



# Comportement rhéologique et mise en œuvre des matériaux cimentaires fibrés

Laëtitia Martinie

## ► To cite this version:

Laëtitia Martinie. Comportement rhéologique et mise en œuvre des matériaux cimentaires fibrés. Autre. Université Paris-Est, 2010. Français. NNT : 2010PEST1077 . tel-00598521

**HAL Id: tel-00598521**

**<https://pastel.hal.science/tel-00598521>**

Submitted on 6 Jun 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :

# THÈSE

présentée à

## UNIVERSITÉ PARIS-EST

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES, INGENIERIE ET ENVIRONNEMENT

par **Laetitia MARTINIE**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

### DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : **Structure et Matériaux**

---

#### Comportement rhéologique et mise en oeuvre des matériaux cimentaires fibrés

---

Date de soutenance : 13 Décembre 2010

Après avis de :

|                                                                  |                    |
|------------------------------------------------------------------|--------------------|
| M. G. AUSIAS, Maître de Conférences - Université Bretagne-Sud    | <b>Rapporteurs</b> |
| M. C. LANOS, Professeur des Universités - Université de Rennes 1 |                    |

Devant la commission d'examen formée de :

|                                                                                    |                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| M. P. COUSSOT, Ingénieur en chef des Ponts, des Eaux et des Forêts<br>- UMR Navier | <b>Président du jury</b>                          |
| M. G. AUSIAS, Maître de Conférences - Université Bretagne-Sud                      | <b>Rapporteurs</b>                                |
| M. C. LANOS, Professeur des Universités - Université de Rennes 1                   |                                                   |
| M. X. CHATEAU, Directeur de recherche - CNRS                                       | <b>Examineurs</b>                                 |
| M. D. BREYSSE, Professeur des Universités - Université Bordeaux 1                  |                                                   |
| M. N. ROUSSEL, Directeur de recherche - LCPC                                       | <b>Directeur de thèse<br/>Conseiller d'études</b> |
| M. P. ROSSI, Directeur de recherche - LCPC                                         |                                                   |



# Résumé

Dès les premières utilisations des matériaux cimentaires, l'ajout de fibres a permis de renforcer ces matrices fragiles. Ces fibres, comme pour tout autre type d'inclusions, modifient les propriétés rhéologiques du matériau à l'état frais.

Dans un premier temps, nous étudions spécifiquement l'influence de l'ajout des fibres sur le seuil d'écoulement de matériaux cimentaires. Nous considérons des écoulements suffisamment brefs pour que l'orientation des fibres soit négligeable. Nous montrons que, comme dans le cas d'inclusions sphériques, il existe une fraction volumique critique de fibres pour laquelle un réseau percolé de contacts directs entre inclusions se forme. Nous déduisons de ce constat une méthode permettant de prédire la quantité de fibres pour laquelle une augmentation de plusieurs ordres de grandeurs du seuil du matériau a lieu. Nous dérivons de cette étude des critères de formulation utilisables dans la pratique industrielle.

Nous étendons dans un deuxième temps notre étude aux systèmes anisotropes de façon à prédire l'évolution de l'orientation des fibres lors de coulages industriels standards. Pour cela nous construisons et comparons des outils expérimentaux, analytiques ou numériques permettant respectivement de mesurer et de prédire l'orientation des fibres en fonction des caractéristiques des fibres, du comportement rhéologique du mélange et du procédé de mise en œuvre. Nous montrons que la majorité des écoulements industriels peut se réduire à des écoulements simples pour lesquels le processus d'orientation est décrit en première approximation par les travaux de Jeffery. Des zones mortes dans lesquelles la contrainte est inférieure au seuil du matériau conservent leur isotropie initiale. Nous montrons qu'à l'échelle d'un coulage industriel, l'orientation des fibres peut être considérée comme instantanée. Les méthodes étudiées s'avèrent capables de prédire l'orientation induite par les écoulements expérimentaux.

**Mots clés :** matériaux cimentaires, fibres, rhéologie, seuil d'écoulement, orientation.





# Abstract

Fibers have always been added to cementitious materials in order to reinforce the brittle nature of the matrix. As for any other type of inclusions, fiber addition modifies the rheological behavior of the material in the fresh state.

In a first part, we focus on the influence of fiber addition on the yield stress of cementitious materials. We only consider flows which are too short or with no steady streamlines for orientation to affect the behavior of the material. We show that, as for spherical inclusions, a critical fiber volume fraction leads to the formation of a percolation network between all the inclusions. Predictions of this critical volume fraction can be derived from experimental measurements, leading to a sudden increase of several orders of magnitude in yield stress. Industrial mix design criteria are finally proposed.

This work is extended in a second part to anisotropic systems. We then focus on the prediction of fiber orientation during standard industrial castings. Tools are built and compared from experimental, analytical and numerical approaches in order to measure and predict fiber orientation as a function of fiber characteristics, suspension rheological behavior and casting process. It is shown that most industrial flows can be considered as simple flows during which fiber orientation process is, as a first approximation, described by the Jeffery theory. In plug flow zones, where stress is lower than the material yield stress, the initial isotropy is conserved. We show that, at the time scale of the casting process, fiber orientation can be considered as instantaneous. It is finally concluded that analytical and numerical methods used in this work enable to predict orientation induced by the flows experimentally validated.

**Keywords :** cementitious materials, fibers, rheology, yield stress, orientation.



# Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Mr. Nicolas Roussel, de m'avoir accueillie dans son équipe et du soutien qu'il m'a apporté tout au long de ces trois années. Je le remercie également d'avoir donné une dimension humaine à cette expérience, qui restera comme une étape essentielle et inoubliable de ma vie.

Je remercie Mr. Pierre Rossi de m'avoir fait partager sa grande expérience des composites cimentaires, ainsi que de m'avoir soutenue pour mon premier congrès.

Je remercie Mr. Gilles Ausias et Mr. Christophe Lanos de nos échanges lors des différents congrès. Je les remercie également d'avoir accepté de rapporter ce travail.

Je remercie Mr. Philippe Coussot, Mr. Xavier Chateau et Mr. Denys Breyse de leur implication, et de l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de le juger.

Je remercie Mr. Guillaume Ovarlez de m'avoir ouvert les portes de son laboratoire et de m'avoir appris à formuler des matériaux modèles. Je le remercie également chaleureusement de m'avoir orientée dans mes choix professionnels.

Je souhaite remercier Mr. Robert Flatt de m'avoir donné l'opportunité de participer à un de ses nombreux projets dès le début de ma thèse. Je le remercie aussi particulièrement de m'avoir soutenue dans la suite de mes projets.

Je remercie Mr. Jean-François Lataste de sa forte implication dans notre travail commun.

Je remercie Mr. Jean-Luc Clément de ses conseils et de ses encouragements au cours des trois années que j'ai passées au LCPC. Je tiens aussi à remercier Mme Agnès Vaihle d'avoir facilité mon intégration au LCPC.

Je souhaite remercier Mr. Jean-François Ringot de m'avoir permis d'illustrer une partie de mon travail par des images claires et représentatives.

Je pense aussi à toute l'ancienne équipe BCC, que je remercie de m'avoir accueillie chaleureusement.

Bien sûr, je remercie la nouvelle équipe FMO, et particulièrement Coralie, Guillaume et Patrick, de leur bonne humeur perpétuelle. Cette étape de ma vie n'aurait pas eu la même saveur sans eux. Un grand merci à Coralie de sa disponibilité et de son soutien.

Merci à Jean-Daniel, Jérôme, Ingrid et Franck du temps et de l'énergie qu'ils m'ont consacrés.

Mes pensées se tournent vers mes parents et vers mon frère, que je remercie sincèrement pour leur aide et leur soutien si précieux.

Enfin, merci à Thomas d'être toujours là, même après la rédaction de ce manuscrit !

# Table de notations

|                  |                       |                                                                                                                                     |
|------------------|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $l_f$            | [m]                   | longueur d'une fibre                                                                                                                |
| $d_f$            | [m]                   | diamètre d'une fibre                                                                                                                |
| $r$              | [-]                   | facteur d'aspect ( $r = l_f/d_f$ )                                                                                                  |
| $\phi_c$         | [-]                   | fraction de percolation (ou fraction volumique lâche)                                                                               |
| $\phi_m$         | [-]                   | fraction d'empilement dense (ou fraction volumique dense)                                                                           |
| $\phi_M$         | [-]                   | fraction d'empilement maximale (ou fraction volumique maximale)                                                                     |
| $F_f$            | [N]                   | force de trainée appliquée à une fibre plongée dans un fluide Newtonien                                                             |
| $a, b$           | [-]                   | coefficients de la force de trainée appliquée à une fibre                                                                           |
| $\mu_N$          | [Pa.s]                | viscosité Newtonienne                                                                                                               |
| $V_f$            | [m.s <sup>-1</sup> ]  | vitesse de sédimentation d'une fibre (par rapport au fluide)                                                                        |
| $\tau_c$         | [Pa]                  | seuil d'écoulement                                                                                                                  |
| $\mu_p$          | [Pa.s]                | viscosité plastique                                                                                                                 |
| $\dot{\gamma}$   | [s <sup>-1</sup> ]    | taux de cisaillement                                                                                                                |
| $F_m$            | [N]                   | force de flottabilité d'une fibre                                                                                                   |
| $\rho_f$         | [kg.m <sup>-3</sup> ] | masse volumique d'une fibre                                                                                                         |
| $\rho_{fs}$      | [kg.m <sup>-3</sup> ] | masse volumique du fluide suspendant                                                                                                |
| $g$              | [kg.N <sup>-1</sup> ] | coefficient de pesanteur                                                                                                            |
| $\eta$           | [Pa.s]                | viscosité apparente                                                                                                                 |
| $\eta_0$         | [Pa.s]                | viscosité du solvant                                                                                                                |
| $\phi$           | [-]                   | fraction volumique d'inclusions rigides                                                                                             |
| $\phi_f$         | [-]                   | fraction volumique de fibres                                                                                                        |
| $f$              | [m]                   | flèche d'une fibre                                                                                                                  |
| $E$              | [Pa]                  | module d'Young d'une fibre                                                                                                          |
| $I_4$            | [m <sup>4</sup> ]     | moment d'inertie d'une fibre                                                                                                        |
| $M$              | [kg]                  | masse d'un volume considéré de fibres                                                                                               |
| $\Omega_{avant}$ | [m <sup>3</sup> ]     | volume apparent occupé par les fibres avant vibration                                                                               |
| $\Omega_{apres}$ | [m <sup>3</sup> ]     | volume apparent occupé par les fibres après vibration                                                                               |
| $\alpha_c$       | [-]                   | coefficient représentatif du nombre moyen de contacts par fibre nécessaires pour atteindre la structure d'un réseau aléatoire lâche |
| $\alpha_m$       | [-]                   | coefficient représentatif du nombre moyen de contacts par fibre nécessaires pour atteindre la structure d'un réseau aléatoire dense |
| $\phi_{fc}$      | [-]                   | fraction de percolation des fibres                                                                                                  |
| $\phi_{fm}$      | [-]                   | fraction d'empilement dense des fibres                                                                                              |

|                            |                    |                                                                                                                                                     |
|----------------------------|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\phi_{fM}$                | [-]                | fraction d'empilement maximale des fibres                                                                                                           |
| $V_{app}$                  | [m <sup>3</sup> ]  | volume apparent occupé par une fibre                                                                                                                |
| $N_f$                      | [-]                | nombre de fibres correspondant à la concentration $\phi_f$                                                                                          |
| $H$                        | [m]                | hauteur de l'affaissement                                                                                                                           |
| $R$                        | [m]                | rayon de l'étalement                                                                                                                                |
| $\Omega$                   | [m <sup>3</sup> ]  | volume de matériau                                                                                                                                  |
| $\phi_s$                   | [-]                | fraction volumique de sable                                                                                                                         |
| $\phi_{sm}$                | [-]                | fraction d'empilement dense du sable                                                                                                                |
| $d_s$                      | [m]                | diamètre d'un grain de sable                                                                                                                        |
| $N_{theo}$                 | [-]                | nombre de fibres traversant une section dans le cas d'une anisotropie parfaite                                                                      |
| $A_b$                      | [m <sup>2</sup> ]  | aire de la section d'une structure                                                                                                                  |
| $A_f$                      | [m <sup>2</sup> ]  | section d'une fibre                                                                                                                                 |
| $\mathbf{p}$               | [-]                | vecteur unitaire directeur d'une fibre ( $\mathbf{p} = (p_x; p_y; p_z)$ dans le système d'axes $(x, y, z)$ de l'Annexe C FIGURE C.2)                |
| $\theta$                   | [rad]              | angle formé entre de la projection de la fibre dans le plan $(x, y)$ et l'axe $x$ dans le système d'axes $(x, y, z)$ donné au chapitre 5 FIGURE 5.6 |
| $\varphi$                  | [rad]              | angle formé entre la fibre et l'axe $z$ dans le système d'axes $(x, y, z)$ donné au chapitre 5 FIGURE 5.6                                           |
| $\psi(p)$                  | [-]                | densité de probabilité de distribution des fibres                                                                                                   |
| $\alpha$                   | [rad]              | angle formé entre l'axe $z$ et l'axe $y'$ dans le système d'axes $(x, y', z')$ donné à l'Annexe C FIGURE C.2                                        |
| $\beta$                    | [rad]              | angle formé entre la fibre et l'axe $x$ dans le système d'axes $(x, y', z')$ donné à l'Annexe C FIGURE C.2                                          |
| $N_{expe}$                 | [-]                | nombre de fibres comptées sur une section                                                                                                           |
| $P_i$                      | [-]                | probabilité que la fibre $f_i$ coupe la section S                                                                                                   |
| $l_f^*$                    | [m]                | longueur de la fibre dans un tronçon de structure                                                                                                   |
| $N_{total}$                | [-]                | nombre total de fibres dans un tronçon de structure                                                                                                 |
| $\alpha_x$                 | [-]                | facteur d'orientation des fibres selon la direction $x$                                                                                             |
| $\alpha_{\perp w}$         | [-]                | facteur d'orientation moyen dans le plan perpendiculaire à la paroi et influencé par cette paroi                                                    |
| $\alpha_{\perp}$           | [-]                | facteur d'orientation selon le plan perpendiculaire à la paroi en fonction de $y$ la distance d'une fibre avec la paroi                             |
| $\alpha_{\parallel w}$     | [-]                | facteur d'orientation moyen dans le plan parallèle à la paroi et influencé par cette paroi                                                          |
| $e$                        | [m]                | largeur caractéristique de la section de la structure                                                                                               |
| $\bar{\alpha}_{\perp}$     | [-]                | facteur d'orientation moyen sur la section d'une structure                                                                                          |
| $\bar{\alpha}_{\parallel}$ | [-]                | facteur d'orientation moyen sur un plan parallèle à la paroi de longueur $L$                                                                        |
| $\xi$                      | [-]                | facteur de réduction de la concentration en fibres dans la zone proche des parois                                                                   |
| $W$                        | [s <sup>-1</sup> ] | tenseur du taux de rotation induit par un écoulement ( $W = (w_{ij})_{1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 3}$ )                                          |
| $D$                        | [s <sup>-1</sup> ] | tenseur du taux de déformation induit par un écoulement                                                                                             |
| $\lambda$                  | [-]                | élancement d'une fibre ( $\lambda = (r^2 - 1)/(r^2 + 1)$ )                                                                                          |
| $C_{\varphi}$              | [-]                | constante orbitale caractéristique de l'excentricité de l'orbite suivie par la fibre                                                                |

|                  |              |                                                                                                    |
|------------------|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $T_p$            | [s]          | période entre deux rotations d'une fibre plongée dans un écoulement de cisaillement                |
| $r_e$            | [-]          | facteur d'aspect d'une fibre corrigé par rapport à un ellipsoïde                                   |
| $\phi_{trans}$   | [-]          | concentration critique à partir de laquelle les interactions entre fibres renforcent l'anisotropie |
| $I$              | [-]          | terme d'interactions                                                                               |
| $D_r$            | [-]          | coefficient d'interactions                                                                         |
| $C_I$            | [-]          | coefficient empirique d'interactions ajusté sur des résultats expérimentaux                        |
| $V$              | $[m.s^{-1}]$ | vecteur vitesse du matériau                                                                        |
| $h$              | [m]          | taille caractéristique de la géométrie de l'écoulement                                             |
| $L_1$            | [m]          | longueur d'une fibre immergée dans la zone en écoulement du matériau                               |
| $L_2$            | [m]          | longueur d'une fibre immergée dans la zone morte du matériau                                       |
| $q$              | [-]          | paramètre d'intégration de l'évolution de l'orientation d'une fibre                                |
| $\theta_c$       | [rad]        | angle critique en dessous duquel une fibre peut être considérée orientée                           |
| $y_c$            | [m]          | épaisseur critique en dessous de laquelle le matériau ne s'écoule pas                              |
| $\tau_{xy}$      | [Pa]         | contrainte de cisaillement due à l'écoulement                                                      |
| $\dot{\epsilon}$ | $[s^{-1}]$   | taux d'élongation d'un écoulement élongationnel                                                    |
| $\theta_0$       | [rad]        | angle initial de la projection de la fibre dans le plan $(x, y)$ avec l'axe $x$                    |
| $\varphi_0$      | [rad]        | angle initial de la fibre avec l'axe $z$                                                           |
| $\sigma_{xx}$    | [Pa]         | contrainte normale dans la direction $x$ due à l'écoulement                                        |
| $T_\theta$       | [s]          | temps d'orientation relativement à l'angle $\theta$                                                |
| $T_\varphi$      | [s]          | temps d'orientation relativement à l'angle $\varphi$                                               |
| $\theta^*$       | [rad]        | angle $\theta$ représentatif de la fibre alignée avec l'écoulement                                 |
| $\varphi^*$      | [rad]        | angle $\varphi$ représentatif de la fibre alignée avec l'écoulement                                |
| $dt_{max}$       | [s]          | pas de temps maximal renseigné dans le code Flow 3D©                                               |
| $V_{max}$        | $[m.s^{-1}]$ | vitesse maximale du matériau dans l'écoulement                                                     |
| $V_{moy}$        | $[m.s^{-1}]$ | vitesse moyenne du matériau dans l'écoulement                                                      |
| $a_{ij}$         | [-]          | coefficient du tenseur d'orientation d'ordre 2                                                     |
| $a_{ijkl}$       | [-]          | coefficient du tenseur d'orientation d'ordre 4                                                     |
| $\mu$            | [rad]        | moyenne d'orientation de la fonction de distribution d'une population de fibres                    |
| $\mu_x$          | [rad]        | moyenne d'orientation de la fonction de distribution selon l'axe $x$                               |
| $\sigma$         | [-]          | variance de la fonction de distribution d'une population de fibres                                 |
| $\sigma_x$       | [rad]        | variance de la fonction de distribution selon l'axe $x$                                            |
| $H$              | [-]          | fonctions de Heaviside                                                                             |
| $B_m$            | [-]          | nombre de Bingham                                                                                  |
| $G$              | [Pa]         | module de cisaillement du matériau                                                                 |
| $\gamma_{crit}$  | [-]          | déformation critique du matériau                                                                   |
| $V_{seau}$       | $[m.s^{-1}]$ | vitesse moyenne de versement d'un volume de matériau dans un canal                                 |
| $A_v$            | $[m^2]$      | section à travers laquelle un volume de matériau est versé dans un canal                           |
| $R$              | [Ohm]        | résistance électrique du matériau                                                                  |
| $\rho_i$         | [Ohm.m]      | résistivité électrique du matériau dans la direction $i$                                           |



|                 |              |                                                                                            |
|-----------------|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sigma_e$      | $[S.m^{-1}]$ | conductivité électrique du matériau                                                        |
| $An_{\rho i}$   | [-]          | valeur représentative de l'anisotropie de la résistivité électrique dans la direction $i$  |
| $An_{\sigma i}$ | [-]          | valeur représentative de l'anisotropie de la conductivité électrique dans la direction $i$ |
| $\beta_c$       | [rad]        | angle critique formé entre la fibre et l'axe $x$ limité par la présence d'une paroi        |

# Table des matières

## PARTIE I

### AVANT PROPOS 5

### 1 Les bétons de fibres : composition et comportement 7

|         |                                                   |    |
|---------|---------------------------------------------------|----|
| 1.1     | Introduction . . . . .                            | 7  |
| 1.2     | Approche biphasique . . . . .                     | 8  |
| 1.2.1   | Polydispersité . . . . .                          | 8  |
| 1.2.2   | Matrice cimentaire . . . . .                      | 9  |
| 1.2.3   | Inclusions . . . . .                              | 9  |
| 1.2.3.1 | Sable et gravillons . . . . .                     | 10 |
| 1.2.3.2 | Fibres . . . . .                                  | 10 |
| 1.2.3.3 | Fraction(s) volumique(s) des inclusions . . . . . | 11 |
| 1.2.3.4 | Mécanismes de dissipation d'énergie . . . . .     | 12 |
| 1.2.4   | Stabilité du mélange biphasique . . . . .         | 12 |
| 1.3     | Comportement rhéologique . . . . .                | 13 |
| 1.3.1   | Comportement indépendant du temps . . . . .       | 14 |
| 1.3.1.1 | Régimes d'écoulement . . . . .                    | 14 |
| 1.3.1.2 | Lois de comportement . . . . .                    | 15 |
| 1.3.2   | Comportement dépendant du temps . . . . .         | 15 |
| 1.3.2.1 | Thixotropie . . . . .                             | 15 |
| 1.3.2.2 | Réactions d'hydratation . . . . .                 | 16 |
| 1.4     | Lien formulation-rhéologie . . . . .              | 17 |
| 1.4.1   | Viscosité apparente . . . . .                     | 17 |
| 1.4.2   | Seuil d'écoulement . . . . .                      | 18 |
| 1.5     | Écoulements industriels . . . . .                 | 19 |

## PARTIE II

### FORMULATION 21

### 2 Influence des fibres sur la rhéologie des matériaux cimentaires 23

|       |                                                              |    |
|-------|--------------------------------------------------------------|----|
| 2.1   | Introduction . . . . .                                       | 23 |
| 2.2   | Influence des fibres sur les propriétés mécaniques . . . . . | 23 |
| 2.2.1 | Ductilité des bétons fibrés . . . . .                        | 23 |

|          |                                                                      |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.2.2    | Paramètres représentatifs . . . . .                                  | 24        |
| 2.3      | Influence des fibres au niveau du comportement rhéologique . . . . . | 25        |
| 2.3.1    | Paramètres d'influence . . . . .                                     | 26        |
| 2.3.2    | Facteur de fibres . . . . .                                          | 27        |
| 2.3.3    | Concentration critique de fibres . . . . .                           | 27        |
| 2.3.4    | Prise en compte des granulats . . . . .                              | 28        |
| 2.3.5    | Critères de formulation des inclusions . . . . .                     | 29        |
| <b>3</b> | <b>Les fibres : des inclusions particulières</b>                     | <b>31</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .                                               | 31        |
| 3.2      | Critère de rigidité des fibres . . . . .                             | 32        |
| 3.3      | Compacité des fibres . . . . .                                       | 33        |
| 3.3.1    | Fraction(s) volumique(s) des fibres . . . . .                        | 33        |
| 3.3.2    | Fraction volumique maximale idéale . . . . .                         | 34        |
| 3.3.3    | Fractions volumiques lâche et dense . . . . .                        | 34        |
| 3.3.3.1  | Protocole expérimental . . . . .                                     | 34        |
| 3.3.3.2  | Résultats . . . . .                                                  | 35        |
| 3.3.4    | Influence de la forme des fibres . . . . .                           | 36        |
| 3.3.5    | Combinaisons de plusieurs types d'inclusions . . . . .               | 37        |
| 3.4      | Encombrement des fibres . . . . .                                    | 38        |
| 3.4.1    | Paramètre d'encombrement . . . . .                                   | 38        |
| 3.4.2    | Influence de l'orientation . . . . .                                 | 39        |
| <b>4</b> | <b>Critères de formulation</b>                                       | <b>41</b> |
| 4.1      | Introduction . . . . .                                               | 41        |
| 4.2      | Rhéologie des composites . . . . .                                   | 42        |
| 4.2.1    | Formulations . . . . .                                               | 42        |
| 4.2.1.1  | Émulsion . . . . .                                                   | 42        |
| 4.2.1.2  | Pâte de ciment . . . . .                                             | 43        |
| 4.2.1.3  | Mortier . . . . .                                                    | 43        |
| 4.2.2    | Protocoles expérimentaux . . . . .                                   | 44        |
| 4.2.2.1  | Évolution du comportement des matériaux cimentaires . . . . .        | 44        |
| 4.2.2.2  | Mesures au viscosimètre . . . . .                                    | 45        |
| 4.2.2.3  | Mesures d'étalement . . . . .                                        | 46        |
| 4.2.3    | Résultats expérimentaux . . . . .                                    | 47        |
| 4.3      | Contribution des différents types d'inclusions . . . . .             | 48        |
| 4.4      | Critères de formulation . . . . .                                    | 50        |
| 4.5      | Application à des formulations du génie civil . . . . .              | 51        |

|          |                                                                                      |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>5</b> | <b>Écoulement industriel d'un béton de fibres</b>                                    | <b>55</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .                                                               | 55        |
| 5.2      | Influence de l'orientation des fibres sur les propriétés mécaniques d'un béton . . . | 56        |
| 5.2.1    | Processus d'arrachement . . . . .                                                    | 56        |
| 5.2.2    | Orientation optimale d'une fibre . . . . .                                           | 57        |
| 5.2.2.1  | Charge maximale d'arrachement . . . . .                                              | 57        |
| 5.2.2.2  | Travail maximal d'arrachement . . . . .                                              | 58        |
| 5.2.2.3  | Travail d'arrachement maximal pour une largeur de fissure fixe .                     | 58        |
| 5.2.3    | Influence d'une population de fibres . . . . .                                       | 59        |
| 5.3      | Méthodes expérimentales de mesure de l'orientation . . . . .                         | 59        |
| 5.3.1    | Description des méthodes . . . . .                                                   | 59        |
| 5.3.2    | Exemple de mesure de l'orientation sur un canal à surface libre . . . . .            | 60        |
| 5.3.2.1  | Protocole expérimental . . . . .                                                     | 60        |
| 5.3.2.2  | Résultats . . . . .                                                                  | 61        |
| 5.4      | Facteur d'orientation . . . . .                                                      | 62        |
| 5.4.1    | Définition du facteur d'orientation . . . . .                                        | 62        |
| 5.4.2    | Approche expérimentale . . . . .                                                     | 63        |
| 5.4.3    | Approche discrète . . . . .                                                          | 65        |
| 5.5      | Effets de paroi . . . . .                                                            | 66        |
| 5.5.1    | Mise en évidence de l'effet de paroi . . . . .                                       | 66        |
| 5.5.2    | Comportement des fibres aux parois . . . . .                                         | 66        |
| 5.5.3    | Influence locale d'une paroi sur un écoulement isotrope . . . . .                    | 68        |
| 5.5.4    | Influence d'une paroi à l'échelle de la structure . . . . .                          | 68        |
| 5.5.5    | Effet des parois sur la concentration . . . . .                                      | 69        |
| 5.6      | Orientation des fibres . . . . .                                                     | 70        |
| 5.6.1    | Paramètres d'influence . . . . .                                                     | 70        |
| 5.6.2    | Orientation induite par un écoulement . . . . .                                      | 70        |
| 5.6.3    | Processus d'orientation . . . . .                                                    | 71        |
| 5.6.4    | Facteurs d'aspect d'inclusions cylindriques . . . . .                                | 72        |
| 5.6.5    | Influence d'une population de fibres . . . . .                                       | 73        |
| 5.6.6    | Modélisation des interactions . . . . .                                              | 75        |
| <b>6</b> | <b>Comportement des fibres lors de l'écoulement</b>                                  | <b>77</b> |
| 6.1      | Introduction . . . . .                                                               | 77        |
| 6.2      | Processus d'orientation . . . . .                                                    | 78        |
| 6.2.1    | Hypothèse de fibre infinie . . . . .                                                 | 78        |
| 6.2.2    | Bilan des hypothèses . . . . .                                                       | 79        |
| 6.3      | Orientation des fibres dans un fluide à seuil en écoulement . . . . .                | 79        |
| 6.4      | Application à des écoulements industriels . . . . .                                  | 82        |
| 6.4.1    | Fibre plongée dans un écoulement cisailant . . . . .                                 | 82        |

|          |                                                                                          |            |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 6.4.1.1  | Cisaillement simple . . . . .                                                            | 82         |
| 6.4.1.2  | Écoulement entre deux plans infinis parallèles (cas d'un mur) . .                        | 83         |
| 6.4.1.3  | Canal à surface libre (cas d'une poutre) . . . . .                                       | 85         |
| 6.4.2    | Fibre dans un écoulement élongationnel . . . . .                                         | 87         |
| 6.4.2.1  | Élongation simple . . . . .                                                              | 88         |
| 6.4.2.2  | Écoulement à surface libre (dalle) . . . . .                                             | 89         |
| 6.5      | Temps d'orientation . . . . .                                                            | 91         |
| <b>7</b> | <b>Outils numériques pour la modélisation d'écoulements industriels</b>                  | <b>93</b>  |
| 7.1      | Introduction . . . . .                                                                   | 93         |
| 7.2      | Simulations numériques des écoulements de matériaux cimentaires . . . . .                | 94         |
| 7.2.1    | Approche continue (CFM) . . . . .                                                        | 94         |
| 7.2.2    | Particules discrètes (DEM) . . . . .                                                     | 94         |
| 7.2.3    | Écoulement multiphasique . . . . .                                                       | 95         |
| 7.2.4    | Bilan des méthodes . . . . .                                                             | 95         |
| 7.3      | Code CFD Flow3D© . . . . .                                                               | 96         |
| 7.3.1    | Description du code . . . . .                                                            | 96         |
| 7.3.2    | Limitation de la méthode . . . . .                                                       | 97         |
| 7.4      | Méthode classique de la littérature . . . . .                                            | 98         |
| 7.4.1    | Philosophie de la méthode . . . . .                                                      | 98         |
| 7.4.2    | Expression de l'orientation . . . . .                                                    | 99         |
| 7.4.3    | Coefficient d'interactions . . . . .                                                     | 99         |
| 7.4.4    | Implémentation . . . . .                                                                 | 100        |
| 7.5      | Méthode multi fibres . . . . .                                                           | 100        |
| 7.5.1    | Philosophie de la méthode . . . . .                                                      | 100        |
| 7.5.2    | Expression de l'orientation . . . . .                                                    | 101        |
| 7.5.3    | Evolution des fibres . . . . .                                                           | 101        |
| 7.5.4    | Nombre de fibres et condition initiale . . . . .                                         | 102        |
| 7.5.4.1  | Configuration 2D . . . . .                                                               | 102        |
| 7.5.4.2  | Configuration 3D . . . . .                                                               | 103        |
| 7.5.5    | Interactions entre fibres . . . . .                                                      | 105        |
| 7.5.5.1  | Hypothèse d'une répartition gaussienne . . . . .                                         | 105        |
| 7.5.5.2  | Calcul du terme d'interactions . . . . .                                                 | 108        |
| 7.6      | Écoulement entre deux plans parallèles infinis . . . . .                                 | 109        |
| 7.6.1    | Modèle sans interactions . . . . .                                                       | 110        |
| 7.6.2    | Influence des propriétés rhéologiques du matériau . . . . .                              | 111        |
| 7.6.3    | Influence du terme d'interactions . . . . .                                              | 113        |
| 7.7      | Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux . . . . .                    | 115        |
| <b>8</b> | <b>Application des modèles de prédiction de l'orientation à un écoulement industriel</b> | <b>117</b> |
| 8.1      | Introduction . . . . .                                                                   | 117        |

|                                                                                       |                                                                      |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|------------|
| 8.2                                                                                   | Modélisation d'un coulage de type industriel . . . . .               | 118        |
| 8.2.1                                                                                 | Paramètres rhéologiques . . . . .                                    | 118        |
| 8.2.2                                                                                 | Coefficient d'interactions . . . . .                                 | 119        |
| 8.2.3                                                                                 | Maillage . . . . .                                                   | 119        |
| 8.2.4                                                                                 | Conditions aux frontières du maillage . . . . .                      | 119        |
| 8.2.5                                                                                 | Effet de parois . . . . .                                            | 120        |
| 8.3                                                                                   | Validation expérimentale . . . . .                                   | 122        |
| 8.3.1                                                                                 | Mesures de résistivité électrique . . . . .                          | 123        |
| 8.3.2                                                                                 | Application à un coulage de type industriel . . . . .                | 124        |
| 8.3.2.1                                                                               | Dimensionnement du moule . . . . .                                   | 124        |
| 8.3.2.2                                                                               | Matériaux . . . . .                                                  | 126        |
| 8.3.2.3                                                                               | Mise en œuvre . . . . .                                              | 127        |
| 8.3.2.4                                                                               | Mesures de résistivité . . . . .                                     | 127        |
| 8.3.2.5                                                                               | Comptage de fibres . . . . .                                         | 132        |
| 8.4                                                                                   | Résultats numériques . . . . .                                       | 133        |
| 8.4.1                                                                                 | Orientation quasi-instantanée dans le sens de l'écoulement . . . . . | 133        |
| 8.4.2                                                                                 | Zone morte centrale . . . . .                                        | 134        |
| 8.4.3                                                                                 | Orientation forte aux parois . . . . .                               | 135        |
| 8.5                                                                                   | Résultats Expérimentaux . . . . .                                    | 136        |
| 8.5.1                                                                                 | Orientation quasi-instantanée . . . . .                              | 137        |
| 8.5.2                                                                                 | Isotropie centrale . . . . .                                         | 140        |
| 8.5.3                                                                                 | Effets de parois . . . . .                                           | 142        |
| ANNEXES . . . . .                                                                     |                                                                      | 148        |
| <b>A Résolution de l'équation de Jeffery pour une fibre plongée en simple cisail-</b> |                                                                      |            |
| <b>ment 3D . . . . .</b>                                                              |                                                                      | <b>151</b> |
| A.1                                                                                   | Orientation d'une fibre . . . . .                                    | 151        |
| A.2                                                                                   | Évolution de l'orientation . . . . .                                 | 151        |
| <b>B Résolution de l'équation de Jeffery pour une fibre plongée en écoulement</b>     |                                                                      |            |
| <b>éélongationnel 3D . . . . .</b>                                                    |                                                                      | <b>155</b> |
| B.1                                                                                   | Orientation d'une fibre . . . . .                                    | 155        |
| B.2                                                                                   | Évolution de l'orientation . . . . .                                 | 155        |
| <b>C Facteur d'orientation sur un plan parallèle à la paroi . . . . .</b>             |                                                                      | <b>159</b> |
| C.1                                                                                   | Influence de la paroi . . . . .                                      | 159        |
| C.2                                                                                   | Calcul du facteur d'orientation . . . . .                            | 160        |
| C.2.1                                                                                 | Cas isotrope . . . . .                                               | 160        |
| C.2.2                                                                                 | Présence d'une paroi . . . . .                                       | 161        |
| C.3                                                                                   | Facteur d'orientation expérimental . . . . .                         | 161        |

|          |                                                |            |
|----------|------------------------------------------------|------------|
| <b>D</b> | <b>Isotropie initiale des fibres</b>           | <b>163</b> |
| D.1      | Isotropie initiale . . . . .                   | 163        |
| D.1.1    | Configuration à 3 fibres . . . . .             | 163        |
| D.1.2    | Configuration à 7 fibres . . . . .             | 164        |
| D.1.3    | Configuration à 13 fibres . . . . .            | 165        |
| D.1.4    | Méthode Trig (11 fibres) . . . . .             | 165        |
| D.2      | Vérification de la symétrie . . . . .          | 166        |
| <b>E</b> | <b>Terme d’interactions entre fibres</b>       | <b>169</b> |
| E.1      | Expression de l’équation d’évolution . . . . . | 169        |
| E.2      | Calcul du terme d’interactions . . . . .       | 169        |
| <b>F</b> | <b>Comptage de fibres</b>                      | <b>171</b> |
| F.1      | Découpage des sections . . . . .               | 171        |
| F.2      | Éprouvette faiblement renforcée . . . . .      | 172        |
| F.3      | Éprouvette fortement renforcée . . . . .       | 172        |
| F.4      | Correction de distribution . . . . .           | 173        |
|          | <b>BIBLIOGRAPHIE</b>                           | <b>176</b> |

# Introduction générale

Dès les premières utilisations des matériaux cimentaires, des fibres ont été ajoutées au mélange pour renforcer ses propriétés à l'état durci. Aujourd'hui, l'ajout de fibres dans les mortiers ou les bétons est une pratique courante qui fait l'objet de normes et de recommandations. De nombreux types de fibres sont utilisés dans la construction. Elles peuvent être organiques, minérales ou métalliques. En fonction de leur nature, de leur forme et de l'application, elles peuvent être rigides ou souples.

De nombreuses recherches et les progrès associés ont eu lieu dans le domaine de la formulation, de l'amélioration des propriétés mécaniques, de l'allongement de la durée de vie et du calcul d'éléments constructifs ou de structures. Cependant, l'ajout de fibres, comme tout autre type d'inclusions, modifie les propriétés rhéologiques du matériau à l'état frais. Dans ce domaine et dans celui, connexe, de la mise en œuvre de ce type de matériaux, les connaissances sont plus rares et plus empiriques.

Ainsi, que ce soit sur chantier ou en usine de préfabrication, de nombreux incidents de mise en œuvre apparaissent encore régulièrement malgré l'utilisation industrielle de matériaux cimentaires de plus en plus fluides. Par ailleurs, dans le cas spécifique des matériaux fibrés qui nous intéressent ici, les fibres peuvent se voir imposer une orientation privilégiée lors de l'écoulement du matériau. Cette orientation préférentielle des fibres a des conséquences importantes (positives ou négatives suivant la compatibilité des directions d'orientation des fibres et de sollicitation de l'élément) sur les propriétés mécaniques futures de l'élément réalisé. Les progrès récents dans le domaine de la rhéo-physique des matériaux cimentaires et dans celui des simulations numériques d'écoulement des mortiers et bétons nous amènent à proposer dans ce travail de thèse d'étudier la façon dont les fibres affectent le comportement rhéologique des matériaux cimentaires. Nous proposons par ailleurs de construire à partir des données de la littérature des outils de prédiction analytique et numérique à même de fournir une cartographie d'orientation des fibres dans le cas d'écoulement industriels réels.

Dans une première partie, nous précisons le cadre de notre travail et insistons sur les spécificités du problème à traiter. Tout d'abord, chacun des constituants des matériaux cimentaires fibrés est présenté. De nature et de taille très variées, ces constituants ne sont pas régis par les mêmes phénomènes physiques et mécaniques dominants. Chacun influence ainsi le comportement macroscopique du mélange d'une manière qui lui est propre. Nous justifions à partir de cette étude l'approche bi-phasique retenue ici consistant à considérer un matériau cimentaire fibré comme une suspension de fibres et d'inclusions granulaires dans une pâte de



---

ciment. Nous précisons enfin ce que nous entendons par le terme d'écoulement industriel en termes de typologies d'écoulement.

Dans une seconde partie, nous étudions la façon dont les fibres affectent le comportement rhéologique des matériaux cimentaires. Nous rappelons d'abord que de nombreux auteurs ont mesuré une réduction de la fluidité avec l'ajout de fibres. Ces auteurs ont constaté que cet effet croît avec un paramètre empirique, le "facteur de fibres", défini comme le produit de la concentration de fibres par le facteur d'aspect des fibres utilisées. Ce facteur de fibres ne doit pas dépasser une valeur critique pour permettre la mise en œuvre d'un matériau cimentaire fibré.

Ensuite, de façon à pouvoir distinguer sans ambiguïté fibres rigides et fibres souples et ainsi préciser le domaine d'applicabilité de nos résultats, nous proposons un critère de rigidité, défini à partir de la nature et de la géométrie d'une fibre et du comportement rhéologique du fluide dans lequel elle est plongée.

Nous mesurons par ailleurs, dans le cas de fibres d'acier rigides couramment utilisées en génie civil, la fraction volumique d'empilement dense de ce type d'inclusions et vérifions la validité des modèles prédictifs de la littérature. Ce paramètre nous permet d'estimer l'encombrement de la suspension (*i.e.* le ratio entre le volume de fibres et la fraction volumique d'empilement dense). Nous réalisons ensuite des mesures de seuil d'écoulement sur des matériaux renforcés en inclusions (fibres et sable), pour des valeurs d'encombrement variant dans la plage typique des matériaux de construction. Nous utilisons pour cela des mesures au rhéomètre sur des systèmes isotropes ou des essais suffisamment brefs pour qu'aucune ligne de courant ne puisse s'établir et entraîner l'orientation des fibres. Nous montrons dans cette partie que, comme dans le cas d'inclusions sphériques, il existe une fraction volumique critique de fibre (*i.e.* un encombrement critique) pour laquelle un réseau percolé de contacts directs entre inclusions apparaît dans la suspension. Lors de l'apparition de ce réseau percolé, le seuil d'écoulement du mélange augmente de plusieurs ordres de grandeurs et des problèmes de mise en œuvre peuvent avoir lieu.

Nous montrons par ailleurs que le facteur de fibres empirique de la littérature est une autre façon d'exprimer l'encombrement et que sa valeur critique correspond à l'apparition du réseau percolé de contacts directs.

Nous élargissons nos conclusions au cas de matériaux cimentaires fibrés contenant d'autres inclusions de tailles caractéristiques inférieures à la longueur des fibres. Nous dérivons enfin de cette étude des critères de formulation utilisables dans une pratique industrielle. Ils permettent de maximiser la concentration en fibres (et ainsi les propriétés mécaniques) tout en conservant aux mélanges une fluidité suffisante pour être coulés sans difficulté.

Dans une troisième partie, nous construisons et comparons des outils expérimentaux, analytiques ou numériques permettant respectivement la mesure et la prédiction de l'orientation des fibres en fonction des caractéristiques des fibres, du comportement rhéologique du mélange et du procédé de mise en œuvre.

---

Nous rappelons d’abord que l’orientation de fibres en suspension peut être due à la présence de parois ou induites par l’écoulement. Nous rappelons les considérations géométriques permettant la modélisation de l’effet de paroi et décrivons les travaux fondateurs de Jeffery traitant du processus d’orientation d’un ellipsoïde induit par un écoulement. Nous rappelons par ailleurs la définition du ” facteur d’orientation ” , scalaire couramment utilisé dans le domaine de la construction pour décrire l’orientation d’une population de fibres sans avoir recours à une description tensorielle.

Nous dérivons ensuite des résultats d’arrachement d’une fibre ancrée dans un matériau cimentaire un angle critique au delà duquel une fibre peut être considérée comme orientée puisque participant de manière optimale au renforcement du matériau à l’état durci. Puis, les techniques permettant de mesurer expérimentalement cette orientation sont brièvement exposées. Nous illustrons nos propos par des mesures d’orientation par comptage sur un écoulement dans un canal.

Nous montrons ensuite que la majorité des écoulements industriels peut se réduire à des écoulements simples pour lesquels le processus d’orientation peut être décrit en première approximation par les travaux de Jeffery. Cette approche peut permettre d’accéder à des prédictions qualitatives simples mais suffisantes pour estimer l’influence des fibres sur le matériau à l’état durci. Pour cela, les écoulements induits par l’étape de mise en œuvre sont réduits aux deux situations génériques de déformation que sont le cisaillement et l’élongation. La spécificité du comportement de fluide à seuil des matériaux cimentaires est discutée. Nous distinguons ainsi des zones en écoulement dans lesquelles les fibres s’orientent des zones ” mortes ” dans lesquelles la contrainte est inférieure au seuil d’écoulement du matériau et l’isotropie initiale est conservée. Dans les zones en écoulement, un temps d’écoulement nécessaire à l’orientation des fibres est défini de manière dimensionnelle pour un taux de déformation donné. Nous montrons à cette occasion qu’à l’échelle de la durée d’un coulage industriel, l’orientation des fibres peut être considérée comme instantanée. Enfin, un profil analytique de facteur d’orientation en régime permanent est défini dans le cas d’un écoulement de fluide à seuil entre deux plans infinis parallèles.

Nous proposons ensuite pour des écoulements plus complexes dans lesquels de nombreux paramètres influençant l’orientation macroscopique (comportement rhéologique du matériau, interactions entre les inclusions, géométrie complexe des coffrages, procédé de coulage, effets de paroi... ) sont potentiellement couplés d’utiliser un outil numérique de type Computational Fluid Dynamics. Nous comparons alors deux méthodes. La première méthode, fortement présente dans la littérature, prend en compte la probabilité de distribution de l’orientation d’une population de fibres. L’état d’orientation est alors exprimé à travers un tenseur d’orientation issu de l’équation de Jeffery. Cette méthode nécessite de considérer une relation de fermeture créée pour rendre artificiellement le système d’équations isostatique. La deuxième méthode, appelée ” approche multifibres ”, consiste à suivre l’évolution d’un nombre fini de fibres initialement réparties de manière isotrope. L’état d’orientation à chaque instant est alors déduit de la moyenne de l’orientation de ces fibres. Pour les deux méthodes, un terme d’interactions est pris en compte pour représenter

---

l'effet diffusif des interactions hydrodynamiques entre fibres. Les résultats obtenus avec ces deux méthodes dans le cas d'un écoulement de fluide à seuil entre deux plans infinis parallèles sont comparés avec les mesures expérimentales sur canal et les prédictions analytiques. L'influence du seuil d'écoulement et des interactions entre fibres sur l'orientation finale est discutée.

Enfin, nous appliquons les outils de prédiction développés à un écoulement représentatif d'une mise en œuvre industrielle d'un point de vue forme du coffrage, mode de remplissage, concentration en fibres et effets des parois. Dans un premier temps, nous décrivons la mise en place numérique du problème à modéliser. Nous montrons ensuite que nous retrouvons les caractéristiques principales mises en évidence précédemment : une orientation des fibres quasi instantanée dans les zones en écoulement, la présence de zones non cisailées dans lesquelles le phénomène d'orientation est peu marqué et des valeurs très élevées du facteur d'orientation dans les zones proches des parois. Dans un deuxième temps, nous comparons nos résultats numériques aux résultats expérimentaux d'une campagne d'essais réalisée dans le cadre d'une collaboration avec le GHYMAC à Bordeaux. L'orientation macroscopique de fibres dans un matériau cimentaire coulé dans la même géométrie que celle décrite précédemment est déduite de mesures de résistivité électrique locale après prise du matériau. D'autre part, le comptage de fibres sur sections découpées permet de compléter ces résultats. Les résultats obtenus montrent l'adéquation de nos méthodes prédictives au cahier des charges que nous nous étions fixés.

Première partie

Avant propos



# Chapitre 1

## Les bétons de fibres : composition et comportement

### 1.1 Introduction

Le comportement rhéologique des matériaux cimentaires est très complexe. Leur sensibilité à de nombreux paramètres, comme la température, la composition de la matrice cimentaire, les inclusions, le mode et le temps de malaxage, les rend difficiles à analyser et comprendre. Sur chantier, il est fréquent d’observer des comportements différents d’une gâchée à l’autre, pour des formulations de matériaux variant pourtant peu. Une part importante de cette complexité découle du nombre de constituants entrant dans la formulation (*cf.* FIGURE 1.1).

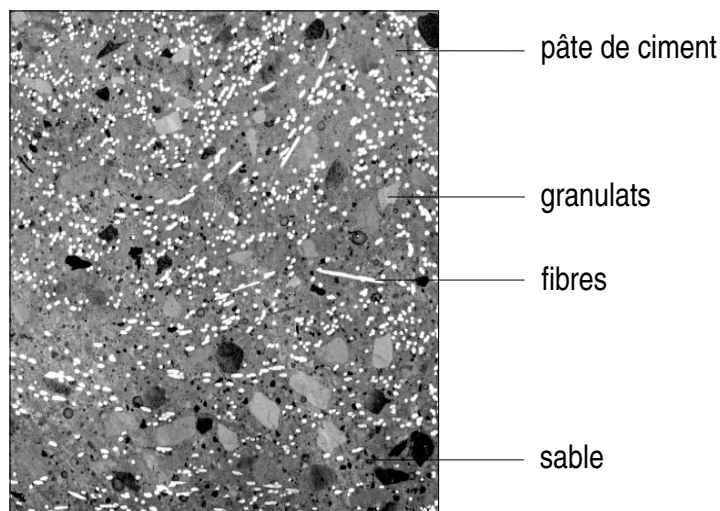


FIGURE 1.1 – Coupe d'un béton renforcé en fibres.

De nature et de taille très variées (*cf.* FIGURE 1.2), ces constituants ne sont pas régis par les mêmes phénomènes physiques et mécaniques dominants. Chacun influence le comportement macroscopique du mélange d'une manière qui lui est propre.

L'ajout de fibres dans un matériau cimentaire en modifie les propriétés à l'état frais au même

titre que chacun des autres constituants. Pour pouvoir étudier plus précisément l'influence des fibres sur la rhéologie d'un composite cimentaire, un certain nombre de notions liées à cette rhéologie sont à définir préalablement.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux propriétés rhéologiques d'un matériau cimentaire, et aux modèles de la littérature qui permettent de les décrire.

Tout d'abord, chacun des constituants des composites cimentaires est détaillé. L'approche biphasique adoptée dans toute la suite de ce travail est alors justifiée. Dans une deuxième partie, le comportement macroscopique des matériaux cimentaires à l'état frais induit par les conditions industrielles de mise en œuvre est exposé. L'évolution de ce comportement est ensuite détaillée à travers les modèles de prédiction des propriétés rhéologiques de suspensions granulaires classiquement utilisés en rhéologie des matériaux cimentaires. Enfin, la problématique de la mise en œuvre des bétons fibrés en écoulements industriels est mise en place dans le cadre de ce travail.

## 1.2 Approche biphasique

### 1.2.1 Polydispersité

Les constituants des matériaux cimentaires s'échelonnent des polymères des superplastifiants de taille nanométrique aux graviers ou aux cailloux de taille centimétrique (FIGURE 1.2). Différentes échelles d'observation dérivent de cet étalement de la granulométrie. A chacune d'entre elles, le béton est un matériau hétérogène dont le comportement est dominé par des phénomènes physiques très différents.

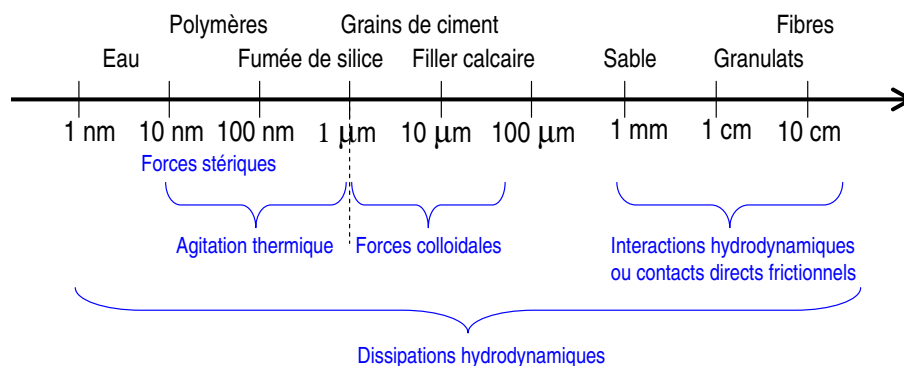


FIGURE 1.2 – Echelle de tailles des particules constituant les matériaux cimentaires.

De manière générale, une échelle d'observation englobe une phase continue et une phase dispersée. Les matériaux cimentaires induisent donc trois échelles d'observation potentielles, dont les phases continues sont l'eau, la pâte de ciment ou le mortier, et dont les phases dispersées associées sont respectivement les grains de ciment, le sable ou les gravillons.

Dans le cadre de cette étude, la séparation d'échelles la plus naturelle distingue les fibres et toutes les inclusions de taille millimétrique à centimétrique (sable, graviers) avec lesquelles les fibres peuvent interagir. Ces inclusions sont en suspension dans la pâte de ciment. Le comportement des particules fines constituant la pâte est alors dominé par des interactions de type

colloïdale et de type hydrodynamique qui dicteront le comportement de la phase continue. Cette approche repose donc sur l'hypothèse d'une suspension biphasique composée d'une phase continue (la matrice cimentaire, supposée homogène) constituant le fluide suspensé, et d'une phase dispersée (les inclusions).

Cette séparation d'échelle est cependant discutable du fait de l'étalement de la granulométrie du sable. Nous choisissons ici de négliger les particules fines du sable dont la taille les assimile à des particules de ciment.

L'approche biphasique considérée requiert maintenant de s'intéresser au comportement de la matrice cimentaire, et à l'influence des inclusions sur les propriétés rhéologiques du matériau.

### **1.2.2 Matrice cimentaire**

La matrice cimentaire se compose d'une phase solide, principalement constituée de grains de ciment, et d'une phase liquide, principalement constituée d'eau. D'autres composants viennent cependant se rajouter à chacune des deux phases. Pour la phase solide, dans un souci de minimisation du coût et de l'impact environnemental, une partie du ciment peut être remplacée par d'autres produits, par exemple du filler calcaire, des laitiers (déchets de l'industrie métallurgique), des cendres volantes (déchets de l'industrie énergétique) ou encore de la fumée de silice. Ces produits, dont les grains sont de natures chimiques, de tailles et de formes différentes, peuvent jouer un rôle sur le comportement rhéologique des matériaux qu'ils composent. Dans la phase liquide, des polymères permettent de modifier les propriétés macroscopiques d'écoulement du matériau en assurant la dispersion des grains de ciment par adsorption sur leur surface ou par depletion en solution [1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[5],[6],[8],[9]. Il a été prouvé que le comportement à cette échelle était dominé par les interactions colloïdales entre les particules en solution [1],[8],[10],[11] et par les dissipations hydrodynamiques.

Le résultat d'une formulation de la matrice cimentaire si variée est un comportement complexe évoluant selon différentes échelles de temps.

### **1.2.3 Inclusions**

L'industrie actuelle offre un large panel d'inclusions permettant d'optimiser la formulation des matériaux cimentaires (résistances mécaniques, prix, comportement à l'état frais). Toutes ces inclusions varient selon leur forme, leur état de surface, leur densité, leur rigidité, ou encore leur polydispersité.

Le sable et les graviers, de taille supérieure de plusieurs ordres de grandeur à toutes les particules constituant le fluide suspensé, ne sont pas régis par les mêmes phénomènes physiques dominants. Elles participent cependant à la dissipation d'énergie lors de la mise en écoulement du matériau via des interactions hydrodynamiques au sein de la phase continue et des contacts directs frictionnels [10],[12].



### 1.2.3.1 Sable et gravillons

Le sable et les gravillons, généralement inorganiques, occupent près des trois quart du volume du béton. Ils sont ajoutés au matériau dans le but de diminuer la quantité de ciment utilisée et ainsi de réduire les coûts de fabrication. Mais l'ajout d'inclusions dans un matériau en change le comportement à l'état frais. Leur influence dépend d'un certain nombre de caractéristiques de ces inclusions, influençant l'empilement granulaire dans le volume de pâte telles que leur polydispersité ou leur diamètre.

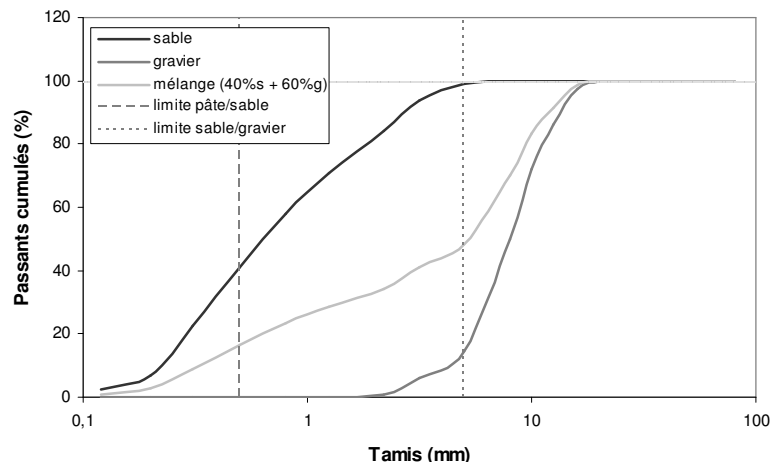


FIGURE 1.3 – Courbe granulométrique d'un sable et d'un gravier standards.

Les diamètres des granulates s'étalent de la centaine de microns à la dizaine de centimètres. Les proportions types d'une formulation de béton sont 60% de graviers et 40% de sable, dont un peu plus de 10% sont des particules très fines, de diamètre inférieur à 500 microns.

La forme des inclusions, liée au procédé d'obtention, influence la compacité de ces matières granulaires et leur effet sur les propriétés du mélange. Une distribution plus homogène des grains dans le cas de surfaces régulières se rapproche du cas idéal sphérique, à l'inverse des formes plus accidentées et irrégulières des granulates concassés.

Enfin, l'état de surface des granulates conditionne les contacts frictionnels entre les grains.

### 1.2.3.2 Fibres

Depuis que le béton existe, des fibres sont couramment ajoutées aux matériaux cimentaires dans l'industrie du génie civil. Elles participent d'une part à l'augmentation des résistances mécaniques à l'état durci, et jouent d'autre part un rôle important sur la ductilité. De même que dans le cas des autres inclusions, de nombreux paramètres liés aux fibres influencent le comportement rhéologique du matériau auquel elles sont ajoutées. Elles peuvent tout d'abord être de diverses natures : fibres naturelles (chanvre, tournesol), fibres synthétiques d'origine minérale (verre, carbone, fibres métalliques), et fibres synthétiques organiques (polypropylène, acrylique, aramide cf. FIGURE 1.4).

Mais c'est leur forme élancée qui différencie ces inclusions de toutes les autres. L'élancement d'une



(a) Fibres synthétiques (cf. <http://www.planete-tp.com>)



(b) Fibres métalliques (cf. <http://www.infociments.fr>)

FIGURE 1.4 – Différentes natures de fibres utilisées dans l'industrie pour renforcer les matériaux cimentaires.

une fibre de longueur  $l_f$  et de diamètre  $d_f$  est caractérisé dans la littérature par le facteur d'aspect  $r = l_f/d_f$ . Différentes formes de fibres sont disponibles. Les plus courantes sont les fibres droites, mais il en existe aussi à crochets, en trombone, circulaires, ondulées, ou encore à bouts évasés. Il a cependant été montré que ces différentes géométries n'avaient qu'un effet négligeable sur la rhéologie des composites [13].

Enfin, de l'état de surface de ces fibres, principalement de type lisse ou traité (abrasé), dépend la force du lien fibre/matrice. Cette notion est très importante pour le calcul de la résistance du matériau à l'état durci, mais ne joue qu'un rôle négligeable sur le matériau à l'état frais.

Nous choisissons dans ce travail de nous focaliser sur les fibres les plus couramment utilisées dans l'industrie du génie civil, des fibres d'acier droites et rigides.

### 1.2.3.3 Fraction(s) volumique(s) des inclusions

On parle principalement de fraction volumique lâche, dense et maximale (cf. FIGURE 1.5). La première, la fraction volumique lâche, ou fraction de percolation  $\phi_c$ , correspond à la fraction volumique critique pour laquelle se forme un réseau de contacts entre toutes les inclusions capable de transmettre un effort. La deuxième, la fraction volumique dense  $\phi_m$ , correspond à la fraction volumique pour laquelle ce réseau de contacts entre inclusions est stable même sous l'effet d'une énergie apportée au système. Enfin, la fraction volumique maximale  $\phi_M$  correspond au cas d'un empilement optimal des inclusions dans le volume donné. Il est représentatif de la meilleure configuration géométrique possible, même si elle est particulièrement difficile à obtenir pour certaines particules. Ces notions de concentrations critiques ont déjà été fréquemment adaptées aux inclusions sphériques monodisperses. Dans ce cas asymptotique, la fraction d'empilement lâche est de l'ordre de  $\phi_c \simeq 50\%$ , alors que la fraction d'empilement dense est proche de  $\phi_m \simeq$

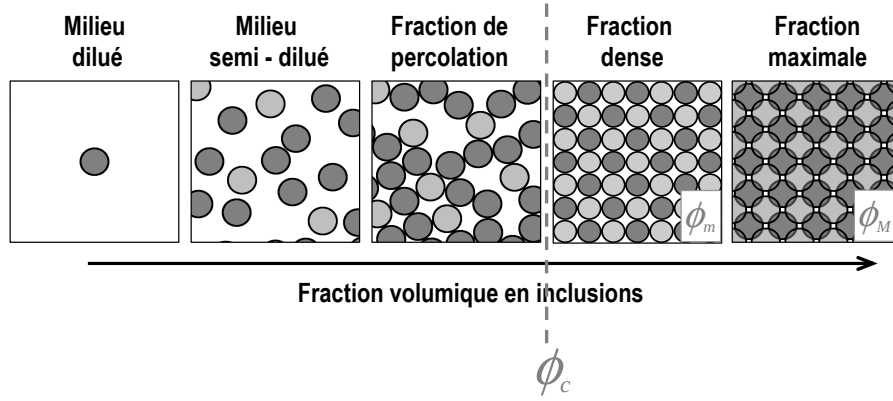


FIGURE 1.5 – Fractions volumiques de transition pour des sphères [14].

64%. Dans le cas de sphères adoptant une configuration cubique centrée, elle atteint la valeur de  $\phi_M = 74\%$ .

Des modèles de la littérature permettent de prendre en compte la polydispersité dans le calcul de  $\phi_m$  [15],[16]. Un modèle plus général traitant du cas d'inclusions polydisperses, représentatif du génie civil, est proposé par Stovall *et al.* [17], amélioré par la suite par de Larrard [18]. Il permet d'obtenir la fraction volumique dense d'un mélange polydisperse à partir de la fraction volumique dense de chacun des granulats de la formulation et de leur concentration dans le mélange. De Larrard ajoute à son modèle l'effet de desserrement induit par les parois sur les granulats placés à proximité, et traite la présence des fibres comme des effets de paroi localisés au niveau des granulats. On peut aussi citer le modèle de Lee, similaire au modèle linéaire de de Larrard [19].

#### 1.2.3.4 Mécanismes de dissipation d'énergie

Les inclusions contribuent au comportement macroscopique d'un matériau cimentaire à travers deux mécanismes principaux de dissipation d'énergie. D'une part, cette énergie est dissipée par friction entre les grains en contact durable, c'est à dire en contact dont la durée est plus longue que le temps caractéristique de l'écoulement [12],[20]. L'intensité de ces dissipations dépend fortement de la concentration en inclusions. Les contacts frictionnels dominent ainsi le comportement du matériau pour des fractions volumiques en inclusions suffisamment élevées. On parle alors de réseau de contacts quand la fraction volumique d'inclusions atteint une valeur critique, appelée fraction de percolation, ou compacité lâche,  $\phi_c$ .

D'autre part, l'énergie est dissipée par interactions hydrodynamiques. La présence d'inclusions dans le fluide suspendant perturbe l'écoulement. Les contraintes de cisaillement sont concentrées dans le fluide, ce qui a pour effet d'augmenter les dissipations d'énergie additionnelles, entraînant une hausse de la viscosité apparente [21].

#### 1.2.4 Stabilité du mélange biphasique

Le problème majeur lié à l'ajout d'inclusions millimétriques dans une matrice à la densité de l'ordre de deux fois celle de l'eau est leur distribution au sein du matériau. En effet, la

plupart du temps, ces inclusions sont du sable ou des graviers (densité 2,65), ou de l'acier pour les fibres qui nous intéressent ici (densité 7,85). La différence de densité entre la matrice et les inclusions peut alors mener à une sédimentation des inclusions, au repos ou en écoulement, sous l'effet de leur propre poids. Les propriétés rhéologiques du matériau permettent, dans le cas d'une formulation adaptée, de stabiliser les granulats et de conserver l'homogénéité obtenue après malaxage. Roussel [22] dérive de l'équilibre des forces agissant sur un granulat un critère de stabilité permettant d'éviter toute sédimentation dans le matériau. De la même manière, nous proposons ici un critère de stabilité des fibres. La principale difficulté de cet exercice est d'exprimer la force de trainée qui s'exerce sur les fibres plongées dans un fluide à seuil, celle-ci dépendant de l'orientation de chacune d'entre elles. De manière à établir un critère sécuritaire, nous considérons le cas le plus préjudiciable : celui d'une fibre alignée avec la direction de sédimentation. Une expression de la force de trainée sur cette fibre plongée dans un fluide Newtonien est donnée dans la littérature [23],[24],[25],[26].

$$F_f = \frac{a\pi\mu_N l_f V_f}{\log(2r) + b} \quad (1.1)$$

où  $\mu_N$  est la viscosité Newtonienne du fluide suspendant,  $l_f$  la longueur de la fibre,  $r$  le facteur d'aspect associé, et  $V_f$  sa vitesse de sédimentation (vitesse de la fibre par rapport au fluide).  $a$  et  $b$  sont des constantes dont les valeurs varient selon les sources. Pour représenter la nature non Newtonienne du fluide suspendant, la viscosité Newtonienne de l'équation (1.1) est remplacée par la viscosité apparente d'un fluide de Bingham, en considérant  $\tau_c$  le seuil d'écoulement, et  $\mu_p$  la viscosité plastique (cf. section 1.3.1.2). Cette viscosité s'écrit  $\tau_c/\dot{\gamma} + \mu_p$  où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement appliqué à la fibre. D'un point de vue dimensionnel, il est proportionnel au ratio de la vitesse de sédimentation et de l'épaisseur de fluide cisailé. Comme la fibre est considérée alignée avec la direction de sédimentation, l'épaisseur du fluide cisailé est prise égale au diamètre de la fibre. Le système atteint l'équilibre quand la force de trainée contrebalance les forces de gravité et de flottabilité  $F_m$  :

$$F_m = \frac{\pi d_f^2 l_f}{4} (\rho_f - \rho_{fs}) g = F_f \quad (1.2)$$

où  $\rho_f$  est la masse volumique de la fibre, et  $\rho_{fs}$  celle du fluide suspendant. Le cas où la fibre ne sédimente pas correspond à une vitesse  $V_f$  nulle. Il en résulte dans (1.2) que seul l'effet du seuil est pris en compte dans l'expression de la force de trainée. La longueur de la fibre dérivée de cet état d'équilibre s'écrit, pour un facteur d'aspect  $r^*$  donné :

$$l_f = \frac{4a\tau_c r^*}{g(\rho_f - \rho_{sf}(\log(2r^*) + b))} \quad (1.3)$$

Les coefficients  $a$  et  $b$  peuvent être tirés de [23] ( $a = 2$  et  $b = -0,72$ ).

### 1.3 Comportement rhéologique

Au court du temps, et dès l'arrêt du malaxage, le comportement de la matrice cimentaire évolue d'une part à court terme par des interactions réversibles entre particules, d'autre part à plus long terme par des réactions chimiques irréversibles entraînant la prise.

### 1.3.1 Comportement indépendant du temps

#### 1.3.1.1 Régimes d'écoulement

Le comportement macroscopique d'un composite cimentaire résulte de la compétition entre toutes les interactions auxquelles ses particules sont soumises. Différents régimes d'écoulement macroscopique en résultent en fonction des vitesses de cisaillement, au cours desquels les mécanismes de dissipation d'énergie dominants varient [10]. Ces régimes macroscopiques sont décrits sur la FIGURE 1.6 à travers la viscosité apparente (rapport entre la contrainte et le taux de déformation à chaque instant) [10],[12].

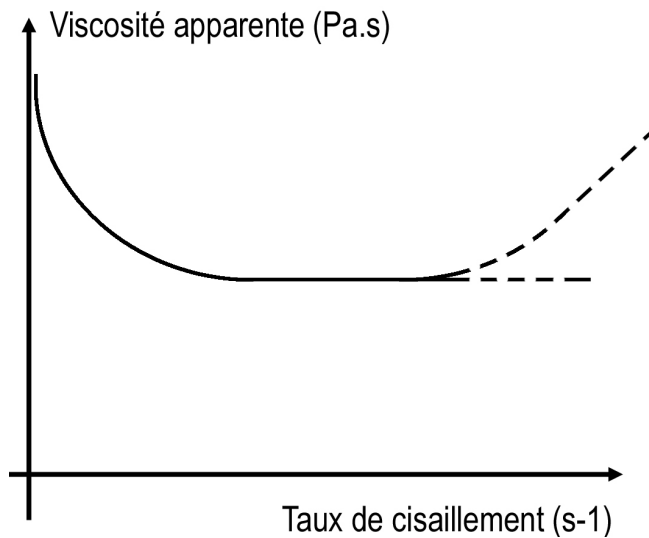


FIGURE 1.6 – Évolution de la viscosité apparente d'un matériau cimentaire en fonction du cisaillement qui lui est appliqué (cf. [10]).

Pour des taux de cisaillement de l'ordre de quelques  $s^{-1}$ , le premier régime, observé à gauche sur la FIGURE 1.6, est rhéofluidifiant. Il est dû à la rupture du réseau d'interactions entre les particules. Au cours de ce régime, le comportement macroscopique est dominé par la compétition entre dissipations hydrodynamiques et interactions de type colloïdal, de type frictionnel entre les grains de ciment et de type frictionnel entre les inclusions.

Dans un deuxième régime pseudo Newtonien, la viscosité apparente n'évolue pas avec la vitesse de cisaillement et décrit un plateau Newtonien (au centre de la FIGURE 1.6). Le comportement est dominé par les interactions hydrodynamiques et les contacts frictionnels entre grains. Ovarlez [27] parle alors de régime "macro-visqueux".

Enfin, il existe un régime rhéoépaississant pour lequel l'inertie des granulats n'est pas négligeable et contribue à une forte dissipation d'énergie via des contacts entre inclusions [10],[27]. Ce régime est atteint pour des taux de cisaillement de quelques dizaines de  $s^{-1}$ . On peut cependant noter que pour les viscosités des matériaux cimentaires standards de l'industrie (de l'ordre de 100Pa.s), les taux de cisaillement correspondants (entre 0 et  $10s^{-1}$ ) ne permettent pas d'atteindre ce régime inertiel.

### 1.3.1.2 Lois de comportement

Plusieurs lois de comportement sont disponibles dans la littérature pour modéliser le comportement macroscopique d'un matériau cimentaire. Elles sont ajustées sur les courbes d'écoulement du matériau étudié (contrainte en fonction du taux de cisaillement). La FIGURE 1.7 présente le modèle de Bingham, le modèle le plus simple utilisé dans la littérature pour représenter le comportement d'un fluide à seuil. Il est défini par son seuil d'écoulement  $\tau_c$  (contrainte à l'origine) et sa viscosité plastique  $\mu_p$  (pente de la droite). C'est le modèle que nous considérons dans ce travail pour décrire le comportement d'un matériau cimentaire.

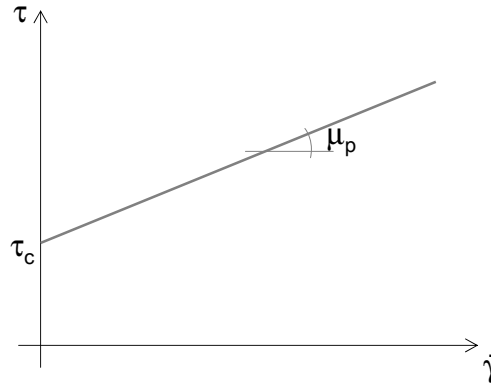


FIGURE 1.7 – Modèle de Bingham utilisé dans la littérature pour représenter la courbe d'écoulement d'un fluide à seuil.

Selon l'échelle adoptée, le modèle de Bingham peut modéliser le comportement macroscopique de la pâte de ciment, du mortier ou du béton. La séparation d'échelle choisie dans ce travail séparant matrice cimentaire et inclusions (*cf.* FIGURE 1.2), la pâte de ciment est considérée comme un fluide de Bingham homogène auquel des inclusions sont ajoutées. À l'échelle des inclusions, le comportement du béton est lui-même modélisé de manière macroscopique par un modèle de Bingham dont les paramètres rhéologiques dépendent de ceux du fluide suspendant et des inclusions.

L'industrie du génie civil distingue un Béton Ordinaire (BO) dont le seuil est de l'ordre de quelques milliers de  $Pa$  pour une viscosité d'environ  $100Pa.s$ , un Mortier Ordinaire (MO) de seuil de l'ordre de quelques centaines de  $Pa$  pour une viscosité d'environ  $10Pa.s$ , un Béton Auto Plaçant (BAP) de seuil de l'ordre de quelques dizaines de  $Pa$  pour une viscosité d'environ  $100Pa.s$ , une pâte de ciment de seuil de l'ordre de quelques  $Pa$  et  $1Pa.s$  de viscosité, et enfin un coulis dont le seuil est de l'ordre de quelques dixièmes de  $Pa$  [28].

