Influence d'accidents géométriques et du mode de chargement sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier inoxydable austénitique 316L

Raphaël Guerchais

▶ **To cite this version:**

Raphaël Guerchais. Influence d'accidents géométriques et du mode de chargement sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier inoxydable austénitique 316L. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2014. Français. NNT : 2014ENAM0020 . tel-01086613

HAL Id: tel-01086613
https://pastel.hal.science/tel-01086613

Submitted on 24 Nov 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

2014-ENAM-0020

École Doctorale n° 432: Science des Métiers de l'ingénieur

Doctorat ParisTech

T H È S E

pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers

Spécialité « Mécanique-Matériaux »

Présentée et soutenue publiquement par

Raphaël GUERCHAIS

le 18 juillet 2014

Influence d'accidents géométriques et du mode de chargement sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier inoxydable austénitique 316L

Directeur de thèse: **Franck MOREL**
Co-directeur de thèse: **Nicolas SAINTIER**

Jury

Mme Véronique AUBIN, Professeur, MSSMat, École Centrale Paris	Présidente
M. Andrei CONSTANTINESCU, Directeur de recherches CNRS, LMS, École polytechnique	Rapporteur
M. Yves NADOT, Professeur, Institut Pprime, ISAE-ENSMA	Rapporteur
Mme Véronique FAVIER, Professeur, PIMM, Arts et Métiers ParisTech - Centre de Paris	Examinatrice
Mme Catherine MABRU, Professeur ISAE, Institut Clément Ader, ISAE	Examinatrice
M. Henry PROUDHON, Chargé de recherches CNRS, Centre des Matériaux, Mines ParisTech	Examinateur
M. Franck MOREL, Professeur, LAMPA, Arts et Métiers ParisTech - Centre d'Angers	Examinateur
M. Nicolas SAINTIER, Maître de conférences HDR, I2M, Arts et Métiers ParisTech - Centre de Bordeaux	Examinateur

T H È S E

Arts et Métiers ParisTech - Centre d'Angers
Laboratoire Angevin de Mécanique, Procédés et innovAtion

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon directeur de thèse, Franck Morel pour m'avoir proposé un sujet si captivant, ainsi que Nicolas Saintier pour avoir accepter d'encadrer ces travaux. Je tiens à saluer leur soutien, leur disponibilité, leur esprit critique et le soin dont ils ont fait preuve lors de la relecture du mémoire.

Je tiens également à remercier MM. Andrei Constantinescu et Yves Nadot d'avoir accepté de rapporter ce mémoire de thèse ainsi que pour l'intérêt qu'ils ont témoigné à l'égard de ces travaux. La pertinence de leurs remarques et réflexions ont, à n'en pas douter, contribué à l'amélioration du manuscrit. J'associe à ces remerciement les examinateurs : Mme Véronique Aubin, présidente du jury, ainsi que Mmes Véronique Favier et Catherine Mabru et M. Henry Proudhon. Je leur suis sincèrement reconnaissant de l'attention qu'ils ont porté à ce travail.

Je voudrais exprimer mes remerciements à Camille Robert pour son aide et notamment pour m'avoir si efficacement initié à la programmation sans laquelle la quantité de développements numériques effectués dans le cadre de cette thèse n'aurait été possible.

L'arrivée d'une nouvelle machine d'essai de fatigue a posé un certain nombre de difficultés qui n'ont pu être surmontées que par le concours de Daniel Cuillerier et Daniel Bellett, ainsi que Sébastien Picart de la société Instron. Aussi souhaiterais-je les remercier chaleureusement.

Les analyses EBSD, présentées dans ce mémoire, ont été conduites au CREMEM à Bordeaux. Si ces expérimentations se sont déroulées sans encombre, je le dois à David Maréchal pour ses conseils avisés et son assistance lors de la réalisation des cartographies, ainsi qu'à la contribution de Maxime Le Bihan que je tiens particulièrement à remercier.

Je souhaite également remercier Charles Mareau pour la réalisation de la mesure de texture par DRX et pour les discussions sur certains points délicats de la thèse.

Je remercie Anne Morel et Guénaël Germain pour la persévérance (voir l'entêtement) dont ils ont fait preuve pour résoudre l'énigme de la soirée de l'homme au chapeau bleu. Bien que le mystère reste entier, je salue leurs esprits d'analyse et leurs méthodes d'investigation peu conventionnelles.

Je ne saurais oublier de remercier les anciens et nouveaux doctorants, ainsi que les ingénieurs de recherche et stagiaires, et notamment Anis, Aziz, Benjamin, Cédric, Cyril, Duc, Imade, Intissar, Javier, Jian, Jihed, Mohamed, Tarek, Wael pour l'ambiance exceptionnelle qu'ils ont su établir au sein du laboratoire. Je tiens en particulier à remercier Yessine, fidèle compagnon d'infortune.

Mes derniers remerciements s'adressent à mes parents, mes sœurs et mon frère pour leur soutien indéfectible et pour avoir, chacun à leur manière, su me remonter le moral dans les moments les plus difficiles de la thèse.

Table des matières

Introduction **1**

I Revue bibliographique **5**
1 Acier inoxydable austénitique 6
1.1 Structure des aciers inoxydables austénitiques 6
1.2 Mécanismes de déformation plastique dans les aciers inoxydables austénitiques 9
1.3 Comportement en fatigue à grand nombre de cycles des aciers inoxydables austénitiques 11
2 Modélisation micromécanique du comportement élasto-plastique 12
2.1 Modélisation du comportement élasto-plastique monocristallin . . . 12
2.2 Modèles de transition d'échelle 15
2.3 Modélisation explicite d'agrégats polycristallins 18
3 Critère d'amorçage de fissure de fatigue basé sur une approche mésoscopique 19
3.1 Définition de quelques quantités mécaniques 20
3.2 Approche de Dang Van 21
3.3 Approche de Papadopoulos 22
3.4 Approche de Morel et Huyen 25
3.5 Bilan sur les critères de fatigue mésoscopiques 27
4 Modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins 28
4.1 Géométrie et maillage d'agrégat polycristallin 28
4.2 Conditions aux limites 34
4.3 Applications des simulation numériques d'agrégats polycristallins dans le cadre de la fatigue 35

II Simulation numérique d'agrégats polycristallins sur microstructures synthétiques : étude préliminaire sur un cuivre électrolytique **39**
1 Introduction 40
2 Étude du comportement en fatigue d'agrégats sous chargement multiaxial . 40
2.1 Modélisation d'agrégats polycristallins sans défaut 41
2.2 Critères de fatigue 43
2.3 Résultats et discussion sur les microstructures sans défaut sous chargement multiaxial 48
2.4 Conclusion 60

3 Étude de l'influence de défauts sur le comportement en fatigue sous chargement uniaxial . . . 61
3.1 Modélisation d'agrégats polycristallins avec défaut . . . 61
3.2 Critères de fatigue . . . 65
3.3 Résultats et discussion sur les microstructures entaillées . . . 67
3.4 Résultats et discussion sur les microstructures trouées . . . 82
3.5 Conclusion . . . 95

III Caractérisation mécanique et modélisation du comportement élasto-plastique de l'acier 316L **97**
1 Introduction . . . 98
2 Présentation du matériau . . . 98
3 Essais de fatigue oligocyclique . . . 99
3.1 Conditions d'essais . . . 99
3.2 Résultats des essais de fatigue oligocyclique . . . 103
4 Identification des paramètres des modèles de comportement . . . 109
4.1 Comportement élastique . . . 109
4.2 Comportement plastique . . . 112
5 Essais de fatigue à amplitude de contrainte constante . . . 135
5.1 Conditions d'essais . . . 135
5.2 Résultats des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante 141
6 Discussion sur les résultats des essais . . . 152
6.1 Discussion sur les essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques . . . 152
6.2 Discussion sur les essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ . . . 154
6.3 Discussion sur l'effet de l'enlèvement de matière par électro-érosion sur la tenue en fatigue . . . 155
7 Conclusion . . . 156

IV Analyse des conditions de glissement plastique dans l'acier 316L soumis à des chargements de flexion plane et de torsion **159**
1 Introduction . . . 160
2 Essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic . . . 160
2.1 Dimensionnement de l'éprouvette . . . 160
2.2 Préparation des éprouvettes en vue de l'analyse EBSD . . . 161
2.3 Conditions et résultats des essais de fatigue réalisés sur la Rumul CrackTronic . . . 162
3 Analyse de la surface des éprouvettes par EBSD . . . 164
3.1 Conditions de réalisation des cartographies EBSD . . . 164
3.2 Repérage des régions analysées . . . 165
3.3 Traitement des cartographies . . . 166
3.4 Analyse métallurgique de l'acier 316L à partir des cartographies EBSD . . . 167
3.5 Analyse succincte de l'activité plastique suite aux sollicitations de fatigue . . . 170

4 Modélisation par éléments finis . . . 172
4.1 Génération de la CAO et du maillage de la microstructure . . . 174
4.2 Modèle de comportement . . . 179
4.3 Conditions aux limites . . . 182
5 Comparaison entre les observations expérimentales et les prédictions des modèles éléments finis . . . 184
5.1 Traitement des résultats . . . 184
5.2 Discussion . . . 185
6 Conclusion . . . 187

V Simulation numérique sur microstructures synthétiques de l'acier 316L 193
1 Introduction . . . 194
2 Modélisation d'agrégats polycristallin . . . 194
2.1 Modèles éléments finis . . . 194
2.2 Modèles de comportement étudiés . . . 199
2.3 Conditions de chargement . . . 200
3 Critère de fatigue probabiliste . . . 203
3.1 Identification des paramètres du critère de fatigue probabiliste . . . 203
3.2 Détermination des limites de fatigue à l'aide du critère de fatigue probabiliste . . . 205
4 Résultats et discussion . . . 205
4.1 Effet du modèle de comportement et de la modélisation sur les réponses mécaniques mésoscopiques . . . 207
4.2 Prédictions du critère de fatigue probabiliste . . . 216
5 Conclusion . . . 226

Conclusion et perspectives 231

Bibliographie 237

Annexes

A Analyse et reproduction de la texture cristallographique 249
1 Texture cristallographique . . . 249
1.1 Orientation d'un cristal . . . 249
1.2 Fonction de distribution des orientations . . . 250
2 Représentations graphiques des textures . . . 251
2.1 Figure de pôles . . . 251
2.2 Figure de pôles inverse . . . 252
3 Mesure de texture par diffraction des rayons X . . . 253
3.1 Principe . . . 253
3.2 Matériels . . . 254
3.3 Mesures effectuées . . . 255
4 Génération d'orientations représentatives d'une texture cristallographique . . . 258
4.1 Méthodologie . . . 258
4.2 Résultats . . . 259

B Géométries des éprouvettes **263**

C Résultats des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante **267**

D Désorientation cristalline **271**

E Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse **275**

Table des figures

I.1 Diagramme de Schaeffler [1] rapporté par [2]. 8
I.2 Illustration, dans un réseau cristallin CFC, du plan dense (111) et des directions denses appartenant à ce plan : $[1\bar{1}0]$, $[\bar{1}10]$, $[10\bar{1}]$, $[\bar{1}01]$, $[01\bar{1}]$ et $[0\bar{1}1]$. 9
I.3 Illustration du trajet Γ décrit par le vecteur de cission macroscopique $\underline{T}(\underline{n},t)$ lors du cycle stabilisé et des vecteurs de cission mésoscopique $\underline{\tau}(\underline{n},t)$ et de cission macroscopique moyen $\underline{T}_m(\underline{n})$ qui en résultent. 22
I.4 Repérage des vecteurs unitaires $\underline{n}$et $\underline{l}$à l'aide des angles φ, θ et χ. 23
I.5 Illustration de la loi de probabilité de Weibull pour différentes valeurs des paramètres d'échelle ν_0 et de forme m : (a) densité de probabilité et (b) fonction de répartition. 26
I.6 Application de l'hypothèse du maillon le plus faible sur le volume de la structure V. 26
I.7 Exemple de maillage d'un agrégat polycristallin : (a) maillage régulier et (b) maillage libre [3]. 33

II.1 Géométrie et vue détaillée du maillage d'un agrégat polycristallin périodique de 300 grains en 2 dimensions. 42
II.2 Représentation de quelques quantités mécaniques et vecteurs utilisées par les critères de fatigue : (a) normale au plan de glissement $\underline{n}$et direction de glissement $\underline{l}$dans une maille cubique à faces centrées et (b) vecteurs de contrainte $\underline{\sigma}$, de contrainte normale $\underline{\sigma}_n$ et de cisaillement $\underline{\tau}$dans un plan de glissement. 44
II.3 Illustration de la loi de probabilité de Weibull pour différentes valeurs des paramètres d'échelle τ_0 et de forme m : (a) densité de probabilité et (b) fonction de répartition. 46
II.4 Comparaison entre les réponses en contrainte-déformation macroscopiques et mésoscopiques d'un agrégat polycristallin sollicité au niveau de la limite de fatigue moyenne en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique pour : (a) l'élasticité cubique seule et (b) l'élasticité cubique avec la plasticité cristalline. 49
II.5 Comparaison entre les réponses σ_{11}-σ_{22} et σ_{11}-σ_{33} macroscopiques et mésoscopiques d'un agrégat polycristallin sollicité à la limite de fatigue en traction alternée symétrique pour : (a) l'élasticité cubique seule et (b) l'élasticité cubique avec la plasticité cristalline. 50

II.6 Réponses mécaniques sur chaque plan de glissement, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, obtenues à partir des simulation par EF d'agrégats polycristallins pour différentes conditions de chargement. 51
II.7 Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée. 54
II.8 Prédictions des critères de fatigue en traction-cisaillement combinés pour chaque modèle de comportement purement élastique et limites de fatigue expérimentales de différents matériaux métalliques [4, 5, 6, 7, 8]. 56
II.9 Comparaison entre les prédictions des critères de fatigue en traction-cisaillement combinés obtenues avec l'élasticité cubique seule et la plasticité cristalline en plus de l'élasticité cubique. 57
II.10 Prédictions des critères de fatigue en traction biaxiale pour chaque modèle de comportement purement élastique et limites de fatigue expérimentales de différents matériaux métalliques [9, 10]. 58
II.11 Comparaison entre les prédictions des critère de fatigue en traction biaxiale obtenues avec l'élasticité cubique seule et avec la plasticité cristalline en plus de l'élasticité cubique. 59
II.12 Géométrie de l'éprouvette [11] et zone modélisée. 63
II.13 Exemple de maillage d'une matrice et d'un agrégat polycristallin entaillé de 200 grains en 2 dimensions. 63
II.14 Géométrie des microstructures trouées. 64
II.15 Exemple de maillage d'une matrice et d'un agrégat polycristallin troué de 200 grains en 2 dimensions. 65
II.16 Champs de glissement plastique cumulé équivalent à la fin du 10^e cycle de chargement pour la même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique, avec différents rayons d'entaille et jeux d'orientations. 69
II.17 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures entaillées sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne. 70
II.18 Réponses mécaniques, en termes de $\sigma_{n,m}$-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures entaillées, utilisant le modèle de plasticité cristalline, sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points. 72
II.19 Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenue avec les microstructures entaillées sollicitées en traction alternée symétrique. 73
II.20 Limites de fatigue expérimentales [11] en traction alternée symétrique pour différents rayons d'entaille ρ et prédictions des critères de fatigue, pour les microstructures entaillées, obtenues avec (a) l'élasticité isotrope, (b) l'élasticité cubique et (c) la plasticité cristalline avec l'élasticité cubique. 74

II.21 Limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différents rayons d'entaille ρ et pour chaque modèle de comportement élastique. 76
II.22 Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures entaillées pour différents rayons d'entaille ρ et pour chaque modèle de comportement élastique. 78
II.23 Exemple de distribution de la limite de fatigue macroscopique d'une microstructure décrite par une densité de probabilité de Weibull f_{micro} de paramètre de forme $m^* = 20$. 80
II.24 Exemple des distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, décrites par les densité de probabilité f_{micro} de différentes microstructures sans entailles et dont le comportement des grains est élastique cubique, et de la distribution complète de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, caractérisée par la densité de probabilité f_{moy}. 81
II.25 Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ décrite par la densité de probabilité f_{moy} pour différents rayons d'entaille ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique. 81
II.26 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points. 83
II.27 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures trouées sollicitées en cisaillement alterné symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points. 84
II.28 Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenu avec les microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique. 85
II.29 Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenue avec les microstructures trouées sollicitées en cisaillement alternée symétrique. 86
II.30 Prédictions du critère de fatigue probabiliste pour des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique obtenues pour chaque modèle de comportement élastique. 88
II.31 Évolution du rapport φ prédit par le critère de fatigue probabiliste avec le rayon du trou ρ pour chaque modèle de comportement élastique. . . . 88
II.32 Limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique. 89
II.33 Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique. 90

II.34 Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures trouées sollicitées en cisaillement alterné symétrique pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique. 91
II.35 Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ prédite dans le cas d'un chargement en traction alternée symétrique et décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{22,a})$ pour différents rayons de trou ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique. 93
II.36 Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{12,a}$ prédite dans le cas d'un chargement en cisaillement alterné symétrique et décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{12,a})$ pour différents rayons de trou ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique. 94

III.1 Machine d'essai de fatigue servo-hydraulique multiaxiale Instron 8850. . . 100
III.2 Éprouvette tubulaire instrumentée par 3 extensomètres : extensomètres « 3550HT » (axial et orthoradial) et « 3575 » (diamétral). 101
III.3 Éprouvette tubulaire instrumentée d'une rosette à 3 jauges d'extensométrie à 45°. 102
III.4 Évolution de la déformation imposée au cours des 5 premiers cycles des essais de fatigue oligocyclique. 104
III.5 Réponses obtenues, en termes de contrainte Σ_{zz} et déformation E_{zz}, lors des essais de fatigue oligocyclique en traction alternée. 105
III.6 Réponses obtenues, en termes de contrainte $\Sigma_{\theta z}$ et déformation $E_{\theta z}$, lors des essais de fatigue oligocyclique en torsion alternée. 105
III.7 Réponses obtenues, en termes de contrainte Σ_{zz} (resp. $\Sigma_{\theta z}$) et déformation E_{zz} (resp. $E_{\theta z}$), lors de l'essai de fatigue oligocyclique en traction-torsion alternées ($\varphi_{\theta z} = 90°$). 106
III.8 Courbes de durcissement/adoucissement cyclique de l'acier 316L obtenues à partir des essais de fatigue oligocyclique (a) en traction alternée et en traction-torsion combinées dans un diagramme Σ_{zz} - N et (b) en torsion alternée et en traction-torsion combinées dans un diagramme $\Sigma_{\theta z}$ - N. . . 108
III.9 Schématisation d'un cycle de chargement (a) en traction-compression uniaxiale dans un diagramme Σ_{zz} - E_{zz} et (b) en torsion alternée dans un diagramme $\Sigma_{\theta z}$ - $E_{\theta z}$. 114
III.10 Évolution de l'amplitude de contrainte macroscopique équivalente $\Sigma_{eq,a}$, de la contrainte moyenne macroscopique équivalente $\Sigma_{eq,m}$, de la variable d'écrouissage cinématique X_{eq} et de la taille du domaine élastique $\Sigma_y + R$ au cours des cycles de chargement (a) en traction-compression uniaxiale et (b) en torsion alternée. 116
III.11 Évolution de la contrainte au cours du temps déterminée à l'aide de simulations numériques de fatigue oligocyclique utilisant le modèle de transition d'échelle β avec des modèles de plasticité cristalline durcissant ($Q > 0$) et adoucissant ($Q < 0$). 120

III.12 Histogrammes de l'amplitude de contrainte mésoscopique $\sigma_{ij,a}$ normalisée par l'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ prédits, lors du dernier cycle pour différents cas de chargement, par le modèle β avec des modèles de plasticité cristalline durcissant ($Q > 0$) et adoucissant ($Q < 0$). 121
III.13 Comparaison entre la réponse expérimentale de l'acier 316L lors d'un essai de traction uniaxiale et la prédiction du modèle de Berveiller et Zaoui (BZ) après identification des paramètres. 124
III.14 Comparaison entre les réponses sous un chargement de traction uniaxiale prédites par le modèle de Berveiller et Zaoui et le modèle β après identification du paramètre D. 126
III.15 Comparaison entre les réponses expérimentales de l'acier 316L sous différentes amplitudes de déformation imposées et les prédictions du modèle β après identification des paramètres lors du dernier cycle de chargement. 129
III.16 Maillage périodique d'un agrégat polycristallin de 300 grains discrétisés par 1331 éléments hexaédriques. 130
III.17 Comparaison entre les réponses expérimentales de l'acier 316L sous différentes amplitudes de déformation imposées, les prédictions du modèle β et les prédictions du modèle EF. 132
III.18 Comparaison entre les réponses prédites, lors du dernier cycle de chargement, par le modèle de plasticité cristalline avec le modèle β et le modèle de plasticité macroscopique (PM) pour différentes amplitudes de déformation imposées. 134
III.19 Schéma de fonctionnement du dispositif permettant d'appliquer une pression interne dans une éprouvette tubulaire à l'aide de la machine d'essai de fatigue servo-hydraulique multiaxiale Instron 8850. 136
III.20 (a) Géométrie de l'éprouvette tubulaire dans le modèle EF et champs de contrainte dans la partie utile de l'éprouvette lors d'un essai de pression interne à $P = 800$ bars : (b) Σ_{rr} et (c) $\Sigma_{\theta\theta}$. 137
III.21 Illustration des trajets de chargements étudiés dans des diagrammes : (a) $\Sigma_{\theta z}$ - Σ_{zz} et (b) $\Sigma_{\theta\theta}$ - Σ_{zz}. 138
III.22 Vues en perspective de l'éprouvette tubulaire et du défaut hémisphérique. 139
III.23 Observation de l'éprouvette tubulaire au vidéo-microscope : (a) montage du vidéo-microscope et (b) exemple d'observation au vidéo-microscope d'un défaut hémisphérique de 365 μm de diamètre. 140
III.24 Exemple de réalisation de défaut hémisphérique de 365 μm de diamètre dans l'acier austénitique 316L. 142
III.25 Résultats des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée symétrique sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm, (b) $D = 95$ μm, (c) $D = 365$ μm et (d) $D = 510$ μm. 143
III.26 Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitée en traction alternée symétrique avec un défaut de diamètre (a) $D = 95$ μm, (b) $D = 365$ μm et (c) $D = 510$ μm. 144
III.27 Orientation du plan de propagation de la fissure macroscopique dans le repère cylindrique de l'éprouvette. 145

III.28 Résultats des essais de fatigue en torsion alternée symétrique sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm, (b) $D = 95$ μm, (c) $D = 365$ μm et (d) $D = 510$ μm. 146
III.29 Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique avec un défaut de diamètre (a) $D = 95$ μm, (b) $D = 365$ μm et (c) $D = 510$ μm. 147
III.30 Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm. 148
III.31 Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm. 148
III.32 Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm. 149
III.33 Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm. 149
III.34 Résultats des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) sur les éprouvettes sans défaut. 150
III.35 Résultats des essais de fatigue en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm. 151
III.36 Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm. 151
III.37 Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques, pour différents rapports de biaxialité $k_{\theta z}$ et déphasages $\varphi_{\theta z}$, en fonction du diamètre du défaut. 152
III.38 Évolution du rapport φ observé expérimentalement sur l'acier austénitique 316L en fonction du diamètre D du défaut. 153
III.39 Résultats des essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ en phase, pour différents rapports de biaxialité $k_{\theta\theta}$, en fonction du diamètre du défaut. 154
III.40 Vue détaillée du bord d'un défaut de diamètre $D = 365$ μm et mise en évidence, par des traits pointillées, de la couche blanche. 155

IV.1 Machine d'essai de fatigue électromécanique à résonance Rumul CrackTronic équipée du montage de flexion plane. 161
IV.2 Maillage de l'éprouvette utilisée pour les essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic. 163
IV.3 Diagrammes des contraintes macroscopiques maximales obtenues par simulation EF le long de la ligne moyenne du méplat dans le cas des chargements (a) en flexion plane alternée symétrique et (b) en torsion alternée symétrique. 164

IV.4 Positions et dimensions des régions cartographiées lors de l'analyse EBSD pour l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée symétrique et l'éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique. 165
IV.5 Exemple de correction des points de mesure aberrants : cartographies d'orientation en figure de pôle inverse (a) avant correction et (b) après correction. 167
IV.6 Cartographie des phases détectées lors de l'analyse EBSD. 168
IV.7 Distribution de la taille de grain D_{eq} empirique : (a) densité empirique et (b) fonctions de répartition empirique et de loi de probabilité log-normale. 170
IV.8 Cartographies de la qualité d'image de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) région n° 1 et (b) région n° 2. 172
IV.9 Cartographies de la qualité d'image de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) région n° 1 et (b) région n° 2. 173
IV.10 Régions sélectionnées pour la simulation de l'essai de flexion plane dans la : (a) région n° 1 et (b) région n° 2. 175
IV.11 Régions sélectionnées pour la simulation de l'essai de torsion dans la : (a) région n° 1 et (b) région n° 2. 176
IV.12 Illustration de la segmentation des joints de grains mesurés. 177
IV.13 Exemple de reconstruction des joints de grains 178
IV.14 Illustration des différentes étapes de création de la géométrie d'une microstructure. 179
IV.15 Exemple de maillage d'une microstructure. 180
IV.16 Résultats de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$. 189
IV.17 Résultats de la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$. 190
IV.18 Résultats de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en torsion : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$. 191
IV.19 Résultats de la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$. 192

V.1 Géométrie de la matrice et de l'agrégat polycristallin utilisés dans la modélisation en 2D. 195
V.2 Maillage de la matrice et de l'agrégat polycristallin de la modélisation en 2D contenant approximativement 280000 éléments. 196
V.3 Géométrie de la matrice et d'un des agrégats polycristallins utilisés dans la modélisation en 3D. 197

V.4 Maillage de la matrice et d'un des agrégats polycristallins de la modélisation en 3D contenant approximativement 70000 éléments. 198
V.5 Champs de glissement plastique cumulé équivalent à la fin du 3^{e} cycle de chargement dans une même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique moyenne, pour différents types de sollicitation, diamètres de défaut D et jeux d'orientations. 206
V.6 Champs de contrainte équivalente de von Mises lors du 1er quart de cycle du 4^{e} cycle de chargement dans une même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique moyenne, pour différents types de sollicitation, diamètres de défaut D et jeux d'orientations. . . . 208
V.7 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur une microstructure en 2D sans défaut sollicitée, au niveau la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement. 210
V.8 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D présenant un trou de diamètre $D = 365$ μm sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement. 211
V.9 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D et 3D sans accident géométrique sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement. 212
V.10 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D et 3D présentant un trou de diamètre $D = 50$ μm sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement. . . . 214
V.11 Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 3D sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, en traction alternée symétrique et présentant un défaut hémisphérique de diamètre : (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 50$ μm. 215
V.12 Prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles en 2D, pour chaque modèle de comportement élastique, pour différentes sollicitations et pour différentes valeurs du paramètre de forme : (a) $m = 5$, (b) $m = 10$, (c) $m = 15$ et (d) $m = 20$. 217
V.13 Comparaison des prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles 2D et 3D, pour chaque modèle de comportement élastique, pour différentes sollicitations et pour deux valeurs du paramètre de forme m : (a) $m = 5$ et (b) $m = 20$. 220
V.14 Comparaison des prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles en 3D, avec l'élasticité cubique seul et la plasticité cristalline associée à l'élasticité cubique, pour différentes sollicitations et pour un paramètre de forme $m = 5$. 221

V.15 Limites de fatigue macroscopiques à $P_{Fa} = 50\%$ de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différentes sollicitations, pour différents diamètres de trou D et pour chaque modèle de comportement élastique. 223
V.16 Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures en 2D sollicitées en traction alternée symétrique obtenus avec un comportement des grains élastique cubique, pour différentes valeurs du paramètre de forme m et diamètre de trou D. 228
V.17 Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{ij,a})$ obtenues avec un comportement des grains élastique cubique, pour différentes valeurs du paramètre de forme m, sollicitations et diamètres de défaut D. 229

A.1 Rotations d'Euler dans la convention Z-X'-Z". 250
A.2 Décomposition : (a) du domaine D, (b) du sous-domaine Z dans une section $\varphi_1 = cte$. 251
A.3 Projection stéréographique de la normale à un plan (hkl) d'un cristal. . . 252
A.4 Symétries dans les figures de pôles inverses pour les réseaux cubiques. . . 253
A.5 Illustration de la loi de Bragg 254
A.6 Montage en réflexion avec un goniomètre de texture. 255
A.7 Schéma de l'échantillon prélevé dans une barre d'acier 316L. 256
A.8 Figures de pôles {200}, {111} et {220} obtenues après corrections des intensités mesurées 257
A.9 Figures de pôles {200}, {111} et {220} construites après détermination de la FDO 257
A.10 Figures de pôles inverses des axes x, y et z de l'échantillon construites après détermination de la FDO 257
A.11 Figures de pôles {200}, {111} et {220} obtenues à partir des jeux d'orientations. 261
A.12 Figures de pôles inverses des axes x, y et z de l'échantillon obtenues à partir des jeux d'orientations. 262

B.1 Schéma de l'éprouvette tubulaire utilisée sur la machine d'essai « Instron 8850 ». 264
B.2 Schéma de l'éprouvette tubulaire avec un défaut de 300 μm. 265
B.3 Schéma de l'éprouvette utilisée sur la machine d'essai « Rumul CrackTronic ». 266

E.1 Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation. 276
E.2 Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation. 277

E.3 Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation. 278
E.4 Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation. 279

Liste des tableaux

I.1 Structures cristallines des phases austénitique, ferritiques et martensitiques. 6
I.2 Composition chimique de la nuance d'acier 316L sélectionnée. 11
I.3 Matrice d'interaction des systèmes de glissement pour une structure CFC [12] et systèmes de glissement associés. 15

II.1 Paramètres de la loi de comportement élasto-plastique d'un cuivre électrolytique [13, 14]. 41
II.2 Rapports de biaxialité k_{12} et déphasages φ_{12} étudiés pour les chargements de traction-cisaillement combinés. 43
II.3 Rapports de biaxialité k_{22} et déphasages φ_{22} étudiés pour les chargements de traction biaxiale. 43
II.4 Paramètres des critères de fatigue. 47
II.5 Paramètres matériaux d'un cuivre électrolytique recuit. 62
II.6 Paramètres des critères de fatigue pour les microstructures entaillées. . . 66
II.7 Paramètres des critères de fatigue pour les microstructures trouées. . . . 67
II.8 Amplitudes de contrainte appliquées à la matrice en fonction du rayon d'entaille. 68

III.1 Composition chimique de la nuance d'acier 316L étudiée. 98
III.2 Propriétés mécaniques en traction uniaxiale de la nuance 316L étudiée. . 99
III.3 Niveau de chargement des essais de fatigue oligocyclique. 101
III.4 Paramètres d'élasticité isotrope. 110
III.5 Paramètres d'élasticité cubique d'aciers austénitiques. 110
III.6 Paramètres d'élasticité macroscopiques estimés, à partir des paramètres d'élasticité cubique, à l'aide d'un modèle auto-cohérent sous l'hypothèse d'une distribution uniforme des orientations cristallines 112
III.7 Expression des grandeurs équivalentes en traction-compression uniaxiale et en torsion alternée. 115
III.8 Correspondance des cycles expérimentaux sélectionnées N_{exp} et des cycles simulés N_{simu} entre lesquels une minimisation par moindre carré est effectuée lors de l'identification pour le cas de chargement de traction alternée d'amplitude $E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$. 118
III.9 Paramètres utilisés dans le modèle de Berveiller et Zaoui. 123
III.10 Paramètres initiaux pour l'identification avec le modèle de Berveiller et Zaoui. 124

III.11 Paramètres de la loi de plasticité cristalline identifiés avec le modèle de Berveiller et Zaoui. . . . 125
III.12 Classements des interactions récapitulés par Gérard [15] et établis à partir d'essais expérimentaux conduit sur des monocristaux de cuivre pur. . . . 127
III.13 Paramètres de la loi de visco-plasticité cristalline identifiés en utilisant le modèle de transition d'échelle β. . . . 128
III.14 Paramètres de la loi de plasticité macroscopique identifiés. . . . 133
III.15 Moyennes et écarts types du diamètre et de la profondeur des différents défauts. . . . 142

IV.1 Fractions linéiques f_L des joints de macle $\Sigma 3$ et $\Sigma 9$. . . . 168
IV.2 Proportion de grain ayant n_{PA} plans de glissement différents activés conduisant à la formation de bandes de glissement. . . . 171
IV.3 Caractéristiques des régions sélectionnées pour les simulations numériques. 178
IV.4 Paramètres du modèle d'élasto-visco-plasticité monocristalline utilisés dans les modèles éléments finis s'appuyant sur les microstructures analysées par EBSD. . . . 181
IV.5 Amplitudes des contraintes macroscopiques auxquelles sont soumises les régions analysées par EBSD. . . . 183
IV.6 Correspondance entre les systèmes de glissement, définies par leurs plans et leurs directions, et les numéros qui leur sont attribuées dans ZeBuLoN [16]. . . . 185

V.1 Paramètres des modèles d'élasticité isotrope et cubique utilisés dans les modèles éléments finis d'agrégats polycristallins synthétiques en 2D et 3D. 200
V.2 Paramètres du modèle d'élasto-visco-plasticité monocristalline utilisés dans les modèles éléments finis d'agrégat polycristallin synthétique en 3D. . . . 200
V.3 Paramètres de la loi de plasticité macroscopique identifiés. . . . 201
V.4 Valeurs des amplitudes et des moyennes des contraintes macroscopiques appliquées sur le contour des matrices pour chaque type de sollicitation et chaque diamètre de défaut D. . . . 202
V.5 Paramètres des critères de fatigue pour la modélisation en 2D. . . . 204
V.6 Paramètres des critères de fatigue pour la modélisation en 3D. . . . 204
V.7 Valeurs des écarts relatifs entre les limites de fatigue expérimentales $\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}}$ et celles prédites par le critère de fatigue probabiliste $\Sigma_{ij,a}^{\text{préd.}}$ avec un paramètre de forme $m = 5$, pour chaque type de sollicitation et chaque diamètre de défaut D. . . . 218

A.1 Valeurs de RMSD pour les différents jeux de N^* orientations . . . 260

C.1 Bilan des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée symétrique. . . . 267
C.2 Bilan des essais de fatigue en torsion alternée symétrique. . . . 268
C.3 Bilan des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques en phases ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$). . . . 268
C.4 Bilan des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$). . . . 269

C.5 Bilan des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$). . . . 269
C.6 Bilan des essais de fatigue en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$). 270

Introduction

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à la tenue en fatigue, dans le cadre de l'endurance illimitée, des matériaux métalliques, et en particulier d'un acier austénitique 316L, en présence d'accidents géométriques et sous chargement multiaxial. Les accidents géométriques considérés sont artificiels, de faible acuité et d'un ordre de grandeur proche de la taille moyenne de grain. L'objectif est plus précisément d'étudier la compétition existant entre la concentration de contrainte induite par un tel accident géométrique et les régions fortement sollicitées de la microstructure engendrée par l'anisotropie du comportement élasto-plastique des grains. Il est notamment souhaité de déterminer la taille de défaut à partir de laquelle ce dernier prend le pas sur l'hétérogénéité de la réponse de la microstructure et conditionne ainsi la tenue en fatigue du polycristal. Il est également entrepris d'analyser la dispersion de la tenue en fatigue provoquée par la variabilité et le manque de représentativité des orientations cristallines au voisinage de ce type de défaut.

Étant donné les objectifs de l'étude, il est nécessaire de mettre en œuvre une modélisation donnant accès aux quantités mécaniques à l'échelle des grains. Du fait de la complexité de la morphologie et du comportement des grains constituant un polycristal, il n'existe pas de méthode simple pour estimer précisément l'état mécanique des grains. Les schémas de localisation sont communément employés pour relier les réponses mécaniques de chaque grain au chargement macroscopique appliqué au polycristal. Cependant, ces méthodes rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit d'estimer les champs mécaniques locaux en présence d'une surface libre ou de défauts dont la taille est comparable à la longueur caractéristique de la microstructure (par exemple, la taille moyenne de grain). De plus, ces méthodes de transition d'échelle considèrent un voisinage homogène autour d'un grain et ne peuvent ainsi pas rendre compte des configurations les plus défavorables de voisinage, c'est-à-dire, des configurations de désorientation entre les grains engendrant de fortes incompatibilités de déformation et donc d'importants niveaux de contrainte et pouvant impacter significativement la tenue en fatigue.

Une autre manière d'aborder le problème d'estimation des champs mécaniques locaux consiste à modéliser explicitement un polycristal. Différentes méthodes numériques permettent cette modélisation : éléments finis (EF), transformée de Fourier rapide (FFT), etc. L'application de la méthode des éléments finis pour la simulation numérique d'agrégats polycristallins connaît à l'heure actuelle un essor important et notamment dans l'étude de problème de fatigue. Du fait de la modélisation explicite des microstructures, les effets de voisinage, de surface libre et de défauts sont naturellement retranscrits par cette méthode. Cette dernière constitue donc un choix pertinent dans le cadre de notre étude et est adoptée dans la démarche numérique mise en œuvre dans cette thèse.

INTRODUCTION

Les prédictions de différents critères de fatigue, utilisant les résultats des simulations numériques par EF d'agrégats polycristallins, sont étudiées et notamment celles d'un critère basé sur une approche probabiliste. Le choix de faire appel à ce type d'approche est motivé par les lacunes de la modélisation par EF d'agrégats polycristallins. En effet, bien que cette modélisation permettent d'estimer avec justesse l'état mécanique moyen dans un grain, elle ne permet pas de rendre compte de la localisation très fine de la déformation plastique sous forme de bandes de glissement. De plus, certaines caractéristiques des microstructures sont volontairement omises lors de la modélisation, soit parce qu'elles sont, à l'heure actuelle, inaccessibles expérimentalement (par exemple, l'hétérogénéité du champs de contrainte résiduelle et de l'état d'écrouissage à l'échelle des grains, dans l'état initial), soit parce qu'elles sont difficilement représentables dans la modélisation (par exemple, la distribution des désorientations entre les grains et notamment la forte proportion de joints de macle). Ainsi, nous a-t-il semblé judicieux, afin de tenir compte implicitement de ces différentes caractéristiques, de considérer le seuil d'amorçage de fissure comme une variable aléatoire décrite par une densité de probabilité donnée, ce qui nous a conduit au développement d'un critère de fatigue probabiliste.

Bien qu'une part importante de ces travaux de thèse soit dédiée à la modélisation et à la simulation numérique d'agrégats polycristallin, l'aspect expérimental n'en est pas pour autant négligé. L'étude expérimentale menée dans le cadre de cette thèse répond à deux objectifs bien distincts :

- caractériser, du point de vue mécanique et métallurgique, un acier austénitique 316L en vue de renseigner les modèles EF d'agrégats polycristallins ;
- permettre de confronter, à des observations expérimentales, les prédictions des modèles EF et des critères de fatigue afin d'évaluer la pertinence de la démarche numérique mise en œuvre.

Ce dernier point, crucial pour délimiter le domaine de validité de la modélisation, s'appuie essentiellement sur une campagne d'essais de fatigue conduite sur des éprouvettes présentant un accident géométrique hémisphérique, pour des conditions de sollicitation et des tailles de défaut variées.

Ce mémoire de thèse est donc décomposé en 5 chapitres.

Une revue bibliographique de différents points importants pour la compréhension et l'orientation de l'étude est présentée dans le premier chapitre. La constitution, les mécanismes de déformation plastique et le comportement en fatigue des aciers austénitiques sont rappelés afin d'aiguiller le choix d'une nuance et de s'assurer de la validité d'une partie des essais mécaniques conduits sur ce matériau. La modélisation du glissement plastique dans les monocristaux de structure cubique à faces centrées, ainsi quelques méthodes de transitions d'échelles, sont discutées. Des critères de fatigue usuels en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles, qui serviront de base aux critères appliqués sur les agrégats polycristallins, sont ensuite passés en revue. Enfin un bilan est dressé sur la modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins et leurs applications en fatigue.

Le deuxième chapitre présente une étude numérique préliminaire portant sur un cuivre électrolytique et s'appuyant sur des simulations numériques d'agrégats polycristallins en 2D. Les effets du trajet de chargement macroscopique et d'accidents géométriques sur la réponse mécanique à l'échelle des grains sont analysés distinctement. La capacité prédictive de critères de fatigue utilisant les quantités mécaniques mésoscopiques issues des

modèles EF est ensuite évaluée. Un de ces critères, basé sur une approche probabiliste et dont les limites de fatigue prédites sont en accord avec les tendances expérimentales, est retenu pour la suite de l'étude.

Le troisième chapitre récapitule les méthodes expérimentales mises en œuvre dans le cadre de la caractérisation mécanique conduite sur l'acier austénitique 316L. Dans un premier temps, les résultats des essais de fatigue oligocyclique sous différents types de sollicitation et à différents niveaux d'amplitude sont présentés. La démarche suivie pour l'identification de modèles de comportement élasto-plastique est ensuite décrite. Enfin, les conditions et les résultats d'une campagne d'essais de fatigue à amplitude de contrainte imposée, ayant pour but d'encadrer les limites de fatigue définies à 2.10^6 cycles dans des conditions de chargement variées (traction-torsion et traction biaxiale) et en présence d'un accident géométrique hémisphérique en surface, sont détaillés.

Le quatrième chapitre porte sur la caractérisation métallurgique de l'acier austénitique 316L et sur l'analyse du développement de la plasticité à l'échelle des grains. La caractérisation métallurgique s'appuie sur des analyses EBSD réalisées sur l'acier austénitique 316L et est complétée par des mesures de texture cristallographique par diffraction des rayons X (DRX) présentée en annexe A. Cette caractérisation permet d'obtenir des informations qui seront intégrées dans la modélisation par éléments finis de microstructures synthétiques représentatives de l'acier 316L détaillée dans le cinquième chapitre. Le développement de la plasticité dans des éprouvettes sollicitées, à des niveaux proches de la limite de fatigue, en flexion plane alternée et en torsion alternée est étudié au travers des cartographies EBSD et de simulations numériques d'agrégats polycristallins reproduisant les sollicitations cycliques subies par les régions observées.

Le dernier chapitre est consacré à une étude relative à des simulations numériques sur des microstructures synthétiques représentatives de l'acier austénitique 316L. L'analyse conduite est similaire à celle évoquée dans l'étude numérique portant sur le cuivre électrolytique mais se distingue de cette dernière par la plus grande richesse de la base de données expérimentales sur laquelle elle s'appuie. Ainsi une étude des réponses mécaniques à l'échelle des grains est de nouveau conduite et est complétée par une comparaison entre les résultats obtenus sur des microstructures en 2D et en 3D. Les prédictions du critère de fatigue probabiliste sont analysées et confrontées avec les limites de fatigue expérimentales.

Chapitre I

Revue bibliographique

Sommaire

1 Acier inoxydable austénitique 6
- 1.1 Structure des aciers inoxydables austénitiques 6
- 1.2 Mécanismes de déformation plastique dans les aciers inoxydables austénitiques 9
- 1.3 Comportement en fatigue à grand nombre de cycles des aciers inoxydables austénitiques 11

2 Modélisation micromécanique du comportement élasto-plastique 12
- 2.1 Modélisation du comportement élasto-plastique monocristallin . 12
- 2.2 Modèles de transition d'échelle 15
- 2.3 Modélisation explicite d'agrégats polycristallins 18

3 Critère d'amorçage de fissure de fatigue basé sur une approche mésoscopique 19
- 3.1 Définition de quelques quantités mécaniques 20
- 3.2 Approche de Dang Van 21
- 3.3 Approche de Papadopoulos 22
- 3.4 Approche de Morel et Huyen 25
- 3.5 Bilan sur les critères de fatigue mésoscopiques 27

4 Modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins . . 28
- 4.1 Géométrie et maillage d'agrégat polycristallin 28
- 4.2 Conditions aux limites 34
- 4.3 Applications des simulation numériques d'agrégats polycristallins dans le cadre de la fatigue 35

1 Acier inoxydable austénitique

Dans cette section, les deux premières sous-sections portent sur la structure des aciers inoxydables austénitiques et sur les mécanismes de déformation plastique rencontrées dans ces aciers. Les points abordés dans ces parties ont été pris en considération dans le choix de la nuance d'acier austénitique. En effet, il était souhaité, afin de rendre la modélisation du comportement plastique monocristalline la plus simple possible, d'étudier un matériau monophasé pour lequel le glissement plastique constitue le mécanisme de déformation plastique prépondérant à température ambiante et dans des conditions de chargement propres à la fatigue à grand nombre de cycles, c'est-à-dire, des chargements cycliques à faible amplitude de contrainte. La dernière section traite brièvement du comportement en fatigue à grand nombre de cycles des aciers austénitiques.

1.1 Structure des aciers inoxydables austénitiques

La structure des aciers inoxydables austénitiques est très variable et dépend en grande partie de la température, de la composition chimique et du traitement thermo-mécanique subi par la nuance considérée [17, 18, 19]. Ces alliages, bien qu'étant constitué principalement d'une phase austénitique γ, peuvent aussi présenter des phases ferritiques (α et δ) et martentisitiques (α' et ε) , ainsi que des précipités (carbures et nitrures) et des phases intermétalliques (Sigma σ, Chi χ et Laves η). À titre indicatif, les structures cristallines des phases austénitique, ferritiques et martensitiques sont présentées dans le tableau I.1

1.1.1 Influence des principaux éléments d'alliage

La discussion sur l'effet des éléments d'alliages sur la structure des aciers austénitiques se limitera aux principaux éléments d'alliage rencontrés dans les aciers 316L : le chrome, le nickel, le carbone et le molybdène.

Le chrome (Cr) et le nickel (Ni), éléments d'alliage dont les teneurs sont les plus importantes dans les aciers austénitiques, jouent deux rôles distincts sur la constitution de l'alliage à haute température. Le premier élément est alphagène et de ce fait, tend à stabiliser la ferrite (α ou δ) et à réduire le domaine de l'austénite γ pour une concentration en nickel donnée. Le nickel est quant à lui un élément gammagène : une augmentation de la concentration de cet élément accroît la taille du domaine γ pour une concentration de chrome fixée. À température ambiante, une forte teneur en nickel a pour effet de stabiliser

Phase	Structure cristalline
Austénite γ	Cubique à faces centrées (CFC)
Ferrite α	Cubique centrée (CC)
Ferrite δ	Cubique centrée (CC)
Martensite α'	Quadratique centrée (QC)
Martensite ε	Hexagonale compacte (HC)

TABLE I.1 – Structures cristallines des phases austénitique, ferritiques et martensitiques.

l'austénite γ. Le chrome, quant à lui, peut conduire à la formation de deux phases selon sa concentration :

- à faible teneur, il favorise l'apparition de martensite ;
- à forte teneur, il accroît la formation de ferrite.

Le carbone est un élément fortement gammagène, contribuant ainsi à la stabilisation de la phase austénitique. Cependant, la solubilité de cet élément dans les aciers austénitique reste limitée et une teneur importante en carbone peut conduire à une précipitation, prioritairement aux joints de grains, de carbures $M_{23}C_6$ riches en chrome. Cette précipitation conduit à une diminution locale, au voisinage des joints de grains, de la teneur en chrome dans l'austénite ce qui accroît la sensibilité à la corrosion intergranulaire. Pour limiter cette précipitation, des nuances à basse teneur en carbone sont développées par les sidérurgistes. Ces nuances sont désignées par un L signifiant « low-carbon » dans la norme AISI (par exemple : 304L, 316L, etc.).

Le molybdène joue le rôle d'élément alphagène, stabilisant la ferrite, mais aussi présente aussi la particularité de favoriser la formation de la phase intermétallique σ.

Afin de caractériser les concentrations en élément alphagène et gammagène, des concentrations équivalentes « Cr » et « Ni » sont respectivement utilisées. Ces concentrations équivalentes sont chacunes définies par une somme pondérée des concentrations des éléments alphagènes dans un cas et gammagènes dans l'autre cas. Le chrome et le nickel sont pris comme références et se voient donc attribuer arbitrairement un coefficient 1. À titre d'exemple Harries a proposé de définir les équivalents Ni et Cr de la manière suivante [20] (les concentrations sont exprimées en pourcentage massique) :

$$\text{Equivalent Ni} = \%\text{Ni} + \%\text{Co} + 0{,}5(\%\text{Mn}) + 30(\%\text{C}) + 0{,}3(\%\text{Cu}) + 25(\%\text{N}) \quad \text{(I.1)}$$

$$\text{Equivalent Cr} = \%\text{Cr} + 2(\%\text{Si}) + 1{,}5(\%\text{Mo}) + 5{,}5(\%\text{Al}) + 1{,}75(\%\text{Nb}) + 1{,}5(\%\text{Ti}) + 0{,}75(\%\text{W}) \quad \text{(I.2)}$$

1.1.2 Influence des traitements thermomécaniques

Influence des traitements mécaniques. Lors de leur mise en œuvre (laminage, tréfilage, usinage, etc.), les matériaux métalliques peuvent subir des déformations plastiques importantes. Or, les aciers austénitiques présentent plusieurs mécanismes de déformation plastique, parmi lequel est rencontrée la transformation martensitique. Cette transformation de l'austénite γ en martensite α' consiste en un changement de phase sans diffusion pouvant être soit direct ($\gamma \rightarrow \alpha'$), soit indirect ($\gamma \rightarrow \varepsilon \rightarrow \alpha'$). Ainsi, le procédé employé lors de l'élaboration d'un acier austénitique peut influer sur la structure du produit final en engendrant des phases α' et ε. Toutefois, une forte teneur en éléments gammagènes, c'est-à-dire stabilisant la phase austénitique, permet de limiter voir d'annuler cette transformation.

Influence des traitements thermiques. Les différents précipités et phases intermétalliques apparaissent lors de maintiens, plus ou moins prolongés, sur certaines plages de température [18]. À titre d'exemple les carbures $M_{23}C_6$ riches en chrome se forme dans un acier austénitique lorsque ce dernier est porté à une température comprise entre 500°C et 950°C. Afin de prévenir tout risque de précipitation et de formation de phases intermétalliques, les aciers austénitiques subissent un traitement d'« hypertrempe » consistant

en un chauffage à une température T supérieure à la température d'austénisation (généralement 1000°C$\leq T \leq$ 1150°C) puis un refroidissement rapide jusqu'à la température ambiante. En effet, les réactions conduisant à la formation de précipités et de phases intermétalliques répondent à certaines cinétiques et ne peuvent donc être réalisées si la température décroit suffisamment rapidement jusqu'à la température ambiante.

Par ailleurs, les aciers austénitiques sont, après traitement d'hypertrempe et à température ambiante, dans un état métastable : l'austénite se trouve en effet dans un état hors équilibre et peut se retrouver déstabilisée et conduire à la formation de martensite α'. Comme évoqué précédemment, cette transformation peut être due à une déformation mais elle peut aussi se produire lorsque la température de l'acier austénitique est inférieure à une température seuil, notée M_s.

Dans le cas de certaines nuances d'acier austénitique, cette température M_s peut être supérieure à la température ambiante, conduisant ainsi à la présence de martensite à température ambiante.

1.1.3 Prévision de la constitution.

Plusieurs diagrammes ont été proposés afin de déterminer la structure des aciers austénitiques dans différentes conditions (à 1150°C [21] et à la température ambiante [1, 22]). Parmi ces diagrammes figure celui proposé par Schaffler présenté en figure I.1. Ce dernier permet de prévoir, à la température ambiante, la constitution de joints soudés d'alliages Fe-Ni-Cr à l'état brut de soudage, autrement dit suite à une solidification rapide. Ce diagramme permet ainsi d'obtenir simplement une estimation de la structure d'un acier austénitique, à la température ambiante, connaissant sa composition chimique.

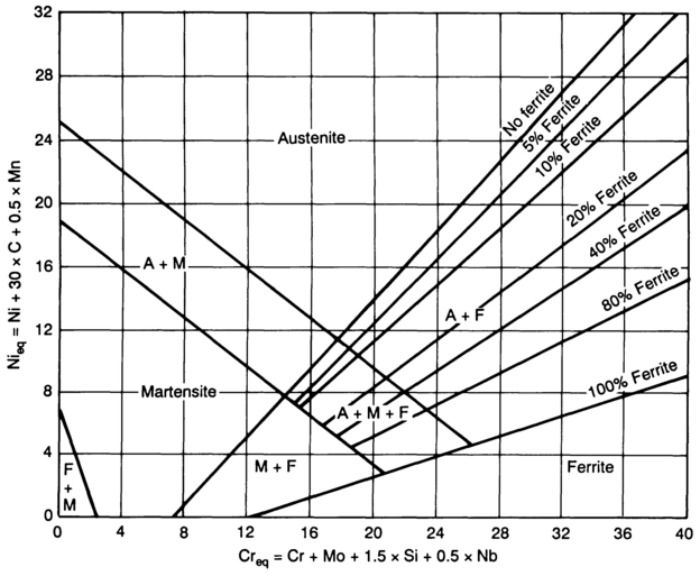


FIGURE I.1 – Diagramme de Schaeffler [1] rapporté par [2].

1.2 Mécanismes de déformation plastique dans les aciers inoxydables austénitiques

Trois mécanismes conduisant à des déformations irréversibles ont été observés dans les aciers inoxydables austénitiques [17], à savoir les déformations par :

- glissement des dislocations ;
- maclage mécanique ;
- transformation martensitique.

1.2.1 Déformation par glissement des dislocations

Le glissement des dislocations se produit suivant les directions et les plans denses et conduit à une déformation irréversible. Dans les structures CFC, les dislocations parfaites, possédant le plus petit vecteur de Bürgers $\underline{b}$, ont ainsi des directions de glissement appartenant à la famille de directions $\langle 110 \rangle$ et sont confinés dans les plans de la famille $\{111\}$. Il existe donc 4 plans de glissement dans les réseaux CFC, chacun d'entre eux pouvant contenir 6 types de dislocations différentes. En effet, chaque plan présente 3 directions denses et chaque direction dense peut contenir une dislocation donnée et une dislocation qui lui est opposée. À titre d'exemple, le plan dense (111) peut contenir les dislocations de types $a/2\left[1\bar{1}0\right]$, $a/2\left[\bar{1}10\right]$, $a/2\left[10\bar{1}\right]$, $a/2\left[\bar{1}01\right]$, $a/2\left[01\bar{1}\right]$ et $a/2\left[0\bar{1}1\right]$ (voir figure I.2).

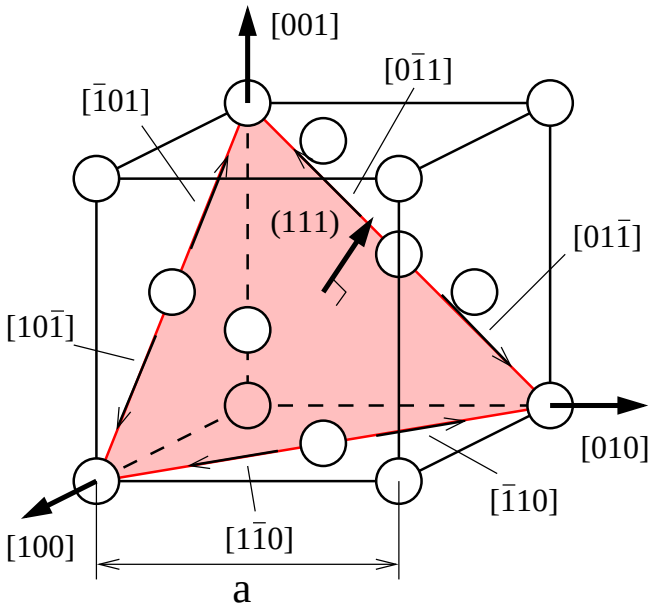


FIGURE I.2 – Illustration, dans un réseau cristallin CFC, du plan dense (111) et des directions denses appartenant à ce plan : $\left[1\bar{1}0\right]$, $\left[\bar{1}10\right]$, $\left[10\bar{1}\right]$, $\left[\bar{1}01\right]$, $\left[01\bar{1}\right]$ et $\left[0\bar{1}1\right]$.

Le déplacement $\underline{b}$ effectué par une dislocation parfaite nécessite une énergie plus importante que celle nécessaire pour réaliser ce même déplacement à l'aide de deux dislocations imparfaites de type $a/6\left[\bar{2}11\right]$. Par exemple, le déplacement $\underline{b} = a/2\left[\bar{1}10\right]$ d'une dislocation parfaite peut être obtenu par deux dislocations imparfaites $\underline{b}_1 = a/6\left[\bar{2}11\right]$ et

$\underline{b}_1 = a/6\left[\overline{1}2\overline{1}\right]$. Ce second type de dislocation, rencontré dans les structures CFC, est appelé dislocation de Shockley ou encore, dislocation dissociée. Bien que l'énergie nécessaire au déplacement de ce type de dislocation soit plus faible que pour le déplacement de dislocations parfaites, les dislocations de Shockley créent toutefois une faute d'empilement et leurs formations s'avèrent ainsi limitées par l'énergie de faute d'empilement (EFE) qu'elles induisent.

1.2.2 Déformation par maclage mécanique

Les structures CFC sont des structures compactes obtenues par empilement des plans denses de la famille 111. Dans les structures CFC, la périodicité de l'empilement étant de 3, les plans denses (111) peuvent occuper 3 positions possibles, désignées par A, B et C. L'empilement compact est donc une succession de plans $\cdots$ABC$\cdots$ ou $\cdots$CBA$\cdots$.

Une macle est une lamelle de structure CFC dont la structure est symétrique à la matrice austénitique dans laquelle elle s'est formée, par rapport à l'un des plans denses A, B ou C. Ce plan dense, à la frontière entre la matrice et la macle, est appelé joint de macle. Par exemple, l'empilement $\cdots$ABCBA$\cdots$ est symétrique par rapport au joint de macle C. Les macles dites mécaniques sont les macles qui se forment sous une action mécanique et peuvent être perçues comme un cisaillement suivant une direction de la famille $\langle 11\overline{2}\rangle$ et dans un plan de la famille $1\overline{1}0$, de la structure CFC. Il est à noter que le vecteur de cisaillement est le vecteur d'une dislocation de Shockley. La superposition de fautes d'empilement engendrées par des dislocations dissociées peut ainsi conduire à la formation de macles mécaniques. Le second mécanisme provoquant le maclage mécanique est le cisaillement direct de la maillage austénitique.

1.2.3 Déformation par transformation de phase

Les transformations martensitiques sont des transformations sans diffusion, provoquée par un mouvement coordonné des atomes, et conduisant à la formation de deux phases :

- la martensite ε de structure hexagonale compacte ;
- la martensite α' de structure quadratique, aussi appelée tétragonale, centrée et proche d'une structure cubique centrée.

La martensite ε peut se former, au même titre que les macles mécaniques, sous une action mécanique par superposition de fautes d'empilement provoquées par les dislocations partielles de Shockley. Toutefois, les fautes d'empilement ne doivent survenir qu'un plan sur deux pour former la martensite ε. De la sorte, un empilement $\cdots$ABAB$\cdots$ est obtenu conduisant à une structure hexagonale compacte. Du fait de leur mécanisme de formation similaire, les formations de macles et de martensite ε peuvent entrer en compétition. Au dessus de la température M_d, température au-dessus de laquelle aucune phase martensitique n'apparaît, le maclage sera le mécanisme prédominant. Au basse température, la transformation martensitique $\gamma \rightarrow \varepsilon$ est prédominante.

La formation de martensite α' peut être soit directe ($\gamma \rightarrow \alpha'$), soit indirecte ($\gamma \rightarrow \varepsilon \rightarrow \alpha'$). Cette dernière transformation permet d'initier la formation martensite α' par intersection de bandes de martensite ε. Les germes de martensite α' ainsi formés peuvent ensuite croître suivant la transformation directe.

Élement	C	Cr	Ni	Mo	Mn
%m	0,02	18,96	15,00	3,01	1,87

TABLE I.2 – Composition chimique de la nuance d'acier 316L sélectionnée.

1.2.4 Bilan sur les mécanismes de déformation et choix de la nuance

Dans le cas des aciers austénitiques, comme pour tout alliage en solution solide de structure cubique à faces centrées [23], les mécanismes de déformation sont régis par l'énergie de faute d'empilement (EFE). Une faible EFE favorise le glissement planaire de dislocations imparfaite de Shockley, conduisant à la formation de martensites ε et α', dans le cas où $T \leq M_d$, et de macles mécaniques, dans le cas où $T \geq M_d$. Dans le cas où l'EFE est importante, la déformation plastique est principalement due au glissement de dislocation parfaite. C'est dans ce dernier cas que l'on souhaite positionner notre étude. Il est donc important de sélectionner une nuance d'acier austénitique disposant d'une forte d'énergie de faute d'empilement. Cette dernière est dépendante à la fois de la température et de la composition chimique. Dans le cas des aciers de type Fe-Cr-Ni 18-10, cette énergie croît avec la teneur en Cr et Ni et est faiblement influencée par les éléments interstitiels comme le carbone [17].

Au vu de ce qui a été évoqué précédemment, la nuance d'acier austénitique doit comporter une teneur en équivalent Cr suffisamment importante pour éviter la formation de martensite et suffisamment faible pour empêcher l'apparition de ferrite à température ambiante. En outre, une forte teneur en équivalent Ni nickel est nécessaire afin de garantir l'absence de ferrite à température ambiante d'une part et que la nuance présente une forte énergie de faute d'empilement d'autre part. La teneur en élément carbone, quant à elle, doit être basse et la nuance doit subir un traitement d'hypertrempe de manière à prévenir tout risque de formation de précipités et de phases intermétalliques. Notre attention s'est donc porté sur une nuance d'acier austénitique AISI 316L, proposée par l'entreprise Stainless et livrée dans un état hypertrempé, dont la composition chimique, déterminée par spectrométrie d'émission à étincelle, est présentée dans le tableau I.2.

1.3 Comportement en fatigue à grand nombre de cycles des aciers inoxydables austénitiques

L'acier austénitique 316L, bien qu'ayant fait l'objet de nombreuses études en fatigue oligocyclique, a été relativement peu étudié en fatigue à grand nombre de cycles. D'après les résultats des essais de fatigue conduit par Mineur [24], la limite de fatigue moyenne à 2.10^6 est de l'ordre de 213 MPa en traction alternée symétrique. De plus, l'auteur a constaté que les bandes de glissement et les joints de macles constituent les sites d'amorçage de fissure de fatigue privilégiés dans le cas d'essais à faible amplitude de contrainte imposée.

Les études sont plus nombreuses dans le cas de l'acier 304L. Notamment, Malésys a estimé que l'écart-type de la limite de fatigue en traction alternée symétrique d'une nuance d'acier 304L est de l'ordre de 10 MPa pour une limite de fatigue moyenne de 195 MPa [25] à partir d'essais conduits par Vincent et Perez [26]. Le rapprochement de ces

résultats avec ceux de l'acier 316L est toutefois sujet à caution du fait de la moins grande stabilité de la phase austénitique dans la nuance 304L.

2 Modélisation micromécanique du comportement élasto-plastique

La discussion sur la modélisation de la plasticité se limite à la description du mécanisme de glissement irréversible ; la modélisation des autres mécanismes (maclage et transformation de phase) ne sera pas abordée. Par ailleurs, la question de la modélisation du glissement plastique est discutée dans le cadre de la mécanique des milieux continues uniquement. Il est toutefois à noter que la description de la plasticité peut être réalisée suivant d'autres approches [27] comme :

- la dynamique moléculaire pour laquelle les atomes sont traités individuellement ;
- la dynamique des dislocations pour laquelle les dislocations sont traités individuellement.

2.1 Modélisation du comportement élasto-plastique monocristallin

Le modèle de comportement présenté est formulé dans le cadre des petites déformations. Cette hypothèse s'avère bien adaptée dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles. En effet, les niveaux de déformation totale atteint étant faible (de l'ordre de quelques centièmes), la rotation des plans de glissement reste négligeable [**?**]. Le tenseur de déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ peut être partitionné en une partie élastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ et une partie viscoplastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$:

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p \tag{I.3}$$

Comportement élastique. Le comportement élastique des grains est anisotrope. Dans le cas d'une structure cristalline cubique à faces centrées, du fait des symétries rencontrées dans le réseau cristallin, les grains présentent un comportement élastique cubique. Ainsi, dans la base orthonormée B_c liée aux axes de symétrie d'ordre 4 du cristal, la relation entre contraintes et déformations élastiques, définie par une loi de Hooke généralisée, peut s'écrire, en notation de Voigt, de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1111} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1122} & C_{1111} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon^e_{11} \\ \varepsilon^e_{22} \\ \varepsilon^e_{33} \\ 2\varepsilon^e_{23} \\ 2\varepsilon^e_{13} \\ 2\varepsilon^e_{12} \end{bmatrix} \tag{I.4}$$

Comportement visco-plastique. Les grandeurs mécaniques utilisées pour traiter le problème de visco-plasticité cristalline sont les glissements et les cissions résolues suivant les différentes directions denses et agissant dans les plans denses du cristal. Les relations de

passage entre le tenseur des taux de déformations plastiques $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p$ et les taux de glissement $\dot{\gamma}_s$ ainsi qu'entre le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ et la cission résolue τ_s sur le système de glissement s sont respectivement :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sum_{s=1}^{12} \dot{\gamma}_s \boldsymbol{m}_s \quad \text{et} \quad \tau_s = \boldsymbol{m}_s : \boldsymbol{\sigma} \tag{I.5}$$

où $\boldsymbol{m}_s$ correspond au tenseur d'orientation du système de glissement s. Ce tenseur est défini par la relation suivante :

$$\boldsymbol{m}_s = \frac{(\underline{n}_s \otimes \underline{l}_s + \underline{l}_s \otimes \underline{n}_s)}{2} \tag{I.6}$$

avec $\underline{n}^s$ et $\underline{l}^s$ correspondant, respectivement, au vecteur normal unitaire du plan de glissement et au vecteur directeur unitaire de la direction de glissement du système s.

Il reste encore à définir les lois de comportement liant le taux de glissement $\dot{\gamma}_s$ du système de glissement s à la cission résolue τ_s agissant sur ce même système de glissement. Deux catégories de modèles peuvent être distinguées : les modèles basés sur les dislocations et les modèles dits « phénoménologiques ». La première catégorie de modèles s'appuie sur la dynamique des dislocations pour établir la loi d'écoulement liant le taux de glissement $\dot{\gamma}_s$ du système de glissement s à la cission résolue τ_s agissant sur ce même système de glissement [28, 29]. L'évolution des densités de dislocation, qui font partie des variables internes de ces modèles, permettent de décrire l'écrouissage isotrope intragranulaire.

Cette catégorie de modèles a fait l'objet de récents développements afin de tenir compte de certains phénomènes :

- Déprés et al. ont établis un modèle rendant compte de l'écrouissage cinématique intragranulaire à l'aide de l'hétérogénéité de la déformation plastique induite par la structure de dislocation se formant au sein du grain [147] ;
- Evrard et al. proposent, afin de modéliser l'adoucissement cyclique imputable à l'évolution de la structure de dislocation sous forme de murs et de canaux, de distinguer les parts d'écrouissage dues aux densités de dislocations dans les murs et les canaux [30] ;
- l'effet de taille de grain sur la réponse mécanique est retranscrit, à l'aide de densités de dislocations géométriquement nécessaires, dans le modèle développé par Schwartz.

La seconde catégorie de modèles, les modèles « phénoménologiques », n'adopte pas nécessairement les densités de dislocations comme variables internes et l'évolution des variables d'écrouissage s'inspirent généralement des lois utilisées en plasticité macroscopique. Nous nous contenterons ici de présenter le modèle proposé par Méric et Cailletaud [13] qui est le modèle de plasticité cristalline retenu dans notre étude. Ce choix est motivé par le fait que ce modèle tient compte des 12 systèmes de glissement des structures CFC et de l'écrouissage cinématique intragranulaire, ce qui le rend bien adapté pour décrire correctement l'effet Bauschinger observé lors de sollicitations cycliques.

2.1.1 Modèle de Méric et Cailletaud

La loi d'écoulement, de type visco-plastique à seuil, utilisée dans ce modèle est définie comme suit :

$$\dot{\gamma}_s = \left\langle \frac{|\tau_s - x_s| - r_s}{K} \right\rangle_+^n \text{signe}(\tau_s - x_s) \tag{I.7}$$

avec :

$$\text{signe}(y) = \begin{cases} -1 & si \quad y < 0 \\ 0 & si \quad y = 0 \\ 1 & si \quad y > 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \langle y \rangle_+ = \max(y,0)$$

Les paramètres K et n caractérisent la viscosité. Le terme x_s correspond à la variable d'écrouissage cinématique sur le système de glissement s tandis que r_s représente la variable d'écrouissage isotrope sur ce même système de glissement. L'évolution de cette dernière permet de décrire l'augmentation ou la diminution de la cission critique d'un système de glissement s en fonction des glissements cumulés des 12 systèmes de glissement du grain. Une loi de Voce (éq. I.8) est employée afin de permettre la saturation de la cission critique.

$$r_s = r_0 + Q \sum_{r=1}^{12} h_{sr}(1 - \exp[-b\nu_r]) \quad \text{avec} \quad \dot{\nu_r} = |\dot{\gamma}_r| \tag{I.8}$$

Cette loi fait intervenir une matrice d'interaction h_{sr} (voir tableau I.3) qui permet de prendre en compte l'influence, sur la cission critique du système s, du glissement cumulé ν_r suivant chaque système de glissement r. Cette matrice d'interaction fait intervenir 6 coefficients, chacun d'entre eux caractérisant un type d'interaction différent :

- h_0 : auto-écrouissage ;
- h_1 : interaction coplanaire ;
- h_2 : jonctions de Hirth ;
- h_3 : interaction colinéaire ;
- h_4 : jonctions glissiles ;
- h_4 : jonctions de Lomer-Cottrell.

En somme, 8 paramètres sont à identifier pour cette loi d'écrouissage isotrope :

- la cission critique initiale du grain r_0 ;
- le coefficient b qui représente la sensibilité du matériau vis à vis de la saturation ;
- le paramètre Q choisi de manière à ce que $h_0 = 1$;
- les coefficients de la matrice d'interaction h_1, h_2, h_3, h_4 et h_5.

La variable d'écrouissage cinématique x_s, qui rend compte de l'abaissement de la cission critique lors de l'inversion du chargement, est formulée de la manière suivante :

$$x_s = c\alpha_s \quad \text{et} \quad \dot{\alpha}_s = \dot{\gamma}_s - d\dot{\nu}_s\alpha_s \tag{I.9}$$

Cette loi d'évolution nécessite l'identification de deux paramètres : c et d.

h_0	h_1	h_1	h_3	h_4	h_4	h_2	h_4	h_5	h_2	h_5	h_4	**A2**
h_1	h_0	h_1	h_4	h_2	h_5	h_4	h_3	h_4	h_5	h_2	h_4	**A3**
h_1	h_1	h_0	h_4	h_5	h_2	h_5	h_4	h_2	h_4	h_4	h_3	**A6**
h_3	h_4	h_4	h_0	h_1	h_1	h_2	h_5	h_4	h_2	h_4	h_5	**B2**
h_4	h_2	h_5	h_1	h_0	h_1	h_5	h_2	h_4	h_4	h_3	h_4	**B4**
h_4	h_5	h_2	h_1	h_1	h_0	h_4	h_4	h_3	h_5	h_4	h_2	**B5**
h_2	h_4	h_5	h_2	h_5	h_4	h_0	h_1	h_1	h_3	h_4	h_4	**C1**
h_4	h_3	h_4	h_5	h_2	h_4	h_1	h_0	h_1	h_4	h_2	h_5	**C3**
h_5	h_4	h_2	h_4	h_4	h_3	h_1	h_1	h_0	h_4	h_5	h_2	**C5**
h_2	h_5	h_4	h_2	h_4	h_5	h_3	h_4	h_4	h_0	h_1	h_1	**D1**
h_5	h_2	h_4	h_4	h_3	h_4	h_4	h_2	h_5	h_1	h_0	h_1	**D4**
h_4	h_4	h_3	h_5	h_4	h_2	h_4	h_5	h_2	h_1	h_1	h_0	**D6**
A2	**A3**	**A6**	**B2**	**B4**	**B5**	**C1**	**C3**	**C5**	**D1**	**D4**	**D6**	

Système de glissement (désignation de Schmid et Boas [31])	**A2**	**A3**	**A6**	**B2**	**B4**	**B5**	**C1**	**C3**	**C5**	**D1**	**D4**	**D6**
Plan de glissement	$(\bar{1}11)$			(111)			$(11\bar{1})$			$(1\bar{1}1)$		
Direction de glissement	$[0\bar{1}1]$	$[101]$	$[110]$	$[0\bar{1}1]$	$[\bar{1}01]$	$[\bar{1}10]$	$[011]$	$[101]$	$[\bar{1}10]$	$[011]$	$[\bar{1}01]$	$[110]$

TABLE I.3 – Matrice d'interaction des systèmes de glissement pour une structure CFC [12] et systèmes de glissement associés.

2.2 Modèles de transition d'échelle

Les modèles de transition d'échelle s'appuient sur des méthodes d'homogénéisation et permettent d'étudier la réponse mécanique d'un agrégat polycristallin sans avoir à modéliser explicitement la géométrie de ce dernier. Dans cette catégorie de modélisation, la résolution du comportement mécanique se fait à l'échelle des grains, appelés aussi phases et définis par leur orientation cristalline et leur fraction volumique f_g. Les conditions aux limites étant définies à l'échelle macroscopique, des relation de passages, appelées lois de localisation et d'homogénéisation, sont nécessaires afin d'établir les conditions de chargement aux grains puis, suite à la résolution du comportement de chaque grain, de déterminer la réponse macroscopique qui en résulte. Cette dernière étape, dite d'homogénéisation, est simple. En effet, le tenseur de déformation totale macroscopique $\boldsymbol{E}$ (resp. contrainte macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$) est défini par la somme des tenseurs de déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ (resp. contrainte $\boldsymbol{\sigma}_g$) de chaque grain g pondérés par leur fraction volumique f_g :

$$\boldsymbol{E} = \sum_g f_g \boldsymbol{\varepsilon}_g \tag{I.10}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \sum_g f_g \boldsymbol{\sigma}_g \tag{I.11}$$

L'étape de localisation présente, quant à elle, plus de difficultés et un nombre important de modèles de transition d'échelle a été proposé afin de la réaliser. L'objectif n'est pas

ici de présenter une revue complète de ces modèles mais plutôt de présenter quelques modèles simples (en ce sens qu'ils offrent une formulation explicite de la loi d'interaction), couramment utilisés dans le développement de critères de fatigue « mésoscopiques » et lors de l'identification des paramètres des modèles de plasticité monocristalline.

2.2.1 Modèle statique

Le modèle statique [32], appelé aussi modèle de Sachs, repose sur l'hypothèse que la contrainte mésoscopique $\boldsymbol{\sigma}_g$ à laquelle est soumis un grain g est homogène et est égale à la contrainte macroscopique uniforme $\boldsymbol{\Sigma}$ appliquée à l'agrégat polycristallin.

2.2.2 Modèle de Lin-Taylor

Taylor a établi un modèle de transition en considérant le comportement du polycristal comme rigide plastique et en faisant l'hypothèse que la déformation plastique $\boldsymbol{\varepsilon}_g^p$ dans un grains g est uniforme et identique à la déformation plastique macroscopique $\boldsymbol{E}^p$ appliquée au polycristal [33]. Le modèle proposé par Lin est une variante de l'approche de Taylor : la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}_g$ dans un grain g est homogène et est identique à la déformation totale macroscopique $\boldsymbol{E}$ auquel est soumis l'agrégat polycristallin [34].

Dans le cas où le comportement du grain est élastique isotrope et est identique à celui du polycristal, le modèle de Lin-Taylor permet d'établir une relation simple entre la contrainte macroscopique $\boldsymbol{\Sigma}$ et la contrainte mésoscopique $\boldsymbol{\sigma}_g$ dans un grain g :

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma} + 2\mu \left(\boldsymbol{E}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_g^p \right) \tag{I.12}$$

où μ correspond au module de cisaillement, aussi appelé module de Coulomb, du polycristal.

Du fait de sa simplicité, ce modèle a été employé à plusieurs reprise dans le développement de critères de fatigue « mésoscopiques »[35, 36, 37, 38] [1].

2.2.3 Modèle de Berveiller et Zaoui

Du fait de leur voisinage, de l'anisotropie de leur comportement et de leurs orientations, les grains ne subissent pas une déformation ou une contrainte identique à la déformation macroscopique ou à la contrainte macroscopique appliquée à l'agrégat polycristallin. Ainsi, afin d'estimer de manière plus fine la réponse mécanique d'un grain g contenu dans un polycristal, il a été proposé d'assimiler chaque grain à une inclusion ellipsoïdale entourée d'un milieu infini dont le comportement est celui du milieu homogène équivalent. Ce type d'approche, appelée « auto-cohérente » et basé sur les travaux d'Eshelby portant sur la détermination des champs mécaniques dans une inclusion ellipsoïdale élastique [39], a tout d'abord été initié, dans le cas de l'élasto-plasticité, par Kröner [40]. Le modèle de Kröner permet de formuler explicitement une loi d'interaction mais l'accommodation des incompatibilités de déformation plastique entre l'inclusion et la matrice est purement élastique et de ce fait, engendre une surestimation des contraintes. Hill a proposé une

1. Le critère développé par Monchiet et al. [37] connaît plusieurs variantes, chacune utilisant un modèle de transition d'échelle différent : les modèles de Lin-Taylor, de Sach et de Kröner

formulation plus générale du modèle auto-cohérent [41], offrant la possibilité de rendre compte de l'accommodation plastique entre les grains, mais ne permettant pas d'établir une loi d'interaction explicite.

Berveiller et Zaoui ont proposé une approche simplifiée du modèle auto-cohérent de Hill valable dans le cas de chargements radiaux et monotones et d'un comportement macroscopique isotrope [42]. Dans ce modèle, chaque grain g est assimilé à une inclusion sphérique entourée d'une matrice représentant le milieu homogène équivalent. Le comportement élastique de l'inclusion est supposé isotrope, de module de cisaillement μ et de coefficient de Poisson ν, et identique à celui de la matrice représentant le milieu homogène équivalent. Le comportement plastique de la matrice est défini par une loi d'écoulement associée au critère de von Mises et l'écrouissage est supposé isotrope.

Les auteurs aboutissent à une loi d'interaction définie de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma} + 2\mu(1-\beta)\alpha\left(\boldsymbol{E}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_g^p\right) \tag{I.13}$$

avec $\boldsymbol{\sigma}_g$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_g^p$, les tenseurs de contrainte et de déformation plastique mésoscopiques du grain g et $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{E}^p$, les tenseurs de contrainte et de déformation plastique macroscopique.

Le coefficient β peut être exprimé en fonction du module de cisaillement μ et du coefficient de Poisson ν comme suit :

$$\beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \tag{I.14}$$

Il est à noter que cette loi d'interaction ne diffère de celle de Kröner [40] que par la présence d'un coefficient α. Ce coefficient α, dont l'expression est donné par l'équation I.15, décroit progressivement de 1 à 0 à mesure que la déformation plastique macroscopique augmente. Ainsi, la contrainte tend à s'uniformiser dans le polycristal lorsque la déformation plastique croît. La nature de l'accommodation est dans ce cas élasto-plastique.

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \mu\frac{3E_{eq}^p}{2\Sigma_{eq}} \tag{I.15}$$

où Σ_{eq} et E_{eq}^p correspondent respectivement aux quantités équivalentes au sens de von Mises des tenseurs de contrainte et de déformation plastique macroscopiques $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{E}^p$.

Ce modèle de transition est fréquemment employé afin d'identifier, en première approximation, les paramètres d'un modèle de plasticité monocristalline à partir de la réponse expérimentale macroscopique d'un matériau polycristallin sollicité en traction uniaxiale [43, 15, 44].

2.2.4 Modèle β

Le modèle de transition d'échelle *beta* développé par Cailletaud et Pilvin [45, 46, 47], contrairement au modèle de Berveiller et Zaoui, n'est pas restreint aux chargements radiaux monotone et permet ainsi d'étudier la réponse d'un matériau polycristallin dans des conditions de sollicitations complexes (cycliques, non-proportionnelles, etc.). De nouveau, le comportement élastique des grains est supposé linéaire isotrope et identique au milieu homogène équivalent. La loi d'interaction de ce modèle s'inspire de celle développée par Berveiller et Zaoui et est définie explicitement de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma} + C\left(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{\beta}_g\right) \tag{I.16}$$

où $\boldsymbol{\beta}_g$ représente le tenseur d'accommodation du grain g et $\boldsymbol{B}$ correspond au tenseur d'accommodation macroscopique défini comme suit :

$$\boldsymbol{B} = \sum_g f_g \boldsymbol{\beta}_g \tag{I.17}$$

Contrairement au modèle précédent, l'accommodation plastique n'est donc plus décrite par une variable scalaire α mais grâce à une variable tensorielle d'ordre 2 $\boldsymbol{\beta}_g$.

Le paramètre C du modèle est exprimé, en fonction des paramètres d'élasticité isotrope du matériau, de la manière suivante :

$$C = 2\mu(1-\beta) \text{ avec } \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \tag{I.18}$$

Différentes lois décrivant l'évolution de la variable d'accommodation $\boldsymbol{\beta}_g$ ont été proposées par Cailletaud et Pilvin. Nous retiendrons l'expression définie en équation I.19 dont la forme est inspirée de la loi d'Armstrong-Frederick couramment utilisée en plasticité « classique » pour décrire l'évolution d'une variable d'écrouissage cinématique.

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_g = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p_g - D\boldsymbol{\beta}_g \dot{\varepsilon}^p_{g,eq} \tag{I.19}$$

Ce modèle de transition d'échelle fait donc intervenir un paramètre D qui peut être identifié de sorte que la réponse macroscopique prédite par ce modèle, pour un chargement donné, coïncide avec celle déterminée, par exemple, par un calcul EF d'agrégats polycristallin ou par le modèle de Berveiller et Zaoui pour ce même chargement [43, 15, 44].

Par ailleurs, tout comme le modèle de Berveiller et Zaoui, le modèle β est couramment mis en œuvre afin d'identifier les paramètres d'un modèle de plasticité monocristalline à partir de la réponse expérimentale macroscopique d'un matériau polycristallin sollicité de manière cyclique ou suivant des trajets de chargement non-proportionnels [43, 15, 44].

2.3 Modélisation explicite d'agrégats polycristallins

Les modèles de transition d'échelle décrits précédemment présentent pour avantage majeur de s'affranchir d'une description géométrique d'un agrégat polycristallin et de ce fait, ne nécessite pas de résolution par élément finis ou autres, d'où un gain, en terme de temps de calcul, important. Toutefois, ce type de modélisation peut difficilement rendre compte des effets, sur la réponse mécanique des grains, d'un certain nombre de paramètres importants dans le cadre de la fatigue : présence d'une surface libre ou d'un accident géométrique de dimension comparable à la longueur caractéristique de la microstructure, dispersion de la réponse d'un grain du fait de son voisinage, etc.

Afin d'étudier ces différentes caractéristiques, il peut être nécessaire de modéliser explicitement la microstructure. Différentes méthodes numériques permettent dans ce cas de résoudre le problème mécanique : éléments finis, « Fast Fourier Transform [2] » (FFT) [48], etc. Les simulations numériques d'agrégat polycristallin faisant usage de ces méthodes ne seront pas discutées de manière détaillée, à l'exception des simulations par éléments finis qui seront plus amplement détaillées en section 4.

2. Il est à noter que la méthode FFT requière de représenter une microstructure périodique et nécessite ainsi une modélisation astucieuse pour tenir compte de l'effet d'une surface libre.

3 Critère d'amorçage de fissure de fatigue basé sur une approche mésoscopique

Nous nous limitons volontairement à présenter, de manière détaillée, des critères de fatigue multiaxiaux, dit « mésoscopiques », développés suivant une approche de type plan critique en contrainte et s'appuyant sur le concept d'adaptation élastique à l'échelle des grains. Il est toutefois important de rappeler que de nombreuses autres approches ont été proposées pour traiter le problème de tenue en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles. En effet, peuvent se rencontrer des critères de fatigue multiaxiaux formulés en déformation, en invariant du tenseur de contrainte, en énergie, etc. Le choix de restreindre aux approches mésoscopiques est motivé par le fait que les critères qui en découlent, s'appuient sur l'activité plastique à l'échelle des grains et s'inscrivent bien dans la démarche suivie par cette étude.

Il est néanmoins important de remarquer que l'utilisation de tels critères est sujet à caution en présence de concentrations de contrainte et que plusieurs approches, se révélant être d'un grand intérêt pratique, ont été développées pour traiter la question du dimensionnement en fatigue en présence de défauts (accidents géométriques, inclusions, etc.). Une revue complète de critères de fatigue uniaxiaux a été conduite par Murakami et Endo [49]. Les auteurs présentent une classification de ces critères en trois catégories (modèles empiriques, modèles basés sur le coefficient de concentration de contrainte et modèles s'appuyant sur la mécanique de la rupture) et dressent un bilan détaillé des applications de ces critères et des données nécessaires pour l'utilisation de ces derniers. Une analyse comparative des performances des différents modèles est ensuite conduite par Murakami et Endo.

Outre les modèles discutés par Murakami et Endo, on rencontre une autre approche, appelée « théorie des distances critiques », développée pour estimer la tenue en fatigue en présence de défauts et qui présentent l'avantage de connaître des applications dans des cas de fatigue multiaxiale. Taylor et Susmel ont tous deux réaliser une revue détaillée de cette approche [50, 51]. Sans aller jusqu'à proposer une synthèse aussi complète, il peut être intéressant de décrire brièvement le concept sur lequel elle repose. Les critères basés sur la théorie des distances critiques ne s'appliquent pas au point le plus critique – au sens d'une contrainte équivalente donnée – du défaut mais s'appuient sur l'état de contrainte à une certaine distance du défaut, voire à l'état de contrainte moyenné suivant une ligne, une surface ou un volume, pour estimer la tenue en fatigue. Cette approche fait donc intervenir une longueur caractéristique dont la définition varie suivant les auteurs [52]. Elle peut être assimilée à la taille moyenne de grain, à la taille de la zone plastifiée ou encore à la longueur critique de fissure définie par El Haddad et al. [53] et estimée par la mécanique linéaire de la rupture, etc. Bien que ces approches se soient révélées être d'une grande efficacité en terme de dimensionnement, le manque d'unicité dans la définition de la longueur caractéristique fait que son sens – tantôt microstructurale, tantôt physique – mériterait d'être clarifiée.

3.1 Définition de quelques quantités mécaniques

Considérons un volume élémentaire V centré autour d'un point courant M d'une structure. L'état de contrainte en ce point est défini par le tenseur de contrainte macroscopique $\mathbf{\Sigma}$. Considérons maintenant un plan Δ passant par ce point M et défini par un vecteur normal unitaire $\underline{n}$. Le vecteur de contrainte macroscopique $\underline{\Sigma}(\underline{n})$ agissant au point M sur ce plan est définie par la relation suivante :

$$\underline{\Sigma}(\underline{n}) = \mathbf{\Sigma}.\underline{n} \tag{I.20}$$

La contrainte normale macroscopique Σ_n agissant sur ce plan $\underline{n}$ correspond à la projection orthogonale du vecteur de contrainte $\underline{\Sigma}(\underline{n})$ suivant la direction du vecteur $\underline{n}$:

$$\Sigma_n = \underline{n}.\underline{\Sigma}(\underline{n}) \tag{I.21}$$

Le vecteur de contrainte normale macroscopique $\underline{\Sigma}_n$ peut être exprimé à l'aide de la contrainte normale et du vecteur normal unitaire $\underline{n}$:

$$\underline{\Sigma}_n = \Sigma_n \underline{n} \tag{I.22}$$

La projection orthogonale du vecteur de contrainte macroscopique sur le plan Δ correspond au vecteur de cission ou de cisaillement macroscopique $\underline{T}$:

$$\underline{T} = \underline{\Sigma}(\underline{n}) - \underline{\Sigma}_n \tag{I.23}$$

La cission résolue macroscopique T_s agissant sur la direction L appartenant au plan Δ et définie par le vecteur normal unitaire l correspond à la projection orthogonale, suivant la dite direction, du vecteur de cission macroscopique agissant dans le plan Δ :

$$T_s = \underline{T}.\underline{l} \tag{I.24}$$

Ces différentes quantités mécaniques macroscopiques peuvent aussi être exprimées à l'échelle mésoscopique, autrement dit à l'échelle des grains, en remplaçant le tenseur de contrainte macroscopique $\mathbf{\Sigma}$ par le tenseur de contrainte mésoscopique $\boldsymbol{\sigma}$, c'est-à-dire par la moyenne volumique du tenseur de contrainte dans un grain. Par la suite, les grandeurs macroscopiques et mésoscopiques seront respectivement notées en majuscule et en minuscule.

Au cours d'un cycle de chargement, de période T, les différentes grandeurs définies précédemment peuvent être amenées à évoluer. Afin de tenir compte de certaines constatations expérimentales, une distinction entre les valeurs moyennes et les amplitudes des différentes quantités mécaniques est généralement effectuée. Dans le cas d'une quantité scalaire X, l'amplitude, notée X_a, et la moyenne de cette quantité, notée X_m, sont définies respectivement par les équations I.25 et I.26.

$$X_a = \frac{1}{2}(X_{max} - X_{min}) \quad \text{avec} \quad X_{max} = \max_{t \in T}[X(t)] \tag{I.25}$$

$$X_m = \frac{1}{2}(X_{max} + X_{min}) \quad \text{avec} \quad X_{min} = \min_{t \in T}[X(t)] \tag{I.26}$$

3.2 Approche de Dang Van

Dang Van, s'inspirant des travaux d'Orowan [54], a établi un critère de fatigue [35] en considérant, comme condition nécessaire pour qu'aucune fissure de fatigue ne s'amorce dans les grains, que la réponse mécanique à l'échelle des grains est adaptée élastiquement.

Comme discuté précédemment, la contrainte mésoscopique σ d'un grain g contenu dans un volume élémentaire représentatif (VER) centré autour d'un point M diffère de la contrainte macroscopique Σ appliqué en ce point. Cette contrainte mésoscopique peut être exprimé en fonction de la contrainte macroscopique appliquée à l'aide de la relation suivante :

$$\sigma_{ij}(t) = A_{ijkl}\Sigma_{kl}(t) + \rho_{ij}(t) \tag{I.27}$$

où A_{ijkl} correspond au tenseur de localisation élastique et ρ_{ij}, le champ de contrainte résiduelle mésoscopique. D'après le théorème de Melan, l'adaptation élastique à l'échelle des grains implique que, $\forall$ instant $t \geqslant t_1$, un champ de contrainte résiduelle indépendant du temps $\boldsymbol{\rho}^*$ existe tel que la contrainte mésoscopique σ d'un grain g respecte le critère de plasticité local.

Le critère de fatigue proposé fait intervenir deux quantités mécaniques mésoscopiques évaluées durant le cycle stabilisé et jugées pertinentes par l'auteur : la norme du vecteur de cission mésoscopique $\underline{\tau}$ agissant dans le plan de glissement de vecteur normal $\underline{n}$ et la contrainte hydrostatique mésoscopique σ_h. La première quantité $\underline{\tau}$ est justifiée par le fait que les fissures de fatigue s'amorcent généralement à l'interface entre les bandes de glissement et les parties non déformées des grains. Le choix de la contrainte hydrostatique est motivé par le fait qu'elle favorise l'ouverture des fissure. Afin de définir une condition de non-amorçage de fissure de fatigue, Dang Van propose qu'une combinaison linéaire de ces deux variables soit inférieure à un certain seuil. Étant donné que cette inégalité doit être respectée pour tous les plans de glissement contenus dans le VER et ce, en chaque instant t du cycle stabilisé de période T, le critère peut s'écrire à travers une double maximisation sur l'ensemble des plans de glissement de vecteur normal $\underline{n}$ et sur le temps t :

$$\max_{\underline{n}} \left[\max_{t \in T} \left[\| \underline{\tau}(\underline{n},t) \| + \alpha \sigma_h(t) \right] \right] \leqslant \beta \tag{I.28}$$

Suite à cette définition, Dang Van propose une méthodologie afin d'évaluer les quantités mécaniques mésoscopiques utilisées dans ce critère à l'aide de quantités macroscopiques. En considérant que les grains obéissent à des lois d'écrouissage cinématique et isotrope, l'auteur montre ainsi que le vecteur de cission mésoscopique $\underline{\tau}(\underline{n},t)$ agissant dans le plan de glissement de vecteur normal $\underline{n}$ peut être exprimé en fonction du vecteur de cission macroscopique $\underline{T}(\underline{n},t)$ agissant sur ce même plan :

$$\underline{\tau}(\underline{n},t) = \underline{T}(\underline{n},t) - \underline{T}_m(\underline{n}) \tag{I.29}$$

où $\underline{T}_m(\underline{n})$ correspond au vecteur de cission résiduelle dans l'état adaptée, autrement appelée vecteur de cission macroscopique moyen, agissant sur le plan de glissement de vecteur normal $\underline{n}$. Afin d'expliciter le vecteur de cission macroscopique moyen $\underline{T}_m(\underline{n})$, il convient de rappeler que la direction du vecteur de cission macroscopique $\underline{T}(\underline{n},t)$ varie avec le temps et qu'ainsi l'extrémité du vecteur décrit un trajet fermé Γ dans le plan de glissement durant le cycle stabilisé (voir figure I.3). Le vecteur de cission macroscopique moyen $\underline{T}_m(\underline{n})$

est défini comme le vecteur $\underline{O\Omega}$, O étant l'origine du vecteur de cisaillement macroscopique et Ω étant le centre du plus petit cercle circonscrit au trajet Γ.

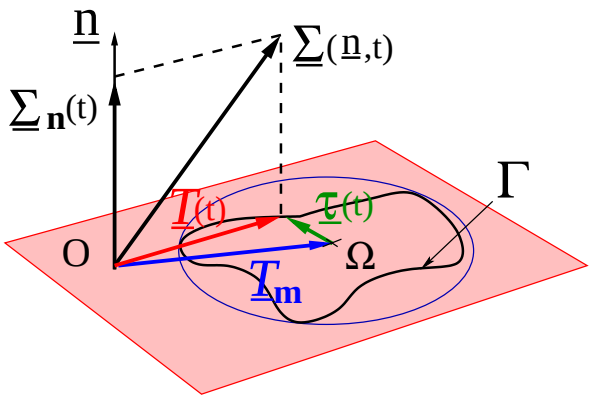


FIGURE I.3 – Illustration du trajet Γ décrit par le vecteur de cission macroscopique $\underline{T}(\underline{n},t)$ lors du cycle stabilisé et des vecteurs de cission mésoscopique $\underline{\tau}(\underline{n},t)$ et de cission macroscopique moyen $\underline{T}_m(\underline{n})$ qui en résultent.

Par ailleurs, sous certaines hypothèses supplémentaires [3], l'auteur établit la relation suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{I.30}$$

Or, du fait de l'incompressibilité des déformations plastiques, $\mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0$. Ainsi, la contrainte hydrostatique mésoscopique σ_h est égale à la contrainte hydrostatique macroscopique Σ_h :

$$\sigma_h = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\Sigma}) - \frac{2}{3}\,\mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \frac{1}{3}\,\mathrm{Tr}\,(\boldsymbol{\Sigma}) = \Sigma_h \tag{I.31}$$

Le critère défini en équation I.32 peut ainsi être exprimé à l'aide de quantités mécaniques macroscopiques de la manière suivante :

$$\max_{\underline{n}} \left[\max_{t\in T} [\,\| \underline{T}(\underline{n},t) - \underline{T}_m(\underline{n}) \,\| + \alpha\Sigma_h(t)] \right] \leqslant \beta \tag{I.32}$$

3.3 Approche de Papadopoulos

Le critère proposé par Papadopoulos [36] repose sur le concept d'adaptation élastique employé par Dang Van. Afin d'établir une condition nécessaire d'adaptation élastique à l'échelle locale, l'auteur propose d'appliquer un seuil ν_s^{th} au glissement plastique cumulé asymptotique ν_s^{∞} agissant sur le système de glissement s. Le système de glissement s donné d'un grain atteindra un état d'adaptation élastique dès lors que la condition suivante est respectée :

$$\nu_s^{\infty} \leqslant \nu_s^{th} \tag{I.33}$$

3. Les hypothèses utilisées dans l'établissement du critère proposé par Dang Van sont un modèle de transition d'échelle de Lin-Taylor, la déformation plastique macroscopique $\boldsymbol{E}^p$ est négligeable, un comportement élastique isotrope à l'échelle du grain et identique au comportement élastique macroscopique et la déformation plastique mésoscopique est incompressible.

3. Critère d'amorçage de fissure de fatigue basé sur une approche mésoscopique

Sous certaines hypothèses [4], le glissement plastique cumulé ν_s^∞ sur le système de glissement s quant $t \to \infty$ peut être exprimé, en fonction de l'amplitude de cission résolue macroscopique $T_{s,a}$ agissant sur le système de glissement, la cission résolue critique initiale r_0 et le module d'écrouissage isotrope g, par la relation suivante :

$$\nu_s^\infty = \left\langle \frac{T_{s,a} - r_0}{g} \right\rangle_+ \tag{I.34}$$

avec :

$$\langle y \rangle_+ = \max(y,0)$$

La condition de non-amorçage de fissure de fatigue mésoscopique devient alors :

$$\left\langle \frac{T_{s,a} - r_0}{g} \right\rangle_+ \leqslant \nu_s^{th} \tag{I.35}$$

Il est important de noter que cette relation doit être vérifiée par tous les systèmes de glissement contenus dans un volume élémentaire représentatif, c'est-à-dire, dans toutes les directions de vecteur directeur $\underline{l}$ et dans tous les plans de vecteur normal $\underline{n}$ possibles. L'amplitude de cission $T_{s,a}$ agissant sur un système de glissement s dépend de la direction, de vecteur directeur $\underline{l}$, et du plan, de vecteur normal $\underline{n}$, dudit système. Le vecteur normal unitaire $\underline{n}$ peut être défini par deux angles φ et θ à l'aide d'un repère sphérique et le vecteur directeur unitaire $\underline{l}$ peut être décrit par un angle χ formé entre la direction $\underline{l}$ et un axe ξ arbitrairement choisi mais fixe dans le plan Δ (voir figure I.4). Ainsi, l'amplitude de

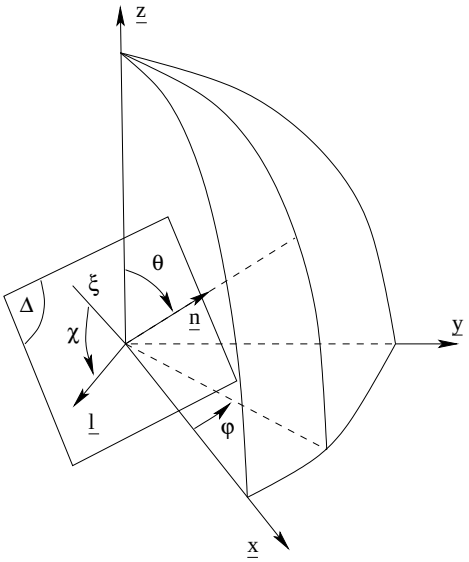


FIGURE I.4 – Repérage des vecteurs unitaires $\underline{n}$ et $\underline{l}$ à l'aide des angles φ, θ et χ.

4. Les hypothèses utilisées dans l'établissement du critère proposé par Papadopoulos sont un modèle de transition d'échelle de Lin-Taylor, la déformation plastique macroscopique $\boldsymbol{E}^p$ est négligeable, un comportement élastique isotrope à l'échelle du grain et identique au comportement élastique macroscopique, un modèle de comportement plastique avec écrouissages isotrope et cinématiques linéaires, la déformation plastique mésoscopique est incompressible et un seul système de glissement peut être actif par grain.

cission $T_{s,a}$ est fonction des angles φ, θ et χ et respecter la condition définie en équation I.35 pour tous les systèmes de glissement possible revient à satisfaire la condition suivante :

$$\max_{\varphi,\theta,\chi}\left[\left\langle \frac{T_{s,a}\left(\varphi,\theta,\chi\right)-r_0}{g}\right\rangle_+\right]\leqslant \nu_s^{th} \quad \text{avec} \quad \varphi\in[0;2\pi]\,,\,\theta\in[0;\pi] \text{ et } \chi\in[0;2\pi] \tag{I.36}$$

Selon Papadopoulos, si le critère de fatigue ainsi défini est satisfaisant pour décrire l'amorçage d'une fissure de fatigue à l'échelle des grains, il ne l'est pas pour caractériser la limite de fatigue macroscopique. En effet, l'auteur rappelle que la limite fatigue, telle qu'elle est déterminée expérimentalement, ne correspond pas à l'absence de fissures mais plutôt à l'absence de fissures propageantes conduisant à terme à la formation d'une fissure macroscopique, c'est-à-dire traversant plusieurs grains. À titre de justification, Papadopoulos s'appuie sur les travaux de Frost et Dugdale [55] et de Miller et de los Rios [56]. Dans ces études, les observations d'éprouvettes ayant enduré plusieurs millions de cycles de chargement, autrement dit ayant été sollicitées à un niveau inférieur à la limite de fatigue conventionnelle, ont en effet révélé la présence de fissures non-propageantes.

Ce constat a conduit Papadopoulos à proposer un critère de fatigue « macroscopique » basé sur une quantité moyenne du glissement plastique cumulé ν_s^∞ sur l'ensemble des systèmes de glissement contenu dans le volume élémentaire représentatif. La quantité moyenne choisie par l'auteur, notée $\sqrt{\left\langle\left(\nu_s^\infty\right)^2\right\rangle}$, correspond à la moyenne quadratique de ν_s^∞ (Éq. I.38). Le critère de fatigue macroscopique proposé est défini par la condition suivante :

$$\sqrt{\left\langle\left(\nu_s^\infty\right)^2\right\rangle}\leqslant \nu_s^{cr}=\sqrt{\left\langle\left(\nu_s^{th}\right)^2\right\rangle} \tag{I.37}$$

$$\sqrt{\left\langle\left(\nu_s^\infty\right)^2\right\rangle}=\sqrt{5}\sqrt{\frac{1}{8\pi^2}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\chi=0}^{2\pi}\left(\nu_s^\infty\right)^2 d\chi\sin(\theta)d\theta d\varphi} \tag{I.38}$$

Il est à noter que le respect de cette condition n'implique pas que le critère mésoscopique I.36 est vérifié et de ce fait, des fissures non-propageantes peuvent être rencontrées dans le VER. La présence de contraintes normales mésoscopiques σ_n – qui sont identiques aux contraintes normales macroscopiques Σ_n du fait des hypothèses de modélisation – agissant sur les plans dans lesquels ces fissures s'amorcent, peut influer sur le caractère propageant ou non de ces dernières. Afin de tenir compte de cet effet, l'auteur choisit de faire dépendre linéairement le seuil d'amorçage ν_s^{cr} du maximum, au cours du cycle, de la moyenne des contraintes normales macroscopiques $\langle\Sigma_n\rangle$ (Éq. I.40) agissant sur l'ensemble des plans matériels de vecteur normal $\underline{n}$:

$$\nu_s^{cr}=\beta'-\alpha'\max_{t\in T}\left[\langle\Sigma_n(t)\rangle\right] \tag{I.39}$$

$$\langle\Sigma_n(t)\rangle=\frac{1}{4\pi}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\Sigma_n(t)\sin(\theta)d\theta d\varphi \tag{I.40}$$

Le critère de fatigue macroscopique devient alors :

$$\frac{1}{g}\sqrt{\left\langle\left(\left\langle T_{s,a}\left(\varphi,\theta,\chi\right)-r_0\right\rangle_+\right)^2\right\rangle}\leqslant\beta'-\alpha'\max_{t\in T}\left[\langle\Sigma_n(t)\rangle\right] \tag{I.41}$$

Papadopoulos propose ensuite de simplifier le critère en négligeant le terme r_0 et en remplaçant les paramètres α' et β' par $\alpha = g\alpha'$ et $\beta = g\beta'$. En prenant en compte ces modifications, le critère de fatigue macroscopique prend la forme suivante :

$$\sqrt{\langle T_{s,a}^2 \rangle} + \alpha \max_t \left[\langle \Sigma_n(t) \rangle \right] \leq \beta \tag{I.42}$$

3.4 Approche de Morel et Huyen

Le critère développé par Morel et Huyen [38, 57] prend pour point de départ le critère d'amorçage de fissure de fatigue mésoscopique proposé par Papadopoulos (voir équation I.35). Néanmoins, s'appuyant sur le constat que les conditions d'amorçage, pour une même orientation de glissement, peuvent varier considérablement du fait du caractère hétérogène de la microstructure (premiers grains voisins, barrières microstructurales, etc.), les auteurs remettent en question l'approche déterministe mise en œuvre par Papadopoulos.

Afin de sortir du cadre déterministe de ce critère, les auteurs proposent de considérer le seuil d'adaptation élastique, caractérisé par ν_s^{th}, non plus comme une constante mais comme une variable aléatoire suivant une distribution de Weibull. La densité de probabilité $f(\nu_s^{th})$ du glissement plastique cumulé critique ν_s^{th} sur un système de glissement donné s'écrit alors :

$$f_0(\nu_s^{th}) = \frac{m}{\nu_0} \left(\frac{\nu_s^{th}}{\nu_0} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{\nu_s^{th}}{\nu_0} \right)^m \right] \tag{I.43}$$

où m, paramètre de forme de la distribution, caractérise la dispersion du seuil d'amorçage et ν_0, paramètre d'échelle de la distribution, module principalement sa moyenne.

La probabilité que le seuil d'amorçage de fissure soit dépassé sur le système de glissement considéré, revient à calculer la probabilité de rencontrer un valeur de glissement plastique cumulé critique ν_s^{th} inférieure au glissement plastique cumulé ν_s^{∞} appliqué :

$$P_0(\nu_s^{th} < \nu_s^{\infty}) = \int_0^{\nu_s^{\infty}} f(\nu_s^{th}) \, d\nu_s^{th} \tag{I.44}$$

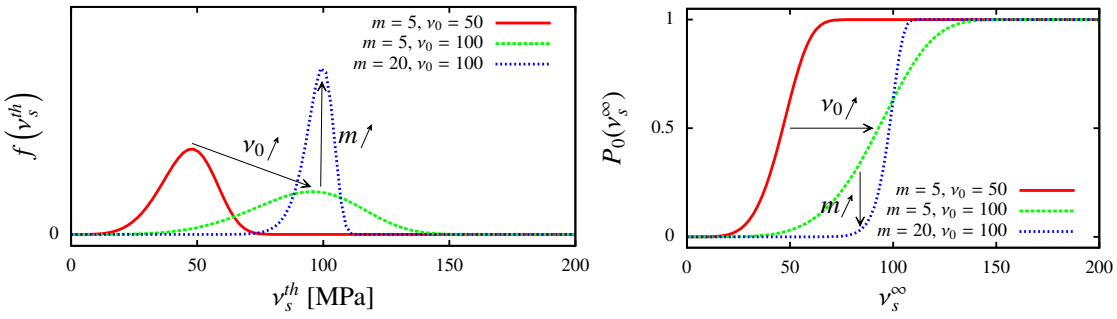
En utilisant les équations I.43 et I.44, la probabilité P_0 d'amorçage d'une fissure de fatigue sur un système de glissement s peut s'écrire :

$$P_0(\nu_s^{\infty}) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\nu_s^{\infty}}{\nu_0} \right)^m \right] \tag{I.45}$$

La densité de probabilité f_0 et la fonction de répartition P_0 de la distribution de Weibull sont illustrées en figure I.6 pour différentes paramètres de forme m et d'échelle ν_0. L'augmentation des paramètres d'échelle ν_0 et de forme m ont pour principal effet d'augmenter respectivement la valeur moyenne et l'écart-type du seuil d'amorçage.

En supposant que l'amorçage d'une fissure reste très localisée dans le volume de référence, ce qui est valable en fatigue à grand nombre de cycle, l'hypothèse du maillon le plus faible peut être appliquée à l'ensemble des systèmes de glissement possibles du VER. Autrement dit, la probabilité de non-amorçage de fissure dans le volume de référence est égale au produit des probabilité de non-amorçage de fissure de l'ensemble des systèmes de glissement du VER :

$$1 - P_{F0} = \prod_{\varphi,\theta,\chi} (1 - P_0(\varphi,\theta,\chi)) \tag{I.46}$$



(a) (b)

FIGURE I.5 – Illustration de la loi de probabilité de Weibull pour différentes valeurs des paramètres d'échelle ν_0 et de forme m : (a) densité de probabilité et (b) fonction de répartition.

Après quelques transformations, l'expression de P_{F0} devient :

$$P_{F0} = 1 - \exp\left[-\frac{1}{D_0}\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\chi=0}^{2\pi}\left(\frac{\nu_s^{\infty}(\varphi,\theta,\chi)}{\nu_0}\right)^m d\chi\sin(\theta)d\theta d\varphi\right] \tag{I.47}$$

Où D_0 permet de définir la référence en termes de distribution des directions sollicitées ($D_0 = 8\pi^2$ dans le cas où tous les systèmes possibles sont considérés).

L'hypothèse du maillon le plus faible est appliqué une seconde fois pour déterminer la probabilité de rupture P_F de l'ensemble de la structure (voir figure I.6). La probabilité de non-amorçage d'une fissure de fatigue dans la structure est égale au produit des probabilités de non-amorçage de fissure de l'ensemble des volumes de référence V_0 constituant la structure :

$$1 - P_F = \prod_{M\in V}\left(1 - P_{F0}(M)\right) \tag{I.48}$$

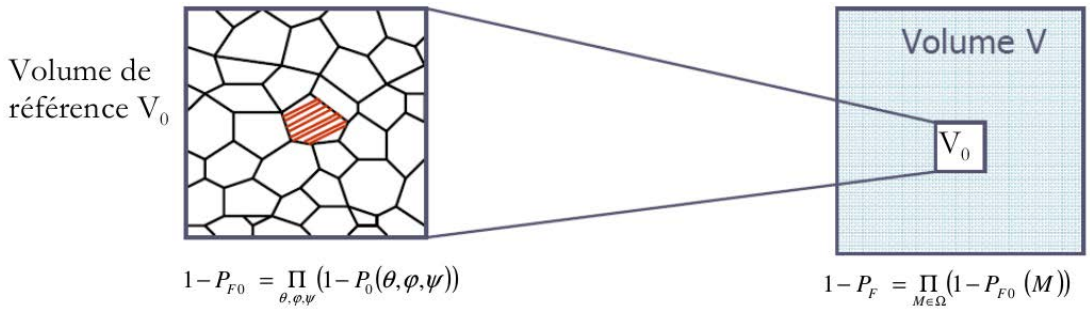


FIGURE I.6 – Application de l'hypothèse du maillon le plus faible sur le volume de la structure V.

Après quelques manipulations, la probabilité d'amorçage d'une fissure de fatigue dans la structure peut être définie comme suit :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int_V\left\{\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\chi=0}^{2\pi}\left(\frac{\nu_s^{\infty}(\varphi,\theta,\chi)}{\nu_0}\right)^m d\chi\sin(\theta)d\theta d\varphi\right\}dV\right] \tag{I.49}$$

Où $V_0 = \mathrm{V}_0 D_0$.

Cette probabilité P_F peut être exprimée en fonction de l'amplitude de cission résolue $T_{s,a}$ agissant sur les systèmes de glissement à l'aide de l'équation I.34. En outre, les auteurs montrent que le seuil r^0 peut être négligé en corrigeant le paramètre de forme m. Ainsi, la probabilité P_F devient :

$$P_F = 1 - \exp\left[-\frac{1}{V_0}\int_V \left\{\int_{\varphi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\chi=0}^{2\pi}\left(\frac{T_{s,a}(\varphi,\theta,\chi)}{T_0}\right)^m d\chi \sin(\theta) d\theta d\varphi\right\} dV\right] \tag{I.50}$$

Où $T_0 = g\nu_0$.

Afin de tenir compte de l'effet, sur la tenue en fatigue, de l'amplitude et de la moyenne des contraintes normales macroscopiques (respectivement $\Sigma_{n,a}$ et $\Sigma_{n,m}$) agissant sur les plans de glissement, les auteurs proposent de rendre le paramètre d'échelle de la distribution T_0 dépendant de $\Sigma_{n,a}$ et $\Sigma_{n,m}$ de la manière suivante :

$$T_0 = T_0' \frac{1 - \gamma\Sigma_{n,m}(\varphi,\theta)}{1 + \alpha\dfrac{\Sigma_{n,a}(\varphi,\theta)}{T_{s,a}(\varphi,\theta,\chi)}} \tag{I.51}$$

Où α et γ sont des coefficients caractérisant respectivement la sensibilité à l'amplitude et la moyenne de la contrainte normale macroscopique.

3.5 Bilan sur les critères de fatigue mésoscopiques

Les critères de fatigue mésoscopiques présentés permettent de prédire de manière satisfaisante la tenue en fatigue de structure sans accident géométrique significatif soumise à des sollicitations multiaxiales. Il est toutefois à noter que les critère de Papadopoulos et de Huyen et Morel prédisent généralement avec une plus grande justesse, la tenue en fatigue de structures sollicitées en traction-torsion non-proportionnelle. En outre, dans le cas de chargement en traction biaxiale, le meilleur accord entre les limites de fatigue prédites par les critères mésoscopiques et celles déterminées expérimentalement a été constaté pour le critère probabiliste [10].

