



Comportement des tunnels en terrain poussant

Huy Tran Manh

► To cite this version:

Huy Tran Manh. Comportement des tunnels en terrain poussant. Autre. Université Paris-Est, 2014. Français. [〈NNT : 2014PEST1100〉](#). [〈tel-01135356〉](#)

HAL Id: tel-01135356

<https://pastel.hal.science/tel-01135356v1>

Submitted on 25 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization



THÈSE

Comportement des tunnels en terrain poussant

préparée à

**l'École des Ponts ParisTech (ENPC),
Laboratoire Navier, Equipe Géotechnique-CERMES**

et au

Centre d'Études des Tunnels (CETu)

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris Est
Ecole Doctorale Sciences, Ingénierie et Environnement (SIE)
Spécialité : Géotechnique**

présentée par

Huy TRAN MANH

Soutenue le 5 décembre 2014 à Champs-sur-Marne devant le jury composé de :

Giovanni Barla	Politecnico di Torino	Rapporteur
Frédéric Pellet	École des Mines Paris-Tech	Rapporteur
Daniel Billaux	Itasca Consultants SAS	Examineur
Ahmad Pouya	École des Ponts ParisTech	Examineur
Darius Seyedi	ANDRA	Examineur
Didier Subrin	Centre d'Etudes des Tunnels	Conseiller d'étude
Jean Sulem	École des Ponts ParisTech	Directeur de thèse

Remerciements

Le présent travail est le fruit d'une collaboration étroite avec de nombreux chercheurs et ingénieurs de différents établissements qu'il me tient à cœur de remercier.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude envers mon directeur de thèse, M. **Jean SULEM**, professeur à l'École des Ponts Paris-Tech, pour m'avoir proposé un thème de recherche passionnant et suffisamment ouvert pour me permettre de proposer mes propres développements. Je le remercie pour le temps qu'il m'a accordé, ses encouragements dans mes initiatives, son encadrement très pointu et sa gentillesse.

Mes plus vifs remerciement vont ensuite à mon conseiller d'étude, M. **Didier SUBRIN**, responsable du pôle Géologie, Géotechnique et Dimensionnement au Centre d'Études des Tunnels (CETU), pour m'avoir fait partager sa grande expérience dans le domaine de la géotechnique de tunnels ainsi que pour la pertinence de ses conseils et sa disponibilité malgré son planning chargé.

Merci pour tout ce qu'ils ont fait pour moi.

Ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien de l'équipe de l'ITASCA Consultant SAS. Je remercie chaleureusement M. **Daniel BILLAUX**, président de l'ITASCA Consultant SAS, pour ses conseils éclairés et sa vaste connaissance en modélisations numériques et M. **Marco CAMUSSO**, ingénieur chez ITASCA Consultant SAS, pour m'avoir aidé à maîtriser le code du logiciel FLAC3D.

Je n'oublie pas d'adresser mes remerciements à M. **Giovanni BARLA**, professeur au Politecnico di Torino, et M. **Frédéric PELLET**, professeur à l'École des Mines Paris-Tech, qui ont accepté d'être rapporteur de ma thèse.

Ma reconnaissance va également à l'égard de M. **Ahmad POUYA**, professeur à l'École des Ponts Paris-Tech, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury et de M. **Darius SEYEDI**, ingénieur de recherche chez ANDRA, pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

J'aimerais remercier tout particulièrement M. **Gérard MAZZOLENI**, chargé de mission au CETU, pour nos discussions techniques, en particulier sur l'auscultation du tunnel ainsi que ses aides dans la vie quotidienne.

Ce travail a été réalisé dans le cadre de la collaboration entre le Centre d'Études des Tunnels (CETU) et l'équipe Géotechnique du laboratoire Navier de l'École des Ponts Paris-Tech (CERMES). Je les remercie pour m'avoir accueilli et m'avoir permis de réaliser cette thèse.

J'aimerais remercier mes collègues et mes amis au CETU et au CERMES pour leur accueil sympathique, leur bonne humeur et tous les moments inoubliables.

Enfin, ces derniers mots s'adressent à ma famille pour son soutien et ses encouragements permanents.

Comportement des tunnels en terrain poussant

Résumé

Le comportement poussant fait référence au phénomène de grande déformation différée et souvent anisotrope observée lors de l'excavation des tunnels en terrain tectonisé. Il est à l'origine de sérieuses difficultés de l'avancement des travaux, ce qui exige une adaptation de la méthode de creusement et de la conception des soutènements. Le présent travail vise à étudier le comportement des tunnels en terrain poussant en portant une attention particulière à l'anisotropie du massif rocheux par des approches à la fois empiriques, analytiques et numériques. Après un état de l'art sur le creusement des tunnels en terrain poussant, on interprète les données d'auscultation récoltées pendant l'excavation de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte dans la cadre du projet Lyon-Turin. Des solutions analytiques pour des tunnels creusés en milieu anisotrope sont ensuite développées en prenant en compte la complexité géométrique de la section, l'interaction entre deux tunnels parallèles, l'interaction terrain-soutènement et aussi les grandes déformations. Enfin, un modèle différé anisotrope qui comprend des joints rocheux avec une orientation fixe, imbriqués dans une matrice viscoplastique est proposé et implémenté dans FLAC3D. Les résultats de la simulation numérique réalisée avec ce modèle sont comparés aux mesures de convergence réalisées pendant l'excavation du tunnel. L'approche numérique a été également étendue pour analyser le comportement d'un soutènement déformable en prenant en compte l'effet de l'anisotropie du massif rocheux.

Mots-clés : Tunnel, terrain poussant, Saint-Martin-La-Porte, anisotrope, modélisation analytique, théorie des variables complexes, modélisation numérique, comportement différé, soutènement déformable.

Tunneling in squeezing ground

Abstract

Squeezing behavior is characterized by large time-dependent and often anisotropic deformation during and well after excavation of tunnel and may lead to tremendous operational difficulties. The present thesis aims to deal with tunneling in squeezing ground with a special emphasis on the anisotropic behavior combining analytical and numerical approach. Following an overview on the squeezing behavior, the attention moves on the interpretation of the data monitored during the excavation of Saint-Martin-La-Porte within the Lyon-Turin railway project. Closed-formed solutions for tunnel excavated in anisotropic ground are then developed considering the complexity of tunnel cross-section, the interaction between two tunnels, the interaction ground/support and also the large strain calculation. Finally, an anisotropic creep model which includes weak planes of specific orientation embedded in a viscoplastic medium is proposed and implemented in FLac3D in order to back analyze the convergence data of Saint-Martin-La-Porte access gallery. The numerical model is also applied to the analysis of the behavior of the yield-control support systems taking account the effect of anisotropy of rock mass.

Keywords : Tunnel, squeezing behavior, Saint-Martin-La-Porte, anisotropy, closed-formed solution, complexe variable theory, numerical modeling, time-dependent behavior, yield-control support.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS SUR LE COMPORTEMENT DE TERRAIN POUSSANT	3
1.1 Introduction	3
1.2 Comportement poussant	3
1.3 Identification du comportement poussant	5
1.4 Méthode d'excavation prenant en compte le comportement poussant du terrain	6
1.5 Méthode d'auscultation	10
1.6 Prise en compte du comportement différé dans la modélisation des tunnels	14
1.7 Prise en compte de l'effet anisotrope dans la modélisation des tunnels	21
1.8 Conclusion	30
CHAPITRE 2 DESCENDERIE DE SAINT-MARTIN-LA-PORTE	31
2.1 Introduction du projet	31
2.2 Contexte géologique	32
2.3 Méthode d'excavation et soutènements mis en œuvre	34
2.4 Programme d'auscultation	38
2.5 Données géologiques	39
2.6 Comportement du terrain	41
2.7 Réponse du soutènement	51
2.8 Conclusion	53
CHAPITRE 3 APPROCHES ANALYTIQUES POUR PRENDRE EN COMPTE LE COMPORTEMENT ANISOTROPE DU TERRAIN	55
3.1 Introduction	55
3.2 Interaction terrain-soutènement : Méthode convergence-confinement appliquée au cas d'un terrain anisotrope	56
3.3 Tunnel de section non-circulaire	66
3.4 Interaction entre deux tunnels parallèles	86
3.5 Solution analytique en grande déformation pour un comportement anisotrope non- linéaire	106
3.6 Conclusion	120

CHAPITRE 4	APPROCHES NUMÉRIQUES POUR LA MODÉLISATION DES TERRAINS	
POUSSANTS		121
4.1	Approches numériques pour la modélisation des tunnels	121
4.2	Modélisation par la méthode des différences finies	125
4.3	Comportement différé anisotrope des tunnels creusés en terrain poussant	129
4.4	Effet d'anisotropie sur la réponse du soutènement déformable	161
4.5	Conclusion	172
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES		173
Conclusions		173
Perspectives		175
BIBLIOGRAPHIE		177
ANNEXES		183
Annexe A	Interface graphique de l'outil de traitement de convergence	184
Annexe B	Ajustement des courbes de convergence calage de la loi de convergence	186
Annexe C	Définition des paramètres du modèle dans FLAC3D	192
Annexe D	Vérification du modèle numérique	193

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le projet de liaison ferroviaire Lyon-Turin s'inscrit dans la perspective des grandes traversées alpines, confrontées à la problématique du creusement de tunnels à grande profondeur. La descenderie de Saint-Martin-la-Porte, pour la reconnaissance du projet de tunnel de base Maurienne-Ambin, a connu des difficultés d'exécution à partir de la rencontre des schistes carbonneux du Houiller productif. Les matériaux rocheux fortement tectonisés, rencontrés dans les terrains traversés par ce tunnel, sont caractérisés par un comportement particulièrement poussant (désigné par les anglophones sous le terme « squeezing ground ») qui se manifeste par des convergences élevées et des effets différés importants, et de plus une anisotropie due à l'orientation préférentielle des plans de faiblesse mécanique.

Les travaux de la présente thèse s'inscrivent dans la continuité de la thèse de The Manh Vu (menée dans le cadre d'une collaboration entre l'Ecole des Ponts ParisTech et le Centre d'Etudes des Tunnels et soutenue fin 2010) qui a, d'une part, développé une méthode d'analyse des données de convergence (déplacements des parois) couplée aux données géologiques (direction des plans de faiblesse et profils lithologiques) et, d'autre part, développé un modèle de comportement en élasticité non linéaire anisotrope conduisant à des solutions analytiques 2D pour les contraintes et les déformations autour de la galerie. Ce modèle ne prenait pas en compte explicitement l'effet du temps mais considérait des paramètres mécaniques à court terme et à long terme.

L'objectif de la présente étude est, d'une part, la poursuite de l'analyse complète des données de convergence et des données géologiques de la descenderie de Saint Martin la Porte en y associant l'analyse des données de déplacements dans le massif et de contraintes dans les revêtements et, d'autre part, le développement d'un modèle de calcul prenant en compte à la fois l'anisotropie du massif et les effets du temps.

Le présent mémoire s'organise en quatre chapitres :

Le premier chapitre présente un état des connaissances sur les observations générales dans le cadre du creusement de tunnels dans des terrains qui exhibent des comportements atypiques de type poussant « *squeezing ground* ». Après avoir établi une synthèse bibliographique sur les volets techniques et théoriques des tunnels en terrain poussant, on s'intéresse en particulier aux bases théoriques de la modélisation du terrain en prenant en compte le comportement différé ainsi que l'anisotropie qui servira aux développements analytiques et numériques ultérieurs.

Le deuxième chapitre décrit le cas d'étude de la descenderie de Saint-Martin-la-Porte. Le contexte géologique ainsi que les difficultés surmontées lors de la rencontre des terrains du Houiller par la mise en œuvre de solutions innovantes sont d'abord détaillés. L'analyse et la discussion de l'ensemble des données d'auscultation sont ensuite présentées.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de solutions analytiques nouvelles pour les tunnels excavés en milieu anisotrope. Plusieurs aspects sont considérés dans ces solutions analytiques : l'interaction avec le soutènement, une forme non-circulaire de la section du tunnel, l'interaction entre deux tunnels, l'extension du modèle semi-analytique par matrices de transfert de Vu et al (2013) au cas des grandes déformations.

Le quatrième chapitre est consacré aux développements numériques pour étudier le comportement du terrain poussant. Un nouveau modèle qui permet de caractériser à la fois le comportement différé ainsi que le comportement anisotrope du terrain est proposé et implémenté dans le logiciel aux différences finies FLAC3D. Des simulations numériques avec cette loi de comportement ont été réalisées pour le cas de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte montrant une très bonne reproduction des données de convergence. Ce dernier chapitre comporte aussi une étude du comportement d'un profil de soutènement déformable.

Les deux derniers chapitres de la thèse incluent plusieurs articles écrits en anglais publiés, ou soumis à des revues à comité de lecture. Ces articles sont présentés sous la forme de documents pour lesquels la numérotation des sous-chapitres, des figures, des tableaux et des équations est indépendante du reste du document. La formulation du comportement anisotrope et les données d'auscultation de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte sont en partie repris dans les différents articles.

CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS SUR LE COMPORTEMENT DE TERRAIN POUSSANT

1.1 Introduction

Le terme de comportement poussant (« squeezing behavior ») fait référence au phénomène de grande déformation différée et souvent anisotrope observé lors de l'excavation d'un tunnel dans un terrain de faible résistance et de forte déformabilité, souvent en combinaison avec une grande hauteur de couverture. Cette réponse du terrain conduit à des convergences inacceptables des parois, à des problèmes de stabilité et à un chargement excessif des soutènements, ce qui exige une adaptation de la méthode de creusement et de la conception des soutènements.

Ce premier chapitre est consacré à la présentation du comportement des tunnels en terrain poussant. Après quelques généralités sur la définition de ce type de comportement et son identification, on présente un état des connaissances assez succinct sur les méthodes d'excavation et d'auscultation au cours du creusement pour traverser ce type de terrain. On présente ensuite des éléments sur la modélisation des tunnels en terrain poussant.

1.2 Comportement poussant

Le terme de « comportement poussant » remonte à l'époque du développement des infrastructures de transport sous les Alpes entre 1860 et 1910 où de nombreux tunnels à grande profondeur ont été construits. Ce phénomène a d'abord été décrit de façon phénoménologique, par l'observation des désordres et des solutions constructives développées pour y remédier. Les principes sous-jacents sont aujourd'hui encore insuffisamment compris.

La définition du comportement poussant publiée par la Société Internationale de Mécanique des Roches (ISRM), (Barla 1995), est la suivante : « *Squeezing of rock is the time dependent large deformation which occurs around the tunnel and is essentially associated with creep caused by exceeding a limiting shear stress. Deformation may terminate during construction or continue over a long time period* ».

On peut également trouver des descriptions de ce phénomène chez différents auteurs parmi lesquels on peut citer Terzaghi (1946), Gioda (1982), O'Rourke (1984), Jethwa (1986), Kovari (1988), Singh (1988), Einstein (1990), Aydan (1993) et Panet (1996). À partir des définitions trouvées chez ces auteurs, les aspects principaux sont résumés comme suit :

- Les roches manifestant des phénomènes de terrain poussant sont de natures géologiques/péetrographiques variées : roches magmatiques ou métamorphiques altérées (gneiss micacés, phyllades, schistes), roches sédimentaires altérées (argilite, tuf, certains flysch, mudstone), minéraux prépondérants (micas, chlorite, serpentine, minéraux argileux) ;
- Le phénomène de terrain poussant fait référence aux grandes déformations différées pendant le creusement des tunnels. La prédominance des effets différés sur la réponse du terrain pendant l'excavation sous-entend : (1) soit un phénomène de fluage ou de rupture progressive surtout observé

pour les ouvrages sous forte contrainte, dans les roches médiocres fortement déformables et faiblement résistantes ; (2) soit un phénomène de consolidation : observé dans le cas des tunnels en terrain aquifère peu perméable ;

- Le phénomène de terrain poussant est également souvent caractérisé par une anisotropie liée à l'état de contrainte préexistant ou à la structure du matériau, sans que l'on parvienne dans beaucoup de cas à distinguer clairement les deux effets qui peuvent se combiner ;
- L'amplitude et la vitesse de la convergence ainsi que l'extension de la zone décomprimée associées au comportement poussant dépendent des conditions géologiques et géotechniques, de la contrainte in-situ par rapport à la résistance du massif rocheux, de la présence d'eau, des pressions interstitielles et des propriétés du massif rocheux ;
- Le phénomène du terrain poussant est étroitement liée à la méthode d'excavation et à la technique de soutènement adoptées ;
- L'extrême variabilité de l'intensité du phénomène pour une même méthode, un même soutènement, une même couverture, une même lithologie, sur de courtes distances ;
- Dans les roches présentant une résistance à la compression élevée sous un état de contrainte également élevé, et en cas de comportement fragile, on assiste plutôt à des phénomènes d'écaillage et de décompression brutale en paroi (« rock bursting ») ;
- Il est bien souvent difficile de séparer les phénomènes de comportement poussant et de gonflement (Tab. 1.1) : dans un rocher de faible résistance contenant des minéraux argileux, le processus d'endommagement et de rupture s'accompagne de gonflement (dépendant lui aussi du temps).

Tab. 1.1 - Comparaison entre comportement poussant et gonflement (Jethwa et Dhar 1996).

Paramètre	comportement poussant (squeezing)	gonflement (swelling)
1. Cause	petite expansion volumique dans le terrain de faible résistance par la rupture de cisaillement	expansion volumique résulte d'une réaction physico-chimique (adsorption d'eau, transformation en gym)
2. Convergence		
Vitesse	(i) très importante, quelques centimètres par jour pendant les premières semaines (ii) réduction au cours du temps	(i) importante pendant les premières semaines jusqu'à ce que l'humidité pénètre profondément dans le terrain (ii) réduction au cours du temps
Période	(iii) pendant des années dans certains cas exceptionnels	(iii) peut se poursuivre pendant années suivant les cycles d'humidification que peut subir le terrain
3. Zone d'influence	quelques diamètres de tunnel	quelques mètres

1.3 Identification du comportement poussant

L'identification du comportement poussant est très importante pour le dimensionnement et la construction des tunnels. Différentes approches basées sur des retours d'expérience sont proposées pour identifier le phénomène de terrain poussant.

D'un point de vue empirique, Terzaghi (1946) a proposé une première identification en termes de charge sur le support initial. A partir de la qualité du massif rocheux et de la hauteur de couverture H , Singh et al. (1992) et Goel et al. (1995) ont tracé des abaques différenciant les cas « squeezing » et « non-squeezing ». Ces deux méthodes sont basées sur la classification géotechnique de Barton (« Rock mass quality Q -system »), Goel et al. utilisent plus précisément le paramètre « Rock mass number – $N = (Q)_{SFR=1}$ » et considèrent également l'influence de la portée de l'ouvrage B .

Les approches semi-empiriques donnent non seulement une indication pour identifier le phénomène mais également une estimation de la déformation autour du tunnel en utilisant les solutions analytiques établies pour un tunnel circulaire. Jeahwa et al. (1984) utilisent le « nombre de stabilité » N_c qui est le rapport de la résistance à la compression uniaxiale du massif rocheux σ_{cm} de la roche et de l'état de contrainte initiale. Le seuil $N_c = 2$ est mis en évidence pour l'apparition du comportement poussant du terrain.

En se basant sur les expériences des tunnels au Japon, Aydan et al. (1993) ont proposé une estimation similaire du « nombre de stabilité » N_c en remplaçant la résistance du massif σ_{cm} par celle de la roche intacte σ_{ci} . En particulier, ils ont établi une méthode pour la prédiction de cinq degrés de comportement poussant en fonction de la déformation normalisée en paroi du tunnel définie comme le rapport de la déformation tangentielle en paroi du tunnel ε_θ^a (défini comme le rapport du déplacement radial en paroi du tunnel et du rayon du tunnel) et de la déformation élastique limite ε_θ^e ($\varepsilon_\theta^e = \sigma_{ci} / 2G$ où G est le module de cisaillement).

Hoek et Marinos (2000) ont proposé une classification des terrains poussants qui va d'une déformation ε_t (définie comme le rapport du déplacement radial et du rayon du tunnel) relativement faible en paroi jusqu'à celles atteignant plus de 10 %. Ils retiennent essentiellement que le phénomène fait simplement référence à une réduction de la section transversale au cours de l'avancement du front.

Dans la descenderie de Saint-Martin-la-Porte, le tronçon où un tel comportement poussant très marqué est observé (à partir du PM 1250) se situe sous une couverture H de plus de 250 m. Une étude sur le comportement du massif, réalisée par Barla et al. (2007b), a déterminé les caractéristiques de la roche intacte suivantes :

- résistance la de roche intacte $\sigma_{ci} = 15,3$ MPa ;
- $m_i = 8,97$;
- GSI de l'ordre de 20 à 30 à court terme. La corrélation de Hoek (2001) permet de déterminer la résistance à la pression uniaxiale du massif rocheux σ_{cm} de l'ordre de 1,17 MPa à 1,59 MPa.

En adoptant une valeur moyenne du poids volumique des terrains $\gamma = 2700$ kg/m³, on peut calculer le nombre de stabilité du terrain dans la descenderie de Saint-Martin-la-Porte $N_c = 0,17$ à 0,24. L'application

des approches semi-empiriques présentées ci-dessus pour le cas de la descenderie de Saint-Martin-la-Porte montre un potentiel de squeezing très élevé, qui correspond au comportement observé sur chantier.

Tab. 1.2 - Différentes approches de classification de terrain poussant

	Approche	Expression théorique	Potentiel de « squeezing »
Empirique	Singh et al. (1992)	$H \gg 350 Q^{1/3} [m]$	Squeezing
		$H \ll 350 Q^{1/3} [m]$	squeezing inexistant
	Goel et al. (1995)	$H \gg 275 N^{0.33} B^{-0.1} [m]$	Squeezing
		$H \ll 275 N^{0.33} B^{-0.1} [m]$	squeezing inexistant
Semi-empirique	Jethwa et al. (1984)	$N_c = \sigma_{cm} / \gamma H < 0.4$	squeezing élevé
		$0.4 < N_c < 0.8$	squeezing moyen
		$0.8 < N_c < 2.0$	squeezing léger
		$N_c > 2.0$	squeezing inexistant
	Aydan et al. (1993)*	$\varepsilon_\theta^a / \varepsilon_\theta^e \leq 1$	squeezing inexistant
		$1 < \varepsilon_\theta^a / \varepsilon_\theta^e \leq \eta_p$	squeezing très léger
		$\eta_p < \varepsilon_\theta^a / \varepsilon_\theta^e \leq \eta_s$	squeezing léger
		$\eta_s < \varepsilon_\theta^a / \varepsilon_\theta^e \leq \eta_f$	squeezing élevé
		$\varepsilon_\theta^a / \varepsilon_\theta^e > \eta_f$	squeezing très élevé
	Hoek et Marinos (2000)	$\varepsilon_t \leq 1$	few support problems
		$1 < \varepsilon_t \leq 2.5$	minor-squeezing
		$2.5 < \varepsilon_t \leq 5.0$	severe-squeezing
		$5.0 < \varepsilon_t \leq 10.0$	very severe-squeezing
		$\varepsilon_t > 10.0$	extreme-squeezing

* les niveaux de déformation normalisée sont calculés à partir de la résistance de la roche intacte : $\eta_p = 2\sigma_{ci}^{-0.17}$, $\eta_s = 3\sigma_{ci}^{-0.25}$, $\eta_f = 3\sigma_{ci}^{-0.32}$.

1.4 Méthode d'excavation prenant en compte le comportement poussant du terrain

L'excavation des tunnels en terrain poussant connaît souvent de sérieuses difficultés qui entraînent des coûts et des délais de construction importants. Le tracé du tunnel doit être optimisé pour réduire la longueur traversée dans la zone de terrain poussant. Il n'existe pas de méthode de construction universelle applicable pour tous les terrains poussants. Les méthodes utilisées doivent être adaptées aux conditions géologiques locales et de contrainte in situ (Schubert et al. 2000). Pour les ouvrages souterrains, on distingue deux types de méthodes de creusement : (1) la méthode d'excavation conventionnelle pour laquelle sont réalisés successivement le creusement, le marinage des déblais, puis la pose du soutènement et (2) la méthode mécanisée basée sur l'utilisation d'un tunnelier.

1.4.1 Méthode conventionnelle

Avec la méthode conventionnelle, deux techniques de creusement peuvent être appliquées : (1) creusement en pleine section où la totalité de la section est ouverte dans un pas d'excavation et (2) creusement en section divisée où la construction est réalisée en deux ou plusieurs phases d'excavation permettant de réduire les dimensions du front de taille et donc d'assurer une meilleure stabilité.

Un creusement en pleine section permet un degré élevé de mécanisation (utilisation de matériels lourds) et de poser le soutènement au plus près du front. Cependant, un prétraitement du terrain et un renforcement du front sont souvent nécessaires pour assurer la stabilité du front de taille et de la paroi. La stabilité d'un tunnel excavé en section divisée est plus facile à contrôler. Toutefois, plus le nombre de phases est élevé et plus le coût de l'ouvrage devient conséquent.

Le choix de la technique de creusement est souvent influencé par les préférences régionales (Schubert et al. 2000). Par exemple, les tunnels en Italie sont effectués de façon prédominante en pleine section, tandis que dans les pays germanophones le creusement en section divisée prévaut. Il ne fait aucun doute que le succès d'une excavation souterraine est souvent principalement lié à l'expérience des entrepreneurs (Hoek 2001).

On distingue deux approches pour le système de soutènement des tunnels en terrain poussant : l'approche active utilisant des soutènements rigides (« heavy method » ou « resistance method ») et l'approche passive utilisant des soutènements souples (« light method » ou « yielding method ») (Barla 2001).

Dans l'approche active, les fortes déformations sont empêchées par un soutènement rigide posé près du front de taille. En conséquence, le soutènement est souvent trop chargé et donc risque de se rompre dans des tunnels sous forte couverture. Cette approche est mal adaptée au terrain poussant. Au contraire, le principe de l'approche passive consiste à autoriser le déplacement et à appliquer une faible pression de confinement en paroi ce qui permet d'attendre un état d'équilibre sans rupture des soutènements. Une sur-excavation est nécessaire pour obtenir la section transversale souhaitée compte tenu de la déformation attendue de la paroi.

L'approche passive est largement utilisée aujourd'hui. Il s'agit d'un soutènement souple qui est constitué de béton projeté et de cintres coulissants. Le profil des cintres le plus couramment utilisé est le profil TH (Toussaint-Heintzmann). Les éléments des cintres sont assemblés par l'intermédiaire d'un système d'étrier. La valeur d'effort normal, qui déclenche le coulissement, est contrôlée par le couple de serrage des boulons des étriers. Chaque boulon peut donner une résistance de coulissement de 150 kN (Cantieni et Anagnostou 2007).

Le béton projeté en association avec des boulons est efficace pour contrôler le processus de déformation. Une simple coque continue de béton projeté se fissure lorsque les déformations excèdent 10^{-3} , puis se rompt pour des convergences plus fortes. La solution consistant à diviser la coque de béton par des saignées en associant avec des cintres coulissants (Fig. 1.1a) a été testée dans les tunnels autrichiens du Tauern et de l'Arlberg (Schubert 1993). Diviser la coque en segments, séparés par du vide et associés à des cintres coulissants pour s'accommoder des déformations sans rompre le soutènement, est l'illustration typique du principe de soutènement déformable par opposition aux systèmes de soutènements rigides.

Toutefois, les saignées vides ne permettent pas un transfert d'effort normal entre les segments de béton projeté et donc ne permettent pas de contrôler la pression de confinement appliquée (Schubert 1996). Ceci

conduit à développer des éléments compressibles installés entre les lèvres des saignées. Ces éléments présentent la caractéristique majeure de se déformer à un chargement prédéterminé.

Les éléments LSC (« Lining stress controller », Fig. 1.1b), qui consistent en des tubes métalliques perforés de 120 mm de diamètre, se déforment jusqu'à 200 mm sous un chargement axial de 150-250 kN (Fig. 1.2) (Schubert 1996, Moritz 1999). Les exemples d'application de ces éléments sont le tunnel de Galgenberg (Schubert 1996), le tunnel de Strenger (Budil et al. 2004) et le tunnel pilote de Semmering (Schubert et al. 2000).

Plus récemment, les éléments HDC (« Highly-deformable concrete », Fig. 1.1c) qui sont composés d'un mélange de ciment, de fibres d'acier et de particules creuses de verre peuvent se déformer jusqu'à 50 % de leur taille initiale (Fig. 1.2). L'effondrement des blocs compressibles à une valeur prédéfinie (5 - 25 MPa) fournit une déformation souhaitée. Ces éléments ont été appliqués avec succès dans le tunnel de base de Lotschberg (Richard et al. 2006) et dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte dans le cadre du projet Lyon-Turin (Thut et al. 2006).

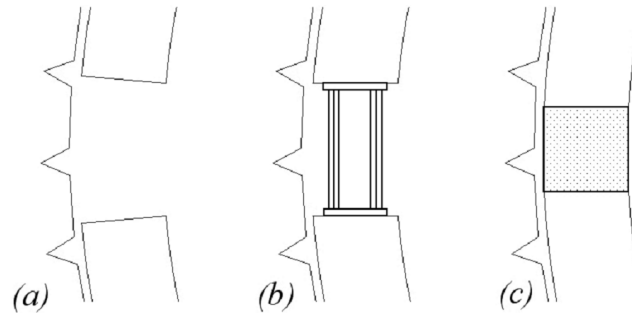


Fig. 1.1 Coque de béton projeté avec (a) saignées vides (b) éléments LSC (c) éléments HDC (Anagnostou et Cantieni 2007)

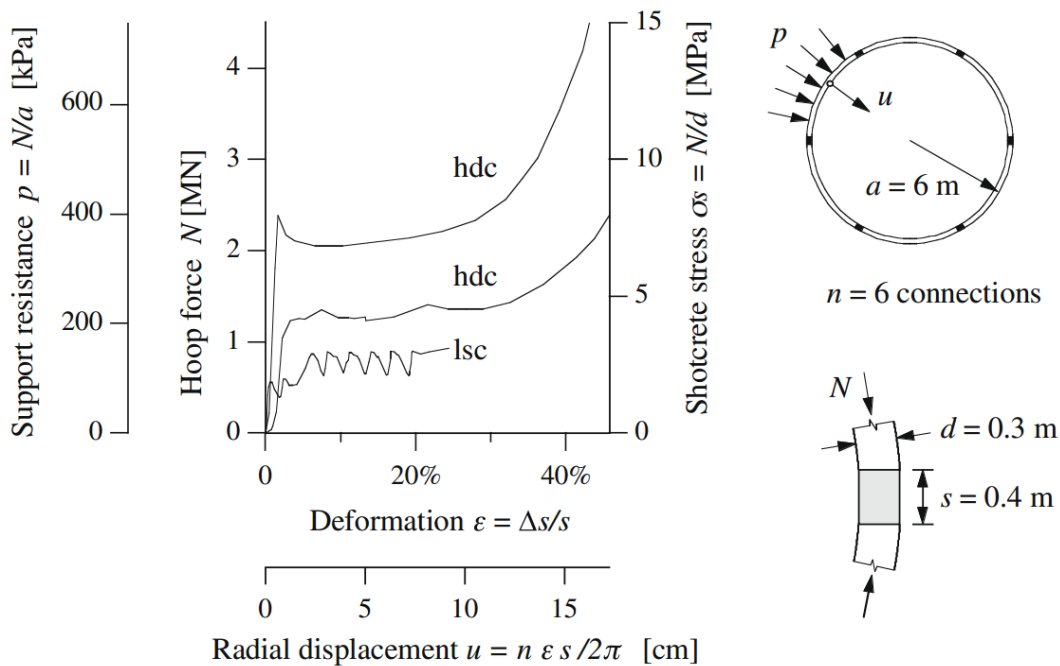


Fig. 1.2 Courbe de mise en charge des éléments LSC (selon Schubert et al. 1996) et des éléments HDC avec la résistance en compression simple variant entre 5-7 MPa (Thut et al. 2006)

1.4.2 Méthode mécanisée

L'utilisation d'un tunnelier dans un terrain poussant pose des difficultés dans la façon d'opérer la machine et présente des risques d'obstruction liés à la convergence excessive du terrain. Une convergence est supérieure à 5 % est considérée comme problématique (Kovari 1986).

En général, l'instabilité du front de taille est assez bien contrôlée. Dans les phases d'arrêt, la présence de la tête de forage joue un rôle de soutènement. Dans les phases d'avancement, l'instabilité de la surface est excavée et fait partie de l'opération de coupe. Cependant, l'extrusion très importante peut conduire à des difficultés pour contrôler la direction de la machine (Barla 2001). Le traitement du terrain à partir du tunnelier ou d'une galerie pilote est une solution possible.

Selon le type de machine, différents scénarios de risque doivent être considérés (Ramoni et Anagnostou 2012). Avec les machines à appui radial (grippeur, bouclier à appui radial), l'effort de poussée sur la tête d'abattage est mobilisé par des patins de vérins s'appuyant radialement et directement sur le parement naturel de l'excavation. Le mauvais terrain conduit à une réduction de l'effort de poussée qui peut être insuffisant pour avancer la machine. Les boucliers (bouclier simple, bouclier télescopique) peuvent être immobilisés à cause de la grande convergence des tunnels en terrain poussant (Fig. 1.3.a). Dans la zone arrière, les problèmes principaux sont le blocage du train suiveur (Fig. 1.3b), la convergence inacceptable qui conduit à une section trop petite et la rupture du soutènement (Fig. 1.3c).



Fig. 1.3 a) blocage du bouclier (tunnel de Uluabat) b) blocage du train suiveur (tunnel du Gotthard) c) rupture des voussoirs (tunnel du Gotthard) (Ramoni et Anagnostou 2012).

La conception du tunnelier joue un rôle très important pour éviter ces risques :

- Pour le système de poussage, l'effort de poussée et le couple recommandés pour creuser un tunnel d'environ 10 m de diamètre vont jusqu'à 150 - 200 MN et 30 - 40 MNm respectivement pour les boucliers et 30 - 35 MN et 10 - 15 MNm pour les gripeurs (Ramoni et Anagnostou 2010) ;
- La tête de forage est rotative dans deux directions pour limiter le roulis, et elle peut être pourvue des molettes périphériques à la zone de coupe permettant une sur-excavation. La surcoupe peut aller de 6 - 8 cm jusqu'à 15 - 25 cm (Barla 2001) ;
- Le bouclier doit être aussi court que possible. Pour réduire la longueur effective de bouclier, on peut prévoir des articulations entre les sections de bouclier, c'est-à-dire aux jonctions entre bouclier principal et bouclier avant avec tête de forage ou vers la tête de queue. Le bouclier peut être également variable en diamètre pour éviter le blocage en cas de convergence, 3 - 6 cm avec bouclier simple et jusqu'à 10 cm avec bouclier télescopique (Ramoni et Anagnostou 2012).
- Une conception spéciale de bouclier (Walking Blade Shield) équipe un bouclier avec des lames parallèles qui peuvent bouger dans la direction longitudinale et radiale (Robbins 1997).
- La lubrification à l'extrados du bouclier par de la bentonite est une solution pour réduire la force de frottement entre la machine et le terrain (réduction de 50 % selon Gehring 1996) ;
- La dimension du train suiveur doit être suffisamment petite par rapport au diamètre de forage.

La vitesse d'avancement du front de taille influence également sur le potentiel des risques. En appliquant la loi de convergence proposée par Sulem et al. (1987), Schubert (2000) a proposé une relation entre la vitesse d'avancement et la convergence à 10 m du front de taille. Cette relation conduit à la conclusion que le risque de blocage de la machine diminue avec l'augmentation de la vitesse d'avancement. Toutefois, la maintenance d'une vitesse d'avancement élevée est très difficile. La phase d'arrêt du front est réduite grâce à l'optimisation de l'organisation du chantier. Dans les terrains très poussants, la réduction de temps pour maintenance de la machine peut être considérée pour améliorer la vitesse mais le risque de la panne de machine est plus élevée.

Les soutènements déformables dans la méthode conventionnelle présentée ci-dessus peuvent être applicables dans les tunneliers sans soutènement latéral (gripeur, aléreur) pour traverser les terrains poussants tandis que les voussoirs sont appropriés pour les boucliers (Ramoni et Anagnostou 2012). Un anneau compressible entre l'extrados des voussoirs et la limite d'excavation (« backfill ») permet d'absorber de grandes déformations du terrain en maintenant un profil de section presque constante.

1.5 Méthode d'auscultation

Contrairement aux ouvrages en surface, la stabilité et le dimensionnement d'un ouvrage souterrain sont étroitement liés au comportement du massif encaissant dont la connaissance est toujours incomplète (AFTES 1998). L'auscultation (« monitoring » en anglais) est l'ensemble des moyens mis en œuvre pour vérifier la validité des prévisions de comportement effectuées au cours de l'établissement du projet.

Le suivi des résultats de cette auscultation est effectué avec plusieurs objectifs (AFTES 2005) :

- vérifier la stabilité du chantier à court terme (mise en sécurité du chantier) ;
- adapter le soutènement ou encore modifier les techniques d'exécution ;

- appréhender le comportement réel du massif autour de l'excavation et modifier les valeurs de paramètres prises en compte dans les calculs si nécessaire afin d'améliorer les prédictions ;
- surveiller, le cas échéant, l'influence des travaux sur l'environnement ;
- garantir la pérennité de l'ouvrage à long terme.

Le choix des divers paramètres à mesurer varie selon le type d'ouvrage, la méthode d'exécution et la nature du terrain. Dans le cas d'une galerie de reconnaissance, la mesure des paramètres de déformabilité prend une importance particulière car l'un des objets d'une telle galerie est de caler la loi de comportement du massif, qui servira de base aux calculs de dimensionnement.

Les principales mesures actuellement faites de manière courante dans les tunnels sont les suivantes (CETU 1998) :

Déformation

- mesure du déplacement radial relatif en paroi (convergence « relative ») ;
- mesure du déplacement radial absolu dans le terrain (convergence « absolue ») ;
- mesure du déplacement du front de taille (extrusion) ;
- tassements et inclinométrie.

Contraintes

- pression exercée par le terrain sur le soutènement ;
- pression exercée par le soutènement sur le revêtement ;
- contraintes dans le soutènement (boulons, cintres, béton projeté) ;
- contraintes dans le revêtement (béton coffré, voussoir).

Hydrogéologie

- suivi de l'évolution des débits d'eau ;
- mesure de la piézométrie en continu.

Quand la technique d'abattage à l'explosif est utilisée en zone urbaine, des mesures de vibration sont nécessaires.

1.5.1 Mesure de déplacement

Mesure de convergence « relative »

La mesure de convergence relative consiste en la mesure de la variation de la distance entre deux points, matérialisés par des repères fixés en paroi de l'excavation, au soutènement ou au revêtement. Dans le programme d'auscultation, la mesure de convergence est l'opération la plus courante. Elle se ramène à la mesure de données géométriques simples. Les grandeurs mesurées sont de ce fait parfaitement définies et peuvent être rendues indépendantes de l'appareillage utilisé.

Elles peuvent être mises en œuvre aux divers stades de leur évolution : (1) avant la construction, son étude dans une galerie de reconnaissance donne des indications sur le comportement du terrain ; (2) puis

pendant les travaux, elles permettent de vérifier l'efficacité du soutènement ; (3) et après la mise en service, elles aident à surveiller et étudier le comportement du tunnel à long terme.

Sous la forme mathématique, la convergence est définie par :

$$C(t) = D_0 - D(t) \quad (1.1)$$

où $C(t)$ est la convergence en fonction du temps entre deux points de la paroi. D_0 et $D(t)$ sont la distance initiale et la distance mesurée au cours de temps.

Comme décrit par Sulem (1994), la convergence dépend (a) du comportement rhéologique du matériau et (b) de l'avancement du front de taille. L'effet du front de taille est prédominant à sa proximité et au delà d'une certaine distance, la convergence ne dépend que du comportement différé du terrain.

Selon la nature des problèmes posés, on peut s'intéresser à des déformations diamétrales de l'ouvrage (convergence verticale ou horizontale), à la déformation d'ensemble d'une section transversale ou à la déformation d'ensemble de l'ouvrage.

Cette mesure peut être réalisée soit à la canne télescopique pour les petites galeries soit au moyen d'un distance-mètre à fil invar ou à ruban ou par méthode optique pour les plus grandes sections.

Mesure de convergence « absolue »

Le creusement d'une excavation souterrain entraîne une redistribution des contraintes autour du tunnel en provoquant la création d'une zone décomprimée au voisinage du tunnel. Le mouvement d'un point dans cette zone peut être décomposé suivant trois directions : longitudinale, radiale et tangentielle. On a l'habitude de caractériser le mouvement par sa composante radiale qui est en général la plus significative. La convergence dite absolue qui se fait par la mesure du déplacement en paroi et à l'intérieur du massif par rapport à une référence à un point supposé fixe plus en profondeur dans le massif, permettent d'étudier l'amplitude et l'extension de cette zone décomprimée. La section instrumentée pour mesurer la convergence « absolue » consiste en des extensomètres de forage mis en place depuis la paroi du tunnel dans des forages radiaux selon différentes orientations (Fig. 1.3). Dans la pratique, la longueur des forages ne dépasse pas 50 m. Un même forage peut comporter une ou plusieurs tiges ancrées à différentes profondeurs et connectées à la tête du forage par des fils métallique ou plutôt à présent par des fibres de verre. Le déplacement suivant l'axe du forage de chaque point d'encrage des tiges par rapport à la tête d'extensomètre est transmis par l'intermédiaire du raccourcissement des fils métalliques ou fibres de verre. Les résultats de mesure sont ainsi les mouvements différentiels des points d'ancrages par rapport la tête de forage ou les déplacements radiaux différentes profondeurs si le mouvement du point d'ancrage de la tige la plus longue est négligeable.

La mesure est effectuée soit manuellement à l'aide d'une jauge de profondeur ou d'un comparateur (extensomètre manuel à tiges), soit avec des capteurs de déplacement reliés à une centrale de mesure (extensomètre à tiges avec capteur).

Mesure d'extrusion

L'extrusion est le déplacement longitudinal du noyau en avant du front de taille du tunnel en raison de la réduction du confinement quand le front de taille s'approche. L'ordre de grandeur de l'extrusion dépend des propriétés mécaniques du terrain, de la couverture, de la méthode de renforcement du noyau d'avancement et autour de la section.