## 1.3.2 Comportement dépendant du temps

### 1.3.2.1 Thixotropie

Certains matériaux présentent un seuil évoluant dans le temps au cours des premières dizaines de minutes suivant l'étape de malaxage. Au repos, la construction d'une structure interne renforce le réseau entre particules formant le seuil du matériau (structuration). Si un taux de

cisaillement (ou une contrainte de cisaillement) constant et suffisamment fort pour casser ce nouveau réseau est appliqué au matériau après une période de repos, la viscosité apparente diminue en fonction du temps d'écoulement (déstructuration). La distinction est alors faite entre un seuil statique (ou apparent) correspondant à un matériau structuré, et un seuil dynamique (ou intrinsèque), correspondant au matériau déstructuré [29],[30]. Pendant longtemps, cette structuration a été expliquée par la création de nouvelles interactions colloïdales entre les particules. Les dernières recherches attribuent ce phénomène à la formation des premiers ponts de CSH dans le ciment dus aux réactions d'hydratation reliant les particules les unes aux autres [31]. Quelle que soit l'origine de cette structuration, la thixotropie implique la réversibilité du comportement. Cette réversibilité n'en diminue pas pour autant son importance. La thixotropie apparaît en effet comme un phénomène complexe dépendant de nombreux paramètres d'une part issus de la formulation du matériau et d'autre part de son histoire depuis le malaxage jusqu'à la prise. Son impact est souvent non négligeable et peut même avoir de nombreuses conséquences sur certaines applications, comme la reprise de pression sur les coffrages des éléments verticaux [32], ou les problèmes de coulages multi couches [33]. La littérature présente des modèles simplifiés décrivant une évolution linéaire du seuil statique dans le temps à travers un taux de structuration dépendant de la concentration en inclusions [29]. De plus, la mesure de la thixotropie reste délicate car l'état permanent doit être atteint au sein du matériau à chaque taux de cisaillement pour ne pas obtenir une mauvaise estimation du phénomène de structuration [34]. Dans ce travail de thèse, ce comportement dépendant du temps ne sera pas abordé. Chaque matériau sera considéré à son état déstructuré (état de référence juste après malaxage), et les mesures seront effectuées sur des matériaux ayant exactement le même "âge", de manière à s'affranchir des évolutions de comportement liées à la thixotropie des matériaux cimentaires.

#### 1.3.2.2 Réactions d'hydratation

Elles regroupent les réactions à l'origine de la prise des matériaux cimentaires. À long terme, elles sont responsables de l'évolution de la viscosité apparente du matériau [35],[36]. Des ponts d'éléments de CSH (silicate de calcium hydraté) se créent entre les particules de ciment et forment un réseau capable de supporter des efforts. Le faible nombre de ces ponts rend le phénomène d'hydratation négligeable par rapport à la rhéologie du matériau sur une échelle de temps de l'ordre d'une heure suivant son malaxage. Après ce délai, la multiplication des réactions chimiques irréversibles entraîne une évolution forte des propriétés rhéologiques du matériau, le rendant plus visqueux.

Le processus d'hydratation est décrit dans la FIGURE 1.8 [37]. La première étape de l'hydratation, l'hydrolyse du ciment, intervient dès la fin du malaxage. Durant cette étape, la température du matériau augmente de quelques degrés. L'étape suivante est qualifiée de période dormante. Elle dure de une à trois heures. La chaleur dégagée par les réactions chimiques décroît alors de manière drastique. Durant cette période, le comportement rhéologique du matériau ne varie que très peu, ce qui permet au matériau d'être coulé et placé sur chantier. C'est seulement à la fin de cette étape que le phénomène de prise s'initie. Les réactions d'hydratation provoquent alors le durcissement de la matrice.



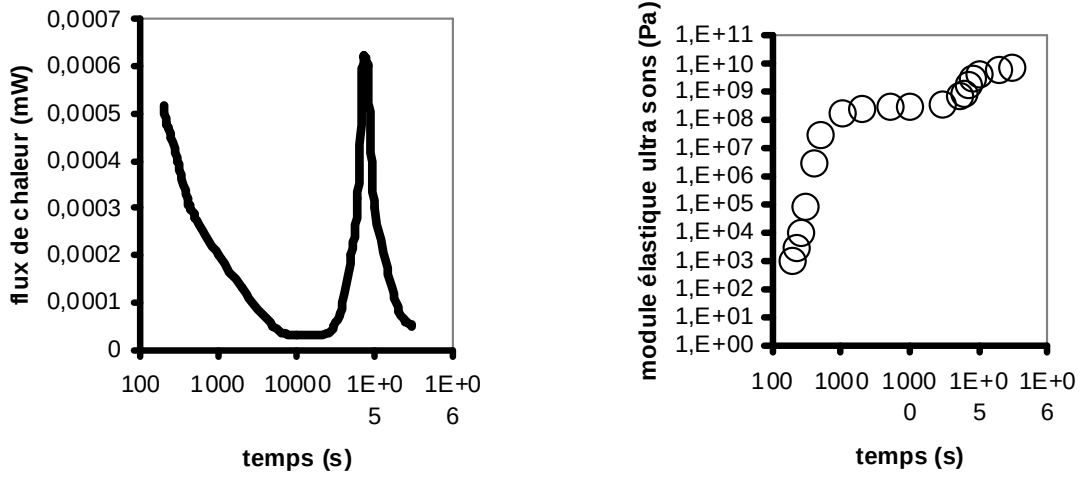


FIGURE 1.8 – Evolution du taux de chaleur pendant l’hydratation du ciment Portland CEM I ( $E/C=0,35$ ) [37]. Flux de chaleur (courbe de gauche) et le module élastique (aux ultra sons) (courbe de droite)

Dans tout ce travail, les matériaux cimentaires préparés seront testés dans les 30 minutes suivant le malaxage (FIGURE 1.8). Cette échelle de temps est largement inférieure au temps nécessaire aux réactions d’hydratation pour ne plus être négligeables au niveau de la rhéologie du matériau.

On peut conclure de ces comportements très complexes s’étalant sur diverses échelles de temps que le comportement d’un matériau cimentaire ne peut être complètement pris en compte dans un modèle aussi simple que celui de Bingham. Cependant, dans ce travail, nous considérons une échelle de temps suffisamment courte pour négliger les effets de l’évolution de la structure et de la microstructure dans le temps. L’influence de la thixotropie et de l’hydratation ne sont donc pas pris en compte.

## 1.4 Lien formulation-rhéologie

Maintenant que le modèle de comportement choisi pour nos matériaux cimentaires est fixé à un modèle de Bingham indépendant du temps, nous nous intéressons aux modèles de la littérature permettant de prédire l’évolution des paramètres de ce modèle en fonction du comportement de la matrice cimentaire (phase continue) et des inclusions (phase dispersée).

### 1.4.1 Viscosité apparente

Les interactions dominant le comportement des inclusions sont de type hydrodynamique ou contacts directs (*cf.* section 1.2.3.4). De nombreux résultats de la littérature tentent de prédire ces paramètres par des théories d’homogénéisation. Einstein a ainsi proposé en 1906 [38] une expression exacte de la viscosité d’une solution diluée de sphères dures. Elle prédit une croissance linéaire de la viscosité apparente de la suspension  $\eta$  avec la fraction volumique d’inclusions solides  $\phi$  :

$$\eta = \eta_0(1 + 2,5\phi) \quad (1.4)$$



où  $\eta_0$  est la viscosité du solvant. La forme de cette expression est due à la limite du régime dilué de cette loi. En effet, dans ce régime, les inclusions, éloignées les unes des autres, n'interagissent pas entre elles, et la variation de viscosité totale correspond à la somme des variations locales dues à une seule sphère. Il vient alors que l'augmentation de la viscosité de la suspension est proportionnelle à la fraction volumique d'inclusions. Au delà du régime dilué nécessaire à la validité de cette équation, un terme supplémentaire du second ordre a été ajouté à l'expression (1.4) par Batchelor et Green [39] pour tenir compte des interactions de type hydrodynamique entre inclusions. L'expression de la viscosité devient alors :

$$\eta = \eta_0(1 + 2,5\phi + 7,6\phi^2) \quad (1.5)$$

Krieger et Dougherty [40] ont ensuite généralisé cette idée en exprimant la viscosité d'une suspension en fonction d'un paramètre représentatif de l'encombrement des inclusions  $\phi/\phi_m$ , défini comme le ratio de la fraction volumique des inclusions et de leur fraction d'empilement (dense) (cf. section 1.2.3.3).

$$\eta = \eta_0 \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-[\eta]\phi_m} \quad (1.6)$$

où  $[\eta]$  la viscosité intrinsèque du matériau. Elle est égale à 2,5 dans le cas de sphères rigides, permettant de retrouver l'expression d'Einstein (1.4) dans le cas d'un développement à l'ordre 1, dans la limite d'une concentration  $\phi$  nulle. De ce modèle sont dérivés d'autres modèles dont les domaines d'application sont plus étendus. On trouve par exemple dans la littérature le modèle de Quemada [41] qui prend en compte la forme non sphérique des inclusions en remplaçant l'exposant  $[\eta]\phi_m$  par un coefficient. De leur côté, Mansoutre [42] et Strubble [43] avancent un coefficient plus proche de 4,5 pour des formes de particules non sphériques tels que les grains de ciment.

### 1.4.2 Seuil d'écoulement

Le même type d'expression que celle de Krieger-Dougherty (1.6) vise à prédire le seuil d'une suspension [40],[44] :

$$\tau_c(\phi) \approx \tau_c(0)f(\phi/\phi_m) \quad (1.7)$$

où  $\tau_c(\phi)$  et  $\tau_c(0)$  sont respectivement le seuil du béton et de la pâte de ciment. Une relation théorique a récemment été proposée par [45],[46],[47] reliant le seuil d'une suspension au seuil du fluide suspendant et à la fraction volumique d'inclusions :

$$\frac{\tau_c(\phi)}{\tau_c(0)} = \sqrt{\frac{(1 - \phi)}{(1 - \phi/\phi_m)^{2,5\phi_m}}} \quad (1.8)$$

Ces modèles permettent de prédire le comportement de suspensions d'inclusions rigides polydisperses. La forme non sphérique de ces inclusions est prise en compte dans une certaine limite puisqu'ils s'étendent aux formes irrégulières de grains dont le facteur d'aspect moyen est de l'ordre de 2. Au delà de ces géométries, aucun modèle n'est disponible dans la littérature pour prédire l'influence d'inclusions élancées comme les fibres rigides utilisées dans l'industrie, et dont les facteurs d'aspect varient entre 20 et 150. De plus, la séparation d'échelle choisie à la section 1.2 nécessite la prise en compte des granulats au même titre que les fibres au niveau du réseau d'interactions.

## 1.5 Écoulements industriels

Dans ce travail, nous nous intéressons au comportement des fibres ajoutées à des matériaux cimentaires mis en œuvre en conditions industrielles. De nombreuses contraintes dues aux conditions de mise en œuvre sont donc à prendre en compte. Tout d'abord, les structures de génie civil impliquent d'importants volumes de matériaux, eux-mêmes renforcés avec une grande quantité de fibres. Par exemple, 100 litres de matériau renforcé avec 1% en volume de fibres classiques du génie civil (10mm de longueur et 0,2mm de diamètre) représente plus d'un milliard de fibres ajoutées au matériau. Ensuite, comme nous l'avons vu au cours de ce chapitre, le comportement rhéologique d'un matériau cimentaire est complexe. L'ajout de fibres ne fait que renforcer cette complexité.

Lors de sa mise en œuvre, le matériau est versé dans un coffrage. Plusieurs techniques de versement existent. Dans la plupart des cas, le matériau est extrait du camion toupie par pompage ou par trémie. Le versement du matériau est parfois réalisé en plusieurs phases.

Une fois versé, le matériau s'écoule à travers des géométries complexes. Dans la majorité des cas, cette difficulté se limite à la forme du coffrage (*e.g.* voussoir), plus rarement à la présence de ferrailages dont le but est de renforcer la structure, peu utilisés dans les structures en béton fibré. La plupart du temps, d'importantes zones d'interface avec les parois du coffrage induisent une forte condition de non glissement aux frontières de l'écoulement.

Enfin, le matériau est mû par gravité. Sa progression dans le coffrage s'effectue par un écoulement à surface libre, dont la pente induit le gradient de pression moteur de l'écoulement. Pour déterminer le régime d'écoulement concerné par le type d'écoulements que nous étudions, le nombre de Reynolds moyen associé à un écoulement classique induit par une mise en œuvre industrielle est estimé. La viscosité des bétons est de l'ordre de 100Pa.s, et leur masse volumique de l'ordre de 2000kg/m<sup>3</sup>. La distance caractéristique de mise en œuvre est de l'ordre de 10cm si on considère une épaisseur de coffrage ou de dallage, pour des vitesses d'écoulement de l'ordre de 10cm/s. Ainsi, le nombre de Reynolds associé à ces paramètres est  $Re \simeq 10^{-2}$ , caractéristique d'un écoulement laminaire. Au cours d'écoulements industriels, les forces de viscosité sont prépondérantes, et les forces d'inertie négligeables. Nous sommes donc face à un écoulement laminaire en 3 dimensions et à surface libre d'un fluide de Bingham contenant une concentration importante d'inclusions non sphériques rigides.



Deuxième partie

**Formulation**



## Chapitre 2

# Influence des fibres sur la rhéologie des matériaux cimentaires

### 2.1 Introduction

L'ajout de fibres, comme tout autre type d'inclusions, modifie les propriétés rhéologiques du matériau à l'état frais. La littérature des matériaux cimentaires à l'état frais a montré une réduction de la fluidité avec l'ajout de fibres [48],[49]. Cet effet croît avec l'augmentation de la concentration de fibres dans le matériau et le facteur d'aspect  $r$  des fibres utilisées (ratio entre la longueur  $l_f$  et le diamètre  $d_f$  des fibres) [13],[50],[51],[52],[53],[54]. Pourtant, l'influence des fibres sur la rhéologie des matériaux cimentaires provoque toujours de nombreux questionnements. En effet, malgré les méthodes expérimentales (empiriques) de formulation de ces matériaux présentées dans la littérature [52], l'influence de ces fibres sur leur comportement rhéologique est encore mal comprise et limite leur utilisation actuelle.

Nous nous focalisons dans cette deuxième partie sur des écoulements isotropes de matériaux renforcés en fibres droites. Nous utilisons pour cela des résultats issus d'essais suffisamment brefs pour qu'aucune ligne de courant ne puisse s'établir et entraîner l'orientation des fibres. Le processus d'orientation est donc négligé dans cette partie.

Dans ce chapitre, un état de l'art de la littérature est dressé relativement à l'influence des fibres sur les matériaux cimentaires. Dans une première partie, nous nous intéressons au matériau après la prise et à l'impact des fibres sur ses résistances mécaniques et sur sa ductilité. Dans une deuxième partie, les résultats majeurs de la littérature sur matériau fibré à l'état frais nous permettent de dégager un paramètre représentatif de la présence des fibres au sein du fluide.

### 2.2 Influence des fibres sur les propriétés mécaniques

#### 2.2.1 Ductilité des bétons fibrés

L'ajout de petites inclusions dans les matériaux cimentaires pour renforcer les matrices cimentaires fragiles [55] est utilisé depuis longtemps (Porter en 1910 [56], Graham en 1911 [57]). Les recherches sur cette technique de renforcement se sont largement développées depuis les années 1960 [58],[59],[60], et n'ont cessé depuis d'intéresser de nombreux chercheurs et industriels

[49],[13],[55],[61],[62],[63],[64],[65],[66],[67],[68].

Aujourd'hui, l'ajout de fibres en génie civil est commun, et les limitations actuelles sont plutôt dues à l'absence de normes officielles qu'au prix des fibres. En effet, même si les fibres restent relativement chères, leur utilisation permet de formuler des matériaux dont le comportement mécanique entraîne la réduction drastique des épaisseurs des structures, et avec elle les quantités de matériaux. Dans le cas des Bétons Fibrés à Ultra hautes Performances (BFUP), les fibres sont ajoutées à des matrices très concentrées en ciment, et contenant peu de granulats.

Pour remplir ces diverses applications, un panel varié de fibres est utilisé en génie civil [49]. Les fibres que nous utilisons dans ce travail sont des fibres en acier rigides. Nous considérons dans cette partie l'hypothèse d'une distribution homogène des fibres au sein du matériau et négligeons ainsi tout phénomène de ségrégation. De plus, nous supposons une orientation aléatoire de ces fibres, ce qui permet une couturation des fissures dans toutes les directions [69],[70].

Les recherches dans le domaine des matériaux cimentaires fibrés à l'état durci ont mené à distinguer deux échelles d'observation de ces matériaux fibrés [52],[71],[72]. D'une part, à l'échelle de certains matériaux (BFUP), l'ajout de fibres augmente les résistances mécaniques [73],[74]. Pour qu'un effet soit constaté à cette échelle, de fortes concentrations (de l'ordre de 5 à 10%) de fibres très courtes (de longueur de l'ordre de 5mm) doivent être ajoutées. Les matériaux résultants affichent des performances qualifiées de "ultra hautes" [65],[66],[75], des propriétés écrouissantes [55], ou de meilleures résistances aux fortes températures [76], propriétés essentielles pour les ouvrages d'art.

Mais pour 90 à 95% des bétons fibrés de l'industrie, l'influence des fibres sur le comportement d'une structure ne se situe pas au niveau du matériau mais au niveau de la structure elle-même (*i.e.* après la localisation des fissures) [52],[71]. En effet, les fibres dans ces bétons sont trop grandes pour avoir un effet à l'échelle du matériau. Elles permettent alors une augmentation significative de la ductilité des structures [65],[67],[72],[75],[77],[78],[79],[80],[81],[82],[83],[84]. Pour un matériau formulé de manière adéquate, les fibres doivent transférer un effort suffisant après apparition de la première fissure pour permettre le développement de multiples fissures avant la ruine du matériau [79],[80].

Le mécanisme conditionnant l'impact des fibres sur la ductilité d'une structure se situe au niveau du processus d'arrachement de chaque fibre traversée par une fissure. Tant que les fibres ne sont pas arrachées à la matrice, elles ralentissent la propagation de la fissure en maintenant une traction de part et d'autre de la fissure et en réduisant la contrainte en pointe de fissure [85],[86],[87],[88],[89],[90].

### 2.2.2 Paramètres représentatifs

La nature fragile d'une pâte de ciment peut être améliorée de manière significative avec l'ajout de fibres si leur efficacité dans la matrice est maîtrisée [91]. Le phénomène majeur contrôlant l'efficacité du renforcement de la structure par les fibres est le comportement à l'interface fibre/matrice [49],[64],[83],[92],[93],[94],[95],[96],[97],[98],[99], résultant d'un caractère à la fois adhésif et frictionnel dans le cas des fibres d'acier [49]. L'adhérence entre la fibre et la matrice est complexe. La présence de pores ou de vides dans la matrice peut localement diminuer la

résistance à l'interface. De manière générale, cette adhérence est faible [100],[101]. Augmenter la surface de contact fibre/matrice, *i.e.* augmenter la longueur des fibres, permet alors d'améliorer à la fois adhérence et friction à l'interface [83],[95]. Certains auteurs ont ainsi défini une longueur minimale critique des fibres en dessous de laquelle les fibres ne permettent pas aux fissures de se développer et mènent ainsi à une rupture anticipée du composite [102]. D'autre part, une longueur maximale est définie de manière complémentaire, au delà de laquelle une fibre ne contribue pas à la ductilité du matériau. Une fibre plus longue a alors tendance à se rompre au lieu de s'arracher de la matrice, conférant un caractère plus fragile au matériau. Ces deux longueurs critiques dépendent de l'intensité de l'adhérence fibre/matrice [102], et sont donc caractéristiques de l'état de surface des fibres et de la formulation du matériau. La longueur d'une fibre respectant ces critères est alors choisie selon la nature des fissures à couturer (fibres longues pour les macrofissures et courtes pour les microfissures) [72],[103]. Dans cette plage de longueurs, les résultats de la littérature montrent une large amélioration des propriétés mécaniques avec le facteur d'aspect [49],[51],[97].

Pour augmenter la ténacité à l'interface fibre/matrice, la plupart utilisent des fibres aux états de surface abrasés ou aux formes particulières [102],[104]. Dans ce dernier cas, on trouve principalement dans la littérature des fibres crêpées, ondulées, aux extrémités courbées ou aplaties pour améliorer leur ancrage dans la matrice [105],[106]. L'utilisation de ces formes particulières doit cependant faire l'objet d'une attention particulière puisque le processus de mise en forme de ces fibres (entre autres le processus de "crêpage" des fibres) les rend fragiles et peut produire des concentrations locales de contraintes au sein de la matrice [106].

Le deuxième paramètre conditionnant l'efficacité des fibres dans une structure est leur fraction volumique. Elle est représentative du nombre de fibres sur une section et influence donc dans une large mesure la ductilité d'un composite [49],[51],[64],[71],[95],[97],[104],[105]. Plus les concentrations en fibres sont élevées, et plus il est probable qu'une fissure se propageant soit couturée par des fibres.

À partir de ce constat, Dhonde [51] étudie l'influence du facteur de fibre, défini comme le produit  $r\phi_f$  du facteur d'aspect et de la concentration des fibres, sur le comportement mécanique de BAP. Il note une forte amélioration de la résistance en tension, de la ductilité, du module de rupture et de la contrainte résiduelle moyenne avec le facteur de fibres. Des essais menés sur les mêmes matériaux à l'état frais montrent en revanche une évolution contraire de leur fluidité avec ce même facteur, comme il le trace FIGURE 2.1.

## **2.3 Influence des fibres au niveau du comportement rhéologique**

L'ajout de fibres pour renforcer les matériaux cimentaires, comme tout autre type d'inclusions, en modifie les propriétés à l'état frais. Les propriétés mécaniques augmentent avec le volume de fibres dans la gamme des concentrations du génie civil. Mais l'ajout de ces inclusions modifie les propriétés d'écoulement des matériaux et pose une limite à leur encombrement dans le volume de pâte. Il est important de comprendre l'influence de ces fibres sur les propriétés rhéologiques des matériaux de manière à optimiser les formulations.



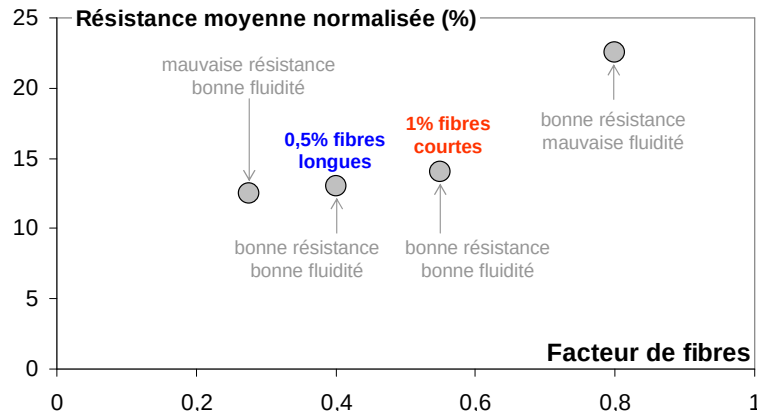


FIGURE 2.1 – Évolution de la résistance résiduelle moyenne en fonction du facteur de fibres [51].

### 2.3.1 Paramètres d'influence

L'effet pénalisant des fibres rigides sur la fluidité s'accroît avec les paramètres suivants :

- rigidité
- concentration volumique
- facteur d'aspect
- forme.

On peut tout d'abord citer le type d'inclusions, représentatif de leur rigidité [105]. En effet, le comportement d'inclusions rigides est très différent de celui d'inclusions flexibles. Les fibres flexibles ont la capacité de se déformer sous l'effet des granulates [18]. Les mécanismes de dissipation d'énergie décrits dans le chapitre 1 ne sont alors plus valides. Ensuite, comme tout autre type d'inclusions, l'influence des fibres s'accroît avec leur concentration [53],[105]. Mais contrairement aux inclusions de type sphérique, nous avons constaté au chapitre précédent que la forme élancée des fibres multiplie d'autant leur encombrement au sein du matériau. Hughes et Fattuhi [53] ont mesuré une baisse de la fluidité avec l'augmentation de la longueur des fibres d'une part, et la réduction de leur diamètre d'autre part. Pour de Larrard [18], ce phénomène est dû aux perturbations causées par les fibres sur la compacité totale du système [68]. Pour d'autres, un facteur de fibres important entraîne la formation d'"oursins" (*i.e.* amas de fibres entremêlées, comme il est présenté sur la FIGURE 2.2 (c)) qui amplifient les hétérogénéités à l'échelle du matériau [107],[108] ( $r \in [57; 106]$ ), [105] ( $r \in [60; 100]$ ), [109] ( $r \in [28; 100]$ ). C'est aussi ce que conclut Markovic [110] lorsqu'il constate une meilleur fluidité du matériau renforcé avec des fibres courtes qu'avec un mélange de fibres courtes et longues à même concentration ( $r_{court} = 6/0, 16 = 37, 5$  et  $r_{long} = 13/0, 20 = 65$ ). Au dessus d'une concentration dépendant du type de fibres, on note une augmentation du volume d'air piégé dans la matrice avec la longueur des fibres [53],[107].

Comme il a été vu dans la section 2.2.2, on trouve dans l'industrie des fibres dont la forme est travaillée de manière à améliorer leur ancrage au sein de la matrice (fibres en cercle, à crochets, ondulées, en trombone ou duoform). Bien que ces formes particulières favorisent la formation d'oursins, il a été montré que leur utilisation n'avait qu'un léger impact sur la fluidité des composites [109]. Il est donc possible de négliger l'effet de la forme des fibres [106],[111]. Il faut

cependant noter que l'utilisation de ces formes particulières peut entraîner une quantité d'air dans la matrice bien supérieure à celle piégée dans le cas de fibres droites et ainsi modifier le comportement rhéologique de la matrice [53],[109].

### 2.3.2 Facteur de fibres

Hughes et Fattuhi [53] ont constaté, d'après leurs résultats expérimentaux, une forte dépendance de la fluidité avec l'augmentation du produit  $r\sqrt{\phi_f}$ , où  $\phi_f$  représente la fraction volumique de fibres. De nombreux chercheurs [13],[51],[97],[105],[109],[111],[112],[113] ont ainsi observé d'une manière similaire une réduction de l'étalement avec l'augmentation du facteur de fibres  $r\phi_f$ , quelle que soit la formulation de la pâte de ciment initiale [111].

Grünewald et Walraven [112], Bui et al. [114], Ding et al. [115], Ferrara et al. [116] et Banfill et al. [54] ont de la même façon mesuré au rhéomètre une hausse de la contrainte seuil du matériau avec le facteur de fibres. On pouvait anticiper à ce résultat connaissant la corrélation qui existe entre l'affaissement (ou l'étalement pour des bétons fluides) et le seuil [117],[118],[119]. L'évolution de l'étalement ou du seuil en fonction du facteur de fibres est décrite par beaucoup comme non linéaire [51],[109],[114]. La réduction du seuil est lente dans un premier temps, puis soudaine et drastique au delà d'un certain facteur de fibres critique. Une telle évolution n'est cependant pas constatée dans tous les résultats [54] et semble dépendre d'autres paramètres.

### 2.3.3 Concentration critique de fibres

Swamy et Mangat [120] ont montré l'existence d'une concentration critique de fibres au delà de laquelle le matériau ne s'écoule plus, quelles que soient ses caractéristiques rhéologiques sans fibre. Ce même constat est rapporté par de nombreux chercheurs [13],[64],[110],[114] qui notent sur BO ou sur BAP un effet accru des fibres sur l'étalement, ou une augmentation soudaine du seuil mesurée au rhéomètre, au delà d'une certaine concentration de fibres. D'une part pour des concentrations supérieures à cette valeur critique, le matériau est rapporté comme étant trop ferme pour s'écouler. D'autre part pour des facteurs d'aspect de fibres trop élevés, des oursins de fibres se forment, rendant le matériau hétérogène.

Nous avons réalisé des essais d'étalement dans les mêmes conditions pour arriver à ce constat. L'essai présenté FIGURE 2.2 est réalisé sur une même pâte de ciment divisée en trois parts et renforcée avec des fibres droites rigides de concentrations et facteurs d'aspect différents. Sur la figure (a), la pâte de ciment renforcée avec 5% (en volume) de fibres de facteur d'aspect 17 semble s'écouler librement et donc présenter des propriétés rhéologiques permettant sa mise en œuvre. Sur la figure (b), cette même pâte de ciment renforcée avec 20% des mêmes fibres est devenue trop ferme pour s'écouler. Enfin sur la figure (c), les fibres utilisées, d'un élanement supérieur ( $r=60$ ), entraînent la formation d'oursins de fibres constatée par de nombreux chercheurs [53],[105],[107],[108],[109] malgré une concentration de 5% identique à celle de la figure (a). Ces oursins rendent le matériau hétérogène et donc impossible à utiliser sur chantier.

Notre objectif, à partir de cette observation, est de définir une concentration critique au delà de laquelle les fibres empêchent la mise en œuvre du composite. Grünewald [13] a observé qu'un BAP devait satisfaire des critères relatifs à son étalement (taille et forme) et sa stabilité pour

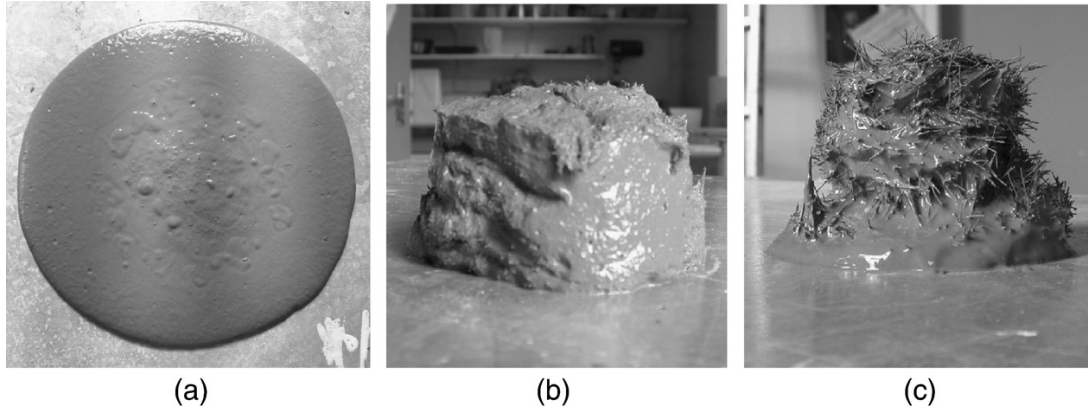


FIGURE 2.2 – Illustration de la consistance de pâtes de ciment renforcées avec des fibres de facteurs d’aspect et concentrations différents. (a)  $\phi_f = 5\%$  et  $r = 17$ , (b)  $\phi_f = 20\%$  et  $r = 17$ , (c)  $\phi_f = 5\%$  et  $r = 80$ .

que sa mise en œuvre soit possible. Il déduit des diverses formulations testées que les facteurs de fibres respectant ces critères sont tous compris entre 0,2 et 0,8. Dhonde [51] atteint un bon compromis entre fluidité et propriétés mécaniques pour des BAP renforcés avec 1% de fibres courtes ( $r = 55$ ) ou 0,5% de fibres longues ( $r = 80$ ) cf. FIGURE 2.1. Ces deux options très différentes correspondent à des facteurs de fibres de 0,55 et 0,4 (respectivement).

#### 2.3.4 Prise en compte des granulats

Dans littérature, la présence d’inclusions rigides autres que les fibres semble réduire significativement la concentration critique de fibres permettant de conserver une bonne fluidité du matériau. Il est d’ailleurs conseillé d’un point de vue pratique de réduire les concentrations en granulats classiquement utilisées dans l’industrie pour permettre l’ajout de fibres dans les matériaux cimentaires [13],[105],[18],[110]. D’une part, le volume occupé par les granulats dans la matrice n’est plus disponible pour les fibres [105]. D’autre part, la présence des granulats dans un volume de pâte influence la compacité de chacun des types d’inclusions (fibres et classes de granulats ayant un même diamètre) [18],[110]. Au delà d’une certaine concentration (cf. chapitre 1 :  $\phi_c$ ), un réseau de contacts se forme dans le matériau [49],[109].

La taille des granulats est prise en compte dans le guide 544 du Comité de l’ACI pour définir les concentrations maximales de fibres entrant dans la formulation d’un composite cimentaire. Celui-ci propose une concentration maximale de fibres d’acier de 2%, ou 1% dans le cas de fibres de facteur d’aspect élevé. Ce facteur est cependant très vague et ne semble pas capturer la complexité du phénomène observé dans la littérature.

Des résultats plus précis rapportant l’influence des granulats sur la concentration critique en fibres sont fournis dans [13],[64],[105],[110],[120]. Ces résultats sont cependant difficilement comparables dans la mesure où les paramètres de facteur d’aspect et concentrations en fibres, taille et concentration en granulats peuvent varier.

Swamy et Mangat [120] ont expérimentalement montré en 1974 que la quantité maximale de fibres décroissait linéairement avec la concentration en graviers pour un facteur d’aspect constant

(tel que  $\phi_{fmax} = A - B\phi_g$  avec  $A = -0,025$  et  $B = 2,5$ ).

Kooiman [64] a mesuré l'influence de la taille des granulats sur le facteur de fibres critique, pour trois facteurs d'aspects de fibres différents. Ses résultats montrent une forte influence de la taille des granulats sur les facteurs de fibres critiques (*i.e.* déduits des concentrations critiques de fibres) allant de 1,2 pour des granulats de diamètre (équivalent à) 4mm à 0,4 pour un diamètre de granulats de 32mm. Il explique ce résultat par l'influence de la taille relative des granulats par rapport à la longueur des fibres sur leurs compacités respectives (*cf.* FIGURE 2.3). En effet, dans un système composé de fibres et de gros granulats dont les dimensions caractéristiques sont du même ordre, ces derniers sont repoussés par la présence des fibres [121],[18],[110]. Inversement, les grains de sable se positionnent dans les espaces restés vides entre les granulats et les fibres et permettent une amélioration de la compacité.

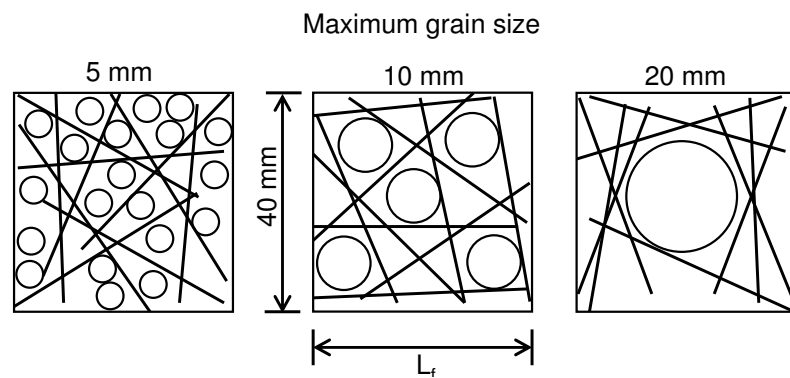


FIGURE 2.3 – Effet de la taille maximale des grains sur la distribution des fibres [105].

### 2.3.5 Critères de formulation des inclusions

Il a été montré précédemment que l'influence d'un type d'inclusions sur un autre dépend principalement de leurs concentrations et leurs tailles caractéristiques respectives. Des critères simples relatifs à ces paramètres et visant à optimiser la formulation des bétons renforcés en fibres sont proposés dans la littérature. Cependant, bien souvent ces critères viennent de l'expérience personnelle de leurs auteurs, et leur validité reste limitée. Ils fixent d'une part la taille des fibres par rapport aux graviers, d'autre part la distribution des inclusions de type sphérique (sable par rapport à gravier), de sorte que :

- la longueur de fibres doit être supérieure au diamètre des plus gros graviers [105],[122],
- la fraction sable/gravier doit être élevée pour permettre d'ajouter une quantité maximale de fibres possible [108],[121],[123].

Hoy [123] propose par exemple de considérer une fraction sable/granulats (sable + gravier) supérieure au facteur d'aspect des fibres.

Ces critères résument l'idée tirée de la littérature que l'ajout de fibres perturbe la compacité du système d'inclusions, et que la quantité maximale de fibres vient de l'optimisation du squelette granulaire. Le premier vise à éviter la formation d'un système constitué de deux types

d'inclusions du même ordre de tailles caractéristiques (fibres et gros granulats), de manière à réduire les interactions entre ces inclusions et ainsi augmenter la compacité du système [18]. Le deuxième permet une optimisation du squelette granulaire et donc de la compacité du mélange grâce à une granulométrie étalée [108],[121].

Le facteur de fibres critique dépend donc de la compacité du système, elle-même déterminée à partir de la compacité de chacun des types d'inclusions, ainsi que de leurs tailles respectives et leurs concentrations [18],[121]. Barthos ajoute que le caractère déformable ou non d'un type d'inclusion influence sa compacité. Deux questions se posent alors dans la suite de ce travail :

- Comment s'assurer de la rigidité des fibres ?
- Comment exprimer leur compacité ?

## Chapitre 3

# Les fibres : des inclusions particulières

### 3.1 Introduction

L'empilement des inclusions dans une suspension cimentaire forme le squelette granulaire du matériau, capable de reprendre un effort à travers un réseau de contacts directs entre les inclusions du système. Ce réseau de contacts dissipe une grande quantité d'énergie, modifiant ainsi le seuil d'écoulement du matériau. La fraction volumique d'inclusions correspondant à ce réseau de contacts une fois stable est appelée fraction volumique dense. Elle donne accès au paramètre d'encombrement  $\phi/\phi_m$  du matériau par les inclusions, directement lié au volume occupé par les inclusions dans la pâte, tel qu'il a été défini au chapitre 1. Ce paramètre permet de prédire l'évolution du comportement rhéologique d'une suspension à partir de la concentration en inclusions ajoutée. Il est bien connu dans le cas d'inclusions sphériques rigides mais encore peu décrit dans la littérature dans le cas d'inclusions cylindriques élancées. On peut pourtant penser que le comportement de la pâte varie de la même façon avec l'ajout de fibres rigides qu'avec des inclusions sphériques rigides. En effet, les résultats de la littérature décrits dans le chapitre précédent indiquent une forte dépendance du seuil avec la concentration et le facteur d'aspect des fibres. L'enjeu de ce travail est alors d'exprimer le paramètre d'encombrement dans le cas d'inclusions cylindriques dont l'élancement est représentatif des fibres du génie civil.

Nous nous attachons dans ce chapitre à dériver de la littérature des inclusions sphériques les mécanismes de dissipation d'énergie dans le cas d'inclusions rigides de forme élancée comme les fibres. Dans un premier temps, il convient de s'assurer de la rigidité des fibres que nous utilisons, dans la mesure où ce caractère contrôle le niveau d'énergie dissipée par contact. Un critère de rigidité est alors défini à partir de la nature et de la géométrie d'une fibre ainsi que du fluide dans lequel elle est plongée. Nous définissons ensuite la notion de fraction volumique d'empilement des fibres que nous mesurons expérimentalement dans le cas de fibres d'acier rigides couramment utilisées en génie civil. Ce paramètre nous donne finalement accès à l'encombrement des fibres dans un volume de pâte, dérivé des régimes de fibres de la littérature. Nous montrons qu'il existe, comme dans le cas d'inclusions sphériques, une transition entre un régime dominé par les interactions hydrodynamiques entre inclusions, et un régime dans lesquels les contacts mécaniques

directs gouvernent le comportement macroscopique. Enfin, l'influence de l'orientation des fibres sur leur encombrement dans un système est brièvement envisagé.

## 3.2 Critère de rigidité des fibres

L'effet des fibres rigides et flexibles sur la couturation d'une fissure est équivalent pour de petites déformations. Cependant les fibres rigides augmentent la capacité d'absorption d'énergie d'une manière plus significative que les fibres souples pour des déformations plus grandes [124]. C'est pourquoi leur utilisation en génie civil est beaucoup plus étendue. Ces deux types de fibres influencent les propriétés rhéologiques des matériaux dans lesquels elles sont plongées. Leur effet est relativement comparable, pour des concentrations similaires en fibres [105],[114]. Cependant l'élancement des fibres d'acier est en règle générale bien plus faible que celui des autres types de fibres (de 50 à 100 pour l'acier, de 200 à 2000 pour les autres), impliquant des facteurs de fibres très inférieurs. À facteurs de fibres équivalents, l'influence des fibres d'acier est plus marquée. Ce phénomène s'explique par des comportements différents dans le squelette granulaire selon la rigidité des fibres. Les fibres souples ont la capacité de se déformer lorsqu'elles sont soumises à la pression du fluide ou qu'elles interagissent avec d'autres inclusions. Leur influence sur la compacité du système formé par les inclusions du matériau est donc réduite [18], [13].

Nous nous focalisons dans ce travail sur l'influence de fibres rigides sur le comportement rhéologique de matériaux cimentaires. Il nous faut donc établir la distinction entre fibres rigides et fibres souples. Par exemple, malgré un module d'Young du carbone presque identique à celui de l'acier, la forme très élancée des fibres de carbone utilisées en général dans l'industrie leur confère un caractère souple. De plus, même si une fibre semble rigide dans l'air ou dans l'eau, elle peut être considérée flexible au sein d'une suspension cimentaire très visqueuse. Il est donc important d'établir un critère de rigidité prenant en compte le module d'Young et la forme de la fibre, ainsi que la consistance du matériau cimentaire auquel elle est ajoutée. La trainée exercée par le matériau cimentaire sur la fibre pourrait bien sûr être calculée de façon rigoureuse, mais nous ne considérons ici en première approche que les ordres de grandeurs des quantités calculées, qui sont suffisants pour la formulation d'un critère de rigidité.

Notre approche consiste ici à considérer une fibre plongée dans matériau cimentaire comme un élément uniformément chargé par le fluide qui l'entoure et d'estimer la flèche de cet élément rapportée à sa longueur  $l_f$ . Pour qu'une fibre soit considérée rigide, ce ratio doit être très faible. Nous faisons de plus l'hypothèse que la charge uniforme (en N/m) à laquelle est soumise la fibre est de l'ordre de  $\tau_c d_f$ , où  $\tau_c$  représente le seuil du matériau dans lequel cette fibre est plongée, et  $d_f$  son diamètre. L'ordre de grandeur de la flèche  $f$  de la fibre s'écrit alors :

$$f \simeq \frac{\tau_c d_f l_f^4}{EI_4} \quad (3.1)$$

où  $E$  est le module d'Young de la fibre et  $I_4$  est de l'ordre de  $d_f^4$ . La flèche adimensionnée est alors de l'ordre de :

$$\frac{f}{l_f} \simeq \frac{\tau_c}{E} r^3 \quad (3.2)$$



Ce ratio est par exemple d'ordre 0,03% dans le cas de fibres d'acier standard ( $r = 50$ ,  $E = 210000$  Mpa) plongées dans un béton auto-plaçant (seuil = 50 Pa), alors qu'il est de l'ordre de 66% pour des fibres de carbone ( $r = 500$ ,  $E = 190000$  Mpa) plongées dans un béton ordinaire (seuil = 1000 Pa). On peut donc conclure que les fibres standards en acier des BAP peuvent être considérées comme rigides, contrairement aux fibres de carbone renforçant les BO. Dans tout ce travail de recherche, nous nous focaliserons sur le cas des fibres rigides au sens du critère (3.2). Nous considérerons dans ce travail des résultats issus de la littérature sur des matériaux renforcés en fibres rigides. Ce critère nous amène donc à ne pas prendre en compte certains résultats de la littérature, comme ceux de Banfill *et al.* [54] que nous considérons comme ayant été obtenus dans le cas de fibres souples.

### 3.3 Compacité des fibres

Nous avons constaté au cours du chapitre précédent que l'influence des fibres sur les propriétés rhéologiques des matériaux renforcés s'expliquait par leur impact au niveau de l'arrangement des inclusions du système. Barthos [121] a déduit de ses travaux que des facteurs d'aspect croissants entraînaient une baisse de la fraction volumique dense des fibres, ainsi que de celle du système. Il apparaît alors nécessaire d'exprimer cette compacité de manière à quantifier l'impact des fibres sur le squelette granulaire d'un composite cimentaire.

#### 3.3.1 Fraction(s) volumique(s) des fibres

L'étude de l'arrangement des inclusions d'un système dans un volume donné, très utile dans le cas de sphères (*cf.* chapitre 1, section 1.2.3.3), est encore peu appliquée aux géométries des fibres. Leur forme élancée réduit la symétrie du problème. On retrouve cependant sur la FIGURE 3.1 les concentrations critiques évoquées au chapitre 1, *i.e.* fraction volumique lâche  $\phi_{fc}$  (a), fraction volumique dense  $\phi_{fm}$  (b) et fraction volumique maximale  $\phi_{fM}$  (c).

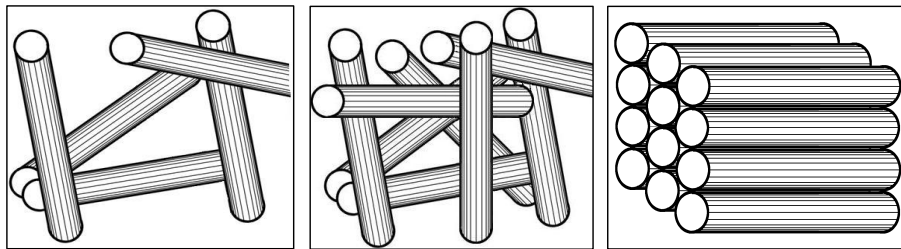


FIGURE 3.1 – Fraction volumique lâche (a), fraction volumique dense (b) et fraction volumique maximale (c) de fibres rigides.

Les fibres utilisées dans cette études sont représentatives du génie civil. On remarque sur la FIGURE 3.2 la dépendance du volume apparent occupé par les fibres avec leur facteur d'aspect, que Barthos avait constaté dans [121].





FIGURE 3.2 – Volume apparent occupé par des fibres de facteurs d’aspect variés organisées aléatoirement.

### 3.3.2 Fraction volumique maximale idéale

Dans le cas d’inclusions élancées, la différence entre la compacité dense et la compacité maximale peut être très élevée. On peut en effet penser que, si une quantité infinie d’énergie est apportée au système, les fibres se réorganisent d’une configuration dense, comme celle présentée sur la FIGURE 3.1(b), à une configuration maximale, comme le montre la FIGURE 3.1(c), pour laquelle la fraction volumique atteint des valeurs proches de 80%. Elle s’écrit :

$$\phi_{fM} = \frac{\text{volume du cylindre}}{\text{volume total}} = \frac{\pi(d_f/2)^2 l_f}{4(d_f/2)^2 l_f} = \frac{\pi}{4} \simeq 0,785 \quad (3.3)$$

### 3.3.3 Fractions volumiques lâche et dense

#### 3.3.3.1 Protocole expérimental

Un travail expérimental mené au LCPC nous a permis d’accéder aux valeurs de fraction volumique aléatoire lâche  $\phi_{fc}$  et dense  $\phi_{fm}$  en mesurant les volumes apparents  $\Omega_{avant}$  et  $\Omega_{apres}$  occupés par une masse  $M$  connue de fibres avant et après vibration. Les fibres utilisées lors de ces essais sont en acier, considérées comme rigides selon le critère (3.2) (FIGURE 3.3). Leurs facteurs d’aspects sont tous largement supérieurs à 1 ( $r \in [17; 100]$ ). Ces fibres sont en majorité droites, bien que quelques essais sur fibres aux extrémités en forme de crochet nous ont permis de compléter nos résultats. Leurs caractéristiques sont données dans la TABLE 3.1. Les récipients utilisés pour ces essais présentent un diamètre et une hauteur au moins 5 fois plus importants que la longueur des fibres testées. Comme les volumes occupés par les fibres (et spécialement  $\Omega_{avant}$ ) dépendent fortement du procédé de remplissage des récipients, trois essais sont réalisés pour chaque facteur d’aspect. Nous prenons alors en compte la moyenne arithmétique de ces trois résultats. Un temps de vibration de 2 minutes, identique pour tous les échantillons, est choisi. Des temps plus longs ne modifient pas les volumes apparents mesurés vibrés. La configuration du système est stable. On constate que le réseau dense de fibres enchevêtrées se forme très rapidement.

Les fractions volumiques lâche et dense sont ensuite déduites des valeurs moyennes de

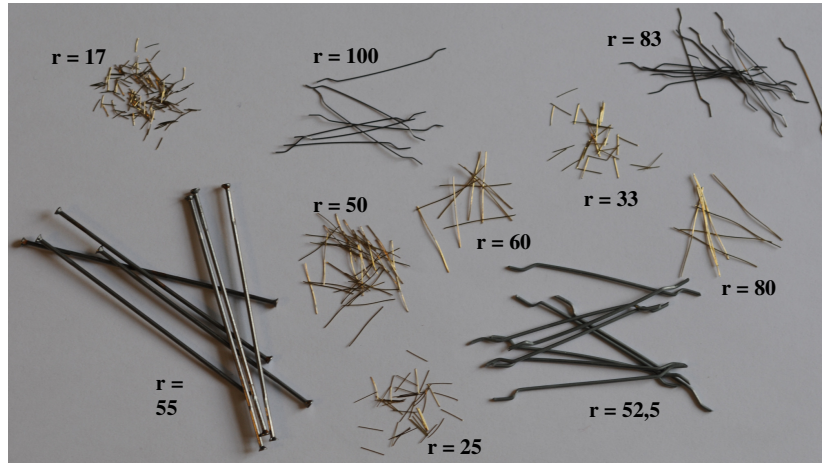


FIGURE 3.3 – Fibres testées.

| Longueur<br>(mm) | Diamètre<br>(mm) | Facteur d'aspect | Forme   |
|------------------|------------------|------------------|---------|
| 3                | 0,175            | 17               | Droites |
| 5                | 0,2              | 25               | Droites |
| 5                | 0,15             | 33               | Droites |
| 10               | 0,2              | 50               | Droites |
| 42               | 0,8              | 52,5             | Crochet |
| 55               | 1                | 55               | Ancrage |
| 15               | 0,25             | 60               | Droites |
| 20               | 0,25             | 80               | Droites |
| 25               | 0,3              | 83               | Crochet |
| 30               | 0,3              | 100              | Crochet |

TABLE 3.1 – Propriétés des fibres testées

$M/(\Omega_{avant}\rho_f)$  et  $M/(\Omega_{apres}\rho_f)$ , où  $\rho_f$  est la densité des fibres, correspondant à celle de l'acier ( $\rho_f = 7850 \text{ kg/m}^3$ ).

### 3.3.3.2 Résultats

Les résultats obtenus avant et après vibration sont présentés FIGURE 3.4. Ils confirment la forte dépendance des fractions volumiques d'empilement avec le facteur d'aspect des fibres. On remarque notamment que, pour de faibles facteurs d'aspect, les valeurs des fractions volumiques lâche et dense des fibres tendent vers celles des sphères. Philipse et Verberkmoes [125],[126] ont montré, pour des facteurs d'aspect élevés (bien supérieurs à 1), qu'il était possible d'exprimer les fractions volumiques sous la forme  $\phi_{fc} = \alpha_c/r$  pour la fraction volumique lâche et  $\phi_{fm} = \alpha_m/r$  pour la fraction volumique dense. Ce coefficients  $\alpha_c$  et  $\alpha_m$  sont alors représentatifs du nombre moyen de contacts nécessaires par fibre du système pour atteindre la structure d'un réseau aléatoire lâche et d'un réseau dense respectivement. Leurs valeurs, ajustées par la

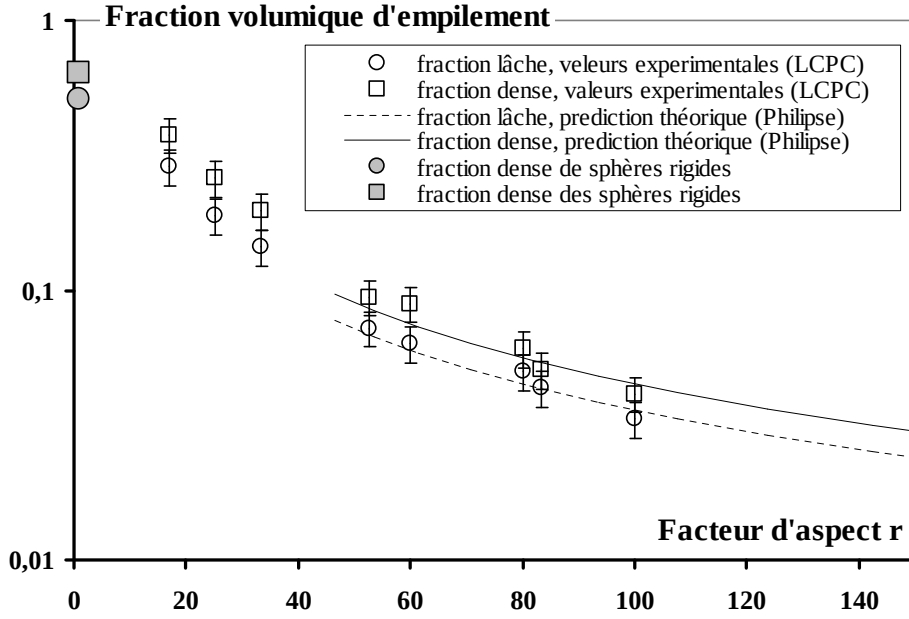


FIGURE 3.4 – Fractions volumiques lâche et dense mesurées et prédites en fonction des facteurs d’aspect. Les coefficients ajustés sur nos points expérimentaux sont respectivement égaux à 3,2 et 4.

méthode des moindres carrés sur nos résultats pour des facteurs d’aspect compris entre 50 et 100 (FIGURE 3.4), sont respectivement 3,2 et 4. Nos résultats sont en bon accord avec la théorie proposée par Philippe, ainsi qu’avec les résultats expérimentaux de Nardin et Papirer [127].

Le coefficient  $\alpha_m$  ainsi obtenu à partir de nos résultats est du même ordre de grandeur que celui de 5,4 obtenu expérimentalement par Philippe [125] pour des facteurs d’aspect supérieurs à 15, ainsi que de la valeur 4,5 qui peut être extrapolée du travail expérimental de Nardin et Papirer [127].

Il est intéressant de noter que le ratio entre les fractions volumiques lâche et dense  $\phi_{fc}/\phi_{fm}$  est toujours constant, quel que soit le facteur d’aspect choisi, dans l’intervalle des facteurs d’aspect étudiés. Il rejoint ce même ratio déjà de l’ordre de 0,8 dans le cas d’inclusions sphériques.

Il est finalement important de garder à l’esprit, aux vues de ces résultats, que les prédictions théoriques des fractions volumiques lâche et dense ne suffisent pas à décrire les résultats obtenus expérimentalement sur toute la plage des facteurs d’aspect, ce qui était prévisible puisque ces expressions ont été établies par Philippe et Verberkmoes [126] pour des facteurs d’aspect largement supérieurs à 1.

### 3.3.4 Influence de la forme des fibres

Nous avons vu au chapitre précédent que la forme des fibres (lorsqu’elles sont non droites) n’a qu’une faible influence sur les propriétés rhéologiques des matériaux renforcés [106],[109],[111]. Nous avons souhaité valider l’hypothèse que cette influence est négligeable au niveau de la compacité des fibres à partir de nos essais sur fibres non droites. Les résultats présentés FIGURE 3.5(a) et FIGURE 3.5(b), comparant les compacités mesurées sur fibres droites et fibres à géométrie particulière, confirment cette hypothèse. Nous choisissons cependant de n’utiliser que des fibres

droites pour renforcer les matériaux dont nous mesurons les propriétés rhéologiques au chapitre suivant.

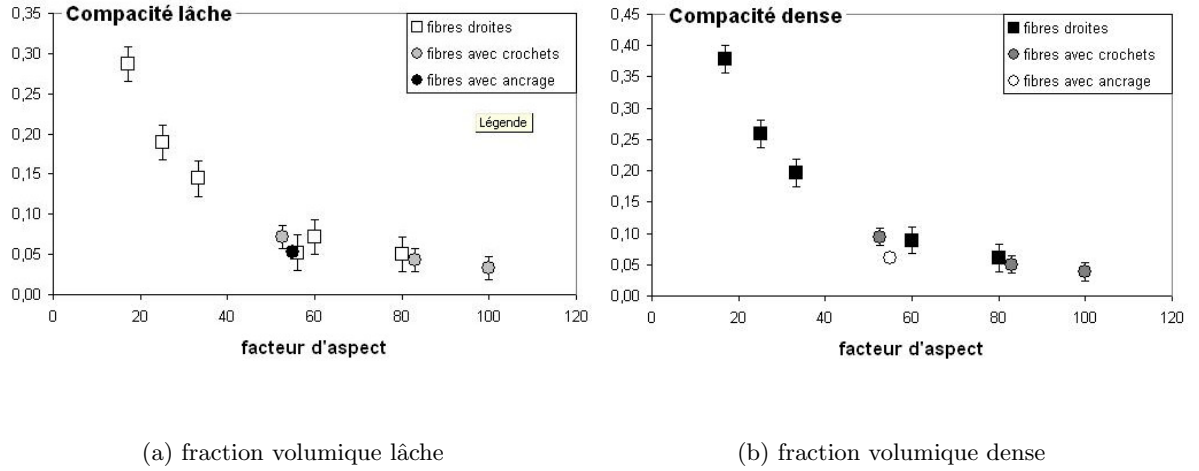


FIGURE 3.5 – Comparaison des fractions volumiques lâche et dense pour des fibres de différentes formes

### 3.3.5 Combinaisons de plusieurs types d'inclusions

Les mesures de compacité des fibres présentées section 3.3 ont été réalisées dans le cas où les fibres, toutes de même facteur d'aspect, sont les seules inclusions du système. Si d'autres inclusions, de géométries différentes (*e.g.* des granulates, ou même des fibres d'un facteur d'aspect différent), sont mélangées à ces fibres, des perturbations liées à l'arrangement des inclusions les unes par rapport aux autres modifie la compacité du système [18],[71]. Deux configurations peuvent être déduites de [18], correspondant aux deux critères existant dans la littérature (cf. chapitre 2) quant à la formulation des matériaux renforcés en fibres. La première implique que la longueur des fibres est bien supérieure à la taille des gros granulates. Les deux types d'inclusions n'interagissent pas entre eux (*i.e.* la présence des fibres ne modifie pas la fraction volumique d'empilement des inclusions, et inversement). Le sable par exemple, dans un empilement similaire à celui qu'il adopterait en l'absence de fibres, peut se placer autour des fibres [121]. Il existe alors un optimum granulaire. La fraction volumique d'empilement du mélange s'exprime, selon le modèle de de Larrard :

$$\phi_m^{totale} = \inf \left( \frac{\phi_m^1}{1 - \phi_m^2 / \phi_m^2}, \frac{\phi_m^2}{1 - (1 - \phi_m^2) \phi^1 / \phi_m^1} \right) \quad (3.4)$$

où les paramètres indicés <sup>1</sup> font référence à la classe 1 d'inclusions, et <sup>2</sup> à la classe 2 d'inclusions. La deuxième configuration implique que la taille des gros granulates est de l'ordre de la longueur des fibres. Les deux classes d'inclusions s'influencent fortement. Les gros granulates sont repoussées par les fibres [121]. Ce phénomène complexe, illustré FIGURE 3.6, ne peut être quantitativement prédit sans un grand nombre de résultats expérimentaux permettant l'ajustement de paramètres empiriques [13],[128]. Le modèle de de Larrard ne prévoit pas de combiner les

fractions volumiques des fibres et des granulats pour déterminer la fraction volumique d'empilement du système, mais il propose une correction de la fraction volumique dense des granulats  $\phi_m^{corr}$  due à la présence des fibres, prise en compte à travers des effets de paroi additionnels.

$$\phi_m^{corr} = (1 - \phi_f(1 + (1 + k_f)^2)) \times \phi_m \quad (3.5)$$

où  $k_f$  est un coefficient empirique ajusté sur des résultats expérimentaux.

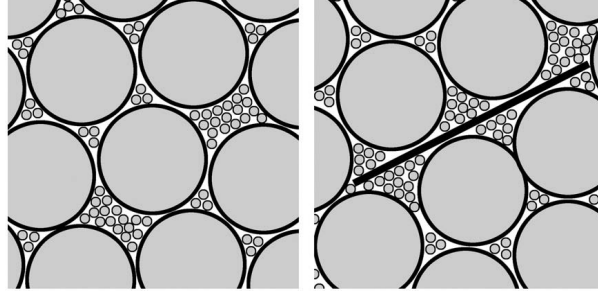


FIGURE 3.6 – Effet d'une fibre sur la fraction volumique d'empilement du sable et des granulats.

## 3.4 Encombrement des fibres

La présence d'inclusions dans un volume donné est représentée par un paramètre d'encombrement. Selon cet encombrement, les suspensions sont classées en régimes d'inclusions.

### 3.4.1 Paramètre d'encombrement

Nous avons constaté au chapitre 1 que les lois d'homogénéisation mènent à des comportements macroscopiques des suspensions évoluant avec le paramètre  $\phi/\phi_m$  représentatif de l'encombrement des inclusions dans un volume de matériau. Il est alors naturel de s'attendre à la même évolution du comportement des matériaux renforcés en fibres. L'application de cette loi d'échelle à nos inclusions très élancées exprime la dépendance du comportement d'un composite cimentaire avec le paramètre  $\phi_f/\phi_{fm}$  et donc  $\phi_{fr}/\alpha_m$ . Comme le coefficient  $\alpha_m$  ne dépend pas du facteur d'aspect des fibres (au moins pour des facteurs d'aspect élevés), donc le comportement du composite cimentaire varie en fonction de  $\phi_{fr}$ . C'est effectivement ce que nous avons constaté dans le chapitre précédent sur trois échantillons de la même pâte de ciment renforcée avec des concentrations et des géométries de fibres différentes. Le paramètre  $\phi_{fr}$  est représentatif du nombre de contacts moyen par fibre dans le système [125],[126]. Ce résultat explique alors un constat important de la littérature selon lequel le comportement macroscopique d'un matériau cimentaire renforcé en fibres dépend d'un paramètre empirique : le facteur de fibres  $\phi_{fr}$ .

Philippe et Verberkmoes [126] ont déduit de considérations géométriques dans un système statique de fibres que 5 contacts non corrélés sont en moyenne nécessaires entre une fibre et les fibres voisines pour bloquer les translations latérales de la fibre (dans la limite de facteurs d'aspect élevés). Ils concluent qu'un nombre supérieur de contacts est nécessaire pour bloquer les

rotations de cette même fibre. Des résultats expérimentaux les amènent à avancer un nombre moyen de contacts entre 10 et 11 par fibre pour atteindre une configuration représentative de la compacité dense, ce qui explique la stabilité des réseaux obtenus expérimentalement.

L'encombrement des fibres dans un volume de matériau se définit simplement comme la fraction volumique apparente occupée par les fibres dans le volume donné (fluide + pâte). Cette fraction volumique est calculée en prenant l'hypothèse que chaque fibre occupe (dans le volume donné) un volume apparent  $V_{app}$  de l'ordre de celui qu'elle occupe quand la compacité dense est atteinte. L'encombrement s'écrit alors :

$$\frac{\phi_f}{\phi_{fm}} = N_f \times V_{app} \quad (3.6)$$

où  $N_f = \phi_f / (\pi(d_f/2)^2 l_f)$  est le nombre de fibres correspondant à la concentration  $\phi_f$ .

Le volume apparent occupé par chaque fibre se déduit de (3.6) :

$$V_{app} = \frac{\phi_f}{\phi_{fm}} \times \frac{1}{N_f} \sim l_f^2 d_f \quad (3.7)$$

On retrouve alors l'ordre de grandeur du volume occupé par chaque fibre au cours de la transition entre un régime semi-dilué et semi-concentré (cf. FIGURE 3.7). Ce volume délimite un régime dominé par des interactions de type hydrodynamique et des interactions de type contacts directs entre les fibres. Le facteur de fibres peut alors s'interpréter comme un paramètre représentatif

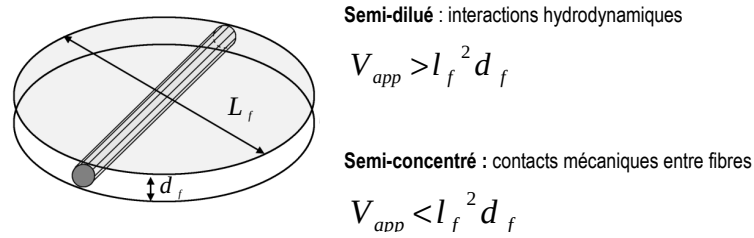


FIGURE 3.7 – Volume apparent occupé par chaque fibre pendant la transition entre un volume semi-dilué et semi-concentré.

du nombre de contacts entre fibres au sein du matériau [126],[129] et donc de la force du réseau formé par l'ensemble des inclusions.

On peut alors noter que Philipse se place dans le cas d'un système statique constitué de fibres orientées de manière aléatoire. La question de l'influence de l'orientation des fibres sur la compacité des fibres se pose alors.

### 3.4.2 Influence de l'orientation

On peut s'attendre à une dépendance de la fraction d'empilement dense  $\phi_m$ , et donc du paramètre d'encombrement, avec l'état d'orientation des fibres. Nous avons vu que le paramètre d'encombrement était représentatif du nombre de contacts par fibre [125],[126]. Ce nombre de contacts évolue de manière inversement proportionnelle à la distance moyenne entre les fibres. Ranganathan et Advani [130] et Romualdi et Mandel ([131]) ont étudié cette distance moyenne adimensionnée (ratio de la distance moyenne et de la longueur d'une fibre) dans le cas de fibres

parfaitement alignées. Ils ont montré qu'elle était elle-même inversement proportionnelle au facteur  $r\sqrt{\phi_f}$ , ce qui est en accord avec [132]. On peut donc en conclure que dans un système de fibres orientées, l'encombrement des fibres n'évolue plus en fonction du facteur de fibres  $\phi_f r$  mais en fonction du facteur  $r\sqrt{\phi_f}$ . C'est d'ailleurs ce qu'ont constaté Hughes et Fattuhi [53] sur des mesures d'étalement de bétons renforcés avec des fibres d'acier de géométries et de concentrations variées. Leurs résultats montrent une évolution linéaire du rayon d'étalement avec le paramètre  $r\sqrt{\phi_f}$ , qui laisse supposer que les fibres se sont orientées au cours des essais.



## Chapitre 4

# Critères de formulation

### 4.1 Introduction

L'ajout d'inclusions modifie le comportement de la pâte à laquelle elles sont ajoutées en y concentrant les déformations ou les vitesses de déformation. La littérature offre de nombreux résultats quant à l'évolution des propriétés rhéologiques des matériaux cimentaires en fonction du facteur de fibres  $\phi_{fr}$  défini au chapitre précédent. Bon nombre d'auteurs ont noté l'existence d'une valeur critique de ce facteur au delà de laquelle le matériau ne s'écoule plus, quelles que soient ses caractéristiques rhéologiques sans fibre. Pour de fortes concentrations, le matériau apparaît trop ferme pour se mettre en mouvement sous l'effet de la gravité. Pour des élançements de fibre trop élevés, des oursins de fibres se forment, rendant le matériau hétérogène. Pour une géométrie de fibre donnée, ce facteur critique correspond à une concentration considérée comme la concentration optimale de fibres à ajouter à un composite cimentaire pour obtenir les meilleures résistances mécaniques à l'état durci. Elle représente en effet un compromis entre renforcement des propriétés mécaniques à l'état durci et bonne fluidité à l'état frais. Il est donc nécessaire de savoir la prédire. La plupart des résultats indique que cette concentration critique croît avec la concentration en granulats. On trouve dans la littérature des valeurs d'encombrement des fibres critique variant entre 0,05 et 0,5 selon la présence ou non d'autres inclusions dans le matériau cimentaire [13],[54],[64],[110]. Nous avons montré au chapitre précédent que le facteur de fibres est représentatif du réseau de contacts entre les inclusions d'un système. On peut alors penser que l'énergie dissipée par ce réseau de contacts domine le comportement macroscopique du matériau au delà d'une certaine concentration.

Dans ce chapitre, l'influence des fibres sur le comportement rhéologique de fluides à seuil est considérée à travers le paramètre d'encombrement des fibres défini au chapitre précédent. Des mesures de seuil sont réalisées sur des matériaux renforcés en inclusions (fibres et sable), selon des encombrements dus aux fibres variant dans la plage des valeurs du génie civil. Le réseau d'interactions est ensuite étendu à toutes les inclusions du système (fibres et grains de sable). Nous montrons qu'il est possible de prédire la quantité critique de fibres menant à une forte augmentation du seuil des matériaux cimentaires. Un critère de formulation des composites cimentaires est dérivé de ce résultat et appliqué à des formulations du génie civil.



## 4.2 Rhéologie des composites

L'influence de l'encombrement des fibres droites rigides dans un volume de matériau, paramètre décrit dans la section précédente, est étudiée pour des pâtes de ciment et des matériaux modèles. Tous ces matériaux ont pour point commun d'avoir un seuil d'écoulement. Leur comportement macroscopique peut être représenté par un modèle de Bingham.

### 4.2.1 Formulations

#### 4.2.1.1 Émulsion

On choisit d'utiliser une émulsion inverse, de type "eau dans l'huile", composée d'une phase huile continue, du dodécane, et d'une phase eau dispersée, de la saumure. On obtient ainsi un matériau plus stable dans le temps qu'une émulsion directe.

La phase eau est dispersée dans une phase huile sous forme de petites gouttelettes. Un émulsifiant est ajouté de manière à assurer la stabilité du mélange. Ces deux phases étant non miscibles, la tension de surface des particules à l'interface huile/eau crée une contrainte seuil. Celle-ci dépend donc de la taille des microparticules.

La première étape consiste à fabriquer la saumure. Pour cela, du chlorure de calcium  $CaCl_2$  en cristaux est ajouté à de l'eau distillée déionisée pendant une première phase d'agitation (au silverstone) d'un délai supérieur à 15 minutes. Le but de l'opération est de favoriser l'absorption de l'émulsifiant sur l'eau. La saumure obtenue est alors parfaitement homogène. Étant donné que le chlorure de calcium a été utilisé sous forme anhydre, la saumure est laissée à décanter. Deux saumures de concentrations différentes sont fabriquées dans le cadre de nos essais, la première à la concentration de 100g/l de  $CaCl_2$ , la deuxième à la concentration de 244,8g/l.

Dans un deuxième temps, l'émulsifiant (du span HLB 4,3± 1.0) est ajouté à la phase huile (dodécane) à hauteur de 6% en volume d'huile, pendant une première phase d'agitation à 900tr/min pour augmenter l'interface entre les deux phases, puis pendant une deuxième phase à 3000tr/min. Enfin, la saumure est versée petit à petit en filet continu pendant l'agitation, jusqu'à obtenir la consistance désirée. Plus la quantité de saumure ajoutée est importante, plus les particules de cette phase dispersée dans la phase huile sont nombreuses, et plus les effets de tension de surface entrent en jeu, augmentant ainsi le seuil de l'émulsion.

Trois émulsions sont préparées, dont les formulations sont indiquées TABLE 4.1. Les préparations 1 et 2 sont réalisées avec la saumure à 100g/l, la préparation 3 avec la saumure à 244,8g/l.

|             | émulsion1    |               | émulsion2    |               | émulsion3    |               |
|-------------|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|---------------|
| Matériaux   | masse<br>(g) | volume<br>(l) | masse<br>(g) | volume<br>(l) | masse<br>(g) | volume<br>(l) |
| Huile       | 297,0        | 0,38          | 97,2         | 0,13          | 248,4        | 0,32          |
| Émulsifiant | 26,1         | 0,02          | 8,5          | 0,01          | 26,7         | 0,02          |
| Saumure     | 1846,3       | 1,58          | 709,0        | 0,61          | 1517,8       | 1,30          |
| Total       | 2169,4       | 1,99          | 814,77       | 0,74          | 1792,88      | 1,65          |

TABLE 4.1 – Formulation des émulsions

Les seuils de ces émulsions sont mesurés au viscosimètre VT Haake 550 respectivement à 36 Pa, 85 Pa et 43 Pa.

Une fois ces émulsions préparées, les fibres, de facteur d'aspect  $r = 33$  ( $l_f = 5mm, d_f = 0,15mm$ ), sont ajoutées juste avant chaque essai de manière à éviter toute réaction chimique à long terme avec l'acier. Neuf concentrations (en volume) allant de 3,3% à 13,2% sont réalisées. Au delà de ces concentrations, la puissance du viscosimètre ne permet pas de poursuivre les mesures. Le seuil est alors déterminé à partir d'essais d'étalement pour huit concentrations plus élevées des mêmes fibres ( $r=33$ ), de 13,2% à 14,9%. Finalement, le seuil de huit autres émulsions renforcées avec des fibres d'un facteur d'aspect  $r = 50$  ( $l_f = 10mm, d_f = 0,2mm$ ) et à des concentrations de 6,9% à 9,8% est mesuré par essai d'étalement.

#### 4.2.1.2 Pâte de ciment

Une formulation très simple de pâte de ciment présentée TABLE 4.2 est utilisée pour chaque essai. La phase liquide constituée de l'eau et du superplastifiant, de type poly-carboxylate (ratio polymère / ciment de 1,3% en masse), est d'abord mélangée avant d'être ajoutée au ciment (CEM I 52.5)( $e/c=0,4$ ). Le mélange est ensuite malaxé 2 pendant minutes. Enfin, les fibres sont ajoutées à la main, après le malaxage, de manière à éviter la formation d'oursins et à obtenir une distribution aléatoire de l'orientation. Les mêmes fibres droites d'acier ( $r = 33$ ) sont utilisées avec la pâte de ciment qu'avec l'émulsion.

