



**HAL**  
open science

# Microcavités non linéaires en régime d'excitation cohérente

Jérémy Oden

► **To cite this version:**

Jérémy Oden. Microcavités non linéaires en régime d'excitation cohérente. Optique [physics.optics]. Institut d'Optique Graduate School, 2013. Français. NNT : 2013IOTA0005 . tel-01124185

**HAL Id: tel-01124185**

**<https://pastel.hal.science/tel-01124185>**

Submitted on 6 Mar 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT D'OPTIQUE GRADUATE SCHOOL  
ÉCOLE DOCTORALE ONDES ET MATIÈRE

*DISCIPLINE : Physique*

**THÈSE**

pour l'obtention du grade de Docteur en science de l'Institut d'Optique Graduate School  
préparée au Laboratoire Charles Fabry

soutenue le 18/12/2013

par

Jérémy ODEN

**Microcavités non linéaires en régime  
d'excitation cohérente**

**Directeur de thèse :** Nicolas DUBREUIL – Laboratoire Charles Fabry

**Composition du jury :**

*Présidente du jury :* Béatrice CHATEL – Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité  
*Rapporteurs :* Yannick DUMEIGE – IUT Lannion – Université de Rennes 1  
Benoît CLUZEL – Institut Carnot de Bourgogne  
*Examineurs :* Xavier CHECOURY – Institut d'Électronique Fondamentale  
Azzedine BOUDRIOUA – Laboratoire de Physique des Lasers



# Remerciements

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de thèse Nicolas Dubreuil pour m'avoir confié un sujet d'optique non linéaire très intéressant, en dépit de mon passé d'électronicien, et de m'avoir laissé une très grande autonomie. Je remercie également le groupe MANOLIA de m'avoir accueilli durant ces trois années. Merci Gilles d'avoir fait en sorte que tout se passe pour le mieux au sein du groupe. J'ai appris beaucoup de choses grâce à toi, à commencer par l'existence du hang (j'en veux un !). Merci Philippe pour tes relectures, tes suggestions, tes idées, bref, ta contribution non négligeable à ce travail. Ton humour subtil et ton esprit de contradiction à vocation humoristique m'ont beaucoup fait rire. Je tiens aussi à remercier les « filles » du groupe : Mireille, Sylvie, Minh Châu, Liye et Margaux. Merci Mireille de nous avoir montré qu'on peut contredire Philippe. Merci Sylvie de m'avoir enseigné les méthodes de combat au sabre laser, que la force soit avec toi, Maître ! Minh Châu, je te souhaite plein de bonheur ainsi qu'à toute ta petite famille et son nouveau venu. La raclure du fond te remercie beaucoup. Heureusement que tu étais là ! Liye, thank you very much for your Chinese food, your gifts, and your kindness. Merci Margaux d'avoir apporté de la bonne humeur au groupe. On en avait tous besoin.

Je n'oublie pas Stéphane, qui a fait partie du groupe pendant ma première année de thèse. Merci de m'avoir formé sur les manips et de t'être autant impliqué sur l'élaboration du modèle des cavités. Merci également à mes deux prédécesseurs : Alexandre Baron et Félix Kroeger, qui ont fourni un travail de qualité, qui a été à l'initiative de cette thèse. Parmi les anciens thésards, j'aimerais aussi remercier Kévin Contreras, bonne chance à toi pour la suite. Je n'oublie pas les stagiaires américains, qui ont fait preuve d'une sympathie hors du commun. Thanks Linda for the great work you did. Learning slangs was very useful ! Andrew, thank you señor, it's been really nice to meet you. Cassie, it was a pleasure to play music with you. I love to hearing from you ! Aaron, or should I say duck-man ? Hope everything is okay for you, it's been a pleasure to make so many jokes everyday.

Mes remerciements ne se limitent pas aux membres du groupe dans lequel j'ai travaillé. Il y a effectivement énormément de personnes qui méritent d'avoir leurs noms inscrits sur cette page, tels que les permanents, thésards, et personnels du laboratoire Charles Fabry. Je tiens donc à remercier Marc Hannu, aka Marcus, grand monsieur, ou encore le Zèbre<sup>1</sup>. Merci pour ton immense contribution à ce travail de thèse, que cela soit sur le plan scientifique, technique, ou humoristique. J'espère que tu continueras à apprendre la batterie, j'ai hâte de te voir jouer ! Merci également à Louis Danniault de m'avoir montré la « simplicité » d'un étireur d'impulsions. Je remercie aussi Patrick Georges, le gourou du groupe Laser, qui avec Marc, a bien voulu nous prêter un laser pour nos expériences, ainsi que Fred, pour sa bonne humeur. Merci à Philippe Lalanne de nous avoir prêté le premier échantillon sur lequel nous avons eu des résultats très encourageants. Merci d'avoir montré de l'enthousiasme pour notre travail. Merci aux deux acolytes du bureau R2.38, Christophe Sauvan et François Marquier. Ça toujours été un plaisir d'entrer dans votre bureau dans lequel, malgré le travail conséquent que vous fournissez, il règne toujours une superbe ambiance et une volonté d'aider les gens. Merci Christophe pour ta contribution à la conception des cavités et tes nombreuses réponses au sujet des cavités en général. Fabry-Perot, what else ?

---

1. Je ne fais pas référence au film Wasabi, mais aux rayures de ses marinières.

Je tiens à adresser mes remerciements à certains thésards du labo avec lesquels j'ai partagé de très bons moments. Anthony, merci pour toutes ces discussions, « pauses » et discussions scientifiques. Ta contribution à cette thèse est loin d'être négligeable ! Xavier, je te remercie pour ta compagnie durant la rédaction. Tu as été un excellent professeur de ping-pong. Plus important, tu m'as fait découvrir la vodka Bison Grass, qui est un véritable délice. Bonne continuation à vous deux les gars. Merci à mes camarades du groupe laser, les gamins ainsi que Florence. Puisqu'on en est aux groupes, je remercie aussi Joseph (Giuseppe) du groupe optique quantique et Antoine du groupe Biophotonique. Pour finir, et puisque le LCF ne se limite pas à des groupes de recherche, je voudrais remercier Alan, le service Méca, merci André, ainsi que tous les personnels administratifs, et ceux que j'ai oubliés...

Il y a évidemment des personnes externes au laboratoire que je me dois de remercier. En effet, cette thèse serait clairement de moins bonne qualité sans l'intervention de Samir Haddadi, doctorant au LPN. En plus, on s'est quand même bien marrés. Mon gars, je peux te dire que je n'oublierai pas les bons moments qu'on a passés ensemble, je te le garantis, je suis une éponge. Merci également aux encadrants de Samir, Alejandro et Ariel. Le LPN n'a pas été la seule collaboration qui a permis à cette thèse de gagner en qualité. Je remercie donc Éric Cassan et Laurent Vivien de l'IEF, ainsi que Charles, Adrien et Samuel. Sans Charles, nous n'aurions pas eu l'occasion de « designer » nos propres cavités et de les voir sur un banc de manip deux semaines plus tard. Merci à toi Carlos, pour ça et pour le reste. Samuel, je te souhaite bonne chance !

Durant cette thèse, j'ai eu l'occasion d'enseigner à l'IUT d'Orsay. L'ambiance y était plus qu'agréable, et je tiens par conséquent à remercier tous ceux avec qui j'ai travaillé. Merci Bruno de m'avoir « embauché ». Être ton élève en école d'ingénieur était un grand honneur, enseigner à tes côtés fût un immense plaisir. Florian, je te remercie également, passer d'élève à prof ce n'est pas si facile, heureusement que tu étais là. J'ai été très heureux de vous voir tous les deux lors de ma soutenance.

J'aimerais terminer ces remerciements en mentionnant quelques personnes dont la contribution à cette thèse a commencé bien avant que j'arrive au LCF. Pourtant, si l'on considère que durant cette thèse j'étais un système chaotique, ces personnes faisaient partie de mes conditions initiales. Je remercie donc les experts de la théorie du chaos qui m'ont fait découvrir la recherche Marc Lefranc et Laurent Larger. Sans eux je n'aurais probablement pas fait de thèse. Merci également à mes amis Russes Roman Lavrov (0o.\\_o<, c'est super chien à dessiner en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X...) et Elena Lavrova. Нано-лягушка ! J'aimerais également remercier mes profs de prépa. Je remercie aussi Romain de s'être déplacé d'Allemagne pour venir assister à ma soutenance. Pour terminer, je tiens à remercier ma mère, André, mes grands parents, et mon frère « Petit ». Mon meilleur frère !

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Optique non linéaire et microcavités</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction	12
1.2 Optique non linéaire dans un guide semiconducteur	12
1.2.1 Polarisation non linéaire	12
1.2.2 Équation de propagation non linéaire	14
1.2.3 Effets non linéaires dans les semiconducteurs	16
1.2.4 Réfraction et absorption des porteurs libres	19
1.3 Modélisation de microcavités en régime linéaire	21
1.3.1 Modélisation de différents types de microcavités	21
1.3.2 Bilan énergétique	25
1.3.3 Facteur de qualité	26
1.3.4 Facteur d'exaltation du champ	26
1.4 Modélisation d'une cavité en régime non linéaire	27
1.4.1 Effet d'une perturbation de la permittivité dans les équations de Maxwell	27
1.4.2 Relation entre l'approche énergétique et l'approche en puissance	30
1.4.3 Polarisation non linéaire d'ordre 3	31
1.4.4 Effet Kerr pur	31
1.4.5 Absorption à deux photons	32
1.4.6 Réfraction des porteurs libres	33
1.4.7 Absorption des porteurs libres	33
1.4.8 Génération des porteurs libres	34
1.4.9 Effets thermiques	34
1.4.10 Modèle des modes couplés intégrant les effets non linéaires	35
1.5 Conclusion	37
<b>2 Microcavités non linéaires en régime dynamique : vers un contrôle cohérent</b>	<b>39</b>
2.1 Introduction	40
2.2 Microcavité non linéaire en silicium : étude en régime dynamique	40
2.2.1 Dynamique intra-cavité en régime linéaire sous excitation non transitoire	41
2.2.2 Dynamique non linéaire intra-cavité en régime non transitoire	43
2.2.3 Rôle des pertes non linéaires	44
2.2.4 Rôle des effets non linéaires réfractifs	46
2.2.5 Dynamique non linéaire lors d'une excitation initialement hors résonance	47
2.3 Nécessité d'un contrôle cohérent	49
2.3.1 Contrôle cohérent de transitions atomiques	49
2.3.2 Contrôle cohérent d'une microcavité : principe	50
2.3.3 Modèle simplifié : variation linéaire de l'indice de réfraction	52
2.4 Excitation cohérente d'une microcavité en silicium	54
2.4.1 Dispersion d'une impulsion gaussienne	54
2.4.2 Paramètres de l'impulsion initiale	56
2.4.3 Excitation cohérente de la microcavité	57

2.5	Conclusion . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Excitation cohérente de microcavités non linéaires en silicium sur isolant</b>	<b>61</b>
3.1	Introduction . . . . .	62
3.2	Mise en forme d'impulsions à l'aide d'un étireur à réseau unique . . . . .	62
3.2.1	Principe . . . . .	62
3.2.2	Propriétés de la source laser . . . . .	63
3.2.3	Dispersion introduite par deux réseaux de diffraction . . . . .	64
3.2.4	Étireur d'impulsions à réseau unique . . . . .	66
3.2.5	Caractéristiques du réseau de diffraction . . . . .	68
3.2.6	Caractérisation de l'étireur . . . . .	70
3.3	Effets non linéaires dans un nanoguide de silicium . . . . .	75
3.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	76
3.3.2	Évolution de l'injection en fonction de la dispersion . . . . .	77
3.3.3	Caractérisation linéaire du guide . . . . .	77
3.3.4	Absorption à deux photons . . . . .	79
3.3.5	Effet Kerr et élargissement spectral . . . . .	82
3.3.6	Effets non linéaires dans le nanoguide excité par une impulsion de 4 nm . . . . .	85
3.3.7	Conclusion . . . . .	86
3.4	Simulations numériques de la microcavité . . . . .	86
3.4.1	Principe du miroir de Bragg . . . . .	87
3.4.2	Propriétés de la microcavité . . . . .	88
3.4.3	Simulations FDTD . . . . .	89
3.4.4	Méthode a-FMM . . . . .	91
3.5	Caractérisation en régime linéaire et non linéaire de la microcavité . . . . .	92
3.5.1	Propriétés de l'impulsion incidente . . . . .	92
3.5.2	Propriétés de la microcavité en régime linéaire . . . . .	93
3.5.3	Simulations en régime de dynamique non linéaire de la microcavité . . . . .	94
3.5.4	Étude de la microcavité en régime non linéaire . . . . .	97
3.6	Excitation cohérente de la microcavité . . . . .	97
3.6.1	Comparaison des spectres transmis sous trois régimes d'excitation différents	100
3.6.2	Évolution du spectre transmis en fonction de la puissance d'entrée . . . . .	102
3.6.3	Influence de la longueur d'onde centrale de l'impulsion sur le spectre transmis	104
3.6.4	Réduction de la puissance en entrée pour un décalage spectral donné . . . . .	105
3.6.5	Conclusion . . . . .	107
3.7	Conception, caractérisation et contrôle cohérent de microcavités en silicium . . . . .	107
3.7.1	Simulations FDTD et a-FMM des microcavités . . . . .	108
3.7.2	Fabrication des microcavités . . . . .	110
3.7.3	Caractérisation de l'échantillon fabriqué . . . . .	111
3.7.4	Excitation cohérente des microcavités fabriquées . . . . .	112
3.8	Conclusion . . . . .	116
<b>4</b>	<b>Microrésonateurs actifs, microcavités couplées</b>	<b>119</b>
4.1	Introduction . . . . .	120
4.2	Contrôle cohérent de cavités en InP à puits quantiques en régime pompe-sonde . . . . .	120
4.2.1	Excitation en régime pompe-sonde de microcavités actives . . . . .	120
4.2.2	Modèle dynamique de cavités optiques en semiconducteurs III-V . . . . .	121

4.2.3	Conversion adiabatique de longueur d'onde . . . . .	124
4.2.4	Contrôle cohérent d'un microrésonateur actif . . . . .	127
4.2.5	Conclusion . . . . .	129
4.3	Contrôle cohérent de microcavités non linéaires couplées . . . . .	129
4.3.1	Couplage de deux microcavités linéaires . . . . .	129
4.3.2	Dynamique non linéaire de deux microcavités couplées . . . . .	133
4.3.3	Contrôle cohérent d'un système à deux cavités . . . . .	136
4.3.4	Orientation du champ vers une cavité à l'aide du contrôle cohérent . . . . .	137
4.3.5	Conclusion . . . . .	138
4.4	Conclusion . . . . .	139
<b>Conclusions</b>		<b>141</b>
<b>A Modèle itératif d'une microcavité non linéaire</b>		<b>143</b>
A.1	Modèle électromagnétique d'une cavité . . . . .	143
A.1.1	Propriétés d'une cavité linéaire . . . . .	143
A.1.2	Cavité linéaire en régime dynamique . . . . .	146
A.1.3	Résolution analytique pour un effet Kerr pur . . . . .	146
A.1.4	Prise en compte d'autres non linéarités . . . . .	147
A.2	Résolution numérique des équations . . . . .	148
A.2.1	Résolution numérique de l'évolution de l'intensité . . . . .	149
A.2.2	Résolution numérique de l'évolution de la phase . . . . .	149
A.2.3	Résolution numérique de l'évolution de la densité de porteurs libres . . . . .	150
A.2.4	Algorithme complet . . . . .	150
<b>B Simulations FDTD</b>		<b>151</b>
B.1	Simulation FDTD d'une microcavité linéaire . . . . .	151
B.1.1	Paramètres de la cavité . . . . .	151
B.1.2	Intervalle spectral libre du résonateur . . . . .	153
B.1.3	Facteur de qualité . . . . .	154
B.1.4	Exaltation du champ . . . . .	154
B.1.5	Utilisation de la méthode FDTD pour compléter le modèle des modes couplés	155
B.2	Cavité en configuration « add-drop », intérêt en optique non linéaire . . . . .	155
B.3	Calcul des volumes non linéaires dans une cavité à cristal photonique . . . . .	156
B.4	Programme utilisé pour la simulation . . . . .	158
<b>C Résolution numérique des équations du modèle des modes couplés</b>		<b>163</b>
C.1	Méthode d'Euler . . . . .	163
C.2	Méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4 . . . . .	164
<b>D Calculs de dispersion chromatique dans des systèmes à réseaux de diffraction</b>		<b>165</b>
D.1	Dispersion chromatique dans un compresseur d'impulsions . . . . .	165
D.2	Dispersion chromatique dans un étireur d'impulsions : optique géométrique . . . . .	166
D.3	Dispersion chromatique dans un étireur d'impulsions : optique de Fourier . . . . .	168
D.4	Valeur de $\phi^{(3)}$ dans un étireur d'impulsions . . . . .	169
<b>Bibliographie</b>		<b>171</b>





# Introduction

Durant la première moitié du XIX<sup>ème</sup> siècle de nombreux scientifiques se sont intéressés à l'électromagnétisme, phénomène résultant de l'interaction électricité - magnétisme, mis en évidence en avril 1820 par le physicien et chimiste danois Hans Ørsted. Il démontra ainsi qu'un fil conducteur transportant un courant est capable d'orienter l'aiguille aimantée d'une boussole, résultat qu'il ne put démontrer théoriquement. C'est alors qu'André-Marie Ampère, quelques mois plus tard, proposa une explication théorique au phénomène et que les travaux sur l'électromagnétisme débutèrent. Michael Faraday, physicien et chimiste britannique se servit notamment de ces résultats pour inventer le premier moteur électrique. À la suite de ces découvertes, la seconde partie du XIX<sup>ème</sup> siècle fut ponctuée de multiples inventions mettant en œuvre les principes de l'électromagnétisme décrits par Ampère. En 1864, le physicien et mathématicien écossais James Clerk Maxwell aboutit à la formulation mathématique des travaux réalisés par Michael Faraday et André-Marie Ampère. Les vingt équations ainsi formulées seront plus tard réduites au nombre de quatre et permettront d'établir les équations de propagation des ondes électromagnétiques que nous connaissons.

En 1929, suite à ces travaux à la fois théoriques et expérimentaux, la physicienne américaine Maria Goeppert-Mayer démontre de manière théorique la possibilité d'absorber plus d'un photon au cours d'une même étape quantique. L'absorption à deux photons, effet non linéaire largement étudié dans ce mémoire, ne pourra cependant être démontrée par l'expérience<sup>2</sup> qu'après l'invention du laser, car les puissances requises pour atteindre les seuils non linéaires sont très élevées.

Après que Gordon Gould, physicien américain, a énoncé le fonctionnement du laser en 1957, la première émission d'un laser à rubis fut obtenue en 1960 par Theodore Maiman, également physicien américain. Dès lors, les expériences d'optique non linéaire se sont multipliées et ont révélé l'existence d'une multitude de non-linéarités.

En 1976 Gibbs *et. al.* démontrent pour la première fois un comportement bistable dans un interféromètre de Fabry-Perot rempli de vapeur de mercure, donnant lieu à une non-linéarité de type Kerr. Ce faisant, il ouvre la voie à des applications liées au traitement du signal et en 1986 Smith va entrevoir les possibilités offertes par les structures photoniques non linéaires [Smith 1986]. Il parle alors de logique photonique et même d'ordinateur optique.

Cependant, les puissances requises et l'encombrement des systèmes utilisés à l'époque rendaient impossible la réalisation de composants intégrés comme en électronique. Il faudra donc attendre l'avènement des cristaux photoniques et des technologies de fabrication récentes pour que les progrès se poursuivent. Le terme de cristal photonique fut employé pour la première fois par Eli Yablonovitch en 1987. Il se base alors sur les travaux de Lord Rayleigh pour démontrer la faisabilité de structure à bande interdite en deux et trois dimensions. Très rapidement, ces principes sont mis en œuvre et des cristaux photoniques sont fabriqués pour des longueurs d'ondes de fonctionnement situées dans l'infrarouge. En 1997, Foresi *et. al.* [Foresi 1997] démontrent expérimentalement le fonctionnement d'une microcavité à cristal photonique en silicium<sup>3</sup>. Pour la première fois, le champ est confiné dans une structure de quelques micromètres de long. Cet

---

2. Ceci ne constitue cependant pas la première démonstration expérimentale du domaine de l'optique non linéaire. En effet, la première expérience d'optique non linéaire est à tort attribuée à Franken *et. al.*, pour leur expérience de génération de second harmonique. Les débuts expérimentaux de l'optique non linéaire remontent en fait à 1941, lorsque Gilbert Lewis observa la saturation de l'intensité de fluorescence d'une molécule organique [Lewis 1941]. G. Lewis est d'ailleurs l'inventeur du mot « photon ».

3. Le même type de cavité a été utilisé dans cette thèse.

effet de confinement est très important et joue un rôle crucial sur la puissance requise pour atteindre les seuils non linéaires. En effet, plus le champ est confiné dans un faible volume, plus la densité volumique d'énergie est élevée, ce qui a pour effet d'augmenter l'interaction entre l'onde et le matériau.

La réalisation de structures à faible volume utilisant des matériaux fortement non linéaires ouvrent donc la voie au traitement photonique du signal intégré. Depuis la fin des années 90, un effort considérable a été mené en vue d'atteindre cet objectif.

Durant les quinze dernières années, des progrès spectaculaires ont été réalisés en matière de contrôle de la lumière [Almeida 2004b]. Une des premières applications à susciter un très grand intérêt est le transistor optique, qui a donné lieu à de nombreuses publications [Almeida 2004c, Husko 2009, Nozaki 2010, Li 2012]. La découverte de Gibbs mena également à la réalisation de systèmes bistables [Xu 2006] à base de microcavité en anneau [Ibrahim 2003, Heebner 2008], un type de microcavité différent des cristaux photoniques. Les idées de Smith sont alors devenues réalité et la logique photonique est apparue [Xu 2007]. Des portes NAND, NOR, etc. photoniques sont ainsi créées [Ibrahim 2003].

D'autres applications innovantes ont également vu le jour, comme la réalisation de mémoires tout optiques [Tanabe 2005], et même la fabrication de puces contenant plusieurs bits de mémorisation dans une « all-optical RAM », ou encore o-RAM [Nozaki 2012]. La dualité entre le temps (dispersion) et l'espace (diffraction) [Kolner 1994, Kolner 1989, Bennett 2000a, Bennett 2000b] a permis de réaliser des oscilloscopes ultrarapides [Kauffman 1994, Sun 1997, Foster 2008, Foster 2009, Okawachi 2009, Salem 2009], ou encore « temporal magnifier ». Par un processus de mélange à quatre ondes [Wang 2011], la phase du signal à analyser est modulée par une impulsion pompe afin d'être approximativement quadratique, réalisant ainsi, dans le domaine temporel, l'équivalent d'une lentille. Ceci permet donc la dilatation temporelle d'un signal de très courte durée pour le rendre compatible avec un oscilloscope classique.

Pour toutes ces applications, la caractérisation [Sheik-Bahae 1991] de l'objet fabriqué est tout aussi importante que sa fabrication. La présence de plusieurs non-linéarités rend effectivement les choses compliquées et une série de critères [Ikeda 2007] a été élaborée afin de sélectionner les matériaux en fonction des applications visées [Eckhouse 2012]. L'apparition de structures à base de chalcogénures [Ta'eed 2007], pour obtenir un effet Kerr pur aux longueurs d'onde télécom, en est un bon exemple.

Cependant, certains progrès restent à faire en matière de gestion de l'énergie à l'intérieur de ces structures [Heuck 2011]. L'objectif de ce mémoire est donc d'envisager une approche basée sur l'excitation cohérente de microcavités non linéaires. Au lieu de focaliser notre attention sur la structure de la cavité, nous nous concentrerons sur la manière dont il faut l'exciter. L'enjeu étant bien entendu de mieux contrôler l'interaction non linéaire lumière-matière.

Pour cela, une très bonne connaissance des paramètres des cavités ainsi que des propriétés non linéaires du matériau utilisé est naturellement indispensable. De fait, la façon dont l'onde se propage dans la structure doit être déterminée le plus précisément possible. C'est pourquoi, le premier chapitre sera dédié à la modélisation de microcavités non linéaires. Les bases de l'optique non linéaire seront rappelées et l'équation de propagation sera établie. Nous établirons ensuite le modèle dynamique d'une microcavité en régime linéaire et, par l'intermédiaire d'une méthode perturbative, introduirons les différentes non-linéarités préalablement déterminées. Par conséquent, nous disposerons, moyennant certaines hypothèses, des équations de propagation du mode dans une microcavité non linéaire. Celles-ci ne pouvant être résolues de manière analytique, nous clôturerons le chapitre par la présentation des méthodes de résolution de ces équations. Ce premier chapitre, entièrement dédié à la modélisation nous permet donc de disposer d'un modèle

de cavité non linéaire en régime dynamique ainsi que des méthodes de résolutions numériques des équations qui lui sont associées.

Le second chapitre se concentrera donc naturellement sur l'étude de la propagation d'une onde dans une microcavité non linéaire. Dans un premier temps, les différentes non-linéarités seront étudiées séparément afin de déterminer leurs impacts sur la dynamique du mode intracavité. Nous introduirons ensuite le contrôle cohérent qui est le sujet central de cette thèse. Le contrôle cohérent consiste en une adaptation des propriétés de l'impulsion aux propriétés du milieu dans lequel elle est injectée. Après en avoir expliqué le principe, nous l'appliquerons à une microcavité modèle dont les paramètres non linéaires sont ceux du silicium. La procédure de mise en œuvre d'une excitation cohérente ainsi que les résultats des simulations numériques seront discutés et nous permettront de mettre en avant un meilleur contrôle de l'interaction lumière-matière en régime non linéaire. Nous développerons enfin le modèle d'une cavité Fabry-Perot à cristal photonique 1D afin d'adapter les simulations numériques à ce type de structure. Ceci nous permettra de déterminer les paramètres de l'impulsion en vue de démontrer expérimentalement le contrôle cohérent de la microcavité.

Le troisième chapitre sera donc dédié à cette démonstration. À partir des résultats numériques obtenus à la fin du second chapitre, nous définirons les paramètres d'un étireur d'impulsion afin de réaliser la mise en forme des impulsions. Après avoir entièrement caractérisé le montage et validé les paramètres calculés et afin de préparer les expériences liées aux microcavités, nous étudierons ensuite expérimentalement la propagation non linéaire des impulsions dans un nanoguide de silicium. Cela nous permettra une caractérisation du guide ainsi qu'une relativement bonne connaissance des paramètres non linéaires du matériau. À l'aide de ces données, nous démontrerons expérimentalement la réalisation de l'excitation cohérente de la microcavité. Nous terminerons ce chapitre par la présentation d'échantillons fabriqués à l'Institut d'Électronique Fondamentale ainsi que la présentation des résultats de leur excitation cohérente.

Un quatrième et dernier chapitre théorique sera consacré à de potentielles évolutions du contrôle cohérent en microcavités. Au cours de celui-ci, nous présenterons l'étude théorique de structures photoniques actives : des cavités en InP à puits quantiques. De cette manière, nous étendrons le principe du contrôle cohérent à un autre type de structure photonique. Nous étudierons ensuite un système à base de deux cavités non linéaires couplées et l'analyserons en régime dynamique. Nous verrons quel impact le contrôle cohérent peut avoir sur ce genre de système et concluons sur les applications que cela permet.



# Optique non linéaire et microcavités

*Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. (Henri Poincaré)*

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>12</b>
<b>1.2</b>	<b>Optique non linéaire dans un guide semiconducteur</b>	<b>12</b>
1.2.1	Polarisation non linéaire	12
1.2.2	Équation de propagation non linéaire	14
1.2.3	Effets non linéaires dans les semiconducteurs	16
1.2.4	Réfraction et absorption des porteurs libres	19
<b>1.3</b>	<b>Modélisation de microcavités en régime linéaire</b>	<b>21</b>
1.3.1	Modélisation de différents types de microcavités	21
1.3.2	Bilan énergétique	25
1.3.3	Facteur de qualité	26
1.3.4	Facteur d'exaltation du champ	26
<b>1.4</b>	<b>Modélisation d'une cavité en régime non linéaire</b>	<b>27</b>
1.4.1	Effet d'une perturbation de la permittivité dans les équations de Maxwell	27
1.4.2	Relation entre l'approche énergétique et l'approche en puissance	30
1.4.3	Polarisation non linéaire d'ordre 3	31
1.4.4	Effet Kerr pur	31
1.4.5	Absorption à deux photons	32
1.4.6	Réfraction des porteurs libres	33
1.4.7	Absorption des porteurs libres	33
1.4.8	Génération des porteurs libres	34
1.4.9	Effets thermiques	34
1.4.10	Modèle des modes couplés intégrant les effets non linéaires	35
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>37</b>

---

## 1.1 Introduction

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter un modèle de la dynamique non linéaire de microcavités semiconductrices. Pour ce faire, nous rappelons en premier lieu, les équations de Maxwell en régime linéaire. Ces dernières seront utilisées afin d'établir l'équation de propagation des ondes en régime linéaire. Nous introduirons ensuite la notion de polarisation non linéaire, et l'intégrerons aux équations de propagation. De cette façon, nous établirons l'équation de propagation non linéaire dans un guide semiconducteur. Nous mettrons l'accent sur certaines non-linéarités qui ont été au centre de cette thèse. Ainsi, nous aborderons les cas de l'effet Kerr, l'absorption à deux photons, les effets liés à la génération de porteurs libres. Nous verrons notamment que ces effets sont exaltés lorsque le confinement du champ est important.

En matière de confinement du champ, les microcavités ont permis d'atteindre des records, c'est pourquoi, ces structures constituent des candidates idéales pour l'étude de non-linéarités dans des matériaux semiconducteurs. Les microrésonateurs optiques seront donc au centre de cette thèse et feront l'objet de modélisations au cours de ce chapitre. Nous décrirons dans un premier temps un modèle, dérivé des équations de Maxwell, permettant de déterminer l'évolution temporelle du mode dans les microrésonateurs en régime linéaire. Ce modèle, indépendant de la géométrie de la cavité, sera ensuite complété afin de tenir compte des non-linéarités évoquées précédemment. Pour finir, les équations en régime non linéaire qui régissent la dynamique du mode seront synthétisées et serviront de base pour les chapitres suivants.

## 1.2 Optique non linéaire dans un guide semiconducteur

### 1.2.1 Polarisation non linéaire

La propagation d'une onde électromagnétique à travers un matériau induit des dipôles électriques qui modifient les propriétés du milieu. Alors qu'en 1837 Michael Faraday étudiait le comportement des isolants électriques dans des champs électrostatiques, il introduisit le concept de polarisation. En effet, lorsqu'un milieu diélectrique est soumis à un champ électrique, deux phénomènes se manifestent à l'échelle microscopique : la polarisation électronique et la polarisation atomique ou ionique. La polarisation électronique est due au déplacement et à la déformation du nuage électronique alors que la polarisation atomique ou ionique provient des déplacements des atomes ou des ions. Ces deux phénomènes induisent des dipôles électriques microscopiques  $\vec{p}_i$ . Chaque atome émet alors un rayonnement proportionnel au déplacement du centre de masse de son nuage électronique. La polarisation  $\vec{P}$ , grandeur macroscopique, est définie comme la somme de tous les moments dipolaires microscopiques  $\vec{p}_i$  par unité de volume :  $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$ .

Nous parlons de régime linéaire lorsque la réponse du milieu dépend linéairement du champ appliqué. Nous supposons une réponse locale du système, ce qui signifie que la polarisation en un point  $\vec{r}$  ne dépend que de la valeur du champ en ce même point. La réponse non instantanée du milieu, supposée invariante dans le temps, implique que la polarisation  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  est donnée par le produit de convolution de la fonction réponse du milieu, notée  $\underline{\mathcal{R}}^{(1)}(\vec{r}, t)$  et du champ incident  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$  [Boyd 2003] :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\mathcal{R}}^{(1)}(\vec{r}, t - T) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T) dT, \quad (1.1)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide, la fonction réponse  $\underline{\mathcal{R}}^{(1)}$  en régime linéaire est un tenseur d'ordre deux. Par principe de causalité, la fonction réponse est nulle lorsque  $t < 0$ . La barre

verticale  $|$  représente le produit tensoriel entre la fonction réponse  $\underline{\mathcal{R}}^{(1)}$  et le champ  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ .

Dans le domaine de Fourier, nous définissons la réponse du matériau par le biais de sa susceptibilité linéaire  $\underline{\chi}^{(1)}(\omega)$ , où  $\omega$  représente la pulsation considérée. Ce faisant, en introduisant la transformée de Fourier inverse de la fonction réponse, nous obtenons :

$$\underline{\chi}^{(1)}(\vec{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\mathcal{R}}^{(1)}(\vec{r}, t) e^{i\omega t} dt. \quad (1.2)$$

De cette manière, dans le domaine fréquentiel, la polarisation est donnée par :

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(1)}(\vec{r}, \omega) |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega), \quad (1.3)$$

où  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega)$  représente la transformée de Fourier du champ  $\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t)$ .

Dans un milieu isotrope, le tenseur  $\underline{\chi}^{(1)}$  devient une grandeur scalaire. De plus, lorsque la réponse du matériau est instantanée, la polarisation s'écrit :

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t). \quad (1.4)$$

Dans toute la suite, nous conservons la dépendance en  $\vec{r}$  des tenseurs de susceptibilité, ceci afin de tenir compte d'une structuration éventuelle du milieu. L'utilisation d'une onde dont l'intensité est suffisamment élevée permet de modifier les propriétés optiques des matériaux. L'optique non linéaire se définit alors comme l'étude des changements des propriétés optiques des matériaux soumis à des ondes électromagnétiques de forte intensité. Afin de tenir compte des non-linéarités présentes dans la fonction réponse, cette dernière doit être modifiée. La polarisation induite sous une excitation en régime non linéaire peut être développée en une série de termes perturbatifs :

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{P}}^{(1)}(\vec{r}, t) + \vec{\mathcal{P}}^{(2)}(\vec{r}, t) + \vec{\mathcal{P}}^{(3)}(\vec{r}, t) + \dots \quad (1.5)$$

De manière générale, chacun des termes  $\vec{\mathcal{P}}^{(n)}(\vec{r}, t)$  est une fonction multilinéaire d'ordre  $n$  du champ incident et s'écrit donc :

$$\vec{\mathcal{P}}^{(n)}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \underline{\mathcal{R}}^{(n)}(\vec{r}, t - T_1, \dots, t - T_n) |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T_1) \dots \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, T_n) dT_1 \dots dT_n, \quad (1.6)$$

ce qui, dans le domaine de Fourier, nous donne l'expression de la polarisation non linéaire  $\vec{\mathcal{P}}^{(n)}$  en fonction du tenseur de susceptibilité non linéaire d'ordre  $n$ ,  $\underline{\chi}^{(n)}$  :

$$\vec{\mathcal{P}}^{(n)}(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(n)}(\vec{r}, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) |\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_1) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_2) \dots \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega_n), \quad (1.7)$$

où nous avons supposé que le champ  $\mathcal{E}$  se décompose en une somme d'ondes monochromatiques. Nous constatons que le tenseur de susceptibilité  $\underline{\chi}^{(n)}$ , d'ordre  $n + 1$ , dépend de  $n$  pulsations différentes,  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ . La polarisation induite oscille à la pulsation  $\omega = \sum_{i=1}^n \omega_i$ .

Par la suite, nous supposons que la réponse du matériau est instantanée, ce qui signifie que  $\underline{\chi}^{(n)}$  devient indépendant de  $\omega$ . Pour une onde monochromatique, l'expression de la polarisation dans le domaine temporel devient :

$$\vec{\mathcal{P}}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \left( \underline{\chi}^{(1)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) + \underline{\chi}^{(2)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^2(\vec{r}, t) + \underline{\chi}^{(3)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^3(\vec{r}, t) + \dots \right) \quad (1.8)$$

où  $\underline{\chi}^{(2)}$  et  $\underline{\chi}^{(3)}$  représentent les susceptibilités non linéaires d'ordre deux et trois, respectivement. La polarisation se décompose alors en deux parties, l'une qui dépend linéairement du champ  $\mathcal{P}_L$  et l'autre non linéaire  $\mathcal{P}_{NL}$  :

$$\vec{\mathcal{P}}_L(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(1)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) \quad \text{et} \quad \vec{\mathcal{P}}_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \left( \underline{\chi}^{(2)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^2(\vec{r}, t) + \underline{\chi}^{(3)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^3(\vec{r}, t) + \dots \right). \quad (1.9)$$



La polarisation non linéaire  $\mathcal{P}_{\text{NL}}$  peut se décomposer en plusieurs termes :

$$\vec{\mathcal{P}}^{(2)}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(2)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^2(\vec{r}, t), \quad \vec{\mathcal{P}}^{(3)} = \varepsilon_0 \underline{\chi}^{(3)}(\vec{r}) \vec{\mathcal{E}}^3(\vec{r}, t), \dots$$

La polarisation non linéaire affecte la propagation de l'onde dans le matériau. Celle-ci joue en effet le rôle de terme source dans la propagation de l'onde, comme nous allons le voir, en établissant l'équation de propagation non linéaire.

Par la suite nous ne considérerons que des matériaux centrosymétriques (silicium) pour lesquels la valeur du  $\underline{\chi}^{(2)}$  est négligeable aux longueurs d'ondes de travail. Nous omettrons donc le terme de polarisation non linéaire d'ordre deux  $\mathcal{P}^{(2)}$ . De plus, nous ne retiendrons que le terme de polarisation non linéaire qui oscille à la même fréquence que le champ incident.

### 1.2.2 Équation de propagation non linéaire

Nous souhaitons établir l'équation de propagation dans un guide dont la structure transverse, invariante suivant l'axe  $z$ , est définie par sa permittivité  $\varepsilon(\vec{r})$ . Afin de déterminer l'équation de propagation dans le guide, nous rappelons les équations de Maxwell :

$$\text{div } \vec{\mathcal{D}} = \rho \quad (1.10a)$$

$$\text{div } \vec{\mathcal{B}} = 0 \quad (1.10b)$$

$$\text{rot } \vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t} \quad (1.10c)$$

$$\text{rot } \vec{\mathcal{H}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t}, \quad (1.10d)$$

où  $\vec{\mathcal{D}}$  représente l'induction électrique,  $\vec{\mathcal{B}}$  l'induction magnétique,  $\vec{\mathcal{E}}$  le champ électrique,  $\vec{\mathcal{H}}$  l'excitation magnétique,  $\rho$  la densité volumique de charges, et  $\vec{j}$  la densité de courant électrique. Nous considérons un milieu diélectrique non magnétique, exempt de toute densité de courant. De plus, la réponse du matériau se répercute sur l'induction électrique qui contient alors les termes non linéaires présents dans l'expression de la polarisation (relation constitutive) :

$$\vec{\mathcal{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{\mathcal{E}} + \vec{\mathcal{P}}_{\text{NL}}. \quad (1.11)$$

L'équation de propagation dans un tel milieu s'écrit alors :

$$\text{rot } \text{rot } \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{D}}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \vec{0}, \quad (1.12)$$

où  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$  est la célérité de la lumière dans le vide, avec  $\mu_0$  la perméabilité du vide.

En utilisant les équations (1.9), (1.11) et (1.12), l'équation de propagation dans un milieu non linéaire devient :

$$\Delta \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}_{\text{NL}}}{\partial t^2}(\vec{r}, t), \quad (1.13)$$

où  $\Delta \vec{\mathcal{E}}$  désigne le laplacien de  $\vec{\mathcal{E}}$  et où nous avons fait l'approximation d'un guidage faible, qui implique que [Bures 2009] :  $\text{grad } \text{div } \vec{\mathcal{E}} \sim \vec{0}$ . Nous ferons l'hypothèse que le champ est polarisé suivant une unique direction de polarisation  $\vec{e}$  et que la polarisation  $\mathcal{P}$  ne rayonne que selon

cette direction<sup>1</sup>. Nous avons supposé un matériau isotrope avec une réponse instantanée, ce qui nous permet d'écrire la permittivité relative du milieu  $\varepsilon(\vec{r})$  sous la forme d'un scalaire :

$$\varepsilon(\vec{r}) = 1 + \chi^{(1)}(\vec{r}). \quad (1.14)$$

Nous constatons alors que la polarisation non linéaire joue le rôle d'un terme source dans l'équation de propagation. En effet, celle-ci agit comme un terme de forçage et, dans l'espace de Fourier, l'équation de propagation devient :

$$\Delta \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) + \frac{\varepsilon(\vec{r})\omega^2}{c^2} \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, \omega) = -\frac{\omega^2}{\varepsilon_0 c^2} \vec{\mathcal{P}}_{\text{NL}}(\vec{r}, \omega). \quad (1.15)$$

Pour des ondes quasi-monochromatiques de pulsation  $\omega$ , la solution de l'équation de propagation s'écrit sous la forme suivante :

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \mathcal{Z}(\vec{r}) \cos(\omega t) \vec{e},$$

le champ réel obtenu peut alors être décomposé en une somme de deux quantités complexes conjuguées :

$$\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} (\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}^*(\vec{r}, t)), \quad \text{avec} \quad \vec{E}(\vec{r}, t) = \mathcal{Z}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \vec{e},$$

de même, pour la polarisation non linéaire, nous posons :

$$\vec{\mathcal{P}}_{\text{NL}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} (\vec{P}_{\text{NL}}(\vec{r}, t) + \vec{P}_{\text{NL}}^*(\vec{r}, t)).$$

Nous considérons alors que le champ peut être décomposé selon plusieurs contributions, spatiales et temporelles :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e} A(z) F(x, y) e^{ikz} e^{-i\omega t}, \quad (1.16)$$

avec  $F(x, y)$  le profil transverse du champ,  $A(z)$  son enveloppe et  $k = n\omega/c$  la constante de propagation dans le guide. En introduisant cette expression dans l'équation (1.15), et en présence d'un terme de polarisation linéaire seulement ( $\mathcal{P}_{\text{NL}} = 0$ ), nous pouvons démontrer que le profil transverse du champ obéit à la relation suivante :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(x, y) - k^2 \right) F(x, y) = 0. \quad (1.17)$$

Nous pouvons utiliser cette dernière expression pour démontrer, à partir des équations (1.15) et (1.17), qu'en présence d'un effet non linéaire ( $\mathcal{P}_{\text{NL}} \neq 0$ ) et en faisant l'approximation de l'enveloppe lentement variable  $\left( \left| \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right| \ll 2\omega \left| \frac{\partial A}{\partial z} \right| \right)$ , l'équation de propagation de l'onde dans le guide s'écrit alors :

$$F(x, y) 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{c^2 \varepsilon_0} \mathcal{P}_{\text{NL}}(\vec{r}, \omega). \quad (1.18)$$

En intégrant chaque membre de cette expression sur la surface du mode, nous obtenons l'équation de propagation en régime non linéaire :

$$\boxed{\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{i\omega}{2nc\varepsilon_0} \frac{\iint \mathcal{P}_{\text{NL}}(\vec{r}, \omega) F^*(x, y) dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy}}. \quad (1.19)$$

1. Cette hypothèse est vérifiée dans les expériences réalisées dans le chapitre 3. Elle ne conduit pas à une restriction du cadre de la théorie.

L'évolution de l'enveloppe lentement variable du champ électrique est alors parfaitement déterminée pour une propagation dans un guide non linéaire.

Afin d'exploiter cette dernière équation et de déterminer la façon dont se propage une onde qui subit des effets non linéaires, nous souhaitons étudier l'impact des termes de polarisation non linéaire. À cet effet, nous introduisons les principaux effets que nous rencontrerons expérimentalement dans le 3ème chapitre, à savoir l'effet Kerr, l'absorption à deux photons et les effets liés à la présence de porteurs libres, générés par absorption à deux photons.

### 1.2.3 Effets non linéaires dans les semiconducteurs

Nous nous intéressons ici aux effets non linéaires d'ordre trois, c'est-à-dire aux impacts du terme  $\vec{P}^{(3)}(\vec{r}, t)$  sur l'équation de propagation. En effet, nous n'étudions par la suite que des matériaux à maille centro-symétrique, et où la polarisation d'ordre deux est nulle. Plus précisément, nous utiliserons du silicium, comme matériau non linéaire de référence, dans lequel nous pouvons montrer [Lin 2007] que la contribution principale du tenseur de susceptibilité est donnée par sa première composante  $\chi_{1111}^{(3)}$ . L'expression exacte de la polarisation non linéaire d'ordre trois est donnée par

$$\mathcal{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\vec{r}) \mathcal{E}^3(\vec{r}, t),$$

dans laquelle  $\chi^{(3)}$  est un scalaire lié à la composante  $\chi_{1111}^{(3)}$  du tenseur de susceptibilité  $\underline{\chi}^{(3)}$ .

En développant le produit des champs complexes, la polarisation non linéaire d'ordre trois a pour expression :

$$\mathcal{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{\varepsilon_0 \chi^{(3)}(\vec{r})}{8} \left[ E^3(\vec{r}, t) + E^{*3}(\vec{r}, t) + 3E^*(\vec{r}, t)E^2(\vec{r}, t) + 3E^{*2}(\vec{r}, t)E(\vec{r}, t) \right]$$

Pour un champ  $E$  oscillant à la fréquence  $\omega$ , les deux premiers termes oscilleront à une fréquence de  $3\omega$ , ce qui correspond à une génération de troisième harmonique. Or, nous ne conservons que les termes rayonnant à  $\omega$ . L'expression de la polarisation non linéaire, en supposant une réponse non linéaire homogène du milieu, se réduit alors à :

$$P^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{3\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{4} |E(\vec{r}, t)|^2 E(\vec{r}, t).$$

Dans le cas d'un champ quasi-monochromatique, nous pouvons remplacer cette expression dans (1.19) et en déduire :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{i\omega}{2nc\varepsilon_0} \frac{3\varepsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \frac{\iint |F(x, y)|^4 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy} |A(z)|^2 A(z). \quad (1.20)$$

La présence d'un terme en  $|A|^2$  nous amène à normaliser le champ en fonction de la puissance de l'onde. Nous calculons alors la valeur du flux du vecteur de Poynting  $\vec{S}$ , sachant que ce dernier est défini comme :

$$\vec{S} = \overline{\vec{E} \wedge \vec{H}} = \frac{1}{2} nc\varepsilon_0 |A(z)|^2 F(x, y) F^*(x, y) \vec{e}_z, \quad (1.21)$$

où la barre signifie que nous traitons les valeurs moyennes des champs. La puissance, égale au flux du vecteur de Poynting est donc donnée par :

$$P(z) = \frac{1}{2} nc\varepsilon_0 |A(z)|^2 \iint |F(x, y)|^2 dx dy. \quad (1.22)$$

Le terme  $\iint |F(x,y)|^2 dx dy$  représente alors la surface effective du mode. L'intensité de l'onde est donc définie par :

$$I(z) = \frac{1}{2} n c \epsilon_0 |A(z)|^2. \quad (1.23)$$

En utilisant l'expression (1.22), l'équation de propagation (1.20) en fonction de P devient :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{3i\omega}{4n^2 c^2 \epsilon_0} \chi^{(3)} P(z) \frac{\iint |F(x,y)|^4 dx dy}{\left(\iint |F(x,y)|^2 dx dy\right)^2} A(z). \quad (1.24)$$

Nous pouvons donc réécrire cette expression en fonction d'une intensité non linéaire  $I_{NL}^{(3)}(z)$  définie par :

$$I_{NL}^{(3)}(z) = \frac{P(z)}{S_{NL}^{(3)}} \quad \text{avec} \quad S_{NL}^{(3)} = \frac{\left(\iint |F(x,y)|^2 dx dy\right)^2}{\iint |F(x,y)|^4 dx dy}, \quad (1.25)$$

où  $S_{NL}^{(3)}$  est homogène à une surface dans laquelle se produit la non-linéarité d'ordre trois. L'équation de propagation non linéaire pour une non-linéarité d'ordre trois s'écrit alors :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{3i\omega}{4n^2 c^2 \epsilon_0} \chi^{(3)} I_{NL}^{(3)}(z) A(z). \quad (1.26)$$

### 1.2.3.1 Effet Kerr optique

L'effet Kerr optique se caractérise par une susceptibilité non linéaire d'ordre trois  $\chi^{(3)}$  purement réelle. Afin de relier l'action de la non-linéarité à une variation d'indice dans le guide, nous introduisons la quantité  $n_2$  définie par :

$$n_2 = \frac{3 \Re \{ \chi^{(3)} \}}{4n_0^2 c \epsilon_0}, \quad (1.27)$$

ainsi, dans le domaine temporel, l'équation de propagation s'écrit :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{i\omega}{c} n_2 I_{NL}^{(3)}(z) A(z). \quad (1.28)$$

Puisque  $n_2$  est réel, l'onde ne subit aucune perte non linéaire, donc  $|A(z)| = |A(0)|$ . L'équation précédente possède alors une solution analytique :

$$A(z) = A(0) \exp \left[ i \frac{\omega}{c} n_2 I_{NL}^{(3)}(0) z \right].$$

En utilisant l'équation (1.16), nous pouvons remonter à l'expression du champ électrique  $E(z)$  :

$$E(z,t) = E(0,t) \exp \left[ i \frac{\omega}{c} \left\{ n_0 + n_2 I_{NL}^{(3)}(0,t) \right\} z \right] e^{-i\omega t}, \quad (1.29)$$

où  $n_0$  est l'indice de réfraction du matériau en régime linéaire. Nous constatons alors que l'effet Kerr agit sur le matériau en lui imposant une variation de son indice de réfraction proportionnelle à l'intensité de l'onde :

$$n(z) = n_0 + n_2 I_{NL}^{(3)}(z) \quad (1.30)$$

### 1.2.3.2 Effet Kerr croisé

L'effet Kerr croisé se manifeste lorsque deux ondes traversent un milieu qui présente de l'effet Kerr. Nous appelons l'une de ces ondes « pompe » et la seconde « sonde ». Les constantes de propagation associées aux champs électriques  $E_p$  de la pompe et  $E_s$  de la sonde seront notées  $\vec{k}_p = \vec{k}(\omega_p)$  et  $\vec{k}_s = \vec{k}(\omega_s)$ , respectivement, où  $\omega_p$  et  $\omega_s$  désignent les fréquences de la pompe et de la sonde. Dans ce cas, la polarisation non linéaire d'ordre trois s'exprime :

$$\mathcal{P}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{\varepsilon_0 \Re\{\chi^{(3)}\}}{8} \left[ E_p(\vec{r}, t) + E_p^*(\vec{r}, t) + E_s(\vec{r}, t) + E_s^*(\vec{r}, t) \right]^3.$$

Cette expression fait intervenir de multiples produits entre les champs pompe et sonde ayant diverses constantes de propagation. Intéressons-nous à l'effet subit par l'onde sonde, et donc, seulement aux ondes résultantes dont la fréquence est  $\omega_s$ . L'équation précédente devient alors :

$$P_{\omega_s}^{(3)}(\vec{r}, t) = \frac{3\varepsilon_0 \Re\{\chi^{(3)}\}}{4} \left[ 2|E_p(\vec{r}, t)|^2 + |E_s(\vec{r}, t)|^2 \right] E_s(\vec{r}, t). \quad (1.31)$$

De manière analogue au calcul mené précédemment pour l'effet Kerr, nous pouvons en déduire que l'indice de réfraction du milieu est modifié en fonction des intensités pompe et sonde :

$$n_s = n_{s0} + 2n_{2X}I_p + n_2I_s, \quad (1.32)$$

avec :

$$n_{2X} = \frac{3 \Re\{\chi^{(3)}\}}{4n_{p0}n_{s0}c\varepsilon_0}. \quad (1.33)$$

### 1.2.3.3 Absorption à deux photons

Par la suite, nous nous intéresserons à des matériaux semi-conducteurs, tels que le silicium ou l'arséniure de gallium pour lesquels l'énergie de gap est comprise entre 0,8 et 1,6 eV. De plus, nous considérons une longueur d'onde de travail proche de 1550 nm, soit une énergie de 0,8 eV par photon. L'absorption d'un photon par le matériau n'est peu probable, en revanche, celle-ci peut avoir lieu lorsque deux photons sont incidents, voir figure 1.1. Nous parlons alors d'absorption à deux photons. Cette dernière est liée à la partie imaginaire de la susceptibilité non linéaire d'ordre trois  $\chi^{(3)}$  :

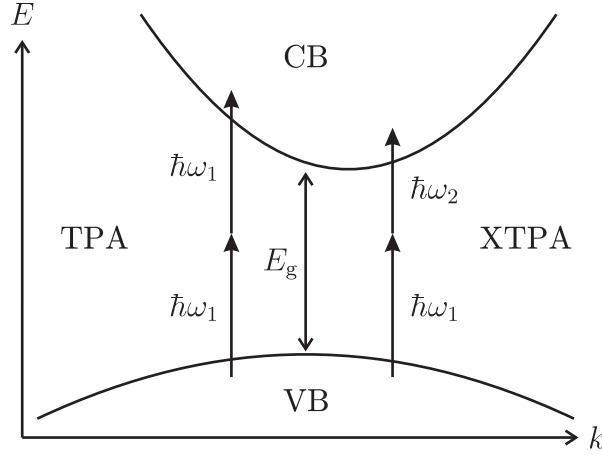
$$\frac{\partial A_P}{\partial z} = -\frac{3\omega \Im\{\chi^{(3)}\}}{4n_0^2 c^2 \varepsilon_0} I_{NL}^{(3)}(z) A_P(z), \quad (1.34)$$

Partant de cette expression, et en utilisant la relation liant  $A_P$  à l'intensité, nous obtenons :

$$\frac{\partial I_{NL}^{(3)}}{\partial z} = -\beta_{TPA} I_{NL}^{(3)2}(z, t), \quad (1.35)$$

avec  $\beta_{TPA}$  un coefficient liant les pertes par absorption à deux photons à l'intensité de l'onde :

$$\beta_{TPA}(\omega) = \frac{3\omega \Im\{\chi^{(3)}\}}{2n_0^2 c^2 \varepsilon_0}. \quad (1.36)$$



**Figure 1.1** – Représentation schématique de l'absorption à deux photons.

De même qu'avec l'effet Kerr croisé, l'absorption à deux photons croisée se manifeste lorsqu'une onde pompe et une onde sonde sont injectées dans un matériau présentant de l'absorption à deux photons. L'équation (1.31) reste alors valable et nous obtenons :

$$\frac{\partial I_s}{\partial z} = - \left[ 2\beta_{\text{XTPA}}(\omega_s) I_p + \beta_{\text{TPA}}(\omega_s) I_s \right] I_s, \quad (1.37)$$

avec :

$$\beta_{\text{XTPA}}(\omega_s) = \frac{3\omega_s \text{Im}\{\chi^{(3)}\}}{2n_{s0} n_{p0} c^2 \epsilon_0}. \quad (1.38)$$

#### 1.2.4 Réfraction et absorption des porteurs libres

Comme nous l'avons mentionné dans la section précédente, l'absorption à deux photons excite un électron initialement dans la bande de valence vers la bande de conduction et crée ainsi une paire électron-trou. Ces paires électron-trou, ou encore porteurs libres, modifient également la susceptibilité du matériau, ce qui se traduit par la présence d'une susceptibilité non linéaire liée aux effets de porteurs libres. Cette susceptibilité  $\chi_{\text{FC}}$  a pour expression [Lin 2007] :

$$\chi_{\text{FC}}(\vec{r}, t) = 2n_0 \left( \sigma_r(\vec{r}) N(\vec{r}, t) + i \frac{c}{2\omega} \sigma_a(\vec{r}) N(\vec{r}, t) \right) \quad (1.39)$$

Les grandeurs  $\sigma_r$  et  $\sigma_a$  dépendent directement des mobilités et masses effectives des électrons et des trous [Kroeger 2010a] :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{e^2}{2\epsilon_0 n_0 \omega^2} \left( \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_h} \right) \frac{E_g^2}{E_g^2 - (\hbar\omega)^2}, \\ \sigma_a &= \frac{e^3}{2\epsilon_0 n_0 \omega^2} \left( \frac{1}{\mu_e m_e^2} + \frac{1}{\mu_h m_h^2} \right) \frac{E_g^2}{E_g^2 - (\hbar\omega)^2}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Ici  $E_g$  représente l'énergie de gap du semi-conducteur,  $e$  la charge élémentaire d'un électron,  $m_e$  et  $m_h$  les masses effectives d'un électron et d'un trou, et enfin,  $\mu_e$  et  $\mu_h$  les mobilités des électrons et des trous [Tanabe 2008], respectivement <sup>2</sup>.

<sup>2</sup>. Dans ces expressions nous supposons que la densité d'électrons  $N_e$  est égale à la densité de trous  $N_h$  ( $N_e = N_h = N$ ).

De cette susceptibilité non linéaire résulte une polarisation non linéaire liée aux effets causés par la présence des porteurs libres :

$$P_{\text{NL}}^{\text{FC}}(\vec{r}, t) = 2n_0\epsilon_0 \left[ \sigma_r N(\vec{r}, t) + i \frac{c}{2\omega} \sigma_a N(\vec{r}, t) \right] E(\vec{r}, t)$$

Toujours en utilisant l'équation (1.19), l'équation de propagation se réduit à :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left[ i \frac{\omega}{c} \sigma_r N(z, t) - \frac{\sigma_a}{2} N(z, t) \right] A(z, t),$$

avec

$$N(z, t) = \frac{\iint N(\vec{r}, t) |F(x, y)|^2 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy}. \quad (1.41)$$

Nous pouvons distinguer les deux différentes contributions des effets dûs aux porteurs libres. La première, que nous appelons réfraction par les porteurs libres, se traduit par une modification de l'indice de réfraction du milieu donnée par :

$$n(z, t) = n_0 + \sigma_r N(z, t). \quad (1.42)$$

La seconde, que nous appelons absorption par les porteurs libres, se traduit par une modification non linéaire des pertes dans le matériau. L'équation de propagation associée s'écrit :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\sigma_a N(z, t) I(z, t). \quad (1.43)$$

Nous souhaitons maintenant déterminer l'équation d'évolution temporelle de la densité de porteurs libres  $N(\vec{r}, t)$ , qui dépend à la fois de l'intensité de l'onde et de l'énergie de chaque paire de photons  $2\hbar\omega$  à la fréquence  $\omega$  considérée :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\tau_p} N(\vec{r}, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} I^2(\vec{r}, t), \quad (1.44)$$

où  $\tau_p$  représente le temps de vie des porteurs. Dans les matériaux semi-conducteurs à gap indirect, comme le silicium, ce temps de vie peut-être relativement long, de l'ordre de la nanoseconde. Ce temps correspond à la durée nécessaire aux porteurs pour se recombiner. La génération de porteurs devient alors un effet cumulatif et nous pouvons exprimer la quantité de porteurs générés après un temps  $\Delta t$  par :

$$\Delta N(\vec{r}, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} I^2(\vec{r}, t) \Delta t. \quad (1.45)$$

En utilisant l'équation (1.22) liant l'intensité à  $E$ , nous obtenons :

$$\Delta N(\vec{r}, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} \frac{1}{4} n^2 c^2 \epsilon_0^2 |E(\vec{r}, t)|^4 \Delta t. \quad (1.46)$$

Nous souhaitons, en accord avec l'équation (1.41), calculer la quantité  $\Delta N(z, t)$ . En multipliant chaque membre de l'équation précédente par  $|F(x, y)|^2$  et en intégrant sur la surface du mode, et à l'aide de l'équation (1.16), nous obtenons :

$$\Delta N(z, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} \frac{1}{4} n^2 c^2 \epsilon_0^2 \frac{\iint |F(x, y)|^6 dx dy}{\iint |F(x, y)|^2 dx dy} |A(z, t)|^4 \Delta t. \quad (1.47)$$

En utilisant l'équation (1.22) nous en déduisons l'expression de  $\Delta N(z, t)$  en fonction de la puissance de l'onde :

$$\Delta N(z, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} P^2(z) \frac{\iint |F(x, y)|^6 dx dy}{\left(\iint |F(x, y)|^2 dx dy\right)^3} \Delta t, \quad (1.48)$$

Nous pouvons alors définir une intensité  $I_{\text{NL}}^{(5)}$ , correspond à une intensité équivalente qui rend compte de la non-linéarité à l'ordre cinq introduite par les porteurs libres, et définie par :

$$I_{\text{NL}}^{(5)}(z) = \frac{P(z)}{S_{\text{NL}}^{(5)}} \quad \text{et} \quad S_{\text{NL}}^{(5)} = \sqrt{\frac{\left(\iint |F(x, y)|^2 dx dy\right)^3}{\iint |F(x, y)|^6 dx dy}}, \quad (1.49)$$

où  $S_{\text{NL}}^{(5)}$  est homogène à une surface effective non linéaire relative aux effets de porteurs libres. L'expression de la densité de porteurs libres est donc :

$$\Delta N(z, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} I_{\text{NL}}^{(5)2}(z) \Delta t. \quad (1.50)$$

### 1.3 Modélisation de microcavités en régime linéaire

Comme nous l'avons mentionné en introduction, le confinement du champ est à l'origine de l'exaltation des non-linéarités. Ce point est confirmé par l'équation de propagation non linéaire dans un guide, car, en effet, plus les aires effectives non linéaires ( $S_{\text{NL}}^{(3)}$  et  $S_{\text{NL}}^{(5)}$ ) sont faibles plus les réponses des effets non linéaires associées sont élevées. L'élaboration de systèmes à fort confinement du champ est donc très importante pour l'obtention de champs d'une forte densité d'énergie et donc pour la réduction de la puissance de commande de systèmes optiques non linéaires. Parmi ceux-ci, figurent les microcavités, dont l'objectif est d'atteindre un confinement maximal du champ. Les récents progrès en nanophotonique ont permis de réduire le volume du mode confiné à quelques centièmes de micromètres cubes. C'est pourquoi, les micro-résonateurs optiques ont suscité un intérêt croissant ces dernières années, en particulier en optique non linéaire où de nombreuses applications au traitement tout optique de l'information ont vu le jour. Nous pouvons citer les exemples de l'interrupteur optique [Almeida 2004b], des bistables optiques [Ogusu 2011, Almeida 2004a], des fonctions logiques [Xu 2007], etc.

L'objectif de cette section est de présenter le modèle dynamique d'une microcavité. Dans un premier temps, ce modèle sera présenté en régime linéaire et nous démontrerons qu'il peut être utilisé pour modéliser n'importe quel type de microrésonateur. Nous relierons ensuite les paramètres du modèle aux propriétés physiques des cavités et mettrons en avant le phénomène d'exaltation du champ.

#### 1.3.1 Modélisation de différents types de microcavités

La fabrication de microcavités à cristal photonique a conduit à l'obtention d'un confinement du champ jusqu'alors inégalé. Ces structures permettent donc une augmentation considérable de l'interaction lumière-matière et sont des candidates idéales pour la réalisation de composants photoniques non linéaires à faible consommation d'énergie. Dans une microcavité, l'exaltation du champ est principalement limitée par les pertes et augmentée grâce au confinement du mode.



Celle-ci est, par conséquent, intimement liée à la géométrie de la cavité car les pertes et le volume modal en dépendent très fortement. Le modèle devra donc impérativement tenir compte de ces deux paramètres.

Nous étudions donc le modèle dynamique d'une cavité linéaire en nous référant à la théorie des modes couplés [Haus 1983]. Le modèle des modes couplés se base sur une description temporelle de l'évolution du champ électromagnétique dans une microcavité au voisinage d'une résonance. Ce modèle constitue une approche énergétique et décrit l'évolution du champ  $u(t)$  circulant dans la cavité, celui-ci étant normalisé de sorte que  $|u(t)|^2$  représente l'énergie électromagnétique intra-cavité :

$$|u(t)|^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int \epsilon(\vec{r}) |\mathcal{E}(\vec{r}, t)|^2 d^3r. \quad (1.51)$$

Considérons alors une cavité isolée, telle que celle qui est représentée sur la figure 1.2a. Il s'agit ici d'une cavité de type L3, car elle est constituée d'un réseau périodique de trous jouant le rôle de miroir dans les deux dimensions de l'espace, dans lequel trois trous d'une même rangée ont été omis, afin de former la cavité.



(a) Photo prise au Microscope Électronique à Balayage (MEB) d'une microcavité de type L3. (b) Modèle d'une cavité isolée comportant des pertes linéaires.  
Crédits : Samir Haddadi, LPN (CNRS)

**Figure 1.2** – Photo d'une microcavité de type L3 et son modèle du point de vue des modes couplés.

Bien que cette structure présente plusieurs résonances [Chalcraft 2007], nous ne nous intéressons qu'à l'une d'entre elles. En effet, le modèle des modes couplés n'est valable que lorsqu'une unique résonance est considérée. Dans le domaine fréquentiel, la forme lorentzienne de la résonance d'un résonateur se traduit par une décroissance exponentielle du champ dont la porteuse est égale à la fréquence de résonance  $\omega_{\text{res}0}$  de la cavité. Nous pouvons donc naturellement modéliser la structure de la figure 1.2 par un champ  $u(t)$  oscillant à la pulsation de résonance  $\omega_{\text{res}0}$  de la cavité à laquelle nous ajoutons un terme de perte symbolisé par un temps de vie  $\tau_0$ . Le modèle de cette cavité est synthétisé sur la figure 1.2b. Le temps de vie  $\tau_0$  est appelé temps de vie intrinsèque car il ne tient compte que des pertes intrinsèques à la cavité, celle-ci étant isolée. L'évolution temporelle du champ est alors parfaitement décrite par l'équation qui suit :

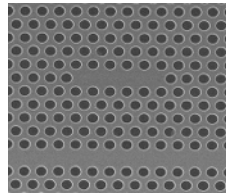
$$\boxed{\frac{du}{dt} = -i\omega_{\text{res}0}u(t) - \frac{1}{\tau_0}u(t)}. \quad (1.52)$$

Dans la cavité, le champ électromagnétique subit des pertes, et celles-ci dépendent de l'atténuation linéaire  $\alpha_l$  de sorte que sur un tour de cavité le champ est atténué d'un facteur  $a = \exp(-\alpha_l L/2)$ , où  $L$  est la longueur de la cavité. Dans le modèle des modes couplés, si met un temps  $\tau_R$  pour faire un tour de cavité, l'atténuation du champ s'écrit alors  $a = \exp(-\tau_R/\tau_0)$ . Étant donné que  $\tau_R = nL/c$ , avec  $n$  l'indice de la cavité, nous en déduisons l'expression de  $\tau_0$  en fonction de l'atténuation linéaire du matériau :

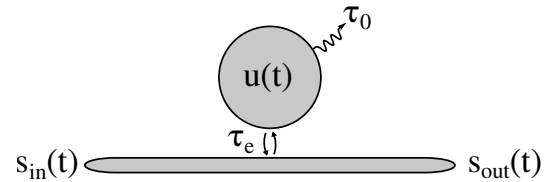
$$\boxed{\tau_0 = \frac{2n}{\alpha_l c}}, \quad (1.53)$$

ce qui permet de relier l'atténuation du champ  $\alpha_l$  au temps de vie  $\tau_0$ . Remarquons que cette relation est indépendante de tout paramètre géométrique de la cavité, le modèle est donc valable quel que soit la géométrie de la cavité.

En vue de réaliser des structures totalement intégrées, il faut nécessairement disposer d'un moyen d'injecter la lumière dans la cavité. Ceci peut être réalisé en ajoutant un guide à côté de la cavité, comme le montre la figure 1.3a où une cavité L5 est couplée à un guide de type W1 [Jamois 2003]. Du point de vue de la cavité, un nouveau terme de pertes est à considérer.



(a) Photo d'une cavité L5 couplée à un guide W1 [Yang 2007].



(b) Modèle d'une cavité couplée à un guide d'accès.

**Figure 1.3** – Photo MEB et représentation du point de vue des modes couplés d'une cavité couplée à un guide d'accès.

C'est pourquoi, le taux de couplage entre la cavité et le guide d'accès sera caractérisé par un temps de vie  $\tau_e$ , appelé temps de vie extrinsèque. L'équation de propagation dans la cavité doit donc tenir compte de  $\tau_e$  ainsi, que de la source  $s_{in}(t)$  incidente [Haus 1983] :

$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0}u(t) - \frac{1}{\tau}u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{in}(t), \quad (1.54)$$

où  $|s_{in}|^2$  est homogène à une puissance, il s'agit donc de la puissance du signal d'entrée. Puisque nous avons décrit les pertes liées au couplage avec le guide d'accès par le temps de vie  $\tau_e$ . Nous pouvons donc exprimer le temps de vie total  $\tau$ , qui représente les pertes globales de la cavité :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e}. \quad (1.55)$$

Le couplage entre la cavité et le guide d'accès peut être modélisé soit par un miroir, dans le cas d'une cavité Fabry-Perot, soit par un coupleur possédant un coefficient de réflexion équivalent (voir annexe A). À chaque fois que l'onde effectue un tour de cavité, une portion de son énergie s'échappe par le miroir de couplage. L'onde est alors atténuée d'un facteur  $R$  égal à la réflectivité du miroir équivalent du coupleur. Dans le modèle des modes couplés, l'atténuation correspondant au passage à travers le coupleur après un tour dans la cavité s'exprime comme :  $\exp(-\tau_R/\tau_e)$ . En raisonnant sur les champs, nous obtenons :  $\exp(-\tau_R/\tau_e) = \sqrt{R}$ , ce qui mène immédiatement à :

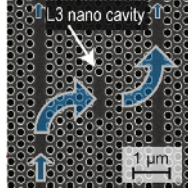
$$\tau_e = \frac{-2\tau_R}{\ln(R)}. \quad (1.56)$$

Nous pouvons également exprimer le champ  $s_{out}(t)$  en sortie du guide [Trebaol 2010] :

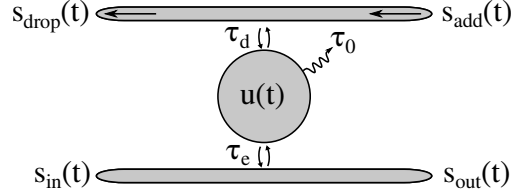
$$s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}u(t). \quad (1.57)$$

Toutes les grandeurs du modèle sont ainsi parfaitement déterminées.

Il existe également des cavités couplées à deux guides d'accès, qui permettent de réaliser des opérations plus complexes de traitement du signal, comme du demultiplexage en longueur d'onde. Une photo MEB d'une cavité L3 couplée à deux guides W1 est présentée sur la figure 1.4a. Son



(a) Photo MEB d'une cavité couplée à deux guides d'accès [Dorfner 2009].



(b) Modèle d'une cavité couplée à deux guides d'accès.

Figure 1.4 – Microcavité couplée à deux guides d'accès.

modèle du point de vue des modes couplés consiste en l'ajout d'un nouveau temps de vie  $\tau_d$  qui représente le couplage entre le second guide et la cavité. Le temps de vie global des photons dans la cavité se voit donc modifié et vaut :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_d}. \quad (1.58)$$

Nous pouvons également exprimer, lorsque  $s_{add}(t)$  est nul, le champ  $s_{drop}$  en sortie du second guide :

$$s_{drop}(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_d}} u(t), \quad (1.59)$$

celui-ci est donc proportionnel au champ intra-cavité.

La description de l'évolution des champ  $u$ ,  $s_{out}$  et  $s_{drop}$  se fait alors à travers les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -i\omega_{res0}u(t) - \frac{1}{\tau}u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{in}(t) \\ s_{out}(t) = -s_{in}(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}u(t) \\ s_{drop}(t) = \sqrt{\frac{2}{\tau_d}}u(t). \end{cases} \quad (1.60)$$

Nous remarquons que ce modèle de cavité est une généralisation des deux précédents. En effet, en faisant tendre  $\tau_d$  vers l'infini, nous retrouvons les équations (1.54) et (1.57) d'une cavité couplée à un seul guide d'accès. De même, si nous faisons tendre à la fois  $\tau_d$  et  $\tau_e$  vers l'infini, nous retrouvons l'équation (1.52) d'une cavité isolée.

Nous nous concentrerons cependant sur la géométrie présentée par la figure 1.5, celle-ci étant suffisamment générale pour être significative et est décrite par un système différentiel moins complexe. Ce modèle sera suffisant pour notre étude.

et

La capacité qu'a une cavité à pouvoir exalter le champ dépend fortement des pertes, et donc des temps de vie énoncés précédemment. La détermination des pertes vues par la cavité passe donc nécessairement par un bilan énergétique, ce que nous détaillons ci-après.

