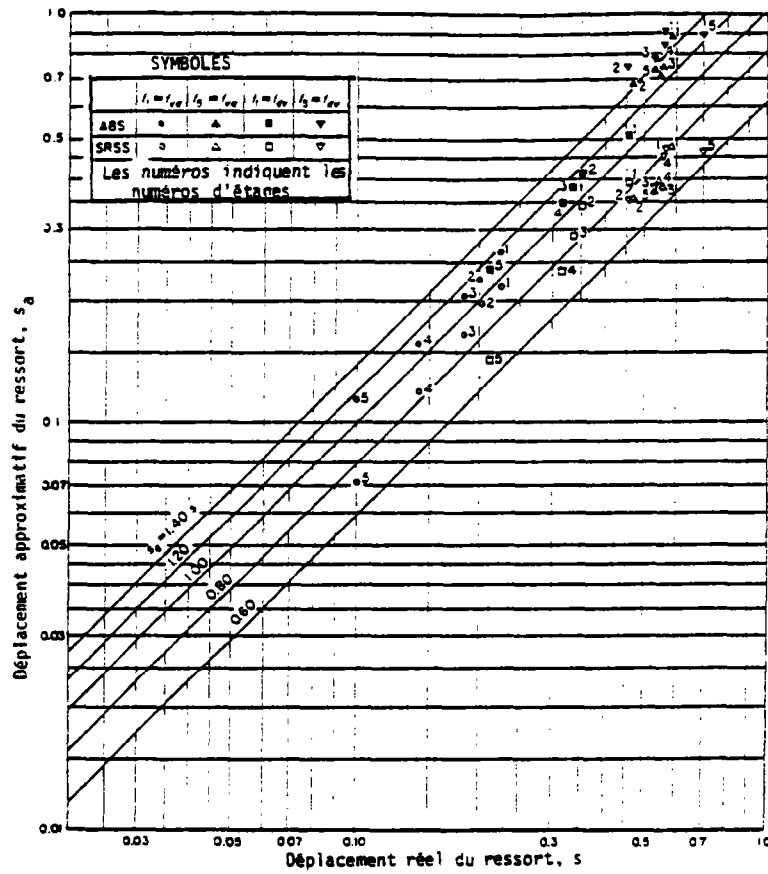


Figure 3

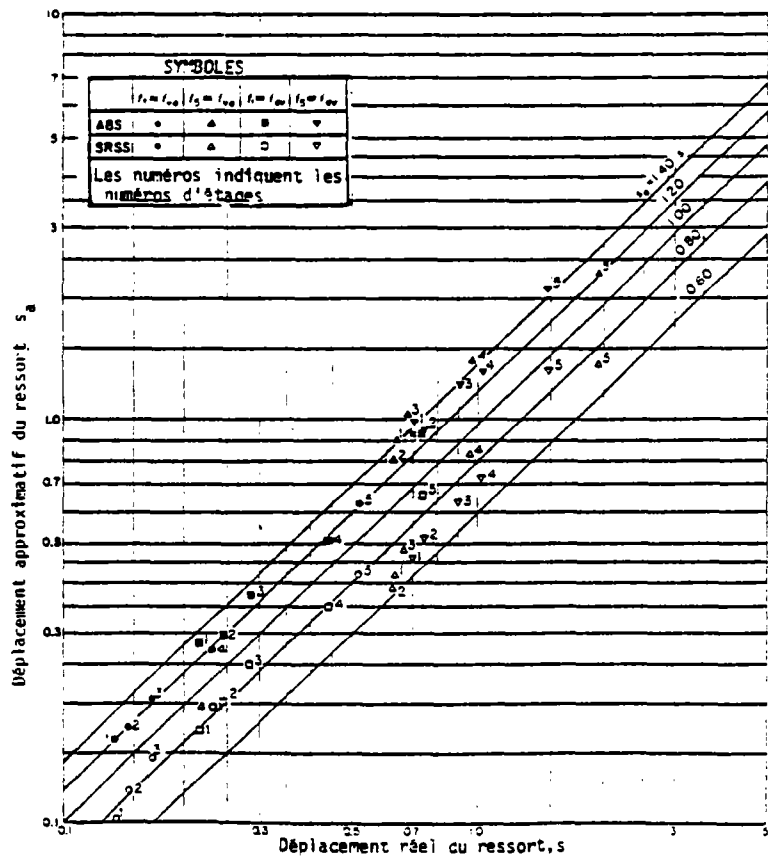


Figure 4

COMPARAISON des REPONSES MODALES avec des REPONSES EXACTES (réponses modales à partir de vrais spectres) - SYSTEME à CINQ DEGRES de LIBERTE.(1)  
 ABS - Somme des valeurs absolues,  
 SRSS - Racine carrée des sommes des carrés

dessus des vraies réponses, comme il se doit. De la même manière, la racine carrée de la somme des carrés se situe en dessous des vraies réponses. Des calculs semblables avec différentes excitations sismiques du sol aboutissent aux mêmes conclusions. A moins que les caractéristiques géométriques et mécaniques de la structure soient de telle sorte que ses fréquences propres soient très approchées. D'une manière générale, comme nous l'avons remarqué précédemment, pour un système à cinq degrés de liberté, on doit prendre en compte la moyenne des deux réponses modales. Cependant, il y aura une erreur de 40 % dans certains cas et de 20 % dans la plupart des cas si l'on utilise l'une ou l'autre des réponses obtenues (1). Nous présentons aussi les résultats d'une autre étude réalisée par S. J. Fenves et rapportée par Newmark.

Ces calculs concernent une série de structures de 40, 30, 20 et 10 étages, dont les paramètres sont choisis de telle manière que les périodes propres se situent entre trois et une secondes. Le spectre de réponse utilisé est très proche du spectre de réponse d'EL CENTRO ( $D = 10$  in -  $v = 20$  in/sec.,  $A = 0.667g$ ).

Les déplacements de ces structures obtenus par la somme des valeurs absolues (S.V.A.) et par la racine carrée de la somme des carrés des valeurs spectrales (R.C.S.C.) sont présentés sur les figures 5 et 6.

La figure 6 représente les valeurs de l'effort engendré, dans les étages. Ces deux figures mettent en évidence la différence qui existe entre les résultats calculés par deux différentes procédures d'accumulation des réponses spectrales.

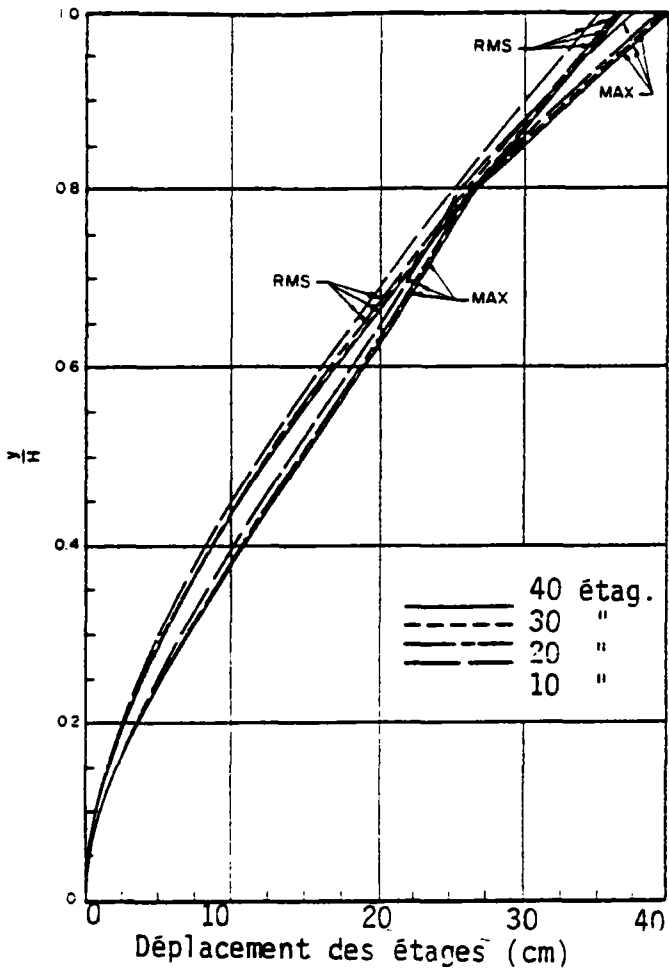
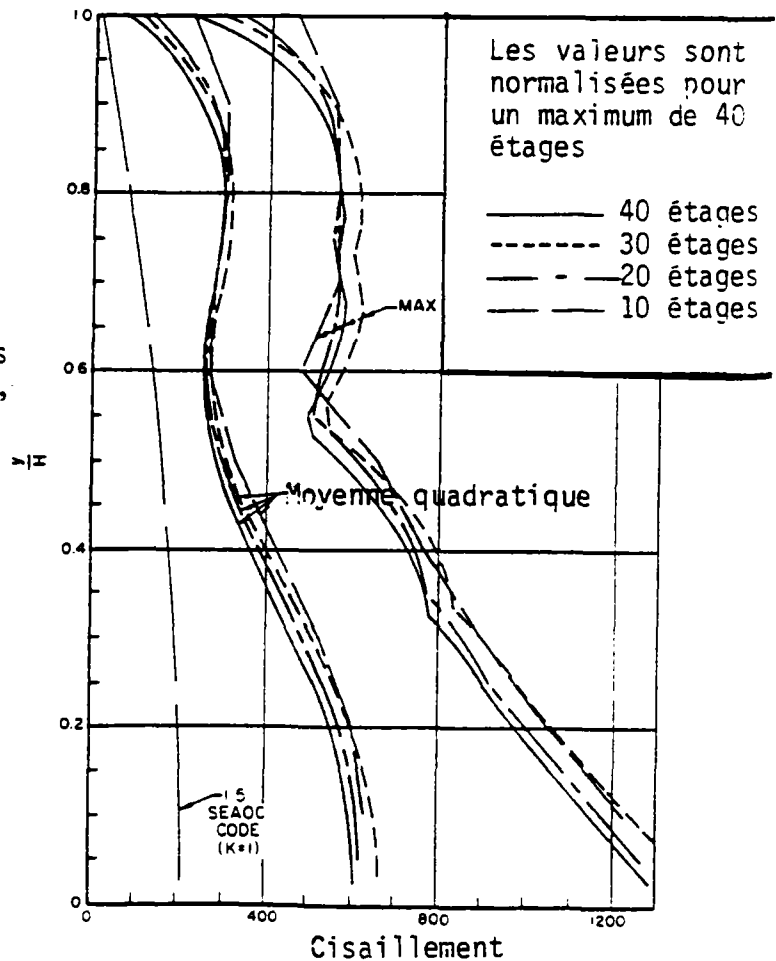


Figure 5 - DEPLACEMENTS MAXIMAUX des ETAGES des STRUCTURES de 40, 30, 20 et 10 ETAGES.  $T_0 = 2\text{sec}$ ,  $A_{\text{max}} = 0.667\text{g}$ . (1)

Figure 6 - CISAILLEMENT MAXIMAUX dans les ETAGES des STRUCTURES de 40, 30, 20 et 10 ETAGES.  $T_0 = 3\text{ secondes}$ ,  $A_{\text{max}} = 0.667\text{ g}$ . (1)



D'après Newmark, néanmoins nous pouvons utiliser les résultats de calcul modal par l'emploi de spectre de réponse, pour avoir les réponses sismiques d'une structure. Ces réponses renferment des erreurs parfois, mais elles sont relativement petites. Toutefois, il ne faut pas oublier qu'il faut calculer une structure à plusieurs séismes et considérer comme réponse finale la moyenne des réponses ainsi obtenues. Une telle réponse est plus représentative des valeurs probables que la réponse obtenue pour un seul séisme.

### III. CALCUL DE STRUCTURES DANS LE DOMAINE ÉLASTO-PLASTIQUE

#### 3.1 CALCUL DYNAMIQUE DIRECT PAS à PAS

Dans le cas des structures linéaires soumises à des chargements dynamiques le calcul dynamique direct consistait en la résolution pas à pas des équations différentielles du mouvement pour chaque incrément de temps. Nous avons aussi vu les difficultés concernant le calcul de la matrice d'amortissement, nécessaire pour la résolution du système d'équations.

Pour les structures non linéaires, (modélisées en un comportement élasto-plastique) dont les caractéristiques sont variables dans le temps, il est nécessaire de mettre au point une méthode de calcul dynamique susceptible de prendre en compte les non-linéarités. La méthode qui est probablement la plus puissante en analyse non linéaire est, encore une fois, celle de l'intégration pas à pas.

Dans cette technique, la réponse est calculée de point en point pour une suite de courts incréments de temps,  $\Delta t$ , généralement choisis de longueur fixe pour la commodité des calculs. L'équilibre dynamique est établi au début et à la fin

de chaque intervalle. La nature non linéaire du système est prise en compte par le calcul de nouvelles caractéristiques relatives à l'état déformé pris au début de chaque incrément de temps. La réponse complète est obtenue en prenant la vitesse et le déplacement relatifs à la fin d'un intervalle pour les conditions initiales de l'intervalle suivant, le processus peut être poursuivi pas à pas depuis le début du chargement jusqu'à n'importe quel instant, approchant ainsi un comportement non linéaire au moyen d'une séquence de systèmes linéaires successifs ( 2 ).

Les propriétés des matériaux peuvent dans ce type d'analyse présenter n'importe quelle forme de non-linéarité, à condition que les caractéristiques de rigidité soient complètement définies par l'histoire passée et par l'état actuel de la déformation.

Comme dans toute intégration numérique, la précision de cette méthode pas à pas dépendra de la durée de l'incrément de temps  $\Delta t$ . Cet incrément de temps doit être assez court pour permettre une bonne représentation de toutes les grandeurs intervenant dans le calcul. En général, l'incrément de temps,  $\Delta t$ , doit être inférieur ou égal à un dixième de la période la plus petite de la structure, pour que les résultats obtenus soient dignes de confiance. Pour un système à plusieurs degrés de liberté, il se peut qu'il soit nécessaire de considérer de l'ordre de 100 à 200 incréments de temps par seconde de calcul de réponse dynamique. Ainsi le calcul dynamique complet d'un système complexe et à plusieurs degrés de liberté devient un calcul fastidieux et coûteux.

### 3.2 CALCUL par l'ANALYSE MODALE et UTILISATION du SPECTRE de REPONSE MODIFIE "METHODE DITE de NEWMARK"

Le calcul dynamique direct pas à pas des structures à comportement élasto-plastique nécessite des moyens de calcul considérables et par conséquent cela devient long et coûteux. L'analyse modale (directe ou spectrale) est basée sur le principe de superposition, ce qui n'est valable que pour les systèmes à comportement élastique linéaire.

La recherche d'une méthode de calcul approché pour des systèmes ayant un comportement élasto-plastique depuis bien longtemps, a attiré l'attention de beaucoup de chercheurs dans ce domaine. L'étude de la réponse d'un système simple à comportement élasto-plastique à un séisme, montre une réduction considérable de la force (latérale) engendrée par rapport à celle que l'on aurait obtenue en considérant le système étudié comme élastique. En fait, les premières études dans ce domaine ont été commencées par S.L. Pan<sup>3</sup>. Ces études portaient sur des portiques simples soumis à un mouvement séismique. Les résultats indiquaient l'importante influence de l'absorption d'énergie par la plastification de la structure, sur des effets dynamiques du mouvement. Puis, des études semblables ont été effectuées par Tanabshi et Mousner<sup>4</sup>. Ce dernier a proposé une procédure de calcul pour les systèmes élasto-plastiques basée sur les considérations énergétiques. Les études de Bycroft, Murphy et Brown<sup>5</sup> présentent les résultats de calcul concernant l'établissement d'un spectre de réponse pour les systèmes élasto-plastiques.

Finalement, Newmark a entrepris une série d'études sur des systèmes à un degré de liberté. Il a étudié la réponse de chacune de ces structures aux accélérogrammes d'EL CENTRO (1940) et VERNON (1933). Le premier représentant le séisme le plus fort enregistré (0.32g) et le deuxième, un séisme relativement faible (0.12g).

Dans cette étude la structure a un comportement élasto-plastique bi-linéaire. Le niveau de plastification est mesuré par le facteur de ductilité. Le facteur de ductilité présente, par définition le rapport du déplacement total au déplacement correspondant au début de la plastification.

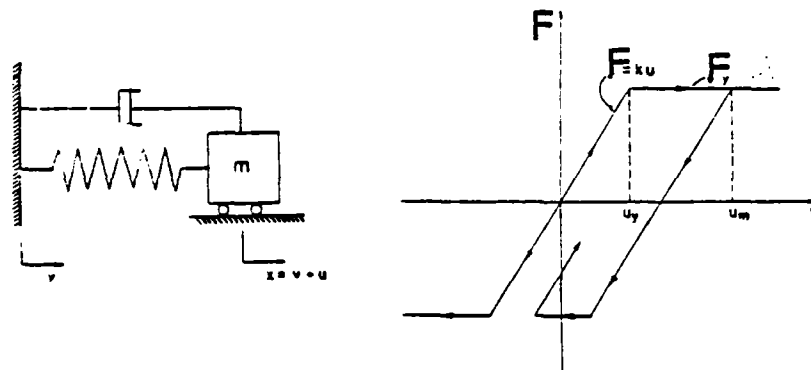


Figure 7 - COMPORTEMENT ELASTO-PLASTIQUE.

Le déchargement et rechargement après la plastification s'effectuent parallèlement à la partie élastique. Ayant effectué ces études et se rappelant des deux principes fondamentaux suivants :

A. Structures à fréquence basse

Une structure à fréquence basse correspond à un système dont la masse est grande alors que sa rigidité est faible. Quand un tel système subit un mouvement très rapide de sol (séisme), la masse n'a pas le temps de bouger, par conséquent, elle subit un déplacement relatif à sa base, égal au déplacement du sol. Ainsi, le déplacement maximal de la masse par rapport à sa base (le déplacement maximal du ressort) est égal au déplacement du sol dû au séisme. Ce phénomène est indépendant de l'amortissement du système et surtout il est indépendant du comportement du ressort. (Elastique ou élasto-plastique). Considérons un système élasto-plastique, soumis à un séisme dont le déplacement maximal est  $U_m$ . Connaissant la limite élastique  $U_y$ , nous pouvons en déduire le facteur de ductilité,  $\mu$  et la part plastique du déplacement.

$$\mu = \frac{U_m}{U_y} \quad \text{et} \quad U_p = U_m - U_y$$

$$U_p = (\mu - 1) U_y$$

et la force élastique engendrée :

$$F = K U_y = K \cdot \frac{U_m}{\mu} = \frac{K \cdot U_m}{\mu}$$

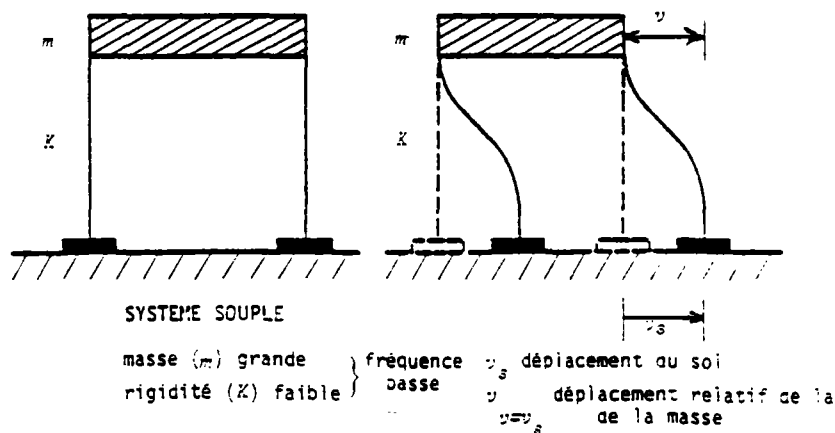


Figure 8 - SYSTEME à FREQUENCE BASSE

Ainsi pour un système élasto-plastique, ayant la ductilité  $\mu$ , la force élastique engendrée dans le ressort est réduite du même facteur  $\mu$ .

### B. Structures à fréquence haute

Une structure à fréquence haute correspond à un système dont la masse est petite et la rigidité grande. Lorsqu'un tel système est soumis à un mouvement du sol (séisme), la rigidité du système étant grande, le ressort ne se déforme pas, et par conséquent, la masse subit la même accélération que le sol comme si la masse faisait partie du sol.

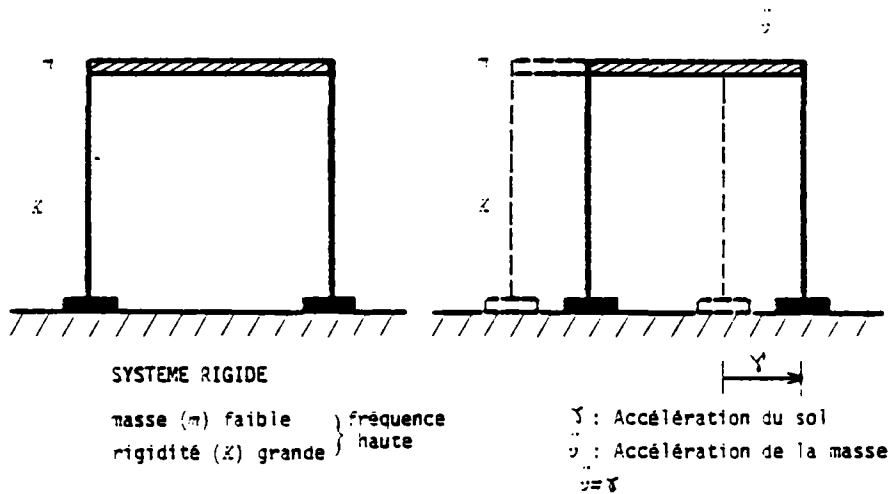


Figure 9 - SYSTEME à FREQUENCE HAUTE

Ce phénomène est également indépendant de l'amortissement et du comportement du ressort. Ainsi, dans ce cas la force engendrée dans le système peut être calculée de la manière suivante :

$$F_{max} = m \cdot a_{max} \quad m : \text{masse du système}$$

Pour les structures à fréquence moyenne, intervient l'amplification du mouvement (déplacement, vitesse, accélération). Ainsi, une structure à fréquence moyenne soumise à un séisme, aura une réponse différente en fonction de son comportement élastique ou élasto-plastique.

Newmark, pour définir une relation entre les réponses élastiques et élasto-plastiques d'un système à un même séisme, a proposé l'égalité d'énergie absorbée par le système qu'il ait un comportement élastique ou élasto-plastique. Cette égalité d'énergie procure le rapport de la force latérale engendrée dans le système supposé élasto-plastique, par rapport à ce qu'on aurait obtenu si le système avait un comportement élastique.

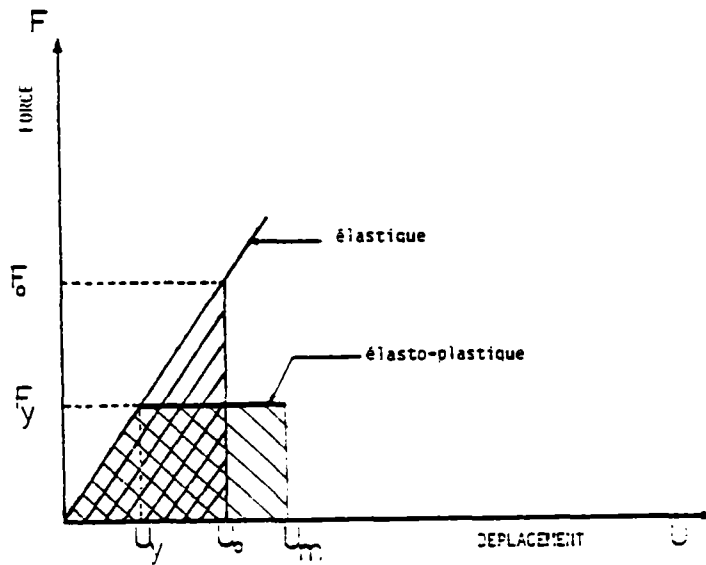


Figure 10 - SYSTEME ELASTIQUE et ELASTO-PLASTIQUE.

$$\frac{U_y}{U_0} = \frac{F_y}{F_0} \rightarrow U_0 = U_y \cdot \frac{F_0}{F_y}$$

$$\Delta S = (U_0 - U_y) \left( \frac{F_0 + F_y}{2} \right) = (U_m - U_y) F_y$$

$$\frac{1}{2} \left( U_y \frac{F_0}{F_y} - U_y \right) (F_0 + F_y) = (U_m - U_y) F_y$$

$$\frac{1}{2} U_y \left( \frac{F_0 - F_y}{F_y} \right) (F_0 + F_y) = U_y (\mu - 1) F_y^2$$

$$F_0^2 - F_y^2 = 2(\mu - 1) F_y^2$$

$$F_0^2 = (2\mu - 1) F_y^2 \longrightarrow$$

$F_y = \frac{1}{\sqrt{2\mu - 1}} F_0$
---------------------------------------

Ayant obtenu cette relation pour les structures à fréquence moyenne, on dispose pour toutes les gammes de fréquences, des relations entre les forces latérales engendrées dans un système élasto-plastique par rapport à celles engendrées dans le même système supposé élastique.

Ces trois règles peuvent être résumées ainsi :

Sous un séisme,

1. Pour les systèmes à fréquence basse, le déplacement total d'un système élasto-plastique est égal au déplacement d'un système élastique de même fréquence.
2. Pour les systèmes à fréquence moyenne, l'énergie totale absorbée par le système élasto-plastique est la même que pour un système élastique de même fréquence.
3. Pour les systèmes à fréquence haute, la force engendrée dans un système élasto-plastique est la même que pour un système élastique de même fréquence.

Ces trois règles sont représentées sur la figure 11.

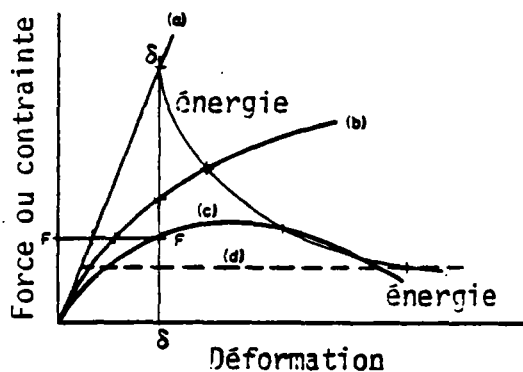


Figure 11 - COMPARAISON des DEFORMATIONS pour le MEME DEPLACEMENT, ENERGIE ou FORCE. (1)

Cette figure montre dans les régions où le déplacement est préservé, que les forces ou les accélérations varient selon les coordonnées des courbes (force-déplacement) pour la valeur préservée du déplacement.

Dans les régions où l'énergie est préservée, le déplacement et la force ou accélération varient de tel manière que la surface sous charge courbe (force-déplacement) est la même. Finalement, dans les régions où la force est préservée le déplacement varie selon l'abscisse de la courbe (force-déplacement) correspondante.

Newmark, à partir d'un spectre de réponse, pour des systèmes élastiques, et en considérant ces trois règles a établi le spectre de réponse pour un système élasto-plastique.

Considérons un spectre de réponse en accélération. Sur le spectre élastique la partie pour les hautes fréquences est la même que pour le spectre élasto-plastique. Dans la partie à fréquences moyennes, on obtient le spectre élasto-plastique du spectre élastique en le divisant par le coefficient  $\sqrt{2\mu - 1}$ .

Pour la partie à faibles fréquences, le spectre élasto-plastique s'obtient du spectre élastique en le divisant par  $\mu$ . Ainsi en pré-supposant un coefficient de ductilité, on obtient facilement un spectre élasto plastique, avec lequel on peut faire un calcul spectral pour un système élasto-plastique avec un coefficient de ductilité donné. (figure 12)

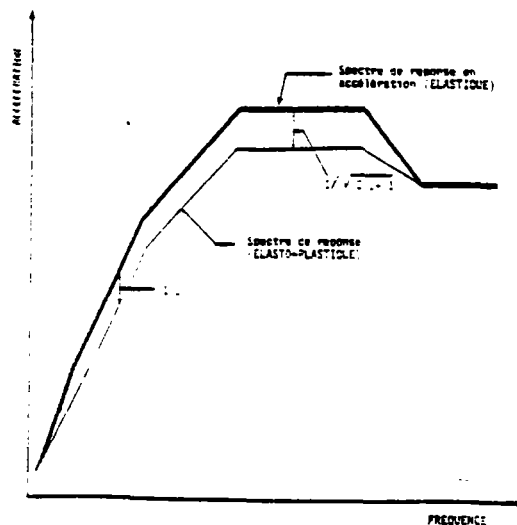


Figure 12 - SPECTRE de REponse "ELASTO-PLASTIQUE"

Si l'on considère un spectre de réponse représenté sous forme tri-log, comme représenté par la figure 13, ci-dessous, on peut établir le spectre de réponse modifié désiré, soit en accélération, soit en déplacement ou en vitesse, en tenant compte des coefficients de conversion représentés dans le tableau 1.

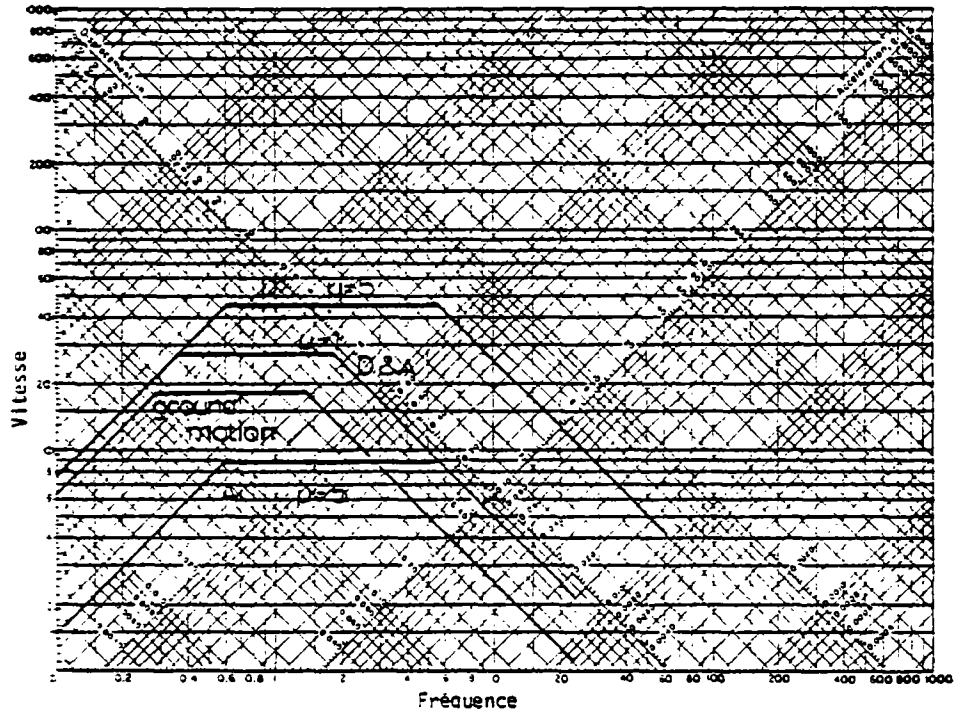


Figure 13 - SPECTRE de REPONSE 'TRI-LOG' ELASTIQUE et "ELASTO-PLASTIQUE"

Quantité Conservée	REPONSE ELASTO-PLASTIQUE/ REPONSE ELASTIQUE	
	Déplacement Total	Accélération
Déplacement	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu}$
Energie ou vitesse	$\frac{\mu}{\sqrt{2\mu-1}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\mu-1}}$
Force ou accélération	$\mu$	1

Tableau 1- RAPPORTS de la REPONSE SEPCTRALE ELASTO-PLASTIQUE sur la REPONSE SPECTRALE ELASTIQUE pour DIFFERENTES REGIONS.

Le spectre de réponse élasto-plastique obtenu, permet ainsi de faire un calcul spectral même pour un système de comportement élasto-plastique. Néanmoins, il faut signaler que cette méthode est une méthode approximative.

Les figures ci-dessous, d'après Newmark, représentent bien l'écart qui peut exister entre la réponse obtenue par la résolution de l'équation du mouvement, et celle obtenue par cette méthode. Cet écart, d'après Newmark, peut même atteindre, dans certains cas, 50 %. ( 6 )

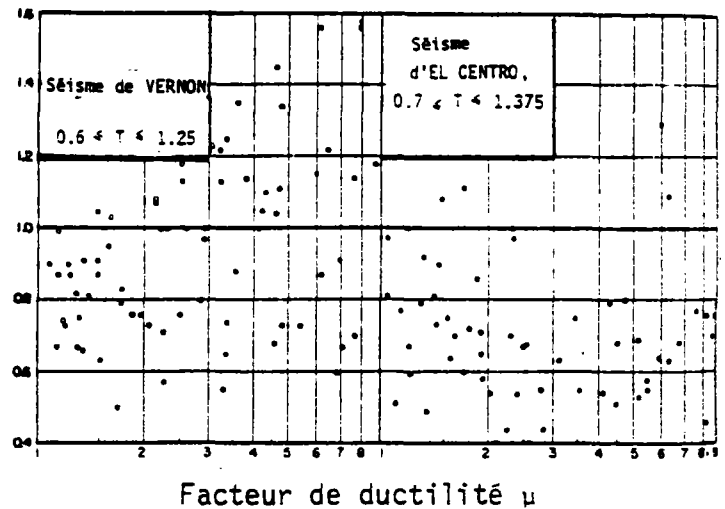
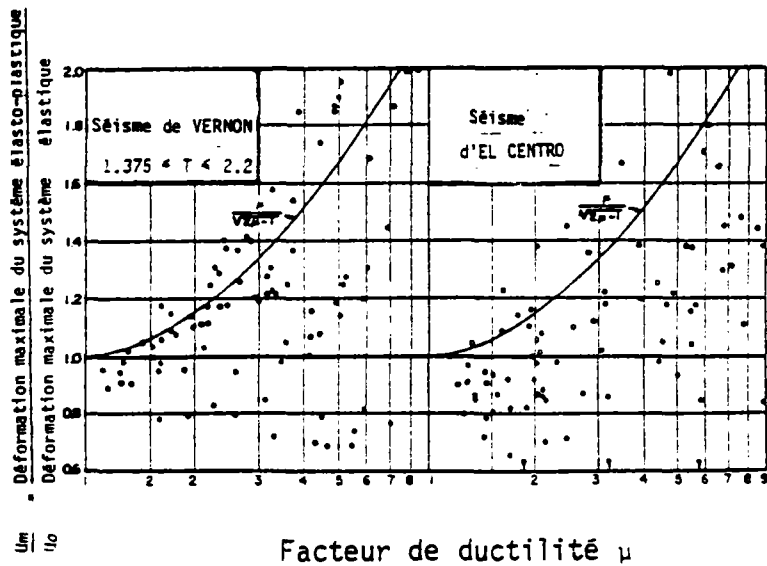


Figure 14 - COMPARAISON des DEPLACEMENTS RELATIFS MAXIMAUX des SYSTEMES ELASTO-PLASTIQUE et ELASTIQUE en FONCTION du FACTEUR de DUCTILITE, SYSTEMES sans AMORTISSEMENT. (6)

Figure 15 - COMPARAISON des DEPLACEMENTS RELATIFS MAXIMAUX des SYSTEMES ELASTO-PLASTIQUE ET ELASTIQUE en FONCTION du FACTEUR de DUCTILITE, SYSTEMES avec 10% d'AMORTISSEMENT (6)

Il faut remarquer, d'autre part, que les résultats présentés concernent des systèmes à un degré de liberté. Dans le cas de systèmes à plusieurs degrés de liberté, le calcul par l'analyse modale en utilisant un spectre de réponse élasto-plastique devient compliqué, en ce qui concerne le choix du facteur de ductilité pour chaque mode par exemple. Ainsi les réponses obtenues deviennent compromettantes.

Bien entendu, depuis la présentation de cette méthode, beaucoup de recherches ont été entreprises par différents chercheurs. Ces travaux portent, en général, sur la comparaison des résultats obtenus par cette méthode avec ceux obtenus par le calcul dynamique direct pas à pas, pour des systèmes à plusieurs degrés de liberté. Notamment, les travaux de A. S. Veletsos et W. Pennington Vann, sur un ensemble de systèmes à 2 ou 3 degrés de liberté. Cette étude a abouti au résultat suivant : pour des systèmes à plusieurs degrés de liberté, les règles proposées pour un système à un degré de liberté, peuvent aboutir à une estimation de réponse inconservative et plus le nombre de degré de liberté augmente, plus l'erreur commise est importante. (7)

ANALYSE DYNAMIQUE des STRUCTURES

REFERENCES

- (1) NEWMARK N.M.  
Current Trends in the Seismic Analysis and Design  
of High-Rise Structures Earthquake Engineering  
ROBERT L. VIGEL
- (2) CLOUGH et PENZIEN  
Calcul Dynamique des Structures
- (3) PAN S.L.  
Influence of Ductility on the Response of Simple Structures  
to Earthquake Motions,  
University of Illinois, Dept. of Civil Engineering, 1951
- (4) TANABASHI R.,  
Studies on the Nonlinear Vibrations of Structures Subjected  
to Destructive Earthquakes.  
Proceedings 1956 World Engineering, Earthquake Engineering  
Research Institute, 1956.
- (5) BYCROFT G.N., MURPHY M.J. and BROWN K.J.  
Electrical Analog for Earthquake Yield Spectra  
Journal of the Eng. Mech. Div., ASCE, vol. 85, n° EM 4,  
October 1959.
- (6) NEWMARK N.M. and VELETSOS A.S.  
Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple  
Systems to Earthquake Motions  
Proceedings of the Seconde World Conference on Earthquake  
Vol. II, Japan 1960.
- (7) VELETSOS A.S. and VANN P.W.  
Response of Ground-Exited Elastoplastic Systems,  
Journal of the Structural Division ASCE ST 4 April 1971

# CHAPITRE V

METHODE DE CALCUL PROPOSEE

# CHAPITRE V

## MÉTHODE DE CALCUL PROPOSÉE

I.	INTRODUCTION	PAGE 235
II.	PRINCIPE DES ÉTUDES THÉORIQUES	PAGE 236
III.	PROCÉDURE DE CALCUL ITÉRATIF	PAGE 238
	3.1 CALCUL STATIQUE	
	3.11 Calcul des Lois Globales (Moment-Courbure)	
	3.12 Calcul Non Linéaire des Structures	
	3.2 CALCUL DYNAMIQUE	
	3.21 Calcul des Fréquences Propres	
	3.3 CALCUL SPECTRAL	
	3.31 Calcul de la Réponse Spectrale de la Structure	
	3.4 CALCUL de l'ETAT des SECTIONS	
	3.41 Calcul des Caractéristiques Mécaniques des Sections sous les Sollicitations Données	
IV.	CALCUL DE LA RÉPONSE SÉISMIQUE DES PORTIQUES TESTÉS, PAR LA MÉTHODE PROPOSÉE	PAGE 243
	4.1 STRUCTURE ETUDIÉE	
	4.11 Caractéristiques des Matériaux Utilisés	
	4.12 Caractéristiques Mécaniques et Géométriques des Sections	
	4.2 ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE	
	4.21 Séisme TAFT	
	4.22 Séisme SAN FRANCISCO	
	4.23 Accélérogramme AEDF 73	

V.	PROBLÈMES LIÉS À LA DISCRÉTISATION D'UNE STRUCTURE	PAGE 253
5.1	CALCUL de la REPONSE SEISMIQUE du PORTIQUE (discrétisé en 12 éléments)	
VI.	EXTENSION DE LA MÉTHODE POUR LE CAS DE SÉISMES DE FORTE INTENSITÉ	PAGE 257
6.1	CALCUL de la REPONSE du PORTIQUE à un SEISME de FORTE INTENSITE	
6.11	Séisme SAN FRANCISCO	
VII.	ÉTUDE DES RÉSULTATS	PAGE 261
7.1	COMPARAISON des REPONSES en ACCELERATION	
7.2	COMPARAISON des REPONSES en DEPLACEMENT RELATIF	
7.3	EXEMPLE d'ITERATION	
7.31	Itération sur la Force Latérale	
7.32	Itération sur le Déplacement	
VIII.	CALCUL DE LA RÉPONSE SÉISMIQUE DES POTEAUX TESTÉS, PAR LA MÉTHODE PROPOSÉE	PAGE 264
8.1	STRUCTURE ETUDIEE	
8.11	Caractéristiques des Matériaux Utilisés	
8.12	Caractéristiques Mécaniques de la Section du Poteau	
8.2	ETUDE du POTEAU sous CHARGEMENT SEISMIQUE	
8.21	Séisme TAFT	
8.22	Séisme SAN FRANCISCO	
IX.	CONCLUSION	PAGE 268

## I. INTRODUCTION

L'étude du comportement des structures en béton armé sous chargement cyclique alterné et sous chargement séismique met en évidence le même caractère de non linéarité du béton armé sous de telles sollicitations.