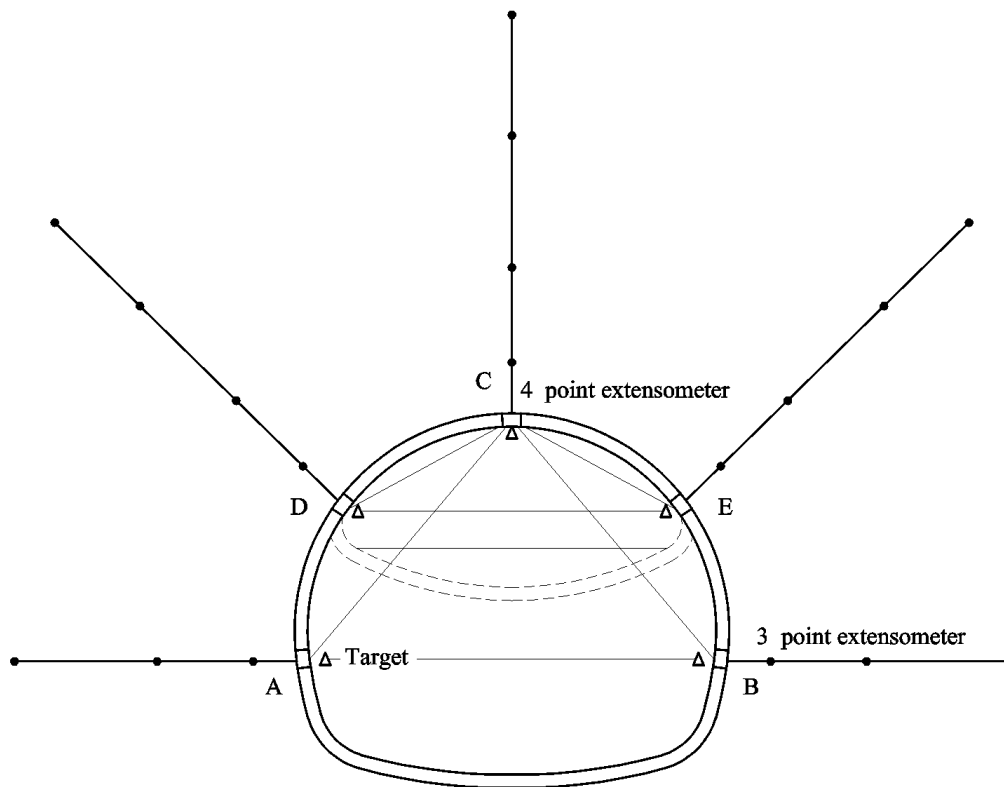


Fig. 1.3 Section instrumentée avec des extensomètres de forage et des plots de convergence (Barla 2001)

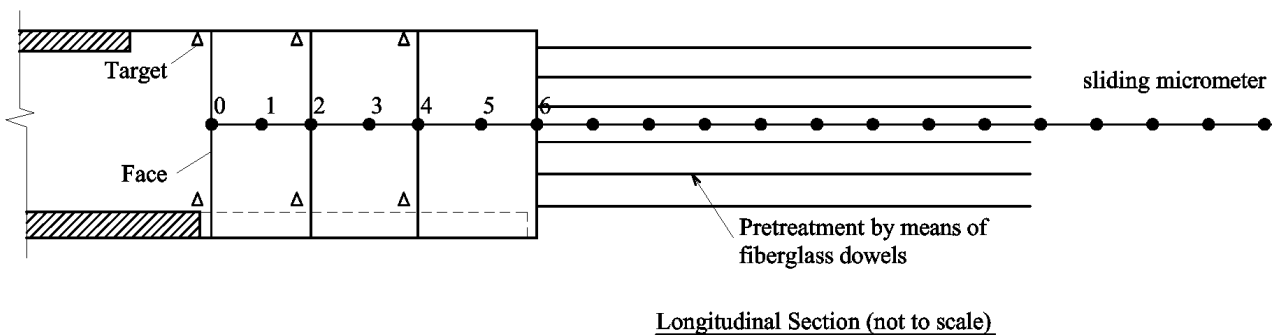
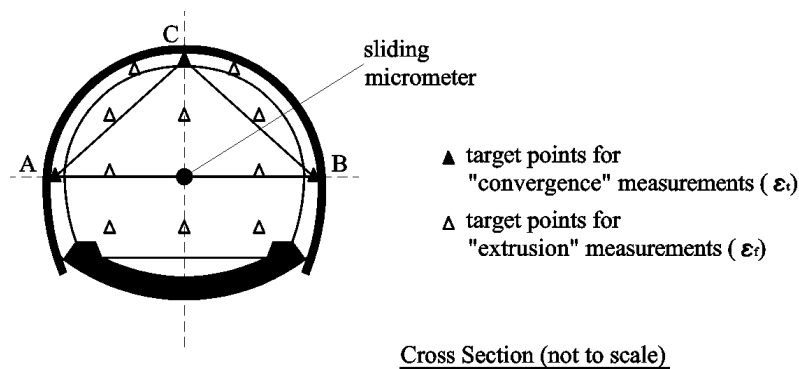


Fig. 1.4 Plots de convergence sur front de taille et extrusomètre en avant du front de taille (Barla 2001)

La mesure en fonction du temps de l'extrusion permet de contrôler la stabilité du front et donc d'adapter le soutènement provisoire, la méthode d'excavation et le soutènement final. Pendant les phases d'arrêt du

front, l'extrusion en terrain poussant peut varier de quelques centimètres à quelques décimètres. Ce phénomène ne pose pas de problème dans les tunnels excavés par la méthode conventionnelle mais peut-être la raison de l'arrêt d'un tunnelier. Par exemple, pendant la construction du tunnel Gilgel Gibe II en Éthiopie, une extrusion considérable a été enregistrée à une vitesse de 40 à 60 mm/heure après avoir rencontré une zone difficile en provoquant un repoussement du TBM en arrière environ 60 cm (Ramoni 2010).

La mesure d'extrusion se fait avec un extensomètre (que l'on nomme ici « extrusomètre ») de 2-3 diamètres de longueur installé au centre du front de taille dans la direction du tunnel et des plots de convergence (environ 8) sur le front de taille pendant les phases d'arrêt du front (Fig. 1.4). Le principe de base est de découper le forage en tronçons calibrés élémentaires de 1m, dont les variations de longueur sont mesurées périodiquement.

1.5.2 Mesure de contraintes

La conception et le dimensionnement des ouvrages souterrains se heurtent à la difficulté des prévisions des pressions de terrain sur le soutènement. L'étude du comportement du massif autour des excavations souterraines a pour principal objectif, l'analyse des interactions terrain-ouvrage.

Pour ce type d'instrumentation, il est important de connaître la position effective des capteurs par rapport aux lignes de référence de la structure, ainsi que les caractéristiques géométriques réelles de l'anneau de mesure.

Plusieurs méthodes de mesure sont utilisées : (1) la mesure directe des pressions (à l'aide de capteurs de pression totale) ; (2) la mesure indirecte des pressions (à l'aide d'extensomètres à corde vibrant fixés au soutènement).

1.6 Prise en compte du comportement différé dans la modélisation des tunnels

Dans beaucoup de cas de tunnels en terrain poussant, on a constaté que les déformations augmentaient dans le temps même dans les sections suffisamment éloignées du front.

Dans la pratique, la loi de convergence proposée par Sulem (1983) qui permet de décrire l'évolution de la convergence en intégrant à la fois l'effet de l'avancement du front et l'effet du temps, a été mise en œuvre avec succès sur plusieurs tunnels qui ont présenté des déformations différées importantes.

Dans la simulation, le comportement rhéologique différé du massif rocheux est pris en compte en considérant que les paramètres élasto-plastiques et les paramètres de résistance dépendent du temps. On distingue deux types d'approches pour la prise en compte du comportement différé du massif rocheux (Barla et al. 2007a), on peut :

- soit simuler un pseudo-comportement différé, le module de déformation étant réduit progressivement jusqu'à atteindre le module à long terme ;
- soit considérer une loi de comportement héréditaire du matériau qui peut être présentée par un modèle rhéologique de type viscoélastique ou viscoplastique ;

1.6.1 Approche semi-analytique

L'analyse des courbes de convergence doit tenir compte à la fois de la distance au front de taille x et du temps t qui s'est écoulé depuis le passage du front de taille dans la section considérée. La déformation totale peut être définie comme la somme de la partie instantanée ε_i et de la partie différée ε_d :

$$\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_d \quad (1.2)$$

Dans les premiers travaux de Panet (1979), les effets de l'avancement du front et du comportement différé sont découplés et la convergence totale est écrite sous la forme :

$$C(x, t) = C_1(x) + C_2(t) \quad (1.3)$$

Influence de l'avancement du front de taille

A proximité du front de taille, l'état des contraintes est tridimensionnel. On montre (Panet 1995) que ce problème peut être considéré avec une bonne approximation comme équivalent à un problème en déformation plane en assimilant l'effet de la proximité du front de taille à celui d'une pression fictive de soutènement.

L'avancement du front de taille modifie les conditions d'équilibre et provoque des mouvements de convergence dans les sections en arrière du front. Au delà d'une certaine distance, l'avancement du front n'a plus d'influence sur la convergence.

Dans le cas d'un milieu élastique, Panet propose pour la fonction $C_1(x)$, une évolution du type :

$$C_1(x) = C_{\infty x} \left(1 - e^{-\frac{x}{X}} \right) \quad (1.4)$$

Pour le cas d'un milieu élastoplastique, l'effet de l'avancement du front peut être représenté par la loi :

$$C_1(x) = C_{\infty x} \left(1 - \left(\frac{X}{x + X} \right)^2 \right) \quad (1.5)$$

Influence du comportement rhéologique du matériau

Durant les arrêts de front, où en dehors de la zone d'influence de front de taille, l'évolution en fonction du temps de la convergence ne dépend que du comportement rhéologique différé du matériau. Pour représenter l'évolution de la convergence en fonction du temps, la plupart des auteurs proposent une loi analytique :

- soit de type exponentiel (exemple du milieu viscoélastique de Kelvin-Voigt) :

$$C_2(t) = C_{\infty t} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (1.6)$$

- soit de type logarithmique :

$$C_2(t) = A \log \left(1 + \frac{t}{T} \right) \quad (1.7)$$

À partir de l'étude des courbes de convergences du tunnel du Fréjus, Sulem (Sulem 1983, Sulem et al. 1987a) a proposé une loi puissance sous la forme :

$$C_2(t) = A \left(1 - \left(\frac{T}{t+T} \right)^n \right) \quad (1.8)$$

Sulem a constaté que le paramètre A n'est pas constant mais évolue en fonction de la distance au front x , avec la même évolution que la fonction $C_1(x)$. Ceci conduit à l'expression suivante de la convergence :

$$C(x,t) = A_1 f(x) (1 + A_2 g(t)) \quad (1.9)$$

soit :

$$C(x,t) = C_{\infty x} \left[1 - \left(\frac{X}{x+X} \right)^2 \right] \left[1 + m \left(1 - \left(\frac{T}{t+T} \right)^n \right) \right] \quad (1.10)$$

Cette fonction dépend de 5 paramètres X , T , m , $C_{\infty x}$ et n où : T est un temps caractéristique du comportement différé du terrain ; X est un paramètre homogène à une longueur, dépendant de l'extension de la zone plastique, ainsi que de la distance d'influence du front de taille, avec $X = 0.84R_p$ (R_p est le rayon plastique) ; $C_{\infty x}$ est la convergence instantanée pour un avancement infiniment rapide ; m est le rapport entre la convergence différée et la convergence instantanée et n est un paramètre qui est souvent fixé à 0.3

1.6.2 Pseudo-comportement différé

La déformation différée du tunnel peut être simulée par un pseudo-comportement différé dans lequel le terrain poussant est représenté comme un milieu élasto-plastique équivalent dont la résistance et le module de déformation sont réduits au cours du temps. Cette approche permet de distinguer le comportement du tunnel dans deux cas limites : à court terme et à long terme, chacun étant caractérisé par des valeurs différentes des paramètres du modèle élasto-plastique utilisé.

Une façon efficace de le faire est d'adopter un modèle élastoplastique non-associé avec le critère de Hoek-Brown :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1.11)$$

où les paramètres de résistance du massif rocheux (m_b , s , a) peuvent être déduits des propriétés de la roche intacte (σ_{ci} , m_i) en utilisant l'indice GSI (Geological Strength Index) (Hoek et Brown 1997) :

$$m_b = m_i \exp \left(\frac{GSI - 100}{28} \right) \quad (1.12)$$

$$a = 0.5 \text{ et } s = \exp \left(\frac{GSI - 100}{9} \right) \text{ pour } GSI > 25 \quad (1.13)$$

$$a = 0.65 - \frac{GSI}{200} \text{ et } s = 0 \text{ pour } GSI < 25 \quad (1.14)$$

et le module de déformation peut être déterminé par la corrélation suivante :

$$E_m \text{ (GPa)} = \sqrt{\frac{\sigma_{ci}}{100}} 10^{\left(\frac{GSI-10}{40}\right)} \text{ pour } \sigma_{ci} < 100 \text{ MPa.} \quad (1.15)$$

Après avoir déterminé les paramètres correspondant au comportement à long terme et à court terme, la réponse du tunnel peut être simulée par une approche analytique (telle que la solution analytique proposée par Carranza Torres et Fairhurst 2000) ou par une approche numérique.

1.6.3 Utilisation des modèles rhéologiques

Approches viscoélastiques

Panet (1979) a pu obtenir une solution explicite de la convergence pour une galerie circulaire creusée dans un milieu viscoélastique linéaire dont le comportement est conforme au modèle de Kelvin-Voigt (Fig. 1.5a) et en supposant que l'influence du front de taille pourrait être prise en compte en faisant croître les contraintes appliquées à l'infini suivant la loi :

$$\sigma_p = \sigma_0 \left(\lambda_0 + (1 - \lambda_0) \left(1 - e^{-\frac{x}{X}} \right) \right) \quad (1.16)$$

où σ_0 représente l'état initial des contraintes supposé isotrope avant creusement, x est la distance de la section considérée au front de taille et X caractérise la distance d'influence du front de taille. Les variables x (distance au front de taille) et t (temps) peuvent être séparées dans l'expression de la convergence sous la forme :

$$C(x, t) = C_\infty - A e^{-\frac{x}{X}} + (C_\infty - A) e^{-\frac{t}{T}} \quad (1.17)$$

où T est le temps de relaxation de la roche.

Ce résultat a été appliqué à l'étude des courbes de convergence du tunnel des Quatre Chemins (Gaudin, 1981).

Goodman (1989) a considéré un tunnel circulaire non soutenu dans un milieu viscoélastique dont le comportement volumique est élastique tandis que le comportement déviatorique est caractérisé par le modèle de Burger (Fig. 1.5b). A la différence d'un modèle à recouvrance viscoélastique (Newton, Kelvin-Voigt), le modèle de Burgers est de type viscoélastique relaxant. L'état initial des contraintes est anisotrope : $p_1 = K_0 \sigma_0$, $p_2 = \sigma_0$. Le champ de contrainte autour de tunnel est le même que celui de la solution connue de Kirsh proposée pour un milieu élastique isotrope. Le déplacement radial u_r au point (r, θ) s'écrit sous la forme suivante:

$$u_r(t) = \left(A - C + B \frac{d_2}{d_4} \right) \frac{m}{p} + \left(\frac{B(d_2/G_1 - d_1)}{G_1 d_3 - d_4} - \frac{A - C}{G_1} \right) e^{-(G_1 t / \eta_1)} + B \left(\frac{d_2(1 - m/a) + d_1(m - a)}{G_2(G_1 d_3 - d_4)} \right) e^{-(a t / \eta_1)} + \frac{A - C + B/2}{\eta_2} t \quad (1.18)$$

avec :

$$A = \frac{p_1 + p_2}{4} \frac{a^2}{r} ; B = (p_1 - p_2) \frac{a^2}{r} \cos 2\theta ; C = \frac{(p_1 - p_2)}{4} \frac{a^4}{r^3} \cos 2\theta$$

$$m = G_1 + G_2 ; q = G_1 G_2 ; \alpha = \frac{3Km + q}{3K + G_2} \quad (1.19)$$

$$d_1 = 3K + 4G_2 ; d_2 = 3Km + 4q ; d_3 = 6K + 2G_2 ; d_4 = 6Km + 2q$$

Afrouz et Harvey (1974) ont comparé un certain nombre de modèles viscoélastiques et ont trouvé que le modèle de Burgers permet la représentation la plus cohérente du comportement différé des roches sédimentaires.

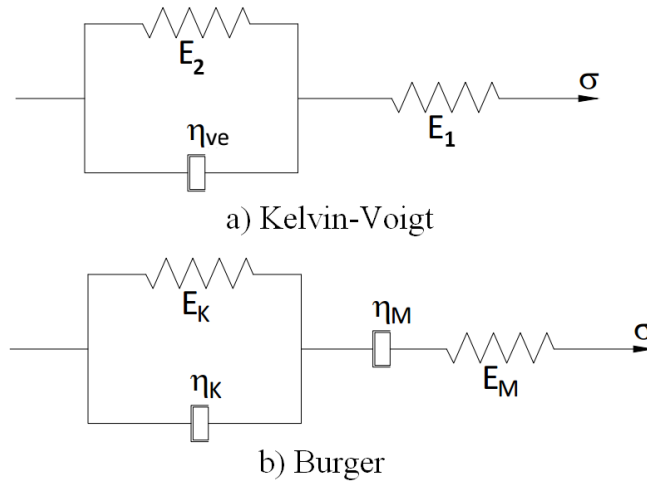


Fig. 1.5. Modèles rhéologiques viscoélastiques

Aiyer (1969) a proposé une solution pour un tunnel non-soutenu et soutenu dans une roche saline dont le comportement est caractérisé par une loi de fluage du type puissance (Obert. 1965). La solution est trouvée pour une condition donnée en paroi du tunnel en utilisant l'approche incrémentale. Phienweij et al. (2007) a adopté cette approche pour la loi de fluage de type puissance et aussi la loi de type hyperbolique (Mesri et al. 1981). Cette solution donne un bon ajustement des courbes de convergence pour un certain nombre de tunnels comme le tunnel du Fréjus et le tunnel de Las Planas (Fig. 1.6).

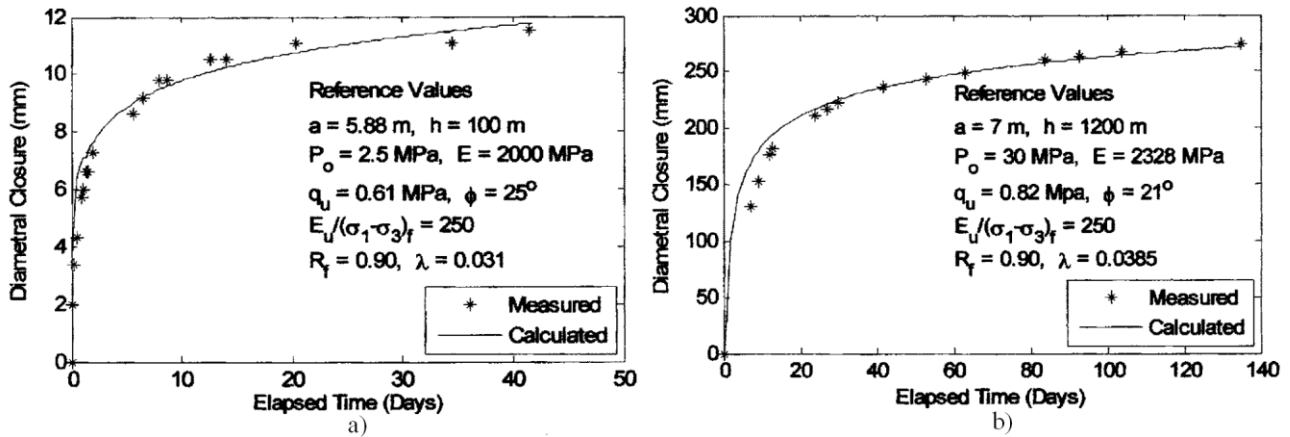


Fig. 1.6. ajustement de courbe de convergence du tunnel de Las Planas (a) et tunnel du Fréjus (b) (Phienweij et al. 2007)

Approches viscoplastiques

L'application du modèle viscoélastique est limitée à un nombre assez faible de situations réelles. Pour interpréter les déformations différées dues à l'évolution de la zone décomprimée autour des tunnels en terrain poussant, les modèles viscoplastiques sont préférés. Toutefois, les solutions explicites en milieu viscoplastique sont assez rares dans la littérature.

Bérest et Nguyen Minh (1983) ont proposé un modèle de calcul des effets de creusement et de la pose d'un revêtement qui tient compte d'un comportement viscoplastique du massif. Le modèle élasto-viscoplastique de Bingham associe en série un élément de Saint-Venant et un élément de Newton (Fig. 1.7a). Le modèle original de Bingham n'est qu'un seuil de contraintes au-delà duquel les déformations se développent. La vitesse de déformation totale est la somme de la vitesse de déformation élastique et de la vitesse de déformation viscoplastique :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_{vp} \quad (1.20)$$

Le critère viscoplastique ne dépend que de l'écart entre les contraintes principales extrêmes (critère de Tresca). La vitesse de déformation viscoplastique est donc

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \frac{1}{\eta} (\sigma_\theta - \sigma_r - 2C) \quad (1.21)$$

Le remplacement des déformations élastiques dans la loi de comportement élastique et puis dans l'équation d'équilibre conduit à l'équation différentielle

$$r \frac{du}{dr} + u = \frac{1-2\nu}{2G} \left(2r\Delta\sigma_r + r^2 \frac{d\Delta\sigma_r}{dr} \right) \quad (1.22)$$

Tant que le taux de déconfinement est inférieur à la valeur critique $\lambda_e = \frac{C}{\sigma_0}$ pour le critère de Tresca, le massif reste entièrement dans le domaine élastique. Lorsqu'une zone plastique apparaît, son rayon R_{vp} évolue en fonction du temps. Le déplacement radial à la paroi est donné par l'expression :

$$\frac{2G}{\sigma_0} \frac{u_r}{R} = -(1-2\nu)\lambda + 2(1-\nu)\lambda_e \left(\frac{R_{vp}}{R} \right)^2 \quad (1.23)$$

Fritz (1984) a utilisé également le modèle de Bingham mais avec le critère de Mohr-Coulomb pour développer une solution explicite pour les champs de contraintes et de déplacements autour d'un tunnel circulaire en milieu élasto-viscoplastique.

Le modèle de Bingham conduit généralement à une décroissance trop rapide de la vitesse de convergence. Lombardi (1977) a utilisé un modèle composé de deux modèles de Bingham en série (Fig. 1.7b), ce qui lui permet d'introduire un critère de résistance maximale et un critère de résistance ultime. Le domaine compris entre deux critères correspond au fluage. Ce modèle donne un très bon accord avec les mesures de convergence faites sur une période de 125 jours dans tunnel routier du Saint-Gothard.

Pour prendre en compte le comportement différé des tunnels, le modèle de type élasto-plastique visqueux CVISC a été développé par Itasca. Il découle de celui de Burgers et comprend, en plus de ce dernier, un patin plastique de type Mohr-Coulomb (Fig. 1.7c). La loi d'écoulement associée permet de

calculer des déformations plastiques irréversibles qui se développent instantanément puis au cours du temps. L'application de cette loi conduit à considérer les paramètres de viscosité qui permet de passer d'un état d'équilibre à court terme à un nouvel état d'équilibre qualifié de long terme. Ce modèle est largement appliqué sur des cas pratiques d'ingénierie, notamment en travaux souterrains.

Afin de prendre en compte le fluage tertiaire (la phase accélérée conduisant à la rupture du matériau), le modèle de type viscoélastique-viscoplastique 3SC (« Three stages creep ») a été proposé par Godia and Cividini (1996). Le modèle 3SC simplifié comprend un élément de Kevin-Voight connecté en série avec un élément de Bingham (Fig. 1.7d).

Plus récemment, le modèle SHELVIP (« Stress Hardening ELastoVIscoPlastic ») a été développé par Debernardi et Barla (2009) pour caractériser le comportement du terrain très poussant. Ce modèle est formulé à partir de la théorie de Perzyna et d'une loi viscoplastique à potentiel. Une simulation satisfaisante des mesures de convergences dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte a été réalisée avec ce modèle (Barla et al. 2011b).

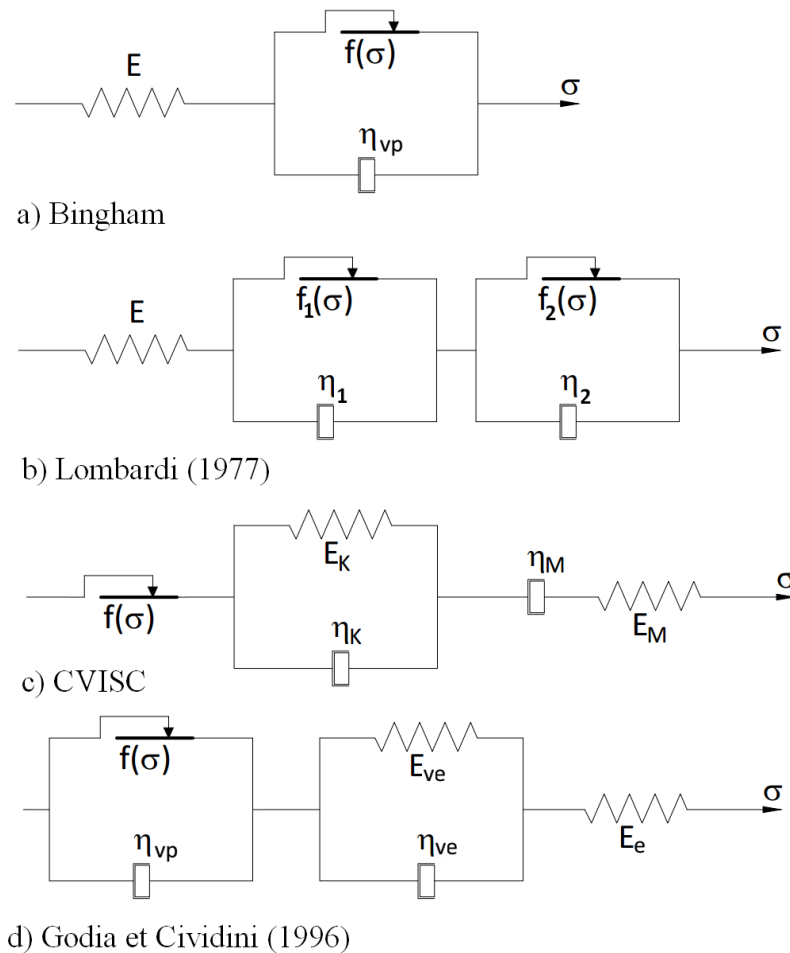


Fig. 1.7 Modèles rhéologiques viscoplastiques

1.7 Prise en compte de l'effet anisotrope dans la modélisation des tunnels

L'anisotropie d'un massif rocheux résulte de l'existence de directions privilégiées occasionnées soit lors de sa formation (stratigraphie, foliation, schistosité) soit lors de mouvements tectoniques ayant conduit à des familles de discontinuités (failles, diaclases).

1.7.1 Elasticité anisotrope

L'anisotropie d'un massif rocheux résultant de la foliation des roches sédimentaires (dépôt de grains et de particules en couches successives) ou de la schistosité, peut être prise en compte par un modèle élastique à isotropie transverse dans la modélisation du comportement des tunnels (Hefny et Lo 1999, Tonon et Amadei 2002, Bobet 2011, Kolymbas et al. 2012).

On appelle Oy l'axe privilégié perpendiculaire à la discontinuité, Ox et Oz les axes orthogonaux dans le plan de discontinuité (Fig. 1.8). En posant $E_y = E_v$, $E_x = E_z = E_h$, $\nu_{xy} = \nu_{yz} = \nu_{vh}$, $\nu_{xz} = \nu_h$,

$G_{xy} = G_{yz} = G_{vh}$ et $G_{xz} = G_h = \frac{E_h}{2(1 + \nu_h)}$, la relation constitutive s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_h} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & -\frac{\nu_h}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & \frac{1}{E_v} & -\frac{\nu_{hv}}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_h}{E_h} & -\frac{\nu_{vh}}{E_v} & \frac{1}{E_h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{vh}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{vh}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

Dans la direction qui fait un angle θ avec l'axe privilégié Ox en tournant autour de l'axe Oz, le module de déformation E_θ est donné par la formule :

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\cos^4 \theta}{E_v} + \left(\frac{1}{G_{vh}} - \frac{2\nu_{vh}}{E_v} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{E_h} \quad (1.25)$$

Supposons que le milieu étudié possède un tel comportement isotrope transverse et que le tunnel est creusé suivant l'axe Oz comme dans la Fig. 1.8. En considérant le problème en 2D, l'écriture des contraintes, des déformations, des déplacements et des lois de comportement en coordonnées cartésiennes est plus simple. Le vecteur de déplacement est défini par $\underline{u} = (u, v)$ où u , v sont respectivement le déplacement horizontal (suivant Ox) et vertical (suivant Oy). Les tenseurs de déformation et de contrainte s'écrivent sous forme vectorielle :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} ; \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

La condition de déformation plane conduit à une simplification de la relation constitutive contrainte-déformation :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

où S_{11} , S_{12} , S_{22} , et S_{33} sont les coefficients de souplesse dépendant des paramètres mécanique du matériau :

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_h^2}{E_h}, S_{22} = \frac{1 - \nu_{vh}\nu_{hv}}{E_v}, S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{hv}(1 - \nu_h)}{E_v}, ; S_{33} = \frac{1}{G_{vh}} \quad (1.28)$$

On introduit la fonction potentielle U , appelée fonction d'Airy, pour les contraintes, telles que :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} ; \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} ; \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (1.29)$$

Alors, les équations d'équilibre sont automatiquement satisfaites. Pour que les équations de compatibilité des déformations soient aussi satisfaites, la fonction d'Airy doit vérifier l'équation bi-harmonique suivante :

$$S_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} + (2S_{12} + S_{33}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + S_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \quad (1.30)$$

Plusieurs auteurs ont utilisé la théorie de la variable complexe pour résoudre des problèmes en élasticité anisotrope. Dans cette approche, la fonction d'Airy, les contraintes et les déformations sont exprimées à l'aide de fonctions analytiques des variables complexes.

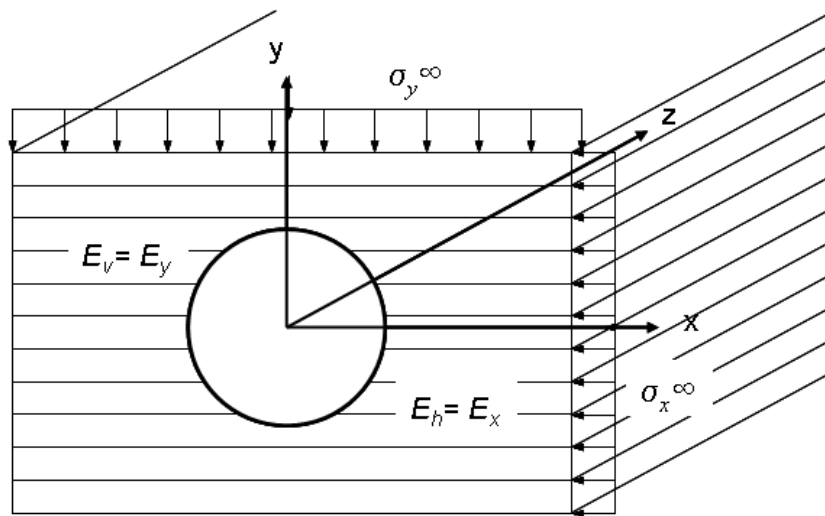


Fig. 1.8 Creusement du tunnel en milieu isotrope transverse

Solution de Green et Zerna (1968)

L'équation bi-harmonique est transformée en:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) U = 0 \quad (1.31)$$

avec :

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{S_{11}}{S_{22}} \text{ et } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{S_{33} + 2S_{12}}{S_{22}} \quad (1.32)$$

On définit ainsi deux nouvelles variables complexes $z_k (k = 1, 2)$:

$$\bar{z}_k = (\bar{z} + \bar{\gamma}_k z) \quad (1.33)$$

avec :

$$\gamma_k = \frac{\sqrt{\alpha_k} - 1}{\sqrt{\alpha_k} + 1} \quad (1.34)$$

Green et Zerna ont supposé que le fonction réelle U est la somme de deux fonctions $\Omega_1(z_1)$, fonction uniquement de la variable z_1 et $\Omega_2(z_2)$, fonction unique de la variable z_2 :

$$U = \sum_{k=1}^2 \left(\Omega_k(z_k) + \overline{\Omega_k(z_k)} \right) \quad (1.35)$$

où les fonctions $\overline{\Omega_k(z_k)}$ sont respectivement les fonctions conjuguées de $\Omega_k(z_k)$.

Le déplacement s'écrit sous forme complexe :

$$D = u + iv = \sum_{k=1}^2 \left(\delta_k \Omega'_k(z_k) + \overline{\rho_k \Omega'_k(z_k)} \right) \quad (1.36)$$

avec :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 - (1 - \gamma_1) \beta_1 & \delta_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 - (1 - \gamma_2) \beta_2 \\ \rho_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 + (1 - \gamma_1) \beta_1 & \rho_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 + (1 - \gamma_2) \beta_2 \end{aligned} \quad (1.37)$$

et où :

$$\beta_1 = S_{12} - S_{22} \alpha_1 \quad \beta_2 = S_{12} - S_{22} \alpha_2 \quad (1.38)$$

Green et Zerna ont également montré que toutes les fonctions $\ln z_k$ et z_k^{2n} satisfont automatiquement les conditions de compatibilité des déformations. Il est suffisant de vérifier les conditions limites.

Pour le cas d'une cavité circulaire dans un milieu infini, Green et Zerna ont proposé les formules suivantes pour les fonctions de contraintes :

$$\Omega_1''(z_1) = B + iC + \frac{H}{2\pi z_1} + O\left(\frac{1}{z_1^2}\right) \quad (1.39)$$

$$\Omega_2''(z_2) = B' + iC' + \frac{K}{2\pi z_2} + O\left(\frac{1}{z_2^2}\right)$$

où $O\left(\frac{1}{z_i^2}\right)$ est une fonction de $\frac{1}{z_i^2}$ qui tend vers zéro à l'infini. Les coefficients B, C, B', C', H, K sont

ensuite déterminés par les conditions limites à l'infini pour le problème d'une cavité circulaire de rayon R . La contrainte orthoradiale en paroi s'écrit alors :

- dans le cas d'une tension uniforme T à l'infini :

$$\sigma_\theta = \frac{T(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)(1+\gamma_1+\gamma_2-\gamma_1\gamma_2-2\cos 2\theta)}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)} \quad (1.40)$$

- dans le cas d'un cisaillement S à l'infini :

$$\sigma_\theta = \frac{4S(\gamma_1\gamma_2-1)\sin 2\theta}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)} \quad (1.41)$$

- dans le cas d'un moment M à l'infini :

$$\frac{b^3\sigma_\theta}{RM} = \frac{3(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)[(1+\gamma_1+\gamma_2)\sin \theta - \sin 3\theta]}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)} \quad (1.42)$$

Sur la base des travaux de Green et Zerna, Hefny et Lo (1999) ont proposé une solution pour un tunnel non-soutenu de rayon R creusé dans un milieu isotrope transverse avec un état de contrainte initiale anisotrope :

- pour la contrainte orthoradiale en paroi :

$$\sigma_\theta = \frac{4(\gamma_1+\gamma_2)-4(1-\gamma_1\gamma_2)\cos 2\theta}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)}Q_0 + \frac{2+2(\gamma_1+\gamma_2)^2-2\gamma_1^2\gamma_2^2-4(\gamma_1+\gamma_2)\cos 2\theta}{(1+\gamma_1^2-2\gamma_1\cos 2\theta)(1+\gamma_2^2-2\gamma_2\cos 2\theta)}P_0 \quad (1.43)$$

- pour le déplacement radial (u_R) et le déplacement orthoradial (u_θ) :

$$u_R = \frac{R}{2(\gamma_1-\gamma_2)}([Q_0(\delta_1-\delta_2)+P_0(\gamma_2\delta_1-\gamma_1\delta_2)P_0]\cos 2\theta + Q_0(\rho_1-\rho_2)+P_0(\gamma_2\rho_1-\gamma_1\rho_2))$$

$$u_\theta = -\frac{R}{2(\gamma_1-\gamma_2)}[Q_0(\delta_1-\delta_2)+P_0(\gamma_1\delta_2-\gamma_2\delta_1)P_0]\sin 2\theta \quad (1.44)$$

où P_0 et Q_0 sont respectivement la partie hydrostatique et déviatorique de l'état initial de contrainte.

Solution de Lekhnitskii (1963)

Dans la solution de Lekhnitskii pour les problèmes de déformation plane, la fonction d'Airy U est exprimée par deux fonctions analytiques F_k ($k=1,2$) de deux variables complexes $z_k = (x + \mu_k y)$, $k=1,2$ où μ_k ($k=1,2$) avec ses conjugués sont les quatre racines de l'équation caractéristique :

$$S_{11}\mu^4 + (2S_{12} + S_{33})\mu^2 + S_{22} = 0 \quad (1.45)$$

En introduisant les fonctions dérivées :

$$\Phi_k(z_k) = \frac{dF_k}{dz_k} \quad (1.46)$$

les expressions des contraintes et des déplacements s'écrivent :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \mu_k^2 \Phi'_k(z_k) \\ \sigma_y &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \Phi'_k(z_k) \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 \mu_k \Phi'_k(z_k) \\ u &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 p_k \Phi_k(z_k) \\ v &= 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^2 q_k \Phi_k(z_k) \end{aligned} \quad (1.47)$$

avec :

$$\begin{aligned} p_k &= S_{11}\mu_k^2 + S_{12} \\ q_k &= S_{12}\mu_k + \frac{S_{22}}{\mu_k} \end{aligned} \quad (1.48)$$

Afin de résoudre le problème des cavités de section elliptique, la recherche du potentiel nécessite l'application de la méthode de transformation conforme (conformal-mapping). Il s'agit d'une transformation affine de la région considérée à une autre configuration sur laquelle la section elliptique initiale se transforme en une section circulaire. La fonction de transformation s'écrit ($k = 1, 2$) :

$$z_k = \frac{a - i\mu_k b}{2} \zeta_k + \frac{a + i\mu_k b}{2} \frac{1}{\zeta_k} \quad (1.49)$$

et

$$\zeta_k = \frac{z_k + \sqrt{z_k^2 - a^2 - \mu_k^2 b^2}}{a - i\mu_k b} \quad (1.50)$$

où a et b sont respectivement le grand axe et le petit axe de l'ellipse.

Les fonctions Φ_k prennent la forme suivante :

$$\Phi_1(z_1) = A_1 \ln \zeta_1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\bar{\beta}_m - \mu_2 \bar{\alpha}_m}{\mu_1 - \mu_2} \zeta_1^{-m} \quad (1.51)$$

$$\Phi_2(z_2) = A_2 \ln \zeta_2 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\bar{\beta}_m - \mu_1 \bar{\alpha}_m}{\mu_1 - \mu_2} \zeta_2^{-m}$$

où α_m, β_m sont les constantes connues, complexes en général, qui dépendent de la contrainte appliquée en paroi du tunnel. Les constantes A_k dépendent du vecteur principal de la force externe. Pour les problèmes d'excavation de tunnels courants, les constantes A_k sont nulles. Lekhnitskii a présenté 3 cas spéciaux de condition de chargement (Fig. 1.9) :

- pression uniforme q à l'intérieur de la cavité :

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1 = -\frac{qa}{2}, \bar{\beta}_1 = -i\frac{qb}{2} \\ \bar{\alpha}_m = \bar{\beta}_m = 0 \quad \text{for} \quad m \geq 2 \end{cases} \quad (1.52)$$

- contrainte tangentielle uniforme t en paroi de la cavité :

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1 = \frac{tbi}{2}, \bar{\beta}_1 = -\frac{ta}{2} \\ \bar{\alpha}_m = \bar{\beta}_m = 0 \quad \text{for} \quad m \geq 2 \end{cases} \quad (1.53)$$

- extension p , dans la direction φ , par rapport à l'horizontale, à l'infini :

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1 = -\frac{p \sin \varphi}{2} (a \sin \varphi - ib \cos \varphi), \\ \bar{\beta}_1 = \frac{p \cos \varphi}{2} (a \sin \varphi - ib \cos \varphi), \\ \bar{\alpha}_m = \bar{\beta}_m = 0 \quad \text{for} \quad m \geq 2 \end{cases} \quad (1.54)$$

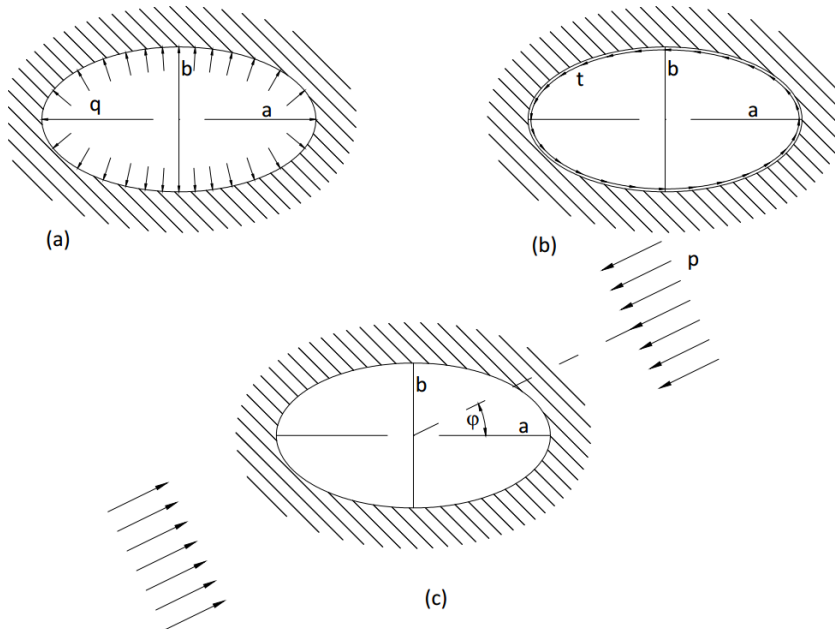


Fig. 1.9 Cavité elliptique considéré par Lekhnitskii

Récemment, la solution de Lekhnitskii a été étendue pour le cas du tunnel soutenu excavé dans un milieu poro-élastique anisotrope (Bobet 2011).

1.7.2 Joints rocheux

Lorsqu'on observe un massif rocheux d'origine sédimentaire ou un massif dans une zone ayant subi des actions tectoniques, le caractère le plus évident est la présence de surfaces de discontinuités. Ces discontinuités sont de nature et d'origine différentes, et sous certaines sollicitations, n'assurent pas la continuité des déformations normales et tangentielles. En géologie on les regroupe par catégories :

- La stratification : ce sont les surfaces qui délimitent les strates des roches sédimentaires. Elles sont caractérisées par une très grande extension, et parfois par la présence de matériaux argileux leur conférant une faible résistance au cisaillement.
- Les diaclases : elles représentent des discontinuités séparant deux compartiments sans mouvement relatif apparent.
- Les failles : elles résultent d'un mouvement relatif entre les deux compartiments qu'elles séparent. Selon le mouvement relatif des compartiments, on distingue les failles normales, inverses ou de décrochement.
- La schistosité : d'origine tectonique, les plans de schistosité matérialisent le débit des roches en feuillets parallèles sous l'action de contraintes tectoniques. Les plans de schistosité reflètent souvent le fait que des micas sont réorientés, ont cristallisé ou recristallisé à plat sur ces plans. À ce titre, la schistosité est souvent caractéristique des roches métamorphiques par la venue de minéraux de néoformation. La schistosité existe presque systématiquement dans des roches qui ont été déformées (plissements, zones de failles) sous une pression lithostatique suffisante. La schistosité est donc un plan d'anisotropie mécanique, typiquement parallèle au plan axial des plis (on parle alors de pli synschisteux).

Bien que souvent, en milieu faillé ou plissé, cette hypothèse peut être remise en cause, on admet généralement que les discontinuités sont assimilables à des plans. Dans les descriptions géologiques, l'orientation des joints peut être représentée par deux paramètres : azimuth (α) et pendage (β). L'intersection du plan des joints avec le plan horizontal définit une ligne faisant un angle α avec le Nord et la ligne de plus grande pente dans le plan du joint fait un angle β avec l'horizontale (Fig. 1.10). L'orientation du joint peut aussi se caractériser par l'orientation du vecteur normal \underline{n} au plan du joint appelé « pôle ». Bieniawski (1984) a évalué l'influence de l'orientation des discontinuités sur l'opération de l'excavation et du comportement du tunnel (Tab. 1.3).