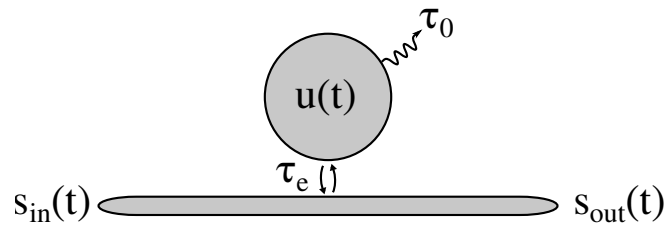


Figure 1.5 – Représentation d'une cavité linéaire couplée à un guide d'accès.

### 1.3.2 Bilan énergétique

Le bilan énergétique se fait à partir de l'équation (1.54) qui régit la dynamique du mode  $u(t)$  dans la cavité et de l'équation (1.57) qui donne l'expression du champ en sortie de guide. À partir de ces expressions, nous pouvons déterminer la puissance en sortie de guide :

$$|s_{out}(t)|^2 = \frac{2}{\tau_e}|u(t)|^2 + \left[ |s_{in}(t)|^2 - \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} (s_{in}^*(t)u(t) + s_{in}(t)u^*(t)) \right],$$

où le premier terme du membre de droite représente une partie du champ intra-cavité circulant à travers le coupleur, et l'expression entre crochets représente la différence entre la puissance incidente et la puissance injectée dans la cavité. Cette dernière décrit un battement entre le champ intra-cavité et le champ incident. En effet, nous pouvons réécrire l'équation sous la forme suivante :

$$|s_{out}(t)|^2 = |s_{in}(t)|^2 + \frac{2}{\tau_e}|u(t)|^2 - 2\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot |u(t)| \cdot |s_{in}(t)| \cdot \cos[\phi_u(t) - \phi_{in}(t)], \quad (1.61)$$

dans laquelle nous voyons clairement apparaître les interférences entre le champ intra-cavité et le champ incident. Le terme  $\phi_u$  représente la phase du champ intracavité, et,  $\phi_{in}$  la phase du champ incident. Le terme en cosinus décrit un phénomène de battement qui se produit lorsqu'il existe un désaccord de phases entre le champ intra-cavité et la fréquence du signal incident.

De la même manière, nous pouvons déterminer l'évolution de l'énergie du mode  $|u(t)|^2$  qui se déduit de l'équation (1.54) :

$$\frac{d|u|^2}{dt} = -\frac{2}{\tau}|u(t)|^2 + 2\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot |u(t)| \cdot |s_{in}(t)| \cdot \cos[\phi_u(t) - \phi_{in}(t)]. \quad (1.62)$$

Le membre de droite de cette expression possède d'une part, un terme de fuite lié aux pertes, d'autre part, le terme source dans lequel apparaissent les interférences entre le champ d'entrée et le mode circulant dans la cavité. Celui-ci représente la portion d'énergie qui se trouve effectivement couplée dans la cavité. Il en découle la puissance totale dissipée par la cavité :

$$P_{diss}(t) = \frac{2}{\tau}|u(t)|^2. \quad (1.63)$$

Cette puissance dissipée par la cavité est une donnée très importante car elle permet de définir son facteur de qualité, directement lié à l'exaltation du champ.

### 1.3.3 Facteur de qualité

Le spectre intra-cavité, de forme lorentzienne, d'un résonateur linéaire possède une bande passante que nous pouvons caractériser par un facteur de qualité. Celui-ci est défini comme suit [Lalanne 2008] :

$$Q = \frac{2\pi \times \text{Énergie stockée}}{\text{Énergie dissipée par cycle}} = \omega_0 \times \frac{\text{Énergie stockée}}{\text{Puissance dissipée}}. \quad (1.64)$$

D'après l'équation (1.63), la puissance « dissipée » est donnée par  $P_{diss}(t) = \frac{2}{\tau}|u(t)|^2$ . Sachant que l'énergie stockée est, par définition,  $|u(t)|^2$ , le facteur de qualité s'exprime, d'après (1.64) :

$$Q = \frac{\omega_0 \tau}{2}. \quad (1.65)$$

Sachant que le temps de vie global,  $\tau$ , est relié aux temps de vie intrinsèque et extrinsèque,  $\tau_0$  et  $\tau_e$ , nous en déduisons les facteurs de qualité intrinsèque et extrinsèque  $Q_0$  et  $Q_e$ , respectivement :

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \tau_0}{2},$$

$$Q_e = \frac{\omega_0 \tau_e}{2},$$

ce qui conduit à la relation :

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}. \quad (1.66)$$

De plus, le temps de vie  $\frac{\tau}{2}$  est directement lié à la largeur spectrale de la résonance lorentzienne de la cavité  $\Delta\omega$ , ce qui conduit à l'expression suivante du facteur de qualité :

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}, \quad (1.67)$$

où  $\Delta\lambda$  représente la largeur spectrale de la résonance exprimée en terme de longueur d'onde.

Puisque le facteur de qualité quantifie directement les pertes du point de vue de la cavité, celui-ci est étroitement lié à l'exaltation du champ. En outre, nous avons également mentionné le fait que le confinement du champ joue un rôle important sur l'exaltation de ses interactions avec le milieu, nous cherchons donc à faire le lien entre le facteur de qualité, le confinement et l'exaltation du champ.

### 1.3.4 Facteur d'exaltation du champ

Le facteur d'exaltation du champ relie la puissance champ intracavité à celle du champ incident. Pour ce faire, nous nous plaçons en régime d'excitation continue et posons  $s_{in} = \sqrt{P_{in}} e^{-i\omega t}$ . L'équation (1.54) devient :

$$U = \frac{\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \sqrt{P_{in}}}{i(\omega - \omega_{res0}) + \frac{1}{\tau}}, \quad (1.68)$$

ce qui, à résonance,  $\omega = \omega_{res0}$ , donne :

$$\frac{|U|^2}{P_{in}} = \frac{2}{\tau_e} \tau^2.$$

Comme la puissance couplée sur un tour de cavité est donnée par

$$P_{cav}(t) = \frac{|u(t)|^2}{\tau_R}, \quad (1.69)$$

nous obtenons le facteur d'exaltation  $\mathcal{M}$ , que nous définissons comme le rapport entre la puissance intracavité et la puissance du champ incident :

$$\mathcal{M} = \frac{P_{cav}}{P_{in}} = \frac{2}{\tau_e} \frac{\tau^2}{\tau_R}. \quad (1.70)$$

Cela démontre que, lorsque le signal excitateur est à résonance, la puissance intracavité est renforcée d'un facteur  $\mathcal{M}$  par rapport à la puissance incidente. Remarquons que  $\mathcal{M}$  peut se réécrire sous la forme suivante [Kippenberg 2004] :

$$\mathcal{M} = \frac{2\lambda}{\pi n_0 L} \frac{Q^2}{Q_e}. \quad (1.71)$$

Cette dernière expression, inversement proportionnelle à la longueur de cavité, démontre clairement l'importance du confinement de la lumière sur le facteur d'exaltation du champ. Pour de faibles pertes intra-cavité, nous avons  $Q \approx Q_e$ ,  $\mathcal{M}$  dépend donc approximativement du rapport  $Q_e/L$ . Ceci nous permet donc de faire le lien entre le facteur de qualité, le confinement du champ et l'exaltation du champ. Nous voyons donc clairement l'intérêt des microcavités pour l'optique non linéaire, dans lesquelles des non-linéarités très élevées sont atteintes pour de faibles puissances de commande.

Dans la suite, nous développerons le modèle des modes couplés en régime non linéaire. Cela nous permettra de disposer des équations qui régissent la dynamique du mode intracavité en régime non linéaire et donc de réaliser des simulations numériques de cette dernière.

## 1.4 Modélisation d'une cavité en régime non linéaire

Nous souhaitons étendre le modèle des modes couplés au régime non linéaire [Dumeige 2005]. À cet effet, nous utilisons la définition générale du modèle afin de l'appliquer aux équations de Maxwell. À partir de ces équations, nous souhaitons dériver une expression de l'évolution de l'énergie du champ intracavité. Les termes de polarisation non linéaire sont introduits dans le modèle en considérant qu'ils agissent de manière perturbative. La démarche est donc similaire à celle que nous avons utilisée pour démontrer l'équation de propagation dans un guide en régime non linéaire.

### 1.4.1 Effet d'une perturbation de la permittivité dans les équations de Maxwell

Le champ électromagnétique  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  est décomposé en une contribution spatiale  $A(\vec{r})$  et une contribution temporelle  $a(t)$ . Nous adoptons la convention  $a(t)e^{-i\omega_0 t} = u(t)$  et afin de satisfaire la définition de la théorie des modes couplés, nous posons :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} a(t) e^{-i\omega_0 t} \vec{e}, \quad (1.72)$$

où  $C_0$  est un facteur de normalisation définit comme :

$$C_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r, \quad (1.73)$$

ce qui permet de définir  $|a(t)|^2 = |u(t)|^2$  comme l'énergie instantanée du mode :

$$|a(t)|^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int \varepsilon(\vec{r}) |\vec{E}(\vec{r}, t)|^2 d^3r. \quad (1.74)$$

En régime linéaire, l'équation de propagation s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2}(\vec{r}, t) \quad (1.75)$$

Le milieu étant considéré comme non dispersif, la polarisation linéaire a pour expression :

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) \sim \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (1.76)$$

nous supposons ici et pour toute la suite que  $\chi^{(1)}$  est un réel. La dépendance en  $\vec{r}$  des tenseurs de susceptibilité, ainsi que des coefficients non linéaires (qui seront exprimés plus tard), est conservée afin de tenir compte de la structuration du matériau. Ainsi, les susceptibilités  $\chi^{(n)}(\vec{r})$  sont égales à  $\chi^{(n)}$  dans le matériau, et nulle dans les trous d'air qui forment la cavité.

L'équation de propagation s'écrit alors :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \vec{0}, \quad (1.77)$$

avec  $\varepsilon(\vec{r}) = 1 + \chi^{(1)}(\vec{r})$ . Nous considérons des ondes planes monochromatiques de pulsation  $\omega_0$ . La dérivée seconde du champ par rapport au temps s'exprime :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} \left[ \frac{d^2 a}{dt^2} - \omega_0^2 a(t) - 2i\omega_0 \frac{da}{dt} \right] e^{-i\omega_0 t} \vec{e}. \quad (1.78)$$

Nous pouvons légitimement effectuer l'approximation de l'enveloppe lentement variable, c'est-à-dire :  $\left| \frac{d^2 a}{dt^2} \right| \ll 2\omega_0 \left| \frac{da}{dt} \right|$ , ce qui mène à :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) \sim -\frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} \left[ \omega_0^2 a(t) + 2i\omega_0 \frac{da}{dt} \right] e^{-i\omega_0 t} \vec{e}. \quad (1.79)$$

En présence d'un terme source de polarisation non linéaire, l'équation de propagation a pour expression :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}(\vec{r}, t), \quad (1.80)$$

équation qui devient, en remplaçant la dérivée seconde par son expression calculée précédemment, et après simplification :

$$\frac{1}{\sqrt{C_0}} a(t) e^{-i\omega_0 t} \left[ \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} A(\vec{r}) \vec{e} + \frac{\omega_0^2 \varepsilon(\vec{r})}{c^2} A(\vec{r}) \vec{e} \right] = -2i \frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \omega_0 \frac{da}{dt} \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} e^{-i\omega_0 t} \vec{e} - \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}(\vec{r}, t). \quad (1.81)$$

Le membre de gauche est nul car le terme entre crochet représente l'équation de propagation en régime linéaire, nous obtenons donc :

$$2i \frac{\varepsilon(\vec{r})}{c^2} \omega_0 \frac{da}{dt} \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} e^{-i\omega_0 t} = \frac{-1}{c^2 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2}(\vec{r}, t). \quad (1.82)$$

De plus, le champ oscillant à la pulsation  $\omega_0$ , en supposant que l'enveloppe de la polarisation varie lentement devant un temps  $\frac{2\pi}{\omega_0}$  et que celle-ci oscille également à  $\omega_0$ , sa dérivée seconde est donnée par :

$$\frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) \sim -\omega_0^2 P_{\text{NL}}(\vec{r}, t) \quad (1.83)$$

En traitant la polarisation comme une perturbation  $\Delta\varepsilon$  de la permittivité, c'est-à-dire :

$$P_{\text{NL}}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \Delta\varepsilon(\vec{r}, t) E(\vec{r}, t), \quad (1.84)$$

nous trouvons, en injectant ce terme dans l'équation (1.82), et après simplification :

$$\varepsilon(\vec{r}) A(\vec{r}) \frac{da}{dt} = i \frac{\omega_0}{2} \Delta\varepsilon(\vec{r}, t) A(\vec{r}) a(t). \quad (1.85)$$

Afin de lever la dépendance spatiale de cette dernière équation, nous intégrons chaque membre sur un volume  $V$  entourant toute la structure dans laquelle le champ électromagnétique est considéré comme non nul. En multipliant les deux membres de cette équation par  $A^*(\vec{r})$  et en intégrant sur le volume  $V$ , nous obtenons :

$$\boxed{\frac{da}{dt} = i \frac{\omega_0}{2} \frac{\int_V \Delta\varepsilon(\vec{r}, t) |A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r} a(t)}. \quad (1.86)$$

Le mode subit en fait une variation de sa pulsation complexe et nous pouvons écrire :

$$\boxed{\frac{da}{dt} = i \Delta\omega(t) a(t)} \quad (1.87)$$

avec [Joannopoulos 2008] :

$$\boxed{\Delta\omega(t) = -\frac{\omega_0}{2} \frac{\int_V \Delta\varepsilon(\vec{r}, t) |A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r}}. \quad (1.88)$$

Toute perturbation induite par un terme de polarisation non linéaire à la pulsation  $\omega_0$  peut donc être modélisée par une variation de la permittivité complexe  $\Delta\varepsilon(\vec{r}, t)$ .

La variation  $\Delta\omega$  de la fréquence instantanée du mode peut être décomposée suivant deux contributions : l'une réelle, correspondant à une variation de l'indice vu par l'onde, et l'autre imaginaire pur, correspondant à une modification des pertes non linéaires :

$$\Delta\omega(t) = -\frac{\omega_0}{n} \Delta n(t) + i \frac{1}{2} \gamma(t). \quad (1.89)$$

De cette façon, le mode perçoit une variation d'indice  $\Delta n$  et voit son temps de vie modifié d'une quantité  $\tau_{\text{NL}} = 2/\gamma$ . Nous séparerons, par la suite, les contributions liées aux effets non linéaires



réfractifs ( $\Delta n(t)$ ) de celles liées aux pertes non linéaires ( $\gamma(t)$ ). Les effets non linéaires réfractifs seront exprimés en terme de variation de l'indice de réfraction par l'équation :

$$\Delta n(t) = \frac{1}{2} \frac{\int_V \Delta \varepsilon(\vec{r}, t) n(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3 r}{\int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3 r}, \quad (1.90)$$

et les pertes non linéaires par une variation de l'inverse du temps de vie des photons  $\gamma$  :

$$\gamma(t) = i\omega_0 \frac{\int_V \Delta \varepsilon(\vec{r}, t) |A(\vec{r})|^2 d^3 r}{\int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3 r}. \quad (1.91)$$

Cependant, une étape intermédiaire est nécessaire au calcul de ces deux variations. Il faut en effet définir des coefficients non linéaires en fonction de la densité volumique d'énergie et non plus de l'intensité. En effet, contrairement à une onde progressive se propageant dans un guide, nous étudions ici le cas d'une onde stationnaire.

#### 1.4.2 Relation entre l'approche énergétique et l'approche en puissance

Lorsque nous avons établi l'équation de propagation dans un guide en régime non linéaire, des coefficients non linéaires  $n_2, \beta_{\text{TPA}}, \dots$  ont été introduits afin de définir les effets non linéaires par rapport à l'intensité de l'onde. Dans le cas présent, nous effectuons une démarche similaire à la différence près que nous raisonnons en terme de densité volumique d'énergie. En effet,  $a(t)$  représente l'énergie du mode et est obtenue en intégrant la densité volumique d'énergie définie par :

$$\mathcal{U}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \varepsilon(\vec{r}) \varepsilon_0 |\mathcal{E}(\vec{r}, t)|^2. \quad (1.92)$$

Il nous faut donc redéfinir les coefficients non linéaires établis précédemment afin que ceux-ci soient compatibles avec cette définition et lient les non-linéarités à la densité volumique d'énergie.

Ce lien peut-être établi en partant des définitions de l'intensité et de la densité volumique d'énergie :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{U}(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \varepsilon(\vec{r}) \varepsilon_0 |\mathcal{E}(\vec{r}, t)|^2 \\ I(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} n(\vec{r}) c \varepsilon_0 |\mathcal{E}(\vec{r}, t)|^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \mathcal{U}(\vec{r}, t) = \frac{n(\vec{r})}{c} I(\vec{r}, t), \quad (1.93)$$

où nous avons utilisé la relation  $n^2 = \varepsilon$  afin de simplifier l'écriture de l'équation. Pour le calcul, nous utilisons l'indice  $n$  du matériau. À partir de la relation  $\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \frac{n}{c} \frac{\partial I}{\partial t}$  et sachant que  $\Delta t = \frac{n}{c} \Delta z$ , nous obtenons :

$$\left( \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = \frac{\partial I}{\partial z} \right). \quad (1.94)$$

Ces deux dernières équations nous permettent de redéfinir les coefficients non linéaires en fonction de la densité volumique d'énergie à partir de ceux définis précédemment dans les équations de propagation non linéaires pour un guide. Le tableau qui suit résume les résultats obtenus lorsque la transformation est effectuée, ainsi que les coefficients non linéaires obtenus.

Nous disposons ainsi des coefficients non linéaires reliant les non-linéarités concernées à la densité volumique d'énergie.

Équation en intensité	Éq. en densité volumique d'énergie	Coeff. NL en intensité	Coeff. NL en densité vol. d'énergie
$\Delta n = n_2 I$	$\Delta n = n'_2 \mathcal{U}$	$n_2$	$n'_2 = \frac{c}{n} n_2$
$\frac{\partial I}{\partial z} = -\beta_{\text{TPA}} I^2$	$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = -\beta'_{\text{TPA}} \mathcal{U}^2$	$\beta_{\text{TPA}}$	$\beta'_{\text{TPA}} = \frac{c^2}{n^2} \beta_{\text{TPA}}$
$\Delta N = \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} I^2 \Delta t$	$\Delta N = \frac{\beta'_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} \mathcal{U}^2 \Delta t$	$\beta_{\text{TPA}}$	$\beta'_{\text{TPA}} = \frac{c^2}{n^2} \beta_{\text{TPA}}$
$\Delta n = \sigma_N N$	$\Delta n = \sigma_N N$	$\sigma_N$	$\sigma_N$
$\frac{\partial I}{\partial z} = -\sigma_A N I$	$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} = -\sigma'_A N \mathcal{U}$	$\sigma_A$	$\sigma'_A = \frac{c}{n} \sigma_A$

**Table 1.1** – Passage des équations non linéaires en intensité au modèle des modes couplés exprimé en densité volumique d'énergie. Les effets non linéaires considérés sont, de haut en bas : l'effet Kerr, l'absorption à deux photons, la génération des porteurs libres, la réfraction des porteurs libres et l'absorption par les porteurs.

### 1.4.3 Polarisation non linéaire d'ordre 3

Nous commençons par étudier les effets non linéaires d'ordre trois et rappelons l'expression de la polarisation non linéaire :

$$\mathcal{P}_{\text{NL}}^{(3)} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\vec{r}) \mathcal{E}(\vec{r}, t) \mathcal{E}^*(\vec{r}, t) \mathcal{E}(\vec{r}, t), \quad (1.95)$$

ce qui donne, en séparant la contribution temporelle et la contribution spatiale du champ, et compte tenu des notations introduites précédemment :

$$\mathcal{P}_{\text{NL}}^{(3)} = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\vec{r}) \frac{|A(\vec{r})|^2}{C_0} \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} |a(t)|^2 a(t) e^{-i\omega_0 t}. \quad (1.96)$$

En dérivant cette dernière équation deux fois par rapport au temps, nous trouvons :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{P}_{\text{NL}}^{(3)}}{\partial t^2} \sim -\omega_0^2 \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)}(\vec{r}) \frac{|A(\vec{r})|^2}{C_0} \frac{A(\vec{r})}{\sqrt{C_0}} |a(t)|^2 a(t) e^{-i\omega_0 t}, \quad (1.97)$$

ce que nous pouvons traduire par une variation de la permittivité donnée par :

$$\Delta \varepsilon(\vec{r}, t) = \frac{3}{4} \chi^{(3)}(\vec{r}) \frac{|A(\vec{r})|^2}{C_0} |a(t)|^2. \quad (1.98)$$

### 1.4.4 Effet Kerr pur

La variation de permittivité induite par un effet Kerr pur s'exprime comme :

$$\Delta \varepsilon(\vec{r}, t) = \frac{3}{4} \Re \left\{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \right\} \frac{|A(\vec{r})|^2}{C_0} |a(t)|^2, \quad (1.99)$$

or, d'après la définition de  $n_2$  et de  $n'_2$  (Tab. 1.1) et en utilisant  $n^2 = \varepsilon$  :

$$\Re \left\{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \right\} = \frac{4}{3} \varepsilon(\vec{r}) c \varepsilon_0 n_2(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad \Re \left\{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \right\} = \frac{4}{3} \varepsilon(\vec{r}) c \varepsilon_0 n'_2(\vec{r}) \frac{n(\vec{r})}{c}. \quad (1.100)$$

La variation d'indice  $\Delta n_{\text{Kerr}}$  associée à l'effet Kerr s'exprime donc :

$$\Delta n_{\text{Kerr}}(t) = \frac{\varepsilon_0 \int_V n'_2(\vec{r}) \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}{2 C_0 \int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r} |a(t)|^2, \quad (1.101)$$

ce qui, en remplaçant  $C_0$  par son expression, et en posant

$$\overline{n'_2} = \frac{\int_V n'_2(\vec{r}) \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}{\int_V \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r} \quad \text{et} \quad V_{\text{Kerr}} = \frac{\left( \int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r \right)^2}{\int_V \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}, \quad (1.102)$$

donne :

$$\Delta n_{\text{Kerr}}(t) = \overline{n'_2} \frac{|a(t)|^2}{V_{\text{Kerr}}}. \quad (1.103)$$

L'expression relativement simple du volume non linéaire associé à l'effet Kerr [Braginsky 1989] résulte des nombreuses hypothèses simplificatrices que nous avons effectuées. En effet, comme l'explique la référence [Tzolov 1995], une expression qui tient compte de l'état de polarisation de l'onde peut être déterminée.

#### 1.4.5 Absorption à deux photons

La variation de permittivité induite par l'absorption à deux photons est alors donnée par :

$$\Delta \varepsilon(\vec{r}, t) = i \frac{3}{4} \text{Im} \{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \} \frac{|A(\vec{r})|^2}{C_0} |a(t)|^2. \quad (1.104)$$

En outre, la susceptibilité non linéaire  $\text{Im} \{ \chi^{(3)} \}$  s'exprime en fonction du paramètre  $\beta_{\text{TPA}}$ ,

$$\text{Im} \{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \} = \frac{2\varepsilon(\vec{r})c^2\varepsilon_0}{3\omega_0} \beta_{\text{TPA}}(\vec{r}) \quad \Rightarrow \quad \text{Im} \{ \chi^{(3)}(\vec{r}) \} = \frac{2\varepsilon^2(\vec{r})\varepsilon_0}{3\omega_0} \beta'_{\text{TPA}}(\vec{r}) \quad (1.105)$$

Nous en déduisons une expression pour le temps de vie  $\tau_{\text{TPA}} = 1/\gamma_{\text{TPA}}$  associé à l'absorption à deux photons :

$$\gamma_{\text{TPA}}(t) = -i \frac{\omega_0}{2} \frac{\varepsilon_0}{\omega_0} \frac{\int_V \beta'_{\text{TPA}}(\vec{r}) \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}{C_0 \int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r}. \quad (1.106)$$

En remplaçant  $C_0$  par son expression (équation (1.73)) et en posant :

$$\overline{\beta'_{\text{TPA}}} = \frac{\int_V \beta'_{\text{TPA}}(\vec{r}) \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}{\int_V \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r} \quad \text{et} \quad V_{\text{TPA}} = \frac{\left( \int_V \varepsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r \right)^2}{\int_V \varepsilon^2(\vec{r}) |A(\vec{r})|^4 d^3r}, \quad (1.107)$$

nous obtenons :

$$\gamma_{\text{TPA}}(t) = \overline{\beta'_{\text{TPA}}} \frac{|a(t)|^2}{V_{\text{TPA}}}. \quad (1.108)$$

### 1.4.6 Réfraction des porteurs libres

La polarisation non linéaire associée à la réfraction des porteurs libres est donnée par :

$$P_{\text{NL}}^{\text{FCR}}(\vec{r}, t) = 2n(\vec{r})\varepsilon_0\sigma_{\text{R}}(\vec{r})N(\vec{r}, t)E(\vec{r}, t), \quad (1.109)$$

ce qui mène à :

$$\Delta\varepsilon(\vec{r}, t) = 2n(\vec{r})\sigma_{\text{R}}(\vec{r})N(\vec{r}, t). \quad (1.110)$$

Nous en déduisons la variation d'indice induite par la présence des porteurs :

$$\Delta n_{\text{FCR}}(t) = \frac{\int_{\text{V}} \sigma_{\text{R}}(\vec{r})N(\vec{r}, t)\varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_{\text{V}} \varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}. \quad (1.111)$$

Nous savons que  $N(\vec{r}, t)$  ne dépend que de  $\beta_{\text{TPA}}(\vec{r})$  et de  $E(\vec{r}, t)$ . Par conséquent, le produit  $\beta_{\text{TPA}}(\vec{r})\sigma_{\text{R}}(\vec{r})$  peut être considéré comme une seule et même variable, la moyenne de leur produit est donc égale au produit de leur moyenne<sup>3</sup>, lorsque nous posons :

$$\overline{\sigma_{\text{R}}} = \frac{\int_{\text{V}} \sigma_{\text{R}}(\vec{r})\varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_{\text{V}} \varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}, \quad (1.112)$$

mène à l'expression suivante :

$$\Delta n_{\text{FCR}}(t) = \overline{\sigma_{\text{R}}}\overline{N}(t), \quad (1.113)$$

avec

$$\overline{N}(t) = \frac{\int_{\text{V}} N(\vec{r}, t)\varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_{\text{V}} \varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}. \quad (1.114)$$

### 1.4.7 Absorption des porteurs libres

La polarisation non linéaire associée à l'absorption des porteurs libres est définie comme :

$$P_{\text{NL}}^{\text{FCA}}(\vec{r}, t) = \frac{ic}{\omega_0}n(\vec{r})\varepsilon_0\sigma_{\text{A}}(\vec{r})N(\vec{r}, t)E(\vec{r}, t), \quad (1.115)$$

ce qui correspond à une variation de permittivité de :

$$\Delta\varepsilon(\vec{r}, t) = \frac{ic}{\omega_0}n(\vec{r})\sigma_{\text{A}}(\vec{r})N(\vec{r}, t) \Rightarrow \Delta\varepsilon(\vec{r}, t) = \frac{i}{\omega_0}n^2(\vec{r})\sigma'_{\text{A}}(\vec{r})N(\vec{r}, t). \quad (1.116)$$

$$\gamma_{\text{FCA}} = -\frac{\int \sigma'_{\text{A}}(\vec{r})N(\vec{r}, t)\varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int \varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r} \quad (1.117)$$

Nous obtenons alors, en posant

$$\overline{\sigma'_{\text{A}}} = \frac{\int_{\text{V}} \sigma'_{\text{A}}(\vec{r})\varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_{\text{V}} \varepsilon(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r}, \quad (1.118)$$

$$\gamma_{\text{FCA}} = \overline{\sigma'_{\text{A}}}\overline{N}(t) \quad (1.119)$$

3. En effet, chacun des deux coefficient est nul dans l'air et constant dans le matériau.

### 1.4.8 Génération des porteurs libres

La densité de porteurs libres est définie, à partir de l'équation (1.45), par :

$$\Delta N(\vec{r}, t) = \frac{\beta_{\text{TPA}}(\vec{r}) I^2(\vec{r}, t)}{2\hbar\omega_0} \Delta t. \quad (1.120)$$

En utilisant l'expression liant l'intensité au champ :

$$I(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} n(\vec{r}) c \varepsilon_0 |\mathcal{E}(\vec{r}, t)|^2, \quad (1.121)$$

nous obtenons :

$$\Delta N(\vec{r}, t) = \frac{\beta'_{\text{TPA}}(\vec{r})}{8\hbar\omega_0} \varepsilon^2(\vec{r}) \varepsilon_0^2 \frac{|\mathcal{A}(\vec{r})|^4}{C_0^2} |a(t)|^4 \Delta t. \quad (1.122)$$

Comme le démontre l'équation (1.114), les effets non linéaires reliés aux porteurs libres dépendent de  $\overline{N}(t)$ . Nous calculons donc  $\overline{N}(t)$  par le biais de l'équation suivante :

$$\overline{\Delta N}(t) = \frac{\int_V \Delta N(\vec{r}, t) \varepsilon(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^2 d^3r}{\int_V \varepsilon(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^2 d^3r} \Delta t. \quad (1.123)$$

Ce qui mène à l'expression suivante :

$$\overline{\Delta N}(t) = \frac{\varepsilon_0^2}{8\hbar\omega_0} \frac{\int_V \beta'_{\text{TPA}}(\vec{r}) \varepsilon^3(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^6 d^3r}{C_0^2 \int_V \varepsilon(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^2 d^3r} |a(t)|^4 \Delta t \quad (1.124)$$

et se développe, lorsque nous remplaçons  $C_0$  par sa valeur, en :

$$\overline{\Delta N}(t) = \frac{1}{2\hbar\omega_0} \frac{\int_V \beta'_{\text{TPA}}(\vec{r}) \varepsilon^3(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^6 d^3r}{\left( \int_V \varepsilon(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^2 d^3r \right)^3} |a(t)|^4 \Delta t. \quad (1.125)$$

La densité de porteurs libres moyennée sur l'espace occupé par le mode est, lorsque nous posons

$$V_{\text{FCR}}^2 = \frac{\left( \int_V \varepsilon(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^2 d^3r \right)^3}{\int_V \varepsilon^3(\vec{r}) |\mathcal{A}(\vec{r})|^6 d^3r}, \quad (1.126)$$

donnée par :

$$\overline{\Delta N}(t) = \frac{\overline{\beta'_{\text{TPA}}}}{2\hbar\omega_0} \frac{|a(t)|^4}{V_{\text{FCR}}^2} \Delta t. \quad (1.127)$$

### 1.4.9 Effets thermiques

Une autre contribution non négligeable aux variations de la fréquence de résonance dans un micro-résonateur vient de l'évacuation des pertes linéaires et non linéaires par effet Joule. Les effets thermiques jouent un rôle très important et ont une influence parfois non négligeable sur la dynamique du champ intra-cavité. L'échauffement de la cavité est effectivement à l'origine d'une variation d'indice du matériau, ce qui, comme l'effet Kerr ou la réfraction des porteurs libres,

provoque une variation de la fréquence de résonance de la cavité. Ainsi, si nous supposons que l'indice du matériau varie selon une loi linéaire en fonction de sa température, nous avons :

$$\Delta n_{th} = \frac{dn}{dT} \Delta T,$$

où  $\frac{dn}{dT}$  est le coefficient thermo-optique du matériau et  $\Delta T$  sa variation de température. Cette dernière n'est évidemment pas instantanée et possède un certain temps de réponse. Puisque cette variation dépend des pertes dans la cavité, nous pouvons écrire :

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{1}{\tau_{th}} \Delta T + \frac{P_{abs}(t)}{\rho_{mat} C_p V_{th}}, \quad (1.128)$$

où  $\rho_{mat}$  représente la densité du matériau,  $C_p$  sa capacité thermique et  $V_{th}$  un volume associé à l'effet thermique. Le temps de vie  $\tau_{th}$  s'exprime comme :

$$\tau_{th} = \frac{\rho_{mat} C_p V_{th}}{\kappa}, \quad (1.129)$$

où  $\kappa$  est la conductivité thermique du matériau.

En remplaçant la puissance absorbée par son expression en fonction des pertes linéaires et non linéaires, nous obtenons :

$$P_{abs}(t) = \left( \frac{2}{\tau} + \frac{2}{\tau_{TPA}(u)} + \frac{2}{\tau_{FCA}(u)} \right) |u(t)|^2, \quad (1.130)$$

avec  $\tau_{TPA} = 1/\gamma_{TPA}$  et  $\tau_{FCA} = 1/\gamma_{FCA}$ . Nous voyons que la variation de fréquence de la résonance est également influencée par les fluctuations thermiques, liées aux pertes, dans la cavité. De plus, cette variation est négative car  $\frac{dn}{dT} < 0$ , elle est donc opposée à la dérive introduite par la réfraction des porteurs libres.

Tous les paramètres régissant la dépendance de la dynamique en fonction des effets thermiques sont maintenant connus théoriquement et utilisables dans le modèle des modes couplés. Cependant, en pratique, certains de ces paramètres sont difficiles à obtenir. Par exemple, le volume thermique  $V_{th}$  ne peut être calculé directement et est souvent estimé à partir des données expérimentales. De même, le temps de vie  $\tau_{th}$  peut être estimé très simplement à partir de données expérimentales [de Rossi 2009].

## 1.4.10 Modèle des modes couplés intégrant les effets non linéaires

### 1.4.10.1 Équations non linéaires

Nous avons déterminé des expressions adaptées au modèle des modes couplés pour des non-linéarités de type Kerr, FCR, TPA et FCA. Le modèle a également été étendu pour tenir compte des effets thermiques. Les expressions développées font intervenir des volumes non linéaires que nous pouvons calculer à l'aide de simulations numériques détaillées en annexe B.

Par la suite, nous négligerons l'impact des effets thermiques, car ceux-ci peuvent en effet être négligés dans les conditions expérimentales présentées dans la suite de ce travail [Prelewitz 1994]. Les effets non linéaires réfractifs entraînent une variation de l'indice de réfraction de la cavité qui modifie la pulsation de résonance suivant l'égalité suivante :

$$\frac{\Delta \omega_{res}(t)}{\omega_{res0}} = -\frac{\Delta n(t)}{n_{eff}}, \quad (1.131)$$

où  $n_{eff} = \sqrt{\int n^2(\vec{r})|A(\vec{r})|^2 d^3r / \int |A(\vec{r})|^2 d^3r}$  est l'indice de réfraction effectif dans la cavité. L'effet Kerr et la réfraction des porteurs libres s'intègrent alors dans le modèle des modes couplés en modifiant directement la pulsation  $\omega_{res0}$  :

$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0} \left( 1 + \frac{\Delta\omega_{res}(t)}{\omega_{res0}} \right) u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \quad (1.132)$$

Connaissant l'expression de la variation d'indice en fonction des différentes non-linéarités, nous sommes à même de compléter notre modèle :

$$\Delta n(t) = \Delta n_{Kerr}(t) + \Delta n_{FCR}(t) = \frac{n'_2}{V_{Kerr}} |u(t)|^2 + \overline{\sigma_R} \overline{N}(t). \quad (1.133)$$

Nous devons également tenir compte des pertes non linéaires. Celles-ci sont introduites dans le modèle en modifiant le temps de vie des photons. Afin d'introduire les pertes par TPA et FCA, nous définissons le temps de vie non linéaire des photons :

$$\frac{2}{\tau_{NL}(u)} = \gamma_{TPA}(u) + \gamma_{FCA}(u) = \frac{\beta'_{TPA}}{V_{TPA}} |a(t)|^2 + \overline{\sigma'_A} \overline{N}(t). \quad (1.134)$$

En l'insérant dans l'expression de l'évolution temporelle du mode, nous obtenons :

$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0} \left( 1 + \frac{\Delta\omega_{res}(t)}{\omega_{res0}} \right) u(t) - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{NL}(u)} \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \quad (1.135)$$

En pratique, les coefficients non linéaires ( $n_2, \beta_{TPA}$ , etc.) sont déterminés par rapport à l'intensité de l'onde, nous ne devons donc pas utiliser les coefficients normalisés par rapport à la densité volumique d'énergie ( $n'_2, \beta'_{TPA}$ , etc.). Afin de tenir compte de la nature impulsionnelle de l'excitation, nous lions la densité volumique d'énergie à l'intensité par l'intermédiaire de la vitesse de groupe de l'onde :

$$I = v_g \mathcal{U} = \frac{c}{n_g} \mathcal{U}, \quad (1.136)$$

contrairement aux calculs menés précédemment qui considéraient l'indice du matériau massif. Grâce à cette relation, nous pouvons relier les coefficients non linéaires de la manière suivante :

$$n_2 = \frac{n'_2}{c} \quad (1.137a)$$

$$\beta_{TPA} = \frac{n^2}{c^2} \beta'_{TPA} \quad (1.137b)$$

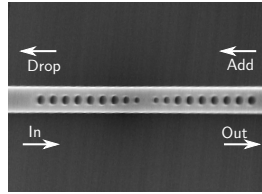
$$\sigma_A = \frac{n}{c} \sigma'_A \quad (1.137c)$$

et ainsi établir les deux équations différentielles du premier ordre couplées qui régissent la dynamique du mode intracavité en régime non linéaire :

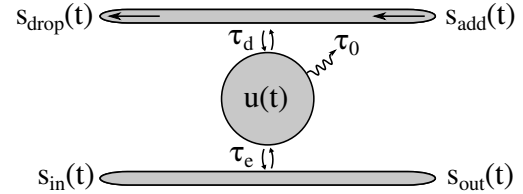
$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -i\omega_{res0} \left( 1 - \frac{n_2 c}{n n_{eff} V_{Kerr}} |u(t)|^2 - \frac{\sigma_R}{n_{eff}} N(t) \right) u(t) \\ &\quad - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\beta_{TPA} c^2}{2n^2 V_{TPA}} |u(t)|^2 + \frac{\sigma_A c}{2n} N(t) \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t). \\ \frac{dN}{dt} &= -\frac{1}{\tau_p} N(t) + \frac{\beta_{TPA}}{2\hbar\omega} \frac{c^2}{n^2 V_{FCR}^2} |u(t)|^4 \end{aligned} \quad (1.138)$$

### 1.4.10.2 Modèle Fabry-Perot non linéaire d'une cavité

Nous étudierons, lors du chapitre 3, des cavités de type Fabry-Perot telle que celle qui est présentée par la figure 1.6a, c'est pourquoi, nous souhaitons établir le modèle des modes couplés non linéaire pour ce type de cavité. En effet, nous devons considérer une cavité à deux guides d'accès, comme le montre le schéma de la figure 1.6b. Étant donné que nous n'utiliserons qu'une



(a) Photo MEB d'une microcavité de type Fabry-Perot.



(b) Schéma équivalent d'une cavité de type Fabry-Perot.

**Figure 1.6** – Photo MEB et représentation schématique d'une cavité de type Fabry-Perot.

seule source, nous aurons toujours  $s_{add} = 0$ . Dans le modèle, les miroirs sont supposés identiques et représentés par un temps de vie  $\tau_e = \tau_d$ . Les équations d'évolution du champ intra-cavité et des porteurs libres s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= i\omega_{res0} \left( 1 - \frac{n_2 c}{n n_{eff} V_{Kerr}} |u(t)|^2 - \frac{\sigma_R}{n_{eff}} N(t) \right) u(t) \\ &\quad - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\beta_{TPA} c^2}{2n^2 V_{TPA}} |u(t)|^2 + \frac{\sigma_{AC}}{2n} N(t) \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t) . \\ \frac{dN}{dt} &= -\frac{1}{\tau_p} N(t) + \frac{\beta_{TPA}}{2\hbar\omega} \frac{c^2}{n^2 V_{FCR}^2} |u(t)|^4 \end{aligned} \quad (1.139)$$

## 1.5 Conclusion

À partir de la description physique de l'interaction lumière-matière dans des matériaux semi-conducteurs, nous avons établi les équations de propagation tenant compte de la polarisation non linéaire du matériau. Nous avons également mis en avant l'effet de localisation se manifestant dans les microstructures photoniques. Cet effet de localisation contribue à l'augmentation des interactions lumière-matière et, par conséquent, mène à une réduction de la puissance requise pour observer des effets non linéaires. Nous nous sommes concentrés sur un type de microstructure particulier : les microcavités. Celles-ci permettent en effet une exaltation considérable des effets de localisation, grâce à leurs facteurs de qualité pouvant atteindre plusieurs milliers ou millions.

Une première étude a permis, à partir des équations de Maxwell, d'établir l'équation de propagation dans un guide non linéaire. En étudiant les non-linéarités séparément, nous avons pu en déduire leur rôle quant à la propagation de l'onde : variation d'indice, pertes non linéaires, etc.

Nous nous sommes ensuite penchés sur le modèle dynamique d'une microcavité linéaire. Puis, à partir des équations de Maxwell, nous avons étendu le modèle aux microcavités non linéaires, en tenant compte de plusieurs effets : l'effet Kerr, l'absorption à deux photons, les effets de porteurs et les effets thermiques.

Ce chapitre nous a donc permis de présenter les notions de base en optique non linéaire et d'introduire un modèle dynamique complet de microcavités non linéaires. Dans le chapitre



suivant, nous allons donc utiliser le modèle des modes couplés afin d'étudier le régime dynamique de microcavités non linéaires en silicium. Cette étude nous permettra de passer en revue certains comportements dynamiques très intéressants. Nous nous intéresserons également à la manière dont nous pouvons contrôler la dynamique du champ intra-cavité afin de contribuer à l'intégration et au contrôle de structures plus complexes, à base de cavités couplées par exemple.

# Microcavités non linéaires en régime dynamique : vers un contrôle cohérent

*Pluralitas non est ponenda sine necessitate. (Guillaume d'Ockham)*

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>40</b>
<b>2.2</b>	<b>Microcavité non linéaire en silicium : étude en régime dynamique</b>	<b>40</b>
2.2.1	Dynamique intra-cavité en régime linéaire sous excitation non transitoire	41
2.2.2	Dynamique non linéaire intra-cavité en régime non transitoire	43
2.2.3	Rôle des pertes non linéaires	44
2.2.4	Rôle des effets non linéaires réfractifs	46
2.2.5	Dynamique non linéaire lors d'une excitation initialement hors résonance	47
<b>2.3</b>	<b>Nécessité d'un contrôle cohérent</b>	<b>49</b>
2.3.1	Contrôle cohérent de transitions atomiques	49
2.3.2	Contrôle cohérent d'une microcavité : principe	50
2.3.3	Modèle simplifié : variation linéaire de l'indice de réfraction	52
<b>2.4</b>	<b>Excitation cohérente d'une microcavité en silicium</b>	<b>54</b>
2.4.1	Dispersion d'une impulsion gaussienne	54
2.4.2	Paramètres de l'impulsion initiale	56
2.4.3	Excitation cohérente de la microcavité	57
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>58</b>

---

## 2.1 Introduction

Au cours de ce chapitre, nous étudierons le rôle des effets non linéaires sur l'évolution du champ intra-cavité. Nous comparerons alors l'allure du champ intracavité en régime linéaire avec le régime dans lequel toutes les non-linéarités sont prises en compte. Cependant, les effets non linéaires agissant conjointement, nous ne pouvons distinguer l'effet de chacune des contributions sur l'enveloppe du champ. C'est pourquoi, afin de discriminer le rôle de chacune des non-linéarités, nous étudierons séparément les termes de pertes non linéaires (TPA et FCA) et les non-linéarités réfractives (Kerr et FCR). Ces deux effets, liés aux parties imaginaire et réelle des tenseurs de susceptibilité seront comparés, ce qui nous permettra de mettre en avant l'impact conséquent des effets non linéaires réfractifs sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans la cavité. Nous verrons notamment que ceux-ci sont le siège d'un effet de battement entre le champ intracavité et l'impulsion incidente [Ioannidis 1988].

Par la suite, nous ferons l'analogie entre la dispersion induite par la réfraction des porteurs libres et la dispersion de transitions atomiques résonantes. Cela nous amènera à considérer l'excitation cohérente de transitions moléculaires et atomiques. L'idée d'appliquer un contrôle cohérent à des microcavités ayant déjà été émise [Sandhu 2010], nous nous appuyerons sur des travaux théoriques, publiés récemment afin de mieux contrôler l'interaction lumière-matière dans une microcavité non linéaire. Les travaux de la référence [Sandhu 2010] se basent sur un modèle très simplifié de cavité (effet Kerr pur uniquement) et traitent de la mise en forme de l'impulsion incidente afin de compenser la dispersion introduite par la résonance de la cavité en régime linéaire uniquement. Dans notre cas, cette approche n'est pas suffisante car l'effet non linéaire réfractif prépondérant est la réfraction induite par les porteurs libres. De plus, contrairement à Sandhu *et. al.*, la mise en forme des impulsions devra être adaptée aux effets non linéaires.

En effet, un modèle simplifié de cavité nous permettra de déterminer préalablement la façon dont nous devons réaliser l'excitation cohérente de la microcavité. La méthode utilisée consistera à mettre en forme la phase spectrale des impulsions et sera détaillée. Puis, des simulations numériques seront réalisées afin de démontrer l'efficacité de notre méthode lorsqu'elle est appliquée à une microcavité modèle en silicium. L'excitation cohérente sera comparée à une excitation par une impulsion limitée par transformée de Fourier et les avantages du contrôle cohérent seront mis en avant.

Ainsi, l'augmentation de l'interaction lumière-matière sera démontrée sous excitation cohérente. Les bases théoriques seront posées et permettront de définir les paramètres nécessaires à la conception d'une expérience visant à démontrer le contrôle cohérent d'une microcavité non linéaire. Celle-ci sera abordée lors du prochain chapitre qui sera dédié à la démonstration expérimentale de l'excitation cohérente d'une microcavité. C'est donc par le biais des calculs et des efforts de modélisation réalisés dans les sections qui suivent, que nous serons à même de comparer théorie et expérience.

## 2.2 Microcavité non linéaire en silicium : étude en régime dynamique

Nous étudions ici l'impact des différents effets non linéaires sur la dynamique du champ intracavité. Dans un premier temps, nous fixerons les paramètres de la cavité modèle que nous utiliserons. Nous conduirons des simulations numériques sur l'évolution temporelle du champ intracavité et comparerons l'exaltation du champ obtenue en régime dynamique à celle que nous pouvons calculer théoriquement pour un régime continu.

Par la suite, nous introduirons les non-linéarités dans le modèle et mettrons en avant leur

rôle sur la dynamique du champ. Afin de déterminer précisément le rôle de chacune des non-linéarités, nous séparerons les contributions liées aux pertes non linéaires de celles induites par les non-linéarités réfractives [Xiao 2012, Xiao 2011b, Xiao 2011a]. Ceci nous permettra de mettre en avant l'importance des effets non linéaires réfractifs, notamment ceux induits par la réfraction des porteurs libres, et ainsi d'en déduire leur rôle sur le couplage de l'impulsion dans la cavité.

Les simulations numériques qui suivent considèrent une impulsion gaussienne en régime non transitoire. Nous parlons de régime transitoire, lorsque la durée de l'impulsion est plus courte que le temps de vie des photons dans la cavité. Dans le cas d'une impulsion limitée par transformée de Fourier, ceci implique également que son spectre est plus large que celui de la résonance lorentzienne de la cavité. Se placer en régime non transitoire signifie donc que la largeur spectrale de l'impulsion est plus faible que celle associée à la résonance de la cavité. En régime linéaire, toutes les composantes spectrales de l'impulsion sont injectées dans la cavité, ce qui se traduit, dans le domaine temporel, par l'absence d'une déformation de l'impulsion. Nous nous attendons donc à ce que le champ intracavité possède une enveloppe quasi-identique à celle de l'impulsion utilisée.

Dans le cas d'une excitation en régime non linéaire, la résonance de la cavité varie au cours du temps. Nous ne pouvons pas définir de régime transitoire d'un point de vue spectral. Nous garderons donc une définition temporelle du régime transitoire, qui est satisfaite lorsque la durée de l'impulsion est plus courte que le temps de vie des photons dans la cavité.

Avant d'aborder l'étude de l'évolution temporelle du mode intra-cavité en régime non linéaire, nous étudions la cavité en régime linéaire. Plus précisément, nous définissons les paramètres d'une cavité linéaire et comparons son facteur d'exaltation du champ à la fois sous une excitation continue et impulsionnelle. Ceci nous sera très utile pour mettre en avant les conséquences d'une excitation en régime non linéaire.

### 2.2.1 Dynamique intra-cavité en régime linéaire sous excitation non transitoire

Nous définissons ici les paramètres géométriques et les temps de vie d'une microcavité modèle linéaire. Dans toute la suite nous ferons l'hypothèse que le matériau utilisé est le silicium dont l'indice de réfraction aux alentours de  $1,5\ \mu\text{m}$  est de  $n_0 = 3,48$ . Nous supposons également que l'indice effectif de la cavité est égal à  $n_0$ . Ceci nous amène à définir une longueur effective  $L_{eff}$  de cavité, dont la notation sera allégée en  $L$ , de  $L_{eff} = 900\ \text{nm}$ , ce qui correspond à une longueur d'onde de résonance de  $1566\ \text{nm}$ . Nous supposons également que les dimensions du profil transverse du mode correspondent à une aire effective de  $S_{eff} = 300 \times 300\ \text{nm}$ . Ceci équivaut à un volume modal de  $0,9(\lambda/n_0)^3$ , parfaitement conforme à ce que nous trouvons dans la littérature [Velha 2006]. Enfin, les temps de vie  $\tau_0$  et  $\tau_e$  sont choisis tels que le vie global des photons soit  $\tau = 11,5\ \text{ps}$ , ce qui correspond à un facteur de qualité de 7 000 environ. Les paramètres de la cavités sont résumés dans le tableau 2.1.

En utilisant ces paramètres ainsi que le facteur  $\mathcal{M}$ , défini dans le premier chapitre, nous sommes à même de déterminer de facteur d'exaltation du champ en régime continu :  $\mathcal{M} = 2 \frac{\tau^2}{\tau_e \tau_R} \approx 1\ 690$ . La puissance intra-cavité est donc théoriquement 1 690 fois plus intense que la puissance incidente. Nous souhaitons vérifier cela en régime impulsionnel. À cet effet, nous définissons une impulsion limitée par transformée de Fourier et dont l'enveloppe est gaussienne. Cette impulsion,  $s_{in}(t)$ , est définie par l'équation :

$$s_{in}(t) = \sqrt{P_p} \exp\left[\frac{-t^2}{2T_p^2}\right] e^{-i\omega_0 t}, \quad t \in ]-\infty, +\infty[, \quad (2.1)$$

Paramètre	Valeur	Description
$L = L_{eff}$	900 nm	Longueur effective de la cavité
$S_{eff}$	$300 \times 300 \text{ nm}^2$	Aire effective du mode
$V$	$0,081 \mu\text{m}^3$	Volume de la cavité ( $S_{eff} \times L$ )
$\tau_0$	49,4 ps	Temps de vie intrinsèque des photons
$\tau_e$	15 ps	Temps de vie extrinsèque des photons
$\tau$	11,5 ps	Temps de vie des photons dans la cavité

Table 2.1 – Paramètres structuels de la microcavité étudiée.

où  $P_p$  est la puissance crête de l'impulsion,  $T_p$  sa largeur temporelle à  $1/e$  et  $\omega_0$  sa pulsation. Nous fixons arbitrairement la puissance crête de l'impulsion à  $P_0 = 23 \text{ mW}$ , sa durée à  $T_p = 1,7\tau$ , ce qui nous permet d'atteindre une énergie subpicojoule égale à  $780 \text{ fJ}$ <sup>1</sup>. L'impulsion, que nous pouvons voir sur la figure 2.1, courbe bleue, est ainsi injectée dans la cavité, à résonance, c'est-à-dire  $\omega_0 = \omega_{res0}$ . L'évolution temporelle du mode intracavité est calculée numériquement à partir du modèle des modes couplés et des méthodes de résolution numériques présentées dans l'annexe C. Sur les figures que nous présentons, l'échelle temporelle est toujours normalisée par rapport à la durée de vie du photon dans la cavité.

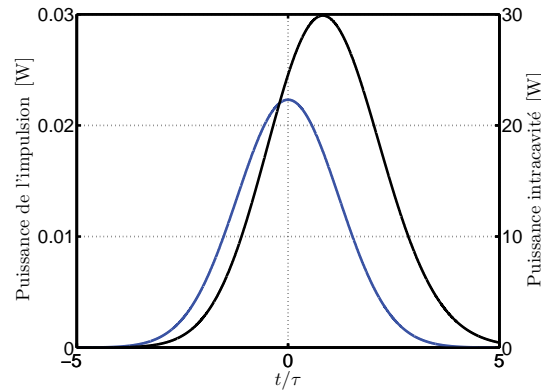


Figure 2.1 – Enveloppe gaussienne de l'impulsion incidente en bleu et enveloppe du champ intracavité en noir.

Nous constatons que la puissance crête du champ intracavité est de l'ordre de 30 W, courbe noire, ce qui est environ 1400 fois plus élevé que la puissance crête de l'impulsion incidente. De plus, son enveloppe est de forme quasi-gaussienne, ce qui témoigne d'un régime non transitoire. Nous notons également un effet de retard de groupe sur l'impulsion intracavité. Celui-ci est lié à l'allure dispersive de la résonance (1.68).

Afin de quantifier précisément l'exaltation du champ dans la cavité, nous devons définir un critère indépendant de la forme de l'impulsion et qui rend compte du rapport entre l'énergie intracavité et celle de l'impulsion. À cet effet, nous introduisons un facteur d'exaltation du champ effectif,  $\mathcal{M}_{eff}$ , défini comme le rapport entre l'énergie totale ayant circulé dans la cavité, appelée

1. Cette valeur est suffisamment élevée pour que, par la suite, des effets non linéaires conséquents soient observables.

énergie stockée, et l'énergie de l'impulsion incidente :

$$\mathcal{M}_{eff} = \frac{\text{Énergie stockée}}{\text{Énergie incidente}} = \frac{\frac{1}{\tau_R} \int_{-\infty}^{+\infty} |u(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |s_{in}(t)|^2 dt}. \quad (2.2)$$

En utilisant cette définition, nous retrouvons une valeur similaire au cas continu calculé théoriquement. En effet, le calcul donne :  $\mathcal{M}_{eff} = 1\,490$ , ce qui n'est pas éloigné des 1690 calculés précédemment. La légère baisse du facteur d'exaltation du champ provient en fait d'un léger filtrage de l'impulsion, caractérisé par une faible déformation de l'impulsion, comme le montre la figure 2.1.

Sous une excitation impulsionnelle, nous observons donc une augmentation d'un facteur 1500 de la puissance crête de l'impulsion grâce à l'effet de localisation. Cela devrait, en théorie, mener à une exaltation conséquente des non-linéarités. Nous proposons de vérifier cela au travers de simulations numériques dans lesquelles tous les effets non linéaires sont inclus.

### 2.2.2 Dynamique non linéaire intra-cavité en régime non transitoire

En utilisant le modèle des modes couplés non linéaire, nous pouvons résoudre l'évolution temporelle du mode dans une cavité non linéaire. Dans les simulations numériques qui suivent, les paramètres non linéaires du silicium seront utilisés. Ceux-ci, tirés de la référence [Barclay 2005], sont listés dans le tableau 2.2. À noter que l'indice de réfraction effectif est toujours considéré

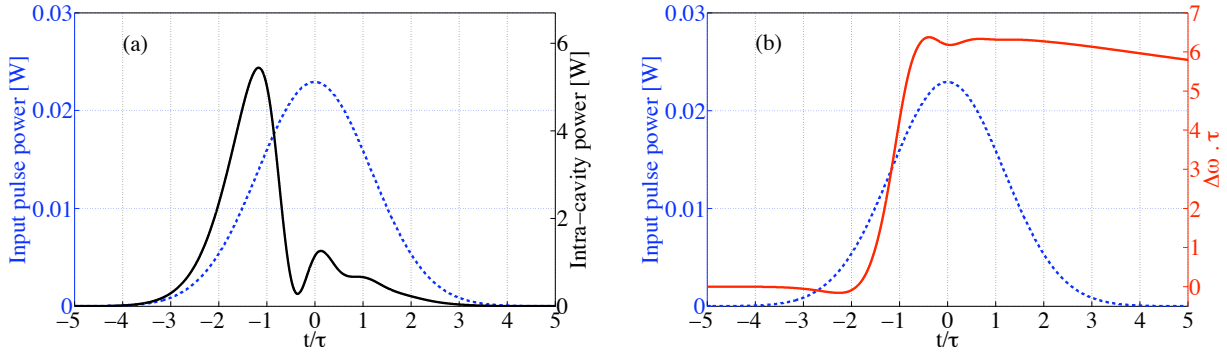
Paramètre	Valeur	Description
$n_2$	$4,410^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$	Coefficient Kerr du silicium
$\beta_{\text{TPA}}$	$8,410^{-12} \text{ m/W}$	Coefficient d'absorption à deux photons
$\sigma_r$	$-1,3410^{-27} \text{ m}^3$	Volume effectif de la réfraction des porteurs libres
$\sigma_a$	$14,510^{-22} \text{ m}^2$	Surface effective d'absorption des porteurs libres

**Table 2.2** – Paramètres non linéaires du silicium. Ces paramètres sont tirés de la référence [Barclay 2005].

comme égal à l'indice de réfraction linéaire du silicium, c'est-à-dire :  $n_0 = 3,48$ . Nous supposons également que tous les volumes non linéaires sont égaux au volume de la cavité :  $V_{\text{Kerr}} = V_{\text{TPA}} = V_{\text{FCR}} = V$ , ce qui n'a que très peu d'incidence sur les effets non linéaires observés, puisque les effets de porteurs libres sont largement prépondérants sur l'effet Kerr et la TPA. Enfin, le temps de vie des porteurs  $\tau_p$  dans la cavité est supposé indépendant de la densité de porteurs libres et égal à 400 ps, conformément à ce qui a été reporté dans les références [Barclay 2005, Almeida 2004c]. Nous disposons alors de tous les paramètres nécessaires à la simulation du régime dynamique du champ intra-cavité à l'aide de l'équation (1.138) des modes couplés en régime non linéaire et de la méthode d'Euler pour la résolution numérique des équations<sup>2</sup>.

Nous conservons la fréquence centrale de l'impulsion égale à la fréquence de résonance de la cavité. Les résultats de la simulation numérique sont tracés sur la figure 2.2. La figure 2.2a présente à la fois l'impulsion d'entrée, en pointillés bleus, et l'évolution temporelle de la puissance du champ intracavité, courbe en noir. Cette dernière montre une baisse soudaine de l'intensité intracavité, à  $t = -\tau$ . Afin d'expliquer cette chute brutale d'intensité, nous traçons, sur la

<sup>2</sup>. Voir annexe C. En règle générale, les simulations numériques ont été réalisées avec la méthode d'Euler. Parfois, la méthode de Runge-Kutta a été utilisée afin de réduire le temps de calcul ou de minimiser les erreurs.



**Figure 2.2** – (a) Impulsion gaussienne d’entrée (courbe bleue), champ intra-cavité subissant le phénomène de battements (en noir). (b) La même impulsion d’entrée (en bleu) et le décalage fréquentiel de la résonance (en rouge).

figure 2.2b courbe rouge, l’évolution dans le temps de la fréquence de résonance de la cavité. L’échelle verticale est normalisée par rapport à  $1/\tau$ , c’est-à-dire la demi-largeur à mi-hauteur de la résonance de la cavité. La largeur de la résonance vaut en effet  $2/\tau$ , ce qui signifie que le décalage spectral non linéaire de la résonance est de trois fois la largeur de la résonance, car, comme le montre la courbe en rouge, celui-ci atteint  $6/\tau$ . Nous notons de plus que ce décalage se produit exactement à l’instant  $t = -\tau$ , ce qui coïncide avec la chute d’intensité dans la cavité évoquée précédemment. La baisse brutale d’intensité dans la cavité est donc directement liée à la dérive de la résonance de la cavité.

Nous observons également, sur la courbe noire de la figure 2.2a, que la baisse d’intensité est suivie de quelques oscillations très peu marquées mais bien présentes. Cela résulte d’un phénomène de battements [Poirson 1997] entre le champ intracavité et le champ incident. Nous pouvons l’expliquer en écrivant l’équation d’évolution temporelle de l’énergie intracavité :

$$\boxed{\frac{d|u(t)|^2}{dt} + 2\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{\text{NL}}(u)}\right)|u(t)|^2 = 2\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot |u(t)| \cdot |s_{\text{in}}(t)| \cdot \cos[\phi_u(t) - \phi_{\text{in}}(t)]}. \quad (2.3)$$

En effet, le terme en cosinus contient la différence de phase entre l’impulsion d’entrée et le champ intra-cavité, ce dernier subissant la phase induite par la variation de la fréquence de résonance.

La variation temporelle de la fréquence de résonance, figure 2.2b courbe en rouge, entraîne donc une détérioration de l’efficacité de couplage de la lumière dans la cavité et est à l’origine du phénomène de battements. Elle est donc également responsable des distorsions observées sur le champ intracavité.

D’autre part, la puissance crête du champ intracavité atteint à peine 6 W, ce qui est cinq fois plus faible qu’en régime linéaire. Le facteur d’exaltation du champ est donc considérablement réduit et nous calculons  $\mathcal{M}_{\text{eff}} = 129$ .

Afin d’identifier l’origine de cette diminution, nous divisons notre approche en deux parties. La première consiste en l’étude de la contribution des pertes non linéaires sur la réduction du facteur d’exaltation du champ. La deuxième tient compte uniquement des effets non linéaires réfractifs afin de déterminer à quel point ceux-ci contribuent à la diminution de l’énergie intra-cavité.

### 2.2.3 Rôle des pertes non linéaires

Nous considérons ici la situation dans laquelle les effets non linéaires réfractifs n’interviennent pas. Seules les pertes non linéaires sont considérées. L’évolution temporelle du champ intra-cavité

est alors décrite par l'équation :

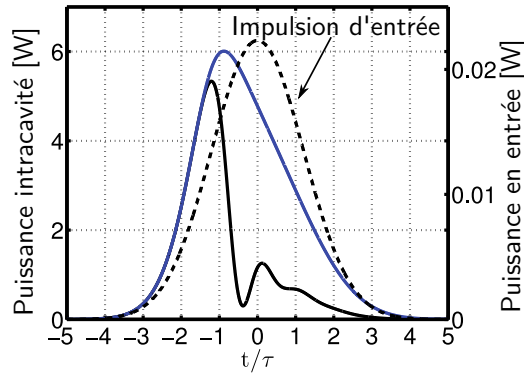
$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0}u(t) - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{NL}(u)}\right)u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{in}(t). \quad (2.4)$$

Les composantes fréquentielles de l'impulsion incidente limitée par transformée de Fourier ne subissent aucune dispersion et sont donc toujours couplées dans la résonance de la cavité. En effet, en l'absence de non-linéarités réfractives la fréquence de résonance  $\omega_{res0}$  de la cavité reste fixe. La fréquence centrale de l'impulsion coïncide donc avec la résonance de la cavité afin de maximiser les interactions lumière-matière. Puisque l'impulsion est toujours à résonance, nous pouvons exprimer l'évolution temporelle de l'énergie intra-cavité en fonction des pertes non linéaires. Nous supposons que la phase du champ intracavité est approximativement égale à celle du champ incident ( $\phi_u \approx \phi_{in}$ ) car il n'y a aucune variation de fréquence induite dans la cavité (pas d'effets non linéaires réfractifs), nous obtenons :

$$\frac{d|u|}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{NL}(u)}\right)|u(t)| + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}|s_{in}(t)|, \quad (2.5)$$

ce qui revient à réécrire l'équation (2.3) en considérant que la phase du champ intracavité  $\phi_u$  est égale à la phase de l'impulsion  $\phi_{in}$ . La fonction obtenue décrit alors l'équation d'un filtre passe-bas, avec une fréquence de coupure variable égale à  $\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_{NL}(u)}$  et une amplitude variable, dépendant de  $\tau_{NL}(u)$ . Nous nous attendons alors à ce que le champ intra-cavité soit une impulsion gaussienne légèrement déformée dont l'intensité crête est réduite par les pertes.

La figure 2.3 présente l'évolution du champ intra-cavité lorsque l'impulsion est initialement à résonance et que tous les effets non linéaires sont considérés (courbe noire, qui est d'ailleurs la même que celle de la figure 2.2a), et lorsque seules les pertes non linéaires agissent (courbe bleue). Dans ce dernier cas, l'impulsion ne subit que très peu de distorsions et la puissance crête du



**Figure 2.3** – Évolution du champ intra-cavité lorsque seules les pertes non linéaires sont considérées (en bleu). Impulsion d'entrée en pointillés. Évolution de la puissance intracavité en noir.

champ intracavité est légèrement plus élevée. Nous calculons un facteur d'exaltation du champ de :

$$\boxed{\mathcal{M}_{eff} = 268}. \quad (2.6)$$

Cette valeur est nettement supérieure à la valeur obtenue pour l'excitation d'une cavité non linéaires lorsque tous les effets non linéaires sont pris en compte et qui n'excède pas alors



$\mathcal{M}_{eff} = 130$ . Nous en déduisons donc que l'effet des pertes non linéaires est certes très élevé, mais qu'il n'explique pas totalement la forte diminution du facteur d'exaltation du champ.

En outre, l'absence de distorsions sur le champ intracavité nous laisse penser que celles-ci sont induites par les effets non linéaires réfractifs, comme nous l'avons suggéré préalablement. C'est pourquoi, par la suite, nous étudions l'impact des effets non linéaires réfractifs seuls sur l'évolution du champ intra-cavité et l'efficacité de couplage de l'impulsion dans la cavité.

### 2.2.4 Rôle des effets non linéaires réfractifs

Nous considérons ici que seuls les effets non linéaires réfractifs opèrent dans la cavité. Le modèle se réduit à celui d'une cavité sans pertes non linéaires, c'est-à-dire :  $1/\tau_{NL} = 0$ . La présence de porteurs libres est considérée, cependant leur impact sur les pertes non linéaires est omis et il en est de même pour les pertes par absorption à deux photons. Le champ intra-cavité obéit donc à l'équation suivante :

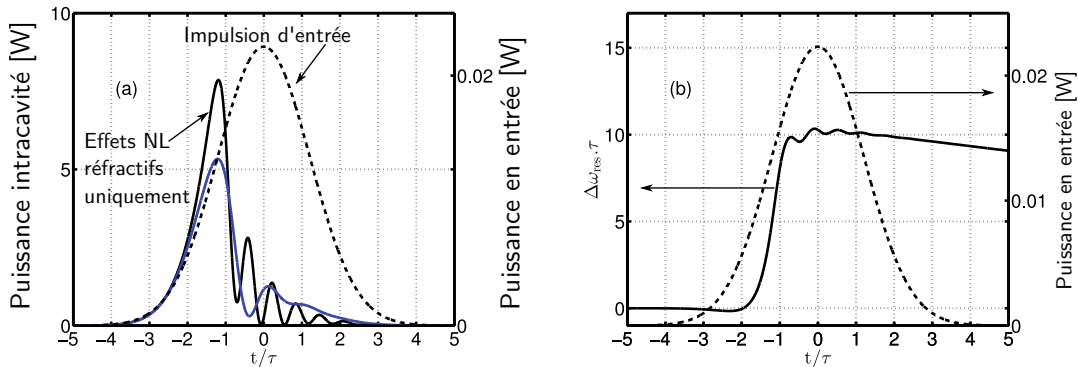
$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0} \left( 1 + \frac{\Delta\omega_{res}(t)}{\omega_{res0}} \right) u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t), \quad (2.7)$$

dont nous pouvons déduire l'expression de l'évolution temporelle de l'énergie intra-cavité :

$$\frac{d|u|^2}{dt} = -\frac{2}{\tau}|u(t)|^2 + 2\sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \cdot |u(t)| \cdot |s_{in}(t)| \cdot \cos[\phi_u(t) - \phi_{in}(t)], \quad (2.8)$$

où la phase  $\phi_{in}(t)$  est constante car l'impulsion est en limite de Fourier. La présence d'effets non linéaires réfractifs provoque une variation non linéaire de la phase  $\phi_u(t)$  du champ intra-cavité, qui mène inévitablement à la déformation de son enveloppe, par l'intermédiaire du terme en cosinus contenu dans l'équation.

Nous comparons, sur la figure 2.4a, l'évolution du champ intra-cavité lorsque toutes les non-linéarités sont considérées, courbe en bleu, et lorsque seuls les effets non linéaires réfractifs agissent, courbe en noir. Dans les deux cas, la fréquence centrale de l'impulsion est confondue avec la résonance de la cavité. Nous constatons que sans les pertes non linéaires, le champ intra-cavité subit beaucoup de distorsions. Les oscillations que nous observons sur l'enveloppe du champ



**Figure 2.4** – (a) Évolution de l'enveloppe du champ intracavité avec (bleu) et sans (noir) pertes non linéaires. (b) Évolution temporelle de la fréquence de résonance de la cavité lorsque les pertes non linéaires ne sont pas considérées.

intracavité sont très marquées car les pertes non linéaires ne les filtrent pas. Elles résultent du

décalage fréquentiel très prononcé de la résonance de la cavité. En effet, nous pouvons voir, sur la figure 2.4b que celui-ci atteint  $10/\tau$ , ce qui implique que les composantes spectrales de l'impulsion ne se trouvent très rapidement plus à résonance, d'où l'apparition d'un battement. Le décalage spectral plus important de la résonance explique également la période plus courte des oscillations, car celui-ci est proportionnel à la différence de phase entre  $s_{in}$  et  $u$ .

Malgré une puissance crête légèrement plus élevée que dans le cas où seules les pertes non linéaires sont traitées, les fortes distorsions dues à la dérive temporelle de la résonance réduisent considérablement le facteur d'exaltation du champ :

$$\boxed{\mathcal{M}_{eff} = 145}. \quad (2.9)$$

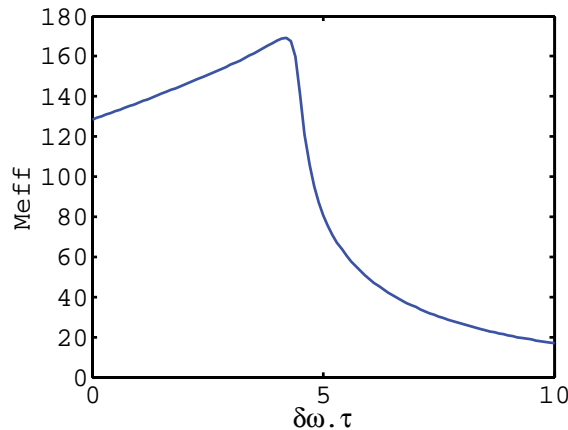
Le rôle de la réfraction des porteurs libres est donc plus important que celui des pertes non linéaires. La différence de phase entre le champ intracavité et l'impulsion incidente augmente très rapidement à mesure que la réfraction par les porteurs libres apparaît. En effet, nous voyons, que celle-ci se produit entre  $-2\tau$  et  $-\tau$ , ce qui correspond au début du front montant de l'impulsion d'entrée. L'impulsion se trouve donc très rapidement hors résonance, ce qui explique le mauvais couplage de la lumière dans la cavité. Un moyen simple de contrecarrer cet effet est d'utiliser une impulsion qui n'est initialement pas résonante avec la cavité, ce que nous détaillons dans la suite.