Cependant, les prédictions obtenues en appliquant les critères de Dang Van et de Papadopoulos au point le plus critique d'une structure présentant une concentration de contrainte sont, d'une manière générale, trop conservatives car l'effet favorable d'un gradient de contrainte normale sur la tenue en fatigue [58] n'est pas pris en compte par ces approches. Afin de prendre en compte ce phénomène dans un critère de fatigue multiaxial, Papadopoulos et al. ont proposé une modification du critère de Crossland [59], consistant à faire intervenir explicitement la norme du gradient de la contrainte hydrostatique. De la même manière, Morel et al. [60] ont proposé une modification similaire du critère de Papadopoulos [36]. Ces mêmes auteurs rappellent que des approches alternatives existent pour traiter ce problème. Les auteurs suggèrent notamment d'utiliser un critère de fatigue multiaxial conjointement à la théorie des distances critiques. Par ailleurs, il peut être remarqué que le critère probabiliste, de par sa construction, permet de prendre en compte les effets de gradient et de volume sur la tenue en fatigue [57]. Toutefois, la justesse de ses prédictions en présence d'accidents géométriques n'a pas fait l'objet d'une évaluation exhaustive, que ce soit en termes de taille ou d'acuité de défaut.

Il convient de noter que les méthodes évoquées dans le paragraphe précédent nécessitent une modélisation explicite du défaut par éléments finis. D'autres alternatives sont toutefois envisageables, à plus forte raison lorsqu'il s'agit de dimensionner un composant constitué d'un alliage présentant une forte proportion de défauts de géométries variées et parfois tortueuses (pores, inclusions, etc.). À titre d'exemple, Nadot propose, dans le cas d'une fonte GS, d'abaisser le seuil β du critère de Dang Van, lorsque les défauts excèdent une taille critique, pour tenir compte implicitement de l'influence des défauts de fonderie sur la tenue en fatigue [61]. Dans le même ordre d'idée, l'approche probabiliste, discutée en section 3.4, a été étendue par Pessard [62] puis Koutiri [10] pour tenir compte du mécanisme d'amorçage de fissure à partir de défauts (des inclusions non-métalliques dans le cas d'un acier bainitique [62] et des pores dans le cas d'un alliage d'aluminium de fonderie [10]), tout en conservant le mécanisme de fissuration à partir de bandes de glissement.

Par ailleurs, dans le cas d'un accident géométrique de taille comparable à la taille moyenne de grain, il peut être intéressant de s'interroger sur la validité de ces critères. En effet, le développement des critères considérés s'appuie sur un volume élémentaire représentatif dans lequel toutes les orientations possibles du plan de glissement et de la direction de glissement peuvent être rencontrées. Or au point le plus critique d'un tel défaut, ou tout du moins dans son voisinage, un nombre réduit de système de glissement peut être présents. Dans ces conditions, on peut se demander dans quelle mesure le manque de représentativité des orientations cristallines au voisinage du défaut peut influer sur la tenue en fatigue et plus précisément sur la dispersion de cette dernière.

4 Modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins

La modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins permet de s'affranchir d'hypothèses simplificatrices utilisées dans les critères de fatigue discutés dans la section précédente : modèle de transition d'échelle de Lin-Taylor, comportement des grains élastique isotrope, etc. Il est en outre possible de tenir compte simplement, dans cette modélisation, de différents facteurs pouvant être déterminants sur la tenue en fatigue comme la présence d'une surface libre, la variabilité – en termes d'orientations cristallines – du voisinage autour d'un grain, le nombre réduit d'orientation présent au voisinage d'un accident géométrique de petite dimension, etc. Il apparaît ainsi que ce type de modélisation offre un cadre pertinent pour l'étude du phénomène de fatigue à grand nombre de cycles.

4.1 Géométrie et maillage d'agrégat polycristallin

4.1.1 Description géométrique des grains

La littérature est riche en propositions de modélisation géométrique d'agrégat polycristallins. Une première classification de ces modélisations peut néanmoins être établie suivant le nombre de dimensions de la géométrie de l'agrégat polycristallin (2 ou 3 dimensions).

Modélisation d'agrégats polycristallins en 2 dimensions. Au vu des modélisations d'agrégats polycristallins en 2 dimensions rencontrées dans la littérature, deux catégories peuvent être distinguées selon la nature de la description géométrique : empirique ou synthétique.

Description géométrique empirique. Il est entendu par description géométrique empirique, une description de la géométrie d'un agrégat polycristallin s'appuyant sur une observation expérimentale. Une méthode couramment mis en œuvre consiste à réaliser une analyse EBSD [5] de la surface d'un échantillon polycristallin [63, 64].

Outre une description réaliste de la géométrie d'un agrégat polycristallin, cette méthode permet de définir l'orientation cristalline (voir annexe A) associée à chacun des grains constituant l'agrégat. Ceci présente un grand intérêt dans le cas de matériaux polycristallins pour lesquels certaines caractéristiques géométriques microstructurales sont fortement corrélées aux orientations cristallines (par exemple, dans le cas d'une structure CFC, le plan d'un joint de macle cohérent correspond à l'un des plans de la famille {111}). Il est toutefois à noter qu'à moins de conduire une analyse EBSD sur une région contenant un nombre important de grains, la texture cristallographique de la région observée ne sera pas nécessairement représentative de la texture du matériau polycristallin.

Par ailleurs, une géométrie d'agrégat polycristallin décrite suite à une observation expérimentale peut présenter des inconvénients pour un calcul numérique par éléments finis. En effet, une telle géométrie peut contenir quelques segments de faibles dimensions par rapport aux dimensions de la microstructure ce qui peut conduire à des raffinements considérables de la taille des éléments. Ces raffinements accroissent le nombre de degrés de liberté des modèles éléments finis et, de ce fait, augmente les temps de calcul.

Description géométrique synthétique. Une description géométrique dite synthétique est une description de la géométrie d'un agrégat polycristallin ne s'appuyant pas directement sur une observation expérimentale. Cela n'exclut pas pour autant que ce type de descriptions puisse chercher à reproduire certaines caractéristiques géométriques (par exemple, la distribution de taille de grain, la distribution du nombre de grains voisins, l'orientation morphologique préférentielle des grains, etc.), voir cristallographique (texture cristallographique, distribution des désorientations des joints de grains, etc.), préalablement observées dans le matériau polycristallin que l'on souhaite représenter.

Dans cette catégorie, les grains peuvent être représentés par des polygones :
- convexes réguliers (carré [65], hexagone [66]) ;
- convexes non-réguliers (polygones de Voronoï [67, 68]) ;
- non-convexes non-réguliers [69].

La représentation d'une microstructure polycristalline par des polygones réguliers a pour inconvénient de limiter la prise en compte de certaines caractéristiques géométriques de cette microstructure. En effet, cette description impose pour chaque grain, une taille et un nombre de grains voisins constants et de ce fait, elle ne permet pas de représenter la distribution de taille de grain ainsi que la distribution du nombre de grains voisins. Une telle représentation des grains présentent néanmoins comme avantage de disposer

5. Electron backscatter diffraction : technique d'analyse utilisée en microscopie électronique, permettant de déterminer localement l'orientation d'une structure cristalline

d'une géométrie constituée de segments de taille constante et donc d'obtenir un maillage ne nécessitant pas de raffinement excessif de la taille d'élément, lequel est préjudiciable au temps de calcul. A contrario, la description des grains à l'aide de polygones non-réguliers permet une description plus réaliste mais présente le risque que la microstructure résultante soit constituée de segments, représentant les joints de grains, de tailles très variables pouvant conduire à l'utilisation d'éléments de petites dimensions en regard de la taille de l'agrégat polycristallin et ainsi à un nombre de degrés de liberté importants.

Hypothèses liées à l'étude problèmes « plans »

Les modélisations en 2 dimensions d'agrégat polycristallin ont pour avantage de permettre de représenter des agrégat polycristallins contenant un nombre important de grains avec un nombre raisonnable de degrés de liberté par rapport à une modélisation en 3 dimensions. Cette simplification de la géométrie nécessite néanmoins des hypothèses supplémentaires afin de pouvoir traiter le caractère a priori multiaxial de la réponse mécanique d'un agrégat polycristallin. Parmi les hypothèses employées dans la littérature, nous retrouvons celles de déformation plane [65, 70, 63] et de déformation plane généralisée [66, 64].

Les modèles de comportement de plasticité monocristalline faisant intervenir du glissement plastique suivant des directions qui ne sont pas nécessairement dans le plan du modèle géométrique, des difficultés se posent quant à l'utilisation de l'hypothèse de déformation plane. Afin de contourner ce problème, Bennett et al. ont proposé une modélisation simplifiée du comportement élasto-plastique [65]. Dans la modélisation mis en œuvre par les auteurs, le comportement élastique est défini comme isotrope et le comportement plastique s'appuie sur un modèle classique de plasticité monocristalline. Cependant, une modification est apportée au modèle de sorte que la déformation plastique ne puisse se produire que dans le plan de l'agrégat polycristallin. Cette modification consiste à définir deux « systèmes de glissements effectifs » par grain. Chaque glissement effectif est en réalité une combinaison linéaire de deux glissements hors plan mais égaux en norme et symétriques par rapport au plan de l'agrégat. Ainsi, les glissements effectifs se font dans le plan de l'agrégat polycristallin, les composantes hors plan s'annulant mutuellement. Dans ce cas, 4 systèmes de glissement peuvent être activés mais il subsiste une contrainte entre chaque glissement d'une même paire. De plus, il ne reste qu'un degré de liberté pour orienter les grains. Un avantage de cette modélisation est qu'elle simplifie la résolution du problème d'élasto-plasticité et de ce fait, apporte un gain en terme de temps de calcul.

Dunne et al. ont, quant à eux, utilisé une hypothèse de déformation plane avec une modèle de plasticité monocristalline dans lequel les directions de glissement ne sont pas restreintes au plan, autorisant ainsi des déformations plastiques hors plan. Afin d'assurer la condition de déformation plane, la déformation élastique hors plan est égale en norme et de signe opposée à la déformation plastique hors plan [70]. En outre, afin d'éviter des problèmes de sur-contraintes pouvant apparaître avec certaines orientations cristallines, ces dernières ne sont pas sélectionnées pour constituer les jeux d'orientations.

L'hypothèse de déformation plane généralisée (aussi appellée 2D et demie) autorise, quant à elle, un déplacement et une rotation du plan de l'agrégat [71]. Cette hypothèse est moins contraignante que l'hypothèse de déformation plane en ce sens qu'elle permet

une certaine dilatation dans la direction perpendiculaire au plan. Couramment employée dans les problèmes de thermo-élasticité pour autoriser la dilatation thermique, la 2D et demie est aussi employée pour les géométries d'agrégats 2D afin d'éviter d'obtenir des contraintes excessives. Le modèle mis en œuvre par Guilhem [66], et qui exploite justement cette hypothèse, n'utilise qu'un système de glissement par grain. De plus, ce système a sa direction de glissement et sa normale au plan de glissement inclues dans le plan de l'agrégat. De ce fait, la déformation hors plan est purement élastique car le glissement s'effectue, une fois encore, dans le plan de l'agrégat.

Modélisation d'agrégats polycristallins en 3 dimensions.

Description géométrique empirique. Deux grandes méthodes permettant une caractérisation géométrique en 3D d'une microstructure donnée sont rencontrées dans la littérature :

- la tomographie en contraste de diffraction [6] [72] ;
- la reconstruction à partir de cartographies EBSD effectuées à différentes profondeurs à l'aide de polissage successifs [73, 74, 75, 76] ou d'un enlèvement successif de couche de matière par FIB [7] [77].

La première méthode, contrairement à la seconde, présente l'avantage d'être non-destructive et offre ainsi la possibilité de réaliser des essais mécanique interrompus in situ sur un échantillon analysé afin de suivre certaines évolutions microstructurales. À titre d'exemple, Herbig et al. ont exploité cette technique afin de réaliser le suivi d'une fissure courte de fatigue [78]. Toutefois, il est important de noter que la reconstruction de microstructure à l'aide de la tomographique en contraste de diffraction nécessite des moyens expérimentaux lourds (à savoir un synchrotron pour émettre le rayonnement X) et que, tout comme les analyses EBSD, cette technique expérimentale connaît des limites en termes de résolution spatiale. De ce fait, King et al. estime que l'analyse par tomographie en contraste de diffraction est restreinte à l'étude de matériaux polycristallins présentant une taille de grain supérieure à 10 μm [72].

Par ailleurs, il est à noter de nouveau qu'outre une description réaliste de la géométrie d'un agrégat polycristallin, ces méthodes de reconstruction de microstructure ont la qualité de permettre de définir l'orientation cristalline (voir annexe A) associée à chacun des grains constituant l'agrégat.

Description géométrique synthétique. Parmi les études rencontrées dans littérature, différentes géométries de grains en 3D ont été adoptées, notamment :

- des polygones réguliers extrudés (hexagone extrudés [79]) ;
- polygones convexes non-réguliers extrudés (polygones de Voronoï extrudés [80]) ;
- polyhèdres convexes non-réguliers (polyhèdres de Voronoï [3, 15]) ;
- polyhèdres non-convexes non-réguliers [81].

Le fait que la microstructure soit synthétique ne signifie pas qu'elle ne soit pas représentative d'une microstructure réelle. Par exemple, Groeber et al. ont, dans une premier

6. DCT : Diffraction Contrast Tomography
7. Focused Ion Beam (Sonde ionique focalisée) : instrument permettant un enlèvement de matière, en surface d'un échantillon, à l'aide d'un faisceau d'ions focalisés.

temps, conduit une analyse statistique exhaustive en s'appuyant sur une microstructure reconstruite à partir de cartographies EBSD réalisées dans des sections de différentes profondeurs à l'aide d'enlèvement de matière successif par FIB [82] afin de définir une microstructure synthétique représentative (en termes de distribution de taille de grains, de nombre de grains voisins, de rapport de forme des ellipsoïdes équivalentes, etc.) du matériau [81].

Description géométrique mixte. Il est à noter que, dans le cas d'une représentation des microstructures en 3 dimensions, la frontière entre les descriptions empirique et synthétique n'est plus aussi nette que dans le cas d'une représentation en 2 dimensions. En effet, plusieurs auteurs ont proposé des modélisations s'appuyant en partie sur des observations expérimentales et en partie sur une génération synthétique.

Différentes modélisations de la géométrie ont été proposées dans la littérature. Sont notamment rencontrées des microstructures :

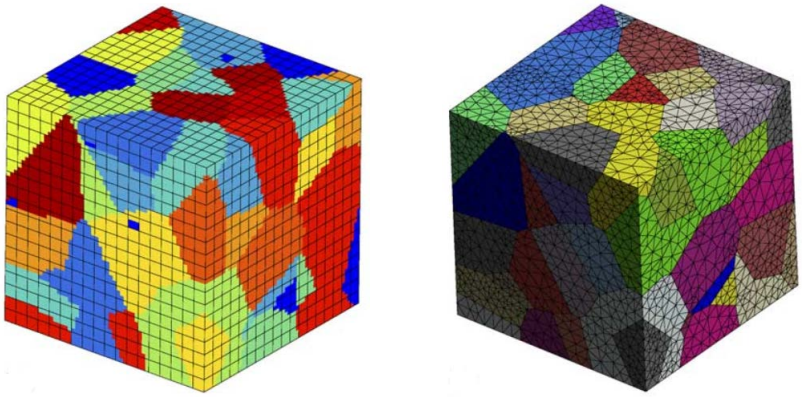
- construite à l'aide d'une extrusion de la surface analysée par EBSD [83, 73, 84] ;
- synthétique en volume, mais représentant en surface libre, la surface analysée par EBSD [85, 15].

Nombre de grains. Un point important à étudier, au sujet de la géométrie, est la question du nombre de grains nécessaire dans l'agrégat pour définir un volume élémentaire représentatif (VER) des grandeurs mécaniques que l'on souhaite étudier. Gérard [15] rappelle que la représentation du comportement moyenné sur l'agrégat ou sur les grains de même orientation peut être obtenue aussi bien à l'aide d'un agrégat contenant suffisamment de grains pour être statistiquement représentatif, que par une multitude de petits agrégats sur lesquels les grandeurs sont moyennées.

Dans le cas d'un agrégat présentant un défaut géométrique de l'ordre de la taille moyenne de grain, une difficulté se pose quant à la définition d'un VER unique contenant suffisamment de grain. En effet, l'hypothèse de séparation des échelles, décrite par Zaoui [86], n'est pas respectée en ce sens que la taille caractéristique des hétérogénéités prises en compte (c.-à-d. la taille moyenne des grains) n'est pas largement inférieure à la longueur caractéristique de la structure L (c.-à-d. la taille du défaut). Autrement dit, dans le cadre d'une étude d'amorçage en fatigue, la zone critique à étudier se situe au voisinage du défaut et ne concerne ainsi que quelques grains. Or il existe une infinité d'orientations cristallographiques possibles de ces grains. Ainsi tester différentes configurations d'orientations des grains au voisinage du défaut géométrique semble indispensable car elles ont, a priori, un impact important sur la dispersion de la tenue en fatigue. Dans ces conditions, il apparaît nécessaire d'effectuer des simulations sur un grand nombre de réalisations et de traiter les résultats de manière statistique plutôt que de réaliser une simulation sur un unique agrégat qui, quelle que soit sa taille, ne constituera pas un VER du fait de la présence d'un défaut géométrique. Les différents auteurs ayant privilégié cette approche statistique ont réalisé des simulations sur des agrégats de : 71 grains [66], 100 grains [65] voir 200 grains [15].

4.1.2 Maillage des microstructures

Deux catégories de maillages sont adoptées pour la modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins : les maillage réguliers et les maillages libres (voir figure I.7). Les maillages réguliers, généralement obtenus à l'aide d'éléments carrés pour les modéli-



(a) (b)

FIGURE I.7 – Exemple de maillage d'un agrégat polycristallin : (a) maillage régulier et (b) maillage libre [3].

sations en 2D et cubiques pour les modélisations en 3D, présentent l'avantage de faciliter la réalisation de maillage périodique indispensable lorsque des conditions aux limites périodiques en déplacement sont souhaitées. De plus, ils permettent d'obtenir un meilleur contrôle de la taille des éléments étant donné qu'ils ont tous la même dimension et que leurs nœuds ne sont pas soumis à coïncider avec les joints de grain définis, par exemple, par une décomposition de Voronoï. L'inconvénient qui en résulte est que les joints de grain sont crénelés, ce qui peut impacter la réponse mécanique dans leur voisinage. Les joints de grains bénéficient d'une meilleure description géométrique lorsque des maillages libres sont utilisés. En effet, dans ce cas, les nœuds du maillage sont positionnés de manière à respecter la géométrie des joints de grain ce qui explique pourquoi ce choix de modélisation est plus couramment adopté. Toutefois, ce type de maillage peut présenter un inconvénient dans le cas où la microstructure présente des entités géométriques de faibles dimensions : les nœuds du maillage étant tenu à se conformer à la géométrie, des raffinements excessifs de la taille d'élément peuvent survenir.

Par ailleurs, il est important de s'interroger sur le nombre de points d'intégrations nécessaires par grain afin obtenir une description satisfaisante des champs de contraintes et de déformations. Quelques éléments de réponses sont apportés par Diard et al. [3] et Guilhem [44]. Dans l'étude conduite par Diard et al., une comparaison des réponses d'agrégats plus ou moins raffinés est effectuée. Dans le cas d'un agrégat en 3 dimensions et dans l'hypothèse des petites déformations, la conclusion des auteurs est que 27 points d'intégration suffisent à fournir une prédiction satisfaisante de la réponse macroscopique de l'agrégat. Cependant, en ce qui concerne les réponses moyennées par grain, les auteurs fixent la borne inférieure à 350 points d'intégrations par grain. Guilhem a, quant à lui, étudié l'influence de trois densités de maillage sur les réponses mécaniques obtenues aux

points d'intégration et moyennées par grain [44] dans le cas d'un agrégat polycristallin en 3D sollicité en traction alternée et discrétisé par des éléments tétraédriques à 4 nœuds en intégration complète. L'auteur estime qu'une discrétisation de 224 éléments tétraédriques par grain est suffisante pour obtenir une description satisfaisante des quantités mécaniques moyennées par grain mais qu'un raffinement plus important s'avère nécessaire pour déterminer au mieux les réponses locales.

Les recommandations précitées ne sont pas nécessairement respectées dans les études portant sur la fatigue et faisant usage de simulations par éléments finis d'agrégats polycristallins. En effet, il peut être rencontré des grains contenant en moyenne 1 élément quadrangle à 8 noeuds [65], 4 éléments tétraédriques à 4 nœuds [87], 20 éléments cubiques à 8 nœuds [88], etc.

4.2 Conditions aux limites

En fatigue à grand nombre de cycles, les essais mécaniques sont généralement effectués à niveau de contrainte macroscopique imposé. Un agrégat polycristallin prélevé dans la partie utile d'une éprouvette, suffisamment grand pour être considéré comme représentatif de la microstructure, subira, de ce fait, un état de contrainte macroscopique connu. Toutefois, l'anisotropie du comportement des grains engendre des fluctuations du champ de contrainte sur les contours d'un agrégat polycristallin extrait de la partie utile d'une éprouvette. Dans ce contexte, différents choix de conditions aux limites à imposer sur la frontière de l'agrégat polycristallin peuvent être adoptés afin d'approcher au mieux l'essai mécanique considéré. Deux cas peuvent être distingués : les conditions aux limites déterminées expérimentalement et les conditions aux limites s'appuyant sur des hypothèses.

4.2.1 Conditions aux limites expérimentales

Comme discuté précédemment, la géométrie et les orientations cristallines d'une microstructure peuvent être caractérisées expérimentalement à l'aide d'analyses EBSD ou DCT. Il est, en outre, possible de réaliser des essais in-situ afin de suivre l'évolution d'une microstructure soumise à un chargement mécanique et d'évaluer les conditions aux limites appliquées sur son contour. Une méthode de mesure couramment mise en œuvre dans la littérature consiste à mesurer le champs de déplacement sur le contour à l'aide de la corrélation d'images numériques [84, 85]. Il est à noter que cette méthode ne permet de déterminer le champ de déplacement imposé qu'en surface, à moins de faire appel à des techniques de tomographie [89]. De ce fait, l'évolution du champs de déplacement dans l'épaisseur de la microstructure n'est pas connu et nécessite d'être extrapolé. Par ailleurs, le suivi par corrélation d'images numériques des conditions aux limites imposées à une microstructure donnée peut présenter des difficultés dans le cas de sollicitation en fatigue à grand nombre de cycles. En effet, le champs de déplacement sur le contour est amené à évoluer à chaque cycle jusqu'à ce que les grains atteignent un état d'adaptation élastique. Or, semble difficilement envisageable de suivre l'évolution du champs de déplacement, à l'aide de la corrélation d'images, pendant plusieurs centaines, voir plusieurs milliers de cycles.

4.2.2 Conditions aux limites s'appuyant sur des hypothèses

Dans le cas où les conditions aux limites imposées à une microstructure ne sont pas connues – à l'exception du fait qu'elle subit une contrainte macroscopique donnée – il est nécessaire de faire une hypothèse sur la répartition des contraintes ou des déformations imposées sur le contour.

Si l'objectif est de modéliser le comportement d'un agrégat polycristallin contenu dans un milieu infini (c'est-à-dire un agrégat contenu dans une éprouvette massive), les conditions aux limites périodiques offrent la meilleure représentation [15]. Elles consistent à lier les degrés de libertés des nœuds aux contours de manière à respecter la périodicité géométrique des contours de l'agrégat. Les conditions de déplacement sont imposées de manière à atteindre l'état de contrainte macroscopique souhaité. Cependant, comme notre étude porte sur les accidents géométriques en surface, ce type de conditions aux limites n'est pas envisageable. En effet, il est nécessaire d'imposer que la contrainte normale à la surface libre soit nulle en tout point de ce contour, ce qui revient à appliquer une contrainte homogène au contour. Une alternative consisterait à imposer des conditions aux limites semi-périodiques [44], c'est-à-dire, périodiques sur certains contours et libres sur d'autres. La périodicité aura toutefois pour effet de rendre l'accident géométrique périodique. Ainsi, si cet accident géométrique est supposé être un défaut isolé, l'agrégat modélisé doit être suffisamment large de sorte qu'il n'y ait pas d'interaction perceptible entre les accidents géométriques périodiques.

Deux autres hypothèses sont couramment rencontrées dans la littérature : les déformations ou les contraintes homogènes au contour [83, 74, 75, 76]. Bien que ces conditions aux limites aient le mérite d'être simplement applicables, les grains au contact de leur lieux d'application présentent une réponse mécanique statistiquement différente de celle des grains à cœur [44].

L'utilisation d'une matrice élasto-plastique englobant partiellement l'agrégat polycristallin et sur laquelle sont appliquées les conditions aux limites, est une solution alternative adoptée à quelques reprises et notamment dans le cas d'une microstructure sollicitée par un gradient de contrainte macroscopique [63] ou présentant un accident géométrique [87]. Cette méthode présente l'avantage d'offrir un bon compromis entre les conditions de déformation ou de contrainte homogènes au contour.

4.3 Applications des simulation numériques d'agrégats polycristallins dans le cadre de la fatigue

4.3.1 Analyse des champs mécaniques locaux dans le cadre de sollicitation en fatigue.

Avant de proposer, à proprement parler, des critères de tenue en fatigue basés sur des grandeurs locales, plusieurs auteurs [65, 63, 66, 90, 91, 88, 92, 93, 74, 64] ont analysé les champs mécaniques locaux. Bennett et McDowell [65] introduisent des « paramètres d'amorçage de fissure de fatigue », aussi appelé « paramètres indicateur de fatigue », jugés pertinents pour traiter le problème d'amorçage de fissures microstructuralement courtes en fatigue à grand nombre de cycle. Ces paramètres, calculés à partir des champs mécaniques mésoscopiques (c.-à-d. moyennés par grain), sont :

- l'amplitude maximale de glissement ;
- une contrainte équivalente inspirée du critère de Dang Van ;
- et une déformation équivalente inspirée du critère de Fatemi et Socie.

Les distributions de ces paramètres dans les agrégats polycristallins sont analysées pour deux types de sollicitations (traction/compression et cisaillement) avec ou sans contrainte moyenne et ce, à différents niveaux de chargement. Afin de vérifier la capacité de ces grandeurs à refléter certaines observations expérimentales, les auteurs tentent d'établir une corrélation entre les distributions des paramètres d'amorçage obtenues dans le cas d'un chargement en traction alternée et la distribution de longueurs de fissures observées en surface d'un acier ferrito-martensitique ayant été soumis au même type de chargement. Pour ce faire, une loi de propagation de fissure est proposée pour chaque paramètre d'amorçage de fissure de fatigue. Suite à certaines hypothèses, une distribution de longueurs de fissures est calculée, grâce à la loi de propagation, pour chaque distribution de paramètres d'amorçage. Les résultats s'avèrent prometteurs pour le paramètre de types Fatemi et Socie ainsi que pour le paramètre basé sur l'amplitude maximale de glissement. Néanmoins, les conclusions sont à nuancer étant donné les hypothèses simplificatrices du modèle de propagation (fissure de longueur initiale a_0 pré-existante dans chacun des grains, non-prise en compte de la redistribution des champs mécaniques du fait de la présence de fissure, etc.). Dans leur étude [66], Guilhem et al. reprennent les paramètres étudiés par Bennett et McDowell et enrichissent l'analyse des paramètres d'amorçage en prenant en compte les effets d'une surface libre et de l'anisotropie du comportement élastique. Les distributions des différents paramètres sont étudiées en distinguant la position des grains (à cœur, en surface ou au contact des lieux d'application de conditions aux limites), leurs orientations et l'orientation des grains voisins. Les auteurs constatent que la contrainte équivalente de Dang Van ainsi que l'amplitude de glissement équivalent de Fatemi et Socie ne permettent pas de mettre en évidence le caractère critique, en fatigue, des grains à la surface libre de l'agrégat.

En outre, quelques études ont permis de mettre en évidence le rôle important joué par l'anisotropie élastique sur les réponses mécaniques à l'échelle des grains dans plusieurs matériaux métalliques ayant une structure cubique à faces centrées [79, 69] et une structure cubique centrée [64]. Robert et al. souligne l'effet significatif, en comparaison à celui de la plasticité cristalline, de l'anisotropie élastique sur la dispersion de quelques quantités mécaniques usuellement employées dans les critères de fatigue et notamment sur les contraintes normales et hydrostatiques [69]. Dans le cas de matériaux présentant une forte anisotropie élastique (cuivre, acier austénitique, etc.), il ressort de l'étude de Sauzay [79] que la distribution des facteurs de Schmid est fortement affectée, par rapport à la distribution de référence basée sur l'élasticité isotrope, lorsque le comportement élastique cubique est pris en considération. Il apparaît aussi que l'ordre d'activation de certaines orientations caractéristiques peut être modifié dans les cas où l'anisotropie élastique est prononcée. Il est ainsi attendu que l'anisotropie du comportement élastique puisse influer sur la distribution du glissement plastique. Ceci est confirmé par les travaux de Sweeney et al. [64]. Ces mêmes auteurs ont aussi étudié l'effet du durcissement induit par l'évolution des densités de dislocations géométriquement nécessaires (GND) sur la réponse mécanique à l'échelle des grains. Il s'avère que la prise en compte des GND affecte peu la répartition et les niveaux atteints par la déformation plastique équivalente, tout du moins, au cours

des premiers cycles de chargement.

Les simulations numériques par éléments finis d'agrégats polycristallins se sont vus employées récemment afin d'analyser l'influence d'accidents géométriques (rugosités de surface [44, 92, 74] et entailles semi-circulaires [87]) sur la réponse mécanique dans le cadre de la fatigue. Dans les travaux d'Owolabi et al. [87] portant sur des simulations d'agrégats polycristallins présentant une entaille semi-circulaire, les effets du rayon du défaut, de l'amplitude de chargement et de la proximité du grain par rapport au défaut, sur un paramètre indicateur de fatigue sont évalués. La dispersion de ce paramètre vis-à-vis de la variabilité de la microstructure, ou plus précisément de la variabilité des orientations cristallines, est clairement illustrée. Une approche probabiliste est ensuite développée afin de rendre compte du caractère dispersé de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles. La probabilité de rupture de chaque microstructure, sollicitée à une amplitude de chargement donnée, est déterminée pour différents rayons d'entaille et différents jeux d'orientations cristallines. Les probabilités de rupture suivent une tendance qui semble pertinente, toutefois, comme le suggère les auteurs, la capacité de prédiction du modèle probabiliste proposé nécessite d'être validée par une campagne d'essai de fatigue.

4.3.2 Critères de tenue en fatigue s'appuyant sur les simulations d'agrégats polycristallins.

Seuls quelques critères d'amorçage et de propagation de fissures de fatigue, exploitant les résultats issus des simulations d'agrégats polycristallins, ont été proposés dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles. Comme évoqué précédemment, Bennett et McDowell ont proposé une loi de propagation de fissures. Ces mêmes auteurs, ainsi que Bertolino et al.[63], se sont inspirés de l'idée de Dang Van selon laquelle la limite d'adaptation élastique des grains peut être perçue comme une limite d'amorçage de fissures. Ils ont donc cherché à déterminer, à l'aide de leurs modèles numériques, le chargement critique au-dessus duquel au moins un grain ne s'adapte pas élastiquement. Cette démarche semble donner de bonnes prédictions pour les chargements en traction uniaxiale alternés mais pas pour les chargements de cisaillement. En effet, dans ce cas de figure, la limite de fatigue prédite est largement sous-estimée. Bennett et McDowell émettent l'hypothèse que la limite de fatigue en cisaillement pourrait être décrite plus justement par une limite de non-propagation de fissures microstructuralement courtes plutôt qu'avec une limite de non-amorçage de fissures.

Par ailleurs, une étude de Sweeney et al., s'appuyant sur une comparaison entre des essais de fatigue conduits sur des éprouvettes entaillées multicristallines et des simulations numériques d'agrégats polycristallins, a permis de mettre en évidence la pertinence de quelques quantités mécaniques pour prédire le site d'amorçage de fissures de fatigue [64]. Ces quantités sont la déformation plastique équivalente accumulée durant le dernier cycle de chargement, la déformation plastique équivalente accumulée au cours des 5,5 premiers cycles de chargement et le glissement plastique accumulé $\nu_{s_{max}}$ lors 5,5 premiers cycles sur le système de glissement le plus sollicité s_{max}. Il est toutefois à noter que, quelle que soit la quantité mécanique considérée, aucune valeur seuil n'est établie pour prédire l'amorçage. En effet, seules les positions de la valeur maximale des différentes quantités étudiées sont comparées à la position du site d'amorçage observé expérimentalement. Par ailleurs, les auteurs soulignent que, contrairement à ce qui pouvait être attendu, le glissement plastique

accumulé $\nu_{s_{max}}$ ne permet pas d'estimer de trajet de propagation des fissures.

Chapitre II

Simulation numérique d'agrégats polycristallins sur microstructures synthétiques : étude préliminaire sur un cuivre électrolytique

Sommaire

1 Introduction 40

2 Étude du comportement en fatigue d'agrégats sous chargement multiaxial 40

2.1 Modélisation d'agrégats polycristallins sans défaut 41

2.2 Critères de fatigue 43

2.3 Résultats et discussion sur les microstructures sans défaut sous chargement multiaxial 48

2.4 Conclusion 60

3 Étude de l'influence de défauts sur le comportement en fatigue sous chargement uniaxial 61

3.1 Modélisation d'agrégats polycristallins avec défaut 61

3.2 Critères de fatigue 65

3.3 Résultats et discussion sur les microstructures entaillées 67

3.4 Résultats et discussion sur les microstructures trouées 82

3.5 Conclusion 95

1 Introduction

Avant d'analyser le comportement en fatigue de l'acier 316L, que ce soit au travers d'une étude expérimentale sous chargement cyclique (chapitre III et IV) ou de simulations numériques d'agrégats polycristallins (chapitre V), il nous a semblé opportun de réaliser une étude numérique préliminaire sur la base de données en fatigue issues de la littérature et relatives à un cuivre électrolytique. Ce premier chapitre permettra de présenter les modèles éléments finis mis en place et les critères de fatigue multiaxiale utilisés mais également d'analyser les effets du trajet de chargement macroscopique et d'accidents géométriques (dénommés défauts dans la suite du document) sur la réponse mécanique à l'échelle des grains. Il est important de préciser que nous nous sommes volontairement restreints à des tailles de défaut de l'ordre de 1 à 3 fois la taille moyenne de grain. Le choix s'est porté sur un cuivre électrolytique pour les raisons suivantes :

- les constantes d'élasticité cubique ainsi que les paramètres des lois de comportement de plasticité cristalline ont été identifiés par différents auteurs ;
- le matériau est monophasé avec une structure cristalline Cubique à Faces Centrées (CFC) tout comme l'acier austénitique 316L ;
- la littérature est riche en résultats d'essais de fatigue à grand nombre de cycle sous chargement d'amplitude constante sur ce matériau.

Le chapitre comprend deux volets bien distincts. Le premier traite des effets de multiaxialité du chargement sur la tenue en fatigue. Le second est consacré à l'analyse du comportement en fatigue à grand nombre de cycles en présence de défauts de dimensions comparables à la taille de la microstructure. Du fait du manque de résultats expérimentaux en fatigue multiaxiale avec défauts, ces deux aspects sont étudiés de manière découplée.

2 Étude du comportement en fatigue d'agrégats polycristallins sans défaut sous chargement multiaxial

Cette partie porte sur la caractérisation des effets de trajet de chargement à l'aide de simulations numériques EF sur agrégat polycristallin. Une description de la modélisation EF et de critères de fatigue est tout d'abord présentée. Les travaux portent sur :

- le rôle de chaque source d'anisotropie du comportement mécanique – élastique et plastique – sur les réponses mécaniques mésoscopiques d'agrégats polycristallins sollicités de manière cyclique à une amplitude correspondant à la limite de fatigue moyenne macroscopique, définie à 10^7 cycles, dans des conditions variées de chargement biaxial ;
- l'évaluation des prédictions de trois critères de fatigue, inspirés de ceux proposés par Dang Van [35], Papadopoulos [36] et Morel et Huyen [38], en utilisant les résultats issus des simulations par EF en traction-cisaillement et traction biaxiale. Une comparaison des limites de fatigue prédites avec les tendances expérimentales observées dans les matériaux métalliques est ensuite conduite.

Élasticité isotrope		Élasticité cubique		
E [GPa]	ν	C_{1111} [GPa]	C_{1122} [GPa]	C_{1212} [GPa]
118	0,34	159	122	81

Viscosité		Écrouissage cinématique	
K [MPa.s$^{1/n}$]	n	c [MPa]	d
8	20	32000	900

Écrouissage isotrope								
r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
15	4	12	1	1	0,2	90	3	2,5

TABLE II.1 – Paramètres de la loi de comportement élasto-plastique d'un cuivre électrolytique [13, 14].

2.1 Modélisation d'agrégats polycristallins sans défaut

2.1.1 Modèle de comportement à l'échelle des grains

Le comportement anisotrope des grains est dû, d'une part, au comportement élastique et, d'autre part, à la nature cristallographique du glissement plastique. Afin de dissocier les effets de chaque source d'anisotropie sur les réponses mécaniques mésoscopiques, trois modèles de comportement assignés aux grains sont étudiés :

– l'élasticité linéaire isotrope ;
– l'élasticité linéaire cubique ;
– l'élasticité linéaire cubique avec la plasticité cristalline.

Dans chacun des cas, la loi de Hooke généralisée est utilisée pour décrire le comportement élastique. Dans le premier cas, un comportement élastique isotrope est considéré et est défini par un module d'Young E et un coefficient de Poisson ν. Dans les deuxième et troisième cas, le comportement élastique est cubique et est complètement caractérisé par trois coefficients définis dans le repère du cristal : C_{1111}, C_{1122} et C_{1212}.

Le modèle de plasticité cristalline utilisé est celui proposé par Méric et al. [13] décrit dans la section 2.1.1 du chapitre I. Les valeurs des paramètres utilisés dans les modèles EF d'agrégats polycristallins de cuivre pur ont été identifiés par Méric et al. [13] pour le modèle d'élasticité cubique [1], par Gérard et al. [14] pour la plasticité cristalline et sont récapitulées dans le tableau II.1.

2.1.2 Modélisation par éléments finis

La méthode mise en œuvre pour générer des géométries d'agrégats polycristallins périodiques en 2 dimensions est décrite dans [69]. Le maillage élément finis des CAO des microstructures synthétiques, contenant 300 grains equiaxes, est obtenu grâce à Gmsh [95]. Des éléments triangulaires à trois nœuds, avec une interpolation linéaire et une hypothèse de déformation plane généralisée sont utilisés. Les grains sont discrétisés en moyenne avec

1. Les valeurs des paramètres d'élasticité cubique identifiées pour un cuivre pur par Méric et Cailletaud diffèrent de celles généralement rencontrées dans la littérature (voir la référence [94] dans laquelle plusieurs jeux de paramètres, identifiés par différents auteurs à $T = 300$ K, sont répertoriés). Bien que cela ne conduirait pas à des conclusions significativement différentes de celles tirées des présents travaux, il aurait été préférable d'utiliser l'un des jeux de paramètres rapportés dans [94].

100 éléments. Une illustration d'une géométrie utilisée et d'un maillage EF est montré en figure II.1.

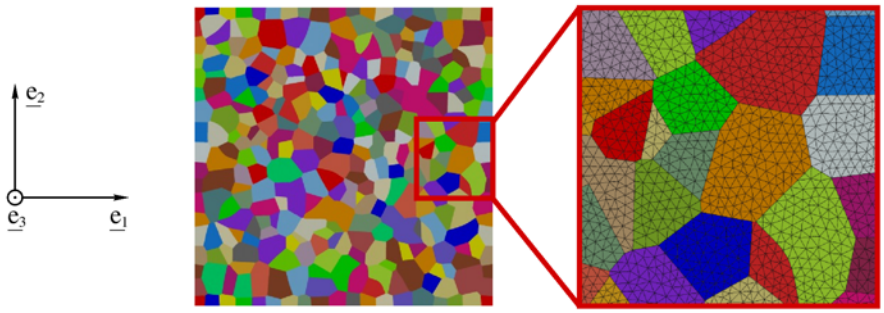


FIGURE II.1 – Géométrie et vue détaillée du maillage d'un agrégat polycristallin périodique de 300 grains en 2 dimensions.

Pour chaque condition de chargement et modèle de comportement étudié, trois géométries de microstructure de 300 grains et trois jeux d'orientations sont utilisés. Chaque jeu d'orientations est composé de 300 triplets d'angles d'Euler, chaque triplet permettant de définir l'orientation cristalline d'un grain par rapport au repère global. Les triplets d'angles d'Euler sont choisis de manière à représenter un matériau non texturé. Ce choix est motivé par le fait que cette étude se base sur des limites de fatigue issues de la littérature et que la texture du matériau soumis aux essais de fatigue n'est pas précisée. Les différentes combinaisons possibles entre les microstructures et les jeux d'orientations permettent d'étudier les réponses mécaniques de neuf réalisations différentes par condition de chargement et par modèle de comportement.

Grâce à la linéarité des comportements élastiques, seul un cycle de chargement est calculé dans les cas où un modèle purement élastique est assigné aux grains. Lorsque la plasticité cristalline est utilisée, dix cycles de chargement sont appliqués à la microstructure de sorte que la réponse mécanique locale tende vers un état stabilisé. Des conditions aux limites périodiques (voir section 4.2 du chapitre I) en déplacement sont imposées sur les bord des agrégats polycristallins. Les calculs sont effectués en imposant le tenseur des contraintes macroscopique $\mathbf{\Sigma}$, c'est-à-dire la moyenne volumique du tenseur des contraintes sur l'ensemble de l'agrégat polycristallin, ce qui est habituellement le cas lors de la caractérisation expérimentale du comportement en fatigue à grand nombre de cycles.

Les simulations numériques sont effectuées avec le code de calcul EF ZéBuLoN développé par Mines ParisTech, NorthWest Numerics et l'ONERA [96].

2.1.3 Conditions de chargement

Deux types de conditions de chargement sont appliqués sur les agrégats polycristallin dans cette étude :

- la traction et le cisaillement combinés, représentatif des états de contrainte rencontrés durant les essais de fatigue en traction-torsion combinées ;
- la traction biaxiale.

$k_{12} = \Sigma_{12,a}/\Sigma_{11,a}$							φ_{12} [°]				
0	0,25	0,5	0,75	1	2	∞	0	30	45	60	90

TABLE II.2 – Rapports de biaxialité k_{12} et déphasages φ_{12} étudiés pour les chargements de traction-cisaillement combinés.

$k_{22} = \Sigma_{22,a}/\Sigma_{11,a}$					φ_{22} [°]								
0	0,25	0,5	0,75	1	0	30	45	60	90	120	135	150	180

TABLE II.3 – Rapports de biaxialité k_{22} et déphasages φ_{22} étudiés pour les chargements de traction biaxiale.

Les tenseurs de contraintes macroscopiques correspondant sont respectivement exprimés, dans le repère des agrégats polycristallin, par les équations II.1 et II.2.

$$\text{Traction-cisaillement} : \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11,a}\sin(\omega t) & \Sigma_{12,a}\sin(\omega t - \varphi_{12}) & 0 \\ \Sigma_{12,a}\sin(\omega t - \varphi_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\underline{e_1},\underline{e_2},\underline{e_3})} \tag{II.1}$$

$$\text{Traction biaxiale} : \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11,a}\sin(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{22,a}\sin(\omega t - \varphi_{22}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\underline{e_1},\underline{e_2},\underline{e_3})} \tag{II.2}$$

Le choix de ces conditions de chargement est motivé par le fait que la plupart d'entre elles s'écartent, en termes d'états de contrainte, des cas de chargement habituellement utilisés pour identifier les critères de fatigue, en particulier la traction biaxiale et qu'il existe dans la littérature des résultats d'essais de fatigue pour ces types de chargements sur des matériaux métalliques [4, 8, 7, 5, 6, 9, 10]. Les rapports de biaxialité (k_{12} et k_{22}) et déphasages (φ_{12} et φ_{22}) étudiés dans ces travaux sont données dans les tableaux II.2 et II.3. Lorsque des modèles de comportement purement élastiques sont assignés aux grains tous les cas de chargement sont étudiés. Quand la plasticité cristalline est utilisée, seul quelques unes de ces conditions de chargement seront analysées du fait des temps de calcul importants lors de l'utilisation de ce modèle de comportement.

2.2 Critères de fatigue

Les prédictions de trois critères de fatigue sont étudiés dans ce chapitre. Leurs expressions dérivent des critères de fatigue multiaxiale à grand nombre de cycle fondés sur une approche mésoscopique proposés par Dang Van [35], Papadopoulos [36] et Morel et Huyen [38] (cf. section 3 du chapitre I). La principale modification opérée sur ces critères est le remplacement des quantités mécaniques macroscopiques par des quantités mécaniques mésoscopiques. Autrement dit, les quantités mécaniques sont calculées à partir du tenseur des contraintes moyenné par grain $\langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_g$ et non plus à partir du tenseur des contraintes macroscopiques $\Sigma = \langle\boldsymbol{\sigma}\rangle_a$, c'est-à-dire du tenseur des contraintes moyenné sur

l'agrégat. De plus, seuls les tenseurs des contraintes déterminés au cours du dernier cycle de chargement des simulations par EF d'agrégats polycristallins sont utilisés. Ainsi, les critères s'appuient sur l'état de contrainte calculé sur le cycle stabilisé.

2.2.1 Critère de type plan critique

Le critère proposé par Dang Van est basé sur l'hypothèse que l'amorçage d'une fissure de fatigue dans un grain conduit à la rupture par fatigue du polycristal. Afin de conserver cette idée, un critère vérifiant, pour chaque plan de glissement contenu dans le polycristal, qu'aucun amorçage de fissure n'a lieu est proposé. La rupture par fatigue est évitée si l'inégalité suivante – similaire à celle proposée par Dang Van – est satisfaite :

$$\sigma_{DV} = \max_{\underline{n}} \left[\max_{t} \left[\| \underline{\tau}(\underline{n},t) - \underline{\tau}_m(\underline{n}) \| + \alpha_{DV} \sigma_h(t) \right] \right] \leq \beta_{DV} \qquad \text{(II.3)}$$

α_{DV} et β_{DV} sont deux paramètres matériaux. $\underline{\tau}(\underline{n},t)$, $\underline{\tau}_m(\underline{n})$ et $\sigma_h(t)$ représentent respectivement le vecteur de cisaillement mésoscopique agissant sur le plan de glissement $\underline{n}$, le vecteur de cisaillement mésoscopique moyen agissant sur le plan de glissement $\underline{n}$ et la contrainte hydrostatique mésoscopique. Comme la direction du vecteur de cisaillement mésoscopique $\underline{\tau}(\underline{n},t)$ varie avec le temps, l'extrémité du vecteur décrit un trajet Γ dans le plan de glissement sur un cycle de chargement (voir figure II.2). Dans ces conditions, une définition appropriée du vecteur de cisaillement mésoscopique moyen $\underline{\tau}_m(\underline{n})$ – permettant d'assurer son unicité – consiste à définir $\underline{\tau}_m(\underline{n})$ comme le vecteur $\underline{O\Omega}$, O étant l'origine du vecteur de cisaillement mésoscopique et Ω étant le centre du plus petit cercle circonscrit au trajet Γ. L'algorithme « randomised » résumé dans [97] est mis en œuvre pour déterminer efficacement le plus petit cercle entourant le trajet de chargement de chaque plan de glissement.

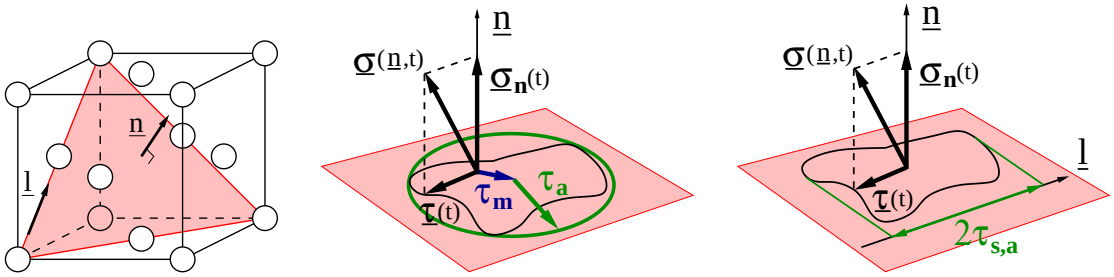


FIGURE II.2 – Représentation de quelques quantités mécaniques et vecteurs utilisées par les critères de fatigue : (a) normale au plan de glissement $\underline{n}$ et direction de glissement $\underline{l}$ dans une maille cubique à faces centrées et (b) vecteurs de contrainte $\underline{\sigma}$, de contrainte normale $\underline{\sigma}_n$ et de cisaillement $\underline{\tau}$ dans un plan de glissement.

2.2.2 Critère intégral

Dans ces travaux, l'expression du critère proposé par Papadopoulos (Eq. II.4) est conservée à l'exception près que les quantités mécaniques utilisées dans le critère sont

définies à l'échelle mésoscopique et non plus macroscopique. Autrement dit, $\tau_{s,a}$ et σ_n (voir figure II.2) remplacent respectivement $T_{s,a}$ et Σ_n :

$$\sigma_P = \sqrt{\langle \tau_{s,a}^2 \rangle} + \alpha_P \max_t \left[\langle \sigma_n(t) \rangle \right] \leq \beta_P \tag{II.4}$$

où α_P et β_P correspondent aux paramètres matériau. Comme les microstructures étudiées contiennent un nombre fini de grains et de système de glissement , $\sqrt{\langle \tau_{s,a}^2 \rangle}$ et $\langle \sigma_n \rangle$ deviennent

$$\sqrt{\langle \tau_{s,a}^2 \rangle} = \sqrt{5} \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{g=1}^{N_g} \left[f(g) \sum_{s=1}^{N_s} \tau_{s,a}^2(g,s) \right]} \tag{II.5}$$

$$\langle \sigma_n(t) \rangle = \frac{1}{N_p} \sum_{g=1}^{N_g} \left[f(g) \sum_{p=1}^{N_p} \sigma_n(g,p,t) \right] \tag{II.6}$$

où N_s et N_p sont respectivement le nombre de systèmes de glissement par grain et le nombre de plans de glissement par grain. Dans les équations II.5 et II.6, $f(g)$ représente la fraction volumique du grain g. Par soucis de simplicité, comme les grains des microstructures ont approximativement le même volume, $f(g)$ est supposée égale à $1/N_g$, N_g étant le nombre de grains dans la microstructure considérée.

2.2.3 Critère de fatigue probabiliste

Le critère de fatigue probabiliste décrit dans cette partie est construit suivant une démarche similaire à celle proposée par Morel et Huyen [38, 57]. Tout d'abord, une fissure de fatigue est supposée s'amorcer dans un plan de glissement de vecteur normal unitaire $\underline{n}$ si l'amplitude de cission τ_a agissant sur ce plan excède un seuil τ_a^{th}. τ_a est définie comme le rayon du plus petit cercle circonscrit au trajet décrit par $\underline{\tau}(\underline{n},t)$ sur un cycle de chargement (voir figure II.2). Une fois encore, l'algorithme « randomised »[97] est utilisé pour déterminer les paramètres de ce cercle.

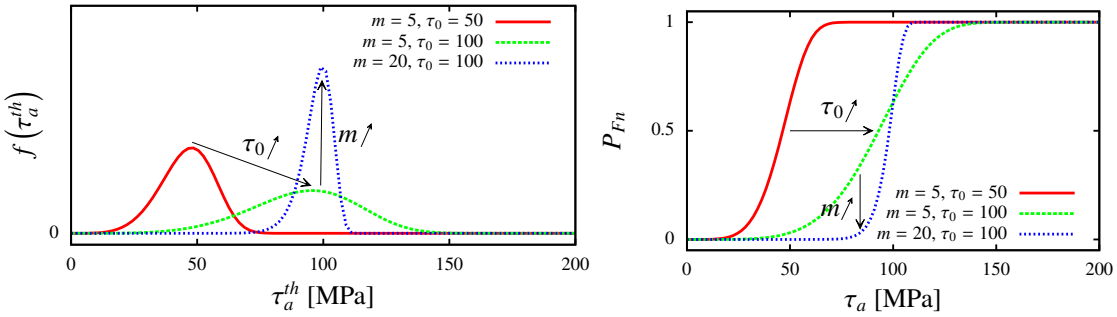
La modélisation d'agrégats polycristallins mise en œuvre dans cette étude ne permet d'estimer qu'approximativement la variabilité des champs mécaniques à l'échelle des grains. En effet, cette modélisation ne rend pas compte d'un certains nombre de phénomènes, par exemple :

- la formation de structures de dislocation au sein des grains, conduisant au développement de glissement plastique très localisé sous forme de bande de glissement ;
- l'effet de la taille de grain sur la réponse mécanique des monocristaux ;
- les interactions des dislocations avec les différents types de joints de grain et les conséquences qu'ont ces interactions sur l'état état mécanique local.

Afin de tenir compte implicitement de ces sources de dispersion supplémentaires, le seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th} n'est plus supposé être une constante mais est considéré comme une variable aléatoire suivant une distribution de Weibull [98, 99] caractérisée par un paramètre de forme m et un paramètre d'échelle τ_0. Une probabilité d'amorçage d'une fissure de fatigue dans un plan de glissement peut ainsi être exprimée par :

$$P_{Fn} = P(\tau_a \geq \tau_a^{th}) = 1 - \exp\left[- \left(\frac{\tau_a}{\tau_0} \right)^m \right] \tag{II.7}$$

Afin d'illustrer l'effet des paramètres d'échelle τ_0 et de forme m sur la distribution du seuil d'amorçage de fissure τ_a^{th} et sur la probabilité d'amorçage d'une fissure de fatigue dans un plan de glissement P_{Fn}, la densité de probabilité et la fonction de répartition de la distribution de Weibull sont tracées pour différentes valeurs de m et τ_0 en figure II.3.



(a) (b)

FIGURE II.3 – Illustration de la loi de probabilité de Weibull pour différentes valeurs des paramètres d'échelle τ_0 et de forme m : (a) densité de probabilité et (b) fonction de répartition.

L'effet des contraintes normales sur la tenue en fatigue est pris en compte en considérant que τ_0 dépend de l'amplitude et de la moyenne de la contrainte normale (respectivement $\sigma_{n,a}$ et $\sigma_{n,m}$) agissant sur le plan de glissement de normal $\underline{n}$ (Eq. II.8).

$$\tau_0 = \tau_0' \frac{1 - \gamma\sigma_{n,m}}{1 + \alpha(\sigma_{n,a}/\tau_a)} \tag{II.8}$$

Dans l'équation II.8, τ_0', γ et α sont des paramètres matériaux.

La probabilité de rupture P_{Fg} d'un grain g est supposée correspondre à la probabilité maximale parmi les probabilités d'amorçage d'une fissure de fatigue dans les plans de glissement du cristal (Eq. II.9). Cette hypothèse constitue la différence majeure par rapport au critère original. En effet, l'hypothèse du maillon le plus faible était utilisée initialement par Morel et Huyen pour définir la probabilité de rupture à l'échelle du grains P_{Fg}.

$$P_{Fg} = \max_{\underline{n} \in g} [P_{Fn}] \tag{II.9}$$

Finalement, l'hypothèse du maillon le plus faible [98, 99] est appliquée pour déterminer la probabilité de rupture d'un agrégat polycristallin P_{Fa} ce qui conduit à l'expression suivante :

$$1 - P_{Fa} = \prod_{g=1}^{N_g} (1 - P_{Fg}) \tag{II.10}$$

où N_g est le nombre de grain constituant l'agrégat polycristallin. L'usage de l'hypothèse du maillon le plus faible est justifié ici par le fait qu'en fatigue à grand nombre de cycles, la rupture est pilotée par l'amorçage et la propagation d'une fissure unique plus que par l'amorçage et la coalescence d'un grand nombre de fissures. Dans ces conditions, il n'y a pas d'interactions entre différentes fissures.

	Plan critique		Intégral	
Comportement des grains	α_{DV}	β_{DV} [MPa]	α_P	β_P [MPa]
Élasticité isotrope	0,419	49,9	0,186	50,7
Élasticité cubique	0,397	64,7	0,171	45,8
Élasticité cubique et plasticité cristalline	0,449	62,6	0,166	45,9

		Probabiliste		
Comportement des grains	m	τ'_0 [MPa]	α	γ [MPa^{-1}]
Élasticité isotrope	5	153	$2{,}12.10^{-1}$	$8{,}36.10^{-3}$
	20	65,0	$2{,}43.10^{-1}$	$8{,}21.10^{-3}$
Élasticité cubique	5	158	$2{,}78.10^{-1}$	$6{,}10.10^{-3}$
	20	72,0	$2{,}82.10^{-1}$	$4{,}98.10^{-3}$
Élasticité cubique et plasticité cristalline	5	157	$2{,}92.10^{-1}$	$6{,}08.10^{-3}$
	20	75,9	$3{,}70.10^{-1}$	$4{,}72.10^{-3}$

TABLE II.4 – Paramètres des critères de fatigue.

2.2.4 Identification des paramètres des critères de fatigue

Pour chaque modèle de comportement assigné aux grains, les paramètres des critères sont identifiés grâce aux résultats des simulations numériques d'agrégats polycristallins sollicités, au niveau de la limite de fatigue moyenne, en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique. De plus, comme le critère probabiliste est doté d'un paramètre définissant la sensibilité à une contrainte normale moyenne, les résultats obtenus à partir d'un troisième cas de chargement sont nécessaires. La condition de chargement choisie est la traction répétée avec un rapport de charge $R = 0$ car elle induit de fortes contraintes normales moyennes.

Les limites de fatigue moyennes d'un cuivre électrolytique à 10^7 cycles en traction alternée symétrique ($R = -1$) et asymétrique ($R = 0$), respectivement $s_{-1} = 78$ MPa et $s_0 = 54$ MPa, ont été déterminées à partir d'essais de fatigue par Lukàš et al. [100]. La limite de fatigue en torsion alternée symétrique $t_{-1} = 50$ MPa a été estimée à partir des essais de fatigue conduits par Ravilly et rapportés dans [101].

Pour les critères intégral et plan critique, les paramètres sont identifiés de manière à ce que σ_{DV}/β_{DV} et σ_P/β_P soient, en moyenne sur les neuf réalisations, égaux à 1 en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique. Concernant le critère probabiliste, la procédure est similaire excepté que le paramètre de forme m est imposé et deux valeurs sont arbitrairement choisies (5 et 20) afin d'analyser l'influence de ce paramètre sur les prédictions du critère. Les autres paramètres, à savoir τ'_0, α et γ, sont identifiés tels que P_{Fa} soit, en moyenne sur les neuf réalisations, égale à 50% pour chacun des trois cas de chargement. Les valeurs identifiées pour les différents paramètres des critères de fatigue sont récapitulées dans le tableau II.4.

2.2.5 Détermination des limites de fatigue à l'aide des critères de fatigue

Une fois les paramètres identifiés, les critères de fatigue sont utilisés pour prédire la tenue en fatigue pour d'autres cas de chargement. Pour une condition de chargement donnée, la détermination de la limite de fatigue moyenne consiste à chercher les amplitudes de contraintes normales et de cisaillement macroscopiques à appliquer aux agrégats polycristallins de manière à ce que, en moyenne sur les 9 réalisations :

- $\sigma_{DV}/\beta_{DV} = 1$ pour le critère plan critique ;
- $\sigma_P/\beta_P = 1$ pour le critère intégral ;
- $P_{Fa} = 50\%$ pour le critère probabiliste.

Quand des modèles de comportement purement élastiques sont utilisés, seul un calcul par EF est nécessaire par réalisation et par condition de chargement grâce à la linéarité de la réponse mécanique. Au contraire, dans les cas où la plasticité cristalline est assignée aux grains, la recherche du niveau de la limite de fatigue est un processus itératif qui requière plusieurs simulations par condition de chargement et par réalisation ce qui conduit à des temps de calcul importants. Pour cette raison, les limites de fatigue sont prédites seulement pour quelques cas de chargement quand la plasticité cristalline est utilisée.

2.3 Résultats et discussion sur les microstructures sans défaut sous chargement multiaxial

2.3.1 Effet du modèle de comportement sur les réponses mécaniques mésoscopiques

Dans cette partie, la réponse mécanique des agrégats polycristallins est étudiée à l'échelle des grains à travers les quantités mécaniques mésoscopiques. Ces dernières sont calculées à partir des résultats obtenus lors du dernier cycle calculé lors des simulations par EF et pour les trois modèles de comportement assignés aux grains.

Comparaison entre les réponses mécaniques macroscopiques et mésoscopiques. À partir des résultats issus des simulations numériques, il peut être constaté que l'anisotropie du comportement du matériau peut faire différer notablement la réponse en contrainte et en déformation de chaque grain par rapport à la réponse macroscopique. Ceci est illustré en figure II.4 où est représenté la réponse cyclique σ_{11}-ε_{11} (respectivement σ_{12}-ε_{12}) de chaque grain contenu dans un agrégat polycristallin sollicité en traction alternée symétrique (respectivement en cisaillement alterné symétrique) avec une amplitude correspondant à la limite de fatigue moyenne expérimentale. Les résultats obtenus dans le cas de l'élasticité cubique seule et dans le cas de la plasticité cristalline en complément de l'élasticité cubique sont groupés respectivement en figure II.4a et II.4b. Ces figures mettent en évidence le fait qu'à la fois l'élasticité cubique et la plasticité cristalline ont un impact significatif sur la dispersion des réponses en contrainte et en déformation.

Il est intéressant de rappeler, comme cela est illustré en figure II.5, que l'utilisation d'un modèle de comportement anisotrope à l'échelle des grains induit un état de contrainte multiaxial dans les grains, même dans les cas où un chargement uniaxial est appliqué aux agrégats polycristallins. Sur la figure II.5, sont présentés les réponses σ_{11}-σ_{22} et σ_{11}-σ_{33} des grains d'un agrégat polycristallin sollicité en traction alternée symétrique au niveau

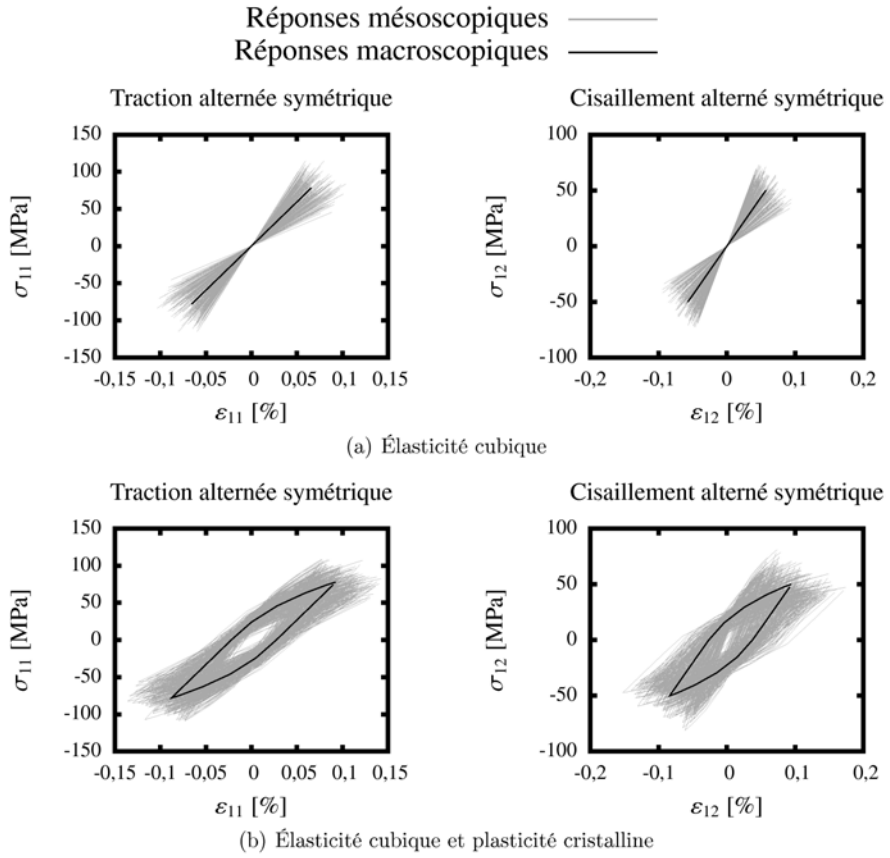
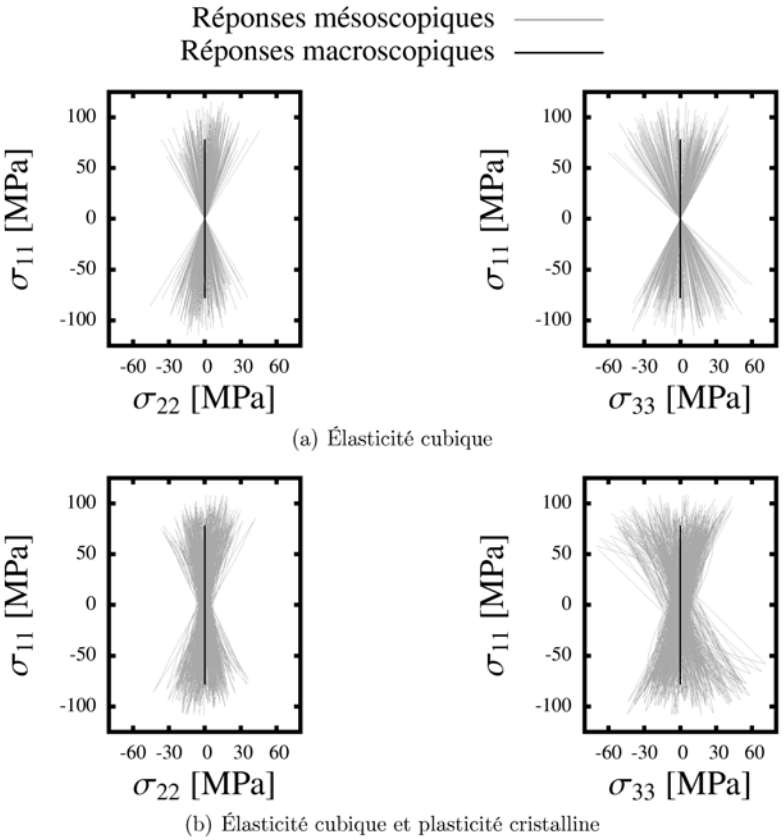


FIGURE II.4 – Comparaison entre les réponses en contrainte-déformation macroscopiques et mésoscopiques d'un agrégat polycristallin sollicité au niveau de la limite de fatigue moyenne en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique pour : (a) l'élasticité cubique seule et (b) l'élasticité cubique avec la plasticité cristalline.

de la limite de fatigue moyenne. La figure II.5a corresponds au cas où l'élasticité cubique est employée alors que la figure II.5b représente les résultats obtenus quand l'élasticité cubique et la plasticité cristalline sont assignées aux grains. Sur la figure II.5b, il peut être constaté que l'ajout du comportement plastique cristallin conduit à des trajets de contrainte non-proportionnels à l'échelle des grains.

Distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale. Les réponses mécaniques des grains constituant les agrégats polycristallins ont été étudiées dans la littérature au travers de différentes quantités mécaniques : composantes des tenseurs des contraintes et des déformations exprimées dans le repère de référence de l'agrégat [66, 69, 74, 93], contrainte équivalente de von Mises [92, 74], contrainte hydrostatique et cission mésoscopiques [69, 63], paramètres indicateurs de fatigue [65, 66, 74, 87, 91], etc. Afin de compléter ces analyses, les distributions de deux quantités mécaniques pertinentes pour la caractérisation de la tenue en fatigue sont étudiés dans ce chapitre : l'amplitude de cission mésoscopique τ_a et l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ toutes deux agissant sur les plans de glissement des agrégats polycristallins. À titre de rappel,



(a) Élasticité cubique

(b) Élasticité cubique et plasticité cristalline

FIGURE II.5 – Comparaison entre les réponses σ_{11}-σ_{22} et σ_{11}-σ_{33} macroscopiques et mésoscopiques d'un agrégat polycristallin sollicité à la limite de fatigue en traction alternée symétrique pour : (a) l'élasticité cubique seule et (b) l'élasticité cubique avec la plasticité cristalline.

ces quantités sont utilisées dans le critère de fatigue probabiliste. La réponse mécanique, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement des neuf réalisations d'agrégats polycristallins est rapportée dans chaque sous-figure de la figure II.6. De plus, l'histogramme, la moyenne et la valeur maximale de chaque composante sont précisés. Sur cette figure, sont présentés les résultats obtenus avec l'élasticité isotrope, l'élasticité cubique et la combinaison de l'élasticité cubique et de la plasticité cristalline dans les cas de la traction alternée symétrique, du cisaillement alterné symétrique, de la traction-cisaillement combinés ($k_{12} = 0{,}5$, $\varphi_{12} = 0°/90°$) et de la traction biaxiale ($k_{22} = 1$, $\varphi_{22} = 0°$). Les amplitudes de chargement appliquées aux agrégats correspondent aux limites de fatigue moyennes macroscopiques. Dans les cas de la traction alternée symétrique et du cisaillement alterné symétrique, les limites de fatigue moyennes sont déterminées à partir d'essais de fatigue alors que pour les autres cas de chargement, ces limites ont été estimées à partir du critère de Papadopoulos.

À partir des résultats obtenus avec la plasticité cristalline, il peut être observé que la distribution des amplitudes de cission est moins dispersée dans le cas du chargement en traction-cisaillement combinés avec $k_{12} = 0{,}5$ et $\varphi_{12} = 90°$ que pour les autres chargements. Ainsi, ce cas de chargement particulier devrait conduire à une distribution plus

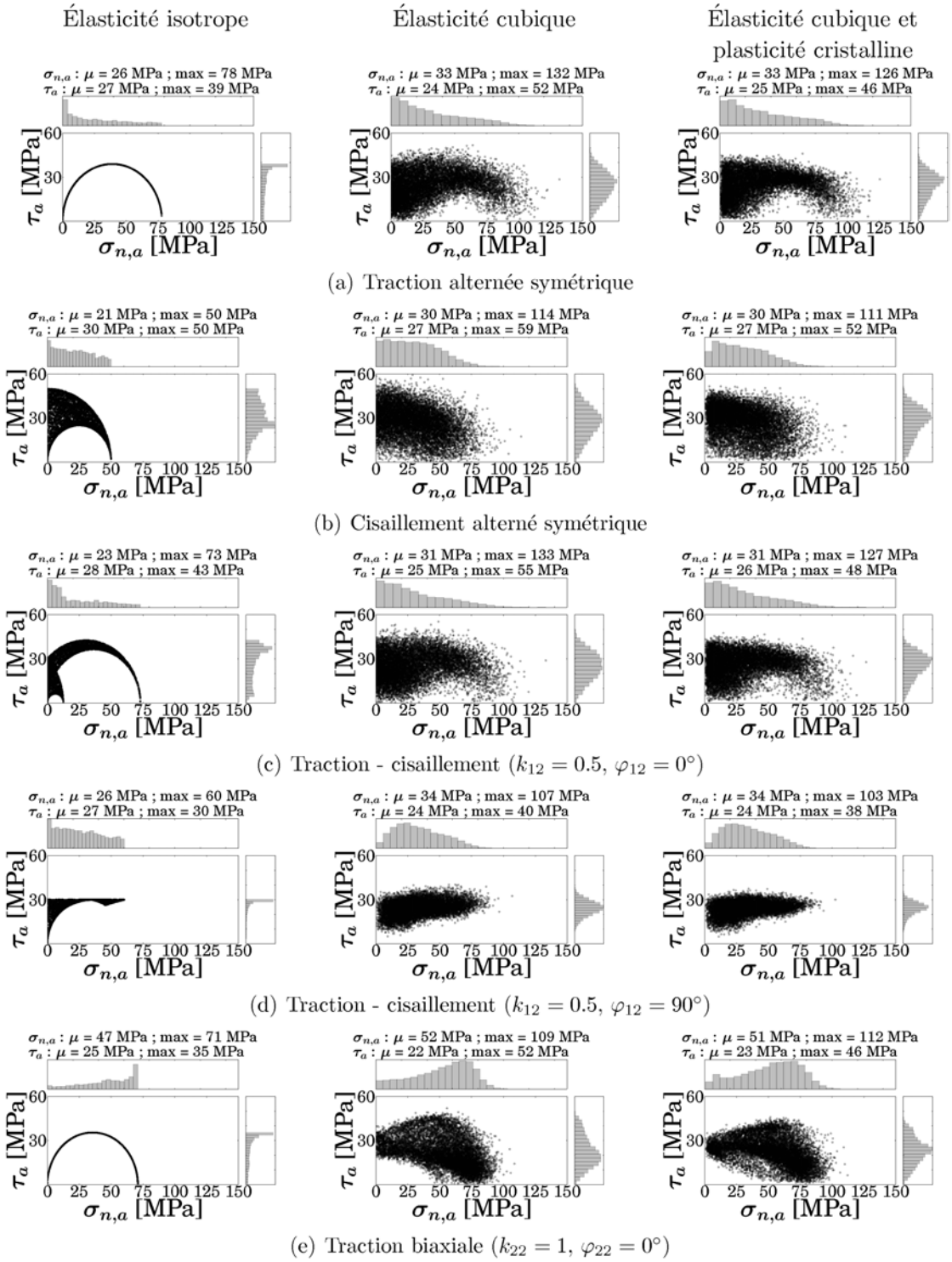


FIGURE II.6 – Réponses mécaniques sur chaque plan de glissement, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, obtenues à partir des simulation par EF d'agrégats polycristallins pour différentes conditions de chargement.

homogène du glissement plastique au sein des agrégats polycristallins.

Comme le montre la figure II.6, les distributions des quantités mécaniques considérées sont fortement altérées quand le comportement élastique isotrope est remplacé par l'élasticité cubique. En effet, comparé au comportement élastique isotrope, le comportement élastique cubique cause une augmentation significative des valeurs maximales et moyennes des amplitudes de contrainte normale dans les agrégats. Le constat quant aux amplitudes de cission agissant sur les plans de glissement est légèrement différent. Bien qu'une augmentation de la valeur maximale de τ_a soit observée pour les chargements considérés, une légère diminution de sa valeur moyenne est constatée. Il est aussi à noter que l'utilisation du comportement élastique cubique en lieu et place du comportement élastique isotrope symétrise significativement les distributions des amplitudes de cission. Ceci conduit à une diminution du nombre de plans de glissement subissant de forts niveaux de cission. Les tendances décrites ici pour les cinq conditions de chargement présentées ont été observées pour les autres cas de chargement étudiés.

Comparé au cas du comportement élastique cubique seul, il apparaît que l'addition de la plasticité cristalline n'affecte que très légèrement les distributions des deux quantités mécaniques considérées. En effet, son effet sur la distribution des amplitudes de contrainte normale est presque négligeable. De plus, la distribution de τ_a redevient légèrement plus asymétrique (exception fait du cas en traction biaxiale) ce qui conduit au maintien des valeurs moyennes de τ_a conjointement à une diminution de ses valeurs maximales. Des résultats similaires sur l'influence significative de l'élasticité cubique, par rapport à la plasticité cristalline, sur les réponses mécaniques mésoscopiques ont été obtenus par Robert et al. [69].

Le rôle modéré de la plasticité cristalline comparé à celui de l'élasticité cubique peut être expliqué dans le cas présent par deux facteurs principaux. Premièrement, les amplitudes de chargement qui correspondent approximativement aux limites de fatigue moyenne macroscopique sont proche de la limite d'élasticité macroscopique ainsi l'activité plastique reste faible. Deuxièmement, le matériau considéré a un comportement élastique fortement anisotrope. En effet, son coefficient d'anisotrope de Zener, qui est défini par $a = 2C_{1212}/(C_{1111} - C_{1122})$, est égal à 4,38, ce qui est plus élevé que ceux de l'aluminium pur ($a \simeq 1{,}2$ [102]), du nickel pur ($a \simeq 2{,}4$ [103]) et des aciers austénitiques ($a \simeq 3{,}5$ [104]). Des études en fatigue oligocyclique ou sur des matériaux au comportement élastique faiblement anisotrope pourraient ainsi conduire à des conclusions notablement différentes de celles émises ici.

Orientations des plans de glissement critiques. Le critère de fatigue probabiliste est utilisé afin d'étudier les orientations des plans de glissement les plus critiques pour certains cas de chargement. Pour conduire cette analyse, la probabilité de rupture P_{Fg} est tout d'abord calculée (avec le jeu de paramètres identifié pour le facteur de forme $m = 20$) pour chacun des grains d'un agrégat polycristallin et est associée au vecteur unitaire normal au plan de glissement correspondant $\underline{n}_s$. Ensuite, chaque vecteur normal $\underline{n}_s$ est représenté par un point dans la figure II.7, grâce à une projection stéréographique (cf. 2.1) dans le plan de vecteur normal $\underline{e}_3$ (le repère de référence est illustré en figure II.1). Les directions horizontale et verticale sont respectivement colinéaires à $\underline{e}_1$ et $\underline{e}_2$. Dans cette figure, les couleurs associées aux points correspondent à la valeur de la probabilité de

rupture P_{Fg}. Pour chaque condition de chargement étudiée, les probabilités de rupture sont calculées à partir des résultats obtenus avec les modèles EF utilisant l'élasticité isotrope, l'élasticité cubique seule et la plasticité cristalline avec l'élasticité cubique. Dans chaque cas de chargement et pour chaque modèle de comportement, les agrégats sont sollicités au niveau de la limite de fatigue moyenne estimée à partir du critère de fatigue probabiliste. Par ailleurs, il est à noter que seuls les grains ayant une probabilité de rupture $P_{Fg} > 10^{-5}$ figurent sur les différents graphiques.

En se référant aux résultats présentés en figure II.7, il apparaît que le changement du modèle de comportement assigné aux grains ne modifie pas de manière importante les motifs résultants de la projection stéréographique des normales aux plans les plus critiques. Néanmoins, la dispersion observée sur les valeurs de P_{Fg} et sur les orientations des normales aux plans les plus critiques augmente dans la plupart des cas quand un modèle de comportement anisotrope est employé. De plus, les positions des valeurs maximales atteintes par P_{Fg}, dans les figures de pôles, sont différentes de celles obtenues dans le cas élastique isotrope et dépendent de la réalisation considérée (c'est-à-dire de la géométrie de la microstructure et du jeu d'orientations).

En traction alternée symétrique, dans le cas de l'élasticité cubique et de la plasticité cristalline, les normales des plans les plus critiques, c'est-à-dire des plans pour lesquels l'amorçage de fissures de fatigue est le plus susceptible de se produire, sont inclinés de 0° à 50° par rapport à l'axe de chargement selon les prédictions du critère probabiliste (cf. figure II.7). Si ces prédictions obtenues avec l'hypothèse de déformation plane généralisée sont similaires à celles qui serait obtenues pour les grains en surface libre d'agrégats polycristallins 3D alors l'angle entre les intersections des plans fissurés avec la surface et l'axe de chargement seraient compris entre 40° et 90°. Ce constat est en accord avec les observations expérimentales effectuées sur des éprouvettes d'acier inoxydable austénitique sollicitées en fatigue oligocyclique [105].

2.3.2 Prédictions des critères de fatigue

Compte tenu des différences notables entre les réponses macroscopique et mésoscopique, il est légitime de se demander pourquoi des critères basés sur des quantités mécaniques macroscopiques peuvent prédire efficacement le comportement sous sollicitation multiaxiale. Il apparaît également que les critères de fatigue fondés sur une approche mésoscopique conduisent à des prédictions satisfaisantes (par exemple [36] et [38]) malgré l'utilisation fréquente d'hypothèses simplificatrices. Parmi ces hypothèses, peuvent être citées l'omission de l'anisotropie élastique et l'égalité des déformations totales macroscopique $\boldsymbol{E}$ et mésoscopique $\boldsymbol{\varepsilon}$ utilisée dans le modèle d'homogénéisation de Lin-Taylor et qui n'est pas valide dans la présente étude (cf. figure II.4).

Pour apporter des éléments de réponse à cette interrogation, les prédictions des critères décrits dans la section 2.2 sont déterminées pour chaque modèle de comportement utilisé à l'échelle des grains et sont comparées entre elles. Les limites de fatigue calculées par les différents critères, lorsque le comportement élastique isotrope est utilisé, serviront de référence car, dans ce cas particulier, le tenseur des contraintes mésoscopiques $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_g$ correspond au tenseur des contraintes macroscopiques $\boldsymbol{\Sigma}$. Ainsi, pour ce modèle de comportement, les prédictions offertes par les critères sont similaires à celles issues des critères originaux [35, 36, 38].

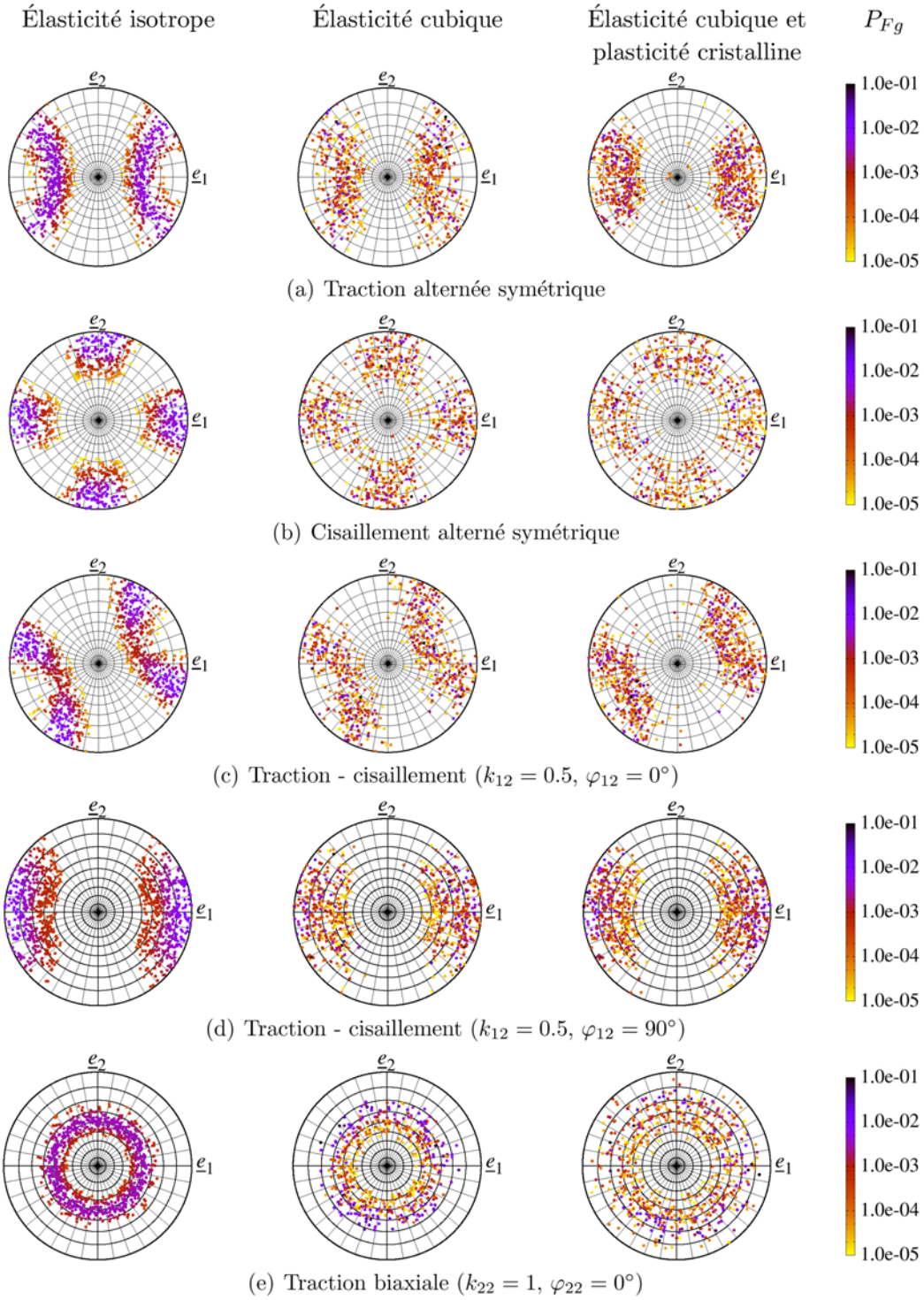


FIGURE II.7 – Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée.

Les tendances expérimentale observées en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycle pour les matériaux métalliques seront également rappelées en utilisant des résultats de la littérature. Les prédictions obtenues à partir des trois critères de fatigue sont présentées et comparées à ces tendances. Afin de proposer une comparaison raisonnable entre les limites de fatigue expérimentales et prédites, les résultats expérimentaux sélectionnés ici sont issus d'essais de fatigue conduit sur des matériaux métalliques dont le ratio s_{-1}/t_{-1} est proche de celui du cuivre étudié (pour lequel $s_{-1}/t_{-1} \simeq 1{,}6$) et les limites de fatigue sont normalisées.

Traction et cisaillement combinés. Les données expérimentales de la littérature n'indiquent aucune tendance claire de l'effet du déphasage sur la tenue en fatigue de divers matériaux métalliques soumis à des chargements de traction-torsion (ou flexion-torsion). En effet, pour un rapport de biaxialité donné k_{12}, dans certains cas, l'augmentation du déphasage (pour $\varphi_{12} \in [0^\circ; 90^\circ]$) a une influence bénéfique sur la tenue en fatigue [4, 8] alors que dans d'autres cas, il peut avoir un effet négligeable [7] ou même défavorable [5, 8]. L'ensemble de ces résultats expérimentaux, en plus des limites de fatigue déterminées par Mielke [6], sont rapportés en figure II.8 sur laquelle sont représentées les limites de fatigue moyennes normalisées pour $\varphi_{12} = 0^\circ$, $\varphi_{12} = 90^\circ$ et $k_{12} = 0{,}5$.

Sur cette figure, les limites de fatigue prédites par les trois critères de fatigue, pour les deux modèles de comportement purement élastiques étudiés, sont aussi présentées. Les limites de fatigue déterminées dans le cas d'un comportement élastique isotrope (Fig.II.8a) sont attendues. En effet, grâce à un nombre de grains considérés suffisamment important, les prédictions des critères plan critique et intégral sont les mêmes que celles obtenues respectivement par les critères de Dang Van et de Papadopoulos. Quant aux limites de fatigue prédites par le critère probabiliste, elles sont légèrement différentes de celles proposées par le critère de Morel et Huyen [38]. Ces différences peuvent être expliquées par les modifications opérées sur le critère initial. À titre de rappel, les changements effectués sur le critère sont d'une part, l'utilisation de l'amplitude de cission agissant sur le plan de glissement au lieu de l'amplitude de cission résolue agissant sur le système de glissement et d'autre part, la redéfinition de la probabilité de rupture du grain P_{Fg}.

D'après le critère plan critique, une augmentation du déphasage φ_{12} (de 0° à 90°) conduit à un effet favorable sur la tenue en fatigue alors que le critère intégral prédit que le déphase n'affecte pas la limite de fatigue d'un matériau sollicité en traction et cisaillement combinés. Dans le cas des chargements en phase, le critère probabiliste donne des prédictions similaires à celles du critère intégral et légèrement plus optimistes que celle du critère plan critique. Dans le cas de déphasages importants ($\varphi_{12} \in [45^\circ; 90^\circ]$), les limites de fatigues estimées par le critère probabiliste sont comprises entre celles prédites par les critère de Papadopoulos et de Dang Van. Il est intéressant de remarquer que le paramètre de forme m de la distribution de Weibull, sur la plage de valeurs considérées, affecte peu les prédictions du critère probabiliste. L'écart maximal rencontré se produit pour $\varphi_{12} = 90^\circ$ et $k = 1$ et il en résulte une augmentation d'environ 4% de la limite de fatigue pour m allant de 20 à 5.

Les résultats présentés en figure II.8a montrent un bon accord entre les limites de fatigue prédites par tous les critères considérés et les données expérimentales pour des chargements en phase de traction-cisaillement combinés. Au contraire, dans les cas de

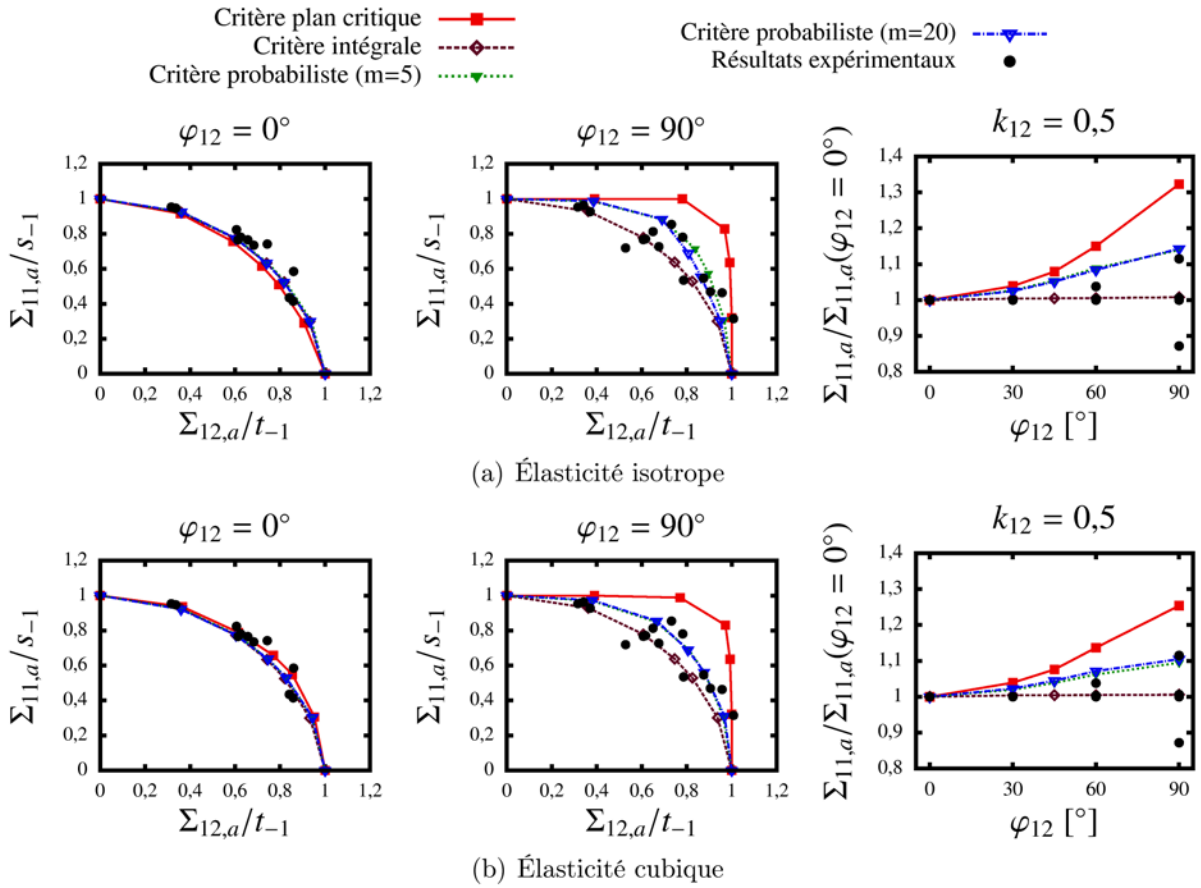


FIGURE II.8 – Prédictions des critères de fatigue en traction-cisaillement combinés pour chaque modèle de comportement purement élastique et limites de fatigue expérimentales de différents matériaux métalliques [4, 5, 6, 7, 8].

forts déphasages, le critère plan critique surestime généralement la tenue en fatigue alors que le critère intégral fournit des prédictions conservatives dans la plupart des cas. Enfin, le critère probabiliste semble être une bonne alternative au critère intégral seulement pour les matériaux montrant une amélioration significative de leur tenue en fatigue avec l'augmentation du déphasage.

En comparant les résultats rapportés en figures II.8a et II.8b, il apparaît que les limites de fatigue moyennes prédites par un critère donné avec le comportement élastique cubique sont étonnamment proche de celles estimées par le même critère avec le modèle de comportement élastique isotrope. En effet, quand $\varphi_{12} = 0^{\circ}$, l'écart maximal observé, relativement au cas de l'élasticité isotrope, est inférieur à 8% pour le critère plan critique et à 1% pour les deux autres critères. Dans le cas où $\varphi_{12} = 90^{\circ}$, les écarts entre les limites de fatigue prédites pour les deux modèles de comportement sont inférieurs à 2% pour le critère plan critique, 1% pour le critère intégral et 5% pour le critère probabiliste quelle que soit la valeur de m considérée.

Les limites de fatigue sont aussi estimées par les critères à partir des résultats issus des modèles EF utilisant la plasticité cristalline pour quelques cas de chargement :

($k_{12} = 0{,}5\,;\varphi_{12} = 0^\circ$) et ($k_{12} = 0{,}5\,;\varphi_{12} = 90^\circ$). Ces prédictions sont rapportées sur la figure II.9 avec celles déterminées dans le cas où l'élasticité cubique seule est assignée aux grains. Il peut être observé que la plasticité cristalline n'affecte pas significativement les prédictions quel que soit le critère considéré. Les écarts entre les prédictions sont en effet inférieurs à 1% excepté pour le critère plan critique où un écart d'approximativement 3% est constaté pour $k_{12} = 0{,}5$ et $\varphi_{12} = 90^\circ$.

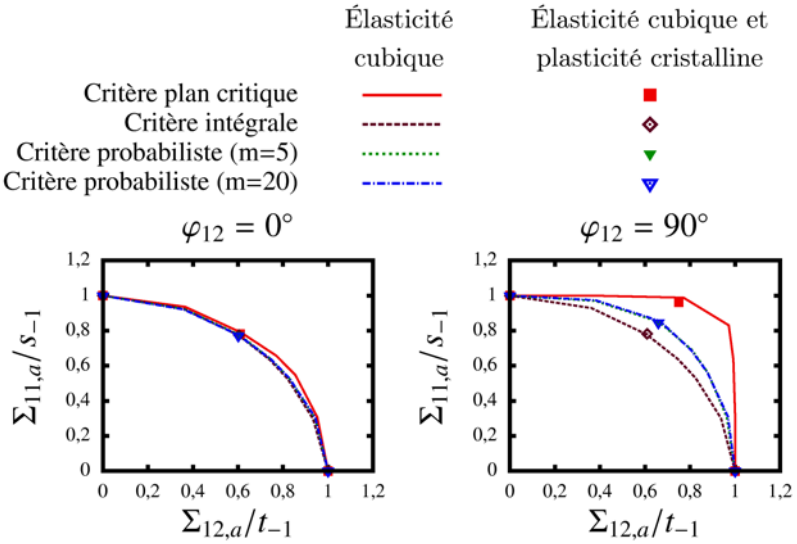
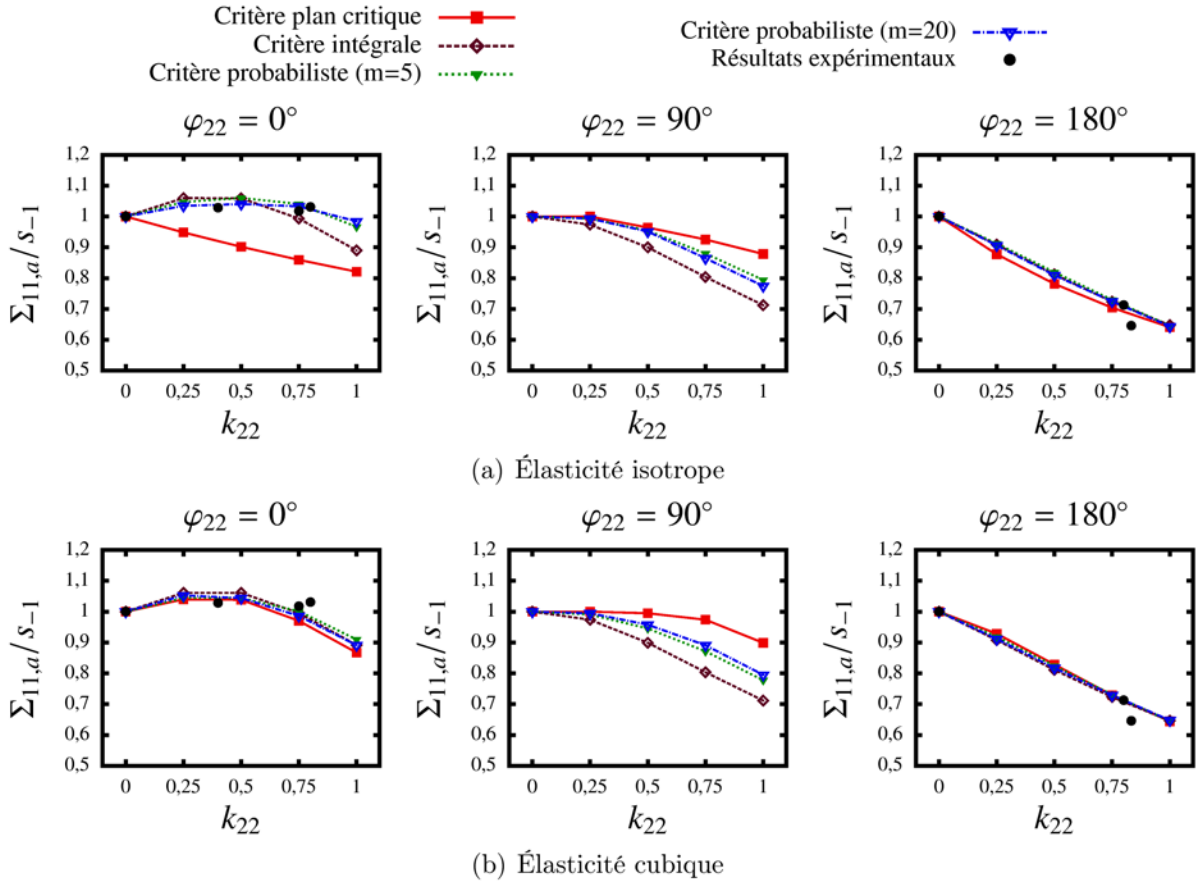


FIGURE II.9 – Comparaison entre les prédictions des critères de fatigue en traction-cisaillement combinés obtenues avec l'élasticité cubique seule et la plasticité cristalline en plus de l'élasticité cubique.

Ainsi, malgré le fait que les distributions des quantités mécaniques mésoscopiques soient mésestimées (en particulier pour les contraintes normales agissant sur les plans de glissement) quand l'hypothèse d'un comportement élastique isotrope des grains est faite, les trois critères de fatigue étudiés fournissent des prédictions presque identiques à celles obtenus à partir des résultats des modèles EF utilisant l'élasticité cubique seule ou la combinaison de l'élasticité cubique et de la plasticité cristalline, tout du moins pour les cas de chargement en traction-cisaillement.

Traction biaxiale. Seul un faible nombre de résultats expérimentaux ont été rapportés dans le cas de la traction biaxiale. Dans ce contexte, les conclusions qui peuvent être tirées sur d'éventuelles tendances expérimentales devront être prises avec précaution. À partir des essais de fatigue conduit par Rotvel [9] et Koutiri [10], dont les résultats sont présentés en figure II.10, on peut observer qu'en l'absence de déphasage, une augmentation du rapport de biaxialité (pour $k_{22} \in [0;1]$) a un effet négligeable sur l'amplitude de la contrainte de traction principale $\Sigma_{11,a}$ admissible. Dans le cas d'un déphasage de $\varphi_{22} = 180^\circ$, une diminution de la limite de fatigue est observée pour des rapports de biaxialité élevé ($k_{22} = 0{,}8$ et $k_{22} = 0{,}83$). Cette dernière constatation n'est pas étonnante étant donné que ces conditions de chargement sont proches de l'état de contrainte du

cisaillement pur (c'est-à-dire $k_{22} = 1{,}0$ et $\varphi_{22} = 180^\circ$) et que la texture cristallographique est isotrope.



(a) Élasticité isotrope

(b) Élasticité cubique

FIGURE II.10 – Prédictions des critères de fatigue en traction biaxiale pour chaque modèle de comportement purement élastique et limites de fatigue expérimentales de différents matériaux métalliques [9, 10].

Les limites de fatigue prédites par chaque critère et déterminées à partir des résultats des modèles EF utilisant l'élasticité isotrope et l'élasticité cubique sont présentées en figures II.10a et II.10b. Les mêmes remarques que dans le cas précédent peuvent être faites au sujet de la concordance des prédictions obtenues à partir des critères originaux et des critères appliqués aux résultats des modèles EF dans lesquels l'élasticité isotrope est utilisée. Pour ce modèle de comportement, il apparaît que le critère plan critique prédit systématiquement un effet néfaste sur la tenue en fatigue quand le rapport de biaxialité augmente de 0 à 1, quelle que soit la valeur du déphasage φ_{22}. En ce qui concerne les deux autres critère, quand $\varphi_{22} \geq 90^\circ$, une diminution de la limite de fatigue est aussi prédite avec l'augmentation de k_{22}. Cependant, dans les cas où $\varphi_{22} < 90^\circ$ une légère amélioration de la limite de fatigue est d'abord observée avec l'augmentation du rapport de biaxialité jusqu'à approximativement 0.5 puis une diminution est constatée pour k_{22} allant de 0.5 à 1. La variation du paramètre de forme m n'a pas d'effet significatif sur les limites de fatigue moyennes prédites par le critère probabiliste pour les deux valeurs étudiées. L'écart

maximal rencontré n'excède pas 3% pour m allant de 5 à 20.

Selon les prédictions obtenues pour $\varphi_{22} = 0^\circ$, on observe que les critères intégral et probabiliste sont plus à même de rendre compte des tendances expérimentales alors que le critère plan critique fournit des prédictions conservatives. Néanmoins, le manque de données expérimentales, dans le cas de chargements en traction biaxiale alternée symétrique, ne permet pas de tirer de conclusions définitives sur la précision des prédictions des critères.

Contrairement au cas de chargements en traction-cisaillement, la comparaison entre les limites de fatigue prédites illustrées sur les figures II.10a et II.10b révèle une sensibilité des prédictions de certains critères par rapport au modèle de comportement assigné aux grains, en particulier pour les chargements en phase. En effet, les écarts rencontrés entre les limites de fatigue prédites dans le cas des comportements élastique isotrope et élastique cubique peuvent atteindre 15% pour le critère plan critique sur l'ensemble des rapports de biaxialité étudiés et respectivement 5% et 10% pour le critère probabiliste avec $m = 5$ et $m = 20$. Les prédictions du critère intégral restent, quant à elles, pratiquement inchangées quand le comportement élastique cubique remplace le comportement élastique isotrope. Les écarts entre les limites de fatigue prédites par ce critère pour les deux modèles de comportement n'excèdent jamais 1%.

Les limites de fatigue ont été déterminées par les critères à partir des résultats issus des modèles EF utilisant la plasticité cristalline dans certaines conditions de chargement. Les cas de chargement sélectionnés sont ceux pour lesquelles des écarts significatifs entre les prédictions obtenues avec l'élasticité isotrope et l'élasticité cubique ont été observés, à savoir : $(k_{22} = 0{,}5\,;\varphi_{22} = 0^\circ)$, $(k_{22} = 1\,;\varphi_{22} = 0^\circ)$ et $(k_{22} = 1\,;\varphi_{22} = 90^\circ)$. Ces nouvelles prédictions et celles déterminées dans le cas où l'élasticité cubique seule fût assignée aux grains sont rapportés en figure II.11. Une fois encore, la plasticité n'influe que légèrement sur les prédictions. Les écarts entre les prédictions sont inférieurs à 1% pour le critère intégral, 2% pour le critère probabiliste et 3% pour le critère plan critique.

Il peut être conclu de ces résultats que le critère intégral offre des prédictions qui ne sont quasiment pas affectées par le modèle de comportement utilisé à l'échelle des grains. Ce constat peut être expliqué par le fait que ce critère utilise des quantités mécaniques moyennées sur l'agrégat entier. Au contraire, le critère plan critique qui utilise l'état de contrainte du plan de glissement le plus sollicité de l'agrégat est le critère dont les limites de fatigue prédites sont les plus affectées par le changement de modèle de comportement. Enfin, les prédictions proposées par le critère probabiliste sont plus ou moins sensibles, selon la valeur de m, à ce changement de comportement. Plus le facteur de forme est élevé, plus les prédictions sont affectées par le changement de comportement. Ceci peut être expliqué par le fait que l'augmentation du paramètre de forme conduit à une diminution de la variance de la distribution de Weibull, accentuant ainsi la contribution des grains les plus sollicités sur la probabilité de rupture de l'agrégat et rendant négligeable celle d'un plus grand nombre de grains. En d'autres termes, pour les valeurs de m élevées, seulement un ou quelques grains contribuent effectivement à la rupture, comme dans le cas du critère plan critique, alors que pour les valeurs de m faibles, un grand nombre de grains de l'agrégat sera pris en compte pour évaluer le risque de rupture, comme pour le critère intégral.

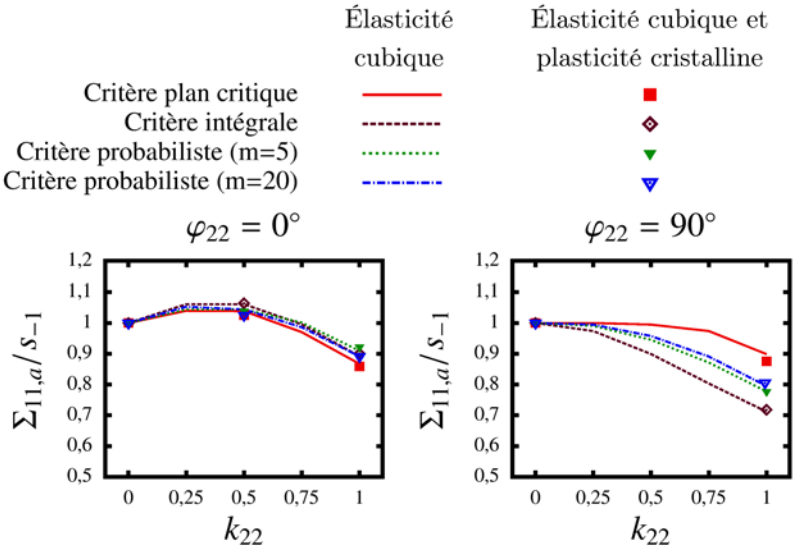


FIGURE II.11 – Comparaison entre les prédictions des critère de fatigue en traction biaxiale obtenues avec l'élasticité cubique seule et avec la plasticité cristalline en plus de l'élasticité cubique.

2.4 Conclusion

Les réponses mécaniques cycliques d'agrégats polycristallins en 2D, obtenues à partir des simulations par EF, ont été analysées pour des conditions de chargement variées. Il a été mis en évidence que les réponses mésoscopiques, en termes de contraintes et déformations, sont dispersées et diffèrent significativement de la réponse macroscopique des agrégats polycristallins. De plus, il a été constaté que l'anisotropie du comportement mécanique des grains conduit à des réponses en contrainte multiaxiales même quand un chargement uniaxial est appliqué à l'agrégat polycristallin. En outre, l'introduction de la plasticité cristalline dans le modèle de comportement des grains entraîne une non-proportionnalité entre les différentes composantes du tenseur des contraintes durant le cycle de chargement. Enfin, l'influence de chaque source d'anisotropie (élastique et plastique) sur les distributions des amplitudes des contraintes de cisaillement et des contraintes normales a été discutée. Il a été montré que l'élasticité cubique, contrairement à la plasticité cristalline, affecte significativement ces distributions pour une large gamme de chargement. Deux éléments peuvent expliquer ces résultats : la forte anisotropie du comportement élastique des monocristaux de cuivre et le fait que les amplitudes de chargement en fatigue à grand nombre de cycles conduisent à des déformations plastiques modérées.

Les prédictions déterminées par trois critères de fatigue différents utilisant les résultats des simulations par EF sont ensuite étudiées. Il apparaît qu'elles sont, d'une manière générale, peu sensibles au modèle de comportement assigné aux grains, pour les conditions de chargement étudiées et avec la méthodologie d'identification suivie, malgré les différences remarquables entre les réponses mécaniques mésoscopiques et macroscopiques. Les écarts les plus notables entre les prédictions sont rencontrés pour les chargements en

traction biaxiale et pour les critères plan critique et probabiliste (lorsque le paramètre de forme est élevé). Il s'ensuit que si ces critères fournissent de bonnes prédictions avec une modélisation complexe alors ils sont capables d'estimer de manière satisfaisante les limites de fatigue avec une modélisation plus simple. La comparaison entre les tendances expérimentales et les prédictions numériques a permis de montrer que les critères de fatigue intégral et probabiliste reflètent assez bien les effets de biaxialité et de déphasage sur la tenue en fatigue pour les cas de chargement considérés. Ces conclusions doivent cependant être prises avec précaution. Certains aspects de la modélisation ont en effet été omis (par exemple, la surface libre) ou simplifiés (les microstructures sont modélisées avec des agrégats polycristallins en 2-dimensions et l'hypothèse de déformation plane généralisée est utilisée). De plus, de nombreuses conditions de chargement possibles n'ont pas encore été étudiées. Enfin une qualité majeure des simulations numériques d'agrégats polycristallins, qui n'a pas encore été discutée ici, est l'opportunité qu'elles offrent d'étudier les effets d'hétérogénéités microstructurales (micro-entailles, précipités, pores...) sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles. Ce point est traité dans la section suivante de ce chapitre.

3 Étude de l'influence de défauts sur le comportement en fatigue sous chargement uniaxial

Une première analyse numérique est conduite sur des microstructures « entaillées », c'est-à-dire présentant une entaille semi-circulaire latérale. Elle s'appuie sur des limites de fatigue en traction alternée symétrique déterminée par Lukàš et al. [11] à partir d'éprouvettes lisses et entaillées en cuivre électrolytique recuit. Dans un premier temps, l'objectif est de reproduire par simulation numérique, les essais de fatigue conduit par Lukàš et al. [11] à l'aide de microstructures lisses et entaillées sollicitées en traction alternée symétrique à une amplitude de contrainte correspondant à la limite de fatigue moyenne macroscopique et ceci, afin d'analyser les réponses mécaniques des grains. L'analyse porte plus particulièrement sur les effets de l'entaille et du modèle de comportement utilisé à l'échelle des grains sur les réponses mécaniques mésoscopiques. Dans un second temps, une comparaison est effectuée entre les prédictions fournies par trois critères de fatigue définis dans la section précédente et les limites de fatigue moyennes expérimentales. Un des critères est ensuite sélectionné pour estimer la dispersion de la tenue en fatigue provoquée par la présence d'une entaille et par la variabilité de la microstructure.

Une étude numérique qualitative est ensuite menée sur des microstructures présentant un trou circulaire central afin de comparer succinctement l'influence d'un défaut sur les réponses mécaniques des grains sous différentes conditions de chargement : la traction alternée symétrique et le cisaillement alterné symétrique. Enfin, les limites de fatigue prédites par l'un des critères proposés sont comparées aux tendances expérimentales généralement observées dans des matériaux métalliques présentant des défauts artificiels.

Élasticité isotrope		Élasticité cubique		
E [GPa]	ν	C_{1111} [GPa]	C_{1122} [GPa]	C_{1212} [GPa]
118	0,34	159	122	81

Viscosité		Écrouissage isotrope								
K [MPa.s$^{1/n}$]	n	r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
8	20	4	7	9	1	1	0,2	90	3	2,5

TABLE II.5 – Paramètres matériaux d'un cuivre électrolytique recuit.

3.1 Modélisation d'agrégats polycristallins avec défaut

3.1.1 Modèle de comportement à l'échelle des grains

Comme dans la section précédente, afin de dissocier les effets de chaque source d'anisotropie sur les réponses mécaniques mésoscopiques, trois modèles de comportement assignés aux grains sont utilisés :

- l'élasticité linéaire isotrope ;
- l'élasticité linéaire cubique ;
- l'élasticité linéaire cubique avec la plasticité cristalline.

Le modèle de plasticité cristalline utilisé est celui proposé par Méric et al. [13] décrit dans la section 2.1.1 à l'exception près que l'écrouissage cinématique est négligé. La raison de ce choix vient du fait que deux identifications de la loi de plasticité cristalline ont été mené par Gérard [15] pour deux tôles de cuivre électrolytique ayant subi des traitements thermo-mécaniques différents. Pour l'une des tôles, un laminage à chaud puis un laminage à froid et enfin un recuit ont été effectués et l'écrouissage cinématique n'a pas été identifié tandis que l'autre tôle n'a été soumise qu'à un laminage à chaud et une identification de la loi d'écrouissage cinématique a été réalisée. Ces différences dans le traitement du matériau induisent des comportements élasto-plastiques distincts. Par exemple, la limite d'élasticité macroscopique définie à 0,2% de déformation plastique $R_{p0,2\%}$ est fortement influencée par le traitement thermo-mécanique. En effet, la tôle dans l'état recuit a une limite d'élasticité $R_{p0,2\%} \approx 35$ MPa alors que cette dernière est d'environ 120 MPa pour la tôle n'ayant pas subi de recuit. Or le cuivre ayant fait l'objet de l'étude de Lukáš et al. était dans un état recuit et avait une limite d'élasticité $R_{p0,2\%} = 40\ MPa$. Aussi semble-t-il plus pertinent de retenir le jeu de paramètres identifié pour le cuivre recuit. Les paramètres des modèles d'élasticité sont, quant à eux, conservées. Les valeurs de l'ensemble des paramètres sont récapitulées dans le tableau II.5.

