

(Multon 2004) conduit à une large surestimation des déformations des structures dans les cas de RSI étudiés dans nos travaux. Une pondération du potentiel de gonflement libre par la cinétique d'imbibition globale des poutres a alors été proposée et semble raisonnablement satisfaisante pour le cas de poutres fortement réactives. La prise en compte d'une diminution du module dans les zones de forte expansion améliore à la marge la simulation.

### 3 Comportement mécanique des poutres armées

#### 3.1 Suivi dimensionnel des structures

A ce stade du programme, les données issues des mesures par extensomètres à corde vibrante n'ont pu être intégrées au manuscrit : leur traitement permettra à terme de disposer de données complétant les premiers éléments présentés dans ce mémoire.

##### 3.1.1 Cas des poutres P3 et P4 armées réactives vis-à-vis de la RSI

###### 3.1.1.1 Déformations dans la direction verticale

La Figure 4-93 représente le suivi des déformations verticales des poutres P3 et P4 au cours des 427 premiers jours d'exposition. L'application d'un gradient hydrique conduit au développement d'un gradient de gonflement. Le capteur positionné à 0,37 m de profondeur a fonctionné de manière satisfaisante durant 300 jours (déformation de 0,4 %). La jauge positionnée en partie supérieure (profondeur 0,08 m) a fonctionné durant la totalité de la première phase des essais (427 jours).

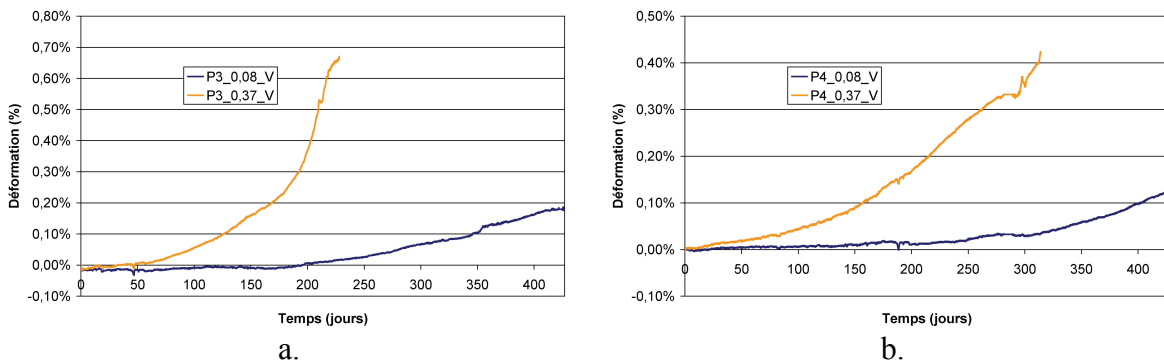


Figure 4-93 : suivi des déformations verticales locales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI (a. P3 ; b. P4)

La Figure 4-94 compare l'évolution du gradient de déformations verticales aux profils hydriques estimés au sein des corps d'épreuve. On observe systématiquement le développement d'un gradient de déformation très sévère avec des gonflements en partie basse d'autant plus importants que le taux de renforcement est faible. En partie supérieure, très peu d'expansions sont notées. Ceci est cohérent avec les profondeurs d'imbibition estimées par les modélisations hydriques : le front de remontée hydrique n'a pas atteint une hauteur suffisante pour permettre le développement d'expansions significatives en partie haute des corps d'épreuve.

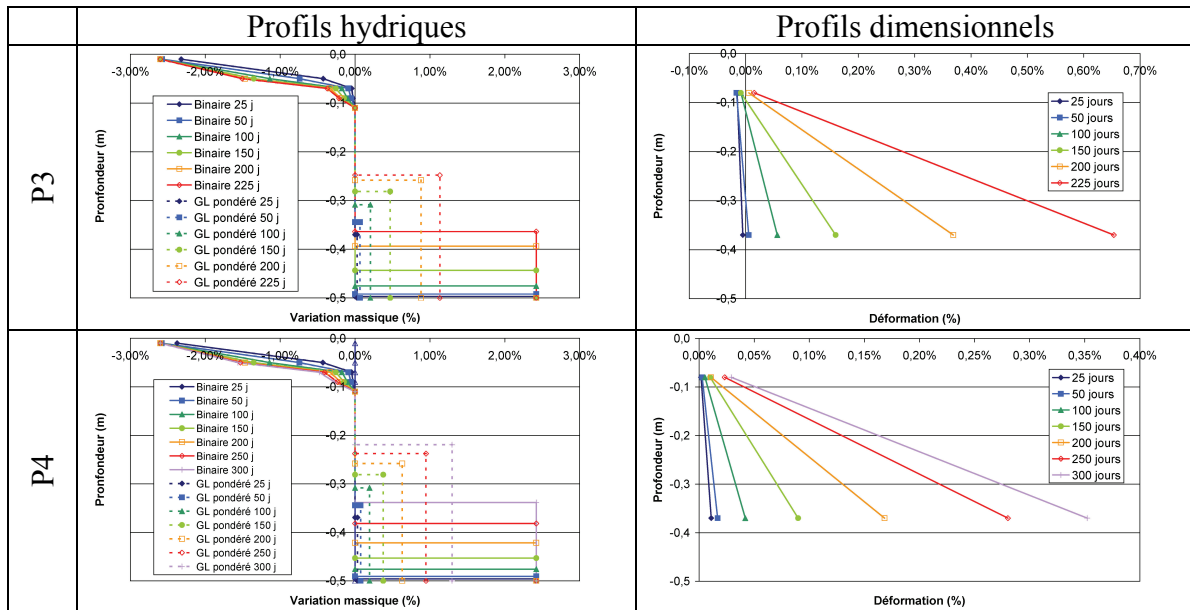


Figure 4-94 : évolution comparée des profils hydriques et de déformations verticales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI

La Figure 4-95 compare les déformations verticales locales de P2 (non armée) à P3 (faiblement armée) et P4 (fortement armée). A 0,37 m, on constate que la déformation des poutres armées est plus élevée que celle de la poutre non armée à une échéance de 200 jours (déformations respectives de 0,1 %, 0,15 %, et 0,3 % pour P2, P3 et P4 respectivement). En revanche, à 0,08 m, les gonflements de la poutre P2 sont plus conséquents que ceux des poutres armées (à 300 jours, 0,15 %, 0,03 % et 0,07 % pour P2, P3 et P4 respectivement). Les amplitudes de déformation sont à cet endroit nettement plus faibles qu'en partie basse.

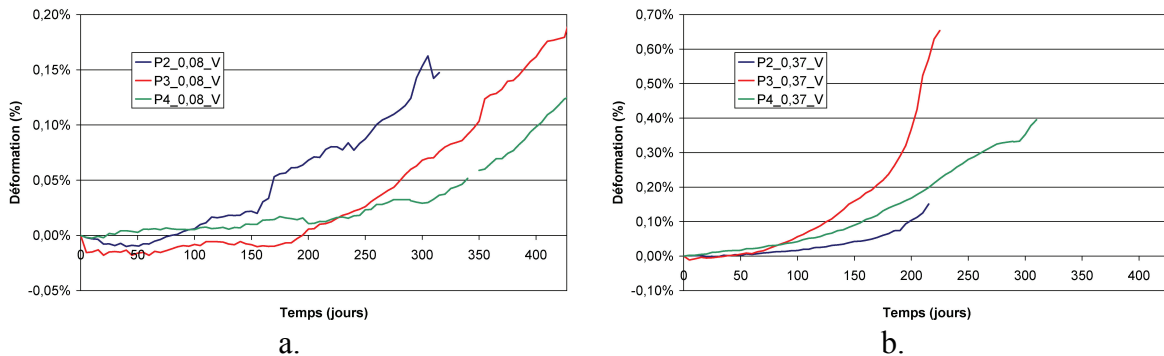


Figure 4-95 : comparaison des déformations verticales locales des poutres atteintes de RSI à différentes profondeurs (a. 0,08 m ; b. 0,37 m)

L'analyse des résultats obtenus à 0,37 m de profondeur semble donc montrer que l'utilisation de cadres d'effort tranchant ne permet pas de confiner la réaction. La Figure 4-96 représente schématiquement les essais de traction réalisés sur les aciers de cette étude (cf. Annexe 1). On suppose une adhérence parfaite entre acier et béton. En considérant les profils de déformation verticale comme linéaires, on calcule une déformation moyenne de l'ordre de 0,4 % à 225 jours et 0,2 % à 300 jours respectivement pour P3 et P4 dans la direction horizontale. Il apparaît donc que les cadres sont plastifiés dans cette direction pour P3 ou sont sur le point de l'être pour P4. La contrainte dans les aciers est donc de l'ordre de 550 MPa (cf. Figure 4-96). Les espacements entre cadres sont de 0,35 m et 0,20 m respectivement pour P3 et P4. En considérant l'effort des aciers répartis sur cette



largeur (ce qui n'est pas le cas, les efforts étant concentrés au droit de l'acier puis diffusés spatialement), on estime que la contrainte de compression moyenne appliquée au béton est égale à 0,6 MPa et 2,5 MPa respectivement pour P3 à 225 jours et P4 à 300 jours.

Ainsi, en première approximation, les déformations verticales pour P2, P3 et P4 sont du même ordre quand la position de mesure et l'état hydrique sont comparables, indiquant ainsi que les cadres (représentant un pourcentage de renforcement faible) appliquant au plus une contrainte moyenne de compression de 2,5 MPa n'auraient pas d'effet sur les expansions.

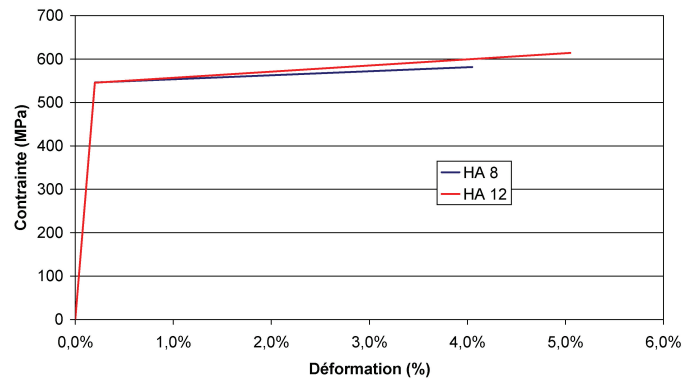


Figure 4-96 : représentation simplifiée des essais de traction sur armatures

### 3.1.1.2 Déformations dans la direction transversale

La Figure 4-97 représente le suivi des déformations transversales des poutres P3 et P4. Ces mesures mettent une fois de plus en évidence le développement d'un gradient de déformation suivant la hauteur des poutres. Les capteurs positionnés le plus en profondeur ont en général fonctionné durant environ 300 jours. Les fortes déformations en ces lieux ont conduit à la destruction de ces jauges. Les voies de mesures positionnées plus en hauteur ont fourni en général un signal satisfaisant durant la quasi-totalité de la première phase des essais.

La voie de mesure située à 0,37 m de profondeur de la poutre P4 indique une accélération brusque des déformations après environ 120 jours d'exposition. La comparaison des déformations transversales entre P3 et P4 aux profondeurs 0,08 m et 0,27 m met systématiquement en évidence des déformations plus faibles pour P4, résultat de la plus grande souplesse de la cage d'armatures de P3. En outre, en fin de vie du capteur, les variations de déformations mesurées correspondraient à une augmentation de 0,15 % en une dizaine de jours ce qui n'a été observé dans le cadre de cette étude que pour des éprouvettes en gonflement libre. Ainsi, cette accélération des déformations transversales de P4 à 0,37 m semble peu probable et constitue probablement une dérive du capteur.

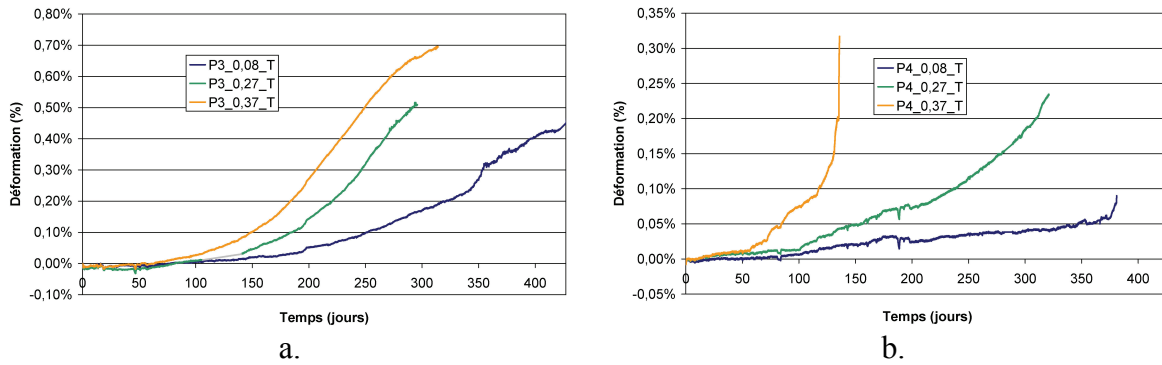


Figure 4-97 : suivi des déformations transversales locales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI (a. P3 ; b. P4)

La Figure 4-98 compare l'évolution des profils de déformation transversale en fonction des profils hydriques modélisés. On constate une fois de plus le développement d'un fort gradient de déformation : l'exemple de P3 indique des expansions à 0,37 m de profondeur plus de trois fois supérieures à celles à 0,08 m de profondeur à une échéance de 300 jours.

Les mesures mettent en évidence une elongation à 0,08 m de profondeur. Cette zone apparaît éloignée du front d'imbibition dans les structures. Ces déformations peuvent ainsi être le fruit d'un éventuel report des déformations empêchées dans les directions perpendiculaires mais également de l'effet des autocontraintes dans la direction transversale, la partie inférieure en expansion ayant tendance à entraîner la partie supérieure.