### 2.2.5 Dynamique non linéaire lors d'une excitation initialement hors résonance

Tous les effets non linéaires sont de nouveau introduits dans le modèle. Nous souhaitons analyser l'efficacité de couplage de l'impulsion incidente en fonction de sa fréquence centrale. Pour cela, nous introduisons le paramètre  $\delta\omega = \omega_0 - \omega_{res0}$  qui traduit la différence entre la fréquence de résonance initiale de la cavité et la fréquence centrale de l'impulsion. L'impulsion  $s_{in}$  est donc définie selon l'équation :

$$s_{in}(t) = \sqrt{P_p} \exp\left[\frac{-t^2}{2T_p^2}\right] e^{-i(\omega_{res0} + \delta\omega)t}. \quad (2.10)$$

Afin de déterminer la valeur optimale de  $\delta\omega$ , nous traçons  $\mathcal{M}_{eff}$  en fonction de  $\delta\omega$ , voir figure 2.5. Nous observons, sur cette courbe, qu'une impulsion initialement à résonance ne représente pas la

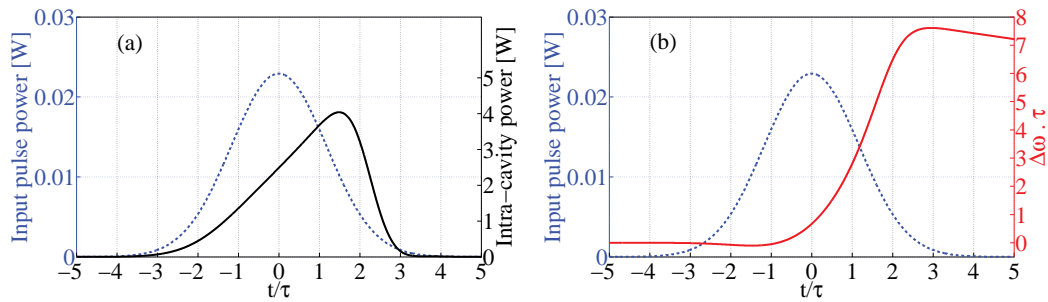


**Figure 2.5** – Évolution du facteur d'exaltation du champ en fonction de la différence entre la fréquence centrale de l'impulsion et celle de la résonance.

situation optimale. Une impulsion initialement décalée vers le bleu, c'est-à-dire dans le même

sens que la dérive de la résonance bénéficie en effet d'un meilleur couplage. L'impulsion présente ainsi plus de composantes spectrales susceptibles d'être couplées dans la résonance de la cavité. Cependant, un trop fort décalage entre la fréquence centrale de l'impulsion et la résonance peut provoquer l'effet inverse car le front montant de cette dernière ne se couple pas efficacement dans la cavité, elle ne peut générer efficacement les effets non linéaires. C'est pourquoi, le facteur d'exaltation du champ possède une valeur maximale pour  $\delta\omega = 4,2/\tau$  et chute brutalement au delà. Le maximum obtenu est ainsi  $\mathcal{M}_{eff} = 169$ , ce qui constitue une légère amélioration par rapport à la valeur de 130 qui est obtenue lorsque  $\delta\omega = 0$ .

Nous observons l'évolution temporelle du champ intracavité lorsque  $\delta\omega$  est optimal, c'est à dire :  $\delta\omega = 4,2/\tau$ . La figure 2.6a, courbe en noir, montre que le champ intra-cavité ne subit plus d'oscillations, cependant, une distorsion est toujours observable. Sous une telle excitation,



**Figure 2.6** – (a) Impulsion gaussienne d'entrée (courbe bleue), champ intra-cavité (en noir). (b) La même impulsion d'entrée (en bleu) et le décalage fréquentiel de la résonance (en rouge). Le désaccord fréquentiel initial a été optimisé numériquement afin de maximiser l'énergie stockée dans la cavité.

l'efficacité de couplage de l'impulsion est améliorée, comme en témoigne la valeur plus élevée du facteur d'exaltation du champ, ce qui implique également une augmentation de la densité de porteurs libres générés et donc un décalage non linéaire de la fréquence de résonance plus important. En effet, celui-ci est supérieur à  $7,5/\tau$ , comme en témoigne la figure 2.6b, courbe en rouge. Nous voyons également, sur cette même courbe, que la forme de la dérive est proche d'une variation linéaire entre deux paliers [Baron 2011]. Ceci explique la valeur optimale de  $\delta\omega$  qui se trouve non loin de la moitié de la dérive maximale de la résonance. En effet, si cette variation était linéaire, la valeur optimale de  $\delta\omega$  serait exactement égale à la moitié de la dérive de la résonance. Nous le démontrerons d'ailleurs plus tard grâce à l'utilisation d'un modèle simplifié de la cavité.

La fréquence de cette analyse démontre une augmentation de l'énergie couplée dans une microcavité lorsque l'impulsion est initialement hors résonance. Avec une impulsion initialement à résonance, les effets non linéaires réfractifs induisent rapidement un désaccord fréquentiel entre l'impulsion et la résonance de la cavité. Seul le front montant de l'impulsion est couplé efficacement. Lorsqu'un désaccord fréquentiel initial est introduit, le couplage est optimisé de façon à obtenir un facteur d'exaltation maximal, il est alors optimal au niveau du maximum de l'impulsion. L'énergie couplée dans la cavité est par conséquent plus élevée. Nous mettons alors clairement en évidence le rôle que joue cette propriété de l'impulsion d'entrée sur la dynamique du champ intra-cavité en régime non linéaire. Nous cherchons cependant à améliorer cette situation en jouant sur d'autres paramètres de l'impulsion. Cette approche nous amène à considérer la technique du contrôle cohérent, qui résulte en un moyen de contrôler l'interaction lumière-matière en modifiant la forme temporelle de l'excitation.

## 2.3 Nécessité d'un contrôle cohérent

Les études menées précédemment ont mis en avant les problèmes causés par la présence d'effets non linéaires dans la cavité. Ceux-ci tendent en effet à réduire l'effet d'exaltation du champ recherché et à limiter l'interaction lumière-matière. De surcroît, ils induisent une distorsion de l'impulsion qui circule dans la cavité. Nous cherchons donc un moyen de compenser l'impact négatif des effets non linéaires réfractifs. Nous avons déjà mis en évidence le rôle de la fréquence centrale de l'impulsion dans la dynamique du champ intracavité, ce qui constitue un premier paramètre de l'impulsion. De ce fait, notre objectif est de rechercher si d'autres paramètres pourraient entrer en jeu et conduire à une augmentation du facteur d'exaltation tout en permettant de conserver la forme de l'impulsion incidente. Comme le suggère l'équation (2.8), la phase  $\phi_{in}$  du champ incident peut non seulement avoir un effet considérable sur la conservation de la forme de l'impulsion, mais aussi permettre une augmentation de l'interaction lumière-matière. Contrôler ce paramètre pourrait être une solution très intéressante pour mieux maîtriser la dynamique du champ intracavité. Dans le domaine de la physique atomique, le fait d'adapter la phase ou l'enveloppe de l'impulsion à une transition résonante afin de contrôler l'interaction lumière-matière s'appelle : « le contrôle cohérent », nous nous en inspirons donc par la suite.

### 2.3.1 Contrôle cohérent de transitions atomiques

Le contrôle cohérent de transitions atomique peut-être défini comme la façon de manipuler directement l'état quantique d'un système sous l'action d'une impulsion brève de forme temporelle appropriée. L'interaction entre le système atomique et une impulsion peut déclencher plusieurs effets, comme des oscillations de Rabi, des transitoires cohérents, etc. Des travaux théoriques et expérimentaux ont permis de démontrer qu'une manipulation de l'enveloppe ainsi que de la phase des impulsions permet de contrôler l'évolution temporelle des états excités lors de transitions atomiques [Degert 2002, Chatel 2005, Weber 2010]. Par exemple, l'annulation de l'absorption à deux photons par une impulsion femtoseconde mise en forme a été démontrée dans [Meshulach 1998]. Notons également qu'une mise en forme à la fois sur la phase et l'intensité de l'onde peut permettre, a contrario, d'exalter l'absorption à deux photons résonante d'un facteur 7 dans le rubidium [Dudovich 2001]. Dans cette référence, les auteurs mettent en évidence le fait que l'absorption à deux photons résonante n'est pas optimale lorsqu'une impulsion limitée par transformée de Fourier est utilisée pour l'excitation. Celle-ci induit en effet des interférences destructives dues à la dispersion intrinsèque de la résonance excitée en régime transitoire. Afin de maximiser la probabilité de transition, il faut alors appliquer à l'impulsion une phase permettant de compenser la dispersion de la résonance atomique. La méthode utilisée dans la référence [Dudovich 2001] consiste à imprimer un saut de phase de  $\pi/2$  à l'impulsion centré sur la résonance.

En s'inspirant de ce dernier exemple, certains travaux théoriques récents ont déjà étendu ce type de contrôle cohérent à des microcavités [Sandhu 2010, Kristensen 2011]. La mise en forme de la phase d'une impulsion afin de compenser la dispersion intrinsèque de la résonance d'une cavité lorsque celle-ci est excitée en régime transitoire a ainsi été mise en évidence théoriquement. Ces travaux ont d'ailleurs été publiés après le début de cette thèse. Nous nous en sommes inspiré et les avons très largement complétés afin de les rendre compatibles avec le modèle d'une cavité non linéaire en silicium [Oden 2013].

Afin de bien comprendre le cheminement de notre réflexion, nous présentons la méthode utilisée par Sandhu *et. al.* qui illustre l'intérêt du contrôle cohérent d'une microcavité linéaire.

### 2.3.2 Contrôle cohérent d'une microcavité : principe

Dans leur publication, Sandhu *et. al.* [Sandhu 2010] ont démontré théoriquement que le contrôle cohérent pouvait s'appliquer aux microcavités pour renforcer une non-linéarité régie par un effet Kerr pur. Ils considèrent dans un premier temps une microcavité linéaire, décrite par l'équation

$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0}u(t) - \frac{1}{\tau}u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{in}(t), \quad (2.11)$$

et dont le champ intra-cavité obéit à l'équation :

$$u(t) = \mathcal{F}^{-1} \left[ \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} \frac{S_{in}(\omega)}{-i(\omega - \omega_{res0}) + \frac{1}{\tau}} \right], \quad (2.12)$$

où  $S_{in}(\omega) = \mathcal{F}[s_{in}(t)]$ ,  $\mathcal{F}$  représentant l'opérateur de la transformée de Fourier. Autour de la pulsation de résonance  $\omega_{res0}$ , le signe de la partie imaginaire du dénominateur s'inverse, ce qui correspond à un saut de phase de  $\pi$ . En régime transitoire les fréquences du spectre de l'impulsion centrées sur la résonance subissent un saut de phase de  $\pi$  ce qui implique inévitablement des interférences destructives entre le champ intracavité et l'impulsion. La dispersion des fréquences autour de la résonance se manifeste particulièrement en régime transitoire et modifie inévitablement le couplage de la lumière dans la cavité. Afin de mieux comprendre ce phénomène, nous exprimons la phase du dénominateur de l'équation (2.12) :

$$\phi(\omega) = \arg[-i(\omega - \omega_{res0}) + 1/\tau]. \quad (2.13)$$

L'approche utilisée dans Sandhu *et. al.* consiste à imposer une phase spectrale à l'impulsion couplée dans la cavité. En choisissant cette phase égale à  $\phi(\omega)$ , la phase induite par la résonance, le champ intra-cavité interfère de manière constructive avec l'impulsion d'entrée, car la phase induite par la dispersion de la résonance est identique à celle que possède l'impulsion. L'allure de la phase spectrale appliquée à l'impulsion d'entrée est montrée sur la figure 2.7.

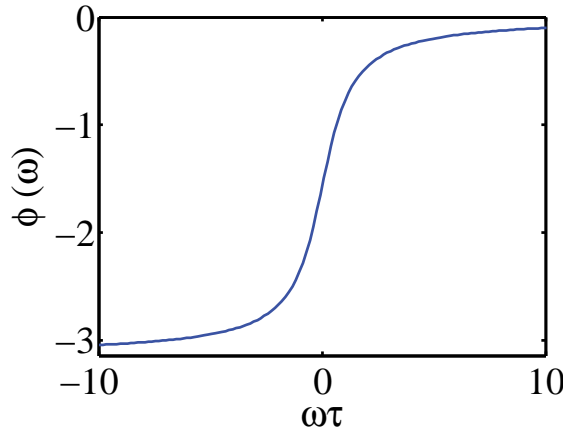
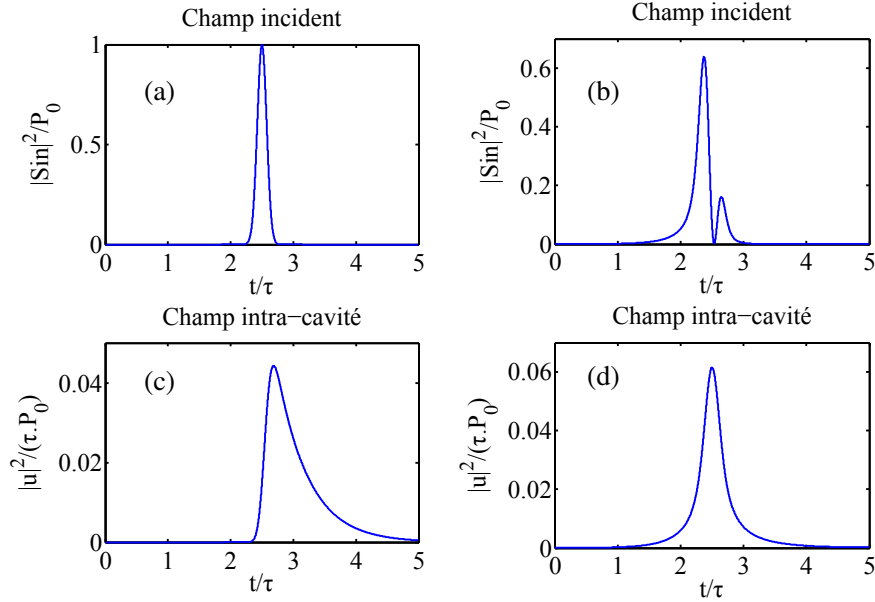


Figure 2.7 – Allure de la phase spectrale autour de la résonance.

Afin de valider cette idée, nous utilisons les paramètres de la cavité étudiée dans la référence [Sandhu 2010]. L'impulsion d'entrée est donc définie par une impulsion gaussienne limitée par transformée de Fourier  $s_{in}(t)$  à laquelle un terme de phase spectrale  $\phi(\omega)$  est appliqué :

$$s_{in[mise\ en\ forme]}(t) = \mathcal{F}^{-1} [S_{in}(\omega) e^{i\phi(\omega)}], \quad (2.14)$$

L'énergie de l'impulsion est alors exactement la même que celle contenue dans l'impulsion initiale  $s_{in}(t)$  qui ne possède pas de terme de phase. Nous utilisons le modèle des modes couplés pour une cavité linéaire afin de réaliser les simulations numériques de ce type d'excitation. Les figures 2.8a et 2.8b montrent les allures temporelles de l'impulsion gaussienne limitée par transformée de Fourier et de l'impulsion mise en forme, respectivement. L'impulsion gaussienne limitée par



**Figure 2.8** – Excitation (a), (c) de la cavité par une impulsion gaussienne. Excitation (b), (d) de la cavité par une impulsion mise en phase spectralement.

transformée de Fourier est plus courte que le temps vie des photons dans la cavité, l'excitation est donc en régime transitoire. La forme de l'impulsion mise en forme est en revanche non gaussienne et s'annule à l'instant où le saut de phase se produit. Les composantes de l'impulsion qui étaient censées interférer de manière destructive avec le champ intracavité sont donc inexistantes. Les figures 2.8c et 2.8d, quant à elles, montrent les puissances intracavité pour les deux excitations mentionnées précédemment. Nous observons, sous l'excitation gaussienne, une décroissance exponentielle, de durée  $\tau$ , qui caractérise la réponse de la cavité en régime transitoire. En revanche, la réponse à l'excitation cohérente présente une enveloppe totalement symétrique et dont la puissance crête est plus élevée. La puissance crête du champ intracavité et son énergie sont plus élevées car les interférences entre le champ intracavité et l'impulsion sont maintenant constructives.

En utilisant ce contrôle cohérent et en y ajoutant un effet Kerr pur, Sandhu *et. al.* ont démontré que cette mise en phase de l'impulsion permet d'abaisser le seuil de bistabilité de la cavité. L'énergie nécessaire pour faire basculer le système est alors 1,5 fois plus faible, l'impulsion étant mieux couplée dans la cavité.

Cette méthode est équivalente au contrôle de transitoires atomiques et permet, lorsqu'elle est appliquée à un microresonateur, d'améliorer l'efficacité de couplage d'une impulsion. Cependant, comme nous l'avons vu lors de l'étude de la dynamique intra-cavité en régime transitoire, l'énergie n'est pas couplée efficacement dans une cavité non linéaire en semiconducteur lorsque nous considérons également les effets liés à la présence de porteurs libres. C'est pourquoi, nous souhaitons appliquer ce même principe à une cavité non linéaire semiconductrice, incluant toutes

les non-linéarités, en régime quasi-permanent. Notre objectif est de compenser la dispersion induite par les effets non linéaires réfractifs et non la dispersion intrinsèque de la résonance.

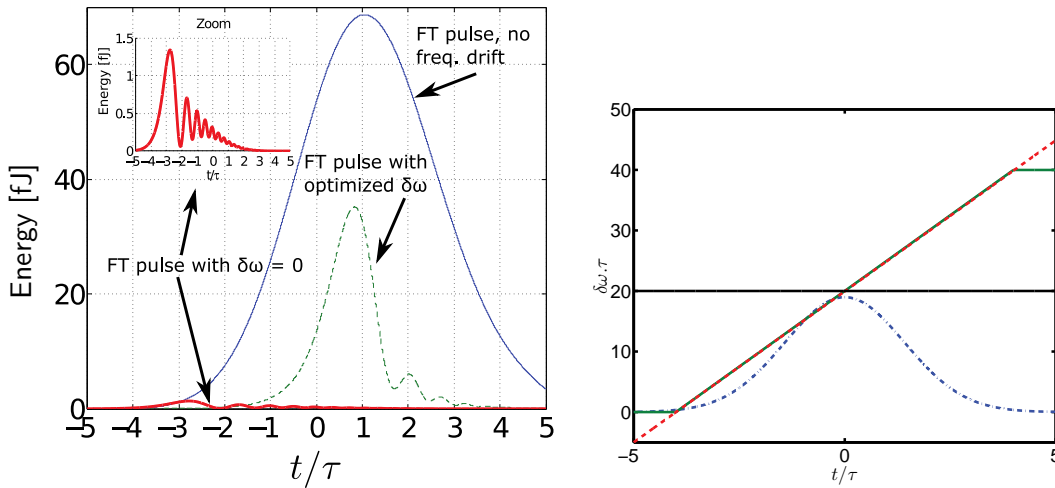
Néanmoins, en vue de comprendre plus précisément les mécanismes physiques mis en jeu, nous commençons par étudier un système simplifié : une microcavité linéaire dont l'indice de réfraction varie linéairement. En effet, nous avons constaté, dans le cas d'une non-linéarité induite par les porteurs libres, que la dérive de la résonance était proche d'une variation linéaire entre deux paliers. Mieux comprendre l'effet de cette dérive à travers un modèle simplifié pourrait nous permettre de déterminer la forme de l'impulsion qu'il faudra choisir pour appliquer un contrôle cohérent à la cavité.

### 2.3.3 Modèle simplifié : variation linéaire de l'indice de réfraction

Nous étudions ici une microcavité linéaire dont la fréquence de résonance varie linéairement dans le temps (cette variation pourrait être induite par exemple par un effet électro-optique [Daniel 2011]). L'évolution temporelle du mode résonant est donc décrite par :

$$\frac{du}{dt} = -i\omega_{res0} \left( 1 + \frac{\Delta\omega_{res}(t)}{\omega_{res0}} \right) u(t) - \frac{1}{\tau} u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t), \quad (2.15)$$

où la résonance évolue dans le temps et dévie de sa fréquence initiale  $\omega_{res0}$  selon la fonction  $\Delta\omega_{res}(t)$ . Nous fixons arbitrairement la variation linéaire de la fréquence de résonance de la cavité de sorte que celle-ci subisse une dérive totale de  $40/\tau$  (c'est-à-dire 20 fois la largeur à mi-hauteur de la résonance) sur une durée de  $8\tau$ , voir figure 2.9b, ce qui correspond à une variation linéaire de la fréquence de résonance dont la pente vaut  $5/\tau^2$ . Une impulsion dont la fréquence centrale est confondue avec la résonance de la cavité ne peut donc être couplée dans la cavité, comme le montre la courbe rouge de la figure 2.9a. La résonance dérive en effet très



**Figure 2.9** – (a) Évolution du champ intracavité lorsque l'impulsion est initialement à résonance (courbe rouge), lorsque le décalage spectral entre la fréquence de résonance et l'impulsion est optimisé (en vert), et lorsqu'une dérive de fréquence linéaire est appliquée à l'impulsion (en bleu). (b) Fréquence instantanée de la résonance (en vert), fréquence instantanée de l'impulsion en rouge, et valeur de  $\delta\omega$  en noir.

rapidement de son état initial, le peu de champ couplé dans la cavité subit une variation de phase très importante et interfère de manière destructive avec l'impulsion incidente. La présence de battements sur l'enveloppe du champ intra-cavité met clairement en évidence ce phénomène. Le

couplage résonant d'une impulsion dans une cavité dont l'indice de réfraction varie dans le temps n'est donc clairement pas optimal. Par conséquent, nous pouvons introduire un désaccord  $\delta\omega$  entre la fréquence centrale de l'impulsion et la résonance. Dans le cas présent, la valeur optimale de  $\delta\omega$  est évidente. En effet, la symétrie de l'impulsion et la variation d'indice montrent que la valeur optimale se trouve exactement à la moitié de la variation de la résonance, c'est-à-dire :  $\delta\omega = 20/\tau$ , comme le montre la figure 2.9b. Cette configuration permet à l'impulsion d'être couplée dans la cavité, comme en témoigne la courbe verte de la figure 2.9a, sur laquelle apparaît le champ intracavité en vert. Une distorsion de l'impulsion ainsi que la présence de battements persiste cependant.

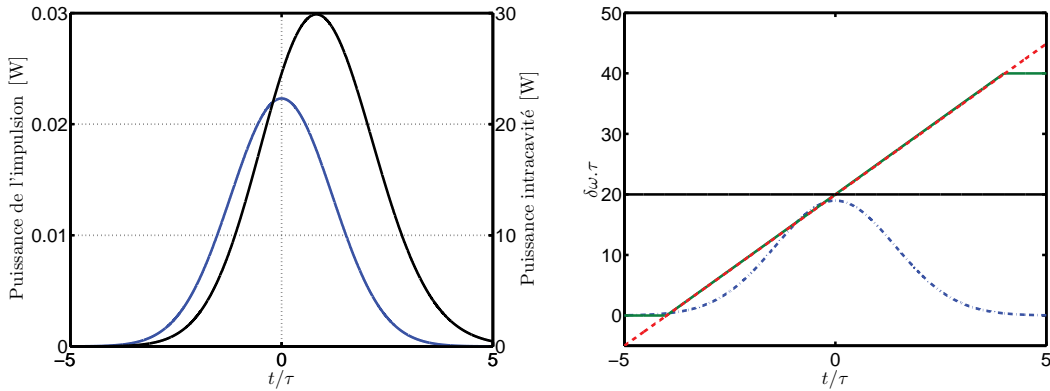
Nous proposons de compenser la dérive de fréquence de la résonance de la cavité en imposant dans un premier temps une phase temporelle à l'impulsion. Celle-ci doit être adaptée à la dérive de la résonance, c'est pourquoi nous choisissons une fréquence instantanée qui varie linéairement dans le temps, ce qui se traduit par une phase temporelle quadratique. L'expression temporelle de l'impulsion devient :

$$s_{in}(t) = \sqrt{P_0} \exp\left[\frac{-t^2}{2T_p^2}\right] e^{-i(\omega_{reso} + \delta\omega)t} e^{-i\frac{1}{2}\alpha t^2}. \quad (2.16)$$

Afin de réaliser une excitation cohérente, la pente  $\alpha$  associée à la dérive de la fréquence instantanée de l'impulsion doit être adaptée à la dérive de la résonance :

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\tau}{40} \times 8\tau = \tau^2/5. \quad (2.17)$$

De cette manière, l'impulsion est parfaitement couplée dans la cavité, et tout se passe comme si la variation d'indice n'avait pas lieu<sup>3</sup>, comme le montre la courbe bleue de la figure 2.10a. Cela



**Figure 2.10** – (a) Impulsion incidente (en vert) dont la fréquence instantanée varie linéairement et impulsion intracavité (en bleu) sous cette même excitation. (b) Fréquence instantanée de la résonance (en vert), fréquence instantanée de l'impulsion en rouge, et valeur de  $\delta\omega$  en noir.

est rendu possible par le fait que la fréquence instantanée de l'impulsion, courbe rouge de la figure 2.10b, suit parfaitement la dérive de la résonance, courbe en vert, durant la quasi totalité de l'excitation.

Nous avons donc démontré ici l'importance de la phase de l'impulsion pour son couplage dans une cavité dont l'indice de réfraction varie au cours du temps. Le choix d'une phase adaptée à la dispersion subie par le champ intra-cavité permet de maintenir une interférence constructive

3. Nous retrouvons en fait la même évolution que dans une cavité linéaire sans variation d'indice, voir figure 2.1.



avec l'impulsion incidente et le champ intra-cavité. Cela démontre que le contrôle cohérent peut être appliqué à une cavité dont l'indice varie au cours du temps, quelle que soit l'allure de cette variation.

Nous devons cependant l'adapter à la situation dans laquelle la variation d'indice est induite par l'impulsion elle-même, ce qui a pour effet de rendre plus complexe l'allure de la variation de la résonance. Nous conserverons cependant l'approximation linéaire de la variation de la résonance et déterminerons si cela est suffisant pour réaliser une excitation cohérente.

## 2.4 Excitation cohérente d'une microcavité en silicium

Les études de la dynamique du champ intra-cavité menées dans les sections précédentes ont mis en évidence que l'allure de la dérive de la fréquence de résonance de la cavité s'approche d'une fonction quasi linéaire. Sous une excitation gaussienne de courte durée par rapport au temps de vie des porteurs libres, ceux-ci s'accumulent effectivement dans la cavité. La variation d'indice ainsi obtenue s'approche d'une fonction qui varie linéairement entre deux paliers et devient comparable à ce que nous avons étudié dans la section précédente. Nous choisissons alors d'approcher la dérive non linéaire de la résonance par une fonction linéaire. Nous devons donc utiliser une impulsion dont l'enveloppe est gaussienne mais dont la fréquence  $\Delta\omega_{in}(t)$  varie linéairement au cours du temps. Ainsi, si l'approximation est efficace, l'impulsion à dérive de fréquence devrait interférer constructivement avec le champ intra-cavité.

### 2.4.1 Dispersion d'une impulsion gaussienne

La méthode utilisée pour obtenir une impulsion à dérive de fréquence est détaillée afin d'en déterminer les paramètres et de réaliser l'excitation cohérente d'une microcavité. Nous partons d'une impulsion gaussienne initiale  $s_{initiale}(t)$  définie par

$$s_{initiale}(t) = \sqrt{P_0} \exp\left[\frac{-t^2}{2T_0^2}\right] e^{i(\omega_{res0} + \delta\omega)t}. \quad (2.18)$$

Afin de lui imprimer une dérive linéaire à sa fréquence instantanée, cette impulsion traverse un milieu dispersif, voir figure 2.11, pour donner une impulsion mise en forme  $s_{shaped}(t)$ . Lors de

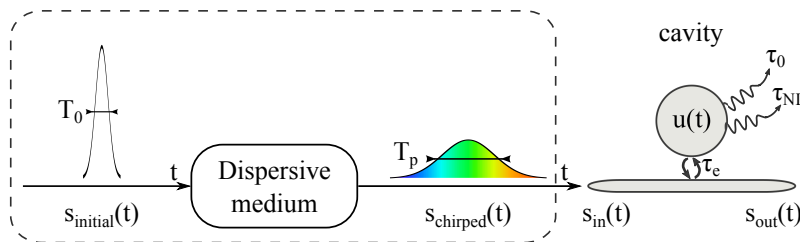


Figure 2.11 – Représentation schématique de l'excitation cohérente de la microcavité.

la traversée de l'impulsion dans le milieu dispersif sans pertes, les composantes spectrales de l'impulsion  $s_{initiale}$  subissent un déphasage  $\varphi(\omega)$  [Siegman 1986]. Pour un milieu matériel dispersif de la longueur  $L$ , et d'indice de réfraction  $n(\omega)$ , nous avons immédiatement  $\varphi(\omega) = \frac{n(\omega)\omega L}{c}$ . Nous obtenons alors :

$$S_{shaped}(\omega) = S_{initiale}(\omega)e^{i\varphi(\omega)}, \quad (2.19)$$

où  $S_{shaped}(\omega) = \mathcal{F}[s_{shaped}(t)]$  et  $S_{initiale}(\omega) = \mathcal{F}[s_{initiale}(t)]$ . Lorsque la largeur spectrale de l'impulsion initiale est faible devant sa fréquence centrale, et loin de toute bande d'absorption, nous pouvons effectuer un développement en série de Taylor de la phase spectrale autour de  $\omega_0$  :

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \Delta\omega \cdot \left. \frac{d\varphi}{d\omega} \right|_{\omega_0} + \frac{\Delta\omega^2}{2} \cdot \left. \frac{d^2\varphi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} + \frac{\Delta\omega^3}{6} \cdot \left. \frac{d^3\varphi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta\omega^n}{n!} \left. \frac{d^n\varphi}{d\omega^n} \right|_{\omega_0}, \quad (2.20)$$

où  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ . Dans toute la suite, nous posons  $\varphi^{(n)} = \left. \frac{d^n\varphi}{d\omega^n} \right|_{\omega_0}$ . Alors que, dans le développement en série de Taylor de la phase spectrale,  $\varphi(\omega_0)$  correspond à un changement de la phase initiale de l'impulsion,  $\varphi^{(1)}$  correspond à un délai de propagation, aussi appelé temps de groupe. Nous négligeons les effets de  $\varphi(\omega_0)$  et  $\varphi^{(1)}$  sur la propagation de l'impulsion dans le milieu dispersif, car  $\varphi^{(1)}$  peut être considéré comme un retard pur, ce qui n'a pas d'influence ici. De plus, nous supposons pour le moment, que les ordres supérieurs à  $\Delta\omega^3 \cdot \varphi^{(3)}$  sont négligeables dans le milieu dispersif considéré. L'impulsion dispersée s'exprime alors à partir des deux équations précédentes comme :

$$S_{shaped}(\omega) = S_{initiale}(\omega) \exp\left[i\frac{1}{2}\Delta\omega^2 \cdot \varphi^{(2)}\right]. \quad (2.21)$$

La transformée de Fourier de l'impulsion initiale étant donnée par :

$$S_{initiale}(\omega) = \sqrt{P_0} T_0 \exp\left[-\Delta\omega^2 \cdot \frac{T_0^2}{2}\right], \quad (2.22)$$

l'évolution temporelle de  $s_{shaped}(t)$  est ainsi donnée par l'équation

$$s_{shaped}(t) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\sqrt{P_0} T_0 \exp\left[-\Delta\omega^2 \cdot \frac{T_0^2}{2}\right] \cdot \exp\left[i\frac{1}{2}\Delta\omega^2 \cdot \varphi^{(2)}\right]\right\}, \quad (2.23)$$

dont la solution est :

$$s_{shaped}(t) = \sqrt{P_0} \frac{T_0}{|T|} \exp\left[-\frac{t^2}{2T^2}\right], \quad (2.24)$$

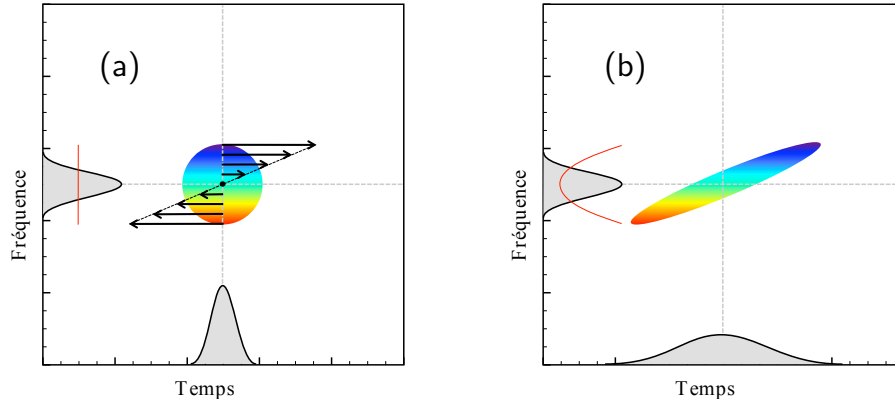
avec  $T$  le nombre complexe tel que  $T^2 = T_0^2 + i\varphi^{(2)}$ . En posant  $\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_p^2} + i\alpha$ , nous obtenons

$$T_p = T_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi^{(2)}}{T_0^2}\right)^2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\varphi^{(2)}}{T_0^4 + \varphi^{(2)^2}}, \quad (2.25)$$

l'impulsion injectée dans la cavité prend alors la forme suivante :

$$s_{in}(t) = \sqrt{\frac{T_0}{T_p}} P_0 \exp\left[-\frac{t^2}{2T_p^2} - i\frac{1}{2}\alpha t^2\right] e^{-i(\omega_{res0} + \delta\omega)t}. \quad (2.26)$$

Nous obtenons alors une impulsion dont la phase instantanée est quadratique, ce qui correspond bien à une dérive linéaire de sa fréquence instantanée. Pour mieux comprendre ce phénomène de dispersion à l'ordre deux, nous pouvons représenter l'impulsion dans le domaine temps-fréquence, c'est-à-dire en traçant son spectrogramme, comme illustré par la figure 2.12. La dispersion de l'impulsion  $s_{initiale}(t)$  est équivalent à un étalement dans le domaine temporel [Walmsley 2001], ce qui signifie que la durée de  $s_{shaped}(t)$  est plus élevée et son amplitude plus faible que celle de



**Figure 2.12** – (a) Représentation temps-fréquence d’une impulsion limitée par transformée de Fourier. (b) Représentation temps-fréquence d’une impulsion à dérive linéaire de fréquence (crédits [Morin 2010]).

$s_{initiale}(t)$ , par conservation de l’énergie [Renault 2006]. D’autre part, le spectre de l’impulsion est conservé, il est donc le même pour les impulsions  $s_{initiale}(t)$  et  $s_{shaped}(t)$ .

L’expression (2.26) permet de remonter à la fréquence instantanée de l’impulsion mise en forme :

$$\boxed{\omega_{in}(t) = \alpha t + \delta\omega + \omega_{res0}}, \quad (2.27)$$

son évolution est linéaire en fonction du temps et nous disposons de deux paramètres ajustables, à savoir, la pente  $\alpha$ , liée à  $\phi^{(2)}$  et la fréquence initiale  $\delta\omega$ .

### 2.4.2 Paramètres de l’impulsion initiale

Tout d’abord, nous devons déterminer les paramètres  $P_0$ ,  $T_0$  et  $\delta\omega$  de l’impulsion initiale, ainsi que la dispersion  $\phi^{(2)}$  nécessaire à réaliser une excitation cohérente de la cavité. Afin de disposer d’une impulsion dont l’énergie est la même que celle qui a été utilisée au début de ce chapitre, nous souhaitons avoir une impulsion dispersée dont la puissance crête est de 23 mW et la durée de  $T_p = 1,7 \tau$  après passage dans le milieu dispersif. En utilisant l’équation (2.25), et en supposant que le chirp sera élevé, c’est-à-dire  $\phi^{(2)} \gg T_0^2$ , nous obtenons :

$$T_p \approx \frac{|\phi^{(2)}|}{T_0}, \quad \text{et} \quad \alpha \approx \frac{1}{\phi^{(2)}}. \quad (2.28)$$

Comme nous avons estimé que sans effets non linéaires réfractifs le décalage non linéaire de la résonance serait d’environ  $\Delta\omega_{res} = 20/\tau$ , nous pouvons attendre le même ordre de grandeur sous excitation cohérente. Cela signifie que la pente de la dérive de fréquence de l’impulsion doit être, afin de suivre la résonance et en considérant que la variation dure environ  $2T_p$ , donnée par :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega_{res}}{2T_p} = \frac{10}{T_p \tau}, \quad (2.29)$$

ce dont nous pouvons, à partir des équation précédentes, déduire la durée  $T_0$  de l’impulsion initiale :

$$\boxed{T_0 = \frac{1}{|\alpha|T_p} = \frac{\tau}{10}}. \quad (2.30)$$

Nous en déduisons immédiatement la valeur de  $\phi^{(2)}$ , donnée par le produit  $T_0 T_p$ , sachant que  $T_p = 1,7\tau$  :

$$\phi^{(2)} = 0,17\tau^2 = 22 \text{ ps}^2. \quad (2.31)$$

Nous confirmons par la même occasion que  $\phi^{(2)} \gg T_0^2$ .

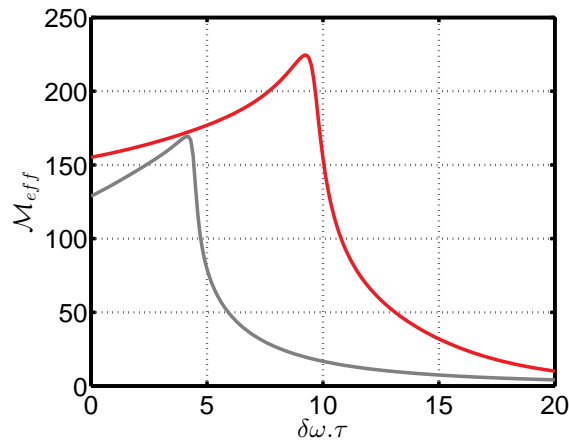
Les paramètres ainsi calculés permettent de disposer d'une impulsion dont la durée  $T_p$  est égale à celle de l'impulsion utilisée précédemment, et dont la phase approche au mieux la dispersion subie par le champ intra-cavité suite aux effets non linéaires réfractifs. Il nous reste donc à déterminer la puissance crête de l'impulsion initiale, afin de s'assurer que l'énergie de l'impulsion soit également identique à celle utilisée précédemment. D'après l'équation (2.26), la puissance crête de l'impulsion initiale est simplement donnée par le produit du rapport entre les durées des impulsions dispersées,  $T_p$ , et initiale,  $T_0$ , et de la puissance crête de l'impulsion dispersée, qui est de 23 mW, ce qui donne :

$$P_0 = \frac{T_p}{T_0} \times 23 \text{ mW} = 381 \text{ mW}. \quad (2.32)$$

Les paramètres de l'impulsion initiale ainsi que ceux du milieu dispersif sont donc parfaitement connus, à l'exception de  $\delta\omega$ . Nous pouvons donc réaliser l'excitation cohérente de la microcavité et observer son efficacité en fonction de ce dernier paramètre.

### 2.4.3 Excitation cohérente de la microcavité

En nous référant à l'étude concernant le modèle simplifié, la fréquence centrale de l'impulsion doit être décalée d'environ la moitié du décalage non linéaire de la résonance. La valeur optimale de  $\delta\omega$  est alors attendue aux alentours de  $10/\tau$ . En vue de valider cette attente, le facteur d'exaltation du champ est calculé en fonction de  $\delta\omega$  qui varie de 0 à  $20/\tau$ , voir figure 2.13, courbe en gris pour une excitation limitée par transformée de Fourier, et courbe en rouge pour une excitation cohérente.

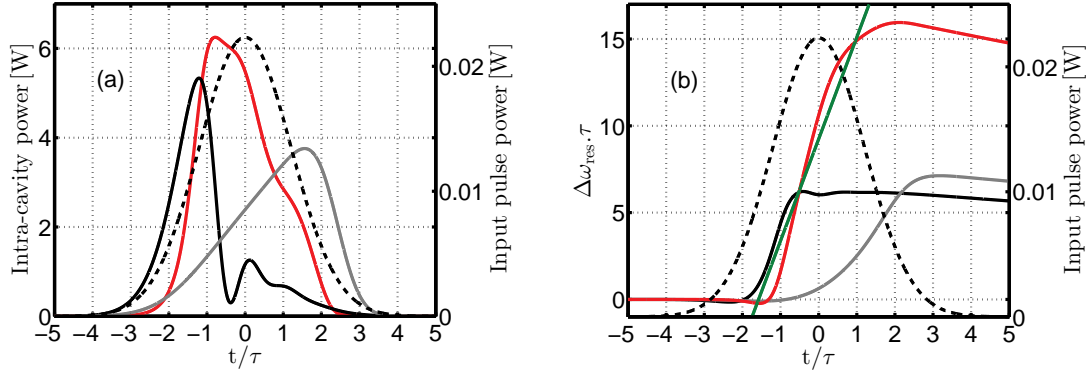


**Figure 2.13** – Évolution du facteur d'exaltation du champ pour une impulsion limitée par transformée de Fourier (en gris) et sous une excitation cohérente (en rouge).

Comme nous l'attendions, dans les deux cas, la valeur optimale de  $\delta\omega$  correspond à environ la moitié du décalage spectral total de la résonance. En effet, l'excitation par une impulsion limitée par transformée de Fourier donnait un décalage de  $10/\tau$  environ. Nous notons des facteurs

d'exaltation du champ de l'ordre 220 pour l'excitation cohérente et 170 pour l'excitation par impulsion limitée par transformée de Fourier.

Les figures 2.14 montrent les champs intra-cavité obtenus pour les excitations considérées. Dans le cas de l'excitation par une impulsion limitée par transformée de Fourier, le champ



(a) Évolution temporelle du champ sous différentes excitations. (b) Dérives de la résonance associées aux différentes excitations.

**Figure 2.14** – Évolutions de l'enveloppe du champ intracavité (a) et dérivées associées de la résonance (b). En noir : une excitation résonante limitée par transformée de Fourier. En gris : la même impulsion mais avec  $\delta\omega$  optimisé numériquement. En rouge : le résultat pour une excitation cohérente, avec, sur la figure (b) en vert, la dérive de fréquence de l'impulsion.

intracavité présente des oscillations, courbe en noir de la figure 2.14a, lorsque  $\delta\omega = 0$ . Le décalage spectral associé est à peine supérieur à  $5/\tau$ , figure 2.14b, courbe en noir. Après optimisation de  $\delta\omega$ , les oscillations du champ intra-cavité disparaissent car la phase de l'impulsion compense en partie les interférences destructives entre le champ intra-cavité et l'impulsion. Le décalage spectral de la résonance est alors légèrement supérieur et vaut environ  $8/\tau$ , courbe en gris. Dans ce second cas, le facteur d'exaltation du champ atteint la valeur de  $\mathcal{M}_{eff} = 170$ .

Lors d'une excitation cohérente, l'enveloppe du champ intracavité est très proche d'une allure gaussienne, comme le montre la courbe en rouge sur la figure 2.14a, et l'impulsion ne subit presque aucune distorsion. De plus, l'augmentation du facteur d'exaltation du champ induit une exaltation des effets non linéaires, comme en atteste la plus forte dérive de la résonance. Celle-ci atteint la valeur de  $16/\tau$ , figure 2.14b, courbe en rouge. Cette augmentation est directement proportionnelle à la densité de porteurs générée dans la cavité et démontre le renforcement des non-linéarités dans la cavité. Nous validons également l'accord entre la dérive de fréquence de l'impulsion qui suit la dérive temporelle de la résonance, la courbe verte étant en très bon accord avec cette dernière. Nous calculons alors le facteur d'exaltation associé et trouvons  $\mathcal{M}_{eff} = 225$ .

Le contrôle cohérent d'une microcavité modèle dans laquelle toutes les non-linéarités sont prises en compte est alors démontré théoriquement. L'accord entre la dérive de la résonance et la fréquence instantanée de l'impulsion permet d'atteindre un facteur d'exaltation du champ proche de celui que nous avons obtenu en ne considérant que les pertes non linéaires. En effet, lorsque les non-linéarités réfractives étaient omises du modèle, nous trouvions  $\mathcal{M}_{eff} = 268$ .

Les calculs menés jusqu'alors ont été effectués avec un modèle simplifié dans lequel les volumes non linéaires ont été supposés égaux au volume de la cavité. De même, les indices de groupe et effectif étaient supposés égaux à l'indice du matériau. Dans une microcavité à cristal photonique, ces hypothèses ne sont plus vérifiées et il faut tenir compte de la structuration du milieu.

## 2.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons étudié une microcavité modèle en régime non linéaire. Par l'intermédiaire du modèle des modes couplés, nous avons étudié les non-linéarités réfractives et les pertes non linéaires séparément. Cela nous a amenés à mettre en évidence le rôle de chacune de ces non-linéarités, et nous sommes arrivés à la conclusion que leur impact sur la diminution de l'énergie stockée est essentiellement imputable à la réfraction non linéaire induite par les porteurs libres.

En nous basant sur des études récentes traitant du contrôle cohérent, nous avons proposé une solution, consistant en une mise en forme de la phase spectrale de l'impulsion, permettant de contrecarrer l'effet de battement dû à la réfraction des porteurs libres. Un modèle simplifié nous a permis de déterminer l'allure de la phase spectrale à imposer à l'impulsion d'excitation afin d'augmenter son interaction avec le milieu intracavité. Après avoir posé et déterminé les différents paramètres d'une impulsion à dérive de fréquence adaptée à la dérive non linéaire de la résonance, nous avons résolu les équations des modes couplés. Ceci a mené à la détermination des paramètres de l'impulsion nécessaires à la réalisation d'une expérience de contrôle cohérent.

Lors du prochain chapitre, nous tiendrons compte des dernières simulations pour réaliser un étireur d'impulsions et ainsi mettre en œuvre expérimentalement l'excitation cohérente de la microcavité. Les paramètres déterminés ici seront donc indispensables à la conception du montage.



# Excitation cohérente de microcavités non linéaires en silicium sur isolant

*Anything in life worth having is worth working for. (Andrew Carnegie)*

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>62</b>
<b>3.2</b>	<b>Mise en forme d'impulsions à l'aide d'un étireur à réseau unique</b>	<b>62</b>
3.2.1	Principe	62
3.2.2	Propriétés de la source laser	63
3.2.3	Dispersion introduite par deux réseaux de diffraction	64
3.2.4	Étireur d'impulsions à réseau unique	66
3.2.5	Caractéristiques du réseau de diffraction	68
3.2.6	Caractérisation de l'étireur	70
<b>3.3</b>	<b>Effets non linéaires dans un nanoguide de silicium</b>	<b>75</b>
3.3.1	Dispositif expérimental	76
3.3.2	Évolution de l'injection en fonction de la dispersion	77
3.3.3	Caractérisation linéaire du guide	77
3.3.4	Absorption à deux photons	79
3.3.5	Effet Kerr et élargissement spectral	82
3.3.6	Effets non linéaires dans le nanoguide excité par une impulsion de 4 nm	85
3.3.7	Conclusion	86
<b>3.4</b>	<b>Simulations numériques de la microcavité</b>	<b>86</b>
3.4.1	Principe du miroir de Bragg	87
3.4.2	Propriétés de la microcavité	88
3.4.3	Simulations FDTD	89
3.4.4	Méthode a-FMM	91
<b>3.5</b>	<b>Caractérisation en régime linéaire et non linéaire de la microcavité</b>	<b>92</b>
3.5.1	Propriétés de l'impulsion incidente	92
3.5.2	Propriétés de la microcavité en régime linéaire	93
3.5.3	Simulations en régime de dynamique non linéaire de la microcavité	94
3.5.4	Étude de la microcavité en régime non linéaire	97
<b>3.6</b>	<b>Excitation cohérente de la microcavité</b>	<b>97</b>
3.6.1	Comparaison des spectres transmis sous trois régimes d'excitation différents	100
3.6.2	Évolution du spectre transmis en fonction de la puissance d'entrée	102
3.6.3	Influence de la longueur d'onde centrale de l'impulsion sur le spectre transmis	104
3.6.4	Réduction de la puissance en entrée pour un décalage spectral donné	105
3.6.5	Conclusion	107
<b>3.7</b>	<b>Conception, caractérisation et contrôle cohérent de microcavités en silicium</b>	<b>107</b>
3.7.1	Simulations FDTD et a-FMM des microcavités	108
3.7.2	Fabrication des microcavités	110
3.7.3	Caractérisation de l'échantillon fabriqué	111
3.7.4	Excitation cohérente des microcavités fabriquées	112
<b>3.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>116</b>

---



### 3.1 Introduction

Au cours de ce chapitre, nous présenterons les résultats expérimentaux sur le contrôle cohérent de plusieurs microcavités en silicium sur isolant. L'excitation cohérente nécessite, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, d'avoir un contrôle sur la phase spectrale des impulsions. Pour ce faire, la conception d'un montage permettant la mise en forme des impulsions est nécessaire. C'est pourquoi, nous avons choisi de réaliser un étireur d'impulsion à réseau unique [Martinez 1987]. Ce type de montage utilise un réseau de diffraction couplé à un système afocal qui permet de mettre en forme, à la fois en phase et en intensité, le spectre de l'impulsion.

L'utilisation d'un étireur d'impulsions permet d'exploiter la dispersion angulaire introduite par le réseau de diffraction [Treacy 1969] afin de générer des impulsions à dérive de fréquence, indispensables à la réalisation de l'excitation cohérente des microcavités étudiées dans cette thèse. Dans le cas d'une dérive de fréquence linéaire, l'allure de la phase dans le domaine temporel est alors parabolique et peut prendre un signe négatif ou positif.

L'étude, dans un premier temps théorique, de l'étireur d'impulsions donne les ordres de grandeur en terme de largeur spectrale et de dispersion accessibles par ce montage. Par la suite, l'étireur a été conçu et caractérisé afin de valider les prédictions théoriques. Une étude préalable des non-linéarités dans un nanoguide de silicium a permis de valider le montage et de quantifier la puissance disponible à l'intérieur du guide, ce qui s'avère être indispensable car nous ne pouvons pas estimer avec précision la puissance injectée dans les cavités.

L'échantillon utilisé a été fabriqué en 2006 et nous a été fourni par Philippe Lalanne dans le cadre d'une collaboration avec le LP2N - Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences. Il comporte plusieurs microcavités dont les propriétés sont très différentes. En particulier, une cavité, dont la résonance centrée en 1583 nm et le facteur de qualité supérieur à 8000, correspond aux critères que nous recherchons pour la réalisation de l'excitation cohérente. Après l'avoir caractérisée en régime linéaire, nous avons donc étudié cette cavité en régime non linéaire et sous excitation cohérente. L'efficacité de ce type d'excitation est discutée et analysée en fonction des différents paramètres mis en jeu. Au cours de notre étude, nous avons utilisé le modèle des modes couplés établi dans le premier chapitre, afin de donner une meilleure interprétation des résultats expérimentaux. En particulier, cela nous a été indispensable pour confirmer l'exaltation des non-linéarités induites par les porteurs libres lors d'une excitation par une impulsion à dérive de fréquence positive.

À la fin de ce chapitre, nous présentons des méthodes de simulations numériques permettant de concevoir d'autres microcavités. Cette thèse a en effet donné lieu à la conception de cavités, dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut d'Électronique Fondamentale (IEF). Nous présentons alors les cavités qui ont été fabriquées à l'IEF et les analysons en régime linéaire afin de valider les simulations numériques. Certaines de ces cavités ont également été étudiées en régime non linéaire et sous contrôle cohérent.

### 3.2 Mise en forme d'impulsions à l'aide d'un étireur à réseau unique

#### 3.2.1 Principe

Nous souhaitons réaliser un étireur d'impulsions afin de générer des impulsions à dérive de fréquence. Cet élément, schématisé sur la figure 3.1, permet de disposer d'une dispersion réglable,  $\phi^{(2)}$ , pouvant prendre un signe positif ou négatif. Les caractéristiques des impulsions délivrées

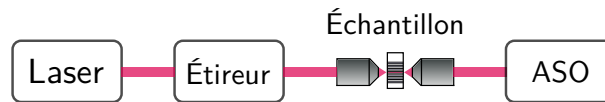


Figure 3.1 – Schéma de principe du montage.

par l'étireur doivent donc impérativement être compatibles avec celles effectuées lors du chapitre précédent. Ceci implique que la longueur d'onde centrale des impulsions en sortie de l'étireur doit être ajustable sur quelques nanomètres autour de la résonance de la cavité, ce qui, lors du chapitre précédent, correspondait à l'ajustement du paramètre  $\delta\omega$  (la différence entre la fréquence centrale de l'impulsion et la résonance de la cavité en régime linéaire). De même, les impulsions en sortie de l'étireur doivent posséder une largeur spectrale de  $20/\tau$  environ, soit 2 nm ( $\tau$  représente le temps de vie des photons dans la cavité). En plus de disposer d'un paramètre de dispersion  $\phi^{(2)}$  ajustable de  $+20 \text{ ps}^2$  à  $-20 \text{ ps}^2$  (valeurs traitées dans le second chapitre), nous devons donc également avoir un contrôle sur la largeur spectrale de l'impulsion et de sa longueur d'onde centrale.

Nous proposons de répondre à ces exigences en utilisant un laser large bande, délivrant des impulsions femtoseconde. Le spectre des impulsions étant beaucoup plus large que les 2 nm nécessaires, nous proposons d'utiliser l'étireur d'impulsion afin de filtrer le spectre du laser, à l'aide du dispositif de lames de filtrage [Walmsley 2001]. Cette partie du système sera détaillée dans la suite et nous verrons que cela permet à la fois un contrôle sur la longueur d'onde centrale de l'impulsion et sur sa largeur spectrale.

Un dernier paramètre, et non des moindres, est la puissance nécessaire en sortie de l'étireur pour obtenir les effets non linéaires escomptés après injection des impulsions ainsi mises en forme dans des nanoguides. Nous avons vu, dans le chapitre précédent, qu'afin d'atteindre une densité de porteurs libres suffisante, une énergie de l'ordre d'une picojoule est nécessaire. Cela signifie, en admettant un taux de couplage de l'ordre de 3% entre la sortie de l'étireur et la cavité [Kroeger 2010b], que l'énergie de l'impulsions en sortie de l'étireur doit être de l'ordre de 30 pJ.

### 3.2.2 Propriétés de la source laser

Le laser utilisé est un oscillateur à fibre dopée Erbium dont les impulsions émises à la cadence de  $49,39 \text{ MHz}$ <sup>1</sup> fournissent une puissance moyenne de 20 mW. Le spectre de l'oscillateur, tracé en échelle logarithmique sur la figure 3.2, est centré autour de 1584 nm et une largeur spectrale d'environ 60 nm à mi-hauteur. La longueur d'onde centrale du spectre du laser est donc parfaitement adaptée à la longueur d'onde de résonance de la cavité qui est de 1583 nm. De plus, la source est dotée d'un étage d'amplification composé d'une fibre monomode dopée Erbium permettant d'atteindre une puissance moyenne de 182 mW en sortie, ce qui correspond à une énergie d'environ 3,7 nJ par impulsion [Morin 2010].

Puisque la fibre de sortie de l'amplificateur est collimatée, nous disposons d'un faisceau de sortie se propageant en espace libre. L'enregistrement de plusieurs spectres successifs montre que l'allure de ce dernier dépend très fortement de la puissance des diodes de pompe. Ceci est la signature d'une forte automodulation de phase dans la fibre de l'amplificateur. Étant donné que l'impulsion initiale doit être en limite de Fourier, il faudra vérifier, par la suite, que les impulsions en sortie de l'étireur possède une phase constante à dispersion nulle.

1. Mesurée à l'oscilloscope.

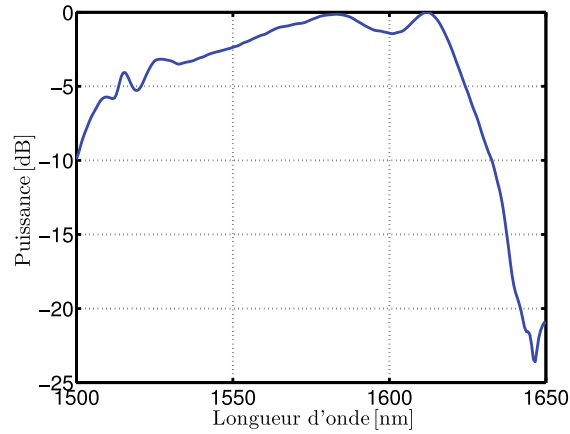


Figure 3.2 – Spectre de l'oscillateur laser.

Avant de répondre à cette exigence, nous devons concevoir l'étireur d'impulsions et valider son fonctionnement. Les sections qui suivent sont donc consacrées à l'étude, la réalisation et la caractérisation de l'étireur d'impulsions.

### 3.2.3 Dispersion introduite par deux réseaux de diffraction

L'élément sur lequel repose l'étireur est un réseau de diffraction. Celui-ci permet d'introduire une dispersion angulaire en longueur d'onde, comme illustré par la figure 3.3a. L'angle diffracté par le réseau est ainsi fonction de la longueur d'onde. L'ajout d'un second réseau peut être utilisé pour obtenir un faisceau collimaté, ce qu'illustre la figure 3.3b.

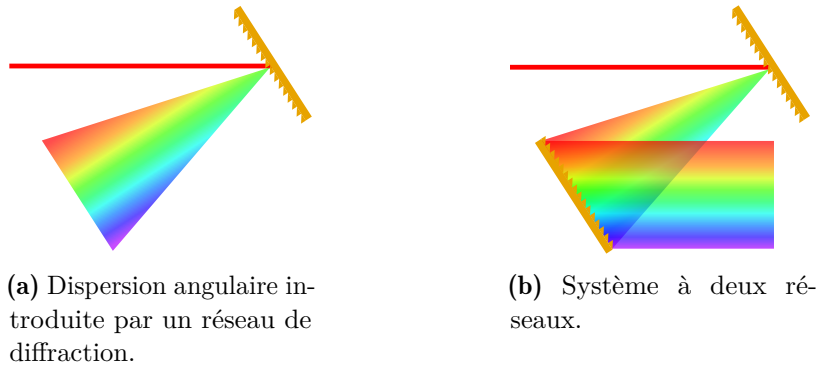
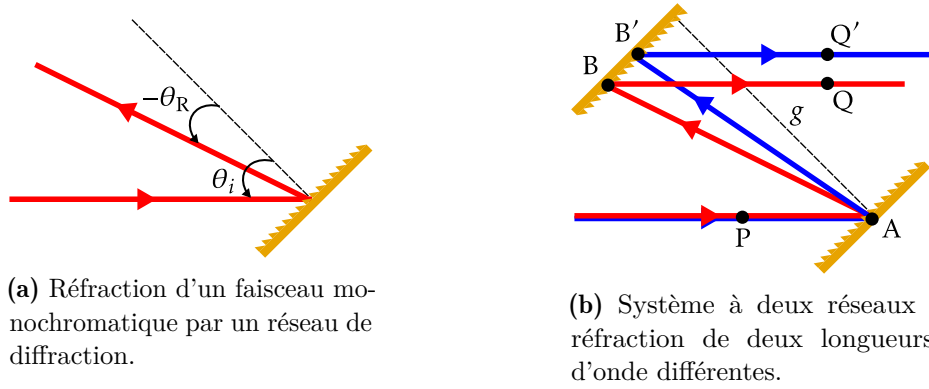


Figure 3.3 – Dispersion angulaire introduite par un réseau, et système à deux réseaux pour lequel les longueurs d'onde de l'impulsion parcourent des chemins optiques différents et sont étalées spatialement

Suite à la dispersion angulaire introduite par le premier réseau, le chemin optique parcouru par le faisceau est fonction de la longueur d'onde. Ainsi, chaque composante spectrale de l'impulsion possède un temps de propagation différent. Ce retard de groupe peut être calculé à partir de la loi des réseaux, lorsque seul le premier ordre de diffraction est considéré :

$$\sin \theta_R = \sin \theta_i - \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (3.1)$$

où  $\theta_i$  et  $\theta_R$  correspondent à l'angle d'incidence sur le premier réseau et l'angle réfracté sur ce même réseau, comme le montre la figure 3.4a. Cette formule fait également intervenir la période



**Figure 3.4** – Réseaux de diffraction et introduction de dispersion chromatique et spatiale.

$\Lambda$  des réseaux et montre clairement la dépendance en longueur d'onde de l'angle  $\theta_R$  réfracté par le réseau. L'expression du chemin optique parcouru par chaque composante spectrale de l'impulsion est directement liée à l'angle réfracté par le réseau. Ainsi, nous définissons les chemins optiques  $p = \overline{PABQ}$  et  $p' = \overline{PAB'Q'}$  repérés sur la figure 3.4b. Nous pouvons alors en déduire le temps de propagation du faisceau rouge et du faisceau bleu [Treacy 1969] :

$$\Delta t_{rouge} = \frac{p}{c} \quad \text{et} \quad \Delta t_{bleu} = \frac{p'}{c}, \quad (3.2)$$

où le temps de propagation du faisceau bleu est différent car il dépend du chemin optique  $p'$ , différent de  $p$ .

Le temps de groupe de l'onde est donc une fonction de la longueur d'onde et de la distance  $g$  qui sépare les deux réseaux :

$$\tau_g = \frac{g}{c \cos(\theta_R)} [1 + \cos(\theta_R + \theta_i)], \quad (3.3)$$

Ceci nous permet également de remonter à la dispersion de la vitesse de groupe  $\phi^{(2)} = \left. \frac{d\tau_g}{d\omega} \right|_{\omega_0}$  subie par le faisceau (Annexe D et [Agrawal 2008]) :

$$\phi^{(2)} = \frac{-4\pi^2 c g}{\Lambda^2 \omega^3 \cos^3(\theta_R)}. \quad (3.4)$$

Nous voyons alors que la dispersion obtenue possède un signe négatif [Fork 1984, Treacy 1969]. Elle dépend linéairement de la distance  $g$  entre les réseaux et est proportionnelle au carré du nombre de traits par millimètre du réseau  $1/\Lambda$ .

Cependant, dans ce type de configuration à deux réseaux, le faisceau est étalé en sortie et chaque position transverse dans le faisceau coïncide avec une longueur d'onde donnée. Le faisceau perd en cohérence spatiale et nous dirons qu'il est « chirpé » spatialement (les longueurs d'ondes sont étalées spatialement). Cet effet indésirable peut être compensé en utilisant un miroir qui renvoie la lumière en sens inverse, ce qui a pour effet de recollimater le faisceau sur le premier réseau et de doubler la valeur de la dispersion.

Notre objectif est de suivre la dérive, induite par les porteurs libres, de la résonance d'une cavité. Or, nous avons vu, lors du chapitre précédent, que la dérive de fréquence de l'impulsion doit être positive (équation (2.31), page 56). Bien que l'assemblage de deux réseaux de diffraction ne remplisse pas cette condition, une structure similaire, appelée « étireur d'impulsions », induit

une dispersion  $\phi^{(2)}$  qui peut prendre une valeur soit négative soit positive. Ce système semble donc répondre à nos exigences et devrait mener à la mise en forme d'impulsions souhaitée.

### 3.2.4 Étireur d'impulsions à réseau unique

Bien que le principe de fonctionnement d'un étireur soit similaire à celui d'un assemblage de deux réseaux, qui trouve d'ailleurs le nom de compresseur, en raison du signe négatif de sa dispersion, celui-ci possède un certain nombre de degrés de liberté supplémentaires dont, par exemple, la possibilité de choisir le signe de  $\phi^{(2)}$ . Cette structure s'avère particulièrement intéressante dans notre cas, car nous souhaitons obtenir une dispersion positive alors que celle d'un compresseur est forcément négative [Martinez 1989b, Martinez 1988, Martinez 1987, Martinez 1989a, Martinez 1986, Martinez 1984]. De plus, ce type de montage permet également de façonner le spectre de l'impulsion [Goswami 2003], comme nous le verrons par la suite.

Un étireur à deux réseaux [Weber 2010] est constitué de deux lentilles convergentes afin de collimater le faisceau dispersé spatialement par le premier réseau. En effet, comme le montrent les figures 3.5, le faisceau incident est dispersé par le premier réseau. Lorsque le premier réseau est placé au foyer d'une lentille convergente, comme le montre le schéma de la figure 3.5a, le faisceau obtenu est collimaté. En plaçant une seconde lentille, identique à la première, dont le

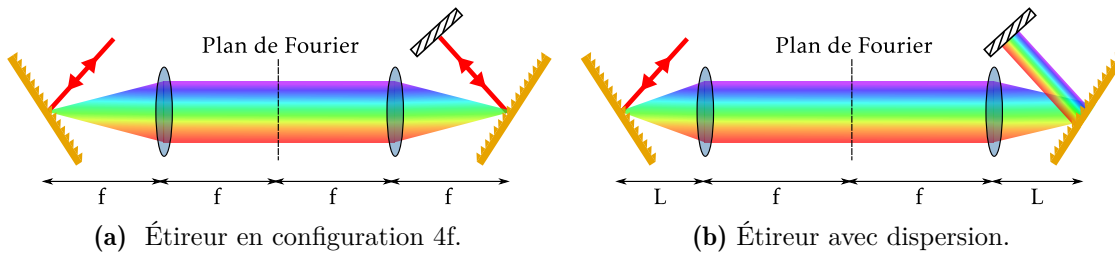


Figure 3.5 – Étireur à deux réseaux en configuration 4f et avec dispersion.

plan focal est confondu avec celui de la première lentille, le faisceau est alors focalisé sur un second réseau, placé à la distance focale  $f$  de la lentille. En utilisant un miroir de renvoi, le faisceau parcourt le même chemin en sens inverse et l'impulsion obtenue en sortie est identique à celle qui était présente en entrée. Les plans focaux des deux lentilles sont confondus en un plan appelé « plan de Fourier ». Cette appellation est choisie en raison du fait que, dans ce plan, les longueurs d'onde de l'impulsion sont distribuées spatialement et forme une image du spectre de l'impulsion. L'intérêt de ce montage est de pouvoir manipuler le spectre de l'impulsion dans le plan de Fourier, soit en intensité, soit en phase, par l'intermédiaire d'un masque d'intensité ou de phase.

Dans notre cas, la possibilité de pouvoir façonner le spectre en intensité est très intéressante car la bande spectrale du laser possède une largeur de plus de 50 nm alors que nous souhaitons disposer d'impulsion d'environ 2 nm de large. Le filtrage du spectre sera alors effectué en insérant des lames de filtrage dont l'écart fixera la largeur spectrale de l'impulsion.

Une impulsion dispersée, avec un paramètre  $\phi^{(2)}$  négatif ou positif est obtenue lorsque les réseaux ne se trouvent pas aux foyers des lentilles ( $L \neq f$ ). Une dispersion angulaire induite par le second réseau apparaît, comme illustré sur la figure 3.5b, où nous voyons que le faisceau, bien qu'approximativement<sup>2</sup> collimaté dans le plan de Fourier, n'est plus focalisé sur le second réseau,

2. Nous supposons que  $|L - f| \ll f$ , la divergence du faisceau peut donc être négligée (ce qui sera vérifié expérimentalement par la suite).

il ressort presque collimaté mais avec un chirp spatial dès lors qu'il a atteint le second réseau. Par conséquent, l'utilisation d'un miroir devient indispensable pour renvoyer la lumière en sens inverse afin de compenser ce chirp spatial. De la même manière qu'avec un compresseur, la dispersion est doublée. Nous pouvons alors faire une analogie entre un étireur et un compresseur dont la distance entre les deux réseaux est de  $2(L-f)$  [Zhang 1995]. De cette manière, la dispersion  $\phi^{(2)}$  d'un étireur se calcule simplement et vaut (voir annexe D) :

$$\phi^{(2)} = \frac{-8\pi^2 c(L-f)}{\Lambda^2 \omega^3 \cos^2(\theta_R)}. \quad (3.5)$$

La différence majeure par rapport à la dispersion induite par un étireur, exprimée par l'équation (3.4), réside dans le terme  $L-f$  qui peut prendre des valeurs positives ou négatives. Le terme  $\phi^{(2)}$  étant proportionnel à cette quantité, le signe de la dispersion peut être aussi bien positif que négatif. Dans le cadre de l'excitation cohérente d'une microcavité, cela peut s'avérer très intéressant de disposer à la fois de dispersions positives et négatives. En effet, deux impulsions dont dispersées et dont le signe de  $\phi^{(2)}$  est opposé présentent exactement la même durée d'enveloppe, et donc la même énergie, seule leur phase est différente. Nous pouvons donc envisager la réalisation d'une excitation cohérente visant à maximiser l'interaction lumière-matière et une seconde excitation, qui diffère par le signe de  $\phi^{(2)}$ , en vue de montrer une interaction lumière-matière plus faible.

Avant de poursuivre avec la conception de l'étireur, nous cherchons à développer un étireur à un seul réseau et une seule lentille, ce qui a déjà été démontré [Martinez 1987]. De cette façon, la dispersion est introduite en ne déplaçant qu'un seul réseau par rapport à la lentille, alors que dans le système à deux réseaux, le déplacement des deux réseaux est nécessaire. Un étireur possédant un seul réseau et une seule lentille est appelé "configuration" à quatre passages. En effet, le plan de Fourier décrit par les systèmes des figures 3.5 est remplacé par un miroir, et le miroir des figures 3.5 par un rétro-rélecteur. Le schéma de principe d'une configuration à quatre passages [Monmayrant 2005] est détaillé sur la figure 3.6 que nous décrivons par la suite.

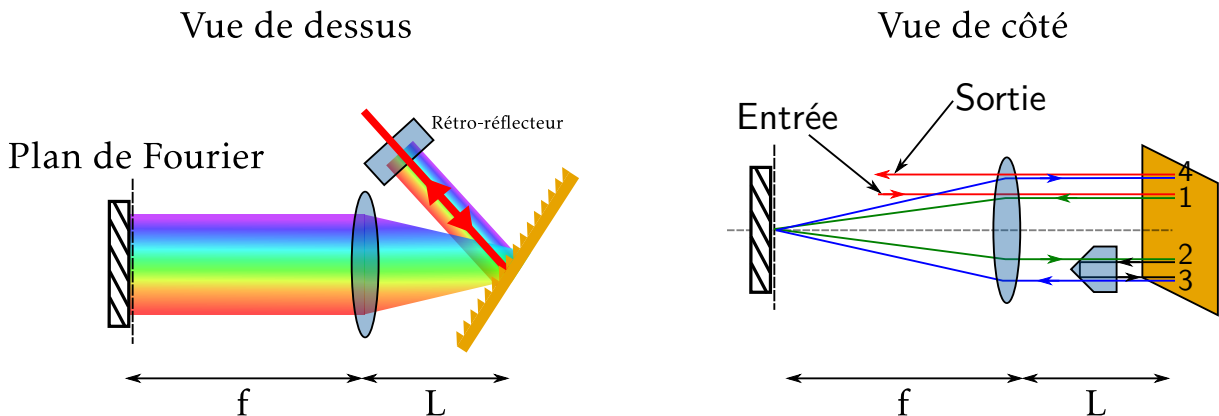
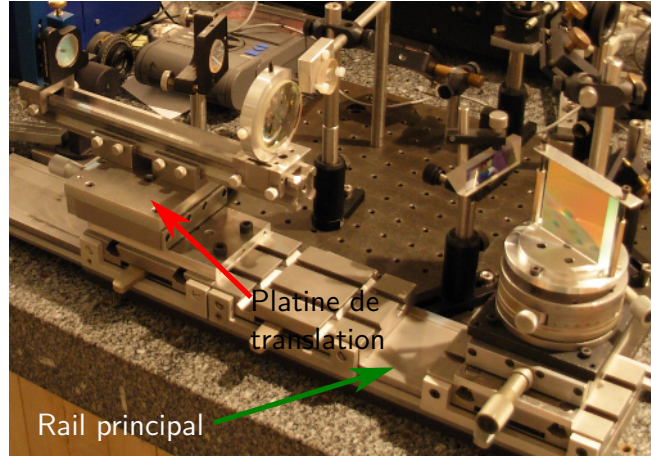


Figure 3.6 – Schéma de principe d'un étireur d'impulsions à quatre passages.

Le faisceau incident est volontairement positionné au dessus de l'axe optique de la lentille et matérialisé par le trait rouge inférieur de la vue de côté sur la figure 3.6. De cette façon, dans le plan du miroir le faisceau est focalisé au point focal image de la lentille puis réfléchi (traits verts). Ainsi, le faisceau dispersé par le réseau en dessous de l'axe optique de la lentille. Le rétro-rélecteur est alors utilisé afin de renvoyer la lumière encore plus bas (traits noirs), ce qui, après le passage à travers la lentille et la réflexion sur le miroir permet de renvoyer le faisceau

dans la partie supérieure de la lentille, au dessus du faisceau incident (traits bleus). De cette manière, le faisceau sortant peut être extrait à l'aide d'un miroir (trait rouge supérieur).