3.1.2 Modélisation par EF de microstructures entaillées

Afin d'étudier numériquement les essais de fatigue conduit par Lukáš et al. [11] en utilisant des simulations par EF d'agrégats polycristallins, une géométrie simplifiée de l'éprouvette est modélisée (voir Fig.II.12). La première simplification est l'utilisation de géométries 2D avec une hypothèse de déformation plane généralisée. La seconde consiste à modéliser explicitement la microstructure uniquement dans une zone réduite à proximité d'une des deux entailles. Une matrice homogène englobant le polycristal est ajoutée de manière à ce que le rapport entre la demi-largeur de l'éprouvette utilisée par Lukáš et al.

et le rayon d'entaille soit respecté pour toute les géométries. Les dimensions présentées sur la figure II.12 ont été choisies de sorte que les agrégats polycristallins lisses contiennent 200 grains pour une taille moyenne de grain de 50 μm.

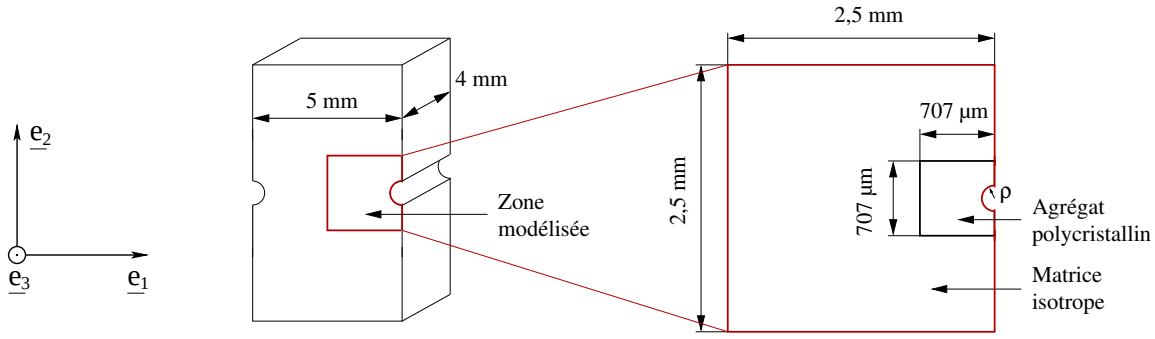


FIGURE II.12 – Géométrie de l'éprouvette [11] et zone modélisée.

La méthode pour générer des agrégats polycristallins en 2D est identique à celle employée dans la section précédente. Des microstructures lisses et entaillées sont utilisées dans les modèles EF. Les entailles considérées dans ces travaux sont semi-circulaires et trois rayons d'entaille ρ sont étudiés : 40, 80 et 120 μm. Enfin, le maillage EF de la microstructure est réalisé avec Gmsh. Les grains sont maillés avec en moyenne 100 éléments triangulaires à 3 nœuds (voir figure II.13).

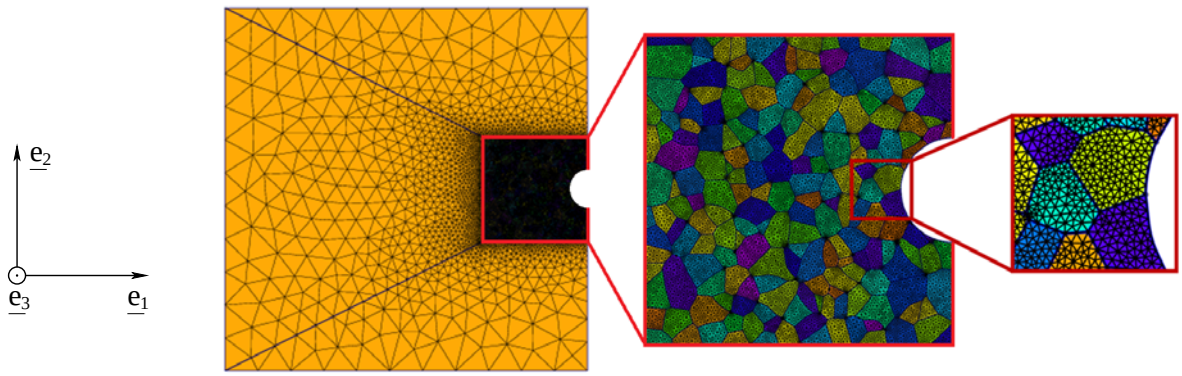


FIGURE II.13 – Exemple de maillage d'une matrice et d'un agrégat polycristallin entaillé de 200 grains en 2 dimensions.

Pour chaque taille de défaut étudiée, trois géométries contenant approximativement 200 grains équiaxes et 10 jeux d'orientations sont utilisés. Il convient de noter que les géométries des agrégats entaillés sont les mêmes que celles des agrégats lisses à l'exception de la zone rognée par l'entaille. De plus, un soin particulier a été apporté à assigner à chacun des grains d'une microstructure entaillée donnée, l'orientation du grain correspondant dans la microstructure sans entaille. Ce détail, qui peut paraître trivial, a tout de même nécessité des développements pour la création des modèles éléments finis et pour le traitement des résultats. N'ayant pas connaissance de la texture cristallographique du cuivre

étudié par Lukáš et al. sur lequel repose cette étude numérique, les jeux d'orientation sont composés de triplets d'angles d'Euler sélectionnés de sorte à représenter un matériau non texturé. Les différentes combinaisons possibles entre les microstructures et les jeux d'orientations permettent d'étudier les réponses mécaniques de 30 réalisations différentes pour chaque rayon d'entaille. Le choix d'un plus grand nombre de réalisations par rapport à l'étude de la section précédente est motivé par le fait que seuls les grains à proximité de l'entaille vont être fortement sollicités et seront à l'origine de l'amorçage d'une fissure de fatigue. Or comme les entailles sont de dimensions comparables à la taille moyenne de grain, peu de grains se trouvent dans leur voisinage. Autrement dit, la zone d'intérêt s'en trouve réduite et peu représentative de variabilité possible des orientations cristallines. Aussi semble-t-il pertinent d'augmenter le nombre de réalisations afin d'avoir une représentativité convenable de l'hétérogénéité microstructurale au voisinage du défaut.

Lorsque le modèle de plasticité cristalline est assigné aux grains, un comportement élasto-plastique isotrope avec écrouissage cinématique et isotrope non-linéaire (resp. lois d'Armstrong-Frederick et de Voce) est assigné à la matrice et 10 cycles de chargement sont simulés afin que les agrégats tendent vers une réponse stabilisée. Dans les calculs pour lesquels un modèle de comportement purement élastique est utilisé pour les grains, un modèle d'élasticité isotrope est appliqué à la matrice. Dans ces cas, seul un cycle de chargement est simulé.

Les agrégats sont sollicités en traction uniaxiale alternée symétrique. Ce cas de chargement est simulé en imposant un déplacement $U_2 = 0$ sur le bord inférieur et une contrainte macroscopique cyclique $\Sigma_{22}(t) = \Sigma_{22,a} \sin(\pi t)$ sur le bord supérieur de la matrice. Un déplacement $U_1 = 0$ est imposé sur le bord gauche de la matrice pour reproduire la symétrie de l'éprouvette. Les simulations numériques sont effectuées à l'aide du code de calcul EF ZeBuLoN.

3.1.3 Modélisation par EF de microstructures trouées

La modélisation de microstructures trouées est similaire à celle des microstructures entaillées : les géométries sont en 2 dimensions et les agrégats polycristallins, contenant 200 grains, sont entourés d'une matrice au comportement isotrope. Un schéma de la géométrie, sur lequel figure les dimensions globales de la matrice et de l'agrégat, est représentée en figure II.14.

Le défaut considéré dans ces modèles EF est un trou circulaire ; trois rayons ρ sont étudiés : 28, 57 et 85 μm. Comme dans le cas des microstructures entaillées, des simulations numériques sur des agrégats sans défaut sont également effectués. Les mêmes types d'éléments finis et densité de maillage que dans le cas des microstructures entaillées sont mis en œuvre (voir figure II.15).

Pour chaque taille de défaut étudiée, trois géométries d'agrégats contenant approximativement 200 grains équiaxes et dix jeux d'orientations sont utilisés. Par conséquent, la réponse de 30 réalisations différentes est analysée par taille de défaut. Deux chargements différents sont imposés aux microstructures : la traction alternée symétrique et le cisaillement alternée symétrique. Le premier cas de chargement est simulé en appliquant un déplacement $U_2 = 0$ sur le bord inférieur de la matrice et une contrainte macroscopique cyclique $\Sigma_{22}(t) = \Sigma_{22,a} \sin(\pi t)$ sur le bord supérieur de la matrice. Le second cas de chargement est modélisé en imposant une contrainte macroscopique cyclique

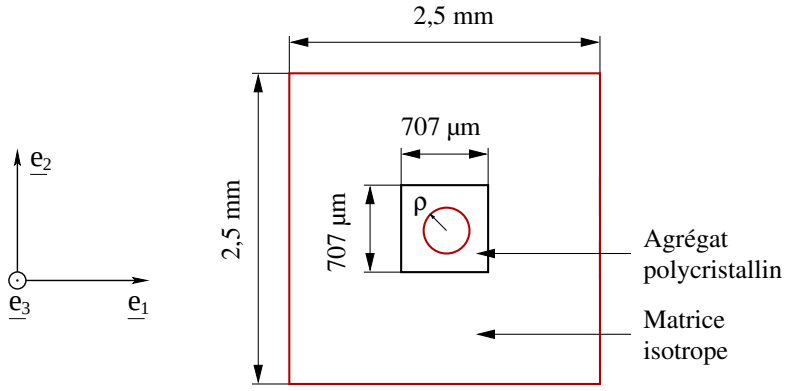


FIGURE II.14 – Géométrie des microstructures trouées.

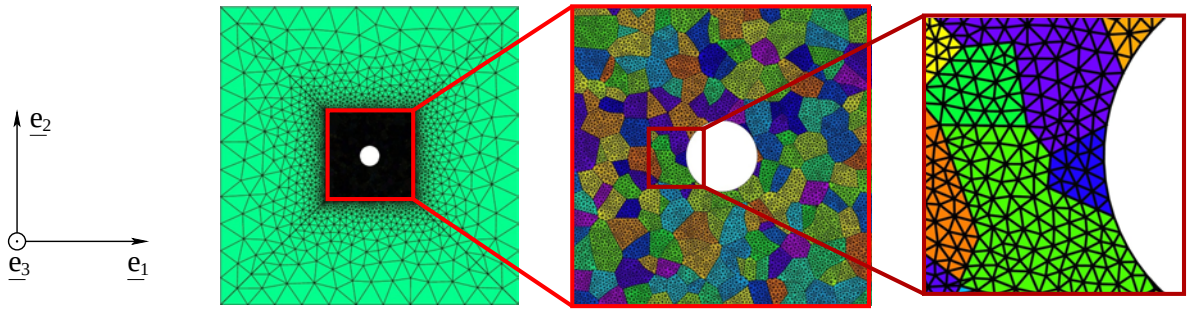


FIGURE II.15 – Exemple de maillage d'une matrice et d'un agrégat polycristallin troué de 200 grains en 2 dimensions.

$\Sigma_{12}(t) = \Sigma_{12,a} \sin(\pi t)$ sur les bords supérieur et droit de la matrice orientés respectivement suivant $\underline{e}_1$ et $\underline{e}_2$. Une contrainte macroscopique opposée $-\Sigma_{12}(t)$ est imposée sur les bords inférieur et gauche de la matrice orientés respectivement suivant $\underline{e}_1$ et $\underline{e}_2$. Afin de limiter les temps de calculs, seuls des modèles de comportement purement élastiques sont assignés aux grains et une loi d'élasticité isotrope est assignée à la matrice. Ce choix de modélisation paraît suffisant pour une analyse qualitative de l'influence du défaut sur la tenue en fatigue en traction et torsion alternées symétriques. Du fait de la linéarité des comportements élastiques, seul un cycle de chargement est simulé.

3.2 Critères de fatigue

Les trois critères de fatigue décrits en section 2.2 (plan critique, intégral et probabiliste) sont de nouveau employés dans cette partie. À titre de rappel, les quantités mécaniques mésoscopiques utilisées dans ces critères sont calculées à partir des tenseurs de contrainte moyennés par grains $\langle \underline{\underline{\sigma}}(t) \rangle_g$ obtenus lors du dernier cycle de chargement des simulations par EF.

3.2.1 Identification des paramètres des critères

La méthodologie décrite en section 2.2.4 est suivie afin d'identifier les paramètres des critères de fatigue : pour chaque modèle de comportement assigné aux grains, les paramètres des critères sont identifiés grâce aux résultats des simulations numériques d'agrégats polycristallins lisses sollicités, au niveau de la limite de fatigue moyenne macroscopique, en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique et en traction répétée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0$.

La limite de fatigue moyenne à 10^9 cycles d'un cuivre électrolytique en traction alternée symétrique a été déterminée par Lukáš et al. [11] et vaut $s_{-1} = 73$ MPa. La limite de fatigue moyenne à 10^9 cycles en cisaillement alterné symétrique, $t_{-1} = 44$ MPa, est approximée à partir des résultats d'essais de fatigue conduits par Ravilly (rapportés dans [101]). La limite de fatigue en traction à $R_\sigma = 0$ est estimée avec la relation de Gerber, ce qui donne $s_0 = 66$ MPa pour une résistance à la traction $R_m = 220$ MPa.

Pour les critères plan critique et intégral, les paramètres sont identifiés tels que σ_{DV}/β_{DV} et σ_P/β_P soient, en moyenne sur les 30 réalisations, égaux à 1 à la fois en traction à $R_\sigma = -1$ et en cisaillement à $R_\sigma = -1$. Concernant le critère probabiliste, la procédure est similaire à l'exception près que le paramètre de forme est imposé et que deux valeurs sont choisies : 5 et 20. Les autres paramètres sont identifiés tel que P_{Fa} soit, en moyenne sur les 30 réalisations, égal à 50% pour chacun des trois cas de chargement. Les valeurs identifiées pour les différents paramètres des critères de fatigue sont récapitulées dans le tableau II.6 pour les modèles avec les microstructures entaillées et dans le tableau II.7 pour les modèles avec les microstructures trouées. Les différences observées entre les paramètres identifiés pour les modèles avec les microstructures entaillées et pour les modèles avec les microstructures trouées, lorsqu'un comportement élastique cubique est assigné aux grains, sont dues au fait que dans la première modélisation, la matrice englobe partiellement la microstructure laissant ainsi une surface de la microstructure libre alors que dans la deuxième modélisation, la microstructure est intégralement contenue dans la matrice. Or les réponses mécaniques des grains en surface sont statistiquement différentes de celles des grains à cœur [44].

3.2.2 Détermination des limites de fatigue à l'aide des critères de fatigue

Une fois les paramètres identifiés, les critères de fatigue sont utilisés pour prédire la tenue en fatigue. Pour un chargement donné, la détermination de la limite de fatigue moyenne consiste à chercher l'amplitude de contrainte $\Sigma_{22,a}$ à appliquer aux agrégats polycristallins de sorte qu'en moyenne sur les 30 réalisations :

- $\sigma_{DV}/\beta_{DV} = 1$ pour le critère plan critique ;
- $\sigma_P/\beta_P = 1$ pour le critère intégral ;
- $P_{Fa} = 50\%$ pour le critère probabiliste.

Quand des modèles de comportement purement élastiques sont utilisés, seul un calcul par EF est nécessaire par réalisation et par condition de chargement grâce à la linéarité de la réponse mécanique. Au contraire, dans les cas où la plasticité cristalline est assignée aux grains, la recherche de la limite de fatigue macroscopique est un processus itératif qui requiert plusieurs simulations par condition de chargement et par réalisation ce qui conduit à des temps de calcul importants.

	Plan critique		Intégral	
Comportement des grains	α_{DV}	β_{DV} [MPa]	α_P	β_P [MPa]
Élasticité isotrope	0,318	44,2	0,0688	44,0
Élasticité cubique	0,189	48,3	0,0258	40,3
Élasticité cubique et plasticité cristalline	0,604	65,2	0,0718	40,7

	Probabiliste			
Comportement des grains	m	τ'_0 [MPa]	α	γ [MPa^{-1}]
Élasticité isotrope	5	123	0,137	$2{,}70.10^{-3}$
	20	55,4	0,172	$2{,}49.10^{-3}$
Élasticité cubique	5	117	0,120	$2{,}68.10^{-3}$
	20	54,1	0,117	$2{,}18.10^{-3}$
Élasticité cubique et plasticité cristalline	5	108	0,106	$7{,}66.10^{-4}$
	20	75,9	0,442	$6{,}19.10^{-4}$

TABLE II.6 – Paramètres des critères de fatigue pour les microstructures entaillées.

	Plan critique		Intégral	
Comportement des grains	α_{DV}	β_{DV} [MPa]	α_P	β_P [MPa]
Élasticité isotrope	0,318	44,2	0,0688	44,0
Élasticité cubique	0,188	47,5	0,0200	39,9

	Probabiliste			
Comportement des grains	m	τ'_0 [MPa]	α	γ [MPa^{-1}]
Élasticité isotrope	5	123	0,137	$2{,}70.10^{-3}$
	20	55,4	0,172	$2{,}49.10^{-3}$
Élasticité cubique	5	115	0,108	-
	20	53,2	0,108	-

TABLE II.7 – Paramètres des critères de fatigue pour les microstructures trouées.

Pour cette raison, les limites de fatigue sont prédites uniquement dans le cas des microstructures entaillées dans le cas où la plasticité cristalline est assignée aux grains. Par contre, lorsqu'un comportement purement élastique est attribué aux grains, les prédictions sont déterminés aussi bien pour les microstructures entaillées que pour celles trouées.

3.3 Résultats et discussion sur les microstructures entaillées

La réponse mécanique des agrégats polycristallins est analysée au travers des quantités mécaniques mésoscopiques calculées à partir des tenseurs des contraintes moyennés par grain $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_g$ obtenus lors du dernier cycle de chargement des simulations par EF. Néanmoins, avant d'entamer la discussion sur les quantités mécaniques mésoscopiques, il peut être intéressant de passer en revue quelques caractéristiques des champs mécaniques locaux calculés à partir des simulations numériques d'agrégats polycristallins utilisant la plasticité cristalline et l'élasticité cubique. Cette brève analyse repose sur la figure II.16 qui représente les champs de glissement plastique cumulé équivalent déterminé aux points de Gauss à la fin du 10^{e} cycle de chargement pour quelques réalisations. La même géométrie de microstructure est utilisée dans tous les cas présentés mais le rayon d'entaille ρ augmente graduellement de la 1re à la 4^{e} colonne. De plus, les résultats exposés dans une ligne donnée sont obtenus à partir du même jeux d'orientation. Pour chaque taille de défaut, les agrégats polycristallins sont sollicités en traction alternée symétrique à une amplitude correspondant à la limite de fatigue macroscopique expérimentale à l'exception du cas où $\rho = 40\ \mu m$. Pour cette taille de défaut, la limite de fatigue macroscopique n'étant pas connue, les agrégats polycristallins sont sollicités à la même amplitude de chargement que celle des microstructures sans défaut. Cette approximation semble raisonnable étant donné que la taille de défaut critique, en dessous de laquelle la tenue en fatigue n'est pas affectée par le défaut, est probablement supérieure à 40 μm (cf. [11] pour plus détails). Le tableau II.8 récapitule l'amplitude de contrainte $\Sigma_{11,a}$ appliquée sur la matrice pour chaque rayon d'entaille ρ.

$\rho\ [\mu m]$	0	40	80	120
$\Sigma_{11,a}\ [MPa]$	73	73	63	55

TABLE II.8 – Amplitudes de contrainte appliquées à la matrice en fonction du rayon d'entaille.

Cette figure met en évidence l'hétérogénéité de la déformation plastique, à la fois intragranulaire et intergranulaire, dans les agrégats polycristallins. Une constatation similaire a été faite par Guilhem et al. [66]. Cependant, il est important de noter que le degré d'hétérogénéité du glissement plastique intragranulaire est largement sous-estimé dans les simulations par EF, et ce, pour deux raisons :

- le maillage n'est pas suffisamment raffiné pour permettre une détermination correcte des extremums locaux, que ce soit en termes de contrainte ou de déformation (voir [3] pour de plus amples informations) ;
- la modélisation ne rend pas compte de la formation de structures de dislocation dans le grain et néglige donc la localisation du glissement plastique en bandes de glissement.

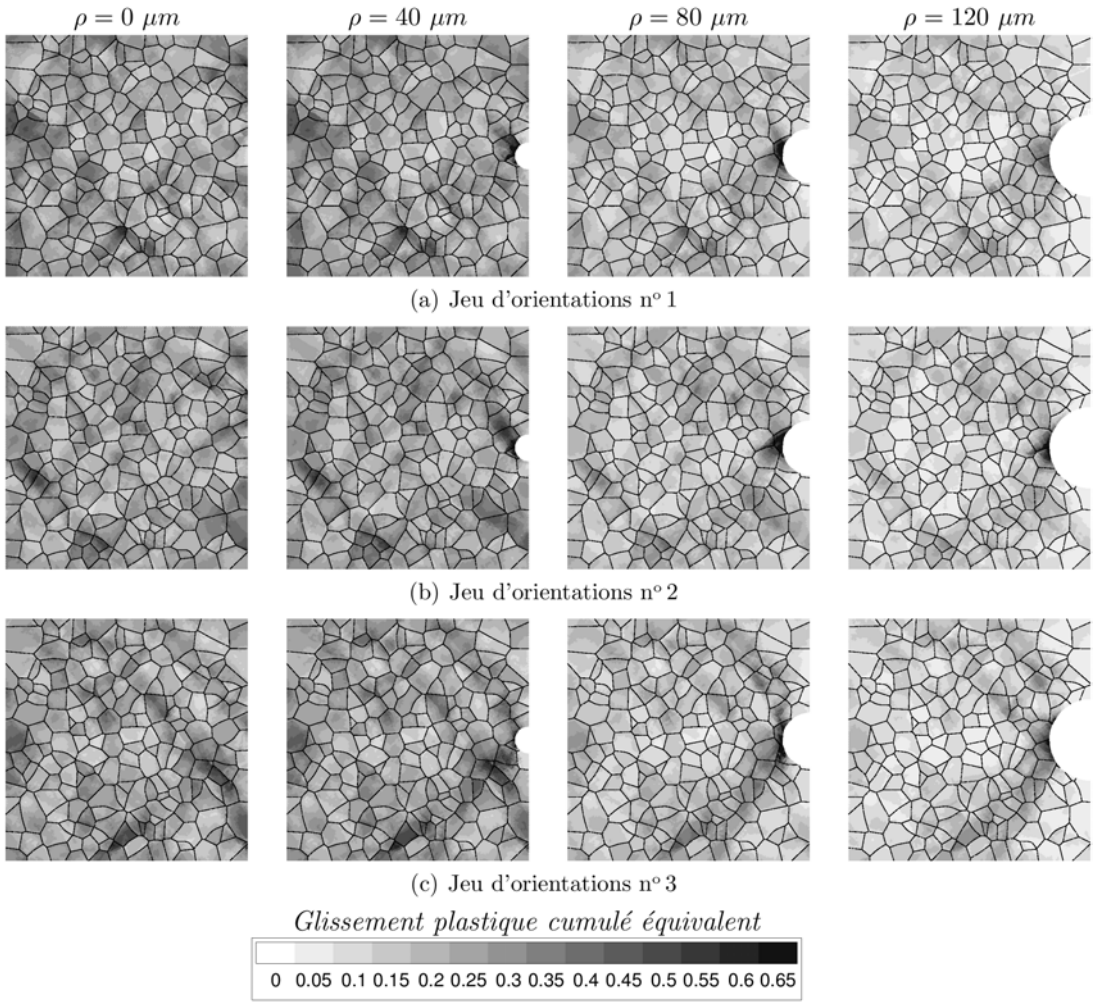


FIGURE II.16 – Champs de glissement plastique cumulé équivalent à la fin du 10e cycle de chargement pour la même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique, avec différents rayons d'entaille et jeux d'orientations.

Pour les microstructures sans défaut, il peut être observé que les orientations cristallines ont une influence significative sur la position et l'intensité du glissement plastique. Dans le cas de microstructures entaillées avec un rayon d'entaille $\rho = 40\ \mu m$, le glissement plastique cumulé équivalent atteint en fond d'entaille est du même ordre de grandeur que celui obtenu dans les régions les plus plastifiées du reste de la microstructure. Les conclusions sont différentes pour les rayons d'entaille supérieurs (80 μm et 120 μm) : la localisation du glissement plastique a lieu au voisinage de l'entaille alors que le reste de la microstructure est sujette à une faible activité plastique. Les orientations cristallographiques ont toutefois un rôle non négligeable sur l'intensité et la position en fond d'entaille de la localisation du glissement plastique.

3.3.1 Effet du modèle de comportement sur les réponses mécaniques mésoscopiques

Distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale. La suite de l'analyse est consacrée aux deux quantités mécaniques étudiées dans la section précédente : l'amplitude de cission mésoscopique τ_a et l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ qui sont toutes deux utilisées dans le critère de fatigue probabiliste. La réponse mécanique mésoscopique durant le dernier cycle de chargement des microstructures lisses et entaillées est étudiée pour les trois modèles de comportement. Pour chaque taille de défaut, les agrégats polycristallins sont sollicités en traction alternée symétrique au niveau de la limite de fatigue moyenne macroscopique (cf. tableau II.8). Pour chaque modèle de comportement et chaque rayon d'entaille, la réponse mécanique de chaque plan de glissement, obtenue avec une géométrie d'agrégat polycristallin et dix jeux d'orientations, est rapporté dans un diagramme τ_a - $\sigma_{n,a}$ sur la figure II.17. Sur cette figure, les résultats obtenus avec l'élastique isotrope, l'élastique cubique et la combinaison de la plasticité cristalline et de l'élastique cubique sont présentés respectivement dans les 1re, 2e et 3e colonnes. Les diagrammes dans les 1re, 2e, 3e et 4e lignes concernent les réponses des microstructures ayant un rayon d'entaille ρ respectivement de 0, 40, 80 et 120 μm. Les courbes pointillées sur ces diagrammes représentent une estimation des enveloppes convexes partielles des ensembles de points. Les histogrammes, les valeurs moyennes μ et les valeurs maximales de τ_a et $\sigma_{n,a}$ sont également indiquées pour chaque diagramme.

Les résultats présentés en fig. II.17 montrent clairement que les distributions des quantités mécaniques considérées sont significativement affectées par le choix du modèle de comportement. En effet, la prise en compte de l'anisotropie du comportement élastique conduit à une augmentation notable des valeurs moyennes et maximales de l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ agissant sur les plans de glissement des grains. L'augmentation des valeurs maximales de $\sigma_{n,a}$ est particulièrement visible dans le cas des microstructures sans entaille. L'effet de l'élasticité cubique sur la distribution de l'amplitude de cission mésoscopique τ_a est différent : les valeurs moyennes diminuent légèrement quel que soit le rayon d'entaille et les valeurs maximales augmentent excepté pour le plus grand rayon d'entaille. Néanmoins l'augmentation des valeurs maximales de τ_a n'est significative que dans le cas de la microstructure sans entaille. En réalité, le changement le plus remarquable intervenant sur les distributions de τ_a est la diminution de l'asymétrie de la distribution avec un comportement élastique cubique. La plasticité cristalline n'affecte que légèrement les distributions des quantités mécaniques dans le cas des microstructure sans entaille (fig. II.17a) : la distribution des amplitudes de contrainte normale mésoscopique est pratiquement inchangée et les valeurs maximales des amplitudes de cission mésoscopique diminuent. Le faible effet de la plasticité cristalline comparé à celui de l'élasticité cubique est dû à la forte anisotropie du comportement élastique du cuivre et aux faibles amplitudes de chargement en fatigue à grand nombre de cycles conduisant à une activité plastique modérée. Dans le cas des microstructures entaillées (fig. II.17b, c, d), l'influence de la plasticité cristalline sur les réponses mécaniques est plus prononcée. En effet, bien que les valeurs moyennes de τ_a ne changent pas, les valeurs maximales diminuent notablement. Cette réduction est due au fait que l'écrouissage limite le niveau de contrainte atteint dans les grains fortement sollicités au voisinage de l'entaille.

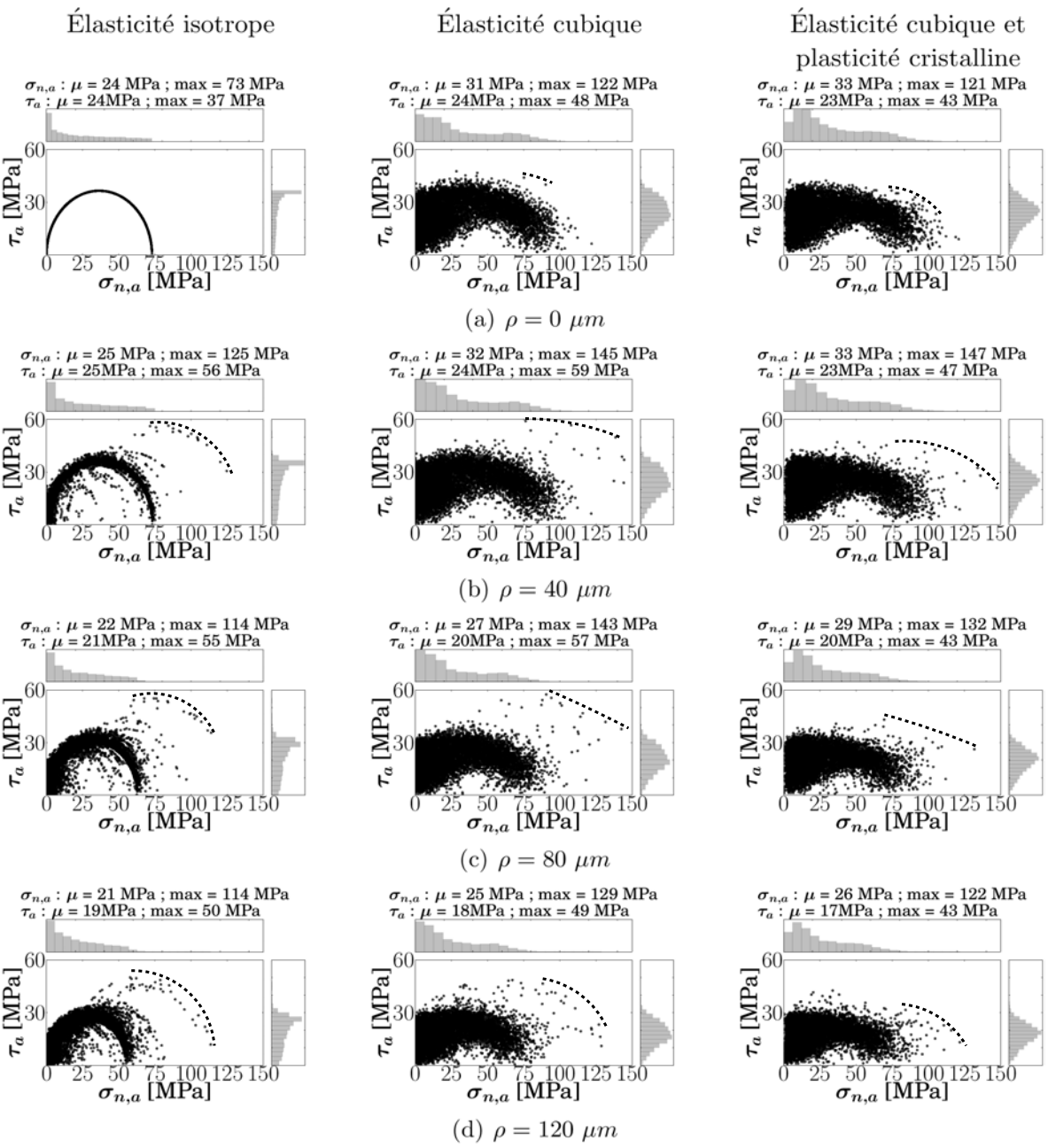


FIGURE II.17 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures entaillées sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne.

Distributions de la contrainte normale moyenne. Une dernière quantité mécanique, utilisée dans la définition du critère de fatigue probabiliste, n'a pas encore été discutée : la contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$. Cette variable peut sembler superflue dans le cas présent étant donné que seul un chargement de traction alternée symétrique est considéré. En effet, pour ce cas de chargement, les contraintes normales moyennes mésoscopiques sont nécessairement nulles quand un modèle de comportement

purement élastique est assigné aux grains. Cependant, cette observation n'est plus valable lorsque la plasticité monocristalline est ajoutée au modèle de comportement des grains. En effet, les incompatibilités de déformation plastique entre les grains induisent un champs de contraintes résiduelles conduisant à des contraintes normales moyennes mésoscopiques généralement non-nulles. Dans ces conditions, il peut être intéressant de connaître l'ordre de grandeur de ces contraintes normales moyennes mésoscopiques par rapport à celui des amplitudes de contraintes normales mésoscopiques. Ainsi, afin d'analyser, pour chaque rayon d'entaille, l'effet de la plasticité cristalline sur la distribution de la contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$ et de comparer cette dernière avec la distribution de l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$, la réponse mécanique de chaque plan de glissement est présentée dans un diagramme $\sigma_{n,m}$-$\sigma_{n,a}$ en figure II.18. Les histogrammes, les valeurs moyennes μ et les valeurs maximales de $\sigma_{n,m}$ et $\sigma_{n,a}$ sont également indiquées pour chaque diagramme.

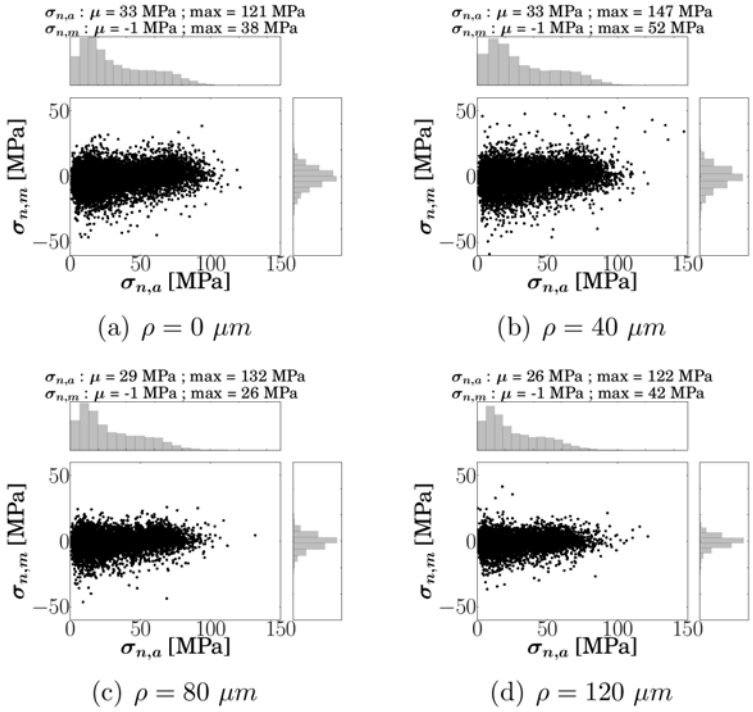


FIGURE II.18 – Réponses mécaniques, en termes de $\sigma_{n,m}$-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures entaillées, utilisant le modèle de plasticité cristalline, sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points.

Au vu des résultats présentés sur cette figure, il peut être remarqué que, bien que les valeurs maximales des contraintes normales moyennes mésoscopiques soient inférieures à celles atteintes par les amplitudes de contraintes normales mésoscopiques, ces contraintes normales moyennes ne sont pas pour autant négligeables. En effet, dans certains plans de glissement fortement sollicités, la contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$ est seulement deux fois plus faible que l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$.

Orientations des plans de glissement critiques. Les orientations des plans de glissement les plus critiques en traction alternée symétrique sont étudiés qualitativement, pour chaque taille de défaut et chaque modèle de comportement, à l'aide du critère de fatigue probabiliste. Cette analyse est conduite en calculant les probabilités de rupture P_{Fg}, avec le jeu de paramètres identifié pour le facteur de forme $m = 20$, de chaque grain de dix modèles EF (une géométrie d'agrégat et dix jeux d'orientations). La probabilité de rupture P_{Fg} d'un grain donné est ensuite associée au vecteur unitaire $\underline{n}_s$ normal au plan de glissement correspondant. Chaque vecteur normal unitaire $\underline{n}_s$ est représenté par un point dans une des figures de pôles rassemblées en figure II.19, grâce à une projection stéréographique dans le plan de vecteur normal $\underline{e}_3$ (le repère de référence est illustré en figure II.12). Les couleurs associées aux points correspondent à l'intensité de la probabilité de rupture P_{Fg}. Sur cette figure, les résultats obtenus avec l'élasticité isotrope, l'élasticité cubique et la combinaison de la plasticité cristalline et de l'élasticité cubique sont présentés respectivement dans les 1re, 2e et 3e colonnes. Les figures de pôles dans les 1re, 2e, 3e et 4e lignes présentent les résultats obtenus respectivement pour les rayons d'entaille ρ : 0 μm, 40 μm, 80 μm et 120 μm. Pour chaque modèle de comportement, les agrégats polycristallins sont sollicités au niveau de la limite de fatigue et le chargement de traction est appliqué suivant $\underline{e}_2$. Seuls les grains ayant une probabilité de rupture $P_{Fg} > 10^{-5}$ sont reportés sur les figures de pôles.

Au vu des figures de pôles obtenues avec les microstructures sans entaille en figure II.19a, il apparaît que l'utilisation d'un modèle de comportement anisotrope – élastique ou plastique – augmente la dispersion des valeurs de probabilité de rupture des grains. De plus, les orientations des vecteurs normaux aux plans les plus critiques tendent à se rapprocher de l'axe de chargement $\underline{e}_2$ quand la plasticité cristalline est assignée aux grains. En effet, pour cette configuration, les angles formés entre l'axe de chargement et les vecteurs normaux aux plans les plus critiques s'étendent approximativement de 0° à 45° alors que l'intervalle est environ $[20°; 70°]$ quand un modèle de comportement purement élastique est utilisé. Cette conclusion est aussi valable dans le cas des microstructures entaillées (cf. Figs. II.19b, c et d). En outre, il convient de noter qu'en présence d'entaille, les écarts entre les valeurs les plus faibles et les plus élevées des probabilités de rupture des grains sont notablement accentués quel que soit le modèle de comportement assigné aux grains. Ce constat était prévisible étant donné que seul les plans de glissement au voisinage de l'entaille subissent des contraintes importantes.

3.3.2 Prédictions des critères de fatigue pour les différents modèles de comportement et pour les différentes tailles de défaut

Prédictions des limites de fatigue moyennes. Les prédictions obtenues pour chaque critère de fatigue et chaque modèle de comportement assigné aux grains sont présentés en figure II.20. Quand un comportement plastique cristallin est attribué aux grains, la recherche des limites de fatigue prédites par un critère donné est un processus itératif nécessitant la simulation de plusieurs modèles EF à différents niveaux de chargement. Ainsi, du fait des temps de calcul importants, la décision de ne déterminer les prédictions du critère de fatigue probabiliste que pour le jeu de paramètres identifiés avec le facteur de forme $m = 20$ a été prise. Le choix de ce jeu de paramètres est motivé par le fait qu'il fournit les prédictions les plus satisfaisantes dans le cas où les grains ont un comportement

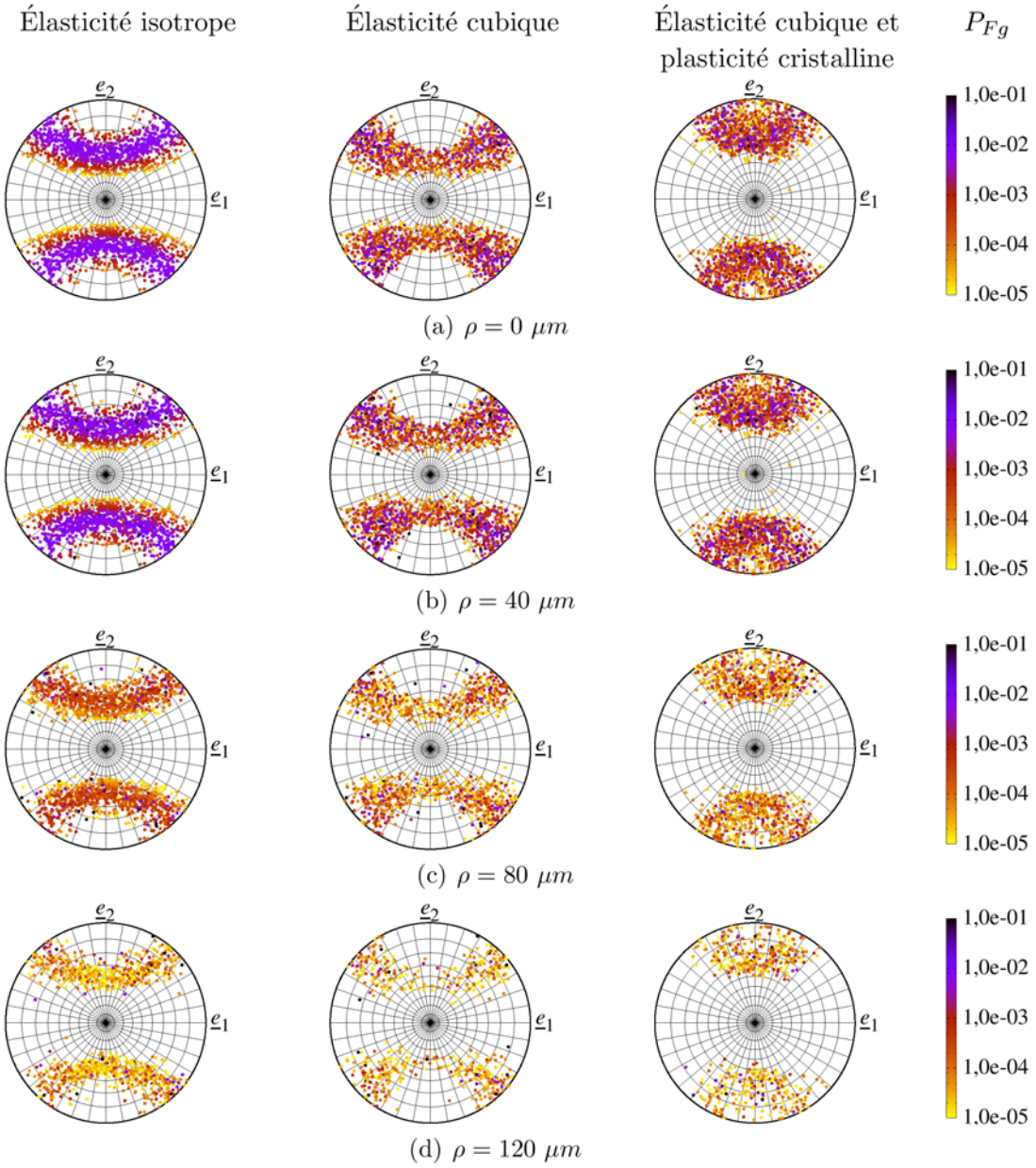
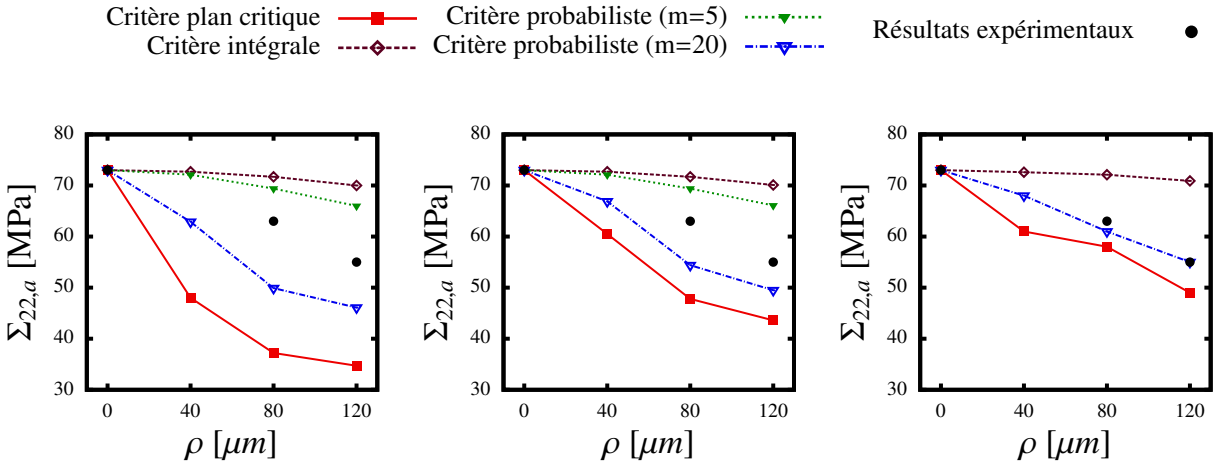


FIGURE II.19 – Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenue avec les microstructures entaillées sollicitées en traction alternée symétrique.

élastique cubique (fig. II.20b).

Quel que soit le modèle de comportement assigné aux grains, il peut être observé que le critère plan critique fournit les prédictions les plus conservatives alors que celles déterminées par le critère intégral surestiment les limites de fatigue des microstructures entaillées. Cependant, il est intéressant de constater que les limites de fatigue prédites par le critère plan critique sont plus proches des données expérimentales lorsque l'aniso-



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique (c) Élasticité cubique et plasticité cristalline

FIGURE II.20 – Limites de fatigue expérimentales [11] en traction alternée symétrique pour différents rayons d'entaille ρ et prédictions des critères de fatigue, pour les microstructures entaillées, obtenues avec (a) l'élasticité isotrope, (b) l'élasticité cubique et (c) la plasticité cristalline avec l'élasticité cubique.

tropie élastique et la plasticité cristalline sont prises en compte dans les modèles EF. Au contraire, les prédictions fournies par le critère intégral sont presque indépendantes du modèle de comportement assigné aux grains. Il est important de garder à l'esprit que les limites de fatigue prédites par ce dernier critère sont fortement dépendantes du nombre de grains considérés au voisinage de l'entaille. En effet, les grains les plus éloignés de l'entaille, qui sont plus faiblement sollicités, masque l'effet du défaut sur les limites de fatigue prédites. Une manière appropriée d'améliorer les prédictions de ce critère consisterait à ne considérer dans le calcul de σ_P que les grains ou les plans de glissement pour lesquels le niveau d'un « paramètre indicateur de fatigue » excède un certain seuil. Cette méthode de sélection des grains pour définir correctement une zone dans laquelle l'endommagement en fatigue se produit effectivement a été proposé par Owolabi et al. [87]. Dans le cas du critère intégral, le paramètre indicateur de fatigue pourrait être, par exemple, l'amplitude de la cission mésoscopique τ_a agissant sur un plan de glissement.

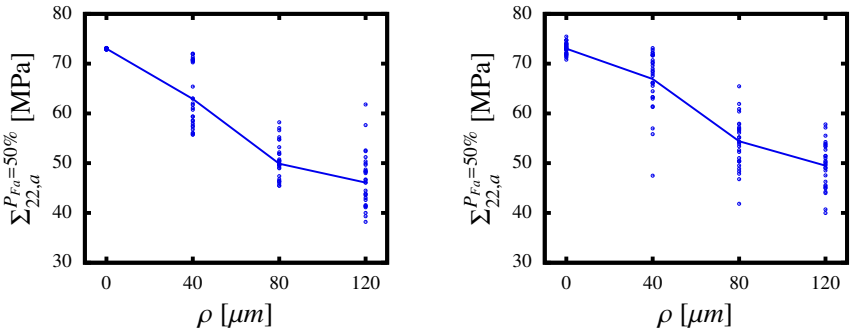
Par ailleurs, il est à noter que le critère de fatigue probabiliste fournit de bonnes estimations des limites de fatigue expérimentales lorsque $m = 20$, particulièrement lorsque les résultats utilisés dans le calcul du critère sont issus des modèles EF dans lesquels la plasticité cristalline est assignée aux grains. Ce critère peut être perçu comme un bon compromis entre l'approche locale du critère plan critique et l'approche globale du critère intégral. En effet, tous les grains de l'agrégat sont pris en compte dans le calcul de la probabilité de rupture par fatigue du polycristal mais la contribution de chaque grain à la rupture par fatigue est pondérée par les paramètres de la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. Plus l'écart type de la distribution est faible, autrement dit plus m est élevé et plus τ_0 est faible, plus la contribution des grains les plus fortement sollicités est importante, les grains faiblement sollicités ayant alors une probabilité de rupture

négligeable.

Analyse de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure. L'approche suivie dans cette étude permet d'étudier la dispersion de la limite de fatigue induite par la variabilité de la microstructure. En effet, il suffit de déterminer l'amplitude de chargement à appliquer à une réalisation donnée – autrement dit une géométrie d'agrégat polycristallin et un jeu d'orientations – conduisant à un état mécanique sur le seuil d'amorçage ou de non-propagation de fissures de fatigue. Deux problèmes se posent alors : d'une part, le choix d'un critère de fatigue pertinent et d'autre part, le temps de calcul important dans la recherche de la limite de fatigue lorsqu'un comportement non-linéaire est assigné aux grains. Comme le critère de fatigue probabiliste offre les meilleures estimations des limites de fatigue moyennes macroscopiques, ce critère est retenu, avec un paramètre de forme m pris égal à 20, pour estimer la limite de fatigue de chaque microstructure. La limite de fatigue macroscopique d'une microstructure donnée est estimée en déterminant l'amplitude de chargement à appliquer sur cette microstructure de sorte que sa probabilité de rupture P_{Fa} soit égale à 50%. Cette limite de fatigue est notée $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ par la suite. Il est important de rappeler que ce critère de fatigue rend compte de la dispersion de la limite de fatigue causée par la variabilité du seuil d'amorçage de fissure. Dans cette partie, la discussion ne porte pas sur cette source de dispersion ; seule la dispersion provoquée par la variabilité de la microstructure est analysée. L'analyse de la dispersion de la limite de fatigue due à la variabilité du seuil d'amorçage de fissure, ainsi que celle provoquée par la combinaison des deux sources de variabilité (microstructure et seuil d'amorçage de fissure), seront étudiées par la suite. Par ailleurs, afin d'éviter les temps de calculs élevés lors de la recherche de la limite de fatigue avec des modèles EF faisant intervenir un comportement non-linéaire, l'analyse n'est conduite qu'avec les modèles EF dans lesquels un comportement purement élastique, isotrope ou cubique, est assigné aux grains. La limite de fatigue macroscopique de chacune des microstructures est représentée par un point dans un diagramme $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ - ρ en figure II.31. Les résultats illustrés en figure II.31a et II.31b sont issus des modèles EF dans lesquels les grains se sont vus assigner respectivement un comportement élastique isotrope et un comportement élastique cubique. Sur ces diagrammes, les limites de fatigue moyennes macroscopiques obtenues précédemment sont rappelées par une ligne.

Ces résultats mettent en évidence que l'introduction d'un défaut dans les microstructures conduit à une augmentation notable de la dispersion des limites de fatigue macroscopique à $P_{Fa} = 50\%$. Il semble également que l'anisotropie du comportement a tendance à accroître cette dispersion, notamment dans le cas des microstructures sans entaille. En effet, en l'absence d'entaille, un écart d'environ 6% est rencontré entre les limites de fatigue la plus haute et la plus basse des microstructures ayant un comportement élastique cubique alors que cet écart est inférieur à 1% dans le cas des microstructures ayant un comportement élastique isotrope. Cette plus forte accentuation de la dispersion, dans le cas de l'élasticité cubique, peut être attribuée au manque de représentativité des microstructures étudiées et en particulier, de leur orientations cristallines. Il semble raisonnable de supposer que cette dispersion serait plus faible si des microstructures contenant plus de grains avaient été utilisées et qu'ainsi l'actuelle dispersion est surestimée.

Afin de faciliter l'analyse des distributions des limites de fatigue macroscopique dé-



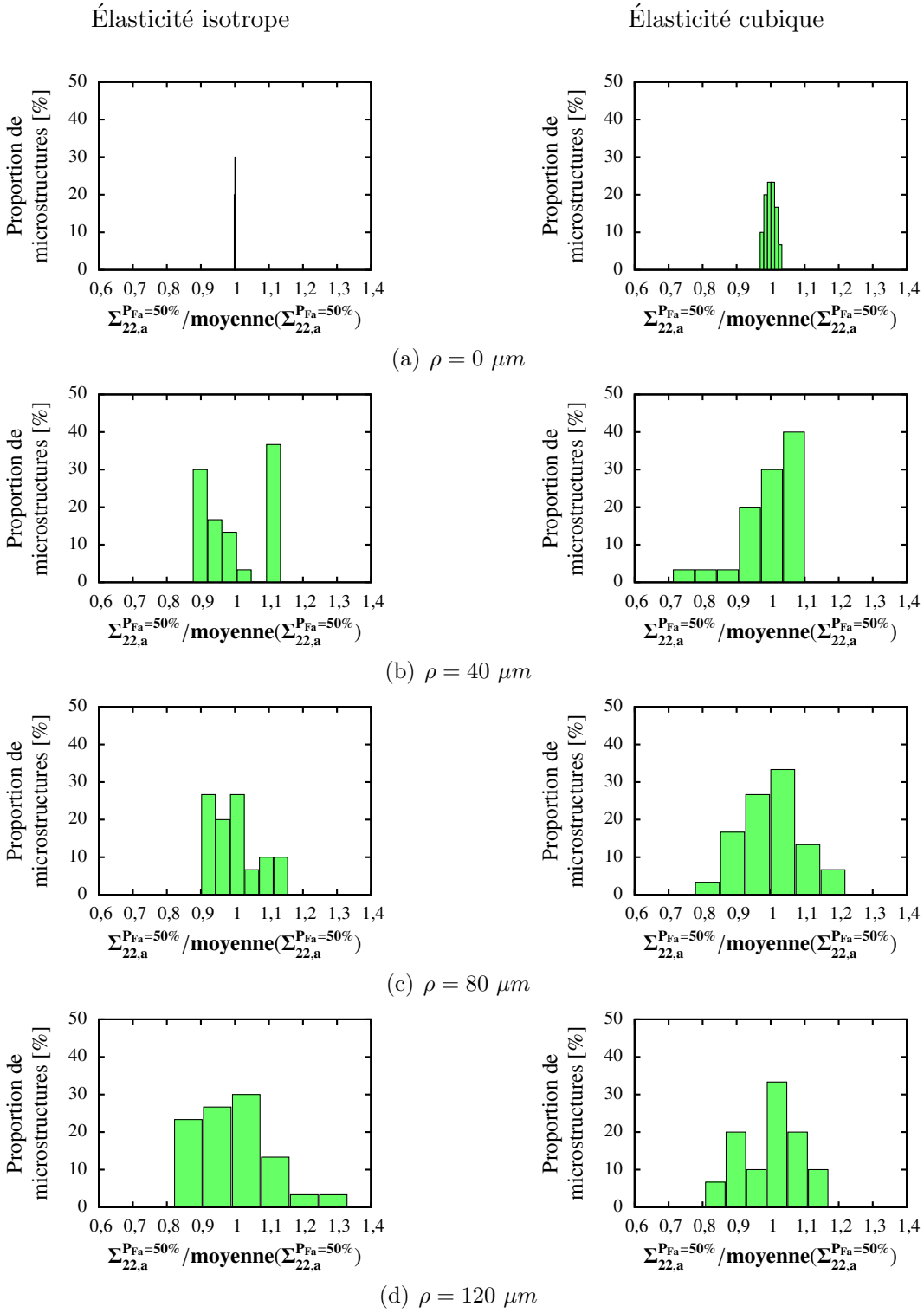
(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.21 – Limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différents rayons d'entaille ρ et pour chaque modèle de comportement élastique.

finie pour une probabilité de rupture de 50%, il peut être intéressant de présenter sous forme d'histogramme la répartition des limites de fatigue de l'ensemble des microstructures. Dans le but de représenter correctement les données, le nombre de barres k de chaque histogramme est déterminé, en fonction du nombre de réalisation N, à l'aide de la loi de Rice : $k = 2N^{1/3}$. Les graphiques résultants sont présentés en figure II.22. Dans cette figure, les 1re et 2e colonnes contiennent les résultats issus des modèles EF avec un comportement des grains respectivement élastique isotrope et élastique cubique. Les histogrammes obtenus pour les rayons d'entaille de 0 μm, 40 μm, 80 μm et 120 μm sont présentés respectivement en figures II.22a, II.22b, II.22c et II.22d. Pour permettre une comparaison entre les histogrammes obtenus pour différents rayons d'entaille, chaque limite de fatigue $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ est normalisée par la moyenne des limites de fatigue $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$.

Au vu des résultats obtenus en figure II.22, il peut être constaté que les distributions des limites de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ ne sont pas nécessairement unimodale, ni même symétrique. En outre, aucune tendance ne ressors clairement concernant l'asymétrie des distributions des limites de fatigue $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$: selon les cas, elle peut être positive, négative ou pratiquement nulle. L'absence de caractéristiques générales (c'est-à-dire, l'unimodalité et l'asymétrie de signe constant) entre ces différentes distributions peut être dû à un nombre insuffisant de réalisations. En effet, en réalisant des séries de 30 tirages aléatoires suivant une loi normale par exemple, il arrive fréquemment que les distributions résultantes ne soient pas symétriques ni même unimodales.

Des conclusions complémentaires peuvent être tirées de cette figure. Comme cela a déjà été évoqué, la présence d'une entaille entraîne une augmentation significative de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ quel que soit le comportement élastique assigné aux grains. Néanmoins, l'augmentation de la taille du défaut ne semble pas conduire nécessairement à une augmentation de cette dispersion. Cela peut être constaté, par exemple, avec les résultats obtenus avec le comportement élastique cubique : bien qu'une augmentation de la dispersion soit d'abord observée lors du passage d'une entaille de rayon $\rho = 40$ μm à une entaille de rayon $\rho = 80$ μm, une légère diminution de la dispersion se produit lorsque ρ passe de 80 μm à 120 μm. En effet, une



(a) $\rho = 0\ \mu m$

(b) $\rho = 40\ \mu m$

(c) $\rho = 80\ \mu m$

(d) $\rho = 120\ \mu m$

FIGURE II.22 – Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures entaillées pour différents rayons d'entaille ρ et pour chaque modèle de comportement élastique.

microstructure entaillée peut voir sa limite de fatigue $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ varier, par rapport à la moyenne des limites de fatigue définie à $P_{Fa} = 50\%$, de 78% à 122% pour une entaille de rayon $\rho = 80\ \mu m$ et de 80% à 117% pour une entaille de rayon $\rho = 120\ \mu m$.

Analyse de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. Dans le paragraphe précédent, il a été discuté de la dispersion, due à la variabilité de la microstructure, de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ définie avec une probabilité de rupture P_{Fa} de 50%. Il est question, dans ce paragraphe, d'étudier brièvement la dispersion, due à la variabilité du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}, de la limite de fatigue macroscopique d'une microstructure donnée.

Il convient de rappeler que le seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th} a été considéré comme une variable aléatoire suivant une distribution de Weibull de paramètres de forme m et d'échelle τ_0. La densité de probabilité du seuil est définie par la relation suivante :

$$f\left(\tau_a^{th}\right) = \frac{m}{\tau_0}\left(\frac{\tau_a^{th}}{\tau_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{\tau_a^{th}}{\tau_0}\right)^{m}\right] \tag{II.11}$$

Étant donné la définition du critère de fatigue probabiliste, il peut être montré, dans le cas où le comportement des grains est linéaire et en l'absence de contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$, que la limite de fatigue macroscopique, en l'occurrence $\Sigma_{22,a}$, d'une microstructure donnée suit une distribution de Weibull (voir équation II.12) dont le paramètre de forme m^* est égal au paramètre de forme m de la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}.

$$f_{micro}\left(\Sigma_{22,a}\right) = \frac{m^*}{\tau_0^*}\left(\frac{\Sigma_{22,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*-1} \exp\left[-\left(\frac{\Sigma_{22,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*}\right] \tag{II.12}$$

Le paramètre d'échelle τ_0^* caractérisant la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ d'une microstructure peut être identifié, à partir de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ de la microstructure considérée, à l'aide de la relation suivante :

$$\tau_0^* = \frac{\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}}{\ln(2)^{1/m^*}} \tag{II.13}$$

Il est à noter que ce paramètre d'échelle, du fait de sa dépendance vis-à-vis de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ définie avec une probabilité de rupture P_{Fa} de 50%, est fonction de la microstructure et du type de comportement élastique considérés. Cependant, avec cette définition de la distribution de la limite de fatigue macroscopique, le rapport de l'écart type σ sur la moyenne μ de la distribution ne dépend que du facteur de forme m^* et peut être exprimé comme suit :

$$\frac{\sigma}{\mu} = \sqrt{\frac{\Gamma\left(1+2/m^*\right)}{\Gamma^2\left(1+1/m^*\right)} - 1} \tag{II.14}$$

Où Γ représente la fonction gamma. Ainsi, le rapport σ/μ est constant car il est indépendant du paramètre d'échelle τ_0^* et est, de ce fait, indépendant de la microstructure, de la

nature du comportement élastique ou encore de la taille de défaut. À titre indicatif, ce rapport vaut approximativement $6{,}2.10^{-2}$ lorsque $m^* = 20$.

La distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ obtenue, pour un paramètre de forme $m^* = 20$, dans le cas d'une microstructure sans entaille et dont le comportement assigné aux grains est élastique cubique est présentée, à titre d'exemple, en figure II.23.

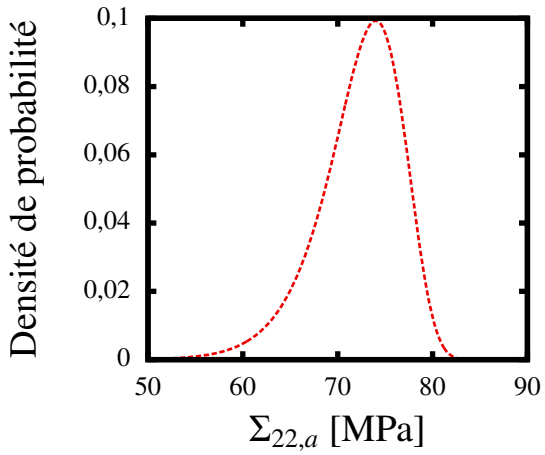


FIGURE II.23 – Exemple de distribution de la limite de fatigue macroscopique d'une microstructure décrite par une densité de probabilité de Weibull f_{micro} de paramètre de forme $m^* = 20$.

Analyse de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. Dans cette partie, la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ est étudiée en tenant compte des deux sources de dispersion discutées précédemment, à savoir la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}. À cette fin, le paramètre τ_0^* de la densité de probabilité f_{micro} caractérisant la dispersion de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ d'une microstructure donnée est déterminée, pour chaque microstructure, à l'aide de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ de la microstructure considérée. Les densités de probabilité ainsi obtenues pour toutes les microstructures étudiées sont ensuite moyennées pour chaque condition (type de comportement élastique et rayon d'entaille ρ) afin de déterminer la densité de probabilité f_{moy} de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ prenant en compte l'ensemble des microstructures :

$$f_{moy}\left(\Sigma_{22,a}\right) = \frac{1}{N_{micro}} \sum_{micro=1}^{N_{micro}} f_{micro}\left(\Sigma_{22,a}\right) \tag{II.15}$$

où N_{micro} correspond au nombre de microstructures étudiées par condition (type de comportement élastique et rayon d'entaille ρ) ; dans le cas présent $N_{micro} = 30$. Une illustration de la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, décrite par la densité de probabilité f_{micro}, de chacune des microstructures sans entailles avec un comportement des grains élastique cubique est présenté en figure II.24. La densité de probabilité f_{moy},

caractérisant la distribution de la limite de fatigue $\Sigma_{22,a}$ de l'ensemble des microstructures, est, elle aussi, représentée sur cette figure.

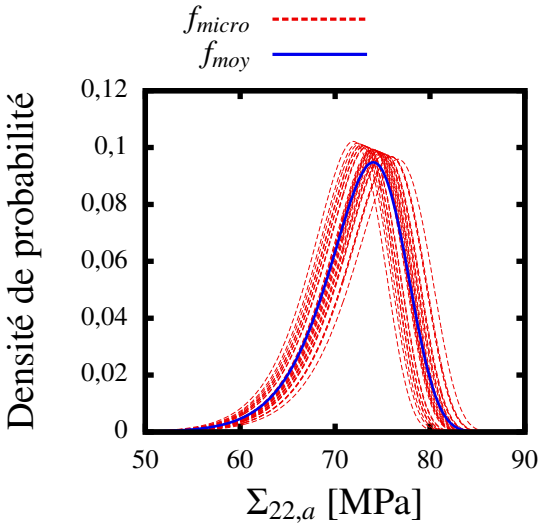
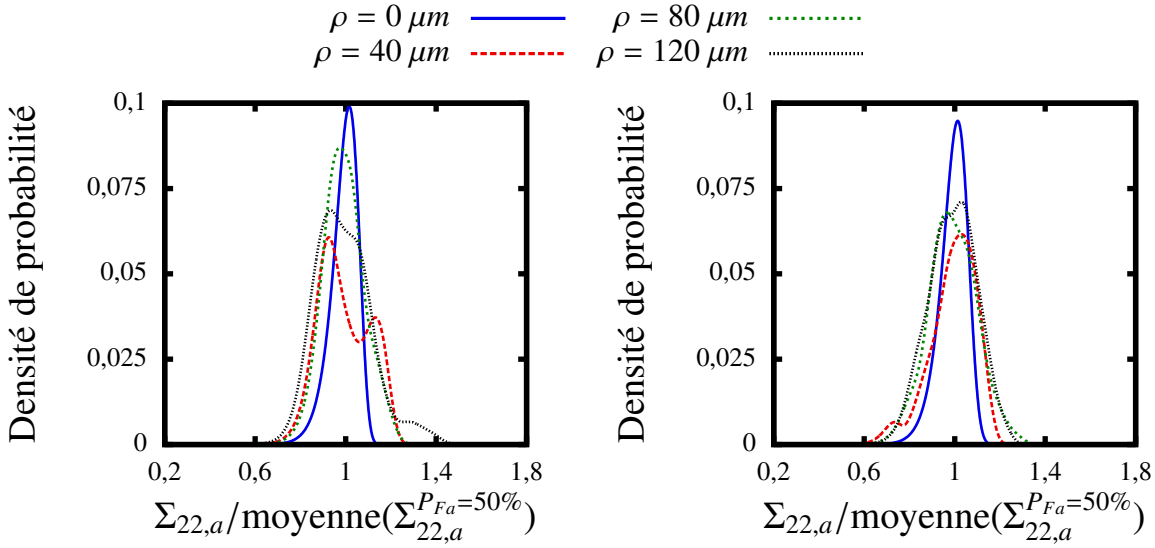


FIGURE II.24 – Exemple des distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, décrites par les densité de probabilité f_{micro} de différentes microstructures sans entailles et dont le comportement des grains est élastique cubique, et de la distribution complète de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, caractérisée par la densité de probabilité f_{moy}.

Les densités de probabilité f_{moy} prédites pour chaque rayon d'entaille ρ sont illustrées en figure II.25a dans le cas où les grains ont un comportement élastique isotrope et en figure II.25b dans le cas où les grains se sont vus attribuer un comportement élastique cubique.

Il apparaît clairement que la présence d'un défaut dans les microstructures accroît significativement la dispersion de la tenue en fatigue. Ces prévisions sont en accords avec les conclusions de Wormsen et al. [106] qui, suite à une analyse statistique de données issues d'une campagne exhaustive d'essais de fatigue, ont constaté une dispersion de la tenue en fatigue plus importante avec des éprouvettes entaillées qu'avec des éprouvettes lisses. Cependant, il convient de noter que l'augmentation du rayon d'entaille n'influe pas significativement sur la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, en particulier dans le cas d'un comportement des grains élastique cubique.

Par ailleurs, au vu de l'allure des densité de probabilité f_{moy} présentées en figure II.25, il ne semble pas pertinent de chercher à décrire les distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ par une loi de probabilité, dans le cas des microstructures présentant une entaille. En effet, ces distributions n'ont pas systématiquement un mode unique clairement apparent. Or dans la littérature, des lois de probabilité unimodales sont généralement utilisées pour modéliser la distribution des limites de fatigue. Parmi ces lois de probabilité, on retrouve en particulier la loi normale [107, 108, 109], la loi log-normale [108, 109] et la loi de Weibull [106, 109]. Par ailleurs, l'asymétrie des distributions des limites de fatigue ne suit pas une tendance claire. Cette asymétrie peut, en effet, être positive, négative ou négligeable. Il est à noter que les irrégularités rencontrées pour



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.25 – Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ décrite par la densité de probabilité f_{moy} pour différents rayons d'entaille ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique.

ces densités de probabilités sont très similaires à celles observées sur les histogrammes caractérisant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ définie à une probabilité de rupture P_{Fa} de 50% (voir figure II.22). De ce fait, elles peuvent être attribuées à un nombre insuffisant de réalisations, autrement dit, de microstructures.

Cependant, il peut être constaté qu'en l'absence de défaut, la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ peut être relativement bien décrite par une distribution de Weibull et ce, quel que soit le comportement élastique assigné aux grains. Ce constat laisse entrevoir un moyen d'identifier le paramètre d'échelle m de la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}. En effet, il peut être envisagé d'identifier ce paramètre de sorte que la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ prédite par le critère de fatigue probabiliste s'ajuste au mieux à celle déterminée à partir d'essais de fatigue. Cette méthode d'identification serait plus en accord avec l'approche du critère probabiliste pour laquelle le paramètre d'échelle caractérise la dispersion de la tenue en fatigue plus que la sensibilité du matériau vis-à-vis d'un accident géométrique. Cependant, cette méthodologie présentes deux difficultés majeures qu'il est important de garder à l'esprit :

- la caractérisation expérimentale de la tenue en fatigue est délicate et s'appuie sur des hypothèses ;
- la prédiction de la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$, par le critère de fatigue probabiliste, nécessiterait des temps de calculs important si un comportement non-linéaire, comme la plasticité cristalline, était assigné aux grains.

3.4 Résultats et discussion sur les microstructures trouées

Comme précédemment, l'objectif est de soumettre les agrégats polycristallins à une amplitude de chargement correspondant à la limite de fatigue moyenne macroscopique afin d'étudier leur réponse mécanique mésoscopique. Cependant, contrairement aux cas des microstructures entaillées, les limites de fatigue macroscopiques des microstructures trouées ne sont pas connues. Comme le critère probabiliste offrait les prédictions les plus convaincantes dans le cas des microstructures entaillées, il est utilisé pour estimer ces limites de fatigue à la fois en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique avec le paramètre de forme m pris égal à 20.

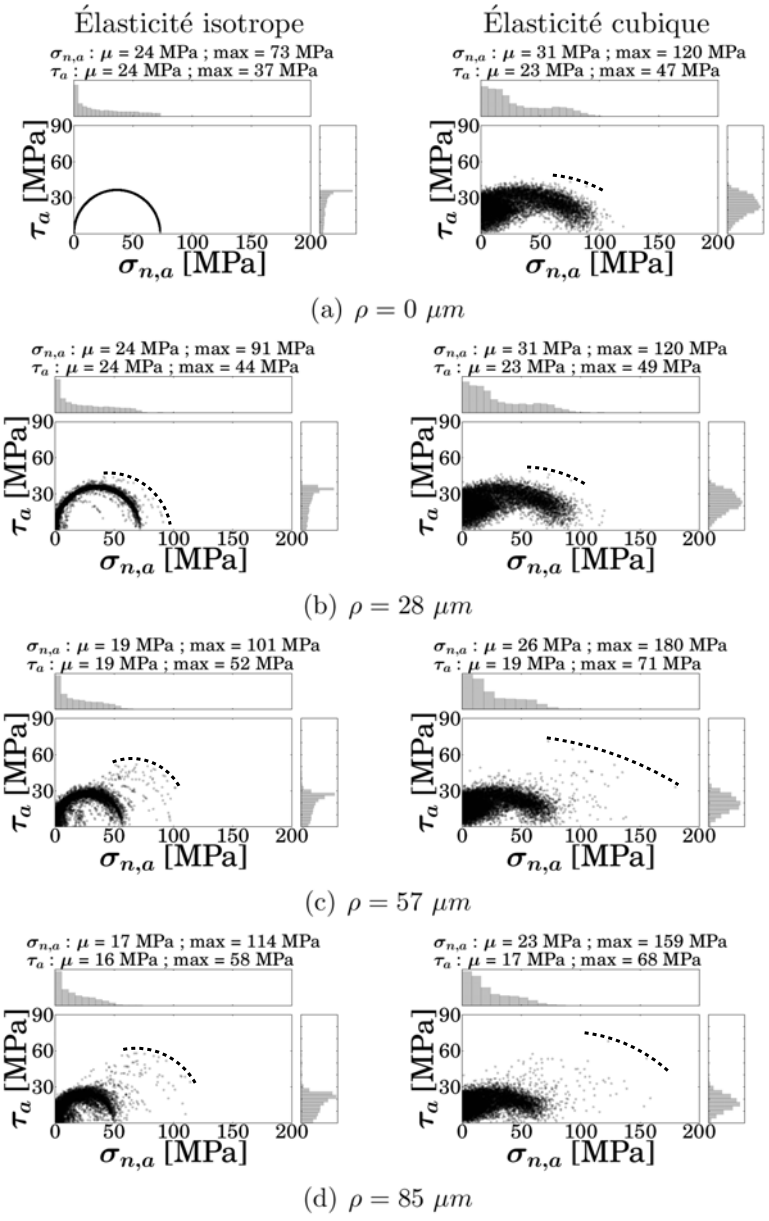
3.4.1 Effet du modèle de comportement sur les réponses mécaniques mésoscopiques

Distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale. L'approche suivie pour étudier l'effet des modèles de comportement sur la réponse mécanique des grains est identique à celle décrite en section 3.3.1. Les réponses mécaniques mésoscopiques τ_a-$\sigma_{n,a}$ de chaque plan de glissement déduites des simulations EF des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique sont respectivement présentés en figures II.26 et II.27.

Les conclusions au sujet de l'effet de l'anisotropie élastique sont similaires à celle tirées dans le cas des microstructures entaillées. En effet, quand le modèle d'élasticité cubique est assigné aux grains, les valeurs maximales et moyennes de l'amplitude de la contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ augmentent significativement par rapport au cas élastique isotrope. De plus, une diminution de l'asymétrie de la distribution de l'amplitude de cission mésoscopique τ_a est encore une fois observée. Enfin, un effet majeur du défaut sur les valeurs maximales atteintes par τ_a et $\sigma_{n,a}$ est de nouveau constaté.

Orientations des plans de glissement critiques. Les figures de pôles obtenues à partir des simulations par EF des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique sont présentées en figures II.28 et II.29.

Les orientations des vecteurs normaux aux plans critiques prédites en traction alternée symétrique sont similaires dans les microstructures entaillées et trouées : les vecteurs normaux aux plans les plus critiques forment un angle compris approximativement entre 20° et 70° par rapport à l'axe de chargement $\underline{e}_2$ lorsque des modèles de comportement uniquement élastiques sont utilisés. De plus, l'anisotropie élastique induit une augmentation de la dispersion des probabilités de rupture des grains. Cette conclusion est aussi valable dans le cas de microstructures sollicitées en cisaillement alterné symétrique (cf. Fig. II.29). Les écarts entre les probabilités de rupture minimale et maximale sont plus importants dans les microstructures trouées que dans les microstructures sans défaut quelle que soit la condition de chargement considérée. Dans le cas de microstructures lisses sollicitées en cisaillement alterné symétrique, les vecteurs normaux aux plans les plus critiques forment un angle compris approximativement entre 0°et 40° par rapport à l'axe $\underline{e}_1$ ou à l'axe $\underline{e}_2$. Les orientations de ces vecteurs normaux sont nettement plus dispersées dans le cas des microstructures trouées comme cela peut être constaté Fig. II.29b, c et d.



(a) $\rho = 0\ \mu m$

(b) $\rho = 28\ \mu m$

(c) $\rho = 57\ \mu m$

(d) $\rho = 85\ \mu m$

FIGURE II.26 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points.

3.4.2 Prédictions du critère de fatigue probabiliste

Tendances expérimentales. Avant de discuter des prédictions du critère de fatigue probabiliste, il est approprié de passer en revue les tendances expérimentales observées sur la tenue en fatigue de matériaux métalliques en présence de défauts artificiels sollicités en traction alternée symétrique et en torsion alternée symétrique. Dans [110], Susmel, s'appuyant sur des résultats d'essais de fatigue conduits par Endo et Murakami [111] sur

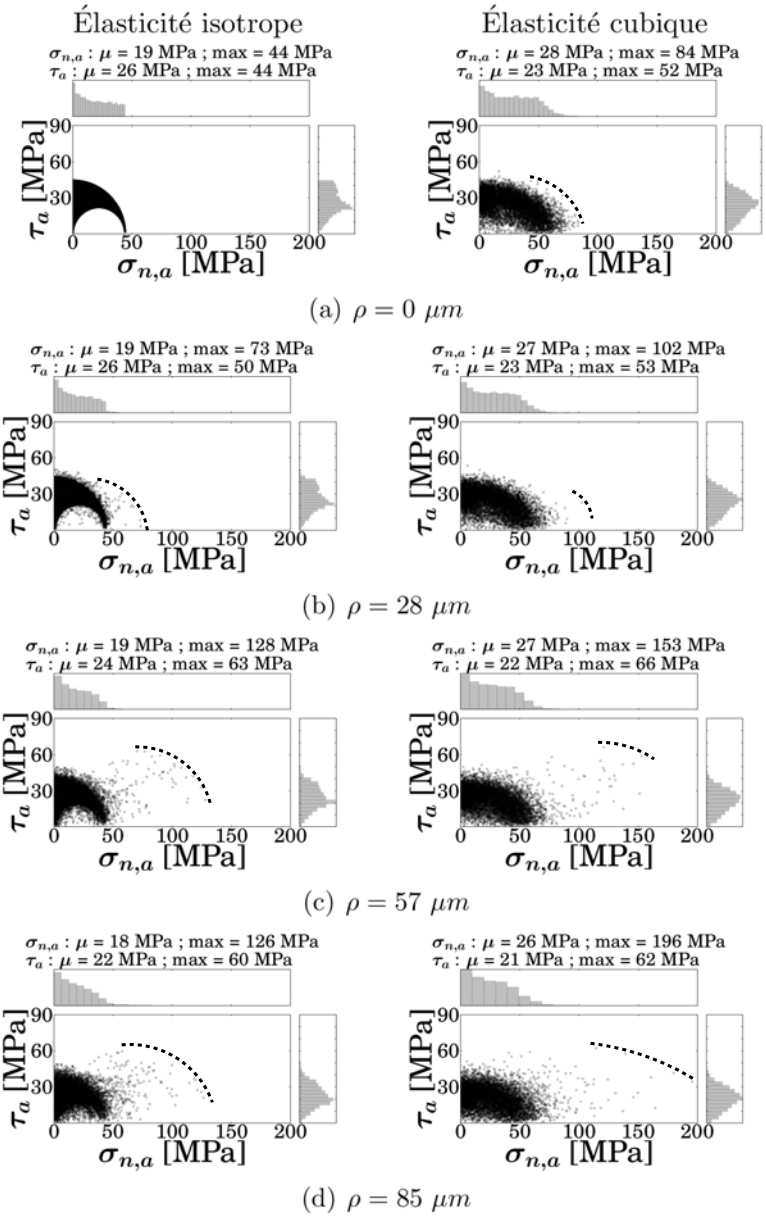


FIGURE II.27 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures trouées sollicitées en cisaillement alterné symétrique à la limite de fatigue moyenne. Les lignes pointillées indiquent l'enveloppe maximale des points.

des éprouvettes en acier C46 percées par un trou non-débouchant, affirme que :

- le rayon du trou critique, en dessous duquel ce défaut ne réduit pas la résistance en fatigue, est plus grand en torsion alternée symétrique qu'en flexion rotative ;
- la pente de la partie inclinée du seuil de propagation de fissures de fatigue dans un diagramme de Kitagawa–Takahashi ($\log(\Sigma_a)$ en fonction de $\log(\rho)$) est à peu près égale à $-1/6$ à la fois en flexion rotative et en torsion alternée symétrique.

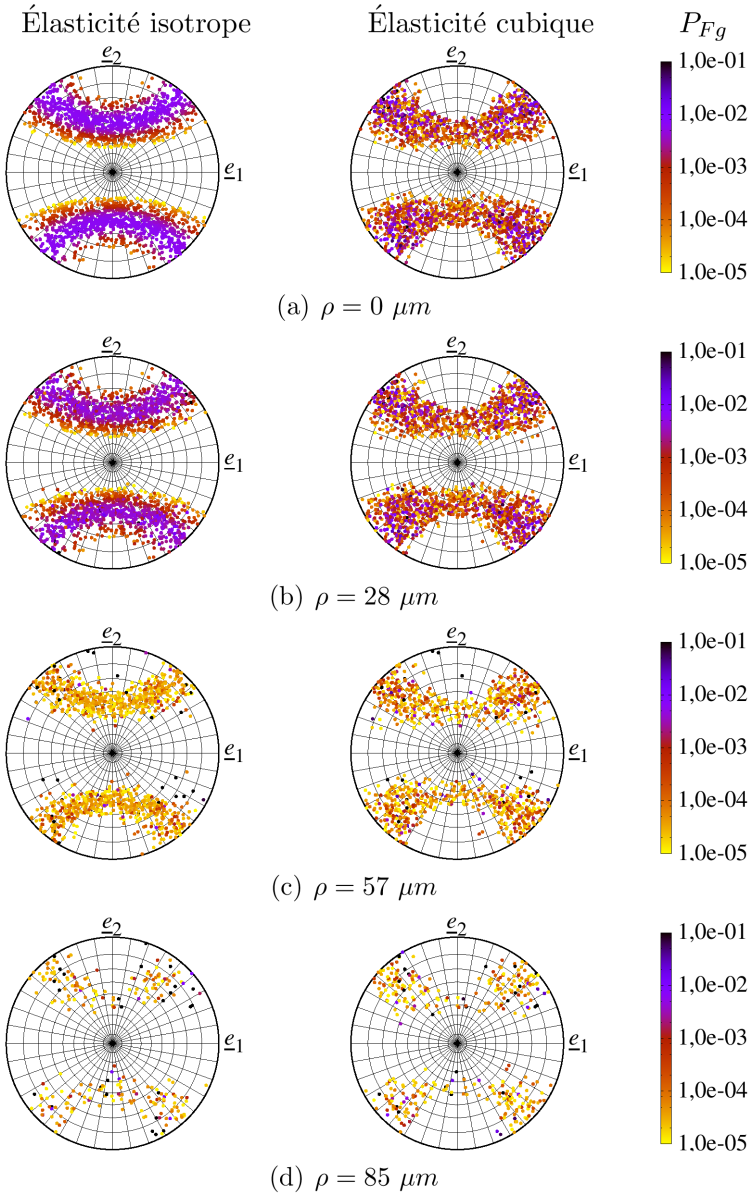


FIGURE II.28 – Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenu avec les microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique.

Ces conclusions ne sont pas vérifiées par les essais de fatigue réalisés par Billaudeau et al. [112] sur des éprouvette en acier C35 ayant chacune un défaut hémisphérique. En effet, les résultats de ces essais ont révélé des pentes différentes de $-1/6$ en traction alternée symétrique et en torsion alternée symétrique. De plus, la diminution de la résistance en fatigue est plus prononcée en traction qu'en torsion quelle que soit la taille de défaut considérée. Néanmoins, une caractéristique est communément observée dans l'ensemble de ces résultats expérimentaux : une augmentation de la taille de défaut ρ conduit à une augmentation du rapport φ entre les limites de fatigue en torsion $t_{-1}(\rho)$ et en traction

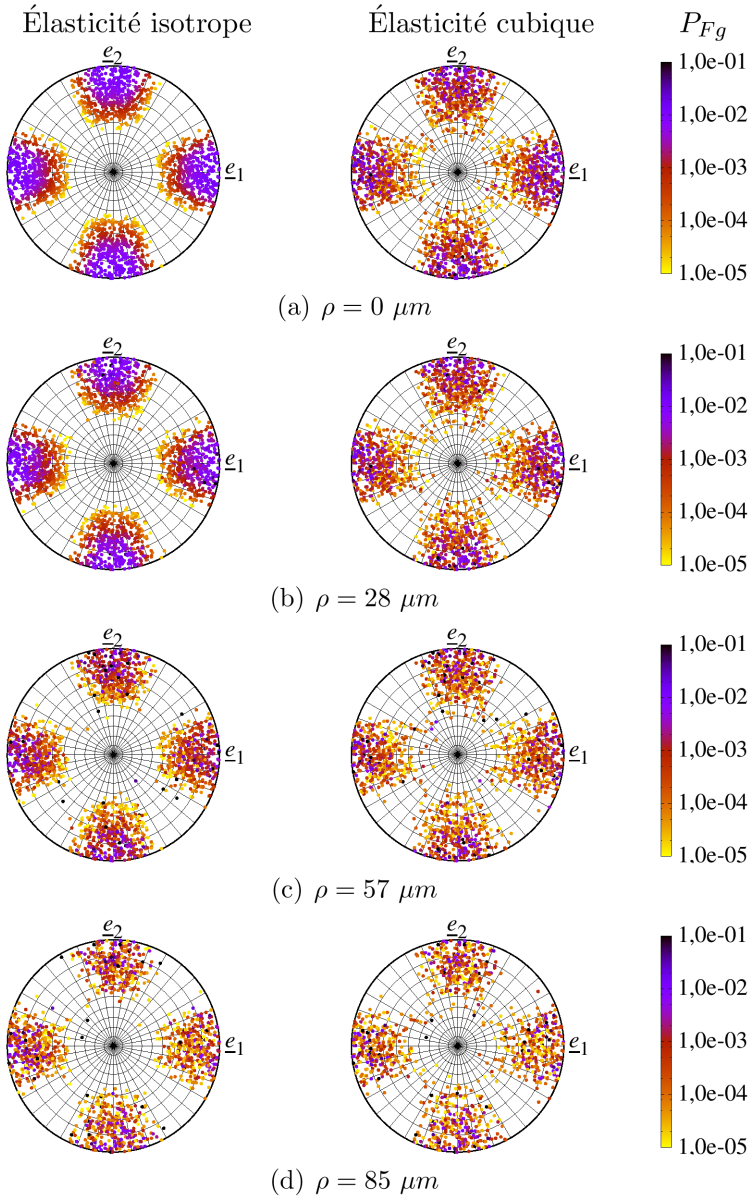


FIGURE II.29 – Projection stéréographique, dans le plan de normal $\underline{e}_3$, du vecteur normal unitaire du plan de glissement le plus critique de chaque grain et probabilité de rupture P_{Fg} associée obtenue avec les microstructures trouées sollicitées en cisaillement alternée symétrique.

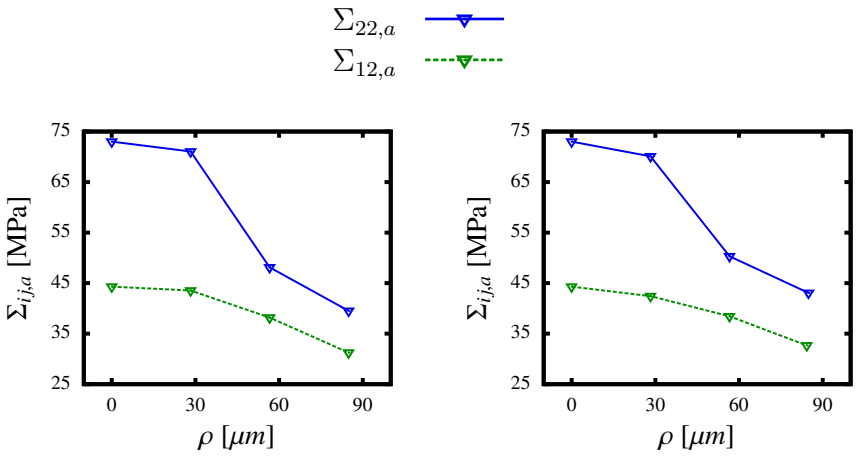
$s_{-1}(\rho)$ (Eq. II.16).

$$\varphi = \frac{t_{-1}(\rho)}{s_{-1}(\rho)} \tag{II.16}$$

Par exemple, dans [112] φ atteint presque 1 en présence d'un défaut artificiel alors que ce rapport est initialement égal à 0,72 avec des éprouvettes sans défaut. Cette tendance est confirmée par les limites de fatigue déterminées par Endo [113] sur des éprouvettes en acier C37 dans lesquelles un trou non-débouchant a été percé. Il résulte de cette étude

que φ croît de 0,62 à 0,80 pour un diamètre de trou allant de 0 à 500 μm.

Prédictions des limites de fatigue moyennes. Les limites de fatigues estimées à l'aide du critère de fatigue probabiliste en prenant $m = 20$ sont présentées en figure II.30. Certaines similitudes entre ces prédictions et les tendances observées dans [112] sont à souligner : les tailles critiques de défaut en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique ne sont pas clairement identifiables et la diminution de la limite de fatigue est plus importante en traction qu'en cisaillement. De plus, comme dans le cas des microstructures entaillées, l'utilisation de l'élasticité cubique ne conduit qu'à de légères différences dans les prédictions du critère par rapport à celles obtenues avec l'élasticité isotrope. Il convient de noter que les limites de fatigue prédites sont généralement plus élevées avec le comportement élastique anisotrope qu'avec le comportement élastique isotrope.

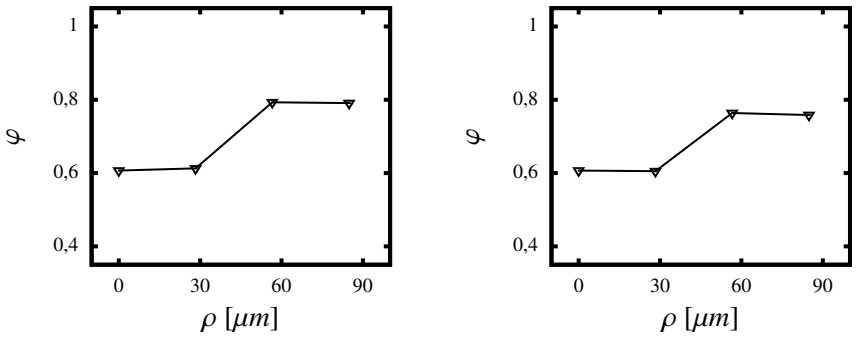


(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.30 – Prédictions du critère de fatigue probabiliste pour des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique obtenues pour chaque modèle de comportement élastique.

L'analyse va à présent porter sur l'évolution du rapport φ, prédit par le critère de fatigue probabiliste, par rapport au rayon du trou ρ. Ce rapport, résultant des limites de fatigue prédites pour chaque modèle de comportement élastique, est reporté en figure II.31. Il peut être souligné que les rapports φ sont quasiment identiques quel que soit le modèle d'élasticité assigné aux grains. En outre, ces résultats mettent en évidence qu'une augmentation du rayon du trou induit une augmentation du rapport φ ou au moins un stabilisation ce qui témoigne d'une bonne concordance entre les tendances expérimentales et les prédictions du critère de fatigue probabiliste.

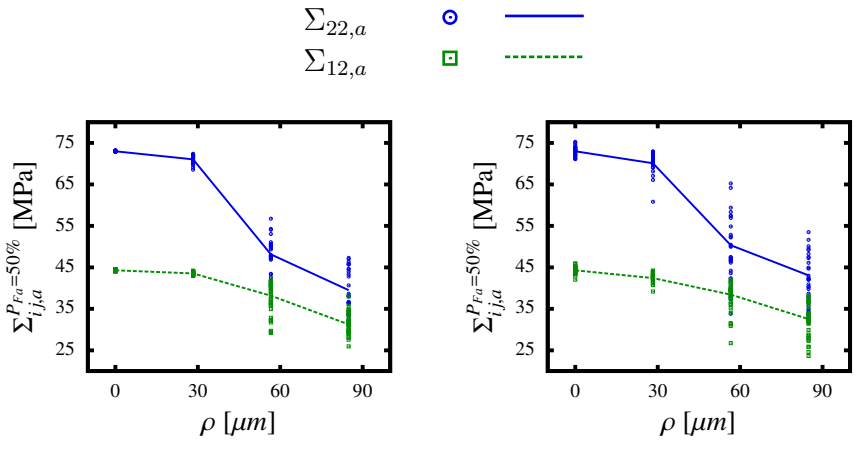
Analyse de la dispersion des limites de fatigue induite par la variabilité de la microstructure. Comme dans le cas des microstructures entaillées, la dispersion de la tenue en fatigue due à la variabilité de la microstructure est étudiée à l'aide du critère



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.31 – Évolution du rapport φ prédit par le critère de fatigue probabiliste avec le rayon du trou ρ pour chaque modèle de comportement élastique.

de fatigue probabiliste. Les limites de fatigue en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique d'une microstructure donnée sont estimées en déterminant les amplitudes de chargement à appliquer sur cette microstructure de sorte que sa probabilité de rupture P_{Fa} soit égale à 50%. La limite de fatigue macroscopique de chacune des microstructures obtenues est représentée par un point dans un diagramme $\Sigma_{ij,a}$ - ρ en figure II.32. Les résultats illustrés en figure II.32a et II.32b sont issus des modèles EF dans lesquels les grains se sont vus assigner respectivement un comportement élastique isotrope et un comportement élastique cubique. Sur ces diagrammes, les limites de fatigue moyennes macroscopiques obtenues précédemment sont rappelées par une ligne.



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.32 – Limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique.

Ces résultats nous permettent de tirer des conclusions similaires à celles énoncées dans le cas des entailles, quel que soit le chargement considéré (traction alternée symétrique

ou cisaillement alterné symétrique) :

- une augmentation de la dispersion de la tenue en fatigue est constatée lors de l'introduction d'un défaut dans les microstructures ;
- l'anisotropie du comportement a tendance à accroître cette dispersion notamment dans le cas des microstructures sans entaille.

Une fois de plus, en vue de faciliter l'analyse des distributions des limites de fatigue, les répartitions des limites de fatigue macroscopiques définie pour une probabilité de rupture P_{Fa} de 50% ($\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ pour le chargement de traction et $\Sigma_{12,a}^{P_{Fa}=50\%}$ pour le chargement de cisaillement) de l'ensemble des microstructures sont représentées sous forme d'histogrammes en figures II.33 et II.34 pour les résultats obtenus respectivement en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique. Pour chacune de ces figures, les 1re et 2e colonnes contiennent les résultats issus des modèles EF avec un comportement des grains respectivement élastique isotrope et élastique cubique. Les histogrammes sont tracés pour chaque rayon de trou ρ : 0 μm (Figs. II.33a et II.34a), 28 μm (Figs. II.33b et II.34b), 57 μm (Figs. II.33c et II.34c) et 85 μm (Figs. II.33d et II.34d). Pour permettre une comparaison entre les histogrammes obtenus pour différents rayons d'entaille, les limites de fatigue sont normalisées par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques ($\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$ pour le chargement de traction et $\Sigma_{12,a}^{P_{Fa}=50\%}$ pour le chargement de cisaillement).

Les résultats obtenus dans le cas où les microstructures trouées sont sollicitées en traction alternée symétrique sont similaires à ceux issus des microstructures entaillées. En effet, il peut être observé que l'augmentation de la taille du défaut ne semble pas conduire nécessairement à une augmentation de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$. Par exemple, une légère diminution de la dispersion est constatée lorsque ρ passe de 57 μm à 85 μm dans le cas où le comportement des grains est élastique cubique. En effet, une microstructure trouée peut voir sa limite de fatigue varier respectivement de 69% à 133% pour une entaille de rayon $\rho = 57$ μm et de 76% à 128% pour une entaille de rayon $\rho = 85$ μm. Par contre, dans le cas où les microstructures sont sollicitées en cisaillement alterné symétrique, il est à noter que pour les quelques rayons ρ étudiés, une augmentation du rayon du trou ρ entraîne une augmentation de la dispersion de la tenue en fatigue et ce, quel que soit le comportement élastique considéré.

Rappel sur la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. En vue d'étudier, dans le paragraphe suivant, la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ tenant compte à la fois de la variabilité de la microstructure et de celle du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}, un rappel sur la caractérisation de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par cette dernière source de variabilité est proposé dans ce paragraphe.

Comme cela a été discuté en section 3.3.2, la limite de fatigue macroscopique, en l'occurrence $\Sigma_{22,a}$ pour le chargement de traction et $\Sigma_{12,a}$ pour le chargement de torsion, d'une microstructure donnée suit une distribution de Weibull (voir équation II.17) sous certaines conditions :

- le comportement des grains est élastique linéaire ;
- la contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$ agissant sur les plans de glissement critiques est nulle.

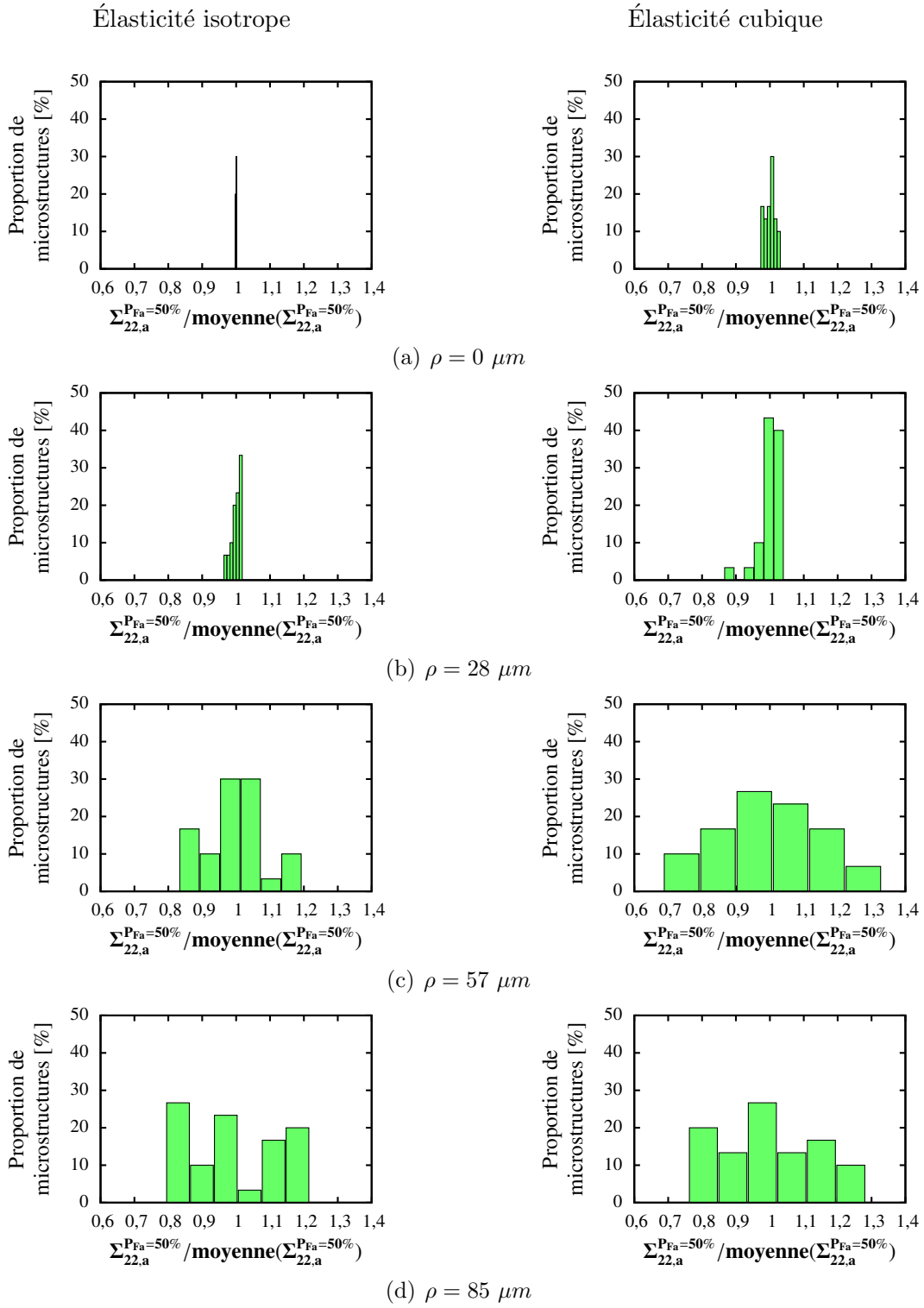
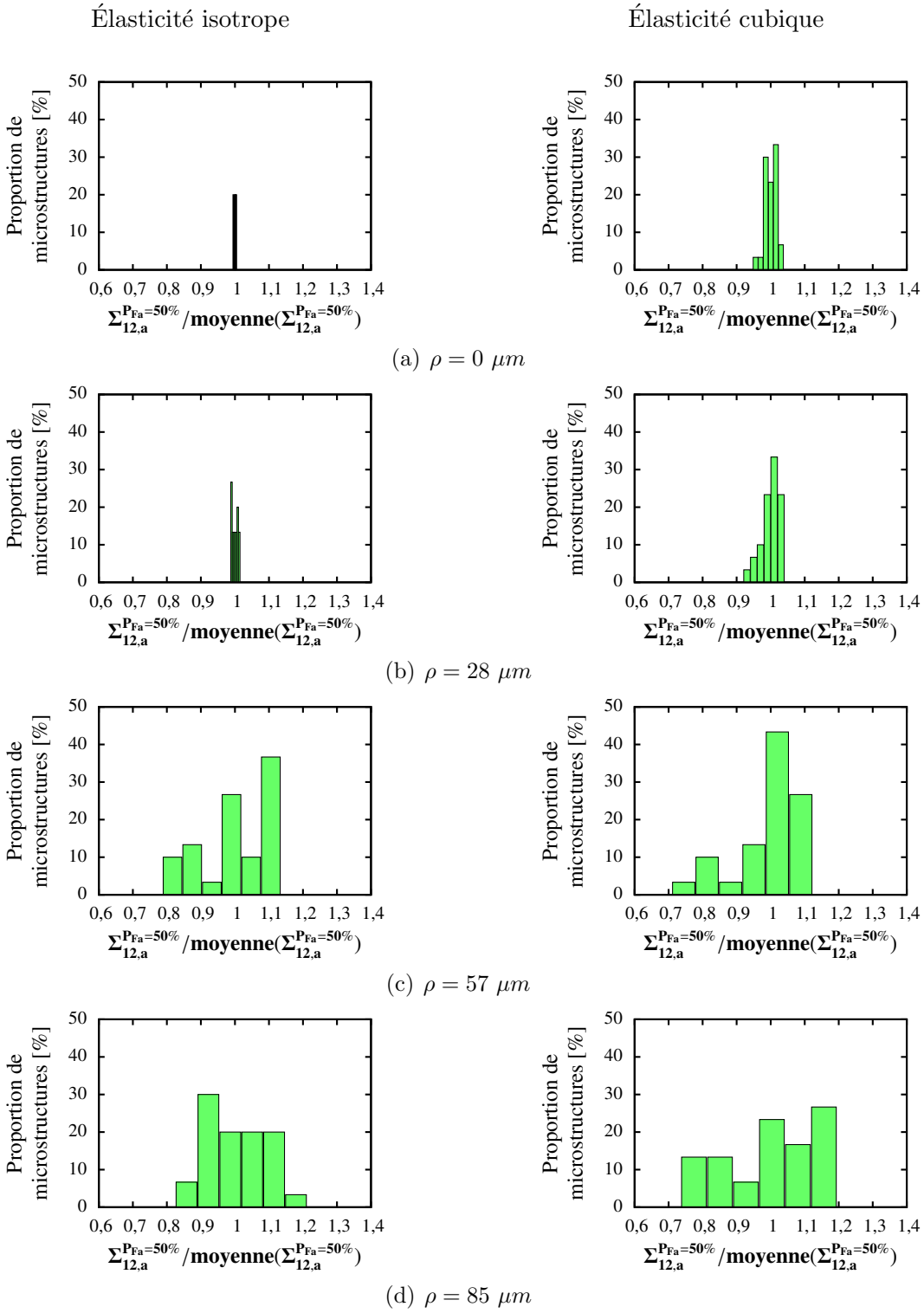


FIGURE II.33 – Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures trouées sollicitées en traction alternée symétrique pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique.



(a) $\rho = 0\ \mu m$

(b) $\rho = 28\ \mu m$

(c) $\rho = 57\ \mu m$

(d) $\rho = 85\ \mu m$

FIGURE II.34 – Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures trouées sollicitées en cisaillement alterné symétrique pour différents rayons de trou ρ et pour chaque modèle de comportement élastique.

$$f_{micro}\left(\Sigma_{ij,a}\right) = \frac{m^*}{\tau_0^*}\left(\frac{\Sigma_{ij,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*-1} \exp\left[-\left(\frac{\Sigma_{ij,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*}\right] \tag{II.17}$$

où $ij = 22$ dans le cas de la traction alternée symétrique et $ij = 12$ dans le cas du cisaillement alterné symétrique.

Dans ces conditions, le paramètre de forme m^* de la distribution de la limite de fatigue macroscopique est égal au paramètre de forme m de la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}. Le paramètre d'échelle τ_0^* caractérisant la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ d'une microstructure peut être identifié, à partir de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}^{P_{Fa}=50\%}$ de la microstructure considérée, à l'aide de la relation suivante :

$$\tau_0^* = \frac{\Sigma_{ij,a}^{P_{Fa}=50\%}}{\ln(2)^{1/m^*}} \tag{II.18}$$

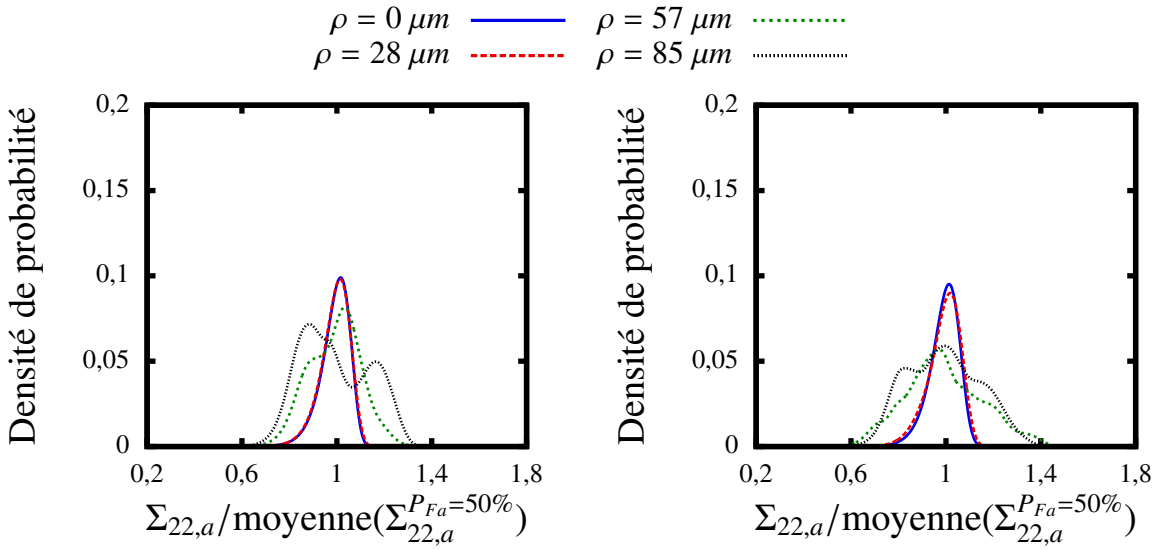
Analyse de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. La démarche suivie pour analyser la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue est la même que celle décrite précédemment en section 3.3.2. À titre de rappel, la densité de probabilité f_{moy} décrivant cette dispersion est définie comme la moyenne des densités de probabilité f_{micro} caractérisant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ des différentes microstructures étudiées :

$$f_{moy}\left(\Sigma_{ij,a}\right) = \frac{1}{N_{micro}} \sum_{micro=1}^{N_{micro}} f_{micro}\left(\Sigma_{ij,a}\right) \tag{II.19}$$

où N_{micro} correspond au nombre de microstructures étudiées par condition (type de chargement, nature du comportement élastique et rayon du trou ρ) ; dans le cas présent $N_{micro} = 30$.

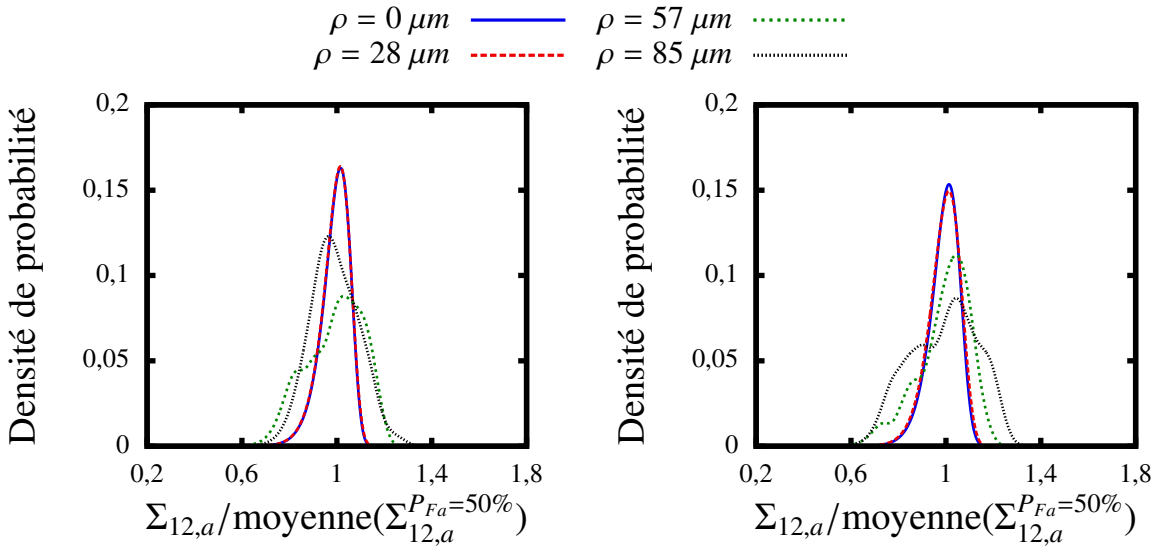
Les densités de probabilité f_{moy} prédites pour chaque rayon de trou ρ, dans le cas d'un chargement de traction alternée symétrique, sont illustrées en figure II.35a lorsqu'un comportement élastique isotrope est assigné aux grains et en figure II.35b lorsque les grains se sont vus attribuer un comportement élastique cubique. Les densités de probabilité f_{moy} obtenue dans le cas d'un chargement de cisaillement alterné symétrique sont présentée en figure II.36a pour un comportement des grains élastique isotrope et en figure II.36b pour un comportement des grains élastique cubique.

Ces figures montrent qu'un trou circulaire de rayon $\rho = 28$ μm influence peu la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$ normalisée par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$, par rapport à celle prédite pour des microstructures sans défaut et ce, quel que soit le comportement élastique assigné aux grains et le type de sollicitation considéré. Il peut également être observé que pour des trous de rayons $\rho = 0$ μm et $\rho = 28$ μm, la distribution de la limite de fatigue peut être correctement décrite par une loi de probabilité de Weibull. Ce constat n'est plus valable dans le cas des microstructures présentant un trou de rayons $\rho = 57$ μm et $\rho = 85$ μm du fait des irrégularités importantes rencontrées dans les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$. Il est à noter, une fois de plus, que ces irrégularités sont fortement



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.35 – Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}$ prédite dans le cas d'un chargement en traction alternée symétrique et décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{22,a})$ pour différents rayons de trou ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique.



(a) Élasticité isotrope (b) Élasticité cubique

FIGURE II.36 – Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{12,a}$ prédite dans le cas d'un chargement en cisaillement alterné symétrique et décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{12,a})$ pour différents rayons de trou ρ et avec un comportement des grains : (a) élastique isotrope et (b) élastique cubique.

corrélées à celles observées sur les histogrammes décrivant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$ (voir figures II.33 et II.34). Il peut ainsi être supposé que l'absence de mode unique et d'asymétrie de signe constant est la conséquence d'un nombre insuffisant de microstructures étudiées.

L'impossibilité de décrire les densités de probabilité f_{moy}, caractérisant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$, par une loi de probabilité unique complique la comparaison quantitative entre les résultats obtenues pour différentes configurations (rayon de trou ρ, nature du comportement élastique assigné aux grains et type de sollicitation appliquée aux microstructures). Cependant, quel que soit le type de sollicitation considéré et la nature du comportement élastique attribué aux grains, il apparaît distinctement que des trous de rayons $\rho = 57$ μm et $\rho = 85$ μm induisent une augmentation de la dispersion de la limite de fatigue normalisée par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$, par rapport à celles constatés dans le cas des microstructures présentant des trous de rayons $\rho = 0$ μm et $\rho = 28$ μm. Néanmoins, les résultats obtenus ne font pas apparaître une tendance claire quant à l'effet de l'accroissement du rayon du trou ρ de 57 μm à 85 μm sur les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$. En effet, l'augmentation du rayon du trou de 57 μm à 85 μm semble accroître la dispersion dans certains cas (voir figures II.35a et II.36b) ou, au contrainte, l'atténuer dans d'autres (voir figure II.36a).

Enfin, il peut être remarqué que la dispersion des distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$ normalisée par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$ semblent légèrement plus importantes pour les microstructures sollicitées en traction alternée symétrique que pour celles soumises à du cisaillement alterné symétrique et ce, indépendamment du rayon du trou ρ considéré et du modèle de comportement élastique assigné aux grains.

