



**HAL**  
open science

# Modélisation des comportements mécaniques et hydrauliques de massifs rocheux simulés par des assemblages de blocs rigides. Introduction d'un couplage hydro-mécanique

Henda Bargui

## ► To cite this version:

Henda Bargui. Modélisation des comportements mécaniques et hydrauliques de massifs rocheux simulés par des assemblages de blocs rigides. Introduction d'un couplage hydro-mécanique. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997. Français. NNT: . tel-00529406

**HAL Id: tel-00529406**

**<https://pastel.hal.science/tel-00529406>**

Submitted on 25 Oct 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NS 20574 (4)

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES

**MODELISATION DES COMPORTEMENTS MECANIKUES  
ET HYDRAULIQUES DE MASSIFS ROCHEUX  
SIMULES PAR DES ASSEMBLAGES DE BLOCS RIGIDES.  
INTRODUCTION D'UN COUPLAGE HYDRO-MECANIQUE**

**THESE  
présentée par**

**Henda BARGUI**

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR**

**de l'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

**en**

**GEOLOGIE DE L'INGENIEUR**

**Soutenue le 18 juin 1997 devant le jury composé de :**

<b>MM. Peter EGGER</b>	<b>Président</b>
<b>Pedro RAMIREZ OYANGUREN</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Sidi Mohamed TIJANI</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Jean-Louis DURVILLE</b>	<b>Examineur</b>
<b>Joël BILLIOTTE</b>	<b>Examineur</b>
<b>Roger COJEAN</b>	<b>Examineur</b>

NO





*A ma mère*

إلى أمِّي



# Avant-Propos

Je voudrais exprimer ici toute ma reconnaissance à M. le Professeur Arnould, précédant Directeur du Centre de Géologie de l'Ingénieur, commun à l'Ecole des Mines de Paris et à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, et à M. Deveughèle, actuel Directeur du Centre de Géologie de l'Ingénieur. Sans leur confiance, ce travail n'aurait sans doute pas abouti.

M. Ramirez, Professeur à l'Université Polytechnique de Madrid, m'honore de sa présence dans ce jury en tant que rapporteur. C'est pour moi le témoignage d'un intérêt dont je lui suis très reconnaissante.

Ma gratitude s'adresse également à M. Tijani, Directeur adjoint du Centre de Géotechnique et Exploitation du Sous-Sol de l'Ecole des Mines de Paris, qui a accepté de juger mon travail en tant que rapporteur. Je tiens également à le remercier pour son accueil chaleureux lors de discussions impromptues et toujours enrichissantes.

Je suis très reconnaissante envers M. Egger, Professeur à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, et M. Durville, Chef de Division Mécanique des Sols et Géologie de l'Ingénieur au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je tiens à remercier plus particulièrement M. Billiotte, Maître de recherche à l'Ecole des Mines de Paris, pour sa disponibilité, ses conseils, ses encouragements et sa participation à ce jury. Ce travail lui doit beaucoup.

J'exprime mes sincères remerciements à mon directeur de thèse M. Cojean, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pour les conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie également M. Lagardère, Directeur de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, ainsi que les Directeurs de la Recherche M. Mathieu et M. Eymard, pour la bourse de recherche qui m'a été attribuée.

Je tiens à remercier les permanents du Centre de Géologie de l'Ingénieur, en particulier Mme Audiguier, Mme Le Guen, M. Le Cleach, M. Fleurisson et M. Laberthonnière pour leur aide et leur sympathie. Je remercie également les chercheurs : Mlle Couzens, Mme Thenevin, M. Daupley et, tout particulièrement, mon amie Leïla Chennoufi pour leur sympathie. Ma reconnaissance s'adresse aussi au personnel technique pour l'aide qu'il m'a apportée : Mlle Nore, M. Bihannic, M. Lesaffre et M. Tricot.

Je ne saurais terminer sans une pensée pour ma mère et pour Riadh qui m'ont soutenue et encouragée tout au long de ces années. Qu'ils trouvent ici l'expression de mon affection.



# Résumé

Les massifs rocheux sont des milieux discontinus, hétérogènes et anisotropes. Ces caractères sont liés, d'une part, à la matrice rocheuse et, d'autre part, aux discontinuités de tels milieux. Les discontinuités sont de différentes natures et dépendent de l'histoire géologique du massif et de la pétrographie de la masse rocheuse. Dans une analyse de comportement mécanique, hydraulique ou hydro-mécanique d'un massif rocheux, une importance particulière est accordée aux caractérisations de ses discontinuités car elles constituent, toujours, des zones de faiblesse du massif.

L'objectif de ce travail de recherche est de modéliser le comportement hydro-mécanique des massifs rocheux fissurés par modification et extension d'un modèle par éléments discrets, BRIG3D, développé au Centre de Géologie de l'Ingénieur par Tahiri [1992a].

Le modèle BRIG3D assimile un massif rocheux fissuré à un assemblage de blocs rigides qui interagissent au niveau de leurs interfaces, appelées joints. La déformation du massif résulte des déformations au niveau des joints définies à l'aide des déplacements des blocs. Des lois de comportement normal et tangentiel sont introduites pour évaluer les efforts de contact au niveau des joints en fonction de leurs déformations et donc des déplacements des blocs. Sous l'effet des sollicitations du massif, chaque bloc, en interaction avec d'autres, se déplace vers une position qui assure l'équilibre entre les efforts de contact et les sollicitations extérieures auxquelles il est soumis. Ces sollicitations extérieures sont appliquées par incrément de chargement. Pour formuler le problème, on s'appuie sur le principe du minimum de l'énergie potentielle totale qui permet d'aboutir à un système d'équations linéaires dont les inconnues sont les incréments de déplacements. Une procédure itérative est utilisée pour rendre compte des non-linéarités géométriques et rhéologiques.

Tel qu'il a été conçu, le modèle BRIG3D considère qu'un joint suit le déplacement de l'une des faces des blocs qui le constituent. Le choix de la face en question dépend de la numérotation des blocs. Ce modèle simplifie la distribution des contraintes au niveau des joints. En effet, au champ de déformation variable d'un joint est associé un champ de contrainte uniforme. Ces hypothèses ont une influence sur le résultat des calculs et peuvent empêcher dans certaines situations la convergence vers une solution d'équilibre. La révision de ces hypothèses et leurs modifications ont constitué l'objet d'une première partie de notre travail de recherche.

Les modifications apportées au modèle concerne, en particulier, l'introduction d'une définition intrinsèque des positions des joints suite aux déplacements des blocs. Il s'agit, également, de la nouvelle évaluation des efforts de contact en tenant compte des contraintes locales sur les joints. Ce calcul s'appuie sur une formulation de la déformation des joints d'une manière globale et non incrémentale. Ceci permet de calculer l'équilibre des blocs

indépendamment du pas d'incrémentation choisi. Il permet, également, de tenir compte de la rupture en plasticité d'un joint soumis à un mouvement de rotation autour de sa normale.

Nous avons également introduit un modèle décrivant l'écoulement aux interfaces des blocs en négligeant, comme dans le cas d'une faible perméabilité de la matrice rocheuse, la circulation de l'eau à travers les blocs. Ce modèle est fondé sur une description plane de la circulation de l'eau à travers une fracture avec une conductivité hydraulique constante. Nous nous sommes limités, en particulier, au cas d'un écoulement plan permanent, gouverné sous ces différentes hypothèses par l'équation de Laplace. Une telle équation est résolue au niveau d'une fracture à l'aide d'une méthode par éléments frontières. Cette méthode utilise des fonctions d'interpolation pour ramener les inconnues de l'écoulement (charge et flux hydrauliques) aux sommets du contour de la fracture. La conservation du débit aux intersections des fractures permet de résoudre l'écoulement au niveau de la totalité du réseau en vérifiant les conditions hydrauliques imposées aux limites du réseau.

Ce modèle a été ensuite couplé avec le logiciel BRIG3D pour tenir compte, d'une part, de l'influence du déplacement des blocs, sur la conductivité hydraulique des fractures et, d'autre part, de l'influence des pressions hydrauliques sur le déplacement de blocs.

Cette nouvelle version de BRIG3D a été utilisée pour simuler le comportement de massifs rocheux sous des sollicitations diverses (chargement en surface, excavation en surface, pressions hydrauliques). Nous avons analysé, en particulier, l'influence des caractéristiques mécaniques et géométriques des discontinuités sur la distribution des efforts à l'intérieur d'un massif induits par un chargement en surface. Une analyse paramétrique a montré une analogie de comportement entre les massifs à faible rapport de rigidité (rigidité normale sur la rigidité tangentielle) et les massifs à faible angle de frottement. Dans une situation proche de celle d'une fondation de barrage, nous avons analysé en particulier l'influence du mouvement des blocs sur la distribution des pressions et des conductivités hydrauliques des fractures. Nous avons montré l'apparition d'une zone fortement comprimée sous l'action de l'ouvrage. Cette zone étanche se situe à l'aval du barrage et crée en amont une faible perte de charge.

Ces applications montrent que cette nouvelle version de BRIG3D donne des résultats conformes à ceux connus quand il existe une solution analytique au problème posé, ou bien des résultats semblables à ceux obtenus par d'autres approches (modèles physiques, données d'expériences).

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Caractéristiques mécaniques, hydrauliques et géométriques des massifs rocheux</b>	<b>3</b>
1 Introduction . . . . .	3
2 Nature des discontinuités d'un massif rocheux . . . . .	4
3 Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture individuelle . . . . .	5
3.1 Morphologie d'une fracture . . . . .	5
3.2 Comportement hydromécanique d'une fracture ou d'un joint . . . . .	7
3.2.1 Comportement mécanique d'un joint . . . . .	7
3.2.1.1 Comportement d'un joint sous une contrainte de compression	8
3.2.1.2 Comportement d'un joint sous une contrainte de cisaillement	13
3.2.2 Comportement hydraulique d'une fracture sous contrainte normale . . . . .	19
4 Etude et simulation d'un réseau de fractures . . . . .	22
4.1 Etude de la géométrie d'un réseau de fracture . . . . .	22
4.1.1 Méthodes d'identification de la fracturation d'un massif . .	23
4.1.2 Identification des familles directionnelles . . . . .	24
4.1.3 Traitement statistique des données de la fracturation . . .	25
4.1.3.1 Distribution spatiale des fractures . . . . .	25
4.1.3.2 Analyse de l'orientation . . . . .	26
4.1.3.3 Analyse de la densité et de l'espacement . . . . .	27
4.1.3.4 Analyse de l'extension des fractures et de la longueur des traces . . . . .	28
4.1.3.5 Analyse de l'ouverture et de l'épaisseur d'une fracture . . .	29

4.1.4	Traitement géostatistique des données de la fracturation . . . . .	29
4.1.5	Analyse et approche fractale . . . . .	31
4.2	Modélisation des réseaux de fractures . . . . .	31
4.2.1	Modèles de processus de Poisson . . . . .	32
4.2.2	Modèles de salves . . . . .	32
4.2.3	Modèles à densité régionalisée . . . . .	33
5	Conclusion . . . . .	34
<b>2</b>	<b>Modélisation du comportement mécanique des massifs rocheux fissurés</b>	<b>35</b>
1	Introduction . . . . .	35
2	Les modèles d'équilibre limite . . . . .	36
3	Les modèles d'équilibre limite de blocs isolés . . . . .	37
4	Les modèles de calcul en déformation . . . . .	39
4.1	Les modèles des milieux continus . . . . .	39
4.1.1	La méthode des éléments finis . . . . .	39
4.1.2	La méthode des éléments frontières . . . . .	41
4.2	Les modèles d'éléments discrets . . . . .	43
5	Présentation du modèle BRIG3D (première version) . . . . .	44
5.1	Introduction . . . . .	44
5.2	Hypothèses de base utilisées dans le logiciel BRIG3D . . . . .	46
5.2.1	Définition et évolution de la surface d'un joint . . . . .	46
5.2.2	Comportement d'un joint en compression simple . . . . .	47
5.2.3	Comportement d'un joint au cisaillement . . . . .	49
5.3	Déformation d'un joint . . . . .	49
5.3.1	Description du mouvement d'un bloc rigide . . . . .	50
5.3.2	Champ de déformation d'un joint . . . . .	51
5.4	Champ de contrainte sur un joint . . . . .	55
5.5	Energie potentielle totale de la structure . . . . .	56
5.5.1	Energie interne de déformation . . . . .	56
5.5.2	Energie potentielle due aux chargements externes . . . . .	57
5.5.3	Minimisation de l'énergie potentielle totale . . . . .	57

5.6	Révision de certaines hypothèses utilisées dans le modèle BRIG3D (première version) . . . . .	58
5.6.1	Analyse concernant l'évolution des caractéristiques géométriques d'un joint . . . . .	58
5.6.2	Analyse concernant la répartition des contraintes sur un joint . . . . .	63
5.6.2.1	Cas de la contrainte normale . . . . .	65
5.6.2.2	Cas des contraintes tangentielles . . . . .	70
5.6.3	Conclusion . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Reformulation mécanique de BRIG3D et prise en compte des pressions dues à l'écoulement aux interfaces des blocs</b>	<b>73</b>
1	Introduction . . . . .	73
2	Reformulation mécanique de BRIG3D . . . . .	74
2.1	Formulation de la déformation des joints en déplacement relatif total	74
2.1.1	Position du problème . . . . .	74
2.1.2	Détermination du déplacement total d'un point quelconque d'un bloc . . . . .	75
2.2	Nouvelle description de la position d'un joint et de sa déformation . .	79
2.3	Calcul des efforts de contact sur un joint . . . . .	82
2.4	Comportement non-linéaire d'un joint en compression . . . . .	84
2.5	Etude de la rupture au cisaillement d'un joint . . . . .	84
2.6	Vérification des nouvelles hypothèses introduites dans le logiciel BRIG3D	86
3	Prise en compte des pressions dues à un écoulement permanent dans un réseau de fractures . . . . .	88
3.1	Modèles d'écoulement plan dans une fracture . . . . .	89
3.2	Modèle d'écoulement chenalisé dans une fracture . . . . .	91
3.3	Modélisation de l'écoulement dans un réseau de polygones par une méthode d'éléments frontières . . . . .	92
3.3.1	Résolution de l'équation de Laplace au niveau d'une fracture	93
3.3.2	Résolution de l'écoulement dans la totalité du réseau de fractures . . . . .	98
3.4	Couplage hydro-mécanique . . . . .	98

3.4.1	Influence du mouvement des blocs sur la conductivité hydraulique des fractures . . . . .	98
3.4.2	Prise en compte de pressions hydrauliques au niveau des fractures . . . . .	99
4	Conclusion . . . . .	100
<b>4</b>	<b>Analyse du comportement mécanique et hydro-mécanique des massifs rocheux fissurés. Application du modèle BRIG3D</b>	<b>101</b>
1	Introduction . . . . .	101
2	Influence des paramètres mécaniques et géométriques d'un milieu discontinu sur la distribution des efforts . . . . .	102
2.1	Cas où la famille de joints infinis est horizontale . . . . .	104
2.1.1	Influence du comportement en compression des joints . . . . .	104
2.1.2	Influence du chargement sur la distribution des efforts . . . . .	108
2.1.3	Influence d'un espacement variable entre fractures verticales sur la distribution des efforts . . . . .	113
2.2	Cas où la famille de joints infinis est inclinée . . . . .	113
3	Comportement dilatant et chaînons de contraintes dans un milieu discontinu	119
4	Stabilité des pentes . . . . .	125
5	Analyse du comportement hydro-mécanique de massifs rocheux fissurés . . . . .	136
5.1	Écoulement dans un réseau de fractures symétrique . . . . .	137
5.2	Influence du sens de l'écoulement sur la distribution des efforts dans un milieu fissuré . . . . .	139
5.3	Influence de la poussée du barrage sur le comportement hydro-mécanique d'un massif fissuré . . . . .	141
6	Conclusion . . . . .	149
	<b>Conclusion</b>	<b>151</b>
	<b>Annexes</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>163</b>

# Table des figures

1.1	Aspérités du premier et du second ordre (d'après Hadj Hassen [1988]). . . . .	5
1.2	Profils standards de joints (d'après Barton et Choubey [1977]). . . . .	6
1.3	Variation de la déformation normale en fonction de la contrainte appliquée (d'après Bandis <i>et al.</i> [1983]). . . . .	8
1.4	Lois de comportement en compression introduites par Goodman [1974, 1976].	9
1.5	Variation expérimentale de $\Delta V_j/\sigma_n$ en fonction de $\Delta V_j$ (d'après Bandis <i>et al.</i> [1983]). . . . .	11
1.6	(a) Comportement au cisaillement d'un joint rocheux, (b) Modèle de variation de $\tau_{pic}$ en fonction de la contrainte normale (d'après Patton [1966]). . .	13
1.7	Paramètres introduits dans le modèle de comportement au cisaillement décrit par Ladanyi et Archambault [1970]. . . . .	14
1.8	Profils de joints avant et après cisaillement (d'après Krahn et Morgens-tern [1979]). . . . .	16
1.9	(a) Comportement d'un joint au cisaillement en fonction de $f/a$ , (b) Varia-tion de $\tau_{pic}$ en fonction de $f/a$ (d'après Papaliangas <i>et al.</i> [1993]). . . . .	17
1.10	Effet d'échelle sur les trois composantes principales caractérisant le com-portement au cisaillement d'un joint (d'après Bandis <i>et al.</i> [1981]). . . . .	18
1.11	Lois d'écoulement dans des fractures (d'après Louis [1967]). . . . .	20
1.12	Résultats des essais d'écoulement effectués par Raven et Gale [1985]. . . . .	21
1.13	Evolution de $e$ en fonction de $E/e$ (d'après Barton <i>et al.</i> [1985]). . . . .	22
1.14	Caractéristiques de la normale en coordonnées sphériques (sphère unitaire).	26
1.15	Différents types de variogramme. . . . .	29
1.16	Dimension fractale de boîte selon Chilès [1989]. . . . .	31
1.17	Modèle disque de Baecher et modèle polygonal de Dershowitz (d'après Der-showitz [1984]). . . . .	32
1.18	Simulation d'un réseau de disques : modèle de salves (d'après Billaux [1990]).	33
2.1	Classification des blocs selon Goodman et Shi [1985]. . . . .	38

2.2	Les éléments joints de Goodman et <i>al.</i> [1968] et de Zienkiewicz et <i>al.</i> [1970].	40
2.3	Vecteurs déplacement et contrainte en un élément de surface de la frontière centré au point $Q$ .	42
2.4	Décomposition d'un milieu en deux régions pour modéliser une zone de discontinuité.	43
2.5	Différents types de contact dans le modèle de Cundall [1971, 1988].	44
2.6	Modélisation des lieux d'interaction entre deux blocs.	45
2.7	Positions des blocs initialement et après mouvement.	46
2.8	Schématisation de la zone déformable entre deux blocs.	47
2.9	Loi de comportement d'un joint en compression.	48
2.10	Loi de comportement au cisaillement d'un joint.	49
2.11	Mouvement d'un solide indéformable.	50
2.12	Points en interaction entre deux blocs (nous éloignons les blocs pour mieux repérer ces points au niveau de chacun de ces blocs).	52
2.13	Représentation des blocs et des joints de l'exemple 1.	59
2.14	Déplacement des centres de gravité des blocs dans l'exemple 1.	60
2.15	Représentation des blocs et des joints de l'exemple 2.	61
2.16	Effet de la rotation du joint sur sa rupture en cisaillement.	62
2.17	Déséquilibre du moment sous l'effet du changement d'hypothèse concernant la distribution de la contrainte normale au niveau du joint.	63
2.18	Différentes hypothèses de la répartition de la contrainte normale.	66
2.19	Représentation des blocs et des joints de l'exemple 3.	67
2.20	Représentation des contraintes sur les joints.	68
2.21	Comparaison des résultats de l'exemple 3. Le premier graphique représente l'aire de la surface de contact à l'équilibre (par rapport à l'aire initiale) suivant le cas étudié. Le second représente le déplacement vertical du bloc mobile (par rapport à la fermeture maximale des joints) ainsi que son angle de rotation, suivant le cas étudié.	69
2.22	Effet de la répartition de la contrainte normale sur la section du joint à l'équilibre.	70
2.23	Représentation des joints et des blocs de l'exemple 4.	71
2.24	Contraintes tangentielles moyennes sur les $n$ joints élémentaires.	71
3.1	Champ de déplacement relatif total entre deux faces de blocs en interaction.	75

3.2	Déplacement total des sommets du bloc. . . . .	75
3.3	Correction de $P'_k$ par $P_k$ . . . . .	79
3.4	Position du joint à l'étape de calcul $k$ . . . . .	80
3.5	Sommets du joint. . . . .	81
3.6	Champ de déformation pris en compte pour calculer les efforts de contact. . . . .	84
3.7	Représentation des contraintes résiduelles $\tau_x^r(M_k)$ et $\tau_y^r(M_k)$ . . . . .	85
3.8	Contraintes tangentielles moyennes sur les joints élémentaires avec $n = 11$ . . . . .	87
3.9	Fracture plane délimitée par un contour $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ . . . . .	89
3.10	Valeurs de $c(P)$ en fonction de la position du point $P$ par rapport au contour (d'après Banerjee et Butterfield [1981]). . . . .	90
3.11	(a) Discrétisation pour analyser l'écoulement plan dans une fracture par éléments finis (b) Discrétisation pour analyser cet écoulement par éléments frontières (d'après Elsworth [1986]). . . . .	91
3.12	(a) Représentation des liens entre les disques connectés, (b) Configuration des liens dans un réseau très connecté (d'après Cacas [1989]). . . . .	92
3.13	Fracture plane polygonale. (a) Numérotation globale des nœuds, (b) Numérotation locale des nœuds de l'élément $e$ . . . . .	93
3.14	Variables locales liées à l'élément $e$ . . . . .	94
3.15	Angle $\theta$ dans le cas d'une source confondue avec le point $A_1$ . . . . .	96
4.1	Bulbes de contraintes dans un milieu stratifié en fonction de l'inclinaison $\alpha$ des strates avec la direction du chargement (d'après Gaziev et Erlikhman [1971]). . . . .	102
4.2	(a) Hypothèses de Trollope (b) Les deux schémas de distribution des efforts dans le modèle de Trollope (d'après Panet et Ricard [1976]). . . . .	103
4.3	Distribution des forces et bulbes de contraintes normales sur les joints horizontaux pour une loi de comportement linéaire en compression. . . . .	105
4.4	Evolution de la contrainte normale sur les joints en fonction de la profondeur. . . . .	106
4.5	Distribution des forces et bulbes de contraintes normales sur les joints horizontaux pour une loi de comportement hyperbolique en compression. . . . .	107
4.6	Influence du chargement pour des lois de comportement linéaires. . . . .	109
4.7	Influence du chargement pour une loi de comportement hyperbolique (fermeture maximale de 10 mm). . . . .	110
4.8	Changement du mode de transmission des efforts en fonction des paramètres mécaniques. Equivalence entre un grand $K_n/K_t$ et un faible $\phi$ . . . . .	111

4.9	Distribution des forces en fonction du chargement dans le cas d'un espacement variable entre les joints verticaux. . . . .	112
4.10	Distribution des forces sur les joints en fonction de $\epsilon_{max}$ (cas 30 degrés). . .	114
4.11	Bulbes de contraintes normales sur les deux types de joints (cas 30 degrés). . .	115
4.12	Distribution des forces sur les joints en fonction de $\epsilon_{max}$ (cas 70 degrés). . .	116
4.13	Bulbes de contraintes normales sur les deux types de joints (cas 70 degrés). . .	117
4.14	Distribution des forces sur les joints et bulbes de contraintes normales pour un faible angle de frottement. Cas d'une inclinaison de 30 degrés. . . . .	118
4.15	Anisotropie de l'effort de confinement nécessaire pour empêcher la dilatance dans un essai de cisaillement (d'après Hayashi [1966]). . . . .	119
4.16	Variation de l'effort normal en fonction de l'orientation des joints (en coordonnées polaires). Résultats de simulation d'un essai de cisaillement à déplacement normal empêché. . . . .	120
4.17	Distribution des forces sur les joints dans un essai de cisaillement sur des milieux avec des joints d'orientation négative variable. . . . .	121
4.18	Distribution des forces sur les joints dans un essai de cisaillement sur des milieux avec des joints d'orientation positive variable. . . . .	122
4.19	Forces de contact dans un empilement de rouleaux photoélastiques (d'après Dantu [1957]). . . . .	123
4.20	Forces et contraintes sur les joints dans un assemblage de blocs soumis un essai de compression simple. . . . .	124
4.21	Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu non frottant à sa base (Cas 1). . . . .	127
4.22	Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu frottant à sa base (Cas 2). . . . .	128
4.23	Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu non frottant à sa base (Cas 1). . . . .	130
4.24	Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu frottant à sa base (Cas 2). . . . .	131
4.25	Effet du déchargement sur la distribution des forces sur les joints et des déplacements des blocs dans le cas d'une excavation à droite. . . . .	132
4.26	Effet du déchargement sur la distribution des efforts et des déplacements dans le cas d'une excavation à gauche. . . . .	133
4.27	Effet de la rupture en plasticité sur le déplacement des blocs. . . . .	134
4.28	Déplacement des blocs dans le cas d'une famille infinie inclinée de 15 degrés. . . . .	135

4.29	Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées pour vérifier le modèle d'écoulement. . . . .	137
4.30	(a) Lignes équipotentiels, (b) Distribution des forces sur les joints pour une différence de charges nulle, (c) Distribution des forces sur les joints pour une différence de charges de 5 m. . . . .	138
4.31	Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées. . . . .	139
4.32	Distribution des contraintes sur les joints en fonction du sens de l'écoulement. Le trait fin correspond aux contraintes sur les diaclases. Le trait épais correspond aux contraintes sur les fractures continues. . . . .	140
4.33	Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées. . . . .	142
4.34	Distribution des forces sur les joints en fonction de la différence de charges hydrauliques en surface. Dans le cas (a), le massif est soumis uniquement à son poids propre déjaugé. . . . .	143
4.35	Cartes de conductivité hydraulique des fractures. (a) Cas d'une hauteur d'eau de 5 m, (b) Cas d'une hauteur d'eau de 10 m. . . . .	144
4.36	Allure du réseau d'écoulement lorsque la perméabilité décroît avec les contraintes de compression (d'après Bernaix [1967]). . . . .	146
4.37	(a) Equipotentiels dans un réseau de fractures à conductivités hydrauliques constantes, (b) Equipotentiels à l'équilibre hydro-mécanique pour $\Delta h = 5$ m, (c) Equipotentiels à l'équilibre hydro-mécanique pour $\Delta h = 10$ m. . . . .	147
4.38	Pressions exercées par l'eau le long des discontinuités A, B, C, D et E ( $P_0$ désigne la pression au niveau du pied amont du barrage liée à la charge de la retenue). . . . .	148



# Introduction

Les anciennes civilisations ont montré un savoir-faire dans le domaine du creusement des tunnels, du découpage des roches et du renforcement de masses rocheuses instables. Ce savoir-faire, basé sur le bon sens physique, l'expérimentation et l'expérience acquise doit toujours inspirer l'ingénieur d'aujourd'hui.

Nos connaissances sur le comportement mécanique et hydraulique des massifs rocheux se sont cependant beaucoup développées durant les dernières décades, de même que nos capacités de calcul. Ainsi l'ingénieur ne doit pas négliger des approches complémentaires de ce savoir-faire ancien, qui prennent appui sur la modélisation.

Les analyses de comportement mécanique ou hydro-mécanique des massifs rocheux, nécessitent une caractérisation préalable de leurs réseaux de discontinuités et leurs principaux paramètres géologiques et géotechniques. Dans la pratique, pour effectuer ces caractérisations et acquérir les informations correspondantes, on se confronte à des problèmes de définition et de choix d'échelle. En effet, la description du réseau de discontinuités d'un massif peut dépendre de l'échelle de mesure considérée et les lois de comportement que l'on cherche à déterminer au laboratoire peuvent être influencées par la taille des échantillons utilisés.

Les analyses du comportement mécanique des massifs rocheux fissurés s'appuient de plus en plus sur des modèles numériques. Liés à la fracturation des massifs rocheux, les mécanismes de déformation et de rupture de ces milieux sont très variables. Néanmoins, on observe très souvent une localisation de la rupture au niveau des discontinuités du milieu. Pour prendre en compte cette localisation, différents modèles ont été alors développés parmi lesquels nous citerons les modèles d'éléments discrets. Selon la définition donnée par Cundall et Hart [1992], une méthode d'éléments discrets doit permettre de modéliser les mouvements finis, de translation et de rotation, des blocs discrets constituant le milieu discontinu. De plus, cette méthode doit autoriser le détachement complet d'un bloc du reste du massif et détecter les nouveaux contacts qui se forment au cours de l'évolution des blocs dans l'espace.

L'analyse du comportement hydraulique de ces milieux s'appuie également sur des modèles numériques. Ceux-ci considèrent généralement que l'écoulement dans un massif rocheux fissuré ne se fait qu'à travers les discontinuités. Ils ne sont donc applicables que lorsque la matrice rocheuse présente une faible perméabilité. Deux approches peuvent décrire l'écoulement dans un réseau de fractures. La première considère que la circulation de l'eau dans une fracture s'établit dans tout le plan de cette fracture. La seconde considère que cette circulation d'eau n'emprunte que quelques trajets dans le plan de la fracture (chenalisation).

Quelque soit le modèle utilisé pour analyser les comportements d'un massif rocheux, il est nécessaire de définir au préalable une modélisation géométrique du massif.

L'objectif de notre travail de recherche est de modéliser le comportement hydro-mécanique d'un massif rocheux fissuré. Pour ce faire, nous avons étendu un logiciel d'éléments discrets (BRIG3D) développé par Tahiri [1992] au Centre de Géologie de l'Ingénieur et qui a été initié au Centre de Géotechnique et Exploitation du Sous-Sol par Korini [1988]. Ce logiciel considère que les blocs de roche sont rigides et analyse la déformation du massif en considérant que ces blocs interagissent au niveau de leurs interfaces. Après une étude du mode de fonctionnement de ce logiciel, nous avons introduit certaines modifications sur la formulation mécanique de ce logiciel. Nous avons également développé un modèle d'éléments frontières pour résoudre l'écoulement plan laminaire et permanent dans un réseau de fractures. Ce modèle a été couplé avec le logiciel BRIG3D dans sa nouvelle version.

Ce mémoire de thèse comporte quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous présentons une étude bibliographique concernant les caractéristiques géométriques, mécaniques et hydro-mécaniques d'une fracture individuelle et les caractéristiques géométriques des réseaux de fractures dans les massifs rocheux.

Dans le deuxième chapitre, nous décrivons les principes de base du logiciel BRIG3D dans sa première version et les résultats auxquels nous avons abouti en analysant les différentes hypothèses introduites dans ce code de calcul.

Dans le troisième chapitre, nous exposerons, d'abord, les différentes modifications introduites dans le logiciel BRIG3D afin d'améliorer sa formulation mécanique. Nous développerons, ensuite, l'approche que nous avons adoptée pour modéliser l'écoulement dans un réseau de fractures. Nous présenterons, finalement, le couplage du modèle d'écoulement avec le logiciel BRIG3D.

Dans le quatrième et dernier chapitre, nous décrivons les résultats obtenus en utilisant ce logiciel pour analyser le comportement hydro-mécanique de massifs rocheux fissurés. Pour cela, nous avons conduit diverses analyses paramétriques en faisant varier soit la géométrie des massifs rocheux simulés, soit les caractéristiques mécaniques des discontinuités.

# Chapitre 1

## Caractéristiques mécaniques, hydrauliques et géométriques des massifs rocheux

### 1 Introduction

Différents aspects d'un massif rocheux fracturé peuvent être étudiés pour le caractériser ou analyser son comportement. Ainsi, il existe, par exemple, des études qui s'attachent à décrire et à caractériser le matériau rocheux, tandis que d'autres travaux ont pour but de caractériser la morphologie et le comportement mécanique ou hydro-mécanique d'une fracture individuelle. Il existe, également, des études qui s'intéressent à la caractérisation de la fracturation du massif et à l'établissement de modèles qui permettent d'incorporer au mieux possible les informations issues d'une analyse structurale de ce milieu. Ces trois types d'études sont en fait nécessaires pour analyser le comportement mécanique, hydraulique ou hydro-mécanique d'un massif rocheux discontinu.

Dans la pratique, les discontinuités d'un massif rocheux sont classées en familles en fonction de leurs orientations dans l'espace. Il faut noter que les méthodes de reconnaissance sont assez limitées. D'abord, une discontinuité n'est jamais entièrement visible. On ne peut accéder qu'à sa trace sur un plan ou une ligne d'observation. De plus, on ne peut disposer que d'un nombre limité de tels supports d'observation. Ces limitations sont à l'origine du développement de modèles de simulation appelés modèles géométriques. On exige de ces modèles de fournir une représentation du réseau de discontinuités la plus proche possible du réseau réel du massif.

Notre travail de recherche consiste à modéliser et analyser le comportement hydromécanique des massifs rocheux fissurés par extension d'un modèle d'éléments discrets développé au Centre de Géologie de l'Ingénieur (BRIG3D). A cause des complexités géologiques, mécaniques et hydrauliques qui caractérisent ces massifs, différentes hypothèses simplificatrices sont utilisées dans la formulation hydro-mécanique du logiciel BRIG3D et dans la simulation géométrique des massifs que nous avons réalisées pour appliquer ce code de calcul.

L'objectif de ce chapitre est d'exposer ces complexités et de présenter les simplifications adoptées pour décrire la géométrie et le comportement hydro-mécanique local d'un massif rocheux. Pour cela, nous décrirons d'abord les caractéristiques géométriques, mécaniques

et hydro-mécaniques de la fracture individuelle. Nous présenterons, ensuite, les caractéristiques géométriques d'un réseau de fractures et les méthodes de reconnaissance d'un tel réseau. Enfin, nous exposerons certains modèles permettant de simuler un réseau de fractures équivalent au réseau naturel.

## 2 Nature des discontinuités d'un massif rocheux

La déformation et la fracturation d'un massif rocheux dépendent des conditions physiques sous lesquelles elles se produisent, comme les conditions thermiques ou l'état de contrainte qui règnent dans le milieu. Elles dépendent également de la rhéologie intrinsèque de la roche et de son degré d'hétérogénéité.

Les déformations cassantes naturelles créent différents types de fractures qu'on peut classer en deux types. D'une part, il y a les fractures qui s'accompagnent d'un mouvement de glissement comme les failles et les joints de cisaillement. D'autre part, il y a les fentes de tension et les diaclases qui, contrairement aux fractures précédentes, ne présentent pas de trace de cisaillement. Les fentes de tension sont des fractures qui en section présentent des épontes écartées dans la partie centrale et jointives aux extrémités. Des minéraux peuvent cristalliser perpendiculairement aux épontes. Les diaclases forment un réseau de fractures souvent perpendiculaires à la stratification. Leurs épontes, contrairement à celles des fentes de tension, restent jointives.

Par ailleurs, un massif rocheux discontinu se déforme préférentiellement par glissement sur les fractures préexistantes. Ce mouvement peut s'accompagner par une extension de telles fractures et la création de nouvelles autres fractures.

Le cheminement et la morphologie d'une fracture issue d'une déformation cassante sont fortement influencés par la texture du matériau, la nature des minéraux et l'orientation des discontinuités microscopiques (macles, clivages, microfissures, etc.) par rapport à la direction de propagation de la fracture. La croissance des microfissures conduit par leur coalescence à la fracturation macroscopique de la roche. L'observation d'une fracture naturelle dans un échantillon de granite a permis à Gentier [1986] de constater que les biotites, indépendamment de leur taille, sont systématiquement fracturées, et que la fracturation emprunte toujours leurs clivages.

Ces fractures de nature et de morphologie différentes constituent des lieux de discontinuité, souvent considérés comme des zones de faiblesse du massif rocheux. En général, le mot discontinuité est utilisé pour caractériser toute zone d'interruption physique de la continuité d'un massif rocheux à une échelle macroscopique. Hormis les fractures d'origine tectonique, il inclut aussi les plans de foliation ou de schistosité, les joints de retrait d'origine thermique, les plans de stratification d'origine sédimentaire, etc.

Toutes les discontinuités qui affectent une masse rocheuse constituent un réseau assez complexe. Leur description géométrique est le point de départ de toute étude visant à prévoir le comportement hydro-mécanique de ce milieu.

### 3 Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture individuelle

#### 3.1 Morphologie d'une fracture

La morphologie d'une fracture agit sur son comportement au cisaillement. Elle influe également sur le cheminement de l'écoulement dans cette fracture. Les différentes études qui tentent de la caractériser ont pour objectif ultime d'établir une relation entre cette morphologie et les lois de comportement mécanique, hydraulique ou hydro-mécanique d'une fracture.

Dans ces études, on se heurte à différents problèmes liés particulièrement au choix de l'échelle et des paramètres à mesurer pour caractériser cette morphologie. Il faut noter qu'on s'intéresse ici à la fracture dans sa globalité, *i.e.* en tant que volume de l'espace limité par deux surfaces de contact ou épontes.

D'allure générale plus ou moins ondulée, chaque éponte est localement très irrégulière à cause des pics et des creux dus aux formes et aux arrangements relatifs des grains qui la constituent. Certains auteurs désignent par aspérités (ou irrégularités) du premier ordre les ondulations à grande échelle, et par aspérités du second ordre les ondulations à petites échelles (fig. 1.1). Une telle surface est souvent qualifiée de rugueuse. Dans la pratique, la notion de rugosité, que l'on associe à toute surface non lisse, est difficile à quantifier. Actuellement, il n'existe pas de méthodes susceptibles de définir des paramètres permettant de rendre compte de toutes les irrégularités d'une surface de contact. Ceci est partiellement dû au fait que la rugosité dépend de l'échelle d'étude.

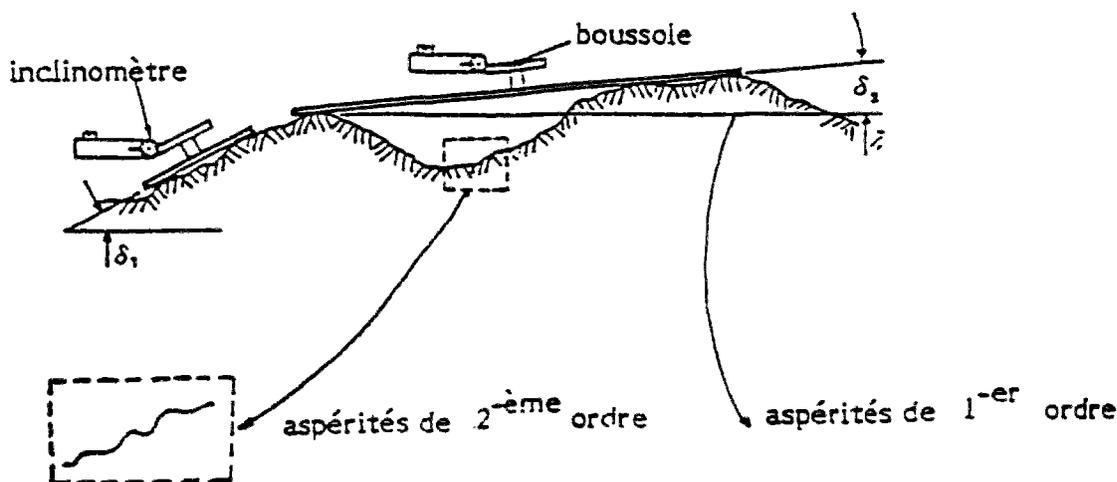


Figure 1.1: Aspérités du premier et du second ordre (d'après Hadj Hassen [1988]).

La position relative des épontes d'une fracture influe sur leur degré d'imbrication, et par conséquent, sur la continuité ou l'interruption de leur zone de contact. En cas d'inter-

ruption, l'espace libre entre ces deux épontes peut être vide ou occupé par un matériau de remplissage. Cet espace, qu'il soit vide ou rempli, constitue un volume à géométrie complexe.

La rugosité d'une fracture influence son comportement mécanique. Pour qualifier cette rugosité, de nombreux indices ont été proposés et utilisés pour établir des corrélations avec les propriétés mécaniques des fractures. Nous citons, par exemple, la méthode empirique de Bandis *et al.* [1981], les fonctions de structure de Tse et Cruden [1979], les fonctions d'autocorrélation et les fonctions de densité spectrale de Wu et Ali [1978]. Ces deux dernières fonctions, indicatrices de périodicité, permettent une analyse spatiale des profils de fractures. Gentier [1986] présente une large étude bibliographique concernant les différentes méthodes qui analysent la morphologie des fractures.

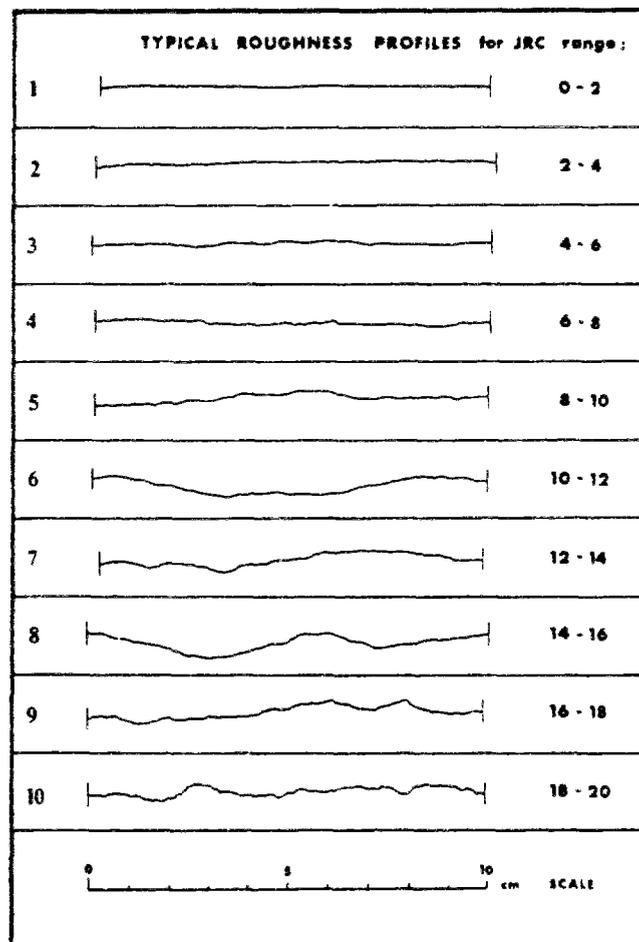


Figure 1.2: Profils standards de joints (d'après Barton et Choubey [1977]).

L'approche la plus utilisée est celle de Barton et Choubey [1977]. Pour caractériser des irrégularités ayant une influence sur le comportement au cisaillement d'une fracture, ces deux auteurs ont introduit un coefficient de rugosité noté JRC (Joint Roughness Coefficient). Ce coefficient peut être déterminé par un test de glissement au laboratoire ou à l'aide d'une comparaison visuelle entre la morphologie d'une fracture et une série de profils types proposée par Barton et Choubey [1977].

Cette série composée de dix profils (fig. 1.2) a été standardisée par la Société Internationale de Mécanique des Roches [1978]. Après avoir digitalisé ces dix profils types, Tse et Cruden [1979] se sont attachés à établir empiriquement des relations entre le coefficient JRC et certains paramètres géométriques.

Récemment, certains auteurs ont appliqué le concept fractal pour étudier la morphologie d'une fracture naturelle. Fondée sur des théories développées au début du XXème siècle, la notion de fractale est introduite par Mandelbrot [1975] pour caractériser des objets complexes difficiles à décrire par la géométrie euclidienne. Le degré d'irrégularité de ces objets est caractérisé par un paramètre  $D$  appelé dimension fractale. Une fractale possède une propriété fondamentale qui est son auto-similarité. Ce concept permet une transposition à des objets réels de la notion d'homothétie interne définie sur des objets purement mathématiques. Ceci signifie qu'à toute échelle d'observation, ces objets présentent les mêmes degrés d'irrégularité. Pour les objets fractals naturels cette homothétie interne n'est pas vérifiée au sens mathématique mais au sens statistique.

Parmi les travaux qui se sont intéressés à déterminer la dimension fractale d'une fracture, nous citons ceux de Turk *et al.* [1987], Lee *et al.* [1990] et Odling [1994]. En se basant sur les dix profils standards, Lee *et al.* [1990] ont proposé une relation empirique entre le coefficient JRC et la dimension fractale de la fracture. Ce type de méthode, comme celui de Tse et Cruden [1979], permet d'éviter la subjectivité de l'estimation du JRC par comparaison aux profils standards. Cependant, les résultats de leurs estimations du coefficient JRC sont peu significatifs, car ce même coefficient est estimé par une relation empirique.

## 3.2 Comportement hydromécanique d'une fracture ou d'un joint

Bien que réalisés dans des conditions physiques particulières, les essais hydro-mécaniques au laboratoire renseignent sur certains types de comportement qui paraissent transposables qualitativement à l'échelle d'une fracture. On parle souvent du comportement d'un joint pour désigner le comportement d'une fracture ou plus généralement d'une discontinuité. Ces essais permettent de mesurer certains paramètres physiques pour décrire les différents comportements. Cependant, les résultats obtenus restent liés aux conditions de l'essai et notamment à la taille de l'échantillon. Il s'agit ici de l'effet d'échelle qui rend difficile l'analyse du comportement hydro-mécanique d'un joint. Pour caractériser ces comportements à grande échelle, on peut entreprendre des essais in situ. Ces derniers restent difficiles à mettre en œuvre et sont excessivement coûteux.

### 3.2.1 Comportement mécanique d'un joint

D'un point de vue mécanique, un joint est caractérisé par son comportement sous une sollicitation normale et son comportement au cisaillement. Les joints possèdent généralement une faible, voire aucune, résistance à la traction. Leur comportement sous un effort de compression est caractérisé par une fermeture maximale. On note qu'un joint, suite à des altérations de ses épontes, peut présenter une dégradation de ses propriétés mécaniques.

### 3.2.1.1 Comportement d'un joint sous une contrainte de compression

Ce comportement a été étudié par différents auteurs comme Goodman *et al.* [1974], Detournay [1979], Bandis *et al.* [1983], etc. Fondés sur des essais aux laboratoires, ces travaux s'intéressent à l'évolution de la fermeture d'un joint, notée  $\Delta V_j$ , sous des valeurs croissantes de la contrainte de compression  $\sigma_n$ .

Bandis *et al.* [1983] ont réalisé une série d'essais sur des joints pris dans des roches de natures diverses avec différents états d'altération. La contrainte maximale qu'ils ont appliqué était deux à trois fois plus faible que la résistance à la compression simple des roches (50 à 55 MPa). La plage de variation de la contrainte normale, ainsi limitée, assure approximativement la fermeture maximale des joints et permet aux différentes roches de rester dans leurs phases de déformation élastique. On note que les déformations  $\Delta V_t$ , mesurées avec ces essais, résultent de la fermeture des joints  $\Delta V_j$  et de la déformation élastique des roches  $\Delta V_r$  :

$$\Delta V_t = \Delta V_j + \Delta V_r \quad (1.1)$$

Pour compléter leur étude, Bandis *et al.* [1983] ont réalisé sur chaque joint plusieurs cycles de chargement et de déchargement. La figure 1.3 montre les deux types de courbes obtenus par ces auteurs.

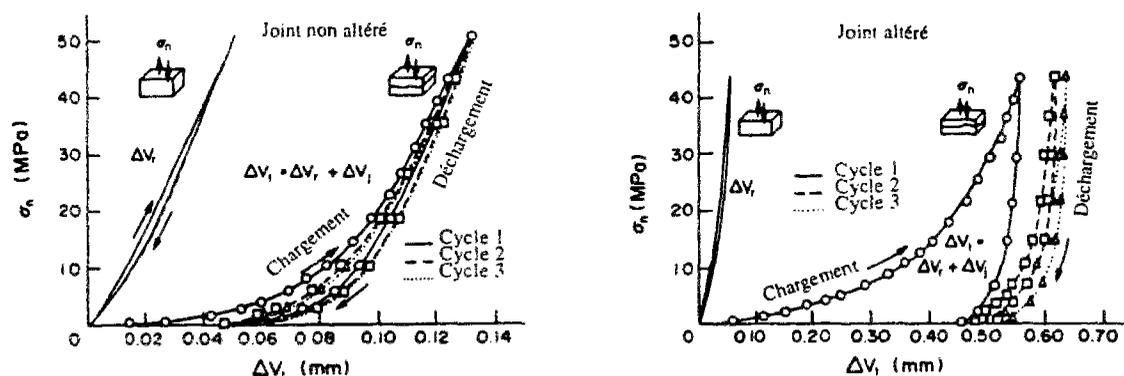


Figure 1.3: Variation de la déformation normale en fonction de la contrainte appliquée (d'après Bandis *et al.* [1983]).

Ces courbes illustrent la variation de  $\Delta V_t$  en fonction de  $\sigma_n$ . Il en découle les interprétations suivantes :

- pour le premier cycle de chargement, la déformation totale croît plus vite que la déformation élastique du matériau. Celle-ci est déterminée par un essai similaire sur un échantillon de roche intacte. Cette phase de déformation est associée à la fermeture du joint. Pour les grandes valeurs de chargement pour lesquelles le joint est approximativement à sa fermeture maximale, la déformation totale est principalement associée à la déformation de la matrice rocheuse. A ce stade, les deux

courbes de déformation (échantillon intact et avec un joint) présentent presque la même pente, notamment dans le cas d'un joint non altéré ;

- les cycles de déchargement sont marqués par l'apparition de déformations résiduelles au niveau des joints.

Comme de nombreux auteurs, Bandis *et al.* [1983] ont utilisé la relation (1.1) pour tracer la variation de la fermeture d'un joint au cours des cycles de chargement et de déchargement. Ils montrent que sous une contrainte de compression croissante, la fermeture d'un joint évolue d'une manière non linéaire jusqu'à atteindre une fermeture maximale  $V_m$ .

La courbe  $\Delta V_j$  en fonction de  $\sigma_n$  est souvent approchée par une hyperbole avec une asymptote qui correspond à sa fermeture maximale. Goodman [1974] a proposé la loi empirique suivante :

$$\frac{\sigma_n - \sigma_i}{\sigma_i} = \frac{\Delta V_j}{V_m - \Delta V_j}$$

avec  $\sigma_i$  la contrainte initiale appliquée sur le joint.

Pour les deux diagrammes :

- 1er cycle de chargement
- .... 3ème cycle de chargement
- fracture dans une dolérite
- plan de schistosité dans une ardoise
- ▲ joint de stratification dans un calcaire

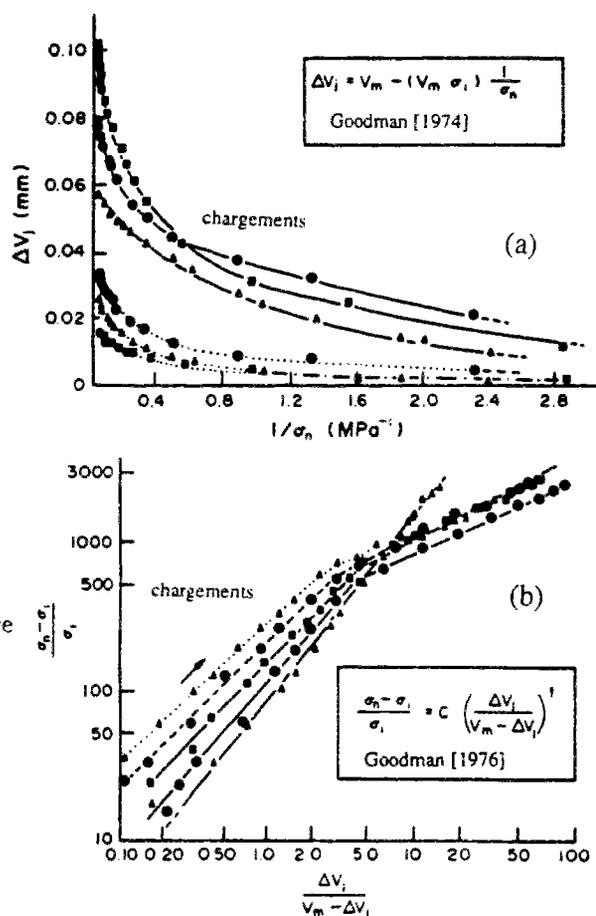


Figure 1.4: Lois de comportement en compression introduites par Goodman [1974, 1976].

Cette relation peut se réécrire sous la forme linéaire suivante :

$$\Delta V_j = V_m - (V_m \sigma_i) \frac{1}{\sigma_n}$$

Les courbes expérimentales de  $\Delta V_j$  en fonction de  $1/\sigma_n$  montrent une forte non linéarité (fig. 1.4a). Goodman [1976] suggère une autre relation empirique :

$$\frac{\sigma_n - \sigma_i}{\sigma_i} = C \left( \frac{\Delta V_j}{V_m - \Delta V_j} \right)^t$$

où  $C$  et  $t$  sont des constantes spécifiques au joint. En coordonnées bilogarithmiques, les essais de Goodman [1976] montrent que la courbe de  $(\sigma_n - \sigma_i)/\sigma_i$  en fonction de  $\Delta V_j/(V_m - \Delta V_j)$  est plutôt bilinéaire (fig. 1.4b).

S'inspirant des fonctions hyperboliques utilisées pour décrire le comportement des sols et des roches pour les essais triaxiaux (Duncan et Chang [1970]), Bandis *et al.* [1983] ont proposé une autre relation empirique pour approcher la courbe de déformation d'un joint sous une contrainte de compression. Soit :

$$\sigma_n = \frac{\Delta V_j}{a - b \Delta V_j} \quad (1.2)$$

avec  $a$  et  $b$  deux constantes propres au joint. La relation (1.2) peut se mettre sous la forme linéaire suivante :

$$\frac{\Delta V_j}{\sigma_n} = a - b \Delta V_j$$

Quelle que soit la nature du matériau utilisé, les courbes expérimentales de  $\Delta V_j/\sigma_n$  en fonction de  $\Delta V_j$  données par Bandis *et al.* [1983], révèlent un bon ajustement linéaire (fig 1.5) aussi bien pour le chargement que pour le déchargement.

Comme autre formule d'approximation, nous citons celle de Detournay [1979] qui s'exprime comme suit :

$$\sigma_n = a (e^{b \Delta V_j} - 1) \quad (1.3)$$

où  $a$  et  $b$  sont deux constantes différentes de celles introduites par Bandis *et al.* [1983] dans l'équation (1.2).

Goodman *et al.* [1968] ont introduit la notion de rigidité normale  $K_n$  pour décrire le taux de variation de la contrainte normale sous un accroissement de la fermeture d'un joint :

$$K_n = \frac{d\sigma_n}{d\Delta V_j} \quad (1.4)$$

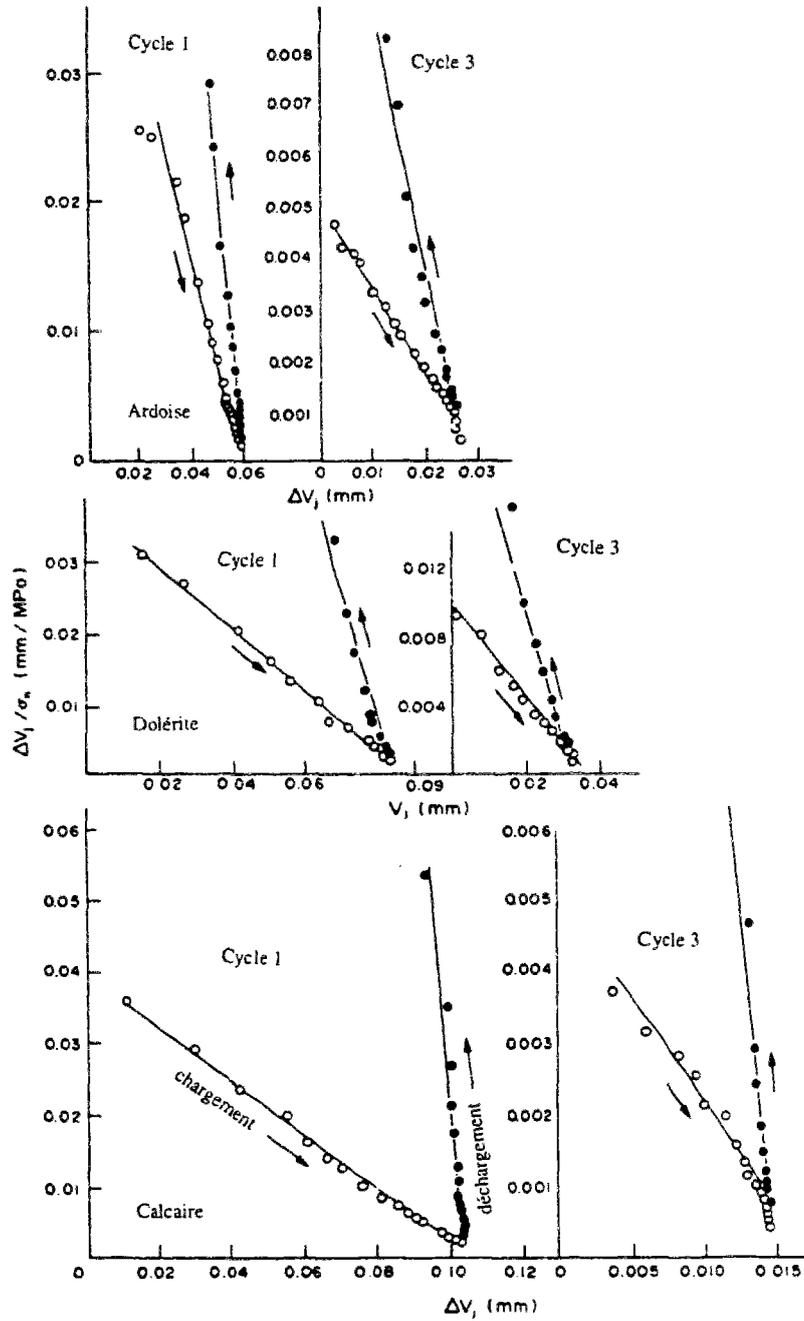


Figure 1.5: Variation expérimentale de  $\Delta V_j/\sigma_n$  en fonction de  $\Delta V_j$  (d'après Bandis *et al.* [1983]).

Le comportement non linéaire de la déformation d'un joint sous une contrainte de compression implique que la rigidité normale dépende de l'état de fermeture du joint. Appliquée à la relation (1.2) introduite par Bandis *et al.* [1983], la rigidité normale d'un joint se met sous la forme :

$$K_n = \frac{1}{a(1 - b \Delta V_j/a)^2} \quad (1.5)$$

Cette expression permet de calculer une rigidité normale initiale, notée  $K_{ni}$ , en fonction de la constante  $a$ , soit :

$$K_{ni} = \frac{1}{a} \quad (1.6)$$

Pour les grandes valeurs de la contrainte normale ( $\sigma_n$  tendant vers l'infini), la fermeture du joint  $\Delta V_j$  tend vers la valeur limite  $V_m$  qui représente l'asymptote de l'hyperbole définie par l'équation (1.2). Soit :

$$V_m = \frac{a}{b} \quad (1.7)$$

Par élimination de  $a$  et  $b$  à l'aide des équations (1.6) et (1.7), les relations (1.2) et (1.5) deviennent :

$$\sigma_n = K_{ni} V_m \frac{\Delta V_j}{V_m - \Delta V_j} \quad (1.8)$$

$$K_n = K_{ni} \frac{V_m^2}{(V_m - \Delta V_j)^2} \quad (1.9)$$

Dans la pratique, les coefficients  $K_{ni}$  et  $V_m$  sont à estimer par ajustement des résultats expérimentaux des essais de compression. Pour déterminer ces paramètres, Barton *et al.* [1985] ont proposé des relations empiriques faisant intervenir la morphologie, la nature et l'état d'altération du joint, soit :

$$K_{ni} = -10 - 2 \text{ JRC} + 0,03 \left( \frac{\text{JCS}}{E_0} \right)$$

$$V_m = A + B \text{ JRC} + C \left( \frac{\text{JCS}}{E_0} \right)^D$$

Dans ces relations empiriques, les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des constantes à déterminer à partir d'essais au laboratoire,  $E_0$  représente l'ouverture initiale du joint exprimée en mm et JRC correspond au coefficient de rugosité ( $K_{ni}$  est en MPa/mm et  $V_m$  est en mm). Le paramètre JCS (Joint Compressive Strength), qui est exprimé en MPa dans ces formules, caractérise la résistance à la compression des épontes d'un joint. Il dépend de la nature de la roche et de l'état d'altération de ce joint et doit être mesuré, selon Barton, à l'aide du marteau de Schmidt. Il est égal à la résistance à la compression simple  $\sigma_c$  de la roche si le joint n'est pas altéré, sinon il peut être réduit jusqu'au quart de cette résistance, *i.e.*  $\sigma_c/4$ .

Pour estimer l'ouverture initiale  $E_0$  d'un joint sous une contrainte initiale de 1 kPa, Bandis *et al.* [1983] suggère la relation empirique suivante ( $E_0$  est donné en mm) :

$$E_0 = \frac{\text{JRC}}{5} \left( 0,2 \frac{\sigma_c}{\text{JCS}} - 0,1 \right) \quad (1.10)$$

### 3.2.1.2 Comportement d'un joint sous une contrainte de cisaillement

Le comportement au cisaillement d'un joint a une grande influence sur la stabilité des masses rocheuses. Nous avons noté précédemment que ce comportement est fortement contrôlé par la morphologie des surfaces de contact. Nous signalons, encore, l'effet d'autres paramètres tels que la nature de la roche, l'histoire des déplacements au niveau du joint, la contrainte normale et la nature du matériau de remplissage.

Comme dans le cas de la compression simple, le comportement au cisaillement d'un joint est également non linéaire. On peut distinguer, comme le montre la courbe contrainte-déformation de la figure 1.6a, deux phases : une phase de pré-pic et une phase de post-pic. La première phase s'accompagne d'une augmentation rapide de l'effort de cisaillement jusqu'à atteindre une résistance maximale du pic  $\tau_{pic}$ . Vient ensuite la phase de post-pic durant laquelle l'effort de cisaillement du joint diminue progressivement pour se stabiliser à une valeur résiduelle  $\tau_{res}$ . La résistance au pic peut être confondue avec la résistance résiduelle. Cette situation apparaît, par exemple, dans le cas de joints lisses ou déjà cisailés.

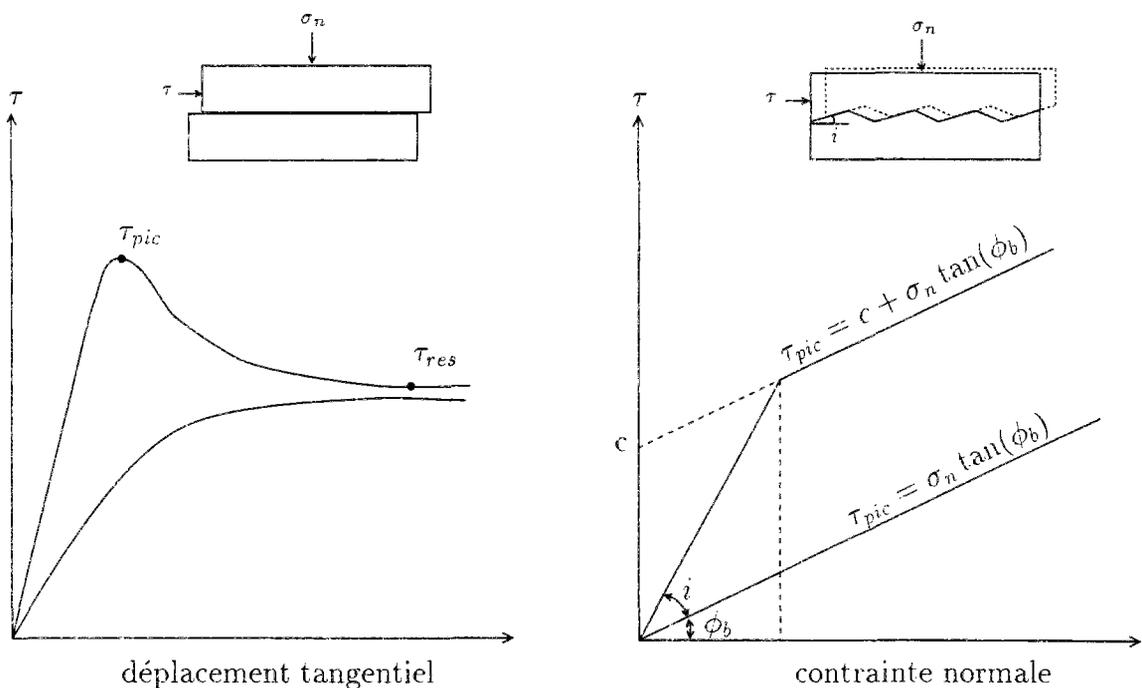


Figure 1.6: (a) Comportement au cisaillement d'un joint rocheux, (b) Modèle de variation de  $\tau_{pic}$  en fonction de la contrainte normale (d'après Patton [1966]).

#### a) Résistance au cisaillement d'un joint

Le comportement au cisaillement d'un joint s'accompagne souvent d'un phénomène de dilatance, en particulier si le pic est bien marqué. En relation avec la morphologie ou la rugosité des épontes, cette dilatance augmente la résistance au cisaillement d'un joint. Patton [1966] est l'un des premiers qui ont introduit un angle de dilatance  $i$  pour tenir compte d'un tel effet. Pour une contrainte de compression  $\sigma_n$  inférieure à la résistance des aspérités, cet auteur a exprimé la résistance au pic par la formule suivante :

$$\tau_{pic} = \sigma_n \tan(\phi_b + i)$$

avec  $i$  l'angle que font les aspérités avec le plan de cisaillement (fig. 1.6b) et  $\phi_b$  l'angle de frottement de base qui dépend du matériau rocheux et qui caractérise le glissement entre deux surfaces lisses.

Pour les contraintes normales assez grandes, Patton [1966] a décrit la résistance au pic par la relation suivante :

$$\tau_{pic} = c + \sigma_n \tan(\phi_b)$$

avec  $c$  est une cohésion apparente due aux aspérités du joint (fig. 1.6b).

La résistance au cisaillement d'un joint provient essentiellement de la résistance au glissement le long des surfaces de contact, de l'effet de dilatance, et également de la résistance au cisaillement à travers les aspérités du joint. Pour tenir compte de ce dernier facteur, Ladanyi et Archambault [1970] ont donné une autre expression de la résistance au pic. Elle s'écrit :

$$\tau_{pic} = \frac{\sigma_n (1 - a_s) (\dot{v} + \tan(\phi_b)) + a_s S_r}{1 - (1 - a_s) \dot{v} \tan(\phi_b)}$$

où :

$a_s$  : surface spécifique de cisailment égale au rapport de la surface cisailée à la surface totale du joint (voir fig. 1.7) ;

$\dot{v}$  : taux de dilatance au pic (égal à  $\Delta y / \Delta x$ ) ;

$S_r$  : la résistance au cisailment du matériau rocheux.

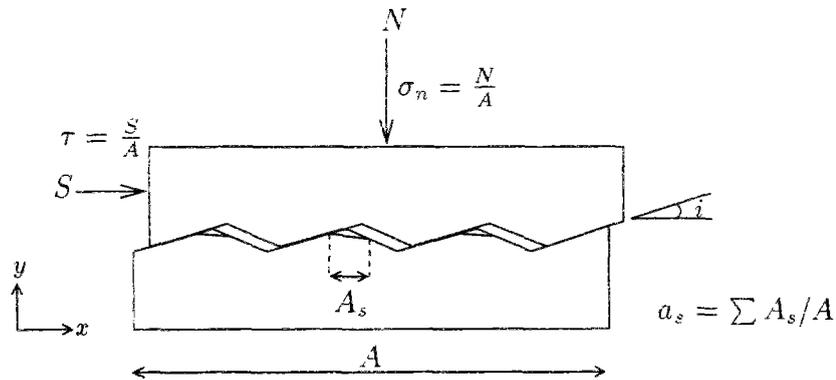


Figure 1.7: Paramètres introduits dans le modèle de comportement au cisailment décrit par Ladanyi et Archambault [1970].

Pour estimer les paramètres  $a_s$  et  $\dot{v}$ , ces auteurs suggèrent les relations empiriques suivantes :

$$a_s = 1 - \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^K$$

$$\dot{v} = \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^L \tan(i)$$

avec  $\sigma_T$  la contrainte de transition définie comme la contrainte normale au-delà de laquelle la dilatance due au cisaillement disparaît. Les coefficients  $K$  et  $L$  sont des constantes respectivement de l'ordre de 1, 5 et 4. Ces deux relations sont valables pour les contraintes normales  $\sigma_n$  inférieures à  $\sigma_T$ .

La formule la plus utilisée est celle proposée par Barton [1971]. Elle fait intervenir la contrainte normale, l'altération et la rugosité du joint, soit :

$$\tau_{pic} = \sigma_n \tan \left[ \text{JRC} \log_{10} \left( \frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right) + \phi_b \right] \quad (1.11)$$

Elle implique que l'angle de dilatance au pic est directement proportionnel au coefficient de rugosité JRC :

$$i = \text{JRC} \log_{10} \left( \frac{\text{JCS}}{\sigma_n} \right)$$

L'usage de l'équation (1.11), pour estimer la résistance au pic, n'est valable que si la contrainte normale  $\sigma_n$  est inférieure au paramètre JCS.

La réduction progressive de la résistance d'un joint naturel, dans sa phase de post-pic, est associée essentiellement à la destruction des aspérités qui entraîne un changement de la morphologie du joint et une diminution de son angle de dilatance. Krahn et Morgentern [1979] ont étudié expérimentalement la distribution de la hauteur des aspérités avant et après cisaillement. La figure 1.8 représente les profils obtenus. Elle révèle d'une part la disparition des grands pics et d'autre part l'apparition de quelques plateaux qui, selon ces auteurs, pourraient être à un certain stade du cisaillement les seuls lieux de contact. Ce changement de morphologie est plus net pour les joints initialement très rugueux.

La destruction et l'endommagement des aspérités conduisent à la production de débris de broyage. Ces débris ne sont pas sans influence sur le comportement au cisaillement du joint. Pereira et Freitas [1993] ont analysé l'évolution de la taille des grains de produits par broyage avec le déplacement tangentiel. Ils ont constaté que le pourcentage des fines augmente quand le déplacement tangentiel augmente.

La résistance résiduelle, qui caractérise le glissement entre les deux épontes d'un joint après la rupture, a été exprimée par plusieurs auteurs de la manière suivante :

$$\tau_{res} = \sigma_n \tan(\phi_r)$$

où  $\phi_r$  est l'angle de frottement résiduel.

Krahn et Morgenstern [1979] ont réalisé un certain nombre d'essais sur des échantillons de même composition minéralogique et avec le même chargement normal. Ils ont constaté que dans le domaine des grandes déformations la résistance au cisaillement ne dépend pas uniquement de la nature du matériau, mais également de la géométrie initiale du joint. Ils ont proposé, alors, de remplacer le mot «résistance résiduelle» par «résistance ultime au frottement».