Six gâchées de pâte de ciment sont réalisées selon la même formulation. À chaque gâchée, le seuil de la pâte sans fibre est mesuré par essai d'étalement. Le matériau est ensuite réparti dans plusieurs béciers pour y ajouter différentes concentrations de fibres. Vingt concentrations sont testées de manière à dépasser les concentrations couramment atteintes dans l'industrie, de 0,62% à 10,96%. Le seuil des pâtes de ciment renforcées est alors mesuré par essai d'étalement.

| Matériaux        | Masse<br>(g) | Volume<br>(l) |
|------------------|--------------|---------------|
| Ciment           | 2200         | 0,698         |
| Eau              | 660          | 0,660         |
| Superplastifiant | 6            | 0,006         |

TABLE 4.2 – Formulation des pâtes de ciment

#### 4.2.1.3 Mortier

De même que pour la formulation des pâtes de ciment, une formulation simple de mortier, donnée TABLE 4.3, est choisie comme base commune à toutes les gâchées, de manière à garder constant le plus grand nombre de paramètres et à n'observer que l'influence des fibres. Un ratio  $e/c$  de 0,4 est ainsi conservé. Du sable roulé de Seine 0/4 est ajouté à la pâte de ciment. Six gâchées sont préparées en suivant le même protocole que celui décrit précédemment (*cf.* 4.2.1.2), en considérant ici la phase solide constituée du ciment et du sable. Deux variations

sont cependant à noter. Les gâchées 4 et 6 comportent des dosages en superplastifiant différents (15g pour la gâchée 4 et 12g pour la gâchée 6). De même que pour la pâte de ciment, le seuil

| Matériaux                | Masse<br>(g) | Volume<br>(l) |
|--------------------------|--------------|---------------|
| Ciment                   | 1100         | 0,349         |
| Eau                      | 330          | 0,33          |
| Superplastifiant         | 10           | 0,014         |
| Sable roulé de seine 0/4 | 1760         | 0,664         |

TABLE 4.3 – Formulation des mortiers

de chaque gâchée de mortier est mesuré avant de répartir le matériau dans plusieurs béciers pour y ajouter les fibres à la main. Les fibres utilisées sont les mêmes fibres d’acier droites, de facteur d’aspect  $r = 33$ . Neuf concentrations (de fibres) de 0,52% à 3,88% sont testées avec un viscosimètre et par essai d’étalement afin de déterminer leur seuil respectif.

## 4.2.2 Protocoles expérimentaux

### 4.2.2.1 Évolution du comportement des matériaux cimentaires

Nous avons vu au chapitre 1 que le comportement des matériaux cimentaires est complexe et dépend du temps. De manière à limiter ces effets (thixotropie et hydratation), une nouvelle pâte est préparée pour chaque essai. Pour chaque gâchée de pâte de ciment ou de mortier, le seuil du matériau sans fibre est, dans un premier temps, mesuré après 1 minute de repos après la fin du malaxage. Le matériau est ensuite réparti dans trois béciers. Avant chaque essai, le matériau est malaxé à forte vitesse de rotation pendant 2 minutes, après quoi les fibres sont incorporées par un malaxage manuel. Un temps de repos d’1 minute est alors respecté avant de réaliser la mesure.

Deux essais additionnels ont été menés au viscosimètre afin d’observer l’influence de la thixotropie sur la rhéologie des matériaux dont les formulations sont présentées TABLE 4.2 et TABLE 4.3. Les seuils dynamique (ou intrinsèque), mesuré juste après le malaxage, et statique (ou apparent), mesuré juste après la période de repos de ces matériaux sont comparés pour vérifier la sensibilité du mélange par rapport au temps de repos [29],[30]. Les seuils statique et dynamique des pâtes de ciment testées après 1 minute de repos se situent tous entre 25 et 30Pa, ce qui nous a permis de conclure à une influence faible du comportement thixotrope sur la durée de nos essais. Nous considérons alors les effets de structuration des matériaux négligeables, ou au moins n’affectant pas les valeurs de seuil adimensionné (*i.e.* rapport des seuils de la pâte renforcée en fibres et granulats et de la pâte renforcée en granulats). De plus, nous estimons l’âge maximal des matériaux testés (dans le bécier utilisé en dernier) à environ 20 minutes, ce qui n’est pas suffisant pour voir apparaître une influence des réactions d’hydratation sur le matériau. Le comportement rhéologique de l’émulsion s’est pour sa part révélée très stable sur toute la période pendant laquelle nous l’avons utilisée (3 mois).

#### 4.2.2.2 Mesures au viscosimètre

La contrainte seuil des matériaux est mesurée avec un viscosimètre Haake VT550 selon une procédure Vane (*cf.* FIGURE 4.2).

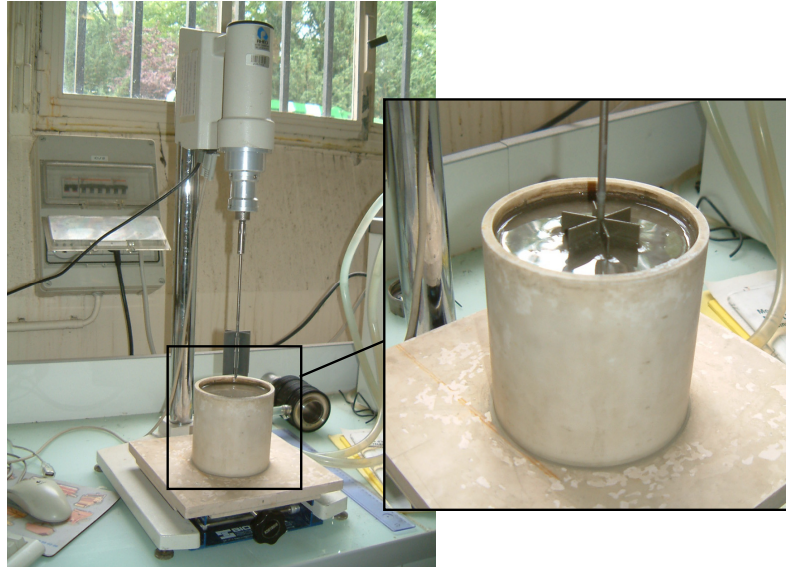


FIGURE 4.1 – Viscosimètre Haake VT550 avec géométrie Vane

La longueur maximale des fibres ajoutées à l'émulsion est de  $5\text{mm}$ . Le diamètre de la géométrie Vane est de  $4\text{cm}$ , et celui du récipient de  $10\text{cm}$ . L'entrefer entre les pâles de l'outil Vane et la paroi extérieure du récipient est donc large de  $30\text{mm}$ , c'est à dire 6 fois plus large que la longueur des fibres. La hauteur du récipient est de  $10\text{cm}$ .

Dans le cas de mesures sur matériaux cimentaires, une minute de repos après malaxage est appliquée, après quoi l'essai Vane est démarré et des mesures classiques de (taux de cisaillement/contrainte) comme celles présentées FIGURE 4.2 sont enregistrées.

Il faut noter qu'un précisaillement avant chaque essai n'a pas pu être intégré au protocole de cette étude puisque cette étape aurait fortement modifié l'orientation des fibres dans le récipient d'essais.

On note FIGURE 4.2 qu'un pic de contrainte apparaît quand les fibres sont ajoutées à la pâte de ciment. Il ne peut être expliqué par un comportement thixotrope puisque toutes les mesures ont été menées au même âge et après des temps de repos identiques au cas de la pâte de ciment de référence. De plus, ce pic est commun aux matériaux cimentaires et aux émulsions. Nous attribuons alors ce phénomène au processus d'orientation des fibres. Dès que le fluide entre en écoulement, les fibres s'alignent petit à petit avec l'orientation induite par les lignes de courant. Ce début d'anisotropie réduit alors l'énergie nécessaire à maintenir le fluide en écoulement, et, avec elle, la contrainte mesurée. Nous limitons notre étude à la valeur du pic correspondant à l'établissement de l'écoulement et donc au seuil d'un matériau encore isotrope. Ce que nous appellerons contrainte seuil dans la suite sera alors la valeur de la contrainte de cisaillement à ce pic. Quoi qu'il en soit, le comportement faiblement thixotrope et le temps de repos très court

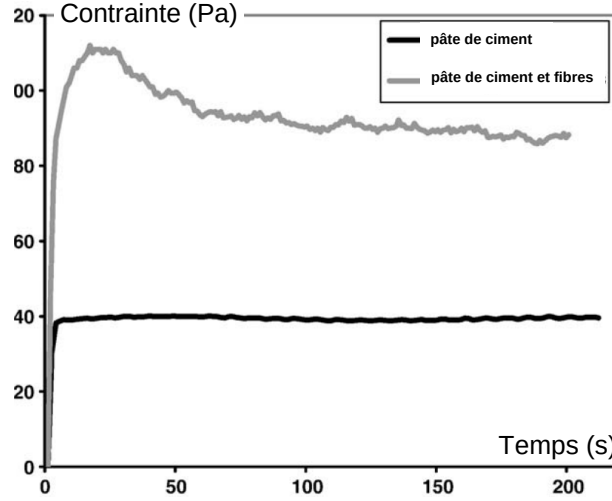


FIGURE 4.2 – Contrainte de cisaillement mesurée au vane test en fonction du temps [48].

nous permettent d'envisager cette valeur comme le seuil dynamique du matériau isotrope.

#### 4.2.2.3 Mesures d'étalement

L'essai d'étalement nous a permis de mesurer le seuil de nos matériaux renforcés. Un volume connu de matériau est versé sur une surface plane, propre et sèche. Le matériau s'écoule sous l'effet de la gravité. La hauteur  $H$  de matériau ( $R \gg H$  sur la FIGURE 4.3 (a)) ou le rayon  $R$  de l'étalement ( $R \gg H$  sur la FIGURE 4.3 (b)) est alors mesuré à l'arrêt de l'écoulement. La contrainte seuil est alors déduite des formules de Roussel [119]. Deux situations sont envisagées. À l'arrêt de l'écoulement, si la hauteur d'affaissement  $H$  est bien supérieure au rayon d'étalement  $R$  (cf. FIGURE 4.3 (a)), le seuil du matériau est évalué par :

$$\text{Pour } H \gg R : \tau_c = \frac{\rho g H}{\sqrt{3}} \quad (4.1)$$

où  $\rho$  représente la masse volumique du matériau renforcé en fibres,  $g$  l'accélération de la pesanteur, et  $H$  la hauteur de matériau à l'arrêt. Inversement, si le diamètre d'étalement est bien supérieur à la hauteur d'affaissement (cf. FIGURE 4.3 (b)), le seuil du matériau est déduit de :

$$\text{Pour } R \gg H : \tau_c = \frac{225 \rho g \Omega^2}{128 \pi^2 R^5} \quad (4.2)$$

avec  $\Omega$  le volume de matériau versé (obtenu par différence de masses avant et après essai). Le même temps d'attente de 1 minute entre le malaxage et la mesure, déjà appliqué pour les mesures au viscosimètre, est respecté pour les matériaux thixotropes.

Pour mesurer un étalement caractéristique du seuil du matériau malgré la présence des fibres, les volumes de matériau versés sont ajustés de manière à entraîner des diamètres d'étalement bien plus importants que la longueur d'une fibre. Ainsi, dans le cas des fibres les plus longues ( $L = 10\text{mm}$ ), le diamètre de l'étalement à l'arrêt de l'écoulement était de l'ordre de  $100\text{mm}$ , soit 10 fois plus important que la longueur des fibres.

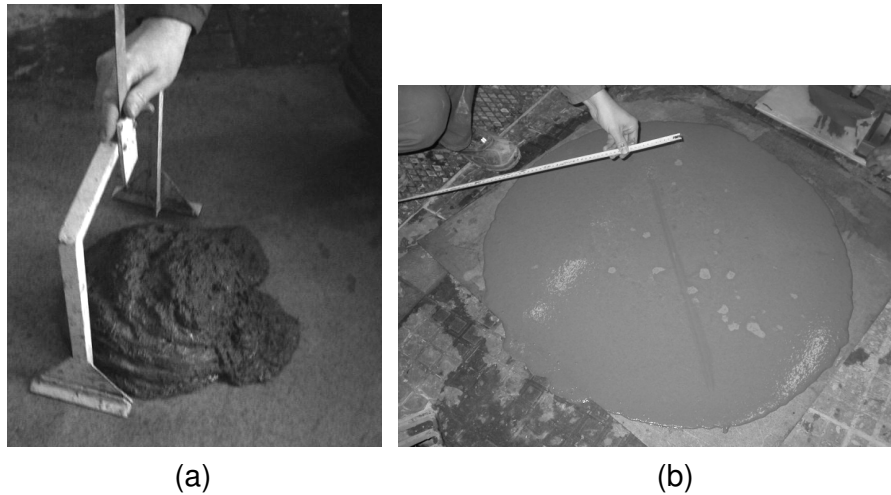


FIGURE 4.3 – Techniques de mesure du seuil : affaissement (a), étalement (b).

### 4.2.3 Résultats expérimentaux

La FIGURE 4.4 réunit des résultats expérimentaux de seuil adimensionné issus de la littérature [133],[54],[114] et d'autres obtenus au LCPC en fonction de l'encombrement relatif des fibres  $\phi_f/\phi_{fm}$ . Les résultats de la littérature sont issus d'une part de rhéomètres à béton ([54],[114]) et d'autre part d'essais comme l'essai d'étalement ou d'affaissement ([13],[113],[110]) qui permettent d'accéder au seuil grâce aux relations données par Roussel et al. [117],[119],[118]. Les résultats présentés ne concernent que des matériaux cimentaires renforcés avec des fibres droites et rigides au sens du critère de rigidité donné au chapitre 2. De plus, les seuils mesurés correspondent à un état d'orientation considéré isotrope. En effet nous faisons l'hypothèse que l'écoulement induit par les essais d'étalement est trop court pour permettre l'établissement de lignes de courant et ainsi orienter les fibres. D'autre part, les résultats de rhéométrie issus de la littérature (*e.g.* [114]) sont écartés puisqu'il est impossible de distinguer les mesures avant pic de celles obtenues une fois le processus d'orientation achevé. Nous considérons toutefois les résultats de Banfill *et al.* [54] mesurés sur un Viskomat NT avec une pale dont les ailettes à la géométrie particulière garantissent aux fibres d'être continuellement mélangées et de ne jamais atteindre l'état anisotrope. Pour ne considérer que l'effet des fibres sur le seuil du matériau pour l'intégralité des fluides suspendants, nous choisissons d'étudier le seuil réduit/adimensionné (*i.e.* le rapport du seuil du matériau renforcé en fibres sur le seuil de la pâte de ciment, du mortier ou du béton sans fibre). Sur la FIGURE 4.4, le seuil adimensionné croît avec l'encombrement des fibres dans le matériau. Il conserve cependant le même ordre de grandeur (*i.e.* entre 1 et  $10Pa$ ) en dessous d'une valeur critique d'encombrement entre 0,6 et 0,8, ce qui signifie que le seuil d'une suspension de fibres reste de l'ordre de celui du fluide suspendant. Les fibres interagissent principalement entre elles par des interactions hydrodynamiques, qui dissipent une faible quantité d'énergie. Au delà de cette zone de transition, les fibres forment un réseau de contacts directs capable de résister à une force extérieure. Ces contacts dissipent une importante quantité d'énergie qui provoque une forte augmentation du seuil pour des encombrements supérieurs à 0,8. Ce constat ne suffit pourtant pas à expliquer la dispersion des points de la FIGURE 4.4. Parmi

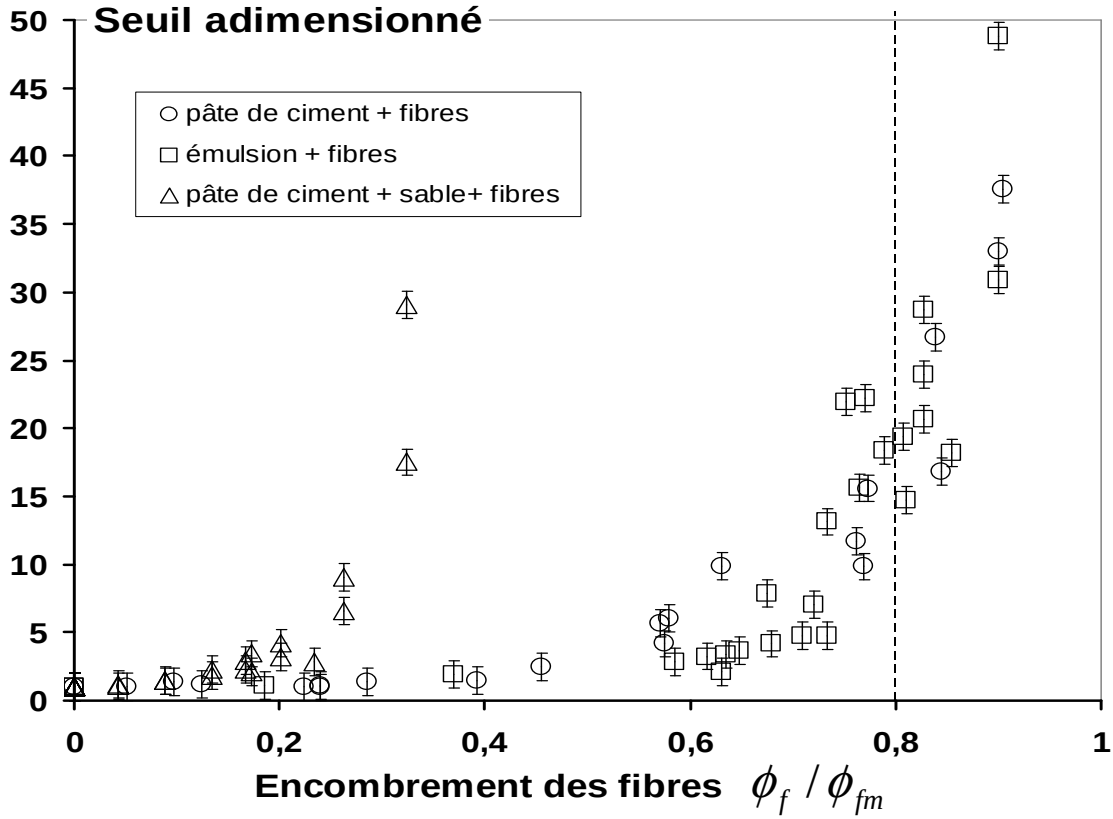


FIGURE 4.4 – Seuil adimensionné (*i.e.* ratio entre le seuil de la pâte renforcée en fibres et le seuil de la pâte sans fibres) en fonction de la fraction volumique relative  $\phi_f r / \alpha_m$  avec  $\alpha_m = 4$ . La ligne en pointillés correspond à la compacité critique  $\phi_c / \phi_m = 0,8$ .

tous ces résultats, dans de nombreux cas, les fibres ne sont pas les seules inclusions rigides du système, en particulier pour les mortiers ou les bétons. Elles sont combinées avec du sable ou des granulats qui participent au réseau d'interactions entre les inclusions du système. Au vu de notre étude bibliographique présentée au chapitre 2, il apparaît alors nécessaire de prendre en compte la présence de ces inclusions.

### 4.3 Contribution des différents types d'inclusions

Nous avons constaté au cours des chapitres précédents que les inclusions granulaires participent au réseau de contacts dans le matériau en écoulement. D'une part, elles encombre une part du volume de matériaux en tant qu'inclusions solides. D'autre part, leur présence affecte dans une large mesure l'arrangement des autres inclusions, en l'occurrence les fibres (*cf.* chapitre 2). Leur contribution doit donc être envisagée au même titre que la contribution des fibres dans l'encombrement total du système (ou réseau de contacts).

De Larrard, dans son modèle [18], prend en compte l'influence de la présence des fibres sur la fraction volumique dense des granulats, en considérant des effets de parois additionnels (*cf.* chapitre 3 : expression (3.5)) de la correction de la fraction volumique dense des granulats due à la présence des fibres). Cependant, aucun modèle de la littérature ne permet à l'heure actuelle



de prédire la fraction volumique dense d'un mélange de fibres et de granulats, résultant des fractions denses de chaque type/classe d'inclusion modifiée par la présence d'autres inclusions de forme différente. Nous avons donc limité notre approche aux matériaux contenant du sable, configuration dans laquelle la taille des granulats est bien inférieure à la longueur des fibres, ce qui limite les interactions entre ces deux types d'inclusions [18]. Nos résultats seront alors applicables aux matériaux cimentaires comme les mortiers renforcés en fibres, ou les Bétons Fibrés à Ultra Hautes Performances (BFUP) ne contenant que des particules de sable. Nous faisons l'hypothèse que les contributions du sable et des fibres se combinent linéairement et nous définissons l'encombrement total dans le volume de matériau comme la somme de l'encombrement dû aux fibres et celui dû aux granulats :  $\phi_f/\phi_{mf} + \phi_s/\phi_{ms}$ , où  $\phi_s$  et  $\phi_{ms}$  sont respectivement la fraction volumique et la fraction volumique dense du sable. En faisant cette hypothèse, nous négligeons l'influence des fractions volumiques d'empilement de chaque espèce d'inclusion due à la présence des parois ou à l'échelle des inclusions, et nous sous-estimons probablement l'encombrement total des inclusions du système. Il est alors possible de tracer sur la FIGURE 4.5 le seuil adimensionné en fonction de l'encombrement total des inclusions, où, cette fois, le seuil adimensionné n'est plus obtenu en divisant le seuil du mélange par le seuil du mélange sans fibres mais par le seuil du mélange sans fibres ni autres inclusions.

La compacité dense des grains de sable naturellement roulés utilisés dans ces essais est mesurée égale à 68%. Cette valeur peut être considérée comme standard selon les travaux de de Larrard [128]. La quantité de sable ajoutée aux formulations étudiées est constante, alors que les concentrations en fibres varient, de manière à n'observer que les effets liés à un seul paramètre. La contribution du sable par rapport à la compacité relative varie selon la concentration des fibres, allant jusqu'à 0,65.

La FIGURE 4.5 présente une nette bifurcation correspondant à un encombrement critique d'inclusions égal à 0,8. Il a été montré au cours du chapitre précédent que cette valeur correspond, dans le cas des fibres comme dans le cas des sphères, au ratio des fractions volumiques d'empilement lâche et dense, c'est à dire à l'encombrement des inclusions dans le système lorsqu'elles forment un réseau de percolation. La bifurcation constatée sur nos résultats se produit donc autour de la fraction volumique critique à laquelle toutes les inclusions se combinent, générant ainsi un réseau de contacts directs au sein du matériau. En dessous de cette valeur critique, le seuil adimensionné est très proche de 1. Les fibres et granulats jouent un faible rôle sur le comportement rhéologique du matériau qui reste proche de celui de la pâte de ciment. Au-delà de cette valeur critique, le nombre de contacts directs entre les inclusions augmente dans une large mesure. Le réseau dense de ces contacts directs entraîne alors une forte augmentation du seuil, empêchant ainsi une bonne mise en œuvre.

Il faut noter que le modèle de correction de la compacité des granulats proposé par de Larrard (cf. chapitre 3 : expression (3.4)) a été appliqué à nos résultats. Ces corrections sont cependant trop faibles par rapport aux quantités de granulats utilisées dans nos essais pour modifier l'allure de la courbe. Quoi qu'il en soit, la FIGURE 4.5 montre qu'il est possible de combiner linéairement les effets des fibres et du sable pour prédire la forte augmentation du seuil des matériaux renforcés en fibres.



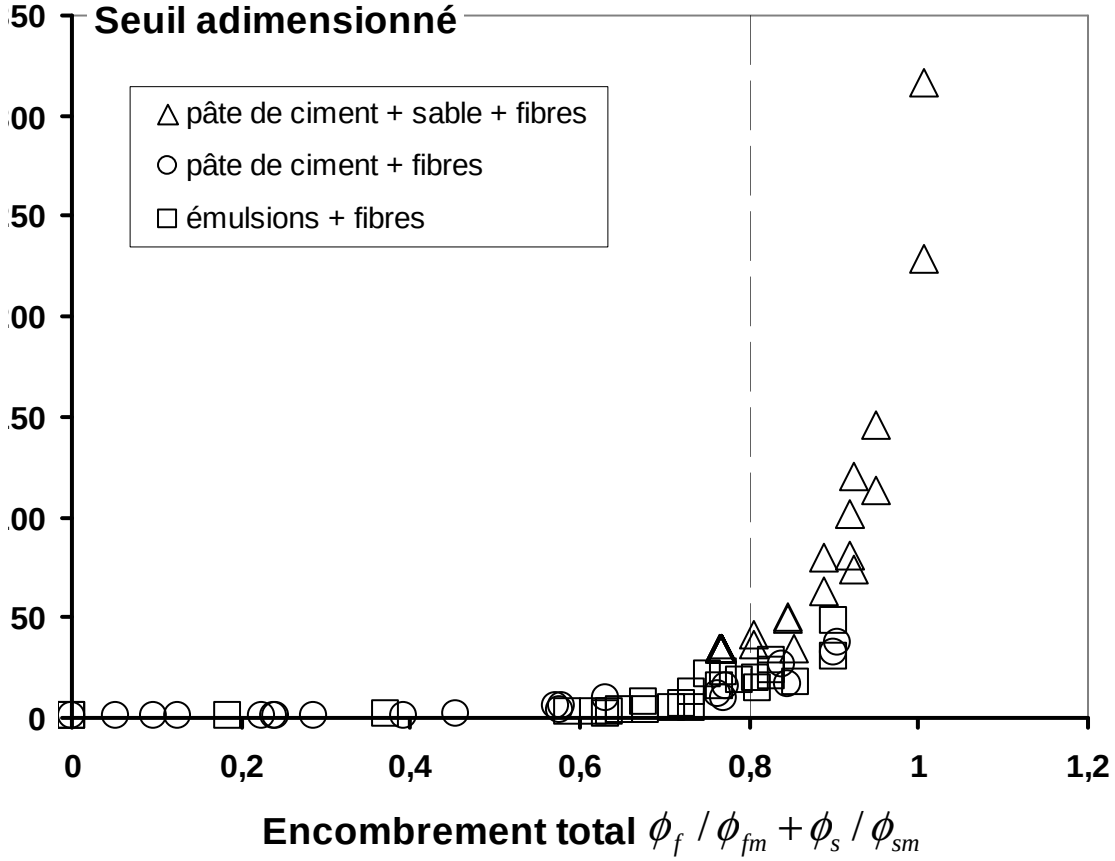


FIGURE 4.5 – Seuil adimensionné en fonction de la fraction volumique relative totale d'inclusions. La ligne en pointillés correspond à la compacité critique de divergence 0,8.

#### 4.4 Critères de formulation

L'objectif de l'étape de formulation est d'atteindre, pour un coût minimal, des propriétés à l'état frais comme à l'état solide, répondant au cahier des charges du matériau. On peut donc s'attendre à réduire les coûts en ajoutant autant de sable que possible. Cette quantité de sable est cependant limitée par l'ouvrabilité souhaitée du matériau, et dépend fortement de l'aspect des fibres utilisées. Si l'encombrement total défini précédemment est supérieur à 100%, les fibres risquent de former des oursins et de piéger de l'air au sein de la structure, entravant le bon écoulement du composite. La valeur de l'encombrement total doit donc rester inférieure à 1, ce qui correspond au critère, pour des fibres de longueur supérieure au diamètre des grains de sable ( $l_f > d_s$ ) :

$$\frac{\phi_f}{\phi_{fm}} + \frac{\phi_s}{\phi_{sm}} \leq 1 \quad (4.3)$$

Ce critère montre qu'il est possible d'augmenter la quantité de fibres dans un matériau donné en réduisant leur facteur d'aspect, en réduisant la quantité de sable, ou en substituant le sable utilisé par un sable ayant une compacité plus élevée (*i.e.* du sable naturellement roulé à la place d'un sable concassé par exemple). Il faut cependant noter que la réduction des paramètres liés aux fibres affectent leur efficacité mécanique.

Si l'encombrement total des inclusions dans le matériau se situe entre 0,8 et 1, la formulation peut

être considérée comme optimisée du point de vue des propriétés mécaniques. On note que dans le cas d'un encombrement proche de 1, le matériau à l'état frais sera probablement très ferme. Ce critère n'est donc pas suffisant pour la formulation d'un matériau fluide, de type auto-plaçant. Un tel matériau affiche une contrainte seuil de l'ordre de  $100Pa$ . Or pour un encombrement proche de 0,8, l'ajout d'inclusions entraîne l'augmentation du seuil d'un facteur 10. Il est donc possible, en formulant une pâte de ciment fluide (dont le seuil est de l'ordre de la dizaine de Pa), d'obtenir un composite cimentaire auto-plaçant. Ce cas correspond alors au critère :

$$\frac{\phi_f}{\phi_{fm}} + \frac{\phi_s}{\phi_{sm}} \leq 0,8 \quad (4.4)$$

## 4.5 Application à des formulations du génie civil

Dans cette partie, nous nous sommes focalisés sur le seuil d'écoulement des composites cimentaires puisqu'il s'agit de la propriété rhéologique responsable de l'arrêt de l'écoulement et donc primordiale pour une bonne mise en oeuvre industrielle. Nous avons montré que le seuil des matériaux cimentaires fibrés évolue avec l'encombrement des fibres dans un volume de matériaux. Un encombrement supérieur à la valeur critique de 0,8 entraîne une augmentation drastique de la contrainte seuil et entrave le bon remplissage d'un coffrage.

On pourrait alors penser que la concentration optimale de fibres dans un composite cimentaire correspond à un encombrement maximal des inclusions solides, c'est à dire un encombrement proche de 0,8. Il représente en effet un compromis entre propriétés mécaniques à l'état durci et bonne fluidité à l'état frais. Il est en fait facile de vérifier que l'expérience des hommes dans le domaine du génie civil a permis de s'approcher progressivement de cette formulation optimale. Ainsi, l'équation (4.4) est ici appliquée à des formulations de la littérature [134],[135],[136],[137],[138],[139],[140],[141] présentées comme optimisées par leurs auteurs, c'est à dire dans leur cas renforcées avec une quantité maximale de fibres permettant de conserver un comportement auto-plaçant à l'état frais. L'encombrement total de chacun de ces matériaux est tracé FIGURE 4.6.

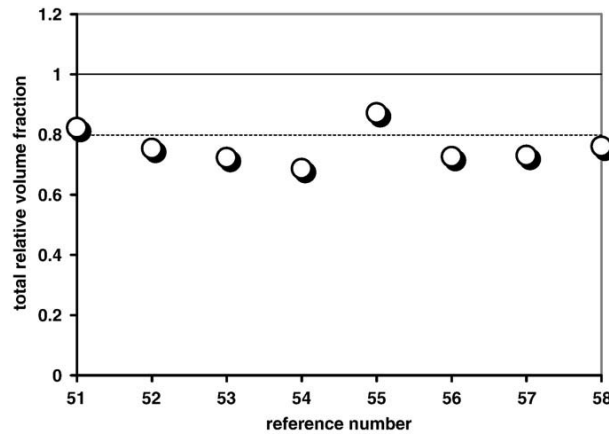


FIGURE 4.6 – Encombrement total issu de [48] pour différentes formualtions de la littérature ([134],[135],[136],[137],[138],[139],[140],[141]).

Il ressort de cette figure que le critère défini dans la section précédente semble être un outils permettant de prédire correctement l'influence des fibres, ainsi que la contribution des granulats sur le seuil des matériaux considérés. On peut noter que, dans le cas des formulations tirées de [141], trois géométries de fibres sont utilisées simultanément. Dans ce cas particulier, la compacité de toutes ces fibres ne peut être déduite de l'expression  $\phi_{fm} = \alpha_m/r$ . Elle est donc mesurée en mélangeant les mêmes quantités de fibres selon la procédure indiquée dans le chapitre précédent. Le mélange se compose de 27% de laine d'acier (de compacité dense égale à 9%), 55% de fibres d'acier courtes (de longueur  $5mm$  et de diamètre  $0,15mm$ , de compacité égale à 14%) et 18% de fibres longues (de longueur  $80mm$  et de diamètre  $0,25mm$ , de compacité égale à 5%). La compacité du mélange est finalement mesurée à 15%. On constate que cette compacité est supérieure à la compacité de chaque géométrie de fibres, puisque chaque type d'inclusions bénéficie de la polydispersité du mélange.

**Troisième partie**

**Mise en oeuvre**



## Chapitre 5

# Écoulement industriel d'un béton de fibres

### 5.1 Introduction

Contrairement aux inclusions sphériques, la mise en œuvre des matériaux cimentaires renforcés en fibres peut induire une anisotropie des fibres qui modifie les propriétés rhéologiques du matériau, et, après la prise, influence dans une large mesure ses propriétés mécaniques [104],[64],[110],[142]. Swamy a observé à ce sujet que l'efficacité des fibres pouvait décroître de 100% pour des fibres totalement alignées à 30% pour des fibres distribuées de manière isotrope. De nombreux auteurs ont conclu, à partir d'essais d'arrachement d'une fibre, à l'existence d'une inclinaison optimale représentant la meilleure contribution de la fibre à la couturation d'une fissure [110]. Il apparaît donc essentiel de prédire l'orientation d'une population de fibres pendant la mise en œuvre, de manière à ajuster les concentrations en fibres relativement aux résistances mécaniques requises.

Le processus d'orientation d'un ellipsoïde induit par un écoulement, décrit pour la première fois par Jeffery [143] en 1922, suscite toujours l'intérêt de nombreux chercheurs, principalement dans le cas de fluides Newtoniens soumis à des écoulements simples, de type cisaillement ou élongation. Cependant, ce processus est encore peu étudié dans le cas de fluides de Bingham [64],[144],[145],[146].

La plupart des écoulements industriels du génie civil peut se réduire aux deux situations génériques de déformation que sont le cisaillement et l'élongation, pour lesquels le processus d'orientation est prédictible dans le cas d'ellipsoïdes plongées dans des fluides Newtoniens en régime dilué. De nouveaux paramètres sont cependant à prendre en compte dans les configurations industrielles du génie civil, tels que le comportement rhéologique des matériaux, la forme des coffrages ou encore le procédé de coulage.

Nous prenons dans ce travail l'hypothèse que l'encombrement des fibres est trop faible pour entraîner leur enchevêtrement (*cf.* Partie I) et que le seuil et la viscosité des matériaux renforcés sont assez élevés pour éviter toute sédimentation des inclusions. L'hypothèse d'une distribution homogène est donc considérée.

Dans ce chapitre, nous étudions dans un premier temps la littérature des composites à l'état

durci pour justifier de l'importance de l'orientation des fibres sur les propriétés mécaniques de ces matériaux. Nous dérivons des résultats d'arrachement d'une fibre un angle critique au delà duquel une fibre est considérée orientée du fait de sa contribution optimale au renforcement du matériau à l'état durci. Puis, les techniques permettant de mesurer expérimentalement cette orientation sont brièvement exposées. Des résultats issus d'une de ces techniques donnent un premier aperçu de l'orientation des fibres.

Dans une deuxième partie, la notion de facteur d'orientation, notion courante de la littérature [104],[64], [144],[145],[147],[148],[149],[150],[151],[152],[13], est définie comme un outil simple et efficace pour caractériser le degré d'orientation d'une population de fibres à l'échelle de la structure. L'influence des parois sur l'orientation est alors exprimée à une échelle locale puis à l'échelle de l'écoulement.

Dans un troisième partie, nous nous focalisons sur le processus d'initiation de cette orientation. Les principaux résultats d'orientation des fibres issus de la littérature des fluides Newtoniens nous permettent de comprendre le processus d'orientation tel qu'il a été décrit par Jeffery [143].

## 5.2 Influence de l'orientation des fibres sur les propriétés mécaniques d'un béton

### 5.2.1 Processus d'arrachement

Nous proposons d'appeler fibre orientée (par rapport à la direction de chargement) une fibre dont la position au sein du matériau permet de contribuer de façon optimale à son renforcement après la prise. Un critère d'orientation est donc dérivé dans cette partie des mesures expérimentales des propriétés mécaniques à l'état durci.

La résistance mécanique d'un matériau dépend de la contribution de chacune des fibres à cousturer une fissure. Laranjeira [82] dresse une synthèse du processus d'arrachement d'une fibre en considérant l'influence de l'inclinaison de la fibre à chaque étape du processus, à partir des modèles de fissuration existant dans la littérature (décollement, éclatement de la matrice, flexion de la fibre, friction *cf.* FIGURE 5.1).

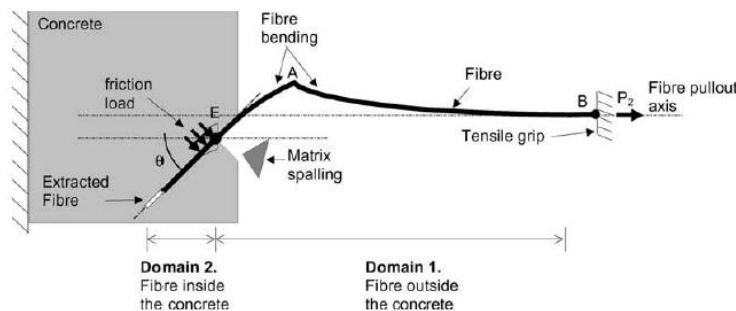


FIGURE 5.1 – Description du processus d'arrachement d'une fibre dans une matrice cimentaire [76].

L'orientation optimale d'une fibre, c'est à dire l'orientation induisant son efficacité maximale (relativement à la couturation d'une fissure), correspond à la meilleure combinaison des contri-

butions de la fibre à chacune des étapes d'arrachement. La détermination de cette orientation optimale est délicate puisque l'influence de l'orientation d'une fibre au niveau de la couturation des fissures varie selon l'étape du processus d'arrachement. Cette influence est négligeable au cours de l'étape de décollement [153], [82]. Par contre, la quantité d'énergie dissipée par friction de la fibre sur la matrice croît avec l'angle d'inclinaison, de même que le processus de flexion, jouant un rôle significatif sur le comportement à l'arrachement [101]. Enfin, l'éclatement de la matrice autour de la fibre au niveau de la fissure réduit la longueur de fibre encastrée, ce qui fragilise le lien entre la fibre et la matrice.

### 5.2.2 Orientation optimale d'une fibre

La littérature propose des modèles prédisant le comportement à l'arrachement d'une fibre encastrée dans une matrice cimentaire [110], [101], [154]. Ils fournissent ainsi d'importantes informations quant à la prédiction d'une orientation optimale des fibres (*cf.* FIGURE 5.2).

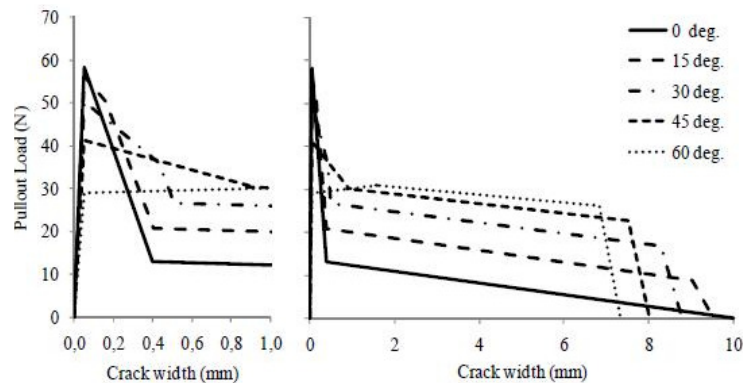


FIGURE 5.2 – Courbe d'arrachement d'une fibre selon son orientation au sein d'une matrice cimentaire. Modèle issu de [82].

Nous montrons dans cette section que la charge maximale d'arrachement d'une fibre est obtenue pour une orientation de la fibre inférieure à  $20^\circ$ , et que le travail maximal est obtenu pour une orientation de  $20^\circ$ .

#### 5.2.2.1 Charge maximale d'arrachement

L'impact d'une fibre sur le processus de fissuration peut être mesuré sur la courbe d'arrachement d'une fibre par la force d'arrachement maximale (représentée sur la figure FIGURE 5.2 par le premier pic). Elle intervient pendant la phase de décollement [82], la plus critique au niveau du processus d'arrachement [49], [93]. Une fissure créée sous sollicitation en traction se propage perpendiculairement à la direction d'effort. On peut donc penser que le renforcement le plus efficace correspond à une fibre alignée avec la direction de sollicitation [155], [156]. En effet comme il est ensuite montré sur la figure FIGURE 5.2, l'inclinaison de la fibre réduit la résistance à la fissure du matériau renforcé. Cette influence est d'abord faible pour des inclinaisons de  $0^\circ$  à  $30^\circ$  [82], [94], puis s'accélère pour des angles plus importants [83].



Quoi qu'il en soit, il a été vu au chapitre 2 que le rôle des fibres ajoutées à une matrice fragile consiste, plus qu'à augmenter la résistance mécanique du matériau, à permettre le développement de multiples fissures avant la rupture du matériau. Les fibres confèrent alors au matériau un caractère ductile grâce à la quantité d'énergie absorbée par chacune d'elles tout au long du processus d'arrachement.

### 5.2.2.2 Travail maximal d'arrachement

De nombreux auteurs s'accordent sur l'existence d'un angle optimal pour lequel la capacité d'absorption d'énergie est maximale [110],[82],[101],[49],[155],[156],[83]. Il correspond à l'angle pour lequel le travail nécessaire pour extraire complètement la fibre de la matrice est maximal [94]. L'énergie absorbée par la fibre est dissipée d'une part par la friction à l'interface fibre/matrice, d'autre part par flexion de la fibre [110].

Des résultats expérimentaux de la littérature suggèrent un travail maximal d'arrachement, donc une énergie stockée par le matériau, pour une inclinaison de la fibre autour de  $45^\circ$  [82], [94], inclinaison critique confirmée par les modèles de la littérature. L'énergie stockée n'est pas constante durant le processus puisqu'elle varie selon la largeur de fissure. D'ailleurs selon Markovic [110], une force ou un travail mesurés sur tout le processus de couturation ne suffisent pas à caractériser les performances des composites quant à l'ajout de fibres. Leur influence est à considérer pour une largeur de fissure constante, appropriée à l'élément. En effet, la ruine d'un élément composite est supposée avoir lieu au delà d'une certaine largeur de fissure. Donc une largeur critique doit être fixée, assez faible pour répondre aux critères de durabilité ou de résistances mécaniques [153], [110]. Selon Markovic, elle doit être comprise entre 0,1mm et 1,0mm à la fin du processus d'arrachement. Laranjeira [82] suggère une largeur de fissure de l'ordre de 0,2mm à la fin de l'étape de décollement, pour des fibres d'acier communément utilisées dans l'industrie (30-60mm de longueur et 0,5-1,00mm de diamètre).

Nous considérons ici les recommandations de l'AFGC relatives aux BFUP pour définir une largeur de fissure critique [157]. Dans le cas d'éléments structurels non précontraints, le béton appartient à la classe CLASS IV. La longueur de fissure normative est alors égale à 0,3mm, dans l'hypothèse où aucune agression chimique externe n'est précisée. Cette largeur de fissure s'étend de la microfissure à la macrofissure.

### 5.2.2.3 Travail d'arrachement maximal pour une largeur de fissure fixe

Les résultats de la littérature suggèrent que plus la largeur de fissure critique choisie est grande, plus l'orientation optimale de la fibre est importante, jusqu'à une orientation de  $45^\circ$  à partir de laquelle, pour un même chargement, la ruine du matériau a lieu. Ce phénomène est principalement dû d'une part à la flexion de la fibre, d'autre part à un effet de confinement renforçant la friction interfaciale. Pour des largeurs de fissure jusqu'à 0,2mm, Laranjeira [82] prédit que le travail d'arrachement maximal correspond à une fibre inclinée de  $18^\circ$  par rapport à la direction de chargement. Markovic [110] déduit de résultats de la littérature que, malgré des écarts importants d'un auteur à l'autre, l'angle d'orientation optimal d'une fibre pour une largeur de fissure de 0,5mm s'étend entre  $0^\circ$  et  $20^\circ$ . Des angles plus élevés entraînent une réduction de

la capacité de résistance en tension dans les premiers instants de chargement, qui sont décisifs pour le reste du processus [110]. Au vu de ces résultats, le pic d'arrachement correspondant à une largeur de fissure critique de 0,3mm est extrapolé à 20°.

### 5.2.3 Influence d'une population de fibres

La légitimité du critère d'orientation à 20°, déduit du comportement d'une seule fibre encastree dans une matrice, est à discuter dans le cas de multiples fibres orientées de manière plus ou moins aléatoire. Le cas, par exemple, de deux fibres placées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre entrainera la couturation optimale d'une fissure traversant ces fibres en leur milieu, même si l'angle formé par chacune des deux fibres avec la direction de chargement est supérieur à 20°. Cependant, au sein d'une distribution aléatoire de fibres dont l'orientation n'est contrôlée que par l'écoulement, la probabilité de rencontrer des fibres alignées selon la direction privilégiée induite par cet écoulement est largement supérieure à toute autre configuration. Le critère d'orientation de 20° peut donc s'appliquer à une population de fibres comme une orientation critique à partir de laquelle chaque fibre participera à la couturation d'une fissure se propageant perpendiculairement à cette direction privilégiée.

## 5.3 Méthodes expérimentales de mesure de l'orientation

### 5.3.1 Description des méthodes

De nombreuses méthodes sont présentées dans la littérature pour mesurer l'état d'orientation d'une population de fibres dans un matériau renforcé. Elles varient selon la nature des matériaux utilisés (matrice et fibres), la taille des fibres et leur concentration. Elles se classent en deux groupes, les méthodes destructives et les méthodes non destructives.

Les deux principales méthodes non destructives de la littérature sont la spectroscopie par impédance [145],[158] et les mesures de résistivités électriques [159],[160],[146]. Ces méthodes utilisent le courant électrique, et nécessitent donc le renforcement des structures par des fibres conductrices.

Dans ce même groupe, l'évolution de l'orientation des fibres à l'état frais est mesurée, dans le cas de fluide modèles transparents, grâce à des techniques expérimentales de visualisation (dynamic light scattering) [161],[162],[163],[164],[165],[166],[167],[168],[169]. Des fibres tracers sont plongées dans le fluide soumis à un écoulement cisailant ou élongationnel. L'opacité des matrices cimentaires ne permet pas en revanche l'utilisation de ce genre de techniques.

Le deuxième groupe correspond aux méthodes destructives, avec parmi elles le comptage manuel de fibres [104],[144],[151], l'analyse d'images [170],[171], la radiographie par rayons X [172], la tomographie par rayons X (CT-Scans) [159], ou la mesure indirecte par essais mécaniques [144],[151],[152],[159],[173].

Le comptage de fibres est la technique la plus simple et la moins onéreuse pour caractériser l'orientation d'une population de fibres. Le comptage peut s'effectuer sur tous les types de fibres, dès lors que la taille et la couleur des fibres permettent de les distinguer visuellement de la matrice. La structure est découpée en sections. Le nombre de fibres comptées sur chaque

section est représentatif du nombre de fibres disponibles pour couturer une fissure se propageant sur cette section. Un exemple de mesure d'orientation par comptage manuel est donné à la section suivante.

L'analyse d'images permet de déterminer plus précisément l'orientation de chacune des fibres sur une section. Aucune restriction ne porte sur la taille des fibres ou leur concentration. Par contre, la taille des sections photographiées est limitée par l'appareil photographique utilisé et la haute qualité de l'image requise. De plus, la différence de couleur nécessaire entre la fibre et la matrice présente une forte contrainte dans le choix des fibres utilisées. Peu de résultats sont présentés dans la littérature .

La tomographie par rayons X permet de recréer une image en 3 dimensions des fibres dans le matériau. Le matériel utilisé est cependant très couteux [159].

Enfin nous avons vu à la section 5.2 que l'orientation des fibres modifiait leurs résistances mécaniques à l'état durci. Des essais mécaniques classiques, principalement l'essai de traction et l'essai de flexion, peuvent alors être utilisés pour déterminer qualitativement l'état d'orientation d'une population de fibres dans un composite cimentaire [144],[151],[152],[159],[173]. L'influence de l'orientation des fibres sur les résistances mécaniques des matériaux à l'état durci n'est cependant ici que qualitative.

#### 5.3.2 Exemple de mesure de l'orientation sur un canal à surface libre

Un exemple de résultats issus de comptage de fibres sur les sections successives d'un canal à surface libre est proposé ici.

L'orientation est exprimée par un facteur d'orientation défini dans la section 5.4.2 pour s'affranchir de la difficulté de manipuler la notion d'orientation en 3 dimensions à travers une section [149],[151],[152],[82]. Il s'écrit :

$$N_{theo} = \frac{A_b \phi_f}{A_f} \quad (5.1)$$

avec  $A_f$  la section d'une fibre,  $A_b$  la section de la structure et  $\phi_f$  la fraction volumique en fibres.

##### 5.3.2.1 Protocole expérimental

Nous choisissons de fabriquer une pâte de ciment type BAP renforcée en fibres de manière à éviter les interactions fibres/granulats au cours du processus d'orientation des fibres. L'absence de granulats facilite de plus le comptage de fibres sur les sections de matériaux. La pâte se compose de ciment CEM I pour un ratio  $e/c = 0,5$ . Du filler calcaire est mélangé au ciment selon un ratio  $filler/ciment = 0,5$ . Du superplastifiant (type poly-carboxylate) est ajouté à la pâte à hauteur de 0,5% par rapport à la masse de ciment. 0,5% de fibres de facteur d'aspect  $r = 50$  (de longueur 10mm) sont ajoutées à la pâte durant la phase finale de l'étape de malaxage, correspondant à un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,0625$ . Un seuil de  $30Pa$  est mesuré par essai d'étalement une fois le malaxage terminé.

Le matériau est ensuite versé (sans temps de repos) dans un canal de longueur  $L = 60cm$  par une de ses extrémités et s'écoule dans le canal avant d'atteindre son extrémité opposée. Après la prise, le canal est découpé en tronçons de 10cm d'épaisseur dans la direction de l'écoulement

(cf. FIGURE 5.3). Aucun phénomène de sédimentation des fibres n'est observé sur les sections. Les fibres sont alors comptées sur chacune de ces sections découpées en zones d'intérêt.

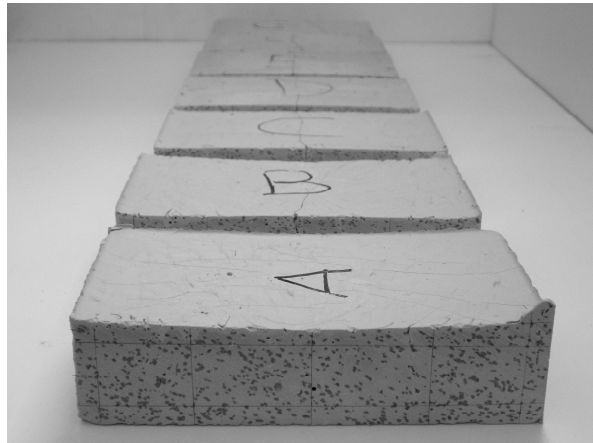


FIGURE 5.3 – Sections du canal à surface libre.

### 5.3.2.2 Résultats

Le nombre de fibres comptées par zone d'intérêt nous donne accès à un facteur d'orientation, représentatif de l'intensité de l'orientation sur les zones étudiées. Ce facteur est décrit dans la section 5.4.2 de ce chapitre. Les facteurs d'orientation des fibres sur les sections successives sont reportées sur la FIGURE 5.4.

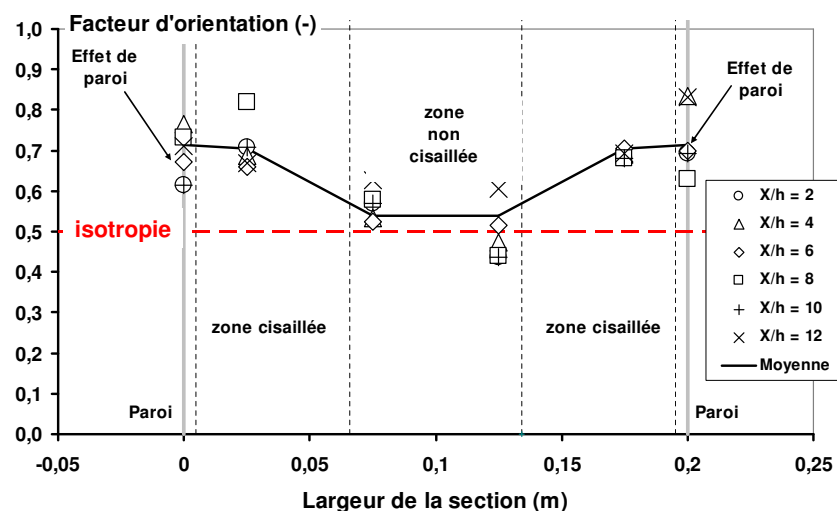


FIGURE 5.4 – Facteur d'orientation (issu du comptage de fibres) selon la direction de l'écoulement sur différentes sections du canal à surface libre.

## 5.4 Facteur d'orientation

### 5.4.1 Définition du facteur d'orientation

Le facteur d'orientation représente la fraction de fibres sur une section qui contribuent à la couture d'une fissure se propageant le long de cette section. Il se calcule donc par rapport à la direction de traction appliquée à une structure.

Les valeurs du facteur d'orientation varient de 0 à 1. La valeur nulle signifie qu'aucune fibre n'est orientée dans la direction étudiée, alors que la valeur 1 représente une orientation parfaite de toutes les fibres dans cette direction. Ce facteur nécessite de considérer l'hypothèse d'une distribution homogène des fibres à l'échelle de la structure, hypothèse que nous avons adoptée au chapitre 1 de ce travail, même dans les zones proches des parois.

Ce facteur se définit d'une manière continue comme la contribution moyenne des fibres au renforcement du matériau dans lequel elles sont plongées par rapport à une direction choisie, la direction  $x$  sur la FIGURE 5.5. Il se calcule localement comme la projection moyenne d'une fibre sur cette direction parmi toutes les orientations possibles de la fibre. Seule une demi-sphère est considérée du fait de la symétrie de la fibre.

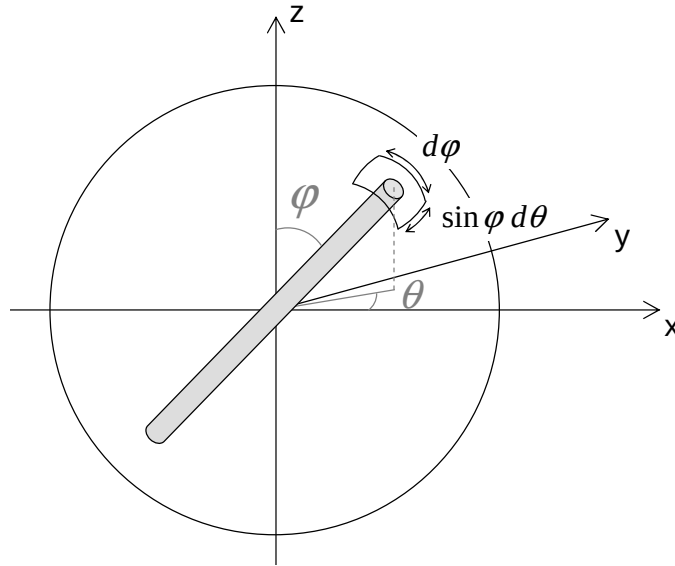


FIGURE 5.5 – Fibre dans la sphère unité pour le calcul du facteur d'orientation selon la direction  $x$ .

Dans la suite de ce travail, une fibre est représentée par son vecteur unitaire  $\mathbf{p}$  (FIGURE 5.6). Soit  $\psi$  la densité de probabilité de distribution des fibres, définie sur la sphère unité. Elle représente la probabilité de rencontrer une fibre entre les angles  $\theta$  et  $\theta + d\theta$ , et entre les angles  $\varphi$  et  $\varphi + d\varphi$ . Le facteur s'écrit alors :

$$\alpha_x = \oint_p \psi(p) p_x dp \quad (5.2)$$

$$\alpha_x = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \psi(\theta, \varphi) \sin^2 \varphi \cos \theta d\varphi d\theta \quad (5.3)$$

où  $p_x$  est la projection du vecteur  $p$  sur l'axe  $x$ .

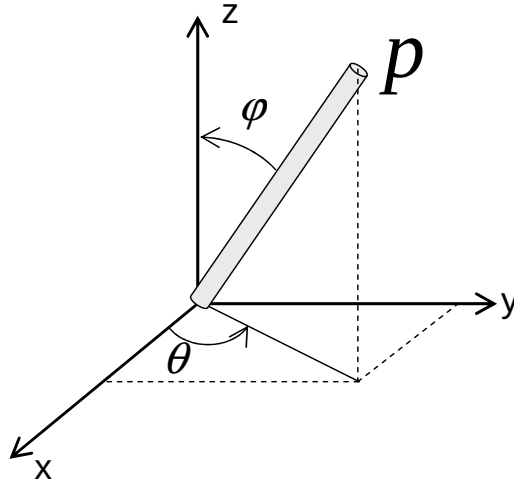


FIGURE 5.6 – Système de coordonnées d'une fibre dans un écoulement.

On trouve dans la littérature d'autres formes du même facteur. Par exemple Dupont et Vandewalle [149] considèrent l'angle  $\beta$  formé par la fibre avec la direction  $x$  sur la FIGURE 5.5. Le facteur d'orientation en condition isotrope s'exprime alors, dans le système d'axes donné en Annexe C), comme la projection moyenne  $\cos \beta$  de la fibre sur la direction  $x$ , adimensionnée par la surface de la demi-sphère  $2\pi$  (condition d'équiprobabilité  $\psi(\beta, \alpha) = 1/(2\pi) \forall \beta \in [0; \pi/2], \forall \alpha \in [0; 2\pi]$ ). Ce facteur s'écrit alors [147], [149], [174] :

$$\alpha_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \cos \beta \times \sin \beta d\alpha \times d\beta = \int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta \quad (5.4)$$

Le facteur d'orientation isotrope en 3D est égal à  $1/2$ . Dupont et Vandewalle prennent alors en compte une anisotropie imposée par la présence d'une paroi en modifiant les bornes de l'intégrale, sans modifier la condition d'équiprobabilité.

### 5.4.2 Approche expérimentale

Un facteur d'orientation est utilisé pour mesurer expérimentalement l'orientation d'une population de fibres sur une tranche de structure d'épaisseur égale à une longueur de fibre, par rapport à la direction normale à la section. Ainsi sur la FIGURE 5.7, le facteur d'orientation  $\alpha_x$  est représentatif de l'état d'orientation des fibres contenues dans la tranche selon l'axe  $x$ . Ce facteur est calculé comme le nombre de fibres traversant la section S (en gris foncé sur la FIGURE 5.7), adimensionné par le nombre total de fibres comprises dans la tranche de part et d'autre de la section, d'une épaisseur égale à une longueur de fibre. Le facteur d'orientation  $\alpha_x$  s'écrit :

$$\alpha_x = \frac{N_{expe}}{N_{theo}} \quad (5.5)$$

où  $N_{expe}$  est le nombre de fibres comptées sur la section S, et  $N_{theo}$  le nombre de fibres comprises dans la tranche du canal.

On vérifie qu'un facteur d'orientation égal à 1 représente l'alignement de toutes les fibres, alors

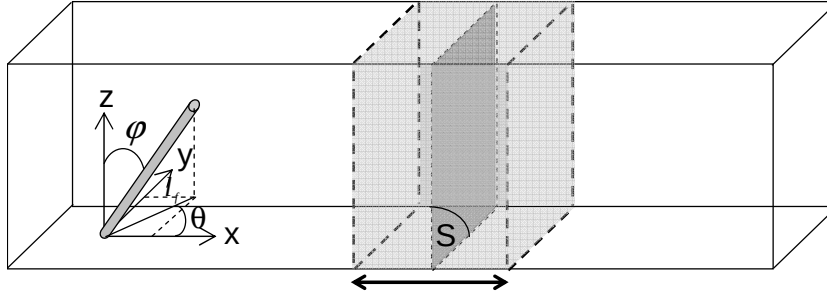


FIGURE 5.7 – Orientation moyenne dans un tronçon d'une structure représenté par le facteur d'orientation (5.5).

qu'un facteur de 0 implique une orientation de toutes les fibres orthogonale à la direction étudiée. Plus ce facteur est faible et moins l'alignement est marqué dans la direction étudiée.

On considère une fibre  $f_i$  de longueur  $l_f$  comprise dans le tronçon de structure d'épaisseur  $l_f$  en gris clair sur la FIGURE 5.7. La fibre est définie par les angles  $\theta_i$  et  $\phi_i$ . La projection de cette fibre sur l'axe orthogonal à la structure s'écrit  $l_f^* \sin \phi_i \cos \theta_i$  où  $l_f^*$  est la longueur de la fibre dans le volume considéré. Alors, la probabilité  $P_i$  pour que cette fibre coupe la section S de ce volume est égale à

$$P_i = \frac{\text{longueur projetée}}{\text{longueur du tronçon}} = \frac{l_f^* \sin \phi_i \cos \theta_i}{l_f} \quad (5.6)$$

La probabilité moyenne que chaque fibre appartenant au tronçon coupe la section centrale s'écrit alors [175] :

$$\langle P \rangle = \left\langle \frac{l_f^*}{l_f} \sin \varphi \cos \theta \right\rangle = \frac{\langle l_f^* \rangle}{l_f} \langle \sin \varphi \cos \theta \rangle \quad (5.7)$$

où la moyenne  $\langle . \rangle$  en 3 dimensions s'écrit  $\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \psi(\theta, \varphi) \sin \varphi d\varphi d\theta$ , avec  $\psi$  la densité de probabilité d'orientation des fibres. Dans l'hypothèse d'une distribution homogène des fibres, le nombre de fibres contenues dans ce tronçon est égal à  $N_{total} = \frac{A_b l_f \phi_f}{A_f \langle l_f^* \rangle}$ , où  $\langle l_f^* \rangle$  est la longueur moyenne des fibres dans le tronçon. Le nombre de fibres comptées sur la section droite est alors  $\langle P \rangle N_{total}$  [175], tel que :

$$\begin{aligned} N_{expe} &= \langle P \rangle N_{total} \\ &= \frac{A_b l_f \phi_f}{A_f \langle l_f^* \rangle} \frac{\langle l_f^* \rangle}{l_f} \langle \sin \varphi \cos \theta \rangle \\ &= \frac{A_b \phi_f}{A_f} \langle \sin \varphi \cos \theta \rangle \end{aligned} \quad (5.8)$$

Ce nombre s'écrit, en faisant la moyenne sur la sphère unité [175] :

$$N_{expe} = \frac{A_b \phi_f}{A_f} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \psi(\theta, \varphi) \sin^2 \varphi \cos \theta d\varphi d\theta \quad (5.9)$$

On reconnaît dans (5.9) le facteur d'orientation donné dans (5.2). L'équation (5.9) correspond à une expression du facteur d'orientation couramment utilisée dans la littérature pour mesurer l'orientation d'une population de fibres dans des structures réelles

[104],[142],[144],[145],[151],[152],[13] :

$$\alpha_x = \frac{N_{expe}}{N_{theo}} = N_{expe} \frac{A_f}{A_b \phi_f} \quad (5.10)$$

En effet, l'expression  $A_b \phi_f$  représente la surface sur la section qui devrait proportionnellement être couverte par les fibres si elles étaient toutes alignées avec la direction étudiée.  $\frac{A_b \phi_f}{A_f}$  est donc le nombre de fibres correspondant,  $N_{theo} = \frac{A_b \phi_f}{A_f}$ .

Le facteur d'orientation isotrope en 2 dimensions (en considérant un angle  $\theta$  nul) se retrouve alors à partir de ce raisonnement. En effet, la probabilité pour que la fibre coupe la section étudiée, par projection sur l'axe  $x$ , devient en 2 dimensions  $l_f^* \sin \varphi / l_f$ . La projection moyenne s'écrit alors :

$$\langle P \rangle = \frac{\langle l_f^* \rangle}{l_f} \langle \sin \varphi \rangle \quad (5.11)$$

où la moyenne  $\langle . \rangle$  en 2 dimensions s'écrit  $\int_0^\pi \psi(\varphi) d\varphi$  avec  $\psi$  est la fonction de densité de probabilité d'orientation des fibres. Le nombre de fibres coupant réellement la section est alors, de même que dans le cas 3D,  $N_{expe} = N_{total} \langle P \rangle$ , tel que :

$$N_{expe} = \frac{A_b \phi_f}{A_f} \int_0^\pi \psi(\varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (5.12)$$

Le facteur d'orientation  $\alpha_x$  se déduit de (5.12) :

$$\alpha_x = \int_0^\pi \psi(\varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (5.13)$$

avec la condition d'équiprobabilité en 2 dimensions :  $\psi(\varphi) = \frac{1}{\pi}$ . On retrouve alors l'expression donnée par [174],[147],[150],[64] :

$$\alpha_x = \int_0^\pi \frac{\sin \varphi}{\pi} d\varphi = \frac{2}{\pi} \quad (5.14)$$

Par contre, la présence d'une paroi réduisant les degrés de liberté des fibres, ou un écoulement les orientant entraîne la prise en compte dans l'expression (5.9) d'une fonction de densité de probabilité non uniforme.

### 5.4.3 Approche discrète

Par opposition à l'approche continue développée dans la section 5.4.1, et dans l'esprit de l'approche expérimentale précédemment exposée, l'état macroscopique d'orientation dans une structure réelle combine les contributions de chacune des fibres réellement ajoutées au matériau. Une approche discrète du facteur d'orientation le long de la direction  $x$  est alors dérivée de l'expression (5.2) [176] :

$$\alpha_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_x^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \sin \varphi_i \quad (5.15)$$

où  $N$  est le nombre de fibres considérées. En reprenant l'angle  $\beta_i$  formé par la  $i^{\text{ème}}$  fibre avec la direction  $x$ , le facteur d'orientation discret s'écrit :

$$\alpha_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos \beta_i \quad (5.16)$$



pour des angles compris dans  $[-\pi/2; +\pi/2]$ . La valeur absolue du cosinus peut être nécessaire selon l'extrémité considérée des fibres. On remarque qu'un facteur nul signifie que les contributions de toutes les fibres sont nulles, et donc que toutes les fibres sont orthogonales à la direction étudiée. Un facteur  $\alpha_x = 1$  implique que toutes les contributions sont égales à 1, et donc que chaque fibre est alignée avec la direction  $x$ .

Le facteur d'orientation exprimé de manière discrète est un outil simple et pratique permettant de caractériser l'état d'orientation d'une structure dû aux effets de paroi et aux déformations du fluide suspendant. Nous nous intéressons maintenant à ces deux origines de l'orientation.

## 5.5 Effets de paroi

### 5.5.1 Mise en évidence de l'effet de paroi

Les résultats expérimentaux de la littérature obtenus sur fluide Newtonien cisailé sont en accord avec les prédictions analytiques de l'orientation des fibres due à un écoulement pour des distances à la paroi supérieures à une longueur de fibre. Mais certains auteurs ont montré qu'une fibre dont le centre est placé à une distance d'une paroi inférieure à une longueur de fibre ne vérifiait plus ces prédictions analytiques [177], [178]. L'alignement des fibres avec la direction de l'écoulement est obtenu quasi-instantanément. Pour Russel [179] l'influence de la paroi s'étend même sur une distance égale à deux fois la longueur d'une fibre. Dans ces zones, les fibres ne sont pas soumises aux mêmes contraintes qu'au centre de l'écoulement. En effet, la paroi modifie les composants du couple rotation-translation appliqué à la fibre [180], qui se traduit par une augmentation sensible de la force de traînée appliquée à la fibre. Ainsi, Moses *et al.* [178] ont observé une augmentation des taux de rotation et de cisaillement du fluide, inversement à la distance à la paroi. Le modèle d'évolution présenté dans la section 5.6.3 n'est alors plus valide dans les zones proches des parois.

### 5.5.2 Comportement des fibres aux parois

D'un point de vue purement géométrique, il est évidemment impossible à une fibre de se placer perpendiculairement à une paroi tant que la distance de son centre à la paroi est inférieure à la demi-longueur de la fibre. Les fibres appartenant à cette zone proche des parois adoptent donc une orientation parallèle par la paroi. Ces fibres influencent alors dans une large mesure les fibres environnantes par des interactions hydrodynamiques et de contacts directs, sur une distance égale à une longueur de fibre [179]. On considère donc communément que les effets de paroi s'étendent sur une longueur de fibre à partir de la paroi. Dans cette zone, les quelques fibres orientées perpendiculairement (*i.e.* alignées avec l'axe normal à la paroi à  $20^\circ$  près [181]) effectuent des rotations à une plus haute fréquence qu'une fibre parallèle à la même distance de séparation [178]. Elles suivent un mouvement qualifié de "pole-vaulting" par Stover et Cohen [177], pendant lequel la distance du centre de la fibre à la paroi varie de façon périodique. Ces rotations fréquentes modifient l'orientation des fibres et les repoussent peu à peu dans un plan parallèle à la paroi [177],[178]. Le coulage d'un gel à cheveux de seuil de l'ordre de  $10Pa$  renforcé en fibres d'acier de longueur 1cm nous a permis d'observer ce phénomène FIGURE 5.8. La paroi

a un effet stabilisateur sur ces fibres une fois orientées dans le plan parallèle, en induisant une importante réduction de leur vitesse angulaire [178],[180],[181],[182].

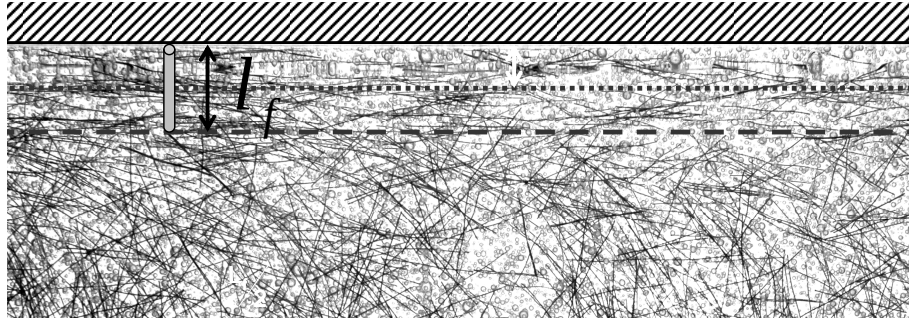


FIGURE 5.8 – Orientation préférentielle des fibres dans un plan parallèle à la paroi (illustration sur un gel à cheveux contenant des fibres d'acier de longueur  $10\text{mm}$  et de diamètre  $0,2\text{mm}$ ).

Dans ce plan parallèle, des résultats expérimentaux de Moses *et al.* [178] mettent en avant deux orientations privilégiées des fibres. Une grande partie des fibres s'aligne avec la direction de l'écoulement alors qu'un nombre non négligeable d'entre elles se place orthogonalement à la direction de l'écoulement (*cf.* FIGURE 5.9). Cette distinction est de plus en plus nette plus le plan d'observation est proche de la paroi ( $\sim 1\text{mm}$ ). Le nombre de ces fibres orthogonales croît lorsque leur longueur ou leur concentration diminue.

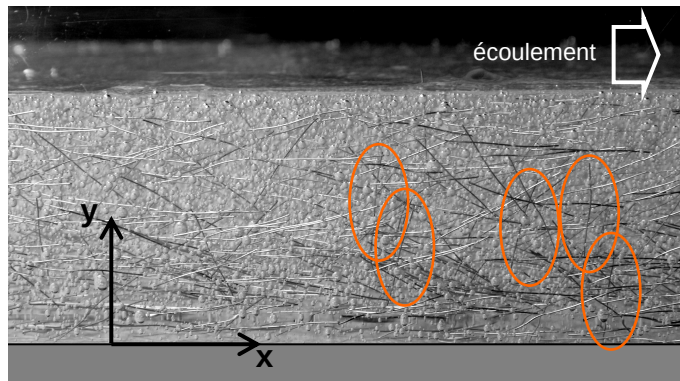


FIGURE 5.9 – Orientations privilégiées des fibres par rapport à l'écoulement. Le plan  $(x,y)$  est le plan de la paroi. Les fibres s'orientent majoritairement dans la direction de l'écoulement, mais un nombre significatif de fibres se place perpendiculairement (illustration sur un gel à cheveux contenant des fibres d'acier de longueur  $10\text{mm}$  et de diamètre  $0,2\text{mm}$ ).

Ces fibres suivent un mouvement complexe de rotation autour de leur axe propre en même temps qu'un glissement le long de la paroi, appelé phénomène de "rolling" [183]. Ce comportement est observé pour de faibles concentrations et de faibles élancements, *i.e.* dans le cas de régimes dilués, à cause des interactions entre fibres rendant la position perpendiculaire à l'écoulement instable [178].

Moses *et al.* déduisent de l'équilibre des moments appliqués à la fibre par l'écoulement et modifiés par la présence de la paroi, un taux de cisaillement effectif prenant en compte l'influence de la présence du mur dans les prédictions théoriques d'orientation. Ce taux de cisaillement effectif décroît logarithmiquement avec la distance à la paroi.