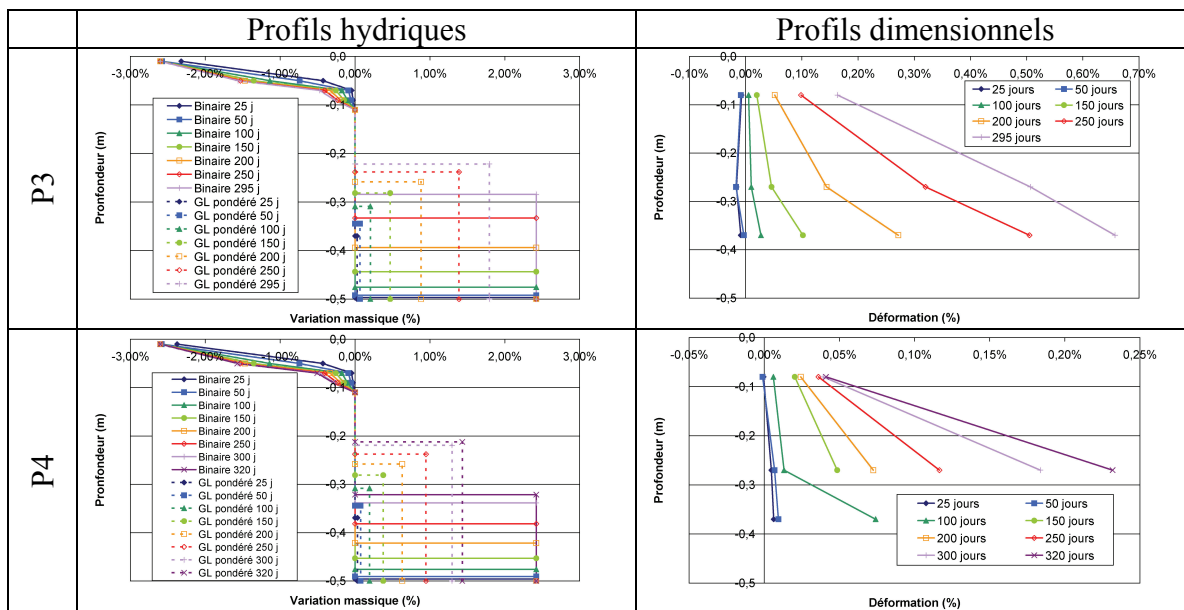
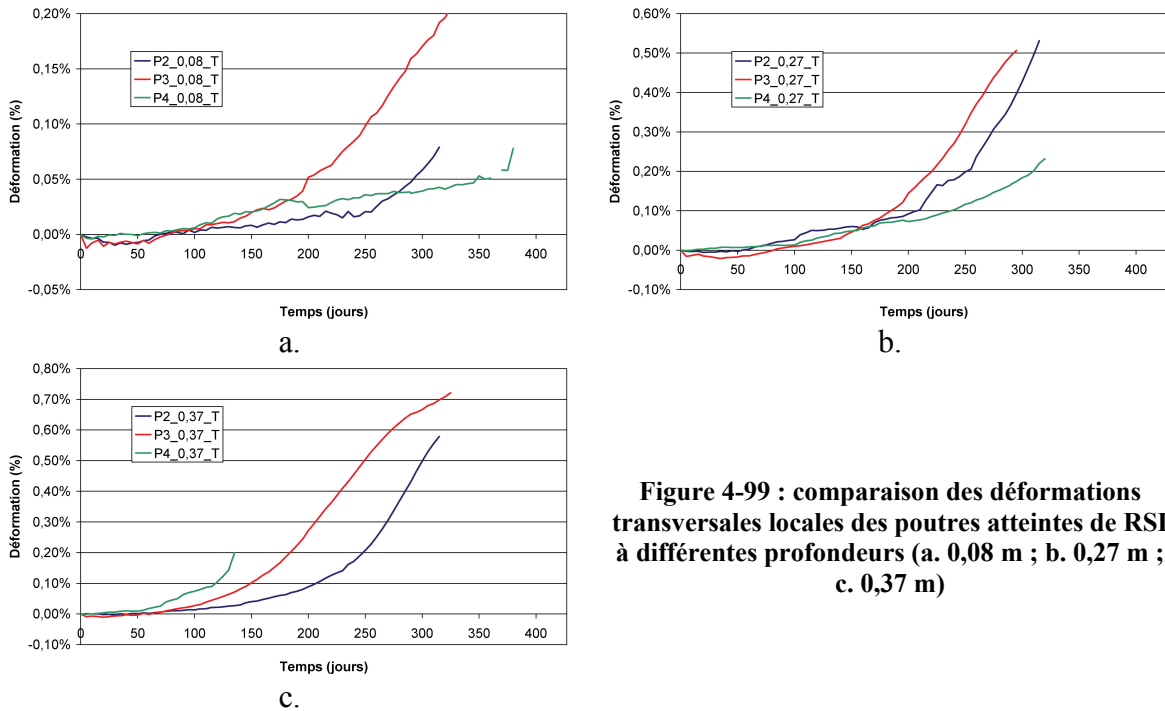


Figure 4-98 : évolution comparée des profils hydriques et des déformations transversales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI



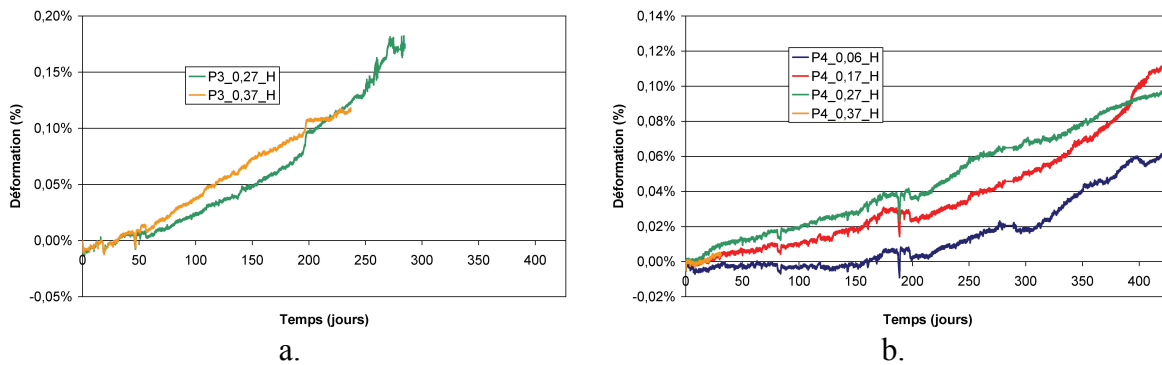
**Figure 4-99 : comparaison des déformations transversales locales des poutres atteintes de RSI à différentes profondeurs (a. 0,08 m ; b. 0,27 m ; c. 0,37 m)**

La Figure 4-99 compare l'évolution des déformations transversales des poutres P2 à P4 à différentes profondeurs. A 0,37 m de profondeur, l'utilisation des cadres semble insuffisante pour confiner la réaction dans cette direction (contraintes évaluées respectivement à 0,3 MPa et 1,25 MPa pour P3 et P4) : une fois de plus, les déformations des poutres armées à cette profondeur sont plus élevées que celle de la poutre non armée. Ce classement des valeurs de déformation pour les différentes poutres apparaît beaucoup moins évident à la lumière des mesures à 0,08 m et 0,27 m de profondeur.

### 3.1.1.3 Fonctionnement des structures dans la direction longitudinale

#### 3.1.1.3.1 Déformations longitudinales locales du béton

La Figure 4-100 représente le suivi des déformations longitudinales locales mesurées par jauges noyées des poutres P3 (faiblement armée) et P4 (fortement armée) toutes deux réactives vis-à-vis de la RSI. En ce qui concerne la poutre P3, seules deux voies restaient en état de fonctionnement à l'issue de la cure thermique. La jauge située la plus en profondeur (0,37 m) a cessé de fournir un signal exploitable après 250 jours d'exposition et une déformation de 0,1 %. De même, la jauge positionnée à 0,27 m de la surface du corps d'épreuve a cessé de fonctionner après 300 jours de suivi. Pour la poutre P4, la jauge P4\_0,37\_H n'a fonctionné que durant 25 jours. En revanche, les trois jauges restantes dans cette direction ont fonctionné durant toute la durée de cette première phase des essais.



**Figure 4-100 : suivi des déformations longitudinales locales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI (a. P3 ; b. P4)**

Comme pour la poutre P2 non armée, on observe dans un premier temps que les déformations mesurées sont d'autant plus importantes qu'on s'approche de la zone d'immersion des corps d'épreuve. Ceci est cohérent avec les couplages établis entre les gonflements de RSI et l'humidité. Néanmoins, à partir de 200 jours pour P3 et à partir de 250 jours pour P4, on observe une inversion de ces tendances : les cinétiques d'évolution des déformations en partie haute des corps d'épreuve surpassent celles de la partie basse. Un tel effet ne peut traduire le couplage local entre humidité et gonflement chimique induit : en effet, l'humidité étant moins conséquente en partie supérieure qu'en partie inférieure, les gonflements imposés correspondants sont moindres. La présence d'armatures longitudinales se révèle donc être nécessaire pour interpréter ce comportement mécanique, les différences de renforcement induisant les différences de déformation. Une analyse détaillée du fonctionnement des armatures longitudinales est proposée en section 3.1.1.3.3.

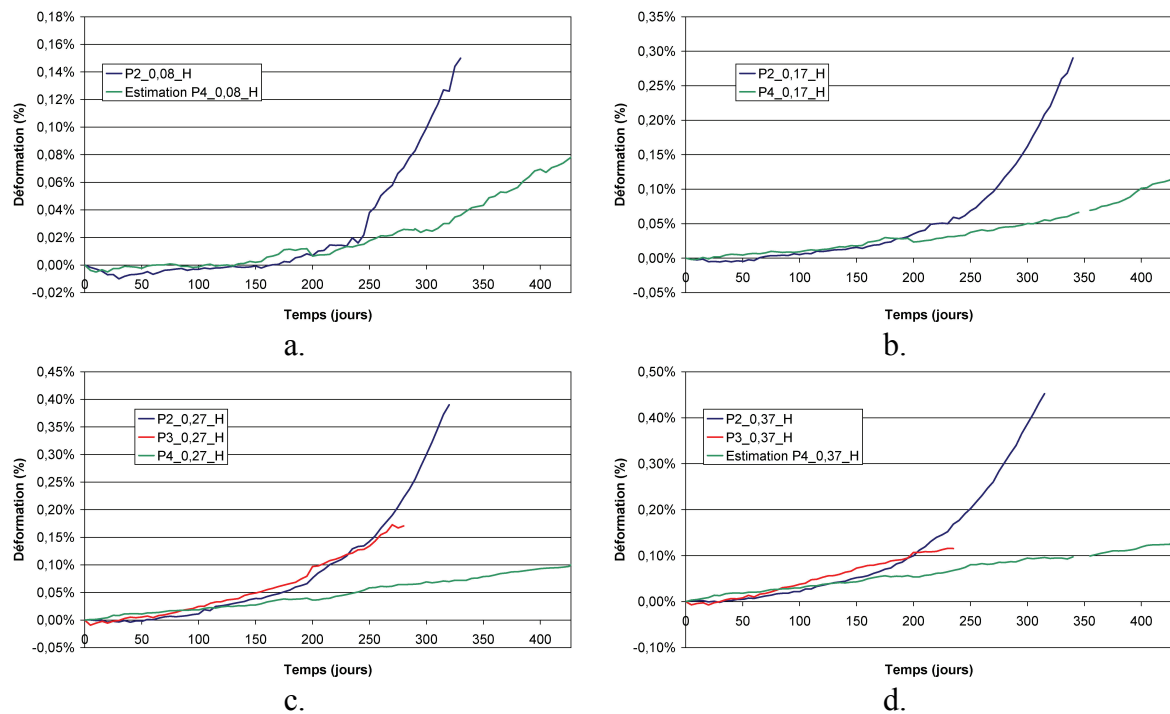
D'ores et déjà, on peut évoquer par analogie avec les travaux de (*Multon 2004*), une « mise en précontrainte chimique » de la structure, c'est-à-dire le développement d'efforts de compression en partie inférieure sous les effets de la sollicitation des aciers longitudinaux par les gonflements imposés : dans un premier temps, des gonflements se développent dans la partie basse des corps d'épreuve, à l'image de ce qu'on observe pour P2, conduisant au développement d'un gradient de déformation sur la hauteur de la structure. En raison de l'adhérence acier-béton, on sollicite ainsi progressivement les aciers longitudinaux inférieurs de la structure ce qui revient à modifier la répartition des efforts dans les corps d'épreuve.

Les déformations mesurées sont cohérentes avec les taux de ferrailage mis en œuvre : avec un ferrailage longitudinal de section moindre, les gonflements se développent plus aisément dans un premier temps dans la partie basse de la structure. On atteint ainsi plus rapidement des niveaux d'expansion imposée conséquents susceptibles de solliciter les armatures inférieures de manière significative. Par la suite, la plus grande souplesse du renforcement de P3 permet « d'inverser » plus rapidement les cinétiques de déformations entre zones inférieure et supérieure des corps d'épreuve. Le plus faible taux de ferrailage en partie supérieure de la poutre P3 reprend ainsi de manière moins importante les efforts de traction en fibre supérieure issus de la mobilisation des armatures inférieures et permet ainsi d'atteindre des déformations plus élevées dans cette zone.

La Figure 4-101 compare les déformations longitudinales locales des poutres P3 et P4 de la Figure 4-100 à différentes profondeurs en superposant les valeurs correspondantes pour la poutre P2 non armée. D'une manière générale, on constate que, au cours d'une période initiale, de durée variable en fonction de la profondeur de mesure, les déformations mesurées dans les trois corps d'épreuve sont tout à fait comparables. On

observe ensuite l'apparition et l'accroissement d'un écart entre la poutre non armée et les poutres armées. Cet écart illustre l'effet réducteur des armatures longitudinales inférieures sur le développement de gonflements au sein des structures armées.