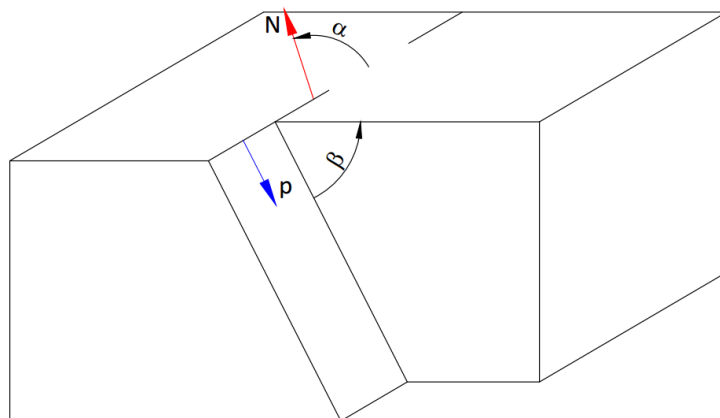


Fig. 1.10 Représentations géométrique d'une discontinuité

Tab. 1.3 Evaluation de l'orientation des discontinuités par rapport à l'axe du tunnel

azimut (α)	pendage (β)	évaluation
Direction perpendiculaire à l'axe du tunnel creusé dans le sens du pendage	45° – 90° 20° – 45°	très favorable favorable
Direction perpendiculaire à l'axe du tunnel creusé dans le sens inverse du pendage	45° – 90° 20° – 45°	moyen défavorable
Direction parallèle à l'axe du tunnel	45° – 90° 20° – 45°	très favorable moyen
Pour tous les cas	0° – 20°	moyen

La surface des discontinuités n'est pas forcément lisse mais peut être rugueuse et elle est alors caractérisée par le coefficient de rugosité de joint (JRC). La rugosité a un effet déterminant sur les propriétés mécaniques des discontinuités. Les discontinuités peuvent être vides ou colmatées (remplies de matériaux). L'ouverture des discontinuités varie de quelques mm à plusieurs mètres.

Au niveau de la modélisation mécanique, les discontinuités sont caractérisées par deux propriétés fondamentales : (1) faible épaisseur : les discontinuités se représentent sous forme de couches d'épaisseur très faible et négligeable devant les autres dimensions du problème ; (2) grande déformabilité : la déformabilité des matériaux constituant la discontinuité est très grande devant celle de la matrice.

Les propriétés mécaniques des joints se définissent par une loi du comportement des joints qui donne la relation entre le vecteur contrainte du joint $\underline{\sigma}$ et le vecteur déplacement relatif \underline{u} entre deux lèvres du joint. Le vecteur contrainte $\underline{\sigma}$ (resp. déplacement \underline{u}) se décompose en une partie normale $\underline{\sigma}_n$ (resp. \underline{u}_n) et une partie tangentielle $\underline{\tau}$ (resp. \underline{u}_t). Différents modèles de comportement de joints ont été proposés dans la littérature.

Dans le domaine élastique et en petite déformation, la loi de comportement de joint s'exprime sous forme d'une relation linéaire :

$$\underline{\sigma} = \mathbf{K}\underline{u} \quad (1.55)$$

où \mathbf{K} est la matrice de rigidité du joint qui doit être une matrice définie-positive ($\frac{1}{2} \underline{u}^t \mathbf{K} \underline{u} > 0; \forall \underline{u} \neq \mathbf{0}$).

Il s'agit dans le cas général d'une matrice 3x3. Dans le cas des représentations bidimensionnelles, on écrit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_n \\ \tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{nn} & K_{nt} \\ K_{tn} & K_{tt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ u_t \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

où K_{nn} et K_{tt} sont respectivement la rigidité normale et tangentielle. $K_{tn} = K_{nt}$ exprime l'effet de dilatance du joint.

Dans le modèle élastoplastique du joint, le vecteur déplacement \underline{u} du joint peut présenter une partie plastique, et se décompose en :

$$\underline{u} = \underline{u}^e + \underline{u}^p \quad (1.57)$$

Le déplacement élastique \underline{u}^e est calculé comme ci-dessus. Le déplacement plastique \underline{u}^p est donné par la loi d'écoulement faisant intervenir le critère de plasticité f et le potentiel plastique g :

$$\begin{cases} \dot{\underline{u}}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \\ \lambda = 0 \quad \text{si } f < 0 \text{ ou si } f = 0 \text{ et } \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} \dot{\underline{\sigma}} < 0 \\ \lambda \geq 0 \quad \text{si non} \end{cases} \quad (1.58)$$

Un grand nombre de critères de plasticité peut être trouvé dans la littérature (Patton 1966, Ladanyi et Archambault 1970, Barton 1973, Barton et Choubey 1977, Hoek 1983), par exemple, le critère de Coulomb :

$$f(\sigma_n, \tau) = |\tau| + \sigma_n \tan \varphi_j - c \quad (1.59)$$

où c est la cohésion du joint qui correspond au cisaillement minimal conduisant à la rupture du joint sous contrainte normale nulle et φ_j est l'angle de frottement du joint.

On peut distinguer deux grandes catégories de méthodes pour modéliser des massifs rocheux qui contiennent des joints : l'approche par milieu discontinu et l'approche par milieu continu. Dans la première approche, les joints sont représentés explicitement et leur comportement peut être modélisé de manière rigoureuse. Cependant un nombreux important de joints conduit à un temps de calcul élevé. Dans la deuxième approche, le massif rocheux fracturé est représenté par un milieu continu équivalent. Cette approche permet de simplifier la description géométrique du milieu. La difficulté de cette approche réside dans la détermination des caractéristiques équivalentes.

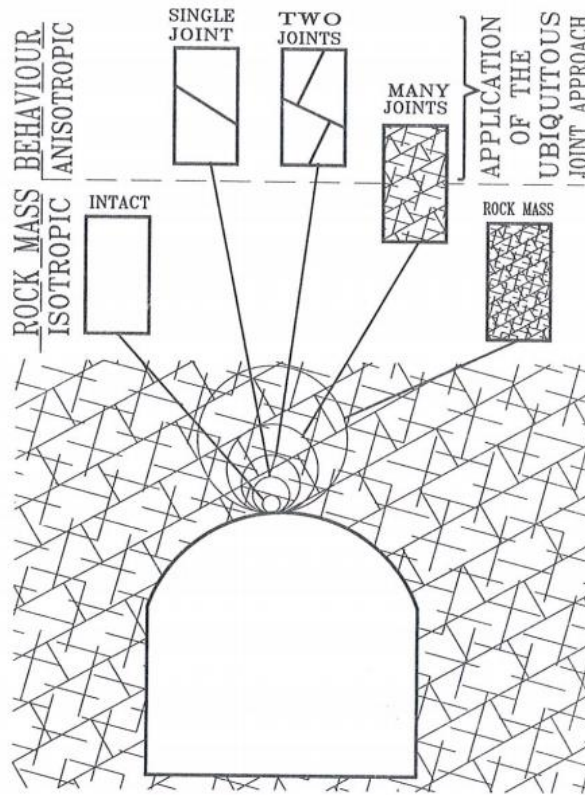


Fig. 1.11 Domaine d'application de l'approche « ubiquitous joints » (Kazakidis and Diederichs 1993)

L'échelle de l'ouvrage est un facteur important dans le choix de l'approche de modélisation. En particulier, si l'espace entre les joints est faible par rapport aux dimensions de l'ouvrage, le modèle « ubiquitous-joint » (« joints omniprésents » en français) peut être appliqué (Fig. 1.11). Dans ce modèle, seule la direction des joints est définie et non leur position et le glissement le long des joints peut se produire en tout point du massif rocheux. Ce modèle a été implémenté dans plusieurs logiciels de calcul géotechnique pour modéliser le comportement anisotrope du massif rocheux et a été utilisé dans l'analyse numérique du comportement anisotrope des tunnels tels que par exemple, le tunnel d'Envalira dans les Pyrénées (Plana et al. 2004), la descenderie de Saint-Martin-La-Porte (Russo et al. 2009), le tunnel de Guanyin (Wang et al. 2011).

1.8 Conclusion

Le comportement poussant qui se manifeste à grande profondeur dans certaines roches pose des problèmes d'exécution difficiles. L'adaptation et l'optimisation des méthodes de creusement et de conception des soutènements nécessitent une bonne connaissance du comportement du terrain et des mécanismes en jeu lors de l'excavation. Des techniques efficaces existent et ont été rappelées dans ce chapitre. On précise en particulier les raisons de l'inefficacité des soutènements raides et pourquoi les soutènements souples, qui autorisent la convergence sans se rompre, sont judicieux.

L'auscultation est un outil indispensable pour l'optimisation des conditions de réalisation et le suivi de l'ouvrage. Les données recueillies sont indispensables au calage des paramètres des modèles, à leur validation et à leur amélioration.

La modélisation du terrain du poussant doit prendre en compte à la fois le comportement différé et anisotrope du massif.

Plusieurs approches ont été proposées pour caractériser le comportement différé du tunnel :

- loi de convergence de Sulem permet de décrire l'évolution de la convergence en intégrant à la fois l'effet de l'avancement du front et les effets différés ;
- l'approche de pseudo-comportement différé peut être intégrée facilement dans une solution analytique ou numérique, mais la détermination du taux de dégradation reste délicate ;
- des lois de fluage permettant de caractériser le comportement différé existent dans la littérature pour différents cas d'étude. Elles sont le plus souvent adaptées à un comportement isotrope. Un modèle qui prend en compte à la fois les phénomènes différés et l'anisotropie n'existe pas à l'heure actuelle.

Le comportement anisotrope du tunnel peut être pris en compte par :

- un modèle élastique anisotrope : des solutions analytiques n'ont été proposées que pour un tunnel de section circulaire ou elliptique en utilisant la théorie des variables complexes. L'extension de cette théorie pour les situations plus complexes est envisagée dans la suite de ce travail ;
- l'approche pseudo-discontinue « ubiquitous-joint » : cette approche fournit un moyen d'approximation pour la modélisation des massifs rocheux à l'échelle de l'ouvrage en permettant de prendre en compte une direction de plans de faiblesse mécanique de manière explicite.

CHAPITRE 2 DESCENDERIE DE SAINT-MARTIN-LA-PORTE

Ce chapitre présente un exemple intéressant de tunnel en terrain poussant, la descenderie de Saint-Martin-la-Porte excavée dans le cadre du projet Lyon-Turin. Après la présentation du contexte géologique et de la méthode de construction adoptée, l'interprétation de l'ensemble des résultats d'auscultation est abordée afin de mieux caractériser le comportement des tunnels en terrain poussant en mettant l'accent sur la confrontation des réponses anisotropes issues des différents types de mesures.

2.1 Introduction du projet

La nouvelle liaison ferroviaire Lyon-Turin est un projet de ligne de chemin de fer à grande vitesse mixte, marchandises et voyageurs à travers les Alpes, entre la France et l'Italie. Cette ligne qui se situera au centre des axes de liaison entre le Nord et le Sud ainsi qu'entre l'Est et l'Ouest de l'Europe favorisera les échanges économiques des pays européens en permettant de rééquilibrer le trafic de la route vers le rail. L'ouvrage principal prévu entre les deux pays est un tunnel de base de 57 km de long dont la durée de construction est estimée de l'ordre de 10 ans. Des travaux de reconnaissance pour le tunnel de base ont été réalisés avec notamment l'excavation de trois descenderies en France (Fig. 2.1). Parmi ces ouvrages, la descenderie de Saint-Martin-la-Porte, excavée entre 2003 et 2010, a connu de sérieux problèmes de fortes convergences des terrains, qui a nécessité de concevoir un soutènement adapté, complexe et coûteux.

La descenderie de Saint-Martin-La-Porte est le premier ouvrage à partir du portail français. Le site d'attaque de l'ouvrage est en bordure de l'Arc à 695 mètres d'altitude à l'amont du village de Saint-Martin-La-Porte. Le tracé initial de la descenderie prévoyait une direction perpendiculaire à l'axe du tunnel de base. Suite aux problèmes de convergence rencontrés, la descenderie a été réorientée à partir du PM 1500 (Fig. 2.2a). Ceci a permis une sortie plus rapide de la zone des terrains fortement tectonisés et également le placement de la base de la descenderie dans des conditions géotechniques permettant la réalisation des ouvrages nécessaires (Rettighieri et al. 2008). La descenderie avec la longueur finale de 2329 mètres comprend deux tronçons droits d'orientation différente alternant avec deux courbes et permet de rejoindre le tracé du futur tunnel de base à une profondeur de 650 mètres.

Le creusement de cette descenderie répond à plusieurs objectifs (Triclot et al. 2007) : (1) en phase préliminaire, il aide à préciser les conditions de creusement du tunnel ferroviaire dans des terrains particuliers et variés (structure et contexte géologique et géotechnique) et à évaluer les coûts et les délais ainsi qu'à prévoir les difficultés techniques pour la réalisation du tunnel de base ; (2) en phase de construction, il engage le creusement du tunnel proprement dit sur plusieurs fronts d'attaque simultanément et des accès pour les divers chantiers souterrains et la ventilation du chantier ; (3) en phase d'exploitation, il fournit des accès de ventilation et de désenfumage, des interventions de maintenance ainsi que de secours dans le tunnel de base.

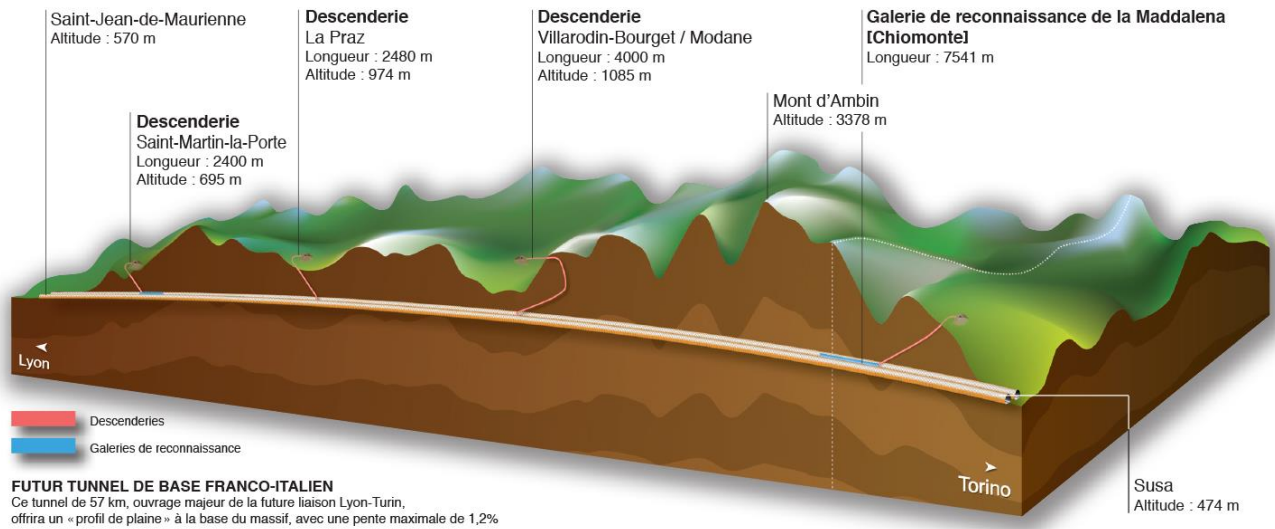


Fig. 2.1 Vue générale du tunnel de base

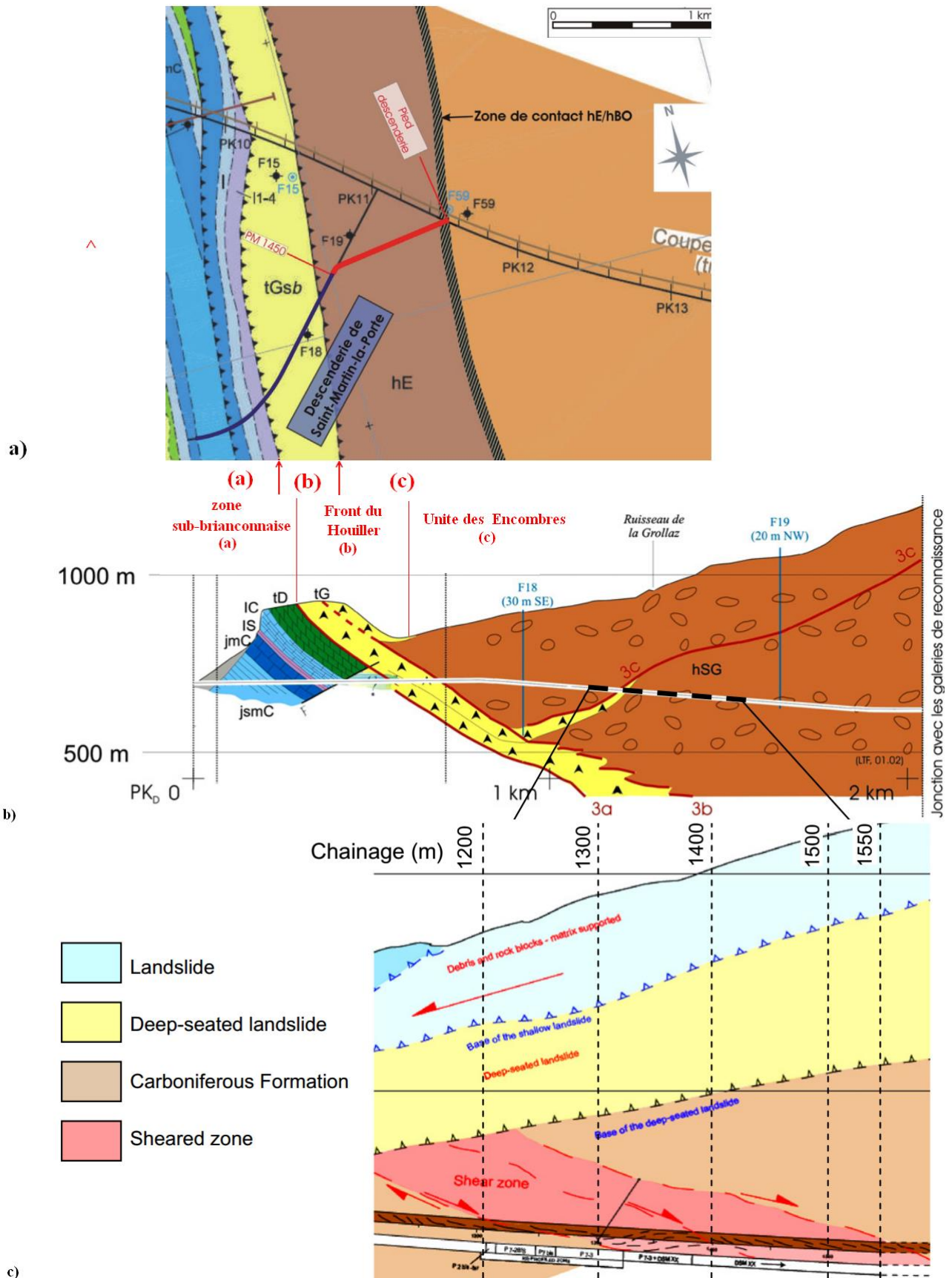
2.2 Contexte géologique

En dehors des formations superficielles récentes, les terrains rencontrés par la descenderie appartiennent aux zones structurales internes des Alpes, caractérisées par une grande complexité géologique tant lithologique que structurale. Fondamentalement, le secteur de la descenderie est caractérisé par le chevauchement de la zone Houillère briançonnaise sur la zone sub-briançonnaise par l'intermédiaire du « front du Houiller », accident tectonique constitué au niveau de l'ouvrage par des passées hectométriques d'anhydrite (Fig. 2.2, Rettighieri et al. 2008).

En particulier, l'excavation du tunnel a rencontré l'unité du Houiller productif (Unité des Encombres, hE) qui est caractérisé par une prédominance de faciès schisteux et charbonneux (45-55%) ainsi que par des faciès gréseux (40-50%) et une proportion non négligeable de niveaux broyés tectoniquement (15%) (Barla et al. 2008a, 2008b, 2010 ; Vu et al. 2013). Cette zone fortement tectonisée qui se caractérise par la juxtaposition de terrains de différentes natures, avec un degré de fracturation très élevé (plans de fracture bien développés) et par une tectonique complexe et intense, se traduit par d'importants phénomènes de terrain poussant (Fig. 2.3) :

- des convergences radiales métriques, associées à une zone décomprimée de grande épaisseur autour de la galerie ;
- un comportement différé marqué, avec une difficulté à stabiliser les déformations par des profils de soutènement classiques ;
- un comportement anisotrope coïncidant avec l'orientation préférentielle des plans de faiblesse mécanique principaux.

L'interprétation globale des données géologiques disponibles sur le site (levés de surface, sondage de reconnaissance, reconstitution géologique de la descenderie) tend à mettre en évidence l'existence d'une zone de cisaillement de forte épaisseur dans les terrains du Houiller à l'Est du front de chevauchement. Cette zone de cisaillement est marquée par une tectonisation intense du massif rocheux notamment observée à front dans la descenderie. La coupe géologique de la Fig. 2.2c montre par ailleurs l'existence probable de glissements superficiels postérieurs aux phénomènes de cisaillement.



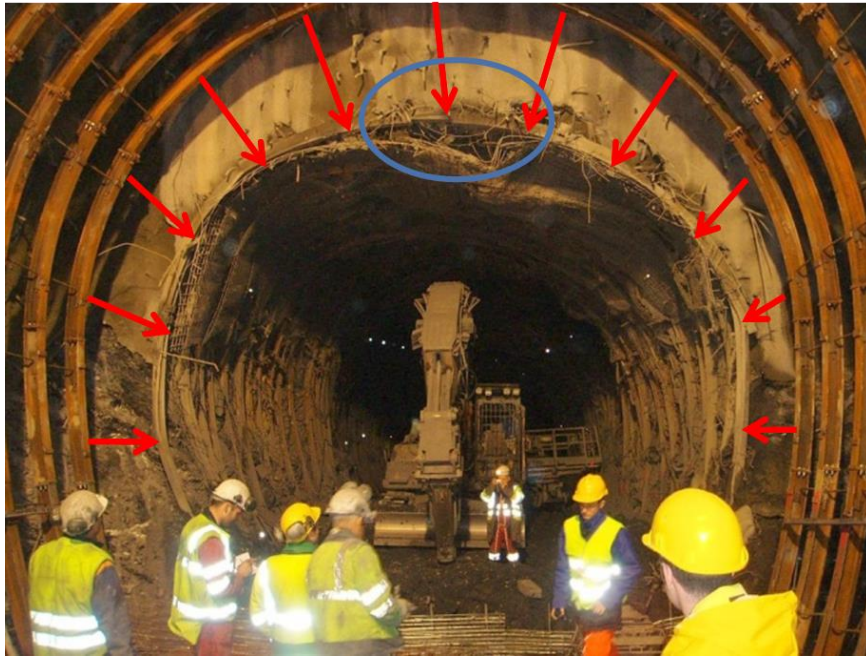


Fig. 2.3 Convergence métrique et alésage de la section initiale

2.3 Méthode d'excavation et soutènements mis en œuvre

La méthode de creusement repose sur une excavation conventionnelle à l'explosif ou à la machine à abattage ponctuel.

Le creusement dans la série de roches carbonatées et le front du Houiller n'a pas posé de problème particulier. La zone des dépôts fluvio-glaciaires, rencontrés depuis le front du houiller jusqu'au PM 912, et restant dans la zone d'influence au-dessus de la voûte jusqu'au PM 987, a été traversée en section divisée à une cadence de l'ordre de 10 m/j avec traitement des matériaux non cohérents.

Les soutènements mis en place dans l'unité des Encombres ont varié pour s'adapter aux fortes convergences rencontrées et tenir compte de l'augmentation de la hauteur de couverture. A la sortie de la zone alluvionnaire, un soutènement rigide (profil P2, Fig. 2.4a) a été d'abord mis en place à partir du PM 987. Cependant, une fissuration très forte et un flambement des cintres lourds en piédroit ont été observés en parement gauche du PM 1190 au PM 1217.

L'impossibilité de maintenir un système de soutènement rigide au delà de 250 m de profondeur a conduit à installer des soutènements souples (profil P7.2 et ses variantes P7-2b et P7bis, Fig. 2.4b ; profil P7.3, Fig. 2.4c) à partir du PM 1217 au PM 1385. Le principe de soutènement souple consiste à renforcer le terrain par un boulonnage radial dense en accompagnant la convergence du terrain par des saignées longitudinales (profil P7.2 et ses variantes) ou des cintres coulissants (profil P7.3). La géométrie de la section est en fer à cheval. La surface excavée est de 94 m² (rayon d'excavation de 5,4 m) pour une section libre finale de 63 m².

Après avoir rencontré des convergences diamétrales de l'ordre de 2 m sous des couvertures de l'ordre de 300 m, un système de soutènement déformable (profil DSM, Fig. 2.4d) a été défini et mis en œuvre à partir du PM 1385. Ce profil de soutènement est mise en œuvre en trois phases (Barla et al. 2009, Bonini et Barla 2012) :

- **1^{ère} phase** : Après avoir renforcé le noyau d'avancement par des inclusions en fibre de verre, le terrain est excavé par pas de 1 m en partie supérieure de la section (environ 3/4) et un soutènement souple est posé immédiatement en arrière du front. Ce soutènement est constitué d'une couche de béton projeté fibré de 10 cm d'épaisseur, armé d'un treillis soudé de sécurité 150x150x8 à l'intrados, d'un boulonnage systématique autour du tunnel, d'un cintre coulissant TH 44/58 tous les mètres avec épinglage au terrain et un béton projeté de blocage des pieds de cintres. Il accompagne les déformations du massif et doit absorber 40 % de la convergence totale attendue.
- **2^{ème} phase** : Un soutènement intermédiaire semi-rigide est posé à 15-20 m du front, à l'intrados du soutènement souple initial. Il est constitué d'une couche de béton projeté de 20 cm comprenant jusqu'à 9 éléments en béton compressible dans des saignées longitudinales, d'un cintre TH 44/58 tous les mètres. Il est fermé en radier par une contre-voûte et supporte les convergences diamétrales supplémentaires à celles produites en 1^{ère} phase tout en apportant un confinement suffisant pour contrôler et homogénéiser les déformations.
- **3^{ème} phase**: Finalement, un soutènement rigide, constitué d'un anneau confortatif en béton coulé de 1 m d'épaisseur est réalisé à 80 m du front, ce qui bloque les déformations et ferme définitivement la section.

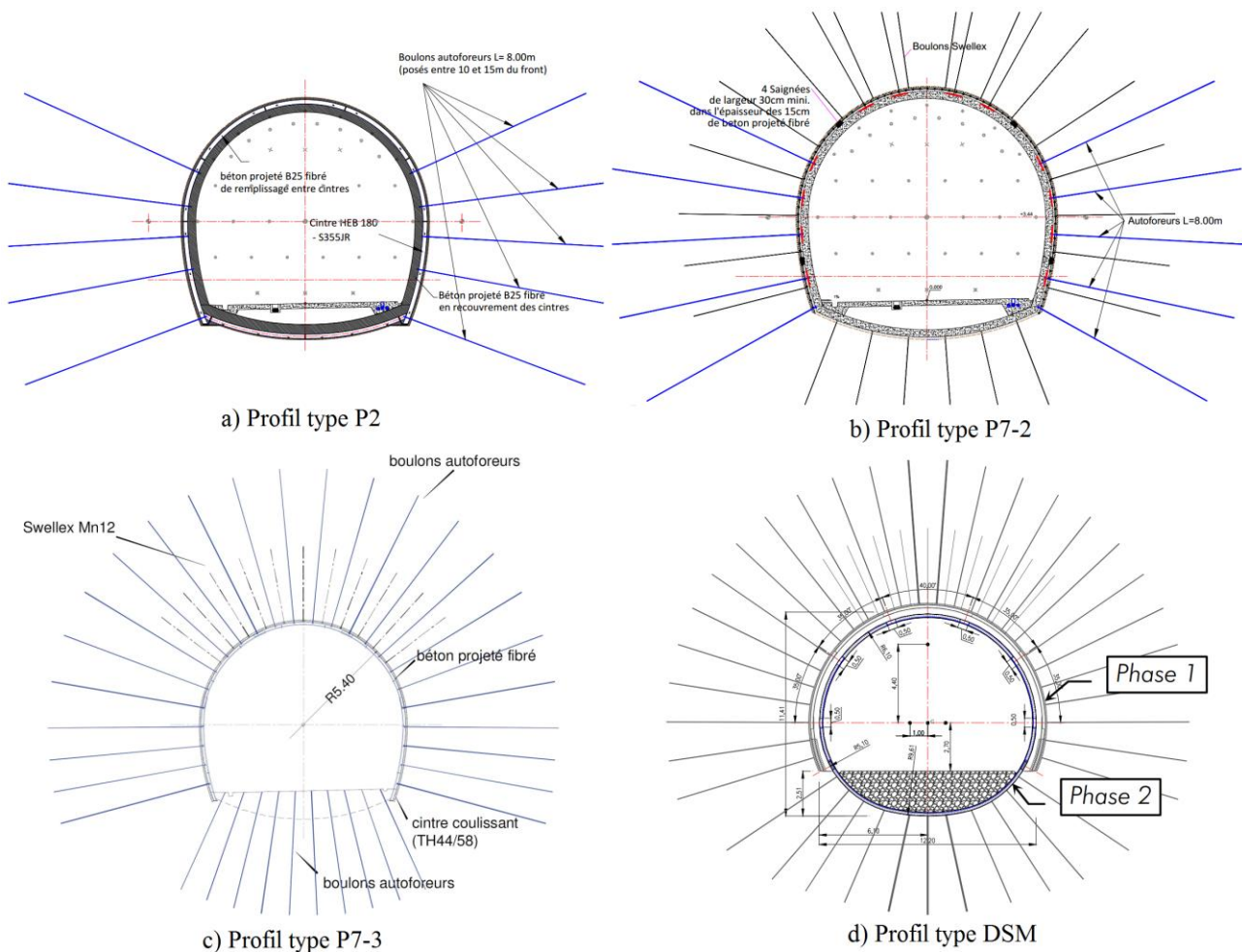


Fig. 2.4 Différents types de soutènement mis en œuvre

La géométrie de la galerie a été modifiée. La section en fer à cheval est abandonnée au profit d'une géométrie circulaire, agrandie pour tenir compte des convergences et des différentes épaisseurs des soutènements. La section excavée fait 125 m² (rayon d'excavation de 6,70 m) pour une section libre finale de 54 m².

Les blocs compressibles, insérés dans la couche de béton projeté au niveau des joints entre les cintres, ont pour but de fournir un support souple qui permet de contrôler les déformations en paroi. Ces blocs sont composés d'un mélange de ciment, de fibres d'acier et de particules creuses de verre. Les dimensions de ces éléments sont bien adaptées avec 40 cm de hauteur, 80 cm de longueur et 20 cm d'épaisseur. Les particules de verre, qui augmentent la proportion de vide du mélange, s'effondrent sous une contrainte prédéterminée en compression en permettant la déformation souhaitée de l'élément. Les blocs compressibles présentent la caractéristique majeure de se déformer jusqu'à 35 % de leur taille initiale, tout en conservant la même résistance en compression simple : une première phase de mise en compression présente une réponse pseudo élastique puis un palier plastique qui correspond à une contrainte de confinement quasi constante tout en laissant les terrains converger. De plus, le comportement est caractérisé par une phase de rigidification passé 35 % de déformation, qui peut être utilisée pour bloquer les terrains après les avoir laissés se déformer (Fig. 2.5).

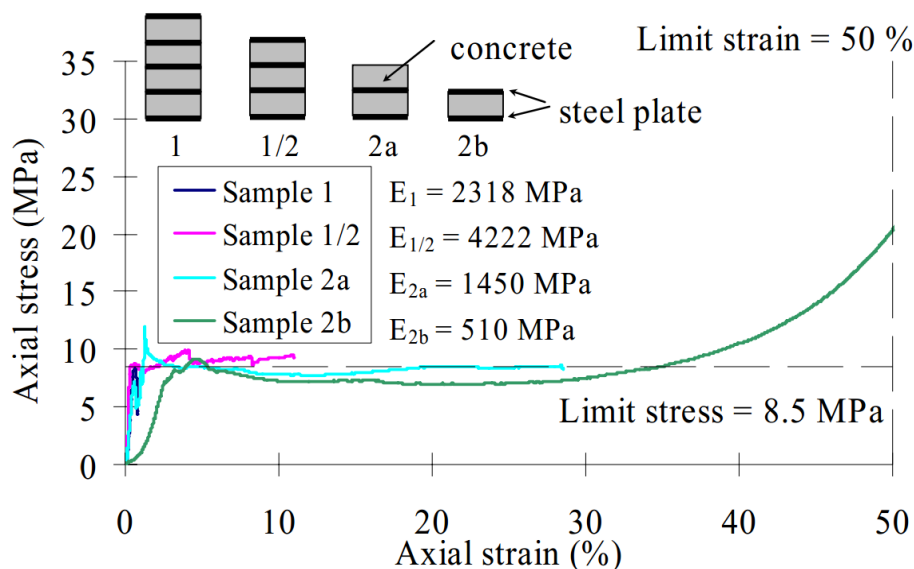
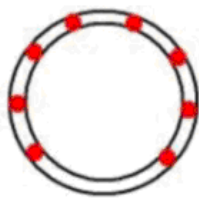
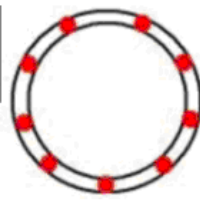
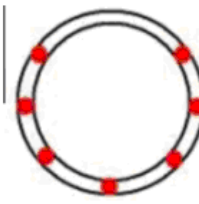
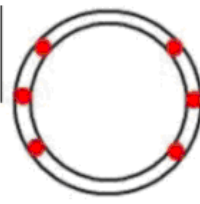
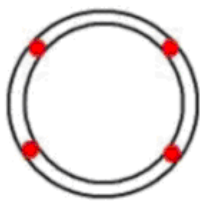
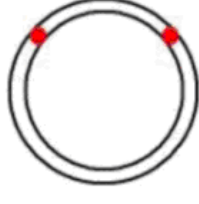
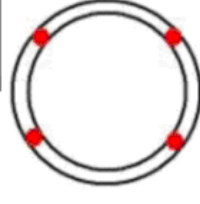
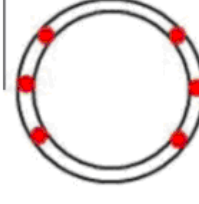
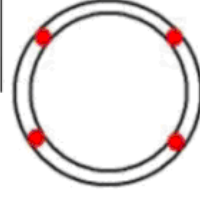
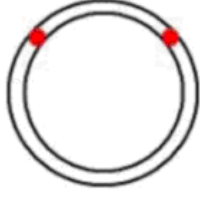


Fig. 2.5 Essai en compression simple des blocs compressibles (SolExperts 2006)

Il est prévu que la convergence contrôlée ne dépasse pas 400 mm dans la deuxième phase (Barla 2010). Le dimensionnement du soutènement souple conduit à déterminer le nombre n des blocs compressibles. En connaissant la hauteur des blocs et la déformation maximale, on peut calculer le déplacement maximal des blocs compressibles : $\Delta s = 160\text{mm}$ (40 % de 400 mm). Le déplacement du béton projeté est négligeable, le nombre n est trouvé par la relation géométrique : $n = \pi u / \Delta s \approx 8$. Ainsi le choix de 8 ou 9 blocs compressibles est raisonnable dans la zone de forte convergence. A la sortie de cette zone, le nombre et la position des blocs compressibles sont modifiés pour s'adapter à la convergence observée et éviter la sur-excavation dans la descenderie (Tab 2.1).

Tab 2.1. Nombre et position des blocs compressibles (Bonini et Barla 2012)

Chainage	1325–1444	1445–1601	1602–1715	1716–1747	1748–1777
Number	8	9	7	6	4
Position					
Chainage	1778–1784	1785–1820	1821–1853	1854–1886	1887–1915
Number	2	4	6	4	2
Position					

De manière schématique, les différents profils mis en œuvre dans la descenderie sont récapitulés dans le Tab 2.2.

Tab 2.2. Récapitulatif des soutènements appliqués dans la descenderie de SMLP

Profil type	volée (m)	Voûte parapluie	Fibres de verre		Boulons		Cintre type/m	Béton projeté	revêtement (cm)/ distance au front (m)
			n.	longueur (m)/chevauchement	type/longueur (m)/(n/ml)	distance au front (m)			
P2	1-2	-	52 40	15/9 24/18	AF 8/8 en rein et piédroits	10-15	HEB180 /1.0m	30 cm	-
P7-2, P7-2b, P7bis	1	15–25 SW ou AF 6–8m	-	-	HA 5/110 AF 8/12+ HA 5/4	0 10	-	15 cm + 4 saignées	20/40
P7-3	1	20AF 8m tous les 2m	-	-	SW 4/10 en voûte AF 8/24 en voûte et piédroits AF 4/10 en radier		TH 44-58 /0.5m	5-10 cm + treillis soudé 150x150x8	30/40
DSM phase 1	1	-	-	-	SW 4/10 en voûte AF 8/26 en voûte et piédroits AF 8/11 en radier		TH 44-58 /1.0m	10cm+ treillis soudé 150x150x8	-
DSM phase 2	1	-	-	-	-	-	TH 44-58 /1.0m	20 cm + blocs compressibles	100/80

Notation : AF – Boulon auto-foreur, SW – boulons de sécurité swellex, HA – Boulons HA

2.4 Programme d'auscultation

Le creusement de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte est associé à un programme important d'auscultation et de mesures géotechniques. En plus des mesures de déplacements en paroi, des mesures de déplacements à l'intérieur du massif ainsi qu'en avant du front de taille sont réalisées pour analyser le comportement du terrain. Des mesures de déformations des blocs compressibles et des mesures de contraintes dans le soutènement et le revêtement sont également effectuées pour évaluer la réponse du support (Tab. 2.3) :

1. afin de suivre les déformations dans le temps, des sections régulièrement espacées de 5 m sont équipées en paroi de 5 ou 7 plots de mesures de convergence. Les 5 plots sont situés dans la demi-section supérieure, la corde 1-5 étant quasi horizontale et diamétrale. Les mesures initiales sont faites, sauf exception, à moins de 3 m du front de taille ;
2. la mesure des déplacements dans le massif autour de tunnel est réalisée en utilisant des extensomètres de forage, mis en place dans des forages radiaux d'une profondeur de 9 à 24 mètres. Un même forage peut comporter de 3 à 6 bases et la distance entre les bases contigües est 3 (voir 4) mètres. Afin de compléter les mesures des extensomètres de forage, des tassomètres selon le même principe que les extensomètres de forage ont également été mis en place dans le terrain avec des points de mesure tous les mètres ;

Tab 2.3. Sections instrumentées dans la Saint-Martin-La-Porte

PM (m)	Mesures de déplacements		Mesures de contrainte	
	dans le massif	bloc compressible	soutènement	revêtement
1229				×
1253	×			
1323				×
1331	×			
1347		×		
1353				×
1383				×
1421	×	×	×	
1443	×	×	×	
1457				×
1503	×	×	×	
1575	×			
1580	×	×	×	
1650		×		
1662				×
1704	×			
1827				×
1914				×
2012	×			×

3. l'extrusion du noyau d'avancement sur le front du tunnel est mesurée en pratique grâce aux extrusomètres selon le même principe que les extensomètres de forage. 3 extrusomètres de 36 m de long ont été installés au PM 1312.5, 1345 et 1545 m ;
4. pour suivre l'évolution des contraintes dans des éléments de structure, les jauges extensométriques sont noyées dans le béton ou soudées sur un élément métallique (cintres). Au sein des voûtes en béton coffré, on a positionné 5 (voire 6) paires d'extensomètres : l'une à l'extrados et l'autre à l'intrados. Pour compléter ces sections, les extensomètres ont été mis en place dans le radier béton. A l'intérieur de la coque de béton projeté, on a installé 8 (voire 9) extensomètres orientés différemment. Dans le tronçon étudié, il n'y a que la section PM 1323 qui a été instrumentée avec des extensomètres sur les cintres ;
5. les déplacements des blocs compressibles sont mesurés par les extensomètres à fil en partie supérieure de la section pendant une période d'environ 3 mois.

Dans la suite, on s'intéresse en particulier aux données mesurées dans la zone du PM 1250 au PM 1550 qui présente un comportement très déformable.

2.5 Données géologiques

L'étude géologique des levés de front a été réalisée environ tous les 5 m pour surveiller les terrains rencontrés au cours de l'excavation de la descenderie (Lascols 2010). La Fig. 2.6 illustre un exemple des levés de front de front au PM 1484. On peut observer que le terrain se caractérise par la juxtaposition de terrains de différentes natures, avec un degré de fracturation très élevé. A partir des levés de front disponibles, les proportions des faciès sont estimées en fonction du PM (Fig. 2.7). Le tronçon étudié compris entre les PM 1200 et PM 1550 peut être décrit par différentes zones lithologiques suivantes (Tab. 2.4) :

- Zone 1 du PM 1200 au PM 1265 : zone homogène d'un point de vue lithologique, faiblement cataclásée constituée essentiellement de schistes avec une proportion non négligeable de grès. La proportion de charbon est variable à la fin de la zone et peut atteindre 20% ;
- Zone 2 du PM 1265 au PM 1330 : zone très hétérogène fortement cataclásée constituée essentiellement de shales et de charbon avec une proportion non négligeable de psammites et de grès. Cette zone est également caractérisée par la présence ponctuelle de stockwerk. Les proportions de chaque faciès varient fortement sur cette zone ;
- Zone 3 du PM 1330 au PM 1380 : zone homogène cataclásée à dominante psammitique avec une proportion importante de schistes. La proportion en shales et charbon est variable et est importante dans la zone de transition avec la zone 2 ;
- Zone 4 du PM 1380 au PM 1500 : zone hétérogène fortement cataclásée à dominante psammitique accompagnée d'une forte proportion quasi équivalente de shales et de charbon. Les proportions en grès et schistes sont variables mais restent globalement faibles sur toute la zone ;
- Zone 5 du PM 1500 au PM 1550 : zone hétérogène faiblement cataclásée constituée essentiellement de shales et de charbon ainsi que de psammites. Cette zone est semblable à la zone précédente excepté le fait que le faciès dominant change de l'une à l'autre.