### 5.5.3 Influence locale d'une paroi sur un écoulement isotrope

Pour quantifier l'influence d'une paroi sur l'orientation des fibres situées à moins d'une demi-longueur de la paroi à une échelle locale, et plus encore à l'échelle macroscopique d'une structure entière, de nombreux auteurs utilisent le facteur d'orientation décrit précédemment, qui permet de manipuler simplement la notion spatiale d'orientation par rapport à une direction choisie [104],[64],[144],[145],[147],[148],[149],[150],[151],[152],[13],[174],[184]. La condition de distribution équiprobable n'est alors plus respectée, et une contrainte géométrique doit être introduite dans le calcul du facteur d'orientation (5.4). Dupont et Vandewalle [149] prennent en compte cette restriction géométrique dans leur calcul du facteur d'orientation. Dans une première étape, ils expriment le facteur d'orientation par rapport à la direction parallèle à la paroi. Ensuite, ce facteur est intégré sur le plan orthogonal à cette paroi, entre la paroi et la demie longueur de fibre. L'intégration numérique du facteur d'orientation dans ce plan renvoie la valeur du facteur d'orientation moyen sur le plan perpendiculaire à la paroi et influencé par la présence de la paroi  $\alpha_{\perp w} = 0,6$  [149]. Ce calcul peut alors être adapté au plan parallèle à la paroi. De même que pour le calcul de  $\alpha_{\perp w}$ , le facteur d'orientation est d'abord évalué selon la direction perpendiculaire à la paroi, en fonction de la distance  $y$  entre le centre de gravité de la fibre et la paroi :

$$\alpha_{\perp} = \frac{\int_{\arccos \frac{2y}{l_f}}^{\pi/2} \frac{l_f^2}{2} \pi \sin \beta \cos \beta d\beta}{\pi l_f y} = \frac{y}{l_f} \quad (5.17)$$

Ensuite, ce facteur est intégré sur tous les plans parallèles à la paroi, entre  $y = 0$  et  $y = l_f/2$  pour donner une orientation moyenne sur cette distance :

$$\alpha_{\parallel w} = \frac{2}{l_f} \int_0^{\frac{l_f}{2}} \frac{y}{l_f} = \frac{1}{4} \quad (5.18)$$

Le détail des calculs est donné en Annexe D.

Ce facteur  $\alpha_{\parallel w} = 0,25$  est alors représentatif d'une faible orientation moyenne perpendiculairement à la paroi sur l'ensemble des plans influencés par cette paroi et qui lui sont parallèles.

### 5.5.4 Influence d'une paroi à l'échelle de la structure

Dès lors que les facteurs d'orientation  $\alpha_{\perp w}$  et  $\alpha_{\parallel w}$  ont été exprimés dans la zone proche des parois, il est facile d'étendre leur influence à l'échelle de toute une structure, à travers l'estimation d'un facteur d'orientation moyen calculé sur une section entière de la structure étudiée. On prend ici l'hypothèse d'une orientation isotrope dans le reste de l'écoulement. L'orientation des fibres est ainsi uniquement due aux limites géométriques du coffrage. Nous considérons la section de largeur caractéristique  $e$  d'une structure à laquelle des fibres de longueur  $l_f$  ont été ajoutées.

Dans les deux zones proches des parois s'étendant sur une demi-longueur de fibre, les fibres sont fortement parallèles aux parois et le facteur d'orientation moyen dans ces zones est de 0,6. Sur la distance  $e - 2 \times l_f/2$  au centre de la section, les fibres sont orientées de manière isotrope et le facteur d'orientation est donc égal à 0,5. L'orientation moyenne sur cette section est alors évaluée sur toute la section par :

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_{\perp} &= \frac{1}{e} (0,5 \times (e - l_f) + 0,6 \times l_f) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{l_f}{10e}\end{aligned}\tag{5.19}$$

Le même calcul peut alors être transposé à un plan parallèle à la paroi, d'une longueur caractéristique  $L$ , la même que celle de la section de la structure, pour pouvoir comparer les deux résultats. Dans ce cas, la facteur moyen d'orientation sur ce plan est égal à :

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_{\parallel} &= \frac{1}{e} (0,5 \times (e - l_f) + 0,25 \times l_f) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{l_f}{4e}\end{aligned}\tag{5.20}$$

La longueur des fibres communément utilisées en génie civil est de l'ordre de  $10\text{mm}$ , et la taille caractéristique minimale de la section d'un élément structural est de l'ordre de  $10\text{cm}$ . Le ratio  $l_f/e$  est donc de l'ordre de  $10^{-1}$ , et on peut s'attendre à ce que les variations du facteur d'orientation moyen dues aux effets de paroi soient limitées à quelques %. Bien que, de ce point de vue, la présence des parois ne semble pas influencer dans une large mesure les propriétés macroscopiques du matériau, il ne faut pas oublier que, dans les zones proches des parois, ces variations sont localement plus fortes, et que ces zones sont déterminantes au niveau des propriétés mécaniques de la structure en terme de fissuration [149]. De plus, cette influence moyenne des parois sur l'orientation macroscopique des fibres dans la structure peut prendre de bien plus larges proportions dans le cas d'éléments structuraux fins, par exemple dans le cas du coulage de dalles. Dans ce dernier cas, des ratios  $l_f/e$  proches de l'unité peuvent être envisagés.

### 5.5.5 Effet des parois sur la concentration

La présence des parois repousse vers le centre du moule les fibres ne leur étant pas parfaitement parallèles, ce qui a pour effet de réduire la concentration en fibres dans la zone d'influence de ces parois. Stroeven [185] a exprimé un facteur de réduction  $\xi$  de la concentration dans la zone proche des parois, défini comme le ratio entre la concentration des fibres dans les zones proches des parois et la concentration dans le reste du matériau (supposée homogène), en fonction de la distance relative du centre de la fibre à la paroi  $y/l_f$  (où  $y$  est la distance du centre de la fibre à la paroi).

$$\xi = y/l_f - y/l_f \ln(y/l_f)\tag{5.21}$$

D'après l'expression de Stroeven, on peut directement observer sur la figure [FIGURE 5.10](#) cette réduction de la concentration en fibres au voisinage d'une paroi. Cet effet est cependant négligé dans notre travail.

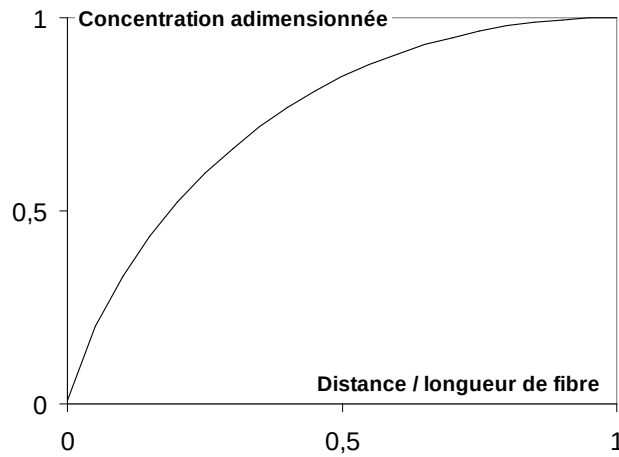


FIGURE 5.10 – Facteur de réduction de la concentration des fibres à la paroi [185].

## 5.6 Orientation des fibres

### 5.6.1 Paramètres d'influence

L'orientation des fibres induite par la mise en œuvre d'un matériau cimentaire est influencée par de nombreux paramètres liés aux conditions de la mise en œuvre. Certains sont dus aux fibres elles-mêmes, et plus précisément à leur forme. Soroushian et Lee [104] concluent de leurs résultats que la forme des fibres (droite ou à crochets) n'a qu'une influence négligeable sur le facteur d'orientation calculé sur la section d'échantillons renforcés avec des fibres de diverses formes. Par contre le facteur d'aspect, paramètre représentatif de leur élancement, semble avoir un effet plus significatif. Le degré d'anisotropie des fibres croît avec cet élancement [110],[149],[167].

De plus, le fluide suspendant dans lequel les fibres sont plongées est contrôlé par deux paramètres rhéologiques (seuil et viscosité). Ces paramètres influencent l'écoulement, et donc le degré d'orientation d'une population de fibres. Stähli et van Mier [142] constatent une anisotropie plus marquée dans le cas de matériaux fluides. Boulekbache *et al.* [144] précisent que le paramètre rhéologique impactant l'orientation est le seuil d'écoulement du matériau.

Bien sûr, cette orientation est induite par l'écoulement. Lors d'une mise en œuvre, il dépend d'une part du coulage (point de coulage, béton projeté [151]), d'autre part de la forme du moule [64]. Les zones proches des parois induisent d'importants effets de parois influençant significativement l'état d'orientation local des fibres [104],[64],[149]. Les fibres tendent à adopter une orientation plane, dans un plan parallèle aux murs.

Enfin, la méthode de production, liée à la mise en œuvre industrielle, peut finalement modifier l'orientation. La vibration d'un béton pour obtenir un meilleur placement dans le coffrage entraîne par exemple une orientation des fibres dans des plans horizontaux [104],[186].

### 5.6.2 Orientation induite par un écoulement

Le processus d'orientation a été pour la première fois décrit par Jeffery ([143]) en 1922 et suscite toujours un fort intérêt pour de nombreux chercheurs, principalement dans le cas de fluides suspendants newtoniens [150],[164],[167],[169],[187],[188],[189],[190],[191],[192],[193],fibres

polymères : [161],[166], injection : [194],[195],[196],[197]). La littérature offre de plus en plus de résultats expérimentaux dans le cas de fluides suspendant non Newtoniens, d'une part pour des fluides dont la viscosité varie avec le taux de déformation ([198] : fluide de second ordre, [199],[200] : fluide de Giesekus, [201] : fluide en loi puissance) d'autre part pour des fluides visco-élastiques ([202] : fluide de Boger, [203] : fluide d'oldroyd B, [162],[204] : faiblement élastique, [163] : fortement élastique) ou pour encore des fluides à seuil ([64],[144],[145],[158],[160],[148] avec vibrations). Dans ce dernier cas, les théories, peu développées, ne permettent pas de prédiction analytique de l'orientation. Les fluides à seuil de type Bingham, sont plutôt à comparer aux fluides Newtoniens, puisqu'ils affichent une évolution linéaire de la contrainte avec le taux de cisaillement au delà du seuil. En dessous, on peut considérer que ces fluides sont très fortement élastiques.

Ces résultats distinguent deux tendances principales quant à l'orientations des fibres dans l'écoulement. D'une part, les fibres plongées dans un fluide soumis à un écoulement cisaillant s'alignent petit à petit avec l'écoulement [144],[161],[165],[167],[169]. D'autre part, l'orientation dans un écoulement élongationnel diffère selon que l'écoulement est convergent ou divergent. Dans le premier cas, les fibres s'alignent avec les lignes de courant, alors qu'elles se positionnent perpendiculairement aux lignes de courant dans le deuxième cas [144],[159],[160],[169]. Certaines zones d'écoulement plus complexes (zones d'angles, extrusion, régime turbulent) font l'objet d'études particulières [152],[166],[192],[205]. L'évolution de l'orientation dans ces zones reste difficile à prédire, malgré les modèles numériques existant [206],[207].

D'une manière générale, l'orientation d'une fibre est due aux couples appliqués par le fluide sur cette fibre à l'interface fluide/fibre. Une fibre tend naturellement vers sa position d'équilibre au sein du fluide pendant l'écoulement. Cette position d'équilibre correspond à l'inclinaison de la fibre qui implique une répartition homogène des forces du fluide à sa surface. Elle est adoptée par la fibre le long des isovitesses.

### 5.6.3 Processus d'orientation

Le processus d'orientation d'un ellipsoïde rigide plongé dans un fluide Newtonien a pour la première fois été décrit par Jeffery ([143]) en 1922. Il a montré que cet ellipsoïde, soumis uniquement aux efforts de l'écoulement transmis par le fluide suspendant, est transportée par le fluide à la vitesse (au centre de l'ellipsoïde) du fluide équivalent non perturbé. L'équilibre des moments appliqués à l'ellipsoïde par le fluide suspendant combine la déformation du fluide et la vitesse de rotation de la fibre relativement à celle du fluide. Jeffery a déduit de cet équilibre des moments l'équation d'évolution de l'orientation de l'ellipsoïde en prenant en compte une condition de non glissement à la surface de la particule et en considérant que le champ de vitesse au voisinage de l'ellipsoïde correspond à celui du fluide loin de la particule. Plusieurs hypothèses ont été nécessaires :

- les fibres sont rigides, leur taille est uniforme,
- la suspension est incompressible,
- la suspension est assez visqueuse, et les vitesses d'écoulement faibles, pour que l'inertie des fibres soit négligeable,



- la répartition des fibres est initialement homogène,
- aucune force ni aucun couple extérieur n’agit sur les fibres, autre que celui dû à l’écoulement,
- la fibre se trouve dans un milieu continu (*i.e.* la microstructure constituant la matrice est de taille bien inférieure à la taille des fibres),
- l’écoulement est linéaire à l’échelle de la fibre (gradient de vitesse ne variant pas sur l’échelle de la fibre)
- la matrice est Newtonienne.

L’évolution d’une ellipsoïde de facteur d’aspect  $r$ , représentée par son vecteur unitaire  $\mathbf{p}$  (FIGURE 5.6), s’écrit selon Jeffery :

$$\dot{\mathbf{p}} = W\mathbf{p} + \lambda(D\mathbf{p} - (D : \mathbf{p}\mathbf{p})\mathbf{p}) \quad (5.22)$$

où  $W$  et  $D$  sont les tenseurs respectivement de vorticité et de taux de déformation du fluide non perturbé par l’ellipsoïde.  $\lambda$  est un paramètre représentatif de l’élancement de la fibre, tel que  $\lambda = (r^2 - 1)/(r^2 + 1)$ .

La prédiction de l’orientation de cette inclusion consiste à résoudre l’équation (A.2) de manière à connaitre l’évolution des deux angles  $\theta$  et  $\varphi$  (FIGURE 5.6) décrivant la position de l’ellipsoïde dans l’espace.

Jeffery a montré que, en l’absence d’interactions, une fibre soumise à un écoulement cisailant passe la majeure partie de son temps alignée avec la direction de l’écoulement. Cette position est pourtant instable, et la fibre effectue de brèves rotations périodiques le long d’une trajectoire comptant parmi un nombre infini d’orbites. Chacune de ces orbites est caractérisée par une constante orbitale  $C_\varphi$  (*cf.* Annexe A) qui représente l’excentricité de l’orbite suivie par la particule et le long de laquelle la fibre effectue des rotations au cours de l’écoulement. La valeur de cette constante varie entre 0 et l’infini (donc parmi une infinité de trajectoires possibles). L’orbite décrit par une fibre dépend de la position initiale de la fibre. La valeur  $C_\varphi = 0$  implique que la particule est alignée selon l’axe de vorticité ( $\theta = 0$ ). Le cas  $C_\varphi \rightarrow \infty$  signifie que la particule se trouve dans le plan de cisaillement ( $\theta = \pi/2$ ). Une fibre en simple cisaillement reste dans son orbite initial indéfiniment si aucune interaction avec des fibres avoisinantes ne provoque son saut sur une autre orbite.

La période entre deux rotations a été exprimée par [191] :

$$T_p = \frac{2\pi}{\dot{\gamma}} \left( r + \frac{1}{r} \right) \quad (5.23)$$

#### 5.6.4 Facteurs d’aspect d’inclusions cylindriques

Le modèle de Jeffery a été initialement développé pour des ellipsoïdes. Son application à des inclusions cylindriques comme des fibres nécessite une correction de la forme. En effet, une fibre en rotation génère un moment plus important qu’un ellipsoïde dans les mêmes conditions, du fait de ses extrémités plates par rapport à celles de l’ellipsoïde [178]. Bretherton [190] a remplacé le facteur d’aspect de l’ellipsoïde présent dans le paramètre de forme  $\lambda$  par un facteur d’aspect corrigé  $r_e$  expérimentalement ajusté dans le cas de ses fibres. Harris *et al.* [208] ont proposé une

correction semi-empirique du facteur d'aspect équivalent :

$$r_e = 1,14r^{0,844} \quad (5.24)$$

De manière générale, il est intéressant de retenir qu'un certain nombre d'auteurs [188], [209], [210], [208], [162] fournissent des valeurs expérimentales du ratio  $r_e/r$  entre 0,4 – 0,7 dans le cas de facteurs d'aspect élevés.

### 5.6.5 Influence d'une population de fibres

L'équation (A.2) nous donne accès à l'évolution de l'orientation de fibres en régime dilué (*i.e.* régime dans lequel l'évolution d'une fibre n'est pas influencée par les fibres voisines). Or le comportement rotationnel des fibres est dû à la fois à la convection des fibres (*i.e.* aux déformations du fluide dans lesquelles elles évoluent) [143], et à la diffusion des interactions entre fibres [167]. En effet, les concentrations entre 0% et 1% couramment utilisées en génie civil pour renforcer les matériaux cimentaires impliquent un grand nombre de fibres (entre  $10^6$  et  $10^8$  par  $m^3$ ). Nous avons vu au chapitre 4 que les encombrements de fibres correspondants impliquent des interactions hydrodynamiques, voire des contacts entre fibres. Ces interactions ont alors une influence au niveau de l'orientation macroscopique. En effet la présence d'autres fibres dans le voisinage de la fibre étudiée perturbe le mouvement de la première. Ces fibres voisines peuvent, par interactions hydrodynamiques ou contacts directs ponctuels, la décaler de son orbite initiale.

Il est vrai qu'en régime dilué ou semi-dilué, les interactions dominantes, de type hydrodynamique, induisent des perturbations du champ de vitesses autour d'une fibre dont l'amplitude est bien plus faible que celle du champ de vitesse moyen [187]. Certains auteurs ont montré que l'équation d'évolution de Jeffery (A.2) prédisait d'une manière correcte l'évolution de l'orientation d'une fibre pour des régimes semi-dilués. Ils ont conclu que le fait de négliger les interactions entre fibres dans la description de cette évolution constitue une approximation pertinente pour les systèmes dilués, et un résultat encore cohérent pour des systèmes semi-dilués [211], [187] jusqu'à semi-concentrés [189], [167]. En effet, les interactions hydrodynamiques en jeu à ce niveau d'encombrement du système sont assez faibles pour ne pas entraîner un nombre significatif de contacts fibre-fibre, et ne perturbent que très modestement l'orientation des fibres [187]. Il a d'ailleurs été montré qu'à chaque instant, seule une faible fraction de fibres effectue une rotation ( $\Theta(1 \setminus r)$ ), alors que la majorité reste alignée selon la direction privilégiée induite par l'écoulement [187]. Petrich [165] observe tout de même une augmentation de 25% de la fréquence de rotation de fibres à un encombrement de  $N_f l_f^2 d_f = 0,2$  ou  $\phi_f / \phi_{fm} = 0,04$  par rapport à leur fréquence de rotation en régime dilué. La nature aléatoire de ces interactions pousse de nombreux auteurs à considérer ce processus comme diffusif, dans une certaine limite de concentrations de fibres. Petrich [165] représente l'intensité de ce processus de diffusion par la dispersion de la fonction de probabilité de présence de l'angle formé entre la fibre et l'axe  $y$  (représentatif de la direction du gradient de cisaillement) dans le plan de cisaillement. Soit  $\theta' = \pi/2 - \theta$  cet angle au sens de FIGURE 5.6, le processus de diffusion est estimé par :

$$\frac{\langle \cos^2 \theta' \rangle}{\langle \cos^2 \theta' \rangle_{Jef}} \quad (5.25)$$



où le terme de diffusion  $\langle \cos^2 \theta' \rangle$  est adimensionné par la diffusion en régime dilué  $\langle \cos^2 \theta' \rangle_{Jef}$ .

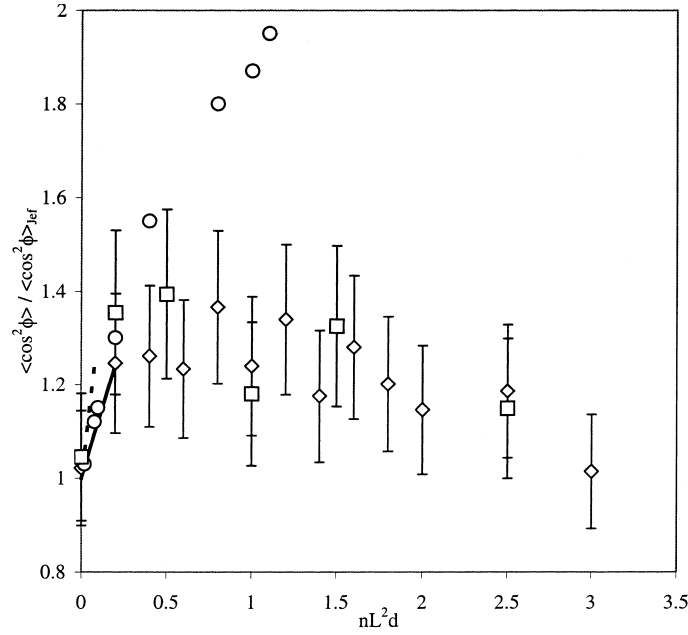


FIGURE 5.11 – Dispersion de l’orientation définie par (5.25) en fonction de l’encombrement des fibres tiré de [165]. Résultats expérimentaux représentés par les diamants ( $r = 50$ ) et les carrés ( $r = 72$ ). Simulations numériques de contacts mécaniques représentés par les cercles. Les lignes continue et en pointillés sont des estimations des interactions hydrodynamiques pour les facteurs d’aspect  $r = 50$  et  $r = 72$  respectivement.

Petrich a tracé sur la FIGURE 5.11 ce processus de diffusion en fonction de l’encombrement des fibres, mesuré expérimentalement. On observe une forte croissance de la diffusion d’orientation due aux interactions entre fibres pour de faibles valeurs d’encombrement des fibres, jusqu’à un encombrement critique de  $N_f l_f^2 d_f = 0,5$  ou  $\phi_f / \phi_{fm} = 0,1$  à partir duquel cette diffusion décroît. Cette transition intervient donc en régime semi-dilué. Petrich a ajouté des résultats de simulations numériques de contacts mécaniques par Sundararajakumar et Koch. Ces résultats évoluent parallèlement aux résultats expérimentaux pour de faibles valeurs d’encombrement des fibres, mais continuent de croître au delà de l’encombrement critique, ce qui suggère que les contacts directs entre fibres ne gouvernent pas le processus de diffusion de l’orientation.

On peut donc penser grâce à la FIGURE 5.11 que, même pour régimes concentrés  $N_f l_f^2 d_f > 0,5$ , les interactions hydrodynamiques continuent de dominer le processus de diffusion. Au delà du régime semi-dilué, à partir d’une concentration critique de l’ordre de  $\phi_{trans} = 400\pi \ln(r)^2 / r^4$  [212], il devient pourtant difficile pour une fibre de trouver une configuration possible lui permettant de s’écarter de l’alignement induit par l’écoulement et d’effectuer une rotation, d’où la réduction du terme de diffusion. Les interactions de contact deviennent alors moteur de l’alignement des fibres.

### 5.6.6 Modélisation des interactions

Plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature pour représenter l'influence des interactions entre fibres sur l'orientation d'un ensemble de fibres. Le modèle le plus largement utilisé est celui de Folgar et Tucker [167] qui ajoute un terme diffusif isotrope à l'équation d'évolution de l'orientation. Le phénomène de convection, modélisé par l'équation d'évolution pour un terme de diffusion nul, est totalement réversible. Par contre, l'ajout d'un terme de diffusion à l'équation d'évolution des fibres induit des perturbations qualifiées de bruit par Sepehr *et al.* [213] autour de la trajectoire de la fibre sur son orbite, entraînant l'irréversibilité de l'écoulement. Le terme défini par Folgar et Tucker s'écrit :

$$I = \frac{D_r}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad (5.26)$$

où  $D_r = C_I |D|$  avec  $C_I$  un coefficient empirique ajusté sur des résultats expérimentaux et  $|D|$  le second invariant du tenseur des déformations.  $\psi$  représente la fonction de distribution de l'orientation des fibres. La dérivée de cette fonction par rapport à une orientation donnée dans ce terme implique que plus la distribution des fibres est dispersée, plus le terme d'interactions est élevé, et plus les interactions entre fibres perturbent l'alignement avec la direction induite par l'écoulement.

Le coefficient empirique  $C_I$ , représentatif de l'intensité du phénomène de diffusion, est lié à la distance moyenne entre les fibres [130], donc à l'encombrement des fibres ( $\phi_f/\phi_{fm}$ ) dans le système [167]. C'est pourquoi les valeurs de ce paramètre sont, dans la littérature des fluides Newtoniens, se situent dans la gamme  $[10^{-3}; 1]$ . Pour Folgar et Tucker [167], ce paramètre croît avec l'encombrement des fibres car plus celles-ci sont proches les unes des autres, et plus elles perturbent localement les fibres voisines. Ils ajustent ce coefficient sur leurs résultats expérimentaux et obtiennent des valeurs comprises entre 0,0032 pour un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,0083$ , et 0,0165 pour un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,64$ . Phan-Thien *et al.* [214] proposent une relation d'évolution de ce paramètre avec le facteur de fibres  $\phi_{fr}$  :  $C_I = 0,03(1 - \exp(-0,224\phi_{fr}))$ . Tous ces résultats sont donnés FIGURE 5.12.

Au delà d'une certaine concentration, Doi et Edwards [168] expliquent que la présence de nombreuses fibres crée un effet de cage pour chacune d'entre elles, limitant ainsi leur degré de liberté et donc leurs rotations. Cette tendance d'un paramètre  $C_I$  décroissant avec l'encombrement des fibres est confirmée par Bay [215] dans le cas de fibres dont la distribution n'est pas uniforme. Il déduit de ses résultats l'expression  $C_I = 0,0184 \exp(-0,7148\phi_{fr})$ . Phelps et Tucker [216] ont étendu le travail de Folgar et Tucker en considérant une expression plus générale des tenseurs de diffusion. Ils expriment alors un coefficient d'interactions représentatif des interactions entre fibres quand l'anisotropie est atteinte. Latz *et al.* [217] proposent une étude comparative des termes d'interactions isotrope et anisotrope. Ils concluent que l'effet d'un terme d'interactions anisotrope dépend de l'écoulement. Dans un canal, l'utilisation de ce terme d'une part augmente le degré d'orientation dans la direction de l'écoulement dans les zones proches des parois, d'autre part induit une orientation perpendiculaire à l'écoulement au centre du canal.

D'autres modèles, moins utilisés, permettent de prendre en compte les interactions entre

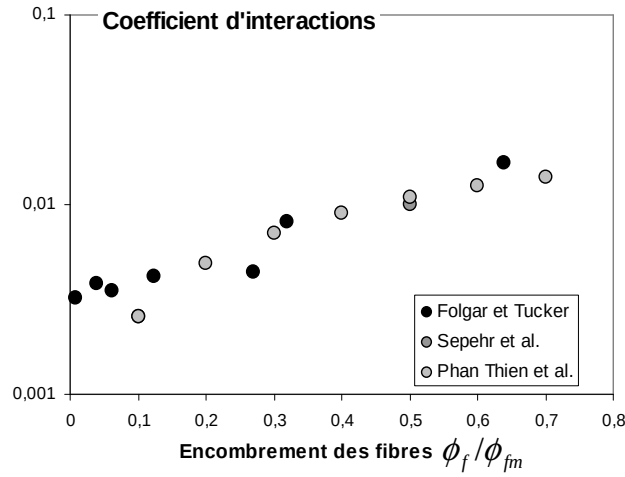


FIGURE 5.12 – Coefficient d'interactions issus de la littérature [167],[213],[214].

fibres lors du processus d'orientation. Fan [218] évite l'utilisation d'une fonction de distribution dans (7.15) en la remplaçant par un terme stochastique dépendant d'un processus de Wiener. Petrich [165] représente le phénomène d'interactions pour des régimes de fibres concentrés par un modèle dérivé de particules browniennes et inclut un potentiel nématique. Le taux de cisaillement dû au fluide et qui aligne la fibre devient dans Jeffery la somme du taux de cisaillement du fluide et du taux de cisaillement issu de ce potentiel nématique.

## Chapitre 6

# Comportement des fibres lors de l'écoulement

### 6.1 Introduction

Nous avons pu constater au cours chapitre précédent que la prédiction de l'orientation des fibres dans un matériau cimentaire induite par sa mise en œuvre est complexe du fait du nombre de paramètres influençant cette orientation. En effet, les connaissances analytiques dans ce domaine ne concernent que l'évolution de fibres rigides dans des fluides Newtoniens en écoulement laminaire. De plus, les régimes de fibres étudiés sont limités pour réduire l'influence des interactions entre fibres. Ces connaissances ne permettent pas la prédiction de l'orientation des fibres lors de mises en œuvres industrielles impliquant des concentrations de fibres élevées, un comportement rhéologique non-Newtonien des matériaux, des écoulements complexes et des effets de paroi avec le coffrage. Toutefois, dans la plupart des mises en œuvre industrielles, une approche dimensionnelle peut permettre d'accéder à des prédictions qualitatives simples mais suffisantes pour estimer en phase de pré-étude l'influence des fibres sur le matériau à l'état durci.

Dans ce chapitre, nous prédisons par une approche dimensionnelle simple l'orientation de fibres dans les matériaux cimentaires lors de mises en œuvre industrielles. Pour cela, les écoulements induits par l'étape de mise en œuvre sont réduits aux deux situations génériques de déformation que sont le cisaillement et l'élongation. L'évolution de l'orientation de fibres rigides monodisperses ajoutées à un fluide à seuil en régime dilué est considérée. Les interactions entre fibres sont donc négligées. Elles seront traitées dans les chapitres suivants.

Dans la première partie de ce chapitre, les hypothèses nécessaires à notre approche dimensionnelle sont approfondies. Puis, une étude qualitative nous permet de caractériser l'écoulement d'un fluide à seuil en régime laminaire. Il devient alors possible de distinguer les zones où l'écoulement oriente les fibres de celles où l'isotropie initiale est conservée. Nous nous intéressons alors aux zones en écoulement. Dans une troisième partie, l'évolution de l'orientation d'une fibre dans un écoulement de référence (cisaillement et élongation) nous permet de prédire dimensionnellement l'état d'orientation des fibres dans des cas simples réels. Enfin, nos résultats sont étendus à une population de fibres. Un temps d'écoulement nécessaire à l'orientation des fibres dans une structure à géométrie simple (*i.e.* dont la mise en œuvre induit un écoulement simple) est alors

défini.

## 6.2 Processus d'orientation

Nous avons constaté au cours du chapitre précédent que l'évolution de l'orientation d'une fibre dans un fluide Newtonien induite par un écoulement laminaire est décrite par l'équation de Jeffery. Dans ce travail, nous appliquons ce modèle au cas des fibres rigides renforçant les matériaux cimentaires. Pour cela, un certain nombre d'hypothèses est à définir.

### 6.2.1 Hypothèse de fibre infinie

Le cas asymptotique de fibres dont l'élanement est infini est communément utilisé dans la littérature comme l'*approximation de la fibre alignée*, ainsi appelée par [192] et qui rejoint la *théorie du corps élancé* de Batchelor [219]. Dans ce cas, une fibre est assimilée à une ligne de fluide infinie [220], ce qui implique que les fibres n'effectuent plus de rotations périodiques quand elles sont soumises à un écoulement cisailant, mais qu'elles tendent à adopter une position d'équilibre stable selon la direction privilégiée induite par l'écoulement. Ainsi, une fois la fibre alignée, elle conserve cette orientation dans l'écoulement. Quand le régime permanent est atteint, toutes les fibres sont alignées, le moment de la distribution de l'orientation des fibres est alors égal à 1. L'erreur induite par une telle hypothèse peut être déduite de l'expression semi-empirique de ce moment  $0,371/r$  donnée par [221] dans la cas des fibres du génie civil dont les facteurs d'aspect varient entre 20 et 100. La différence entre l'expression semi-empirique de Koch et l'hypothèse de la fibre infinie mène à une erreur inférieure à quelques % comme le montre la FIGURE 6.2. Cette hypothèse sera donc adoptée dans la suite de notre travail.

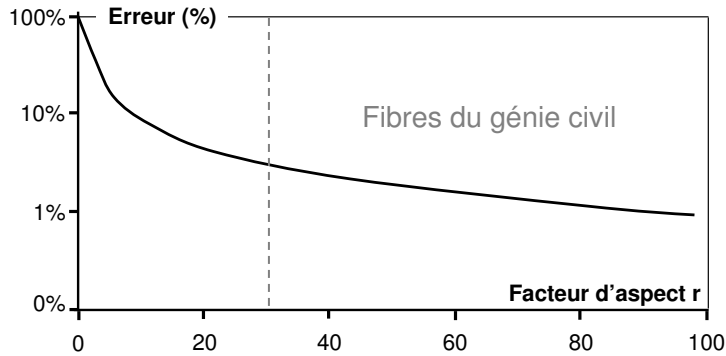


FIGURE 6.1 – Estimation de l'erreur sur le facteur d'orientation en état permanent obtenue en négligeant les rotations périodiques en fonction du facteur d'aspect [221].

D'un point de vue analytique, cette hypothèse implique un élanement infini des fibres, et donc un paramètre de forme  $\lambda$  approchant la valeur 1 dans l'équation d'évolution de Jeffery présentée au chapitre précédent, qui devient alors :

$$\dot{p} = \nabla V \cdot p - D : ppp \quad (6.1)$$

### 6.2.2 Bilan des hypothèses

Nous avons déjà vu à la section 5.6.3 du chapitre 5 précédent les hypothèses nécessaires à Jeffery pour exprimer l'évolution de l'orientation d'une fibre dans un fluide Newtonien. Dans le cadre de notre étude, d'autres hypothèses sont à considérer :

- Les fibres sont de géométrie homogène et d'élancement infini, et rigides au sens du critère du chapitre 3.
- L'état de surface de la fibre doit permettre d'appliquer une condition de non glissement à l'interface fibre/fluide. Cette condition est en effet requise par Jeffery pour écrire le champ de vitesses à la surface de la fibre. Pour cela, il suffit que la rugosité de la fibre soit du même ordre de grandeur que la taille des particules en suspension, de manière à ce que les dissipations visqueuses à l'interface soient du même ordre que celles à l'intérieur du fluide. Dans notre étude, les particules en suspension sont des grains de ciment, de taille moyenne  $10\mu m$ .
- Le fluide suspensé est ici un fluide à seuil, contrairement à l'hypothèse de Jeffery d'un comportement Newtonien.

Cette dernière hypothèse nécessite un approfondissement. Elle consiste à appliquer à une fibre immergée dans un fluide à seuil une équation d'évolution macroscopique basée sur l'hypothèse que la seule force agissant sur la fibre est due au caractère visqueux du fluide suspensé. Nous supposons alors que dans les zones où le matériau s'écoule, la viscosité apparente est constante (ou ne subit que de faibles variations) dans un volume de rotation autour de la fibre et centré sur son centre d'inertie. Nous négligeons ainsi la non-linéarité du comportement rhéologique à l'échelle de la fibre. C'est aussi l'hypothèse adoptée par Vincent [169] dans sa thèse. Il utilise l'équation d'évolution de Jeffery (*cf.* chapitre 5 section 5.6.3) dans le cas de fluides pseudo-plastiques, en considérant une viscosité constante dans le voisinage d'une fibre. Dans notre travail, cette viscosité apparente résulte, à l'instar de la viscosité Newtonienne des fluides considérés par Jeffery, de la combinaison des forces dominant le comportement macroscopique du matériau : les interactions hydrodynamiques, les interactions colloïdales de la matrice cimentaire et les interactions frictionnelles entre les inclusions.

Cette hypothèse peut entraîner des approximations dans les zones d'interface entre les zones déformées par l'écoulement et les zones mortes. Mais une approche dimensionnelle nous permet dans ce chapitre de prédire la largeur des zones non déformées par l'écoulement. Nous verrons alors que dans les zones soumises aux déformations d'un écoulement type du génie civil, l'orientation d'une fibre est quasi-instantanée.

Enfin on peut noter que, pour que l'hypothèse d'une viscosité apparente constante soit valide, la longueur des fibres doit être telle que le milieu dans lequel elles sont immergées est continu à l'échelle de chaque fibre.

## 6.3 Orientation des fibres dans un fluide à seuil en écoulement

L'existence d'une contrainte seuil peut impliquer la formation de zones mortes, *i.e.* de zones dans lesquelles cette contrainte critique n'est pas atteinte. Deux régimes sont alors à prendre

en compte dans la description du processus d'orientation des fibres. Ces régimes sont mis en évidence sur la FIGURE 6.2 lors de l'écoulement dans un canal transparent d'un gel à cheveux d'environ 30Pa de seuil, auquel des fibres de facteur d'aspect 50 ont été ajoutées.

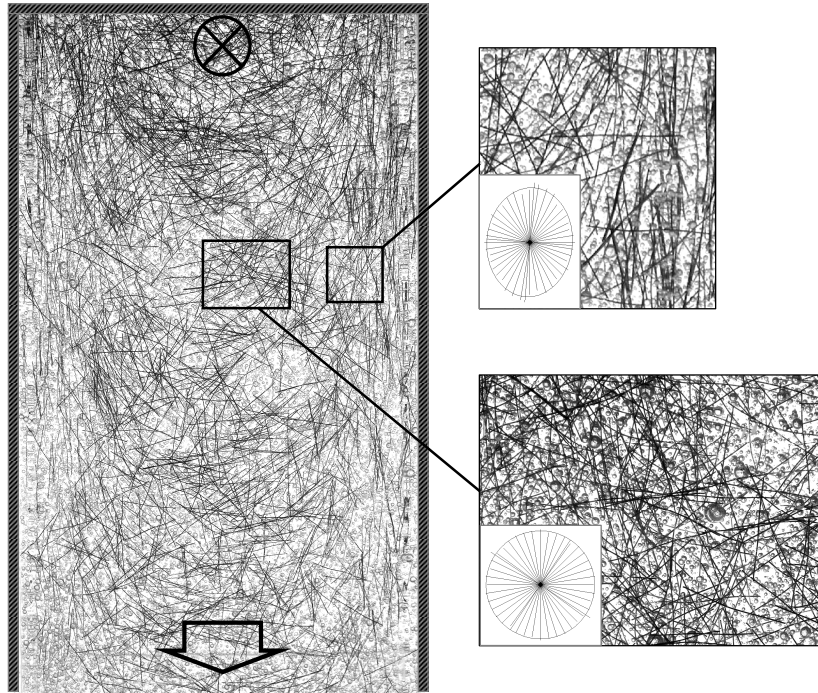


FIGURE 6.2 – Écoulement d'un gel à cheveux de 30Pa de seuil renforcé en fibres de facteur d'aspect 50. Dans chaque insert, la représentation polaire de l'état d'orientation des fibres est indiquée, issue du logiciel INTERCEPT [222].

Dans les zones très proches des parois (de l'ordre d'une longueur de fibre), nous avons vu au chapitre précédent que les fibres sont soumises à de forts effets de parois. Au delà de cette distance, dans les zones soumises aux déformations de l'écoulement, le taux de cisaillement est maximal à la paroi du fait de la condition de non glissement et décroît vers le centre de l'écoulement. Les déformations du fluide contribuent à l'alignement de la fibre avec la direction de l'écoulement, comme le décrit la loi d'évolution de Jeffery (*cf.* FIGURE 6.2 insert du haut). Le temps nécessaire à une fibre pour adopter une orientation proche de cette asymptote dépend de son orientation initiale. On peut cependant constater sur la FIGURE 6.2 qu'une fibre initialement proche de la paroi du moule, quelle que soit son orientation initiale, s'oriente presque instantanément.

En s'éloignant de la paroi, la contrainte de cisaillement décroît, et avec elle le taux de cisaillement, vers le plan de symétrie de l'écoulement (ou la surface libre selon l'écoulement), où la contrainte dans le fluide est nulle. Ainsi sur l'insert du haut de la FIGURE 6.2, l'orientation des fibres est très forte dans les zones les plus proches des parois, et de moins en moins marquée lorsqu'on se rapproche du centre de l'écoulement. Il existe donc une épaisseur critique où la contrainte dans le fluide atteint le seuil du matériau  $\tau_c$ . Au delà de cette épaisseur, la contrainte de cisaillement induite par l'écoulement n'est pas assez élevée pour dépasser le seuil. Le taux de cisaillement est nul, le fluide n'est soumis à aucune déformation plastique, un bouchon se



forme au sein duquel les fibres conservent leur isotropie initiale (*cf.* FIGURE 6.2 insert du bas). Le matériau se comporte dans cette zone comme un solide transporté avec l'écoulement à la vitesse de l'interface avec la zone cisailée (vitesse maximale de l'écoulement).

Il est possible de prédire dimensionnellement l'orientation dans ces différents régimes d'écoulement. Le modèle de Jeffery peut en effet être appliqué dans les zones où le matériau s'écoule. Cependant, l'interface zone cisailée/zone morte reste une zone d'incertitude, d'une épaisseur inférieure à la longueur des fibres, dans laquelle l'écoulement n'est pas homogène à l'échelle de la fibre. En effet, une fibre située dans cette zone peut être soumise à la fois au comportement solide du bouchon et à l'écoulement de la zone cisailée à ses deux extrémités. Dans ce cas, la contrainte due à l'écoulement et appliquée sur l'extrémité de la fibre située dans la zone cisailée est reprise par l'extrémité de la fibre située dans la zone non cisailée. Le comportement de cette fibre dépend alors de sa longueur  $L_1$  située dans la partie cisailée par rapport à sa longueur  $L_2$  plongée dans le bouchon (*cf.* FIGURE 6.3). Si la force appliquée sur la longueur  $L_1$  de la fibre par l'écoulement est supérieure à la force qui peut être reprise par l'autre partie de la fibre, alors la fibre s'aligne avec l'écoulement.

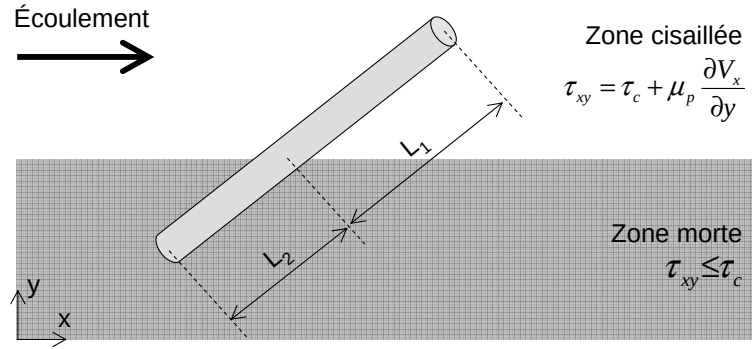


FIGURE 6.3 – Fibre située dans la zone de transition entre la zone cisailée et la zone morte

On en déduit que, si  $L_1$  est supérieure à  $L_2$ , la force due à l'écoulement et appliquée sur la fibre est plus importante que celle que la fibre peut supporter, et celle-ci s'oriente petit à petit avec l'écoulement. On ne peut par contre pas prédire l'évolution de l'orientation de la fibre pour un ratio des longueurs inférieur à 1. L'épaisseur de la zone d'incertitude est alors réduite à une demi-longueur de fibre au maximum. En conclusion, il existe une zone d'incertitude d'une épaisseur inférieure à la demi-longueur des fibres autour des zones mortes dans laquelle le comportement des fibres est difficile à prévoir. Une fibre dans cette zone soit ne subit aucune déformation, soit s'aligne avec l'écoulement au bout d'un temps plus long que celui nécessaire aux fibres situées dans les zones cisailées. On peut noter que, pour des fibres couramment utilisées en génie civil, d'une longueur de l'ordre du centimètre, la zone d'incertitude ne s'étend que sur quelques millimètres d'épaisseur, ce qui représente un très faible volume de fluide par rapport aux volumes concernés dans les coulages industriels.



## 6.4 Application à des écoulements industriels

Les procédés de mise en œuvre des matériaux cimentaires du génie civil induisent des écoulements complexes du fait de la géométrie des moules. Cependant, dans la majorité des cas, un écoulement simple domine le processus de remplissage. Il faut rappeler que les vitesses d'écoulement des bétons sur chantier entraînent des comportements de type laminaire (*cf.* chapitre 1). Les deux écoulements dominant alors le remplissage des moules sont de type cisailant et élongationnel. L'évolution de l'orientation d'une fibre soumise à ces écoulements, déjà résolue dans la littérature dans le cas de fluides Newtoniens, est ici étudiée relativement à l'influence d'une contrainte seuil. Les interactions entre fibres sont négligées dans la description de cette évolution, ce qui constitue, selon certains auteurs, une approximation pertinente pour les systèmes dilués, et un résultat encore cohérent pour des systèmes semi-dilués (*cf.* chapitre 5 section 8.2.2). Nous considérons de plus dans la suite de ce travail l'hypothèse de la fibre infinie". Une fibre est décrite par son vecteur unitaire  $\mathbf{p}$  dans le système d'axes représenté sur la FIGURE 5.6 du chapitre 5.

### 6.4.1 Fibre plongée dans un écoulement cisailant

La plupart des mises en oeuvre industrielles entraine des écoulements de type cisaillement (coulage de poutres, voiles). D'autre part, quelle que soit la forme du coffrage, une condition de non glissement à l'interface entre le fluide et le coffrage entraine le cisaillement du matériau dans les zones proches des parois [169],[164],[150],[64],[149].

L'évolution de l'orientation d'une fibre plongée dans un fluide suspendant Newtonien soumis à un écoulement de cisaillement simple a déjà fait l'objet de nombreuses recherches [169],[164],[167],[187],[188],[189],[223]. Il a été montré que la fibre s'alignait petit à petit avec les lignes de courant. Nous appliquons ici ce résultat à toute fibre située dans les zones cisailées d'un fluide à seuil.

#### 6.4.1.1 Cisaillement simple

Nous considérons ici le cas d'un fluide à seuil soumis à un cisaillement simple entre deux plans parallèles infinis et distants de  $h$  selon la direction  $y$ . Un plan est fixe alors que l'autre est transporté à vitesse constante  $V_0$  dans la direction  $x$  (*cf.* FIGURE 6.4).

Le champ de vitesse dans un fluide visqueux Newtonien a la forme ( $V_x = \dot{\gamma}y$ ;  $V_y = 0$ ;  $V_z = 0$ ). Le fluide est cisailé dans toute son épaisseur de sorte que le taux de cisaillement macroscopique résultant, constant dans l'épaisseur du fluide, s'écrit :  $\dot{\gamma} = V_0/h$ .

La fibre est représentée par son vecteur unitaire  $\mathbf{p}$  formant un angle  $\theta$  avec l'axe de l'écoulement et un angle  $\phi$  avec l'axe de vorticité (axe  $z$  sur la FIGURE 5.6 du chapitre 5). L'évolution de l'orientation se déduit alors de l'équation d'évolution de Jeffery 6.1 dans laquelle le champ de vitesses cisailant est injecté (*cf.* Annexe A).

$$\tan(\theta(t)) = \frac{1}{r \tan\left(\frac{2\pi t}{T} + q\right)} \xrightarrow{\lambda \rightarrow 1} \frac{1}{\dot{\gamma}t + \cot(\theta_0)} \quad (6.2a)$$

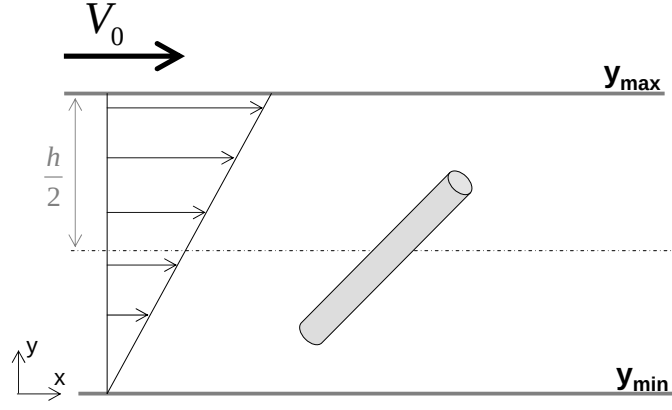


FIGURE 6.4 – Fibre soumise à un écoulement cisailant entre deux plans parallèles infinis.

$$\tan(\varphi(t)) = \frac{rC_\varphi}{(r^2 \cos^2(\theta(t)) + \sin^2(\theta(t)))^{\frac{1}{2}}} \xrightarrow{\lambda \rightarrow 1} \frac{C_\varphi}{\sin(\theta(t))} \quad (6.2b)$$

Dans cette expression,  $T$  est la période de rotation de la fibre (cf. expression (5.23) du chapitre 5). Le paramètre  $q$  dépend de l'orientation initiale de la fibre, tel que  $\tan(q) = 1/(r \tan(\theta_0))$ .  $C_\varphi$  est la constante orbitale (cf. section 5.6.3 du chapitre 5).

La fibre tend à s'aligner avec la direction de l'écoulement. Le temps nécessaire à cet alignement est alors contrôlé par deux paramètres : le taux de cisaillement auquel elle est soumise et son orientation initiale.

L'évolution de l'orientation d'une fibre dans le cas d'un fluide à seuil suit celle d'un fluide Newtonien dont le taux de cisaillement imposé est égal à  $(\tau_{xy} - \tau_c)/\mu_p$  au lieu de  $\tau_{xy}/\eta_N$ , où  $\eta_N$  est la viscosité Newtonienne. Dans la plupart des écoulements industriels, des considérations géométriques permettent de considérer un plan dominant le processus d'orientation. Seule l'évolution de l'angle  $\theta$  entre la fibre et l'axe de l'écoulement, décrite par l'expression (6.2a), est nécessaire. Cette évolution est tracée sur la FIGURE 6.5 pour des taux de cisaillement représentatifs de ceux du génie civil.

Quelle que soit l'orientation initiale de la fibre et le taux de cisaillement (non nul) auquel elle est soumise, la fibre s'aligne avec la direction de l'écoulement. On peut cependant déduire des expressions (6.2a) et (6.2b) que l'orientation parfaite est atteinte au bout d'un temps infini ([167]). Par contre, une fibre est considérée orientée au sens du critère  $\theta_c = 20^\circ$  (cf. chapitre 5) en un temps très bref, inférieur à 1s, quel que soit le seuil du matériau (dans la gamme des seuils des matériaux cimentaires fluides), comme il est montré sur la FIGURE 6.5. Ce temps correspond à l'intersection des courbes avec la ligne en pointillés tracée à  $20^\circ$ . Il dépend du taux de cisaillement auquel le matériau est soumis.

#### 6.4.1.2 Écoulement entre deux plans infinis parallèles (cas d'un mur)

Considérons maintenant un fluide à seuil (de contrainte seuil  $\tau_c$ ) s'écoulant dans un canal à section rectangulaire de largeur  $H$ . Dans cette géométrie, la contrainte de cisaillement n'est pas constante dans la largeur du matériau cisailé (cf. section 6.3). Elle est maximale à la paroi à

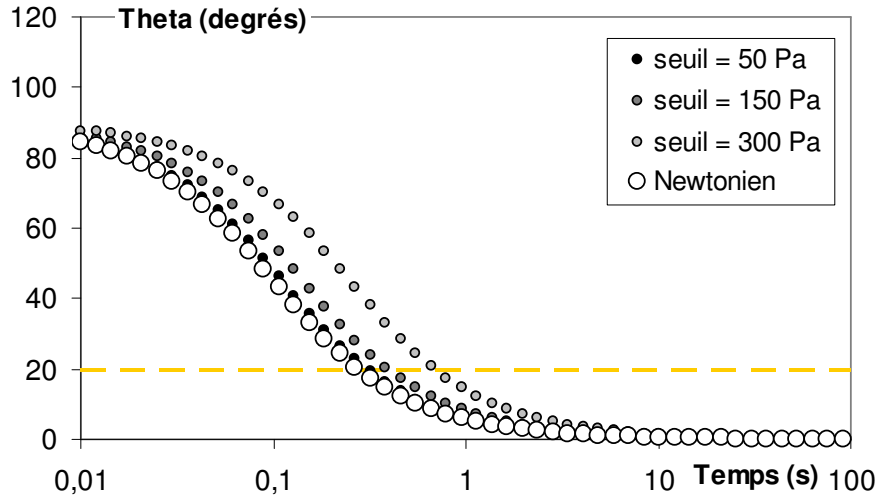


FIGURE 6.5 – Evolution de l'angle  $\theta$  en fonction du temps selon différents seuils de fluide suspendant par rapport à un fluide Newtonien. Le taux de cisaillement appliqué au fluide Newtonien est de  $\dot{\gamma} = 10s^{-1}$ . Il correspond à  $\dot{\gamma}_{50} = 9s^{-1}$ ,  $\dot{\gamma}_{150} = 7s^{-1}$ ,  $\dot{\gamma}_{300} = 4s^{-1}$ . L'orientation initiale de la fibre est de  $90^\circ$ .  $0^\circ$  correspond à la direction de l'écoulement.

cause de la condition de non glissement, et décroît jusqu'à devenir nulle au centre du canal. Il existe donc une hauteur critique  $y_c$  où la contrainte seuil est atteinte. Une zone morte se crée alors au centre, d'une largeur de deux fois la hauteur critique, et qui n'est soumise à aucune déformation plastique. En général, la description de ce problème dans le plan  $(x, y)$  suffit à la prédiction complète de l'écoulement par des considérations de symétrie. La largeur de cette zone morte se déduit des équations d'équilibre projetées sur l'axe de l'écoulement  $x$  :

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (6.3)$$

Cette projection est intégrée entre l'axe central ( $y = 0$ ) et la hauteur  $y$  dans le canal. La hauteur critique  $y_c$  correspond à la hauteur où la contrainte seuil  $\tau_c$  est atteinte. Elle s'écrit  $y_c = \frac{\tau_c}{\partial P / \partial x}$ . Les contraintes de cisaillement se concentrent dans la zone cisailée. La vitesse du fluide de

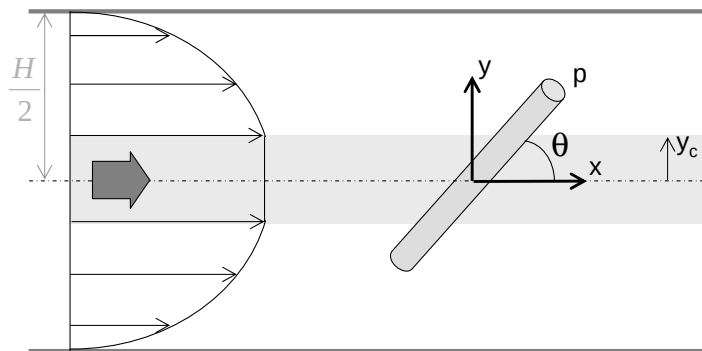


FIGURE 6.6 – Fibre plongée dans un fluide à seuil s'écoulant dans un canal.

viscosité plastique  $\mu_p$  dans le canal est alors exprimée en fonction des zones.

dans la zone cisailée, pour  $|y| \geq |y_c|$  :

$$\mathbf{V}_x(y) = \left( \frac{1}{2\mu_p} \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| [(h/2 - y)(h/2 + y - 2y_c)] \right) \quad (6.4a)$$

dans la zone morte, pour  $|y| < |y_c|$  :

$$\mathbf{V}_x(y) = \left( \frac{1}{2\mu_p} \left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| (h/2 - y_c)^2 \right) \quad (6.4b)$$

Cette expression indique que la zone morte centrale est transportée avec le fluide à la vitesse du fluide cisailé à l'interface entre les deux zones. Les fibres situées à l'intérieur de cette zone ne sont soumises à aucune déformation. Elles conservent donc leur orientation isotrope initiale. L'évolution de l'orientation d'une fibre dépend alors de sa hauteur initiale dans le canal. Pour l'angle  $\theta$  tel qu'il est représenté sur la FIGURE 6.6, le processus d'orientation est déduit de l'équation (6.2) en réduisant la zone cisailée à  $y - y_c$  pour un écoulement dû à un gradient de pression  $\frac{\partial P}{\partial x}$  :

$$y \geq y_c : \quad \tan(\theta) = \frac{1}{\left| \frac{\partial P}{\partial x} \right| \frac{y - y_c}{\mu_p} t + \cot(\theta_0)} \quad (6.5a)$$

$$y < y_c : \quad \theta = \theta_0 \quad (6.5b)$$

Pour se donner une idée de l'orientation des fibres dans chacune des zones d'un canal fermé, étudions les ordres de grandeur mis en jeu. On considère le cas d'un mur typique de largeur  $10\text{cm}$ . Le seuil du composite versé dans ce canal est égal à  $300\text{Pa}$ , de manière à obtenir une consistance de l'ordre de celle des bétons fibrés mis en œuvre dans l'industrie. L'écoulement du matériau dans le canal est dû à la gravité.

L'expression (6.5a) permet de tracer les lignes d'iso angles à l'intérieur du canal. Pour une orientation initiale  $\theta_0$  et une orientation finale  $\theta^*$  fixées, les lignes d'iso angles sont déduites de l'expression de la vitesse  $V_x(y) = x(y)/t$  :

$$x(y) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tan(\theta^*)} - \frac{1}{\tan(\theta_0)} \right) \frac{(h/2 - y)(h/2 + y - 2y_c)}{y - y_c} \quad (6.6)$$

La largeur de la zone morte au centre du canal (6.3) et l'évolution de l'orientation (6.6) sont alors utilisées pour tracer l'orientation d'une fibre au sein du canal. L'orientation des fibres dans un fluide à seuil (*cf.* FIGURE 6.7) est comparée à celle d'un fluide Newtonien (*cf.* FIGURE 6.8).

On remarque que l'orientation apparaît plus rapidement dans le fluide à seuil que dans le fluide Newtonien. En effet, la largeur sur laquelle le cisaillement est localisé est réduite de la zone morte centrale. Le taux de cisaillement est alors plus élevé, accélérant le processus d'orientation.

#### 6.4.1.3 Canal à surface libre (cas d'une poutre)

Une approche simplifiée peut être appliquée au cas plus complexe d'un canal à surface libre (*cf.* FIGURE 6.9), de manière à déduire de ce qui précède le processus d'orientation des fibres. La contrainte de cisaillement est maximale à l'interface avec le moule, et décroît jusqu'à être

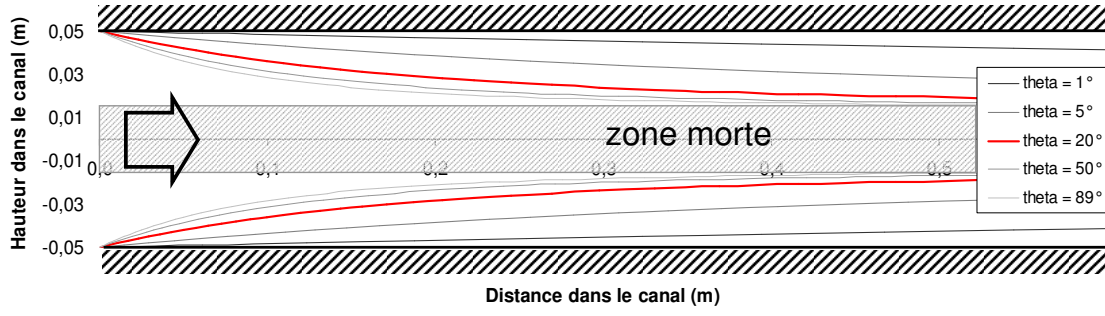


FIGURE 6.7 – Lignes d'iso angles d'une fibre immergée dans un fluide de seuil 300Pa s'écoulant entre deux plans parallèles infinis distants de 10cm. L'orientation initiale de la fibre est de  $\theta_0 = 180^\circ - 20^\circ$ , et l'épaisseur de la zone morte est égale à 2,4cm.

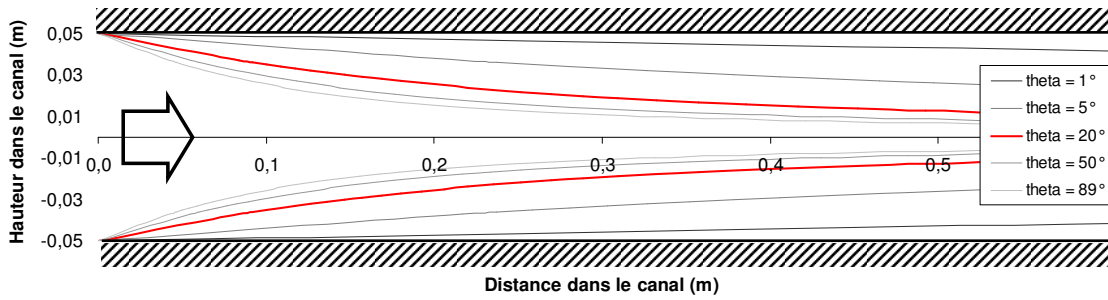


FIGURE 6.8 – Lignes d'iso angles d'une fibre immergée dans un fluide Newtonien s'écoulant entre deux plans parallèles infinis distants de 10cm. L'orientation initiale de la fibre est de  $\theta_0 = 180^\circ - 20^\circ$ , et l'épaisseur de la zone morte est égale à 2,4cm..

négligeable à la surface libre. Il existe donc une hauteur critique  $y_c$  à laquelle la contrainte appliquée au matériau atteint la contrainte seuil  $\tau_c$ . Au delà de cette hauteur, une zone non cisaillée existe. L'équation de mouvement de cet écoulement est décrit par Roussel [119] :

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (6.7)$$

à partir de quoi la hauteur critique peut être déduite :

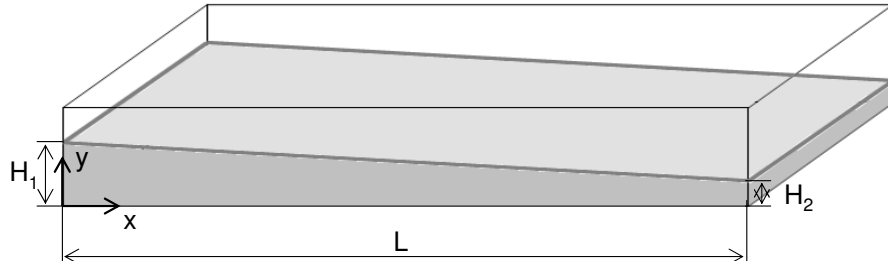
$$y_c(x) = h(x) - \frac{\tau_c}{|\partial P / \partial x|} \quad (6.8)$$

Le seuil  $\tau_c$  se déduit de la différence de hauteur de matériau  $\Delta h = h_1 - h_2$  à l'arrêt de l'écoulement, tel que  $\tau_c = \rho g \Delta h$  où  $\rho$  est la masse volumique du matériau. La hauteur critique devient :

$$y_c(x) = h(x) - \frac{\rho g \Delta h}{|\partial P / \partial x|} \quad (6.9)$$

où  $L$  est la longueur du canal.

L'écoulement dans le canal de la FIGURE 6.9 présente alors une zone morte au centre due plan de symétrie et une zone morte à la surface du canal donnée par (6.9). Dans la zone cisaillée, l'évolution de l'orientation des fibres est donnée par (6.2a) et (6.2b).

FIGURE 6.9 – Effet de la correction de la paroi sur le facteur d'orientation calculé selon la direction  $x$ .

### 6.4.2 Fibre dans un écoulement élongationnel

Le deuxième écoulement très présent lors des mises en œuvre industrielles est l'écoulement élongationnel (coulage de dalle, procédé d'extrusion...), résultant d'un effet de contraction ou de dilatation du fluide. Cet écoulement induit une orientation des fibres différente de celle induite par un écoulement cisailant. L'orientation de fibres dans une matrice Newtonienne soumise à ce type d'écoulements est cependant peu présentée dans la littérature [169],[167],[189],[193]. Ces auteurs concluent à l'alignement de la fibre avec la direction principale d'étirement du fluide, qui représente une position d'équilibre (stable en considérant l'hypothèse de fibre infinie 6.2.1) [169]. C'est en effet la position pour laquelle les forces appliquées par le fluide sur la fibre sont également réparties à l'interface fibre/fluide. Deux comportements sont alors constatés selon le signe de l'extension. Dans le cas d'un écoulement convergent (*cf.* FIGURE 6.10 à droite), le processus de contraction tend à faire pivoter la fibre vers la direction de l'écoulement. Par contre, dans le cas d'un écoulement divergent (*cf.* FIGURE 6.10 à gauche), le processus de dilatation tend à orienter la fibre perpendiculairement à l'écoulement.

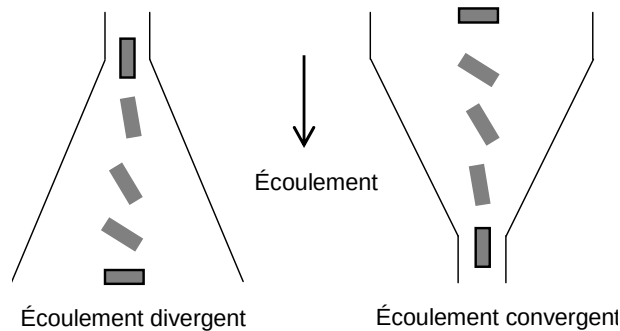


FIGURE 6.10 – Comportement d'une fibre injectée dans un écoulement élongationnel. Dilatation à gauche, contraction à droite ([169])

Le champ de vitesses correspondant à une sollicitation élongationnelle s'écrit pour les deux écoulements ( $V_x = \dot{\epsilon}x$ ;  $V_y = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}y$ ;  $V_z = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}z$ ), où  $\dot{\epsilon}$  est le taux d'élongation.

## 6.4.2.1 Élongation simple

L'évolution de l'orientation d'une fibre est déduite de l'équation de Jeffery pour un champ de vitesses élongationnel. Soit  $\dot{\varepsilon}$  le taux d'élongation, l'évolution de la fibre s'écrit (*cf.* Annexe B) :

$$\tan(\theta(t)) = \tan(\theta_0)e^{-3/2\dot{\varepsilon}t} \quad (6.10a)$$

$$\tan(\phi(t)) = \frac{C_\phi^e}{\cos(\theta(t))} e^{\frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t} \quad (6.10b)$$

en posant  $C_\phi^e = \frac{\tan \phi_0}{(1+\tan^2 \theta_0)^{1/2}} = \frac{C_\phi}{\tan(\theta_0)}$ .

Les deux types d'écoulement élongationnel (convergent correspondant à un taux d'élongation positif  $\dot{\varepsilon} > 0$ , et divergent à un taux d'élongation négatif  $\dot{\varepsilon} < 0$ ) sont à dissocier (*cf.* FIGURE 6.11). Nous nous intéressons dans ce travail aux écoulements divergents, représentatifs des mises en œuvre industrielles de dalles ou dallages.

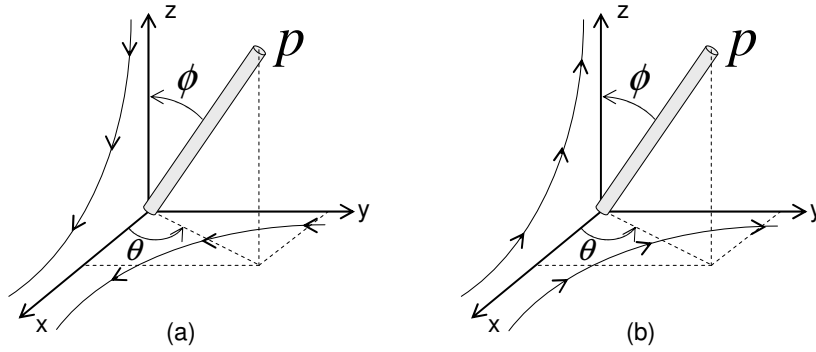


FIGURE 6.11 – Lignes de courant d'un écoulement élongationnel (a) convergent, (b) divergent.

L'évolution de l'orientation d'une fibre soumise à un écoulement élongationnel, de même que dans le cas d'un écoulement cisailant, dépend dans une large mesure de l'orientation initiale de cette fibre, ainsi que du taux de déformation auquel elle est soumise. Pour comparer cette évolution à celle d'une fibre en écoulement de simple cisaillement, la configuration de la FIGURE 6.5 est reprise. À chaque valeur de contrainte seuil, nous traçons sur la FIGURE 6.12 l'évolution de la fibre en écoulement élongationnel, telle que les seconds invariants des tenseurs de déformation des écoulements cisailant et élongationnel soient égaux. Cette condition signifie :

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\varepsilon}}{2\sqrt{2}} \quad (6.11)$$

Pour des seuils de matériaux types BAP, la fibre est très rapidement repoussée dans le plan  $(y, z)$  (*cf.* FIGURE 6.12). Une fois la fibre dans ce plan, sa position est stable. L'angle  $\phi$  tend alors vers une valeur finie qui dépend de la constante orbitale  $C_\phi^e$  caractérisant l'orbite autour

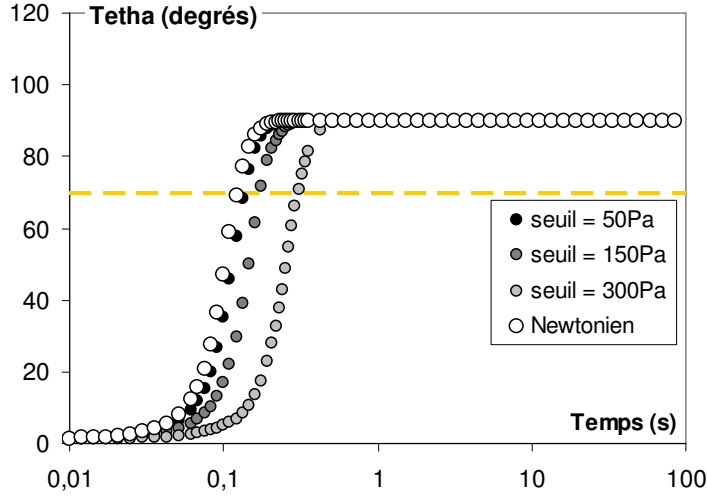


FIGURE 6.12 – Evolution de l'angle  $\theta$  en fonction du temps pour divers seuils du fluide suspendant. Comparaison avec l'évolution de  $\theta$  dans un fluide Newtonien. Les taux d'élongation sont appliqués de telle sorte qu'ils soient comparables aux écoulements cisaillants de la FIGURE 6.5. L'orientation initiale de la fibre est inférieure à  $1^\circ$ . L'orientation  $90^\circ$  signifie que la fibre appartient au plan  $(y, z)$  de l'écoulement.

de laquelle la fibre pivote :

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= C_\varphi^e (1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\epsilon}t})^{1/2} e^{\frac{3}{2}\dot{\epsilon}t} \\ &= C_\varphi^e (e^{3\dot{\epsilon}t} + \tan^2 \theta_0)^{1/2} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} C_\varphi^e \tan \theta_0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

L'évolution du comportement de l'angle  $\varphi$  observé FIGURE 6.13 confirme ce comportement asymptotique. Les lignes en pointillés représentent l'orientation critique à partir de laquelle la fibre est considérée orientée au sens du critère du chapitre 5 pour la courbe d'évolution de l'angle  $\varphi$  tracée à partir de  $\varphi_0 \simeq 89^\circ$ . Cette orientation initiale correspond à  $\arctan(C_\varphi^e \tan 89^\circ) \pm 20^\circ$ . Au vu des observations expérimentales dans ce genre d'écoulements élongationnels, on peut naturellement s'attendre à ce que l'angle  $\varphi$  tende vers une valeur perpendiculaire aux lignes de courant. Sa valeur limite  $\arctan(C_\varphi^e \tan \theta_0)$  dépendant fortement de l'orientation initiale de la fibre, on peut alors penser que la trajectoire de la fibre dans l'écoulement est influencée par son orientation initiale.

#### 6.4.2.2 Écoulement à surface libre (dalle)

Dans le cas d'un écoulement à surface libre, comme le coulage d'une dalle par exemple, la contrainte d'élongation  $\sigma_{xx}$  décroît d'une valeur maximale à l'interface avec le sol jusqu'à une valeur nulle à la surface. Il existe donc une hauteur critique  $x_0$  à laquelle la contrainte seuil est atteinte. Au delà de cette hauteur critique, le matériau se comporte comme un solide transporté par le fluide s'écoulant en dessous.