Pour les profondeurs où on dispose de mesures pour les trois corps d'épreuve, on note que cet effet réducteur est d'autant plus important que le taux de ferrailage est élevé. Cet effet est particulièrement visible sur la Figure 4-101.d (mesure à 0,37 m de profondeur). Dans le cas de la Figure 4-101.c, un effet similaire est supposé, la défaillance de la jauge noyée de P3 étant survenue au moment où la divergence avec P2 s'amorçait.



**Figure 4-101 : comparaison des déformations longitudinales locales des poutres atteintes de RSI à différentes profondeurs (a. 0,08 m ; b. 0,17 m ; c. 0,27 m ; d. 0,37 m)**

La Figure 4-102 compare l'évolution des profils hydriques modélisés (modèles définis en sections 1.4.1.2.3 et 1.4.1.2.4) à celle des profils de déformations horizontales locales mesurés. Devant les prises de masse moins importantes et moins rapides des poutres armées par rapport aux poutres non armées, on note ici un écart moins conséquent entre l'estimation issue de la mise en œuvre du modèle de comportement hydrique binaire et celle obtenue par l'utilisation du modèle de comportement hydrique de gonflement libre pondéré par la cinétique d'imbibition globale.

Le cas de P3 illustre l'inversion de pente du profil de déformation sous les effets de la sollicitation des armatures en partie basse. A 235 jours, dernière échéance de mesure disponible dans ce cas, le front d'imbibition est estimé avoir atteint une profondeur comprise entre 0,25 m et 0,35 m selon le modèle considéré.

Dans le cas de P4, l'inversion de pente du gradient hydrique n'a pas encore été constatée de manière franche à l'issue des 427 jours de suivi. En effet, on passe progressivement d'un profil de déformation quasi linéaire suivant la hauteur du corps d'épreuve à un profil « triangulaire » caractérisé par une accélération très marquée de la cinétique de déformation à une profondeur de 0,17 m et le maintien d'un taux de déformation faible à 0,08 m de profondeur. Ce résultat semble singulier et trouve difficilement une explication à la lumière des résultats dont nous disposons à l'heure actuelle. Une dérive de la jauge noyée à 0,17 m pourrait être envisagée. Néanmoins,

l'évolution du signal de mesure ne semble pas indiquer de variation anormale au cours du temps et ne permet pas de conclure sur ce point. Il convient de compléter l'analyse de ces données avec l'ensemble des mesures associées au fonctionnement longitudinal, la synthèse étant faite ci-après en section 3.1.1.3.5.

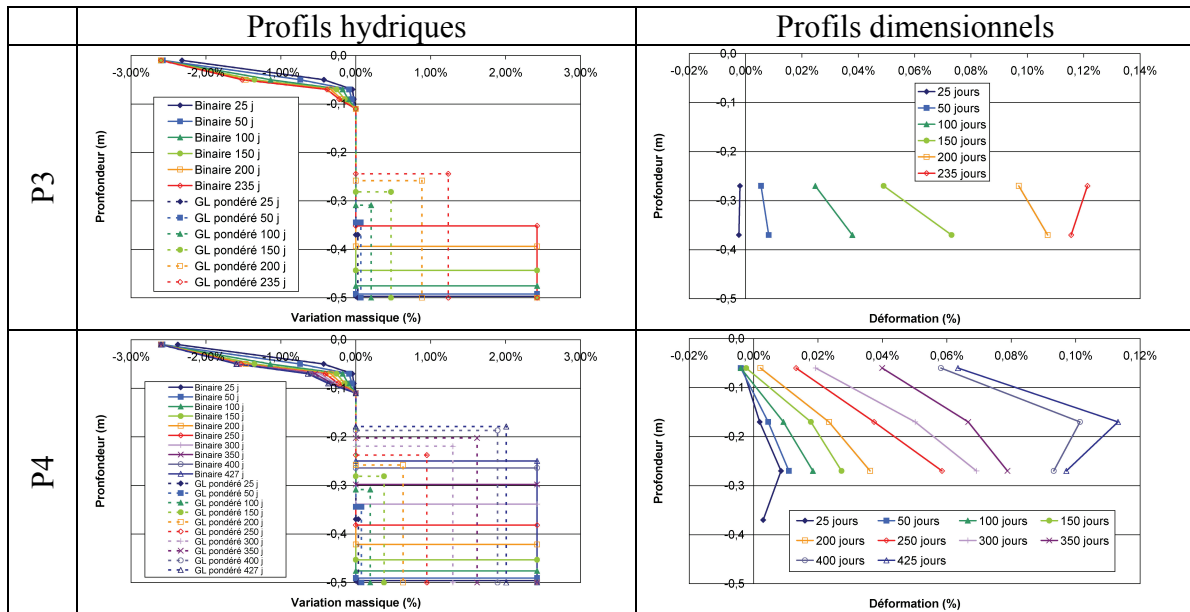


Figure 4-102 : évolution comparée des profils hydriques et de déformations longitudinales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI

### 3.1.1.3.2 Déformations longitudinales globales du béton

La Figure 4-103 représente les suivis dimensionnels globaux dans la direction longitudinale des poutres P3 et P4. Les mesures par capteurs LVDT se sont révélées plus aisées à réaliser pour ces corps d'épreuve. En effet, les déformations moins importantes en présence d'armatures ont limité la fissuration et la rotation des sections, facilitant ainsi la mise en œuvre de ce type d'instrumentation.

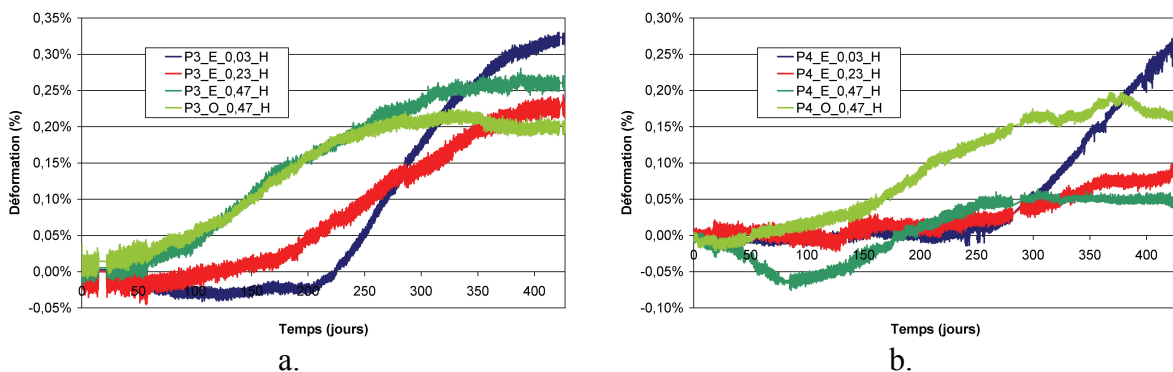


Figure 4-103 : suivi des déformations longitudinales globales des poutres armées réactives vis-à-vis de la RSI (a. P3 ; b. P4)

Néanmoins, on note une évolution singulière des capteurs situés en partie basse de la poutre P4 (évolution dissymétrique avec contraction à l'Est). Lors de l'instrumentation, ces capteurs ont été positionnés plus bas que pour les autres poutres. Ceci a conduit à une immersion périodique de ces capteurs et a causé leur mauvais fonctionnement. Par



conséquent, les données relatives à ces deux capteurs ne seront pas considérées dans la suite de notre analyse.

On note dans un premier temps une élongation à 0,23 m de profondeur s'accompagnant d'une contraction de la fibre supérieure cohérente avec les mesures locales. De la même manière, les inversions de pente du profil de déformation suivant la hauteur de la poutre (c'est à dire sur cette figure l'instant où les courbes se coupent) sont observées à des instants similaires à ceux déterminés par les mesures par jauges noyées, à savoir après environ 250 jours pour P3 et 350 jours pour P4. La section 3.1.1.3.5 propose une confrontation quantitative des mesures locales et globales.

### **3.1.1.3.3 Déformations des aciers longitudinaux**

La Figure 4-104 et la Figure 4-105 représentent l'évolution des déformations des armatures longitudinales à mi-portée en partie inférieure (ALI positionnées à 0,442 m de profondeur pour les poutres fortement armées et 0,457 m de profondeur pour la poutre faiblement armée) et en partie supérieure (ALS positionnées à 0,052 m de profondeur pour les poutres fortement armées) respectivement pour les poutres P3 et P4. Pour les jauges soudées sur les armatures inférieures, on observe pour chaque poutre que seule une jauge sur les deux utilisées a fonctionné durant toute la première phase des essais sur poutres. Les autres jauges ont fonctionné durant 100 à 150 jours avant de fournir un signal erroné. Pour les armatures supérieures, les deux jauges utilisées pour P4 ont fourni un signal cohérent en termes d'ordre de grandeur. Néanmoins, pour la jauge P4\_ALS\_O, on observe des variations brutales et inexplicables à la lumière des phénomènes que nous avons notés tout au long des essais. Ces variations ne semblent pas retranscrire une réalité physique, ce qui est justifié par la comparaison de cette mesure aux déformations estimées à l'aide des autres profils de déformation horizontale disponibles. Ainsi, par la suite, les données de cette voie de mesure ne seront pas considérées au delà d'une échéance de 120 jours, date à laquelle on observe le premier saut de valeur.

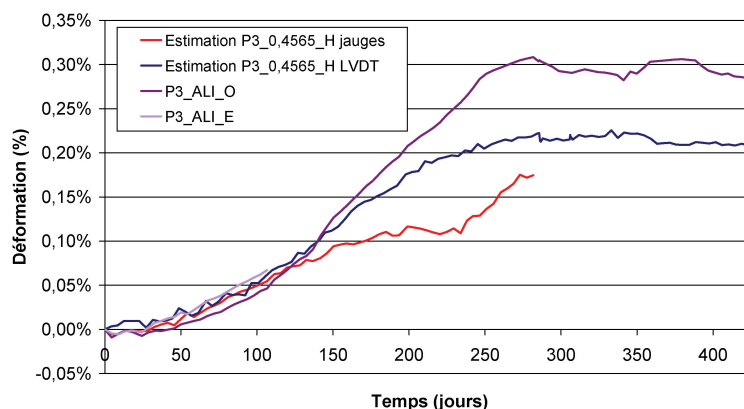
Ces mesures sur les aciers sont confrontées aux estimations de déformations longitudinales calculées à l'aide des profils (obtenus par mesures locales et globales) aux profondeurs correspondantes, en supposant un diagramme linéaire.

Pour la poutre P3, on note une bonne estimation de la déformation des armatures inférieures par les LVDT jusqu'à une déformation de l'ordre de 0,15 % au delà de laquelle la déformation calculée sous-estime le résultat expérimental (écart de l'ordre de 0,1 % au maximum).

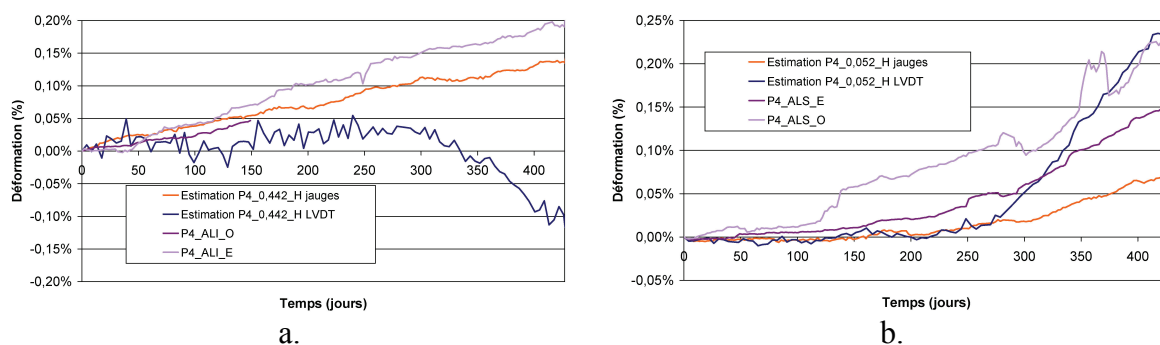
Pour P4, la comparaison des déformations des aciers mesurées par les jauges et calculées à l'aide du profil de déformation horizontale obtenus par les jauges noyées montre une bonne corrélation entre les deux résultats. Cette considération est beaucoup moins nette si on analyse l'estimation correspondante obtenue à l'aide des mesures de déformation globale (capteurs LVDT). Néanmoins, il convient de garder à l'esprit que seules deux voies de mesure ont pu être considérées dans ce cas (cf. section 3.1.1.3.2). Ainsi, le moindre biais dans l'une des deux mesures conduit inévitablement à un écart d'estimation de la pente du profil de déformation.

Finalement, l'estimation des déformations des aciers à partir des profils de déformations longitudinales des structures se révèle satisfaisante. Ceci indique que

l'hypothèse d'adhérence acier-béton est globalement satisfaite. Les résultats de cette analyse sont synthétisés en section 3.1.1.3.5.



**Figure 4-104 : déformation des armatures longitudinales inférieures (ALI) de la poutre P3 et confrontation aux estimations obtenues à partir des profils de déformations longitudinales**



**Figure 4-105 : déformation des armatures longitudinales inférieures (ALI – a.) et supérieures (ALS – b.) de la poutre P4 et confrontation aux estimations obtenues à partir des profils de déformations longitudinales**

### 3.1.1.3.4 Mesures de flèches

La Figure 4-106 et la Figure 4-107 représentent respectivement le suivi des flèches des poutres P3 et P4. Dans les deux cas, on observe dans un premier temps une déflexion vers le bas de la structure. Une fois la sollicitation des aciers longitudinaux inférieurs suffisante, on note une inversion progressive de la flèche des structures jusqu'à l'apparition d'une déflexion vers le haut.