Une photographie du montage est montrée sur la figure 3.7. Nous voyons que l'introduction



**Figure 3.7** – Photographie de l'étireur d'impulsions.

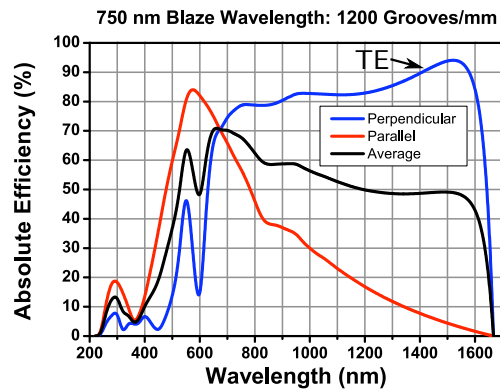
de la dispersion se fait par la translation d'un rail principal, repéré en vert, sur lequel sont fixés le miroir et la lentille. De cette manière, ces deux éléments, solidaires du réseau, se déplacent et induisent la dispersion recherchée. Une platine de translation, fixée sur le rail et repérée en rouge sur la figure, permet d'effectuer des déplacements plus précis de l'ensemble lentille/miroir sur une distance totale de 2,5 cm.

Ce montage permet donc de disposer de tous les avantages d'un étireur, à savoir une dispersion ajustable en fonction de la distance entre la lentille et le réseau, et un plan de Fourier permettant le façonnage spectral de l'impulsion. Nous pouvons à la fois sélectionner la bande spectrale du laser nécessaire à l'excitation de la cavité tout en introduisant une dispersion  $\phi^{(2)}$  dont le signe et la valeur dépendent de la position du réseau par rapport à la lentille. Cependant, la distance entre le réseau et la lentille est limitée car, le faisceau d'entrée peut être bloqué par cette dernière si elle se trouve trop proche du réseau. Or, il se trouve justement, au regard de l'équation (3.5), qu'une dispersion  $\phi^{(2)}$  positive s'obtient en approchant la lentille du réseau de diffraction. Cette limitation doit être prise en compte et le choix du réseau en dépend très fortement car la dispersion doit atteindre  $20 \text{ ps}^2$  sur une distance limitée à 8 cm environ. Un bon choix des paramètres du réseau de diffraction est donc essentiel.

### 3.2.5 Caractéristiques du réseau de diffraction

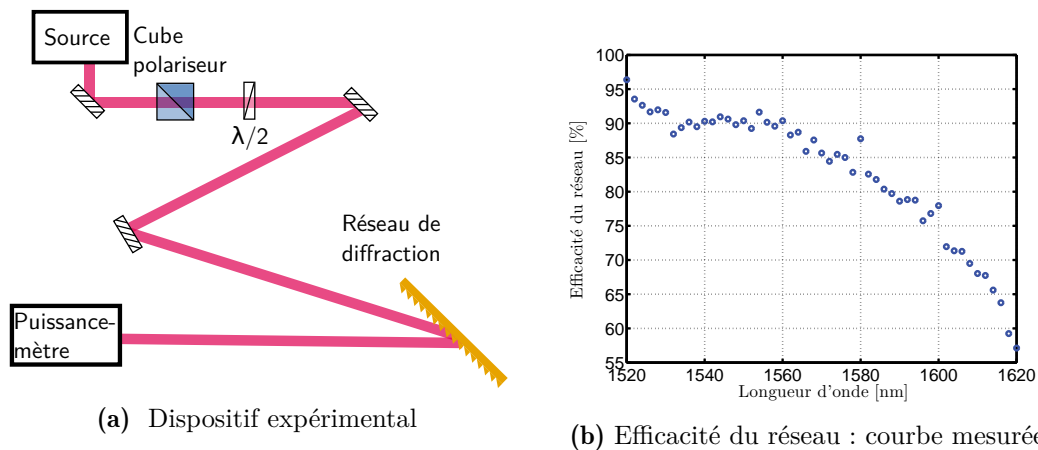
La dispersion  $\phi^{(2)}$  d'ordre deux introduite par le système à deux réseaux est proportionnelle au carré de la densité de traits par millimètre (comme en témoigne l'équation (3.5)), le réseau doit donc posséder une densité de traits la plus élevée possible. De plus, son efficacité de diffraction doit être maximale aux longueurs d'onde d'intérêt, à savoir proches de 1580 nm. Pour répondre à ces contraintes, le réseau retenu, dont la réflectivité est extraite du catalogue Thorlabs et présentée en figure 3.8, possède 1200 traits par millimètre et une  $\eta$  d'environ 95

En vue de valider les données communiquées par le constructeur, nous effectuons une mesure de l'efficacité du réseau entre 1520 et 1620 nm, à l'aide d'une source continue accordable en longueur d'onde. Le réseau n'étant efficace que pour une polarisation TE, l'utilisation d'un cube polariseur suivi d'une lame demi-onde a été nécessaire, comme le montre le schéma de la



**Figure 3.8** – Efficacité du réseau : courbe constructeur. La référence catalogue du réseau est : GR50-1208.

figure 3.9a. La mesure de puissance a été réalisée directement à l'aide d'un puissance-mètre placé juste après le réseau de diffraction. La figure 3.9b présente le rapport entre la puissance mesurée après diffraction par le réseau et la puissance incidente en fonction de la longueur d'onde. Le résultat obtenu est très proche de la donnée constructeur et démontre une efficacité supérieure à 70% pour des longueurs d'onde inférieures à 1600 nm.



**Figure 3.9** – Caractérisation du réseau de diffraction.

Cette mesure a été effectuée pour un angle d'incidence très proche de l'angle « Littrow » du réseau, qui peut être déterminée à partir de l'équation (3.1). Lorsque la condition Littrow est satisfaite, l'onde diffractée possède le même angle que l'onde incidente, c'est-à-dire :  $\theta_{\text{Littrow}} = \theta_R = \theta_i$ . Cet angle se détermine à partir de l'expression suivante :

$$\theta_{\text{Littrow}} = \arcsin\left(\frac{\lambda_0}{2\Lambda}\right). \quad (3.6)$$

L'efficacité de diffraction du réseau dépend de l'angle d'incidence du faisceau et se trouve maximale à l'angle Littrow, qui dans notre cas vaut  $\theta_{\text{Littrow}} = 71,77^\circ$ . Cependant, afin d'extraire le faisceau de sortie, le faisceau incident doit posséder un angle légèrement différent de l'angle Littrow, ce qui a inévitablement un effet sur la réflectivité du réseau. Le réseau étant placé sur un support rotatif, nous pouvons mesurer son efficacité en fonction de l'angle du faisceau incident. La mesure précédente (figure 3.9b) a été effectuée pour un angle décalé de 3 degrés par rapport à la condition Littrow.



Nous souhaitons évaluer l'impact d'une déviation de l'angle d'incidence par rapport à la condition Littrow sur l'efficacité du réseau. La figure 3.10 présente ainsi la mesure de l'efficacité du réseau en fonction du désaccord entre l'angle du rayon incident et l'angle Littrow, à la longueur d'onde de 1550 nm. Nous constatons que l'efficacité reste relativement constante pour

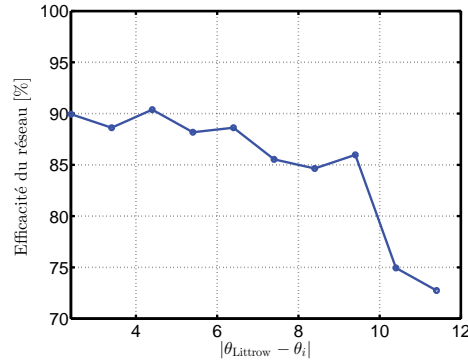


Figure 3.10 – Efficacité du réseau en fonction de l'angle d'incidence du faisceau.

un désaccord inférieur à 6 degrés. En revanche, lorsque ce désaccord devient de l'ordre de 9 degrés, l'efficacité du réseau chute très rapidement. Cette donnée est très importante et il faudra en tenir compte pour la suite. En effet, plus l'angle est élevé, plus nous pouvons rapprocher la lentille du réseau et obtenir une dispersion élevée. Cependant, un angle trop élevé tend à réduire l'efficacité de diffraction du réseau, nous devons donc trouver un compromis raisonnable, ce qui nécessite une mesure de la dispersion  $\phi^{(2)}$  en fonction de la distance entre le réseau et la lentille.

### 3.2.6 Caractérisation de l'étireur

L'étireur a été caractérisé à l'aide d'un autocorrélateur fourni par Marc Hanna, dont les conseils ont été d'une grande aide. Dans le but de réduire la distorsion du spectre dans le plan de Fourier, la lentille utilisée est un doublet achromatique qui possède une distance focale équivalente d'environ 200 mm<sup>3</sup>. Cette valeur, en utilisant toute la course disponible, soit 8 cm, en supposant un angle d'incidence éloigné de 7 degrés de la condition Littrow, et en utilisant l'équation (3.5), prédit une dispersion de 18 ps<sup>2</sup>.

Le schéma expérimental est détaillé sur la figure 3.11, où le faisceau laser passe au travers d'une lame demi-onde, puis d'un cube polariseur suivi d'une seconde lame. Cette partie du système permet de régler la puissance injectée dans l'étireur et d'avoir un contrôle sur la polarisation de la lumière, car celle-ci doit être transverse électrique pour que le réseau soit efficace.

De plus, un dispositif de lames de filtrage a été inséré dans le plan de Fourier, contre le miroir [Renard 2004]. Celui-ci permet de contrôler finement la largeur spectrale et la longueur d'onde centrale de l'impulsion, en filtrant les fréquences non souhaitées, comme nous l'avons décrit auparavant.

La lumière en sortie de l'étireur est couplée, par le biais d'une lame de verre biseautée, à la fois dans un autocorrélateur et un analyseur de spectre optique. L'impulsion sortante peut donc être caractérisée à la fois dans le domaine temporel et fréquentiel. Par la suite, nous mesurons la dispersion obtenue en déplaçant finement la platine de translation, ce qui nous permettra de connaître les valeurs limites de la dispersion accessible.

3. La référence Thorlabs du doublet est : AC508-200-C.

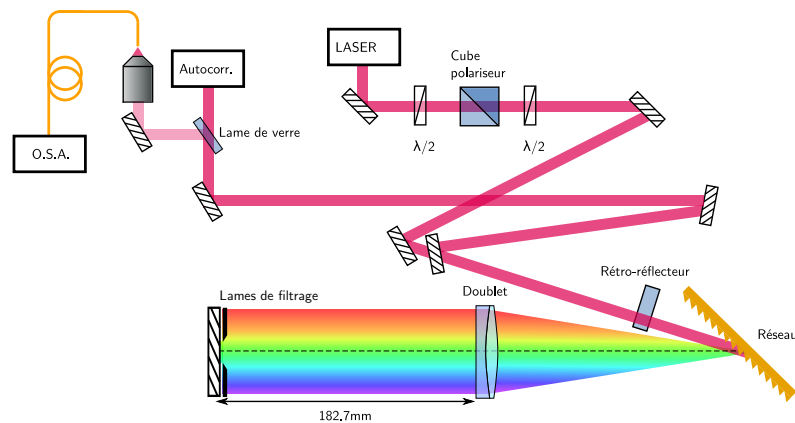
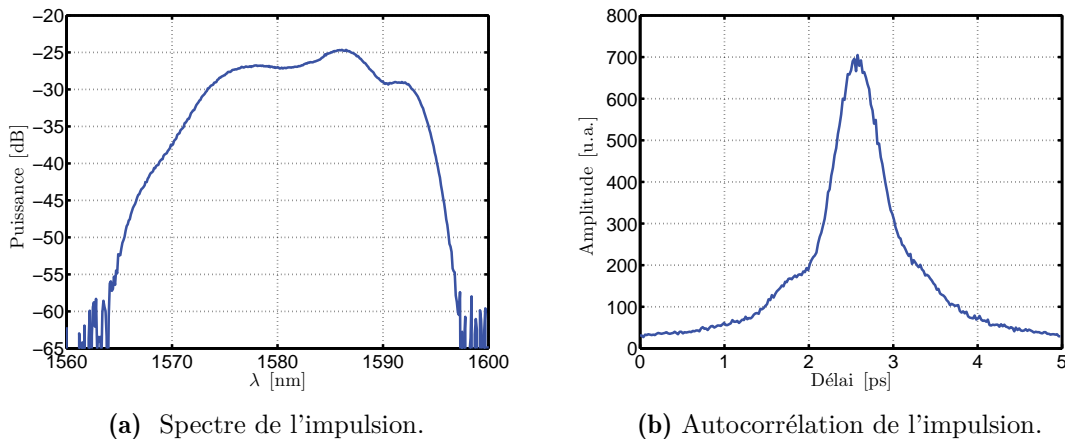


Figure 3.11 – Schéma expérimental de l'étireur à quatre passages.

Dans un premier temps, les lames de filtrage ne sont pas utilisées, afin de caractériser l'impulsion en sortie de l'étireur. La largeur spectrale de l'impulsion est d'environ 25 nm, car celle-ci est filtrée par la dimension du miroir. Cependant, un chirp spatial résiduel provoque une réduction de cette largeur spectrale, voir figure 3.12a, et une coupure floue des bords du spectre. En utilisant l'autocorrélateur, la durée à mi-hauteur de l'autocorrélation de l'impulsion est mesurée à 742 fs, voir figure 3.12b. La forme dissymétrique de l'impulsion témoigne d'une



(a) Spectre de l'impulsion.

(b) Autocorrélation de l'impulsion.

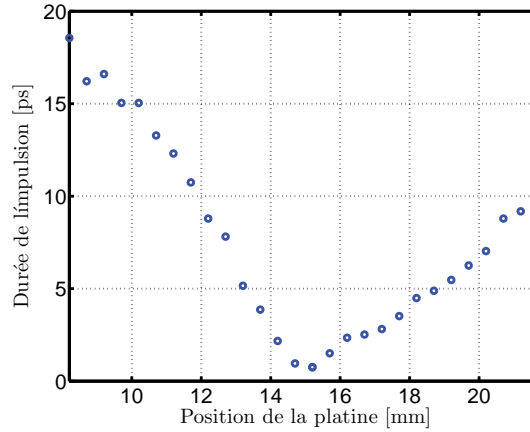
Figure 3.12 – Caractérisation de l'impulsion non filtrée en sortie de l'étireur.

automodulation dans la fibre de l'amplificateur du laser. L'impulsion en configuration 4f n'est pas limitée par transformée de Fourier. À noter également qu'une variation du courant des diodes de pompe de l'amplificateur entraîne une forte déformation du spectre de l'impulsion et modifie sa durée, ce qui est aussi une signature de l'automodulation de phase.

Par une mesure de puissance en sortie du laser et en sortie de l'étireur nous obtenons le rendement de l'étireur, mesuré à environ 25%. Sachant que l'efficacité moyenne du réseau sur la bande spectrale considérée est d'environ 80%, d'après la figure 3.9b, et que l'angle d'incidence est estimé à 7 ou 8 degrés de l'angle Littrow, ce qui constitue une diminution de l'efficacité de 5% environ (d'après la figure 3.10), le rendement attendu est de  $(0,8 \times 0,95)^4$ , soit environ 30%. Cette valeur est proche du rendement mesuré et la légère différence entre les deux valeurs peut être expliquée par le fait que le miroir du plan de Fourier coupe une partie du spectre de l'impulsion. L'énergie de l'impulsion en sortie de l'étireur est donc de l'ordre de 0,9 nJ. En ne conservant que

10% du spectre, pour une largeur spectrale d'environ 2 nm, nous obtenons 90 pJ. Nous pouvons donc anticiper une énergie de 2,7 pJ injectée dans l'échantillon<sup>4</sup>, ce qui est supérieur au pJ attendu, valeur que nous avons utilisée lors des simulations numériques du second chapitre.

Le balayage de la dispersion entraîne une variation de la durée de l'impulsion et de sa puissance crête (par conservation de l'énergie), comme détaillé dans le chapitre précédent. Ce faisant, l'autocorrélateur donne accès à la durée de l'autocorrélation de l'impulsion en fonction de la position de la platine de translation sur laquelle sont fixés le miroir et la lentille. La figure 3.13 montre l'évolution de la durée à mi hauteur de l'autocorrélation de l'impulsion en fonction de cette position. Contrairement à ce que suggère l'équation (3.5), cette courbe n'est pas symétrique



**Figure 3.13** – Évolution de la durée de l'impulsion en sortie de l'étireur en fonction de la position de la platine de translation.

par rapport au zéro de dispersion (atteint pour une position de platine de 15 mm). En effet, en théorie, la durée de l'impulsion est directement liée à  $\phi^{(2)}$ , comme nous l'avons vu au travers de l'équation (2.25), page 55, dans le chapitre précédent.

Cet effet est dû à la fois à la présence d'une phase spectrale dans l'impulsion en sortie du laser et à la dispersion d'ordre trois  $\phi^{(3)}$  induite par le réseau de diffraction. Comme nous le démontrons en annexe D, le terme de phase  $\phi^{(3)}$  du réseau devient non négligeable dès lors que la largeur spectrale de l'impulsion excède 15 nm, ce qui est le cas ici. Celui-ci s'exprime<sup>5</sup> :

$$\phi^{(3)} = \frac{24\pi^2 c(L-f)}{\Lambda^2 \omega^4 \cos^2(\theta_R)} \left( 1 + \frac{2\pi c \sin(\theta_R)}{\Lambda \omega \cos^2(\theta_R)} \right), \quad (3.7)$$

et est de signe opposé au  $\phi^{(2)}$ .

Le terme de phase en sortie du laser, dû à la fois à l'automodulation de phase et la dispersion dans la fibre optique de l'amplificateur, peut être développé en série de Taylor et possède donc un terme en  $\phi^{(3)}$ . L'influence du  $\phi^{(3)}$  du réseau sur ce terme explique alors l'allure de la courbe observée sur la figure 3.13, où d'un côté le  $\phi^{(3)}$  du réseau compense celui du laser (là où la durée d'impulsion est la plus courte, donc pour des positions supérieures à 15 mm), et de l'autre côté il s'y ajoute.

La détermination de la dispersion à partir de ces données n'est pas aisée car l'impulsion n'est pas limitée par transformée de Fourier. Cependant, l'utilisation d'un filtrage du spectre

4. en considérant un taux de couplage de l'ordre de 3%.

5. Le calcul est détaillé dans l'annexe D.

pourrait résoudre ce problème et réduire l'effet de la phase en  $\phi^{(3)}$ . Nous insérons des lames de filtrage dont l'écart et la position sont réglables, ce qui autorise une sélection à la fois de la longueur d'onde centrale et de la largeur spectrale de l'impulsion. Avec ce système, n'importe quelle largeur est accessible sur toute la gamme spectrale du laser. La longueur d'onde peut être sélectionnée de 1570 nm à environ 1600 nm et la largeur spectrale de l'impulsion, qui dépend de l'écart entre les deux lames, de moins de 1 nm à plus de 10 nm.

Dans la configuration retenue, les lames sont telles que la largeur spectrale peut varier de 3,7 nm à 7,3 nm<sup>6</sup>. La largeur spectrale est fixée à la valeur de 7,3 nm, ce qui permettra de déterminer le rôle de la phase sur un spectre relativement large par rapport aux 2 nm que nous souhaitons utiliser. La figure 3.14a montre que le spectre obtenu est approximativement rectangulaire et que le taux d'extinction dépasse largement les 30 dB. Les lames de filtrage

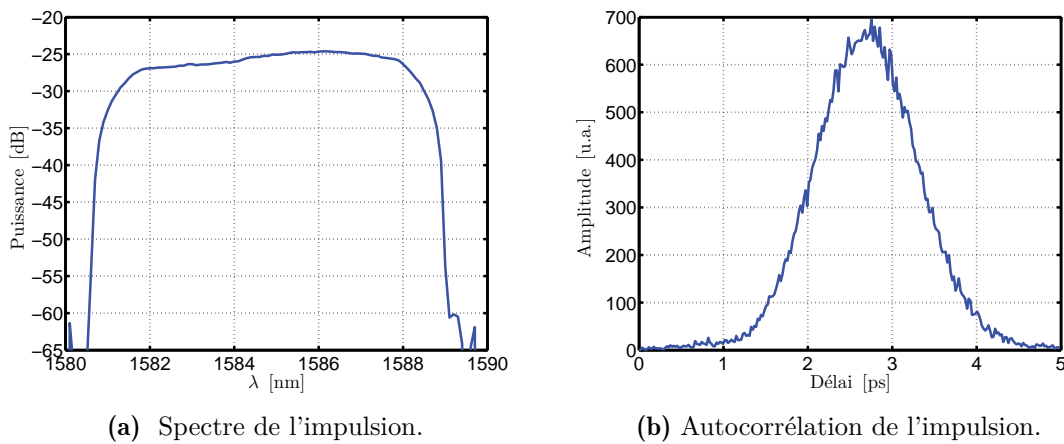


Figure 3.14 – Caractérisation de l'impulsion filtrée en sortie de l'étireur.

permettent donc d'obtenir une impulsion dont le spectre est presque parfaitement rectangulaire et valide la qualité de l'alignement de l'étireur. L'autocorrélation de l'impulsion, fig. 3.14b, donne une durée à mi-hauteur de 1,43 ps.

Nous effectuons une simulation numérique afin de déterminer, à partir d'un spectre rectangulaire d'une largeur de 7,3 nm, tracé sur la figure 3.15a (une supergaussienne d'ordre 32 a été utilisée), l'autocorrélation de l'impulsion. La durée de l'autocorrélation calculée est de 1,42 ps pour une impulsion limitée par transformée de Fourier. L'impulsion simulée est tracée sur la figure 3.15b, sur laquelle nous avons également tracé sans aucun ajustement, en pointillés, l'autocorrélation de l'impulsion mesurée en sortie de l'étireur. Nous en concluons donc que l'impulsion est limitée par transformée de Fourier : la phase introduite par l'amplificateur à fibre est négligeable sur une largeur spectrale de 7 nm.

Nous mesurons maintenant la durée de l'autocorrélation de l'impulsion en fonction de la position de la lentille par rapport au réseau. La variation de la dispersion fait apparaître une courbe symétrique, comme le montre la figure 3.16a, démontrant à nouveau le rôle négligeable de l'automodulation de phase de la fibre amplificatrice du laser. Le calcul numérique de la durée de l'autocorrélation de l'impulsion en fonction de la dispersion  $\phi^{(2)}$  donne une courbe très similaire, tracée sur la figure 3.16b. Mesure et simulation sont en très bon accord et montrent que la durée de l'impulsion dépend linéairement de la position de la lentille. Cela signifie que  $\phi^{(2)} \gg T_0^2$ , avec  $T_0$  la durée de l'impulsion, qui dans notre cas, est d'une picoseconde (l'autocorrélation d'un sinus

6. Ces valeurs sont directement reliées à l'écart mécanique entre les deux lames de filtrage.

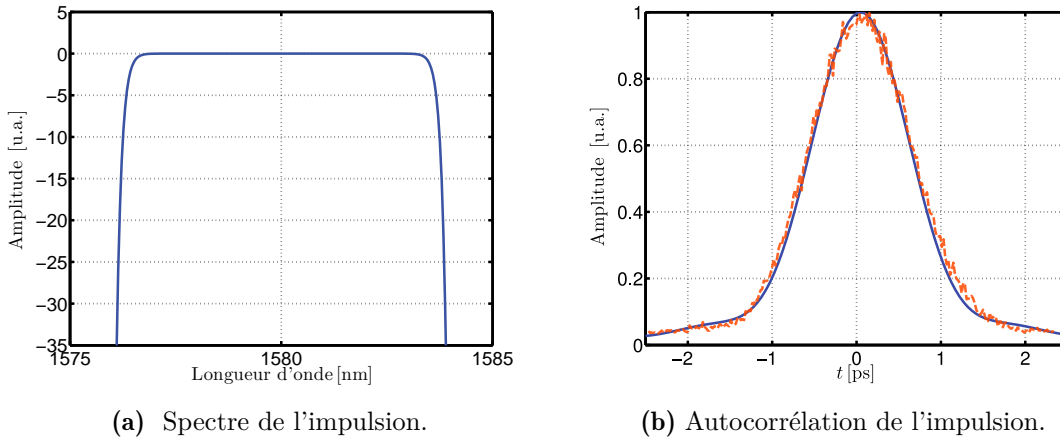


Figure 3.15 – Calcul de l'autocorrélation d'une impulsion à spectre rectangulaire.

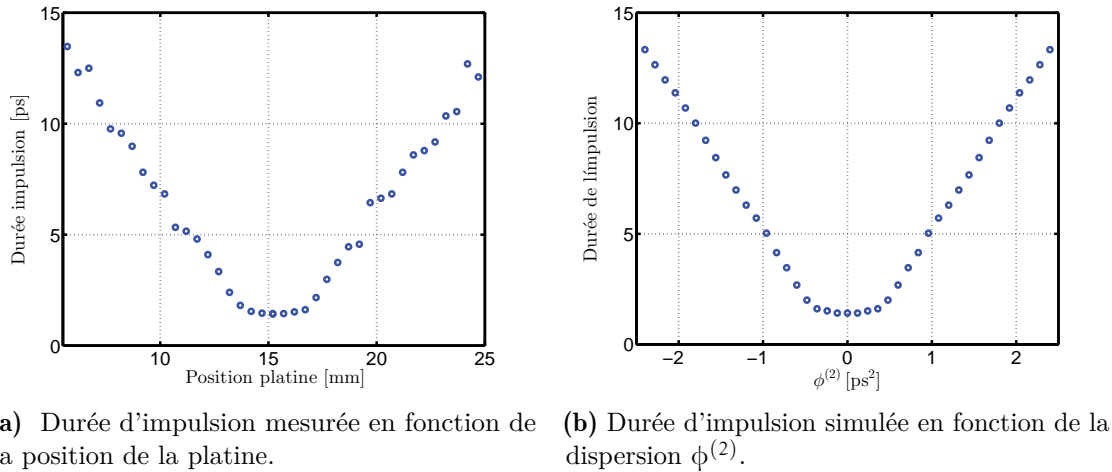


Figure 3.16 – Mesure et calcul de la durée de l'impulsion en sortie de l'étireur.

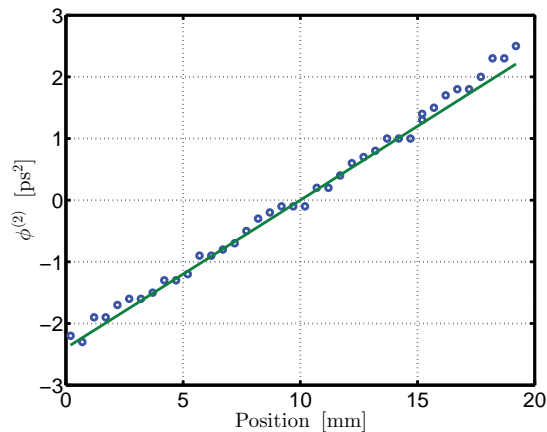
cardinal<sup>7</sup> d'une picoseconde donne une durée de 1,4 ps.).

Les mesures de durée d'impulsions de la figure 3.16a peuvent être projetées sur les valeurs calculées, tracées sur la figure 3.16b, afin de déterminer la dispersion en fonction de la position de la platine. La figure 3.17 montre la courbe ainsi obtenue et qui possède une allure linéaire. Nous pouvons donc déterminer sa pente  $\xi$  et ajuster la courbe par une droite, comme le montre la courbe verte de la figure 3.17. Avec une précision de l'ordre du dixième de millimètre, la platine autorise une précision d'environ 0,02 ps<sup>2</sup> sur la mesure de la dispersion, ce qui est plus que suffisant pour nos expériences. La valeur obtenue pour la pente  $\xi$  est de :

$$\xi = 2,4 \pm 0,02 \text{ ps}^2 / \text{cm}. \quad (3.8)$$

Ceci démontre que nous disposons d'un montage capable d'introduire une dispersion d'ordre deux,  $\phi^{(2)}$ , dont la valeur et le signe sont ajustables. De plus, pour une dispersion nulle, l'impulsion est limitée par transformée de Fourier, ce qui signifie que nous pouvons comparer l'excitation cohérente à une excitation par impulsion limitée par transformée de Fourier.

7. L'impulsion ayant un spectre proche d'un rectangle, sa transformée de Fourier inverse correspond approximativement à un sinus cardinal.



**Figure 3.17** – Données expérimentales et ajustement numérique de la dispersion en fonction de la position de la platine.

Nous en concluons que l'utilisation du rail complet, c'est-à-dire une distance de 8 cm, permet d'atteindre des dispersions de l'ordre de  $19 \text{ ps}^2$ , ce qui correspond aux valeurs déterminées dans le chapitre précédent et à ce que nous avons prédit en supposant un angle d'incidence dévié de 7 degrés par rapport à l'angle Littrow.

Bien évidemment, les lames de filtrage coupent une partie du spectre et la puissance disponible en sortie de l'étireur en est fortement réduite. Selon le réglage des diodes de pompe, nous pouvons maximiser la puissance dans cette région de l'étendue spectrale du laser afin d'obtenir une puissance moyenne de l'ordre de  $10 \text{ mW}$ <sup>8</sup>.

Nous pouvons donc effectuer un calcul de la puissance crête de l'impulsion dans ce régime de fonctionnement. La simulation numérique de l'impulsion à spectre rectangulaire donne une estimation de la durée de l'impulsion à  $1,04 \text{ ps}$ . En tenant compte du taux de répétition du laser, cela mène à une puissance crête de  $240 \text{ W}$  et une énergie de  $0,25 \text{ nJ}$  par impulsion. Toujours en considérant un taux de couplage de 3% dans l'échantillon, nous obtenons une énergie de  $7,5 \text{ pJ}$ . Cela reste suffisant, car en supposant l'utilisation d'un spectre de  $2 \text{ nm}$  de large, nous disposerions d'environ  $2 \text{ pJ}$ , comme attendu.

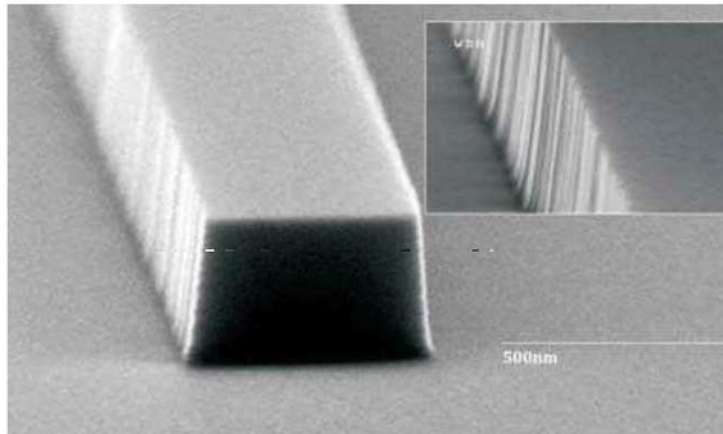
Afin de quantifier précisément le couplage entre la sortie de l'étireur et l'échantillon, nous choisissons de l'évaluer à partir de l'étude d'un nanoguide en régime non linéaire. Comme l'ont démontré Alexandre Baron et Félix Kroeger dans leurs thèses [Baron 2010, Kroeger 2010b], une telle étude donne accès au taux de couplage et donc à l'énergie couplée dans l'échantillon.

### 3.3 Effets non linéaires dans un nanoguide de silicium

Un nanoguide de silicium possède une section rectangulaire et est déposé sur un substrat de silice. Une photographie d'un tel guide est montrée sur la figure 3.18, sur laquelle nous voyons une facette du guide. Le guide que nous étudions mesure environ  $1 \text{ cm}$  et possède une section de  $520 \text{ nm}$  pour une hauteur de  $340 \text{ nm}$ . Il est situé sur le même échantillon que la cavité que nous étudierons plus tard, et se trouve même juste à côté de cette dernière.

Dans un premier temps, et par l'intermédiaire d'une étude de la transmission du nanoguide en régime linéaire, nous quantifions la stabilité de l'injection lorsque la platine de translation de

8. Cette puissance est variable et dépend du point de fonctionnement du laser

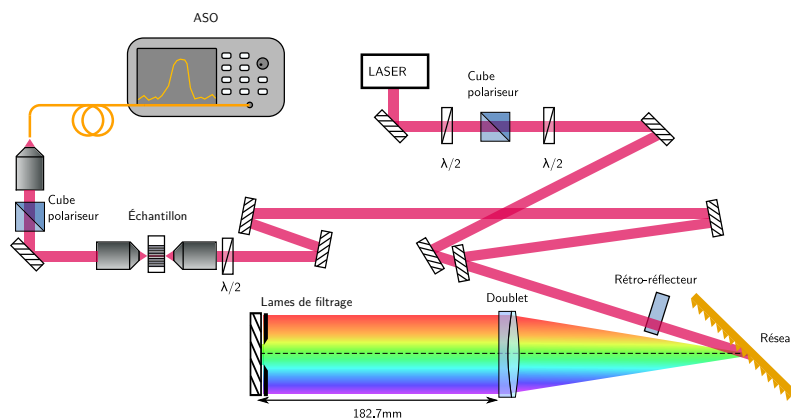


**Figure 3.18** – Photographie prise au MEB, tirée de [Baron 2010], d'un nanoguide en silicium.

l'étireur est déplacée afin de disperser l'impulsion. Par la suite, une caractérisation linéaire du guide sera effectuée en vue de déterminer certains de ses paramètres, comme les pertes linéiques, utiles à l'établissement du modèle non linéaire du guide. La caractérisation en régime non linéaire du guide sera réalisée avec comme objectif la détermination de l'énergie injectée dans le guide. La cavité étant gravée sur un guide dont la géométrie est identique, nous nous appuierons sur ces résultats pour estimer la quantité de lumière couplée dans l'échantillon.

### 3.3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de l'étireur d'impulsion, dont la sortie est injectée dans le nanoguide par le biais d'un objectif de microscope, comme le montre la figure 3.19. Une lame demi-onde est placée juste avant l'objectif afin d'ajuster la polarisation transverse électrique (TE) de l'onde injectée. L'objectif de microscope possède une ouverture numérique de 0,85 et un grossissement de 60 $\times$ . Un second objectif, identique au premier, est utilisé afin d'extraire la



**Figure 3.19** – Schéma expérimental de l'étireur à quatre passages.

lumière du nanoguide. Sur le trajet du faisceau collimaté, un cube polariseur est inséré afin de filtrer l'état de polarisation en sortie du guide (ce qui sera indispensable pour réaliser la même expérience avec une microcavité). L'onde polarisée est ensuite injectée dans un dernier objectif de microscope, qui focalise le faisceau dans le cœur d'une fibre optique monomode. Cette fibre

est directement connectée à un analyseur de spectre optique, afin de mesurer le spectre transmis par le guide.

Nous souhaitons, dans un premier temps, évaluer la stabilité de l'injection lorsque la lentille et le miroir de l'étireur se déplacent. Ceci afin de valider le bon alignement de l'ensemble du montage.

### 3.3.2 Évolution de l'injection en fonction de la dispersion

Nous effectuons un ensemble de 50 mesures au cours desquelles la dispersion varie de  $-3$  à  $+3 \text{ ps}^2$ , en utilisant uniquement le rail de la platine de translation, ce qui correspond à une distance parcourue de 2,5 cm. Le résultat de ces mesures est présenté sur la figure 3.20, qui montre les 50 spectres acquis. Nous observons clairement que la largeur spectrale est conservée,

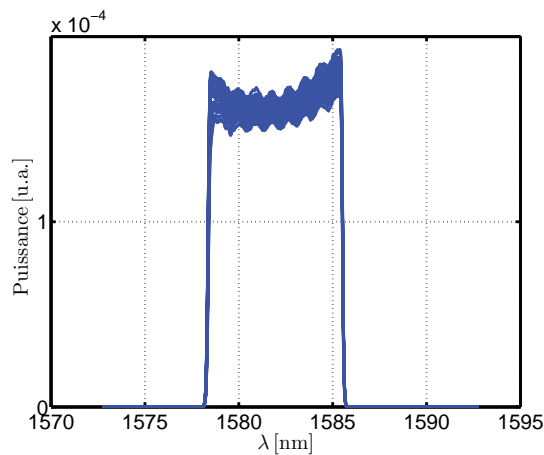


Figure 3.20 – Superposition de spectres transmis pour 50 valeurs de dispersion différentes.

en revanche, l'intensité varie très légèrement, ce qui est le résultat d'un très léger désalignement du faisceau. Ce léger décalage du faisceau est cependant relativement négligeable car si nous calculons la différence d'énergie couplée entre les deux spectres extrêmes, nous trouvons une valeur inférieure à 8%. Nous supposons donc par la suite que cet effet est négligeable et que l'énergie de l'impulsion est approximativement la même quelque soit la dispersion appliquée.

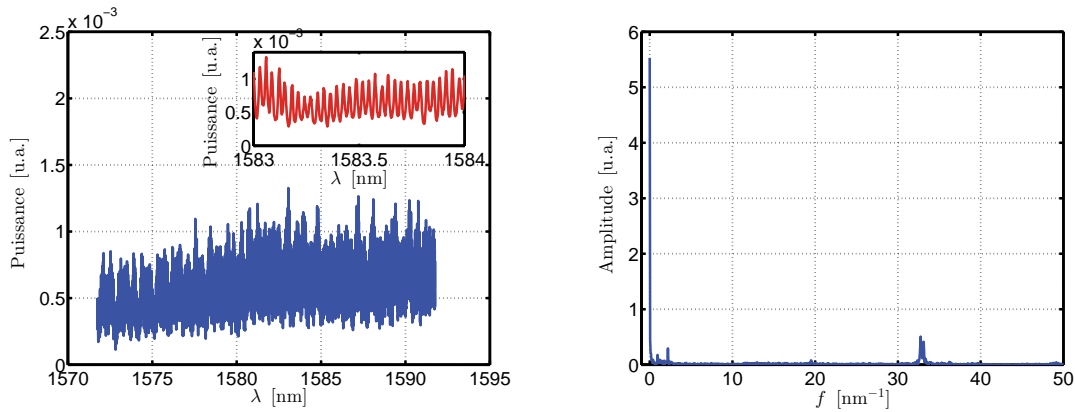
### 3.3.3 Caractérisation linéaire du guide

Avant de caractériser ce nanoguide en régime non linéaire, nous devons déterminer certains de ses paramètres, comme ses pertes linéaires  $\alpha_l$  et son indice de groupe.

À l'aide d'une source accordable en longueur d'onde de 1520 à 1620 nm, nous effectuons une mesure de la transmission linéaire de ce guide. La figure 3.21a montre le spectre transmis à travers le guide. En utilisant une résolution de 1 pm, nous observons une forte modulation sinusoïdale (en encart) de la transmission. Cette modulation sinusoïdale de la transmission du guide provient d'un effet Fabry-Perot entre les faces clivées de l'échantillon. En effet, l'interface entre la facette du guide en silicium et l'air entraîne des réflexions de Fresnel, dont le coefficient de réflexion est de l'ordre de 30%. Le nanoguide se comporte donc comme une cavité d'un centimètre de long et dont les deux miroirs réfléchissent 30% de la lumière.

La période de la modulation mène donc à une évaluation de l'indice de groupe  $n_g$  du guide. L'évaluation de l'indice de groupe dans le guide est très importante car plus celui-ci est élevé,





(a) Transmission linéaire du guide, en encart : (b) Transformée de Fourier de la transmission du guide, un pic de modulation apparaît à 33 nm $^{-1}$ .

**Figure 3.21** – Mesure de la transmission linéaire du nanoguide.

plus l'interaction entre la lumière et le matériau sera renforcée. Par conséquent, un indice de groupe élevé donnera lieu à de plus fortes non-linéarités, ce dont il faudra tenir compte dans la modélisation.

La transformée de Fourier du spectre obtenu sur la figure 3.21b nous permet d'isoler la fréquence (en nm $^{-1}$ ) ainsi que l'amplitude de la modulation par rapport à la composante continue du signal. Ces deux données à elles seules suffisent à nous donner à la fois l'indice de groupe et les pertes linéaires dans le guide. En mesurant la longueur de l'échantillon à l'aide d'un microscope, nous pouvons donc en déduire l'indice de groupe du guide, donné par la condition de résonance du Fabry-Perot [Kroeger 2010b]

$$n_g = \frac{\lambda_0^2 f_0}{2L}, \quad (3.9)$$

où  $f_0$  est la fréquence de la modulation sinusoïdale, exprimée en nm $^{-1}$ . La transformée de Fourier du spectre nous donne :

$$\boxed{f_0 = 33 \text{ nm}^{-1}}. \quad (3.10)$$

Sachant que la longueur de l'échantillon a été mesurée à 1 cm, nous en déduisons la valeur de l'indice de groupe du guide à  $\lambda_0 = 1583$  nm (ce qui correspond à la longueur d'onde de la cavité étudiée dans la section suivante) :

$$\boxed{n_g = 4,13}. \quad (3.11)$$

Pour de faibles réflectivités au niveau des facettes de l'échantillon, nous pouvons exprimer l'amplitude des franges de Fabry-Perot par [Kroeger 2010b]

$$m = 2\sqrt{R_1 R_2} e^{-\alpha L}, \quad (3.12)$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont les réflectivités des facettes. Cette expression est valable lorsque  $R_1 R_2 \ll 1$ , ce qui est le cas puisque nous pouvons estimer  $R_1 \approx R_2 \approx 0,3$ .

À partir de la figure 3.21b, nous voyons que le taux de modulation  $m$  est directement donné par le rapport entre la composante continue de la transformée de Fourier du spectre et de l'intensité du pic de modulation<sup>9</sup> :

$$\boxed{m = 0,18}, \quad (3.13)$$

9. Le paramètre  $m$  est en fait défini comme étant deux fois le rapport entre l'intensité du pic de modulation et la composante continue, car le spectre montré par la figure 3.21b est tracé en valeur absolue.

ce qui nous permet d'en déduire les pertes linéaires  $\alpha_l$

$$\alpha_l = -\frac{1}{L} \ln \left( \frac{m}{2\sqrt{R_1 R_2}} \right) = 1,2 \text{ cm}^{-1}. \quad (3.14)$$

La puissance à une position  $z$  donnée dans le guide dépend donc de l'atténuation  $\alpha_l$  de l'onde dans le guide. Cela entraîne inévitablement une diminution des effets non linéaires à mesure que l'onde se propage dans le guide, et doit donc absolument être intégré dans le modèle.

### 3.3.4 Absorption à deux photons

Nous effectuons en premier lieu une acquisition des spectres en sortie d'échantillon en fonction de la puissance d'entrée. Celle-ci est mesurée à l'aide d'un puissance-mètre à la sortie de l'étireur, et est réglée à l'aide de la première lame demi-onde (voir figure 3.11) en sortie du laser. En régime linéaire, la transmission du guide est donnée par

$$P_{\text{out}} = \kappa_l P_{\text{in}}, \quad (3.15)$$

où  $P_{\text{in}}$  et  $P_{\text{out}}$  sont les puissances moyennes mesurées à l'entrée avant injection et à la sortie du guide, respectivement, et où  $\kappa_l$  est lié au produit des taux de couplage d'entrée et de sortie. Nous pouvons exprimer  $\kappa_l$  en fonction du taux de couplage à l'entrée du guide  $\kappa_{\text{in}}$ , le taux de couplage en sortie  $\kappa_{\text{out}}$  et les pertes subies lors de la propagation le long du guide :

$$\kappa_l = \kappa_{\text{in}} \kappa_{\text{out}} e^{-\alpha_l L}, \quad (3.16)$$

avec  $\alpha_l = 120 \text{ m}^{-1}$  les pertes linéaires dans le guide de longueur  $L = 1 \text{ cm}$ .

L'absorption à deux photons est théoriquement décrite par l'équation (1.35) (page 18) établie lors du premier chapitre. À cette équation, nous devons ajouter les pertes linéaires, proportionnelles à  $\alpha_l$ , mais aussi tenir compte de la vitesse de groupe de l'onde. Comme l'ont démontré Alexandre Baron et Félix Kroeger dans leurs thèses [Baron 2010, Kroeger 2010b], nous pouvons tenir compte du ralentissement de la lumière dans le guide en pondérant les coefficients non linéaires d'ordre trois par une constante. Le facteur de champ local défini dans les deux thèses peut alors être introduit :

$$f = \sqrt{\frac{n_g}{n_0}}, \quad (3.17)$$

où  $n_0$  est l'indice du silicium massif autour de 1580 nm. Pour des non-linéarités d'ordre trois nous devons pondérer les coefficients non linéaires  $\beta_{\text{TPA}}$  et  $n_2$  par  $f^4$ . Puisque nous connaissons à la fois l'indice du silicium massif à 1550 nm,  $n_0 = 3,48$  et l'indice de groupe du guide,  $n_g = 4,13$ , le coefficient  $f$  est parfaitement déterminé et vaut :

$$f = 1,09. \quad (3.18)$$

Nous pouvons donc réécrire l'équation de propagation en intensité dans le guide :

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -f^4 \beta_{\text{TPA}} I^2(z, t) - \alpha_l I(z, t), \quad (3.19)$$

qui s'intègre en  $z$  pour donner :

$$I(L, t) = \frac{I(0, t) e^{-\alpha_l L}}{1 + f^4 \beta_{\text{TPA}} I(0, t) L_{\text{eff}}}, \quad (3.20)$$

où  $L$  est la longueur du guide et  $L_{\text{eff}}$  représente la longueur effective du guide :

$$L_{\text{eff}} = \frac{1 - e^{-\alpha_l L}}{\alpha_l}. \quad (3.21)$$

À partir des données déterminées précédemment, nous en déduisons :

$$\boxed{L_{\text{eff}} = 0,58 \text{ cm}}. \quad (3.22)$$

En tenant compte des taux de couplage ainsi que des pertes linéaires, nous obtenons ainsi la relation entre la puissance crête en sortie du guide  $P_{\text{crête,out}}$ , à la sortie de l'étreur  $P_{\text{crête,in}}$  et la puissance crête à l'intérieur du guide  $P_{\text{crête,inj}}$  :

$$P_{\text{crête,out}} = \frac{\kappa_l P_{\text{crête,in}}}{1 + f^4 \beta_{\text{TPA}} \kappa_{\text{in}} \frac{P_{\text{crête,inj}}}{S_{\text{eff}}} L_{\text{eff}}}, \quad (3.23)$$

où  $f$  est le facteur de champ local du guide et  $S_{\text{eff}}$  son aire effective. Les puissances moyennes  $P_{\text{in}}$  et  $P_{\text{out}}$  à l'entrée et à la sortie du guide sont proportionnelles aux puissances crêtes  $P_{\text{crête,out}}$  et  $P_{\text{crête,in}}$  mesurée à l'extérieur du guide, ce qui donne immédiatement :

$$\boxed{P_{\text{out}} = \frac{\kappa_l P_{\text{in}}}{1 + f^4 \beta_{\text{TPA}} \kappa_{\text{in}} \frac{P_{\text{crête,inj}}}{S_{\text{eff}}} L_{\text{eff}}}} \quad (3.24)$$

À partir des spectres acquis en sortie de guide, nous pouvons calculer la puissance moyenne transmise, en tenant compte de la résolution spectrale  $\delta\lambda$  de l'analyseur de spectre.

$$P_{\text{out}} [\text{mW}] = \frac{\Delta\lambda}{\delta\lambda \times N} \sum_{i=1}^N 10^{P_i/10}. \quad (3.25)$$

Les spectres ont été enregistrés avec une résolution  $\delta\lambda$  de 0,5 nm, une fenêtre spectrale  $\Delta\lambda$  de 40 nm et un nombre de points  $N$  de 1001. La variable  $P_i$  représente la puissance, mesurée en échelle logarithmique (dBm), intégrée par l'analyseur de spectre sur une largeur spectrale égale à  $\delta\lambda$ .

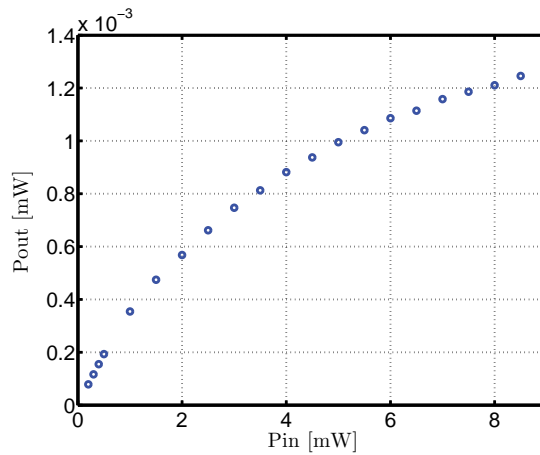
L'intégration des spectres nous donne la puissance en sortie du guide en régime non linéaire. La figure 3.22 montre que la courbe obtenue présente une allure linéaire lorsque  $P_{\text{in}}$  est inférieure à 1 mW. Au delà, nous voyons qu'une saturation de la puissance  $P_{\text{out}}$  apparaît, ce qui témoigne d'un comportement non linéaire du guide. Cette courbe semble montrer que la non-linéarité est due à l'absorption à deux photons.

Nous pouvons confirmer cette hypothèse en remarquant que l'équation qui régit l'absorption à deux photons peut être réécrite de manière à obtenir une courbe qui dépend linéairement de la puissance d'entrée :

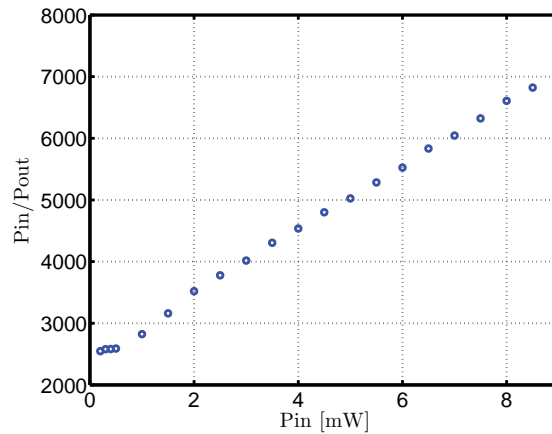
$$\boxed{\frac{P_{\text{in}}}{P_{\text{out}}} = \frac{1}{\kappa_l} + \frac{f^4 \beta_{\text{TPA}} \kappa_{\text{in}} \eta_T P_{\text{in}} L_{\text{eff}}}{\kappa_l S_{\text{eff}}} = a + b P_{\text{in}}}, \quad (3.26)$$

avec  $\eta_T P_{\text{in}} = P_{\text{crête,in}}$ . Le coefficient  $\eta_T P$  représente le rapport entre la période de répétition du laser et la durée de l'impulsion. De cette façon, la courbe obtenue dans le cas d'une absorption à deux photons doit être une droite.

La figure 3.23 montre la fonction  $\frac{P_{\text{in}}}{P_{\text{out}}}$  en fonction de  $P_{\text{in}}$  obtenue à partir des données expérimentales. La courbe obtenue est une droite et confirme que l'effet non linéaire principal est



**Figure 3.22** – Puissance moyenne mesurée en sortie du guide en fonction de la puissance moyenne incidente (mesurée en sortie de l'étireur).



**Figure 3.23** – Caractéristique linéaire  $\frac{P_{in}}{P_{out}}$  en fonction de  $P_{in}$ .

bien l'absorption à deux photons. Nous émettons alors l'hypothèse, que nous confirmerons par la suite, que les pertes non linéaires issues de la présence de porteurs libres sont négligeables dans notre expérience sur le guide.

L'ordonnée à l'origine et la pente peuvent être déterminées et donnent  $b = 2408 \text{ mW}^{-1}$  et  $a = 523$ . Nous souhaitons, à l'aide de ces valeurs, déterminer la puissance crête de l'impulsion et l'énergie disponible à l'intérieur du guide. À cet effet, nous exprimons  $\kappa_{in}$  à partir des équations précédentes :

$$\kappa_{in} = \frac{b}{a} \frac{S_{eff}}{f^4 \beta_{TPA} \eta_T L_{eff}}. \quad (3.27)$$

En utilisant la relation liant la puissance moyenne à la puissance crête de l'impulsion, nous déterminons la puissance crête de l'impulsion à l'intérieur du guide :

$$P_{crête, inj.} = \kappa_{in} \eta_T P_{in}. \quad (3.28)$$

Ces deux dernières équations mènent à :

$$P_{crête, inj.} = P_{in} \frac{b}{a} \frac{S_{eff}}{f^4 \beta_{TPA} L_{eff}}. \quad (3.29)$$

Il est alors possible d'en déduire la puissance crête injectée avec les valeurs numériques suivantes :  $S_{\text{eff}} = 0,17 \mu\text{m}^2$ ,  $L_{\text{eff}} = 0,58 \text{ mm}$ ,  $\beta_{\text{TPA}} = 8 \times 10^{-12} \text{ m/W}$ ,  $f = 1,09$  et  $P_{\text{moy}} = 9 \text{ mW}$ , nous trouvons :

$$\boxed{P_{\text{crête, inj.}} \approx 5 \text{ W}}. \quad (3.30)$$

Grâce à cette étude nous sommes donc à même de déterminer la puissance crête injectée dans un nanoguide, par le biais d'une mesure de l'absorption non linéaire à deux photons.

Nous pouvons déduire de ces données le taux de couplage entre la sortie de l'étireur et le nanoguide, par le biais de l'équation :

$$\boxed{\kappa_{\text{in}} = \frac{P_{\text{crête, inj.}}}{\eta_{\text{T}} P_{\text{in}}}}. \quad (3.31)$$

En prenant une période de répétition de 20 ns pour le laser et une durée d'impulsion de 1 ps (déduite de la mesure d'autocorrélation des impulsions), nous trouvons :

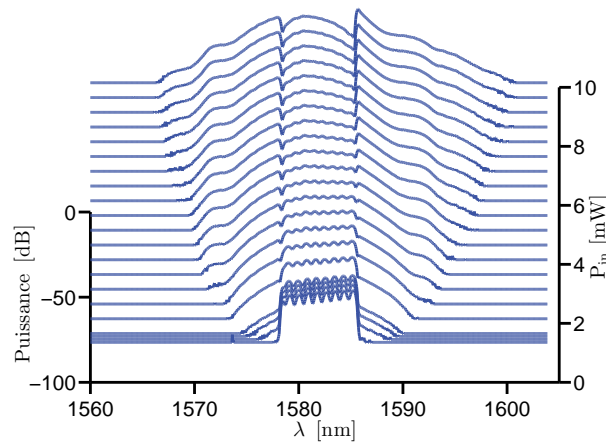
$$\boxed{\kappa_{\text{in}} = 2,8\%}. \quad (3.32)$$

L'énergie injectée dans le guide est, en supposant que celle-ci est égale au produit de la durée de l'impulsion et de sa puissance crête, de l'ordre de 5 pJ. Ce qui est conforme avec nos prévisions et devrait être suffisant pour générer suffisamment de porteurs libres dans la microcavités.

Nous souhaitons maintenant, par une analyse du spectre transmis en régime non linéaire, démontrer que les effets de porteurs n'agissent pas dans ce nanoguide. La microcavité possède un guide d'accès similaire à celui-ci, à ceci près qu'il est plus court et mesure environ 3 mm. Cette étude nous donnera donc de précieuses informations quand à l'importance des non-linéarités agissant dans le guide d'accès de la cavité.

### 3.3.5 Effet Kerr et élargissement spectral

Le spectre de l'impulsion d'entrée possède une allure quasi-rectangulaire et sa largeur spectrale est toujours de 7,3 nm. Nous traçons les spectres de sortie, acquis précédemment à l'analyseur de spectre optique, en fonction de la puissance moyenne de sortie de l'étireur, sachant que cette dernière varie de 0,1 mW à 9 mW. Le résultat est montré sur la figure 3.24. Nous observons un



**Figure 3.24** – Évolution du spectre transmis par le guide en fonction de la puissance moyenne mesurée en sortie de l'étireur.

très fort élargissement spectral provoqué par l'automodulation de phase subit par l'impulsion à mesure que la puissance d'entrée augmente et fait tendre le spectre initialement rectangulaire vers un spectre plus large. Les spectres acquis sont symétriques par rapport à la longueur d'onde centrale de l'impulsion, ce qui est caractéristique d'une automodulation de phase induite par un effet Kerr pur.

Afin de le démontrer, nous modélisons la propagation dans le nanoguide de silicium en ne tenant compte que de l'effet Kerr et de l'absorption à deux photons. L'enveloppe du champ transmis est décomposée en un terme d'intensité  $I$  et d'une phase non linéaire  $\phi_{\text{NL}}$  [Baron 2010] :

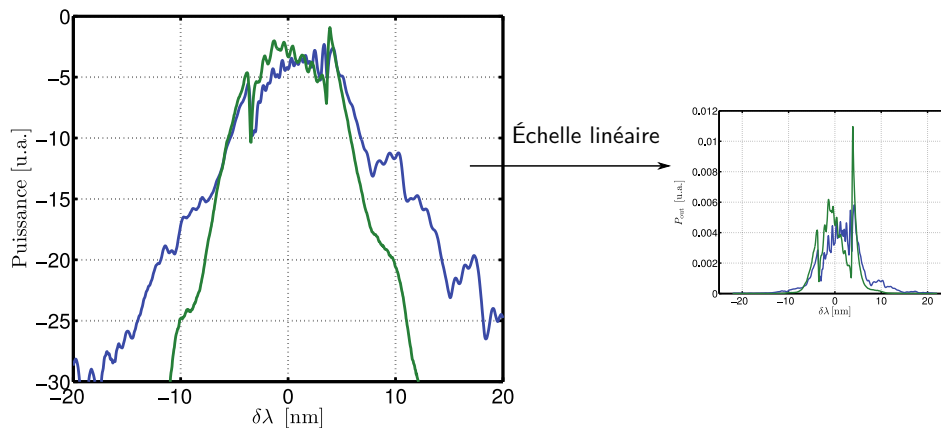
$$A(L, t) \propto \sqrt{I(L, t)} e^{i\phi_{\text{NL}}(t)}, \quad (3.33)$$

avec :

$$I(L, t) = \frac{I(0, t)}{1 + f^4 \beta_{\text{TPA}} I(0, t) L_{\text{eff}}} \quad \text{et} \quad \phi_{\text{NL}}(t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n_2}{\beta_{\text{TPA}}} \ln(1 + f^4 \beta_{\text{TPA}} I(0, t) L_{\text{eff}}). \quad (3.34)$$

Afin de déterminer ces expressions le plus fidèlement possible, nous choisissons de définir le spectre initial de l'impulsion à partir des données expérimentales. Nous faisons alors l'acquisition du spectre de sortie du guide à puissance d'entrée très faible, lorsqu'aucune non-linéarité ne se manifeste, et, afin d'obtenir l'enveloppe de l'impulsion dans le domaine temporel, effectuons la transformée de Fourier inverse des données. Ceci se justifie parfaitement par le fait que l'impulsion a été démontrée comme étant en limite de Fourier.

Par conséquent, en utilisant les deux équations précédentes, nous pouvons simuler la propagation de cette impulsion dans le guide, ne considérant qu'un effet Kerr et une absorption à deux photons. La comparaison entre la simulation, courbe en bleu présentée sur la figure 3.25, et le spectre expérimental, courbe verte, montre dans les deux cas un élargissement spectral en forme de Batman<sup>10</sup> pour une puissance d'entrée de 6 mW. L'accord entre les deux courbes est très bon



**Figure 3.25** – Comparaison théorie (bleu) / expérience (vert) des spectres transmis par le guide, pour  $P_{\text{in}} = 6$  mW.

et atteste de la présence négligeable des effets de porteurs libres, aussi bien réfractifs que pour les pertes non linéaires. Ce modèle rend donc très bien compte du comportement non linéaire du guide et démontre que les effets Kerr et d'absorption à deux photons sont majoritaires. Afin

10. Un petit peu d'humour dans un ouvrage scientifique n'a jamais fait le moindre mal, la preuve dans la référence [Papadopoulos 2009] qui nous fait découvrir le "Batman Mask".

d'étendre cette comparaison à différentes valeurs de puissance incidente, nous comparons à la suite les élargissements spectraux mesurés à ceux simulés.

Les élargissements spectraux des spectres sont quantifiés en calculant leur écart-type en fonction de la puissance. On rappelle que l'écart-type  $\sigma_X$  d'une variable aléatoire  $X$  réelle est défini selon :

$$\sigma_X = \sqrt{E[(X - E[X])^2]} = \sqrt{E[X^2] - E[X]^2}, \quad (3.35)$$

où  $E[X]$  représente l'espérance mathématique de  $X$ . D'après la définition de l'espérance mathématique, l'écart-type s'exprime, dans le cas d'une variable continue, en fonction de la densité de probabilité  $f(x)$  de la variable aléatoire  $X$  :

$$\sigma_X = \sqrt{\int_{\mathbb{R}} x^2 f(x) dx - \left( \int_{\mathbb{R}} x f(x) dx \right)^2}. \quad (3.36)$$

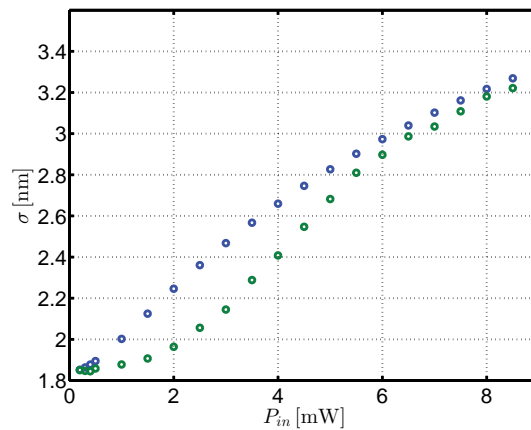
Dans notre cas, la densité de probabilité est proportionnelle à la densité spectrale de puissance de l'onde et est définie par :

$$f(\lambda) = \frac{P(\lambda)}{\int P(\lambda) d\lambda}, \quad (3.37)$$

où le facteur de normalisation  $\int P(\lambda) d\lambda$  a été introduit afin d'avoir  $\int f(\lambda) d\lambda = 1$ . D'après cette définition, nous pouvons calculer l'écart-type du spectre transmis  $P(\lambda)$  en utilisant l'expression suivante :

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{\int \lambda^2 P(\lambda) d\lambda}{\int P(\lambda) d\lambda} - \left( \frac{\int \lambda P(\lambda) d\lambda}{\int P(\lambda) d\lambda} \right)^2}, \quad (3.38)$$

où  $P(\lambda)$  correspond aux données enregistrées à l'analyseur de spectre optique. Cette définition est appliquée aux spectres mesurés et donne le résultat exposé sur la figure 3.26, où la courbe expérimentale est tracée en vert alors que la courbe calculée à partir de l'équation (3.34) est tracée en bleu.



**Figure 3.26** – Évolution de l'écart-type spectral de l'impulsion en fonction de sa puissance moyenne. Les données expérimentales sont tracées en vert et les résultats de la simulation numérique en bleu.

L'évolution est sensiblement la même et les deux courbes montrent une saturation, les effets de porteurs ont donc un effet invisible sur l'écart-type calculé. L'effet de saturation est expliqué par les équations (3.34) qui montrent que la phase non linéaire, qui évolue dans un premier temps

de manière linéaire, finit par saturer suite à la présence d'absorption à deux photons. Par la suite, l'impulsion injectée possédera une largeur spectrale plus fine, et par conséquent une énergie plus faible. Les effets non linéaires dans le guide devraient donc s'en trouver réduits.

Afin de nous approcher de la situation évoquée dans le chapitre précédent, c'est-à-dire une impulsion dont la largeur spectrale est de l'ordre de 2 nm, nous rapprochons les lames de filtrage afin d'avoir un spectre d'une largeur de 3,7 nm. Nous souhaitons donc démontrer la faible influence des effets non linéaires lorsque cette impulsion est couplée dans le nanoguide.

### 3.3.6 Effets non linéaires dans le nanoguide excité par une impulsion de 4 nm

La réduction de la largeur spectrale de l'impulsion entraîne à la fois une diminution de sa puissance crête et de son énergie. Les effets non linéaires escomptés sont donc bien plus faibles que ceux que nous avons observés jusqu'alors.

La figure 3.27a rend parfaitement compte de cet effet. L'élargissement spectral en sortie de guide est bien plus faible, ce qui est normal puisque celui-ci est lié à l'effet Kerr, donc à la puissance crête de l'impulsion et que cette dernière est réduite. Les effets non linéaires sont donc très faibles et la symétrie du spectre démontre à nouveau une absence d'effets de porteurs libres. Le calcul de l'élargissement spectral, figure 3.27b, montre par ailleurs une variation bien plus faible que dans le cas d'une impulsion de 7 nm de large.

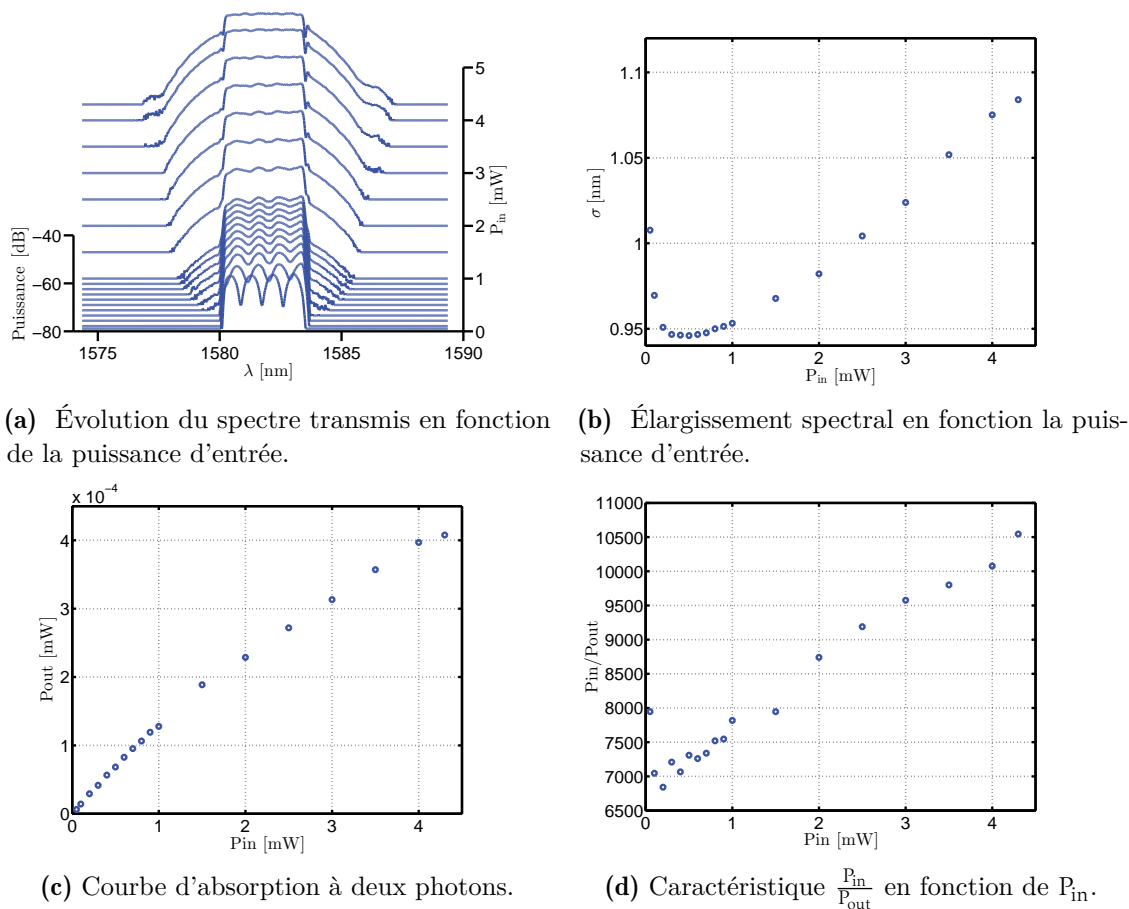


Figure 3.27 – Mesure et calcul de la durée de l'impulsion en sortie de l'étireur.

De plus, la courbe d'absorption à deux photons révèle de très faibles pertes non linéaires,



comme en témoigne la figure 3.27c.

Une fois de plus, nous traçons, sur la figure 3.27d, la caractéristique  $\frac{P_{in}}{P_{out}}$  en fonction de  $P_{in}$  afin de déterminer la puissance crête injectée. En reprenant les paramètres précédents, et avec une puissance moyenne de 4,3 mW en sortie de l'étireur, nous trouvons :

$$\boxed{P_{\text{crête, inj.}} \approx 1,3 \text{ W}}. \quad (3.39)$$

Ce résultat est primordial pour notre étude car nous ne pouvons estimer avec précision la puissance injectée dans une microcavité. Le nanoguide étant juste à côté de la microcavité, le désordre dû à la fabrication est faible et nous pouvons raisonnablement supposer que la puissance injectée dans le guide d'accès de la cavité sera identique, dans les mêmes conditions d'injection.

Nous pouvons en déduire le taux de couplage de l'impulsion, en utilisant l'équation (3.31) et en utilisant une durée d'impulsion de 2 ps<sup>11</sup> :

$$\boxed{\kappa_{in} = 3\%}. \quad (3.40)$$

Le taux de couplage obtenu est donc légèrement supérieur à celui que nous avons lors de l'utilisation de l'impulsion dont le spectre était large de 7,3 nm. Nous confirmons sa valeur proche de 3% et attendons la même valeur pour le couplage dans la microcavité.

L'énergie contenue dans l'impulsion peut être estimée à environ 2,6 pJ. Cette valeur étant très proche du picojoule, nous ne réduirons par la largeur spectrale davantage afin de s'accorder une marge d'erreur suffisante. L'impulsion qui sera utilisée pour exciter la cavité possédera donc une largeur spectrale de 3,7 nm.

### 3.3.7 Conclusion

La caractérisation non linéaire du nanoguide de silicium a conduit à la validation du montage et à la détermination du taux de couplage de 3%. Les propriétés de l'impulsion couplée dans le guide, à savoir son énergie et sa largeur spectrale sont compatibles avec l'étude théorique menée lors du second chapitre. De plus, la modélisation relativement simple du guide en régime non linéaire utilise les mêmes valeurs de coefficients non linéaires introduites dans le modèle de cavité du chapitre 2.

Cette première étape était alors essentielle à l'étude la microcavité en régime non linéaire. Nous avons en effet accès à tous les paramètres de l'impulsion couplée à l'intérieur de l'échantillon, c'est-à-dire sa durée, sa puissance crête, mais aussi sa phase, déjà caractérisée lors des sections précédentes. Tous les paramètres sont parfaitement maîtrisés et le modèle des modes couplés en régime non linéaire peut être complété avec précision en ce qui concerne les paramètres de l'impulsion.

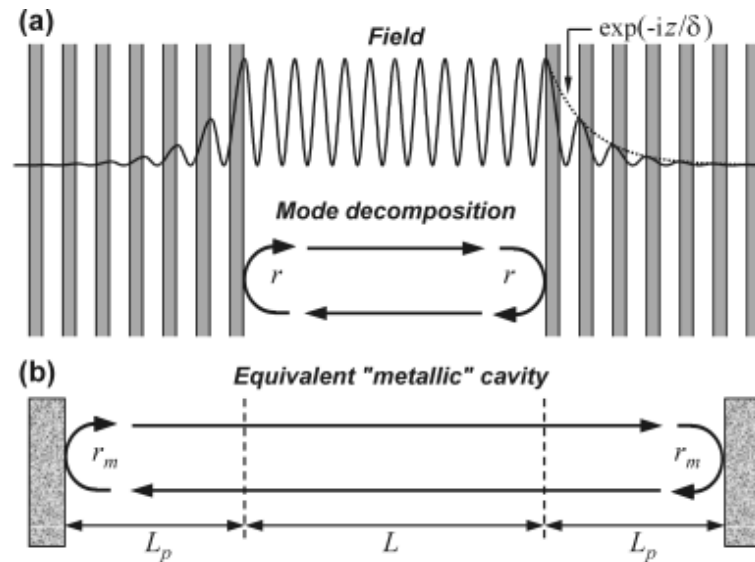
Cependant, certaines données restent à déterminer afin de disposer du modèle des modes couplés complet adapté au régime non linéaire. Il nous faut en effet tenir compte de la structure de la cavité afin d'introduire les volumes non linéaires définis lors du premier chapitre. Dans la suite, nous détaillons la structure de la cavité et effectuons des simulations numériques nous donnant accès à tous les paramètres manquants du modèle.

---

11. La durée de l'impulsion a été calculée numériquement en utilisant une impulsion supergaussienne dans le domaine spectrale et en utilisant la transformée de Fourier inverse.