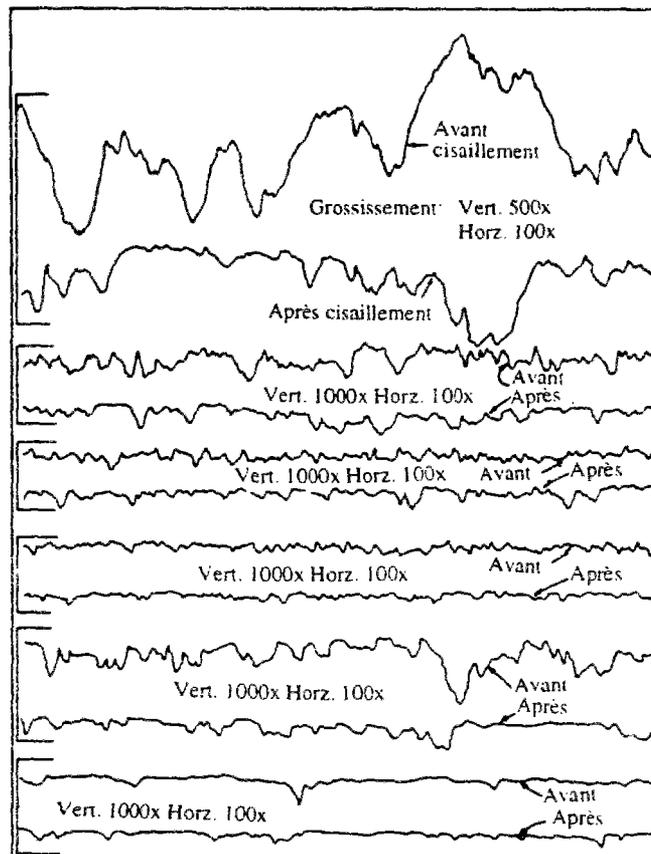


Figure 1.8: Profils de joints avant et après cisaillement (d'après Krahn et Morgenstern [1979]).

### b) Influence du matériau de remplissage

L'effet d'un matériau de remplissage sur le cisaillement dépend de la nature de ce matériau, de son épaisseur et de la hauteur des aspérités. Il a été analysé par plusieurs auteurs tels que Barton [1974], Ladanyi et Archambault [1977], Lama [1978] et Papaliangas *et al.* [1993].

En général, la résistance au cisaillement d'un joint diminue quand l'épaisseur du matériau de remplissage augmente. Des essais de cisaillement sur des joints artificiels, de morphologies similaires et remplis par différentes épaisseurs  $f$  de kaolinite ont permis à Lama [1978] de suggérer la relation empirique suivante concernant la résistance au pic d'un joint :

$$\tau_{pic} = 7,25 + 0,46 \sigma_n - 0,3 \ln(f) \sigma_n^{0,745}$$

où  $\tau_{pic}$  et  $\sigma_n$  s'expriment en kPa et  $f$ , l'épaisseur du matériau de remplissage, s'exprime en millimètres. Cette relation est liée aux dimensions des échantillons utilisés par l'auteur. Celui-ci ne propose pas une généralisation de sa formule à des dimensions quelconques.

Howing et Kutter [1985] ont utilisé des joints avec des surfaces de contact planes. Leur objectif était d'analyser l'influence de l'épaisseur  $f$  d'un matériau de remplissage sur l'évolution, dans le temps, de la déformation tangentielle d'un joint. Ils ont constaté, d'après leurs essais, que la vitesse du fluage est approximativement proportionnelle à l'épaisseur  $f$  et qu'elle est liée, d'une manière exponentielle, au pourcentage d'argile présent dans le matériau de remplissage.

Pour aboutir à une formule plus générale que celle obtenue par Lama [1978], Papaliangas *et al.* [1993] ont également mené une série d'essais sur des joints artificiels et de morphologies identiques. En faisant varier le rapport  $f/a$  de l'épaisseur du matériau de remplissage  $f$  sur l'amplitude de la rugosité  $a$ , ils ont obtenu des courbes de cisaillement d'allures générales représentées sur la figure 1.9a. Ces essais montrent, en outre, que la résistance au pic, comme la résistance résiduelle, diminuent progressivement quand le rapport  $f/a$  croît, jusqu'à se stabiliser à une valeur minimale. Papaliangas *et al.* [1993] pensent, qu'à partir d'une certaine épaisseur  $f$ , la rupture se produit d'une part à travers le matériau de remplissage et d'autre part le long des interfaces entre le matériau de remplissage et les épontes du joint.

Leurs essais montrent, finalement, que la résistance au pic est toujours plus petite que la résistance au cisaillement du matériau de remplissage (fig. 1.9b). Elle reste, cependant, plus élevée que la résistance des interfaces entre ce matériau et les épontes du joint.

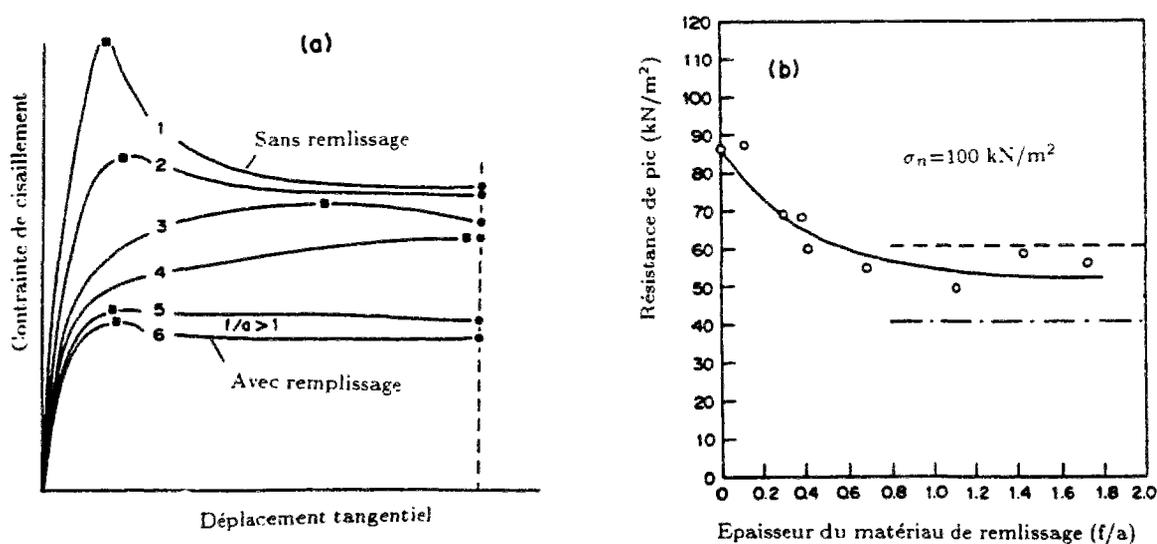


Figure 1.9: (a) Comportement d'un joint au cisaillement en fonction de  $f/a$ , (b) Variation de  $\tau_{pic}$  en fonction de  $f/a$  (d'après Papaliangas *et al.* [1993]).

### c) Effet d'échelle

L'effet d'échelle sur le comportement au cisaillement des joints a été étudié, à partir d'essais au laboratoire et sur des échantillons de tailles différentes, par plusieurs auteurs.

Les travaux réalisés par Bandis *et al.* [1981] montrent que plus la longueur de l'échantillon augmente plus la résistance au pic diminue et le déplacement tangentiel au pic augmente

(fig. 1.10). Cette augmentation d'échelle réduit nettement les coefficients JRC et JCS. Pour tenir compte d'un tel effet, Barton et Bandis [1982] ont introduit les relations empiriques suivantes :

$$JRC_n = JRC_0 \left( \frac{L_n}{L_0} \right)^{-0,02 JRC_0}$$

$$JCS_n = JCS_0 \left( \frac{L_n}{L_0} \right)^{-0,03 JRC_0}$$

où :

$JRC_0, JCS_0$  : coefficient de rugosité et de résistance en compression d'un joint de longueur  $L_0$  ;

$JRC_n, JCS_n$  : coefficient de rugosité et résistance en compression d'un joint de longueur  $L_n$ .

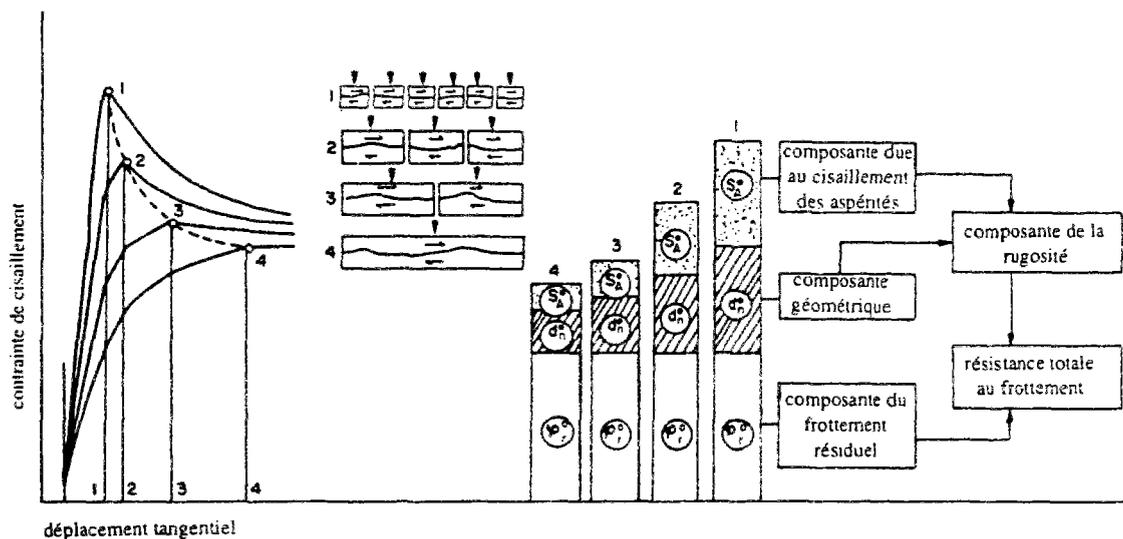


Figure 1.10: Effet d'échelle sur les trois composantes principales caractérisant le comportement au cisaillement d'un joint (d'après Bandis *et al.* [1981]).

#### d) Rigidité tangentielle

Pour caractériser l'évolution de la résistance au cisaillement d'un joint en fonction de la déformation tangentielle, Goodman *et al.* [1968] ont introduit la notion de rigidité tangentielle  $K_t$ . Barton et Choubey [1977] ont étudié la variation de la rigidité tangentielle sécante au pic en fonction de la contrainte normale, de la rugosité du joint et de son état d'altération. Ils ont déduit, grâce à leurs essais, la relation empirique suivante :

$$K_t = \frac{100}{L} \sigma_n \tan \left[ JRC \log \left( \frac{JCS}{\sigma_n} \right) + \phi_b \right]$$

Cette relation suppose que le pic est atteint pour une déformation tangentielle égale à 1% de la longueur totale  $L$  du joint ( $L$  est exprimée en m).

La variation de la rigidité tangentielle en fonction de la direction du cisaillement a été étudiée expérimentalement par Jing *et al.* [1992]. A cause de l'endommagement des surfaces de contact provoqué par un essai de cisaillement, ces auteurs ont utilisé plusieurs séries de joints artificiels à morphologies similaires. A partir des essais menés sur ces joints, Jing *et al.* [1992] constatent que la rigidité tangentielle varie selon la direction du cisaillement en décrivant, dans le plan du joint, une courbe elliptique.

### 3.2.2 Comportement hydraulique d'une fracture sous contrainte normale

L'écoulement dans un massif rocheux fissuré est essentiellement gouverné par l'écoulement à travers ses fractures, notamment si le matériau rocheux est peu perméable. Cet écoulement a un effet néfaste sur la stabilité d'un massif à cause des pressions hydrauliques qu'il introduit. Il convient donc de le prendre en considération dans une analyse de la déformation et de la rupture d'un tel milieu. Nous signalons que cette circulation d'eau peut altérer le matériau rocheux et en particulier les épontes des discontinuités.

La circulation de l'eau dans une fracture s'effectue très souvent selon des chenaux assez tortueux. Ces chenaux dépendent de la rugosité et de la distribution des points de contact entre les deux épontes de la fracture. Plusieurs auteurs ont tenté d'étudier les paramètres fondamentaux qui contrôlent l'écoulement dans une fracture tels que l'espace des vides offert à l'écoulement, le cheminement des lignes de courant dans la fracture ou, plus globalement, la conductivité hydraulique de cette fracture.

Ces paramètres, qui dépendent de la morphologie de la fracture et de l'état de contrainte, sont difficiles à caractériser. La dissolution, la recristallisation, l'érosion ou le remplissage sont des mécanismes naturels qui affectent les fractures et qui sont en partie responsables de cette situation complexe.

Parmi les approches utilisées pour caractériser la circulation de l'eau à travers une fracture, nous citons celle qui assimile l'écoulement dans une fracture à un écoulement rectiligne parallèle. Louis [1967] a entrepris une étude expérimentale et théorique de l'écoulement dans une fracture sans remplissage. La loi de l'écoulement, à laquelle il a abouti, exprime le gradient hydraulique  $J$  en fonction d'un coefficient de perte de charge de la manière suivante :

$$J = \lambda \frac{1}{D_h} \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

où :

$D_h$  : le diamètre hydraulique ( $D_h = 2e$ ,  $e$  l'ouverture moyenne de la fracture) ;

$\lambda$  : le coefficient de perte de charge qui dépend de la rugosité relative  $k/D_h$  et du nombre de Reynolds  $R_e$  (fig. 1.11),  $k$  est la rugosité absolue représentée par la hauteur des aspérités ;

$\bar{V}$  : la vitesse moyenne de l'écoulement ;

$g$  : l'accélération de la pesanteur.

D'après ses résultats (fig. 1.11), Louis [1967] montre que l'hypothèse d'un écoulement

parallèle et rectiligne dans une fracture sans remplissage n'est valable que pour une valeur de  $k/D_h$  inférieure à 0,033. Dans ce cas, le régime de l'écoulement peut être laminaire ou turbulent. La transition entre ces deux régimes s'effectue pour un nombre de Reynolds égal à 2300.

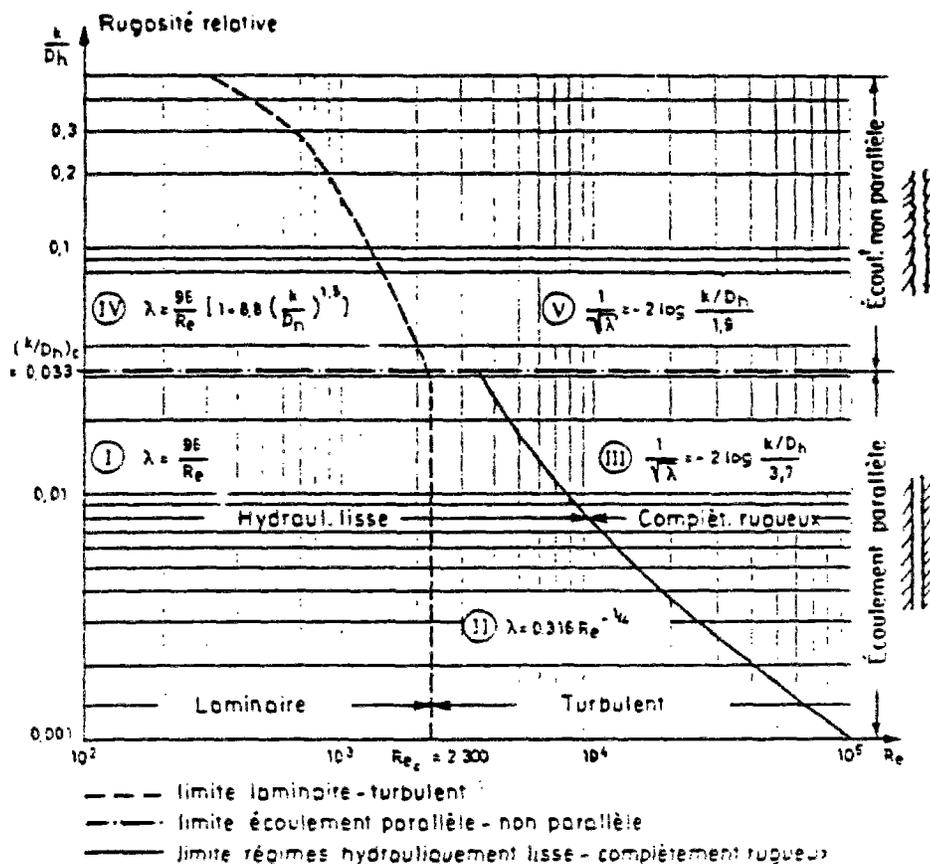


Figure 1.11: Lois d'écoulement dans des fractures (d'après Louis [1967]).

Dans la plupart des situations naturelles, le régime de l'écoulement dans une fracture est laminaire. Par analogie avec l'écoulement laminaire entre deux plaques parallèles, plusieurs auteurs expriment le débit par unité de charge hydraulique à l'aide de la relation suivante, appelée la « loi cubique » :

$$Q/\Delta H = \frac{C}{f} e^3$$

où :

$e$  : l'ouverture moyenne de la fracture ;

$C$  : une constante qui dépend de la nature de l'écoulement (parallèle ou radial) et de la viscosité du fluide ;

$f$  : un facteur tenant compte de la rugosité de la fracture.

Lomize [1951] et Louis [1967] considèrent que  $f$  vaut 1 si  $k/D_h$  est inférieure à 0,033. On retrouve ainsi la loi cubique classique concernant l'écoulement laminaire plan. Pour les valeurs de la rugosité relative plus importantes, Louis [1967] exprime  $f$  par :

$$f = 1 + 8,8 \left( \frac{k}{D_h} \right)^{1,5}$$

Les essais de Romm [1966] montrent que l'écoulement laminaire dans une fracture obéit à la loi cubique du moins si l'ouverture de cette fracture est inférieure à  $0,2 \mu\text{m}$ .

Ces essais de Romm [1966] sont effectués sur des fractures ouvertes. Or, les fractures sont souvent soumises à des contraintes de compression qui créent des zones de contact le long de la fracture et modifient son ouverture effective. Dans ce cas, l'écoulement encore possible à travers la fracture se trouve en partie bloqué par l'existence de ces zones de contacts. Iwai [1976], Witherspoon *et al.* [1980], Raven et Gale [1985] ont cherché à vérifier si la loi cubique est toujours valable sous l'effet d'un chargement normal.

Les essais de Witherspoon *et al.* [1980], menés sur des fractures artificielles et pour divers types de roches (granite, marbre et basalte), confirment en général la validité de cette loi, notamment pour les faibles contraintes de compression.

Raven et Gale [1985] ont effectué des essais d'écoulement sur des fractures naturelles avec différents niveaux de contraintes (des cycles de chargement-déchargement) et pour des échantillons de dimensions variables. Ils ont constaté que le débit à travers les fractures diminue quand la taille des échantillons et le nombre de cycles augmentent (fig. 1.12).

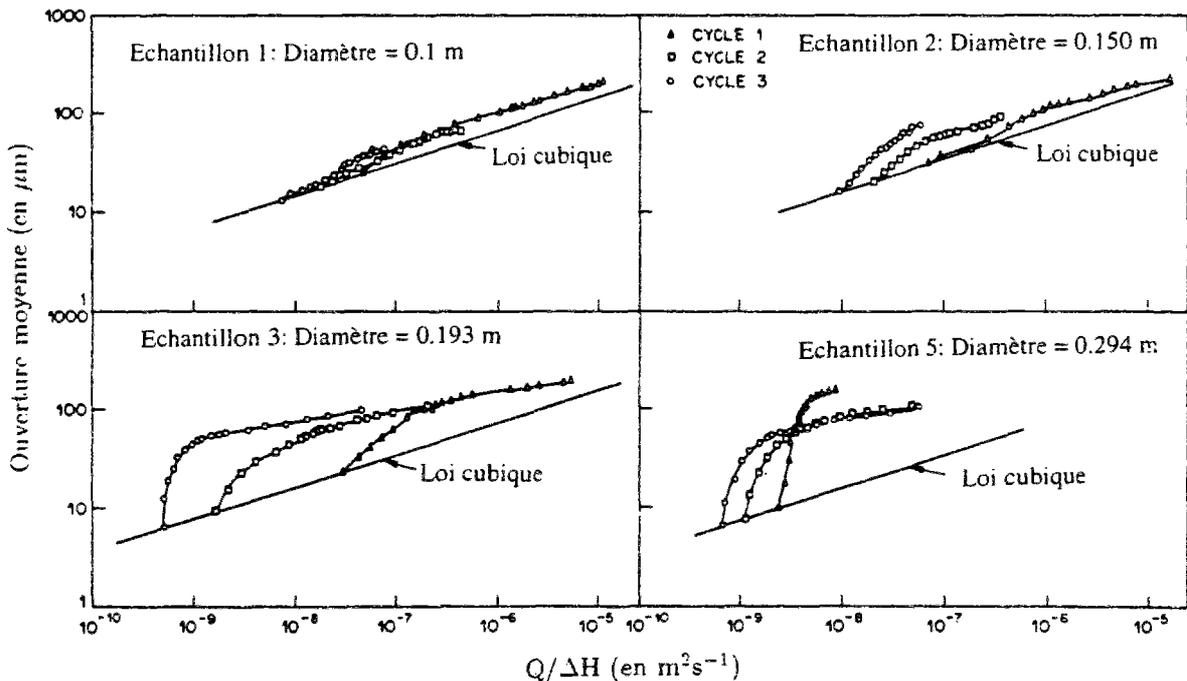


Figure 1.12: Résultats des essais d'écoulement effectués par Raven et Gale [1985].

Les résultats de Raven et Gale [1985] révèlent une déviation de la loi de l'écoulement par rapport à la loi cubique qui augmente avec la taille de l'échantillon (fig. 1.12). Ils montrent, en outre, que pour les grandes valeurs de la contrainte normale (qui correspondent aux faibles valeurs de l'ouverture) le débit devient presque insensible à l'augmentation des efforts de compression et montre ainsi l'apparition d'une conductivité résiduelle. L'augmentation d'un tel effort s'accompagne d'une fermeture de la fracture, d'une augmentation

rapide des points de contact qui accentue la tortuosité des lignes de courant et diminue l'ouverture offerte à l'écoulement.

On note  $\Delta E$  la fermeture mécanique d'une fracture sous l'effet d'une contrainte normale et  $E$  l'ouverture résiduelle de cette fracture donnée par :

$$E = E_0 - \Delta E$$

où  $E_0$  l'ouverture initiale de la fracture déterminée par la relation empirique (1.10) de Bandis *et al.* [1983].

Pour estimer l'ouverture hydraulique  $e$  quand la contrainte normale varie Barton *et al.* [1985] donnent la relation empirique suivante :

$$e = \frac{JRC_0^{2,5}}{(E/e)^2}$$

où  $e$  et  $E$  sont exprimés en  $\mu\text{m}$ .

Cette relation signifie que l'ouverture hydraulique est plus faible que l'ouverture mécanique et que l'écart entre elles augmente lorsque les fractures sont très rugueuses (fig. 1.13).

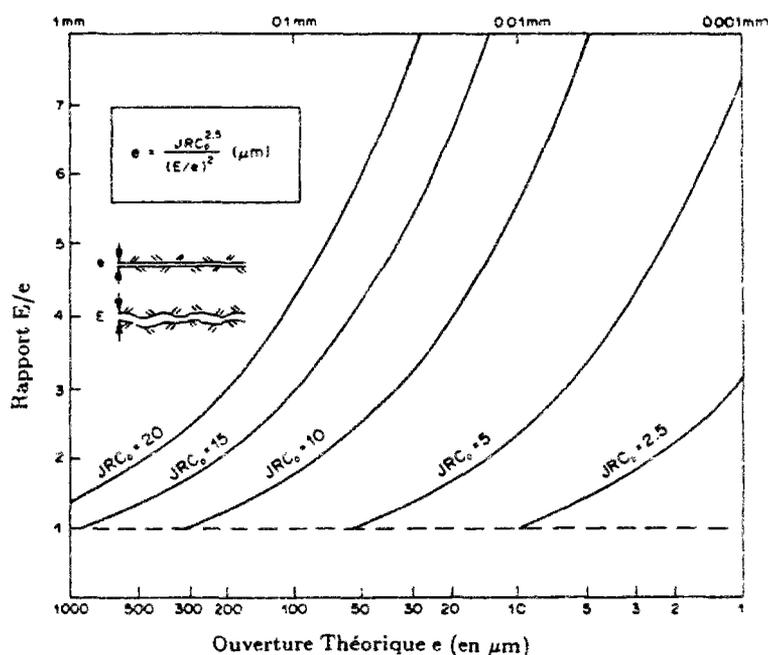


Figure 1.13: Evolution de  $e$  en fonction de  $E/e$  (d'après Barton *et al.* [1985]).

## 4 Etude et simulation d'un réseau de fractures

### 4.1 Etude de la géométrie d'un réseau de fracture

Cette étude est nécessaire pour la modélisation géométrique d'un milieu discontinu équivalent au massif rocheux réel étudié. A cause de son système de fractures, un massif

rocheux est discrétisé en blocs de roche plus ou moins intacts. Sous l'effet des charges mécaniques ou des pressions hydrauliques, ces blocs, moins déformables que les zones de discontinuités, vont se déplacer les uns par rapport aux autres. Leurs formes, conditionnées par la connexion entre fractures, influencent énormément leurs mouvements, leurs positions d'équilibre ou le mécanisme de rupture qui peut les affecter. Pour modéliser cette discrétisation en blocs, on assimile chaque éponte d'une fracture à un plan ou à une succession de plans. Par rapport aux dimensions du massif, ces simplifications engendrent des erreurs négligeables sur la reproduction de la forme d'une fracture. Ces deux épontes planes ou planes par morceaux sont supposées être parallèles. Cette dernière hypothèse est utilisée faute de modèles géométriques et mécaniques susceptibles de rendre compte de l'ensemble discret quelconque que forment les lieux de contact entre ces deux épontes.

Pour étudier le réseau de fracture dans un massif, on se ramène, à l'aide de ces simplifications, à identifier chaque fracture à un élément plan ou à une succession d'éléments plans le long desquels l'épaisseur est constante voire nulle. Chaque élément est défini par sa position, son orientation, sa forme et éventuellement son épaisseur ; des paramètres qui ne sont pas tous accessibles à l'observation.

Ces fractures existent à toutes les échelles, allant du centimétrique au métrique et éventuellement au kilométrique. Leur nombre augmente, en général, avec le volume du massif. Il est donc impossible de représenter ce massif avec toutes ses échelles. Dans la pratique, le choix d'une limite inférieure s'impose. Ce choix, qui est propre à chaque massif, nécessite l'expérience du géologue ou de l'ingénieur géologue.

#### **4.1.1 Méthodes d'identification de la fracturation d'un massif**

Les différentes méthodes qui existent peuvent être complémentaires. Cependant, même combinées ensemble, ces méthodes ne donnent que des informations partielles et insuffisantes sur le réseau de discontinuités d'un massif.

Une première identification des fractures à grande échelle, telles que les failles régionales et locales, peut être réalisée à l'aide des cartes géologiques.

Pour les échelles inférieures de la fracturation, on peut relever les traces des discontinuités qui interceptent les plans d'affleurement, les fronts de tailles, les parements naturels des ouvrages souterrains, comme les galeries et les chemins d'accès. Pour observer la trace d'une fracture, il faut que sa position, son extension et son orientation par rapport au plan de mesure vérifient certaines conditions.

L'échantillonnage sur ces fenêtres d'observation peut être conduit par deux méthodes différentes selon la nature du support choisi. L'une des méthodes consiste à tracer une ligne sur la fenêtre de mesure et relever toutes les fractures qui interceptent ce support linéaire. L'autre méthode consiste à définir sur la station de mesure un support plan, en général rectangulaire, afin d'échantillonner les fractures qui le coupent.

Pour chaque fracture on mesure son orientation, son extension, sa position et son ouverture. On relève également les espacements entre les fractures du support choisi. Afin de compléter ces observations, on décrit qualitativement d'autres paramètres comme la rugosité et l'état d'altération de chaque fracture ainsi que son matériau de remplissage.

De telles données interviennent pour estimer les paramètres mécaniques des fractures du massif étudié.

Il existe également d'autres moyens d'échantillonnage à partir d'un relevé de surface. Il s'agit de la photographie aérienne et des techniques de télédétection en général. Bien qu'elles donnent une vue globale sur la distribution des fractures de la surface observée, ces méthodes ne permettent pas de mesurer tous les paramètres géométriques de la fracturation.

Le forage est un autre type d'échantillonnage très employé notamment pour les massifs en grandes profondeurs où il représente souvent le seul moyen disponible pour connaître l'état de fracturation d'un milieu. L'identification des fractures peut être réalisée par différents moyens : diagraphie géophysique, carottages orientés, prise d'empreintes dans les forages, etc. Ces procédés peuvent nous renseigner sur la position, l'orientation et l'épaisseur des fractures qui interceptent les forages, mais ils ne permettent pas de mesurer leurs extensions. En outre, ils n'offrent que des informations locales sur la fracturation du massif. Ainsi, pour une campagne de reconnaissance efficace, il est nécessaire de réaliser plusieurs forages dont le coût croît vite avec leur nombre et la profondeur à reconnaître.

La mise en œuvre de méthodes géophysiques depuis la surface ou entre sondages (méthodes sismiques, électriques, georadar, etc.) permet également l'identification des discontinuités principales d'un massif rocheux.

#### 4.1.2 Identification des familles directionnelles

Pour une bonne représentation de ce réseau, il convient de commencer par identifier les familles directionnelles quand elles existent. Il s'agit de regrouper les discontinuités d'orientations (direction et pendage) voisines dans une même classe ou famille. Comme le confirme les projections stéréographiques, les différentes orientations dans un réseau de fractures ne sont pas distribuées d'une manière complètement aléatoire. Au contraire, elles sont souvent regroupées autour de quelques pôles qu'on associe aux familles directionnelles. Il est recommandé de respecter cette structure qui peut correspondre à une réalité physique : il y a de fortes chances pour que les fractures développées lors de la même phase de déformation aient des paramètres géométriques similaires comme leurs orientations.

Pour guider le choix d'un regroupement, il est donc judicieux d'étudier l'histoire géologique du massif. En général, le premier épisode tectonique a créé deux familles conjuguées de fractures (ou plus). Les épisodes ultérieurs ont donné naissance à de nouvelles fractures ou ont simplement fait rejouer des discontinuités existantes.

Pour compléter cette première étude et visualiser la répartition spatiale des discontinuités, on peut recourir aux méthodes de projections stéréographiques (projection équivalente ou conforme).

Certains auteurs ont développé des méthodes automatiques pour ressortir les familles directionnelles des fractures. Nous citons, par exemple, la méthode vectorielle de Bailey [1975] et la méthode de projection du gradient de la densité de Schaeben [1984].

Quelle que soit la méthode utilisée pour aboutir à ce regroupement, on doit tenir compte

des erreurs d'échantillonnage qui biaisent les mesures concernant certaines familles directionnelles. En effet, les fractures subparallèles à une fenêtre de mesure n'apparaissent qu'avec une faible fréquence. Les fractures normales à un forage apparaissent plus fréquemment que celles qui sont obliques. Afin d'améliorer la qualité de l'échantillonnage, il est souhaitable de relever les mesures sur des stations d'orientations différentes.

Une fois ce regroupement établi, l'analyse de la variabilité spatiale des propriétés géométriques des fractures s'effectue en ne considérant que les éléments d'une même famille directionnelle.

### 4.1.3 Traitement statistique des données de la fracturation

La description déterministe d'un réseau de fractures est difficile voire impossible à cause de sa complexité et des limites des méthodes de reconnaissance qui n'offrent que des informations fragmentaires sur l'organisation d'un tel réseau. Pour contourner cette difficulté et tenir compte de la complexité de ce réseau, on a recourt aux approches stochastiques telles que les théories probabilistes. Il s'agit d'un choix méthodologique faute d'autres approches simples capables de reproduire la réalité.

#### 4.1.3.1 Distribution spatiale des fractures

La distribution des fractures dans l'espace est une caractéristique importante du réseau de fracturation. Une approche probabiliste, très utilisée grâce à sa simplicité, consiste à interpréter la répartition des centres de ces fractures comme une réalisation d'un processus de Poisson. Dans l'espace tridimensionnel, ce processus ponctuel décrit la répartition de points implantés indépendamment les uns des autres selon une densité uniforme  $\lambda_v$  (nombre de points par unité de volume). Ce processus vérifie les propriétés suivantes :

- le nombre de fractures dans un domaine de volume  $V$  est une variable aléatoire de Poisson de paramètre  $(\lambda_v V)$  ;
- le nombre de fractures dans deux domaines disjoints sont des variables aléatoires indépendantes ;
- la projection de ce processus sur un plan est un processus de Poisson ayant comme paramètre le nombre de fractures par unité de surface  $\lambda_s$  ;
- sa projection sur une droite est aussi un processus de Poisson qui a comme paramètre le nombre de fractures par unité de longueur  $\lambda_l$ . De plus, la distance séparant deux fractures consécutives de cette ligne, appelée distance interfracturale, est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre  $(1/\lambda_l)$ .

Cette distance interfracturale, aisément mesurable sur un front de taille en carrière, s'ajuste parfois bien sur une loi exponentielle.

Cette approche suppose que la densité volumique du processus de Poisson est constante. Dans un cas réel, où une telle hypothèse s'avère très forte, on peut tenir compte de la

variabilité spatiale de cette densité d'une façon indirecte. Il s'agit de subdiviser le domaine étudié en sous-domaines de densité de fracturation plus ou moins uniforme. Ce découpage étant réalisé, on associe à chacun de ces sous-domaines le processus de Poisson qui décrit le plus fidèlement possible l'implantation spatiale de ses fractures.

Les relations entre la densité volumique  $\lambda_v$ , la densité surfacique  $\lambda_s$  et la densité linéaire  $\lambda_l$  font intervenir l'orientation de la station de mesure ainsi que les moments d'ordre un et deux qui caractérisent la distribution de l'extension des fractures (*cf.* Xu [1991]).

Ces fractures ont des paramètres géométriques variables (orientation, extension, ouverture, etc.). Pour tenir compte de ce phénomène, chacun de ces paramètres est assimilé à une variable aléatoire dont les lois de distribution sont à ajuster à partir des données acquises sur le terrain. Ce traitement statistique des observations néglige, en général, les corrélations entre ces paramètres.

#### 4.1.3.2 Analyse de l'orientation

Assimilé à une variable aléatoire, ce paramètre subit un traitement statistique afin d'approcher sa loi de distribution expérimentale, issue des mesures, par une loi statistique connue.

L'orientation d'une fracture peut être définie par sa normale ou son pôle. En coordonnées sphériques, elle se caractérise par deux paramètres : une colatitude  $\theta$  et une longitude  $\phi$  (fig. 1.14).

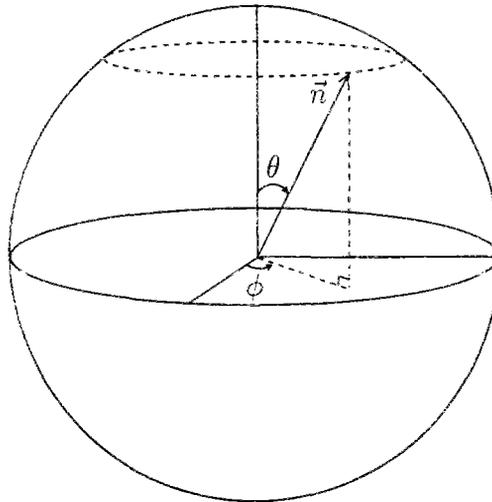


Figure 1.14: Caractéristiques de la normale en coordonnées sphériques (sphère unitaire).

Pour simplifier cette analyse, il convient de choisir l'axe ( $\theta = 0$ ) parallèle à l'orientation moyenne de la famille étudiée, notée  $(\theta_m, \phi_m)$ . Cette moyenne est souvent approchée par la somme normalisée des vecteurs unitaires orthogonaux aux fractures (Mardia [1972]).

Parmi les lois de distribution sphériques utilisées pour approcher la distribution de  $(\theta, \phi)$ , nous citerons la loi bivariable de Fisher. Cette distribution isotrope n'est pas valable si

la répartition des pôles sur une sphère de projection n'admet pas un axe de symétrie. Comme solution dans ce cas, on peut utiliser la loi hémisphérique de Bingham (Mardia [1972]). Celle-ci présente l'inconvénient d'être difficile à mettre en œuvre et nécessite un échantillonnage de taille importante.

Pour analyser la déviation des orientations par rapport à la moyenne, certains auteurs utilisent la projection des pôles sur un plan tangent à cette moyenne (Grossman [1985], Billiaux [1990]). Se ramenant à une étude bidimensionnelle, ils caractérisent le nuage de points obtenu par deux paramètres (les deux coordonnées polaires ou cartésiennes) dont la distribution est ajustée par une loi bivariable de Gauss.

Une autre méthode plus simple est celle qui utilise l'azimut et le pendage pour définir l'orientation d'une fracture. Assimilés à deux variables aléatoires indépendantes, la loi jointe de ces deux paramètres est assez souvent approchée par une loi binormale.

#### 4.1.3.3 Analyse de la densité et de l'espacement

Avant d'étudier la densité de chaque famille directionnelle, il peut être utile d'avoir une idée sur la densité linéaire globale de la fracturation d'un massif. Cette densité peut être estimée à l'aide du nombre moyen par unité de longueur des fractures interceptant une ligne de mesure (d'un forage ou d'un affleurement). Dans le cas des forages, plusieurs indices ont été introduits pour quantifier le degré de fracturation d'un massif comme le RQD (Rock Quality Designation).

Pour estimer la densité linéaire  $\lambda_l$  d'une famille directionnelle, il existe deux approches différentes qui dépendent de la façon de conduire les mesures. En effet, on peut relever uniquement les traces qui coupent une ligne de référence ou échantillonner toutes les fractures qui interceptent une fenêtre d'observation (Blin Lacroix [1988]). Ces deux méthodes présentent chacune des avantages et des inconvénients. Cependant, si on ne dispose que de faibles surfaces de mesure, la seconde méthode pourrait donner de meilleurs résultats.

L'estimation de  $\lambda_l$  permet de caractériser le processus de Poisson qu'on utilise pour décrire la distribution spatiale des fractures. Dans une analyse statistique, le test de ce caractère poissonien peut être effectué en étudiant l'histogramme des espacements entre fractures le long d'une ligne de mesure. En effet, leur distribution expérimentale doit s'ajuster avec une loi exponentielle. Il s'agit, comme nous l'avons déjà exposé, de l'une des propriétés du processus de Poisson.

Certains auteurs comme Priest et Hudson [1981], Call *et al.* [1976] et Baecher *et al.* [1977] ont analysé la distribution de la distance interfracturale pour différents massifs. Ils ont accepté, par des tests d'adéquation, l'hypothèse de la distribution exponentielle de cette variable aléatoire. N'ayant pas abouti au même résultat, d'autres auteurs ont rejeté cette hypothèse et ont conclu qu'un modèle de fracturation avec un processus de Poisson à densité uniforme était insuffisant. Ils ont proposé d'autres modèles dans lesquels ils introduisent la variabilité spatiale de la densité de fracturation (Massoud [1987], Loiseau [1987] et Billiaux [1990]).

#### 4.1.3.4 Analyse de l'extension des fractures et de la longueur des traces

Le seul paramètre qui peut nous renseigner partiellement sur l'extension d'une fracture est la longueur de sa trace  $l$  sur une fenêtre de mesure. Pour analyser la distribution de cette extension dans l'espace tridimensionnel, des hypothèses concernant la forme d'une fracture sont indispensables. On assimile souvent une fracture à un disque de diamètre  $D$ . C'est l'approximation la plus simple en l'absence d'information sur la forme réelle des fractures. Warburton [1980] exprime la loi de distribution des longueurs des traces, sur un plan infini, en fonction de la loi de distribution des diamètres des disques.

En général, pour estimer la loi de distribution de  $D$ , on essaie successivement différentes lois théoriques. On retient celle qui donne pour  $l$  une distribution approchant le mieux l'histogramme expérimental.

Des erreurs liées aux tailles des fractures peuvent nuire à la qualité de cette estimation. En effet, pour un échantillonnage linéaire, les fractures de faibles extensions ont de faibles chances de recouper la ligne de mesure. En outre, la limite de la taille d'une fenêtre de mesure introduit des erreurs concernant les fractures de grandes tailles. Celles-ci apparaissent avec des longueurs inférieures à leurs longueurs réelles, si elles ont au plus une extrémité observable.

Pour corriger ces erreurs, qui sont relatives aux longueurs des traces, plusieurs méthodes ont été développées (Cruden [1977], Priest et Hudson [1981], etc.). Certains auteurs répartissent d'abord les fractures en trois catégories suivant le nombre de leurs extrémités dans la fenêtre de mesure (0, 1 ou 2). Ils tracent ensuite les trois histogrammes expérimentaux correspondants. Finalement, ils ajustent ces trois distributions conditionnelles et expérimentales avec celles issues d'une loi théorique sur  $l$ , déduite de celle sur  $D$  (Massoud [1987], Loiseau [1987]). Souvent, on adopte pour  $D$  une loi exponentielle, lognormale ou gamma.

Les erreurs de mesure affectent aussi les traces de faible dimension. Pour une raison pratique, il est indispensable de fixer une longueur limite en dessous de laquelle les traces ne sont pas mesurées. Cette limite inférieure, indispensable pour des raisons pratiques, doit dépendre de la nature de l'étude à réaliser. Ce choix est particulièrement difficile à effectuer si on s'intéresse à la conductivité hydraulique d'un massif. En effet, cette conductivité dépend de la connexion entre fractures et non de leurs dimensions. On note, cependant, que les grandes fractures ont plus de chances d'être connectées que les petites fractures.

Pour aider à retracer l'histoire géologique d'une famille directionnelle ou du réseau global, on peut relever la nature des terminaisons d'une fracture. Une terminaison peut s'estomper librement dans la matrice rocheuse ou s'interrompre par la présence d'une autre fracture. Une famille de fractures peut être systématiquement, parfois ou jamais tronquée. L'identification des familles qui sont interrompues, ainsi que celles qui les interrompent permet de mieux analyser leur hiérarchie pour mieux dater leurs phases de formation. Il serait alors souhaitable que le modèle géométrique du massif rocheux restitue cette hiérarchie.

#### 4.1.3.5 Analyse de l'ouverture et de l'épaisseur d'une fracture

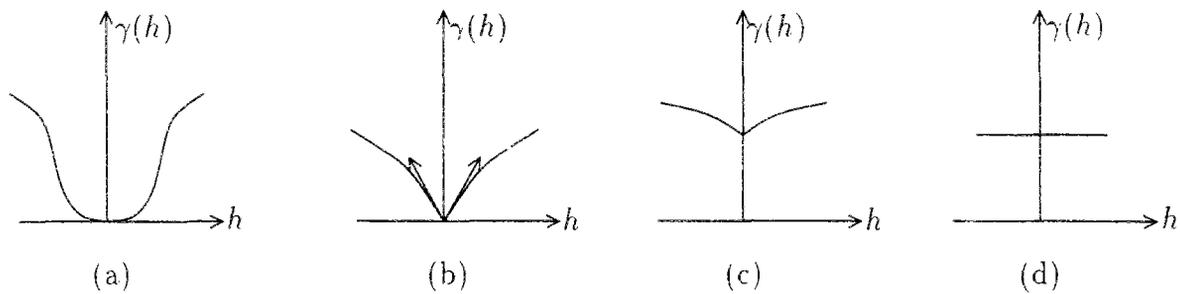
L'ouverture est un paramètre important pour le comportement hydraulique d'une fracture. Cependant, elle est difficile à analyser pour différentes raisons notamment à cause de sa grande variabilité le long d'une fracture. Pour simplifier, on suppose que chaque fracture a une ouverture constante et égale à son ouverture moyenne. Dans le cas où il existe un matériau de remplissage, l'ouverture moyenne d'une fracture est remplacée par l'épaisseur moyenne de ce matériau, qui est souvent ajustée par une loi lognormale.

#### 4.1.4 Traitement géostatistique des données de la fracturation

L'analyse statistique exposée plus haut suppose que les paramètres de la fracturation sont distribués d'une manière aléatoire et indépendante dans l'espace. Or, l'observation sur le terrain d'un paramètre donné montre que son évolution présente aussi un aspect organisé d'un endroit à l'autre. La géostatistique, assimile un tel paramètre à une variable régionalisée, *i.e.* présentant une corrélation spatiale. Pour étudier ses caractéristiques structurales, une fonction appelée variogramme est introduite (Matheron [1965]). Si  $Z$  désigne la variable régionalisée, le variogramme, noté  $\gamma(h)$ , vaut la moitié de l'écart quadratique moyen de  $Z$  mesurée en deux points distants de  $h$ , soit :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E((Z(x+h) - Z(x))^2)$$

avec  $Z(x+h)$  et  $Z(x)$  les valeurs de  $Z$  au points respectifs  $(x+h)$  et  $x$ . La valeur  $2\gamma(h)$  peut être interprétée comme la variance de l'estimation de  $Z(x+h)$  par  $Z(x)$ .



- (a) Comportement parabolique
- (b) Comportement linéaire
- (c) Effet de pépite partiel
- (d) Effet de pépite pur

Figure 1.15: Différents types de variogramme.

Une étude variographique consiste à analyser le comportement du variogramme  $\gamma(h)$  pour les faibles et les grandes distances de  $h$  (fig. 1.15). A un phénomène très régulier ( $Z$  est continue et dérivable) est associé un variogramme parabolique à l'origine ; et à

un phénomène complètement aléatoire correspond un variogramme plat ou à un effet de pépite pur. Un variogramme peut présenter une asymptote atteinte à une distance appelée portée. Il s'agit de la distance au-delà de laquelle il n'y a plus de corrélation spatiale. Dans cette étude, on suppose que les accroissements de la variable régionalisée  $Z$  sont stationnaires de second ordre, c'est-à-dire que leur deux premiers moments sont invariables par translation dans l'espace.

Un variogramme peut montrer des comportements qui ne sont pas réels mais liés aux erreurs de mesure et d'échantillonnage. Une interprétation variographique doit distinguer de tels effets et introduire les corrections adéquates.

Cette analyse a été utilisée pour caractériser la distribution spatiale des fractures. En particulier, elle a été employée pour tester l'implantation de ces fractures selon un processus de Poisson. Théoriquement, si on note  $N(B)$  le nombre de fractures dans un sous-domaine  $B$ , l'hypothèse d'un processus de Poisson implique que le rapport  $R$  entre la variance et la moyenne de  $N(B)$  vaut un. Par ailleurs, les variables  $N(B_1)$  et  $N(B_2)$  de deux sous-domaines disjoints  $B_1$  et  $B_2$ , sont indépendantes. Ceci signifie que le variogramme théorique de  $N(B)$  présente un effet de pépite pur. La confrontation de ces variogrammes théoriques avec les variogrammes expérimentaux ainsi que l'évaluation de  $R$  font partie des méthodes employées en géostatistique pour tester le caractère poissonien d'un phénomène.

Ayant recours à ce type d'analyse, Loiseau [1987] constate que l'implantation des fractures dans les gneiss du Cézallier (France) ne peut pas être décrite par ce type de processus. Les variogrammes montrent que ces fractures s'agencent en paquets ou salves. Ceci se traduit par des espacements faibles entre les fractures d'une même salve et un espacement important entre la dernière fracture d'une salve et la première fracture de la salve suivante. En comparant ses résultats à ceux de Massoud [1987] obtenus dans des granites, il propose de conclure que ce type de regroupement est une constante dans les roches telles que les granites et les gneiss.

L'une des approches, introduites pour décrire ce regroupement en paquets, est celle des salves poissoniennes. Les germes, qui sont les centres des salves, sont supposés suivre un processus de Poisson de densité uniforme  $\theta_g$ . Par ailleurs, les fractures d'une salve sont implantées d'une manière indépendante avec une densité  $\theta_p$ . Billaux [1990] donne une méthode pour estimer les paramètres de ce modèle ( $\theta_g$ ,  $\theta_p$ , etc.) en fonction des variogrammes expérimentaux. Certains supposent que la densité des germes  $\theta_g$  est une variable régionalisée. Il s'agit des modèles de salves à densité régionalisée. Pour tenir compte de la variabilité spatiale de la densité des fractures, les modèles de Poisson à densité régionalisée sont également utilisés.

La vérification de l'adéquation de l'un de ces modèles avec la réalité, s'effectue en examinant en particulier les variogrammes expérimentaux des densités  $N(B)$ , ainsi que le rapport  $R$  défini plus haut (cf. Massoud [1987]).

L'orientation, l'extension et l'ouverture d'une fracture sont également assimilées à des variables régionalisées, afin d'estimer leurs degrés de régularité spatiale. La corrélation éventuelle entre ces différentes variables peut être étudiée en examinant leurs covariances, et également en utilisant les techniques des variogrammes croisés.

#### 4.1.5 Analyse et approche fractale

Le concept de géométrie fractale, utilisée pour décrire la morphologie d'une fracture individuelle, est également utilisé comme une méthode alternative pour étudier la fracturation d'un massif. En particulier, il est employé pour caractériser, selon l'échelle d'étude, la densité des fractures ou la densité de leurs traces sur une fenêtre de mesure. Souvent, on détermine un paramètre appelé dimension fractale de boîtes. Pour l'évaluer, on recouvre le plan de mesure au moyen de boîtes carrées de côté  $r$  (fig. 1.16). Le nombre de boîtes  $N(r)$  interceptées par au moins une fracture est tracé en fonction de  $1/r$ , en coordonnées bilogarithmiques. Si la courbe obtenue est une droite, elle implique que le phénomène est auto-similaire et sa pente représente la dimension fractale de boîte.

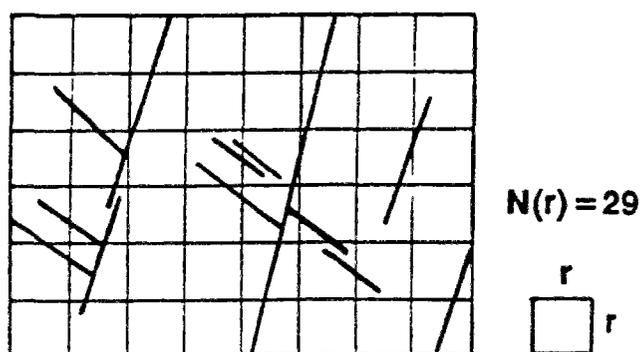


Figure 1.16: Dimension fractale de boîte selon Chilès [1989].

## 4.2 Modélisation des réseaux de fractures

Le traitement statistique ou géostatistique de l'ensemble des fractures permet d'estimer les lois caractérisant d'une part le processus de répartition des fractures dans l'espace et d'autre part les paramètres géométriques de ces fractures. Les résultats obtenus sont incorporés dans un modèle de simulation qui sert à générer un réseau de fractures obéissant à ces lois.

Ce réseau de fractures est composé de familles directionnelles dépendant partiellement ou totalement des phases tectoniques du massif. Comme il est difficile de prendre en compte le lien qui existe entre ces différentes phases, on suppose que les familles directionnelles sont statistiquement indépendantes. Pour générer le réseau de fractures d'un massif, il suffit donc de générer d'une manière indépendante chaque famille directionnelle et de superposer, par la suite, les résultats obtenus.

D'approches différentes, les modèles géométriques sont généralement conçus pour donner une réalisation en trois dimensions de la fracturation d'un massif. La superposition de discontinuités déterministes dans de tels modèles ne pose aucune difficulté. Nous exposons, ci-dessous, quelques uns de ces modèles.

On note que la simulation des champs de fractures selon des méthodes fractales n'est pas

très utilisée. En effet, il est insuffisant de caractériser totalement un champ de fracture à partir d'un seul paramètre (dimension fractale) sauf dans le cas où le champ de fracture est réduit à une succession de points le long d'une droite (modèle à une dimension). Ainsi, la plupart des modèles qui existent pour simuler un champ de fractures en deux dimensions se ramènent à la simulation d'un champ de fractures en une dimension (plusieurs simulations le long de lignes différentes). Nous citons, par exemple, le travail de Thomas [1987], Chilès [1988] et Barton [1992].

#### 4.2.1 Modèles de processus de Poisson

Parmi ces modèles, nous citons les disques aléatoires de Baecher *et al.* [1977] et les plans poissonniens de Dershowitz [1984] (fig. 1.17). Grâce à sa simplicité, le modèle disque est le plus utilisé. En effet, comme il a été déjà mentionné, ce modèle permet d'estimer la loi de distribution des diamètres des disques à partir de celle des longueurs des traces.

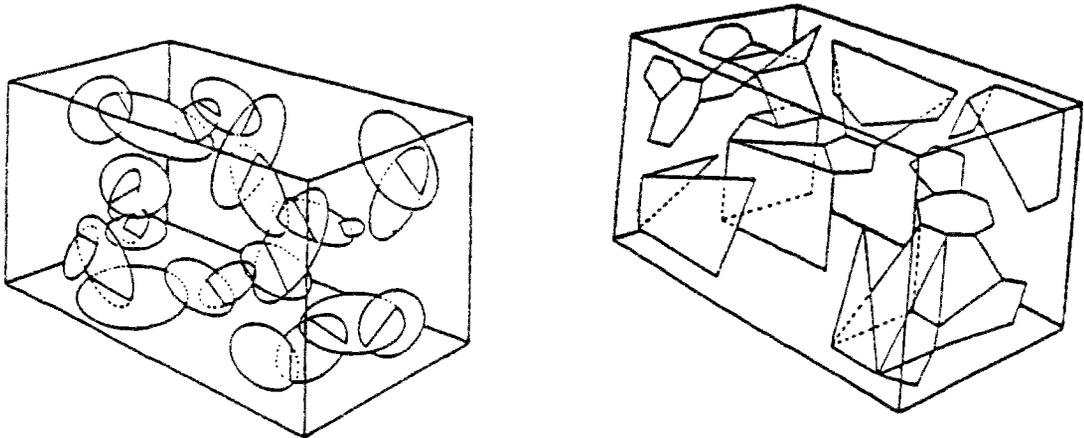


Figure 1.17: Modèle disque de Baecher et modèle polygonal de Dershowitz (d'après Dershowitz [1984]).

Dans ce type de modèle, les centres des disques constituent un processus de Poisson de densité  $\lambda_v$  constante. Pour générer ces centres dans un volume  $V$ , on commence par tirer au hasard le nombre  $N$  de ces centres suivant la loi de Poisson de densité  $\lambda_v V$ . On répartit, ensuite,  $N$  points dans ce volume  $V$ , d'une manière indépendante et suivant une loi uniforme. Les centres des fractures étant localisés, on génère, pour chacune et d'une manière indépendante, son orientation, son diamètre et éventuellement son ouverture. Ces paramètres sont déterminés par tirage au hasard dans la distribution correspondante. Pour un tel type de modèle, les corrélations entre ces différents paramètres sont négligées.

#### 4.2.2 Modèles de salves

Utilisés en géologie minière (Matheron [1968], Guibal *et al.* [1974], Deverley [1984]), ces modèles sont également appliqués pour simuler des réseaux de fractures (Loiseau [1987],

Massoud [1987], Billaux [1990]). Plus complexes qu'un modèle de Poisson à densité uniforme, leur procédure s'effectue en plusieurs étapes. Dans un domaine de volume  $V$ , on commence par tirer au hasard, suivant une loi de Poisson de densité  $\theta_g V$ , le nombre de germes inclus dans ce domaine. On implante, ensuite, chaque germe selon une loi de distribution uniforme. Pour chaque germe  $i$ , situé au point  $x_i$ , on génère le nombre de fractures qui vont l'entourer pour former la salve  $i$ . Ce nombre est tiré au hasard selon une loi de Poisson de densité  $\theta_p$ . Finalement, on implante les fractures de cette salve aux points  $(x_i + u)$ , où  $u$  est une variable aléatoire générée selon une loi uniforme, normale ou exponentielle.

On simule, ensuite, pour chaque fracture une orientation, un diamètre et éventuellement une ouverture (fig.1.18), en tenant en compte de :

- la régionalisation éventuelle de chaque paramètre ;
- la corrélation éventuelle entre deux paramètres distincts.

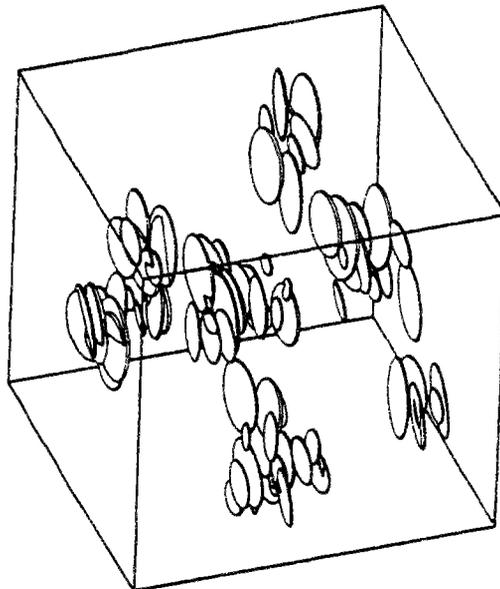


Figure 1.18: Simulation d'un réseau de disques : modèle de salves (d'après Billaux [1990]).

Pour ces modèles, les variables régionalisées sont simulées par des techniques classiques de la géostatistique en respectant leurs histogrammes et leurs variogrammes (Matheron [1974] et Mantoglou [1987]).

#### 4.2.3 Modèles à densité régionalisée

Il s'agit des processus de Poisson ou de salves à densité régionalisée. Les premiers modèles considèrent que  $\lambda_v$  est une fonction aléatoire,  $\lambda_v(x)$ , qui dépend de l'endroit  $x$  où elle se trouve. Dans les modèles de salves, c'est le paramètre  $\theta_g$  qui est assimilé à une fonction aléatoire  $\theta_g(x)$ .

Les caractéristiques individuelles de chaque fracture (orientation, diamètre, ouverture) sont simulées de la même manière que dans les modèles de salves à densité constante.

## 5 Conclusion

Dans ce travail de recherche nous nous intéressons à la modélisation et à l'analyse du comportement hydro-mécanique des massifs rocheux fissurés. Les observations effectuées sur le terrain montrent que si la matrice rocheuse est faiblement déformable, les zones de rupture du massif se localisent, alors, au niveau de ses discontinuités. S'appuyant sur ces observations, le modèle BRIG3D, utilisé ici, néglige la déformation de la matrice rocheuse en considérant que les blocs de roche, dont la géométrie est imposée par le réseau de discontinuités du massif, sont rigides.

Pour simuler la géométrie des massifs rocheux fissurés, on utilise, au Centre de Géologie de l'Ingénieur, le logiciel SIMBLOC développé par Xu [1991]. Il s'agit d'un modèle de disques poissonniens auxquels sont assimilés les fractures d'un massif. Après traitement des intersections entre disques, on obtient un assemblage de blocs de formes polyédriques. On obtient aussi une description polygonale du réseau de fractures avec élimination de la partie de chaque disque qui s'amortit dans la masse rocheuse. D'un point de vue mécanique, les zones de prolongement des fractures sont intéressantes pour analyser une éventuelle extension des fractures. Ce phénomène ne correspond pas à notre cadre d'analyse. Le logiciel BRIG3D, qui peut utiliser les résultats de SIMBLOC, est également construit en négligeant l'amortissement des fractures dans les matrices rocheuses.

Le modèle BRIG3D rend compte des fermetures maximales des joints sous des efforts de compression élevés. Le comportement tangentiel de ces joints est décrit par des lois élastoplastiques parfaites qui ne différencient pas la résistance de cisaillement au pic et sa décroissance progressive vers une résistance résiduelle. L'influence de la morphologie d'un joint, de l'altération de ses épontes et du matériau de remplissage sur ses comportements mécaniques doivent être prises en compte lors du choix des paramètres mécaniques des lois qui les caractérisent.

Ainsi que nous l'avons noté dans ce chapitre, on se confronte, lors de la caractérisation géomécanique d'un massif rocheux fissuré, à un problème de choix d'échelle. Celui-ci existe, également, lors de la simulation de son comportement mécanique, hydraulique ou hydro-mécanique. Il s'agit, en particulier, du choix des dimensions minimales du massif à introduire afin d'avoir des résultats significatifs. Les modèles utilisés pour effectuer ces simulations sont fondées de plus en plus sur des méthodes de calcul numérique. Pour assurer le bon déroulement de tels calculs, il faut également imposer des limites inférieures ou supérieures de certaines variables introduites dans ces modélisations. Il convient, à titre d'exemple, d'éliminer les blocs à faibles volumes qui d'un point de vue mécanique n'ont aucune influence sur le comportement mécanique du massif mais qui, d'un point de vue numérique, peuvent être très pénalisants.

# Chapitre 2

## Modélisation du comportement mécanique des massifs rocheux fissurés

### 1 Introduction

Les modèles numériques sont utilisés dans plusieurs domaines scientifiques pour résoudre des problèmes physiques ou mathématiques dépourvus de solutions analytiques explicites. S'appuyant sur des outils de calcul de plus en plus performants, ces méthodes n'ont cessé de se développer durant ces dernières années.

La modélisation est un outil d'analyse très utilisé en géologie de l'ingénieur, notamment dans l'étude de stabilité et de déformabilité des massifs de sol ou de roche. Avant l'émergence de tout modèle, ces études de stabilité étaient fondées sur le savoir-faire des ingénieurs concepteurs qui essayaient d'améliorer la stabilité de ces massifs et d'éviter de reproduire certaines situations ayant provoqué la ruine d'autres ouvrages. Une telle expérience reste toujours nécessaire, même si on utilise un modèle très performant.

Actuellement, il existe plusieurs types de modèles numériques destinés à analyser la stabilité des massifs rocheux fracturés. Le choix du modèle à appliquer doit dépendre de la capacité de ce modèle à représenter le mécanisme de rupture le plus important, qui pourrait entraîner la ruine du massif. En fait, aucun modèle ne peut prétendre représenter toutes les complexités géologiques et mécaniques du milieu réel.

Parmi les modèles utilisés, nous distinguerons :

- les modèles d'équilibre limite qui aboutissent au calcul d'un coefficient de sécurité exprimé en fonction des paramètres géométriques et géotechniques du massif ;
- les modèles de calcul en déformation relatifs aux milieux continus. Ces modèles permettent de donner des résultats satisfaisants, si la densité de fracturation du massif rocheux étudié est faible ou très grande ;
- les modèles d'éléments discrets qui sont potentiellement les mieux adaptés à l'analyse du comportement hydromécanique des massifs rocheux lorsque la fissuration du massif lui confère une structure d'assemblage de blocs.

Après une présentation succincte de quelques-unes de ces méthodes d'analyse, nous reprendrons la formulation de l'équilibre d'un assemblage de blocs telle qu'elle est introduite dans le code de calcul BRIG3D. Nous analyserons ensuite l'influence de certaines hypothèses adoptées dans ce logiciel par rapport aux phénomènes réels dans un massif rocheux.

## 2 Les modèles d'équilibre limite

Selon l'orientation des fractures et la géométrie des masses rocheuses, on peut identifier certains mécanismes de rupture élémentaires tels que la rupture plane, en dièdre ou par basculement. Bien qu'il soit assez simplifié par rapport au phénomène réel, un mécanisme de rupture élémentaire peut être suffisant pour expliquer l'instabilité d'une masse rocheuse.

Les modèles d'équilibre limite sont introduits pour quantifier l'instabilité vis-à-vis de l'un de ces mécanismes de rupture. Ils supposent, tous, l'existence d'un équilibre limite et nécessitent l'introduction d'un critère de rupture. On utilise souvent le critère de Mohr-Coulomb. Ces méthodes, dites de calcul à la rupture, identifient la masse rocheuse à un assemblage de blocs rigides susceptibles de glisser le long d'une ou de plusieurs surfaces définies au préalable et identifiées par l'analyse structurale du massif.

Pour chaque modèle, on introduit d'abord les paramètres géométriques nécessaires pour définir les blocs et la surface de rupture. Ensuite, on écrit les équations, qui assurent l'équilibre statique de chaque bloc, pour en déduire les efforts moteurs et résistants de l'ensemble de la masse rocheuse. Ce calcul permet de déterminer un coefficient de sécurité global pour quantifier l'état de la stabilité du massif étudié. Un tel coefficient dépend des paramètres géométriques, mécaniques et hydrauliques introduits. Son évolution en fonction de ces différents paramètres est rarement connue. A cause de ce manque d'information et des simplifications adoptées pour décrire le modèle physique relatif au mode de rupture, on essaye, lors d'une analyse préventive, d'avoir une large marge de sécurité par rapport aux situations limites de stabilité.

Afin de tenir compte de la variabilité spatiale des paramètres mécaniques de calcul, des approches probabilistes ont été introduites dans certains modèles d'équilibre limite. Pour ce type d'approche, la stabilité est évaluée par une probabilité de rupture qui remplace le coefficient de sécurité. Ces approches peuvent être classées en deux familles : les méthodes semi-probabilistes et les méthodes purement probabilistes.

Les méthodes semi-probabilistes évaluent les efforts moteurs et résistants comme dans les modèles déterministes classiques d'équilibre limite. En supposant que les paramètres mécaniques du milieu sont des variables aléatoires, elles cherchent à déterminer la loi de distribution du coefficient de sécurité. Il en découle une probabilité de rupture qui correspond à un coefficient de sécurité inférieur à 1. Comme méthode semi-probabiliste nous citons l'analyse du glissement plan introduite par Oboni et Martinenghi [1984].

Les méthodes purement probabilistes font intervenir le concept probabiliste au niveau du calcul mécanique lui-même. Nous citons, par exemple, le modèle de Scavia et *al.* [1990] qui concerne la rupture progressive par basculement d'un talus rocheux. Ce modèle, fondé sur la description déterministe de Hoek et Bray [1977], utilise la décomposition d'un talus en

tranches. Il considère que les paramètres mécaniques de la roche aux limites des tranches (la cohésion et l'angle de frottement interne), et par conséquent, les forces d'interaction entre les blocs sont des variables aléatoires. En outre, il suppose que la propagation de la rupture est un processus de Markov dont la matrice de transition est évaluée à partir des lois de distribution des forces inter-tranches. Dans le cas où la probabilité de l'amorce de la rupture n'est pas nulle (probabilité de rupture du pied de talus), ce modèle permet de calculer la probabilité de la propagation de la rupture par basculement d'un talus rocheux.

Pour la majorité de ces modèles, aussi bien déterministes que probabilistes, on est confronté à une inconnue majeure. Il s'agit de la manière de transmettre les forces entre deux blocs adjacents ou entre un bloc et une surface d'appui. Pour pouvoir résoudre ce problème, différentes hypothèses sont adoptées. Elles peuvent concerner l'inclinaison, le point d'application ou l'intensité de ces forces. Le résultat final de calcul peut être fortement influencé par le type d'hypothèse utilisé.

### 3 Les modèles d'équilibre limite de blocs isolés

Les excavations effectuées dans un massif rocheux fissuré peuvent entraîner la ruine de l'ouvrage, si on ne met pas en place les dispositifs de sécurité ou de confortement nécessaires. En effet, aux bords des surfaces libres créées, un certain nombre de blocs peuvent se déplacer vers le vide et entraîner la chute des blocs qui les entourent. Cette rupture peut être brutale surtout en présence d'un écoulement d'eau.

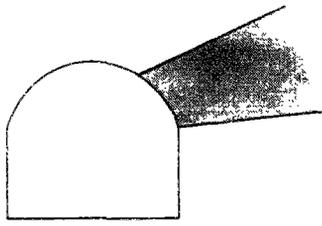
Goodman et Shi [1985], Mauldon et Goodman [1990, 1995] et Warburton [1981, 1987] se sont intéressés à l'analyse de l'équilibre limite des blocs situés à la limite d'une excavation. Leurs travaux ont pour objectif de détecter les blocs susceptibles de se détacher de l'ensemble de la masse rocheuse et d'entraîner éventuellement la propagation de la rupture vers une grande zone du massif.

#### a) La théorie des blocs clés

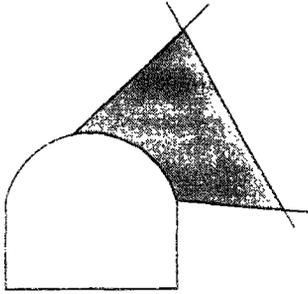
La théorie des blocs clés est un ensemble d'analyses géométriques permettant de localiser les blocs aux bords d'une excavation qui sont potentiellement dangereux dans un massif rocheux fissuré. Cette méthode, introduite par Goodman et Shi [1985], considère que les fractures d'un massif rocheux sont des surfaces planes d'extension infinie. De telles fractures sont regroupées en un nombre fini de familles, ayant chacune une orientation déterminée. Elles partagent le massif étudié en un ensemble de blocs rigides.

Un bloc clé est par définition un bloc fini, déplaçable et potentiellement instable. La figure 2.1 illustre les différents types de blocs en fonction de leur forme ainsi que leur position par rapport à une surface d'excavation. La détection d'un bloc clé utilise deux règles principales : un théorème de « finitude » qui permet d'examiner le caractère fini ou non d'un bloc convexe et un théorème de « déplaçabilité » qui permet de vérifier si un bloc fini peut être mis en mouvement. Par extension de la méthode de projection stéréographique, Goodman et Shi [1985] ont développé une méthode graphique pour localiser les blocs convexes finis et déplaçables.

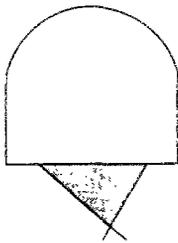
Une analyse mécanique est ensuite réalisée pour examiner l'équilibre limite de chaque bloc déplaçable. La possibilité de rupture par un mouvement de translation d'un bloc soumis à



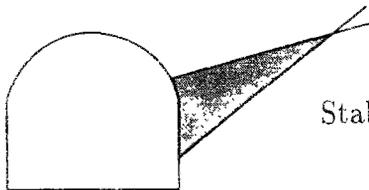
Bloc infini



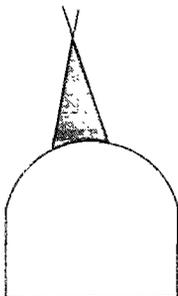
Mouvement géométriquement impossible



Stable sans frottement



Stable avec frottement : Bloc clé potentiel



Non stable sans soutènement : Bloc clé

Figure 2.1: Classification des blocs selon Goodman et Shi [1985].

des forces motrices (poids propre, forces hydrostatiques, etc.) est considérée. Pour élargir la théorie des blocs clés, des analyses rotationnelles ont été introduites par Mauldon et Goodman [1990, 1995]. Elles consistent à étudier la possibilité de rupture d'un bloc par un mouvement de rotation et de translation.

## b) L'analyse vectorielle de Warburton

Une étude cinématique, similaire à celle de Goodman et Shi [1985], a été développée par Warburton [1981, 1987]. Le modèle qu'il a introduit est une analyse vectorielle de la stabilité d'un bloc polyédrique quelconque. Dans son modèle, Warburton [1981, 1987] considère que les fractures sont d'extension finie et peuvent être introduites d'une manière déterministe ou aléatoire. En s'appuyant sur la classification des différents types de blocs (fig. 2.1) introduite par Goodman et Shi [1985], le modèle examine la stabilité de tous les blocs en contact avec une excavation.