Les essais séismiques sur la table vibrante montrent l'importante diminution de la rigidité de la structure testée, même pour un séisme de niveau modéré.

La prise en compte de ces caractéristiques en calcul dynamique est importante, d'autant plus que la fréquence propre de la structure, et par conséquent la réponse dynamique, est directement dépendante de la rigidité.

Le calcul modal, en attribuant un comportement élastique linéaire au béton armé, ne représente pas le comportement dynamique d'une structure et les réponses ainsi obtenues sont compromises.

Le calcul dynamique pas à pas, en prenant en compte le comportement complexe du béton armé sous sollicitations dynamiques est précis, mais très coûteux et il n'est pas toujours à la portée de l'utilisateur.

Au vu de l'analyse de tous les essais rapportés, l'idée est venue d'utiliser le comportement quasi-linéaire des sections fissurées pour développer une méthode de calcul statique équivalente. En effet, si un simple calcul statique se révèle insuffisant pour le calcul de la tenue au séisme, on peut penser qu'une méthode quasi-statique par approches successives peut donner une bonne approximation de la réponse dynamique pour un coût modéré.

En effet, des essais statiques cycliques nous avons tiré la conclusion suivante :

Au cours du chargement, pour un cycle de charge de niveau donné, la structure subit une diminution de la rigidité pendant les premiers cycles après quoi la structure a un comportement quasi linéaire avec une rigidité réduite (sous ce niveau de charge).

Si l'on répète le même cycle ou si l'on exerce un cycle moins important (niveau de charge moins élevé) il n'y a presque pas de nouvelle diminution de la rigidité. Bien entendu, en augmentant l'amplitude de la charge, la structure subira une plus importante diminution de la rigidité.

Des essais dynamiques, nous avons tiré les enseignements suivants :

Au cours du mouvement séismique, la structure subit une dégradation de rigidité qui est d'autant plus importante que le niveau du séisme est grand. Cette dégradation se traduit par la diminution de la fréquence propre de la structure. Si l'on réalise sur une même structure une série de séismes, on constate une diminution considérable de la fréquence sous le premier séisme. Pour les séismes suivants, si le niveau est supérieur à celui du précédent, on constate encore une diminution de fréquence, c'est-à-dire, une dégradation supplémentaire de la rigidité. Mais si l'on répète le même séisme, de même niveau, du deuxième au dernier la fréquence varie très peu (variation de 5 à  $\approx 2.6 H_z$  pendant le premier séisme et de 2.6 à  $\approx 2.5 H_z$  au cours de la quarantaine de séismes suivants). Ainsi nous constatons encore un comportement quasi linéaire de la structure.

En résumé, on peut assimiler le comportement dynamique non linéaire des structures en béton armé à un comportement dynamique linéaire dont la rigidité, dépendant du niveau de séisme qu'il subit, reste à définir. Connaissant cette rigidité pour le système considéré élastique linéaire, la méthode d'analyse modale serait applicable.

D'autre part, si l'on étudie la variation de la rigidité en fonction de la flèche en tête de la structure par exemple, on remarque qu'il y a presque la même relation pour les essais statique et dynamique (figure 40 , Chapitre III).

## II. PRINCIPE DES ÉTUDES THÉORIQUES

Compte-tenu de la ressemblance des comportements dynamique et statique, qui vient d'être mentionnée, on peut procéder à un calcul itératif pour définir la rigidité de la structure dans l'état "dégradé" qu'elle aura sous un séisme donné.

Nous avons développé cette procédure qui comprend les étapes suivantes :

- Calcul statique non linéaire pas à pas du portique sous charges verticales qui lui sont appliquées, plus charges horizontales (puisqu'il s'agit de réponse à un séisme horizontal) croissantes appliquées aux niveaux des centres de gravité des charges verticales. Le programme calcule et donne les moments fléchissants dans les sections considérées dans la schématisation et pour chaque pas de charges horizontales,
- Calcul des fréquences et des modes propres du portique ainsi que calcul des coefficients de participation de chaque mode,
- Calcul de la réponse au séisme du portique en ayant les fréquences propres, par la méthode d'analyses modales en utilisant la méthode de spectre de réponse en accélération. Ce calcul donne les forces statiques équivalentes à appliquer horizontalement au portique aux niveaux des centres de gravité des masses.
- A l'aide du calcul statique non linéaire, de la première étape, et sous ces forces horizontales, calcul de la rigidité des sections considérées dans la modélisation du portique (pour les portiques courants, dans cet état les sections sont sur-sollicitées).
- Avec les rigidités obtenues, répétition des étapes 2, 3 et 4 ; calcul des fréquences propres,  
calcul des réponses modales,  
calcul des rigidités des sections,  
ainsi on obtient les nouvelles valeurs de rigidités (pour les portiques courants, dans cet état les sections sont sous-sollicitées),
- Répétition des étapes 2, 3 et 4 jusqu'à ce qu'il y ait convergence. En général, quelques itérations suffisent.

### III. PROCÉDURE DE CALCUL ITÉRATIF

Nous développons en détail la procédure de calcul.

#### 3.1 CALCUL STATIQUE

Pour nos études nous utilisons comme lois de comportement des matériaux, les lois globales de "moment-courbure".

##### 3.11 Calcul des Lois Globales (Moment-Courbure)

Les phénomènes non linéaires qui interviennent dans la flexion d'une section en béton armé, soumise à un effort normal constant, sont : la fissuration du béton en traction, la déformation plastique du béton en compression, la déformation plastique des armatures en traction ou en compression, enfin l'écrasement du béton en compression. Pour tenir compte de ces phénomènes, on calcule la loi globale moment-courbure à partir des lois de comportement réel du béton et de l'acier et de la géométrie de la section considérée. On prend en compte l'existence de l'effort normal dans la section s'il s'agit d'une section de poteau.

Ainsi il y a autant de lois moment-courbure à calculer qu'il y a de sections différentes. La différence peut être due aux dimensions, au ferrailage ou à la précontrainte due à l'effort normal (sections poteaux). Les sections dissymétriquement armées auront des comportements différents dans un sens ou dans l'autre.

Nous avons employé le programme SAMSON (Annexe C) pour le calcul de nos lois "moment-courbure".

Ce programme calcule les caractéristiques de la section équivalente : le module d'Young, la position d'axe neutre et le moment d'inertie. Il fournit en outre, pour chaque valeur du moment ou de la courbure, les contraintes et les déformations dans les aciers et en chaque point du découpage dans la hauteur de la section du béton. La position de l'axe neutre est également calculée. A la fin du calcul, la courbe "contrainte-déformation" est éventuellement tracée et les couples de valeur la définissant récapitulés. En fait, les sorties du programme sont les caractéristiques de la section homogène équivalente. A savoir,

- la déformation  $\epsilon = \chi \cdot v$

- la contrainte de flexion  $\sigma = \frac{M}{I/v}$

$\epsilon$  déformation,

$\chi$  courbure,

$v = e/2$

$e$  épaisseur

$\sigma$  contrainte

$M$  moment fléchissant

$I$  moment d'inertie de la section.

La figure 1 en présente un exemple.

### 3.12 Calcul Non Linéaire des Structures

Pour les calculs non linéaires des structures étudiées, nous employons le programme de calcul non linéaire par éléments finis, TEDEL (Annexe C).

Dans ce programme les lois de comportement des matériaux sont introduites sous forme des lois globales de "mouvement-courbure". Ce programme permet de calculer une structure sous une combinaison de charge verticale et horizontale, ainsi que sous un déplacement imposé. Les charges sont augmentées par étape. A chaque étape de calcul, le programme donne les moments et les déformations en chaque points discrétisés de la structure car la structure est discrétisée en un certain nombre d'éléments et le programme fournit les moments correspondant aux extrémités de chacun d'eux. En ayant le moment dans une section et à l'aide de la loi "moment-courbure" correspondante, on obtient toutes les informations sur l'état de la section. Ainsi on calcule la charge de rupture de la structure aussi bien que sa déformation. La figure 2 présente les diagrammes de charge-déformation d'un portique obtenus par l'expérience et calculée par ce programme (TEDEL). La concordance des résultats est plus que bonne.

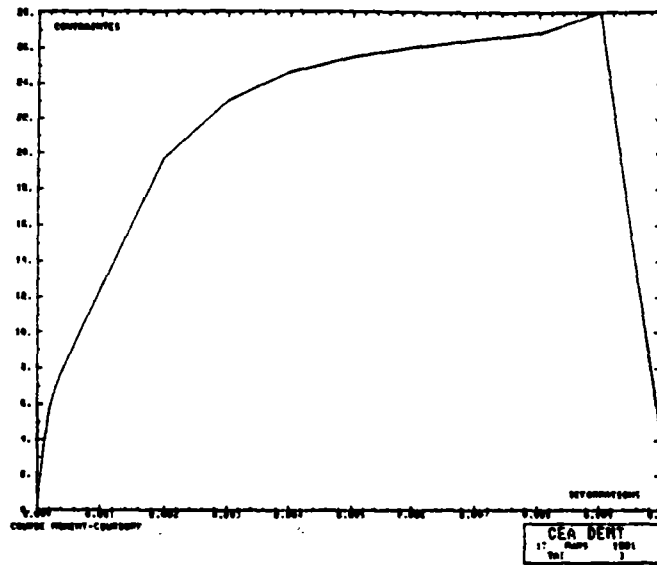


Figure 1 - COURBE "MOMENT-COURBURE".

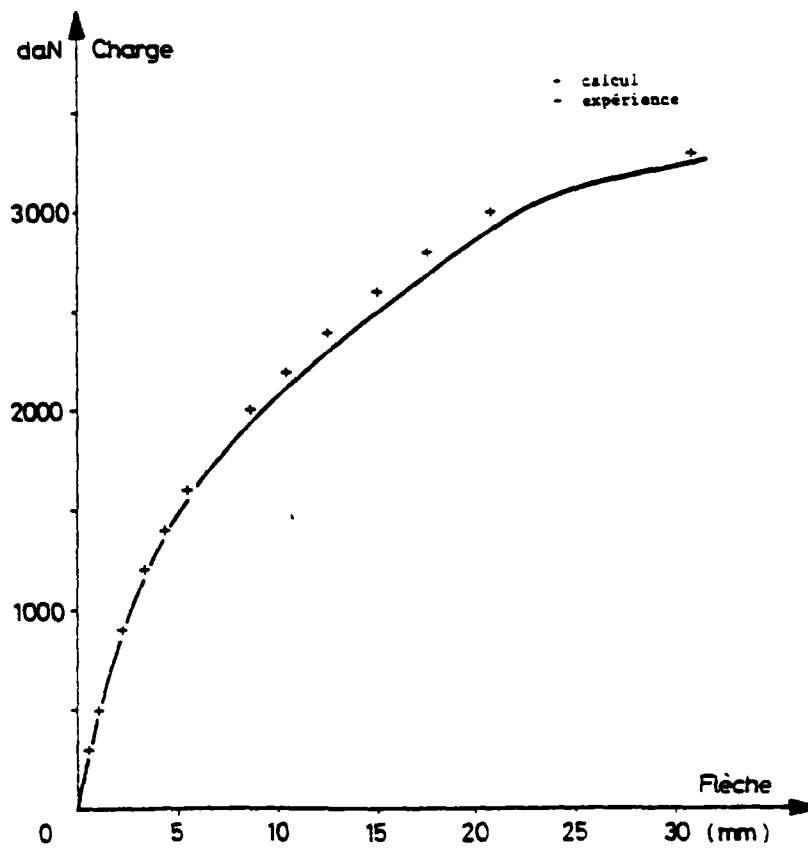


Figure 2 - COMPARAISON des COURBES "CHARGE-FLECHE"  
CALCULEE et MESUREE

## 3.2 CALCUL DYNAMIQUE

### 3.21 Calcul des Fréquences Propres

Dans cette étape nous calculons les fréquences propres de la structure en prenant en compte les caractéristiques mécaniques (éventuellement modifiées) des sections. En fait au début du calcul, les sections béton armé sont considérées intactes. Dans les itérations suivantes, leurs états seront éventuellement modifiés. Ce calcul est effectué par TEDEL, qui nous donne les fréquences propres ainsi que les modes (figure 3). Ayant les modes propres, nous calculons les coefficients de participation de chaque mode.

## 3.3 CALCUL SPECTRAL

Nous employons la technique de spectre de réponse pour le calcul de la réponse sismique.

### 3.31 Calcul de la Réponse Spectrale de la Structure

Ayant le spectre de réponse en accélération pour le séisme choisi et connaissant les fréquences propres calculées dans l'étape précédente, nous obtenons pour un amortissement donné la réponse en accélération de chaque mode. Par la combinaison des réponses modales, nous obtenons la réponse totale de la structure. La réponse "dynamique" ainsi calculée (première itération) n'est qu'une réponse approchée car les fréquences ne sont que des valeurs approchées. Ayant cette réponse, les modes de vibrations et les masses, nous calculons les forces statiques équivalentes.

## 3.4 CALCUL de l'ETAT des SECTIONS

### 3.41 Calcul des Caractéristiques Mécaniques des Sections sous les Sollicitations données (Calcul de la Rigidité)

A l'aide des résultats du calcul de la première étape, pour la réponse sismique obtenue (en étape 3) nous calculons la rigidité des sections considérées dans la modélisation de la structure par le programme RIGID développé dans ce but.

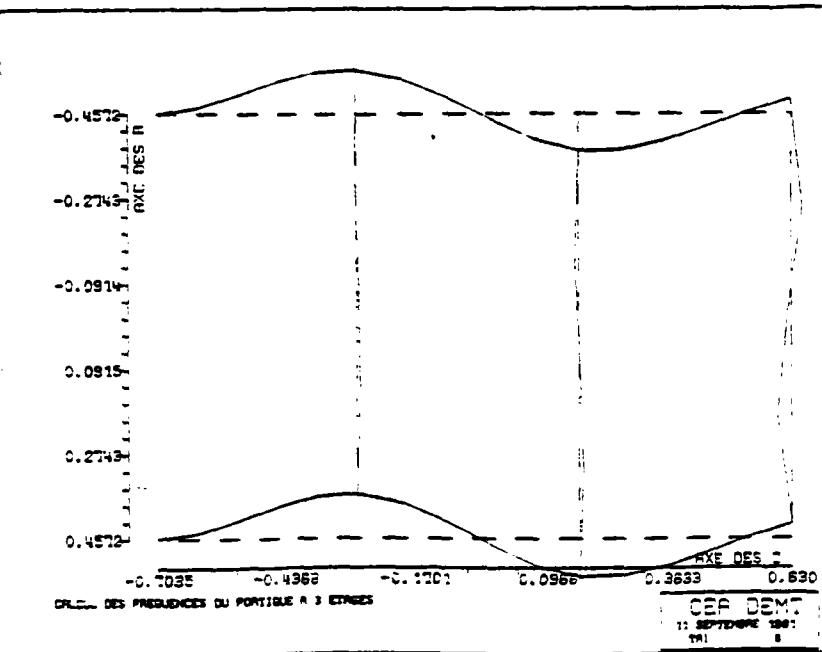
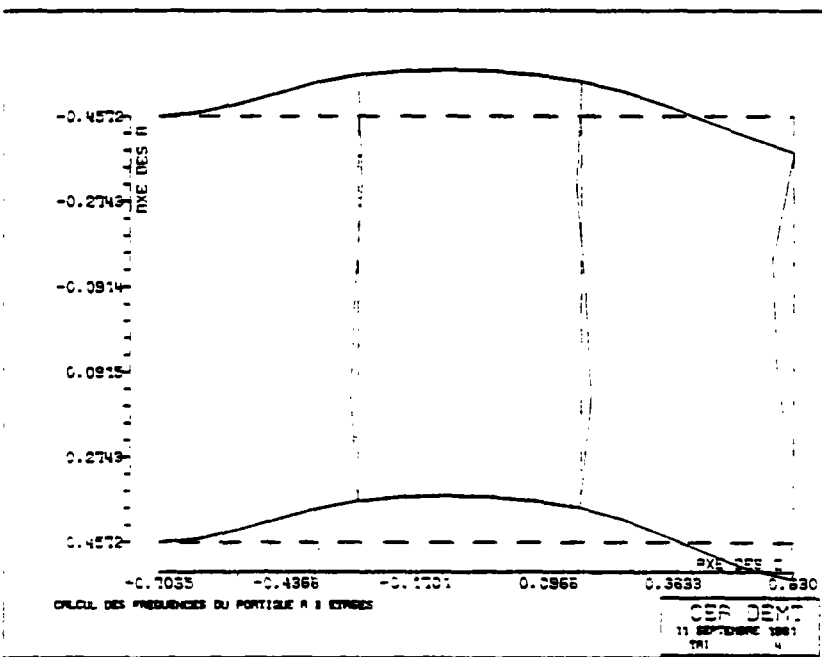
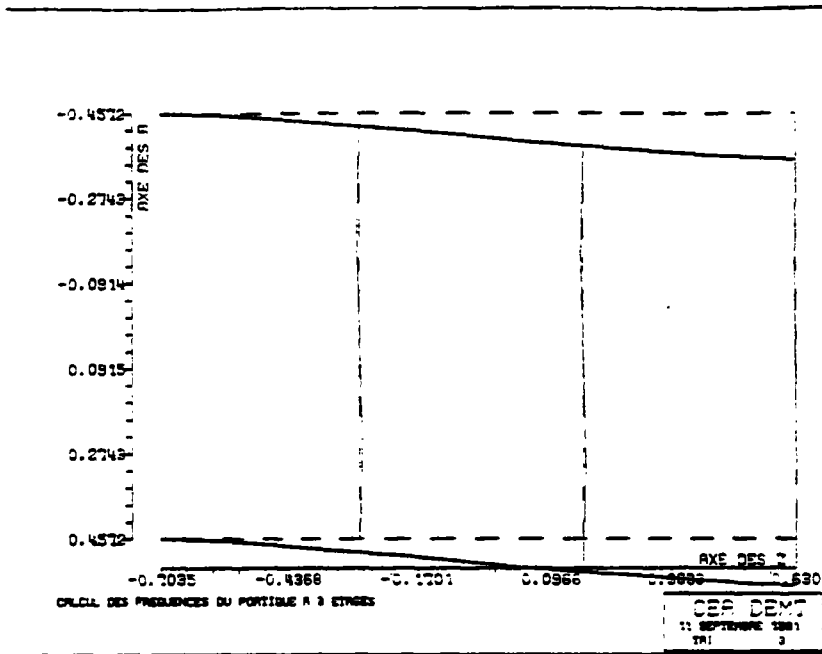


Figure 3 - CALCUL des MODES PROPRES par TEDEL.

Pour obtenir les caractéristiques des sections à un état considéré, on introduit dans le programme, les lois de comportement des sections, la géométrie des sections et les moments correspondant à l'état considéré (calculés dans la première étape). Le programme donne la rigidité des sections ainsi que la rigidité des éléments en fonction des rigidités des sections d'extrémité (pour les structures courantes, dans cet état, les sections sont sur-sollicitées).

Avec les rigidités calculées dans l'étape 4, on répète l'étape 2. Dans ce cas, la fréquence obtenue est plus faible qu'au cas précédent. Travaillant avec la réponse en accélération, une faible fréquence aboutit à une faible réponse (structures courantes). Pour une faible force latérale, la structure subit de faibles dégradations de la rigidité (sections sous-sollicitées). Ainsi le calcul de l'étape 4 fournit de nouvelles valeurs de rigidités qui sont supérieures à celles du cas précédent mais inférieures à celles correspondant à l'état initial.

Nous répétons cette procédure itérative jusqu'à ce qu'il y ait convergence. Nous récapitulons la méthode exposée sur le schéma de la page suivante.

#### IV. CALCUL DE LA RÉPONSE SÉISMIQUE DES PORTIQUES TESTÉS PAR LA MÉTHODE PROPOSÉE

Nous calculons la réponse de chaque portique pour les séismes qu'il a subis.

##### 4.1 STRUCTURE ETUDIÉE

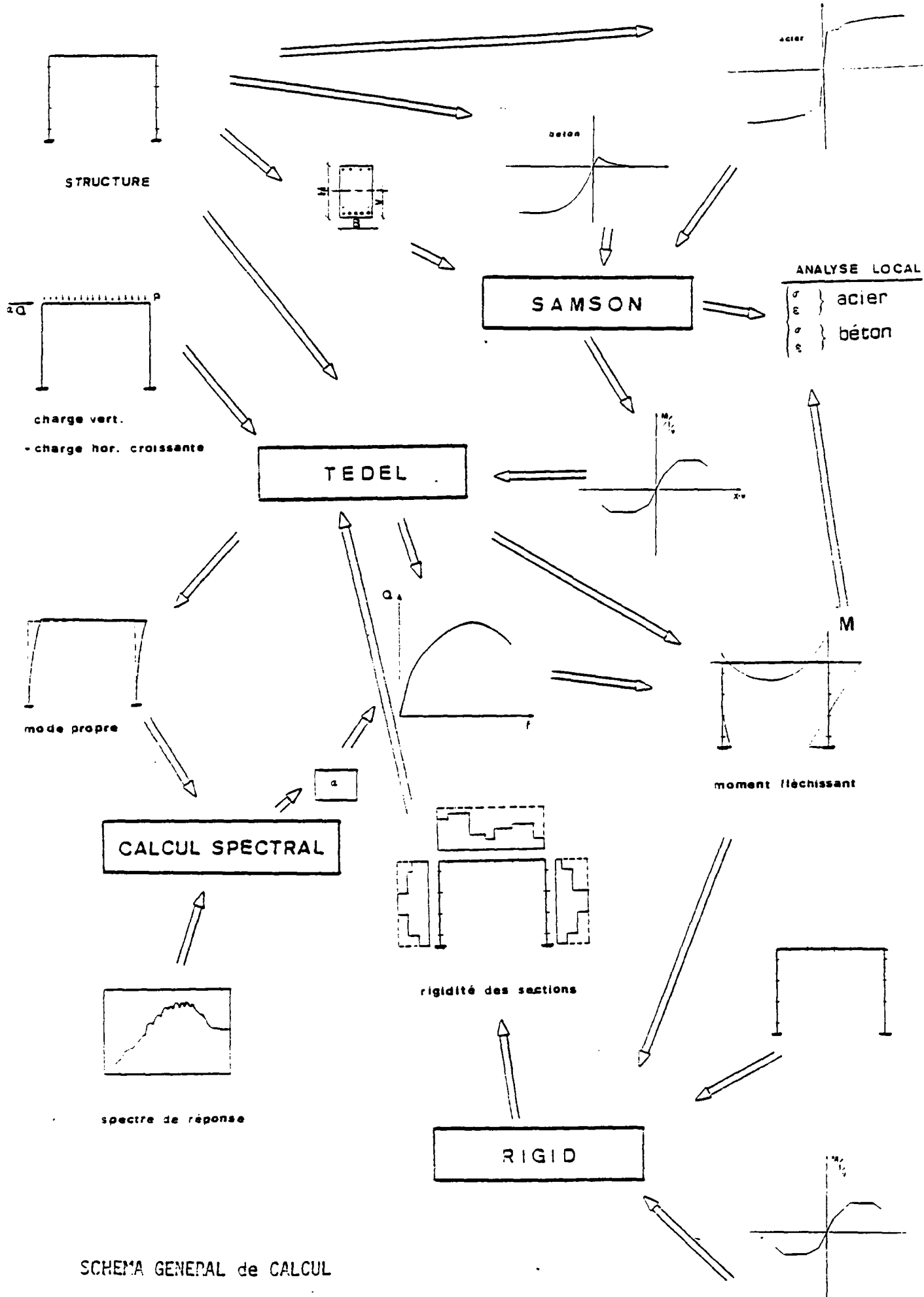
Nous avons présenté les dimensions et les ferraillements de portiques en CT 5.2, Chapitre III.

Pour les calculs, le portique a été discrétisé en vingt quatre éléments.

##### 4.11 Caractéristiques des Matériaux Utilisés

###### BETON

Pour le comportement du béton en compression, nous avons employé la courbe contrainte-déformation en compression du béton, obtenue par essai sur éprouvette le jour de l'expérience. Pour le béton en traction, la relation présentée en 2.32 chapitre III a été adoptée.



SCHEMA GENERAL de CALCUL

La résistance à la compression du béton était de 35 MPa, sa résistance à la traction de 3.2 MPa et son module d'élasticité de 32 000 MPa. La déformation du béton dans les calculs a été limitée à 3.5 ‰.

### ACIER

Pour le comportement de l'acier en compression ou en traction, nous avons utilisé le diagramme de contrainte-déformation présentée en 2.31, chapitre III. La résistance à la rupture en traction ou en compression de l'acier était de 560 MPa, sa limite élastique de 446 MPa et son module d'élasticité de 210.000 MPa. La déformation de l'acier dans les calculs a été limitée à 10 ‰.

## 4.12 Caractéristiques Mécaniques et Géométriques des Sections

### ETAT INITIAL

Nous rapportons les caractéristiques mécaniques calculées des sections béton armé.

<i>POTEAU</i>	{	Section totale	$S = 1.82\ 25\ E-2\ m^2$
		Moment d'inertie	$I = 2.679\ 5\ E-5\ m^4$
		Module d'Elasticité équivalent	$E = 36\ 480\ MPa$
		Rigidité	$E I = 0.9775\ MN.m^2$
		Moment limite	$M_L = 12.58\ KN.m$
<i>POUTRE</i>	{	Section totale	$S = 3.17\ 25\ E-2\ m^2$
		Moment d'inertie	$I = 1.6078\ E-4\ m^4$
		Module d'Elasticité équivalent	$E = 34\ 891\ MPa$
		Rigidité	$E I = 5.6098\ MN.m^2$
		Moment limite : dans un sens, ...	$M_L = 19.62\ KN.m$
	dans l'autre ...	$M_L = 29.69\ KN.m$	
		Masse du Portique	$= 14\ 723\ kg$
		Fréquence initiale	$= 3.09\ Hz$

ETAT du PORTIQUE sous CHARGES VERTICALES

CHARGES VERTICALES  $= 0.145\ MN$

Dans les sections critiques :

<i>POTEAU</i>	{	Moment	$M = 3.99 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 0.9026 \text{ MN.m}^2$
		Contrainte	$EI/E_o I_o = 0.9234$
{ en acier	$\sigma_a = 113.6 \text{ MPa}$		
		{ en béton	$\sigma'_b = 12.44 \text{ MPa}$
<i>POUTRE</i> (noeud)	{	Moment	$M = 3.99 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 5.6098 \text{ MN.m}^2$
		Contrainte	$EI/E_o I_o = 1.0$
{ en acier	$\sigma_a = 11.59 \text{ MPa}$		
		{ en béton	$\sigma'_b = 2.18 \text{ MPa}$

## 4.2 ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE

### 4.21 Séisme TAFT, Echelle 1/3

Accélération maximale  $0.128 g$

#### CALCUL DE LA RÉPONSE SÉISMIQUE

#### CALCUL dans le DOMAINE ELASTIQUE

Nous calculons la réponse du portique au séisme donné en supposant son comportement élastique. Dans ce calcul nous considérons la fréquence initiale du portique. Nous rapportons les résultats obtenus.

#### Réponses du Portique :

(calcul élastique  $\xi = 2 \%$ )

Fréquence	$3.09 \text{ Hz}$
Accélération	$0.231 g$
Force latérale	$33.36 \text{ KN}$
Déplacement latéral	$6.1 \text{ mm}$

Dans les sections critiques :

POTEAU	}	Moment	$M = 12.58 \text{ KN}$
		Rigidité	$EI = 0.103 \text{ MN.m}^2$
			$EI/E_o I_o = 0.105$
		Contrainte	$\sigma_a = 468.5 \text{ MPa}$
			$\sigma'_b = 35. \text{ MPa}$
POUTRE	}	Moment	$M = 13.24 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 2.6214 \text{ MN.m}^2$
			$EI/E_o I_o = 0.4673$
		Contrainte	$\sigma_a = 142.66 \text{ MPa}$
			$\sigma'_b = 12.57 \text{ MPa}$

CALCUL par la METHODE PROPOSEE

Nous calculons la réponse du portique au séisme donné selon la procédure de la méthode proposée. Nous rapportons les résultats obtenus à la convergence.

Réponses du Portique :

(calcul itératif  $\xi = 3.5 \%$ )

Fréquence	2.35 Hz
Accélération	0.144 g
Force latérale	20.79 KN
Déplacement latéral	6.5 mm

Dans les sections critiques :

POTEAU	Moment		$M = 9.355 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 0.3402 \text{ MN.m}^2$
	Contrainte	en acier	$\sigma_a = 305 \text{ MPa}$
en béton		$\sigma'_b = 31.2 \text{ MPa}$	
POUTRE	Moment		$M = 9.375 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 3.8646 \text{ MN.m}^2$
	Contrainte	en acier	$\sigma_a = 58.5 \text{ MPa}$
en béton		$\sigma'_b = 7.85 \text{ MPa}$	

La REPONSE OBTENUE par l'EXPERIENCE

Nous rapportons les valeurs mesurées pendant l'essai séismique sur la table vibrante.

Réponses du Portique : (expérience)

Accélération	0.134 g
Déplacement	6.9 mm
Force latérale correspondante	19.35 KN

4.22 Séisme SAN FRANCISCO, Echelle 1/3

Accélération maximale  $0.31 g$

Réponses du Portique :

(calcul élastique  $\xi = 2 \%$ )

Fréquence  $3.09 Hz$   
Accélération  $0.2 g$   
Force latérale  $28.88 KN$   
Déplacement latéral  $5.21$

Dans les sections critiques :

POTEAU	Moment	$M = 12.48 KN.m$
	Rigidité	$EI = 0.1848 MN.m^2$ $EI/E_o I_o = 0.189$
	Contrainte	$\sigma_a = 468.0 MPa$ $\sigma'_b = 35 MPa$
POUTRE	Moment	$M = 12.28 KN.m$
	Rigidité	$EI = 2.8202 MN.m^2$ $EI/E_o I_o = 0.5027$
	Contrainte	$\sigma_a = 119.5 MPa$ $\sigma'_b = 11.50 MPa$

Réponses du Portique :

(calcul itératif  $\xi = 3.5 \%$ )

Fréquence  $2.44 Hz$   
Accélération  $0.134 g$   
Force latérale  $19.35 KN$   
Déplacement latéral  $5.62 mm$

Dans les sections critiques :

<i>POTEAU</i>	{	Moment	$M = 8.846 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 0.3533 \text{ MN.m}^2$
			$EI/E_o I_o = 0.3614$
	{	Contrainte { en acier	$\sigma_a = 270.2 \text{ MPa}$
		{ en béton	$\sigma'_b = 30.11 \text{ MPa}$
<i>POUTRE</i>	{	Moment	$M = 8.866 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 4.0752 \text{ MN.m}^2$
			$EI/E_o I_o = 0.7264$
	{	Contrainte { en acier	$\sigma_a = 51.41 \text{ MPa}$
		{ en béton	$\sigma'_b = 7.22 \text{ MPa}$

Réponses du Portique :  
(expérience)

Accélération	$0.125 \text{ g}$
Déplacement	$5.5 \text{ mm}$
Force latérale correspondante	$18.05 \text{ KN}$

4.23 Accélérogramme AEDF 73, Echelle 1/3

Accélération maximale  $0.203 g$

Réponses du Portique

(calcul élastique  $\xi = 2 \%$ )

Fréquence	$3.09 Hz$
Accélération	$0.236 g$
Force latérale	$34.09 KN$
Déplacement latéral	$6.14 mm$

Dans les sections critiques :

POTEAU	}	Moment	$M = 12.58 KN.m$
		Rigidité	$EI = 0.087 MN.m^2$ $EI/E_o I_o = 0.089$
		Contrainte	$\sigma_a = 468.5 MPa$ $\sigma'_b = 35 MPa$
POUTRE	}	Moment	$M = 13.32 KN.m$
		Rigidité	$EI = 2.6074 MN.m^2$ $EI/E_o I_o = 0.4648$
		Contrainte	$\sigma_a = 144.59 MPa$ $\sigma'_b = 12.66 MPa$

Réponses du Portique :

(calcul itératif  $\xi = 3.5 \%$ )

Fréquence	$2.44 Hz$
Accélération	$0.132 g$
Force latérale	$18.82 KN$
Déplacement latéral	$5.52 mm$

Dans les sections critiques :

POTEAU	Moment		$M = 8.749 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 0.3561 \text{ MN.m}^2$
	Contrainte	en acier	$\sigma_a = 268 \text{ MPa}$
en béton		$\sigma'_b = 29.93 \text{ MPa}$	
POUTRE	Moment		$M = 8.768 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 4.1210 \text{ MN.m}^2$
	Contrainte	en acier	$\sigma_a = 50.02 \text{ MPa}$
en béton		$\sigma'_b = 7.10 \text{ MPa}$	

Réponses du Portique :  
(expérience)

Accélération	0.128 g
Déplacement	6.4 mm
Force latérale correspondante	18.48 KN

## V. PROBLÈMES LIÉS À LA DISCRÉTISATION D'UNE STRUCTURE

Comme dans tout calcul par les éléments finis, se pose le problème de la taille des éléments discrétisés de la structure. Plus les éléments sont de petites dimensions, plus la réponse est précise. A l'étape 4 de la méthode proposée, nous prenons pour rigidité des éléments, la moyenne des rigidités des sections d'extrémité. Le calcul de la rigidité des éléments au voisinage des sections critiques, où il peut exister des rotules plastiques, est très délicat. En fait, les sections de rotule sont très dégradées tandis que les sections éloignées restent intactes ou sont peu dégradées, par conséquent la moyenne des rigidités de ces sections, si elles

sont très éloignées ne représentent pas réellement l'état de l'élément concerné. Une bonne estimation de l'état des éléments peut être assurée par la bonne discrétisation de la structure. Pour cela, nous proposons de choisir, au voisinage des sections critiques, des éléments dont la longueur ne dépasse pas la longueur d'une rotule plastique dans cet élément. Dans ce cas, nous pouvons supposer que la rigidité de cet élément est égale à la rigidité de la section critique. Partout ailleurs, on peut avoir des éléments de longueur habituellement choisie. La longueur d'une rotule plastique peut être estimée par l'emploi des formules, comme celle de Baker (6) :

$$L_p = 0.8 \cdot K_1 \cdot K_3 \cdot C/d \cdot L$$

avec  $K_1$  = paramètre d'influence du type de l'acier (0.7 acier doux, 0.9 acier à H.A),  
 $K_3$  = paramètre d'influence du type du béton  
 $c$  = axe neutre à l'état ultime  
 $d$  = hauteur utile  
 $L$  = distance de la section critique du point de moment nul.

On peut également employer la formule approchée de Fuentès (7) :

$$L_p = 0.7 h_t \quad \text{avec } h_t = \text{hauteur totale}$$

Pour étudier l'influence de la taille des éléments, nous avons repris le calcul d'un portique. Cette fois-ci nous l'avons discrétisé en 12 et en 6 éléments. Le calcul statique du portique discrétisé en six éléments donnant des résultats peu réalistes, n'a pas été retenu pour le calcul itératif. Par contre, nous avons recalculé la réponse sismique du portique découpé en 12 éléments par la méthode itérative quoique sa réponse statique sous une charge donnée était un peu différente de celle du même portique sous même charge, mais discrétisé en 24 éléments. Nous en présentons les résultats.

## 5.1 CALCUL de la REPONSE SEISMIQUE du PORTIQUE (DISCRETISE en DOUZE ELEMENTS)

Nous apportons les résultats de calcul itératif du portique, pour les séismes TAFT, SAN FRANCISCO et AEDF 73. Dans ces calculs le portique est discrétisé en douze éléments.

### SEISME TAFT

#### Réponses du Portique

Fréquence	2.446 Hz
Accélération	0.155 g

### SEISME SAN FRANCISCO

#### Réponses du Portique

Fréquence	2.535 Hz
Accélération	0.140 g

### ACCELEROGRAMME AEDF 73

#### Réponses du Portique

Fréquence	2.560 Hz
Accélérogramme	0.136 g

Dans le tableau (1) nous comparons les fréquences à la convergence pour les deux cas :

	FREQUENCE à la CONVERGENCE	
	Portique en 24 éléments	Portique en 12 éléments
Séisme TAFT	2.35	2.44 + 4 %
Séisme SAN FRANCISCO	2.44	2.53 + 3.9 %
Accélérogramme AEDF 73	2.44	2.56 + 4. %

Tableau 1

## VI. EXTENSION DE LA MÉTHODE POUR LE CAS DE SÉISMES DE FORTE INTENSITÉ

Pour les séismes de forte intensité, la force statique équivalente, calculée dans l'hypothèse de la structure intacte, peut largement dépasser la charge limite. Le calcul des caractéristiques des sections sous de telle charge, (étape 4), par la méthode exposée paraît impossible. En fait le calcul statique de la structure sous charges horizontales imposées, (étape 1) ne nous permet pas d'effectuer le calcul de l'étape 4, si les charges horizontales dépassent la charge limite du système. Un calcul en déplacement imposé de la structure, (étape 1), permet de contourner cet obstacle. Dans ce cas, à l'étape 4 nous calculons la réponse dynamique en déplacement de la structure en utilisant le spectre de réponse en déplacement.