3.5 Conclusion

Le rôle joué par l'élasticité cubique et la plasticité cristalline sur la réponse mécanique à l'échelle des grains et plus spécifiquement sur les distributions des amplitudes de contrainte normale $\sigma_{n,a}$ et de cission τ_a mésoscopiques a été discuté pour des agrégats polycristallins avec et sans défaut. Il a été souligné que l'élasticité cubique, contrairement à la plasticité cristalline, affecte significativement les distributions de τ_a et $\sigma_{n,a}$ dans le cas des microstructures lisses. Ces résultats sont attribuables à la forte anisotropie du comportement élastique des cristaux de cuivre et aux faibles amplitudes de chargement, propre à la fatigue à grand nombre de cycles, conduisant à une activité modéré du glissement plastique dans les agrégats polycristallins. Cependant, la plasticité cristalline a un effet plus prononcé sur les réponses mécaniques mésoscopiques lorsque les microstructures présentent un défaut. En effet, les valeurs maximales atteintes par l'amplitude de cission mésoscopique au voisinage du défaut sont considérablement réduites grâce à la plasticité. Comme l'amorçage de fissures de fatigue a lieu dans les grains les plus sévèrement sollicités, il semble pertinent de prendre en compte la plasticité cristalline dans la modélisation afin d'estimer au mieux la réponse mécanique des ces grains.

Les prédictions de trois critères de fatigue différents utilisant les résultats des simulations par EF des microstructures entaillées ont ensuite été analysées. L'approche de

chaque critère est différente ce qui explique leur plus ou moins grande sensibilité au modèle de comportement d'une part et au défaut d'autre part. Les prédictions fournies par le critère plan critique sont trop conservatives comme seul le plan de glissement le plus critique dans un polycristal est considéré pour estimer la rupture par fatigue. Le critère intégral surestime la tenue en fatigue. L'effet du défaut sur la limite de fatigue macroscopique est presque négligé par ce critère du fait que la réponse mécanique de l'ensemble des systèmes de glissement du polycristal est considérée dans le calcul des quantités mécaniques moyennées utilisées dans le critère. Ainsi, le grand nombre de grains éloignés de l'entaille, qui subissent de faibles niveaux de contrainte, masque la contribution du faible nombre de grains fortement sollicités en fond d'entaille et donc atténue l'effet du défaut sur les limites de fatigue prédites. Le critère de fatigue probabiliste est une alternative intéressante à ces deux critères. En effet, dans ce critère, tous les grains sont considérés pour prédire les limites de fatigues mais, grâce à la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue, seuls les grains les plus critiques contribuent effectivement à la rupture par fatigue. Il en résulte que ce critère peut prédire de manière satisfaisante l'influence d'un défaut sur la tenue en fatigue comme cela a été montré lors de la comparaison des limites de fatigue prédites avec les résultats expérimentaux.

Dans le cas de microstructures trouées, deux conditions de chargement ont été étudiées : la traction alternée symétrique et le cisaillement alterné symétrique. Du fait de la méconnaissance des limites de fatigue expérimentales, seule une comparaison qualitative entre les prédictions du critère de fatigue probabiliste et les tendances expérimentales observés dans les matériaux métalliques est conduite. À partir des limites de fatigue prédites en traction alternée symétrique et en cisaillement alterné symétrique, il est apparu que l'effet néfaste du trou sur la tenue en fatigue est plus prononcé en traction qu'en cisaillement pour une taille de défaut donnée. Ainsi, une augmentation de la taille de défaut ρ conduit à une augmentation, ou au moins une stabilisation, du rapport entre les limites de fatigue en traction alternée symétrique et en torsion alternée symétrique ce qui est en accord avec les tendances expérimentales.

Chapitre III

Caractérisation mécanique et modélisation du comportement élasto-plastique de l'acier austénitique 316L

Sommaire

1 Introduction 98
2 Présentation du matériau 98
3 Essais de fatigue oligocyclique 99
3.1 Conditions d'essais 99
3.2 Résultats des essais de fatigue oligocyclique 103
4 Identification des paramètres des modèles de comportement 109
4.1 Comportement élastique 109
4.2 Comportement plastique 112
5 Essais de fatigue à amplitude de contrainte constante 135
5.1 Conditions d'essais 135
5.2 Résultats des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante 141
6 Discussion sur les résultats des essais 152
6.1 Discussion sur les essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques 152
6.2 Discussion sur les essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ 154
6.3 Discussion sur l'effet de l'enlèvement de matière par électro-érosion sur la tenue en fatigue 155
7 Conclusion 156

1 Introduction

La campagne d'essais expérimentaux visant à caractériser le comportement mécanique sous sollicitations cycliques de l'acier austénitique inoxydable 316L est présentée dans ce chapitre. La campagne expérimentale qui a été menée devait répondre à deux objectifs bien distincts :

- apporter des données expérimentales servant de support à l'identification des paramètres des lois de comportements élasto-plastique macroscopique et monocristalline du matériau faisant l'objet de notre étude ;
- permettre l'encadrement des limites de fatigue à amplitude de contrainte constante définie à 2.10^6 cycles sous des conditions de chargement multiaxiales, en présence ou non d'un accident géométrique.

Le chapitre se décompose de la manière suivante. Le matériau faisant l'objet de notre étude est tout d'abord présenté succinctement. Les essais de fatigue oligocyclique qui ont été conduits dans le cadre de cette thèse sont ensuite décrits et leurs résultats sont analysés. La méthodologie suivie en vu d'identifier les paramètres de modèles de comportement élasto-plastique, en s'appuyant sur les résultats des essais de fatigue oligocyclique, est détaillée et les réponses mécaniques obtenues pour chacun des modèles de comportement sont comparées aux réponses observées expérimentalement. Enfin, les conditions étudiées lors la campagne d'essais de fatigue à amplitude de contrainte constante sont récapitulées et les résultats obtenus suite à cette campagne sont présentés et discutés.

2 Présentation du matériau

L'acier inoxydable austénitique AISI 316L – désigné M25W par le fabricant – faisant l'objet de notre étude est fourni par Stainless sous forme de barres de 40 mm de diamètre et de 1,2 m de long. La composition chimique de cette nuance d'acier a été déterminée par spectrométrie d'émission à étincelle (voir tableau III.1). Cet acier austénitique ne respecte pas exactement la désignation AISI 316L selon laquelle les teneurs en chrome et en nickel sont comprises respectivement sur des plages de 16-18% et 10-14%. Néanmoins, nous continuerons de le dénommer 316L par soucis de simplicité. La forte proportion d'éléments gammagènes, en particulier de nickel, permet de stabiliser la phase austénitique et d'éviter l'apparition de ferrite δ lors du refroidissement du traitement thermique d'hypertrempe.

Les caractéristiques mécaniques usuelles de ce matériau, déterminées grâce à un essai de traction uniaxiale, sont récapitulées dans le tableau III.2.

Des analyses EBSD, dont les résultats sont présentés au chapitre IV, ont permis d'évaluer les tailles moyenne de grain dans les sections droite et longitudinale des barres. Ces tailles sont respectivement de 14 μm et de 13 μm.

Élement	C	Cr	Ni	Mo	Mn
%m	0,02	18,96	15,00	3,01	1,87

Table III.1 – Composition chimique de la nuance d'acier 316L étudiée.

$R_{p0,2\%}$ [MPa]	R_m [MPa]	$A_{\%r}$ [%]
346	644	60

TABLE III.2 – Propriétés mécaniques en traction uniaxiale de la nuance 316L étudiée.

3 Essais de fatigue oligocyclique

Les essais de fatigue oligocyclique – essais à amplitude de déformation totale imposée – menés dans cette étude ont pour but de permettre l'identification du comportement élasto-plastique de l'acier austénitique 316L. Le choix d'essais à déformation imposée plutôt qu'à contrainte imposée est motivé par la présence du phénomène de rochet dans les aciers austénitiques soumis à des sollicitations cycliques à amplitude de contrainte constante. La modélisation du rochet étant délicate, il nous paraissait préférable d'écarter les essais risquant de le faire intervenir.

3.1 Conditions d'essais

Les essais de fatigue oligocyclique sont conduits à température ambiante sur une machine d'essai de fatigue servo-hydraulique multiaxiale « Instron 8850 »(voir figure III.1). Cette machine d'essai permet en particulier de solliciter une éprouvette tubulaire en traction uniaxiale et en torsion. La géométrie de l'éprouvette tubulaire est présentée dans l'annexe B en figure B.1.

Afin d'identifier au mieux les paramètres de la matrice d'interaction, trois types de chargement sont considérés pour les essais à déformation imposée :

- la traction uniaxiale alternée symétrique ;
- la torsion alternée symétrique ;
- la traction et la torsion alternées symétriques déphasées de 90°.

En effet, le changement du type de sollicitation peut influer sur la proportion des interactions entre les dislocations rencontrées dans le matériau. Par exemple, en se référant aux résultats présentés dans la section 2.3.1 du chapitre II, il peut être observé qu'un chargement combiné en traction et torsion déphasées de 90° avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$ permet de solliciter les plans de glissement du polycristal en cisaillement de manière plus homogène au sein de la microstructure qu'avec un chargement simple en traction uniaxiale ou en torsion. Ainsi, un tel chargement devrait accentuer la proportion d'interactions non-coplanaires (interaction colinéaire, jonction de Hirth, jonction glissile, jonction de Lomer) par rapport à un chargement en traction uniaxiale, en torsion ou en traction-torsion en phase.

Par ailleurs, les mesures de contraintes et de déformations effectuées lors de ces essais étant macroscopiques, il est nécessaire, pour l'identification des lois de plasticité, d'observer un minimum de plasticité macroscopique lors des essais cyclique à déformation totale imposée, quitte à s'écarter des niveaux de plasticité rencontrés dans les essais de fatigue à grand nombre de cycles. Les amplitudes de déformation imposées dans ces essais sont donc choisies de manière à être suffisamment importantes pour faire apparaître des déformations plastiques macroscopiques et suffisamment faibles afin de s'écarter au minimum des niveaux de déformation macroscopique observés en fatigue à grand nombre

FIGURE III.1 – Machine d'essai de fatigue servo-hydraulique multiaxiale Instron 8850.

de cycle. Pour chaque cas de chargements simples (traction alternée ou torsion alternée seule), deux niveaux de chargement sont choisis alors que dans le cas d'un chargement combiné, seul un niveau de chargement est retenu. Un total de 5 essais est ainsi réalisé. Les valeurs des amplitudes de déformation totale imposées lors des essais sont présentées dans le tableau III.3. Les chargements imposés évoluent de manière sinusoïdale avec le temps à une fréquence de 1 Hz.

Le pilotage en déformation est assuré par des extensomètres « 3550CHT-025M-005-003-ST » de la marque Epsilon Technology Corp (voir figure III.2). Ces extensomètres de classe 0,5, d'après la norme ISO 9513, offrent la possibilité de mesurer les déplacements

Traction alternée	Torsion alternée	Traction-torsion alternées déphasées de 90°
$E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$	$E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$	$E_{zz,a} = 2{,}0.10^{-3}$ et $E_{\theta z,a} = 1{,}4.10^{-3}$
$E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$	$E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$	-

TABLE III.3 – Niveau de chargement des essais de fatigue oligocyclique.

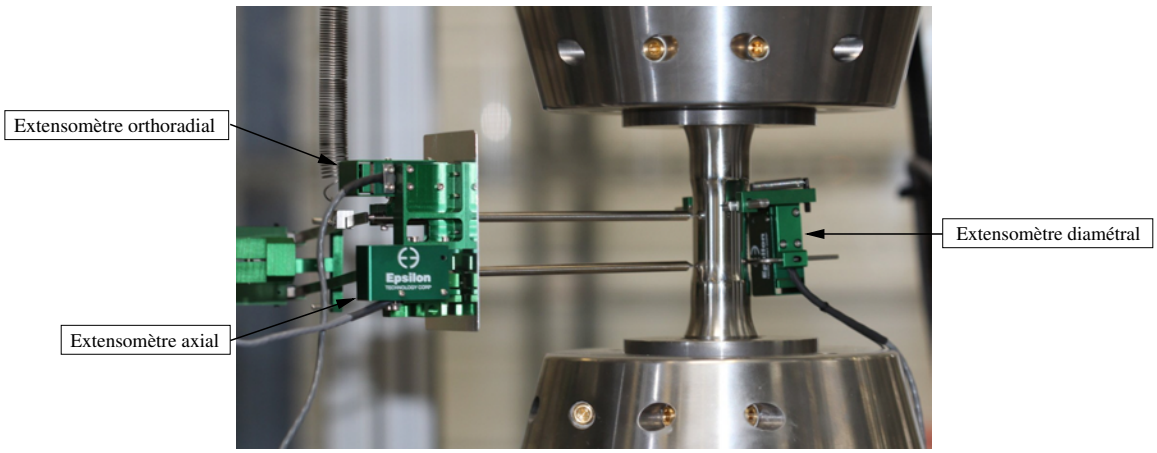


FIGURE III.2 – Éprouvette tubulaire instrumentée par 3 extensomètres : extensomètres « 3550HT » (axial et orthoradial) et « 3575 » (diamétral).

axial Δl_z et orthoradial Δl_θ sur des plages de $\pm 1{,}25$ mm. Les déformations macroscopiques E_{zz}^{ext} et $E_{\theta z}^{ext}$ sur la surface extérieure de la zone utile de l'éprouvette sont déduites de ces mesures à l'aide des relations suivantes, valables dans le cadre des petites déformations :

$$E_{zz}^{ext} = \frac{\Delta l_z}{l_0} \quad \text{et} \quad E_{\theta z}^{ext} = \frac{\Delta l_\theta}{2 l_0} \tag{III.1}$$

avec l_0 correspondant à la distance initiale entre les deux couteaux de l'extensomètre.

L'état de déformation étant homogène à l'échelle macroscopique lors des essais de traction alternée, la déformation macroscopique mesurée sur la surface extérieure E_{zz}^{ext} sera notée plus succintement E_{zz}. Par ailleurs, il est important de rappeler que les essais de torsion alternée entraînent des états de contrainte et de déformation hétérogènes. Il est d'usage de travailler avec la déformation et la contrainte à mi-épaisseur du tube, qui seront notée respectivement $E_{\theta z}$ et $\Sigma_{\theta z}$ [114, 115]. La relation de proportionnalité entre la déformation en cisaillement $E_{\theta z}(M)$ en un point M et la distance du point courant M par rapport à l'axe de révolution de l'éprouvette permet de déterminer la déformation $E_{\theta z}$ à mi-épaisseur connaissant la déformation sur la surface extérieure $E_{\theta z}^{ext}$ et ce, quel que soit le comportement (élastique ou élasto-plastique) :

$$E_{\theta z}^{ext} = \frac{D_{moy}}{D_e} E_{\theta z}^{ext} \quad \text{avec} \quad D_{moy} = \frac{D_e + D_i}{2} \tag{III.2}$$

où D_e et D_i correspondent respectivement au diamètre intérieur et extérieur de la zone utile de l'éprouvette. Afin de contrôler les déformations mesurées par l'extensomètre,

chaque éprouvette tubulaire est instrumentée d'une rosette Vishay CEA-06-125UR-120 à 3 jauges d'extensométrie à 45° (voir figure III.3).

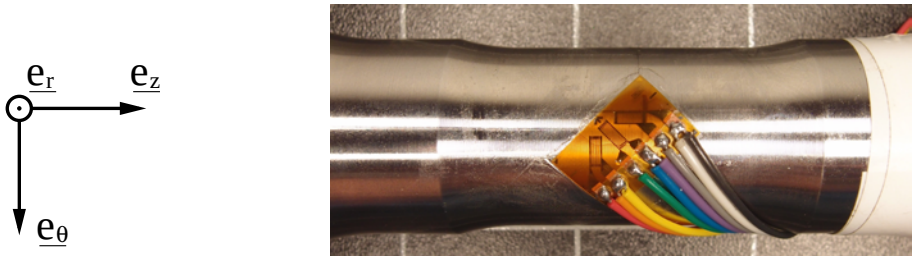


FIGURE III.3 – Éprouvette tubulaire instrumentée d'une rosette à 3 jauges d'extensométrie à 45°.

Des capteurs d'effort et de couple permettent de mesurer respectivement l'effort axial F_z sur une plage de ±100 kN avec une précision de ±0.25% et le couple C_z autour de l'axe de l'éprouvette sur une plage de ±1 kN.m avec une précision de ±0.15%. La relation liant l'effort axial à la contrainte normale axiale Σ_{zz} est définie comme suit :

$$\Sigma_{zz} = \frac{F_z}{S} \quad \text{avec} \quad S = \frac{\pi\,(D_e^2 - D_i^2)}{4} \tag{III.3}$$

où D_e et D_i correspondent respectivement au diamètre extérieur et intérieur de la zone utile de l'éprouvette.

La contrainte de cisaillement pose plus de difficultés pour être déterminée dès lors que le comportement macroscopique est élasto-plastique. En effet, la perte de linéarité entre la contrainte $\Sigma_{\theta z}$ et la déformation $E_{\theta z}$ induite par la plasticité ne permet plus de connaître la contrainte $\Sigma_{\theta z}$ en tout point de la zone utile. Une hypothèse couramment employée dans le cas des tubes à paroi mince consiste à supposer la contrainte homogène $\Sigma_{\theta z}$ dans l'épaisseur du tube [114, 115] et d'utiliser la relation liant le couple mesuré C_z et la contrainte $\Sigma_{\theta z}$:

$$C_z \underline{e}_z = \int_{r=D_i/2}^{D_e/2} \int_{\theta=0}^{2\pi} \underline{OM} \wedge \Sigma_{\theta z} \underline{e}_\theta r dr d\theta \tag{III.4}$$

En intégrant le second membre, il vient :

$$\Sigma_{\theta z} = \frac{C_z}{B} \quad \text{avec} \quad B = \frac{\pi\,(D_e^3 - D_i^3)}{12} \tag{III.5}$$

Il peut être intéressant de vérifier que l'hypothèse d'un état de contrainte homogène induit une erreur négligeable dans la détermination de la contrainte de cisaillement à mi-épaisseur lorsque le comportement est purement élastique. Dans le cas où le comportement du matériau reste élastique, l'intégration du second membre conduit à une relation entre la contrainte de cisaillement à mi-épaisseur $\Sigma_{\theta z,el}$ et le couple C_z définie comme suit :

$$\Sigma_{\theta z,el} = \frac{C_z}{I(G,\underline{e}_z)} \frac{D_{moy}}{2} \quad \text{avec} \quad I(G,\underline{e}_z) = \frac{\pi\,(D_e^4 - D_i^4)}{32} \tag{III.6}$$

L'erreur relative est définie à l'aide de la relation suivante :

$$E_{relative} = \frac{|\Sigma_{\theta z,el} - \Sigma_{\theta z}|}{\Sigma_{\theta z,el}} = \frac{|2I(G,\underline{e}_z) - BD_{moy}|}{BD_{moy}} \tag{III.7}$$

Ainsi, lorsque la réponse est élastique, l'erreur relative $E_{relative}$ commise sur l'estimation de la contrainte de cisaillement à mi-épaisseur $\Sigma_{\theta z}$ à l'aide de l'équation III.5 est inférieure à 0,4% avec la géométrie d'éprouvette considérée alors qu'elle serait de 6% si la contrainte de cisaillement sur la surface extérieure avait été considérée.

Enfin, les niveaux de déformation mis en jeu lors des essais de fatigue oligocyclique étant faibles (inférieurs à 0,4%), les contraintes et déformations conventionnelles peuvent être assimilées aux contraintes et déformations vraies.

3.2 Résultats des essais de fatigue oligocyclique

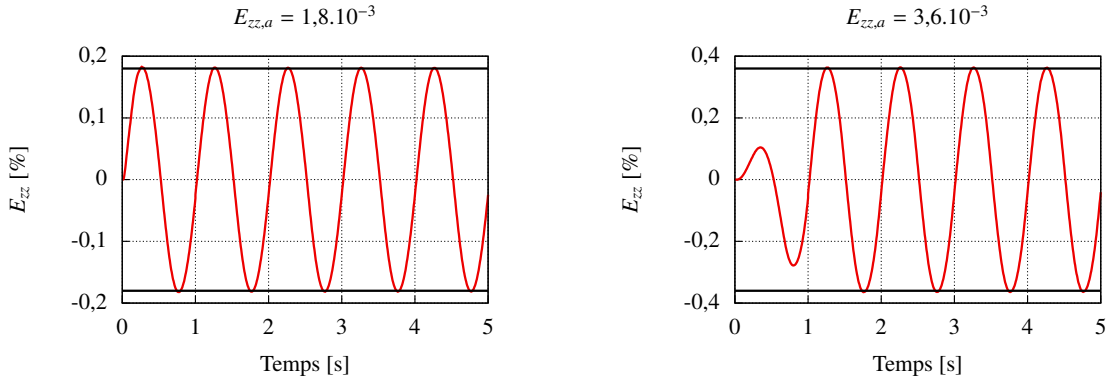
Avant de présenter les résultats obtenus lors des essais de fatigue oligocyclique, il convient de souligner que les consignes en déformations ne sont pas parfaitement respectées en début d'essais. En effet, malgré un soin particulier apporté au réglage du régulateur PID des extensomètres, un dépassement de consigne est généralement observée au début des essais de fatigue oligocyclique. Pour les chargements de traction alternée, ce dépassement n'excède pas 3%. Pour les chargements de torsion alternée et de traction-torsion combinée, le dépassement de consigne est plus important mais reste néanmoins inférieur à 10% (voir figure III.4). Ce dépassement s'atténue au cours du temps et la consigne est respectée au bout d'une dizaine de cycles. En outre, il peut être observé en figure III.4 qu'une rampe d'une durée d'un cycle de période T est imposée au chargement sinusoïdale pour les chargement à forte amplitude de déformation plastique ($E_{zz} = 3{,}6.10^{-3}$ et $E_{\theta z} = 3{,}0.10^{-3}$). Autrement dit, le chargement imposé est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} t \in [0;T] &\Rightarrow E_{\theta z}(t) = \frac{t}{T} E_{\theta z,a} \sin(t) \\ t \in [T;+\infty] &\Rightarrow E_{\theta z}(t) = E_{\theta z,a} \sin(t) \end{aligned} \tag{III.8}$$

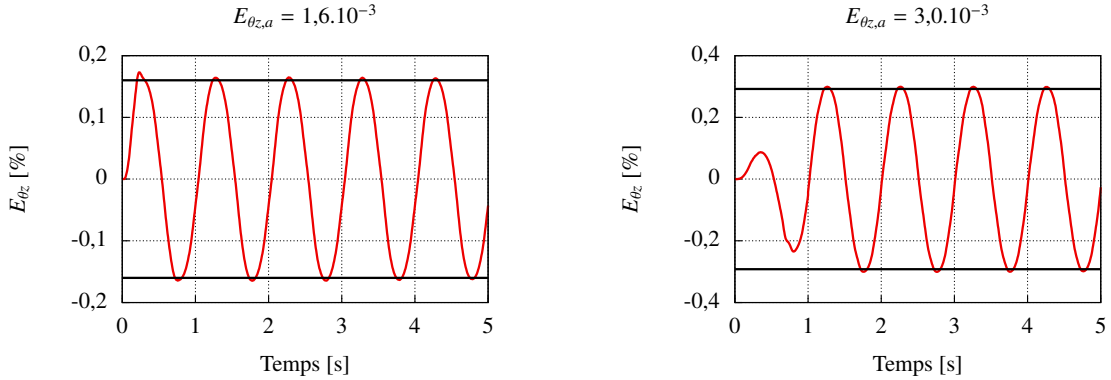
Cette rampe est nécessaire afin de réaliser ces essais à une fréquence de 1 Hz.

Les résultats obtenues durant certains cycles des essais de fatigue oligocyclique en traction alternée, en torsion alternée et en traction-torsion alternée sont présentés dans des diagrammes contrainte-déformation respectivement en figures III.5, III.6 et III.7. À partir de ces figures, il peut être constaté que l'écrouissage est de nature à la fois cinématique et isotrope. En effet, un déplacement du centre du domaine élastique est observé indiquant ainsi un écrouissage de nature cinématique. De plus, la taille du domaine élastique évolue au cours du cyclage ce qui témoigne d'un écrouissage de nature isotrope. Une analyse plus détaillée de l'évolution des parts cinématique et isotrope de l'écrouissage au cours des essais de fatigue oligocyclique est présentée en section 4.2.1. Il peut être ajouté que les amplitudes de déformation plastique sont de l'ordre de :

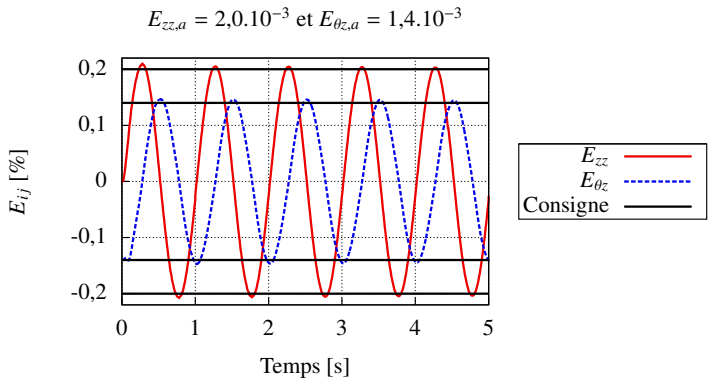
- $E^p_{zz,a} = 4.10^{-4}$ et $E^p_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ respectivement pour les chargements en traction alternée d'amplitudes $E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ et $E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$;
- $E^p_{\theta z,a} = 5.10^{-4}$ et $E^p_{\theta z,a} = 1{,}7.10^{-3}$ respectivement pour les chargements en torsion alternée d'amplitudes $E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$ et $E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$.



(a) Traction



(b) Torsion



(c) Traction - torsion ($\varphi_{\theta z} = 90^{\circ}$)

FIGURE III.4 – Évolution de la déformation imposée au cours des 5 premiers cycles des essais de fatigue oligocyclique.

Par ailleurs, les boucles d'hystérésis ne sont pas centrées suivant l'axe des ordonnées indiquant ainsi un état de contrainte moyen non nul au cours d'un cycle de chargement. Ce décentrage est négligeable dans la majorité des cas et n'est significatif que dans le cas du chargement en traction alternée à une amplitude de déformation $E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ pour lequel la contrainte moyenne $\Sigma_{zz,m} \simeq -30$ MPa. Il a été envisagé qu'un état de contrainte résiduelle initial non-nul pouvait être la cause d'un état de contrainte moyen non-nul lors

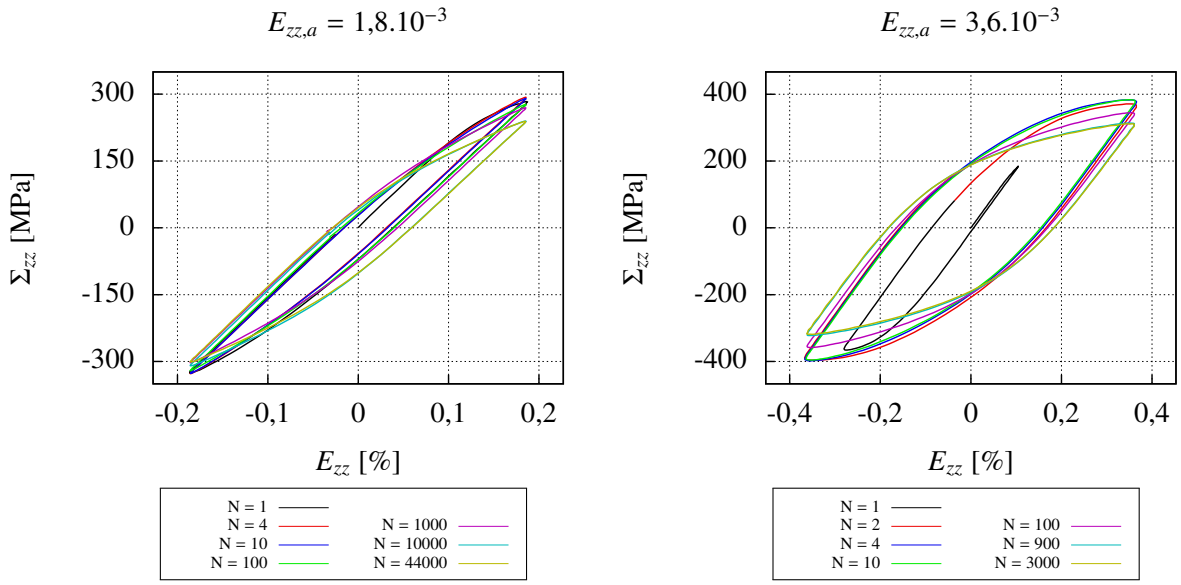


FIGURE III.5 – Réponses obtenues, en termes de contrainte Σ_{zz} et déformation E_{zz}, lors des essais de fatigue oligocyclique en traction alternée.

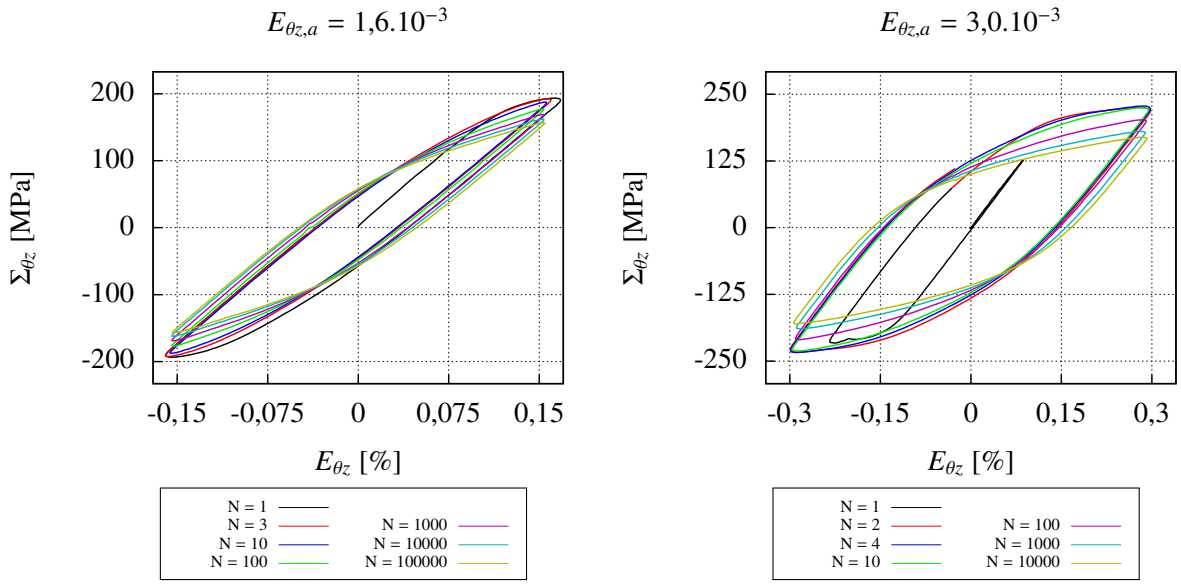


FIGURE III.6 – Réponses obtenues, en termes de contrainte $\Sigma_{\theta z}$ et déformation $E_{\theta z}$, lors des essais de fatigue oligocyclique en torsion alternée.

des essais de fatigue oligocyclique. Des mesures de contraintes résiduelles par diffraction des rayons X ont donc été menées afin de vérifier si un état de contrainte résiduelle était initialement présent dans les éprouvettes. Les niveaux de contraintes résiduelles mesurés étant négligeables, ils ne peuvent expliquer la présence d'une contrainte moyenne non-nulle.

Les figures III.5, III.6 et III.7 mettent clairement en évidence une diminution des

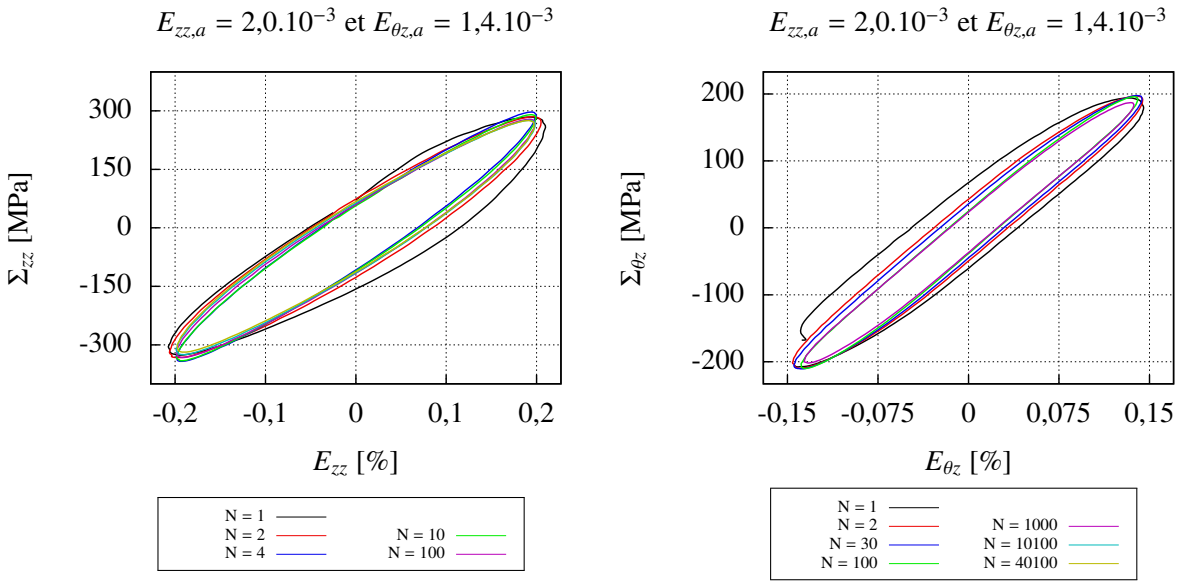


FIGURE III.7 – Réponses obtenues, en termes de contrainte Σ_{zz} (resp. $\Sigma_{\theta z}$) et déformation E_{zz} (resp. $E_{\theta z}$), lors de l'essai de fatigue oligocyclique en traction-torsion alternées ($\varphi_{\theta z} = 90^{\circ}$).

valeurs absolues des extremums de contrainte (c.-à-d. la contrainte maximale $\Sigma_{ij,max}$ et la contrainte minimale $\Sigma_{ij,min}$) sur une plage importante des essais de fatigue oligocyclique. Une éventuelle augmentation de ces contraintes sur une partie de la durée de vie étant difficile à distinguer avec ces graphiques, l'évolution de l'amplitude des contraintes $\Sigma_{zz,a}$ et $\Sigma_{\theta z,a}$ en fonction du nombre de cycles est tracée en figure III.8.

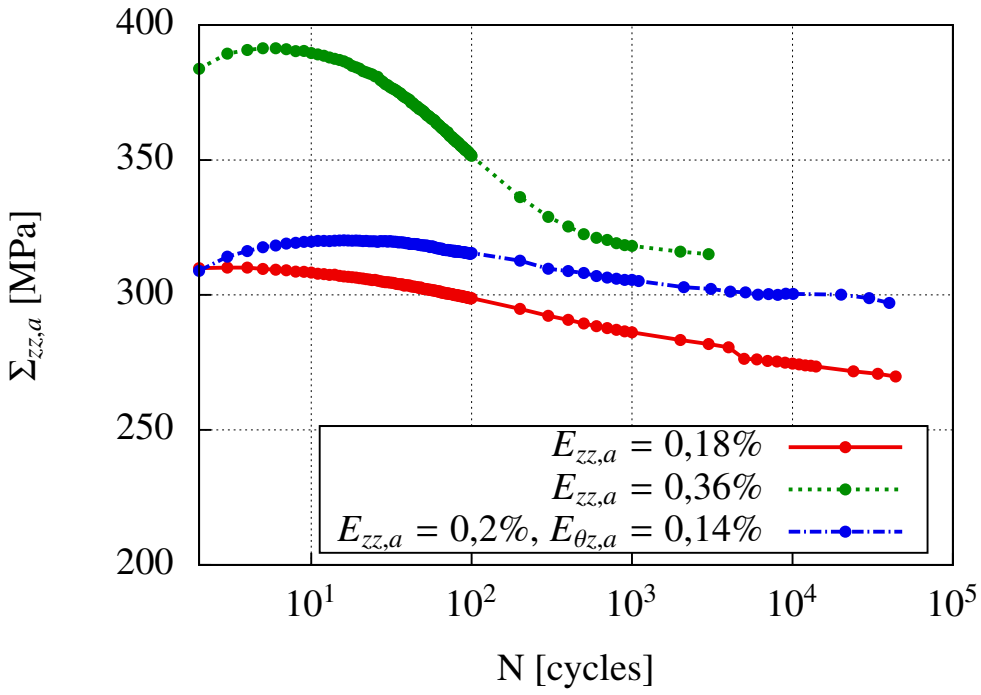
Au vu des courbes de durcissement/adoucissement cyclique, trois phases peuvent être distinguées dans les réponses mécaniques de la nuance d'acier 316L étudiée en fatigue oligocyclique :

- une première phase de quelques cycles durant laquelle un durcissement cyclique très faible est observé ;
- une deuxième phase caractérisée par un adoucissement cyclique jusqu'à mi-durée de vie ;
- une troisième phase, de la mi-durée de vie jusqu'à rupture, durant laquelle l'amplitude de contrainte est stabilisée ou, tout du moins, ne présente que des variations négligeables.

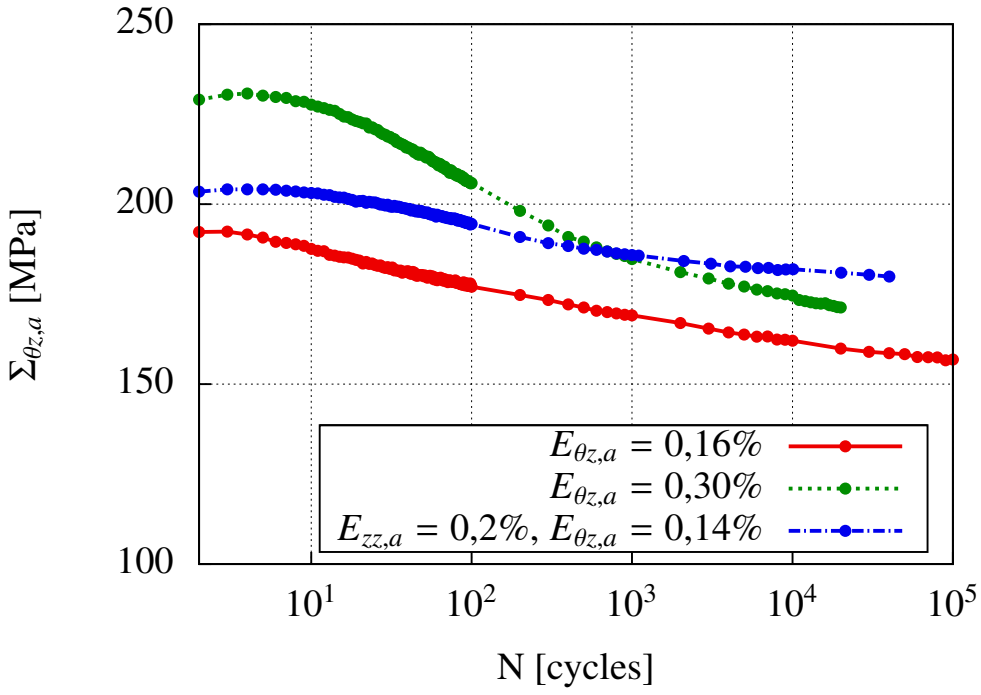
La stabilisation de l'amplitude de contrainte survient de manière plus précoce pour le chargement de traction-torsion combinée (quelques milliers de cycles) que pour les autres essais (typiquement quelques dizaine de milliers de cycles). Par ailleurs, les variations de l'amplitude de contrainte sont plus importantes, que ce soit lors du durcissement ou de l'adoucissement cycliques, lorsque l'amplitude de déformation imposée est plus élevée.

Des tendances similaires ont été observées dans le cas de la traction alternée par Polák et al. [116] pour une nuance d'acier 316L et Schwartz [90] pour une nuance d'acier 316LN. Dans l'étude menée par Polák et al., le comportement en fatigue oligocyclique de deux nuances d'acier 316L a été analysé. Les essais de fatigue ont été réalisés à amplitude de

déformation plastique imposée. Néanmoins, la déformation plastique étant relativement stable au cours des essais de fatigue oligocylique conduits dans notre étude, les résultats restent comparables. Les auteurs mettent clairement en évidence, pour une nuance d'acier 316L ayant une composition chimique proche du matériau faisant l'objet de notre étude, une phase de durcissement cyclique d'une dizaine de cycle suivie d'une phase d'adoucissement cyclique jusqu'à quelques milliers de cycliques et enfin une phase stabilisée jusqu'à rupture pour des amplitudes de déformation plastique comparables à celles obtenues lors des essais en traction alternée.



(a)



(b)

FIGURE III.8 – Courbes de durcissement/adoucissement cyclique de l'acier 316L obtenues à partir des essais de fatigue oligocyclique (a) en traction alternée et en traction-torsion combinées dans un diagramme Σ_{zz} - N et (b) en torsion alternée et en traction-torsion combinées dans un diagramme $\Sigma_{\theta z}$ - N.

4 Identification des paramètres des modèles de comportement

L'identification des paramètres porte d'une part, sur un modèle élasto-plastique monocristallin et d'autre part, sur un modèle élasto-plastique « macroscopique » qui servira par la suite à décrire le comportement d'une matrice homogène élasto-plastique englobant l'agrégat polycristallin dans les modèles EF faisant intervenir des défauts.

4.1 Comportement élastique

4.1.1 Élasticité isotrope

Afin d'identifier précisément le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν, une éprouvette tubulaire instrumentée d'une rosette Vishay CEA-06-125UR-120 à 3 jauges d'extensométrie à 45° (voir figure III.3) est sollicitée en traction uniaxiale sur une machine d'essai Instron 8850. L'identification du module de coulomb μ est effectuée à l'aide d'un essai de torsion effectué sur une éprouvette tubulaire instrumentée de la même manière. La rosette permet de connaître intégralement l'état de déformation dans le plan de la surface de l'éprouvette et surtout offre la possibilité de déterminer précisément les déformations macroscopiques axiale E_{zz}, orthoradiale $E_{\theta\theta}$ et de cisaillement $E_{\theta z}$ même dans le cas où les jauges de la rosette ne seraient pas correctement alignées avec les directions $\underline{e}_\theta$, $\underline{e}_z$ et $\underline{e}_\theta + \underline{e}_z$.

Les contraintes macroscopiques Σ_{zz} et $\Sigma_{\theta z}$ sont calculées à partir des efforts axiaux F_z et des couples C_z mesurés par les cellules d'effort et de couple de l'Instron 8850. La relation de proportionnalité existant entre l'effort axial appliqué F_z (resp. le couple appliqué C_z) et la contrainte axiale Σ_{zz} (resp. la contrainte de cisaillement $\Sigma_{\theta z}$) résultante sur la surface extérieure de la zone utile de l'éprouvette est déterminée analytiquement (Eq. III.9) et vérifiée à l'aide d'une modélisation par éléments finis.

$$\begin{gathered} \Sigma_{zz} = \frac{F_z}{S} \quad \text{et} \quad \Sigma_{\theta z} = \frac{C_z}{I_z}\frac{D_e}{2} \\ \text{Avec } S = \frac{\pi\left(D_e^2 - D_i^2\right)}{4} \quad \text{et} \quad I_z = \frac{\pi\left(D_e^4 - D_i^4\right)}{32} \end{gathered} \tag{III.9}$$

Les valeurs de différents modules d'élasticité (E, ν et μ) obtenues suite au traitement des résultats des essais de traction et de torsion sont récapitulés dans le tableau III.4. Par ailleurs, des analyses de diffractions des rayons X ont révélé une texture cristallographique très peu marquée (voir annexe A). Ainsi, du fait du caractère faiblement texturé du matériau et de la géométrie équiaxe des grains, un comportement élasto-plastique faiblement anisotrope est attendu à l'échelle macroscopique. Il peut être intéressant dans ces conditions de vérifier que l'estimation du module de Coulomb, en considérant un comportement élastique isotrope, μ_{iso} est proche du module mesuré expérimentalement μ. Sous l'hypothèse d'un comportement élastique isotrope, le module de Coulomb μ_{iso} peut être exprimé en fonction de E et ν par la relation suivante :

$$\mu_{iso} = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{III.10}$$

E [GPa]	ν	μ [GPa]	μ_{iso} [GPa]
194	0,284	77,5	75,5

TABLE III.4 – Paramètres d'élasticité isotrope.

Nuance	C_{1111} [GPa]	C_{1122} [GPa]	C_{1212} [GPa]	$a = \frac{2C_{1212}}{C_{1111} - C_{1122}}$
Fe–18Cr–14Ni [104]	198	125	122	3,34
Fe–19Cr–14Ni [104]	205	133	127	3,53

TABLE III.5 – Paramètres d'élasticité cubique d'aciers austénitiques.

La valeur obtenue pour μ_{iso} est présentée dans la table III.4. Comme attendu, un faible écart est observé entre le module de cisaillement mesuré μ et celui estimé en supposant un comportement élastique isotrope μ_{iso}.

4.1.2 Élasticité cubique

Différentes méthodes expérimentales permettant d'identifier les constantes d'élasticité monocristalline à l'aide d'un échantillon monocristallin sont proposées dans la littérature :

- la spectroscopie par résonance ultrasonore sur un monocristal [104] ;
- la mesure de vitesse de propagation d'ondes ultrasonores sur un monocristal [104] ;
- la spectroscopie Brillouin sur un monocristal [117].

Par ailleurs, une méthode offrant la possibilité de déterminer les constantes d'élasticité de monocristaux à partir d'un échantillon polycristallin et faisant intervenir des essais de nanoindentation combinée à une analyse EBSD est détaillée en référence [118]. Pour finir, les simulations ab initio constituent une méthode numérique permettant d'estimer lesdites constantes [119].

N'ayant à disposition les moyens de caractérisation nécessaires à l'identification des constantes d'élasticité monocristalline, des constantes proposées dans la littérature pour des nuances d'acier austénitique proches de celle faisant l'objet de notre étude seront utilisées. Ces constantes, identifiées expérimentalement pour quelques nuances d'acier austénitique par Teklu et al. [104], sont récapitulées dans le tableau III.5 avec les valeurs du coefficient d'anisotropie de Zener a qui leur sont associées.

Afin de sélectionner un jeu de paramètres parmi ceux présentés dans le tableau III.5, les paramètres d'élasticité macroscopiques sont estimés à l'aide d'un modèle auto-cohérent pour chaque jeu de paramètres d'élasticité cubique afin de déterminer celui rendant le mieux compte du comportement élastique macroscopique. Le matériau ayant une microstructure peu texturée, l'hypothèse d'une fonction de distribution des orientations uniforme est faite. De plus, les grains étant équiaxes, la géométrie de l'inclusion du modèle auto-cohérent est considérée sphérique. La répartition spatiale des orientations cristallines est supposée aléatoire. L'éventuelle corrélation existant entre les orientations cristallines de grains voisins dues à la présence de joints de macle est donc négligée. Dans ces condi-

tions l'équation d'auto-cohérence à vérifier est la suivante [86] :

$$\left(\tilde{\boldsymbol{C}}^{AC} + \tilde{\boldsymbol{C}}^{*}\right)^{-1} = \left\langle \left(\tilde{\boldsymbol{C}}(g) + \tilde{\boldsymbol{C}}^{*}\right)^{-1} \right\rangle \tag{III.11}$$

Avec :
- $\tilde{\boldsymbol{C}}^{AC}$, l'estimation auto-cohérente du tenseur d'élasticité du milieu homogène ;
- $\tilde{\boldsymbol{C}}(g)$, le tenseur d'élasticité cubique de la phase d'orientation cristalline g ;
- $\tilde{\boldsymbol{C}}^{*}$, le tenseur d'influence ;
- $\langle \bullet \rangle$, la moyenne sur l'ensemble des orientations g.

L'estimation auto-cohérente du tenseur d'élasticité du milieu homogène est ici isotrope et peut ainsi être décomposée comme suit :

$$\tilde{\boldsymbol{C}}^{AC} = 3k^{AC}\tilde{\boldsymbol{J}} + 2\mu^{AC}\tilde{\boldsymbol{K}} \quad \text{avec} \quad \tilde{\boldsymbol{J}} = \frac{1}{3}\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I} \quad \text{et} \quad \tilde{\boldsymbol{K}} = \tilde{\boldsymbol{I}} - \tilde{\boldsymbol{J}} \tag{III.12}$$

Avec $\boldsymbol{I}$ et $\tilde{\boldsymbol{I}}$ correspondant respectivement aux tenseurs identités d'ordre 2 et 4, définis en équation III.13.

$$I_{ij} = \delta_{ij} \quad \text{et} \quad I_{ijkl} = \frac{\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}}{2} \quad \text{avec } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \tag{III.13}$$

Comme le milieu de référence, caractérisé par $\tilde{\boldsymbol{C}}^{0} = \tilde{\boldsymbol{C}}^{AC}$, est isotrope, $\tilde{\boldsymbol{C}}^{*}$ l'est aussi et peut subir la même décomposition :

$$\tilde{\boldsymbol{C}}^{*} = 3k^{*}\tilde{\boldsymbol{J}} + 2\mu^{*}\tilde{\boldsymbol{K}} \quad \text{avec} \quad 3k^{*} = 4\mu^{AC} \quad \text{et} \quad \mu^{*} = \frac{\mu^{AC}(9k^{AC} + 8\mu^{AC})}{3(k^{AC} + 2\mu^{AC})} \tag{III.14}$$

Le tenseur d'élasticité cubique peut, quant à lui, être décomposé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} = 3k\tilde{\boldsymbol{J}} + 2\mu^{a}\tilde{\boldsymbol{K}}^{\boldsymbol{a}} + 2\mu^{b}\tilde{\boldsymbol{K}}_{\boldsymbol{b}} \quad \text{avec} \quad & 3k = C_{1111} + 2C_{1122} \quad , \tilde{\boldsymbol{K}}^{\boldsymbol{a}} = \tilde{\boldsymbol{T}} - \tilde{\boldsymbol{J}} \\ & 2\mu^{a} = C_{1111} - C_{1122} \quad , \tilde{\boldsymbol{K}}^{\boldsymbol{b}} = \tilde{\boldsymbol{I}} - \tilde{\boldsymbol{T}} \\ & 2\mu^{b} = C_{1212} \quad , \tilde{\boldsymbol{T}} = \textstyle\sum_i \underline{e_i}\otimes\underline{e_i}\otimes\underline{e_i}\otimes\underline{e_i} \end{aligned} \tag{III.15}$$

L'équation d'auto-cohérence (Eq. III.11) devient alors :

$$\frac{1}{3k^{*} + 3k^{AC}}\tilde{\boldsymbol{J}} + \frac{1}{2\mu^{*} + 2\mu^{AC}}\tilde{\boldsymbol{K}} = \left\langle \frac{1}{3k^{*} + 3k}\tilde{\boldsymbol{J}} + \frac{1}{2\mu^{*} + 2\mu^{a}}\tilde{\boldsymbol{K}}^{\boldsymbol{a}}(g) + \frac{1}{2\mu^{*} + 2\mu^{b}}\tilde{\boldsymbol{K}}^{\boldsymbol{b}}(g) \right\rangle \tag{III.16}$$

Ce qui donne :

$$\frac{1}{3k^{*} + 3k^{AC}}\tilde{\boldsymbol{J}} + \frac{1}{2\mu^{*} + 2\mu^{AC}}\tilde{\boldsymbol{K}} = \frac{1}{3k^{*} + 3k}\tilde{\boldsymbol{J}} + \left[\frac{1}{5\mu^{*} + 5\mu^{a}} + \frac{3}{10\mu^{*} + 10\mu^{b}}\right]\tilde{\boldsymbol{K}} \tag{III.17}$$

Ainsi, il vient que le module d'élasticité isostatique estimé par le modèle auto-cohérent est $k_{AC} = k$. De plus, l'estimation auto-cohérente du module de cisaillement doit respecter la condition suivante :

$$\frac{1}{2\mu^{*} + 2\mu^{AC}} = \frac{1}{5\mu^{*} + 5\mu^{a}} + \frac{3}{10\mu^{*} + 10\mu^{b}} \tag{III.18}$$

Nuance	E_{AC} [GPa]	ν_{AC}
Fe–18Cr–14Ni [104]	196	0,282
Fe–19Cr–14Ni [104]	201	0,287

TABLE III.6 – Paramètres d'élasticité macroscopiques estimés, à partir des paramètres d'élasticité cubique, à l'aide d'un modèle auto-cohérent sous l'hypothèse d'une distribution uniforme des orientations cristallines

Ce qui revient à déterminer l'unique racine positive du polynôme du 3^{e}degré :

$$8{\mu^{AC}}^3 + (4\mu_a + 9K_{AC}){\mu^{AC}}^2 - 3\mu_b(K_{AC} + 4\mu_a)\mu^{AC} + -6K_{AC}\mu_a\mu_b = 0 \tag{III.19}$$

Le module d'Young et le coefficient de Poisson estimés, pour chaque jeu de paramètres d'élasticité cubique issus de la littérature, par le modèle auto-cohérent à l'aide des relations en équation III.20 sont présentés dans le tableau III.6. Il apparaît que les modules d'élasticité macroscopiques prédits avec le jeu de paramètres de la nuance Fe–18Cr–14Ni sont les plus proches de ceux mesurés expérimentalement. Ainsi, ce jeu de paramètres d'élasticité cubique est retenu pour la suite de l'étude.

$$\frac{1}{K^{AC}} = \frac{9}{E^{AC}} - \frac{3}{\mu^{AC}} \text{ et } \mu^{AC} = \frac{E_{AC}}{2(1+\nu^{AC})} \tag{III.20}$$

4.2 Comportement plastique

Les identifications des paramètres des modèles de plasticité discutées dans cette partie sont effectuées à l'aide du module d'optimisation du code de calcul ZeBuLoN. Ce module permet d'optimiser les paramètres de modèles de comportement en mettant en œuvre différents algorithmes d'optimisation : en particulier, l'algorithme de Levenberg et Marquardt et un algorithme génétique. De plus, les lois de comportement plastique et les modèles de transitions d'échelles utilisés sont implémentés par défaut dans ZeBuLoN.

4.2.1 Visco-plasticité monocristalline

Analyse du comportement sous chargement cyclique à déformation imposée et choix d'un modèle de comportement. Afin d'analyser de manière détaillée le comportement plastique macroscopique de l'acier 316L sous chargement cyclique, il peut être intéressant de découpler les parts cinématique et isotrope contribuant à l'écrouissage et d'étudier leurs évolutions respectives au cours du cyclage. Suite à cette analyse, il est plus aisé de déterminer un modèle de comportement apte à décrire la réponse mécanique du matériau. Dans le but de dissocier l'écrouissage cinématique de l'écrouissage isotrope, il est nécessaire de s'appuyer sur une surface de charge f. Cette dernière est définie par la relation suivante :

$$f = \|\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}\| - R - \Sigma_y \tag{III.21}$$

Avec :

– $\boldsymbol{\Sigma}$, le tenseur des contraintes macroscopiques ;

- $\boldsymbol{X}$, la variable d'écrouissage cinématique ;
- R, la variable d'écrouissage isotrope ;
- Σ_y, le seuil initial d'élasticité.

En faisant l'hypothèse que la surface de charge est décrite par le critère de von Mises, la norme associée dépend uniquement du second invariant :

$$\|\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}\| = J_2(\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\Sigma'} - \boldsymbol{X'}) : (\boldsymbol{\Sigma'} - \boldsymbol{X'})} \tag{III.22}$$

Deux cas de chargement, représentatifs des essais expérimentaux effectués, sont traités séparément dans ce qui suit : la traction-compression uniaxiale et la torsion alternée.

Cas de la traction-compression uniaxiale. Dans le cas de la traction-compression uniaxiale suivant $\underline{z}$, le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\Sigma}$ et son déviateur $\boldsymbol{\Sigma'}$ s'écrivent respectivement sous la forme :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{zz} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\Sigma'} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3}\Sigma_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\Sigma_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}\Sigma_{zz} \end{pmatrix} \tag{III.23}$$

Par homogénéité avec le déviateur des contraintes, le tenseur d'écrouissage cinématique $\boldsymbol{X}$ s'écrit :

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3}X & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}X & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}X \end{pmatrix} \tag{III.24}$$

Dans ces conditions, $J_2(\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}) = |\Sigma_{zz} - X|$ ce qui conduit à la fonction de charge suivante :

$$f = |\Sigma_{zz} - X| - R - \Sigma_y \tag{III.25}$$

La réponse d'un matériau lors d'un cycle de traction-compression uniaxiale est schématisée dans un diagramme Σ_{zz} - E_{zz} en figure III.9a. Sur cette figure, sont représentés le domaine d'élasticité, pour lequel $f \leq 0$, et les différentes grandeurs de la fonction de charge lors du passage de la traction uniaxiale à la compression uniaxiale.

Cas de la torsion alternée. Dans le cas de la torsion autour de $\underline{z}$, le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\Sigma}$ et son déviateur $\boldsymbol{\Sigma'}$ sont égaux et s'écrivent sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma'} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{\theta z} \\ 0 & \Sigma_{\theta z} & 0 \end{pmatrix} \tag{III.26}$$

Par homogénéité avec le déviateur des contraintes, le tenseur d'écrouissage cinématique $\boldsymbol{X}$ s'écrit :

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X \\ 0 & X & 0 \end{pmatrix} \tag{III.27}$$

Dans ces conditions, $J_2(\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}) = \sqrt{3}|\Sigma_{\theta z} - X|$ ce qui conduit à la fonction de charge suivante :

$$f = \sqrt{3}|\Sigma_{\theta z} - X| - R - \Sigma_y \tag{III.28}$$

La réponse d'un matériau lors d'un cycle de torsion alternée est schématisée dans un diagramme $\Sigma_{\theta z}$ - $E_{\theta z}$ en figure III.9b. Sur cette figure, sont représentés le domaine d'élasticité, pour lequel $f \leq 0$, et les différentes grandeurs de la fonction de charge lors du passage d'une contrainte en torsion positive à une contrainte en torsion négative.

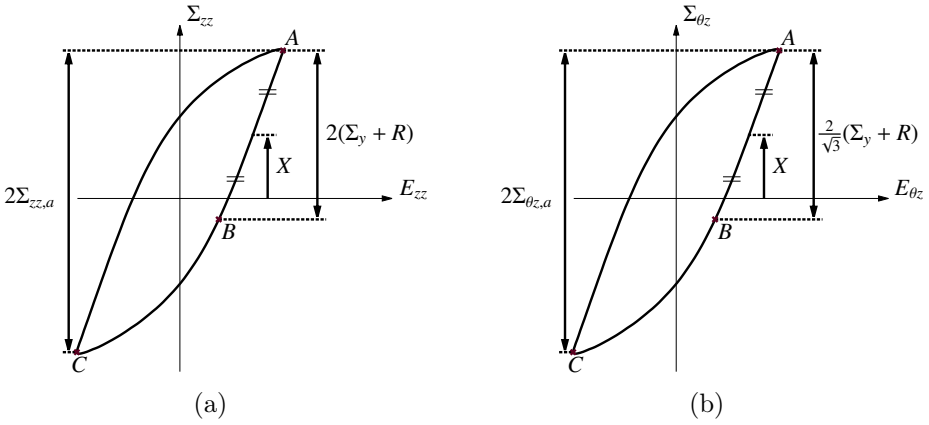


FIGURE III.9 – Schématisation d'un cycle de chargement (a) en traction-compression uniaxiale dans un diagramme Σ_{zz} - E_{zz} et (b) en torsion alternée dans un diagramme $\Sigma_{\theta z}$ - $E_{\theta z}$.

Afin d'automatiser le traitement des courbes contrainte-déformation, un programme a été réalisé. Ce dernier permet de calculer pour chaque cycle de chargement :

- l'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$;
- la contrainte macroscopique moyenne $\Sigma_{ij,m}$;
- la variable d'écrouissage isotrope X ;
- la taille du domaine élastique $\Sigma_y + R$.

L'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ et la contrainte macroscopique moyenne $\Sigma_{ij,m}$ sont définis par les relations suivantes :

$$\Sigma_{ij,a} = \frac{\Sigma_{ij,max} - \Sigma_{ij,min}}{2} \qquad \Sigma_{ij,m} = \frac{\Sigma_{ij,max} + \Sigma_{ij,min}}{2} \tag{III.29}$$

où $\Sigma_{ij,max}$ et $\Sigma_{ij,min}$ correspondent respectivement aux valeurs maximale et minimale atteintes par la contrainte Σ_{ij} au cours du cycle.

La variable d'écrouissage cinématique est calculée à partir de $\Sigma_{ij,max}$ et de la contrainte Σ_B atteinte au point B sur les courbes d'écrouissage en figure III.9 (Eq. III.30).

$$X = \frac{\Sigma_{ij,max} + \Sigma_B}{2} \tag{III.30}$$

Le point B est déterminé tel que l'incrément de déformation plastique macroscopique $\Delta E^p_{ij} = E^p_{ij,B} - E^p_{ij,A}$ atteint une valeur seuil $\Delta E^p_{ij,th}$. La déformation plastique macroscopique $E^p_{ij,A}$ est la déformation plastique macroscopique atteinte lorsque la contrainte

macroscopique Σ_{ij} est maximale lors du cycle. Dans le cas de la traction-compression uniaxiale, le seuil $\Delta E^p_{ij,th}$ est fixé à 2.10^{-4} et dans le cas de la torsion alternée, le seuil $\Delta E^p_{ij,th}$ est choisi égal à $2.10^{-4}/\sqrt{3}$.

La taille du domaine élastique $\Sigma_y + R$ est elle aussi calculée à partir de $\Sigma_{ij,max}$ et Σ_B. Néanmoins, deux cas sont à distinguer : la traction-compression uniaxiale (Eq. III.31) et la torsion alternée (Eq. III.32)

$$\Sigma_y + R = \frac{\Sigma_{zz,max} - \Sigma_B}{2} \tag{III.31}$$

$$\Sigma_y + R = \frac{\sqrt{3}\left(\Sigma_{\theta z,max} - \Sigma_B\right)}{2} \tag{III.32}$$

Dans le but de faciliter la comparaison des résultats entre les chargements de traction-compression uniaxiale et de torsion alternée, les résultats sont présentés en termes de contrainte équivalente de von Mises. Les expressions des différentes grandeurs équivalentes sont données dans le tableau III.7 pour les deux cas de chargement considérés. Les résultats ainsi obtenus pour les différents essais de fatigue oligocyclique sont présentés en figure III.10.

	$\Sigma_{eq,a}$	$\Sigma_{eq,m}$	X_{eq}
Traction-compression uniaxiale	$\Sigma_{zz,a}$	$\Sigma_{zz,m}$	X
Torsion alternée	$\sqrt{3}\Sigma_{\theta z,a}$	$\sqrt{3}\Sigma_{\theta z,m}$	$\sqrt{3}X$

TABLE III.7 – Expression des grandeurs équivalentes en traction-compression uniaxiale et en torsion alternée.

Au vu des courbes de durcissement/adoucissement cyclique, trois phases peuvent être distinguées dans les réponses mécaniques de la nuance d'acier 316L étudiée en fatigue oligocyclique :

- une première phase de quelques cycles durant laquelle un durcissement cyclique très faible est observé ;
- une deuxième phase caractérisée par un adoucissement cyclique jusqu'à mi-durée de vie ;
- une troisième phase, de la mi-durée de vie jusqu'à rupture, durant laquelle l'amplitude de contrainte est stabilisée ou tout du moins ne présente que des variations négligeables.

Par ailleurs, dans la majorité des cas de chargement étudiés, il peut être observé que la variable d'écrouissage cinématique équivalente X_{eq} présente des variations moins importantes que la variable d'écrouissage isotrope R lors du cyclage. Dans le cas des chargements à faibles amplitudes de déformation ($E_{11,a} = 1{,}8.10^{-3}$ en traction-compression uniaxiale ou $E_{12,a} = 1{,}6.10^{-3}$ en torsion alternée), la variable d'écrouissage cinématique équivalente X_{eq} croît avec l'augmentation du nombre de cycle de sollicitation contrairement à la variable d'écrouissage isotrope R qui diminue, et ce, de manière plus prononcée. Dans le cas des chargements à fortes amplitudes de déformation ($E_{11,a} = 3{,}6.10^{-3}$ en traction-compression uniaxiale ou $E_{12,a} = 3{,}0.10^{-3}$ en torsion alternée), la variable d'écrouissage

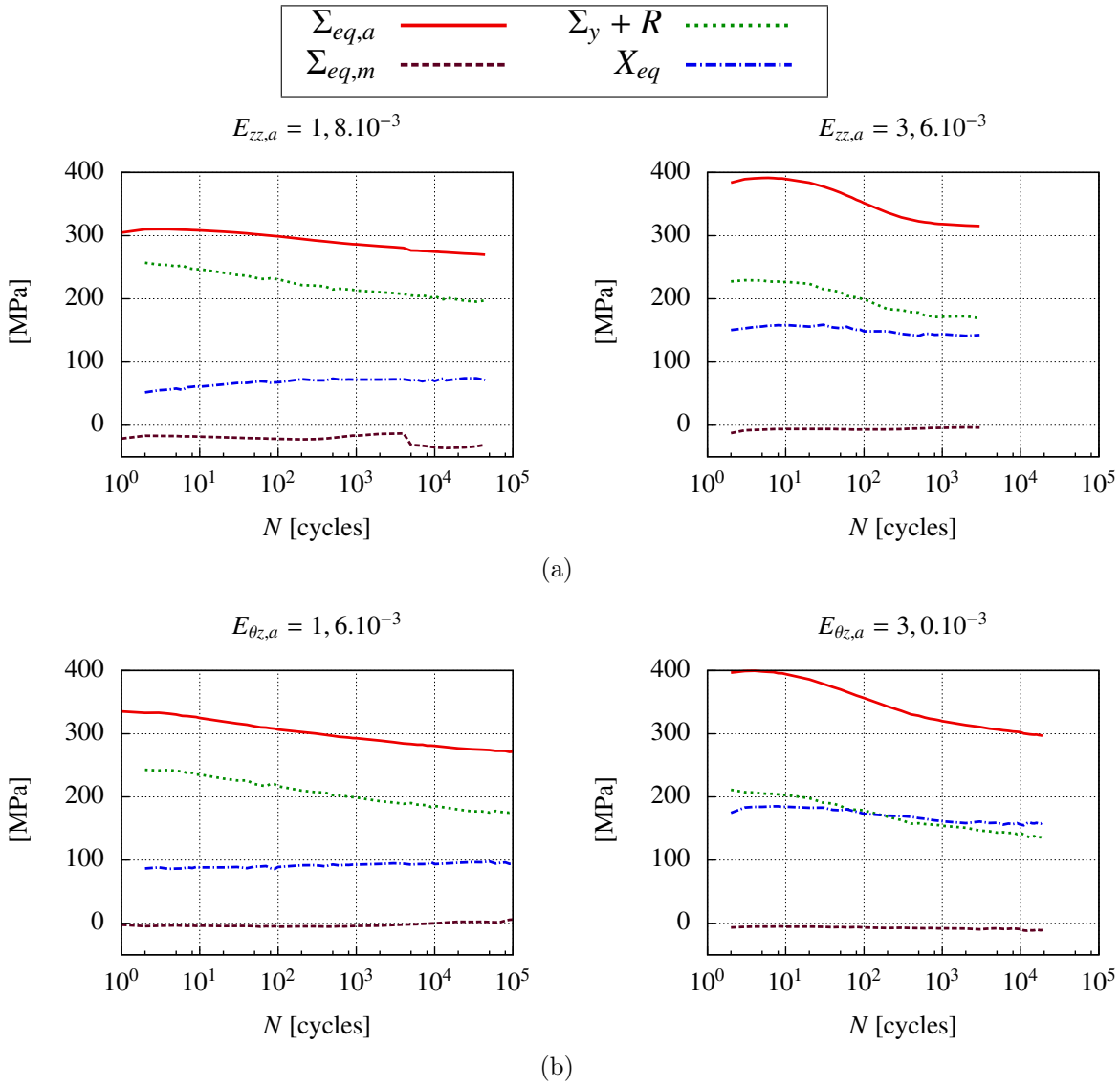


FIGURE III.10 – Évolution de l'amplitude de contrainte macroscopique équivalente $\Sigma_{eq,a}$, de la contrainte moyenne macroscopique équivalente $\Sigma_{eq,m}$, de la variable d'écrouissage cinématique X_{eq} et de la taille du domaine élastique $\Sigma_y + R$ au cours des cycles de chargement (a) en traction-compression uniaxiale et (b) en torsion alternée.

isotrope R contribue, une fois de plus, de façon marquée à l'adoucissement cyclique de l'acier 316L. La variable d'écrouissage cinématique X_{eq} a, quant à elle, une évolution différente de celle observée dans le cas des faibles amplitudes de déformation : cette variable croît uniquement durant une dizaine de cycle puis décroît jusqu'à la rupture. Ces variations restent néanmoins modérées en comparaison de celles observées avec la variable d'écrouissage isotrope. Ainsi l'adoucissement cyclique du matériau est dû à la réduction de la taille du domaine élastique au cours des cycles de sollicitation. L'écrouissage cinématique, quant à lui, a tendance à agir comme une source de durcissement cyclique.

Au vu des remarques précédente, le modèle de comportement macroscopique doit

comporter une variable d'écrouissage isotrope R conduisant à un adoucissement cyclique. À titre d'exemple, la loi de Voce (Eq. III.33) avec un paramètre $Q < 0$ permet d'obtenir cet effet. De plus, une variable d'écrouissage cinématique $\boldsymbol{X}$ conduisant à un durcissement ou au moins une stabilisation est nécessaire afin de décrire au mieux le comportement. Si l'évolution de cette variable est décrite par la loi d'Armstrong-Frederick (Eq. III.34), le rapport des paramètres de cette loi C_{iso}/D_{iso} doit être positif.

$$R = Q_{iso}(1 - e^{-b_{iso}p}) \tag{III.33}$$

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \frac{2}{3} C_{iso} \dot{\boldsymbol{E}}^{\boldsymbol{p}} - D_{iso} \boldsymbol{X} \dot{p} \tag{III.34}$$

Le passage à un modèle de comportement monocristallin présente plusieurs difficultés. La première est qu'il n'existe pas une correspondance stricte entre le comportement des monocristaux constituant un polycristal et le comportement macroscopique de ce polycristal. Par exemple, un polycristal constitué de grains ayant un écrouissage isotrope uniquement aura une réponse macroscopique dénotant à la fois un écrouissage isotrope mais aussi un écrouissage cinématique. Malgré ce constat, il est à noter que l'effet de l'écrouissage isotrope à l'échelle des monocristaux est prépondérant sur l'écrouissage isotrope macroscopique du polycristal et que l'écrouissage cinématique macroscopique du polycristal reste plus largement influencé par l'écrouissage cinématique intragranulaire. Autrement dit, il peut paraître raisonnable, en vue de choisir un modèle de comportement monocristallin pertinent, de conserver une variable d'écrouissage isotrope ayant un caractère adoucissant et une variable d'écrouissage cinématique ayant un caractère durcissant dans le modèle de comportement monocristallin. Une autre difficulté, qui n'a pas été abordée jusqu'alors, est la capacité que doit posséder le modèle à rendre compte du surécrouissage rencontré dans le cas de chargements non-proportionnels [120]. S'il est difficile de tenir compte de cet effet avec un modèle de plasticité macroscopique classique, il en est autrement dans le cas d'une description à l'aide d'un modèle de plasticité monocristalline. En effet, la description des interactions entre les différents systèmes de glissement à l'aide d'une matrice d'interaction permet de prédire plus justement le phénomène de surécrouissage expliqué par l'activation d'un plus grand nombre de systèmes de glissement lors de chargements non-proportionnels. Plus précisément, ce sont les termes en dehors de la diagonale principale de la matrice d'interaction – les termes d'écrouissage latent – qui vont permettre de rendre compte du surécrouissage. Dans ces conditions, il peut être intéressant d'ajouter une variable d'écrouissage isotrope ayant un caractère durcissant qui aura pour but de décrire au mieux l'effet de surécrouissage.

Stratégie d'identification. À défaut de disposer d'informations mécaniques, que ce soit en termes de déformation ou de contrainte, à l'échelle des grains, l'identification s'appuie sur les quantités mécaniques macroscopiques mesurées lors des essais de fatigue oligocyclique. L'objectif étant, pour chaque cas de chargement, d'imposer à un agrégat de quelques centaines de grains, la même déformation macroscopique que celle imposée expérimentalement et de déterminer les paramètres du modèle de plasticité cristalline de manière à minimiser la somme quadratique des écarts entre les contraintes macroscopiques mesurées expérimentalement et celles estimées par le modèle.

Idéalement, l'identification par méthode inverse du modèle de plasticité cristalline reposerait sur l'historique complet des essais de fatigue oligocyclique. Cependant, simuler le comportement d'un agrégat polycristallin de quelques centaines de grains pendant plusieurs centaines de milliers de cycles est hors de portée des moyens de calcul à notre disposition. Une méthode couramment employée pour réduire les temps de calculs lors de l'identification, par méthode inverse, des paramètres d'une loi de plasticité cristalline consiste à utiliser un modèle de transition d'échelle au lieu d'une modélisation par éléments finis d'un agrégat polycristallin [43, 15, 44]. Il est tout de même nécessaire de s'assurer de la validité de l'identification en comparant les prédictions du modèle de transition d'échelle et d'un modèle éléments finis d'agrégat polycristallin. La réduction notable du temps de calcul acquise par cette méthode n'est pas suffisante pour permettre de réaliser une identification s'appuyant sur quelques centaines de milliers de cycles. Deux alternatives sont donc envisagées :

- identification avec une phase d'adoucissement cyclique « accélérée » ;
- identification sur la phase de durcissement cyclique uniquement.

Identification des paramètres du modèle de plasticité cristalline avec une phase d'adoucissement cyclique « accélérée ». La première approche envisagée consiste à identifier les paramètres de la loi de plasticité cristalline de sorte que la réponse simulée au n^{e} cycle s'ajuste à la réponse à mi-durée de vie obtenue grâce aux essais de fatigue oligocyclique et que les cycles intermédiaires des simulations correspondent à certains cycles sélectionnés dans ces essais. Pour les chargements simples à faible amplitude de déformation ($E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$ en torsion alternée), n est pris égal à 10 alors que pour les chargements simples à forte amplitude de déformation ($E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$ en torsion alternée) et le chargement combiné, n est choisi égal à 11 car un cycle est nécessaire en début d'essai avant d'atteindre l'amplitude de déformation souhaitée. Par exemple, dans le cas du chargement en traction alternée d'amplitude $E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$, l'identification est réalisée de manière à minimiser la somme quadratique des écarts entre la contrainte mesurée expérimentalement à un instant t du cycle N_{exp} et la contrainte prédite par le modèle de comportement au même instant t du cycle N_{simu}. Les cycles expérimentaux sélectionnées N_{exp} pour ce cas de chargement et les cycles simulés N_{simu} auxquels ils sont comparés sont explicités dans le tableau III.8. Le modèle de comportement utilisé est le modèle de

N_{simu} (cycle)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
N_{exp} (cycle)	1	2	3	6	10	30	60	100	300	600	1000

TABLE III.8 – Correspondance des cycles expérimentaux sélectionnées N_{exp} et des cycles simulés N_{simu} entre lesquels une minimisation par moindre carré est effectuée lors de l'identification pour le cas de chargement de traction alternée d'amplitude $E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$.

Méric et Cailletaud [13] décrit de manière plus détaillée en section 2.1.1 du chapitre I. La loi d'écoulement est rappelée en III.35. Il a été décidé de faire intervenir, dans cette dernière, une variable d'écrouissage cinématique x_s et 2 variables d'écrouissage isotrope, $r_{1,s}$ et $r_{2,s}$, ayant un caractère durcissant ($Q_1 > 0$) pour l'une et adoucissant ($Q_2 < 0$)

pour l'autre. Les lois décrivant les évolutions de la variable d'écrouissage cinématique x_s et des variables d'écrouissage isotrope $r_{i,s}$ sont définies respectivement en équations III.36 et III.37.

$$\dot{\gamma}_s = \left\langle \frac{|\tau_s - x_s| - r_0 - r_{1,s} - r_{2,s}}{K} \right\rangle_+^n sgn(\tau_s - x_s) = \dot{\nu}_s sgn(\tau_s - x_s) \tag{III.35}$$

$$\dot{x}_s = c\dot{\gamma}_s - d\dot{\nu}_s x_s \tag{III.36}$$

$$r_{i,s} = Q_i \sum_r h_{sr}(1 - e^{-b_i \nu_r}) \tag{III.37}$$

L'identification des paramètres de la loi de plasticité cristalline avec le modèle β nécessite de borner la valeur minimale de Q_2 sous peine de rencontrer des problèmes de convergence lors de l'intégration du modèle de comportement. Suite à l'identification, des modèles EF d'agrégats polycristallins simulant les différents essais ont été mis en œuvre afin de s'assurer de la validité de l'identification effectuée avec le modèle de transition d'échelle β (voir section 2.2.4 du chapitre I). Des problèmes d'intégration du modèle de comportement n'ont pas permis aux calculs d'aboutir. Cette difficulté n'ayant pu être surmontée, cette approche prenant en compte le comportement adoucissant du matériau n'a pas été poursuivie.

Il peut néanmoins être intéressant de dresser un bilan des conséquences qu'engendre l'absence d'adoucissement sur les champs mécaniques locaux. À cette fin, les réponses du modèle de plasticité cristalline sont simulées, à l'aide du modèle β et en considérant 300 grains, avec deux jeux de paramètres identiques à l'exception des paramètres Q et r_0 :

- l'un ayant une variable d'écrouissage r_s durcissante (c.-à-d. $Q > 0$) ;
- l'autre ayant une variable d'écrouissage r_s adoucissante (c.-à-d. $Q < 0$).

Pour chacun des jeux de paramètres, les paramètres Q et r_0 sont choisis arbitrairement mais de sorte que les réponses simulées avec les différents jeux de paramètres soient identiques lors du 10^e cycle pour chaque condition de chargement. L'évolution, en fonction du temps, de la contrainte macroscopique, Σ_{zz} pour les chargements en traction alternée et $\Sigma_{\theta z}$ pour les chargements en torsion alternée, prédite par chacun des deux jeux de paramètres est présentée en figure III.11.

Les distributions du rapport $\sigma_{ij,a}/\Sigma_{ij,a}$ (c.-à-d. de l'amplitude de contrainte mésoscopique $\sigma_{ij,a}$ sur l'amplitude de la contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$) prédites par le modèle de transition d'échelle β, pour les différents cas de chargement et pour les deux jeux de paramètres, sont illustrées à l'aide d'histogrammes en figure III.12. Au vu de ces histogrammes, il peut être constaté que, pour chacun des cas de chargement à faible amplitude de déformation totale imposée ($E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$ en torsion alternée), les distributions des amplitudes de contraintes mésoscopiques $\sigma_{ij,a}$ prédites pour les deux jeux de paramètres sont proches. Au contraire, lorsque les chargements sont à forte amplitude de déformation totale imposée ($E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$ en torsion alternée), des différences significatives sont observables entre les distributions des amplitudes de contraintes mésoscopiques $\sigma_{ij,a}$ prédites avec le jeux

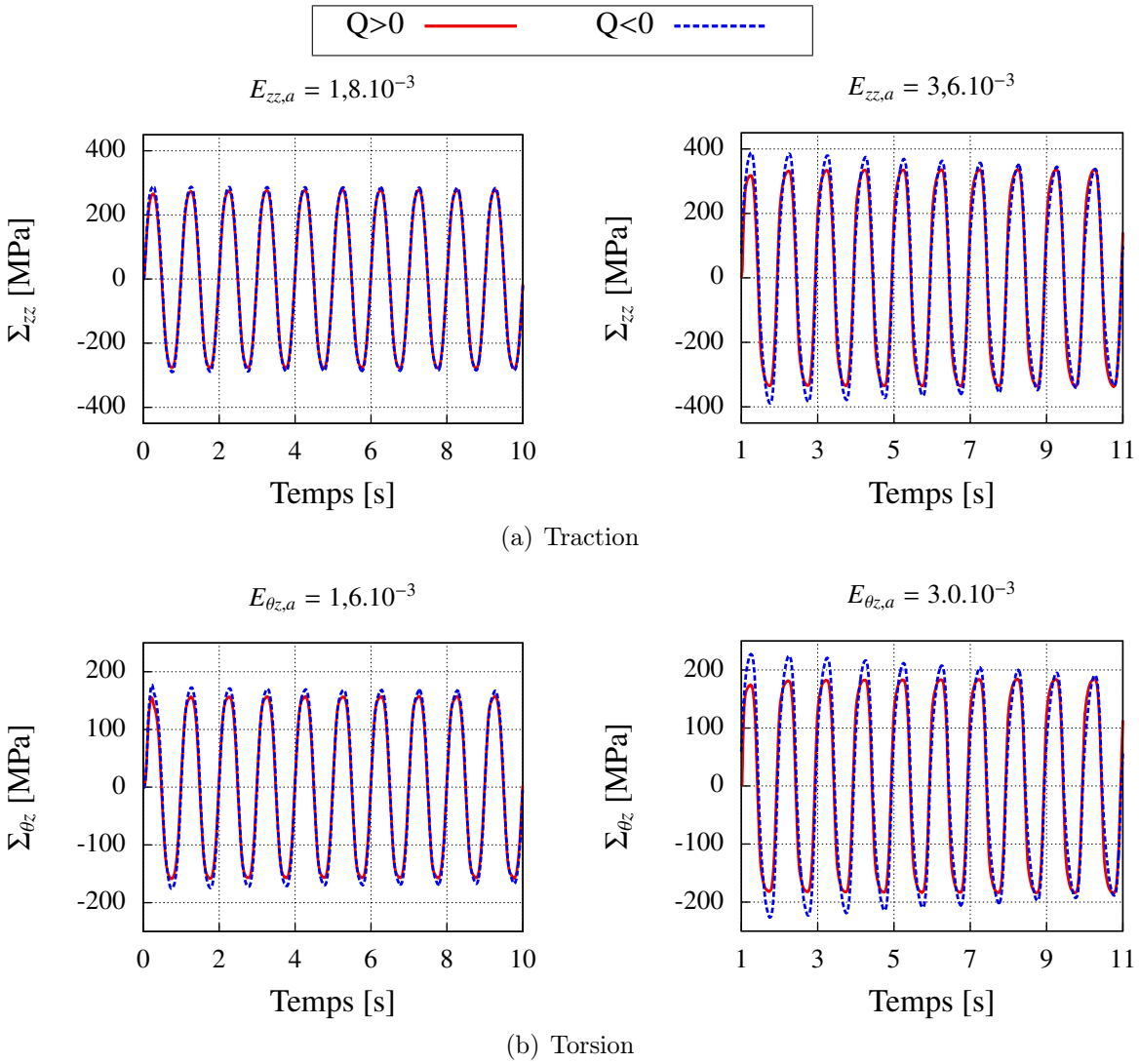
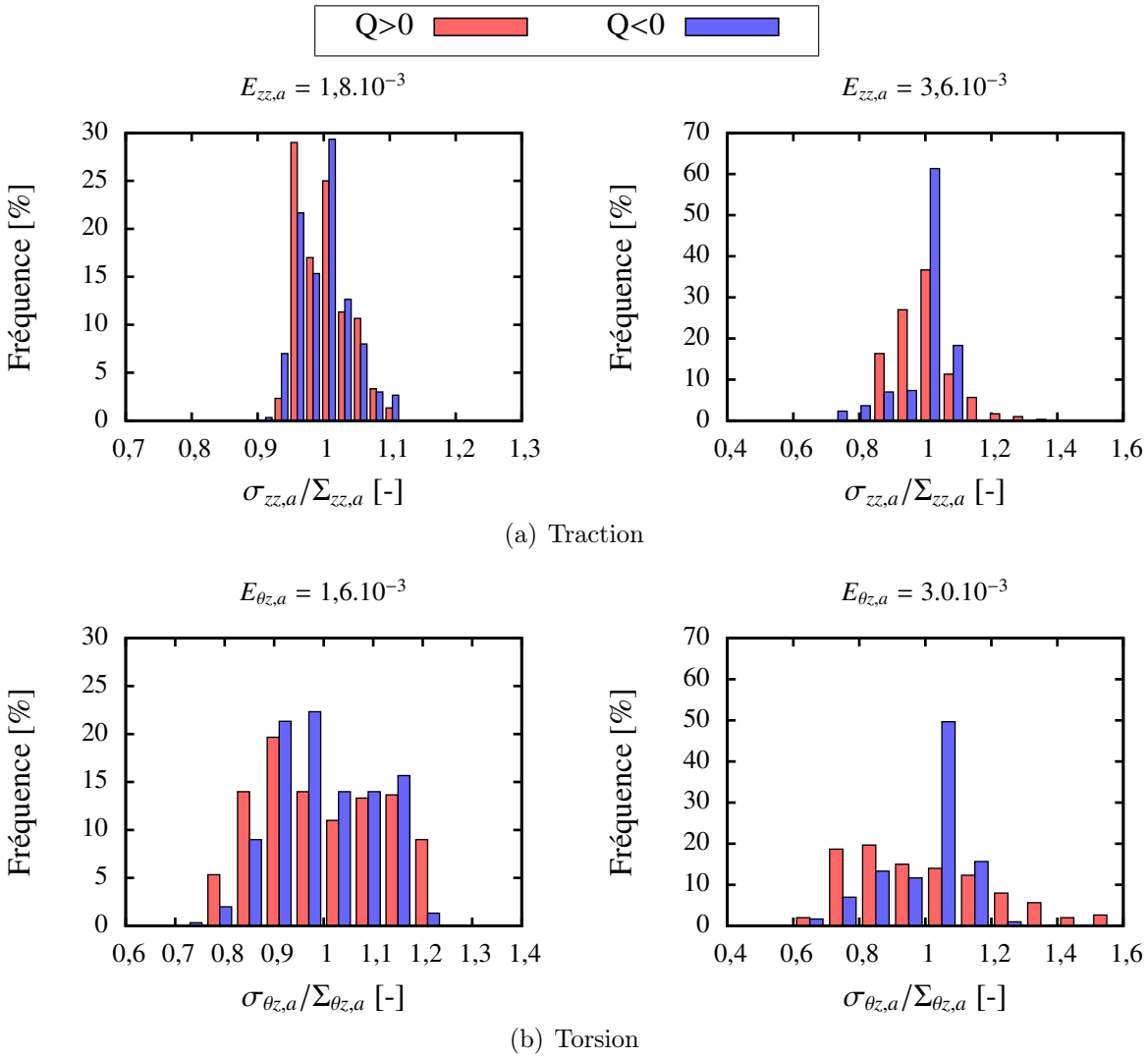


FIGURE III.11 – Évolution de la contrainte au cours du temps déterminée à l'aide de simulations numériques de fatigue oligocyclique utilisant le modèle de transition d'échelle β avec des modèles de plasticité cristalline durcissant ($Q > 0$) et adoucissant ($Q < 0$).

de paramètres conduisant à un durcissement et celui conduisant à un adoucissement. En effet, les distributions déterminées avec le comportement durcissant ont un écart type plus important que celles obtenues avec le comportement adoucissant. De plus, il peut être remarqué que le comportement durcissant entraîne une asymétrie positive des distributions alors que le comportement adoucissant induit une asymétrie négative. Enfin, les niveaux de contraintes maximales sont plus importants avec le comportement durcissant qu'avec le comportement adoucissant. Négliger l'adoucissement dans le comportement plastique cristallin risque donc d'entraîner une surestimation des contraintes mésoscopiques. L'absence d'adoucissement dans le comportement aura a priori des conséquences difficilement quantifiables sur les réponses mécaniques mésoscopiques étudiées dans la suite et sur les prédictions des critères de fatigue.



(a) Traction

(b) Torsion

FIGURE III.12 – Histogrammes de l'amplitude de contrainte mésoscopique $\sigma_{ij,a}$ normalisée par l'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ prédits, lors du dernier cycle pour différents cas de chargement, par le modèle β avec des modèles de plasticité cristalline durcissant ($Q > 0$) et adoucissant ($Q < 0$).

Identification des paramètres du modèle de plasticité cristalline sur la phase de durcissement cyclique. Cette deuxième approche consiste à identifier les paramètres du modèle de plasticité cristalline en ne s'appuyant que sur la phase de durcissement des essais de fatigue oligocyclique. Plus précisément, dans le cas des chargements simples à faible amplitude de déformation ($E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$ en torsion alternée) l'identification repose sur les 2 premiers cycles de chargement alors que pour les chargements simples à forte amplitude de déformation ($E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$ en traction alternée et $E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$ en torsion alternée) et le chargement combiné, seuls les 3 premiers cycles de chargement sont pris en compte dans l'identification.

Le modèle de comportement sélectionné est le modèle de Méric et Cailletaud. La loi d'écoulement est rappelée en équation III.38. Cette dernière fait intervenir deux variables d'écrouissage :

- une variable d'écrouissage cinématique x_s dont l'évolution est décrite par l'équation III.39 ;
- une variable d'écrouissage isotrope r_s suivant la loi d'évolution décrite par l'équation III.40.

$$\dot{\gamma}_s = \left\langle \frac{|\tau_s - x_s| - r_0 - r_s}{K} \right\rangle_+^n sgn(\tau_s - x_s) = \dot{\nu}_s sgn(\tau_s - x_s) \tag{III.38}$$

$$\dot{x}_s = c\dot{\gamma}_s - d\dot{\nu}_s x_s \tag{III.39}$$

$$r_s = Q \sum_r h_{sr}(1 - e^{-b\nu_r}) \tag{III.40}$$

Comme cela a été évoqué plus tôt, le modèle de transition d'échelle β (voir section 2.2.4 du chapitre I) est utilisé afin d'éviter de recourir a une modélisation explicite d'un agrégat polycristallin par éléments finis. Néanmoins, avant d'être utilisé, ce modèle de transition d'échelle possède un paramètre qui nécessite d'être identifié. Une approche couramment employée [43, 15, 44] consiste à identifier ce paramètre de manière à ce que la réponse obtenue lors d'une simulation de traction uniaxiale avec le modèle β soit ajustée au mieux à celle obtenue, dans les mêmes conditions de chargement, avec le modèle de transition d'échelle de Berveiller et Zaoui (voir I.2.2.3), avec dans les deux cas le même jeu de paramètres de plasticité cristalline. Le déroulement de l'identification est le suivant :

1. une identification préliminaire, permettant d'obtenir un jeu de paramètres de plasticité cristalline J_1, est effectuée avec le modèle de Berveiller et Zaoui (BZ), en s'appuyant sur des résultats d'un essai de traction uniaxiale ;
2. le paramètre D du modèle de transition d'échelle β est identifié de sorte à minimiser la somme quadratique des écarts entre les contraintes obtenues avec les modèles β et BZ, tout deux utilisant le jeu de paramètres J_1, lors d'une simulation de traction uniaxiale ;
3. une identification, permettant d'obtenir un jeu de paramètres de plasticité cristalline J_k, est effectuée avec le modèle β, en s'appuyant sur des résultats des essais de fatigue oligocyclique ;
4. le paramètre D du modèle β est de nouveau identifié de sorte à minimiser la somme quadratique des écarts entre les contraintes obtenues avec les modèles β et BZ, tout deux utilisant le jeu de paramètres J_k, lors d'une simulation de traction uniaxiale ;
5. les étapes 3 et 4 sont répétées successivement jusqu'à convergence du jeu de paramètres J_k et du paramètre de transition d'échelle D.

Les conditions précises dans lesquels sont réalisées les étapes 1, 2 et 3 ainsi que le résultat final de l'identification sont détaillés dans ce qui suit.

μ [GPa]	ν
75,5	0,284

TABLE III.9 – Paramètres utilisés dans le modèle de Berveiller et Zaoui.

Identification avec le modèle de Berveiller et Zaoui. L'identification préliminaire des paramètres du modèle de plasticité cristalline est effectuée en s'appuyant sur les résultats expérimentaux obtenus par un essai de traction uniaxiale jusqu'à 0.6% de déformation totale macroscopique. La minimisation par moindre carré des écarts entre les contraintes mesurées et celles déterminées par le modèle de Berveiller et Zaoui associé au modèle de plasticité cristalline est réalisée à l'aide de l'algorithme de Levenberg et Marquardt.

Modèle de transition d'échelle de Berveiller et Zaoui. Pour rappel, le modèle de transition d'échelle proposé par Berveiller et Zaoui est défini à partir des équations suivantes (voir section 2.2.3 du chapitre I) :

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma} + 2\mu(1-\beta)\alpha\left(\boldsymbol{E}^p - \boldsymbol{\varepsilon}_g^p\right) \tag{III.41}$$

$$\beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \tag{III.42}$$

$$\frac{1}{\alpha} = 1 + \mu\frac{3E_{eq}^p}{2\Sigma_{eq}} \tag{III.43}$$

avec $\boldsymbol{\sigma}_g$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_g^p$, les tenseurs de contrainte et de déformation plastique mésoscopiques du grain g ; Σ_{eq} et E_{eq}^p, les quantités équivalentes au sens de von Mises des tenseurs de contrainte et de déformation plastique macroscopiques $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{E}^p$. Les paramètres du modèle de Berveiller et Zaoui utilisés, c'est-à-dire le module de Coulomb μ et le coefficient de Poisson ν, sont présentés dans le tableau III.9.

De plus, avec le modèle de Berveiller et Zaoui, le comportement élastique est supposé linéaire isotrope. Les valeurs des paramètres d'élasticité isotrope, le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν sont rappelées dans le tableau III.10. Afin de conduire une identification à l'aide de l'algorithme d'optimisation de Levenberg et Marquardt dans de bonnes conditions, il est nécessaire de fournir un jeu de paramètres initial pertinent, c'est-à-dire assez proche d'un minimum. Les valeurs initiales des paramètres du modèle de plasticité cristalline, récapitulés dans le tableau III.10, sont celles identifiées (r_0, Q, b, c, d) et proposées (h_0, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5) par Guilhem [44] pour une nuance d'acier 316L différente de celle faisant l'objet de la présente étude. Le caractère visqueux de l'acier 316L étant peu marqué sur la plage de vitesses de déformations considérée, les paramètres de viscosité K et n sont imposés et ne seront pas inclus dans le processus d'identification. Par ailleurs, étant donné qu'un essai de traction uniaxiale monotone fournit peu d'information, il n'est pas pertinent d'identifier l'ensemble des paramètres. Dans ces conditions, les paramètres de la matrice d'interaction (h_0, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5) seront imposés lors de l'identification préliminaire utilisant le modèle de transition d'échelle de Berveiller et Zaoui.

Élasticité isotrope		Viscosité	
E [GPa]	ν	K [MPa.s$^{1/n}$]	n
194	0,284	10	10

Écrouissage isotrope									Écrouissage cinématique	
r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	c [MPa]	d
40	10	3	1	1	0,6	12,3	1,6	1,3	40000	1500

TABLE III.10 – Paramètres initiaux pour l'identification avec le modèle de Berveiller et Zaoui.

Enfin, il a été décidé de modéliser, avec ce modèle de transition d'échelle et le modèle β, le comportement d'un agrégat polycristallin de 300 grains. Les orientations cristallines sont générées, à partir de la texture cristallographique mesurée sur l'acier 316L étudié, selon la méthode décrite en annexe A.

Résultat de l'identification. Les valeurs des paramètres de plasticité cristalline obtenues suite à l'identification effectuée avec le modèle de Berveiller et Zaoui sont présentées dans le tableau III.11. La réponse en traction prédite par ce modèle de transition d'échelle associé à la loi de plasticité cristalline est représentée dans un diagramme contrainte-déformation en figure III.13 et est accompagnée de celle mesurée lors de l'essai de traction. Une bonne concordance entre les réponses du modèle numérique et expérimentale est observée.

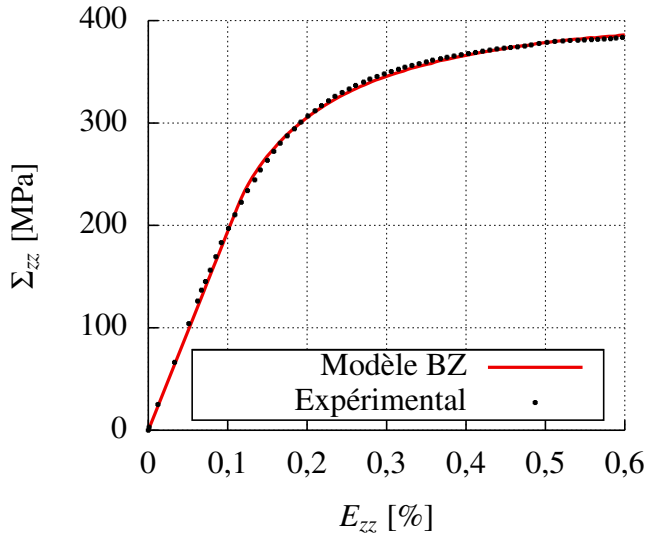


FIGURE III.13 – Comparaison entre la réponse expérimentale de l'acier 316L lors d'un essai de traction uniaxiale et la prédiction du modèle de Berveiller et Zaoui (BZ) après identification des paramètres.

Écrouissage isotrope			Écrouissage cinématique	
r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	c [MPa]	d
104	9,39	2,37	$5{,}90.10^4$	$2{,}09.10^3$

TABLE III.11 – Paramètres de la loi de plasticité cristalline identifiés avec le modèle de Berveiller et Zaoui.

Identification du paramètre D du modèle de transition d'échelle β. L'identification du paramètre D du modèle β est effectuée en ajustant la réponse obtenue avec ce modèle de transition d'échelle à celle prédite avec le modèle de Berveiller et Zaoui – les deux modèles ayant les mêmes paramètres de plasticité cristalline – lors d'une simulation de traction uniaxiale jusqu'à 0.6% de déformation totale macroscopique. La minimisation par moindre carré des écarts entre les contraintes déterminées par le modèle de Berveiller et Zaoui et celles prédites par le modèle β est réalisée à l'aide de l'algorithme de Levenberg et Marquardt.

Modèle de transition d'échelle β. À titre de rappel, les équations décrivant le modèle de transition d'échelle β sont les suivantes (voir section 2.2.4 du chapitre I) :

$$\boldsymbol{\sigma}_g = \boldsymbol{\Sigma} + C\,(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{\beta}_g) \tag{III.44}$$

$$C = 2\mu(1-\beta) \text{ avec } \beta = \frac{2(4-5\nu)}{15(1-\nu)} \tag{III.45}$$

$$\boldsymbol{B} = \sum_g f_g \boldsymbol{\beta}_g \tag{III.46}$$

$$\dot{\boldsymbol{\beta}}_g = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p_g - D\boldsymbol{\beta}_g \dot{\varepsilon}^p_{g,eq} \tag{III.47}$$

où $\boldsymbol{\beta}_g$ représente le tenseur d'accommodation du grain g et $\boldsymbol{B}$ correspond au tenseur d'accommodation macroscopique. Le paramètre C du modèle est défini à partir des paramètres d'élasticité isotrope du matériau et est, dans notre cas, égal à 78,5 GPa. Par ailleurs, le comportement élastique est supposé linéaire isotrope avec ce modèle de transition d'échelle.

Résultat de l'identification. À l'issue de l'identification, la valeur obtenue pour le paramètre du modèle de transition d'échelle est $D = 274$. De plus, les réponses obtenues en traction uniaxiale avec le modèle β et le modèle de Berveiller et Zaoui sont représentées dans un diagramme contrainte-déformation en figure III.14. Un bon accord entre ces deux réponses est constaté.

Identification avec le modèle β. L'identification des paramètres de plasticité cristalline s'appuie sur les essais de fatigue oligocyclique. À titre de rappel, ces essais sont effectués à amplitude de déformation totale imposée :

– en traction alternée : $E_{zz,a} = 1{,}8.10^{-3}$ et $E_{zz,a} = 3{,}6.10^{-3}$;

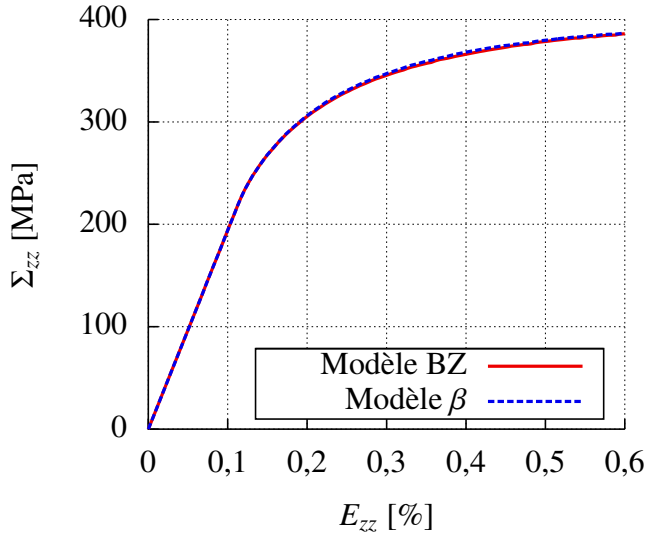


FIGURE III.14 – Comparaison entre les réponses sous un chargement de traction uniaxiale prédites par le modèle de Berveiller et Zaoui et le modèle β après identification du paramètre D.

- en torsion alternée : $E_{\theta z,a} = 1{,}6.10^{-3}$ et $E_{\theta z,a} = 3{,}0.10^{-3}$;
- traction-torsion alternée déphasée $\varphi_{\theta z} = 90^{\circ}$: $E_{zz,a} = 2{,}0.10^{-3}$ et $E_{\theta z,a} = 1{,}4.10^{-3}$.

Il est important de noter que les déformations imposées expérimentalement ne décrivent pas parfaitement une sinusoïde au cours du temps et que de légers dépassement de consignes peuvent être observés lors des premiers cycles de chargement. De ce fait, un soin particulier a été apporté à imposer les mêmes déformations dans les simulations du comportement que celles imposées expérimentalement.

Dans un premier temps, le même algorithme d'optimisation que précédemment – l'algorithme de Levenberg et Marquardt – a été utilisé afin d'identifier les paramètres r_0, Q, b, c et d du modèle de plasticité cristalline. Pour le jeu de paramètres initial proposé, il s'est avéré que cette algorithme a convergé vers un minimum local peu satisfaisant. En effet, des écarts importants ont été constatés entre les réponses macroscopiques expérimentales et les prédictions du modèle de comportement associé au modèle de transition d'échelle β et en particulier dans le cas du chargement en traction/torsion combinées déphasées de 90°. Au vu de ces résultats, il a été décidé d'inclure une part des paramètres de la matrice d'interaction dans le processus d'optimisation : les paramètres associés aux jonctions entre les systèmes sécants (h_2, h_4 et h_5) et le paramètre d'interaction colinéaire h_3. Dans le cas du modèle de comportement considéré, soit un des paramètres de la matrice d'interaction, soit le paramètre d'écrouissage isotrope Q, doit être fixé afin que les paramètres à identifier soient indépendants. Dans ces conditions, le paramètre caractérisant l'auto-écrouissage h_0 est pris égal à 1. Bien que cela ne soit pas indispensable, il a été décidé de fixer à la même valeur le paramètre décrivant les interactions coplanaires h_1. La décision d'égaliser les paramètres de ces deux types d'interactions dipolaires a été prise de sorte à être en accord avec l'identification des paramètres d'un modèle de plasticité cristalline effectuée par Devincre et Kubin [121] pour un monocristal de cuivre. Dans cette

	Interactions	
Durcissement	Basinski et Basinski [124]	Franciosi [125]
Très fort	Colinéaire (h_3) Glissile (h_4) Lomer (h_5)	Lomer (h_5)
Fort	Hirth (h_2)	Glissile (h_4)
Faible	Coplanaire (h_1)	Coplanaire (h_1) Hirth (h_2) Colinéaire (h_3)

TABLE III.12 – Classements des interactions récapitulés par Gérard [15] et établis à partir d'essais expérimentaux conduit sur des monocristaux de cuivre pur.

étude, les auteurs se sont appuyés sur des simulations de dynamique des dislocations afin d'identifier les paramètres d'interaction.

Par ailleurs, afin de respecter la classification des interactions proposée par Devincre et al. [122], des conditions ont été imposées lors de l'identification de manière à ce que les paramètres de la matrice d'interaction respectent l'inégalité suivante : $h_3 > h_4 > h_5 > h_2$. Il est à noter que ce choix n'est cependant pas en accord avec l'ensemble des études disponibles dans la littérature, qu'elles s'appuient sur des simulations de dynamique des dislocations ou sur des essais sur monocristaux. Par exemple, selon une étude basée sur des simulations de dynamiques des dislocations de Dupuy et Fivel [123], les jonctions de Lomer-Cottrell sont plus fortes que les jonctions glissiles, elles mêmes nécessitant une contrainte plus importante pour être rompues que les jonctions de Hirth ; ce qui conduirait dans notre cas à respecter l'inégalité suivante : $h_5 > h_4 > h_2$. Par ailleurs, différents classements s'appuyant sur des résultats d'essais conduits sur des monocristaux métalliques à structure Cubique à Faces Centrées (cuivre, aluminium) ont été proposé [124, 125] et ont été synthétisé par Gérard [15] (voir tableau III.12). Une contradiction est de nouveau observée entre les conclusions des différents auteurs. Néanmoins, il peut être remarqué que le classement de Basinski et Basinski [124] est en bon accord avec le classement de Devincre et al. [122]. De même, une bonne concordance est rencontrée entre le classement proposé par Franciosi [125] et celui de Dupuy et Fivel [123]. Au vu des conclusions contradictoires proposées dans la littérature, il a été décidé de suivre une des classifications des interactions : la classification de Devincre et al. [122].

Étant donné le nombre conséquent de paramètres à identifier, la stratégie d'optimisation a été revue : l'algorithme de Levenberg et Marquardt a été remplacé par un algorithme génétique avec une population initiale importante (100 jeux de paramètres initiaux) afin de minimiser le risque de converger vers un minimum local insatisfaisant. Le jeu de paramètres obtenu à l'issu du processus d'optimisation ayant changé par rapport à celui déterminé lors de l'identification préliminaire faisant intervenir le modèle de transition d'échelle de Berveiller et Zaoui, le paramètre D du modèle β doit être identifié de nouveau. Plusieurs étapes sont nécessaires afin de finaliser l'identification :

1. la réponse macroscopique sous un chargement de traction uniaxiale obtenue avec le modèle de Berveiller et Zaoui est simulée avec le jeu de paramètres de plasticité

Transition d'échelle		Élasticité isotrope		Viscosité	
C [GPa]	D	E [GPa]	ν	K [MPa.s$^{1/n}$]	n
78,5	268	194	0,284	10	10

Écrouissage isotrope									Écrouissage cinématique	
r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	c [MPa]	d
87,0	1,06	4,88	1	1	0,438	77,2	4,31	2,41	$2{,}04.10^5$	$3{,}63.10^3$

TABLE III.13 – Paramètres de la loi de visco-plasticité cristalline identifiés en utilisant le modèle de transition d'échelle β.

cristalline optimisé par l'algorithme génétique J_{gen} ;

2. le paramètre de transition d'échelle D est optimisé à l'aide de l'algorithme de Levenberg et Marquardt afin que le modèle β prédise une réponse en traction uniaxiale la plus proche possible de celle prédite par le modèle de Berveiller et Zaoui ; ces deux modèles de transition d'échelle utilisant le même jeu de paramètres de plasticité cristalline J_{gen} ;
3. le jeu de paramètres de plasticité cristalline est ensuite optimisé à l'aide de l'algorithme de Levenberg et Marquardt afin que le modèle de comportement s'ajuste au mieux aux essais de fatigue oligocyclique permettant ainsi d'obtenir un nouveau jeu de paramètres J_k ;
4. la réponse macroscopique sous un chargement de traction uniaxiale obtenue avec le modèle de Berveiller et Zaoui est simulée avec le jeu de paramètres de plasticité cristalline J_k ;
5. le paramètre de transition d'échelle D est optimisé à l'aide de l'algorithme de Levenberg et Marquardt afin que le modèle β prédise une réponse en traction uniaxiale la plus proche possible de celle prédite par le modèle de Berveiller et Zaoui ; ces deux modèles de transition d'échelle utilisant le même jeu de paramètres de plasticité cristalline J_k.

Les étapes 3, 4 et 5 sont répétées successivement jusqu'à obtenir la convergence du jeu de paramètres de plasticité cristalline J_k et du paramètre D du modèle de transition d'échelle β.

Résultat de l'identification. Les paramètres identifiés à l'aide des essais cycliques à amplitude déformation imposée sont récapitulés dans le tableau III.13. Les réponses mécaniques macroscopiques obtenues, lors du dernier cycle de chargement, à l'aide du modèle de transition d'échelle suite à l'identification sont présentés dans des diagrammes contrainte-déformation en figure III.15. Ces résultats sont accompagnés des réponses mesurées expérimentalement.

Au vu des diagrammes contrainte-déformation, il peut être observé que, dans le cas des chargements simples, les extremums en termes de contrainte sont correctement prédits par le modèle de comportement pour le dernier cycle de chargement. En effet, les écarts entre les extremums expérimentaux et numériques n'excèdent pas 5%. Dans le cas du chargement de traction-torsion déphasée de 90°, des écarts plus importants sont constatés

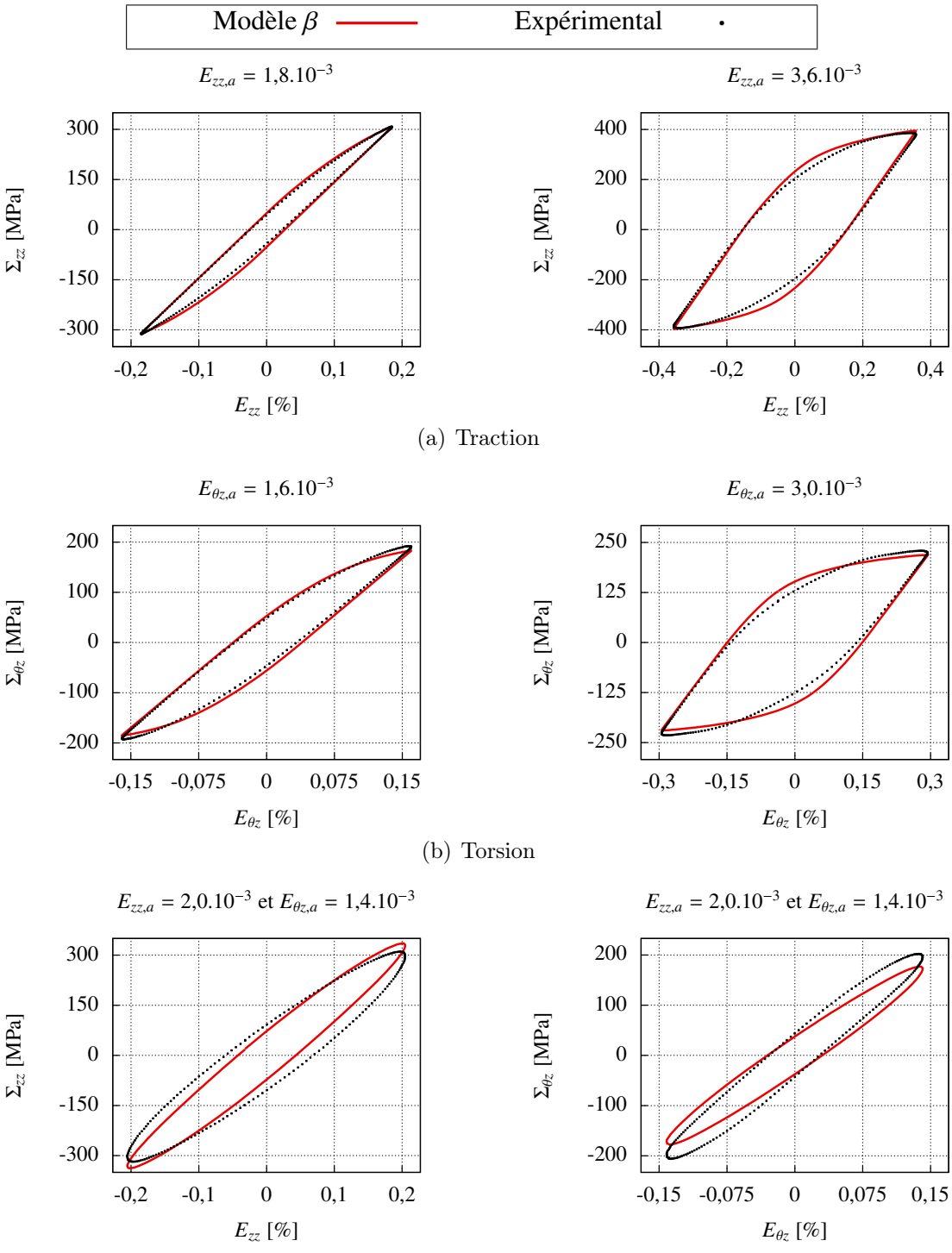


FIGURE III.15 – Comparaison entre les réponses expérimentales de l'acier 316L sous différentes amplitudes de déformation imposées et les prédictions du modèle β après identification des paramètres lors du dernier cycle de chargement.

entre les contraintes macroscopiques mesurées et celles prédites par le modèle de comportement : 7% pour la contrainte normale et 13% pour la contrainte de cisaillement. Par ailleurs, une bonne adéquation entre les boucles d'hystérésis expérimentales et celles prédites par le modèle de comportement est rencontrée pour les cas de chargement simple à faible amplitude de déformation. Dans le cas des chargements à grande amplitude de déformation ou combinés, des écarts plus importants entre les boucles contrainte-déformation expérimentales et numériques sont observés.

Validation de l'identification sur un agrégat polycristallin modélisé explicitement par élément finis. Afin de valider le jeu de paramètres identifiés à l'aide de la loi β, des simulations par éléments finis d'un agrégat polycristallin 3D sont conduites pour chaque cas de chargement étudié expérimentalement. Pour un cas de chargement donné, les conditions aux limites imposées sont :

- une condition de périodicité du déplacement sur les faces de l'agrégat polycristallin ;
- un tenseur de déformation macroscopique identique à celui imposé expérimentalement pour le cas de chargement considéré.