La Figure 4-108 compare l'évolution des flèches des poutres P2, P3 et P4. Durant les 100 premiers jours d'exposition, on note des déflexions comparables pour les poutres P2 et P4. En revanche, la poutre P3 développe des flèches significativement plus importantes que la poutre P2 bien qu'elle soit armée. Il apparaît difficile d'avancer une explication précise à ce phénomène. En effet, les poutres ont été fabriquées à l'aide d'un même lot de constituants. Le potentiel de gonflement d'origine chimique est donc a priori comparable. Par ailleurs, le suivi thermique en phase de cure n'a révélé aucun écart entre les deux corps d'épreuve. Leurs matériaux constitutifs respectifs présentent donc un potentiel de gonflement d'origine thermique similaire. Une différence de mise en œuvre des matériaux lors de la fabrication des corps d'épreuve pourrait expliquer en partie ce phénomène : la variabilité des temps de vibration des matériaux à l'aiguille peut induire des variations de porosité d'un corps d'épreuve à l'autre influant sur les cinétiques et les

amplitudes de gonflement. Néanmoins, ceci semble difficilement pouvoir constituer la seule explication aux différences significatives observées. Par ailleurs, la Figure 4-103 met en évidence un retrait en fibre supérieure plus conséquent pour P3 que pour P4 : ceci contribue à l'augmentation de la déflexion de P3. Une porosité plus importante en face supérieure pourrait expliquer ce phénomène.

Par ailleurs, pour P3 et P4, on observe un écart significatif entre la flèche mesurée en face Est (Flèche 3) et en face Ouest (Flèche 8) après environ 200 jours d'exposition. Cet écart croît au cours du temps et est de l'ordre de 1 mm à l'issue des 427 jours de suivi. Une fois de plus, cet écart apparaît difficilement explicable sur la base des résultats dont nous disposons. Les écarts de température au sein de la salle se révèlent trop faibles pour expliquer une différence de cinétique entre les deux faces de la poutre. Par ailleurs, après vérification, la mise en cause d'un écart de condition de conservation hydrique entre les deux faces des corps d'épreuve semble également exclue. En outre, aucune mise en contact des poignées d'appui n'a été observée. Enfin, aucun problème métrologique n'a pu être mis en évidence. Ainsi, dans l'état actuel de nos connaissances, il semble délicat d'avancer une explication précise à ces écarts.

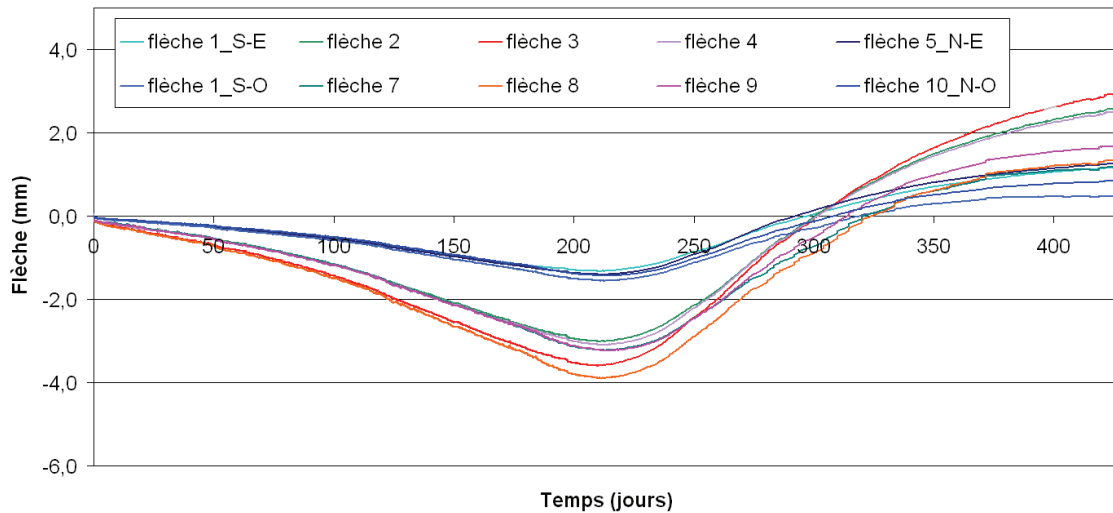


Figure 4-106 : suivi des flèches de la poutre P3

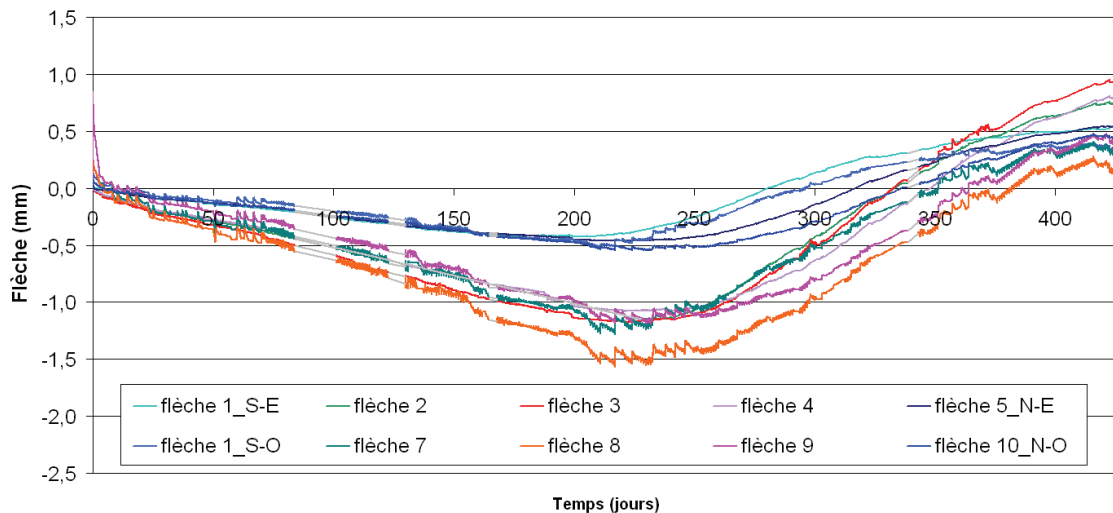


Figure 4-107 : suivi des flèches de la poutre P4

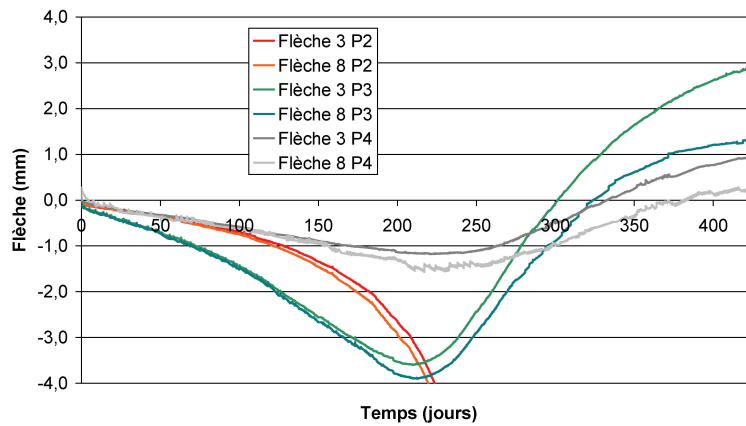


Figure 4-108 : comparaison des flèches des poutres P2, P3 et P4

La Figure 4-109 compare les flèches à mi-portée mesurées et celles calculées à l'aide des déformations longitudinales des poutres P3 et P4 (calcul par intégration de la courbure des sections droites estimée à l'aide de ces deux méthodes de mesure).

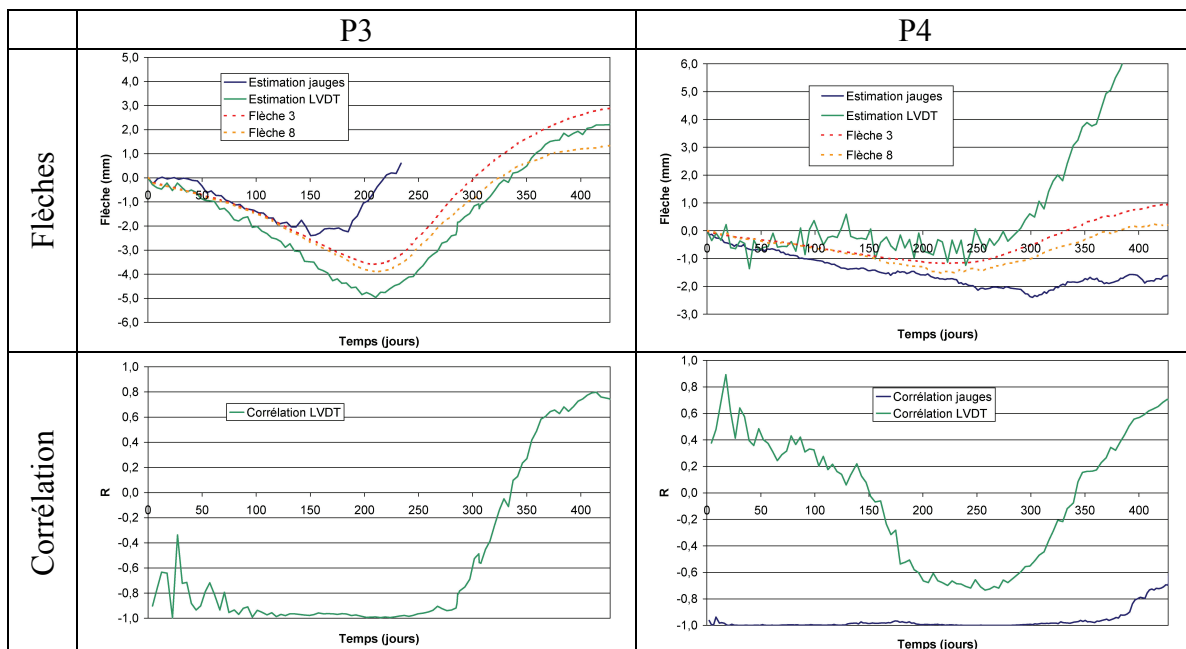


Figure 4-109 : confrontation des flèches à mi-portée mesurées et calculées – poutres P3 et P4

Pour P3, le profil de déformations longitudinales obtenu à l'aide des mesures globales se révèle bien adapté pour retranscrire la déflexion de la structure au cours du temps. On note après 300 jours une inversion du signe du coefficient de corrélation entre déformation et profondeur correspondant au changement de pente du profil de déformation et traduisant le changement de sens de déflexion de la poutre. Le calcul de la flèche à l'aide des mesures locales se révèle beaucoup moins adapté : si durant les 150 premiers jours, l'estimation est conforme, on note au delà de cette échéance une augmentation de la flèche non conforme à la mesure expérimentale. L'utilisation de seulement deux points (par ailleurs relativement proches suivant la hauteur de la poutre) pour établir le profil de déformation peut conduire à une divergence des résultats et ce même pour de faibles biais de la mesure (par exemple, à 200 jours, une variation de la déformation à 0,27 m de 0,1 % à 0,06 % conduit à des estimations de flèche respectivement égales à -1 mm et -4 mm – cet écart de déformation semble pouvoir être expliqué par l'hétérogénéité des gonflements [cf. essais de gonflement libre]).

Pour P4, la corrélation des mesures de déformations globales avec les flèches apparaît médiocre. En particulier, le comportement singulier de la mesure obtenue à l'aide de la voie P4\_E\_0,47\_H conduit à une surestimation de la flèche lors de l'inversion de la direction de déflexion. Néanmoins, aucun élément ne semble permettre d'écarter une des deux mesures. Une bonne linéarité du profil de déformation horizontale est en revanche notée pour les mesures locales. L'intégration de la courbure permet d'obtenir une estimation satisfaisante de la flèche durant 250 jours. Par la suite la dégradation de cette corrélation traduit la perte de linéarité apparente du profil de déformation présenté par la Figure 4-102 et est inhérente à la phase d'inversion du profil de déformation durant laquelle la régression linéaire est plus sensible aux variations des mesures (pente du profil proche de zéro dans ce cas).

Finalement, il apparaît possible de retrouver de manière satisfaisante la flèche des structures par intégration de la courbure des sections obtenue à l'aide de mesures de déformations longitudinales locales et/ou globales. Les hypothèses de validité de la théorie des poutres sont donc vérifiées.

### ***3.1.1.3.5 Profil de déformation horizontale moyen – description du fonctionnement structurel dans le cadre de la théorie des poutres***

La Figure 4-110 et la Figure 4-111 représentent respectivement les profils de déformation horizontale moyens pour les poutres P3 et P4 déterminés à l'aide de l'ensemble des mesures réalisées dans cette direction et dont la pertinence a été démontrée au cours de notre analyse. Le Tableau 4-11 et le Tableau 4-12 fournissent quelques valeurs caractéristiques de la courbure et de la déformation longitudinale moyenne au cours du temps. Ils proposent également une quantification de la dispersion des résultats expérimentaux par rapport à ce profil moyen. A la lumière de notre analyse, il est possible de décrire le comportement de ces structures dans la direction longitudinale à l'aide de ces seules données.

Dans les deux cas, la donnée de ces profils permet de retrouver de manière tout à fait satisfaisante la flèche mesurée expérimentalement. Pour P3, on note néanmoins un écart croissant entre les deux approches à partir d'une cinquantaine de jours et ce jusqu'à environ 200 jours avec une valeur maximale d'environ 1 mm. Au delà de cette échéance, l'écart reste stable. Le profil de déformation horizontale moyen traduit le fonctionnement général de la structure consistant en une élongation moyenne de la structure (les profils se déplacent vers la droite du graphe) et une variation de la flèche caractérisée par deux phases (déflexion vers le bas puis vers le haut avec changement du signe de la courbure). La dispersion des données reste modérée et présente une valeur maximale de l'ordre de 0,04 % après 435 jours pour une déformation moyenne de 0,27 %.