L'étude d'un écoulement divergent dans le plan horizontal  $(y, z)$  (cf. FIGURE 6.11) est suffisante pour prédire l'orientation d'une population de fibres lors d'un coulage (*e.g.* le plan du sol pour un essai d'étalement). On considère alors que les lignes de courant sont radiales et on néglige la composante verticale du champ de vitesses au niveau du front d'écoulement (appelée "effet



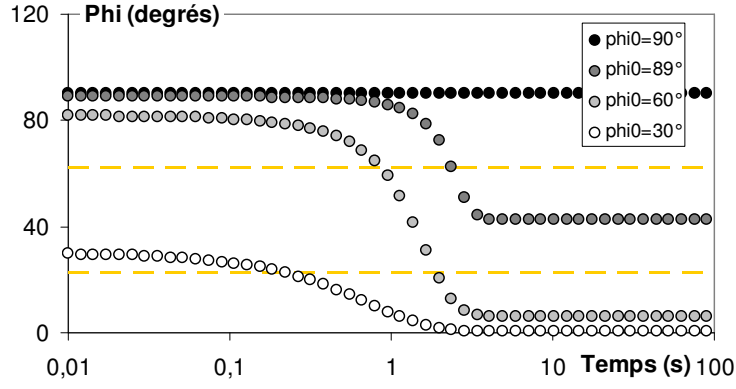


FIGURE 6.13 – Evolution de l'angle  $\phi$  en fonction de l'orientation initiale de la fibre. Taux d'élongation  $\dot{\epsilon} = -1s^{-1}$  (dilatation) et  $\theta_0 = 1^\circ$ . Les lignes en pointillés jaunes correspondent à la limite d'orientation au sens du critère d'orientation pour une orientation initiale de  $89^\circ$ .

fontaine” par [224]). Le champ de vitesses, exprimé dans un système polaire (*cf.* FIGURE 6.11), a alors la forme ( $V_r = \frac{Q}{2\pi r}$ ;  $V_\theta = 0$ ), où  $Q$  est le débit du fluide ( $Q > 0$  pour un écoulement divergent et  $Q < 0$  pour un écoulement convergent).

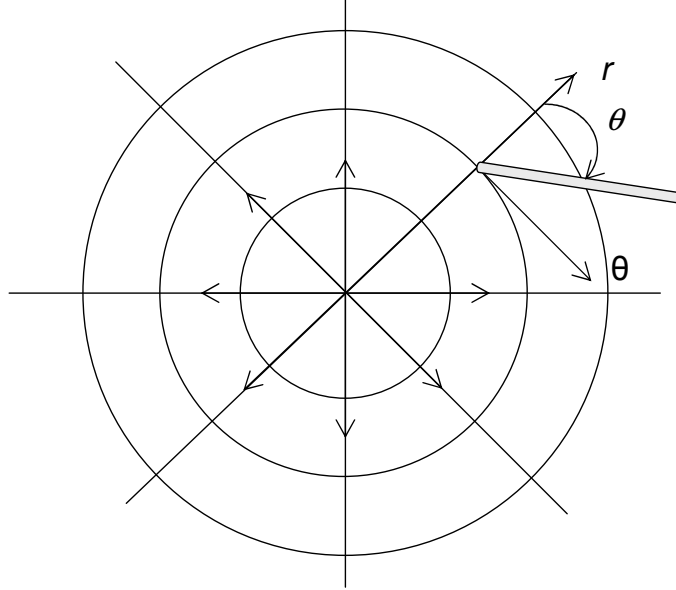


FIGURE 6.14 – Système d’axes d’une fibre dans le plan horizontal d’un écoulement élongationnel divergent.

L’évolution de la fibre dans ce plan est alors déduite de l’évolution précédente (6.10a) exprimée dans le plan orthogonal en considérant le taux d’élongation  $\dot{\epsilon} = \partial V_r / \partial r = -Q / 2\pi r^2$  :

$$\tan(\theta(t)) = \tan(\theta_0) e^{\frac{Qt}{\pi r^2}} \quad (6.13)$$

Une fibre soumise à un écoulement source tend à adopter une orientation tangente aux lignes d’isovitesse (lignes circulaires sur la FIGURE 6.14). Cette orientation a déjà été observée dans la pratique lors de coulage de dalles [169], [160], [159].

## 6.5 Temps d'orientation

Malgré les fortes concentrations de fibres utilisées dans l'industrie, dans cette partie nous négligeons les interactions entre les inclusions. L'état d'orientation d'une population de fibres est simplement exprimé dans les zones où le matériau est soumis à des déformations, à partir de l'évolution d'une fibre. On définit la notion de temps caractéristique d'orientation  $T$  comme le temps nécessaire à un groupe de fibres pour s'orienter relativement à l'écoulement. Le degré d'anisotropie qui en découle est alors exprimé comme le ratio du temps d'écoulement et du temps d'orientation  $t/T$ . Pour un ratio  $t/T < 1$ , l'anisotropie n'est pas totale dans la structure. Dans ce cas, plus la valeur de ce ratio est élevée, et plus le nombre de fibres alignées avec l'écoulement est important. Un ratio  $t/T > 1$  signifie que l'orientation finale est atteinte pour la majorité des fibres.

Dans le cas de fibres soumises à un cisaillement simple, le temps  $T^{shear}$  nécessaire à ces fibres pour qu'elles s'alignent avec l'écoulement est déduit de (6.2), où  $\theta_*$  et  $\varphi_*$  sont les angles d'alignement de la fibre :

$$T_{\theta}^{shear} = \frac{1}{\dot{\gamma}} \left( \frac{1}{\tan(\theta_*)} - \frac{1}{\tan(\theta_0)} \right) \quad (6.14a)$$

$$T_{\varphi}^{shear} = \frac{1}{\dot{\gamma}} \left( \left( \left( \frac{\tan \varphi_*}{C_{\varphi}} \right)^2 - 1 \right)^{1/2} - \frac{1}{\tan \theta_0} \right) \quad (6.14b)$$

De (6.14) on peut conclure qu'un temps infini est nécessaire à la fibre pour atteindre l'alignement parfait avec la direction de l'écoulement (*i.e.*  $\theta_* = 0$ ), quelle que soit sa position initiale  $\theta_0$  [187]. Cependant, pour une fibre proche de l'alignement, l'angle  $\theta_*$  de l'équation (6.14a) devient petit, et le terme  $\cot \theta_0$  est négligeable devant le terme en  $\dot{\gamma}$ . Dans ce cas, un développement de Taylor au premier ordre nous permet d'exprimer le temps d'orientation  $T_{\theta}^{shear} \sim 1/\dot{\gamma}$ . Le même développement appliqué à (6.14b) nous permet d'arriver au même temps caractéristique  $T_{\varphi}^{shear} \sim 1/\dot{\gamma}$ . Pour des taux de cisaillement entre  $1s^{-1}$  et  $10s^{-1}$  lors de mises en œuvre industrielles (*cf.* 1), les temps caractéristiques d'alignement des fibres avec la direction de l'écoulement sont de l'ordre de la seconde. Cela signifie qu'au bout de quelques secondes d'écoulement, la majorité des fibres est alignée. Les fibres s'orientent donc en un temps bien inférieur au temps de l'écoulement. Cette orientation peut être qualifiée de quasi-instantanée.



## Chapitre 7

# Outils numériques pour la modélisation d'écoulements industriels

### 7.1 Introduction

Nous avons constaté au cours des chapitres précédents qu'une approche analytique permet de prédire l'orientation des fibres au sein de structures simples. Mais dès que la prise en compte des conditions réelles de mise en œuvre est nécessaire, de nombreux paramètres influencent l'orientation macroscopique (comportement rhéologique du matériau, interactions entre les inclusions, géométrie complexe des coffrages, procédé de coulage, effets de paroi... ). L'utilisation d'un outil numérique est donc nécessaire. Différentes méthodes existent déjà dans la littérature. Une méthode basée sur la mécanique des fluides traditionnelle a été développée par Dufour [225],[226]. L'évolution d'ellipsoïdes plongées dans un fluide Newtonien est déduite du bilan des moments dus au fluide. La finesse du maillage imposée par la taille des ellipsoïdes entraîne alors des temps de calculs trop conséquents pour l'utilisation de cette méthode à l'échelle des mises en œuvre industrielles.

La deuxième méthode, continue, prend en compte la probabilité de distribution de l'orientation d'une population de fibres. L'état d'orientation est alors exprimé à travers un tenseur d'orientation issu de l'équation de Jeffery. Cette méthode nécessite de considérer une relation ajoutée au modèle pour fermer le système.

Enfin, la dernière méthode, appelée par Roquet *et al.* [227] "approche multifibres", se présente comme un intermédiaire aux deux méthodes précédentes. Elle consiste à suivre l'évolution d'un nombre fini de fibres, initialement réparties de manière isotrope. L'état d'orientation à chaque instant est alors déduit de la moyenne de l'orientation de toutes ces fibres. Un certain nombre de questions se posent alors. Combien de fibres sont nécessaires pour représenter une population entière de fibres ? Quelle doit être leur orientation initiale ? Comment, à partir de ces fibres, exprimer simplement l'état d'orientation dans une structure ?

Dans ce chapitre, nous commençons par introduire les différentes méthodes numériques utilisées pour simuler l'écoulement d'un matériau cimentaire (matrice à seuil + inclusions) dans la lit-

térature. Puis, nous présentons le code de CFD Flow3D© que nous utilisons dans le cadre de ce travail. Dans un deuxième temps, nous présentons brièvement une méthode simple d'implémentation du modèle tensoriel continu. Dans une troisième partie, nous développons un modèle multifibres pour simuler l'orientation d'une population de fibres plongées dans un fluide à seuil en écoulement. Les résultats obtenus sur un écoulement de simple cisaillement entre deux plans parallèles infinis par ces deux modèles sont finalement comparés, dans le but de conclure sur l'efficacité des modèles.

## 7.2 Simulations numériques des écoulements de matériaux cimentaires

La prédiction de la mise en œuvre des matériaux cimentaires à l'état frais est nécessaire pour anticiper les nombreux problèmes pouvant apparaître (ségrégation des granulats, mauvais remplissage du coffrage, blocage des granulats entre les barres de renforcement, bulles d'air...). Ces problèmes ont plusieurs origines : matériaux hétérogènes, existence d'une contrainte seuil, écoulement à surface libre, procédé de mise en œuvre (*e.g.* pompage). Toutes ces caractéristiques sont autant de problèmes numériques complexes à résoudre.

Trois approches différentes de la modélisation des matériaux cimentaires permettent cette prédiction. Elles sont détaillées dans [228]. Le choix de la méthode dépend alors de l'échelle d'observation et du phénomène à prédire. L'échelle choisie doit en effet permettre d'observer les variations des grandeurs physiques que l'on souhaite étudier.

### 7.2.1 Approche continue (CFM)

L'approche continue (Computational Fluid Mechanics) consiste à faire l'hypothèse que le matériau (matrice + inclusions) est homogène. Son comportement macroscopique est modélisé par une loi de comportement, classiquement Bingham ou Herschel Bulkley. Cette approche, la plus courante dans la littérature des matériaux cimentaires, est principalement utilisée pour modéliser les essais empiriques ou de laboratoire du génie civil (étalement/affaissement [117],[119],[229], pénétromètre [230], L-box [231], rhéomètre [232]), mais permet aussi la modélisation d'écoulements à l'échelle d'une mise en œuvre [233],[234],[235]. Diverses méthodes existent dans la littérature, parmi elles la Méthode aux Éléments Finis Viscoplastique (MEFV) ou la Méthode aux Éléments Divisés Viscoplastique (MEDV), d'approche Lagrangienne et Eulérienne respectivement. Les résultats obtenus par ces méthodes ont montré de bonnes corrélations avec des mises en œuvres réelles [236]. Ces méthodes ne permettent pas la prédiction de la ségrégation des granulats, ni du phénomène de blocage granulaire.

### 7.2.2 Particules discrètes (DEM)

Dans les bétons ordinaires, la présence de granulats peut atteindre 80% en volume. Une analogie est donc souvent faite entre le comportement d'un béton et celui d'un milieu granulaire, malgré l'émergence des bétons modernes dont la formulation réduit le volume de granulats. L'approche simulant l'écoulement d'un matériau cimentaire, au comportement macroscopique

fluide, à partir de particules discrètes (Discrete Element Method) permet de prédire le comportement des granulats indépendamment et d'étudier notamment les phénomènes de ségrégation. Deux méthodes dominantes se basent sur cette approche, d'une part, la Méthode (standard) aux Éléments Distincts (MED) [237], d'autre part la méthode de Dynamique de Dissipation des Particules (DDP). Cette dernière permet de prédire les hétérogénéités mésoscopiques comme la migration des particules dans un rhéomètre.

Il faut cependant rappeler que les interactions entre particules définies dans ces méthodes n'ont pas de sens physique direct. De plus, la prédiction d'un faible volume de matériau nécessite un nombre conséquent de particules, et entraîne donc d'importants temps de calculs. Le nombre élevé de fibres mises en jeu lors de coulages industriels ne permet alors pas d'envisager une méthode aux éléments discrets pour la prédiction de l'orientation des fibres dans les matériaux cimentaires.

### 7.2.3 Écoulement multiphasique

Cette dernière approche considère indépendamment une phase liquide représentative de la matrice cimentaire, et des particules solides, représentatifs des graviers. Cette approche permet la simulation de mises en œuvre dans lesquelles la taille du coffrage et la distance entre les armatures sont proches de la taille des gros granulats [226], sans utiliser la méthode aux éléments discrets.

Ici encore, deux méthodes sont principalement décrites dans la littérature, la Méthode aux Éléments dans une Suspension Viscoplastique (MESV) [233] et la méthode des Éléments Finis avec des Points d'Intégration Lagrangiens (MEFPIL) [226], basée sur une approche Eulérienne du fluide combinée aux particules Lagrangiennes.

### 7.2.4 Bilan des méthodes

Parmi les trois approches décrites ici, l'approche par écoulement multiphasique permet une description des matériaux cimentaires la plus proche de la réalité. Cependant, cette disparité d'échelle implique un découpage raffiné du domaine d'étude, ce qui entraîne des temps de calcul conséquents. Une approche continue est donc choisie ici, en prenant l'hypothèse qu'à l'échelle de la mise en œuvre, les matériaux cimentaires sont homogènes.

Les codes de calcul de prédiction de l'orientation des fibres basés sur cet approche dans la littérature sont principalement utilisés pour prédire l'état d'orientation de fibres rigides dans un fluide Newtonien en écoulement complexe (*e.g.* géométries complexes : [238],[206],[207],[239], écoulement turbulent : [240]). Les résultats des simulations ne sont donnés que pour des volumes limités de matériaux faiblement renforcés en fibres. Bien souvent, les temps de calcul mis en jeu ne sont pas adaptés aux volumes du génie civil. L'objectif du travail présenté ici consiste à prédire l'orientation de fibres plongées dans des matériaux cimentaires aux lois de comportement complexes, mis en œuvre dans des conditions industrielles.

## 7.3 Code CFD Flow3D©

### 7.3.1 Description du code

Nous utilisons dans ce travail le code de calcul de CFD FLOW3D©, déjà utilisé par Roussel [117],[119] pour simuler l'écoulement de matériaux cimentaires lors d'essais d'étalement. Ce code permet en effet de simuler des matériaux dont le comportement peut être décrit par une loi de type Bingham. Deux méthodes sont à disposition de l'utilisateur pour représenter l'influence macroscopique du seuil. La première consiste à utiliser un modèle de comportement du fluide de type élasto-plastique. Deux paramètres rhéologiques sont alors à renseigner, le seuil et la viscosité plastique. Le fluide soumis à une contrainte inférieure au seuil d'écoulement du matériau se comporte comme un solide transporté avec le fluide en écoulement. Il suit donc la loi d'élasticité de Hooke. Le module d'élasticité du matériau  $G$  doit donc être renseigné. Si la contrainte seuil est dépassée, le fluide est visqueux. La contrainte totale dans chaque élément de fluide est alors la somme de la contribution élastique et de la contribution visqueuse, ce qui se traduit par une viscosité apparente  $\eta$  calculée à chaque étape de calcul :

$$\eta = \frac{\tau_c}{\sqrt{2D_{\parallel}}} + \mu_p \quad (7.1)$$

où  $\mu_p$  est la viscosité plastique du fluide,  $\tau_c$  sa contrainte seuil et  $D_{\parallel}$  le second invariant du tenseur des déformations. L'application d'une loi de comportement de type solide ou de type fluide de Bingham est dirigée par le critère de Von Mises à chaque étape de calcul.

La deuxième méthode proposée par CFD FLOW3D© pour simuler le comportement à seuil d'un matériau consiste à utiliser un modèle de biviscosité. À chaque étape de calcul, une viscosité apparente basée sur le modèle de Carreau est calculée. Nous avons constaté lors du chapitre 6 que l'orientation des fibres s'effectue de manière quasi-instantanée dans les zones soumises aux déformations du fluide en écoulement. La prise en compte d'une contrainte seuil dans le comportement macroscopique du fluide permet donc principalement de distinguer ces zones en écoulement par rapport aux zones mortes. Le modèle bivisqueux crée un cisaillement certes faible mais fictif qui oriente les fibres dans les zones non-cisaillées. Nous choisissons donc d'utiliser le modèle visco-élastique.

La structure du code CFD Flow3D© donne la possibilité aux utilisateurs de rajouter de nouvelles fonctionnalités aux calculs déjà exécutés par le code. Dans ce travail, une procédure permettant de calculer l'évolution de l'orientation de fibres plongées dans un fluide à seuil est insérée dans la structure du code. L'implémentation de cette nouvelle procédure nécessite la création de scalaires dont les valeurs initiales et aux limites du maillage sont renseignées par l'utilisateur. On considère dans notre cas chaque coordonnée des fibres comme un scalaire transporté avec le fluide. Il s'agit donc d'ajouter  $3 \times N$  scalaires, où  $N$  est le nombre de fibres dont l'évolution est calculée. Ces coordonnées sont advectées avec le fluide dans lequel les fibres sont plongées. La discrétisation du modèle d'évolution des fibres s'effectue alors dans ce chapitre par une approche eulérienne.

L'évolution des scalaires ajoutés au code Flow 3D© est alors calculée à la fin de chaque pas de temps.

Une étude dimensionnelle présentée dans le chapitre 6 nous a permis d'estimer que le temps

caractéristique  $T$  de l'orientation, en  $1/\dot{\gamma}$ , était du même ordre que le temps caractéristique de l'écoulement. Pour s'assurer de la convergence du schéma, un pas de temps maximal est renseigné dans le code, tel que  $dt_{max} \sim 10^{-3}T$ . Prenons l'exemple d'un matériau s'écoulant dans un canal de largeur  $h = 20cm$  et de longueur  $60cm$ . Le fluide est assimilé à un fluide Newtonien de viscosité  $50Pa.s$  et donc l'écoulement devient un écoulement de Poiseuille pour simplifier les calculs tout en conservant les ordres de grandeur. La vitesse moyenne dans ce canal est égale à  $2/3V_{max}$  où  $V_{max}$  est la vitesse maximale du fluide atteinte au centre du canal. Pour une pression de  $2500Pa$  appliquée à l'entrée du canal, la vitesse moyenne dans le canal est de l'ordre de  $0,4m/s$ . Le taux de cisaillement dans le canal est de l'ordre de  $\dot{\gamma} = V_{moy}/h \sim 1s^{-1}$ . Le temps caractéristique de l'orientation dans ce canal est alors de l'ordre de 1, donc le pas de temps maximal est fixé à  $10^{-3}s$ .

### 7.3.2 Limitation de la méthode

L'ajout de fibres modifie les dissipations visqueuses au sein du fluide. Le processus d'orientation des fibres induit par l'écoulement peut alors influencer de façon non négligeable la rhéologie du système en induisant une anisotropie des propriétés du fluide. La répartition des contraintes dues à l'écoulement est alors modifiée. Ainsi, une fois l'écoulement établi, l'inclinaison des fibres est constante, et la dissipation d'énergie est minimale. La résistance à l'écoulement est plus faible dans la direction de l'écoulement que dans les autres directions. Cette anisotropie peut alors avoir d'importantes conséquences au niveau de la forme de l'écoulement, au moins localement, et de la direction privilégiée qu'il induit. Un certain nombre de modèles présentés dans la littérature prennent en compte cette influence des fibres sur les propriétés rhéologiques du fluide via une loi de comportement dépendant de l'état d'orientation [206],[241],[218],[207],[240],[242],[243],[189],[244],[220],[176],[192],[245],[213]. À chaque pas de calcul, l'état d'orientation des fibres modifie localement l'écoulement, et cet écoulement oriente les fibres. Le modèle d'orientation est couplé avec l'écoulement. Cependant, la personnalisation du code Flow3D© ne permet de prendre en compte dans la résolution de l'écoulement qu'une viscosité isotrope (sous forme d'un paramètre scalaire). Il est impossible d'ajouter à la loi de comportement actuelle une anisotropie induite par une orientation préférentielle des fibres. L'outil numérique que nous proposons ici ne prend donc pas en compte l'influence de l'orientation des fibres sur le champ de vitesses.

Quoi qu'il en soit, on peut considérer que la plupart des écoulements de mise en œuvre industrielle induit un état de contraintes quasi-statique dans le matériau, du fait des vitesses de cisaillement lentes entraînant des écoulements de type laminaire. Ainsi, la délimitation des zones soumises aux déformations du fluide et des zones mortes n'évolue que peu au cours de l'écoulement. De plus, la prise en compte du couplage contrainte d'écoulement/orientation des fibres n'est pas triviale dans le cas d'un fluide à seuil. En effet, l'état actuel des connaissances ne permet pas de prédire l'influence de l'orientation des fibres sur la contrainte seuil d'un matériau fibré. Quoi qu'il en soit, cette contrainte seuil est renseignée dans le code de calcul Flow 3D© comme un paramètre rhéologique constant. Le choix de la contrainte seuil conduit donc à une approximation dans les zones dont le degré d'orientation ne correspond pas à celui choisi pour



la contrainte seuil. Nous considérons pour nos simulations la contrainte seuil de nos matériaux mesurée en condition d'isotropie.

## 7.4 Méthode classique de la littérature

La première méthode utilisée pour prédire l'orientation d'une population de fibres dans un fluide à seuil en écoulement est une méthode continue basée sur un modèle d'évolution d'un tenseur d'orientation. Ce modèle est largement étudié dans la littérature [238],[206],[207],[242],[243],[246],[244],[239],[213].

### 7.4.1 Philosophie de la méthode

Advani et Tucker [247] définissent une série de tenseurs des moments d'orientation qui représentent l'état local d'orientation des fibres dans le fluide. Ces tenseurs sont d'ordre pair, il en existe une infinité, mais le tenseur d'orientation  $\mathbf{a}_2$  d'ordre 2 suffit à représenter l'état d'orientation [247].

Les coefficients  $a_{ij}$  du tenseur d'orientation se définissent comme les moments de l'état local d'orientation. Ils sont représentatifs de l'influence de l'état d'orientation sur le tenseur des contraintes [247]. Ils s'écrivent :

$$a_{ij} = \oint p_i p_j \Psi(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \quad (7.2)$$

Le tenseur  $\mathbf{a}_2$  exprimé dans sa base propre permet de tracer une ellipse d'orientation (*cf.* FIGURE 7.1). En effet, après diagonalisation, les vecteurs propres du tenseur correspondent aux axes principaux d'orientation (les axes de l'ellipse), et les valeurs propres aux intensités d'orientation sur ces axes (demi longueurs des axes des ellipses) [206],[239],[241]. Écrits dans une base non diagonalisante, les coefficients  $a_{ij}$  sont donc les projections de ces axes principaux sur la base dans laquelle ils sont exprimés.

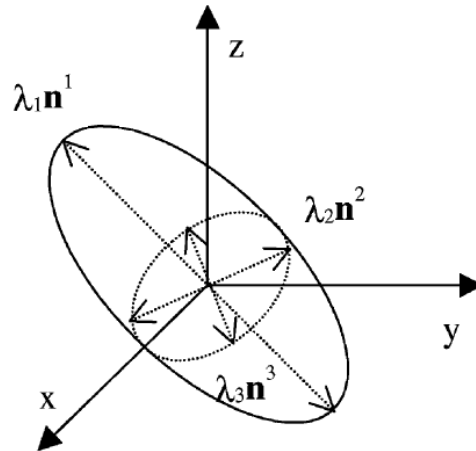


FIGURE 7.1 – Représentation schématique de la distribution d'orientation par  $a_2$  [239].

### 7.4.2 Expression de l'orientation

La combinaison de l'équation de continuité et de l'équation d'évolution de Jeffery permet d'exprimer l'équation d'évolution de la fonction de probabilité de distribution des fibres, ou équation de Fokker-Plank [245]. De cette équation, Advani et Tucker ont déduit l'équation d'évolution du tenseur d'orientation [247] :

$$\frac{Da_{ij}}{Dt} = (w_{ik}a_{kj} - a_{ik}w_{kj}) + (\dot{\gamma}_{ik}a_{kj} + a_{ik}\dot{\gamma}_{kj} - 2\dot{\gamma}_{kl}a_{ijkl}) + 2D_r(\delta - 3a_{ij}) \quad (7.3)$$

Cette équation manipule des grandeurs tensorielles mais des conditions de symétrie et de normalisation permettent de réduire le nombre de calculs :

$$a_{ij} = a_{ji} \quad (7.4)$$

$$a_{ii} = 1 \quad (7.5)$$

Seuls 5 coefficients de  $\mathbf{a}_2$  sont indépendants et nécessitent que leur évolution soit calculée à chaque pas de temps.

Dans l'équation (7.3), le dernier terme représente les interactions entre fibres hydrodynamiquement induites par l'écoulement telles qu'elles sont décrites par Folgar et Tucker [167] (*cf.* chapitre 5 section 5.6.6). Le choix du coefficient d'interactions empirique  $D_r$  pour nos simulations est détaillé dans la section suivante 7.4.3.

Un tenseur d'orientation d'ordre 4 intervient dans cette équation. Il convient donc à cette étape d'utiliser une relation de fermeture qui exprime ce tenseur d'ordre 4 en fonction du tenseur d'ordre 2 pour que le système soit isostatique. Un large panel de ces relations est disponible dans la littérature [213],[245],[248],[249],[250],[251],[252],[253],[254],[255],[256],[257]. Pour la simplicité de la comparaison, nous ne considérons dans ce travail que la relation de fermeture la plus couramment utilisée, la relation quadratique [258], exacte pour l'alignement [244]. Cette relation s'écrit :

$$a_{ijkl} = a_{ij}a_{kl} \quad (7.6)$$

Les fibres sont initialement orientées de manière isotrope. La condition initiale du tenseur d'orientation dans ce modèle est donc représentative d'un état isotrope 3D ou 2D [242] :

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}; a_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

### 7.4.3 Coefficient d'interactions

Le terme de diffusion de l'équation (7.3) dépend d'un coefficient de diffusion  $D_r$ , défini dans la littérature par :

$$D_r = C_I|D| \quad (7.8)$$

où  $|D|$  est la norme 2 du tenseur des déformations.

Le coefficient empirique  $C_I$  est représentatif de l'intensité des interactions dans la suspension [130]. Ce paramètre est obtenu en ajustant les simulations numériques sur des résultats expérimentaux. On trouve dans la littérature des valeurs de ce paramètre comprises dans  $[10^{-3}; 1]$ , mesurées dans des fluides Newtoniens (*cf.* chapitre 5 section 5.6.6).

#### 7.4.4 Implémentation

Un schéma d'Euler explicite est appliqué à la résolution de l'équation d'évolution (7.3). Pour simplifier la notation, on note  $a_{ij}^{n+1} = a_{ij}(X^{n+1})$  le coefficient  $a_{ij}$  du tenseur d'orientation au temps  $(n + 1)$ .

$$\begin{aligned} a_{ij}^{n+1} = & a_{ij}^n + \Delta t \times \left( \left( \sum_k W_{ik}^{n+1} a_{kj}^n - \sum_k a_{ik}^n W_{kj}^{n+1} \right) \right. \\ & + \left( \sum_k D_{ik}^{n+1} a_{kj}^n + \sum_k a_{ik}^n D_{kj}^{n+1} - 2 \sum_{k,l} D_{kl}^{n+1} a_{ijkl}^n \right) \\ & \left. + 2D_r(\delta_{ij} - 3a_{ij}^n) \right) \end{aligned}$$

On rappelle que l'advection de chaque scalaire est réalisée par le code de calcul Flow3D© à la fin de chaque pas de temps.

### 7.5 Méthode multi fibres

La méthode mutli fibres consiste à considérer un échantillon représentatif d'une population de fibres. Cette méthode a d'abord été utilisée par Roquet *et al.* [227] en deux dimensions. Elle est ici développée dans le cas d'écoulements complexes de type industriel en trois dimensions.

#### 7.5.1 Philosophie de la méthode

Pour chaque position du centre de gravité d'une fibre, une infinité d'orientations est possible à l'intérieur de la sphère contenant la fibre. Le principe de la méthode consiste à exprimer un état d'orientation local moyen à partir de l'orientation d'un nombre représentatif d'une population entière. Ces fibres sont initialement réparties de manière isotrope (*cf.* FIGURE 7.2). Le but est alors d'approcher la solution d'une fonction continue par une valeur moyenne. Lors de l'écoulement du matériau, l'évolution de chacune des fibres est calculée.

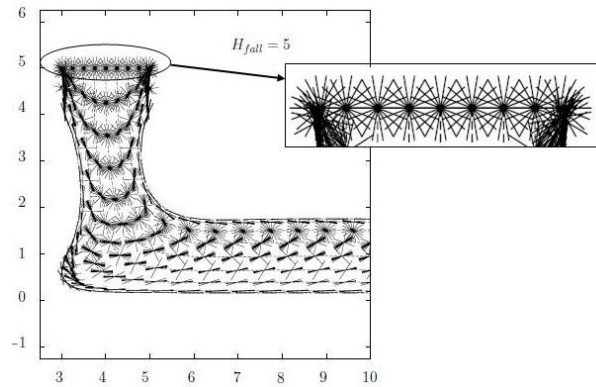


FIGURE 7.2 – Orientation de fibres initialement isotropes [227]

### 7.5.2 Expression de l'orientation

Pour déduire de l'état d'orientation d'un nombre limité de fibres un unique coefficient quantitativement représentatif de l'orientation d'une population de fibres, un facteur d'orientation discret est utilisé. Il est dérivé de la méthode précédemment détaillée par l'écriture discrète des coefficients diagonaux du tenseur d'orientation [176],[206]. Si  $\beta_x^i$  est l'angle formé par la  $i$ ème fibre avec la direction  $x$  (FIGURE 7.3), le facteur d'orientation par rapport à  $x$  se définit par :

$$\alpha_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (p_x^{(i)})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \cos^2 \beta_x^i \quad (7.9)$$

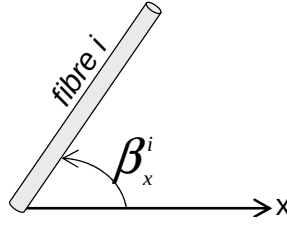


FIGURE 7.3 – Angle  $\beta_x^i$  formé entre la  $i$ ème fibre et la direction  $x$ .

À chaque pas de temps, l'orientation des  $N$  fibres considérées dans le modèle permet alors de déduire un scalaire représentatif de l'état d'orientation dans le matériau. Ce facteur d'orientation, calculé dans chaque cellule du maillage, permet de tracer une cartographie d'orientation selon chacun des trois axes du domaine.

On peut remarquer que le choix de considérer l'une ou l'autre des extrémités des fibres n'a aucune incidence sur le facteur d'orientation selon l'expression (7.9).

Un facteur  $\alpha_x = 0$  signifie que toutes les contributions des fibres sont nulles, donc que toutes les fibres sont orthogonales à la direction étudiée. Un facteur  $\alpha_x = 1$  est obtenu dans le cas où chaque contribution égale à 1, donc quand les fibres sont toutes alignées avec  $x$ . Le cas isotrope dépend de la dimension de l'espace considérée. En effet le facteur d'orientation tel qu'il est défini dans l'expression (7.9) s'écrit d'une manière continue dans une configuration isotrope en 3 dimensions :

$$\alpha_x = \int_0^{\pi/2} \cos^2 \beta \sin \beta d\beta = \frac{1}{3} \quad (7.10)$$

tel que la somme des facteurs dans les trois directions  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  et  $\alpha_z$  égale à 1. En deux dimensions, l'isotropie sera atteinte pour un facteur  $\alpha_x = 0,5$ .

### 7.5.3 Evolution des fibres

L'équation d'évolution de Jeffery (avec l'hypothèse de la fibre infinie), à laquelle est rajouté le terme d'interactions de Folgar et Tucker [167], est implémentée dans le code Flow 3D©. L'équation d'évolution s'écrit alors :

$$\dot{p} = \nabla V \cdot p - D : ppp + I \quad (7.11)$$

Un schéma d'Euler explicite d'ordre 1 est appliqué à cette équation d'évolution. En définissant  $p^{n+1} = p(X^{n+1})$  le vecteur orientation de la fibre au temps  $t^{n+1}$  et en adoptant cette notation pour chaque grandeur calculée, le schéma s'écrit :

$$p^{n+1} = p^n + \Delta t \times (\nabla V^{n+1} \cdot p^n - (D^{n+1} : p^n p^n) p^n + I^n) \quad (7.12)$$

L'advection des composantes des vecteurs unitaires des fibres est réalisée par Flow 3D© entre chaque pas de temps.

#### 7.5.4 Nombre de fibres et condition initiale

L'état d'orientation initial des fibres pendant l'étape de mise en œuvre correspond à de l'isotropie. La question du nombre de fibres nécessaire pour définir cette isotropie se pose dans ce modèle. L'objectif est de trouver un bon compromis entre un nombre de fibres le plus restreint possible pour limiter les temps de calcul, tout en conservant une précision acceptable des résultats. Définir un état isotrope consiste à placer ce nombre  $N$  de fibres de manière équilibrée sur la sphère unitaire, chaque fibre ayant une extrémité au centre de la sphère, et l'autre sur sa surface.

Dans ce travail, différents nombres de fibres sont utilisés comme condition initiale pour déterminer le nombre minimal de fibres permettant d'atteindre la précision souhaitée. Le code de calcul Flow3D© étant limité à une centaine de scalaires, le nombre de fibres  $N$  est limité à  $100/3 \simeq 33$  fibres.

##### 7.5.4.1 Configuration 2D

Les fibres sont supposées initialement isotropes dans tout le canal. Sur la FIGURE 7.4, cela signifie que les fibres sont disposées selon le schéma de droite dans chaque maille du domaine. Pendant l'écoulement, cette condition d'isotropie est imposée à l'entrée de l'écoulement (sur les mailles soumises à la condition de pression en  $z = 0$ ). La FIGURE 7.4 présente la configuration

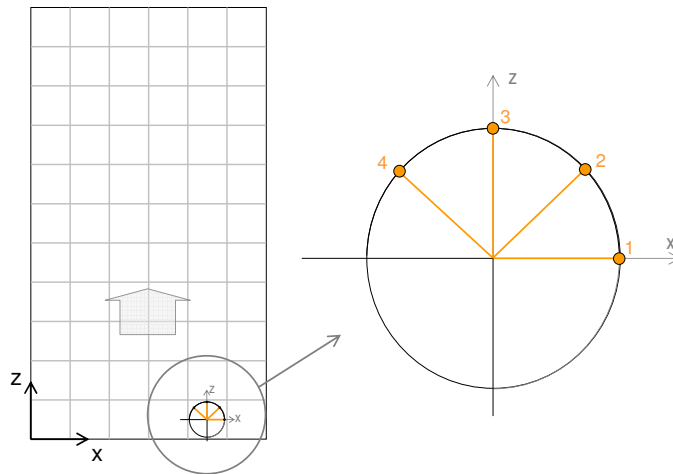


FIGURE 7.4 – Configuration de 4 fibres réparties de manière isotrope dans le plan  $(x, z)$ .

à 4 fibres. Mais plusieurs configurations sont testées, en faisant varier le nombre de fibres. Les coordonnées de la  $i^{\text{ème}}$  fibre parmi  $N$  fibres réparties de manière équilibrée sur le disque unitaire s'écrivent dans le plan  $(x, z)$  :

$$\begin{aligned} p_x &= \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{N}\right) \\ p_z &= \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{N}\right) \end{aligned} \quad (7.13)$$

Six configurations initiales différentes sont comparées dans la géométrie de l'écoulement entre les deux plans parallèles. On considère successivement l'état d'orientation dans cette géométrie déduit de l'évolution de 4, 6, 8 et 10 fibres. À cette étape le calcul ne prend pas en compte les interactions entre les fibres. La FIGURE 7.5 représente le profil d'orientation entre deux plans parallèles distants de 20cm. Ce profil est tracé en bout de canal, à une distance  $z = 60\text{cm}$  de l'entrée du canal. Les résultats des simulations sont proches dès que le nombre de fibres est égal ou supérieur à 4. Les zones où les écarts sont les plus grands se situent autour de la zone morte centrale. La méthode des moindres carrés appliquée aux profils de 6 fibres, 8 fibres et 10

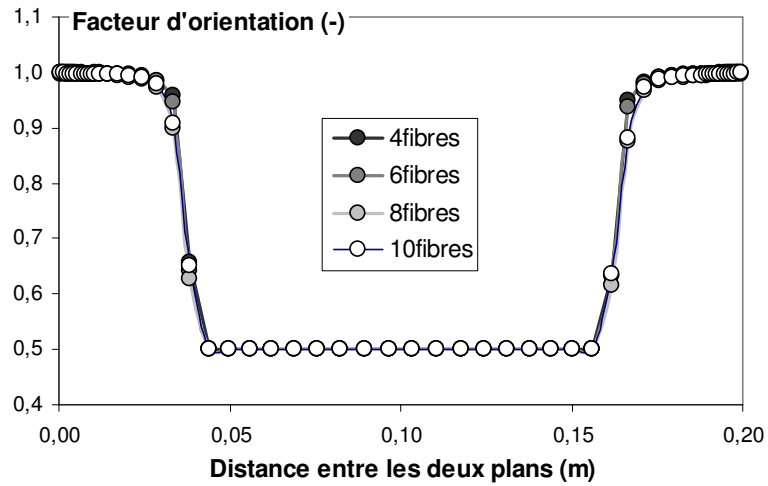


FIGURE 7.5 – Profil des facteurs d'orientation selon l'axe  $x$  pour divers nombres de fibres. Profil tracé pour  $z = 60\text{cm}$ .

fibres par rapport au profil issu de l'évolution de 4 fibres nous donne une erreur moyenne de  $1,2 \cdot 10^{-5}$ ,  $2,7 \cdot 10^{-4}$  et  $1,8 \cdot 10^{-4}$  respectivement. Ces erreurs sont très faibles, nous considérons donc la configuration à 4 fibres comme la configuration de référence.

#### 7.5.4.2 Configuration 3D

Les diverses configurations en 3 dimensions sont simulées et comparées sur la géométrie d'un canal en U présentée au chapitre suivant. Quatre configurations initiales sont testées, représentées sur les FIGURE 7.6 et FIGURE 7.7. Elles correspondent à 3 fibres, 7 fibres, 11 fibres et 13 fibres initialement réparties de manière proche de l'isotropie sur la demi-sphère unitaire.

La configuration à 11 fibres est obtenue selon une méthode dérivée de la mé-

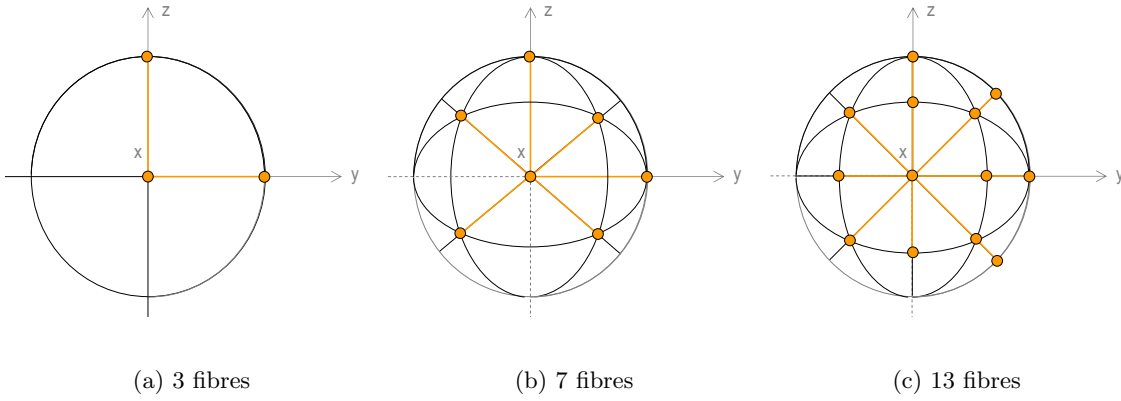


FIGURE 7.6 – Isotropie initiale des fibres. Chaque point à la surface de la sphère correspond à l'extrémité d'une fibre. Leur centre de gravité se situe au centre de la sphère.

thode "trig" ([http : //www.math.niu.edu/ rusin/known - math/96/sph.rand](http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/96/sph.rand), [http : //www.cga.faq.info/wiki/RandompointsOnsphere](http://www.cga.faq.info/wiki/RandompointsOnsphere), [http : //maven.smith.edu/ orourke/](http://maven.smith.edu/~orourke/)). Cette méthode consiste à découper un axe (sur la FIGURE 7.7 il s'agit de l'axe  $z$ ) en segments réguliers, et à découper la sphère en parties d'épaisseurs égales à chacun de ces segments. Chaque section sphérique est alors divisée en parties d'angle au centre de la section constant. Cette méthode permet de s'approcher de l'isotropie pour un nombre de fibres élevé. Un bon compromis entre isotropie et temps de calcul est obtenu avec 11 fibres distribuées comme indiqué FIGURE 7.7 sur la demi-sphère unitaire.

Le calcul des coordonnées des vecteurs unitaires  $p$  représentatifs de l'orientation des fibres sur

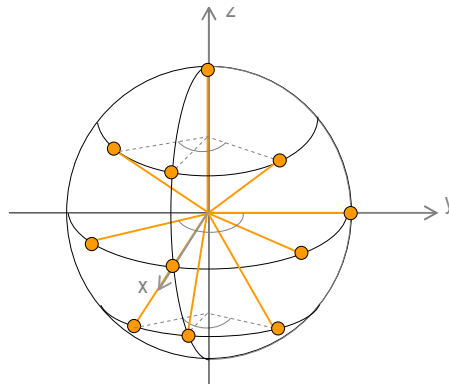


FIGURE 7.7 – Isotropie initiale des fibres obtenue grâce à la méthode "trig". Chaque point à la surface de la sphère correspond à l'extrémité d'une fibre.

les différentes configurations est donné dans l'annexe D. On note qu'à partir de ces coordonnées, les facteurs d'orientation isotropes sont déduits de l'expression (7.9) pour chaque configuration.

Leurs valeurs confirment une répartition proche de l'isotropie.

$$\begin{aligned}
 \alpha_{x,3fibres} &= 0,333, \alpha_{y,3fibres} = 0,333, \alpha_{z,3fibres} = 0,333 \\
 \alpha_{x,7fibres} &= 0,333, \alpha_{y,7fibres} = 0,333, \alpha_{z,7fibres} = 0,333 \\
 \alpha_{x,11fibres} &= 0,318, \alpha_{y,11fibres} = 0,318, \alpha_{z,11fibres} = 0,364 \\
 \alpha_{x,13fibres} &= 0,333, \alpha_{y,13fibres} = 0,333, \alpha_{z,13fibres} = 0,333
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

### 7.5.5 Interactions entre fibres

Nous avons déduit de la littérature des fluides Newtoniens que les interactions entre fibres dans des systèmes semi dilués réduisent l'orientation des fibres. Elles sont comparées à un processus de diffusion induisant hydrodynamiquement des rotations additionnelles des fibres [167],[165]. Pour prendre en compte cet effet dans le calcul de l'évolution de l'orientation des fibres, un terme de diffusion  $I$  est alors ajouté à l'équation de Jeffery (A.2) dans la littérature [167] :

$$I = \frac{D_r}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial p} \tag{7.15}$$

où  $D_r$  est le même paramètre que celui décrit à la section 7.4.3.  $\psi$  représente la fonction de distribution de l'orientation des fibres. Elle est symétrique (par la condition de symétrie des fibres par rapport à leur centre de gravité), et telle que la probabilité pour une fibre d'adopter une position entre deux angles  $\beta_1$  et  $\beta_2$  s'exprime par [167],[130] :

$$P(\beta_1 < \beta < \beta_2) = \int_{\beta_1}^{\beta_2} \psi(\beta') d\beta' \tag{7.16}$$

Par définition, cette fonction  $\psi$  doit vérifier deux conditions. La première est une distribution des fibres comprise entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ , ce qui implique une probabilité de 1 de trouver une fibre orientée entre ces deux angles limites :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \psi(\beta) d\beta = 1 \tag{7.17}$$

La deuxième est une distribution  $\pi$ -périodique de l'orientation des fibres, telle que :

$$\psi(\beta + \pi) = \psi(\beta) \tag{7.18}$$

#### 7.5.5.1 Hypothèse d'une répartition gaussienne

L'équation de Jeffery est déduite de l'équilibre des forces appliquées par un écoulement laminaire sur une fibre. Nous avons constaté au chapitre 6 qu'au cours de ces écoulements, l'orientation des fibres s'établissait selon une unique direction préférentielle induite par les lignes de courant, selon le type d'écoulement. Nous choisissons alors d'imposer une forme gaussienne à la fonction de probabilité de distribution de l'orientation des fibres, privilégiant cette unique direction préférentielle. On définit une fonction de probabilité de distribution des fibres selon chacun des trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Ces fonctions dépendent des angles formés entre les fibres et l'axe considéré. Par définition, chaque fonction de distribution est symétrique par rapport à l'angle moyen (déduit de la moyenne des orientations de toutes les fibres).



Cet angle moyen est considéré dans l'intervalle  $[-\pi/2; +\pi/2]$  par rapport à la direction étudiée pour que le calcul de l'angle moyen soit représentatif de l'inclinaison moyenne des fibres par rapport à cette direction.

La probabilité de distribution des fibres s'écrit, par rapport à un axe avec lequel la fibre forme un angle  $\beta$  et sur l'intervalle  $[-\infty; +\infty]$  :

$$\psi(\beta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\beta-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (7.19)$$

où  $\mu$  est l'angle moyen des vecteurs  $p$  avec la direction étudiée, et  $\sigma^2$  la variance.

Cette fonction de distribution doit alors vérifier les deux propriétés 7.17 et 7.18. Or, d'une part une distribution gaussienne ne vérifie pas la condition de  $\pi$ -périodicité, d'autre part la probabilité unitaire n'est par définition obtenue que sur tout le domaine  $[-\infty; +\infty]$  :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\beta) d\beta = 1 \quad (7.20)$$

Nous construisons donc une fonction de probabilité  $\Psi$  des fibres par morceaux, à partir de la gaussienne de référence tronquée sur l'intervalle  $[-\pi/2 + \mu; \pi/2 + \mu]$ . La fonction de probabilité de distribution des fibres  $\Psi$  est alors la somme des distributions gaussiennes tronquées définies sur chaque intervalle  $[-\frac{\pi}{2}(2k-1) + \mu; \frac{\pi}{2}(2k+1) + \mu]$ , où  $k$  est un entier réel. Ces gaussiennes sont multipliées à des fonctions portes  $P_{\mu,k}$  définies à partir des fonctions de Heaviside  $H$  correspondant à chaque intervalle. On obtient alors une fonction de distribution des fibres,  $\pi$ -périodique, définie pour une moyenne  $\mu$  et une variance  $\sigma^2$  :

$$\Psi(\beta) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\beta - (\mu + k\pi))^2}{\sigma^2}\right) \times P_{\mu,k}(\beta) \quad (7.21)$$

où

$$P_{\mu,k}(\beta) = \left[ H\left(\beta + \mu + \frac{\pi}{2}(2k+1)\right) - H\left(\beta + \mu + \frac{\pi}{2}(2k-1)\right) \right] \quad (7.22)$$

La fonction  $\Psi(\beta)$  est continue par morceaux sur chaque intervalle  $[-\frac{\pi}{2}(2k-1) + \mu; \frac{\pi}{2}(2k+1) + \mu]$ . On peut alors montrer sa continuité sur l'ensemble des réels en montrant que la valeur de la gaussienne à droite d'un intervalle est égale à celle de la gaussienne à gauche de l'intervalle suivant :

$$\Psi\left(\mu + \frac{\pi}{2}(2k+1)\right) = \Psi\left(\mu + \frac{\pi}{2}(2k'-1)\right) \quad (7.23)$$

avec  $k' = k + 1$ . En effet chacun des termes calculés séparément est égal à  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\pi/2)^2}{\sigma^2}\right)$ . La fonction  $\Psi$  est donc  $\pi$ -périodique et uniformément continue sur  $\mathbb{R}$ . Elle est uniformément dérivable sur chaque morceau. Toutefois, la condition de probabilité unitaire n'est pas vérifiée sur chaque morceau. On peut cependant montrer qu'elle y est approchée. On s'intéresse au morceau  $[-\pi/2 + \mu; \pi/2 + \mu]$ . On cherche alors à évaluer l'erreur commise sur la condition 7.17 dans cet intervalle. Pour cela, deux cas de figures particuliers sont définis, entre lesquels toutes les configurations sont possibles : l'isotropie et l'anisotropie par rapport à l'axe étudié. Dans le cas 3D, une distribution isotrope selon un axe est représentée par une distribution régulière de 7 fibres dans l'intervalle  $[-\pi/2; \pi/2]$  (puisque dans ce cas l'angle moyen est nul), et l'anisotropie comme une distribution régulière de 7 fibres dans l'intervalle  $[-20^\circ; +20^\circ]$  selon le critère d'anisotropie

du chapitre 5 (pour un angle moyen nul aussi à cause de la régularité de la distribution). La distribution gaussienne d'une répartition anisotrope ainsi définie atteint la valeur nulle avant les bornes  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$  de l'intervalle de définition (en gris sur la FIGURE 7.8). Ainsi la condition 7.17 est respectée dans cette configuration. Dans le cas d'une distribution isotrope, comme représenté en noir sur la FIGURE 7.8, l'intégrale (au sens de Riemann) de la fonction entre  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$  est  $\simeq 0,93$ , soit une probabilité de présence d'une fibre d'environ 93% au lieu de 100% sur tout l'intervalle. Le terme d'interaction est dans ce cas légèrement sous-estimé. Cette erreur est négligée dans la suite de nos calculs. La condition de probabilité unitaire sur chaque intervalle  $[-\frac{\pi}{2}(2k-1) + \mu; \frac{\pi}{2}(2k+1) + \mu]$  est supposée respectée.

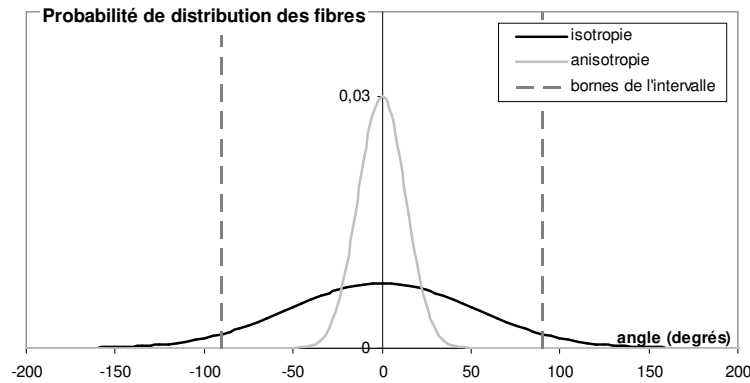


FIGURE 7.8 – Tracé de la fonction de probabilité de distribution des fibres dans un cas isotrope et anisotrope selon une direction  $d$  étudiée.

Il faut noter que la configuration d'anisotropie présentée sur la figure FIGURE 7.8 est relative à la direction  $d$  étudiée puisque l'angle des fibres se définit par rapport à cet axe. Le cas particulier d'une anisotropie de l'orientation des fibres marquée dans le sens orthogonal à cette direction n'est pas pris en compte par la distribution gaussienne. Ainsi, la configuration d'anisotropie orthogonale à la direction  $d$  présentée sur la FIGURE 7.9 correspond à la distribution tracée en gris sur la FIGURE 7.10.

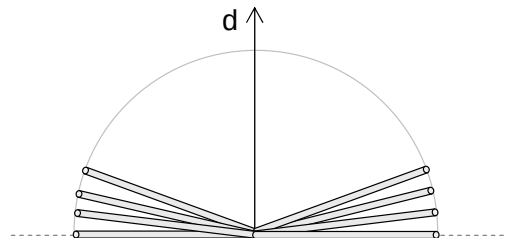


FIGURE 7.9 – Configuration d'anisotropie des fibres dans la direction orthogonale à la direction  $d$  étudiée.

Cette distribution est très proche d'une configuration isotrope, malgré l'orientation privilégiée adoptée par les fibres. Dans ce cas, selon l'expression du terme d'interaction donné dans la section suivante 7.5.5.2, les paramètres  $\sigma$  et  $\mu$  déduits des inclinaisons de toutes les fibres sont respec-

tivement élevé et faible. Ces paramètres entraînent un faible terme d'interaction pour une fibre formant un angle inclus dans l'intervalle  $[-\pi/2; +\pi/2]$  par rapport à  $d$  (fibre sur la FIGURE 7.9). L'expression de ce terme est détaillé dans la section suivante. Selon cette expression, le terme d'interaction ne dépasse pas  $3.10^{-4}D_r$ . Ce résultat semble cohérent puisque le mouvement de l'extrémité des fibres orthogonal à  $d$  n'influence que dans une faible mesure la fibre orientée selon  $d$ . On note que dans ce cas, l'intégrale (au sens de Riemann) de la fonction entre  $-\pi/2$  et  $+\pi/2$  est  $\simeq 0,75$ .

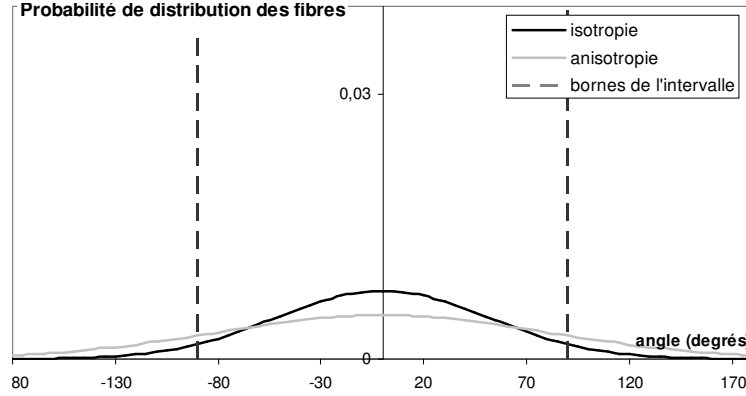


FIGURE 7.10 – Tracé de la fonction de probabilité de distribution des fibres dans un cas isotrope et anisotrope orthogonalement à une direction  $d$  étudiée.

### 7.5.5.2 Calcul du terme d'interactions

Une fois la fonction de distribution des fibres définie, on cherche à exprimer le terme d'interactions (7.15) en fonction des paramètres calculés par le code Flow3D©. Ce terme ajouté à l'équation d'évolution de l'orientation d'une fibre est projeté sur les trois axes de l'espace comme :

$$I = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{pmatrix} = D_r \begin{pmatrix} \frac{1}{\psi_x(\beta_x)} \frac{\partial \psi_x(\beta_x)}{\partial p_x} \\ \frac{1}{\psi_y(\beta_y)} \frac{\partial \psi_y(\beta_y)}{\partial p_y} \\ \frac{1}{\psi_z(\beta_z)} \frac{\partial \psi_z(\beta_z)}{\partial p_z} \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

$p_x$ ,  $p_y$  et  $p_z$  sont les projections du vecteur unitaire  $p$  sur les trois axes.  $\beta_x$ ,  $\beta_y$  et  $\beta_z$  sont les angles formés entre la fibre et chacun des axes.  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  et  $\psi_z$  sont les fonction de distribution des fibres selon ces axes.

Chaque distribution gaussienne  $\psi(\beta)$  se définit par rapport à deux paramètres : l'angle moyen  $\mu$  et la variance  $\sigma^2$ , qui sont recalculés dans le code à chaque pas de temps et sur chaque cellule en fonction de l'orientation des fibres à la fin du pas de temps précédente advectée sur la même cellule. Trois couples de paramètres  $(\mu_x, \sigma_x)$ ,  $(\mu_y, \sigma_y)$  et  $(\mu_z, \sigma_z)$  sont donc déduits et permettent de construire les fonctions de distribution selon chaque axe.

Chaque fonction de distribution doit alors être dérivée par rapport à la projection du vecteur  $p$  sur l'intervalle  $[-\pi/2 + \mu; \pi/2 + \mu]$ . Le détail de ce calcul est donné en Annexe E. Le terme

d'interaction s'exprime finalement :

$$I = D_r \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_x^2} \times \frac{\arccos(p_x) - \mu_x}{\sqrt{1-p_x^2}} \\ \frac{1}{\sigma_y^2} \times \frac{\arccos(p_y) - \mu_y}{\sqrt{1-p_y^2}} \\ \frac{1}{\sigma_z^2} \times \frac{\arccos(p_z) - \mu_z}{\sqrt{1-p_z^2}} \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

avec les angles  $\arccos(p_x)$ ,  $\arccos(p_y)$  et  $\arccos(p_z)$  appartenant respectivement aux intervalles  $[-\frac{\pi}{2} + \mu_x; +\frac{\pi}{2} + \mu_x]$ ,  $[-\frac{\pi}{2} + \mu_y; +\frac{\pi}{2} + \mu_y]$  et  $[-\frac{\pi}{2} + \mu_z; +\frac{\pi}{2} + \mu_z]$ .

Il faut noter que le calcul de la dérivée de la fonction de probabilité de distribution est réalisé en prenant l'hypothèse que l'angle moyen et la variance sont fixes sur un pas de temps. Seul l'angle  $\beta$  varie au cours de ce calcul.

## 7.6 Écoulement entre deux plans parallèles infinis

L'évolution de l'orientation d'une population de fibres dans un fluide à seuil s'écoulant entre deux plans parallèles infinis distants de 20cm est alors simulée. Un matériau cimentaire de seuil  $\tau_c = 300Pa$  et de viscosité plastique  $\mu_p = 10Pa.s$ , est injecté dans le canal par une pression uniforme de 2500Pa appliquée à la limite inférieure du canal (cf. FIGURE 7.11). Une condition de pression stagnante (stagnation pressure) impose une vitesse nulle du fluide à l'entrée du canal. Cette condition est cohérente avec la condition d'isotropie des fibres, et permet d'observer le processus d'orientation à l'entrée du canal.

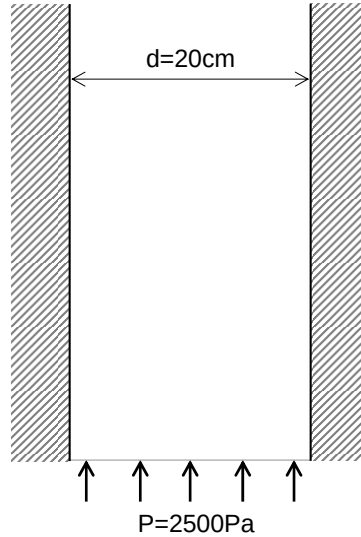


FIGURE 7.11 – Écoulement de référence entre deux plans parallèles infinis distants de  $d$ .

La condition initiale adoptée dans ce canal est une isotropie en 2 dimensions, donnée par (7.7) pour la méthode continue, et par (7.13) pour la configuration à 4 fibres de la méthode multifibres. À la sortie du canal, une condition type continuité est appliquée. Par cette relation, le gradient de tous les paramètres de l'écoulement dans la direction normale à la frontière du maillage est forcé à 0. De cette façon, l'état permanent est atteint au bout du canal.

Le pas de temps maximal est choisi comme il est précisé dans la section 7.3.1  $\Delta t_{max} = 10^{-3} s$ .

### 7.6.1 Modèle sans interactions

L'évolution de l'orientation d'une fibre seule plongée dans le canal est représentée FIGURE 7.12. Une zone non cisailée au centre de canal de l'ordre de 14 – 15cm de largeur est prédite.

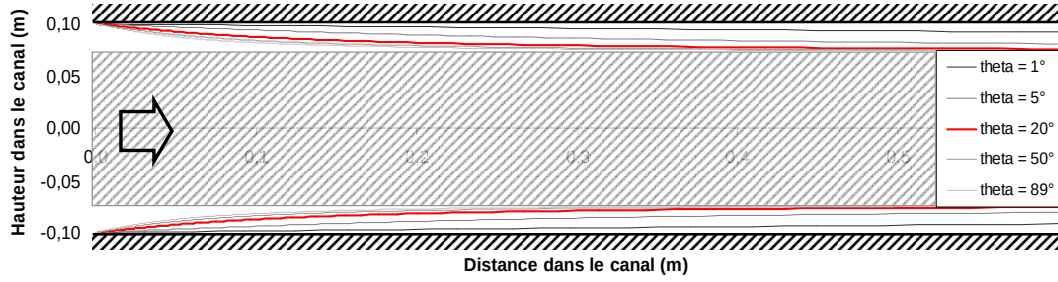


FIGURE 7.12 – Évolution de l'orientation d'une fibre entre deux plans parallèles distants de 20cm.

L'orientation dans cette zone est caractérisée par un facteur d'orientation de 0,5. Dans les zones cisailées de part et d'autre de cette zone centrale, de facteur d'orientation en état permanent est de 1. Cet écoulement est simulé selon les deux modèles proposés dans ce chapitre. Pour l'instant, le terme d'interactions n'est pas pris en compte. Les profils d'orientation en bout de canal sont donnés sur la FIGURE 7.13. Ils correspondent au coefficient  $a_{33}$  de la matrice d'orientation pour la modèle continu, directement comparable au facteur d'orientation  $\alpha_3$  du modèle multifibres.

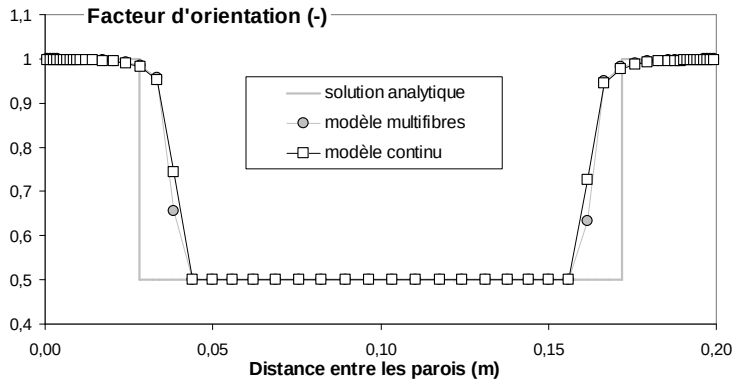


FIGURE 7.13 – Profil du facteur d'orientation en bout de canal (pour  $z = 0,6m$ ) tracé pour les deux modèles de prédiction (continu et multifibres). Le terme d'interactions est égal à zéro.

Les résultats des deux méthodes sont très proches, l'erreur moyenne au sens des moindres carrés est de l'ordre de  $3 \cdot 10^{-4}$ . Ces deux méthodes mènent à une bonne prédiction de l'état permanent d'orientation dans le canal. Une estimation du temps nécessaire pour atteindre 99% de

l'orientation pour des fibres initialement isotropes à l'entrée du canal peut être déduite des profils d'orientation le long du canal, pour chacun des modèles. Cette estimation est tracée sur la FIGURE 7.14. Les temps nécessaires pour que l'orientation caractéristique d'un régime permanent soit atteinte (à 1% près) sont de l'ordre de 2 secondes pour chacun des modèles. On note toutefois une légère différence entre les modèles pour une vitesse de cisaillement moyenne entre les deux plans de l'ordre de  $0,1m/s$ . Les temps d'orientation du modèle tensoriel continu sont environ 15% plus élevés que ceux du modèle multifibres.

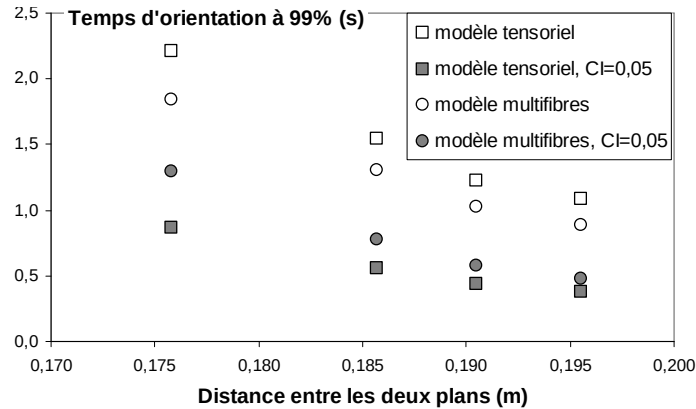


FIGURE 7.14 – Temps nécessaire pour atteindre 99% de l'orientation finale dans le canal, selon la distance entre les deux plans. Comparaison des facteurs d'orientation ( $a_{33}$  et  $\alpha_3$ ) selon les deux modèles numériques.

La prise en compte du terme d'interactions réduit le temps d'orientation pour chacun des modèles puisque ces interactions induisent une orientation permanente moins marquée, donc atteinte plus rapidement par les fibres en écoulement. Ce processus semble plus important dans le cas du modèle tensoriel sur la FIGURE 7.14, du fait de l'influence plus marquée des interactions au niveau de l'orientation permanente dans ce modèle.

### 7.6.2 Influence des propriétés rhéologiques du matériau

Les propriétés rhéologiques du matériau sont maintenant modifiées pour observer l'impact du comportement macroscopique sur le profil de l'écoulement. Pour cela, nous caractérisons le comportement rhéologique d'un fluide par le nombre de Bingham  $Bm$  déduit de ses paramètres de seuil et de viscosité plastique. Il s'écrit :

$$Bm = \frac{\tau_c L}{\mu_p V} \quad (7.26)$$

où  $L$  est une longueur caractéristique de l'écoulement, et  $V$  sa vitesse. Ce nombre adimensionnel est utilisé pour caractériser le rapport entre les contraintes élastiques et les contraintes visqueuses. Dimensionnellement, on s'attend à ce que plus les contraintes élastiques sont importantes, plus les zones mortes sont importantes au niveau de l'écoulement et plus l'orientation macroscopique est faible. Dans notre écoulement 2D, la longueur caractéristique est la distance

entre les deux plans  $L = 0,2m$  et le calcul de l'ordre de grandeur de la vitesse s'effectue par l'approximation d'un champ de vitesse caractéristique d'un écoulement de Poiseuille  $V_{moy} = \frac{2}{3}V_{max}$ . Le nombre de Bingham de l'écoulement présenté précédemment est de l'ordre de  $Bm = 4,32$ . Les paramètres de seuil et de viscosité sont alors variés pour observer l'impact des propriétés rhéologiques sur le profil de l'écoulement. Ces paramètres sont donnés dans la TABLE 7.1 :

| Bingham          | Bm1  | Bm2  | Bm3  |
|------------------|------|------|------|
| Seuil (Pa)       | 300  | 100  | 50   |
| Viscosité (Pa.s) | 10   | 10   | 10   |
| Bingham          | 4,32 | 1,44 | 0,72 |

TABLE 7.1 – Nombres de Bingham représentatifs du comportement rhéologique des matériaux dont l'écoulement est simulé entre deux plans parallèles infinis.

La FIGURE 7.15 réunit les profils d'écoulement entre les deux plans parallèles au bout du canal ( $z = 0,6m$ ).

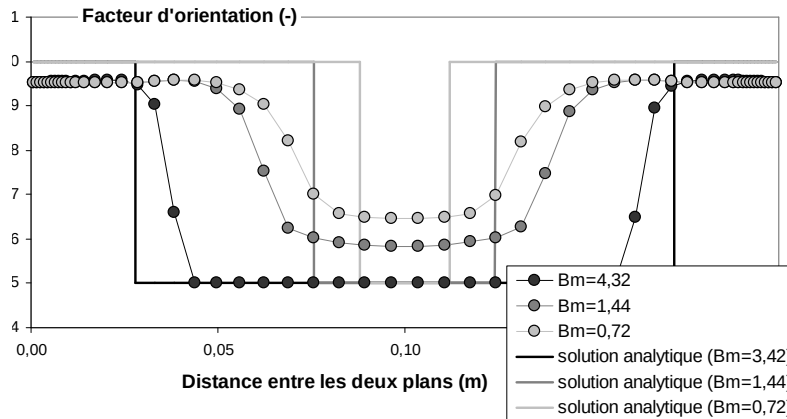


FIGURE 7.15 – Profils du facteur d'orientation en bout de canal pour matériaux caractérisés par leur nombre de Bingham. Simulations réalisées par le modèle continu. Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,005$  a été utilisé.

Un nombre de Bingham décroissant n'influence pas le facteur d'orientation dans les zones cisillées mais modifie la prédiction de la zone isotrope, ainsi que l'orientation dans cette zone. Cette zone isotrope est conditionnée par la contrainte seuil du matériau. Dès que le critère de Von Mises n'est plus respecté, le matériau suit une loi de comportement élastique en fonction du module de cisaillement  $G$  du matériau, choisi tel que :

$$\tau_c = G\gamma_{crit} \quad (7.27)$$

où  $\gamma_{crit}$  est la déformation critique au delà de laquelle le comportement élastique du matériau est dépassé. Pour chaque nombre de Bingham, cette déformation critique est fixée à  $\gamma_{crit} = 10^{-2}$ , valeur classique des matériaux cimentaires. Le module de cisaillement du matériau est modifié avec le seuil pour chaque simulation. Un module  $G$  faible entraîne alors des déformations élastiques dans la zone isotrope, et donc une évolution de l'orientation des fibres. On peut penser qu'une valeur artificiellement forte de ce module tend vers la solution analytique d'une orientation maximale aux parois et isotrope dans la zone centrale, avec un gradient d'orientation très fort à l'interface entre les deux zones.

De plus, la largeur de la zone isotrope centrale numériquement obtenue par rapport à sa prédiction analytique peut être expliquée par le caractère diffusif des interactions. Le profil de l'écoulement est plus doux plus le seuil est faible, et l'effet des interactions domine le processus d'orientation dans la zone proche de l'isotropie centrale.

### 7.6.3 Influence du terme d'interactions

Les interactions sont ajoutées à chacun des deux modèles. Le coefficient d'interactions  $C_I$  est varié sur la plage des coefficients de la littérature (entre  $10^{-3}$  et 0,2). Les profils d'orientation sont tracés sur la FIGURE 7.14.

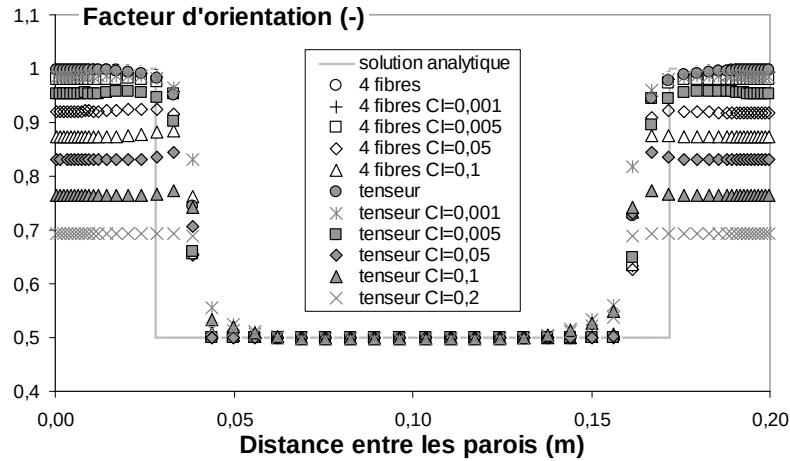


FIGURE 7.16 – Profils du facteur d'orientation en bout de canal pour différents coefficients d'interactions, tracés pour les deux modèles de prédiction (continu et semi-discret).

Pour les deux modèles, l'augmentation du coefficient d'interactions  $C_I$  entraîne une réduction du degré d'orientation caractéristique du régime permanent dans les zones cisailées. Le temps nécessaire pour atteindre cette orientation réduite est alors plus rapide (*cf.* FIGURE 7.14). En revanche, aucun effet n'est observé dans la zone isotrope centrale. Ce comportement était prévisible du fait des faibles déformations dans cette zone pour un module de cisaillement assez élevé ( $G = 30000Pa$ ).

La comparaison des deux modèles montre que, malgré des profils d'orientation similaires, le modèle multifibres sous-estime les interactions des fibres entre elles lors de l'écoulement par rapport



à l'approche tensorielle.

Quoi qu'il en soit, ce terme doit permettre l'ajustement des résultats numériques sur les résultats expérimentaux. Or, les valeurs du facteur d'orientation expérimentalement mesurées par comptage de fibres sur des sections d'un canal à surface libre (*cf.* chapitre 5) sont de l'ordre de 0,7-0,8 aux parois. Nous n'avons pu réussir à obtenir de telles valeurs avec le modèle multifibres. En effet, au delà du coefficient d'interactions de 0,1, de fortes perturbations de l'orientation sont apparues dans les zones cisailées du canal. Par contre, le modèle continu permet d'obtenir des facteurs d'orientation aux parois du canal de l'ordre de 0,7 pour un coefficient d'orientation de  $C_I = 0,1 - 0,2$ . Si on compare ce facteur aux résultats de la littérature, on s'aperçoit que cette valeur de coefficient d'interactions correspond à des encombrements très élevés (*cf.* chapitre 5 section 5.6.6). Nous avons proposé au chapitre 4 un critère de formulation des matériaux fibrés tel que l'encombrement dû aux inclusions dans les matériaux cimentaires ne dépasse pas 0,8. Or si on se réfère aux coefficients de Folgar et Tucker [167] sur la FIGURE 7.17, un encombrement des fibres  $\phi_f/\phi_{fm}$  de 0,8 implique un coefficient d'interactions de l'ordre de 0,02, ce qui est un ordre de grandeur en dessous du coefficient nécessaire dans nos simulations.