Ainsi la procédure itérative, en modifiant les étapes 1 et 4, reste utilisable pour le calcul de la réponse sismique des structures en béton armé, même si elles sont soumises à des séismes de forte intensité.

### 6.1 CALCUL de la REPONSE du PORTIQUE à un SEISME de FORTE INTENSITE

Nous avons calculé, comme exemple, la réponse d'un portique à un séisme de très forte intensité. Pour cela nous avons choisi le séisme SAN FRANCISCO réalisé sur le portique JT 22.

#### 6.11 Séisme SAN FRANCISCO, Echelle 1/3

Accélération maximale : 3.68 g

#### Réponses du Portique :

(calcul élastique  $\xi = 2\%$ )

Fréquence	3.09 Hz
Déplacement	89 mm

Dans les sections critiques :

POTEAU	Moment	$M = 12.58 \text{ KN.m}$
	Rigidité	$EI = 0.023 \text{ MN.m}^2$ $EI/E_o I_o = 0.024$
	Contrainte	$\sigma_a = 468.5 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 35. \text{ MPa}$
		$\left. \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right\}$
POUTRE	Moment	$M = 12.61 \text{ KN.m}$
	Rigidité	$EI = 2.745 \text{ MN.m}^2$ $EI/E_o I_o = 0.489$
	Contrainte	$\sigma_a = 127.43$ $\sigma'_b = 11.87 \text{ MPa}$
		$\left. \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right\}$

Réponses du Portique :

(calcul itératif  $\xi = 8 \%$ )

Fréquence	1.00 Hz
Déplacement	106.1 mm

Dans les sections critiques :

POTEAU	Moment	$M = 12.58 \text{ KN.m}$
	Rigidité	$EI = 0.02 \text{ MN.m}^2$ $EI/E_o I_o = 0.02$
	Contrainte	$\sigma_a = 468.5 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 35 \text{ MPa}$
		$\left. \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right\}$

POUTRE	Moment		$M = 12.61 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 2.745 \text{ MN.m}^2$
	Contrainte	en acier	$\sigma_a = 127.43 \text{ MPa}$
en béton		$\sigma'_b = 11.87 \text{ MPa}$	

Réponses du Portique :  
(expérience)

Accélération	$0.36 \text{ g}$
Déplacement	$97.5 \text{ mm}$
Fréquence à la fin du mouvement	$0.92 \text{ Hz}$

6.12 Calcul de la Réponse Séismique par Itération sur Déplacement

Nous avons également calculé, par itération sur le déplacement, la réponse séismique des portiques JT 19 - JT 21 et JT 23. Dans les tableaux 2, 3 et 4, nous présentons les résultats de calcul ainsi que ceux mesurés au cours des expériences.

N° ESSAI	ACCELERATION DE LA TABLE (g)	AMORTISSEMENT (%)	FREQUENCE AVANT LE SEISME (Hz)	FREQUENCE A LA CONVERGENCE (Hz)	REPONSE EN DEPLACEMENT CALCULE (mm)	REPONSE EN DEPLACEMENT MESURE (mm)	NOMBRE d'ITERATIONS
1	0.131	3.5	3.09	2.59	6.3	6.9	3
2	0.240	3.5	2.15	2.10	12	13.6	3
3	0.351	3.9	1.87	1.87	19	22.6	3
4	0.463	4	1.65	1.31	31.5	32	4
5	0.561	4	1.31	1.00	44.7	42	3

Tableau 2 - SEISME TAFT, PORTIQUE JT 19.

N° ESSAI	ACCELERATION DE LA TABLE (g)	AMORTISSEMENT (%)	FREQUENCE AVANT LE SEISME (Hz)	FREQUENCE A LA CONVERGENCE (Hz)	REPONSE EN DEPLACEMENT CALCULE (mm)	REPONSE EN DEPLACEMENT MESURE (mm)	NOMBRE d'ITERATIONS
1	0.306	3.5	3.09	2.67	5.3	5.5	3
2	0.581	3.5	2.24	2.03	13.4	13.7	3 3
3	0.836	3.8	1.91	1.73	22.	23.6	3 3
4	1.101	3.8	1.60	1.31	31.3	31.3	3 3
5	1.386	4	1.35	1.12	38.1	44.	4 4

Tableau 3 - SEISME SAN FRANCISCO, PORTIQUE JT 21.

N° ESSAI	ACCELERATION DE LA TABLE (g)	AMORTISSEMENT (%)	FREQUENCE AVANT LE SEISME (Hz)	FREQUENCE A LA CONVERGENCE (Hz)	REPONSE EN DEPLACEMENT CALCULE (mm)	REPONSE EN DEPLACEMENT MESURE (mm)	NOMBRE d'ITERATIONS
1	0.203	3.5	3.09	2.69	4.9	6.4	3
2	0.311	3.5	2.05	2.05	12.9	13.8	3
3	0.499	4	1.76	1.55	25.1	24.7	5
4	0.725	4.5	1.44	1.15	-36.7	40.3	4

Tableau 4 - ACCELEROGRAMME AEDF 73, PORTIQUE JT 23.

## VII. ETUDE DES RÉSULTATS

Nous considérons l'ensemble des résultats obtenus, soit par différentes méthodes de calcul, soit, lors des essais. Nous examinons ces réponses en vue de mettre en évidence la concordance ou le désaccord qui existent entr'elles.

### 7.1 COMPARAISONS des REPONSES en ACCELERATION

Nous comparons les accélérations maximales mesurées au cours des essais sismiques sur la table vibrante, avec celles calculées par la méthode proposée (tableau 5).

SEISMES (Accélérogrammes)	ACCELERATION en g		Mesure
	Calcul élastique	Calcul itératif $\xi = 3.5\%$ $\xi = 5\%$	
TAFT	0.231	0.144    0.135	0.134
SAN FRANCISCO	0.200	0.134    0.126	0.125
AEDF 73	0.236	0.131    0.122	0.128

Tableau 5

### 7.2 COMPARAISONS des REPONSES en DEPLACEMENT RELATIF

Les résultats présentés dans les tableaux 2, 3, 4 sont portés sur la figure 4.

Ces diagrammes représentent, en fonction du niveau (vitesses ou accélérations) des séismes subit par les portiques, leurs déplacements relatifs mesurés au cours d'essais sur la table vibrante, et obtenus par un calcul dynamique non linéaire. La concordance des résultats paraît satisfaisante.

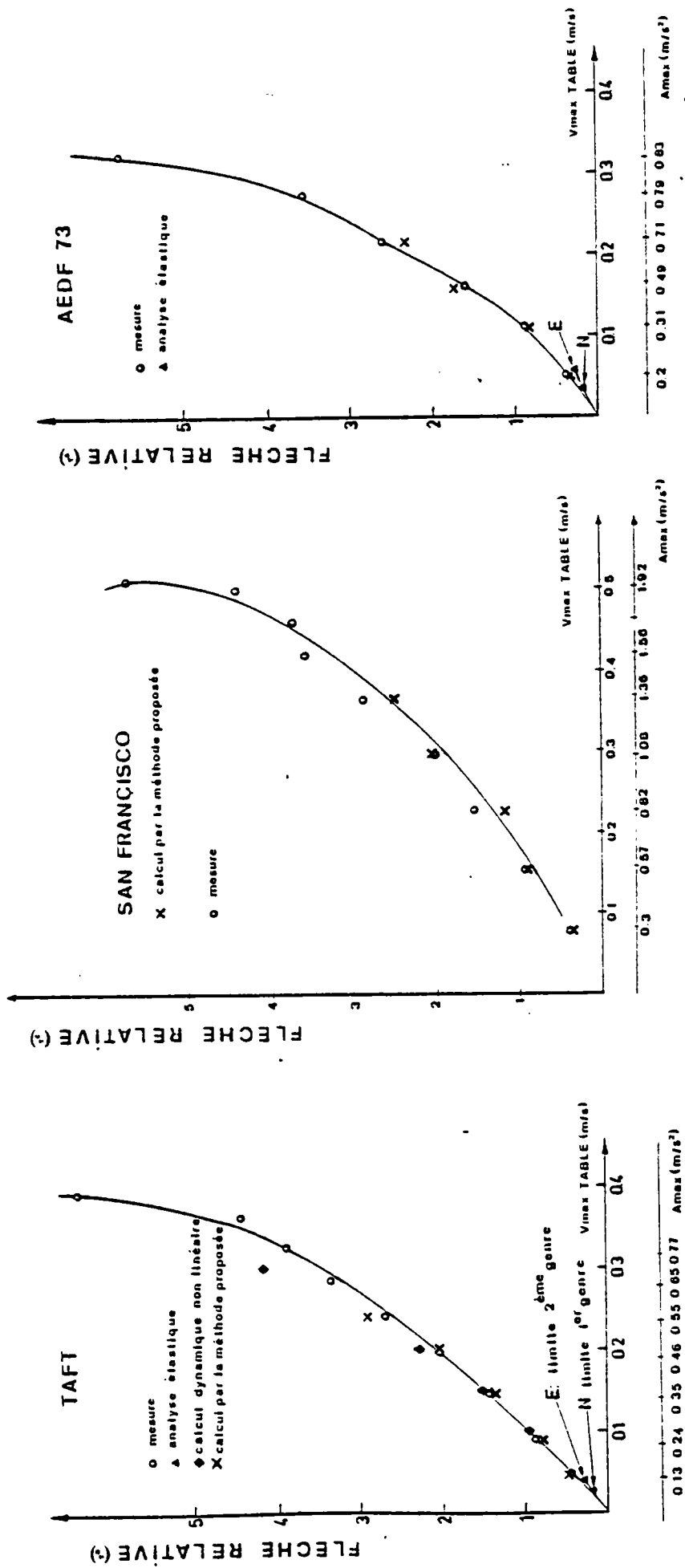


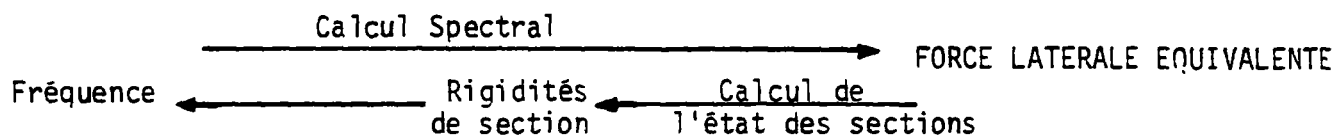
Figure 4 - COMPARAISON des REPONSES en DEPLACEMENT RELATIF.

### 7.3 EXEMPLE d'ITERATION

Nous présentons les itérations nécessaires ainsi que les réponses intermédiaires calculées pour les portiques JT 23, JT 21.

#### 7.31 Itération sur la Force Latérale (Accélération)

Dans l'itération sur la force, le schéma général est le suivant :



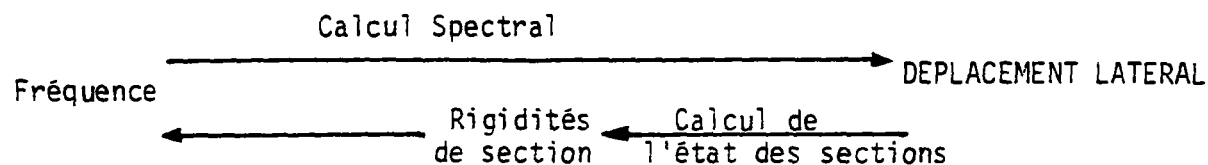
Dans le cas du portique JT 23, de fréquence initiale égale à 3.092 Hz, et pour l'accélérogramme AEDF 73, (accélération maximale 0.236 g), nous avons :

3.092 Hz	—————→	33.57 KN
1.772 Hz	—————→	13.29 KN
2.746 Hz	—————→	21.64 KN
2.287 Hz	—————→	17.62 KN
2.516 Hz	—————→	18.92 KN
2.424 Hz	—————→	18.68 KN
2.437 Hz	—————→	18.82 KN

Ainsi la fréquence du portique à la convergence est égale à 2.437 Hz.

#### 7.32 Itération sur le Déplacement

Le schéma d'itération dans ce cas est :



Dans le cas du pontique JT 21 de fréquence initiale 3.092 Hz et pour le séisme SAN FRANCISCO (Accélération maximale 0.2 g), nous avons :

3.092 Hz	→	5.23 mm
2.672 Hz	←	5.28 mm
2.669 Hz	←	5.29 mm
2.668 Hz	←	

La fréquence du portique à la convergence est donc égale à 2.668 Hz.

## VIII CALCUL DE LA RÉPONSE SÉISMIQUE DES POTEAUX TESTÉS, PAR LA MÉTHODE PROPOSÉE

Nous calculons la réponse de chaque poteau pour les séismes qu'il a subis.

Nous rappelons que l'accélérogramme et par conséquent le spectre en accélération utilisé pour ces calculs sont des enregistrements du sol. Etant donné que les séismes réalisés sur la table vibrante ne correspondaient pas à ceux de références, les résultats calculés sont différents des résultats d'essais. Néanmoins, ces calculs montrent bien la convergence de la méthode.

### 8.1 STRUCTURE ETUDIÉE

Nous avons présenté les dimensions et les ferrailages des poteaux JT en 2.2, Chapitre III.

Pour ces calculs le poteau a été discrétisé en 9 éléments,

## 8.11 Caractéristiques des Matériaux Utilisés

### BETON

Pour le comportement du béton en compression, nous avons employé la courbe contrainte-déformation en compression du béton, obtenue par essai sur éprouvette le jour de l'expérience. Pour le béton en traction, la relation présentée en 2.32, chapitre III a été adoptée.

La résistance à la compression du béton était de 51.8 MPa, sa résistance à la traction de 3.8 MPa et son module d'élasticité de 33400 MPa. La déformation du béton dans les calculs a été limitée à 3.5 ‰.

### ACIER

Pour le comportement de l'acier en compression ou en traction, nous avons utilisé le diagramme contrainte-déformation présenté en 2.31, chapitre III.

La résistance à la rupture en traction ou en compression de l'acier était de 585.4 MPa, sa limite élastique de 490 MPa et son module d'élasticité de 215 000 MPa. La déformation de l'acier dans les calculs a été limitée à 10 ‰.

## 8.12 Caractéristiques Mécaniques de la Section du Poteau

### ETAT INITIAL

Nous rapportons les caractéristiques mécaniques et géométriques calculées sur une section.

Section totale	$S : 2.85 \text{ E-2 m}^2$
Moment d'inertie	$I : 7.1273 \text{ E-5 m}^4$
Module d'élasticité équivalent	$E : 37190 \text{ MPa}$
Rigidité	$EI : 2.5767 \text{ MN.m}^2$
Moment limite	$M_L : 24.32 \text{ KN.m}$
Masse du poteau	2050 kg
Fréquence initiale du poteau	5.75 Hz
CHARGE VERTICALE (en tête du poteau)	20 KN

## 8.2 ETUDE du POTEAU sous CHARGEMENT SEISMIQUE

### 8.21 Sésime TAFT, Echelle 1/4

Accélération 0.265 g

#### CALCUL de la REPONSE SEISMIQUE

Calcul dans le domaine élastique.

Nous supposons le comportement du poteau élastique et calculons par la méthode de spectre de réponse, la réponse du poteau sous le séisme considéré. Nous présentons les résultats obtenus.

Réponses du Poteau :  
(calcul élastique  $\xi = 2\%$ )

Fréquence	5.75 Hz
Accélération	0.953 g
FORCE LATÉRALE	19.54 KN
Déplacement latéral	7.2 mm

Dans la section critique :

$$M = 24.64 \text{ KN.m}$$
$$EI = 227.8 \text{ KN.m}^2$$
$$EI/E_o I_o = 0.0851$$
$$\sigma_a = 561. \text{ MPa}$$
$$\sigma'_b = 51.8 \text{ MPa}$$

#### CALCUL par la METHODE PROPOSEE

La réponse du portique au séisme considéré calculée par la méthode itérative est présentée ci-dessous.

Réponses du Poteau

(calcul itératif  $\xi = 3.5 \%$ )

Fréquence	3.39 Hz
Accélération	0.696 g
FORCE LATÉRALE	14.27 KN
Déplacement latéral	15.0 mm

Dans la section critique :

$$M = 20.55 \text{ KN.m}$$

$$EI = 529 \text{ KN.m}^2$$

$$EI/E_o I_o = 0.198$$

$$\sigma_a = 491 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_b = 47. \text{ MPa}$$

8.22 Séisme SAN FRANCISCO, Echelle 1/3

Accélération	0.275 g
--------------	---------

Réponses du Poteau :

(calcul élastique  $\xi = 2 \%$ )

Fréquence	5.75 Hz
Accélération	0.565 g
FORCE LATÉRALE	11.58 KN
Déplacement latéral	4.2 mm

Dans la section critique :

$$M = 16.68 \text{ KN.m}$$

$$EI = 0.8030 \text{ MN.m}^2$$

$$EI/E_o I_o = 0.300$$

$$\sigma_a = 416.57 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_b = 35.7 \text{ MPa}$$

### Réponses du Poteau

(calcul itératif  $\xi = 3.5 \%$ )

Fréquence	4.11 Hz
Accélération	0.432 g
FORCE LATÉRALE	8.86 KN
Déplacement latéral	6.4 mm

Dans la section critique :

$$M = 12.77 \text{ KN.m}$$

$$EI = 1.008 \text{ MN.m}^2$$

$$EI/E_o I_o = 0.3765$$

$$\sigma_a = 278.34 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_b = 26.6 \text{ MPa}$$

### IX. CONCLUSION

Les réponses sismiques des portiques étudiés (JT), calculées par la méthode proposée, concordent de façon satisfaisante avec celles mesurées sur la table vibrante au cours des essais.

Nous avons comparé les résultats obtenus par l'expérience sur table vibrante d'une part avec les résultats d'un simple calcul élastique, d'autre part avec ceux calculés par la méthode proposée. Cette comparaison met en évidence, pour l'étude sismique des portiques en béton armé, l'insuffisance du calcul purement élastique, et l'intérêt de la méthode proposée. Cependant d'autres essais seraient nécessaires en vue d'une vérification exhaustive de la validité de cette méthode.

METHODE de CALCUL PROPOSEE

REFERENCES

- (1) GAUVAIN J., JEANDIDIER C., GAUBERT JC., QUEVAL JC.  
et VAGHI H.  
Essais Séismiques de Poteaux en Béton Armé,  
Note Technique EMT/78/177
- (2) GAUVAIN J.  
Etude Sismique de Portiques, Première et Deuxième Parties  
Note Technique EMT/78/199
- (3) HOFFMANN A., ROCHE R., LIVOLANT N. et GAUVAIN J.  
Quelques Considérations Simples sur les Modèles Globaux  
de Plasticité,  
Rapport EMT/77/022
- (4) KAVYRCHINE M., SOUBRET R. et al.  
Essais Statiques sur Portiques,  
Rapport du Service d'Etude des Structures, Juillet 1978
- (5) KAVYRCHINE M. et al.  
Essais Statiques sur Poteaux,  
Rapport du Service d'Etude des Structures
- (6) BAKER A.L.L. and AMARAKONE A.M.N.  
"Inelastic Hypostatic Frames Analysis",  
Proceedings of International Symposium on Flexural Mechanics  
of Reinforced Concrete,  
ASCE - ACI, Miami, November 1964.
- (7) FUENTES  
Le Béton Armé après Fissuration,  
Eyrolles, 1980.

# CHAPITRE VI

ÉTUDES DE QUELQUES PORTIQUES

PAR LA METHODE PROPOSEE

# CHAPITRE VI

## ÉTUDE DE QUELQUES PORTIQUES PAR LA MÉTHODE PROPOSÉE

I.	INTRODUCTION	PAGE 277
II.	PORTIQUES À TROIS ÉTAGES	PAGE 277
	2.1	STRUCTURE ETUDIEE
	2.2	CHOIX des MOUVEMENTS du SOL
	2.3	CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES
	2.4	CARACTERISTIQUES MECANIKES et GEOMETRIQUES des SECTIONS
	2.5	ETAT du PORTIQUE sous CHARGES VERTICALES
	2.6	ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE
		. Calcul dans le Domaine Linéaire
		. Calcul dans le Domaine Non Linéaire
		. Réponses lors des Essais
III.	PORTIQUES À DEUX ÉTAGES (P.D.E.)	PAGE 287
	3.1	STRUCTURE ETUDIEE
	3.2	CHOIX des MOUVEMENTS du SOL
	3.3	CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES
	3.4	CARACTERISTIQUES MECANIKES et GEOMETRIQUES des SECTIONS
	3.5	ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE
		. Calcul dans le Domaine Linéaire
		. Calcul dans le Domaine Non Linéaire
		. Réponses lors des Essais

IV.	PORTIQUES À DEUX ÉTAGES (ÉLASTIQUE)	PAGE 294
4.1	STRUCTURE ETUDIEE	
4.2	CHOIX de l'ACCELEROGRAMME	
4.3	CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES	
4.4	CARACTERISTIQUES des PORTIQUES	
4.5	ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE	
	. Calcul dans le Domaine Linéaire	
	. Calcul dans le Domaine Non Linéaire	
V.	PORTIQUES À DEUX ÉTAGES (PS 69)	PAGE 300
5.1	STRUCTURE ETUDIEE	
5.2	CHOIX de l'ACCELEROGRAMME	
5.3	CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES	
5.4	CARACTERISTIQUES du PORTIQUE	
5.5	ETUDE du PORTIQUE sous CHARGEMENT SEISMIQUE	
	. Calcul dans le Domaine Linéaire	
	. Calcul dans le Domaine Non Linéaire	
VI.	CONCLUSION	PAGE 304

## I. INTRODUCTION

Dans le chapitre V, nous avons comparé pour différents portiques les réponses calculées par la méthode proposée avec celles obtenues lors des essais.

La concordance des résultats s'avérant satisfaisante, une étude complémentaire par cette même méthode, a été entreprise. Elle porte sur deux portiques à une travée et deux ou trois étages, essayés sur table vibrante.

Ont été en outre comparés les résultats obtenus pour un portique, dimensionné selon les deux critères suivants :

- prise en compte du seul domaine linéaire,
- respect des règles parasismiques françaises (PS69)

Dans ce dernier cas on a fait l'hypothèse de sections à demi-fissurées, pour le calcul des fréquences propres.

La répartition des forces horizontales (qui simulent l'effet du séisme) sur la hauteur du portique, est supposée être celle obtenue par la superposition des modes propres. Ces derniers sont calculés avec les caractéristiques initiales du portique.

## II. PORTIQUES À TROIS ÉTAGES

### 2.1 STRUCTURE ETUDIÉE

Otami et Sozen ( 1 ) ont étudié une série de portique, à échelle réduite, de trois étages et d'une travée. Les dimensions et le ferrailage de ces portiques sont représentés sur la figure 1. Le béton a été réalisé en respectant dans la granulométrie, l'échelle des dimensions.

Le ferrailage des éléments du portique est réalisé de telle sorte que la rupture ait lieu par flexion et non par cisaillement.

## 2.2 CHOIX des MOUVEMENTS du SOL

On a opté pour l'accélérogramme du séisme de TAFT, 1952. Afin d'obtenir une relation représentative entre les fréquences de vibration de la structure et celles du mouvement du sol, le temps du mouvement du sol a été contracté d'un facteur 2.5. Dans ce cas les effets de la vitesse de déformation dans le modèle réduit et dans la structure à échelle 1 ne sont pas différents.

### Procédure d'Essai

Plusieurs séismes de niveaux croissants (de 0.24 g à 3.4 g) ont été réalisés sur ces portiques. Au cours de ces mouvements, les portiques ont subi une importante dégradation de leur rigidité. A la fin de chaque série d'essais la fréquence du portique a été réduite au quart de sa valeur initiale.

## 2.3 CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES

### BETON

Pour le comportement du béton en compression, nous avons employé la relation "Parabole-Rectangle", présentée en 2.32, chapitre III. Pour le béton en traction, la relation présentée en 2.32, chapitre III a été adoptée.

La résistance à la compression du béton valait 34.8 MPa, sa résistance à la traction 3 MPa et son module d'élasticité 21800 MPa. La déformation en compression du béton dans les calculs a été limitée à 3.5 %.

### ACIER

Pour le comportement de l'acier en compression ou en traction, nous avons utilisé le diagramme "contrainte-déformation" présenté en 2.31, chapitre III. La résistance à la rupture en traction ou en compression valait 459 MPa, sa limite élastique 289 MPa et son module d'élasticité 200 000 MPa. La déformation de l'acier dans les calculs a été limitée à 10 %.

## 2.4 CARACTERISTIQUES MECANIQUES et GEOMETRIQUES des SECTIONS

### ETAT INITIAL

Nous rapportons les caractéristiques mécaniques et géométriques calculées des sections béton armé.

<i>POTEAU</i>	}	Section totale	$S = 0.40322 \text{ E-2 m}^2$
		Moment d'inertie	$I = 0.14557 \text{ E-5 m}^4$
		Module d'élasticité équivalent	$E = 40044 \text{ MPa}$
		Rigidité	$EI = 58.29 \text{ KN.m}^2$
		Moment limite - 3ème niveau	$M_L = 1.309 \text{ KN.m}$
		2ème niveau	$M_L = 1.36.03 \text{ KN.m}$
		1er niveau	$M_L = 1.4115 \text{ KN.m}$
<i>POUTRE</i> ( <i>nceud</i> )	}	Section totale	$S = 0.48387 \text{ E-2 m}^2$
		Moment d'inertie	$I = 0.19393 \text{ E-5 m}^4$
		Module d'élasticité équivalent	$E = 39170$
		Rigidité	$EI = 75.96 \text{ KN.m}^3$
		Moment limite -	$M_L = 1.197 \text{ KN.m}$
		Masse de chaque étage	$450 \text{ kg}$
		<u>Fréquences initiales :</u>	
		1er mode de vibration	$7.91 \text{ Hz}$
		2ème mode de vibration	$26.50 \text{ Hz}$
		3ème mode de vibration	$45.50 \text{ Hz}$

## 2.5 ETAT du PORTIQUE à TROIS ETAGES sous CHARGES VERTICALES

Charge verticale de chaque étage : 4.5 KN

Dans les sections critiques :

POTEAU	{	Moment	$M = 0.3253 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 53.33 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité Initiale	$EI/E_o I_o = 0.9148$
		Contrainte { en acier en béton	$\sigma_a = 19.35 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 7.94 \text{ MPa}$

POUTRES (noeud)	{	Moment	$M = 0.374 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 43.1615 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.5682$
		Contrainte { en acier en béton	$\sigma_a = 70.27 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 8.215 \text{ MPa}$

## 2.6 ETUDE du PORTIQUE à TROIS ETAGES sous CHARGEMENT SEISMIQUE

Séisme TAFT, ECHELLE du temps 1/3

Accélération maximale  $0.24 g$

CALCUL de la REPONSE SEISMIQUE

CALCUL dans le DOMAINE LINEAIRE

Nous calculons la réponse du portique au séisme donné, en supposant son comportement linéaire. Dans ce calcul nous considérons les fréquences initiales des portiques. Pour les calculs, le portique a été discrétisé en quarante deux éléments (figure 2).

Réponses du Portique :

(calcul élastique  $\xi_1 = 4 \%$ ,  $\xi_2 = 4 \%$ ,  $\xi_3 = 6 \%$ )

### Fréquences

1er mode de vibration	$7.91 Hz$
2ème mode de vibration	$26.50 Hz$
3ème mode de vibration	$45.59 Hz$

### Accélération

1er mode	$0.662 g$
2ème mode	$0.313 g$
3ème mode	$0.240 g$

## LES MODES PROPRES

NIVEAUX	1er MODE	2ème MODE	3ème MODE
3	1.260	-0.346	0.085
2	0.877	0.355	-0.233
1	0.329	0.384	0.299

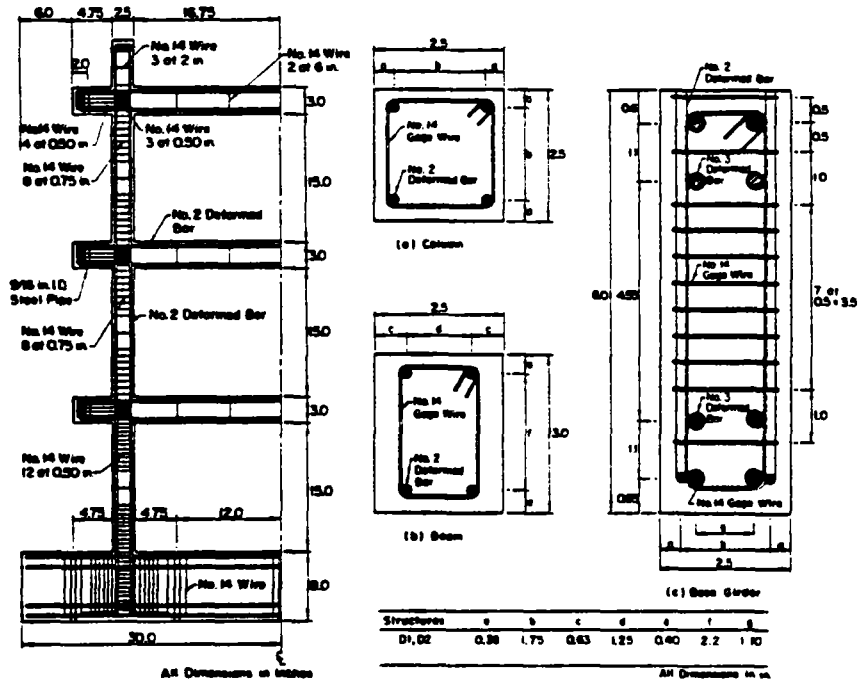


Figure 1 - DIMENSIONS et FERRAILLAGE du PORTIQUE à TROIS ETAGES.

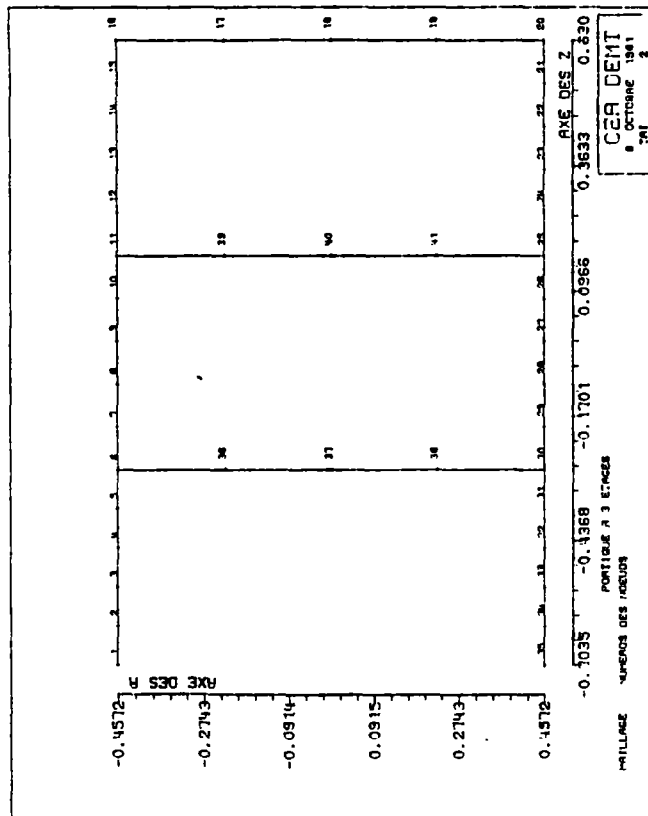


Figure 2 - DISCRETISATION du PORTIQUE à TROIS ETAGES

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode		1er Mode	2eme Mode	3eme Mode	
3	0.318	-0.106	0.020	0.825	3.683	-0.478	0.090	3.715
2	0.570	0.109	-0.055	0.583	2.564	0.490	-0.247	2.622
1	0.2137	0.118	0.070	0.254	0.962	0.530	0.317	1.143

Dans les sections critiques :

POTEAU	}	Moment	$M = 1.300 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 14.895 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.255$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 33.42 \text{ MPa}$		
POUTRE	}	Moment	$M = 1.156 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 11.49 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.1513$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 27.99 \text{ MPa}$		

CALCUL dans le DOMAINE NON LINEAIRE

Calcul par la Méthode Proposée

Nous calculons la réponse du protique sur séisme donné selon la procédure de la méthode proposée. Pour ce calcul, le portique a été discrétisé en quarante deux éléments. Les réponses obtenues à la convergence sont les suivantes :

Réponses du Portique :

(Calcul itératif  $\xi_1 = \xi_2 = 4 \%$ ;  $\xi_3 = 6 \%$ )

Fréquences :

1er mode de vibration 5.74 Hz  
 2ème mode de vibration 20.32 Hz  
 3ème mode de vibration 38.54 Hz

Accélération :

1er mode 0.508 g  
 2ème mode 0.350 g  
 3ème mode 0.458 g

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	1er MODE	2ème MODE	3ème MODE
3	1.258	-0.339	0.087
2	0.894	0.321	-0.224
1	0.357	0.382	0.264

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2ème Mode	3ème Mode		1er Mode	2ème Mode	3ème Mode	
3	0.639	-0.119	0.0214	0.650	2.375	-0.536	0.096	2.927
2	0.454	0.112	-0.055	0.471	2.043	0.504	-0.248	2.119
1	0.181	0.134	0.065	0.234	0.815	0.603	0.292	1.055

Dans les sections critiques :

POTEAU	}	Moment	$M = 1.0376 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 21.409 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.3673$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 27.156 \text{ MPa}$		
POTURE	}	Moment	$M = 1.0744 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 16.73 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.2203$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 25.45 \text{ MPa}$		

Réponses du Portique :

(expérience)

Le tableau 1 représente les résultats obtenus lors de l'essai.

NIVEAUX	ACCELERATION
3	0.7
2	0.5
1	0.32

Tableau 1  
REPONSES en ACCELERATION

COMPARAISON des RESULTATS

Dans le tableau 2 nous comparons les résultats d'essais ainsi que ceux obtenus par la méthode proposée.

NIVEAUX	EXPERIENCE	CALCUL ITERATIF (non-linéaire)	CALCUL LINEAIRE
3	0.7	0.65	0.825
2	0.5	0.47	0.583
1	0.32	0.24	0.254

Tableau 2  
COMPARAISON des REPONSES en ACCELERATION

### III. PORTIQUE À DEUX ÉTAGES (P.D.E.)

#### 3.1 STRUCTURE ETUDIÉE

Clough et Bertero ( 2 ) ont étudié expérimentalement un ensemble de portiques (représentant à l'échelle 0.7 les portiques d'un immeuble) à deux étage et une travée. Les dimensions et le ferrailage de ces portiques sont présentés figure 3.

#### 3.2 CHOIX des MOUVEMENTS du SOL

Pour ces expériences l'accélérogramme de TAFT 1952 a été retenu. Il a fait l'objet d'une contraction en temps par un facteur de 1/0.7.

#### Procédure d'Essai

Des séismes de niveaux croissants (0.07 g à 0.44 g) ont été réalisés sur ces portiques. Au cours des premiers séismes le comportement du portique était élastique. Pour les séismes de niveaux élevés, le portique a subi une dégradation de la fréquence.

#### 3.3 CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES

##### BETON

Pour le comportement du béton en compression, la courbe "contrainte-déformation" du béton, obtenue par essai sur éprouvette cylindrique a été utilisée pour le béton en traction. Nous avons adopté la même relation que pour les portiques à trois étages.

La résistance à la compression de béton valait 23.19 MPa, sa résistance à la traction 2.34 MPa et son module d'élasticité 18984 MPa. La déformation du béton en compression dans les calculs a été limitée à 5 %.

##### ACIER

Pour le comportement de l'acier en traction ou en compression nous avons utilisé le même diagramme "contrainte-déformation" que pour les portiques à trois étages. La résistance à la rupture en traction ou en compression de l'acier valait 524.3 MPa, sa limite élastique 343 MPa et son module d'élasticité 203 000 MPa. La déformation de l'acier dans les calculs a été limitée à 10 %.

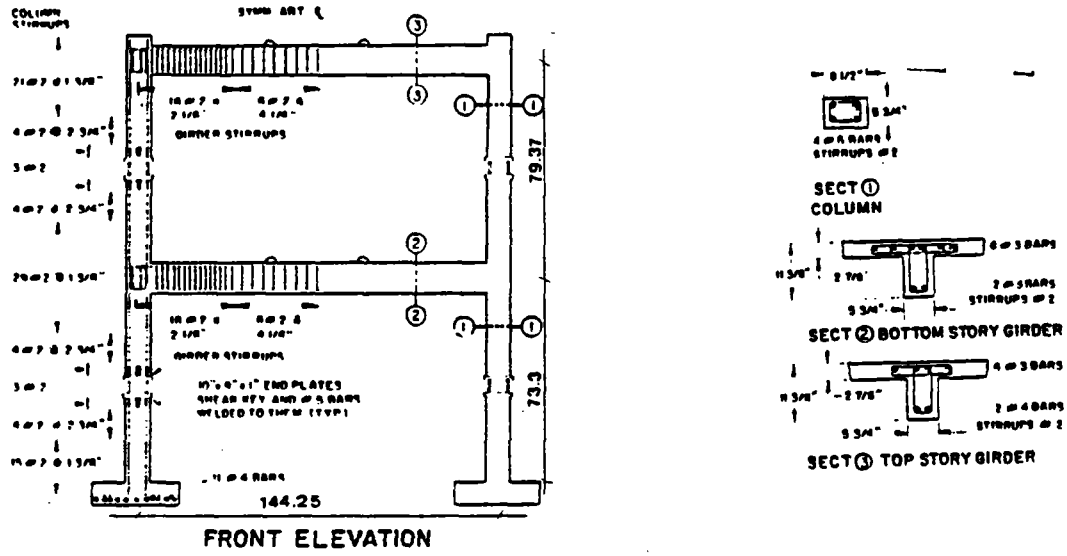


Figure 3 - DIMENSIONS et FERRAILLAGE du PORTIQUE à DEUX ETAGES (P.D.E.)