Le maillage régulier et périodique utilisé dans ces simulations numériques, visible en figure III.16, est obtenu par Neper, un logiciel libre développé par Quey [126] permettant de générer des maillages éléments finis d'agrégats polycristallins. Chaque coté de l'agrégat cubique est discrétisé par 11 éléments hexaédriques, ce qui donne pour l'ensemble de l'agrégat 1331 éléments. Avec 8 points d'intégration par élément et 300 grains constituant l'agrégat polycristallin, une moyenne de 36 points d'intégration par grain est ainsi obtenue. Cette discrétisation peut sembler grossière mais reste plus fine que celle préconisée par Diard [3] qui recommande 27 points d'intégration par grain en moyenne en vue d'obtenir une bonne approximation de la réponse macroscopique d'un agrégat polycristallin.

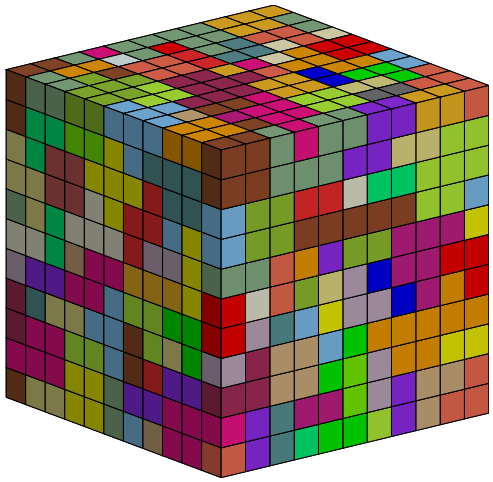


FIGURE III.16 – Maillage périodique d'un agrégat polycristallin de 300 grains discrétisés par 1331 éléments hexaédriques.

Un comportement élastique cubique est assigné aux grains. Les paramètres de ce modèle sont définis à l'aide de ceux déterminés par Teklu et al. [104] pour une nuance d'acier

austénitique Fe–18Cr–14Ni. Le modèle de plasticité cristalline est identique à celui utilisé lors de l'identification. Le jeu de paramètres de ce modèle de comportement est le même que celui obtenu à l'issue de l'identification conduite avec le modèle de transition d'échelle β. Une comparaison entre les réponses macroscopiques expérimentale et numérique du polycristal en acier 316L obtenue lors du dernier cycle de chargement est présentée en figure III.17 pour chaque cas de chargement.

Quel que soit le cas de chargement, une augmentation des contraintes maximales en valeur absolue est observée par rapport aux réponses macroscopiques obtenues avec le modèle β. De ce fait, les contraintes macroscopiques maximales prédites par le modèle éléments finis au cours du dernier cycle de chargement surestiment les contraintes maximales expérimentales dans le cas des chargements de traction-compression uniaxiale. En particulier dans le cas du chargement en traction-torsion déphasée de 90°, un écart de 15% est constaté entre la contrainte normale macroscopique Σ_{zz} mesurée et prédite. Une amélioration est toutefois observée dans le cas des chargements en torsion alternée. En effet, une meilleure adéquation est constatée entre les extremums des contraintes macroscopiques expérimentales et ceux prédits par le modèle éléments finis. Notamment, dans le cas du chargement en traction-torsion déphasée de 90°, l'écart entre les contraintes de cisaillement macroscopiques $\Sigma_{\theta z}$ mesurée et prédite est inférieur à 6% avec le modèle élément finis alors que cet écart atteignait 13% avec le modèle β.

D'une manière plus générale, une moins bonne adéquation des réponses issues des modèles éléments finis avec les réponses macroscopiques expérimentale est rencontrée. En particulier, dans le domaine élastique, il apparaît des différences entre les modules d'élasticité (Young E et Coulomb μ) prédits par les modèles éléments finis et ceux observés expérimentalement. Ces écarts peuvent s'expliquer par une représentativité insuffisante de la texture avec un agrégat de seulement 300 grains. Une autre possibilité serait que l'hypothèse d'une distribution uniforme des orientations cristallines, faite lors de l'estimation des paramètres d'élasticité macroscopiques à l'aide d'un modèle auto-cohérent, a conduit à une estimation trop grossière des paramètres d'élasticité macroscopique. De ce fait, le jeu de paramètres d'élasticité cubique sélectionné n'est peut être pas le plus pertinent.

4.2.2 Plasticité macroscopique

Modèle de comportement. Le modèle de plasticité macroscopique sélectionné est un modèle classique [127] s'appuyant sur une surface de charge f décrite par le critère de von Mises et dans laquelle une variable d'écrouissage isotrope R et une variable d'écrouissage cinématique $\boldsymbol{X}$ interviennent (Eq. III.48). Les évolutions respectives des variables R et $\boldsymbol{X}$ sont décrites à l'aide des équations III.49 et III.50.

$$f = J_2\left(\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}\right) - R - \Sigma_y \tag{III.48}$$

$$R = Q_{iso}(1 - e^{-b_{iso}p}) \tag{III.49}$$

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \frac{2}{3} C_{iso} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - D_{iso} \boldsymbol{X} \dot{p} \tag{III.50}$$

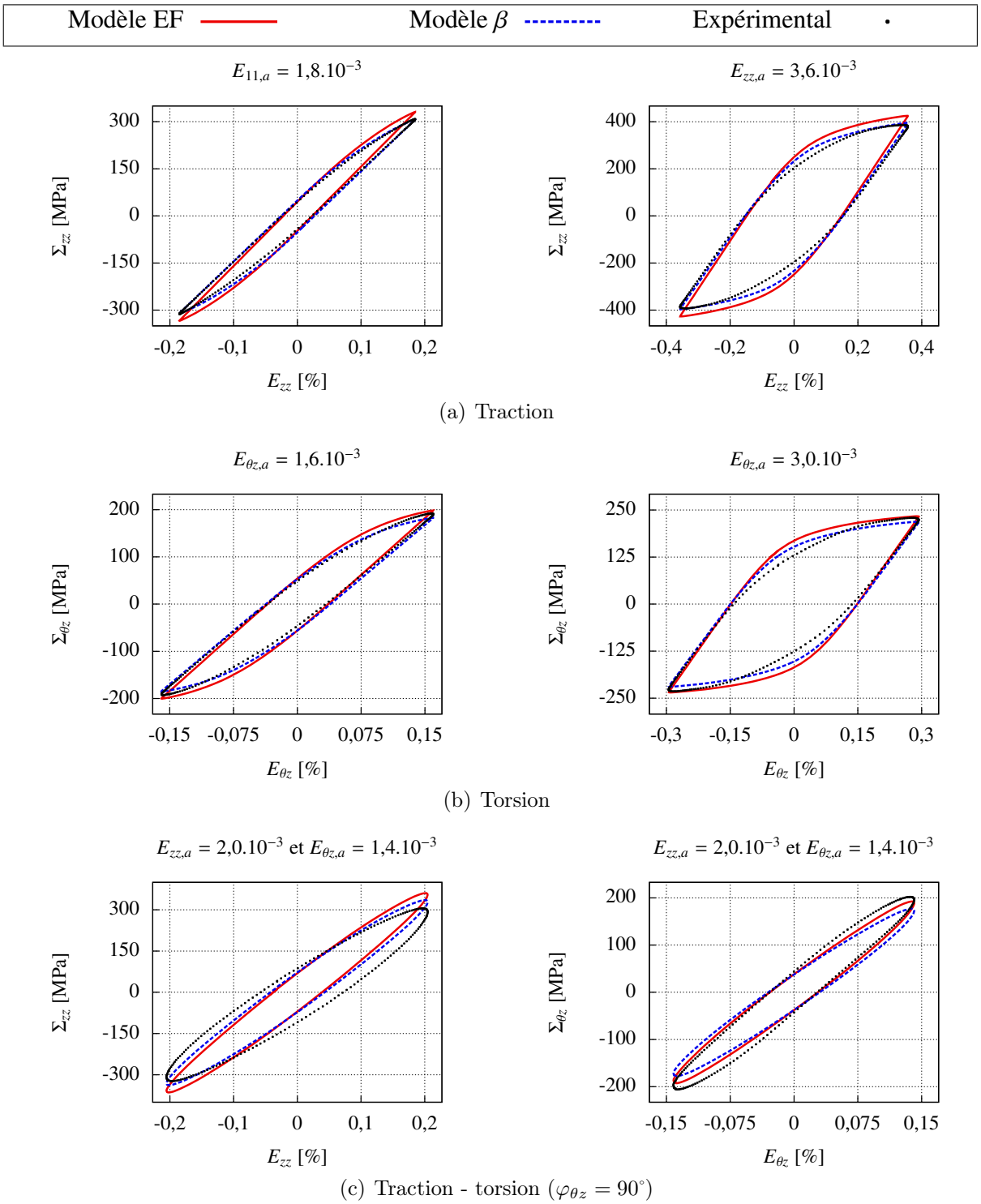


FIGURE III.17 – Comparaison entre les réponses expérimentales de l'acier 316L sous différentes amplitudes de déformation imposées, les prédictions du modèle β et les prédictions du modèle EF.

Écrouissage isotrope			Écrouissage cinématique	
Σ_y [MPa]	Q_{iso} [MPa]	b_{iso}	C_{iso} [MPa]	D_{iso}
129	142	6,88	$7{,}05.10^5$	$3{,}08.10^3$

TABLE III.14 – Paramètres de la loi de plasticité macroscopique identifiés.

Stratégie d'identification du modèle de plasticité isotrope. L'objectif de cette identification est de limiter les incompatibilités de déformation plastique macroscopique entre l'agrégat et la matrice. À cette fin, les paramètres du modèle de comportement sont identifiés de sorte que la réponse mécanique prédite par ce modèle s'ajuste au mieux, pour chacun des cas de chargement cyclique, à la réponse macroscopique obtenue avec la loi β associée au modèle de plasticité cristalline. L'optimisation est réalisé par l'algorithme de Levenberg et Marquardt.

Résultat de l'identification du modèle de plasticité isotrope. Les paramètres du modèle de plasticité macroscopique identifiés à l'aide des essais cycliques à amplitude de déformation imposée sont présentés dans le tableau III.14. Les réponses mécaniques obtenues, lors du dernier cycle de chargement, par ce modèle sont illustrées dans des diagrammes contrainte-déformation en figure III.18. Ces résultats sont accompagnés des réponses mécaniques macroscopiques prédites avec le modèle de transition d'échelle associé au modèle de plasticité cristalline.

Ces résultats montrent que les extremums en termes de contraintes sont correctement prédits par le modèle de plasticité macroscopique. Cependant, des écarts sont rencontrés dans les boucles contrainte-déformation, notamment au début de la plastification, entre les réponses du modèle macroscopique et celles prédites par la loi β. Ces écarts pourrait être atténués en superposant plusieurs variables d'écrouissage permettant une description plus fine du début de la plastification. Néanmoins, le modèle de plasticité cristalline employé étant déjà complexe, le modèle de plasticité macroscopique proposé initialement est conservé.

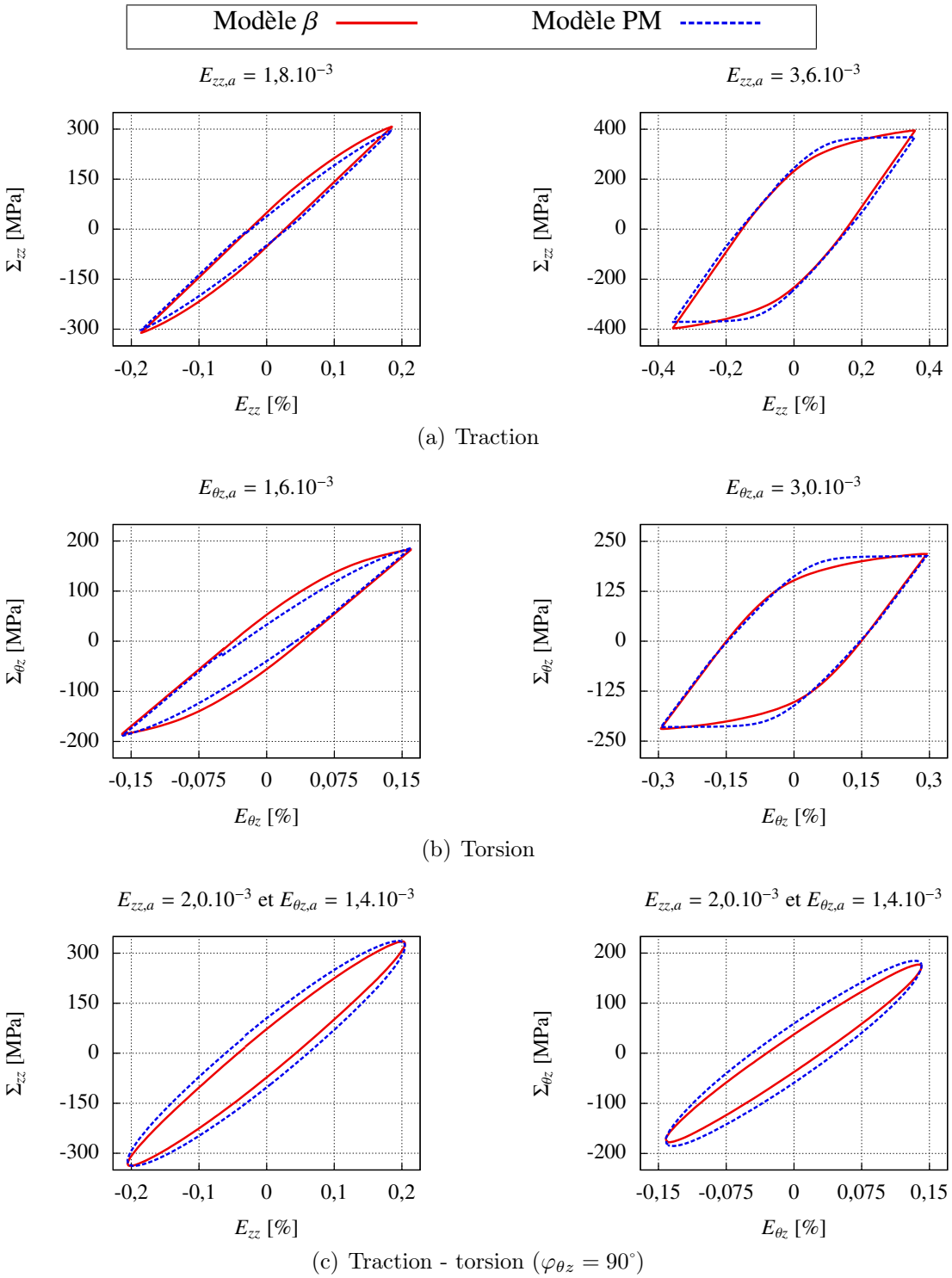


FIGURE III.18 – Comparaison entre les réponses prédites, lors du dernier cycle de chargement, par le modèle de plasticité cristalline avec le modèle β et le modèle de plasticité macroscopique (PM) pour différentes amplitudes de déformation imposées.

5 Essais de fatigue à amplitude de contrainte constante

5.1 Conditions d'essais

L'objectif de cette campagne d'essais de fatigue est d'obtenir un encadrement des limites de fatigue moyennes à 2.10^6 cycles de l'acier austénitique 316L sous différents types de sollicitation et avec différentes tailles de défaut.

Machine d'essai de fatigue et choix des conditions de chargement. Les essais sont conduits à l'air et à température ambiante sur une machine d'essais de fatigue Instron 8850 (voir figure III.1). Le choix de cette machine pour réaliser les essais de fatigue est motivé par la variété des sollicitations qu'elle permet d'imposer. Outre la possibilité offerte par cette machine d'appliquer des chargements combinés en traction et torsion, elle permet d'effectuer des essais en traction biaxiale. En effet, la machine est doté d'un dispositif permettant d'appliquer une pression interne répétée dans des éprouvettes tubulaires (voir figures III.19 pour le dispositif de pression interne et B.1 en annexe B pour la géométrie d'éprouvette). Cette pression interne induit une contrainte normale orthoradiale $\Sigma_{\theta\theta}$ à laquelle peut être combinée une contrainte normale axiale Σ_{zz}. Il convient de noter que les contraintes normales orthoradiales $\Sigma_{\theta\theta}$ applicables sont obligatoirement positives du fait de l'absence de système permettant d'appliquer une pression sur la surface extérieure des éprouvettes tubulaires. Ainsi, les essais de traction biaxiale proportionnelle doivent être réalisés avec un rapport de charge $R_\sigma \geq 0$. Il est aussi important de remarquer qu'un chargement de pression interne induit un état de contrainte multiaxial et hétérogène dans la partie utile de l'éprouvette. Une simulation par EF d'un essai de pression interne de 800 bar sur une éprouvette tubulaire ayant un comportement élastique linéaire isotrope a été réalisée sur le code de calcul ABAQUS afin de mettre en évidence la multiaxialité et l'hétérogénéité de l'état de contrainte. La géométrie de ce modèle, qui tire profit des symétries du problème (axisymétrie et symétrie plane), est présentée en figure III.20a. Les champs de contraintes macroscopiques Σ_{rr} et $\Sigma_{\theta\theta}$ dans la partie utile de l'éprouvette, résultant de la mise en pression, sont respectivement illustrés en figures III.20b et III.20c. Il apparaît, au vu de ces résultats, que le champs de contrainte orthoradiale $\Sigma_{\theta\theta}$ est hétérogène et qu'il passe de 560 MPa sur la surface intérieure à 480 MPa sur la surface extérieure. Par ailleurs, l'application d'une pression P sur la surface intérieure de la zone utile induit un champs de contrainte Σ_{rr} parasite égale à $-P$ sur la surface intérieure et qui décroît jusqu'à 0 sur la surface extérieure.

Six conditions de chargement sont étudiées pour les essais de fatigue à contrainte imposée :

- la traction uniaxiale alternée symétrique ;
- la torsion alternée symétrique ;
- la traction et la torsion alternées symétriques en phase avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$ avec $k_{\theta z} = \Sigma_{\theta z}/\Sigma_{zz}$;
- la traction et la torsion alternées symétriques déphasées de 90° avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$;
- la traction uniaxiale répétée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$;
- la traction biaxiale en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$ avec $k_{\theta\theta} = \Sigma_{\theta\theta}/\Sigma_{zz}$.

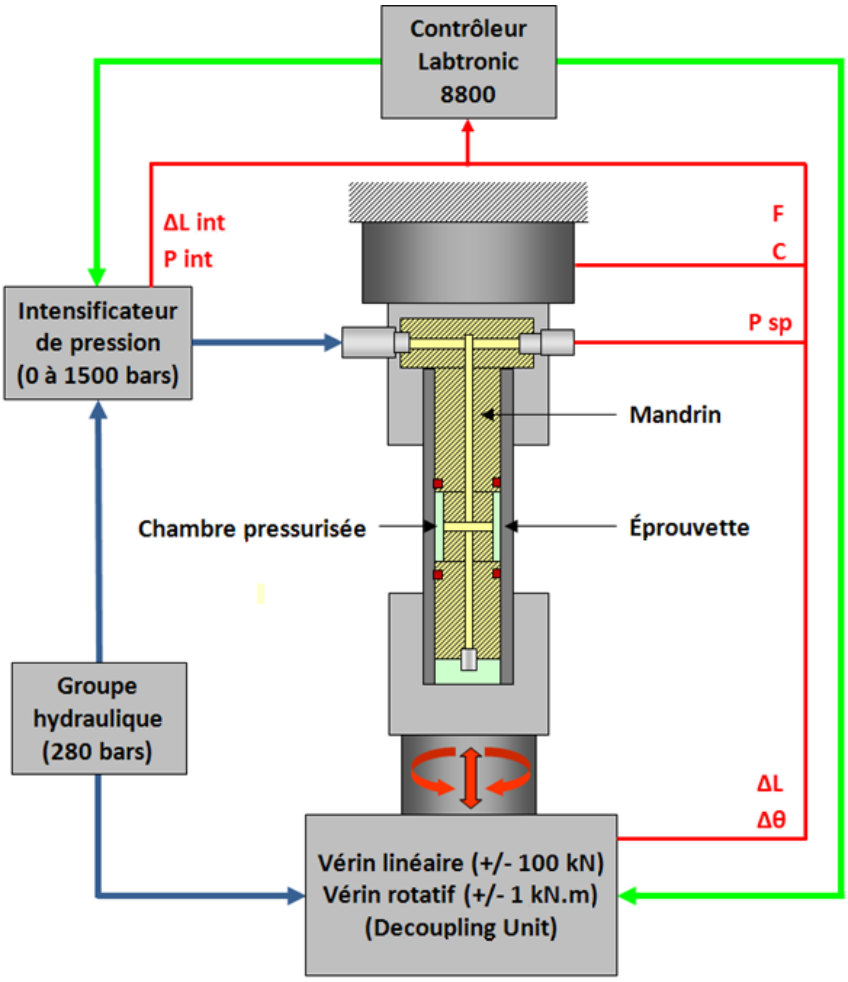
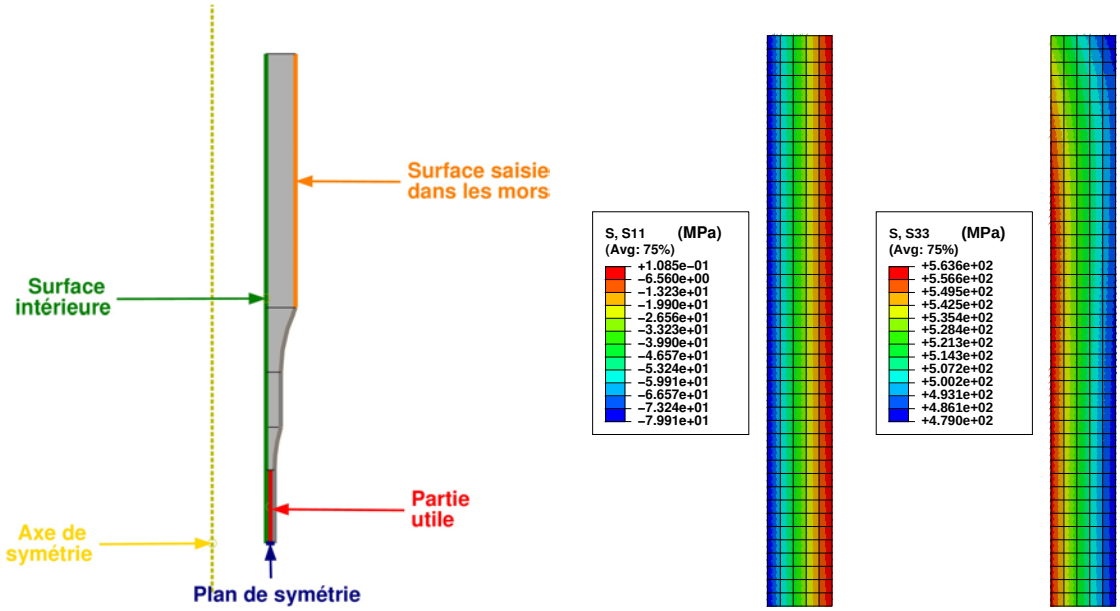


FIGURE III.19 – Schéma de fonctionnement du dispositif permettant d'appliquer une pression interne dans une éprouvette tubulaire à l'aide de la machine d'essai de fatigue servo-hydraulique multiaxiale Instron 8850.

Ces conditions de chargement sont représentées en figure III.21a pour les chargements alternés symétriques de traction uniaxiale, torsion et traction-torsion combinées et en figure III.21b pour les chargements alternés de traction uniaxiale et traction biaxiale.

Étant donné les niveaux de chargement à appliquer sur les éprouvettes d'acier austénitique 316L, les essais de traction uniaxiale et de torsion, simples et combinés, pourrait être effectués à 30 Hz. Néanmoins, le dispositif de pression interne ne permet pas de solliciter les éprouvettes à une fréquence aussi importante. Ainsi, afin de se placer dans les mêmes conditions pour l'ensemble des essais de fatigue, il a été décidé de les réaliser à une fréquence de 10 Hz.

Géométries des défauts. Les essais sont conduits sur des éprouvettes présentant un défaut artificiel et sur des éprouvettes « saines », c'est-à-dire sans défaut. Une forme hémisphérique a été choisie pour la géométrie des défauts. Un exemple de défaut de 300 μm de diamètre est présenté à l'aide de vues en perspective en figure III.22 et sur un dessin



(a) (b) (c)

FIGURE III.20 – (a) Géométrie de l'éprouvette tubulaire dans le modèle EF et champs de contrainte dans la partie utile de l'éprouvette lors d'un essai de pression interne à $P = 800$ bars : (b) Σ_{rr} et (c) $\Sigma_{\theta\theta}$.

technique en figure B.2 en annexe B. Des défauts de diamètres D de 95 μm, 365 μm et 510 μm sont étudiées pour les chargements de traction uniaxiale alternée symétrique et de torsion alternée symétrique. En ce qui concerne les autres conditions de chargement, seuls des défauts de diamètre $D = 365$ μm sont réalisés.

Moyens de mesures et détermination des contraintes. Les moyens de mesures de l'effort axial F_z et du couple C_z sont les mêmes que ceux décrits dans la section 3.1. La connaissance de cet effort permet de déterminer la contrainte normale axiale Σ_{zz} à l'aide de l'équation III.51.

$$\Sigma_{zz} = \frac{F_z}{S} \quad \text{avec} \quad S = \frac{\pi\,(D_e^2 - D_i^2)}{4} \tag{III.51}$$

Comme les essais impliquant la torsion font intervenir des états de contraintes inférieurs à la limite d'élasticité $R_{p0,2\%}$ définie à 0,2% de déformation plastique, la contrainte de cisaillement macroscopique $\Sigma_{\theta z}$ sur la surface extérieure est liée au couple appliqué C_z selon la relation définie en équation III.52. Contrairement au cas des essais de fatigue oligocyclique, la contrainte de cisaillement $\Sigma_{\theta z}$ est déterminée au niveau de la surface extérieure. Il est en effet plus pertinent de décrire la limite de fatigue par l'amplitude de contrainte maximale rencontrée car le gradient de la contrainte de cisaillement a peu d'effet sur la tenue en fatigue [58].

$$\Sigma_{\theta z,el} = \frac{C_z}{I(G,\underline{e}_z)}\frac{D_e}{2} \quad \text{avec} \quad I(G,\underline{e}_z) = \frac{\pi\,(D_e^4 - D_i^4)}{32} \tag{III.52}$$

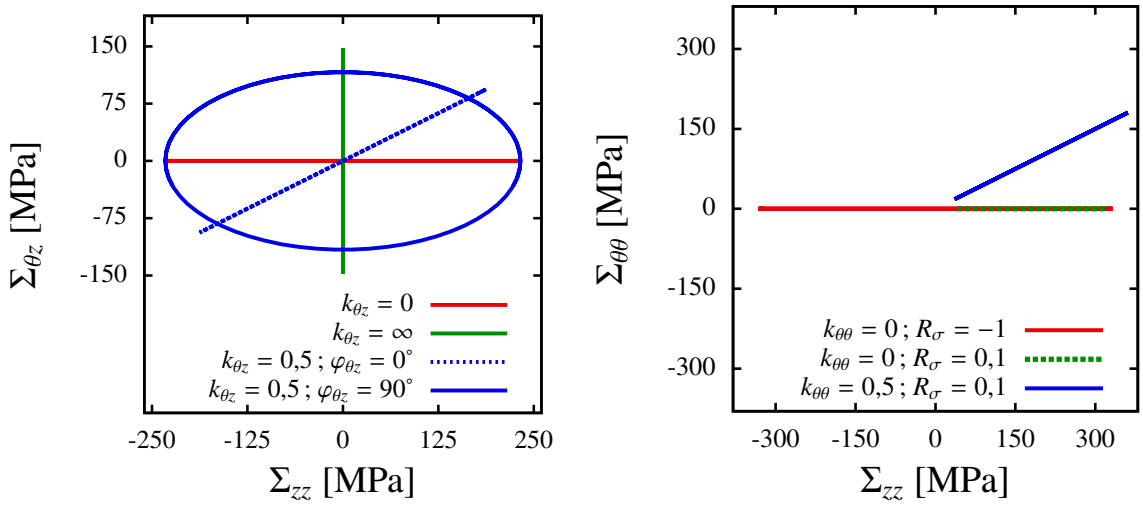


FIGURE III.21 – Illustration des trajets de chargements étudiés dans des diagrammes : (a) $\Sigma_{\theta z}$ - Σ_{zz} et (b) $\Sigma_{\theta\theta}$ - Σ_{zz}.

La pression du dispositif de pression interne est mesurée en deux lieux : la pression en sortie du multiplicateur de pression P_{inte} et la pression au niveau du mandrin P_{SP}. Cette dernière est utilisée pour le pilotage des essais de fatigue faisant intervenir la pression interne. La relation entre la pression interne P et la contrainte orthoradiale macroscopique $\Sigma_{\theta\theta}$ n'est pas évidente : d'une part, le champs de contrainte est hétérogène dans l'épaisseur de la zone utile de l'éprouvette et d'autre part, les niveaux de sollicitation atteints lors des essais de traction biaxiale sont tels que le seuil de plasticité est dépassé. En effet, ces essais sont effectués avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ ce qui implique des contraintes maximales importantes. Face à cette difficulté, il a été nécessaire d'avoir recours à des simulations numériques. Ainsi, l'amplitude de pression P_a et la pression moyenne P_m – nécessaires pour appliquer respectivement une amplitude de contrainte $\Sigma_{\theta\theta,a}$ et une contrainte moyenne $\Sigma_{\theta\theta,m}$ données – sont déterminées à l'aide de simulations par EF d'essais de pression interne sur une éprouvette tubulaire à laquelle est assignée le modèle de comportement élasto-plastique identifié en section **??**. Les contraintes $\Sigma_{\theta\theta}$ sont déterminées sur la surface intérieure pour les éprouvettes saines et sur la surface extérieure pour les éprouvettes présentant un défaut. Ce choix permet de connaître la contrainte au niveau de la surface sur laquelle s'amorcera le plus probablement la fissure de fatigue. Sur les éprouvettes sans défaut, bien que la contrainte hydrostatique maximale soit équivalente sur les surfaces intérieure et extérieure, l'amplitude de cisaillement sera plus importante sur la surface intérieure conduisant ainsi à un risque d'amorçage plus important sur cette surface. Au contrainte, dans le cas des éprouvettes présentant un défaut, l'amorçage aura probablement lieu sur la surface extérieure au niveau défaut.

Méthode d'encadrement des limites de fatigue à 2.10^6 cycles. Cette campagne d'essais de fatigue n'a pas pour prétention de permettre la détermination précise des limites de fatigue moyennes à 2.10^6 cycles pour les différentes conditions d'essai (type

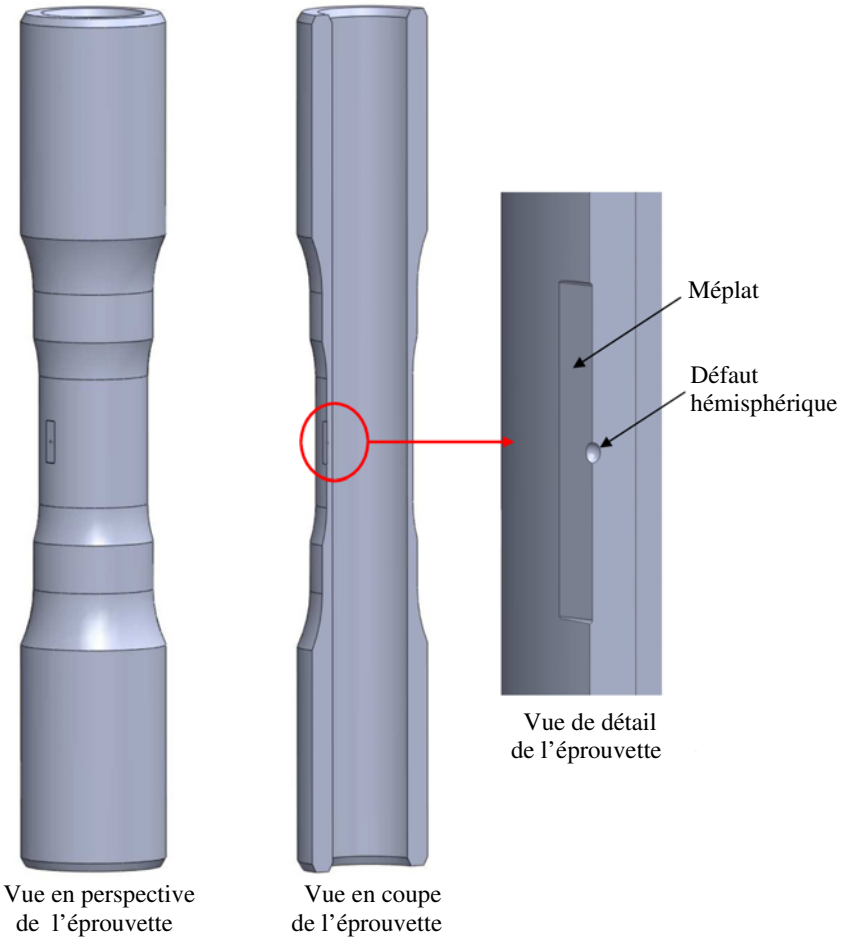


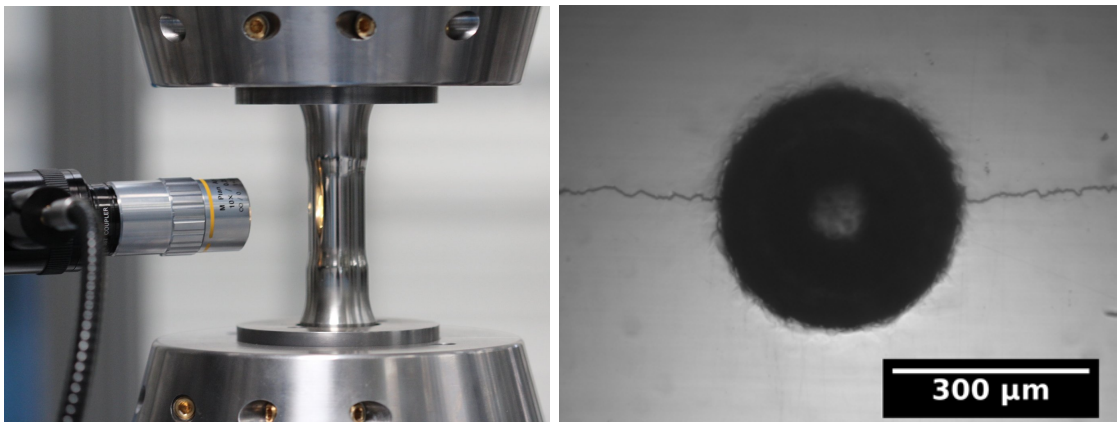
FIGURE III.22 – Vues en perspective de l'éprouvette tubulaire et du défaut hémisphérique.

de sollicitation et taille de défaut) mais plutôt d'apporter un encadrement de ces dernières. C'est pourquoi, seulement 3 éprouvettes seront testées par condition d'essai. Afin d'encadrer les limites de fatigue, chaque éprouvette est soumise à des paliers de charge échelonnés et croissants. Dans la mesure du possible, il sera vérifié que les cycles de sollicitation à des niveaux de chargement inférieurs à la limite de fatigue moyenne n'ont pas d'effet, bénéfique ou néfaste, sur la tenue en fatigue.

Dans le cas de chargement en traction uniaxiale et/ou torsion, l'essai est arrêté lorsqu'une des limites en position du vérin axial ou en rotation du vérin rotatif, imposée à l'aide du contrôleur de la machine, est atteinte. Ces limites sont choisies de sorte qu'elles ne soient atteintes que lors de l'apparition d'une fissure macroscopique à la surface des éprouvettes. Dans le cas de chargement en traction biaxiale, la fin de l'essai se produit lorsque la position du vérin du multiplicateur de pression excède une certaine limite. Ceci se produit lorsqu'une fissure traverse l'épaisseur de la zone utile de l'éprouvette. La consigne en pression ne peut alors plus être assurée dans la chambre de l'éprouvette : l'huile est évacuée par la fissure et le vérin du multiplicateur de pression se déplace jusqu'à la position limite qui lui a été indiquée sans pour autant réussir à imposer la pression

requise.

Le choix des critères d'arrêt est sujet à discussion car ils ne permettent pas de définir la limite de fatigue comme l'amplitude de contrainte macroscopique conduisant à l'amorçage de fissures de fatigue mais plutôt comme l'amplitude de contrainte macroscopique menant à la rupture par fatigue de l'éprouvette (c.-à-d. à l'amorçage et à la propagation d'une fissure de quelques millimètre de long). Or, comme cela a été constaté expérimentalement [128], l'amplitude de contrainte à partir de laquelle l'amorçage d'une fissure est observée peut être notablement différente de l'amplitude de contrainte conduisant à la rupture complète, dans le cas où la fissure s'amorce sur un défaut ayant un coefficient de concentration de contrainte K_t supérieur à une certaine valeur critique K_t^c. Lorsque le défaut à un K_t inférieur à K_t^c, les deux limites de fatigue sont confondues. Des observations du défaut au vidéo-microscope ont été effectuées (voir figure III.23), quant cela fut possible, à la fin des paliers de chargement afin de vérifier la présence ou non de fissures non-propageantes. Ceci afin de permettre l'estimation des limites de fatigue définies comme seuil d'amorçage de fissures non-propageantes si ces dernières existent. Néanmoins, aucune fissure non-propageante n'a été observée. Il est néanmoins difficile de



(a) (b)

FIGURE III.23 – Observation de l'éprouvette tubulaire au vidéo-microscope : (a) montage du vidéo-microscope et (b) exemple d'observation au vidéo-microscope d'un défaut hémisphérique de 365 μm de diamètre.

conclure de manière définitive que les limites de fatigue définies par l'amorçage et par la rupture complète sont confondues. En effet, seul le bord du défaut est observable du fait de la faible profondeur de champs du vidéo-microscope et de l'impossibilité d'éclairer le fond du défaut de manière satisfaisante. Toute fissure s'amorçant au fond du défaut ne peut donc pas être observée. En outre, tous les essais n'ont pas pu être contrôlés avec le vidéo-microscope et ce, pour diverses raisons :

- indisponibilité du vidéo-microscope ;
- rupture survenant dès le premier palier de chargement.

Les essais faisant intervenir la pression interne n'ont pas fait l'objet d'observations au vidéo-microscope afin d'éviter son éventuel détérioration par un potentiel jet d'huile lors de l'apparition d'une fissure traversante.

Préparation des éprouvettes tubulaires. Les éprouvettes tubulaires obtenues ont été réalisées par tournage à partir des barres d'acier 316L à section circulaire de 40 mm de diamètre. La surface extérieure de la partie utile de l'éprouvette présentait des stries d'usinage importantes et a, de ce fait, été polie. Des polissage successifs sont effectués sur un tour manuel avec des papiers abrasifs en carbure de silicium de différentes granulométries FEPA : P320, P600, P1200 et P2400. La dernière étape de polissage mécanique est réalisée à l'aide d'un drap en feutre sur lequel est pulvérisé une solution diamantée ayant une granulométrie de 6 μm.

Ne disposant pas d'équipement au laboratoire permettant de polir simplement la surface intérieure des éprouvettes tubulaires, cette dernière est laissée brute d'usinage. Des mesures effectuées à l'aide d'un profilomètre 3D par interférométrie Bruker ont révélé la présence de rayures sur la surface interne des éprouvettes. Ces rayures ont pour conséquence des profondeurs maximales de creux du profil primaire P_V de l'ordre de 10 μm pour les différentes longueurs de base étudiées. En outre, la plus grande hauteur totale du profil primaire P_t rencontrée sur les différentes longueurs d'évaluation étudiées atteint 14,24 μm.

Un méplat est également réalisé sur la surface extérieure de la partie des éprouvettes dans lesquelles il est prévu d'introduire un défaut afin de permettre son observation au vidéo-microscope. Ce méplat est réalisé par polissage sur une polisseuse à disque munie d'une couronne, permettant ainsi d'obtenir la largeur de méplat souhaitée. Des polissages successifs sont effectués avec des papiers abrasifs en carbure de silicium de différentes granulométries FEPA : P600, P1200 et P2400. La dernière étape de polissage mécanique est réalisée à l'aide d'un drap en feutre sur lequel est pulvérisée une solution diamantée ayant une granulométrie de 3 μm.

Les défauts hémisphériques sont réalisés par électro-érosion par enfonçage avec des électrodes en tungstène. Deux entreprises ont participé à la réalisation de ces défauts : Outilleurs Angevins pour les défauts de diamètre 365 μm et Vuichard SA pour les défauts de diamètres 95 et 510 μm. Un exemple de défaut de 365 μm de diamètre est présenté en figure III.24. La géométrie des défauts est contrôlée lors de l'observation des faciès de rupture au microscope électronique à balayage (MEB). Le tableau III.15 récapitule les moyennes et les écarts types résultants des mesures des diamètres et des profondeurs des différentes tailles de défauts étudiées. Les valeurs des écarts types montrent que le procédé d'obtention des défauts présente une bonne répétabilité pour les deux dimensions considérées. De plus, comme les écarts types sont du même ordre de grandeur pour chaque taille de défaut, il peut être conclu que le changement de fournisseur n'a pas impacté la qualité de réalisation. Toutefois, le rapport entre la profondeur et le rayon R (avec $R = D/2$), n'est pas égal à 1 ce qui est imputable à la fois à une imperfection de sphéricité du défaut et à un décalage du centre par rapport à la surface.

5.2 Résultats des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante

5.2.1 Traction uniaxiale alternée symétrique

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en traction uniaxiale alternée symétrique pour les différents paliers de chargement auxquels ces der-

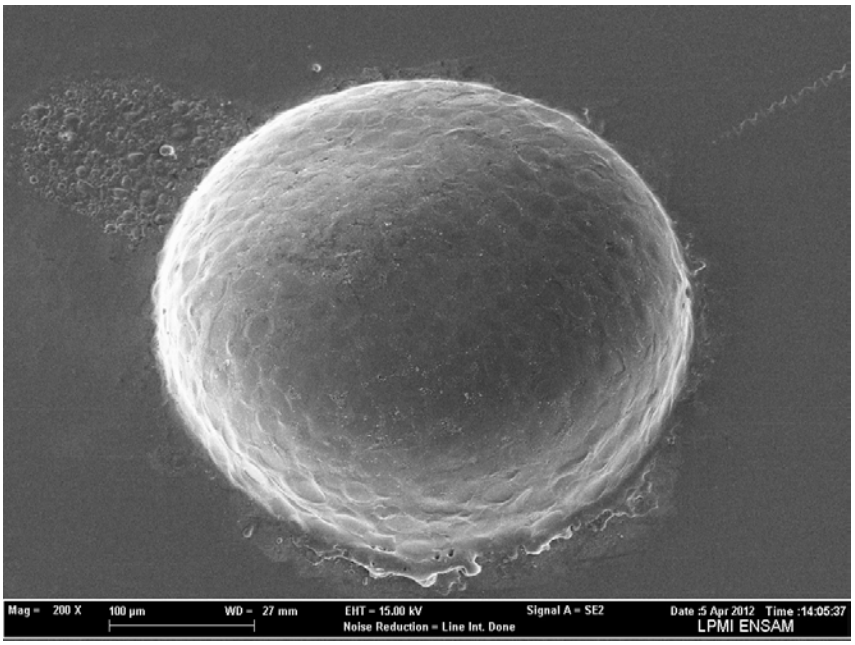


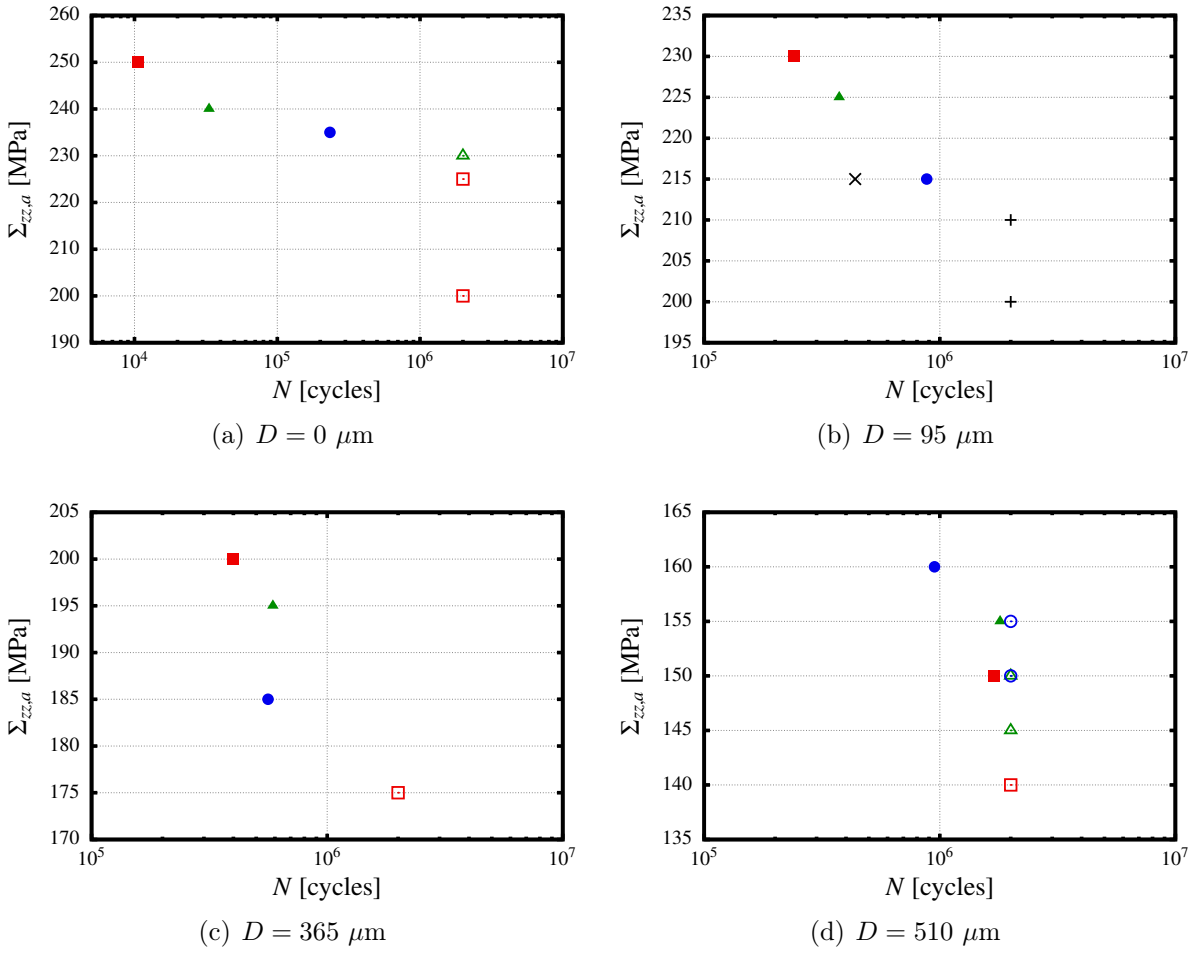
FIGURE III.24 – Exemple de réalisation de défaut hémisphérique de 365 μm de diamètre dans l'acier austénitique 316L.

		$D = 95$ μm	$D = 365$ μm	$D = 510$ μm
Diamètre	Moyenne [μm]	94	363	509
	Écart type [μm]	2,1	1,6	1,83
Profondeur	Moyenne [μm]	53	164	247
	Écart type [μm]	2,4	2,6	3,1

TABLE III.15 – Moyennes et écarts types du diamètre et de la profondeur des différents défauts.

nières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{zz,a}$-N en figure III.25 et dans le tableau C.1 en annexe C.

Dans le cas des éprouvettes sans défaut, l'amorçage de la fissure conduisant à la rupture complète de l'éprouvette a lieu systématiquement sur la surface intérieure du fait de la présence des rayures. Au contraire, dans le cas des éprouvettes présentant un défaut, l'amorçage se produit sur la surface extérieure et plus précisément au niveau du défaut, comme cela peut être observé en figure III.26. Aucun site d'amorçage privilégié n'est observé sur la périphérie du défaut et ce, quel que soit la taille du défaut : les fissures semblent s'être amorcées de manière homogène sur le pourtour de la calotte hémisphérique. Par ailleurs, quel que soit le type d'éprouvette sollicitée (saine ou présentant un défaut), la fissure macroscopique se propage dans le plan de la contrainte principale maximale, c'est-à-dire, dans le plan de vecteur normal $\underline{n}_p$ colinéaire à $\underline{e}_z$ dans le cas d'un chargement en traction alternée symétrique (voir figure III.27).



(a) $D = 0$ μm (b) $D = 95$ μm

(c) $D = 365$ μm (d) $D = 510$ μm

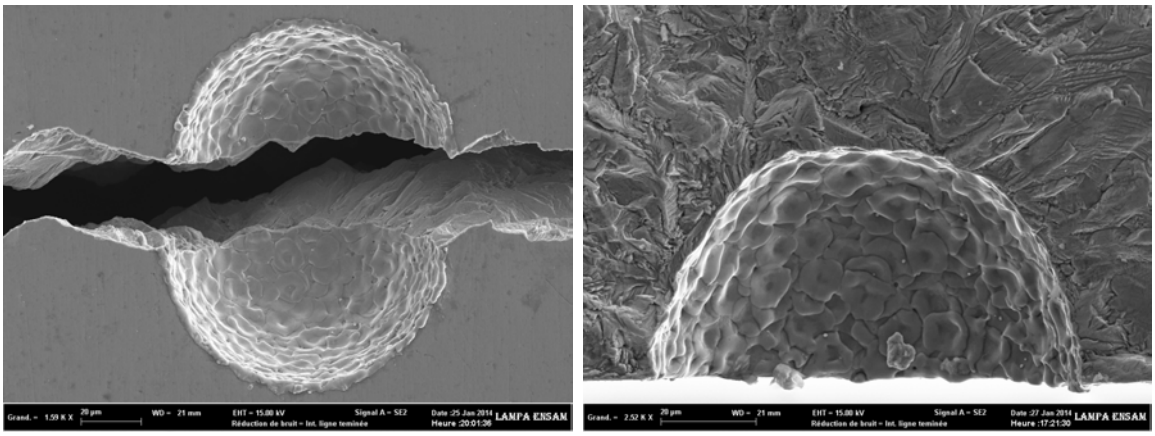
Éprouvette n°	1	2	3	4
Non-rompue	⊡	△	⊙	+
Rompue	■	▲	●	×

FIGURE III.25 – Résultats des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée symétrique sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm, (b) $D = 95$ μm, (c) $D = 365$ μm et (d) $D = 510$ μm.

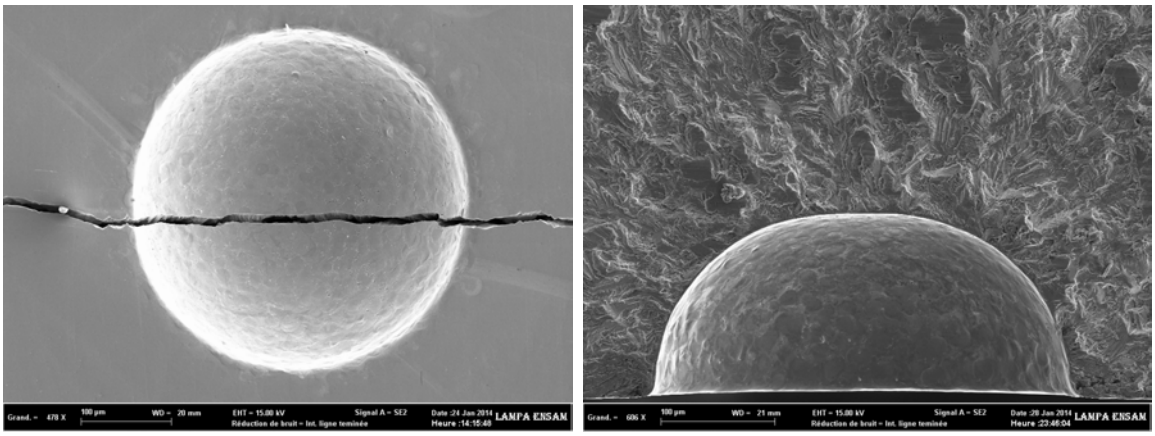
5.2.2 Torsion alternée symétrique

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en torsion alternée symétrique pour les différents paliers de chargement auxquels ces dernières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{\theta z,a}$-N en figure III.28 et dans le tableau C.2 en annexe C.

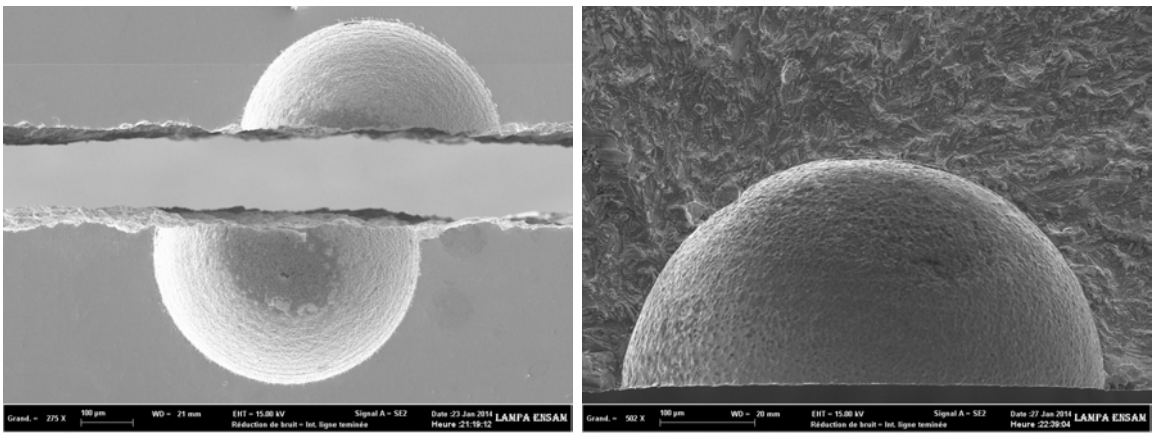
Dans le cas des éprouvettes sans défaut, le gradient de la contrainte de cisaillement favorise l'amorçage des fissures sur la surface extérieure des éprouvettes. En outre, à l'approche de la rupture, un échauffement significatif de la partie utile de l'éprouvette et un



(a) $D = 95$ μm



(b) $D = 365$ μm



(c) $D = 510$ μm

FIGURE III.26 – Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitée en traction alternée symétrique avec un défaut de diamètre (a) $D = 95$ μm, (b) $D = 365$ μm et (c) $D = 510$ μm.

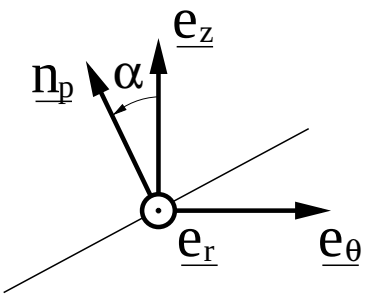


FIGURE III.27 – Orientation du plan de propagation de la fissure macroscopique dans le repère cylindrique de l'éprouvette.

rochet importants ont été constatés. Une fois encore, dans le cas des éprouvettes présentant un défaut, l'amorçage a lieu sur la surface extérieure, au niveau du défaut, comme cela peut être observé en figure III.29. Il est à noter de nouveau que les fissures semblent s'être amorcées de manière homogène sur le pourtour de la calotte hémisphérique. En outre, l'amorçage sur le défaut de deux fissures, dans des plans perpendiculaires entre eux, est généralement observé. Quel que soit le type d'éprouvette sollicitée (saine ou présentant un défaut), les fissures macroscopiques se propagent dans les deux plans des contraintes principales maximales, c'est-à-dire, dans les plans de vecteurs normaux $\underline{n}_p$ formant un angle α de 45° et de -45° par rapport au vecteur $\underline{e}_z$ dans le cas d'un chargement en torsion alternée symétrique (voir figure III.27).

5.2.3 Traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0°$)

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0°$) pour les différents paliers de chargement auxquels ces dernières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{zz,a}$-N en figure III.30 et dans le tableau C.3 en annexe C.

Comme dans le cas du chargement en torsion alternée symétrique, l'amorçage des fissures de fatigue se produit sur la surface extérieure pour les éprouvettes saines et sur la périphérie du défaut pour les éprouvettes dans lesquelles a été introduit un défaut. Ces fissures se propagent globalement dans un plan de vecteur normal $\underline{n}_p$ formant un angle α d'approximativement -22,5° par rapport au vecteur $\underline{e}_z$ (voir figures III.31 et III.27). Dans le cas d'un chargement en traction-torsion alternées symétriques en phase, ce plan correspond bien au plan de la contrainte principale maximale.

5.2.4 Traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90°$)

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90°$) pour les différents paliers de chargement auxquels ces dernières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{zz,a}$-N en figure III.32 et dans le tableau C.4 en annexe C.

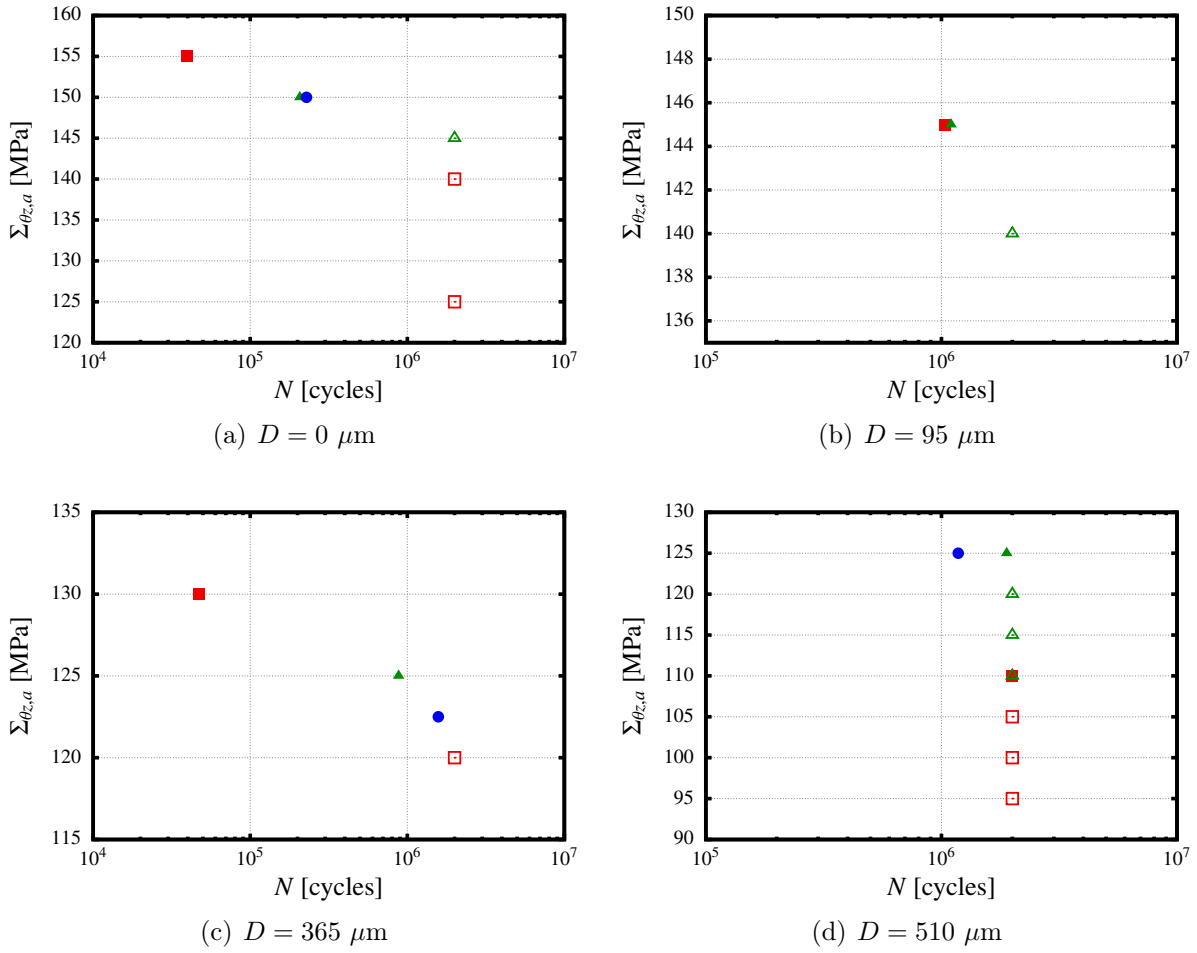
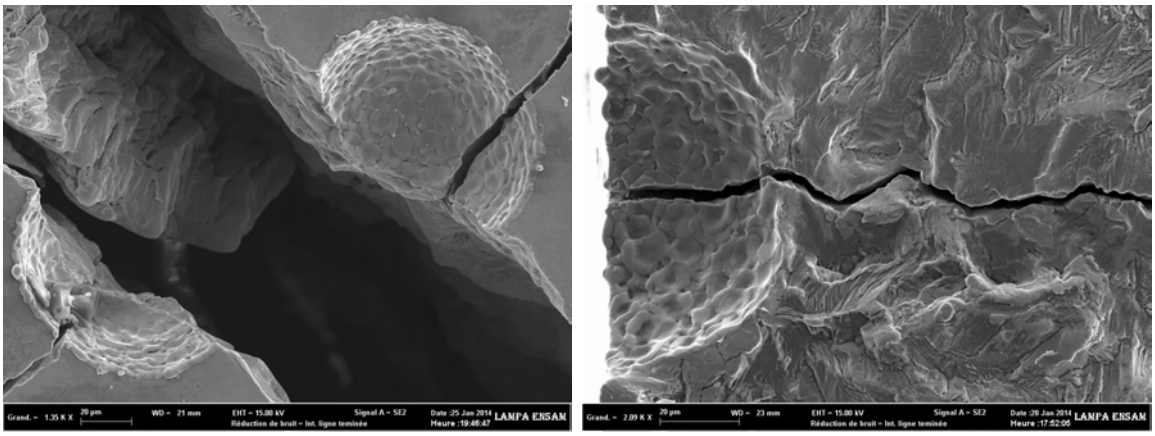
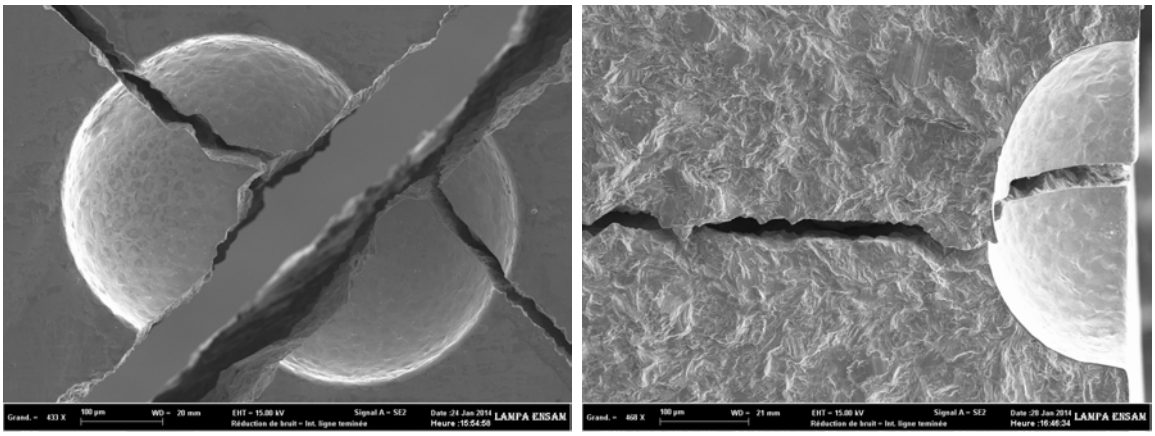


FIGURE III.28 – Résultats des essais de fatigue en torsion alternée symétrique sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm, (b) $D = 95$ μm, (c) $D = 365$ μm et (d) $D = 510$ μm.

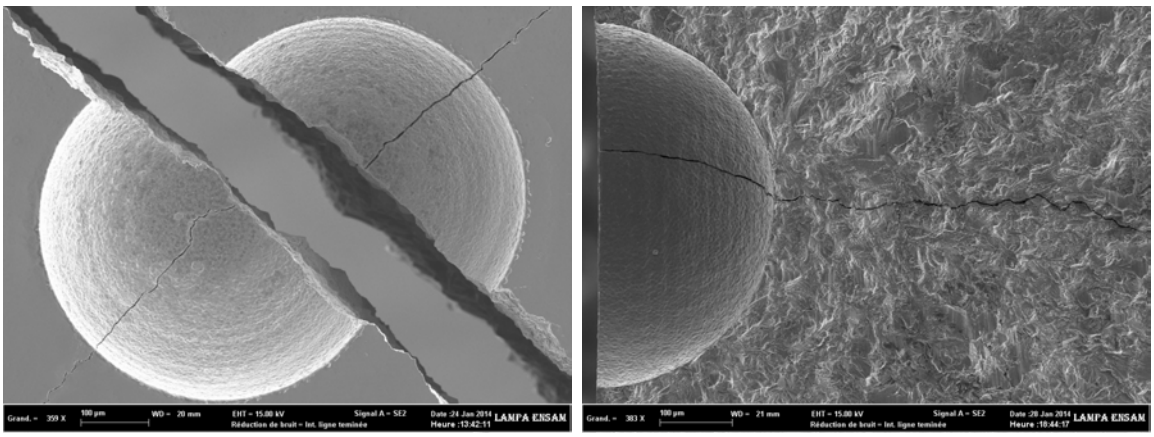
Dans le cas d'un chargement en traction-torsion alternées symétriques déphasées, l'orientation du plan de la contrainte principale maximale varie au cours d'un cycle. En effet, l'angle α entre le vecteur $\underline{e}_z$ et le vecteur normal $\underline{n}_p$ oscille entre -45° et +45° sur une période. Comme les fissures longues ont tendances à se propager dans le plan de la contrainte principale maximale, une grande diversité de plans de propagation est constaté, que les éprouvettes présentent ou non, un défaut. De plus, il est intéressant de noter que, pour une même éprouvette, le plan de propagation n'est généralement constant que sur quelques centaines de μm et que la fissure bifurque à plusieurs reprises. À titre d'exemple, il apparaît sur la micrographie du défaut en figure III.33 que la fissure suit un plan dont



(a) $D = 95$ μm

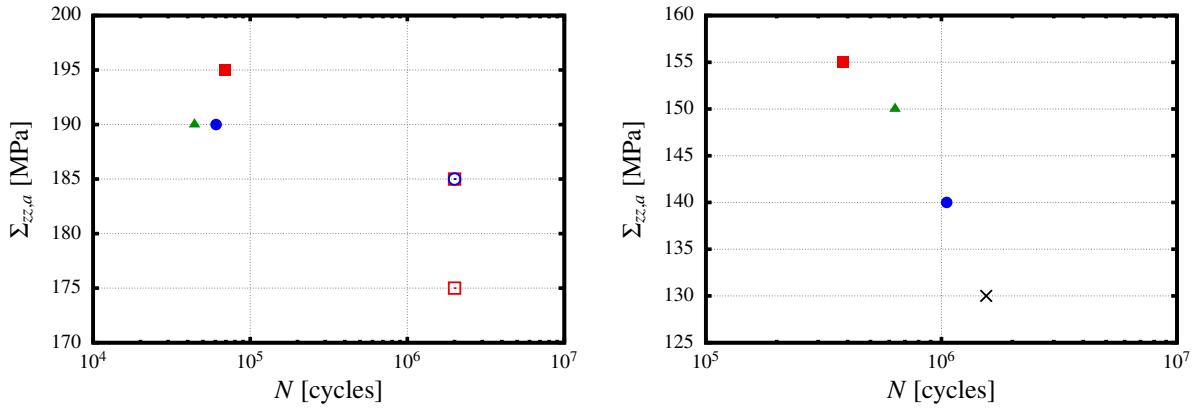


(b) $D = 365$ μm



(c) $D = 510$ μm

FIGURE III.29 – Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique avec un défaut de diamètre (a) $D = 95$ μm, (b) $D = 365$ μm et (c) $D = 510$ μm.



(a) $D = 0$ μm (b) $D = 365$ μm

Éprouvette n°	1	2	3	4
Non-rompue	⊡	△	⊙	+
Rompue	■	▲	●	×

FIGURE III.30 – Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm.

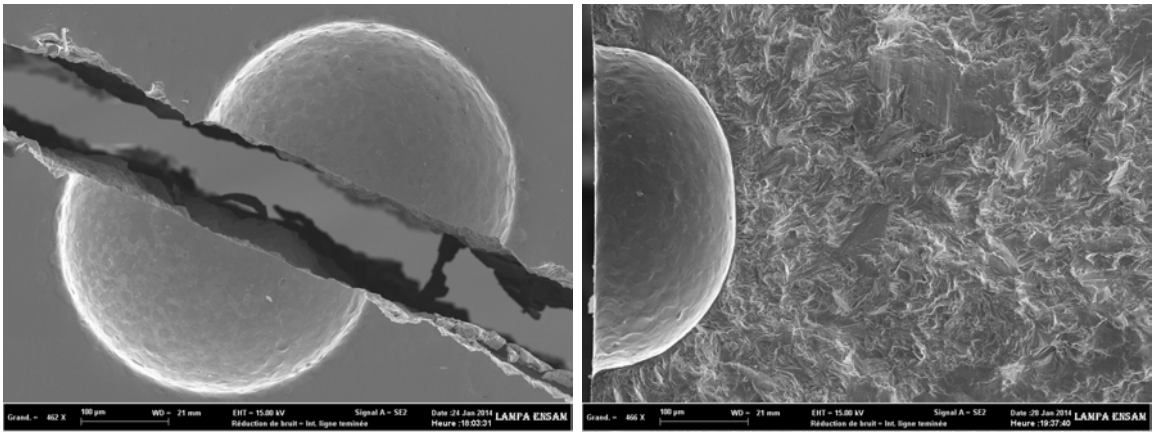
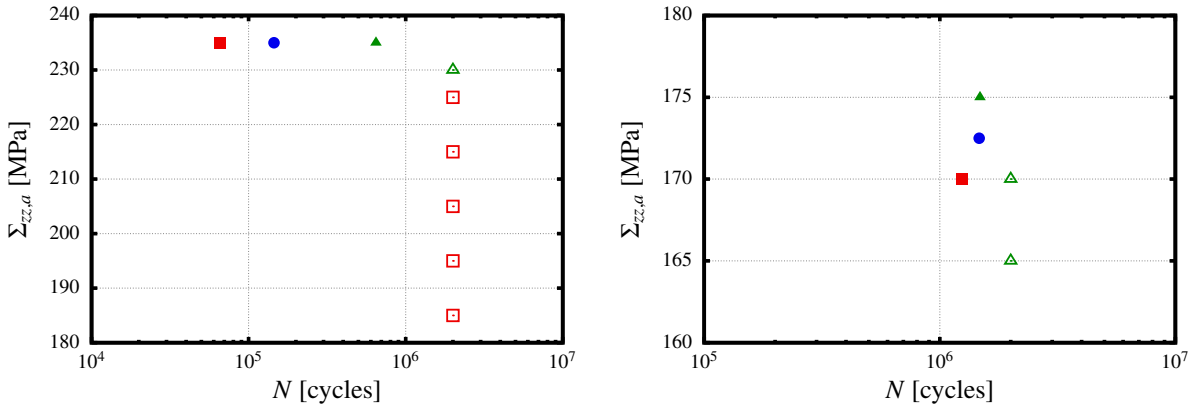


FIGURE III.31 – Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction-torsion alternées symétriques en phase ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm.

le vecteur normal $\underline{n}_p$ forme un angle α avec le vecteur $\underline{e}_z$ qui est d'environ 14° au niveau du défaut et d'environ 23° au voisinage du défaut.



(a) $D = 0$ μm (b) $D = 365$ μm

Éprouvette n°	1	2	3
Non-rompue	⊡	△	⊙
Rompue	■	▲	●

FIGURE III.32 – Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm.

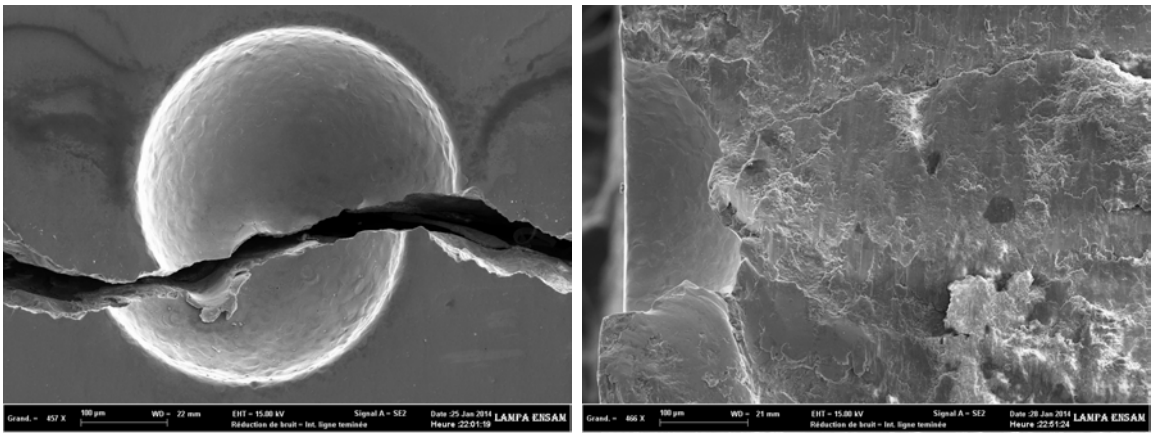
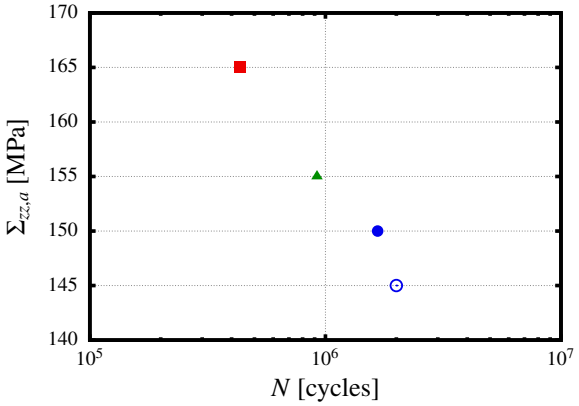


FIGURE III.33 – Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm.

5.2.5 Traction uniaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$)

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en traction alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) pour les différents paliers de chargement auxquels ces dernières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{zz,a}$-N

en figure III.34 et dans le tableau C.5 en annexe C.



Éprouvette n°	1	2	3
Non-rompue	⊡	△	⊙
Rompue	■	▲	●

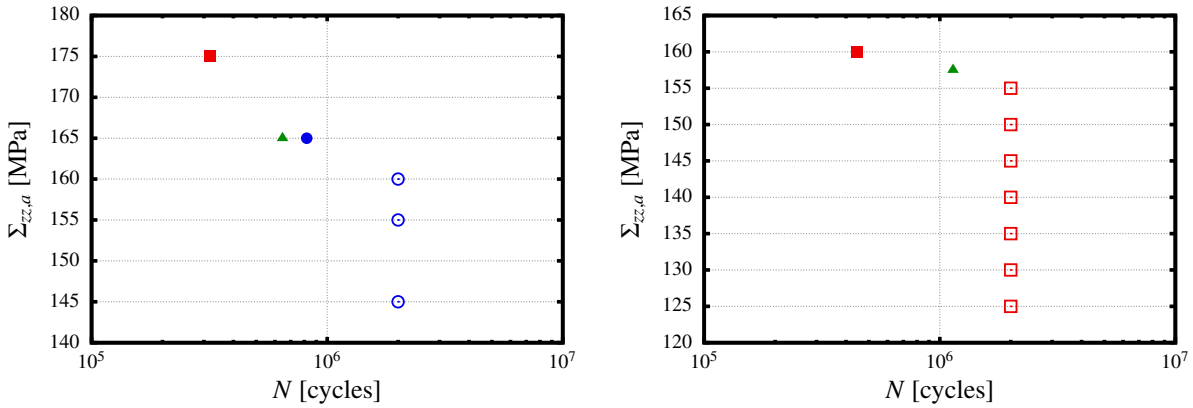
FIGURE III.34 – Résultats des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) sur les éprouvettes sans défaut.

Comme dans le cas des essais en traction uniaxiale alternée symétrique, les fissures s'amorcent sur la surface intérieure et se propagent macroscopiquement dans le plan de vecteur normal $\underline{e}_z$.

5.2.6 Traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0°$)

Le nombre de cycles supportés par l'ensemble des éprouvettes sollicitées en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0°$) pour les différents paliers de chargement auxquels ces dernières ont été soumises sont présentées, pour chaque taille de défaut, dans un diagramme $\Sigma_{zz,a}$-N en figure III.35 et dans le tableau C.6 en annexe C.

Avec les conditions de chargement choisies pour les essais de traction biaxiale alternée, l'orientation du plan de la contrainte principale maximale est constante et est identique au cas de la traction uniaxiale. Les observations des éprouvettes suites à ces essais ont permis de vérifier que les fissures se propageaient bien suivant le plan de la contrainte principale maximale. De plus, comme attendu, le site d'amorçage des fissures de fatigue se situe sur la surface intérieure dans le cas des éprouvettes saines. Les constats sont plus variables dans le cas d'éprouvettes présentant un défaut. Contrairement à ce qui était attendu, l'amorçage n'a pas lieu systématiquement sur la surface extérieure, au niveau du défaut. En effet, contrairement à l'éprouvette n° 1 (voir figure III.36), l'amorçage de la fissure de fatigue dans l'éprouvette n° 2 a eu lieu sur la surface intérieure et qui plus est, loin du défaut.



(a) $D = 0$ μm (b) $D = 365$ μm

Éprouvette n°	1	2	3
Non-rompue	⊡	△	⊙
Rompue	■	▲	●

FIGURE III.35 – Résultats des essais de fatigue en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$) sur les éprouvettes avec un défaut de diamètre (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 365$ μm.

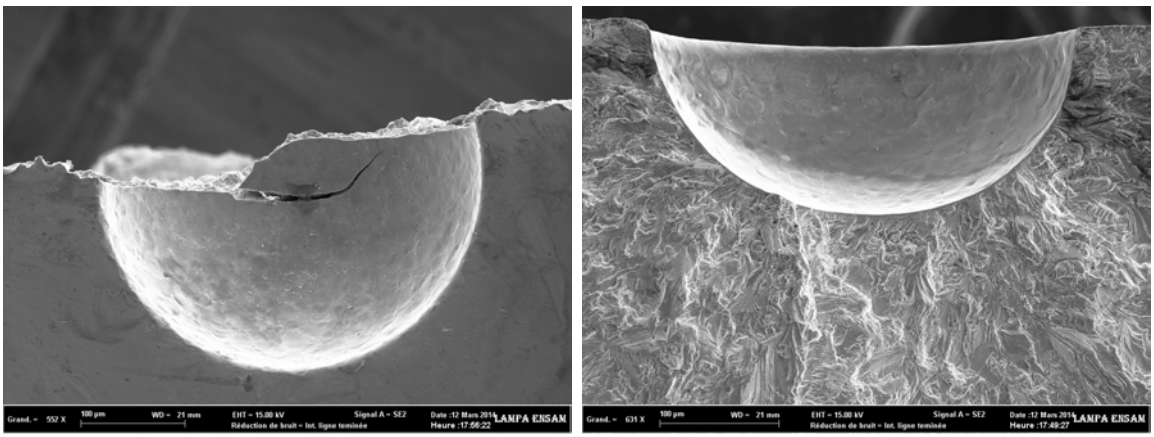
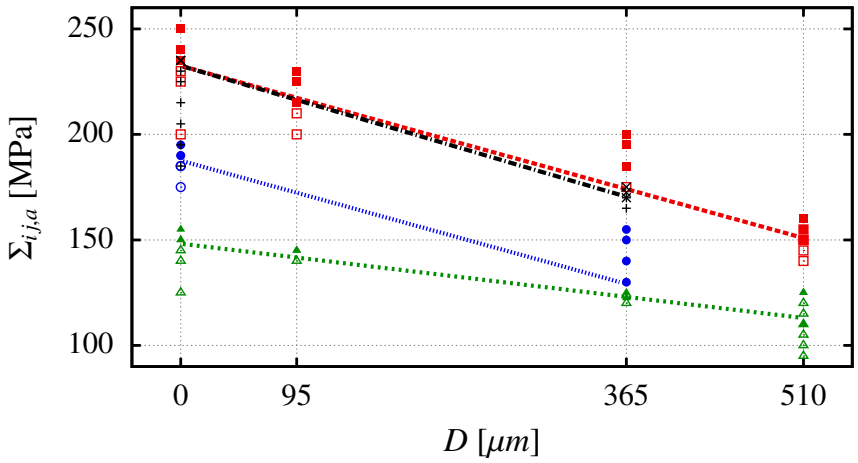


FIGURE III.36 – Micrographies du défaut et du faciès de rupture d'une éprouvette sollicitées en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$) avec un défaut de diamètre $D = 365$ μm.

6 Discussion sur les résultats des essais

6.1 Discussion sur les essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques

L'ensemble des résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques, y compris les chargements de traction uniaxiale alternée symétrique et de torsion alternée symétrique, est rassemblé dans un même diagramme $\Sigma_{ij,a}$-D en figure III.37. Il est à noter que les chargements de traction uniaxiale alternée symétrique et de torsion alternée symétrique correspondent respectivement au cas où $k_{\theta z} = 0$ et $k_{\theta z} = \infty$. De plus, l'amplitude $\Sigma_{ij,a}$ est $\Sigma_{zz,a}$ pour la traction uniaxiale alternée symétrique et les chargements en traction-torsion alternées symétriques alors que cette amplitude correspond à $\Sigma_{\theta z,a}$ pour la torsion alternée symétrique. Cette figure met clairement en évidence l'effet favorable du



Conditions	$k_{\theta z} = 0$	$k_{\theta z} = \infty$	$k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$	$k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$
$\Sigma_{ij,a}$	$\Sigma_{zz,a}$	$\Sigma_{\theta z,a}$	$\Sigma_{zz,a}$	$\Sigma_{zz,a}$
Non-rompue	⊡	△	⊙	+
Rompue	■	▲	●	×
Tendance	------	.....	.....	-.-.-

FIGURE III.37 – Résultats des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques, pour différents rapports de biaxialité $k_{\theta z}$ et déphasages $\varphi_{\theta z}$, en fonction du diamètre du défaut.

déphasage dans le cas d'un chargement en traction-torsion alternées symétriques avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$ et ce, quel que soit le type d'éprouvette considérée (saine ou présentant un défaut de diamètre $D = 365$ μm). En effet, il apparaît que l'ajout d'une amplitude de contrainte $\Sigma_{\theta z,a}$ ne conduit pas à une diminution appréciable de l'amplitude de contrainte admissible $\Sigma_{zz,a}$ lorsque le rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$ et le déphasage $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$. Au contraire, l'ajout d'une amplitude de contrainte $\Sigma_{\theta z,a}$ en phase provoque une chute significative de l'amplitude de contrainte admissible $\Sigma_{zz,a}$ pour un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$. Dans cette condition de chargement, une diminution de la contrainte

admissible $\Sigma_{zz,a}$ de l'ordre de 20% est constatée pour les éprouvettes saines et de 30% pour les éprouvettes présentant un défaut de diamètre $D = 365$ μm.

Par ailleurs, il est à noter que les tailles de défaut choisies ne permettent pas de statuer sur l'éventuelle existence d'une taille critique de défaut en dessous de laquelle la limite de fatigue n'est pas affectée par le défaut. De plus, la représentation des résultats dans un diagramme de Kitagawa-Takahashi ne fait pas apparaître clairement un seuil décrit par une pente de $-1/6$ comme suggéré par Susmel [110]. Dans ces conditions, il peut être plus pertinent d'étudier l'évolution du rapport φ (Eq. II.16) en fonction du diamètre D du défaut afin de permettre une comparaison des présents résultats aux tendances expérimentales observées dans la littérature. Comme φ est le rapport de la limite de fatigue moyenne en torsion alternée symétrique sur la limite de fatigue moyenne en traction alternée symétrique, il est nécessaire de déterminer, à partir des résultats des essais, les limites de fatigue moyennes. Ces dernières sont estimées, pour chaque condition d'essai (c'est-à-dire, pour chaque type de sollicitation et chaque taille de défaut), en moyennant deux amplitudes de contrainte :

- $\Sigma_{ij,a}^{NF}$ correspondant à l'amplitude maximale testée pour laquelle aucune fissure de fatigue n'a été observée ;
- $\Sigma_{ij,a}^{F}$ correspondant à l'amplitude minimale testée pour laquelle aucune éprouvette n'a supportée 2.10^6 cycle de fatigue sans amorçage de fissure.

L'évolution du rapport φ en fonction du diamètre D du défaut est présentée en figure III.38. Au vu de la figure III.38, il apparaît que le rapport φ croît de 0,63 à 0,75 lorsque le

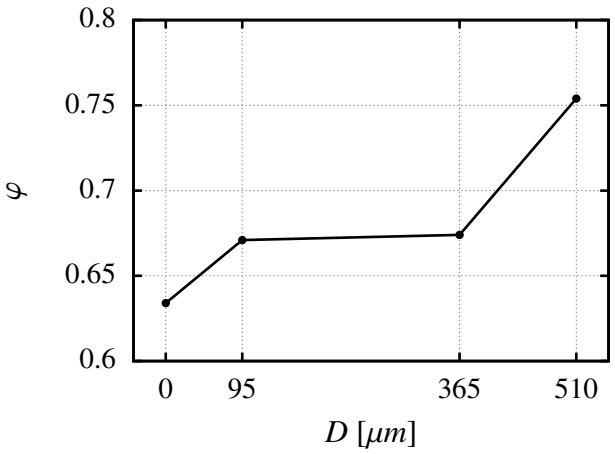
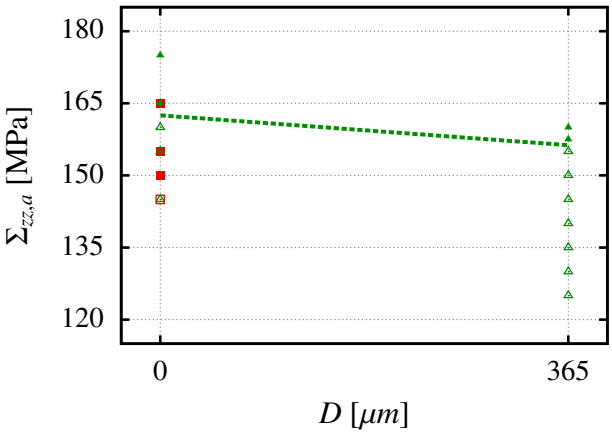


FIGURE III.38 – Évolution du rapport φ observé expérimentalement sur l'acier austénitique 316L en fonction du diamètre D du défaut.

diamètre D du défaut passe de 0 à 510 μm. De même, une bonne adéquation est constatée entre l'évolution de φ observée sur l'acier 316L et les tendances expérimentales discutées en section 3.4.2 du chapitre II. En particulier, une grande similarité peut être notée entre les présents résultats et l'évolution du rapport φ déterminée à partir des résultats d'essais de fatigue conduit par Endo [113] sur des éprouvettes en acier C37 trouée. En effet, pour cet acier, le rapport φ varie de 0,62 à 0,80 pour un diamètre D de défaut allant de 0 μm à 500 μm.

6.2 Discussion sur les essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$

L'ensemble des résultats des essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$, y compris le chargement de traction uniaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ (correspondant au cas où $k_{\theta\theta} = 0$), est rassemblé dans un même diagramme $\Sigma_{zz,a}$-D en figure III.37. Au vu de ces résultats, il apparaît nettement



Conditions	$k_{\theta\theta} = 0$	$k_{\theta\theta} = 0{,}5$
Non-rompue	□	△
Rompue	■	▲

FIGURE III.39 – Résultats des essais de fatigue en traction biaxiale alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ en phase, pour différents rapports de biaxialité $k_{\theta\theta}$, en fonction du diamètre du défaut.

un effet bénéfique de l'augmentation du rapport de biaxialité $k_{\theta\theta}$. En effet, l'ajout d'une amplitude $\Sigma_{\theta\theta,a}$ en phase conduit a une augmentation de l'ordre de 10% de l'amplitude de contrainte admissible $\Sigma_{zz,a}$ pour un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$. Il est à noter que les critères intégrale et probabiliste étudiés au chapitre II prédisent un effet bénéfique, sur la tenue en fatigue, d'un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$ dans le cas d'un chargement en traction biaxiale en phase mais avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$ (voir figure II.10).

Par ailleurs, il peut être observé que le défaut de diamètre $D = 365$ μm a une faible influence sur la tenue en fatigue en prenant comme référence le cas sans défaut. En effet, la limite de fatigue ne décroît que de 3% lorsque D varie de 0 μm à 365μm. À titre de comparaison, la diminution de la limite de fatigue en traction uniaxiale alternée symétrique est de l'ordre de 23% entre l'éprouvette saine et l'éprouvette contenant un défaut de diamètre $D = 365$ μm.

6.3 Discussion sur l'effet de l'enlèvement de matière par électro-érosion sur la tenue en fatigue

Le procédé d'électro-érosion peut affecter notablement l'état métallurgique et mécanique du matériau au voisinage de la surface usinée [129]. Les modifications métallurgiques rencontrées lors de l'électro-érosion d'aciers austénitiques sont de différentes natures. D'une part, une modification locale de la composition chimique peut être constatée. Ce changement de composition chimique est dû à la diffusion, dans le matériau, d'éléments chimiques du fluide diélectrique et en particulier du carbone et de l'hydrogène. La diffusion de ce dernier élément peut fragiliser le matériau et ainsi conduire à une diminution de la tenue en fatigue. D'autre part, la formation en surface d'une couche blanche ayant une structure dendritique formée par la fusion puis la solidification rapide du métal lors de l'électro-érosion est couramment observée [129, 130]. La phase austénitique étant stable à température ambiante, aucune couche trempée n'apparaît sous cette couche blanche. Une observation plus rapprochée des faciès de rupture au MEB permet de distinguer la zone affectée microstructuralement par l'opération d'électro-érosion par enfonçage. Un exemple est présenté en figure III.40 pour un défaut de diamètre $D = 365$ μm. La couche blanche se distingue du matériau de base par l'absence de stries de fatigue. Il apparaît que l'épaisseur de cette couche est assez irrégulière et est de l'ordre de 2 μm. L'état mé-

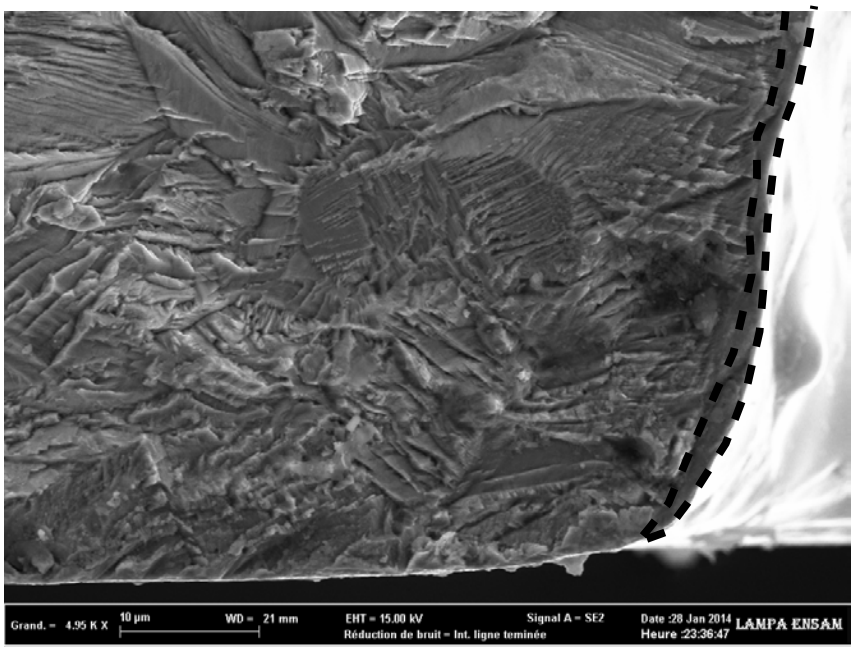


FIGURE III.40 – Vue détaillée du bord d'un défaut de diamètre $D = 365$ μm et mise en évidence, par des traits pointillées, de la couche blanche.

canique au voisinage du défaut est, quant à lui, principalement modifié par la présence d'un champ de contraintes résiduelles au voisinage de la région usinée par électro-érosion. Ces contraintes résiduelles étant positives en surface, un effet défavorable de ces dernières sur la tenue fatigue est attendu. De plus, les niveaux atteints par ces contraintes peuvent

conduire à l'apparition de fissures dans la couche blanche avant même que le matériau ne soit sollicité [129, 130]. Afin de s'assurer que, dans notre cas, l'opération d'électro-érosion n'engendraient pas de fissures en surface, les défauts ont été contrôlés avant que les éprouvettes ne soient soumises aux essais de fatigue. Il s'est avéré que le régime d'usinage (faibles durées d'impulsion et de décharge, faible intensité) opté pour la réalisation des défauts a permis qu'aucune fissuration superficielle n'ait lieu.

Dans le cas présent, il est difficile d'estimer l'influence de l'opération d'électro-érosion sur la tenue en fatigue du fait de l'impossibilité :

- de mesurer les contraintes résiduelles induites par ce procédé au voisinage des défauts ;
- et de caractériser le comportement mécanique de la couche blanche.

Néanmoins, il peut être observé que dans le cas des éprouvettes sollicitées en torsion et ayant un défaut de diamètre $D = 95$ μm, la réduction de la limite de fatigue est inférieure à 5% par rapport celle des éprouvettes saines. Ainsi, même si cette diminution était uniquement causée par le procédé et non par la concentration de contrainte induite par l'accident géométrique alors l'effet de l'opération d'électro-réosion sur la tenue en fatigue resterait, malgré tout, très faible.

7 Conclusion

Les comportement en fatigue oligocyclique de l'acier austénitique 316L a été étudié sous différentes conditions de sollicitation : traction alternée symétrique, torsion alternée symétrique et traction-torsion alternée symétrique déphasée de 90°. Les essais sont conduits à amplitude de déformation totale imposée. Quel que soit la nature de la sollicitation, trois phases peuvent être distinguées – pour la plage d'amplitudes de déformation étudiée – dans les réponses mécaniques macroscopiques de la nuance d'acier 316L sollicitée en fatigue oligocyclique :

- une première phase de quelques cycles durant laquelle un durcissement cyclique très faible est observé ;
- une deuxième phase caractérisée par un adoucissement cyclique jusqu'à mi-durée de vie ;
- une troisième phase, de la mi-durée de vie jusqu'à rupture, durant laquelle l'amplitude de contrainte est stabilisée ou, tout du moins, ne présente que des variations négligeables.

Ces tendances sont similaires à celles constatées, dans le cas de la traction alternée et pour des amplitudes de déformations comparables, par Polák et al. [116] et Schwartz [90] pour des nuances d'acier austénitique proches de celles faisant l'objet de notre étude.

Les modèles de comportement élastique considérées dans cette étude sont l'élasticité isotrope et l'élasticité cubique. Les paramètres du premier modèle sont identifiés à partir d'essais de traction uniaxiale monotone. Les paramètres du modèle d'élasticité cubique ont été identifié par Teklu et al. [104] à l'aide d'essais expérimentaux conduit sur des monocristaux d'aciers austénitique. L'identification du comportement plastique de l'acier austénitique 316L s'appuie, quant à elle, sur les essais de fatigue oligocyclique. Deux modèles de comportement plastique sont identifiés : un modèle de plasticité monocristalline et un modèle de plasticité « macroscopique ». Le premier modèle sert dans les chapitres

qui suivent à modéliser le comportement plastique des grains ; le second permettra, quant à lui, de définir le comportement plastique d'une matrice homogène et isotrope (voir chapitre V). Les paramètres de ces modèles de plasticité sont identifiés de manière à minimiser l'écart quadratique entre les réponses mécaniques macroscopiques prédites par ces modèles et celles déterminées expérimentalement lors de la phase de durcissement cyclique des essais de fatigue oligocyclique, c'est-à-dire, lors des 3 premiers cycles de chargement. Dans le cas du modèle de plasticité monocristalline, la démarche d'identification repose sur des méthodes de transition d'échelle (modèles de Berveiller et Zaoui et β). Afin de valider le jeu de paramètres identifié, les réponses mécaniques macroscopiques obtenues à l'aide de simulations numériques par éléments finis d'agrégats polycristallins sont comparées aux réponses expérimentales. Un bon accord est constaté dans le cas des chargements simples. Des écarts plus importants, mais toutefois raisonnables, sont observés pour le chargement combiné en traction-torsion déphasée de 90°. En effet, ces écarts ne dépassent pas 15% pour la composante de contrainte normale axiale et 6% pour la composante de de contrainte de cisaillement.

Par ailleurs, des essais de fatigue à grand nombre de cycles, conduits sur des éprouvettes en acier austénitique 316L saines ou présentant un accident géométrique hémisphérique, ont permis d'estimer les limites de fatigue moyennes, définies à 2.10^6 cycles, sous différentes conditions de sollicitation et ce, pour différentes tailles de défaut. Les essais sont conduits à amplitude de contrainte imposée. Les conditions de chargement étudiées sont :

- la traction uniaxiale alternée symétrique ;
- la torsion alternée symétrique ;
- la traction et la torsion alternées symétriques en phase avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$ avec $k_{\theta z} = \Sigma_{\theta z}/\Sigma_{zz}$;
- la traction et la torsion alternées symétriques déphasées de 90° avec un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = 0{,}5$;
- la traction uniaxiale répétée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$;
- la traction biaxiale en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$ avec $k_{\theta\theta} = \Sigma_{\theta\theta}/\Sigma_{zz}$.

Quatre tailles de défaut, caractérisées par le diamètre D de l'accident géométrique hémisphérique, sont considérées : 0 μm, 95 μm, 365 μm et 510 μm.

Dans le cas d'un chargement en traction-torsion alternées symétriques, un effet très favorable du déphasage sur la tenue en fatigue est constaté et ce, quel que soit le type d'éprouvette considérée (saine ou présentant un défaut de diamètre $D = 365$ μm). En outre, il apparaît que les tailles de défaut choisies ne permettent pas de statuer sur l'éventuelle existence d'une taille critique de défaut en dessous de laquelle la limite de fatigue n'est pas affectée par le défaut. De plus, la représentation des résultats dans un diagramme de Kitagawa-Takahashi ne fait pas apparaître clairement un seuil décrit par une pente de $-1/6$ comme suggéré par Susmel [110]. Néanmoins, l'évolution du rapport de la limite de fatigue moyenne en traction $R_\sigma = -1$ sur la limite de fatigue moyenne en torsion à $R_\sigma = -1$, en fonction du diamètre D du défaut, présente une bonne concordance avec les tendances expérimentales observées dans la littérature.

Dans le cas de chargement d'un chargement en traction biaxiale à $R_\sigma = 0{,}1$, il apparaît que l'augmentation du rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = \Sigma_{\theta\theta}/\Sigma_{zz}$, de 0 à 0,5, provoque un

accroissement de la tenue en fatigue. Cette constatation concorde avec les prédictions obtenues, pour les mêmes conditions de sollicitation mais avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$, avec les critères de fatigue intégrale et probabiliste étudiés au chapitre II. Par ailleurs, il peut être observé qu'un défaut de diamètre $D = 365$ μm influe peu sur la limite de fatigue en traction biaxiale à $R_\sigma = 0{,}1$ par rapport aux autre conditions de sollicitation étudiées.

Chapitre IV

Analyse des conditions de glissement plastique dans l'acier 316L soumis à des chargements de flexion plane et de torsion

Sommaire

1 Introduction 160
2 Essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic 160
2.1 Dimensionnement de l'éprouvette 160
2.2 Préparation des éprouvettes en vue de l'analyse EBSD 161
2.3 Conditions et résultats des essais de fatigue réalisés sur la Rumul CrackTronic 162
3 Analyse de la surface des éprouvettes par EBSD 164
3.1 Conditions de réalisation des cartographies EBSD 164
3.2 Repérage des régions analysées 165
3.3 Traitement des cartographies 166
3.4 Analyse métallurgique de l'acier 316L à partir des cartographies EBSD 167
3.5 Analyse succincte de l'activité plastique suite aux sollicitations de fatigue 170
4 Modélisation par éléments finis 172
4.1 Génération de la CAO et du maillage de la microstructure . . . 174
4.2 Modèle de comportement 179
4.3 Conditions aux limites 182
5 Comparaison entre les observations expérimentales et les prédictions des modèles éléments finis 184
5.1 Traitement des résultats 184
5.2 Discussion 185
6 Conclusion 187

1 Introduction

Le premier objectif de ce chapitre consiste à caractériser l'état métallurgique de l'acier 316L étudié, à l'aide d'analyses EBSD. Ce moyen de mesure offre, la possibilité de déterminer la distribution de tailles de grain, de doser les phases présentes dans le matériau, d'étudier la nature des joints de grain en quantifiant la désorientation entre deux grains adjacents, etc. Le second objectif consiste à étudier le développement de la plasticité dans des éprouvettes en acier 316L sollicitées en fatigue à grand nombre de cycles et ce, à l'aide d'analyses EBSD et de simulations numériques reproduisant les essais de fatigue sur les microstructures observées. L'idée est de lier plus étroitement la modélisation numérique et les essais expérimentaux afin de s'assurer, qualitativement, de l'aptitude des modèles éléments finis à prédire l'activité plastique se développant dans des microstructures soumises à des chargements mécaniques cycliques de faible amplitude.

Le chapitre se décompose en 4 parties. Les conditions et les résultats des essais de fatigue effectués dans le cadre de cette étude sont exposés. Les conditions de réalisation et le traitement des analyses EBSD sont présentées et sont accompagnés de la caractérisation métallurgique de l'acier 316L faisant l'objet de ces travaux. La construction des modèles éléments finis s'appuyant sur les microstructures analysées par EBSD est ensuite détaillée. Le chapitre s'achève sur une comparaison entre l'activité plastique prédite par les simulations numériques d'agrégats polycristallin et celle observée expérimentalement.

2 Essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic

Dans cette étude, les essais de fatigue sont conduits sur une machine d'essai de fatigue électromécanique à résonance Rumul CrackTronic (voir figure IV.1). Le choix d'effectuer les essais de fatigue sur cette machine est motivé par le fait de disposer d'éprouvettes de petites dimensions permettant leur observations au MEB en vue de réaliser des analyses EBSD dans des régions de la partie utile des éprouvettes.

La machine d'essai Rumul CrackTronic permet, à l'aide des montages proposés par le fabricant, de solliciter des éprouvettes soit en flexion plane alternée, soit en torsion alternée ; ces deux modes de chargement sont utilisés dans cette étude.

2.1 Dimensionnement de l'éprouvette

Le dimensionnement des éprouvettes utilisées pour les essais de fatigue réalisés sur la Rumul CrackTronic a nécessité de prendre une compte plusieurs contraintes : certaines imposées par la machine d'essais et les systèmes de fixation de ses montages ; d'autres fixées dans un souci de simplification de réalisation et de préparation des éprouvettes.

Pour faciliter la réalisation des éprouvettes, il a été décidé d'utiliser la même géométrie d'éprouvette à la fois pour le montage de flexion plane et pour celui de torsion. En plus de cette contrainte, le montage utilisé sur la machine pour solliciter l'éprouvette en torsion, limite la longueur totale de cette éprouvette à 120 mm et implique que ses têtes d'amarrage soient de section carré de coté $c \leq 12\ mm$. En outre, il est nécessaire, au vu des montages de flexion plane et de torsion, de limiter la longueur de la partie utile de l'éprouvette à environ 30 mm.

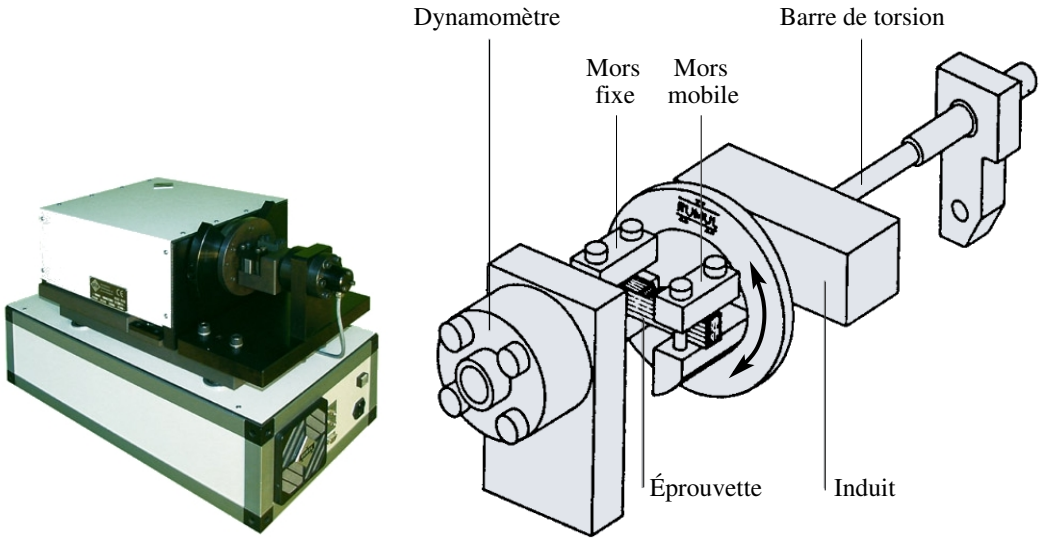


FIGURE IV.1 – Machine d'essai de fatigue électromécanique à résonance Rumul CrackTronic équipée du montage de flexion plane.

En plus des contraintes géométriques imposées à l'éprouvette, il est nécessaire de tenir compte des caractéristiques mécanique de la machine lors du dimensionnement de l'éprouvette. Le couple C à appliquer, pour obtenir un niveau voisin de la limite de fatigue, doit être compris dans la plage de mesure du capteur de couple (c.-à-d. ± 80 N.m) et le débattement angulaire α entre les têtes d'amarrage fixe et mobile ne doit pas excéder $\pm 1^{\circ}$. La condition sur le couple C implique donc de disposer d'une section suffisamment petite de sorte que le couple à appliquer n'excède pas ± 80 N.m mais aussi, que cette section ne soit pas trop faible afin de conserver une bonne précision dans la mesure du couple. La condition sur le débattement angulaire impose de disposer d'une éprouvette ayant une rigidité suffisante, que ce soit en flexion plane ou en torsion, de manière à ne pas dépasser un débattement de $\pm 1^{\circ}$. Ainsi, la faible marge de manœuvre sur la longueur utile de l'éprouvette fait qu'il est nécessaire, une fois encore, que l'aire de la section de l'éprouvette soit suffisamment importante pour limiter le débattement angulaire.

Plusieurs géométries ont été étudiées à l'aide de simulations numériques par éléments finis. La géométrie d'éprouvette retenue est présentée en figure B.3 dans l'annexe B. Il est à noter qu'un méplat est réalisé dans la partie utile de l'éprouvette afin de permettre l'analyse EBSD.

2.2 Préparation des éprouvettes en vue de l'analyse EBSD

Des barreaux de section droite identique à celle des têtes d'amarrages des éprouvettes pleines ont été prélevés par électroérosion à fil dans le même lot de barres que celui utilisé pour le prélèvement des éprouvettes tubulaires. L'axe des barreaux est colinéaire à l'axe des barres. Le positionnement des barreaux dans les barres est choisi de manière à ce que la partie utile des éprouvettes pleines coïncident au mieux avec la partie utile des éprouvettes tubulaires et en évitant le centre de la barre. La partie utile des éprouvettes

pleines est ensuite réalisée par tournage et est polie.

Le méplat est réalisé par polissage sur une polisseuse à disque munie d'une couronne, permettant ainsi d'obtenir la largeur de méplat souhaitée. Des polissages successifs sont effectués avec des papiers abrasifs en carbure de silicium de différentes granulométries FEPA : P600, P1200 et P2400. La dernière étape de polissage mécanique est réalisée à l'aide d'un drap en feutre sur lequel est pulvérisé une solution diamantée ayant une granulométrie de 3 μm.

Afin d'améliorer la qualité des diagrammes de diffraction d'électrons rétrodiffusés, la couche écrouie formée sur la surface du méplat lors du polissage mécanique est enlevée à l'aide d'un polissage électrolytique. L'électrolyte utilisé dans cette opération est un mélange réalisé au laboratoire ayant les proportions suivantes :

- 70% éthanol dénaturé ;
- 10% éther monobutylique de l'éthylène glycol (Butoxy-2 éthanol) ;
- 20% d'acide perchlorique.

Le polissage électrolytique est effectué à température ambiante et à 40 V avec le système de polissage MoviPol-3 de Struers. Ce système est muni d'un pistolet de polissage permettant de réaliser un polissage électrolytique localisé dans les régions du méplat qui seront analysées. De plus, ce système est doté d'une pompe garantissant un flux constant d'électrolyte. Afin de limiter l'échauffement de l'électrolyte et donc de réduire le risque d'explosion, le polissage électrolytique est réalisé en 6 passes de 4 secondes. Entre chaque passe, le pistolet de polissage est tourné d'un angle de 90° de manière à uniformiser le polissage. La surface électro-polie est ensuite rincée à l'eau distillée puis à l'éthanol.

2.3 Conditions et résultats des essais de fatigue réalisés sur la Rumul CrackTronic

Les essais de fatigue conduits à température ambiante sur la Rumul CrackTronic sont pilotés en couple avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$. Pour chaque type de sollicitation (flexion plane et torsion), une éprouvette est testée. Afin d'obtenir des conditions d'essais proches de celles des essais de fatigue conduits sur les éprouvettes tubulaires, la fréquence de sollicitation de la CrackTronic est réduite à l'aide de masses additionnelles montées sur le disque en rotation. Cet ajout permet d'abaisser la fréquence de 80 Hz à 35 Hz environ. La fréquence de sollicitation reste donc malgré tout plus importante que celle imposée lors des essais de fatigue réalisés sur la machine d'essai servo-hydraulique Instron 8850. Dans le but de s'assurer que cette augmentation de fréquence de sollicitation n'entraîne pas d'élévations de température significativement plus importantes que celles observées sur les éprouvettes tubulaire, des mesures de température ont été effectuées sur une éprouvette instrumentée par un thermocouple de type T. L'échauffement mesuré sur la surface extérieure de l'éprouvette sollicitée à 35 Hz en torsion au voisinage de la limite de fatigue est du même ordre de grandeur que celui mesuré sur l'éprouvette tubulaire sollicitée à 10 Hz. Deux critères d'arrêt sont spécifiés pour chaque essai : l'arrêt survient soit lorsque le compteur atteint 2.10^6 cycles, soit lorsqu'une variation de fréquence de 1 Hz est détectée, ce qui se produit lorsqu'une fissure s'amorce dans l'éprouvette.

Pour la sollicitation en flexion plane, l'amplitude de couple imposée à l'éprouvette est de 22,5 N.m. Dans le cas du chargement de torsion, une amplitude de couple de 28,5

N.m est appliquée sur l'éprouvette. L'évolution, le long de la ligne moyenne du méplat, de l'amplitude de chaque composante non nulle du tenseur des contraintes macroscopiques est déterminée pour chaque type de sollicitation à l'aide d'une simulation numérique par éléments finis effectuée sur ABAQUS. Dans le modèle éléments finis, l'éprouvette, dont le comportement est défini comme élastique linéaire isotrope, est soumise aux mêmes niveaux de sollicitation que ceux imposés lors des essais. Le maillage de l'éprouvette est présenté en figure IV.2. L'évolution, le long de la ligne moyenne du méplat, des amplitudes de contraintes macroscopiques obtenues grâce aux simulations numériques est représentée en figure IV.3a pour le chargement en flexion plane alternée symétrique et en figure IV.3b pour le chargement en torsion alternée symétrique.

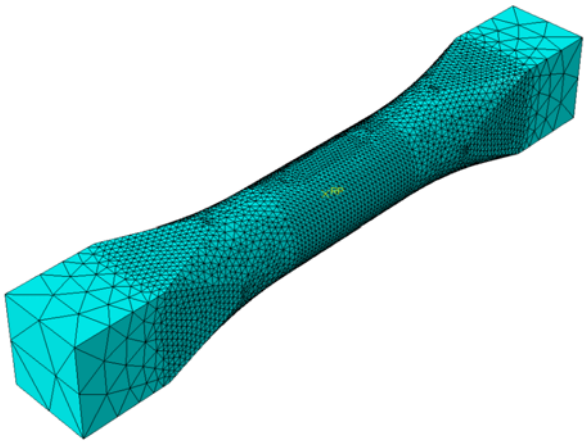
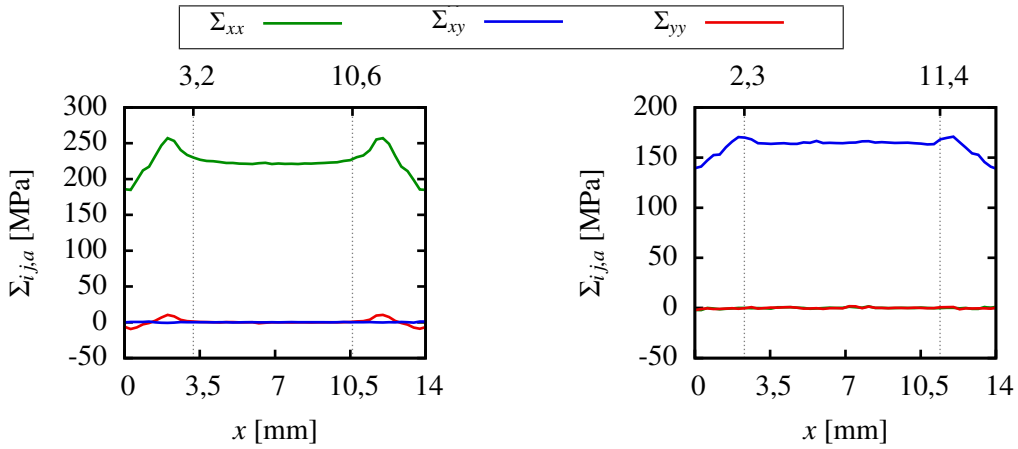


FIGURE IV.2 – Maillage de l'éprouvette utilisée pour les essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic.