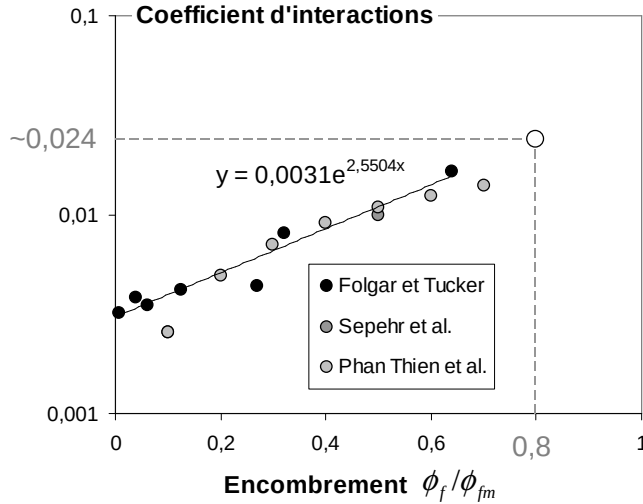


FIGURE 7.17 – Coefficient d'interactions issus de la littérature [167],[213],[214]. Le point blanc correspond à l'extrapolation de ce coefficient pour un encombrement de 0,8.

Une estimation du nombre de calculs pour chacun des modèles mène pour chaque pas de temps à (149 additions/soustractions + 132 multiplications/divisions + 1 racine) calculs pour le modèle continu, et (244 additions/soustractions + 240 multiplications/divisions + 21 racines + 28 arccosinus) calculs pour le modèle multifibres (sans compter l'appel à une procédure de Jacobi dans chacun des modèles pour le calcul du paramètre d'interactions  $D_r$  défini au 5 section 5.6.6). Cette estimation prédit un temps de calcul plus important dans avec le modèle multifibres. Nous avons effectivement constaté cette différence de temps, inférieure à 20minutes sur un calcul de 2heures. Nous recommandons donc le modèle continu. Il faut cependant garder à l'esprit que les coefficients d'interactions nécessaires pour simuler l'orientation d'une population de fibres dans une structure réelle sont bien supérieurs à ceux couramment utilisés dans la littérature pour des

encombrements similaires. Les facteurs d'orientation de l'ordre de 0,7 mesurés sur structures réelles ne sont donc pas uniquement dus aux interactions entre les fibres. Il faut alors tenir compte du comportement macroscopique du matériau en écoulement. En effet, les coefficients d'interaction de la littérature sont mesurés sur des fluides Newtoniens. Or, les matériaux dont nous simulons l'écoulement présentent un seuil d'écoulement qui peut modifier l'évolution de l'orientation des fibres.

Nous avons dès le début de cette étude appliqué un modèle d'évolution de l'orientation issu de la mécanique des milieux Newtoniens à des matériaux cimentaires présentant un seuil d'écoulement. Nous avons alors constaté que cette hypothèse forte permettait d'obtenir de bonnes prédictions de l'état d'orientation dans les zones cisailées du matériau. Mais cette hypothèse a des limites. Elle est en effet valable au niveau macroscopique mais ne prend pas en compte l'effet du seuil à l'échelle de la fibre.

## 7.7 Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux

Les résultats expérimentaux issus du comptage des fibres sur des sections d'un canal à surface libre présentés à la section 5.3.2.2 du chapitre 5 montrent une orientation plus faible des fibres dans les zones proches des parois que les prédictions analytique et numérique. En effet dans le cas de ce canal, l'encombrement expérimental du matériau par les fibres de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,0625$  correspond, selon les résultats de la littérature (*cf.* FIGURE 7.17), à un coefficient d'interactions de  $C_I = 0,002$ . Les facteurs d'orientation expérimentaux dans les zones proches des parois sont alors de 0,72. Ce constat expérimental coïncide d'ailleurs avec la gamme de valeurs expérimentalement adoptées par ce facteur dans le cas de matériaux cimentaires et reportée par certains auteurs. Soroushian [104] fait le bilan de résultats entre  $[0,41; 0,82]$  et Grünwald [13] suggère une gamme légèrement plus ouverte, de  $[0,2; 0,825]$ . Or les ordres de grandeur des facteurs d'orientation prédits entre les deux plans parallèles infinis de la FIGURE 7.16 dans le cas de coefficients d'interactions de l'ordre de  $C_I = 0,005$  sont proches de 1. Ce contraste entre prédiction et mesures peut se comprendre si on se place à l'échelle des fibres. La vitesse de rotation d'une fibre diminue au fur et à mesure que la fibre se rapproche de sa position d'équilibre et que le couple généré par le fluide diminue. Le cas d'une fibre soumise à un écoulement cisailant est donné à titre d'exemple sur la FIGURE 7.18.

Au cours du processus d'orientation, le fluide compris dans un domaine entre la fibre et la direction de l'écoulement oppose une résistance à la rotation de la fibre liée au seuil et à la viscosité du fluide porteur. Or plus la fibre se rapproche de son orientation finale, plus le couple moteur de la rotation décroît, jusqu'à devenir nul une fois l'alignement atteint. On peut donc penser qu'il existe une orientation critique de la fibre pour laquelle ce couple ne permet plus de surpasser l'effet de la contrainte seuil. La rotation s'arrête alors, et la fibre n'atteint jamais complètement sa position d'équilibre prédite analytiquement par Jeffery (FIGURE 7.18).

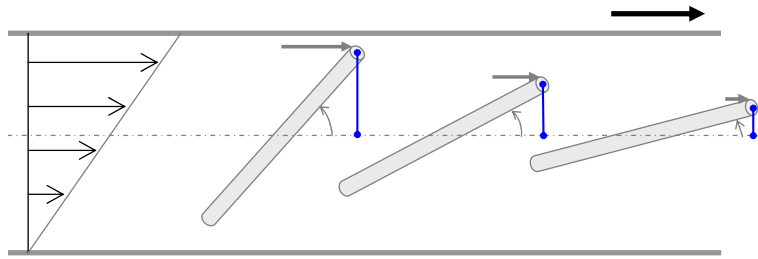


FIGURE 7.18 – Évolution de l'inclinaison d'une fibre en rotation dans un écoulement cisailant. Les lignes bleues représentent la distance entre la fibre et l'alignement final.

## Chapitre 8

# Application des modèles de prédiction de l'orientation à un écoulement industriel

### 8.1 Introduction

Le modèle multifibres de prédiction de l'orientation d'une population de fibres a été développé dans le chapitre précédent et testé entre deux plans parallèles infinis. L'état d'orientation dans un matériau est déduit à chaque instant de l'orientation moyenne d'un échantillon de fibres initialement isotropes. Un terme d'interactions est pris en compte pour représenter l'effet diffusif des interactions entre les fibres.

Nous appliquons dans ce chapitre ce modèle à un écoulement représentatif d'une mise en œuvre industrielle dans un canal en forme de U. La forme du coffrage, le processus de coulage, la concentration en fibres, les effets des parois sont autant de facteurs qui influencent le processus d'orientation des fibres lors d'une mise en œuvre industrielle qui ne peuvent être pris en compte analytiquement. Le matériau considéré est une pâte de ciment renforcée en fibres. Un terme d'interactions permet de simuler les encombrements de fibres couramment utilisés en génie civil. Les interactions dues aux grains de sable et aux granulats sont ici négligées. Les prédictions d'orientation sont donc applicables à des pâtes de ciment fibrées. On peut cependant penser que, pour des grains de sable de diamètre bien inférieur à la longueur des fibres, les interactions entre ces deux types d'inclusions sont en première approximation négligeables. Dans ce cas, les résultats de ce chapitre peuvent être comparés au cas des mortiers fibrés. Par contre, des graviers dont le diamètre est de l'ordre de la longueur des fibres modifient dans une large mesure leur orientation et induisent une orientation isotrope, même dans les zones où le cisaillement devrait aligner les fibres avec l'écoulement.

Dans un premier temps, nous définissons les paramètres caractéristiques de l'écoulement relatifs à la rhéologie du comportement du matériau et à la mise en place numérique du problème. Puis, nous décrivons une campagne d'essais mise en place dans le cadre de ce travail en collaboration avec le GHYMAC à Bordeaux, dans le but de valider nos résultats numériques. L'orientation macroscopique de fibres dans un matériau cimentaire coulé dans la même géométrie que celle décrite

précédemment est déduite de mesures de résistivité électrique locale après prise du matériau. D'autre part, le comptage des fibres sur des sections du canal découpées permet de compléter ces résultats. Après un bref descriptif de la méthode de mesures de résistivité électrique, l'essai est mis en place. Les protocoles expérimentaux suivis dans cette étude sont alors décrits.

Dans un deuxième temps, nous déduisons des résultats numériques les principales caractéristiques de l'orientation macroscopique des fibres. Nous retrouvons un résultat du chapitre 6 qui prédisait une orientation quasi instantanée des fibres dans la direction de l'écoulement dans les zones cisailées. Le facteur d'orientation atteint des valeurs élevées dans les zones proches des parois. D'autre part, une zone non cisailée se forme au centre de l'écoulement, due à la contrainte seuil du matériau.

Enfin, l'état d'orientation macroscopique des fibres dans le canal en U est déduit des résultats obtenus à la fois par mesures de résistivité électrique et comptage de fibres.

## 8.2 Modélisation d'un coulage de type industriel

Dans ce chapitre, nous appliquons à un cas concret de mise en œuvre les modèles proposés au cours du chapitre précédent. Nous définissons donc un écoulement de référence dans une géométrie de type canal en U, représentative des coffrages du génie civil. Les dimensions du canal sont renseignées sur la FIGURE 8.1.

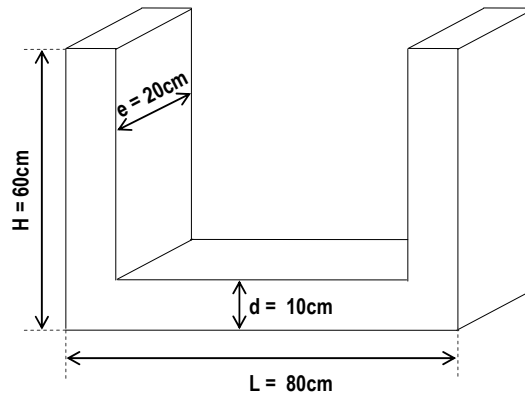


FIGURE 8.1 – Dimensions du canal en U utilisé pour la simulation du coulage d'un matériau cimentaire renforcé en fibres de type industriel.

### 8.2.1 Paramètres rhéologiques

La contrainte seuil du matériau est fixée à  $300\text{Pa}$  de manière à être représentatif des matériaux industriels renforcés en fibres et à mettre en avant l'effet du seuil sur l'écoulement. Le module d'Young du matériau, représentatif du comportement du matériau dans les zones mortes, est alors égal à  $30000\text{Pa}$  (cf. expression (7.27) du chapitre 7). La déformation critique est de l'ordre de  $10^{-2}$  pour des matériaux cimentaires [10]. Une viscosité de  $50\text{Pa.s}$  est considérée.

### 8.2.2 Coefficient d'interactions

En première approche, nous déduisons le paramètre d'interactions  $C_I$  par interpolation des résultats de la littérature [167],[213],[214] pour deux concentrations de fibres prévues pour nos essais, représentatives de celles utilisées en industrie : 0,2% et 1% de fibres de facteur d'aspect 50. Les encombrements correspondant sont de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,025$  et  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,125$ . Les paramètres d'interaction identifiés sont égaux respectivement à 0,0033 et 0,0043 (cf. chapitre 7 FIGURE 7.17). Les résultats présentés dans ce chapitre concernent la configuration avec un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,125$ .

### 8.2.3 Maillage

Un maillage régulier est appliqué au canal en U présenté FIGURE 8.1, de manière à éviter les distorsions des cellules. Chaque cellule a la taille  $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$  (FIGURE 8.2). Le canal en U est maillé comme un parallélépipède rectangle dont le centre est rempli par un obstacle (au centre sur la FIGURE 8.2). Le fluide est versé par une des extrémités du canal pour simuler une mise en œuvre de type industriel. Une condition de symétrie est appliquée à  $y = 0$  de manière à réduire le temps de calcul grâce à la symétrie de l'écoulement.

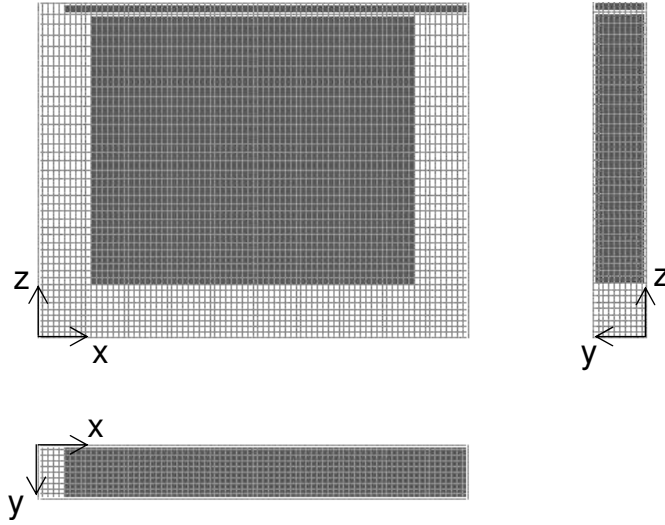


FIGURE 8.2 – Maillage du canal en U.

### 8.2.4 Conditions aux frontières du maillage

Le versement du matériau s'effectue sur une des deux extrémités du canal, à la surface  $z = z_{max}$ . Trois versements de 10l de fluide chacun sont effectués pour le remplissage du coffrage, correspondant à trois volumes de matériau fibré versés successivement dans le moule (cf. FIGURE 8.3). La vitesse de versement de chacun des volumes de fluide s'écrit :

$$V_{seau} = \frac{volume}{A_v \times t} \quad (8.1)$$

où  $volume = 10l$  est le volume de matériau versé en une fois,  $t \simeq 30s$  le temps nécessaire au versement d'un volume, et  $A_v = 0,2m \times 0,05m$  l'aire par laquelle le matériau est versé dans le coffrage. La vitesse de versement est donc de l'ordre de  $1/t$ . Un temps de repos de 60 secondes est appliqué, correspondant au temps avant le versement suivant.

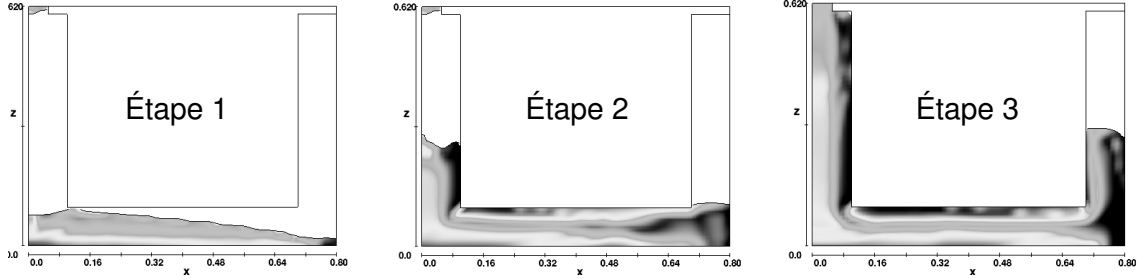


FIGURE 8.3 – Facteur d'orientation dans la direction  $x$  d'une pâte de ciment renforcée en fibres coulée dans un canal en U selon un versement en trois temps. Chaque image correspond à la fin du versement d'un volume de  $10l$  de matériau.

Les surfaces extérieures du canal  $z = z_{min}$ ,  $y = y_{max}$ ,  $x = x_{min}$  et  $x = x_{max}$  sont des parois du coffrage sur lesquelles une condition de non glissement est appliquée. La même condition existe à l'interface fluide-obstacle, donc sur les parois intérieures du canal.

Enfin, la paroi  $y = y_{min}$  est soumise à une condition de symétrie puisque seulement la moitié du canal est modélisée, de  $y_{min} = 0$  à  $y_{max} = 10cm$ .

### 8.2.5 Effet de parois

Une condition aux parois du coffrage est ajoutée à ce schéma de manière à modéliser les effets de paroi décrit au chapitre 5. Pour cette condition aux bords, la longueur des fibres doit nécessairement être renseignée dans le code de calcul.

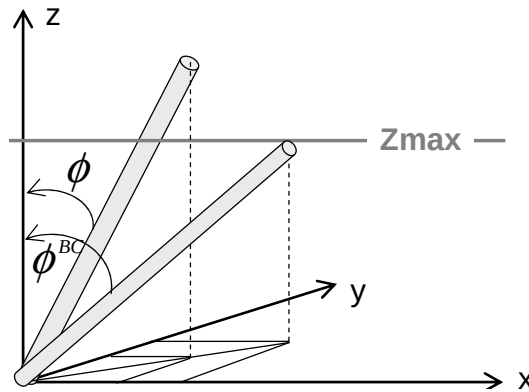


FIGURE 8.4 – Corrections du vecteur  $p$  en présence d'une paroi.

À chaque étape de calcul, un test est réalisé sur les composantes de chaque fibre dans une zone

proche des parois pour déterminer si cette fibre traverse une paroi. Dans ce cas, une correction de l'orientation de la fibre est effectuée. L'angle responsable de la correction est réduit de manière à ce que la fibre soit contenue dans le coffrage. Les autres angles sont alors gardés constants (*cf.* FIGURE 8.4). De plus, dans les zones d'angle du coffrage, si la fibre traverse une seconde paroi (de par son orientation due à l'écoulement ou à cause de la correction précédente), la première coordonnée corrigée est conservée et la deuxième coordonnée traversant la paroi est corrigée à son tour. L'angle responsable de la correction est modifié de manière à ce que la fibre soit contenue dans le coffrage, et la troisième coordonnée est déduite des deux premières grâce à la norme unitaire du vecteur  $p$  (*cf.* FIGURE 8.5).

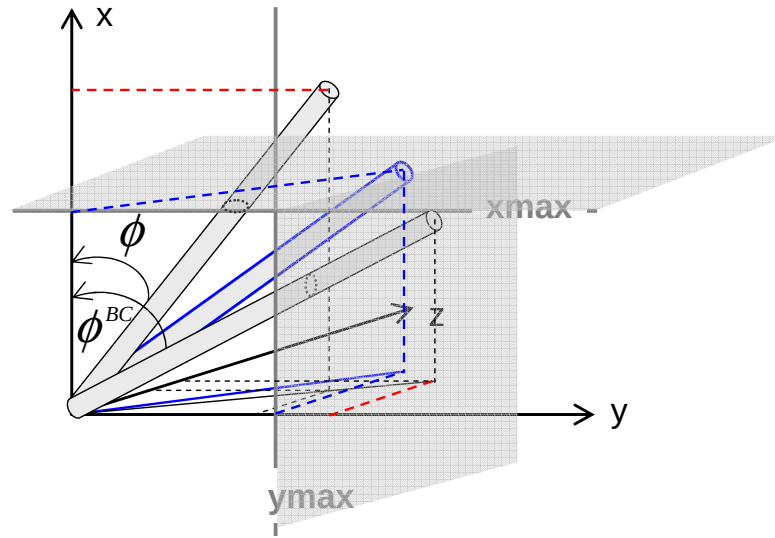


FIGURE 8.5 – Corrections du vecteur  $p$  en présence de deux parois. Les projections au delà des parois sont corrigées et les coordonnées finales correspondent à la fibre au centre.

Pour observer l'influence de la présence des parois au bord de notre écoulement, le maillage a été raffiné aux frontières du canal (*cf.* FIGURE 8.6). Il ne permet cependant de corriger l'orientation des fibres que sur deux rangées de cellules. Le raffinement du maillage est ici limité par des temps de calcul conséquents.

On constate une forte influence des parois sur le facteur d'orientation dans les zones proches des parois, principalement là où deux parois influencent simultanément l'orientation, comme le montre la FIGURE 8.7.

Il faut noter que le cas des cellules placées dans la zone précise d'angle du coffrage, c'est à dire influencées dans le même temps par trois parois, ne peut être traité correctement dans la mesure où la seule correction réaliste possible serait de déplacer le centre de gravité de la fibre dans le coffrage. Cet effet est cependant négligé puisqu'il ne concerne que de faibles zones dans les coffrages de type industriel.



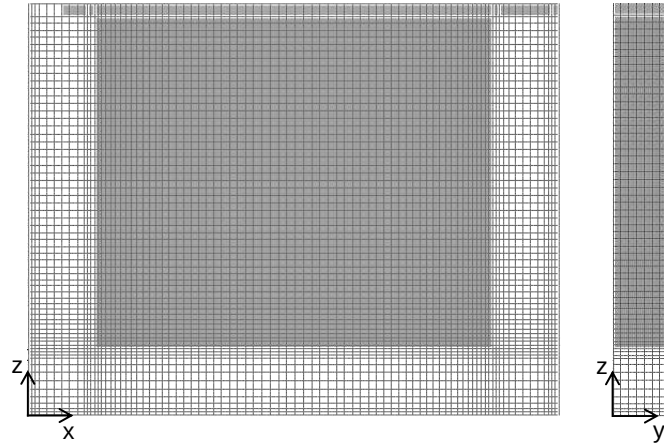


FIGURE 8.6 – Raffinement du maillage dans les zones proches des frontières de coffrage.

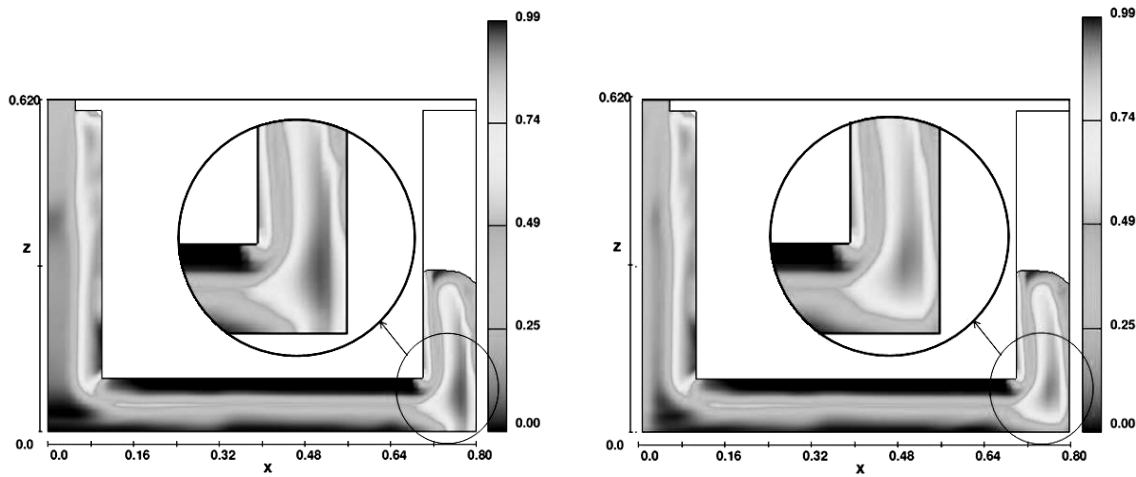


FIGURE 8.7 – Effet de la correction de la paroi sur le facteur d'orientation calculé selon la direction  $z$ . L'effet de paroi est rajouté au code à droite.

### 8.3 Validation expérimentale

Dans le cas des BFUP, les fibres utilisées pour renforcer le matériau étant en acier, des méthodes basées sur la conduction du courant électrique dans la structure peuvent être appliquées. Ces méthodes semblent d'ailleurs indiquées dans le cas des structures du génie civil puisqu'elles présentent l'avantage d'être non destructives. De plus, des études préliminaires ont montré une bonne sensibilité de la résistivité électrique à la présence de fibres d'acier renforçant des matériaux cimentaires [145],[146],[159],[259],[160],[260]. Dans la suite de ce travail, nous validons le modèle numérique appliqué à une géométrie simple et représentative des mises en œuvre industrielles par des résultats expérimentaux dans la même géométrie. D'une part, les mesures de résistivité électrique fournissent une information qualitative locale de la direction d'orientation des fibres. D'autre part, le comptage de fibres, très limité du fait du temps nécessaire au comptage, permet une description plus quantitative du degré d'orientation grâce au facteur d'orientation défini à la section 5.4.2 du chapitre 5.

### 8.3.1 Mesures de résistivité électrique

Les mesures sont réalisées grâce à un dispositif composé de quatre électrodes disposées en carré. Un courant d'une intensité connue est injecté entre deux électrodes adjacentes (électrodes de gauche sur la FIGURE 8.8). Le courant injecté est de type alternatif pour éviter la polarisation de l'échantillon à caractériser. La différence de potentiel induite par ce courant traversant le matériau est mesurée entre les deux électrodes parallèles (électrodes de droite sur la FIGURE 8.8) [159],[160]. Elle est proportionnelle à la résistance du matériau au passage du courant  $R$ . À cette résistance est associée une résistivité apparente  $\rho$  (mesurée en  $Ohm.m$ ). Cette résistivité est inversement proportionnelle à la conductivité  $\sigma_e$  du matériau (mesurée en  $S/m$ ) :

$$R \sim \frac{U}{I} \text{ avec } R \sim \rho \sim \frac{1}{\sigma_e} \quad (8.2)$$

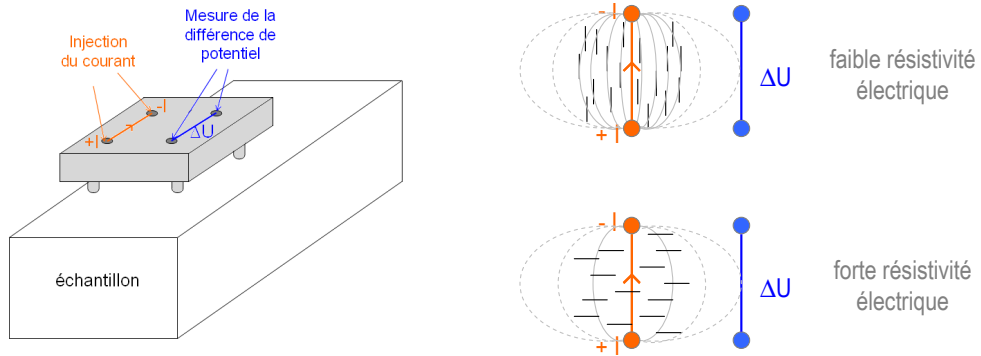


FIGURE 8.8 – Mesures de résistivité électrique. À gauche : dispositif de mesures, à droite : influence de l'orientation des fibres sur la résistivité d'un matériau.

Le béton (non renforcé en fibres) est un matériau isotrope à l'échelle de ces mesures et peu conducteur. L'ajout de fibres d'acier modifie la conductivité locale du matériau, réduisant en moyenne sa résistivité. L'influence des fibres métalliques, si elles présentent une orientation marquée en moyenne, est différente selon la direction de circulation du courant électrique. Le contraste entre les mesures de résistivité obtenues au même point dans diverses directions est alors représentatif d'une orientation privilégiée des fibres dans le matériau (FIGURE 8.8 à droite). Pour obtenir cette orientation privilégiée, l'anisotropie locale des propriétés électriques du matériau est tracée [160]. On en déduit que l'orientation des fibres est alors perpendiculaire aux axes de plus grande résistivité [160]. En effet, un courant injecté parallèlement à la direction d'orientation des fibres est facilement conduit dans le matériau, du fait du caractère hautement conducteur de l'acier. La résistivité déduite de la différence de potentiel mesurée est donc faible (FIGURE 8.8 schéma du haut). À l'inverse, une orientation macroscopique des fibres perpendiculaire à la direction d'injection du courant des fibres entraîne une résistivité de l'échantillon qui n'est quasiment pas modifiée par leur présence, donc de l'ordre de celle du matériau sans fibres (FIGURE 8.8 schéma du bas).

Les dispositifs de mesure varient d'une étude à l'autre. Sur chacun de ces dispositifs, la dis-

tance entre deux électrodes est représentative de l'épaisseur de pénétration du courant. Plus les électrodes entre lesquelles le courant est injecté sont éloignées, et plus le courant pénètre en profondeur dans le matériau, donc plus l'épaisseur du béton testé est importante [159],[160].

La technique expérimentale de mesure de la résistivité électrique pour accéder aux propriétés locales d'un matériau entraînent un certain nombre d'incertitudes qui doivent être contrôlées.

- Tout d'abord, pour chaque campagne d'essais lancée sur un échantillon, une étude parallèle doit être menée, d'une part sur le même échantillon non fibré pour corriger les bruits de mesure, d'autre part sur l'échantillon fibré coulé dans une géométrie de référence, pour contrôler les dérives dans le temps dues à une éventuelle évolution de la microstructure du matériau (prise du béton).
- Les mesures sont réalisées à la surface des éprouvettes à tester, selon un quadrillage construit en fonction des zones à étudier. Sur chaque point, le dispositif peut être pivoté de manière à mesurer la résistivité locale de la structure selon différentes directions. Il est alors possible de caractériser l'anisotropie électrique locale par des représentations polaires (diagrammes radiaux). Par des considération de symétrie, les mesures n'ont besoin d'être enregistrées que sur une demi rotation du dispositif ( $[0, \pi]$ ).
- La présence des bords de la structure testée influence la propagation du courant dans le matériau, et donc la forme des lignes courant. L'effet de ces parois est difficile à estimer sur les mesures de résistivité. Il est corrigé numériquement par des méthodes dérivées des modèles analogiques de propagation du courant dépendant uniquement de la géométrie de l'échantillon testé [159],[261].

Des mesures d'orientation des fibres par cette technique ont déjà montré dans la littérature de bonnes corrélations avec des mesures complémentaires, par observation visuelle [160], tomographie par rayons X ou encore essais mécaniques (essai du "rounded panel" et essais de flexion) [159].

### 8.3.2 Application à un coulage de type industriel

L'enjeu de cette étude expérimentale est de valider nos résultats numériques sur des éprouvettes de pâte de ciment renforcées en fibres et coulées dans un canal en U. Cette géométrie est choisie pour être représentative des coffrages du génie civil. Les fibres s'orientent dans les parties rectilignes du canal. Dans ces zones, on souhaite se rapprocher d'un écoulement de type cisaillement entre deux plans infinis parallèles puisque cet écoulement est analytiquement connu. La section du canal en U est donc rectangulaire de manière à négliger les effets de parois dans une direction. Dans les angles du coffrage, le changement de direction brutal des lignes de courant influence fortement l'état d'orientation des fibres. Il est alors difficile de prédire analytiquement cet état d'orientation.

#### 8.3.2.1 Dimensionnement du moule

Le fluide est versé dans une colonne du canal (colonne de gauche FIGURE 8.9) et s'écoule sous l'effet de son propre poids. Quand le matériau est au repos, les seules forces mises en jeu sont le poids du fluide et les interactions entre particules, constituant le seuil du matériau.

Ce seuil, nul dans le cas d'un fluide Newtonien pour lequel le niveau de matériau serait le même dans les deux colonnes, induit ici une différence de hauteur  $\Delta h$ . L'arrêt de l'écoulement correspond en effet au moment où la partie centrale du moule est à l'équilibre :

$$\underbrace{\text{gravité}}_{\text{moteur de l'écoulement}} = \underbrace{\text{interactions}}_{\text{arrêt de l'écoulement}}$$

La pression hydrostatique induite par le poids des colonnes est appliquée de chaque côté de la partie centrale ( $P_1$  et  $P_2$  sur la FIGURE 8.9). Un déséquilibre existe donc entre la pression de la colonne par laquelle le matériau est coulé et celle par laquelle il remonte, noté  $\Delta P = P_1 - P_2$ . Les interactions entre particules de la partie centrale reprennent cette différence de pression qui est donc de l'ordre du seuil du matériau à l'arrêt de l'écoulement. Le bilan des forces sur la partie centrale s'écrit donc :

- forces dues à la gravité appliquées de chaque côté de la partie centrale horizontale :

$$\Delta P \times d \times e$$

- forces dues aux interactions existant dans toute la partie centrale horizontale :

$$2 \times L \times d \times \tau_0 + 2 \times L \times e \times \tau_0$$

Et l'équilibre est atteint pour :

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{\rho g \Delta h}{L} = 2\tau_0 \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{e} \right) \quad (8.3)$$

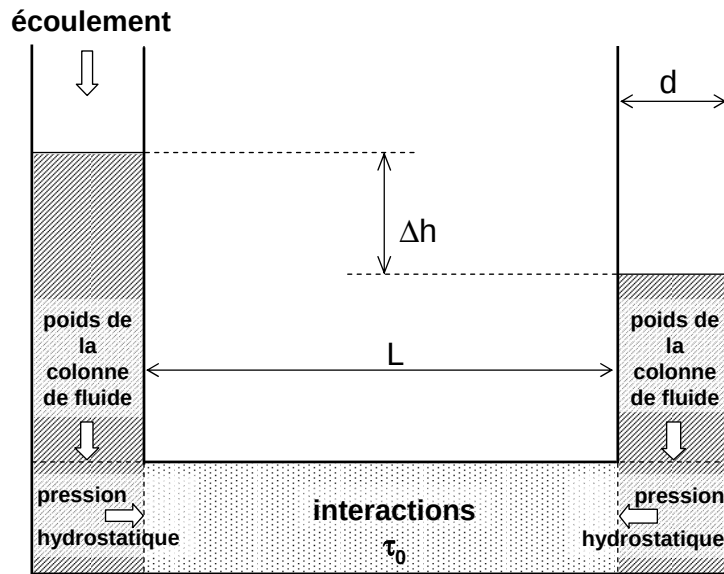


FIGURE 8.9 – Fluide à seuil au repos dans un canal en U d'épaisseur  $e$ . Vue de profil du canal.

Les dimensions du moule sont choisies de manière à observer dans la partie centrale un écoulement cisailant entre deux plans parallèles. On choisit donc une largeur du canal deux fois plus importante que son épaisseur. Il faut tout de même noter que cette géométrie ne permet pas de

négliger les effets de bord. Les fibres ajoutées aux matériaux sont longues de  $10\text{mm}$ , pour un facteur d'aspect  $r = 10\text{mm}/0,2\text{mm} = 50$ . Leur longueur doit être bien inférieure aux dimensions du moule de manière à limiter les effets de paroi. On respecte en général un facteur 10 entre la longueur des fibres et la plus petite dimension du moule.

La géométrie du moule respectant ces critères et choisie pour notre campagne d'essais est la même que celle donnée sur la FIGURE 8.1. 30l de matériau sont nécessaires pour couler chaque éprouvette. La différence de hauteur entre les deux colonnes est de l'ordre de 20-25cm. Un calcul dimensionnel (*cf.* chapitre 6) nous permet de conclure que l'alignement des fibres avec la direction de l'écoulement dans le canal central est atteint à des distances de l'ordre de quelques centimètres pour une fibre se déplaçant à proximité des parois, où le taux de cisaillement est le plus fort, mais ne l'est jamais pour une fibre initialement située dans la zone morte centrale.

Le matériau utilisé pour constituer le moule doit présenter assez de rugosité en surface pour que le fluide ne glisse pas aux parois.

### 8.3.2.2 Matériaux

On choisit d'étudier une pâte de ciment renforcée en fibres pour éviter les interactions fibre-granulat des mortiers fibrés. Le seuil des matériaux cimentaires est de l'ordre de  $\tau_c = 300\text{Pa}$ . Ce seuil doit permettre de distinguer expérimentalement une zone centrale non cisailée au centre de l'écoulement. Trois éprouvettes sont coulées dans la même géométrie, déjà donnée sur la FIGURE 8.1. Chaque gâchée de matériau est formulée avec la même pâte de ciment, présentée TABLE 8.1.

| Formulation                             | masse (kg) |
|-----------------------------------------|------------|
| Ciment CALCIA                           | 33,775     |
| Filler BETOCAB MEAC                     | 20,265     |
| Eau                                     | 14,636     |
| Superplastifiant CHRYSOFLUID Optima 175 | 0,068      |

TABLE 8.1 – Formulation de la matrice de chaque gâchée de matériau.

Une première gâchée de pâte de ciment, à laquelle aucune fibre n'est ajoutée, est réalisée pour servir d'éprouvette de référence. Elle permet d'effectuer l'étalonnage du dispositif et de soustraire aux mesures de résistivité sur matériau renforcé un éventuel biais dans les mesures dû à la géométrie du canal. Deux autres gâchées de la même pâte de ciment sont ensuite réalisées pour comparer les résultats d'orientation issus de deux dosages en fibres différents et observer l'influence des interactions entre fibres.

Ces dosages sont déterminés de manière à se placer en régime semi-dilué ( $\phi_f r^2 \gg 1$  et  $\phi_f r \ll 1$ ), régime correspondant aux concentrations rencontrées dans l'industrie, et approché de manière précise par les prédictions numériques.

La fabrication des matériaux est réalisée en laboratoire, en suivant un protocole industriel. L'eau est ajoutée à la phase solide (ciment et filler) dans le malaxeur. Pendant l'étape de malaxage, le superplastifiant est versé en une seule fois. Dans le cas des gâchées de matériau fibré, les fibres

sont ajoutées deux minutes avant la fin du malaxage pour éviter la formation d'oursins. 0,524kg de fibres sont ajoutées à la deuxième gâchée pour atteindre une concentration de  $\phi_f = 0,2\%$  dans le matériau. On vérifie que les volumes occupés par les fibres sont caractéristiques d'un régime semi-dilué ( $\phi_f r^2 \simeq 5$  et  $\phi_f r \simeq 0,1$ , pour un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,025$ ). Enfin, la troisième gâchée est renforcée avec 2,643kg des mêmes fibres, soit une concentration de  $\phi_f = 1,0\%$ . De nouveau, le régime atteint est semi-dilué ( $\phi_f r^2 \simeq 25$  et  $\phi_f r \simeq 0,5$ , pour un encombrement de  $\phi_f/\phi_{fm} = 0,125$ ). On peut cependant noter que le ratio  $e/(c+f) = 0,27$  est relativement bas pour la formulation d'un matériau cimentaire fluide, et que l'ajout de fibres a tendance à augmenter légèrement leur seuil. Du superplastifiant à hauteur de 4,34g est donc ajouté à chacune des gâchées contenant des fibres pendant la dernière étape de malaxage de manière à se rapprocher des comportements rhéologiques de l'industrie.

### **8.3.2.3 Mise en œuvre**

Le coulage de chaque éprouvette est réalisé en trois phases, du fait du volume de matériau nécessaire pour remplir un moule. Trois volumes de 10l sont successivement versés dans le canal. Le temps d'attente entre deux versements est d'environ 1 minute. On peut considérer que le versement s'effectue à débit constant.

En parallèle de chaque canal coulé, des prismes de géométrie  $15cm \times 15cm \times 15cm$  issus de la même gâchée sont eux aussi réalisés pour effectuer des mesures complémentaires. L'écoulement dans les prismes est considéré trop court pour que les lignes de courant puissent s'y établir. L'état d'orientation des fibres y est donc supposé isotrope. Chaque corps d'épreuve nécessite donc une gâchée d'environ 35l pour remplir un coffrage en U et deux prismes avec le même matériau. Pendant l'étape de coulage, un essai d'étalement est mené pour contrôler le seuil du matériau. Ces valeurs, données avec une précision de  $\pm 50Pa$ , sont de 400Pa pour la pâte de ciment non fibrée, et 300Pa pour les deux pâtes de ciment renforcées.

Les éprouvettes sont coulées un après midi de manière à obtenir un matériau assez ferme le lendemain matin pour être transporté et démoulé au GHYMAC (Université Bordeaux 1). Le démoulage a lieu au bout d'environ 24h. Pendant ce laps de temps, les éprouvettes sont protégées de l'air avec des linges humides pour ralentir le processus de séchage.

Les mesures de résistivité commencent dès le démoulage et se déroulent sur 2 jours. Les mesures sur béton jeune permettent en effet d'avoir des mesures plus précises en limitant les biais de mesures.

### **8.3.2.4 Mesures de résistivité**

Les mesures de résistivité sont réalisées à Bordeaux, par Jean-François Lataste, Maître de Conférences à l'Université Bordeaux 1. Ces mesures sont réalisées sur le dos, la surface supérieure et la tranche de chaque éprouvette, notées sur la FIGURE 8.10. C'est en effet dans ces zones que s'initie et se développe tout le processus d'orientation. Un dispositif quadripolaire de géométrie carrée est appliqué sur la surface de l'éprouvette à étudier, comme représenté sur la FIGURE 8.8. Les quatre électrodes du dispositif sont régulièrement humidifiées pour optimiser le contact avec

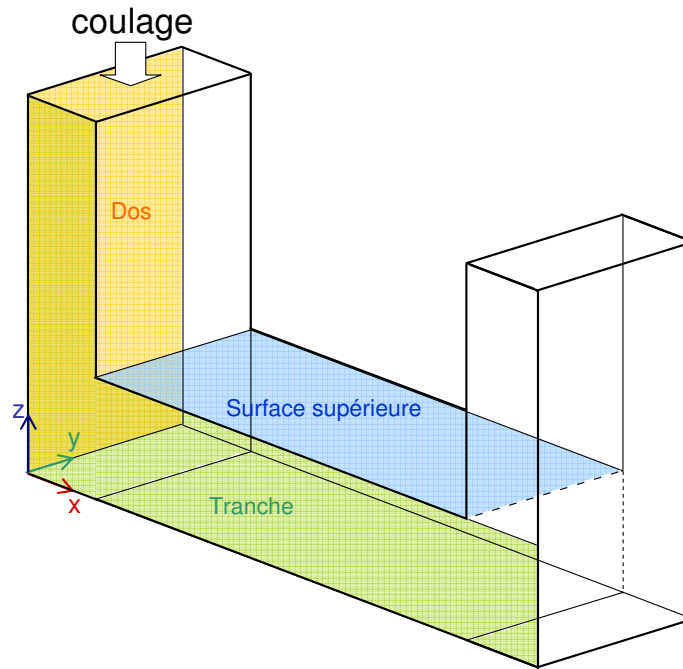


FIGURE 8.10 – Surfaces considérées pour les mesures de résistivité dans notre étude.

la surface de l'éprouvette.

Deux dispositifs sont disponibles pour les mesures de résistivité électrique, dont les écartements inter-électrodes sont de 5cm pour le dispositif Q5, et 10cm Q10. Ces deux configurations permettent d'investiguer deux profondeurs différentes de pénétration du courant. Un troisième dispositif, Q5-bis, est réalisé le premier jour de la campagne d'essais, d'écartement inter-électrodes de 5cm aussi, mais de support beaucoup plus étroit. Ce dispositif peut donc être collé contre la paroi d'une colonne de l'éprouvette et prendre des mesures dans des zones inaccessibles pour les deux autres dispositifs. Les mesures de résistivité électrique locale sont obtenues à l'échelle de la mesure, c'est à dire dans un volume dépendant de la distance entre les électrodes. Il est impossible de connaître exactement le volume investigué par la mesure, mais dans un milieu semi-infini, il est admis que la profondeur d'investigation est comprise entre la demi-distance et la distance totale entre les électrodes [146].

Les mesures sont réalisées selon le protocole suivant. Dans un premier temps, le quadrillage des points de mesures est dessiné sur chaque surface à mesurer. Tant que toutes les mesures ne sont pas réalisées, l'éprouvette est couverte en permanence par un linge humide. Ce linge est retiré une demi-heure avant chaque prise de mesures, le temps à l'éprouvette de sécher superficiellement. Une fois la surface de l'éprouvette sèche, le quadripôle est disposé autour du premier point de mesure, de manière à ce que le centre du quadripôle corresponde parfaitement avec ce point. Un courant d'une intensité connue est alors injecté entre deux électrodes. Le signal est basse fréquence (128 Hz) pour éviter les problèmes de polarisation des fibres. La différence de potentiel est mesurée parallèlement à l'injection. Deux mesures sont réalisées sur chaque position du dispositif en fonction de la direction d'injection du courant, parallèlement (PL) ou perpendiculairement (PP) à la direction de l'écoulement (*cf.* FIGURE 8.11). Puis, le quadripôle est déplacé



pour effectuer la mesure suivante.

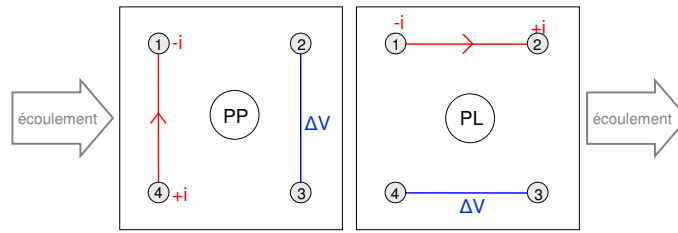


FIGURE 8.11 – Deux directions possibles d'injection du courant sur le quadripôle.

Une étude de la variabilité des mesures due à plusieurs sources d'erreurs potentielles (dispositif, protocole de mesures, dérive du matériau) est menée. Cette étude est réalisée selon trois échelles de temps. D'une part, la répétabilité des mesures est testée sur un court laps de temps (une même mesure prise plusieurs fois successives). D'autre part, la reproductibilité est mesurée à l'échelle du corps d'épreuve (une série de mesures prises sur un même corps d'épreuves se termine par le même point que celui par lequel la série a commencé). Enfin, la reproductibilité est aussi mesurée à l'échelle de la campagne. Pour cela, les premières mesures prises au début de la campagne sont reproduites à la fin, c'est à dire au bout de 48h, sur le même corps d'épreuve. Les mesures de répétabilité et reproductibilité sont réunies dans la TABLE 8.2 [262].

| Éprouvette | Dispositif | Répétabilité | Reproductibilité<br>/séance | Reproductibilité<br>/campagne |
|------------|------------|--------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1          | Q5         | 0,36%        | 1,37%                       | 4,45%                         |
| 1          | Q10        | 0,91%        | 1,62%                       | 7,25%                         |
| 2          | Q5         | 0,65%        | 3,94%                       | 6,83%                         |
| 2          | Q10        | 0,32%        |                             | 6,46%                         |
| 3          | Q5         | 1,05%        | 3,18%                       | 10,02%                        |
| 3          | Q10        | 0,89%        | 1,08%                       | 5,16%                         |

TABLE 8.2 – Variabilité des mesures [262].

Ces valeurs correspondent à des valeurs classiques de mesures de résistivité. Les résultats obtenus semblent donc cohérents.

En plus de ces mesures, la dérive de résistivité liée au jeune âge du matériau est suivie au cours de chaque série de mesures sur un même corps d'épreuves. En effet, l'évolution de la microstructure des matériaux cimentaires dans le temps (due au phénomène de prise exothermique de la matrice et au séchage) entraîne une évolution de leurs propriétés électriques. La conduction du courant au sein de la matrice cimentaire est assurée par les solutions d'électrolyte présentes à l'intérieur des pores de la matrice. La prise de matériau modifie peu à peu le réseau de pores, ainsi que les caractéristiques du fluide interstitiel. La conduction électrique étant fortement liée à ces paramètres, l'évolution des premiers jours est notable sur la mesure électrique. Cette évo-



lution peut alors entraîner une augmentation de la résistivité moyenne, qui est à surveiller dans le cadre d'une campagne de mesures de mesures sur béton jeune s'étalant sur plusieurs heures. De manière à rendre compte de l'évolution de la microstructure, des mesures sont régulièrement effectuées sur les prismes de référence au cours de chaque série de mesures sur le même corps d'épreuves. Les résultats de dérive présentés dans le rapport de mesures [262] montrent une augmentation des résistivités entre 2 et 3% en une heure. Ces valeurs de dérive sont de l'ordre du bruit. Elles sont comparables aux valeurs de reproductibilité des mesures. On choisit donc de ne pas les corriger.

Enfin, le calibrage de chacun des dispositifs est vérifié, *i.e.* leur capacité à mesurer l'isotropie. En effet, tout décalage des électrodes par rapport à leur emplacement géométrique décrivant un carré parfait peut être source d'erreur. Les résistivités mesurées au même point par le même dispositif sont alors comparées quand le dispositif est pivoté de 90°. Les résultats présentés dans [262] sont donnés dans la TABLE 8.3.

| Éprouvette | Q5-bis | Q5   | Q10  |
|------------|--------|------|------|
| 1          | 2,8%   | 0,7% | 1,4% |
| 2          |        | 1,3% | 1,3% |
| 3          |        | 1,3% | 1,3% |

TABLE 8.3 – Anisotropie propre des dispositifs [262].

Ces valeurs d'anisotropie sont elles aussi de l'ordre du bruit de mesure, et témoignent de la précision de chaque dispositif. Elles garantissent donc une mesure cohérente de l'isotropie.

Une fois ces mesures réalisées, elles peuvent se décliner selon diverses formes de représentations. D'une part, l'évolution d'un profil de résistivités apparentes locales le long d'une section par exemple donne des informations sur les zones de la section où le courant est plus ou moins facilement conduit.

D'autre part, de ces mesures de résistivité, une valeur représentative de l'anisotropie est exprimée à travers le logarithme du rapport entre la résistivité dans la direction étudiée et la résistivité dans la direction orthogonale. Ainsi, l'anisotropie (de la résistivité) dans la direction  $i$  est calculée par :

$$\log_{10} An_{\rho i} = \log_{10}(\rho_j / \rho_i) \quad (8.4)$$

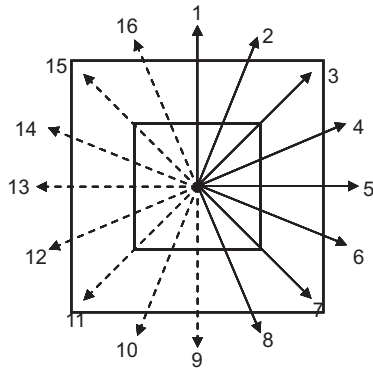
où  $i$  et  $j$  sont deux directions orthogonales. Une valeur d'anisotropie égale à  $\log_{10} An = 0$  correspond à une isotropie parfaite.

Des valeurs d'anisotropie construites selon plusieurs directions autour d'un même point permettent alors de tracer des représentations polaires d'anisotropie. Pour cela, le dispositif est pivoté quatre fois (tous les 22,5°) et deux mesures (PP et PL) sont prises pour chaque position (*cf.* FIGURE 8.11). En tout huit mesures (soit 8 directions d'injection) enregistrées sur 180° sont utilisées pour représenter l'anisotropie locale, les huit mesures diamétralement opposées étant déduites par symétrie. De manière à simplifier les représentations graphiques polaires des mesures de résistivité, nous choisissons de parler en terme de conductivités pour celles-ci. Nous traçons donc dans le cas de ces diagrammes polaires une anisotropie représentative de la conductivité

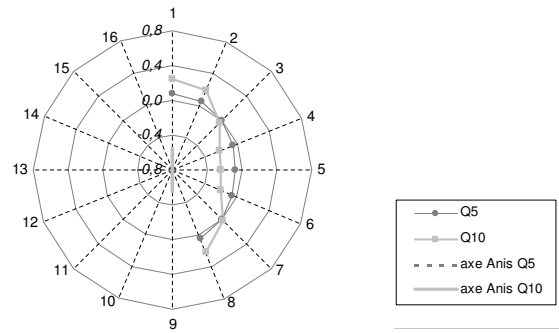
du matériau, définie comme étant l'inverse du facteur précédent :

$$\log_{10} An_{\sigma i} = \log_{10}(\rho_i/\rho_j) \quad (8.5)$$

De manière simplifiée pour ces diagrammes polaires, plus l'anisotropie calculée selon une direction est élevée, et plus les fibres sont alignées dans cette direction. Un exemple de diagramme polaire tracé à partir de ces huit mesures sur un même point du canal est donné FIGURE 8.12. Les valeurs d'anisotropie calculées selon (8.5) sont tracées pour les deux dispositifs Q5 et Q10. L'axe principal d'orientation indiqué sur la figure est déduit de ces valeurs d'anisotropie pour chaque dispositif. Sa direction est représentative de la direction moyenne de l'orientation d'une population de fibres, et leur longueur de l'intensité de cette orientation.



(a) Directions des mesures de résistivité



(b) Anisotropies en un point de mesures

FIGURE 8.12 – Diagramme polaire des mesures d'anisotropie [146].

Enfin, des cartographies de surface de résistivités et d'anisotropies peuvent être tracées en interpolant chaque valeur entre deux points de mesures.

Les points de mesure et le type de mesures à chacun de ces points sont indiqués sur la FIGURE 8.13 pour la surface supérieure du canal central, et FIGURE 8.14 pour la tranche.

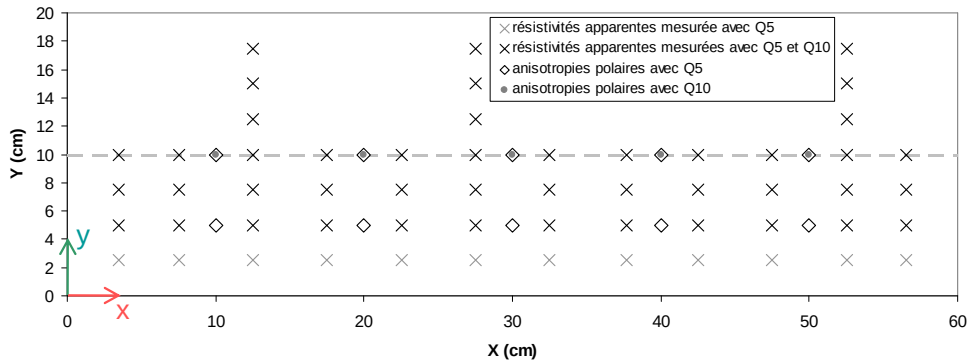


FIGURE 8.13 – Points de mesures de résistivités sur la surface supérieure du canal central (plan  $xy$ ).

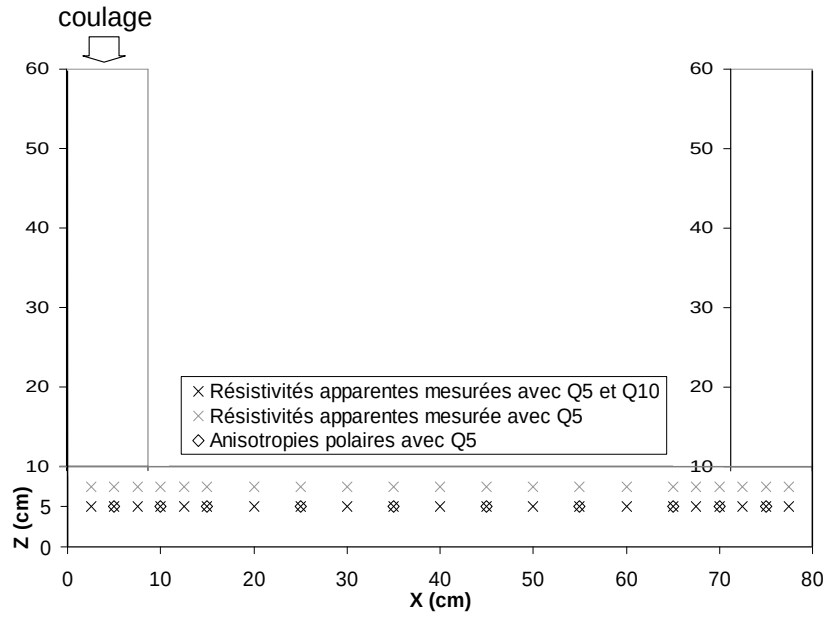


FIGURE 8.14 – Points de mesures de résistivités sur la partie horizontale de la tranche du canal (plan  $xz$ ).

### 8.3.2.5 Comptage de fibres

Une fois les mesures de résistivité effectuées, la partie centrale horizontale des deux éprouvettes renforcées en fibres a été découpée en sections régulières d'épaisseur 10cm (*cf.* FIGURE 8.15). À cause de l'épaisseur de la lame de la scie circulaire, l'épaisseur de la dernière section n'est que de 6cm. Les fibres sont comptées sur chacune des 7 sections obtenues après dé-

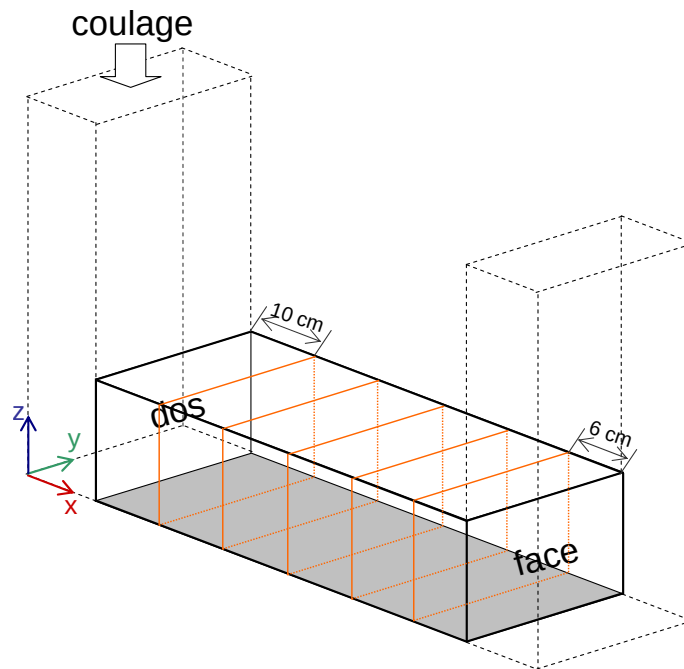


FIGURE 8.15 – Découpage de la partie horizontale du canal en U en sections régulières.

coupage du canal (*cf.* FIGURE 8.15), de la première section du côté du dos du canal ( $x = 10\text{cm}$ ) à la dernière section du côté de la face du canal ( $x = 70\text{cm}$ ). Pour cela, chaque section est divisée en plusieurs aires rectangulaires selon la FIGURE 8.16. Un premier découpage en carrés de  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$  est dessiné pour simplifier le comptage. Ce découpage permet de vérifier la symétrie de l'écoulement en comparant le nombre de fibres dans chaque carré. Puis une bande d'épaisseur égale à la longueur d'une fibre ( $1\text{cm}$ ) est délimitée autour de la section, de manière à observer l'effet des parois sur l'orientation des fibres. Enfin, un carré de taille  $6\text{cm} \times 6\text{cm}$ , au centre de la section, est détaillé pour rendre compte de la zone non cisailée au centre de l'écoulement (en gris foncé sur FIGURE 8.16).

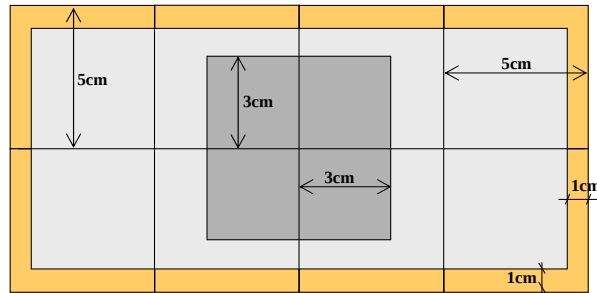


FIGURE 8.16 – Découpage d'une section du canal en sous-sections.

Les résultats des comptages sont présentés en annexe F.

## 8.4 Résultats numériques

L'écoulement dans ce canal est plus complexe que la géométrie idéale des deux plans parallèles étudiée au chapitre précédent, du fait des conditions de type industriel de ce coulage (phases de versement, gravité, angles du coffrage). Les conclusions des chapitres précédents caractérisant l'état macroscopique d'orientation peuvent tout de même être retrouvées dans cette simulation. On rappelle qu'en trois dimensions, l'isotropie correspond à un facteur d'orientation de 0,33. Au delà d'un facteur d'orientation de 0,33, les fibres sont considérées comme orientées.

### 8.4.1 Orientation quasi-instantanée dans le sens de l'écoulement

Les FIGURE 8.17 et FIGURE 8.18 montrent l'orientation des fibres selon la direction  $x$ . Les trois étapes de versement sont détaillées pour chacun des modèles (tenseur d'orientation et multifibres). Les fibres sont majoritairement orientées dans la direction de l'écoulement dans le canal. En effet, l'orientation moyenne dans la direction  $x$  sur toutes les cellules du maillage du canal central est de 0,75 pour le modèle multifibres, et 0,79 pour le modèle tensoriel, ce qui est largement au dessus de l'isotropie de 0,33.

Le cisaillement est maximal à la paroi, et décroît vers le centre du canal. La zone centrale conserve ainsi son isotropie.

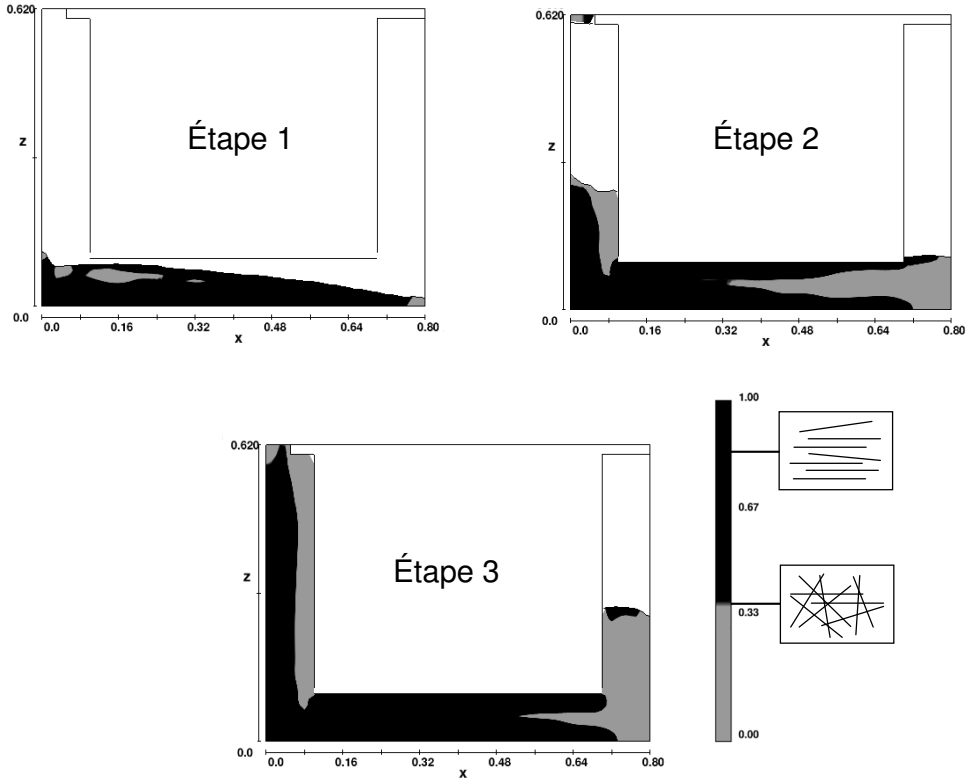


FIGURE 8.17 – Facteur d’orientation selon  $x$  dans le canal en U par la méthode des tenseurs d’orientations. Plan  $(x, z)$  de l’écoulement, au plan de symétrie ( $y=0$ ). Un coefficient d’interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

#### 8.4.2 Zone morte centrale

La différence de pression entre les deux colonnes du canal due au poids du matériau à l’arrêt de l’écoulement est de l’ordre de  $\Delta P = \rho g \Delta h \sim 700 \text{ Pa}$  (cf. FIGURE 8.17 et FIGURE 8.18). Le gradient de pression appliqué au canal central est alors de l’ordre de  $\Delta P / \Delta x \sim 11300 \text{ Pa/m}$ . L’épaisseur de la zone centrale dans laquelle le matériau n’est soumis à aucune déformation est donc de l’ordre de  $y_c = 2\tau_c / (\Delta P / \Delta x) \sim 5 \text{ cm}$ .

Cette zone est nette dans le plan  $yz$  de l’écoulement, par exemple à la sortie du canal central, comme il est montré sur la FIGURE 8.19, ou dans le plan de l’écoulement  $(x, y)$  sur la FIGURE 8.20. Un bon accord entre la prédiction dimensionnelle et les simulations numériques est constaté bien que les zones dans lesquelles le facteur d’orientation est proche de la référence isotrope de 0,33 est plutôt de l’ordre de  $4 \text{ cm}$ . Dans cette zone centrale, des facteurs d’orientation légèrement inférieurs à la valeur isotrope peuvent être obtenus. Ils s’expliquent par une orientation préalable des fibres dans la colonne où le remplissage a lieu, ou du fait d’une légère orientation élongationnelle du front de matériau s’écoulant dans le canal horizontal. Quoiqu’il en soit, le facteur d’orientation moyen selon  $x$  dans la zone centrale d’épaisseur  $5 \text{ cm}$  et de longueur la longueur du canal central est de 0,48 avec le modèle multifibres, et 0,51 avec le modèle tensoriel, ce qui est bien inférieur au facteur d’orientation moyen dans le reste du canal.

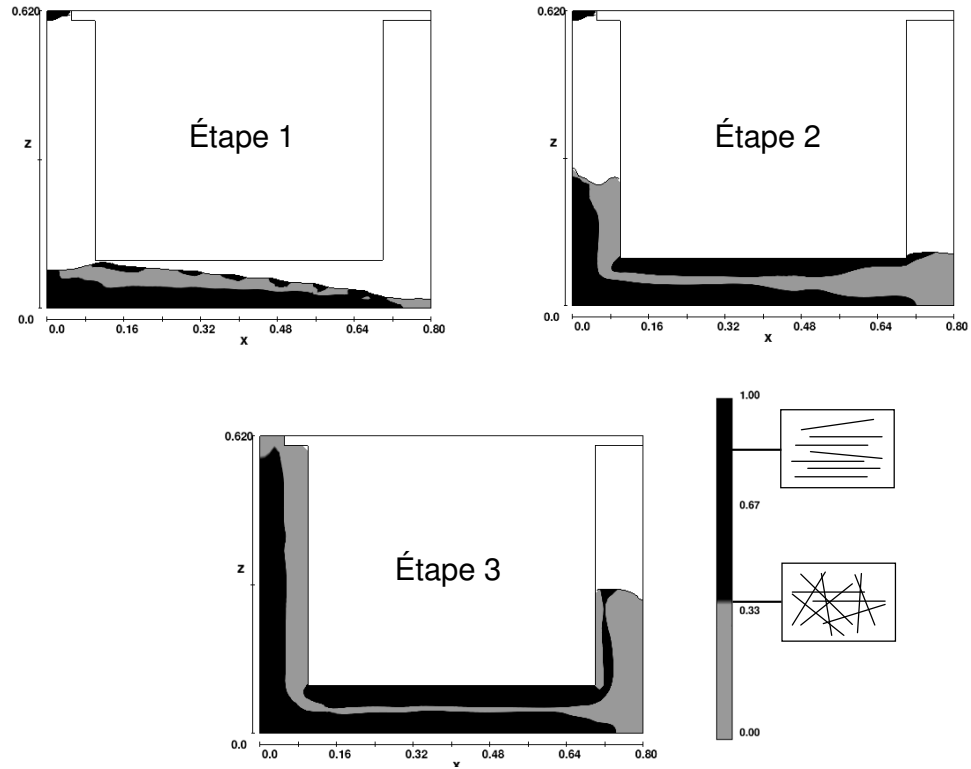


FIGURE 8.18 – Facteur d'orientation selon  $x$  dans le canal en U par la méthode multifibres (7 fibres). Plan  $(x, z)$  de l'écoulement, au plan de symétrie ( $y=0$ ). Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

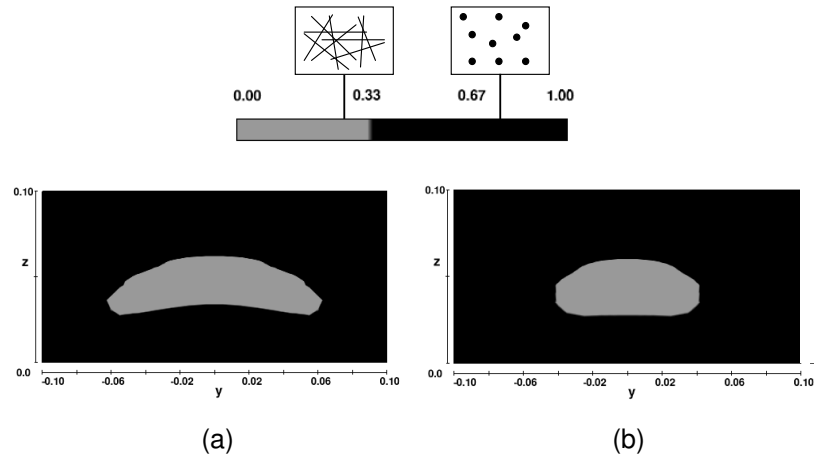


FIGURE 8.19 – Facteur d'orientation selon  $x$  dans le canal en U. Plan  $(y, z)$  de l'écoulement à la sortie du canal horizontal ( $x = 0,695m$ ). Comparaison des résultats issus de la méthode des tenseurs d'orientation (a) et de la méthode multifibres (b). Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

### 8.4.3 Orientation forte aux parois

Deux phénomènes renforcent l'orientation aux parois. D'une part, le taux de cisaillement  $y$  est élevé. De plus, la présence physique des parois intégrée au code empêche la fibre de traverser une paroi et la repousse dans un plan parallèle à la paroi. Cet effet ne peut cependant étendre

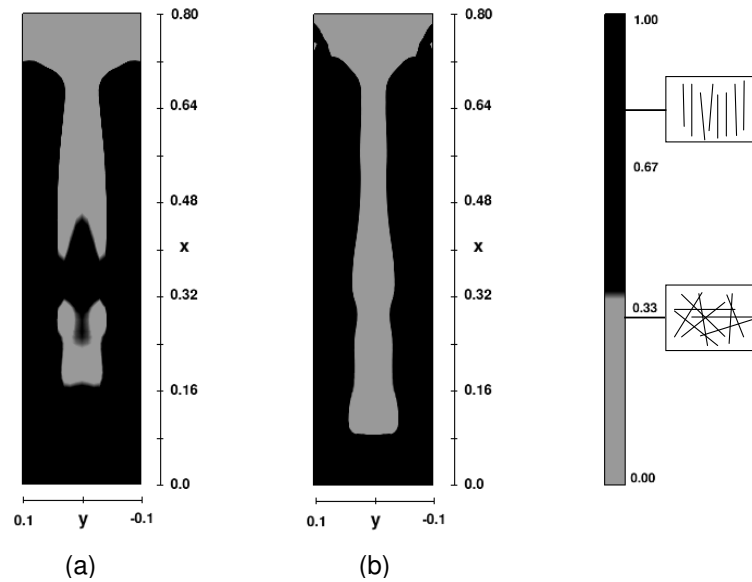


FIGURE 8.20 – Facteur d’orientation selon  $x$  dans le canal en U. Plan  $(x, y)$  de l’écoulement à la sortie du canal horizontal ( $x = 0,695m$ ). Comparaison des résultats issus de la méthode des tenseurs d’orientation (a) et de la méthode multifibres (b). Un coefficient d’interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

son influence au delà d’une longueur de fibre. Cette orientation très marquée au niveau de la paroi est représentée sur la FIGURE 8.21 où les zones noires correspondent à des facteurs d’orientation supérieurs à 0,67 (deux fois plus élevés que l’isotropie). Ces zones s’étendent sur plus de  $2cm$  de chaque côté du canal. Elles dépassent la longueur d’une fibre et sont donc attribuées principalement au cisaillement élevé dans ces zones. Quoi qu’il en soit, le facteur d’orientation moyen aux parois du canal central (jusqu’à la distance d’une longueur de fibre de la paroi) est égal à 0,86 dans le cas du modèle continu, et 0,93 dans le cas du modèle tensoriel, ce qui est bien supérieur au facteur moyen dans le reste du canal.

## 8.5 Résultats Expérimentaux

Les résultats obtenus grâce aux mesures réalisées sur les trois éprouvettes coulées (mesures de résistivité et comptage de fibres sur les sections découpées) permettent d’évaluer l’état d’orientation des fibres dans le canal. Ces deux types de résultats sont complémentaires. En effet les mesures de résistivité fournissent une information qualitative locale dans une zone définie de manière non précise, alors que le comptage de fibres permet une description plus quantitative du degré d’orientation grâce au facteur d’orientation.

L’écoulement de la colonne par laquelle le fluide est versé est complexe puisqu’il résulte de nombreux facteurs liés à l’étape de coulage (temps de versement, inclinaison du seau, surface sur laquelle le fluide est versé, temps de repos entre deux versements). L’accent est alors ici mis sur le canal horizontal central où l’écoulement se rapproche d’un écoulement modèle entre deux plans infinis, prédictible analytiquement et numériquement.

Les trois résultats majeurs caractérisant l’orientation des fibres dans un canal, déjà observés numériquement, sont détaillés dans cette partie sur le canal central horizontal du canal en U.