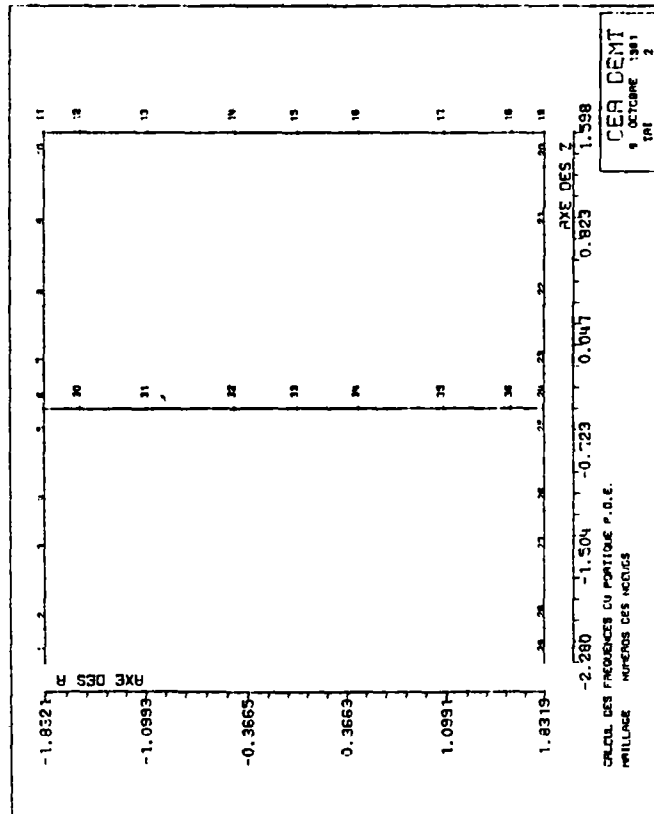


Figure 4 - DICRETISATION du PORTIQUE à DEUX ETAGES.

### 3.4 CARACTERISTIQUES MECANIKES et GEOMETRIQUES des SECTIONS

#### ETAT INITIAL

Nous donnons les caractéristiques mécaniques et géométriques calculées des sections béton armé.

POTEAU	{	Section totale	$S = 0.31543 E-1 m^2$
		Moment d'inertie	$I = 0.12094 E-3 m^4$
		Module d'élasticité équivalent	$E = 23651 MPa$
		Rigidité	$EI = 2.8604 MN.m^2$
		Moment limite	$M_L = 28.11 KN.m$
POTEAU	{	Section totale	$S = 0.98477 E-1 m^2$
		Moment d'inertie	$I = 0.63994 E-3 m^4$
		Module d'élasticité équivalent	$E = 21372 MPa$
		Rigidité	$EI = 13.68 MN.m^2$
		Moment limite	$M_L = 151.33 KN.m$ $M_T = 25.53 KN.m$
		Masse de chaque étage	380 kg
		<u>Fréquences initiales :</u>	
		1er mode de vibration	8.00 Hz
		2ème mode de vibration	22.72 Hz

### 3.5 ETUDE du PORTIQUE à DEUX ETAGES sous CHARGEMENT SEISMIQUE

Séisme TAFT, ECHELLE du temps 0.7

Accélération maximale 0.22 g

CALCUL de la REPONSE SEISMIQUE

CALCUL dans le DOMAINE LINEAIRE

Nous présentons les résultats de calcul dans l'hypothèse du comportement linéaire du portique. Pour les calculs, le portique a été discrétisé en trente six éléments (figure 4).

Réponses du Portique :

(Calcul élastique  $\xi_1 = \xi_2 = 2\%$ )

Fréquences :

1er mode de vibration 8.00 Hz  
 2ème mode de vibration 22.72 Hz

Accélération :

1er mode 1.749  
 2ème mode 0.498

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	PREMIER MODE	DEUXIEME MODE
2	1.2	-0.2
1	0.6	0.340

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2ème Mode	3ème Mode		1er Mode	2ème Mode	3ème Mode	
2	2.14	0.10	-	2.14	18.47	0.86	-	18.49
1	1.07	0.17	-	1.08	9.24	1.46	-	9.35

Dans les sections critiques :

<i>POTEAU</i>	}	Moment	$M = 14.86 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 1.2935 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.4522$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 15.84 \text{ MPa}$		
<i>POUTRE</i>	}	Moment	$M = 17.56 \text{ KN.m}$
		Rigidité	$EI = 4.0326 \text{ KN.m}^2$
		Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.2949$
		Contrainte	en acier
en béton	$\sigma'_b = 6.21 \text{ MPa}$		

CALCUL dans le DOMAINE NON LINEAIRE

Calcul par le Méthode Proposée

Nous avons calculé par la méthode itérative la réponse du portique sous séisme de TAFT.

Réponses du Portique :

(Calcul itératif  $\xi_1 = \xi_2 = 1.2 \%$ )

Fréquences :

1er mode de vibration	6.65 Hz
2ème mode de vibration	19.31 Hz

Accélération :

1er mode	1.72 g
2ème mode	0.74 g

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	PREMIER MODE	DEUXIEME MODE
2	1.18	-0.18
1	0.63	0.29

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$	DEPLACEMENT (mm)
	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode		1er Mode	2eme Mode	3eme Mode		
2	2.03	0.13	-	2.03	17.52	1.12	-	17.56	11.60
1	1.09	0.21	-	1.11	9.41	1.85	-	9.59	5.10

Dans les sections critiques :

POTEAU

- Moment  $M = 13.77 \text{ KN.m}$
- Rigidité  $EI = 1.344 \text{ MN.m}^2$
- Rigidité/Rigidité initiale  $EI/E_o I_o = 0.467$
- Contrainte  $\left\{ \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right. \begin{array}{l} \sigma_a = 175.14 \text{ MPa} \\ \sigma'_b = 14.92 \text{ MPa} \end{array}$

POUTRE

- Moment  $M = 16.70 \text{ KN.m}$
- Rigidité  $EI = 4.1879 \text{ MN.m}^2$
- Rigidité/Rigidité initiale  $EI/E_o I_o = 0.3062$
- Contrainte  $\left\{ \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right. \begin{array}{l} \sigma_a = 218.24 \text{ MPa} \\ \sigma'_b = 5.59 \text{ MPa} \end{array}$

Réponses du Portique :

(expérience)

Le tableau (3) représente les résultats obtenus lors de l'expérience.

NIVEAUX	DEPLACEMENT (mm)
2	14.48
1	7.85

Tableau 3  
REPNSES en DEPLACEMENT

COMPARAISON des RESULTATS

Dans le tableau 4 nous comparons les réponses calculées en déplacement du portique avec celles obtenues lors des essais.

NIVEAUX	DEPLACEMENT (mm)	
	EXPERIENCE	CALCUL
2	14.48	11.6
1	7.85	6.1

Tableau 4  
COMPARAISON des REPNSES en DEPLACEMENT

## IV. PORTIQUES À DEUX ÉTAGES (ÉLASTIQUE)

### 4.1 STRUCTURE ETUDIÉE

Nous avons choisi un portique présenté lors d'un séminaire de calcul sismique des structures comme exemple type d'un portique industriel. Le dimensionnement de ce portique (à une travée et deux étages) a été fait dans le domaine élastique. Les dimensions et le ferrailage de ce portique sont présentés sur la figure 5.

### 4.2 CHOIX de l'ACCELEROGRAMME

L'accélérogramme utilisé par le porteur pour le dimensionnement était l'accélérogramme "USNRC" avec l'accélération maximale de 0.2 g. Dans nos calculs nous employons l'accélérogramme AEDF 73. La différence en est négligeable.

### 4.3 CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES

#### BETON

Pour le béton en compression et en traction, nous avons employé les mêmes relations que dans les deux calculs précédents.

La résistance à la compression du béton était de 28 MPa, sa résistance à la traction de 2.38 MPa. La déformation du béton en compression dans les calculs a été limitée à 3.5 %.

#### ACIER

Pour le comportement de l'acier en traction et en compression nous avons utilisé le même diagramme que pour les calculs précédents.

La résistance à la rupture en traction ou en compression de l'acier valait 221 MPa, sa limite élastique 480 MPa et son module d'élasticité 200 000 MPa. La déformation de l'acier dans les calculs a été limitée à 10 %.

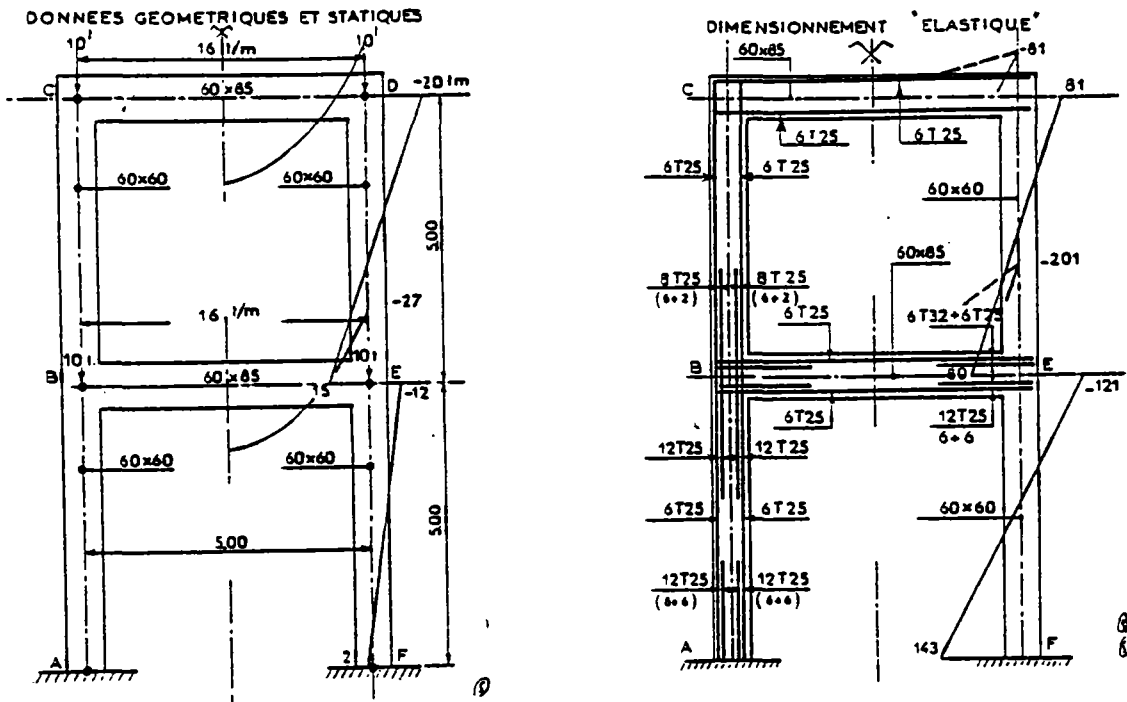


Figure 5 - DIMENSIONS et FERRAILLAGE du PORTIQUE à DEUX ETAGES (ELASTIQUE)

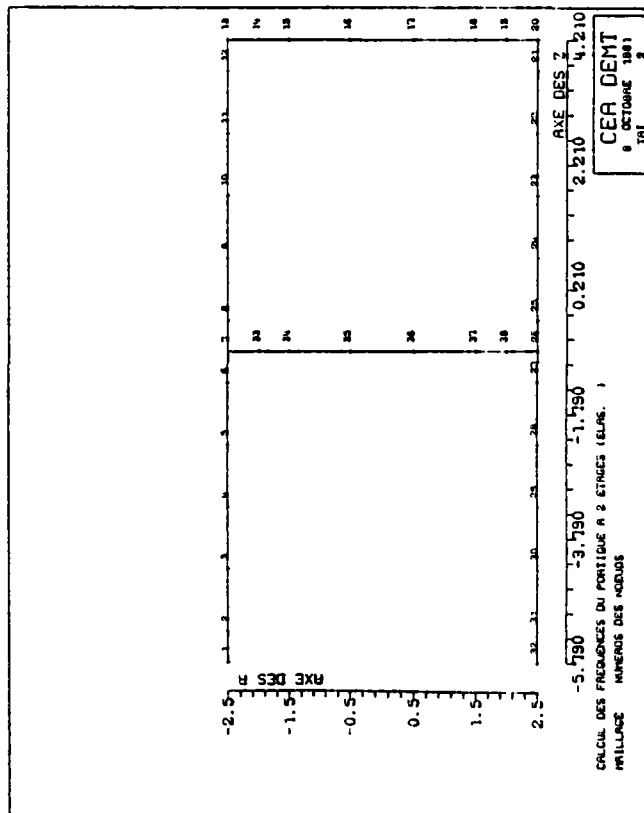


Figure 6 - DISCRETISATION du PORTIQUE à DEUX ETAGES (ELASTIQUE).

#### 4.4 CARACTERISTIQUES des PORTIQUES

Charges verticales	100 000 <i>daN</i>
Masse de chaque étage	100 000 <i>kg</i>

Fréquences initiales :

1er mode de vibration	12.185 <i>Hz</i>
2ème mode de vibration	6.503 <i>Hz</i>

#### 4.5 ETUDE du PORTIQUE (ELASTIQUE) sous CHARGEMENT SEISMIQUE

Accélérogramme AEDF 73

Accélération maximale	0.2 <i>g</i>
-----------------------	--------------

ETUDE de la REPONSE SEISMIQUE

CALCUL dans le DOMAINE LINEAIRE

Nous présentons les résultats de calcul effectué dans l'hypothèse du comportement linéaire du portique.

Réponses du Portique :

(Calcul élastique  $\xi_1 = \xi_2 = 5 \%$ )

<u>Fréquences</u>	
1er mode	2.185 <i>Hz</i>
2ème mode	6.503 <i>Hz</i>

<u>Accélération</u>	
1er mode	0.4229 <i>g</i>
2ème mode	0.4573 <i>g</i>

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	PREMIER MODE	DEUXIEME MODE
2	1.202	-0.202
1	0.587	0.415

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode		1er Mode	2eme Mode	3eme Mode	
2	0.508	-0.092	-	0.52	498.6	90.5	-	506.8
1	0.2118	0.190	-	0.28	243.5	186.2	-	306.5

Dans les sections critiques :

	Moment	$M = 1.384 \text{ MN.m}$
POTEAU	Rigidité	$EI = 145.32 \text{ MN.m}^2$
	Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.3305$
	Contrainte $\left\{ \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right.$	$\sigma_a = 384 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 27.67 \text{ MPa}$
	Moment	$M = 1.214 \text{ MN.m}$
POUTRE	Rigidité	$EI = 246.63 \text{ MN.m}^2$
	Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.2851$
	Contrainte $\left\{ \begin{array}{l} \text{en acier} \\ \text{en béton} \end{array} \right.$	$\sigma_a = 388 \text{ MPa}$ $\sigma'_b = 22.4 \text{ MPa}$

CALCUL dans le DOMAINE NON LINEAIRE

Calcul par la Méthode Proposée

Nous donnons les réponses du portique pour l'accélérogramme AEDF 73, calculées par la méthode itérative.

Réponses du Portique :

(Calcul itératif  $\xi_1 = \xi_2 = 5 \%$ )

Fréquences

1er mode de vibration 1.5543 Hz  
 2ème mode de vibration 4.7116 Hz

Accélération

1er mode 0.3181 g  
 2ème mode 0.5747 g

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	PREMIER MODE	DEUXIEME MODE
2	1.205	-0.205
1	0.5548	0.4247

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2eme Mode	3eme Mode		1er Mode	2eme Mode	3eme Mode	
2	0.3833	-0.1178	-	0.401	376.0	117.8	-	394
1	0.1765	0.2441	-	0.301	173.10	244.1	-	299

Dans les sections critiques :

	Moment	$M = 1.066 \text{ MN.m}$			
POTEAU	Rigidité				
	Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.47.02$			
	Contrainte	<table> <tbody> <tr> <td>en acier</td> <td><math>\sigma_a = 274 \text{ MPa}</math></td> </tr> <tr> <td>en béton</td> <td><math>\sigma'_b = 23.6 \text{ MPa}</math></td> </tr> </tbody> </table>	en acier	$\sigma_a = 274 \text{ MPa}$	en béton
en acier	$\sigma_a = 274 \text{ MPa}$				
en béton	$\sigma'_b = 23.6 \text{ MPa}$				
	Moment	$M = 1.062 \text{ MN.m}$			
POUTRE	Rigidité				
	Rigidité/Rigidité initiale	$EI/E_o I_o = 0.3310$			
	Contrainte	<table> <tbody> <tr> <td>en acier</td> <td><math>\sigma_a = 338 \text{ MPa}</math></td> </tr> <tr> <td>en béton</td> <td><math>\sigma'_b = 18.1 \text{ MPa}</math></td> </tr> </tbody> </table>	en acier	$\sigma_a = 338 \text{ MPa}$	en béton
en acier	$\sigma_a = 338 \text{ MPa}$				
en béton	$\sigma'_b = 18.1 \text{ MPa}$				

COMPARAISON des RESULTATS

Le tableau 5 présente la comparaison des réponses calculées dans de domaine linéaire et non-linéaire.

NIVEAUX	FORCES LATERALES (KN)	
	CALCUL LINEAIRE	CALCUL NON LINEAIRE
2	506.8	394
1	306.5	299

Tableau 5  
COMPARAISON des RESULTATS de DEUX  
CALCULS.

## V. PORTIQUE À DEUX ÉTAGES (PS 69)

### 5.1 STRUCTURE ETUDIEE

Ce portique est identique au précédent, mais son dimensionnement, afin de résister au séisme considéré est effectué conformément aux règles parasismiques françaises (PS 69). Les dimensions et les ferrailages sont présentés sur la figure 7.

### 5.2 CHOIX de l'ACCELEROGRAMME

Dans les calculs nous avons opté pour l'accélérogramme AEDF 73.

### 5.3 CARACTERISTIQUES des MATERIAUX UTILISES

Les caractéristiques des matériaux, béton et acier, sont les mêmes que pour le précédent portique.

### 5.4 CARACTERISTIQUES du PORTIQUE

Masse de chaque étage	100 000 kg
-----------------------	------------

Fréquences initiales :

1er mode de vibration	1.923 Hz
-----------------------	----------

2ème mode de vibration	5.862 Hz
------------------------	----------

### 5.5 ETUDE du PORTIQUE (PS 69) sous CHARGEMENT SEISMIQUE

#### Accélérogramme AEDF 73

Accélération maximale	0.2 g
-----------------------	-------

#### ETUDE de la REPONSE SEISMIQUE

#### CALCUL dans le DOMAINE LINEAIRE

Nous rapportons les résultats de calcul effectué dans l'hypothèse du comporte-

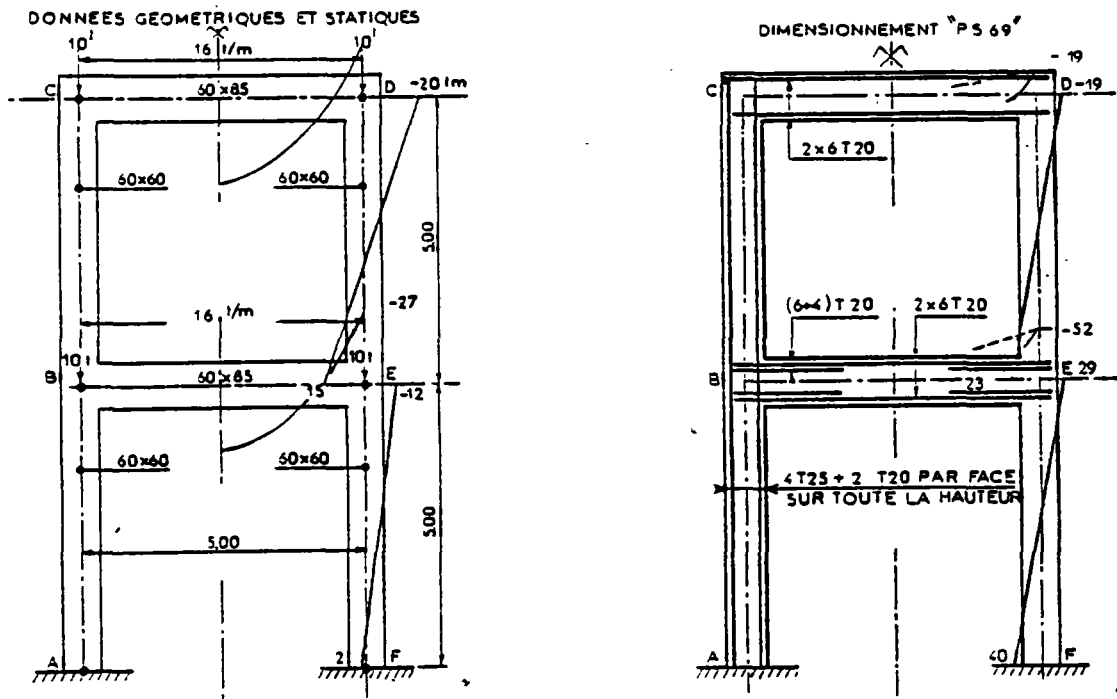


Figure 7 - DIMENSIONS et FERRAILAGE du PORTIQUE à DEUX ETAGES (PS 69).

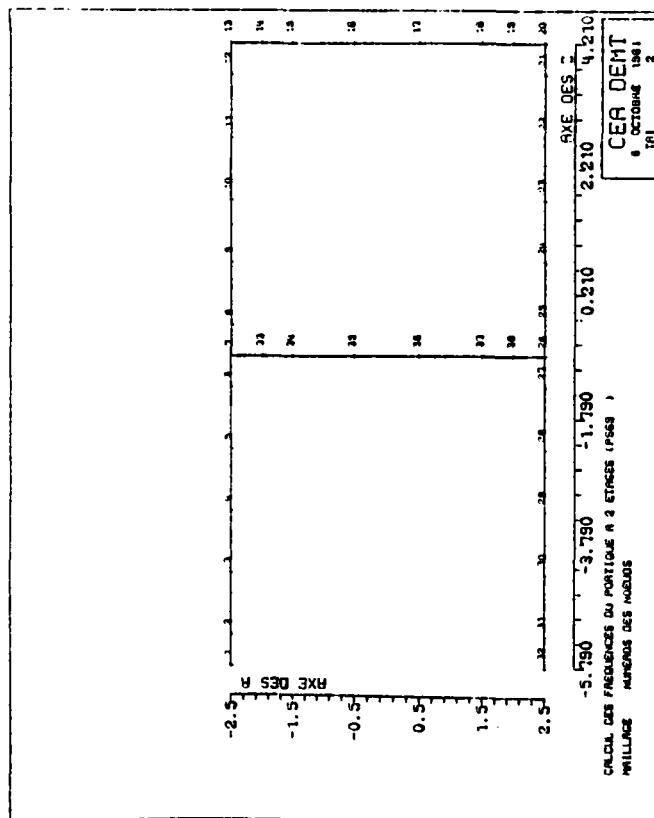


Figure 8 - DISCRETISATION du PORTIQUE à DEUX ETAGES (PS 69)



CALCUL dans le DOMAINE NON LINEAIRE

Calcul par la Méthode Proposée

Nous présentons les réponses du portique, pour l'accélérogramme AEDF, calculées par la méthode itérative.

Réponses du Portique :

(Calcul itératif  $\xi_1 = \xi_2 = 5\%$ )

Fréquences

1er mode de vibration 1.289 Hz  
2ème mode de vibration 4.605 Hz

Accélération

1er mode 0.263 g  
2ème mode 0.571 g

LES MODES PROPRES

NIVEAUX	PREMIER MODE	DEUXIEME MODE
2	1.196	-0.191
1	0.622	0.350

REPONSES en ACCELERATION et en FORCE

NIVEAUX	ACCELERATION (g) (a)			$a = \sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}$	FORCES LATERALES (KN) (F)			$F = \sqrt{\sum_{i=1}^3 F_i^2}$
	1er Mode	2ème Mode	3ème Mode		1er Mode	2ème Mode	3ème Mode	
2	0.315	0.110	-	0.234 0.259	309	110	-	329
1	0.164	0.200	-		161	196	-	254

## COMPARAISON des RESULTATS

Le tableau 6 présente la comparaison des résultats calculés dans le domaine linéaire et non linéaire.

NIVEAUX	FORCES LATERALES (KN)	
	CALCUL LINEAIRE	CALCUL NON LINEAIRE
2	457.6	328
1	290.6	254

Tableau 6  
COMPARAISON des RESULTATS DE  
DEUX CALCULS

## VI. CONCLUSION

Dans le cas des portiques à deux et trois étages, nous ne disposons que de rapports partiels où ne figuraient pas l'ensemble des résultats d'essais. Selon les cas les comparaisons entre réponses calculées et réponses mesurées ont portées soit sur les accélérations, soit sur les déplacements.

Dans le cas du portique à trois étages, le coefficient d'amortissement de 4 % qui était fourni par le rapport de recherche a été introduit dans les calculs. Il est à noter qu'un coefficient d'amortissement voisin de 3 % conduirait à des réponses calculées, en meilleur accord avec l'expérience.

Les deux derniers portiques mettent une nouvelle fois en relief la différence obtenue entre résultats issus :

- du calcul dans le domaine linéaire,
- et celui effectué dans le domaine non-linéaire.

ce dernier faisant l'objet de la présente thèse.

L'extension prévisible des recherches qui ont été entreprises pourrait porter sur la répartition des forces horizontales sur la hauteur du portique.

ETUDE de QUELQUES PORTIQUES par la METHODE PROPOSEE

REFERENCES

- (1) OTANI S., SOZEN M.A.,  
Simulated Earthquake Tests of R/C Frames.  
Journal of the Structural Division, ASCE, ST 3, March 1974
- (2) CLOUGH R.W., BERTERO V.V.  
Laboratory Model Testing for Earthquake Loading  
Journal of the Structural Division, ASCE, EM 6, December 1977
- (3) LEMASSON J.  
Dimensionnement parasismique des Structures  
Stage "SEISMES" du 24 au 28 Novembre 1980, Saint-Rémy-lès-  
Chevreuse.

# CONCLUSION

## C O N C L U S I O N

Le processus itératif qui vient d'être décrit, avec prise en compte globale des non-linéarités, pour le calcul de la réponse au séisme de structures en béton armé, peut donc être considéré comme validé expérimentalement.

Ses avantages par rapport à une méthode simplement linéaire, trop peu précise, ou par rapport à une méthode dynamique directe non linéaire, trop onéreuse, paraissent assurés. Comme toute méthode "simplifiée", celle-ci nécessite un certain savoir-faire de l'ingénieur en ce qui concerne la modélisation de la structure et l'utilisation de la technique d'analyse modale.

On peut prendre en compte les valeurs habituelles du taux d'amortissement pour chaque calcul, on peut également déterminer le taux d'amortissement à introduire en fonction de la déformation maximale, sachant que l'amortissement des structures en béton armé augmente avec le déplacement.

La règle de répartition des efforts statiques est celle du calcul élastique, qui ne varie pas beaucoup au cours des itérations. Dans la pratique trois à sept itérations suffisent pour obtenir la réponse du système.

Il est à noter que la méthode proposée, comme celles déjà existantes, ne fait pas intervenir la variation de l'effort normal et n'aborde pas le cas de séisme bidirectionnel voire tridirectionnel.

Pour ce qui est du premier point, il peut être également négligé dans les poteaux de la plupart des bâtiments courants, mais ceci pourrait néanmoins faire l'objet d'une extension de la méthode. Pour cela, on peut envisager d'effectuer non plus un seul calcul statique mais une série portant sur différentes valeurs de l'effort normal.

Le cas du séisme bidirectionnel n'a pour sa part pratiquement pas été abordé à l'heure actuelle et ferait à lui seul l'objet d'une autre recherche.

# ANNEXE . A

SEISMES

# ANNEXE A

## SEISMES

---

I	INTRODUCTION	PAGE 317
II	DÉFINITIONS	PAGE 318
	<ul style="list-style-type: none"><li>. <i>Intensité séismique</i></li><li>. <i>Degré d'Intensité</i></li><li>. <i>Echelle d'Intensité</i></li><li>. <i>Isoséïste</i></li><li>. <i>Rayon macroséismique</i></li><li>. <i>Epicentre</i></li><li>. <i>Hypocentre (foyer)</i></li><li>. <i>Profondeur Hypocentrale</i></li><li>. <i>Magnitude</i></li></ul>	
III	LES ÉCHELLES D'INTENSITÉ	PAGE 319
	3.1 ECHELLE d'INTENSITE MERCALLI MODIFIEE	
	3.2 ECHELLE d'INTENSITE M.S.K.	
	3.3 EQUIVALENCES ENTRE LES ECHELLES	
IV	MAGNITUDE DES SEISMES	PAGE 329
V	CORRÉLATIONS	PAGE 332
	5.1 RELATION entre l'INTENSITE et les PARAMETRES du MOUVEMENT du SOL	
	5.2 RELATION entre l'INTENSITE et l'ACCELERATION	
	5.3 RELATION entre la MAGNITUDE et l'ACCELERATION	
	5.4 RELATION entre la MAGNITUDE et la LONGUEUR de la FAILLE	

- 6.1 ACCELEROGRAMME
- 6.2 DUREE EFFECTIVE d'un ACCELEROGRAMME
- 6.3 CONTENU FREQUENTIEL d'un SEISME
  - 6.31 Spectre de Fourier
  - 6.32 Densité Spectrale
- 6.4 R.M.S. (Moyennes quadratiques)
- 6.5 SPECTRE de REPONSE

## I. INTRODUCTION

La stabilité sismique d'une région dépend essentiellement de sa configuration géologique et cela par deux aspects différents.

Du point de vue statique, elle est fonction de la lithologie, de la stratigraphie et de la structure physique des terrains, tandis que son étude dynamique est basée principalement sur la tectonique. Celle-ci, à son tour, se présente sous deux formes différentes : l'orogénèse et le plissement (manifestations lentes du type séculaire), et les fractures et les failles (mouvements à caractère brusque).

Ce sont ces derniers mouvements qui sont à l'origine de près de 90 % des tremblements de terre.

Un tremblement de terre (séisme) est ainsi une libération brutale de l'énergie accumulée dans les couches adjacentes par le jeu des processus de la tectonique globale. Lorsque les contraintes de traction, de compression, de cisaillement sont supérieures aux seuils de résistance mécanique des couches, une fracturation se produit et donne naissance aux ondes sismiques.

La sismicité d'une région dépend donc, a priori, de son histoire géologique. Si la tectonique et la stratigraphie permettent une datation assez grossière et donnent une image totalisant les mouvements du passé, elles n'apportent cependant rien quant à la distribution des séismes dans le temps à l'échelle humaine.

Les tremblements de terre provoquent des vibrations du sol qui, transmises aux bâtiments et constructions, les soumettent à des forces dynamiques horizontales, verticales et de torsion.

Les caractéristiques de ces vibrations ne dépendent pas uniquement de la secousse qui les a provoquées. En effet la géologie locale, l'état des couches de surface, le type de construction, etc ... influent sur les dommages effectivement causés par un séisme. Il s'ensuit que les dommages ne sont pas nécessairement moindres à mesure que l'on s'éloigne du foyer.

## II. DÉFINITIONS

Afin d'éviter tout équivoque quant aux "grandeurs" utilisées dans le texte, il y a lieu de rappeler quelques définitions.

Elles seront qualifiées de "macroséismique" ou de "microséismique" selon qu'elles proviendront d'observations humaines ou instrumentales.

### - *Intensité séismique*

Par "intensité séismique" ou mieux "intensité macroséismique", il faut entendre la mesure, en un point donné, des effets d'un tremblement de terre sur l'homme et son environnement naturel ainsi que sur les ouvrages qu'il a construits.

### - *Degré d'intensité*

Le degré d'intensité détermine la correspondance entre un ensemble de phénomènes très variés et une accélération maximum du sol.

### - *Echelle d'intensité*

L'échelle d'intensité est composée d'une suite de degrés successifs.

### - *Isoséiste*

Les isoséistes sont des courbes en général fermées, à l'intérieur desquelles une même intensité a été observée.

### - *Aire, région, zone pléistoséiste*

Aire, région ou zone dans laquelle l'intensité maximum a été observée.

### - *Rayon macroséismique*

C'est le rayon du cercle équivalent à l'aire comprise dans l'isoséiste de degré II et constituant la limite de perceptibilité par l'homme.

### - *Epicentre*

Ce point peut être défini de deux manières différentes :

- 1) *microséismiquement* : c'est le point de percée de la projection radiale du foyer sur la surface terrestre ;

2) *macroséismiquement* : c'est le point de la surface terrestre ébranlée où l'intensité est maximale.

Etant donné la dualité de cette définition, les épicentres ainsi déterminés ne coïncident pas nécessairement.

- *Hypocentre*

A proprement parler, c'est le lieu d'ébranlement sous la surface terrestre, ou autrement dit le "foyer".

- *Profondeur hypocentrale*

La profondeur hypocentrale est la distance radiale comprise entre l'hypocentre et l'épicentre.

- *Magnitude*

Cette grandeur est déduite des enregistrements et fournit une évaluation de l'énergie libérée lors d'un séisme. Elle permet également une classification des tremblements de terre suivant leur niveau énergétique. La magnitude est exprimée en degrés de l'échelle de RICHTER.

### III. LES ÉCHELLES D'INTENSITÉ (1)

On peut définir l'intensité macroséismique comme une mesure des effets d'un tremblement de terre, dans un lieu donné, sur des objets naturels, des ouvrages de l'industrie et des observateurs humains. Dans la description des principaux effets d'un tremblement de terre, il est essentiel de disposer d'une échelle permanente qui décrive la gravité ou "l'immensité" du phénomène en un point précis quelconque. Il n'est pas du tout facile de ramener les phénomènes très variés où se mêlent l'influence complexe du milieu local et les interprétations subjectives de témoins surexcités, à une forme qui convienne à l'interprétation scientifique. On fait des efforts dans ce sens depuis plus de 200 ans.

Cet effort s'est traduit essentiellement par une série d'échelles d'intensité dans lesquelles un numéro est assigné à chaque groupe caractéristique d'effets. Ces degrés sont notés de I à XII au moyen de chiffres romains. Les premiers

exemples, tels que l'échelle de Rossi-Forel en 1884, péchaient par une définition imparfaite des effets et par un rapport variable entre les degrés successifs de l'échelle et les accroissements correspondants des accélérations du sol.

L'échelle de Mercalli de 1902 a supprimé quelques-uns de ces défauts. Depuis, de nombreuses corrections ont permis d'établir une échelle dans laquelle les termes descriptifs ont été soigneusement définis, et où chaque degré correspond à une accélération maximum du sol à peu près double de celle du degré précédent. Les versions les plus récentes sont l'échelle de Mercalli. Modifiée, version 1956, préparée par C.F. RICHTER (2) et la version "MSK" mise au point en 1964 par MEDVEDEV, SPONHEUR et KARNIK (3), en collaboration avec un groupe de travail constitué en 1963 par la 13<sup>ème</sup> Assemblée Générale de l'U.G.G.I. Ni l'une ni l'autre n'a été adoptée comme étalon mondial, mais toutes deux sont largement utilisées. La version 1964 a été recommandée comme étalon pour l'Europe, par la Commission Sismologique Européenne.

### 3.1 ECHELLE d'INTENSITE MERCALLI MODIFIEE (version 1956) (2)

Tenant compte du fait que le comportement des maisons est un critère important dans l'évaluation de l'intensité, cette version précise comme il suit quatre types de constructions en maçonnerie, brique, etc ...

*Type A* : Ouvrage et mortier de bonne qualité, plan bien étudié : renforcé surtout latéralement, chaînages utilisant du fer, du béton armé, etc ... ; étudié pour résister aux forces latérales.

*Type B* : Ouvrage et mortier de bonne qualité, renforcé sans être étudié en détail pour résister aux forces latérales.

*Type C* : Ouvrage et mortier ordinaire ne présentant pas de faiblesse extrême due, par exemple, à l'absence de chaînage, mais n'étant ni renforcé ni étudié pour résister aux forces horizontales.

*Type D* : Matériaux médiocres, tel que pisé, mauvais mortier, ouvrage de basse qualité résistant mal aux efforts horizontaux.

Degrés d'Intensité

- I Non ressenti. Effets marginaux et de grande période de grands séismes.
- II Ressenti par les personnes au repos, aux étages supérieurs des maisons ou des endroits favorables.
- III Ressenti à l'intérieur des maisons. Des objets suspendus oscillent. Vibrations comme au passage de camions légers. La durée peut être estimée. Peut ne pas être identifié comme une secousse sismique.
- IV Des objets suspendus oscillent. Vibrations comme au passage de camions lourds ou sensation d'une secousse comme sous l'effet d'un gros boulet frappant le mur. Automobiles à l'arrêt agitées. Fenêtres, assiettes, portes tremblent. Les verres tintent. Bruit de vaisselle. A la limite supérieure de IV, craquements des cloisons en bois et des fenêtres.
- V Ressenti à l'extérieur ; la direction peut être estimée. Dormeurs réveillés. Liquides agités. Une petite quantité se répand. De petits objets peu stables sont déplacés ou renversés. Les portes battent (ouvertes ou fermées). Les volets et les tableaux bougent. Les horloges à balancier s'arrêtent, se mettent en marche ou sont dérégées.
- VI Ressenti par toutes les personnes. De nombreuses personnes sont effrayées et se précipitent vers l'extérieur. Quelques personnes perdent l'équilibre. Vitres, vaisselle, verrerie cassées. Des bibelots ou des livres tombent. Chute de cadres. Des meubles se déplacent ou se renversent. Fissuration de plâtres fragiles et de maçonneries du type D. Les petites cloches sonnent (église, école). Les arbres et les buissons s'agitent visiblement ou font entendre un bruissement.
- VII Difficulté à rester debout. Observé par des personnes conduisant des automobiles. Les objets suspendus tremblent. Des meubles sont brisés. Damages aux bâtiments de type D, y compris des lézardes. Des cheminées fragiles sont brisées au niveau du toit. Chute de plâtras, briques mal assemblées, pierres, tuiles, corniches, parapets sans chaînage, et ornements architecturaux.

Quelques fissures dans des maisons du type C. Vagues sur les étangs, eau meublée par de la boue. Petits glissements dans des talus de sable ou de graviers. De grosses cloches sonnent. Des canaux d'irrigation en béton sont endommagés.