### 3.4 Simulations numériques de la microcavité

Le modèle utilisé dans le chapitre 2 faisait abstraction de la structure réelle de la cavité. Cela a notamment permis de mettre en avant l'exaltation des non-linéarités par la mise en œuvre d'un contrôle cohérent. Cependant, pour réaliser une étude plus quantitative, nous devons tenir compte de la structure de la cavité. Nous nous concentrons donc sur une géométrie particulière, inspirée du modèle Fabry-Perot d'une cavité, figure 3.28. La cavité est délimitée par deux miroirs

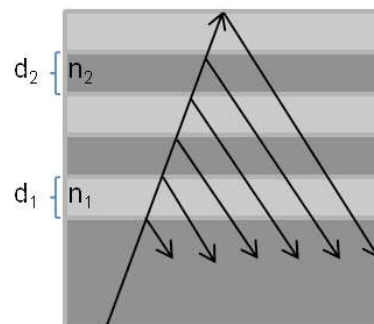


**Figure 3.28** – Modèle Fabry-Perot (b) d'une cavité Fabry-Perot à miroirs de Bragg (a). Illustration extraite de [Lalanne 2008].

qui sont le résultat d'une structuration sub-longueur d'onde du matériau. Les technologies de fabrication actuelles ont permis la réalisation de ce type de cavité Fabry-Perot dont la longueur est inférieure au micromètre. Ce type de cavité, qui consiste en une cavité à cristal photonique 1D, repose sur l'utilisation de deux miroirs de Bragg, dont nous en détaillons le principe de fonctionnement ci-après.

#### 3.4.1 Principe du miroir de Bragg

Un miroir de Bragg est réalisé par l'empilement périodique de matériaux d'indices de réfraction différents, voir figure 3.29. Deux matériaux d'épaisseur  $d_1$  et  $d_2$  et d'indices de réfraction de  $n_1$



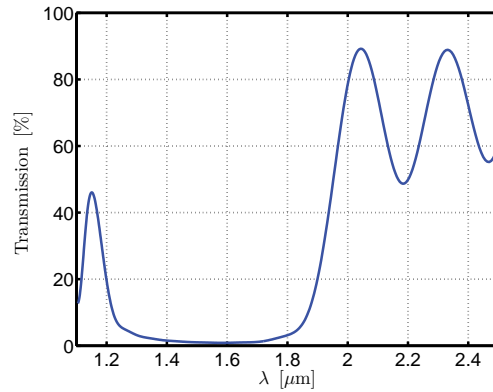
**Figure 3.29** – Empilement de couches d'indices de réfraction différents pour former un miroir de Bragg.

et  $n_2$ , respectivement, forment un miroir de Bragg. Les réflexions de Fresnel à chaque interface impliquent que l'onde n'est pas totalement transmise. Nous pouvons démontrer que, pour une longueur d'onde donnée, l'onde peut être totalement réfléchi. En effet, à la longueur d'onde  $\lambda_0$  telle que  $\frac{\lambda_0}{4} = n_1 d_1 = n_2 d_2$ , l'onde interfère de manière destructive avec ses composantes réfléchies à chaque interface. Ainsi, l'onde n'est pas transmise, elle est entièrement réfléchi, la structure se comporte donc comme un miroir à la longueur d'onde  $\lambda_0$  [Orfanidis 2002].

Le principe du miroir de Bragg réside donc dans une variation périodique de l'indice de réfraction de la structure. La fabrication de miroirs de Bragg en silicium sur isolant a été réalisée en gravant une chaîne périodique de trous dans un guide, voir figure 3.30a. Nous proposons d'effectuer une simulation FDTD en deux dimensions de ce type de structure. Pour cela, nous choisissons arbitrairement un matériau dont l'indice de réfraction est de 3,6. Un guide d'une largeur de 440 nm constitué de ce matériau est défini et entouré d'air. Une série de quatre trous d'air de rayon de 130 nm espacés de 370 nm (distance centre à centre) est ensuite inscrite dans ce même guide. Nous obtenons ainsi la structure présentée sur la figure 3.30a. Nous souhaitons



(a) Impulsion gaussienne réfléchi par le miroir de Bragg en cristal photonique 1D.



(b) Courbe de transmission du miroir de Bragg en cristal photonique 1D.

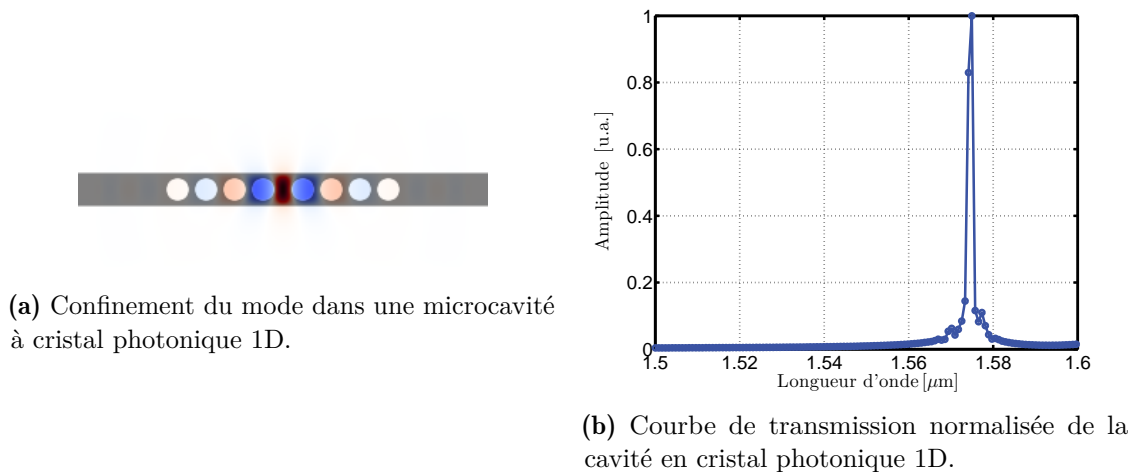
**Figure 3.30** – Structure et courbe de transmission d'un miroir de Bragg à cristal photonique.

tracer la courbe de transmission de ce miroir de Bragg. Pour ce faire, une source gaussienne dont la longueur d'onde centrale est de 1575 nm et d'une largeur spectrale de 1850 nm est injectée dans le guide suivant la polarisation  $H_z$ . Dans un premier temps, la transmission du guide sans les trous est calculée afin de servir de référence. La transmission du miroir telle qu'elle est présentée sur la figure 3.30b est donc normalisée par rapport à la transmission du guide seul. La structure se comporte donc comme un miroir pour des longueurs d'onde comprises entre 1300 nm et 1800 nm environ, au delà les ondes sont transmises. Cette bande spectrale pour laquelle aucune onde ne peut être transmise est appelée bande interdite. Le maximum de réflectivité est obtenu aux alentours de 1575 nm et vaut 0,99.

En associant deux de ces miroirs, nous pouvons former une cavité de type Fabry-Perot. La distance bord à bord des trous étant de 100 nm, nous décidons de séparer les deux miroirs d'une distance de 250 nm bord à bord, voir figure 3.31a.

Une simulation FDTD 2D, par l'injection d'une source gaussienne (identique à la précédente) disposée au centre de la cavité, met en évidence une résonance centrée sur 1574,5 nm et dont le facteur de qualité est calculé à 1600.

Bien évidemment, une simulation 2D ne rend pas compte du comportement réel d'une microcavité car les pertes verticales ne sont pas prises en compte. Ainsi, dans la section suivante,

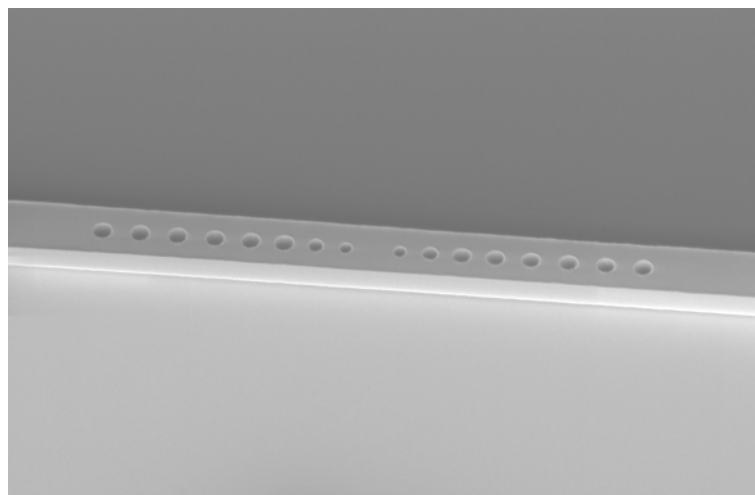


**Figure 3.31** – Structure et courbe de transmission d’un miroir de Bragg à cristal photonique.

nous détaillons et effectuons une simulation en trois dimensions de la microcavité qui sera étudiée expérimentalement dans la suite.

### 3.4.2 Propriétés de la microcavité

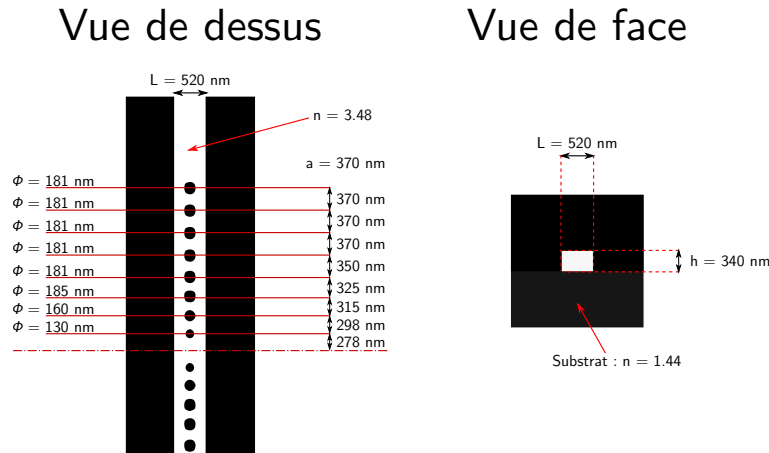
Nous présentons et réalisons les simulations FDTD 3D de notre cavité à cristal photonique 1D. La microcavité est constituée d’un nanoguide de silicium, d’une hauteur de 340 nm et une largeur de 520 nm, déposé sur un substrat de silice. Dans ce nanoguide sont gravés deux miroirs de Bragg afin de former une cavité d’une longueur physique de 425 nm. La figure 3.32 montre une image de la cavité, prise au microscope électronique à balayage (MEB) [Velha 2006], sur laquelle nous pouvons observer des trous à rayons variables, correspondant aux zones d’adaptation modale. Ces zones, appelées tapers, permettent de réduire les pertes dans les miroirs [Lalanne 2008] et donc d’augmenter leur réflectivité, ce qui par conséquent mène à un facteur de qualité plus élevé.



**Figure 3.32** – Photo MEB, issue de la thèse de Philippe Velha, de la cavité étudiée.

Un schéma, montré sur la figure 3.33, détaille plus précisément la géométrie de la cavité. Les diamètres et distances entre les trous y sont mentionnés, ainsi que la longueur de la cavité.

Les dimensions reportées sur ce schéma ne correspondent pas aux paramètres utilisés pour la

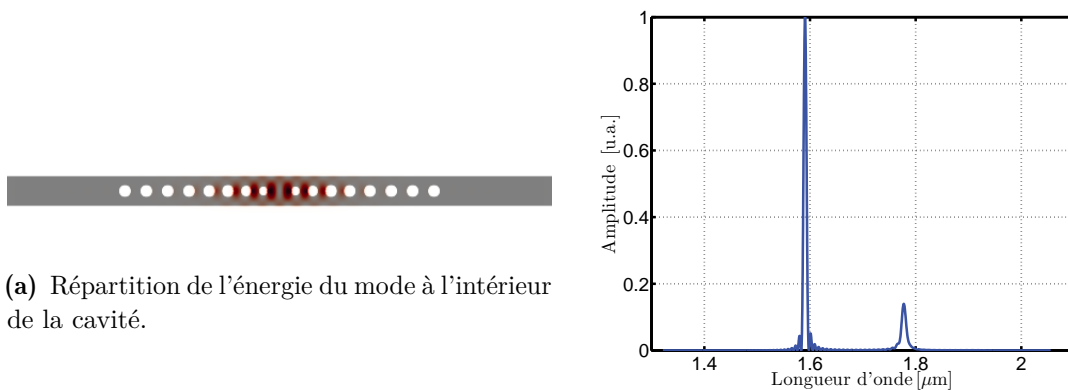


**Figure 3.33** – Paramètres géométriques de la cavité étudiée.

fabrication mais aux distances mesurées par imagerie au MEB. La précision est de l'ordre du nanomètre et tient compte des défauts de fabrication. La modélisation de la structure tenant compte des distances réelles devrait donc donner un facteur de qualité proche de ce qui doit être obtenu expérimentalement.

### 3.4.3 Simulations FDTD

L'indice du silicium est fixé à 3,48 et celui de la silice à 1,44. L'utilisation de PML (Perfect Matched Layers) permet de rendre le substrat de silice infini. Une source gaussienne est alors injectée au centre de la cavité, selon la polarisation  $H_z$ . Sa longueur d'onde centrale est de 1609 nm, et sa largeur spectrale de 350 nm. La distribution de l'énergie du champ électromagnétique circulant dans la cavité est tracée sur la figure 3.34a afin de rendre compte de l'effet de confinement. La simulation numérique met en évidence une résonance centrée en 1590 nm, montrée sur la



**Figure 3.34** – Structure et courbe de transmission de la microcavité à cristal photonique.

figure 3.34b, avec un facteur de qualité associé d'environ 9000. Notons également la présence d'une seconde résonance centrée en 1778 nm et qui possède un facteur de qualité de 200. La

résolution spatiale de la simulation numérique est de 9,25 nm et la propagation de l'onde a été simulée sur un intervalle temporel de 5 ps.

Une autre simulation a été réalisée sur un intervalle de 1,2 ps avec une résolution spatiale de 18,5 nm, afin de déterminer les volumes non linéaires de la cavité. Nous voyons sur la figure 3.35 que le calcul de ces volumes converge assez rapidement dans le temps. Les valeurs obtenues sont <sup>12</sup>

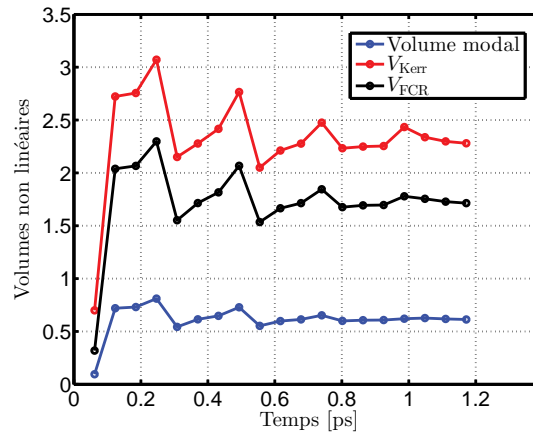


Figure 3.35 – Convergence temporelle du calcul des volumes non linéaires.

$V_{\text{mod}} = 0,61 (\lambda/n_0)^3$ ,  $V_{Kerr} = 2,3 (\lambda/n_0)^3$  et  $V_{FCR} = 1,7 (\lambda/n_0)^3$ . Les paramètres nécessaires à la complétion du modèle sont donc presque tous connus. Il nous reste à déterminer l'indice effectif de la cavité ainsi que l'indice de groupe du guide. Pour cela, nous abordons le problème avec une méthode de résolution numérique différente, mais complémentaire à la FDTD.

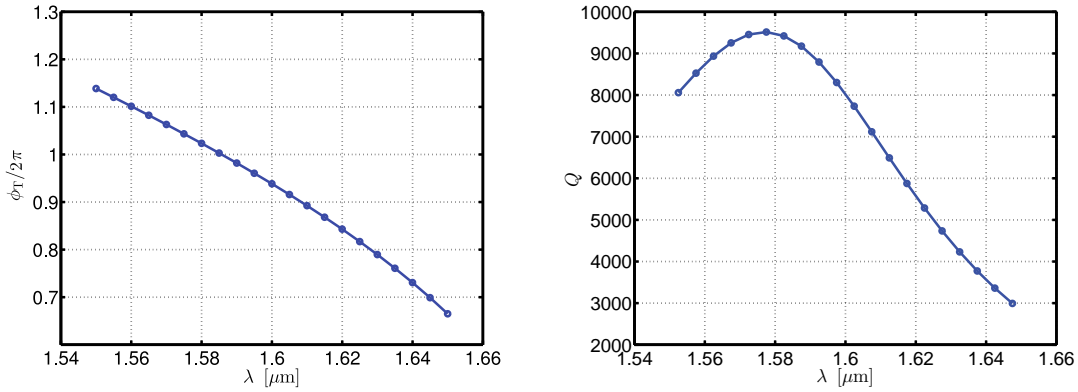
### 3.4.4 Méthode a-FMM

Nous proposons de résoudre la propagation d'une onde électromagnétique dans la cavité en utilisant la méthode a-FMM (aperiodic Fourier Modal Method [Sauvan 2005]), associée à un modèle Fabry-Perot de cavité. Cette méthode consiste à simuler numériquement un seul miroir de la cavité, excité par le mode de Bloch du guide. Ainsi, en utilisant les paramètres calculés du miroir, un modèle Fabry-Perot permet de constituer une cavité [Sauvan 2005]. La résolution des équations de propagation du mode de Bloch à travers un miroir nous donne accès à la fois à sa réflectivité et sa phase à la réflexion, ce qui est suffisant pour en déduire la phase totale de l'onde et le facteur de qualité de la cavité Fabry-Perot associée. Les figures 3.36 synthétisent les résultats obtenus pour la cavité considérée. D'une part, la phase totale  $\phi_T$ , tracée en fonction de la longueur d'onde sur la figure 3.36a, permet d'obtenir la longueur d'onde de résonance de la cavité, qui se situe à 1585,7 nm, lorsque  $\phi_T = 2\pi$ . D'autre part, à cette longueur d'onde précise, la méthode a-FMM donne un facteur de qualité de 9200 environ, comme le montre la courbe tracée sur la figure 3.36b. Cette méthode est également utilisée pour calculer l'indice de groupe  $n_g$  et l'indice effectif  $n_{\text{eff}}$  de la cavité, dont les évolutions en fonction de la longueur d'onde sont tracées sur la figure 3.37.

À la longueur d'onde de résonance, nous avons :

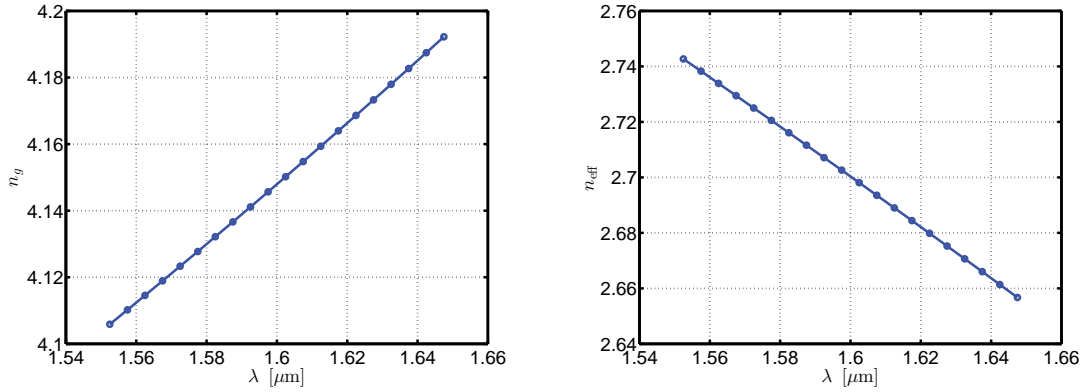
$$n_g = 4,13 \quad (3.41)$$

12. Le volume modal est calculé à partir de l'expression :  $V_{\text{mod}} = \frac{\int_V \epsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2 d^3r}{\max(\epsilon(\vec{r}) |A(\vec{r})|^2)}$ , en accord avec les définitions du premier chapitre.



(a) Phase totale accumulée dans la cavité.

(b) Calcul du facteur de qualité en fonction de la longueur d'onde.

**Figure 3.36** – Résultats de la simulation a-FMM de la cavité.

(a) Indice de groupe du guide.

(b) Indice effectif de la cavité.

**Figure 3.37** – Calcul des indices de groupe et effectif de la cavité.

et

$$\boxed{n_{\text{eff}} = 2,71}. \quad (3.42)$$

Remarquons que l'indice de groupe calculé, qui correspond à l'indice de groupe du guide, est en parfait accord avec celui que nous avons estimé à partir des données expérimentales.

Les résultats obtenus par cette méthode sont parfaitement cohérents avec ceux donnés par la FDTD. Dans les deux cas, nous trouvons une longueur d'onde de résonance d'environ 1590 nm et un facteur de qualité de 9000 environ. La combinaison des deux méthodes fournit à la fois les valeurs de  $n_g$  et  $n_{\text{eff}}$  ainsi que des volumes non linéaires. Le modèle des modes couplés non linéaires peut donc être complété et les simulations numériques effectuées en régime d'excitation cohérente, ce que nous détaillons par la suite.

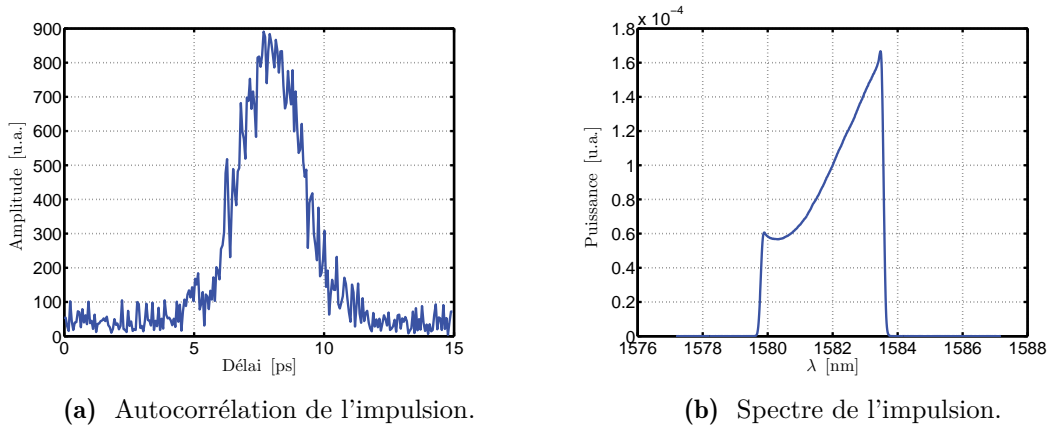
### 3.5 Caractérisation en régime linéaire et non linéaire de la microcavité

Avant de poursuivre et d'utiliser le modèle des modes couplés en régime non linéaire, nous devons caractériser expérimentalement l'impulsion incidente utilisée pour l'excitation de la cavité.

Il nous faut également, afin de compléter les paramètres du modèle en régime linéaire, effectuer une caractérisation de la cavité en régime linéaire.

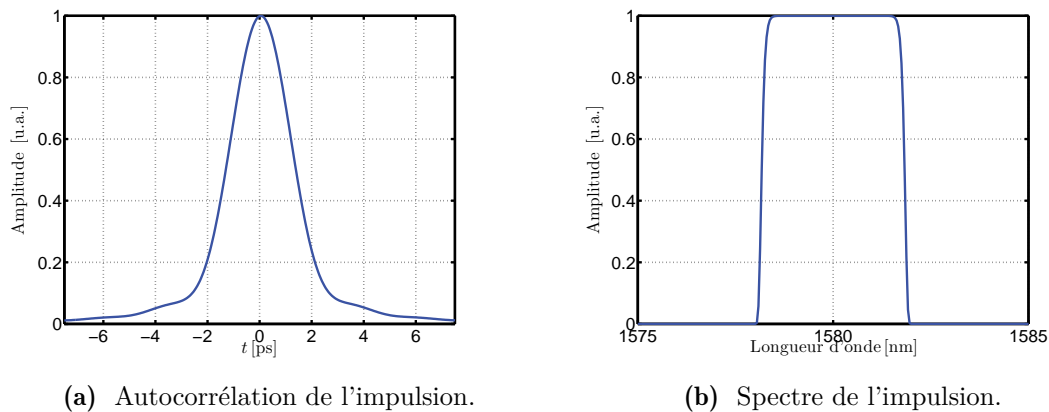
### 3.5.1 Propriétés de l'impulsion incidente

L'impulsion obtenue en sortie de l'étireur, dont la largeur spectrale est fixée à 3,7 nm, est limitée par transformée de Fourier lorsque le montage est au zéro de dispersion. L'allure temporelle de l'autocorrélation de l'impulsion, figure 3.38a, montre une durée de l'autocorrélation de l'impulsion de 2,6 ps. Le spectre obtenu à la sortie de l'étireur est tracé sur la figure 3.38b.



**Figure 3.38** – Traces expérimentales de l'autocorrélation de l'impulsion et de son spectre.

Afin de valider ces données, l'autocorrélation d'une impulsion dont le spectre est défini par une supergaussienne d'ordre 32<sup>13</sup> et d'une largeur de 3,7 nm est calculée en utilisant la même simulation que pour le spectre de largeur de 7,3 nm, et donne une impulsion dont la durée à mi-hauteur est de 2,6 ps, conformément à la mesure. L'impulsion est donc limitée par transformée de Fourier.



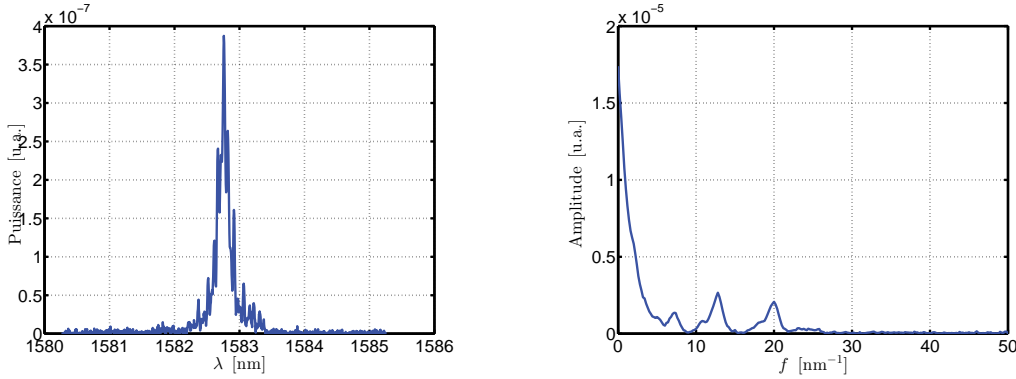
**Figure 3.39** – Traces simulées de l'autocorrélation de l'impulsion et de son spectre.

13. Une supergaussienne d'ordre  $n$  est définie par l'équation suivante :  $S(\lambda) = e^{(\lambda/\delta\lambda)^n}$ . Dans notre cas, l'ordre 32 a été choisi afin de reproduire le spectre réel le plus fidèlement possible.



### 3.5.2 Propriétés de la microcavité en régime linéaire

Nous rappelons que la microcavité est constituée d'un nanoguide de silicium, d'une hauteur de 340 nm et une largeur de 520 nm, déposé sur un substrat de silice [Velha 2006]. Dans ce nanoguide sont gravés deux miroirs de Bragg afin de former une cavité d'une longueur de 425 nm. Une première mesure, à faible puissance, permet d'obtenir le spectre de transmission de la cavité, donnant directement la forme de sa résonance, voir figure 3.40a, qui est clairement de forme lorentzienne.



(a) Transmission de la cavité en régime linéaire. (b) Transformée de Fourier du spectre transmis.

**Figure 3.40** – Spectre transmis par la cavité et sa transformée de Fourier.

Comme pour le nanoguide, le spectre obtenu contient des oscillations dont l'origine est expliquée par les réflexions de l'onde sur les faces clivées du nanoguide auxquelles s'ajoutent les réflexions sur les miroirs de la cavité. En effectuant une transformée de Fourier sur le spectre transmis nous pouvons mettre en évidence les fréquences  $f_i$  associées à ces différentes cavités, voir figure 3.40b. Nous observons trois pics distincts, dont deux centrés en  $f_1 = 20 \text{ nm}^{-1}$  et  $f_2 = 12,8 \text{ nm}^{-1}$ , et un troisième est centré en  $f_1 - f_2 = 7,2 \text{ nm}^{-1}$ . Ces fréquences sont reliées à la longueur des guides d'accès de chaque côté de la cavité par :

$$L_i = \frac{\lambda_0^2 a f_i}{2n_g}. \quad (3.43)$$

Connaissant l'indice de groupe du guide,  $n_g = 4,13$ , nous en déduisons des longueurs de 6,1 mm et 3,6 mm. Cela est en accord avec les distances mesurées au microscope et la partie la plus courte, de 3,6 mm, correspond au guide d'accès par lequel la lumière est injectée.

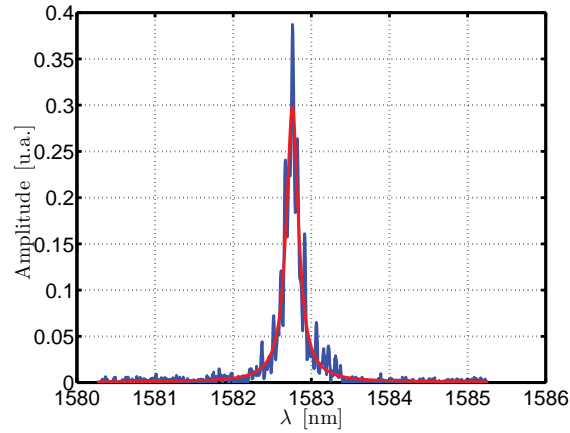
L'allure du spectre est très proche d'une forme lorentzienne et nous pouvons donc ajuster numériquement les paramètres d'une lorentzienne, définie par :

$$\mathcal{L}(\lambda) = y_0 + \frac{A}{\left(\frac{\delta\lambda}{2}\right)^2 + (\lambda - \lambda_{\text{res}})^2} \quad (3.44)$$

afin d'en déduire la longueur d'onde de résonance de la cavité et son facteur de qualité. La largeur à mi-hauteur de la résonance est directement donnée par  $\delta\lambda$  et sa longueur d'onde de résonance par  $\lambda_{\text{res}}$ . Le résultat de l'ajustement numérique donne  $\lambda_{\text{res}} = 1582,76 \text{ nm}$  et  $\delta\lambda = 0,19 \text{ nm}$ , ce qui correspond, en reprenant la définition donnée dans le premier chapitre, à un facteur de qualité de :

$$Q = \frac{\lambda_{\text{res}}}{\delta\lambda} = \frac{1582,76}{0,19} \approx 8300. \quad (3.45)$$

La superposition de la lorentzienne obtenue avec le spectre transmis est montrée sur la figure 3.41. L'accord entre le modèle d'une cavité ayant une résonance lorentzienne et les résultats expé-



**Figure 3.41** – Ajustement numérique des paramètres d'une Lorentzienne avec le spectre transmis.

mentaux démontre la possibilité d'appliquer le modèle des modes couplés à cette microcavité. Par la suite, nous négligerons l'effet Fabry-Perot induit par les réflexions sur les faces clivées et utiliserons le modèle des modes couplés pour une microcavité non linéaire en silicium dont le facteur de qualité est de 8300.

### 3.5.3 Simulations en régime de dynamique non linéaire de la microcavité

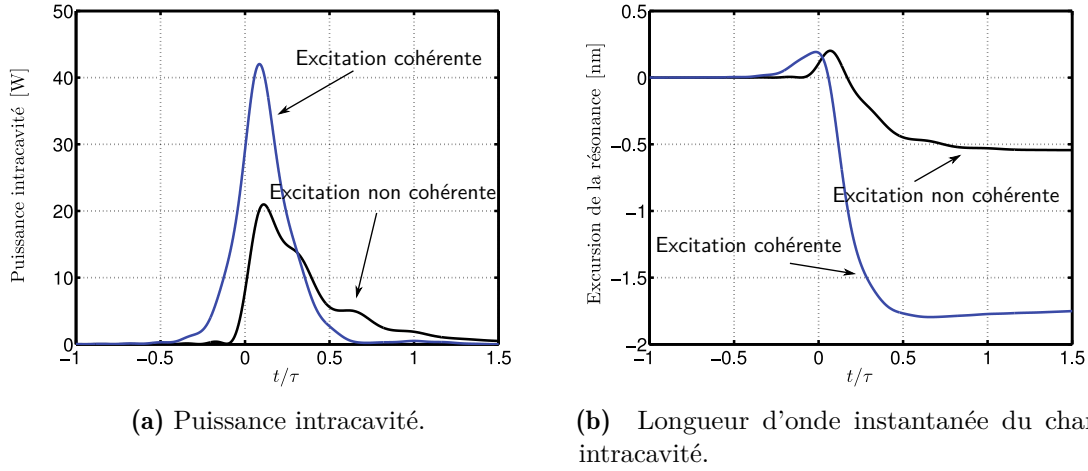
Nous souhaitons anticiper et comprendre la signature spectrale du champ intracavité en régime non linéaire. À cet effet, nous utilisons le modèle des modes couplés en régime non linéaire décrit par les équations du premier chapitre que nous rappelons :

$$\begin{aligned}
 \frac{du}{dt} &= -i\omega_{res0} \left( 1 - \frac{n_2 c}{n_0 n_{eff} V_{Kerr}} |u(t)|^2 - \frac{\sigma_R}{n_{eff}} N(t) \right) u(t) \\
 &\quad - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\beta_{TPA} c^2}{2n_0^2 V_{TPA}} |u(t)|^2 + \frac{\sigma_{AC}}{2n_0} N(t) \right) u(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t) . \\
 \frac{dN}{dt} &= -\frac{1}{\tau_P} N(t) + \frac{\beta_{TPA}}{2\hbar\omega} \frac{c^2}{n_0^2 V_{FCR}^2} |u(t)|^4 .
 \end{aligned} \tag{3.46}$$

La valeur de  $n_{eff}$  et des volumes non linéaires sont maintenant connus, grâce aux simulations effectuées précédemment. Comme nous l'avons mesuré, le facteur de qualité de la cavité est de l'ordre de 8000. Cela correspond à un temps de vie des photons dans la cavité par  $\tau = 13,5$  ps. Le facteur de qualité  $Q_e$  est estimé à 9500, le facteur de qualité donné par les simulations a-FMM. En effet, celles-ci donnent la valeur du facteur de qualité extrinsèque car le matériau utilisé dans la simulation est sans pertes. Cela correspond à un temps de vie  $\tau_e$  approximativement égal 14 ps.

Les paramètres de l'impulsion sont connus et nous choisissons de la modéliser par un spectre supergaussien d'ordre 32. De plus, la puissance crête de l'impulsion est fixée à 1,3 W. Nous avons également choisi de décaler la longueur d'onde centrale de l'impulsion par rapport à la résonance en régime linéaire de 0,7 nm vers le bleu. Ainsi, la majeure partie des composantes spectrales de l'impulsion se trouve du côté des basses longueurs d'ondes par rapport à la résonance, ce qui correspond au sens du décalage initié par les porteurs.

L'enveloppe du champ intracavité sous une excitation impulsionnelle limitée par transformée de Fourier est tracée en noir sur la figure 3.42a. Celle-ci subit de légères oscillations qui viennent,



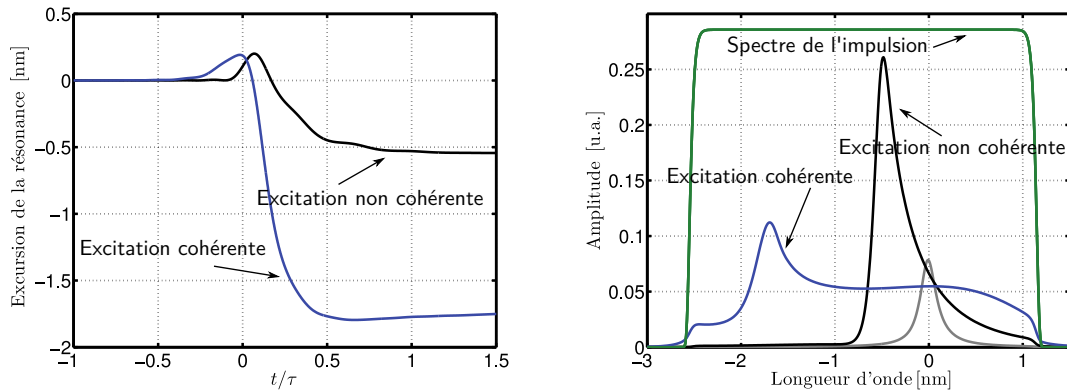
**Figure 3.42** – Évolution temporelle de l'enveloppe du champ intracavité et de sa longueur d'onde instantanée.

comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, des battements entre le champ intracavité et l'impulsion. Le décalage en longueur d'onde de la résonance, montré sur la courbe noire de la figure 3.42b montre une excursion totale d'environ  $-0,5$  nm, ce qui correspond à 2,5 fois la largeur de la résonance. Ceci explique les distorsions subies par le champ intracavité et nous laisse supposer que l'interaction lumière-matière est fortement limitée.

En plus de réaliser la simulations numériques pour une impulsion limitée par transformée de Fourier, nous souhaitons prévoir l'effet d'une excitation cohérente pour laquelle la dispersion est de  $+2,75$  ps<sup>2</sup>, ce qui correspond au maximum atteignable par la platine de translation. Nous réalisons alors la simulation numérique d'une impulsion dispersée avec  $\phi^{(2)} = +2,75$  ps<sup>2</sup> afin d'augmenter cette interaction et donc la densité de porteurs libres. L'enveloppe du champ, tracée en bleu sur la figure 3.42a, montre une allure parfaitement symétrique et non déformée, c'est-à-dire sans présence de battements. Le décalage en longueur d'onde de la résonance correspondant est tracé en bleu sur la figure 3.42b et démontre une très forte augmentation de la densité de porteurs libres, menant à un excursion de  $-1,8$  nm de la résonance. Cela correspond à un décalage fréquentiel de  $16/\tau$  environ ce qui donne exactement la valeur qui était atteinte dans le chapitre précédent.

Afin d'adapter ces résultats à l'expérience, nous devons transposer cette étude dans le domaine spectral. En effet, expérimentalement nous n'avons accès qu'au spectre de l'impulsion transmise par la cavité (proportionnelle à la puissance intracavité). Nous comparons alors les dérives instantanées de la résonance sous les deux excitations, montrées sur la figure 3.43a avec les spectres intracavité, montrés sur la figure 3.43b. Nous constatons alors que le pic correspondant au maximum de l'intensité spectrale est, dans les deux cas décalé d'une valeur égale à l'excursion totale de la résonance. Dans le cas de l'excitation par l'impulsion limitée par transformée de Fourier, celui-ci, tracé en noir sur la figure 3.43b, montre un pic proche de  $-0,4$  nm. Dans le cas d'une excitation cohérente, se pic se retrouve décalé aux alentours de  $-1,8$  nm, comme en témoigne la courbe bleue.

Nous sommes donc en mesure de quantifier le décalage de la résonance à partir d'une mesure directe des spectres transmis par la cavité. Ceci peut être appliqué à l'étude de la transmission



(a) Longueur d'onde instantanée du champ intracavité.

(b) Spectres intracavité.

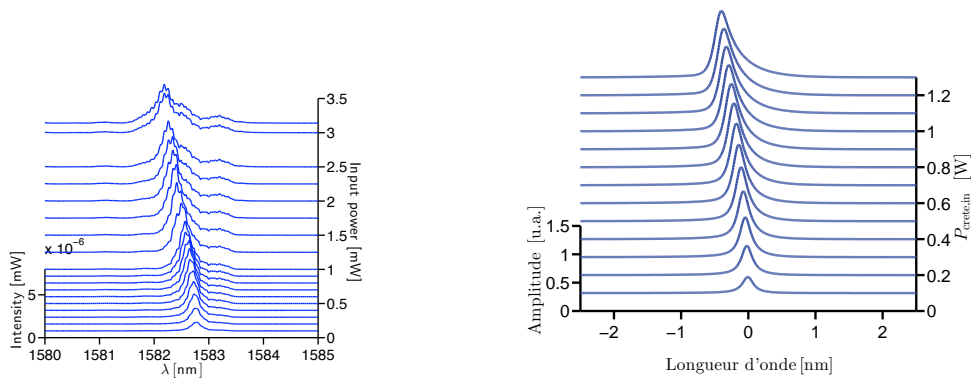
Figure 3.43 – Longueur d'onde de résonance dans le domaine temporel et le domaine spectral.

de la cavité en régime non linéaire. Nous pouvons, par exemple, étudier les spectres transmis en fonction de la puissance incidente.

### 3.5.4 Étude de la microcavité en régime non linéaire

À partir d'ici, et dans toute la suite, le décalage entre la longueur d'onde centrale de l'impulsion est fixé afin d'avoir un maximum de longueurs d'ondes du spectre l'impulsion décalées vers le bleu par rapport à la résonance. Ceci doit, comme l'ont montré les simulations numériques, contribuer à augmenter la densité de porteurs libres à mesure que la résonance se décale vers le bleu.

Nous injectons alors l'impulsion caractérisée précédemment et étudions les variations du spectre transmis en fonction de la puissance incidente. La figure 3.44a montre le résultat obtenu.



(a) Spectres transmis en fonction de la puissance en sortie de l'étireur à dispersion nulle.

(b) Spectres transmis en fonction de la puissance en sortie de l'étireur à dispersion nulle.

Figure 3.44 – Spectre transmis par la cavité et sa transformée de Fourier.

Nous voyons qu'à mesure que la puissance augmente le décalage vers le bleu est de plus en plus important. Cette signature spectrale est clairement induite par la réfraction des porteurs libre et est en très bon accord avec la simulation effectuée dans la section précédente puisque le décalage en longueur d'onde atteint environ  $-0,5$  nm.

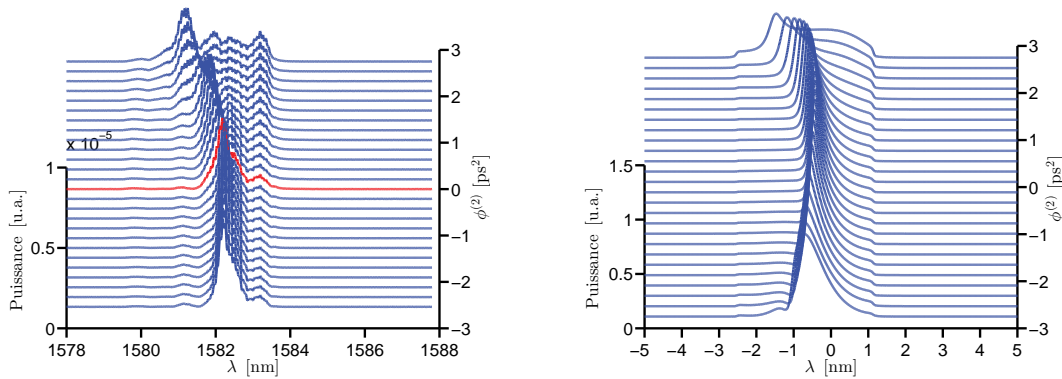
Nous réalisons alors la même simulation que celle de la section précédente en faisant varier la puissance crête de l'impulsion de 0 à 1,3 W. Les spectres intracavité (proportionnels aux spectres transmis par la cavité) sont montrés sur la figure 3.44b. La concordance entre la simulation et l'expérience est très bonne au niveau de la forme des spectres transmis.

Ce premier résultat nous conforte dans l'idée de poursuivre notre étude du régime dynamique non linéaire de la microcavité. La suite de ce chapitre est donc consacrée à l'étude expérimentale de l'excitation cohérente de la microcavité.

### 3.6 Excitation cohérente de la microcavité

Nous étudions ici l'effet de la mise en forme de l'impulsion sur le spectre transmis par la cavité. Plus précisément, l'évolution du spectre transmis en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion est comparée aux résultats des simulations. L'écart-type associé aux spectres est également étudié afin de mettre en évidence son augmentation sous une excitation cohérente.

Comme nous l'a montrée la simulation numérique effectuée préalablement, appliquer de fortes dispersions à l'impulsion n'est pas forcément utile. C'est pourquoi, nous choisissons de restreindre la plage de variation de  $\phi^{(2)}$  à  $\pm 2,75 \text{ ps}^2$ . Ces valeurs correspondent aux maxima accessibles par la platine de translation, nous disposons donc d'une très grande précision sur le réglage. Les figures 3.45 présentent l'évolution du spectre transmis en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion. Pour les simulations numériques la puissance crête de l'impulsion est fixée à 1,3 W.



(a) Mesure du spectre transmis en fonction de la dispersion,  $\phi^{(2)}$ .

(b) Simulation du spectre transmis en fonction de la dispersion,  $\phi^{(2)}$ .

**Figure 3.45** – Comparaison entre la mesure et la simulation numérique du spectre transmis par la cavité.

Nous constatons pour les dispersions négatives, que le spectre transmis mesuré n'évolue pas, l'élargissement spectral reste donc le même. En revanche, l'excitation cohérente mène à une modification significative du spectre à mesure que  $\phi^{(2)}$  augmente. Une légère augmentation de l'intensité des composantes spectrales rouges est observable au delà de 1583 nm. Toutefois, le phénomène le plus marquant est le décalage de la résonance vers le bleu, accompagné d'un élargissement spectral conséquent. Pour  $\phi^{(2)} = 2,75 \text{ ps}^2$ , la résonance se décale de sa valeur initiale de 1582,76 nm jusqu'à environ 1581 nm. Ceci est sans aucun doute la signature d'un renforcement des non-linéarités induites par les porteurs libres. En effet, le décalage vers le bleu est la signature d'un effet réfractif non linéaire induit par les porteurs libres et celui-ci est nécessairement accompagné de pertes non linéaires par absorption des porteurs.

Pour comparer la largeur des spectres transmis à celui de l'impulsion initiale, nous calculons

numériquement l'écart-type du spectre de l'impulsion :

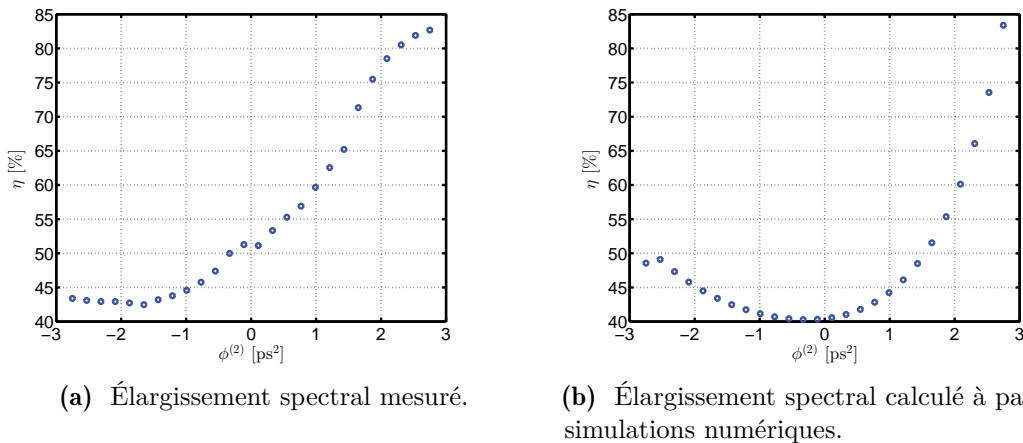
$$\sigma_{\text{impulsion}} = 1,07 \text{ nm.} \quad (3.47)$$

Notons que le calcul de l'écart-type d'un spectre rectangulaire ayant une largeur spectrale de 3,7 nm donne le même résultat <sup>14</sup>.

Afin de déterminer la quantité de composantes spectrales transmises par la cavité, nous normalisons tous les élargissements spectraux par rapport à celui de l'impulsion initiale. Ainsi, nous pouvons quantifier la quantité de composantes spectrales transmises par la cavité. Les valeurs obtenues sont exprimées par la quantité

$$\eta = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{impulsion}}}. \quad (3.48)$$

Cette figure de mérite décrit la bande passante de la cavité en régime non linéaire et est directement liée à la densité de porteurs libres. Nous traçons alors l'élargissement du spectre transmis par rapport à celui de l'impulsion, figures 3.46. L'augmentation de la largeur spectrale



**Figure 3.46** – Comparaison des élargissements spectraux mesurés et simulés en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion.

transmise à travers la cavité est en effet clairement visible lorsque la dispersion est positive. Pour de fortes dispersions, il finit par saturer autour de 85%. Ce meilleur couplage de l'impulsion dans la cavité est évidemment limité par la capacité qu'a le chirp linéaire de l'impulsion à suivre la dérive non linéaire de la résonance.

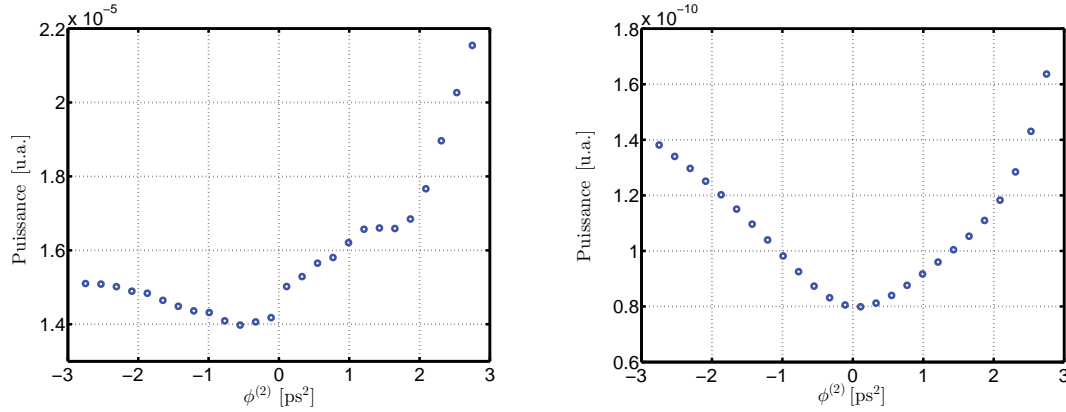
De la même manière, nous pouvons introduire une autre figure de mérite  $\beta$  qui quantifie l'élargissement de la résonance par rapport au régime linéaire :

$$\beta = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{résonance}}}. \quad (3.49)$$

Alors que dans les cas où  $\phi^{(2)} \leq 0$  la valeur de  $\beta$  vaut au maximum 2,5, une dispersion positive permet d'atteindre  $\beta > 8$ . Cela signifie que le spectre transmis par la cavité est plus de huit fois plus large que la résonance en régime linéaire.

14. Le calcul de l'écart-type d'un rectangle possède une solution analytique donnée par  $\sigma = \frac{\Delta\lambda}{2\sqrt{3}}$ . Une largeur spectrale de 3,7 nm donne donc :  $\sigma = 1,07 \text{ nm}$ .

Afin de démontrer que l'augmentation de la largeur spectrale transmise est bien obtenue grâce à un renforcement de l'interaction lumière-matière, nous traçons l'évolution de la puissance transmise, déterminée en intégrant les spectres acquis, en fonction de la dispersion, figure 3.47a.



(a) Évolution de la puissance transmise par la cavité en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion : données expérimentales.

(b) Évolution de la puissance transmise par la cavité en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion : simulation numérique.

**Figure 3.47** – Comparaison des élargissements spectraux mesurés et simulés en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion.

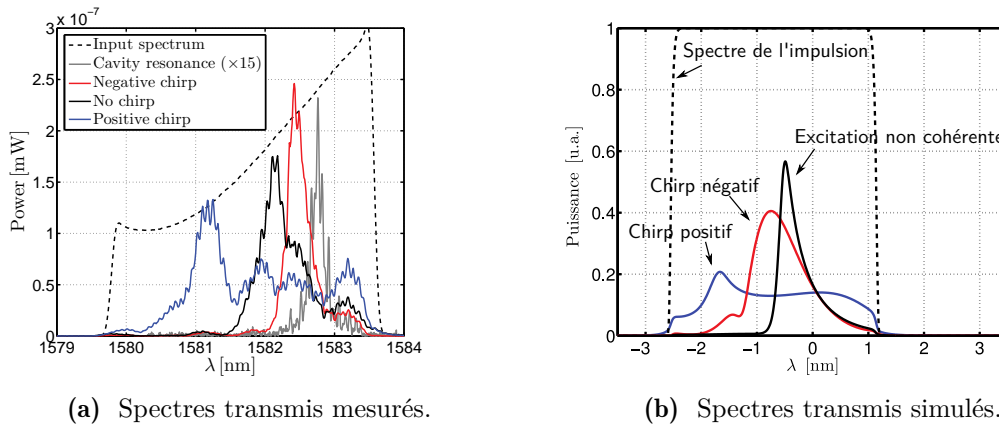
La même caractéristique est tracée, sur la figure 3.47b, à partir des simulations numériques. Ces dernières montrent qu'un chirp négatif permet tout de même une augmentation de la puissance transmise par la cavité (par rapport à une impulsion limitée par transformée de Fourier) ce qui peut être expliqué par la plus longue durée d'impulsion et donc un régime moins transitoire. De plus, la puissance crête de l'impulsion limitée par transformée de Fourier est plus élevée, ce qui crée plus d'absorption à deux photons dans le guide d'accès et peut également expliquer la baisse de puissance transmise par la cavité, puisque celle-ci est en fait perdue dans le guide d'accès. Cependant, l'allure de la courbe théorique est relativement similaire à celle obtenue expérimentalement, et montre une plus forte puissance transmise lorsqu'une dispersion positive est appliquée à l'impulsion. Nous confirmons alors la démonstration effectuée lors du chapitre 2 qui mettait en avant l'action majoritaire de la réfraction des porteurs libres par rapport aux pertes non linéaire dans la réduction de l'interaction lumière-matière.

L'accord entre les simulations numériques et l'expérience n'est pas parfait, surtout en ce qui concerne une excitation pour laquelle  $\phi^{(2)} < 0$ . Les divergences entre simulations et expériences peuvent venir des valeurs des paramètres non linéaires utilisés, qui peuvent être différents des paramètres réels. Une étape de caractérisation plus fine du matériau pourrait éventuellement corriger ce problème. Nous supposons cependant qu'ils sont satisfaisants et donnent une bonne idée de l'évolution du spectre transmis par la cavité. De plus, les simulations numériques n'incluent pas l'influence des guides d'accès qui a été estimée numériquement et supposée négligeable car leur impact sur les spectres transmis est très peu visible.

### 3.6.1 Comparaison des spectres transmis sous trois régimes d'excitation différents

Afin de récapituler les résultats précédents, nous comparons les spectres transmis sous trois excitations pour lesquelles  $\phi^{(2)}$  vaut  $+2,75 \text{ ps}^2$ ,  $0$  et  $-2,75 \text{ ps}^2$ , respectivement. La première excitation consiste à injecter une impulsion limitée par transformée de Fourier dans la cavité

( $\phi^{(2)} = 0$ ). Celle-ci possède les propriétés détaillées dans la section précédente, à savoir, une largeur spectrale de 3,7 nm et une durée mesurée à l'autocorrélateur de 2,6 ps. Sous ces conditions, le spectre transmis est représenté en noir sur les figures 3.48. Nous observons clairement un décalage spectral vers les plus faibles longueurs d'onde par rapport au spectre transmis en régime linéaire et tracé en gris.



**Figure 3.48** – Comparaison des spectres transmis mesurés avec les résultats de simulations numériques.

La cavité est maintenant sujette à une excitation cohérente et l'impulsion précédente, limitée par transformée de Fourier, est dispersée positivement. Nous choisissons ici une valeur de dispersion telle que  $\phi^{(2)} = +2,75 \text{ ps}^2$ . La dispersion positive correspond au cas d'une excitation cohérente. Le spectre transmis est alors beaucoup plus large, courbe bleue, et le décalage de la résonance vers le bleu bien plus élevé.

Afin de démontrer l'importance du rôle de la phase spectrale de l'impulsion excitatrice, nous comparons l'impulsion dispersée précédente avec une autre impulsion dispersée mais avec une valeur de  $\phi^{(2)}$  opposée :  $\phi^{(2)} = -2,75 \text{ ps}^2$ . Ainsi, les deux impulsions ont le même spectre et la même enveloppe, seul le signe associé à la phase spectrale est différent. Le spectre transmis sous cette dernière excitation est tracé en rouge sur les figures 3.48.

L'objectif de l'excitation cohérente est de maximiser l'interaction lumière-matière et d'exalter les non-linéarités induites par les porteurs libres. Dans une cavité de type Fabry-Perot, plus le spectre transmis est large, plus ces non-linéarités sont élevées. Nous pouvons donc caractériser l'efficacité d'excitation des porteurs libres dans la cavité en analysant la largeur du spectre transmis. À cet effet, nous calculons son écart-type afin de quantifier son élargissement spectral puis le comparer à celui de l'impulsion initiale. Les résultats des calculs sont synthétisés dans le tableau 3.1.

	Impulsion limitée par transformée de Fourier	Chirp négatif	Chirp positif
$\sigma$	0,55 nm	0,42 nm	0,89 nm
$\eta$	50%	40%	83%
$\beta$	270%	200%	830%
$P_{\text{out}}$	12 nW	15 nW	22 nW

**Table 3.1** – Efficacité des différentes excitations.

Conformément aux simulations numériques, la puissance transmise est plus élevée dans le cas



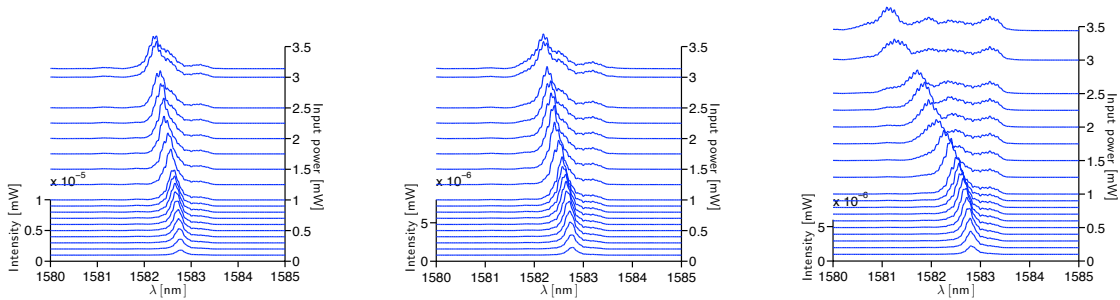
de l'excitation cohérente, ce qui démontre son efficacité.

Le rôle de la phase de l'onde sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans la cavité est donc clairement mis en évidence puisque deux impulsions dont l'enveloppe est identique ( $\phi^{(2)} = +2,75 \text{ ps}^2$  et  $\phi^{(2)} = -2,75 \text{ ps}^2$ ) donnent deux résultats totalement différents. D'une part, lorsque la fréquence instantanée de l'onde est adaptée à la variation non linéaire de la fréquence de résonance de la cavité, la puissance transmise est plus élevée. D'autre part, lorsque la fréquence de l'onde varie dans le sens opposé de la résonance, la transmission n'est que légèrement plus élevée qu'avec une impulsion limitée par transformée de Fourier.

L'élargissement spectral de la résonance dépend directement de l'énergie de l'impulsion, c'est pourquoi, par la suite nous détaillons l'évolution du spectre transmis en fonction de la puissance moyenne en sortie de l'étireur. Ceci permettra en particulier de mieux comprendre le rôle des pertes non linéaires dans la transmission de la cavité.

### 3.6.2 Évolution du spectre transmis en fonction de la puissance d'entrée

Nous nous concentrons maintenant sur l'évolution des spectres transmis en fonction de la puissance incidente dans les trois situations étudiées dans les parties précédentes, c'est-à-dire, pour  $\phi^{(2)} = -2,75 \text{ ps}^2$ ,  $\phi^{(2)} = 0$  et  $\phi^{(2)} = +2,75 \text{ ps}^2$ . Pour ces trois situations, le décalage en fréquence évolue, pour de faibles puissances, de manière linéaire, voir figures 3.49. Pour les

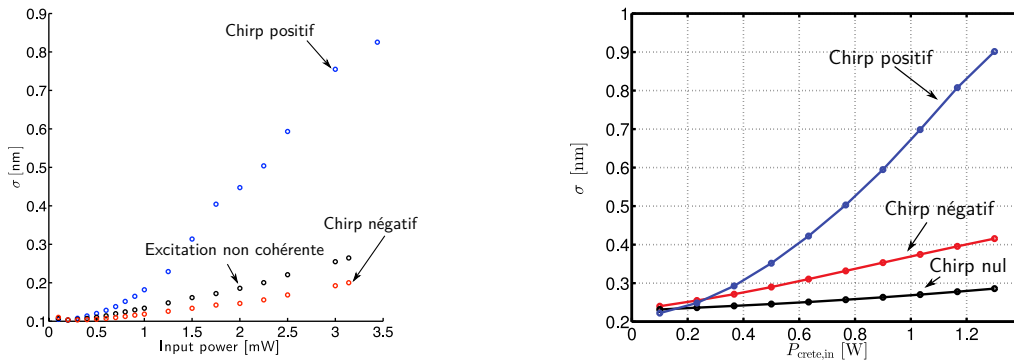


(a) Spectres transmis en fonction de la puissance en sortie de l'étireur, lorsque  $\phi^{(2)} < 0$ . (b) Spectres transmis en fonction de la puissance en sortie de l'étireur, lorsque  $\phi^{(2)} = 0$ . (c) Spectres transmis en fonction de la puissance en sortie de l'étireur, lorsque  $\phi^{(2)} > 0$ .

**Figure 3.49** – Évolution des spectres transmis par la cavité en fonction de la puissance moyenne de l'impulsion en sortie de l'étireur pour trois excitations différentes.

excitations des figures 3.49a et 3.49b, l'évolution du décalage spectral évolue linéairement en fonction de la puissance, y compris pour de fortes intensités. En revanche, le comportement observé sous excitation cohérente est très différent, comme en témoigne la figure 3.49c. Alors que le décalage spectral évolue linéairement pour de faibles puissances, lorsque la puissance augmente, il tend à augmenter plus rapidement pour enfin saturer légèrement à très forte puissance. De plus, le décalage spectral atteint sous excitation cohérente est bien plus élevé, comme en témoigne la figure 3.50a, où les largeurs spectrales des spectres transmis sont tracées en fonction de la puissance incidente pour les trois excitations.

Nous constatons une fois de plus que l'élargissement spectral sous excitation cohérente est beaucoup plus élevé, en raison de la réfraction des porteurs libres qui est plus importante. Ce comportement est confirmé par les simulations numériques comme l'illustre la figure 3.50b, qui démontre une bien plus forte augmentation de l'élargissement du spectre transmis sous excitation

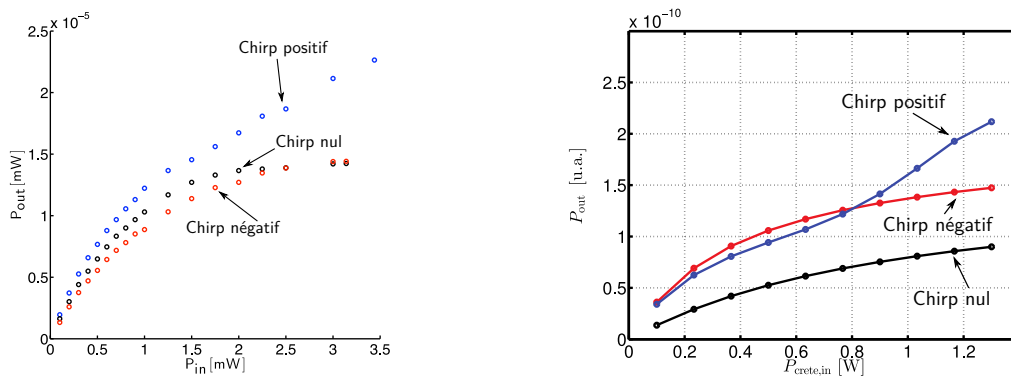


(a) Élargissement spectraux obtenus pour les trois excitations : données expérimentales. (b) Élargissement spectraux obtenus pour les trois excitations : simulations.

**Figure 3.50** – Comparaison des élargissements spectraux et puissances moyennes transmises pour les trois excitations, en fonction de la puissance moyenne en sortie de l'étreur.

cohérente. Un désaccord est à noter entre la simulation numérique et les données expérimentales : les simulations montrent un spectre transmis plus large pour un chirp négatif que pour une impulsion en limite de Fourier, ce qui est opposé aux résultats expérimentaux.

Les puissances transmises sont également comparées, en vue de démontrer une meilleure transmission dans le cas de l'excitation cohérente. Bien entendu, l'augmentation de la densité de porteurs libres conduit à une élévation des pertes non linéaires, ce qui, comme nous l'avons démontré dans le chapitre 2, n'empêche pas l'augmentation de la puissance intracavité. La figure 3.51a montre l'évolution de la puissance totale transmise par la cavité en fonction de la puissance moyenne d'entrée, dans les trois situations.



(a) Puissance moyenne transmise pour les trois excitations : données expérimentales. (b) Puissance moyenne transmise pour les trois excitations : simulations.

**Figure 3.51** – Comparaison des élargissements spectraux et puissances moyennes transmises pour les trois excitations, en fonction de la puissance moyenne en sortie de l'étreur.

Pour une impulsion à dérive de fréquence négative ( $\phi^{(2)} < 0$ , courbe rouge), la courbe sature légèrement moins que lors de l'utilisation d'une impulsion limitée par transformée de Fourier (courbe noire). Cependant, les deux courbes sont relativement similaires. La saturation sous ces deux excitations est sensiblement identique et démontre une limitation dans la puissance maximale que peut transmettre la cavité. Le comportement observé sous une excitation cohérente est totalement différent. Là où les deux autres courbes montrent une saturation, la courbe

bleue continue de croître de manière approximativement linéaire. La saturation de la puissance transmise due aux effets non linéaires est donc compensée par l'application d'une dérive de fréquence positive à l'impulsion, prouvant ainsi une fois de plus l'action majoritaire de la réfraction par les porteurs libres par rapport aux pertes par absorption des porteurs. Le niveau de puissance atteint est plus de 50% supérieur à la saturation des deux autres courbes.

Le résultat des simulations numériques, illustré sur la figure 3.51b, montre un comportement quasi identique. En effet, sous une cohérente, la puissance transmise (en bleu) continue à augmenter, alors que sous les deux autres excitations (en noir et en rouge), nous observons une saturation. Nous notons à nouveau un désaccord entre la simulation et l'expérience lorsque le chirp est négatif.

### 3.6.3 Influence de la longueur d'onde centrale de l'impulsion sur le spectre transmis

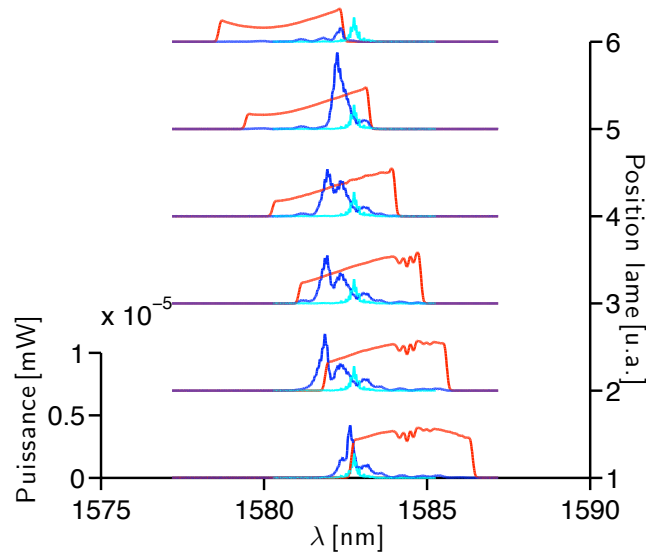
Les résultats qui précèdent ont été obtenus en ayant un spectre d'impulsion dont la longueur d'onde centrale a volontairement été décalée vers le bleu par rapport à la résonance. De cette façon, la réfraction des porteurs libres décale la résonance vers le bleu, où la majeure partie des composantes spectrales de l'impulsion se trouve. Le champ intra-cavité peut donc interférer de manière constructive avec les composantes spectrales situées dans le bleu de l'impulsion, qui sont majoritaires.

Cependant, l'impact de la longueur d'onde centrale de l'impulsion sur la dynamique du champ intra-cavité doit être étudiée. Le déplacement des lames de filtrage permet de régler la longueur d'onde centrale du spectre sans modifier la dispersion introduite par l'étireur. Même si cela a une conséquence sur la forme du spectre en entrée, nous verrons que celle-ci est très faible sur les 3,7 nm de variation considérés.

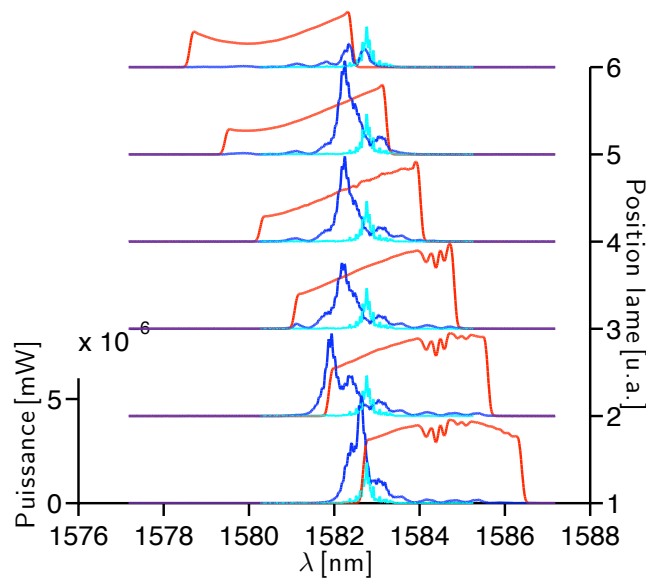
Les figures 3.52, 3.53 et 3.54 présentent les spectres transmis pour six longueurs d'ondes centrales de l'impulsion et pour des dispersions négative, nulle et positive, respectivement. La puissance crête incidente est fixée, pour toutes les mesures, à 1,3 W. Pour chaque figure, le spectre de l'impulsion est tracé en rouge, la résonance de la cavité en régime linéaire, en cyan, et le spectre transmis en bleu. Dans les trois situations, les deux premiers spectres correspondent au cas où la majeure partie des longueurs d'onde de l'impulsion se trouve décalée vers le rouge par rapport à la résonance. Les trois excitations montrent un comportement similaire que nous n'avons, pour le moment jamais observé. Il s'agit de la génération de nouvelles longueurs d'ondes [Notomi 2006], car, certaines des longueurs d'ondes transmises par la cavité ne sont pas présentes dans le spectre de l'impulsion. Ce régime dynamique particulier sera en outre étudié dans le chapitre suivant.

Qui plus est, ces longueurs d'onde se trouvent décalées vers le bleu par rapport au spectre de l'impulsion, ce qui signifie qu'elles sont générées par l'intermédiaire de la réfraction des porteurs libres. Nous nous intéressons maintenant aux spectres numérotés 3, 4 et 5 sur les figures. Ceux-ci correspondent à un régime d'excitation similaire à ce que nous avons étudié jusqu'à maintenant puisque les longueurs d'onde de l'impulsion se décalent progressivement vers le bleu par rapport à la résonance (pour le spectre numéro 3, l'impulsion est centrée sur la résonance). Nous retrouvons alors des décalages spectraux vers le bleu des spectres transmis.

Notons que pour les cas d'une impulsion limitée par transformée de Fourier (figure 3.53) et d'une impulsion à dérive de fréquence négative (figure 3.52), à mesure que nous décalons l'impulsion vers le bleu, le décalage spectral de la résonance diminue. Au contraire, l'utilisation d'une impulsion à dérive de fréquence positive permet de s'affranchir de cet effet et de conserver un décalage spectral à peu près constant. Nous en arrivons alors à la conclusion que la dynamique sous ce type d'excitation est très peu sensible à des variations de la longueur d'onde centrale de



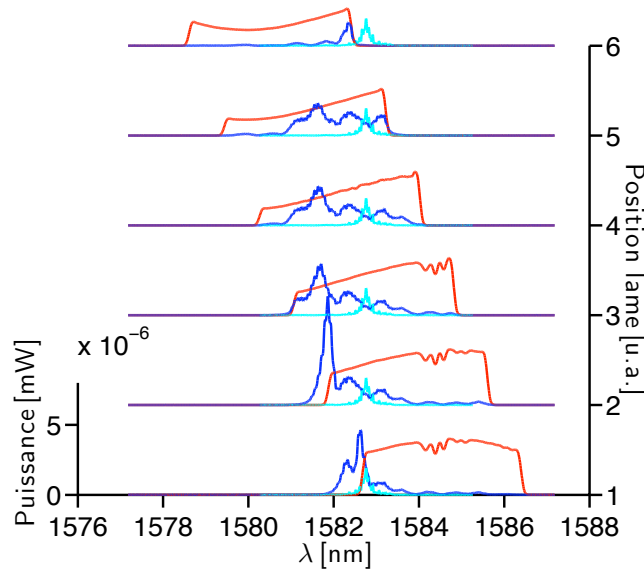
**Figure 3.52** – Spectres transmis en fonction de la longueur d’onde centrale de l’impulsion, avec  $\phi^{(2)} < 0$ .