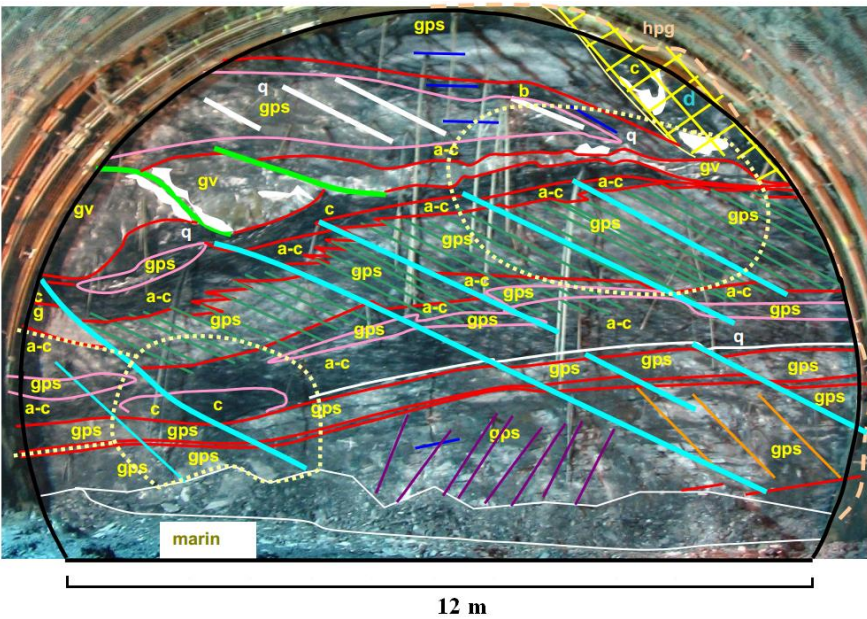


Fig. 2.6 Levé de front au PM1484 (a-c : shales gris-foncé ; b : schistes noirs ; gps : psammites ; g : grès durs ; gv : grès dur)

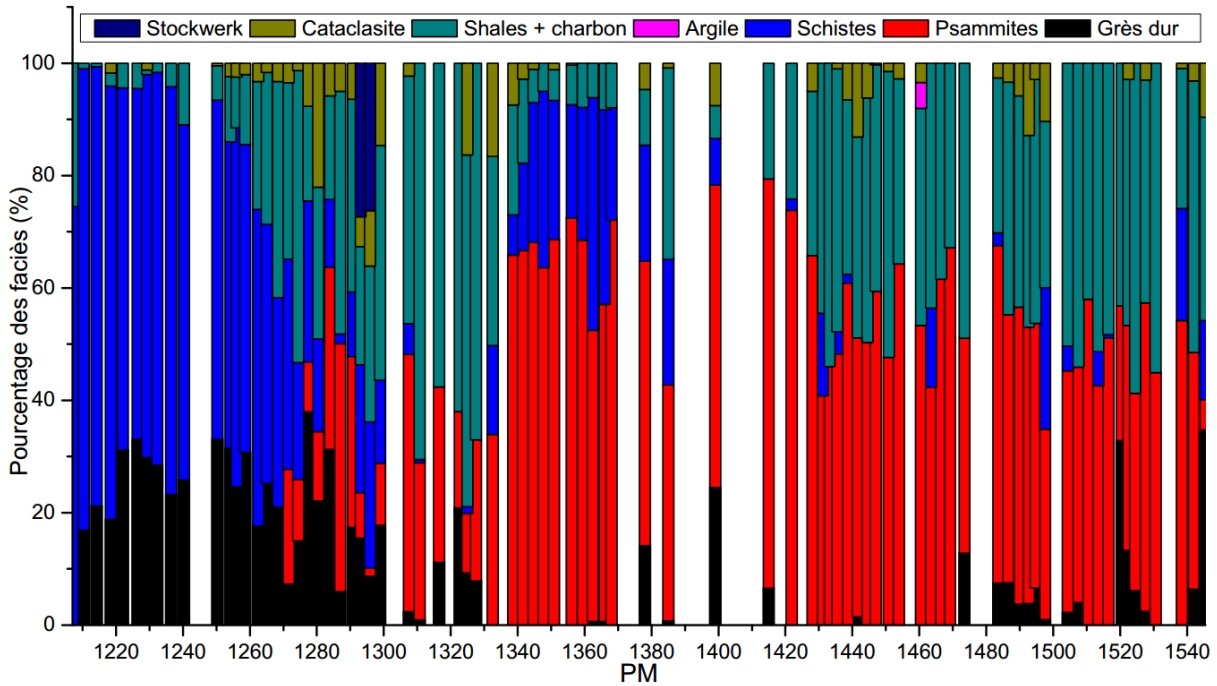


Fig. 2.7 Proportion des faciès en fonction du PM (Lascols 2010)

Tab. 2.4 Proportion des différents faciès et zonage lithologique

Zone	PM	Grès dur	Psammites	Schistes	Shales+charbon	Cataclasite
1	1200 ÷ 1265	15÷35	0	45÷75	0÷25	<5
2	1265 ÷ 1330	5÷35	10÷45	0÷35	15÷70	0÷25
3	1330 ÷ 1380	<5	30÷70	15÷35	5÷15	0÷15
4	1380 ÷ 1500	0÷10	35÷75	0÷15	25÷35	0÷10
5	1500 ÷ 1550	0÷30	35÷55	<5	25÷35	0÷10

2.6 Comportement du terrain

2.6.1 Déplacements en paroi du tunnel

La figure Fig. 2.8 présente l'allure typique des courbes de convergence relative, par la mesure du raccourcissement des 6 cordes, obtenues au PM 1311 dans une zone de très fortes convergences. A partir de ces courbes, les observations suivantes peuvent être faites :

- la magnitude de convergence est très importante et dépasse les 2 m après 145 jours et à une distance de 60 m du front de taille ;
- le comportement est anisotrope et les convergences les plus importantes sont celles des cordes 1-3 et 1-5 ;
- l'évolution de la déformation est continue même dans les phases d'arrêt du front. Ceci montre le comportement différé du massif rocheux. Il n'y a pas de stabilisation asymptotique des courbes de convergence dans le période d'observation de 160 jours ;
- l'avancement du front cause une augmentation de la vitesse de déformation même lorsque le front de taille est assez loin de la section envisagée, donc la zone d'influence du front de taille est très grande. L'analyse des mesures de convergence pendant des périodes d'arrêt suffisamment longues (15 et 20 jours), montre que la zone d'influence du front de taille est de l'ordre de 50 m (Rettighieri et al. 2008).

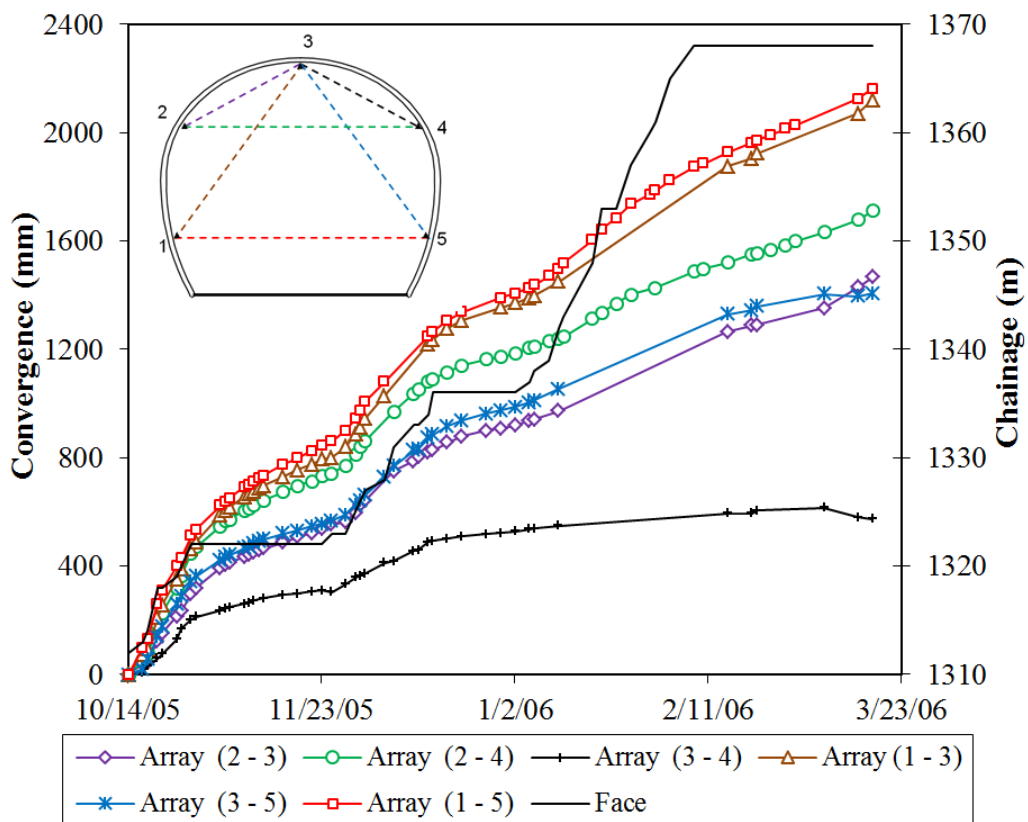


Fig. 2.8 allure typique des courbes de convergence (PM 1311)

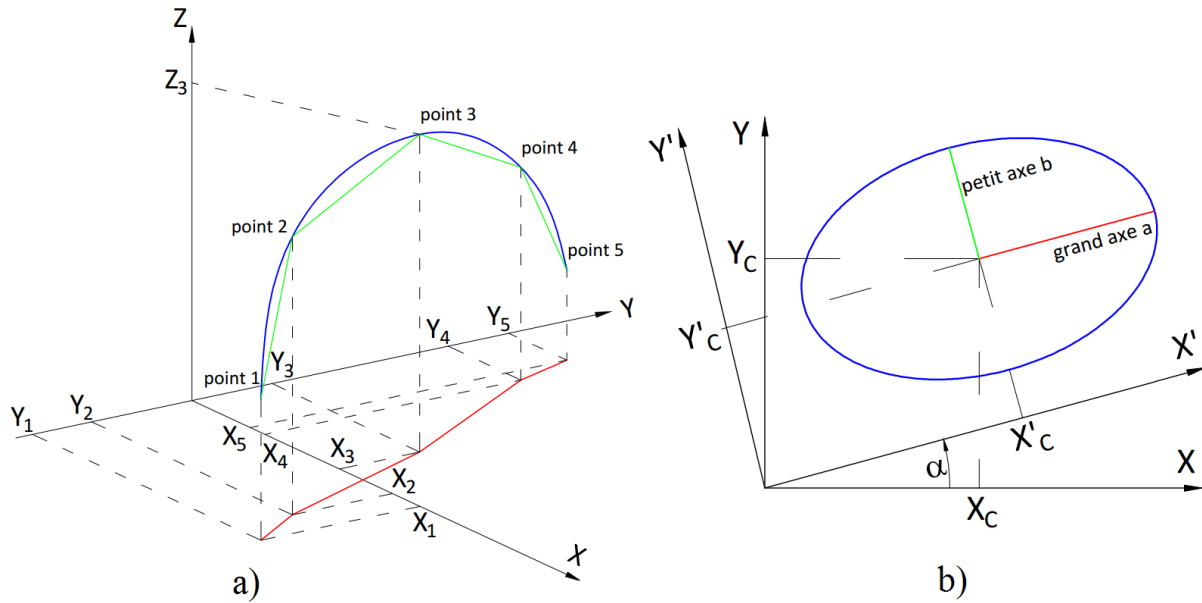


Fig. 2.9 Repérage 3D de la section dans le repère global (a) et représentation conventionnelle de l'ellipse (b)

a) Traitement géométrique des données de convergence

À partir de la section initiale sensiblement circulaire, les observations montrent clairement une ovalisation de la section au fur et à mesure de l'avancement du front. Pour caractériser cette cinématique du mouvement de la section, The Manh Vu, dans le cadre de sa thèse (Vu 2010, Vu et al. 2013b), a proposé une procédure d'évaluation de la déformation de la section en fonction du temps par calage de contours elliptiques.

Après la projection des points sur le plan moyen vertical de la section considérée (Fig. 2.9a), une approximation elliptique de la forme de la section déformée est réalisée par le calage des 5 paramètres qui définissent cette ellipse (Fig. 2.9b). Le premier calage réalisé en fixant l'ordonnée du centre à sa valeur initiale $Y_c = Y_c(t=t_0)$, montre généralement que l'orientation de l'ellipse tend à se stabiliser rapidement avec le temps. Le deuxième calage est donc réalisé en fixant l'orientation de l'ellipse, à sa valeur finale, qui détermine les directions principales du mode de déformation. Les évolutions de l'ellipse dans la direction du grand axe et petit axe sont évaluées. Le rapport d'anisotropie des convergences est défini par $\beta = (a_0 - a)/(b_0 - b)$ où a_0 et b_0 sont les valeurs initiales du grand axe et du petit axe, respectivement.

Les mesures de convergence et de nivellement donnent les évolutions relatives entre les plots de convergence et les déplacements verticaux des plots de convergence. Pour déterminer les déplacements horizontaux, Vu et al (2013b) ont supposé que le mouvement du plot 3 situé en voûte est orienté vers le centre de la section considérée. Mais on remarque que cette hypothèse n'est pas nécessaire car les mouvements absolus horizontaux des plots n'influencent pas les résultats des paramètres de l'ellipse (a , b , α). De plus, les mouvements réels des plots de convergence peuvent être calculés à partir des mesures de convergence absolue comme présenté dans la section suivante. C'est pourquoi cette hypothèse n'est plus utilisée dans ce travail.

Cette méthode originale conduit à la détermination des directions principales de déformations obtenues comme les axes de la section elliptique correspondant à des cordes fictives diamétrales (Fig.2.10).

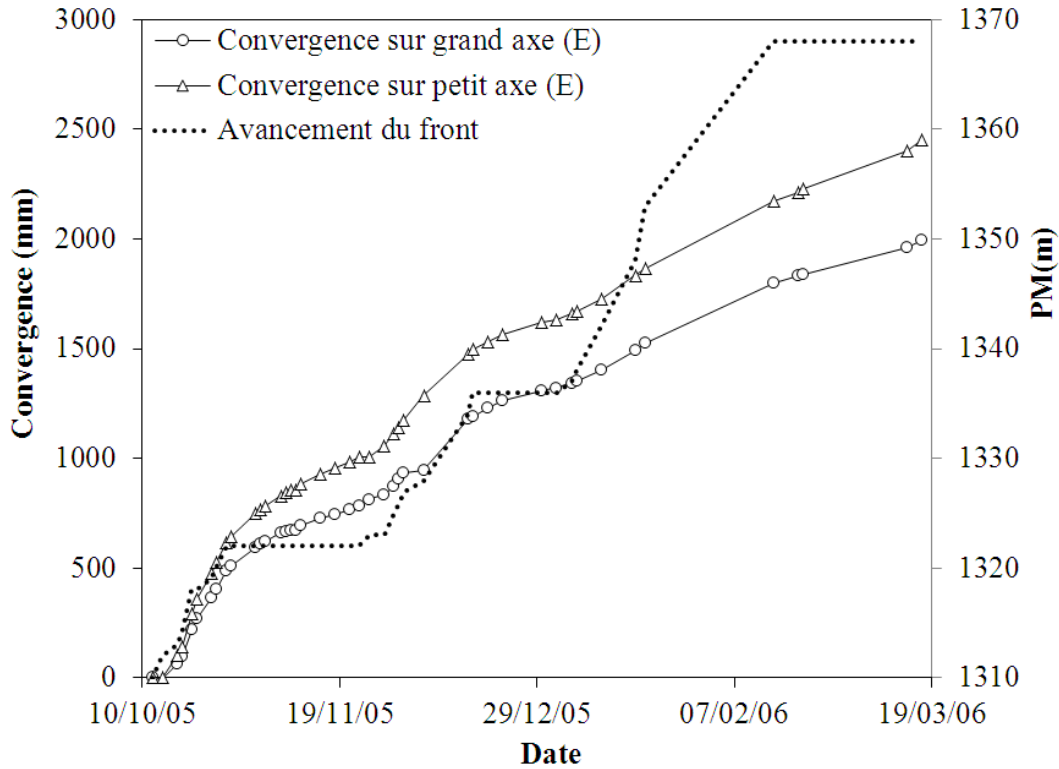


Fig.2.10. Les évolutions de l'ellipse dans la direction du grand axe et petit axe (PM1311)

Le calage des ellipses de déformation pour l'ensemble des sections de convergence du tronçon 1250-1550 est récapitulé dans le Tab. 2.5. Ces résultats permettent d'identifier des zones homogènes décrites par des plages cohérentes des valeurs de l'inclinaison du grand axe par rapport à l'horizontale et du rapport d'anisotropie des convergences et que l'on identifie comme des zones sensiblement homogènes d'un point de vue cinématique (Tab. 2.6).

La confrontation avec les données lithologiques (Tab. 2.4) montre que les zones de fortes convergences sont liées à la présence de cataclasite et à une proportion plus élevée de shales et de charbon ainsi qu'à un degré élevé d'hétérogénéité. Au contraire, les zones plus homogènes possédant une plus forte proportion de psammites ou de schistes ont des convergences mesurées plus faibles.

b) Prévion de l'évolution de convergence

Les convergences des deux demi-axes sont ensuite analysées dans le cadre de la loi de convergence proposée par Sulem (Sulem et al. 1987a, b) afin de prévoir leurs évolutions dans le temps ainsi que les convergences finales. La convergence est une fonction de la distance x au front de taille et du temps t :

$$C(x,t) = C_{\infty x} \left[1 - \left(\frac{X}{x+X} \right)^2 \right] \left[1 + m \left(1 - \left(\frac{T}{t+T} \right)^n \right) \right] \quad (2.1)$$

La loi de convergence dépend de 5 paramètres $C_{\infty x}$, X , T , m et n où X caractérise la distance d'influence du front de taille, T est un temps caractéristique du comportement différé du terrain, $C_{\infty x}$ est la convergence instantanée pour un avancement infiniment rapide, $C_{\infty x}(1+m)$ est la convergence finale et n est un paramètre qui est souvent fixé à 0.3.

Tab 2.5 Récapitulatif des calages des paramètres des ellipses

Profil	PM	Date de mesure		α	Y_c	a_i	b_i	a_f	b_f	β	t	x
		début	dernier									
P7-2	1253	09/07/05	25/07/05	-75	-6.25	6.31	5.56	6.17	5.33	1.74	1	2
	1260	10/08/05	08/11/05	-87	-5.39	5.39	5.06	5.32	4.92	1.96	20	6
	1265	10/08/05	08/11/05	88	-5.41	5.41	5.05	5.4	4.85	21.37	13	1
P7-3	1272	26/08/05	31/01/06	-10	-5.18	5.26	5.2	4.76	4.19	2.04	2	2
	1278	08/09/05	13/02/06	10	-5.26	5.14	5.28	4.36	4.13	1.48	2	2
	1284	16/09/05	20/02/06	-5	-5.26	5.21	5.26	4.46	3.68	2.1	3	3
	1291	23/09/05	24/02/06	-20	-5.51	5.26	5.47	4.43	3.96	1.84	1	2
	1297	29/09/05	23/02/06	0	-5.13	5.22	5.13	4.4	3.47	2.02	0	1
	1311	14/10/05	17/03/06	-15	-5.35	5.34	5.37	4.41	4	1.47	2	1
	1322	30/11/05	05/04/06	-75	-5.25	5.28	5.06	4.57	4.16	1.27	35	2
	1342	13/01/06	05/05/06	-55	-5.1	5.18	5.09	4.39	4.26	1.05	2	2
	1367	06/02/06	27/06/06	-60	-5.4	5.4	5.23	5.06	4.55	2	0	1
	1375	14/04/06	04/07/06	-50	-5.2	4.93	5.14	4.66	4.51	2.32	1	2
	1384	09/05/06	24/07/06	25	-4.96	5.14	4.94	4.74	4.22	1.82	0	1
	1394	30/06/06	14/08/06	-25	-5.41	6.33	5.45	6.1	4.75	2.93	10	1
DSM	1399	10/07/06	16/08/06	-25	-5.62	6.43	5.7	6.31	5.01	5.63	1	2
	1413	26/07/06	08/09/06	-25	-6.28	6.55	6.22	6.55	5.36	216.1	3	1
	1421	05/10/06	12/01/07	-25	-5.39	5.62	5.39	5.59	5.2	6.15	55	29
	1438	14/09/06	05/10/06	-20	-5.96	6.24	5.94	6.04	5.35	2.9	2	2
	1443	28/09/06	24/10/06	-30	-6.26	6.43	6.27	6.31	5.77	4.09	11	2
	1450	12/10/06	02/11/06	-10	-5.91	6.3	5.94	6.1	5.6	1.73	7	2
	1458	25/10/06	16/11/06	-15	-6.88	6.43	6.91	6.23	6.59	1.54	2	2
	1470	13/11/06	24/11/06	-30	-5.97	6.19	5.89	6.04	5.67	1.39	2	1
	1493	21/12/06	23/01/07	-30	-6.34	6.35	6.25	6.23	5.89	3.15	6	1
	1507	29/01/07	14/02/07	-10	-6.13	6.33	6.19	6.1	5.66	2.28	5	2
	1531	06/03/07	04/05/07	-10	-6.8	6.49	6.84	6	6.33	1.06	1	1
	1538	27/03/07	09/05/07	-10	-5.67	6.11	5.67	5.83	5.43	0.88	1	1

t : date de la première mesure

x : distance au front lors de la première mesure

Tab 2.6 Identification des zones homogènes

Zone	PM	A	β
1	1250 ÷ 1265	-80°	>1.5
2	1272 ÷ 1311	-20° ÷ 10°	1,5 ÷ 2
3	1322 ÷ 1342	-60°	1 ÷ 1,5
4	1367 ÷ 1384	-60°	1,5 ÷ 3
5	1399 ÷ 1443	-20° ÷ -30°	>3
6	1450 ÷ 1550	-10° ÷ -30°	1,5 ÷ 3

L'interprétation de la convergence mesurée doit tenir compte de la convergence « perdue » qui s'est produite avant la première mesure qui n'est pas considérée par Vu et al. (2013b). La convergence mesurée dépend de la distance au front x_0 à la lecture « zéro », au temps t_0 à partir du passage de la section considérée :

$$\Delta C(x_i, t_i) = C(x_i, t_i) - C(x_0, t_0) \quad (2.2)$$

Dans ce travail, nous reprenons l'hypothèse de Vu et al (2013b). Les paramètres décrivant le comportement différé du terrain (T et m) sont considérés comme des paramètres isotropes et sont calibrés sur l'évolution du rayon équivalent de l'ellipse ($r = \sqrt{ab}$). Le paramètre T est d'abord estimé pendant la phase d'arrêt du front à la distance x_s au front :

$$\Delta C_s = C(x_i, t_i) - C(x_s, t_s) = A \left[\left(\frac{T}{t_s + T} \right)^n - \left(\frac{T}{t + T} \right)^n \right] \quad (2.3)$$

où t_s est le temps où le front s'arrête. Le paramètre m est déterminé sur l'ensemble de la courbe de l'évolution du rayon équivalent. En fixant les paramètres isotropes (T et m), les deux paramètres (X et $C_{\infty x}$) sont calés indépendamment dans chaque direction principale. Comme illustré sur la Fig. 2.11, la loi de convergence donne un excellent ajustement du déplacement de la paroi dans les deux directions principales de déformation. Il faut noter que les courbes de convergence calculées par Vu et al. (2013b) ne considèrent pas la convergence perdue.

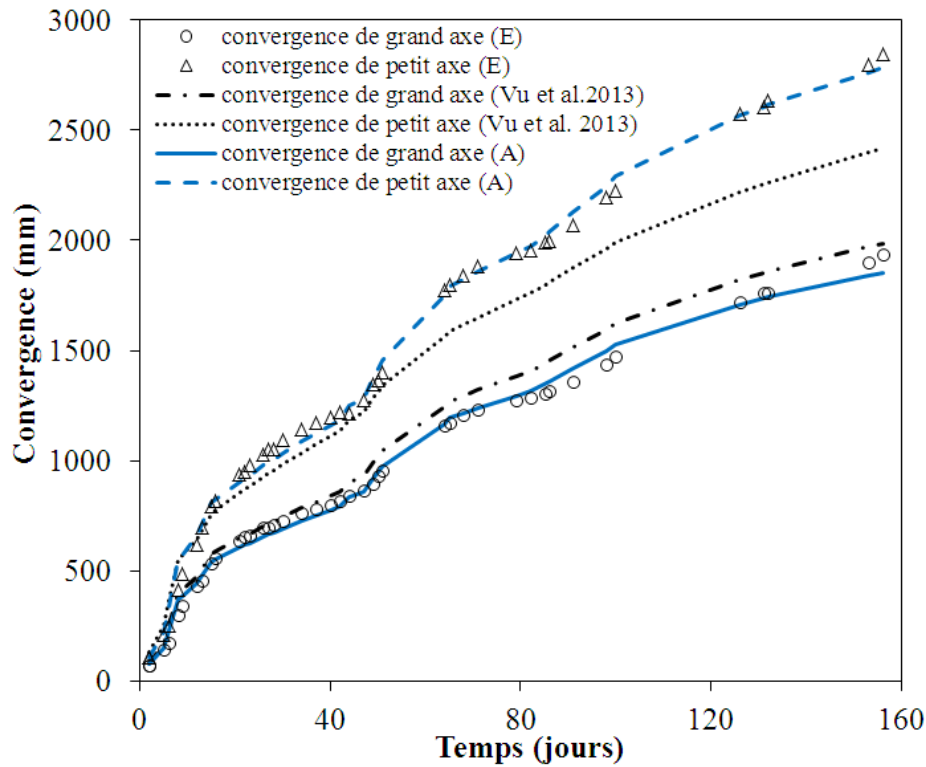


Fig. 2.11 Comparaison entre la convergence mesurée (E) et la convergence calculée par la loi de convergence (A)

(Vu et al.(2013): $T = 81.5$ jours, $m = 11.5$, grand axe: $X = 11.2\text{m}$, $C_{\infty x} = 0.49\text{ m}$, petit axe: $X = 8.2\text{m}$, $C_{\infty x} = 0.59\text{ m}$; Ce travail : $T = 70.5$ jours, $m = 9.64$, grand axe: $X = 13.2\text{m}$, $C_{\infty x} = 0.50\text{ m}$, petit axe: $X = 13.4\text{m}$, $C_{\infty x} = 0.75\text{ m}$)

En se basant sur cette procédure de traitement de convergence, un outil a été développé sous Matlab pour interpréter automatiquement les mesures de données de convergences. L'interface graphique de cet outil est présentée dans l'annexe A. Tab. 2.7 résume les résultats de calage de la loi de convergence sur les axes principaux de l'ellipse aux différentes sections.

Tab. 2.7 Calage de la loi de convergence sur les axes principaux (T et m constants pour chaque zone)

PM	T (jours)	m	Grand axe			Petit axe		
			X (m)	$C_{\infty x}$ (m)	C_{total} (m)	X (m)	$C_{\infty x}$ (m)	C_{total} (m)
1272	16.17	8.75	23.87	0.20	1.97	38.58	0.43	4.23
1278			33.67	0.33	3.20	36.32	0.49	4.74
1284			16.07	0.32	3.12	46.48	0.70	6.78
1291			15.04	0.32	3.15	38.76	0.64	6.23
1297			14.35	0.32	3.15	21.81	0.66	6.39
1311	70.55	9.64	13.21	0.50	5.31	13.43	0.75	7.99
1322			24.23	0.48	5.12	24.24	0.60	6.36
1331			34.05	0.46	4.88	57.17	0.62	6.57
1342			14.28	0.48	5.13	14.30	0.61	6.46
1367	117.36	11.47	37.22	0.30	3.74	37.24	0.61	7.67
1375			5.92	0.24	2.93	6.21	0.54	6.72
1384			31.76	0.40	4.93	31.98	0.75	9.40

Il convient de remarquer que les amplitudes très élevées des convergences totales C_{totale} conduisant à la fermeture complète de la section n'ont pas de signification physique. Elles correspondent aux convergences attendues à long terme résultant de l'extrapolation des courbes de convergence empiriques en phase 1 uniquement, sans prendre en compte le soutènement ultérieur de phase 2 et le revêtement définitif de phase 3.

2.6.2 Déplacement du terrain autour du tunnel

La Fig. 2.12 illustre la distribution du déplacement autour de la descenderie déterminée par l'exploitation des extensomètres de forage au PM 1330 qui se situe dans la zone très déformable. La ligne en traits pleins (resp. en pointillés) est la limite de l'extension de la zone où la déformation est supérieure à 1% dans la phase 1 (resp. phase 2). On observe que la moitié droite subit un déplacement 2 à 3 fois plus important que le reste du terrain indiquant un comportement très anisotrope. La longueur des extensomètres n'est pas suffisante pour prendre en compte le déplacement radial total, ce qui indique que l'extension de la zone décomprimée a souvent dépassé la longueur des extensomètres.

Comme le montre la Fig. 2.13a, les convergences mesurées par les extensomètres sont systématiquement inférieures aux convergences des plots calculées à partir des mesures optiques de convergence. On peut donner trois raisons à cela : (1) la longueur d'ancrage du tube d'extensomètre (1,2 m) est plus longue que celle des plots de convergence (0,5 m au PM 1331). L'extensomètre mesure le déplacement du terrain à une distance plus éloignée du parement que la cible topographique et mesure donc une amplitude moindre ; (2) les déplacements mesurés par les extensomètres ne sont pas parfaitement radiaux ; (3) un mouvement significatif du pied de l'extensomètre peut exister compte tenu des grandes déformations observées.

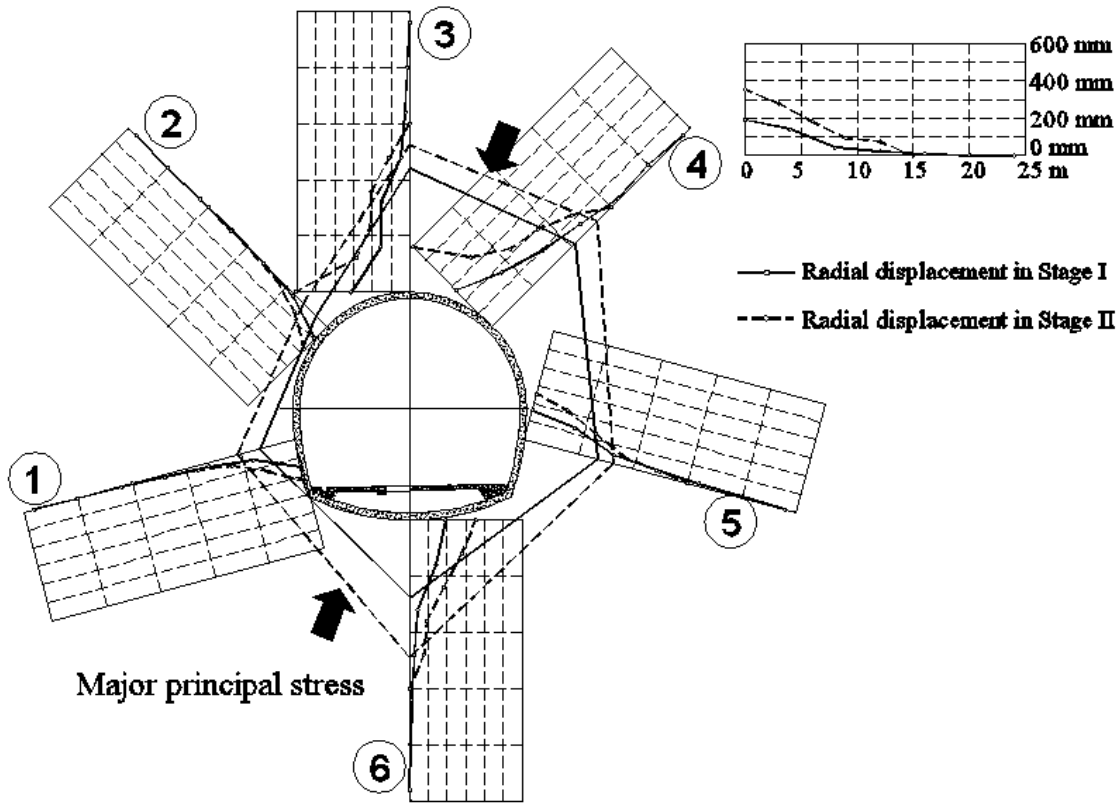


Fig. 2.12 Distribution du déplacement radial à l'intérieur du massif au PM 1331

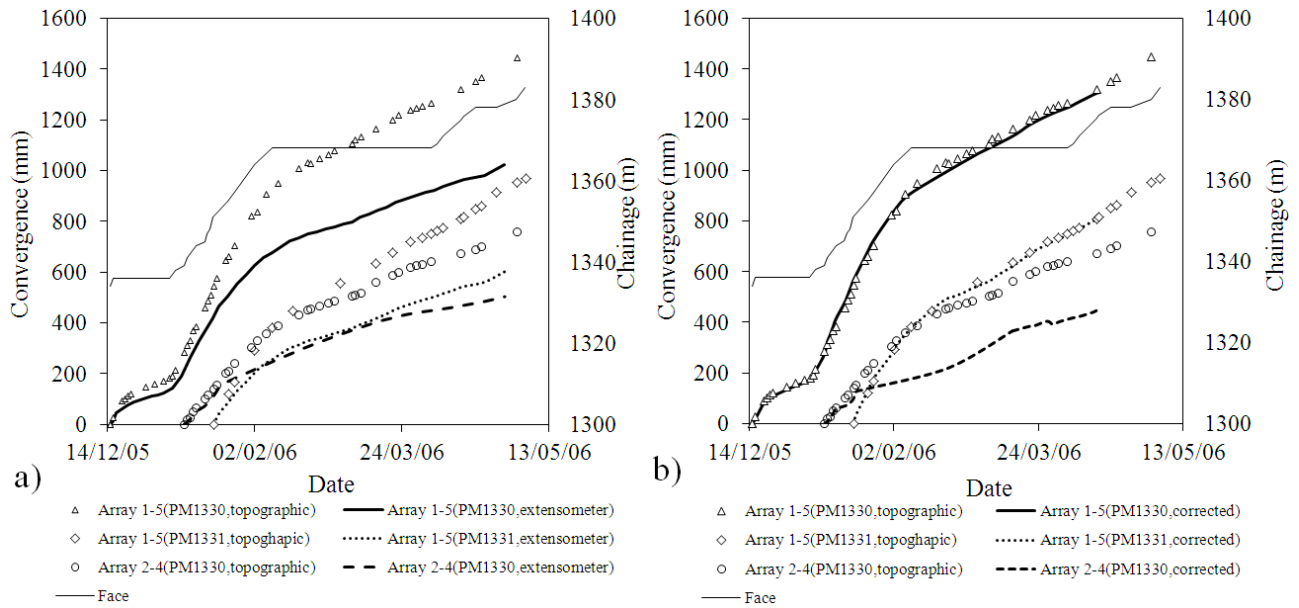
Pour remédier à ces sources d'écarts entre les deux mesures, on peut d'abord déterminer les mouvements réels des plots de convergence. Comme les mesures de convergence par visée optique sont absolues en altitude, le problème revient à déterminer les mouvements horizontaux des plots en utilisant la relation géométrique simple suivante (Fig. 2.14) :

$$\Delta l_0^i(t) = \sqrt{(\Delta z_i(t) - L_0 \sin \alpha_i)^2 + (\Delta x_i(t) - L_0 \cos \alpha_i)^2} - L_0 \quad (2.4)$$

avec L_0 la longueur initiale des extensomètres, α_i est l'orientation de l'extensomètre i , Δl_i est le déplacement mesuré par l'extensomètre i et Δz_i , Δx_i sont le déplacement vertical et horizontal du plot i .

Ensuite, en comparant la convergence relative déterminée à partir des plots de convergence et la convergence recalculée en tenant compte des mesures extensométriques, on peut conclure à la stabilité du pied de l'extensomètre. Reprenant l'exemple de la section PM 1331 (Fig. 2.13b), les deux courbes de convergence de la corde 1-5 aux PM 1330 et PM 1331 coïncident parfaitement, ce qui montre que les pieds des extensomètres 1 et 5 sont effectivement fixes. Pour la corde 2-4, on peut observer une superposition des courbes pour les premières dates de mesure mais à partir du 20/01/06, les deux courbes se détachent avec un écart de plus en plus important. Ceci signifie que la zone décompressée en rein a dépassé la profondeur de 18 m. La stabilité des pieds des deux extensomètres 1 et 5 est assurée en permettant de déterminer les mouvements réels de tous plots de convergence à partir des déplacements horizontaux relatifs (Fig. 2.15).

Après avoir envisagé toutes les sections des extensomètres de forage et comparé avec les convergences relatives, on constate que les pieds des extensomètres en piédroit (No 1 et 5) sont plus stables que ceux en rein (No 2, 4) et on ne trouve jamais une stabilité du pied de l'extensomètre en voûte (No 3).



2.6.3 Déplacements longitudinal en avant du front de taille

Les mesures de l'extrusion du noyau d'avancement sur le front du tunnel grâce aux extrusomètres, efficaces dans les massifs "classiques", ont posé plusieurs difficultés dans le cadre de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte, du fait de la forte convergence et des fortes contraintes du terrain.

La Fig. 2.16 présente l'ensemble des relevés d'extrusomètres. Il n'y a pas de correction de données originales pour tenir compte des effets de lecture de zéro et de l'instabilité du point de référence. Ces effets sont considérés comme négligeables au PM 1545 car l'extrusomètre a été installé pendant la phase d'arrêt mais ils peuvent être significatifs au PM 1318,5 et PM 1345 (Bonini et Barla 2012).

L'extrusion reste très limitée et n'affecte que les 5 premiers mètres en avant du front. Dans la phase d'avancement du front où la durée d'excavation des 5 m précédents s'est effectuée en 5 à 6 jours, l'extrusomètre installé au PM 1345 montre des valeurs de déplacement du front entre 3 et 6 cm sauf pour les deux premières mesures de l'ordre de 20 cm. Cette observation correspond au changement de faciès enregistré au front à partir du PM 1330 : grès quartzitiques et schistes noirs compacts.

Pendant la phase d'arrêt au PM 1368, le déplacement du front augmente jusqu'à 94 mm avec une vitesse de 1,7 mm/jour. Cette vitesse au front du PM 1545 est d'environ 3 mm/jour. En comparant avec les mesures de convergence, on peut observer que la vitesse d'extrusion est du même ordre de grandeur que la vitesse de convergence des sections près du front mais est inférieure à la vitesse de convergence des sections loin du front de taille (Fig. 2.17).

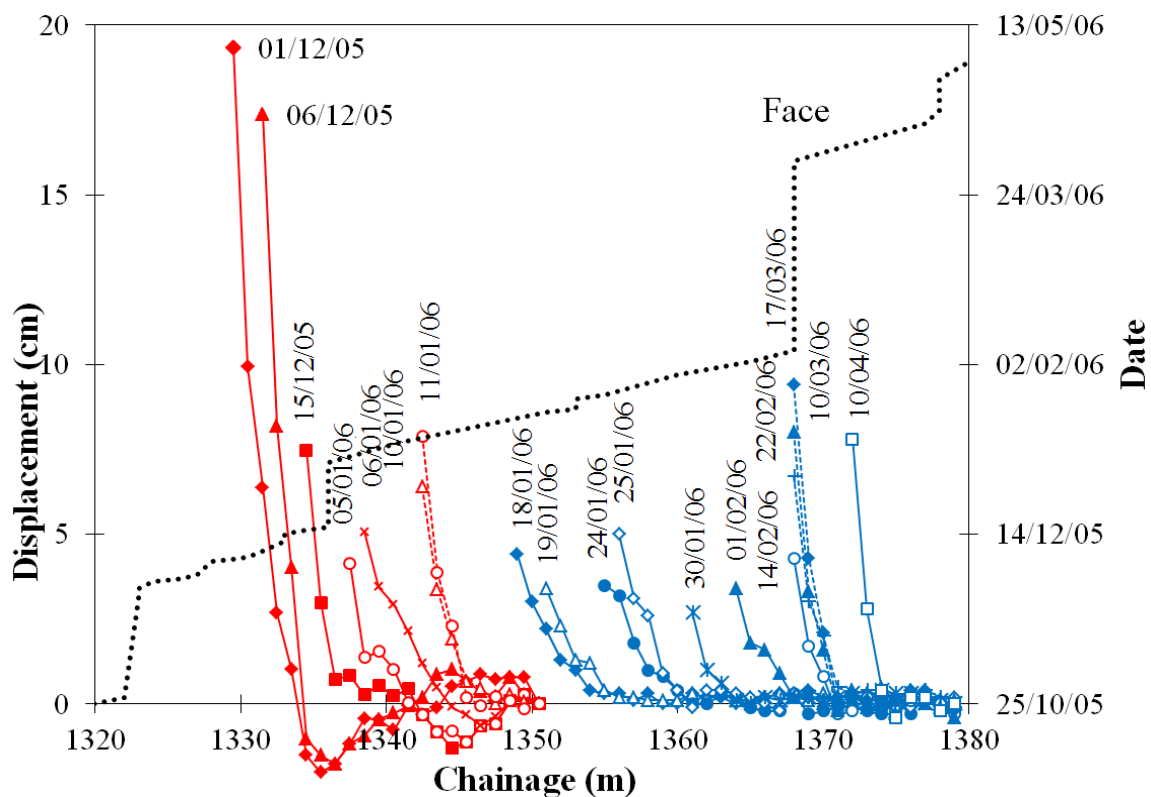


Fig. 2.16 Relevés d'extrusomètre

La magnitude des déplacements longitudinaux mesurés par les extrusomètres est moins importante que la valeur estimée par Hoek et Marimos (2000) qui ont supposé que le déplacement longitudinal est égal à $2/3$ du déplacement radial mesuré à la distance de 2,5 diamètres du front de taille.

Au PM 1368, l'extrusion reste limitée ici aux trois premiers mètres à l'avant du front. La valeur de l'extrusion mesurée au 17 mars 2006 est de 94 mm. La convergence moyenne de la section au PM 1367 est du même ordre de grandeur 90 mm. Le volume d'extrusion et le volume de pré-convergence étant ainsi du même ordre de grandeur, autour de $4,5 \text{ m}^3$, les déformations semblent donc se produire à volume constant.

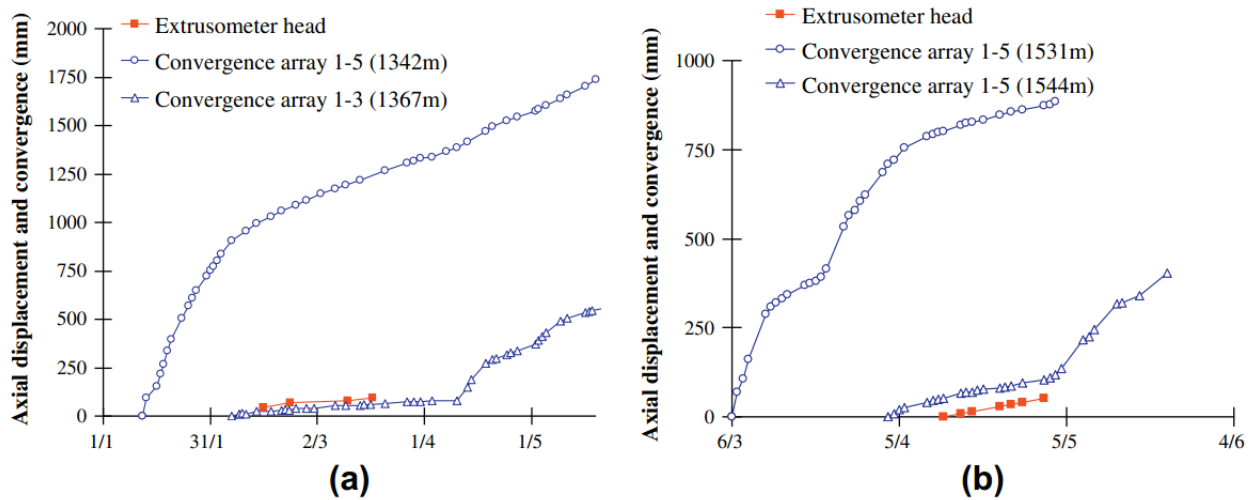


Fig.2.17 Confrontation entre l'extrusion au PM 1345 (a) et PM 1545 (b) et la convergence (Bonini et Barla 2012)

Pour mieux comprendre le mouvement du front, quatre cibles de convergence au front du PM 1336 et deux cibles au front du PM 1494 ont été placées pendant la phase d'arrêt du front (Fig. 2.18). Au front du PM 1336, trois mesures ont été réalisées entre le 22/12/05 et le 02/01/05. Les déplacements mesurés varient de 20 à 33 mm (18 à 31 mm dans le plan horizontal et 9 à 14 mm en z). Trois vecteurs déplacements sur quatre sont orientés vers la gauche de la descenderie, confirmant la poussée principale venant de la droite. La même observation est enregistrée au front du PM 1494 entre 21/12/06 et 08/01/07 et le déplacement relatif entre deux cibles est quasi nul.