# 4 Les modèles de calcul en déformation

## 4.1 Les modèles des milieux continus

Pour analyser le comportement mécanique des massifs rocheux fissurés, plusieurs méthodes numériques, relatives aux milieux continus, ont été appliquées. Nous citerons, par exemple, les méthodes variationnelles comme celle des éléments finis ou les méthodes intégrales comme celle des éléments frontières. La majorité de ces modèles approchent le problème exact par un problème discret formulé dans un espace de dimension finie.

### 4.1.1 La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis, qui a connu un essor considérable dans l'analyse du comportement mécanique des milieux continus déformables, est également utilisée pour l'approximation numérique de problèmes aux limites très divers. L'idée de base de cette méthode est de substituer au domaine réel étudié une géométrie approchée formée par un assemblage d'éléments de géométries simples et de dimensions finies. Ces éléments sont reliés entre eux par un nombre fini de points, appelés points nodaux.

Pour modéliser la déformabilité d'un milieu continu, ces points nodaux représentent le lieu de transmission des efforts d'un élément à l'autre et leurs déplacements constituent les inconnues de base de ce problème. Le choix d'une fonction d'interpolation permet d'exprimer en fonction des déplacements aux nœuds et d'une manière unique l'état de déformation à l'intérieur de chaque élément. En caractérisant le milieu par des lois rhéologiques, on détermine l'état de contrainte de chaque élément en fonction de son état de déformation ou encore en fonction des déplacements de ses nœuds. Par application d'un principe variationnel, on se ramène à la résolution d'un système d'équations linéaires de la forme :

$$[K]\vec{U} = \vec{F}$$

avec :

$\vec{U}$  : vecteur déplacement global dont les composantes sont les déplacements aux nœuds, inconnues principales du problème ;

$\vec{F}$  : vecteur sollicitation qui se traduit par des forces aux nœuds ;

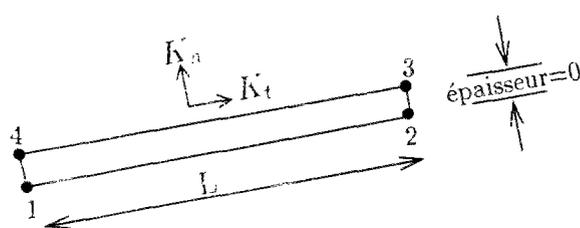
$[K]$  : matrice dite de rigidité globale.

Ce système d'équations tient compte des conditions, en contrainte ou en déplacement, qu'on impose aux limites du domaine étudié.

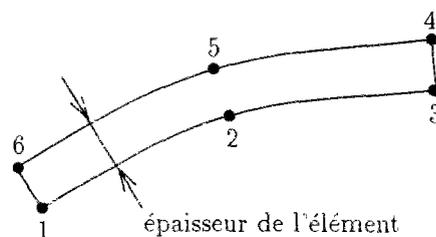
Cette méthode, conçue pour les milieux continus, peut être appliquée à un massif rocheux discontinu si sa densité de fracturation est élevée. En effet, il est d'usage d'assimiler un tel massif à un milieu continu équivalent à condition de lui attribuer les propriétés mécaniques équivalentes convenables.

L'extension de cette méthode à des massifs rocheux de densité de fracturation arbitraire, a nécessité l'introduction d'éléments spéciaux pour modéliser les diverses surfaces de discontinuités (Zienkiewicz et al. [1970], Goodman et al. [1968], Ghaboussi et al. [1973], etc.). Ces éléments spéciaux sont appelés des éléments joints.

Pour une analyse bidimensionnelle, Goodman et al. [1968] ont représenté les éléments joints sous forme d'éléments rectangulaires à quatre nœuds (voir fig. 2.2). Cet élément, de longueur  $L$  et d'épaisseur nulle, est muni d'une rigidité normale  $K_n$  et d'une rigidité tangentielle  $K_t$ . Pour compléter cette représentation, Goodman et Saint John [1977] ont caractérisé cet élément par une rigidité rotationnelle.



Élément joint de Goodman et al.



Élément joint de Zienkiewicz et al.

Figure 2.2: Les éléments joints de Goodman et al. [1968] et de Zienkiewicz et al. [1970].

Zienkiewicz et al. [1970] ont défini, pour les milieux stratifiés, un autre type d'éléments joints. Il s'agit d'un élément courbe isoparamétrique à six nœuds (voir fig. 2.2), caractérisé d'un point de vue mécanique par un module de Young et un coefficient de Poisson. Cependant, dans le cas où l'épaisseur de cet élément est relativement faible, ce type de représentation peut conduire à un mauvais conditionnement de la matrice de rigidité globale entraînant des problèmes numériques.

Quel que soit le schéma adopté pour définir les éléments joints, la méthode des éléments

finis reste limitée aux cas des massifs peu fracturés. Cette approche présente, en outre, des difficultés de mise en œuvre dans le cas où les mouvements relatifs au niveau des joints sont importants (nécessité de refaire le maillage par éléments finis).

#### 4.1.2 La méthode des éléments frontières

Cette méthode est particulièrement simple et efficace dans le cas d'un milieu homogène à comportement élastique linéaire. Fondée sur le principe de superposition, elle permet de déterminer la déformation d'un domaine infini ou semi-infini. Dans cette méthode, la discrétisation ne concerne que les frontières du domaine étudié. Ceci facilite la préparation des données nécessaires pour les calculs. Toutefois, la généralisation de cette méthode de calcul à des milieux hétérogènes et à lois de comportement non linéaires devient très vite complexe.

Dans une formulation dite directe, on utilise la loi de Betti pour construire une relation entre les contraintes et les déplacements à la frontière  $S$  (fig. 2.3). En deux dimensions, on écrit :

$$c_{ij}(P)u_j(P) = - \int_S T_{ij}(P, Q)u_j(Q)ds(Q) + \int_S U_{ij}(P, Q)t_j(Q)ds(Q) \quad (2.1)$$

où :

$P$  est un point du domaine étudié dont la frontière est  $S$  ;

$Q$  est un point de la frontière  $S$  ;

$t_j(Q)$  et  $u_j(Q)$  représentent la composante  $j$  du vecteur contrainte s'exerçant sur un élément de surface  $ds$  centré au point  $Q$  ( $j = 1, 2$ ) et la composante du déplacement en ce même point  $Q$  dans la direction  $j$  ;

$T_{ij}(P, Q)$  et  $U_{ij}(P, Q)$  représentent la composante  $j$  du vecteur contrainte s'exerçant sur un élément de surface  $ds$  centré au point  $Q$  ( $j = 1, 2$ ) et la composante du déplacement au point  $Q$  dans la direction  $j$  ; ces composantes sont produites par un chargement unitaire en  $P$  dans la direction  $i$  ( $i = 1, 2$ ) ;

$c_{ij}(P)$  un terme qui tient compte des singularités au point  $P$  lorsque  $P$  est sur  $S$ . Pour tout point strictement dans le domaine étudié on a  $c_{ij}(P) = \delta_{ij}$  (symbole de Kronecker).

Les développements mathématiques relatifs à cette méthode peuvent être trouvés dans Brown [1987] et Beer et Poulsen [1994].

Dans une étude à deux dimensions, les éléments frontières sont souvent représentés par une suite de segments de droite. Des fonctions d'interpolation sont utilisées pour approcher le champ de contrainte et de déplacement à l'intérieur de chaque élément à l'aide des contraintes et des déplacements aux nœuds de cet élément. Ceci permet de calculer l'intégrale donnée par l'équation (2.1). Une technique d'assemblage permet de construire un système d'équations liant les déplacements nodaux  $\vec{u}$  (inconnues du problème) aux contraintes nodales  $\vec{t}$ . De telles contraintes sont calculées à partir du tenseur de contrainte d'un milieu infini ou semi-infini (*cf.* Beer et Poulsen [1994]) et on aboutit à une relation de la forme :

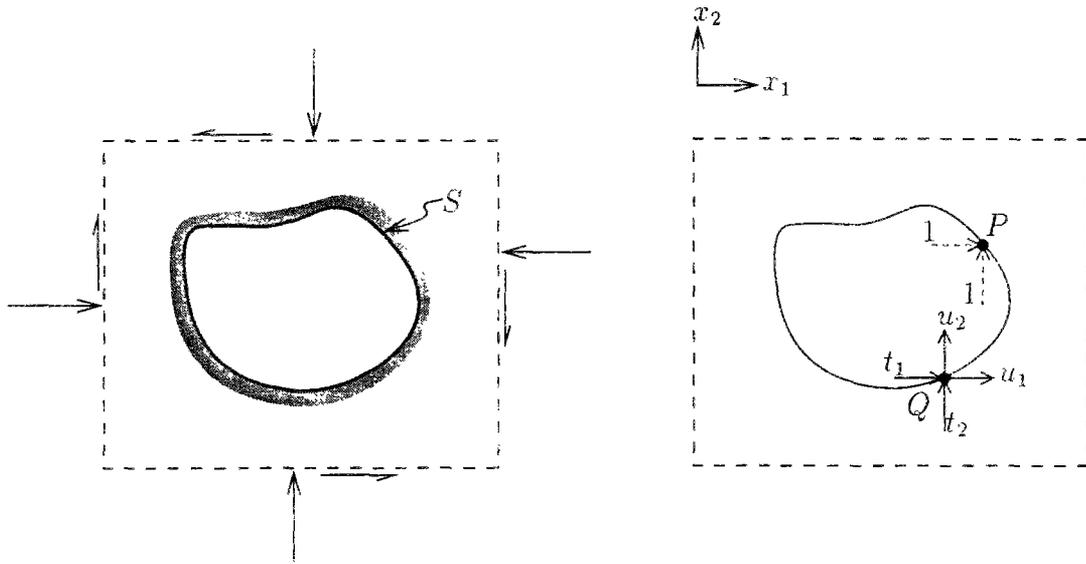


Figure 2.3: Vecteurs déplacement et contrainte en un élément de surface de la frontière centré au point  $Q$ .

$$[A] \vec{u} = [B] \vec{t}$$

où  $[A]$  et  $[B]$  sont deux matrices carrées.

Afin d'étudier la déformation d'un milieu discontinu, tels que les massifs rocheux fracturés, cette méthode considère qu'un tel milieu est une combinaison de plusieurs régions. La figure 2.4 montre l'exemple d'une excavation dans un massif traversé par une faille. Un tel domaine est formé par deux régions semi-infinies ( $I$ ) et ( $II$ ), vérifiant chacune une équation de type (2.1) :

$$[A]^{(I)} \vec{u}^{(I)} = [B]^{(I)} \vec{t}^{(I)} \quad (2.2)$$

$$[A]^{(II)} \vec{u}^{(II)} = [B]^{(II)} \vec{t}^{(II)} \quad (2.3)$$

En l'absence de glissement et de détachement à l'interface des deux régions, l'équilibre des forces et la continuité des déplacements impliquent :

$$\vec{t}_{\Sigma}^{(I)} = -\vec{t}_{\Sigma}^{(II)} \quad (2.4)$$

$$\vec{u}_{\Sigma}^{(I)} = \vec{u}_{\Sigma}^{(II)} \quad (2.5)$$

où  $\Sigma$  désigne l'interface entre les deux régions.

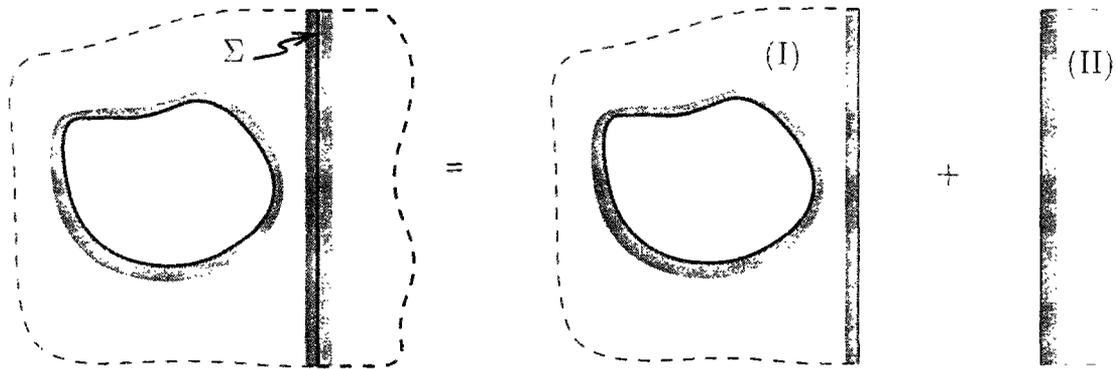


Figure 2.4: Décomposition d'un milieu en deux régions pour modéliser une zone de discontinuité.

Si on tient compte des conditions (2.4) et (2.5) dans les relations (2.2) et (2.3), on peut construire une équation du domaine global (constitué par les régions (I) et (II)) sous la forme d'un système linéaire dont les inconnues sont les déplacements aux frontières et aux interfaces entre régions.

Dans le cas d'un glissement ou d'un détachement à l'interface des deux régions, une procédure itérative est utilisée pour en tenir compte (*cf.* Brown [1987], Beer et Poulsen [1994]).

Comme pour la méthode des éléments finis, l'application de cette méthode est restreinte aux cas des massifs à faible densité de fracturation.

## 4.2 Les modèles d'éléments discrets

Cette famille de modèles est mieux adaptée à l'analyse de la déformation des massifs rocheux présentant de multiples discontinuités. Telle qu'elle a été définie par Cundall et Hart [1992], une méthode d'éléments discrets doit permettre de modéliser les mouvements finis, de translation et de rotation, des blocs discrets constituant le milieu discontinu. Elle doit, en outre, autoriser le détachement complet d'un bloc du reste de la structure et détecter les nouveaux contacts qui s'établissent au fur et à mesure que les blocs évoluent dans l'espace.

Dans cette classe de modèles, nous distinguons la méthode des éléments distincts introduite par Cundall [1971, 1988], les modèles de blocs rigides de Kawai [1977] et Belytschko et *al.* [1984], la méthode des discontinuités de déplacement (Crouch [1976], Shi et Goodman [1988], etc.).

En deux dimensions, la méthode des éléments distincts de Cundall [1971, 1988] considère que le contact entre blocs peut être de trois types : arête-arête, arête-sommet ou sommet-sommet (fig. 2.5). Le contact de type arête-arête est suffisant pour modéliser les faibles déformations d'un milieu discontinu.

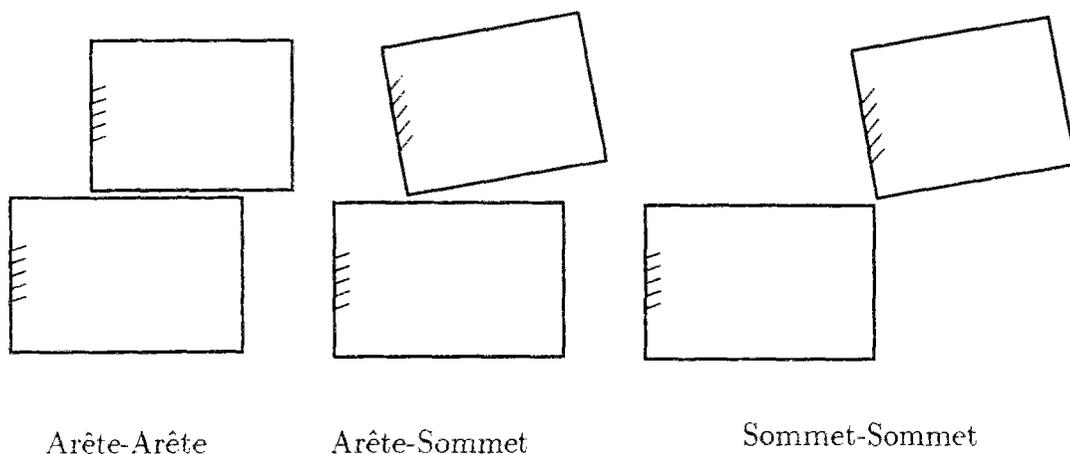


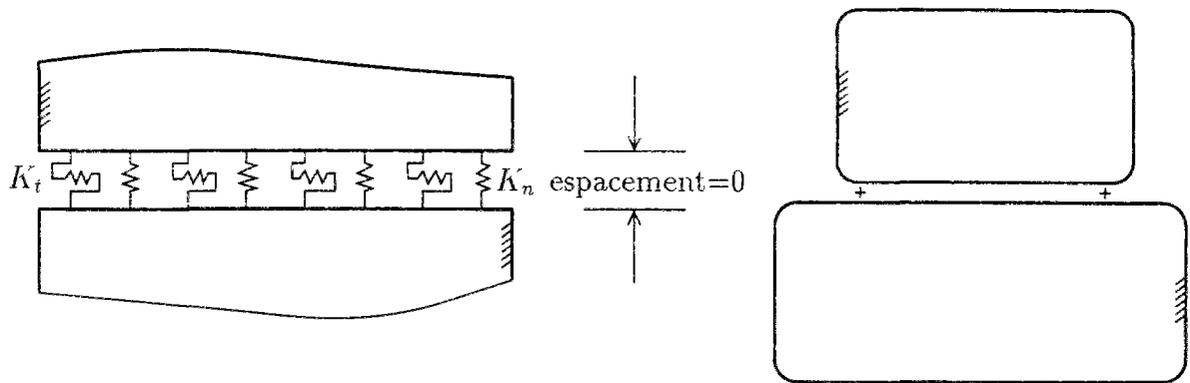
Figure 2.5: Différents types de contact dans le modèle de Cundall [1971, 1988].

## 5 Présentation du modèle BRIG3D (première version)

### 5.1 Introduction

Le modèle BRIG3D a été développé par Tahiri [1992a]. Ce modèle est une extension d'un modèle bidimensionnel développé par Korini [1988] au Centre de Géotechnique et Exploitation du Sous-sol. Ce modèle associe au massif rocheux fracturé un milieu discontinu discrétisé en blocs. Ces derniers sont en interaction par l'intermédiaire de ressorts uniformément distribués le long de leurs surfaces communes (fig. 2.6). Le lieu de contact entre deux blocs, dénommé joint, est décrit donc par un ensemble continu de points. Il s'agit précisément d'une surface plane convexe. Cette représentation a été adoptée par Kawai [1977] et Belytschko et *al.* [1984]. Nous notons que le modèle bidimensionnel de Cundall [1971] suppose que le contact arête-arête entre deux blocs s'effectue uniquement en deux points (fig. 2.6). Pour justifier ce choix, Cundall fait référence au cas d'un joint réel pour lequel le contact ne s'établit qu'en un nombre réduit de points, qui pourrait être égal à deux.

Le modèle numérique BRIG3D suppose, comme nous l'avons déjà signalé, que les blocs de roche sont rigides. Malgré cette hypothèse restrictive, le domaine d'application de ce code de calcul demeure assez large. En effet, la déformation d'un massif rocheux est très souvent gouvernée par la déformation de ses surfaces de discontinuité. La méthode développée dans ce modèle utilise des lois de transformation géométrique pour relier le champ de déformation des joints au champ de déplacement des blocs. Ce dernier constitue l'inconnue principale du problème.



(a) Modèle de Belytschko [1984]

(b) Modèle de Cundall [1971]

Figure 2.6: Modélisation des lieux d'interaction entre deux blocs.

Le champ de déplacement solution doit vérifier l'équilibre du système de blocs soumis à un chargement statique. Il doit, en outre, satisfaire aux conditions aux limites imposées. Comme dans la méthode des éléments finis, la résolution du problème s'effectue en appliquant le principe de minimisation de l'énergie potentielle totale. Il s'agit, pour ce modèle, d'associer à la structure formée par des blocs rigides en interaction au niveau de leurs interfaces, une fonctionnelle qui est l'énergie potentielle totale. Notée  $\mathcal{E}$ , cette fonctionnelle dépend du champ de déplacement des blocs. Elle s'exprime par :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{int} - \mathcal{E}_{ext}$$

où  $\mathcal{E}_{int}$  est l'énergie interne de la structure et  $-\mathcal{E}_{ext}$  représente le potentiel des efforts extérieurs de volume et de surface appliqués sur les blocs.

Le champ de déplacement, solution du problème, est parmi les champs de déplacement cinématiquement admissibles, celui qui minimise l'énergie potentielle totale  $\mathcal{E}$ , sous condition que ce minimum existe.

Le logiciel BRIG3D utilise des incréments de chargement pour appliquer les efforts extérieurs. Considérons qu'on applique  $N$  incréments de chargement extérieur. Les positions finales de l'équilibre des blocs s'obtiennent, alors, en passant par une succession de  $N$  états d'équilibre définis par  $N$  configurations géométriques du système de blocs.

Pour chaque incrément de chargement, un processus itératif est employé pour s'affranchir des problèmes de non-linéarité géométrique (orientation, position et forme des joints) et mécanique (lois de comportement).

## 5.2 Hypothèses de base utilisées dans le logiciel BRIG3D

### 5.2.1 Définition et évolution de la surface d'un joint

Le repérage des joints s'effectue à partir des positions initiales des blocs. Un joint  $J$  quelconque, du domaine étudié, est identifié à partir des deux blocs  $B_i$  et  $B_j$  qui le forment via leurs faces communes  $F_i$  et  $F_j$  (fig. 2.7). Ces deux faces, initialement de même orientation et d'espacement nul, définissent sans ambiguïté les caractéristiques géométriques initiales du joint (orientation, position et forme). Cependant, le mouvement des blocs qui engendre le mouvement de leurs faces rend complexe la définition de nouvelles caractéristiques géométriques du joint. Le modèle BRIG3D considère que ce joint suit le mouvement de l'une des faces ( $F_i$  ou  $F_j$ ). Celle-ci permet de connaître la nouvelle position et la nouvelle orientation du joint. L'autre face intervient, d'un point de vue géométrique, pour déterminer le contour limite de la surface de ce joint (*cf.* Tahiri [1992b]).

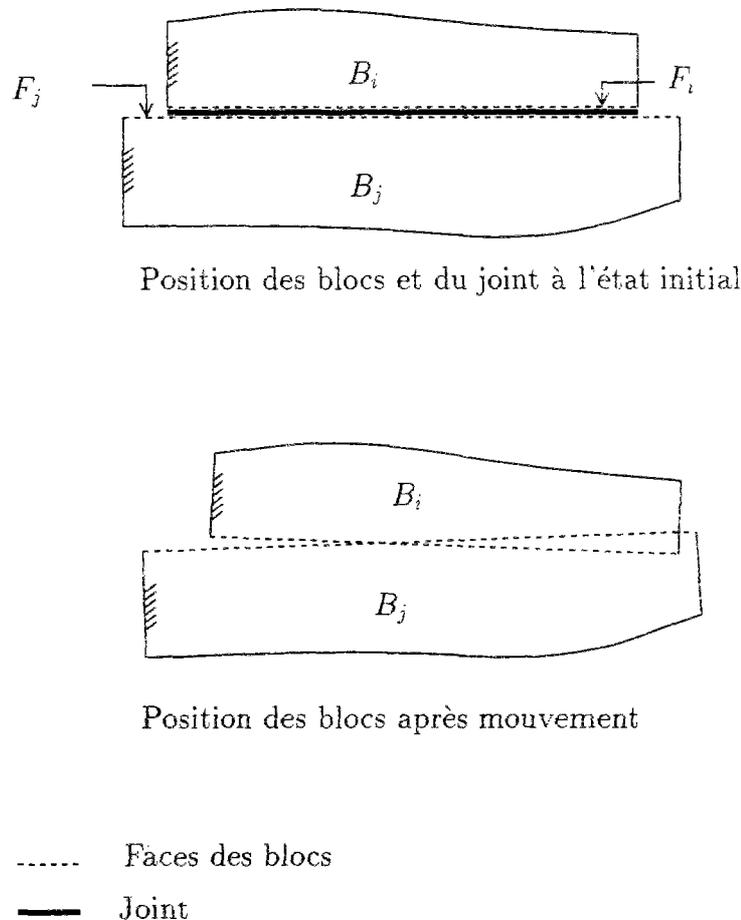
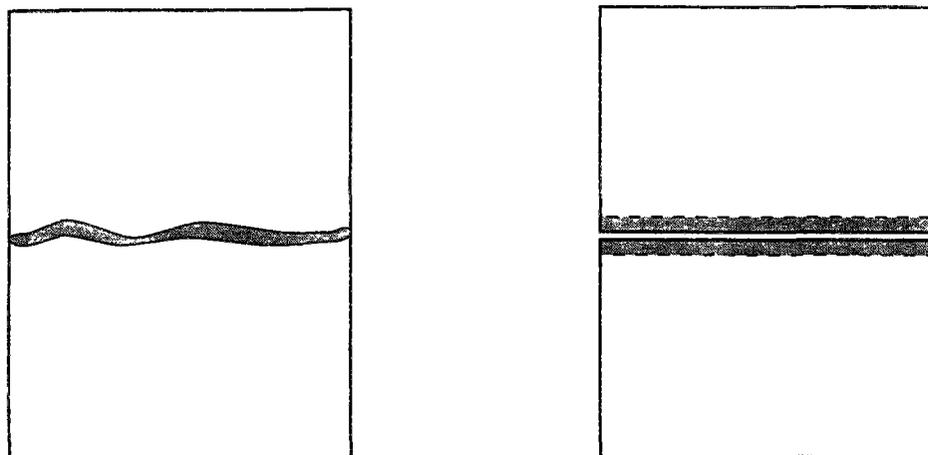


Figure 2.7: Positions des blocs initialement et après mouvement.

Comme dans la théorie de Hertz concernant le contact entre deux sphères déformables, le déplacement relatif des blocs  $B_i$  et  $B_j$  fait apparaître une zone d'interpénétration (fig. 2.7).

En effet, on assimile le joint, dans ce modèle de blocs, à un contact « mou » par opposition au contact « rigide » qui ne permet que le glissement et le détachement. Cette hypothèse d'interpénétration, bien qu'incompatible avec l'hypothèse de l'indéformabilité des blocs, est utilisée en mécanique des roches pour rendre compte de la part de la déformabilité des joints qui est due à celle des épontes et du matériau de remplissage (fig. 2.8). Une manière de schématiser ce contact est d'imaginer, comme le proposent Cundall et Hart [1992], que les blocs sont recouverts par un matériau mou ayant une certaine épaisseur. Quand les blocs se déplacent, ce matériau se déforme entraînant ainsi cette apparente interpénétration.



Zone déformable entre deux blocs

Schématisme de cette zone déformable  
(espacement nul entre les blocs)

Figure 2.8: Schématisation de la zone déformable entre deux blocs.

Une fois fixé, l'ensemble des joints reste inchangé. En effet, le modèle BRIG3D ne permet pas de détecter les nouvelles surfaces de contact qui peuvent apparaître suite à l'évolution des blocs dans l'espace. Cela signifie que ce code de calcul ne peut s'intéresser qu'aux déplacements de faible ampleur.

### 5.2.2 Comportement d'un joint en compression simple

Dans ce modèle, on considère une loi non linéaire pour décrire le comportement d'un joint soumis à une contrainte normale de compression. Il s'agit de la loi hyperbolique, introduite par Bandis et *al.* [1983], qui relie la contrainte normale  $\sigma_n$  à la déformation normale  $\epsilon_n$  d'un joint comme suit (fig. 2.9) :

$$\sigma_n = \frac{K_{ni} \epsilon_{max}}{\epsilon_{max} - \epsilon_n} \epsilon_n + \alpha$$

avec :

$\alpha$  : contrainte d'ouverture du joint ;

$K_{ni}$  : rigidité normale initiale du joint ;

$\epsilon_{max}$  : fermeture maximale du joint.

La rigidité normale  $K_n$  du joint dépend de son état de déformation. Elle est égale à :

$$K_n(\epsilon_n) = \left( \frac{d \sigma_n}{d \epsilon_n} \right)_{\epsilon_n} = \frac{k_{ni} \epsilon_{max}^2}{(\epsilon_{max} - \epsilon_n)^2}$$

Nous notons que  $\sigma_n$  est négative dans le cas d'un effort de compression et que  $\epsilon_n$  est compté négativement pour la fermeture du joint en prenant comme valeur origine la situation d'ouverture du joint.

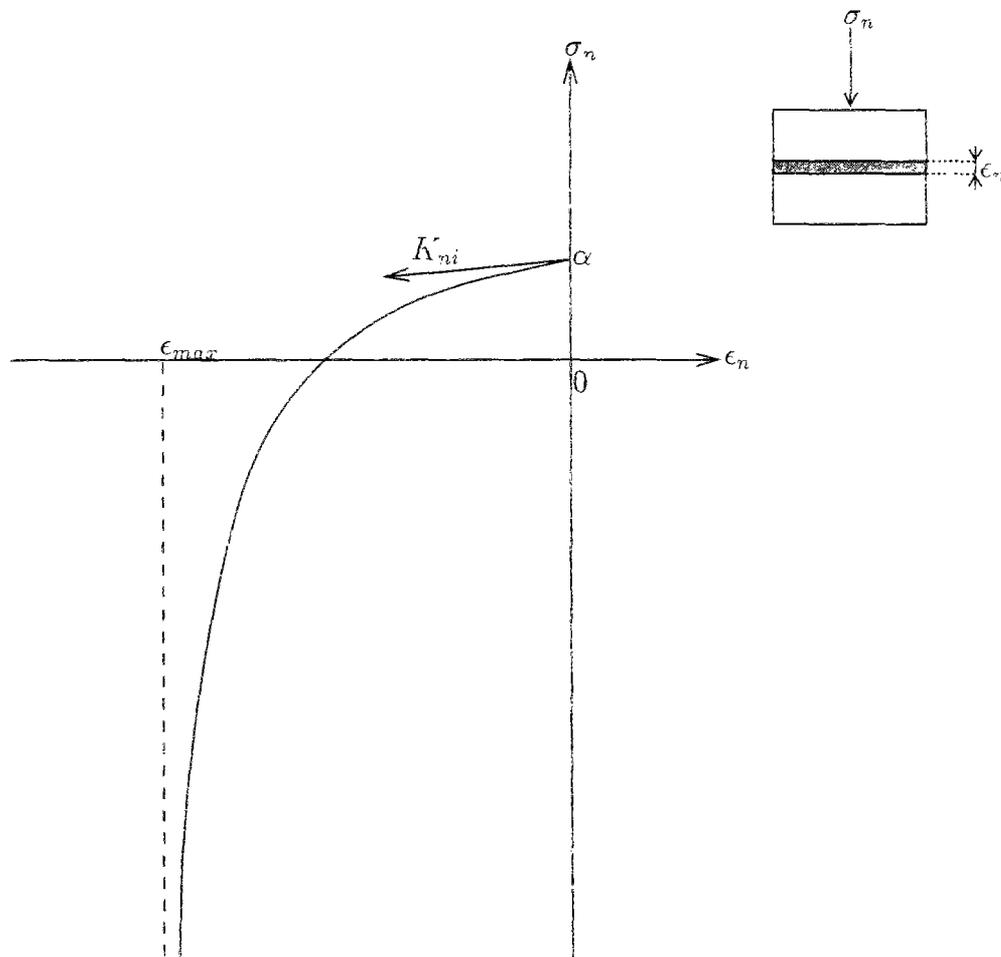


Figure 2.9: Loi de comportement d'un joint en compression.

### 5.2.3 Comportement d'un joint au cisaillement

Le comportement au cisaillement d'un joint est modélisé par une loi élastoplastique parfaite (fig. 2.10).

La résistance au cisaillement d'un joint (notée  $\tau_{max}$ ) soumis à une contrainte de compression  $\sigma_n$ , est calculée à l'aide d'une relation faisant intervenir cinq paramètres A, B, C, D et E, soit :

$$\tau_{max} = A + B \sigma_n \tan \left( C \log_{10} \left( \frac{D}{\sigma_n} \right) + E \right)$$

Suivant le choix des valeurs A, B, C, D et E, on peut aboutir au critère de rupture de Mohr-Coulomb ou à celui de Barton (équation 1.11). Les joints supposés non dilatants possèdent, pour les faibles déformations  $\epsilon_t$ , une rigidité tangentielle constante notée  $K_t$ .

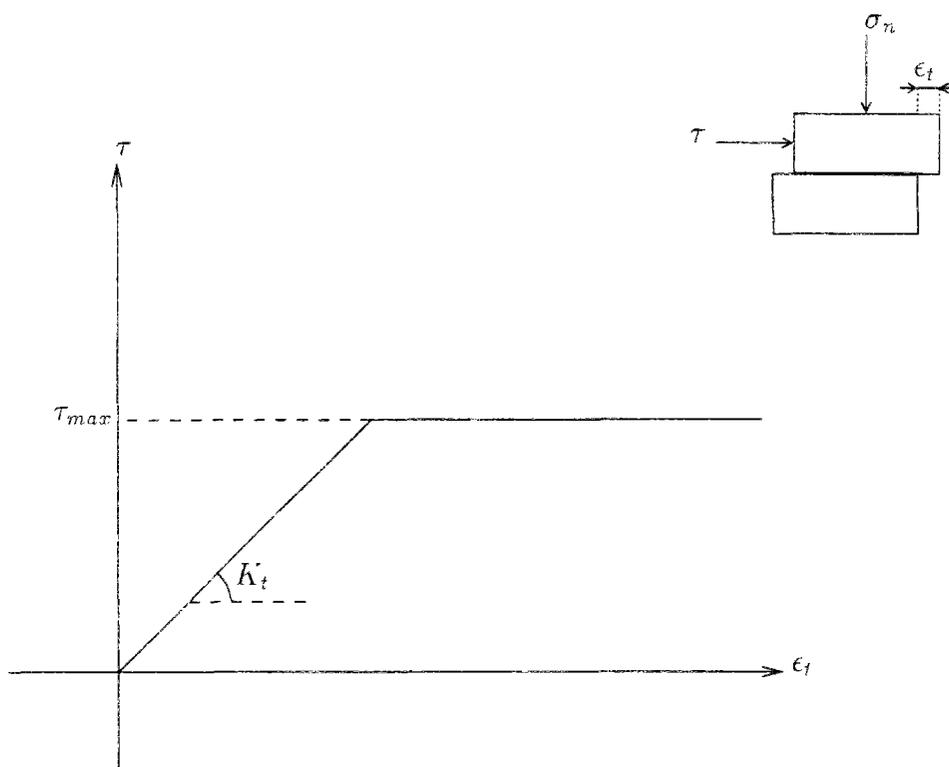


Figure 2.10: Loi de comportement au cisaillement d'un joint.

### 5.3 Déformation d'un joint

A partir d'un certain état d'équilibre et sous l'effet d'un incrément de chargement, les blocs se déplacent pour atteindre un nouvel état d'équilibre. Ces déplacements engendrent un accroissement de la déformation des joints. Le but de ce paragraphe est d'exposer la

relation entre ces deux quantités cinématiques comme elle est décrite par Tahiri [1992a, 1992b] dans le modèle BRIG3D.

### 5.3.1 Description du mouvement d'un bloc rigide

Cette description est faite par rapport à un référentiel fixe qu'on note  $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

Considérons un solide indéformable dans la configuration géométrique  $\mathcal{C}_1$  à l'instant  $t_1$  (fig. 2.11). Soumis à différentes sollicitations, ce bloc occupe à l'instant  $t_2 > t_1$  une région de l'espace décrite par la configuration  $\mathcal{C}_2$ . On note  $P_2$  la nouvelle position d'un point matériel de ce solide situé en  $P_1$  à l'instant  $t_1$ . Dans le cas de petits mouvements de rotation, la position  $P_2$  peut être approchée, au premier ordre, à l'aide de l'expression suivante :

$$\overrightarrow{P_1 P_2} = \delta \vec{u} + \delta \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{G_1 P_1} \quad (2.6)$$

où  $G_1$  représente la position du centre de gravité du bloc dans la configuration  $\mathcal{C}_1$ ,  $\delta \vec{u}$  est le vecteur translation de ce bloc et  $\delta \vec{\omega}$  son vecteur rotation autour de son centre de gravité  $G_1$ .

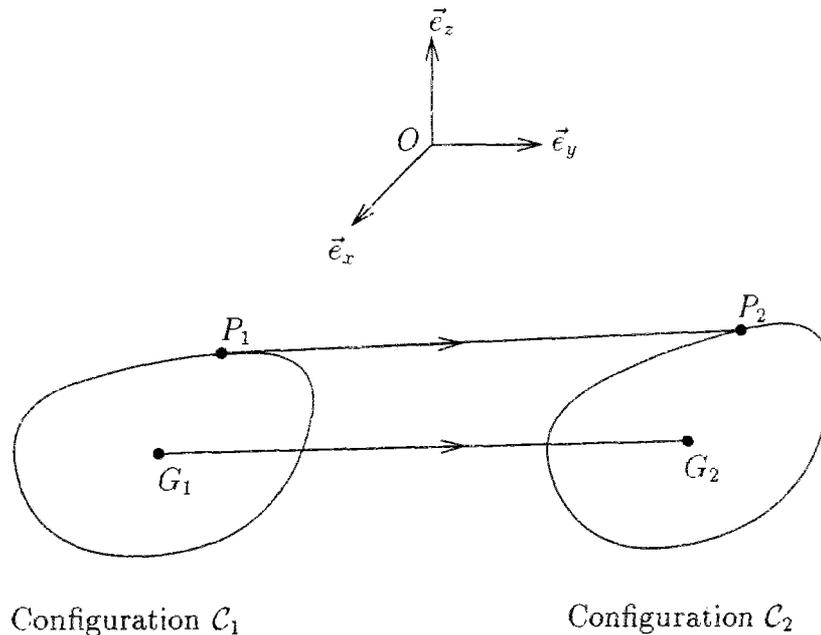


Figure 2.11: Mouvement d'un solide indéformable.

Si nous désignons par  $G_2$  la nouvelle position du centre de gravité du bloc à l'instant  $t_2$ , le vecteur  $\delta \vec{u}$  peut s'exprimer comme suit :

$$\delta \vec{u} = \overrightarrow{G_1 G_2} \quad (2.7)$$

Dans le modèle BRIG3D, les configurations  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  peuvent être associées aux positions d'équilibre occupées par un bloc  $B$  avant et après l'incrément de chargement  $k$ . Nous leur donnons les nouvelles notations  $\mathcal{C}_{k-1}$  et  $\mathcal{C}_k$ .

Un point matériel situé en  $P_{k-1}$ , à la configuration  $\mathcal{C}_{k-1}$ , occupe, suite à l'incrément de chargement  $k$ , la position  $P_k$ . Son accroissement de déplacement peut être approché, en appliquant l'équation (2.6), par :

$$\overrightarrow{P_{k-1}P_k} = \delta \vec{u}_k + \delta \vec{\omega}_k \wedge \overrightarrow{G_{k-1}P_{k-1}} \quad (2.8)$$

avec  $G_{k-1}$  la position à l'étape  $(k-1)$  du centre de gravité du bloc,  $\delta \vec{u}_k$  le vecteur translation et  $\delta \vec{\omega}_k$  le vecteur rotation du bloc.

Dans le système d'axes fixes  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , on représente les coordonnées des vecteurs  $\delta \vec{u}_k$  et  $\delta \vec{\omega}_k$  de la manière suivante :

$$\delta \vec{u}_k = \delta u_{x,k} \vec{e}_x + \delta u_{y,k} \vec{e}_y + \delta u_{z,k} \vec{e}_z$$

$$\delta \vec{\omega}_k = \delta \omega_{x,k} \vec{e}_x + \delta \omega_{y,k} \vec{e}_y + \delta \omega_{z,k} \vec{e}_z$$

Ces vecteurs permettent de définir la configuration  $\mathcal{C}_k$  du bloc  $B$  à partir de sa configuration  $\mathcal{C}_{k-1}$ . On note que les variables  $\delta \omega_{x,k}$ ,  $\delta \omega_{y,k}$  et  $\delta \omega_{z,k}$  représentent les rotations infinitésimales de ce bloc respectivement autour des axes  $(G_{k-1}, \vec{e}_x)$ ,  $(G_{k-1}, \vec{e}_y)$  et  $(G_{k-1}, \vec{e}_z)$ .

### 5.3.2 Champ de déformation d'un joint

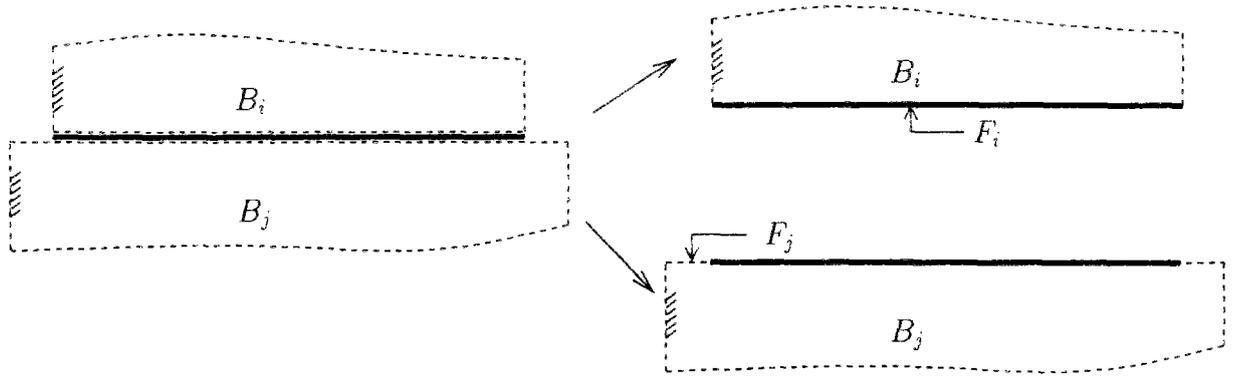
On s'intéresse, dans cette section, à un joint  $J$  associé à deux blocs  $B_i$  et  $B_j$  et à leurs faces respectives  $F_i$  et  $F_j$ . On suppose, en outre, qu'à tout instant, la position et l'orientation de ce joint sont données par la face  $F_i$  du bloc  $B_i$ . Finalement, on note  $G_{i,k}$  et  $G_{j,k}$  la position des centres de gravité de  $B_i$  et  $B_j$  à une configuration quelconque  $\mathcal{C}_k$ .

Le joint  $J$  représente un lieu de contact fictif entre un ensemble de points du bloc  $B_i$  et un autre contenant des points du bloc  $B_j$ . Ces deux ensembles sont considérés confondus avant l'incrément de chargement  $k$  (fig. 2.12). Par hypothèse, on note que le premier ensemble est toujours porté par la face  $F_i$ , alors que le second n'est pas situé sur la face  $F_j$  comme c'était le cas dans la configuration initiale  $\mathcal{C}_0$  (sauf cas simple). Le déplacement relatif de ces deux ensembles de points, suite au chargement  $k$ , définit l'accroissement de la déformation du joint  $J$ .

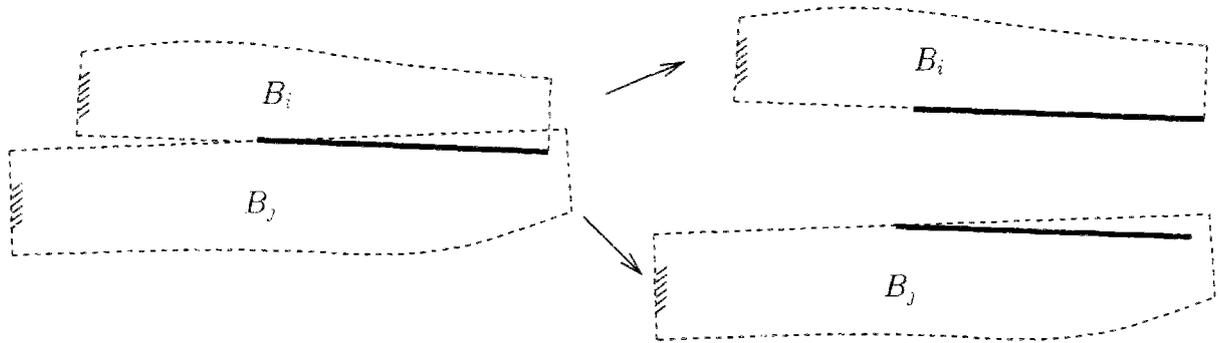
Un point quelconque  $M_{k-1}$  du joint, dans la configuration  $\mathcal{C}_{k-1}$ , est donc confondu avec deux points  $M_{i,k-1}$  et  $M_{j,k-1}$  des blocs  $B_i$  et  $B_j$ . Sous l'incrément de chargement  $k$ , l'accroissement de la déformation noté,  $\delta \vec{\epsilon}_k(M_{k-1})$ , est donné par :

$$\delta \vec{\epsilon}_k(M_{k-1}) = \overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}$$

où  $M_{i,k}$  et  $M_{j,k}$  sont les nouvelles positions de  $M_{i,k-1}$  et  $M_{j,k-1}$ .



(a) Trace du joint sur les blocs avant mouvement



(b) Trace du joint sur les blocs après mouvement

— Trace du joint sur les blocs

Figure 2.12: Points en interaction entre deux blocs (nous éloignons les blocs pour mieux repérer ces points au niveau de chacun de ces blocs).

Soit  $\mathcal{R}'_{k-1} = (C_{k-1}, \vec{n}, \vec{t}_x, \vec{t}_y)$  un repère local associé au joint à l'état  $C_{k-1}$ , où  $C_{k-1}$  est le centre de gravité de ce joint et  $\vec{n}$  sa normale unitaire orientée vers le bloc  $B_j$ . Les vecteurs  $\vec{t}_x$  et  $\vec{t}_y$  sont orthogonaux et parallèles au plan de  $J$ .

Ce repère permet de définir la déformation normale ainsi que les déformations tangentielles suivant  $\vec{t}_x$  et  $\vec{t}_y$ , au point courant  $M_{k-1}$  du joint. Notées respectivement  $\delta\epsilon_{n,k}(M_{k-1})$ ,  $\delta\epsilon_{x,k}(M_{k-1})$  et  $\delta\epsilon_{y,k}(M_{k-1})$ , ces valeurs représentent les coordonnées du vecteur  $\delta\vec{\epsilon}'_k(M_{k-1})$  dans le repère local  $\mathcal{R}'_{k-1}$ .

La position  $M_{p,k}$  ( $p = i, j$ ) s'obtient en appliquant la formule (2.8) au point  $M_{p,k-1}$  du bloc  $B_p$  dont le mouvement est décrit par un vecteur translation  $\delta\vec{u}_{p,k}$  et un vecteur

rotation  $\delta \vec{\omega}_{p,k}$ . Soit :

$$\overrightarrow{OM_{p,k}} = \overrightarrow{OM_{p,k-1}} + \delta \vec{u}_{p,k} + \delta \vec{\omega}_{p,k} \wedge \overrightarrow{G_{p,k-1}M_{p,k-1}}$$

Sachant que  $M_{i,k-1} = M_{j,k-1} = M_{k-1}$ , la déformation du joint  $\delta \vec{\epsilon}'_k(M_{k-1})$  peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\delta \vec{\epsilon}'_k(M_{k-1}) = \delta \vec{u}_{j,k} - \delta \vec{u}_{i,k} + \delta \vec{\omega}_{j,k} \wedge \overrightarrow{G_{j,k-1}M_{k-1}} - \delta \vec{\omega}_{i,k} \wedge \overrightarrow{G_{i,k-1}M_{k-1}}$$

En introduisant l'origine  $C_{k-1}$  du repère  $\mathcal{R}'_{k-1}$ , ce vecteur déformation peut se réécrire :

$$\delta \vec{\epsilon}'_k(M_{k-1}) = \delta \vec{\epsilon}'_k(C_{k-1}) + (\delta \vec{\omega}_{j,k} - \delta \vec{\omega}_{i,k}) \wedge \overrightarrow{C_{k-1}M_{k-1}} \quad (2.9)$$

où  $\delta \vec{\epsilon}'_k(C_{k-1})$  représente l'accroissement de la déformation au centre  $C_{k-1}$  du joint. Il est égal à :

$$\delta \vec{\epsilon}'_k(C_{k-1}) = \delta \vec{v}'_{j,k} - \delta \vec{v}'_{i,k}$$

avec :

$$\delta \vec{v}'_{p,k} = \delta \vec{u}'_{p,k} + \delta \vec{\omega}'_{p,k} \wedge \overrightarrow{G_{p,k-1}C_{k-1}}; \quad (p = i, j)$$

On pose (pour  $p = i, j$ ) :

$$\delta \vec{v}'_{p,k} = \delta v'_{p,z} \vec{n} + \delta v'_{p,x} \vec{t}_x + \delta v'_{p,y} \vec{t}_y$$

$$\delta \vec{\omega}'_{p,k} = \delta \omega'_{p,z} \vec{n} + \delta \omega'_{p,x} \vec{t}_x + \delta \omega'_{p,y} \vec{t}_y$$

$$\overrightarrow{C_{k-1}M_{k-1}} = z' \vec{n} + x' \vec{t}_x + y' \vec{t}_y$$

A l'aide de ces notations, la relation (2.9) se transforme en :

$$\delta \epsilon_{n,k}(M_{k-1}) = \delta v'_{j,z} - \delta v'_{i,z} + (\delta \omega'_{j,x} - \delta \omega'_{i,x})y' - (\delta \omega'_{j,y} - \delta \omega'_{i,y})x' \quad (2.10)$$

$$\delta \epsilon_{x,k}(M_{k-1}) = \delta v'_{j,x} - \delta v'_{i,x} - (\delta \omega'_{j,z} - \delta \omega'_{i,z})y' + (\delta \omega'_{j,y} - \delta \omega'_{i,y})z' \quad (2.11)$$

$$\delta \epsilon_{y,k}(M_{k-1}) = \delta v'_{j,y} - \delta v'_{i,y} + (\delta \omega'_{j,z} - \delta \omega'_{i,z})x' - (\delta \omega'_{j,x} - \delta \omega'_{i,x})z' \quad (2.12)$$

Soit sous une écriture matricielle :

$$\delta \vec{\epsilon}'_k(M_{k-1}) = [\mathbf{B}] \delta \vec{U}'_{ij,k}$$

où  $\delta \vec{U}'_{ij,k} = (\delta v'_{i,x}, \delta v'_{i,y}, \delta v'_{i,z}, \delta \omega'_{i,x}, \delta \omega'_{i,y}, \delta \omega'_{i,z}, \delta v'_{j,x}, \delta v'_{j,y}, \delta v'_{j,z}, \delta \omega'_{j,x}, \delta \omega'_{j,y}, \delta \omega'_{j,z})^t$  et [B] est la matrice définie par :

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -y' & x' & 0 & 0 & 0 & 1 & y' & -x' & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -z' & y' & 1 & 0 & 0 & 0 & z' & -y' \\ 0 & -1 & 0 & z' & 0 & -x' & 0 & 1 & 0 & -z' & 0 & x' \end{bmatrix}$$

Une matrice  $[T_{ij}]$  (voir annexe 1) permet d'exprimer les composantes de  $\delta \vec{U}'_{ij,k}$  dans le repère local de  $J$ , en fonction des déplacements des blocs  $B_i$  et  $B_j$  dans le repère fixe  $\mathcal{R}$ , soit :

$$\delta \vec{U}'_{ij,k} = [T_{ij}] \delta \vec{U}_{ij,k}$$

où  $\delta \vec{U}_{ij,k} = (\delta u_{i,x}, \delta u_{i,y}, \delta u_{i,z}, \delta \omega_{i,x}, \delta \omega_{i,y}, \delta \omega_{i,z}, \delta u_{j,x}, \delta u_{j,y}, \delta u_{j,z}, \delta \omega_{j,x}, \delta \omega_{j,y}, \delta \omega_{j,z})^t$

L'accroissement de la déformation, exprimée dans le repère local du joint  $\mathcal{R}'_{k-1}$ , est relié aux déplacements des blocs  $B_i$  et  $B_j$  (exprimés dans le repère  $\mathcal{R}$ ) par la formule suivante :

$$\delta \vec{\epsilon}'_k(M_{k-1}) = [B][T_{ij}] \delta \vec{U}_{ij,k} \quad (2.13)$$

On note que ce champ de déformation, dû à l'incrément de chargement  $k$ , est projeté dans le repère local du joint dans la configuration  $\mathcal{C}_{k-1}$ .

A ce champ de déformation est associé une déformation moyenne définie par :

$$\begin{pmatrix} \delta \bar{\epsilon}_{n,k} \\ \delta \bar{\epsilon}_{x,k} \\ \delta \bar{\epsilon}_{y,k} \end{pmatrix} = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} \int \delta \epsilon_{n,k}(M_{k-1}) ds \\ \int \delta \epsilon_{x,k}(M_{k-1}) ds \\ \int \delta \epsilon_{y,k}(M_{k-1}) ds \end{pmatrix}$$

où  $S$  représente la section du joint à la configuration  $(k-1)$ .

**Remarque :**

Dans le repère local  $\mathcal{R}'_{k-1}$ , le point  $M_{k-1}$  du joint possède une composante  $z'$  qui est nulle. Les équations (2.10), (2.11) et (2.12) se mettent donc sous la forme :

$$\delta \epsilon_{n,k}(M_{k-1}) = \delta u'_n - \alpha_1 x' + \beta_1 y' \quad (2.14)$$

$$\delta \epsilon_{x,k}(M_{k-1}) = \delta u'_x - \gamma_1 y' \quad (2.15)$$

$$\delta \epsilon_{y,k}(M_{k-1}) = \delta u'_y + \gamma_1 x' \quad (2.16)$$

où :

$$\begin{pmatrix} \delta u'_n \\ \delta u'_x \\ \delta u'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta v'_{j,z} - \delta v'_{i,z} \\ \delta v'_{j,x} - \delta v'_{i,x} \\ \delta v'_{j,y} - \delta v'_{i,y} \end{pmatrix} ; \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \omega'_{j,y} - \delta \omega'_{i,y} \\ \delta \omega'_{j,x} - \delta \omega'_{i,x} \\ \delta \omega'_{j,z} - \delta \omega'_{i,z} \end{pmatrix}$$

## 5.4 Champ de contrainte sur un joint

La méthode incrémentale utilisée associe à chaque étape de chargement un accroissement de contrainte sur chacun des joints dû à l'accroissement de sa déformation. Défini en chaque point du joint, cet accroissement des efforts de contact est traduit sous la forme d'un vecteur de contrainte moyen. Nous indiquons à la fin de cette section la manière de déterminer un tel vecteur.

Avant l'application de l'incrément de chargement  $k$ , les blocs  $B_i$  et  $B_j$ , soumis aux chargements précédents et aux forces de contact, sont en équilibre statique. Les forces de contact du joint  $J$  se calculent en cumulant les accroissements moyens des contraintes sur ce joint. À ce stade du calcul, le vecteur contrainte agissant sur le joint est supposé uniforme et noté  $\vec{\sigma}_{k-1}$  (la notation  $\bar{\sigma}$  signifie qu'une valeur moyenne est considérée).

Suite au chargement  $k$ , un accroissement de contrainte est associé à l'accroissement de déformation de ce joint. Il est défini en tout point  $M_{k-1}$  par sa composante normale  $\delta\sigma_{n,k}(M_{k-1})$  et ses composantes tangentielles  $\delta\tau_{x,k}(M_{k-1})$  et  $\delta\tau_{y,k}(M_{k-1})$  données par :

$$\begin{aligned}\delta\sigma_{n,k}(M_{k-1}) &= K_n \delta\epsilon_{n,k}(M_{k-1}) \\ \delta\tau_{x,k}(M_{k-1}) &= K_t \delta\epsilon_{x,k}(M_{k-1}) \\ \delta\tau_{y,k}(M_{k-1}) &= K_t \delta\epsilon_{y,k}(M_{k-1})\end{aligned}\quad (2.17)$$

Nous supposons, ici, que les lois de comportement de ce joint sont élastiques linéaires et caractérisées par une rigidité normale  $K_n$  et une rigidité tangentielle isotrope  $K_t$ .

Sous une forme matricielle, la relation (2.17) se transforme en :

$$\delta\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) = [K_J] \delta\vec{\epsilon}_k(M_{k-1})$$

avec :

$$\delta\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) = \delta\sigma_{n,k}(M_{k-1})\vec{n} + \delta\tau_{x,k}(M_{k-1})\vec{t}_x + \delta\tau_{y,k}(M_{k-1})\vec{t}_y \quad (2.18)$$

et :

$$[K_J] = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_t & 0 \\ 0 & 0 & K_t \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

À l'aide de l'équation (2.13), cette relation se réécrit sous la forme suivante :

$$\delta\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) = [K_J][B][T_{ij}] \delta\vec{U}_{ij,k}$$

Ce champ de contrainte s'ajoute au champ uniforme initial pour constituer le champ de contrainte total, soit :

$$\begin{aligned}
\sigma_{n,k}(M_{k-1}) &= \bar{\sigma}_{n,k-1} + \delta\sigma_{n,k}(M_{k-1}) \\
\tau_{x,k}(M_{k-1}) &= \bar{\tau}_{x,k-1} + \delta\tau_{x,k}(M_{k-1}) \\
\tau_{y,k}(M_{k-1}) &= \bar{\tau}_{y,k-1} + \delta\tau_{y,k}(M_{k-1})
\end{aligned} \tag{2.20}$$

avec  $\bar{\sigma}_{n,k-1}$ ,  $\bar{\tau}_{x,k-1}$  et  $\bar{\tau}_{y,k-1}$  les composantes, dans le repère local du joint, du vecteur contrainte  $\vec{\sigma}_{k-1}$ .

Cette dernière relation (2.20) peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) = \vec{\sigma}_{k-1} + [K_J][B][T_{ij}] \delta\vec{U}_{ij,k}$$

avec :

$$\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) = \sigma_{n,k}(M_{k-1})\vec{n} + \tau_{x,k}(M_{k-1})\vec{t}_x + \tau_{y,k}(M_{k-1})\vec{t}_y$$

Le champ de contrainte uniforme  $\vec{\sigma}_k$  induit par les  $k$  incréments de chargement se calcule comme suit :

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{n,k} &= \bar{\sigma}_{n,k-1} + K_n \delta\bar{\epsilon}_{n,k} \\
\bar{\tau}_{x,k} &= \bar{\tau}_{x,k-1} + K_t \delta\bar{\epsilon}_{x,k} \\
\bar{\tau}_{y,k} &= \bar{\tau}_{y,k-1} + K_t \delta\bar{\epsilon}_{y,k}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

## 5.5 Energie potentielle totale de la structure

### 5.5.1 Energie interne de déformation

Les blocs étant supposés rigides, l'énergie interne de l'ensemble de la structure (blocs et joints) est donc égale à l'énergie de déformation des joints.

Dans le cas de faibles déformations, l'énergie interne de déformation du joint  $J$ , soumis à un champ de contraintes donné par la relation (2.20), est égale à :

$$E_{int}(J) = \int_S \left( \frac{1}{2} \delta\vec{\epsilon}_k^t(M_{k-1}) \cdot \delta\vec{\sigma}_k(M_{k-1}) + \delta\vec{\epsilon}_k^t(M_{k-1}) \cdot \vec{\sigma}_{k-1} \right) ds \tag{2.22}$$

Elle se transforme en :

$$E_{int}(J) = \int_S \left( \frac{1}{2} \delta\vec{\epsilon}_k^t(M_{k-1}) [K_J] \delta\vec{\epsilon}_k(M_{k-1}) + \delta\vec{\epsilon}_k^t(M_{k-1}) \cdot \vec{\sigma}_{k-1} \right) ds$$

ou encore, en utilisant la relation (2.13) :

$$E_{int}(J) = \frac{1}{2} \delta\vec{U}_{ij,k}^t [K_J^e] \delta\vec{U}_{ij,k} + \delta\vec{U}_{ij,k}^t \vec{f}_{ij,k-1} \tag{2.23}$$

avec :

$$[K_J^e] = \int_S [T_{ij}]^t [B]^t [K_J] [B] [T_{ij}] ds \quad (2.24)$$

$$\vec{f}_{ij,k-1} = \left( \int_S [T_{ij}]^t [B]^t ds \right) \vec{\sigma}_{k-1} \quad (2.25)$$

La matrice  $[K_J^e]$ , du joint  $J$ , est appelée matrice de rigidité élémentaire. Le vecteur  $\vec{f}_{ij,k-1}$  représente les efforts sur les blocs  $B_i$  et  $B_j$  qui résultent du champ de contraintes  $\vec{\sigma}_{k-1}$ .

L'énergie interne de déformation de la structure s'obtient en faisant la somme de toutes les énergies de déformation des joints. Soit :

$$\mathcal{E}_{int} = \frac{1}{2} \delta \vec{U}_k^t [K] \delta \vec{U}_k + \delta \vec{U}_k^t \vec{f}_{k-1} \quad (2.26)$$

avec :

$[K]$  : matrice de rigidité globale obtenue par assemblage des matrices de rigidités élémentaires ;

$\delta \vec{U}_k$  : vecteur global de variation de déplacement des blocs ;

$\vec{f}_{k-1}$  : vecteur global des efforts de contact (force et moment).

### 5.5.2 Energie potentielle due aux chargements externes

Elle est égale à l'opposé du travail des efforts extérieurs de volume et de surface. S'appliquant sur un bloc donné  $B_p$ , chaque effort est transformé en une force et un moment par rapport au centre de gravité de  $B_p$ . Ce bloc peut être soumis à différents types de sollicitation dont la résultante se met sous la forme d'un vecteur à six composantes (force et moment). Nous notons  $(F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)^t$  un tel vecteur. Le travail des efforts extérieurs appliqués sur le bloc  $B_p$  est donc égal à :

$$E_{ext}(B_p) = (F_x, F_y, F_z) \cdot \delta \vec{u}_{p,k} + (M_x, M_y, M_z) \cdot \delta \vec{\omega}_{p,k}$$

avec  $\delta \vec{u}_{p,k}$  et  $\delta \vec{\omega}_{p,k}$  les vecteurs qui caractérisent le mouvement du bloc en question.

Si on note  $\vec{F}_k$  le vecteur global des sollicitations externes appliquées sur les blocs à la fin de l'incrément de chargement  $k$ , on peut exprimer l'énergie potentielle des charges extérieures par :

$$\mathcal{E}_{ext} = \delta \vec{U}_k^t \vec{F}_k$$

### 5.5.3 Minimisation de l'énergie potentielle totale

A l'aide des développements précédents, l'énergie potentielle totale du système est égale à :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \delta \vec{U}_k^t [K] \delta \vec{U}_k + \delta \vec{U}_k^t \vec{f}_{k-1} - \delta \vec{U}_k^t \vec{F}_k$$

ou encore :

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \delta \vec{U}_k^t [K] \delta \vec{U}_k - \delta \vec{U}_k^t (\vec{F}_k - \vec{f}_{k-1})$$

Sa minimisation par rapport au vecteur  $\delta \vec{U}_k$  conduit au système d'équations linéaires suivant :

$$[K] \delta \vec{U}_k = \vec{F}_k - \vec{f}_{k-1} \quad (2.27)$$

Pour tenir compte des non linéarités géométrique et mécanique, un processus itératif est utilisé au cours duquel les matrices de rigidités élémentaires sont ajustées en fonction des nouvelles positions, orientations, formes et déformation des joints (cf. Tahiri [1992a]).

## 5.6 Révision de certaines hypothèses utilisées dans le modèle BRIG3D (première version)

Comme le soulignent Starfield et Cundall [1988] «un modèle est une simplification de la réalité [...], il faut sans cesse évaluer sa fiabilité». Il s'agit notamment d'examiner l'influence des hypothèses simplificatrices sur le phénomène physique modélisé. C'est dans cette optique que nous avons entrepris l'analyse du mode de fonctionnement du code BRIG3D dans sa première version. Pour une telle étude, nous nous sommes basés sur des exemples élémentaires pour mieux distinguer les limites du modèle. Nous exposerons dans ce qui suit, les résultats auxquels nous avons abouti.

### 5.6.1 Analyse concernant l'évolution des caractéristiques géométriques d'un joint

L'une des ambiguïtés de ce type de modèle est la caractérisation des lieux d'interaction entre blocs après mouvement. Cette ambiguïté est particulièrement liée au type de contact considéré (contact mou) et au mouvement de rotation des blocs. Nous notons que les simplifications géométriques introduites pour caractériser la fracturation d'un massif facilite en général la définition de la position initiale d'un joint.

Comme nous l'avons déjà signalé, le modèle BRIG3D considère qu'un joint  $J$  associé aux blocs  $B_i$  et  $B_j$  est toujours porté par l'une des faces  $F_i$  ou  $F_j$ . Le choix de l'une de ces faces est imposé par l'utilisateur si on passe par une simulation directe de l'assemblage des blocs. Il est déterminé automatiquement par ce modèle si on utilise le logiciel SIMBLOC pour générer la géométrie du massif.

Cette définition influe sur le mouvement des blocs. Nous illustrons cet effet par les deux exemples suivants.

**Exemple 1 :**

Cet exemple fait partie de l'une des vérifications que l'on effectue sur un modèle traitant de la mécanique. Il s'agit de tester la réponse de ce modèle quand la géométrie, les caractéristiques mécaniques, le chargement et les conditions aux limites de la structure étudiée présentent une certaine symétrie (axiale, de révolution, etc.).

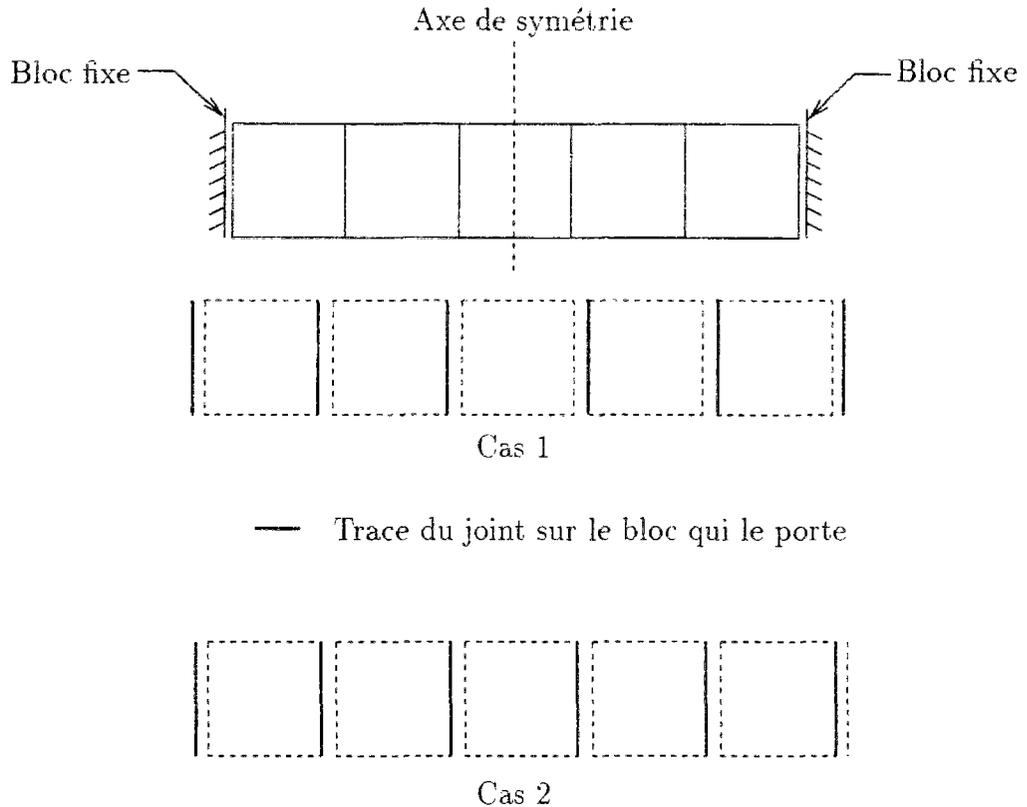


Figure 2.13: Représentation des blocs et des joints de l'exemple 1.

Soit le système de blocs à symétrie axiale de la figure 2.13 dont les surfaces de contact sont caractérisées par les mêmes lois de comportement mécaniques :

- un comportement normal hyperbolique avec :
  - une rigidité initiale  $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - une fermeture maximale du joint  $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$ ,
  - une résistance à la traction  $\alpha$  nulle ;
- un comportement tangentiel élastique avec :
  - une rigidité tangentielle  $K_t = 100 \text{ MPa/m}$ .

Les blocs sont soumis uniquement à leurs poids propres (poids volumique égal à  $27 \text{ kN/m}^3$ ). Les conditions aux limites sont représentées par des blocs fixes.

Le champ de déplacement de cet assemblage de blocs doit respecter la symétrie imposée dans cet exemple. En particulier, le déplacement du bloc central doit être réduit à un mouvement de translation vertical vers le bas.

Nous considérons pour cet exemple deux choix différents concernant l'ensemble des blocs qui vont imposer l'orientation et la position des joints au cours du calcul (voir fig. 2.13). Nous notons que le deuxième cas, contrairement au premier, ne respecte pas la symétrie du problème étudié<sup>1</sup>.

#### ECHELLE

LONGUEUR (m)  $\longrightarrow$  0.2860E+00

DEPLACEMENT (m)  $\longrightarrow$  0.5890E-02

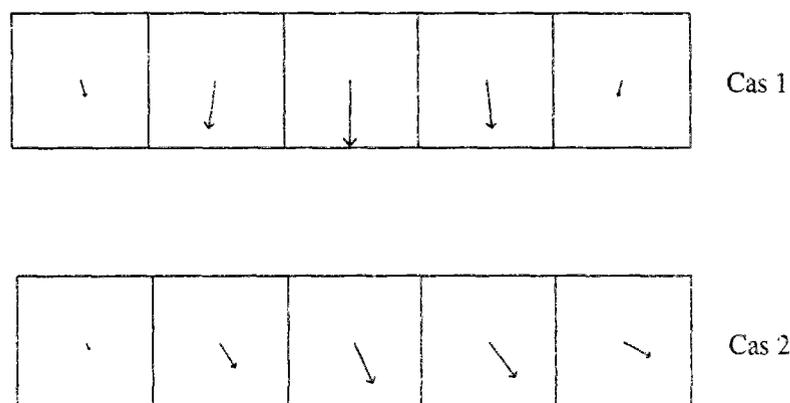


Figure 2.14: Déplacement des centres de gravité des blocs dans l'exemple 1.

La figure 2.14 montre les vecteurs translations des blocs calculés par le modèle pour chacun de ces cas. Nous constatons clairement la perte de symétrie dans le cas 2.

#### **Exemple 2 :**

Le choix du bloc qui porte le joint a également une influence sur la modélisation de la rupture en plasticité des joints. Pour montrer un tel effet, nous nous basons sur ce deuxième exemple simple. C'est le cas d'un joint entre deux blocs dont l'un est fixe et l'autre est mobile et soumis à une force oblique  $\vec{F}$  (voir fig. 2.15).