**Figure 3.53** – Spectres transmis en fonction de la longueur d’onde centrale de l’impulsion, avec  $\phi^{(2)} = 0$ .

l’impulsion.

La dernière mesure considère un spectre d’impulsion totalement décalé vers le bleu par rapport à la résonance (spectre numéro 6). Dans les trois cas, une très faible portion du spectre, décalée vers le bleu par rapport à la résonance, est transmise par la cavité. Seule l’excitation par une impulsion limitée par transformée de Fourier (figure 3.53) transmet des composantes spectrales à



**Figure 3.54** – Spectres transmis en fonction de la longueur d’onde centrale de l’impulsion, avec  $\phi^{(2)} > 0$ .

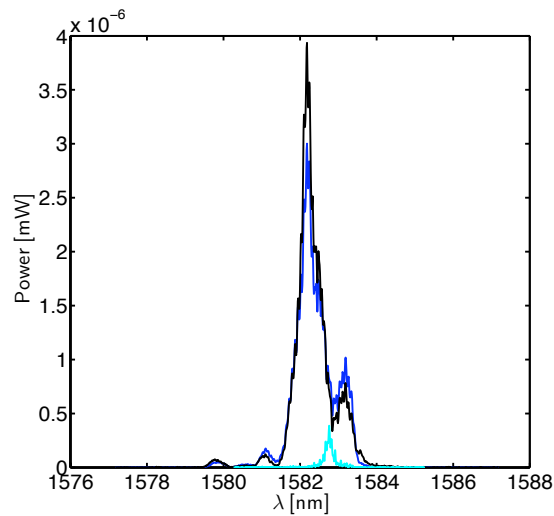
la longueur d’onde de résonance de la cavité. Cela peut être expliqué par l’induction d’un léger effet Kerr, dû à la plus forte intensité crête de l’impulsion par rapport à celles ayant subi une dérive de fréquence.

### 3.6.4 Réduction de la puissance en entrée pour un décalage spectral donné

Nous montrons ici que l’excitation cohérente d’une microcavité permet de réduire la puissance de l’impulsion d’entrée pour obtenir un effet non linéaire donné. En effet, si le contrôle cohérent permet d’atteindre des décalages de résonance plus conséquents, cela signifie également que pour atteindre un décalage spectral donné, une énergie moindre est requise. Le décalage spectral visé est fixé à trois fois la largeur de la résonance, soit 0,6 nm. La puissance moyenne nécessaire pour qu’une impulsion limitée par transformée de Fourier induise un tel décalage en longueur d’onde est de 2,86 mW, ce qui revient à utiliser une énergie de 1,7 pJ environ. Le spectre transmis est tracé en noir sur la figure 3.55.

De la même manière, une impulsion à dérive de fréquence positive est injectée dans la cavité afin d’obtenir le même décalage spectral. Une puissance requise de 1,68 mW a été mesurée et le spectre transmis correspondant est tracé en bleu. L’énergie consommée est alors de 1 pJ. L’excitation cohérente permet alors de réduire de 70% l’énergie nécessaire pour atteindre un décalage spectral égal à trois fois la largeur de la résonance en régime linéaire. Ceci s’avère particulièrement intéressant pour certaines applications de la photonique non linéaire, et en particulier pour les fonctions de commutation optique. L’application d’un contrôle cohérent est par conséquent efficace même lors de faibles décalages spectraux, ce qui est un atout considérable car, en général, un tel décalage est choisi de manière à être suffisamment faible pour réduire l’énergie de commande au maximum.

Nous constatons de surcroît que le spectre transmis est quasiment identique pour les deux excitations. Cela signifie que la transmission de la cavité est pratiquement identique, et donc



**Figure 3.55** – Spectre transmis par la cavité avec (en bleu) et sans (en noir) contrôle cohérent.

n'altère pas la qualité du signal transmis : le taux d'extinction est conservé.

### 3.6.5 Conclusion

Nous avons démontré expérimentalement l'excitation cohérente d'une microcavité non linéaire. Il s'agit, à notre connaissance, de la première démonstration expérimentale de l'excitation cohérente d'une microcavité non linéaire.

L'excitation de la microcavité par des impulsions à dérive de fréquence a été étudiée par le biais de simulations numériques dans la section précédente. Cela nous a permis de faire le lien entre ce que nous observons sur le spectre transmis par la cavité et la dérive de la résonance induite par les porteurs libres. Nous avons alors soumis la cavité à une impulsion dont la dispersion variait de  $\phi^{(2)} = -2,75 \text{ ps}^2$  à  $\phi^{(2)} = +2,75 \text{ ps}^2$ . La différence entre les spectres transmis est alors sans équivoque et constitue la confirmation d'une augmentation de la densité de porteurs libres lorsqu'une impulsion à dérive de fréquence positive est utilisée pour l'excitation. Une augmentation de la puissance transmise par la cavité a également été constatée dans les mêmes conditions.

Nous avons par la suite étudié l'influence de la puissance incidente sur le décalage spectral observé. La signature d'une densité de porteurs libres plus élevée lors de l'utilisation d'une impulsion à dérive de fréquence positive a pu être démontrée même pour des puissances relativement faibles.

Enfin, puisque les mesures étaient toutes effectuées à une longueur d'onde d'excitation particulière, nous avons étudié l'impact d'un changement de longueur d'onde l'impulsion d'entrée sur les spectres transmis dans trois régimes d'excitation différents. Cette étude nous a amenés à démontrer que sous une excitation cohérente adaptée, l'influence de la longueur d'onde de l'impulsion est négligeable car le décalage spectral reste le même.

L'excitation de la microcavité par une impulsion à dérive de fréquence positive présente alors de nombreux avantages. En effet, en plus d'une augmentation de la densité de porteurs libres, cette excitation est à la fois robuste vis à vis d'une variation de la puissance incidente et de la longueur d'onde de l'impulsion. Cela reste d'ailleurs relativement vrai pour une variation de la dispersion de l'impulsion.

Dans cette section, et lors de l'établissement du modèle, nous avons supposé que les effets non linéaires induits par les guides d'accès à la cavité étaient négligeables. En vue de confirmer cette hypothèse, nous avons, dans le cadre d'une collaboration avec l'IEF, conçu des microcavités adaptées à l'expérience et pour lesquelles les longueurs des guides d'accès sont réduites.

### **3.7 Conception, caractérisation et contrôle cohérent de microcavités en silicium**

Cette thèse a en effet donné lieu à la conception de microcavités qui ont ensuite été fabriquées à l'IEF. L'objectif principal était de réduire la longueur des guides d'accès afin de s'assurer que les effets non linéaires y soient véritablement négligeables.

Deux méthodes de résolution des équations de Maxwell dans l'espace et le temps (FDTD et a-FMM) ont permis de fixer les différents paramètres des cavités afin d'obtenir les longueurs d'onde et les facteurs de qualité désirés. Les résonances ont été choisies afin de se trouver dans la bande spectrale du laser, c'est-à-dire de 1560 à 1590 nm et les facteurs de qualité proches de 10 000. Nous présentons dans un premier temps les résultats des simulations numériques ainsi que les différentes longueurs d'onde de résonance souhaitées et leurs facteurs de qualité respectifs. Les techniques de fabrication seront brièvement abordées et les résultats de la caractérisation de l'échantillon comparés aux simulations numériques. L'excitation cohérente de certaines cavités a été réalisée au laboratoire et nous discuterons les résultats obtenus.

#### **3.7.1 Simulations FDTD et a-FMM des microcavités**

Les simulations numériques ont été, dans un premiers temps, réalisées sous MEEP [Os-kooi 2010]. Leur objectif a été de déterminer les paramètres des miroirs de Bragg de la cavité. Les miroirs de la cavité étudiée précédemment ne peuvent être réutilisés en l'état car la hauteur de la couche de silicium des échantillons fabriqués à l'IEF est différente et vaut 260 nm.

Dans les simulations FDTD, trois paramètres différents ont été balayés : le rayon des trous, la distance séparant les trous, et la longueur de la cavité, afin d'obtenir une résonance vers les longueurs d'ondes souhaitées. La partie périodique du miroir possède les caractéristiques suivantes : un diamètre de trous 200 nm et une période de 370 nm. Dans un premier temps, la longueur de cavité est modifiée de sorte que la résonance se situe vers 1585 nm. Par la suite, les paramètres du taper du miroir varient afin d'optimiser le facteur de qualité. Les paramètres retenus sont indiqués sur la figure 3.56.

Le résultat d'une simulation FDTD, dont le résultat est tracé sur la figure 3.57, démontre, pour une longueur de cavité de 450 nm, une longueur d'onde de résonance 1582,6 nm et un facteur de qualité de 10 000. À titre indicatif, la simulation met également en évidence que la cavité est doublement résonante avec une seconde résonance possédant un facteur de qualité de 100 environ à la longueur d'onde de 1731,8 nm.

La méthode a-FMM est complémentaire à la FDTD car elle simule l'évolution du mode du guide afin de donner l'intensité et la phase de la réflectivité d'un miroir. Il suffit ensuite d'utiliser les paramètres obtenus et de spécifier une longueur de cavité pour en déduire la longueur d'onde de résonance et le facteur de qualité de la cavité. Pour cela, nous utilisons le modèle Fabry-Perot suivant la même approche que celle du chapitre précédent.

Le résultat des simulations, donne à la fois la phase totale accumulée par le champ intra-cavité en fonction de la longueur d'onde, figure 3.58a, ainsi que le facteur de qualité en fonction de la longueur d'onde, figure 3.58b. Pour une longueur de cavité de 450 nm, la phase totale est

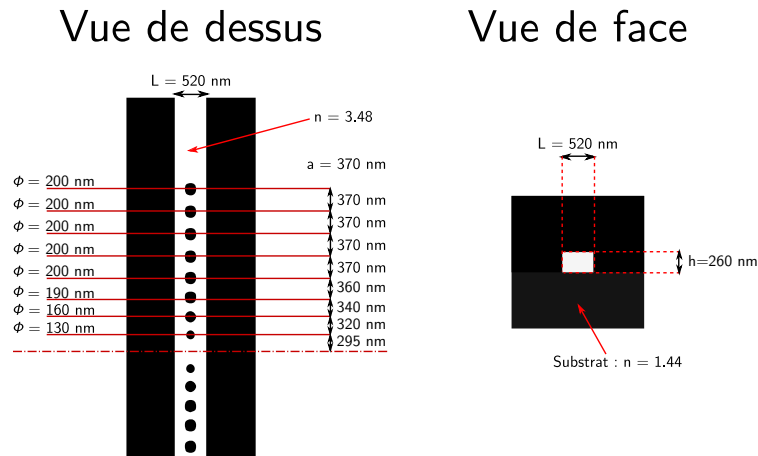


Figure 3.56 – Paramètres géométriques de la cavité utilisés pour les simulations numériques.

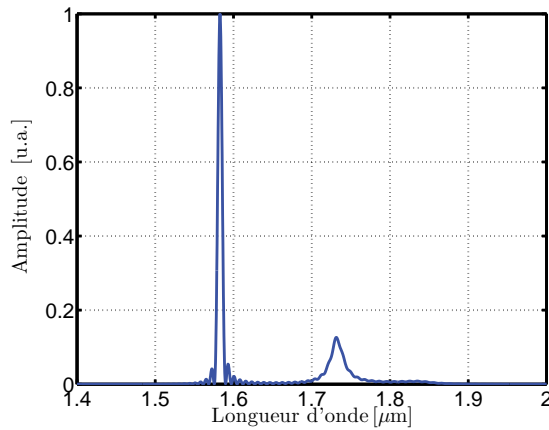
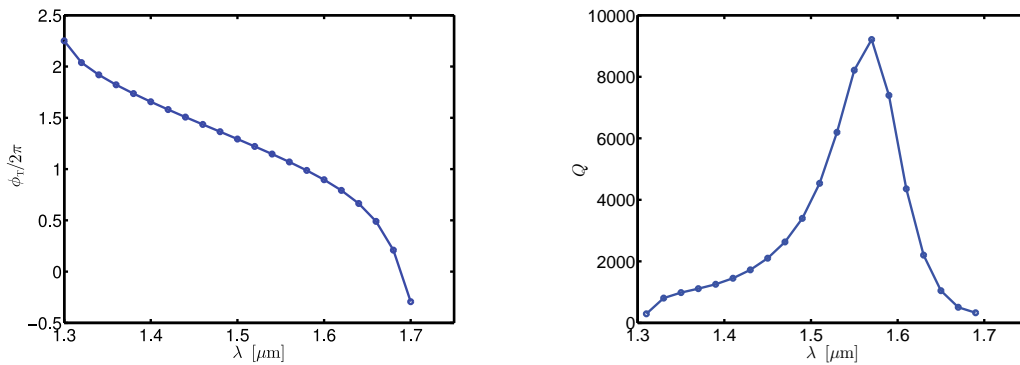


Figure 3.57 – Courbe de transmission normalisée de la cavité en cristal photonique 1D.



(a) Évolution de la phase totale accumulée dans la cavité en fonction de la longueur d'onde. (b) Évolution du facteur de cavité calculé en fonction de la longueur d'onde.

Figure 3.58 – Calculs de la phase totale accumulée dans la cavité et du facteur de qualité en fonction de la longueur d'onde.

égale à  $2\pi$  à la longueur d'onde de 1576,8 nm, ce qui correspond à une résonance ayant un facteur de qualité de 8500. Les résultats obtenus par cette méthode sont légèrement différents de



ceux donnés par la FDTD. Cependant, les valeurs obtenues sont assez proches et nous pouvons raisonnablement attendre un facteur de qualité de l'ordre de 9000 avec une longueur d'onde de résonance proche de 1580 nm.

Le modèle Fabry-Perot (développé dans [Sauvan 2005]) associé à la méthode a-FMM possède l'énorme avantage de pouvoir faire varier la longueur de cavité très simplement et d'obtenir la longueur d'onde de résonance et le facteur de qualité instantanément, une fois les paramètres du miroir déterminés. Afin de s'assurer d'avoir une résonance proche de 1580 nm après fabrication, nous faisons varier la longueur de la cavité par pas de 10 nm, ce qui correspond à la résolution de l'appareil utilisé pour la fabrication car chaque miroir est décalé de 5 nm. Les longueurs d'onde de résonance et facteurs de qualité attendus sont répertoriés dans le tableau 3.2.

Longueur de la cavité	Longueur d'onde de résonance	Facteur de qualité
430 nm	1561 nm	8600
440 nm	1569 nm	9000
450 nm	1577 nm	8600
460 nm	1584 nm	8000
470 nm	1588 nm	7600

**Table 3.2** – Calcul des longueurs d'onde de résonance et facteurs de qualité associés en fonction de la longueur de la cavité.

L'obtention d'un facteur de qualité plus faible ou plus élevé, tout en conservant la longueur d'onde de résonance de la cavité, est réalisée en ajoutant ou supprimant des trous dans la partie régulière du miroir. Ainsi, l'échantillon fabriqué comporte des cavités dont les miroirs possèdent un trou de moins et un trou supplémentaire. Ceci conduit, d'après les simulations FDTD, à des facteurs de qualité de l'ordre de 4000 et 22000, respectivement.

### 3.7.2 Fabrication des microcavités

Les échantillons ont été développés au sein de la Centrale Technologique Universitaire (CTU), salle blanche de l'Institut d'Électronique Fondamentale (IEF), par Charles Caër et Xavier Leroux de l'équipe MINAPHOT. Les différentes étapes de fabrication sont détaillées par la figure 3.59, issue de la thèse de Charles Caër [Caër 2013].

Un wafer sur lequel est déposée une couche de 260 nm de silicium (a), est enrésiné d'une épaisseur de 90 nm de résine positive (b). Une étape de lithographie électronique, consiste à imprimer le masque des cavités sur la résine (c). La résine est ensuite développée dans un mélange de MIBK et d'isopropanol puis séchée sous un flux d'azote (d). Une gravure ICP (Inductively Coupled Plasma ion etching), est enfin utilisée de manière à graver les cavités dans le silicium (e), puis l'échantillon est nettoyé dans une solution d'acide sulfurique et d'eau oxygénée (piranha), et nettoyée par plasma O<sub>2</sub> (f). L'échantillon est finalement clivé, afin d'obtenir des facettes perpendiculaires aux guides d'accès permettant l'injection dans les cavités.

Chaque cavité est dotée d'un guide d'accès large de 3 μm dont l'extrémité menant à la cavité se réduit vers une largeur de 520 nm sur une distance de 300 μm par l'intermédiaire d'un taper. Le guide d'accès large facilite grandement l'injection et l'extraction de la lumière de l'échantillon. De plus, la faible longueur du guide sur lequel est gravée la cavité permet de réduire la contribution de l'effet Kerr et de l'absorption à deux photons en amont de la cavité.

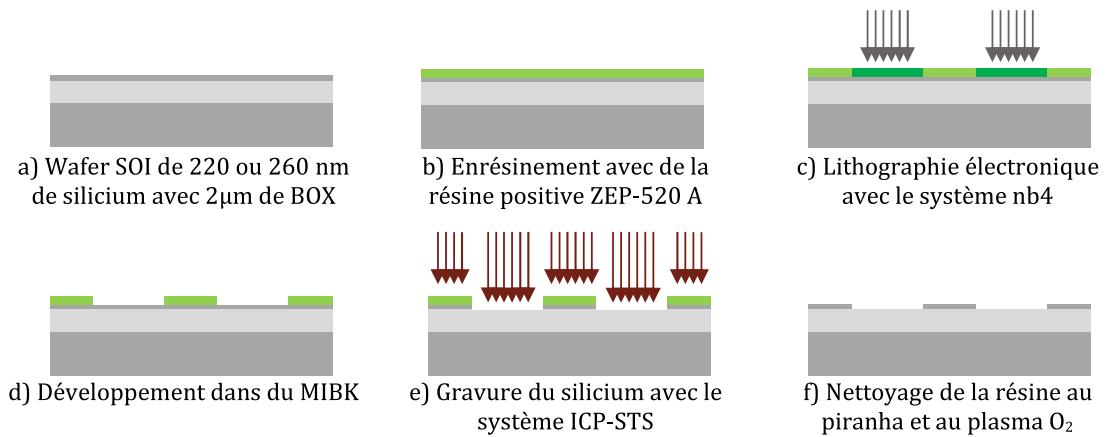


Figure 3.59 – Étapes de fabrication des cristaux photoniques.

Les structures fabriquées ont préalablement été observées au microscope électronique à balayage (MEB), en vue d'évaluer la qualité de fabrication de l'échantillon. La figure 3.60 présente les photos MEB des trois types de cavités fabriquées pour lesquelles les facteurs de qualités sont de l'ordre de 4000, 9000 et 17000.

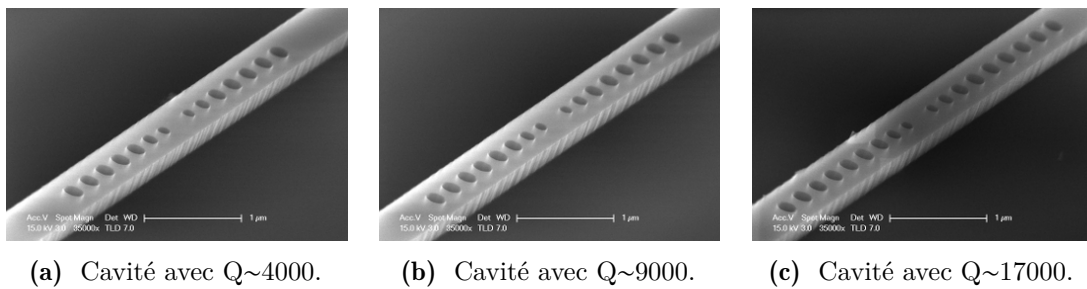
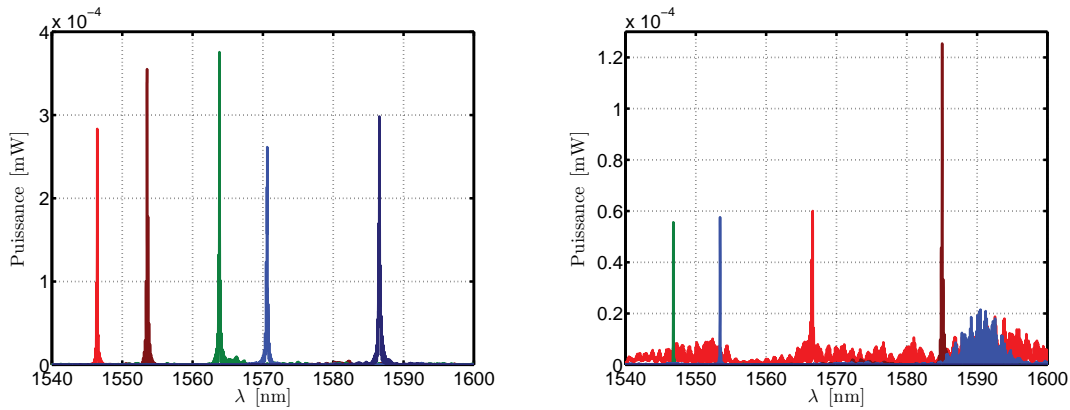


Figure 3.60 – Photos MEB des trois types de cavités fabriquées. Les cavités (b) et (c) sont celles auxquelles nous appliquerons l'excitation cohérente.

### 3.7.3 Caractérisation de l'échantillon fabriqué

Des premières caractérisations en régime linéaire ont été effectuées à l'IEF et démontrent un désaccord entre les longueurs d'onde de résonance calculées et mesurées. Les figures 3.61 synthétisent les spectres transmis des cavités ayant un facteur de qualité de 9000 et 17000. Nous voyons que les résonances ne sont pas aux longueurs d'ondes prévues. Cela est dû à la fabrication des cavités qui n'a pas exactement respecté les paramètres prévus. En effet, une étude des photos prises au MEB a révélé que les longueurs de cavités variaient de 407 à 460 nm au lieu de 430 à 470 nm, ce qui explique le décalage des résonances. Après avoir effectué ces mesures, nous avons de nouveau simulé les longueurs d'onde de résonance, par la méthode a-FMM et avons obtenu un très bon accord, avec une différence de moins de 5 nm entre les longueurs d'onde calculées et celles qui ont été mesurées.

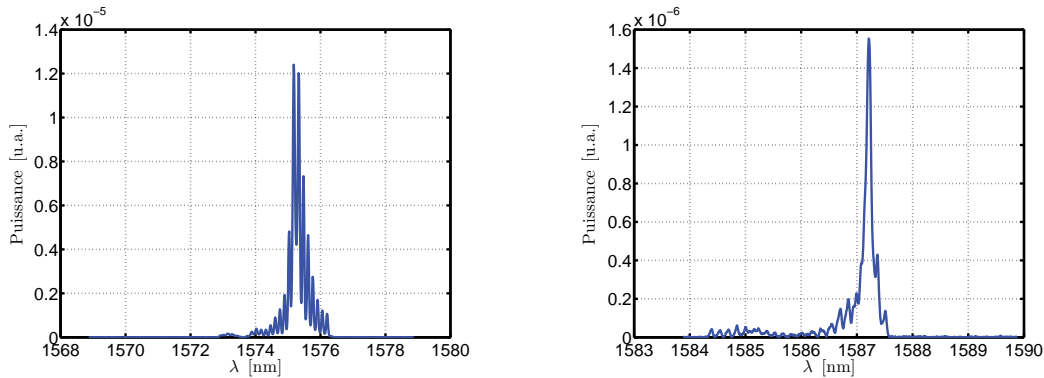
Malgré tout, les facteurs de qualité mesurés sur les cavités dont les longueurs d'onde de résonance sont de 1570 ou 1580 nm concordent avec les simulations numériques. Nous nous concentrons alors sur deux cavités, dont les résonances sont sondées à l'aide de l'étireur d'impulsions, et sont visibles sur les figures 3.62.



(a) Résonances des microcavités de facteur de qualité calculé à 9000.

(b) Résonances des microcavités de facteur de qualité calculé à 17000.

**Figure 3.61** – Mesure de la transmission des cavités fabriquées pour les facteurs de qualité de 9000 et 17000.



(a) Résonance d'une microcavité de facteur de qualité calculé à 9000.

(b) Résonance d'une microcavité de facteur de qualité calculé à 17000.

**Figure 3.62** – Transmission de deux cavités fabriquées.

Les facteurs de qualité mesurés correspondent à ce qui était attendu, c'est-à-dire, environ 9000 pour la première cavité et près de 16000 pour la seconde. Notre objectif est donc de démontrer l'excitation cohérente de ces deux cavités. La première pourra être comparée à la cavité étudiée précédemment, étant donné que leurs facteurs de qualité sont approximativement les mêmes. Ceci permettra de quantifier le rôle du guide d'accès, étant donné qu'il devrait être négligeable sur cet échantillon. La seconde cavité permettra de démontrer l'effet de l'excitation cohérente sur une cavité de plus haut facteur de qualité car celui-ci est deux fois plus élevé que les cavités précédentes.

### 3.7.4 Excitation cohérente des microcavités fabriquées

#### 3.7.4.1 Excitation cohérente d'une cavité avec un guide d'accès court

Les résultats qui suivent ont été obtenus vers la fin de la thèse, par conséquent, les modèles associés aux cavités n'ont pu être développés à temps et ne sont donc pas étudiés dans la suite. La première expérience consiste à valider l'efficacité de l'excitation cohérente d'une microcavité

dont le facteur de qualité est identique à celle utilisée dans l'étude précédente, mais dont le guide d'accès est dix fois plus court. Un soin particulier a été apporté au niveau de la source laser afin d'obtenir un spectre rectangulaire pour l'impulsion, voir figure 3.63.

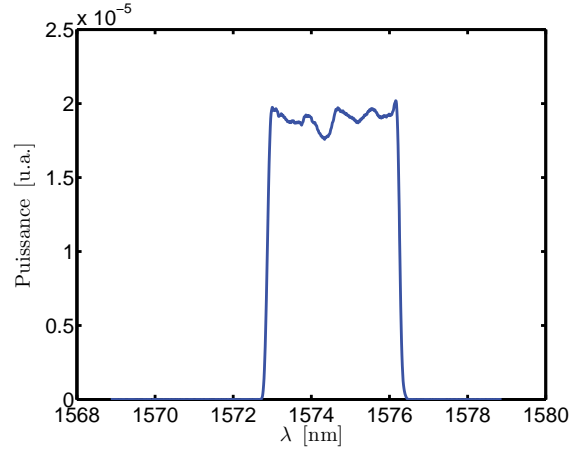


Figure 3.63 – Spectre de l'impulsion en sortie de l'étreur.

L'évolution du spectre transmis en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion est présentée par la figure 3.64. Les décalages spectraux observés ainsi que l'allure globale du spectre

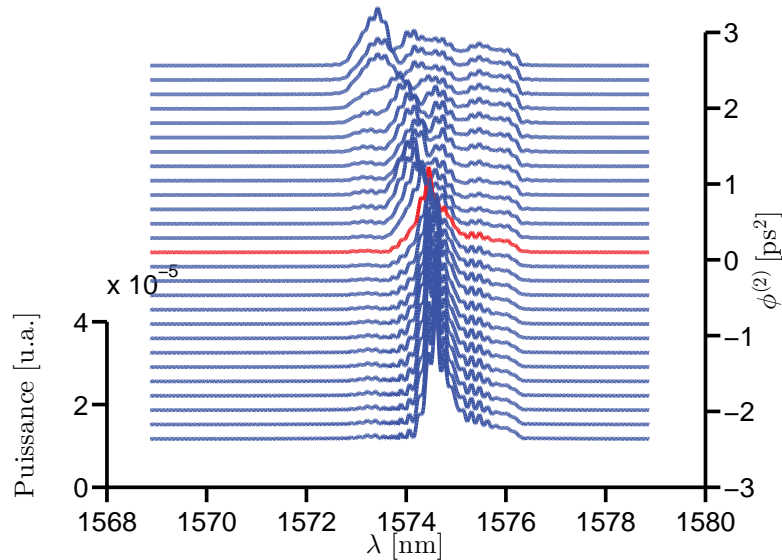
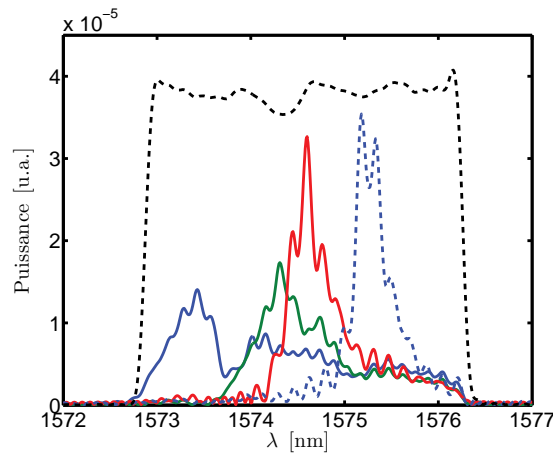


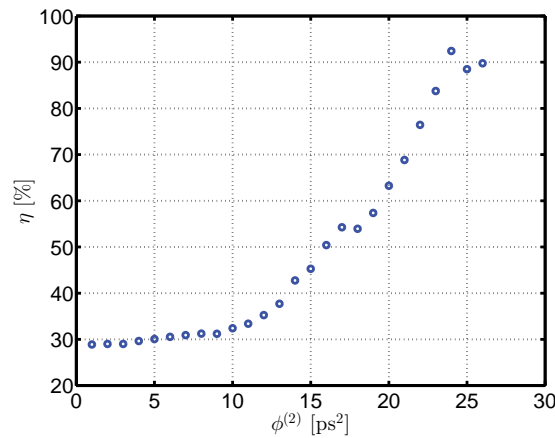
Figure 3.64 – Évolution du spectre transmis par la cavité en fonction de  $\phi^{(2)}$ .

sont quasiment identiques à ce qui a été observé lors de l'expérience précédente. Cela confirme l'influence négligeable des effets non linéaires présents dans le guide d'accès. Nous constatons cependant un décalage spectral légèrement plus élevé que celui obtenu avec la cavité précédente. Celui-ci atteint en effet la valeur de 2 nm et remplit totalement le spectre de l'impulsion initiale, comme le démontre la figure 3.65.



**Figure 3.65** – Spectres transmis par la cavité pour une excitation cohérente, en bleu, une impulsion limitée par transformée de Fourier, en rouge, et une impulsion à dérive de fréquence négative, en vert. La résonance de la cavité en régime linéaire est tracée en bleu et en pointillés, et le spectre de l’impulsion en pointillés noirs.

En vue de confirmer ceci, nous traçons l’évolution de la quantité  $\eta$ , définie comme le rapport entre l’écart-type du spectre transmis et de celui de l’impulsion. Comme le montre la figure 3.66, environ 93% des longueurs d’ondes présentes dans l’impulsion de départ sont transmises par la cavité.

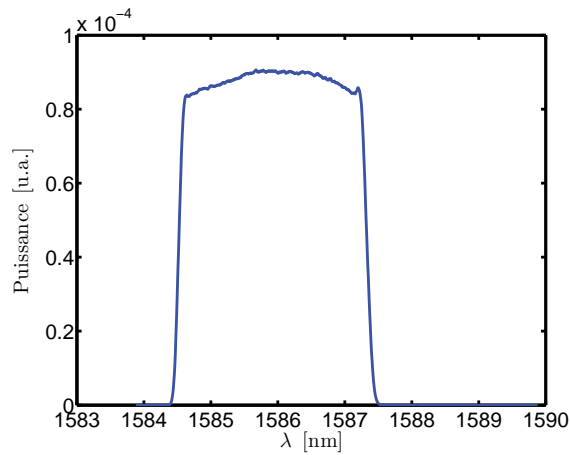


**Figure 3.66** – Rendement de couplage des composantes spectrales de l’impulsion.

Ce résultat constitue donc une légère amélioration de l’efficacité du contrôle cohérent, probablement liée à la réduction d’effets non linéaires dans le guide d’accès, notamment l’absorption à deux photons, qui permet de coupler plus de lumière dans la cavité.

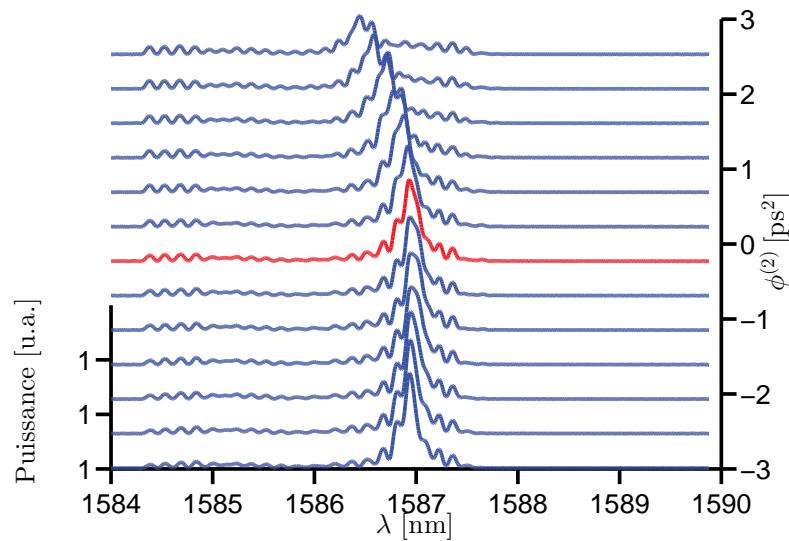
### 3.7.4.2 Excitation cohérente d’une microcavité à plus fort facteur de qualité.

Nous cherchons désormais à valider l’efficacité d’une excitation cohérente de la microcavité dont le facteur de qualité est de 16 000. À cet effet, nous tâchons de garder les mêmes propriétés d’impulsion, à savoir une largeur spectrale identique et une forme rectangulaire. En revanche, sa longueur d’onde diffère afin de s’accorder avec la résonance de la cavité qui se situe autour 1585 nm, voir figure 3.67.



**Figure 3.67** – Spectre de l'impulsion en sortie de l'étireur.

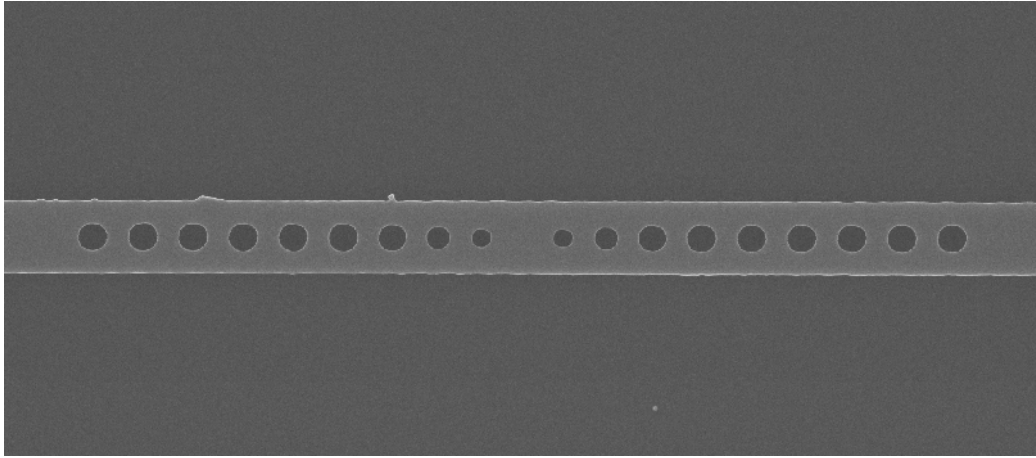
L'évolution des spectres transmis est relativement similaire à celle obtenue précédemment. L'excitation cohérente est alors également efficace, comme le démontre la figure 3.68. En effet,



**Figure 3.68** – Évolution du spectre transmis par la cavité en fonction de  $\phi^{(2)}$ . Les franges des Fabry-Perot formés par les réflexions sur les faces clivées de l'échantillon ont été filtrées pour plus de clarté.

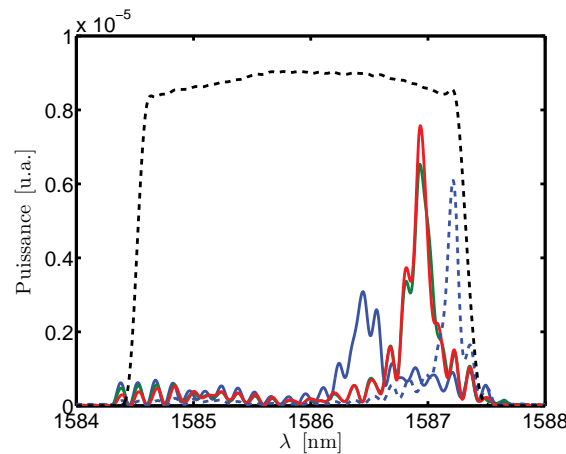
alors qu'une dispersion négative ( $\phi^{(2)} < 0$ ) semble n'avoir aucune influence sur le spectre transmis, une dispersion positive entraîne un décalage spectral conséquent, de l'ordre de 0,8 nm. Cette valeur est plus faible que celles obtenues dans les cavités de faibles facteur de qualité, cependant, ce décalage est tout de même égal à 8 fois la largeur spectrale de la résonance, ce qui correspond aux ordres de grandeur observés avec les autres cavité. Nous notons également que le taux d'extinction de la cavité est beaucoup moins bon. Il y a deux raisons majeures à cela, la première est que les pertes dans les miroirs sont plus élevées suite à un nombre de trous plus important. La qualité de fabrication semble également jouer un rôle important car celle-ci semble être moins bonne que pour les autres cavités, comme en témoigne la photo MEB de la figure 3.60c sur laquelle nous observons quelques imperfections sur le bord gauche du guide d'accès. La

figure 3.69 montre une photo en vue de dessus de la cavité sur laquelle nous pouvons observer les imperfections dues à la fabrication.



**Figure 3.69** – Vue de dessus de la microcavité, prise au MEB.

Les spectres transmis aux dispersions de  $3 \text{ ps}^2$ ,  $-3 \text{ ps}^2$  et à dispersion nulle sont présentés par la figure 3.70, où nous voyons clairement l'action du contrôle cohérent. Plus précisément,



**Figure 3.70** – Spectres transmis par la cavité pour une excitation cohérente, en bleu, une impulsion limitée par transformée de Fourier, en vert, et une impulsion à dérive de fréquence négative, en vert. La résonance de la cavité en régime linéaire est tracée en bleu et en pointillés, et le spectre de l'impulsion en pointillés noirs.

nous n'observons aucune différence dans le décalage spectral de la résonance entre une excitation limitée par transformée de Fourier et une impulsion à dérive de fréquence négative.

### 3.8 Conclusion

Suite aux résultats numériques du second chapitre, nous avons entrepris la conception d'un montage permettant la dispersion des impulsions. Notre choix s'est porté sur la réalisation d'un étireur d'impulsions à base d'un réseau de diffraction. Nous avons montré que la dispersion angulaire introduite par le réseau pouvait mener à une dispersion de la vitesse de groupe des impulsions. De cette manière, nous avons opté pour un étireur d'impulsions à quatre passages

nécessitant un unique réseau de diffraction. Des calculs théoriques ont ensuite permis de fixer les paramètres du réseau et des autres composants du montage.

La théorie étant posée, nous avons réalisé le montage complet de l'étireur d'impulsions, puis nous l'avons caractérisé. Par une caractérisation à l'autocorrélateur, nous avons pu établir le lien entre la position du réseau par rapport à la lentille et la dispersion appliquée. Les propriétés de l'impulsion à la sortie de l'étireur sont donc parfaitement connues.

Par la suite, et avant de réaliser l'excitation cohérente de la cavité, nous avons étudié la propagation des impulsions dans un nanoguide de silicium. Cela nous a permis, en régime linéaire, de démontrer que l'injection dans le guide varie très peu lorsque nous changeons la dispersion. Par une caractérisation en régime non linéaire, nous avons été à même de déterminer la puissance crête de l'impulsion à l'intérieur du guide. Cette donnée est très importante car elle constitue un moyen précis de quantifier la puissance intracavité.

La microcavité a tout d'abord fait l'objet d'une caractérisation linéaire, afin de déterminer sa longueur d'onde de résonance et son facteur de qualité. Les propriétés de l'impulsion ont donc été adaptées en conséquence. Une première confrontation a été faite avec le modèle et nous avons observé un bon accord, qui met clairement en évidence l'efficacité de l'excitation cohérente. Nous avons notamment étudié et comparé l'excitation cohérente avec une excitation dont la phase est opposée et une excitation par impulsion limitée par transformée de Fourier. Le rôle de la phase de l'onde dans le contrôle de l'interaction lumière-matière a pu être mis évidence de manière très claire. Afin de démontrer la robustesse de l'excitation cohérente, nous avons également confirmé expérimentalement que celle-ci ne dépend que très peu de la longueur d'onde centrale de l'impulsion, contrairement aux autres excitations. Pour finir, nous avons, sur cette première cavité, démontré que pour obtenir un décalage spectral de la résonance donné, l'utilisation d'une impulsion cohérente permet d'économiser de l'énergie.

Nous nous sommes également concentrés sur la conception et la fabrication des cavités. En nous basant sur la même géométrie de cavités, les paramètres du cristal photonique ont été adaptés afin de disposer de cavité dont les facteurs de qualités et les longueurs d'onde de résonance ont été choisis relativement à l'expérience. Au total, quinze cavités ont été fabriquées, mais seulement six d'entre elles possédaient une longueur d'onde de résonance dans la bande spectrale du laser. Les divergences entre simulations et les résultats obtenus en régime linéaire sont attribués à un défaut de fabrication car les cavités ne possédaient pas la bonne longueur. Nous avons finalement réalisé l'excitation cohérente de deux cavités, l'une présentant les mêmes propriétés que celle étudiée dans la partie précédente, et l'autre possédant un facteur de qualité plus élevé. Les deux résultats ont été probants, et nous notons que le contrôle cohérent reste efficace même en régime transitoire. Cela constitue donc la première démonstration expérimentale de l'exaltation de l'interaction lumière matière dans un résonateur optique sous excitation cohérente.

Ce chapitre a, à partir de la théorie élaborée dans le chapitre précédent, mené à la démonstration expérimentale du contrôle cohérent de microcavités non linéaires. Le dispositif de mise en forme d'impulsions a entièrement été pensé et réalisé dans cette perspective, ainsi que les cavités conçues et fabriquées à l'IEF. La réalisation et fabrication de tous les éléments du système a donc été démontrée. Les résultats liés à l'excitation cohérente de microcavités ouvrent donc des perspectives très intéressantes. Dans le prochain chapitre, nous nous intéresserons à deux d'entre elles : le contrôle cohérent de cavités actives et l'excitation cohérente de microcavités couplées.





# Microrésonateurs actifs, microcavités couplées

*Qui parle sème, qui écoute récolte. (Pythagore)*

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>120</b>
<b>4.2</b>	<b>Contrôle cohérent de cavités en InP à puits quantiques en régime pompe-sonde</b>	<b>120</b>
4.2.1	Excitation en régime pompe-sonde de microcavités actives	120
4.2.2	Modèle dynamique de cavités optiques en semiconducteurs III-V	121
4.2.3	Conversion adiabatique de longueur d'onde	124
4.2.4	Contrôle cohérent d'un microrésonateur actif	127
4.2.5	Conclusion	129
<b>4.3</b>	<b>Contrôle cohérent de microcavités non linéaires couplées</b>	<b>129</b>
4.3.1	Couplage de deux microcavités linéaires	129
4.3.2	Dynamique non linéaire de deux microcavités couplées	133
4.3.3	Contrôle cohérent d'un système à deux cavités	136
4.3.4	Orientation du champ vers une cavité à l'aide du contrôle cohérent	137
4.3.5	Conclusion	138
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>139</b>

---

## 4.1 Introduction

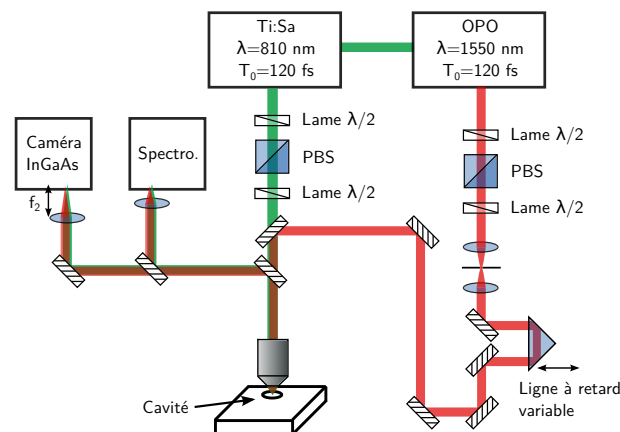
Nous présentons, dans ce chapitre d'ouverture, quelques évolutions possibles du contrôle cohérent de microcavités non linéaires. Certains travaux numériques ont été réalisés en collaboration avec Ariel Levenson, Alejandro Giacomotti et Samir Haddadi du Laboratoire de Photonique et Nanostructures (LPN). Des simulations numériques de cavités L3 actives en InP [Dvorak 1995, Brunstein 2009] ont été réalisées en vue de préparer une expérience pompe-sonde de conversion adiabatique de longueur d'onde [Notomi 2006]. De ce fait, nous présenterons, dans ce chapitre, la modélisation de ces cavités actives, ainsi que des simulations numériques liées à la conversion adiabatique de longueur d'onde. Cela nous permettra notamment d'introduire le modèle des modes couplés d'un système pompe-sonde. Nous montrerons également qu'en régime non transitoire, le contrôle cohérent permet d'augmenter l'utilisation du gain de la structure active.

D'autre part, les études concernant les microcavités non linéaires en silicium seront étendues à un système constitué de deux cavités couplées. Nous introduirons dans un premier temps les équations et les résultats de simulations numériques de cavités linéaires couplées [Ghişa 2008]. Après l'ajout des non-linéarités dans le modèle des modes couplés, le comportement en régime dynamique non linéaire du système à deux cavités sera étudié. Le a sera finalement soumis à une excitation cohérente et nous démontrerons une fois de plus l'importance de la phase spectrale de l'impulsion utilisée pour l'excitation.

## 4.2 Contrôle cohérent de cavités en InP à puits quantiques en régime pompe-sonde

### 4.2.1 Excitation en régime pompe-sonde de microcavités actives

La figure 4.1 présente le schéma du dispositif expérimental utilisé au LPN pour l'excitation d'une microcavité active. Une impulsion, issue d'un laser Ti:Sa et dont la longueur d'onde se situe



**Figure 4.1** – Dispositif expérimental utilisé au LPN pour l'excitation pompe-sonde d'une microcavité active.

aux alentours de 810 nm est utilisée faisceau pompe pour exciter les puits quantiques qui ont été introduits dans le matériau. À cette longueur d'onde, il se produit, dans l'InP, un phénomène d'absorption à un photon. L'impulsion pompe est donc utilisée afin de générer des porteurs dans l'échantillon.

De plus, une partie de l'énergie des impulsions issues du laser est prélevée et injectée dans un oscillateur paramétrique optique afin de générer une sonde à 1550 nm. Celle-ci est, résonante avec la cavité et pourrait être filtrée afin d'obtenir une largeur spectrale adaptée la résonance de la cavité.

Dans ce schéma d'excitation, la pompe est utilisée afin d'induire une variation dynamique de l'indice de réfraction du milieu en générant des porteurs libres par un processus d'absorption à un photon. La sonde, injectée à la longueur d'onde de résonance de la cavité subit donc les effets de la variation d'indice initiée par la pompe et sa dynamique s'en voit modifiée.

La section suivante est dédiée à l'établissement des équations qui régissent la dynamique du champ sonde et de la densité de porteurs libres. Ces équations seront établies dans un schéma d'excitation de type pompe-sonde à partir du modèles des modes couplés en considérant une cavité active à puits quantiques dont nous présenterons brièvement la structure.

### 4.2.2 Modèle dynamique de cavités optiques en semiconducteurs III-V

L'étude qui suit est en lien direct avec une expérience réalisée sur une microcavité de type L3 sur membrane [Yacomotti 2006] au LPN. La membrane suspendue, illustrée par la figure 4.2, est composée d'un milieu actif, représenté en violet sur la figure, formé de quatre puits quantiques [Brunstein 2011]. Les puits quantiques sont réalisés à partir de la superposition de

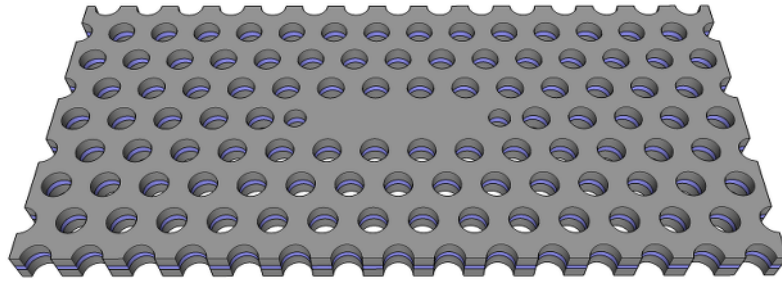


Figure 4.2 – Vue en trois dimensions de la cavité active sur membrane.

finies couches de deux matériaux dont l'énergie de gap est différente, ce qui a pour résultat de créer des niveaux d'énergie discrets.

Comme nous l'avons mentionné dans la section précédente, l'utilisation d'une impulsion de pompe résonante à un photon est à l'origine de la création de porteurs libres dans la membrane. Le champ de la sonde subit alors une variation d'indice qui dépend directement de la densité de porteurs libres. De manière générale, l'équation de propagation du champ sonde  $u(t)$  peut donc être dérivée à partir de la théorie des modes couplés en tenant compte d'une variation de la fréquence de résonance de la cavité :

$$\frac{du}{dt} = i[\omega_{\text{res}0} + \Delta\omega_{\text{res}}]u(t) - \frac{1}{\tau}u(t), \quad (4.1)$$

où  $\omega_{\text{res}0}$  est la pulsation de résonance de la cavité,  $\Delta\omega_{\text{res}}$  la variation de résonance induite par les porteurs, et  $\tau$  le temps de vie des photons dans la cavité.

Dans un schéma d'excitation en régime très fortement transitoire, nous pouvons omettre le terme source dans l'équation d'évolution de  $u(t)$ . Celui-ci peut être injecté dans la condition initiale  $u_0 = u(t=0)$  reliée à la valeur de la puissance crête de l'impulsion d'excitation pompe.

Les pertes dans la cavité, symbolisées par le temps de vie  $\tau$ , ont de multiples origines. En effet, aux pertes par le couplage, symbolisées par un temps de vie  $\tau_c$ , s'ajoutent les pertes par

absorption des puits quantiques, représentées par un temps de vie  $\tau_a$  et les pertes par radiation, s'échappant verticalement de la membrane, notées  $\tau_{\text{rad}}$ . La contribution de toutes ces sources de pertes mène à l'expression du temps de vie des photons dans la cavité  $\tau$  :

$$\boxed{\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_{\text{rad}}} + \frac{1}{\tau_a}}. \quad (4.2)$$

L'absorption par les puits quantiques dépend de la densité de porteurs libres et est caractérisée par le temps de vie  $\tau_a$ , qui s'exprime :

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{c\Gamma}{2n_g} \alpha(N), \quad (4.3)$$

où  $\alpha(N)$  représente les pertes d'absorption par les puits en fonction de la densité de porteurs libres et  $\Gamma$  le facteur de confinement de la structure [Brunstein 2011]. En régime linéaire,  $\frac{1}{\tau_a}$  représente un terme de pertes car les puits quantiques sont très absorbants, alors que lorsque la densité de porteurs libres augmente, celui devient un terme de gain.

En effet, le milieu actif agit, du point de vue de la sonde, comme une source de gain  $g(N)$  dont nous devons tenir compte. Nous définissons la transparence comme l'état dans lequel le nombre d'électrons présents dans la bande de conduction et la bande de valence du semiconducteur sont égaux. À la transparence, nous notons la densité de porteurs libres  $N_t$ . Le gain  $g(N)$  étant nul lorsque  $N = N_t$ , il s'exprime, dans l'approximation d'une faible densité de porteurs, en fonction de  $N$  et des pertes linéaires comme :

$$g(N) = \sigma(N - N_t) = -\alpha_0 \left(1 - \frac{N}{N_t}\right), \quad (4.4)$$

où  $\sigma = \alpha_0/N_t$ , en première approximation, exprime une section efficace pour les porteurs libres. Nous pouvons alors exprimer le coefficient de pertes  $\alpha$  en fonction de la densité de porteurs libres :

$$\alpha(N) = \alpha_0 \left(1 - \frac{N}{N_t}\right). \quad (4.5)$$

Lorsque la densité de porteurs libres devient supérieure à  $N_t$ ,  $\alpha(N)$  devient négatif et se transforme donc en une source de gain. De cette manière le temps de vie  $\tau_a$  s'exprime

$$\frac{1}{\tau_a} = \frac{1}{\tau_{a0}} \left(1 - \frac{N}{N_t}\right), \quad (4.6)$$

où le temps de vie  $\tau_{a0}$  est défini par :

$$\frac{1}{\tau_{a0}} = \frac{c\Gamma}{2n_g} \alpha_0 \quad (4.7)$$

et rend compte de l'absorption des puits quantiques en régime linéaire.

Par conséquent le temps de vie des photons dans la cavité peut être décomposé en deux parties. La première représente le temps de vie des photons  $\tau_l$  dans la cavité en régime linéaire :

$$\boxed{\frac{1}{\tau_l} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_{\text{rad}}} + \frac{1}{\tau_{a0}}}, \quad (4.8)$$

et la seconde, le terme de gain induit par les porteurs, ce qui donne un temps de vie global dont l'expression est :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_l} - \frac{1}{\tau_{a0}} \frac{N}{N_t}, \quad (4.9)$$

où le signe négatif du terme proportionnel à la densité de porteurs libres rend compte de l'introduction d'un gain.

Nous normalisons le champ  $u$  de la sonde par une énergie de saturation définie par

$$|u_{sat}|^2 = \frac{V_{cav} h\nu n_g}{c\tau_p\sigma}, \quad (4.10)$$

où  $V_{cav}$  représente le volume de la cavité,  $h\nu$  l'énergie d'un photon et  $\tau_p$  le temps de vie des porteurs. Nous écrivons l'équation d'évolution temporelle du champ sonde en posant :

$$a(t) = \frac{u(t)}{u_{sat}} e^{-i\omega_{res}t}, \quad (4.11)$$

ce qui conduit au système différentiel suivant :

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -i\Delta\omega_{res}a(t) - \frac{1}{\tau}a(t) \\ \frac{dN}{dt} &= -\frac{1}{\tau_p} \left[ N + (N - N_t)|a|^2 \right], \end{aligned} \quad (4.12)$$

dans lequel nous voyons, dans la seconde équation, que le terme  $|a|^2$  est source d'un dépeuplement des porteurs libres, consommés afin d'alimenter le terme de gain dans l'équation du champ sonde  $a(t)$ . Nous avons supposé, dans ces deux équations, que les termes sources, à la fois pour le champ de la sonde et la génération des porteurs libres, sont déterminés par les valeurs de  $a$  et de  $N$  aux conditions initiales. Ainsi, la densité de porteurs induite par la pompe est donnée par  $N_0 = N(t=0)$  et la valeur initiale du champ de la sonde par  $a_0 = a(t=0)$ . Dans les régimes d'excitation considérés, les effets thermiques peuvent être négligés [Brunstein 2011] car ceux-ci possèdent un temps de réponse de l'ordre de la nanoseconde alors que nous opérons en régime picoseconde ou femtoseconde par la suite.

L'origine de la dérive de la résonance est expliquée par le facteur de Henry  $\alpha_H$ , qui lie la partie réelle et la partie imaginaire de la susceptibilité non linéaire associées aux effets de porteurs libres :

$$\alpha_H = \frac{\left. \frac{\partial \text{Re}(\chi_{FC})}{\partial N} \right|_{N=N_t}}{\left. \frac{\partial \text{Im}(\chi_{FC})}{\partial N} \right|_{N=N_t}} \quad (4.13)$$

L'indice de réfraction de la cavité est donc affecté par la présence de porteurs libres et est défini à la transparence. L'évolution temporelle de la fréquence de résonance de la cavité est donc donnée par :

$$\Delta\omega_{res} = \frac{\alpha_H}{\tau_{a0}} \left( \frac{N}{N_t} - 1 \right). \quad (4.14)$$

Notons que cette quantité est nulle lorsque  $N = N_t$ , ce qui est en accord avec la définition de l'indice de réfraction.

En utilisant les expressions (4.9) et (4.14), l'équation (4.12) devient :

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= i \frac{\alpha_H}{\tau_{a0}} a(t) + (1 - i\alpha_H) \frac{N}{N_t} \frac{1}{\tau_{a0}} a(t) - \frac{1}{\tau_l} a(t) \\ \frac{dN}{dt} &= -\frac{1}{\tau_p} [N + (N - N_t) |a|^2],\end{aligned}\tag{4.15}$$

Nous souhaitons normaliser ces équations afin que celles-ci soient sans dimension et que la densité de porteurs soit normalisée par rapport au seuil de transparence du matériau. À cet effet, nous introduisons les quantités suivantes :

$$n = \frac{\tau_l}{\tau_{a0}} \frac{N}{N_t} \tag{4.16a}$$

$$n_t = \frac{\tau_l}{\tau_{a0}} \tag{4.16b}$$

$$e = a e^{-i \frac{\alpha_H}{\tau_{a0}} t}. \tag{4.16c}$$

L'échelle de temps a également été normalisée afin d'être unitaire pour  $\tau_l$ . Les équations adimensionnelles s'écrivent donc, après calcul :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} &= (n(t) - 1)e(t) - i\alpha_H n(t)e(t) \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= -\gamma [n(t) + (n(t) - n_t)|e(t)|^2] \end{aligned} \right\}, \tag{4.17}$$

avec :

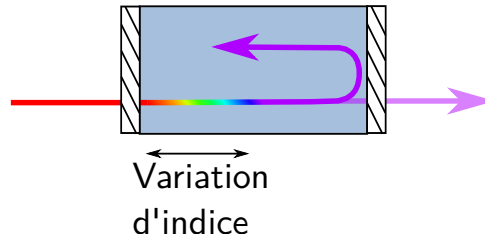
$$\gamma = \frac{\tau_l}{\tau_p}. \tag{4.18}$$

Ce modèle, bien que très simplifié, rend parfaitement compte des phénomènes physiques en jeu. En effet, la densité des porteurs  $n(t)$  est normalisée par rapport au seuil laser. Lorsque  $n(t)$  atteint l'unité, le terme de pertes  $n(t) - 1$  dans l'équation dynamique du champ sonde devient une source de gain par l'inversion de son signe. Réciproquement, le champ  $e(t)$  est normalisé par rapport à l'intensité de saturation des porteurs et lorsque  $e(t)$  dépasse l'unité les porteurs sont consommés dans le terme de gain. Ceci se manifeste dans la seconde équation, régissant la dynamique des porteurs, dans laquelle les pertes subies par les porteurs sont proportionnelles à  $|e|^2$ . Nous voyons également, dans la première équation, que le champ  $e(t)$  subit une dérive en fréquence proportionnelle à la densité de porteurs libres due à la présence du terme  $\alpha_H$ .

Nous étudions, dans un premier temps, ce système en régime transitoire, afin de mettre en avant la façon dont la densité de porteurs libres influe le régime dynamique du champ  $e(t)$ . À cet effet, nous serons amenés à utiliser directement les équations normalisées et à les résoudre numériquement. La résolution des équations et les résultats obtenus seront illustrés par un phénomène particulier : la conversion adiabatique de longueur d'onde.

### 4.2.3 Conversion adiabatique de longueur d'onde

La conversion adiabatique de longueur d'onde consiste à transférer une partie de l'énergie de l'impulsion vers une longueur d'onde différente [Notomi 2006]. Le terme adiabatique est utilisé pour illustrer le fait que la fréquence de l'impulsion est modifiée avant que l'onde n'ait effectué un tour complet dans la cavité [Xiao 2011b, Xiao 2011a], comme l'illustre le schéma de la figure 4.3, sur lequel nous voyons que la longueur d'onde du champ a changé avant de ressortir de la cavité.



**Figure 4.3** – Changement de la longueur d’onde du champ intracavité par variation de l’indice de réfraction.

En général, la variation de l’indice de réfraction est obtenue à l’aide d’une impulsion pompe très courte et intense. Cette impulsion est à l’origine de la création très rapide de porteurs libres dans la cavité, ce qui génère la variation d’indice souhaitée [Preble 2007]. Afin d’avoir une conversion adiabatique, la durée de l’impulsion utilisée doit donc être plus courte que le temps d’un aller-retour dans la cavité.

Nous étudions la réponse de la cavité dans un régime où la pompe est une impulsion gaussienne dont la durée à  $1/e$  est fixée à 120 fs, et nous la supposons limitée par transformée de Fourier<sup>1</sup>.

La cavité considérée possède les paramètres donnés dans la référence [Yacomotti 2006]. La résonance de la cavité se trouve centrée en 1540 nm et sa largeur spectrale est de 0,54 nm, ce qui correspond à un facteur de qualité de 2860. Nous en déduisons le temps de vie des photons dans la cavité,  $\tau_l/2 = 2,3$  ps.

L’impulsion sonde est adaptée au temps de vie des photons et nous la supposons également limitée par transformée de Fourier. Sa durée à mi-hauteur est fixée à 4 ps, ce qui peut être obtenu en filtrant spectralement la sortie d’un oscillateur paramétrique optique pompé par le laser<sup>2</sup>

Afin de tenir compte du couplage des impulsions pompe et sonde dans le résonateur, nous introduisons les champs normalisés  $e_{in}$  et  $n_{in}$  dans le modèle :

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial t} = (n(t) - 1)e(t) - i\alpha_H n(t)e(t) + e_{in}(t) \\ \frac{\partial n}{\partial t} = -\gamma [n(t) + (n(t) - n_t)|e(t)|^2] + n_{in}(t) \end{cases}. \quad (4.19)$$

Le terme de forçage  $n_{in}$  est proportionnel à l’intensité de la pompe, celle-ci étant à l’origine de la création des porteurs libres.

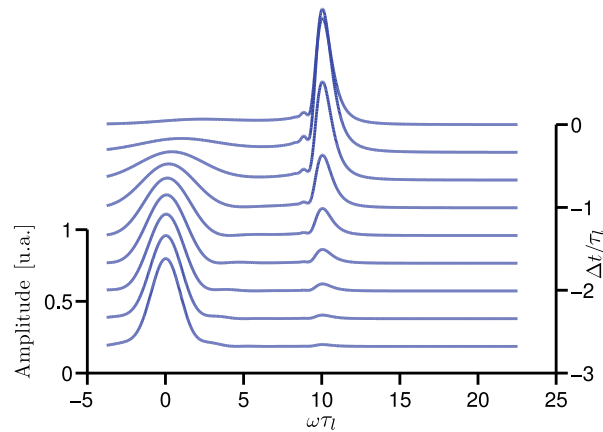
Dans ce système pompe-sonde où les deux sources sont impulsionnelles, le paramètre le plus important est le retard qui sépare ces deux impulsions. Un dispositif expérimental mettant en œuvre ce système doit donc impérativement posséder ce degré de liberté. Nous notons  $\Delta t/\tau_l = (t_{sonde} - t_{pompe})/\tau_l$  le retard normalisé entre les impulsions pompe et sonde. Les temps  $t_{pompe}$  et  $t_{sonde}$  correspondent aux instants où les impulsions gaussiennes sont maximales. La variation quasi-instantanée de la densité de porteurs libres fait que celle-ci peut être considérée comme ayant lieu à l’instant  $t_{pompe}$ .

Nous cherchons à démontrer, par la simulation, que la conversion de longueur d’onde peut avoir lieu dans la cavité. À cet effet, nous traçons les spectres du champ intracavité en fonction du délai  $\Delta t/\tau_l$  introduit entre l’impulsion pompe et la sonde. La figure 4.4 montre que, à mesure que le délai entre la pompe et la sonde diminue, l’énergie est davantage transférée vers de nouvelles longueurs d’ondes. En effet, nous voyons, lorsque le délai tend vers zéro, que de

1. La durée de 120 fs correspond aux impulsions que délivre le laser utilisé au LPN.

2. Un étireur d’impulsion en configuration 4f peut parfaitement réaliser cette opération de filtrage.

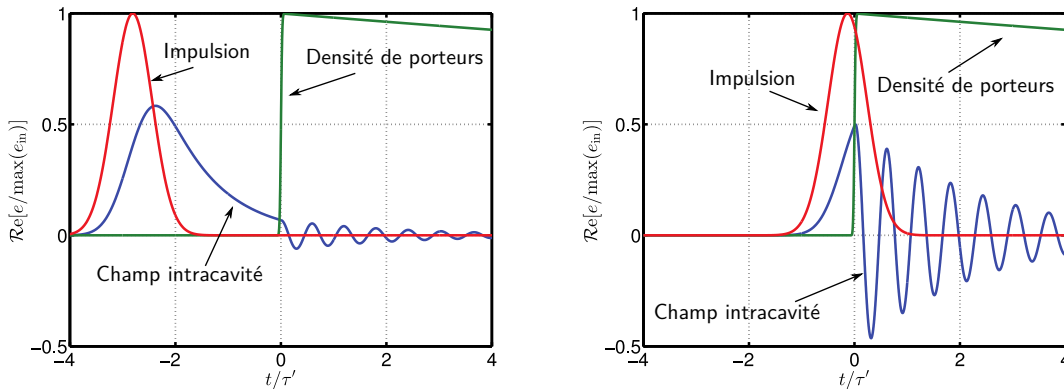




**Figure 4.4** – Évolution de la conversion adiabatique de longueur d’onde en fonction du délais séparant les deux impulsions.

nouvelles fréquences apparaissent. Celles-ci sont éloignée d’une valeur de  $\Delta\omega = 10/\tau_l$  de la fréquence de résonance initiale de la cavité.

Étudions alors ce qui se passe dans le domaine temporel. La figure 4.5a montre l’évolution du champ  $e(t)$  ainsi que de la densité de porteurs libres  $n(t)$  normalisés. Sur cette figure, un retard



(a) Injection de la pompe  $3\tau'$  après la sonde. (b) Injection simultanée de la pompe et la sonde.

**Figure 4.5** – Effet d’une variation d’indice rapide dans une cavité active en InP.

d’environ  $3\tau_l$  a été inséré entre l’impulsion pompe et la sonde, tracée en rouge. La variation instantanée de fréquence de résonance de la cavité, proportionnelle à la densité de porteurs et tracée en vert, provoque une oscillation du champ intracavité, en bleu. Nous retrouvons alors le phénomène de battement détaillé dans les chapitres précédents.

Nous comparons ce résultat avec le cas où toutes les fréquences sont décalées dynamiquement et dans lequel le délai entre pompe et sonde est nul, voir figure 4.5b. La pompe et la sonde arrivent alors en même temps, et le champ  $e(t)$  se met alors à osciller dès l’instant  $t = 0$ , comme le montre courbe bleue. Cette oscillation est induite par la variation très rapide de la fréquence de la résonance de la cavité, tracée en vert. Ces oscillations témoignent d’une modification de la longueur d’onde du champ  $e$ .

Nous avons donc mis en avant la conversion adiabatique de longueur d’onde dans un microrésonateur actif. Ces résultats ayant déjà été démontrés dans la référence [Yacomotti 2006],

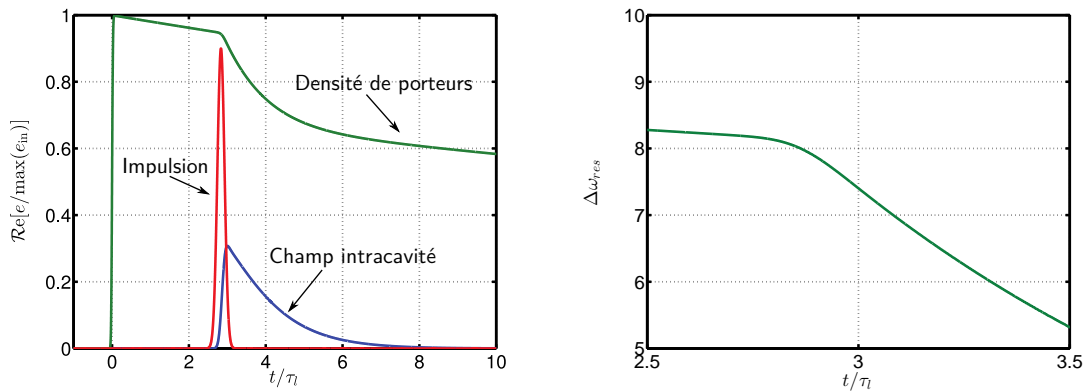
nous confirmons la validité de notre modèle et des paramètres choisis. Nous proposons donc de l'utiliser dans d'autres conditions afin de démontrer théoriquement le contrôle cohérent de ce type de cavité.

#### 4.2.4 Contrôle cohérent d'un microrésonateur actif

Nous avons observé, lors de la génération très rapide d'une forte densité de porteurs, un phénomène de battements sur l'impulsion sonde couplée dans la cavité. Ceci n'est pas sans rappeler ce que nous avons évoqué lors du chapitre deux, dans lequel nous avons attribué l'origine des battements subits par le champ intracavité à une variation de la fréquence de résonance de la cavité. Afin de compenser ces battements, nous avons introduit la notion d'excitation cohérente, dont le principe est d'appliquer une phase spectrale adaptée à l'impulsion qui est couplée dans la cavité.

En vue de réaliser l'excitation cohérente d'une microcavité active dans un schéma d'excitation de type pompe-sonde, nous conservons la même impulsion pompe, à savoir une gaussienne de durée de 120 fs. L'impulsion sonde, quant à elle, est également de forme gaussienne et possède une durée choisie arbitrairement égale à 600 fs<sup>3</sup>. Cette fois, l'impulsion pompe est en avance sur la sonde, afin de créer les porteurs avant que la sonde ne soit couplée dans la cavité. De cette manière, si la sonde possède suffisamment d'énergie, elle contribuera au dépeuplement des porteurs qui seront alors utilisés pour alimenter la sonde en énergie, induisant par la même occasion une variation de la fréquence de résonance de la cavité.

Dans un premier temps, l'impulsion  $e_{in}$  ne subit aucune dispersion, sa durée est donc de 600 fs et elle est limitée par transformée de Fourier et est tracée en rouge sur la figure 4.6b. L'évolution temporelle du champ  $e(t)$  est tracée sur en bleu et contribue à ne dépeupler que très



(a) Évolution temporelle du champ intracavité. (b) Évolution de la fréquence instantanée de l'impulsion.

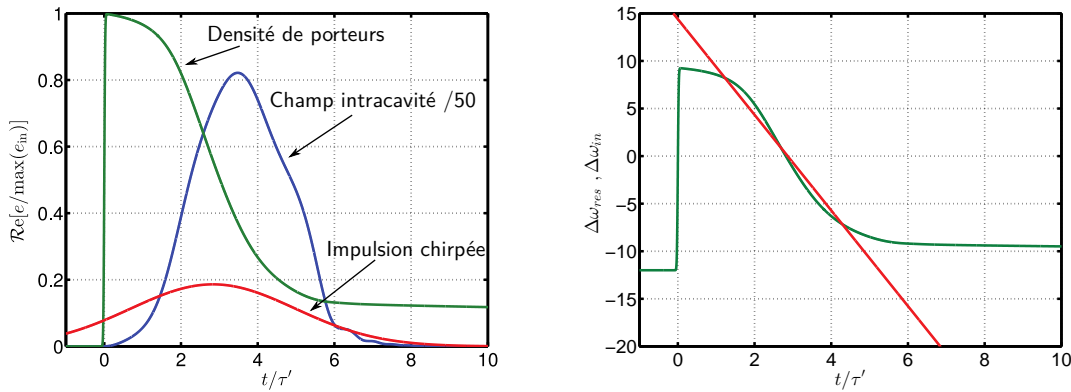
**Figure 4.6** – Excitation cohérente d'une microcavité active.

peu de porteurs libres, comme en témoigne la courbe verte, qui donne l'évolution temporelle de  $n(t)$ . Cette évolution correspond, comme le montre la figure 4.6b, à un décalage spectral de la résonance d'à peine  $3/\tau_l$ , ce qui est très faible. Le champ  $e(t)$  n'est donc pas amplifié de manière efficace.