En ce qui concerne P4, on note un comportement global similaire. Néanmoins, l'estimation de la flèche par intégration de la courbure apparaît plus « bruitée » que dans les cas précédents, caractérisant ainsi la plus grande dispersion des points expérimentaux par rapport au profil moyen (écart quadratique d'environ 0,07 % pour une déformation longitudinale moyenne de 0,16 % à 435 jours).

La Figure 4-112 compare les déformations longitudinales moyennes des poutres fortement réactives vis-à-vis de la RSI. Logiquement, on note une élongation « finale » d'autant plus importante que le taux de ferrailage est faible. Durant environ 200 jours, les déformations sont comparables pour les trois poutres. Au delà de cette échéance (i.e. au moment où l'effet des armatures se fait ressentir en termes de flèche), l'effet des aciers est mis en évidence.

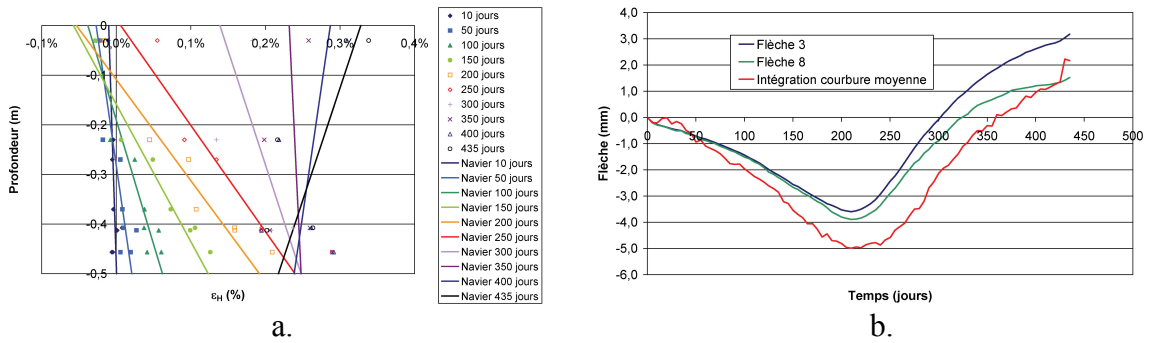


Figure 4-110 : profil de déformation longitudinale moyen (a.) et confrontation aux mesures de flèches (b.) – poutre P3

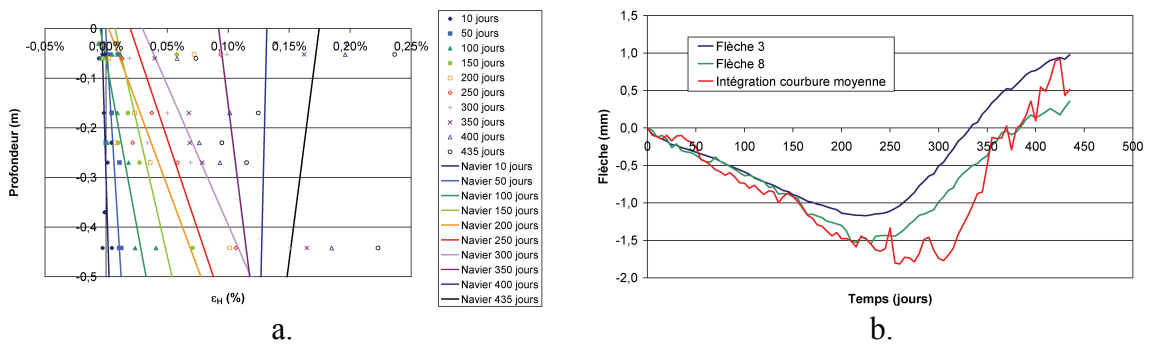


Figure 4-111 : profil de déformation longitudinale moyen (a.) et confrontation aux mesures de flèches (b.) – poutre P4

Tableau 4-11 : évolution de la courbure et de la déformation longitudinale moyenne de la poutre P3

Échéance (j)	Courbure $\chi$	Déformation longitudinale moyenne	Ecart quadratique
10	-2,10E-04	-0,0049%	0,0043%
50	-9,57E-04	-0,0031%	0,0084%
100	-2,00E-03	0,0119%	0,0095%
150	-3,61E-03	0,0330%	0,0143%
200	-4,91E-03	0,0694%	0,0211%
250	-4,67E-03	0,1229%	0,0332%
300	-2,18E-03	0,1934%	0,0394%
350	-3,18E-04	0,2399%	0,0344%
400	9,71E-04	0,2628%	0,0403%
435	2,21E-03	0,2726%	0,0383%

Tableau 4-12 : évolution de la courbure et de la déformation longitudinale moyenne de la poutre P4

Échéance (j)	Courbure $\chi$	Déformation longitudinale moyenne	Ecart quadratique
10	-1,21E-04	-0,0006%	0,0028%
50	-2,54E-04	0,0060%	0,0044%
100	-7,53E-04	0,0139%	0,0078%
150	-9,34E-04	0,0307%	0,0215%
200	-1,51E-03	0,0400%	0,0293%
250	-1,36E-03	0,0539%	0,0305%
300	-1,78E-03	0,0742%	0,0329%
350	-5,09E-04	0,0742%	0,0466%
400	9,61E-05	0,1293%	0,0562%
435	5,25E-04	0,1614%	0,0735%



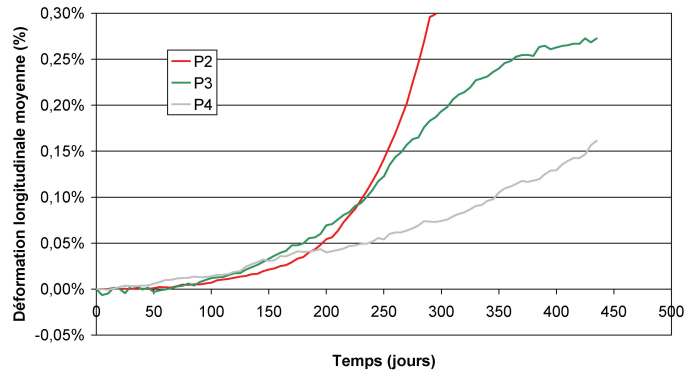


Figure 4-112 : déformations longitudinales moyennes des poutres fortement réactives vis-à-vis de la RSI

### 3.1.1.4 Description de l'évolution de l'état des corps d'épreuve

La Figure 4-113 illustre l'évolution de la fissuration de la poutre P3. Après environ 200 jours d'exposition (cf. Figure 4-113.a), on observe une fissuration en faïençage de la zone immergée qui s'aggrave par la suite (cf. Figure 4-113.b). La fissuration a tendance à se localiser au droit des zones singulières (au niveau des inserts de fixation par exemple – cf. Figure 4-113.c). Au fur et à mesure de l'inversion de la direction de déflexion, on note l'apparition d'une fissuration transversale en partie supérieure (cf. Figure 4-113.d) après environ 230 jours d'exposition. Au niveau des abouts du corps d'épreuve, en face supérieure, on note également le développement d'une zone de faïençage (cf. Figure 4-113.e).

La Figure 4-114 illustre la fissuration de P4 au cours du temps. De la même façon que pour P3, on note dans un premier temps le développement d'un faïençage et de fissures transversales et longitudinales localisées au niveau des angles de la structure et ne se propageant pas (cf. Figure 4-114.a et b). Par la suite, on note une orientation privilégiée de la fissuration longitudinale au droit des armatures (cf. Figure 4-114.c). Au fur et à mesure du développement des expansions, on note l'apparition de fissuration transversale sur la face supérieure après 330 jours d'exposition (cf. Figure 4-114.d) et à terme le développement d'une zone de faïençage au niveau des abouts (cf. Figure 4-114.e).



a.



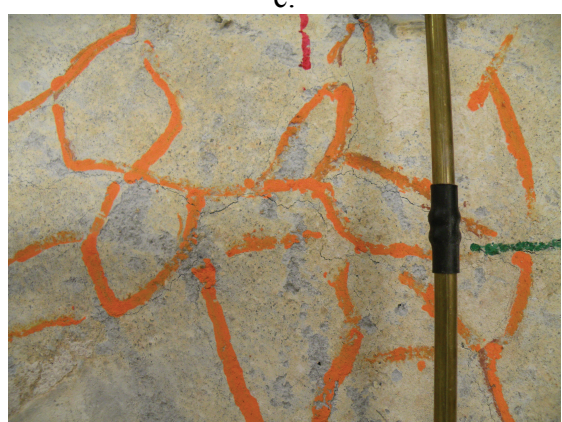
b.



c.



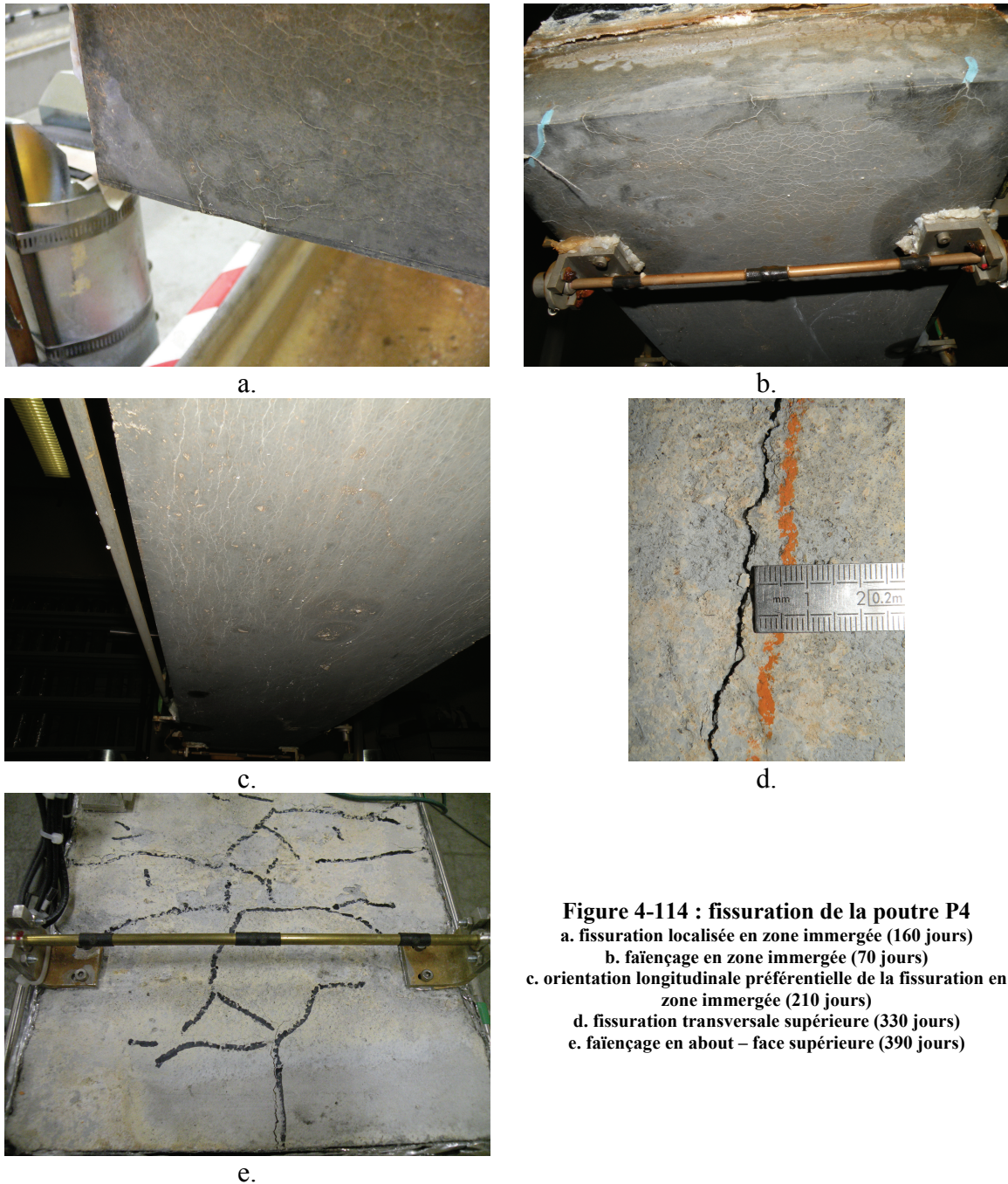
d.



e.

**Figure 4-113 : fissuration de la poutre P3**  
a. faïençage de la zone immergée (200 jours)  
b. faïençage de la zone immergée (250 jours)  
c. fissuration au niveau des inserts de fixation (250 jours)  
d. fissuration transversale en face supérieure (427 jours)  
e. faïençage en about de poutre, face supérieure (427 jours)





**Figure 4-114 : fissuration de la poutre P4**  
a. fissuration localisée en zone immergée (160 jours)  
b. faïençage en zone immergée (70 jours)  
c. orientation longitudinale préférentielle de la fissuration en zone immergée (210 jours)  
d. fissuration transversale supérieure (330 jours)  
e. faïençage en about – face supérieure (390 jours)

### 3.1.2 Cas de la poutre armée P6 réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG

#### 3.1.2.1 Déformations dans la direction verticale

La Figure 4-115 représente les suivis dimensionnels locaux dans la direction verticale de la poutre P6. De la même façon que pour les autres poutres, les jauges situées à proximité de la zone immergée ont une durée de vie moindre que celles positionnées dans la partie haute, résultat de l'effet des déformations et de la forte humidité autour de ces capteurs. La dernière mesure de déformation à 0,37 m de profondeur à 230 jours indique une elongation de 0,35 %. Comme pour toutes les poutres, on constate le développement

d'un gradient de gonflement (cf. Figure 4-116). Les faibles gonflements développés à 0,08 m de profondeur sont cohérents avec les hauteurs de remontée du front d'imbibition estimées.