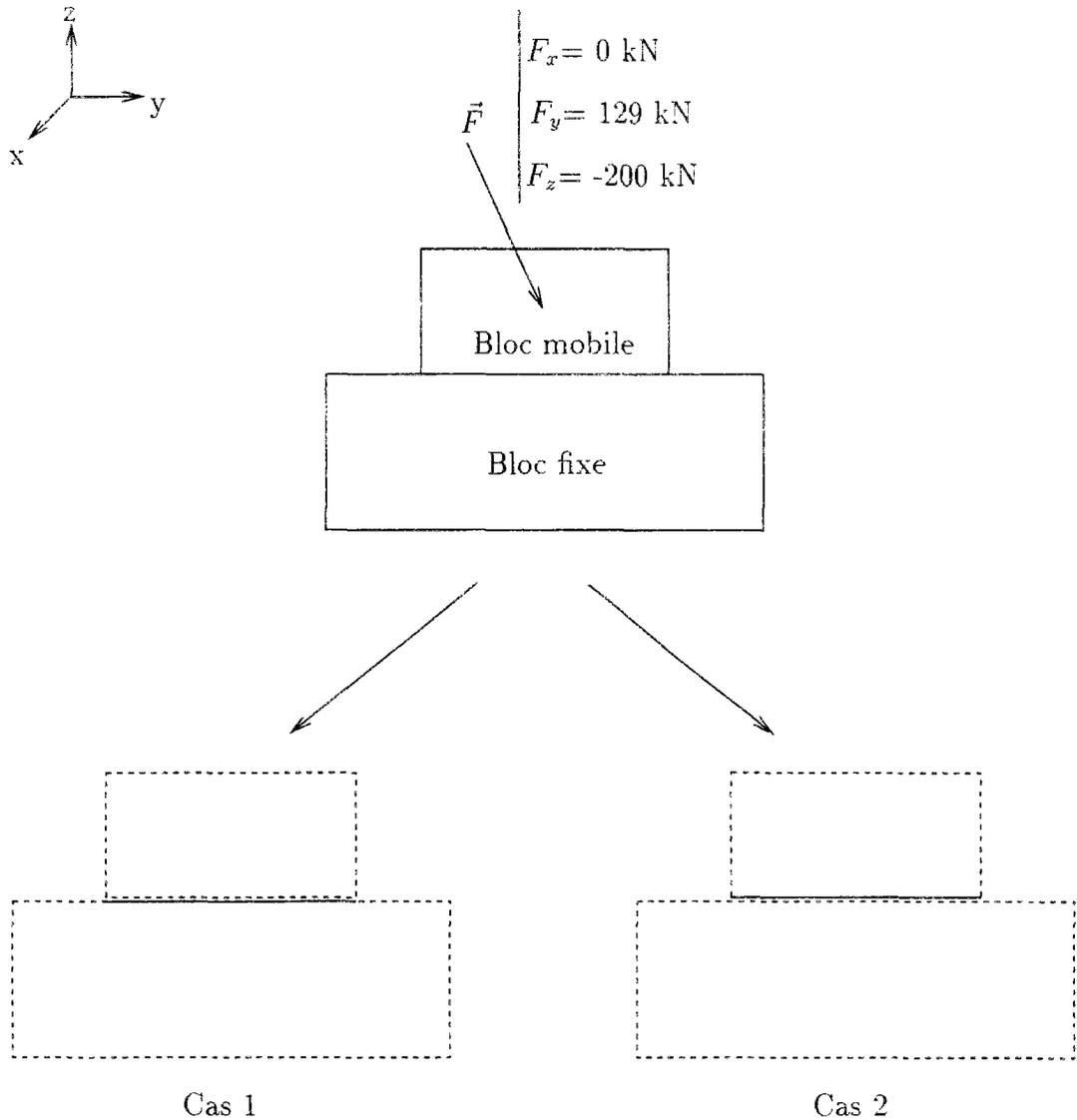
Pour éviter l'introduction d'un moment, on suppose que la force appliquée sur le bloc mobile passe par son centre de gravité. Les lois de comportement utilisées sont les suivantes :

- comportement normal hyperbolique avec :
  - une rigidité initiale  $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - une fermeture maximale du joint  $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
- comportement tangentiel élastoplastique parfait (critère de Mohr-Coulomb) avec :

---

<sup>1</sup>Nous signalons l'existence d'autres choix que le cas 1 qui respectent la symétrie imposée.

- une rigidité tangentielle  $K_t = 1000 \text{ MPa/m}$ ,
- une cohésion nulle,
- un angle de frottement  $\phi = 33^\circ$



— Trace du joint sur le bloc qui le porte

Figure 2.15: Représentation des blocs et des joints de l'exemple 2.

Comme pour l'exemple précédent, nous traitons deux situations différentes (fig. 2.15). Dans la première, le joint est porté par le bloc fixe (cas 1) et dans la deuxième le joint est porté par le bloc mobile (cas 2). Les résultats du modèle montrent que pour le deuxième cas, contrairement au premier, le joint atteint la rupture en plasticité.

Nous notons que le choix de la force  $\vec{F}$  est fait de manière à avoir un angle entre  $F_y$  et  $F_z$  inférieur à  $\phi$ . A l'équilibre, la résultante des forces de contact est égale à  $-\vec{F}$  pour les deux cas considérés. Cependant, dans le repère local du joint, cette résultante a des composantes qui dépendent de l'orientation de ce joint.

Dans le cas 1, la surface de contact est horizontale, l'angle entre l'effort appliqué et la normale au joint est par hypothèse inférieur à  $33^\circ$ .

Cet angle est plus grand dans le cas 2 car le joint, lié cette fois-ci au bloc mobile, subit un mouvement de rotation (fig. 2.16). Le calcul montre que cet angle atteint  $33^\circ$ , ce qui provoque la rupture en plasticité de la surface de contact étudiée.

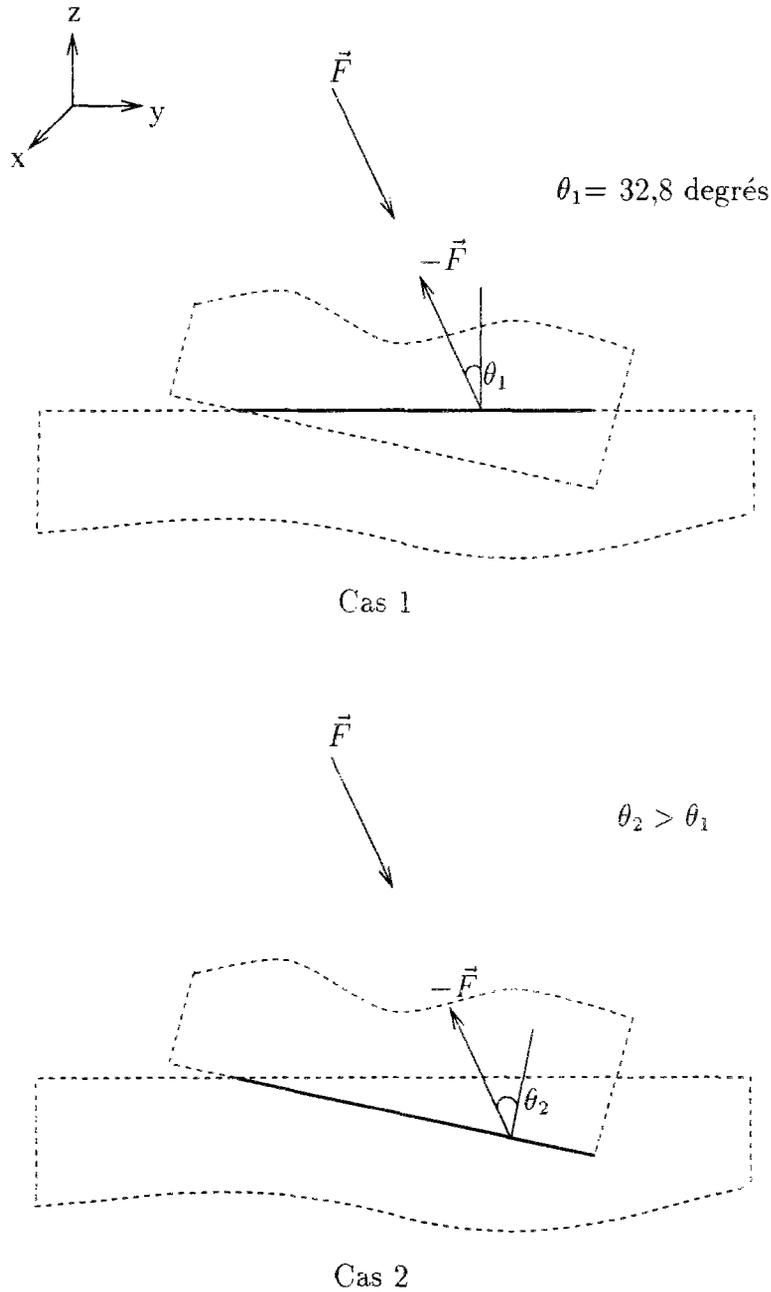


Figure 2.16: Effet de la rotation du joint sur sa rupture en cisaillement.

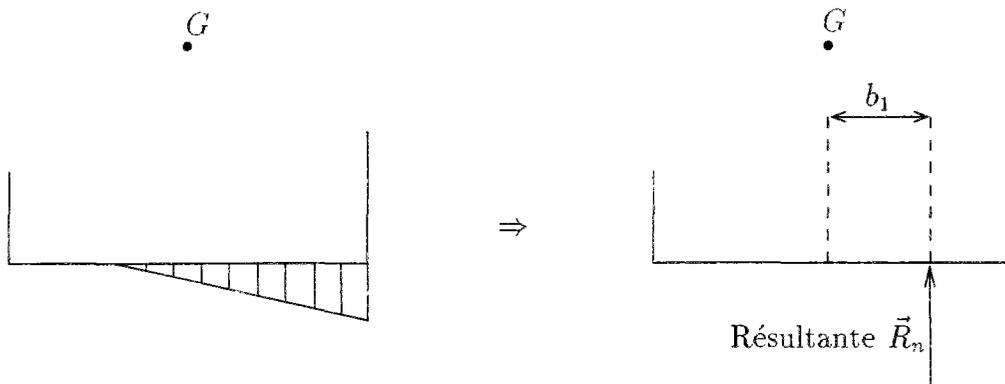
Ces deux exemples montrent que pour le même problème physique posé le mouvement des blocs et la rupture le long des surfaces de discontinuités dépendent de la définition non-intrinsèque concernant l'évolution des joints dans l'espace.

### 5.6.2 Analyse concernant la répartition des contraintes sur un joint

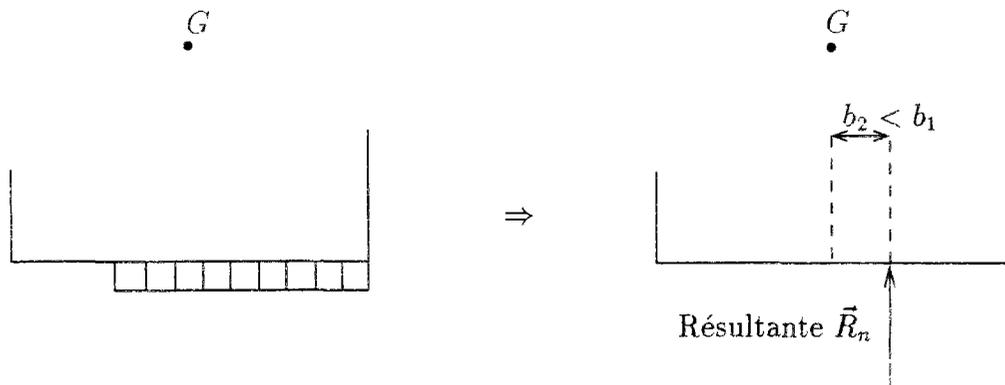
Nous nous intéressons dans ce paragraphe aux étapes de chargement successives  $k$  et  $(k + 1)$ .

A l'étape de chargement  $k$ , on exprime l'accroissement de l'énergie de déformation de chaque joint  $J$  en supposant que l'accroissement du vecteur contrainte sur ce joint est variable (voir équation (2.17)).

Ayant formulé l'équation (2.27) du déplacement des blocs (pour l'étape  $(k + 1)$ ), on la résout en utilisant la procédure itérative. Après convergence, on obtient les déplacements qui correspondent au nouvel équilibre des blocs. Sur chaque joint  $J$ , on calcule à partir de ces déplacements les accroissements moyens de la contrainte normale et des deux contraintes tangentielles. Celles-ci sont ajoutées aux contraintes moyennes antérieures à l'aide d'une équation de type (2.21).



Champ de contrainte normale  
utilisé pour résoudre l'équilibre des blocs



Champ de contrainte normale  
utilisé pour calculer les efforts sur les blocs

Figure 2.17: Déséquilibre du moment sous l'effet du changement d'hypothèse concernant la distribution de la contrainte normale au niveau du joint.

A l'étape de chargement  $(k + 1)$ , les contraintes totales ainsi cumulées sont considérées comme des contraintes initiales sur le joint dont la résultante des forces est appliquée au centre de gravité du joint, origine du repère local.

Ainsi, pour évaluer l'accroissement de déplacement des blocs, on suppose que ces accroissements induisent au niveau de chaque joint un champ de contrainte variable. Après résolution de l'équation (2.27), on considère que l'accroissement des contraintes obtenu est uniforme (calculé à partir des déformations moyennes). Ces deux méthodes de calcul différentes engendrent des erreurs concernant l'équilibre des moments aux centres de gravité des blocs (fig. 2.17). Il s'en suit qu'à l'étape de calcul  $(k + 1)$  le système de blocs évolue pour équilibrer le nouvel incrément de chargement mais aussi pour équilibrer les moments supplémentaires ainsi introduits.

Ces moments résiduels se cumulent au cours des étapes de calculs et peuvent empêcher l'aboutissement à l'équilibre des blocs si les incréments de chargement sont importants. Cependant, s'il y a équilibre, celui-ci est assuré par des distributions des contraintes uniformes sur les joints.

L'approximation d'un champ de contrainte variable par un champ de contrainte uniforme apparaît quand on calcule la résultante des efforts de contact d'un joint  $J$  sur les blocs  $B_i$  et  $B_j$  à l'aide de l'expression suivante<sup>2</sup> :

$$\vec{f}_{ij,k} = \left( \int_S [T_{ij}]^t [B]^t ds \right) \vec{\sigma}_k \quad (2.28)$$

Il s'agit d'un vecteur colonnes à 12 termes où l'on classe les composantes, dans le repère global, de la résultante des forces et des moments sur le bloc  $B_i$  puis sur le bloc  $B_j$ . Nous notons que la matrice  $[T_{ij}]$  varie en fonction du déplacement des blocs: elle permet :

- de projeter les forces de contact dans le repère global ;
- d'exprimer les moments aux centres de gravité des blocs et les projeter dans le repère global.

Dans le repère local du joint, ces efforts de contact sont donnés par :

$$\int [B]^t \vec{\sigma}_k ds \quad (2.29)$$

La matrice  $[B]$  peut être mise sous la forme :

$$[B] = [[b], -[b]]$$

où :

---

<sup>2</sup>Nous considérons la formulation énergétique de l'équilibre des blocs à l'étape  $(k + 1)$  en utilisant les mêmes notations et définitions qu'à la section précédente.

$$[b] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -y' & x' & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & y' \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -x' \end{bmatrix}$$

A l'aide de cette notation, l'équation (2.29) se transforme en :

$$\int [B] {}^t\vec{\sigma}_k ds = \begin{pmatrix} \vec{r}_i \\ \vec{r}_j \end{pmatrix}$$

avec

$$\vec{r}_i = -\vec{r}_j = \int [b] {}^t\vec{\sigma}_k ds$$

et

$$[b] {}^t\vec{\sigma}_k ds = -ds (\bar{\sigma}_{x,k}, \bar{\sigma}_{y,k}, \bar{\sigma}_{n,k}, y'\bar{\sigma}_{n,k}, x'\bar{\sigma}_{n,k}, x'\bar{\sigma}_{y,k} - y'\bar{\sigma}_{x,k})^t$$

Ce dernier vecteur représente l'effort interne (force et moment) qu'exerce un élément de surface  $ds$  du joint sur le bloc  $B_i$ . Les trois premiers termes sont les composantes de la force, dans le repère local du joint. Les trois autres termes représentent, dans ce même repère, les composantes du moment au centre de gravité du joint. La somme sur la totalité de la section, donne la résultante de ces efforts de contact sous forme d'un vecteur à six composantes. Soit :

$$\vec{r}_i = \int [b] {}^t\vec{\sigma}_k ds = -S (\bar{\sigma}_{x,k}, \bar{\sigma}_{y,k}, \bar{\sigma}_{n,k}, 0, 0, 0)^t \quad (2.30)$$

où  $S$  désigne l'aire du joint et les trois dernières coordonnées du vecteur représentent les composantes nulles du moment résultant.

Nous notons que le vecteur  $\vec{r}_j$ , opposé à  $\vec{r}_i$ , définit la résultante des efforts de contact sur le bloc  $B_j$ .

Ce calcul approché du vecteur  $\vec{f}_{i,j,k}$  à partir des contraintes moyennes sur les joints a une influence sur l'équilibre des blocs. Nous montrons cette influence à partir d'exemples simples en considérant séparément les termes liés à la contrainte normale et ceux liés aux contraintes tangentielles.

### 5.6.2.1 Cas de la contrainte normale

Nous nous intéressons uniquement à la formulation théorique de l'équilibre des blocs et de la déformation des joints (sans les outils numériques utilisés pour s'affranchir des problèmes de non-linéarité). Nous notons  $\epsilon_n$  et  $\sigma_n$  la déformation normale et la contrainte normale au point  $M$  sur un joint. Ces deux quantités sont théoriquement liées par la relation suivante (on néglige la résistance à la traction du joint) :

$$\sigma_n = K_n(\epsilon_n)\epsilon_n \quad (2.31)$$

où  $K_n(\epsilon_n)$  est la rigidité normale qui dépend du point considéré si le comportement du joint est non-linéaire.

La déformation normale  $\epsilon_n$  varie linéairement en fonction des coordonnées locales du point  $M$  considéré. Comme nous l'avons expliqué, le logiciel BRIG3D associe à ce champ de déformation un champ de contrainte uniforme donné par :

$$\sigma_n(M) = K_n(\bar{\epsilon}_n)\bar{\epsilon}_n \quad (2.32)$$

avec  $\bar{\epsilon}_n$  la déformation normale moyenne sur le joint.

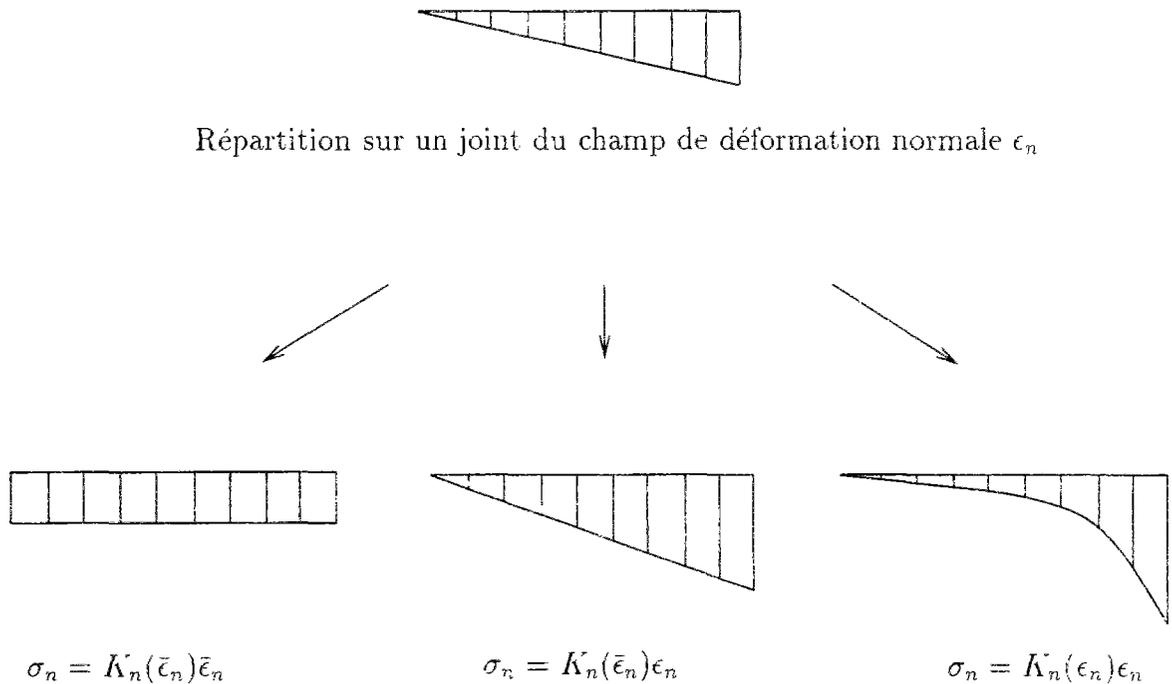


Figure 2.18: Différentes hypothèses de la répartition de la contrainte normale.

La rigidité  $K_n$  est indépendante de l'état de déformation dans le cas d'un comportement linéaire en compression. Cependant, il est intéressant de connaître la réponse du modèle si on tient compte d'un champ de contrainte linéaire (équation (2.32)) ou hyperbolique (équation (2.31)) sur le joint (voir fig. 2.18).

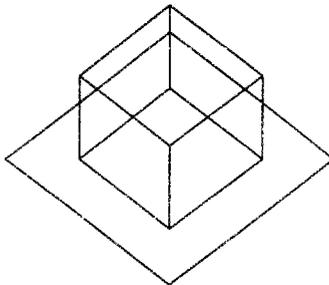
Sans changer le mode de fonctionnement du logiciel, nous pouvons comparer le résultat de ces trois hypothèses (champ de contrainte uniforme, linéaire ou hyperbolique) en discrétisant un joint en plusieurs sous-joints élémentaires. Cette technique, utilisée dans l'exemple ci-dessous, permet d'approcher la distribution voulue si la discrétisation est assez fine.

### Exemple 3 :

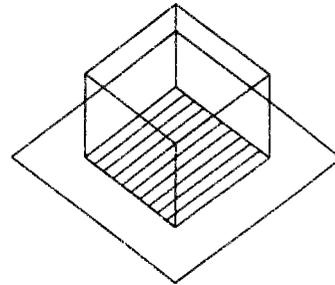
Comme dans l'exemple 2 précédent, nous considérons un bloc fixe, noté  $B_1$ , et un autre mobile, noté  $B_2$  (un cube de 1 m de côté). Ce dernier est soumis à une force oblique qui passe par son centre de gravité. Pour cet exemple nous traitons les quatre cas suivants dont les géométries sont représentées sur la figure 2.19 :

ECHELLE

LONGUEUR 1m)  $\longleftrightarrow$  0.3000E+00)



Cas 1 et 2



Cas 3 et 4

Figure 2.19: Représentation des blocs et des joints de l'exemple 3.

- cas 1 : la surface de contact entre les deux blocs est définie par un seul joint avec :
  - un comportement linéaire en compression avec  $K_n = 10000$  MPa/m,
  - un comportement linéaire en cisaillement avec  $K_t = 1000$  MPa/m ;
- cas 2 : semblable au cas 1 avec :
  - un comportement hyperbolique en compression avec  $\epsilon_{max} = 0,001$  m et  $K_{ni} = 2$  MPa/m,
  - un comportement linéaire en cisaillement avec  $K_t = 1000$  MPa/m ;
- cas 3 : la surface de contact est discrétisée en plusieurs joints ayant tous le même comportement mécanique avec :
  - un comportement linéaire en compression avec  $K_n = 10000$  MPa/m,
  - un comportement linéaire en cisaillement avec  $K_t = 1000$  MPa/m ;
- cas 4 : semblable au cas 3 avec :
  - un comportement hyperbolique en compression avec  $\epsilon_{max} = 0,001$  m et  $K_{ni} = 2$  MPa/m,
  - un comportement linéaire en cisaillement avec  $K_t = 1000$  MPa/m.

Pour ces quatre cas, on considère que l'orientation et la position des joints sont données par le bloc  $B_2$ . On néglige, en outre, la résistance à la traction des joints.

Nous notons que les cas 1 et 3 sont numériquement différents mais physiquement identiques. Il en est de même pour les cas 2 et 4.

La figure 2.20 représente la contrainte moyenne obtenue au niveau de la surface de contact dans le cas 1 et 2 et la distribution des contraintes moyennes sur les joints élémentaires dans les cas 3 et 4.

ECHELLE

LONGUEUR (m)     $\longleftrightarrow$  0.3000E+00  
 CONTRAINTE (kPa)     $\longleftrightarrow$  0.6000E+04

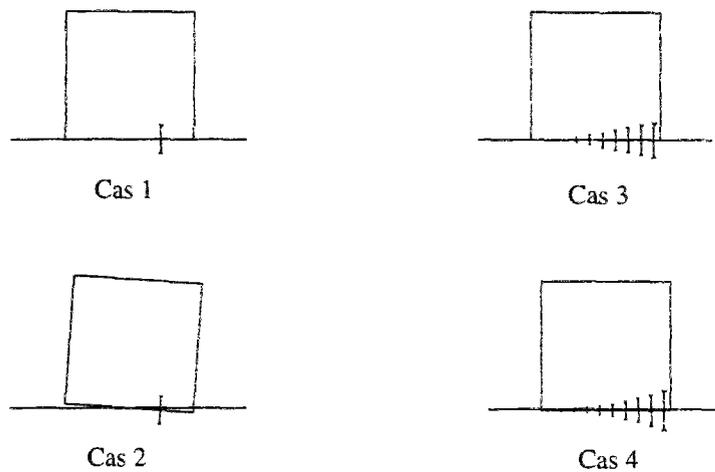


Figure 2.20: Représentation des contraintes sur les joints.

Pour comparer ces différents cas, nous avons illustré sur la figure 2.21 d'une part la rotation et le déplacement vertical du bloc  $B_2$  et d'autre part la section totale en compression entre les deux blocs. Nous notons que le cas 4 donne la plus faible rotation et la plus grande section.

Pour expliquer la différence de section, nous rappelons que le bloc  $B_2$  est soumis à une force extérieure qui passe par son centre de gravité. La condition d'équilibre de ce bloc implique que la résultante du champ de contrainte se situe sur la droite d'action de cette force extérieure. La surface de contact est donc proportionnelle à  $2d$  pour une distribution uniforme, à  $3d$  pour une distribution triangulaire (voir fig. 2.22) et à  $\alpha d$  pour une distribution hyperbolique ( $\alpha > 3$ ).

Considérer que la contrainte normale est uniforme sur le joint revient à négliger l'excentrement, par rapport au centre du joint, de la force normale de contact; ou encore à négliger le moment engendré par la distribution de la contrainte normale au centre de ce joint (la quatrième composante nulle du vecteur  $\vec{r}_i$  donné par la formule (2.30)).

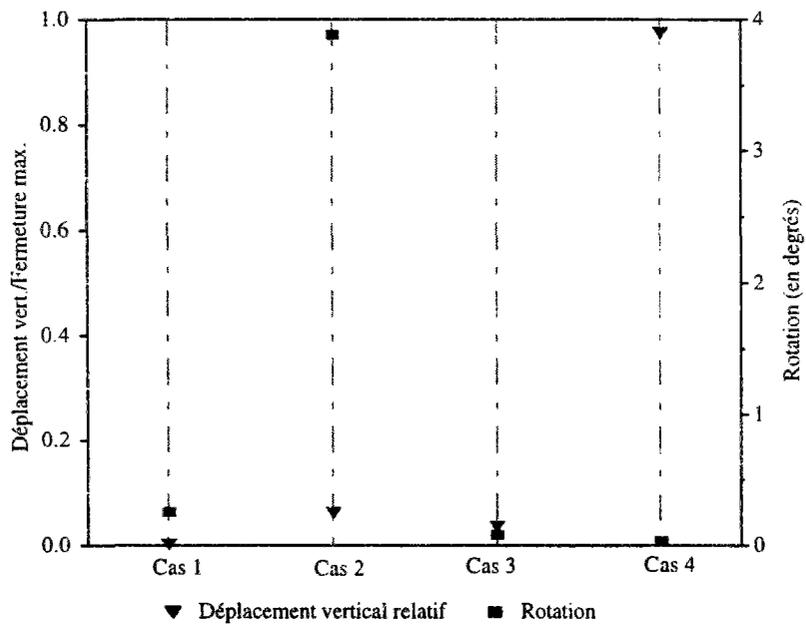
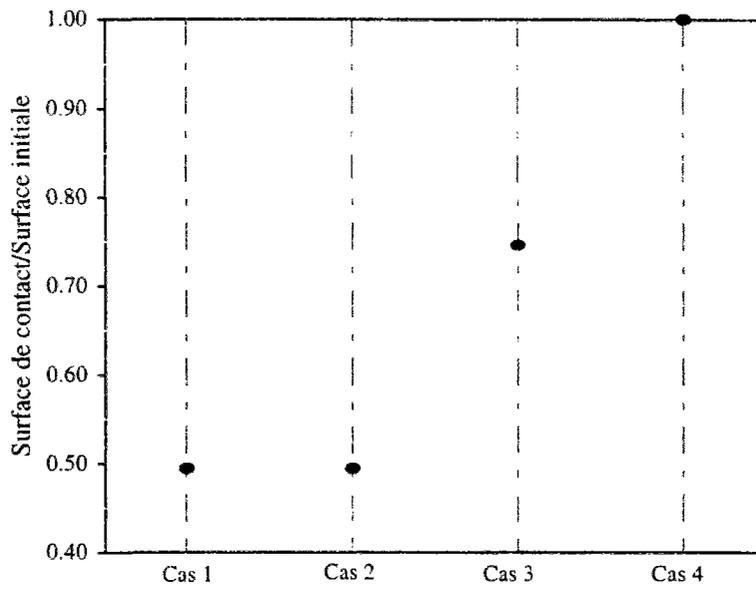
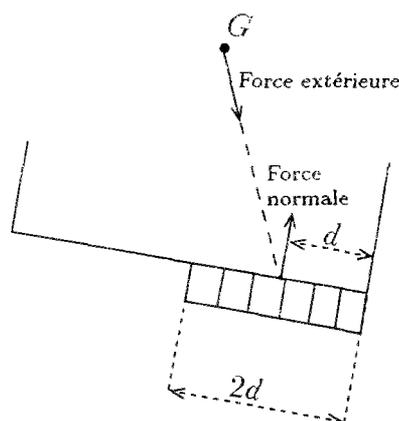
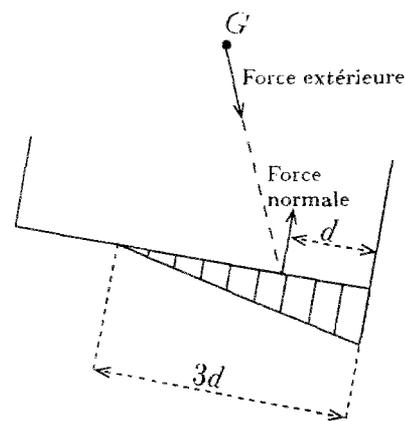


Figure 2.21: Comparaison des résultats de l'exemple 3. Le premier graphique représente l'aire de la surface de contact à l'équilibre (par rapport à l'aire initiale) suivant le cas étudié. Le second représente le déplacement vertical du bloc mobile (par rapport à la fermeture maximale des joints) ainsi que son angle de rotation, suivant le cas étudié.



Contrainte normale uniforme



Contrainte normale triangulaire

Figure 2.22: Effet de la répartition de la contrainte normale sur la section du joint à l'équilibre.

Cet exemple montre l'influence du choix que l'on adopte, concernant la répartition de la contrainte normale, sur le mouvement des blocs. Nous constatons, en particulier, qu'une répartition uniforme engendre les plus importantes rotation et perte de contact entre blocs.

### 5.6.2.2 Cas des contraintes tangentielles

La première version du code BRIG3D néglige également le moment au centre de gravité du joint créé par la distribution des contraintes tangentielles sur ce joint (la cinquième et la sixième composantes nulles du vecteur  $\vec{r}_i$ ). Ceci a une influence sur les résultats des calculs comme le montre l'exemple qui suit.

#### Exemple 4

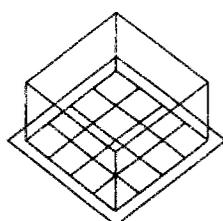
Nous considérons le même système de blocs qui a été défini à l'exemple 3. Cependant, on charge le bloc  $B_2$  avec un couple  $\mathcal{C}$  d'axe  $(G_2, z)$  et une force verticale descendante ( $G_2$  désigne le centre de gravité du bloc  $B_2$ ). Nous considérons pour cet exemple différentes discrétisations de la surface de contact. Chacune étant caractérisée par le nombre  $n^2$  de joints élémentaires utilisés ( $n=1, 4$  et  $11$ ). Nous avons représenté sur la figure 2.23 les cas où  $n$  est égal à 4 et 11. Les caractéristiques mécaniques des  $n^2$  joints élémentaires sont identiques (comportement linéaire en compression et en cisaillement) avec :

- $K_n = 100 \text{ MPa/m}$  ;
- $K_t = 100 \text{ MPa/m}$ .

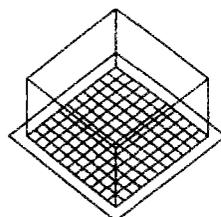
Nous notons que la force verticale est introduite pour créer aux niveaux des joints des contraintes de compression non nulles. En effet, la résistance à la traction étant égale à zéro, sans ce chargement vertical le joint pourrait être ouvert.

ECHELLE

LONGUEUR (m) → 0.3000E+00



n = 4



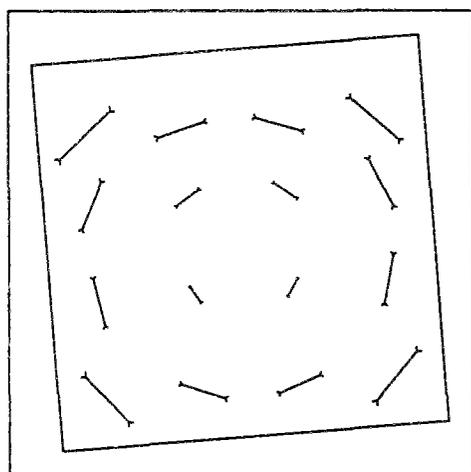
n = 11

Figure 2.23: Représentation des joints et des blocs de l'exemple 4.

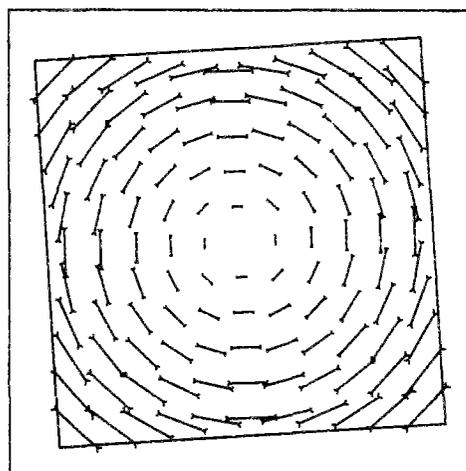
ECHELLE

LONGUEUR (m) → 0.1000E+00

CONTRAINTE (kPa) → 0.2400E+04



n = 4  
 $\theta_z = 7,79E-2$  rd



n = 11  
 $\theta_z = 6,06E-2$  rd

Figure 2.24: Contraintes tangentielles moyennes sur les n joints élémentaires.

Comme pour l'exemple précédent, ces différents cas sont physiquement identiques mais numériquement différents. Le calcul analytique montre que l'équilibre du bloc est caractérisé par une rotation égale à :

$$\theta_z = \frac{6 C}{K_t a^4}$$

avec  $a$  le côté du carré que forme la surface de contact ( $a = 1$  m dans cette application).

Le logiciel BRIG3D n'aboutit pas à une solution d'équilibre pour  $n$  égal à 1. Cependant, plus  $n$  croît plus on s'approche de la valeur analytique donnée par l'équation ci-dessus

(égale à  $6.10^{-2}$  rd pour un couple appliqué de 1 MN.m). La figure 2.24 illustre le champ de contraintes tangentielles moyennes aux niveaux des joints élémentaires et indique les rotations obtenues pour  $n$  égal à 4 et 11.

Le chargement et la géométrie du problème posé font que le torseur équivalent aux contraintes de cisaillement se compose d'une force nulle et d'un moment, par rapport au centre de la surface de contact, opposé au couple appliqué.

La divergence des calculs pour  $n$  égal à 1 provient de l'évaluation de ce torseur à partir de la contrainte tangentielle moyenne qui est nulle pour ce type de chargement (champ de contrainte de type circulaire). Comme le montre les résultats de BRIG3D, la discrétisation améliore le calcul de ce torseur.

### 5.6.3 Conclusion

Les modèles d'éléments discrets sont les mieux adaptés pour l'analyse de la déformation d'un massif rocheux à densité de fissuration moyenne. D'approches différentes, ces modèles définissent le lieu d'interaction entre bloc par un ensemble discret ou continu de points.

Dans ce chapitre, nous avons exposé la méthode de résolution utilisée dans un modèle d'éléments discrets développé au Centre de Géologie de l'Ingénieur (le logiciel BRIG3D). Nous avons également présenté l'influence de certaines hypothèses adoptées dans ce modèle sur l'équilibre des blocs; en particulier le calcul des efforts de contact à partir des contraintes moyennes et donc des déformations moyennes. Dans le chapitre suivant, nous exposerons une autre formulation du problème à partir des déformations locales. Cette nouvelle formulation permettra de déterminer l'équilibre final du système de blocs indépendamment de la numérotation des blocs et des incréments de chargement.

# Chapitre 3

## Reformulation mécanique de BRIG3D et prise en compte des pressions dues à l'écoulement aux interfaces des blocs

### 1 Introduction

Pour améliorer la formulation mécanique de BRIG3D, nous avons introduit certaines modifications sur ce logiciel. Ces modifications concernent la position des joints après déplacement des blocs, le champ de déformation et de contrainte au niveau des joints et l'équilibre des forces et des moments sur les blocs. Ces modifications ont fait l'objet d'une première partie de notre travail de recherche.

La deuxième partie de ce travail de recherche a été consacrée à la modélisation de l'interaction entre le comportement mécanique et hydraulique d'un massif rocheux fissuré.

Les fissures d'un massif rocheux, qui représentent d'un point de vue mécanique des zones potentielles de déformation et de rupture, peuvent être, d'un point de vue hydraulique, des zones d'écoulement privilégiées. Par rapport à la matrice rocheuse, l'écoulement pourrait s'établir plus facilement dans un réseau de fractures et à régime permanent il pourrait être caractérisé par un débit plus important. Un tel écoulement dépend d'une part de la connexion entre les fractures et d'autre part de l'espace qu'offre chacune de ces fractures à l'écoulement. Une modification locale de l'état de contrainte agit sur cet espace d'écoulement entraînant ainsi une augmentation ou une diminution des débits à travers les fractures et de nouvelles répartitions des charges hydrauliques. Le réseau d'écoulement et le volume d'eau qui circule dans ce réseau sont donc liés aux sollicitations mécaniques du massif. La circulation d'eau à travers les fractures crée des forces d'écoulement qui changent la sollicitation du milieu et provoquent sa déformation.

Pour analyser le comportement hydro-mécanique d'un massif rocheux fissuré, nous avons donc développé un modèle d'écoulement dans un réseau de fractures. Fondé sur une méthode de résolution par éléments frontières, ce modèle a été ensuite couplé avec le logiciel BRIG3D.

Ce chapitre se compose de deux parties. La première concerne les modifications introduites sur la formulation mécanique de BRIG3D. La deuxième partie concerne la formulation

du modèle d'écoulement et son incorporation dans le code de calcul BRIG3D.

## 2 Reformulation mécanique de BRIG3D

### 2.1 Formulation de la déformation des joints en déplacement relatif total

#### 2.1.1 Position du problème

La première version de BRIG3D est basée sur un calcul en contrainte moyenne utilisé principalement pour s'affranchir des problèmes de non linéarité géométrique et mécanique. Il s'en suit que la rupture en plasticité d'un joint n'est décrite que d'une manière approximative puisque le critère de plasticité ne peut être vérifié que d'une façon globale à partir d'états moyens de contraintes tangentielles. Une telle simplification pourrait influencer considérablement les résultats des calculs notamment dans le cas où les joints sont de dimensions importantes.

Pour montrer une telle influence, nous reprenons le même cas de figure que le quatrième exemple du chapitre précédent avec  $n=1$ . Nous rappelons que le modèle n'aboutit pas à une position d'équilibre puisqu'il évalue la résultante des efforts de contact et notamment des moments à partir des contraintes moyennes sur le joint. Même s'il calcule correctement un tel moment<sup>1</sup>, il ne pourrait pas détecter la rupture en plasticité éventuelle de ce joint. En effet, le type de sollicitation et la symétrie considérés dans cet exemple font que les contraintes tangentielles sont toujours nulles en moyenne.

Afin de tenir compte de la rupture en plasticité, pour ce cas de figure et pour d'autres cas plus généraux, il faut que le modèle soit en mesure de décrire le champ total de contraintes tangentielles (*i.e.* de l'état initial à l'étape de calcul considéré) autre que par un cumul de contraintes moyennes pour pouvoir faire une vérification locale du critère de rupture en cisaillement.

Le calcul des contraintes s'effectue à partir des déformations sur les joints, elles-mêmes calculées à partir des déplacements relatifs entre blocs. Définir un champ de contrainte total revient donc à définir un champ de déformation total. Nous avons choisi de remplacer le champ de déformation incrémental par le déplacement relatif total entre les faces des blocs en interaction (fig. 3.1).

Cette nouvelle formulation de la déformation et de la contrainte au niveau des joints nécessite la description à chaque étape de calcul du déplacement total des blocs pour avoir accès au déplacement relatif total aux interfaces. La résolution de l'équilibre des blocs utilise, toujours, des incréments de chargement et des procédures itératives pour rendre compte des non linéarités mécanique et géométrique.

---

<sup>1</sup>Il s'agit de l'une des modifications apportées au modèle.

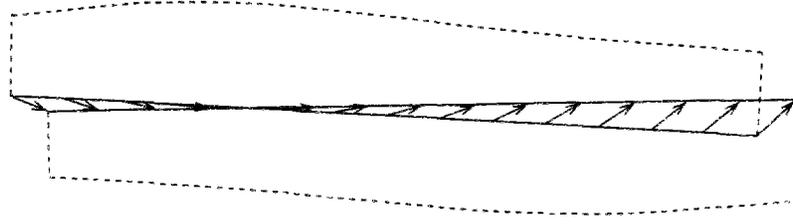


Figure 3.1: Champ de déplacement relatif total entre deux faces de blocs en interaction.

### 2.1.2 Détermination du déplacement total d'un point quelconque d'un bloc

Nous considérons un bloc rigide décrit initialement par les positions de ses points matériels  $P_0$  et de son centre de gravité  $G_0$ . A l'étape de calcul  $k$ , les points  $P_0$  et  $G_0$  occupent respectivement les positions  $P_k$  et  $G_k$  de l'espace (fig. 3.2).

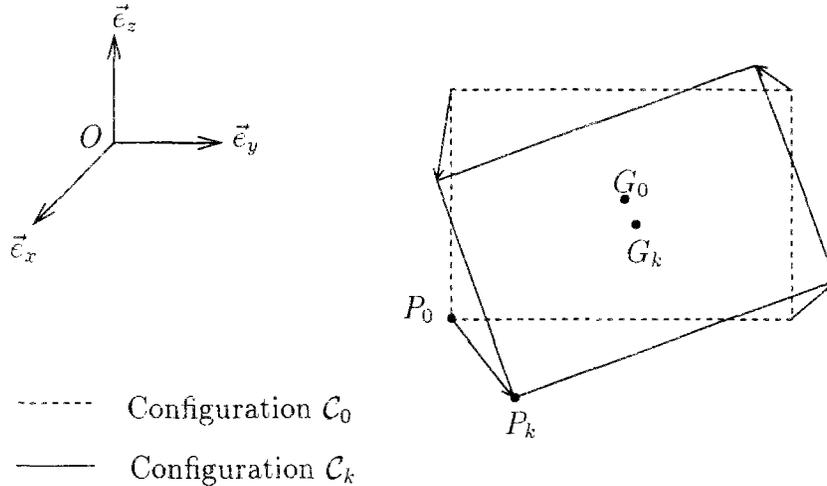


Figure 3.2: Déplacement total des sommets du bloc.

Notre objectif est de définir une transformation linéaire  $\mathcal{L}$  qui permet d'avoir  $P_k$  en fonction de  $P_0$  sous la forme suivante :

$$\overrightarrow{P_0 P_k} = \overrightarrow{G_0 G_k} + \mathcal{L}(\overrightarrow{G_0 P_0})$$

Nous rappelons qu'à chaque étape de calcul  $k$ , la première version de BRIG3D évalue la position du point matériel  $P_k$  à partir de sa position  $P_{k-1}$  à l'aide de la relation (2.8). Sous une écriture matricielle, cette relation se transforme en :

$$\overrightarrow{P_{k-1} P_k} = \delta \vec{u}_k + \hat{\Omega}_k \overrightarrow{G_{k-1} P_{k-1}}$$

avec :

$$\tilde{\Omega}_k = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\omega_{z,k} & -\delta\omega_{y,k} \\ -\delta\omega_{z,k} & 0 & -\delta\omega_{x,k} \\ -\delta\omega_{y,k} & \delta\omega_{x,k} & 0 \end{bmatrix}$$

On peut donc déterminer la position  $P_k$  ( $k \geq 1$ ) en fonction de  $P_0$ , à l'aide d'un vecteur  $\vec{u}_k$  et d'une matrice  $\Omega_k$ , de la manière suivante<sup>2</sup> :

$$\overrightarrow{P_0 P_k} = \vec{u}_k + \Omega_k \overrightarrow{G_0 P_0} \quad (3.1)$$

où :

$$\vec{u}_k = \vec{u}_{k-1} + \delta\vec{u}_k$$

$$\Omega_k = \Omega_{k-1} + \tilde{\Omega}_k + \tilde{\Omega}_k \Omega_{k-1}$$

avec  $\Omega_0$  la matrice nulle de l'espace des matrices carrées d'ordre 3.

Pour ce qui suit, nous notons  $I$  la matrice unité de cet espace de matrices et nous posons :

$$\tilde{A}_k = I + \tilde{\Omega}_k \quad (3.2)$$

$$A_k = I + \Omega_k$$

A l'aide de ces notations, la relation (3.1) peut s'écrire sous la forme :

$$\overrightarrow{G_k P_k} = A_k \overrightarrow{G_0 P_0}$$

avec

$$A_k = \tilde{A}_k A_{k-1}$$

Ainsi défini, le tenseur de déformation  $\tilde{A}_k$  décrit d'une manière incorrecte le mouvement d'un corps rigide puisqu'il ne permet pas de conserver les distances. En effet :

$$\tilde{A}_k^t \tilde{A}_k = I - \tilde{\Omega}_k^2$$

Cette dernière équation montre que la matrice  $\tilde{A}_k$  n'est pas orthogonale. La condition d'orthogonalité n'est vérifiée qu'à un infiniment petit du second ordre. Le produit successif des matrices  $\tilde{A}_p$  ( $1 \leq p \leq k$ ) utilisé pour construire la matrice  $A_k$  pourrait cumuler des erreurs sur le déplacement des sommets des blocs. L'équilibre des blocs risquerait donc de dépendre des procédures incrémentale et itérative utilisées lors d'une simulation.

---

<sup>2</sup> $\tilde{\Omega}$  permet le passage de l'étape  $(k-1)$  à l'étape  $k$  et  $\Omega$  permet le passage de l'étape 0 à l'étape  $k$ .

Une façon d'éliminer ces erreurs est de substituer à la matrice  $\tilde{A}_k$  une matrice orthogonale  $\tilde{R}_k$  qui lui soit la plus proche possible au sens du produit scalaire (sur l'espace des matrices carrées d'ordre trois) suivant :

$$\langle Q_1, Q_2 \rangle = \text{trace} (Q_1 \cdot Q_2^t)$$

avec  $Q_1$  et  $Q_2$  des matrices carrées d'ordre trois.

Il s'agit, donc, de déterminer la matrice  $\tilde{R}_k$  orthogonale qui minimise le produit scalaire  $\langle \tilde{A}_k - \tilde{R}_k, \tilde{A}_k - \tilde{R}_k \rangle$ .

En passant par une décomposition polaire (*cf.* Salençon [1988]) de la matrice définie positive  $\tilde{A}_k^t \tilde{A}_k$ , on montre (Trusdell [1974]) que cette matrice  $\tilde{R}_k$  est de la forme :

$$\tilde{R}_k = \tilde{A}_k (\tilde{A}_k^t \tilde{A}_k)^{-\frac{1}{2}}$$

ou encore :

$$\tilde{R}_k = \tilde{A}_k Q \text{diag}(1/\lambda_i) Q^t$$

avec  $\lambda_i^2$  les valeurs propres de la matrice définie positive  $\tilde{A}_k^t \tilde{A}_k$  et  $Q$  la matrice de passage à la base propre.

Pour calculer les valeurs propres  $\lambda_i^2$  et les vecteurs propres, notés  $\vec{e}_i$ , qui lui sont associés, on constate que :

$$\tilde{\Omega}_k \delta \vec{\omega}_k = \delta \vec{\omega}_k \wedge \delta \vec{\omega}_k = \vec{0}$$

d'où :

$$\tilde{A}_k^t \tilde{A}_k \delta \vec{\omega}_k = \delta \vec{\omega}_k \tag{3.3}$$

L'équation (3.3) implique que le vecteur  $\delta \vec{\omega}_k$  est un vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_1^2 = 1$ . Nous notons  $\vec{e}_1$  le vecteur unitaire parallèle à  $\delta \vec{\omega}_k$  et nous construisons les vecteurs  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$  pour former une base orthonormée directe  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ .

On vérifie (*cf.* Trusdell [1974]) que les valeurs propres associées aux vecteurs propres  $\vec{e}_2$  et  $\vec{e}_3$  sont égales à :

$$\lambda_2^2 = \lambda_3^2 = 1 + \theta_k^2$$

où :

$$\theta_k = \| \delta \vec{\omega}_k \|$$

La matrice  $\tilde{R}_k$  est donc de la forme :

$$\tilde{R}_k = \tilde{A}_k Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\theta_k^2}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\theta_k^2}} \end{bmatrix} Q^t \quad (3.4)$$

A l'aide de la relation (3.2), on vérifie que :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_k \vec{e}_1 &= \vec{e}_1 \\ \tilde{A}_k \vec{e}_2 &= \vec{e}_2 + \theta_k \vec{e}_3 \\ \tilde{A}_k \vec{e}_3 &= -\theta_k \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \end{aligned}$$

La matrice  $\tilde{A}_k$  peut donc s'écrire :

$$\tilde{A}_k = Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\theta_k \\ 0 & \theta_k & 1 \end{bmatrix} Q^t$$

Il s'en suit que la matrice  $\tilde{R}_k$  peut se mettre sous la forme :

$$\tilde{R}_k = Q \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1+\theta_k^2}} & \frac{-\theta_k}{\sqrt{1+\theta_k^2}} \\ 0 & \frac{\theta_k}{\sqrt{1+\theta_k^2}} & \frac{1}{\sqrt{1+\theta_k^2}} \end{bmatrix} Q^t$$

Cette écriture montre que  $\tilde{R}_k$  est une matrice de rotation d'angle  $\phi_k$  et d'axe  $\delta\vec{\omega}_k$ , avec :

$$\tan(\phi_k) = \theta_k$$

La substitution de  $\tilde{R}_k$  à  $\tilde{A}_k$ , dans notre calcul, signifie que le point  $P'_k$  (fig. 3.3) obtenu par un calcul de produit vectoriel est remplacé par le point  $P_k$  obtenu par rotation, d'axe  $\delta\vec{\omega}_k$  et d'angle  $\phi_k$ , du point  $N_k$  représenté sur la figure 3.3. C'est une autre manière de poser le problème de correction de la matrice  $\tilde{A}_k$  et de chercher directement la matrice  $\tilde{R}_k$  sachant qu'elle a la forme d'une matrice de rotation.

Ainsi, pour calculer les positions des points d'un bloc en fonction de leurs positions initiales, nous utiliserons la relation suivante :

$$\overrightarrow{P_0 P'_k} = \vec{u}_k + (R_k - I) \overrightarrow{G_0 P_0} \quad (3.5)$$

avec :

$$R_k = \tilde{R}_k R_{k-1}$$

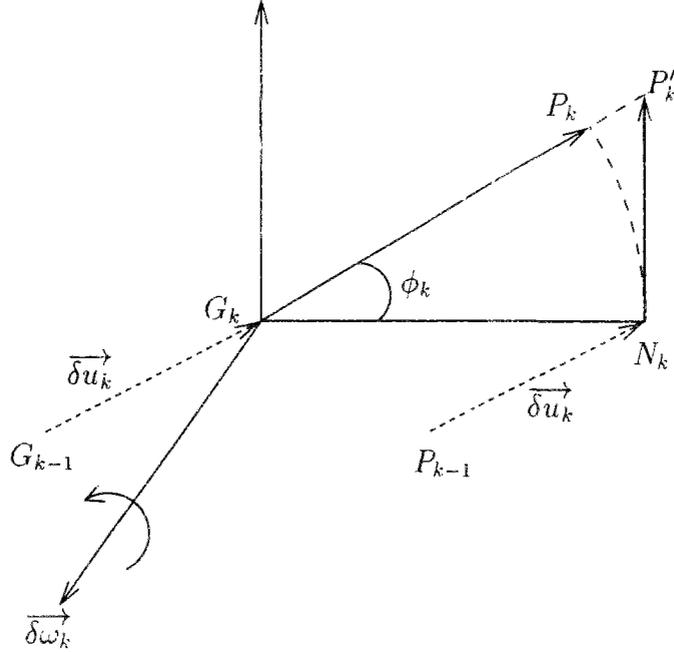


Figure 3.3: Correction de  $P'_k$  par  $P_k$ .

## 2.2 Nouvelle description de la position d'un joint et de sa déformation

Notre objectif, ici, est d'établir la nouvelle expression du champ de déformation d'un joint  $J$  à une étape de calcul  $k$ . Comme dans le chapitre précédent, nous notons  $B_i$  et  $B_j$  les blocs qui forment ce joint par la mise en contact de leurs faces  $F_i$  et  $F_j$ .

Nous rappelons que la première version de BRIG3D suppose que l'évolution de ce joint est donnée par l'une des faces qui le constitue. Nous avons remplacé cette définition par une autre qui ne dépend que du déplacement relatif entre blocs. Nous avons considéré, en effet, que le plan du joint passe par le milieu du champ de déplacement relatif des faces  $F_i$  et  $F_j$  (fig. 3.4).

Pour établir ce champ de déformation, nous considérons deux points des faces  $F_i$  et  $F_j$  initialement confondus. Notés  $M_{i,0}$  et  $M_{j,0}$ , ces points vont suivre le mouvement de leur bloc respectif pour occuper, à l'étape de calcul  $k$ , les positions  $M_{i,k}$  et  $M_{j,k}$  (fig. 3.4).

Le champ de déformation total est donné par le vecteur  $\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}(M_k)$  (noté aussi  $\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}$  ou encore  $\vec{e}_k(M_k)$ ), où  $M_k$  est un point courant du joint dans sa position actuelle. Ce point est défini comme étant le milieu de  $M_{i,k}$  et  $M_{j,k}$ . On a alors :

$$\vec{e}_k(M_k) = \overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}(M_k)$$

$$\overrightarrow{M_{i,k}M_k} = \overrightarrow{M_kM_{j,k}} = \frac{1}{2} \vec{e}_k(M_k) \quad (3.6)$$

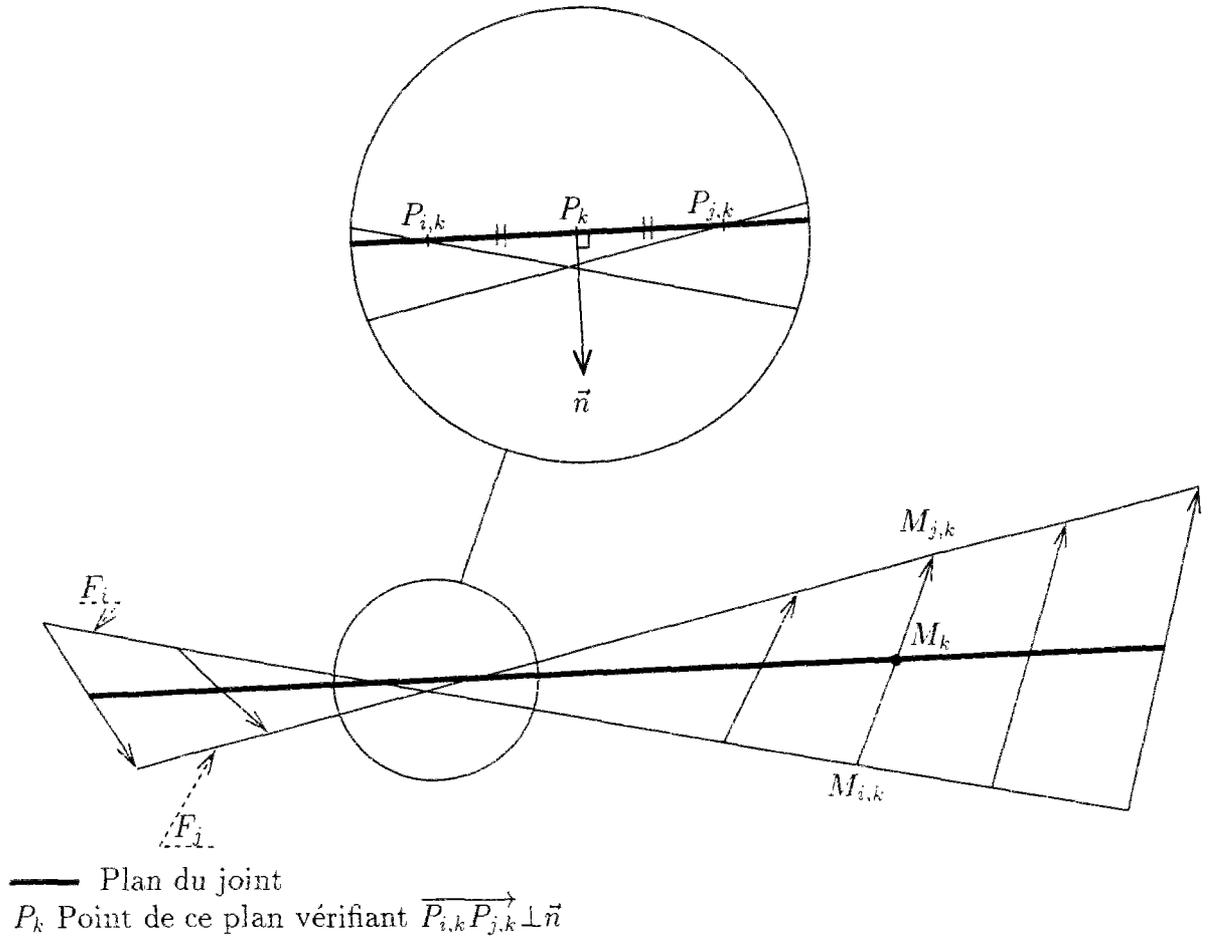


Figure 3.4: Position du joint à l'étape de calcul  $k$ .

Pour déterminer les caractéristiques géométriques du joint, nous introduisons le plan  $\mathcal{P}$  et le demi-plan  $\mathcal{Q}$  suivants :

$$\mathcal{P} = \left\{ M_k / \overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = 2\overrightarrow{M_{i,k}M_k} \right\}$$

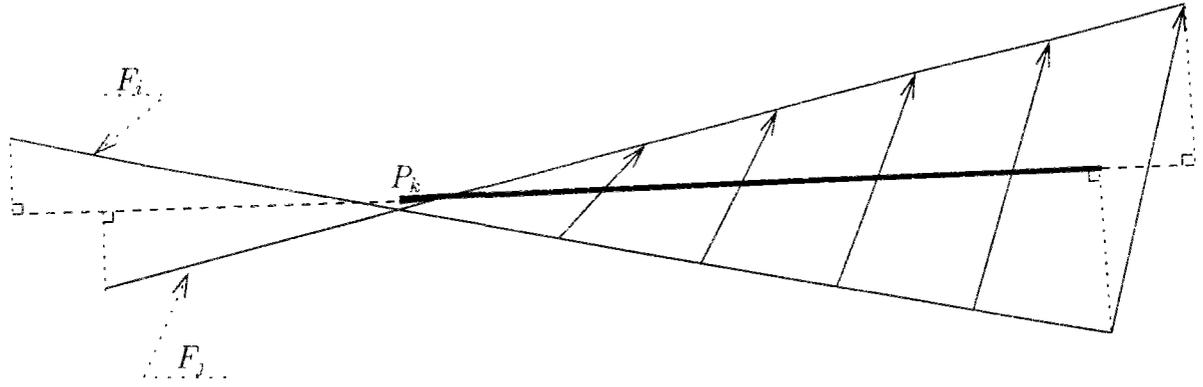
$$\mathcal{Q} = \left\{ M_k \in \mathcal{P} / \overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} \cdot \vec{n} \leq 0 \right\}$$

où  $\vec{n}$  représente le vecteur unitaire normal au plan  $\mathcal{P}$  et dirigé de  $B_i$  vers  $B_j$ .

Le joint est l'intersection des trois ensembles suivants (fig. 3.5) :

- le demi-plan  $\mathcal{Q}$  ;
- la projection orthogonale du polygone  $F_i$  sur  $\mathcal{P}$  ;
- la projection orthogonale du polygone  $F_j$  sur  $\mathcal{P}$ .

La position  $M_{p,k}$  ( $p = i, j$ ) est obtenue en appliquant la formule (3.5) au point  $M_{p,0}$  du bloc  $B_p$  de centre de gravité initialement en  $G_{p,0}$ . Il vient :



— Section du joint

Figure 3.5: Sommets du joint.

$$\overrightarrow{M_0 M_{p,k}} = \vec{u}_{p,k} + (R_{p,k} - I) \overrightarrow{G_{p,0} M_0} \quad (3.7)$$

Nous en déduisons :

$$\overrightarrow{G_{p,k} M_{p,k}} = R_{p,k} \overrightarrow{G_{p,0} M_0} \quad (3.8)$$

Le vecteur  $\vec{u}_{p,k}$  et la matrice  $R_{p,k}$  ( $p = i, j$ ) s'obtiennent en suivant le calcul exposé dans la section précédente. Ils vérifient :

$$\vec{u}_{p,k} = \vec{u}_{p,k-1} + \delta \vec{u}_{p,k}$$

$$R_{p,k} = \tilde{R}_{p,k} R_{p,k-1}$$

A l'aide des équations (3.6), (3.7) et (3.8) et en introduisant un point quelconque  $C_k$  de  $\mathcal{P}$ , nous obtenons (voir annexe 2) :

$$\overrightarrow{M_{i,k} M_{j,k}} = \vec{T} + \Lambda \overrightarrow{C_k M_k}$$

avec :

$$\vec{T} = 2(R_{i,k}^{-1} + R_{j,k}^{-1})^{-1} [\vec{u}_{j,k} - \vec{u}_{i,k} + (I - R_{j,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{j,k} C_k} - (I - R_{i,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{i,k} C_k}]$$

et

$$\Lambda = 2 (R_{i,k}^{-1} + R_{j,k}^{-1})^{-1} (R_{i,k}^{-1} - R_{j,k}^{-1})$$

Comme les matrices  $R_{p,k}$  ( $p=1$  ou  $2$ ) sont des matrices orthogonales,  $\Lambda$  et  $\vec{T}$  se réécrivent de la manière suivante :

$$\vec{T} = 2(R_{i,k}^t + R_{j,k}^t)^{-1} [\vec{u}_{j,k} - \vec{u}_{i,k} + (I - R_{j,k}^t) \overrightarrow{G_{j,k}C_k} - (I - R_{i,k}^t) \overrightarrow{G_{i,k}C_k}]$$

$$\Lambda = 2 (R_{i,k}^t + R_{j,k}^t)^{-1} (R_{i,k}^t - R_{j,k}^t)$$

Pour avoir les déformations normale et tangentielle au joint  $J$ , nous lui associerons un repère local  $\mathcal{R}'_k = (C_k, \vec{n}, \vec{t}_x, \vec{t}_y)$ . Contrairement à l'ancienne version, ce repère local est défini dans la position actuelle du joint.

Les déformations normale et tangentielle s'obtiennent alors en projetant  $\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}$  dans ce repère local  $\mathcal{R}'_k$ . Si nous notons  $\Gamma$  la matrice de passage de  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  à  $(\vec{n}, \vec{t}_x, \vec{t}_y)$ , ce vecteur  $\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}$  s'exprime dans  $\mathcal{R}'_k$  comme suit :

$$\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = \Gamma \vec{T} + \Gamma \Lambda \Gamma^t \overrightarrow{C_k M_k} \quad (3.9)$$

Nous avons vérifié que la matrice  $\Gamma \Lambda \Gamma^t$  est antisymétrique (voir annexe 3). Il existe alors des réels  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$  et  $\gamma_2$  tels que :

$$\Gamma \Lambda \Gamma^t = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_2 & \beta_2 \\ \alpha_2 & 0 & -\gamma_2 \\ -\beta_2 & \gamma_2 & 0 \end{bmatrix}$$

Nous notons  $\epsilon_n(M_k)$ ,  $\epsilon_x(M_k)$  et  $\epsilon_y(M_k)$  les composantes, au point  $M_k$  de  $J$ , du vecteur déformation dans le repère local  $\mathcal{R}'_k$ . En développant l'équation (3.9), nous obtenons :

$$\epsilon_n(M_k) = u_n - \alpha_2 x' + \beta_2 y' \quad (3.10)$$

$$\epsilon_x(M_k) = u_x - \gamma_2 y' \quad (3.11)$$

$$\epsilon_y(M_k) = u_y + \gamma_2 x' \quad (3.12)$$

où  $(0, x', y')^t$  et  $(u_n, u_x, u_y)^t$  représentent respectivement les coordonnées de  $\overrightarrow{C_k M_k}$  et de  $\Gamma \vec{T}$  dans le repère local  $\mathcal{R}'_k$ .

### 2.3 Calcul des efforts de contact sur un joint

Le vecteur contrainte, de composantes  $\sigma_n(M_k)$ ,  $\tau_x(M_k)$  et  $\tau_y(M_k)$  dans le repère local du joint, se déduit du vecteur déformation par application de la matrice de rigidité du joint (2.19). Nous aboutissons, à l'aide d'une telle matrice et des équations (3.10), (3.11) et (3.12), aux expressions suivantes :

$$\sigma_n(M_k) = K_n(u_n - \alpha_2 x' + \beta_2 y') \quad (3.13)$$

$$\tau_x(M_k) = K_t(u_x - \gamma_2 y') \quad (3.14)$$

$$\tau_y(M_k) = K_t(u_y + \gamma_2 x') \quad (3.15)$$

Pour un élément de surface  $ds$  centré au point  $M_k$ , le vecteur contrainte  $\vec{\sigma}_k(M_k)$  génère une force élémentaire  $d\vec{f}(M_k)$  et, par rapport au point  $C_k$ , un moment élémentaire  $d\vec{\xi}(M_k)$ , avec :

$$d\vec{\xi}(M_k) = \overrightarrow{C_k M_k} \wedge d\vec{f}(M_k)$$

Dans le repère local, les composantes de ce moment élémentaire, notées  $d\xi_n(M_k)$ ,  $d\xi_x(M_k)$  et  $d\xi_y(M_k)$ , sont :

$$d\xi_n(M_k) = K_t [(u_y + \gamma_2 x')y' - (u_x - \gamma_2 y')x'] ds \quad (3.16)$$

$$d\xi_x(M_k) = K_n [(u_n - \alpha_2 x' + \beta_2 y')y'] ds \quad (3.17)$$

$$d\xi_y(M_k) = -K_n [(u_n - \alpha_2 x' + \beta_2 y')x'] ds \quad (3.18)$$

L'intégrale de ce vecteur sur le joint incorpore la variation de la contrainte au niveau des surfaces de contact dans l'équilibre des moments aux centres de gravité des blocs.

À partir de ces vecteurs définis en chaque point du joint, nous évaluons d'une part les contraintes moyennes et d'autre part le vecteur moment, par rapport à l'origine  $C_k$  :

$$\begin{pmatrix} \bar{\sigma}_n \\ \bar{\tau}_x \\ \bar{\tau}_y \end{pmatrix} = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} \int_{\Sigma} \sigma_n(M_k) ds \\ \int_{\Sigma} \tau_x(M_k) ds \\ \int_{\Sigma} \tau_y(M_k) ds \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_n \\ \bar{\xi}_x \\ \bar{\xi}_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_{\Sigma} d\xi_n(M_k) \\ \int_{\Sigma} d\xi_x(M_k) \\ \int_{\Sigma} d\xi_y(M_k) \end{pmatrix}$$

avec  $\Sigma$  la surface du plan  $\mathcal{P}$  délimitée par les points de type  $P_k$  et  $Q_k$  et qui correspond à la section du joint (fig. 3.6) :

Nous utilisons ces vecteurs pour effectuer un calcul direct du torseur résultant des efforts de contact au centre de gravité de chaque bloc (*i.e.* évaluer les composantes de  $\vec{f}_{ij,k}$  sans passer par la relation (2.28)).

Les éléments de réduction du torseur relatif au bloc  $B_p$  ( $p = i, j$ ), dû aux vecteurs contraintes et aux moments élémentaires sur la section du joint, peuvent être calculés par intégration de ces quantités sur le polygone inscrit dans la face  $F_p$  et délimitée par les points de type  $P_{p,k}$  et  $Q_{p,k}$ . Ce polygone caractérise les points de cette face en interaction avec l'autre face (fig. 3.6).

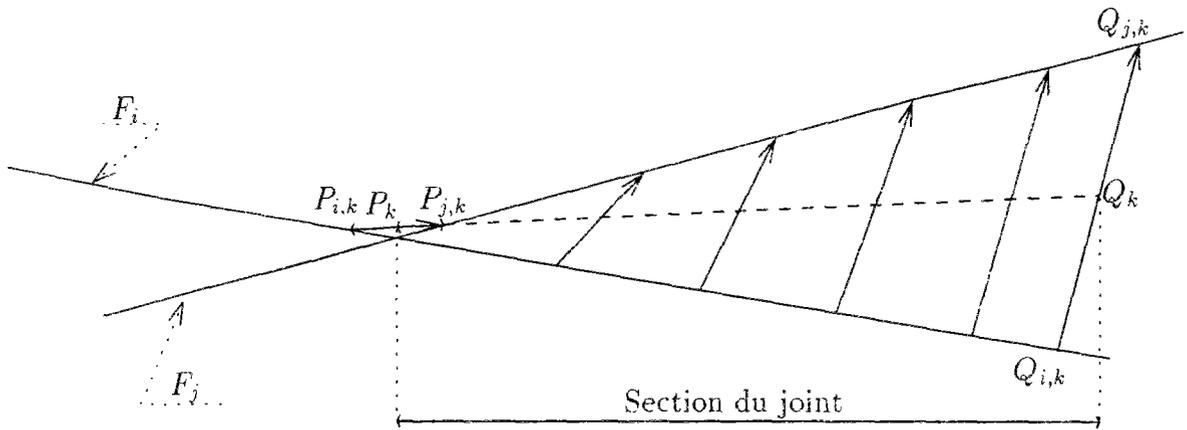


Figure 3.6: Champ de déformation pris en compte pour calculer les efforts de contact.

Nous définissons, pour des développements ultérieurs, le vecteur cisaillement local et sa norme :

$$\begin{aligned}\vec{\tau}(M_k) &= \tau_x(M_k)\vec{t}_x + \tau_y(M_k)\vec{t}_y \\ \tau(M_k) &= \sqrt{\tau_x(M_k)^2 + \tau_y(M_k)^2}\end{aligned}$$

## 2.4 Comportement non-linéaire d'un joint en compression

La loi hyperbolique adoptée pour caractériser le comportement en compression du joint nécessite l'utilisation d'un processus itératif pour traiter la non-linéarité qu'elle introduit. Une telle loi considère que la rigidité normale du joint varie en fonction de son état de contrainte. Cette variation n'est introduite que d'une manière globale, *i.e.* en ne considérant que la déformation normale moyenne du joint. Au cours de chaque itération, la rigidité normale d'un joint est assimilée à la rigidité sécante (voir annexe 4).