3. Cette impulsion peut être obtenue en filtrant spectralement l'impulsion sonde en sortie d'OPO. Le filtrage pourrait d'ailleurs être réalisé en utilisant l'étireur d'impulsions étudié dans le chapitre précédent.

Notre objectif est donc d'appliquer une dispersion d'ordre deux  $\phi^{(2)}$  à l'impulsion sonde de façon lui imprimer une dérive linéaire de fréquence<sup>4</sup>. Le champ  $e(t)$  subissant une dérive de fréquence, par le biais du facteur de Henry, proportionnelle à la densité de porteurs, la dérive de fréquence appliquée sur l'impulsion  $e_{\text{in}}(t)$  incidente devra être adaptée à la variation de fréquence de résonance de la cavité. De cette manière, les battements du champ  $e(t)$  devraient être compensés, car sa fréquence instantanée suivra la résonance.

La dispersion  $\phi^{(2)}$  ainsi que le décalage spectral  $\delta\omega$  entre le centre de l'impulsion sonde et la résonance (après injection de la pompe) sont optimisés numériquement. Nous obtenons  $\phi^{(2)} = 4,2 \text{ ps}^2$  et  $\delta\omega = 3/\tau_l$ , ce qui mène au résultat donné par la figure 4.7a. L'impulsion sonde  $e_{\text{in}}$



(a) Évolution temporelle du champ intracavité. (b) Évolution de la densité de porteurs et de la fréquence instantanée de l'impulsion.

Figure 4.7 – Excitation cohérente d'une microcavité active.

dispersée, en rouge, possède une durée de 7 ps et contribue à dépeupler les porteurs à plus de 80%, comme le montre la courbe verte qui représente l'évolution temporelle de  $n(t)$ . L'enveloppe du champ intracavité, représentée en bleu, n'a subi presque aucune déformation par rapport à l'impulsion initiale et son amplitude a été divisée par 50 afin de l'afficher sur la figure.

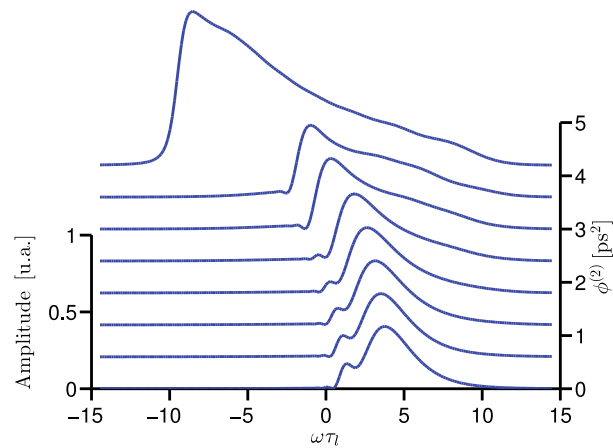
Nous calculons alors le rapport entre l'énergie intracavité et l'énergie incidente, obtenues en intégrant les champ  $|e|^2$  et  $|e_{\text{in}}|^2$ , respectivement, afin de déterminer l'exaltation du champ dans la cavité.

Les porteurs sont donc utilisés de manière efficace afin de créer du gain au niveau de la sonde et le champ est exalté d'un facteur 767. Sans l'application de dispersion, c'est à dire avec l'impulsion sonde d'une durée de 600 fs (voir figures 4.6), le champ est exalté d'un facteur 137 seulement. L'utilisation d'une structure active sous excitation cohérente permet donc de multiplier par plus de 5 l'exaltation du champ dans la cavité.

La figure 4.7b montre l'accord entre la dérive de la résonance et la fréquence instantanée de l'impulsion sonde. Nous retrouvons un résultat similaire à ceux des chapitres précédents, à ceci près que la variation de la résonance possède le signe opposé car la densité de porteurs libre diminue.

Afin de bien mettre en évidence l'effet de la dispersion, nous traçons l'évolution du spectre intracavité en fonction de  $\phi^{(2)}$ , voir figure 4.8. Nous observons alors un décalage spectral et une énergie qui augmentent tous deux lorsque la dispersion augmente. La consommation des porteurs entraîne à la fois un décalage spectral vers le rouge ainsi qu'une élévation de l'énergie de la sonde.

4. Se référer au chapitre 2 pour les équations.



**Figure 4.8** – Évolution du spectre intracavité en fonction de la dispersion appliquée à l'impulsion sonde.

Les deux phénomènes sont étroitement liés, car le terme de gain et la réfraction par les porteurs sont liés par l'intermédiaire du facteur de Henry. Cela explique donc parfaitement l'augmentation du gain grâce à l'accord entre la fréquence instantanée de la sonde et la résonance de la cavité.

#### 4.2.5 Conclusion

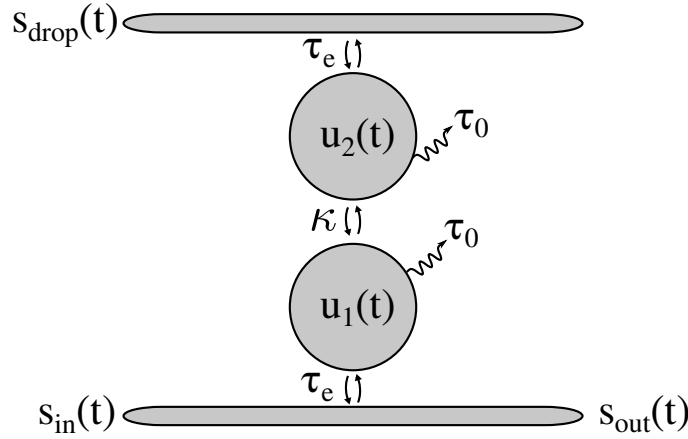
Nous avons établi le modèle des modes couplés d'une microcavité active à puits quantiques. Ce modèle nous a permis de réaliser les simulations numériques d'un régime de conversion adiabatique de longueur d'onde. Les résultats numériques en mis en évidence une conversion de longueur d'onde dans la cavité, en accord les résultats de la référence [Yacomotti 2006].

Ce faisant, le même modèle a été utilisé pour simuler l'excitation cohérente de la cavité. Le résultat préliminaire que nous avons obtenu montre que l'enveloppe du champ intracavité  $e(t)$  subit très peu de distorsion. De plus, une plus forte consommation de porteurs libres dans le terme de gain est à noter, ce qui mène à une exaltation du champ intracavité plus conséquente en comparaison avec une excitation par impulsion en limite de Fourier. Cela nous conforte donc dans notre ambition de démontrer ce résultat de manière expérimentale. En effet, à terme, un étireur d'impulsions pourrait être utilisé pour mettre en forme l'impulsion sonde et tenter de démontrer expérimentalement l'excitation d'un microrésonateur actif.

### 4.3 Contrôle cohérent de microcavités non linéaires couplées

#### 4.3.1 Couplage de deux microcavités linéaires

Nous nous intéressons maintenant au cas de cavités linéaires couplées selon la géométrie présentée sur la figure 4.9.



**Figure 4.9** – Deux cavités linéaires couplées entre elles.

Les champs  $u_1$  et  $u_2$  qui circulent dans les cavités sont liés par une constante de couplage  $\kappa$ . Le taux de couplage  $\kappa$  est un nombre complexe dont la partie réelle représente les pertes induites par le couplage et la partie imaginaire, le taux de couplage entre les deux cavités [Brunstein 2009]. En régime linéaire, les équations de l'évolution temporelle des deux champs s'écrivent alors sous la forme d'un système différentiel :

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= -i\omega_{\text{res}01}u_1(t) - \frac{1}{\tau_1}u_1(t) + \kappa u_2(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{\text{in}}(t) \\ \frac{du_2}{dt} &= -i\omega_{\text{res}02}u_2(t) - \frac{1}{\tau_2}u_2(t) + \kappa u_1(t) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Le champ est uniquement injecté dans la première cavité, par le biais d'un temps de vie  $\tau_e$  et chaque cavité possède respectivement des temps de vie  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . Le système différentiel s'écrit matriciellement sous la forme  $\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{A}\mathbf{U} + \mathbf{B}$  :

$$\begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_1 & \kappa \\ \kappa & \Omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{\text{in}}(t) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

où  $\Omega_1 = i\omega_{\text{res}01} - \frac{1}{\tau_1}$  et  $\Omega_2 = i\omega_{\text{res}02} - \frac{1}{\tau_2}$  sont les pulsations complexes associées aux deux modes résonants en l'absence de couplage. La matrice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \Omega_1 & \kappa \\ \kappa & \Omega_2 \end{pmatrix}$  est diagonalisable à condition que son déterminant soit non nul, ce que nous supposons être le cas. Les valeurs propres de cette matrice nous donnent directement les fréquences d'oscillation  $\Omega_+$  et  $\Omega_-$  des modes propres dans les cavités. En dimension deux, elles sont données par l'équation

$$\Omega_{\pm} = \frac{1}{2} \left( \text{Tr}(\mathbf{A}) \pm \sqrt{\text{Tr}^2(\mathbf{A}) - 4\text{dét}(\mathbf{A})} \right),$$

avec  $\text{Tr}(\mathbf{A})$  la trace de  $\mathbf{A}$  et  $\text{dét}(\mathbf{A})$  son déterminant. Cela conduit alors au résultat suivant :

$$\boxed{\Omega_{\pm} = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\Omega_1 - \Omega_2)^2 + 4\kappa^2}}. \quad (4.22)$$

Dans le cas où les deux cavités sont strictement identiques (même fréquence de résonance et même facteur de qualité, c'est-à-dire  $\omega_{\text{res}01} = \omega_{\text{res}02}$  et  $\tau_1 = \tau_2$ ), les fréquences propres deviennent :

$$\boxed{\Omega_{\pm} = \Omega_0 \pm \kappa}, \quad (4.23)$$

où  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_0$ . Les deux modes sont alors symétriques en fréquence par rapport à  $\Omega_0$ . Les champs  $u_1$  et  $u_2$  s'expriment alors comme une combinaison linéaire de deux modes oscillant respectivement aux pulsations  $\Omega_-$  et  $\Omega_+$ . Ces modes sont appelés mode symétrique et mode antisymétrique, respectivement.

Lorsque le couplage est sans perte,  $\kappa$  est imaginaire pur [Trebaol 2010] et le spectre des champs circulant dans les cavités est alors composé de deux lorentziennes centrées en  $\Omega_0$  et espacées de  $\frac{2}{\tau_\kappa}$ , où nous appelons  $\frac{1}{\tau_\kappa}$  la partie imaginaire de  $\kappa$ . Lorsque les pertes de couplage entre les deux cavités sont négligées, les équations deviennent :

$$\begin{aligned}\frac{du_1}{dt} &= -i\omega_{\text{res}01}u_1(t) - \frac{1}{\tau_1}u_1(t) + \frac{i}{\tau_\kappa}u_2(t) + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}}s_{\text{in}}(t) \\ \frac{du_2}{dt} &= -i\omega_{\text{res}02}u_2(t) - \frac{1}{\tau_2}u_2(t) + \frac{i}{\tau_\kappa}u_1(t)\end{aligned}\quad (4.24)$$

Les deux champs intracavité oscillent alors avec une période liée à  $\tau_\kappa$  et sont en opposition de phase. Le champ circule donc alternativement dans chacune des cavités. La fonction réponse de ce système peut être déterminée en excitant la première cavité par un Dirac.

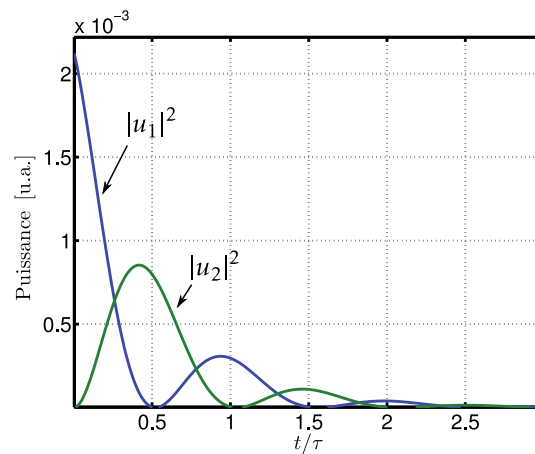
Afin de réaliser la simulation numérique du système différentiel, nous utilisons les paramètres mentionnés dans le tableau 4.1.

Paramètre	Valeur	Description
L	900 nm	Longueur de la cavité
$S_{\text{eff}}$	$300 \times 300 \text{ nm}^2$	Aire effective du mode
V	$0,081 \mu\text{m}^3$	Volume de la cavité ( $S_{\text{eff}} \times L$ )
$\tau_0$	49,4 ps	Temps de vie intrinsèque des photons
$\tau_e$	15 ps	Temps de vie extrinsèque des photons
$\tau = \tau_1 = \tau_2$	11,5 ps	Temps de vie des photons dans la cavité
$\tau_\kappa$	$\tau/3$	Temps de vie de couplage entre les cavités

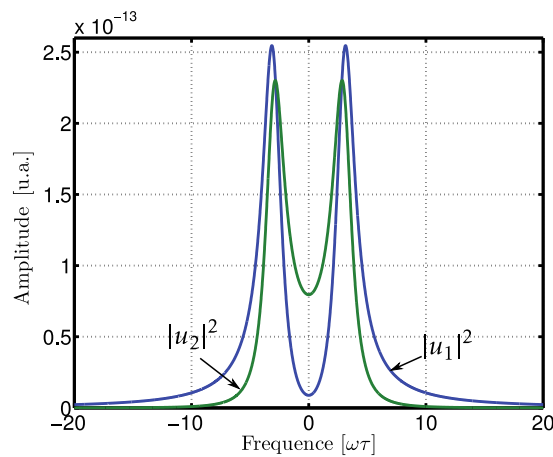
**Table 4.1** – Paramètres structurels de la micro-cavité étudiée.

Ces paramètres sont les mêmes que ceux que nous avons utilisés dans les simulations numériques du chapitre 2. Les deux cavités, lorsqu'elles sont isolées, c'est-à-dire  $\tau_\kappa \rightarrow \infty$ , sont donc définies par les paramètres du tableau 4.1. L'excitation par un Dirac du système se fait alors en injectant une impulsion  $s_{\text{in}}$  d'une durée de quelques femtosecondes dans la première cavité. La source présente alors un spectre très large bande et excite le système de deux cavité couplées en régime fortement transitoire.

Le résultat de la simulation numérique, présenté sur la figure 4.10, démontre une alternance du champ entre la première et la seconde cavité. Ce phénomène, observable dans une grande variété de systèmes linéaires couplés, tels que les pendules couplés par exemple, implique que les deux modes oscillent en opposition de phase. Nous constatons en effet une différence de phase de  $\pi$  entre les courbes bleu et verte de la figure précédente. Nous remarquons par ailleurs que les oscillations des deux champs possèdent une période environ égale à  $\tau$ , ce que nous proposons de démontrer en étudiant les spectres des champs  $u_1$  et  $u_2$ . Dans le domaine spectral, les oscillations amorties subies par les deux modes correspondent aux battements induits par la différence de fréquence entre deux Lorentziennes, voir figure 4.11. Nous retrouvons alors, sur ce graphe, le fait que les champs intracavités s'expriment en fonction des modes symétrique et antisymétrique. La



**Figure 4.10** – Oscillation des champs intracavité. En bleu celui de la première et en vert celui de la seconde.

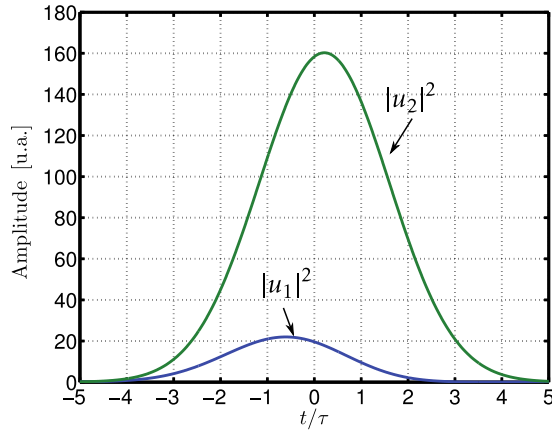


**Figure 4.11** – Spectres des champs intracavité. En bleu celui de la première et en vert celui de la seconde.

description matricielle du système différentiel permet de déduire l'écart fréquentiel entre les deux modes, celui-ci étant donné par  $2/\tau_k$ . La figure précédente confirme cette expression, les deux résonances étant en effet séparées d'une valeur de  $6/\tau = 2/\tau_k$ . Dans le domaine temporel, les battements induits par ces deux résonances possèdent donc une fréquence de  $\frac{1}{2\pi} \frac{6}{\tau} \sim \frac{0,95}{\tau}$ . Par conséquent, la période d'oscillation de  $u_1$  et de  $u_2$  est environ égale à la durée de vie des photons  $\tau$  dans les cavités. Nous observons, sur la figure 4.10 que cette durée est légèrement supérieure à  $\tau$ , ce qui est conforme au calcul théorique qui nous donne une durée de  $1,05\tau$  environ.

Nous constatons également une différence entre les spectres circulant dans les cavités. Cela provient principalement du fait que seule la première cavité est excitée par l'impulsions, la seconde cavité ne reçoit de l'énergie qu'après un certain retard. Elle est donc excitée par un champ qui n'est pas un Dirac car celui-ci a subi le filtrage de la première cavité.

D'autre part, sous une excitation en régime quasi-permanent, les évolutions temporelles des champs intra-cavité sont totalement différentes. Nous définissons une impulsion d'entrée dont la largeur temporelle à  $1/e$  est de  $4\tau$  et résolvons numériquement les équations du système différentiel linéaire. Sous ce régime d'excitation non transitoire, les champs  $u_1$  et  $u_2$  possèdent tous deux des enveloppes approximativement gaussiennes, voir figure 4.12. L'impulsion qui circule



**Figure 4.12** – Évolution des champs intracavité en régime quasi-permanent.

dans la seconde cavité est retardée par rapport à celle qui circule dans la première, car celle-ci ne peut se construire dans la cavité qu'après avoir circulé dans le premier résonateur. Nous constatons que l'intensité du champ est plus élevée dans la seconde cavité. La distribution du champ entre les deux cavités dépend fortement de la valeur du taux de couplage. En effet, un faible taux de couplage privilégie une concentration du champ dans la première cavité, en revanche, un fort taux de couplage tend à diriger la majeure partie du champ dans la seconde cavité.

### 4.3.2 Dynamique non linéaire de deux microcavités couplées

L'introduction des effets non linéaires se fait en ajoutant les non-linéarités réfractives et les pertes non linéaires dans les équations des modes couplés. Nous considérons deux cavités identiques et faisons les approximations suivantes : l'indice de groupe est supposé égal à l'indice effectif et vaut  $n_0$ , l'indice du matériau, et de plus, les volumes non linéaires sont tous supposés égaux au volume de la cavité  $V$ . Moyennant ces approximations, l'évolution des modes  $u_1$  et  $u_2$  dans les cavités 1 et 2 est décrite par les quatre équations couplées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1}{dt} = i\omega_{res0} \left( 1 - \frac{n_2 c}{n_0^2 V} |u_1(t)|^2 - \frac{\sigma_R}{n_0} N_1(t) \right) u_1(t) \\ \quad - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\beta_{TPA} c^2}{2n_0^2 V} |u_1(t)|^2 + \frac{\sigma_{AC}}{2n_0} N_1(t) \right) u_1(t) + \frac{i}{\tau_c} u_2(t) \\ \quad + \sqrt{\frac{2}{\tau_e}} s_{in}(t) \\ \frac{dN_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_p} N_1(t) + \frac{\beta_{TPA}}{2\hbar\omega} \frac{c^2}{n_0^2 V^2} |u_1(t)|^4 \end{array} \right. \quad (4.25)$$

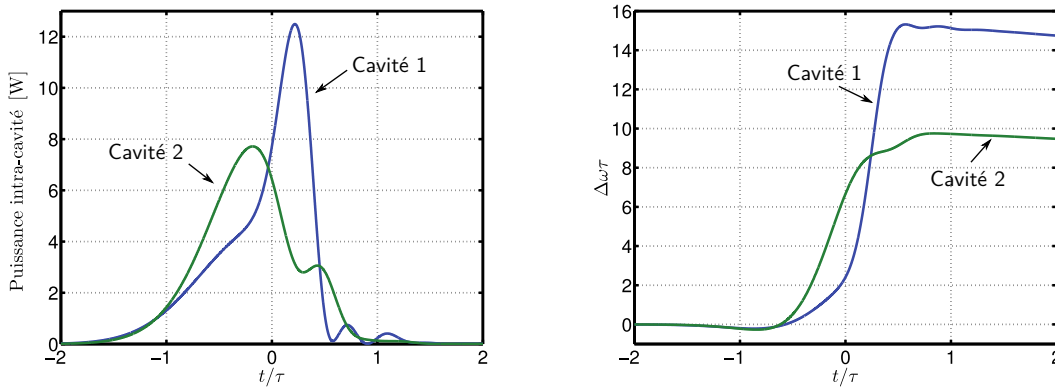


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_2}{dt} = i\omega_{res0} \left( 1 - \frac{n_2 c}{n_0^2 V} |u_2(t)|^2 - \frac{\sigma_R}{n_0} N_2(t) \right) u_2(t) \\ \quad - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{\beta_{TPA} c^2}{2n_0^2 V} |u_2(t)|^2 + \frac{\sigma_A c}{2n_0} N_2(t) \right) u_2(t) + \frac{i}{\tau_\kappa} u_1(t) \\ \frac{dN_2}{dt} = -\frac{1}{\tau_P} N_2(t) + \frac{\beta_{TPA}}{2\hbar\omega} \frac{c^2}{n_0^2 V^2} |u_2(t)|^4. \end{array} \right. \quad (4.26)$$

Ces équations sont obtenues en considérant les équations d'évolution temporelle du champ et de la densité de porteurs libres dans deux microcavités non linéaires. Une constante de couplage  $\tau_\kappa$  est ajoutée afin de relier les deux équations d'évolution des champs  $u_1$  et  $u_2$ .

Le système global est donc composé de deux cavités dont seule la première est soumise à une excitation extérieure. Le champ couplé dans cette première cavité est la source d'effets non linéaires qui se manifestent principalement par la présence de porteurs libres. Sous une excitation de forte énergie, la résonance de la première cavité subit par conséquent un décalage fréquentiel, lié à la densité de porteurs. Après un demi-tour dans la première cavité, une portion du champ est couplée dans la seconde cavité. Celui-ci subit, au cours de sa propagation, des effets non linéaires, avant d'être partiellement réinjecté dans la première cavité, après un tour complet. Par conséquent, la première cavité possède deux sources d'excitation, l'une provient de l'impulsion d'entrée et l'autre du champ qui circule dans la seconde cavité. La deuxième cavité, quant à elle ne possède qu'une seule source d'excitation, proportionnelle au champ qui circule dans la première cavité. Ce raisonnement nous permet de mettre en avant le fait que les effets non linéaires seront forcément différents dans chacune des cavités. Un contrôle cohérent de l'excitation ne peut donc, a priori, servir qu'à maximiser le couplage dans l'une des deux cavités.

La première cavité est soumise à une excitation d'enveloppe gaussienne d'une puissance crête de 90 mW et d'une durée d'environ  $1,7\tau$  à  $1/e$ . Sous une telle excitation, l'énergie de l'impulsion est suffisante pour générer d'importantes non-linéarités. Nous supposons que les deux cavités possèdent la même fréquence de résonance, et l'impulsion est choisie de sorte que sa fréquence centrale soit confondue avec la résonance des cavités isolées. Sous de telles conditions, nous obtenons l'évolution temporelle des puissances intra-cavité, voir figure 4.13a, en bleu pour la première cavité, et en vert pour la seconde. Bien que l'intensité crête soit plus élevée dans la



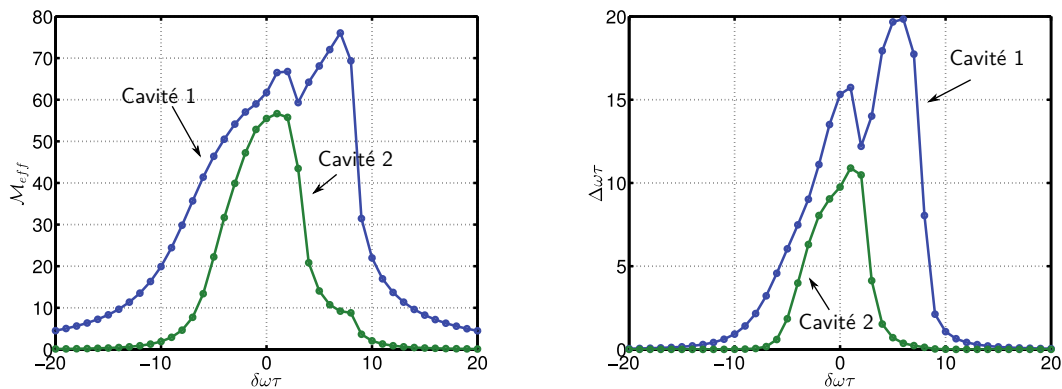
(a) Évolution temporelle des puissances intra-cavité. (b) Évolution des fréquences de résonance des cavités.

**Figure 4.13** – Dynamique non linéaire dans un système composé de deux cavités non linéaires couplées.

première cavité (courbe bleue), les facteurs effectifs d'exaltation du champ,  $\mathcal{M}_{eff}$  calculés sont

équivalents. Le facteur d'exaltation du champ est légèrement plus élevé dans la première cavité, ce qui, associé à une plus forte puissance crête, explique la plus forte intensité des effets non linéaires dans cette cavité, comme le montre le décalage en fréquence de la résonance tracé en bleu sur la figure 4.13b, par rapport à la seconde (courbe verte). La forme plus piquée de l'impulsion dans la première cavité implique une variation plus rapide de la dérive de la résonance, courbe bleue, comparée à celle que nous observons dans la première cavité, courbe verte. Cette remarque confirme que l'application d'un contrôle cohérent devrait être exclusive vis à vis d'une des deux cavités.

L'utilisation d'une impulsion dont la fréquence centrale est initialement à résonance ne garantit pas un couplage optimal, étant données les variations des deux fréquences de résonance. Afin d'analyser l'impact d'une différence de fréquence entre l'impulsion et la résonance initiale, nous effectuons une série de simulations numériques pour  $\delta\omega = \omega_{\text{res}0} - \omega_0$  variant de  $-20/\tau$  à  $20/\tau$ . Nous rappelons que  $\omega_{\text{res}0}$  et  $\omega_0$  font référence à la pulsation de résonance en régime linéaire et à la pulsation centrale de l'impulsion, respectivement. Les figures 4.14 montrent l'évolution du facteur d'exaltation du champ, figure 4.14a, ainsi que du décalage spectral des résonances des deux cavités, figure 4.14b, en fonction de  $\delta\omega$ . Nous constatons que les tendances sont les mêmes



(a) Évolution du facteur d'exaltation du champ en fonction de  $\delta\omega$ . (b) Évolution du décalage spectral maximal de la résonance en fonction de  $\delta\omega$ .

**Figure 4.14** – Impact de la fréquence centrale sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans le système couplé.

entre le facteur d'exaltation du champ et le décalage spectral de la résonance. D'une cavité à l'autre, l'évolution est totalement différente. En effet, dans la première cavité, le couplage est meilleur pour  $\delta\omega \sim 7/\tau$ . Cependant, ceci s'obtient au détriment du couplage dans la seconde cavité qui devient alors très mauvais. Il faut alors faire un compromis afin d'obtenir un couplage correct dans les deux cavités. Pour  $\delta\omega \sim 1/\tau$ , les deux cavités possèdent un facteur d'exaltation relativement élevé. Celui-ci est en fait maximal pour la seconde cavité. Nous constatons que le champ qui circule dans la seconde cavité ne peut être maximisé seulement si le champ est intense dans la première cavité. Au contraire, nous pouvons parfaitement maximiser le champ dans la première cavité sans nous soucier de la seconde. Ainsi, en ayant très peu de variations sur le facteur d'exaltation du champ dans la première cavité, nous pouvons, par un simple changement de la longueur d'onde centrale de l'impulsion, maximiser ou minimiser le champ qui circule dans la seconde cavité.

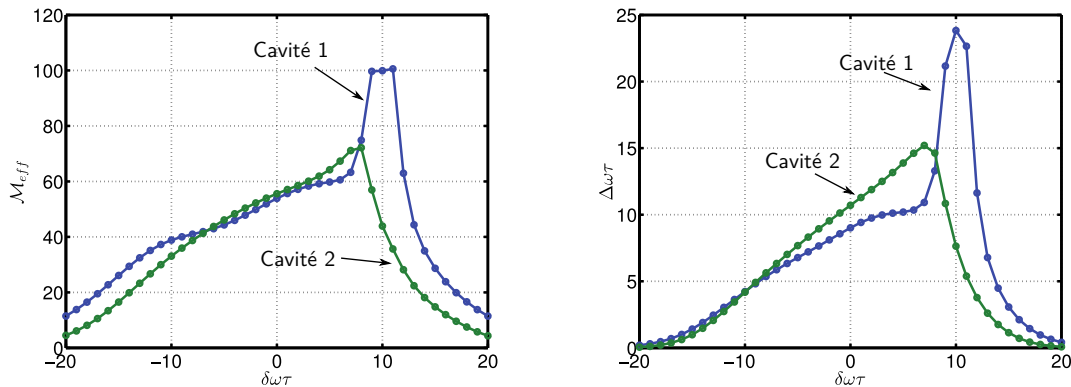
Conformément aux travaux précédents, concernant une unique cavité, nous souhaitons observer l'effet d'une excitation cohérente sur ce type de structure. En effet, cela pourrait, à

l'instar du contrôle cohérent d'une unique cavité, permettre une augmentation de l'interaction lumière-matière. De plus, le paramètre  $\delta\omega$  pourrait avoir une plus faible influence sur la valeur de l'énergie intra-cavité et nous pourrions peut-être maximiser le champ dans la seconde cavité.

### 4.3.3 Contrôle cohérent d'un système à deux cavités

Afin de réaliser l'excitation cohérente des deux cavités, nous devons tout d'abord fixer la durée de l'impulsion initiale, qui sera ensuite injectée dans un milieu dispersif afin de générer une impulsion à dérive de fréquence. Pour ce faire, l'impulsion étant limitée par transformée de Fourier, sa durée est calculée en fonction de sa largeur spectrale. Nous anticipons une dérive des résonances des cavités de l'ordre de  $20/\tau$ , comme c'était le cas pour une cavité seule. Ainsi, la durée de l'impulsion est fixée à la valeur de  $T_0 = \tau/10$ , voir chapitre 2. Afin d'obtenir, après dispersion, une impulsion dont la durée et l'énergie sont les mêmes que l'impulsion utilisée pour générer les figures précédentes, nous devons utiliser une impulsion initiale dont la puissance crête est de  $0,8\text{ W}$  et une dispersion de  $\phi^{(2)} = 11,3\text{ ps}^2$ .

L'impulsion dispersée est injectée dans la première cavité, et nous étudions l'influence du paramètre  $\delta\omega$  sur le couplage de l'impulsion dans les deux cavités. Comme le montre la figure 4.15a, l'exaltation du champ est maximale aux alentours de  $\delta\omega = 8/\tau$  dans les deux cavités. Dans les



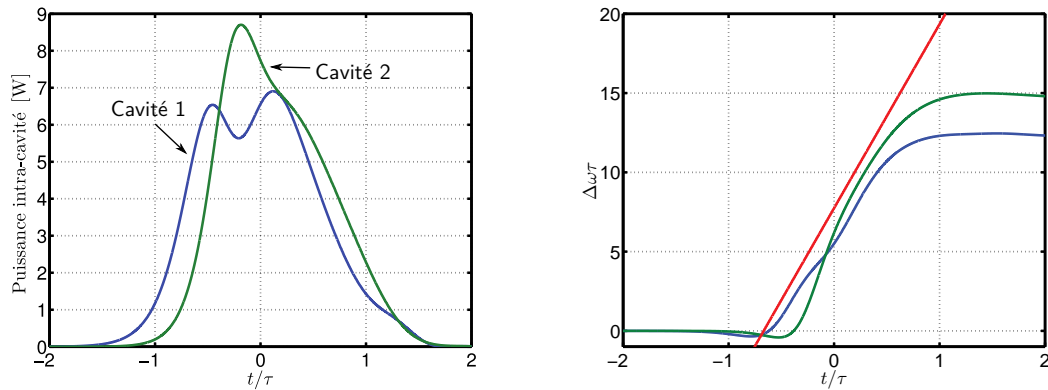
(a) Évolution du facteur d'exaltation du champ en fonction de  $\delta\omega$ .

(b) Évolution du décalage spectral maximal de la résonance en fonction de  $\delta\omega$ .

**Figure 4.15** – Impact de la fréquence centrale sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans le système couplé.

deux cavités, l'exaltation du champ est plus importante sous une excitation cohérente. Nous montrons en effet une augmentation de près de 50% sur l'exaltation du champ dans la première cavité, et de 30% dans la seconde. Nous choisissons de fixer  $\delta\omega$  à la valeur de  $8/\tau$  afin d'étudier les enveloppes des champs ainsi que les décalages de résonances associés. Ce point de fonctionnement correspond à l'endroit où les facteurs d'exaltation sont approximativement égaux. Ainsi, nous voyons, sur la figure 4.16a, que les enveloppes des champs intra-cavités sont très peu différentes. De plus, nous n'observons aucun battement sur les enveloppes, preuve que la dérive de fréquence de l'impulsion est adaptée aux effets non linéaires réfractifs dans les deux cavités. Nous constatons également que les décalages fréquentiels des résonances sont approximativement identiques, voir figure 4.16b.

Nous observons cependant, sur les figures 4.15, que l'exaltation du champ dans la première cavité implique toujours une diminution d'intensité dans la seconde. Étant donné que la source



(a) Évolution du facteur d'exaltation du champ en fonction de  $\delta\omega$ . (b) Évolution du décalage spectral maximal de la résonance en fonction de  $\delta\omega$ .

**Figure 4.16** – Impact de la fréquence centrale sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans le système couplé.

impulsionnelle est injectée dans la première cavité, nous pouvons facilement y maximiser les interactions lumière-matière au détriment de la seconde cavité. La situation inverse est a priori plus difficile à obtenir sans modification du taux de couplage. Néanmoins, nous voyons sur la figure 4.15b que les effets non linéaires peuvent être plus élevés dans la seconde cavité que dans la première. L'écart entre les deux courbes montrées sur la figure 4.16b, bien que très faible, est bien visible et atteint presque  $5/\tau$ , ce qui correspond à plus de deux fois la largeur à mi-hauteur de la résonance.

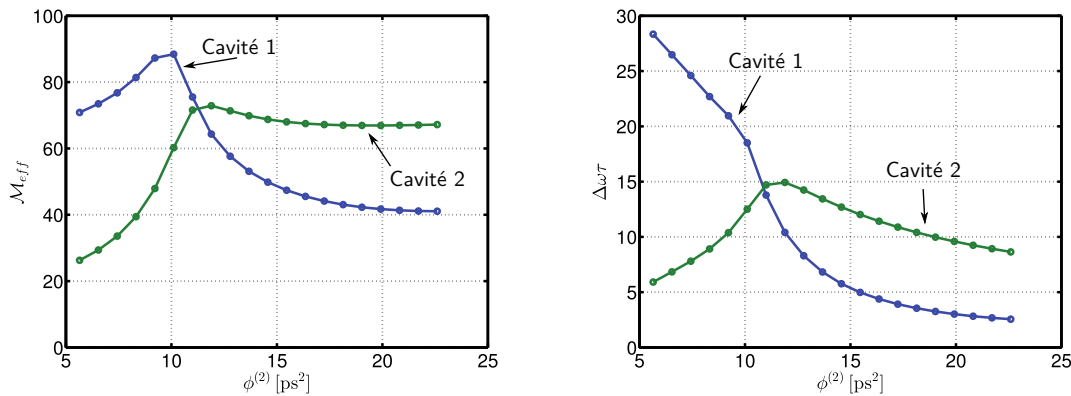
Sous une excitation cohérente, la localisation du champ dans la seconde cavité semble donc possible. Si tel est le cas, l'influence du paramètre  $\phi^{(2)}$  y est très intimement liée. En effet, selon la valeur de  $\phi^{(2)}$  la dérive en fréquence de l'impulsion d'entrée varie et peut donc s'accorder préférentiellement avec la résonance d'une des deux cavités. Nous étudions alors par la suite l'influence de  $\phi^{(2)}$  sur les facteurs d'exaltation du champ calculés dans chacune des deux cavités.

#### 4.3.4 Orientation du champ vers une cavité à l'aide du contrôle cohérent

Nous choisissons ici de conserver l'impulsion initiale d'une durée de  $\tau/10$ , tout en faisant varier le chirp  $\phi^{(2)}$  que nous lui appliquons. Cela a pour conséquence directe de modifier la durée de l'impulsion dispersée, le régime d'excitation sera alors plus ou moins transitoire. Ce point sera discuté au regard des résultats obtenus. Au cours de cette étude, le paramètre  $\delta\omega$  est gardé constant et vaut  $8/\tau$ , ce qui signifie que les facteurs d'exaltation obtenus ne sont pas optimaux et peuvent être améliorés en modifiant  $\delta\omega$ .

Les simulations numériques nous donnent l'évolution des facteurs d'exaltation du champ dans les deux cavités, figure 4.17a. Nous retrouvons un croisement des deux courbes pour  $\phi^{(2)} = 11,3 \text{ ps}^2$ , ce qui correspond à ce que nous avons observé auparavant. De part et d'autre de ce croisement les tendances s'inversent. En effet, pour de faibles valeurs de  $\phi^{(2)}$ , le champ est plus intense dans la première cavité, alors que, lorsque la dispersion devient supérieure à  $11,3 \text{ ps}^2$ , le champ se trouve être plus intense dans la seconde cavité. Le chirp appliqué à l'impulsion permet donc de choisir dans quelle cavité le champ est le plus intense.

Les dérives en fréquence des résonances montrent un comportement similaire, le croisement des deux courbes a lieu pour la même valeur de  $\phi^{(2)}$ , voir figure 4.17b. Une différence entre



(a) Évolution du facteur d'exaltation du champ en fonction de  $\delta\omega$ . (b) Évolution du décalage spectral maximal de la résonance en fonction de  $\delta\omega$ .

**Figure 4.17** – Impact de la fréquence centrale sur l'efficacité de couplage de l'impulsion dans le système couplé.

l'évolution du décalage spectral de la résonance de la première cavité et son facteur d'exaltation est toutefois visible pour  $\phi^{(2)} < 10 \text{ ps}^2$ . En effet, alors que le décalage spectral de la résonance augmente lorsque  $\phi^{(2)}$  diminue, le facteur d'exaltation tend à diminuer. Il s'agit de la frontière qui sépare le régime transitoire du régime permanent, en dessous de  $\phi^{(2)} = 10 \text{ ps}^2$  l'excitation est en régime transitoire, et cela correspond d'ailleurs à une durée d'impulsion qui devient inférieure à  $\tau$ .

### 4.3.5 Conclusion

Dans un premier temps, nous avons déterminé le modèle des modes couplés de deux cavités linéaires couplées. Le couplage, supposé sans pertes, implique l'existence de deux modes propres symétriques par rapport à la résonance des cavités. Après avoir expliqué mathématiquement ce phénomène, nous avons réalisé les simulations numériques des cavités en régime linéaire afin de vérifier nos prédictions théoriques.

Ceci étant fait, les effets non linéaires d'ordre trois et de porteurs libres ont été inclus dans le modèle. Les simulations numériques ont mis en évidence un comportement dynamique complexe du système, montrant des enveloppes de champ distordues ainsi que des évolutions des résonances des cavités totalement différentes. Nous avons ensuite étudié l'effet d'un décalage spectral entre le centre de l'impulsion et la fréquence initiale des résonances pour montrer que le champ est, quelque soit cette valeur, principalement contenu dans la première cavité.

Par la suite, nous avons étudié l'excitation cohérente de cette structure. Pour une dispersion fixée et une fréquence centrale de l'impulsion variable, nous avons ainsi montré que, dans certains cas, l'énergie pouvait être plus élevée dans la seconde cavité. Nous avons donc étudié l'impact d'une variation de la dispersion pour mettre en évidence que ce paramètre permet de sélectionner la cavité vers laquelle orienter le champ. Ce dernier point est très important car il ouvre la voie à des applications de routage optique, par exemple.

## 4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons donné deux perspectives possibles au contrôle cohérent de microcavités. Ces deux études ont donné des résultats prometteurs et ont été réalisées en tenant compte au maximum des contraintes expérimentales.

Le modèle d'une cavité active a mené à des simulations numériques de conversion adiabatique de longueur d'onde probantes. De plus, l'excitation cohérente d'une microcavité active a été étudiée de façon à être en accord avec les résultats déjà publiés par le LPN. Réaliser le système pompe-sonde requiert une ligne à retard variable afin de pouvoir synchroniser les impulsions pompes provenant directement du laser avec celles de la sonde qui ont été mises en forme par l'étireur d'impulsions. Le système pompe-sonde envisagé est donc parfaitement réalisable et nous pouvons espérer des résultats relativement proches des simulations numériques réalisées. Le résultat expérimental attendu est donc une augmentation du facteur d'amplification en régime d'excitation cohérente.

L'étude des cavités couplées en régime non linéaire annonce beaucoup de résultats prometteurs. En effet, même si le modèle ne tient pas compte des volumes non linéaires, nous avons montré, lors des chapitres 2 et 3, pour une cavité seule, que cela suffisait à reproduire les comportements de dynamique non linéaire. L'excitation cohérente de cavités couplées devrait donc permettre d'étendre le contrôle cohérent à des structures plus complexes. Cependant, il ne faut pas oublier les contraintes liées à la fabrication, qui impose un taux de couplage donné. Avant de poursuivre cette étude, il faudrait donc réaliser des simulations FDTD de cavités couplées afin d'en établir un modèle complet et réaliste.

Néanmoins, une fois le modèle établi, les paramètres de l'impulsion pourront être adaptés afin d'obtenir les résultats escomptés. De plus, le contrôle cohérent peut également contribuer en ce sens, car il agit directement sur le couplage de l'impulsion dans l'une ou l'autre des deux cavités. Enfin, la possibilité de diriger le champ dans une cavité plutôt qu'une autre est sans aucun doute une ouverture à la réalisation de systèmes de routage optique du signal, point que nous aborderons dans les conclusions et perspectives.



# Conclusions

Le travail effectué au cours de cette thèse a eu pour objectif principal de mieux comprendre le comportement dynamique d'une onde dans une microcavité non linéaire afin de contrôler son interaction avec le matériau. Cette démarche a débuté par l'établissement des équations de propagation en régime non linéaire. Nous avons donc disposé d'un modèle dont tous les paramètres sont déterminés, soit par nos mesures, soit par les valeurs reportées dans la littérature.

La possibilité d'enlever certaines non-linéarités du modèle nous a appris beaucoup de choses sur la contribution de chacune d'entre elles. Ceci nous a notamment mené à étudier les effets non linéaires réfractifs et à chercher un moyen de les compenser afin d'augmenter l'interaction entre l'onde et le matériau. La méthode envisagée consiste en une manipulation de la phase spectrale de l'impulsion : le contrôle cohérent. Après avoir introduit la notion de contrôle cohérent, nous avons donc déterminé les paramètres nécessaires au façonnage de la phase spectrale de l'impulsion adapté aux non-linéarités. Ce faisant, nous en avons déduit qu'une dérive linéaire de la fréquence instantanée de l'impulsion est suffisante, étant donnée l'allure de la variation instantanée non linéaire de l'indice de réfraction de la cavité. Nous avons donc conçu un étireur d'impulsions introduisant une dérive de fréquence linéaire aux impulsions. Cette dérive de fréquence, très finement réglable, nous a permis de démontrer l'importance du rôle de la phase de l'onde lors de l'excitation de la cavité en régime non linéaire. Les résultats obtenus montrent effectivement une augmentation de l'interaction lumière-matière lorsque le terme de phase est adapté aux effets non linéaires.

À la suite d'une collaboration entre l'Institut d'Électronique Fondamentale et l'Institut d'Optique, nous avons eu l'occasion de concevoir nos propres cavités. Les facteurs de qualité de celles-ci ont été choisis afin de démontrer l'efficacité du contrôle cohérent en régime quasi-permanent et en régime transitoire. De cette façon, la réalisation de chaque élément de l'expérience a été démontrée (à l'exception de la source), de la conception de l'étireur à celle des cavités étudiées. Nous avons cependant noté quelques divergences entre les simulations numériques et les expériences. Une explication plausible est que les paramètres publiés dans la littérature sont très variables, c'est pourquoi, une caractérisation plus fine de ces derniers serait une très bonne initiative. Celle-ci pourrait par exemple se faire en étudiant l'évolution du spectre transmis par une cavité non linéaire en fonction de la puissance et la dérive de fréquence de l'impulsion injectée. Nous pourrions ainsi disposer de plus de précisions quant aux contributions des diverses non-linéarités. Une meilleure caractérisation de l'impulsion en sortie de la cavité serait par conséquent un véritable atout. Nous pouvons envisager, par exemple, la réalisation d'un système XFROG, dans lequel une pompe de forte intensité servirait à caractériser l'impulsion. En effet, en injectant cette dernière et la pompe dans un cristal non linéaire à l'ordre deux, nous aurions accès à la fois à l'intensité, au spectre et la phase de l'impulsion transmise.

De plus, lors du dernier chapitre, nous avons évoqué quelques perspectives relatives à cette thèse. Dans cette partie, nous avons démontré que lors de l'utilisation de cavités actives, l'efficacité de transfert de l'énergie de la pompe vers la sonde pouvait être améliorée. Dans le même registre, nous pouvons imaginer d'utiliser le contrôle cohérent pour réaliser de l'amplification Raman. En effet, lorsque nous considérons une pompe et une sonde décalées en fréquence de la largeur de la transition Raman, les effets non linéaires induits par la pompe modifient le décalage fréquentiel pompe/sonde et réduit l'efficacité de transfert d'énergie [Kroeger 2010b], voir annexe C. Nous pourrions donc envisager un contrôle cohérent de la pompe et de la sonde afin que celles-ci soient



toujours à résonance et que le transfert d'énergie soit maintenu.

Nous avons également démontré théoriquement l'efficacité du contrôle cohérent dans des structures à base de cavités couplées. En effet, disposer d'un paramètre en vue de sélectionner une cavité dans un système à deux cavités couplées est une étape très importante et mène directement aux applications visant à réaliser du routage optique du signal. Cela pourrait notamment être utilisé dans les futures architectures hybrides électronique/optique de microprocesseurs. L'idée de systèmes plus complexes, à trois, quatre ou même plus de cavités pourrait également donner des résultats intéressants. L'excitation cohérente ouvre donc la voie au contrôle de systèmes plus complexes, à base de multiples cavités.

Enfin, les récents progrès dans le domaine de la fabrication des cristaux photoniques ont donné lieu à la réalisation de guides pour lesquels la dispersion de vitesse de groupe est contrôlée. L'ingénierie de dispersion a permis d'atteindre des valeurs de l'ordre de la picoseconde carré par centimètre, ce qui pourrait constituer un premier pas vers l'intégration de la mise en forme de la phase spectrale des impulsions.

Cette thèse a donc eu pour objectif de présenter un moyen simple de mise en forme d'une impulsion pour l'adapter à la dynamique d'un objet interférométrique non linéaire. Les possibilités sont donc illimitées, nous pouvons imaginer des mises en forme d'impulsion très complexes, réalisées à l'aide de façonneurs d'impulsions, permettant de contrôler des structures à cavités couplées et mener à des applications en logique photonique. En effet, le système à deux cavités, par l'intermédiaire du contrôle cohérent, constitue un système dont la sortie possède trois états. Nous pouvons donc envisager la réalisation de multiplexeurs à la base de cavités couplées.

Malgré les dernières avancées en matière de consommation d'énergie, quelques progrès restent à faire. En effet, même si des transistors optiques peuvent d'ores et déjà commuter pour une énergie de commande inférieure au femtojoule, les matériaux utilisés pour parvenir à ces résultats sont soumis à rude épreuve et leur durée de vie n'est pas très bien déterminée. Les énormes avancées réalisées ces quinze dernières années ne laissent ainsi plus le moindre doute sur l'avenir très prometteur des nanostructures photoniques non linéaires.

# Modèle itératif d'une microcavité non linéaire

## A.1 Modèle électromagnétique d'une cavité

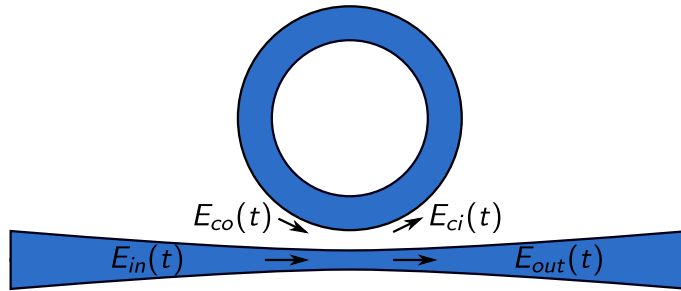
Le modèle dit itératif d'une microcavité tel qu'il est proposé ici est une façon alternative (au modèle des modes couplés) de modéliser une microcavité. Il permet une résolution des équations électromagnétiques dans la cavité, en tenant compte de la propagation de l'onde. Il est généralement utilisé pour des cavités de grande tailles, telles que les cavités en anneaux dans lesquelles l'approximation d'une onde stationnaire n'est plus valable.

### A.1.1 Propriétés d'une cavité linéaire

L'étude en régime stationnaire d'une cavité linéaire est indispensable à la bonne compréhension de multiples phénomènes. L'exaltation du champ ou les effets de différents types de couplages en sont de bons exemples. À partir du modèle développé par A. Yariv [Yariv 2000], nous pouvons exprimer les différents champs  $E_{in}$ ,  $E_{out}$ ,  $E_{ci}$  et  $E_{co}$ , repérés sur la figure A.1 :

$$\begin{pmatrix} E_{out} \\ E_{ci} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & i\kappa \\ i\kappa & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in} \\ E_{co} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

où  $\rho$  et  $\kappa$  représentent les coefficients de réflexion et de transmission du coupleur.



**Figure A.1** – Une cavité couplée à un guide d'accès.

La propagation de l'onde dans la cavité donne une relation supplémentaire, liant les champs d'entrée et de sortie de la cavité :

$$E_{co} = E_{ci} a e^{i\phi_0}, \quad (\text{A.2})$$

où  $a$  et  $\phi_0$  sont respectivement l'atténuation et le déphasage subits par l'onde après un tour dans la cavité. Cette information nous amène à déterminer le rapport entre le champ intracavité et le champ d'entrée, par le biais de l'équation :

$$\frac{E_c}{E_{in}} = \frac{i\kappa}{1 - \rho a e^{i\phi_0}}, \quad (\text{A.3})$$

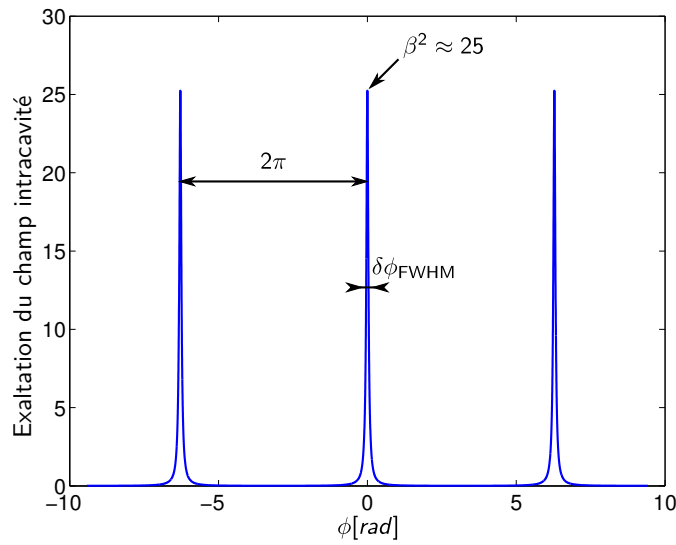
où  $E_c$  est le champ circulant dans la cavité. Apparaît alors le facteur d'exaltation du champ circulant dans la cavité. En effet, à résonance, c'est-à-dire lorsque  $\phi_0 = 0 [2\pi]$  :

$$\beta = \left| \frac{E_c}{E_{in}} \right| = \frac{\kappa}{1 - \rho a}. \quad (\text{A.4})$$

Le rapport entre les intensités intracavité et d'entrée nous conduit à :

$$A = \frac{I_c}{I_{in}} = \left| \frac{E_{ci}}{E_{in}} \right|^2 = \frac{\kappa^2}{1 + a^2 \rho^2 - 2a\rho \cos(\phi)}. \quad (\text{A.5})$$

La figure A.2 présente le spectre intracavité ( $\phi \propto \omega$ ), normalisé par rapport à la puissance d'entrée, qui montre une exaltation du champ.



**Figure A.2** – Résonances d'une cavité en fonction du déphasage subit par l'onde ( $\kappa = 0,2$  et  $a = 0,98 \Rightarrow \beta \approx 5$ ).

À partir de ce spectre, deux caractéristiques fondamentales sont mises en avant :

- la largeur des raies,
- l'intervalle spectral libre.

De ces deux paramètres découlent le facteur de qualité et la finesse de la cavité, liés à l'intervalle spectral libre et aux constantes de couplage entre le guide et la cavité. L'intervalle spectral libre, ISL, s'exprime comme l'inverse du temps  $\tau_R$  que met l'onde à faire un tour de cavité :

$$\tau_R = \frac{n_0 L}{c} \Rightarrow \text{ISL} = \frac{c}{n_0 L}. \quad (\text{A.6})$$

À partir de l'équation A.5, nous pouvons déterminer la demi-largeur à mi-hauteur d'une raie d'absorption. En effet, partant de

$$\cos(\phi) = \frac{4a\rho - 1 - a^2 \rho^2}{2a\rho},$$

et en se plaçant à mi-hauteur, c'est-à-dire :

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi_{1/2},$$

avec  $\phi_0 = 2m\pi$  et  $\delta\phi_{1/2} \ll 2\pi$ , un développement en série de Taylor donne :

$$\cos(\phi_0 + \delta\phi_{1/2}) \approx 1 - \frac{\delta\phi_{1/2}^2}{2} = \frac{4a\rho - 1 - a^2\rho^2}{2a\rho},$$

soit

$$\delta\phi_{1/2} \approx \frac{1 - a\rho}{\sqrt{a\rho}},$$

finalemt, la largeur totale à mi-hauteur correspond à un déphasage  $\delta\phi_{\text{FWHM}}$  (Full Width at Half Maximum) tel que

$$\delta\phi_{\text{FWHM}} \approx 2 \frac{1 - a\rho}{\sqrt{a\rho}}. \quad (\text{A.7})$$

Étant donnée la relation liant le déphasage et la pulsation ( $\phi = \omega\tau_{\text{R}}$ ), nous obtenons la largeur spectrale totale à mi-hauteur d'une raie :

$$\boxed{\delta\omega_{\text{FWHM}} \approx \frac{2}{\tau_{\text{R}}} \frac{1 - a\rho}{\sqrt{a\rho}}}. \quad (\text{A.8})$$

#### A.1.1.1 Facteur de qualité

De manière générale, le facteur de qualité est lié à la largeur d'une résonance donnée. Il s'exprime comme le rapport entre l'énergie emmagasinée  $\mathcal{E}_0$  et l'énergie dissipée  $\delta\mathcal{E}$ , c'est donc une grandeur liée aux pertes :

$$Q = \frac{\mathcal{E}_0}{\delta\mathcal{E}} = \frac{\omega_0}{\delta\omega}. \quad (\text{A.9})$$

La bande passante d'une raie est définie par sa largeur à mi-hauteur  $\delta\omega_{\text{FWHM}}$ , il en résulte l'expression suivante du facteur de qualité :

$$\boxed{Q = \frac{\omega_0}{\delta\omega_{\text{FWHM}}} \approx \omega_0 \frac{\tau_{\text{R}}}{2} \frac{\sqrt{a\rho}}{1 - a\rho}}. \quad (\text{A.10})$$

#### A.1.1.2 Finesse

La finesse des raies se définit naturellement comme :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi \text{ISL}}{\delta\omega_{\text{FWHM}}}, \quad (\text{A.11})$$

en combinant les équations A.6 et A.8, nous obtenons

$$\boxed{\mathcal{F} = \pi \frac{\sqrt{a\rho}}{1 - a\rho}}. \quad (\text{A.12})$$

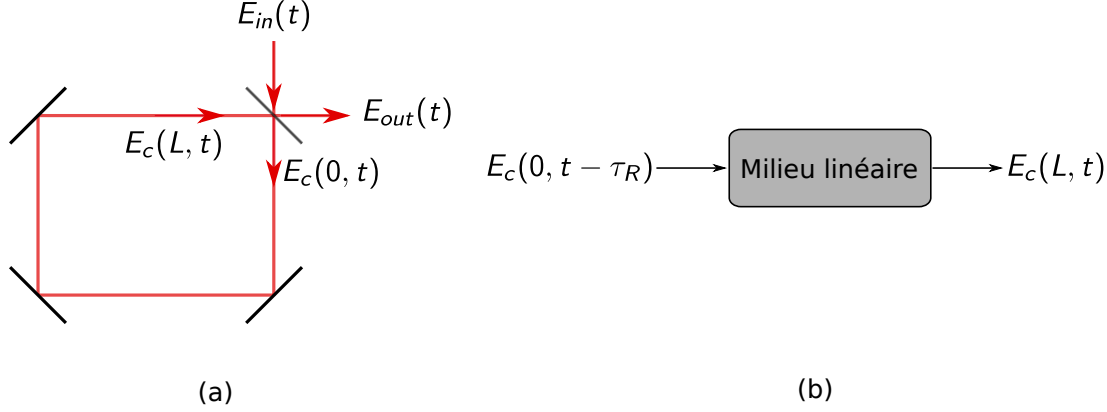
Nous remarquons que le temps de vie des photons dans la cavité est donné par

$$\tau_{ph} = \frac{2\pi}{\delta\omega_{\text{FWHM}}} = \tau_{\text{R}} \mathcal{F}, \quad (\text{A.13})$$

ce qui signifie que le nombre de tours que fait un photon dans la cavité est directement donné par la finesse.

### A.1.2 Cavité linéaire en régime dynamique

Intéressons nous maintenant au régime dynamique d'une cavité linéaire, présentée par la figure A.3. Les champs d'entrée et de sortie, au niveau du point de couplage (symbolisé par une lame semi-réfléchissante) sont notés  $E_{in}(t)$  et  $E_{out}(t)$ , respectivement. Le champ intracavité est noté  $E_c(z, t)$ , où  $z$  varie de 0 à  $L$ , la longueur totale de la cavité.



**Figure A.3** – Représentation d'une cavité linéaire en anneau (a) et de sa fonction de transfert du milieu linéaire (b).

La lame semi-réfléchissante possède un coefficient de transmission  $\kappa$  et un coefficient de réflexion  $\rho$ . L'équation qui lie les quatre champs électromagnétiques s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} E_{out}(t) \\ E_c(0, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho & i\kappa \\ i\kappa & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{in}(t) \\ E_c(L, t) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

Le couplage est supposé symétrique et sans pertes, ce qui implique notamment que  $\kappa^2 + \rho^2 = 1$ . Le milieu linéaire dans lequel se propage l'onde est caractérisé par son atténuation linéique  $\alpha$  ainsi que sa longueur  $L$ . Une onde ayant entièrement traversé ce milieu subit alors une atténuation et un déphasage qui dépendent directement de ces paramètres :

$$E_c(L, t) = E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i\phi_0}, \quad \phi_0 = k_0 n_0 L, \quad (\text{A.15})$$

où  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  est le vecteur d'onde et  $n_0$  l'indice de réfraction linéaire du milieu.

L'équation régissant la dynamique du système est alors parfaitement déterminée en combinant l'équation de propagation et celle du couplage :

$$\begin{cases} E_{out}(t) = \rho E_{in}(t) + i\kappa E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i\phi_0} \\ E_c(0, t) = i\kappa E_{in}(t) + \rho E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i\phi_0} \end{cases}. \quad (\text{A.16})$$

### A.1.3 Résolution analytique pour un effet Kerr pur

Par la suite, nous nous intéresserons à de multiples effets non linéaires agissant simultanément sur la phase et l'intensité de l'onde circulant dans la cavité. Dans une première approche, seul un effet Kerr pur est considéré, l'indice de réfraction de la cavité s'exprime alors

$$n(z, t) = n_0 + n_2 I(z, t), \quad (\text{A.17})$$

où  $n_2$  est l'indice de réfraction non linéaire lié à l'effet Kerr. Le chemin optique vu par l'onde se voit augmenté d'une certaine quantité, ce qui provoque un déphasage supplémentaire de l'onde tel que :

$$E_c(L, t) = E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i(\phi_0 + \phi_{NL}(t))}, \quad (\text{A.18})$$

avec, d'après le premier chapitre :

$$\frac{\partial \phi_{NL}}{\partial z}(z, t) = k_0 n_2 I(z, t),$$

ainsi, puisque  $\frac{dz}{dt} = \frac{c}{n_0}$  :

$$\phi_{NL}(L, t - \tau_R) = k_0 n_2 \int_0^L I\left(z, t - \tau_R + \frac{n_0}{c} z\right) dz,$$

soit :

$$\boxed{\phi_{NL}(t - \tau_R) = k_0 n_2 I(0, t - \tau_R) \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha}}. \quad (\text{A.19})$$

Finalement, l'évolution des différents champs se résume à :

$$\begin{cases} E_{out}(t) &= \rho E_{in}(t) + i\kappa E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i(\phi_0 + \phi_{NL}(t))} \\ E_c(0, t) &= i\kappa E_{in}(t) + \rho E_c(0, t - \tau_R) e^{-\alpha L/2} e^{i(\phi_0 + \phi_{NL}(t))}. \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Pour une impulsion d'entrée gaussienne de faible intensité, la phase non linéaire apportée est en première approximation gaussienne. Les composantes fréquentielles du champ vont donc suivre temporellement une évolution gaussienne, provoquant ainsi un décalage fréquentiel de la résonance de la cavité.

#### A.1.4 Prise en compte d'autres non linéarités

##### A.1.4.1 Absorption à deux photons et effets de porteurs libres

Nous séparons phase et intensité de l'onde de la manière suivante :

$$E_c(z, t) = \sqrt{I(z, t)} e^{i\phi(z, t)},$$

un champ se propageant dans un milieu purement linéaire est alors décrit par :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -\alpha I(z, t) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z}(z, t) = k_0 n_0 \end{cases}. \quad (\text{A.21})$$

Lorsque l'absorption à deux photons et les effets de porteurs sont introduits, l'expression du champ devient :

$$\boxed{\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -[\alpha + \beta_{TPA} I(z, t) + \sigma_A N(z, t)] I(z, t) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z}(z, t) = k_0 [n_0 + n_2 I(z, t) + \sigma_R N(z, t)] \end{cases}}, \quad (\text{A.22})$$

où  $N(z, t)$  est la densité de porteurs libres (en supposant que les porteurs se recombinent lentement) :

$$\boxed{\frac{\partial N}{\partial t}(z, t) \approx \frac{\beta_{\text{TPA}}}{2\hbar\omega} I^2(z, t)}. \quad (\text{A.23})$$

De ces deux dernières équations, nous pouvons en déduire, à partir de  $I(L, t)$  et  $\phi(L, t)$ , le champ  $E_c(L, t)$  en fonction de  $E_c(0, t - \tau_R)$ . Posons alors :

$$E_c(L, t) = f_{\text{NL}} [E_c(0, t - \tau_R)], \quad (\text{A.24})$$

où  $f_{\text{NL}}$  tient compte de tous les effets non linéaires. L'équation de propagation de l'onde incidente dans la structure est alors parfaitement déterminée par :

$$\boxed{\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_{\text{out}}(t) \\ E_c(0, t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \rho & i\kappa \\ i\kappa & \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\text{in}}(t) \\ E_c(L, t) \end{pmatrix} \\ E_c(L, t) &= f_{\text{NL}} [E_c(0, t - \tau_R)] \end{aligned}}. \quad (\text{A.25})$$

#### A.1.4.2 Absorption à $m$ photons et effets de porteurs libres

Certains matériaux possèdent une énergie de gap trop importante pour que deux photons soient capables de franchir la barrière de potentiel séparant la bande de conduction de la bande de valence. C'est pourquoi, dans certains matériaux on observe des phénomènes d'absorption à 3 ou 5 photons par exemple. Afin d'aborder le problème de manière générale, nous considérons un matériau présentant une absorption à  $m$  photons. Dans ce cas, la phase non linéaire est toujours modifiée par les porteurs libres et l'effet Kerr. Les pertes dues à l'absorption, quant à elles s'expriment de la manière suivante :

$$\frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -\beta_{m\text{PA}} I^{m-1}(z, t), \quad (\text{A.26})$$

de la même façon, l'équation régissant l'évolution des porteurs libres devient :

$$\frac{\partial N}{\partial t}(z, t) \approx \frac{\beta_{m\text{PA}}}{m\hbar\omega} I^m(z, t). \quad (\text{A.27})$$

## A.2 Résolution numérique des équations

Le modèle électromagnétique peut être décomposé en deux parties distinctes :

- le point de couplage, dépendant du temps uniquement,
- une équation de propagation dans le milieu non linéaire.

La résolution de l'équation au niveau du point de couplage se fait naturellement car il suffit d'introduire le signal d'entrée dans l'équation et toutes les grandeurs sont déterminées. En revanche, la résolution de l'équation de propagation non linéaire requiert certaines approximations. Comme le présente la figure A.4, la cavité doit être découpée en tronçons de taille  $dz$ .

Nous rappelons alors l'équation de propagation non linéaire à résoudre :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -[\alpha + \beta_{m\text{PA}} I^{m-1}(z, t) + \sigma_A N(z, t)] I(z, t) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z}(z, t) = k_0 [n_0 + n_2 I(z, t) + \sigma_R N(z, t)] \\ \frac{\partial N}{\partial t}(z, t) \approx \frac{\beta_{m\text{PA}}}{m\hbar\omega} I^m(z, t), \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

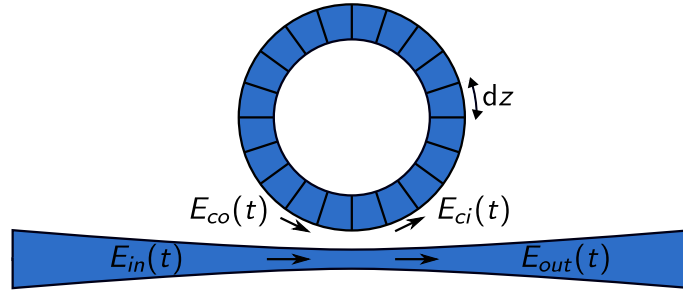


Figure A.4 – Discretisation du milieu non linéaire d'une cavité.

que nous pouvons réécrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -f_I(z, t) \times I(z, t) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z}(z, t) = f_\phi(z, t) \\ \frac{\partial N}{\partial t}(z, t) \approx f_N(z, t). \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

### A.2.1 Résolution numérique de l'évolution de l'intensité

L'évolution de l'intensité se résout en supposant que les variations de  $f_I(z, t)$  sont négligeables sur un intervalle de longueur  $dz$  et en tenant compte de la relation liant  $dz$  à  $dt$  ( $dz/dt = c/n_0$ ), cette équation se résout approximativement à un instant initial  $t - \tau_R$  correspondant à l'entrée de l'onde dans le milieu non linéaire :

$$I(z, t - \tau_R) = I(0, -\tau_R) e^{-\int_0^z f_i(u, u n_0 / c - \tau_R) du},$$

ce qui, sur un tronçon  $dz$ , donne<sup>1</sup> :

$$I(z + dz, t - \tau_R + dt) \approx I(z, t - \tau_R) e^{-f_i(z, t - \tau_R) dz},$$

et qui, une fois discrétisée, s'écrit :

$$I(i + 1, j - M + 1) = I(i, j - M) e^{-f_i(i, j - M) dz}, \quad (\text{A.30})$$

où  $i$  représente la variable d'espace,  $j$  la variable de temps,  $M$  est le nombre de pas  $dt$  nécessaires pour faire un tour de cavité ( $M = \tau_R/dt$ , ou encore la distance nécessaire pour faire un tour :  $M = L/dz$ ), et  $dz$  le pas d'intégration.

### A.2.2 Résolution numérique de l'évolution de la phase

Comme pour l'intensité, la phase de l'onde est résolue en tenant compte du fait que  $dz/dt = c/n_0$ . Cela implique que l'équation à résoudre numériquement est :

$$\frac{d\phi}{dz}(z, z c / n_0) = f_\phi(z, z c / n_0),$$

équation qui se résout généralement en utilisant la méthode d'Euler. Cette méthode s'appuie sur le développement limité d'une fonction afin d'en déduire une approximation de sa dérivée :

$$\frac{\phi(z + dz) - \phi(z)}{dz} \underset{dz \rightarrow 0}{\sim} \frac{d\phi}{dz}(z), \quad (\text{A.31})$$

1. Il s'agit ici de la méthode exponentielle d'Euler.



de cette façon, on en déduit une expression de  $\phi(z + dz)$  :

$$\phi(z + dz, t - \tau_R + n_0/cdz) \approx \phi(z, t - \tau_R) + f_\phi(z, t - \tau_R)dz.$$

L'équation d'évolution spatiale de la phase se résout alors numériquement de la manière suivante :

$$\phi(j + 1, i - M + 1) = \phi(j, i - M) + f_\phi(j, i - M)dz, \quad (\text{A.32})$$

où  $i$  représente l'indice correspondant à la variable d'espace  $z$ , et  $dz$  le pas d'intégration.

### A.2.3 Résolution numérique de l'évolution de la densité de porteurs libres

L'évolution de la densité de porteurs libres obéit à l'équation suivante :

$$\frac{\partial N}{\partial t}(z, t) = f_N(z, t).$$

Cette équation se traduit numériquement par le développement au premier ordre suivant :

$$\begin{aligned} N(z, t + h) &= N(z, t) + hf_N(z, t) \\ \Rightarrow N(j, i - M + 1) &= N(j, i - M) + f_N(j, i - M)dz. \end{aligned}$$

### A.2.4 Algorithme complet

La boucle itérative utilisée pour résoudre la propagation de l'onde dans une cavité non linéaire est présentée ci-dessous.

```
dz      = dt*L/tauR;
for i = M+1 : nt - M

    I(1, i - M) = abs(Er(i-M))^2;
    phiE(i)     = angle(Er(i-M));

    for j = 1 : M+1

        N(j, i - M + j) = N(j, i - M + j - 1) +
            beta*dt/(2*hbar*c*k0)*(I(j, i - M))^2;

        I(j + 1, i - M + j) = I(j, i - M + j - 1)*exp(- ( 1*aL +
            1*beta*I(j, i - M + j - 1) + 1*sigmaA*N(j, i - M + j - 1) )*dz);

        phiNL(j + 1, i - M + j) = phiNL(j, i - M + j - 1) + dz*k0*(
            1*n2*I(j, i - M + j - 1) + 1*sigmaN*N(j, i - M + j - 1) );

    end

    EN(i) = exp(-1i*(phi0 + 1*phiNL(j,i)))*sqrt(I(j,i))*exp(1i*phiE(i));

    % Coupler (lossless)
    Eo(i) = r*Ei(i) - 1i*k*EN(i);
    Er(i) = -1i*k*Ei(i) + r*EN(i);

end
```

# Simulations FDTD

## B.1 Simulation FDTD d'une microcavité linéaire

### B.1.1 Paramètres de la cavité

Afin de déterminer complètement l'évolution temporelle du champ dans une microcavité en régime linéaire, nous devons résoudre les équations de Maxwell dans l'espace et le temps. La méthode FDTD (Finite-difference time-domain method) est justement utilisée à cet effet. Elle permet de résoudre les équations de propagation dans des structures diverses, qu'elles soient linéaires ou non.