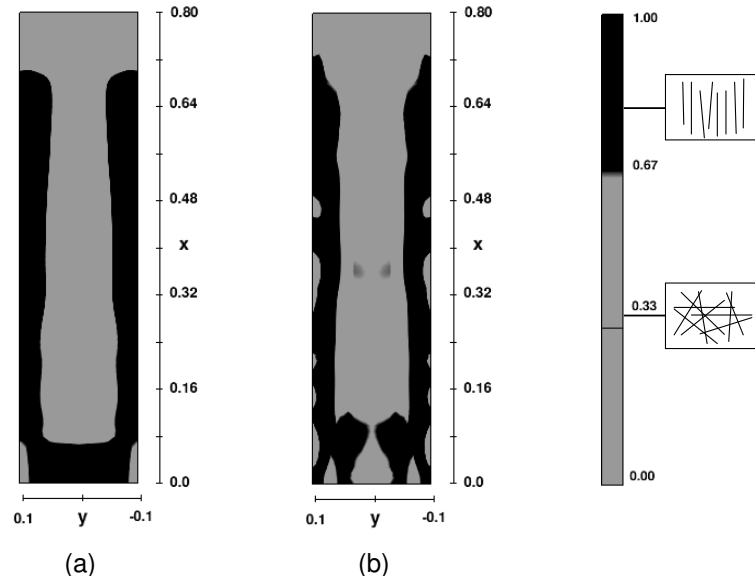


FIGURE 8.21 – Facteur d'orientation selon  $x$  dans le canal en U. Plan  $(y, z)$  de l'écoulement à la sortie du canal horizontal ( $x = 0,695m$ ). Comparaison des méthode des tenseurs d'orientation (a) et méthode multifibre (b). Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

### 8.5.1 Orientation quasi-instantanée

Pour observer l'évolution de l'orientation des fibres dans le canal central, le profil des résistivités apparentes est tracé pour les trois corps d'épreuve le long de l'axe central du canal, suivant l'axe  $x$ , sur la FIGURE 8.22. Cette figure est obtenue avec le dispositif Q10, on peut donc considérer que les résistivités sont représentatives de propriétés moyennes dans l'épaisseur du canal. Le courant est injecté dans la direction de l'écoulement (PL sur FIGURE 8.11). Une faible résistivité correspond à une forte conductivité du courant dans cette direction, due à la présence de fibres alignées avec le courant.

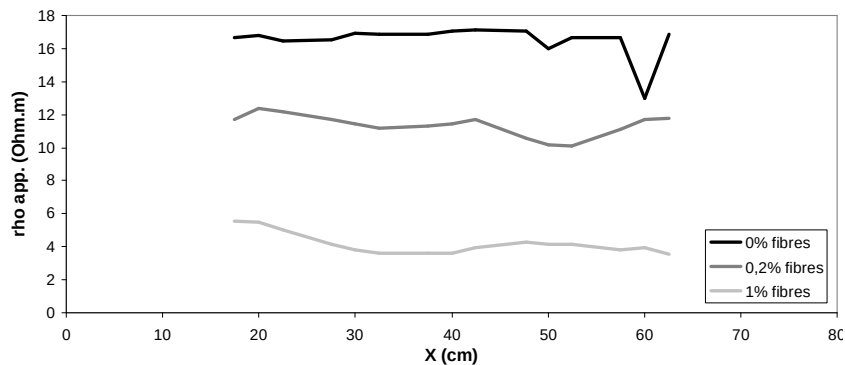


FIGURE 8.22 – Profil de résistivités apparentes le long de l'axe central du canal horizontal.

La résistivité apparente est constante le long du profil. L'état d'orientation final le long du canal



est très rapidement atteint puisque dès la deuxième mesure ( $x = 20\text{cm}$ ), les variations de résistivités sont de l'ordre du bruit de mesure. De plus, la différence de niveau de résistivité entre les trois éprouvettes est révélateur des concentrations en fibres différentes. La résistivité apparente moyenne mesurée sur l'éprouvette 1, sans fibres, est de  $16,5\text{Ohm.m}$ . Dans le cas des éprouvettes renforcées en fibres, cette moyenne baisse, légèrement pour l'éprouvette 2 ( $11,4\text{Ohm.m}$ ), et de manière drastique pour l'éprouvette 3 ( $4,2\text{Ohm.m}$ ).

L'état d'orientation est alors exprimé de manière précise par l'axe principal d'orientation déduit des diagrammes polaires d'anisotropie. Le diagramme isotrope de référence, mesuré au premier point de mesure des anisotropies le long de l'axe central (cf. FIGURE 8.13) sur l'éprouvette sans fibre, est donné comme référence sur la FIGURE 8.12(b). Par comparaison, les diagrammes de différents points (3 et 4, et 9 et 10) sont donnés sur la FIGURE 8.23. Ils montrent une forte orientation des fibres dans la direction de l'écoulement (axe 5-13 sur la figure) dont l'intensité, représentée par la norme de l'axe central, est la même entre les points 3 et 4 au premier tiers du canal ( $x = 20$ ), et 9 et 10 à la fin du canal ( $x = 50$ ).

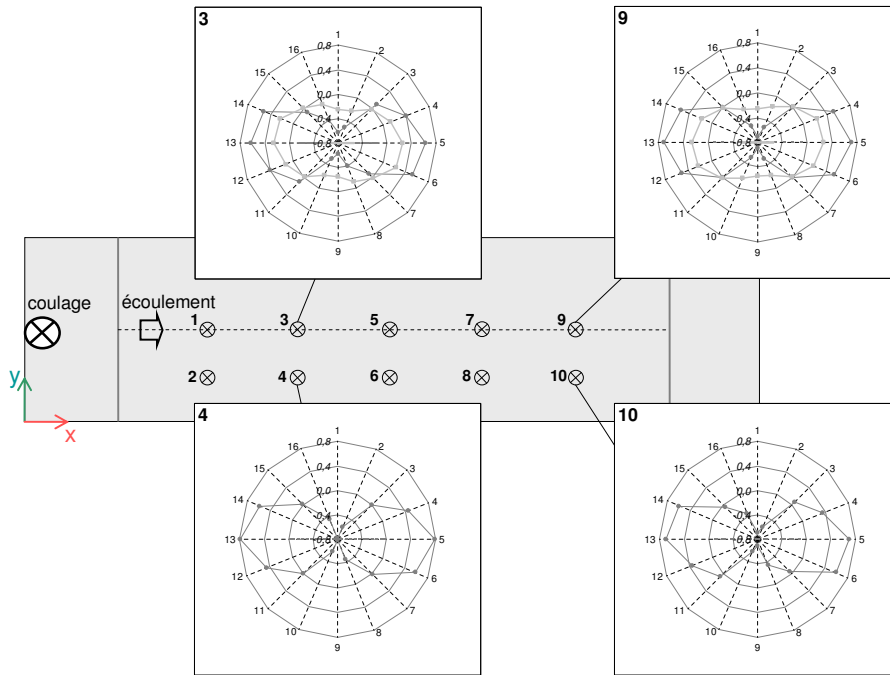


FIGURE 8.23 – Vue de dessus de l'éprouvette 3. Diagrammes polaires des anisotropies mesurées aux points 3 et 4, et 9 et 10.

L'anisotropie quasi-instantanée dans le canal central horizontal est confirmée par les mesures d'anisotropie effectuées sur la tranche du canal. Le diagramme polaire en forme de cercle tracé au niveau du premier point de mesure indique un état d'orientation isotrope là où le fluide versé du haut de la colonne tombe sous l'effet de la gravité (cf. FIGURE 8.24). Le processus d'orientation s'initie alors dans le canal au cours des premiers centimètres, correspondant à des résistivités locales de plus en plus anisotropes tracées sur cette figure. Au delà du troisième point, un état d'orientation proche de l'état final est observé, atteignant des facteurs d'anisotropie de l'ordre de

1 (donc un rapport entre les résistivités perpendiculaires de l'ordre de 10) à partir du cinquième point de mesure (*cf.* FIGURE 8.25). On peut donc considérer que l'état définitif d'orientation des fibres est atteint dans le canal à  $x \simeq 30\text{cm}$ .

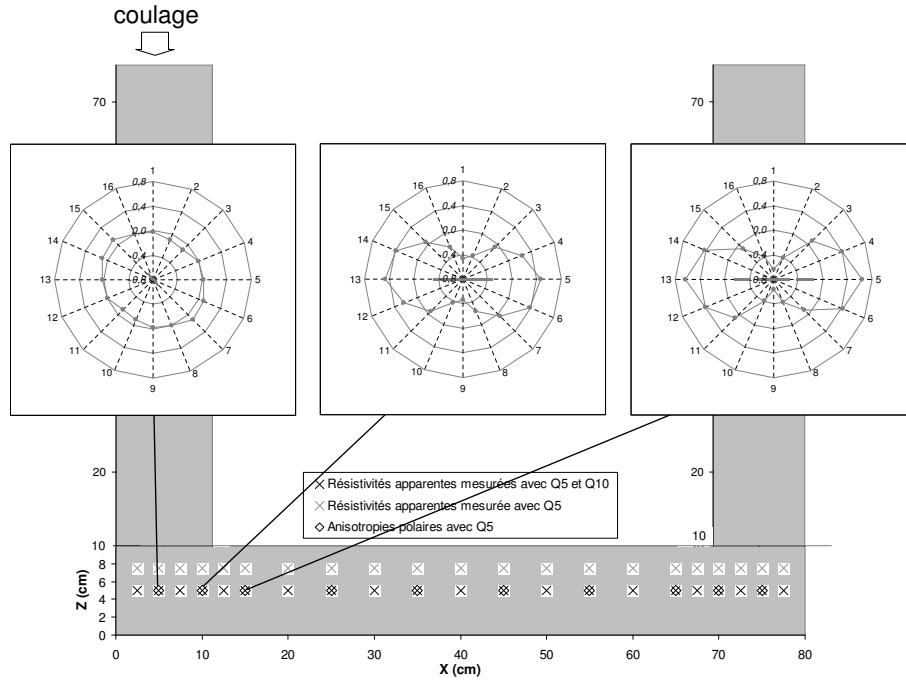


FIGURE 8.24 – Tranche de l'éprouvette 3. Diagrammes polaires des anisotropies mesurées avec Q5 aux trois premiers points ( $x = 5\text{cm}$ ,  $x = 10\text{cm}$  et  $x = 15\text{cm}$ ).

L'orientation quasi-instantannée des fibres dans les zones en écoulement est confirmée par les résultats issus du comptage de fibres sur les sections successives du canal central. Un facteur d'orientation moyen est mesuré sur chaque bande de section constituée de deux aires adjacentes l'une au dessus de l'autre (aires  $C_i$  et  $C_{i+4}$  sur la FIGURE F.1 de l'annexe F). Les profils de ces facteur d'orientation moyens le long des sections (plan  $(y, z)$ ) du canal central horizontal sont superposés sur la FIGURE 8.26 et FIGURE 8.27 selon la concentration en fibres de l'échantillon. On constate qu'il n'y a pas d'évolution du profil de la section pour les  $x$  croissants. Le profil en bout de canal est déjà établi dès la première section ( $x = 10\text{cm}$ ).

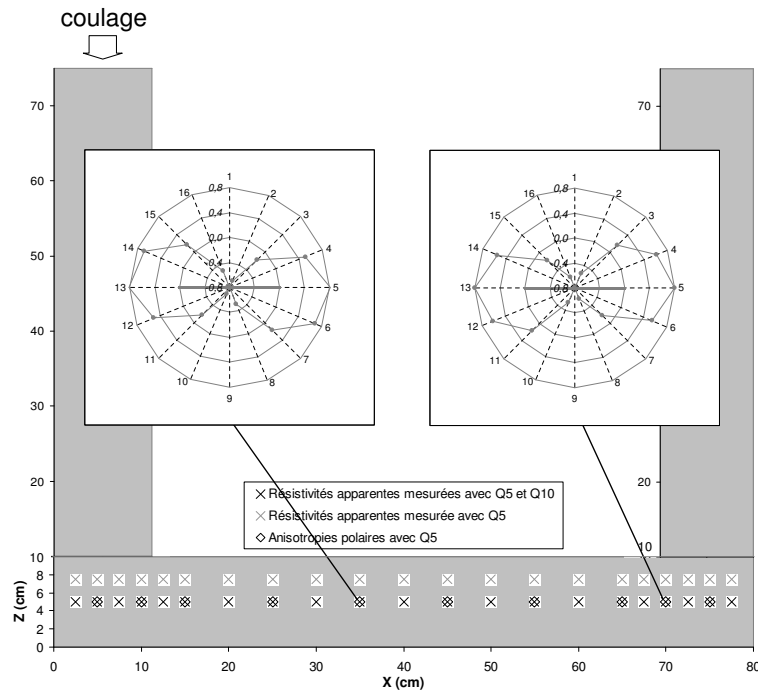


FIGURE 8.25 – Tranche de l'éprouvette 3. Diagrammes polaires des anisotropies mesurées avec Q5 en deux points de la tranche où l'état d'orientation des fibres est définitif ( $x = 35\text{cm}$  et  $x = 70\text{cm}$ ).

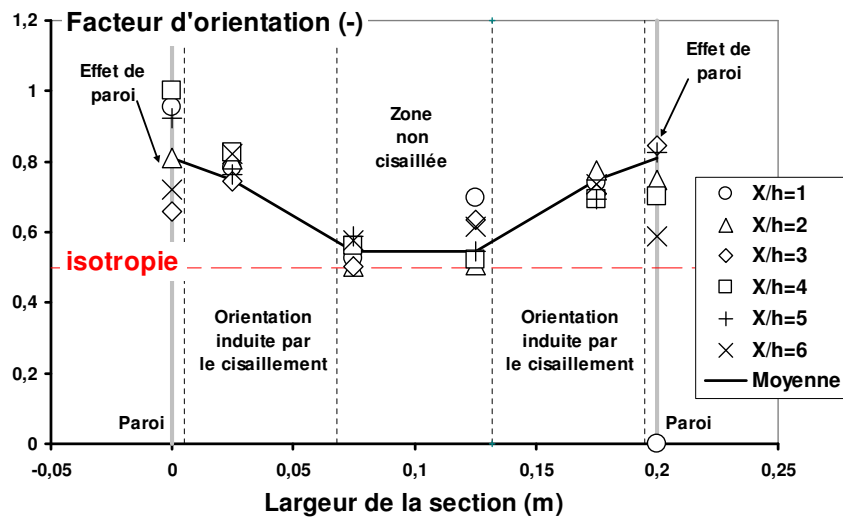


FIGURE 8.26 – Facteur d'orientation (issu du comptage de fibres) selon la direction  $x$  sur différentes sections  $yz$  de l'éprouvette 2 (0,2% de fibres). Chaque point est calculé à partir de la moyenne des fibres comptées sur la partie haute et la partie basse de la section. La correction pour une distribution homogène des fibres est appliquée (cf. Annexe F).

### 8.5.2 Isotropie centrale

Les zones mortes induites par la contrainte seuil sont difficilement observables à travers les mesures de résistivité puisque le courant injecté traverse une zone impossible à délimiter précisément, qui englobe des zones cisailées proches de la surface et des zones mortes dans

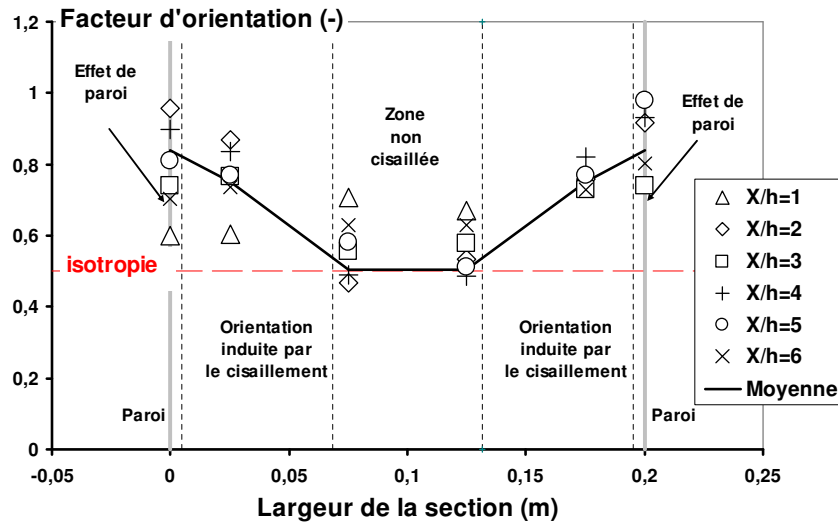


FIGURE 8.27 – Facteur d'orientation (issu du comptage de fibres) selon la direction  $x$  sur différentes sections  $yz$  de l'éprouvette 3 (1,0% de fibres). Chaque point est calculé à partir de la moyenne des fibres comptées sur la partie haute et la partie basse de la section. La correction pour une distribution homogène des fibres est appliquée (cf. Annexe F)

l'épaisseur du matériau. Nous nous focalisons donc sur les résultats du comptage de fibres pour rendre compte de l'isotropie de la zone centrale du canal.

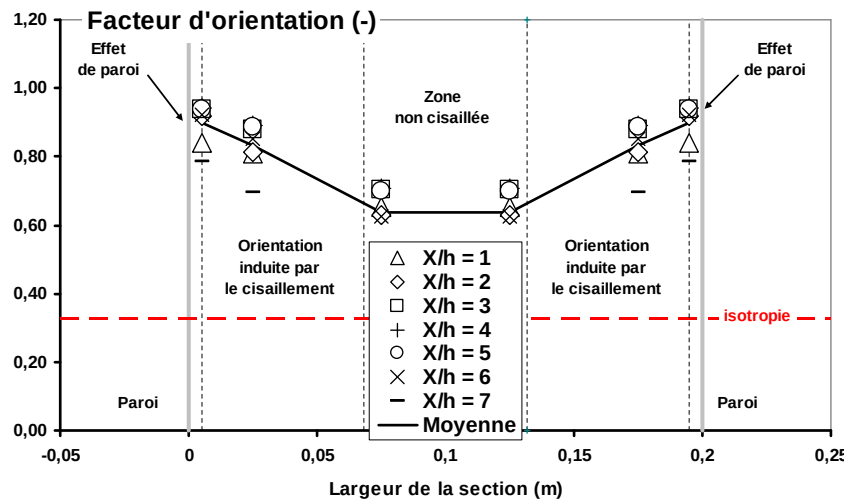


FIGURE 8.28 – Facteur d'orientation numérique selon  $x$  sur les sections ( $yz$ ) successives du canal horizontal central, obtenu avec la méthode des tenseurs d'orientation. Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

Sur les FIGURE 8.26 et FIGURE 8.27, un facteur d'orientation égal à 0,5 au centre de chacune des sections ( $y = 7,5\text{cm}$  et  $y = 12,5\text{cm}$ ) est représentatif d'une zone d'isotropie des fibres. Ce facteur augmente alors de manière importante jusqu'aux parois où il est en moyenne de l'ordre de 0,8 du fait du taux de cisaillement croissant.

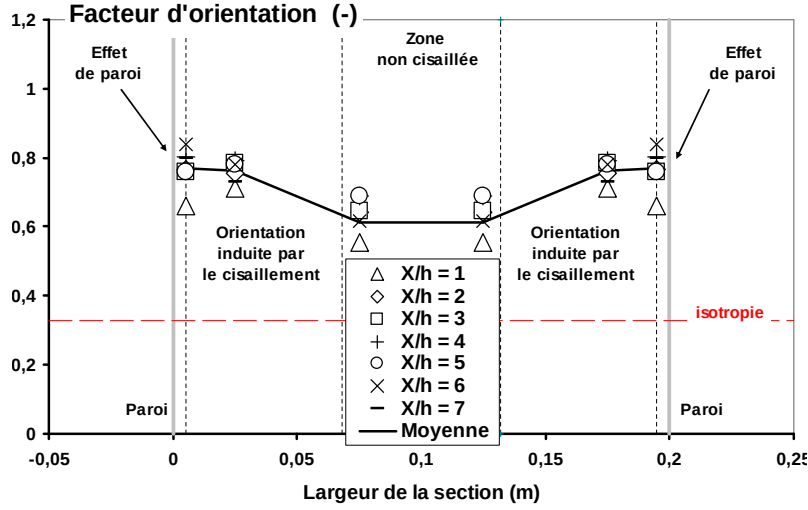


FIGURE 8.29 – Facteur d'orientation numérique selon  $x$  sur les sections ( $yz$ ) successives du canal horizontal central, obtenu avec la méthode multifibres. Un coefficient d'interactions  $C_I = 0,0043$  a été utilisé.

Ces résultats obtenus expérimentalement sont comparés aux mêmes profils de facteurs d'orientation issus des simulations numériques lancées avec les deux méthodes, et tracés sur les FIGURE 8.28 et FIGURE 8.29.

Pour obtenir ces profils, la moyenne des facteurs d'orientation est réalisée sur toutes les cellules correspondant aux aires de comptage des fibres sur les sections successives. Les facteurs d'orientation prédits numériquement sont moins contrastés que les résultats expérimentaux, quel que soit le modèle numérique utilisé. Les résultats numériques permettent de retrouver l'ordre de grandeur des facteurs expérimentaux dans les zones proches des parois. Cependant, dans la zone centrale de l'écoulement, les facteurs d'orientation prédits numériquement sont supérieurs de 22% en moyenne aux facteurs numériques par rapport à 4% pour les facteurs dans les zones cisailées. On attribue l'orientation des fibres dans la zone centrale de l'écoulement au comportement élastique du matériau dans cette zone. Le tenseur des taux de déformations est non nul du fait des déformations élastiques. L'équation d'évolution des fibres (A.2) du chapitre 7 induit donc une évolution de l'orientation. La question peut alors se poser de la validité d'une telle équation dans un fluide à seuil. Pour conserver l'isotropie des fibres dans les zones non cisailées, une solution serait d'imposer un module de cisaillement artificiellement très élevé. Cette solution influencerait cependant le comportement du matériau à l'interface entre les zones cisailées et les zones non cisailées.

### 8.5.3 Effets de parois

Sur une section  $yz$ , l'influence de la paroi horizontale supérieure  $z = 10\text{cm}$  est contenue dans chaque mesure effectuée sur le profil transverse. Par contre, l'influence des parois verticales  $y = 0$  et  $y = 20\text{cm}$  n'est observable que sur les mesures de résistivité proches de ces parois ( $y < 1 - 2\text{cm}$  et  $y > 18 - 19\text{cm}$  respectivement pour des fibres de longueur  $1\text{cm}$ ). Le dispositif Q5 appliqué à  $2,5\text{cm}$  d'une paroi mesure la résistivité apparente dans un volume entre  $2,5\text{cm}$

et 5cm de côté. La mesure tient donc compte de l'influence des parois sur la conduction du courant. On note que cet effet est moins net sur les mesures prises avec le dispositif Q10, avec lequel le volume sondé est beaucoup plus important. Sur la figure FIGURE 8.30 est tracé le profil transverse des anisotropies électriques de l'éprouvette 3 obtenu avec le dispositif Q5.

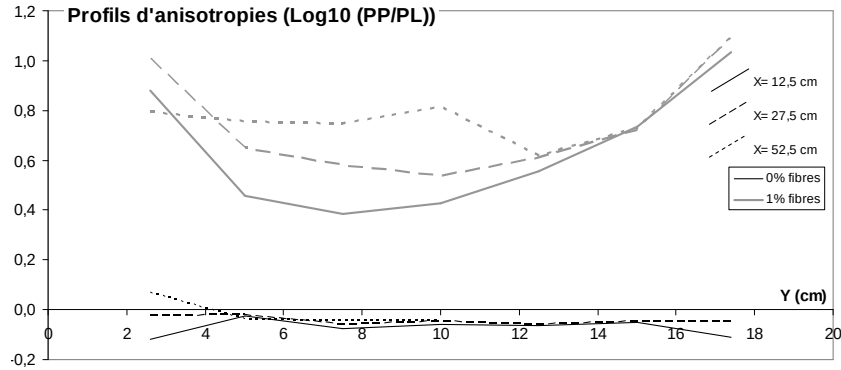


FIGURE 8.30 – Profil transversal ( $yz$ ) des anisotropies électriques de l'éprouvette 3 (1% de fibres) à différentes positions le long du canal. Mesures obtenues avec le dispositif Q5, sur la surface supérieure du canal.

Sur ce profil, une forte augmentation des anisotropies est constatée dans les zones proches des parois. Ce résultat signifie que dans les zones proches des parois, le ratio de la résistivité perpendiculaire et parallèle aux parois croît, donc la conductivité perpendiculaire aux parois décroît. L'orientation de fibres s'organise alors parallèlement aux parois. Ce résultat apparaît clairement à travers le contraste entre les représentations polaires des mesures prises au centre de la surface du canal central et au bord du canal avec le dispositif Q5. La FIGURE 8.31 trace ces représentations pour les points 1 et 2 sur l'éprouvette 3. Dès ce premier point, avant même que l'état d'orientation des fibres ne soit définitif dans le canal, l'orientation est nettement plus importante dans la zone proche des parois qu'au centre de la surface.

Enfin, une cartographie issue de l'interpolation entre tous les points de mesure de la surface du canal central FIGURE 8.32 montre un fort gradient au niveau des propriétés électriques dans les zones proches du bord.

Sur les FIGURE 8.26 et FIGURE 8.27, les facteurs d'orientation dans les zones proches des parois atteignent les valeurs maximales de l'ordre de 0,8. Le facteur d'orientation moyen aux parois, calculé à partir des facteurs d'orientation sur les bords (d'épaisseur 1cm) des sections du canal, de  $x = 20\text{cm}$  à  $x = 50\text{cm}$ , est égal à 0,82. Ces valeurs sont très proches de celles des simulations obtenues avec la méthode multifibres.

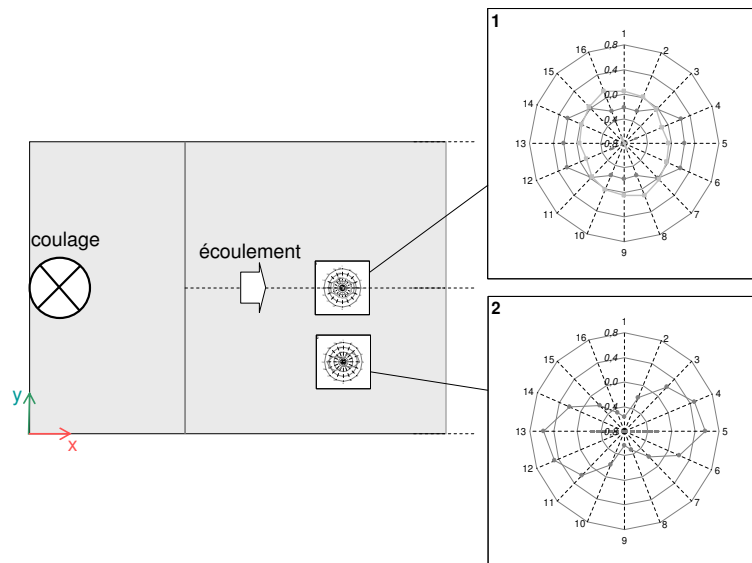


FIGURE 8.31 – Vue de dessus de l'éprouvette 3. Représentations polaires des anisotropies mesurées aux points 1 et 2 sur la surface supérieure du canal. Mesures obtenues avec le dispositif Q5.

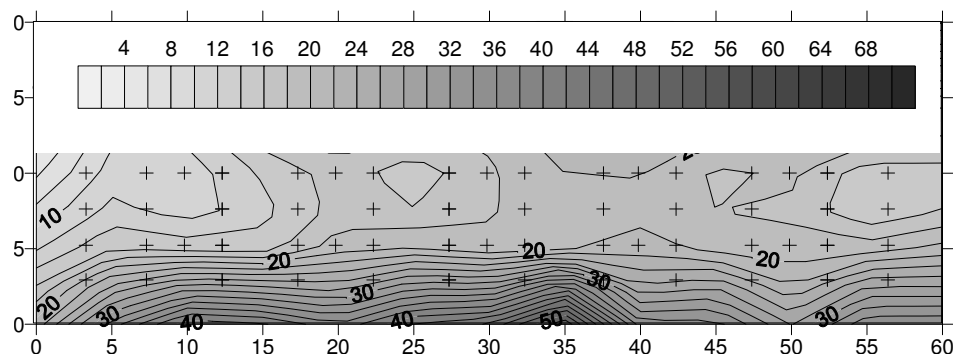


FIGURE 8.32 – Cartographie de résistivités apparentes sur la demi-surface supérieure obtenue avec le dispositif Q5 en injection PP sur l'éprouvette 3.

# Conclusion

Dans la première partie de ce travail, nous avons posé le cadre de notre étude et justifié l'approche bi-phasique utilisée dans la suite à partir du comportement macroscopique des matériaux cimentaires de l'industrie.

Dans une deuxième partie, nous avons étudié l'influence des fibres sur le comportement rhéologique des matériaux cimentaires. Tout d'abord, un critère de rigidité des fibres a été construit à partir de la nature et de la géométrie d'une fibre et du comportement rhéologique du fluide dans lequel elle est plongée.

Nous avons ensuite mesuré la fraction volumique d'empilement dense de fibres d'acier rigides couramment utilisées en génie civil, dans une configuration isotrope des fibres. À partir de cette fraction volumique dense, nous avons exprimé le paramètre d'encombrement de la suspension. Ce paramètre d'encombrement nous a alors permis d'expliquer un constat important de la littérature selon lequel l'évolution du comportement rhéologique d'une suspension dépend du facteur de fibres.

Cet encombrement dû aux fibres a ensuite été étendu à l'encombrement total représentatif du réseau de contacts créés entre toutes les inclusions du système.

Nous avons montré, grâce à des mesures de seuil d'écoulement sur des matériaux renforcés en inclusions (fibres et sable), que le comportement macroscopique d'une suspension évolue selon la nature des interactions dominantes. À partir d'une certaine concentration en inclusions, le réseau de contacts devient percolant et les contacts directs entre les inclusions dominent le comportement rhéologique de la suspension. Nous avons alors proposé un critère de formulation des composites cimentaires permettant d'optimiser l'ajout des fibres grâce à un encombrement maximal de ces inclusions dans un volume de pâte.

Dans une troisième partie, nous nous sommes intéressés à la prédiction de l'orientation de fibres dans un écoulement. Nous avons montré que la majorité des écoulements industriels peut se réduire à des écoulements simples. Nous avons alors dérivé du modèle de Jeffery des outils simples de prédiction de l'orientation de fibres lors d'une mise en oeuvre. Pour cela, les écoulements induits par l'étape de mise en oeuvre ont été réduits aux deux situations génériques de déformation que sont le cisaillement et l'élongation. Une approche dimensionnelle nous a permis de distinguer dans l'écoulement les zones soumises aux déformations des zones mortes. Dans les zones cisailées, la solution analytique prédit une orientation maximale aux parois de fibres en régime dilué. Nous avons alors montré qu'à l'échelle de la durée d'un coulage industriel,



cette orientation est atteinte de manière quasi-instantanée. Dans les zones mortes l'isotropie initiale est conservée.

Nous avons ensuite comparé dans le cas d'un écoulement entre deux plans infinis parallèles deux modèles de prédiction numérique de l'orientation adaptés au cahier des charges du génie civil. Le premier modèle, le modèle continu, est traditionnellement utilisé dans la littérature. Le deuxième modèle, moins répandu, se présente comme la transition semie discrète entre le modèle continu et les méthodes discrètes. Les résultats de simulation issus de ces deux outils numériques sont proches. Cependant, la prise en compte d'un terme diffusif basé sur une distribution gaussienne des fibres dans le modèle multifibres sous-estime la contribution des interactions au niveau de l'orientation macroscopique.

Ces modèles ont ensuite été appliqués à un écoulement représentatif des mises en oeuvre industrielles, dans lequel des paramètres tels que la géométrie complexe du coffrage (canal en U), le procédé de coulage, et les effets de paroi influencent l'orientation macroscopique. Les résultats des simulations ont montré une bonne cohérence avec les résultats expérimentaux issus du coulage d'une pâte de ciment renforcée en fibres dans les mêmes conditions. Les caractéristiques principales de cet écoulement rejoignent ce qui avait été constaté précédemment, c'est à dire une orientation des fibres quasi instantanée dans les zones en écoulement, la présence de zones non cisailées dans lesquelles le phénomène d'orientation est peu marqué et des valeurs élevées du facteur d'orientation dans les zones proches des parois. Cependant, les facteurs d'orientation déduits du comptage manuel de fibres sur des sections de cette structure en U, ainsi que sur les sections d'un canal à surface libre, sont plus faibles que ceux prédits par les modèles numériques. Nous avons alors essayé d'expliquer cette différence par les interactions hydrodynamiques entre les fibres, puisque les encombrements des fibres couramment rencontrés dans l'industrie atteignent des valeurs élevées de l'ordre de 0,8. Pour cela, nous avons augmenté artificiellement la contribution des interactions hydrodynamiques entre les fibres dans le processus d'évolution de l'orientation. Des coefficients d'interactions de l'ordre de 0,2 nous ont permis d'obtenir des facteurs d'orientation aux parois de l'ordre de ceux expérimentalement mesurés. Mais ces valeurs ne sont pas représentatives des encombrements de fibres du génie civil. Nous en avons conclu que les interactions entre fibres ne suffisent pas à expliquer les écarts d'orientation constatés entre les prédictions numériques et les mesures. L'origine de ces écarts a alors été attribuée au seuil du matériau qui influence l'orientation caractéristique du régime permanent de la fibre.

Plusieurs perspectives sont alors à envisager. Le modèle d'encombrement de la suspension par les inclusions se base sur la combinaison linéaire des contributions des fibres et des granulats. Cependant, l'effet de l'ajout des granulats sur la compacité des fibres, et inversement, devrait permettre une prédiction plus fine des encombrements de systèmes complexes, et ainsi étendre cette étude aux bétons classiques de la littérature. Cette étude requiert un grand nombre de données expérimentales pour la construction d'un modèle plus complet que celui présenté dans ce travail.

Nous avons conclu des écarts entre les facteurs d'orientation expérimentalement mesurés

et ceux prédits numériquement que le modèle d'évolution de Jeffery n'est pas adaptable dans le cas de fluides à seuil. Il permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour une prédiction macroscopique à l'échelle d'une structure, mais une prédiction rigoureuse de l'orientation des fibres dans un fluide de Bingham doit tenir compte de la contrainte seuil du matériau. Cette contrainte devra être introduite dans le bilan des efforts appliqués à la fibre par le fluide suspendant. Un terme supplémentaire sera rajouté à l'équation. Il devra dépendre de l'orientation de la fibre, de la contrainte seuil du matériau, ainsi que de la déformation à laquelle le fluide suspendant est soumis. En effet, dans la zone soumise à aucune déformation, l'orientation de la fibre n'évolue plus, donc l'effet de la contrainte seuil sur la fibre disparaît.

De plus, des écarts ont été constatés entre la taille de la zone isotrope au centre d'écoulements de cisaillement prédite par les simulations et celle mesurée par le comptage de fibres. Ils sont attribués au fait que l'orientation implémentée dans le code de calculs n'est pas couplée à l'écoulement. La contrainte seuil conditionnant la distinction entre les zones cisailées et les zones mortes est mesurée à partir d'une configuration isotrope des fibres. Or leur alignement avec l'écoulement influence manifestement leur empilement dans le matériau et réduit les dissipations d'énergie au cours de l'écoulement. La contrainte seuil résultant est plus faible et modifie ainsi la taille de la zone morte. L'étape de couplage de l'orientation avec l'écoulement paraît nécessaire. Elle n'est cependant pas possible avec le code Flow 3D©. L'implémentation des outils d'orientation présentés dans ce travail devra donc être réalisée dans d'autres codes de CFD contenant le modèle de Bingham (*e.g.* Fluent©).

Un critère de stabilité proposé au début de ce travail nous a permis de négliger la sédimentation des fibres et de faire l'hypothèse d'une distribution homogène des fibres dans le matériau. Cependant, les bétons modernes de plus en plus fluides ne permettent pas toujours de respecter ce critère. L'implémentation de la ségrégation des fibres, et principalement la ségrégation due à la gravité dans le cadre des écoulements industriels, doit être ajoutée à l'évolution de leur orientation pour simuler une situation réelle. Un angle de sédimentation des fibres est alors à prendre en compte. Il dépend de l'orientation des fibres dans le fluide suspendant. Une méthode continue de la prédiction de la sédimentation impliquerait de considérer un angle moyen représentatif de l'état d'orientation dans chaque cellule du maillage.

Enfin, ce travail doit être envisagé comme un maillon de la chaîne reliant les propriétés rhéologiques aux propriétés mécaniques des matériaux cimentaires. La prédiction de l'orientation macroscopique des fibres dans un matériau n'a de sens que si l'effet de cette orientation est maîtrisé au niveau du matériau à l'état durci. Des collaborations seraient donc à envisager entre mécaniciens et rhéologues pour atteindre l'objectif final de la prédiction des résistances d'une structure fibrée prenant en compte l'état d'orientation des fibres.



# Annexes



## Annexe A

# Résolution de l'équation de Jeffery pour une fibre plongée en simple cisaillement 3D

### A.1 Orientation d'une fibre

Soit une fibre définie en 3 dimensions par son vecteur unitaire  $\mathbf{p}$  (FIGURE 5.6), avec

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} \sin \varphi \cos \theta \\ \sin \varphi \sin \theta \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

L'évolution de la fibre est décrite par Jeffery en 1923 :

$$\dot{\mathbf{p}} = \nabla V \cdot \mathbf{p} - (D : \mathbf{p}\mathbf{p})\mathbf{p} \quad (\text{A.2})$$

où  $D$  est le tenseur d'ordre 2 (matrice 3x3 en 3d) du taux de déformations lié au gradient des vitesses  $D = (\nabla u + \nabla u^t) / 2$ , et où le produit contracté s'écrit  $D : \mathbf{p}\mathbf{p} = \sum_{k,l} d_{kl} p_k p_l$ .

Le but est de résoudre cette équation en 3D pour des écoulements simples.

### A.2 Évolution de l'orientation

La fibre est plongée dans un écoulement cisailant décrit par le champ de vitesse ( $V_x = \dot{\gamma}y; V_y = 0; V_z = 0$ ), où  $\dot{\gamma}$  est le taux de cisaillement, constant dans le temps pour un écoulement permanent. On a donc

$$V = \begin{pmatrix} \dot{\gamma}y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad \nabla V = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\dot{\gamma}}{2} & 0 \\ -\frac{\dot{\gamma}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

En injectant ce profil dans A.2 on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \dot{\gamma}p_2 - \dot{\gamma}p_1^2p_2 \\ \dot{p}_2 = -\dot{\gamma}p_1p_2^2 \\ \dot{p}_3 = -\dot{\gamma}p_1p_2p_3 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

En remplaçant les  $p_i$  par leur valeur en fonction des angles  $\theta$  et  $\phi$  (cf A.1), on obtient :

$$\dot{\phi} \cos \varphi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \varphi \sin \theta = \dot{\gamma} \sin \varphi \sin \theta - \dot{\gamma} \sin^3 \varphi \cos^2 \theta \sin \theta \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{\phi} \cos \varphi \sin \theta + \dot{\theta} \sin \varphi \cos \theta = -\dot{\gamma} \sin^3 \varphi \cos \theta \sin^2 \theta \quad (\text{A.6})$$

$$-\dot{\phi} \sin \varphi = -\dot{\gamma} \sin^2 \varphi \cos \theta \sin \theta \cos \varphi \quad (\text{A.7})$$

Du système formé par les trois équations A.5, A.6 et A.7, on tire deux equations différentielles selon  $\theta$  et  $\varphi$ .

De A.7, on a :

$$\dot{\phi} = \dot{\gamma} \sin \varphi \cos \theta \sin \theta \cos \varphi \quad \text{pour} \quad \varphi \neq 0 \quad \text{et} \quad \pi \quad (\text{A.8})$$

De  $(-\sin \theta \text{A.5} + \cos \theta \text{A.6})$ , on a :

$$\dot{\theta} = -\dot{\gamma} \sin^2 \theta \quad \text{pour} \quad \varphi \neq 0 \quad \text{et} \quad \pi \quad (\text{A.9})$$

On résoud d'abord A.9 en intégrant entre  $t = 0$  et  $t$  l'expression :

$$\frac{d\theta}{\sin^2 \theta} = -\dot{\gamma}$$

avec  $\dot{\gamma}$  une constante, et  $\theta(t = 0) = \theta_0$ . Grâce à  $\left[ \frac{-d\theta}{\sin^2 \theta} \right] = \cot \theta$ , on trouve :

$$\tan \theta = \frac{1}{\dot{\gamma}t + \cot \theta_0} \quad (\text{A.10})$$

On veut maintenant obtenir l'évolution de  $\varphi$  grâce à A.8. On utilise alors l'expression de  $\theta$  pour obtenir  $\sin \theta$  et  $\cos \theta$  :

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sin \left( \arctan \left( \frac{1}{\dot{\gamma}t + \cot \theta_0} \right) \right) = \frac{1/(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)}{\left( 1 + \frac{1}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2} \right)^{1/2}} \\ \cos \theta &= \cos \left( \arctan \left( \frac{1}{\dot{\gamma}t + \cot \theta_0} \right) \right) = \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2} \right)^{1/2}} \end{aligned}$$

qu'on injecte dans A.8. L'équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\phi}}{\sin \varphi \cos \varphi} &= \dot{\gamma} \frac{1/(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)}{\left( 1 + \frac{1}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2} \right)^{1/2}} \times \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2} \right)^{1/2}} \\ &= \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}t + \cot \theta_0} \times \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{\dot{\gamma}t + \cot \theta_0} \right)^2} \\ &= \frac{\dot{\gamma}(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1} \end{aligned}$$

Le terme de gauche se résoud grâce à  $\left[ \frac{d\varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} \right] = \ln(\tan \varphi)$ , avec  $\varphi(t = 0) = \varphi_0$ .

$$\int_0^t \frac{d\varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = \ln(\tan \varphi) - \ln(\tan \varphi_0) = \ln \left( \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} \right)$$

Le terme de droite se résoud grâce à  $\left[ \frac{u'u}{u^2+1} \right] = \ln(u^2 + 1)/2$  :

$$\begin{aligned}
\int_0^t \frac{\dot{\gamma}(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)}{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1} dt &= \frac{1}{2} \ln(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1) - \frac{1}{2} \ln(\cot^2 \theta_0 + 1) \\
&= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1}{\cot^2 \theta_0 + 1} \right) \\
&= \ln \left( \left( \frac{(\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1}{\cot^2 \theta_0 + 1} \right)^{1/2} \right) \\
&= \ln \left( \frac{((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2}}{(\cot^2 \theta_0 + 1)^{1/2}} \right)
\end{aligned}$$

Finalement [A.8](#) devient :

$$\begin{aligned}
\ln \left( \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} \right) &= \ln \left( \frac{((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2}}{(\cot^2 \theta_0 + 1)^{1/2}} \right) \\
\frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} &= \frac{((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2}}{(\cot^2 \theta_0 + 1)^{1/2}} \\
\tan \varphi &= \frac{\tan \varphi_0}{(\cot^2 \theta_0 + 1)^{1/2}} ((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2} \\
\tan \varphi &= \frac{\tan \varphi_0 \tan \theta_0}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}} ((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2}
\end{aligned}$$

En posant  $C_\varphi = \frac{\tan \varphi_0 \tan \theta_0}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}}$ , on a alors :

$$\tan \varphi = C_\varphi ((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2} \quad (\text{A.11})$$

Grâce à  $(x^2 + 1)^{1/2} = \frac{1}{\cos(\arctan x)}$ , on remarque que  $((\dot{\gamma}t + \cot \theta_0)^2 + 1)^{1/2} = \frac{1}{\sin \theta}$ . Finalement on obtient :

$$\tan \varphi = \frac{C_\varphi}{\sin \theta} \quad (\text{A.12})$$

Le système est alors résolu par [\(A.10\)](#) et [\(A.12\)](#).

Remarque : on retrouve l'expression donnée par [\[188\]](#) et par [\[161\]](#) dans le cas général où  $\lambda \neq 1$  :

$$\tan \varphi = \frac{rC_\varphi}{(r^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^{\frac{1}{2}}} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{C_\varphi}{\sin \theta} \quad (\text{A.13})$$

Attention, selon l'angle choisi on peut trouver la même expression dans la littérature avec un cosinus :

$$\tan \varphi = \frac{C_\varphi}{\cos \theta} \quad (\text{A.14})$$

C'est en fait la résolution de l'équation générale dont [\(A.2\)](#) est issue, avec la différence que nous, nous faisons tendre  $r$  vers l'infini. La solution de l'équation générale de la littérature est :

$$\tan(\varphi) = \frac{rC_\varphi}{(r^2 \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta))^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A.15})$$

et en faisant tendre  $r$  vers l'infini on a :

$$\tan(\varphi) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{C_\varphi}{\cos(\theta)} \quad (\text{A.16})$$





## Annexe B

# Résolution de l'équation de Jeffery pour une fibre plongée en écoulement éélongationnel 3D

### B.1 Orientation d'une fibre

Cf. Annexe A.

### B.2 Évolution de l'orientation

La fibre est plongée dans un écoulement cisaillant décrit par le champ de vitesse ( $V_x = \dot{\epsilon}x$ ;  $V_y = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}y$ ;  $V_z = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}z$ ), où  $\dot{\epsilon}$  est le taux d'élongation, constant dans le temps pour un écoulement permanent. On a donc

$$V = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}x \\ -\frac{\dot{\epsilon}}{2}y \\ -\frac{\dot{\epsilon}}{2}z \end{pmatrix} \quad \text{donc} \quad \nabla V = D = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\dot{\epsilon}}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

En injectant ce profil dans A.2 on obtient le système d'équations :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = \dot{\epsilon}p_1 - \dot{\epsilon}p_1^3 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_1p_2^2 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_1p_3^2 \\ \dot{p}_2 = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}p_2 - \dot{\epsilon}p_1^2p_2 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_2^3 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_2p_3^2 \\ \dot{p}_3 = -\frac{\dot{\epsilon}}{2}p_3 - \dot{\epsilon}p_1^2p_3 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_2^2p_3 + \frac{\dot{\epsilon}}{2}p_3^3 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

En remplaçant les  $p_i$  par leur valeur en fonction des angles  $\theta$  et  $\varphi$  (cf A.1), on obtient :

$$\dot{\varphi} \cos \varphi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \varphi \sin \theta = \dot{\epsilon} \sin \varphi \cos \theta - \dot{\epsilon} \sin^3 \varphi \cos^3 \theta + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \cos \theta \sin^3 \varphi \sin^2 \theta + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \cos \theta \sin \varphi \cos^3 \theta \quad (\text{B.3})$$

$$\dot{\varphi} \cos \varphi \sin \theta + \dot{\theta} \sin \varphi \cos \theta = -\frac{\dot{\epsilon}}{2} \sin \varphi \sin \theta - \dot{\epsilon} \sin^3 \varphi \cos^2 \theta \sin \theta + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \sin^3 \varphi \sin^3 \theta + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \sin \theta \sin \varphi \cos^3 \theta \quad (\text{B.4})$$

$$-\dot{\varphi} \sin \varphi = -\frac{\dot{\epsilon}}{2} \cos \varphi - \dot{\epsilon} \cos^2 \theta \sin^2 \varphi \cos \varphi + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \sin^2 \varphi \sin^2 \theta \cos \varphi + \frac{\dot{\epsilon}}{2} \cos^3 \varphi \quad (\text{B.5})$$

Du système formé par les trois équations B.3, B.4 et B.5, on tire deux équations différentielles selon  $\theta$  et  $\varphi$ .

De  $(-\sin \theta \text{B.3} + \cos \theta \text{B.4})$ , on a :

$$\dot{\theta} = -\frac{3}{2}\dot{\varepsilon} \sin \theta \cos \theta \quad \text{pour} \quad \varphi \neq 0 \quad \text{et} \quad \pi \quad (\text{B.6})$$

De  $(\cos \theta \text{B.3} + \sin \theta \text{B.4})$ , on a :

$$\dot{\varphi} = \frac{3}{2}\dot{\varepsilon} \sin \varphi \cos \varphi \cos^2 \theta \quad \text{pour} \quad \varphi \neq -\frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\pi}{2} \quad (\text{B.7})$$

On résoud d'abord B.6 en intégrant entre  $t = 0$  et  $t$  l'expression :

$$\frac{d\theta}{\sin \theta \cos \theta} = -\frac{3}{2}\dot{\varepsilon} dt$$

avec  $\dot{\varepsilon}$  une constante, et  $\theta(t = 0) = \theta_0$ . Grâce à  $\left[\frac{d\theta}{\sin \theta \cos \theta}\right] = \ln(\tan \theta)$ , on trouve :

$$\tan \theta = \tan(\theta_0)e^{-(3/2)\dot{\varepsilon}t} \quad (\text{B.8})$$

On veut maintenant obtenir l'évolution de  $\varphi$  grâce à B.7. On utilise alors l'expression de  $\theta$  pour obtenir  $\cos \theta$  :

$$\cos \theta = \cos \left( \arctan \left( \tan \theta_0 e^{-(3/2)\dot{\varepsilon}t} \right) \right) = \frac{1}{(1 + (\tan \theta_0 e^{-(3/2)\dot{\varepsilon}t})^2)^{1/2}}$$

qu'on injecte dans B.7. L'équation devient :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\varphi}}{\sin \varphi \cos \varphi} &= \frac{3}{2}\dot{\varepsilon} \times \frac{1}{1 + (\tan \theta_0 e^{-(3/2)\dot{\varepsilon}t})^2} \\ &= \frac{3}{2}\dot{\varepsilon} \times \frac{1}{1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3\dot{\varepsilon}}{1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t}} \end{aligned}$$

Le terme de gauche se résoud comme dans le cas du cisaillement, on obtient  $\ln \left( \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} \right)$ .

Le terme de droite se résoud en remarquant :  $[\ln(1 + Ce^{-Kt}) + Kt]' = \frac{-CKe^{-Kt}}{1+Ce^{-Kt}} + K = \frac{K}{1+Ce^{-Kt}}$  :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^t \frac{3\dot{\varepsilon}}{1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t}} dt &= \frac{1}{2} [\ln(1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t}) + 3\dot{\varepsilon}t - \ln(1 + \tan^2 \theta_0)] \\ &= \ln \left( (1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2} \right) - \ln \left( (1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2} \right) + \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t \\ &= \ln \left( \frac{(1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2}}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}} \right) + \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t \end{aligned}$$

Finalement B.7 devient :

$$\begin{aligned} \ln \left( \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} \right) &= \ln \left( \frac{(1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2}}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}} \right) + \frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t \\ \frac{\tan \varphi}{\tan \varphi_0} &= \left( \frac{(1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2}}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}} \right) e^{\frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t} \\ \tan \varphi &= \frac{\tan \varphi_0}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}} (1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2} e^{\frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t} \end{aligned}$$

En posant  $C_\varphi^e = \frac{\tan \varphi_0}{(1 + \tan^2 \theta_0)^{1/2}}$ , on a alors :

$$\tan \varphi = C_\varphi^e (1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\varepsilon}t})^{1/2} e^{\frac{3}{2}\dot{\varepsilon}t} \quad (\text{B.9})$$

De même que dans le cas d'un écoulement cisaillant, on reconnaît  $(1 + \tan^2 \theta_0 e^{-3\dot{\epsilon}t})^{1/2} = \frac{1}{\cos \theta}$ .  
 B.9 devient alors :

$$\tan \varphi = \frac{C_\varphi^e}{\cos \theta} e^{\frac{3}{2}\dot{\epsilon}t} \quad (\text{B.10})$$

Le système est alors résolu par B.8 et B.10.



## Annexe C

# Facteur d'orientation sur un plan parallèle à la paroi

### C.1 Influence de la paroi

L'idée du calcul d'un facteur d'orientation consiste à considérer les différentes orientations que peut adopter une fibre au sein du fluide dans lequel elle est plongée. Quand cette fibre se place dans une zone proche d'une paroi, elle ne peut effectuer une rotation complète dans un plan perpendiculaire à la paroi, *cf.* FIGURE C.1. Cette restriction de liberté est alors prise en compte dans le calcul du facteur d'orientation. Considérons la configuration présentée sur la

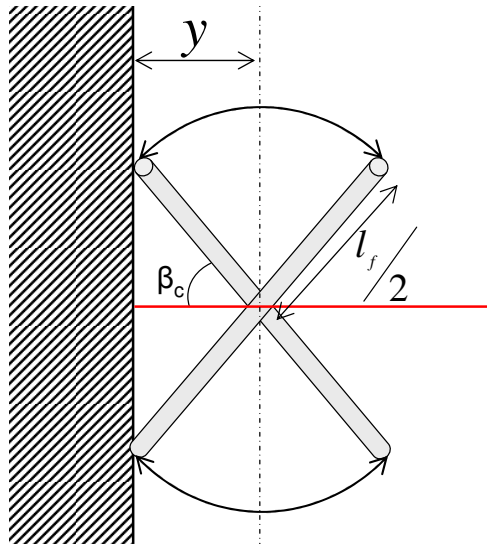


FIGURE C.1 – Liberté de rotation d'une fibre proche d'une paroi

FIGURE C.1. La fibre ne peut effectuer une rotation complète, elle est bloquée par la présence du mur au moment où elle forme un angle critique  $\beta_c$  avec la direction orthogonale au mur (en rouge).

## C.2 Calcul du facteur d'orientation

### C.2.1 Cas isotrope

Le facteur d'orientation se calcule comme la projection moyenne des fibres sur l'axe rouge de la FIGURE C.1. Cette projection s'exprime grâce au cosinus de l'angle  $\beta$  entre la fibre et l'axe. La projection moyenne est alors obtenue en pondérant chaque projection (correspondant à un angle  $\beta$  fixé) par la surface qui peut être balayée par l'extrémité de la fibre (pour ce  $\beta$  toujours fixé) selon sa liberté géométrique de rotation.

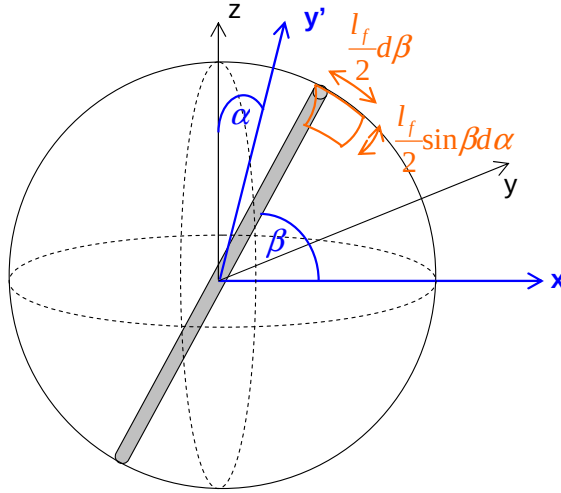


FIGURE C.2 – Système de coordonnées d'une fibre au sein du matériau.

Soit une fibre définie de manière classique par ses deux angles  $\theta$  et  $\varphi$  dans le repère  $(x, y, z)$  de la FIGURE C.2. Cette fibre se définit de manière similaire par ses angles  $\beta$  et  $\alpha$  dans le repère  $(x, y', z')$ , où l'axe  $y'$  est l'intersection entre le plan contenant la fibre et l'axe  $x$  et le plan  $(y, z)$  (cf. FIGURE C.3).

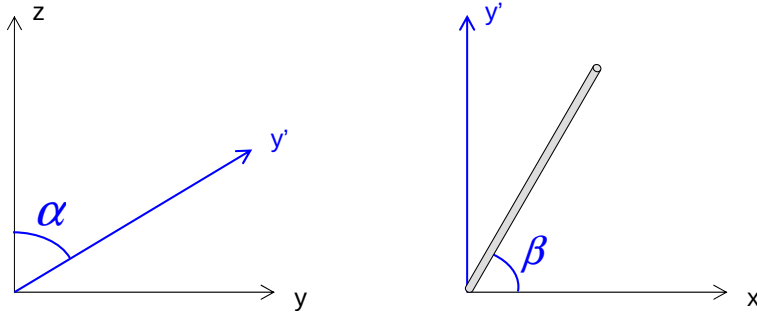


FIGURE C.3 – Plans de changement de repère.

La surface balayée par l'extrémité de la fibre pondérant la projection de la fibre sur l'axe  $x$  est représentée par un élément de surface de sphère  $\frac{l_f}{2} \sin \beta d\alpha \times \frac{l_f}{2} d\beta$  (cf. FIGURE C.2 : élément en

rouge). L'intégration se fait alors sur la demie sphère. Le facteur s'écrit donc comme une double intégrale sur  $\alpha$  entre 0 et  $2\pi$  et sur  $\beta$  entre 0 et  $\pi/2$ . Cette valeur est finalement adimensionnée par la surface de la demie sphère pour obtenir un facteur normé.

Le facteur se calcule donc par :

$$\alpha_x = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \beta \times \left(\frac{l_f}{2}\right)^2 \sin \beta d\alpha d\beta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{l_f}{2}\right)^2 \sin \beta d\alpha d\beta} \quad (\text{C.1})$$

Après intégration sur  $\alpha$  :

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{2\pi \left(\frac{l_f}{2}\right)^2 \int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta}{2\pi \left(\frac{l_f}{2}\right)^2 \int_0^{\pi/2} \sin \beta d\beta} \\ &= \frac{\int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta}{\int_0^{\pi/2} \sin \beta d\beta} \\ &= \int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

### C.2.2 Présence d'une paroi

La présence d'une paroi impose de réduire les bornes d'intégration sur l'angle  $\beta$ . L'intégration est alors réalisée d'un angle critique  $\beta_c$  à  $\pi/2$  cf. FIGURE C.1. Cet angle s'écrit  $\beta_c = \arccos(2y/l_f)$ . Le facteur d'orientation s'exprime alors, une fois l'intégration sur  $\alpha$  effectuée, par :

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \frac{\int_{\beta_c}^{\pi/2} \sin \beta \cos \beta d\beta}{\int_{\beta_c}^{\pi/2} \sin \beta d\beta} \\ &= \frac{\int_{\beta_c}^{\pi/2} \sin \beta \cos \beta d\beta}{\pi l_f y} \\ &= \frac{y}{l_f} \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Ce facteur s'écrit simplement, en fonction de  $y$ . On remarque alors qu'une fibre directement collée à la paroi ( $y = 0$ ) impliquera un facteur d'orientation nul, alors qu'une fibre placée à une distance  $l_f/2$  de cette paroi entrainera un facteur d'orientation isotrope ( $\alpha_{\perp} = 0,5$ ).

Ensuite, ce facteur est intégré sur tous les plans parallèles à la paroi, entre  $y = 0$  et  $y = l_f/2$  pour donner une orientation moyenne sur cette distance :

$$\bar{\alpha}_{\parallel} = \frac{2}{l_f} \int_0^{\frac{l_f}{2}} \frac{y}{l_f} dy = \frac{1}{4} \quad (\text{C.4})$$

## C.3 Facteur d'orientation expérimental

Par définition, le facteur d'orientation selon l'axe  $x$  s'écrit, dans le repère donné au chapitre 5 :

$$\alpha_x = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} P(\theta, \varphi) \sin^2 \varphi \cos \theta d\varphi d\theta \quad (\text{C.5})$$



Dans cette expression,  $\sin \varphi d\theta d\varphi$  est l'élément de surface de la demie sphère sur laquelle l'extrémité de la fibre est intégrée. Cet élément de surface s'écrit aussi en fonction des angles  $\beta$  et  $\alpha$  définis sur la FIGURE C.2)  $\sin \beta d\alpha d\beta$ . En effectuant le changement de repère et en écrivant que la projection  $\sin \varphi \cos \theta$  du vecteur  $p$  sur l'axe  $x$  peut aussi s'écrire  $\cos \beta$  où  $\beta$  est l'angle formé entre la fibre et l'axe  $x$ , (C.6) devient :

$$\alpha_x = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} P(\alpha, \beta) \cos \beta \sin \beta d\alpha d\beta \quad (\text{C.6})$$

Dupont et Vandewalle [149] prennent alors l'hypothèse d'une configuration isotrope des fibres. Cette hypothèse se traduit par une équiprobabilité de la distribution des fibres dans la sphère unitaire, donc à une fonction de probabilité  $P(\alpha, \beta) = 1/2\pi$  (la surface de la demie sphère). En intégrant par rapport à l'angle  $\alpha$  dans (C.6), il vient :

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} P(\theta, \varphi) \sin \varphi \cos \theta d\varphi d\theta = \int_0^{\pi/2} \cos \beta \sin \beta d\beta \quad (\text{C.7})$$

## Annexe D

# Isotropie initiale des fibres

### D.1 Isotropie initiale

Description du processus. On dispose régulièrement des fibres représentées par leur vecteur unitaire  $p$  dans une sphère unitaire. On découpe la surface de la sphère unitaire en points réguliers. Chacun de ces points correspond à une extrémité de vecteur  $p$ , l'autre étant toujours le centre de la sphère. Grâce à des considérations géométriques, on réduit la surface à couvrir par l'extrémité des fibres à une demie sphère. On choisit alors de ne considérer que la demie sphère centrée en  $x$ , c'est à dire les fibres dont la composante en  $x$  du vecteur unitaire  $p$  est positive.

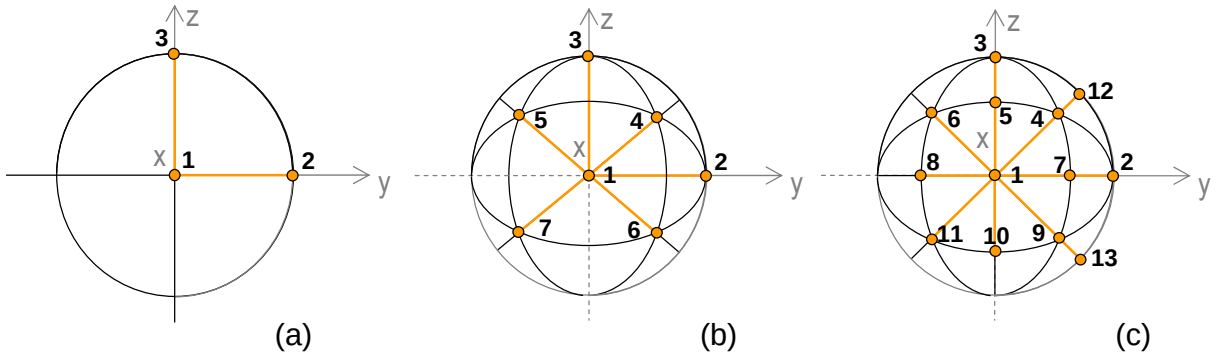


FIGURE D.1 – Configurations initiales de fibres réparties régulièrement sur la surface de la sphère unitaire visant à modéliser l'isotropie. Les fibres sont représentées en orange dans chaque sphère.

#### D.1.1 Configuration à 3 fibres

Le découpage de la sphère unitaire est ici le plus simple possible. Il s'agit de la configuration (a) sur la FIGURE D.1. Trois fibres décrivent l'ensemble des directions possibles sur la demie sphère. Les coordonnées des extrémités de chacun des vecteurs unitaires représentatifs des fibres

sont simplement celles coïncidant avec les trois axes :

$$f1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; f2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; f3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

### D.1.2 Configuration à 7 fibres

La deuxième configuration construite contient 7 fibres, comme représenté en (b) sur la FIGURE D.1 au centre. Le découpage de la sphère se fait en trois étapes. La sphère est d'abord divisée en quatre quartiers égaux suivant l'axe  $x$ , puis le même découpage est réalisé suivant l'axe  $y$  et l'axe  $z$ . Les points de croisement de ces découpages correspondent aux extrémités des vecteurs unitaires représentatifs des fibres à la surface de la sphère. Les coordonnées de ces points sont alors exprimées géométriquement. On remarque notamment que les extrémités des fibres 1, 2 et 3 sont les mêmes que dans la configuration précédente. De plus, les extrémités 5, 6 et 7 peuvent se déduire de l'extrémité 4 par simples considérations géométriques. Donc, seule la fibre 4 est étudiée (cf. FIGURE D.2). L'extrémité de la fibre 4 est située à l'intersection

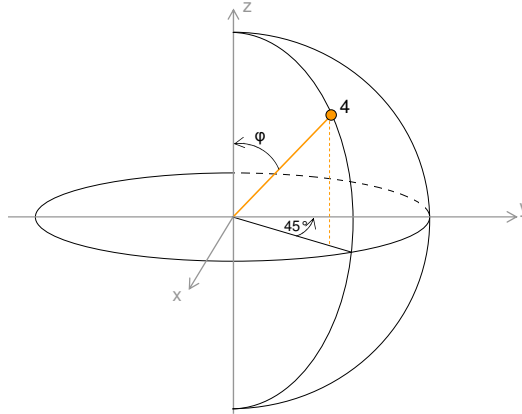


FIGURE D.2 – Coordonnées de la fibre 4 dans la configuration à 7 fibres.

des 3 bissectrices des arcs  $xy$ ,  $yz$  et  $zx$ . Elle se situe donc à égales distances des extrémités 1, 2 et 3. Les coordonnées de l'extrémité 4 s'écrivant  $(\sin \varphi \cos 45^\circ, \sin \varphi \sin 45^\circ, \cos \varphi)$ , l'égalité de toutes les coordonnées implique un angle  $\varphi$  égal à 0,9553 radians, ou  $54,73^\circ$ . Les coordonnées de chacune des extrémités sont alors déduites :

$$f4 = \begin{pmatrix} \sin \varphi \cos 45^\circ \simeq 0,57735 \\ \sin \varphi \sin 45^\circ \simeq 0,57735 \\ \cos \varphi \simeq 0,57735 \end{pmatrix}$$

$$f5 = \begin{pmatrix} 0,57735 \\ -0,57735 \\ 0,57735 \end{pmatrix} ; f6 = \begin{pmatrix} 0,57735 \\ 0,57735 \\ -0,57735 \end{pmatrix} ; f7 = \begin{pmatrix} 0,57735 \\ -0,57735 \\ -0,57735 \end{pmatrix}$$

### D.1.3 Configuration à 13 fibres

La troisième configuration comporte 13 fibres réparties sur la demie sphère unitaire, comme le présente la figure FIGURE D.1 (c). La même technique de découpage de la sphère que celle décrite dans le cas de 7 fibres est suivie. La sphère est cette fois divisée en 8 quartiers selon chacun des axes. Les points d'intersection de ces découpages correspondent aux extrémités des fibres. Dans cette configuration, les extrémités 4, 5, 7 et 12 sont étudiées, les coordonnées de toutes les autres extrémités peuvent être déduites. On remarque d'abord que la fibre 4 est placée au même endroit dans la configuration 13 fibres que dans la configuration 7 fibres. La fibre 5

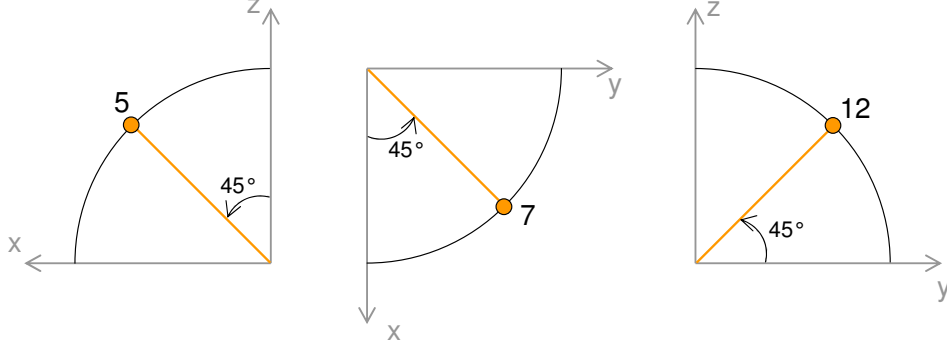


FIGURE D.3 – Fibres 5 et 7 appartenant respectivement aux plans  $(x, z)$  et  $(x, y)$ .

appartient au plan  $(x, z)$ , la fibre 7 au plan  $(x, y)$  et la fibre 12 au plan  $(y, z)$  (cf. FIGURE D.3). Il en découle :

$$f5 = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ \simeq 0,7071 \\ 0 \\ \sin 45^\circ \end{pmatrix}; f7 = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \\ 0 \end{pmatrix}; f12 = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos 45^\circ \\ \sin 45^\circ \end{pmatrix}$$

Les coordonnées des extrémités des autres fibres sont alors obtenues par symétrie.

### D.1.4 Méthode Trig (11 fibres)

La méthode utilisée pour répartir les points régulièrement sur la surface de la sphère est la suivante. L'un des trois axes est divisé en parties régulières. On choisit ici l'axe  $z$ . La sphère est alors coupée selon les plans de normale  $z$  passant par ces points. Sur chacun de ces plans, la section de la sphère est divisée en portions régulières FIGURE D.4.

Les coordonnées de ces points sont tirées d'un algorithme de la littérature ([http : //www.math.niu.edu/~rusin/known-math/96/sph.rand](http://www.math.niu.edu/~rusin/known-math/96/sph.rand), [http : //www.cgafaq.info/wiki/RandompointsOnSphere](http://www.cgafaq.info/wiki/RandompointsOnSphere), [http : //maven.smith.edu/orourke/](http://maven.smith.edu/orourke/)).

$$f1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; f2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; f3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

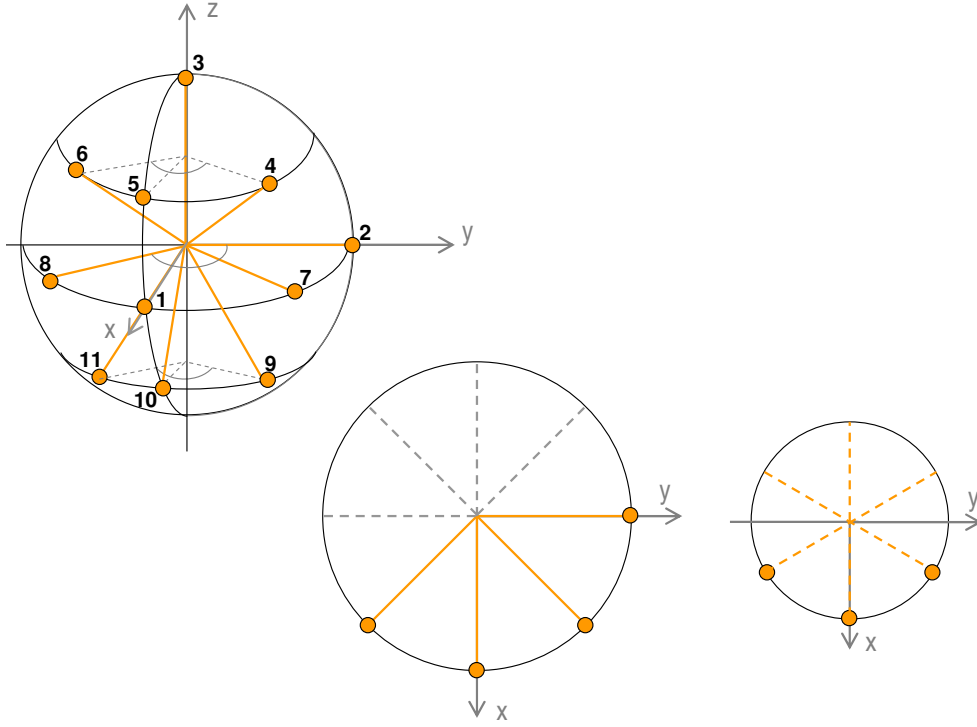


FIGURE D.4 – Configuration de répartition des fibres sur la sphère unitaire par la méthode "Trig". La coupe  $(x, y)$  présentée en bas au centre de la figure correspond au plan médian de la sphère, et la coupe  $(x, y)$  en bas à droite aux deux plans parallèles de part et d'autre du plan médian.

$$\begin{aligned}
 f4 &= \begin{pmatrix} 0,3536 \\ 0,6124 \\ 0,7071 \end{pmatrix}; f5 = \begin{pmatrix} 0,7071 \\ 0 \\ 0,7071 \end{pmatrix}; f6 = \begin{pmatrix} 0,3536 \\ -0,6124 \\ 0,7071 \end{pmatrix} \\
 f7 &= \begin{pmatrix} 0,7071 \\ 0,7071 \\ 0 \end{pmatrix}; f8 = \begin{pmatrix} 0,7071 \\ -0,7071 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 f9 &= \begin{pmatrix} 0,3536 \\ 0,6124 \\ -0,7071 \end{pmatrix}; f10 = \begin{pmatrix} 0,7071 \\ 0 \\ -0,7071 \end{pmatrix}; f11 = \begin{pmatrix} 0,3536 \\ -0,6124 \\ -0,7071 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

## D.2 Vérification de la symétrie

Pour vérifier la condition de symétrie des fibres permettant de nous limiter à une demie sphère, la configuration initiale à 7 fibres décrite au dessus est considérée centrée en  $y$  puis en  $z$  (*cf.* FIGURE D.5). On vérifie ainsi l'impact d'une demie sphère ou d'une autre sur les résultats numériques de simulation. Dans la configuration centrée en  $y$ , les fibres 5' et 7' sont obtenues par symétrie :

$$f5' = \begin{pmatrix} -0,57735 \\ 0,57735 \\ 0,57735 \end{pmatrix}; f7' = \begin{pmatrix} -0,57735 \\ 0,57735 \\ -0,57735 \end{pmatrix}$$

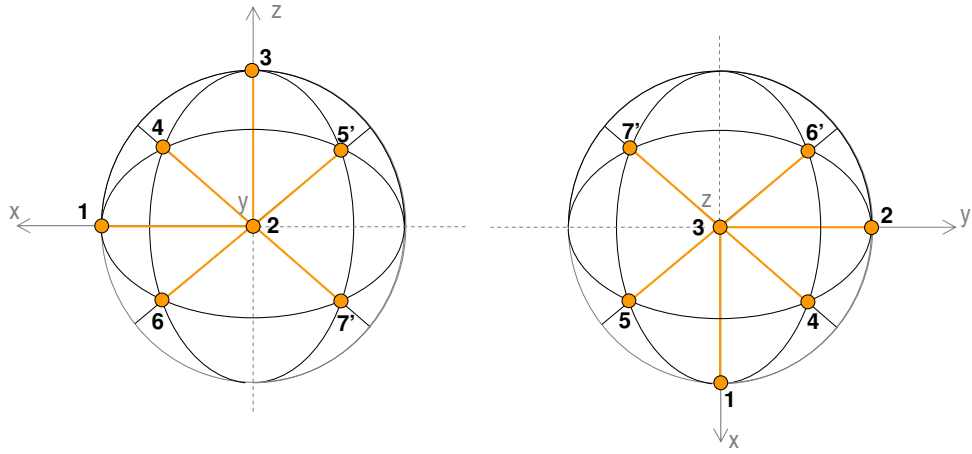


FIGURE D.5 – Configuration à 7 fibres centrée en  $y$  (à gauche) et en  $z$  (à droite).