## 2.5 Etude de la rupture au cisaillement d'un joint

La loi élastoplastique parfaite, adoptée dans ce modèle, est incorporée en utilisant la méthode des « contraintes initiales » (*cf.* Zienkiewicz [1973]). Nous supposons, pour calculer le déplacement des blocs, que le comportement tangentiel des joints est élastique linéaire (rigidité tangentielle  $K_t$  constante) et nous évaluons, en cas de rupture, les efforts résiduels non équilibrés.

Soit  $\tau_{max}$  la contrainte tangentielle limite d'un joint calculée en introduisant un critère de rupture. Dans le cas où cette valeur est localement atteinte au niveau d'un joint  $J$ , la section totale de ce joint se partage en deux zones  $\Sigma_e$  élastique et  $\Sigma_p$  en rupture de plasticité, avec :

$$\Sigma_p = \{M_k \in J / \tau(M_k) \geq \tau_{max}\}$$

A l'aide des équations (3.14) et (3.15), on vérifie que les courbes d'iso-contrainte tangentielle  $\tau$  sont des cercles de centre  $O_c = (0, -u_y/\gamma_2, u_x/\gamma_2)$  et de rayon  $\tau/(\gamma_2 K_t)$ . La limite entre la zone élastique et la zone plastique éventuelle du joint est donc un cercle de centre  $O_c$  et de rayon  $r_{max} = \tau_{max}/(\gamma_2 K_t)$ . Lorsque  $\gamma_2$  est nul, la contrainte tangentielle est uniforme le long du joint.

En cas de rupture, nous associerons à un élément de surface  $ds$  de  $\Sigma_p$ , centré sur  $M_k$ , les forces résiduelles  $\tau_x^r(M_k)ds$  et  $\tau_y^r(M_k)ds$  (fig. 3.7) et le moment élémentaire résiduel correspondant. Noté  $d\xi_n^r(M_k)$ , ce moment porté par la normale au joint sera calculé par rapport à l'origine du repère local.

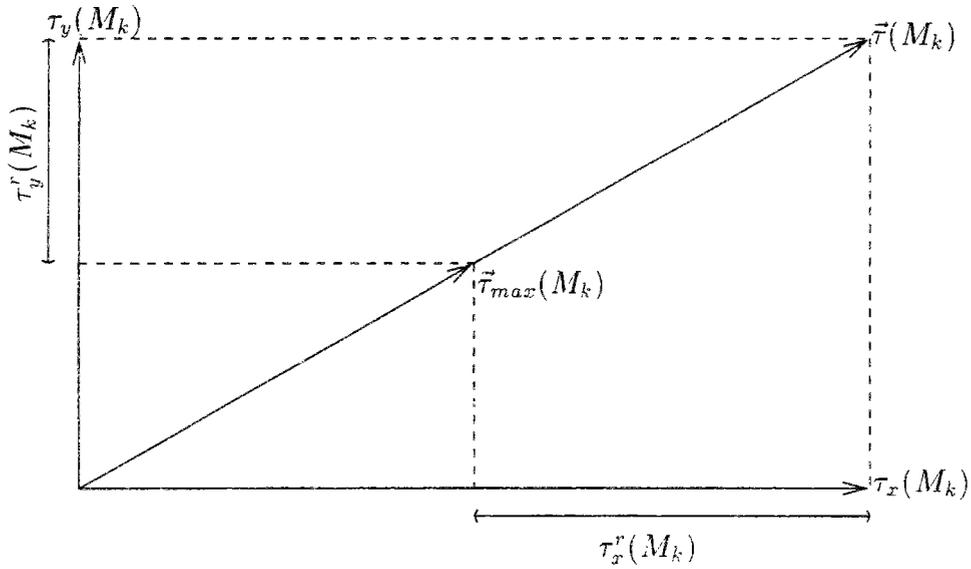


Figure 3.7: Représentation des contraintes résiduelles  $\tau_x^r(M_k)$  et  $\tau_y^r(M_k)$ .

– Calcul de  $\tau_x^r(M_k)$  et  $\tau_y^r(M_k)$

Le calcul des forces ou des contraintes résiduelles se fait par comparaison de  $\tau(M_k)$  à la contrainte limite  $\tau_{max}$  (fig. 3.7) :

$$\tau_x^r(M_k) = \left(1 - \frac{\tau_{max}}{\tau(M_k)}\right) \tau_x(M_k) \quad (3.19)$$

$$\tau_y^r(M_k) = \left(1 - \frac{\tau_{max}}{\tau(M_k)}\right) \tau_y(M_k) \quad (3.20)$$

A ces valeurs locales, nous associerons les contraintes résiduelles moyennes  $\bar{\tau}_x^r$  et  $\bar{\tau}_y^r$  données par :

$$\bar{\tau}_x^r = \frac{\int_{\Sigma_p} \tau_x^r(M_k) ds}{S}$$

$$\bar{\tau}_y^r = \frac{\int_{\Sigma_p} \tau_y^r(M_k) ds}{S}$$

où  $S$  désigne l'aire du joint.

Lorsque  $\gamma_2$  est non nul, ces valeurs moyennes se calculent à l'aide de paramètres géométriques notés  $J_q$  ( $q = 1, 9$ ) (voir annexe 5) :

$$\bar{\tau}_x^r = \frac{K_t u_x}{S} J_1 - \frac{\tau_{max} u_x}{\gamma_2 S} J_5 - \frac{K_t \gamma_2}{S} + \frac{\tau_{max}}{S} J_7$$

$$\bar{\tau}_y^r = \frac{K_t u_y}{S} J_1 - \frac{\tau_{max} u_y}{\gamma_2 S} J_5 - \frac{K_t \gamma_2}{S} J_2 - \frac{\tau_{max}}{S} J_6$$

– Calcul du moment résiduel élémentaire  $d\xi_n^r(M_k)$

Ce moment s'écrit en fonction de  $\tau_x^r(M_k)$  et  $\tau_y^r(M_k)$  comme suit :

$$d\xi_n^r(M_k) = [x' \tau_y^r(M_k) - y' \tau_x^r(M_k)] ds$$

Le moment résultant, sur la totalité de la section en rupture, est égal à :

$$\xi_n^r = \int_{\Sigma_p} d\xi_n^r(M_k)$$

ou encore, à l'aide des équations (3.14), (3.15), (3.19) et (3.20) et lorsque  $\gamma_2$  est non nul :

$$\xi_n^r = \frac{K_t}{S} (u_y J_2 - u_x J_3) + \frac{\tau_{max}}{\gamma_2 S} (u_x J_7 - u_y J_6) + \frac{K_t \gamma_2}{S} J_4 - \frac{\tau_{max}}{S} (J_8 + J_9)$$

avec  $J_q$  ( $q = 1, 9$ ) les paramètres géométriques cités ci-dessus.

Les valeurs  $\bar{\tau}_x^r$ ,  $\bar{\tau}_y^r$  et  $\xi_n^r$  permettent de calculer les efforts résiduels non équilibrés aux centres de gravité des blocs.

## 2.6 Vérification des nouvelles hypothèses introduites dans le logiciel BRIG3D

Comme première vérification, nous faisons référence au cas 1 ou 2 de l'exemple 3 du chapitre précédent. Nous rappelons que l'équilibre des blocs, calculé par la première version de BRIG3D, réduit de moitié leur surface de contact. Ce résultat est notamment lié à l'hypothèse d'une distribution uniforme des contraintes normales sur le joint. La nouvelle version permet de calculer l'équilibre des blocs en ne réduisant que d'un tiers cette surface de contact, grâce à la prise en compte d'un champ de contrainte normale linéaire. En effet, nous considérons que la contrainte normale, en un point donné du joint, est proportionnelle à la déformation normale en ce même point. Sans passer par une discrétisation de la surface de contact, nous aboutissons ainsi à la même situation que le cas 3 de cet exemple.



Nous distinguons l'existence d'une zone de distribution linéaire de la contrainte tangentielle (partie élastique de la surface de contact) et d'une zone où la contrainte tangentielle est égale à la résistance maximale de la surface de contact (partie en rupture).

### 3 Prise en compte des pressions dues à un écoulement permanent dans un réseau de fractures

Dans ce travail de recherche nous nous intéressons uniquement à un écoulement laminaire et permanent à travers un réseau de fractures d'un massif de roche imperméable. Pour résoudre ce type de problème, on se ramène souvent à la résolution de l'écoulement au niveau d'une fracture individuelle. Les conditions de continuité de la charge hydraulique et de flux aux intersections des fractures permettent de résoudre l'écoulement dans la totalité du réseau.

Comme nous l'avons noté au premier chapitre, les fissures d'un massif rocheux discontinu sont schématisées à l'aide de surfaces planes. Cette schématisation permet de faciliter et de rendre possible la représentation géométrique et la modélisation mécanique du massif et aussi la modélisation de l'écoulement à travers ces fissures.

Sous cette hypothèse de planéité des surfaces de discontinuités, on ramène la résolution d'un écoulement tridimensionnel à la résolution d'un écoulement au plus bidimensionnel. En effet, il existe dans la littérature deux approches différentes pour modéliser l'écoulement de l'eau à travers une fracture. La première approche considère que cet écoulement s'établit le long de deux surfaces planes parallèles supposées représenter les deux épontes d'une fracture. La deuxième approche, qui est plus récente, tient compte du phénomène décrit au premier chapitre concernant la chenalisation de l'écoulement dans les fissures et fractures. Cette chenalisation peut se mobiliser en associant à chaque fracture des segments de droite connectés pour représenter les chenaux d'écoulement le long de cette fracture (Cacas [1989]).

Quelque soit l'approche utilisée pour décrire l'écoulement local dans une fracture, l'écoulement global dans un massif est assimilé en général à un écoulement dans un réseau de disques ou de polygones. Ce réseau peut être déterministe ou aléatoire. Quelques modèles de simulation aléatoire de ce type de réseau ont été présentés au premier chapitre.

Les modèles de disques sont utilisés pour représenter l'amortissement d'une fracture dans la roche *i.e.* son prolongement au delà de ses intersections avec d'autres fractures. Comme la roche est supposée imperméable, le bord circulaire de cette fracture est donc étanche et les échanges d'eau ne peuvent se faire qu'aux intersections avec les autres fractures. Ces intersections sont des segments de droite situés à l'intérieur des disques.

Les modèles de polygones négligent l'amortissement des fractures dans les blocs de roche. Le contour limite d'une fracture est déterminé à partir de ses intersections avec les autres fractures du réseau. Les échanges d'eau ne se font, ainsi, qu'au niveau de ce contour polygonal.

Avant d'exposer la formulation de notre modèle d'écoulement, nous présenterons quelques approches qui existent dans la littérature et qui permettent de résoudre le problème de

l'écoulement au niveau d'une fracture.

### 3.1 Modèles d'écoulement plan dans une fracture

Soit  $\Omega$  une fracture plane de forme quelconque délimitée par un contour  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$  et soit  $P$  une source ponctuelle située sur  $\Gamma$  ou à l'intérieur de  $\Omega$  (fig. 3.9).

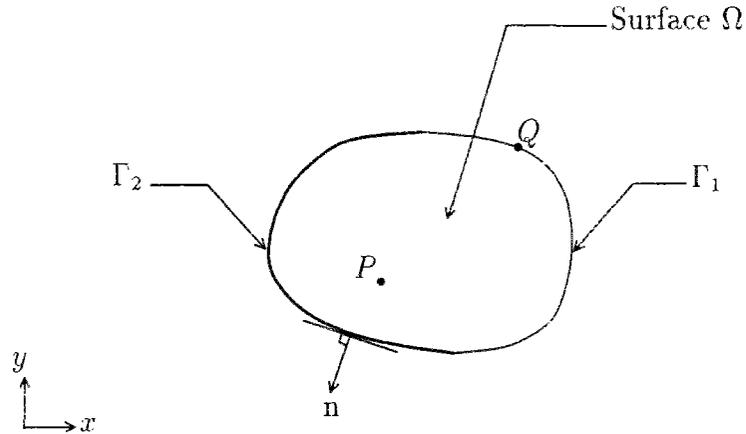


Figure 3.9: Fracture plane délimitée par un contour  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ .

On note  $(x, y)$  un système d'axes dans le plan de la fracture et  $h$  la charge en un point quelconque de  $\Omega$ . Dans le cas où la conductivité hydraulique de la fracture est isotrope et uniforme pour un écoulement permanent, la charge hydraulique en  $M$  vérifie l'équation elliptique de Laplace :

$$\nabla^2 h = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

avec :

$$\begin{aligned} h &= H & \text{sur } \Gamma_1 \\ \partial h / \partial n &= -q/K & \text{sur } \Gamma_2 \end{aligned}$$

La solution exacte de cette équation n'étant pas toujours explicite, différentes méthodes ont été alors développées pour résoudre approximativement ce problème.

Parmi ces méthodes nous citons l'intégration par éléments frontières utilisée par Banerjee et Butterfield [1981], Huyakorn et Pinder [1983], Elsworth [1986] et Xu [1991]. Dans cette méthode, on se sert de la troisième identité de Green fondée sur le théorème de divergence pour ramener l'intégrale sur l'aire  $\Omega$  à une intégrale sur le contour  $\Gamma^*$  ( $\Gamma^* = \Gamma$  si  $P$  est à l'intérieur de  $\Omega$  et  $\Gamma^* = \Gamma - \{P\}$  si  $P$  est sur  $\Gamma$ ) :

$$c(P) h(P) = \int_{\Gamma^*} \left( h(Q) \frac{\partial \Phi}{\partial n}(P, Q) - \Phi(P, Q) \frac{\partial h}{\partial n}(Q) \right) dl(Q) \quad (3.21)$$

où :

$n$  : la normale locale au contour ;

$\Phi$  : la solution fondamentale de l'équation de Laplace qui caractérise l'écoulement plan infini créé par une source unitaire ;

$c(P)$  : un terme dit libre et qui tient compte de la singularité au point  $P$  (voir fig. 3.10).

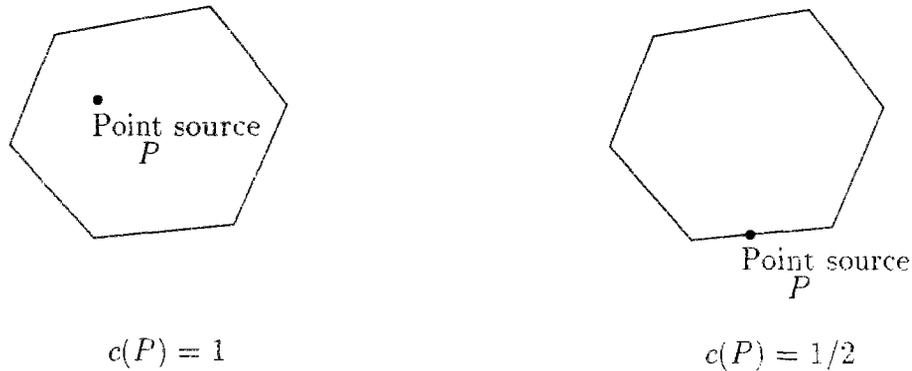


Figure 3.10: Valeurs de  $c(P)$  en fonction de la position du point  $P$  par rapport au contour (d'après Banerjee et Butterfield [1981]).

La solution fondamentale  $\Phi$  s'exprime en un point  $Q$  séparé d'une distance  $r$  de la source unitaire en  $P$  par ( $r = PQ$ ) :

$$\Phi(P, Q) = \frac{1}{2\pi} \ln(r) \quad (3.22)$$

La discrétisation du contour et le recours aux fonctions d'interpolation, utilisés par cette méthode d'éléments frontières, permettent de calculer l'intégrale donnée par l'équation (3.21). Les inconnues du problème (charges et flux) sont ramenées aux nœuds de discrétisation situés aux intersections entre fractures. Nous notons que Elsworth [1986] utilise un réseau de disques pour représenter l'écoulement dans un milieu fracturé. Le contour  $\Gamma$  d'une fracture est circulaire et les sources  $P$  sont situées le long des segments d'intersection avec les autres disques.

La méthode des éléments finis permet également de résoudre l'écoulement dans une surface plane (cf. Pironneau [1988]). Cependant et comme le prouve la comparaison réalisée par Elsworth [1986], cette méthode nécessite plus de points de discrétisation que l'intégration par éléments frontières (fig. 3.11).

Nous citons finalement la méthode de résolution introduite par Long *et al.* [1985] qui considère que les fractures sont de forme circulaire. Comme dans le calcul par éléments frontières, les inconnues du problème (charges et flux) sont ramenées aux intersections entre les fractures. Cependant, ce modèle caractérise chaque ligne d'intersection par une charge hydraulique moyenne et un gradient hydraulique uniforme. La résolution de l'écoulement dans un disque s'effectue à l'aide de la théorie des images et en se servant de la solution fondamentale  $\Phi$  introduite ci-dessus. Nous notons que la forme circulaire utilisée pour schématiser une fracture simplifie ce calcul d'écoulement.

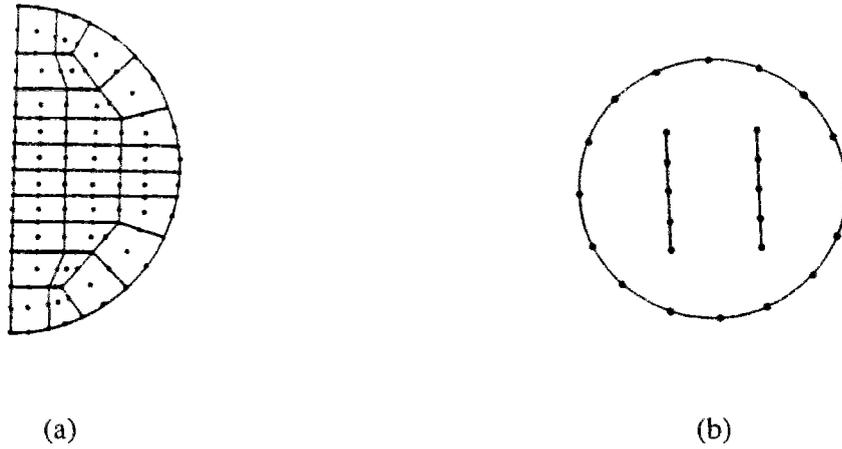


Figure 3.11: (a) Discretisation pour analyser l'écoulement plan dans une fracture par éléments finis (b) Discretisation pour analyser cet écoulement par éléments frontières (d'après Elsworth [1986]).

### 3.2 Modèle d'écoulement chenalisé dans une fracture

Nous présentons, ici, le modèle d'écoulement chenalisé dans des fractures circulaires introduit par Cacas [1989]. Cet auteur considère que l'écoulement d'une fracture à une autre se fait le long d'une trajectoire qui lie le centre de ces deux fractures en passant par le milieu de leur intersection (fig. 3.12a). Cette trajectoire est composée de deux segments de droites appelés «liens». Un lien est caractérisé par une longueur  $L$  et une «conductivité hydraulique intégrée»  $K$  égale au produit de la conductivité hydraulique par la section de l'écoulement. Les conductivités hydrauliques intégrées des liens inscrits dans une même fracture sont identiques.

Cacas [1989] définit le gradient hydraulique entre deux fractures connectées  $i$  et  $j$  comme la perte de charge entre leurs centres divisée par la longueur du trajet de l'écoulement de  $i$  à  $j$ . Une telle longueur, notée  $L_{ij}$ , est donnée par la somme des longueurs des deux liens qui forment ce trajet (notés  $L_i$  et  $L_j$ ). Soient  $H_i$  et  $H_j$  la charge aux centres respectifs des fractures  $i$  et  $j$ . L'écoulement de  $i$  vers  $j$  est donc caractérisé par le gradient hydraulique suivant :

$$\frac{H_j - H_i}{L_i + L_j} = \frac{H_j - H_i}{L_{ij}}$$

A cet écoulement de  $i$  à  $j$  est associé une conductivité moyenne intégrée notée  $K_{ij}$  et égale à (conductivité équivalente d'un écoulement en série) :

$$K_{ij} = \frac{L_{ij}K_iK_j}{L_iK_i + L_jK_j}$$

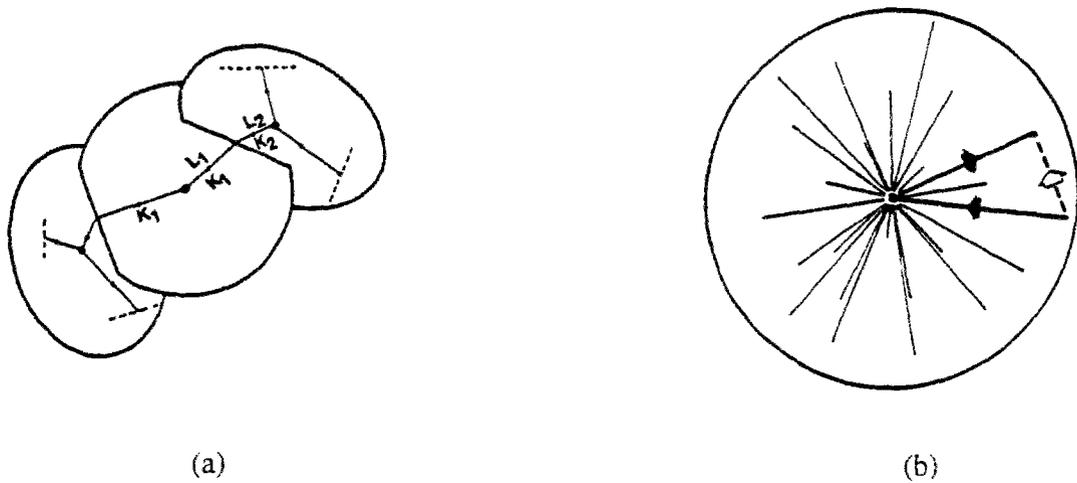


Figure 3.12: (a) Représentation des liens entre les disques connectés, (b) Configuration des liens dans un réseau très connecté (d'après Cacas [1989]).

Pour résoudre l'écoulement global dans l'ensemble des liens, on utilise la conservation du débit au centre de chaque fracture. Ainsi, pour une fracture  $i$  connectée à  $n_i$  autres fractures, on écrit :

$$\sum_j^{n_i} K_{ij} \frac{H_i - H_j}{L_{ij}} = 0$$

### 3.3 Modélisation de l'écoulement dans un réseau de polygones par une méthode d'éléments frontières

Le modèle d'écoulement, développé dans ce travail de recherche, est fondé sur la description polygonale des fractures utilisée dans le logiciel BRIG3D. Dans ce modèle hydraulique, nous avons supposé que l'écoulement le long d'une fracture se fait d'une manière continue. En effet, la chenalisation de ce phénomène nécessite des hypothèses supplémentaires pour décrire les trajectoires de l'eau dans le plan d'une fracture. De telles hypothèses pourraient être très fortes et contraindre non seulement le comportement hydraulique du massif mais également son comportement mécanique<sup>3</sup>. Le modèle d'écoulement introduit par Cacas [1989], par exemple, oblige les échanges d'eau entre fractures à passer par leurs centres. Cependant, et comme le souligne l'auteur même, «le bon sens nous dicte que des cheminements beaucoup plus courts existent dans la réalité» (fig. 3.12b).

Ayant choisi cette description continue de l'écoulement, nous avons utilisé pour résoudre l'équation de Laplace la méthode des éléments frontières citée ci-dessus. Cette méthode s'applique sans difficulté aux fractures de forme polygonale et nécessite un nombre raisonnable de points de discrétisation. Le développement qui suit décrit cette méthode de

<sup>3</sup>Dans le calcul de la résultante des forces et des moments sur les blocs due à l'écoulement.

résolution à l'échelle de la fracture puis à l'échelle du massif.

### 3.3.1 Résolution de l'équation de Laplace au niveau d'une fracture

Nous considérons, dans ce qui suit, une fracture plane polygonale délimitée par un contour  $\Gamma$ . Nous supposons que ce contour est formé par la succession de  $n_s$  éléments rectilignes joignant les  $A_i$  ( $i = 1, n_s$ ) sommets du polygone (fig. 3.13a).

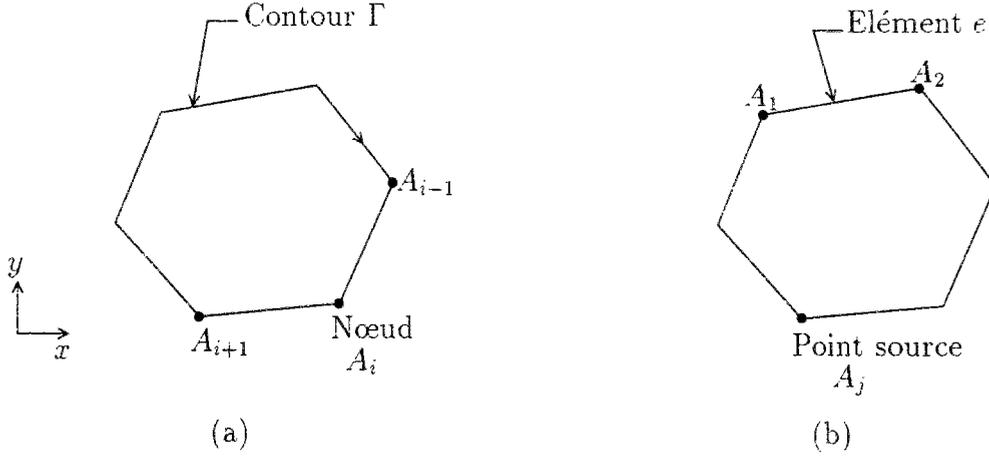


Figure 3.13: Fracture plane polygonale. (a) Numérotation globale des nœuds, (b) Numérotation locale des nœuds de l'élément  $e$ .

Comme nous l'avons noté précédemment, la troisième identité de Green fournit une relation entre le potentiel en une source  $P$  et l'intégrale sur le contour d'une fonction qui s'exprime à l'aide du potentiel, de sa variation normale le long du contour et de la solution fondamentale  $\Phi$ . Comme le montrent Huyakorn et Pinder [1983], si la source  $P$  est située sur le contour, la deuxième identité de Green donne directement la relation suivante :

$$\int_{\Gamma} \left( h \frac{\partial(\ln r_P)}{\partial n} - \ln(r_P) \frac{\partial h}{\partial n} \right) d\xi = 0 \quad (3.23)$$

avec  $r_P$  la distance de la source  $P$  au point  $M$  d'intégration sur le contour. Nous notons que cette intégrale est singulière au point  $M$  confondu avec  $P$  ( $r_P=0$ ). Nous montrons plus loin comment nous traitons cette singularité.

Les fonctions  $h$  et  $(\partial h/\partial n)$  sur le contour sont inconnues. Si sur chaque élément du contour nous les approchons par des fonctions linéaires, nous pouvons calculer l'intégrale donnée par l'équation (3.23) et obtenir ainsi une relation linéaire entre les différentes valeurs de ces fonctions aux nœuds de discrétisation. Dans notre cas, nous considérons que la source  $P$  occupe successivement chacun de ces nœuds. Ceci permet d'avoir autant d'équations linéaires que de nœuds. La continuité de la charge implique que pour chaque nœud une seule valeur de  $h$  est considérée. Cependant, la discontinuité de la normale en certains nœuds du contour implique qu'en ce type de nœud sont associées deux valeurs de  $(\partial h/\partial n)$ .

Ceci nous conduit à un nombre d'inconnues compris entre  $2n_s$  et  $3n_s$ . Les conditions aux limites imposent en chaque nœud une valeur de  $h$  ou de  $(\partial h/\partial n)$ . Elles nous fournissent, par conséquent,  $n_s$  équations supplémentaires. Pour obtenir une solution unique du problème ainsi posé, différentes hypothèses sont possibles: soit l'hypothèse de la continuité de  $(\partial h/\partial n)$ , soit le dédoublement des nœuds aux points de discontinuité de la normale ou de changement des conditions aux limites. Ceci nous permet donc d'obtenir les équations manquantes.

Dans un système de numérotation locale (fig. 3.13b), nous désignons par  $A_1$  et  $A_2$  les deux nœuds successifs du contour formant un élément  $e$ . A ces nœuds, nous attribuons les valeurs  $h_1^e, h_2^e, (\partial h/\partial n)_1^e$  et  $(\partial h/\partial n)_2^e$  du potentiel hydraulique et de sa dérivée normale.

Soient  $l_1$  et  $l_2$  les abscisses des nœuds  $A_1$  et  $A_2$  dans un système d'axes local  $(l, n)$  lié à l'élément  $e$  (fig. 3.14). En notant  $L_e = (l_2 - l_1)$ , les formes linéarisées de  $h$  et de  $(\partial h/\partial n)$ , sur l'élément  $e$ , s'écrivent :

$$h = N_1(l) h_1^e + N_2(l) h_2^e \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial h}{\partial n} = N_1(l) \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_1^e + N_2(l) \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_2^e \quad (3.25)$$

avec :

$$N_1(l) = \frac{l_2 - l}{L_e} \quad (3.26)$$

$$N_2(l) = \frac{l_1 - l}{L_e} \quad (3.27)$$

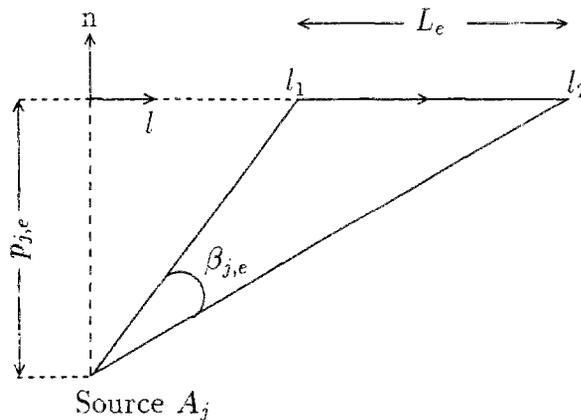


Figure 3.14: Variables locales liées à l'élément  $e$ .

Pour un point source fixé en  $A_j$ , l'intégrale sur le contour donnée par l'équation (3.23) se met sous la forme :

$$\sum_e \int_{l_1}^{l_2} \left( h \frac{\partial(\ln r_j)}{\partial n} - \ln(r_j) \frac{\partial h}{\partial n} \right) dl = 0 \quad (3.28)$$

Nous introduisons ici la notation  $r_j$  pour désigner la distance à la source  $A_j$  des points d'intégration sur le contour. En introduisant les relations (3.24), (3.25), (3.26) et (3.27), l'intégrale sur l'élément  $e$  s'écrit comme suit :

$$\int_{l_1}^{l_2} \left( h \frac{\partial(\ln r_j)}{\partial n} - \ln(r_j) \frac{\partial h}{\partial n} \right) dl = G_{j,1}^e h_1^e + G_{j,2}^e h_2^e + H_{j,1}^e \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_1^e + H_{j,2}^e \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_2^e \quad (3.29)$$

où :

$$\begin{aligned} G_{j,1}^e &= \int_{l_1}^{l_2} N_1 \frac{\partial(\ln r_j)}{\partial n} dl & ; & & H_{j,1}^e &= - \int_{l_1}^{l_2} N_1 \ln(r_j) dl \\ G_{j,2}^e &= \int_{l_1}^{l_2} N_2 \frac{\partial(\ln r_j)}{\partial n} dl & ; & & H_{j,2}^e &= - \int_{l_1}^{l_2} N_2 \ln(r_j) dl \end{aligned}$$

Sous une écriture matricielle, l'intégrale sur l'élément  $e$  donnée par l'équation 3.29 et notée  $Q_{j,e}$ , se met sous la forme :

$$Q_{j,e} = \left( G_{j,1}^e, G_{j,2}^e \right) \begin{pmatrix} h_1^e \\ h_2^e \end{pmatrix} + \left( H_{j,1}^e, H_{j,2}^e \right) \begin{pmatrix} (\partial h / \partial n)_1^e \\ (\partial h / \partial n)_2^e \end{pmatrix}$$

En introduisant l'angle  $\beta_{j,e}$  et la distance  $p_{j,e}$  représentés sur la figure 3.14, ces quatre coefficients se calculent comme suit :

$$G_{j,1}^e = \frac{1}{L_e} (\beta_{j,e} l_2 - p_{j,e} \ln(r_{j,2}/r_{j,1}))$$

$$G_{j,2}^e = \frac{1}{L_e} (-\beta_{j,e} l_1 + p_{j,e} \ln(r_{j,2}/r_{j,1}))$$

$$H_{j,1}^e = -\frac{1}{4L_e} \left[ r_{j,2}^2 (-1 + \ln r_{j,2}^2) - r_{j,1}^2 (-1 + \ln(r_{j,1}^2)) - 4l_2 (l_2 \ln r_{j,2} - l_1 \ln r_{j,1} - L_e + p_{j,e} \beta_{j,e}) \right]$$

$$H_{j,2}^e = \frac{1}{4L_e} \left[ r_{j,2}^2 (-1 + \ln r_{j,2}^2) - r_{j,1}^2 (-1 + \ln(r_{j,1}^2)) - 4l_1 (l_2 \ln r_{j,2} - l_1 \ln r_{j,1} - L_e + p_{j,e} \beta_{j,e}) \right]$$

Dans le cas où la source  $A_j$  est confondue avec le premier nœud de l'élément  $e$  ( $A_j = A_1$ ), ces différentes intégrales deviennent singulières. On montre qu'elles convergent successivement vers les valeurs suivantes (voir Huyakorn et Pinder [1983]) :

$$G_{j,1}^e = -\frac{\theta}{2}$$

$$G_{j,2}^e = 0$$

$$H_{j,1}^e = -\frac{L_e}{4} [3 - 2 \ln L_e]$$

$$H_{j,2}^e = \frac{L_e}{4} [-1 + \ln L_e^2]$$

avec  $\theta$  l'angle que fait l'élément  $e$  avec l'élément précédent ( $e - 1$ ) (voir fig. 3.15).

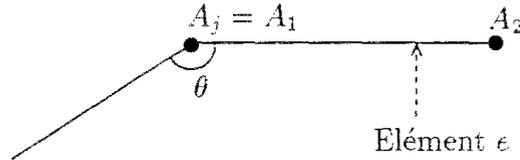


Figure 3.15: Angle  $\theta$  dans le cas d'une source confondue avec le point  $A_1$ .

De même, si la source est confondue avec le deuxième nœud de l'élément  $e$  ( $A_j = A_2$ ), ces intégrales convergent vers :

$$G_{j,1}^e = 0$$

$$G_{j,2}^e = -\frac{\theta}{2}$$

$$H_{j,1}^e = \frac{L_e}{4} [-1 + \ln L_e^2]$$

$$H_{j,2}^e = -\frac{L_e}{4} [3 - 2 \ln L_e]$$

avec  $\theta$  l'angle que fait l'élément  $e$  avec l'élément suivant ( $e + 1$ ).

Nous notons  $\{h\}$  et  $\{\partial h / \partial n\}$  les vecteurs colonnes dont les composantes sont respectivement les valeurs de la charge et de sa dérivée aux nœuds de discrétisation. En utilisant les hypothèses de continuité aux nœuds du polygone, l'intégrale sur le contour, pour un point source en  $A_j$ , se met sous la forme :

$$[G_j] \{h\} + [H_j] \left\{ \frac{\partial h}{\partial n} \right\} = 0$$

avec  $[G_j]$  et  $[H_j]$  sont des vecteurs lignes dont les termes se calculent à partir des valeurs  $G_{j,k}^e$  et  $H_{j,k}^e$  ( $k = 1, 2$ ) des différents éléments.

En faisant varier la position de la source ( $A_j$  occupe successivement les différents nœuds du contour), nous formons un système d'équations linéaires qui se met sous la forme :

$$[G] \{h\} + [H] \left\{ \frac{\partial h}{\partial n} \right\} = 0 \quad (3.30)$$

avec  $[G]$  et  $[H]$  des matrices carrées qui s'obtiennent par assemblage des vecteurs lignes  $[G_j]$  et  $[H_j]$ . L'inversion de la matrice  $[H]$  (pleine non symétrique) conduit à :

$$\left\{ \frac{\partial h}{\partial n} \right\} = [H]^{-1} [G] \{h\} \quad (3.31)$$

A l'aide de cette relation, nous pouvons exprimer le débit à travers chaque élément en fonction de  $h$ . En effet, si nous désignons par  $K$  la conductivité hydraulique de la fracture, nous pouvons écrire au niveau de chaque élément  $e$  de cette fracture l'expression du débit local :

$$q = -K \frac{\partial h}{\partial n}$$

A l'aide de la relation (3.25) et des notations introduites précédemment, ce débit se réécrit :

$$q = -K \left[ N_1(l) \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_1^e + N_2(l) \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_2^e \right]$$

Le débit  $Q_e$  à travers l'élément  $e$  peut donc se mettre sous la forme :

$$Q_e = d_1 \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_1^e + d_2 \left( \frac{\partial h}{\partial n} \right)_2^e \quad (3.32)$$

avec  $d_1$  et  $d_2$  des termes qui se calculent en intégrant les fonctions  $N_1$  et  $N_2$  le long de l'élément.

Soit  $\{Q\} = (Q_e)$  le vecteur des débits à travers les éléments de la fracture. La relation (3.32), écrite pour un seul élément  $e$ , se généralise pour le vecteur  $\{Q\}$  de la manière suivante :

$$\{Q\} = K [D] \left\{ \frac{\partial h}{\partial n} \right\} \quad (3.33)$$

avec  $[D]$  une matrice dont les termes sont du type  $d_1$  et  $d_2$  cités ci-dessus.

En remplaçant  $\{\partial h / \partial n\}$  par son expression donnée par l'équation (3.31), la relation (3.33) devient :

$$\{Q\} = K [D] [H]^{-1} [G] \{h\} \quad (3.34)$$

dans laquelle les matrices  $[D]$ ,  $[H]$  et  $[G]$  ne dépendent que de la géométrie de cette fracture.

### 3.3.2 Résolution de l'écoulement dans la totalité du réseau de fractures

Pour résoudre l'écoulement à l'échelle du massif, nous utilisons les conditions de conservation de la masse et précisément l'égalité du flux entrant et sortant au niveau de chaque intersection entre fractures.

En adoptant une numérotation globale des arêtes et des nœuds, cette condition pour une arête  $a$  du réseau d'écoulement s'écrit :

$$\sum_1^{n_f} Q_a^f = Q_a^{ext}$$

avec  $n_f$  le nombre de fractures connectées à cette arête,  $Q_a^f$  le débit à travers l'élément ou l'arête  $a$  dû à l'écoulement dans la fracture  $f$  (contribution de cette fracture  $f$  à l'écoulement à travers cet élément  $a$ ) et  $Q_a^{ext}$  le débit externe éventuellement nul.

Cette relation permet donc de relier les charges et les débits entre les différentes arêtes ou encore les différents «nœuds» du réseau. En isolant les termes connus des termes inconnus, on aboutit à un système d'équations linéaires dont le nombre d'inconnues est au moins égal à celui des «nœuds» du réseau.

## 3.4 Couplage hydro-mécanique

Ce modèle hydraulique a été ensuite couplé avec le logiciel BRIG3D. Le couplage est effectué dans les deux sens :

- le mouvement des blocs modifie l'espace offert à l'écoulement, une loi cubique est utilisée pour relier la conductivité hydraulique à la fermeture des discontinuités ;
- les pressions d'eau calculées à partir des charges hydrauliques sont ajoutées aux sollicitations mécaniques appliquées sur les blocs.

### 3.4.1 Influence du mouvement des blocs sur la conductivité hydraulique des fractures

Le réseau d'écoulement dans ce modèle hydraulique correspond au réseau initial de joints dans le modèle mécanique BRIG3D. Pour rendre compte de l'influence du déplacement des blocs sur le comportement hydraulique d'une fracture, nous avons utilisé une loi qui relie l'ouverture hydraulique d'une fracture au déplacement relatif des blocs qui la constituent.

Il s'agit plus précisément de la valeur moyenne du déplacement relatif normal au plan du joint situé à ce niveau. Ceci nous permet de passer d'une fermeture mécanique variable à une ouverture hydraulique constante. Cette loi, décrite à l'aide de l'équation (3.35), tient compte d'une conductivité résiduelle (éventuellement nulle) sous forte contrainte de compression :

$$K = \frac{\rho g}{12\nu} \left( e_0 \left( 1 - \frac{\bar{u}_n}{\epsilon_{max}} \right) + e_{res} \right)^3 \quad (3.35)$$

avec  $\rho$  la densité volumique de l'eau,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $\nu$  la viscosité dynamique de l'eau,  $e_0$  l'ouverture hydraulique initiale de la fracture,  $\bar{u}_n$  sa fermeture mécanique moyenne,  $\epsilon_{max}$  sa fermeture mécanique maximale et  $e_{res}$  son ouverture hydraulique résiduelle.

### 3.4.2 Prise en compte de pressions hydrauliques au niveau des fractures

Ayant résolu le système d'équation et obtenu les valeurs inconnues des charges aux nœuds du réseau, nous nous intéressons ensuite au calcul des forces d'écoulement au niveau de chaque fracture.

Nous considérons pour ce qui suit une fracture donnée du réseau pour laquelle nous adoptons les mêmes notations introduites précédemment pour caractériser sa géométrie ainsi que les valeurs du potentiel et de sa dérivée aux nœuds. La troisième identité de Green exprime le potentiel en un point  $M$ , de coordonnées  $(x, y)$ , situé à l'intérieur de la fracture de la manière suivante :

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left( h \frac{\partial \ln r_M}{\partial n} - \ln(r_M) \frac{\partial h}{\partial n} \right) d\xi \quad (3.36)$$

où  $x$  et  $y$  sont exprimées dans un repère local  $(o, x, y)$  lié au plan de la fracture.

En introduisant les nœuds de discrétisation, l'équation (3.36) se transforme :

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\epsilon} \left( G_{M,1}^{\epsilon}, G_{M,2}^{\epsilon} \right) \begin{pmatrix} h_1^{\epsilon} \\ h_2^{\epsilon} \end{pmatrix} + \left( H_{M,1}^{\epsilon}, H_{M,2}^{\epsilon} \right) \begin{pmatrix} (\partial h / \partial n)_1^{\epsilon} \\ (\partial h / \partial n)_2^{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

La pression au point  $M$  s'exprime à l'aide de la valeur de la charge comme suit :

$$p(x, y) = \gamma_w (h(x, y) - z)$$

$z$  : la cote par rapport à un plan de référence de ce point  $M$  ;

$\gamma_w$  : le poids volumique de l'eau.

La résultante  $R$  de cette pression et les coordonnées de son point d'application sont respectivement égales à :

$$R = \gamma_w \int_{\Omega} (h(x, y) - z) ds$$

$$R x_R = \gamma_w \int_{\Omega} x(h(x, y) - z) ds$$

$$R y_R = \gamma_w \int_{\Omega} y(h(x, y) - z) ds$$

$x_R$  et  $y_R$  sont exprimées dans le repère local  $(o, x, y)$ .

Pour calculer la valeur de ces différentes expressions, nous utilisons une méthode d'intégration numérique.

## 4 Conclusion

Dans la nouvelle formulation mécanique du modèle BRIG3D, nous calculons les efforts de contact en considérant que le champ de contrainte sur un joint est localement linéaire et globalement hyperbolique. Comme la loi hyperbolique utilisée n'est définie que sur un intervalle de déformation donnée, nous n'avons pas pu introduire un comportement local hyperbolique comme celui que l'on obtient en discrétisant un joint en sous-joints élémentaires.

Comme le signale Tahiri [1992a], les résultats de calcul dans la première version de BRIG3D dépendent du pas d'incrément de la charge, fixé par l'utilisateur. Dans la nouvelle formulation de ce logiciel, la minimisation de l'énergie potentielle totale du système de blocs est réalisée de façon globale, *i.e.* en fonction des déplacements totaux des blocs. Les résultats de calcul sont donc indépendants de ce pas d'incrément. Cette formulation exige, cependant, l'existence d'un équilibre du système de blocs et les positions des blocs, obtenues lors des étapes de calcul intermédiaires, ne constituent plus des positions d'équilibre comme il est le cas dans une méthode incrémentale.

Dans ce modèle mécanique le nombre d'inconnues est au plus égal à six fois le nombre de blocs. En outre, le système d'équations linéaires auquel nous aboutissons se caractérise par une matrice symétrique.

Dans le modèle d'écoulement, la discrétisation est relative aux sommets des blocs. Il s'en suit un nombre d'inconnues (charge et gradient hydrauliques) qui peut dépasser le nombre d'inconnues dans le modèle mécanique (les blocs sont décrits en trois dimensions). En outre, la construction du système d'équations linéaires que nous devons résoudre nécessite l'inversion d'une matrice pleine et non-symétrique (élimination des gradients hydrauliques). D'où un temps global de calcul qui augmente très rapidement avec le nombre des blocs.

# Chapitre 4

## Analyse du comportement mécanique et hydro-mécanique des massifs rocheux fissurés. Application du modèle BRIG3D

### 1 Introduction

Les sujets d'application que l'on peut aborder à l'aide du modèle BRIG3D sont très variés. Ils peuvent concerner l'analyse de la déformation des appuis d'ouvrages, la stabilité de talus ou de pentes, le comportement d'excavations souterraines, etc. Sans perdre l'idée qu'un modèle est une simplification de la réalité, il peut néanmoins nous éclairer sur certains mécanismes propres aux milieux discontinus. Nous savons par exemple que les répartitions des déformations et des contraintes dans un massif fissuré dépendent de son réseau de discontinuités. Comme nous l'avons noté au premier chapitre, un tel réseau peut être d'une grande complexité géométrique et les caractéristiques mécaniques et hydrauliques des fissures peuvent présenter une forte hétérogénéité. L'intérêt majeur d'un tel modèle est d'analyser les réponses possibles du massif pour différents paramètres géométriques et mécaniques, choisis pour être les plus réalistes en rapport avec un contexte structural et géomécanique.

D'un point de vue mécanique, nous avons focalisé nos applications sur l'analyse de la distribution des efforts au niveau des joints dans un milieu discontinu sous l'effet d'un chargement extérieur, du poids propre et d'un déchargement. Différentes études paramétriques ont été effectuées. Cependant, la plus grande partie de ce travail concerne les efforts induits dans un massif sous l'effet d'un chargement en surface.

Le comportement hydro-mécanique d'un massif a été étudié en considérant une configuration proche de celle d'une fondation de barrage. Nous avons analysé en particulier l'effet du sens de l'écoulement sur la distribution des contraintes dans un milieu fissuré. Nous avons également examiné l'influence d'une différence de charges hydrauliques en surface sur la distribution des conductivités et l'allure des équipotentielles dans un massif fissuré.

Ces applications ont nécessité la simulation des géométries initiales des milieux à étudier. Pour ce faire, nous avons utilisé le logiciel SIMBLOC développé au Centre de Géologie de l'Ingénieur par Xu [1991] et modifié par Billiotte [1996].

## 2 Influence des paramètres mécaniques et géométriques d'un milieu discontinu sur la distribution des efforts

Caractérisé par sa forte anisotropie structurale, un massif rocheux fissuré a un comportement mécanique qui diffère considérablement du milieu continu. Il s'agit en particulier du mode de distribution (ou de redistribution) des contraintes dans ce type de massif sous l'effet du poids propre, d'un chargement ou d'un déchargement, des pressions d'eau, etc. Cette distribution s'organise en fonction de la rupture éventuelle en traction ou en cisaillement qui affecte localement le milieu.

Différents travaux théoriques et expérimentaux simples de milieux discontinus ont révélé l'existence de lieux de concentration de contrainte en relation avec la fracturation du milieu. Parmi ces travaux, nous citons les modèles physiques de Gaziev et Erlikhman [1971]. Ces auteurs se sont intéressés au mode de sollicitation d'un milieu traversé par deux familles de discontinuités régulièrement espacées, en fonction de l'orientation de la famille de joints continus (fig. 4.1). Leurs résultats montrent que les bulbes de contraintes développées dans le milieu dépendent de l'anisotropie géométrique du milieu et s'éloignent de celles introduites par Boussinesq pour les milieux continus.

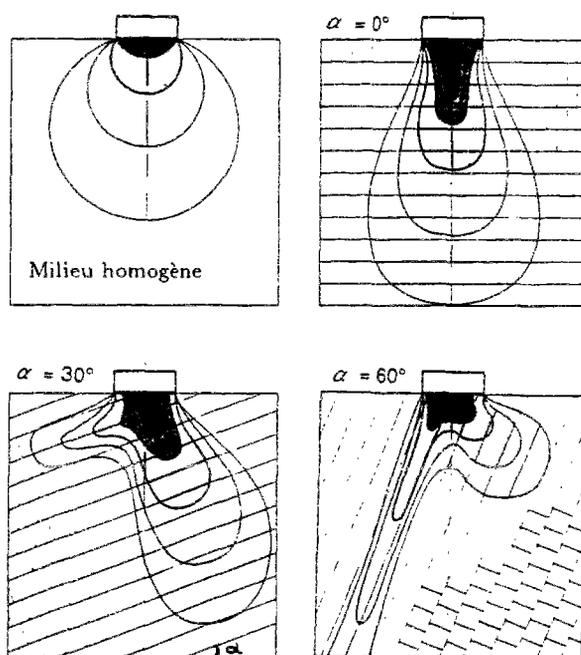


Figure 4.1: Bulbes de contraintes dans un milieu stratifié en fonction de l'inclinaison  $\alpha$  des strates avec la direction du chargement (d'après Gaziev et Erlikhman [1971]).

Nous citons également le modèle théorique simple de Trollope qui a été décrit par Panet et Ricard [1976]. Ce modèle consiste à qualifier et quantifier la distribution des contraintes dans un assemblage de blocs en quinconce. Il propose deux schémas de distribution en adoptant des hypothèses différentes. Cependant chacune assure l'équilibre des moments au niveau des blocs. Il s'agit des deux modes de transmission extrêmes des efforts entre blocs : sans arc-boutement et avec arc-boutement total (fig. 4.2a). Comme le soulignent Panet et Ricard [1976], les deux types de distribution (fig. 4.2b) obtenus par Trollope font

apparaître des effets de voûte.

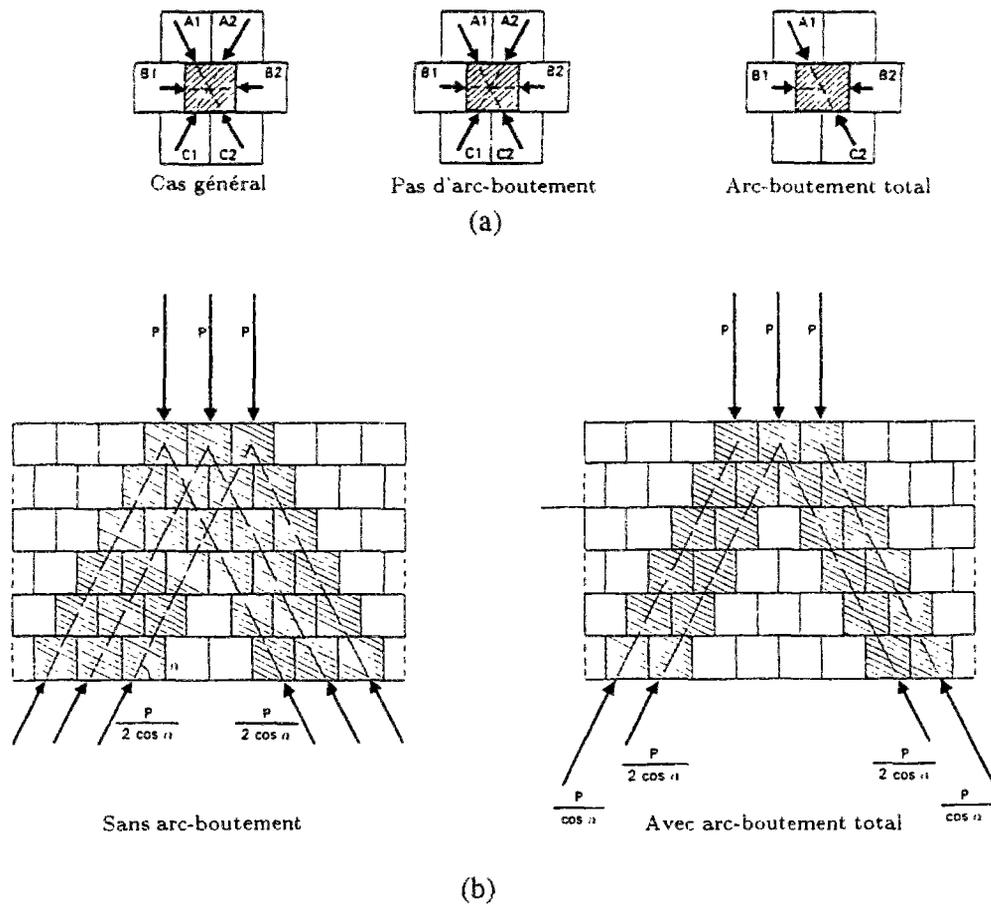


Figure 4.2: (a) Hypothèses de Trollope (b) Les deux schémas de distribution des efforts dans le modèle de Trollope (d'après Panet et Ricard [1976]).

A l'aide du logiciel BRIG3D nous avons entrepris différentes études paramétriques concernant la diffusion des efforts à l'intérieur du massif suite à un chargement en surface. Il s'agit plus précisément d'analyses bidimensionnelles avec des milieux traversés par deux familles de discontinuités dont l'une est d'extension infinie (les domaines étudiés font 45 mètres de longueurs sur 29 mètres de hauteurs). De tels milieux peuvent représenter des séries sédimentaires monoclinales, la famille d'extension infinie représentant les joints stratigraphiques et l'autre famille des diaclases.

Comme première étude, nous avons considéré l'exemple où la famille de discontinuités infinies est horizontale. Dans ce cas, nous avons analysé l'effet de la déformabilité des joints, du chargement et de l'espacement entre les discontinuités finies sur la distribution des efforts à l'intérieur du massif. La deuxième étude concerne la distribution de ces efforts en fonction de la déformabilité mais aussi de l'inclinaison des joints dans le milieu.

Pour toutes ces applications, les limites latérales du modèles sont constituées par une succession de joints verticaux à très faible rigidité tangentielle. Les blocs en contact avec ces limites peuvent avoir ainsi un déplacement vertical quasiment sans frottement. Leur déplacement horizontal est contrôlé par la très faible fermeture maximale des joints à

ces frontières latérales. Nous considérons en outre que le milieu étudié est encasté à sa base dans le massif. Pour tenir compte d'un tel effet, les joints à la limite inférieure du modèle sont munis d'une grande rigidité tangentielle. Enfin, nous supposons que les joints à l'intérieur du milieu peuvent atteindre la rupture en plasticité. Le critère de rupture adopté est celui de Mohr-Coulomb avec une cohésion nulle.

Nous notons que pour analyser uniquement l'effet d'un chargement en surface, les blocs sont supposés non pesants.

## 2.1 Cas où la famille de joints infinis est horizontale

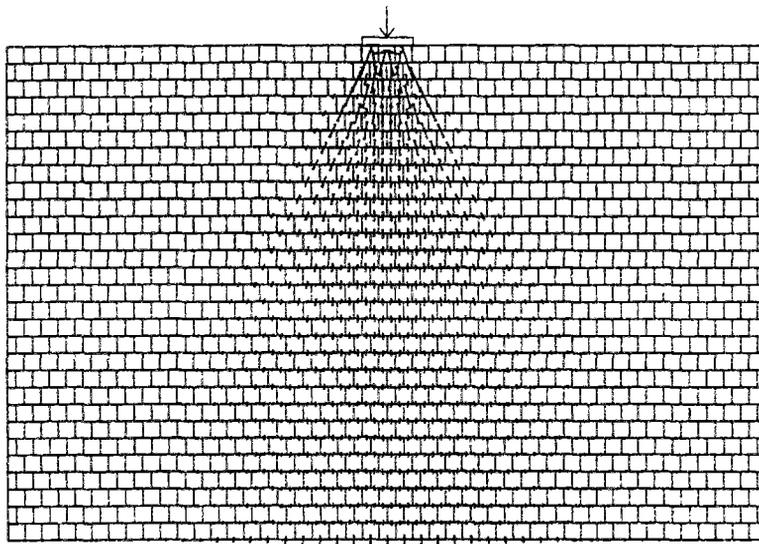
### 2.1.1 Influence du comportement en compression des joints

Nous avons considéré en premier lieu le cas où le comportement des joints en compression est linéaire. Dans ce cas, nous avons analysé l'influence d'une augmentation de la rigidité normale  $K_n$  pour une rigidité tangentielle  $K_t$  fixée.

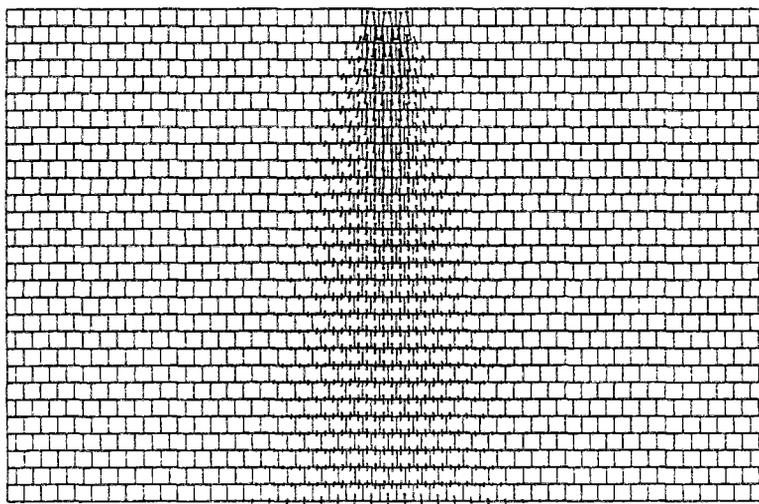
Le chargement consiste en une force verticale de 500 kN répartie d'une manière uniforme sur une section de 3 m<sup>2</sup> (soit une contrainte  $p$  de l'ordre de 167 kPa). Les caractéristiques mécaniques des joints sont les suivantes :

- joints situés à l'intérieur du milieu (comportement linéaire en compression et bilinéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 100$  MPa/m,
  - $\phi = 25$  degrés,
  - $K_n$  variable, avec  $K_n/K_t = 1, 2, 10$  et  $20$  ;
- joints situés aux limites latérales du modèle (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 0,001$  MPa/m,
  - $K_{ni} = 0,5$  MPa/m,
  - $\epsilon_{max} = 0,001$  m ;
- joints situés à la base du modèle (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 1000$  MPa/m,
  - $K_{ni} = 0,5$  MPa/m,
  - $\epsilon_{max} = 0,001$  m.

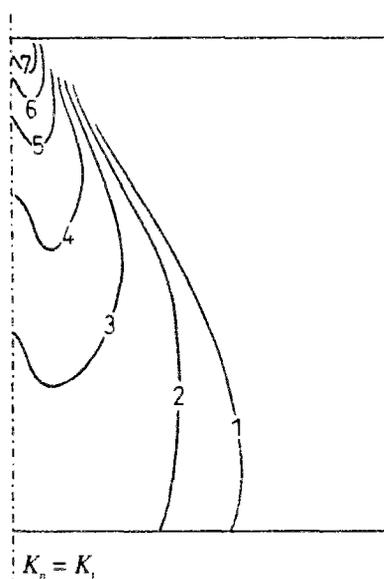
Comme le montre la figure 4.3, le chargement vertical fait apparaître des zones de concentration des efforts. L'augmentation de la rigidité normale  $K_n$  tend à réduire la zone sollicitée en largeur et à l'étendre en profondeur. Ceci s'accompagne d'une concentration des grandes contraintes en dessous de la surface de chargement (fig. 4.3b). Pour les faibles valeurs de  $K_n$ , les plus grands efforts sur les joints s'étendent plutôt sur les côtés.



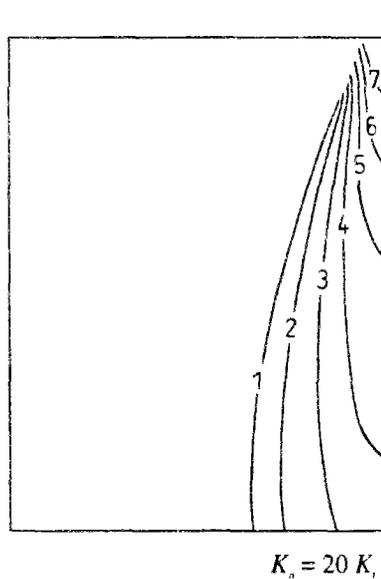
(a)  $K_n = K_t$



(b)  $K_n = 20 K_t$



$K_n = K_t$



$K_n = 20 K_t$

Légende :

- 7 ----- 0,90 p
  - 6 ----- 0,70 p
  - 5 ----- 0,50 p
  - 4 ----- 0,30 p
  - 3 ----- 0,20 p
  - 2 ----- 0,10 p
  - 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée

(c) Bulbes de contraintes normales

Figure 4.3: Distribution des forces et bulbes de contraintes normales sur les joints horizontaux pour une loi de comportement linéaire en compression.

Sur la figure 4.3c nous avons tracé les bulbes de contraintes normales induites sur les joints horizontaux et pour des rapports de rigidités de 1 et de 20. Ces bulbes sont clairement différents de ceux développés dans un milieu continu.

Pour montrer l'extension en profondeur de la zone sollicitée, nous nous sommes intéressés à la profondeur au delà de laquelle la contrainte normale sur les joints devient inférieure à une certaine valeur définie par un pourcentage de la contrainte appliquée en surface. Sur la figure 4.4 nous avons représenté l'évolution de cette profondeur en fonction du rapport  $K_n/K_t$  et pour des niveaux de contrainte exprimé en fonction de  $p$  ( $p$  est la contrainte de chargement appliquée en surface). Nous constatons que cette profondeur devient de plus en plus importante pour les milieux de plus en plus rigides. Bien que nous dépassions les limites suggérées dans la littérature, nous avons considéré, pour tracer la figure 4.4, le cas où  $K_n/K_t$  est égal à 50 puis 100.

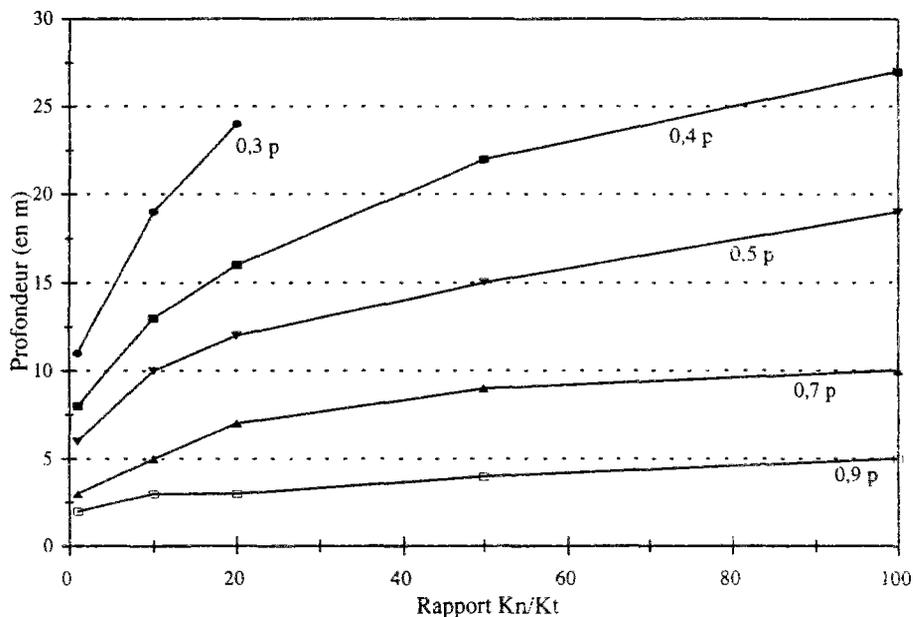


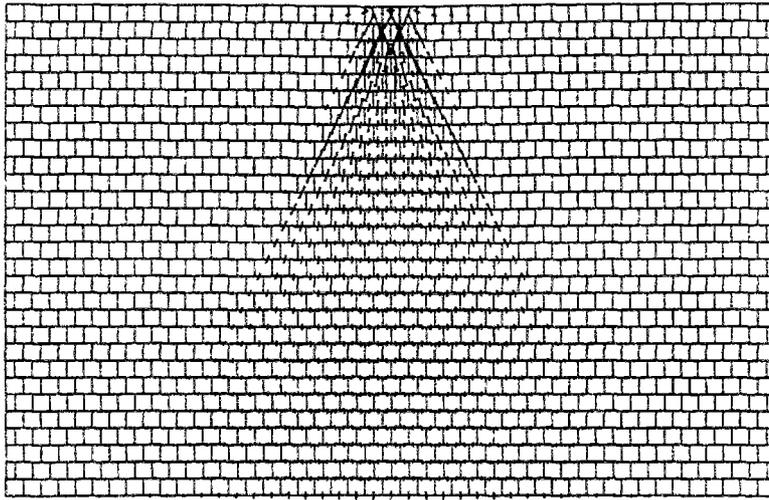
Figure 4.4: Evolution de la contrainte normale sur les joints en fonction de la profondeur.

En se basant sur les définitions de la figure 4.2a, nous constatons que la transmission des efforts entre blocs pour les faibles valeurs de  $K_n$  s'approche plus d'un état d'arc-boutement total notamment pour les blocs situés de part et d'autre de la zone chargée. Dans le cas où  $K_n$  est grand par rapport à  $K_t$ , nous constatons que la transmission des efforts en dessous de la zone chargée s'approche de plus en plus d'un état sans arc-boutement.

La deuxième étude consiste à introduire pour les joints situés à l'intérieur du domaine une loi de comportement hyperbolique en compression. Nous rappelons que dans ce cas, la rigidité normale dépend de la fermeture du joint ce qui fait apparaître une hétérogénéité dans la distribution de  $K_n/K_t$  en fonction de la fermeture locale des joints.

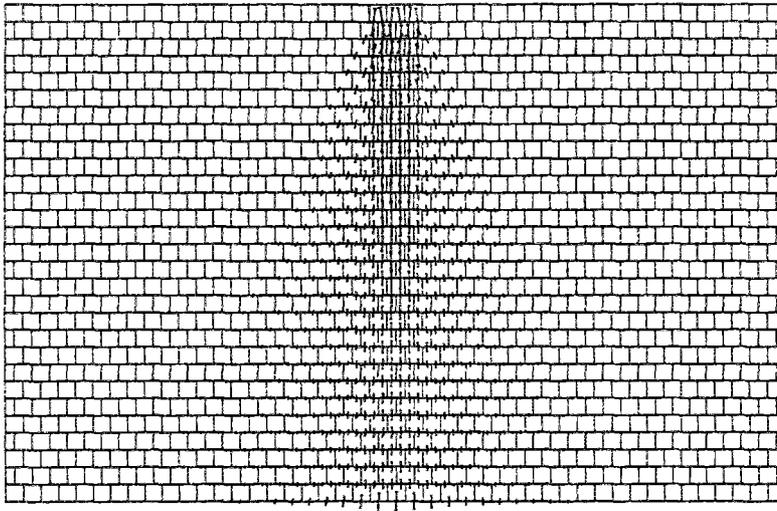
Les nouvelles caractéristiques mécaniques de ces joints sont les suivantes :

- la rigidité normale initiale  $K_{ni}$  est constante et égale à 0,5 MPa/m ;
- la fermeture maximale  $\epsilon_{max}$  est respectivement égale à 1, 4, 7 et 10 mm.



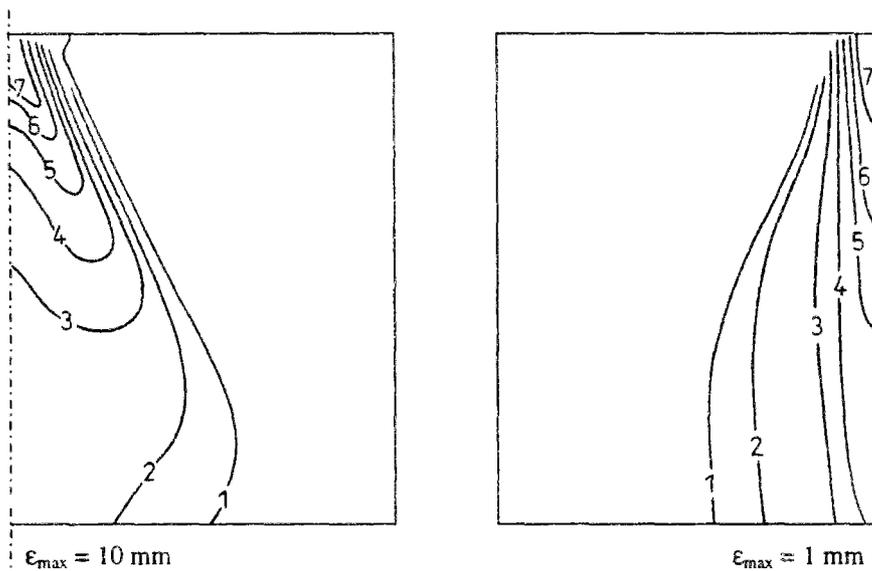
(a)  $\epsilon_{\max} = 10 \text{ mm}$

Ech LONG ( m ) 0.1776E+01 Ech FORCE 0.1000E+03 kN



(b)  $\epsilon_{\max} = 1 \text{ mm}$

Ech LONG ( m ) 0.1776E+01 Ech FORCE 0.1000E+03 kN



Légende :

- 7 ----- 0,90 p
  - 6 ----- 0,70 p
  - 5 ----- 0,50 p
  - 4 ----- 0,30 p
  - 3 ----- 0,20 p
  - 2 ----- 0,10 p
  - 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée

(c) Bulbes de contraintes normales

Figure 4.5: Distribution des forces et bulbes de contraintes normales sur les joints horizontaux pour une loi de comportement hyperbolique en compression.

Nous illustrons sur la figure 4.5 les champs de forces sur les joints ainsi que les bulbes de contraintes normales pour des fermetures maximales de 10 mm (milieu le moins rigide) et de 1 mm (milieu le plus rigide). Nous constatons au travers de ces figures que la variation de  $\epsilon_{max}$  modifie le mode de sollicitation des blocs pour un même chargement. Le champ de distribution des forces sur les joints pour une fermeture maximale de 10 mm (respectivement de 1 mm) s'approche, dans l'analyse linéaire précédente, du cas où le rapport  $K_n/K_t$  est égal à 1 (respectivement à 20).

Ces études montrent que, plus le milieu est déformable, plus les efforts au niveau des premiers joints sollicités sont inclinés (on s'intéresse ici aux joints horizontaux). Cette inclinaison résulte des faibles rapports de rigidité  $K_n/K_t$  et explique la diffusion sur les côtés des plus grands efforts. Les lignes d'iso-contraintes normales sur les joints horizontaux définissent un bulbe de répartition de contraintes d'aspect bilobé comme dans le modèle introduit par Trollope. Au contraire, plus le milieu est rigide, plus les efforts sur le premier lit de joints sont verticaux ce qui induit une concentration des grands efforts en dessous de la zone chargée.

Le chargement vertical en surface ne mobilise pas uniquement les discontinuités infinies. En effet, il se produit une légère flexion des couches horizontales qui donne lieu à une faible sollicitation des discontinuités verticales finies. Ces flexions et sollicitations sont de moins en moins importantes en profondeur. Pour assurer l'équilibre des moments au niveau des blocs, la déviation des efforts, notamment des plus grands, sur les joints verticaux est donc faible.