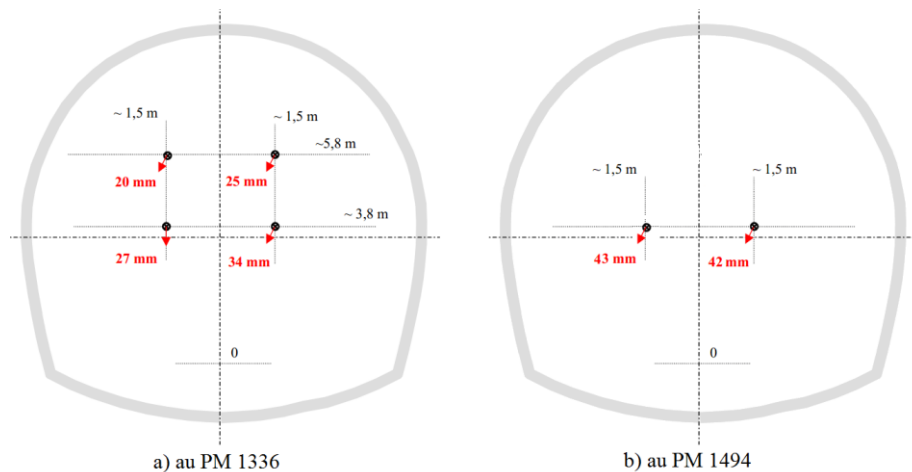


Fig.2.18 Implantation des cibles et déplacements du front de taille

2.7 Réponse du soutènement

2.7.1 Déformation des blocs compressibles

En observant les courbes d'évolution des déplacements des blocs compressibles (Fig. 2.19), on remarque que toutes les courbes comportent une partie quasi linéaire correspondant à une vitesse d'évolution de déplacement constante. La déformation des blocs compressibles ne dépasse pas la valeur de 40 % (en supposant que la longueur de l'extensomètre égale à 250mm). Dans le tronçon de forte convergence (PM 1250-1550), la déformation maximale de blocs compressibles est entre 35-40 %, la vitesse de déplacement est supérieure à 1 mm/jour. À la sortie de cette zone, la déformation est réduite à 5-10 % et la vitesse est moins importante (inférieure à 1 mm/jour).

De la même manière que les extensomètres de forage, on peut observer que la réponse du soutènement est asymétrique avec les blocs compressibles les plus déformés en partie droite. Au PM1443, par exemple, les déplacements des éléments No.6 et No.7 en rein droit sont plus importants tandis que les éléments No.4 et No.5 en voûte sont moins déformés.

Les données mesurées de la section PM1421 montrent que la réponse du soutènement est plus isotrope. On note qu'au niveau du bloc No.6, un déplacement de l'ordre de 97 mm s'est produit. Un examen de la coque à ce niveau a montré qu'en fait ce déplacement est essentiellement lié à des déformations du revêtement en béton projeté. Sinon, Les déplacements des blocs compressibles sont assez homogènes et de l'ordre de 10 à 20 mm. La réponse isotrope du soutènement au PM1421 est principalement due au fait que le soutènement a été installé loin du front de taille et donc la plupart de la convergence se produit pendant la phase 1.

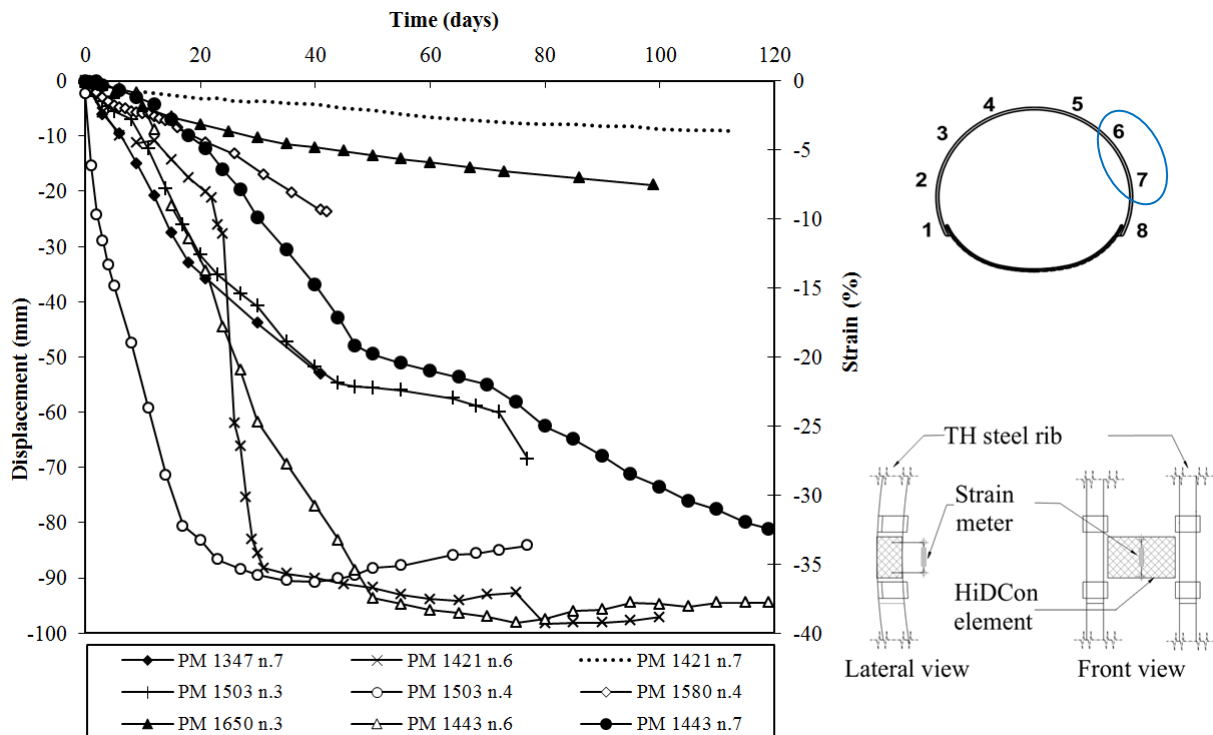


Fig. 2.19 Raccourcissement des blocs compressibles les plus déformés

2.7.2 Contrainte dans le soutènement

Les courbes de mise en charge des anneaux de béton et des coques de béton projeté sont illustrées dans la Fig.2.20 sur laquelle les valeurs maximales sont tracées.

Les contraintes maximales mesurées dans la coque de béton projeté sont de l'ordre de 10-15 MPa avec une phase transitoire de 150 jours dans les sections PM 1421 et PM 1581 et cette valeur augmente jusqu'à 27 MPa au PM 1501 avec une phase transitoire plus longue de l'ordre de 300 jours. La durée mesurée au PM 1443 n'est pas suffisante mais la contrainte est déjà de 18,5 MPa après 150 jours.

Les contraintes dans l'anneau béton du profil type DSM sont fortement réduites par rapport à celles obtenues avec les soutènements souples. Les contraintes dans l'anneau béton du profil type DSM sont entre 2 et 10 MPa alors qu'elles atteignent de 20-30 MPa dans l'anneau du profil type P7.3 sur une période de plus 3 ans. Pendant la phase transitoire, la vitesse de mise en charge passe de 5 MPa/an (profil P7.3) à 0,8 MPa/an (profil type DSM). Ceci montre l'efficacité du nouveau soutènement pour la maîtrise des conditions de très forte convergence.

La distribution des contraintes dans les anneaux de béton et les coques de béton projeté montre également une réponse anisotrope du soutènement. Reprenant l'exemple au PM1443 (Fig.2.12b), on peut observer que l'extensomètre à corde vibrante situé entre les blocs compressibles No.6 et No.7 donne la valeur la plus importante tandis que la valeur minimale de la contrainte se trouve entre les blocs compressibles No.4 et No.5 en voûte.

Les mesures de contraintes ont été réalisées à l'intrados et à l'extrados de l'anneau de béton. On remarque au PM1229 que la contrainte à l'intrados est plus importante que celle à l'extrados en voûte mais moins importante aux piedroits de la section. Cette observation correspond globalement à la direction principale de la contrainte appliquée, qui se situe à droite de la voûte, comme le montre le Fig. 2.21b.

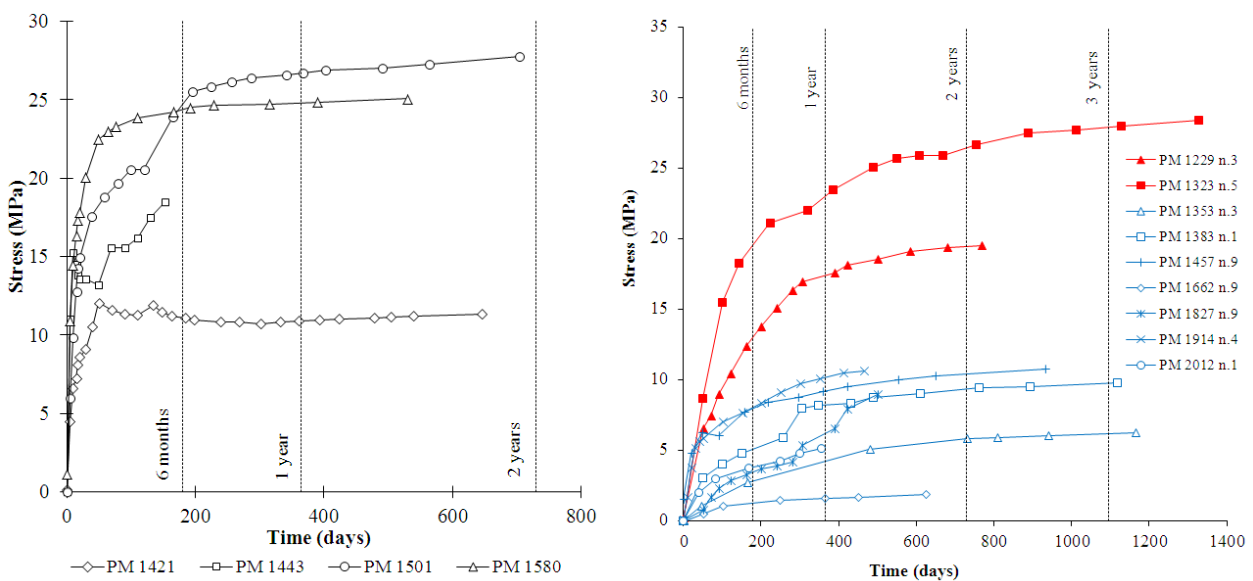


Fig. 2.20 Evolution des contraintes dans le coque de béton projeté (a) et dans l'anneau de béton (b) de soutènement de type P7.3 (rouge) et DSM (bleu).

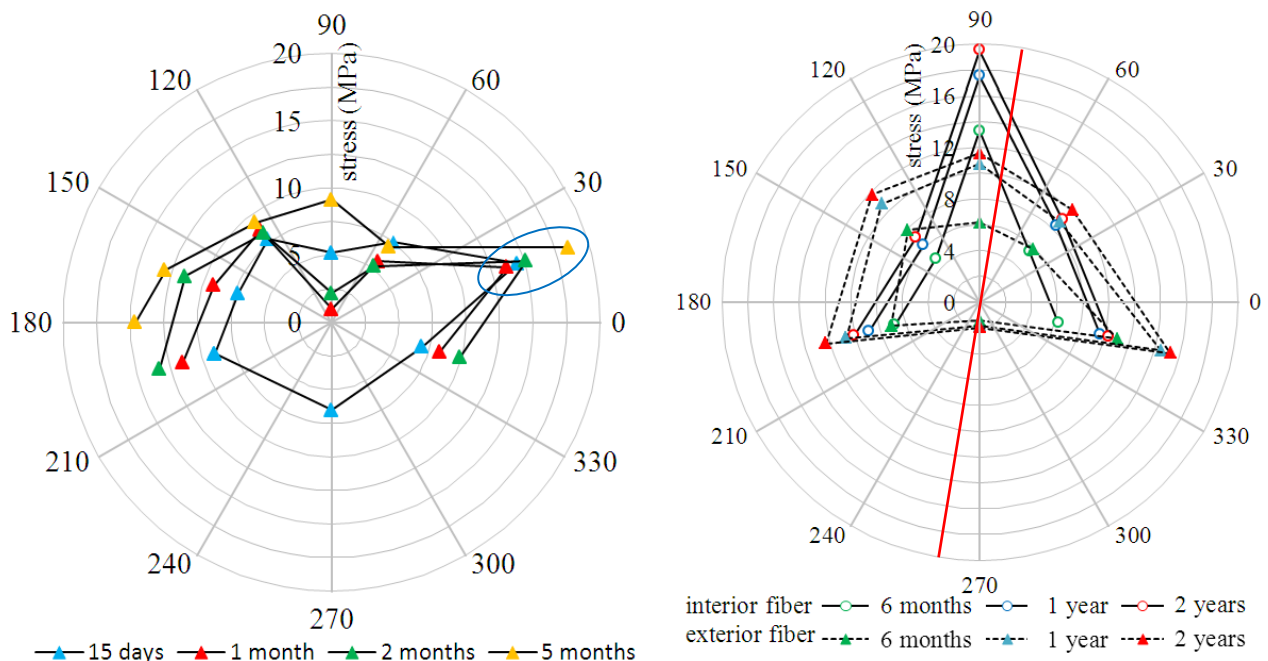


Fig. 2.21. Distribution de la contrainte dans la coque de béton projeté au PM 1443 (a) et dans l'anneau de béton au PM1229 (b)

2.8 Conclusion

Depuis l'entrée dans la zone du houiller productif de l'unité des Encombres, le creusement de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte a connu des difficultés d'exécution et un nouveau profil de soutènement coûteux et complexe a été mis en place. L'étude envisagée porte exclusivement sur la caractérisation du comportement mécanique du terrain poussant axée sur l'exploitation des données géologiques et d'auscultation disponibles.

Les mesures montrent un comportement anisotrope et différé du terrain :

- le suivi des déplacements en paroi de la descenderie par visée optique a montré des déformations pluri-décimétriques, différées et anisotropes. L'exploitation de ces données de convergence-nivellement dans le cadre d'un processus de traitement géométrique a permis de reconstituer la cinématique de déformation en paroi au cours du temps. La déformation des sections étudiées a pu être reconstituée à partir du calage d'une ellipse dont les axes donnent les directions principales de la déformation. L'orientation de l'ellipse et l'évolution dans le temps de la longueur des axes permettent de quantifier l'anisotropie du comportement.
- la distribution des déplacements autour de la descenderie déterminée par l'exploitation d'extensomètres de forage n'est pas symétrique. La longueur des extensomètres n'est pas suffisante pour prendre en compte le déplacement radial total, ce qui revient à considérer que l'extension de la zone plastique a souvent dépassé la longueur des extensomètres.
- l'extrusion reste très limitée, elle n'intéresse que les 5 premiers mètres en avant du front et son amplitude au front de taille est de l'ordre de 5 cm en phase d'avancement et moins importante que la valeur déterminée prédite par des corrélations empiriques avec les déplacements radiaux.

- la réponse des soutènements est bien comparable avec la direction principale de la déformation déterminée à partir les mesures de convergence et la distribution de déplacements radiaux autour de la descenderie.

On s'intéresse dans la suite plus particulièrement au comportement anisotrope clairement observé dans la descenderie.

CHAPITRE 3 APPROCHES ANALYTIQUES POUR PRENDRE EN COMPTE LE COMPORTEMENT ANISOTROPE DU TERRAIN

3.1 Introduction

Les massifs rocheux présentent couramment un comportement anisotrope. L'existence de plans d'isotropie permet une modélisation de ces massifs par un modèle élastique à isotropie transverse. En se basant sur la théorie des variables complexes appliquée à de tels milieux par Lehnitskii (1963), Green et Zerna (1968), quelques solutions analytiques ont été proposées pour un tunnel circulaire soutenu ou non en milieu élastique à isotropie transverse (Hefny et Lo 1999, Bobet 2011).

Ce chapitre, consacré au développement de plusieurs solutions analytiques pour les tunnels creusés en milieu anisotrope, est présenté en partie sous la forme d'articles précédés chacun d'un résumé en français. D'une façon générale, bien que nécessairement basée sur des hypothèses de comportement et de géométrie simplifiées, les solutions analytiques présentent l'intérêt de donner une évaluation rapide, utile pour un prédimensionnement des tunnels et de fournir des références pour la validation des codes numériques.

La solution explicite du problème de l'interaction entre le terrain et le soutènement est tout d'abord proposée en utilisant la méthode convergence – confinement. La complexité de la géométrie de l'excavation est ensuite étudiée. Cette partie est présentée sous la forme d'un article rédigé en anglais, intitulé « *Closed-form elastic solution of tunnel with arbitrary cross section in anisotropic ground* », publié en 2014 dans la revue « *Rock Mechanics and Rock Engineering* » (doi. 10.1007/s00603-013-0542-0). Après le problème de l'interaction entre deux tunnels parallèles est abordé et présenté également sous la forme d'un article, intitulé « *Interaction of circular tunnels in anisotropic elastic ground* », accepté de publier dans la revue « *Géotechnique* ». Un troisième article en cours de soumission intitulé « *Large convergence computation of tunnel excavated in transversely isotropic formation with non-linear behavior* » considère le calcul en grande déformation du tunnel en milieu anisotrope élastique non-linéaire.

Les hypothèses suivantes sont faites pour l'ensemble des solutions explicites développées : (1) le tunnel est excavé à grande profondeur ; (2) l'état de contrainte initial est homogène et anisotrope ; (3) le terrain encaissant est homogène, à isotropie transverse ; (4) l'axe du tunnel est parallèle au plan d'isotropie ; (5) la condition de déformation plane est satisfaite.

3.2 Interaction terrain-soutènement : Méthode convergence-confinement appliquée au cas d'un terrain anisotrope

1. Introduction

L'étude théorique d'un tunnel soutenu est complexe du fait de l'interaction terrain-structure entre le massif et le soutènement. Parmi les méthodes de calcul de soutènement, la méthode convergence-confinement permet une analyse simplifiée prenant en compte totalement l'interaction terrain-soutènement. Cette méthode est présentée d'une manière classique dans le cas axisymétrique. L'extension de cette méthode pour le cas d'un tunnel en milieu anisotrope est beaucoup plus compliquée parce que la condition d'axisymétrie est levée.

L'objet de cette partie est de développer une solution explicite pour l'interaction terrain-soutènement pour un tunnel en milieu anisotrope. Ce problème a été récemment abordé par Bobet (2011). Cependant cette solution existante ne permet pas de prendre en compte le déplacement des parois qui s'est produit avant la mise en place du soutènement. La solution développée ici considère également deux cas de conditions de continuité à l'interface entre le terrain et le soutènement : adhérence parfaite ou glissement parfait.

Dans la méthode convergence-confinement, il est nécessaire d'établir la loi de convergence du terrain qui présente la relation entre la convergence et la contrainte en paroi du tunnel ainsi que la réponse du soutènement décrite par une relation entre la contrainte s'exerçant à l'extrados et le déplacement correspondant (Fig. 3.1). Dans cette section, on suppose que le terrain a un comportement linéaire élastique à isotropie transverse et que le soutènement est élastique.

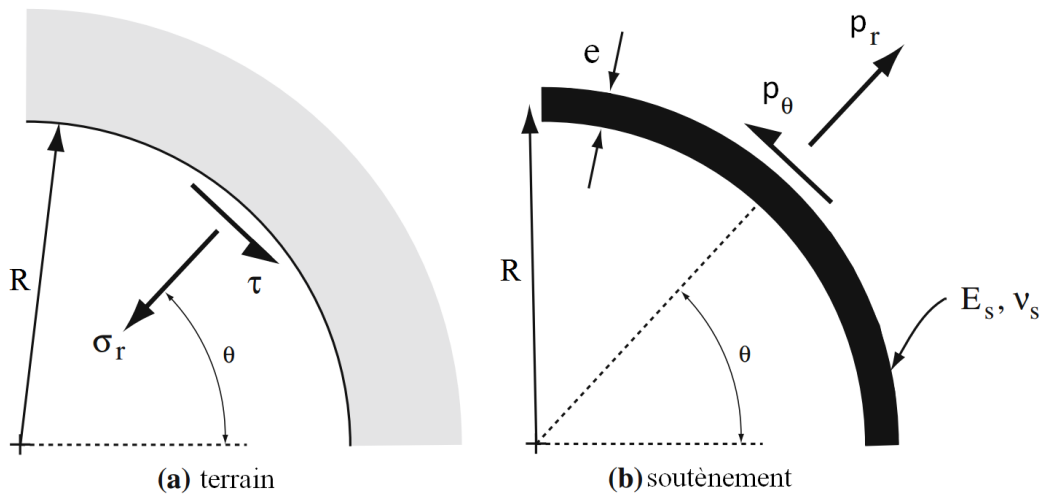


Fig. 3.1 Contraintes à l'interface terrain/soutènement

2. Caractéristiques du terrain

On considère le cas d'un tunnel circulaire de rayon R creusé dans un milieu infini isotrope transverse caractérisé par 5 paramètres mécaniques E_h , E_v , G_{vh} , ν_h , ν_{hv} avec l'axe du tunnel parallèle au plan de discontinuité (Fig. 3.2).

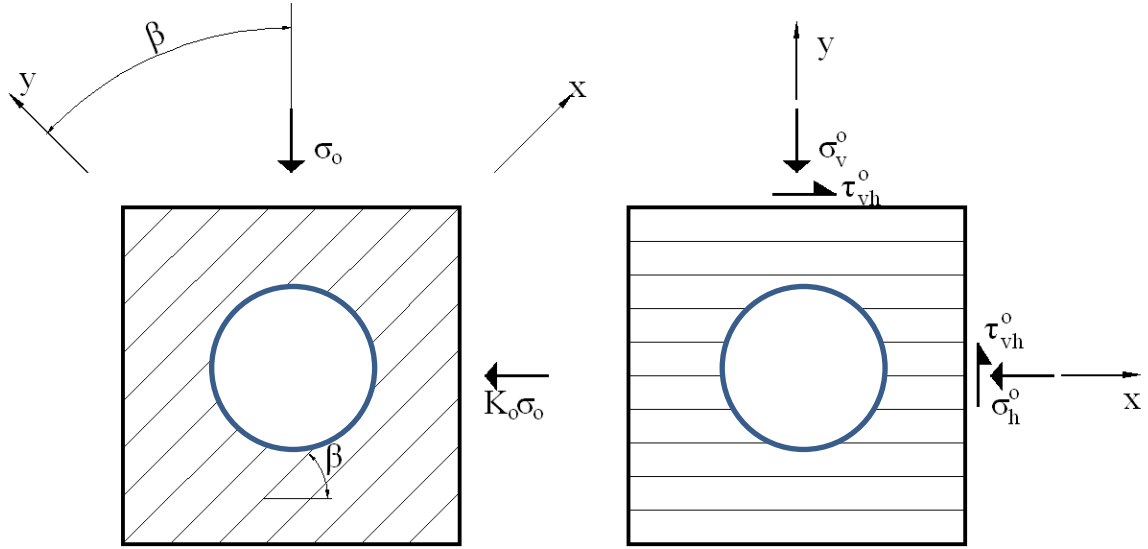


Fig. 3.2 Tunnel soutenu en milieu milieu infini isotrope transverse

Le champ des déplacements et les variations des contraintes par rapport à l'état initial peuvent alors être déterminés à partir du potentiel U qui est constitué de deux fonctions $\Omega_k(z_k)$, $k=1, 2$ (cf section 1.7) :

$$\Omega'_k(z_k) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} (\zeta_k)^{-2n+1} \quad (3.1)$$

On suppose que la variation de l'état de contrainte en paroi du tunnel s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \Delta\sigma_r = \sigma_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n^c \cos 2n\theta + \sigma_n^s \sin 2n\theta \\ \Delta\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n^s \sin 2n\theta + \tau_n^c \cos 2n\theta \end{cases} \quad (3.2)$$

La condition limite en paroi du tunnel s'écrit :

$$P = 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} e^{-i(2n-1)\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{kn} e^{i(2n-1)\theta} \right) = iR \int (\Delta\sigma_r + i\Delta\tau) e^{i\theta} d\theta \quad (3.3)$$

Les coefficients A_{kn} sont obtenus en équilibrant les termes $e^{-(2n-1)i\theta}$ et $e^{(2n+1)i\theta}$:

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{R}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\sigma_n^c - \tau_n^s + 2\gamma_2 \sigma_0 + i(\tau_n^c + \sigma_n^s)}{4} \\ A_{21} &= \frac{R}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\sigma_n^c - \tau_n^s + 2\gamma_1 \sigma_0 + i(\tau_n^c + \sigma_n^s)}{4} \end{aligned} \quad (3.4)$$

et pour $n > 1$:

$$\begin{aligned} A_{1n} &= -\frac{R}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\sigma_n^c - \tau_n^s + \gamma_2(\sigma_{n-1}^c + \tau_{n-1}^s) + i(\tau_n^c + \sigma_n^s + \gamma_2(\tau_{n-1}^c - \sigma_{n-1}^s))}{4(2n-1)} \\ A_{2n} &= \frac{R}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\sigma_n^c - \tau_n^s + \gamma_1(\sigma_{n-1}^c + \tau_{n-1}^s) + i(\tau_n^c + \sigma_n^s + \gamma_1(\tau_{n-1}^c - \sigma_{n-1}^s))}{4(2n-1)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

De même, les déplacements en paroi s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{u_r}{R} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^c \cos 2n\theta + a_n^s \sin 2n\theta \\ \frac{u_\theta}{R} = b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^s \sin 2n\theta + b_n^c \cos 2n\theta \end{cases} \quad (3.6)$$

Le champ des déplacements en paroi est déterminé par la relation suivante :

$$D = u_x + iu_y = (u_r + iu_\theta)e^{i\theta} = \sum_{k=1}^2 \left(\delta_k \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} e^{-i(2n-1)\theta} + \rho_k \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{kn} e^{i(2n-1)\theta} \right) \quad (3.7)$$

En remplaçant les coefficients A_{kn} (3.4) et (3.5) et en équilibrant les termes $e^{-(2n-1)i\theta}$ et $e^{(2n+1)i\theta}$ dans la relation (3.7), on obtient :

$$a_0 = -\frac{(\rho_1 - \rho_2)(\sigma_1^c - \tau_1^s) + 2(\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)\sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.8)$$

$$b_0 = -\frac{(\rho_1 - \rho_2)(\tau_1^c + \sigma_1^s)}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.9)$$

$$a_1^c = -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\sigma_1^c - \tau_1^s) + 2(\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)\sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)(\sigma_2^c - \tau_2^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\sigma_1^c + \tau_1^s)}{12(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.10)$$

$$a_1^s = -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\tau_1^c + \sigma_1^s) + 2(\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)\sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)(\tau_2^c + \sigma_2^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\tau_1^c - \sigma_1^s)}{12(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.11)$$

$$b_1^s = \frac{(\delta_1 - \delta_2)(\sigma_1^c - \tau_1^s) + 2(\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)\sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)(\sigma_2^c - \tau_2^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\sigma_1^c + \tau_1^s)}{12(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.12)$$

$$b_1^c = -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\tau_1^c + \sigma_1^s) + 2(\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)\sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)(\tau_2^c + \sigma_2^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\tau_1^c - \sigma_1^s)}{12(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.13)$$

et pour $n > 2$:

$$a_n^c = -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\sigma_n^c - \tau_n^s) + (\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)(\sigma_{n-1}^c + \tau_{n-1}^s)}{4(2n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{(\rho_1 - \rho_2)(\sigma_{n+1}^c - \tau_{n+1}^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\sigma_n^c + \tau_n^s)}{4(2n+1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \\ a_n^s = & -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\tau_n^c + \sigma_n^s) + (\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)(\tau_{n-1}^c - \sigma_{n-1}^s)}{4(2n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \\ & -\frac{(\rho_1 - \rho_2)(\tau_{n+1}^c + \sigma_{n+1}^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\tau_n^c - \sigma_n^s)}{4(2n+1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} b_n^s = & \frac{(\delta_1 - \delta_2)(\sigma_n^c - \tau_n^s) + (\delta_1\gamma_2 - \delta_2\gamma_1)(\sigma_{n-1}^c + \tau_{n-1}^s)}{4(2n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \\ & -\frac{(\rho_1 - \rho_2)(\sigma_{n+1}^c - \tau_{n+1}^s) + (\rho_1\gamma_2 - \rho_2\gamma_1)(\sigma_n^c + \tau_n^s)}{4(2n+1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$b_n^c = -\frac{(\delta_1 - \delta_2)(\tau_n^c + \sigma_n^s) + (\delta_1 \gamma_2 - \delta_2 \gamma_1)(\tau_{n-1}^c - \sigma_{n-1}^s)}{4(2n-1)(\gamma_1 - \gamma_2)} - \frac{(\rho_1 - \rho_2)(\tau_{n+1}^c + \sigma_{n+1}^s) + (\rho_1 \gamma_2 - \rho_2 \gamma_1)(\tau_n^c - \sigma_n^s)}{4(2n+1)(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (3.17)$$

Ces relations peuvent être vérifiées avec la solution du tunnel circulaire non soutenu. L'état des contraintes initiales est anisotrope avec une composante hydrostatique P_0 et dévriatorique Q_0 . Les variations des contraintes en paroi sont :

$$\begin{cases} \Delta \sigma_r = -P_0 - Q_0 \cos 2n\theta \\ \Delta \tau = Q_0 \sin 2\theta \end{cases} \quad (3.18)$$

d'où le déplacement radial et le déplacement tangentiel en paroi :

$$u_R = \frac{R}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} \left[[Q_0(\delta_1 - \delta_2) + P_0(\gamma_2 \delta_1 - \gamma_1 \delta_2)P_0] \cos 2\theta + Q_0(\rho_1 - \rho_2) + P_0(\gamma_2 \rho_1 - \gamma_1 \rho_2) \right] \\ u_\theta = -\frac{R}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} [Q_0(\delta_1 - \delta_2) + P_0(\gamma_1 \delta_2 - \gamma_2 \delta_1)P_0] \sin 2\theta \quad (3.19)$$

Ces expressions sont exactement les mêmes que celles présentées par Hefny et Lo (1999).

En tronquant les développements en série à l'ordre m , la relation entre les coefficients dans les fonctions des variations des contraintes et des déplacements en paroi du tunnel s'écrit sous forme matricielle :

$$\frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r \\ \mathbf{u}_\theta \end{pmatrix} = \mathbf{Z}^s \begin{pmatrix} \Delta \sigma_r \\ \Delta \sigma_\theta \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

avec $\mathbf{u}_r = (a_0, a_1^c, a_2^c \dots a_m^c, a_1^s, a_2^s \dots a_m^s)^T$; $\mathbf{u}_\theta = (b_1^s, b_2^s \dots b_m^s, b_1^c, b_2^c \dots b_m^c)^T$

$\Delta \sigma_r = (\sigma_0, \sigma_1^c, \sigma_2^c \dots \sigma_m^c, \sigma_1^s, \sigma_2^s \dots \sigma_m^s)^T$; $\Delta \tau_\theta = (\tau_1^s, \tau_2^s \dots \tau_m^s, \tau_1^c, \tau_2^c \dots \tau_m^c)^T$

\mathbf{Z}^s est une matrice carrée de taille $4m+1$, qui caractérise le comportement du terrain. Cette relation définit la courbe de convergence.

3. Caractéristiques du soutènement

Le soutènement est constitué par un anneau circulaire de rayon d'extrados R et de faible épaisseur e . Le matériau est caractérisé par une modèle élastique linéaire isotrope dont les paramètres sont le module de Young E_s et le coefficient de Poissons ν_s . La relation entre les sollicitations qui s'exercent à l'extrados du soutènement et les déplacements correspondants s'écrit (Flügge 1967) :

$$\begin{cases} K_f \left(\frac{1}{R} \frac{\partial^4 u_r}{\partial \theta^4} + \frac{2}{R} \frac{d^2 u_r}{d\theta^2} + \frac{u_r}{R} \right) + K_s \left(\frac{u_r}{R} + \frac{1}{R} \frac{du_\theta}{d\theta} \right) = p_r \\ -K_s \left(\frac{1}{R} \frac{du_r}{d\theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} \right) = p_\theta \end{cases} \quad (3.21)$$

où p_r et p_θ sont respectivement la contrainte radiale et la contrainte de cisaillement appliquées à l'extrados du soutènement ; u_r et u_θ sont le déplacement radial et ortho-radial dans le soutènement ; K_s et K_f

sont respectivement le module de rigidité normale et le module de rigidité en flexion et sont donnés par les expressions suivantes :

$$K_s = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \frac{e}{R} ; K_f = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} \frac{I}{R} ; I = \frac{e^3}{12} \quad (3.22)$$

Les contraintes appliquées à l'extrados du soutènement s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} p_r = p_0 + \sum_{n=1}^{\infty} p_n^c \cos 2n\theta + p_n^s \sin 2n\theta \\ p_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} q_n^s \sin 2n\theta + q_n^c \cos 2n\theta \end{cases} \quad (3.23)$$

et de même pour les déplacements :

$$\begin{cases} \frac{1}{R} u_r = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n^c \cos 2n\theta + c_n^s \sin 2n\theta \\ \frac{1}{R} u_\theta = d_0 + \sum_{n=1}^{\infty} d_n^s \sin 2n\theta + d_n^c \cos 2n\theta \end{cases} \quad (3.24)$$

L'équation différentielle (3.13) est satisfaite avec :

$$c_0 = \frac{a_0}{K_f + K_n} \quad (3.25)$$

$$c_n^c = \frac{1}{2n(4n^2 - 1)^2 K_f} (2na_n^c - b_n^s) \quad (3.26)$$

$$c_n^s = \frac{1}{2n(4n^2 - 1)^2 K_f} (b_n^c + 2na_n^s) \quad (3.27)$$

$$d_n^s = \frac{b_n^s}{4n^2 K_s} + \frac{(b_n^s - 2na_n^c)}{4n^2 (4n^2 - 1)^2 K_f} \quad (3.28)$$

$$d_n^c = \frac{b_n^c}{4n^2 K_s} + \frac{(b_n^c + 2na_n^s)}{4n^2 (4n^2 - 1)^2 K_f} \quad (3.29)$$

Il faut noter que le coefficient d_0 peut être déterminé en prenant en compte l'interaction terrain - soutènement.

La relation entre les contraintes appliquées et les déplacements dans le soutènement s'écrit sous la forme :

$$\frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^s \\ \mathbf{u}_\theta^s \end{pmatrix} = \mathbf{K}^s \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{p}_\theta^s \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

avec $\mathbf{u}_r^s = (c_0, c_1^c, c_2^c \dots c_m^c, c_1^s, c_2^s \dots c_m^s)^T$; $\mathbf{u}_\theta^s = (d_1^s, d_2^s \dots d_m^s, d_1^c, d_2^c \dots d_m^c)^T$

$\mathbf{p}_r^s = (p_0, p_1^c, p_2^c \dots p_m^c, p_1^s, p_2^s \dots p_m^s)^T$; $\mathbf{p}_\theta^s = (q_1^s, q_2^s \dots q_m^s, q_1^c, q_2^c \dots q_m^c)^T$

Z^s est une matrice carrée de taille $4m+1$, qui caractérise le comportement du soutènement. Cette relation définit la courbe de confinement.

4. Solution analytique pour l'interaction terrain-soutènement

Dans la méthode convergence-confinement, l'effet du front de taille est pris en compte par l'introduction d'une pression fictive p^f dont l'évolution est gouvernée par le taux de déconfinement $\lambda(x)$ qui dépend de la distance au front de taille (Panet 1995). Dans le cas où l'état de contrainte initial est anisotrope, cette contrainte fictive s'exerçant à l'intrados du tunnel se décompose en une contrainte normale et une contrainte tangentielle :

$$\begin{aligned} p_r^f &= \frac{1}{2}(1-\lambda)[(1+K_0)-(1-K_0)\cos 2(\theta-\beta)]\sigma_0 \\ p_\theta^f &= \frac{1}{2}(1-\lambda)(1-K_0)\sin 2(\theta-\beta)\sigma_0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

où σ_0 est la contrainte verticale initiale, K_0 est le coefficient des terres au repos et β est l'orientation du plan d'isotropie par rapport la direction horizontale.

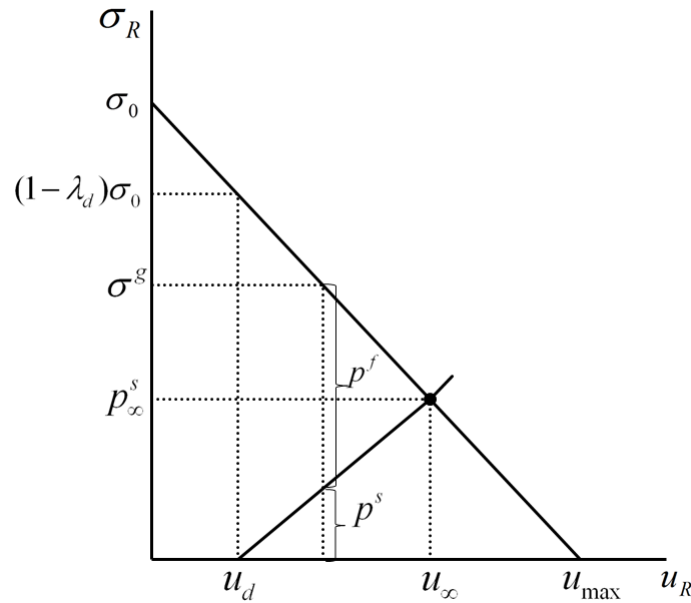


Fig. 3.3 relation entre la contrainte en paroi du tunnel et la contrainte appliquée à l'extrados du soutènement après la pose du soutènement

On suppose que l'état, à la mise en place du soutènement correspond à la valeur λ_d du taux de confinement. La variation de contrainte en paroi s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r^d &= \frac{1}{2}\lambda_d[(1+K_0)-(1-K_0)\cos 2(\theta-\beta)]\sigma_0 \\ \Delta\tau_\theta^d &= \frac{1}{2}\lambda_d(1-K_0)\sin 2(\theta-\beta)\sigma_0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

Le déplacement correspondant qui s'est produit en paroi, est calculé par la relation (3.20) :

$$\frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^d \\ \mathbf{u}_\theta^d \end{pmatrix} = \mathbf{Z}^g \begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{\sigma}_r^d \\ \Delta \boldsymbol{\tau}_\theta^d \end{pmatrix} = \lambda_d \mathbf{Z}^g \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_r^0 \\ \boldsymbol{\tau}_\theta^0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Après l'installation du soutènement, la relation entre la contrainte en paroi du tunnel $\boldsymbol{\sigma}^g$ et la contrainte appliquée à l'extrados du soutènement \mathbf{p}^s s'écrit (Fig. 3.3) :

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_r^g \\ \boldsymbol{\sigma}_\theta^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{p}_\theta^s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^f \\ \mathbf{p}_\theta^f \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

et à l'état d'équilibre final lorsque $\mathbf{p}^f = 0$:

$$\begin{pmatrix} \Delta \boldsymbol{\sigma}_r \\ \Delta \boldsymbol{\sigma}_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_r^0 \\ \boldsymbol{\sigma}_\theta^0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{p}_\theta^s \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

a – Cas de l'adhérence parfaite

Cette hypothèse implique la continuité du déplacement radial et du déplacement tangentiel entre le terrain et le revêtement :

$$\mathbf{u}_r - \mathbf{u}_r^d = \mathbf{u}_r^s \quad (3.36)$$

$$\mathbf{u}_\theta - \mathbf{u}_\theta^d = \mathbf{u}_\theta^s \quad (3.37)$$

Cette condition permet d'exprimer les contraintes dans le soutènement :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{p}_\theta^s \end{pmatrix} = (1 - \lambda_d)(\mathbf{Z}^g + \mathbf{Z}^s)^{-1} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_r^0 \\ \boldsymbol{\sigma}_\theta^0 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

$$\text{et } \frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^s \\ \mathbf{u}_\theta^s \end{pmatrix} = \mathbf{Z}^s \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{p}_\theta^s \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

b – Cas du glissement parfait

Cette seconde hypothèse implique la continuité du seul déplacement radial et la nullité de la contrainte de cisaillement :

$$\mathbf{u}_r - \mathbf{u}_r^d = \mathbf{u}_r^s \quad (3.40)$$

$$\mathbf{p}_\theta^s = \mathbf{0} \quad (3.41)$$

En remplaçant (3.40) et (3.41) dans (3.35) on peut écrire :

$$\frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^d \\ \mathbf{u}_\theta - \mathbf{u}_\theta^s \end{pmatrix} = \mathbf{Z}^g \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_r^0 \\ \boldsymbol{\sigma}_\theta^0 \end{pmatrix} - (\mathbf{Z}^g + \mathbf{Z}^s) \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

qui devient en utilisant la relation (3.20) :

$$(\mathbf{Z}^g + \mathbf{Z}^s) \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^{\max} \\ \mathbf{u}_\theta^{\max} \end{pmatrix} - \frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^d \\ \mathbf{u}_\theta - \mathbf{u}_\theta^s \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

avec u^{\max} le déplacement final du tunnel non soutenu.

Cette relation est un système d'équations dans lequel on peut trouver \mathbf{p}_r^s à partir des $2m+1$ première équations :

$$\mathbf{p}_r^s = \frac{1-\lambda_d}{R} \left[(\mathbf{Z}^g + \mathbf{Z}^s)_{\{1,\dots,2m+1\}\{1,\dots,2m+1\}} \right]^{-1} \mathbf{u}_r^{\max} \quad (3.44)$$

$$\text{et } \frac{1}{R} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_r^s \\ \mathbf{u}_\theta^s \end{pmatrix} = \mathbf{Z}^s \begin{pmatrix} \mathbf{p}_r^s \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

La notation $\mathbf{M}_{\{1,\dots,m\}\{1,\dots,n\}}$ représente une sous-matrice de la matrice \mathbf{M} constituée des lignes 1 jusqu'à m et des colonnes 1 jusqu'à n .