- VIII Conducteurs d'automobiles troublés. Dommages aux maisons de type C ; effondrement partiel. Quelques dommages aux maisons du type B, aucun à celles du type A. Chute de plâtre et de quelques murs de maçonnerie. Rotation, chute de cheminée, cheminées d'usines, monuments, tours, réservoirs. Les maisons à charpente sont ébranlées en l'absence de liaisons résistantes avec les fondations ; les murs mal assemblés sont projetés. Des pilotis affaiblis se rompent. Des branches d'arbres se cassent. Changements dans le débit ou la température des sources et des puits. Crevasses dans le sol humide et sur les pentes abruptes.
- IX Panique générale. Maisons de type D détruites ; maisons du type C gravement endommagées, quelquefois complètement effondrées ; maisons du type B sérieusement endommagées. Damage général aux fondations. En l'absence de liaisons résistantes, les constructions à charpentes se séparent des fondations. Les charpentes craquent. Sérieux dommages aux réservoirs. Canalisations souterraines rompues. Importantes crevasses dans le sol. Dans des zones alluviales, du sable et de la boue sont éjectés, sources perturbées, cratères dans le sable.
- X La plupart des maisons et les constructions à charpente sont détruites, ainsi que leurs fondations. Quelques bâtiments en bois bien construits et des ponts sont détruits. Sérieux dommages aux barrages, digues, talus. Grands glissements de terrain. Eau projetée sur les berges des canaux, rivières, lacs, etc ... Du sable et de la boue se répandent sur les plages et les plaines. Rails légèrement courbés.
- XI Rails fortement tordus. Canalisations souterraines complètement hors de service.
- XII Destruction à peu près totale. Gros massifs rocheux déplacés. Horizon et topographie bouleversés. Objets projetés en l'air.

Dans ce qui précède, chaque effet est mentionné au degré d'intensité où il commence à apparaître fréquemment et de façon caractéristique. Chaque effet peut être observé plus faiblement, ou en quelques cas, au degré d'intensité immédiatement inférieur, plus fortement et plus fréquemment au degré immédiatement supérieur. Quelques effets sont mentionnés à deux degrés successifs pour indiquer une augmentation plus progressive.

### 3.2 ECHELLE d'INTENSITE MSK (1964) (3)

La description de l'échelle comprend, d'une part, la définition des termes utilisés et d'autre part, la définition des degrés d'échelle.

#### Types de constructions

*Type A* : Constructions en pierre tout venant, constructions rurales, maisons en pisé, argile, briques crues.

*Type B* : Constructions en brique ordinaire ou en blocs de béton, constructions mixtes maçonnerie et bois, constructions en pierre taillée.

*Type C* : Constructions armées ; constructions de qualité en bois.

#### Définitions des quantités

Une ou quelques :	5 % environ ( $q^1$ voir tableau I)
Nombreuses :	50 % environ ( $q^2$ voir tableau I)
La plupart :	75 % environ ( $q^3$ voir tableau I)
La totalité :	100 % (t voir tableau I).

#### Classification des dommages aux constructions

##### 1er Degré : Dommages légers

Légères fissures dans les plâtres, chute de petits débris de plâtre.

2ème Degré : Dommmages modérés

Petites fissures dans les murs, chute d'assez gros débris de plâtre, chute de tuiles, fissuration de cheminées ou chute de parties de cheminées.

3ème Degré : Sérieux dommages

Lézardes larges et profondes dans les murs, chute de cheminées.

4ème Degré : Destruction

Brèches dans les murs ; des parties de constructions peuvent s'effondrer, destruction de la cohésion entre différentes parties d'une construction ; effondrement de cloisons intérieures ou de remplissage de murs.

5ème Degré : Dommmage total

Effondrement total des constructions.

Dans le tableau I, le 1er degré correspond au chiffre 1, le 2ème degré au chiffre 2 et ainsi de suite jusqu'au 5ème degré.

Effets considérés dans l'échelle

Dans tous les paragraphes, les lettres d'introduction sont utilisées comme suit :

- a - Effets sur les personnes et leur environnement,
- b - Effets sur les ouvrages de toute nature,
- c - Effets sur les sites naturels.

Degrés d'intensité

I *Secousse non perceptible*

- a. L'intensité de la vibration se situe au-dessous du seuil de perception humaine, la secousse est seulement décelée et enregistrée par les séismographes.

II *Secousse à peine perceptible*

- a. La vibration est seulement ressentie par quelques personnes au repos à l'in-

térieur des maisons, plus particulièrement aux étages supérieurs des immeubles.

### III *Secousse faible ressentie de façon partielle*

- a. Le séisme est ressenti par quelques personnes à l'intérieur des constructions et n'est ressenti à l'extérieur qu'en cas de circonstances favorables. La vibration ressemble à celle que cause le passage d'un camion léger. Des observateurs attentifs notent un léger balancement des objets suspendus, balancement un peu plus accentué aux étages supérieurs.

### IV *Secousse largement ressentie*

- a. Le séisme est ressenti par de nombreuses personnes à l'intérieur des constructions et par quelques personnes à l'extérieur. Quelques dormeurs isolés sont réveillés mais personne n'est effrayé. La vibration est comparable à celle qui est due au passage d'un camion lourdement chargé. Les fenêtres, les portes, les assiettes tremblent. Les planchers et les murs font entendre des craquements. Le mobilier commence à être secoué. Les objets suspendus oscillent légèrement. Les liquides contenus dans des récipients ouverts s'agitent légèrement. La secousse est ressentie dans des voitures à l'arrêt.

### V *Réveil des dormeurs*

- a. Le séisme est ressenti par tout le monde à l'intérieur des constructions et par de nombreuses personnes à l'extérieur. De nombreux dormeurs s'éveillent ; quelques-un sortent en courant. Les animaux deviennent inquiets. Les constructions sont prises d'un tremblement général. Les objets suspendus oscillent largement. Les tableaux cognent contre les murs ou sont déplacés. Il arrive que des horloges à balancier s'arrêtent. Quelques objets en équilibre instable peuvent être renversés ou déplacés. Les portes et les fenêtres mal fermées s'ouvrent brusquement et se referment en claquant. Les liquides contenus dans des récipients ouverts et bien remplis se répandent en petite quantité. La vibration est ressentie comme celle que causerait un objet lourd tombant à l'intérieur d'un bâtiment.
- b. De légers dommages du 1er degré sont possibles dans des constructions du type A.
- c. Quelquefois, modification du débit des sources.

## VI *Frayeur*

- a. Le séisme est ressenti par la plupart des personnes à l'intérieur et à l'extérieur des bâtiments. De nombreuses personnes sont effrayées et se précipitent dehors. Quelques personnes perdent l'équilibre. Les animaux domestiques s'échappent de leur étable. Dans quelques cas, des assiettes et de la verrerie peuvent se briser, des livres tomber. Certains meubles lourds peuvent se déplacer et, dans les clochers, les petites cloches peuvent sonner.
- b. Dommages du 1er degré dans quelques constructions de type B et dans de nombreuses constructions du type A.  
Dommages du 2ème degré dans quelques bâtiments de type A.
- c. Dans quelques cas, on peut observer dans le sol mouillé des crevasses d'une largeur atteignant 1 cm. Parfois, des glissements de terrain en montagne. On observe des changements dans le débit des sources et dans le niveau des puits.

## VII *Dommages aux constructions*

- a. La plupart des personnes sont effrayées et se précipitent dehors. Beaucoup ont de la difficulté à rester debout. La vibration est observée par les personnes conduisant des voitures automobiles. De grosses cloches se mettent à sonner.
- b. Dans de nombreux bâtiments du type C, dommages du 1er degré ; dans de nombreux bâtiments du type B, dommages du 2ème degré. De nombreux bâtiments du type A sont endommagés au 3ème degré et quelques uns au 4ème degré. Dans quelques cas, affaissement des routes sur des pentes abruptes ; fissures dans les routes, joints de canalisations endommagés, fissures dans les murs de pierre.
- c. Des vagues se forment sur l'eau et celle-ci est troublée par la boue mise en mouvement. Le niveau de l'eau dans les puits et le débit des sources changent. Dans quelques cas, des sources tarées se remettent à couler et des sources existantes se tarissent. Dans des cas isolés, des talus de sable ou de gravier s'éboulent partiellement.

VIII *Destruction des bâtiments*

- a. Frayeur et panique ; les personnes conduisant des voitures automobiles sont, elles aussi effrayées. Ça et là, des branches d'arbres cassent. Le mobilier, même lourd, se déplace et une partie se renverse. Les lampes suspendues sont en partie endommagées.
- b. De nombreuses constructions du type C subissent des dommages du 2ème degré et quelques-unes du 3ème degré. De nombreux bâtiments du type B subissent des dommages du 3ème degré et beaucoup de bâtiments du type A sont endommagés au 4ème degré. Rupture occasionnelle de joints de canalisations. Des monuments et des statues se déplacent ou tournent sur eux-mêmes. Des stèles funéraires se renversent. Des murs de pierre s'effondrent.
- c. Petits glissements de terrain dans les ravins et sur les routes en talus, sur de fortes pentes ; les crevassases dans le sol atteignent plusieurs centimètres de largeur. L'eau des lacs devient trouble. De nouvelles retenues d'eau se créent dans les vallées. Des puits asséchés se remplissent et des puits existants se tarissent. Dans de nombreux cas, changement dans le débit et le niveau de l'eau.

IX *Domages généralisés aux constructions*

- a. Panique générale ; dégâts considérables au mobilier. Les animaux affolés courent dans toutes les directions et poussent des cris.
- b. De nombreuses constructions du type C subissent des dommages du 3ème degré, quelques-uns du 4ème degré. De nombreux bâtiments du type B subissent des dommages du 4ème degré, quelques-uns du 5ème degré. De nombreux bâtiments du type A sont endommagés au 5ème degré. Les monuments et les colonnes tombent. Dommages considérables aux réservoirs ; ruptures partielles des canalisations souterraines. Dans quelques cas, des rails de chemins de fer sont courbés et des routes endommagées.
- c. Des débordements d'eau, de sable et de boue sont souvent observés en terrain plat. Les crevasses dans le sol atteignent 10 cm ; elles dépassent 10 cm sur les pentes et les berges des rivières ; en outre, un grand nombre de petites crevasses s'observent dans le sol ; chutes de rochers, nombreux glissements de terrains et éboulements ; grandes vagues sur l'eau. Des puits asséchés se remplissent et des puits existants s'assèchent.

X *Destruction générale des constructions*

- b. De nombreuses constructions du type C subissent des dommages du 4ème degré et quelques-unes de 5ème degré. De nombreux bâtiments du type B subissent des dommages du 5ème degré ; la plupart des bâtiments du type A sont détruits (catégorie 5) ; dommages dangereux aux barrages et aux digues ; graves dégâts aux ponts. Les rails de chemins de fer sont légèrement tordus. Les canalisations souterraines sont rompues ou tordues. Le pavage et l'asphalte des routes présentent des ondulations.
  
- c. La largeur des crevasses du sol peut atteindre plusieurs décimètres, parfois jusqu'à un mètre. Il se produit de larges crevasses parallèlement aux cours d'eau. Les terres meubles s'éboulent le long des pentes raides. De grands glissements de terrain peuvent se produire dans les berges des rivières et le long des rivages escarpés. Dans les zones littorales, déplacement de sable et de boue ; changement du niveau de l'eau dans les puits ; l'eau des canaux, des lacs, des rivières, etc ... est projetée sur la terre. De nouveaux lacs se créent.

XI *Catastrophe*

- b. Dommages sévères même aux bâtiments bien construits, aux ponts, aux barrages et aux lignes de chemins de fer ; les grandes routes deviennent inutilisables ; les canalisations souterraines sont détruites.
  
- c. Le terrain est considérablement déformé par de larges crevasses aussi bien que par des mouvements dans les directions horizontale et verticale ; nombreux glissements de terrains et éboulements de rochers. La détermination de l'intensité du tremblement de terre nécessite une recherche spéciale.

XII *Changement du paysage*

- b. Pratiquement tous les ouvrages au-dessus et au-dessous du sol sont gravement endommagés ou détruits.
  
- c. La topographie est bouleversée. D'énormes crevasses accompagnées d'importants déplacements verticaux et horizontaux sont observées. Des chutes de rochers et des affaissements de berges de rivières s'observent sur de vastes étendues. Des vallées sont barrées et transformées en lacs ; des cascades apparaissent et des rivières sont déviées. L'intensité du séisme doit faire l'objet d'une recherche spéciale.

### 3.3 EQUIVALENCES entre les ECHELLES

Il est important, en vue de la comparaison des documents historiques de rattacher les estimations d'intensité faites au moyen des anciennes échelles à celles qui résultent de l'application des méthodes modernes. Le tableau suivant est dû à MEDVEDEV, SPONHEUR et KARNIK (3) :

ECHELLE SEISMIQUE MSK 1964	ECHELLE de l'INSTITUT de Géo PHYSIQUE de l'ACADEMIE des Sc. de l'URSS 1952	ECHELLE MERCALLI MODIFIEE (MM) 1931	ECHELLE JAPONAISE 1950	ECHELLE ROSSI-FOREL 1873	ECHELLE EUROPEENNE MERCALLI Cancani-Sieberg 1917
I	I	I	0	I	I
II	II	II	I	II	II
III	III	III	II	III	III
IV	IV	IV	II-III	IV	IV
V	V	V	III	V-VI	V
VI	VI	VI	IV	VII	VI
VII	VII	VII	IV-V	VIII	VII
VIII	VIII	VIII	V	IX	VIII
IX	IX	IX	V-VI	X	IX
X	X	X	VI	X	X
XI	XI	XI	VII	X	XI
XII	XII	XII	VII	X	XII

## IV MAGNITUDE DES SÉISMES

Jusque vers les années 1930-40, la classification des séismes était basée uniquement sur les observations macroséismiques.

Cette méthode présentait d'énormes désavantages. Parmi ceux-ci, il faut citer principalement :

- 1) *le manque d'homogénéité* étant donné qu'aucune observation n'était disponible pour les tremblements de terre océaniques ;
- 2) *le manque de précision* dans l'attribution du degré d'intensité, étant donné que l'estimation des dégâts est une grandeur subjective qui dépend du type de

construction et de la manière de construire ;

3) la mesure dépend également du *taux d'occupation* de la région épacentrale.

En vue de pallier aux inconvénients inhérents à l'estimation des dégâts trop subjective, B. GUTENBERG et C.F. RICHTER (5) ont introduit la notion de *magnitude*.

Cette grandeur déduite directement des séismogrammes n'est plus subjective mais sa détermination exacte à partir des amplitudes mesurées sur les enregistrements reste difficile.

Très souvent il persiste des divergences assez conséquentes dans les valeurs de la magnitude d'un même séisme, calculée dans différentes stations. Sa valeur dépend essentiellement de la nature du sous-sol de la station, de l'instrumentation utilisée et de la trajectoire des ondes entre le foyer et la station.

Au départ B. GUTENBERG et C. RICHTER ont utilisé un ensemble de séismomètres identiques (séismomètre à torsion WOOD-ANDERSON,  $T_s = 0,8$  s, grandissement maximum 2800) suivant un alignement bien fixé entre la région sismique de Californie et les stations.

En 1935 C.F. RICHTER a défini la magnitude d'un séisme comme :

$$M = \log_{10} \frac{A}{A_0}$$

ou  $M$  est la magnitude du séisme,  $A$  l'amplitude maximum enregistrée par un séismomètre Wood-Anderson à une distance de cent kilomètres du centre du séisme.  $A_0$  est la magnitude de  $\mu m$ . D'après (Gutenberg et Richter 1956) la moyenne des  $M$  des séismomètres des différentes stations présente une meilleure mesure de la magnitude  $M$ .

Depuis lors cette notion a fait du chemin et actuellement, outre les magnitudes dites locales ( $M_L$ ), valables uniquement pour un site et une région épacentrale bien déterminés, il existe deux types de cette grandeur. Pour le premier type la mesure est basée sur l'amplitude des ondes superficielles ( $M_s$ ) ayant une période de 20 s, tandis que le second s'appuie sur l'amplitude des ondes de volume ( $M_b$ ) ayant une fréquence 1 hertz.

Il s'ensuit donc que la classification des tremblements de terre à partir de la magnitude présente certes moins d'aléa que celle basée sur les intensités.

C'est d'ailleurs dans ce but que l'Association Internationale de Séismologie et de Physique de l'Intérieur de la Terre (A.I.S.P.I.T.) a adopté les formules suivantes lors de son Assemblée Générale à Zurich en 1967 :

$$M_s = \log_{10} \left( \frac{A}{T} \right)_{max} + 1,66 \log_{10} \Delta + 3,3 \quad (1)$$

et

$$M_b = \log_{10} \left( \frac{A}{T} \right)_{max} + \sigma(\Delta, h_o) + \Sigma \delta M_b \quad (2)$$

où :

- A = la demi-amplitude du mouvement du sol en  $\mu m$ ,
- T = la période du phénomène,
- $\Delta$  = la distance épacentrale,
- $\sigma(\Delta, h_o)$  = terme correcteur fonction de  $\Delta$  et de la profondeur hypocentrale,
- $\Sigma \delta M_o$  = terme correcteur dû aux conditions locales.

La formule (1) s'applique aux ondes superficielles et la formule (2) aux ondes de volumes.

Avant de terminer ce paragraphe, il reste à considérer l'étendue de l'Echelle dite de Richter.

Au tout début la fourchette de l'échelle s'étalait de 3 à 8,5. Puis avec l'amélioration de l'instrumentation elle s'est étendue vers le bas étant donné qu'un séisme dont la magnitude était comprise entre 1 et 3 était encore perceptible par l'homme.

Afin de permettre de traduire cette échelle en terme d'énergie, la formule suivante

$$\log_{10} E_o = 11,3 + 1,5 M_s$$

donne la relation empirique, établie par B. GUTENBERG et C. RICHTER, entre l'énergie  $E_o$  et la magnitude  $M_s$ .

## V. CORRÉLATIONS

### 5.1 RELATION entre l'INTENSITE et les PARAMETRES du MOUVEMENT du SOL

Pour des raisons pratiques, on essaie de relier l'intensité à l'accélération maximum du sol, quoiqu'il soit contestable de comparer une donnée macroséismique à une donnée instrumentale. La comparaison est faite au moyen de "séismoscopes" qui, en raison de leur bas prix, peuvent être installés en grand nombre pour compléter la couverture par des séismographes "strong-motion" plus coûteux. Une couverture dense par des séismoscopes a été recommandée dans plusieurs zones séismiques et de telles couvertures sont déjà en fonctionnement en Californie, en Asie Centrale, en Inde, en Macédoine et ailleurs.

Le séismoscope ne peut, par son principe de construction que fournir des informations à caractère "statique", c'est-à-dire, qu'il renseigne de manière assez grossière les directions principales du mouvement du sol mais ne peut tracer l'histoire du phénomène enregistré. Le séismographe de station, pour autant qu'il soit installé suffisamment loin de zone épacentrale, est capable de consigner dans un enregistrement toute l'évolution fréquentielle du mouvement vibratoire subi par son support. Il n'est cependant pas construit pour répondre à de très fortes sollicitations du sol, tant en déplacement qu'en accélération.

Pour pallier aux inconvénients des séismoscopes et des séismographes, il a été conçu un appareil capable de répondre aux grands déplacements du sol tout en résistant aux grandes accélérations. C'est l'accéléromètre à grand déplacement, couramment appelé "strong motion" séismomètre.

Cet instrument se différencie des appareils de station par sa robustesse et surtout par son très faible facteur de grandissement : le rapport mouvement du sol-mouvement du centre de masse de l'accéléromètre est égal à 1 environ.

L'installation de ce type d'appareils devient de plus en plus courante en Europe, principalement en Italie et en Grèce. Son intérêt ne se limite d'ailleurs pas à compléter l'équipement des stations classiques, mais représente l'outil idéal pour le séismologue qui, après des séismes tels que ceux du Frioul (Italie) et de Vrancea (Roumanie), doit effectuer des observations "in situ" surtout lorsque les secousses sont suivies de nombreuses répliques.

Les paramètres du mouvement du sol à mettre en corrélation avec les différents degrés d'intensité sont consignés dans le tableau ci-dessous.

I	$\alpha$ ( $\text{cm.s}^{-2}$ )	fraction de g	$\nu$ ( $\text{cm.s}^{-1}$ )	$X_0$ (mm)
V	12-25	0,01-0,03	1,0-2,0	0,5-1,0
VI	25-50	0,05-0,05	2,1-4,0	1,1-2,0
VII	50-100	0,05-0,1	4,1-8,0	2,1-4,0
VIII	100-200	0,1 -0,2	8,1-16,0	4,1-8,0
IX	200-400	0,2 -0,41	16,1-32,0	8,1-16,0
X	400-800	0,41-0,82	32,1-64,0	16,1-32,0

(Ce tableau est extrait de Medvedev, Sponheur et Karmik (3))

I = Intensité maximum (M.S.K)

$\alpha$  = Accélération en  $\text{cm s}^{-2}$  pour des périodes comprises entre 0,1 s et 0,5 s

$\nu$  = Vitesse de l'oscillation en  $\text{cm s}^{-1}$  pour des périodes entre 0,5 s et 2,0 s

$X_0$  = Amplitude du mouvement, en mm, du centre de gravité de la masse d'un pendule "standard" strong-motion dont la période est 0,25 s et le décrétement logarithmique 0,5.

Si l'on extrapole le Tableau ci-dessus vers les faibles intensités, jusqu'au seuil de perceptibilité, pour lequel  $I = 1,5$ , on obtient une accélération d'environ  $1 \text{ cm/s}^2$ . Une accélération égale à g correspond à  $I \approx \text{XI}$ . Pour  $I = \text{XII}$ , la déformation importante de la surface du sol interdit toute comparaison.

## 5.2 RELATION entre l'INTENSITE I et l'ACCELERATION (5)

En admettant une accélération minimale de 0,0008 g. dans différentes plages de périodes du mouvement du sol, on trouve l'accélération maximale pour une intensité donnée par les formules :

$$\alpha = 0.0008 \text{ g} \times 21 \text{ pour } 0.1\text{s} \leq T \leq 0.5\text{s}$$

et 
$$\alpha = 0.0008 \text{ g} \times 21 \frac{0.5 \text{ sec}}{T} \text{ pour } 0.5\text{s} \leq T \leq 1.5\text{s}$$

où 
$$\left\{ \begin{array}{l} I = \text{intensité} \\ \alpha = \text{accélération} \\ T = \text{période du mouvement.} \end{array} \right.$$

RELATION entre l'INTENSITE I et la MAGNITUDE M

La relation utilisée est du type

$$M = aI_0 + b \log_{10} h + c$$

dans laquelle  $\begin{cases} I_0 = \text{intensité épacentrale,} \\ h = \text{la profondeur hypocentrale.} \end{cases}$

et  $a$ ,  $b$  et  $c$  trois constantes qui dépendent des conditions locales. Selon V. KARNIK (5), pour la région 9 qui comprend les Pays Bas, la Belgique, le Luxembourg, l'Allemagne occidentale et le Nord de la France, la formule de conversion devient :

$$M = 0,67 I_0 + 0,07$$

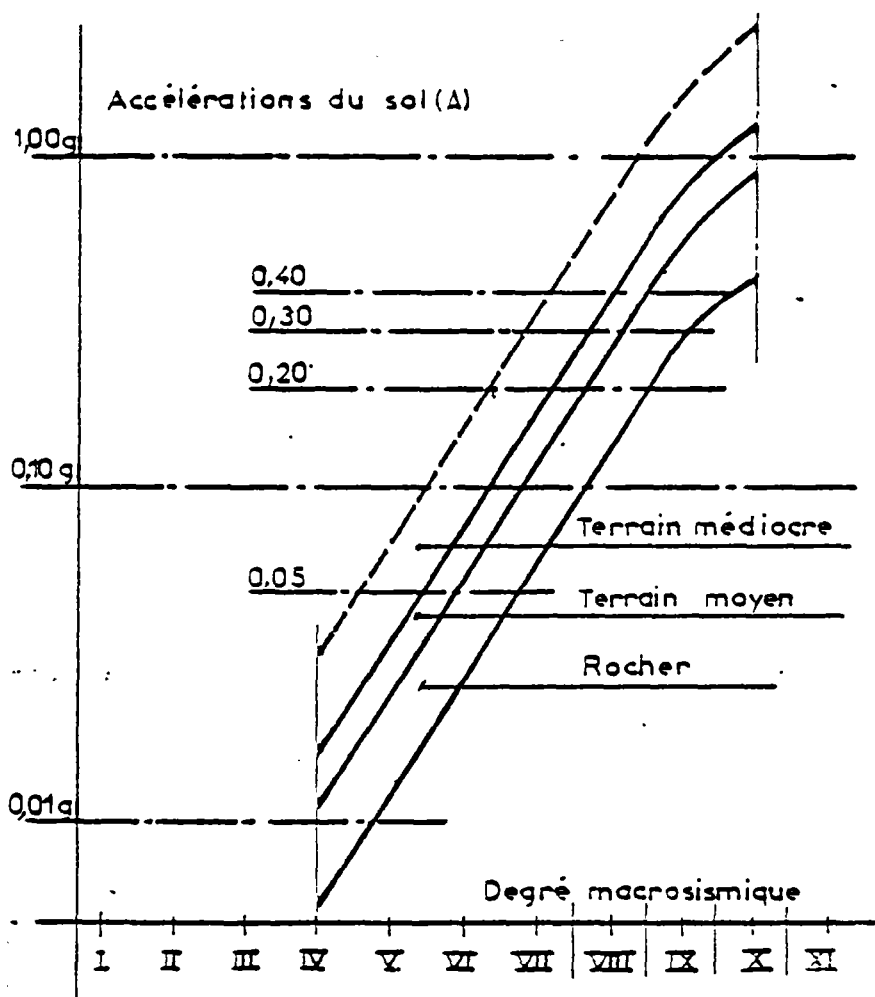
5.3 RELATION entre la MAGNITUDE et l'ACCELERATION MAXIMUM (6)

Si l'accélération maximum décroît avec la distance par rapport à l'épicentre, le taux de l'atténuation de l'accélération sur une distance comparable à la profondeur du foyer est relativement petit. (G.W. HOUSNER)

Le tableau ci-dessous d'après G.W. HOUSNER présente une corrélation entre la magnitude, l'accélération maximum et la durée d'un séisme.

ACCELERATION MAXIMUM		
Magnitude	(%g)	Durée (sec)
5.0	9	2
5.5	15	6
6.0	22	12
6.5	29	18
7.0	37	24
7.5	45	30
8.0	50	34
8.5	50	37

Il faut noter que les valeurs d'accélération maximum dans ce tableau sont, en général, supérieures à celles des séismes enregistrés. A titre d'exemple, on peut considérer le séisme d'EL CENTRO, 1940, dont la magnitude est de 7.1 avec une accélération maximum de 0.33 g.



CORRELATION ACCELERATION -INTENSITE.  
d'après COULTER, WALDRON, DEVINE (ROME 1973). (7)

5.4 RELATION entre la MAGNITUDE (M) et la LONGUEUR (L) de la FAILLE CREEE (6)

Il est possible d'établir une relation entre M, la magnitude d'un séisme et L, la longueur de la faille créée par ce séisme. La relation ci-dessous, d'après TOCHER, 1958, relie ces deux grandeurs :

$$\log L = 1.02 M - 5.77$$

Dans cette relation L est en km.

Les tableaux suivants présentent les relations entre les magnitudes et les longueurs des failles calculées (premier tableau) et observées (deuxième tableau) pour quelques séismes.

Magnitude	Distance
8.8	1000
8.5	530
8.0	190
7.5	70
7.0	25
6.5	9
6.0	5
5.5	3.4
5.0	2.1
4.5	1.3
4.0	0.83
3.0	0.33
2.0	0.14
1.0	0.05
0	0.018

RELATION ENTRE LA MAGNITUDE ET LA  
LONGUEUR DE LA FAILLE CREEE.  
(Calculs)

SEISMES	Magnitude	Distance (miles)
Chile, 1960	8.5-8.6	600 <sup>+</sup>
Alaska, 1964	8.4	450 <sup>+</sup>
San Francisco, 1906	8.2	250 <sup>+</sup>
El Centro, 1940	7.1	40 <sup>+</sup>
Baja California, 1956	6.8	15 <sup>+</sup>

RELATION ENTRE LA MAGNITUDE ET LA  
LONGUEUR DE LA FAILLE CREEE.  
(Cas réels)

## VI SÉISME DU POINT DE VUE DU GÉNIE CIVIL

### 6.1 ACCELEROGRAMME

Pour un ingénieur du point de vue calcul des structures parasismiques, un séisme est une série de pulses d'accélération d'intensité et de durée différentes. Cette série de pulses d'accélération pour un séisme est donnée sous forme d'accélérogrammes, qui sont des courbes décrivant la variation, en fonction du temps, de l'accélération, dans une direction donnée du point du sol supportant

l'appareil. La grande sensibilité des sismographes modernes leur permet d'enregistrer les mouvements dont la source est distante de plusieurs milliers de kilomètres, de tels enregistrements, d'un niveau très faible, n'ont que peu d'intérêt pour l'ingénieur en génie parasismique qui a besoin d'enregistrements de fort niveau, obtenus à faible distance (quelques dizaines de kilomètres au plus) de la source. On dispose actuellement de quelques centaines d'enregistrements obtenus dans ces conditions, à l'aide de sismographes spéciaux dits "strong-motion".

Ces enregistrements présentent des accélérogrammes ayant le plus souvent l'allure de signaux aléatoires, d'une durée allant de quelques secondes à plusieurs dizaines de secondes, d'un niveau d'accélération maximale compris le plus souvent entre 5 % et 50 % de l'accélération de la pesanteur.

Les caractéristiques d'un accélérogramme changent d'un séisme à l'autre. Ils dépendent de la grandeur du choc (magnitude), de la profondeur du foyer, de la nature des couches traversées, etc ... L'accélérogramme d'un séisme profond est plus riche en hautes fréquences que l'accélérogramme d'un séisme long et en profond bien entendu la nature des couches influence considérablement leurs intensités. Le tableau ci-dessous présente quelques séismes importants avec leurs durées, leurs accélérations maximum, ...

SEISMES		Distance de l'épicentre (km)	Profondeur (km)	Magnitude	Accélération (cm/s <sup>2</sup> )	Durée (s)
El Centro 18/05/1940	N-S	48	24	6,7	330	30
	E-W	48	24	6,7	230	30
El-Centro 30/12/1934	N-S	56	24	6,5	255	25
	E-W	56	24	6,5	196	25
Taft 21/07/1952	N 21 E	64	24	7,7	170	30
	N 69 W	64	24	7,7	180	30
Olympia 14/04/1949	N 80 E	72	72	7,1	310	30
	N 10 W	72	72	7,1	180	30

CARACTERISTIQUES PRINCIPALES de QUELQUES SEISMES (8)

6.2 La DUREE EFFECTIVE d'un ACCELEROGRAMME et le TEMPS d'OCCURENCE de la REPONSE MAXIMALE

La réponse maximum des structures soumises à une excitation sismique est généralement obtenue par une analyse dynamique, en utilisant la totalité d'un accélérogramme. Cependant dû à l'amortissement des structures, seule une certaine fraction de l'accélérogramme est effective et contribue de façon significative à la réponse maximale. Le travail de W.Y. WANG et al. dans ce domaine est remarquable. (9)

Ce travail présente une procédure analytique, pour la sélection de la durée effective de l'excitation sismique (portion de l'accélérogramme) et pour la prédiction du temps d'occurrence de la réponse maximale. Les résultats de calcul présentés dans les tableaux ci-après pour un instant arbitraire choisi comme référence, montrent comment le temps de commencement de l'excitation, pour la même réponse de la structure, peut être variable. Ainsi d'après le premier tableau, la réponse en déplacement d'un système à un instant donné (8.65 sec) pour des portions de différentes durées (8.65, 6.13, 5.17, 4.09, 3.13, 2.17 sec) d'un accélérogramme choisi est la même (0.171 ft). (Tableau 2a et 2b)

La durée effective, pour des différentes structures soumises au même accélérogramme est différente. De même, la durée effective, pour la même structure soumise aux différents accélérogrammes n'est la même.

Séismes	Accélération (s)	Vitesse (s)	Déplacement (s)
Pacoima Dam, S14W, 1971	7.74	3.04	7.78
El Centro, NS, 1940	2.12	2.18	8.58
Eureka, N79E, 1954	3.84	3.72	4.22
J.P.L. basement, SO8W, 1971	5.16	5.26	6.92
South Pacific, N45E, 1957	1.76	7.60	26.36
Oakland city, N26E, 1957	0.48	0.54	28.52
El Centro, Vert., 1968	7.56	71.20	70.50

TABLEAU 1  
TEMPS d'OCCURENCE des MAXIMUM

BATIMENT AUXILIAIRE									
Temps de commenc.	Durée (a)	Déplacement à 8.65s	Moment à 7.8s	Cisaillement à 7.3s	Temps de commenc.	Durée	Déplacement à 14 s	Moment à 14 s	Cisaillement à 14 s
0.00	8.65	0.171	194 300	5593.0	0.00	14.00	0.825	1797	167.8
2.52	6.13	0.171	194 300	5594.0	1.00	13.00	0.830	1806	168.7
3.48	5.17	0.171	194 200	5590.0	1.50	12.50	0.803	1765	164.9
4.56	4.09	0.171	194 600	5600.0	1.74	12.26	1.293	2437	225.4
5.52	3.13	0.171	195 500	5624.0	2.00	12.00	0.790	1743	162.9
6.48	2.17	0.169	143 600	4207.0	2.24	11.76	1.239	2246	217.1
7.56	1.09	0.132	125 000	3582.0	2.50	11.50	0.668	1544	144.7
8.04	0.61	0.166			2.74	11.26	0.993	1930	178.9

(a) Pour le déplacement

TABLEAU 2a

REPONSE DES STRUCTURES SOUS  
SEISME DE PACOIMA DAM, S14W, 1971

CHEMINEE en B.A. à 14 s					CHEMINEE en B.A. à 36 s				
Temps de commenc.	Durée	Déplacement	Moment	Cisaillement	Temps de commenc.	Durée	Déplacement	Moment	Cisaillement
0.00	14.00	-0.03035	1580	-25.22	25.55	10.45	0.239	122 100	293.6
2.40	11.60	-0.03027	1617	-25.17	26.51	9.49	0.238	122 000	293.6
5.76	8.24	-0.03045	1529	-25.30	27.59	8.41	0.239	122 300	294.0
7.86	6.14	-0.02317	4967	-20.11	28.55	7.45	0.240	122 500	294.3
9.00	4.40	-0.04647	-6190	-37.18	29.51	6.49	0.242	122 100	293.4
10.68	3.32	-0.02915	2218	-23.90	30.59	5.41	0.235	119 600	289.9
					31.55	4.45	0.231	115 300	283.2
					32.51	3.49	0.208	107 200	267.5
					33.59	2.41	0.202	104 100	158.5
					34.55	1.45	0.190	98 200	252.3

TABLEAU 2b

REPONSE DES STRUCTURES SOUS  
SEISME d'EL CENTRO, Vertical, 1968

En général la durée effective dépend des caractéristiques des structures et des accélérogrammes.

Occurrence de la réponse maxima.

Le temps de l'occurrence de la réponse maxima pour les systèmes très souples ou très rigides est connu. Pour les systèmes très souples, le déplacement maxima a lieu au même moment que le déplacement maxima pour le sol. Pour les systèmes très rigides la réponse maxima en accélération est au même moment que l'accélération maxima sur l'accélérogramme. D'après W.Y. WANG, pour les systèmes souples ( $T > 9.0$  sec), la réponse maximum en déplacement est au même moment que le déplacement maximum du sol  $\pm 1.5 * T$  sec. Pour les systèmes rigides la réponse maximum en déplacement a lieu au même moment que l'accélération maximum du sol  $\pm 3 * T$  sec.

Pour les systèmes aux périodes intermédiaires, W.Y. WANG a remarqué, d'après ces calculs, que le temps d'occurrence de la réponse maximum a lieu au même moment que la vitesse du sol  $\pm 2.3 * T$  sec ( $T$  la période propre du système).

W.Y. WANG a d'autre part utilisé une méthode semblable à celle de spectre de réponse pour obtenir le temps d'occurrence de la réponse maximum en fonction de la période propre du système.

Pour cela, W.Y. WANG a tracé en fonction de la période propre du système, non pas la réponse maximum mais le temps d'occurrence de la réponse maximum. Les courbes ainsi obtenues sont présentées dans les figures 1 et 2.

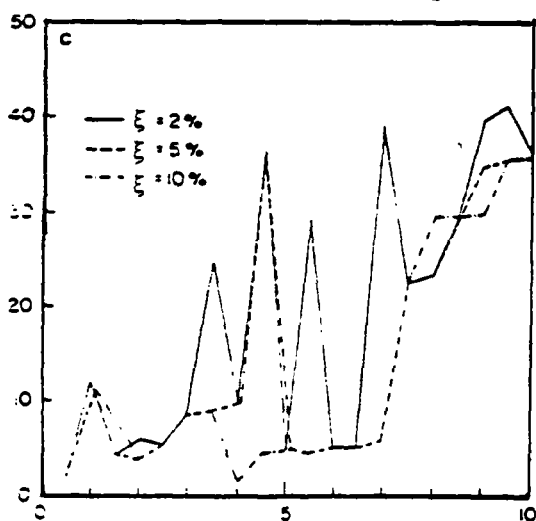


Figure 1.  
Séisme de City-Hall.

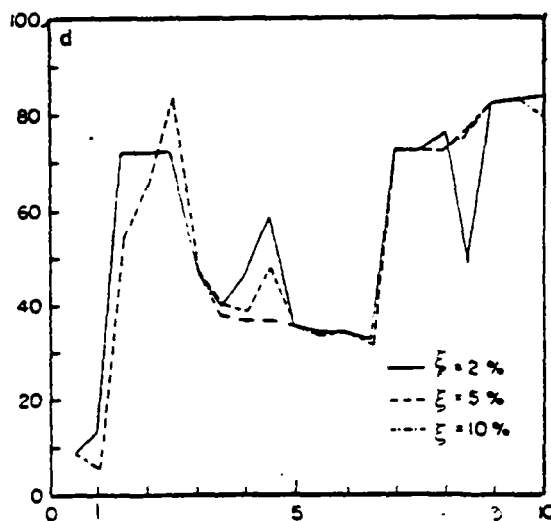


Figure 2.  
Séisme d'EL-CENTRO

Séismes	Structures	Durée Effective	Déplacement	Moment	Cisaillement
Pacoima Dam, S14W, 1971	Bâtiment auxiliaire	Observé	1.63	1.80	1.80
		Prévu	2.20	2.20	2.20
	Métallique	Observé	12.38	12.38	12.38
		Prévu	12.72	12.72	12.72
El Centro Vertical, 1968	Cheminée béton armé	Observé (a)	7.17	7.17	7.17
		Prévu	8.70	8.70	8.70
		Observé (b)	4.29	3.99	3.96
		Prévu	4.35	4.35	4.35

(a) Réponse observée à 14 s  
 (b) Réponse observée à 36 s

TABLEAU 3  
 DUREE EFFECTIVE OBSERVEE ET PREVUE

SEISMES	Réponse	Bâtiment	auxilaire	Cheminée en B.A.	
		Vraie	Prévue	Vraie	Prévue
Pacoima Dam, S14W, 1971	Déplacement	8.64	7.1 ~ 8.4	3.40	0.0 ~ 10.9
	Moment	8.64		4.55	
	Cisaillement	7.79		8.55	
El Centro NS, 1940	Déplacement	2.70	1.5 ~ 2.8	4.86	0.0 ~ 10.0
	Moment	2.52		3.90	
	Cisaillement	2.51		3.33	
Eureka N79E, 1954	Déplacement	3.63	3.2 ~ 4.5	4.86	0.0 ~ 11.5
	Moment	3.63		6.33	
	Cisaillement	3.62		6.33	

TABLEAU 4  
 TEMPS d'OCCURENCE de la REPONSE MAXIMALE VRAIE et PREVUE

Les valeurs de temps d'occurrence de la réponse maximum, observée et estimée, sont présentées dans le tableau 4.