La comparaison des déformations des poutres P5 et P6 (cf. Figure 4-117) indique des gonflements plus importants dans le cas de la poutre non armée, en particulier au jeune âge et en partie haute, résultat opposé de ce qui a pu être mis en évidence pour les poutres atteintes de RSI (cf. section 3.1.1.1). En considérant le profil de déformation verticale comme linéaire, on évalue la déformation moyenne à 0,24 % après 230 jours d'exposition. A ce stade, les cadres d'effort tranchant sont donc plastifiés (cf. Figure 4-96). On évalue ainsi que la contrainte moyenne développée dans le béton est de 2,5 MPa à cette échéance (en réalité, la distribution spatiale de cette contrainte correspond plus probablement à une concentration d'effort au droit du cadre puis à une diffusion spatiale de la contrainte dans l'espace inter-cadre). L'observation d'une déformation plus faible dans le cas de la poutre armée semble donc indiquer que les cadres permettent cette fois-ci de confiner partiellement le gonflement (les jauges sont disposées aux mêmes endroits pour P5 et P6).

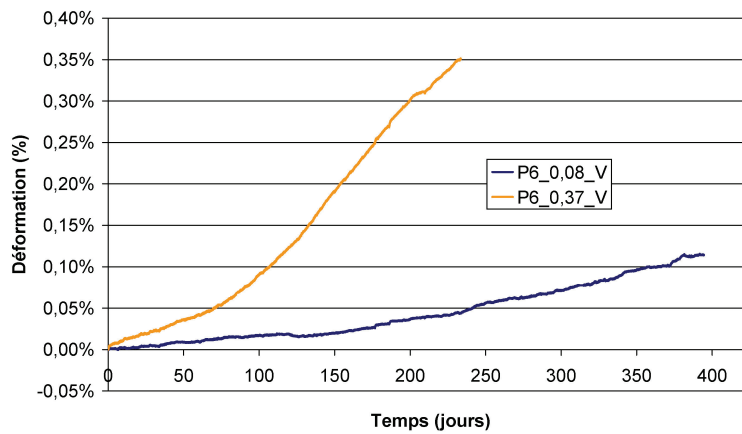


Figure 4-115 : suivi des déformations verticales locales de la poutre armée réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG

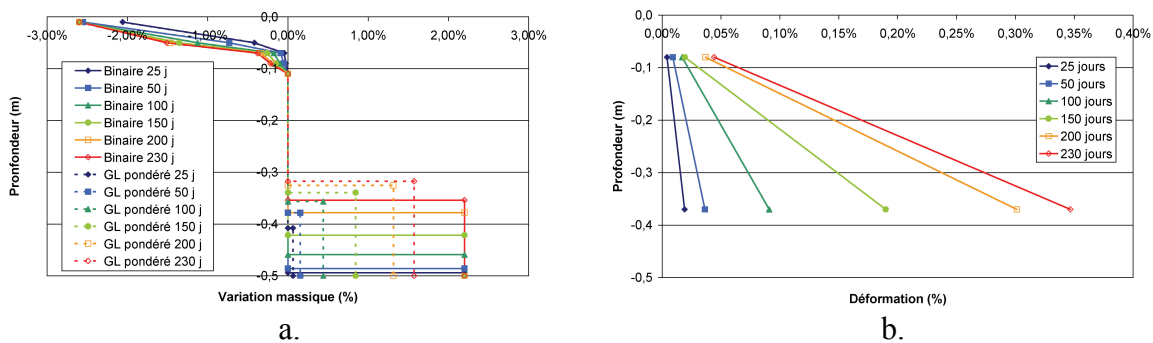


Figure 4-116 : évolution comparée des profils hydriques (a.) et de déformations verticales (b.) de la poutre armée réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG

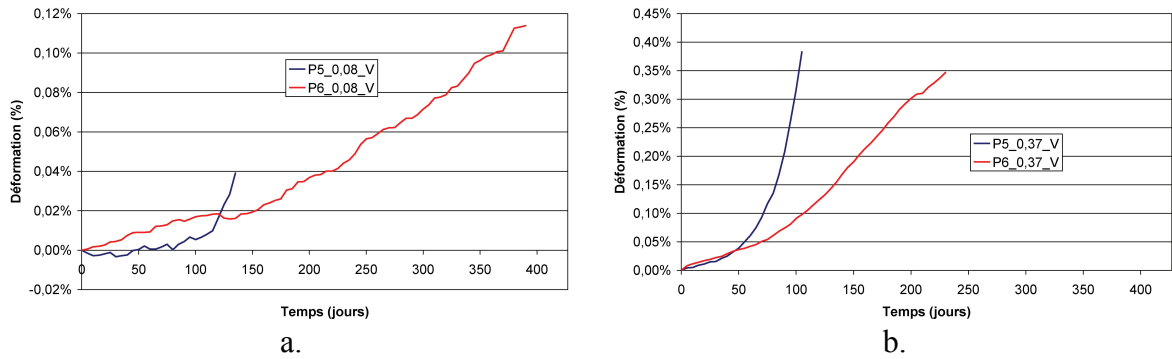


Figure 4-117 : comparaison des déformations verticales locales des poutres atteintes de RSI et de RAG à différentes profondeurs (a. 0,08 m ; b. 0,37 m)

### 3.1.2.2 Déformations dans la direction transversale

La Figure 4-118 représente le suivi des déformations transversales locales de la poutre P6. On note une défaillance de la jauge P6\_0,37\_T après 160 jours de suivi (déformation de l'ordre de 0,28 %). La Figure 4-119 confirme le développement d'un gradient de gonflements sévère avec des déformations de l'ordre de 0,5 % à 0,27 m de profondeur après 390 jours de suivi contre seulement 0,1 % à 0,08 m à la même échéance. Ces valeurs d'expansion apparaissent cohérentes vis-à-vis des profondeurs de remontée du front d'imbibition telles qu'elles sont estimées par les modèles des sections 1.4.1.2.3 et 1.4.1.2.4 (néanmoins, on ne mesure pas dans cette direction les déformations chimiques imposées, la partie supérieure de la poutre peu humide empêchant les déformations de la zone expansive). Même si relativement peu de données sont disponibles à une profondeur de 0,37 m, il semble que le profil développé soit fortement non linéaire, appuyant ainsi nos suppositions de progression très rapide du front d'expansion dans le cas d'une poutre atteinte de RSI et de RAG (cf. section 2.3).

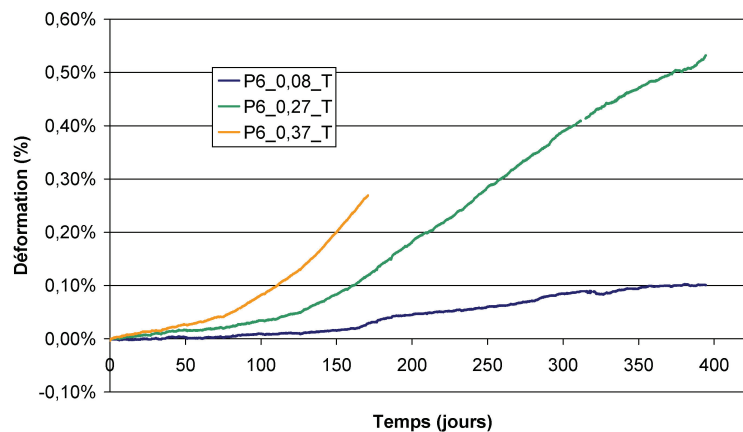
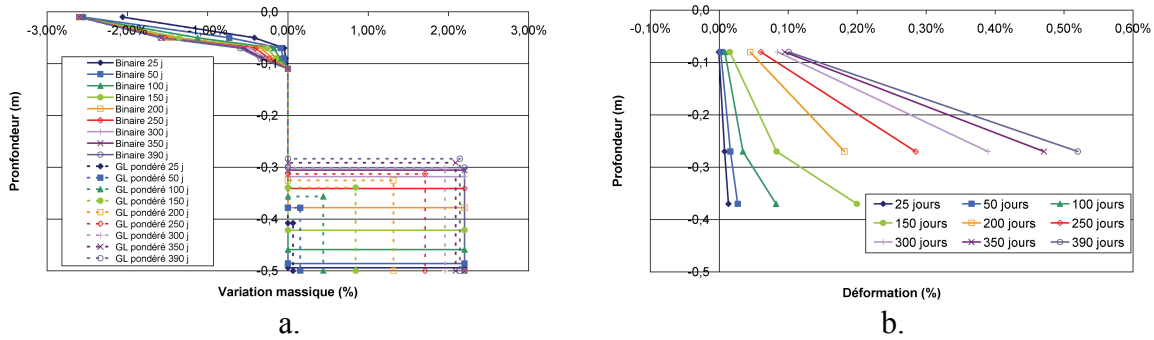


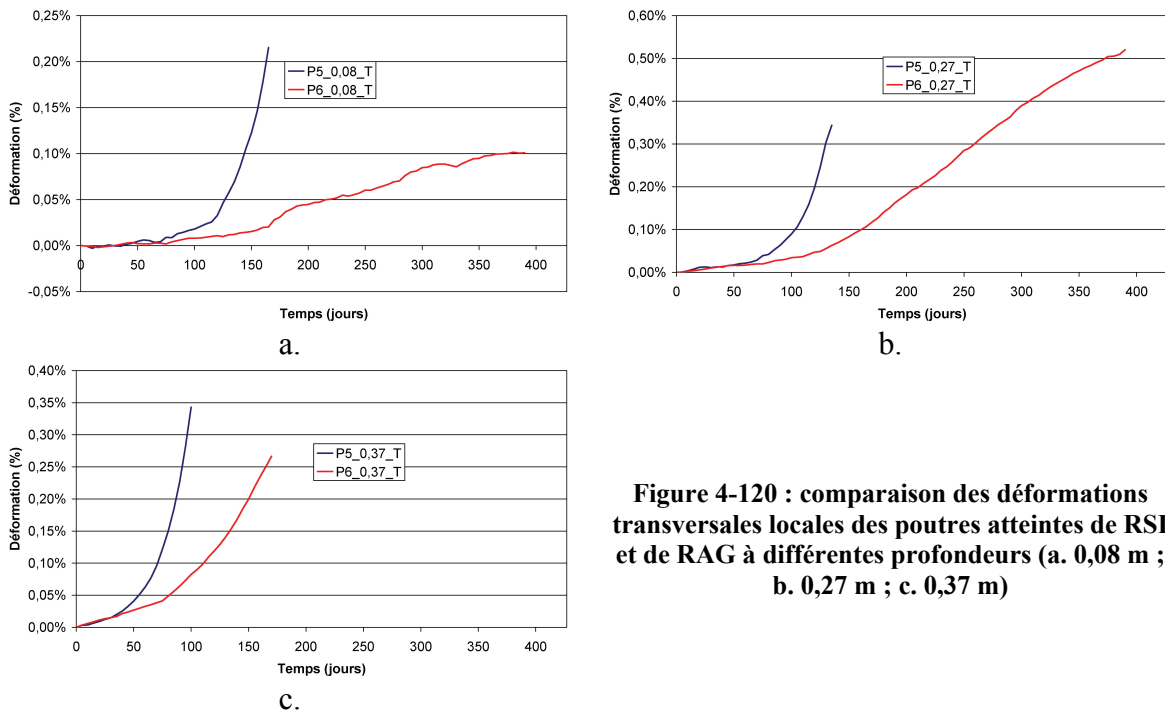
Figure 4-118 : suivi des déformations transversales locales de la poutre armée réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG



**Figure 4-119 : évolution comparée des profils hydriques et de déformations transversales de la poutre armée réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG**

La Figure 4-120 compare les déformations des poutres armée et non armée atteintes de RSI et de RAG à différentes profondeurs. Contrairement au cas des poutres uniquement atteintes de RSI (Figure 4-99), on note que les déformations de la poutre armée sont moins importantes que celles de la poutre non armée.

Les mesures de déformations en partie basse indiquent que les cadres sont très probablement plastifiés (déformation supérieure à 0,2 % au delà de 150 jours). La contrainte moyenne correspondante dans le béton est ainsi estimée à 1,25 MPa (cf. section 3.1.1.2). Il semble donc que cette contrainte permette de réduire les expansions dans cette direction.



**Figure 4-120 : comparaison des déformations transversales locales des poutres atteintes de RSI et de RAG à différentes profondeurs (a. 0,08 m ; b. 0,27 m ; c. 0,37 m)**

### 3.1.2.3 Fonctionnement de la structure dans la direction longitudinale

#### 3.1.2.3.1 Déformations longitudinales locales du béton

La Figure 4-121 représente le suivi des déformations longitudinales locales de la poutre P6. La mesure obtenue à l'aide de la jauge P6\_0,17\_H met en évidence un comportement singulier : on observe une augmentation très rapide du signal de mesure par



rapport aux autres voies. De plus, de telles variations ne semblent pas cohérentes avec les mesures globales par capteur LVDT (cf. section 3.1.2.3.2). Ainsi, il semble que le signal issu de cette jauge soit erroné. Par la suite, il ne sera pas considéré. Les autres jauges semblent avoir fonctionné de manière satisfaisante.

Comme pour les poutres P3 et P4, on mesure dans un premier temps des déformations d'autant plus importantes que le point considéré est proche de la zone d'imbibition. Par la suite, après 200 à 300 jours d'exposition, on note une inversion de cette tendance. Ce phénomène est une fois encore le fruit de la sollicitation des armatures longitudinales inférieures appliquant par contre-réaction aux gonflements en zone humidifiée un effort de compression dans la partie basse du corps d'éprouve.

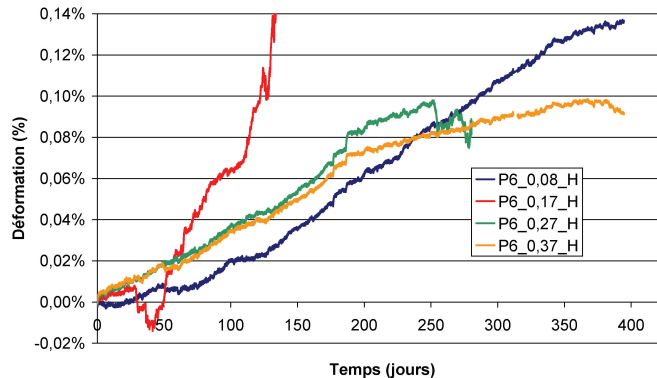


Figure 4-121 : suivi des déformations longitudinales locales de la poutre P6

La Figure 4-122 compare l'évolution des profils hydriques et des profils de déformations horizontales de P6. Comme pour P3 et P4 (cf. Figure 4-102), on constate un changement de signe de la pente du gradient de déformation aux alentours de 240 jours.