5. Exemples numériques

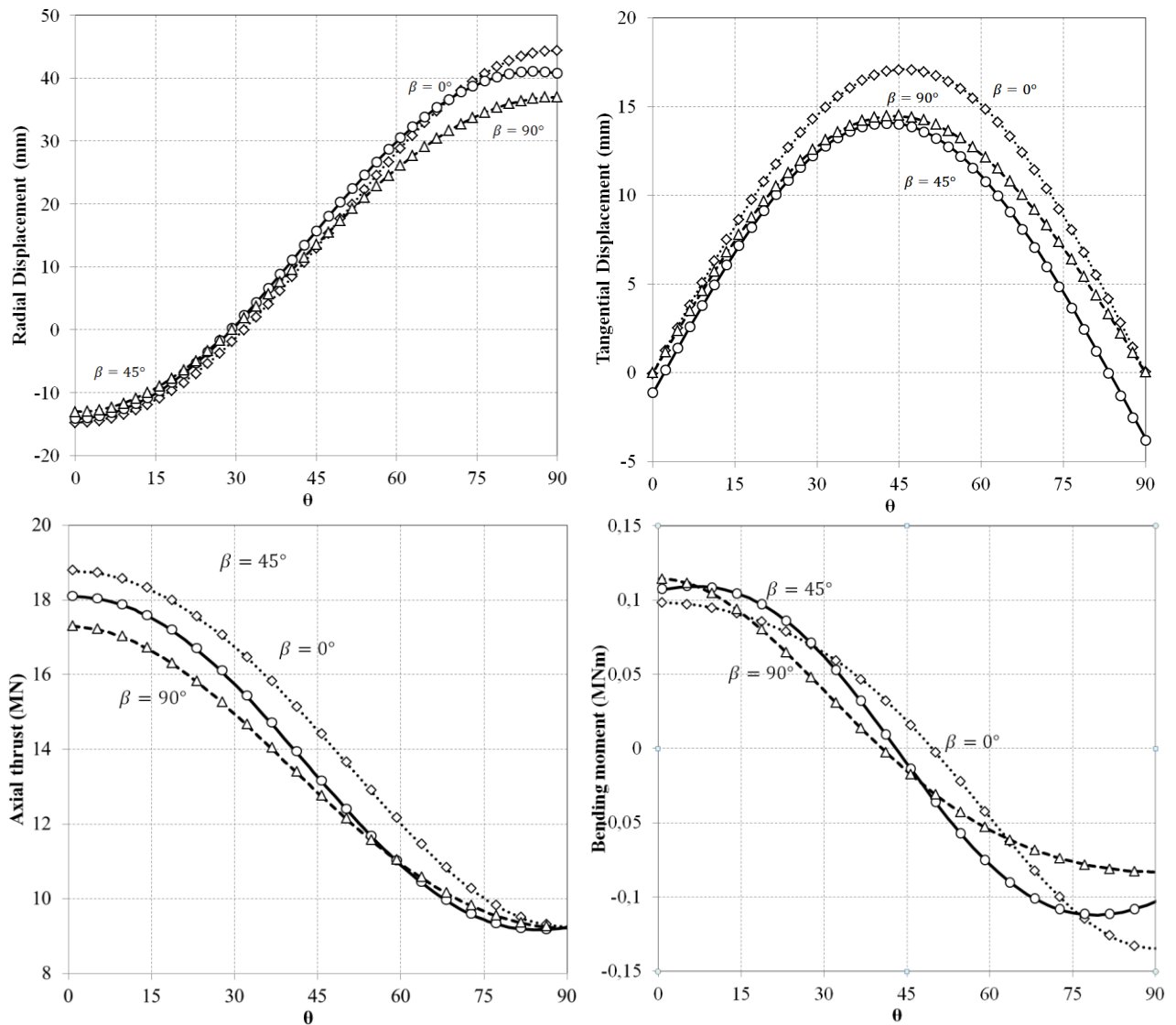


Fig.3.4. Déplacements et forces dans le soutènement dans le cas de l'adhérence parfaite
 ($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$; $K_0 = 0.5$)

Pour vérifier la solution analytique, des exemples numériques ont été réalisés. Les paramètres du terrain sont $E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$ et $\nu_{hv} = 0.02$. L'état initial de contrainte est anisotrope avec $K_0 = 0.5$. La contrainte verticale est 10 MPa . Les paramètres du soutènement sont $E_s = 25000 \text{ MPa}$; $\nu_s = 0.15$. Le rayon du tunnel est $R = 5 \text{ m}$ et l'épaisseur du soutènement est $e = 0.2 \text{ m}$. On suppose que le taux de confinement juste avant la mise en place du soutènement est $\lambda_d = 0.5$. L'influence de l'orientation du plan d'isotropie β est considérée, par l'étude de trois cas $\beta = 0^\circ$, 45° et 90° . Les Fig. 3.4 et Fig. 3.5 montrent la comparaison des résultats calculés par la solution analytique et la simulation numérique avec Flac3D pour le cas de l'adhérence parfaite et du glissement parfait. La solution analytique donne une très bonne correspondance avec la solution numérique.

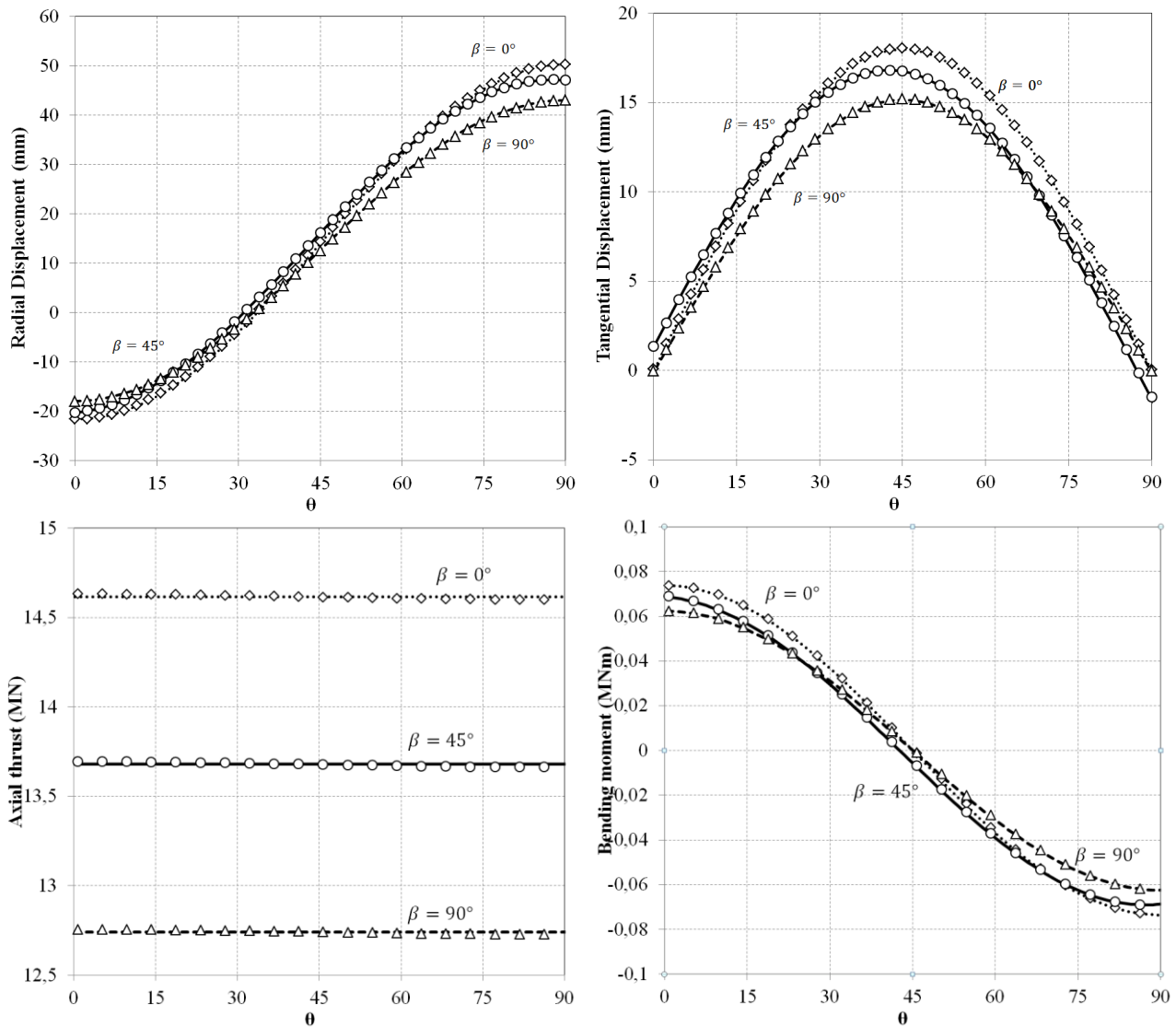


Fig.3.5. Déplacements et des forces dans le soutènement dans le cas du glissement parfait
 ($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$; $K_0 = 0.5$)

6. Conclusion

Cette partie présente une solution explicite pour un tunnel revêtu creusé en milieu élastique isotrope transverse en utilisant la méthode convergence-confinement. La solution prend en compte les déplacements produits en paroi avant la mise en place du soutènement. Deux cas extrêmes concernant la nature du contact entre le terrain et le soutènement ont été considérés. Des exemples numériques ont été réalisés pour vérifier la solution analytique. La solution analytique montre que les hypothèses sur la condition à l'interface terrain-soutènement et l'orientation du plan d'anisotropie ont une influence importante sur les résultats.

3.3 Tunnel de section non-circulaire

Les solutions analytiques sont souvent proposées pour les tunnels de section circulaire. Cependant, la géométrie des tunnels peut être plus complexe telle que la section semi-circulaire ou en double arche. Exadaktylos et al. (2002, 2003) ont proposé une solution pour un tunnel de section non circulaire en milieu élastique isotrope en utilisant la méthode de transformation conforme (conformal mapping) et les potentiels complexes de Klovov-Muskhelishvili. Récemment, Zhang et Sun (2011) ont présenté une solution analytique pour un tunnel de section quelconque dans un milieu élastique isotrope transverse. Ces auteurs ont supposé que le tunnel est creusé dans la direction perpendiculaire au plan d'isotropie. Ils ont constaté que l'équation de compatibilité dans ce cas est la même que celle en milieu élastique isotrope et le problème est donc formellement analogue au celui d'un tunnel excavé en milieu isotrope qui a déjà été largement exploré.

Dans cet article, on étudie une situation plus intéressante où l'axe du tunnel est supposé parallèle au plan d'isotropie. Une solution analytique est dérivée pour un tunnel de section quelconque en étendant la méthode de transformation conforme au cas de milieu anisotrope. Il s'agit une transformation affine de la région considérée à une autre configuration sur laquelle la section quelconque initiale se transforme en une section circulaire de rayon unité. La fonction de transformation est développée en série de Laurent.

La solution proposée est d'abord vérifiée avec les solutions analytiques existantes pour la section circulaire (Hefny et Lo 1999) et elliptique (Lekhnitskii 1963). La solution est ensuite appliquée pour le cas de section semi-circulaire et comparée avec les calculs numériques effectués avec le code de calcul FLAC 3D ©. On montre que les résultats analytiques sont en bon accord avec les résultats numériques à l'exception de la région à proximité du coin de la section. Ces erreurs se produisent à cause de l'approximation de la fonction de transformation et peuvent être réduites en augmentant le nombre de termes de la série de Laurent. L'étude de l'influence du nombre de termes montre qu'un résultat précis au coin de la section peut être obtenu avec dix termes.

A Closed-Form Solution for Tunnels with Arbitrary Cross Section Excavated in Elastic Anisotropic Ground

Huy Tran Manh · Jean Sulem · Didier Subrin

Abstract

Closed form solutions are of great interest for quick and accurate evaluation of stresses and displacements around underground excavations. Based on complex variable theory and the method of conformal mapping, closed-form solutions for the stresses and displacements around deep tunnels with arbitrary cross section in a homogeneous, transversely isotropic and linear elastic ground with non-isotropic far field stress conditions are developed. The results obtained with the proposed analytical solution are compared with those obtained with the numerical code FLAC3D for some usual shapes of tunnel openings.

Keyword: deep tunnel, transversely isotropic, arbitrary cross section, closed-form solution, complex variable theory, conformal mapping.

List of symbols

σ_0	Vertical in-situ stress
K_0	Initial stress ratio
$\sigma_v^0, \sigma_h^0, \tau_{vh}^0$	Vertical, horizontal and shear component of the initial stress state before excavation after rotation
$\Delta\sigma_v^0, \Delta\sigma_h^0, \Delta\tau_{vh}^0$	Vertical, horizontal and shear component of the unloading stress applied at the tunnel wall for describing the excavation process.
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Components of stress state
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$	Components of strain state
β	Angle between the plane of isotropy and the direction horizontal
λ	Confinement loss
S_{ij}	Compliance coefficients (Eq 5)
E_h	Young's modulus in the plane of isotropy
E_v	Young's modulus in the direction normal to the plane of isotropy respectively;
ν_{vh}	Poisson's ratio for the effect of vertical stress on the horizontal strain

ν_{hv}	Poisson's ratio for the effect of horizontal stress on the vertical strain
ν_h	Poisson's ratio for the effect of horizontal stress on the horizontal strain
G_{vh}	Shear modulus for any plane normal to the plane of isotropy.
Ω_k	Potential functions
$\varpi (\varpi_k)$	Mapping function from z-plane (z_k -plane resp.) to ζ -plane (ζ_k -plane resp.)

1. Introduction

The determination of stresses and displacements around underground excavations excavated in anisotropic formations such as sedimentary and metamorphic foliated rock is central for the design and the assessment of stability and safety. Plane problems for anisotropic elastic bodies have been largely studied in the works of Green and Taylor (1935, 1945a, 1945b), Green and Zerna (1968) and by Lekhnitskii (1963). Hefny and Lo (1999) have applied Green's theory for unlined circular tunnels excavated in an elastic transversely isotropic medium. Based on the Lekhnitskii formalism, Bobet (2011) has developed a closed-form solution for lined circular tunnels. An approximate solution for the cavity expansion in transversely isotropic rock for the displacements and stress adjacent to the cavity wall has also been presented by Kolymbas (2010) to back analyse the material constants of rock. A semi-analytical solution for a circular tunnel excavated in a transversely isotropic formation with non-linear behavior is developed in a recent paper by Vu et al. (2012). In these studies, the opening shape is assumed circular. In many geotechnical applications, underground openings in soils and rocks are excavated with more complex geometries such as semi-circular or double-arch cross section. Exadaktylos et al. (2002, 2003) have proposed closed-form plane strain solutions for non-circular tunnels excavated in an isotropic linear elastic medium using the method of conformal mapping and Klosov-Muskhelishvili complex potentials. More recently, Zhang and Sun (2011) have presented an analytical solution for a deep tunnel with arbitrary cross section in a transversely isotropic rock mass. These authors have assumed that the cross section of tunnel is parallel to the plane of isotropy and they found that in that case, the compatibility equation of transverse isotropy is the same as that of isotropy so that their stress solutions are of the same form for stress boundary condition. In other words, the problem in this case is formally similar to an isotropic problem which has already been largely explored. In this paper, we study a more complex situation where the tunnel axis is assumed to be parallel to the isotropic plane. An analytical solution is derived for arbitrary cross sections. For some common shapes of openings the analytical solution is compared with numerical computations performed with the commercial code FLAC 3D©.

2. Problem description

We consider a tunnel with arbitrary cross section excavated in an infinite elastic rock mass with transverse isotropy. It is assumed that the tunnel axis is parallel to the z-axis in such a way that axes x and z are horizontal and lie on the plane of isotropy. The initial state of stress is assumed to be homogeneous and anisotropic and is expressed in the vertical plane as

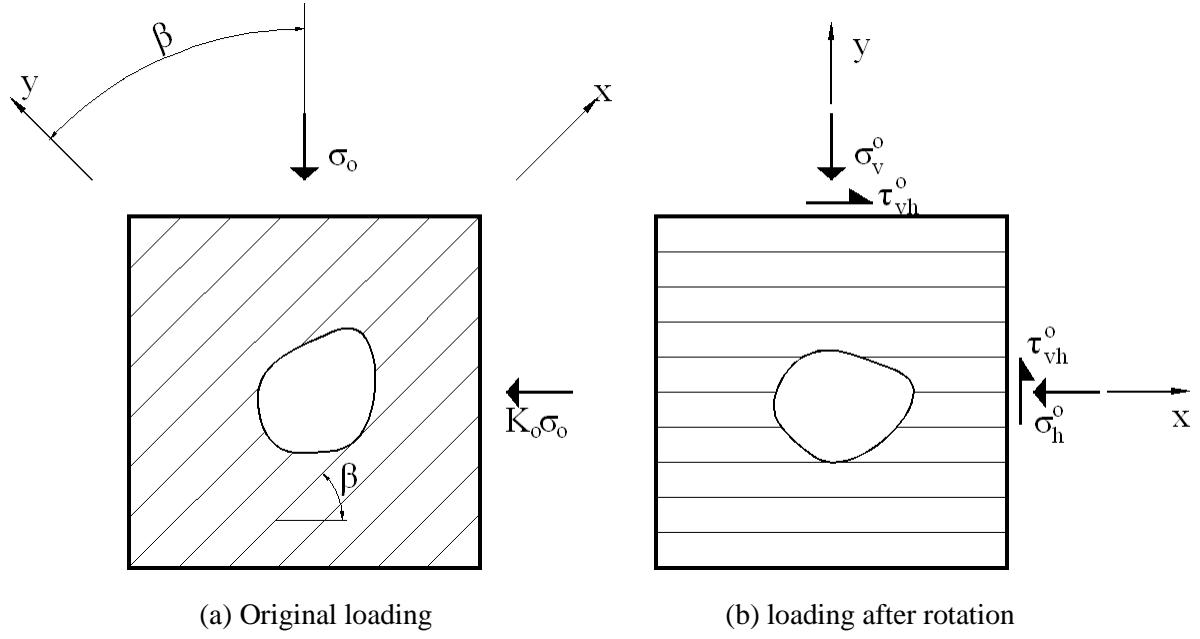


Fig.1 – Tunnel with arbitrary cross section, initial stress state in a transversely isotropic rock

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & K_0 \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

The tunnel-axis is parallel to the plane of isotropy and the x-axis makes an angle β with the vertical axis y (Fig.1). In the (x,y) coordinate system, the far-field stresses are given as

$$\begin{cases} \sigma_v^0 = \frac{\sigma_0}{2} ((1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \sigma_h^0 = \frac{\sigma_0}{2} ((1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \tau_{vh}^0 = \frac{\sigma_0}{2} (1 - K_0) \sin 2\beta \end{cases} \quad (2)$$

In order to account for the excavation process, we introduce the deconfinement rate λ . Therefore, the advancement of the tunnel face in due course of the excavation process can be described as a reduction of the stresses at the inner wall of the tunnel wall:

$$\begin{cases} \Delta \sigma_v^0 = -\frac{\lambda \sigma_0}{2} ((1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \Delta \sigma_h^0 = -\frac{\lambda \sigma_0}{2} ((1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \Delta \tau_{vh}^0 = -\frac{\lambda \sigma_0}{2} (1 - K_0) \sin 2\beta \end{cases} \quad (3)$$

The constitutive relationships in plane strain are given as

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

where $S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}$ and S_{33} are the compliance coefficients. They are related to the material parameters as follows

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_h^2}{E_h}, S_{22} = \frac{1 - \nu_{vh}\nu_{hv}}{E_v}, S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{hv}(1 + \nu_h)}{E_v}, S_{13} = S_{31} = 0; S_{33} = \frac{1}{G_{vh}} \quad (5)$$

where E_h, E_v are the Young's moduli in the plane of isotropy and in the direction normal to the plane of isotropy respectively; ν_h, ν_{hv} the Poisson's ratio for effect of horizontal stress on horizontal strain and the Poisson's ratio for effect of horizontal stress on vertical strain respectively; G_{vh} is the shear modulus for any plane normal to the plane of isotropy.

Stresses are classically derived from the Airy stress function U :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

Using the constitutive equations (4), the strain compatibility equation for two-dimensional problems

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (7)$$

yields the following differential equation for the Airy stress function (Jaeger and Cook, 1979)

$$S_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} + (2S_{12} + S_{33}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + S_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \quad (8)$$

which can be written as

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) U = 0 \quad (9)$$

with

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{S_{11}}{S_{22}} \text{ and } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{S_{33} + 2S_{12}}{S_{22}} \quad (10)$$

In case of isotropy, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, and equation (9) is simply $\nabla^2 \nabla^2 U = 0$.

3. General closed-form solution

3.1 General formulation

Two-dimensional problems in elasticity are commonly solved using the complex variable method. In this method, the displacements and stresses field are represented in terms of analytic functions of a complex

variable $z = x + iy$. In the case of transversely isotropic plane, Green and Taylor (1939, 1945) defined two new complex variable z_1 et z_2

$$\begin{aligned} z_k &= (z + \gamma_k \bar{z}) \\ \bar{z}_k &= (\bar{z} + \bar{\gamma}_k z) \end{aligned} \quad (11)$$

With

$$\gamma_k = \frac{\sqrt{\alpha_k} - 1}{\sqrt{\alpha_k} + 1}; |\gamma_k| < 1 \quad (12)$$

The general solution of equation (9) for the Airy stress function can be expressed in terms of two analytic functions Ω_k ($k = 1, 2$) and their conjugates

$$U = \sum_{k=1}^2 \left(\Omega_k(z_k) + \overline{\Omega_k}(\bar{z}_k) \right) \quad (13)$$

The stress and displacement fields can be expressed as

Stresses:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k - 1)^2 \Omega_k''(z_k) + (\bar{\gamma}_k - 1)^2 \overline{\Omega_k''}(\bar{z}_k) \right) \\ \sigma_{yy} &= \sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k + 1)^2 \Omega_k''(z_k) + (\bar{\gamma}_k + 1)^2 \overline{\Omega_k''}(\bar{z}_k) \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{1}{i} \sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k^2 - 1) \Omega_k''(z_k) - (\bar{\gamma}_k^2 - 1) \overline{\Omega_k''}(\bar{z}_k) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Displacements

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} (D + \bar{D}) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[(\delta_k + \rho_k) \Omega_k'(z_k) + (\bar{\delta}_k + \bar{\rho}_k) \overline{\Omega_k'}(\bar{z}_k) \right] \\ v &= \frac{1}{2i} (D - \bar{D}) = \frac{1}{2i} \sum_{k=1}^2 \left[(\delta_k - \rho_k) \Omega_k'(z_k) - (\bar{\delta}_k - \bar{\rho}_k) \overline{\Omega_k'}(\bar{z}_k) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

with

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 - (1 - \gamma_1) \beta_1 & \delta_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 - (1 - \gamma_2) \beta_2 \\ \rho_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 + (1 - \gamma_1) \beta_1 & \rho_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 + (1 - \gamma_2) \beta_2 \end{aligned} \quad (16)$$

and

$$\beta_1 = S_{12} - S_{22} \alpha_1 \quad \beta_2 = S_{12} - S_{22} \alpha_2 \quad (17)$$

It should be noted that in general, there are two possible cases:

- if γ_1 and γ_2 are real, all parameters δ_1 , δ_2 , ρ_1 and ρ_2 are real

- if γ_1 and γ_2 are complex conjugates, δ_1 and δ_2 as well as ρ_1 and ρ_2 are complex conjugates.

Boundary conditions

Boundary conditions are expressed in terms of the resultant tractions acting (X, Y) on the boundary

$$P = X + iY = 2i \frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \Omega'_k(z_k) + \overline{\Omega'_k(\bar{z}_k)} \right) \quad (18)$$

3.2 Closed form solution for a deep tunnel

In order to solve plane problems with complex geometries, we use the conformal mapping technique. The mapping function transforms the region exterior to a tunnel of arbitrary shape into the exterior of a unit circle (Fig.2). We can express the mapping function in the form of Laurent series

$$z = \varpi(\zeta) = R \left[\zeta + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \zeta^{-n} \right], \quad \zeta = \rho e^{i\theta} \quad (19)$$

where the constant term R is a real number which refers to the size of the cross section and the constant coefficients a_m are complex numbers which refer to the shape of the cross section (Exadaktylos and Stavropoulou 2001).

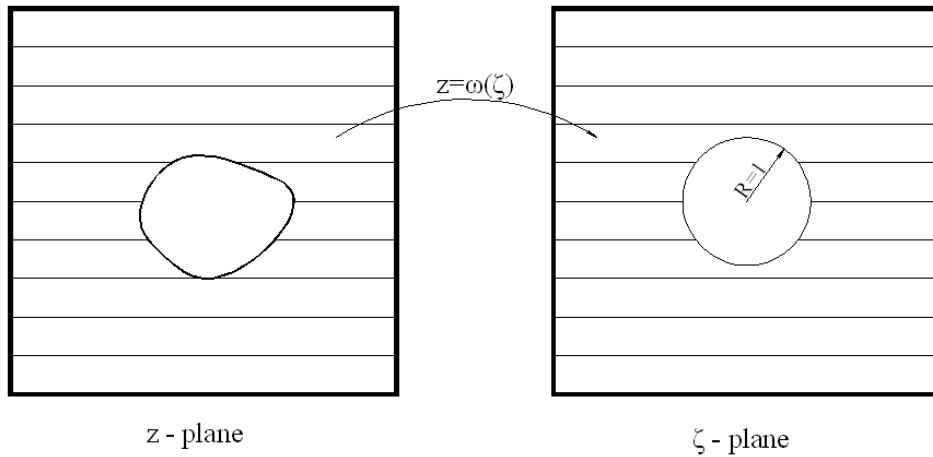


Fig.2 – Conformal mapping of a region exterior to a tunnel onto the exterior of a unit circle

In order to map the region exterior to the unit circle in the ζ -plane transformation into the exterior of the arbitrary cross section in the z -plane, we define two others complex variables ζ_1 and ζ_2 by the transformations

$$z_k = (z + \gamma_k \bar{z}) = \varpi_k(\zeta_k) = R \sum_{n=1}^{\infty} (c_{kn} \zeta_k^n + d_{kn} \zeta_k^{-n}) \quad (20)$$

The ζ_1 and ζ_2 -plane are chosen so that the circles $|\zeta_k| = 1$ correspond to the circle $|\zeta| = 1$ and $|\zeta_k| \rightarrow \infty$ when $|\zeta| \rightarrow \infty$. Substituting (19) into (20) for the boundary, we have

$$R \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(e^{in\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-in\theta} \right) + \gamma_k \left(e^{-in\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n e^{in\theta} \right) \right] = R \sum_{n=1}^{\infty} (c_{kn} \zeta_k^n + d_{kn} \zeta_k^{-n}) \quad (21)$$

hence,

$$\begin{aligned} c_{k1} &= 1 + \gamma_k \bar{a}_1 \\ d_{k1} &= a_1 + \gamma_k \end{aligned} \quad (22)$$

and for $n \geq 2$

$$\begin{aligned} c_{kn} &= \gamma_k \bar{a}_n \\ d_{kn} &= a_n \end{aligned} \quad (23)$$

Note that the transformation between the (ζ_1, ζ_2) -plane and the z -plane is not conformal.

For practical applications, the potential functions (Ω_1, Ω_2) are searched in the form of infinite power series. For the problem considered for which the medium extends to infinity, only the negative power of the complex variable should be included to ensure finite stress at infinity. In the transformed plane, the first order deviation of the potential functions can be assumed

$$\Omega'_k(z_k) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} (\zeta_k)^{-n}, |\zeta_k| \geq 1 \quad (24)$$

The coefficients A_{kn} are evaluated from the boundary conditions. The condition of no stress change at infinity is automatically satisfied from the choice of the potential functions with only negative powers of ζ_k . In order to calculate the stresses field, the second order deviation of the potential functions can be written as

$$\Omega''_k(z_k) = \frac{\Omega''_k(\zeta_k)}{\varpi'_k(\zeta_k)} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} -n A_{kn} (\zeta_k)^{-(n+1)}}{R \sum_{n=1}^{\infty} n (c_{kn} \zeta_k^{n-1} - d_{kn} \zeta_k^{-n-1})} \quad (25)$$

In the orthogonal curvilinear coordinate, we can write stress and displacement fields as

$$\begin{aligned} \sigma_\rho + \sigma_\theta &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} \\ \sigma_\rho - \sigma_\theta + 2i\tau_{\rho\theta} &= \frac{\bar{\zeta}}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \frac{d\bar{z}}{d\bar{\zeta}} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\tau_{xy}) = e^{-2i\theta} \frac{\varpi'(\bar{\zeta})}{\varpi'(\zeta)} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\tau_{xy}) \\ u_\rho + iu_\theta &= \left(\frac{\bar{\zeta}}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \frac{d\bar{z}}{d\bar{\zeta}} \right)^{\frac{1}{2}} (u_x + iu_y) \end{aligned} \quad (26)$$

and on the circle $\rho = \text{constant}$

$$P(\theta) = i \int_A^P (\sigma_\rho + i\tau_{\rho\theta}) \frac{dz}{d\theta} d\theta = i \frac{\lambda \sigma_0}{2} \int_A^P \left[\frac{\bar{\zeta}}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \frac{d\bar{z}}{d\bar{\zeta}} (K_0 - 1) e^{-2i\beta} + (1 + K_0) \right] \frac{dz}{d\theta} d\theta \quad (27)$$

On the tunnel wall $\zeta = e^{i\theta}$, $\rho = 1$

$$\frac{\bar{\zeta}}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \frac{dz}{d\bar{\zeta}} = e^{-2i\theta} \frac{1 - \sum_{n=1}^{\infty} n \bar{a}_n \bar{\zeta}^{-(n+1)}}{1 - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \zeta^{-(n+1)}} = e^{-2i\theta} \frac{1 - \sum_{n=1}^{\infty} n \bar{a}_n e^{i(n+1)\theta}}{1 - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n e^{-i(n+1)\theta}} \quad (28)$$

and also

$$\frac{dz}{d\theta} = \frac{dz}{d\sigma} \frac{d\sigma}{d\theta} = iR \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} n \zeta^{-(n+1)} \right] \zeta = iR \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n e^{-i(n+1)\theta} \right] e^{i\theta} \quad (29)$$

Substituting equation (28) and (29) into equation (27), we obtain

$$\begin{aligned} P(\theta) &= -\frac{\lambda \sigma_0}{2} R \int_0^\theta \left[e^{-i\theta} - \sum_{n=1}^{\infty} n \bar{a}_n e^{in\theta} \right] (K_0 - 1) e^{-2i\beta} + \left[e^{i\theta} - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n e^{-in\theta} \right] (1 + K_0) d\theta \\ &= i \frac{\lambda \sigma_0}{2} R \left[\left[e^{-i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n e^{in\theta} \right] (1 - K_0) e^{-2i\beta} + \left[e^{i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-in\theta} \right] (1 + K_0) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

Using equation (18) we can write

$$\begin{aligned} 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} A_{kn} e^{-in\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_{kn} e^{in\theta} \right) &= \\ = i \frac{\lambda \sigma_0}{2} R \left[\left[e^{-i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{a}_n e^{in\theta} \right] (1 - K_0) e^{-2i\beta} + \left[e^{i\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-in\theta} \right] (1 + K_0) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

By identification of the terms in $e^{-in\theta}$ we obtain

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \gamma_k A_{k1} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4} R \left[(1 - K_0) e^{-2i\beta} + a_1 (1 + K_0) \right] \\ \sum_{k=1}^2 \bar{A}_{k1} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4} R \left[\bar{a}_1 (1 - K_0) e^{-2i\beta} + (1 + K_0) \right] \end{aligned} \quad (32)$$

and for $n \geq 2$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \gamma_k A_{kn} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4} R a_n (1 + K_0) \\ \sum_{k=1}^2 \bar{A}_{kn} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4} R \bar{a}_n (1 - K_0) e^{-2i\beta} \end{aligned} \quad (33)$$

The above equations are fulfilled with

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} R \left[(1 - K_0) (e^{-2i\beta} - a_1 \gamma_2 e^{2i\beta}) + (a_1 - \gamma_2) (1 + K_0) \right] \\ A_{21} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_2 - \gamma_1)} R \left[(1 - K_0) (e^{-2i\beta} - a_1 \gamma_1 e^{2i\beta}) + (a_1 - \gamma_1) (1 + K_0) \right] \end{aligned} \quad (34)$$

and for $n \geq 2$

$$\begin{aligned} A_{1n} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} R a_n \left[(1 + K_0) - \gamma_2 (1 - K_0) e^{2i\beta} \right] \\ A_{2n} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_2 - \gamma_1)} R a_n \left[(1 + K_0) - \gamma_1 (1 - K_0) e^{2i\beta} \right] \end{aligned} \quad (35)$$

Using equations (14) and (15), we can find the stress and displacement field around the tunnel. The implementation of these equations into computing codes (e.g. Matlab, Maple, Mathematica, ...) is straightforward and results can be obtained in a quick and accurate manner.

4. Validation and application of the proposed closed-form solution

In this section, we first check the proposed closed-form solution by comparing with existing analytical solutions for elliptical openings (Lekhnitskii 1963, Jaeger et al. 1979) and circular openings (Hefny and Lo 1999). Then we apply our solution for semi-circular openings and compare the results with those obtained numerically with the commercial code FLAC3D®.

4.1 Elliptical and circular openings

We consider a tunnel with elliptical cross section

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (36)$$

with

$$a = R(1 + m); b = R(1 - m) \quad (37)$$

The mapping function which transforms the elliptical section into a unit circle is the following

$$z = \varpi(\zeta) = R(\zeta + m\zeta^{-1}) \quad (38)$$

hence, in this case $a_1 = m$ and for $n \geq 2$ $a_n = 0$. Also we can find mapping functions

$$z_k = (z + \gamma_k \bar{z}) = R((1 + \gamma_k m)\zeta_k + (\gamma_k + m)\zeta_k^{-1}) \quad (39)$$

The derivatives of the potential functions are written as:

$$\Omega'_k(z_k) = \frac{A_{k1}}{\zeta_k} \text{ and } \Omega''_k(z_k) = -\frac{A_{k1}}{R((1 + \gamma_k m)\zeta_k^2 - (\gamma_k + m))} \quad (40)$$

with

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_1 - \gamma_2)} R \left[(1 - K_0) (e^{-2i\beta} - m\gamma_2 e^{2i\beta}) + (m - \gamma_2)(1 + K_0) \right] \\ A_{21} &= \frac{\lambda \sigma_0}{4(\gamma_2 - \gamma_1)} R \left[(1 - K_0) (e^{-2i\beta} - m\gamma_1 e^{2i\beta}) + (a_1 - m)(1 + K_0) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

In order to compare with the solution of Lekhnitskii, we consider the case of uniform pressure q applied at the opening contour by setting an isotropic state of stresses ($K_0 = 1$), we have

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{q}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} R(m - \gamma_2) \\ A_{21} &= \frac{q}{2(\gamma_2 - \gamma_1)} R(m - \gamma_1) \end{aligned} \quad (42)$$

The solution of the hoop stress at the boundary of the tunnel is

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\Theta - \frac{1 - m e^{2i\theta}}{e^{2i\theta} - m} \Phi \right] \quad (43)$$

with

$$\begin{aligned} \Theta &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4 \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^2 \gamma_k \Omega_k''(z_k) \right] \\ &= 2q \operatorname{Re} \left[\frac{\gamma_1 \gamma_2 (m e^{2i\theta} - 1) - (e^{2i\theta} - m)}{((1 + \gamma_1 m) e^{2i\theta} - (\gamma_1 + m))((1 + \gamma_2 m) e^{2i\theta} - (\gamma_2 + m))} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

and

$$\begin{aligned} \Phi &= \sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i \tau_{xy} = -4 \sum_{k=1}^2 \left[\gamma_k^2 \Omega_k''(z_k) + \overline{\Omega_k''}(\bar{z}_k) \right] \\ &= 2q \left[\frac{(\gamma_1 + \gamma_2)(m e^{-2i\theta} + m e^{2i\theta} - m^2 - 1) + \gamma_1 \gamma_2 (m - 1)(e^{2i\theta} + 1) + e^{-2i\theta}(1 - m^2)}{((1 + \gamma_1 m) e^{2i\theta} - (\gamma_1 + m))((1 + \gamma_2 m) e^{2i\theta} - (\gamma_2 + m))} \right] \end{aligned} \quad (45)$$

The relation between the complex parameters in Green's formulation (γ_k) and those in Lekhnitskii's formulation (μ_k) is

$$\gamma_k = \frac{1 + \mu_k}{1 - \mu_k} \quad (46)$$

By replacing $m = \frac{a-b}{a+b}$, the hoop stress at the boundary of the tunnel is rewritten as

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{q}{l^2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{i e^{-i\theta}}{(a \sin \theta - \mu_1 b \cos \theta)(a \sin \theta - \mu_2 b \cos \theta)} \times \right. \\ &\quad \times \left[(\mu_1 \mu_2 a - i(\mu_1 + \mu_2) b) a^3 \sin^3 \theta + i(\mu_1 \mu_2 - 2) a^2 b^2 \sin^2 \theta \cos \theta + \right. \\ &\quad \left. \left. + i(2\mu_1 \mu_2 - 1) a^2 b^2 \sin \theta \cos^2 \theta + (i(\mu_1 + \mu_2) a - \mu_1 \mu_2 b) b^3 \sin^3 \theta \right] \right\} \end{aligned} \quad (47)$$

where

$$l^2 = a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta \quad (48)$$

The solution of hoop stress given in the equation (47) is identical with the Lekhnitskii's solution (Lekhnitskii 1963)

Let $P_0 = \sigma_0 \frac{(1+K_0)}{2}$ be the initial mean stress and $Q_0 = \sigma_0 \frac{(K_0-1)}{2}$ the initial deviatoric stress.

Setting $\beta = 0$, the constants of the stress functions, when the tunnel is fully excavated ($\lambda = 1$), are given as

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{R}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} [Q_0 + \gamma_2 P_0] \\ A_{21} &= -\frac{R}{2(\gamma_2 - \gamma_1)} [Q_0 + \gamma_1 P_0] \end{aligned} \quad (49)$$

The closed-form solution for the hoop stress along the inner wall of the circular tunnel is derived as

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_\theta &= -\text{Re} \left(\frac{1}{(\gamma_1 - \gamma_2)} \left[\frac{(1 + \gamma_1 e^{-2i\theta})^2}{(1 - \gamma_1 e^{-2i\theta})} (Q_0 + \gamma_2 P_0) - \frac{(1 + \gamma_2 e^{-2i\theta})^2}{(1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})} (Q_0 + \gamma_1 P_0) \right] \right) \\ &= Q_0 \cos 2\theta - P_0 - \text{Re} \left(\frac{4e^{-2i\theta}}{(1 - \gamma_1 e^{-2i\theta})(1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})} Q_0 + \left[2 + \frac{4\gamma_1 \gamma_2 e^{-4i\theta}}{(1 - \gamma_1 e^{-2i\theta})(1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})} \right] P_0 \right) \end{aligned} \quad (50)$$

So that we have

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= P_0 - Q_0 \cos 2\theta + \Delta\sigma_\theta \\ &= -\text{Re} \left(\frac{4e^{-2i\theta}}{(1 - \gamma_1 e^{-2i\theta})(1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})} Q_0 + \left[2 + \frac{4\gamma_1 \gamma_2 e^{-4i\theta}}{(1 - \gamma_1 e^{-2i\theta})(1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})} \right] P_0 \right) \\ &= \frac{4(\gamma_1 + \gamma_2) - 4(1 - \gamma_1 \gamma_2) \cos 2\theta}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2\theta)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\theta)} Q_0 + \frac{2 + 2(\gamma_1 + \gamma_2)^2 - 2\gamma_1^2 \gamma_2^2 - 4(\gamma_1 + \gamma_2) \cos 2\theta}{(1 + \gamma_1^2 - 2\gamma_1 \cos 2\theta)(1 + \gamma_2^2 - 2\gamma_2 \cos 2\theta)} P_0 \end{aligned} \quad (51)$$

The solutions derived for the radial displacements (u_R) and the tangential displacements (u_θ), respectively, are

$$\begin{aligned} u_R &= \frac{R}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} ([Q_0(\delta_1 - \delta_2) + P_0(\gamma_2 \delta_1 - \gamma_1 \delta_2) P_0] \cos 2\theta + Q_0(\rho_1 - \rho_2) + P_0(\gamma_2 \rho_1 - \gamma_1 \rho_2)) \\ u_\theta &= -\frac{R}{2(\gamma_1 - \gamma_2)} [Q_0(\delta_1 - \delta_2) + P_0(\gamma_1 \delta_2 - \gamma_2 \delta_1) P_0] \sin 2\theta \end{aligned} \quad (52)$$

The above expressions are exactly the same as those presented by Hefny and Lo (1999).

4.2 Semi-circular opening

We consider a semi-circular opening with radius $R_{sc} = 5$ m. The approximate mapping function which transforms the semi-circular cross section into a unit circle is the following:

$$z = z(\zeta) = R(\zeta + a_1 \zeta^{-1} + a_2 \zeta^{-2} + a_3 \zeta^{-3}) \quad (53)$$

with

$$R = 3.8052 ; a_1 = 0.3040 ; a_2 = -0.1372i ; a_3 = -0.0390$$

The comparison between the predicted and the specified opening is shown in Fig.3. More terms in the series expansion can be introduced if excessive roundness is not wanted but as can be seen from this figure, the obtained boundary correctly fits the specified tunnel boundary.

For the same geometry, numerical computations are performed with FLAC3D. The geometry and boundary conditions of the numerical model are shown in Fig.4a where the far-field boundaries are placed at a distance of 10 radii to approximate infinitely remote boundaries. The mesh comprises a total of 23200 quadrilateral elements covering a domain of 100×100 m. The discretization is very fine near the opening where the typical element size is 0.25×0.25 m (Fig.4b). The in-situ stresses are initially imposed everywhere in the domain. Plane-strain conditions are enforced by including a thin slice of material in the y-direction and imposing symmetry boundary conditions on these two surfaces. The thickness of the domain is selected as one-fifth of the radius.

For the example presented here, we use the ground parameters evaluated by Vu et al, (2013a,b) for the Saint-Martin-La-Porte access gallery using convergence measurements. Typical values for the obtained parameters are: $E_h = 620$ MPa ; $E_v = 340$ MPa ; $G_v = 200$ MPa ; $\nu_h = 0.12$ and $\nu_{hv} = 0.02$. The in-situ vertical stress is assumed to be 5MPa. The following values of γ_1 and γ_2 are obtained, using equations (10) and (12), as

$$\gamma_1 = -0.0683 + 0.1215i, \gamma_2 = -0.0683 - 0.12145i$$

Using the equation (16), the values of $\delta_1, \delta_2, \rho_1$ and ρ_2 are obtained as

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0.0003 + 0.00133i, \delta_2 = 0.0003 - 0.0013i \\ \rho_1 &= -0.0052 - 0.0001i, \rho_2 = -0.0052 + 0.0001i \end{aligned}$$

The distribution of stresses and displacements at the crown and along the floor of the tunnel section are calculated for the following different cases in order to consider the effect of the orientation of the plane of isotropy. For all cases, we assumed $K_0 = 0.75$.