Nous étudions le cas d'une cavité en anneau, pour laquelle la simulation sera effectuée en deux dimensions. Nous utilisons le logiciel libre MEEP [Oskooi 2010], développé par le MIT. La cavité est composée de deux éléments : un guide d'accès de 450 nm de largeur, et une cavité en anneau d'un diamètre interne de 5  $\mu\text{m}$  et une largeur de guide de 450 nm également. Le couplage entre le guide et la cavité se fait par champ évanescent. Le temps de vie  $\tau_e$ , lié au couplage entre le guide et l'anneau<sup>1</sup>, dépend donc de la distance qui sépare le guide de la cavité. Ici, cette distance vaut 100 nm. De plus, l'indice de réfraction du matériau vaut 3,485 (ce qui correspond à l'indice de réfraction du silicium) et les pertes dans le guide et la cavité sont nulles.

Afin de réaliser la simulation numérique, nous initialisons dans un premier temps les variables contenant les paramètres géométriques de l'anneau et du guide. Les unités spatiales utilisées sont normalisées par rapport à la constante  $a$  qui vaut ici 1  $\mu\text{m}$ .

```
(define-param epsSi (* 3.485 3.485)) ; dielectric constant of silicon

(define-param a 1) ; normalized unit length in micron
(define-param rext (/ 2.95 a)) ; ring external radius
(define-param rin (/ 2.5 a)) ; ring internal radius
(define-param wgwidth (/ .45 a)) ; waveguide width
(define-param espace (/ .1 a)) ; space between wg and ring
(define-param ywg (* (+ rext (+ (/ wgwidth 2) espace)) -1))
```

Nous définissons ensuite l'espace considéré pour réaliser la simulation. Ici, nous choisissons une cellule dont la largeur et la hauteur valent respectivement cinq et quatre fois le rayon extérieur de l'anneau. Afin d'éviter les effets de bords (réflexions, etc.) aux limites de la cellule de simulation, nous ajoutons des PML (Perfect Matched Layers) d'une épaisseur de 1  $\mu\text{m}$ , qui permettent d'absorber le champ.

```
; Cell dimensions
(define-param sx (* 5 rext)) ; cell size in x direction (wvg.)
(define-param sy (* 4 rext)) ; cell size in y direction (transverse)
(define-param dpml 1) ; PML thickness
(set! geometry-lattice (make lattice (size sx sy no-size)))
```

---

1. Se reporter au premier chapitre pour les définitions des temps de vie.

Maintenant que la zone de simulation est définie et créée en mémoire, nous pouvons dessiner la structure de la cavité. Nous n'utilisons ici que deux formes géométriques : le rectangle et le disque, déclarés dans le code par les mots-clé *block* et *cylinder*. Afin de dessiner l'anneau, insérons d'abord un disque de silicium de rayon *rext*, auquel nous superposons un disque d'air de rayon *rin*.

```
(set! geometry
  (append
    (list
      (make block
        (center 0 ywg)
        (size sx wwidth)
        (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
      )
      (make cylinder
        (center 0 0)
        (radius rext)
        (height infinity)
        (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
      )
      (make cylinder
        (center 0 0)
        (radius rin)
        (height infinity)
        (material air)
      )
    )
  )
)
```

La structure étant maintenant dessinée, nous pouvons placer les PML. De plus, la résolution est fixée à 30, ce qui signifie qu'un carré de un micromètre de côté est découpé en 30×30 pixels.

```
(set! pml-layers
  (list
    (make pml (direction X) (thickness dpml) )
    (make pml (direction Y) (thickness dpml) )
  )
)

(set-param! resolution 30)
```

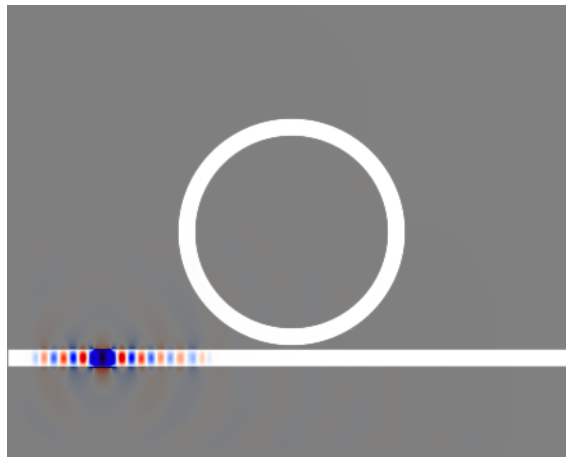
Comme le montre la figure B.1, un champ électrique source, polarisé selon l'axe *y*, est injecté dans la partie gauche du guide d'accès. La source utilisée est une gaussienne dont la fréquence centrale vaut 0.643 en unité normalisée. Étant donnée la normalisation des unités de distance, et sachant que la célérité de la lumière est normalisée à 1, cela correspond à une longueur d'onde de  $1/0,643 \mu\text{m}$ , soit 1555,2 nm. Nous choisissons une source très large bande afin de mettre en évidence l'intervalle spectral libre de la cavité. La largeur spectrale est fixée à 0,1 en unités normalisées, ce qui correspond à une largeur de bande de  $1000 \times (1/0,593 - 1/0,693) = 243 \text{ nm}$ . Il faut également spécifier les dimensions de la source.

```
(define-param fcen 0.64316517783295) ; pulse center frequency
```

```

(define-param df 0.1) ; pulse freq. width: large df = short impulse
(set! sources
  (list
    (make source
      (src (make gaussian-src
            (frequency fcen)
            (fwidth df))
          )
      (component Ey)
      (center (* (/ sx 3) -1) ywg)
      (size (* 1 wgwidth) wgwidth)
      (amplitude 1)
    )
  )
)

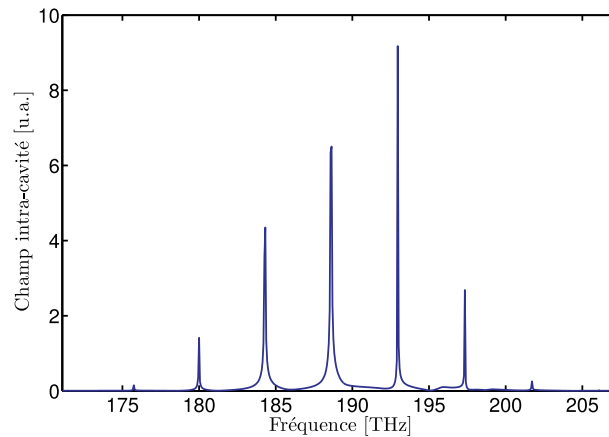
```



**Figure B.1** – Cartographie du champ dans une microcavité en anneau.

### B.1.2 Intervalle spectral libre du résonateur

Nous avons vu que l'intervalle spectral libre dépend du temps que met l'onde à faire un tour de cavité. Dans une cavité en anneau, il dépend donc du rayon externe de la cavité, en effet la longueur de la cavité est donnée par  $L = 2\pi R$ . Selon cette définition, et avec un rayon de  $2,95 \mu\text{m}$ , l'intervalle spectral libre de la cavité est de  $4,64 \text{ THz}$ . Le champ électrique utilisé pour exciter la cavité doit couvrir plusieurs résonances pour pouvoir estimer l'intervalle spectral libre. Par conséquent, nous utilisons une source gaussienne limitée par transformée de Fourier dont la largeur spectrale à mi-hauteur est de  $15 \text{ THz}$  environ. Une transformée de Fourier sur l'évolution temporelle du champ donné par la simulation FDTD nous permet d'en déduire le spectre donné par la figure B.2.



**Figure B.2** – Spectre du champ intracavité.

L'intervalle spectral libre obtenu est légèrement plus faible que notre prédiction théorique. Cela est dû à l'allongement du temps de parcours de l'onde lors du passage dans le coupleur qui a été négligé précédemment.

### B.1.3 Facteur de qualité

L'estimation du facteur de qualité peut être réalisée de plusieurs manières. La première méthode est de mesurer la largeur spectrale de la résonance. La seconde méthode, plus précise, s'applique dans le domaine temporel. L'évolution temporelle du champ est décomposée en une somme de sinusoides, éventuellement exponentiellement décroissantes. Les fréquences et taux de décroissances de ces sinusoides sont déterminés. Lorsque nous choisissons une impulsion source dont la largeur est plus élevée que celle de la résonance mais plus faible que l'intervalle spectral libre, nous obtenons un champ oscillant décroissant exponentiellement au cours du temps. Le logiciel libre Harminv développé par Steven G. Johnson du MIT réalise cette opération.

Ainsi, nous utilisons une impulsion de largeur spectrale légèrement inférieure à l'intervalle spectral libre, centrée sur la fréquence de 192,95 THz, ce qui correspond à une longueur d'onde de 1554,8 nm. Le facteur de qualité donné par Harminv est de 29 436. Notons que plus le facteur de qualité est élevé, plus la durée de la simulation est élevée. En effet, le facteur de qualité est proportionnel au temps de vie des photons dans la cavité, or, pour estimer correctement ce temps de vie, la fenêtre temporelle de la simulation doit nécessairement lui être supérieure.

### B.1.4 Exaltation du champ

Nous illustrons ici le phénomène d'exaltation du champ par une simulation FDTD. Une source continue dont la longueur d'onde correspond à celle de la résonance centrée en 1554,8 nm est injectée dans le guide. Une fois le régime transitoire passé, c'est-à-dire après un temps supérieur au temps de vie des photons, nous traçons la cartographie du champ à un instant donné, voir figure B.3.

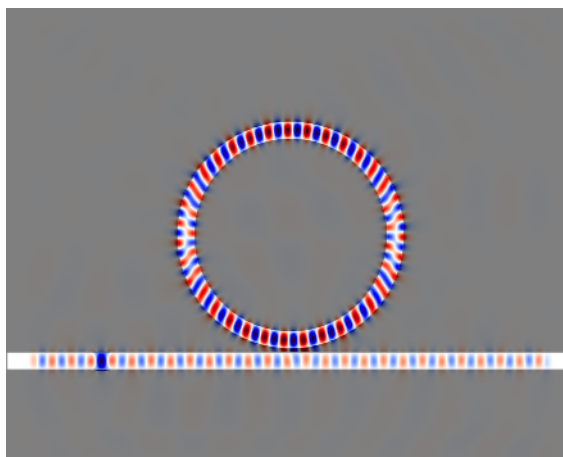


Figure B.3 – Exaltation du champ dans la cavité.

Comme le montre cette figure, l'intensité du champ intracavité est beaucoup plus élevée que celle du champ injecté dans le guide.

### B.1.5 Utilisation de la méthode FDTD pour compléter le modèle des modes couplés

Les simulations FDTD fournissent, à partir des paramètres géométriques des cavités, des informations indispensables pour le modèle des modes couplés. Par exemple, nous pouvons effectuer une première simulation de cavité en anneau sans guide, afin d'estimer le facteur qualité intrinsèque de la cavité. Ensuite, une deuxième simulation, avec guide d'accès permet d'en déduire le facteur de qualité global. L'intervalle spectral libre, quant à lui, nous donne une information sur la distance que parcourt vraiment le champ électrique dans la cavité. Toutes ces informations permettent, à partir de la géométrie d'une cavité, d'établir avec précision le modèle des modes couplés afin de le rendre le plus réaliste possible.

Outre un temps de calcul nettement moins long par rapport à la FDTD, une multitude d'effets linéaires et non linéaires peuvent être intégrés au modèle des modes couplés. Pour cette raison, nous utiliserons par la suite la méthode FDTD uniquement pour déterminer certains paramètres.

## B.2 Cavité en configuration « add-drop », intérêt en optique non linéaire

Certaines géométries de cavités, permettent un couplage à deux entrées et deux sorties. C'est le cas des cavités en anneau (ou microcring resonators), dans lesquelles deux entrées et deux sorties sont disponibles. Le schéma de principe de ce type de cavité est présenté par la figure B.4.

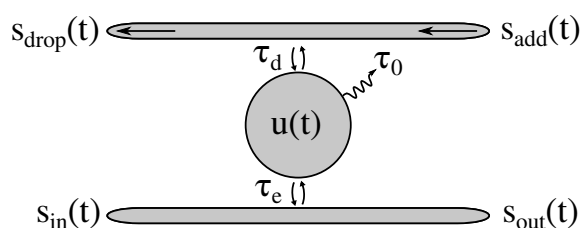
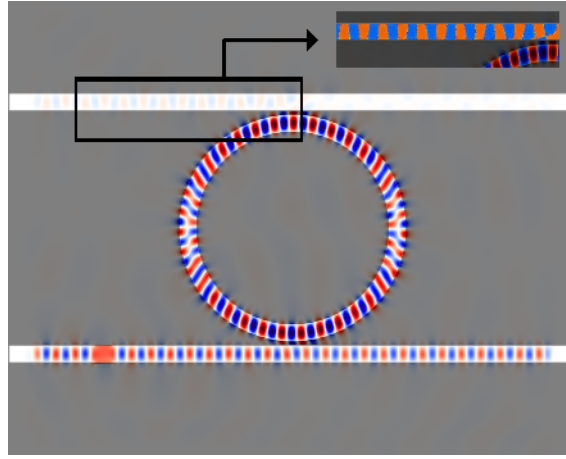


Figure B.4 – Représentation d'une cavité linéaire en configuration add-drop.

Nous définissons alors une entrée  $s_{add}(t)$  et une sortie  $s_{drop}(t)$  supplémentaires. De plus le second guide d'accès ne possède pas forcément le même taux de couplage que le premier, son temps de vie est appelé  $\tau_d$  et n'est pas nécessairement égal à  $\tau_e$ .

Les microrésonateurs de type « add-drop filter » sont utilisés, notamment dans le cadre de l'optique non linéaire, pour réaliser des démultiplexeurs en longueur d'onde. Le principe est simple, lorsque l'entrée  $s_{add}$  n'est pas utilisée et que  $\tau_d = \tau_e$ , deux ondes, une pompe de forte intensité et une sonde de faible intensité, sont injectées dans la cavité. L'onde de pompe induit des effets non linéaires qui permettent de modifier la fréquence de résonance de la cavité. Selon l'intensité de l'onde de pompe nous pouvons donc sélectionner la fréquence de résonance de la cavité. Lorsque celle-ci correspond à la fréquence de la sonde, l'intégralité du signal de sonde (aux pertes près) est redirigée vers le port  $s_{drop}$ . Au contraire, si la fréquence de résonance de la cavité diffère de celle de la sonde, l'intégralité du signal de sonde est redirigée vers le port de sortie  $s_{out}$ . Notons également que cela permet de faire du routage optique de données.



**Figure B.5** – Champ de sortie dans une cavité en configuration add-drop.

Nous voyons ainsi l'intérêt potentiel des microrésonateurs en optique non linéaire pour des applications au traitement tout optique du signal. C'est pourquoi, dans les sections suivantes, nous développons le modèle d'une cavité non linéaire et l'étudions en régime dynamique, au travers de diverses simulations numériques.

Dans cette configuration, la présence d'un second guide d'accès provoque une chute du facteur de qualité, en effet, celui-ci s'exprime désormais :

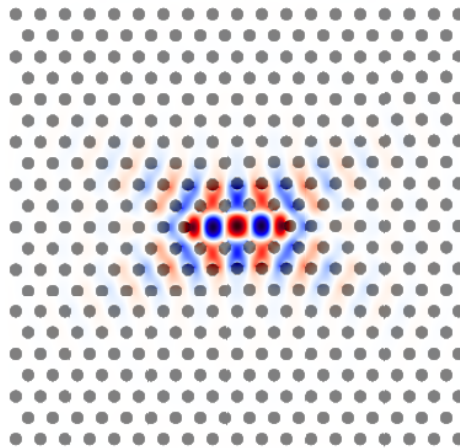
$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} + \frac{1}{Q_d}. \quad (\text{B.1})$$

### B.3 Calcul des volumes non linéaires dans une cavité à cristal photonique

Afin d'illustrer le principe de calcul du volume modal et des volumes non linéaires dans une microcavité, nous résolvons les équations de Maxwell en régime linéaire à l'aide d'une simulation FDTD. La structure présentée ici est une cavité en cristal photonique de type L3. Le paramètre de maille  $a$  est fixé à la valeur de 380 nm et la résolution spatiale à  $a/20$ . Il s'agit d'une cavité sur membrane suspendue en silicium, d'indice  $n_0 = 3,48$ , percée de trous d'air dont le rayon

vaut 91 nm. L'épaisseur de la membrane vaut 265 nm. Une cavité de type L3 est caractérisée par l'omission de 3 trous dans le cristal photonique. De plus, afin d'augmenter le facteur qualité, les trous extrêmes sont légèrement décalés de 57 nm afin d'agrandir la cavité.

La simulation numérique consiste à placer un champ électrique d'enveloppe gaussienne, polarisé selon l'axe  $y$ , à l'intérieur de la cavité et d'observer la décroissance du champ. Il s'agit de la même méthode que celle utilisée précédemment pour les cavités en anneau. La figure B.6 présente une projection 2D, dans le plan  $z = 0$ , de la simulation à un instant  $t$  donné, du champ  $E_y$  se propageant dans la structure. Le code utilisé pour la simulation est présenté à la fin de l'annexe.



**Figure B.6** – Simulation FDTD de l'évolution temporelle d'un champ électrique dans une cavité de type L3.

L'utilisation d'une source large bande met en évidence plusieurs résonances dont une de très faible amplitude à 1364 nm, et une seconde dont l'amplitude est largement prépondérante, à la longueur d'onde de 1538 nm. La suite des calculs sera donc effectuée à cette longueur d'onde avec une source plus étroite. Ce faisant, nous pouvons calculer le facteur de qualité de cette cavité. Le programme Harminv retourne la valeur suivante :

$$Q = 34339.$$

Lors des simulations numériques, nous enregistrons, pour chaque pas temporel  $dt$ , l'énergie du champ électromagnétique contenue dans un volume environ deux fois plus grand que la cavité. Nous sommes alors à même de calculer les volumes non linéaires en appliquant les formules données précédemment. La durée de simulation est de 5 ps et le pas temporel  $dt = 1,27$  fs.

Les volumes non linéaires se calculent par le biais d'une moyenne spatiale du champ à un instant  $t$  donné. Nous pouvons alors effectuer ce calcul pour chaque pas de simulation  $dt$  afin de vérifier la convergence et évaluer l'erreur commise sur le calcul. Nous obtenons ainsi les valeurs suivantes avec une précision de  $\pm 5\%$  :

- $V_{\text{mod}} = 0,58 (\lambda_0/n_0)^3$ ,
- $V_{\text{Kerr}} = 1,95 (\lambda_0/n_0)^3$ ,
- $V_{\text{FCR}} = 1,61 (\lambda_0/n_0)^3$ .

Utilisée conjointement au modèle des modes couplés, la simulation FDTD permet une modélisation très fine et précise du comportement non linéaire de microcavités, quelle que soit leur géométrie.



## B.4 Programme utilisé pour la simulation

```

(reset-meep)
(define-param epsSi (* 3.4 3.4)) ; substrate dielectric constant

(define-param areal 0.41) ; period in microns
(define-param a 1) ; normalised unit of distance
(define-param heightreal .220) ; slab height
(define-param h (/ heightreal areal)) ; normalized height of Slab

(define-param rm 0.25)

(define-param numlayers 16)

; Cell dimension
(define-param sx 20)
(define-param sy 20)
(define-param sz 5)
(define-param dpml 1) ; PML thickness

(set! geometry-lattice (make lattice (size sx sy sz)))

(set! ensure-periodicity false)
(set! eps-averaging? false)

(set! geometry
  (append
    (list
      (make block
        (center 0 0 0)
        (size sx sy h)
        (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
      )
    )
    (geometric-objects-duplicates
      (vector3 (/ (sqrt 3) 2) 0.5) (* -1 numlayers) numlayers
      (geometric-objects-duplicates
        (vector3 (/ (sqrt 3) 2) -0.5) (* -1 numlayers) numlayers
        (list
          (make cylinder
            (center 0 0 0)
            (radius rm)
            (height h)
            (material air)
          )
        )
      )
    )
  )
)

(geometric-objects-duplicates (vector3 0 1) -2 2
  (list

```

```
        (make cylinder
          (center 0 0 0)
          (radius rm)
          (height h)
          (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
        )
      )
    )
  )
  (list
    (make cylinder
      (center 0 -2.15 0)
      (radius rm)
      (height h)
      (material air)
    )
    (make cylinder
      (center 0 2.15 0)
      (radius rm)
      (height h)
      (material air)
    )
  )
  (list
    (make block
      (center -10 0 0)
      (size (sqrt 3) sy height)
      (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
    )
  )
  (list
    (make block
      (center 0 -10 0)
      (size sx (+ 1 (* 2 rm)) h)
      (material (make dielectric (epsilon epsSi)))
    )
  )
)
)
(set! pml-layers (list
  (make pml (direction X) (thickness dpml) )
  (make pml (direction Y) (thickness dpml) )
  (make pml (direction Z) (thickness dpml) )
)
)
(set-param! resolution 20);

(define-param fcen 0.2638) ; pulse center frequency
(define-param df 0.3) ; pulse freq. width
```

```

(set! sources
  (list
    (make source
      (src
        (make gaussian-src
          (frequency fcen)
          (fwidth df)
        )
      )
    (component Ex)
    (center 0 0 0)
    (size 1 1 h) (amplitude 1)
  )
)

(set! symmetries
  (list
    (make mirror-sym (direction Y) (phase 1))
    (make mirror-sym (direction Z) (phase 1))
    (make mirror-sym (direction X) (phase -1))
  )
)

(define fl ; flux
  (add-flux fcen df 5000
    (make flux-region
      (center 0 -1 0)
      (size 1 0 h)
    )
  )
)

(define (p-volume)
  (
    print "The modal volume is:"
    (meep-fields-modal-volume-in-box fields
      (volume
        (size 1.25 (* 3 1.25) 1.25)
        (center 0 0 0)
      )
    )
    "\n"
  )
)

(run-until (/ 1220 1)
  (lambda ()
    (print "Ex:" (meep-time) ", " (get-field-point Ex (vector3 0 0 0))
      "\n")
  )
)

```

```
(at-beginning
  (in-volume
    (volume
      ;(size 1.25 (* 3 1.25) 1.25)
      (size sx sy 0)
      (center 0 0 0)
    )
    output-epsilon
  )
)

(at-every 1
  (in-volume
    (volume
      (size sx sy 0)
      (center 0 0 0)
    )
    output-efield-x
  )
)

(at-every 1 p-volume )

(after-sources
  (harminv Ex
    (vector3 0 0 0) fcen df
  )
)

)

(display-fluxes fl)
```



# Résolution numérique des équations du modèle des modes couplés

Avant d'étudier de manière détaillée le comportement dynamique d'une microcavité non linéaire, la résolution des équations différentielles régissant cette dynamique est indispensable, particulièrement pour confirmer les raisonnements développés par la suite. Nous considérons ici une équation différentielle de la forme :

$$u'(t) = f(t, u(t)).$$

Afin de résoudre numériquement cette équation, nous discrétisons les variables du système :

$$u'_n = f(t_n, u_n).$$

Différentes méthodes de résolution numérique sont maintenant applicables et dépendent de la condition initiale  $u_0$ .

## C.1 Méthode d'Euler

La technique la plus simple et intuitive pour résoudre un système différentiel du premier ordre non linéaire consiste à appliquer la méthode d'Euler. La dérivée  $u'_n$  est approximée au premier ordre par :

$$u'_n = \frac{u_{n+1} - u_n}{t_{n+1} - t_n} + \mathcal{O}([t_{n+1} - t_n]^2) = \frac{u_{n+1} - u_n}{\delta t} + \mathcal{O}(\delta t^2),$$

où  $\delta t$  est le pas de résolution temporelle. Ainsi, l'équation C devient :

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + \delta t f(t_n, u_n) + \mathcal{O}(\delta t^2)}. \quad (\text{C.1})$$

Ceci peut facilement se généraliser aux systèmes d'équations couplées (comme c'est le cas avec les équations des modes couplés où  $u(t)$  et  $N(t)$  sont décrits par des équations différentielles du premier ordre) :

$$\boxed{\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + \delta t f(t_n, u_n, v_n) + \mathcal{O}(\delta t^2) \\ v_{n+1} &= v_n + \delta t g(t_n, u_n, v_n) + \mathcal{O}(\delta t^2) \end{aligned}}. \quad (\text{C.2})$$

Cette résolution introduit une erreur d'intégration proportionnelle à  $\delta t^2$  lors de chaque itération. Cependant, à un instant  $n$  donné, l'erreur commise est égale à la somme des erreurs de toutes les itérations précédentes. À un instant  $n$ , le nombre d'itérations réalisées est donné par  $(t_n - t_0)/\delta t$ , et est donc proportionnel à  $1/\delta t$ , ce qui signifie que la méthode d'Euler produit une erreur globale en  $\mathcal{O}(\delta t)$ . Il faut donc adapter le pas d'intégration de façon à ce que celui-ci soit suffisamment petit devant les constantes de temps du système, car c'est lui qui détermine quelle erreur est commise lors de la résolution numérique des équations.

Dans notre cas, la plus petite échelle de temps est donnée par le temps d'un aller-retour dans la cavité  $\tau_R$ . Il faut donc nécessairement satisfaire la condition  $\delta t < \tau_R$  pour obtenir une erreur dont l'influence sera négligeable. Or, il faut simuler l'évolution du système sur une durée de l'ordre d'au moins  $5\tau$ , par conséquent, le nombre d'itérations  $N$  sera supérieur à  $5\tau/\tau_R$ .

## C.2 Méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4

Les mêmes équations peuvent être résolues à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. Cette méthode est basée sur la méthode d'Euler, à ceci près qu'elle utilise un développement limité plus précis pour calculer  $u'_n$ . Il existe différents ordres associés à la méthode de Runge-Kutta, l'ordre un étant simplement la méthode d'Euler. À une itération donnée, l'erreur de calcul réalisée en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre  $p$  sera  $\mathcal{O}(\delta t^p)$ . Nous détaillons brièvement cette méthode à l'ordre 4, qui représente un très bon compromis entre rapidité de calcul et précision du résultat obtenu.

Pour accroître la précision de la résolution numérique, la dérivée  $u'_n$  est déterminée en faisant la moyenne pondérée de plusieurs pentes intermédiaires, calculées en  $u_n$ ,  $u_{n+\frac{1}{2}}$  et  $u_{n+1}$  :

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) + \mathcal{O}(\delta t^5), \quad (\text{C.3})$$

où

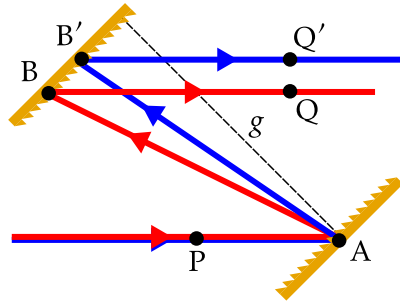
$$\begin{cases} k_1 = \delta t f(t_n, u_n), \\ k_2 = \delta t f(t_n + \frac{1}{2}\delta t, u_n + \frac{1}{2}k_1), \\ k_3 = \delta t f(t_n + \frac{1}{2}\delta t, u_n + \frac{1}{2}k_2), \\ k_4 = \delta t f(t_n + \delta t, u_n + k_3). \end{cases} \quad (\text{C.4})$$

La manière dont ce résultat est obtenu n'est pas explicitée ici, pour plus de détails se reporter à [Caignaert 2007], le plus important étant de remarquer que l'erreur d'intégration est proportionnelle à  $\delta t^5$  à chaque itération, ce qui signifie que l'erreur totale cumulée est de l'ordre de  $\delta t^4$ . En terme de rapidité d'exécution cette méthode est bien entendu plus lente que la méthode d'Euler. Cependant, l'erreur d'intégration est trois ordres de grandeurs plus faible, ce qui nous permet de diminuer légèrement le pas de calcul tout en gardant une précision bien plus accrue. Cette méthode peut également être étendue assez facilement à un système d'équations différentielles couplées.

# Calculs de dispersion chromatique dans des systèmes à réseaux de diffraction

## D.1 Dispersion chromatique dans un compresseur d'impulsions

Nous rappelons, sur la figure D.1, le schéma d'un compresseur d'impulsions. Les rayons



**Figure D.1** – Compresseur d'impulsions.

parcourus par les composantes spectrales de l'impulsions diffèrent en raison de la dispersion angulaire introduite par le réseau. La formule des réseaux au premier ordre de diffraction nous donne :

$$\sin(\theta_R) = \sin(\theta_i) - \frac{\lambda_0}{\Lambda}, \quad (\text{D.1})$$

où  $\theta_i$  et  $\theta_R$  sont les angles d'incidence et de diffraction par rapport à la normale du réseau. Cela signifie qu'une faible variation  $\delta\lambda$  de la longueur d'onde entraîne une déviation  $\delta\theta_R$  du faisceau :

$$\sin(\theta_R + \delta\theta_R) = \sin(\theta_i) - \frac{\lambda_0 - \delta\lambda}{\Lambda}. \quad (\text{D.2})$$

Après quelques calculs trigonométriques, cela nous mène à la relation suivante :

$$\delta\theta_R = \frac{\delta\lambda}{\Lambda \cos(\theta_R)}. \quad (\text{D.3})$$

Nous notons  $p = \overline{\text{PABQ}}$  le chemin optique parcouru par un rayon lumineux. Celui-ci s'exprime donc en fonction de l'angle d'incidence et de l'angle diffracté :

$$p = b[1 + \cos(\theta_i + \theta_R)] = \frac{g}{\cos(\theta_R)} [1 + \cos(\theta_i + \theta_R)], \quad (\text{D.4})$$

où  $b = \frac{g}{\cos(\theta_R)}$  représente la distance entre les deux réseaux à la longueur d'onde centrale de l'impulsion. En tenant compte de cette expression, nous obtenons :

$$\frac{\partial p}{\partial \lambda} = g \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \frac{1}{\cos(\theta_R)} \{1 + \cos(\theta_R) \cos(\theta_i) - \sin(\theta_R) \sin(\theta_i)\} \right], \quad (\text{D.5})$$



qui s'écrit également :

$$\frac{\partial p}{\partial \lambda} = g \frac{\partial \theta_R}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \theta_R} \left[ \frac{1}{\cos(\theta_R)} \{1 + \cos(\theta_R) \cos(\theta_i) - \sin(\theta_R) \sin(\theta_i)\} \right], \quad (\text{D.6})$$

Après quelques calculs et en utilisant l'équation (D.3), nous aboutissons à :

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial \lambda} = \frac{g\lambda}{\Lambda^2 \cos^3(\theta_R)}}. \quad (\text{D.7})$$

En exprimant cette équation en fonction de la longueur d'onde et de l'angle  $\theta_i$ , nous obtenons :

$$\boxed{\phi^{(2)} = \frac{-\lambda_0^3 g}{2\pi c^2 \Lambda^2 \left[1 - \left[\sin(\theta_i) - \frac{\lambda_0}{\Lambda}\right]^2\right]^{3/2}}}. \quad (\text{D.8})$$

## D.2 Dispersion chromatique dans un étireur d'impulsions : optique géométrique

Nous considérons ici que le faisceau fait un seul aller-retour dans le système : le chirp spatial n'est donc pas compensé.

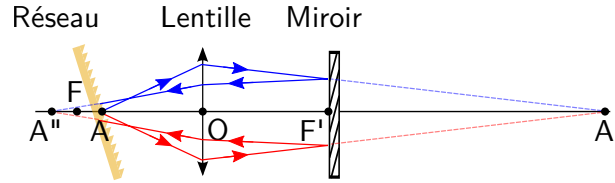


Figure D.2 – Étireur d'impulsions.

Nous posons  $\overline{FA} = d$ . L'optique géométrique donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f}, \quad (\text{D.9})$$

$f$  étant la distance focale de la lentille. Or  $\overline{OA} = \overline{OF} + \overline{FA} = -f + d$ , donc :

$$\boxed{\overline{OA'} = \frac{1}{\frac{1}{d-f} + \frac{1}{f}}}. \quad (\text{D.10})$$

Nous pouvons donc représenter cette situation par le modèle de la figure D.3 où

$$\boxed{\overline{OB} = -2f + \overline{OA'}}. \quad (\text{D.11})$$

Nous cherchons à déterminer l'expression du chemin optique  $\overline{OA''}$  de la figure D.2 qui, dans ce modèle équivalent, sera donné par le chemin  $\overline{OB'}$ . Le chemin optique  $\overline{OB'}$  est donné par

$$\frac{1}{\overline{OB'}} = \frac{1}{\overline{OB}} + \frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{OA'} - 2f} + \frac{1}{f}. \quad (\text{D.12})$$

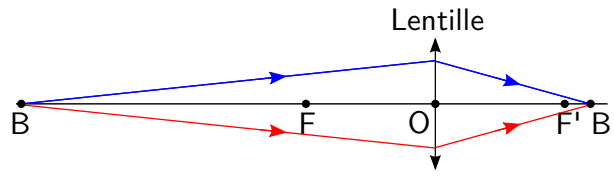


Figure D.3 – Étireur d'impulsions.

En remplaçant  $\overline{OA'}$  par son expression déterminée précédemment, nous avons :

$$\frac{1}{\overline{OB'}} = \frac{1}{\frac{1}{d-f} + \frac{1}{f}} - 2f + \frac{1}{f}. \quad (\text{D.13})$$

Ce qui donne, après simplification :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{OB'}} = \frac{1}{f + d}}. \quad (\text{D.14})$$

Nous obtenons donc immédiatement :

$$\boxed{\overline{OA''} = -f - d}. \quad (\text{D.15})$$

À partir des relations précédentes, nous pouvons en déduire la distance entre le réseau de diffraction et son image par la lentille :  $\overline{A''A}$ . Celle-ci s'exprime comme :

$$\overline{A''A} = \overline{A''O} + \overline{OA} = -\overline{OA''} + \overline{OF} + \overline{FA} = (f + d) - f + d = 2d. \quad (\text{D.16})$$

Plus généralement, nous avons :

$$\boxed{\overline{A''A} = 2\overline{FA}}. \quad (\text{D.17})$$

L'image du réseau après son deuxième passage à travers la lentille se situe donc à une distance  $d_{eq} = 2\overline{FA}$  du réseau lui-même. Lorsque le réseau est situé derrière le foyer de la lentille, figure D.4a nous avons  $d_{eq} = -2d$ , avec  $d = \frac{g}{\cos(\theta_R)}$ , la dispersion  $\phi^{(2)}$  est positive. Au contraire, lorsque celui-ci est situé devant le foyer de la lentille, figure D.4b nous avons  $d_{eq} = 2d$ .

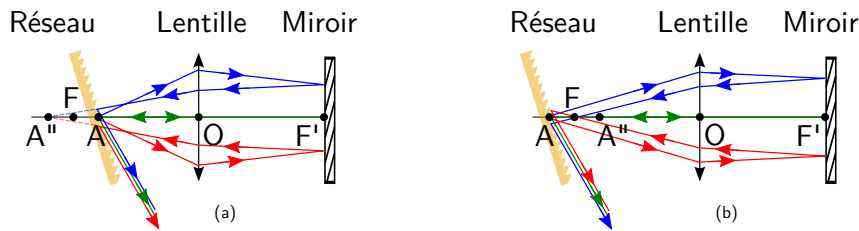


Figure D.4 – Étireur d'impulsions.

Nous pouvons donc faire l'analogie entre l'étireur et un compresseur dont la distance qui sépare les deux réseaux est  $d_{eq}$ . La dispersion d'ordre  $\phi^{(2)}$  de l'étireur, sur un aller-retour, est donc donnée par :

$$\phi^{(2)} = \frac{-\lambda_0^3 d_{eq}}{2\pi c^2 \Lambda^2 \left[ 1 - \left[ \sin(\theta_i) - \frac{\lambda_0}{\Lambda} \right]^2 \right]} \quad (\text{D.18})$$

Dans le cas d'un système à quatre passage, et en notant  $L$  la distance qui sépare le réseau de la lentille, la dispersion est doublée et est donc donnée par :

$$\phi^{(2)} = \frac{-\lambda_0^3(L-f)}{\pi c^2 \Lambda^2 \left[ 1 - \left[ \sin(\theta_i) - \frac{\lambda_0}{\Lambda} \right]^2 \right]}. \quad (\text{D.19})$$

### D.3 Dispersion chromatique dans un étireur d'impulsions : optique de Fourier

Après avoir démontré l'expression de la phase spectrale introduite par l'étireur par le biais de l'optique géométrique, nous souhaitons réaliser la même démonstration par une approche de type optique de Fourier.

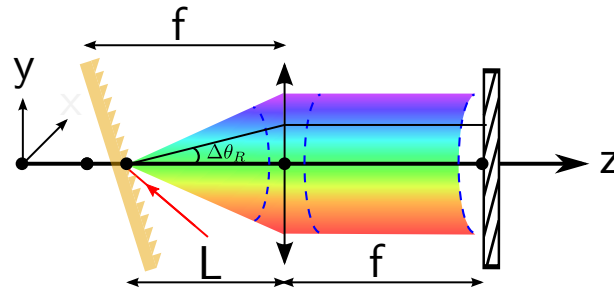


Figure D.5 – Étireur d'impulsions. Les fronts d'onde sont tracés en pointillés bleus.

Pour ce faire, nous considérons que le faisceau dispersé par le réseau possède un front d'onde sphérique, comme l'illustre la figure D.5. Juste avant la lentille, c'est-à-dire en  $z = L^-$ , l'amplitude du champ incident  $U$  s'exprime :

$$U(x, y, z = L^-) = \frac{1}{R} e^{i \vec{k} \cdot \vec{R}} \propto e^{i \vec{k} \cdot \vec{R}}, \quad (\text{D.20})$$

avec  $\vec{R} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$ , où  $x$ ,  $y$  et  $z$  représentent les coordonnées d'un point  $M$  dans la base cartésienne ( $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ ). Par la suite, nous n'exprimerons que le terme de phase de l'onde.

Dans le cadre de l'approximation paraxiale, nous pouvons écrire  $\|\vec{R}\| = \sqrt{L^2 + \|\vec{r}\|^2} \approx L + \frac{\|\vec{r}\|^2}{2L}$ , avec  $\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y$  la coordonnée radiale, qui est modifiée par la fonction de transfert de la lentille.

Juste après la lentille, c'est-à-dire en  $z = L^+$  le champ s'exprime donc :

$$U(\vec{r}, z = L^+) = e^{i \frac{\pi \|\vec{r}\|^2}{\lambda L}} e^{-i \frac{\pi \|\vec{r}\|^2}{\lambda f}} = e^{-i \frac{\pi \|\vec{r}\|^2}{\lambda} \left( \frac{1}{f} - \frac{1}{L} \right)}. \quad (\text{D.21})$$

Afin de calculer l'allure du front d'onde en  $z = L + f$  en tenant compte de l'effet de diffraction et dans l'approximation paraxiale, nous calculons l'intégrale de Fresnel :

$$\begin{aligned} U(\vec{r}_1, z = L + f) &= \int U(\vec{r}, z = L) e^{i \frac{\pi \|\vec{r} - \vec{r}_1\|^2}{\lambda f}} d^2 r \\ &= e^{i \frac{\pi \|\vec{r}_1\|^2}{\lambda f}} \int e^{i \frac{\pi \|\vec{r}\|^2}{\lambda L}} e^{i \frac{\pi \vec{r} \cdot \vec{r}_1}{\lambda f}} d^2 r, \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

avec  $\vec{r}_1 = x_1 \vec{e}_x + y_1 \vec{e}_y$ , les coordonnées transverses du champ en  $z = L + f$ . La relation (D.22) montre que dans le plan focal de la lentille, le champ est proportionnel à la transformée de Fourier du champ exprimé au niveau de la lentille :

$$U(\vec{r}_1, z = L + f) = \mathcal{F} \left[ e^{i \frac{\pi \|\vec{r}_1\|^2}{\lambda L}} \right]_{\frac{\vec{r}_1}{2\lambda f}}. \quad (\text{D.23})$$

Nous trouvons alors :

$$U(\vec{r}_1, z = L + f) = e^{-i \frac{\|\vec{r}_1\|^2}{\lambda f} [L-f]}. \quad (\text{D.24})$$

La dispersion angulaire du réseau n'opérant que dans le plan  $(y, O, z)$ , nous supposons que  $\|\vec{r}_1\|^2 \approx y_1^2$ . L'approximation paraxiale conduit alors à  $\tan(\Delta\theta_R) = \frac{y_1}{f} \approx \Delta\theta_R$ . L'expression du champ devient donc :

$$U(\vec{r}_1, z = L + f) = e^{i \frac{\Delta\theta_R^2}{\lambda} [L-f]}. \quad (\text{D.25})$$

De plus, d'après l'équation (D.3), nous pouvons exprimer la déviation  $\Delta\theta_R$  en fonction de la pulsation  $\Delta\omega$  :

$$\frac{\Delta\theta_R}{\Delta\omega} = \frac{2\pi c}{\omega^2 \Lambda \cos(\theta_R)}. \quad (\text{D.26})$$

En injectant cette expression dans l'équation (D.25), nous avons :

$$U(\vec{r}_1, z = L + f) = e^{-i\pi\Delta\omega^2 \frac{4\pi^2 c^2}{\omega^4 \Lambda^2 \cos^2(\theta_R)} \frac{\omega}{2\pi} (L-f)}. \quad (\text{D.27})$$

En considérant que cette quantité s'écrit  $e^{i\Delta\omega^2 \phi^{(2)}}$ , où  $\phi^{(2)}$  représente la dispersion d'ordre deux, nous obtenons :

$$\phi^{(2)} = \frac{-2\pi^2 c (L-f)}{\omega^3 \Lambda^2 \cos^2(\theta_R)}. \quad (\text{D.28})$$

Pour un étireur à 4 passages, cette expression est multipliée par quatre :

$$\phi^{(2)} = \frac{-8\pi^2 c (L-f)}{\omega^3 \Lambda^2 \cos^2(\theta_R)}. \quad (\text{D.29})$$

## D.4 Valeur de $\phi^{(3)}$ dans un étireur d'impulsions

À partir de l'expression de  $\phi^{(2)}$  en fonction de  $\omega$ , nous pouvons déterminer la valeur de  $\phi^{(3)}$  à l'aide de la relation :

$$\phi^{(3)} = \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \omega}. \quad (\text{D.30})$$

Ainsi, en partant de l'expression de  $\phi^{(2)}$  en fonction de  $\omega$  dans un compresseur

$$\phi^{(2)}(\omega) = \frac{-4\pi^2 cb}{\omega^3 \Lambda^2 \cos^2(\theta_R(\omega))}, \quad (\text{D.31})$$

nous obtenons, après quelques calculs<sup>1</sup> :

$$\phi^{(3)}(\omega) = \frac{4\pi^2 cb}{\Lambda^2} \frac{3 \left( \omega \frac{\partial \theta_R}{\partial \omega} \tan(\theta_R(\omega)) - 1 \right)}{\omega^4 \cos^2(\theta_R(\omega))} \quad (\text{D.32})$$

1. Nous avons utilisé la relation  $\frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{1}{f(\omega)g(\omega)} \right) = \frac{f'(\omega)g(\omega) + f(\omega)g'(\omega)}{f^2(\omega)g^2(\omega)}$ , avec  $f(\omega) = \omega^3$  et  $g(\omega) = \cos^3(\theta_R(\omega))$ . Notons également que  $g'(\omega) = -3[\sin(\theta_R(\omega)) \cos^2(\theta_R(\omega))] \frac{\partial \theta_R}{\partial \omega}$ .

En utilisant l'équation D.3, nous obtenons la relation

$$\frac{\partial \theta_R}{\partial \omega} = \frac{-2\pi c}{\omega^2 \Lambda \cos(\theta_R(\omega))}, \quad (\text{D.33})$$

ce qui nous conduit à :

$$\phi^{(3)} = \frac{3(4\pi^2)cb}{\omega_0^4 \Lambda^2 \cos^2(\theta_R)} \left[ 1 + \frac{2\pi c \sin(\theta_R)}{\omega_0 \Lambda \cos^2(\theta_R)} \right]. \quad (\text{D.34})$$

Nous remarquons alors que ce résultat est directement proportionnel à  $\phi^{(2)}$ . L'expression de  $\phi^{(3)}$ , valable aussi bien pour un compresseur qu'un étireur, s'écrit :

$$\phi^{(3)} = \frac{-3}{\omega_0} \phi^{(2)} \left[ 1 + \frac{2\pi c \sin(\theta_R)}{\omega_0 \Lambda \cos^2(\theta_R)} \right]. \quad (\text{D.35})$$

Nous souhaitons maintenant comparer l'action du terme  $\phi^{(3)}$  avec celle du terme en  $\phi^{(2)}$ . Pour cela, nous rappelons le développement en série de Taylor de la phase spectrale :

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_0) + \Delta\omega \cdot \phi^{(1)} + \frac{\Delta\omega^2}{2} \cdot \phi^{(2)} + \frac{\Delta\omega^3}{6} \cdot \phi^{(3)} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta\omega^n}{n!} \phi^{(n)}. \quad (\text{D.36})$$

Les termes à comparer sont donc  $\frac{\Delta\omega^2}{2} \cdot \phi^{(2)}$  et  $\frac{\Delta\omega^3}{6} \cdot \phi^{(3)}$ . Nous calculons donc le rapport  $\left| \frac{\Delta\omega \phi^{(3)}}{3\phi^{(2)}} \right|$ , qui représente le rapport entre les deux termes considérés. En utilisant l'équation liant  $\phi^{(3)}$  à  $\phi^{(2)}$ , nous trouvons :

$$\left| \frac{\Delta\omega \cdot \phi^{(3)}}{3\phi^{(2)}} \right| = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \left[ 1 + \frac{2\pi c \sin(\theta_R)}{\omega_0 \Lambda \cos^2(\theta_R)} \right]. \quad (\text{D.37})$$

Nous voyons que cette quantité est proportionnelle à la largeur spectrale  $\Delta\omega$  de l'impulsion. En utilisant les données expérimentales du chapitre 3, nous pouvons démontrer que la dispersion d'ordre trois est négligeable (inférieure à 10%) tant que la largeur de l'impulsion reste inférieure à 15 nm.

# Bibliographie

- [Agrawal 2008] G.P. Agrawal. Applications of nonlinear fiber optics, volume 10. Academic press, 2008. [Citation page 65]
- [Almeida 2004a] Vilson R. Almeida, Carlos A. Barrios, Roberto R. Panepucci, Michal Lipson, Mark A. Foster, Dimitre G. Ouzounov et Alexander L. Gaeta. *All-optical switching on a silicon chip*. Opt. Lett., vol. 29, no. 24, pages 2867–2869, Dec 2004. [Citation page 21]
- [Almeida 2004b] Vilson R. Almeida et Michal Lipson. *Optical bistability on a silicon chip*. Opt. Lett., vol. 29, no. 20, pages 2387–2389, Oct 2004. [Citations pages 8 et 21]
- [Almeida 2004c] V.R. Almeida, C.A. Barrios, R.R. Panepucci et M. Lipson. *All-optical control of light on a silicon chip*. Nature, vol. 431, no. 7012, pages 1081–1084, 2004. [Citations pages 8 et 43]
- [Barclay 2005] Paul Barclay, Kartik Srinivasan et Oskar Painter. *Nonlinear response of silicon photonic crystal microresonators excited via an integrated waveguide and fiber taper*. Opt. Express, vol. 13, no. 3, pages 801–820, Feb 2005. [Citation page 43]
- [Baron 2010] A. Baron. *Optique non-linéaire dans les structures semi-conductrices à fort confinement du champ*. PhD thesis, UNIVERSITÉ PARIS XI, UFR SCIENTIFIQUE D'ORSAY, 2010. [Citations pages 75, 76, 79 et 83]
- [Baron 2011] A. Baron, N. Dubreuil, P. Delaye, R. Frey et G. P. Agrawal. *Raman amplification of optical pulses in silicon nanowaveguides : Impact of spectral broadening of pump pulses*. J. Europ. Opt. Soc. Rap. Public., vol. 6, page 11030, 2011. [Citation page 48]
- [Bennett 2000a] C.V. Bennett et B.H. Kolner. *Principles of parametric temporal imaging. I. System configurations*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 36, no. 4, pages 430–437, apr 2000. [Citation page 8]
- [Bennett 2000b] C.V. Bennett et B.H. Kolner. *Principles of parametric temporal imaging. II. System performance*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 36, no. 6, pages 649–655, jun 2000. [Citation page 8]
- [Boyd 2003] R.W. Boyd. Nonlinear optics. Academic Pr, 2003. [Citation page 12]
- [Braginsky 1989] V.B. Braginsky, M.L. Gorodetsky et V.S. Ilchenko. *Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes*. Physics Letters A, vol. 137, no. 7-8, pages 393–397, 1989. [Citation page 32]
- [Brunstein 2009] M. Brunstein, R. Braive, R. Hostein, A. Beveratos, I. Rober-Philip, I. Sagnes, T. J. Karle, A. M. Yacomotti, J. A. Levenson, V. Moreau, G. Tessier et Y. De Wilde. *Thermo-optical dynamics in an optically pumped Photonic Crystal nano-cavity*. Opt. Express, vol. 17, no. 19, pages 17118–17129, Sep 2009. [Citations pages 120 et 130]
- [Brunstein 2011] Maia Brunstein. *Nonlinear Dynamics in III-V Semiconductor Photonic Crystal Nano-cavities*. PhD thesis, Université Paris Sud - Paris XI, 2011. [Citations pages 121, 122 et 123]
- [Bures 2009] J. Bures. Guided optics. Physics textbook. Wiley, 2009. [Citation page 14]
- [Caignaert 2007] Christophe Caignaert. *Cours de Spé T.S.I.*, 2007. [Citation page 164]
- [Caër 2013] Charles Caër. *Cristaux photoniques à fente : vers une photonique silicium hybride à exaltation localisée du champ électromagnétique*. PhD thesis, UNIVERSITÉ PARIS-SUD, 2013. [Citation page 110]

- [Chalcraft 2007] A. R. A. Chalcraft, S. Lam, D. O'Brien, T. F. Krauss, M. Sahin, D. Szymanski, D. Sanvitto, R. Oulton, M. S. Skolnick, A. M. Fox, D. M. Whittaker, H.-Y. Liu et M. Hopkinson. *Mode structure of the L3 photonic crystal cavity*. Applied Physics Letters, vol. 90, no. 24, page 241117, 2007. [Citation page 22]
- [Chatel 2005] Béatrice Chatel et Bertrand Girard. *Coherent Control of Atomic Dynamics with Chirped and Shaped Pulses*. In Peter Hannaford, editeur, Femtosecond Laser Spectroscopy, pages 267–304. Springer US, 2005. [Citation page 49]
- [Daniel 2011] Brian A. Daniel, Drew N. Maywar et Govind P. Agrawal. *Dynamic mode theory of optical resonators undergoing refractive index changes*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 28, no. 9, pages 2207–2215, Sep 2011. [Citation page 52]
- [de Rossi 2009] Alfredo de Rossi, Michele Lauritano, Sylvain Combrié, Quynh Vy Tran et Chad Husko. *Interplay of plasma-induced and fast thermal nonlinearities in a GaAs-based photonic crystal nanocavity*. Phys. Rev. A, vol. 79, no. 4, page 043818, Apr 2009. [Citation page 35]
- [Degert 2002] Jérôme Degert. *Manipulation cohérente d'atomes et de molécules diatomiques avec des impulsions mises en forme*. PhD thesis, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2002. [Citation page 49]
- [Dorfner 2009] D. Dorfner, T. Zabel, T. Hürlimann, N. Hauke, L. Frandsen, U. Rant, G. Abstreiter et J. Finley. *Photonic crystal nanostructures for optical biosensing applications*. Biosensors and Bioelectronics, vol. 24, no. 12, pages 3688 – 3692, 2009. [Citation page 24]
- [Dudovich 2001] Nirit Dudovich, Barak Dayan, Sarah M. Gallagher Faeder et Yaron Silberberg. *Transform-Limited Pulses Are Not Optimal for Resonant Multiphoton Transitions*. Phys. Rev. Lett., vol. 86, pages 47–50, Jan 2001. [Citation page 49]
- [Dumeige 2005] Y. Dumeige, C. Arnaud et P. Féron. *Combining FDTD with coupled mode theories for bistability in micro-ring resonators*. Optics Communications, vol. 250, no. 4-6, pages 376–383, 2005. [Citation page 27]
- [Dvorak 1995] M.D Dvorak et B.L Justus. *Z-scan studies of nonlinear absorption and refraction in bulk, undoped InP*. Optics Communications, vol. 114, no. 1, pages 147 – 150, 1995. [Citation page 120]
- [Eckhouse 2012] V. Eckhouse, I. Cestier, G. Eisenstein, S. Combrié, G. Lehoucq et A. De Rossi. *Kerr-induced all-optical switching in a GaInP photonic crystal Fabry-Perot resonator*. Opt. Express, vol. 20, no. 8, pages 8524–8534, Apr 2012. [Citation page 8]
- [Foresi 1997] JS Foresi, Pierre R Villeneuve, J Ferrera, ER Thoen, G Steinmeyer, S Fan, JD Joannopoulos, LC Kimerling, Henry I Smith et EP Ippen. *Photonic-bandgap microcavities in optical waveguides*. Nature, vol. 390, no. 6656, pages 143–145, 1997. [Citation page 7]
- [Fork 1984] R. L. Fork, O. E. Martinez et J. P. Gordon. *Negative dispersion using pairs of prisms*. Opt. Lett., vol. 9, no. 5, pages 150–152, May 1984. [Citation page 65]
- [Foster 2008] M.A. Foster, R. Salem, D.F. Geraghty, A.C. Turner-Foster, M. Lipson et A.L. Gaeta. *Silicon-chip-based ultrafast optical oscilloscope*. Nature, vol. 456, no. 7218, pages 81–84, 2008. [Citation page 8]
- [Foster 2009] M.A. Foster, R. Salem, Y. Okawachi, A.C. Turner-Foster, M. Lipson et A.L. Gaeta. *Ultrafast waveform compression using a time-domain telescope*. Nature Photonics, vol. 3, no. 10, pages 581–585, 2009. [Citation page 8]

- [Ghişa 2008] Laura Ghişa. *Couplage de micro-résonateurs Applications aux fonctions optiques de traitement du signal*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Sciences Appliquées et de Technologie, 2008. [Citation page 120]
- [Goswami 2003] Debabrata Goswami. *Optical pulse shaping approaches to coherent control*. Physics Reports, vol. 374, no. 6, pages 385–481, 2003. [Citation page 66]
- [Haus 1983] Hermann A. Haus. *Waves and fields in optoelectronics*. Prentice Hall, 1983. [Citations pages 22 et 23]
- [Heebner 2008] J.E. Heebner, R. Grover, T. Ibrahim et T.A. Ibrahim. *Optical microresonators : theory, fabrication, and applications*. Springer Verlag, 2008. [Citation page 8]
- [Heuck 2011] Mikkel Heuck, Philip Trøst Kristensen et Jesper Mørk. *Energy-bandwidth trade-off in all-optical photonic crystal microcavity switches*. Opt. Express, vol. 19, no. 19, pages 18410–18422, Sep 2011. [Citation page 8]
- [Husko 2009] Chad Husko, Alfredo De Rossi, Sylvain Combrié, Quynh Vy Tran, Fabrice Raineri et Chee Wei Wong. *Ultrafast all-optical modulation in GaAs photonic crystal cavities*. Applied Physics Letters, vol. 94, no. 2, page 021111, 2009. [Citation page 8]
- [Ibrahim 2003] T.A. Ibrahim. *Nonlinear optical semiconductor micro-ring resonators*. PhD thesis, University of Maryland, 2003. [Citation page 8]
- [Ikeda 2007] Kazuhiro Ikeda et Yeshaiah Fainman. *Material and structural criteria for ultra-fast Kerr nonlinear switching in optical resonant cavities*. Solid-State Electronics, vol. 51, no. 10, pages 1376–1380, 2007. Special Issue : Papers Selected from the NGC2007 Conference. [Citation page 8]
- [Ioannidis 1988] Z. K. Ioannidis, P. M. Radmore et I. P. Giles. *Dynamic response of an all-fiber ring resonator*. Opt. Lett., vol. 13, no. 5, pages 422–424, May 1988. [Citation page 40]
- [Jamois 2003] C. Jamois, R.B. Wehrspohn, L.C. Andreani, C. Hermann, O. Hess et U. Gösele. *Silicon-based two-dimensional photonic crystal waveguides*. Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications, vol. 1, no. 1, pages 1 – 13, 2003. [Citation page 23]
- [Joannopoulos 2008] J.D. Joannopoulos. *Photonic crystals : Molding the flow of light*. Princeton University Press, 2008. [Citation page 29]
- [Kauffman 1994] M. T. Kauffman, W. C. Banyai, A. A. Godil et D. M. Bloom. *Time-to-frequency converter for measuring picosecond optical pulses*. Applied physics letters, vol. 64, no. 3, pages 270–272, 1994. [Citation page 8]
- [Kippenberg 2004] Tobias Jan August Kippenberg. *Nonlinear Optics in Ultra-high-Q Whispering-Gallery Optical Microcavities*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2004. [Citation page 27]
- [Kolner 1989] Brian H. Kolner et Moshe Nazarathy. *Temporal imaging with a time lens*. Opt. Lett., vol. 14, no. 12, pages 630–632, Jun 1989. [Citation page 8]
- [Kolner 1994] B.H. Kolner. *Space-time duality and the theory of temporal imaging*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 30, no. 8, pages 1951 –1963, aug 1994. [Citation page 8]
- [Kristensen 2011] Philip Trøst Kristensen, Mikkel Heuck et Jesper Mørk. *Coherent all-optical switching in a bistable waveguide-cavity-waveguide system*. In CLEO/Europe and EQEC 2011 Conference Digest, page CI\_P1. Optical Society of America, 2011. [Citation page 49]
- [Kroeger 2010a] F. Kroeger. *Stimulated Raman Scattering in Semiconductor Nanostructures*. PhD thesis, UNIVERSITÉ PARIS XI, UFR SCIENTIFIQUE D'ORSAY, 2010. [Citation page 19]



- [Kroeger 2010b] F. Kroeger, A. Ryasnyanskiy, A. Baron, N. Dubreuil, P. Delaye, R. Frey, G. Roosen et D. Peyrade. *Saturation of the Raman amplification by self-phase modulation in silicon nanowaveguides*. Applied Physics Letters, vol. 96, no. 24, page 241102, 2010. [Citations pages 63, 75, 78, 79 et 141]
- [Lalanne 2008] P. Lalanne, C. Sauvan et J.P. Hugonin. *Photon confinement in photonic crystal nanocavities*. Laser & Photonics Reviews, vol. 2, no. 6, pages 514–526, 2008. [Citations pages 26, 87 et 89]
- [Lewis 1941] Gilbert N. Lewis, David Lipkin et Theodore T. Magel. *Reversible Photochemical Processes in Rigid Media. A Study of the Phosphorescent State*. Journal of the American Chemical Society, vol. 63, no. 11, pages 3005–3018, 1941. [Citation page 7]
- [Li 2012] Yunchu Li, Lawrence S. Stewart et P. Daniel Dapkus. *High speed silicon microring modulator employing dynamic intracavity energy balance*. Opt. Express, vol. 20, no. 7, pages 7404–7414, Mar 2012. [Citation page 8]
- [Lin 2007] Q. Lin, Oskar J. Painter et Govind P. Agrawal. *Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides : modeling and applications*. Opt. Express, vol. 15, no. 25, pages 16604–16644, Dec 2007. [Citations pages 16 et 19]
- [Martinez 1984] O. E. Martinez, J. P. Gordon et R. L. Fork. *Negative group-velocity dispersion using refraction*. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 1, no. 10, pages 1003–1006, Oct 1984. [Citation page 66]
- [Martinez 1986] O. E. Martinez. *Grating and prism compressors in the case of finite beam size*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 3, no. 7, pages 929–934, Jul 1986. [Citation page 66]
- [Martinez 1987] O. Martinez. *3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion : Application to fiber compensation in 1.3-1.6  $\mu\text{m}$  region*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 23, no. 1, pages 59 – 64, jan 1987. [Citations pages 62, 66 et 67]
- [Martinez 1988] O.E. Martinez. *Matrix formalism for pulse compressors*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 24, no. 12, pages 2530 –2536, dec 1988. [Citation page 66]
- [Martinez 1989a] O.E. Martinez. *Matrix formalism for dispersive laser cavities*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 25, no. 3, pages 296–300, mar 1989. [Citation page 66]
- [Martinez 1989b] O.E. Martinez, T. Prabhuram, M.C. Marconi et J.J. Rocca. *Magnified expansion and compression of subpicosecond pulses from a frequency-doubled Nd : YLF laser*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 25, no. 10, pages 2124–2128, 1989. [Citation page 66]
- [Meshulach 1998] D. Meshulach et Y. Silberberg. *Coherent quantum control of two-photon transitions by a femtosecond laser pulse*. Nature, vol. 396, no. 6708, pages 239–242, 1998. [Citation page 49]
- [Monmayrant 2005] Antoine Monmayrant. *Façonnage et caractérisation d’impulsions ultracourtes. Contrôle cohérent de systèmes simples*. PhD thesis, Université Toulouse III – Paul Sabatier, 2005. [Citation page 67]
- [Morin 2010] Franck Morin. *Conception d’une source à impulsions courtes à 1600 nm à fibres dopées erbium. Application à la greffe de cornée*. PhD thesis, Université Paris Sud - Paris XI, 2010. [Citations pages 56 et 63]
- [Notomi 2006] Masaya Notomi et Satoshi Mitsugi. *Wavelength conversion via dynamic refractive index tuning of a cavity*. Phys. Rev. A, vol. 73, page 051803, May 2006. [Citations pages 104, 120 et 124]

- [Nozaki 2010] K. Nozaki, T. Tanabe, A. Shinya, S. Matsuo, T. Sato, H. Taniyama et M. Notomi. *Sub-femtojoule all-optical switching using a photonic-crystal nanocavity*. Nature Photonics, vol. 4, no. 7, pages 477–483, 2010. [Citation page 8]
- [Nozaki 2012] K. Nozaki, A. Shinya, S. Matsuo, Y. Suzaki, T. Segawa, T. Sato, Y. Kawaguchi, R. Takahashi et M. Notomi. *Ultralow-power all-optical RAM based on nanocavities*. Nature Photonics, vol. 6, pages 248–252, 2012. [Citation page 8]
- [Oden 2013] J. Oden, S. Trebaol, P. Delaye et N. Dubreuil. *Coherent excitation of a nonlinear microcavity*. Journal of the European Optical Society - Rapid publications, vol. 8, no. 0, 2013. [Citation page 49]
- [Ogusu 2011] Kazuhiko Ogusu et Yosuke Oda. *Modeling of the dynamic transmission properties of chalcogenide ring resonators in the presence of fast and slow nonlinearities*. Opt. Express, vol. 19, no. 2, pages 649–659, Jan 2011. [Citation page 21]
- [Okawachi 2009] Yoshitomo Okawachi, Reza Salem, Mark A. Foster, Amy C. Turner-Foster, Michal Lipson et Alexander L. Gaeta. *High-resolution spectroscopy using a frequency magnifier*. Opt. Express, vol. 17, no. 7, pages 5691–5697, Mar 2009. [Citation page 8]
- [Orfanidis 2002] Sophocles J Orfanidis. Electromagnetic waves and antennas. Rutgers University, 2002. [Citation page 87]
- [Oskooi 2010] Ardavan F. Oskooi, David Roundy, Mihai Ibanescu, Peter Bermel, J. D. Joannopoulos et Steven G. Johnson. *MEEP : A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method*. Computer Physics Communications, vol. 181, pages 687–702, January 2010. [Citations pages 108 et 151]
- [Papadopoulos 2009] Dimitrios N Papadopoulos, Marc Hanna, Frédéric Druon et Patrick Georges. *Compensation of gain narrowing by self-phase modulation in high-energy ultrafast fiber chirped-pulse amplifiers*. Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 15, no. 1, pages 182–186, 2009. [Citation page 83]
- [Poirson 1997] Jérôme Poirson, Fabien Bretenaker, Marc Vallet et Albert Le Floch. *Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry–Perot cavity. Application to the measurement of high finesses*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 14, no. 11, pages 2811–2817, Nov 1997. [Citation page 44]
- [Preble 2007] S.F. Preble, Q. Xu et M. Lipson. *Changing the colour of light in a silicon resonator*. Nature Photonics, vol. 1, no. 5, pages 293–296, 2007. [Citation page 125]
- [Prelewitz 1994] D. F. Prelewitz et T. G. Brown. *Optical limiting and free-carrier dynamics in a periodic semiconductor waveguide*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 11, no. 2, pages 304–312, Feb 1994. [Citation page 35]
- [Renard 2004] Mathias Renard. *Contrôle de la dynamique rotationnelle de molécules par impulsions laser ultra-brèves mises en forme*. PhD thesis, Université de Bourgogne, 2004. [Citation page 70]
- [Renault 2006] Amandine Renault. *Étude et réalisation de la pré-amplification d'impulsions à dérive de fréquence par amplification paramétrique optique*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2006. [Citation page 55]
- [Salem 2009] Reza Salem, Mark A. Foster, Amy C. Turner-Foster, David F. Geraghty, Michal Lipson et Alexander L. Gaeta. *High-speed optical sampling using a silicon-chiptemporal magnifier*. Opt. Express, vol. 17, no. 6, pages 4324–4329, Mar 2009. [Citation page 8]

- [Sandhu 2010] S. Sandhu, M.L. Povinelli et S Fan. *Enhancing optical switching with coherent control*. Applied Physics Letters, vol. 96, no. 23, page 231108, 2010. [Citations pages 40, 49 et 50]
- [Sauvan 2005] Christophe Sauvan. *Etude de la propagation et du confinement de la lumière dans des nanostructures*. PhD thesis, Laboratoire Charles Fabry, 2005. [Citations pages 91 et 109]
- [Sheik-Bahae 1991] M. Sheik-Bahae, D.C. Hutchings, D.J. Hagan et E.W. Van Stryland. *Dispersion of bound electron nonlinear refraction in solids*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 27, no. 6, pages 1296–1309, jun 1991. [Citation page 8]
- [Siegman 1986] A. E. Siegman. Lasers. University Science Books, 1986. [Citation page 54]
- [Smith 1986] S. D. Smith. *Optical bistability, photonic logic, and optical computation*. Appl. Opt., vol. 25, no. 10, pages 1550–1564, May 1986. [Citation page 7]
- [Sun 1997] P. C. Sun, Y. T. Mazurenko et Y. Fainman. *Femtosecond pulse imaging :ultrafast optical oscilloscope*. J. Opt. Soc. Am. A, vol. 14, no. 5, pages 1159–1170, May 1997. [Citation page 8]
- [Ta’eed 2007] Vahid Ta’eed, Neil J. Baker, Libin Fu, Klaus Finsterbusch, Michael R. E. Lamont, David J. Moss, Hong C. Nguyen, Benjamin J. Eggleton, Duk-Yong Choi, Steve Madden et Barry Luther-Davies. *Ultrafast all-optical chalcogenide glass photonic circuits*. Opt. Express, vol. 15, no. 15, pages 9205–9221, Jul 2007. [Citation page 8]
- [Tanabe 2005] Takasumi Tanabe, Masaya Notomi, Satoshi Mitsugi, Akihiko Shinya et Eiichi Kuramochi. *Fast bistable all-optical switch and memory on a silicon photonic crystal on-chip*. Opt. Lett., vol. 30, no. 19, pages 2575–2577, Oct 2005. [Citation page 8]
- [Tanabe 2008] Takasumi Tanabe, Hideaki Taniyama et Masaya Notomi. *Carrier Diffusion and Recombination in Photonic Crystal Nanocavity Optical Switches*. J. Lightwave Technol., vol. 26, no. 11, pages 1396–1403, Jun 2008. [Citation page 19]
- [Treacy 1969] E. Treacy. *Optical pulse compression with diffraction gratings*. Quantum Electronics, IEEE Journal of, vol. 5, no. 9, pages 454 – 458, sep 1969. [Citations pages 62 et 65]
- [Trebaol 2010] Stéphane Trebaol. *Études expérimentales des propriétés dispersives de structures photoniques à base de microrésonateurs pour la réalisation de fonctions optiques*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2010. [Citations pages 23 et 131]
- [Tzolov 1995] Velko P. Tzolov, Marie Fontaine, Nicolas Godbout et Suzanne Lacroix. *Nonlinear self-phase-modulation effects : a vectorial first-order perturbation approach*. Opt. Lett., vol. 20, no. 5, pages 456–458, Mar 1995. [Citation page 32]
- [Velha 2006] P. Velha, J. C. Rodier, P. Lalanne, J. P. Hugonin, D. Peyrade, E. Picard, T. Charvolin et E. Hadji. *Ultracompact silicon-on-insulator ridge-waveguide mirrors with high reflectance*. Applied Physics Letters, vol. 89, no. 17, page 171121, 2006. [Citations pages 41, 88 et 93]
- [Walmsley 2001] Ian Walmsley, Leon Waxer et Christophe Dorrer. *The role of dispersion in ultrafast optics*. Review of Scientific Instruments, vol. 72, no. 1, pages 1–29, 2001. [Citations pages 55 et 63]
- [Wang 2011] Yong Wang, Chia-Yu Lin, Alexei Nikolaenko, Varun Raghunathan et Eric O. Potma. *Four-wave mixing microscopy of nanostructures*. Adv. Opt. Photon., vol. 3, no. 1, pages 1–52, Mar 2011. [Citation page 8]

- [Weber 2010] Sébastien Weber. *Façonnage d'impulsions femtosecondes dans l'ultraviolet. Factorisation de grands nombres. Contrôle cohérent de systèmes atomiques et moléculaires*. PhD thesis, Université Toulouse III – Paul Sabatier, 2010. [Citations pages 49 et 66]
- [Xiao 2011a] Yuzhe Xiao, Govind P. Agrawal et Drew N. Maywar. *Spectral and temporal changes of optical pulses propagating through time-varying linear media*. *Opt. Lett.*, vol. 36, no. 4, pages 505–507, Feb 2011. [Citations pages 41 et 124]
- [Xiao 2011b] Yuzhe Xiao, Drew N. Maywar et Govind P. Agrawal. *Optical pulse propagation in dynamic Fabry–Perot resonators*. *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 28, no. 7, pages 1685–1692, Jul 2011. [Citations pages 41 et 124]
- [Xiao 2012] Yuzhe Xiao, Govind P. Agrawal et Drew N. Maywar. *Nonlinear pulse propagation : A time-transformation approach*. *Opt. Lett.*, vol. 37, no. 7, pages 1271–1273, Apr 2012. [Citation page 41]
- [Xu 2006] Qianfan Xu et Michal Lipson. *Carrier-induced optical bistability in silicon ring resonators*. *Opt. Lett.*, vol. 31, no. 3, pages 341–343, Feb 2006. [Citation page 8]
- [Xu 2007] Q. Xu et M. Lipson. *All-optical logic based on silicon micro-ring resonators*. *Optics express*, vol. 15, no. 3, pages 924–929, 2007. [Citations pages 8 et 21]
- [Yacomotti 2006] A. Yacomotti, F. Raineri, C. Cojocaru, P. Monnier, J. Levenson et R. Raj. *Nonadiabatic Dynamics of the Electromagnetic Field and Charge Carriers in High-Q Photonic Crystal Resonators*. *Physical Review Letters*, vol. 96, no. 9, page 093901, Mars 2006. [Citations pages 121, 125, 126 et 129]
- [Yang 2007] Xiaodong Yang et Chee Wei Wong. *Coupled-mode theory for stimulated Raman scattering in high-Q/Vm silicon photonic band gap defect cavity lasers*. *Opt. Express*, vol. 15, no. 8, pages 4763–4780, Apr 2007. [Citation page 23]
- [Yariv 2000] A. Yariv. *Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides*. *Electronics Letters*, vol. 36, no. 4, pages 321–322, feb. 2000. [Citation page 143]
- [Zhang 1995] Jingcheng Zhang, Shahab Etemad et Jian H. Zhao. *Tunable dispersion compensation by an angular conserved grating-pair system*. *Appl. Opt.*, vol. 34, no. 28, pages 6500–6505, Oct 1995. [Citation page 66]