Les résultats de la figure IV.3 indiquent que les amplitudes de contrainte imposées en flexion plane alternée et en torsion alternée sont supérieures à celle souhaitées, c'est-à-dire supérieures aux limites de fatigue déterminées lors des essais conduits sur les éprouvettes tubulaires. Ceci est dû au fait que la profondeur du méplat n'a pas été contrôlée avant les essais de fatigue sur la Rumul CrackTronic. Il s'est avéré par la suite que la profondeur du méplat est de 300 μm alors qu'une profondeur de 200 μm était initialement envisagée. Malgré des niveaux de sollicitation plus importants que les limites de fatigue déterminées lors des essais de fatigue conduits sur l'Instron 8850, l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée a tout de même tenu $1{,}7.10^6$ cycles avant qu'une chute de fréquence ne soit détectée et l'éprouvette sollicitée en torsion alternée a supporté $2{,}0.10^6$ cycles. Ceci peut être attribué à l'effet favorable d'un gradient de contrainte dans le cas de l'essai de flexion plane alternée et à un effet favorable de volume pour les deux essais. En effet, la région fortement sollicitée des éprouvettes pleines se réduit au voisinage du méplat, ce qui représente un volume plus faible que la partie utile des éprouvettes tubulaires.

Comme cela a été mentionné précédemment, une chute de fréquence a été détectée après environ $1{,}7.10^6$ cycles dans le cas de l'essai de flexion plane alternée. Cette chute de fréquence est due à la perte de rigidité suite à l'amorçage et la propagation d'une fissure au pied d'un des deux congés de raccordement du méplat. Cette fissure s'étend sur toute



(a) Flexion plane (b) Torsion

FIGURE IV.3 – Diagrammes des contraintes macroscopiques maximales obtenues par simulation EF le long de la ligne moyenne du méplat dans le cas des chargements (a) en flexion plane alternée symétrique et (b) en torsion alternée symétrique.

la largeur du méplat. Suite à une observation attentive de l'intégralité du méplat au MEB, une autre fissure a été repérée. Cette fissure est elle aussi située au voisinage du congé de raccordement du méplat et elle ne s'est propagée que dans deux grains. La propagation intragranulaire de cette fissure a lieu le long d'une bande de glissement dans chacun des grains. Ces deux bandes de glissement étant disjointes, une partie de la propagation se produit le long d'un joint de grain afin d'assurer la liaison entre elles.

Dans le cas de l'essai de torsion alternée, aucune chute de fréquence n'a été constatée et l'essai s'est arrêté à $2{,}0.10^6$ cycles. L'observation du méplat au MEB a permis de s'assurer qu'aucune fissure macroscopique ne s'était propagée dans l'éprouvette. Néanmoins, plusieurs fissures courtes se sont amorcées et propagées dans quelques grains sur une distance de 20 à 100 μm. La propagation est principalement de nature intragranulaire et a lieu le long d'une ou de deux bandes de glissement au sein d'un même grain. Dans une moindre mesure, de la propagation intergranulaire est observée.

3 Analyse de la surface des éprouvettes par EBSD

3.1 Conditions de réalisation des cartographies EBSD

Les analyses EBSD sont réalisées avec une caméra EBSD EDAX et un MEB Zeiss EVO-50 dans les conditions opératoires suivantes :

- une tension d'accélération de 25 kV ;
- une distance de travail de 29 mm ;
- un grandissement de $\times 500$.

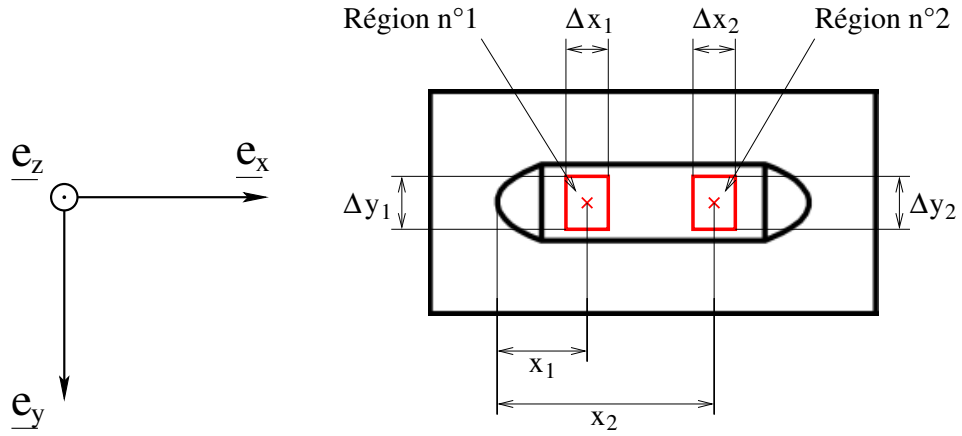
En outre, l'axe de l'éprouvette est dirigé par le vecteur $\vec{e}_x$ qui est colinéaire avec l'axe de rotation autour duquel peut être inclinée la platine ; ceci afin de permettre l'inclinaison du méplat à 70° par rapport à l'axe du canon à électrons. Le choix de cet angle d'inclinaison,

classique en pour les analyses EBSD, est justifié par le fait qu'il permet de maximiser le contraste du cliché d'électrons rétrodiffusés.

Même si la nuance d'acier austénitique étudiée a été sélectionnée pour son caractère monophasé (phase austénitique), il est important de s'assurer de la présence ou non de ferrite δ résiduelle. Ainsi deux phases sont considérées lors de l'indexation des bandes de Kikuchi :

- l'austénite γ de structure cubique à faces centrées et de paramètre de maille $a_\gamma = 0{,}365$ nm ;
- la ferrite δ de structure cubique centrée et de paramètre de maille $a_\delta = 0{,}287$ nm.

Les positions et les dimensions des régions analysées avant que les éprouvettes ne soient sollicitées sont précisées en figure IV.4. Les dimensions des régions cartographiées après sollicitation peuvent légèrement différer de ces dimensions. Les mesures sont effectuées sur une grille hexagonale ayant un pas de mesure de 0,8 μm suivant $\vec{e}_x$ et de $0{,}8\sin(\pi/3)$ μm, soit environ 0,69 μm, suivant $\vec{e}_y$.



Chargement	x_1 [mm]	x_2 [mm]	Δx_1 [μm]	Δx_2 [μm]	Δy_1 [μm]	Δy_2 [μm]
Flexion plane	3,2	10,6	188	200	315	325
Torsion	2,3	11,4	195	200	318	200

FIGURE IV.4 – Positions et dimensions des régions cartographiées lors de l'analyse EBSD pour l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée symétrique et l'éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique.

3.2 Repérage des régions analysées

Afin de pouvoir cartographier par EBSD les mêmes régions des éprouvettes avant et après sollicitation en fatigue, il est nécessaire de disposer d'un moyen pour repérer ces régions. Cette tâche est rendue difficile par le fait que les éprouvettes sont inclinées de 70°. Au vu de la bibliographie, plusieurs méthodes ont été employées. Un repérage à l'aide de plots d'or déposés sur la surface par électrolithographie et délimitant la région analysée a été utilisé par Dexet [131]. Dunne et al. [132] ont délimité la région analysée à l'aide de micro-indentation. Dans le cas présent, la démarche adoptée est différente, ne nécessite

pas de matériel particulier et ne risque pas de perturber la réponse mécanique des régions observées des éprouvettes.

Avant que les éprouvettes ne soient sollicitées, l'un des bords du méplat est positionné au centre de l'image produite par le MEB lorsque l'échantillon est inclinée de 70° par rapport à l'axe du canon à électrons. Un déplacement est appliqué à la platine de manière à centrer l'image sur une des régions analysées. Les points de repères (poussières, rayures...) au voisinage de la région analysés sont repérés s'ils existent. Enfin la cartographie EBSD de la région est réalisée. Lors de la réalisation de cette cartographie, un dépôt riche en carbone de quelques nm d'épaisseur se forme sur la surface de la région observée. Cette couche de contamination est le résultat d'une interaction entre le faisceau d'électrons et les hydrocarbures présents dans la chambre du MEB.

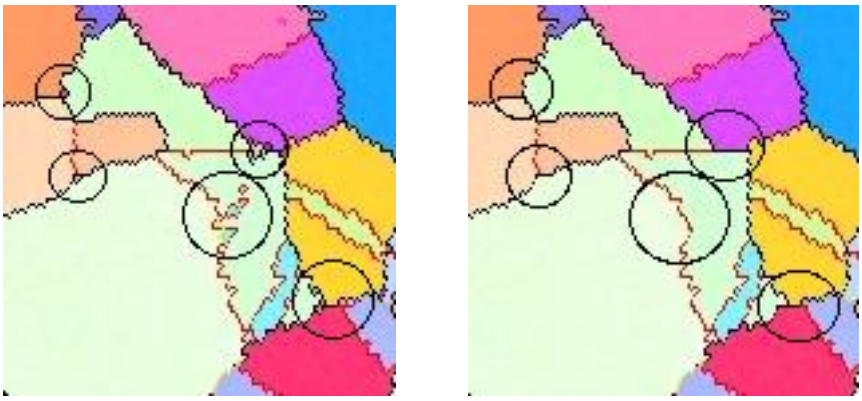
Après sollicitation, les éprouvettes sont observées au MEB. Le bord du méplat ayant servi de repère est de nouveau centré au mieux sur l'image produite par le MEB. Les mêmes consignes de déplacements sont données à la platine de manière à centrer l'image sur une des régions précédemment analysées. Les points de repères, ainsi que la couche de contamination, sont repérés afin de réaliser une nouvelle cartographie EBSD de la région.

3.3 Traitement des cartographies

Afin de rendre les cartographies EBSD exploitables, ces dernières subissent divers traitements effectués à l'aide du logiciel *TSL OIM analysis*. En premier lieu, les joints de grains sont détectés en traçant une frontière entre chaque paire de points dès lors que l'angle de désorientation entre cette paire est supérieure à 2°. La définition de l'angle de désorientation est fournie en annexe D.

Ces frontières permettent de définir des agglomérats de points. Afin de corriger les points de mesure aberrants, généralement situés à proximité des joints de grain, les orientations des agglomérats de moins de n points sont remplacées par celles des points voisins à l'aide d'une opération de dilatation. Le nombre de points n peut varier de 4 à 8 selon les cartographies. Cette correction est illustrée en figure IV.5. Dans cette exemple, une fine macle partiellement indexée ainsi que plusieurs points incorrectement indexés au voisinage des joints de grain et en particulier aux points triples sont présent avant correction (figure IV.5a). Suite au traitement (figure IV.5b), les points de mesure aberrants sont corrigés et la macle partielle n'apparaît plus. Il est donc à noter que ce traitement risque de sous-estimer les fractions linéiques réelles des joints de macle en surface.

Suite au traitement de correction, certains joints de grain particuliers sont détectés : les joints de macle $\Sigma 3$ et $\Sigma 9$. Les joints de macle $\Sigma 3$ sont caractérisés par un angle de désorientation de 60° autour d'un des axes $\langle 111 \rangle$. Les joints de macle $\Sigma 9$ sont quant à eux définis par un angle de désorientation de 38,9° autour d'un des axes $\langle 110 \rangle$. Pour chacun de ces deux joints de macle, des tolérances de 5° sont accordées sur l'angle de désorientation et sur l'orientation de l'axe autour duquel a lieu la désorientation. Il convient de noter que ces critères de détection des joints de macles ne sont pas suffisants pour faire la distinction entre les joints de macle cohérents et incohérents. Un joint de macle est dit cohérent si et seulement si le vecteur normal à son plan est colinéaire à l'axe, appartenant à $\langle 111 \rangle$ pour les joints $\Sigma 3$ et à $\langle 110 \rangle$ pour les joints $\Sigma 9$, autour duquel se produit la désorientation. Au contrainte, tout joint de macle développé dans un plan autre que ce plan est dit



(a) (b)

FIGURE IV.5 – Exemple de correction des points de mesure aberrants : cartographies d'orientation en figure de pôle inverse (a) avant correction et (b) après correction.

incohérent. La distinction entre joint de macle cohérent et joint de macle incohérent pourrait être effectuée en comparant l'orientation de la trace formée par l'intersection du plan de joint avec la surface libre à l'orientation de la trace formée par l'intersection du plan ayant pour normale l'axe autour duquel a lieu la désorientation avec la surface libre.

3.4 Analyse métallurgique de l'acier 316L à partir des cartographies EBSD

Dans un premier temps, une analyse de l'état métallurgique de l'acier 316L étudié est proposée. Les cartographies d'orientation en figure de pôle inverse réalisées, avant et après sollicitation des éprouvettes, sont fournies en annexe E.

Il est à noter que la texture cristallographique de l'acier 316L n'est pas caractérisée à partir des résultats des analyses EBSD car le nombre de grains contenus dans les régions analysées est trop faible pour permettre une description statistiquement représentative des orientations cristallographiques préférentielles. De ce fait, l'analyse de la texture cristallographique a été réalisée à l'aide de la diffraction des rayons X et est présentée en annexe A.

Phases détectées. La discussion sur les phases détectées lors de l'analyse EBSD s'appuie sur une cartographie brute (voir figure IV.6) obtenue à l'aide de la boîte à outils MTEX [133], c'est-à-dire sur une cartographie n'ayant pas subi le traitement visant à corriger les orientations des points de mesure aberrants. L'observation de la cartographie brute de l'acier 316L indique une constitution principalement austénitique (fraction surfacique de 99%) ainsi que la présence d'une très faible proportion de ferrite δ résiduelle (fraction surfacique de 1%) située uniquement au voisinage des joints de grain. De plus, cette phase ferritique est très localisée (agglomérats d'un à six points). Étant donné que la qualité d'indexation est plus faible à proximité des joints de grain qu'au centre des grains, il semble probable que la ferrite δ détectée soit plus le fait d'une erreur d'indexation que

Chargement	Région n°	f_L Σ3 [%]	f_L Σ9 [%]	Nombre de grains
Flexion plane	1	53,3	2,2	436
	2	50,2	2,1	613
Torsion	1	45,1	2,3	513
	2	50,2	2,0	298

TABLE IV.1 – Fractions linéiques f_L des joints de macle Σ3 et Σ9.

de la présence réelle de ferrite. De plus, l'absence d'arrangement de la phase ferritique observée sous forme de nappes ou d'îlots, couramment constaté [24, 90], renforce l'hypothèse selon laquelle cette ferrite détectée est une erreur de mesure. Ainsi, pour l'intégralité des cartographies présentées par la suite, seule la phase austénitique sera considérée lors de l'étape d'indexation.

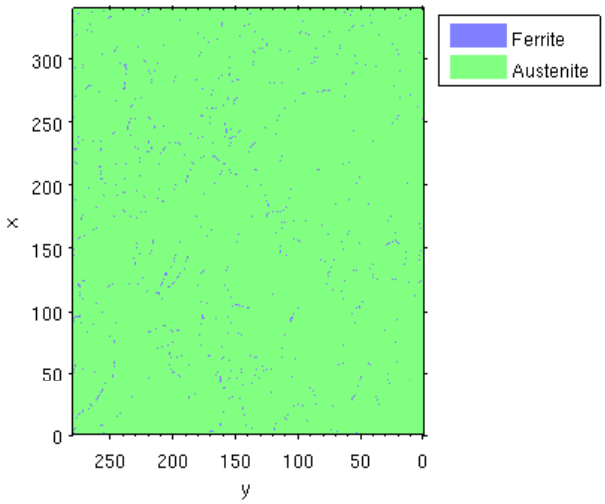


FIGURE IV.6 – Cartographie des phases détectées lors de l'analyse EBSD.

Joints de grains et joints de macle Σ3 et Σ9. En se basant sur les résultats des analyses EBSD réalisées avant que les éprouvettes ne soient sollicitées, il apparaît que la proportion de joints de macle Σ3 est très importante. La fraction linéique de ce type de joints de grains est en effet de l'ordre de 50%. Quelques joints de macle Σ9 sont aussi observables, dans une moindre mesure, sur les cartographies réalisées. Ces joints de grains ne représentent en fraction linéique que 2% des joints de grains rencontrés dans les diverses analyses EBSD effectuées. Les fractions linéiques de ces deux catégories de joints de macle sont spécifiées, pour chacune des régions analysées, dans le tableau IV.1. Même si la distinction entre les joints de macle cohérents et incohérents n'est pas prise en compte dans le traitement des résultats des analyses EBSD, les cartographies exposées en annexe E laissent supposer la présence de ces deux types de joints pour les macles Σ3.

En effet, les joints de macle rectilignes sont généralement cohérents alors que les joints de macle présentant des marches sont incohérents sur une portion du joint.

Tailles de grain Les grains au bord des cartographies ne sont pas considérés dans ce qui suit afin de ne pas biaiser l'analyse portant sur la taille de grain. De plus, les joints de macle sont pris en considération, au même titre que les joints de grains généraux, lors de la détermination de la taille de grain.

Il est possible, à partir des résultats des analyses EBSD, de déterminer la taille moyenne de grain. Plusieurs définitions de la taille moyenne de grain sont proposées dans la littérature. Nous nous appuierons sur celle préconisée par la norme NF EN ISO 643/2624 [134]. Selon cette norme, la taille moyenne de grain D_m est simplement définie, en fonction de l'aire moyenne de grain A_m, par l'équation suivante :

$$D_m = \sqrt{A_m} \quad \text{avec} \quad A_m = \frac{A_t}{N_g} \tag{IV.1}$$

Avec A_t et N_g correspondant respectivement à l'aire totale et au nombre de grains de la cartographie. Cette définition conduit dans notre cas à une taille de grain moyenne $D_m = 13{,}0$ μm.

Il peut être intéressant de préciser la manière dont la taille de grain est distribuée dans un polycristal. La taille d'un grain est couramment définie par le diamètre du « cercle équivalent » D_{eq}, c'est-à-dire du cercle ayant la même aire que celle du grain, notée A_g. Ainsi, la taille de grain D_{eq} est calculée à l'aide de la relation suivante :

$$D_{eq} = \sqrt{\frac{4A_g}{\pi}} \tag{IV.2}$$

La densité de taille de grain D_{eq} observée expérimentalement est présentée en figure IV.7a. La distribution de tailles de grain D_{eq} dans un polycristal est fréquemment décrite par la loi de probabilité log-normal [135, 136, 137], bien qu'elle puisse éventuellement être approximée par une loi de probabilité Gamma [149]. La densité de probabilité et la fonction de répartition de la loi log-normale, de paramètres μ et σ, sont respectivement rappelées en équations IV.3 et IV.4.

$$f\left(x;\mu,\sigma\right) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{\left(\ln(x)-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right] \tag{IV.3}$$

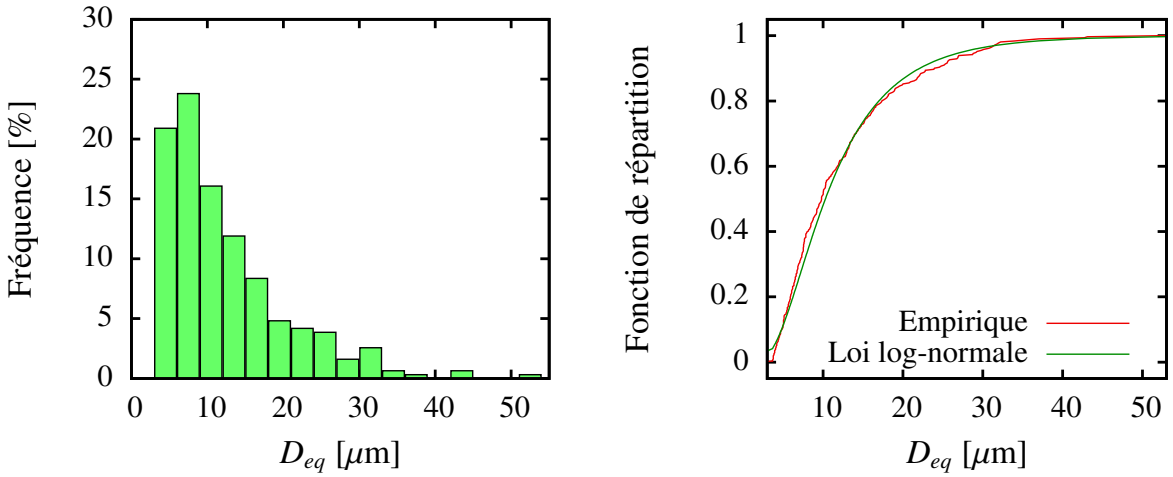
$$F\left(x;\mu,\sigma\right) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right] \tag{IV.4}$$

Les paramètres μ et σ correspondent respectivement à la moyenne et l'écart-type du logarithme népérien de la variable aléatoire X et peuvent être calculés à partir de l'espérance $\mathrm{E}(X)$ et la variance $\mathrm{Var}(X)$ de cette variable à l'aide des relations suivantes :

$$\mu = \ln(\mathrm{E}(X)) - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{\mathrm{Var}(X)}{\mathrm{E}(X)^2}\right) \tag{IV.5}$$

$$\sigma^2 = \ln\left(\frac{\mathrm{Var}(X)}{\mathrm{E}(X)^2} + 1\right) \tag{IV.6}$$

Dans le cas de la présente distribution de tailles de grain, les paramètres de la loi de probabilité log-normale sont $\mu = 2{,}21$ et $\sigma = 0{,}60$. La fonction de répartition de la loi de probabilité log-normale est tracée, pour ce jeu de paramètres, en figure IV.7b et est comparée à la fonction de répartition empirique. Un bon accord est observé entre ces deux fonctions de répartition.



(a) (b)

FIGURE IV.7 – Distribution de la taille de grain D_{eq} empirique : (a) densité empirique et (b) fonctions de répartition empirique et de loi de probabilité log-normale.

Afin de compléter cette analyse sur la taille de grain et de s'assurer que les grains ont une morphologie équiaxe, une cartographie EBSD complémentaire a été effectuée dans un plan normal à la direction de filage. Il a pu être constaté, suite à cette analyse, que la distribution de tailles de grain et la taille moyenne de grain ($D_m = 14{,}0$ μm) dans la section droite des barres sont similaires à celles observées dans la section longitudinale.

3.5 Analyse succincte de l'activité plastique suite aux sollicitations de fatigue

L'activité plastique dans les régions analysées par EBSD est étudiée ici au travers du développement des extrusions formées en surface par les bandes de glissement. Cette analyse s'appuie, d'une part, sur des observations au MEB et d'autre part, sur les cartographies de qualité d'image obtenues grâce aux analyses EBSD.

Cartographies de qualité d'image. La qualité d'image Q est définie, en chaque point de mesure, par la moyenne des intensités maximales des pics de Hough, ces pics étant les représentations de bandes de Kikuchi dans l'espace de Hough :

$$Q = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} I_n \tag{IV.7}$$

		Proportion de grain ayant n_{PA} plans de glissement différents activés				
Chargement	Région n°	0	1	2	3	4
Flexion plane	1	77,5	21,5	0,5	0,5	0
	2	89,7	10,0	0,3	0	0
Torsion	1	64,8	32,5	2,0	0,5	0,1
	2	70,1	26,5	2,7	0,7	0

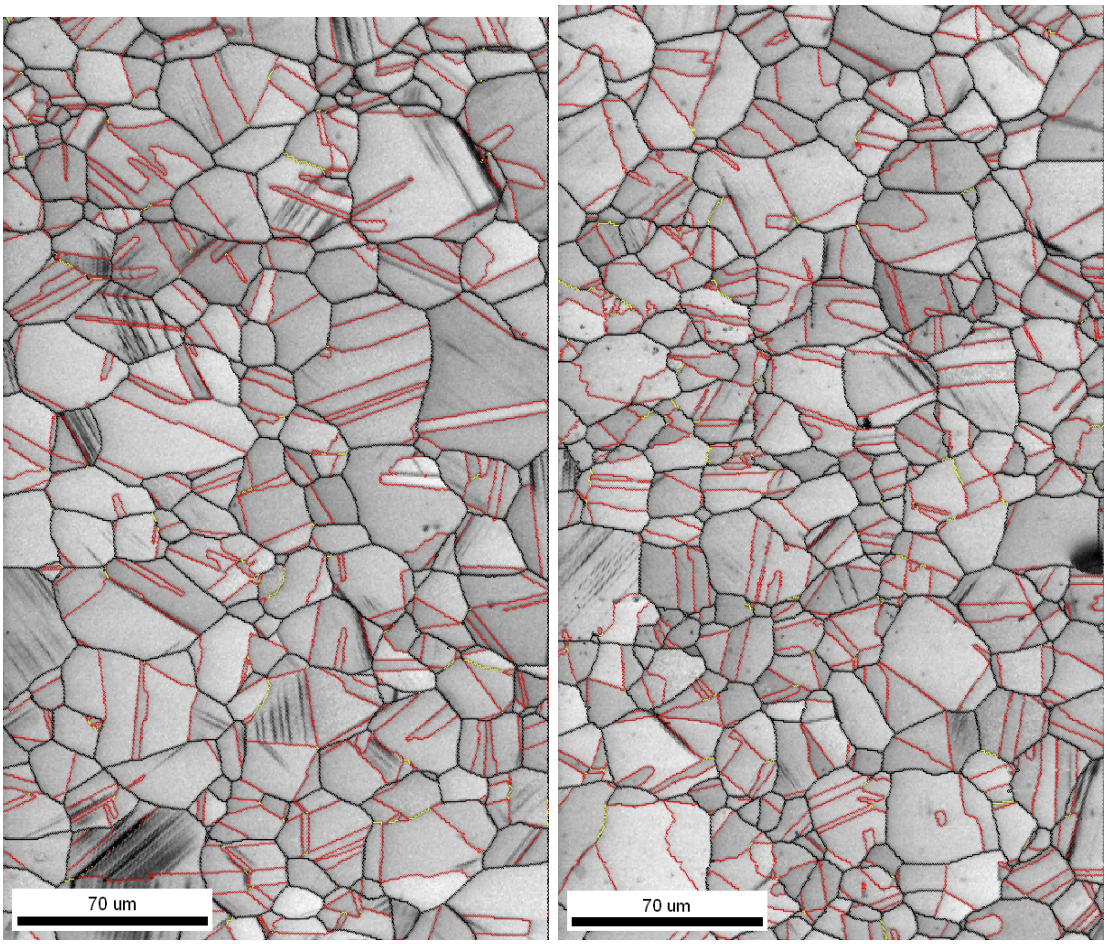
TABLE IV.2 – Proportion de grain ayant n_{PA} plans de glissement différents activés conduisant à la formation de bandes de glissement.

Avec N nombre de pics identifiés dans l'espace de Hough et I_n intensité maximale du pic n. Plus le cliché de diffraction est de bonne qualité, plus l'indice de qualité sera important. Ce paramètre permet ainsi de mettre en évidence, du fait de la faible qualité du cliché de diffraction, certaines imperfections des microstructures observées : extrusions formées par les bandes de glissement, joints de grain, poussières et rayures éventuelles.

Les cartographies obtenues, après sollicitation, dans les deux régions de l'éprouvette soumise à de la flexion plane alternée symétrique sont présentées en figure IV.8. La figure IV.9 illustre, quant à elle, les résultats d'analyses EBSD conduites, après sollicitation, dans les deux régions de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique. Sur ces cartographies, les joints de grains sont représentés par des traits noirs, les joints de macle $\Sigma 3$ par des traits rouges et les joints de macle $\Sigma 9$ par des traits jaunes. En outre, plus les pixels sont sombres, plus la qualité d'image est faible. Les extrusions dues aux bandes de glissement sont ainsi reconnaissables par les lignes plus ou moins sombres, selon leur épaisseur, qu'elles induisent sur les cartographies de la qualité d'image. Il peut être constaté par ailleurs que le glissement plastique, bien qu'ayant principalement lieu au sein des grains, survient aussi suivant les plans des joints de macle $\Sigma 3$. Ces joints de macles, lorsqu'il sont cohérents coïncident, en effet, avec un plan de la famille $\{111\}$ soit, en d'autres termes, un des plans de glissement.

Analyse statistique du développement de bande de glissement L'analyse statistique proposée consiste à dénombrer, pour chaque grain de chaque région analysée, le nombre de plans de glissement différents activés n_{PA} conduisant à la formation de bande de glissement. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau IV.2.

Au vu de ces résultats, il peut être constaté que la proportion de grains ayant au moins un plan de glissement actif est plus importante en torsion qu'en flexion plane alors que le niveau de chargement appliqué est celui de la limite de fatigue. De plus, les grains dans lesquels ce sont formés des bandes de glissement, présentent majoritairement du glissement simple, c'est-à-dire du glissement dans un des 4 plans de glissement, et ce, quel que soit le chargement considéré. Néanmoins, il est à noter que du glissement multiple conduisant à la formation de bandes de glissement se produit en plus grande proportion dans les régions observées de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique que dans les zones analysées de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée symétrique. Ces tendances sont similaires – avec toutefois une activité plastique moins importante –



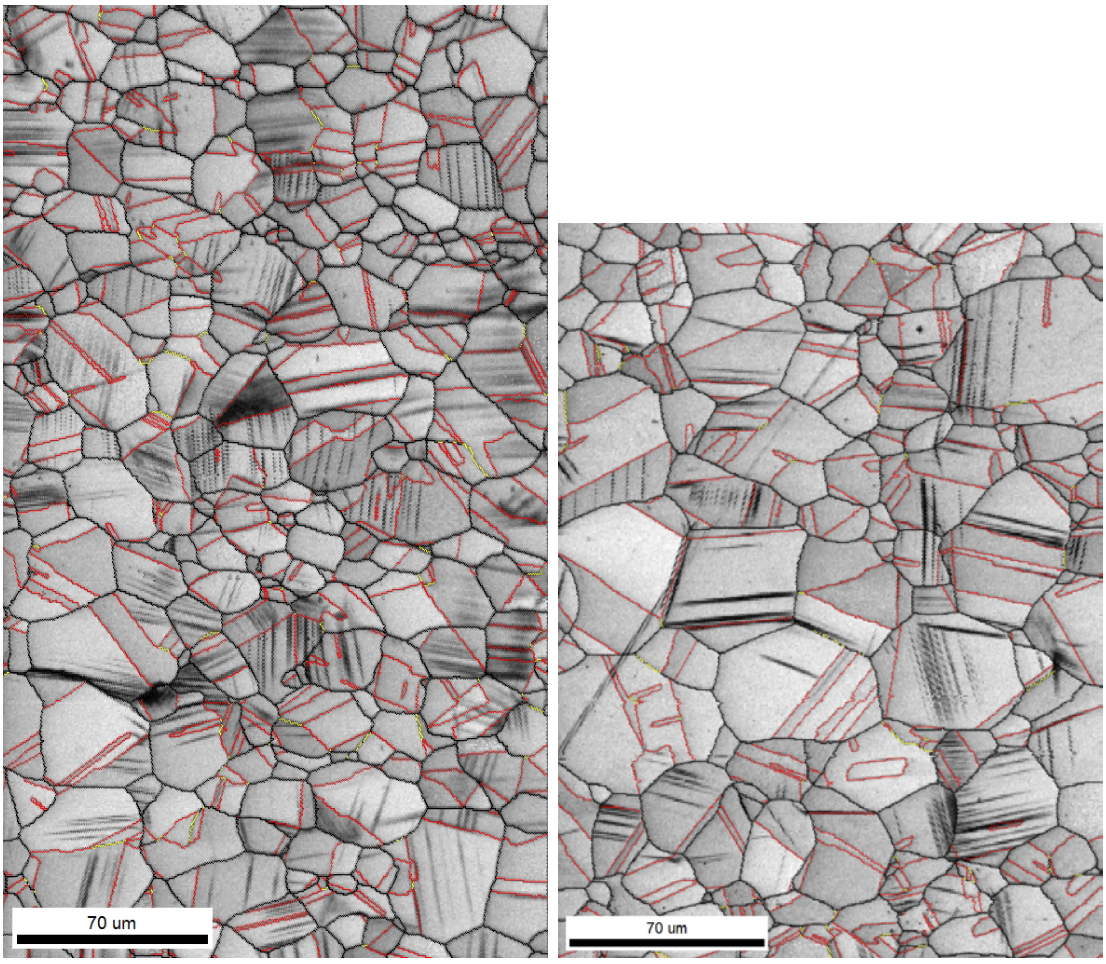
(a) (b)

FIGURE IV.8 – Cartographies de la qualité d'image de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) région n° 1 et (b) région n° 2.

à celles constatées par Agbessi dans le cas d'éprouvettes en cuivre OFHC sollicitée en traction alternée symétrique et en torsion alternée symétrique au voisinage de la limite de fatigue à 10^6 cycles [138].

4 Modélisation par éléments finis

Les modèles éléments finis mis en œuvre dans cette étude visent à reproduire, en s'appuyant sur les géométries et les orientations des microstructures analysées EBSD, les essais de flexion plane alternée et de torsion alternée conduits sur les éprouvettes. Avant de présenter de manière détaillée la modélisation adoptée, il convient de clarifier les objectifs et ceci afin de justifier les hypothèses simplificatrices qui seront prises par la suite. Le but recherché par ces simulations numériques d'agrégats polycristallins est d'estimer les plans selon lesquels surviennent le glissement plastique et la formation de bande de glissement. On cherche en particulier à effectuer une comparaison qualitative entre les bandes de



(a) (b)

FIGURE IV.9 – Cartographies de la qualité d'image de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) région n° 1 et (b) région n° 2.

glissement observées expérimentalement et le glissement plastique prédit par les modèles éléments finis.

La raison de la limitation à une analyse comparative qualitative se justifie par le fait que la caractérisation expérimentale de l'activité plastique effectuée dans ces travaux est elle même qualitative. En effet, les mesures expérimentales effectuées permettent de caractériser la plasticité développée en surface uniquement aux travers de la quantité de bandes de glissement formées et de l'analyse des plans dans lesquelles elles se sont développées. Or, une analyse quantitative de l'activité plastique locale nécessiterait une caractérisation plus poussée de la géométrie (hauteur des marches d'extrusion, profondeur des marches d'intrusion, largeur, etc.) de ces bandes, à l'aide de la microscopie à force atomique (AFM) par exemple, dans les régions – ou tout au moins dans quelques grains des régions – analysées[1]. Ces informations permettraient de quantifier l'irréversibilité

1. Il est à noter qu'il reste difficile de mesurer précisément le profil d'une bande de glissement par AFM, et notamment les profondeur de marche des intrusions, comme cela est clairement illustré par Man

du glissement plastique soit par la hauteur (resp. profondeur) des marches d'extrusion (resp. d'intrusion), soit par une grandeur assimilable à une déformation comme celles proposées par Cretegny et al. [140] ou Risbet et al. [141]. Et ceci, afin d'établir une éventuelle corrélation entre la somme du glissement plastique cumulé hors plan (c'est-à-dire, se produisant selon la direction $\vec{e}_z$) des trois systèmes de glissement du plan actif et la grandeur quantifiant l'irréversibilité du glissement plastique.

4.1 Génération de la CAO et du maillage de la microstructure

Différentes modélisations de la géométrie d'agrégats polycristallins, s'appuyant sur des analyses EBSD, ont été proposée dans la littérature. Sont notamment rencontrées des microstructures en :

- 2D reproduisant la surface analysée par EBSD et utilisant une hypothèse de déformation plane [63] ou de déformation plane généralisée [64] ;
- 3D construite à l'aide d'une extrusion de la surface analysée par EBSD [83, 73, 84] ;
- 3D, synthétique en volume, mais représentant en surface libre, la surface analysée par EBSD [85, 15] ;
- 3D reconstruite à partir de plusieurs cartographies EBSD effectuées à différentes profondeurs à l'aide de polissage successifs [73, 74, 75, 76].

En vue d'effectuer une comparaison qualitative entre l'activité plastique observée expérimentalement à l'issu des différents essais et les prédictions du glissement plastique par les modèles élément finis, une modélisation simple de la microstructure, en 2D avec une hypothèse de déformation plane généralisée, est jugée suffisante en première approche.

4.1.1 Sélection des régions étudiées dans la simulation

Dans le but de limiter les temps de calcul, seule une portion de chaque microstructure analysée par EBSD est sélectionnée pour les simulations numériques. La sélection des zones est guidée par trois critères :

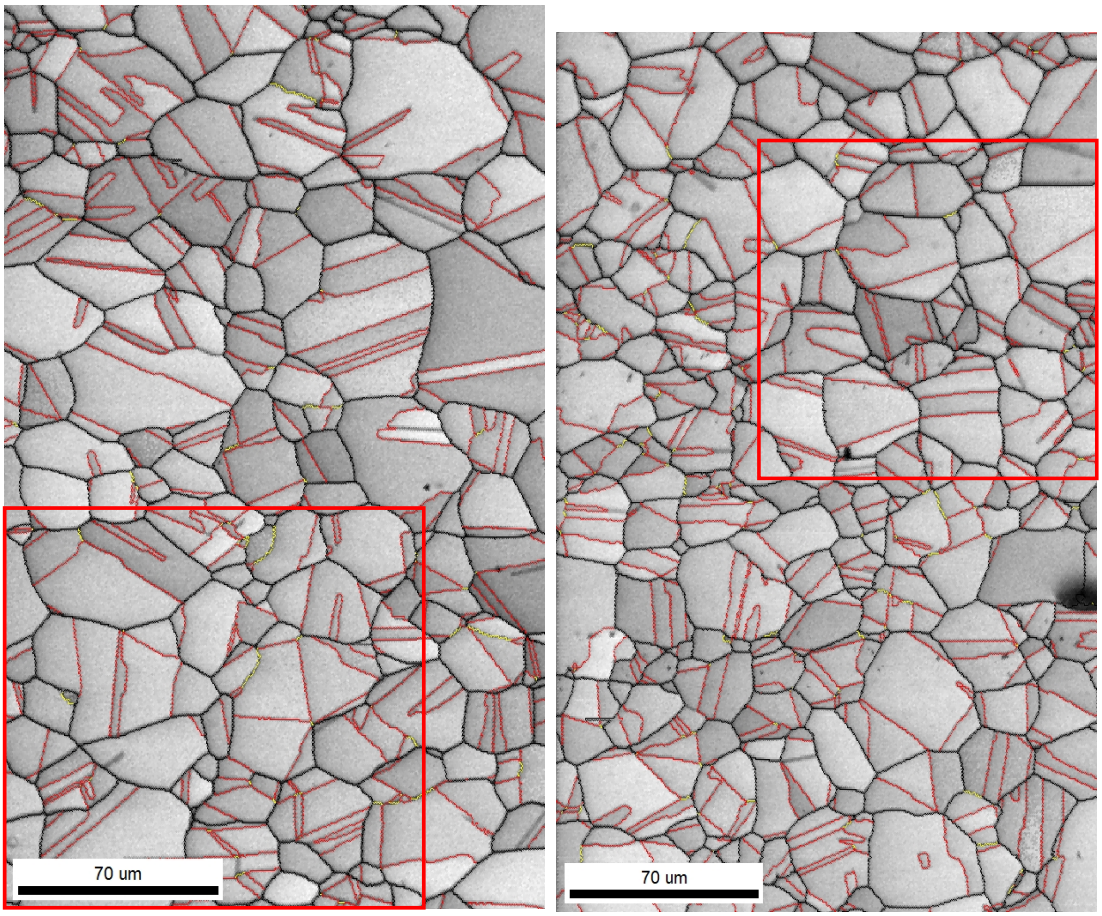
- les zones doivent contenir approximativement 150 grains ;
- elles doivent contenir le moins possible d'entités géométriques susceptibles de présenter des éléments de petites dimensions (des macles étroites par exemple) ;
- elles doivent présenter une activité plastique notable.

Les régions sélectionnées sont encadrées sur les cartographies de qualité d'image en figure IV.10 pour l'éprouvette sollicitée en flexion plane et en figure IV.11 pour l'éprouvette sollicitée en torsion.

4.1.2 Reconstruction des joints de grains sous OIM Analysis

En vue de générer une discrétisation satisfaisante des microstructures étudiées par EBSD, il est important d'éviter que les CAO de la microstructure contiennent des segments de droite petits par rapport à la taille de la microstructure car cela conduirait à avoir des éléments de petites dimensions et ainsi à un nombre d'éléments important. Une méthode de simplification de la microstructure pour générer un maillage convenable des

et al. [139].



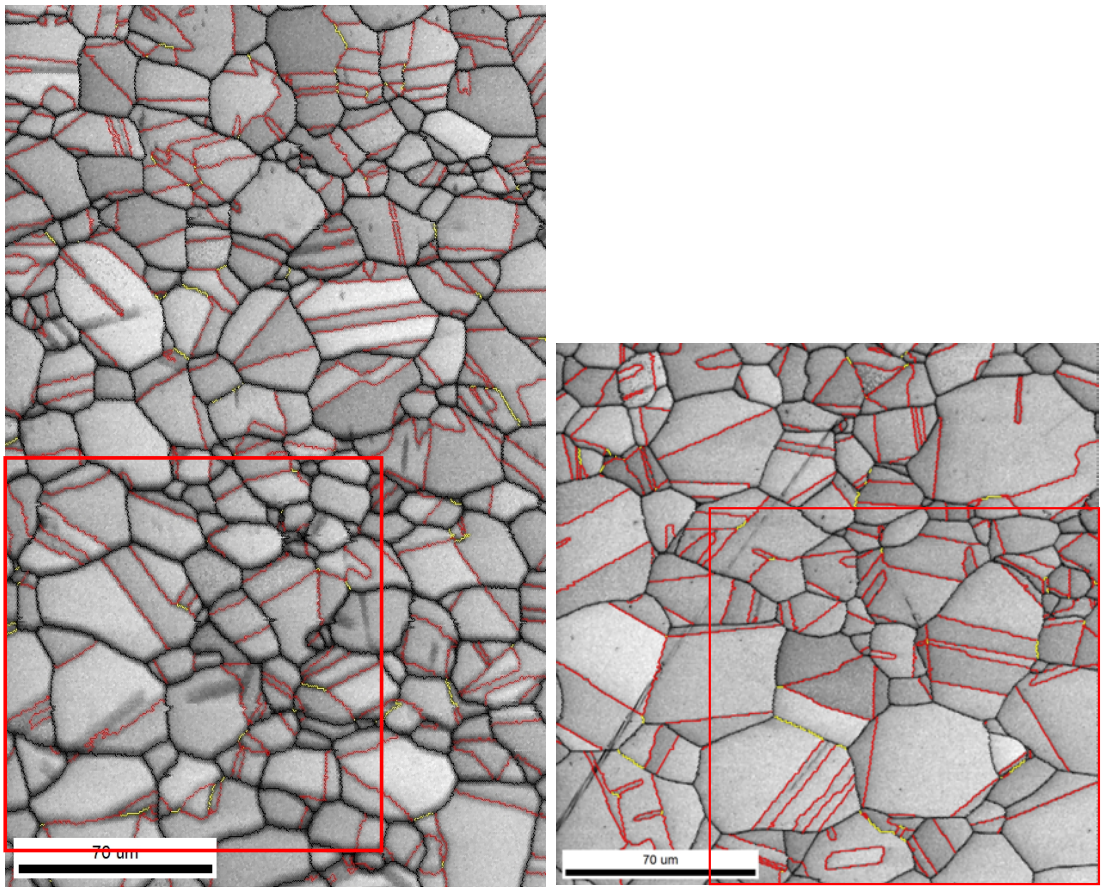
(a) (b)

FIGURE IV.10 – Régions sélectionnées pour la simulation de l'essai de flexion plane dans la : (a) région n° 1 et (b) région n° 2.

microstructures est mise en œuvre et est décrite dans cette partie. Cette méthode fait appel aux possibilités offertes par le logiciel de post-traitement EBSD *TSL OIM analysis*. Ce dernier permet de reconstruire chaque joint de grain de la microstructure de la manière suivante :

1. un segment de droite $[A,B]$ est défini entre deux jonctions triples (cf. figure IV.12a) ;
2. si un point du joint de grain est distant de plus de d_c (d_c étant un multiple de la taille du pas utilisé dans l'analyse EBSD) du segment de droite alors $[A,B]$ est remplacé par deux segments de droite $[A,C]$ et $[C,B]$ définis chacun par le point C le plus distant du segment et l'un des points triples A et B (cf. figure IV.12b) ;
3. si un point est distant de plus de d_c du segment le plus proche alors ce segment $[C,B]$ est remplacé par deux segments $[C,D]$ et $[D,B]$ définis chacun par le point D le plus distant du segment et les extrémités B et C du segment (cf. figure IV.12c).

La dernière étape est répétée autant de fois que nécessaire, c'est-à-dire tant qu'il existera un point du joint de grain mesuré qui sera distant de plus de d_c du segment le plus proche.



(a) (b)

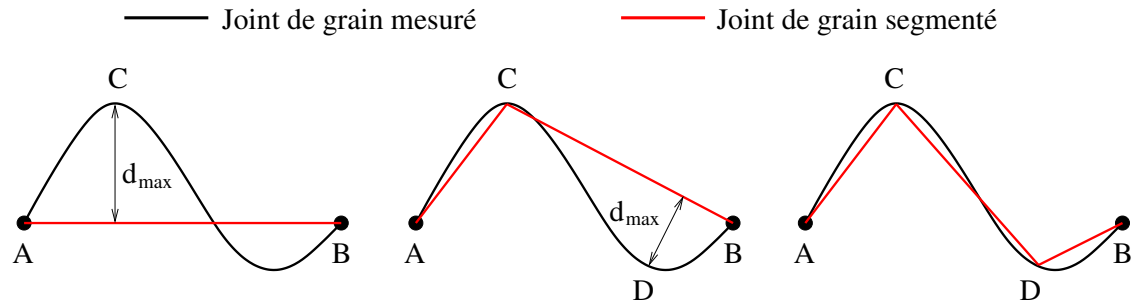
FIGURE IV.11 – Régions sélectionnées pour la simulation de l'essai de torsion dans la : (a) région n° 1 et (b) région n° 2.

Par ailleurs, la distance critique d_c a été choisie égale à une taille de pas dans cette étude. Un exemple de reconstruction des joints de grains est présenté en figure IV.13.

Suite a cette reconstruction, il est possible d'exporter, dans un fichier texte, la description de la microstructure reconstruite. Ce fichier contient notamment :

- les coordonnées x et y des points initial et final de chaque segment ;
- les identifiants et les orientations cristallines moyennes, définies par les angles d'Euler, des grains à gauche et à droite du segment.

Pour définir la gauche et la droite du segment, ce dernier est considéré comme étant orienté du point initial au point final. Il est à noter qu'outre la description géométrique de la microstructure, ce fichier fournit également les orientations cristallines moyennes par grain ce qui permet de construire intégralement le modèle EF.



(a) 1re étape de segmentation (b) 2e étape de segmentation (c) 3e étape de segmentation

FIGURE IV.12 – Illustration de la segmentation des joints de grains mesurés.

4.1.3 Réalisation de la CAO et du maillage d'une microstructure à partir de la reconstruction des joints de grain

Il a été décidé d'utiliser Gmsh [95] afin de pouvoir automatiser simplement la génération du maillage d'une microstructure, et par la suite la construction du modèle EF, à partir du fichier contenant la description de la microstructure reconstruite. L'automatisation de la construction du modèle EF est préférable voire indispensable étant donné le nombre important d'opérations à effectuer et de données à manipuler. Elle permet en effet de réduire le temps de construction du modèle EF et de s'assurer d'une mise en donnée répétable et sans erreur. Pour permettre à Gmsh de mailler une microstructure, il est néanmoins nécessaire de lui en fournir une description géométrique dans un fichier CAO respectant une certaine syntaxe. Notamment, il faut définir les surfaces planes en 2D qui décrivent les sections des grains observés. Chacune de ces surfaces planes est définie par un plan délimité par une boucle de segments de droite orientés. Par « orientés », il est entendu que le point initial d'un segment donné correspond au point final du segment précédemment défini et que son point final correspond au point initial du segment défini postérieurement. Chacun des segments de droite est défini par un point initial et un point final, chacun des points étant défini par des coordonnées x et y. Un programme a été réalisé afin de lire le fichier contenant la description de la microstructure reconstruite et d'écrire, dans un fichier CAO, la définition des points et des segments de droite décrite dans le premier fichier. Une illustration de la géométrie résultante est présentée en figure IV.14a.

Il peut être remarqué que les grains en contact avec les bords de l'agrégat polycristallin ne peuvent pas encore être définis par une surface étant donné qu'aucun d'entre eux n'est délimité par une boucle fermée de segments de droite. Suite à cette opération, il est donc nécessaire de définir le contour de la microstructure par les segments de droite manquant. Pour cela, un point est ajouté dans chaque coin de la microstructure et des segments de droite sont définis entre deux points successifs appartenant à l'un des bords de l'agrégat (cf. figure IV.14b). La dernière étape de construction de la géométrie consiste à définir la surface de chaque grain. Cette dernière opération nécessite, pour la définition d'une surface donnée, de chercher les segments de droite sur la frontière du grain et de les ordonner de manière à définir une boucle fermée de segments correctement orientés. Le

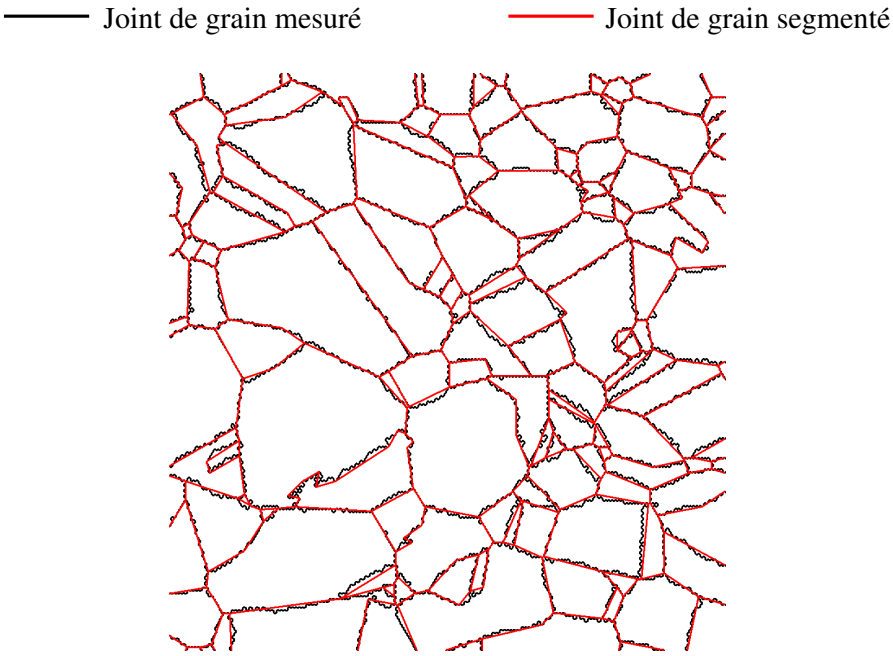


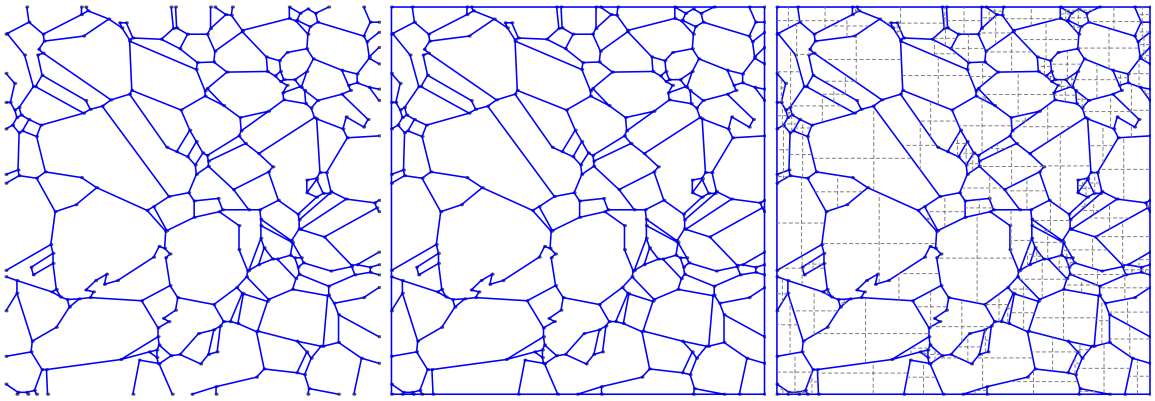
FIGURE IV.13 – Exemple de reconstruction des joints de grains

Chargement	N°	Δx [μm]	Δy [μm]	Nombre de grains	Nombre d'éléments
Flexion plane	1	146	140	164	17728
	2	125	125	126	12367
Torsion	1	136	142	146	16265
	2	144	139	139	17729

TABLE IV.3 – Caractéristiques des régions sélectionnées pour les simulations numériques.

résultat obtenu est présenté en figure IV.14c sur laquelle les surfaces sont schématisées par deux lignes pointillées – l'une verticale, l'autre horizontale – délimitées par les joints de grains. Un soin particulier a été pris à assigner à chacune des surfaces, le numéro du grain qui lui correspond et ce, de manière à pouvoir lui attribuer correctement les orientations cristallines par la suite.

Suite à cet ensemble d'opérations, la définition de la géométrie des agrégats polycristallins est suffisante pour permettre la réalisation des maillages à l'aide de Gmsh. Les microstructures sont discrétisées par des éléments triangulaires à 3 nœuds avec en moyenne 100 à 150 éléments par grain selon la microstructure. Un exemple de maillage ainsi obtenu est présenté en figure IV.15. Le tableau IV.3 récapitule le nombre de grains dans les différentes zones analysées ainsi que le nombre d'éléments total des maillages utilisés. Les maillages sont finalement convertis au format GEOF afin d'être lisibles par ZeBuLoN.



(a) (b) (c)

FIGURE IV.14 – Illustration des différentes étapes de création de la géométrie d'une microstructure.

4.2 Modèle de comportement

4.2.1 Modèle d'élasto-plasticité monocristalline

Le comportement élastique anisotrope des grains est décrit par la loi de Hooke (Éq. IV.8) avec un tenseur d'élasticité $\tilde{\boldsymbol{C}}$ cubique qui est représenté sous la forme d'une matrice 6×6, exprimée dans la base du cristal B_c, en équation IV.9). Le jeu de paramètres utilisé est issu de la littérature et est discuté en section 4.1.2 III.

Le modèle de Méric et Cailletaud est employé pour décrire le comportement plastique des grains. La loi d'écoulement est rappelée en équation IV.10. Les lois décrivant l'évolution des variables d'écrouissages cinématique x_s et isotrope r_s sont présentées respectivement en équations IV.11 et IV.12. Les paramètres utilisées pour ce modèles sont ceux identifiés en section 4.2.1 du chapitre III.

Les valeurs de l'ensemble des paramètres sont récapitulées dans le tableau IV.4.

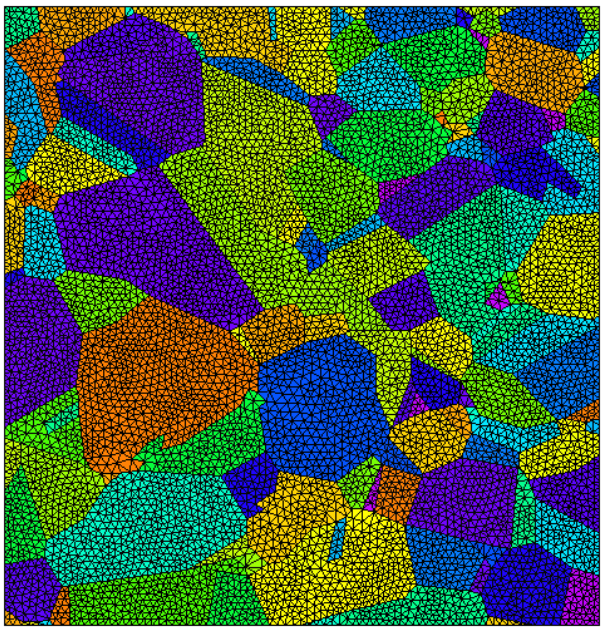


FIGURE IV.15 – Exemple de maillage d'une microstructure.

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{IV.8}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad \text{avec} \quad \tilde{\boldsymbol{C}} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1111} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1122} & C_{1111} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{pmatrix}_{B_c} \tag{IV.9}$$

$$\dot{\gamma}_s = \left\langle \frac{|\tau_s - x_s| - r_0 - r_s}{K} \right\rangle_+^n sgn(\tau_s - x_s) = \dot{\nu}_s sgn(\tau_s - x_s) \tag{IV.10}$$

$$\dot{x}_s = c\dot{\gamma}_s - d\dot{\nu}_s x_s \tag{IV.11}$$

$$r_s = Q \sum_r h_{sr}(1 - e^{-b\nu_r}) \tag{IV.12}$$

4.2.2 Définition des orientations cristallines

Comme évoqué précédemment, le fichier décrivant la microstructure reconstruite contient l'identifiant et l'orientation cristalline moyenne, définie par un triplet d'angles d'Euler, de chaque grain constituant le polycristal. De plus, chaque ensemble d'éléments finis s'étant

Élasticité cubique			Viscosité	
C_{1111} [GPa]	C_{1122} [GPa]	C_{1212} [GPa]	K [MPa.s$^{1/n}$]	n
198	125	122	10	10

Écrouissage isotrope									Écrouissage cinématique	
r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	c [MPa]	d
87,0	1,06	4,88	1	1	0,438	77,2	4,31	2,41	$2{,}04.10^5$	$3{,}63.10^3$

TABLE IV.4 – Paramètres du modèle d'élasto-visco-plasticité monocristalline utilisés dans les modèles éléments finis s'appuyant sur les microstructures analysées par EBSD.

vu attribuer l'identifiant du grain qu'il représente, l'orientation cristalline moyenne d'un grain donné peut facilement être assignée au groupe d'éléments finis correspondant. Il est important de souligner qu'il s'agit bien d'une orientation cristalline moyenne qui est attribuée à chacun des grains et que, de ce fait, les faibles désorientations cristallines ($\Delta\theta \leqslant 2^\circ$), pouvant exister au sein d'un grain, sont négligées.

Quelques précautions sont à prendre en considération avant d'assigner les orientations cristallines. En effet, la base de référence des orientations cristallines B_e est différente de la base du repère spatiale B_s dans laquelle sont exprimées les coordonnées des points définissant la géométrie de la microstructure. La relation de passage de l'une à l'autre base est une rotation de 180° autour de la droite $x = y$. Une telle rotation peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\underline{\underline{P}}_{B_e \to B_s} = \underline{\underline{P}}_{B_s \to B_e} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{IV.13}$$

Il est nécessaire, pour la construction du modèle EF, que les orientations cristallines et les coordonnées spatiales soient définies dans la même base. La base du repère spatial B_s est choisie comme référence. Un changement de base de référence des orientations cristallines est donc à effectuer.

Changement de base de référence des orientations cristallines fournies par TSL. L'objectif est de déterminer les angles d'Euler (φ_1',ϕ',φ_2') qui définissent les orientations cristallines par rapport à la base B_s connaissant les angles (φ_1,ϕ,φ_2) qui décrivent les orientations par rapport à la base B_e. Une méthode possible pour déterminer ces angles d'Euler consiste à calculer dans un premier temps, à l'aide de l'équation IV.14, la matrice d'orientation $\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c}$ décrivant la rotation de la base B_s à la base du cristal B_c connaissant la matrice d'orientation $\underline{\underline{g}}_{B_e \to B_c}$ de la base B_e à la base B_c. Cette dernière est définie par l'équation IV.15 dans laquelle c_1, c, c_2, s_1, s et s_2 correspondent respectivement à $\cos(\varphi_1)$, $\cos(\phi)$, $\cos(\varphi_2)$, $\sin(\varphi_1)$, $\sin(\phi)$ et $\sin(\varphi_2)$

$$\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c} = \underline{\underline{P}}_{B_s \to B_e} . \underline{\underline{g}}_{B_e \to B_c} \tag{IV.14}$$

$$\underline{\underline{g}}_{B_e \to B_c} = \begin{pmatrix} c_1c_2 - s_1cs_2 & -c_1s_2 - s_1cc_2 & s_1s \\ s_1c_2 + c_1cs_2 & -s_1s_2 + c_1cc_2 & -c_1s \\ ss_2 & sc_2 & c \end{pmatrix} \tag{IV.15}$$

$$\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c} = \begin{pmatrix} s_1c_2 + c_1cs_2 & -s_1s_2 + c_1cc_2 & -c_1s \\ c_1c_2 - s_1cs_2 & -c_1s_2 - s_1cc_2 & s_1s \\ -ss_2 & -sc_2 & -c \end{pmatrix} \tag{IV.16}$$

Il suffit ensuite d'exploiter le fait que la matrice $\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c}$ s'exprime sous la même forme que la matrice $\underline{\underline{g}}_{B_e \to B_c}$:

$$\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c} = \begin{pmatrix} c'_1c'_2 - s'_1c's'_2 & -c'_1s'_2 - s'_1c'c'_2 & s'_1s' \\ s'_1c'_2 + c'_1c's'_2 & -s'_1s'_2 + c'_1c'c'_2 & -c'_1s' \\ s's'_2 & s'c'_2 & c' \end{pmatrix} \tag{IV.17}$$

avec c'_1, c', c'_2, s'_1, s' et s'_2 correspondant respectivement à $\cos(\varphi'_1)$, $\cos(\phi')$, $\cos(\varphi'_2)$, $\sin(\varphi'_1)$, $\sin(\phi')$ et $\sin(\varphi'_2)$. À partir des équations IV.16 et IV.17, peuvent être déduites les relations permettant de déterminer φ'_1, ϕ' et φ'_2 (Eq. IV.19).

$$\begin{aligned} \varphi'_1 &= \frac{3\pi}{2} - \varphi_1 + 2n\pi \\ \varphi' &= \pi - \varphi + 2n\pi \qquad \text{avec} \quad n \in \mathbb{N} \\ \varphi'_2 &= \pi + \varphi_2 + 2n\pi \end{aligned} \tag{IV.18}$$

Dans le cas présent, les valeurs de n sont choisies de manière à ce que $\varphi'_1 \in [0; 2\pi[$, $\varphi' \in [0; \pi[$ et $\varphi'_2 \in [0; 2\pi[$.

4.3 Conditions aux limites

Choix du type de conditions aux limite. Idéalement, les conditions aux limites à appliquer aux différentes microstructures devraient être identiques à celles imposées lors des essais de fatigue. La difficulté est que ces conditions aux limites ne peuvent être déterminées par la seule connaissance du couple appliqué aux éprouvettes. En effet, bien que la contrainte macroscopique appliquée à chaque région puisse être déterminée connaissant ce couple, l'anisotropie du comportement des grains fait que la contrainte ne se distribue pas de manière homogène sur le contour des microstructures étudiées. Afin de déterminer les conditions aux limites expérimentales, une méthode de mesure couramment mise en œuvre dans la littérature consiste à mesurer le champs de déplacement sur le contour à l'aide de la corrélation d'images numériques [84, 85]. Il est à noter que cette méthode ne permet de déterminer le champ de déplacement imposé qu'en surface, à moins de faire appel à des techniques de tomographie [89]. Le suivi par corrélation d'images numériques des conditions aux limites imposées aux microstructures était difficilement envisageable dans le cas présent, du fait des faibles dimensions des régions analysées, du nombre important de cycles de chargement et de la haute fréquence de sollicitation. Ainsi, une hypothèse sur la répartition des contraintes ou des déformations imposées sur le contour est nécessaire.

Plusieurs hypothèses sont proposées dans la littérature, notamment des déformations ou des contraintes homogènes au contour [83, 74, 75, 76] et des conditions de déplacements périodiques sur le contour [15, 44]. Les conditions de périodicité du déplacement sur le bord des microstructures nécessite une géométrie et un maillage périodiques. Les

Chargement	Région n° 1	Région n° 2
Flexion plane	$\Sigma_{xx,a} = 230$ MPa	$\Sigma_{xx,a} = 228$ MPa
Torsion	$\Sigma_{xy,a} = 170$ MPa	$\Sigma_{xy,a} = 168$ MPa

TABLE IV.5 – Amplitudes des contraintes macroscopiques auxquelles sont soumises les régions analysées par EBSD.

microstructures analysées par EBSD n'étant bien évidemment pas périodique, l'ajout d'une couche de grains géométriquement périodique sur le contour serait nécessaire pour respecter cette condition. De ce fait, l'utilisation de conditions aux limites périodique ne conduirait pas à une description plus proche des conditions aux limites expérimentales que les conditions de contrainte ou de déformation homogènes au contour. Ainsi, par soucis de simplicité, une condition de contrainte homogène est retenue pour cette étude.

La portée de l'erreur commise sur les champs mécaniques locaux du fait de l'utilisation d'une contrainte homogène au contour est difficile a estimer, d'autant plus que les avis divergent sur la question. En effet, selon Doumalin et al. [142], les mécanismes locaux de déformation interagissent à distance sur une longueur supérieure à plus de 5 fois la taille moyenne de grain. Dans ces conditions, ne pas tenir compte de l'hétérogénéité de la déformation ou de la contrainte appliquée sur le bord des microstructures pourraient influencer la réponse mécanique sur une couche d'environ 5 fois la taille moyenne de grain. Or, d'après Zaoui [86], les effets des fluctuations des contraintes ou des déformations sur le contour sont principalement sensibles dans une couche d'épaisseur de l'ordre de la taille caractéristique des hétérogénéités considérées (en l'occurrence, la taille moyenne de grain D_m) et peuvent être négligés dans le reste de la microstructure. Par ailleurs, des comparaisons des champs de déformations obtenues par des simulations numériques d'agrégats polycristallins en tenant compte de l'hétérogénéité de la déformation observée expérimentalement sur le contour d'une part et en supposant une déformation homogène au contour d'autre part, sont discutée par Héripré et al. [84] et Evrard et al. [143]. Ces études laissent à penser que des erreurs sur la localisation de la déformation peuvent être attendues à proximité des bords et ce, sur une distance au moins égale à la taille moyenne de grain.

Amplitude de chargement. Au vu de la position des régions choisies (voir figure IV.4), il est possible de déterminer les amplitudes de contraintes macroscopiques auxquelles sont soumises ces régions à l'aide des résultats présentés en figure IV.3. Le tableau IV.5 récapitule les amplitudes de contraintes macroscopiques ainsi déterminées. Pour limiter le temps de calcul et comme la comparaison entre les prédictions des simulations numériques et les observations expérimentales se veut qualitative, les agrégats polycristallins ne sont soumis qu'à 10 cycles de chargement.

5 Comparaison entre les observations expérimentales et les prédictions des modèles éléments finis

5.1 Traitement des résultats

Détermination des vecteurs normaux des plans de glissement. Afin de pouvoir déterminer pour chaque grain, dans quel plan de la famille {111} se sont formés les bandes de glissement, les intersections, avec la surface libre de vecteur normal $\underline{e}_z$, des 4 plans de glissement de chaque grain sont représentées par des segments de droite dirigés par $\underline{u}_i$ et sont superposées aux cartographies de qualité d'image. Le vecteur directeur $\underline{u}_i$ de la droite formée par l'intersection du plan de glissement de vecteur normal $\underline{n}_i$ et de la surface libre de vecteur normal $\underline{e}_z$ est exprimé, dans la base spatiale B_s, par la relation suivante :

$$\underline{u}_i = \underline{n}_i \wedge \underline{e}_z = \begin{pmatrix} n_{i,x} \\ n_{i,y} \\ n_{i,z} \end{pmatrix}_{B_s} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_s} = \begin{pmatrix} n_{i,y} \\ -n_{i,x} \\ 0 \end{pmatrix}_{B_s} \tag{IV.19}$$

L'expression des vecteurs normaux des 4 plans de glissement sont connus dans la base du cristal B_c. Pour rappel, ces derniers sont :

$$\underline{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_c} ; \underline{n}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_c} ; \underline{n}_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}_{B_c} ; \underline{n}_4 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}_{B_c} \tag{IV.20}$$

et peuvent s'écrire, avec les indices de Miller, de la manière suivante : (111), $\left(\bar{1}11\right)$, $\left(1\bar{1}1\right)$ et $\left(11\bar{1}\right)$. Pour exprimer ces vecteurs dans la base spatiale B_s, il suffit de faire appel à la relation de passage faisant intervenir la matrice d'orientation $\underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c}$ définie en équation IV.16 :

$$\underline{n}_{iB_s} = \underline{\underline{g}}_{B_s \to B_c} . \underline{n}_{iB_c} \tag{IV.21}$$

Les segments de droite représentant l'intersection du plan de glissement avec la surface libre sont centrées sur les barycentres du grain auxquels ils sont associés et leurs longueurs sont pondérées par le diamètre de ce grain pour améliorer la lisibilité. Pour distinguer les traces produites au sein d'un même grain, une couleur différente est attribuée à chacun des 4 plans de glissement. Le résultat de ce traitement est illustré respectivement pour les régions n° 1 et n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée en figures IV.16b et IV.17b et pour les régions n° 1 et n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée en figures IV.18b et IV.19b. Par ailleurs, afin de faciliter la discussion, la numérotation des grains est affichée respectivement pour les régions n° 1 et n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée en figures IV.16a et IV.17a et pour les régions n° 1 et n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée en figures IV.18a et IV.19a.

Variables étudiées dans les modèles éléments finis. En vue d'effectuer une comparaison qualitative entre les plans dans lesquels des bandes de glissement se sont formées et les prédictions, à l'aide des modèles numériques, du glissement plastique ayant lieu dans ces plans, les variables retenues pour cette étude sont, pour chaque plan de

Plan $\underline{n}_s$	Direction $\underline{l}_s$	N°
(111)	$[\bar{1}01]$	1
	$[0\bar{1}1]$	2
	$[\bar{1}10]$	3
$(1\bar{1}1)$	$[\bar{1}01]$	4
	$[011]$	5
	$[110]$	6
$(\bar{1}11)$	$[0\bar{1}1]$	7
	$[110]$	8
	$[101]$	9
$(11\bar{1})$	$[\bar{1}10]$	10
	$[101]$	11
	$[011]$	12

TABLE IV.6 – Correspondance entre les systèmes de glissement, définies par leurs plans et leurs directions, et les numéros qui leur sont attribuées dans ZeBuLoN [16].

glissement, la somme des glissements plastiques cumulés ν_s des systèmes de glissement appartenant au plan de glissement considéré :

$$\nu_{(111)} = \sum_{s\in(111)} \nu_s \,;\, \nu_{(\bar{1}11)} = \sum_{s\in(\bar{1}11)} \nu_s \,;\, \nu_{(1\bar{1}1)} = \sum_{s\in(1\bar{1}1)} \nu_s \,;\, \nu_{(11\bar{1})} = \sum_{s\in(11\bar{1})} \nu_s \tag{IV.22}$$

En suivant la numérotation suivie par ZeBuLoN et précisée dans le tableau IV.6, les 4 variables étudiées sont calculées comme suit :

$$\nu_{(111)} = \sum_{s=1}^{3} \nu_s \,;\, \nu_{(\bar{1}11)} = \sum_{s=7}^{9} \nu_s \,;\, \nu_{(1\bar{1}1)} = \sum_{s=4}^{6} \nu_s \,;\, \nu_{(11\bar{1})} = \sum_{s=10}^{12} \nu_s \tag{IV.23}$$

Les champs des variables $\nu_{(111)}$, $\nu_{(\bar{1}11)}$, $\nu_{(1\bar{1}1)}$ et $\nu_{(1\bar{1}1)}$ prédits par les modèles éléments finis sont présentés respectivement :

- en figures IV.16c, IV.16d, IV.16e et IV.16f pour la régions n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée ;
- en figures IV.17c, IV.17d, IV.17e et IV.17f pour la régions n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée ;
- en figures IV.18c, IV.18d, IV.18e et IV.18f pour la régions n° 1 de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée ;
- en figures IV.19c, IV.19d, IV.19e et IV.19f pour la régions n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée.

5.2 Discussion

Il est important de remarquer, en premier lieu, que les résultats présentés en figures IV.16, IV.17, IV.18 et IV.19 ne permettent pas d'établir de corrélation entre l'intensité des glissements plastiques cumulés dans les plans de glissement (c'est-à-dire, $\nu_{(111)}$, $\nu_{(\bar{1}11)}$,

$\nu_{(1\bar{1}1)}$ et $\nu_{(1\bar{1}\bar{1})}$) et la formation d'extrusions en surface libre provoquée par les bandes de glissement. Afin d'illustrer ce constat, prenons, à titre d'exemple, le cas de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane alternée (voir figure IV.16). En s'appuyant sur la figure IV.16e, il apparaît que la simulation numérique prédit un glissement plastique cumulé $\nu_{(1\bar{1}1)}$ important dans le plan $(1\bar{1}1)$ dans le grain n° 34 (voir figure IV.16a). Or aucune extrusion formée par des bandes de glissement de plan $(1\bar{1}1)$ n'est observable dans ce grain (voir figure IV.16b). A contrario, un nombre important d'extrusions développées par du glissement irréversible dans le plan $(1\bar{1}1)$ peut être constaté dans le grain n° 122 (voir figure IV.16b alors que le glissement plastique cumulé $\nu_{(111)}$ prédit par la simulation numérique est plus modéré dans ce grain que ne l'est le glissement plastique cumulé $\nu_{(1\bar{1}1)}$ dans le grain n° 34 (voir figure IV.16c).

Deux raisons peuvent expliquer une absence aussi marquée de corrélation entre l'intensité du glissement plastique cumulé dans un plan de glissement donné et la formation d'extrusions en surface libre due au glissement plastique dans ce même plan :

- les hypothèses simplificatrices utilisées dans la modélisation (géométrie en 2D, hypothèse de déformation plane généralisée, contrainte homogène au contour, etc.) conduisent à une estimation trop approximative du glissement plastique dans la microstructure ;
- les variables considérées – les glissements cumulés dans les différents plans de glissement – ne permettent pas de distinguer le glissement se produisant dans le plan de vecteur normal $\underline{e}_z$ et celui ayant lieu hors de ce plan ; or, seul ce dernier conduit à la formation d'extrusion/intrusion.

Cependant, il convient de noter que si des extrusions sont visibles dans un grain, il apparaît que le plan glissement dans lequel se développe les bandes de glissement provoquant ces extrusions correspond généralement au plan dans lequel le glissement plastique cumulé est le plus important. Les exemples pouvant en témoigner sont nombreux ; en particulier dans le cas de l'éprouvette sollicitée en torsion alternée, pour laquelle une quantité importante d'extrusions apparaît en surface (voir figures IV.18b et IV.19b). Dans le cas de la région n° 1 de cette éprouvette par exemple, de nombreux grains rencontrent du glissement dans le plan $(1\bar{1}1)$ conduisant à la formation d'extrusions (voir figure IV.18b) et notamment, les grains n° 30, 50, 54, 57, 63 et 68 (voir figure IV.18a). Or, il peut être constaté que le glissement cumulé $\nu_{(1\bar{1}1)}$ prédit par le modèle numérique dans les grains considérés est effectivement plus important dans ce plan (voir figure IV.18e) que dans les autres plans de glissement (voir figures IV.18c, IV.18d et IV.18f).

Néanmoins, quelques contre-exemples existent. Par exemple, il peut être observé que, dans cette même microstructure, le glissement plastique cumulé $\nu_{(\bar{1}11)}$ prédit par le modèle éléments finis dans le plan $(\bar{1}11)$ du grain n° 98 est plus important que $\nu_{(11\bar{1})}$ (voir figures IV.18d et IV.18f) alors que des extrusions se sont développées à partir de bande de glissement dans le plan $(11\bar{1})$ d'après les résultats exposés en figure IV.18b.

Par ailleurs, du fait du manque de lien entre les valeurs du glissement plastique cumulé dans les différents plans de glissement et la présence d'extrusion, l'estimation, à l'aide des prédictions des simulations numériques, du glissement multiple est délicate. En effet, les glissements plastiques cumulés dans les plan (111) et $(1\bar{1}1)$ rencontrés dans le grain n° 71 de la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion (voir figures IV.19c et IV.19e) laissent à penser que du glissement multiple conduisant à la formation d'extrusions suivant

différentes orientations pourrait survenir. Cependant, seules des extrusions générées par du glissement dans le plan $(1\bar{1}1)$ sont visibles en figure IV.19b. Il existe, malgré tout, des cas pour lesquels le glissement multiple pressenti conduit effectivement à la formation d'extrusions suivant différents plans de glissement (à titre d'exemple, le grain n° 93 de cette même microstructure).

6 Conclusion

Afin de caractériser l'état métallurgique de l'acier austénitique 316L et d'étudier le développement de la plasticité à l'échelle des grains, des analyses EBSD ont été effectuées sur la surface d'éprouvettes avant et après sollicitation en flexion plane alternée symétrique et en torsion alternée symétrique à des niveaux de chargement voisins de la limite de fatigue macroscopique.

Les analyses effectuées avant sollicitation ont permis de s'assurer que l'acier austénitique 316L ne présente qu'une phase austénitique et de déterminer quelques caractéristiques de la microstructure (taille moyenne de grain, distribution de tailles de grain, fraction linéique de joints de macle, etc.) dont certaines d'entre elles seront prises en compte dans la modélisation de microstructures synthétiques au chapitre V.

Les cartographies de qualité d'image obtenues après sollicitation des éprouvettes font clairement apparaître les extrusions se développant en surface dues à la formation de bandes de glissement et permettent ainsi de quantifier l'activité plastique en terme de proportion de plans de glissement « actifs » par grain. Il a été constaté que la majorité des grains observés ne présente aucune extrusion. Dans le cas contraire, il est mis en évidence que le glissement simple (c'est-à-dire la formation de bandes de glissement suivant un unique plan de glissement) est prépondérant mais que le glissement multiple peut toutefois survenir. Enfin, pour des niveaux de chargement voisins de la limite de fatigue, il apparaît que la proportion de grains présentant des bandes de glissement est plus importante en torsion alternée symétrique qu'en flexion plane alternée symétrique. Ce constat peut s'expliquer par le fait que les contraintes normales sont plus faibles en torsion qu'en flexion plane et qu'ainsi les amplitudes de cission doivent être plus importantes pour ce chargement afin de se retrouver à la limite de fatigue.

Une modélisation EF, visant à simuler la réponse mécaniques des microstructures observées, a été mise en œuvre et ce, afin d'étudier qualitativement l'éventuelle corrélation entre le glissement plastique cumulé sur les différents plans de glissement, prédit par le modèle numérique, et la formation d'extrusions constatées en surface. La comparaison s'appuie sur une quantité, notée $\nu_{\underline{n}}$, correspondant à la somme des glissements plastiques cumulés sur les systèmes de glissement appartenant au plan de glissement de vecteur normal $\underline{n}$. Chaque grain contenant 4 plans de glissement, cette quantité, déterminée par le modèle EF, peut ainsi prendre 4 valeurs différentes : $\nu_{(111)}$, $\nu_{(\bar{1}11)}$, $\nu_{(1\bar{1}1)}$ et $\nu_{(11\bar{1})}$. Pour un grain donné présentant du glissement simple, le plan de glissement selon lequel des bandes de glissements sont apparues, correspond généralement au plan de glissement, parmi les 4 possibles, pour lequel la somme du glissement plastique cumulés $\nu_{\underline{n}}$ est la plus importante. Cependant, il n'a pas été possible de définir une valeur seuil de $\nu_{\underline{n}}$ au-dessus de laquelle la formation d'extrusion se produit nécessairement. En effet, il a été rencontré des grains cumulant, selon le modèle EF, une quantité importante de glissement plastique

sur certains plans de glissement, sans pour autant constater la présence d'extrusions.

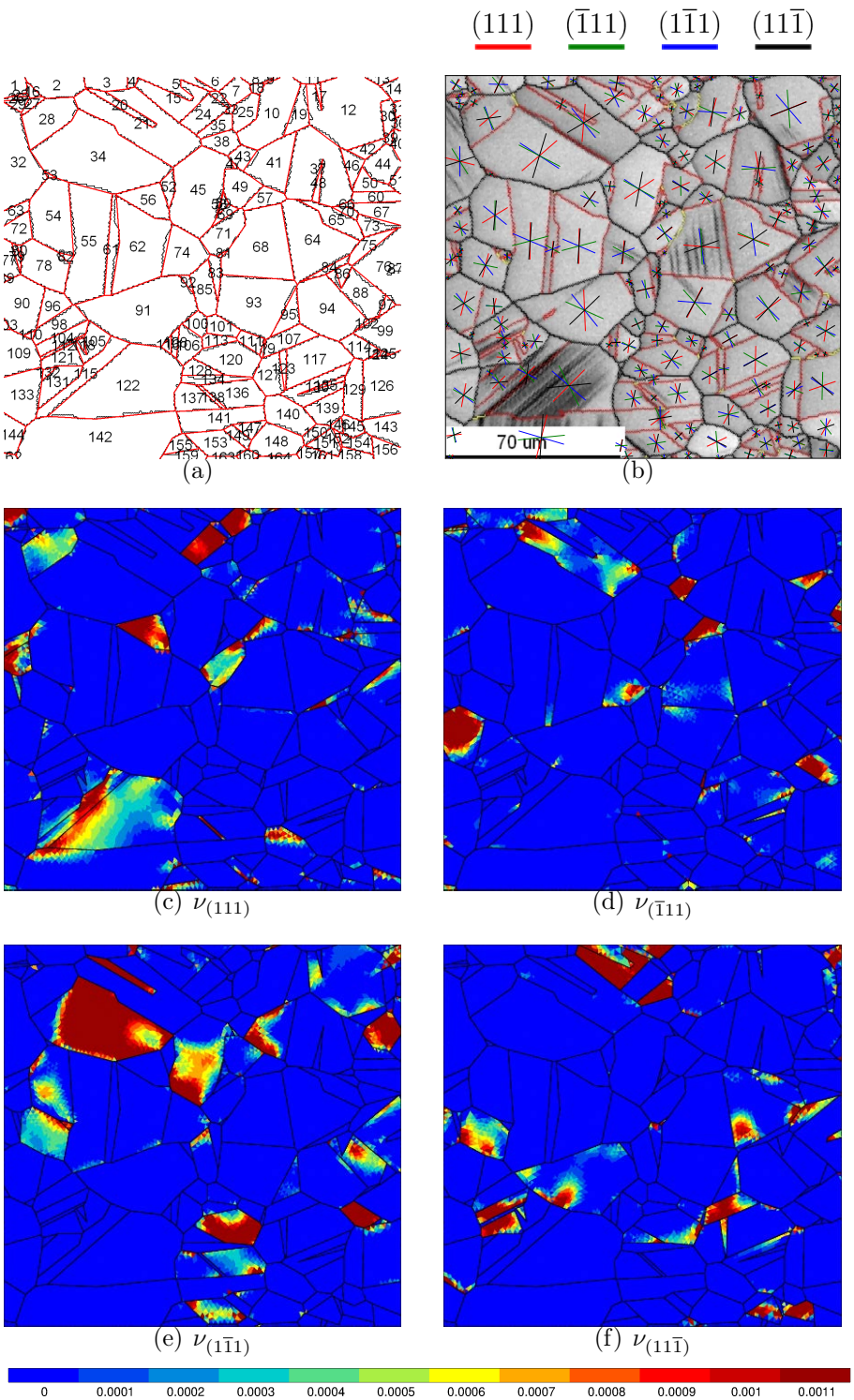


FIGURE IV.16 – Résultats de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$.

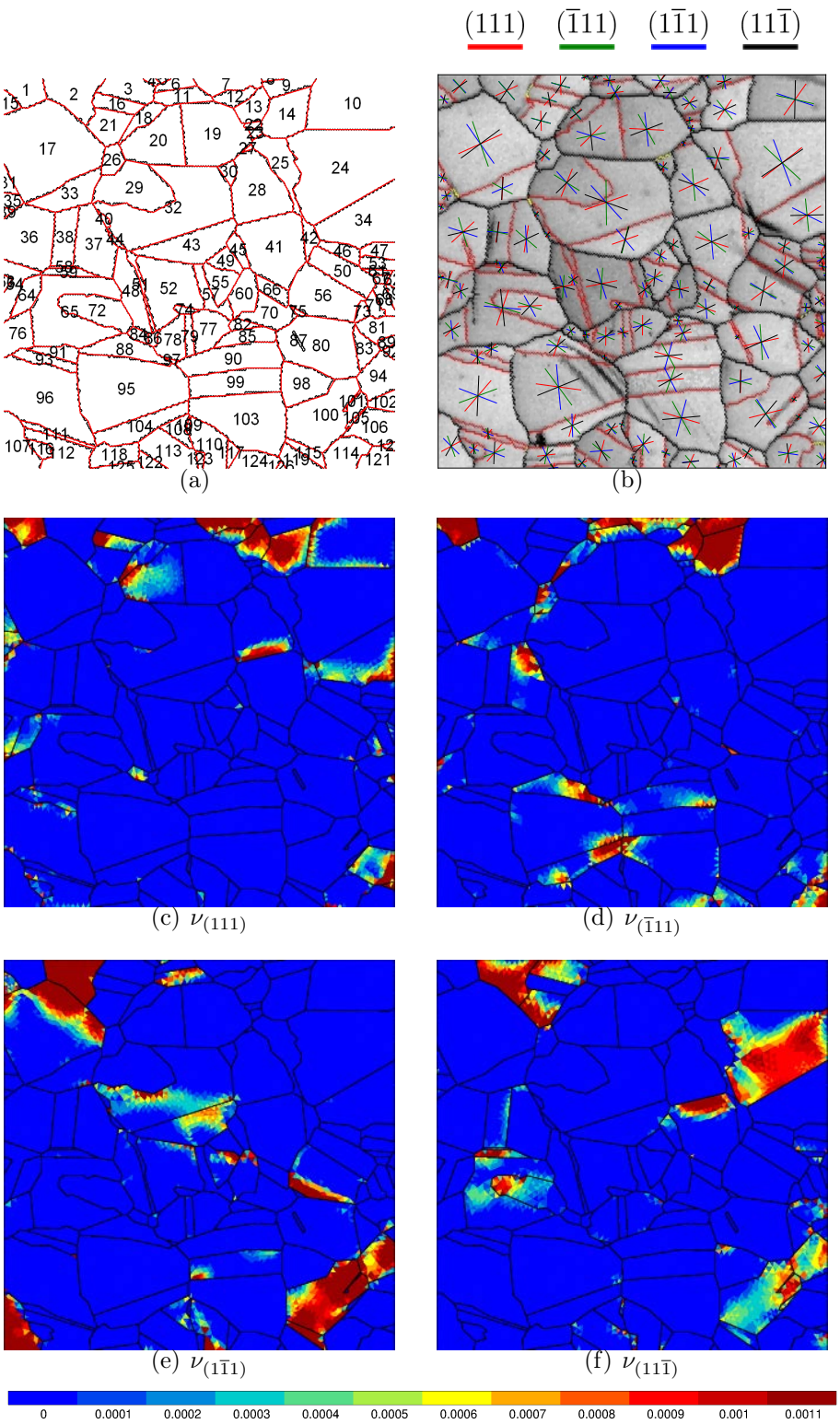


FIGURE IV.17 – Résultats de la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$.

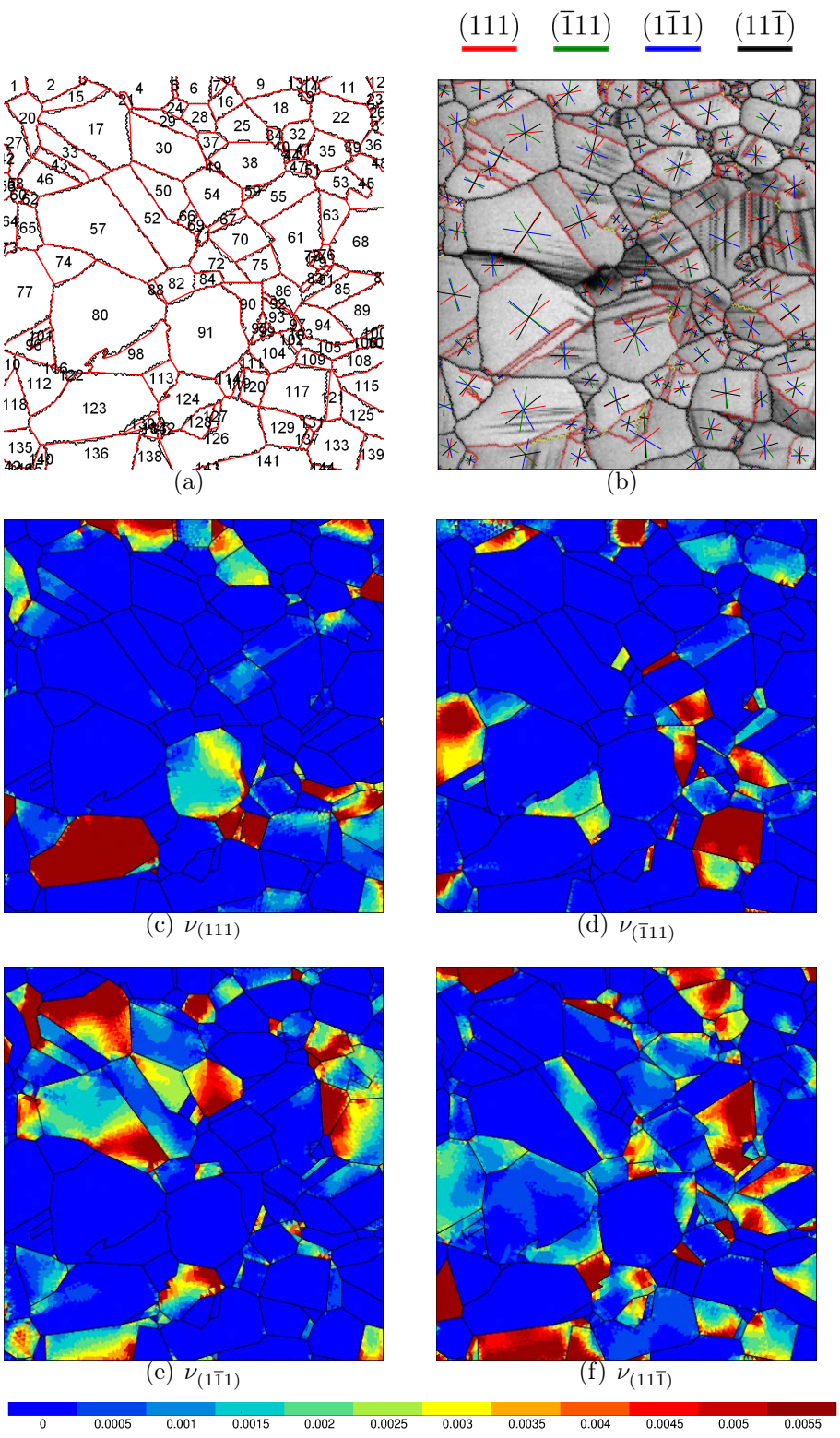


FIGURE IV.18 – Résultats de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en torsion : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$.

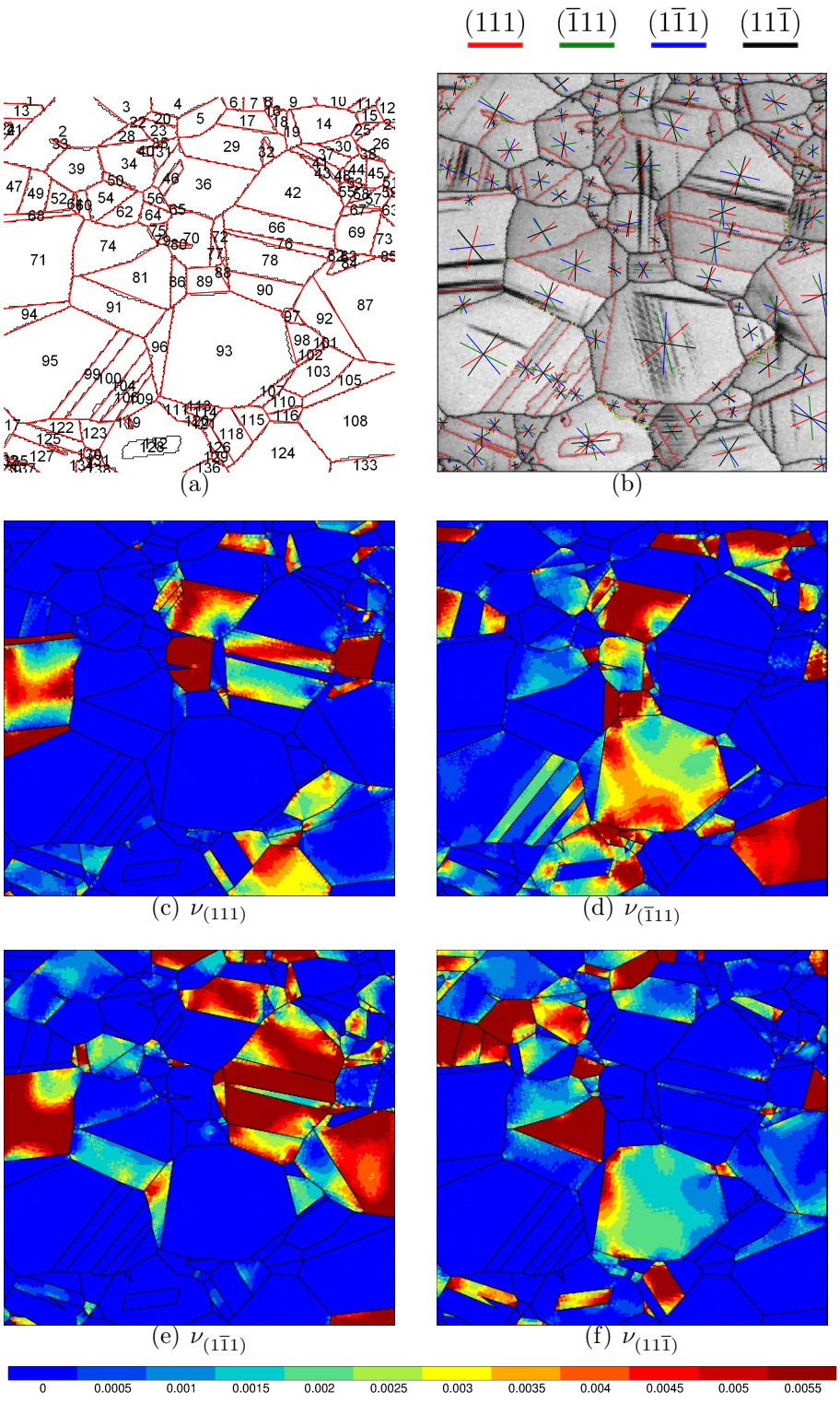


FIGURE IV.19 – Résultats de la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion : représentation (a) de la numérotation des grains, (b) des traces des plans de glissement et de la somme des glissements plastiques cumulés dans le plan : (c) (111), (d) $(\bar{1}11)$, (e) $(1\bar{1}1)$ et (f) $(11\bar{1})$.

Chapitre V

Simulation numérique d'agrégats polycristallins sur microstructures synthétiques : étude couplée de l'influence de défauts et de sollicitations multiaxiales sur le comportement en fatigue de l'acier 316L

Sommaire

1 Introduction 194
2 Modélisation d'agrégats polycristallin 194
2.1 Modèles éléments finis 194
2.2 Modèles de comportement étudiés 199
2.3 Conditions de chargement 200
3 Critère de fatigue probabiliste 203
3.1 Identification des paramètres du critère de fatigue probabiliste . 203
3.2 Détermination des limites de fatigue à l'aide du critère de fatigue probabiliste 205
4 Résultats et discussion 205
4.1 Effet du modèle de comportement et de la modélisation sur les réponses mécaniques mésoscopiques 207
4.2 Prédictions du critère de fatigue probabiliste 216
5 Conclusion 226

1 Introduction

Les travaux numériques présentés dans ce chapitre suivent une démarche similaire à celle mise en œuvre lors de l'étude numérique préliminaire portant sur la tenue en fatigue d'un cuivre électrolytique (voir chapitre II). Cependant, les effets de multiaxialité du chargement et de la présence d'accidents géométrique sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles sont ici étudiés de manière non-dissociée et concerne l'acier austénitique 316L. Cette étude numérique s'appuie sur la campagne expérimentale décrite au chapitre III, tant pour la définition du comportement élasto-plastique que pour celle des niveaux de chargement à la limite de fatigue moyenne à 2.10^6 cycles.

Les diamètres des calottes hémisphériques D étudiées expérimentalement étant importants en regard de la taille moyenne de grain, il n'est pas envisageable de reproduire numériquement, à l'aide de simulations numériques par éléments finis d'agrégats polycristallins en 3D, les essais de fatigue conduits dans le cadre de cette étude (voir chapitre III). À titre d'exemple, un agrégat polycristallin sous forme de cube de coté $c = 500$ μm contiendrait, pour une taille moyenne de grain de 14 μm, approximativement 45000 grains (et serait trop petit pour contenir la calotte de diamètre 510 μm). En discrétisant les grains de cet agrégat avec en moyenne 100 éléments tétraédriques, le maillage résultant contiendrait environ $4{,}5.10^6$ éléments. Étant donné les moyens de calculs à disposition, un tel modèle ne peut être résolu.

Pour contourner cette difficulté, deux modélisations sont considérées :

- un modèle éléments finis d'une microstructure en 2D présentant un trou central circulaire, pour laquelle plusieurs diamètres de défaut D seront considérés : 50, 95, 365 et 510 μm ;
- un modèle éléments finis d'une microstructure en 3D de dimensions raisonnables et pour laquelle nous nous limiterons à étudier un défaut hémisphérique de diamètre $D = 50$ μm.

Pour ces deux modélisations, le cas de microstructures sans accident géométrique est également étudié.

2 Modélisation d'agrégats polycristallin

2.1 Modèles éléments finis

Avant de détailler les deux modélisations adoptées dans cette étude (2D et 3D), il convient de préciser que, quel que soit la modélisation considérée, certaines caractéristiques de la microstructure de l'acier 316L ne sont pas modélisées (par exemple, les joints de macle cohérents) ou vérifiées (à titre d'exemples, les distributions de tailles de grain, d'angle de désorientation, de nombre de grains voisins, etc.)

2.1.1 Modélisation de l'agrégat polycristallin en 2D

Afin d'étudier, à l'aide de simulations numériques par EF d'agrégats polycristallins, les cas relatifs aux essais de fatigue conduit sur l'acier 316L (voir chapitre III), et notamment les essais réalisés sur des éprouvettes présentant un défaut hémisphérique de

diamètre important, une géométrie simplifiée de l'éprouvette est modélisée (voir figure V.1). La première simplification est l'utilisation d'une géométrie en 2D avec une hypothèse de déformation plane généralisée. Le défaut hémisphérique est, dans ce cas de figure, représenté par un trou central circulaire. La seconde simplification consiste à modéliser explicitement la microstructure uniquement dans une zone réduite à proximité de l'accident géométrique. Une matrice homogène englobant l'agrégat polycristallin est ajoutée afin d'éviter de surestimer la concentration de contrainte induite par le trou circulaire. Les dimensions présentées sur la figure V.1 ont été choisies de manière à répondre au compromis suivant :

- l'agrégat polycristallin doit être suffisamment grand afin de pouvoir contenir le trou circulaire de diamètre D le plus important (en l'occurrence $D = 510$ μm) et la zone affectée par la concentration de contrainte engendrée par ce défaut ;
- l'agrégat polycristallin doit être suffisamment petit de sorte à limiter le nombre de grain contenus dans ce dernier.

Avec les dimensions retenues, l'agrégat polycristallin contient, pour une taille moyenne de grain de 14 μm et en l'absence de trou, 3265 grains.

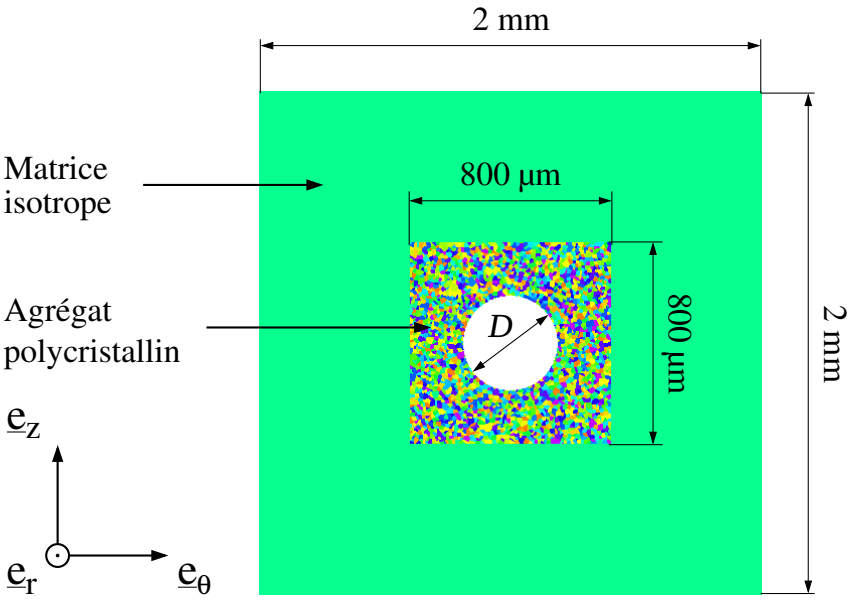


FIGURE V.1 – Géométrie de la matrice et de l'agrégat polycristallin utilisés dans la modélisation en 2D.

La méthode mise en œuvre pour générer la géométrie de l'agrégat polycristallin en 2 dimensions est celle proposée par Robert et al. [69]. Le maillage élément finis de la CAO de la microstructure synthétique est réalisé grâce à Gmsh [95]. Des éléments triangulaires à trois nœuds, avec une interpolation linéaire, sont utilisés. Les grains sont discrétisés en moyenne avec 75 éléments. Une illustration du maillage EF résultant est illustré en figure V.2. En outre, la géométrie étant en 2D, une hypothèse de déformation plane généralisée est utilisée afin d'autoriser le glissement hors plan.

Pour chaque condition de chargement, taille de défaut et modèle de comportement étudié, une géométrie de microstructure et dix jeux d'orientations sont utilisés. Chaque jeu

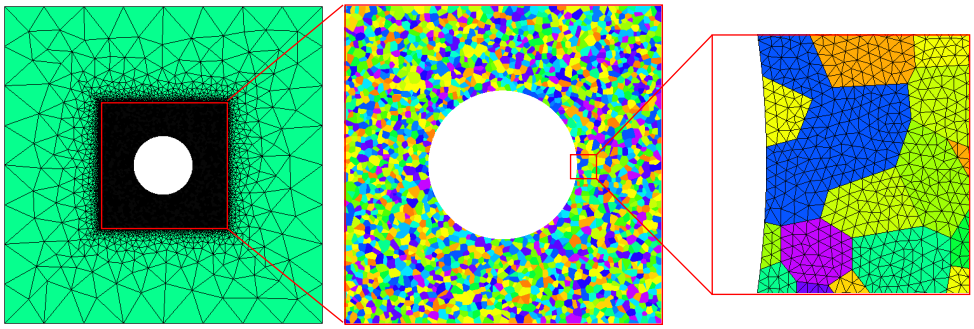


FIGURE V.2 – Maillage de la matrice et de l'agrégat polycristallin de la modélisation en 2D contenant approximativement 280000 éléments.

d'orientations est composé de 3265 triplets d'angles d'Euler, chaque triplet permettant de définir l'orientation cristalline d'un grain par rapport au repère global. Les triplets d'angles d'Euler sont choisis de manière à représenter la texture cristallographique mesurée sur l'acier inoxydable 316L (voir annexe A). Un soin particulier a été porté à la définition des orientations cristallines à partir du même repère que le repère spatial de l'éprouvette. En somme, les réponses mécaniques de 10 réalisations différentes sont étudiées par condition de chargement, par diamètre de trou D et par modèle de comportement. Par ailleurs, plusieurs diamètres de défaut D sont considérés :

- d'une part, les diamètres D étudiés expérimentalement : 0, 95, 365 et 510 μm ;
- et d'autre part, le diamètre $D = 50$ μm – analysé numériquement avec le modèle élément finis en 3D – afin de disposer d'un point de comparaison entre les modélisations 2D et 3D.

2.1.2 Modélisation des agrégats polycristallins en 3D

Comme évoqué précédemment, il n'est pas envisageable, pour des raisons de temps de calcul, de simuler la réponse mécanique d'agrégats polycristallin en 3D présentant un défaut hémisphérique de diamètre aussi important que ceux étudiés lors des essais de fatigue. Pour cette raison, il a été décidé de se limiter, pour les modèles en 3D, à l'étude d'agrégats polycristallins présentant un défaut de forme hémisphérique de diamètre $D = 50$ μm et d'agrégat sans accident géométrique. Afin de réduire l'effet de la concentration de contrainte, une matrice homogène englobant l'agrégat polycristallin, tout en laissant la surface présentant la calotte hémisphérique libre, est également ajoutée. La géométrie de l'agrégat polycristallin et de la matrice choisie, ainsi que leurs dimensions respectives, sont présentées en figure V.3. Avec les dimensions retenues, l'agrégat polycristallin contient, pour une taille moyenne de grain de 14 μm et en l'absence d'accident géométrique hémisphérique, 615 grains.

La géométrie et le maillage des agrégats polycristallin sont obtenus à l'aide du logiciel libre Neper [144]. La géométrie des agrégats polycristallins est définie par une décomposition de Voronoï conduisant ainsi à des grains de géométrie polyédrique convexe. Le grand intérêt de Neper est de proposer une procédure de « régularisation » de la géométrie de la microstructure dont le rôle est de supprimer les entités géométriques (segments et faces)

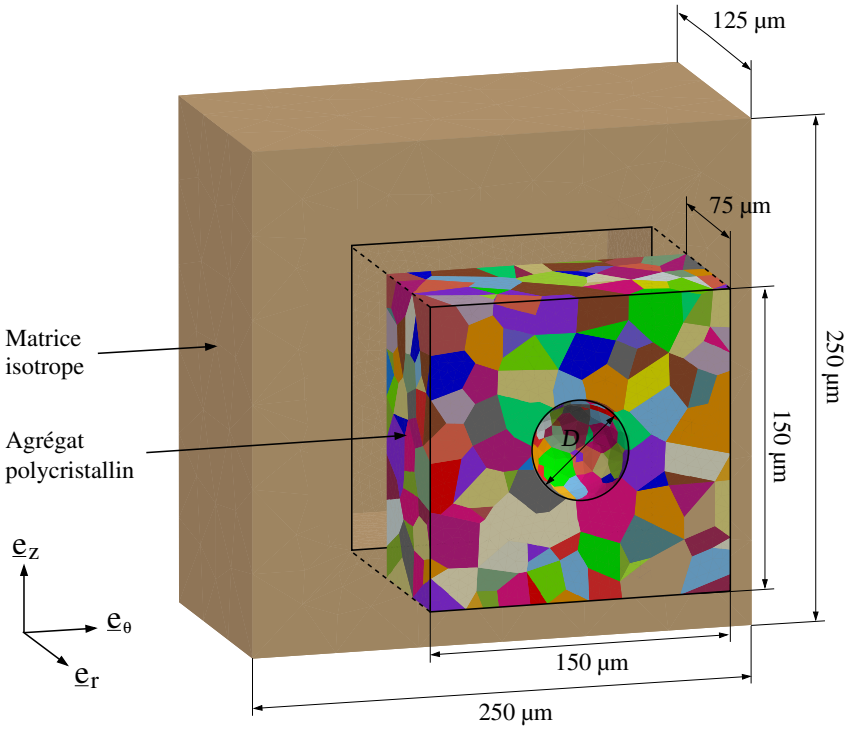


FIGURE V.3 – Géométrie de la matrice et d'un des agrégats polycristallins utilisés dans la modélisation en 3D.

de faibles dimensions par rapport à la dimension de l'agrégat, permettant ainsi d'obtenir un maillage de bonne qualité, sans raffinement excessif. Les grains des agrégats polycristallins sont discrétisés en moyenne par 100 éléments tétraédrique à 4 nœuds. Le maillage ainsi obtenu est illustré en figure V.4.

La matrice est ajoutée après la construction du maillage de la microstructure. Afin d'assurer une cohérence entre les maillages de la matrice et de la microstructure, la géométrie de la matrice à l'interface matrice-microstructure est construite à l'aide de facettes triangulaires reproduisant les facettes extérieures des éléments tétraédriques constituant le maillage de la microstructure sur ladite interface. Lors de l'opération de maillage de la matrice, il est ensuite imposé que chaque facette de l'interface ne soit discrétisée que par un seul élément tétrahédrique.

L'accident géométrique hémisphérique est, lui aussi, réalisé à partir du maillage de l'agrégat polycristallin et non, de sa géométrie. La procédure suivie pour la réalisation d'un défaut hémisphérique de diamètre D et de centre Ω consiste dans un premier temps à supprimer les éléments dont au moins un des nœuds est contenu dans la sphère de diamètre D et de centre Ω. Les nœuds qui ne sont plus utilisés sont ensuite retirés du maillage. La surface du défaut résultant est « accidentée » et il est nécessaire de déplacer les nœuds en contact avec ce défaut de sorte à former une hémisphère. Cependant, afin d'éviter d'obtenir des éléments tétraédriques plats (ou tout du moins ayant un très mauvais rapport de forme) risquant de nuire à la convergence des calculs par éléments finis, les éléments ayant 4 nœuds en contact avec la surface du défaut sont supprimés. Les nœuds

utilisés sont, eux aussi, retirés du maillage. Cette opération accomplie, chaque nœud, de position M, sur la surface du défaut est ensuite déplacé, suivant la direction $\underline{M\Omega}$ et sur une distance égale à $||\underline{M\Omega}|| - D$, de manière à être positionné sur la sphère de centre Ω et de rayon D. Il est à noter que cette façon de procéder (c'est-à-dire, d'intégrer le défaut à partir du maillage et non, de la géométrie) n'est pas idéale car les éléments en contact avec le défaut se retrouvent allongés, conduisant ainsi à un moins bon rapport de forme et de ce fait, une moins bonne qualité de maillage. Malgré tout, il reste plus intéressant, du point de vue de la qualité du maillage, de bénéficier de la procédure de régularisation de la géométrie de Neper et ainsi de réaliser le défaut à partir du maillage de la microstructure.

Les deux opérations évoquées précédemment (à savoir, l'ajout de la matrice et la réalisation de la calotte hémisphérique) sont, en plus de l'opération de conversion du maillage au format « GEOF » utilisé par ZeBuLoN, effectuées à l'aide de programmes développés dans le cadre de cette étude.

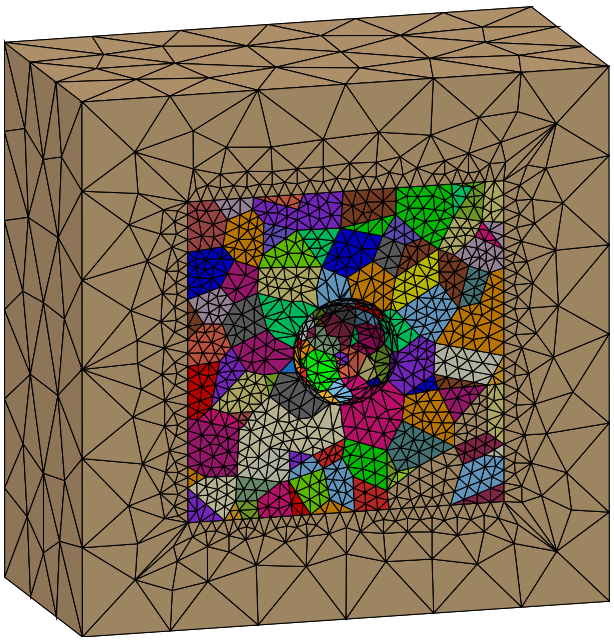


FIGURE V.4 – Maillage de la matrice et d'un des agrégats polycristallins de la modélisation en 3D contenant approximativement 70000 éléments.

Pour chaque condition de chargement, taille de défaut et modèle de comportement étudié, trois géométries de microstructure de 615 grains et dix jeux d'orientations sont utilisés. Les triplets d'angles d'Euler définissant les jeux d'orientation sont sélectionnés de manière à représenter la texture cristallographique mesurée sur l'acier inoxydable 316L (voir annexe A). Une fois encore, les orientations cristallines sont définies en accord avec le repère spatial de l'éprouvette. Les différentes combinaisons possibles entre les microstructures et les jeux d'orientations permettent d'étudier les réponses mécaniques de 30 réalisations différentes par condition de chargement, par diamètre de calotte hémisphérique D et par modèle de comportement.

L'intégralité des simulations numériques présentées dans cette étude sont conduites sur le code de calcul par éléments finis ZeBuLoN [96].

2.2 Modèles de comportement étudiés

2.2.1 Modèle de comportement assigné aux grains

Comme dans le cas de l'étude numérique conduite sur un cuivre électrolytique (voir chapitre II), afin de dissocier les effets de chaque source d'anisotropie sur les réponses mécaniques mésoscopiques, trois modèles de comportement, assignés aux grains, sont utilisés :

- l'élasticité linéaire isotrope ;
- l'élasticité linéaire cubique ;
- l'élasticité linéaire cubique avec la plasticité monocristalline.

Cependant, étant donné que le nombre de degrés de liberté des modèles 2D est très important, le modèle de plasticité monocristalline n'est employé que dans la modélisation des agrégats polycristallins en 3D.