Ayant le temps d'occurrence de la réponse maximum, on peut déterminer la durée effective de l'excitation sismique (portion d'accélérogramme), puis faire le calcul dynamique non pas pour toute la durée de l'accélérogramme mais plutôt pour la durée effective.

### 6.3 CONTENU FREQUENTIEL d'un SEISME

Pour obtenir le contenu fréquentiel d'un séisme, on utilise une des deux méthodes suivantes :

#### 6.31 Spectre de FOURIER

Une méthode standard pour analyser le contenu fréquentiel d'une fonction, un accélérogramme par exemple, est le spectre d'amplitude de Fourier. Pour un oscillateur simple d'une masse  $m$  et d'une rigidité  $k$ , l'équation du mouvement s'écrit :

$$m\ddot{y} + ky = m\dot{v}_g$$

ou  $y$  est le déplacement relatif,  
et  $\dot{v}_g$  l'accélération de base.

La réponse en déplacement de cet oscillateur à l'instant  $t$  est donnée par :

$$y(t, \omega) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \dot{v}_g(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau$$

avec  $\omega^2 = k/m = (2\pi/T)^2$ , ou  $T$  est la période propre de l'oscillateur. Cette expression est aussi la réponse d'un oscillateur soumis à une force  $(-m\dot{v}_g)$ , appliquée à sa masse. Dans ce cas là, l'énergie totale dans l'oscillateur est :

$$E = \frac{1}{2} m\dot{y}^2 + \frac{1}{2} ky^2$$

la somme de l'énergie cinétique et l'énergie potentielle interne. Cette expression peut aussi s'écrire :

$$E(\tau, \omega) = \frac{1}{2} m \left[ \left( \int_0^\tau \dot{v}_g \sin \omega \tau d\tau \right)^2 + \left( \int_0^\tau \dot{v}_g \cos \omega \tau d\tau \right)^2 \right]$$

La racine de double d'énergie par unité de masse est :

$$\sqrt{\frac{2E(t, \omega)}{m}} = \left[ \left( \int_0^t \ddot{u}g \sin \omega \tau d\tau \right)^2 + \left( \int_0^t \ddot{u}g \cos \omega \tau d\tau \right)^2 \right]^{1/2}$$

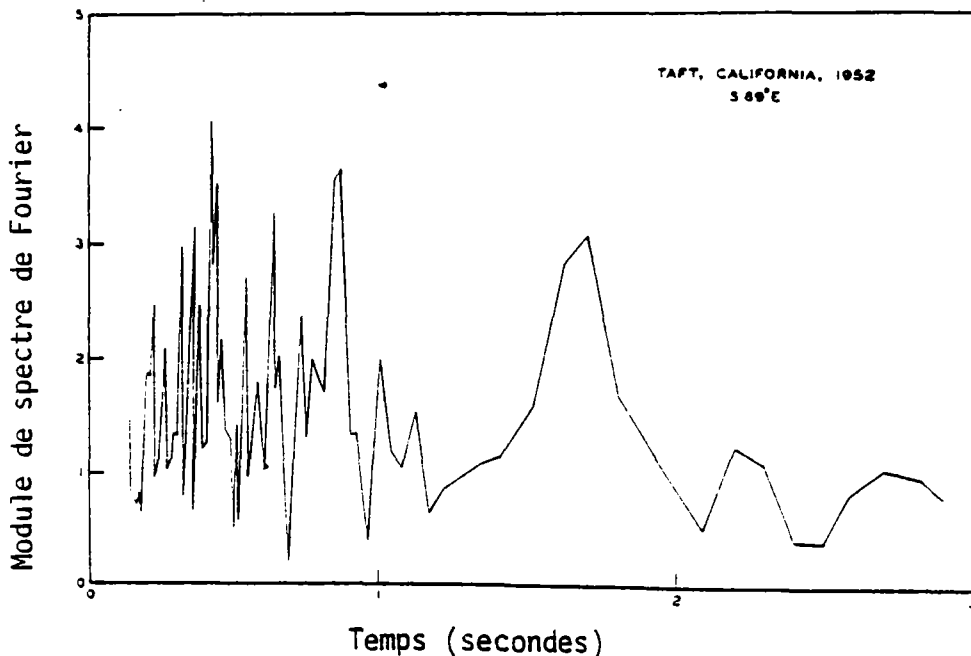
Si la durée de  $\ddot{t}$  est de  $t = 0$  à  $t = t_1$  l'expression précédente devient :

$$\sqrt{\frac{2E(t, \omega)}{m}} = \left[ \left( \int_0^{t_1} \ddot{u}g \sin \omega \tau d\tau \right)^2 + \left( \int_0^{t_1} \ddot{u}g \cos \omega \tau d\tau \right)^2 \right]^{1/2}$$

Le terme à droite de cette expression est une fonction de  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ . Ce terme peut être évalué et tracé en fonction de  $\omega$ ,  $T$  ou  $f$ . La courbe ainsi tracée est appelée *spectre d'amplitude de Fourier*.

Ainsi le spectre d'amplitude de Fourier est une mesure d'énergie finale engendrée dans un oscillateur par une excitation, en fonction de la période. Plus un mouvement est riche en une fréquence, plus l'énergie donnée à l'oscillateur de cette fréquence est grande, ainsi les pics de spectre de Fourier fournissent les fréquences pondérantes du mouvement considéré. Autrement dit, le spectre de Fourier présente le contenu fréquentiel d'un mouvement.

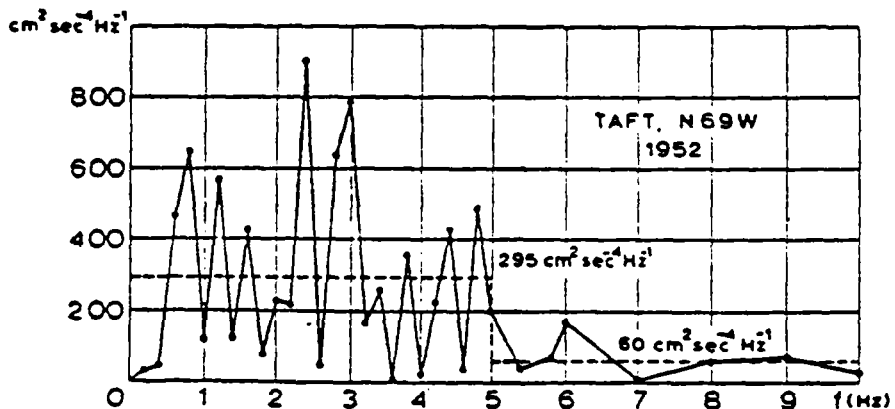
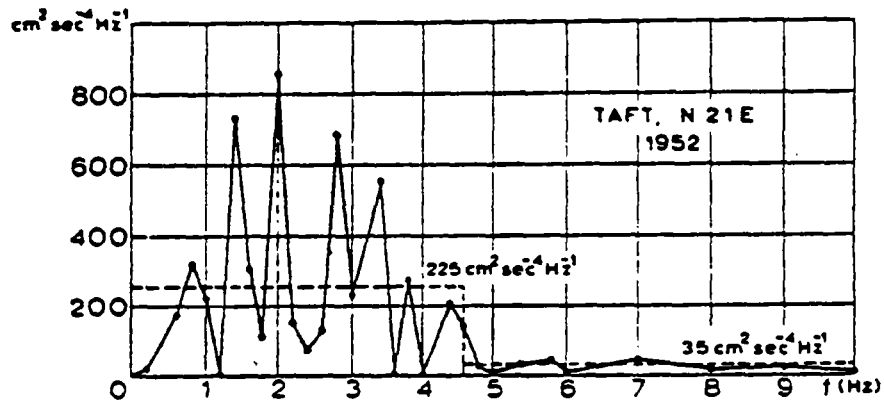
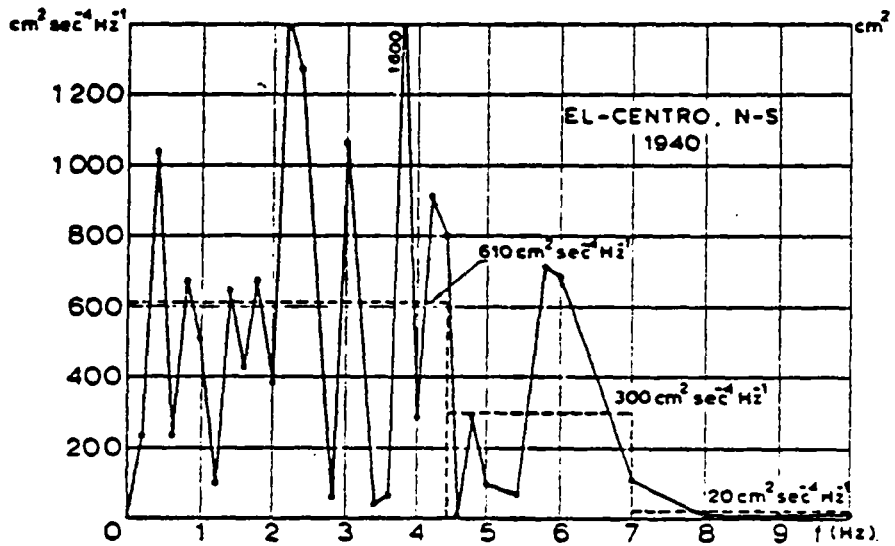
La figure ci-dessous présente un spectre d'amplitude de Fourier pour un accélérogramme d'après HUDSON 1965. (6)



### 6.32 Méthode de Densité Spectrale

La densité spectrale présente la répartition statistique des fréquences dans un mouvement. Sans entrer dans les détails de calcul, nous représentons les densités spectrales de quelques séismes calculées par A. RAVARA (8).

Ces courbes présentent les fréquences statistiquement prépondérantes de chaque accélérogramme.



6.4 R.M.S.

Une mesure de la sévérité d'un séisme est la racine quadratique des accélérations (HOUSNER et JENNINGS, 1964) (R.M.S.) (10)

$$R.M.S. = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} (\ddot{u}_g)^2 dt \right]^{1/2}$$

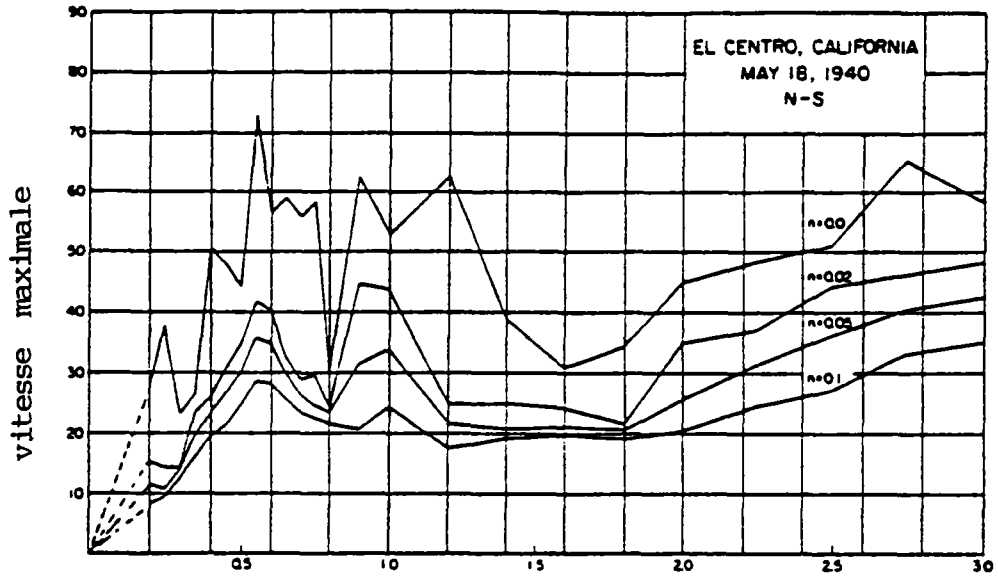
Le tableau ci-dessous, d'après A. RAVARA, représente le R.M.S. de quelques séismes connus.

SEISMES	El-Centro 1940		El-Centro 1934		Taft 1952		Olympia 1949	
	N-S	E-W	N-S	E-W	N21E	N69W	N80E	N10 W
Moyen. Quadratique cm <sup>2</sup> s <sup>-2</sup>	61,8	51,7	43,4	48,0	36,7	42,0	54,0	46,6

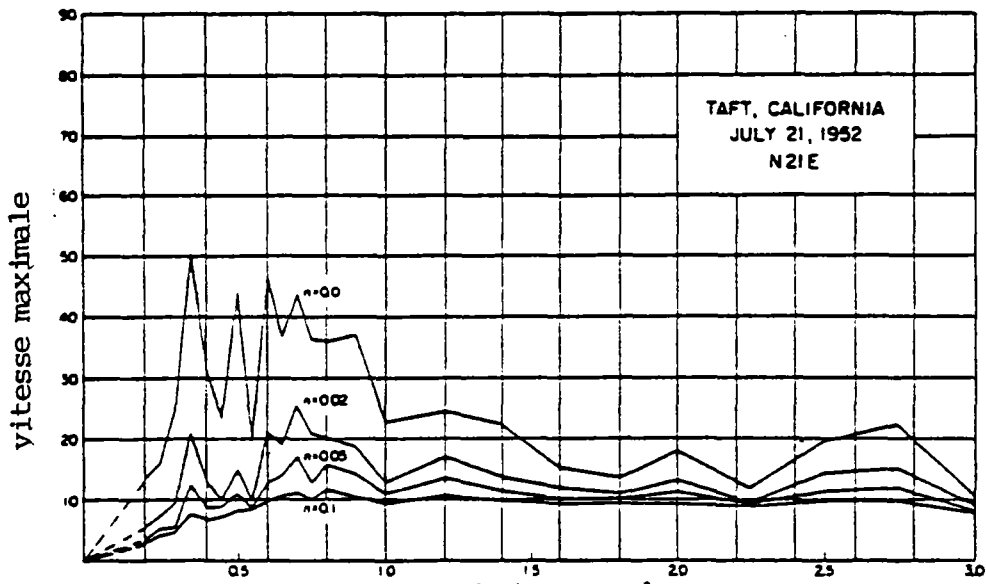
6.5 SPECTRE de REPONSE

La caractérisation des mouvements sismiques sous une forme permettant l'analyse, en pratique, consiste en la présentation du mouvement sismique par un spectre de réponse en champs libre.

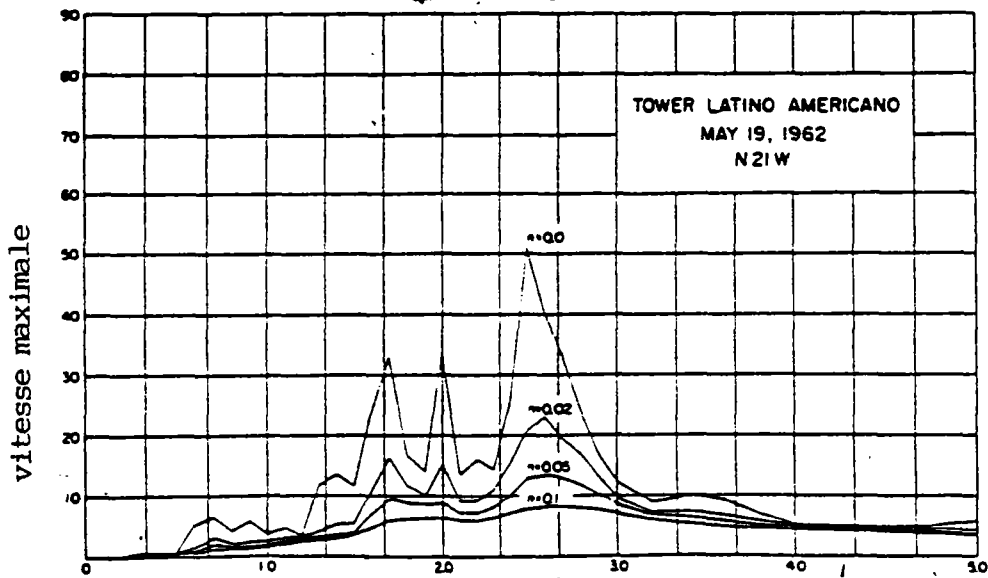
Un spectre de réponse (ou spectre d'oscillateurs) est un diagramme donnant le maximum de la réponse d'un oscillateur linéaire (système masse - ressort - amortisseur) soumis au mouvement considéré, en fonction de sa fréquence propre et de son taux d'amortissement. Ce mode de représentation du mouvement est plus "parlant" pour l'ingénieur pour les calculs courants qu'un accélérogramme, car il permet de lire directement la réponse d'une structure simple et met en évidence les zones de fréquences les plus défavorables. Les figures 3, 4 et 5 présentent les spectres de réponse en vitesse de quelques séismes.



Période propre  
FIGURE 3



Période propre  
FIGURE 4



Période propre  
FIGURE 5 (6)

A partir des enregistrements obtenus par les sismographes "strong-motion", il est possible de calculer le spectre de réponse des séismes réels et d'évaluer l'influence sur la forme et le niveau de ces spectres de paramètres tels que la magnitude, la distance du foyer au point d'enregistrement, la nature des terrains sous-jacents, etc ...

### Calcul de Spectre de Réponse

La réponse d'un système à un degré de liberté soumis à un mouvement s'obtient par l'Intégrale de Duhamel :

$$v(t) = \frac{1}{\omega} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

ou  $\ddot{u}_g$  est l'accélération du sol et  $\omega$  la fréquence circulaire du système, et  $v(t)$  le déplacement du système à l'instant  $t$ . On note par  $V(t)$  l'intégrale de droite de cette relation :

$$V(t) = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau$$

ainsi

$$v(t) = \frac{1}{\omega} V(t)$$

Le maximum de  $V(t)$  est appelé la vitesse spectrale ou très exactement la pseudo-vitesse-spectrale.

$$S_v = V_{max} = \left[ \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right]_{max}$$

(la vitesse maximum  $\dot{v}(t, \omega, s)$  diffère en général de  $S_v$ ).

Ainsi le déplacement spectral s'obtient par la division de la vitesse spectrale par la fréquence circulaire  $\omega$  :

$$S_d = \frac{S_v}{\omega}$$

On appelle accélération spectrale ou pseudo-accélération spectrale (car en général cela n'est pas exactement l'accélération maximale  $\omega^2 S_d$ ) la quantité :

$$S_a = \omega \cdot S_v$$

Ainsi  $w \cdot S_d = S_v = \frac{1}{w} S_a$

ou bien  $(\frac{T}{2\pi}) S_a = S_v = (\frac{2\pi}{T}) S_d$

On peut tracer la variation de chacune de ces quantités en fonction de la période propre ( $T$ ) ou bien en fonction de la fréquence propre ( $f$ ). Les figures 6a, 6b et 6c présentent les spectres en déplacement, en pseudo-vitesse et en pseudo-accélération pour le séisme d'El Centro (N-S), 1940.

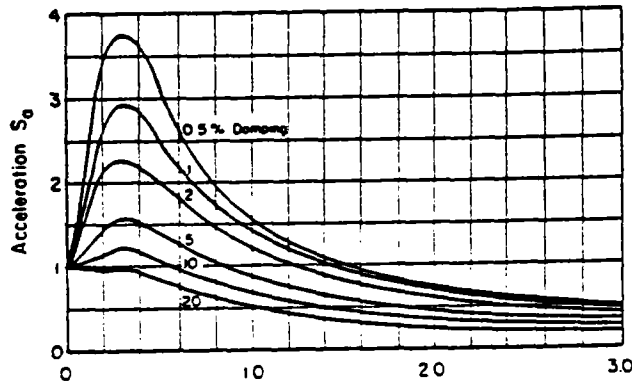


Figure 6.a

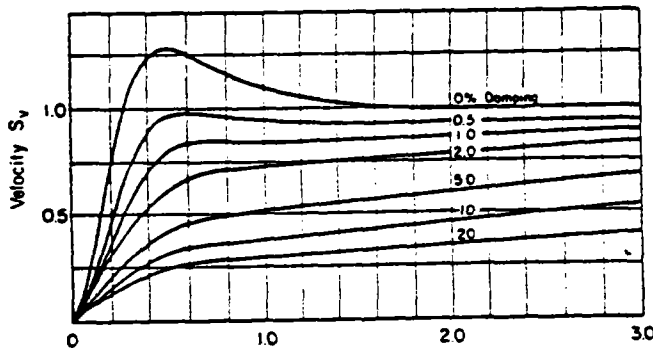


Figure 6.b

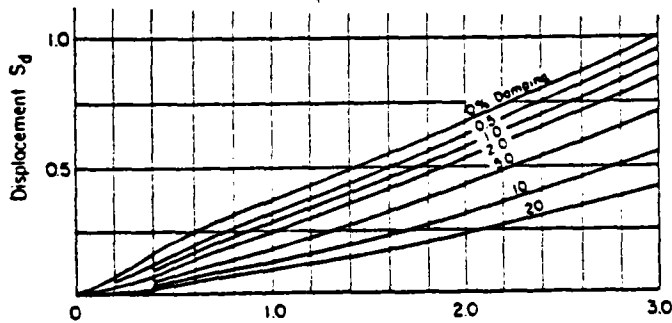


Figure 6.c (6)

REMARQUE

Pour un amortissement d'environ 20 % la pseudo-vitesse est voisine du maximum de la vitesse relative, pour les systèmes de fréquences moyennes et hautes, mais cela peut avoir une différence considérable par rapport au maximum de la vitesse relative pour les systèmes de très basses fréquences.

La pseudo-accélération est égale au maximum de l'accélération pour des systèmes sans amortissement et cela diffère peu du maximum de l'accélération pour des systèmes ayant un amortissement modéré pour toutes les gammes de fréquences des plus basses aux plus hautes.

En général, on trace la variation de ces trois quantités en fonction de la période (ou fréquence) propre, sur le même diagramme logarithmique, où la pseudo-vitesse est portée sur l'ordonnée avec la période (fréquence) propre sur l'abscisse et la pseudo-accélération et le déplacement sont portés sur deux axes logarithmiques perpendiculaires faisant des angles de  $45^\circ$  et  $135^\circ$  avec l'axe des périodes respectivement. (figure 7).

Ainsi on obtient un diagramme "tri-log" qui permet de lire directement le déplacement, l'accélération et la vitesse pour une période (fréquence) donnée.

La figure 7 montre un spectre de réponse typique. Newmark et Veletsos (1964) Veletsos, Newmark, Chelapati (1965) ont calculé les spectres de réponses pour de mouvements très variables du sol, d'une impulsion de déplacement, de la vitesse ou de l'accélération à de vrais séismes enregistrés. Le résultat de ces calculs est que le spectre de réponse a toujours une allure du type présenté sur la figure 8.

Le diagramme représentant le spectre de réponse pour de petites valeurs d'amortissement est très dentelé mais pour de grandes valeurs d'amortissement, elle est plus basse.

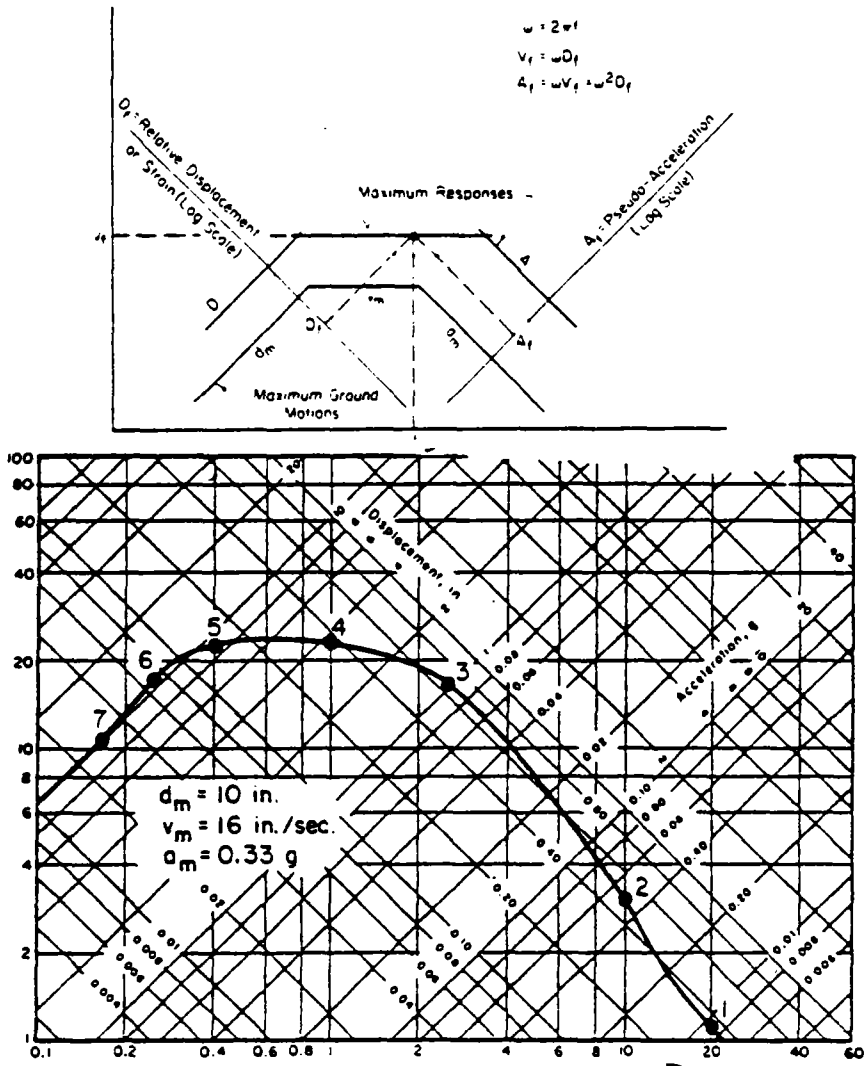


Figure 7

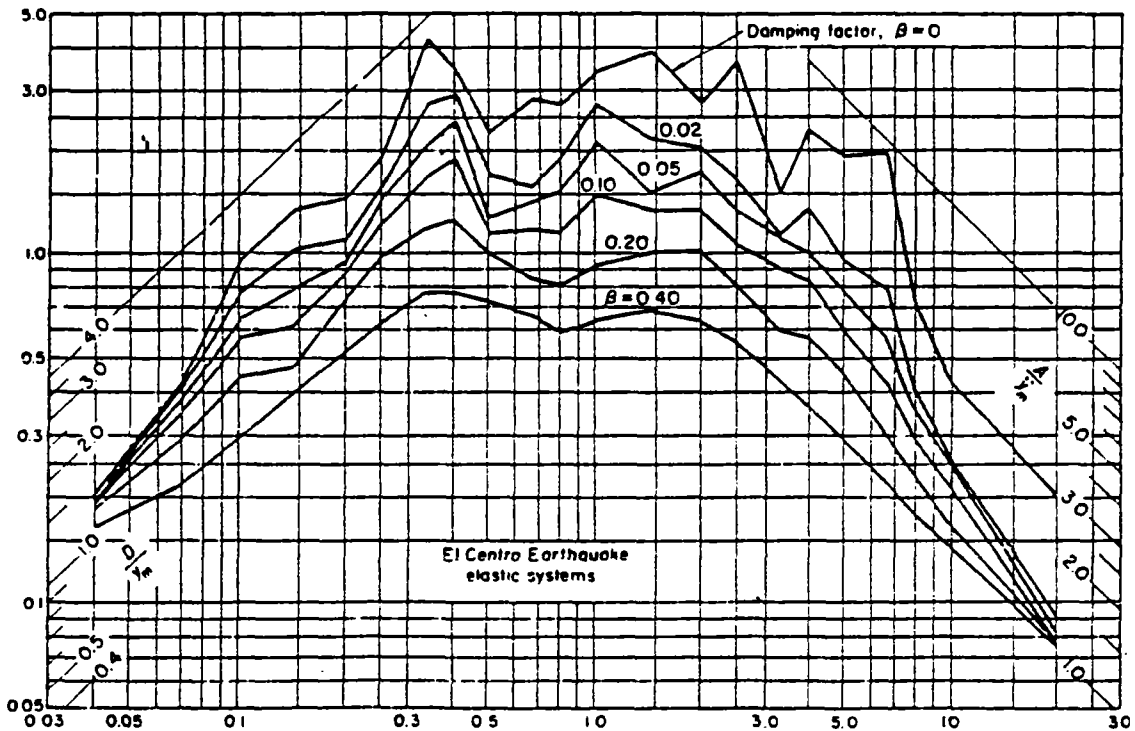


Figure 8

La figure 8 montre que pour les très hautes fréquences les spectres de réponse en accélération rejoignent une asymptote correspondant à l'accélération maximale du sol. Pour les très basses fréquences les spectres de réponse en déplacement rejoignent une asymptote correspondant au déplacement maximal du sol. Pour les fréquences intermédiaires, il y a une amplification du mouvement. En général, le facteur d'amplification est plus petit pour le déplacement que pour la vitesse, ce facteur étant lui-même plus petit que celui pour l'accélération. Dans le cas du séisme d'El-Centro, N-S, 1940, les facteurs d'amplification, pour un système sans amortissement, sont de 3.5 pour le déplacement, de 4.2 pour la pseudo-vitesse et de 9.5 pour la pseudo-accélération. Pour un système avec 10 % d'amortissement critique ces facteurs d'amplification sont légèrement supérieurs à 1 pour le déplacement, 1.5 pour la pseudo-vitesse et 2 pour la pseudo-accélération. Ainsi, en connaissant ces facteurs et le déplacement, la vitesse et l'accélération maximale du sol, on peut construire facilement un spectre de réponse.

ANNEXE A

REFERENCES

- (1) WILLMORE P.L., KARNIK V., LABROUSSE Y.  
Manuel Pratique des Observations Séismologiques
- (2) RICHTER C.F.  
Elementary Seismology - Freeman and C<sup>o</sup> 1958
- (3) MEDVEDEV S., SPONHEUER W., KARNIK V.  
Neue Seismische Skala, Veröff, Inst. Bod. Jena. Heft 77,  
Akademie Verlag, Berlin 1964
- (4) GRUTENBERG B. RICHTER C.F.,  
Earthquake Magnitude, Intensity, Energy and Acceleration  
(Second Paper), Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 46.2, 1956
- (5) KARNIK V.  
Seismicity of the European Area, Vol. I and II,  
Dordrecht 1969/71.
- (6) HOUSNER G.W.  
Strong Ground Motion, Earthquake Engineering,  
Robert L. Wiegel, Prentice-Hall, INC. Englewood, N.J.
- (7) ROTHE J.P.,  
Quelques Aspects de l'Etude des Séismes  
Collège International des Sciences de la Construction,  
Séminaire "SEISMES, SOLS et STRUCTURES", Saint-Rémy-lès-Chevreuse,  
1979.
- (8) RAVARA A.  
Spectral Analysis of Seismic Actions  
Ministério das Obras Publicas, Laboratovio National de  
Engenharia Civil Memoria n<sup>o</sup> 268, LISBOA 1965.

- (9) WANG W.Y., WANG P.C. and ABDELRAHMAN A.M.  
Effective Duration of Seismic Acceleration and Occurrence  
of Maximum Responses.
- (10) HOUSNER G.W. and JENNINGS P.C. (1964)  
"Generation of Artificial Earthquakes", J. Eng. Mech. Div.  
ASCE, 90 EMI
- (11) SEMIH S., TEZCAN,  
Earthquake Design Formula Considering Local Soil Conditions  
J. Struc. Div., ASCE, ST 9, September 1971
- (12) VITI G., OLIVIERI M. and S. TRAVI  
Development of Non-Linear Floor Response Spectra.  
Nuclear Engineering and Design 64 (1981)

# ANNEXE B

RAPPEL DE LA DYNAMIQUE DES  
STRUCTURES

# ANNEXE B

## RAPPEL DE LA DYNAMIQUE DES STRUCTURES

I	INTRODUCTION	PAGE 363
II	FORMULATION DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT	PAGE 364
	2.1	MODELE DYNAMIQUE ELEMENTAIRE
	2.2	FORMULATION des EQUATIONS
	2.3	INFLUENCE des FORCES de PESANTEUR
III	ÉTUDE DE LA RÉPONSE LIBRE	PAGE 367
	3.1	SOLUTION de l'EQUATION du MOUVEMENT
	3.2	OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES
	3.3	OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES
	3.31	Amortissement Critique
	3.32	Systèmes sous-amortis
IV	RÉPONSE D'UN SYSTÈME A UN DEGRÉ DE LIBERTÉ	PAGE 375
	4.1	REPOSE à un CHARGEMENT HARMONIQUE
	4.11	Système non Amorti
	4.12	Système Amorti
	4.13	Facteur de Réponse
	4.14	Coefficient d'Amplification Dynamique
	4.15	Résonance
	4.2	REPOSE à un CHARGEMENT PERIODIQUE QUELCONQUE
	4.3	REPOSE à un CHARGEMENT par IMPULSION
	4.4	REPOSE à une EXCITATION DYNAMIQUE QUELCONQUE

V	SYSTÈMES A PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ	PAGE 386
5.1	SELECTION des DEGRES de LIBERTE	
5.2	L'EQUILIBRE DYNAMIQUE	
5.3	DETERMINATION des FREQUENCES PROPRES de VIBRATION	
5.4	DETERMINATION des MODES VIBRATOIRES	
VI	ÉTUDE DE LA RÉPONSE DYNAMIQUE	PAGE 396
6.1	COORDONNEES PRINCIPALES (NORMALES)	
6.2	EQUATIONS DECOUPLEES du MOUVEMENT NON AMORTI	
6.3	EQUATIONS DECOUPLEES du MOUVEMENT AMORTI	
6.4	METHODE de SUPERPOSITION MODALE	

## I INTRODUCTION

Dans la théorie de la dynamique des structures, le terme dynamique équivaut à "variable avec le temps", puisque pour un problème dynamique concernant une structure, la charge et la réponse du système sous ses différents aspects (déplacements, sollicitations internes, contraintes, etc ...) varient avec le temps. Ce qui implique, contrairement au cas statique, dans le cas dynamique, la réponse n'est pas unique et il faut analyser la réponses pour chaque instant de la durée considérée. La résolution d'un problème dynamique demandera ainsi plus d'effort qu'un problème statique.

D'autre part, la différence la plus importante est que dans le cas de chargement statique, par les simples équations de la statique, les sollicitations internes, puis les contraintes, les déformations, etc ... sont parfaitement déterminées. Alors que si la charge est appliquée dynamiquement, le déplacement variant avec le temps, elle entraîne une accélération et par le principe d'Alembert, celle-ci engendre les forces d'inertie qui résistent au mouvement. En somme, le système peut être considéré comme soumis à deux systèmes de charges. La charge externe qui développe le mouvement et les forces d'inertie qui s'opposent à l'accélération engendrée. Les forces (sollicitations) internes équilibrent cette combinaison de charges, par conséquent, il faut déterminer les forces d'inertie avant de déterminer les contraintes internes. Les forces d'inertie qui sont d'une importance principale en calcul dynamique dépendent de la charge appliquée au système, de sa masse et de sa rigidité. Si le chargement est lent, les forces d'inertie sont faibles et peuvent être négligées, et le problème dynamique (sera) considéré comme statique. Mais si le chargement est rapide, les forces d'inertie deviennent significatives et le problème sera dynamique.

La difficulté principale dans la résolution d'un problème dynamique est que les déplacements qui développent les forces d'inertie, sont, eux-mêmes dépendant de ces forces d'inertie. Pour rompre ce cycle fermé de "cause à effet", le problème doit être formulé en terme d'équations différentielles, en exprimant des forces d'inertie en fonction de la dérivée des déplacements par rapport au temps. Nous passerons en revue la dynamique des structures en commençant par un système à un degré de liberté.

## II FORMULATION DES EQUATIONS DU MOUVEMENT

### 2.1 MODELE DYNAMIQUE ELEMENTAIRE

Tout système élastique linéaire soumis à des charges de nature dynamique est caractérisé par sa masse, ses propriétés élastiques (flexibilité ou rigidité), son amortissement et la source extérieure d'excitation (le chargement).

Chacune de ces caractéristiques est supposée condensée dans un élément physique unique décrivant le modèle le plus simple d'un système à un degré de liberté. La figure ci-dessous montre une représentation d'un tel système.

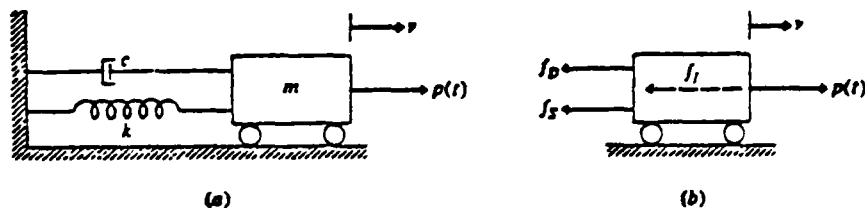


Figure 2.1 - IDEALISATION d'un SYSTEME  
à un DEGRE de LIBERTE  
a) Composantes fondamentales  
b) Equilibre des forces.

Ce système est constitué d'une masse  $m$  représentant la masse totale du système, d'un ressort sans masse de rigidité  $k$  représentant la résistance élastique (rigidité) du système et l'amortisseur  $c$  représentant la capacité d'amortissement du système.

L'unique coordonnée de déplacement  $v$  définit complètement la position de la masse. Le système est soumis au chargement  $P(t)$  fonction du temps.

### 2.2 FORMULATION des EQUATIONS

L'équation du mouvement pour le système de la figure 2.1 peut être obtenue par plusieurs méthodes (équilibre direct, travaux virtuels, principe d'Hamilton ...) pour ce cas élémentaire. La méthode la plus simple consiste à exprimer l'équilibre

de toutes les forces agissant sur la masse. Les forces agissant dans la direction du degré de liberté de déplacement sont : le chargement appliqué  $P(t)$  et les trois forces qui résultent du mouvement. La force d'inertie  $f_I$ , la force d'amortissement  $f_D$  et la force dans le ressort élastique  $f_S$ . L'équation du mouvement exprime l'état d'équilibre de ces forces et s'écrit :

$$f_I + f_D + f_S = P(t) \quad (2.1)$$

Chacune de ces forces est fonction du déplacement  $v$  ou de ses dérivées par rapport au temps.