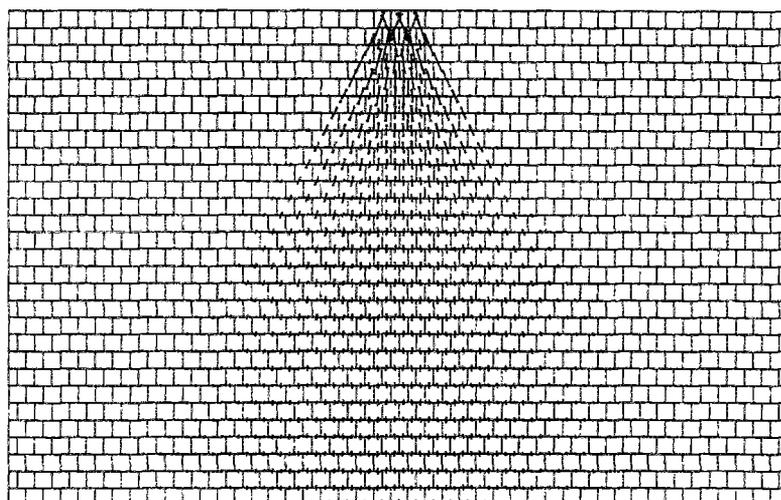
### 2.1.2 Influence du chargement sur la distribution des efforts

Le problème précédent a été examiné en utilisant un chargement de 500 kN. Pour analyser l'influence du chargement sur la distribution des efforts dans le milieu, nous avons considéré d'autres chargements (50 et 5000 kN). Pour chacun de ces chargements, nous avons envisagé d'abord le cas où le comportement des joints est linéaire, puis le cas où ce comportement est hyperbolique, avec :

- $K_n/K_t = 20$  dans le cas d'un comportement linéaire ;
- $\epsilon_{max} = 10$  mm dans le cas d'un comportement hyperbolique.

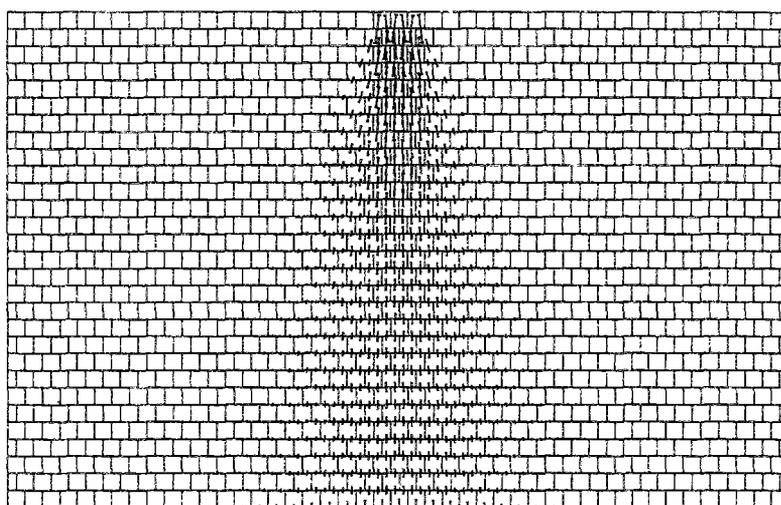
Les résultats d'un chargement de 50 kN sont représentés sur la figure 4.6. Comparés à ceux de la figure 4.3 pour un chargement de 500 kN, ils montrent que la charge n'influence quasiment pas le mode de diffusion des efforts puisqu'elle n'agit, principalement, que sur la compression des joints et que cette compression est décrite par une loi de comportement linéaire.

En revanche, quand on adopte une loi de comportement hyperbolique (fig. 4.7), nous constatons la différence dans la nature de transmission des efforts entre blocs.



(a) Force = 50 kN  
 $K_n = K_t$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1000E+02 kN



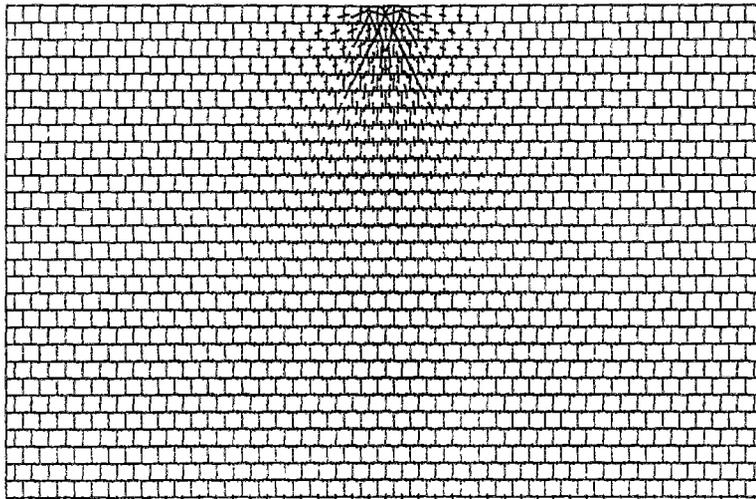
(b) Force = 50 kN  
 $K_n = 20 K_t$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1000E+02 kN

Figure 4.6: Influence du chargement pour des lois de comportement linéaires.

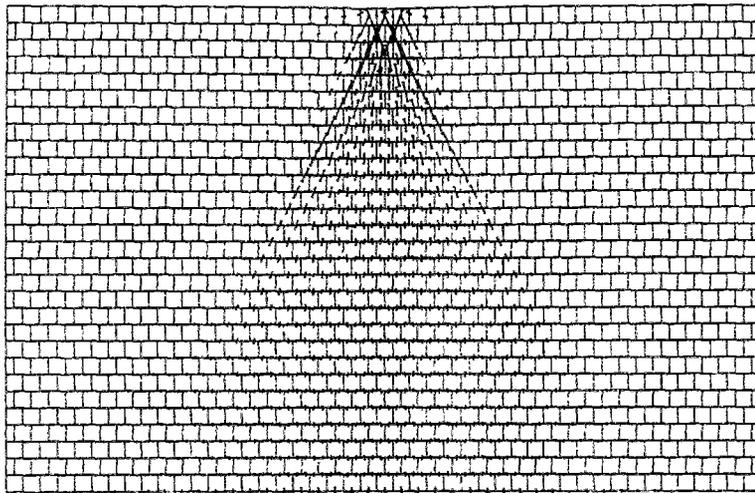
Nous notons en particulier, que pour de faibles chargements, les forces sur les joints verticaux sont relativement importantes (par rapport aux joints horizontaux) ce qui fait apparaître une zone sollicitée assez importante en surface et donne lieu à une distribution d'efforts qui s'approche de celle du milieu continu. Cependant plus le chargement est élevé, plus il y a resserrement de la zone sollicitée et concentration des plus grands efforts en dessous de la zone chargée. En effet, l'augmentation du chargement fait croître la fermeture des joints horizontaux situés immédiatement sous la surface chargée. A partir d'une certaine valeur, ces joints atteignent leur fermeture maximale et deviennent infiniment rigides. Le rapport  $K_n/K_t$  devient alors élevé et les efforts sur ces joints sont presque verticaux.

Pour montrer que le mode de distribution des efforts est lié à la capacité des joints à incliner ou non les efforts, nous avons considéré dans le cas du chargement de 500 kN res-



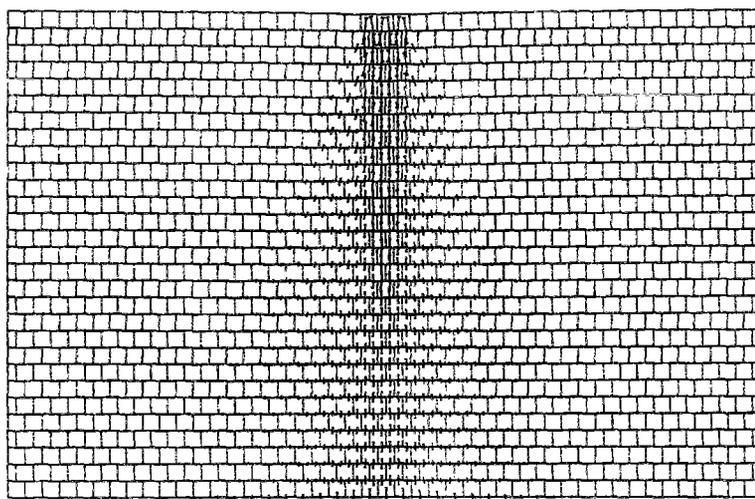
(a) Force = 50 kN

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1000E+02 kN



(b) Force = 500 kN

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1000E+03 kN



(c) Force = 5000 kN

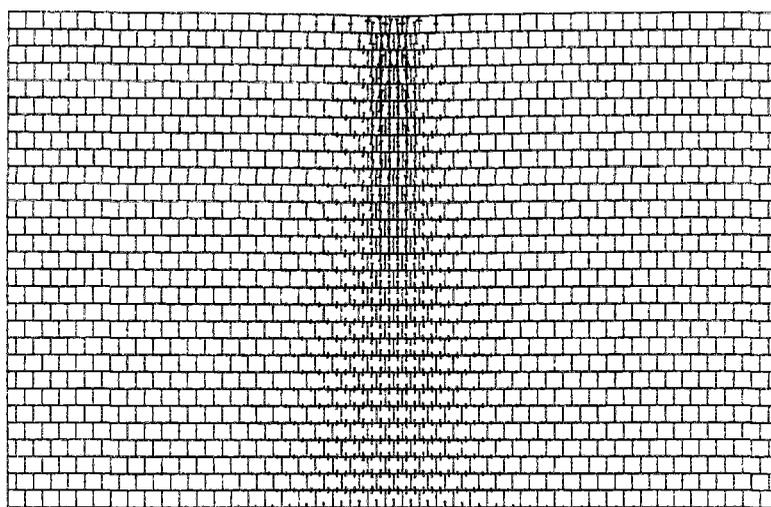
Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1000E+04 kN

Figure 4.7: Influence du chargement pour une loi de comportement hyperbolique (fermeture maximale de 10 mm).

pectivement les deux types de joints suivants :

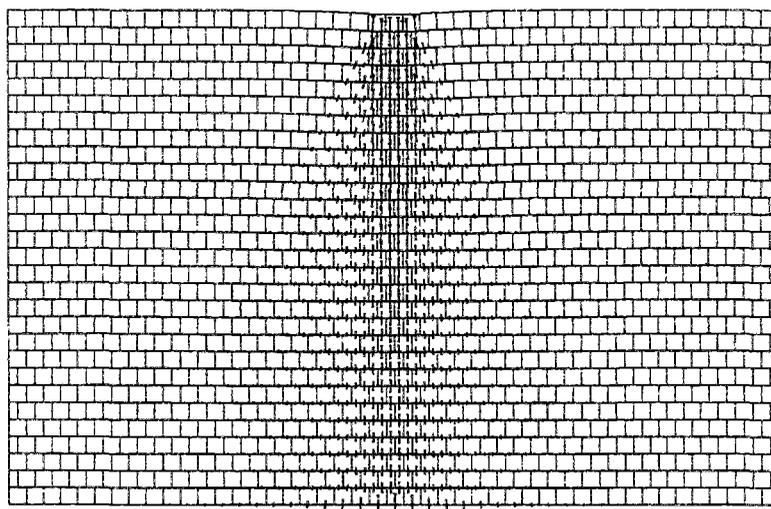
- le cas où l'on diminue la rigidité tangentielle des joints  $K_t = 1 \text{ MPa/m}$  ;
- le cas où l'on diminue l'angle de frottement interne des joints  $\phi = 5 \text{ degrés}$ .

Ces deux façons de faire permettent de réduire l'inclinaison par rapport à la verticale des forces sur les joints (augmentation de  $K_n/K_t$  dans le premier cas, rupture en plasticité dans le second cas). Les résultats de calcul sont représentés sur la figure 4.8. Nous remarquons une ressemblance entre le champ des forces sur les joints obtenues pour ces deux cas. Par comparaison à la figure (fig. 4.7b), nous remarquons que les efforts se diffusent sur les côtés ou se concentrent sous la zone chargée en fonction des paramètres mécaniques des joints (rigidité, fermeture maximale, angle de frottement interne, etc.).



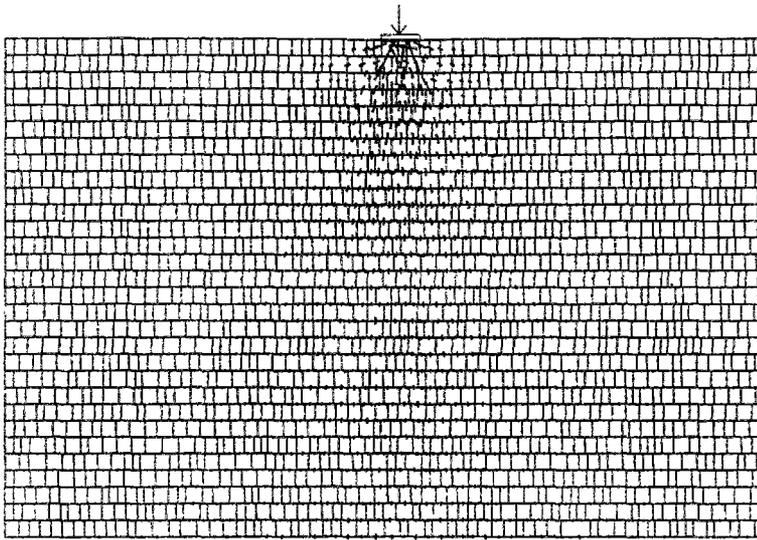
- (a) Force = 500 kN  
 $\epsilon_{\max} = 0,010 \text{ m}$   
 $K_t = 100 \text{ MPa/m}$   
 $\phi = 5 \text{ degrés}$

Ech LONG ( m ) ——— 0.1776E+01      Ech FORCE ——— 0.1000E+03 kN



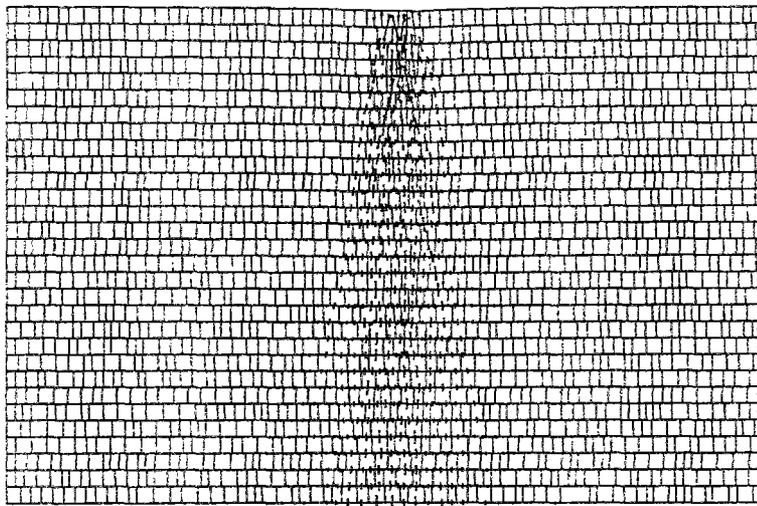
- (b) Force = 500 kN  
 $\epsilon_{\max} = 0,010 \text{ m}$   
 $K_t = 1 \text{ MPa/m}$   
 $\phi = 25 \text{ degrés}$

Figure 4.8: Changement du mode de transmission des efforts en fonction des paramètres mécaniques. Equivalence entre un grand  $K_n/K_t$  et un faible  $\phi$ .



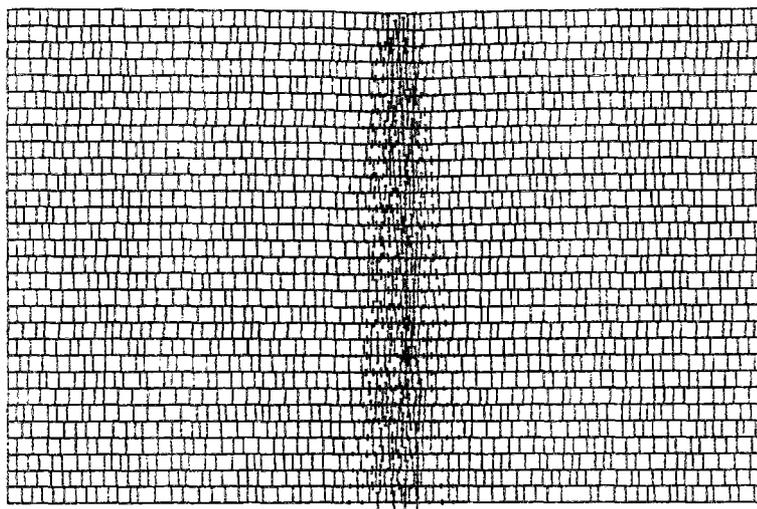
(a) Force = 50 kN

Ech LONG [ m ] — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1500E+02 kN



(b) Force = 500 kN

Ech LONG [ m ] — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1500E+03 kN



(c) Force = 5000 kN

Ech LONG [ m ] — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.1500E+04 kN

Figure 4.9: Distribution des forces en fonction du chargement dans le cas d'un espacement variable entre les joints verticaux.

### 2.1.3 Influence d'un espacement variable entre fractures verticales sur la distribution des efforts

Pour s'approcher d'un état de fracturation naturel, nous avons simulé un milieu où l'espacement entre les fractures verticales est aléatoire. Un tel milieu est soumis à un chargement vertical de 50, 500 et 5000 kN (pression uniforme sur les blocs chargés). Les paramètres mécaniques des joints à l'intérieur du domaine sont les suivants (comportement hyperbolique en compression et bilinéaire en cisaillement) :

- $K_t = 100$  MPa/m ;
- $\phi = 25$  degrés ;
- $K_{ni} = 0,5$  MPa/m ;
- $\epsilon_{max} = 0,010$  m.

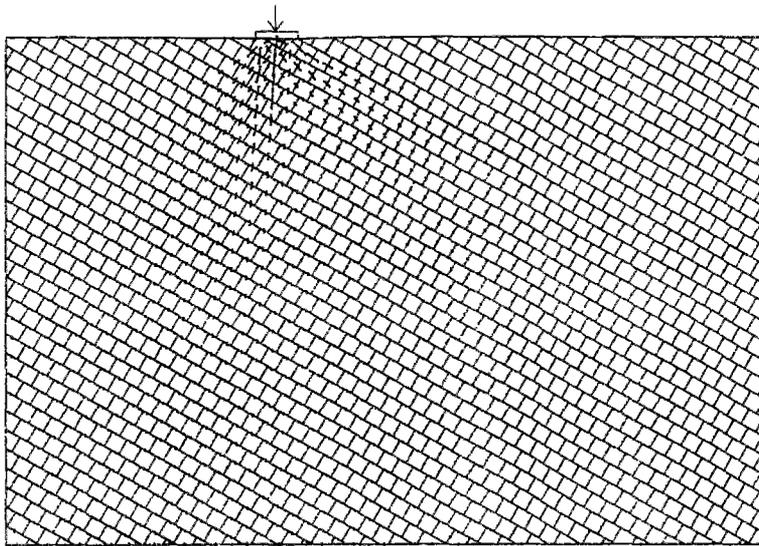
A cause des irrégularités des espacements entre les joints verticaux, il apparaît une irrégularité dans la distribution des efforts sur les joints sous forme de chaînons de forces. Cependant comme dans le cas d'un espacement régulier, un chargement croissant entraîne un resserrement de la zone sollicitée avec une concentration d'efforts à l'aplomb de la zone chargée (fig. 4.9). Nous pouvons en déduire le même comportement vis-à-vis de  $K_n/K_t$  et  $\phi$ .

## 2.2 Cas où la famille de joints infinis est inclinée

L'influence de l'inclinaison par rapport à l'horizontale de la famille des joints infinis est analysée en considérant respectivement des pendages de 30 et 70 degrés. Pour chacune de ces valeurs, nous avons fait varier la fermeture maximale des joints (10, 7, 4 et 1 mm). Le chargement est constitué d'une pression verticale uniforme appliquée sur les faces libres de trois blocs en surface comme le montre la figure 4.10a. La force résultante de ce chargement est égale à 50 kN. Cette faible valeur est utilisée afin d'éviter une interférence entre la zone de distribution des contraintes et les limites du domaine.

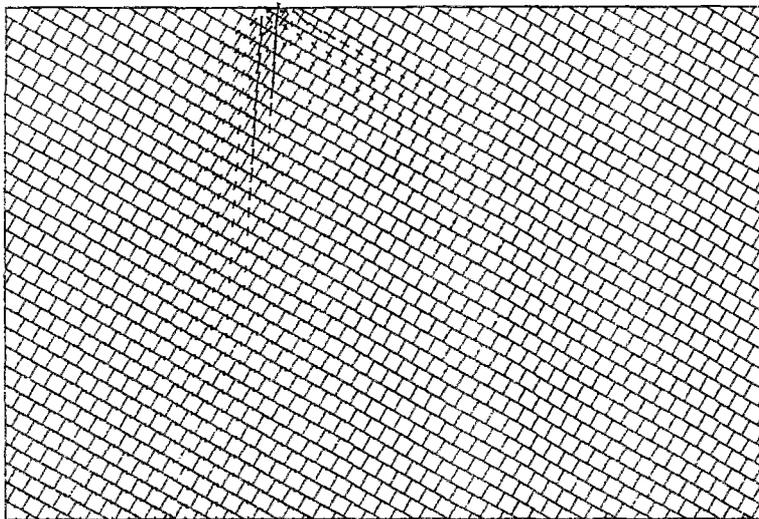
Les résultats obtenus, pour des fermetures égales à 10, 4 et 1mm (fig. 4.10, 4.11, 4.12 et 4.13), sont en accord avec ceux obtenus par Gaziev et Erlikhman [1971]. Ils font apparaître deux directions principales de transmission des efforts. L'une de ces directions est parallèle à la famille de discontinuités infinies et concerne la transmission des efforts par l'intermédiaire des joints finis. L'autre direction fait un angle inférieur à 90 degrés avec la première et mobilise les joints infinis. Ces deux directions préférentielles sont d'autant plus marquées que le milieu est rigide (fermeture maximale faible). En effet, au fur et à mesure que  $\epsilon_{max}$  diminue, les bulbes de contraintes normales se resserrent et s'étendent en profondeur.

Nous pouvons remarquer, dans le cas d'un pendage de 30 degrés et pour une fermeture maximale de 1 mm (fig. 4.10c), l'apparition d'une transmission d'efforts par « relais » entre des colonnes fortement chargées.



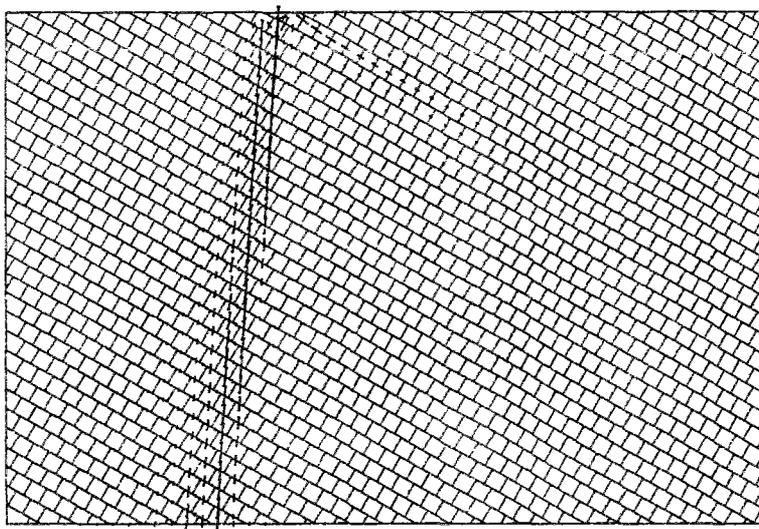
(a)  $\epsilon_{\max} = 0,010 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



(b)  $\epsilon_{\max} = 0,004 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



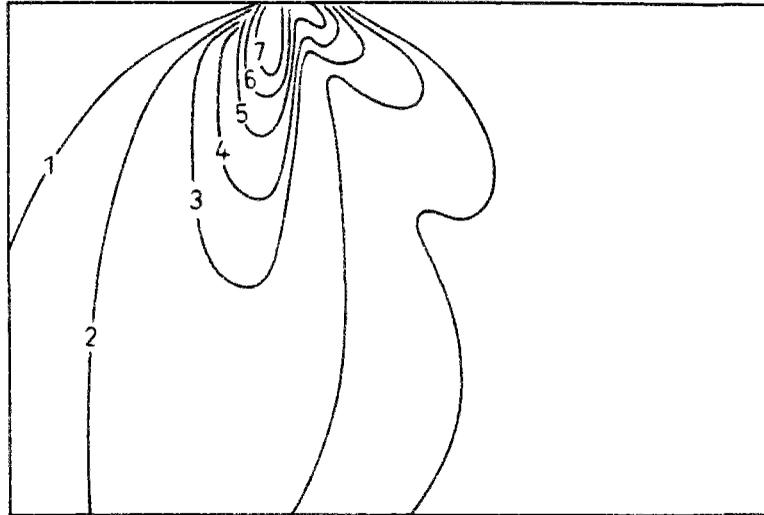
(c)  $\epsilon_{\max} = 0,001 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN

Figure 4.10: Distribution des forces sur les joints en fonction de  $\epsilon_{\max}$  (cas 30 degrés).

Légende :

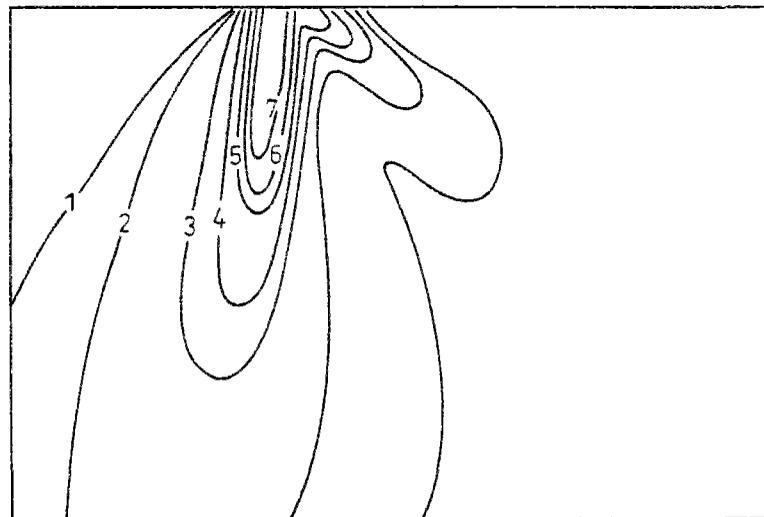
- 7 ----- 0,90 p
  - 6 ----- 0,70 p
  - 5 ----- 0,50 p
  - 4 ----- 0,30 p
  - 3 ----- 0,20 p
  - 2 ----- 0,10 p
  - 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



(a)  $\epsilon_{\max} = 0,010$  m

Légende :

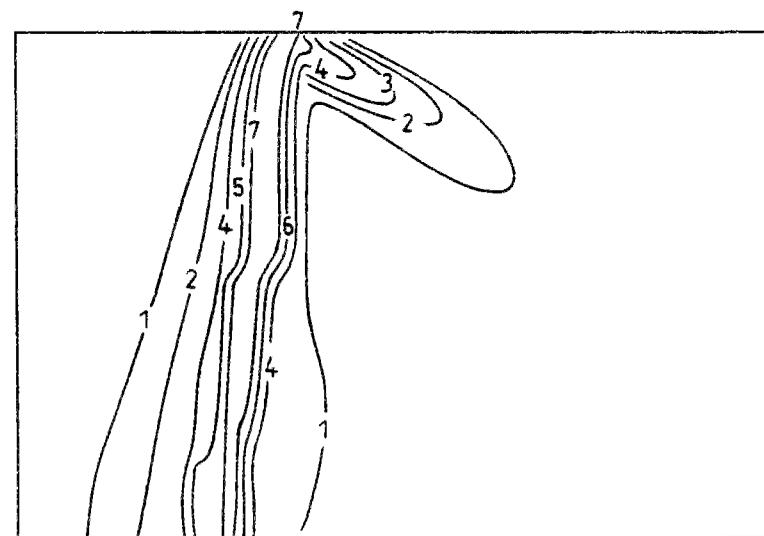
- 7 ----- 0,90 p
  - 6 ----- 0,70 p
  - 5 ----- 0,50 p
  - 4 ----- 0,30 p
  - 3 ----- 0,20 p
  - 2 ----- 0,10 p
  - 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



(b)  $\epsilon_{\max} = 0,004$  m

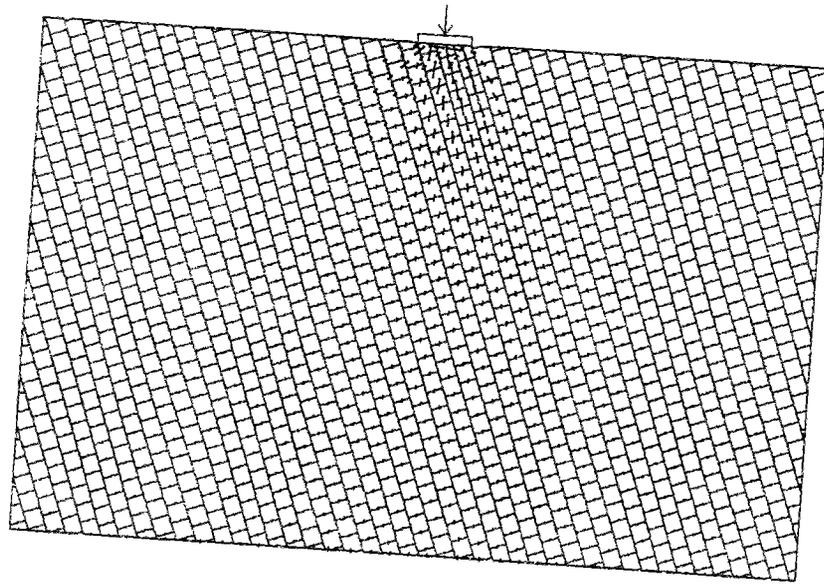
Légende :

- 7 ----- 0,90 p
  - 6 ----- 0,70 p
  - 5 ----- 0,50 p
  - 4 ----- 0,30 p
  - 3 ----- 0,20 p
  - 2 ----- 0,10 p
  - 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



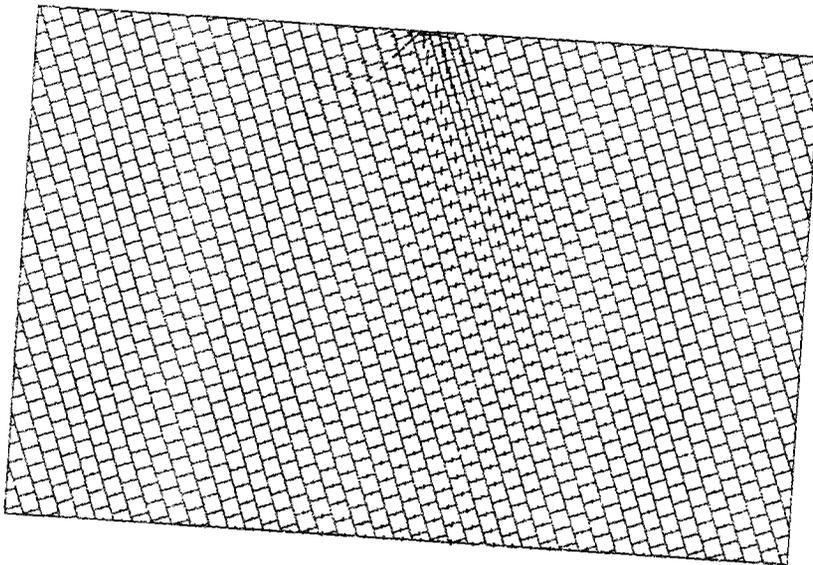
(c)  $\epsilon_{\max} = 0,001$  m

Figure 4.11: Bulbes de contraintes normales sur les deux types de joints (cas 30 degrés).



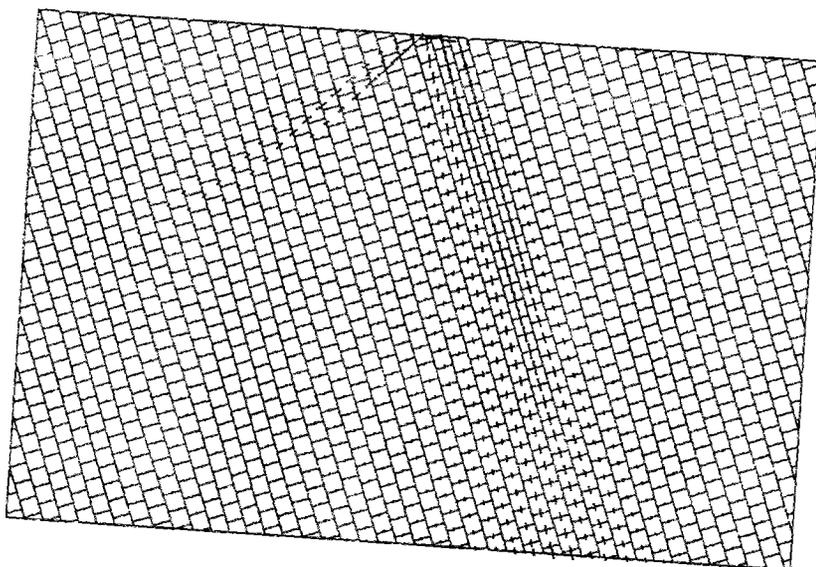
(a)  $\epsilon_{max} = 0,010 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



(b)  $\epsilon_{max} = 0,004 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



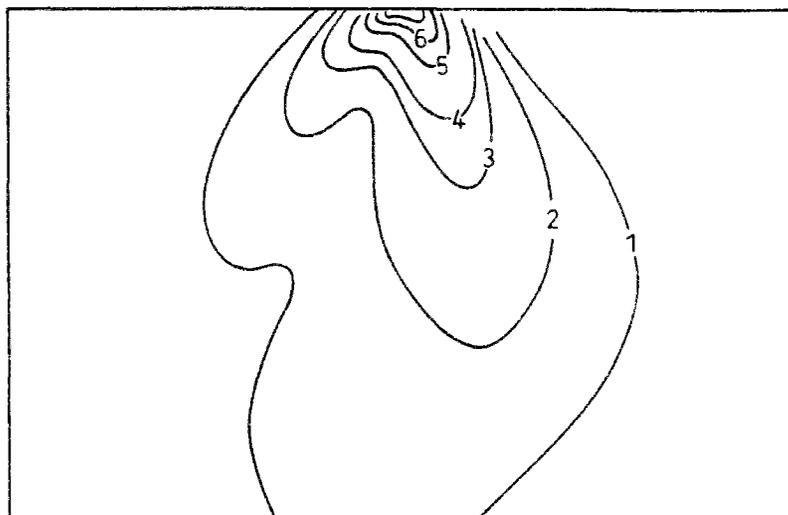
(c)  $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN

Figure 4.12: Distribution des forces sur les joints en fonction de  $\epsilon_{max}$  (cas 70 degrés).

Légende :

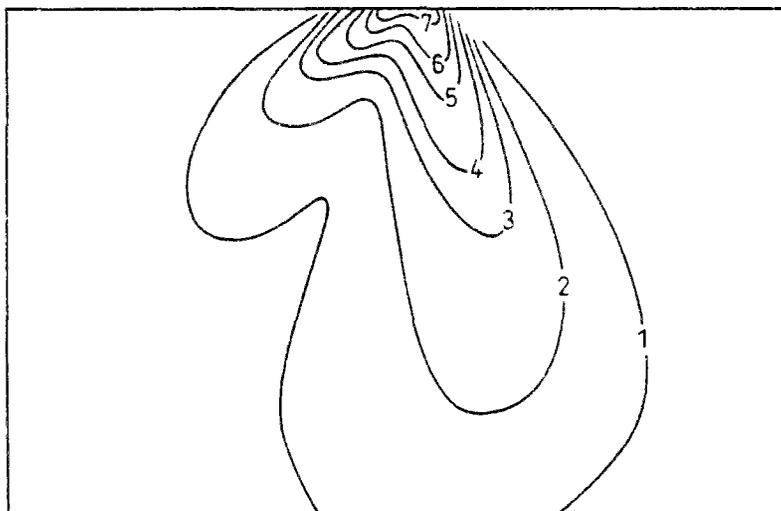
- 7 ----- 0,90 p
- 6 ----- 0,70 p
- 5 ----- 0,50 p
- 4 ----- 0,30 p
- 3 ----- 0,20 p
- 2 ----- 0,10 p
- 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



(a)  $\epsilon_{\max} = 0,010 \text{ m}$

Légende :

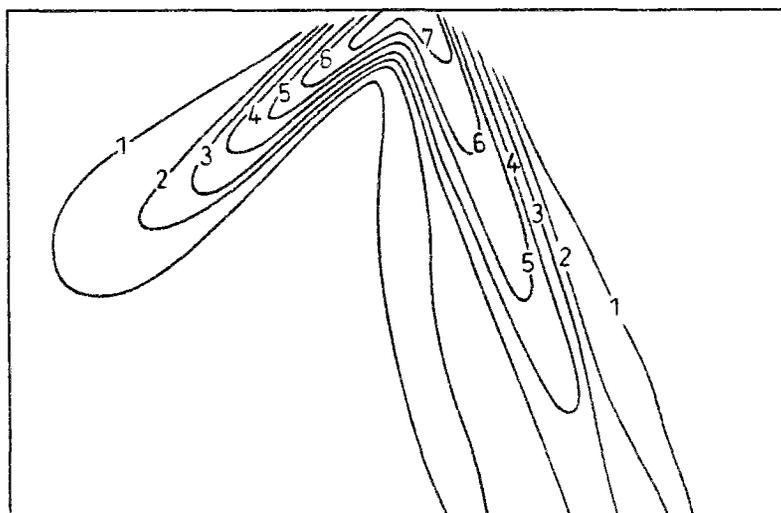
- 7 ----- 0,90 p
- 6 ----- 0,70 p
- 5 ----- 0,50 p
- 4 ----- 0,30 p
- 3 ----- 0,20 p
- 2 ----- 0,10 p
- 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



(b)  $\epsilon_{\max} = 0,004 \text{ m}$

Légende :

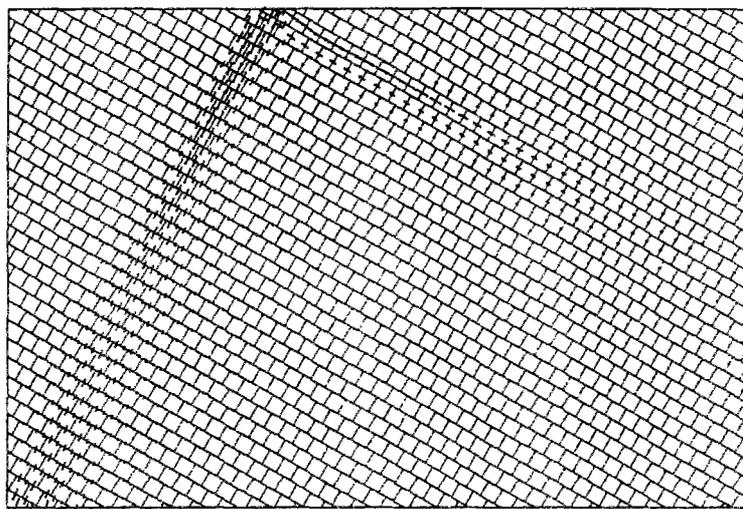
- 7 ----- 0,90 p
- 6 ----- 0,70 p
- 5 ----- 0,50 p
- 4 ----- 0,30 p
- 3 ----- 0,20 p
- 2 ----- 0,10 p
- 1 ----- 0,05 p
- p : contrainte appliquée



(c)  $\epsilon_{\max} = 0,001 \text{ m}$

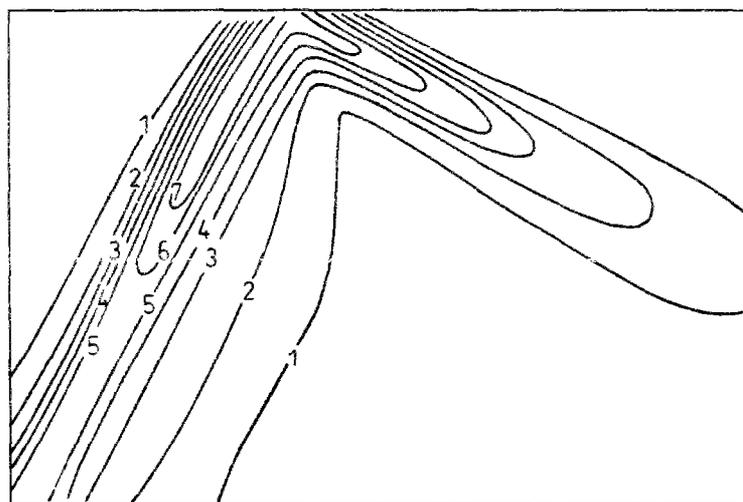
Figure 4.13: Bulbes de contraintes normales sur les deux types de joints (cas 70 degrés).

La deuxième direction de transmission des efforts s'oriente en fonction de la capacité des joints à créer ou à supporter des efforts inclinés. En effet, si nous réduisons à 5 degrés l'angle de frottement interne dans le cas d'une fermeture maximale de 1mm (cas où il y a le plus de concentration d'efforts), cette direction devient perpendiculaire à la première (fig. 4.14 et annexe 6). Nous constatons en outre une réduction des efforts suivant cette deuxième direction au profit d'une augmentation des efforts suivant la direction des discontinuités infinies.



Force = 50 kN  
 $\epsilon_{max} = 0,001$  m  
 $K_i = 100$  MPa/m  
 $\phi = 5$  degrés

Ech LONG ( m ) — 0 1776E+01      Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



Légende :

7 ----- 0,90 p  
 6 ----- 0,70 p  
 5 ----- 0,50 p  
 4 ----- 0,30 p  
 3 ----- 0,20 p  
 2 ----- 0,10 p  
 1 ----- 0,05 p  
 p : contrainte appliquée

Bulbes de contraintes normales

Figure 4.14: Distribution des forces sur les joints et bulbes de contraintes normales pour un faible angle de frottement. Cas d'une inclinaison de 30 degrés.

### 3 Comportement dilatant et chaînons de contraintes dans un milieu discontinu

Le comportement dilatant d'un massif rocheux fissuré n'est pas provoqué uniquement par la dilataance des joints mais aussi par le mouvement de translation et de rotation des blocs de roche d'un tel milieu. Pour qualifier expérimentalement le comportement dilatant d'un assemblage de blocs constitués par deux familles de joints, Hayashi [1966] a effectué différents types d'essais de cisaillement. Il a considéré, en particulier, des essais avec déplacement normal empêché pour lesquels il a mesuré l'effort normal nécessaire pour s'opposer à la dilataance dans cette direction. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.15. Celle-ci illustre l'évolution de l'effort de confinement, noté  $N$ , en fonction de l'orientation des joints continus, notée  $\theta$  ( $(N, \theta)$  sont les coordonnées polaires du point représentatif sur le diagramme). On constate que cet effort  $N$  est plus important pour les joints orientés dans le sens contraire de l'effort de cisaillement, appelés joints négatifs.

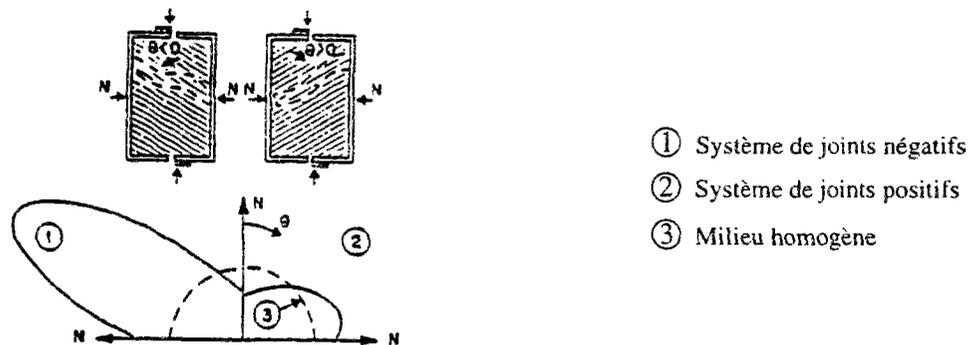


Figure 4.15: Anisotropie de l'effort de confinement nécessaire pour empêcher la dilataance dans un essais de cisaillement (d'après Hayashi [1966]).

A l'aide du logiciel BRIG3D, nous avons simulé ce même type d'essai en considérant différents assemblages de blocs (fig. 4.16). Ces blocs sont cubiques de 1 m de côté et la boîte fait 15 mètres de hauteur, 30 mètres de longueur et 1 mètre de profondeur (dimensions intérieures). Une faible rigidité tangentielle est attribuée à l'interface entre les parois de cette boîte et l'assemblage de blocs pour éviter tout frottement à ce niveau. Les paramètres mécaniques considérés sont les suivants :

- joints situés à l'intérieur de la boîte (comportement hyperbolique en compression et bilinéaire en cisaillement) :
  - $K_i = 100 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,1 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
  - $\phi = 35 \text{ degrés}$ ,
- joints constituant les parois de la boîte (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :

- $K_t = 0,001 \text{ MPa/m}$ ,
- $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
- $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;

Comme dans l'analyse expérimentale de Hayashi [1966], nous avons mesuré l'effort de confinement normal,  $N$ , pour un effort de cisaillement de 15 MN appliqué sur la partie supérieure de la boîte. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.16. Ils mettent en évidence le caractère anisotrope de la dilatance en liaison avec l'orientation des joints par rapport à la direction du mouvement.

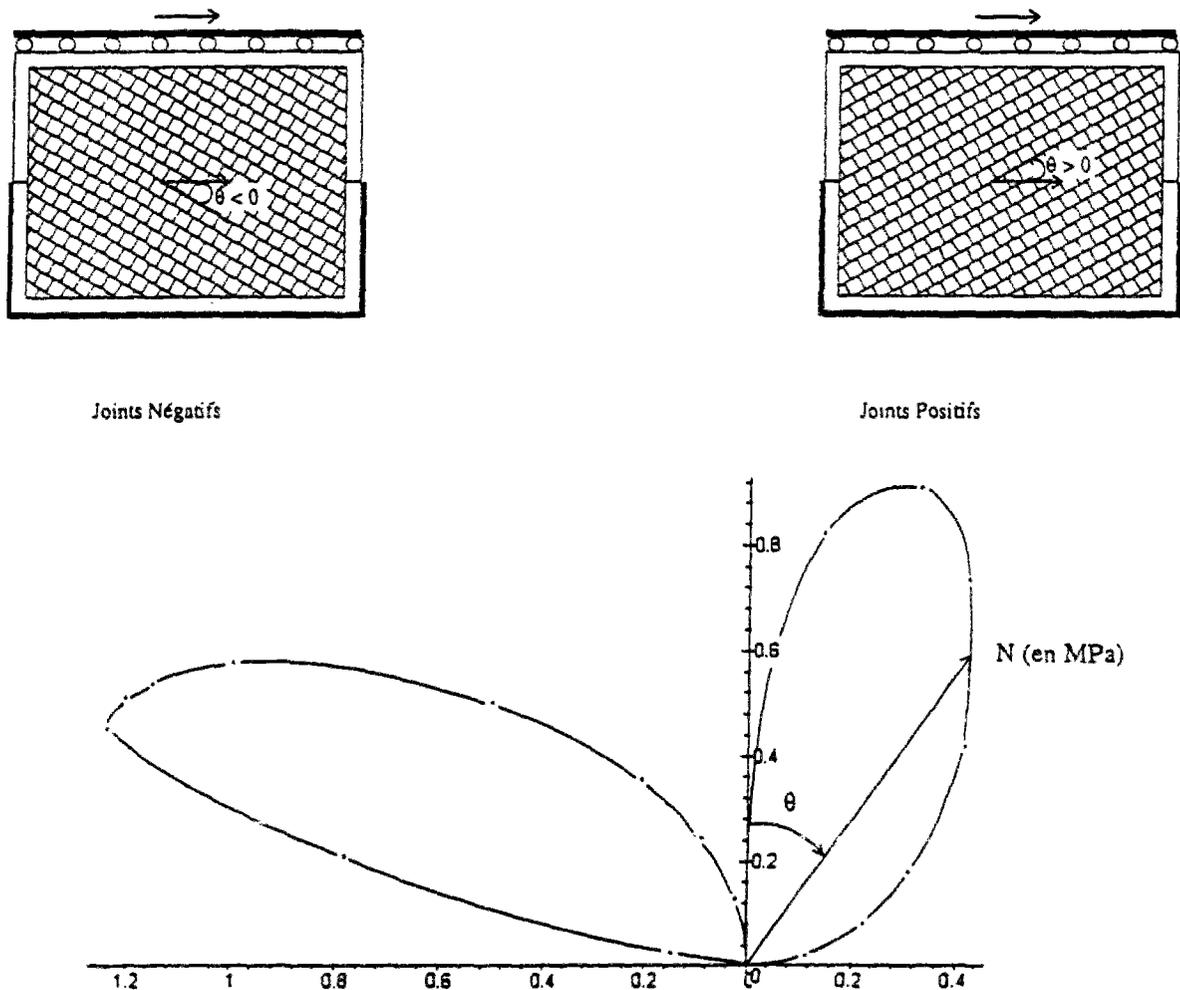
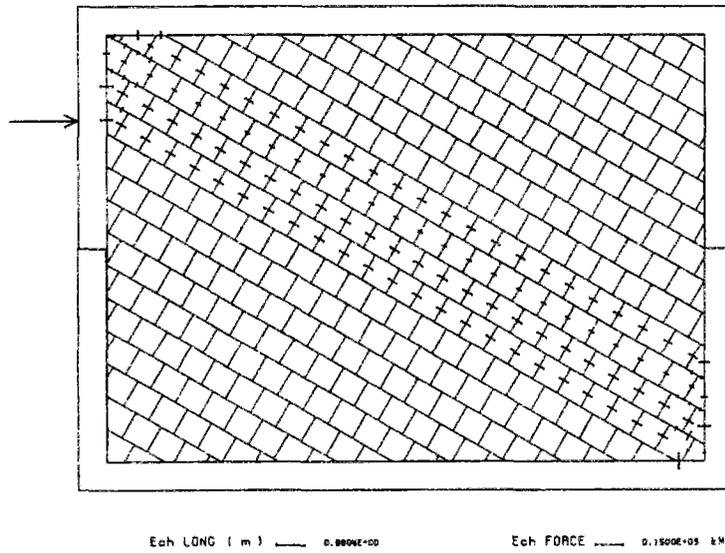
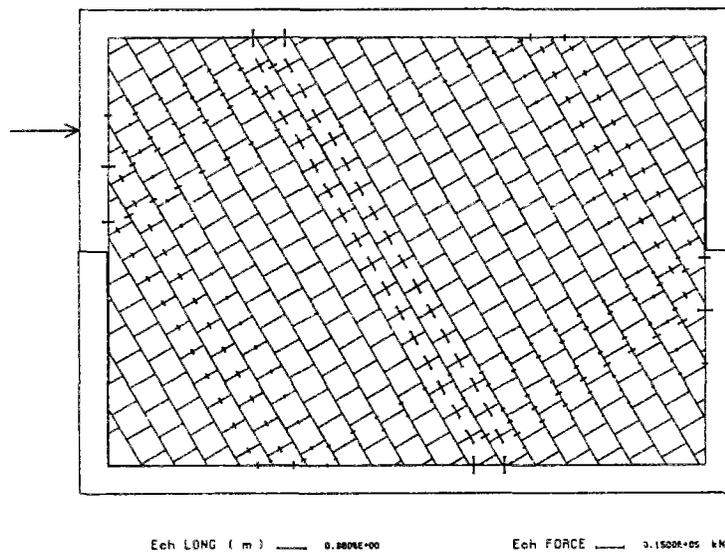


Figure 4.16: Variation de l'effort normal en fonction de l'orientation des joints (en coordonnées polaires). Résultats de simulation d'un essai de cisaillement à déplacement normal empêché.

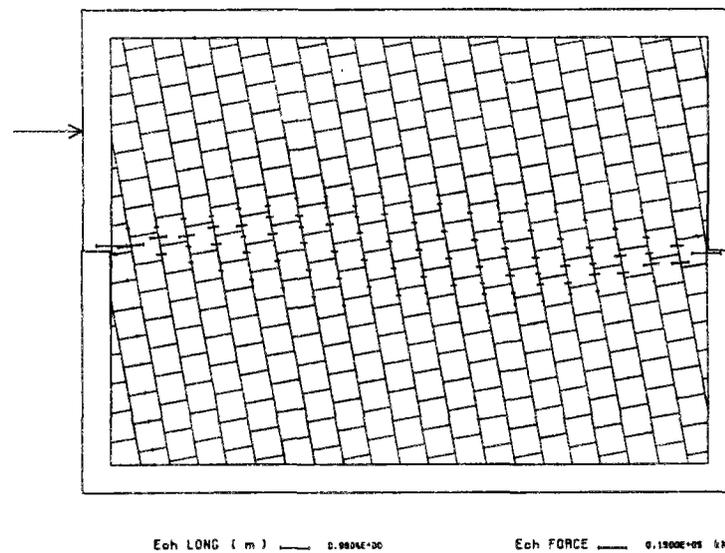
Sur les figures 4.17 et 4.18, nous avons représenté les forces sur les joints induites par l'effort de cisaillement. Nous remarquons l'existence de deux modes de transmission de cet effort qui sont en rapport avec la taille de la boîte. Le premier mode est direct et se dirige de la partie haute et mobile vers la partie basse et fixe de la boîte. Il fait apparaître dans certains cas des transmissions par arc-boutement. Le second mode est indirect et fait apparaître une «réflexion» des efforts sur les parois horizontales de la boîte.



$\theta = - 30$  degrés  
(a)



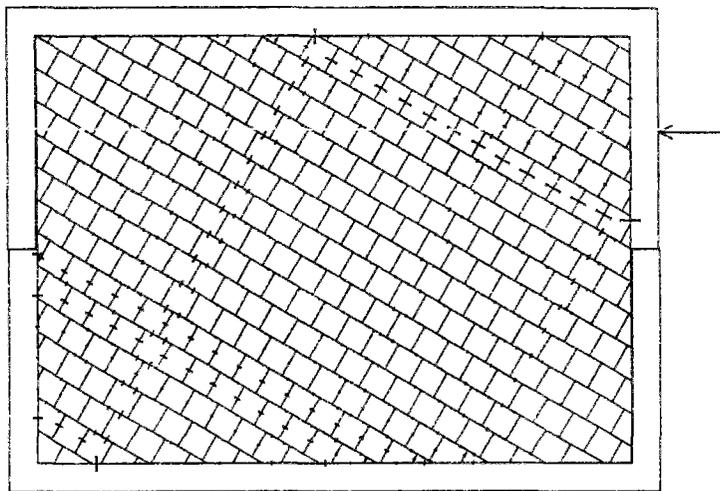
$\theta = - 60$  degrés  
(b)



$\theta = - 80$  degrés  
(c)

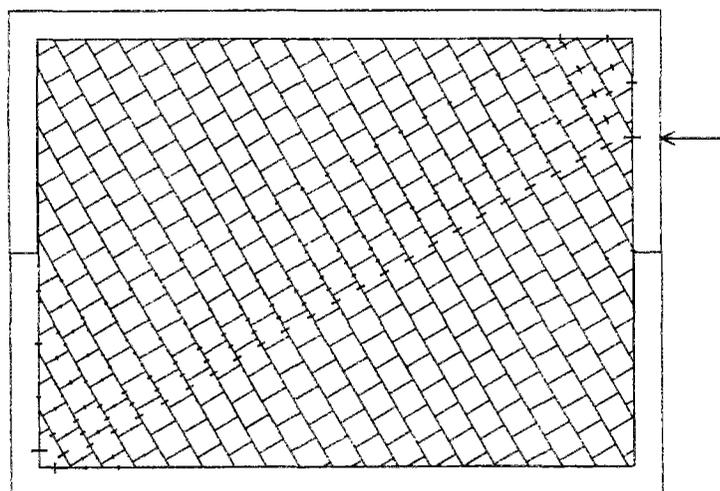
Figure 4.17: Distribution des forces sur les joints dans un essai de cisaillement sur des milieux avec des joints d'orientation négative variable.

$\theta = 30$  degrés  
(d)



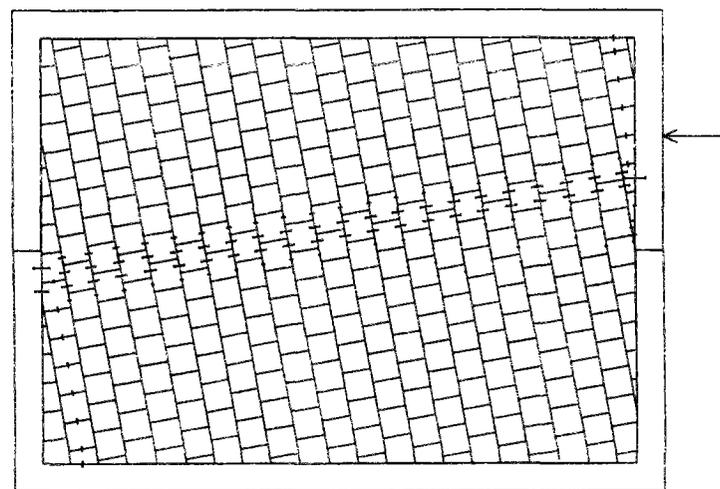
Ech LONG ( m )  $0.0000E+00$  Ech FORCE  $0.1500E+05$  kN

$\theta = 60$  degrés  
(e)



Ech LONG ( m )  $0.0000E+00$  Ech FORCE  $0.1500E+05$  kN

$\theta = 80$  degrés  
(f)



Ech LONG ( m )  $0.0000E+00$  Ech FORCE  $0.1500E+05$  kN

Figure 4.18: Distribution des forces sur les joints dans un essai de cisaillement sur des milieux avec des joints d'orientation positive variable.

Quelque soit le mode de transmission mobilisé, nous remarquons l'apparition de zones à fort chargement et d'autres à faible chargement ou sans chargement. Ce type de comportement a été mis en évidence dans les milieux granulaires par Dantu [1957]. Cet auteur a appliqué un chargement sur un assemblage de rouleaux photoélastiques. Il a constaté l'existence de chaînons de rouleaux très contraints (fig. 4.19) orientés selon la direction principale majeure et appelés « chaînons de contraintes ».

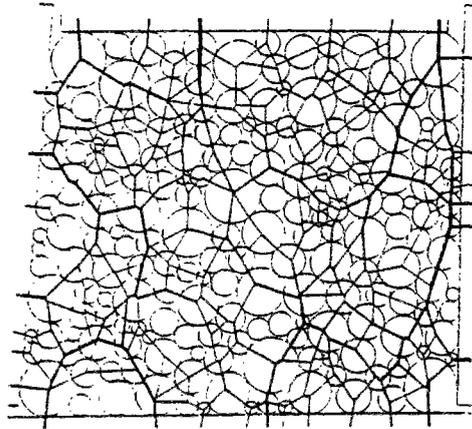
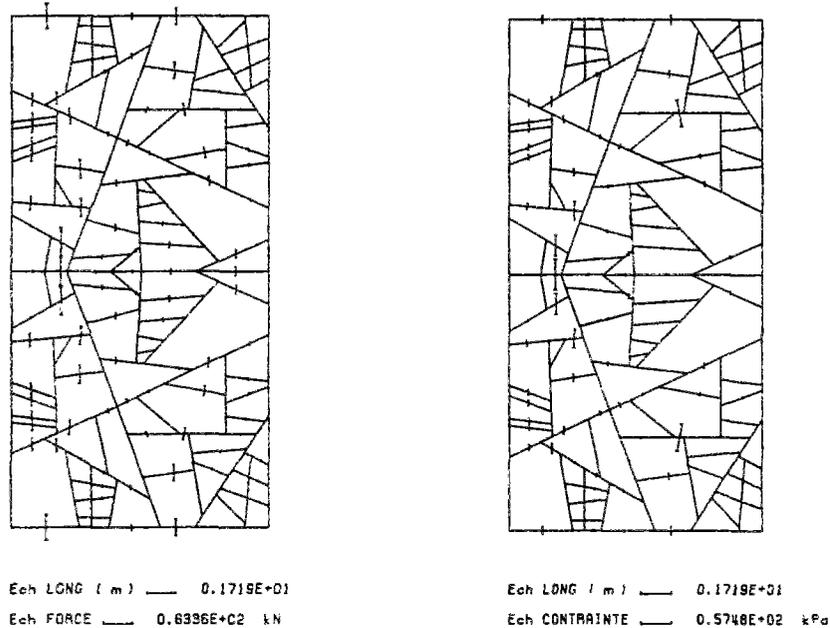


Figure 4.19: Forces de contact dans un empilement de rouleaux photoélastiques (d'après Dantu [1957]).

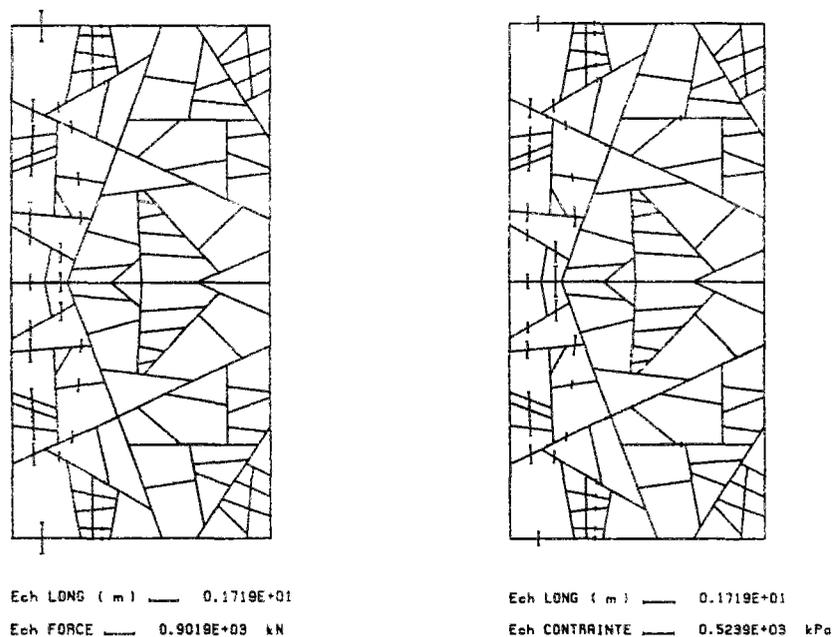
Cette différence de chargement dans un milieu discontinu est mise en évidence dans une autre application du logiciel BRIG3D. Il s'agit d'un essai de compression simple sur un assemblage de blocs de formes quelconques (fig. 4.20). L'échantillon considéré fait 15 mètres de longueur, 30 mètres de hauteur et 1 mètre de profondeur. Une force verticale de 0,1 et 1 MN est appliquée sur le haut de cet échantillon (les blocs sont non pesants). Les caractéristiques mécaniques introduites pour les joints sont les suivantes :

- joints à l'intérieur de l'échantillon (comportement hyperbolique en compression et bilinéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 100 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,1 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
  - $\phi = 35 \text{ degrés}$ ,
- joints en haut et en bas de l'échantillon (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 0,001 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;

La représentation des forces et des contraintes sur les joints fait apparaître des phénomènes d'arc-boutement et de raccordement d'efforts sur certains joints (fig. 4.20). Nous constatons, en outre, que l'augmentation de l'effort de compression concentre les forces dans certaines zones. En effet, pour la plus grande charge appliquée, nous remarquons que les efforts se transmettent préférentiellement en suivant les chemins les plus rigides (*i.e.* ceux qui passent par le plus petit nombre de joints) dans la direction du chargement.



(a) Force = 100 kN



(b) Force = 1000 kN

Figure 4.20: Forces et contraintes sur les joints dans un assemblage de blocs soumis un essai de compression simple.

## 4 Stabilité des pentes

L'analyse de la stabilité des pentes est un domaine où la nature discontinue du milieu géomécanique joue un rôle primordial. Comme nous l'avons évoqué au deuxième chapitre, les modes de rupture d'un versant naturel ou d'un talus artificiel dans un massif rocheux fissuré sont très variables. La surface de rupture est rarement circulaire ou pseudo-circulaire, comme c'est souvent le cas dans un milieu continu et homogène, sauf si le milieu est fortement fissuré. La rupture emprunte en général un chemin continu dans le réseau de fissures qui traverse le massif.

La stabilité d'une pente est étudiée, dans certains cas, par des modèles d'équilibre limite. Ces modèles restent néanmoins limités à cause des hypothèses fortes sur lesquelles ils sont basés. Nous citons notamment la nécessité de définir, et donc de prévoir, à l'avance la surface de rupture. C'est pourquoi on s'attend à ce qu'un modèle par éléments discrets permette une meilleure analyse de cette stabilité. Fondés sur des calculs en contrainte-déformation, ces modèles permettent de caractériser les mécanismes conduisant à la rupture et d'identifier les surfaces de rupture éventuelles. Cependant, l'application d'un modèle de calcul en déformation tel que celui-ci fait surgir plusieurs difficultés concernant les conditions initiales et aux limites. Ces difficultés existent quand on analyse la stabilité d'une pente dans un massif de sol. Dans le cas d'un massif rocheux fissuré, le choix de ces conditions est plus délicat à entreprendre. En effet, la théorie des milieux continus permet de connaître les directions et les contraintes principales dans le cas parfait d'un sol homogène, semi-infini, à surface libre horizontale et à comportement élastique linéaire. De plus, la théorie de l'équilibre limite de Rankine élargit cette connaissance au cas d'un sol à surface libre inclinée. Même si de telles informations sont très idéalisées par rapport à la réalité, elles constituent toutefois des éléments de référence et servent de plus à la vérification et la validation du modèle numérique utilisé. Ce type de renseignement est inexistant dans le cas d'un massif rocheux discontinu même le plus idéalisé.

A l'aide du logiciel BRIG3D, nous avons essayé d'analyser l'effet des conditions aux limites sur l'état de contraintes initiales d'un massif rocheux fissuré constitué par un demi-espace infini. Nous avons complété cette étude en examinant la réponse de ce massif suite à une excavation.

Le réseau de fractures introduit est composé de deux familles de discontinuités orthogonales et régulièrement espacées dont l'une est finie (espacement de 3 m) et l'autre est infinie (espacement de 1 m). Le pendage de la famille continue étant fixé à 70 degrés et le domaine étudié fait 150 mètres de longueur sur 60 mètres de hauteur.

Ce massif ainsi modélisé a été soumis à son poids propre ( $\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$ ) avec les conditions aux limites suivantes :

- aux frontières latérales les blocs glissent verticalement sans frotter. Toutefois, leur déplacement horizontal vers les frontières est contrôlé par la faible fermeture maximale des joints à ce niveau ;
- à la base du domaine, les blocs ont un déplacement vertical qui est contrôlé par la fermeture maximale à ce niveau. Cependant, nous avons examiné deux hypothèses différentes concernant le déplacement horizontal de ces blocs : libre dans un premier

cas (faible rigidité tangentielle à la base) et empêché dans un deuxième cas (grande rigidité tangentielle).

Pour simplifier encore une fois, nous avons traité ce problème avec des lois de comportement identiques pour les deux familles de discontinuités. Les caractéristiques mécaniques employées sont les suivantes :

- joints situés à l'intérieur du domaine (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 100 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
- joints situés aux limites latérales du domaine (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t$  faible ( $10^{-6} \text{ MPa/m}$ ),
  - $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
- joints situés à la base du domaine (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t$  est faible dans le premier cas et égal à  $2000 \text{ MPa/m}$  dans le second cas,
  - $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;

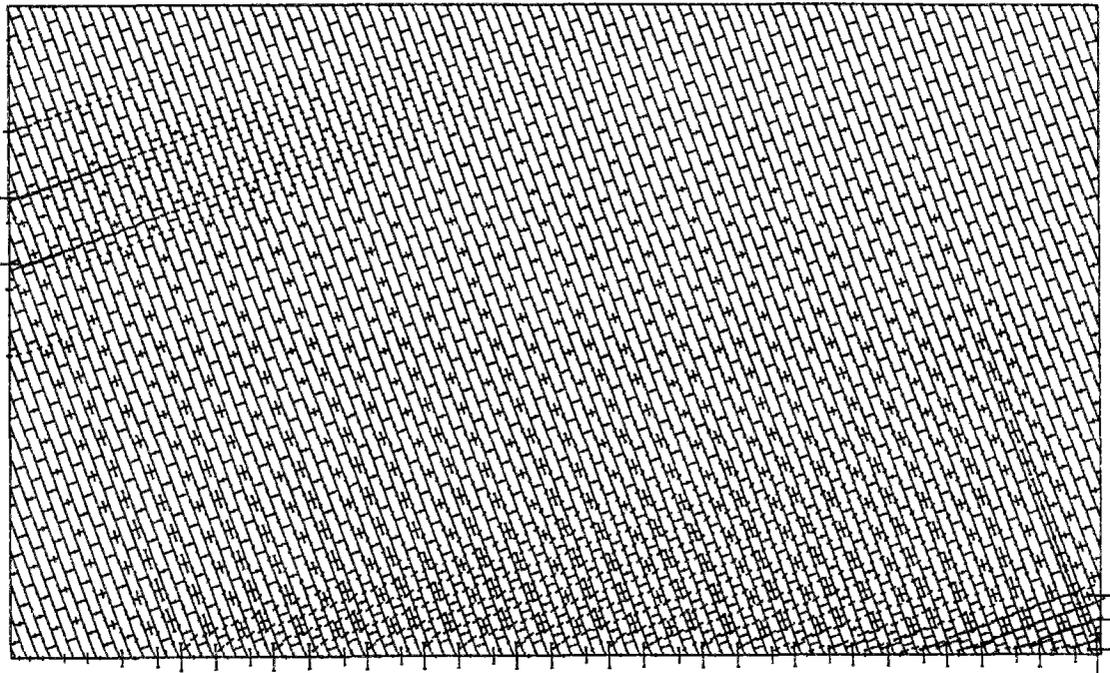
Le déplacement des blocs et l'effort sur les joints calculés par le code BRIG3D sont représentés sur les figures 4.21 et 4.22 en fonction des conditions choisies à la base du massif. Ces résultats montrent une différence dans le mouvement des blocs entre ces deux cas. Cependant, pour ce type de modèle le champ de déplacement des blocs n'est pas un bon critère pour juger les résultats des calculs obtenus. En effet, ce code suppose que les blocs sont rigides. Il est donc plus important de s'intéresser au mouvement relatif entre blocs par le biais des forces ou des contraintes sur les joints<sup>1</sup>.

Ces déplacements donnent néanmoins une idée générale sur le mouvement des blocs. Nous constatons, en particulier, que les blocs situés à la frontière droite ne sont plus en contact avec celle-ci à cause de leurs déplacements vers la gauche. Un tel déplacement se réduit progressivement au fur et à mesure que l'on s'approche de la limite latérale de gauche. Il en résulte une différence de chargement entre les joints proches de la limite droite et ceux proches de la limite gauche. Cette différence est plus importante dans le deuxième cas traité. Nous observons également l'influence des conditions à la base du modèle sur le déplacement des blocs et les forces au niveau des joints à proximité de cette limite.