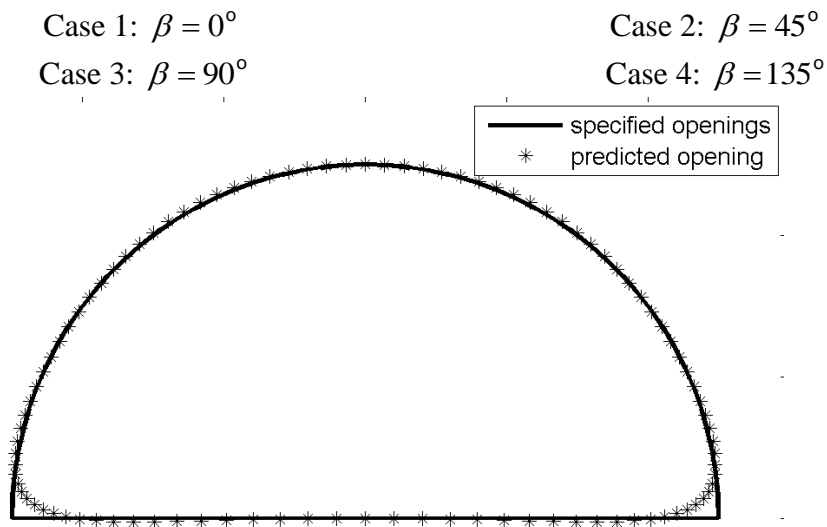


Fig.3 - Comparison between the predicted opening and the specified semi-circular opening

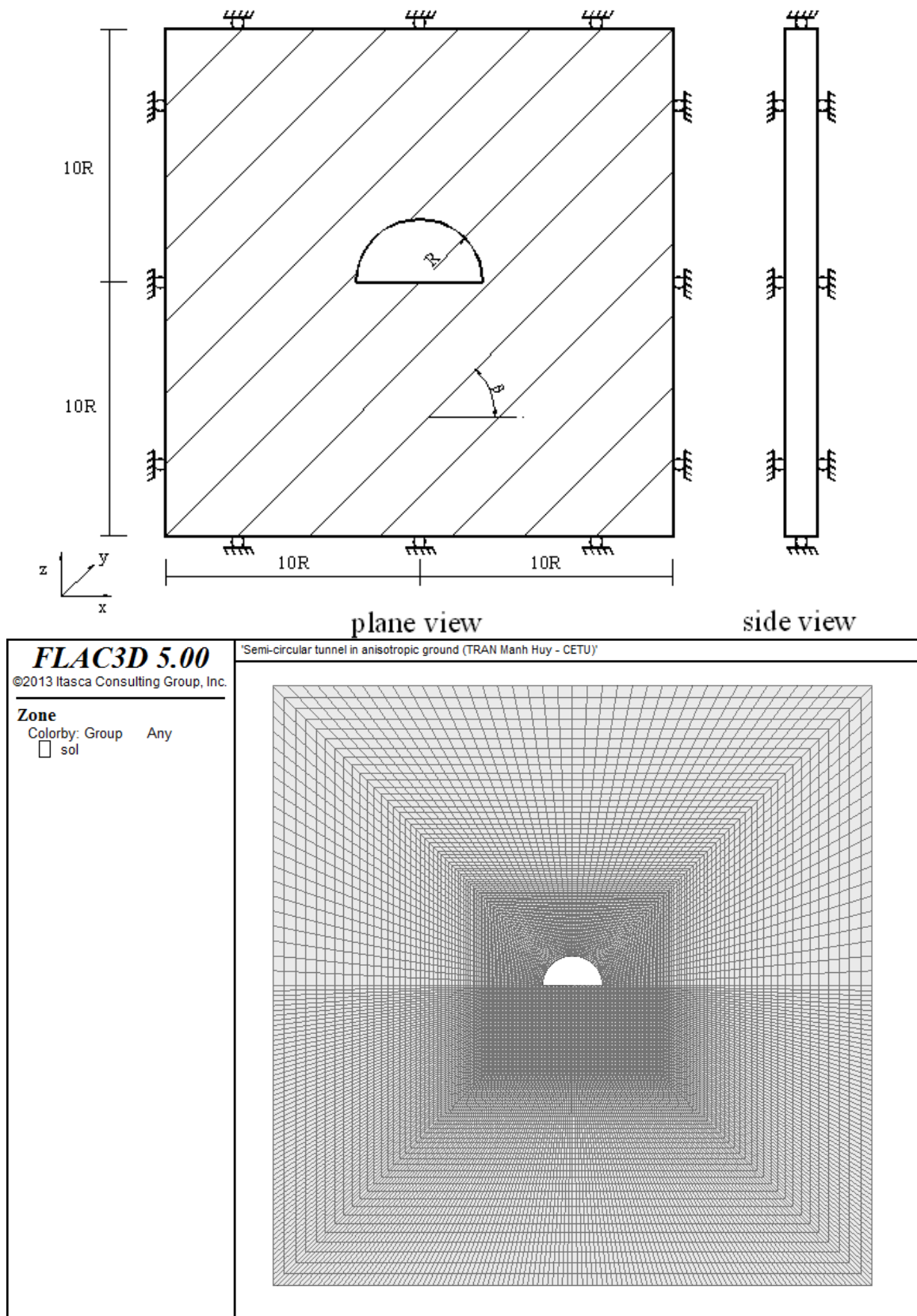


Fig.4 - Geometry and boundary conditions (a) and FLAC3D finite difference grid (b) for the semi-circular opening.

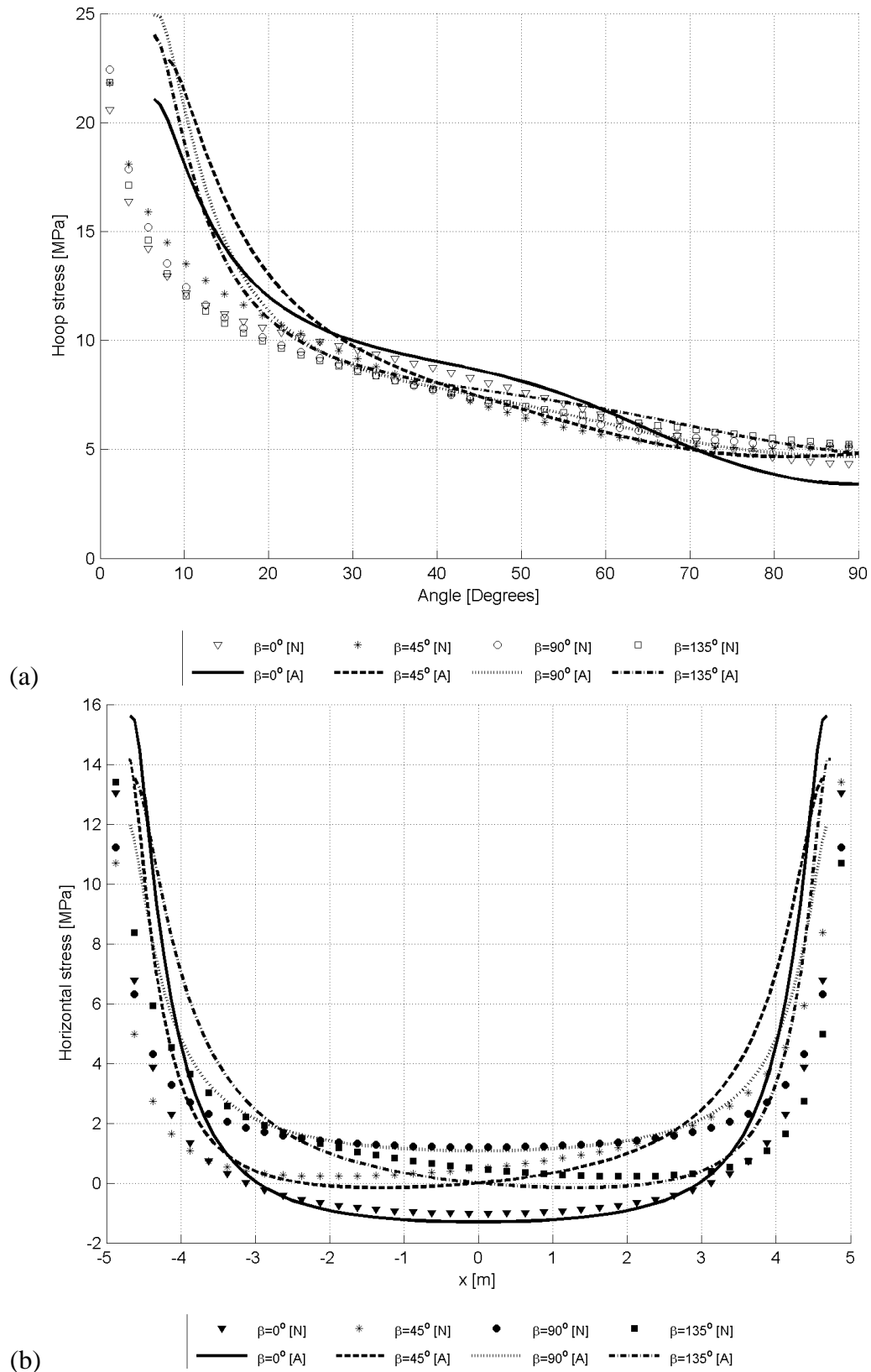


Fig.5 - comparison between the hoop stress at the crown (a) and horizontal stress along the floor of the tunnel (b) computed with FLAC3D [N] and with the analytical solution [A]

$E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 5 \text{ MPa}$; $K_0 = 0.75$

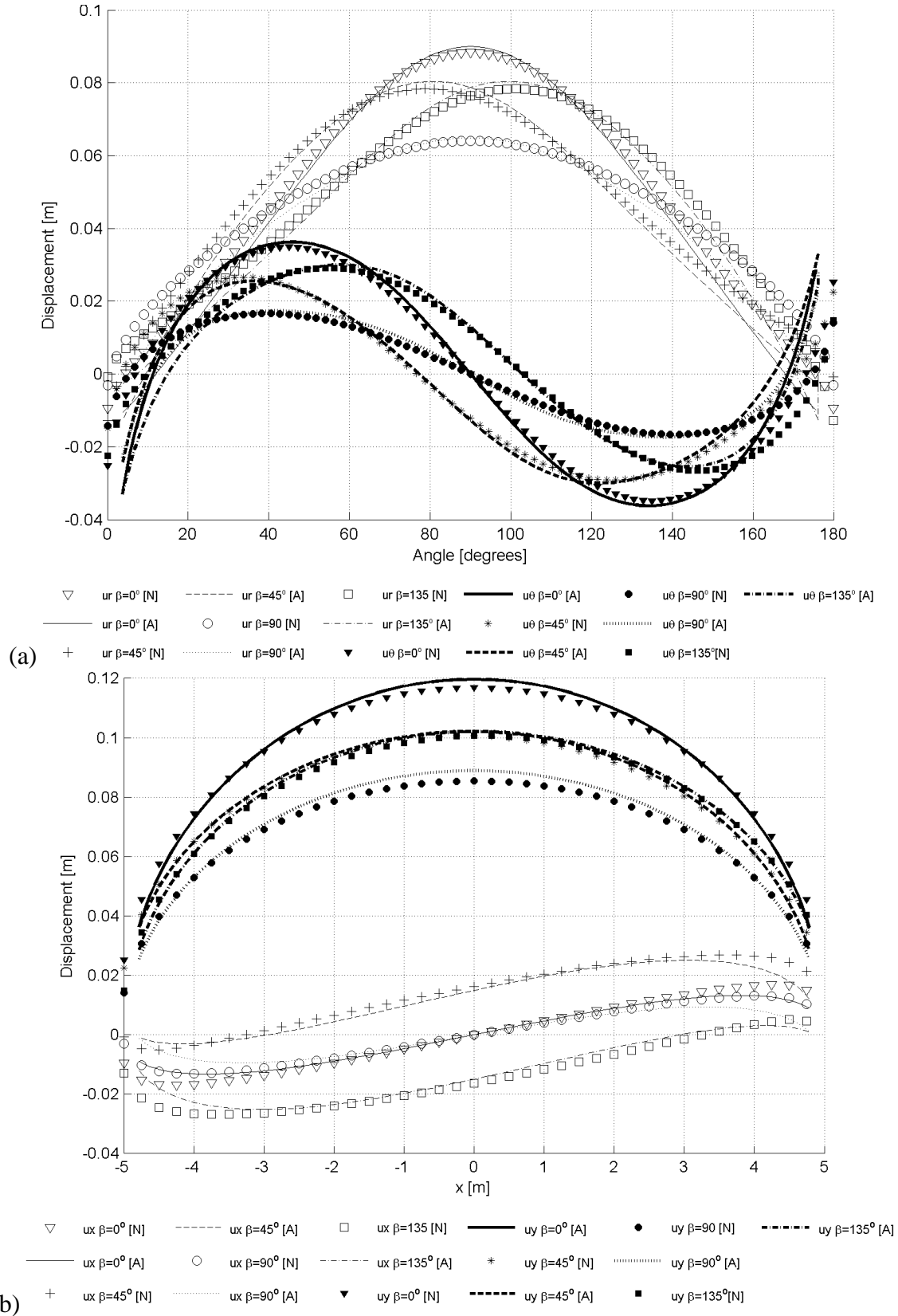


Fig.6 - Comparison between the displacement fields computed with FLAC3D [N] and with analytical solution [A] at the crown (a) and along the floor (b) of

tunnel $E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 5 \text{ MPa}$; $K_0 = 0.75$

The comparison between the numerical and analytical results is shown in Fig.5 and Fig.6 for the case of a semi-circular opening. We can observe that the analytical results are in good agreement with the numerical results except for the region close to the corner of cross-section. These errors occur due to the approximation of the mapping function. In our case, we have developed the Laurent series with $n = 3$ terms. These errors can be reduced by increasing the number of terms in the series. This point is discussed in the following section with the example of a rectangular opening.

4.3 Rectangular opening

As can be seen in the case of semi-circular opening, the predicted opening by a conformal mapping function with 3 terms in the series expansion gives a certain amount of rounding of the corner. In this section, we study the effect of the number of terms in the mapping function. For that purpose, the rectangular opening is a good example.

We consider a rectangular opening with a width $b = 4$ m and a height $h = 3$ m. Since the geometry configuration is symmetric across both x-axis and y-axis, the approximate mapping function which transforms the square cross section into a unit circle is the following:

$$z = z(\zeta) = R \left(\zeta + \sum_{k=1}^n a_{2k-1} \zeta^{-2k-1} \right) \quad (54)$$

where a_{2k-1} ($k = 1, 2, \dots, n$) are real numbers. As can be seen in Fig.7, more terms in the conformal mapping series representation give a better approximation and a very good approximation is obtained for $n = 10$.

The displacement and stress fields have been computed along the perimeter of the opening by using the analytical solution with different numbers of terms in the conformal mapping. The ground parameters are the same as in the case of semi-circular opening described in the previous section

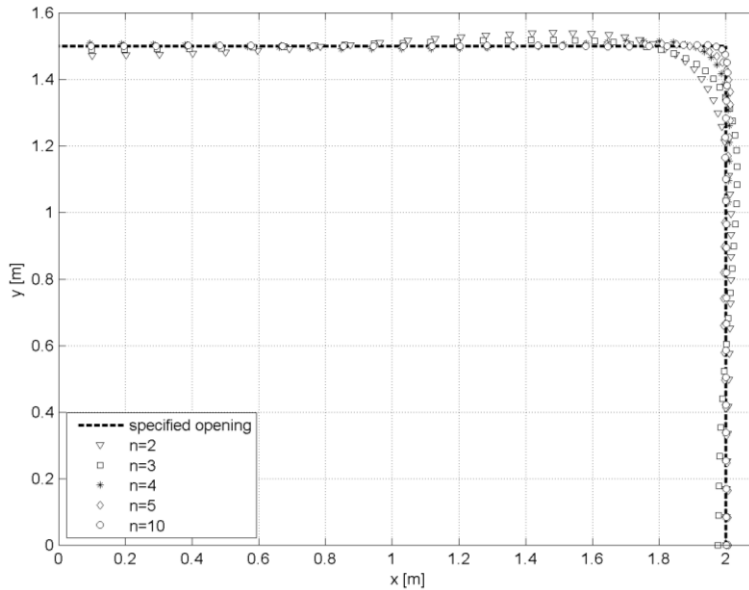


Fig.7 - Comparison between the specified opening and the predicted opening shapes for different numbers of terms in the conformal mapping function

Numerical computations performed with FLAC3D are used as a reference for comparison with the analytical results. The distribution of hoop stress and displacement at the traction-free boundary predicted for the different cases are shown in Fig.8 and the relative errors at the crown and the corner of section are shown in Table 1. It is interesting to note that the analytical solution gives a good prediction at the crown of the tunnel even with a small number of terms but a greater discrepancy occurs at the corner of the tunnel. It was found that at least ten terms should be used for getting accurate results at the corner of the section.

Table 1 Comparison of the hoop stress and displacement at the crown and at the corner of the rectangular opening predicted by FLAC3D and the analytical solution with different number of terms in the conformal mapping at hand

Solution	Hoop stress (MPa)				Horizontal displacement (mm)		Vertical displacement (mm)			
	at the crown		at the corner		at the corner		at the crown		at the corner	
Reference computation with Flac3D	2.05	Relative error (%)	42.32	Relative error (%)	5.41	Relative error (%)	49.50	Relative error (%)	15.39	Relative error (%)
n=2	1.40	32.1	14.86	64.9	7.40	-37.0	50.01	-1.0	17.82	-15.8
n=3	1.85	9.9	19.31	54.4	6.68	-23.5	49.70	-0.4	17.97	-16.8
n=4	2.53	-23.3	23.57	44.3	6.49	-20.1	49.41	0.2	16.91	-9.9
n=5	2.20	-7.2	29.66	29.9	6.16	-13.9	49.72	-0.4	16.79	-9.1
n=10	2.05	0.1	46.31	-9.4	5.94	-9.8	49.93	-0.9	16.17	-5.1

5. Conclusions

An analytical solution of the stress and displacement state around an unlined tunnel with arbitrary cross section driven in transversely isotropic rocks has been developed. This solution is based on the theory of complex variables for 2D elastic media and the method of conformal mapping. In the present paper, the cross section of the tunnel is not assumed to be in the plane of isotropy as in Zhang and Sun (2011).

The solution has been verified by comparing the results with existing close-form solutions for both elliptical and circular openings and with numerical simulations using FLAC3D for the particular case of the semi-circular opening. The proposed solution has been applied to openings with different shapes such as semi-circular or rectangular sections for anisotropic far field stress conditions. The number of terms used for approximating the shape of the opening in the Laurent series of the conformal mapping function is discussed. Excessive roundness can be avoided by using more terms. It was obtained that three terms are sufficient in the case of semi-circular openings for getting precise results for the displacement and the stress fields but ten terms must be used in the case of a rectangular opening for getting accurate results at the corner of the section.

Such a solution is useful for a quick and accurate evaluation of the stress and displacement fields in linear elastic media for a number of usual tunnel shapes. Although, extension to the proposed solution to lined tunnels seems very interesting, the conformal mapping technique cannot be used directly as the thickness of the lining would be severely distorted at the edges of the opening.

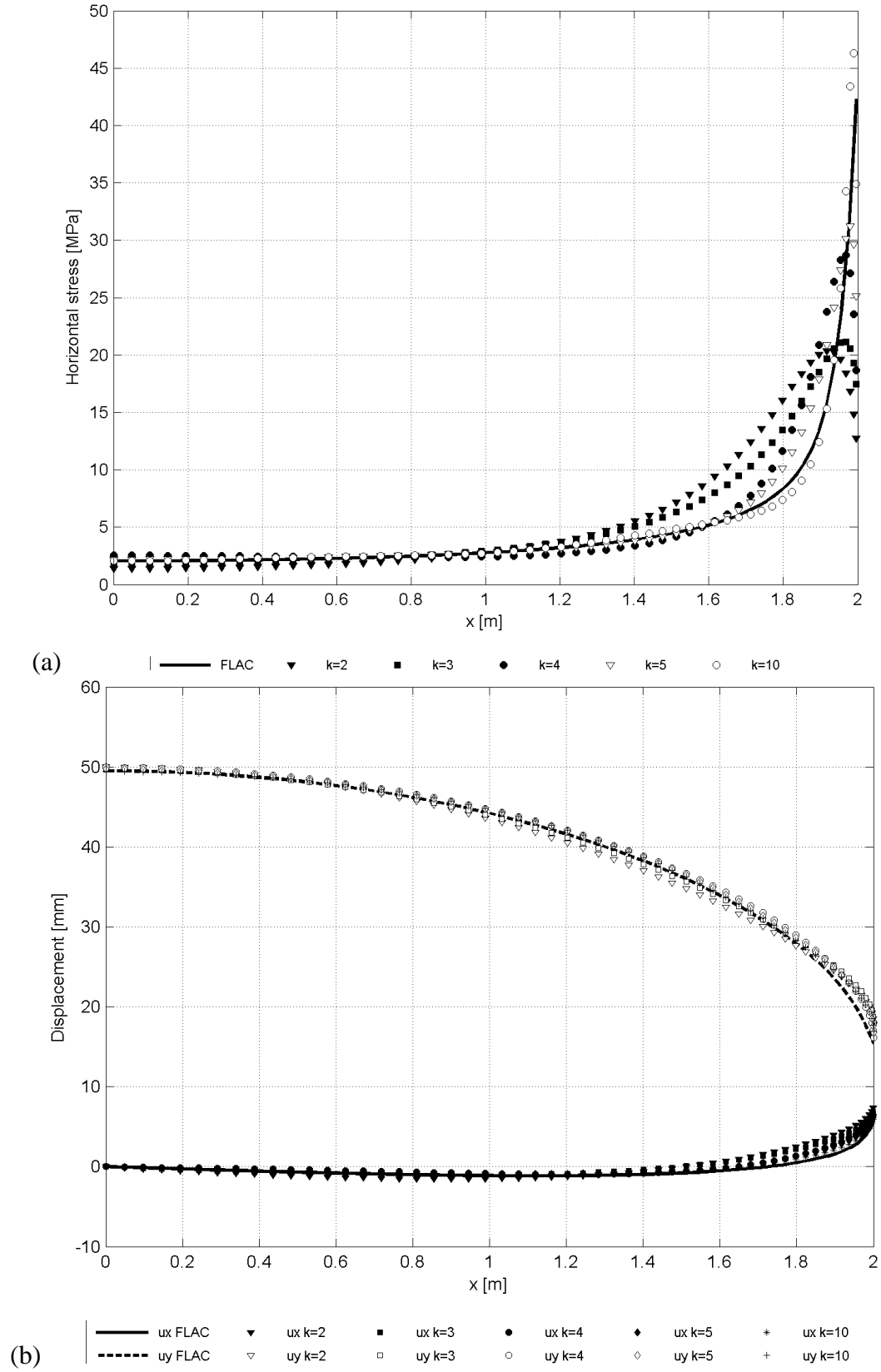


Fig.8 - Comparison between the horizontal stress (a) and displacement fields (b) computed with FLAC3D and with analytical solution for the number of terms in the conformal mapping $E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 5 \text{ MPa}$; $K_0 = 1.0$

Acknowledgements:

The authors wish to thank ITASCA for supporting this research through the Itasca Education Partnership Program.

References

- Bobet A. (2011) Lined Circular Tunnels in Elastic Transversely Anisotropic Rock at Depth. *Rock Mech. Rock Eng.* 44:149–167
- Exadaktylos G.E, Liolios P.A, Stavropoulou M.C (2003) A semi-analytical elastic stress-displacement solution for notched circular openings in rocks. *Int. J. Sol. Struct.*, 40:1165–1193
- Exadaktylos G.E, Stavropoulou M.C. (2002) A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 39(7):905–916
- Green A.E., Taylor G.I. (1939) Stress systems in aeolotropic plates I. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 173(953):162–172
- Green A.E., Taylor G.I. (1945a) Stress systems in aeolotropic plates III. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:181–195
- Green A.E., Taylor G.I. (1945b) Stress systems in aeolotropic plates VI. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:289–300
- Green A.E., Zerna W. (1968) *Theoretical Elasticity*. Dover Publications, Inc.
- Hefny A.M., Lo K.Y. (1999) Analytical solutions for stresses and displacements around tunnels driven in cross-anisotropic rocks. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 23:161–177
- ITASCA. Fast Lagrangian analysis of continua (FLAC3D) , *Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc, 2011*
- Jaeger J.C., Cook N.G. W. (1979) *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall.
- Kolymbas D. Wagner, P. ,Blioumi, A.. (2012) Cavity expansion in cross-anisotropic rock. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 36:128–139.
- Lekhnitskii S.G. (1963) *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- Vu T.M., Sulem J., Subrin D (2013a) Semi-analytical solution for stresses and displacements in a tunnel excavated in transversely isotropic formation with non-linear behaviour. *Rock Mech Rock Eng*, 46(2), 213–229.
- Vu T.M., Sulem J., Subrin D. (2013b) Anisotropic Closure in Squeezing Rocks: The Example of Saint-Martin-la-Porte Access Gallery. *Rock Mech Rock Eng*, 46(2), 231–246
- Zhang Z., Sun Y. (2011) Analytical solution for a deep tunnel with arbitrary cross section in a transversely isotropic rock mass. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci* 48 (2011) 1359–136

3.4 Interaction entre deux tunnels parallèles

Le problème d'un tunnel isolé dans un milieu anisotrope a été étudié dans la littérature mais l'interaction de deux tunnels n'est abordée que pour le cas isotrope. L'intérêt de ce problème provient principalement de la construction d'un nouveau tunnel qui peut exercer une influence sur la stabilité de celui existant. La superposition simple des effets de chaque tunnel peut donner des résultats acceptables si la distance entre les tunnels est assez importante, mais n'est plus valable lorsque les tunnels sont creusés à proximité d'un de l'autre.

En se basant sur la théorie des variables complexes, une solution explicite pour les champs de contraintes et de déplacements autour de deux tunnels circulaires excavés en milieu élastique isotrope transverse est développée. Le potentiel U est constitué de quatre fonctions Ω_{pk} ($p = 1,2$; $k = 1,2$) contenant des séries infinies des variables complexes z_{pk} qui sont définies dans les coordonnées locales aux centres des sections des tunnels. La fonction de potentiel est développée en séries de Taylor et les coefficients de la fonction de potentiel sont trouvés en appliquant la condition limite en paroi de chaque tunnel.

La solution explicite s'écrit sous une forme matricielle ce qui permet de l'implémenter facilement dans des codes de calcul tel que Matlab, Maple, etc. La solution sous la forme d'une série infinie est calculée avec un nombre limité de termes.

La comparaison des résultats entre la solution proposée et ceux obtenus avec le code de calcul en différences finies FLAC3D montre une bonne prédiction de la solution explicite à partir de 5 termes. L'influence de la position relative entre deux tunnels (la distance entre les deux tunnels et l'orientation de la ligne reliant les centres des deux tunnels par rapport au plan isotrope) est également discutée.

Interaction of circular tunnels in anisotropic elastic ground

Huy TRAN MANH^{1,2}, Jean SULEM², Didier SUBRIN¹

¹Centre d'Études des Tunnels, Bron, France

²Laboratoire Navier-CERMES, École des Ponts Paris Tech, IFSTTAR, CNRS, Université Paris-Est, Marne-la-Vallée, France

Abstract

The problem of a single tunnel in an anisotropic ground has been largely studied in the literature but the interaction of two tunnels is mostly addressed for the isotropic case. Simple superposition of the solutions of two non-interacting tunnels may give reasonable results if the distance between the tunnels is large enough, but fails when the tunnels are excavated close to each other. Based on complex variable theory, closed-form solutions for the stresses and displacements around two deep circular tunnels in a homogeneous, transversely isotropic and linear elastic ground with non-isotropic far field stress conditions are developed. The results obtained with the proposed analytical solution are compared with those obtained with the numerical code FLAC3D. The effect of the orientation of isotropic plane and of the distance between two tunnels on the stress and displacements fields are discussed.

Keyword: deep tunnel, interaction, closed-form solution, transversely isotropic, complex variable theory

List of notations

R_1, R_2	Radius of the two tunnels
d	Distance between the two tunnels
σ_0	Vertical in-situ stress
K_0	In situ stress ratio
x, y	Global Cartesian coordinates of axes of elastic symmetry
x_p, y_p	Local Cartesian coordinates at the centre of each tunnel, $p = 1, 2$
r_p, θ_p	Local polar coordinates at the centre of each tunnel, $p = 1, 2$
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Components of stress state
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$	Components of strain state
$\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$	Initial stress state before excavation
$\Delta\sigma_{R_p}, \Delta\tau_{R_p\theta_p}$	Unloading stresses applied at the tunnel wall for describing the excavation
σ_r, σ_θ	Radial and hoop stresses on the tunnel wall
u, v	Vertical and horizontal displacements
u_r, u_θ	Radial and hoop displacements on the tunnel wall
β	Angle between the plane of isotropy and the horizontal direction
S_{ij}	Compliance coefficients (Eq.4)
E_h	Young's modulus in the plane of isotropy
E_v	Young's modulus in the direction normal to the plane of isotropy respectively;
ν_{vh}	Poisson's ratio for the effect of vertical stress on the horizontal strain

ν_{hv}	Poisson's ratio for the effect of horizontal stress on the vertical strain
ν_h	Poisson's ratio for the effect of horizontal stress on the horizontal strain
G_{vh}	Shear modulus for any plane normal to the plane of isotropy.
U	Airy stress function
α_1, α_2	Roots of the compatibility equation
Ω_k	Potential functions used to express the Airy stress function
P	Resultant force acting on the circumference of tunnel

1. Introduction

The determination of stresses and displacements around underground excavations excavated in anisotropic formations such as sedimentary and metamorphic foliated rock is central for the design and the assessment of stability and safety. Plane problems for anisotropic elastic bodies have been largely studied in the works of Green and Taylor (1935, 1945), Green and Zerna (1968) and by Lekhnitskii (1963). Hefny and Lo (1999) have applied Green's theory for unlined circular tunnels excavated in an elastic transversely isotropic medium. Based on the Lekhnitskii formalism, Bobet (2011) has developed a closed-form solution for lined circular tunnels. An approximate solution for the cavity expansion in transversely isotropic rock for the displacements and stress adjacent to the cavity wall has also been presented by Kolymbas (2010) to back analyse the material constants of rock. A semi-analytical solution for a circular tunnel excavated in a transversely isotropic formation with non-linear behavior is developed in a recent paper by Vu et al. (2013a). More recently, Tran Manh et al. (2014) have presented an analytical solution for a deep tunnel with arbitrary cross section in a transversely isotropic rock mass. These studies consider only a single tunnel and the interaction between two tunnels, excavated close to each other is not considered.

The interest of the problem of interaction between two tunnels mainly derives from the construction of a new tunnel which may affect the stability of an existing one. In the case of an isotropic elastic ground, the interaction between two tunnels can be studied using an approximation procedure proposed by Kooi and Verruijt (2001), an analytical solution developed by Radi (2011) or a numerical stress analysis with conventional shapes (Gerçek 2005). However, the problem is much more complex in a transversely isotropic medium because the solution not only depends on the distance between the two tunnels but also on the orientation of the plane of isotropy.

In this paper, a closed form solution for the stresses and displacements around two deep circular tunnels excavated in a transversely isotropic elastic ground is proposed. It is expressed in terms of infinite power series. For practical applications truncated series are used and the number of terms to be kept for accurate solutions is discussed by comparing with numerical computations performed with the code FLAC3D ©. The effect of the orientation of the isotropic plane and of the distance between the two tunnels is also explored.

2. Problem statement

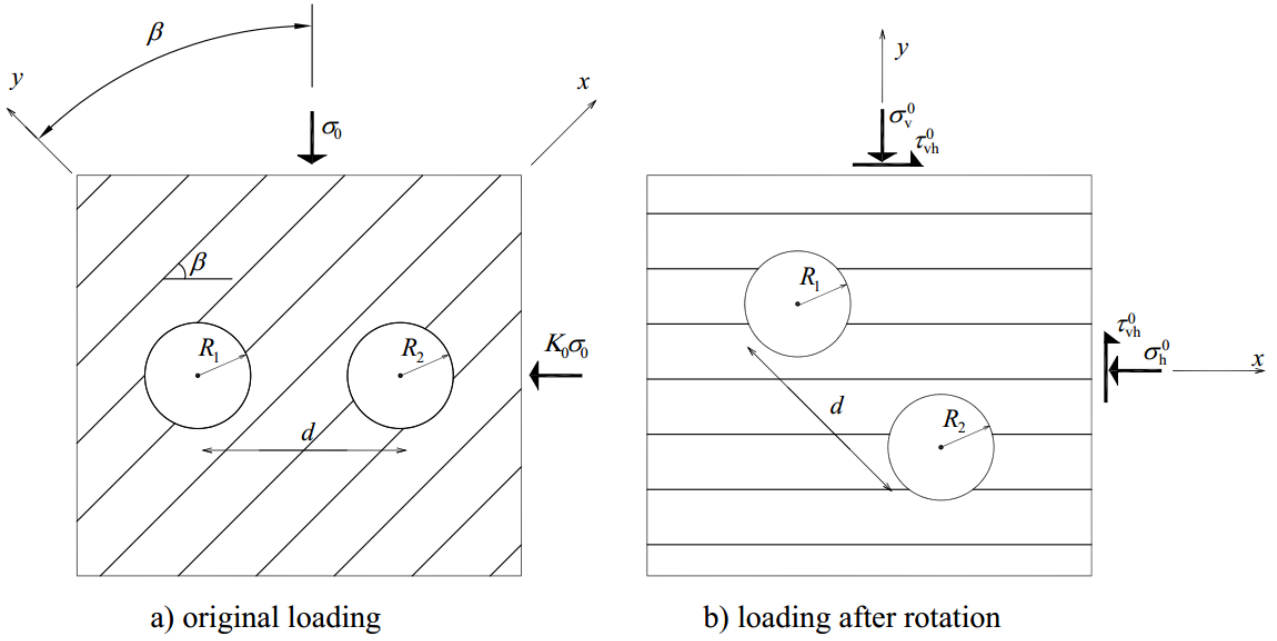


Fig.1. Two circular tunnels in transversely isotropic elastic ground

We consider two parallel circular tunnels excavated in an infinite elastic rock mass with transverse isotropy. The radius of the tunnels is respectively R_1 , R_2 and the distance between them is d . It is assumed that the tunnel axis is parallel to the plane of isotropy. We define the global coordinate system in such a way that the x -axis lies in the plane of isotropy and the y -axis is normal to it (Figure 1a). The initial state of stress is assumed to be homogeneous and anisotropic and is expressed as

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 \\ 0 & K_0 \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

where K_0 is the stress ratio between the horizontal and vertical far field stresses.

It is assumed that the plane of isotropy makes an angle β with the horizontal plane. After rotation (Fig.1b), the far-field stresses in the (x,y) coordinate system are given as

$$\begin{cases} \sigma_v^0 = \frac{\sigma_0}{2} ((1 + K_0) + (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \sigma_h^0 = \frac{\sigma_0}{2} ((1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2\beta) \\ \tau_{vh}^0 = \frac{\sigma_0}{2} (1 - K_0) \sin 2\beta \end{cases} \quad (2)$$

The constitutive relationships in plane strain are given as

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (3)$$

where $S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}$ and S_{33} are the compliance coefficients. They are related to the material parameters as follows

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_h^2}{E_h}, S_{22} = \frac{1 - \nu_{vh}\nu_{hv}}{E_v}, S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{hv}(1 + \nu_h)}{E_v}, S_{13} = S_{31} = 0; S_{33} = \frac{1}{G_{vh}} \quad (4)$$

where E_h, E_v are the Young's moduli in the plane of isotropy and in the direction normal to the plane of isotropy respectively; ν_h, ν_{hv} are the Poisson's ratio for effect of the stresses in the plane of isotropy and in the direction normal to the plane of isotropy on the strain in the plane of isotropy respectively; G_{vh} is the shear modulus for any plane normal to the plane of isotropy.

Stresses are classically derived from the Airy stress function U :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

Using the constitutive equations (3), the strain compatibility equation for two-dimensional problems

$$2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} \quad (6)$$

yields the following differential equation for the Airy stress function (Jaeger and Cook, 1979)

$$S_{11} \frac{\partial^4 U}{\partial y^4} + (2S_{12} + S_{33}) \frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} + S_{22} \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} = 0 \quad (7)$$

which can be written as

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) U = 0 \quad (8)$$

with

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{S_{11}}{S_{22}} \text{ and } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{S_{33} + 2S_{12}}{S_{22}} \quad (9)$$

In case of isotropy, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, and equation (9) is simply $\nabla^2 \nabla^2 U = 0$.

Two-dimensional problems in elasticity are commonly solved using the complex variable method. In this method, the displacements and stresses field are represented in terms of analytic functions of a complex variable $z = x + iy$. In the case of a single tunnel in the transversely isotropic plane, the general solution of equation (9) for the Airy stress function can be expressed in terms of two analytic functions Ω_k and their conjugates

$$U = \sum_{k=1}^2 \left(\Omega_k(z_k) + \overline{\Omega_k}(\bar{z}_k) \right) \quad (10)$$

where two complex variable z_k ($k=1,2$) are defined as

$$z_k = (z + \gamma_k \bar{z}) \quad (11)$$

with

$$\gamma_k = \frac{\sqrt{\alpha_k} - 1}{\sqrt{\alpha_k} + 1}; \quad |\gamma_k| < 1 \quad (12)$$

In order to allow for the effect of the tunnels, a fundamental stress function is required for each tunnel and the general stress function for the problem of interaction is the sum of the stress function of the individual tunnels (Green 1940). This general stress function must satisfy the boundary condition of the stress at the tunnel wall and at infinity. Ours solution which is based on coordinate transformations between the polar coordinate systems attached to the centre of each tunnel, is developed in the following.

3. Method of resolution

At the center of each tunnel O_p ($p=1,2$), a rectangular coordinate system is defined with (O_p, x_p) in the plane of isotropy, as shown in the Fig.2. With reference to these axes a complex coordinate z_p may be defined as

$$z_p = x_p + iy_p = r_p e^{i\theta_p}, \quad p = 1, 2 \quad (13)$$

The relation between the coordinates of a point in the two coordinate systems can be written as

$$r_1 e^{i\theta_1} = d e^{-i\beta} + r_2 e^{i\theta_2} \quad (14)$$

or

$$z_1 = z_0 + z_2 \quad (15)$$

We define the additional complex variables

$$z_{pk} = (z_p + \gamma_k \bar{z}_p), \quad p = 0, 2 \quad (16)$$

Substituting into Eq.15, we have

$$z_{1k} = z_{2k} + z_{0k} \quad (17)$$

The general stress function for the problem is then

$$U = \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left(\Omega_{pk}(z_{pk}) + \overline{\Omega_{pk}}(\bar{z}_{pk}) \right) \quad (18)$$

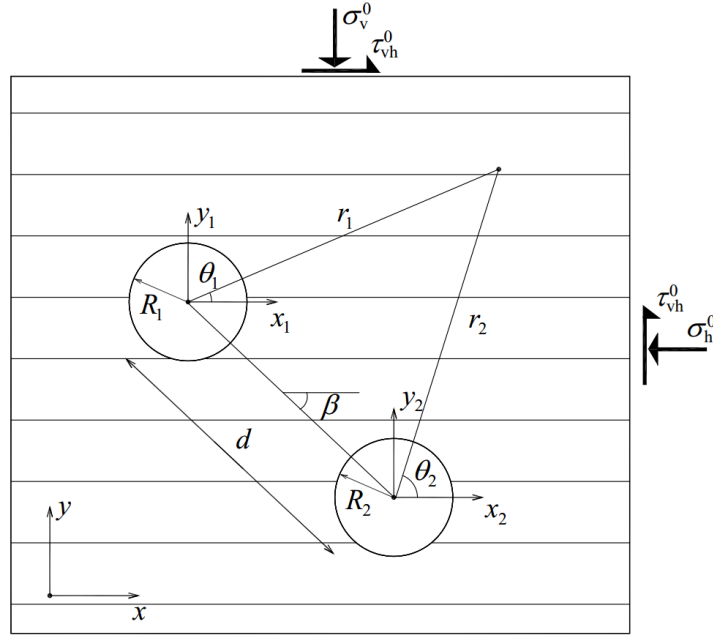


Fig.2. Definition of local coordinates

For practical applications, the potential functions are searched in the form of infinite power series. For the problem considered for which the medium extends to infinity, only the negative power of the complex variable should be included to ensure finite stress at infinity. The first order derivative of the potential functions are written as

$$\Omega'_{pk}(z_{pk}) = \sum_{n=1}^{\infty} a_{pk,n} (z_{pk})^{-n} \quad (19)$$

where the coefficients $a_{pk,n}$ are evaluated from the boundary conditions. The condition of no stress change at infinity is automatically satisfied from the choice of the potential functions with only negative powers of z_{pk} . Therefore, the coefficients $a_{pk,n}$ are determined by the boundary conditions at the inner wall of each tunnel. The tunnel excavation can be described as a reduction of the stresses at the inner wall of two tunnels ($r_p = R_p, p = 1, 2$)

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{R_p} = -\frac{\sigma_0}{2} \left((1 + K_0) - (1 - K_0) \cos 2(\beta + \theta_p) \right) \\ \Delta \tau_{R_p \theta_p} = -\frac{\sigma_0}{2} (1 - K_0) \sin 2(\beta + \theta_p) \end{cases} \quad (20)$$

Boundary conditions are expressed in terms of the resultant force P acting on the boundary of the tunnels $r_p = R_p, p = 1, 2$ (Green and Zerna 1968)

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial \theta_p} &= -(\Delta \sigma_{R_p} + i \Delta \tau_{R_p, \theta_p}) R_p e^{i \theta_p} \\ &= \frac{\sigma_0 R_p}{2} \left((1 + K_0) e^{i \theta_p} - (1 - K_0) e^{-2\beta} e^{-i \theta_p} \right)\end{aligned}\quad (21)$$

The resultant force P can be calculated from the stress function as

$$P = X + iY = 2i \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \Omega'_{pk}(z_{pk}) + \overline{\Omega'}_{pk}(\bar{z}_{pk}) \right) \quad (22)$$

where X, Y are the two components of the resultant force along the x -axis and y -axis respectively.

In order to evaluate the constants of the stress function, it is necessary to express the resultant force P in terms of the plane polar coordinates (r_p, θ_p) . Near the boundary of the first tunnel ($|z_{1k}| < |z_{0k}|$), we can write

$$\begin{aligned}\Omega'_{2k}(z_{2k}) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_{2k,n} (z_{2k})^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2k,n} (z_{1k} - z_{0k})^{-n} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} a_{2k,n} (-1)^n \binom{n+l-1}{l} z_{1k}^l z_{0k}^{-n-l} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{2k,l} (-1)^l \binom{l+n-1}{n} z_{0k}^{-(n+l)} z_{1k}^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} b_{1k,n} z_{1k}^n + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2k,n} (-1)^n z_{0k}^{-n}\end{aligned}\quad (23)$$

where $\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ are the binomial coefficients and

$$b_{1k,n} = \sum_{l=1}^{\infty} a_{2k,l} (-1)^l \binom{l+n-1}{n} z_{0k}^{-(n+l)} \quad (24)$$

The resultant traction acting on the inner wall of the first tunnel can be rewritten as

$$P = 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} (a_{1k,n} (z_{1k})^{-n} + b_{1k,n} (z_{1k})^n) + \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{a}_{1k,n} (\bar{z}_{1k})^{-n} + \bar{b}_{1k,n} (\bar{z}_{1k})^n) \right) + c_1 \quad (25)$$

where the constant c_1 is given as

$$c_1 = 2i \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_k a_{2k,n} (-1)^n z_{0k}^{-n} + \bar{a}_{2k,n} (-1)^n \bar{z}_{0k}^{-n} \quad (26)$$

The definition of the complex variables z_{pk} leads to the following mathematical transformations

$$z_{1k} = (z_1 + \gamma_k \bar{z}_1) = r_1 (e^{i\theta_1} + \gamma_k e^{-i\theta_1}) \quad (27)$$

Using the Taylor series expansion, we distinguish two cases

If $n = 2s$ then

$$\begin{aligned} z_{1k}^{-2s} &= \frac{1}{r_1^{2s}} \sum_{q=0}^{\infty} \binom{2s+q-1}{q} \gamma_k^q (-1)^q e^{-i2(q+s)\theta_1} = \frac{1}{r_1^{2s}} \sum_{q=s}^{\infty} \binom{s+q-1}{q-s} \gamma_k^{q-s} (-1)^{q-s} e^{-i2q\theta_1} \\ z_{1k}^{2s} &= r_1^{2s} \left[\sum_{q=1}^s \binom{2s}{s-q} (\gamma_k^{s+q} e^{-i2q\theta_1} + \gamma_k^{s-q} e^{i2q\theta_1}) + \binom{2s}{s} \gamma_k^s \right] \end{aligned} \quad (28)$$

If $n = 2s + 1$ then

$$\begin{aligned} z_{1k}^{-2s-1} &= \frac{1}{r_1^{2s+1}} \sum_{q=0}^{\infty} \binom{2s+q}{q} \gamma_k^q (-1)^q e^{-i(2q+2s+1)\theta_1} = \frac{1}{r_1^{2s+1}} \sum_{q=s}^{\infty} \binom{s+q}{q-s} \gamma_k^{q-s} (-1)^{q-s} e^{-i(2q+1)\theta_1} \\ z_{1k}^{2s+1} &= r_1^{2s+1} \left[\sum_{q=1}^s \binom{2s+1}{s-q} (\gamma_k^{s+q+1} e^{-i(2q+1)\theta_1} + \gamma_k^{s-q} e^{i(2q+1)\theta_1}) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

The resultant traction acting on the circumference of the first tunnel (equation 25) can thus be rewritten in the following form

$$P = 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} (f_{1k,n} e^{-in\theta_1} + g_{1k,n} e^{in\theta_1}) + \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{f}_{1k,n} e^{in\theta_1} + \bar{g}_{1k,n} e^{-in\theta_1}) \right) + h(r_1) + c_1 \quad (30)$$

where

If $n = 2s$ then

$$\begin{aligned} f_{1k,2s}(r_1) &= \sum_{q=1}^s \frac{a_{1k,2q}}{r_1^{2q}} \binom{q+s-1}{s-q} (\gamma_k)^{s-q} (-1)^{s-q} + \sum_{q=s}^{\infty} b_{1k,2q} r_1^{2q} \binom{2q}{q-s} \gamma_k^{q+s} \\ g_{1k,2s}(r_1) &= \sum_{q=s}^{\infty} b_{1k,2q} r_1^{2q} \binom{2q}{q-s} \gamma_k^{q-s} \end{aligned} \quad (31)$$

If $n = 2s + 1$ then

$$\begin{aligned} f_{1k,2s+1}(r_1) &= \sum_{q=1}^s \frac{a_{1k,2q+1}}{r_1^{2q+1}} \binom{q+s}{s-q} \gamma_k^{s-q} (-1)^{s-q} + \sum_{q=s}^{\infty} b_{1k,2q+1} r_1^{2q+1} \binom{2q+s}{q-s} \gamma_k^{s+q+1} \\ g_{1k,2s+1}(r_1) &= \sum_{q=s}^{\infty} b_{1k,2q+1} r_1^{2q+1} \binom{2q+1}{q-s} \gamma_k^{q-s} \end{aligned} \quad (32)$$

and

$$h(r_1) = \sum_{n=1}^{\infty} r_1^{2n} \binom{2n}{n} \gamma_k^n \quad (33)$$

Differentiating Eq.30 with respect to θ_1

$$\frac{\partial P}{\partial \theta_1} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^2 -n (\gamma_k f_{1k,n} + \bar{g}_{1k,n}) e^{-in\theta_1} + \sum_{k=1}^2 n (\bar{f}_{1k,n} + \gamma_k g_{1k,n}) e^{in\theta_1} \right) \quad (34)$$

For numerical applications, the infinite series in the stress function (Eq.19) must be truncated. Keeping m terms, the solution is expressed in terms of $4m$ constants $a_{pk,n}$. We define the vector of constants as

$$\mathbf{A} = (a_{11,1}, a_{11,2} \dots a_{11,m}, a_{12,1}, a_{12,2} \dots a_{12,m}, a_{21,1}, a_{21,2} \dots a_{21,m}, a_{22,1}, a_{22,2} \dots a_{22,m})^T$$

The relations which are established above can be rewritten in matrix form.