Le comportement élastique anisotrope des grains est décrit par la loi de Hooke (Éq. V.1) avec un tenseur d'élasticité $\tilde{\boldsymbol{C}}$ cubique qui est représenté sous la forme d'une matrice 6×6, exprimée dans la base du cristal B_c, en équation V.2). Le jeu de paramètres utilisé est issu de la littérature et est discuté en section 4.1.2 du chapitre III.

Le modèle de Méric et Cailletaud est employé pour décrire le comportement plastique des grains. La loi d'écoulement est rappelée en équation V.3. Les lois décrivant l'évolution des variables d'écrouissages cinématique x_s et isotrope r_s sont présentées respectivement en équations V.4 et V.5.

L'identification, pour l'acier 316L, des paramètres utilisées par ces modèles est discutée en section 4 du chapitre III. Les valeurs des paramètres des modèles d'élasticité (isotrope et cubique) et de visco-plasticité monocristalline sont récapitulées respectivement dans les tableaux V.1 et V.2.

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\varepsilon}^e \tag{V.1}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad \text{avec} \quad \tilde{\boldsymbol{C}} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1111} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{1122} & C_{1111} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{pmatrix}_{B_c} \tag{V.2}$$

$$\dot{\gamma}_s = \left\langle \frac{|\tau_s - x_s| - r_0 - r_s}{K} \right\rangle_+^n sgn(\tau_s - x_s) = \dot{\nu}_s sgn(\tau_s - x_s) \tag{V.3}$$

$$\dot{x}_s = c\dot{\gamma}_s - d\dot{\nu}_s x_s \tag{V.4}$$

$$r_s = Q \sum_r h_{sr}(1 - e^{-b\nu_r}) \tag{V.5}$$

Élasticité isotrope		Élasticité cubique		
E [GPa]	ν	C_{1111} [GPa]	C_{1122} [GPa]	C_{1212} [GPa]
194	0,284	198	125	122

TABLE V.1 – Paramètres des modèles d'élasticité isotrope et cubique utilisés dans les modèles éléments finis d'agrégats polycristallins synthétiques en 2D et 3D.

Viscosité		Écrouissage isotrope			Écrouissage cinématique	
K [MPa.s$^{1/n}$]	n	r_0 [MPa]	Q [MPa]	b	c [MPa]	d
10	10	87,0	1,06	4,88	$2{,}04.10^5$	$3{,}63.10^3$

Matrice d'interaction					
h_0	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5
1	1	0,438	77,2	4,31	2,41

TABLE V.2 – Paramètres du modèle d'élasto-visco-plasticité monocristalline utilisés dans les modèles éléments finis d'agrégat polycristallin synthétique en 3D.

2.2.2 Modèle de comportement assigné à la matrice

Quel que soit le comportement attribué aux grains, le comportement élastique de la matrice est défini comme isotrope. Les valeurs du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν sont rappelées dans le tableau V.1.

En outre, dans le cas où un comportement de plasticité monocristalline est assigné aux grains, un modèle de comportement de plasticité macroscopique est attribué à la matrice. Ce modèle de plasticité est défini par une surface de charge f décrite par le critère de von Mises et dans laquelle une variable d'écrouissage isotrope R et une variable d'écrouissage cinématique $\boldsymbol{X}$ interviennent (Eq. V.6). Les évolutions respectives des variables R et $\boldsymbol{X}$ sont décrites à l'aide des équations V.7 et V.8. L'identification, effectuée pour l'acier 316L, des paramètres utilisés par ce modèle de plasticité est discutée en section 4.2.2 du chapitre III. Les valeurs des paramètres sont rappelées dans le tableau V.3.

$$f = J_2\left(\boldsymbol{\Sigma} - \boldsymbol{X}\right) - R - \Sigma_y \tag{V.6}$$

$$R = Q_{iso}(1 - e^{-b_{iso}p}) \tag{V.7}$$

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \frac{2}{3} C_{iso}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - D_{iso}\boldsymbol{X}\dot{p} \tag{V.8}$$

2.3 Conditions de chargement

Le but de cette campagne de simulations numériques est d'étudier les réponses mécaniques d'agrégats polycristallins soumis aux mêmes conditions de sollicitation que celles

Écrouissage isotrope			Écrouissage cinématique	
Σ_y [MPa]	Q_{iso} [MPa]	b_{iso}	C_{iso} [MPa]	D_{iso}
129	142	6,88	$7{,}05.10^5$	$3{,}08.10^3$

TABLE V.3 – Paramètres de la loi de plasticité macroscopique identifiés.

imposées aux éprouvettes lors des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante (voir chapitre III). Ainsi, les chargements suivants sont appliqués aux agrégats polycristallins :

- traction alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$;
- torsion alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$;
- traction-torsion alternée en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = \Sigma_{\theta z}/\Sigma_{zz} = 0{,}5$;
- traction-torsion alternée déphasée de $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$ avec un rapport de charge $R_\sigma = -1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta z} = \Sigma_{\theta z}/\Sigma_{zz} = 0{,}5$;
- traction alternée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$;
- traction biaxiale alternée en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = \Sigma_{\theta\theta}/\Sigma_{zz} = 0{,}5$.

Les chargements sont modélisés par des champs de contrainte homogène appliqués sur le contour des matrices. Par soucis de simplicité, les gradients des contraintes macroscopiques $\Sigma_{\theta\theta}$ et $\Sigma_{\theta z}$, présents pour les chargements de torsion et de pression interne, ne sont pas pris en compte dans la modélisation. Dans le cas des modèles en 3D, les déplacements des nœuds sur la surface présentant la calotte hémisphérique, ainsi que ceux des nœuds sur la surface en vis-à-vis de cette dernière, sont laissés libres.

Pour chaque type de sollicitation et chaque taille de défaut, les agrégats polycristallins sont sollicitées au niveau de la limite de fatigue moyenne macroscopique. Pour chaque condition d'essai testée, cette dernière est estimée à partir des résultats des essais de fatigue à grand nombre de cycles (voir chapitre III) en moyennant, pour chaque composante Σ_{ij} du tenseur des contraintes macroscopiques $\mathbf{\Sigma}$, deux amplitudes de contrainte :

- $\Sigma^{NF}_{ij,a}$ correspondant à l'amplitude maximale testée pour laquelle aucune fissure de fatigue n'a été observée ;
- $\Sigma^{F}_{ij,a}$ correspondant à l'amplitude minimale testée pour laquelle aucune éprouvette n'a supportée 2.10^6 cycle de fatigue sans amorçage de fissure.

Dans le cas des défauts de diamètre $D = 50$ μm, les limites de fatigue n'ayant pas été déterminées expérimentalement, les amplitudes de chargement appliquées aux matrices sont les mêmes que celles utilisées dans le cas de microstructure sans défaut. Étant donné la faible variation des limites de fatigue moyennes macroscopiques constatée expérimentalement pour les chargements de traction alternée symétrique et de torsion alternée symétrique, lors du passage d'un défaut de diamètre $D = 0$ μm à un diamètre $D = 95$ μm, il est attendu que ce choix d'amplitudes permet de solliciter les microstructures au voisinage de la limite de fatigue moyenne macroscopique.

Les valeurs des amplitudes et des moyennes des contraintes homogènes appliquées sur le contour des matrices sont récapitulées dans le tableau V.4. Les conditions pour lesquelles les valeurs ne sont pas renseignées, c'est-à-dire notées X dans ce tableau, n'ont

pas été étudiées expérimentalement. Toutefois, lesdites conditions sont analysées à l'aide des simulations numériques d'agrégats polycristallins. En particulier, le critère de fatigue probabiliste, présenté au chapitre II, est utilisé afin de déterminer les limites de fatigues moyennes macroscopiques dans ces conditions.

Chargement	D [μm]	Σ_{ij} [MPa]					
		$\Sigma_{zz,a}$	$\Sigma_{zz,m}$	$\Sigma_{\theta z,a}$	$\Sigma_{\theta z,m}$	$\Sigma_{\theta\theta,a}$	$\Sigma_{\theta\theta,m}$
Traction alternée symétrique	0	232,5	0	0	0	0	0
	50	232,5	0	0	0	0	0
	95	212,5	0	0	0	0	0
	365	180	0	0	0	0	0
	510	152,5	0	0	0	0	0
Torsion alternée symétrique	0	0	0	147,5	0	0	0
	50	0	0	147,5	0	0	0
	95	0	0	142,5	0	0	0
	365	0	0	121,25	0	0	0
	510	0	0	115	0	0	0
Traction-torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5\,;\, \varphi_{\theta z} = 0^\circ$)	0	187,5	0	93,75	0	0	0
	50	187,5	0	93,75	0	0	0
	95	X	0	X	0	0	0
	365	120	0	60	0	0	0
	510	X	0	X	0	0	0
Traction-torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5\,;\, \varphi_{\theta z} = 90^\circ$)	0	232,5	0	116,25	0	0	0
	50	232,5	0	116,25	0	0	0
	95	X	0	X	0	0	0
	365	168,75	0	84,375	0	0	0
	510	232,5	0	0	0	0	0
Traction biaxiale alternée à $R_\sigma = 0{,}1$ ($k_{\theta\theta} = 0{,}5\,;\, \varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$)	0	162,5	198,61	0	0	81,25	99,3
	50	162,5	198,61	0	0	81,25	99,3
	95	X	X	0	0	X	X
	365	157,25	192,5	0	0	78,75	96,25
	510	X	X	0	0	X	X
Traction alternée à $R_\sigma = 0{,}1$	0	147,5	180,28	0	0	0	0

TABLE V.4 – Valeurs des amplitudes et des moyennes des contraintes macroscopiques appliquées sur le contour des matrices pour chaque type de sollicitation et chaque diamètre de défaut D.

Grâce à la linéarité des comportements élastiques, seul un cycle de chargement est calculé dans les cas où un modèle purement élastique est assigné aux grains. Lorsque la plasticité cristalline est utilisée, seuls 3 cycles de chargement sont appliqués aux microstructures du fait des temps de calcul importants.

3 Critère de fatigue probabiliste

Le critère de fatigue probabiliste décrit en section 2.2 du chapitre II est de nouveau employé afin de déterminer les limites de fatigue macroscopiques. À titre de rappel, les quantités mécaniques mésoscopiques utilisées dans ce critère sont calculées à partir des tenseurs de contrainte moyennés par grains $\left\langle \underline{\underline{\sigma}}(t) \right\rangle_g$ obtenus lors du dernier cycle de chargement des simulations par EF.

3.1 Identification des paramètres du critère de fatigue probabiliste

La méthodologie d'identification suivie pour identifier les paramètres du critère de fatigue probabiliste est similaire à celle décrite en section 2.2.4 du chapitre 2.2 : pour chaque modèle de comportement assigné aux grains, les paramètres du critère sont identifiés grâce aux résultats des simulations numériques d'agrégats polycristallins sans défaut sollicités, au niveau de la limite de fatigue moyenne macroscopique, en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique et en traction répétée avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$. Les limites de fatigue moyenne à 2.10^6 cycles de l'acier 316L en traction alternée symétrique, en torsion alternés symétriques et en traction alternée avec $R_\sigma = 0{,}1$ sont respectivement $s_{-1} = 232{,}5$ MPa, $t_{-1} = 147{,}5$ MPa et $s_{0,1} = 147{,}5$ MPa.

Les paramètres τ'_0, α et γ du critère de fatigue probabiliste sont identifiés de sorte que la probabilité de rupture des agrégats P_{Fa} soit, en moyenne sur les 30 réalisations, égale à 50% pour chacun des trois cas de chargement. Le paramètre de forme m est, quant à lui, imposé et, afin d'étudier la sensibilité des prédictions du critère vis-à-vis de ce paramètre, 4 valeurs sont choisies : 5, 10, 15 et 20.

Les valeurs des paramètres du critère probabiliste identifiées, à partir des résultats des simulations numériques pour chacun des modèles de comportement, sont récapitulées dans le tableau V.5 pour les modèles en 2D et dans le tableau V.6 pour les modèles en 3D. Les différences observées entre les paramètres identifiés pour les modélisation en 2D et 3D, peuvent s'expliquer par :

- la différence de conditions aux limites entre les deux modélisations (c'est-à-dire, l'hypothèse de déformation plane généralisée pour les modèles en 2D et la surface libre pour les modèles en 3D) ;
- la variation significative du nombre de grains contenus dans les agrégats polycristallins entre les modélisations 2D et 3D (pour rappel, ces modèles contiennent, respectivement, 3265 grains et 615 grains).

Ce second point correspond à la prise en compte d'un effet de volume par le critère. Ceci peut être illustré par l'exemple suivant : considérons deux agrégats de N_g grains sollicités de manière identique et pour lesquels le critère de fatigue probabiliste prédit, pour un même jeu de paramètre, une probabilité de rupture $P_{Fa,1}$ pour un des agrégats et $P_{Fa,2}$ pour l'autre. Supposons ensuite que l'on « colle » ces agrégats l'un à l'autre de manière à n'en former qu'un. Suite à cette opération, une redistribution des contraintes a lieu au voisinage de l'interface entre les deux agrégats. Néanmoins, si ces derniers contiennent suffisamment de grains, cette redistribution des contraintes ne devrait pas affecter leur probabilité de rupture respective (à savoir, $P_{Fa,1}$ et $P_{Fa,2}$). Du fait de l'utilisation de

Comportement des grains	m	τ'_0 [MPa]	α	γ [MPa^{-1}]
Élasticité isotrope	5	747	0,241	$2{,}79.10^{-3}$
	10	326	0,242	$2{,}81.10^{-3}$
	15	249	0,245	$2{,}81.10^{-3}$
	20	218	0,247	$2{,}81.10^{-3}$
Élasticité cubique	5	736	0,267	$2{,}23.10^{-3}$
	10	322	0,257	$2{,}14.10^{-3}$
	15	247	0,250	$2{,}06.10^{-3}$
	20	218	0,245	$1{,}99.10^{-3}$

TABLE V.5 – Paramètres des critères de fatigue pour la modélisation en 2D.

Comportement des grains	m	τ'_0 [MPa]	α	γ [MPa^{-1}]
Élasticité isotrope	5	523	0,195	$2{,}92.10^{-3}$
	10	271	0,209	$2{,}90.10^{-3}$
	15	220	0,218	$2{,}89.10^{-3}$
	20	198	0,225	$2{,}88.10^{-3}$
Élasticité cubique	5	477	0,154	$2{,}55.10^{-3}$
	10	244	0,134	$2{,}51.10^{-3}$
	15	197	0,122	$2{,}46.10^{-3}$
	20	178	0,114	$2{,}41.10^{-3}$
Élasticité cubique et plasticité cristalline	5	475	0,129	$2{,}52.10^{-3}$
	10	242	0,111	$2{,}46.10^{-3}$
	15	194	0,099	$2{,}40.10^{-3}$
	20	175	0,091	$2{,}35.10^{-3}$

TABLE V.6 – Paramètres des critères de fatigue pour la modélisation en 3D.

l'hypothèse du maillon le plus faible, la probabilité de rupture P_{Fa} de l'agrégat complet, sollicité dans les mêmes conditions, est exprimé comme suit :

$$P_{Fa} = 1 - [(1 - P_{Fa,1})\,(1 - P_{Fa,2})] \tag{V.9}$$

Ainsi, comme $P_{Fa,1} \in [0;1]$ et $P_{Fa,2} \in [0;1]$, $P_{Fa} \geq \max[P_{Fa,1}, P_{Fa,2}]$. En d'autres termes, la probabilité de rupture de l'agrégat complet est nécessairement supérieure ou égale à celle des agrégats qui le constitue. Par conséquent, si deux identifications distinctes n'avaient pas été effectuées entre la modélisation 3D et 2D, la limite de fatigue macroscopique prédite par le critère probabiliste, pour une probabilité de rupture P_{Fa} donnée et pour un même type de sollicitation, aurait ainsi été plus faible pour les modèles en 2D que pour les modèles en 3D.

3.2 Détermination des limites de fatigue à l'aide du critère de fatigue probabiliste

Une fois les paramètres identifiés, le critère de fatigue probabiliste est utilisé pour prédire la tenue en fatigue. Pour un chargement donné, la détermination de la limite de fatigue moyenne consiste à chercher l'amplitude de contrainte $\Sigma_{22,a}$ à appliquer aux agrégats polycristallins de sorte qu'en moyenne sur les 30 réalisations $P_{Fa} = 50\%$.

4 Résultats et discussion

Dans cette partie, la réponse mécanique des agrégats polycristallins est étudiée à l'échelle des grains à travers les quantités mécaniques mésoscopiques. Ces dernières sont calculées à partir des résultats obtenus lors du dernier cycle de chargement des simulations par EF et pour les trois modèles de comportement assignés aux grains. Toutefois, avant de débuter la discussion sur les quantités mécaniques mésoscopiques, il peut être intéressant de présenter certains caractéristiques des champs mécaniques locaux calculés à partir des simulations numériques d'agrégats polycristallins utilisant la plasticité cristalline et l'élasticité cubique. Cette brève analyse repose sur les figures V.5 et V.6 qui représentent les champs de glissement plastique cumulé équivalent déterminés à la fin du 3^{e} cycle de chargement et les champs de contrainte équivalente de von Mises obtenus à la fin du 1er quart de cycle du 4^{e} cycle de chargement. Une même géométrie de microstructure est utilisée dans tous les cas mais le diamètre du défaut D est nul pour les résultats présentés dans les deux premières colonnes et est égal à 50 μm pour les résultats illustrés dans les deux dernières colonnes. Un même jeu d'orientations est utilisé entre les résultats des 1re et 3^{e} colonnes et entre les résultats des 2^{e} et 4^{e} colonnes. Les agrégats polycristallins sont sollicités, sous différentes conditions de chargement, à une amplitude correspondant à la limite de fatigue macroscopique moyenne déterminée expérimentalement à partir des éprouvettes sans défaut (voir tableau V.4).

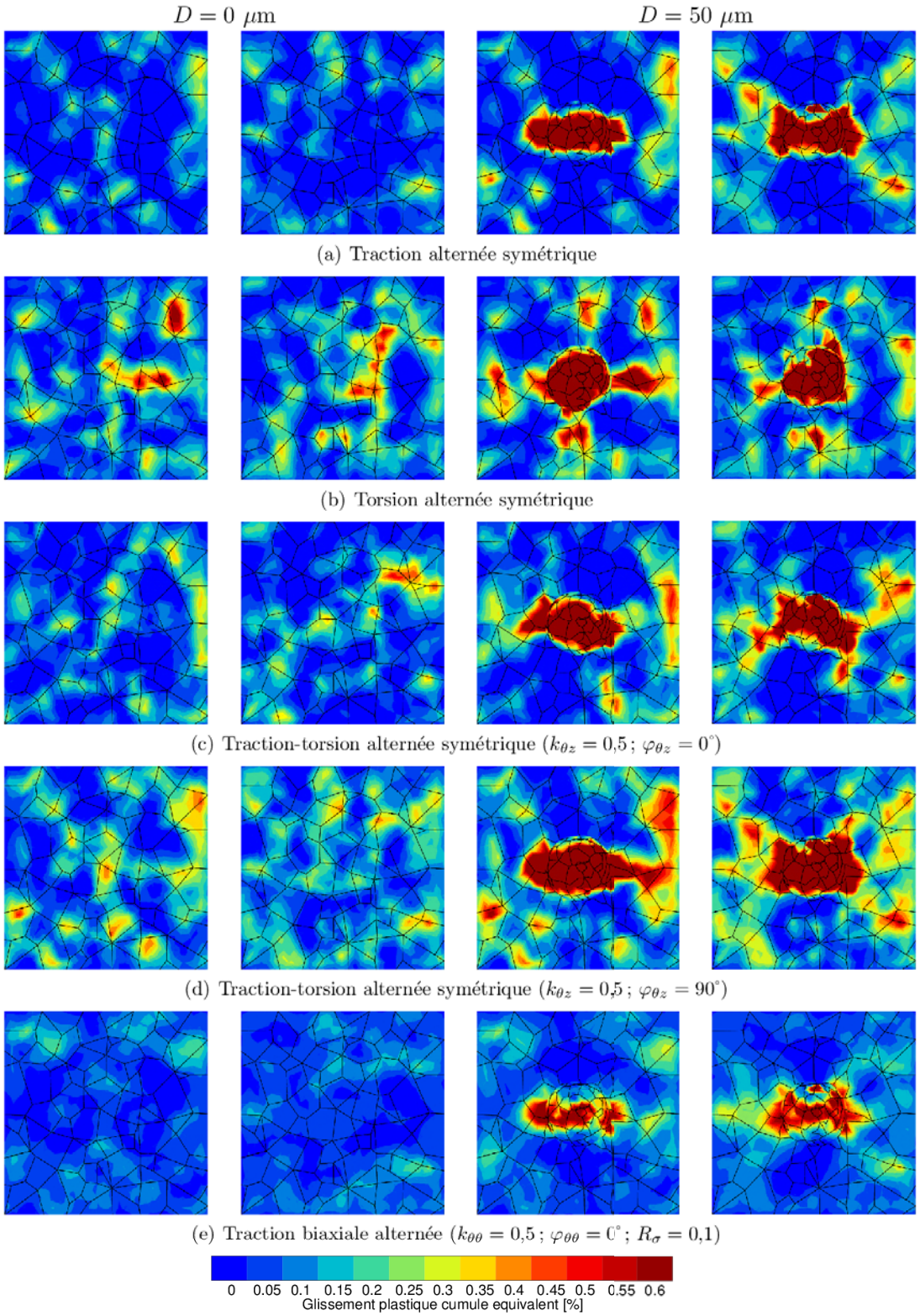


FIGURE V.5 – Champs de glissement plastique cumulé équivalent à la fin du 3^{e} cycle de chargement dans une même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique moyenne, pour différents types de sollicitation, diamètres de défaut D et jeux d'orientations.

Comme discuté précédemment en section 3.3 du chapitre II, la déformation plastique dans les agrégats polycristallins est fortement hétérogène, que ce soit entre les différents grains ou au sein d'un même grain (voir figure V.5). Pour les microstructures sans défaut, il peut être observé que les orientations cristallines ont une influence significative sur la position et l'intensité du glissement plastique. Dans le cas de microstructures présentant un accident géométrique hémisphérique de diamètre $D = 50$ μm, c'est-à-dire pour un défaut n'ayant qu'une faible influence sur la limite de fatigue, le glissement plastique cumulé équivalent atteint au voisinage du défaut est nettement plus élevé que celui obtenu dans les régions les plus plastifiées du reste de la microstructure. Les orientations cristallines ont toutefois un rôle non négligeable sur l'intensité et la position, au voisinage du défaut, de la localisation du glissement plastique.

Il peut être constaté que la torsion alternée symétrique est le chargement induisant les plus forts niveaux de glissement plastique cumulé dans le cas des microstructures sans défaut. Pour ces mêmes microstructures et dans le cas des chargements alternés symétriques, la traction alternée est le type de sollicitation conduisant aux plus faibles niveaux de glissement plastique cumulé équivalent. Il est aussi à noter que les champs obtenus en traction-torsion alternée déphasée de 90° constitue approximativement un compromis entre les champs déterminés en traction alternée et en torsion alternée.

L'hétérogénéité intragranulaire et intergranulaire observée dans les champs de glissement plastique est aussi constaté dans les champs de contrainte équivalente de von Mises (voir figure V.6). Les orientations cristallines influencent de nouveau significativement les champs mécaniques et en particulier, la position et l'intensité des extremums des contraintes équivalentes. Dans le cas de microstructures présentant un accident géométrique hémisphérique de diamètre $D = 50$ μm, la contrainte équivalente de von Mises maximale atteinte au voisinage du défaut est plus importante que celle obtenue dans les régions de la microstructure éloignées du défaut mais les écarts sont toutefois moins importants que dans le cas du glissement plastique cumulé.

Par ailleurs, la grande similitude qui peut être constatée entre les champs de contrainte équivalente de von Mises obtenus en traction alternée et en traction-torsion alternée déphasée de 90° est due au fait que la fin du 1erquart de cycle correspond à un chargement de traction uniaxiale pour la traction-torsion déphasée de 90°.

4.1 Effet du modèle de comportement et de la modélisation sur les réponses mécaniques mésoscopiques

4.1.1 Distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale dans le cas de la modélisation 2D

L'analyse de l'effet du modèle de comportement élastique sur la réponse mécanique des grains porte sur deux quantités mécaniques : l'amplitude de cission mésoscopique τ_a et l'amplitude de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ qui sont toutes deux utilisées dans le critère de fatigue probabiliste. Les réponses mécaniques mésoscopiques, obtenues durant le dernier cycle de chargement d'une microstructure en 2D sans défaut et d'une microstructure en 2D présentant un trou de diamètre $D = 365$ μm, sont étudiées pour les modèles de comportement élastique isotrope et cubique. Pour chaque taille de défaut, les agrégats polycristallins sont sollicités, au niveau de la limite de fatigue moyenne

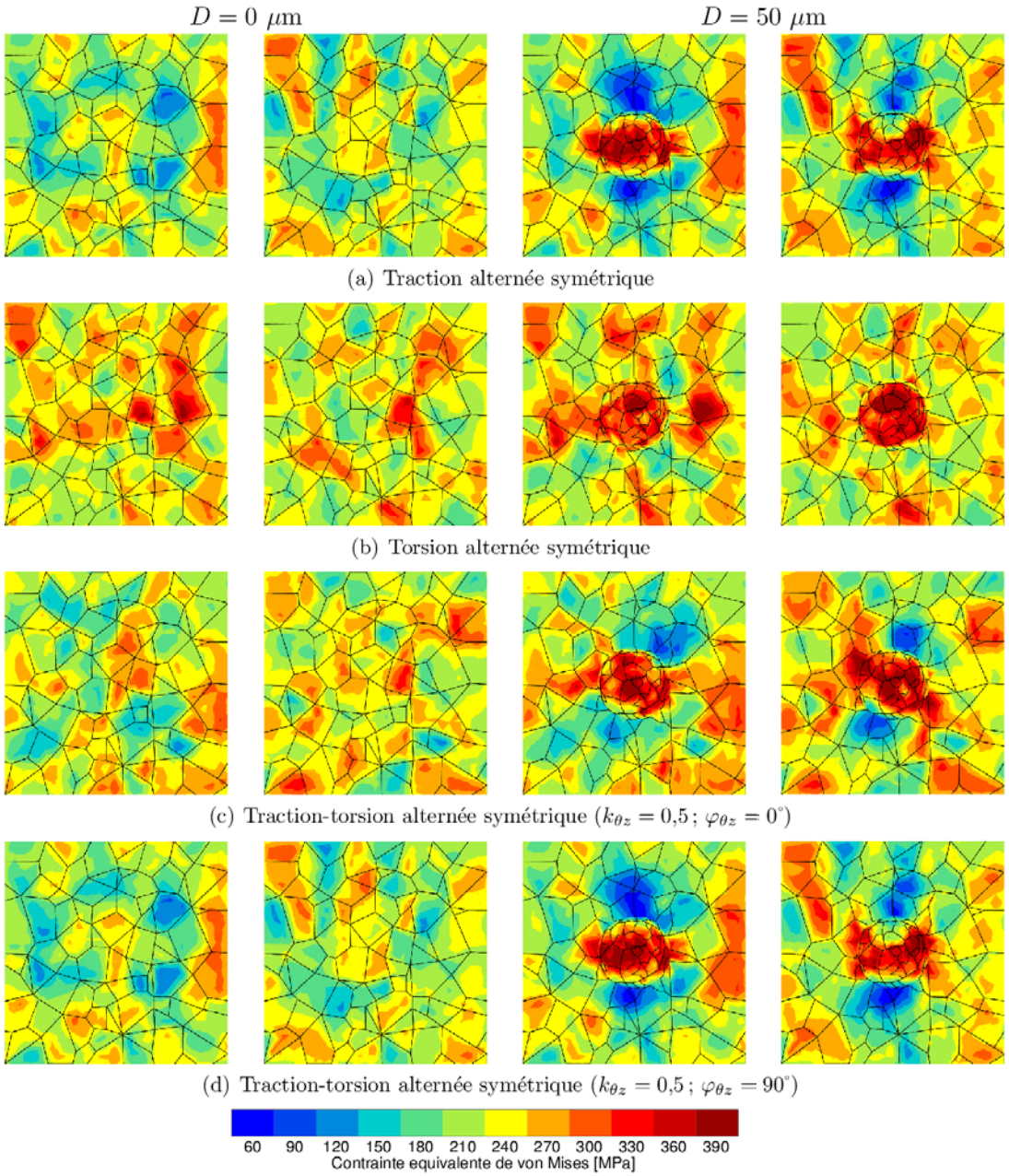


FIGURE V.6 – Champs de contrainte équivalente de von Mises lors du 1er quart de cycle du 4e cycle de chargement dans une même microstructure, sollicitée au niveau de la limite de fatigue macroscopique moyenne, pour différents types de sollicitation, diamètres de défaut D et jeux d'orientations.

macroscopique (voir tableau V.4), suivant différents types de sollicitation. Pour chaque modèle de comportement, la réponse mécanique de chaque plan de glissement, obtenue avec une géométrie d'agrégat polycristallin et un jeu d'orientations, est rapporté dans un diagramme τ_a - $\sigma_{n,a}$ sur la figure V.7 dans le cas de la microstructure sans accident géométrique et en figure V.8 dans le cas des microstructures présentant un trou de diamètre

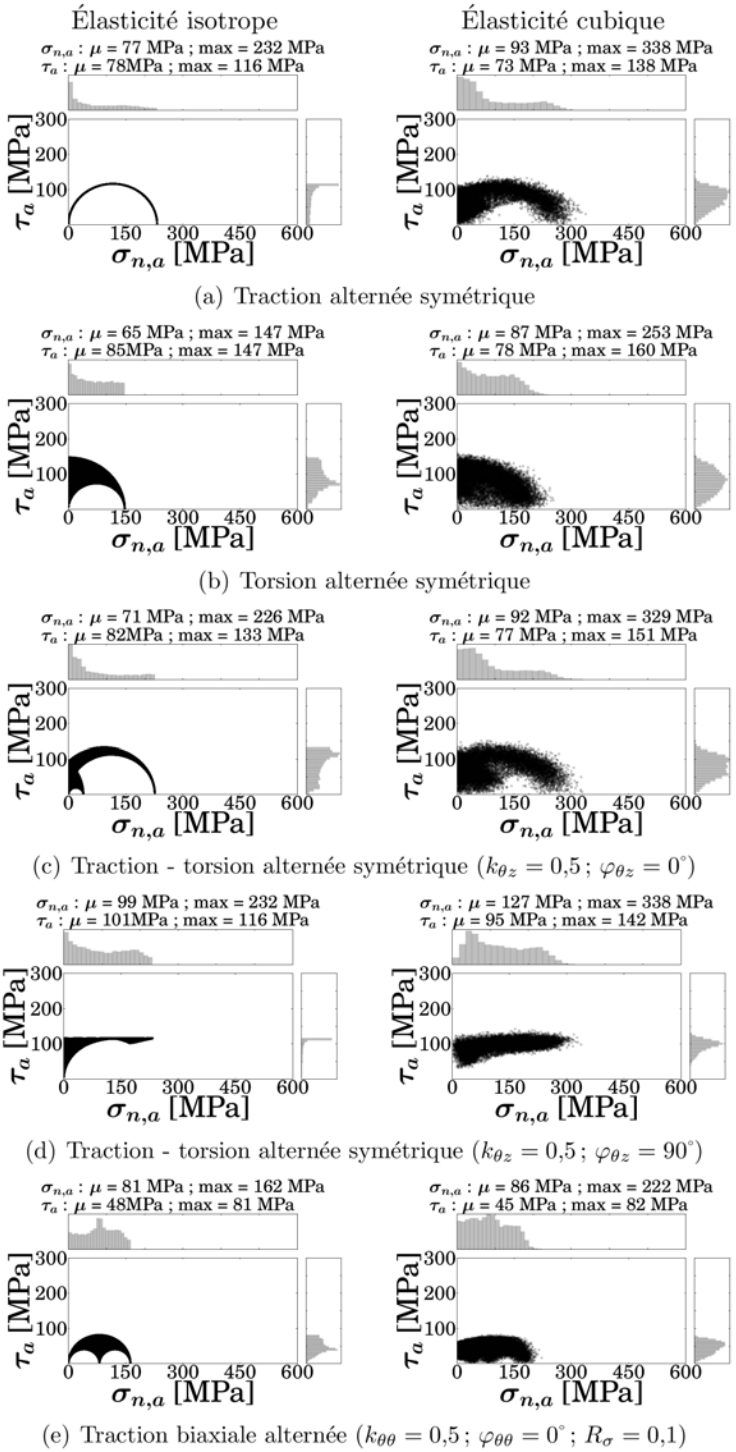
$D = 365$ μm. Sur cette figure, les résultats obtenus avec l'élastique isotrope, l'élastique cubique sont présentés respectivement dans les 1re et 2e colonnes. Les histogrammes, les valeurs moyennes μ et les valeurs maximales de τ_a et $\sigma_{n,a}$ sont également indiquées pour chaque diagramme.

Les conclusions pouvant être tirées des résultats obtenus sur une microstructure de 316L avec et sans accident géométrique (voir figures V.7 et V.8) sont similaires à celle énoncée pour un cuivre électrolytique (voir section 2.3.1 du chapitre II). Il est de nouveau constaté que les distributions des quantités mécaniques considérées sont fortement altérées quand le comportement élastique isotrope est remplacé par l'élasticité cubique. En effet, comparé au comportement élastique isotrope, le comportement élastique cubique cause une augmentation significative des valeurs maximales et moyennes des amplitudes de contrainte normale dans les agrégats $\sigma_{n,a}$. Une augmentation de la valeur maximale des amplitudes de cission τ_a est également observée pour les chargements considérés tandis qu'une légère diminution de sa valeur moyenne est constatée. Il est toutefois à remarquer que les évolutions des valeurs moyennes et maximales de τ_a et $\sigma_{n,a}$, lors du passage d'un comportement élastique isotrope à un comportement élastique cubique, sont moins importantes dans le cas de l'acier 316L que celui du cuivre électrolytique étudié au chapitre II. Ce constat était attendu car le coefficient d'anisotropie de Zener a est plus élevé pour le cuivre ($a \simeq 4{,}4$) que pour l'acier 316L ($a \simeq 3{,}3$).

Par ailleurs, la présence d'un accident géométrique, en l'occurrence un trou de diamètre $D = 365$ μm a pour principale conséquence d'induire une augmentation significative des valeurs maximales atteintes par τ_a et $\sigma_{n,a}$. Cette tendance, observée pour un trou de diamètre $D = 365$ μm, a également été constatée pour les autres diamètres de défaut étudiés : 50 μm, 95 μm et 500 μm.

4.1.2 Comparaison des réponses mécaniques mésoscopiques des agrégats polycristallin en 2D et en 3D

En vu d'étudier l'effet de la modélisation sur les réponses mécaniques mésoscopiques, une comparaison entre des résultats obtenus avec les modèles en 2D et en 3D est effectuée. Cette comparaison porte sur les amplitudes de cission mésoscopique τ_a et de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ déterminées à partir des simulations par EF sur les microstructures sollicitées, à la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement. Seuls les résultats obtenus avec les modèles dans lesquels un comportement élastique cubique est assigné aux grains sont présentés ; les résultats issus des modèles pour lesquels les grains se sont vus attribuer un comportement élasticité isotrope seront également discutés. La réponse mécanique de chaque plan de glissement obtenue, durant le dernier cycle de chargement d'une microstructure, est rapporté dans un diagramme τ_a - $\sigma_{n,a}$ sur la figure V.9 dans le cas de la microstructure sans accident géométrique et en figure V.10 dans le cas des microstructures présentant un défaut de diamètre $D = 50$ μm. Il est à noter que, pour la réalisation des graphiques, un seul jeu d'orientation a été pris en compte pour la modélisation en 2D alors que, pour les modèles en 3D, 10 jeux d'orientations ont été considérés. Sur ces figures, les résultats obtenus avec les modélisations en 2D et en 3D sont présentés respectivement dans les 1re et 2e colonnes. Les histogrammes, les valeurs moyennes μ et les valeurs maximales de τ_a et $\sigma_{n,a}$ sont également indiquées pour chaque diagramme.



(a) Traction alternée symétrique

(b) Torsion alternée symétrique

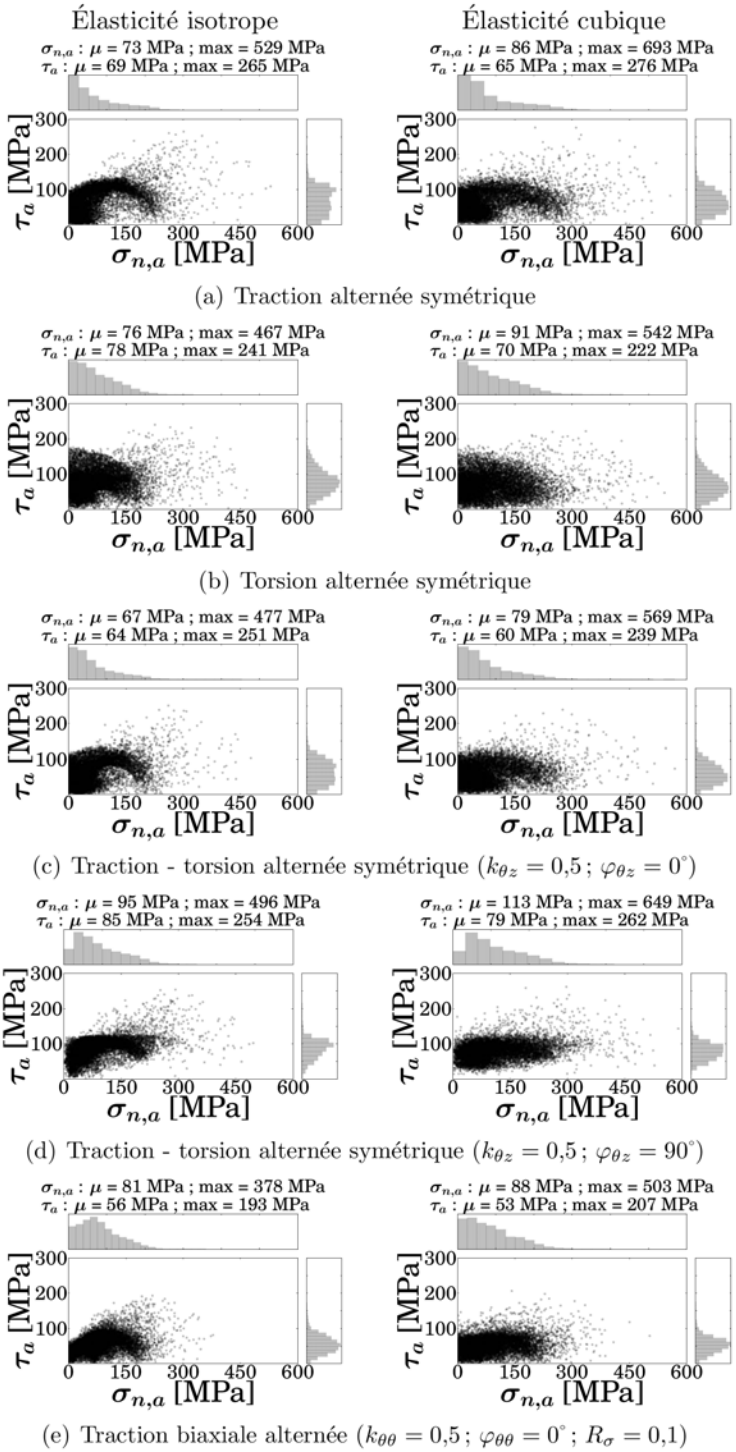
(c) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 0^{\circ}$)

(d) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 90^{\circ}$)

(e) Traction biaxiale alternée ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta\theta} = 0^{\circ}$; $R_{\sigma} = 0{,}1$)

FIGURE V.7 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur une microstructure en 2D sans défaut sollicitée, au niveau la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement.

Au vu des résultats obtenus à partir des microstructures sans défaut et dont le com-



(a) Traction alternée symétrique

(b) Torsion alternée symétrique

(c) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$)

(d) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$)

(e) Traction biaxiale alternée ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$; $R_\sigma = 0{,}1$)

FIGURE V.8 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D présenant un trou de diamètre $D = 365$ μm sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement.

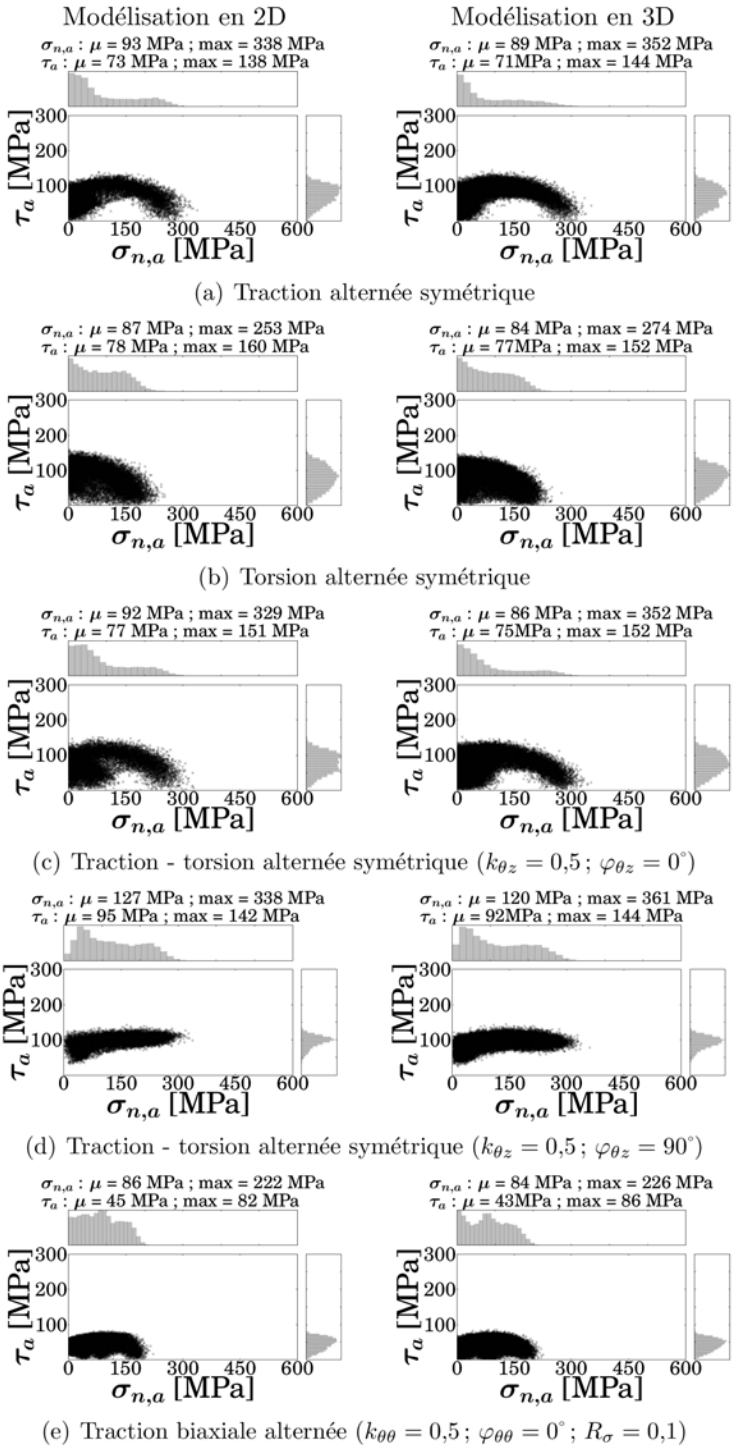


FIGURE V.9 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D et 3D sans accident géométrique sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement.

portement des grains est défini comme élastique cubique (voir figure V.9), il peut être constaté que la différence de modélisation affecte peu les distributions des quantités mécaniques considérées. En effet, les distributions des amplitudes de cission mésoscopique τ_a et de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ présentent des allures similaires entre les modèles en 2D et les modèles en 3D et ce, quel que soit le chargement considéré. Cependant, il apparaît, d'une manière générale, que les valeurs moyennes μ des amplitudes de cission mésoscopique τ_a et de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ sont légèrement plus importantes pour la modélisation en 2D que pour celle en 3D. À l'inverse, les valeurs maximales rencontrées pour τ_a et $\sigma_{n,a}$ sont plus élevées dans le cas de la modélisation en 3D. Ces écarts restent toutefois modérés et n'excède pas 10% lors du passage de la modélisation 2D à la modélisation 3D.

Par ailleurs, bien que non illustrée ici, une même analyse a été conduite en définissant le comportement des grains comme élastique isotrope. Dans ce cas, il est à souligner qu'en l'absence de défaut, il n'existe pas de différences appréciables entre les distributions des quantités mécaniques considérées obtenues avec la modélisation en 2D et celles déterminées grâce aux modèles en 3D. Ceci est dû au fait qu'un nombre suffisant de plans de glissement est représenté dans les agrégats polycristallins.

Il peut être remarqué, d'après les résultats présentés en figure V.9, que le changement de modélisation conduit à des différences plus marquées entre les distributions d'une même quantité mécanique (τ_a ou $\sigma_{n,a}$) lorsque les agrégats polycristallins présentent un défaut et ce, quel que soit le chargement considéré. En effet, un plus grand nombre de grains fortement sollicités, que ce soit en termes d'amplitude de cission mésoscopique ou d'amplitude de contrainte normale mésoscopique, est rencontré dans la modélisation 3D par rapport à celle en 2D. Les valeurs maximales atteintes par les amplitudes de cission mésoscopique ou de contrainte normale mésoscopique sont nettement plus élevées dans le cas des modèles en 3D en comparaison aux modèles en 2D. Ces écarts au niveau des valeurs maximales peuvent excéder les 50% lors du passage de la modélisation 2D à la modélisation en 3D. Plusieurs explications pourraient justifier ces observations :

- la concentration de contrainte engendrée par une calotte hémisphérique peut être plus importante que celle induite par un trou ;
- un nombre plus important de réalisation a été utilisé pour la modélisation en 3D et, de ce fait, un nombre plus conséquents de grains au voisinage du défaut est considérés ;
- pour une taille de grain et un diamètre de défaut donnés, le nombre de grains se retrouvant dans le voisinage immédiat d'un défaut hémisphérique est plus important que celui se trouvant à proximité d'un trou ;
- la différence de condition aux limites sur la surface présentant le défaut (déformation plane généralisée pour les modèles en 2D et surface libre pour les modèles en 3D).

Il reste toutefois difficile, sans une analyse plus détaillée, de définir précisément à laquelle de ces explications, ces différences peuvent être attribuées.

4.1.3 Effet de la plasticité cristalline sur les réponses mécaniques mésoscopiques des agrégats polycristallin en 3D

L'effet de la plasticité cristalline sur la réponse mécanique des grains est de nouveau étudié sous l'angle des amplitudes de cission mésoscopique τ_a et de contrainte normale

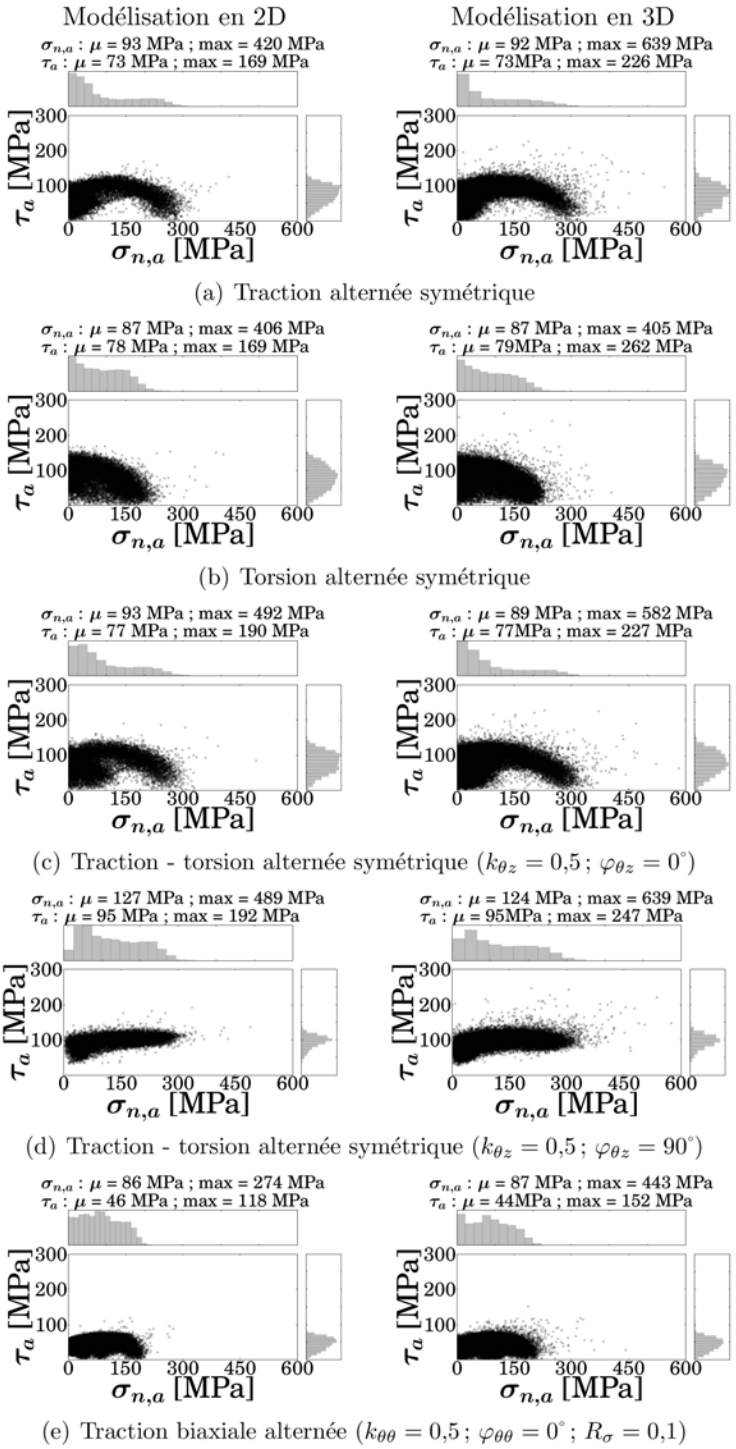


FIGURE V.10 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 2D et 3D présentant un trou de diamètre $D = 50$ μm sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, par différents types de chargement.

mésoscopique $\sigma_{n,a}$. Les réponses mécaniques mésoscopiques, obtenues durant le dernier cycle de chargement d'une microstructure en 3D sans accident géométrique et d'une microstructure en 3D présentant un défaut hémisphérique de diamètre $D = 50$ μm, sont présentées pour les modèles de comportement d'élasticité cubique et de plasticité cristalline en addition de l'élasticité cubique. Pour chaque taille de défaut ($D = 0$ μm et $D = 50$ μm), les agrégats polycristallins sont sollicités, au niveau de la limite de fatigue moyenne macroscopique (voir tableau V.4), en traction alternée symétrique. Pour chaque modèle de comportement et chaque taille de défaut, la réponse mécanique de chaque plan de glissement, obtenue avec une géométrie d'agrégat polycristallin et dix jeux d'orientations, est rapportée dans un diagramme τ_a - $\sigma_{n,a}$ sur la figure V.11. Sur cette figure, les résultats obtenus avec l'élastique cubique seule et avec la plasticité cristalline couplée à l'élasticité cubique sont présentés respectivement dans les 1re et 2e colonnes. Les histogrammes, les valeurs moyennes μ et les valeurs maximales de τ_a et $\sigma_{n,a}$ sont également indiquées pour chaque diagramme.

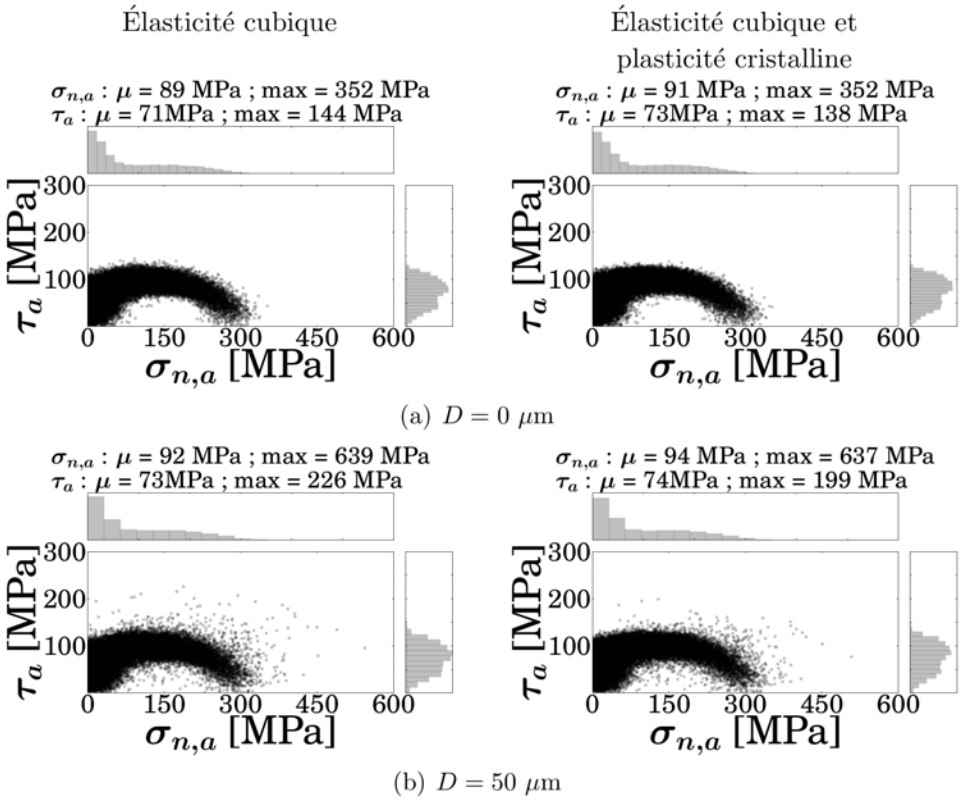


FIGURE V.11 – Réponses mécaniques, en termes de τ_a-$\sigma_{n,a}$, de chaque plan de glissement obtenues à partir des simulations par EF sur les microstructures en 3D sollicitées, au niveau de la limite de fatigue moyenne, en traction alternée symétrique et présentant un défaut hémisphérique de diamètre : (a) $D = 0$ μm et (b) $D = 50$ μm.

Comme constaté pour les microstructures de cuivre électrolytique entaillées et trouées (voir sections 3.3.1 et 3.4.1 du chapitre II), il apparaît clairement, au vu de la figure V.11, que l'ajout de la plasticité cristalline au modèle de comportement des grains n'a

que peu d'influence sur les distribution des quantités mécaniques considérées à l'exception du cas des microstructures présentant un accident géométrique pour lesquelles l'addition de la plasticité cristalline conduit à une diminution appréciable des valeurs maximales atteintes par l'amplitude de cission mésoscopique τ_a. Cette tendance, présentée ici pour le chargement de traction alternée symétrique, est aussi constatée pour les autres types de sollicitation.

4.2 Prédictions du critère de fatigue probabiliste

L'étude relative à un cuivre électrolytique présentée dans le chapitre II a permis de mettre en évidence l'aptitude d'un critère probabiliste à prédire, de manière satisfaisante, la tenue en fatigue d'agrégats polycristallins dans des conditions de chargement multiaxiales et sans accident géométrique d'une part et dans des conditions de chargement uniaxiales mais en présence d'un défaut d'autre part. L'objectif est ici de vérifier les prédictions de ce critère dans le cas de l'acier inoxydable 316L et notamment dans des conditions de chargement multiaxiales couplées à la présence d'un accident géométrique.

4.2.1 Prédictions des limites de fatigue moyennes macroscopiques dans le cas de la modélisation 2D

Les limites de fatigue moyenne macroscopiques $\Sigma_{ij,a}$ prédites par le critère de fatigue probabiliste, pour une valeur de paramètre de forme m donnée, dans le cas des microstructures en 2D présentant un trou circulaire central de diamètre D sont illustrées dans un diagramme $\Sigma_{ij,a}$-D en figure V.12. L'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ considérée pour représenter la limite de fatigue macroscopique est l'amplitude de contrainte macroscopique axiale $\Sigma_{zz,a}$, à l'exception du chargement de torsion pour lequel la limite de fatigue est définie par $\Sigma_{\theta z,a}$. Les figures présentées dans les 1re et 2e colonnes représentent respectivement les prédictions obtenues avec un comportement des grains élastique isotrope et avec un comportement des grains élastique cubique. De plus, à chaque ligne correspond une valeur du paramètre de forme m. Par ailleurs, dans chacun des diagrammes $\Sigma_{ij,a}$-D, sont également représentées les limites de fatigue moyennes déterminées expérimentalement sur l'acier 316L.

Comme abordé précédemment au chapitre II, il apparaît au vu de cette figure, que la nature du comportement élastique influe peu sur les prédictions des limites de fatigue moyennes macroscopique et ce, quel que soit le type de chargement, le diamètre du trou D et la valeur du paramètre de forme m considérés. Toutefois, les limites de fatigue prédites sont, d'une manière générale, légèrement plus élevées lorsqu'un comportement élastique cubique est attribué aux grains.

D'autre part, en l'absence d'accident géométrique et quel que soit la valeur du paramètre de forme m, les prédictions du critère de fatigue probabiliste sont en bon accord avec les limites de fatigue expérimentales, à l'exception du chargement de traction-torsion déphasé de 90° pour lequel l'écart entre les limites de fatigue prédite et expérimentale est de l'ordre de 22%. Il est à noter que les prédictions sont d'ailleurs conservatives lorsque les agrégats ne présentes pas de défaut. En présence d'un accident géométrique, la qualité des prédictions est plus variable et dépend fortement de la valeur du paramètre de forme m ; les meilleures prédictions étant obtenues pour un paramètre de forme $m = 5$ parmi les

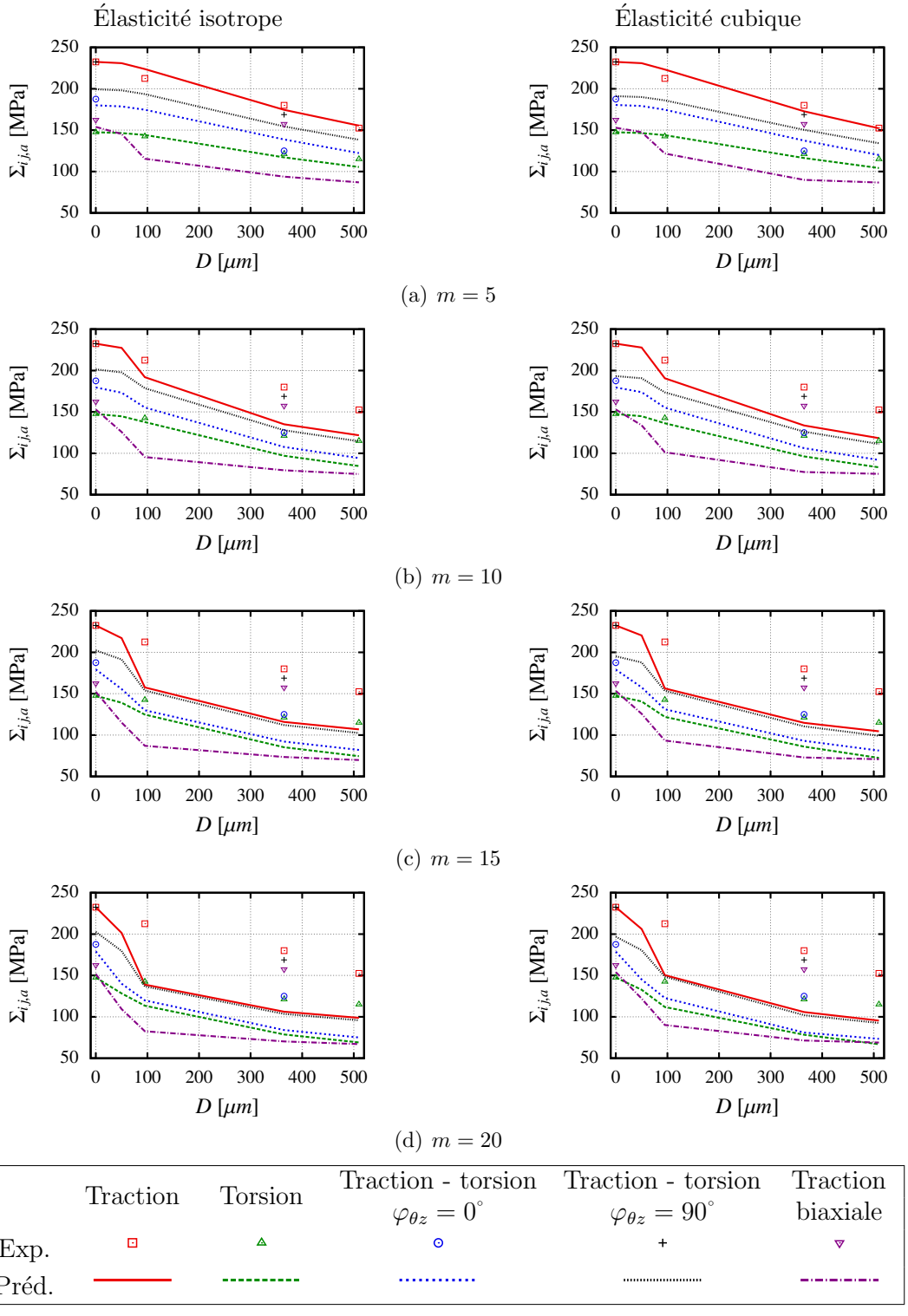


FIGURE V.12 – Prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles en 2D, pour chaque modèle de comportement élastique, pour différentes sollicitations et pour différentes valeurs du paramètre de forme : (a) $m = 5$, (b) $m = 10$, (c) $m = 15$ et (d) $m = 20$.

valeurs de m étudiées. En effet, pour des valeurs plus importantes de ce paramètre, l'effet néfaste du défaut sur la tenue en fatigue est surestimé, conduisant ainsi à des prédictions largement conservatives.

Afin de faciliter l'analyse, les écarts entre les limites de fatigue expérimentales et prédites sont présentés dans le tableau V.7 dans le cas où le paramètre de forme $m = 5$, pour les prédictions obtenues avec les modèles dans lesquels un comportement élastique cubique a été attribué aux grains. L'écart relatif est défini en fonction des limites de fatigue macroscopiques expérimentales $\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}}$ et prédites $\Sigma_{ij,a}^{\text{préd.}}$ de la manière suivante :

$$\text{Écart} = \frac{\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}} - \Sigma_{ij,a}^{\text{préd.}}}{\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}}} \tag{V.10}$$

Avec cette définition, un écart positif signifiera que la prédiction est conservative alors qu'un écart négatif témoignera d'une prédiction trop optimiste. Il peut être constaté

Chargement	D [μm]	$\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}}$ [MPa]	$\Sigma_{ij,a}^{\text{préd.}}$ [MPa]	Écart [%]
Traction ($R_\sigma = -1$)	0	232,5	232,5	0
	95	213	223	-5,1
	365	180	173	4,0
	510	152,5	152	0,2
Torsion ($R_\sigma = -1$)	0	147,5	147,5	0
	95	142,5	144	1,0
	365	121,25	116	4,1
	510	115	104	9,4
Traction-torsion ($R_\sigma = -1$, $k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$)	0	187,5	180	3,8
	365	120	137	-10
Traction-torsion ($R_\sigma = -1$; $k_{\theta z} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$)	0	232,5	191	18
	365	168,75	150	11
Traction biaxiale ($R_\sigma = 0{,}1$; $k_{\theta\theta} = 0{,}5$; $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$)	0	162,5	153	5,9
	365	157,25	90	43

TABLE V.7 – Valeurs des écarts relatifs entre les limites de fatigue expérimentales $\Sigma_{ij,a}^{\text{exp.}}$ et celles prédites par le critère de fatigue probabiliste $\Sigma_{ij,a}^{\text{préd.}}$ avec un paramètre de forme $m = 5$, pour chaque type de sollicitation et chaque diamètre de défaut D.

que les écarts entre les limites de fatigue expérimentales et prédites ne dépasse pas 10% dans le cas de la traction alternée symétrique, de la torsion alternée symétrique et de la traction-torsion alternée symétrique en phase pour les différentes tailles de défaut étudiées. Les prédictions s'avèrent moins satisfaisantes dans le cas des chargements de traction-torsion alternée symétrique déphasée de 90°. En effet, pour ce type de sollicitation et pour les diamètres de trou D considérés, les écarts sont compris entre 10% et 20% mais les prédictions ont toutefois le mérite d'être conservatives. Enfin, la justesse des limites de fatigues prédites dans le cas de la traction biaxiale alternée en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$ est très variable : en l'absence de défaut, la limite de fatigue macroscopique est prédite de manière satisfaisante alors qu'en

présence d'un trou de diamètre $D = 365$ μm, la diminution de la limite de fatigue est largement surestimée par le critère de fatigue probabiliste. Dans ce dernier cas, un écart entre la limite de fatigue expérimentale et prédite supérieur à 40% est en effet constaté. L'apparente faiblesse du critique probabiliste a prédire la tenue en fatigue dans le cas d'un chargement en traction biaxiale alternée et en présence d'un accident géométrique est toutefois à nuancer étant donné que la limite de fatigue expérimentale n'a été estimée qu'à l'aide de deux éprouvettes pour cette condition.

4.2.2 Comparaison des prédictions des limites de fatigue moyennes macroscopiques entre les modélisations 2D et 3D.

Afin d'étudier l'effet de la modélisation sur les limites de fatigue prédites par le critère de fatigue probabiliste, une comparaison entre des prédictions obtenues avec les modèles en 2D et en 3D est réalisée pour les diamètres de défaut $D = 0$ μm et $D = 50$ μm. Les limites de fatigue moyennes macroscopiques $\Sigma_{ij,a}$ prédites par le critère de fatigue probabiliste, pour une valeur de paramètre de forme m donnée, dans le cas des microstructures en 2D et en 3D sont reportées dans un diagramme $\Sigma_{ij,a}$-D en figure V.13. De nouveau, l'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ considérée pour représenter la limite de fatigue macroscopique est l'amplitude de contrainte macroscopique axiale $\Sigma_{zz,a}$, à l'exception du chargement de torsion pour lequel la limite de fatigue est définie par $\Sigma_{\theta z,a}$. Les figures présentées dans les 1re et 2e colonnes représentent respectivement les prédictions obtenues avec un comportement des grains élastique isotrope et avec un comportement des grains élastique cubique. De plus, à chaque ligne correspond une valeur du paramètre de forme m.

Dans le cas des agrégats polycristallins sans accident géométrique, il convient de noter que l'écart entre la limite de fatigue macroscopique prédite à l'aide des modèles en 2D et celle déterminée avec les modèles 3D, pour une condition de chargement et une valeur du paramètre m données, est peu marqué à l'exception du chargement de traction-torsion déphasée de 90°dans le cas où les grains se sont vus attribuer un comportement élasticité cubique. En effet, sous ces conditions, des écarts de l'ordre de 10% sont observés entre les prédictions de la modélisation en 2D et celles des modèles en 3D. Il s'avère, d'ailleurs, que la modélisation en 3D offre une meilleure estimation de la limite de fatigue macroscopique pour ce cas de chargement (voir tableau V.4).

Il peut être observé que la réduction de la limite de fatigue macroscopique due à un défaut de diamètre $D = 50$ μm est plus importante dans le cas de la modélisation en 3D que dans celle en 2D et ce, quel que soit le modèle de comportement élastique et le type de chargement considérés à une exception près : le cas de la traction-torsion en phase avec un comportement des grains élastique isotrope et un paramètre de forme m pris égal à 20. Ce résultat pouvait être attendu suite à la comparaison des réponses mécaniques mésoscopiques entre les modélisations 2D et 3D présentées en section 4.1.2. En effet, il a été constaté que les valeurs maximales des amplitudes de cission mésoscopique τ_a et de contrainte normale mésoscopique $\sigma_{n,a}$ sont plus importantes dans le cas des modèles 3D que dans ceux en 2D lorsqu'un défaut de diamètre $D = 50$ μm est présent dans les agrégats polycristallins. De plus, il apparaissait également qu'un plus grand nombre de grains se retrouvait fortement sollicité.

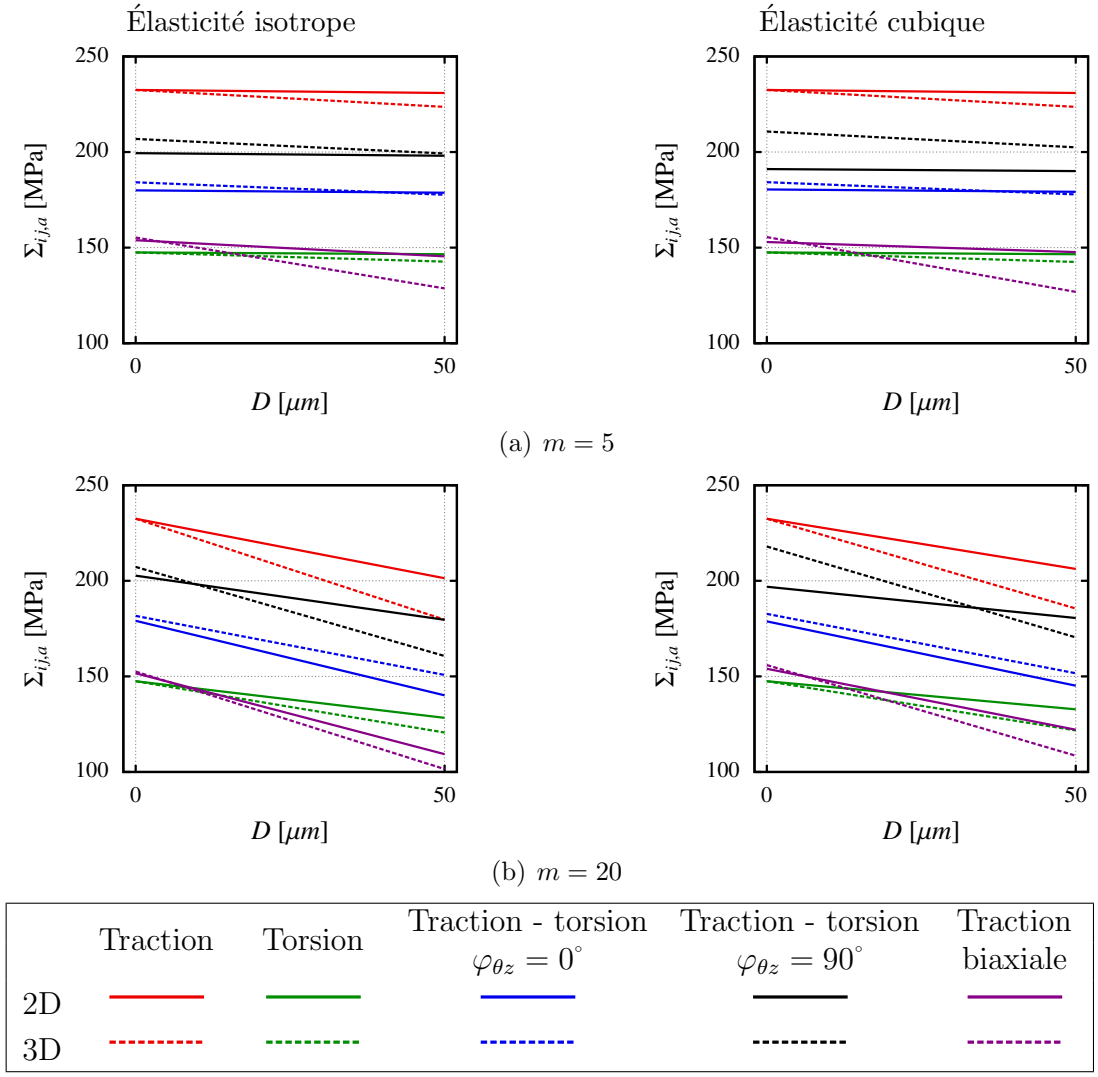


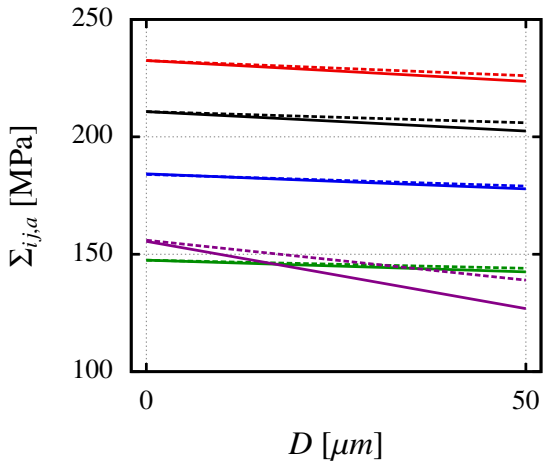
FIGURE V.13 – Comparaison des prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles 2D et 3D, pour chaque modèle de comportement élastique, pour différentes sollicitations et pour deux valeurs du paramètre de forme m : (a) $m = 5$ et (b) $m = 20$.

Les tendances observées ici pour des valeurs du paramètres de forme $m = 5$ et $m = 20$ sont vérifiées pour les valeurs $m = 10$ et $m = 15$.

4.2.3 Effet de la plasticité cristalline sur les prédictions des limites de fatigue moyennes macroscopiques dans le cas de la modélisation 3D

L'analyse de l'effet de la plasticité cristalline sur les prédictions du critère de fatigue probabiliste est conduite en comparant les limites de fatigues prédites à partir des modèles en 3D dans lesquels le comportement des grains est élastique cubique à celles obtenues à l'aide des modèles en 3D dans lesquels les grains se sont vus assigner un modèle de plasticité cristalline en plus de l'élasticité cubique. Du fait de temps de calcul importants, les limites de fatigue n'ont été déterminées que dans le cas où le paramètre de forme

$m = 5$ lorsqu'un comportement de plasticité cristalline est utilisé dans les modèles EF. De ce fait, la comparaison ne portera que sur les prédictions obtenues avec $m = 5$. Les limites de fatigue moyennes macroscopiques $\Sigma_{ij,a}$ prédites par le critère de fatigue probabiliste, pour différents types de sollicitation, dans le cas des microstructures en 3D, avec et sans plasticité cristalline, sont reportées dans un diagramme $\Sigma_{ij,a}$-D en figure V.14. De nouveau, l'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ considérée pour représenter la limite de fatigue macroscopique est l'amplitude de contrainte macroscopique axiale $\Sigma_{zz,a}$, à l'exception du chargement de torsion pour lequel la limite de fatigue est définie par $\Sigma_{\theta z,a}$.



	Traction	Torsion	Traction - torsion $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$	Traction - torsion $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$	Traction biaxiale
Élasticité cubique	———	———	———	———	———
Élasticité cubique et plasticité cristalline	- - - - -	- - - - -	- - - - -	- - - - -	- - - - -

FIGURE V.14 – Comparaison des prédictions du critère de fatigue probabiliste obtenues, à partir des modèles en 3D, avec l'élasticité cubique seul et la plasticité cristalline associée à l'élasticité cubique, pour différentes sollicitations et pour un paramètre de forme $m = 5$.

Il apparaît clairement, en figure V.14, qu'en l'absence d'un défaut hémisphérique à la surface des agrégats polycristallins, l'ajout de la plasticité cristalline au modèle de comportement des grains n'a que peu d'incidence sur les prédictions du critère de fatigue probabiliste dans le cas où le paramètre de forme $m = 5$ et ce, quel que soit le type de sollicitation appliqué aux agrégats.

Le constat est différent dès lors qu'un accident géométrique est introduit dans les agrégats polycristallins. En effet, bien qu'ils soient modérés, des écarts entre les prédictions obtenues avec les modèles sans plasticité cristallin et celles déterminées avec les modèles dans lesquels la plasticité cristalline est utilisée, sont apparents. En particulier, dans le cas de la traction biaxiale alternée en phase avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ et un rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = 0{,}5$, la prise en compte de la plasticité cristalline conduit à une augmentation de la limite de fatigue, prédite par le critère de fatigue, de l'ordre de 10%. La prise en compte de la plasticité cristalline pourrait ainsi améliorer la prédictions de

la tenue en fatigue dans le cas d'un défaut de diamètre $D = 365$ μm ; cas pour lequel la limite de fatigue macroscopique était mal prédite pour le chargement en traction biaxiale avec les modèles en 2D sans plasticité cristalline.

4.2.4 Analyse de la dispersion des limites de fatigue macroscopique dans le cas de la modélisation 2D

Analyse de la dispersion des limites de fatigue induite par la variabilité de la microstructure. Comme dans le cas de l'étude préliminaire sur le cuivre électrolytique, la dispersion de la tenue en fatigue due à la variabilité de la microstructure est étudiée à l'aide du critère de fatigue probabiliste (voir section 3.3.2 du chapitre II). Pour chaque condition de chargement, la limite de fatigue macroscopique d'une microstructure donnée est estimée en déterminant l'amplitude de chargement à lui appliquer de sorte que sa probabilité de rupture P_{Fa} soit égale à 50%. Pour une condition de sollicitation donnée, la limite de fatigue macroscopique de chacune des microstructures est représentée par un point dans un diagramme $\Sigma_{ij,a}$ - D en figure V.15. L'amplitude de contrainte macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ considérée pour représenter la limite de fatigue macroscopique est l'amplitude de contrainte macroscopique axiale $\Sigma_{zz,a}$, à l'exception du chargement de torsion pour lequel la limite de fatigue est définie par $\Sigma_{\theta z,a}$. Les figures présentées dans les 1re et 2e colonnes sont issus des modèles EF dans lesquels les grains se sont vus assigner respectivement un comportement élastique isotrope et un comportement élastique cubique. Les résultats illustrés en figure V.15a et V.15b sont obtenus respectivement avec un paramètre de forme $m = 5$ et $m = 20$. Sur ces diagrammes, les limites de fatigue moyennes macroscopiques obtenues précédemment sont rappelées par une ligne.

Ces résultats, obtenus ici dans le cas de l'acier 316L, sont similaires à ceux présentés précédemment dans le cas d'un cuivre électrolytique (voir section 3.3.2 du chapitre II). En effet, il est de nouveau constaté que, quel que soit le chargement considéré :

- l'anisotropie du comportement a tendance à accroître la dispersion de la limite de fatigue, définie à $P_{Fa} = 50\%$, notamment dans le cas des microstructures sans entaille ;
- une augmentation de la dispersion apparaît nettement lors de l'introduction d'un défaut dans les microstructures.

Afin d'illustrer plus clairement la dispersion des limites de fatigue, les répartitions des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma_{zz,a}^{P_{Fa}=50\%}$ définie pour une probabilité de rupture P_{Fa} de 50% de l'ensemble des microstructures sont représentées sous forme d'histogrammes en figure V.16. On se limitera ici aux résultats obtenus à partir des microstructures sollicitées en traction alternée symétrique et avec un comportement des grains élastique cubique. Les 1re et 2e colonnes, de la figure précédemment évoquée, contiennent les prédictions obtenues respectivement avec une paramètre de forme $m = 5$ et $m = 20$. Les histogrammes sont tracés pour chaque diamètre de trou D : 0 μm (figure V.16a), 50 μm (figure V.16b), 95 μm (figure V.16c), 365 μm (figure V.16d) et 510 μm (figure V.16e). Pour permettre une comparaison entre les histogrammes obtenus pour différents rayons d'entaille, les limites de fatigue sont normalisées par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma_{zz,a}^{P_{Fa}=50\%}$.

Les histogrammes obtenus s'avèrent irréguliers en ce sens qu'ils ne présentent pas nécessairement de mode unique, ni même d'asymétrie de signe constant. Ce manque de

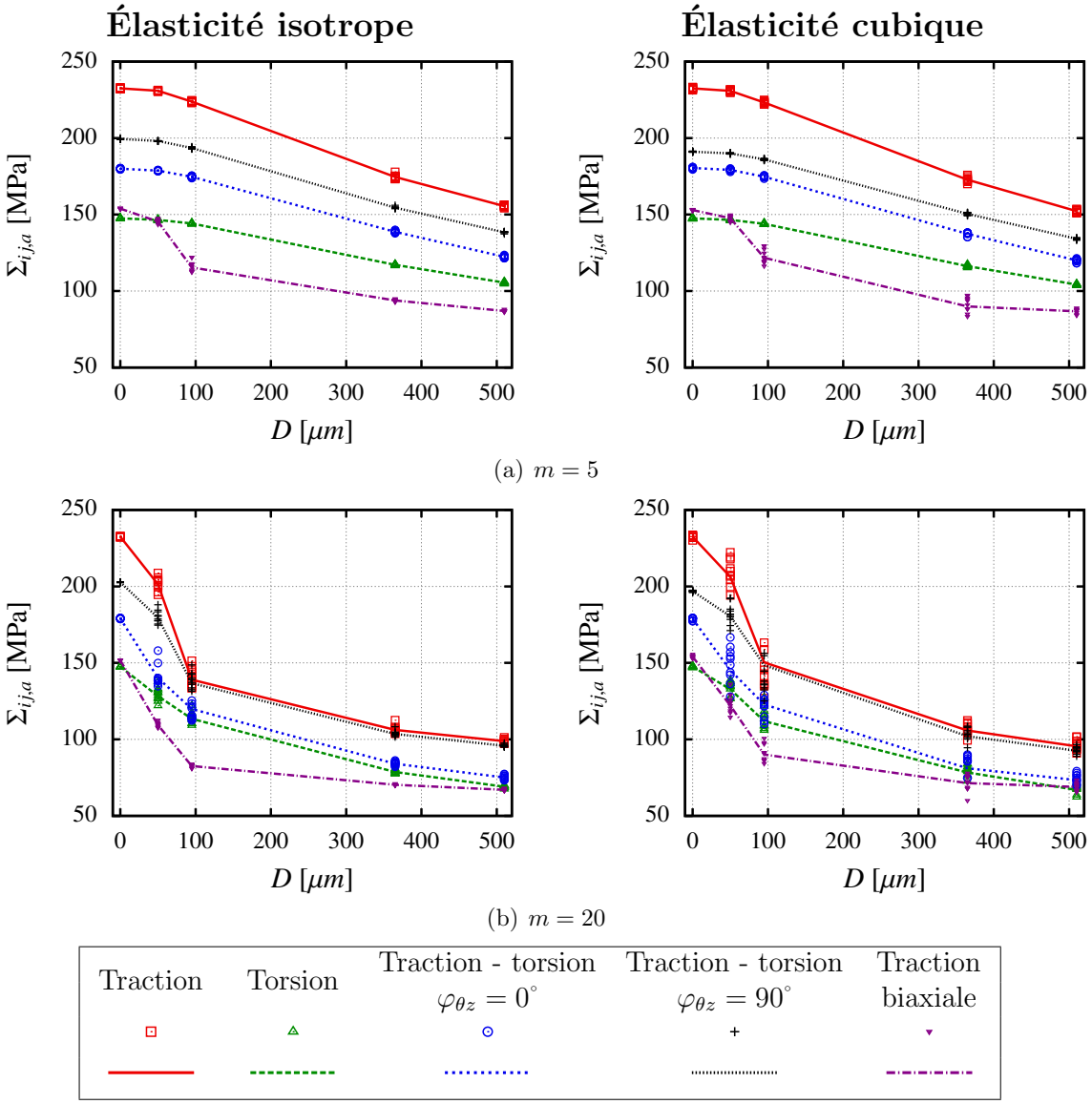


FIGURE V.15 – Limites de fatigue macroscopiques à $P_{Fa} = 50\%$ de chaque microstructure (points) et moyenne de ces limites de fatigue (ligne) pour différentes sollicitations, pour différents diamètres de trou D et pour chaque modèle de comportement élastique.

régularité est imputable à un nombre de réalisations insuffisant. En effet, seules 10 microstructures (une géométrie d'agrégat et 10 jeux d'orientations) sont considérées.

Il peut être observé de nouveau que l'augmentation de la taille du défaut ne semble pas conduire nécessairement à une augmentation de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{22,a}^{P_{Fa}=50\%}$. En effet, dans le cas où le paramètre de forme $m = 5$, une légère diminution de la dispersion est constatée lorsque D passe de 365 μm à 510 μm dans le cas où le comportement des grains est élastique cubique. De même, lorsque le paramètre $m = 20$, une diminution de la dispersion apparaît lors du passage d'un trou de diamètre $D = 95$ μm à un trou de diamètre $D = 365$ μm. Cette tendance se vérifie aussi dans les

autres cas de chargement étudiés.

Rappel sur la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. En vue d'étudier, dans le paragraphe suivant, la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ tenant compte à la fois de la variabilité de la microstructure et de celle du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}, un rappel sur la caractérisation de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par cette dernière source de variabilité est proposé dans ce paragraphe.

Comme cela a été discuté en section 3.3.2 du chapitre II, la limite de fatigue macroscopique, en l'occurrence $\Sigma_{\theta z,a}$ pour le chargement de torsion et $\Sigma_{zz,a}$ pour tous les autres chargements, d'une microstructure donnée suit une distribution de Weibull (voir équation V.11) sous certaines conditions :

- le comportement des grains est linéaire ;
- la contrainte normale moyenne mésoscopique $\sigma_{n,m}$ agissant sur les plans de glissement critiques est nulle (de ce fait, le cas de chargement de traction biaxiale avec un rapport de charge $R_\sigma = 0{,}1$ sera exclu de l'analyse).

$$f_{micro}\left(\Sigma_{ij,a}\right) = \frac{m^*}{\tau_0^*}\left(\frac{\Sigma_{ij,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*-1} \exp\left[-\left(\frac{\Sigma_{ij,a}}{\tau_0^*}\right)^{m^*}\right] \tag{V.11}$$

Où $ij = \theta z$ dans le cas de la torsion alterné symétrique et $ij = zz$ pour tous les autres chargement.

Dans ces conditions, le paramètre de forme m^* de la distribution de la limite de fatigue macroscopique est égal au paramètre de forme m de la distribution du seuil d'amorçage de fissure de fatigue τ_a^{th}. Le paramètre d'échelle τ_0^* caractérisant la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ d'une microstructure peut être identifié, à partir de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}^{P_{Fa}=50\%}$ de la microstructure considérée, à l'aide de la relation suivante :

$$\tau_0^* = \frac{\Sigma_{ij,a}^{P_{Fa}=50\%}}{\ln(2)^{1/m^*}} \tag{V.12}$$

Analyse de la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue. La démarche suivie pour analyser la dispersion de la limite de fatigue macroscopique induite par la variabilité de la microstructure et du seuil d'amorçage de fissure de fatigue est identique à celle décrite précédemment en section 3.3.2 du chapitre II. À titre de rappel, la densité de probabilité f_{moy} décrivant cette dispersion est définie comme la moyenne des densités de probabilité f_{micro} caractérisant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ des différentes microstructures étudiées :

$$f_{moy}\left(\Sigma_{ij,a}\right) = \frac{1}{N_{micro}} \sum_{micro=1}^{N_{micro}} f_{micro}\left(\Sigma_{ij,a}\right) \tag{V.13}$$

Où N_{micro} correspond au nombre de microstructures étudiées par condition (type de chargement, nature du comportement élastique et diamètre du trou D) ; dans le cas présent $N_{micro} = 10$.

Les densités de probabilité f_{moy} prédites, pour chaque diamètre de trou D, dans le cas d'un comportement des grains élastique cubique, sont illustrées en figure V.17 pour différentes conditions de sollicitation. Dans cette figure les 1re et 2e colonnes contiennent les prédictions obtenues respectivement avec une paramètre de forme $m = 5$ et $m = 20$.

Au vu de ces résultats, il peut être constaté que, pour un paramètre $m = 5$, des trous circulaires de diamètre $D = 50$ μm et $D = 95$ μm influencent peu la distribution de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$ normalisée par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$, par rapport à celle prédite pour des microstructures sans défaut et ce, quel que soit le type de sollicitation considéré. Cette tendance n'est plus vérifiée dans le cas où $m = 20$. En effet, des trous circulaires de diamètre $D = 50$ μm et $D = 95$ μm accroissent, d'une manière générale, la dispersion de la limite de fatigue. Il peut être observé qu'en l'absence d'accident géométrique, la distribution de la limite de fatigue peut être correctement approximée par une loi de probabilité de Weibull. Ce constat n'est plus valable dès lors que les microstructures présentent un trou de diamètre $D \geq 50$ μm du fait des irrégularités importantes rencontrées dans les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a$. Il est à noter, de nouveau, que ces irrégularités sont fortement corrélées à celles observées sur les histogrammes décrivant les distributions de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma ij,a^{P_{Fa}=50\%}$ définie pour une probabilité de rupture $P_{Fa} = 50\%$. Il peut ainsi être supposé que l'absence de mode unique et d'asymétrie de signe constant est la conséquence d'un nombre insuffisant de microstructures étudiées.

La comparaison quantitative entre les résultats obtenus pour différentes configurations (diamètre de trou D et type de sollicitation appliquée aux microstructures) est rendue délicate du fait de cette impossibilité de décrire les densités de probabilité f_{moy} par une loi de probabilité unique. Toutefois, il apparaît que la dispersion, caractérisée par le rapport de l'écart-type sur la moyenne de la limite de fatigue macroscopique, croît généralement lors du passage d'un trou de diamètre $D = 0$ μm à $D = 95$ μm puis se stabilise voir diminue de nouveau pour des diamètres de trou plus importants.

Il convient de rappeler que les meilleures prédictions des limites de fatigue moyennes sont obtenues pour un paramètre de forme $m = 5$. Pour cette valeur, il apparaît que le rapport écart-type sur moyenne de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma zz,a$ en traction alternée symétrique est approximativement égal à 0,23. Or, dans le cas d'un acier austénitique 304L relativement proche de l'acier 316L étudié, ce rapport est de l'ordre de 0,05 [25]. Il semblerait donc que le critère probabiliste surestime assez largement la dispersion de la limite de fatigue. De ce fait, la démarche d'identification discutée en section 3.3 du chapitre II semblent compromise. La méthodologie proposé consistait à identifier le paramètre de forme m de sorte que la dispersion de la limite de fatigue macroscopique prédite par le critère pour une condition de chargement s'ajuste au mieux à celle constatée expérimentalement pour cette même condition de chargement. Or, il semble, au vu des résultats, difficile de concilier des prédictions de la limite de fatigue moyenne satisfaisantes en présences d'accidents géométriques avec une estimation correcte de la dispersion de la limite de fatigue. Il est toutefois important de rappeler que les distributions des limites de fatigue macroscopiques n'ont été estimées que dans le cas de comportements purement élastiques, du fait des temps de calcul élevés lors de l'utilisation de la plasticité cristalline. Ainsi, une étude approfondie de l'effet de la plasticité sur la distribution des limites de fatigue macroscopiques prédites mériterait d'être entreprise. Ceci afin d'estimer dans

quelle mesure l'omission du comportement plastique monocristallin est responsable du désaccord entre les prédictions de la limite de fatigue moyenne en présences d'accidents géométriques et la dispersion de la limite de fatigue macroscopique.

5 Conclusion

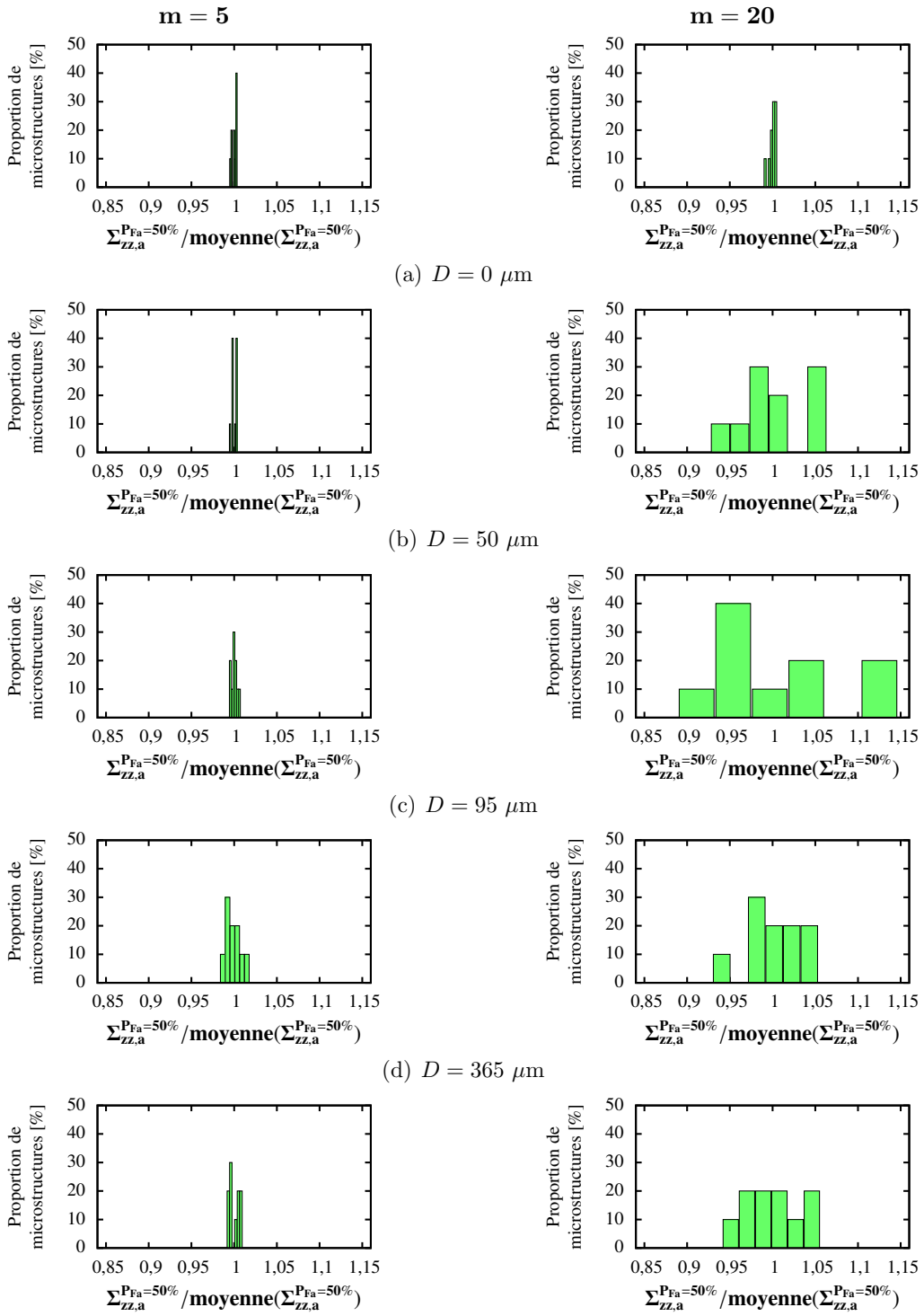
Les conclusions sur les réponses mécaniques mésoscopiques sont similaires à celles évoquées dans le cas du cuivre électrolytique. L'anisotropie du comportement élastique joue un rôle important, dans le cas de l'acier 316L, sur les distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale. L'effet de la plasticité sur la réponse mécanique est également plus marqué lorsque les microstructures présentent un accident géométrique. Il est toutefois à souligner qu'une comparaison entre les modélisations en 2D et en 3D a été discutée. L'allure des distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale sont similaires entre les deux type de modélisation. Il est malgré tout constaté une diminutions des moyennes et une augmentation des valeurs maximales des amplitudes de cission et de contrainte normale lors du passage des modèles 2D aux modèles 3D.

L'effet d'un défaut de surface hémisphérique sur la tenue en fatigue est bien décrit par le critère de fatigue probabiliste, avec une modélisation EF simplifiée en 2D, dans le cas de chargement en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique et en traction-torsion alternée symétrique en phase. En effet, les écarts relatifs entre les prédictions et les limites de fatigue déterminées expérimentalement n'excèdent pas 10%, pour les tailles de défaut considérées. Dans le cas des chargements en traction-torsion déphasée de 90°, les écarts relatifs, compris entre 10% et 18%, s'avèrent plus importants. Néanmoins, les limites de fatigue prédites par le critère sont conservatives. Les prédictions obtenues dans le cas de la traction biaxiale sont plus étalées : en l'absence de défaut, la limite de fatigue moyenne est correctement prédite par le critère de fatigue alors qu'en présence d'un défaut hémisphérique de diamètre $D = 365$ μm, un écart relatif de 43% est rencontré. Ce dernier cas est toutefois à nuancer étant donné que seules 2 éprouvettes ont été utilisées pour déterminer la limite de fatigue expérimentale dans cette condition.

La prise en compte du caractère 3D de la géométrie du défaut a pour effet de réduire les limites de fatigue prédites par le critère de fatigue probabiliste, pour la majorité des cas de chargement étudié. Toutefois, la prise en compte de la plasticité cristalline dans le modèle de comportement permet de compenser, tout du moins partiellement, cette diminution. De ce fait, la modélisation EF en 2D semble permettre d'approximer de manière satisfaisante le problème.

Par ailleurs, la distribution de la limite de fatigue macroscopique, normalisée par la moyenne des limites de fatigue macroscopiques $\Sigma_{zz,a}^{P_{Fa}=50\%}$, est estimée grâce au critère de fatigue probabiliste et est étudiée pour différentes tailles de défaut et différents types de sollicitation. Dans le cas où le paramètre de forme de la distribution du seuil d'amorçage est faible ($m = 5$), la dispersion de la limite de fatigue macroscopique est importante : le rapport écart-type sur moyenne de la limite de fatigue est en effet de l'ordre de 0,23. Cette dispersion est principalement due à la variabilité du seuil d'amorçage, la variabilité de la microstructure n'ayant que peu d'influence. En outre, la dispersion de la limite de fatigue normalisée n'est pas notablement influencée par la nature du chargement macroscopique et par le diamètre du défaut. A contrario, lorsque le paramètre de forme est élevé ($m = 20$),

la dispersion est plus modérée et croît avec l'augmentation de la taille de défaut, pour un diamètre allant de 0 μm à 95 μm, puis tend à se stabiliser voir à décroître. Ceci peut s'expliquer par le fait que la variabilité de la limite de fatigue macroscopique est majoritairement due à la variabilité de la microstructure, c'est-à-dire des orientations cristallines, au voisinage du défaut étant donné que la dispersion du seuil d'amorçage est faible quand m est important. Enfin, il a été constaté que le modèle probabiliste peine à rendre compte, de manière satisfaisante de l'effet du défaut sur la tenue en fatigue et de la dispersion de la limite de fatigue. En effet, pour les faibles valeurs du paramètre de forme m, la limite de fatigue moyenne macroscopique est relativement bien prédite en présence de défaut mais la dispersion semble surestimée. À l'inverse, pour des valeurs importantes de m, la dispersion de la limite de fatigue semble plus raisonnable mais l'effet néfaste du défaut sur la tenue en fatigue est largement surestimé.



(a) $D = 0$ μm

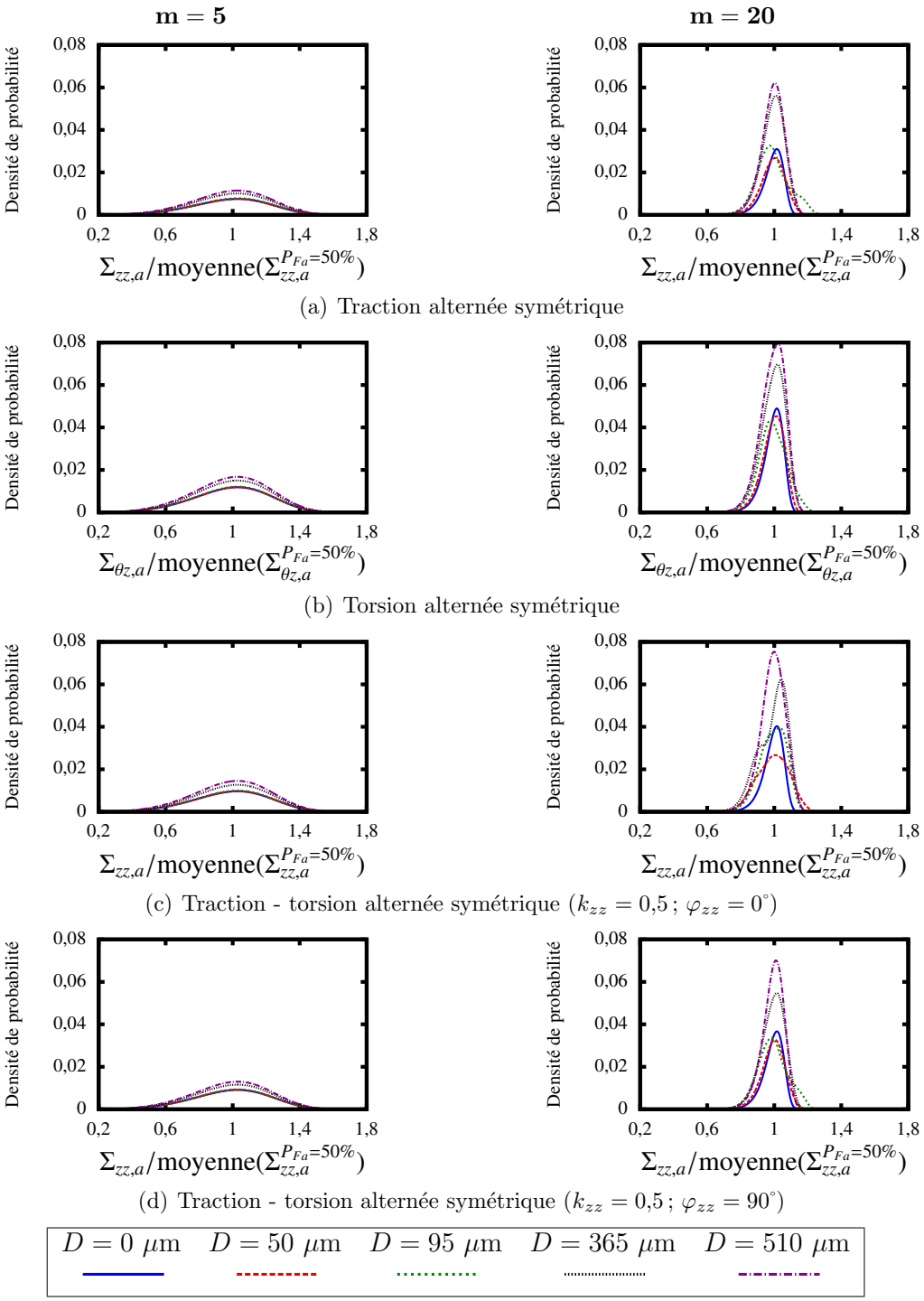
(b) $D = 50$ μm

(c) $D = 95$ μm

(d) $D = 365$ μm

(e) $D = 510$ μm

FIGURE V.16 – Histogrammes des limites de fatigue à $P_{Fa} = 50\%$ des microstructures en 2D sollicitées en traction alternée symétrique obtenus avec un comportement des grains élastique cubique, pour différentes valeurs du paramètre de forme m et diamètre de trou D.



(a) Traction alternée symétrique

(b) Torsion alternée symétrique

(c) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{zz} = 0{,}5$; $\varphi_{zz} = 0^{\circ}$)

(d) Traction - torsion alternée symétrique ($k_{zz} = 0{,}5$; $\varphi_{zz} = 90^{\circ}$)

FIGURE V.17 – Distributions complètes de la limite de fatigue macroscopique $\Sigma_{ij,a}$ décrite par la densité de probabilité $f_{moy}(\Sigma_{ij,a})$ obtenues avec un comportement des grains élastique cubique, pour différentes valeurs du paramètre de forme m, sollicitations et diamètres de défaut D.

Conclusion et perspectives

Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à la tenue en fatigue des matériaux métalliques en présence d'accidents géométriques et sous chargement multiaxial. Les accidents géométriques considérés sont artificiels, de faible acuité et d'un ordre de grandeur proche de la taille moyenne de grain. Afin d'étudier l'effet de la microstructure au voisinage de ce type de défaut sur la tenue en fatigue, des simulations numériques par élément finis d'agrégats polycristallins sont mises en œuvre.

Une étude bibliographique de différents aspects jugés importants dans notre étude est présentée dans le premier chapitre. Les caractéristiques métallurgiques et le comportement en fatigue des aciers austénitiques sont passés en revue permettant d'aiguiller le choix d'une nuance à étudier et de s'assurer de la validité d'une partie des essais mécaniques conduits sur ce matériau. La modélisation du comportement élasto-plastique des matériaux cubiques à faces centrées, ainsi que les méthodes de transitions d'échelles, sont ensuite discutées. Quelques critères de fatigue usuels en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles, et qui serviront de base aux critères de fatigue appliqués sur les microstructures, sont présentés. Enfin, un bilan est effectué sur la modélisation par éléments finis d'agrégats polycristallins et sur leurs applications en fatigue.

Le deuxième chapitre traite d'une étude numérique préliminaire relative à un cuivre électrolytique et se basant sur des résultats expérimentaux issus de la littérature. Cette étude se décline en deux volets distincts :

- Le premier concerne les effets du trajet de chargement sur la distribution de quantités mécaniques mésoscopiques et sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles ;
- Le deuxième porte sur l'influence d'un accident géométrique sur la réponse mécanique à l'échelle des grains et sur la distribution de la limite de fatigue.

Les réponses mécaniques à l'échelle des grains sont étudiées pour différents trajets de chargement d'une part et différentes tailles de défaut d'autre part. L'influence de chaque source d'anisotropie (élastique et plastique) sur les distributions des amplitudes des contraintes de cisaillement et normales a été analysée. Dans les microstructures sans accident géométrique, il a été montré que l'élasticité cubique, contrairement à la plasticité cristalline, affecte significativement ces distributions pour une large gamme de chargement. Ceci est imputable à la forte anisotropie du comportement élastique des monocristaux de cuivre et au fait que les amplitudes de chargement en fatigue à grand nombre de cycles conduisent à des déformations plastiques modérées. En présence d'un accident géométrique, l'effet de la plasticité cristalline est plus marquée : une diminution significative des valeurs maximales atteintes par les amplitudes de cission est constatée. Les prédictions de quelques critères

de fatigue, s'appuyant sur les quantités mécaniques déterminées par les simulations par EF d'agrégats polycristallins, sont ensuite évaluées. Il a été montré que les limites de fatigue moyennes prédites par un critère de fatigue probabiliste concordent de manière satisfaisante aux tendances expérimentales.

La caractérisation mécanique d'un acier austénitique 316L, détaillée dans le chapitre III, se décompose en différentes parties. Des essais de fatigue oligocyclique sont réalisés à amplitude de déformation totale imposé et trois types de sollicitations sont étudiés (traction alternée à $R_\varepsilon = -1$, torsion alternée à $R_\varepsilon = -1$ et traction-torsion alternée à $R_\varepsilon = -1$ déphasée de 90°). Quelle que soit la condition de chargement, la tendance constatée, similaire à celle observée dans la littérature, est la même :

- une première phase de quelques cycles durant laquelle un durcissement cyclique très faible est observé ;
- une deuxième phase caractérisée par un adoucissement cyclique jusqu'à mi-durée de vie ;
- une troisième phase, de la mi-durée de vie jusqu'à rupture, durant laquelle l'amplitude de contrainte est stabilisée ou, tout du moins, ne présente que des variations négligeables.

La démarche d'identification de modèles de plasticité monocristalline et macroscopique, s'appuyant sur ces essais expérimentaux, est ensuite décrite et les résultats obtenus sont présentés. Les jeux de paramètres identifiés sont utilisés dans les études numériques portant sur l'acier 316L.

Une campagne d'essais de fatigue à amplitude de contrainte imposée a été menée afin d'estimer les limites de fatigue à 2.10^6 cycles sur une large gamme de sollicitations (traction uniaxiale alternée à $R_\sigma = -1$ et à $R_\sigma = 0{,}1$, torsion alternée à $R_\sigma = -1$, traction-torsion à $R_\sigma = 0{,}1$ en phase et déphasée de 90°, traction biaxiale alternée à $R_\sigma = 0{,}1$ en phase). Les essais sont conduits sur des éprouvettes présentant un défaut artificiel en surface, de géométrie hémisphérique, et sur des éprouvettes sans défaut. Les diamètres D des accidents géométriques hémisphériques étudiés sont 95 μm, 365 μm et 510 μm. Ces tailles de défaut n'ont pas permis de mettre clairement en évidence une taille critique de défaut en dessous de laquelle aucune atténuation de la limite de fatigue n'est observée et ce, quelle que soit la nature de la sollicitation imposée. Parmi les points notables, il a été constaté un effet très favorable du déphasage sur la tenue en fatigue dans le cas de chargement de traction-torsion. Dans le cas d'un chargement de traction biaxiale, un effet bénéfique de l'augmentation du rapport de biaxialité $k_{\theta\theta} = \Sigma_{\theta\theta}/\Sigma_{zz}$, de 0 à 0,5, a également été constaté.

Une caractérisation de l'état métallurgique de l'acier austénitique 316L et une étude du développement de la plasticité à l'échelle des grains, s'appuyant sur des analyses EBSD effectuées sur la surface d'éprouvettes avant et après sollicitation en flexion plane alternée et en torsion alternée à des niveaux de chargement voisins de la limite de fatigue macroscopique, sont présentées dans le chapitre IV. La caractérisation métallurgique apporte des informations sur la constitution du polycristal qui sont en partie exploitées dans la définition des microstructures synthétiques utilisées dans l'étude numérique discutée dans le chapitre V.

Le développement de la plasticité est tout d'abord étudié à l'aide des observations expérimentales. Il apparaît que l'activité plastique, quantifiée en terme de proportion de

plans de glissement « actifs » par grain, est très hétérogène dans les éprouvettes soumises à un niveau de chargement voisin de la limite de fatigue. La majorité des grains observés ne présente aucune extrusion. Dans le cas contraire, il est mis en évidence que le glissement simple (c'est-à-dire la formation de bandes de glissement suivant un unique plan de glissement) est prépondérant mais que le glissement multiple peut toutefois survenir. Il a également été observé que la proportion de plans de glissement actifs est plus prononcée en torsion qu'en flexion plane. Afin de compléter l'analyse sur l'activité plastique, une modélisation EF, visant à simuler la réponse mécaniques des microstructures observées, a été mise en œuvre et ce, afin d'étudier qualitativement l'éventuelle corrélation entre la formation d'extrusions observées en surface et le glissement plastique cumulé sur les différents plans de glissement prédit par la simulation. Pour un grain donné présentant du glissement simple, le plan de glissement selon lequel des bandes de glissements sont apparues, correspond généralement au plan de glissement, parmi les 4 possibles, pour lequel la somme du glissement plastique cumulé $\nu_{\underline{n}}$ est la plus importante. Cependant, il n'a pas été possible de définir une valeur seuil de $\nu_{\underline{n}}$ au-dessus de laquelle la formation d'extrusion se produit nécessairement.

Le mémoire s'achève sur un chapitre consacré à une étude numérique sur des microstructures synthétiques d'acier 316L. La réponse mécanique à l'échelle des grains est dans un premier temps discutée. Des tendances similaires à celles observées sur le cuivre électrolytique ont été constatées :

- l'anisotropie du comportement élastique joue un rôle important, dans le cas de l'acier 316L, sur les distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale ;
- la plasticité cristalline n'affecte significativement la réponse mécanique que dans le cas de microstructures présentant un accident géométrique.

Il est toutefois important de rappeler que l'effet important de l'élasticité cubique est à attribuer à la forte anisotropie élastique des aciers austénitiques. Une comparaison est entreprise entre les réponses mécaniques mésoscopiques obtenues à partir de microstructures en 2D et en 3D. Il est constaté que l'allure des distributions des amplitudes de cission et de contrainte normale sont similaires entre les deux type de modélisation. Néanmoins, une diminution des moyennes et une augmentation des valeurs maximales des amplitudes de cission et de contrainte normale lors du passage des modèles 2D aux modèles 3D est à noter.

L'effet d'un défaut de surface hémisphérique sur la tenue en fatigue est bien décrit par le critère de fatigue probabiliste, avec une modélisation EF simplifiée en 2D, dans le cas de chargement en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique et en traction-torsion alternée symétrique en phase. Dans le cas des chargements en traction-torsion déphasée de 90°, les écarts relatifs s'avèrent plus importants mais les prédictions sont conservatives. Les erreurs de prédictions sont encore plus étalées dans le cas de la traction biaxiale : en l'absence de défaut, la limite de fatigue moyenne est correctement prédite par le critère de fatigue alors qu'en présence d'un défaut hémisphérique de diamètre $D = 365$ μm, un écart relatif de 43% est rencontré. La prise en compte du caractère 3D de la géométrie du défaut a pour effet de réduire les limites de fatigue prédites par le critère de fatigue probabiliste mais l'ajout de la plasticité cristalline dans le modèle de comportement compense partiellement cette diminution. De ce fait, la modélisation EF en 2D constitue une approximation satisfaisante du problème pour les cas de chargement

étudiés.

Par ailleurs, la distribution de la limite de fatigue macroscopique est estimée grâce au critère de fatigue probabiliste et est étudiée pour différentes tailles de défaut et différents types de sollicitation. La dispersion de la limite de fatigue semble d'une manière générale surestimée lorsque le critère est identifié de manière à prédire correctement la limite de fatigue moyenne. En modifiant le paramètre de manière à obtenir une dispersion plus raisonnable, il apparaît que la dispersion est sensible à la taille de défaut. En effet, cette dernière croît avec l'augmentation de la taille de défaut, pour un diamètre allant de 0 μm à 95 μm, puis tend à se stabiliser voir à décroître pour les plus grandes tailles de défaut. Cette tendance n'a toutefois pas pu être confirmée expérimentalement du fait du faible nombre d'éprouvettes utilisées dans la campagne d'essais de fatigue.