Considérons ces forces une par une :

La force élastique : cette force est proportionnelle au déplacement  $v$ , le rapport de proportionnalité étant la rigidité  $k$  du ressort

$$f_S = k \cdot v \quad (2.1a)$$

La force d'inertie d'après le principe de d'Alembert est le produit de la masse et de l'accélération

$$f_I = m \ddot{v} \quad (2.1b)$$

La force d'amortissement, en supposant l'amortissement du type visqueux est le produit de la constante d'amortissement  $c$  et de la vitesse  $\dot{v}$  :

$$f_D = c \dot{v} \quad (2.1c)$$

En substituant les équations (2.1a) (2.1b), (2.1c) dans l'équation (2.1), on obtient l'équation du mouvement du système à un degré de liberté :

$$\boxed{m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = P(t)} \quad (2.2)$$

### 2.3 INFLUENCE des FORCES de PESANTEUR

Considérons le système précédent, après une rotation de  $90^\circ$ , de sorte que les forces de gravité agissent dans la direction du déplacement. Les forces agissant sur le système sont définies sur la figures (2.2). Utilisant les équations précédentes (2.1a), (2.1b) et (2.1c), la relation d'équilibre s'écrit :

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = P(t) + w \quad (2.3)$$

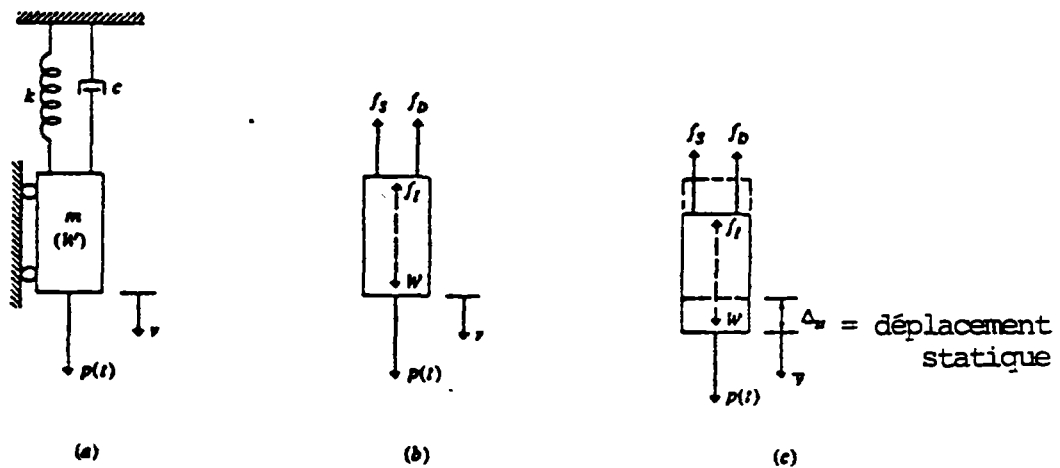


Figure 2.2 - INFLUENCE des FORCES de GRAVITE sur le SYSTEME à un DEGRE de LIBERTE

$w$  représente le poids de la masse  $m$ .

En considérant le déplacement total  $v$  comme la somme du déplacement statique  $\Delta_{st}$  (dû au poids  $w$ ) et du déplacement dynamique supplémentaire  $\bar{v}$ , comme montré sur la figure (2.2),

$$v = \Delta_{st} + \bar{v} \quad (2.3a)$$

et la force dans le ressort :

$$f_s = kv = k \Delta_{st} + k\bar{v} \quad (2.3b)$$

Substituant l'expression de  $f_s$  dans la relation (2.3), on obtient :

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + k \Delta_{st} + k\bar{v} = P(t) + w \quad (2.3c)$$

et comme  $k \Delta_{st} = w$ , l'équation précédente devient :

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + k\bar{v} = P(t) \quad (2.3d)$$

Si l'on dérive l'équation (2.3a) par rapport au temps, comme  $\Delta_{st}$  est indépendant du temps, on aura :

$$\dot{v} = \dot{\bar{v}} \quad \text{et} \quad \ddot{v} = \ddot{\bar{v}}$$

et par conséquent l'équation (2.3d) prend la forme suivante :

$$\boxed{m\ddot{\bar{v}} + c\dot{\bar{v}} + k\bar{v} = P(t)} \quad (2.4)$$

Si l'on compare les équations (2.2) et (2.4), on constate que l'équation du mouvement, quand ce dernier est évalué par rapport à la position d'équilibre statique du système dynamique n'est pas affectée par les forces de gravité. Pour ces raisons, les déplacements sont en général évalués par rapport à la position statique du système, et les déplacements ainsi calculés sont la réponse dynamique. Il en résulte que pour obtenir les réponses totales (déformations, contraintes, etc ..) il faut ajouter les résultats statiques aux résultats calculés par l'analyse dynamique.

### III ETUDE DE LA REPONSE LIBRE

#### 3.1 SOLUTION de l'EQUATION du MOUVEMENT

Nous considérons de nouveau l'équation du mouvement d'un système à un degré de liberté,

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = P(t) \quad (2.2)$$

Cette équation est applicable à tout système assimilable à un système à un degré de liberté et pour lequel la réponse de la coordonnée généralisée ( $v(t)$ ) est recherchée. La réponse de cette équation sous sa forme homogène, c'est-à-dire en l'absence de chargement

$$P(t) = 0 \quad \longrightarrow \quad m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = 0 \quad (3.1)$$

est appelée la *vibration libre*. Cette solution est de la forme :

$$v(t) = Ge^{st}$$

Substituant cette expression dans l'équation (3.1), on obtient :

$$(ms^2 + cs + k) G e^{st} = 0 \quad (3.2)$$

et supposant  $w^2 = k/m$  et en simplifiant, l'équation précédente devient :

$$s^2 + \frac{c}{m} s + w^2 = 0 \quad (3.3)$$

La valeur de  $s$  calculée à partir de cette équation dépend de la valeur de  $c$ , le coefficient d'amortissement du système et par conséquent, le type de mouvement représenté par l'équation (3.3) dépendra de l'amortissement dans le système.

### 3.2 OSCILLATIONS LIBRES NON AMORTIES

S'il n'y a aucun amortissement dans le système,  $c = 0$ , la valeur de  $s$  obtenue à partir de l'équation (3.3) est

$$s^2 + w^2 = 0 \quad \longrightarrow \quad s = \pm iw \quad (3.4)$$

La réponse recherchée pour  $v(t)$  a donc pour expression :

$$v(t) = G_1 e^{iwt} + G_2 e^{-iwt} \quad (3.5)$$

Dans cette équation,  $G_1$  et  $G_2$  sont des coefficients (encore arbitraires).  
L'équation (3.5), en considérant les relations d'Euler :

$$e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$$

s'écrit :

$$v(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \tag{3.6}$$

Les constantes  $A$  et  $B$  dans l'expression ci-dessus peuvent être exprimées en fonction des conditions initiales, qui sont le déplacement  $v(0)$  et la vitesse  $\dot{v}(0)$ , pour  $t = 0$  où commencent les vibrations libres du système.

La prise en compte de ces deux conditions nous donne :

$$v(0) = B \text{ et } \dot{v}(0) = A\omega$$

la réponse (3.6) devient :

$$v(t) = \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \sin \omega t + v(0) \cos \omega t \tag{3.7}$$

Cette solution correspond à un mouvement harmonique simple représenté sur la figure ci-dessous :

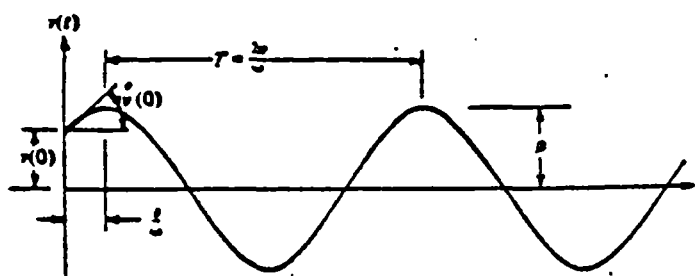


Figure 3.1 - OSCILLATIONS LIBRES  
NON AMORTIES

La quantité  $\omega$  s'appelle la *fréquence circulaire* du mouvement. La fréquence  $f$  du mouvement appelée tout simplement *fréquence*, est donnée par :

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

L'inverse de la fréquence est la période  $T$ .

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

L'amplitude de ce mouvement périodique est :

$$\rho = \sqrt{(v(0))^2 + \left[\frac{\dot{v}(0)}{\omega}\right]^2} \quad (3.8)$$

### 3.3 OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

Si l'amortissement dans le système n'est pas nul, la réponse de l'équation du mouvement (3.3) est :

$$s = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega^2} \quad (3.9)$$

En fonction de la quantité sous le radical (positive, négative ou nulle), cette expression représente trois types de mouvements.

#### 3.31 Amortissement Critique

Si la quantité sous le radical de l'expression (3.9) est égale à zéro, on a  $\omega = c/2m$ , la valeur de la constante d'amortissement critique sera donc :

$$c_c = 2m\omega \quad s = -\frac{c}{2m} = -\omega \quad (3.10)$$

et la réponse de l'équation du mouvement :

$$v(t) = (G + G_1 t) e^{-\omega t} \quad (3.11)$$

En introduisant les conditions initiales dans l'équation (3.11), on obtient la réponse pour le cas de l'amortissement critique :

$$v(t) = (v(0) (1 + \omega t) + \dot{v}(0) t) e^{-\omega t} \quad (3.12)$$

Cette solution graphique est représentée sur la figure ci-dessous. On remarque que la réponse d'un système libre ayant l'amortissement critique ne comporte aucune oscillation autour de la position ( $\delta$ ) déplacement nul du système, autrement dit le système revient à la position zéro quelles que soient les conditions initiales. L'on peut dire, l'amortissement critique est la valeur minimum de l'amortissement pour laquelle aucune oscillation ne se produit dans la réponse du système libre.

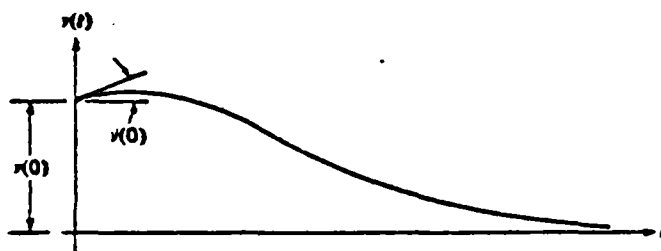


Figure 3.2 - REPOSE en OSCILLATION LIBRE dans le cas de l'AMORTISSEMENT CRITIQUE

### 3.32 Systèmes sous-amortis

Si l'amortissement est inférieur à l'amortissement critique, on a  $c < 2m\omega$  et le terme sous le radical est négatif. Pour évaluer la réponse libre dans ce cas, en général, on exprime la constante d'amortissement  $c$  en fonction de l'amortissement critique  $C_c$ , ainsi le rapport  $\xi$ , défini par :

$$\xi = \frac{c}{C_c} = \frac{C}{2m\omega} \quad (3.13)$$

s'appelle le *coefficient d'amortissement*.

Substituant l'équation (3.13) dans l'équation (3.9), on obtient :

$$S = -\xi \omega \pm \sqrt{(\xi \omega)^2 - \omega^2} \quad (3.14)$$

ou bien :

$$S = -\xi \omega \pm i\omega_D \quad (3.15)$$

avec :

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.16)$$

La fréquence  $\omega_D$  est appelée fréquence circulaire d'oscillations amortie. Dans les cas courants le coefficient d'amortissement  $\xi$  est inférieur à 20 %, on voit donc en pratique que l'on peut confondre  $\omega_D$  et  $\omega$ , avec une précision de l'ordre de 2 %. Pour un système sous amorti en oscillation libre, la réponse de l'équation du mouvement a pour expression :

$$v(t) = G_1 e^{-\xi\omega t + i\omega_D t} + G_2 e^{-\xi\omega t - i\omega_D t} = e^{-\xi\omega t} (G_1 e^{i\omega_D t} + G_2 e^{-i\omega_D t}) \quad (3.17)$$

cette expression peut être écrite sous la forme suivante :

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) \quad (3.18)$$

Si l'on introduit les conditions initiales  $v(0)$  et  $\dot{v}(0)$ , les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être définies, et finalement, on obtient :

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} \left[ \frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D} \sin \omega_D t + v(0) \cos \omega_D t \right] \quad (3.19)$$

La réponse est une oscillation harmonique simple d'amplitude :

$$\rho = \left\{ \left[ \frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D} \right]^2 + [v(0)]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.20)$$

La figure 3.3 représente la réponse d'un système sous-amorti.

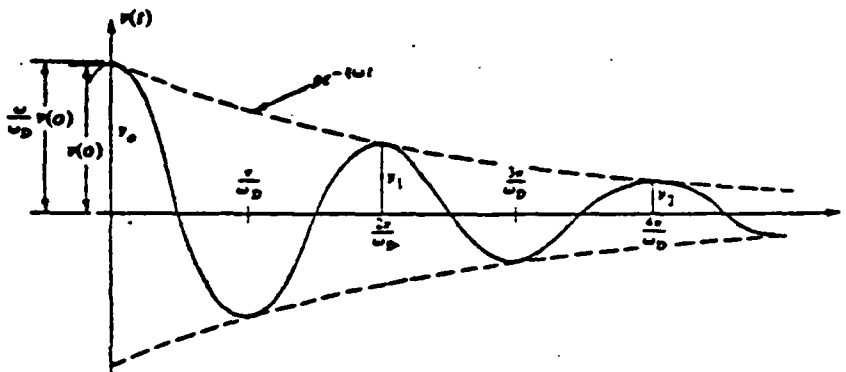


Figure 3.3 - REPONSE LIBRE d'un SYSTEME SOUS AMORTI.

Un système sous-amorti comme représente la figure ci-dessus, oscille de part et d'autre de la position à déplacement nul, avec la fréquence circulaire constante  $\omega_D$ , mais son amplitude décroît exponentiellement au fur et à mesure que la réponse s'amortit.

Les caractéristiques de l'amortissement réelles des systèmes structuraux types étant complexes, dans les cas courants, on exprime l'amortissement de tels systèmes au moyen de coefficients d'amortissement visqueux équivalents  $\xi$ , qui présentent des caractéristiques de décroissance comparables dans le cas d'oscillations libres.

Pour évaluer l'influence du coefficient d'amortissement  $\xi$  sur la réponse en oscillations libres, considérons deux pics successifs. La réponse du système représenté sur la figure 3.3. Le rapport des amplitudes de ces deux pics est :

$$\frac{v_n}{v_{n+1}} = \exp \left( 2\pi \xi \frac{\omega}{\omega_D} \right) \quad (3.21)$$

en prenant le logarithme népérien des deux côtés de l'équation précédente, on obtient le *décrément logarithmique*  $\delta$

$$\delta = L_n \frac{v_n}{v_{n+1}} = 2\pi \xi \frac{\omega}{\omega_D} \quad (3.22)$$

ayant  $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$

On a : 
$$\delta = \frac{2\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.23)$$

Pour de faibles amortissements rencontrés dans les cas courants, on peut écrire la relation précédente de façon approchée :

$$\delta = 2\pi \xi \quad (3.24)$$

d'où 
$$\delta = L_n \frac{v_n}{v_{n+1}} = 2\pi \xi \quad (3.25)$$

et si l'on développe en série :

$$\frac{v_n}{v_{n+1}} = e^\delta = e^{2\pi\xi} = 1 + 2\pi\xi + \frac{(2\pi\xi)^2}{2} + \dots \quad (3.26)$$

Pour une précision satisfaisante pour les petites valeurs de  $\xi$  les deux premiers termes de la série suffisent.

Dans ce cas :

$$\xi = \frac{v_n - v_{n+1}}{2\pi v_{n+1}} \quad (3.27)$$

La figure 3.4 permet de corriger le coefficient d'amortissement obtenu par la méthode approchée :

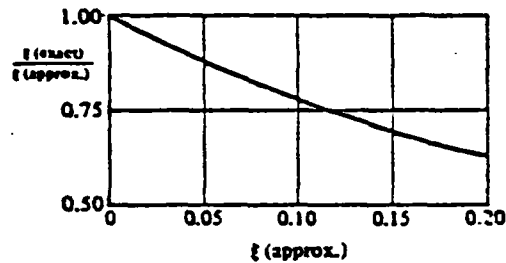


Figure 3.4 - FACTEUR de CORRECTION du COEFFICIENT d'AMORTISSEMENT (pour être utilisé avec les résultats de l'équation (3.27)).

Pour les systèmes peu amortis, on peut considérer des pics de réponse séparés par plusieurs ( $m$ ) cycles, dans ce :

$$L_n \frac{v_n}{v_{n+m}} = 2 m \pi \xi \frac{w}{w_D} \quad (3.28)$$

En développant en série, et ne conservant que deux premiers termes, on obtiendra :

$$\xi = \frac{v_n - v_{n+m}}{2m\pi v_{n+m}} \quad (3.29)$$

#### IV RÉPONSE D'UN SYSTÈME A UN DEGRÉ DE LIBERTÉ

##### 4.1 REPONSE A UN CHARGEMENT HARMONIQUE

##### 4.11 Système non Amorti

En considérant le système de la figure 2.1, soumis à un chargement  $P(t)$  harmonique en fonction du temps d'amplitude  $P_0$  et de fréquence circulaire  $\bar{\omega}$ , l'équation du mouvement devient :

$$m\ddot{v}(t) + c\dot{v}(t) + kv(t) = P_0 \sin \bar{\omega}t \quad (4.1)$$

Si l'on suppose le système non amorti, la solution homogène de cette équation est :

$$v_o(t) = A \sin \omega t + b \cos \omega t \quad (4.2)$$

Pour avoir la solution générale, on ajoute la réponse particulière à la solution homogène. On admet que la réponse d'un chargement harmonique est harmonique en phase avec le chargement. Ainsi :

$$v_p(t) = G \sin \bar{\omega} t \quad (4.3)$$

on détermine l'amplitude  $G$  en substituant l'expression de  $v_p(t)$  dans l'équation du mouvement :

$$- m \bar{\omega}^2 G \sin \bar{\omega}t + kG \sin \bar{\omega}t = P_0 \sin \bar{\omega}t \quad (4.4)$$

ou bien

$$G \left( 1 - \frac{\bar{\omega}^2}{\omega^2} \right) = \frac{P_0}{k} \quad \omega^2 = k/m$$

ainsi

$$G = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} \quad \beta = \bar{\omega}/\omega \quad (4.5)$$

La solution générale est alors :

$$v(t) = v_c(t) + v_p(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} \sin \bar{\omega} t \quad (4.6)$$

Les valeurs des coefficients  $A$  et  $B$  dépendent des conditions initiales, dans le cas où  $v(0) = \dot{v}(0) = 0$ , ces constantes ont pour valeurs :

$$A = -\frac{P_0 \beta}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta^2} ; B = 0 \quad (4.7)$$

et la réponse du système :

$$v(t) = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} (\sin \bar{\omega} t - \beta \sin \omega t) \quad (4.8)$$

où

$\frac{P_0}{k} = v_{st}$  déplacement statique, le déplacement qui serait produit si la force  $F_0$  était appliquée statiquement.

$1/(1 - \beta^2)$  Facteur d'amplification représentant l'effet d'amplification dynamique de la charge harmoniquement appliquée

$\sin \bar{\omega} t$  Composante de la réponse à la fréquence de la charge appliquée = réponse en mouvement permanent

$\beta \sin \omega t$  Composante de la réponse à la fréquence propre du système = réponse transitoire.

Ce dernier est appelé réponse transitoire, car en pratique, l'amortissement le fait disparaître.

#### 4.12 Système amorti

En présence de l'amortissement, la réponse de l'équation du mouvement peut être obtenue aisément, ainsi la réponse générale est :

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) + \frac{P_0}{k} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \left[ (1-\beta^2) \sin \omega t - 2\xi\beta \cos \omega t \right] \quad (4.9)$$

dont l'amplitude est :

$$\rho = \frac{P_0}{k} \left[ (1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right]^{-1/2} \quad (4.10)$$

#### 4.13 Facteur de réponse

Le rapport de la réponse dynamique à la réponse statique,  $R(t)$  moyen de mesure de l'influence de l'aspect dynamique de la charge, est appelé "facteur de réponse" et a pour expression :

$$R(t) = \frac{v(t)}{v_{st}} = \frac{v(t)}{P_0/k} \quad (4.11)$$

#### 4.14 Coefficient d'Amplification Dynamique

Le rapport de l'amplitude de la composante du mouvement permanent au déplacement statique qui serait produit par la force  $P_0$ , s'appelle le coefficient d'amplification dynamique,  $D$ , soit :

$$D = \frac{\rho}{v_{st}} = \frac{\rho}{P_0/k} = \left[ (1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right]^{-1/2} \quad (4.12)$$

La figure 4.1 illustre la variation de ce facteur en fonction de la fréquence et de l'amortissement.

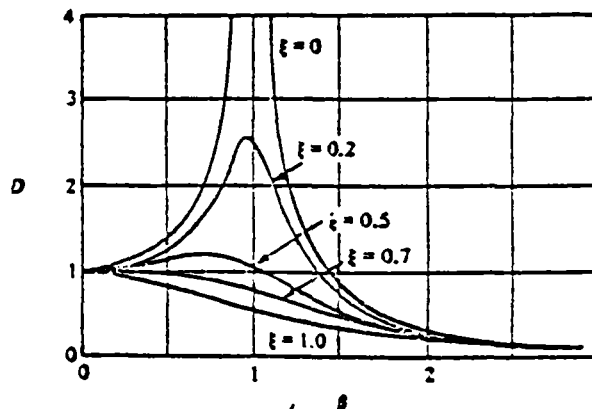


Figure 4.1 - FACTEUR d'AMPLIFICATION DYNAMIQUE en FONCTION de la FREQUENCE et de l'AMORTISSEMENT.

#### 4.15 Résonance

La figure 4.1 montre que le sommet de la réponse en mouvement permanent apparaît pour les valeurs de  $\beta$  proche de l'unité.

Lorsque la fréquence de la force appliquée, elle est égale à la fréquence propre du système ( $\beta = \bar{w}/w = 1$ ), on dit que le système est en résonance. Dans ces conditions ( $\beta = 1$ ) la réponse en mouvement permanent d'un système non amorti tend vers l'infini. Le coefficient d'amplification dynamique à la résonance est inversement proportionnel au coefficient d'amortissement.

$$D_{\beta=1} = \frac{1}{2\xi} \quad (4.13)$$

En considérant de nouveau l'équation (4.9) pour  $\beta = 1$ , nous avons :

$$v(t) = e^{-\xi\omega t} (A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t) - \frac{P_0}{k} \frac{\cos \omega t}{2\xi} \quad (4.14)$$

Supposons que le système soit mis au mouvement à partir de son état au repos, avec les conditions initiales  $v(0) = \dot{v}(0) = 0$ , les constantes  $A$  et  $B$  seront :

$$A = \frac{P_0}{k} \frac{\omega}{2\omega_D} = \frac{P_0}{k} \frac{1}{2\sqrt{1-\xi^2}} ; \quad B = \frac{P_0}{k} \cdot \frac{1}{2\xi} \quad (4.15)$$

ainsi :

$$v(t) = \frac{1}{2\xi} \frac{P_0}{k} \left[ e^{-\xi\omega t} \left( \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_D t + \cos \omega_D t \right) - \cos \omega t \right] \quad (4.16)$$

Pour les valeurs de l'amortissement rencontrées dans le cas des structures courantes, le terme en *sinus* dans cette équation peut être négligé et la fréquence amortie ( $\omega_D$ ) peut être prise égale à la fréquence non amortie ( $\omega$ ) d'où le rapport de réponse  $R(t)$  :

$$R(t) = \frac{v(t)}{P_1/k} = \frac{1}{2\xi} (e^{-\xi\omega t} - 1) \cos \omega t \quad (4.17)$$

Pour un système non amorti ( $\xi = 0$ ) cette équation devient indéterminée, mais

par la loi de l'Hospital, le coefficient de réponse à la résonance d'un système non amorti devient :

$$R(t) = \frac{1}{2} (\sin wt - wt \cos wt) \quad (4.18)$$

Les figures 4.2a et 4.2b montrent comment la réponse à la résonance est construite pour un système non amorti et pour un système amorti.

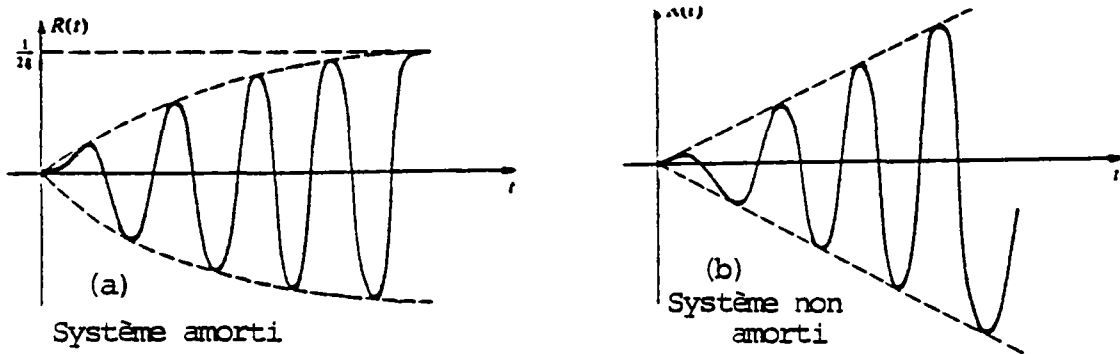


Figure 4.2 - REPONSE à un CHARGEMENT en RESONANCE ( $\beta = 1$ ) pour des CONDITIONS INITIALES au REPOS.

Dans les deux cas on remarque que la réponse augmente avec le nombre de cycles. Dans le cas d'un système non amorti, la réponse augmente indéfiniment à moins que la fréquence ne change. Pour un système amorti, l'amortissement limite la réponse à la résonance à un niveau inférieur. Le nombre de cycles nécessaire pour que la réponse atteigne son sommet pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement est donné par la figure 4.3.

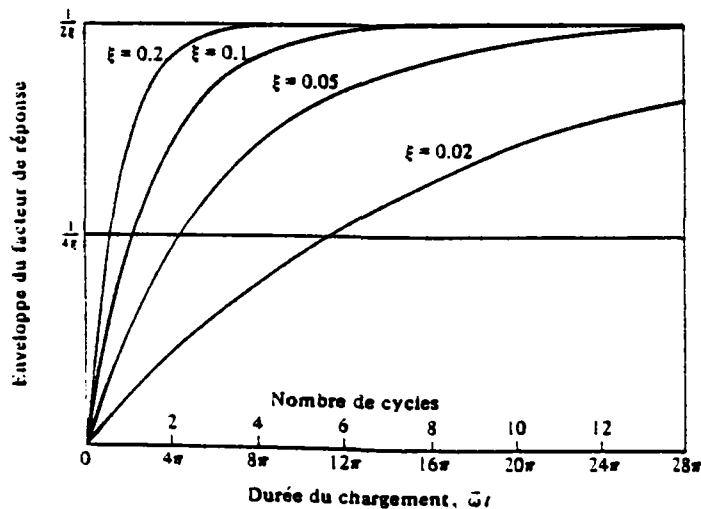


Figure 4.3 - TAUX de CROISSANTE de la REPONSE RESONNANTE à PARTIR de l'ETAT au REPOS.

#### 4.2 REPONSE à un CHARGEMENT PERIODIQUE QUELCONQUE

##### Développement en Série de Fourier de la Charge Appliquée

Connaissant l'expression de la réponse d'un système à un degré de liberté pour une excitation harmonique, on peut évaluer la réponse pour un chargement périodique quelconque.

En fait, il suffit d'exprimer la fonction de chargement, pour une série de Fourier, puis ayant la réponse pour chaque terme de la série qui est un chargement harmonique, et en utilisant le principe de superposition, la somme des réponses dues à chaque terme de la réponse est la réponse au charge périodique.

Un chargement périodique quelconque  $P(t)$  peut être exprimé par la série de Fourier :

$$P(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{2\pi n}{T_p} t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{2\pi n}{T_p} t \quad (4.19)$$

où  $T_p$  est la période de chargement appliqué.

Les coefficients de cette série sont évalués par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} P(t) dt \\ a_n &= \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} P(t) \cos \frac{2\pi n}{T_p} t dt \\ b_n &= \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} P(t) \sin \frac{2\pi n}{T_p} t dt \end{aligned} \quad (4.20)$$

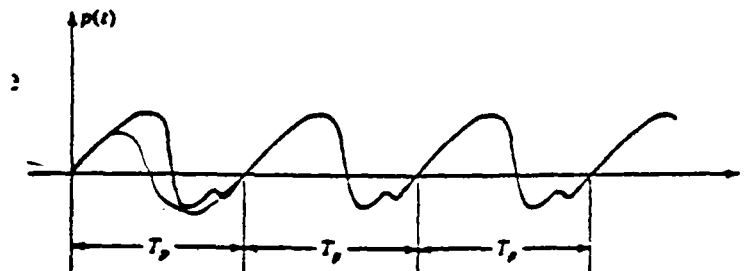


Figure 4.4 - CHARGEMENT PERIODIQUE QUELCONQUE.

Ainsi un chargement périodique exprimé par une série de Fourier, comprend une force constante et une série de chargements harmoniques de fréquences  $\bar{\omega}_n$  et d'amplitudes  $a_n$  et  $b_n$ . La composante permanente de la réponse d'un système à un degré de liberté produit par le terme constant, le terme en sinus et finalement le terme en cosinus de la série, est donnée par les équations :

Terme constant :  $v_0 = \frac{a_0}{k}$

Termes en sinus :  $v_n(t) = \frac{b_n}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta_n^2} \sin n \bar{\omega}_1 t$  (4.21)

Termes en cosinus :  $v_n(t) = \frac{a_n}{k} \cdot \frac{1}{1 - \beta_n^2} \cos n \bar{\omega}_1 t$

avec :  $\beta_n = \frac{\bar{\omega}_n}{\omega} = \frac{n \bar{\omega}_1}{\omega}$

La réponse totale est la somme de ces réponses :

$$v(t) = \frac{1}{k} \left[ a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \beta_n^2} (a_n \cos n \bar{\omega}_1 t + b_n \sin n \bar{\omega}_1 t) \right] \quad (4.22)$$

Pour un système non amorti, l'expression de la réponse devient :

$$v(t) = \frac{1}{k} \left[ a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 - \beta_n^2)^2 + (2\xi\beta_n)^2} \times \left[ a_n 2\xi\beta_n + b_n (1 - \beta_n^2) \right] \sin n \bar{\omega}_1 t + \left[ a_n (1 - \beta_n^2) - b_n 2\xi\beta_n \right] \cos n \bar{\omega}_1 t \right] \quad (4.23)$$

Les coefficients  $a_n$  et  $b_n$  sont les coefficients de série donnés par les relation (4.20).

#### 4.3 REPONSE à un CHARGEMENT par IMPULSION

Un chargement par impulsion est un chargement dynamique de courte durée qui consiste généralement en une impulse principale.

Dans le calcul de la réponse maximale d'un système pour une impulsion, l'amortissement joue un rôle moins important que dans le cas de chargement harmonique ou de chargement périodique.

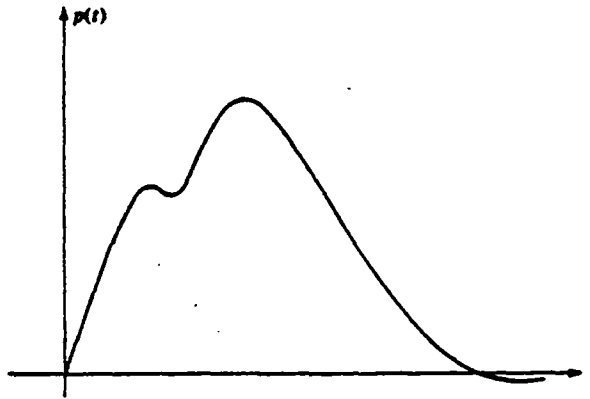


Figure 4.5 - CHARGEMENT par IMPULSION

On distingue deux phases dans la réponse d'un système à une impulsion, correspondant dans l'ordre, à la phase (I) pendant laquelle le système est soumis à la charge, suivi par la phase (II) où le système a une vibration libre.

En fonction de la forme de l'impulse (rectangle, demi-sinus, triangle) et le rapport de la durée de chargement ( $t_1$ ) sur la période du système ( $T$ ) la réponse maximale a lieu pendant la première ou la deuxième phase. La réponse maximale se produit en phase (I) si  $t_1 > 0.5 T$  pour une impulsion rectangulaire ou demi-sinusoidale ou  $t_1 > 0.4 T$  pour une impulsion rectangulaire, sinon pendant le mouvement libre du système.

D'autre part, dans le cas de chargement de longue durée, par exemple,  $t_1/T > 1$ , le coefficient d'amplification dynamique dépend principalement de la vitesse à laquelle la force atteint sa valeur maximale.

Dans le cas de chargement de courte durée, par exemple,  $t_1/T < 1/4$ , l'amplitude du déplacement maximale dépend principalement de la valeur de l'impulsion appliquée  $I = \int_0^{t_1} P(t) dt$  et n'est que peu influencée par sa forme. Le coefficient d'amplification dynamique par contre, dépend directement de la forme de la fonction de chargement car il est proportionnel au rapport de la surface sous la fonction de chargement sur l'amplitude maximum du pic de cette fonction.

Une façon pratique d'évaluer de manière approchée la réponse maximum à un chargement pour l'impulsion de courte durée consiste à exprimer la variation de

de quantité du mouvement d'une masse  $m$

$$m\dot{\Delta v} = \int_0^{t_1} [P(t) - kv(t)] dt \quad (4.24)$$

où  $\Delta v$  est la variation de vitesse produite par l'application de l'impulsion  $P(t)$ . On notera que pour les courtes durées d'application  $t_1$ , le déplacement  $v(t_1)$  développé, est de l'ordre de  $(t_1)^2$ , alors que la variation de vitesse  $\Delta v$  est de l'ordre de  $t_1$ . Comme l'impulsion appliquée est aussi de l'ordre de  $t_1$  le terme  $kv(t)$  tend vers zéro avec  $t_1$  et est négligeable dans cette équation pour les impulsions de courte durée.

$$\text{Ainsi : } m\Delta v = \int_0^{t_1} P(t) dt \quad (4.25)$$

$$\Delta v = \frac{1}{m} \int_0^{t_1} P(t) dt \quad (4.26)$$

lorsque  $t > t_1$ , la force appliquée est égale à zéro et la réponse est une vibration libre.

$$v(\bar{t}) = \frac{\dot{v}(t_1)}{\omega} \sin \omega \bar{t} + v(t_1) \cos \omega \bar{t} \quad (4.27)$$

avec  $\bar{t} = t - t_1$

or  $v(t_1)$  est suffisamment petit, négligeable en pratique et de plus  $\dot{v}(t_1) = \Delta v$

Ainsi on obtient la relation suivante :

$$v(\bar{t}) = \frac{1}{m \omega} \left( \int_0^{t_1} P(t) dt \right) \sin \omega \bar{t} \quad (4.28)$$

#### 4.4 REPONSE à une EXCITATION DYNAMIQUE QUELCONQUE

##### Intégrale de Duhamel pour un Système non Amorti

La procédure concernant le calcul de la réponse approchée pour une impulsion de courte durée peut-être utilisée plus généralement et être étendue au cas de l'excitation dynamique quelconque.

Considérons le chargement quelconque  $P(t)$ , présenté sur la figure 4.6 avec

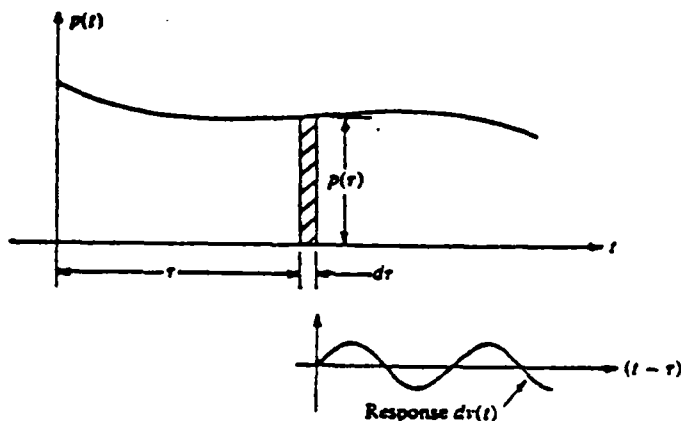


Figure 4.6 - DETERMINATION de l'INTEGRALE de DUHAMEL.

l'intensité  $P(\tau)$  à l'instant  $t = \tau$ . Cette charge agissant pendant un intervalle de temps  $d\tau$ , produit une impulsion de courte durée de  $P(\tau)d\tau$  sur la structure. Pour évaluer la réponse, on peut utiliser l'équation (4.28). Il faut noter que, même si cette méthode est une méthode approchée pour une impulsion de courte durée, elle devient exacte lorsque la durée  $d\tau$  tend vers zéro. Ainsi pour un intervalle différentiel de temps  $d\tau$  la réponse produite par la charge  $P(\tau)$  est exactement : ( $t > \tau$ ).

$$\dot{v}(t) = \frac{P(\tau) d\tau}{m\omega} \sin \omega(t - \tau) \quad (4.29)$$

Dans cette expression  $\dot{v}(t)$  est la réponse différentielle à l'impulsion différentielle  $P(\tau)d\tau$ , pour  $t > \tau$ . Ce n'est pas la variation de  $v$  pendant le temps  $d\tau$ .

L'historique complet du chargement peut alors être considéré comme une succession d'impulsions, chacune produisant une réponse du type exprimé par l'équation précédente. Pour un système linéaire, la réponse totale peut alors être obtenue en intégrant l'équation précédente de 0 à  $t$  :

$$v(t) = \frac{1}{m\omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (4.30)$$

Cette expression est généralement connue sous le nom d'Intégrale de Duhamel pour les systèmes non amortis.

On peut l'utiliser pour évaluer la réponse d'un système à un degré de liberté, non amorti, soumis à une excitation quelconque. Evidemment, pour une fonction de chargement arbitraire, on aura recours à une intégration numérique.

L'équation (4.30) peut aussi s'écrire :

$$v(t) = \int_0^t P(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (4.31)$$

où  $h(t - \tau) = \frac{1}{m \omega} \sin(t - \tau) \quad (4.32)$

La fonction  $h(t - \tau)$  est généralement appelée réponse à une impulsion unité, car elle exprime la réponse du système à une impulsion de valeur unité appliquée au temps  $t = \tau$ .

Pour les expressions précédentes on a supposé qu'au temps  $t = 0$ , le système était au repos. Pour tout autre cas, si  $v(0) \neq 0$  et/ou  $\dot{v}(0) \neq 0$ , la solution générale comprendrait des termes additionnels de vibration libre.