---

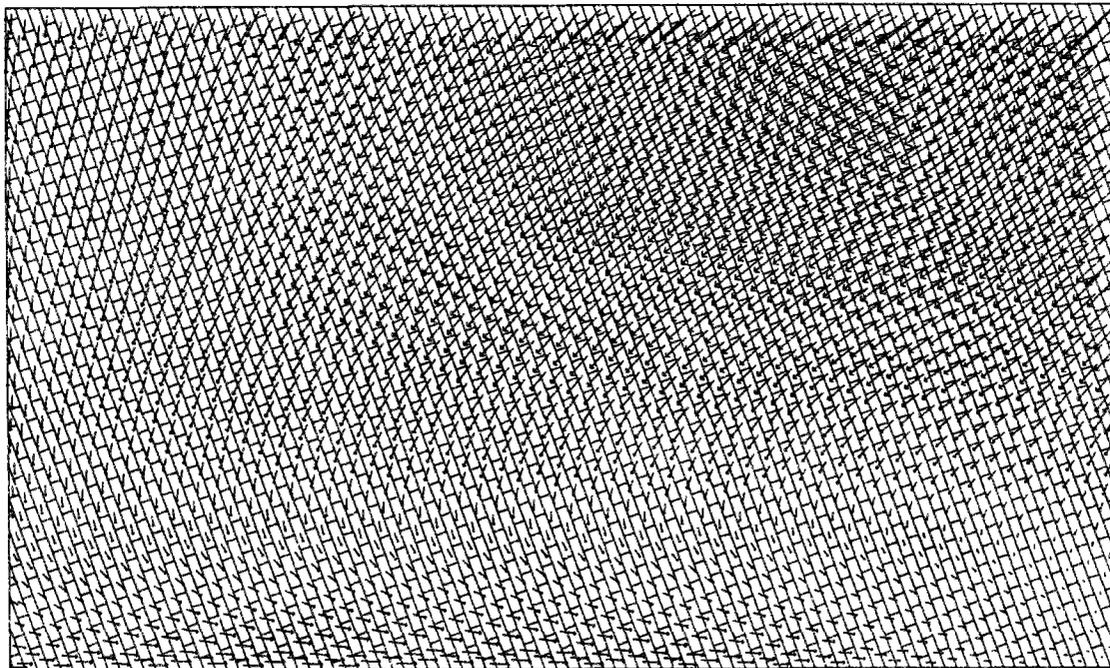
<sup>1</sup>Le mouvement relatif entre bloc n'est pas facile à déduire visuellement à partir du champ de déplacement à cause de la faible fermeture maximale autorisée et des mouvements de rotation éventuels.

Nous signalons l'apparition, dans les deux cas traités, d'une différence de chargement entre deux colonnes successives.



Ech LONG ( m )  $0.3950E+01$

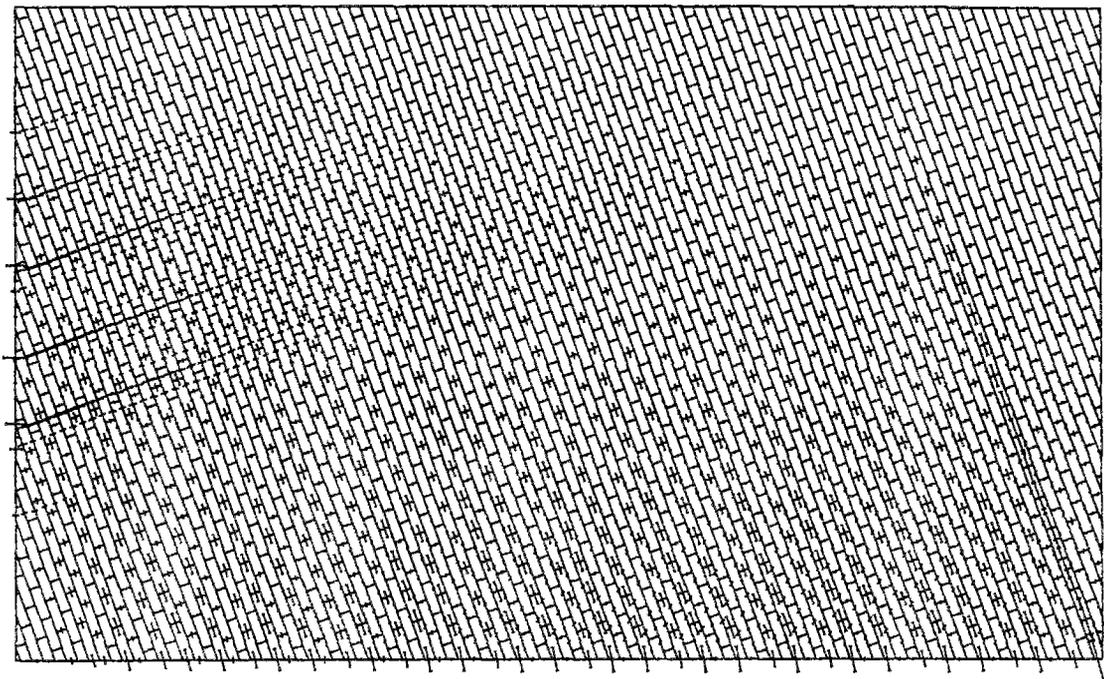
Ech FORCE  $0.9000E+04$  kN



Ech LONG ( m )  $0.3950E+01$

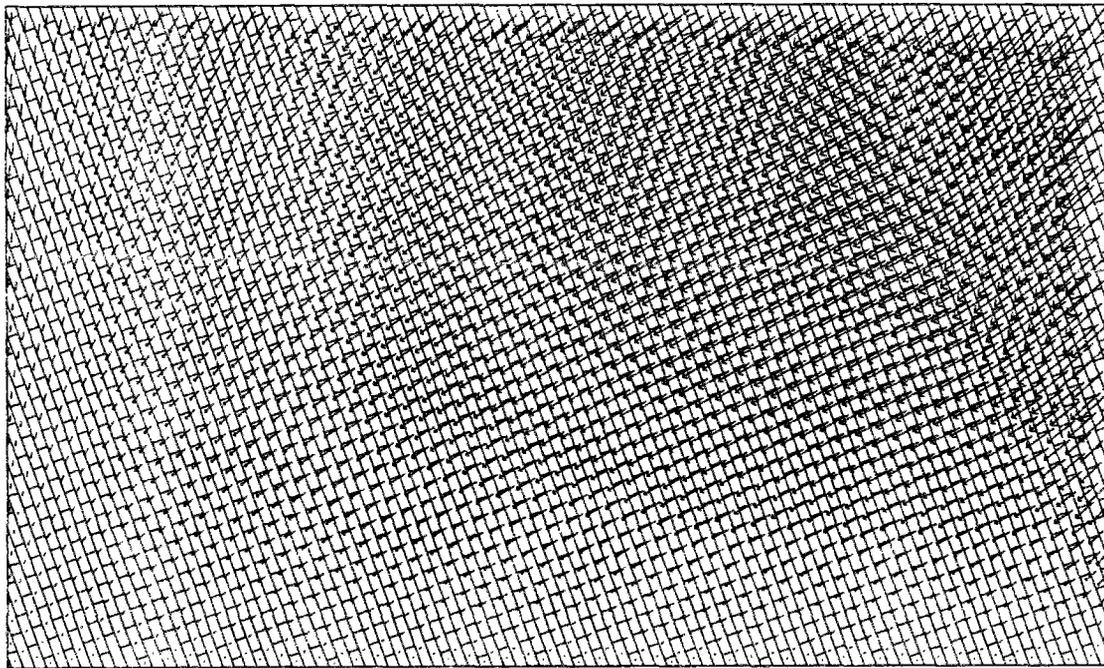
Ech DEPLACEMENT  $0.8000E-01$  m

Figure 4.21: Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu non frottant à sa base (Cas 1).



Ech LONG ( m ) \_\_\_\_\_ 0.3950E+01

Ech FORCE \_\_\_\_\_ 0.5000E+04 kN



Ech LONG ( m ) \_\_\_\_\_ 0.3950E+01

Ech DEPLACEMENT \_\_\_\_\_ 0.0000E-01 m

Figure 4.22: Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu frottant à sa base (Cas 2).

Pour améliorer cette analyse nous avons augmenté la taille du modèle avec un éloignement dissymétrique des frontières latérales. Les dimensions et le « maillage » du nouveau domaine sont représentés en annexe 7. Dans la zone étudiée, les dimensions des blocs sont conservées (1 sur 3 mètres). Le domaine ainsi formé se compose d'un nombre très élevé de blocs (3463 contre 2090 dans le cas précédent) ce qui augmente considérablement le temps des simulations.

Le résultat des calculs (fig. 4.23 et 4.24) montre que l'amélioration de la distribution des forces sur les joints reste légère malgré l'agrandissement de la taille du domaine. Nous constatons, en outre, que le champ de déplacement des blocs dépend des conditions à la base du milieu contrairement aux forces sur les joints qui ne sont que faiblement influencées par de telles conditions. Ce champ de déplacement présente, cependant, une plus grande uniformité dans le cas où le milieu est frottant à sa base.

Le modèle BRIG3D, comme tout modèle de blocs, exige de définir la surface de l'excavation au moment où l'on simule la géométrie du massif. Une telle surface est assimilée à une succession de discontinuités particulières auxquelles on doit attribuer des lois de comportement adéquates pour ne pas perturber l'état de contrainte initial dans le massif. On leur affecte, en général, des grandes rigidités normale et tangentielle. Dans notre calcul et pour les deux excavations envisagées, nous avons fixé les caractéristiques mécaniques de ces discontinuités particulières aux valeurs suivantes (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :

- $K_t = 5000 \text{ MPa/m}$  ;
- $K_{ni} = 5 \text{ MPa/m}$  ;
- $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$ .

L'excavation étudiée conduit à un talus de 30 mètres de hauteur et de 45 degrés d'inclinaison et nous avons considéré les deux cas : talus à droite (cas 1) et talus à gauche (cas 2).

Le résultat du chargement initial obtenu en introduisant les surfaces des excavations est donné en annexe 8. Nous remarquons que les discontinuités introduites pour modéliser de telles surfaces modifient peu les forces initiales sur les joints.

Dans le premier cas, le déchargement consécutif à l'excavation provoque de faibles déplacements des blocs situés aux bords de l'excavation (fig. 4.25). Il s'agit d'un faible relâchement élastique qui s'accompagne d'un relâchement des efforts sur les joints au pied du talus. Une telle structure reste stable même si on introduit un critère de plasticité pour les joints (les efforts sont pratiquement normaux aux joints).

Le déchargement dans le deuxième cas (fig. 4.26) provoque des déplacements aux bords de l'excavation plus importants que le cas précédent. Ces déplacements se localisent à la crête du talus et s'accompagnent d'une accumulation d'efforts au pied de l'excavation. Comme le montre la figure 4.27, l'introduction d'un critère de plasticité (angle de frottement de  $25^\circ$ ) augmente ces déplacements en tête du talus.

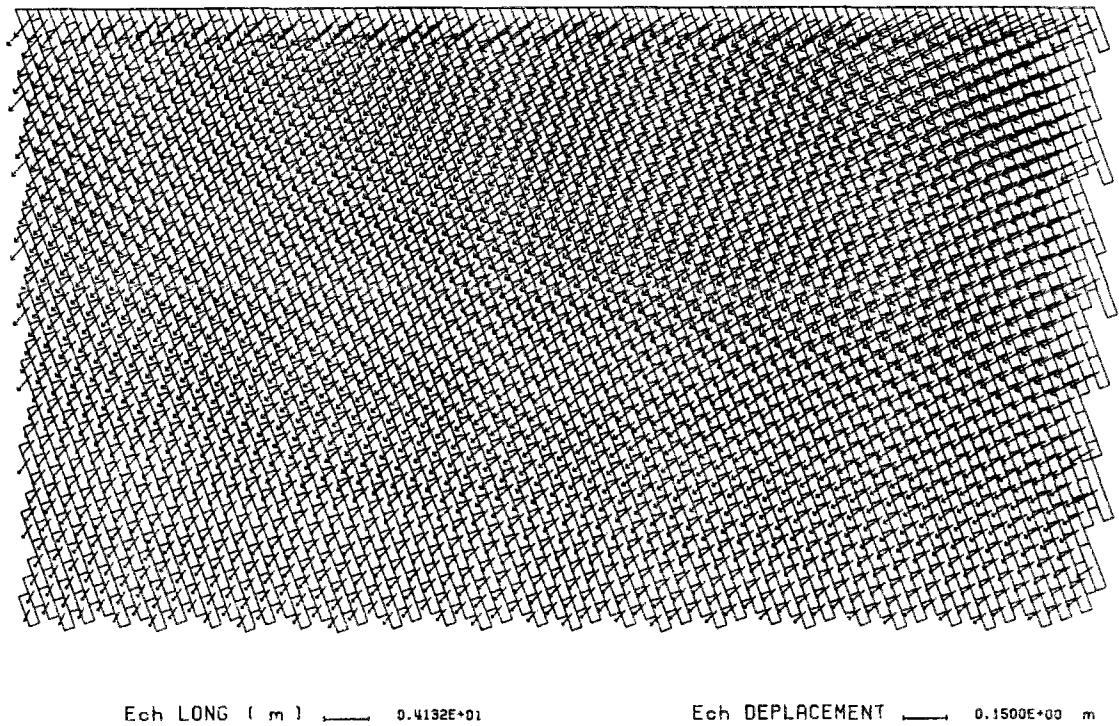
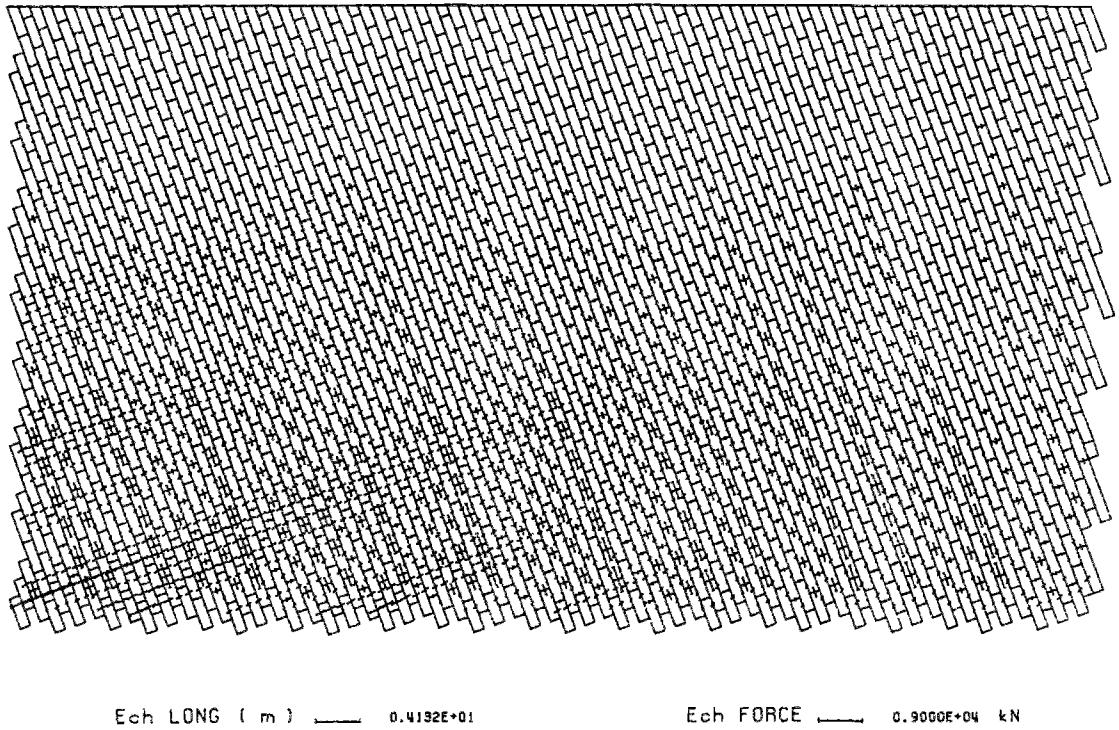
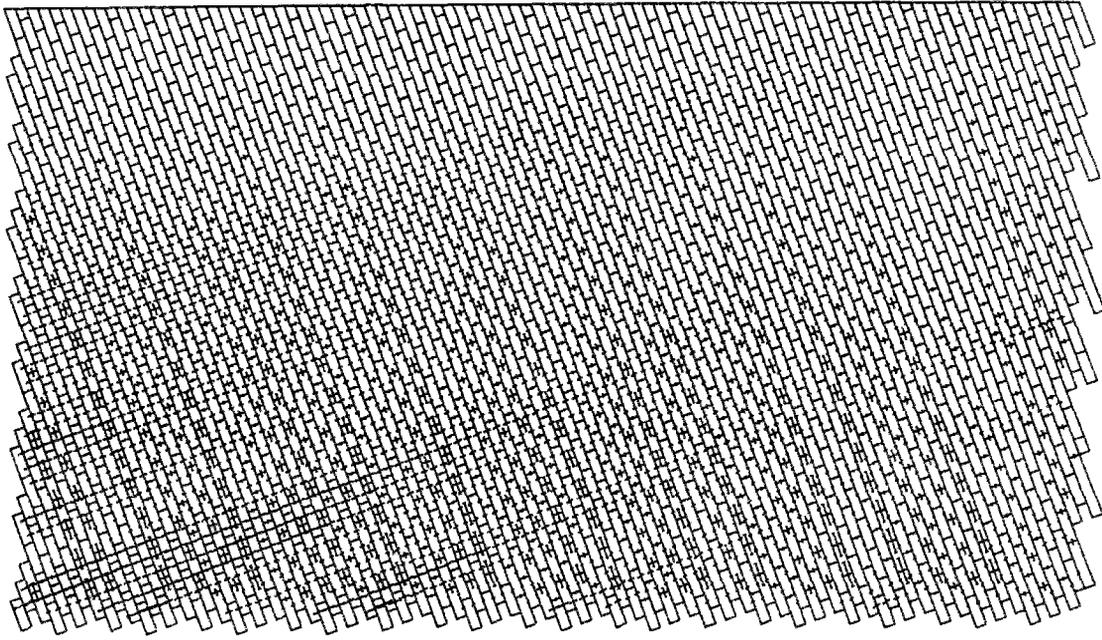
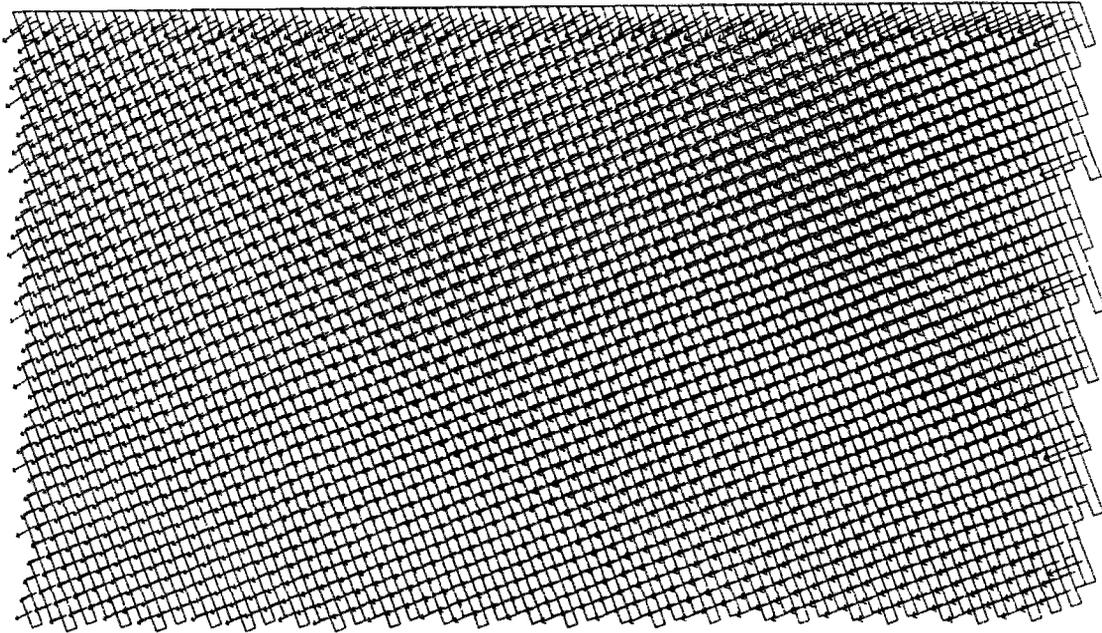


Figure 4.23: Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu non frottant à sa base (Cas 1).



Ech LONG ( m )  $\rule{1cm}{0.4pt}$  0.4132E+01

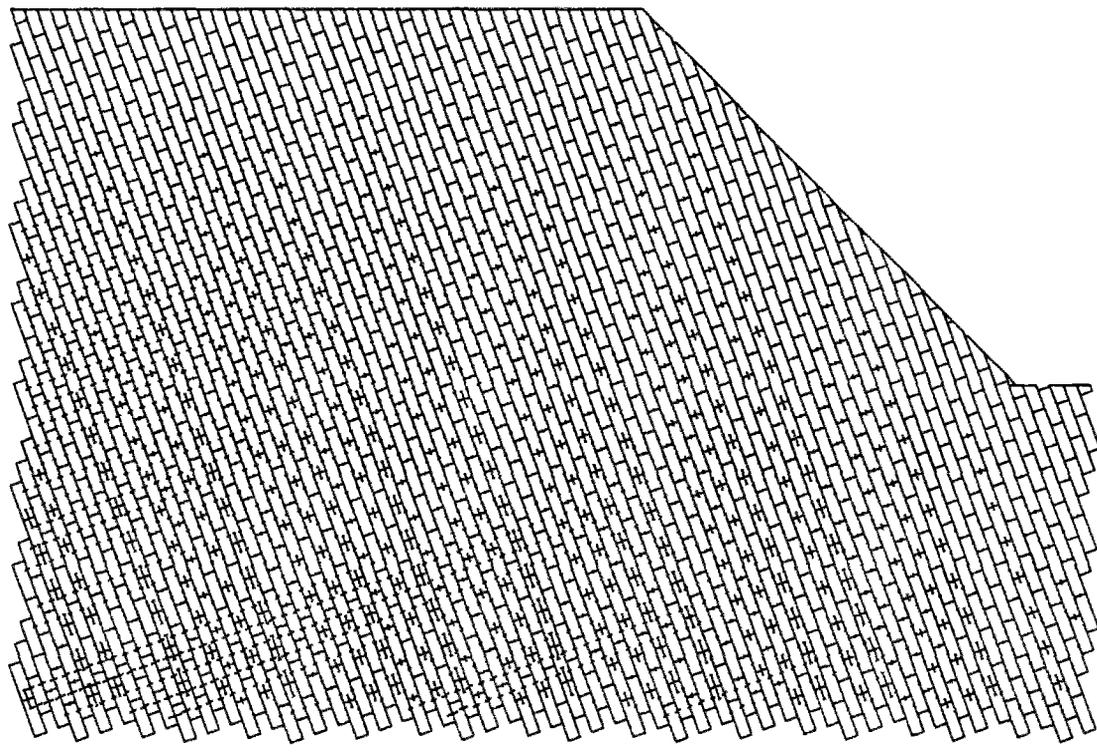
Ech FORCE  $\rule{1cm}{0.4pt}$  0.9000E+04 kN



Ech LONG ( m )  $\rule{1cm}{0.4pt}$  0.4132E+01

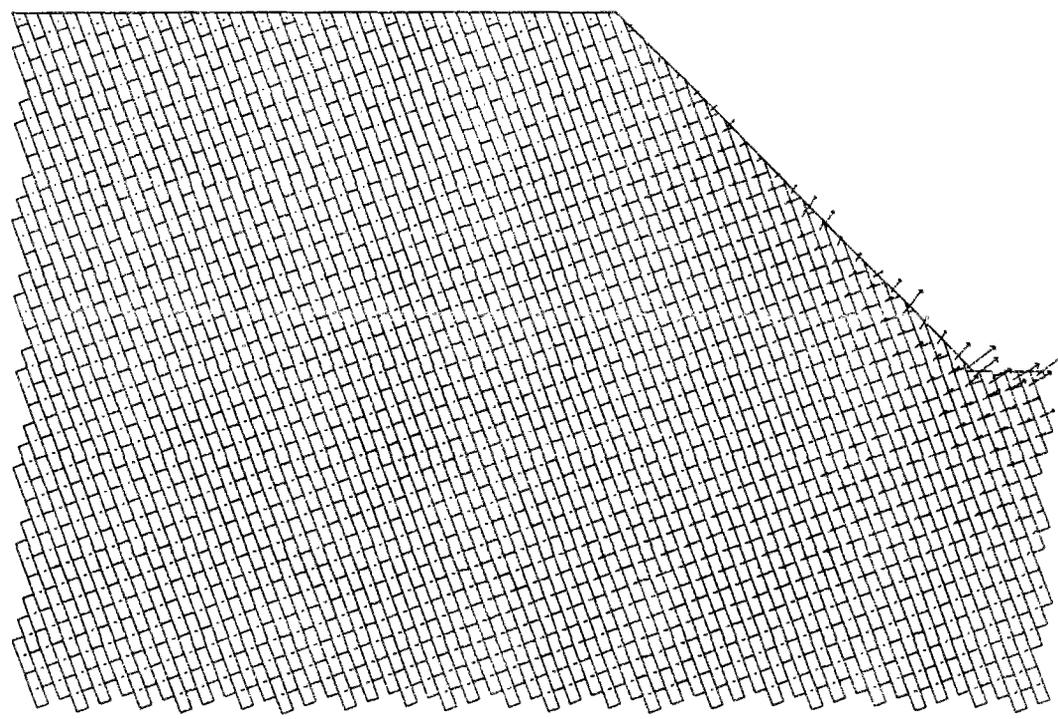
Ech DEPLACEMENT  $\rule{1cm}{0.4pt}$  0.1500E+00 m

Figure 4.24: Forces sur les joints et déplacements des blocs dans le cas d'un milieu frottant à sa base (Cas 2).



Ech LONG ( m ) — 0.3727E+01

Ech FORCE — 0.9000E+04 kN



Ech LONG ( m ) — 0.3727E+01

Ech DEPLACEMENT — 0.5000E-02 m

Figure 4.25: Effet du déchargement sur la distribution des forces sur les joints et des déplacements des blocs dans le cas d'une excavation à droite.

Cette situation correspond à un mécanisme de déformation et rupture par basculement, conditionné principalement par la structure géologique et les paramètres mécaniques des discontinuités. La concentration des efforts en pied de talus permet d'identifier les zones les plus critiques jouant le rôle de blocs-clés et qu'il pourrait être judicieux de conforter mécaniquement pour améliorer la stabilité du talus.

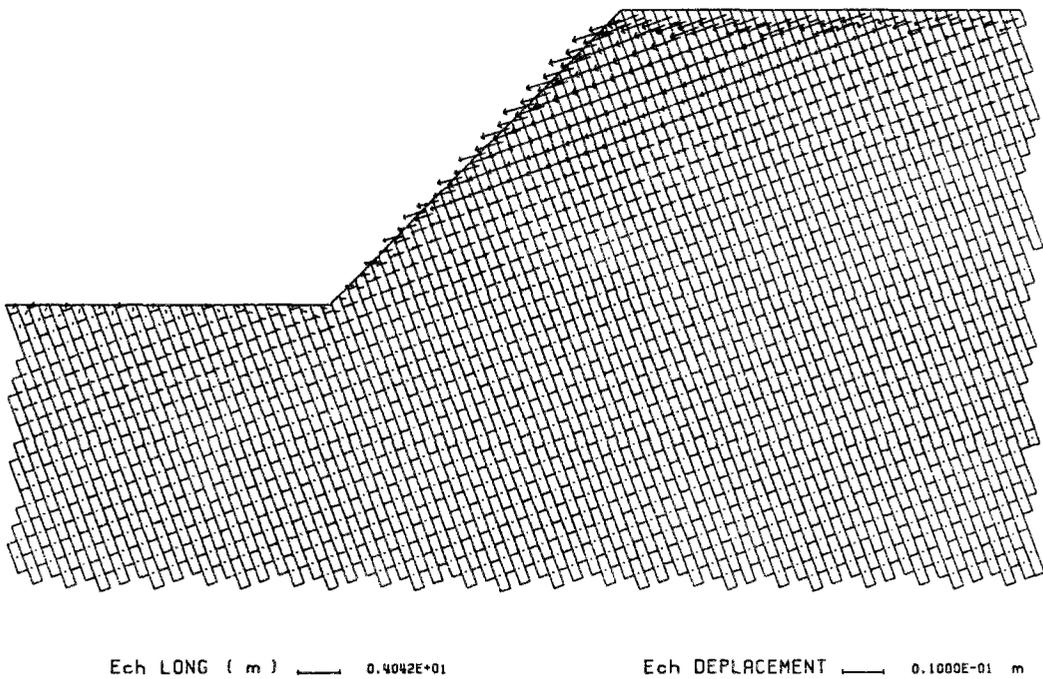
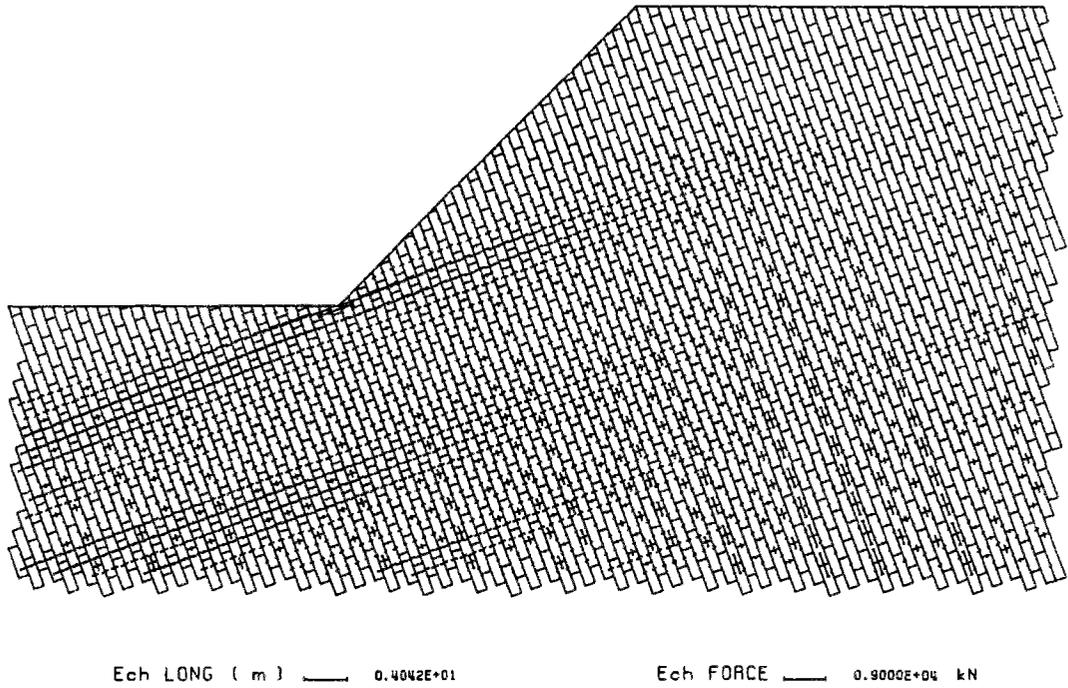


Figure 4.26: Effet du déchargement sur la distribution des efforts et des déplacements dans le cas d'une excavation à gauche.

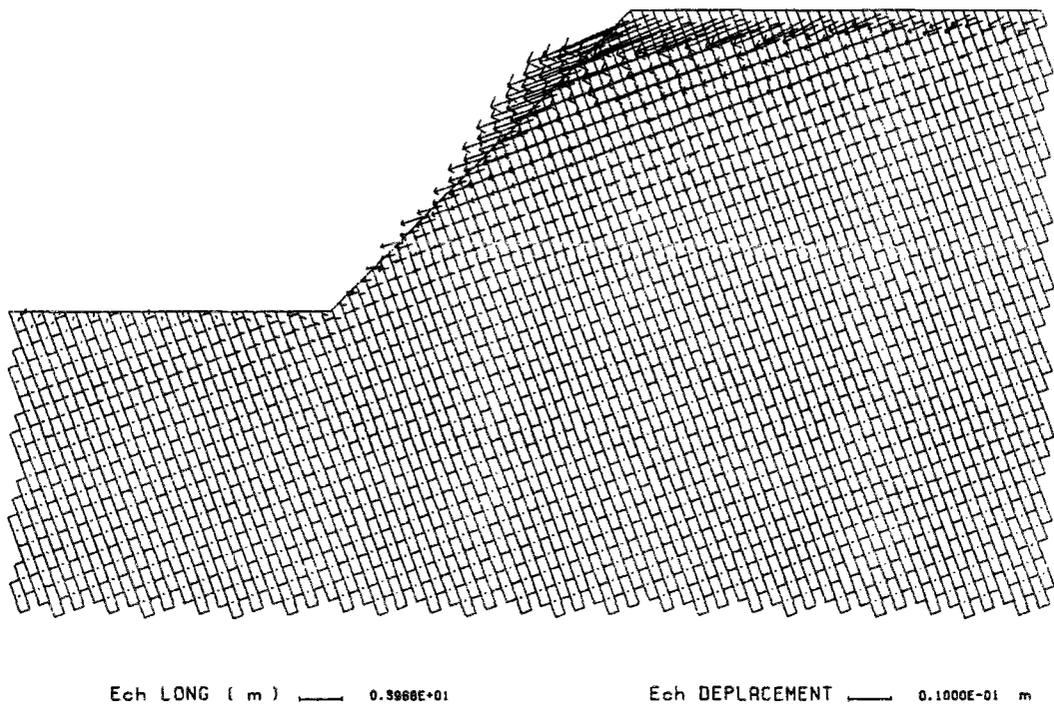
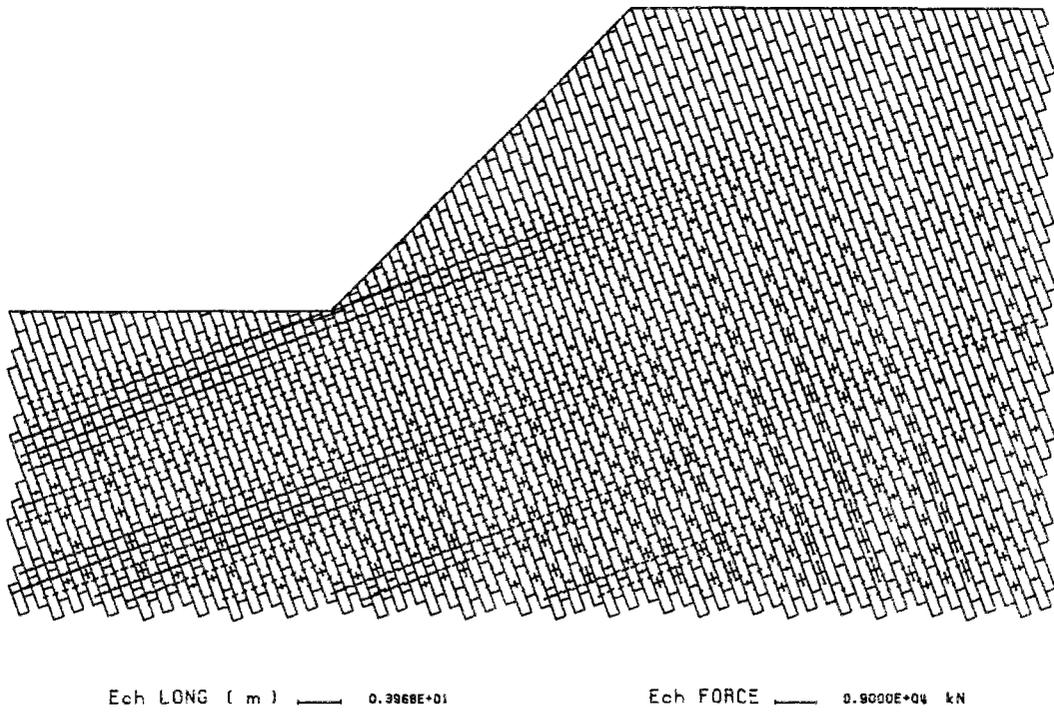


Figure 4.27: Effet de la rupture en plasticité sur le déplacement des blocs.

Comme dernière analyse de stabilité de talus, nous avons considéré le cas où la famille de discontinuités infinies présente une même orientation avec un plus faible pendage que la pente du talus (angle de 15 degrés). Dans cette étude, nous avons utilisé la même taille du domaine, la même géométrie du talus et les mêmes paramètres mécaniques que dans le cas précédent. Le milieu a été initialement soumis à son poids propre en introduisant une succession de joints modélisant la surface de l'excavation. Il a été ensuite soumis à un déchargement ce qui a provoqué le déplacement des blocs comme le montre la figure 4.28.

Dans ce dernier exemple, la structure géologique est responsable d'un mécanisme de déformation et de rupture, de type rupture plane. Les vecteurs déplacement illustrent bien ce mécanisme.

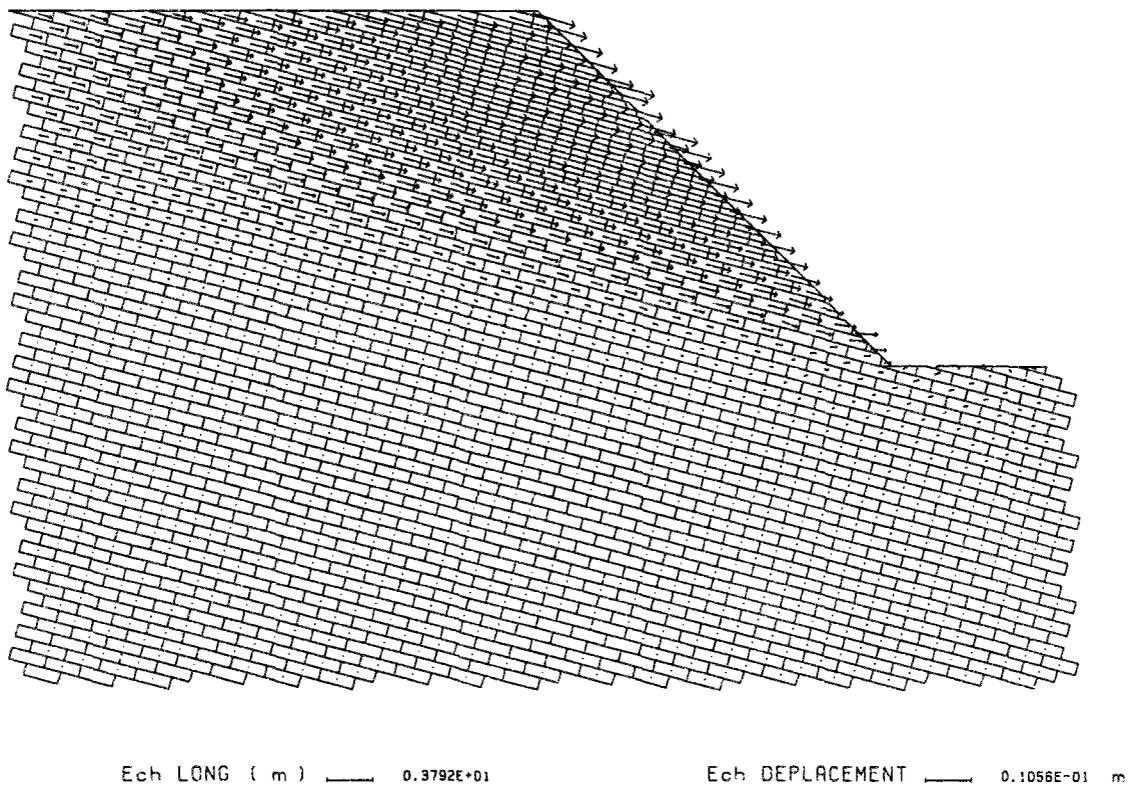


Figure 4.28: Déplacement des blocs dans le cas d'une famille infinie inclinée de 15°.

Ces applications montrent que le modèle BRIG3D permet d'analyser la déformation d'une pente dans un massif rocheux fissuré. Il convient, cependant, de bien choisir la taille du modèle pour éviter l'influence des bords sur les résultats de calcul. Cette taille dépend des caractéristiques géométriques des discontinuités et de leurs caractéristiques mécaniques.

## 5 Analyse du comportement hydro-mécanique de massifs rocheux fissurés

Grâce au modèle d'écoulement incorporé dans le code de calcul BRIG3D, nous avons étudié le comportement hydro-mécanique d'un milieu discontinu en s'appuyant sur deux exemples de massifs rocheux fissurés. Comme dans la plupart des applications présentées dans ce mémoire, nous avons construit la géométrie de chacun des ces massifs à partir de deux familles de discontinuités, l'une étant finie et l'autre infinie. Dans le premier exemple que nous traitons la famille infinie est verticale. Pour les autres exemples, cette famille est inclinée de 70 degrés par rapport à l'horizontale.

Dans ces exemples, nous nous sommes particulièrement intéressés à l'influence d'un barrage sur le comportement hydro-mécanique d'un massif rocheux. L'effet de cet ouvrage est schématisé par une force de chargement à la surface du massif représentant le poids du barrage et la poussée de la retenue. Il est également schématisé par une différence de charge imposée en surface entre l'amont et l'aval de la zone chargée (ou du barrage).

Dans l'analyse précédente, nous avons montré l'influence de la taille du domaine sur la distribution des efforts. Cependant, les « sites de barrages » que nous considérons ne font que 20 mètres de longueur sur 10 mètres de hauteur (pour une épaisseur de 1 mètre). Ces faibles dimensions sont choisies afin de réduire le temps de calcul lors de la résolution de l'écoulement aux interfaces des blocs.

Dans cette section, les blocs de roches sont supposés pesants avec un poids volumique de  $27 \text{ kN/m}^3$  et le chargement du massif est réduit à une force ponctuelle appliquée au centre de gravité d'un bloc en surface. Le calcul des pressions d'écoulement sur les blocs se fait à l'aide d'un poids volumique de l'eau égal à  $10 \text{ kN/m}^3$ .

Pour modéliser la déformation du massif, nous avons affectés aux joints les paramètres mécaniques suivants :

- joints situés à l'intérieur du milieu (comportement hyperbolique en compression et bilinéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 100 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,1 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
  - $\phi = 35 \text{ degrés}$ ,
- joints situés aux limites latérales du modèle (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :
  - $K_t = 0,001 \text{ MPa/m}$ ,
  - $K_{ni} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
  - $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$  ;
- joints situés à la base du modèle (comportement hyperbolique en compression et linéaire en cisaillement) :

- $K_t = 1000 \text{ MPa/m}$ ,
- $K_{ri} = 0,5 \text{ MPa/m}$ ,
- $\epsilon_{max} = 0,001 \text{ m}$ .

Pour simuler l'écoulement aux interfaces des blocs, nous supposons que les fractures ont le même comportement hydraulique régi par une loi cubique tenant compte d'un écoulement résiduel à travers les fractures. Les conductivités initiales sont calculées à partir d'une ouverture hydraulique initiale de 0,002 m et les conductivités résiduelles correspondent à une ouverture résiduelle de 0,001 m.

Comme nous le présenterons plus loin, nous considérons de faibles chargements mécaniques et de faibles hauteurs d'eau afin de limiter les effets de bords.

Dans ce qui suit nous exposerons les différents cas traités ainsi que les résultats auxquels nous avons abouti.

## 5.1 Écoulement dans un réseau de fractures symétrique

Cette application sert comme vérification du modèle d'écoulement introduit dans le logiciel BRIG3D. Comme le montre la figure 4.29, le réseau d'écoulement et les conditions aux limites hydrauliques présentent une symétrie axiale. La circulation de l'eau dans le massif est créée par une différence de charge hydraulique de 5 mètres imposée en surface (fig. 4.29).

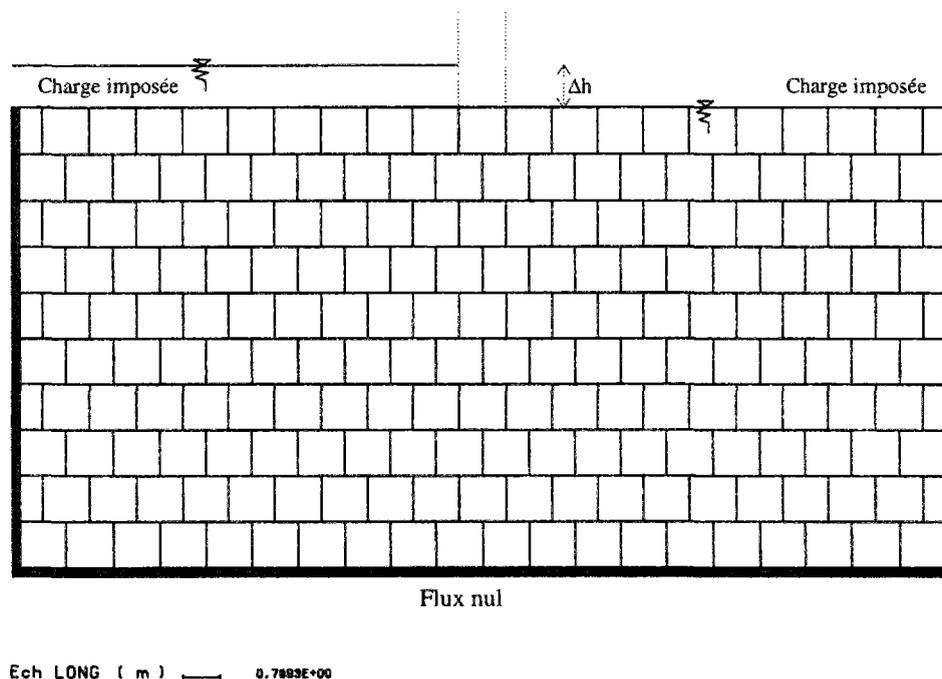


Figure 4.29: Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées pour vérifier le modèle d'écoulement.

Sur la figure 4.30a, nous avons tracé les équipotentielles produites par l'écoulement dans le réseau de fractures étudié. Les charges aux noeuds sont calculées en supposant que ces fractures ont la même conductivité hydraulique. Nous constatons que les lignes équipotentielles conservent la symétrie imposée dans ce problème.

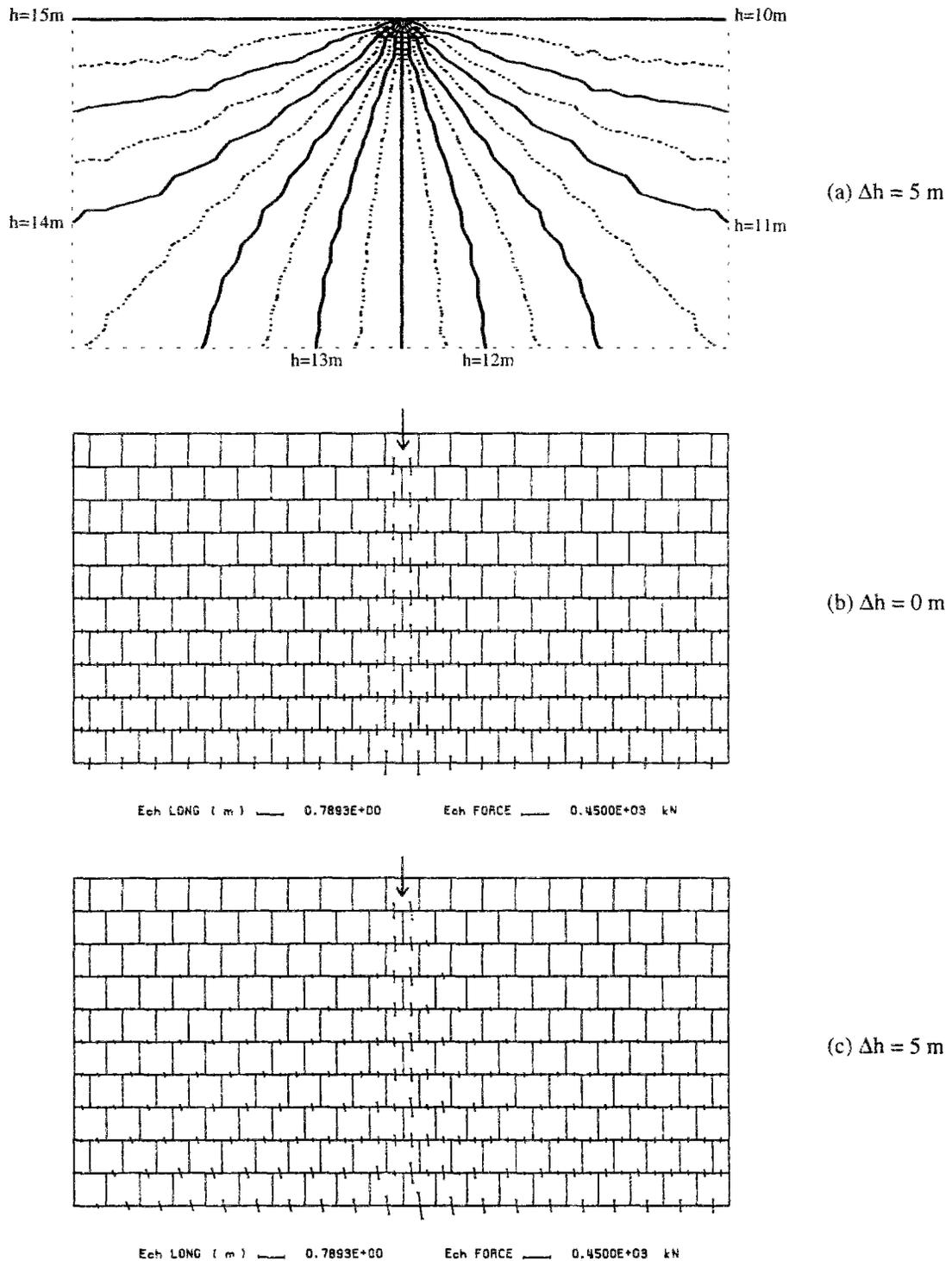


Figure 4.30: (a) Lignes équipotentielles, (b) Distribution des forces sur les joints pour une différence de charges nulle, (c) Distribution des forces sur les joints pour une différence de charges de 5 m.

Bien que ne représentant pas un phénomène réel, nous avons complété cette application en examinant l'influence de l'écoulement sur la propagation à l'intérieur d'un massif d'un chargement vertical appliqué en surface (à l'équilibre hydro-mécanique). Pour éviter le soulèvement des blocs sous l'effet des pressions d'eau, nous avons supposé, comme il est annoncé plus haut, que les blocs sont pesants.

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.30c. Il s'agit des forces résultantes sur les joints sous l'effet du poids, du chargement en surface et des pressions d'eau. Par référence aux cas similaires présentés au début de ce chapitre, nous constatons une rotation des blocs et une déviation des forces dirigée dans le sens de l'écoulement par rapport à une situation où la différence de charge hydraulique en surface est nulle (fig. 4.30b).

## 5.2 Influence du sens de l'écoulement sur la distribution des efforts dans un milieu fissuré

La géométrie du massif, le chargement en surface et les conditions de charges et de flux aux limites du massif sont illustrés sur la figure 4.31. Les conditions de charges hydrauliques sont imposées en prenant comme plan horizontal de référence la base du massif.

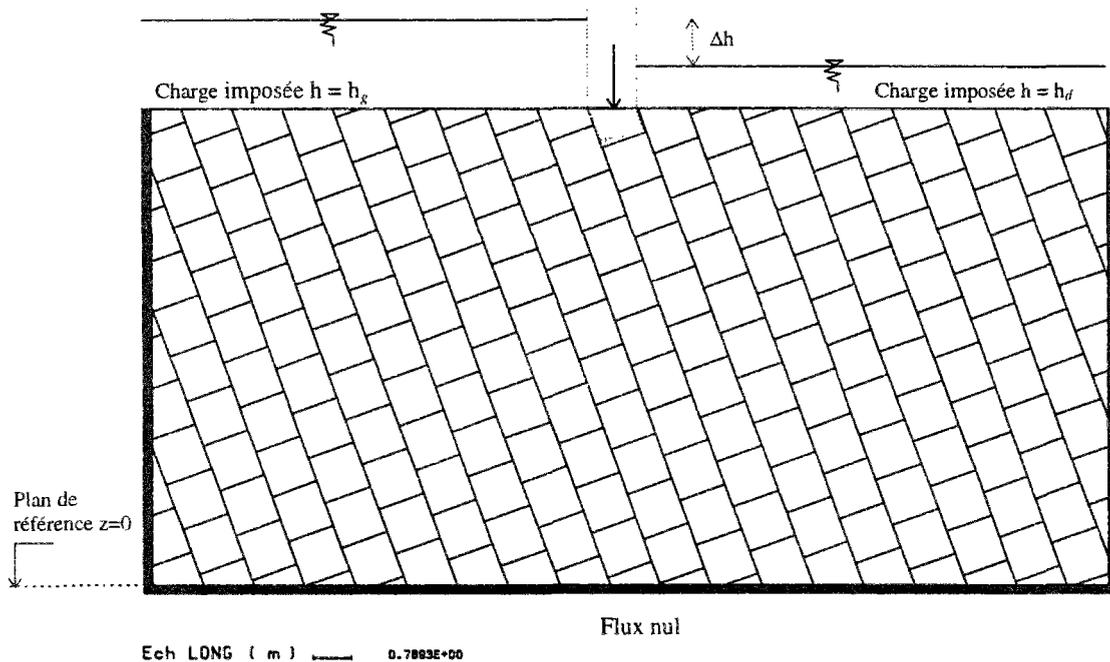
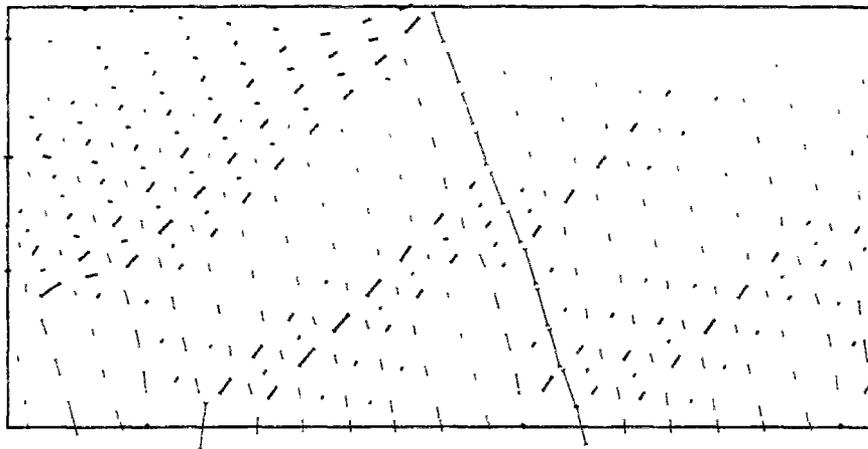
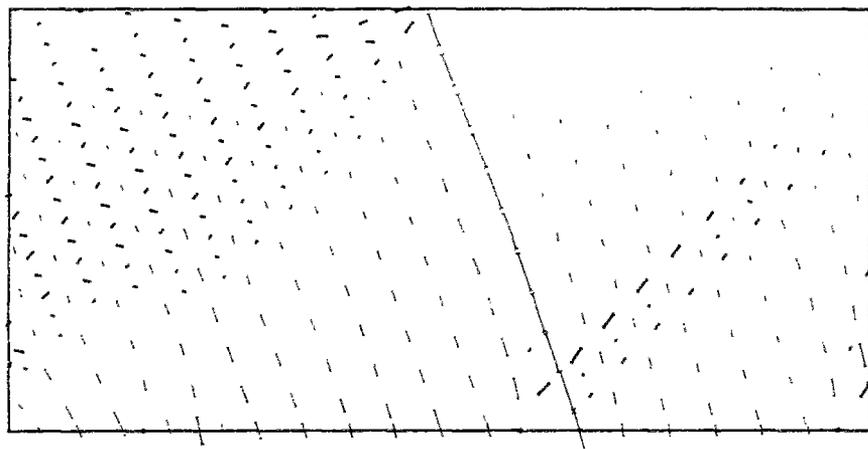


Figure 4.31: Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées.

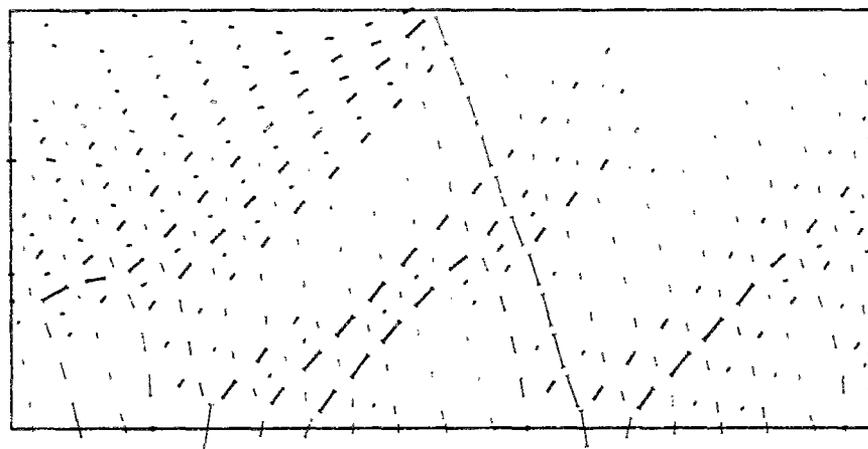
Nous nous intéressons à la distribution des efforts dans le massif sous l'effet de la gravité, d'une force verticale de 500 kN appliquée en surface (bloc grisé sur la figure) et des pressions d'eau. Celles-ci sont évaluées pour trois situations différentes. Comme dans l'exemple précédent, cette étude ne correspond pas exactement à un phénomène réel puisqu'on néglige la poussée de l'eau sur l'ouvrage qui crée la différence de charge en surface.



(a)  $h_g = 10$  m  
 $h_d = 10$  m



(b)  $h_g = 15$  m  
 $h_d = 10$  m



(c)  $h_g = 10$  m  
 $h_d = 15$  m

Figure 4.32: Distribution des contraintes sur les joints en fonction du sens de l'écoulement. Le trait fin correspond aux contraintes sur les diaclases. Le trait épais correspond aux contraintes sur les fractures continues.

Dans un premier cas, nous considérons un niveau d'eau constant à la surface du massif. Ceci correspond à  $h_g = h_d = 10$  m, en désignant par  $h_g$  et  $h_d$  les charges hydrauliques, respectivement, à gauche et à droite du bloc chargé (grisé sur la figure 4.31). Dans un second cas, nous imposons un niveau d'eau plus élevé à gauche qu'à droite ( $h_g = 15$  m et  $h_d = 10$  m). Cette situation est inversée dans un troisième et dernier cas traité dans cette partie.

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.32. Celle-ci montre la distribution des contraintes sur les joints en fonction du cas considéré. Pour la lisibilité de cette figure, nous ne traçons que les contraintes sur les joints et le contour extérieur du domaine étudié.

Dans le premier cas, le massif est soumis à son poids propre déjaugé et au chargement vertical en surface. Sur la figure 4.32a, nous constatons une augmentation avec la profondeur des contraintes sur les joints liée à la gravité. Nous distinguons également la propagation de la charge, appliquée en surface, selon deux directions préférentielles. Comme nous l'avons déjà montré, ces deux directions sont en relation avec la fracturation du milieu. Nous notons, aussi, l'apparition d'arcs-boutements liée probablement à l'effet du poids et aux faibles dimensions du domaine.

Ces arcs-boutements disparaissent en partie dans le cas d'un écoulement de gauche vers la droite. La différence de pression entre les faces amont et aval du bloc chargé réduit l'aspect bilobé qui caractérise la distribution, à l'intérieur du massif, des contraintes induites par le chargement en surface.

La répartition des contraintes sur les joints, pour un écoulement de droite vers la gauche, s'apparente plus avec le premier cas. La perte de charge dans ce sens augmente les effets d'arc-boutement et crée parfois des zones fortement comprimées. Finalement, la différence de pression entre la face amont et la face aval du bloc chargé renforce l'aspect bilobé des bulbes de contraintes induites par le chargement en surface.

### **5.3 Influence de la poussée du barrage sur le comportement hydro-mécanique d'un massif fissuré**

Pour rendre compte de cet effet, nous avons considéré que la force de chargement en surface est inclinée. La composante verticale correspond au poids d'un barrage et la composante horizontale correspond à la poussée de la retenue sur ce barrage.

La géométrie du massif est la même que dans l'exemple précédent. Le chargement en surface et les conditions de charges et de flux aux limites du massif sont représentés sur la figure 4.33. Par rapport à l'application précédente, la zone de chargement en surface est déplacée vers la gauche (bloc grisé sur la figure 4.33) afin d'augmenter la distance entre cette zone et le bord droit du massif. En outre, nous avons considéré que la zone d'emprise du barrage est étanche.

A l'amont du barrage, nous considérons deux hauteurs d'eau différentes. Dans un premier cas, nous supposons que la hauteur d'eau est égale à 5 mètres induisant une force horizontale de poussée de 125 kN. Dans un deuxième cas, nous supposons que cette hauteur est égale à 10 mètres induisant une force horizontale de poussée de 500 kN. Pour ces deux cas, la surface libre de l'eau à l'aval du barrage est supposée confondue avec la surface

libre du massif et la force verticale représentant le poids du barrage est fixée à 300 kN.

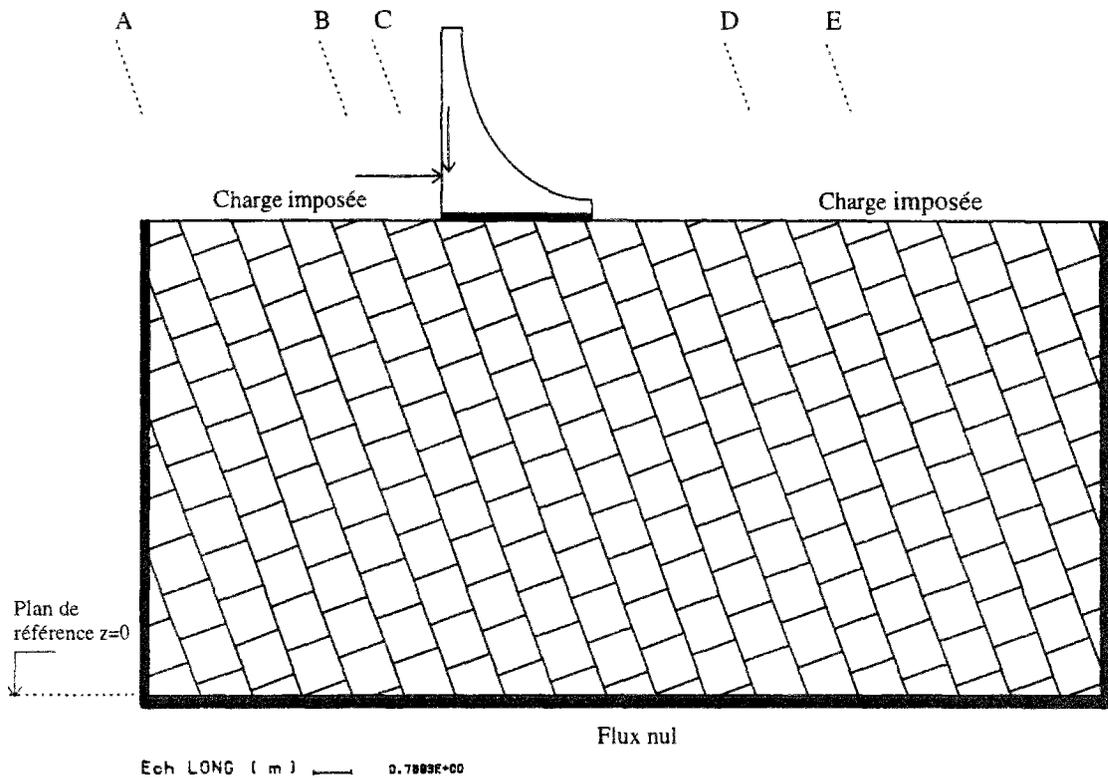
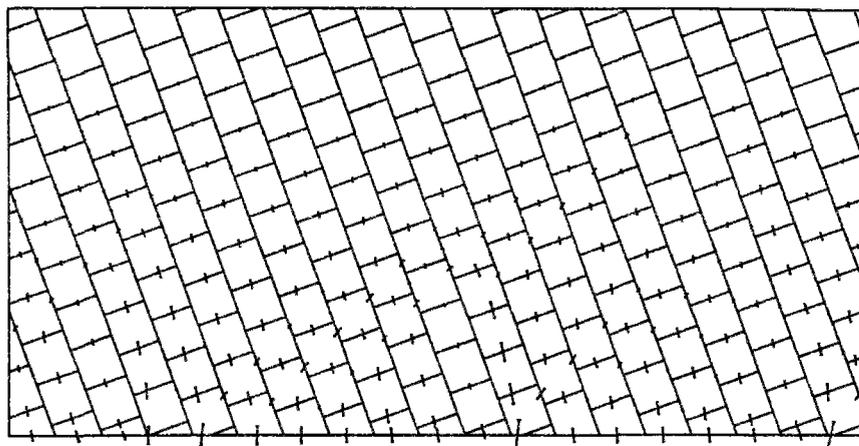


Figure 4.33: Géométrie du massif et conditions aux limites utilisées.

Sur les figures 4.34b et 4.34c, nous illustrons la distribution des forces sur les joints obtenue pour des différences de charges hydrauliques respectives de 5 et de 10 mètres. La figure 4.34a concerne la distribution de ces efforts dans le cas où le massif est soumis uniquement à son poids propre déjaugé.

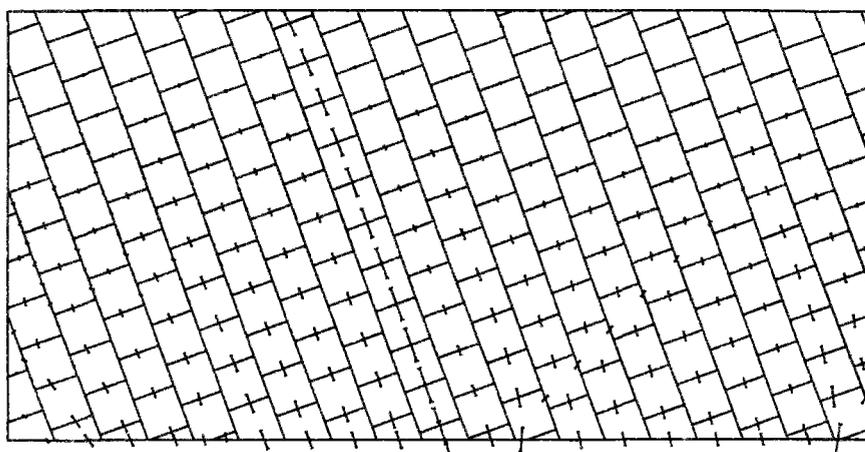
Dans le cas où le niveau de l'eau dans la retenue est de 5 mètres, la force de chargement (poids et poussée du barrage) a une inclinaison de l'ordre de 67 degrés par rapport à l'horizontale. Elle se propage dans le massif presque parallèlement aux fractures continues. Dans le second cas, l'inclinaison de cette force de chargement devient plus faible (31 degrés). Nous constatons alors l'apparition d'une deuxième direction de propagation de cette charge à l'intérieur du massif.

La figure 4.35 montre les cartes des conductivités hydrauliques des fractures obtenues à l'équilibre hydromécanique. Ces cartes sont tracées par rapport à la conductivité hydraulique résiduelle assignée aux fractures, notée  $K_{res}$ . Une fracture ayant une conductivité hydraulique inférieure à  $2 K_{res}$  n'est pas tracée. Si elle a une conductivité hydraulique comprise entre  $2 K_{res}$  et  $10 K_{res}$ , elle est tracée avec une épaisseur de trait proportionnelle à sa conductivité hydraulique. Les fractures ayant une conductivité hydraulique supérieure à  $10 K_{res}$  ont la même épaisseur de trait que celle ayant une conductivité hydraulique de  $10 K_{res}$ .



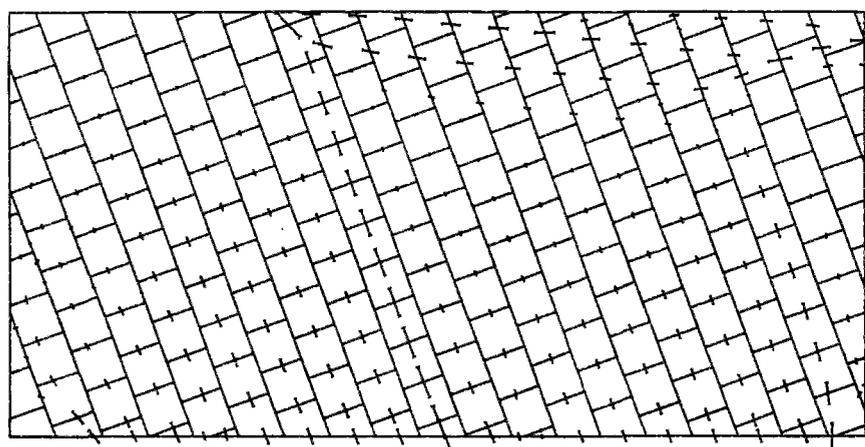
(a)  $\Delta h = 0$  m

Ech LONG ( m ) — 0.7894E+00      Ech FORCE — 0.4500E+03 kN



(b)  $\Delta h = 5$  m

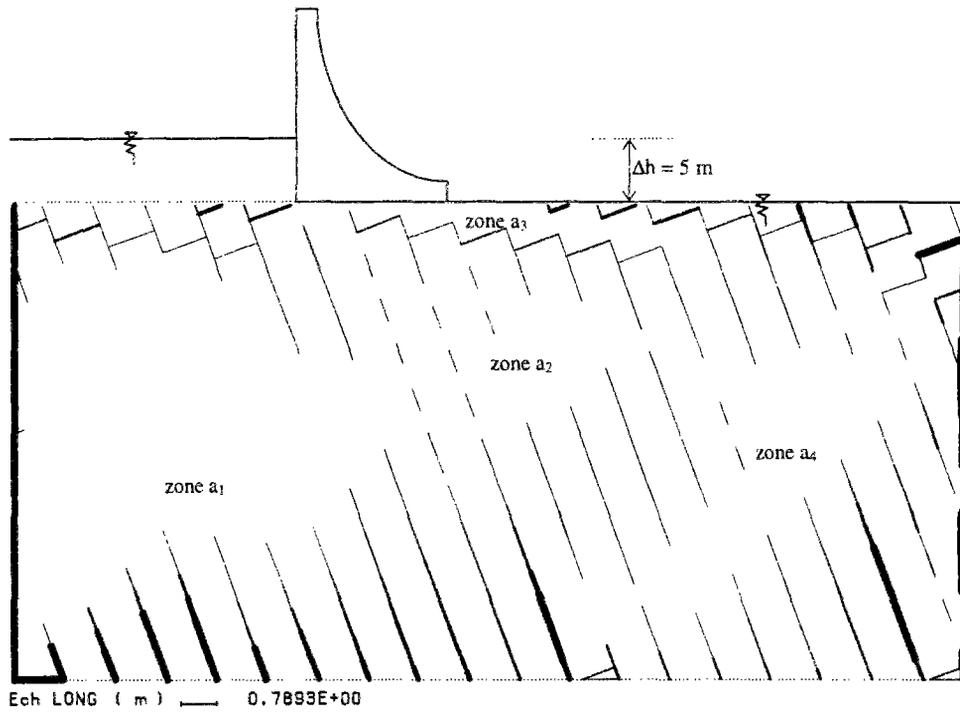
Ech LONG ( m ) — 0.7893E+00      Ech FORCE — 0.4500E+03 kN



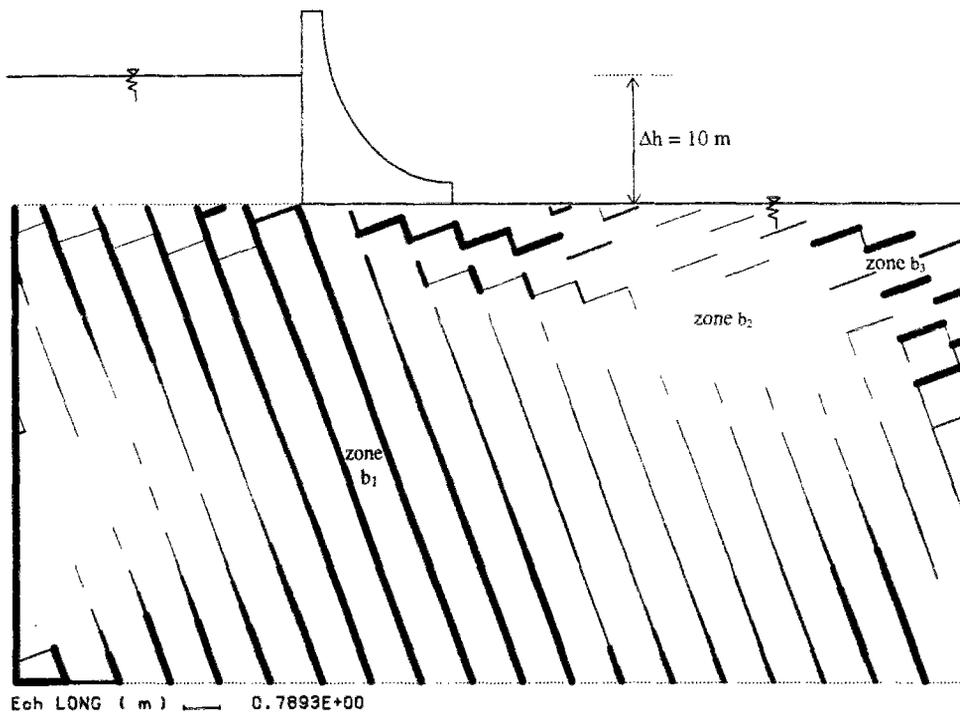
(c)  $\Delta h = 10$  m

Ech LONG ( m ) — 0.7893E+00      Ech FORCE — 0.4500E+03 kN

Figure 4.34: Distribution des forces sur les joints en fonction de la différence de charges hydrauliques en surface. Dans le cas (a), le massif est soumis uniquement à son poids déjaugé.