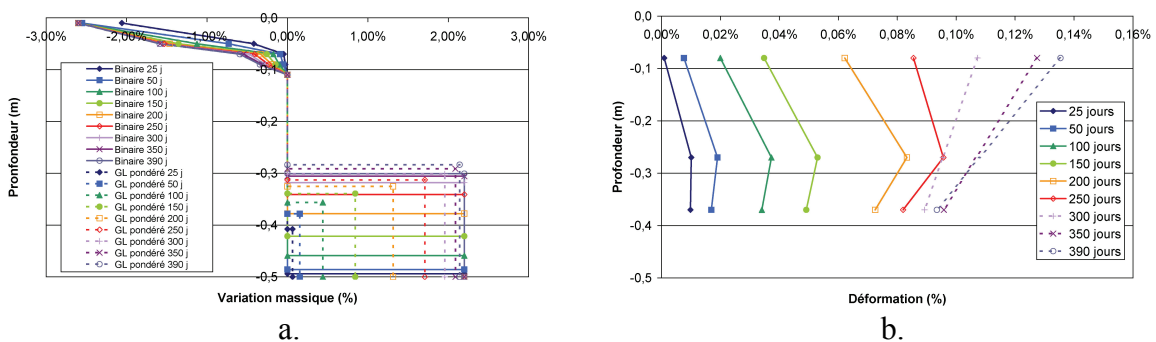


Figure 4-122 : évolution comparée des profils hydriques (a.) et de déformations longitudinales (b.) – poutre P6

La Figure 4-123 compare les déformations longitudinales locales des poutres P5 et P6 à 0,37 m de profondeur, seul point de ces deux structures pour lesquelles on dispose d'un suivi dimensionnel identique en raison des défaillances des systèmes d'instrumentation. A l'image des poutres atteintes de RSI, on constate l'effet réducteur des armatures, la déformation de la structure armée à 0,37 m étant moindre que celle de la structure non armée.

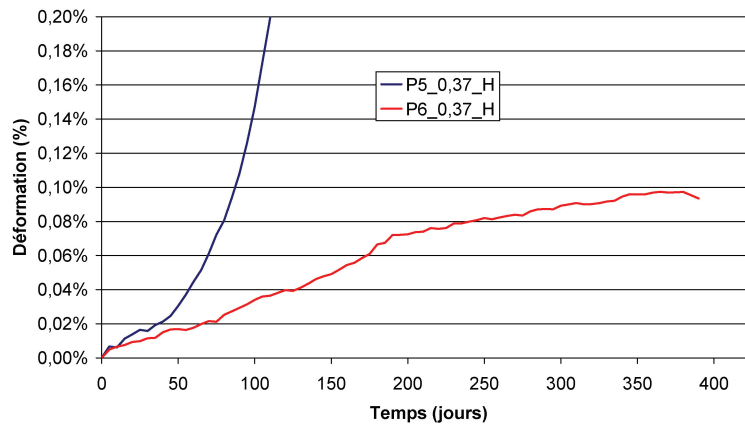


Figure 4-123 : comparaison des déformations longitudinales locales des poutres atteintes de RSI et de RAG à une profondeur de 0,37 m

### 3.1.2.3.2 Déformations longitudinales globales du béton

La Figure 4-124 représente le suivi des déformations globales dans la direction horizontale de la poutre P6. Comme pour les poutres atteintes de RSI, les moins fortes amplitudes de déformation et les rotations de section plus restreintes de cette structure ont rendu la réalisation de ces mesures plus aisées.

Néanmoins, le signal obtenu à l'aide du capteur LVDT P6\_E\_0,47\_H présente un comportement singulier caractérisé par une croissance de la déformation longitudinale dans un premier temps puis par une décroissance à partir de 300 jours de suivi. Aucune cause physique ou météorologique n'a à ce jour pu être identifiée pour expliquer ce phénomène.

On observe dans un premier temps une elongation de la fibre inférieure associée à une contraction de la fibre supérieure cohérente avec les mesures de déformation locale dans cette direction.

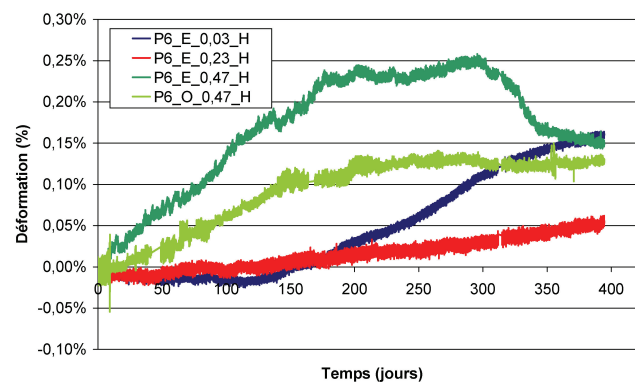
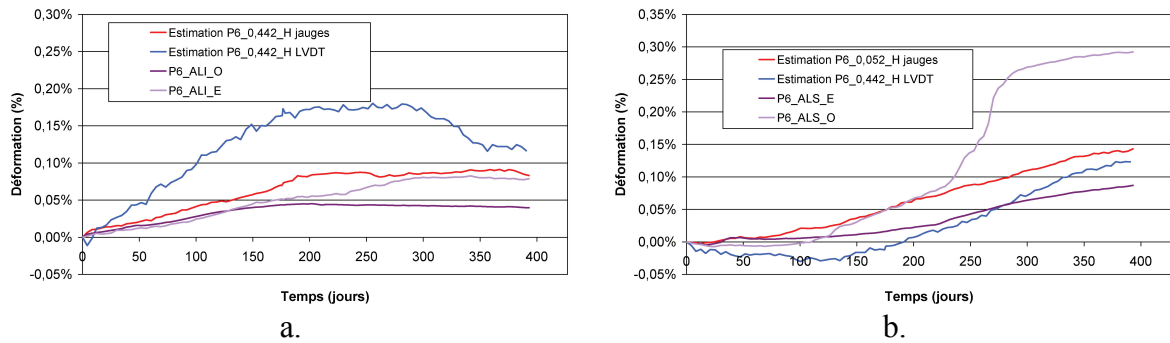


Figure 4-124 : suivi des déformations longitudinales globales de la poutre P6

### 3.1.2.3.3 Déformations des aciers longitudinaux

La Figure 4-125 représente les déformations des armatures longitudinales supérieures et inférieures de la poutre P6 et les confronte aux déformations estimées à des profondeurs identiques à l'aide des mesures de déformation horizontale globale et locale. L'ensemble de ces jauges a fonctionné durant la totalité de la phase d'exposition du corps d'épreuve au moment de la rédaction de ce manuscrit. La jauge P6\_ALS\_O fait état d'un comportement singulier, caractérisé par une augmentation brusque des expansions après

environ 200 jours de suivi puis par un palier de déformation à partir de 260 jours. Devant l'incohérence de ces données, il est suggéré que ce résultat soit le fruit d'un dysfonctionnement de cette jauge. Ces données ne seront donc pas considérées par la suite.



**Figure 4-125 : déformation des armatures longitudinales inférieures (ALI – a.) et supérieures (ALS – b.) de la poutre P6 et confrontation aux estimations obtenues à partir des profils de déformations longitudinales**

La confrontation des déformations des aciers à celles estimées par le profil de déformation horizontale locale met en évidence la corrélation entre ces deux approches. La similitude des déformations estimées dans les deux cas met ainsi en évidence la validité de l'hypothèse d'adhérence des aciers, la déformation du béton et celle de l'acier à une même profondeur étant similaire. En ce qui concerne l'estimation correspondante à l'aide des mesures de déformation globale, on note une différence plus significative en ce qui concerne les déformations des armatures inférieures. Cet écart est explicable par le comportement particulier de la voie de mesure P6\_E\_0,47\_H mis en évidence en section 3.1.2.3.2. Dans le cadre de l'hypothèse de Navier (les sections droites restent planes) qui semble conserver sa validité, la voie P6\_E\_0,47\_H paraît donc suspecte.

### 3.1.2.3.4 Mesures de flèches

La Figure 4-126 représente le suivi des flèches de la poutre P6 au cours du temps. Au moment de la rédaction de ce manuscrit, seuls 360 jours de données étaient disponibles. A l'image du comportement des poutres P3 et P4 (cf. Figure 4-106 et Figure 4-107), on constate dans un premier temps une déflexion de la structure vers le bas. Une fois les armatures longitudinales inférieures suffisamment mobilisées par les gonflements imposés, on assiste à une inversion du signe de variation des flèches (correspondant au changement de signe de la pente du gradient de déformation horizontale) aboutissant à une déflexion vers le haut de la structure.

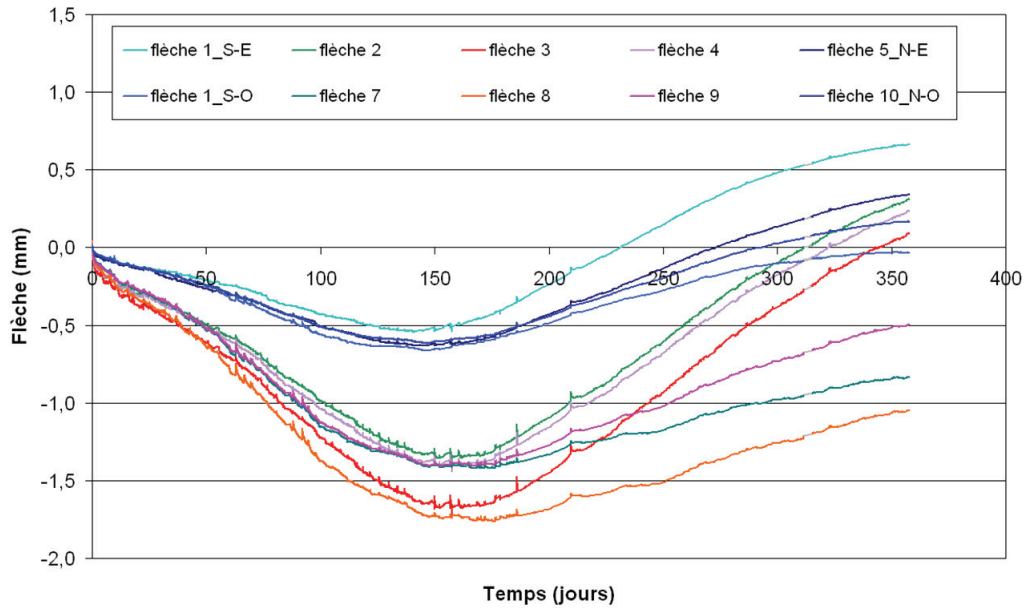


Figure 4-126 : suivi des flèches de la poutre P6

La Figure 4-127 compare l'évolution des flèches des différentes poutres atteintes de RSI couplée ou non à la RAG en fonction de l'importance de leur renforcement par armatures. A l'image des résultats des essais de gonflements libre (cf. Chapitre 3), les poutres P4 et P6 présentent un comportement mécanique global similaire en termes de déflexion, exception faite d'un décalage dans le temps correspondant aux différences de cinétiques d'expansion entre les formules R1 et R2.

Comme pour les corps d'épreuve P3 et P4, on constate au delà de 150 jours d'exposition une divergence des flèches mesurées en faces Est et Ouest de la structure. Une fois encore, aucune explication pertinente n'a pu être avancée au moment de la rédaction de ce mémoire.

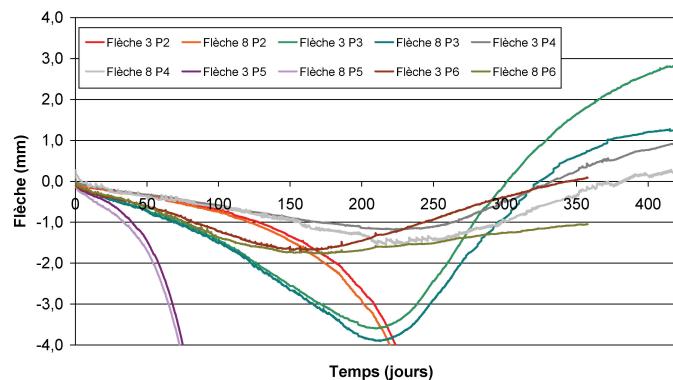


Figure 4-127 : comparaison des flèches des poutres P2 à P6

La comparaison des flèches mesurées à mi-portée et des flèches calculées par intégration de la courbure des sections droites définies par les mesures de déformation locale et globale est donnée par la Figure 4-128. Dans les deux cas, on note que le comportement de flexion global est retrouvé. En revanche, les estimations de flèches paraissent peu satisfaisantes. Ceci souligne la nécessité de considérer ces données dans leur ensemble afin de décrire le fonctionnement structurel de la poutre.