Perspectives

Les simulations numériques d'agrégats polycristallins utilisées conjointement avec un critère de fatigue pertinent – s'appuyant sur des quantités mécaniques mésoscopiques pour prédire l'état mécanique macroscopique admissible – peut constituer un puissant outil pour le développement de matériaux métalliques présentant une résistance en fatigue accrue. En effet, certaines caractéristiques de la microstructure peuvent être modifiées dans les modèles EF (texture cristallographique, texture morphologique, distribution de taille de grains, etc.) et leur influence sur la tenue en fatigue peut ensuite être évaluée par le critère de fatigue. Il est néanmoins important de garder à l'esprit que toute modification de la microstructure réelle n'est pas nécessairement simple à réaliser et peut altérer le comportement mécanique local. Par exemple, le changement de taille de grain influe sur la réponse mécanique à l'échelle des grains et il est alors nécessaire d'utiliser un modèle de comportement capable de rendre compte de cet effet de taille de grain [90].

Nous ne nous sommes intéressés dans ces travaux qu'à des défauts artificiels, de géométries simples et facilement reproductibles. Il est néanmoins parfaitement envisageable d'étudier, à l'aide de la démarche numérique mise en œuvre, l'effet de défauts naturels, ayant généralement une géométrie plus complexe, comme des pores rencontrés dans les alliages de fonderie, des piqûres dues à la corrosion, des rayures, etc. La démarche mise en œuvre dans cette étude peut toutefois connaître quelques limites. En particulier, la capacité du modèle probabiliste à prédire l'effet d'un défaut sur la tenue en fatigue n'a été évaluée que pour des défauts ayant une faible acuité et sa validité dans le cas d'accidents géométriques aigus reste à vérifier. Il est en outre peu envisageable, en termes de temps de calcul, d'étudier des défauts de grandes dimensions par rapport à la taille moyenne de grain.

La formation de bande de glissement et d'intrusions et d'extrusions en surface des matériaux polycristallins conduit, en fatigue à grand nombre de cycles, à l'amorçage de fissures de fatigue et est, de ce fait, un phénomène intéressant à prévoir. L'analyse des conditions de glissement plastique et de la formation d'extrusions/intrusions effectuée dans ces travaux est qualitative et ne permet pas de telles prédictions. Pour cela, une étude expérimentale plus complète (par exemple, caractérisation des extrusions par AFM) et une modélisation numérique plus fine (reconstruction d'une microstructure 3D à partir d'une série de cartographies EBSD obtenue par polissage successif, augmentation des dimensions

de l'agrégat pour disposer d'une région non-affectée par les conditions aux limites plus importante, etc.) seraient nécessaires. Dans l'éventualité où l'approche continue de la plasticité cristalline ne serait pas à même d'estimer les conditions de formation de bandes de glissement alors le recours à la dynamique discrète de dislocations, et un couplage de cette dernière avec la méthode des éléments finis [145], peut être envisagé pour affiner les prédictions.

Bibliographie

[1] A. L. Schaeffler : Constitution diagram for stainless steel weld metal. *Met. Prog.*, 56(11):680–680B, 1949.

[2] D. J. Kotecki : Welding of stainless steels. *Welding, Brazing and Soldering, ASM Handbook*, 6:677–707, 1993.

[3] O. Diard, S. Leclercq, G. Rousselier et G. Cailletaud : Evaluation of finite element based analysis of 3D multicrystalline aggregates plasticity : Application to crystal plasticity model identification and the study of stress and strain fields near grain boundaries. *International Journal of Plasticity*, 21(4):691–722, 2005.

[4] T. Nishihara et M. Kawamoto : The strength of metals under combined alternating bending and torsion with phase difference. *Memoirs of the College of Engineering, Kyoto Imperial University*, 11:85–112, 1945.

[5] W. Lempp : *Festigkeitsverhalten von Stählen bei mehrachsiger Dauerschwingbeanspruchung durch Normalspannungen mit überlagerten phasengleichen und phasenverschobenen Schubspannungen.* Thèse de doctorat, TU Stuttgart, 1977.

[6] S. Mielke : *Festigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe unter zweiachsiger schwingender Bean-spruchung mit verschiedenen Spannungszveitverlaufen.* Thèse de doctorat, TH Aachen, 1980.

[7] R. Heidenreich, I. Richter et H. Zenner : Schubspannungsintensitätshypothese–weitere experimentelle und theoretische untersuchungen. *Konstruktion*, 36(3):99–104, 1984.

[8] S. Lasserre et C. Froustey : Multiaxial fatigue of steel–testing out of phase and in blocks : validity and applicability of some criteria. *International Journal of Fatigue*, 14(2):113–120, 1992.

[9] F. Rotvel : Biaxial fatigue tests with zero mean stresses using tubular specimens. *International Journal of Mechanical Sciences*, 12(7):597–613, 1970.

[10] I. Koutiri : *Effet des fortes contraintes hydrostatiques sur la tenue en fatigue des matériaux métalliques.* Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2011.

[11] P. Lukas, L. Kunz, B. Weiss et R. Stickler : Notch size effect in fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 12(3):175–186, 1989.

[12] P. Franciosi : *Étude théorique et expérimentale du comportement élastoplastique des monocristaux métalliques se déformant par glissement : modélisation pour un chargement complexe quasi statique.* Thèse de doctorat, Université Paris Nord - Paris 13, 1984.

[13] L. Méric, G. Cailletaud et M. Gaspérini : F.E. calculations of copper bicrystal specimens submitted to tension-compression tests. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42(3):921–935, 1994.

[14] C. Gérard, F. N'Guyen, N. Osipov, G. Cailletaud, M. Bornert et D. Caldemaison : Comparison of experimental results and finite element simulation of strain localization scheme under cyclic loading. *Computational Materials Science*, 46(3):755–760, 2009.

[15] C. Gérard : *Mesures de champs et identification de modèles de plasticité cristalline*. Thèse de doctorat, Université Paris 13, 2008.

[16] *Z-mat User commands*. oct 2007. Version 8.4.2.

[17] P. Lacombe, B. Baroux et G. Beranger : *Les aciers inoxydables*. Les Éditions de Physique, 1990.

[18] J. R. Davis et A.S.M. International Handbook Committee : *Stainless Steels*. ASM specialty handbook. ASM International, 1994.

[19] P.-J. Cunat : Aciers inoxydables critères de choix et structure. *Techniques de l'ingénieur Aciers inoxydables, aciers réfractaires et aciers résistant au fluage*, base documentaire : TIB346DUO.(ref. article : m4540), 2000.

[20] D. R. Harries : Physical metallurgy of iron-chromium-nickel austenitic steels. *In Proc. International Conference on Mechanical and Nuclear Applications of Stainless Steel at Elevated Temperature (Varese, Mai 1981)*, 1981.

[21] L. Pryce et K. W. Andrews : Practical estimation of composition balance and ferrite content in stainless steels. *J. Iron Steel Inst.*, 195:415–417, 1960.

[22] C. J. Long et W. T. Delong : The ferrite of austenitic stainless steel. *Weld J.*, 52:281.s–297.s, 1973.

[23] Q. Auzoux : *Fissuration en relaxation des aciers inoxydables austénitique - Influence de l'écrouissage sur l'endommagement intergranulaire*. Thèse de doctorat, Mines ParisTech, 2004.

[24] M. Mineur : *Conditions locales d'amorçage des fissures de fatigue dans un acier inoxydable de type 316L : aspects cristallographiques (EBSD)*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2000.

[25] N. Malésys : *Modélisation probabiliste de formation de réseaux de fissures de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2007.

[26] L. Vincent et G. Perez : Étude de la fatigue d'un acier inox aux faibles niveaux de chargement. Rapport d'avancement n° 2. Note technique DMN/SRMA/LC2M/NT/2004-2687/A, CEA Saclay, 2004.

[27] S. Forest et M. Fivel : Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du monocristal. *Techniques de l'ingénieur Étude des métaux et des alliages : état métallique*, base documentaire : TIB345DUO.(ref. article : m4016), 2004.

[28] C. Teodosiu et P. Sidoroff : A finite theory of the elastoviscoplasticity of single crystals. *International Journal of Engineering Science*, 14(8):713–723, 1976.

[29] L. Tabourot, M. Fivel et E. Rauch : Generalised constitutive laws for f.c.c. single crystals. *Materials Science and Engineering : A*, 234–236:639–642, 1997.

[30] P. Evrard, V. Aubin, S. Degallaix et D. Kondo : Formulation of a new single crystal law for modeling the cyclic softening. *Mechanics Research Communications*, 35(8):589–594, 2008.

[31] E. Schmid et W. Boas : *Kristalplastizität*. Springer Verlag, 1935.

[32] S. B. Batdorf et B. Budiansky : A mathematical theory of plasticity based on the concepts of slips. *Technical Report, Technical note 1871, NACA*, 1949.

[33] G. I. Taylor : Plastic strain in metals. *Journal of the Institute of Metals*, 61:307–324, 1938.

[34] T. H. Lin : Analysis of elastic and plastic strains of a face-centered cubic crystal. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5:143–149, 1957.

[35] K. Dang Van : Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue. *In ASTM Special Technical Publication*, pages 120–130, 1993.

[36] I. V. Papadopoulos : A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals. *International Journal of Fatigue*, 16(6):377–384, 1994.

[37] V. Monchiet, E. Charkaluk et D. Kondo : Plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(2):129–136, 2006.

[38] F. Morel et N. Huyen : Plasticity and damage heterogeneity in fatigue. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 49(1):98–127, 2008.

[39] J. D. Eshelby : The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A.*, 241(1226): 376–396, 1957.

[40] E. Kröner : On the plastic deformation of polycrystals. *Acta Metallurgica*, 9:155–161, 1961.

[41] R. Hill : Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13:89–101, 1965.

[42] M. Berveiller et A. Zaoui : An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26(5–6):325–344, 1978.

[43] P. Evrard, V. Aubin, Ph. Pilvin, S. Degallaix et D. Kondo : Implementation and validation of a polycrystalline model for a bi-phased steel under non-proportional loading paths. *Mechanics Research Communications*, 35(5):336–343, 2008.

[44] Y. Guilhem : *Étude numérique des champs mécaniques locaux dans les agrégats polycristallins d'acier 316L sous chargement de fatigue*. Thèse de doctorat, Mines ParisTech, 2011.

[45] P. Pilvin et G. Cailletaud : Intergranular and transgranular hardening in viscoplasticity. *In* M. Życzkowski, éditeur : *Creep in Structures*, volume 4, pages 171–178, 1990.

[46] G. Cailletaud et P. Pilvin : Utilisation de modèles polycristallins pour le calcul par éléments finis. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 3(4):515–541, 1994.

[47] P. Pilvin : The contribution of micromechanical approaches to the modelling of inelastic behavior of polycrystals. *In* A. Pineau, G. Cailletaud et T. C. Lindley, éditeurs : *Multiaxial Fatigue and Design (ESIS 21)*, pages 3–19, 1994.

[48] R. A. Lebensohn : N-site modeling of a 3d viscoplastic polycrystal using fast fourier transform. *Acta Materialia*, 49(14):2723–2737, 2001.

[49] Y. Murakami et M. Endo : Effects of defects, inclusions and inhomogeneities on fatigue strength. *International Journal of Fatigue*, 16(3):163–182, 1994.

[50] D. Taylor : The theory of critical distances. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(7):1696–1705, 2008. Critical Distance Theories of Fracture.

[51] L. Susmel : The theory of critical distances : a review of its applications in fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(7):1706–1724, 2008.

[52] H. Adib-Ramezani et J. Jeong : Advanced volumetric method for fatigue life prediction using stress gradient effects at notch roots. *Computational Materials Science*, 39(3):649–663, 2007.

[53] M. H. El Haddad, K. N. Smith et T. H. Topper : Fatigue crack propagation of short cracks. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 101(1):42–46, 1979.

[54] E. Orowan : Theory of the fatigue of metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A.*, 171(944):79–106, 1939.

[55] N. E. Frost et D. S. Dugdale : Fatigue tests on notched mild steel plates with measurements of fatigue cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5(3):182–192, 1957.

[56] K. J. Miller et E. R. de los Rios : *Short Fatigue Cracks*. ESIS publication 13. 1992.

[57] H. Nguyen Thi Thu : *Effet des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre cycles*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2008.

[58] I. V. Papadopoulos et V. P. Panoskaltsis : Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion. *Engineering Fracture Mechanics*, 55(4):513–528, 1996.

[59] B. Crossland : Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. *In Proc. International Conference on Fatigue of Metals*, pages 138–149, 1956.

[60] F. Morel, A. Morel et Y. Nadot : Comparison between defects and micronotches in multiaxial fatigue – the size effect and the gradient effect. *International Journal of Fatigue*, 31(2):263–275, 2009.

[61] H. Nguyen Thi Thu : *Influence des défauts de fonderie sur la résistance à la fatigue d'une fonte GS*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2008.

[62] E. Pessard : *Comportement anisotrope en fatigue des composants mécaniques forgés*. Thèse de doctorat, Arts et Métiers ParisTech, 2009.

[63] G. Bertolino, A. Constantinescu, M. Ferjani et P. Treiber : A multiscale approach of fatigue and shakedown for notched structures. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 48(2):140 – 151, 2007.

[64] C. A. Sweeney, W. Vorster, S. B. Leen, E. Sakurada, P. E. McHugh et F. P. E. Dunne : The role of elastic anisotropy, length scale and crystallographic slip in fatigue crack nucleation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61(5):1224–1240, 2013.

[65] V. P. Bennett et D. L. McDowell : Polycrystal orientation distribution effects on microslip in high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*, 25(1):27–39, 2003.

[66] Y. Guilhem, S. Basseville, F. Curtit, J-M. Stéphan et G. Cailletaud : Investigation of the effect of grain clusters on fatigue crack initiation in polycrystals. *International Journal of Fatigue*, 32(11):1748–1763, 2010.

[67] E. Thieulot-Laure : *Méthode probabiliste unifiée pour la prédiction du risque de rupture en fatigue*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2008.

[68] I. Simonovski, K.-F. Nilsson et L. Cizelj : The influence of crystallographic orientation on crack tip displacements of microstructurally small, kinked crack crossing the grain boundary. *Computational Materials Science*, 39(4):817–828, 2007.

[69] C. Robert, N. Saintier, T. Palin-Luc et F. Morel : Micro-mechanical modelling of high cycle fatigue behaviour of metals under multiaxial loads. *Mechanics of Materials*, 55:112–129, 2012.

[70] F. P. E. Dunne, R. Kiwanuka et A. Wilkinson : Crystal plasticity analysis of micro-deformation, lattice rotation and GND density. *International Journal of Plasticity*, 23:1061–1083, 2007.

[71] S. Forest, M. Amestoy, G. Damamme, S. Kruch, V. Maurel et M. Mazière : *Mécanique des milieux continus*. Ecole des Mines de Paris, 2009-2010.

[72] A. King, M. Herbig, W. Ludwig, P. Reischig, E. M. Lauridsen, T. Marrow et J. Y. Buffière : Non-destructive analysis of micro texture and grain boundary character from x-ray diffraction contrast tomography. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 268(3–4):291–296, 2010.

[73] A. Musienko, A. Tatschl, K. Schmidegg, O. Kolednik, R. Pippan et G. Cailletaud : Three-dimensional finite element simulation of a polycrystalline copper specimen. *Acta Materialia*, 55(12):4121–4136, 2007.

[74] A. Le Pécheur, F. Curtit, M. Clavel, J.M. Stephan, C. Rey et Ph. Bompard : Polycrystal modelling of fatigue : Pre-hardening and surface roughness effects on damage initiation for 304L stainless steel. *International Journal of Fatigue*, 45:48–60, 2012.

[75] Y. Li, V. Aubin, C. Rey et P. Bompard : Polycrystalline numerical simulation of variable amplitude loading effects on cyclic plasticity and microcrack initiation in austenitic steel 304L. *International Journal of Fatigue*, 42:71–81, 2012.

[76] J. Schwartz, O. Fandeur et C. Rey : Numerical approach of cyclic behaviour of 316LN stainless steel based on a polycrystal modelling including strain gradients. *International Journal of Fatigue*, 55:202–212, 2013.

[77] S. Ghosh, Y. Bhandari et M. Groeber : CAD-based reconstruction of 3D polycrystalline alloy microstructures from FIB generated serial sections. *Computer-Aided Design*, 40(3):293–310, 2008.

[78] M. Herbig, A. King, P. Reischig, H. Proudhon, E. M. Lauridsen, J. Marrow, J.-Y. Buffière et W. Ludwig : 3-D growth of a short fatigue crack within a polycrystalline microstructure studied using combined diffraction and phase-contrast X-ray tomography. *Acta Materialia*, 59(2):590–601, 2011.

[79] M. Sauzay : Effet de l'anisotropie élastique cristalline sur la distribution des facteurs de schmid à la surface des polycristaux. *Comptes Rendus Mécanique*, 334(6):353–361, 2006.

[80] C. Chauvot et M. Sester : Fatigue crack initiation and crystallographic crack growth in an austenitic stainless steel. *Computational Materials Science*, 19(1-4):87–96, 2000.

[81] M. Groeber, S. Ghosh, M. D. Uchic et D. M. Dimiduk : A framework for automated analysis and simulation of 3D polycrystalline microstructures. Part 2 : Synthetic structure generation. *Acta Materialia*, 56(6):1274–1287, 2008.

[82] M. Groeber, S. Ghosh, M. D. Uchic et D. M. Dimiduk : A framework for automated analysis and simulation of 3D polycrystalline microstructures. : Part 1 : Statistical characterization. *Acta Materialia*, 56(6):1257–1273, 2008.

[83] P. Erieau et C. Rey : Modeling of deformation and rotation bands and of deformation induced grain boundaries in IF steel aggregate during large plane strain compression. *International Journal of Plasticity*, 20(10):1763–1788, 2004.

[84] E. Héripré, M. Dexet, J. Crépin, L. Gélébart, A. Roos, M. Bornert et D. Caldemaison : Coupling between experimental measurements and polycrystal finite element calculations for micromechanical study of metallic materials. *International Journal of Plasticity*, 23(9):1512–1539, 2007.

[85] L. St-Pierre, E. Héripré, M. Dexet, J. Crépin, G. Bertolino et N. Bilger : 3D simulations of microstructure and comparison with experimental microstructure coming from O.I.M analysis. *International Journal of Plasticity*, 24(9):1516–1532, 2008.

[86] M. Bornert, T. Bretheau et P. Gilormini : *Homogénéisaion en mécanique des matériaux 1 - Matériaux aléatoires élastique et milieux périodiques*. Hermès Science Publications, 2001.

[87] G. M. Owolabi, R. Prasannavenkatesan et D. L. McDowell : Probabilistic framework for a microstructure-sensitive fatigue notch factor. *International Journal of Fatigue*, 32(8):1378 – 1388, 2010.

[88] C. P. Przybyla et D. L. McDowell : Microstructure-sensitive extreme-value probabilities of high-cycle fatigue for surface vs. subsurface crack formation in duplex Ti–6Al–4V. *Acta Materialia*, 60(1):293–305, 2012.

[89] J. Réthoré, J.-Ph. Tinnes, S. Roux, J.-Y. Buffière et F. Hild : Extended three-dimensional digital image correlation (X3D-DIC). *Comptes Rendus Mécanique*, 336(8):643–649, 2008.

[90] J. Schwartz : *Approche non locale en plasticité cristalline : application à l'étude du comportement mécanique de l'acier AISI 316LN en fatigue oligocyclique*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris, 2011.

[91] C. P. Przybyla et D. L. McDowell : Simulated microstructure-sensitive extreme value probabilities for high cycle fatigue of duplex Ti–6Al–4V. *International Journal of Plasticity*, 27(12):1871 – 1895, 2011.

[92] X. Fang, W. Yan, H. Gao, Z. Yue, J. Liu et F. Wang : Finite element simulation of surface deformation of polycrystal with a rough surface under repeated load. *Finite Elements in Analysis and Design*, 60:64–71, 2012.

[93] Y. Li, V. Aubin, C. Rey et P. Bompard : Polycrystalline numerical simulation of variable amplitude loading effects on cyclic plasticity and microcrack initiation in austenitic steel 304L. *International Journal of Fatigue*, 42(0):71 – 81, 2012.

[94] P. van 't Klooster, N. J. Trappeniers et S. N. Biswas : Effect of pressure on the elastic constants of noble metals from -196 to +25°c and up to 2500 bar : I. copper. *Physica B+C*, 97(1):65–75, 1979.

[95] C. Geuzaine et J. F. Remacle : Gmsh : A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009.

[96] J. Besson, R. Leriche, R. Foerch et G. Cailletaud : Object-oriented programming applied to the finite element method part II. application to material behaviors. *Revue Européenne des Éléments*, 7(5):567–588, 1998.

[97] A. Bernasconi et I. V. Papadopoulos : Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. *Computational Materials Science*, 34(4):355–368, 2005.

[98] W. Weibull : A statistical theory of the strength of materials. *Ingeniörsvetenskapsakademiens Handlingar*, (151), 1939.

[99] W. Weibull : A statistical distribution function of wide applicability. *Journal Of Applied Mechanics*, pages 293–297, 1951.

[100] P. Lukàš et L. Kunz : Effect of mean stress on cyclic stress-strain response and high cycle fatigue life. *International Journal of Fatigue*, 11(1):55–58, 1989.

[101] A. M. Freudenthal et E. J. Gumbel : On the statistical interpretation of fatigue tests. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 216(1126):309–332, 1953.

[102] S. Balasubramanian et L. Anand : Elasto-viscoplastic constitutive equations for polycrystalline fcc materials at low homologous temperatures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50(1):101–126, 2002.

[103] G. A. Alers, J. R. Neighbours et H. Sato : Temperature dependent magnetic contributions to the high field elastic constants of nickel and an fe-ni alloy. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 13(1–2):40–55, 1960.

[104] A. Teklu, H. Ledbetter, S. Kim, L. A. Boatner, M. McGuire et V. Keppens : Single-crystal elastic constants of fe-15Ni-15Cr alloy. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 35(10):3149–3154, 2004.

[105] P. Mu, V. Aubin, I. Alvarez-Armas et A. Armas : Influence of the crystalline orientations on microcrack initiation in low-cycle fatigue. *Materials Science and Engineering : A*, 573:45–53, 2013.

[106] A. Wormsen et G. Härkegård : A statistical investigation of fatigue behaviour according to weibull's weakest link theory. *In ECF15*, 2004.

[107] H.-P. Lieurade, P. Rabbe et A. Galtier : Essais de fatigue – partie I. *Techniques de l'ingénieur – Essais mécaniques sur les métaux et alliages*, base documentaire : TIB531DUO.(ref. article : m4170), 2013.

[108] X.-L. Zheng, B. Lü et H. Jiang : Determination of probability distribution of fatigue strength and expressions of P-S-N curves. *Engineering Fracture Mechanics*, 50(4):483–491, 1995.

[109] S. Hanaki, M. Yamashita, H. Uchida et M. Zako : On stochastic evaluation of S–N data based on fatigue strength distribution. *International Journal of Fatigue*, 32(3):605–609, 2010.

[110] L. Susmel et D. Taylor : A simplified approach to apply the theory of critical distances to notched components under torsional fatigue loading. *International Journal of Fatigue*, 28(4):417–430, 2006.

[111] M. Endo et Y. Murakami : Effects of an artificial small defect on torsional fatigue strength of steels. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 109(2):124–129, 1987.

[112] T. Billaudeau, Y. Nadot et G. Bezine : Multiaxial fatigue limit for defective materials : mechanisms and experiments. *Acta Materialia*, 52(13):3911–3920, 2004.

[113] M. Endo : The multiaxial fatigue strength of specimens containing small defects. *In* A. Carpinteri, M. de Freitas et A. Spagnoli, éditeurs : *European Structural Integrity Society*, volume 31 de *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture*, pages 243–264. Elsevier, 2003.

[114] V. Aubin : *Dialogue modèle-expériece en fatigue oligocyclique des aciers inoxydables*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2008.

[115] I. Alvarez-Armas et S. Degallaix-Moreuil : *Les aciers inoxydables duplex (Traité MIM, série matériaux et métallurgie)*. Lavoisier, 2012.

[116] J. Polák, K. Obrtlík et M. Hájek : Cyclic plasticity in type 316L austenitic stainless steel. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 17(7): 773–782, 1994.

[117] L. Sang et J. D. Bass : Single-crystal elasticity of diopside to 14 GPa by brillouin scattering. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2014.

[118] D.T. Pierce, K. Nowag, A. Montagne, J.A. Jiménez, J.E. Wittig et R. Ghisleni : Single crystal elastic constants of high-manganese transformation- and twinning-induced plasticity steels determined by a new method utilizing nanoindentation. *Materials Science and Engineering : A*, 578:134–139, 2013.

[119] Z.F. Hou : Ab initio calculations of elastic modulus and electronic structures of cubic. *Physica B : Condensed Matter*, 403(17):2624–2628, 2008.

[120] S. Forest et M. Fivel : Plasticité cristalline et transition d'échelle : cas du polycristal. *Techniques de l'ingénieur Étude des métaux et des alliages : état métallique*, base documentaire : TIB345DUO.(ref. article : m4017), 2004.

[121] B. Devincre et L. Kubin : Scale transitions in crystal plasticity by dislocation dynamics simulations. *Comptes Rendus Physique*, 11(3–4):274–284, 2010.

[122] B. Devincre, L. Kubin et T. Hoc : Physical analyses of crystal plasticity by DD simulations. *Scripta Materialia*, 54(5):741–746, 2006.

[123] L. Dupuy et M. C. Fivel : A study of dislocation junctions in FCC metals by an orientation dependent line tension model. *Acta Materialia*, 50(19):4873–4885, 2002.

[124] S. J. Basinski et Z. S. Basinski : *Plastic deformation and work hardening*. North-Holland Publishing Company, 1979.

[125] P. Franciosi, M. Berveiller et A. Zaoui : Latent hardening in copper and aluminium single crystals. *Acta Metallurgica*, 28(3):273–283, 1980.

[126] R. Quey, P.R. Dawson et F. Barbe : Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method : Generation, meshing and remeshing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(17–20):1729 – 1745, 2011.

[127] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, A. Benallal et R. Desmorat : *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, troisième édition, 2009.

[128] N. E. Frost, K. J. Marsh et L. P. Pook : *Metal Fatigue*. Clarendon Press, 1974.

[129] F. Ghanem, C. Braham et H. Sidhom : Influence of steel type on electrical discharge machined surface integrity. *Journal of Materials Processing Technology*, 142(1):163–173, 2003.

[130] B. Hosari : *Étude de l'enlèvement de matière par électro-érosion assistée par ultrason*. Thèse de doctorat, École nationale supérieure d'Art et Métiers de Paris, 1988.

[131] M. Dexet : *Méthode de couplage entre expérimentations et simulations numériques en vue de l'identification de lois de comportement intracristallin. Application aux alliages de zirconium*. Thèse de doctorat, École Polytechnique, 2006.

[132] F. P. E. Dunne, A. J. Wilkinson et R. Allen : Experimental and computational studies of low cycle fatigue crack nucleation in a polycrystal. *International Journal of Plasticity*, 23(2):273–295, 2007.

[133] F. Bachmann, R. Hielscher et H. Schaeben : Texture analysis with mtex–free and open source software toolbox. *Solid State Phenomena*, 160:63–68, 2010.

[134] J. Barralis et G. Maeder : *Précis de métallurgie : Élaboration, structures-propriétés, normalisation*. AFNOR-NATHAN, 2005.

[135] F. N. Rhines et B. R. Patterson : Effect of the degree of prior cold work on the grain volume distribution and the rate of grain growth of recrystallized aluminum. *Metallurgical Transactions A*, 13(6):985–993, 1982.

[136] H. Azizi-Alizamini, M. Militzer et W. J. Poole : A novel technique for developing bimodal grain size distributions in low carbon steels. *Scripta Materialia*, 57(12):1065–1068, 2007.

[137] L. S. Toth, S. Biswas, C. Gu et B. Beausir : Notes on representing grain size distributions obtained by electron backscatter diffraction. *Materials Characterization*, 84:67–71, 2013.

[138] K. Agbessi : *Approches expérimentales et multi-échelles des processus d'amorçage des fissures de fatigue sous chargements complexes.* Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013.

[139] J. Man, K. Obrtliík et J. Polák : Study of surface relief evolution in fatigued 316L austenitic stainless steel by AFM. *Materials Science and Engineering : A*, 351(1–2):123–132, 2003.

[140] L. Cretegny et A. Saxena : AFM characterization of the evolution of surface deformation during fatigue in polycrystalline copper. *Acta Materialia*, 49(18):3755–3765, 2001.

[141] M. Risbet, X. Feaugas, C. Guillemer-Neel et M. Clavel : Use of atomic force microscopy to quantify slip irreversibility in a nickel-base superalloy. *Scripta Materialia*, 49(6):533–538, 2003.

[142] P. Doumalin, M. Bornert et J. Crépin : Caractérisation de la répartition de la déformation dans les matériaux hétérogènes. *Mécanique & Industries*, 4(6):607–617, 2003.

[143] P. Evrard, A. El Bartali, V. Aubin, C. Rey, S. Degallaix et D. Kondo : Influence of boundary conditions on bi-phased polycrystal microstructure calculation. *International Journal of Solids and Structures*, 47(16):1979–1986, 2010.

[144] R. Quey, P. R. Dawson et F. Barbe : Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method : Generation, meshing and remeshing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(17–20):1729–1745, 2011.

[145] V. Yastrebov, G. Cailletaud et F. Feyel : Couplage de codes éléments finis et dynamique discrète de dislocations. *In CSMA 2013 - 11ème colloque national en calcul des structures*, Giens, France, 2013.

[146] A. Ma, F. Roters et D. Raabe : On the consideration of interactions between dislocations and grain boundaries in crystal plasticity finite element modeling – theory, experiments, and simulations. *Acta Materialia*, 54(8):2181–2194, 2006.

[147] C. Déprés, M. Fivel et L. Tabourot : A dislocation-based model for low-amplitude fatigue behaviour of face-centred cubic single crystals. *Scripta Materialia*, 58(12):1086–1089, 2008.

[148] M. Endo et I. Ishimoto : The fatigue strength of steels containing small holes under out-of-phase combined loading. *International Journal of Fatigue*, 28(5–6): 592–597, 2006.

[149] M. Fátima Vaz et M. A. Fortes : Grain size distribution : The lognormal and the gamma distribution functions. *Scripta Metallurgica*, 22(1):35 – 40, 1988.

[150] R. Hielscher et H. Schaeben : A novel pole figure inversion method : specification of the *MTEX* algorithm. *Journal of Applied Crystallography*, 41(6):1024–1037, 2008.

[151] P. Eisenlohr et F. Roters : Selecting a set of discrete orientations for accurate texture reconstruction. *Computational Materials Science*, 42(4):670–678, 2008.

[152] J. Hansen, J. Pospiech et K. Lucke : *Tables of texture analysis of cubic crystals*. Springer-Verlag, 1978.

[153] H. J. Bunge : *Texture Analysis in Material Science*. Butterworths, 1982.

[154] P. Coulomb : *Les textures dans les métaux de réseau cubique*. Dunod, 1972.

[155] M. A. Melchior et L. Delannay : A texture discretization technique adapted to polycrystalline aggregates with non-uniform grain size. *Computational Materials Science*, 37(4):557–564, 2006.

[156] L. S. Tóth et P. Van Houtte : Discretization techniques for orientation distribution functions. *Textures and Microstructures*, 19(4):229–244, 1992.

[157] N. Broll : Caractérisation de solides cristallisés par diffraction x. *Techniques de l'ingénieur – Études de stucture et caractérisation*, base documentaire : TIB386DUO.(ref. article : p1080), 2012.

[158] C. Esling et H. J. Bunge : Texture et anisotropie des matériaux polycristallins définitions et techniques expérimentales. *Techniques de l'ingénieur – Mise en forme des métaux : aspects rhéologiques et métallurgiques*, base documentaire : TIB476DUO.(ref. article : m3040), 2012.

[159] H. R. Wenk et U. F. Kocks : The representation of orientation distributions. *Metallurgical Transactions A*, 22:1083–1092, 1991.

Annexe A

Analyse et reproduction de la texture cristallographique de l'acier austénitique 316L

1 Texture cristallographique

1.1 Orientation d'un cristal

L'orientation g d'un cristal, c'est-à-dire l'orientation de la base orthonormée directe qui lui est associé $B_c = \{\underline{a},\underline{b},\underline{c}\}$ par rapport à la base orthonormée directe d'un échantillon polycristallin $B_e = \left\{\underline{x},\underline{y},\underline{z}\right\}$, peut être décrite de différentes manières : matrice de rotation, angles d'Euler, indices de Miller, axe-angle, vecteur de Rodrigues, quaternion... Nous ne nous attacherons ici qu'à rappeler quelques définitions et conventions sur la matrice de rotation et les angles d'Euler.

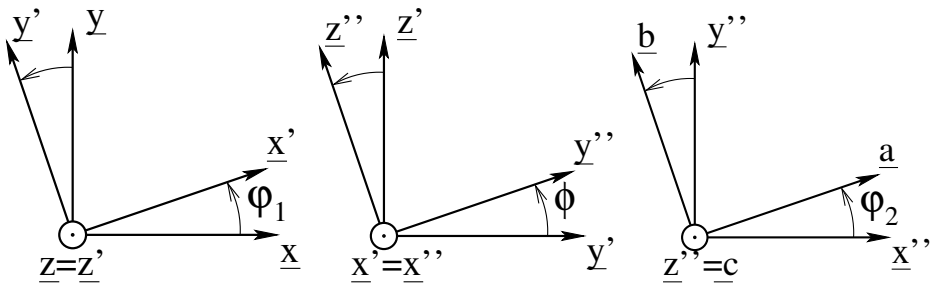
1.1.1 Angles d'Euler

L'orientation g d'un cristal peut être définie par 3 rotations successives à l'aide des angles d'Euler. En utilisant les notations de Bunge pour les angles, cette orientation est ainsi simplement décrite par un triplet d'angles : $g = (\varphi_1,\phi,\varphi_2)$. Il est néanmoins nécessaire de définir les axes autour desquelles sont réalisés les rotations. En métallurgie, la convention Z-X'-Z" est généralement adoptée : le premier axe de rotation est l'axe $\underline{z}$ de la base de l'échantillon, le deuxième est l'axe $\underline{x}'$ de la première base intermédiaire et le troisième est l'axe $\underline{z}''$ de la seconde base intermédiaire. Suivant cette convention, on a donc successivement :

- une rotation g_{φ_1} d'angle φ_1 autour de $\underline{z}$ (Fig. A.1a) ;
- une rotation g_{ϕ} d'angle ϕ autour de $\underline{x}'$ (Fig. A.1b) ;
- une rotation g_{φ_2} d'angle φ_2 autour de $\underline{z}'' = \underline{c}$ (Fig. A.1c).

En général, dans l'étude de texture de tôles laminées, les axes $\underline{x}$, $\underline{y}$ et $\underline{z}$ de la base de l'échantillon sont choisis de sorte à correspondre, respectivement, aux directions de laminage, transverse et normale des tôles. Dans le cas de barres, aucune convention n'étant généralement suivie, nous choissons arbitrairement d'associer respectivement aux axes $\underline{x}$, $\underline{y}$ et $\underline{z}$, les directions radiale (DR), axiale (DA) et orthoradiale (DO). Quant à la base du

cristal B_c, ses vecteurs $\underline{a}$, $\underline{b}$ et $\underline{c}$ sont choisis de manière à être respectivement parallèles aux directions [100], [010] et [001] de la maille conventionnelle des réseaux cubiques à faces centrées.



(a) (b) (c)

FIGURE A.1 – Rotations d'Euler dans la convention Z-X'-Z".

1.1.2 Matrice de rotation

L'orientation du cristal peut être décrite par la rotation $\underline{\underline{g}} = \underline{\underline{g}}_{B_c \to B_e} \in SO(3)$ [1], appelée aussi matrice d'orientation, passant de la base du cristal B_c à la base de l'échantillon B_e, c'est-à-dire la rotation verifiant $\underline{a} = \underline{\underline{g}}\,\underline{x}$, $\underline{b} = \underline{\underline{g}}\,\underline{y}$ et $\underline{c} = \underline{\underline{g}}\,\underline{z}$. La matrice de passage de la base B_e à la base B_c est $\underline{\underline{g}}^{-1}$, l'inverse de $\underline{\underline{g}}$. De plus, comme la matrice est orthogonale, nous avons

$$\underline{\underline{g}}^{-1} = \underline{\underline{g}}^{T} \tag{A.1}$$

Cette matrice de rotation $\underline{\underline{g}}$ peut être exprimée (Eq. A.2) par 3 matrices $\underline{\underline{g}}_{\varphi_1}$, $\underline{\underline{g}}_{\phi}$ et $\underline{\underline{g}}_{\varphi_2}$ correspondant aux 3 rotations d'Euler :

$$\underline{\underline{g}}_{\varphi_1} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) & \sin(\varphi_1) & 0 \\ -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{g}}_{\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad \underline{\underline{g}}_{\varphi_2} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_2) & \sin(\varphi_2) & 0 \\ -\sin(\varphi_2) & \cos(\varphi_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{g}} = \underline{\underline{g}}_{\varphi_2}\,\underline{\underline{g}}_{\phi}\,\underline{\underline{g}}_{\varphi_1} \tag{A.2}$$

1.2 Fonction de distribution des orientations

L'orientation préférentielle des grains dans un matériau polycristallin, autrement dit la texture cristallographique, est décrite quantitativement par la fonction de distribution des orientations $f(g)$ (FDO) qui définie la fraction volumique $\frac{dV(g)}{V}$ occupée par les cristaux d'un agrégat polycristallin ayant une orientation comprise entre g et $g + dg$:

$$f(g) = \frac{1}{dg}\frac{dV(g)}{V} \tag{A.3}$$

1. $SO(3)$: groupe spécial orthogonal en dimension 3 aussi appelé groupe des rotations vectorielles dans l'espace de dimension 3.

Dans l'espace des angles d'Euler, un volume infinitésimal dg s'exprime, en utilisant les notations de Bunge, par la relation suivante [153] :

$$dg = \frac{1}{8\pi^2} d\varphi_1 \sin(\phi) d\phi d\varphi_2 \tag{A.4}$$

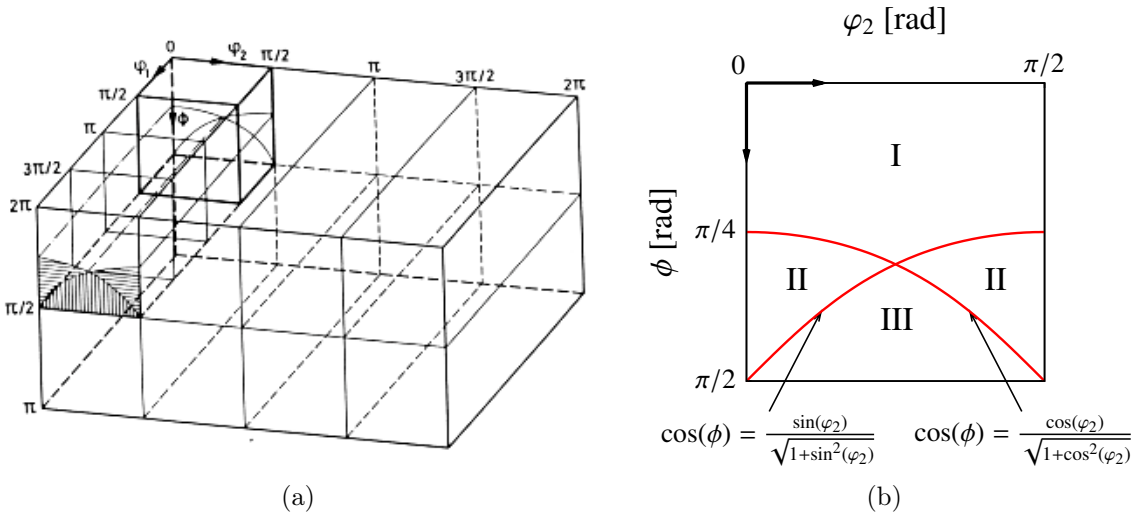
où le facteur $\frac{1}{8\pi^2}$ permet d'assurer la condition $\int_V \frac{dV(g)}{V} = 1$.

En l'absence de symétries cristalline et d'échantillon, la FDO est intégralement définie sur le domaine D définit par

$$D = \left\{(\varphi_1,\phi,\varphi_2) \in \mathbb{R}^3 | 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi; 0 \leq \phi \leq \pi; 0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi\right\}$$

La symétrie cubique de la structure cristalline permet de réduire cet espace en 24 sous-domaines appelés zones fondamentales dans lesquels la FDO est entièrement définie. Les frontières entre certains sous-domaines étant courbes (Fig.A.2), il est commode de ne pas prendre en compte les symétries d'ordre 3 et de décomposer ainsi l'espace d'Euler en 8 sous-domaines ayant des frontières planes. De la sorte, il est possible de ne considérer que le sous-domaine Z (Fig.A.2) défini par

$$Z = \left\{(\varphi_1,\phi,\varphi_2) \in \mathbb{R}^3 | 0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi; 0 \leq \phi \leq \pi/2; 0 \leq \varphi_2 \leq \pi/2\right\}$$



(a) (b)

FIGURE A.2 – Décomposition : (a) du domaine D [152], (b) du sous-domaine Z dans une section $\varphi_1 = cte$ en prenant en compte les symétries d'ordre 3.

2 Représentations graphiques des textures

2.1 Figure de pôles

Les figures de pôles constituent la représentation des textures la plus usuelle et le moyen le plus direct de représenter des résultats de radiocristallographie (§ 3). Une figure

de pôles {hkl} consiste à représenter, dans un plan Π fixe dans la base B_e d'un échantillon polycristallin, la projection stéréographique de la densité des normales aux plans réticulaires {hkl} des cristaux composant l'échantillon. La projection stéréographique est conforme, c'est à dire que l'angle entre deux lignes à la surface de la sphère est égale à l'angle entre les projections de ces deux lignes. Le principe de cette projection est illustré figure A.3. On considère un cristal positionné au centre O d'une sphère et un plan (hkl) $\in$ {hkl}. Le point P est défini par l'intersection de la normale au plan (hkl) du cristal considéré avec l'hémisphère nord et le point S correspond au pôle sud de la sphère. Dans la figure de pôles {hkl}, la normale au plan (hkl) est représentée par le point p, appelé pôle du plan (hkl), qui est défini par l'intersection de la droit SP avec le plan équatoriale Π. La projection effectuée pour le plan (hkl) est a réaliser pour tous les plans appartenant à la famille {hkl}. Sur les figures de pôles présentées par la suite, le plan Π est défini par les vecteurs $\underline{x}$ et $\underline{y}$ de la base de l'échantillon, c'est à dire par les directions radiale et axiale de la barre étudiée, avec $\underline{y}$ dirigé vers le nord des figures.

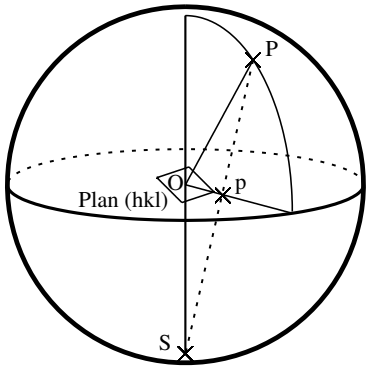


FIGURE A.3 – Projection stéréographique de la normale à un plan (hkl) d'un cristal.

D'autres projections peuvent être utilisées comme la projection azimutale équivalente de Lambert qui n'est pas une projection conforme. Cependant, contrairement à la projection stéréographique, cette projection présente l'avantage d'être équivalente, c'est à dire qu'une aire sur la surface de la sphère est conservée lors de sa projection. Elle semble donc plus adaptée pour étudier les densités d'orientations individuelles [159]. Par exemple, la projection stéréographique de points uniformément répartis sur la sphère ne donnera pas le même nombre de points par unité d'aire sur la figure de pôles contrairement la projection azimutale équivalente de Lambert.

2.2 Figure de pôles inverse

Une figure de pôles inverse d'axe $\underline{t}$ représente, dans un plan Π fixe dans la base B_c du cristal, la projection stéréographique de la densité des différentes directions cristallographiques d'un échantillon polycristallin parallèles à une direction $\underline{t}$ donnée et fixe dans la base B_e de l'échantillon. Le plan Π est généralement choisi de manière à correspondre au plan (001) du cristal. Du fait des symétries présentes dans les réseaux cubiques, la figure de pôles inverse peut être décomposée en 24 domaines élémentaires qui contiennent

chacun l'intégralité de l'information (voir figure A.4). Par convention, on ne représente que les densités contenues dans le « triangle » stéréographique [001], [011], [111], appelé triangle standard.

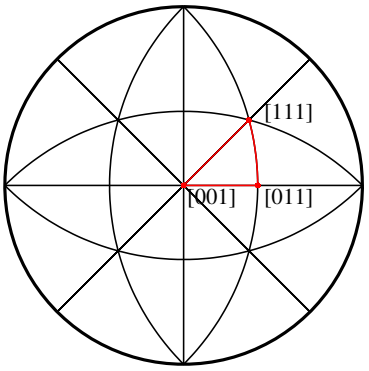


FIGURE A.4 – Symétries dans les figures de pôles inverses pour les réseaux cubiques.

Cette représentation présente un intérêt dans l'analyse de textures rencontrées dans les barres. En effet, la figure de pôles inverse de l'axe d'une barre peut mettre en évidence une éventuelle texture de fibre <hkl>, c'est à dire une orientation préférentielle des grains tel qu'une de leurs directions cristallographiques <hkl> est parallèle à l'axe de la barre.

3 Mesure de texture par diffraction des rayons X

3.1 Principe

Un rayonnement monochromatique de longeur d'onde λ incident est diffracté par les plans {hkl} d'un cristal selon un angle $2\theta_{hkl}$ (cf. figure A.5) vérifiant la relation de Bragg :

$$2d_{hkl}\sin(\theta_{hkl}) = n\lambda \tag{A.5}$$

avec d_{hkl}, la distance interréticulaire entre les plans {hkl} et n, l'ordre de diffraction. Pour un système cubique de paramètre a, la distance $d_{hkl} = a/\sqrt{h^2+k^2+l^2}$. De manière à simplifier l'équation A.5, il est courant d'introduire l'ordre de diffraction dans les indices de Miller des plans {hkl} (Eq. A.6). Cela revient à considérer une diffraction d'ordre 1 sur des plans {hkl} = {nh',nk',nl'} au lieu d'une diffraction d'ordre n sur des plans {h',k',l'}.

$$2d_{hkl}\sin(\theta) = \lambda \tag{A.6}$$

Par ailleurs, dans un échantillon polycristallin, seul les cristaux vérifiant la condition de miroir contribueront à la diffraction du faisceau incident [158] :

$$\underline{h} \parallel \underline{S} \tag{A.7}$$

avec $\underline{h}$, le vecteur normal aux plans (hkl) exprimé dans la base du cristal et $\underline{S}$, le vecteur de diffraction dirigé par la bissectrice entre le rayon incident et le rayon diffracté. Du fait

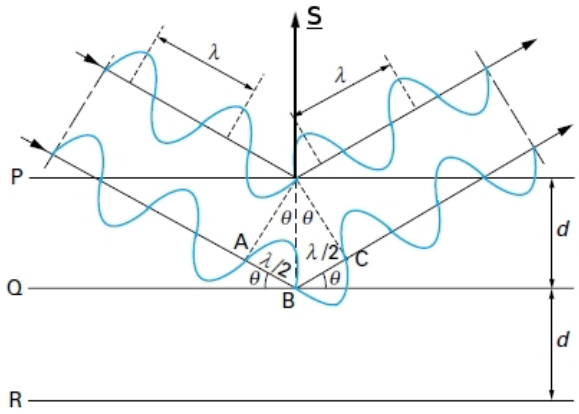


FIGURE A.5 – Illustration de la loi de Bragg [157].

de la divergence du faisceau incident, cette condition est satisfaite en réalité par tous les cristaux dont $\underline{h}$ est inclus dans un angle solide élementaire $d\Omega$ centré sur $\underline{S}$.

La direction d'échantillon $\underline{r}$, qui est parallèle au vecteur de diffraction $\underline{S}$, est orientée par rapport à la base de l'échantillon B_e grâce à un couple d'angles (α,β). La fraction volumique occupée par les cristaux dont $\underline{h} \parallel \underline{r} + d\Omega$ est obtenue par la fonction de densité $P(\underline{h},\underline{r})$ appelée figure de pôles et définie par

$$\frac{1}{4\pi} P(\underline{h},\underline{r}) d\Omega = \frac{dV(\underline{r})}{V} \tag{A.8}$$

avec $d\Omega = \sin(\alpha) d\alpha d\beta$.

L'intensité du rayon diffracté $I(\underline{h},\underline{r})$, pour $\underline{h}$ et $\underline{r}$ donnés, est proportionnelle à $P(\underline{h},\underline{r}) + P(-\underline{h},\underline{r})$ et donc à la fraction volumique des cristaux dont l'orientation permet la diffraction :

$$I(\underline{h},\underline{r}) = I_0 N \frac{1}{2}(P(\underline{h},\underline{r}) + P(-\underline{h},\underline{r})) = I_0 N \tilde{P}(\underline{h},\underline{r}) \tag{A.9}$$

avec I_0, l'intensité du rayon incident et N, un facteur de normalisation. Par ailleurs, le lien entre $P(\underline{h},\underline{r})$ et la FDO est donné par l'équation fondamentale de l'analyse de texture :

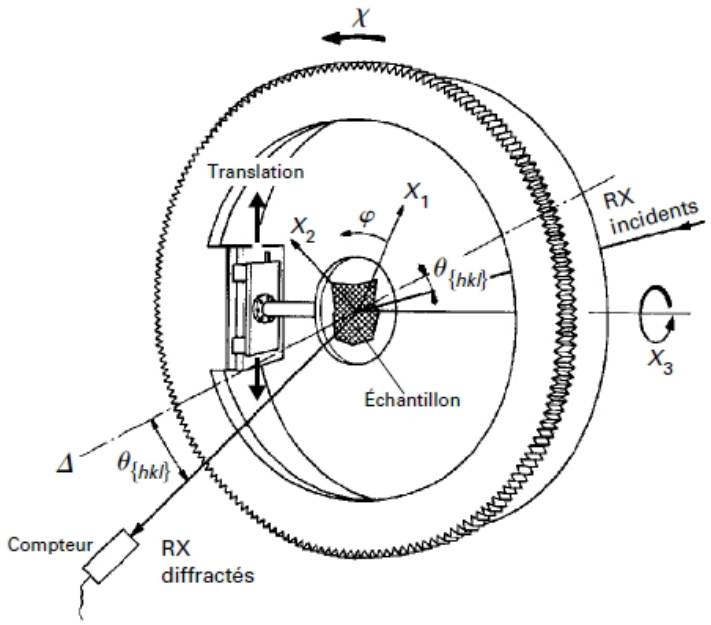
$$P(\underline{h},\underline{r}) = \frac{1}{2\pi} \oint_{\left\{g \in D | \underline{h} = \underline{\underline{g}}\,\underline{r}\right\}} f(g) d\varphi_1 \sin(\phi) d\phi d\varphi_2 \tag{A.10}$$

Ainsi, en déterminant expérimentalement des figures de pôles $\tilde{P}(\underline{h},\underline{r})$ pour différents $\underline{h}$, il est possible de déterminer $f(g)$ par une méthode d'« inversion de figures de pôles ». Plusieurs méthodes, qui ne seront pas détaillées ici, existent : développement en séries d'harmoniques sphériques, méthode vectorielle, méthode de maximisation de l'entropie...

3.2 Matériels

Un diffractomètre Seifert XRD3000, disposant d'un goniomètre de texture avec une géométrie de Bragg-Brentano, est utilisé afin de mesurer les figures de pôles $\tilde{P}(\underline{h},\underline{r})$, dans différentes directions d'échantillon $\underline{r}$, pour $\underline{h}$ donné. L'analyse radiocristallographique est

effectuée en réflexion. Dans cette configuration, les angles α et β orientant l'échantillon correspondent respectivement aux angles χ et ϕ du goniomètre (voir figure A.6). Afin de



χ rotation autour de l'axe Δ marquant l'intersection du plan de l'échantillon et du plan du faisceau de rayons X

φ rotation autour de l'axe OX_3, direction normale au plan de l'échantillon

$\theta_{\{hkl\}}$ angle de Bragg de la réflexion $\{hkl\}$ étudiée

FIGURE A.6 – Montage en réflexion avec un goniomètre de texture [157]

limiter la fluorescence de l'échantillon d'acier austénitique 316L, une anode de chrome est utilisée ($\lambda_{Cr} = 2{,}291$Å) pour produire le rayonnement X. Ni filtre, ni monochromateur ne sont utilisés. Le détecteur utilisé pour mesurer l'intensité du rayonnement X diffracté est un compteur à scintillation.

3.3 Mesures effectuées

L'échantillon prélevé dans une barre de 316L est schématisé figure A.7. La zone analysée a subie un polissage électrolytique. Les plans diffractants utilisés pour la diffractions sont : {111}, {200} et {220}. Connaissant le paramètre de la maille austénitique a_γ, il est possible de déduire de la loi de Bragg (Eq. A.5) les angles de diffraction 2θ associés à ces plans. Étant donné que $a_\gamma \simeq 0{,}3595$ nm [17], les angles 2θ des plans {111}, {200} et {220}, pour l'acier 316L étudié, sont approximativement 67,0°, 79,2° et 128,6°. Après réalisation d'un diffractogramme, les valeurs de ces angles sont légèrement corrigées de manière à se positionner sur les pics d'intensité diffractée : $2\theta_{111} = 67{,}1°$, $2\theta_{200} = 79{,}2°$ et $2\theta_{220} = 128{,}8°$. Les mesures des intensités diffractées sont effectuées avec un montage en

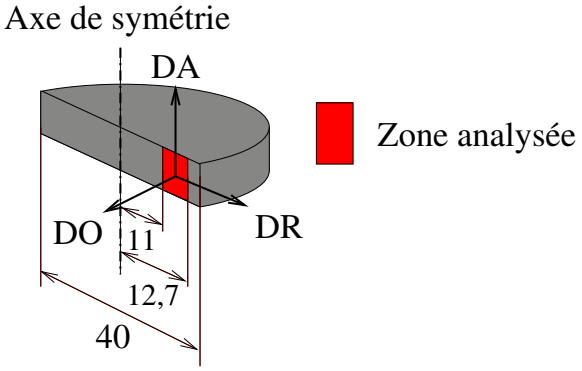


FIGURE A.7 – Schéma de l'échantillon prélevé dans une barre d'acier 316L.

réflexion, pour un angle φ variant de 0° et 70° avec un pas de 5° et un angle χ variant de 0° et 360° avec un pas de 5°. Pour chaque couple (φ,χ), l'intensité mesurée $I_m(2\theta)$ est ensuite corrigée (Eq. A.11) en éliminant le bruit de fond moyen. Ce bruit de fond moyen correspond à la moyenne du bruit de fond à gauche $I_m(2\theta - \delta 2\theta)$ et à droite $I_m(2\theta + \delta 2\theta)$ de 2θ.

$$I_c(2\theta) = I_m(2\theta) - \frac{I_m(2\theta - \delta 2\theta) + I_m(2\theta + \delta 2\theta)}{2} \tag{A.11}$$

L'angle $\delta 2\theta$ est, selon le pôle étudié, choisi entre 2° à 3°. Par ailleurs, en utilisant un montage en réflexion, l'absorption et la défocalisation des rayons X changent avec l'angle φ. Pour corriger les effets de ces phénomènes sur les mesures, une des possibilités est de normaliser les intensités $I_c(2\theta)$ obtenues pour l'échantillon analysé par celles acquises, dans les mêmes conditions, pour le même matériau non texturé [154]. Ainsi, une analyse radiocristallographique est réalisée sur une poudre d'acier 316L, dont l'orientation des grains est aléatoire, mélangée avec une résine époxyde. Pour chaque couple (φ,χ), l'intensité mesurée sur la poudre $I_{m,poudre}(2\theta)$ est corrigée en soustrayant le bruit de fond moyen (Eq. A.12).

$$I_{c,poudre}(2\theta) = I_{m,poudre}(2\theta) - \frac{I_{m,poudre}(2\theta - \delta 2\theta) + I_{m,poudre}(2\theta + \delta 2\theta)}{2} \tag{A.12}$$

Enfin, l'intensité $I(2\theta)$ corrigée des problèmes d'absorption et de défocalisation est déterminée, pour chaque couple (φ,χ), par

$$I(2\theta) = \frac{I_c(2\theta)}{I_{c,poudre}(2\theta)} \tag{A.13}$$

Les intensités diffractées corrigées $I(2\theta)$ des pôles {111}, {200} et {220} sont représentés sous la forme de figures de pôles (Fig. A.8).

L'estimation de la FDO, à partir des figures de pôles expérimentales, est effectuée à l'aide de MTEX [133], une toolbox MATLAB^{TM} dédiée à l'analyse quantitative de texture cristallographique. La FDO est approximée à l'aide d'une combinaison linéaire de fonctions à base radiale. Dans notre cas, des fonctions de « de la Vallée Poussin » de demie-largeur de 5° sont utilisées. Les figures de pôles complètes (Fig. A.9) et les figures de pôles inverses (Fig. A.10) sont déterminées à partir de cette FDO.

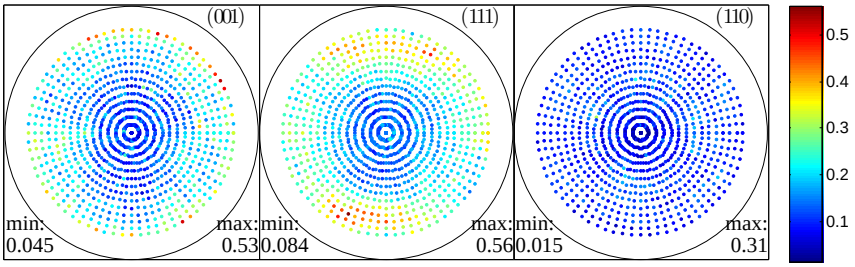


FIGURE A.8 – Figures de pôles {200}, {111} et {220} obtenues après corrections des intensités mesurées

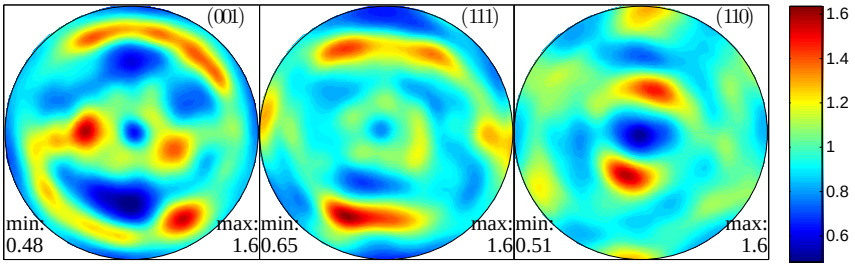


FIGURE A.9 – Figures de pôles {200}, {111} et {220} construites après détermination de la FDO

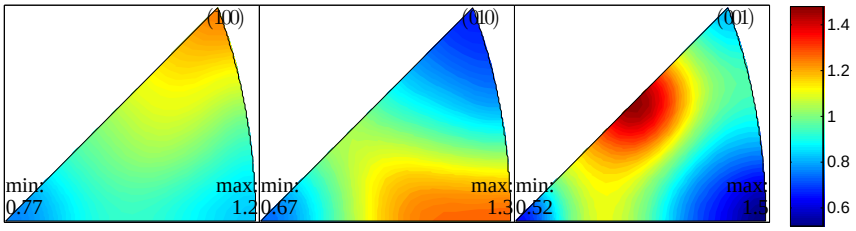


FIGURE A.10 – Figures de pôles inverses des axes x, y et z de l'échantillon construites après détermination de la FDO

Au vu des figures de pôles et des figures de pôles inverses, on peut constater que la texture cristallographique est peu marquée dans la zone analysée de la barre d'acier 316L. En effet, les densités observées s'écartent assez peu de la valeur de référence de 1 obtenue pour une distribution aléatoire des orientations cristallines. Par ailleurs, d'après la figure de pôles inverse d'axe $\underline{y}$, la barre possède, dans la zone analysée, une légère texture de fibre <011> alors que les directions <001> et <111> présentent une densité plus faible que celle obtenue pour un échantillon aléatoire. Ces résultats sont contraires à ceux généralement observés dans des barres de métaux CFC obtenues par filage [154].

4 Génération d'orientations représentatives d'une texture cristallographique

4.1 Méthodologie

Afin de pouvoir générer un jeu d'orientations représentatif d'une texture cristallographique, la fonction continue de distribution des orientations, déterminée précédemment, est discrétisée. Pour ce faire, l'espace des angles d'Euler, borné par Z, est discrétisé régulièrement avec N cubes de cotés $\Delta\varphi_1$, $\Delta\phi$ et $\Delta\varphi_2$. Notons p, le pas de la discrétisation tel que $p = \Delta\varphi_1 = \Delta\phi = \Delta\varphi_2$. Pour chaque cube, la valeur exacte de la FDO, notée f_i, pour l'orientation centrale du cube i est récupérée.

Par définition, la fraction volumique de cristallite ν_i dont l'orientation est contenue dans le cube i est

$$\nu_i = \int_{C_i} f(g)dg \tag{A.14}$$

Le domaine du cube C_i étant

$$C_i = \left\{\varphi_{1,i} - \frac{p}{2} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{1,i} + \frac{p}{2}; \phi_i - \frac{p}{2} \leq \phi \leq \phi_i + \frac{p}{2}; \varphi_{2,i} - \frac{p}{2} \leq \varphi_2 \leq \varphi_{2,i} + \frac{p}{2}\right\}$$

avec $\varphi_{1,i}$, ϕ_i et $\varphi_{2,i}$, les angles d'Euler de l'orientation centrale g_i du cube i. La fraction volumique moyenne ν_i est approximée par

$$\nu_i \simeq f_i \Delta g = \frac{f_i}{8\pi^2}\Delta\varphi_1 \sin(\phi_i)\Delta\phi\Delta\varphi_2 \tag{A.15}$$

Si les dérivées secondes de $f(g)$ par rapport à φ_1, ϕ et φ_2 sont modérés en tout point du cube, l'approximation précédente permet de vérifiée la condition suivante

$$\frac{1}{\int_Z dg}\sum_{i=1}^{N}\nu_i = 1 \tag{A.16}$$

Plusieurs méthodes ont été proposé pour produire, à partir d'une FDO discrète, un jeu de N^* orientations représentatif d'une texture cristallographique [156, 155, 151]. Celle mise en oeuvre dans ces travaux est la méthode « hybrid integer approximation » proposée par Eisenlohr et Roters [151]. Cette méthode suggère de sélectionner, pour chaque orientation g_i, n_i^* orientations tel que

$$n_i^* = Arrondi(C\nu_i^*) \tag{A.17}$$

L'opération d'arrondi est effectuée à l'unité. La constante C est un réel déterminé itérativement de manière à satisfaire la condition suivante

$$\sum_{i=1}^{N} n_i^* = N^* \tag{A.18}$$

Il est a noter que cette méthode repose sur l'hypothèse que le volume occupé par chaque grain est constant et que de ce fait, le nombre d'orientations sélectionnées pour une orientation g_i est proportionnel, à l'arrondi près, à la fraction volumique ν_i qui lui est associée. Dans le cas où le nombre d'orientations souhaité N^* est inférieure ou égale au

nombre d'orientations N dans l'espace discrétisé des angles d'Euler, la méthode de sélection des orientations à tendance à produire une texture cristallographique plus marquée que celle observée expérimentalement. Pour remédier à ce problème, les auteurs proposent de déterminer C de manière à construire un jeu de N orientations puis de sélectionner aléatoirement N^* orientations dans ce jeu d'orientations.

Afin d'évaluer simplement la qualité de la solution, les auteurs de cette méthode proposent, entre autre, de calculer la moyenne quadratique des écarts entre les fractions volumiques de la FDO initiale et de la FDO reconstruite à partir des orientations sélectionnées (Eq. A.19).

$$RMSD = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (\nu_i - \nu_i^*)^2} \tag{A.19}$$

ν_i et ν_i^* étant, respectivement, les fractions volumiques correspondant à l'orientation g_i dans les FDO initiale et reconstruite. Les grains dans les modèles numériques occupant des volumes approximativement égaux, la fraction volumique ν_i^* est

$$\nu_i^* \simeq \frac{n_i^*}{N^*} \tag{A.20}$$

4.2 Résultats

Le pas p utilisé dans la discrétisation du sous-domaine Z est de 5°. Ainsi, N, le nombre d'orientations dans le domaine discrétisé est

$$N = \frac{360}{5} \times \frac{90}{5} \times \frac{90}{5} = 23328 \tag{A.21}$$

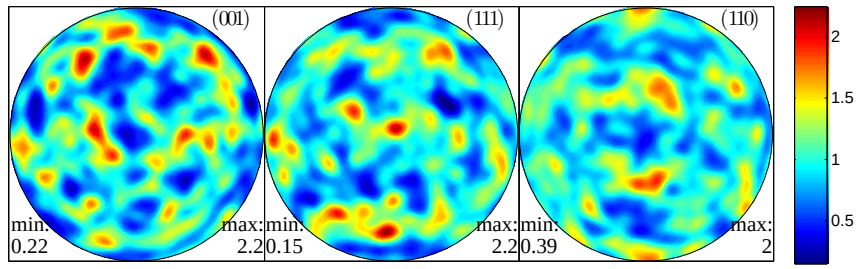
Dans les modèles éléments finis, des microstructures de 300 grains sont utilisées. Le nombre d'orientations souhaité pour les jeux d'orientations est donc $N^* = 300$. Néanmoins, afin d'évaluer la méthode mise en œuvre, des jeux de 1000, 10000, 20000 et 30000 orientations sont aussi créés. La table A.1 présente les valeurs de RMSD obtenues pour les différents jeux de N^* orientations et les figures A.11 et A.12 rassemblent, respectivement, les figures de pôles et les figures de pôles inverses obtenues à partir des FDO reconstruites. Ces figures ont été réalisé en important dans MTEX, les FDO reconstruites. À chaque orientation g_i est associée une fonction de densité de « de la Vallée Poussin » de demie-largeur de 5°, pondérée par $f_i^* \left(= \dfrac{\nu_i^*}{\Delta g(\phi_i)} \right)$ et centrée sur l'orientation g_i afin de rendre continu les FDO reconstruites.

Au vu du tableau A.1, une diminution de la moyenne quadratique des écarts entre les FDO initiale et reconstruite est bien observée avec l'augmentation du nombre de grains sélectionnés. De plus, la comparaison des figures de pôles et des figures de pôles inverses initiales (Fig. A.9 et A.10) avec celles reconstruites (Fig. A.11 et A.12) nous permet d'estimer qualitativement le nombre nécessaire d'orientations à sélectionner afin de reproduire une texture proche de celle observée expérimentalement. Un jeu de 10000 orientations semble nécessaire pour obtenir une texture suffisamment représentative de celle du matériau étudié. Un jeu de 300 orientations dans les modèles éléments finis paraît donc insuffisant. Néanmoins, plusieurs jeux d'orientations seront utilisés pour un même

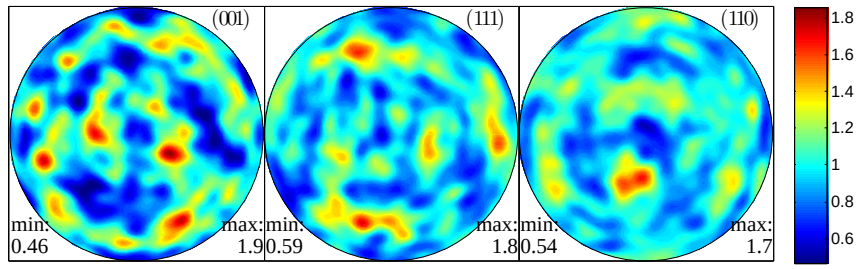
cas de chargement ce qui permettra d'atténuer la mauvaise représentativité de la texture.

N^*	300	1000	10000	20000	30000
$RMSD$ ($\times 10^{-3}$)	7,27	3,95	1,28	0,91	0,17

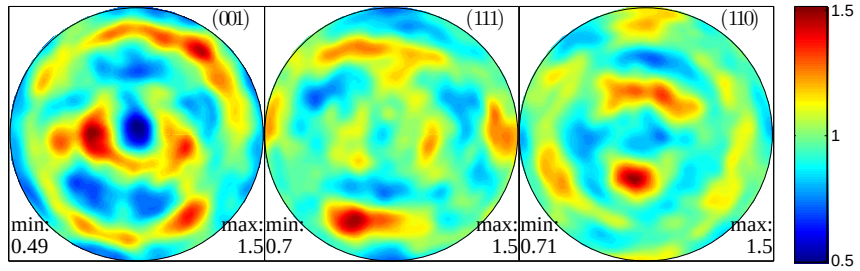
TABLE A.1 – Valeurs de RMSD pour les différents jeux de N^* orientations



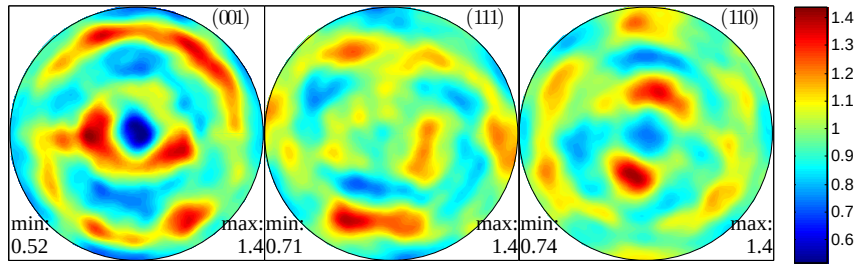
(a)



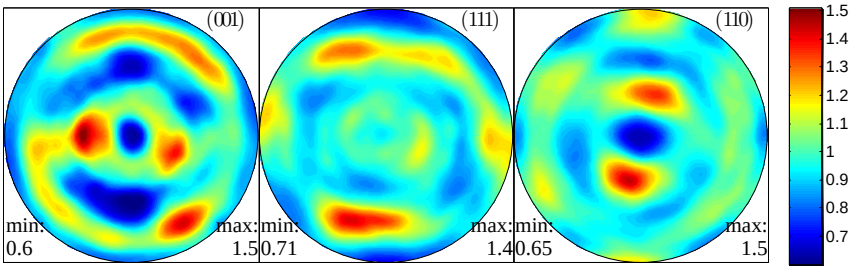
(b)



(c)



(d)



(e)

FIGURE A.11 – Figures de pôles {200}, {111} et {220} obtenues à partir des jeux d'orientations pour N^* égal à : a) 300, b) 1000, c) 10000, d) 20000, e) 30000.

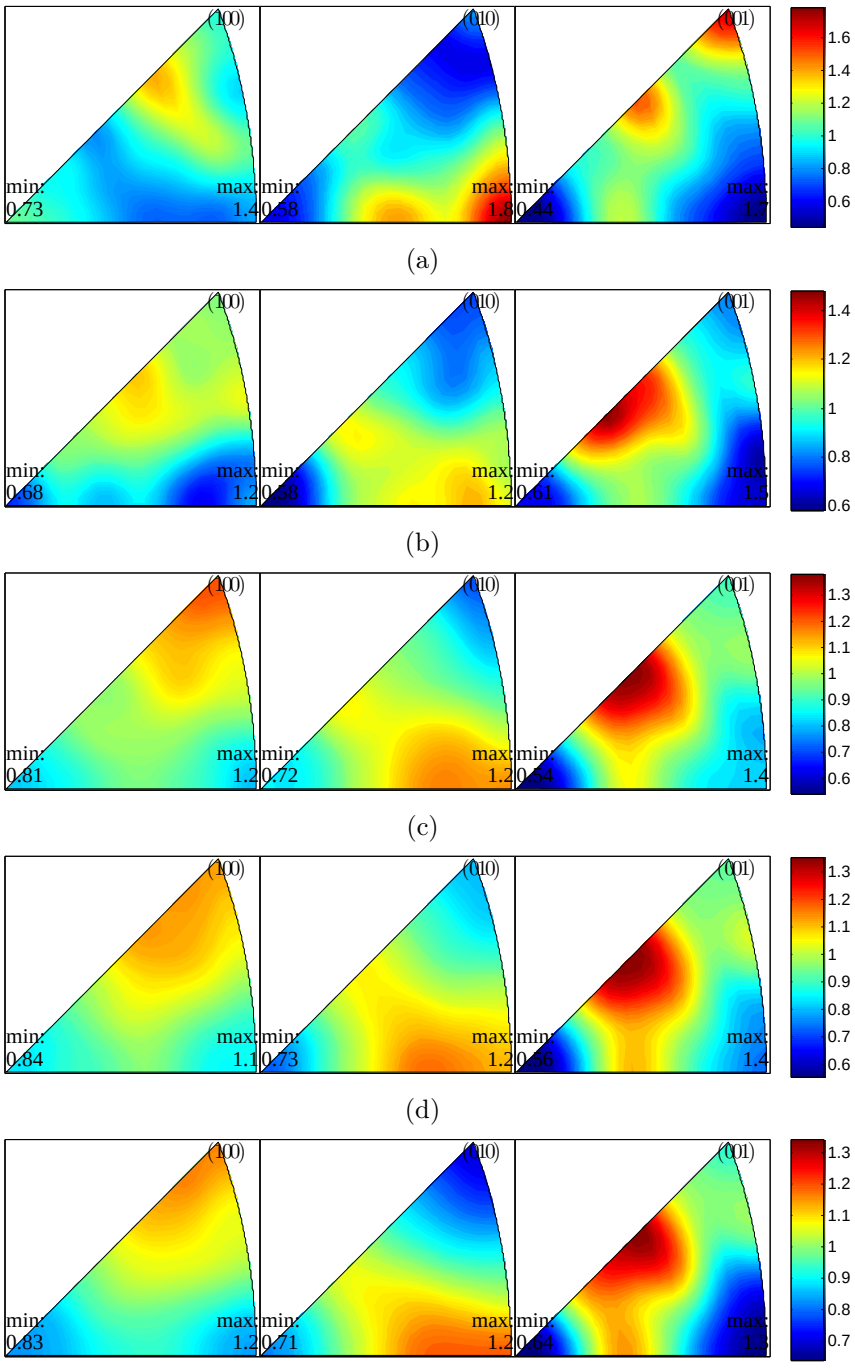


FIGURE A.12 – Figures de pôles inverses des axes $\underline{x}$, $\underline{y}$ et $\underline{z}$ de l'échantillon obtenues à partir des jeux d'orientations pour N^* égal à : a) 300, b) 1000, c) 10000, d) 20000, e) 30000.

Annexe B

Géométries des éprouvettes

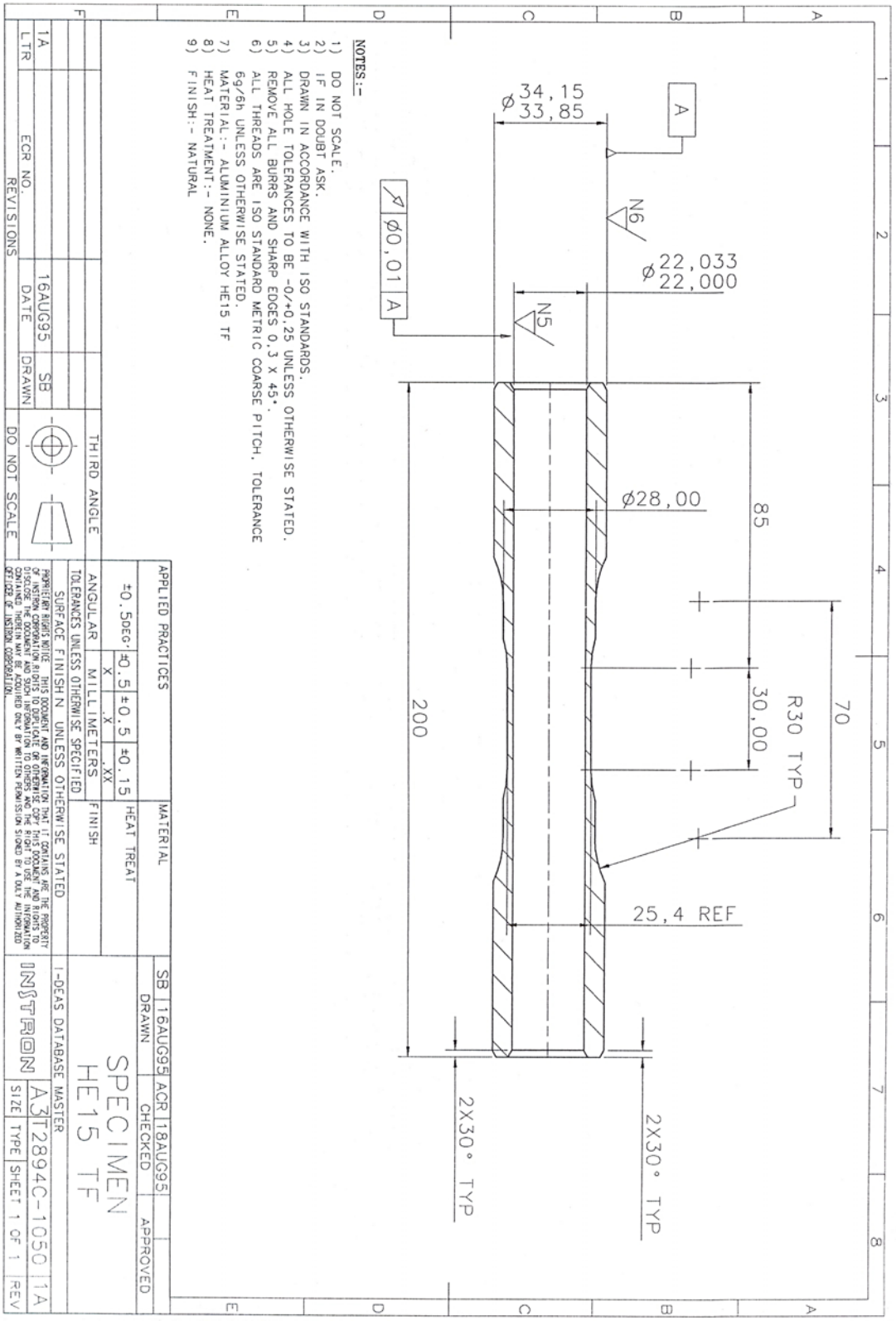


FIGURE B.1 – Schéma de l'éprouvette tubulaire utilisée sur la machine d'essai « Instron 8850 ».

FIGURE B.2 – Schéma de l'éprouvette tubulaire avec un défaut de 300 μm.

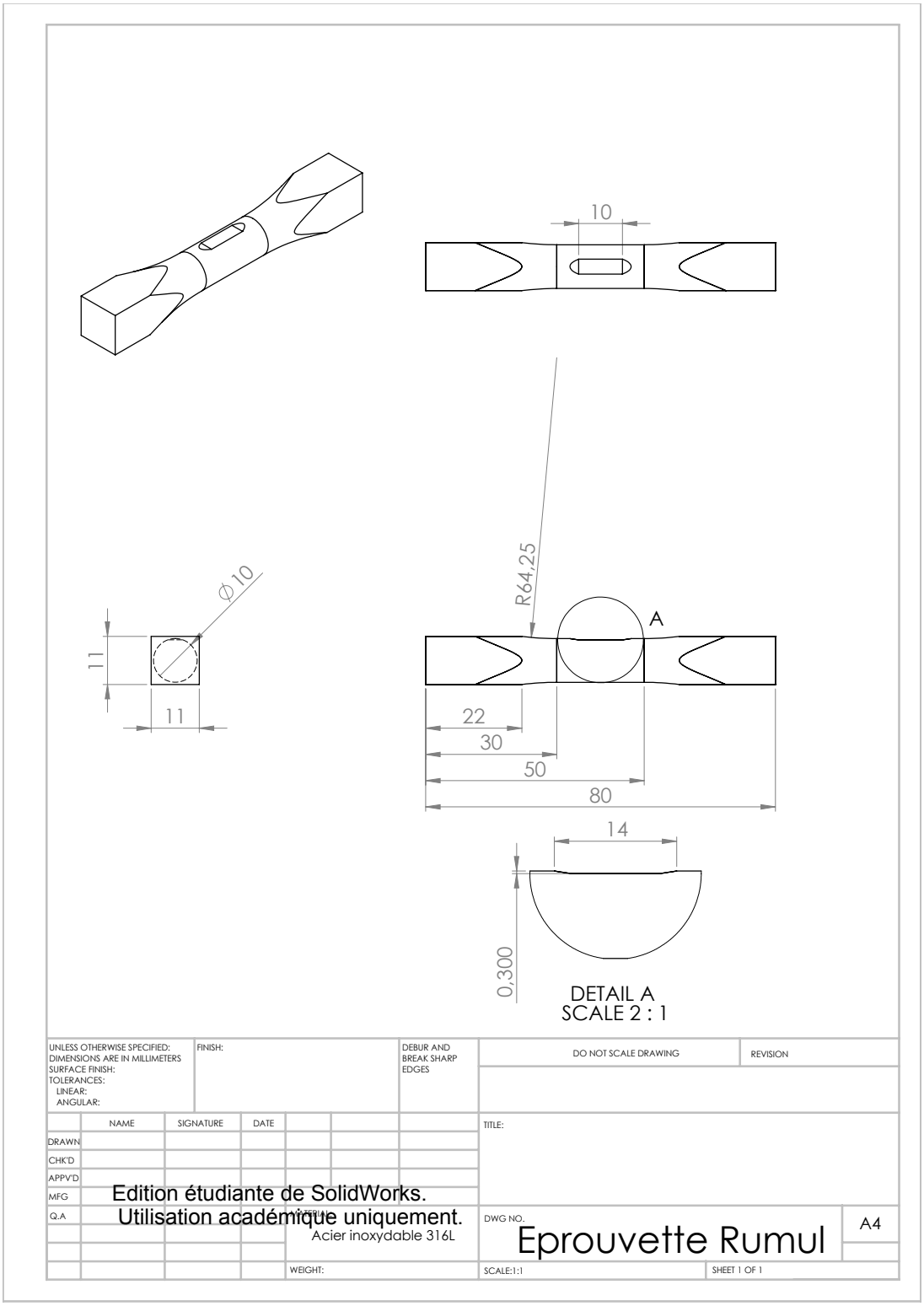


FIGURE B.3 – Schéma de l'éprouvette utilisée sur la machine d'essai « Rumul CrackTronic ».

Annexe C

Résultats des essais de fatigue à amplitude de contrainte constante

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{zz,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	200	2.10^6
		225	2.10^6
		250	$1{,}05.10^4$
	2	230	2.10^6
		240	$3{,}33.10^4$
	3	235	$2{,}34.10^5$
95	1	230	$2{,}41.10^5$
	2	225	$3{,}74.10^5$
	3	215	$8{,}80.10^5$
	4	200	2.10^6
		210	2.10^6
		215	$4{,}37.10^5$
365	1	175	2.10^6
		200	$3{,}99.10^5$
	2	195	$5{,}88.10^5$
	3	185	$5{,}61.10^5$
510	1	140	2.10^6
		150	$1{,}70.10^5$
	2	145	2.10^6
		150	2.10^6
		155	$1{,}80.10^6$
	3	150	2.10^6
		155	2.10^6
		160	$9{,}50.10^5$

TABLE C.1 – Bilan des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée symétrique.

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{\theta z,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	125	2.10^6
		140	2.10^6
		155	$3{,}96.10^4$
	2	145	2.10^6
		150	$2{,}07.10^5$
	3	150	$2{,}28.10^5$
95	1	145	$1{,}04.10^6$
	2	140	2.10^6
		145	$1{,}10.10^6$
365	1	120	2.10^6
		130	$4{,}69.10^4$
	2	125	$8{,}81.10^5$
	3	122,5	$1{,}58.10^6$
510	1	95	2.10^6
		100	2.10^6
		105	2.10^6
		110	$1{,}99.10^6$
	2	110	2.10^6
		115	2.10^6
		120	2.10^6
		125	$1{,}89.10^6$
	3	125	$1{,}18.10^6$

TABLE C.2 – Bilan des essais de fatigue en torsion alternée symétrique.

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{zz,a}$ [MPa]	$\Sigma_{\theta z,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	175	87,5	2.10^6
		185	92,5	2.10^6
		195	97,5	$6{,}88.10^4$
	2	190	95	$4{,}42.10^4$
	3	185	92,5	2.10^6
		190	95	$6{,}06.10^4$
365	1	155	77,5	$3{,}82.10^5$
	2	150	75	$6{,}36.10^5$
	3	140	70	$1{,}05.10^6$
	4	130	65	$1{,}55.10^6$

TABLE C.3 – Bilan des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques en phases ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 0^\circ$).

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{zz,a}$ [MPa]	$\Sigma_{\theta z,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	185	92,5	2.10^6
		195	97,5	2.10^6
		205	102,5	2.10^6
		215	107,5	2.10^6
		225	112,5	2.10^6
		235	117,5	$6{,}59.10^4$
	2	230	115	2.10^6
		235	117,5	$6{,}47.10^5$
	3	235	117,5	$1{,}45.10^5$
365	1	170	85	$1{,}24.10^6$
	2	165	82,5	2.10^6
		170	85	2.10^6
		175	87,5	$1{,}48.10^6$
	3	172,5	86,25	$1{,}47.10^6$

TABLE C.4 – Bilan des essais de fatigue en traction-torsion alternées symétriques déphasées ($k_{\theta z} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta z} = 90^\circ$).

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{zz,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	165	$4{,}32.10^5$
	2	155	$9{,}21.10^5$
	3	145	2.10^6
		150	$1{,}67.10^6$

TABLE C.5 – Bilan des essais de fatigue en traction uniaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$).

D [μm]	Éprouvette n°	$\Sigma_{zz,a}$ [MPa]	$\Sigma_{\theta\theta,a}$ [MPa]	N [cycles]
0	1	175	87,5	$3{,}18.10^5$
	2	165	82,5	$6{,}46.10^5$
	3	145	72,5	2.10^6
		155	77,5	2.10^6
		160	80	2.10^6
		165	82,5	$8{,}19.10^5$
365	1	125	62,5	2.10^6
		130	65	2.10^6
		135	67,5	2.10^6
		140	70	2.10^6
		145	72,5	2.10^6
		150	75	2.10^6
		155	77,5	2.10^6
		160	80	$4{,}44.10^5$
	2	157,5	78,75	$1{,}14.10^6$

TABLE C.6 – Bilan des essais de fatigue en traction biaxiale alternée ($R_\sigma = 0{,}1$) en phase ($k_{\theta\theta} = 0{,}5$ et $\varphi_{\theta\theta} = 0^\circ$).

Annexe D

Désorientation cristalline

Désorientation entre deux cristaux de bases A et B. La désorientation entre deux bases A et B est caractérisée à l'aide de la matrice de désorientation entre les bases A et B, notée $\underline{\underline{g}}_{B\to A}$, qui correspond à la matrice de passage de la base B à la base A.

$$\underline{\underline{g}}_{B\to A} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{yx} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{zx} & g_{zy} & g_{zz} \end{pmatrix}_{B} \tag{D.1}$$

Cette matrice peut être définie à partir des matrices d'orientations $g_{B\to A_e}$ et $g_{B\to B_e}$ (Eq. D.3), c'est-à-dire, des matrices de passage des bases A et B associées aux deux cristaux à la base B_e de l'échantillon polycristallin.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{g}}_{B\to A} &= \underline{\underline{g}}_{B\to B_e}\underline{\underline{g}}_{B_e\to A} \\ &= \underline{\underline{g}}_{B\to B_e}\underline{\underline{g}}^{-1}_{A\to B_e} \\ &= \underline{\underline{g}}_{B\to B_e}\underline{\underline{g}}^{T}_{A\to B_e} \end{aligned} \tag{D.2}$$

La matrice de désorientation traduit la rotation d'angle θ et d'axe $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \end{pmatrix}^T_B$ permettant de passer de la base B à la base A. De fait, cette matrice peut être exprimée dans une base B' sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{g}}_{B\to A} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{B'} \tag{D.3}$$

Afin de déterminer l'angle de désorientation θ, il est intéressant d'exploiter le fait que la trace d'une matrice carrée est un invariant de similitude, c'est-à-dire qu'elle est indépendante de la base dans laquelle est exprimée la matrice. Ainsi, en tenant compte que la trace de la matrice $\underline{\underline{g}}_{B\to A}$ exprimée dans la base B (Eq. D.1) est égale à celle de la matrice $\underline{\underline{g}}_{B\to A}$ exprimée dans la base B' (Eq. D.3), l'égalité suivante est obtenue :

$$g_{xx} + g_{yy} + g_{zz} = 2\cos(\theta) + 1 \tag{D.4}$$

Ce qui conduit à exprimer θ grâce à l'équation qui suit :

$$\theta = \arccos\left(\frac{\mathrm{Tr}\left(\underline{\underline{g}}_{B\to A}\right) - 1}{2}\right) \tag{D.5}$$

Le vecteur autour duquel à lieu la rotation peut être déduit en exprimant la matrice de désorientation $\underline{\underline{g}}_{B\to A}$ grâce à la forme matricielle de la formule de rotation de Rodrigues :

$$\underline{\underline{g}}_{B\to A} = \cos(\theta)\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} + (1-\cos(\theta))\begin{pmatrix}u_x^2&u_xu_y&u_xu_z\\u_xu_y&u_y^2&u_yu_z\\u_xu_z&u_yu_z&u_z^2\end{pmatrix} + \sin(\theta)\begin{pmatrix}0&-u_z&u_y\\u_z&0&u_x\\-u_y&u_x&0\end{pmatrix} \tag{D.6}$$

En effet, il vient que :

$$\underline{\underline{g}}_{B\to A} - \underline{\underline{g}}^T_{B\to A} = 2\sin(\theta)\begin{pmatrix}0&-u_z&u_y\\u_z&0&u_x\\-u_y&u_x&0\end{pmatrix} \tag{D.7}$$

Ce qui conduit, lorsque $\theta \neq n\pi$ avec $n \in \mathbb{N}$, à :

$$\vec{u} = \frac{1}{2\sin(\theta)}\begin{pmatrix}g_{zy} - g_{yz}\\g_{xz} - g_{zx}\\g_{yx} - g_{xy}\end{pmatrix} \tag{D.8}$$

Désorientation cristalline entre deux cristaux de bases A et B. Du fait des symétries des réseaux cristallins, il est possible de leur associer différentes bases jouant un rôle équivalent. En tenant compte de ces symétries, la plage sur laquelle est défini l'angle de désorientation θ peut être réduite. Dans le cas d'un réseau cubique, 24 opérations de symétries sont dénombrées, à savoir :

- la rotation d'ordre 1, c.-à-d. l'identité ;
- les rotations d'ordre 2, c.-à-d. les rotations de π autour des axes de la famille $\langle 110\rangle$;
- les rotations d'ordre 3, c.-à-d. les rotations successives de $2\pi/3$ autour des axes de la famille $\langle 111\rangle$;
- les rotations d'ordre 4, c.-à-d. les rotations successives de $\pi/2$ autour des axes de la famille $\langle 100\rangle$.

Chacune de ces opérations de symétrie peut être décrite à l'aide d'une matrice de rotation $\underline{\underline{R}}_i$. L'ensemble des 24 matrices de rotation est présenté en équation D.9. La rotation d'ordre 1 correspond à la matrice $\underline{\underline{R}}_1$, les rotations d'ordre 4 correspondent aux matrices $\underline{\underline{R}}_2$ à $\underline{\underline{R}}_{10}$, les rotations d'ordre 2 correspondent aux matrices $\underline{\underline{R}}_{11}$ à $\underline{\underline{R}}_{16}$ et les

rotations d'ordre 3 correspondent aux matrices $\underline{\underline{R}}_{17}$ à $\underline{\underline{R}}_{24}$,

$$
\begin{array}{llll}
\underline{\underline{R}}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\
\underline{\underline{R}}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_6 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_8 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
\underline{\underline{R}}_9 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{10} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
\underline{\underline{R}}_{13} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{14} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{15} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{16} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\underline{\underline{R}}_{17} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{18} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{19} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{20} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\underline{\underline{R}}_{21} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{23} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \underline{\underline{R}}_{24} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}
\end{array}
\tag{D.9}
$$

Les matrice de passage des bases A_i et B_j à la base de l'échantillon B_e sont définies par les relations suivantes :

$$
\underline{\underline{g}}_{A_i \to B_e} = \underline{\underline{R}}_i \underline{\underline{g}}_{A \to B_e} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{g}}_{B_j \to B_e} = \underline{\underline{R}}_j \underline{\underline{g}}_{B \to B_e} \tag{D.10}
$$

La matrice de désorientation $\underline{\underline{g}}_{B_j \to A_i}$ entre les bases A_i et B_j est exprimée comme suit :

$$
\begin{aligned}
\underline{\underline{g}}_{B_j \to A_i} &= \underline{\underline{g}}_{B_j \to B_e} \underline{\underline{g}}_{B_e \to A_i} \\
&= \underline{\underline{g}}_{B_j \to B_e} \underline{\underline{g}}^{-1}_{A_i \to B_e} \qquad (D.11) \\
&= \underline{\underline{g}}_{B_j \to B_e} \underline{\underline{g}}^{T}_{A_i \to B_e}
\end{aligned}
\tag{D.12}
$$

L'angle de désorientation $\theta_{B_j \to A_i}$ de la matrice $\underline{\underline{g}}_{B_j \to A_i}$ est défini :

$$
\theta_{B_j \to A_i} = \arccos \left(\frac{\mathrm{Tr}\left(\underline{\underline{g}}_{B_j \to A_i} \right) - 1}{2} \right) \tag{D.13}
$$

L'angle de désorientation entre les deux cristaux, noté $\Delta\theta$ et compris entre 0° et environ $62{,}8^\circ$, correspond à la plus petite valeur de $\theta_{B_j \to A_i}$ parmi les 576 combinaisons possibles :

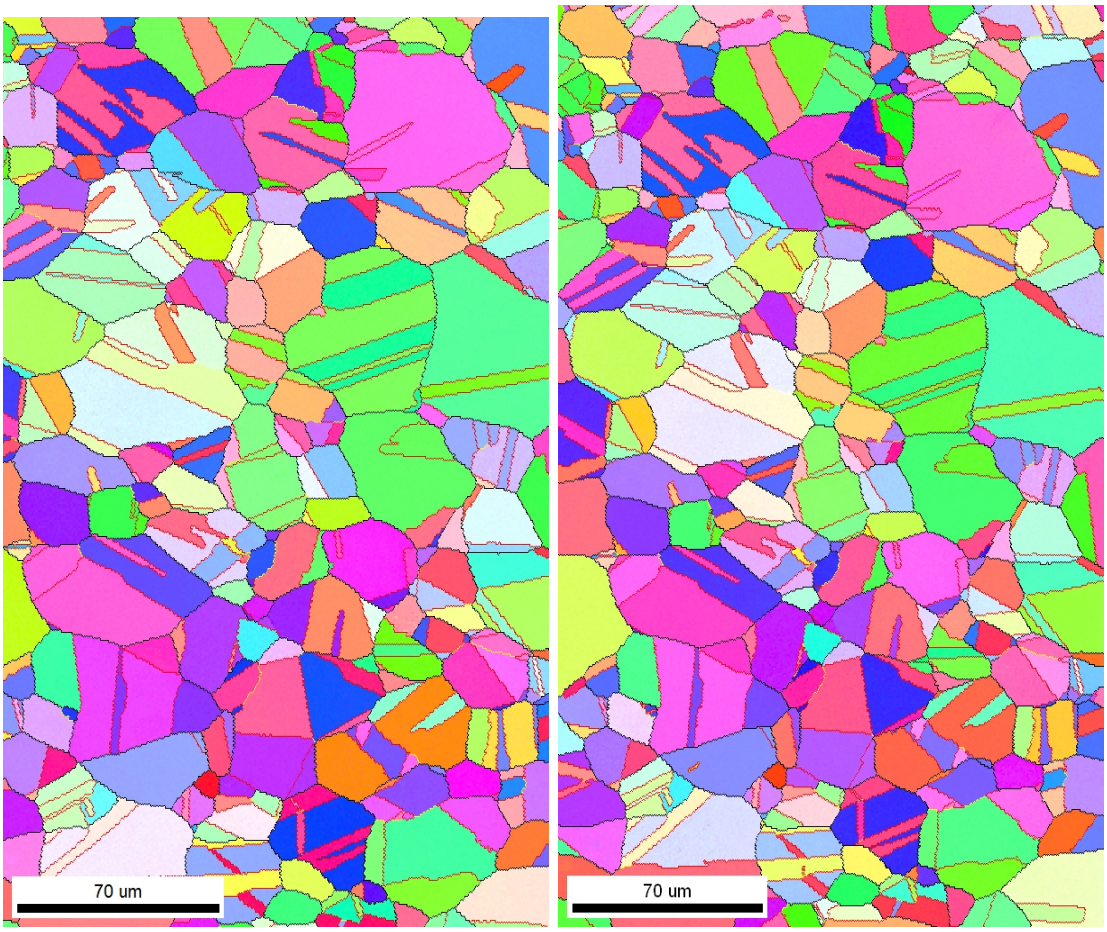
$$
\Delta\theta = \min_{i,j} \left[\theta_{B_j \to A_i} \right] \tag{D.14}
$$

Annexe E

Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse

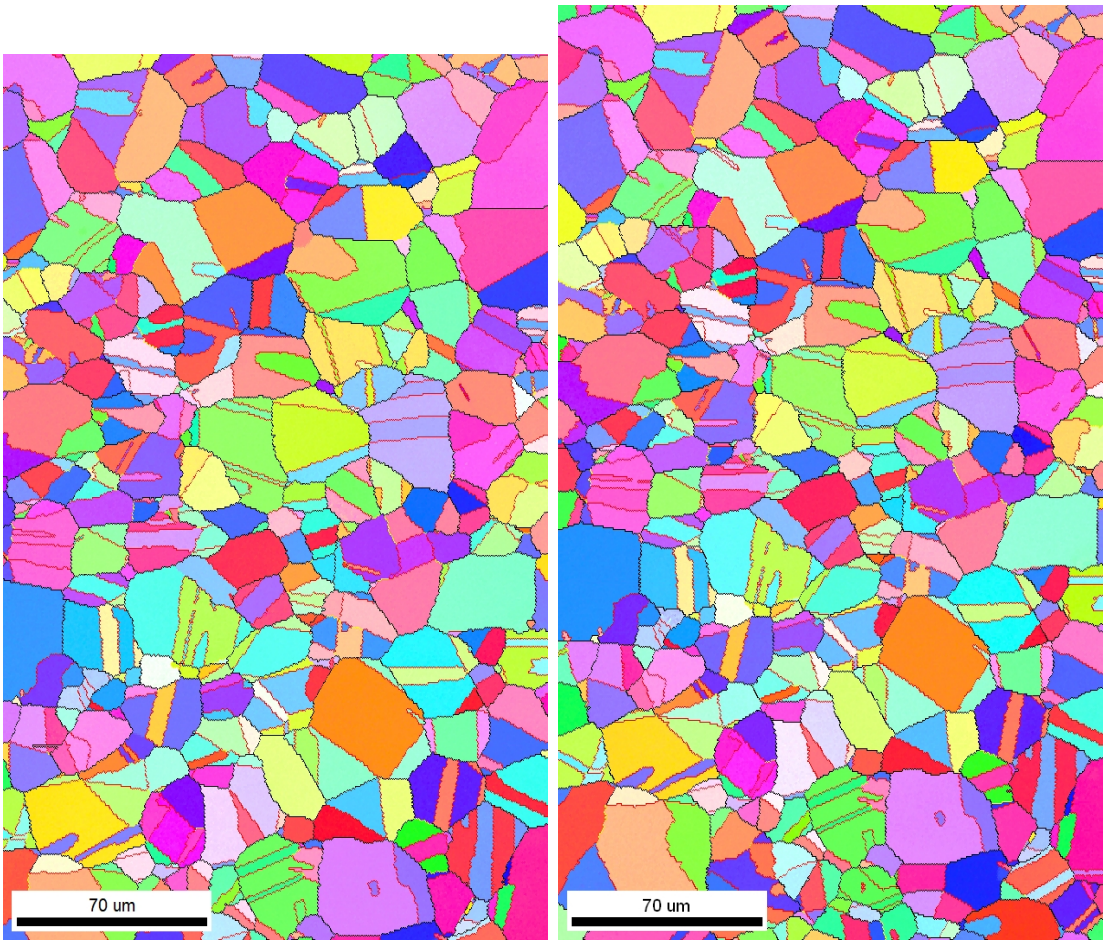
Les cartographies d'orientation en figure de pôle inverse présentées dans cette annexe sont issues des analyses EBSD discutées au chapitre IV. Ces analyses ont été effectuées sur des éprouvettes sollicitées en fatigue à grand nombre de cycles. Les cartographies obtenues, avant et après sollicitation, dans deux régions d'une éprouvette soumise à de la flexion plane alternée symétrique sont présentées en figures E.1 et E.2. Les figures E.3 et E.4 illustre, quant à elle, les résultats d'analyses EBSD conduites, avant et après sollicitation, dans deux régions différentes d'une éprouvette sollicitée en torsion alternée symétrique. Sur ces cartographies, les joints de grains sont représentés par des traits noirs, les joints de macle $\Sigma 3$ par des traits rouges et les joints de macle $\Sigma 9$ par des traits jaunes.

Quelques différences sont à noter entre les cartographies obtenues avant sollicitations (voir figures E.1a, E.2a, E.3a et E.4a) et après sollicitations (voir figures E.1b, E.2b, E.3b et E.4b). Premièrement, l'orientation d'un grain donné diffère légèrement d'une cartographie obtenue avant sollicitation à une cartographie réalisée après sollicitation. Comme l'orientation d'un grain évolue peu lors d'une sollicitation en fatigue à grand nombre de cycle, cette différence d'orientation serait plus probablement à attribuer à un positionnement différent, avant et après sollicitation, des éprouvettes dans le MEB. Deuxièmement, certains détails de la microstructure, notamment les macles fines (c.-à-d. de l'ordre d'un μm d'épaisseur), apparaissent généralement plus distinctement sur les cartographies réalisées après sollicitation que celles effectuées avant sollicitation des éprouvettes.



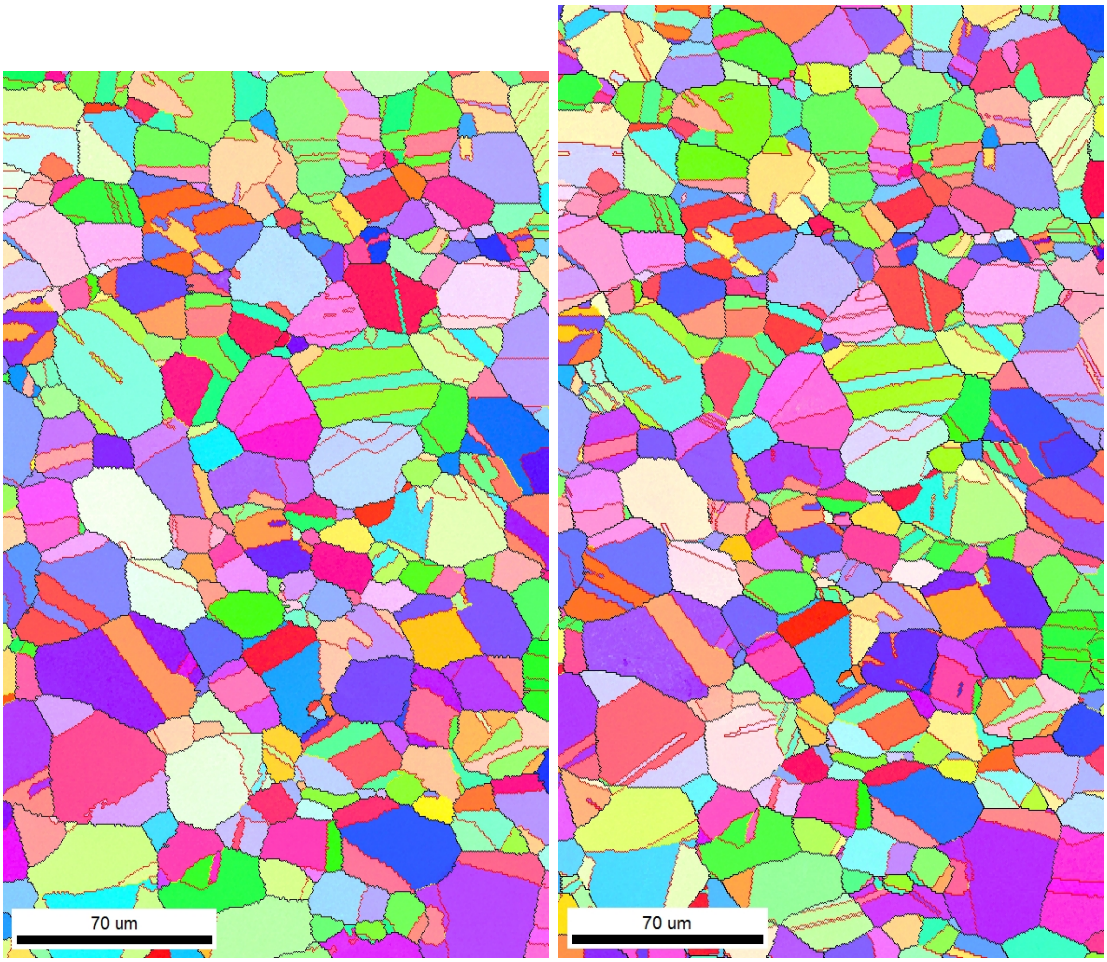
(a) (b)

FIGURE E.1 – Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse de la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation.



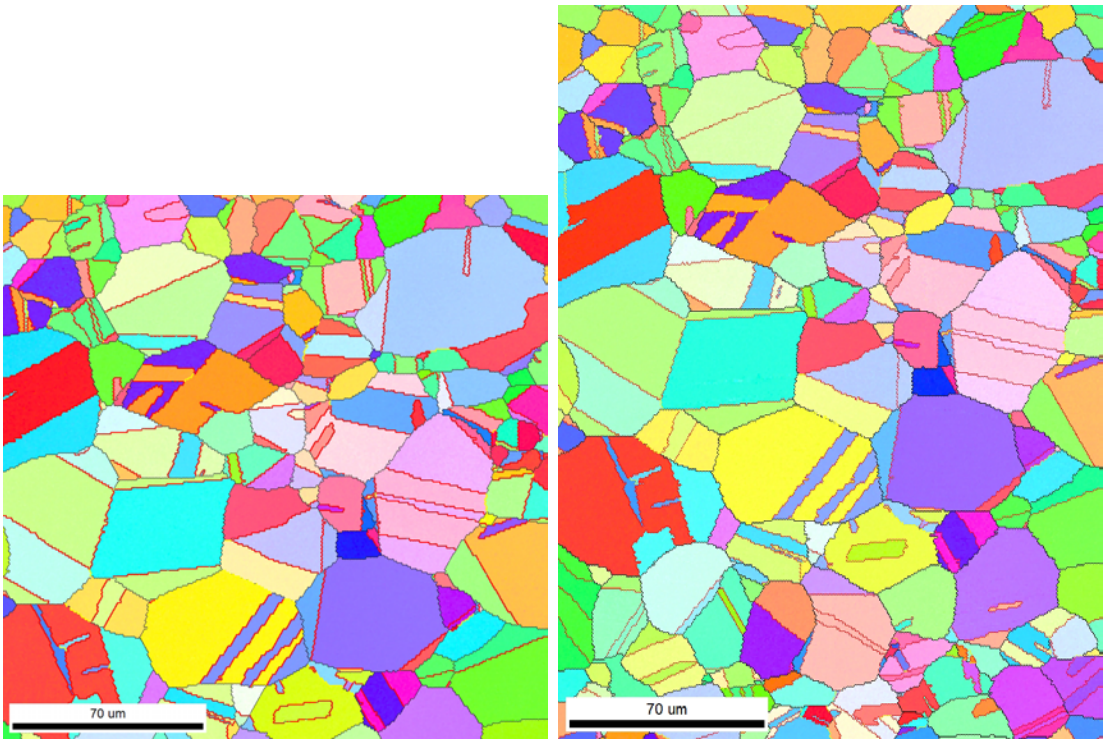
(a) (b)

FIGURE E.2 – Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en flexion plane : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation.



(a) (b)

FIGURE E.3 – Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 1 de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation.



(a) (b)

FIGURE E.4 – Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse dans la région n° 2 de l'éprouvette sollicitée en torsion : (a) avant sollicitation et (b) après sollicitation.

Annexe E. Cartographies d'orientation en figure de pôle inverse

Influence d'accidents géométriques et du mode de chargement sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier inoxydable austénitique 316L

Résumé : L'objectif de ces travaux de thèse est d'étudier l'influence de la microstructure et de défauts géométriques sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles (FGNC) d'un acier inoxydable austénitique 316L. La méthodologie proposée s'appuie sur des simulations par éléments finis (EF) d'agrégats polycristallins qui permettent de décrire les champs mécaniques à l'échelle des mécanismes impliqués dans les processus d'amorçage de fissures de fatigue.

Une étude numérique préliminaire, s'appuyant sur des données expérimentales issues de la littérature, est conduite sur un cuivre électrolytique à l'aide de simulations numériques d'agrégats polycristallins en 2D. L'effet du trajet de chargement et de défauts artificiels de taille proche ou légèrement supérieure à celle de la microstructure sur les réponses mécaniques mésoscopiques sont analysés. Les capacités de prédiction de quelques critères de fatigue, s'appuyant sur des quantités mécaniques mésoscopiques, sont évaluées. Il est mis en évidence que les limites de fatigue macroscopiques prédites par un critère de fatigue probabiliste sont en accord avec les tendances expérimentales observées en fatigue multiaxiale et en présence de défauts.

Une campagne expérimentale a été menée sur un acier austénitique 316L. Des essais de fatigue oligocyclique sont conduits afin de caractériser le comportement élasto-plastique du matériau. Des essais de FGNC, utilisant des éprouvettes avec et sans défaut de surface (défaut artificiel hémisphérique) ont été effectués pour estimer les limites de fatigue dans différentes conditions de sollicitation (traction, torsion, traction et torsion combinée, traction biaxiale) et pour plusieurs rayons de défaut. Dans le but de compléter la caractérisation du matériau, la microstructure est étudiée à l'aide d'analyses EBSD et la texture cristallographique est mesurée par diffraction des rayons X. Ces résultats expérimentaux sont utilisés pour reproduire, avec des simulations EF, les essais de FGNC sur des microstructures 2D et 3D représentatives de l'acier austénitique. L'hétérogénéité de quantités mécaniques mésoscopiques pertinentes en fatigue est discutée avec une attention particulière sur l'effet des défauts. L'approche probabiliste est appliquée aux résultats des modèles EF pour quantifier l'effet de la taille du défaut, pour différents trajets de chargement. La pertinence, vis-à-vis des observations expérimentales, des distributions de la limite de fatigue prédites est évaluée.

Mots clés : fatigue à grand nombre de cycles, chargements multiaxiaux, défaut, acier austénitique 316L, agrégat polycristallin, élasticité cubique, plasticité cristalline, critère de fatigue probabiliste

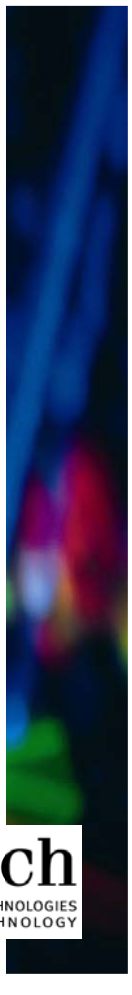
Influence of defects and loading paths on the high cycle fatigue behavior of an austenitic stainless steel 316L

Abstract: The aim of this study is to analyze the influence of both the microstructure and defects on the high cycle fatigue (HCF) behaviour of a 316L austenitic stainless steel thanks to finite element (FE) simulations of polycrystalline aggregates. Since fatigue crack initiation is a local phenomenon, intimately related to the plastic activity at the crystal scale, it seems relevant to rely on this kind of modeling to evaluate the mechanical quantities.

A preliminary numerical study, based on experimental data drawn from the litterature, was conducted on an electrolytic copper using simulations of 2D polycrystalline aggregates. The effect of the loading path and small artificial defects on the mesoscopic mechanical responses have been analyzed separately. Moreover, the predictive capabilities of some fatigue criteria, relying on the mesoscopic mechanical responses, has been evaluated. It was shown that the macroscopic fatigue limits predicted by a probabilistic fatigue criterion are in accordance with the experimental trends observed in multiaxial fatigue or in the presence of small defects.

An experimental campaign is undertaken on an austenitic steel 316L. Low cycle fatigue tests are conducted in order to characterize the elasto-plastic behavior of the material. Load-controled HCF tests, using both smooth specimens and specimens containing an artificial hemispherical surface defect, are carried out to estimate the fatigue limits under various loading conditions (tension, torsion, combined tension and torsion, biaxial tension) and several defect radii. To complete the characterization of the material, the microstructure is studied thanks to EBSD analyzes and the cristallographic texture is measured by X-ray diffraction. These experimental data are used to reproduce, with FE simulations, the HCF tests on 2D and 3D microstructures representative of the austenitic steel. The heterogeneity of the mesoscopic mechanical quantities relevant in fatigue are discussed in relation to the modeling. The results from the FE models are then used along with the probabilistic mesomechanics approach to quantify the defect size effect for several loading paths. The relevance, with respect to the experimental observations, of the predicted fatigue strength distributions is assessed.

Keywords: high cycle fatigue, multiaxial loadings, defect, austénitique steel 316L, polycrystalline aggregate, cubic elasticity, crystal plasticity, probabilistic fatigue criterion



ARTS ET MÉTIERS ParisTech

ParisTech
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
PARIS INSTITUTE OF TECHNOLOGY