(a)



(b)

Figure 4.35: Cartes de conductivité hydraulique des fractures. (a) Cas d'une hauteur d'eau de 5 m, (b) Cas d'une hauteur d'eau de 10 m.

Dans les deux cas traités, la distribution de la conductivité hydraulique des fractures finies est presque homogène et inférieure à  $2 K_{res}$  en profondeur. Ceci est dû à l'effet du poids qui comprime ce type de discontinuités; leur fermeture est très proche de la fermeture maximale.

Les fractures appartenant à la famille de discontinuités continues présentent au contraire une hétérogénéité dans la distribution de leur conductivité hydraulique. Cette distribution varie, en outre, avec la hauteur de l'eau dans le réservoir. Sur la figure 4.35a et dans le cas d'une hauteur d'eau de 5 mètres, nous désignons par  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $a_4$  les zones contenant des fractures inclinées de 70 degrés et présentant une conductivité hydraulique inférieure à  $2 K_{res}$  :

- $a_1$  et  $a_2$  correspondent aux fractures fortement comprimées sous l'effet du poids ;
- $a_3$  correspond aux fractures fortement comprimée à cause de la pression imposée et qui s'applique sur la face amont du bloc chargé;
- $a_4$  correspond aux fortes compressions (fig. 4.34) liées probablement à l'effet du poids et des conditions de déplacement aux limites du massif. Ces compressions disparaissent dans le deuxième cas traité.

Par comparaison des deux cartes, nous constatons que l'augmentation de la hauteur d'eau dans la retenue engendre une augmentation de la conductivité hydraulique des fractures continues de la zone  $a_1$ . En effet, l'augmentation de la poussée du barrage entraîne l'ouverture de la fissure à son pied amont. Il s'en suit une décompression du massif et une augmentation de l'ouverture hydraulique des fractures continues derrière cette fissure.

Cette augmentation de la poussée du barrage incline davantage la charge appliquée en surface et fait apparaître, comme nous l'avons déjà signalé, une deuxième direction très marquée de propagation de cette charge dans le milieu. La transmission des efforts dans cette direction se fait à travers les fractures continues qui deviennent donc fortement comprimées. Il s'agit des fractures non tracées de la zone  $b_2$  (fig. 4.35b).

Finalement, nous observons une augmentation des conductivités hydrauliques des fractures finies de la zone  $b_3$  (fig. 4.35b). Ceci correspond au soulèvement des blocs sous l'effet des grandes pressions d'eau liées, comme nous l'expliquerons plus loin, au fort gradient hydraulique dans cette zone.

Dans une tentative d'explication de la rupture du barrage de Malpasset (France), Bernaix [1967] suppose que la création d'une zone fortement comprimée, due à la poussée de la retenue, a rendu étanche la zone d'appui du barrage. Il s'est formé ainsi un écran qui a été soumis à la totalité de la charge hydraulique de la retenue (fig. 4.36).

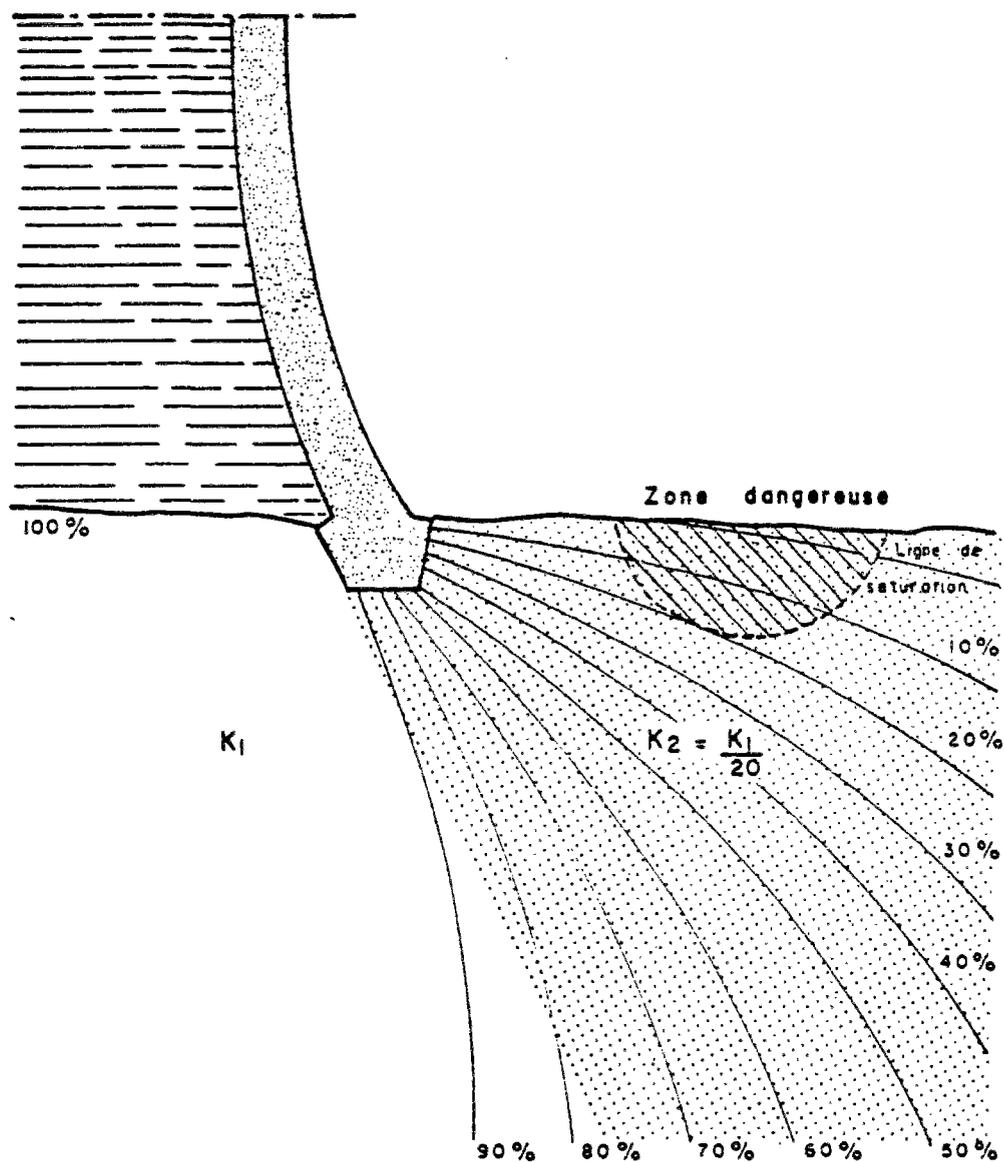


Figure 4.36: Allure du réseau d'écoulement lorsque la perméabilité décroît avec les contraintes de compression (d'après Bernaix [1967]).

La figure 4.37 montre les lignes des équipotentiels que nous avons obtenues dans les deux exemples que nous avons traités. La figure 4.37a correspond aux équipotentiels dans un réseau de fractures à conductivité hydraulique uniforme et pour une différence de charge donnée. Les figures 4.37b et 4.37c correspondent aux lignes équipotentiels à l'équilibre hydromécanique et pour une différence de charge de 5 mètres et de 10 mètres respectivement.

Ces illustrations montrent clairement le déplacement vers l'aval des équipotentiels. Ce déplacement augmente avec l'augmentation de la hauteur d'eau dans la retenue. Il s'en suit, comme le montre la figure 4.38a, une augmentation des pressions le long des discontinuités A, B et C repérées sur la figure 4.33.

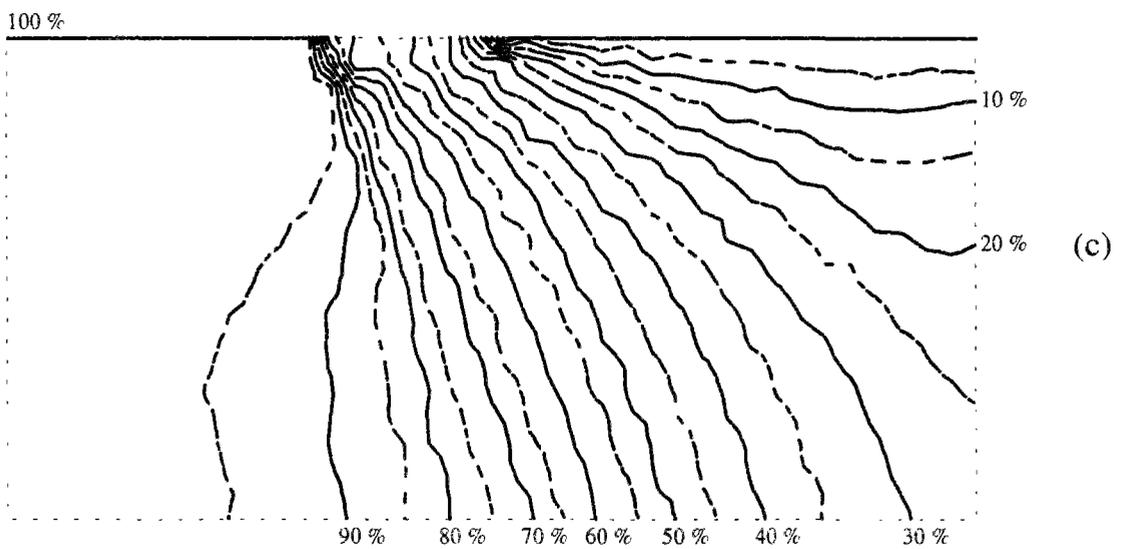
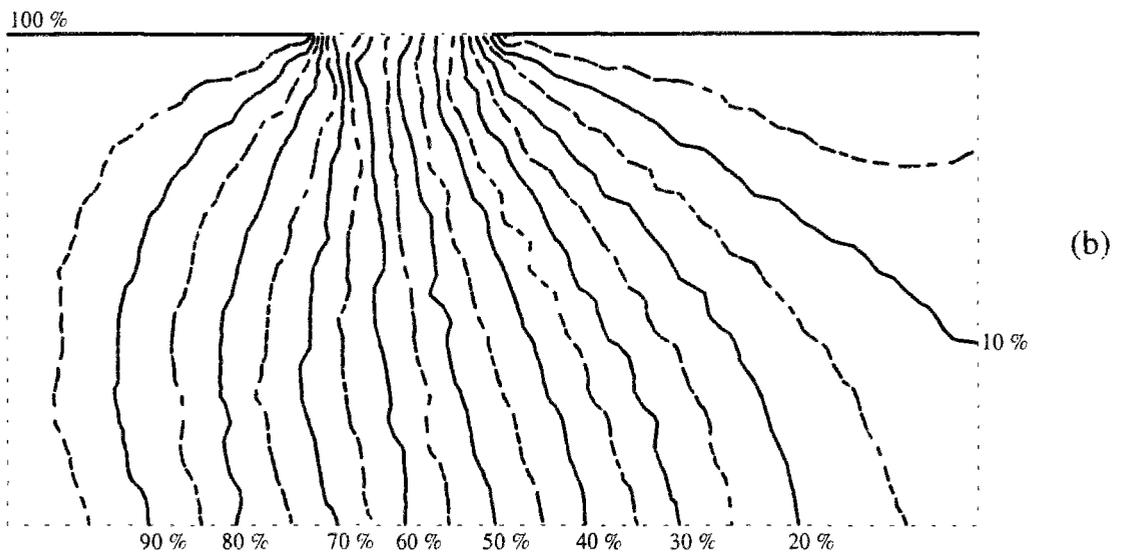
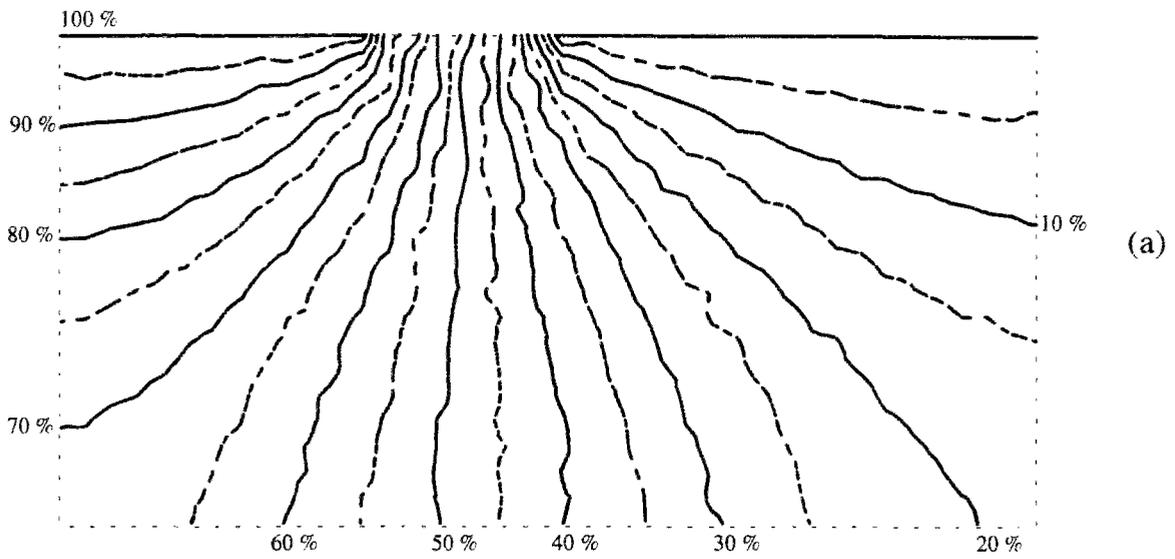
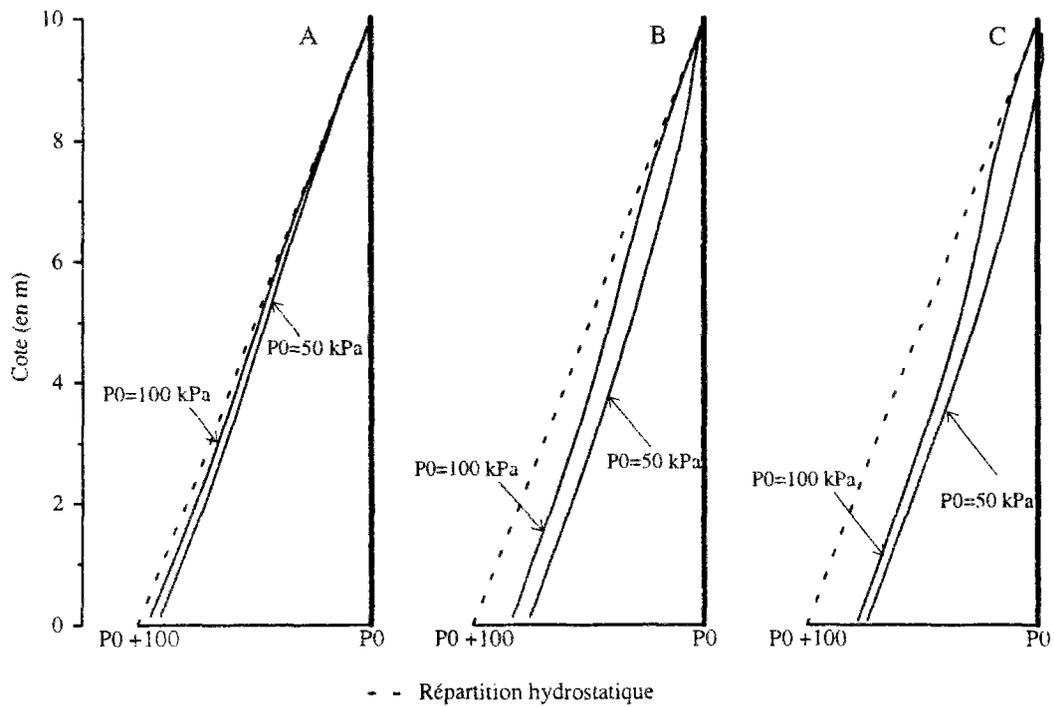
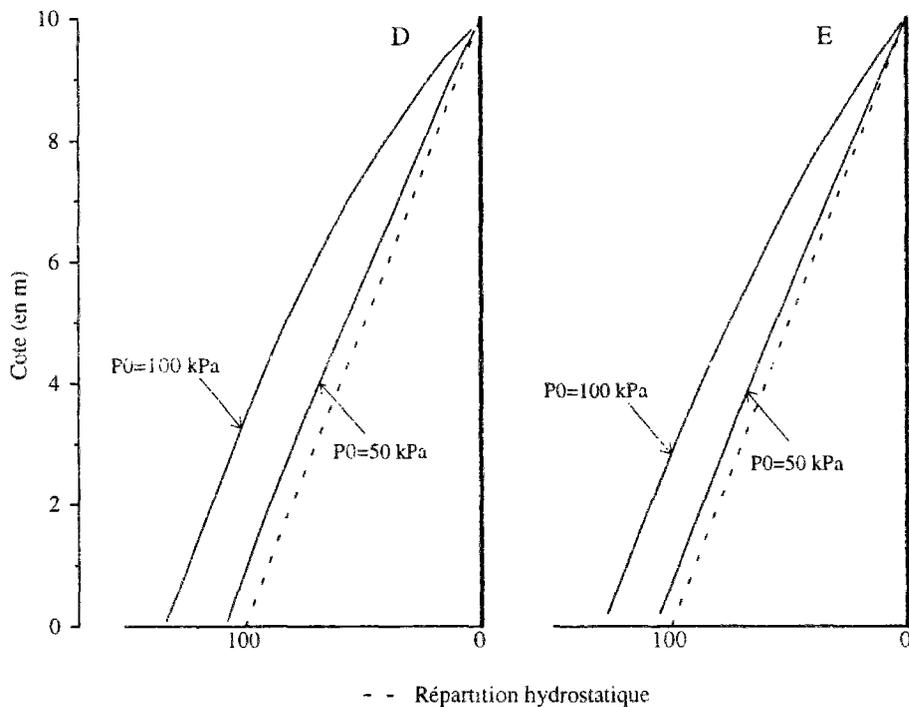


Figure 4.37: (a) Equipotentielles dans un réseau de fractures à conductivités hydrauliques constantes, (b) Equipotentielles à l'équilibre hydromécanique pour  $\Delta h = 5$  m, (c) Equipotentielles à l'équilibre hydromécanique pour  $\Delta h = 10$  m.



(a) Amont du barrage



(b) Aval du barrage

Figure 4.38: Pressions exercées par l'eau le long des discontinuités A, B, C, D et E ( $P_0$  désigne la pression au niveau du pied amont du barrage liée à la charge de la retenue).

A l'amont du barrage, la distribution des pressions le long des fractures continues tend donc à s'approcher de la distribution hydrostatique. Le resserrement des équipotentiels vers l'aval, crée de fort gradient hydraulique dans cette zone. Les pressions le long des fractures C et D tendent donc à s'éloigner de la distribution hydrostatique (fig. 4.38b).

## 6 Conclusion

Lors de ces applications réalisées avec la nouvelle version du logiciel BRIG3D, une importance particulière a été accordée à l'analyse qualitative de la distribution des efforts sur les joints sous l'effet d'un chargement extérieur, du poids propre ou d'un déchargement. Nous avons montré, en particulier, que la diffusion ou la concentration des efforts dans le cas d'un chargement extérieur dépendait de l'orientation des fractures par rapport au chargement mais également des caractéristiques mécaniques des joints rocheux (fermeture, rigidité, etc.). Ainsi, nous avons mis en évidence une équivalence entre un grand rapport de rigidités (normale et tangentielle) et un faible angle de frottement interne.

Nous avons également analysé le comportement hydro-mécanique d'un massif dans une situation similaire à celle d'une fondation de barrage. Bien que les dimensions du domaine et les hauteurs d'eau considérées soient faibles, les calculs montrent que la poussée de la retenue provoque l'ouverture d'une fissure située à l'amont immédiat du barrage qui s'accompagne d'une décompression du massif en amont de cette fissure. La charge apportée par le barrage crée à l'intérieur du massif des zones fortement comprimées et donc faiblement conductrices. Ce phénomène modifie l'allure des équipotentiels et explique les faibles pertes de charge produites en amont de cette zone comprimée.

L'augmentation du niveau d'eau dans la retenue entraîne un resserrement des lignes équipotentiels vers l'aval et donc d'une augmentation du gradient hydraulique dans cette zone. Il s'en suit une apparition de grandes pressions d'eau entraînant l'ouverture de quelques fissures proches de la surface en aval du massif.

Du logiciel BRIG3D, comme de tout autre modèle en géomécanique, deux aspects différents peuvent être retenus. Nous citons, d'abord, l'aspect qualitatif des informations qu'il donne et qui nous aide à identifier le comportement d'ensemble du massif. Il y a également l'aspect quantitatif des résultats qu'il fournit. Ces résultats sont cependant très dépendants de la qualité du modèle géométrique et du modèle géomécanique par rapport à la réalité de l'objet géologique très complexe qu'est un massif rocheux.

Le logiciel BRIG3D est un modèle de Blocs RIGides en 3 Dimensions. Cependant, toutes les applications que nous avons traitées sont en deux dimensions et les raisons d'un tel choix sont nombreuses :

- l'interprétation des résultats déjà délicate en deux dimensions est encore plus complexe en trois dimensions ;
- cette interprétation s'appuie en général sur les représentations graphiques de champs de forces sur les joints et de déplacements des blocs qui sont souvent illisibles en trois dimensions ;
- le bidimensionnel est un domaine qui n'est pas totalement exploré.



# Conclusion

Les déformations d'un massif rocheux fissuré dépendent du réseau de fractures, des comportements mécaniques de la matrice rocheuse et des discontinuités. Dans ce travail de recherche, nous avons amélioré et étendu un code de calcul par éléments discrets développé au Centre de Géologie de l'Ingénieur (BRIG3D). Ce logiciel considère que les blocs de roche sont rigides et que les déformations d'un massif sont localisées aux interfaces de ces blocs. Ces interfaces, appelées joints, sont caractérisées par des lois de comportement normale et tangentielle et leurs déformations sont calculées à partir des déplacements relatifs des deux faces de blocs limitant chaque joint. Les blocs étant rigides, ces déformations sont donc liées aux déplacements des blocs qui constituent les inconnues principales du problème. La minimisation de l'énergie potentielle totale du système de blocs, écrite sous une forme linéarisée, permet d'aboutir à un système d'équations linéaires caractérisé par une matrice symétrique.

Dans sa première version, ce modèle considérait que les joints suivaient le mouvement de l'un des deux blocs qui les constituaient. Le choix des blocs en question dépendait de la manière de numéroter les blocs du massif. Ce modèle supposait, en outre, que les déformations et donc les contraintes sur un joint étaient uniformes. Ceci était lié à une formulation incrémentale du problème. Cette hypothèse influençait la position des blocs à l'équilibre et pouvait empêcher dans certaines situations la convergence des calculs vers un état d'équilibre ainsi que nous l'avons montré dans les exemples du chapitre 2.

Les améliorations, que nous avons introduites, portent sur la formulation mécanique de BRIG3D. En particulier, nous nous sommes attachés à définir d'une manière intrinsèque la position et l'orientation des joints après déplacement des blocs. Nous avons utilisé le champ de déformation au niveau des joints pour évaluer les efforts de contact. Ces efforts tiennent compte de l'équilibre des moments aux centres de gravité des blocs. Le cadre du modèle étant tridimensionnel, chaque joint possède quatre degrés de liberté (un déplacement normal, les deux composantes du déplacement tangentiel et une rotation autour de la normale au joint), nous avons introduit un nouveau mode de plastification des joints lié au mouvement de rotation dans le plan des joints.

Nous avons aussi essayé de prendre en compte une rigidité normale locale au lieu d'une rigidité normale globale liée au déplacement normal moyen. Cette formulation n'a pu être réalisée suite à des problèmes de convergences numériques. Une telle formulation totalement locale des déformations et des contraintes, introduit, ainsi que nous l'avons illustrée au chapitre 2, une moindre rotation des blocs liée à une distribution non-linéaire des contraintes normales sur les joints.

L'extension de ce logiciel concerne aussi le développement et l'incorporation d'une métho-

de d'éléments frontières pour modéliser un écoulement plan laminaire et permanent dans le réseau de fractures. L'écoulement à travers les fractures est régi par une loi cubique dont l'ouverture hydraulique est fonction du déplacement relatif entre les blocs.

A titre d'exemples d'applications de cette nouvelle version du logiciel, nous avons principalement examiné la distribution des efforts, induits par un chargement en surface, au niveau des joints. Une étude paramétrique a été effectuée pour des réseaux de fractures, d'orientation différente. Cette étude a bien mis en évidence le caractère anisotrope des massifs rocheux. Nous avons montré, en particulier, l'influence des paramètres mécaniques sur la concentration ou non des efforts dans certaines directions. Ce phénomène dépend du rapport entre les rigidités normale et tangentielle des joints ou, plus généralement, de la capacité des joints à créer ou à supporter les contraintes inclinées. D'où une analogie de comportement des massifs présentant un fort rapport  $K_n/K_t$  et un faible angle de frottement au niveau de leurs discontinuités.

Nous avons également analysé le comportement hydromécanique d'un massif rocheux fissuré en considérant une situation proche de celle d'une fondation de barrage. Nous avons montré, en particulier, l'influence du sens de l'écoulement sur la distribution des contraintes sur les joints, en relation avec la structure géologique du milieu. De plus, nous avons mis en évidence l'effet de la poussée de la retenue sur les discontinuités situées à l'aval du barrage. Cette poussée induit une diminution de la conductivité hydraulique dans cette zone dès lors que la résultante de l'action de l'ouvrage est inclinée. Il s'en suit un resserrement des lignes équipotentielles vers l'aval. L'augmentation de cette poussée favorise l'ouverture de la discontinuité située au pied du barrage qui induit une décompression du massif en amont de cet ouvrage. L'association de cette décompression et du développement d'une zone, sous le barrage, à faible conductivité hydraulique, induit de faibles pertes de charges en amont. Le resserrement des lignes équipotentielles vers l'aval produit à proximité de la surface du massif de forts gradients hydrauliques et, par conséquent, de fortes pressions d'eau qui entraînent l'ouverture des fissures subparallèles à la surface du massif.

Dans le logiciel BRIG3D, un certain nombre de simplifications sont introduites pour modéliser le comportement mécanique des joints rocheux ; en particulier :

- la dilataance des joints n'est pas prise en compte ;
- la résistance au pic et la résistance résiduelle sont supposées confondues ;
- la rigidité tangentielle est supposée indépendante de la contrainte normale appliquée ;
- la rigidité tangentielle est supposée isotrope dans le plan des joints.

Il serait intéressant de prendre en compte ces phénomènes dans les développements ultérieurs du logiciel et d'analyser leurs influences, en particulier sur les cas traités ici.

Il serait, également, intéressant de permettre au modèle de détecter les nouvelles surfaces de contact entre blocs ce qui autoriserait la simulation des grands déplacements.

De même, le modèle d'écoulement néglige l'évolution, dans l'espace, du réseau de plans connectés dans lequel l'eau circule. Il s'agit d'une simplification utilisée sous l'hypothèse des faibles déplacements de ces blocs.

L'ensemble de ces remarques définissent de futures voies de recherche qui concernent soit le développement du modèle, soit des applications plus complexes, 3D en particulier, qui sont effectivement déjà réalisables mais limitées en raison de l'absence de moyens d'analyse des résultats obtenus.



# Annexes

## Annexe 1

Nous définissons ici les composantes de la matrice de passage du repère local au repère global  $[T_{ij}]$ . Nous introduisons, pour ceci, les coordonnées des vecteurs suivants :

$$\vec{n} = n_x \vec{e}_x + n_y \vec{e}_y + n_z \vec{e}_z$$

$$\vec{t}_x = l_x \vec{e}_x + l_y \vec{e}_y + l_z \vec{e}_z$$

$$\vec{t}_y = m_x \vec{e}_x + m_y \vec{e}_y + m_z \vec{e}_z$$

$$\overrightarrow{C_{k-1}G_{p,k}} = x_p \vec{e}_x + y_p \vec{e}_y + z_p \vec{e}_z; (p = i, j)$$

La matrice  $[T_{ij}]$  s'exprime à l'aide de ces différents paramètres de la manière qui suit :

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} [T_i] & 0 \\ 0 & [T_j] \end{bmatrix}$$

avec :

$$[T_p] = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & n_z y_p - n_y z_p & n_x z_p - n_z x_p & n_y x_p - n_x y_p \\ l_x & l_y & l_z & l_z y_p - l_y z_p & l_x z_p - l_z x_p & l_y x_p - l_x y_p \\ m_x & m_y & m_z & m_z y_p - m_y z_p & m_x z_p - m_z x_p & m_y x_p - m_x y_p \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & l_x & l_y & l_z \\ 0 & 0 & 0 & m_x & m_y & m_z \end{bmatrix}; (p = i, j)$$

## Annexe 2

Nous montrons ici que la déformation d'un joint se met sous la forme :

$$\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = \vec{T} + \Lambda \overrightarrow{C_k M_k}$$

avec :

$$\vec{T} = 2(R_{i,k}^{-1} + R_{j,k}^{-1})^{-1} [\vec{u}_{j,k} - \vec{u}_{i,k} + (I - R_{j,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{j,k}C_k} - (I - R_{i,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{i,k}C_k}]$$

et

$$\Lambda = 2(R_{i,k}^{-1} + R_{j,k}^{-1})^{-1}(R_{i,k}^{-1} - R_{j,k}^{-1})$$

Pour ce faire, nous écrivons :

$$\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = \overrightarrow{M_{i,k}M_0} + \overrightarrow{M_0M_{j,k}}$$

ou encore :

$$\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = \vec{u}_{j,k} - \vec{u}_{i,k} + (R_{j,k} - I) \overrightarrow{G_{j,0}M_0} - (R_{i,k} - I) \overrightarrow{G_{i,0}M_0}$$

or :

$$\overrightarrow{G_{b,0}M_0} = R_{b,k}^{-1} \overrightarrow{G_{b,0}M_{b,k}} ; (b = i, j)$$

L'introduction des points  $M_k$  et  $C_k$  et l'utilisation de cette dernière équation, nous permettent d'aboutir à la relation suivante :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}} = & \vec{u}_{j,k} - \vec{u}_{i,k} + (I - R_{j,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{j,k}C_k} - (I - R_{i,k}^{-1}) \overrightarrow{G_{i,k}C_k} + \\ & + (R_{i,k}^{-1} - R_{j,k}^{-1}) \overrightarrow{C_i M_k} + (I - R_{j,k}^{-1}) \overrightarrow{M_i M_{j,k}} - (I - R_{i,k}^{-1}) \overrightarrow{M_i M_{i,k}} \end{aligned}$$

En exprimant que le point  $M_k$  est le milieu de  $M_{i,k}$  et  $M_{j,k}$  et en rassemblant les termes contenant  $\overrightarrow{M_{i,k}M_{j,k}}$ , on obtient l'égalité voulue.

## Annexe 3

Nous montrons ici que la matrice  $\Lambda$  est antisymétrique. Pour ce faire, nous vérifions que :

$$(R_{i,k}^t + R_{j,k}^t)(R_{i,k} - R_{j,k}) = -(R_{i,k}^t - R_{j,k}^t)(R_{i,k} + R_{j,k})$$

Ceci est équivalent à :

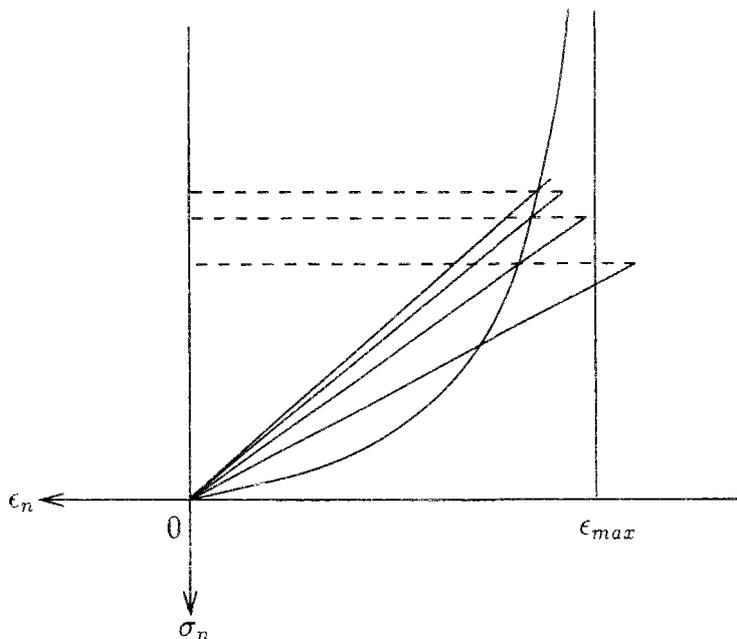
$$(R_{i,k} - R_{j,k})(R_{i,k} + R_{j,k})^{-1} = -(R_{i,k}^t + R_{j,k}^t)^{-1}(R_{i,k}^t - R_{j,k}^t)$$

ou encore :

$$\Lambda^t = -\Lambda$$

## Annexe 4

L'introduction d'un comportement en compression, vérifiant en moyenne la loi hyperbolique, passe par un processus itératif. Au cours de chaque itération, la rigidité normale d'un joint est identifiée à la rigidité sécante de la courbe contrainte-déformation. Cette sécante est calculée en considérant la valeur de la contrainte sur le joint à l'étape de calcul en question (voir figure ci-dessous).



## Annexe 5

Les variables géométriques ( $J_q, q = 1 \dots 9$ ), utilisées dans le calcul de la rupture d'un joint, sont égales à :

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_{\Sigma_p} ds \\ J_2 &= \int_{\Sigma_p} x' ds \\ J_3 &= \int_{\Sigma_p} y' ds \\ J_4 &= \int_{\Sigma_p} (x'^2 + y'^2) ds \\ J_5 &= \int_{\Sigma_p} \frac{1}{\sqrt{(x' - \Omega_x)^2 + (y' - \Omega_y)^2}} ds \\ J_6 &= \int_{\Sigma_p} \frac{x'}{\sqrt{(x' - \Omega_x)^2 + (y' - \Omega_y)^2}} ds \\ J_7 &= \int_{\Sigma_p} \frac{y'}{\sqrt{(x' - \Omega_x)^2 + (y' - \Omega_y)^2}} ds \\ J_8 &= \int_{\Sigma_p} \frac{x'^2}{\sqrt{(x' - \Omega_x)^2 + (y' - \Omega_y)^2}} ds \\ J_9 &= \int_{\Sigma_p} \frac{y'^2}{\sqrt{(x' - \Omega_x)^2 + (y' - \Omega_y)^2}} ds \end{aligned}$$

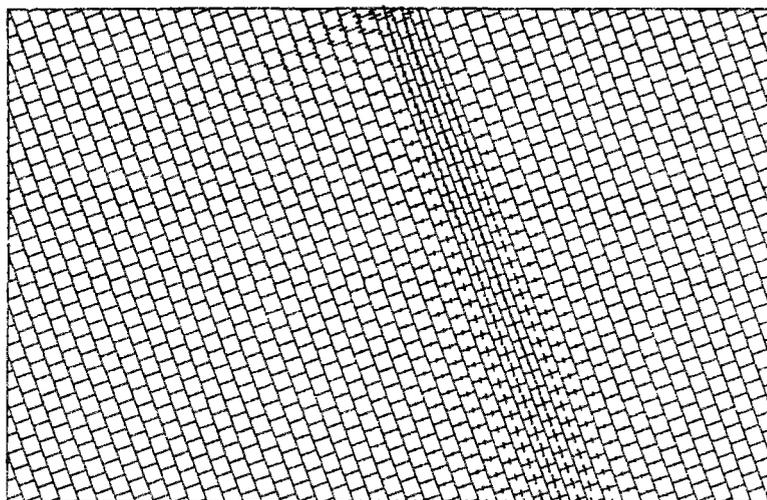
où :

$$\Omega_x = -u_y/\gamma_2$$

et

$$\Omega_y = u_x/\gamma_2$$

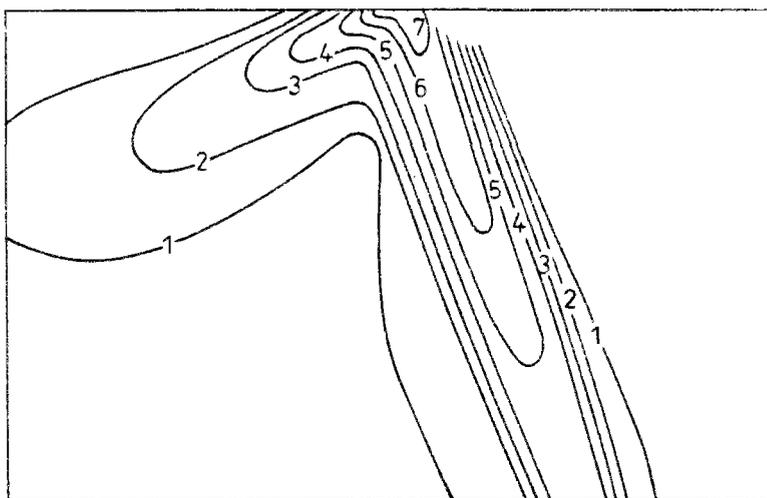
## Annexe 6



Force = 50 kN  
 $\epsilon_{\max} = 0,001$  m  
 $K_1 = 100$  MPa/m  
 $\phi = 5$  degrés

Ech LONG ( m ) — 0.1776E+01

Ech FORCE — 0.2000E+02 kN



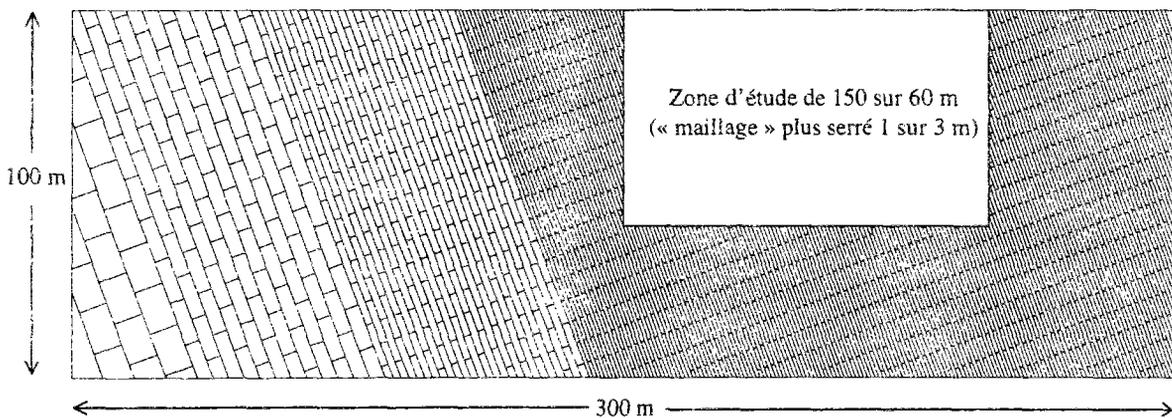
Bulbes de contraintes normales

Influence d'une réduction de l'angle  $\phi$  sur la distribution des efforts sur les joints.

Les efforts sur les joints induits par un chargement en surface se répartissent, à l'intérieur du massif, en fonction de l'orientation de la charge par rapport au système de fracturation. Cette répartition dépend également des paramètres mécaniques choisis. La figure ci-dessus est à comparer aux figures 4.12c et 4.13c.

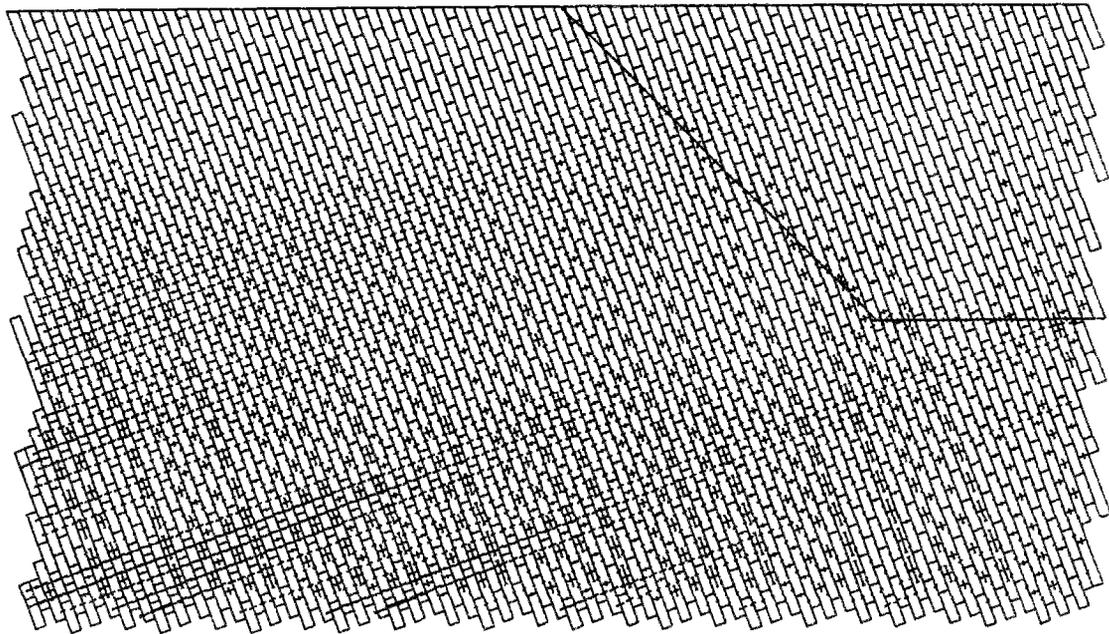
## Annexe 7

Pour l'étude de stabilité de pentes que nous avons présentée dans le quatrième chapitre, nous avons considéré, en premier lieu, un domaine de 150 mètres de longueur sur 60 mètres de hauteur. A cause de l'influence des bords sur le résultat des calculs, nous avons envisagé des dimensions plus grandes du domaine traité avec un plus grand espacement entre les discontinuités situées en dehors de la zone d'étude (voir figure ci-dessous).



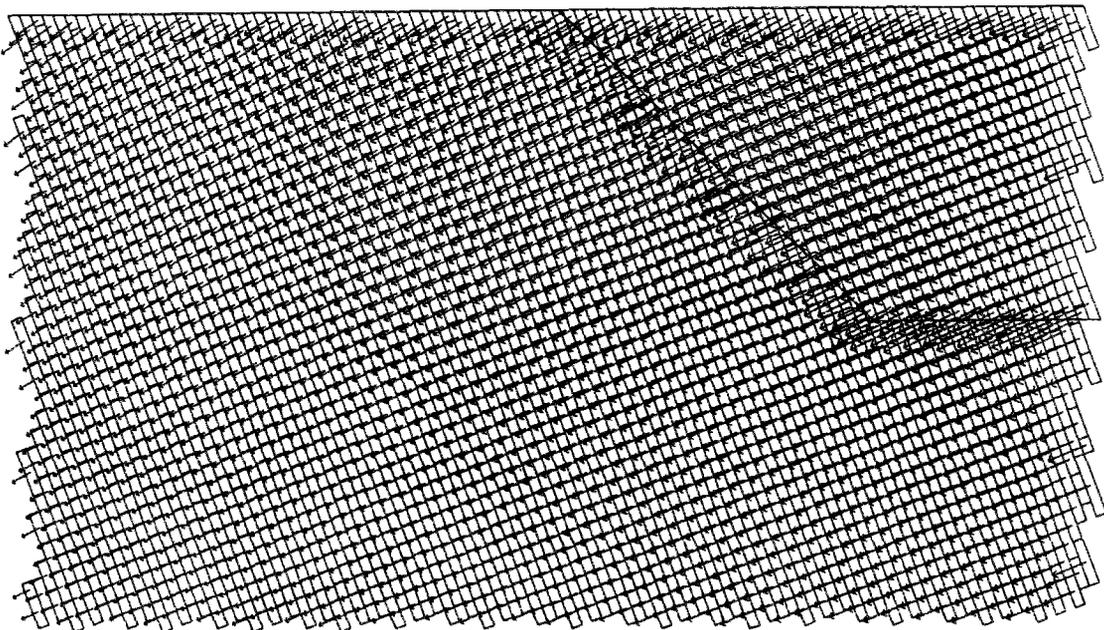
## Annexe 8

Les figures qui suivent représentent les résultats du chargement initial sous l'effet du poids propre des blocs et en introduisant la surface de l'excavation. Par comparaison aux résultats représentés sur la figure 4.24, nous constatons que les discontinuités introduites pour modéliser une telle surface influencent très peu les calculs.



Ech LONG ( m ) ——— 0.4162E+01

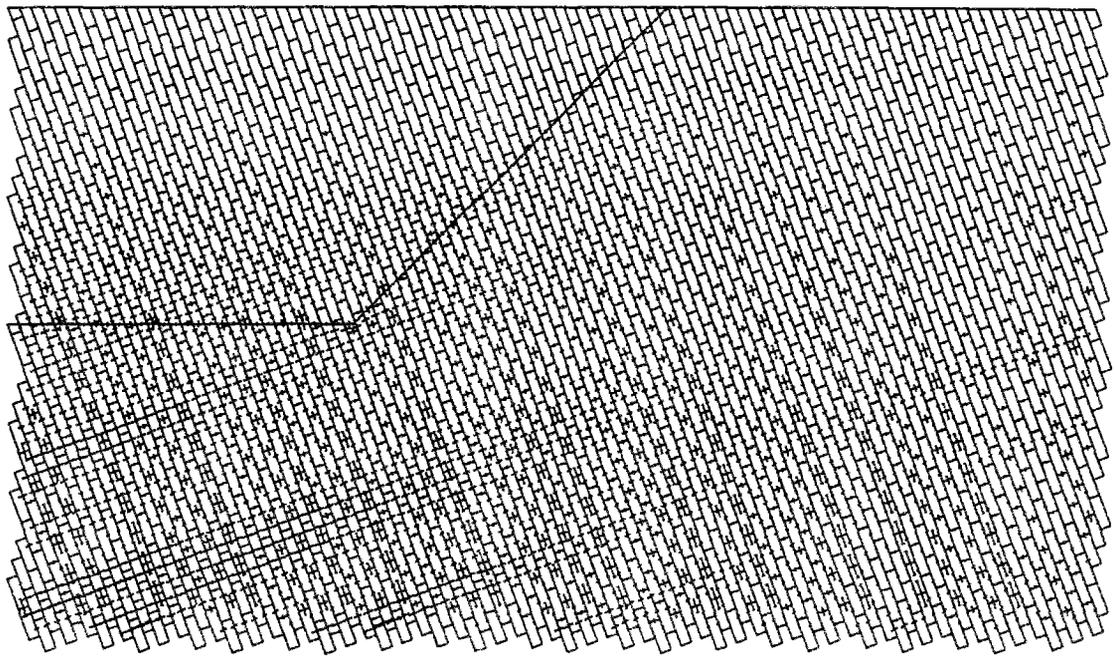
Ech FORCE ——— 0.9000E+04 kN



Ech LONG ( m ) ——— 0.4162E+01

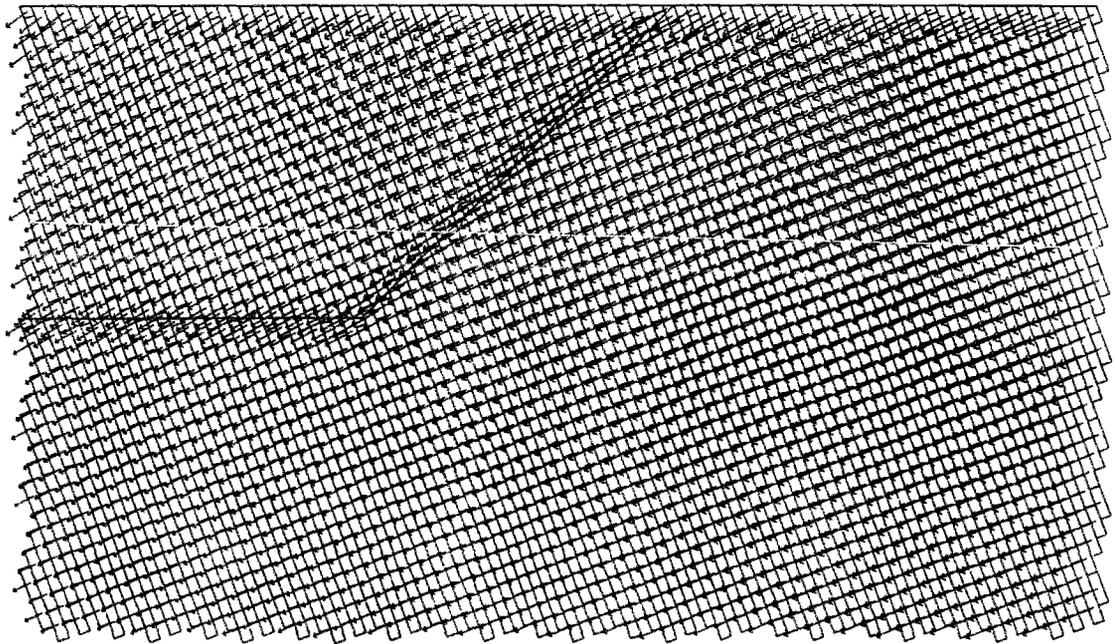
Ech DEPLACEMENT ——— 0.1500E+00 m

Force sur les joints et déplacement des blocs pour une surface d'excavation à droite du domaine.



Ech LONG ( m ) ——— 0.4012E+01

Ech FORCE ——— 0.9000E+04 kN



Ech LONG ( m ) ——— 0.4012E+01

Ech DEPLACEMENT ——— 0.1500E+00 m

Force sur les joints et déplacement des blocs pour une surface d'excavation à gauche du domaine.

# Bibliographie

- BAECHER G.B., LANNEY N.A. ET EINSTEIN H.H. Statistical description of rock properties and sampling. In *Proc. 18th U.S. Symp. on Rock Mechanics*, pages 5C1-1-5C1-8, Colorado, 1977.
- BAILEY A.I. A method of analysing polymodal distributions in orientation data. *Mathematical Geology*, Vol. 7(4): pages 285-293, 1975.
- BANDIS S., LUMSDEN, A.C. ET BARTON, N. Experimental studies of scale effects on the shear behaviour of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18: pages 1-21, 1981.
- BANDIS S.C., LUMSDEN A.C. ET BARTON N.R. Fundamentals of rock joint deformation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 20(6): pages 249-268, 1983.
- BANERJEE P.K. ET BUTTERFIELD R. *Boundary element methods in engineering science*. McGRAW-HILL Book Company , New York, 1981.
- BARTON C.C. A relationship between joint roughness and joint shear strength. In *Proc. Symp. on Rock Mech. Rock Fracture*, Nancy, 1971.
- BARTON C.C. Fractal analysis of the scaling and spatial clustering of fractures in rock. In *Fractals and their application to the geology, Proceedings, 1988 GSA, Annual Meeting Symposium on Fractals*, GSA , in press, 1992.
- BARTON N. ET BANDIS S. Effects of block size on the shear behaviour of jointed rock. *Keynote Lecture, 23rd U.S. Symp. on Rock Mech.*, 1982.
- BARTON N., BANDIS S. ET BAKHTAR K. Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 22(3): pages 121-140, 1985.
- BARTON N.R. ET CHOUBEY V. The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mech.*, Vol. 10: pages 1-54, 1977.
- BARTON N.R. *A review of the shear strength of filled discontinuities in rock*. Norwegian Geotechnical Institute Pub., 1974.
- BEER G. ET POULSEN B.A. Efficient numerical modelling of faulted rock using the boundary element method. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 31: pages 485-506, 1994.

- BELYTSCHKO T., PLESHA M. ET DOWDING C. A computer method for stability analysis of caverns in jointed rock. *Int. J. for Num. and Anal. Methods in Geomechanics*, Vol. 18: pages 473-492, 1984.
- BERNAIX J.B. *Etude Géotechnique de la roche de Malpasset*. Dunod, Paris, 1967.
- BILLAUX D. *Hydrogéologie des milieux fracturés. Géométrie, Connectivité et Comportement hydraulique*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.
- BILLIOTTE J. Notice technique du logiciel SIMBLOC. Document interne au Centre de Géologie de l'Ingénieur, 1996.
- BLIN LACROIX J.L. *Analyse et modélisation des fractures et des systèmes fracturés en milieu rocheux*. Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 1988.
- BROWN E.T. *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*. Allen & Unwin, London, 1987.
- CACAS M.C. *Développement d'un modèle tridimensionnel stochastique discret pour la simulation de l'écoulement et des transferts de masse et de la chaleur en milieu fracturé*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1989.
- CALL R.D., SAVELY J.P. ET NICHOLAS D.E. Estimation of joint set characteristics from surface mapping data. In *Proc. 17th U.S. Symp. on Rock Mechanics*, pages 2B2-1-2B2-9, Utah, 1976.
- CHILÈS J.P. Fractal and geostatistical methods for modelling of a fracture network. *Math. Geol.*, Vol. 20(6): pages 631-654, 1988.
- CHILÈS J.P. *Three-dimensional geometric modelling of a fracture network*. B.E. Buxton, Battelle Press, Columbus, Ohio, 1989.
- CROUCH S.L. Solution of plane elasticity problems by the displacement discontinuity method. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, Vol. 10: pages 301-343, 1976.
- CRUDEN D.M. Describing the size of discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 14: pages 133-137, 1977.
- CUNDALL P.A. ET HART R.D. Numerical modeling of discontinua. *Engineering computations*, Vol. 9(2), 1992.
- CUNDALL P.A. A computer model for simulation progressive, large scale movements in blocky systems. In *Int. Symp. on Rock Fracture, I.S.R.M.*, Nancy, France, 1971.
- CUNDALL P.A. Formulation of a three-dimensional distinct element model. Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 25(3): pages 107-116, 1988.
- DANTU P. Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents. In *Comptes Rendus du IVème Congrès de Mécanique des Sols et des Fondations*, Londres, 1957.

DESHOWITZ W.S. *Rock fracture systems*. Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Eng., M.I.T., Cambridge, 1984.

DETOURNAY E. The interaction of deformation and hydraulic conductivity in rock fracture. An experimental and analytical study. In *Improved stress determination procedures by hydraulic fracturing, final report*, 1979.

DEVERLEY F. *Echantillonnage et géostatistique*. Thèse de Docteur Ingénieur de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1984.

DUNCAN J.M. ET CHANG C.Y. Non linear analysis of stress and strain in soils. In *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs, J. Soil Mech. Fdns Div., Vol. 96(SM5)*, pages 1629–1653, 1970.

ELSWORTH D. A model to evaluate the transient hydraulic response of three-dimensional sparsely fractured rock masses. *Water Resources Research*, Vol. 22(13): pages 1809–1819, 1986.

GAZIEV E.G. ET ERLIKHMAN S.A. Stresses and strains in anisotropic rock foundation. In *Symposium International de Mécanique des Roches, Rapport I3*, Nancy, France, 1971.

GENTIER S. *Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture naturelle dans le granite sous contrainte normale. Etude expérimentale et théorique*. Thèse de Doctorat à l'Université d'Orléans, 1986.

GHABOUSSI J., WILSON E.L. ET ISENBERG J. Finite element for rock joints and interfaces. In *A.S.C.E. SM10*, 1973.

GOODMAN R.E. ET SAINT JOHN C. Finite element analysis for discontinuous rocks. In *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, Mc Graw Hill, 1977.

GOODMAN R.E. ET SHI G.H. *Block theory and its application to rock engineering*. New Jersey: Prentice Hall, 1985.

GOODMAN R.E., TAYLOR R.L. ET BREKKE T. A model for the mechanics of jointed rock. In *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs, J. Soil Mech. Fdns Div., Vol. 94(SM3)*, pages 637–659, 1968.

GOODMAN R.E. The mechanical properties of joints. In *Proc. 3rd Congr. I.S.R.M., Vol. 1(A)*, pages 127–140, Denver, 1974.

GOODMAN R.E. *Methods of geological engineering in discontinuous rock*. West, 1976.

GROSSMAN N.F. The bivariate normal distribution on the tangent plane at the mean attitude. In *Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints*, pages 3–11, 1985.

GUIBAL H., LANTUEJOUL C. ET SERRA J. *Les mesures aléatoires*. Note Interne Numéro 380, CGMM, 1974.

HADJ HASSEN F. *Modélisation par un milieu continu du comportement mécanique d'un massif rocheux à fissuration orientée*. Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1988.

- HART R., CUNDALL P.A. ET LEMOS J. Formulation of a three-dimensional distinct element model. Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 25(3): pages 117–125, 1988.
- HAYASHI M. Strength dilatancy of brittle jointed mass. In *Premier Congrès International de Mécanique des Roches*, Lisbonne, 1966.
- HOEK E. ET BRAY J.W. *Rock slope engineering*. 2nd ed., Institution of Mining and Metallurgy, 1977.
- HOWING K.D. ET KUTTER H.K. Time dependent shear deformation of filled rock joints. In *Proc. Int. Symp. on Fundamentals of Rock Joints*, pages 113–122, Bjorkliden, Sweden, 1985.
- HUYAKORN P.S. ET PINDER G.F. *Computational methods in subsurface flow*. Academic Press, USA, 1983.
- IWAI K. *Fundamental studies of fluid flow through a single fracture*. Ph.D. Thesis, Univ. of Calif., Berkeley, 1976.
- JING L., NORDLUND E. ET STEPHANSSON O. An experimental study on the anisotropy and stress-dependency of the strength and deformability of the rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 29(6): pages 535–542, 1992.
- KAWAI T. A new discrete analysis of non-linear solid mechanics problems involving stability, plasticity and crack. In *Proceedings of the Symposium on Applications of Computer Methods in Engineering*, pages 1029–1038, Los Angeles Calif., 1977.
- KORINI T. *Modélisation tridimensionnelle par assemblage de blocs rigides du comportement mécanique d'un massif rocheux à fissuration individualisée en vue de l'analyse de la stabilité d'ouvrages miniers*. Thèse de Doctorat de l'École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1988.
- KRAHN J. ET MORGENSTERN N.R. The ultimate frictional resistance of rock discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 16: pages 127–133, 1979.
- LADANYI B. ET ARCHAMBAULT G. *Simulation of shear behavior of a jointed rock mass*. W.H. Somerton (editor), AIME, 1970.
- LADANYI B. ET ARCHAMBAULT G. Shear strength and deformability of filled indented joints. In *Proc. Int. Symp. on Geotechnics of Structurally Complex Formations, Vol. 1*, pages 317–326, Italian Geotech. Assoc., Capri, 1977.
- LAMA R.D. Influence of clay fillings in shear behaviour of joints. In *Proc. 3rd Int. Conf. Int. Association of Engineering Geology*, pages 27–34, Madrid, 1978.
- LEE Y.H., CARR J.R., BARR D.J. ET HAAS C.J. The fractal dimension as a measure of the roughness of rock discontinuity profiles. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27(6): pages 453–464, 1990.

- LOISEAU P. *Etude structurale et géostatistique des gneiss de la région du Cézaillier*. Thèse de Doctorat de l'Université d'Orléans, 1987.
- LOMIZE G. M. *Flow in fractured rocks*. Gosenergoisdat, Moscow, 1951.
- LONG J., GILMOUR P. ET WITHESSPOON P. A model for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. *Water Resources Research*, Vol. 21(8): pages 1105–1115, 1985.
- LOUIS C. *Etude des écoulements d'eau dans les roches fissurées et de leurs influences sur la stabilité des massifs rocheux*. Thèse de Doctorat de l'Université de Karlsruhe, 1967.
- MANDELBROT B. *Les objets fractals, forme, hasard et dimension*. Flammarion, 1975.
- MANTOGLIOU A. Digital simulation of multivariate two and three dimensional stochastic processes with a spectral turning bands method. *Mathematical Geology*, Vol. 19(2): pages 129–149, 1987.
- MARDIA K.V. *Statistics of Directional Data*. Academic Press, London, 1972.
- MASSOUD H. *Modélisation de la petite fracturation par les techniques de la géostatistique*. Thèse de Docteur Ingénieur à l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1987.
- MATHERON G. *Les variables régionalisées et leur estimation*. Masson, 1965.
- MATHERON G. Schémas aléatoires de germes. 1968. Note Interne Numéro 69, CGMM.
- MATHERON G. The intrinsic random functions and their applications. *Advances in Applied Probability*, Vol. 5: pages 439–468, 1974.
- MAULDON M. ET GOODMAN R.E. Rotational kinematics and equilibrium of blocks in a rock mass. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27(4): pages 291–301, 1990.
- MAULDON M. ET GOODMAN R.E. Vector analysis of keyblock rotations-kinematics, failure modes and stability. *J. Geotech. Div. Am. Soc. Civ. Engrs*, 1995.
- O BONI F. ET MARTINENGGHI T. Quelques aspects pratiques du calcul probabiliste en géotechnique. *Ingénieur et Architectes Suisses*, Vol. 3, 1984.
- ODLING N.E. Natural fracture profiles, fractal dimension and joint roughness coefficients. *Rock Mechanics and Rock engineering*, Vol. 27(3): pages 135–153, 1994.
- PANET M. ET RICARD A. *La mécanique des roches appliquée aux ouvrages du génie civil. Comportement mécanique des massifs rocheux*. Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'Ecole Nationale des Ponts Chaussées, 1976.
- PAPALIANGAS T., HENCHER S.R., LUMSDEN A.C. ET MANOLOPOULOU S. The effect of frictional fill thickness on the shear strength of rock discontinuities. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 30(2): pages 81–91, 1993.

- PATTON F.D. Multiple modes of shear failure in rock. In *Proc. 1st Cong. Int. Soc. Rock Mech., Lisbon, Vol. 1*, pages 509–513, 1966.
- PEREIRA J.P. ET FREITAS M.H. Mechanisms of shear failure in artificial fractures of sandstone and their implication for models of hydromechanical coupling. *Rock Mech. and Rock Engineering*, Vol. 26(3): pages 195–214, 1993.
- PIRONNEAU O. *Méthodes des éléments finis pour les fluides*. Masson, 1988.
- PRIEST S.D. ET HUDSON J.A. Discontinuity spacing in rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 13: pages 135–148, 1976.
- PRIEST S.D. ET HUDSON J.A. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18: pages 183–187, 1981.
- RAVEN K.G. ET GALE J.E. Water flow in a natural rock fracture as a function of stress and sample size. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 22(4): pages 251–261, 1985.
- ROMM J.S. *Propriétés des écoulements dans les roches fissurées*. Nedra, Moscow, 1966.
- SALENÇON J. *Mécanique des milieux continus*. Ellipses, Ecole Polytechnique, 1988.
- SCAVIA C., BARLA G. ET BERNAUDO V. Probabilistic stability analysis of block toppling failure in rock slopes. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 27(6): pages 465–478, 1990.
- SCHAEUBEN H. A new cluster algorithm for orientation data. *Mathematical Geology*, Vol. 16(2): pages 139–153, 1984.
- SHI G. ET GOODMAN R.E. Discontinuous deformation analysis - a new method for computing stress, strain, sliding of block systems. In *Proceedings, 29th U.S. Symp. on Rock Mechanics, Key questions in Rock Mechanics*, pages 381–393, Minneapolis, Minn., 1988.
- STARFIELD A.M. ET CUNDALL P.A. Towards a methodology for rock mechanics modelling. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 25(3): pages 99–106, 1988.
- TAHIRI A. *Modélisation des massifs rocheux fissurés par la méthode des éléments distincts*. Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992 (a).
- TAHIRI A. *BRIG3D, Manuel Technique de référence*. Rapport Interne au Centre de Géologie de l'Ingénieur, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1992 (b).
- THOMAS A. Structure fractale de l'architecture de champs de fractures en milieux rocheux. *Compte Rendus, Acad. Sci., Paris*, Vol. 304(II4): pages 181–186, 1987.
- TRUSDELL C. *Introduction à la mécanique rationnelle*. Masson, Paris, 1974.
- TSE R. ET CRUDEN D.M. Estimating joint rock roughness. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 16: pages 303–307, 1979.

- TURK N., GREIG M.J., DEARMAN W.R. ET AMIN F.F. Characterisation of rock joint surfaces by fractal dimension. In *Proc., 28th U.S. Symp. on Rock Mechanics*, pages 1223-1236, Tuscon, Balkema, Rotterdam, 1987.
- WARBURTON P.M.. A stereological interpretation of joint trace data. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, 17:181-190, 1980.
- WARBURTON P.M. Vector stability analysis of an arbitrary polyhedral rock block with any number of free faces. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18: pages 415-427, 1981.
- WARBURTON P.M. Implications of keystone action for rock bolt support and block theory. *Int. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 24(5): pages 283-290, 1987.
- WITHERSPOON P.A., WANG J.S.Y., IWAI K. ET GALE J.E. Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Resources Research*, Vol. 16(6): pages 1016-1024, 1980.
- WU T.H. ET ALI E.M. Statistical representation of joint roughness. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 15(5): pages 259-262, 1978.
- XU J. *Simulation statistique de discontinuités et évaluation de la blocométrie de massifs rocheux*. Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1991.
- ZIENKIEWICZ O.C., BEST B., DULLAGE C. ET STAGG K.G. Analysis of non linear problems in rock systems with particular reference to jointed rock systems. In *Proceedings of the 2nd Congress of the International Society for Rock Mechanics*, pages 8-14, Belgrade, Yugoslavia, 1970.
- ZIENKIEWICZ O.C. *La méthode des éléments finis appliquée à l'art de l'ingénieur*. Ediscience, Paris, 1973.

## **MODELISATION DES COMPORTEMENTS MECANQUES ET HYDRAULIQUES DE MASSIFS ROCHEUX SIMULES PAR DES ASSEMBLAGES DE BLOCS RIGIDES. INTRODUCTION D'UN COUPLAGE HYDRO-MECANIQUE**

**Résumé :** L'objectif de ce travail est de modéliser le comportement hydro-mécanique de massifs rocheux fissurés. Ceci concerne précisément l'amélioration et l'extension d'un modèle par éléments discrets appelé BRIG3D. Ce modèle assimile un massif rocheux fissuré à un assemblage de blocs rigides qui interagissent au niveau de leurs interfaces. La déformation de ces interfaces est reliée aux déplacements relatifs des blocs. Sous l'effet des sollicitations du massif, chaque bloc, en interaction avec d'autres, se déplace vers une position d'équilibre. Les améliorations concernent la reformulation mécanique de BRIG3D. De nouvelles descriptions concernant le mouvement d'un corps rigide, la position des interfaces et le champ des contraintes sont introduites. Ce travail de recherche concerne également l'introduction d'un modèle par éléments frontières décrivant un écoulement laminaire, permanent et plan aux interfaces des blocs. Le couplage de ces deux modèles a permis d'analyser le comportement hydro-mécanique de massifs rocheux fissurés soumis à diverses sollicitations. Une étude particulière a été consacrée à l'analyse du comportement d'une fondation de barrage.

**Mots clés :** Modélisation, massif rocheux, méthode des éléments discrets, méthode des éléments frontières, écoulement, comportement hydro-mécanique, distribution de contraintes, fondation de barrage.

## **MODELLING OF THE MECHANICAL AND HYDRAULIC BEHAVIOUR OF FISSURED ROCK MASSES SIMULATED AS SETS OF RIGID BLOCKS. INTRODUCTION OF A HYDROMECHANIC COUPLING**

**Abstract :** This research aims at modelling the hydro-mechanical behaviour of fissured rock masses by improvement and extension of a discrete element model, called BRIG3D. This model simulates fissured rock mass as a set of rigid blocks interacting along their interfaces. Interface deformation is related to the relative displacement of the corresponding blocks. Being subject to external loads, the total set of blocks moves until equilibrium is reached. The computation of this equilibrium has been improved by redefining the model description of the rigid block movement, the interface position and the stress distribution along an interface. To describe flow problems through blocks interfaces, a boundary element model has been developed. Flow through each interface is assumed to be laminar, stationary and planar. This hydraulic model has then been coupled with the mechanical model BRIG3D and used to analyse hydro-mechanical rock mass behaviour under varying loads. In particular, a study of a dam foundation has been carried out.

**Keywords :** Modelling, rock mass, discrete element method, boundary element method, water flow, hydro-mechanical behaviour, stress distribution, dam foundation.

---

Centre de Géologie de l'Ingénieur

Ecole Nationale des Ponts et Chaussées  
Cité Descartes - Champs-sur-Marne  
77455 Marne-la-Vallée cedex

Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris  
60, Boulevard Saint-Michel  
75272 Paris Cedex 06