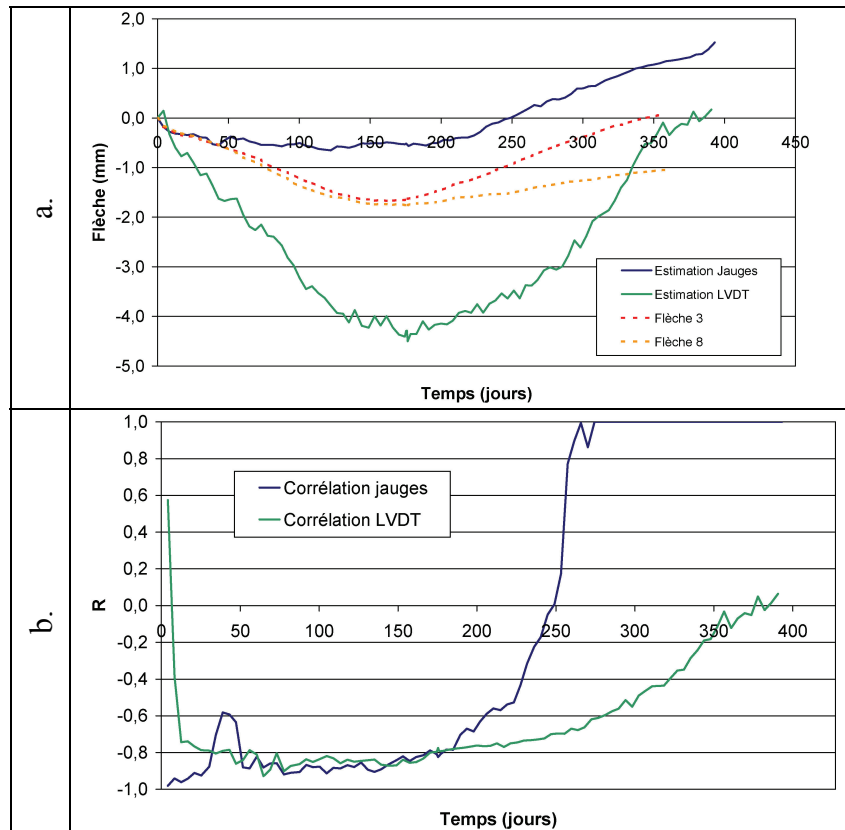


Figure 4-128 : confrontation des flèches à mi-portée mesurées et calculées (a. flèches ; b. coefficients de corrélation) – poutre P6

### 3.1.2.3.5 Profil de déformation horizontale moyen – description du fonctionnement structurel dans le cadre de la théorie des poutres

La Figure 4-129 représente le profil de déformation horizontale moyen tenant compte de l'ensemble des mesures considérées comme fiables réalisées dans cette direction.

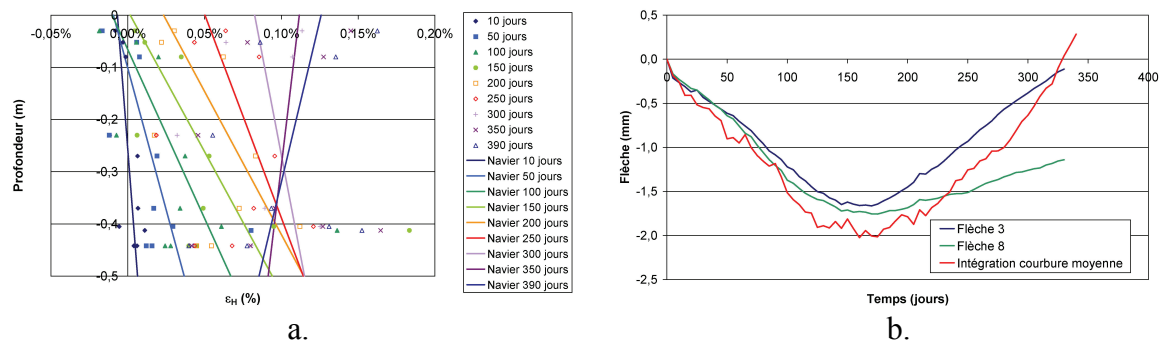


Figure 4-129 : profil de déformation horizontale moyen (a.) et confrontation aux mesures de flèche (b.) – poutre P6

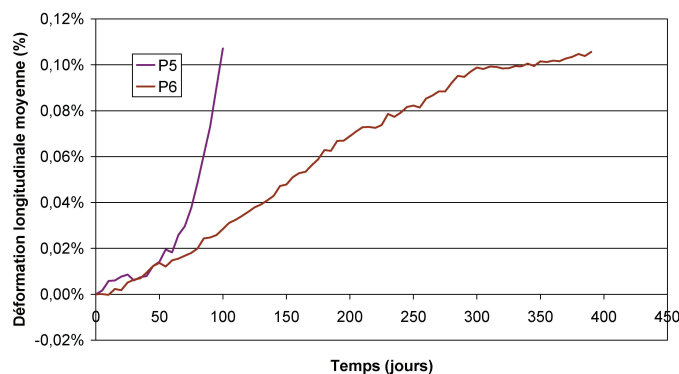
L'intégration de la courbure de ce profil permet de retrouver la flèche mesurée de manière satisfaisante. A l'image des résultats de P4, on note que la courbe de flèche calculée est « bruitée ». Une fois encore, ceci est le résultat de la dispersion des mesures d'autant plus importante que la durée d'exposition est longue (cf. Tableau 4-13 : écart quadratique de l'ordre de 0,04 % pour une déformation moyenne de 0,10 %). Finalement,

la poutre P6 vérifie bien les hypothèses de la théorie des poutres. Son fonctionnement mécanique dans le direction longitudinale peut donc être entièrement décrit par la donnée de ce profil de déformation horizontale moyen.

**Tableau 4-13 : évolution de la courbure et de la déformation longitudinale moyenne de la poutre P6**

Échéance (j)	Courbure $\chi$	Déformation longitudinale moyenne	Ecart quadratique
10	-2,62E-04	-0,0002%	0,0058%
50	-9,22E-04	0,0136%	0,0206%
100	-1,55E-03	0,0284%	0,0329%
150	-1,85E-03	0,0478%	0,0413%
200	-1,82E-03	0,0689%	0,0526%
250	-1,28E-03	0,0823%	0,0523%
300	-6,49E-04	0,0988%	0,0595%
350	4,05E-04	0,1015%	0,0402%

La Figure 4-130 compare les déformations longitudinales moyennes des poutres P5 (non armée) et P6 (fortement armées). Comme pour les poutres réactives vis-à-vis de la RSI, on note dans un premier temps une évolution similaire des déformations pour les deux corps d'épreuve. Par la suite, la mobilisation des armatures conduit à un élongation bien moins importante de la poutre non armée.



**Figure 4-130 : déformation longitudinale moyenne des poutres P5 et P6 – effets des armatures longitudinales**

La Figure 4-131 compare les déformations longitudinales moyennes des poutres P4 (réactive vis-à-vis de la RSI) et P6 (réactive vis-à-vis de la RSI et de la RAG) fortement armées. Durant environ 350 jours, on observe une élongation supérieure pour la poutre P6 ce qui est cohérent avec les conclusions relative aux cinétiques d'expansion des formules R1 et R2 (cf. Chapitre 3). En revanche, au delà de cette échéance, il semble que la poutre P4 gonfle plus que la poutre P6 bien que leurs matériaux constitutifs aient des potentiels d'expansion comparables. Ceci semble confirmer nos premières conclusions indiquant un effet de confinement des armatures sur les expansions de la formule R2.



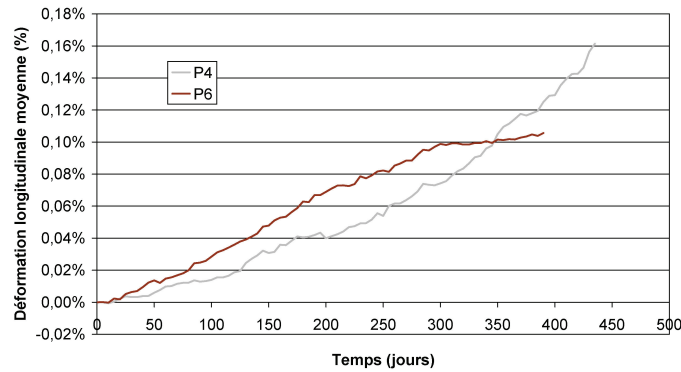


Figure 4-131 : déformation longitudinale moyenne des poutres P4 et P6 – effets de la réactivité du matériau

### 3.1.2.4 Description de l'évolution de l'état des corps d'épreuve

La Figure 4-132 illustre l'état de fissuration de la poutre P6 au cours du temps. Comme pour P3 et P4, on note dans un premier temps l'apparition de fissures très localisées et d'un faïençage en partie basse après environ 140 jours d'exposition (cf. Figure 4-132.a). Par la suite, la mise en « flexion inverse » de la structure conduit à l'apparition progressive de fissures transversales en partie supérieure à partir de 220 jours d'exposition (cf. Figure 4-132.b) puis à la formation d'un faïençage au niveau des abouts des poutres.

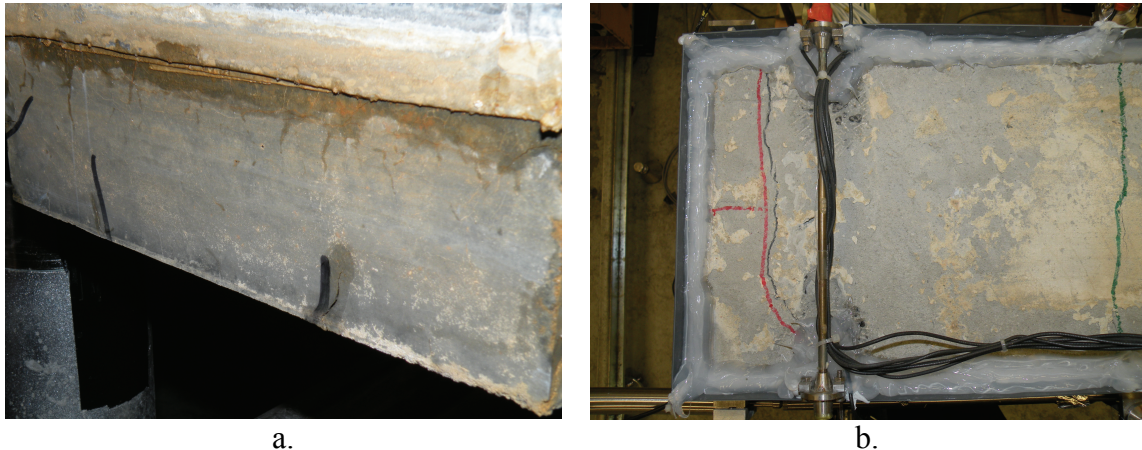


Figure 4-132 : fissuration de la poutre P6  
a. apparition de fissuration localisée dans les angles de la structure en zone immergée (140 jours)  
b. fissuration transversale en face supérieure (427 jours)

### 3.1.3 Conclusions sur le comportement mécanique expérimental des poutres armées

Cette section a présenté en détail les différents suivis dimensionnels réalisés sur des poutres en béton réactif vis-à-vis de la RSI (couplée ou non à la RAG) et plus ou moins armées. Ces données ont été confrontées afin d'analyser le comportement mécanique de structures atteintes par de tels phénomènes expansifs dans les trois directions de l'espace.

Dans tous les cas, le comportement des structures armées peut être décrit de la façon suivante : après une période de comportement similaire à une poutre non armée caractérisée par une déflexion vers le bas, on assiste à une inversion du profil de

déformation longitudinale imposé par le gradient hydrique sous les effets de la sollicitation des armatures longitudinales inférieures : lors du développement de gonflements, les armatures longitudinales inférieures sont soumises à des sollicitations de traction. Par réaction, un effort de compression s'exerce sur le béton et conduit la structure à se comporter de la même façon que lors d'une mise en précontrainte. Finalement, la direction de déflexion des structures se retrouve inversée, la fibre supérieure des poutres étant tendue en fin de suivi. Les amplitudes de variation des flèches sont d'autant plus importantes que la cage d'armature est souple. Le pourcentage d'armatures longitudinales intervient également comme attendu pour limiter l'expansion moyenne dans cette direction.

La réactivité des matériaux mis en œuvre dans cette étude influe essentiellement sur les cinétiques de déformation à niveau de ferrailage équivalent : ainsi, la poutre P6 (formule R2) développe des flèches équivalentes à la poutre P4 (formule R1) mais plus rapidement. Ce résultat est conforme aux conclusions issues de l'étude présentée au Chapitre 3 ayant permis de caractériser les potentiels et les cinétiques de gonflement des différents matériaux.

Les hypothèses de validité de la théorie des poutres ont été vérifiées pour l'ensemble des corps d'épreuve. Ainsi, il est possible de décrire le fonctionnement longitudinal de ces structures par la donnée d'un profil de déformation horizontale (caractérisable par exemple par sa courbure et la déformation moyenne). De tels profils ont été déterminés et quantifiés dans chaque cas et sont proposés à l'issue de l'analyse des mesures expérimentales. Ils sont regroupés en Annexe 7.

## 3.2 Analyse mécanique des poutres armées

### 3.2.1 Principe de modélisation

Le principe de modélisation des poutres armées est tout à fait similaire à celui mis en œuvre pour les corps d'épreuve non armés. Les équations d'équilibre de la section doivent néanmoins être réécrites pour tenir compte des efforts internes repris par les armatures :

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \int_0^h \sigma(z) \cdot b \cdot dz + A \cdot \sigma_{st} + A' \cdot \sigma_{sc} = 0 \\ M = \int_0^h \sigma(z) \cdot z \cdot b \cdot dz + |e| \cdot A \cdot \sigma_{st} + |e'| \cdot A' \cdot \sigma_{sc} = 0 \\ A = \text{section des aciers longitudinaux supérieurs} \\ A' = \text{section des aciers longitudinaux inférieurs} \\ \sigma_{st} = \text{contrainte dans les aciers longitudinaux supérieurs} \\ \sigma_{sc} = \text{contrainte dans les aciers longitudinaux inférieurs} \\ e = \text{position des aciers longitudinaux supérieurs} \\ e' = \text{position des aciers longitudinaux inférieurs} \end{array} \right. \quad (4-34)$$

La résolution de ce système nécessite d'introduire de nouvelles hypothèses. La première consiste à considérer un comportement élastique des aciers, hypothèse probable au moins tant que les expansions restent modérées. Ceci se traduit par la relation (4-35). La seconde suppose une adhérence parfaite entre acier et béton, hypothèse cohérente avec le