En général :

$$v(t) = \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \sin \omega t + v(0) \cos \omega t + \frac{1}{m \omega} \int_0^t P(\tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau \quad (4.33)$$

#### REPONSE d'un SYSTEME AMORTI

Dans ce cas la vibration initiée par l'impulsion différentielle  $P(\tau)d\tau$  décroît exponentiellement, si l'on pose :

$$v(0) = 0$$

$$\dot{v}(0) = (P(\tau)d\tau) / m$$

L'équation (4.22) devient pour  $t > \tau$

$$\dot{v}(t) = e^{-\xi \omega(t-\tau)} \left[ \frac{P(\tau)d\tau}{m \omega_D} \sin \omega_D(t - \tau) \right] \quad (4.34)$$

On obtient la réponse au temps  $t$  en intégrant l'expression précédente dans l'intervalle  $(0, t)$

$$v(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) d\tau \quad (4.35)$$

et la réponse à une impulsion unité pour un système amorti :

$$h(t-\tau) = \frac{1}{m\omega_D} e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_D(t-\tau) \quad (4.36)$$

## V SYSTÈMES A PLUSIEURS DEGRÉS DE LIBERTÉ

### 5.1 SELECTION des DEGRES de LIBERTÉ

N'importe quelle structure peut être représentée sous la forme d'un système à un degré de liberté dont la réponse d'une excitation dynamique peut être exprimée par une équation différentielle unique. (représentation par un système à un degré de liberté des structures, est possible notamment par l'utilisation des paramètres généralisés et la méthode de Rayleigh).

Si les caractéristiques mécaniques du système sont telles qu'une coordonnée unique suffit à exprimer son mouvement et qu'aucun mouvement n'est possible en dehors de celui-là, alors le système est à un degré de liberté, et la solution de l'équation conduit à la réponse dynamique exacte. Si par contre, la structure possède d'autres modes de déplacement, la solution de l'équation du mouvement pour la présentation de cette structure par un système à un degré de liberté, ne montre qu'une *représentation* approchée du comportement dynamique.

En général, on ne peut pas exprimer de manière correcte la réponse dynamique d'une structure par sa présentation comme un modèle à un seul degré de liberté. On représente alors une telle structure et son mouvement à l'aide de plusieurs coordonnées de déplacement, autrement dit, on considère plusieurs degrés de liberté pour la structure.

Pour un système avec des paramètres discrets, les amplitudes de certains points

spécifiés peuvent être choisis comme les degrés de liberté. Les degrés de liberté peuvent aussi être des coordonnées généralisées représentant les amplitudes de certains modes de déplacement.

Dans ce qui suit, nous utilisons la première approche. Avec cette approche le système est idéalisé par des éléments finis et les masses concentrées.

Pour le développement des équations de mouvement pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté, nous considérons comme un exemple représentatif, la poutre sur deux appuis simples, montrée sur la figure 5.1.

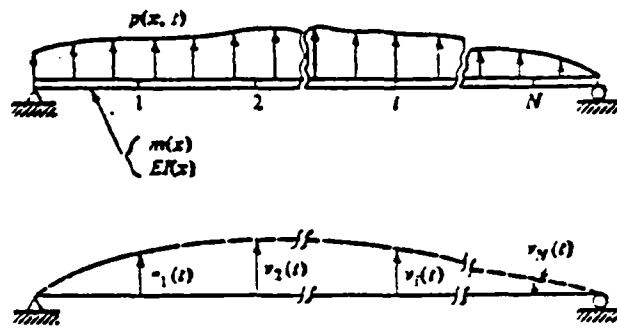


Figure 5.1 - SYSTEME à PLUSIEURS DEGRES de LIBERTE

Toute autre structure pourrait faire l'objet de la même discussion. Nous simplifions à l'aide de cet exemple la visualisation des facteurs mécaniques qui permettent l'évaluation des forces agissant sur la structure.

Supposons la déformée de cette structure représentée par un ensemble discret de déplacements de points répartis le long de la poutre, soit :  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$ , ...  $v_i(t)$ , ...  $v_n(t)$ .

Ces points peuvent en principe être choisis arbitrairement, ils seront néanmoins en pratique choisis, de manière qu'ils prennent en considération toute particularité et les aspects spécifiques des propriétés physiques de la structure, et qu'ils soient distribués de façon à prévoir une bonne définition de la déformée.

Le nombre de degrés de liberté (les déplacements des points considérés) est laissé au choix. Evidemment une meilleure approximation du comportement dynamique sera fournie par un plus grand nombre de degrés de liberté, néanmoins, d'excellents résultats peuvent souvent être obtenus avec seulement deux ou trois degrés de liberté. Dans l'exemple de la poutre considérée, on n'a pris que la composante verticale du déplacement à chaque noeud. On aurait pu augmenter le nombre de degrés de liberté en considérant d'autres composantes du déplacement à chaque noeud : par exemple : la rotation  $(\partial v / \partial x)$  et/ou le déplacement axial.

## 5.2 L'EQUILIBRE DYNAMIQUE

L'équation du mouvement du système s'exprime en écrivant l'équilibre des forces effectivement associées à chaque degré de liberté. En général, on aura quatre types de forces à chaque noeud  $i$  : la force externe appliquée  $P_i(t)$  et les forces induites par le mouvement lui-même, c'est-à-dire, la force d'inertie  $f_{Ii}$ , la force d'amortissement  $f_{Di}$ , et la force élastique  $f_{Si}$ . Le système d'équations d'équilibre s'écrit donc :

$$\begin{aligned} f_{I1} + f_{D1} + f_{S1} &= P_1(t) \\ f_{I2} + f_{D2} + f_{S2} &= P_2(t) \\ f_{I3} + f_{D3} + f_{S3} &= P_3(t) \end{aligned} \tag{5.1}$$

soit, sous forme matricielle :

$$\mathbf{f}_I + \mathbf{f}_D + \mathbf{f}_S = \mathbf{P}(t) \tag{5.2}$$

chaque force résistante s'exprime au moyen de coefficients d'influence. Par exemple, la composante élastique de la force fournie au point 1, dépend en général des composantes des déplacements de tous les autres points de la structure ainsi au point 1 :

$$f_{S1} = K_{11} v_1 + K_{12} v_2 + K_{13} v_3 + \dots + K_{1N} v_N \tag{5.3}$$

De la même manière, la force correspondante au degré de liberté  $v_2$  est :

$$f_{S2} = K_{21} v_1 + K_{22} v_2 + K_{23} v_3 + \dots + K_{2N} v_N \quad (5.4)$$

et en règle générale :

$$f_{Si} = K_{i1} v_1 + K_{i2} v_2 + \dots + K_{iN} v_N \quad (5.5)$$

Ces expressions supposent évidemment que la structure a un comportement linéaire de sorte que le principe de superposition s'applique. Les  $K_{ij}$  sont appelés *coefficients d'influence de rigidité*.

$K_{ij}$  = force correspondante à la coordonnée  $i$  produite par un déplacement unité de la coordonnée  $j$ .

L'expression des forces  $S_i$  peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} f_{S1} \\ f_{S2} \\ \dots \\ f_{Si} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1i} & \dots & K_{1N} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2i} & \dots & K_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{i1} & K_{i2} & K_{i3} & \dots & K_{ii} & \dots & K_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_i \\ \dots \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

ou encore, symboliquement :

$$f_s = K v \quad (5.7)$$

$K$  s'appelle la *matrice de rigidité* de la structure (pour le système de coordonnées choisies) et  $v$  est le vecteur déplacement représentant la déformée de la structure.

Si l'on admet que l'amortissement ne dépend que de la vitesse, c'est-à-dire qu'il est du type visqueux, les forces d'amortissement peuvent s'exprimer de la même manière que plus haut, au moyen de coefficients d'influence d'amortissement.

$$\begin{bmatrix} f_{D1} \\ f_{D2} \\ \cdot \\ f_{Di} \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & \dots & C_{1i} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & \dots & C_{2i} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{i1} & C_{i2} & C_{i3} & \dots & C_{ii} & \dots & C_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dots \\ \dot{v}_i \\ \dots \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$\dot{v}_i$  représente le taux de changement (vitesse) de la coordonnée de déplacement  $i$  et les coefficients  $C_{ij}$  sont appelés *coefficients d'influence d'amortissement*.

$C_{ij}$  = force correspondante à la coordonnée  $i$  causée par une vitesse unité de la coordonnée  $j$ .

L'expression précédente peut s'écrire symboliquement :

$$\mathbf{f}_D = \mathbf{C} \dot{\mathbf{v}} \quad (5.9)$$

où  $\mathbf{C}$  est la matrice d'amortissement et  $\dot{\mathbf{v}}$  est le vecteur vitesse.

Similairement les forces d'inertie peuvent s'exprimer au moyen de coefficients d'influence appelés *coefficients d'influence de masse*,  $m_{ij}$ , liant les accélérations de chaque degré de liberté à la résultante correspondante des forces d'inertie.

Ainsi :

$$\begin{bmatrix} f_{I1} \\ f_{I2} \\ \cdot \\ f_{Ii} \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1i} & \dots & m_{1N} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \dots & m_{2i} & \dots & m_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{i1} & m_{i2} & m_{i3} & \dots & m_{ii} & \dots & m_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{v}_1 \\ \ddot{v}_2 \\ \dots \\ \ddot{v}_i \\ \dots \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$\ddot{v}_i$  est l'accélération de la coordonnée de déplacement  $i$  et les coefficients d'influence de masse  $m_{ij}$  sont définis par :

$m_{ij}$  = force correspondante à la coordonnée  $i$  causée par une accélération unité de la coordonnée  $j$ .

Sous forme symbolique, cette relation s'écrit :

$$f_I = m \ddot{V} \quad (5.11)$$

La matrice des coefficients d'influence de masse  $m$  s'appelle la *matrice de masse* de la structure et  $\ddot{V}$  est le vecteur d'accélération.

On peut finalement exprimer l'équilibre dynamique global de la structure au moyen des relations développées plus haut :

$$m\ddot{v} + c\dot{v} + kv = P(t) \quad (5.12)$$

### 5.3 DETERMINATION des FREQUENCES PROPRES de VIBRATION

L'équation du mouvement pour un système en vibration libre et sans amortissement s'obtient à partir de l'équation générale du mouvement, en omettant la fonction de chargement et la force d'amortissement ; soit :

$$m \ddot{v} + K v = 0 \quad (5.13)$$

où  $0$  est un vecteur zéro.

L'analyse de vibration consiste à déterminer les conditions sous lesquelles l'équation précédente permet que les mouvements aient lieu. Par analogie avec le comportement des systèmes à un degré de liberté, on suppose que le mouvement libre est un mouvement harmonique simple, qui s'exprime sous la forme :

$$v(t) = \hat{v} \sin(\omega t + \theta) \quad (5.14)$$

Dans cette expression,  $\vartheta$  représente l'allure de la déformée possible du système (allure qui est indépendante du temps, seule son amplitude varie avec le temps).  $\theta$  dans cette équation est un angle de déphasage. La dérivée seconde de l'expression précédente par rapport au temps donne les accélérations en mouvement libre :

$$\ddot{v}(t) = -\omega^2 \vartheta \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 v(t) \quad (5.15)$$

Substituant ces deux dernières expressions dans la première, nous obtenons l'expression :

$$\omega^2 m \vartheta \sin(\omega t + \theta) + K \vartheta \sin(\omega t + \theta) = 0 \quad (5.16)$$

qui doit être vérifiée quelque soit  $t$ , donc pour toutes les valeurs de la fonction sinus, donc :

$$-\omega^2 m \vartheta + K \vartheta = 0$$

soit, en arrangeant :

$$[K - \omega^2 m] \vartheta = 0 \quad (5.17)$$

On peut montrer, au moyen de la règle de Cramer que la solution de ce système d'équations simultanées est de la forme :

$$\vartheta = \frac{0}{||K - \omega^2 m||} \quad (5.18)$$

Une solution non triviale n'est donc possible que si le déterminant dénominateur est nul. Autrement dit, les vibrations libres d'amplitudes finies sont possibles si :

$$||K - \omega^2 m|| = 0 \quad (5.19)$$

cette équation est appelée l'équation des fréquences du système.

En développant ce déterminant, on obtient une équation polynomiale de degré  $N$  en  $(\omega^2)$  pour un système à  $N$  degrés de liberté. Les  $N$  solutions de cette équation  $(\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2, \dots, \omega_N^2)$  sont les carrés des fréquences des  $N$  modes de vibrations possibles du système.

Le mode correspondant à la fréquence la plus basse est appelé le premier mode, le second mode correspond à la fréquence suivante, etc. En mettant ces fréquences sous forme matricielle, on forme le *vecteur des fréquences*  $\omega$  :

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \omega_N \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Un système structural stable conduit à des matrices de masse et de rigidité symétrique définies positives et par conséquent les racines de l'équation des fréquences seront réelles et positives.

#### 5.4 DETERMINATION des MODES VIBRATOIRES

Une fois les fréquences de vibrations déterminées à partir de l'équation précédente, les équations du mouvement ( - ) s'écrivent :

$$\tilde{E}^{(n)} \hat{v}_n = 0 \quad (5.21)$$

avec :

$$\tilde{E}^{(n)} = K - \omega_n^2 m \quad (5.22)$$

La matrice  $\tilde{E}^{(n)}$  qui est obtenue par soustraction de  $\omega_n^2 m$  de la matrice de rigidité, dépend de la fréquence  $\omega_n$ , donc elle est différente pour chaque mode. L'équation 5.21 est identiquement satisfaite car les fréquences ont été évaluées à partir de cette condition . L'amplitude des vibrations est donc indéterminée.

Cependant la forme générale de ce système vibratoire, associée à une fréquence  $i$ , appelée le *mode*  $i$ , peut être obtenue en résolvant le système en fonction d'une des amplitude supposée connue.

Supposons que le premier élément du vecteur déplacement a une amplitude unité :

$$\begin{bmatrix} \vartheta_{1n} \\ \vartheta_{2n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \vartheta_{Nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vartheta_{1n} \\ \vartheta_{2n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \vartheta_{Nn} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Sous forme plus développée, l'équation (\*) devient :

$$\begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & e_{12}^{(n)} & e_{13}^{(n)} & \dots & e_{1N}^{(n)} \\ e_{21}^{(n)} & e_{22}^{(n)} & e_{23}^{(n)} & \dots & e_{2N}^{(n)} \\ e_{31}^{(n)} & e_{32}^{(n)} & e_{33}^{(n)} & \dots & e_{3N}^{(n)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{N1}^{(n)} & e_{N2}^{(n)} & e_{N3}^{(n)} & \dots & e_{NN}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \vartheta_{2n} \\ \vartheta_{3n} \\ \cdot \\ \vartheta_{Nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

où l'on a utilisé le partitionnement pour caractériser les amplitudes de déplacement inconnues. L'expression précédente peut s'écrire sous forme symbolique :

$$\begin{bmatrix} e_{11}^{(n)} & \tilde{\mathbf{E}}_{10}^{(n)} \\ \tilde{\mathbf{E}}_{01}^{(n)} & \tilde{\mathbf{E}}_{00}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \hat{v}_{on} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

d'où  $\tilde{\mathbf{E}}_{01}^{(n)} + \tilde{\mathbf{E}}_{00}^{(n)} \hat{v}_{on} = P$  (5.26)

et  $e_{11}^{(n)} + \tilde{\mathbf{E}}_{10}^{(n)} \hat{v}_{on} = P$  (5.27)

La première de ces équations peut être résolue simultanément pour les amplitudes de déplacement :

$$\vartheta_{on} = - (\tilde{E}_{00}^{(n)})^{-1} \tilde{E}_{01}^{(n)} \quad (5.28)$$

Par contre, la deuxième est surabondante ; ceci correspond au fait que l'équation (5.21) est identiquement satisfaite. Le fait que le vecteur déplacement que l'on obtient à partir de l'équation (5.28) doit satisfaire l'équation surabondante, procure un moyen de vérifier l'exactitude de la solution trouvée. Les amplitudes des déplacements obtenus pour le vecteur  $\hat{\vartheta}_{on}$ , complétées de la composante d'amplitude unité, constituent le vecteur déplacement associé au  $i^{\text{ème}}$  mode de vibration. Ce vecteur est généralement présenté sous une forme sans dimension en divisant toutes les composantes par une composante de référence. Le vecteur ainsi obtenu est appelé le  $n^{\text{ième}}$  mode vibratoire  $\phi_n$  soit :

$$\phi_n = \begin{bmatrix} \vartheta_{1n} \\ \vartheta_{2n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \vartheta_{Nn} \end{bmatrix} = \frac{1}{\vartheta_{Kn}} \begin{bmatrix} 1 \\ \vartheta_{2n} \\ \vartheta_{3n} \\ \cdot \\ \vartheta_{Nn} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

où  $\vartheta_{Kn}$  est cette composante de référence. Chacun de  $N$  modes vibratoires peut être déterminé de la même façon, soit  $\phi$  la matrice carrée de dimension  $N$  représentant les  $N$  modes vibratoires :

$$\phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \dots & \phi_{3N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & & \phi_{N3} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

La détermination des fréquences et des modes vibratoires d'une structure se résume donc à un problème mathématique, d'algèbre matricielle de calcul des valeurs et des vecteurs propres d'une matrice. Les fréquences de vibration du système sont les racines carrées des valeurs propres, et les modes vibratoires correspondent aux vecteurs propres.

## 5.5 METHODES APPROCHEES de CALCUL de FREQUENCE PROPRE

Pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté, en pratique, on n'a pas besoin de calculer toutes les fréquences propres, en général, quelques premières fréquences suffisent. Dans ces cas là, on emploie les méthodes approchées, qui permettent de calculer uniquement les fréquences désirées. Nous rappelons les méthodes approchées connues, sans entrer dans les détails.

Ces méthodes peuvent être récapitulées ainsi :

- Méthode de Reyleigh,
- Méthode de Reyleigh améliorée,
- Méthode de Stodola,
- Méthode de Molzer,
- Méthode de Molzer-Myklestad.

## VI ÉTUDE DE LA RÉPONSE DYNAMIQUE

### 6.1 COORDONNEES PRINCIPALES (NORMALES)

Pour un système quelconque à  $N$  degrés de liberté, la déformée à un instant donné, est définie par les  $N$  composantes du vecteur  $v$  (défini précédemment). Pour la réponse dynamique des systèmes linéaires, une représentation plus utile est fournie par les modes de vibration libre. Ces modes correspondent à  $N$  formes de déplacements indépendants, dont les amplitudes peuvent servir de coordonnées généralisées pour l'expression d'un déplacement quelconque. Les modes de vibration ont le même rôle que les termes trigonométriques dans un développement de Fourier, ils représentent les mêmes avantages, orthogonalité et possibilité d'une représentation satisfaisante des déplacements à l'aide d'une approximation faite avec quelques termes seulement.

Prenons le cas de la structure représentée sur la figure ci-après, dont la déformée est définie par les coordonnées du déplacement, (translation) de trois niveaux choisis sur la structure. Un vecteur déplacement,  $v$ , quelconque pour cette structure, peut être défini, en superposant des amplitudes convenables des trois modes de vibration.

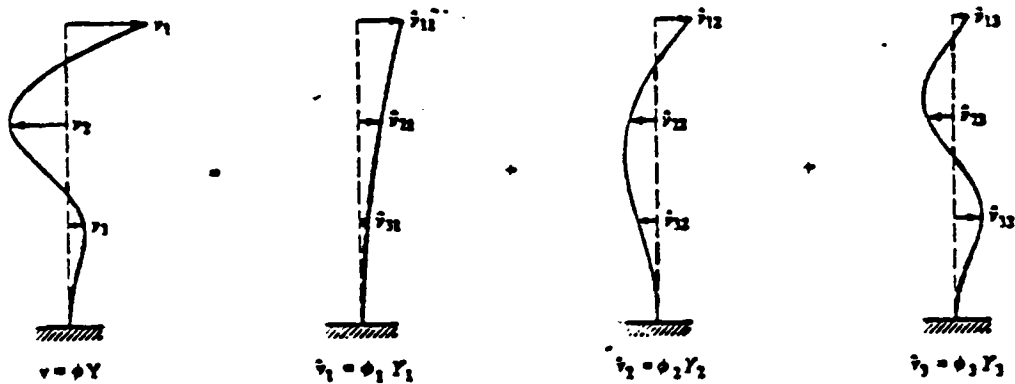


Figure 6.1 - REPRESENTATION des DEPLACEMENTS comme la SOMME des DEPLACEMENTS MODAUX.

Pour chaque composante modale  $v_n$ , les déplacements sont donnés par le vecteur modal  $\phi_n$ , multiplié par l'amplitude modale  $Y_n$ .

Ainsi : 
$$v_n = \phi_n Y_n \quad (6.1)$$

Les déplacements totaux sont la somme des composantes des déplacements modaux.

$$v = \sum_{n=1}^N v_n = \phi_1 Y_1 + \phi_2 Y_2 + \phi_3 Y_3 + \dots + \phi_N Y_N = \sum_{n=1}^N \phi_n Y_n \quad (6.2)$$

ou, en notation matricielle :

$$v = \phi Y \quad (6.3)$$

Dans cette équation, la matrice  $\mathbb{I}$  sert à transformer les coordonnées généralisées  $Y$ , en coordonnées géométriques  $v$ . Les amplitudes modales ou coordonnées généralisées sont appelées les *coordonnées principales* (ou normales) de la structure. Comme la matrice modale  $\mathbb{I}$  d'un système à  $N$  degrés de liberté est formée des  $N$  vecteurs modaux indépendants, elle est régulière et donc inversible. Il est donc toujours possible de résoudre cette équation pour trouver les amplitudes des coordonnées principales  $Y$  associées à un vecteur déplacement quelconque  $v$ .

Cependant, les propriétés d'orthogonalité évitent de résoudre le système d'équations complet pour obtenir  $\mathbf{Y}$ . Pour calculer une coordonnée principale arbitraire ( $Y_n$ ), l'équation précédente peut être multipliée par le produit de la transposée du vecteur modal correspondant par la matrice de masse :  $\phi_n^T \mathbf{m}$ .

$$\text{Ainsi : } \phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{v} = \phi_n^T \mathbf{m} \phi \mathbf{Y} \quad (6.4)$$

Si on développe le membre de droite de cette équation, on obtient :

$$\phi_n^T \mathbf{m} \phi \mathbf{Y} = \phi_n^T \mathbf{m} \phi_1 Y_1 + \phi_n^T \mathbf{m} \phi_2 Y_2 + \dots + \phi_n^T \mathbf{m} \phi_N Y_N \quad (6.5)$$

Tous les termes de cette série s'annulent, sauf celui qui correspond à  $\phi_n$ , à cause de la propriété d'orthogonalité des modes de vibration par rapport à la matrice de masse. Conservant ce terme non nul dans le second membre de l'équation (6.4), on obtient :

$$\phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{v} = \phi_n^T \mathbf{m} \phi_n Y_n \quad (6.6)$$

$$\text{d'où : } Y_n = \frac{\phi_n^T \mathbf{m} \mathbf{v}}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n} \quad (6.7)$$

Il correspond bien sûr à chaque coordonnée principale une expression de ce type.

## 6.2 EQUATIONS DECOUPLEES du MOUVEMENT NON AMORTI

Les propriétés d'orthogonalité des coordonnées principales peuvent être utilisées pour simplifier les équations du mouvement d'un système à plusieurs degrés de liberté. La forme de ces équations, comme précédemment, est fournie par :

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K} \mathbf{v} = \mathbf{P}(t)$$

Pour un système non amorti, ces équations deviennent :

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K} \mathbf{v} = \mathbf{P}(t)$$

Introduisant l'équation  $v = \Phi Y$  et sa dérivée  $\dot{v} = \dot{\Phi} Y$  dans cette équation :

$$m \phi \ddot{Y} + K \phi Y = P(t) \quad (6.8)$$

Si cette équation est multipliée à gauche par la transposée du  $i^{\text{ème}}$  modal  $\phi_n^T$ , elle devient :

$$\phi_n^T m \phi \ddot{Y} + \phi_n^T K \phi Y = \phi_n^T P(t) \quad (6.9)$$

Si les deux termes du membre de gauche sont développés en série, tous les termes sauf le  $n^{\text{ème}}$  s'éliminent grâce aux propriétés d'orthogonalité des modes. Il en résulte que :

$$\phi_n^T m \phi_n \ddot{Y}_n + \phi_n^T K \phi_n Y_n = \phi_n^T P(t) \quad (6.10)$$

On définit alors de nouvelles variables :

$$\begin{aligned} M_n &= \phi_n^T m \phi_n \\ K_n &= \phi_n^T K \phi_n \\ P_n(t) &= \phi_n^T P(t) \end{aligned} \quad (6.11)$$

appelées respectivement coordonnées principales de masse généralisée, de rigidité généralisée et de chargement généralisé pour le  $n^{\text{ème}}$  mode. Après substitution dans l'équation (6.9), cette dernière prend la forme :

$$M_n \ddot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t) \quad (6.12)$$

qui est l'équation du mouvement d'un système à un degré de liberté correspondant au  $n^{\text{ème}}$  mode.

Si l'on multiplie, l'équation du mouvement d'un système en mouvement libre,  $K \phi_n = \omega_n^2 m \phi_n$ , de part et d'autre à droite par  $\phi_n^T$ , la rigidité généralisée du

$n^{\text{ième}}$  mode est le produit de la masse généralisée par la fréquence de vibrations de ce mode.

$$\begin{aligned} \phi_m^T K \phi_n &= \omega_n^2 \phi_n^T m \phi_n \\ K_n &= \omega_n^2 M_n \end{aligned} \quad (6.13)$$

Ce procédé peut être utilisé pour obtenir l'équation du système à un degré de liberté correspondant à chaque mode de vibration de la structure.

Ainsi à l'emploi des coordonnées principales permet de transformer les équations du mouvement, qui constituent un système de  $N$  équations différentielles simultanées, couplées par les termes non diagonaux des matrices de masse et de rigidité, en un système de  $N$  équations indépendantes, en coordonnées principales.

La réponse dynamique peut donc être obtenue en calculant séparément les réponses de chaque mode et en les incorporant à l'équation :

$$v = \phi_1 Y_1 + \phi_2 Y_2 + \dots + \phi_N Y_N = \sum_{n=1}^N \phi_n Y_n \quad \text{ou } v = \phi Y$$

pour obtenir la réponse en coordonnées initiales. Ce procédé est appelé *la méthode de superposition modale*.

### 6.3 EQUATIONS DECOUPLEES du MOUVEMENT AMORTI

Il est intéressant d'examiner les conditions dans lesquelles la transformation à l'aide des coordonnées principales peut servir à découpler les équations du mouvement amorti.

Ces équations sont :

$$m \ddot{v} + \phi \dot{v} + K v = P(t)$$

En introduisant l'expression en coordonnées principales de  $v = \phi Y$  et ses dérivées par rapport au temps et en multipliant à droite par la transposée du  $n^{\text{ième}}$  vecteur modal  $\phi_n^T$ , on obtient :

$$\phi_n^T m \phi \ddot{Y} + \phi_n^T c \dot{Y} + \phi_n^T K \phi Y = \phi_n^T P(t) \quad (6.14)$$

les conditions d'orthogonalité :

$$\begin{aligned} \phi_m^T m \phi_n &= 0 \\ \phi_m^T K \phi_n &= 0 \end{aligned} \quad m \neq n$$

permettant d'annuler tous les termes sauf celui qui correspond au  $n^{i\text{ème}}$  mode dans les matrices de masse et de rigidité de cette équation. On peut simplifier de même les termes d'amortissement, si l'on suppose qu'une condition semblable d'orthogonalité s'applique à la matrice d'amortissement ; bien que ceci ne soit pas rigoureusement exact, cela revient à dire que :

$$\phi_m^T C \phi_n = 0 \quad m \neq n$$

Dans ce cas on peut écrire l'équation suivante :

$$\begin{aligned} M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n &= P_n(t) \\ \text{ou bien :} \quad \ddot{Y}_n + 2 \xi_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n &= \frac{P_n(t)}{M_n} \end{aligned} \quad (6.15)$$

en posant les définitions suivantes :

$$\begin{aligned} M_n &= \phi_n^T m \phi_n, \quad C_n = \phi_n^T C \phi_n = 2 \xi_n \omega_n M_n, \quad K_n = \phi_n^T K \phi_n = \omega_n^2 M_n \\ P_n(t) &= \phi_n^T P(t) \end{aligned} \quad (6.16)$$

Les masses rigidités et chargements généralisés exprimés en coordonnées principales sont identiques pour le système amorti ou non. L'amortissement généralisé du  $n^{i\text{ème}}$  mode fourni par l'expression précédente, représente une définition du coefficient d'amortissement  $\xi_n$  correspondant au  $n^{i\text{ème}}$  mode.

On définit généralement, l'amortissement par le coefficient d'amortissement de chaque mode, plutôt que par évaluation des coefficients de la matrice d'amortissement  $C$ .

#### 6.4 METHODE de SUPERPOSITION MODALE

La transformation en coordonnées principales, qui sert à remplacer le système de  $N$  équations de mouvement couplées d'un système à  $N$  degrés de liberté par  $N$  équations découplées, est la base de la *méthode de superposition des modes* en analyse dynamique.

Cette méthode peut être utilisée pour calculer la réponse dynamique d'un système structural linéaire quelconque, pour lequel les déplacements sont exprimés en fonction d'un ensemble de  $N$  coordonnées discrètes et l'amortissement peut être défini par des coefficients d'amortissements modaux. Le procédé comprend les étapes suivantes :

##### 1ère Etape - Equations du mouvement

Connaissant les caractéristiques géométriques et mécaniques de la structure et par conséquent les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité, les équations du mouvement s'écrivent :

$$m \ddot{v} + c \dot{v} + K v = P(t)$$

##### 2ème Etape

Détermination des fréquences et modes propres : Pour un système structural la détermination des fréquences et des modes propres, pour des vibrations libres non amorties se traduit au problème de calcul des valeurs propres de l'équation matricielle de l'étape 1.

$$[K - \omega^2 m] v = 0$$

Ainsi la matrice modale des vibrations  $\phi$  et le vecteur des fréquences circulaires  $\omega$  peuvent être déterminés.

### 3ème Etape - Masse et chargements généralisés

Pour chaque mode, en utilisant le vecteur modal correspondant, on peut calculer la masse et le chargement généralisés.

$$M_n = \phi_n^T M \phi_n \quad P_n(t) = \phi_n^T P(t)$$

### 4ème Etape - Equations découplées du mouvement

L'équation du mouvement de chaque mode peut ensuite être écrite de la façon suivante, en combinant la masse et le chargement généralisés du mode avec la fréquence circulaire propre (ou modale)  $\omega_n$  et la valeur donnée du rapport d'amortissement modal  $\xi_n$

$$\ddot{Y}_n + 2 \xi_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \frac{P_n(t)}{M_n}$$

### 5ème Etape - Réponse modale au chargement imposé

Ces équations qui présentent des systèmes à un degré de liberté, peuvent être résolues par toute méthode convenant au type de chargement. L'expression générale de la réponse est donnée pour chaque mode par l'intégrale de Duhamel.

$$Y_n(t) = \frac{1}{M_n \omega_n} \int_0^t P_n(\tau) e^{-\xi_n \omega_n (t - \tau)} \sin \omega_n (t - \tau) d\tau$$

### 6ème Etape - Vibration modale libre

L'intégrale de Duhamel est applicable à un système au repos à l'origine des temps ( $t = 0$ ). Si les vitesses et les déplacements initiaux ne sont pas nuls, une réponse en vibrations libres doit être ajoutée pour chaque mode à l'expression donnée par l'intégrale de Duhamel. L'expression la plus générale de la réponse en vibrations libres amorties est donnée pour chaque mode par :

$$Y_n(t) = e^{-\xi_n \omega_n t} \left[ \frac{\dot{Y}_n(0) + Y_n(0) \xi_n \omega_n}{\omega_{Dn}} \sin \omega_{Dn} t + Y_n(0) \cos \omega_{Dn} t \right]$$

$Y_n(0)$  et  $\dot{Y}_n(0)$  représentent les déplacements et vitesses initiaux de chaque mode. Ils peuvent être obtenus pour chaque mode de la façon suivante, à partir des dépla-

cements initiaux imposés  $v(o)$  et des vitesses initiales  $\dot{v}(o)$  exprimées dans les coordonnées géométrique de départ :

$$Y_n(o) = \frac{\phi_n^T m v(o)}{M_n}$$
$$\dot{Y}_n(o) = \frac{\phi_n^T m \dot{v}(o)}{M_n}$$

7ème Etape - Réponse au déplacement en coordonnées géométriques.

Une fois la réponse  $Y_n(t)$  de chaque mode déterminée, les déplacements exprimés à l'aide des coordonnées géométriques peuvent être obtenus à partir de la transformation en coordonnées principales

$$v(t) = \phi Y(t)$$

ou sous la forme :

$$v(t) = \phi_1 Y_1(t) + \phi_2 Y_2(t) + \dots$$

qui représente tout simplement la superposition des contributions de chaque mode ; d'où le nom de la méthode.

Dans la plupart des cas les contributions des différents modes sont généralement plus importantes que les basses fréquences, et tendent à décroître vers les hautes fréquences.

Il en résulte qu'il n'est généralement pas nécessaire d'ajouter tous les modes de vibration à fréquence élevée dans la superposition. La série peut être tronquée lorsque la réponse a été obtenue avec un degré de précision suffisante. On doit se rappeler que l'idéalisation mathématique d'un système structural complexe conduit à des résultats moins précis pour les modes à fréquence élevée. C'est une autre raison pour laquelle il faut mieux limiter le nombre de modes à considérer dans une analyse de réponse dynamique.

8ème Etape - Détermination des forces élastiques de la réponse.

La variation dans le temps, des déplacements de la structure peut être considérée comme la mesure fondamentale de sa réponse à un chargement dynamique.

En général, d'autres paramètres de réponse, tels que les contraintes ou les forces se développant dans certaines parties de la structure peuvent être calculées directement à partir des déplacements. Par exemple, les forces élastiques  $f_s$  qui résistent à la déformation de la structure sont données directement par l'équation :

$$f_s(t) = K v(t) = K \phi Y(t)$$

Une autre expression des forces élastiques peut être utile dans le cas où les fréquences et les modes du système ont été calculées à partir de l'équation des valeurs propres exprimée en termes de flexibilité.

De l'équation précédente :

$$f_s(t) = K \phi_1 Y_1(t) + K \phi_2 Y_2(t) + \dots$$

ou bien :

$$f_s(t) = w_1^2 m \phi_1 Y_1(t) + w_2^2 m \phi_2 Y_2(t) + w_3^2 m \phi_3 Y_3 + \dots$$

Cette équation sous forme matricielle devient :

$$f_s(t) = m \phi [w_n^2 Y_n(t)]$$

dans laquelle  $(w_n^2 Y_n(t))$  représente un vecteur dont les amplitudes modales ont été chacune multipliées par le carré des fréquences modales correspondantes. Dans cette équation la force élastique associée à chaque composante modale a été remplacée par une expression modale équivalente à la force d'inertie.

Comme chaque contribution modale est multipliée par le carré de la fréquence circulaire dans l'équation  $f_s = m \phi (w_n^2 Y_n(t))$ , il est évident que les modes d'ordre élevé ont une plus grande importance pour définir les forces que pour calculer les déplacements. En conséquence, il faudra inclure plus de modes pour définir les forces que pour définir les déplacements avec un même degré de précision.

ANNEXE B

REFERENCES

- (1) CLOUGH R.W. and PENZIEN J.  
Dynamics of Structures
- (2) SNOWDON J.C.  
Vibration and Shock in damped Mechanical Systems  
John Wiley Sous. inc.
- (3) BIGGS J.M.  
Introduction to Structural Dynamics
- (4) NORRIS and al.  
Structural Designe for dynamic Loads.

# ANNEXE C

PROGRAMMES DE CALCUL EMPLOYES

## ANNEXE C

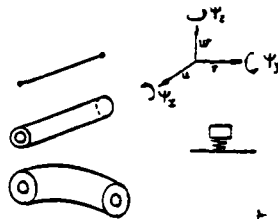
### PROGRAMMES DE CALCUL EMPLOYÉS

I.	PROGRAMME TEDEL	PAGE 411
II.	PROGRAMME SAMSON	PAGE 412
III.	PROGRAMME RIGID	PAGE 412

## I. TEDEL

TEDEL est un programme de calcul par les éléments finis.

Les éléments peuvent être :



avec des éléments spéciaux pour liquide, échange thermique, contact unilatéral, etc ...

C'est un programme d'analyse non-linéaire des tuyauteries adapté aux comportements acoustiques mécaniques couplés.

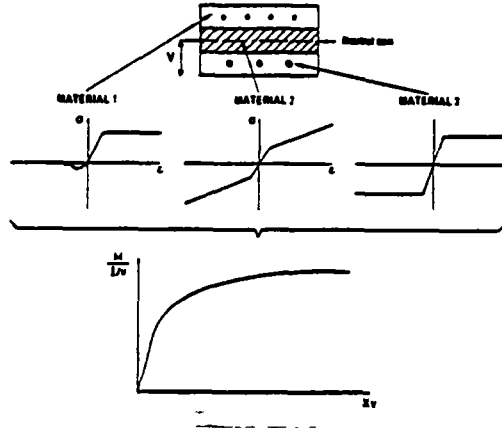
TEDEL contient des méthodes de calcul suivantes :

### Caractéristiques Essentielles

- . Méthode de "la poutre type" pour les tuyauteries
- . Méthode globale pour la plasticité et le fluage,
- . Procédure de Lagrange applicable aux grands déplacements,
- . Prise en compte des éléments coudés pour plasticité et fluage intervenant dans le calcul du gradient thermique en grande épaisseur,
- . Effets des grands déplacements dans les sections coudées,
- . Effets de bord sur parties coudées,
- . Analyse séismique,
- . Effet de chocs.
- . Analyse dynamique non linéaire des structures en béton armé,
- . Contrainte unilatérale dans le calcul statique et dynamique,
- . Analyse modale en vibration acoustico-mécanique,
- . Réponses acoustico-mécaniques à différents chargements.

## II. SAMSON

Ce programme calcule les lois globales "moment-courbure" d'une section béton armé en fonction de la géométrie de la section et des caractéristiques mécaniques des matériaux qui la constituent.



Les programmes TEDEL et SAMSON font partie des programmes de calcul mis au point au Département d'Etudes Mécanique et Thermique du C.E.A.

## III. RIGID

Ce programme calcule la rigidité des sections et des éléments en béton armé pour un niveau donné de sollicitations. Ce calcul est effectué en fonction de la géométrie et les lois "moment-courbure" de la section.