Il en est de même pour les fibres 6' et 7' dans la configuration centrée en  $z$  :

$$f_{6'} = \begin{pmatrix} -0,57735 \\ 0,57735 \\ 0,57735 \end{pmatrix} ; f_{7'} = \begin{pmatrix} -0,57735 \\ -0,57735 \\ 0,57735 \end{pmatrix}$$



## Annexe E

# Terme d'interactions entre fibres

### E.1 Expression de l'équation d'évolution

L'équation de Jeffery, formulée en 1929, décrit l'évolution de l'orientation d'une fibre plongée dans un fluide newtonien. Un terme d'interactions entre fibres [167] ajouté à cette équation permet de décrire l'évolution d'une population de fibres interagissant hydrodynamiquement entre elles. Cette équation devient :

$$\dot{p} = \nabla V \cdot p + (D : pp)p - I \quad (\text{E.1})$$

$$(\text{E.2})$$

La projection de cette équation sur un axe  $i$  s'écrit :

$$\dot{p}_i = \frac{\partial v_i}{\partial x} p_x + \frac{\partial v_i}{\partial y} p_y + \frac{\partial v_i}{\partial z} p_z + (D : pp)p_i - I_i \quad (\text{E.3})$$

où, par symétrie du tenseur des déformations  $D$  :

$$(D : pp) = D_{11}p_1^2 + D_{22}p_2^2 + D_{33}p_3^2 + 2D_{12}p_1p_2 + 2D_{13}p_1p_3 + 2D_{23}p_2p_3$$

Le terme d'interaction  $I_i$  est alors détaillé [167] :

$$I_i = \frac{D_r}{\psi_i(\beta_i)} \frac{\partial \psi_i(\beta_i)}{\partial p_i} \quad (\text{E.4})$$

exprimé en fonction de la distribution gaussienne  $\psi_i(\beta_i)$  :

$$\psi_i(\beta_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\beta_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (\text{E.5})$$

### E.2 Calcul du terme d'interactions

On cherche maintenant à dériver la fonction de distribution  $\psi_i(\beta_i)$  par rapport au paramètre  $\cos \beta_i$ .

Hypothèse  $\mu_i$  et  $\sigma_i$  fixes.

On pose le paramètre  $\cos \beta_i = p_i$ , d'où  $\beta_i = \arccos p_i$ .

En posant  $f(p_i) = -\frac{1}{2} \left( \frac{\arccos p_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ , la fonction  $\psi_i$  peut s'écrire :

$$\psi_i(\beta_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\arccos p_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp \circ f(p_i) \quad (\text{E.6})$$



On a alors :

$$\frac{\partial \psi_i(p_i)}{\partial p_i} = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \times f'(p_i) \times \exp \circ f(p_i) \quad (\text{E.7})$$

On calcule alors la dérivée  $f'(p_i)$  :

$$\begin{aligned} f'(p_i) = \frac{\partial f(p_i)}{\partial p_i} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p_i} \left( \frac{\arccos(p_i) - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \\ &= -\frac{1}{2\sigma_i^2} \frac{\partial}{\partial p_i} (\arccos(p_i) - \mu_i)^2 \\ &= -\frac{1}{2\sigma_i^2} \times 2 \times \frac{-1}{\sqrt{1-p_i^2}} \times (\arccos(p_i) - \mu_i) \\ &= \frac{(\arccos(p_i) - \mu_i)}{\sigma_i^2 \sqrt{1-p_i^2}} \end{aligned}$$

Finalement, il vient :

$$\frac{\partial \psi_i(p_i)}{\partial p_i} = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \times \frac{\arccos(p_i) - \mu_i}{\sigma_i^2 \sqrt{1-p_i^2}} \times \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\arccos(p_i) - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \right) \quad (\text{E.8})$$

On reconnait l'expression de la distribution gaussienne :

$$\frac{\partial \psi_i(p_i)}{\partial p_i} = \frac{\beta_i - \mu_i}{\sigma_i^2 \sqrt{1-p_i^2}} \times \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{\arccos(p_i) - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \right) \quad (\text{E.9})$$

Le terme d'interaction selon [E.4](#) devient alors :

$$I_i = \frac{D_r}{\sigma_i^2} \frac{\beta_i - \mu_i}{\sqrt{1-p_i^2}} \quad (\text{E.10})$$

## Annexe F

# Comptage de fibres

### F.1 Découpage des sections

La partie horizontale de chaque canal en U est découpée en tronçons d'épaisseur  $10\text{cm}$  (sauf  $6\text{cm}$  pour le dernier tronçon) comme il est indiqué au chapitre 9. Chaque section des tronçons issus du canal central est divisée en différentes zones choisies pour mettre en avant les caractéristiques de l'écoulement. Tout d'abord la section est divisée en carrés de  $4\text{cm} \times 5\text{cm}$  (de  $C1$  à  $C8$  en jaune

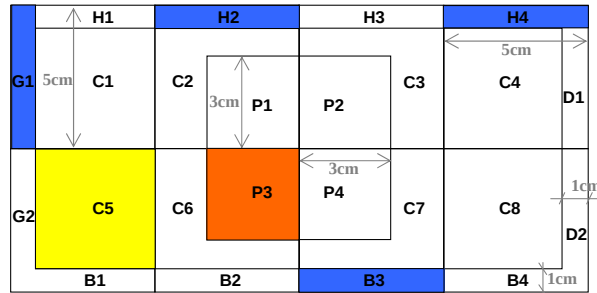


FIGURE F.1 – Découpage d'une section du canal en subdivisions dessinées selon la prédiction de l'écoulement.

sur FIGURE F.1). Puis une bande de  $1\text{cm}$  d'épaisseur (une longueur de fibre) est isolée sur chaque bord de la section (en bleu sur FIGURE F.1 :  $G1$  et  $G2$  à gauche,  $D1$  et  $D2$  à droite, de  $H1$  à  $H4$  en haut, et de  $B1$  à  $B4$  en bas de la section). Enfin, un carré central forme quatre subdivisions situées dans la zone non cisailée de l'écoulement (de  $P1$  à  $P4$  en orange sur FIGURE F.1).

Le comptage de fibres permet d'exprimer le facteur d'orientation sur les zones concernées. Ce facteur d'orientation dépend de l'aire de la zone considérée, du nombre de fibres traversant cette zone, de la concentration en fibre et de la section de chacune d'elles. Ces deux derniers paramètres sont supposés constants. La section d'une fibre est égale à  $S = \pi r_f^2 = \pi \cdot 10^{-8}$ . L'aire de chacune des zones est donnée sur la FIGURE F.1. Cependant, certaines aires nécessitent une correction, à cause de bulles d'air ou de parties endommagées pendant le découpage du canal. Ces corrections sont données dans les sections suivantes.

## F.2 Éprouvette faiblement renforcée

La deuxième éprouvette est renforcée avec 0,2% en volume de fibres de facteur d'aspect  $r = 50$ . Le comptage des fibres est renseigné dans la TABLE F.1, ainsi que l'aire sur laquelle ces fibres sont comptées(en  $cm^2$ ), corrigée par les bulles d'air ou les zones dégradées si nécessaire.

| Zone | S1    |            |            | S2    |            |            | S3    |            |            | S4    |            |            |
|------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
|      | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ |
| C1   | 125   | 24,6       | 0,80       | 135   | 25         | 0,85       | 113   | 25         | 0,71       | 134   | 25         | 0,84       |
| C2   | 93    | 25         | 0,58       | 75    | 24,76      | 0,48       | 72    | 25         | 0,45       | 98    | 25         | 0,62       |
| C3   | 115   | 25         | 0,72       | 83    | 25         | 0,52       | 110   | 25         | 0,69       | 76    | 23,6       | 0,51       |
| C4   | 83    | 17,5       | 0,75       | 136   | 25         | 0,85       | 109   | 25         | 0,68       | 109   | 25         | 0,68       |
| C5   | 122   | 25         | 0,77       | 124   | 25         | 0,78       | 124   | 25         | 0,78       | 126   | 25         | 0,79       |
| C6   | 75    | 25         | 0,47       | 86    | 25         | 0,54       | 88    | 25         | 0,55       | 79    | 25         | 0,50       |
| C7   | 107   | 25         | 0,67       | 80    | 25         | 0,50       | 93    | 25         | 0,58       | 84    | 25         | 0,53       |
| C8   | 105   | 22,5       | 0,73       | 112   | 25         | 0,70       | 117   | 25         | 0,74       | 109   | 25         | 0,68       |
| P1   | 30    | 9          | 0,52       | 13    | 9          | 0,23       | 19    | 9          | 0,33       | 22    | 9          | 0,38       |
| P2   | 38    | 9          | 0,66       | 19    | 9          | 0,33       | 36    | 9          | 0,63       | 18    | 9          | 0,31       |
| P3   | 23    | 9          | 0,40       | 18    | 9          | 0,31       | 23    | 9          | 0,40       | 14    | 9          | 0,24       |
| P4   | 35    | 9          | 0,61       | 26    | 9          | 0,45       | 20    | 9          | 0,35       | 20    | 9          | 0,35       |
| H1   | -     | -          | -          | 12    | 2,5        | 0,75       | 11    | 2,5        | 0,69       | 16    | 2,5        | 1,01       |
| H2   | -     | -          | -          | 7     | 2,5        | 0,44       | 10    | 2,5        | 0,63       | 16    | 2,38       | 1,06       |
| H3   | -     | -          | -          | 13    | 2,5        | 0,82       | 19    | 2,5        | 1,19       | 7     | 1,9        | 0,58       |
| H4   | -     | -          | -          | 15    | 2,5        | 0,94       | 13    | 2,5        | 0,82       | 15    | 2,5        | 0,94       |
| B1   | 16    | 2,5        | 1,01       | 9     | 2,5        | 0,57       | 12    | 2,5        | 0,75       | 14    | 2,5        | 0,88       |
| B2   | 7     | 2,5        | 0,44       | 13    | 2,5        | 0,82       | 10    | 2,5        | 0,63       | 12    | 2,5        | 0,75       |
| B3   | 9     | 2,5        | 0,57       | 12    | 1,6        | 1,18       | 10    | 2,5        | 0,63       | 10    | 2,5        | 0,63       |
| B4   | 8     | 2,25       | 0,56       | 10    | 2          | 0,79       | 14    | 2,5        | 0,88       | -     | -          | -          |
| G1   | 13    | 2,25       | 0,91       | 17    | 2,5        | 1,07       | 12    | 2,5        | 0,75       | 22    | 2,5        | 1,38       |
| G2   | 16    | 2,5        | 1,01       | 9     | 2,5        | 0,57       | 9     | 2,5        | 0,57       | 17    | 2,5        | 1,07       |
| D1   | -     | -          | -          | 6     | 1,25       | 0,75       | -     | -          | -          | 12    | 2,5        | 0,75       |
| D2   | -     | -          | -          | 12    | 2,5        | 0,75       | 11    | 2,5        | 0,69       | 10    | 2,5        | 0,63       |

TABLE F.1 – Fibres comptées sur les sections S1, S2, S3 et S4 de l'éprouvette 2

## F.3 Éprouvette fortement renforcée

La troisième éprouvette est renforcée avec 1,0% en volume des mêmes fibres que l'éprouvette 2 ( $r = 50$ ). Le nombre de fibres comptées sur chaque section de l'éprouvette 3 est alors indiqué de la même façon que pour l'éprouvette 2 dans les TABLE F.3 et TABLE F.4.

| Zone | S5    |            |            | S6    |            |            | S7    |            |            |
|------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
|      | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ |
| C1   | 123   | 25         | 0,77       | 121   | 25         | 0,76       | 96    | 20,25      | 0,74       |
| C2   | 109   | 25         | 0,68       | 94    | 24         | 0,62       | 92    | 22,5       | 0,64       |
| C3   | 101   | 25         | 0,63       | 101   | 24         | 0,66       | 85    | 22,5       | 0,59       |
| C4   | 117   | 25         | 0,74       | 112   | 25         | 0,70       | 75    | 20,25      | 0,58       |
| C5   | 117   | 25         | 0,74       | 117   | 22,5       | 0,82       | 64    | 20,25      | 0,50       |
| C6   | 76    | 25         | 0,48       | 71    | 22,5       | 0,50       | 92    | 22,5       | 0,64       |
| C7   | 71    | 25         | 0,45       | 75    | 22,5       | 0,52       | 77    | 22,5       | 0,54       |
| C8   | 101   | 25         | 0,63       | 102   | 22,5       | 0,71       | 62    | 22,5       | 0,43       |
| P1   | 30    | 9          | 0,52       | 29    | 8          | 0,57       | -     | -          | -          |
| P2   | 20    | 9          | 0,35       | 26    | 8          | 0,51       | 19    | 9          | 0,33       |
| P3   | 13    | 9          | 0,23       | 22    | 9          | 0,38       | -     | -          | -          |
| P4   | 20    | 9          | 0,35       | 21    | 9          | 0,37       | 22    | 9          | 0,38       |
| H1   | 15    | 2,5        | 0,94       | 18    | 2,5        | 1,13       | -     | -          | -          |
| H2   | 10    | 2,5        | 0,63       | 14    | 2,5        | 0,88       | -     | -          | -          |
| H3   | 15    | 2,5        | 0,94       | 14    | 2,5        | 0,88       | -     | -          | -          |
| H4   | 10    | 2,5        | 0,63       | 12    | 2,5        | 0,75       | -     | -          | -          |
| B1   | 11    | 2,5        | 0,69       | 7     | 1,25       | 0,88       | 12    | 2,25       | 0,84       |
| B2   | 7     | 2,5        | 0,44       | 11    | 1,25       | 1,38       | 14    | 2,5        | 0,88       |
| B3   | 8     | 2,5        | 0,50       | 12    | 1,25       | 1,51       | 8     | 2,5        | 0,50       |
| B4   | 8     | 2,5        | 0,50       | 12    | 1,25       | 1,51       | -     | -          | -          |
| G1   | 15    | 2,5        | 0,94       | 11    | 2,5        | 0,69       | -     | -          | -          |
| G2   | 14    | 2,5        | 0,88       | 10    | 2,25       | 0,70       | -     | -          | -          |
| D1   | 15    | 2,5        | 0,94       | 9     | 2,5        | 0,57       | 10    | 2,25       | 0,70       |
| D2   | 11    | 2,5        | 0,69       | 9     | 2,5        | 0,57       | -     | -          | -          |

TABLE F.2 – Fibres comptées sur les sections S5, S6 et S7 de l'éprouvette 2

## F.4 Correction de distribution

L'hypothèse d'une distribution homogène des fibres est considérée pour le calcul du facteur d'orientation expérimental. Pour s'assurer d'un comptage homogène des fibres sur les sections, le nombre de fibres comptées sur chaque section est corrigé par le ratio entre le nombre de fibres comptées sur la première section, sur laquelle la distribution est supposée homogène et le nombre de fibres comptées sur la section étudiée. Ces nombres de fibres  $N$  sont indiqués dans la TABLE F.5 pour l'éprouvette 2, et dans la TABLE F.6 pour l'éprouvette 3.

| Zone | S1    |            |            | S2    |            |            | S3    |            |            | S4    |            |            |
|------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
|      | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ |
| C1   | 649   | 25         | 0,82       | 610   | 25         | 0,77       | 654   | 25         | 0,82       | 667   | 25         | 0,84       |
| C2   | 460   | 25         | 0,58       | 320   | 25         | 0,40       | 452   | 25         | 0,57       | 412   | 25         | 0,52       |
| C3   | 469   | 25         | 0,59       | 400   | 25         | 0,50       | 444   | 25         | 0,56       | 409   | 25         | 0,51       |
| C4   | 621   | 25         | 0,78       | 521   | 25         | 0,65       | 590   | 25         | 0,74       | 618   | 25         | 0,78       |
| C5   | 495   | 25         | 0,62       | 590   | 25         | 0,74       | 611   | 25         | 0,77       | 602   | 25         | 0,76       |
| C6   | 497   | 25         | 0,62       | 327   | 25         | 0,41       | 469   | 25         | 0,59       | 330   | 25         | 0,41       |
| C7   | 493   | 25         | 0,62       | 334   | 25         | 0,42       | 513   | 25         | 0,64       | 332   | 25         | 0,42       |
| C8   | 502   | 25         | 0,63       | 527   | 25         | 0,66       | 612   | 25         | 0,77       | 628   | 25         | 0,79       |
| P1   | 178   | 9          | 0,62       | 52    | 9          | 0,18       | 156   | 9          | 0,54       | 86    | 9          | 0,30       |
| P2   | 176   | 9          | 0,61       | 79    | 9          | 0,28       | 114   | 9          | 0,40       | 67    | 9          | 0,23       |
| P3   | 174   | 9          | 0,61       | 84    | 9          | 0,29       | 129   | 9          | 0,45       | 91    | 9          | 0,32       |
| P4   | 179   | 9          | 0,62       | 106   | 9          | 0,37       | 136   | 9          | 0,47       | 84    | 9          | 0,29       |
| H1   | 124   | 5          | 0,78       | 135   | 5          | 0,85       | 144   | 5          | 0,90       | 149   | 5          | 0,94       |
| H2   | 58    | 5          | 0,36       | 120   | 5          | 0,75       | 102   | 5          | 0,64       | 145   | 5          | 0,91       |
| H3   | 82    | 5          | 0,52       | 131   | 5          | 0,82       | 104   | 5          | 0,65       | 153   | 5          | 0,96       |
| H4   | 106   | 5          | 0,67       | 122   | 4,6        | 0,83       | 128   | 4,8        | 0,84       | 134   | 5          | 0,84       |
| B1   | 85    | 4          | 0,67       | 129   | 4,875      | 0,83       | 129   | 5          | 0,81       | 123   | 5          | 0,77       |
| B2   | 78    | 5          | 0,49       | 97    | 5          | 0,61       | 119   | 5          | 0,75       | 133   | 5          | 0,84       |
| B3   | 68    | 4,3        | 0,50       | 104   | 4          | 0,82       | 120   | 5          | 0,75       | 132   | 5          | 0,83       |
| B4   | 48    | 2,5        | 0,60       | 126   | 5          | 0,79       | 109   | 4,5        | 0,76       | 133   | 4,7        | 0,89       |
| G1   | 104   | 4,4        | 0,74       | 126   | 5          | 0,79       | 128   | 5          | 0,80       | 130   | 5          | 0,82       |
| G2   | 57    | 2          | 0,90       | 135   | 4,875      | 0,87       | 116   | 5          | 0,73       | 143   | 5          | 0,90       |
| D1   | 110   | 5          | 0,69       | 107   | 4,35       | 0,77       | 119   | 4,5        | 0,83       | 144   | 5          | 0,90       |
| D2   | 93    | 4,5        | 0,65       | 130   | 5          | 0,82       | 108   | 4,8        | 0,71       | 125   | 4,5        | 0,87       |

TABLE F.3 – Fibres comptées sur les sections S1, S2, S3 et S4 de l'éprouvette 3

| Zone | S5    |            |            | S6    |            |            | S7    |            |            |
|------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|------------|
|      | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ | $N_f$ | $A_{corr}$ | $\alpha_x$ |
| C1   | 593   | 25         | 0,75       | 625   | 25         | 0,79       | 601   | 24,91      | 0,76       |
| C2   | 511   | 25         | 0,64       | 585   | 24,79      | 0,74       | 544   | 24,5       | 0,70       |
| C3   | 399   | 25         | 0,50       | 512   | 22         | 0,73       | 492   | 22,15      | 0,70       |
| C4   | 570   | 25         | 0,72       | 649   | 25         | 0,82       | 541   | 20,8       | 0,82       |
| C5   | 581   | 25         | 0,73       | 618   | 24         | 0,81       | 518   | 22,5       | 0,72       |
| C6   | 379   | 25         | 0,48       | 471   | 24         | 0,62       | 479   | 22,5       | 0,67       |
| C7   | 385   | 25         | 0,48       | 484   | 24         | 0,63       | 496   | 22,5       | 0,69       |
| C8   | 604   | 25         | 0,76       | 584   | 24         | 0,76       | 313   | 12,4       | 0,79       |
| P1   | 140   | 9          | 0,49       | 184   | 8,79       | 0,66       | 178   | 8,5        | 0,66       |
| P2   | 109   | 9          | 0,38       | 94    | 6          | 0,49       | 126   | 6,15       | 0,64       |
| P3   | 60    | 9          | 0,21       | 113   | 9          | 0,39       | 174   | 9          | 0,61       |
| P4   | 66    | 9          | 0,23       | 129   | 9          | 0,45       | 163   | 9          | 0,57       |
| H1   | 138   | 5          | 0,87       | 124   | 4,96       | 0,79       | 126   | 4,91       | 0,81       |
| H2   | 150   | 5          | 0,94       | 128   | 5          | 0,80       | 127   | 5          | 0,80       |
| H3   | 125   | 5          | 0,79       | 146   | 5          | 0,92       | 124   | 5          | 0,78       |
| H4   | 111   | 5          | 0,70       | 125   | 4,8        | 0,82       | 115   | 4,8        | 0,75       |
| B1   | 111   | 4,6        | 0,76       | 97    | 4          | 0,76       | 42    | 2,5        | 0,53       |
| B2   | 122   | 4,5        | 0,85       | 120   | 4          | 0,94       | 68    | 2,5        | 0,85       |
| B3   | 111   | 4,5        | 0,77       | 104   | 4          | 0,82       | 65    | 2,5        | 0,82       |
| B4   | 126   | 4,5        | 0,88       | 105   | 4          | 0,82       | -     | -          | -          |
| G1   | 129   | 5          | 0,81       | 124   | 4,96       | 0,79       | 127   | 4,11       | 0,97       |
| G2   | 119   | 5          | 0,75       | 112   | 4,8        | 0,73       | 98    | 4,5        | 0,68       |
| D1   | 157   | 5          | 0,99       | 143   | 4,65       | 0,97       | -     | -          | -          |
| D2   | 131   | 4,6        | 0,89       | 115   | 4,7        | 0,77       | -     | -          | -          |

TABLE F.4 – Fibres comptées sur les sections S5, S6 et S7 de l'éprouvette 3

| Sections         | S1  | S2  | S3  | S4  | S5  | S6  | S7  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nombre de fibres | 825 | 831 | 826 | 815 | 815 | 793 | 643 |

TABLE F.5 – Nombre de fibres comptées sur les sections de l'éprouvette 2.

| Sections         | S1   | S2   | S3   | S4   | S5   | S6   | S7   |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre de fibres | 4186 | 3629 | 4345 | 3998 | 4022 | 4528 | 3984 |

TABLE F.6 – Nombre de fibres comptées sur les sections de l'éprouvette 3.



# Bibliographie

- [1] R. G. HORN : Surface forces and their action in ceramic materials. *J. Am. Ceram. Soc.*, 73(5):1117–1135, 1990.
- [2] P.C. AÏTCIN, C. JOLICOEUR et J.G. MACGREGOR : Superplasticizers : how they work and why they occasionally don't. *Concr. Int.*, 16(5):42–52, 1994.
- [3] V.S. RAMACHANDRAN, V.M. MALHOTRA, C. JOLICOEUR et N. SPIRATOS : Superplasticizers : properties and applications in concrete. pages 97–14, Ottawa, Canada, 1998. CANMET Publication.
- [4] E. SAKAI et M. DAIMON : Mechanisms of superplastification. In S. Mindess (Eds.) J. SKALNY, éditeur : *Materials Science of Concrete vol.IV*, pages 91–111, Westerville, 1995. Amercain Ceramic Society.
- [5] H. UCHIKAWA : Function of organic admixture supporting high performance concrete. In R. Rivera-Villarreal (Eds.) J.G. CABRERA, éditeur : *Proceedings of the International RILEM Conference on the Role of Admixtures in High Performance Concrete*, pages 69–96, Cachan, France, 1999. RILEM Publications.
- [6] J.A. LEWIS, H. MATSUYAMA, G. KIRBY, S. MORISETTE et F. YOUNG : Polyelectrolyte effects on the rheological properties of concentrated suspensions. *J. Am. Ceram. Soc.*, 83(8):1905–1913., 2000.
- [7] C. Miao J. Liu S. Wuc J. Shen Q. RAN, P. Somasundaran : Effect of the length of the side chains of comb-like copolymer dispersants on dispersion and rheological properties of concentrated cement suspensions. *J. of Colloid and Interface Science*, 336:624–633, 2009.
- [8] R.J. FLATT, Y.F. HOUST, P. BOWEN et H. HOFMANN : Electrosteric repulsion induced by superplasticizers between cement particles-an overlooked mechanism? In V.M. Malhotra (ED.), éditeur : *Proceedings of the 6th Canmet/ACI International Conference on Superplasticizers and Other Chemical Admixtures in Concrete*, pages 29–42,, Detroit, 2000. American Concrete Institute.
- [9] R.J. FLATT et Y.F. HOUST : A simplified view on chemical effects perturbing the action of superplasticizers. *Cement and Concrete Research*, 31:1169–1176, 2001.
- [10] N. ROUSSEL, A. LEMAÎTRE, R.J. FLATT et P. COUSSOT : Steady state flow of cement suspensions : A micromechanical state of the art. *Cement and Concrete Research*, 40:77–84, 2010.
- [11] R.J. FLATT : Dispersion forces in cement suspensions. *Materials and Structures*, 34:399–408, 2004.



- [12] A. LEMAITRE, J-N. ROUX et F. CHEVOIR : What do dry granular flows tell us about dense non-brownian suspension rheology ? *Rheologica Acta*, 48:925–942, 2009.
- [13] S. GRÜNEWALD : *Performance-based design of self-compacting fibre reinforced concrete*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, Pays-Bas, 2004.
- [14] J. YAMMINE, M. CHAOUCHE, M. GUERINET, M. MORANVILLE et N. ROUSSEL : From ordinary rheology concrete to self compacting concrete : A transition between frictional and hydrodynamic interactions. *Cement and Concrete Research*, 38:890–896, 2008.
- [15] V. JOHANSEN et P.J. ANDERSEN : Particle packing and concrete properties. In J. SKALNY et S. MINDESS, éditeurs : *Materials Science of Concrete II*, pages 111–148, Westerville, OH, 1991. The American Ceramic Society.
- [16] J. DEWAR : Questjay - mixing, computer programm. issue 3.0, January 1993.
- [17] T. STOVALL, F. de LARRARD et M. BUIL : Linear packing model of grain mixtures. *Powder Technology*, 48(1):1–12, 1986.
- [18] F. de LARRARD : *Structures granulaires et formulation des bétons*. Numéro Ouvrages d’art OA 34. LCPC, Avril 2000.
- [19] D.J. LEE : Packing of spheres and its effects on the viscosity of suspensions. *Journal of Paint Technology*, 42:579–587, 1970.
- [20] P. COUSSOT et C. ANCEY : Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Physical Review E*, 59(4):4445–4457, 1999.
- [21] P. COUSSOT : *Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials*. Wiley Inter-Science, 2005.
- [22] N. ROUSSEL : A theoretical frame to study stability of fresh concrete. *Materials and Structures*, 39:81–91, 2006.
- [23] E. GUYON et J.P. HULIN : *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences, 2009.
- [24] T. ALLEN : *Particle size measurement : Powder sampling and particle size*, volume 2. 1997.
- [25] A. Ben RICHOU, A. AMBARI, M. LEBEY et J.K. NACIRI : Drag force on a circular cylinder midway between two parallel plates at  $re \ll 1$ . part 2 : moving uniformly (numerical and experimental). *Chemical Engineering Science*, 60:2535–2543, 2005.
- [26] P. VAINSHTEIN, M. SHAPIRO et C. GUTFINGER : Creeping flow paste and within a permeable spheroid. *Inter. J. Multiphase Flow*, 28:1945–1963, 2002.
- [27] G. OVARLEZ, F. BERTRAND et S. RODTS : Local determination of the constitutive law of a dense suspension of noncolloidal particles through magnetic resonance imaging. *Journal of Rheology*, 50(3):259–292, 2006.
- [28] N. ROUSSEL : *Ecoulement et mise en oeuvre des bétons modernes*. Paris, France, presse de l’école nationale des ponts et chaussées édition, 2007. Habilitation à Diriger des Recherches.
- [29] N. ROUSSEL : A thixotropy model for fresh concretes : theory, validation and applications. *Cement and Concrete Research*, 36(10):1797–1806, 2006.

- [30] N. ROUSSEL : Steady and transient flow behaviour of fresh cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 35(9):1656–1664, 2005.
- [31] N. ROUSSEL, G. OVARLEZ, S. GARRAULT et C. BRUMAUD : The origins of thixotropy of fresh cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 2010. To be submitted.
- [32] N. ROUSSEL, M.R. GEIKER, F. Dufour L.N. THRANE et P. SZABO : Computational modeling of concrete flow : General overview. *Cement and Concrete Research*, 37:1298–1307, 2007.
- [33] N. ROUSSEL et F. CUSSIGH : Distinct-layer casting of scc : The mechanical consequences of thixotropy. *Cement and Concrete Research*, 38:624–632, 2008.
- [34] P. BILLBERG : *Form pressure generated by Self-Compacting Concrete - Influence of thixotropy and structural behaviour at rest*. Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2006.
- [35] P.F.G BANFILL et D.C. SAUNDERS : On the viscosimetric examination of cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 11:363–370, 1981.
- [36] Y. OTSUBO, S. MIYAI et K. UMEYA : Time-dependant flow of cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 10:631–638, 1980.
- [37] D. PLATEL : *The impact of the polymer architecture on the physico-chemistry properties of cement slurries*. Thèse de doctorat, ESPCI, 2005.
- [38] A. EINSTEIN : *In Investigation of the brownian motion*, New York. Dover Publication. English translation of Ann. Physik, 19, p286 (1906) et 34, p591 (1911).
- [39] G.K. BATCHELOR et J.T. GREEN : The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order  $\phi^2$ . *J. Fluid Mech.*, 3(56):401–427, 1972.
- [40] I.M. KRIEGER et T.J. DOUGHERTY : A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Trans. Soc. Rheol.*, 3:137–152, 1959.
- [41] D. QUEMADA : Rheology of concentrated dispersion systems and minimum energy dissipation. *Rheologica Acta*, 16:82–94, 1977.
- [42] S.MANSOUTRE, P. COLOMBET et H. Van DAMME : Water retention and granular rheological behaviour of fresh c3s paste as function of concentration. *Cement and Concrete Research*, 29:1441–1453, 1999.
- [43] L. STRUBLE et G.K. SUN : Viscosity of portland cement pastes as a function of concentration. *Advanced Cement Based Materials*, 2:62–69, 1995.
- [44] M. GEIKER, M. BRANDL, L.N. THRANE et L.F. NIELSEN : On the effect of coarse aggregates fraction and shape on the rheological properties of self compacting concrete. *Cement, Concrete and Aggregates*, 24(1):3–6, 2002.
- [45] F. MAHAUT, S. MOKEDDEM, X. CHÂTEAU, N. ROUSSEL et G. OVARLEZ : Effect of coarse particle volume fraction on the yield stress and thixotropy of cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 38(11):1276–1285, 2008.
- [46] F. MAHAUT, X. CHÂTEAU, P. COUSSOT et G. OVARLEZ : Yield stress and elastic modulus of suspensions of noncolloidal particles in yield stress fluids. *Journal of Rheology*, 52(1):287–313, 2008.

- [47] T.-S. VU, G. OVARLEZ et X. CHATEAU : Macroscopic behavior of bidisperse suspensions of noncolloidal particles in yield stress fluids. *Journal of Rheology*, 54(4):815–833, 2010.
- [48] L. MARTINIE, P. ROSSI et N. ROUSSEL : Rheology of fiber reinforced cementitious materials : classification and prediction. *Cement and Concrete Research*, 40:226–234, 2010.
- [49] R.N. SWAMY : Fibre reinforcement of cement and concrete. *Materials and Structures*, 8(45):235–254, 1975.
- [50] Y. MOHAMMADI, S.P. SINGH et S.K. KAUSHIK : Properties of steel fibrous concrete containing mixed fibers in fresh and hardened state. *Construction and Building Materials*, 22:956–965, 2008.
- [51] H.B. DHONDE, Y.L. MO, T.T.C. HSU et J. VOGEL : Fresh and hardened properties of self-consolidating fiber-reinforced concrete. *ACI Material Journal*, 104-M54:491–500, 2007.
- [52] P. ROSSI : Mechanical behavior of metal-fiber reinforced concretes. *Cement and Concrete Composites*, 14(1):3–16, 1992.
- [53] B.P. HUGHES et N.I. FATTUHI : The workability of steel-fiber reinforced concrete. *Magazine of Concrete Research*, 28(9):157–161, 1976.
- [54] P.F.G. BANFILL, G. STARRS, G. DERRUAU, W.J. MCCARTER et T.M. CHRISP : Rheology of low carbone fibre content reinforced cement mortar. *Cement and Concrete Composites*, 28:773–780, 2006.
- [55] W.P. BOSHOFF, V. MECHTCHERINE et G.P.A.G. van ZIJL : Characterising the time-dependant behaviour on the single fibre level of shcc : Part 1 : Mechanism of fibre pull-out creep. *Cement and Concrete Research*, 39:779–786, 2009.
- [56] H.F. PORTER : Preparation of concrete from selection of materials to final disposition. In *Proceedings of the National Association of Cement Users*, volume 6, page 296. American Concrete Institute, 1910.
- [57] G.M. GRAHAM : Suspension steel concrete. *US patent No : 983 274*, February 1911.
- [58] J.P. ROMUALDI et G.B. BASTON : Mechanics of crack arrest in concrete. *J. Eng. Mech. Proc. Div. Proc. Amer. Soc. of Civil Engin.*, 89(EM3):147–168, 1963.
- [59] H. KRENCHER : Fiber reinforcement. page 159, Copenhaguen, 1964. Akademisk Forlag.
- [60] BIRYUKOVICH, BIRYUKOVICH et BIRYUKOVICH : Glass fibre reinforcement cement. page 41, Steklotsement Budivel'nik, Kiev, 1965. Civil Engineering Research Association, Londres. Translated by G.L. Cairns, CERA Translation No 12.
- [61] S. MINDESS et A. BENTUR : *Fiber reinforced cementitious composites*. Essex, England, U.K., elsevier science édition, 1990.
- [62] P.N. BALAGURU et S.P. SHAH : *Fiber reinforced cement composites*. McGraw-Hill, New York, 1992.
- [63] B.R. MAIDL : Steel fiber reinforced concrete. page 292, Berlin, 1995. Ernst & Sohn.
- [64] A.G. KOOIMAN : *Modelling steel fiber reinforced concrete for structural design*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, Pays-Bas, 2000.

- [65] P. ROSSI : Ultra-high performance fibre reinforced concretes (uhpfrc) : An overview. In P. ROSSI et G. CHANVILLARD, éditeurs : *Fifth RILEM Symposium on Fiber-Reinforced Concrete (FRC) - RILEM Proceedings*, volume 15, pages 87–100, 2000.
- [66] P. ROSSI : Development of new cement composite materials for construction. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineer Part L- Journal of Materials-Design and Applications*, volume 219 de *L1*, pages 67–74, 2005.
- [67] A.E. NAAMAN : Tailored properties for structural performance. In H. W. REINHARDT et A. E. NAAMAN, éditeurs : *High Performance Fiber Reinforced Cement Composites*, pages 18–38, Londres, 1992. E & FN Spon.
- [68] P. ROSSI : *Les bétons de fibres métalliques*. Presse de l'école nationale des ponts et chaussées édition, 1998.
- [69] P. BARTHOS : Bond in glass reinforced cements. In *Bond in Concrete*, pages 60–72, Paisley, 1982. International Conference.
- [70] S.P. SHAH et C. OUYANG : Mechanical behavior of fiberreinforced cement-based composites. *Journal of American Ceramic Society*, 74:2727–2953, 1991.
- [71] P. ROSSI : Steel fibre reinforced concrete (sfrc) : an example of french research. *ACI Material Journal*, 91(3):273–279, 1994.
- [72] P. ROSSI, P. ACKER et Y. MALIER : Effect of steel fibres at two different stages : the material and the structure. *Material and Structure*, 20(120):436–439, 1987.
- [73] M.A. IMAM : *Shear-moment interaction of steel fibre high strength concrete*. Thèse de doctorat, Catholic University of Leuven, Belgium, 1995.
- [74] G. CAMPIONE et S. MINDESS : Fibres as shear reinforcement for high strength reinforced concrete beams containing stirrups. In *Proceedings of the IIIrd International Workshop 'High Performance Fibre Reinforced Cementitious Composites' (HPFRCC3)*, pages 519–530, Mainz, 1999.
- [75] P. ROSSI, A. ARCA, E. PARANT et P. FAKHRI : Bending and compressive behaviors of a new cement composite. *Cement and Concrete Research*, 35(1):27–33, 2005.
- [76] E. CAILLEUX, T. CUTARD et G. BERNHART : Pullout of steel fibres from a refractory castable : experiment and modelling. *Mechanics of Materials*, 37:427–445, 2005.
- [77] V.C. LI, H.C. WU et Y.W. CHAN : Interfacial property tailoring for pseudo strainhardening cementitious composites. In CARPINTERI et SIH, éditeurs : *Advanced Technology on Design and Fabrication of Composite Materials and Structures*, pages 261–268, 1995.
- [78] M. MAALEJ, T. HASHIDA et V.C. LI : Effect of fiber volume fraction on the offcrack-plane fracture energy. in strain-hardening engineered cementitious composites. *J. Am. Ceram. Soc.*, 78(12):3369–3375, 1995.
- [79] V.C. LI et C.K.Y. LEUNG : Tensile failure modes of random discontinuous fiber reinforced brittle matrix composites. *J. Engng. Mech., ASCE*, 118(11):2246–2264, 1992.
- [80] V.C. LI et H.C. WU : Micromechanics based design for pseudo strain-hardening in cementitious composites. In L. D. LUTES et J. M. NIEDZWECKI, éditeurs : *9th ASCE Conf. on Engng. Mech.*, pages 740–743, Reston, Va., 1992. ASCE.

- [81] C.K.Y. LEUNG : Design criteria for pseudoductile fiber-reinforced composites. *J. Engrg. Mech., ASCE*, 122(1):10–18, 1996.
- [82] F. LARANJEIRA, A. AGUADO et C. MOLINS : Predicting the pullout response of inclined steel fibers, straight fibers. *Materials and Structures*, 2009 (submitted).
- [83] C.K.Y. LEUNG et N. SHAPIRO : Optimal steel fiber strength for reinforcement of cementitious materials. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(2):116–123, 1999.
- [84] C. OUYANG, A. PACIOS et S. P. SHAH : Pull out of inclined fibers from cementitious matrix. *Journal of Engineering Mechanics*, 120(12):2641–2659, 1994.
- [85] J. AVESTON, G.A. COOPER et A. KELLY : Single and multiple fracture. In *The Properties of Fibre composites*, pages 15–26, Guildford, Surrey, U.K., 1971. Conf. Proc. National Physical Lab., IPC Science and Technology Press.
- [86] D.B. MARSHALL, B.N. COX et A.G. EVANS : The mechanics of matrix cracking in brittle-matrix fiber composites. *Acta Metall. Mater.*, 33:2013–2021, 1985.
- [87] L. N. MCCARTNEY : Mechanics of matrix cracking in brittle matrix fiber-reinforced composites. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, 9:329–350, 1987.
- [88] J.W. HUTCHINSON et H.M. JENSEN : Models of fiber debonding and pullout in brittle composites with friction. *Mech. Mater.*, 9:139–163, 1990.
- [89] V.C. LI : Post-crack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites. *ASCE J. Mater. Civil Engng*, 4(1):41–57, 1992.
- [90] D.J. HANNANT, D.C. HUGHES et A. KELLY : volume A310, page 175. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1983.
- [91] B.P. HUGHES et N.I. FATTUHI : Improving the toughness of high strength cement paste with fiber reinforcement. *Composites*, 7(3):185–188, 1976.
- [92] B.P. HUGHES et N.I. FATTUHI : Predicting the flexural strength of steel and polypropylene fiber-reinforced cement-based beams. *Composites*, 8(1):57–61, 1977.
- [93] A.E. NAAMAN et H. NAJM : Bond-slip mechanisms of steel fibers in concrete. *ACI Materials Journal*, 88(2):135–145, 1991.
- [94] A.E. NAAMAN et S.P. SHAH : Pull-out mechanism in steel fiber-reinforced concrete. In *Proceeding of the American Society of CIVIL ENGINEERS*, éditeur : *Journal of the Structural Division*, volume 102 de 8, pages 1537–1549. ASCE, 1976.
- [95] S.H. LI, S.P. SHAH, Z. LI et T. MURA : Micromechanical analysis of multiple fracture and evaluation of debonding behavior for fiber-reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, 30(11):1429–1459, 1993.
- [96] V.C. LI et H. STANG : Interface property characterization and strengthening mechanisms in fiber reinforced cement based composites. *Advanced Cement Based Composites*, 6(1):1–20, 1997.
- [97] R.J. GRAY et C.D. JOHNSTON : The effect of matrix composition on fiber/matrix interfacial bond shear strength in fiber-reinforced mortar. *Cement and Concrete Research*, 14(2):285–296, 1984.

- [98] J. COOK et J.E. Gordon AND : *In Proceeding of the Royal Society*, volume A282, page 508, Londres, 1964.
- [99] A.G. EVANS, M.Y. HE et J.W. HUTCHINSON : *Journal of American Ceramic Society*, 72:2300, 1989.
- [100] R.C. de VECKEY et A.J. MAJUMDAR : *Magazine of Concrete Research*, 20:229, 1968.
- [101] J. MORTON et G.W. GROVES : The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix : effect of orientation. *Journal of Material Sciences*, 9:1436–1445, 1974.
- [102] Y. AKKAYA, A. PELED et S.P. SHAH : Parameters related to fiber length and processing in cementitious composites. *Materials and Structures*, 33:515–524, 2000.
- [103] P. ROSSI et E. PARANT : Damage mechanisms analysis of a multi-scale fibre reinforced cement-based composite subjected to impact and fatigue loading conditions. *Cement and Concrete Research*, 38(3):413–421, 2008.
- [104] P. SOROUSHIAN et C.D. LEE : Distribution and orientation of fibers in steel fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 87(5):433–439, 1990.
- [105] C.D. JOHNSTON : Proportioning, mixing and placement of fiber-reinforced cements and concretes. In D.J. Cleland (Eds.) in P.J.M. BARTOS, D.L. Marrs, éditeur : *Production Methods and Workability of Concrete*, pages 155–179. RILEM Symposium, E and FN Spon, London, 1996.
- [106] P. SOROUSHIAN et M.Z. BAYASI : Fiber-type effect on the performance of steel fiber reinforced concrete. *ACI Materials Journal*, 88(2):129–134, 1991.
- [107] R. NARAYANAN et A.S. KAREEM-PALANJIAN : Factors influencing the workability of steel-fibre reinforced concrete - parti. *Concrete*, (45-48), 1982.
- [108] R. NARAYANAN et A.S. KAREEM-PALANJIAN : Factors influencing the workability of steel-fibre reinforced concrete - partii. *Concrete*, (42-44), 1983.
- [109] M.Z. BAYASI et P. SOROUSHIAN : Effect of steel fiber reinforcement of fresh mix properties of concrete. *ACI Material Journal*, 89(4):369–374, 1992.
- [110] I. MARKOVIC : *High-performance hybrid-fibre concrete : development and utilisation*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, Pays-Bas, 2006.
- [111] P. GROTH et D. NEMEGGER : The use of steel fiber in self compacting concrete. In O. Petersson A. SKARENDAHL, éditeur : *Self-compacting concrete*, pages 497–508. RILEM Symposium Stockholm, RILEM publications, Cachan, 1999.
- [112] S. GRÜNEWALD et J.C. WALRAVEN : Parameter-study on the influence of steel fibers and coarse aggregate content on fresh properties of self-compacting concrete. *Cement and Concrete Research*, 31(12):1793–1798, 2001.
- [113] P. GROTH : *Fibre reinforced concrete - Fracture mechanics methods applied on self-compacting concrete and energetically modified binders*. Thèse de doctorat, Department of Civil and Mining Engineering, Lulea University of Technology, Pays-Bas, 2000.

- [114] V. K. BUI, M.R. GEIKER et S.P. SHAH : Rheology of fiber-reinforced cementitious materials. Michigan, 2003. 4th Conference on High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC4), RILEM publications.
- [115] Y. DING, S. LIU, Z. ZHANG et A. THOMAS : The investigation on the workability of fiber cocktail reinforced self-compacting high performance concrete. *Constr. Build. Mater.*, 22(7):1462–1470, 2008.
- [116] L. FERRARA, Y.D. PARK et S.P. SHAH : A method for mix-design of fiber-reinforced self-compacting concrete. *Cement and Concrete Research*, 37(6):957–971, 2007.
- [117] N. ROUSSEL : Correlation between yield stress and slump : comparison between numerical simulations and concrete rheometer results. *Materials and Structures*, 39(4):501–509, 2006.
- [118] N. ROUSSEL, C. STEFANI et R. Le ROY : From mini cone test to abrams cone test : measurements of cement based materials yield stress using slump tests. *Cement and Concrete Research*, 35(5):817–822, 2005.
- [119] N. ROUSSEL et P. COUSSOT : "fifty-cent rheometer" for yield stress measurements : From slump to spreading flow. *Journal of Rheology*, 49(3):705–718, 2005.
- [120] R.N. SWAMY et P.S. MANGAT : Influence of fibre-aggregate interaction on some properties of steel fibre reinforced concrete. *Materials and Structures*, 7(41):307–314, 1974.
- [121] P.J.M. BARTHOS et C.W. HOY : Interaction of particles in fibre reinforced concrete. In D.J. Cleland P.J.M. BARTHOS, D.L. Marrs, éditeur : *Production, Methods and Workability of Concrete*, pages 451–461, London, 1996. E and FN Spon.
- [122] L. VANDEWALLE : Vezelversterkt beton. In *Studiedag 'Speciale Betonsoorten en Toepassing*, pages 77–98. Katholieke Universiteit Leuven, Departement Burgerlijke Bouwkunde, 1993.
- [123] C.W. HOY : *Mixing and Mix Proportioning of Fibre Reinforced Concrete*. Thèse de doctorat, Advanced Concrete and Masonry Centre, University of Paisley, 1998.
- [124] C. QIAN et P. STROEVEN : Fracture properties of concrete reinforced with steel-polypropylene hybrid fibre. *Cement and Concrete Composite*, 22:343–351, 2000.
- [125] A.P. PHILIPSE : The random contact equation and its implications for (colloidal) rods in packings, suspensions and anisotropic powders. *Langmuir*, 12:1127–1133, 1996.
- [126] A.P. PHILIPSE et A. VERBERKMOES : Statistical geometry of caging effects in random thin-rod structures. *Physica A*, 235:186–193, 1997.
- [127] M. NARDIN et P. PAPIRER : Contribution à l'étude des empilements au hazard de fibres et/ou de particules sphériques. *Powder Technology*, 44:131–140, 1985.
- [128] F. De LARRARD : Concrete mixture proportioning, a scientific approach. In A. Bentur (EDS.), éditeur : *Modern Concrete Technology series*, volume 9. Mindess, E and FN Spon, London, 1999.
- [129] A.P. PHILIPSE et A.M. WIERENGA : On the density and structure formation in gels and clusters of colloidal rods and fibers. *Langmuir*, 14:49–54, 1998.

- [130] S. RANGANATHAN et S.G. ADVANI : Fiber-fiber interactions in homogeneous flows of non dilute suspensions. *J. of Rheology*, 35(8):1499–1522, 1991.
- [131] J.P. ROMUALDI et J.A. MANDEL : Tensile strength of concrete affected by uniformly distributed closely spaced short lengths of wire reinforcement. *ACI Journal*, 61(6):671–675, 1964.
- [132] G.K. BATCHELOR : The stress generated in a non-dilute suspension of elongated particles by pure straining motion. *J. Fluid Mech.*, 46(3):813–829, 1971.
- [133] K.G. KUDER, N. OZYURT, E.B. MU et S.P. SHAH : Rheology of fiber-reinforced cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 37(2):191–199, 2007.
- [134] C. MAGUREANU, B. HEGHES, O. CORBU, H. SZILAGY et I. SOSA : Behaviour of high and ultra high performance fibre reinforced concrete. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 353–356, Tokyo, 2008.
- [135] Y. SATO, W. PANSUK, J.A. Den UILJ et J.C. WALRAVEN : Shear capacity of high performance fibre reinforced concrete i-beams. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 369–376, Tokyo, 2008.
- [136] N. SOGABE, S. YAMANOBE et T. KONO : Cyclic loading of high-seismic-performance rc piers with ultra-high-strength fiber-reinforced concrete precast forms. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 445–450, Tokyo, 2008.
- [137] M. SAKURADA, H. OHMYAMA et T. MORI : Application of high strength fiber reinforced mortar to prestressed concrete structures. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 451–456, Tokyo, 2008.
- [138] T. MIZUTANI, T. YAMADA, N. FUJIKURA, H. IWASAKI et S. TANAKA : Development of manhole circular block using ultra high strength fiber reinforced concrete. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 473–480, Tokyo, 2008.
- [139] S.T. KANG, J.J. PARK, J.H. LEE et S.W. KIM : The effect of the siliceous filler in ultra high strength concrete with steel fibers. *In Proceedings of the 8th International Symposium on Utilization of High Strength and High Performance Concretes*, pages 563–568, Tokyo, 2008.
- [140] P. ROSSI : Les bétons de fibres métalliques. *Presse des Ponts et Chaussées, Paris*, 1998.
- [141] E. PARANT, P. ROSSI et C. BOULAY : Fatigue behavior of a multi-scale cement composite. *Cement and Concrete Research*, 37:264, 2007.
- [142] P. STÄHLI et J.G.M. van MIER : Manufacturing, fibre anisotropy and fracture of hybrid fibre concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 74:223–242, 2007.
- [143] G.B. JEFFERY : The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid. pages 161–179, 1922.



- [144] B. BOULEKBACHE, M. HAMRAT, M. CHEMROUK et S. AMZIANE : Influence de la rhéologie des bétons renforcés de fibres métalliques sur leurs propriétés mécaniques. *EJECE*.
- [145] N. OZYURT, T.O. MASON et S.P. SHAH : Non-destructive monitoring of fiber orientation using ac-is : An industrial-scale application. *Cement and Concrete Research*, 36:1653–1660, 2006.
- [146] J.F. LATASTE, M. BELHOUL et D. BREYSSE : Characterisation of fibres distribution in a steel fibre reinforced concrete with electrical resistivity measurements. *NDT&E International*, 41:638–647, 2008.
- [147] P. STROEVEN : Morphometry of fiber reinforced cementitious materials - part i - efficiency and spacing in idealized structures. *Matériaux et Constructions*, 11(61):31–38, 1978.
- [148] R. GETTU, D.R. GARDNER, H. SALDIVAR et B.E. BARRAGAN : Study of the distribution and orientation of fibers in sfrc specimens. *Materials and Structures*, 38:31–37, 2005.
- [149] D. DUPONT et L. VANDEWALLE : Distribution of steel fibers in rectangular sections. *Cement and Concrete Composites*, 27:391–398, 2005.
- [150] C.V.S. KAMESWARA RAO : Effectiveness of random fibers in composites. *Cement and Concrete Research*, 9:685–693, 1979.
- [151] P.J. ROBINS, S.A. AUSTIN et P.A. JONES : Spatial distribution of steel fibers in sprayed and cast concrete. *Magazine of Concrete Research*, 55(3):225–235, 2003.
- [152] L. FERRARA et A. MEDA : Relationship between fiber distribution, workability and the mechanical properties of sfrc applied to precast roof elements. *J. Materials and Structures*, 39:411–420, 2006.
- [153] G. CHANVILLARD : *Analyse expérimentale et modélisation micromécanique du comportement des fibres d’acier tréfilées, ancrées dans une matrice cimentaire*. Thèse de doctorat, LCPC, France, 1993.
- [154] C.K.Y. LEUNG et V.C. LI : Effect of fiber inclination on crack bridging stress in brittle fiber reinforced brittle matrix composites. *Journal of Mech. Phys. Solids*, 40(6):1333–1348, 1992.
- [155] A. Van GYSEL : *Studie van het uittrekgedrag van staalvezels ingebed in een cementgebonden matrix met toepassing op staalvezelbeton onderworpen aan buiging*. Thèse de doctorat, Gent University, Belgium, 2000.
- [156] V.M.C.F. CUNHA, J.A.O. BARROS et J.S. CRUZ : Pullout behavior of hooked-end steel fibers in self-compacting concrete. Report 07-dc/e06, Universidad do Minho, Guimaraes, 2007.
- [157] AFGC : Ultra high performance fibre-reinforced concretes. Technical report, SETRA, 2002.
- [158] N. OZYURT, N.Y. WOO, T.O. MASON et S. P. SHAH : Monitoring fiber dispersion in fiber-reinforced cementitious materials : Comparison of ac-impedance spectroscopy and image analysis. *ACI Materials Journal*, 103(5):340–347, 2006. Technical paper.

- [159] S.J. BARNETT, J.F. LATASTE, T.PARRY, S.G. MILLARD et M.N. SOUTSOS : Assessment of fibre orientation in ultra high performance fibre reinforced concrete and its effect on flexural strength. *Materials and Structures*, 2009.
- [160] J.F. LATASTE, M. BEHLOUL et D. BREYSSE : Caractérisation d'un béton fibré par méthode non destructive. Bordeaux, FRANCE, may 2007. AUGC.
- [161] C.A. STOVER, D.L. KOSH et C. COHEN : Observations of fiber orientation in simple shear flow of semi-dilute suspensions. *J. Fluid Mech.*, 238:277–296, 1992.
- [162] Y. ISO, D.L. KOCH et C. COHEN : Orientation in simple shear flow of semi-dilute fiber suspensions. 1. weakly elastic fluids. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 62:115–134, 1996.
- [163] Y. ISO, C. COHEN et D.L. KOCH : Orientation in simple shear flow of semi-dilute fiber suspensions. 2. highly elastic fluids. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 62:135–153, 1996.
- [164] M.A. BIBBO, S.M. DINH et R.C. ARMSTRONG : Shear flow properties of semiconcentrated fiber suspensions. *Journal of Rheology*, 29(6):905–929, 1985.
- [165] M.P. PETRICH, D.L. KOCH et C. COHEN : An experimental determination of the stress-microstructure relationship in semi-concentrated fiber suspensions. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 95:101–133, 2000.
- [166] K. YASUDA, M. MORI et K. NAKAMURA : A new visualization technique for short fibers in a slit flow of fiber suspensions. *International Journal of Engineering Science*, 40:1037–1052, 2002.
- [167] F. FOLGAR et C.F. TUCKER : Orientation behavior of fibers in concentrated suspensions. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 3:98–119, 1984.
- [168] M. DOI et S.F. EDWARDS : Dynamics of rod-like macromolecules in concentrated solution. *J. Chem. Soc.*, 74:560–570, 1978.
- [169] M. VINCENT : *Étude de l'orientation des fibres de verre courtes lors de la mise en oeuvre de thermoplastiques chargés*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 1984.
- [170] P. J. HINE, N. DAVIDSON, R. A. DUCKETT et I. M. WARD : Measuring the fiber orientation and modelling the elastic properties of injection-moulded long glass-fiber-reinforced nylon. *Composites Science and Technology*, 53:125–131, 1995.
- [171] K. SCHÖNLIN : Ermittlung des orientierung, menge und verteilung der fasern in faserverstärkten beton. *Beton und Stahlbetonbau*, 83:168–171, 1988.
- [172] P. STROEVEN et S.P. SHAH : Use of radiography image analysis for steel fiber reinforced concrete. In *Testing and Test Methods of Fiber Reinforced Composites, Proceedings of the RILEM Symposium*. RILEM, The Construction Press Ltd, 1978.
- [173] G. LI, D. MARICHERLA, K. SINGH, S-S PANG et M. JOHN : Effect of fiber orientation on the structural behavior of frp wrapped concrete cylinders. *Composite Structures*, 74:475–483, 2006.
- [174] J. AVESTON et A. KELLY : Theory of multiple fracture of fibrous composites. *Journal of Material Science*, 8:352–362, 1973.

- [175] A.D. Ngolle IV MOUSOLE : *Modélisation du comportement mécanique des composites ciment-fibres en tenant compte de la microstructure*. Thèse de doctorat, INSA, Lyon, France, 1997.
- [176] G. AUSIAS, X.J. FAN et R.I. TANNER : Direct simulation for concentrated fibre suspensions in transient and steady state shear flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 135:46–57, 2006.
- [177] C.A. STOVER et C. COHEN : The motion of rodlike particles in the pressure-driven flow between two flat plates. *Rheologica Acta*, 29:192–203, 1990.
- [178] K.B. MOSES, S.G. ADVANI et A. REINHARDT : Investigation of fiber motion near solid boundaries in simple shear flow. *Rheologica Acta*, 40:296–306, 2001.
- [179] W.B. RUSSEL, E.J. HINCH, L.G. LEAL et G. TEIFFENBRUCK : Rods falling near vertical wall. *J. Fluid Mech.*, 83(2):273–287, 1977.
- [180] E. GAVZE et M. SHAPIRO : Particles in a shear flow near a solid wall : effect of nonsphericity on forces and velocities. *International Journal of Multiphases Flow*, 23(1):155–182, 1997.
- [181] R. HSU et P. GANATOS : Gravitational and zero-drag motion of a spheroid adjacent to an inclined plane at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 268:267–292, 1994.
- [182] C.A. STOVER : Thèse de doctorat, Cornell University, 1991.
- [183] R. HOLM et D. SÖDERBERG : Shear influence on fibre orientation -dilute suspension in the near wall region. *Rheol. Acta*, 46:721–729, 2007.
- [184] F. LARANJEIRA, A. AGUADO et C. MOLINS : Characterization of the orientation profile in fiber reinforced concrete. *to be published*.
- [185] P. STROEVEN et J. HU : Effectiveness near boundaries of fibre reinforcement in concrete. *Materials and Structures*, 39:1001–1013, 2006.
- [186] D. EDGINGTON et D.J. HANNANT : Steel fibers reinforced concrete, the effect on fiber orientation of compaction by vibration. *Materials and Structures*, 5(25):41–44, 1972.
- [187] M. RAHNAMA, D.L. KOCH et E.S.G. SHAQFEH : The effect of hydrodynamic interactions on the orientation distribution in a fiber suspension subject to simple shear flow. *Phys. Fluids*, 7(3):487–506, 1995.
- [188] E. ANCZUROWSKI et S.G. MASON : The kinetics of flowing dispersion. ii. equilibrium orientation of rods and discs (theoretical). *Journal of Colloid and Interface Science*, 23: 522–532, 1967.
- [189] S.M. DINH et R.C. ARMSTRONG : A rheological equation of state for semiconcentrated fiber suspensions. *Journal of Rheology*, 28(3):207–227, 1984.
- [190] F.P. BRETHERTON : *J. Fluid Mech.*, 14:284, 1962.
- [191] H.L. GOLDSMITH et S.G. MASON : Rheology : theory and applications. volume 4 de *chapter 2*, pages 85–250, New-York, 1967.
- [192] G.G. LIPSCOMB et M.M. DENN : The flow of fiber suspensions in complex geometries. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 26:297–325, 1988.
- [193] R. TASKERNAM-KROSER et A. ZIABICKI : *Journal of Polymer Sciences*, 1:491, 1963.

- [194] P.F. BRIGHT et M.W. DARLINGTON : *Plast. Rub. Proc. and App.*, 1, 1981.
- [195] M.A. CHRISTIE, M.W. DARLINGTON, D. MCCAMMOND et G.R. SMITH : *Fiber Science and Technology*, 12, 1979.
- [196] G. AKAY : Athènes, 1982. IUPAC.
- [197] W. WOEBCKEN : *Kunststoffe*, 71, 1981.
- [198] L.G. LEAL : The slow motion of slender rod-like particles in a second-order fluid. *J. Fluid Mech.*, 69:305–337, 1975.
- [199] P. BRUNN : The slow motion of a rigid particle in a second-order fluid. *J. Fluid Mech.*, 82:529–547, 1977.
- [200] P. BRUNN : The motion of rigid particles in viscoelastic fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 7:271–288, 1980.
- [201] J.D. GODDARD : Tensile stress contribution of flow-oriented slender particles in non-newtonian fluids. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 1:1–17, 1976.
- [202] O.G. HARLEN et D.L. KOCH : Extensional flow of a suspension of fibers in a dilute polymer-solution. *Phys. Fluids A - Fluid Dynamics*, 4:1070–1073, 1992.
- [203] O.G. HARLEN et D.L. KOCH : Simple shear-flow of a suspension of fibers in a dilute polymer-solution at high deborah number. *J. Fluid Mech.*, 252:187–207, 1993.
- [204] M.P. PETRICH, M. CHAOUCHE, D.L. KOCH et C. COHEN : Oscillatory shear alignment of a non-brownian fiber in a weakly elastic fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 91:1–14, 2000.
- [205] T. NISHIMURA, K. YASUDA et K. NAKAMURA : Orientation behaviour of fibers in suspension flow through a branching channel. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 73:279–288, 1997.
- [206] K. CHIBA et K. NAKAMURA : Numerical solution of fiber suspension flow through a complex channel. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 78:167–185, 1998.
- [207] A. POITOU, F. CHINESTA et R. TORRES : Numerical simulation of the steady recirculating flows of fiber suspensions. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 90:65–80, 2000.
- [208] J.B. HARRIS et J.F.T. PITTMAN : Equivalent ellipsoidal aspect ratios of slender rod-like particles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 50(2):280–282, 1975.
- [209] B.J. TREVELYAN et S.G. MASON : Particle motions in sheared suspensions. i. rotations. *Journal of Colloid Science*, 6:354–367, 1951.
- [210] S.G. MASON et R. St. MANLEY : Particle motions in sheared suspensions : orientations and interactions of rigid rods. *In Proc. Royal Society*, volume 238 de *series A*, pages 117–131, 1957.
- [211] D.L. KOCH et E.S.G. SHAQFEH : The average rotation rate of a fiber in a linear flow of a semi-dilute suspension. *Phys. Fluids A*, 2:2093–2102, 1990.
- [212] E.J. HINCH et L.G. LEAL : *J. Fluid Mech.*, 52:683, 1972.
- [213] M. SEPEHR, G. AUSIAS et P.J. CARREAU : Rheological properties of short fiber filled polypropylene in transient shear flow. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 123:19–32, 2004.

- [214] N. PHAN-THIEN, X-J. FAN, R.I. TANNER et R. ZHENG : Flogar-tucker constant for a fibre suspension in a newtonian fluid. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 103:251–260, 2002.
- [215] R. S. BAY : *Fiber orientation in injection molded composites : A comporison of theory and experiment*. Thèse de doctorat, B.S.M.E., Rose-Hulman Institute of Technology, University of Illinois, 1991.
- [216] J.H. PHELPS et C.L. TUCKER III : An anisotropic rotary diffusion model for fiber orientation in short-and long- fiber thermoplastics. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 156:165–176, 2009.
- [217] A. LATZ, U. STRAUTINS et D. NIEDZIELA : Comparative numerical study of two concentrated fiber suspension models. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 165:764–781, 2010.
- [218] X. FAN : *Numerical Study on Some Rheological Problems of Fibre Suspensions*. Thèse de doctorat, School of Aerospace, Mechanical and Mechatronic Engineering, The University of Sydney, 2006.
- [219] G.K. BATCHELOR : Slender-body theory for particles of arbitrary cross-section in stokes flow. *J. Fluid Mech.*, 44(3):419–440, 1970.
- [220] R.R. SUNADARARJAKUMAR et D.L. KOCH : Structure and properties of sheared fiber suspensions with mechanical contacts. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 73:205–239, 1997.
- [221] D.L. KOCH : A model for orientational diffusion in fiber suspensions. *Phys. Fluids* 7, page 2086, 1995.
- [222] P. LAUNEAU et P.-Y.F. ROBINS : Fabric analysis using the intercept method. *Tectonophysics*, 267(1-4):91–119, 1996.
- [223] A. OKAGAWA, R.G. COX et S.G. MASON : The kinetic of flowing dispersions vi. transient orientation and rheological phenomena of rods and discs in shear flow. *Journal of Colloid and Interface Science*, 45(2):303, 1973.
- [224] Z. TADMOR : *J. of Appl. Polym. Sci*, 18:1753, 1974.
- [225] G. Pijaudier-Cabot F. DUFOUR : Numerical modelling of concrete flow : homogeneous approach. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(4):395–416, Avril 2005.
- [226] F. DUFOUR et G. PIJAUDIER-CABOT : Simulation numérique de l’écoulement du béton frais dans un coffrage. In *Proceeding du 17ème Congrès Français de Mécanique*, pages 1–6, Septembre 2005.
- [227] N. ROQUET, X. CHÂTEAU, P.H. JÉZÉQUEL et F. TOUSSAINT : Écoulement permanent à frontières libres d’une suspension newtonienne de fibres. 2005.
- [228] Nicolas ROUSSEL, Mette R. GEIKER, Frédéric DUFOUR, Lars N. THRANE et Peter SZABO : Computational modeling of concrete flow : General overview. *Cement and Concrete Research*, 37:1298–1307, 2007.
- [229] Y. KUROKAWA, Y. TANIGAWA, H. MORI et Y. NISHINOSONO : Analytical study on effect of volume fraction of coarse aggregate on bingham’s constants of fresh concrete. In *Transactions of the Japan Concrete Institute*, volume 18, pages 37–44, 1996.

- [230] D. LOOTENS, P. JOUSSET, L. MARTINIE, N. ROUSSEL et R.J. FLATT : Yield stress during setting of cement pastes from penetration tests. *Cement and Concrete Research*, 39:401–408, 2009.
- [231] L.N. THRANE, P. SZABO, M. GEIKER, M. GLAVIND et H. STANG : Simulation of the test method "l-box" for self-compacting concrete. volume 12, pages 47–54, Reykjavik, Iceland, 2004. Annual Trans. of the Nordic Rheology Society.
- [232] J.E. WALLEVIK : *Rheology of particle suspensions; fresh concrete, mortar and cement paste with various types of lignosulphonates*. Thèse de doctorat, Department of Structural Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 2003.
- [233] H. MORI et Y. TANIGAWA : Simulation methods for fluidity of fresh concrete. *In Memoirs of the School of Engineering*, volume 44, pages 71–133. Nagoya University, 1992.
- [234] H. KITAOJI, Y. TANIGAWA, H. MORI, Y. KUOKAWA et S. URANO : Flow simulation of fresh concrete cast into wall structure by viscoplastic divided space element method. *In Transactions of the Japan Concrete Institute*, volume 16, pages 45–52, 1996.
- [235] N. ROUSSEL, S. STAQUET, L. D'Aloia SCHWARZENTRUBER, R. Le ROY et F. TOUTLEMONDE : Scc casting prediction for the realization of prototype vhhpc-precambered composite beams. *Materials and Structures*, 9:40, 2007.
- [236] L.N. THRANE, P. SZABO, M. GEIKER, M. GLAVIND et H. STANG : Simulation and verification of flow in scc test methods. Hanley Wood, Chicago, 2005. Proc. of the 4th Int. RILEM Symp. on SCC.
- [237] Y. KISHINO : Powders and grains. *In Proceedings of the fourth international conference on micromechanics of granular media*, pages 21–25, Sendai, Japan, May 2001. A.A. Balkema Publishers.
- [238] B.D. REDDY et G.P. MITCHELL : Finite element analysis of fiber suspension flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190:2349–2367, 2001.
- [239] K.H. HAN et Y.T. IM : Numerical simulation of three-dimensional fiber orientation in short-fiber-reinforced injection-molded parts. *Journal of Materials Processing Technology*, 124:366–371, 2002.
- [240] M. MANHART : Rheology of suspensions of rigid-rod like particles in turbulent channel flow. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 112:269–293, 2003.
- [241] K. CHIBA, K. YASUDA et K. NAKAMURA : Numerical solution of fiber suspension flow through a parallel plate channel by coupling flow field with fiber orientation distribution. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 99:145–157, 2001.
- [242] D.H. CHUNG et T.H. KWON : Numerical studies of fiber suspensions in axisymmetric radial diverging flow : the effects of modeling and numerical assumptions. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 107:67–96, 2002.
- [243] A. RAMAZANI, A. AIT-KADI et M. GRMELA : Rheological modelling of short fiber thermoplastic composites. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 73:241–260, 1997.

- [244] S. RANGANATHAN et S.G. ADVANI : A simultaneous solution for flow and fiber orientation in axisymmetric diverging radial flow. *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 47:107–136, 1993.
- [245] J. FEREC, M. HENICHE, M.C. HEUZEY, G. AUSIAS et P.J. CARREAU : Numerical solution of the fokker-planck equation for fiber suspensions : Application to the folgar-lipscomb model. *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 155:20–29, 2008.
- [246] A. AIT-KADI et M. GRMELA : Modelling the rheological behaviour of fibre suspension in viscoelastic media. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 53:65–81, 1994.
- [247] S.G. ADVANI et C.L. TUCKER : The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites. *Journal of Rheology*, 31(8):751–784, 1987.
- [248] D.A. JACK et D.E. SMITH : The effect of fibre orientation closure approximations on mechanical property predictions. *Composite : Part A - applied science and manufacturing*, 38:975–982, 2007.
- [249] S.G. ADVANI et C.L. TUCKER III : Closure approximations for three-dimensional structure tensors. *J. Rheol.*, 34(3):367–386, 1990.
- [250] T.H. KWON D.H. CHUNG : Improved orthotropic closure approximation for fiber orientation tensorial description. In F.N. van de Vosse (Eds.) in : P.G.M. KRUIJT, H.E.H. Meijer, éditeur : *PPS15 Proceedings*, page Paper 180. Eindhoven University of Technology, Eindhoven.
- [251] D.H. CHUNG et T.H. KWON : Improved model of orthotropic closure approximation for flow induced fiber orientatio. *Polym. Compos.*, 22(5):636–649, 2001.
- [252] D.H. CHUNG et T.H. KWON : Invariant-based optimal fitting closure approximation for the numerical prediction of flow-induced fiber orientation. *J. Rheol.*, 46(1):169–194, 2002.
- [253] J.S. CINTRA et C.L. TUCKER JR. : Orthotropic closure approximations for flow-induced fiber orientation. *J. Rheol.*, 39:1095–1122, 1995.
- [254] K.H. HAN et Y.T. IM : Modified hybrid closure approximation for prediction of flow-induced fiber orientation. *J. Rheol.*, 43(3):569–589, 1999.
- [255] C.A. HIEBER et S.F. SHEN : A finite-element/finite-difference simulation of the injection-molding filling process. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 7:1–32, 1980.
- [256] V. VERLEYE et F. DUPRET : Numerical prediction of fiber orientation in complex injection-molded parts. In in : *Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting*, volume MD-vol. 49, HTD-vol. 283, pages 264–279, 1994.
- [257] B.E. VERWEYST : *Numerical predictions of flow-induced fiber orientation in three-dimensional geometries*. Thèse de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1998.
- [258] S.F. EDWARDS M. DOI : The theory of polymer dynamics. volume 26, New York, 1986. Oxford Science Publications.
- [259] J.F. LATASTE : *Évaluation non destructive de l'état d'endommagement des ouvrages en béton armé par mesures de résistivité électrique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 2002.

- [260] Hans-Joachim WICHMANN, Harald BUDELMANN et Alexander HOLST : Determination of steel fiber dosage and orientation in concrete. *In in : Proceedings of the 13th International Congress and Exhibition "Structural Faults and Repair"*, Edinburgh, Ecosse, Juin 2010.
- [261] J.F. LATASTE, C. SIRIEIX, D. BREYSSE et M. FRAPPA : Improvement of electrical resistivity measurement for non destructive evaluation of concrete structures. pages 93–102, Paris, Mai 2003. 2nd International RILEM workshop on life and aging management on concrete structures.
- [262] J.F. LATASTE : Rapport interne de mesures. 2010.