Form the Eq.24, we have

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{D}_1 \mathbf{A} \quad (35)$$

with

$$\mathbf{A}_1 = (a_{11,1}, a_{11,2} \dots a_{11,m}, a_{12,1}, a_{12,2} \dots a_{12,m}, b_{11,1}, b_{11,2} \dots b_{11,m}, b_{12,1}, b_{12,2} \dots b_{12,m})^T$$

\mathbf{D}_1 is a $4m \times 4m$ matrix which depends upon the distance between the two tunnels.

From the relations Eq.31 and Eq.32, we have

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{A}_1 = \mathbf{R}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{A} \quad (36)$$

with

$$\mathbf{F}_1 = (f_{11,1}, f_{11,2} \dots f_{11,m}, f_{12,1}, f_{12,2} \dots f_{12,m}, g_{11,1}, g_{11,2} \dots g_{11,m}, g_{12,1}, g_{12,2} \dots g_{12,m})^T$$

and \mathbf{R}_1 is a $4m \times 4m$ matrix which depends upon the distance to the centre of the first tunnel.

By identification of the terms in $e^{-in\theta_1}$ and in $e^{in\theta_1}$ in Eq.21 and Eq.34, we obtain

$$\begin{aligned} 2 \sum_{k=1}^2 \gamma_k f_{1k,1}(R_1) + \bar{g}_{1k,1}(R_1) &= -\frac{\sigma_0}{2} R_1 (1 - K_0) e^{-2i\beta} \\ -2 \sum_{k=1}^2 \bar{f}_{1k,1}(R_1) + \gamma_k g_{1k,1}(R_1) &= \frac{\sigma_0}{2} R_1 (1 + K_0) \end{aligned} \quad (37)$$

and for $n > 1$

$$2n \sum_{k=1}^2 \gamma_k f_{1k,n}(R_1) + \bar{g}_{1k,n}(R_1) = 0 \quad (38)$$

$$-2n \sum_{k=1}^2 \bar{f}_{1k,n}(R_1) + \gamma_k g_{1k,n}(R_1) = 0$$

Or

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \gamma_k f_{1k,1}(R_1) + \bar{g}_{1k,1}(R_1) &= -\frac{\sigma_0}{4} R_1 (1 - K_0) e^{-2i\beta} \\ \sum_{k=1}^2 f_{1k,1}(R_1) + \bar{\gamma}_k \bar{g}_{1k,1}(R_1) &= -\frac{\sigma_0}{4} R_1 (1 + K_0) \end{aligned} \quad (39)$$

and for $n > 1$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^2 \gamma_k f_{1k,n}(R_1) + \bar{g}_{1k,n}(R_1) &= 0 \\ \sum_{k=1}^2 f_{1k,n}(R_1) + \bar{\gamma}_k \bar{g}_{1k,n}(R_1) &= 0 \end{aligned} \quad (40)$$

or equivalently in matrix form

$$\boldsymbol{\gamma} \mathbf{F}_1^* = \mathbf{B}_1 \quad (41)$$

where $\boldsymbol{\gamma}$ is a $4m \times 2m$ matrix which depends upon the values of γ_k ($k=1,2$) and their conjugates $\bar{\gamma}_k$, \mathbf{B}_1 is a $2m \times 1$ matrix which characterizes the boundary condition of the first tunnel and

$$\mathbf{F}_1^* = (f_{11,1}, f_{11,2}, \dots, f_{11,m}, f_{12,1}, f_{12,2}, \dots, f_{12,m}, \bar{g}_{11,1}, \bar{g}_{11,2}, \dots, \bar{g}_{11,m}, \bar{g}_{12,1}, \bar{g}_{12,2}, \dots, \bar{g}_{12,m})^T$$

Note that \mathbf{F}_1^* and \mathbf{F}_1 are linked by the following relation

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{F}_1^*) \\ \text{Im}(\mathbf{F}_1^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{F}_1) \\ \text{Im}(\mathbf{F}_1) \end{bmatrix} \quad (42)$$

where $\mathbf{1}$ is the unity matrix of size $6m$ and $-\mathbf{1}$ is a square matrix of size $2m$ with -1 on the main diagonal and 0 elsewhere.

From Eq.36, Eq.41 and Eq.42, we obtain

$$\mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{A}) \\ \text{Im}(\mathbf{A}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{B}_1) \\ \text{Im}(\mathbf{B}_1) \end{bmatrix} \quad (43)$$

where \mathbf{C}_1 is a $4m \times 8m$ matrix which is defined as

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \text{Re}(\boldsymbol{\gamma}) & -\text{Im}(\boldsymbol{\gamma}) \\ \text{Im}(\boldsymbol{\gamma}) & \text{Re}(\boldsymbol{\gamma}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{R}_1 \mathbf{D}_1) & -\text{Im}(\mathbf{R}_1 \mathbf{D}_1) \\ \text{Im}(\mathbf{R}_1 \mathbf{D}_1) & \text{Re}(\mathbf{R}_1 \mathbf{D}_1) \end{bmatrix} \quad (44)$$

The system of equations Eq.38 represents the boundary condition on circumference of the first tunnel. The boundary condition on circumference of the first tunnel leads to a similar system of equations. The boundary conditions for both tunnels can be written in matrix form as

$$\begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{A}) \\ \text{Im}(\mathbf{A}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Re}(\mathbf{B}_1) \\ \text{Im}(\mathbf{B}_1) \\ \text{Re}(\mathbf{B}_2) \\ \text{Im}(\mathbf{B}_2) \end{bmatrix} \quad (45)$$

where the matrix \mathbf{B}_2 and \mathbf{C}_2 are similar to the matrix \mathbf{B}_1 and \mathbf{C}_1 with their elements are calculated by replacing R_1 and z_{0k} with R_2 and $-z_{0k}$ respectively.

This equation permits the determination of the real and imaginary parts of the coefficients of the potential functions. Hence the stress and displacement fields can be calculated using the following expressions

Stresses:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k - 1)^2 \Omega''_{pk}(z_{pk}) + (\bar{\gamma}_k - 1)^2 \overline{\Omega''_{pk}(\bar{z}_{pk})} \right) \\ \sigma_{yy} &= \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k + 1)^2 \Omega''_{pk}(z_{pk}) + (\bar{\gamma}_k + 1)^2 \overline{\Omega''_{pk}(\bar{z}_{pk})} \right) \\ \tau_{xy} &= -\frac{1}{i} \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left((\gamma_k^2 - 1) \Omega'_{pk}(z_{pk}) - (\bar{\gamma}_k^2 - 1) \overline{\Omega'_{pk}(\bar{z}_{pk})} \right) \end{aligned} \quad (46)$$

Displacements

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left[(\delta_k + \rho_k) \Omega'_{pk}(z_{pk}) + (\bar{\delta}_k + \bar{\rho}_k) \overline{\Omega'_{pk}(\bar{z}_{pk})} \right] \\ v &= \frac{1}{2i} \sum_{p=1}^2 \sum_{k=1}^2 \left[(\delta_k - \rho_k) \Omega'_{pk}(z_{pk}) - (\bar{\delta}_k - \bar{\rho}_k) \overline{\Omega'_{pk}(\bar{z}_{pk})} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

with

$$\begin{aligned} \delta_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 - (1 - \gamma_1) \beta_1 & \delta_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 - (1 - \gamma_2) \beta_2 \\ \rho_1 &= (1 + \gamma_1) \beta_2 + (1 - \gamma_1) \beta_1 & \rho_2 &= (1 + \gamma_2) \beta_1 + (1 - \gamma_2) \beta_2 \end{aligned} \quad (48)$$

and

$$\beta_1 = S_{12} - S_{22} \alpha_1 \quad \beta_2 = S_{12} - S_{22} \alpha_2 \quad (49)$$

It should be noted that in general, there are two possible cases:

- if γ_1 and γ_2 are real, all parameters δ_1 , δ_2 , ρ_1 and ρ_2 are real

- if γ_1 and γ_2 are complex conjugates, δ_1 and δ_2 as well as ρ_1 and ρ_2 are complex conjugates.

The implementation of these equations into computing codes (e.g. Matlab, Maple, Mathematica, ...) is straightforward and results can be obtained in a quick and accurate manner.

4. Validation and application of the proposed closed-form solution

In this section, the proposed closed-form solution is verified by comparing the results with those obtained by the superposition method (taking individually each tunnel without interaction) and also with numerical results obtained with the commercial code FLAC3D®. In particular, the effect of the orientation of the plane of isotropy and of the distance between the two tunnels is explored.

We consider two parallel tunnels of radius $R_1 = R_2 = R = 5$ m excavated in a transversely isotropic elastic ground. The case of two tunnels with equal size is chosen here for numerical applications because it is the most common in tunneling. For this example, we use the ground parameters evaluated by Vu et al, (2013) for the Saint-Martin-La-Porte access gallery using convergence measurements. Typical values for the obtained parameters are: $E_h = 620$ MPa ; $E_v = 340$ MPa ; $G_v = 200$ MPa ; $\nu_h = 0.12$ and $\nu_{hv} = 0.2$. The in-situ stress state is assumed to be isotropic ($K_0=1$) and equal to 10 MPa.

The following values of γ_1 and γ_2 are obtained, using equations (9) and (12)

$$\gamma_1 = -0.0683 + 0.1215i, \gamma_2 = -0.0683 - 0.1215i \quad (45)$$

Using equation (41), the values of $\delta_1, \delta_2, \rho_1$ and ρ_2 are obtained as

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0.0003 + 0.00133i, \delta_2 = 0.0003 - 0.00133i \\ \rho_1 &= -0.0052 - 0.0001i, \rho_2 = -0.0052 + 0.0001i \end{aligned} \quad (46)$$

For the same geometry, numerical computations are performed with FLAC3D. The geometry and boundary conditions of the numerical model are shown in Figure 3a where the far-field boundaries are placed at a distance of 10 radii to approximate infinitely remote boundaries. The in-situ stresses are initially imposed everywhere in the domain. Plane-strain conditions are enforced by including a thin slice of material in the y-direction and imposing symmetric boundary conditions on these two surfaces. The thickness of the domain is selected as one-fifth of the radius. The FLAC3D finite difference grid is shown in Figure 3b with a very fine discretization near the opening where the typical element size is 0.25×0.25 m.

4.1. Comparison of various methods

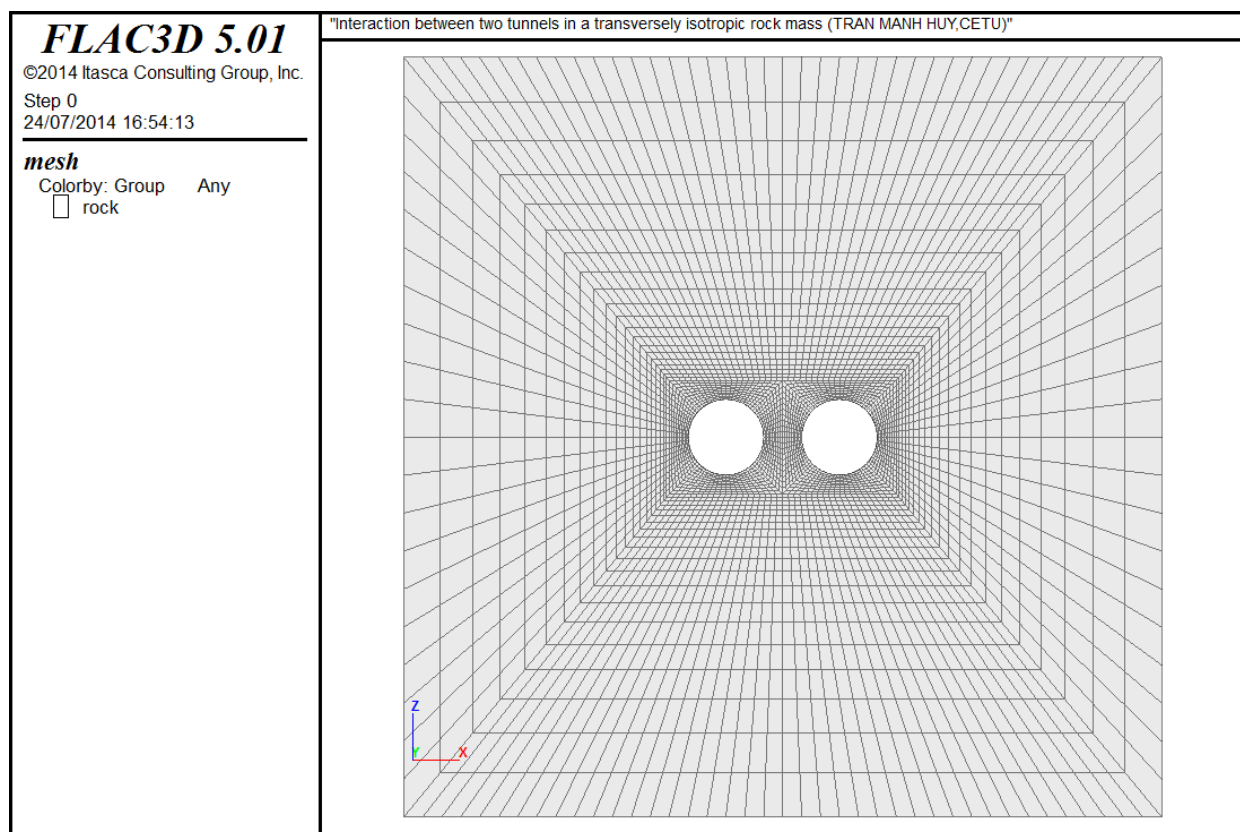
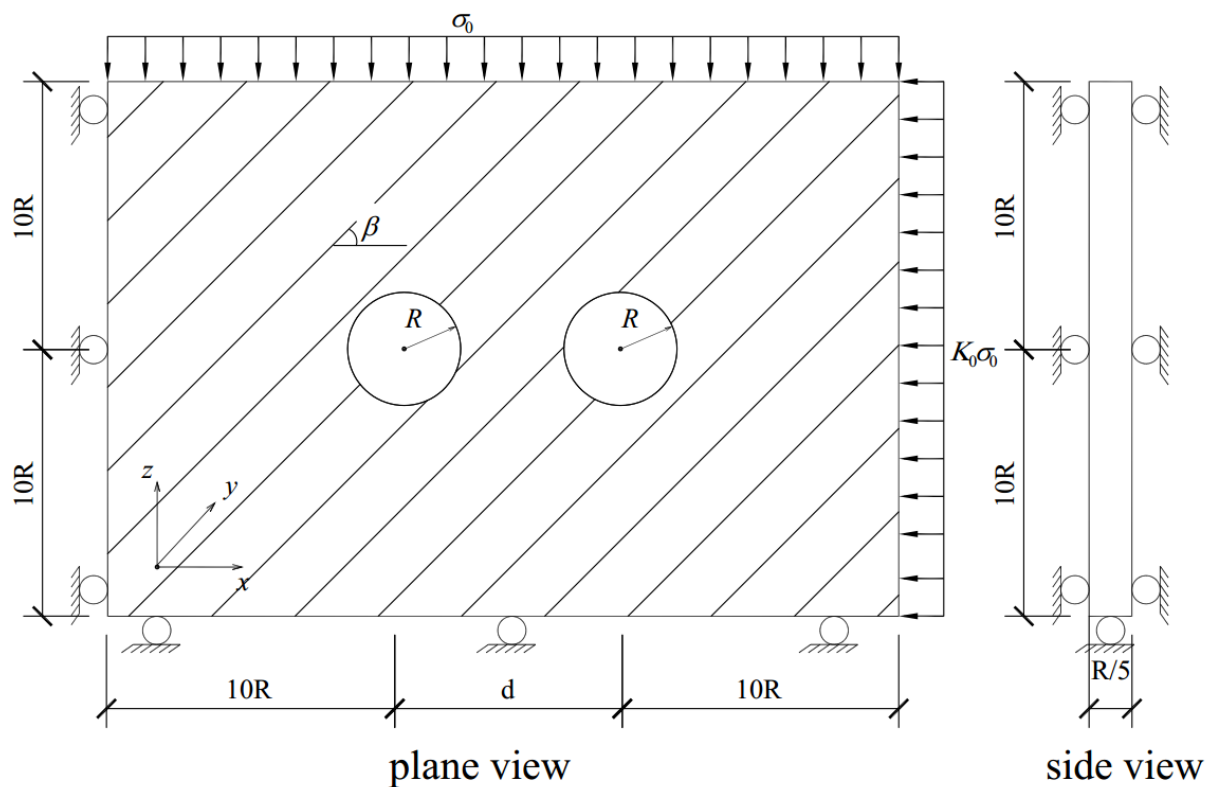


Fig.3. a) geometry and boundary conditions **b)** FLAC3D finite difference grid ($R_1 = R_2 = R = 5m$, $d = 3R$)

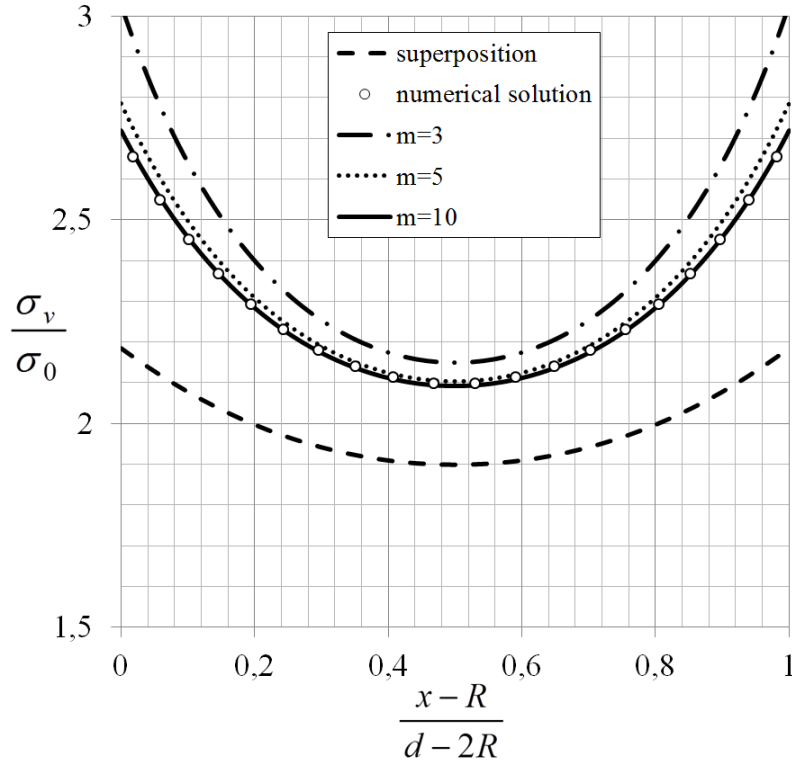


Fig.4 Concentration factors calculated with different methods and for various numbers m of terms in the truncated series of the closed form solution. ($E_h = 620$ MPa ; $E_v = 340$ MPa ; $G_v = 200$ MPa ; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.2$, $R_1 = R_2 = R = 5$ m , $d = 3R$, $\beta = 0$, x is the distance to the center of the first tunnel)

In this section, the stress state surrounding the two tunnels is calculated by three methods: the superposition of the solutions for two single cavities (simply adding the stresses generated by the excavation of each tunnel); the analytical method described above (see section 3); and the numerical solution obtained with FLAC3D. In order to compare these different approaches, we pay attention to the stress state in the zone between two tunnels.

The effect of the orientation of the plane of isotropy will be explored in the next section. We first consider the case where the plane of isotropy is horizontal ($\beta = 0^\circ$). Due the symmetry of the problem, the vertical stress is principal and the horizontal stress is small on the line connecting the centres of the two tunnels. Therefore, the stress concentration factor on the segment connecting the centres of two tunnels is defined as the ratio of the vertical stress σ_v to the initial stress σ_0 and is shown in Fig.4.

We can observe that the analytical results are in excellent agreement with the numerical results when keeping at least five terms in the truncated series of the closed form solution. However, the supposition approach which does not account for the interaction between the two tunnels largely underestimates the stress concentration. Note that in Flac3D, the stresses and displacements are computed at the center of the boundary element and their values on the cavity boundary are obtained by extrapolation.

4.2. Effect of the orientation of the plane of isotropy and of the distance between the two tunnels

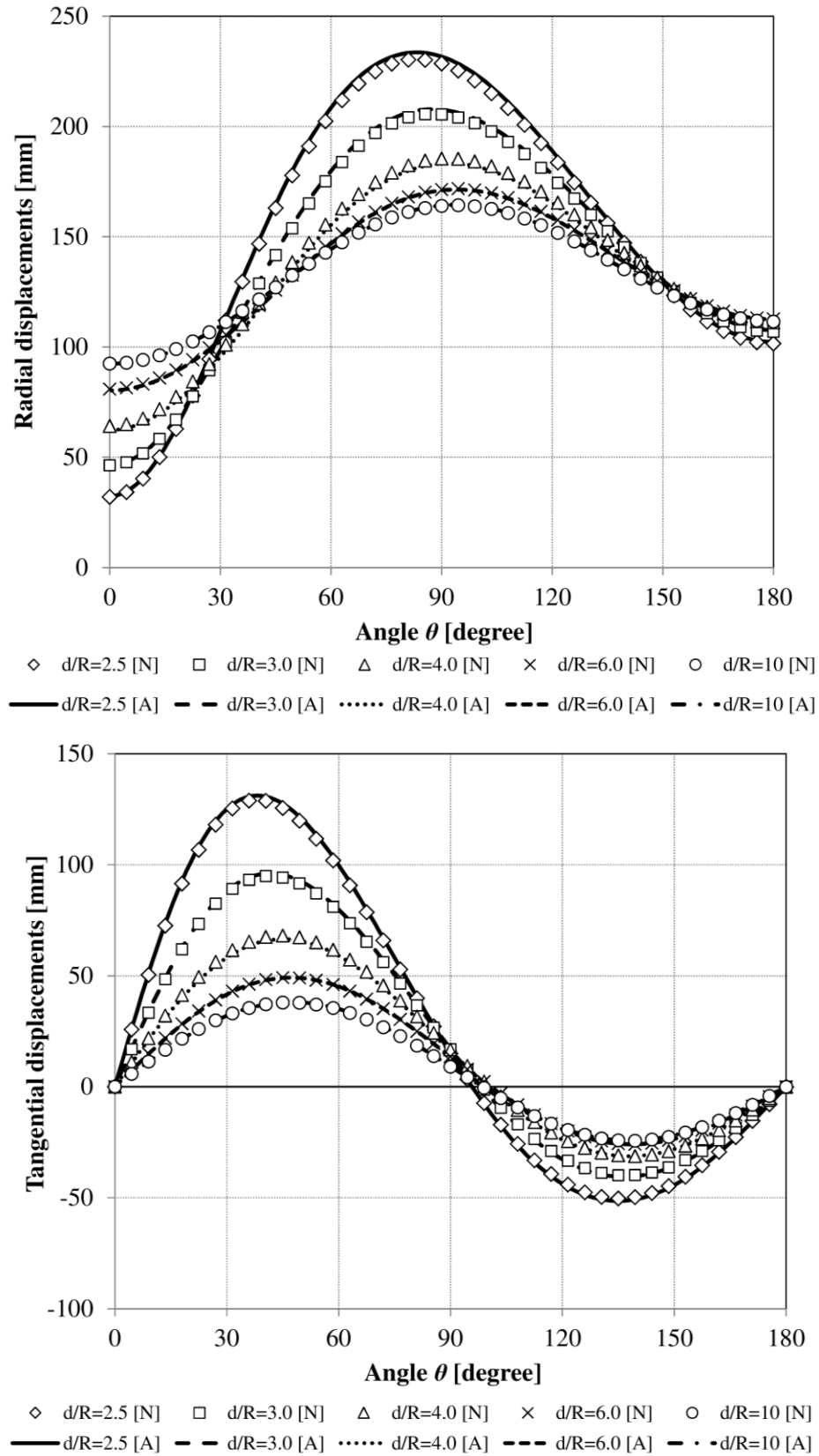


Fig.5. Displacement on the cavity boundary computed with FLAC3D [N] and with the analytical solution [A] for different values of the distance between the two tunnels
 ($E_h = 620$ MPa ; $E_v = 340$ MPa ; $G_v = 200$ MPa ; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.2$)

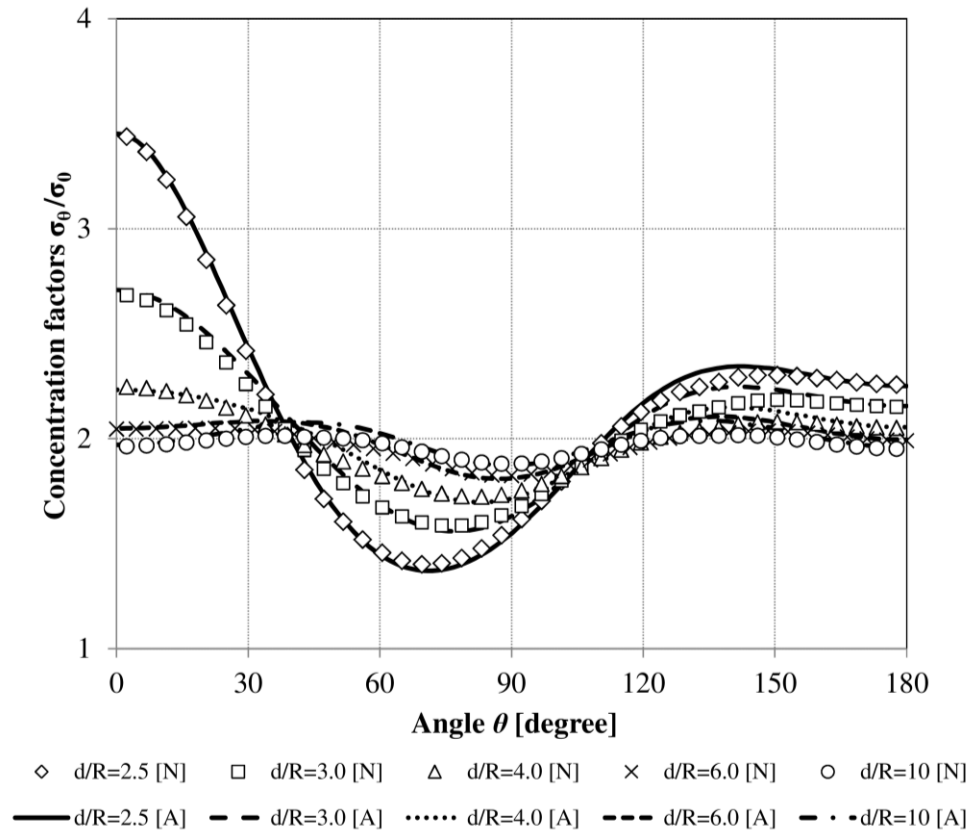


Fig.6. Concentration factors on the cavity boundary computed with FLAC3D [N] and with the analytical solution [A] for different values of the distance between the two tunnels
 ($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.2$)

Table 1. Maximum stress concentration factors on the cavity boundary ($\beta = 0$).

d/R	Superposition	Analytical solution	Numerical simulation
2.5	2.3994	3.4347	3.4114
3.0	2.2051	2.6963	2.6847
4.0	2.0639	2.2806	2.2618
6.0	1.9919	2.0735	2.0519
10.0	1.9641	1.9899	1.9669

Table 2. Maximum radial displacement (mm) on the cavity boundary ($\beta = 0$).

d/R	Superposition	Analytical solution	Numerical simulation
2.5	185	233	230
3.0	178	207	206
4.0	171	184	185
6.0	165	172	172
10.0	162	164	164

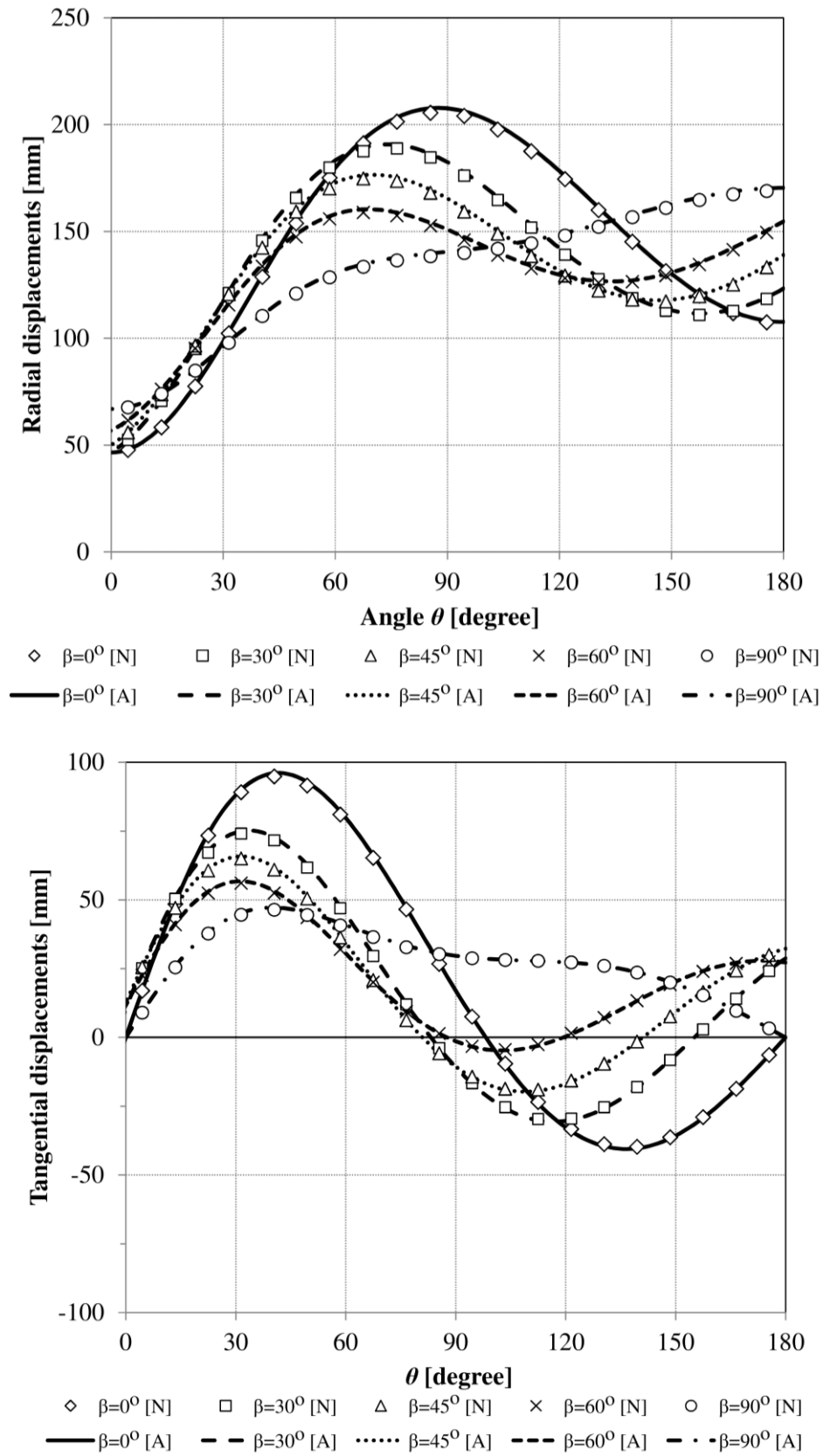


Fig.7. Displacement on the cavity boundary computed with FLAC3D [N] and with the analytical solution [A] for the different orientations of the plane of isotropy ($E_h = 620$ MPa ; $E_v = 340$ MPa ; $G_v = 200$ MPa ; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.2$)

In order to verify the accuracy of the analytical solution, two series of simulations were carried out. The first series explored the effect of the distance between the centers of the two tunnels in the range $d/R = 2.5 \div 10.0$. The second one studied the effect of the orientation α of the plane of isotropy from 0° to 90° . The displacement and the stress concentration factor on the tunnel boundary are shown in Fig.5 to Fig.7. The maximal values of stress concentration factor and of the radial displacement computed with the different methods are shown in Table 1 and Table 2. The results of the numerical computation using Flac3D are very close to those of the analytical solution. It is shown that the displacements and the stress concentration factors on the tunnel boundary are considerably larger in case of the presence of an existing parallel tunnel. It is interesting to note that the stress concentration factor is maximal at the closest pair of points on the boundary of two tunnels. For relatively large values of the distance between the two tunnels ($d \geq 6R$), their interaction appears to be small so that a simple superposition of the stresses as calculated independently for each tunnel, is accurate enough.

5. Conclusions

A closed form solution based on the theory of complex variables for 2D elastic media has been proposed for the study of the interaction between two circular tunnels excavated close to each other in a transversely isotropic rock mass. It is shown that the superposition solution of two non-interacting tunnels gives accurate results only when the distance between the tunnel centres exceeds about six radii. In addition to the in situ stress state, the relative position of the two tunnels (the distance and the orientation of the line connecting the centers of the two tunnels with the plan of isotropy) is the important factor that affects the degree of interaction. It is shown that the closed form solution which is expressed in the form of an infinite power series gives very accurate results if at least five terms are kept in the numerical applications. Although limited to linear elastic behavior of the rock mass, this closed form solution is straightforward and easy to use for rapid preliminary design. It will be extended in a future work to viscoelastic behavior and also to the case of arbitrary cavity shape.

Acknowledgements:

The authors wish to thank ITASCA for supporting this research through the Itasca Education Partnership Program.

References

- Bobet A. (2011) Lined Circular Tunnels in Elastic Transversely Anisotropic Rock at Depth. *Rock Mech. Rock Eng.* 44:149–167
- Gercek, H. (2005). Interaction between parallel underground openings. *The 19th International Mining Congress and Fair of Turkey*, 73–82.
- Green A.E., Taylor G.I. (1939) Stress systems in aeolotropic plates I. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 173(953):162–172
- Green A.E., Taylor G.I. (1945a) Stress systems in aeolotropic plates III. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:181–195
- Green A.E., Taylor G.I. (1945b) Stress systems in aeolotropic plates VI. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:289–300
- Green A.E., Zerna W. (1968) *Theoretical Elasticity*. Dover Publications, Inc.

- Green, A. E. (1940). General Bi-Harmonic Analysis for a Plate Containing Circular Holes. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 176(964), 121–139. doi:10.1098/rspa.1940.0082
- Hefny A.M., Lo K.Y. (1999) Analytical solutions for stresses and displacements around tunnels driven in cross-anisotropic rocks. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 23:161–177
- ITASCA. Fast Lagrangian analysis of continua (FLAC3D), *Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc, 2011*
- Jaeger J.C., Cook N.G. W. (1979) *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall.
- Kolymbas D. Wagner, P. ,Blioumi, A.. (2012) Cavity expansion in cross-anisotropic rock. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 36:128-139.
- Kooi, C., & Verruijt, A. (2001). Interaction of circular holes in an infinite elastic medium. *Tunnelling and Underground Space Technology*, (February), 59–62.
- Lekhnitskii S.G. (1963) *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- Radi, E. (2011). Path-independent integrals around two circular holes in an infinite plate under biaxial loading conditions. *International Journal of Engineering Science*, 49(9), 893–914. doi:10.1016/j.ijengsci.2011.04.011
- Tran Manh, H., Sulem, J., & Subrin, D. (2014). A Closed-Form Solution for Tunnels with Arbitrary Cross Section Excavated in Elastic Anisotropic Ground. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. doi:10.1007/s00603-013-0542-0
- Vu T.M., Sulem J., Subrin D (2013) Semi-analytical solution for stresses and displacements in a tunnel excavated in transversely isotropic formation with non-linear behaviour. *Rock Mech Rock Eng*, 46(2), 213–229.

3.5 Solution analytique en grande déformation pour un comportement anisotrope non-linéaire

La plupart des solutions analytiques existantes pour un tunnel creusé en milieu anisotrope sont basées sur la théorie des petites déformations. Cependant, la convergence des tunnels creusés en terrain poussant dépasse parfois 10 - 20 % du rayon du tunnel. Les solutions en grandes déformations sont donc intéressantes pour caractériser le comportement des tunnels en terrain poussant.

Récemment, Vu et al. (2013b) ont présenté une solution semi-analytique pour le champ de contraintes et de déplacements dans un tunnel circulaire creusé dans un milieu élastique non-linéaire isotrope transverse. Cette solution a été appliquée pour analyser les données de convergence dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte. L'application de cette solution évaluée en petite déformation est discutable dans les sections où la convergence dépasse 2 m.

Dans cette partie, la solution semi-analytique existante est étendue pour prendre en compte les grandes déformations. La loi de dégradation du massif rocheux autour du tunnel est issue du modèle hyperbolique de la courbe contrainte-déformation. La procédure d'excavation peut être décrite en imposant un incrément de déchargement en paroi du tunnel pendant chaque pas de calcul. La géométrie de la section déformée est mise à jour après chaque incrément afin de prendre en compte l'influence des grandes convergences. La technique de la matrice de transfert est adoptée pour la section elliptique. Le milieu autour du tunnel est discrétisé en anneaux elliptiques confocaux dont le comportement incrémental est supposé être linéaire. Il est nécessaire d'établir des solutions élémentaires correspondant à des champs de déplacement et de force à l'intérieur de chaque anneau. Ces solutions, basées sur la théorie de la variable complexe, sont obtenues sous la forme de séries infinies.

La confrontation entre les approches en petite et en grande déformation montre que la convergence calculée en utilisant l'approche en grande déformation est significativement différente de celle avec l'approche en petite déformation quand de très fortes convergences ont lieu, dépassant 20 - 30 % du rayon excavé du tunnel. Par ailleurs la réponse du tunnel simulée par l'approche en grande déformation présente un comportement anisotrope plus marqué.

Large convergence computation of tunnel excavated in transversely isotropic formation with non-linear behavior

Huy TRAN MANH^{1,2}, Jean SULEM^{2*}, Didier SUBRIN¹

¹Centre d'Études des Tunnels, Bron, France

²Laboratoire Navier-CERMES, École des Ponts Paris Tech, IFSTTAR, CNRS, Université Paris-Est, Marne-la-Vallée, France

Abstract

Most of the existing analytical solutions for a tunnel excavated in a transversely isotropic formation are based on small strain theory. Under heavily squeezing conditions, very large and often anisotropic convergence may take place, sometimes exceeding 10–20% of the excavated tunnel radius. An analytical approach is proposed to take into account the large convergence of tunnel excavated in a non-linear elastic transversely isotropic formation using the transfer matrix technique. This approach is first verified in the case of linear behavior of rock mass with the numerical code FLAC3D and then extended to the case of non-linear one.

Keywords: Underground excavation, deep tunnel, transversely anisotropic rock, large strains, non-linear behavior

1. Introduction

The determination of stresses and displacements around underground excavations excavated in anisotropic formations such as sedimentary and metamorphic foliated rock is central for the design and the assessment of stability and safety. A number of analytical solutions of plane problems of tunnel in transversely isotropic formation taking account the effects of the face advance, interaction rock/support, non-circular shapes of the opening, non-linear behavior, and hydraulic effects have been proposed (Hefny and Lo 1999, Bobet 2011, Kolymbas et al. 2012, Vu et al. 2013a, Tran Manh et al. 2014). The existing analytical solutions are usually based on the small-deformation theory. However, the large deformations are often encountered surrounding the tunnel excavated in the weak rock such as squeezing ground. Many case studies of tunnel in squeezing ground can be found in the literature, for example the Gotthard Base tunnel in Switzerland (Kovári et al. 2005), the Saint-Martin-La-Port access gallery for the Lyon-Turin rail link project (Barla et al. 2007, Bonini and Barla 2012, Vu et al. 2013b). Wall displacement exceeded one fifth the radius of initial cross-section in many reported cases and required a re-profiling of the tunnel section. In such cases, the applicability of the classical solutions based on infinitesimal deformation is questionable (Vrakas and Anagnostou 2014). The present study focuses on an analytical method to compute the large convergence in transversely isotropic formation with non-linear behavior.

2. Problem statement

Throughout the paper, the following assumptions are made. (1) The surrounding rock is continuous, homogeneous, elastic transversely isotropic. (2) The tunnel is straight and parallel to the isotropic plane, and its cross section is circular. (3) Plane strain condition is assumed in the direction perpendicular to the cross

section of the tunnel. (4) The tunnel is deep. (5) The initial stress field in the rock mass is isotropic. Under these assumptions, the deformed cross-section of the tunnel has the shape of an ellipse.



Fig.1. Example of very large anisotropic convergence in Saint-Martin-la-Porte access gallery (after Mathieu 2008).

Fig.2 compares the small strain approach and the large strain approach for the wall displacement computation. In the infinitesimal strain theory, the displacements of the solid body are assumed to be infinitesimally small as compared to its dimension. Its geometry is assumed to be unchanged by the deformation (Fig.2a). In contrast, the large strain approach takes into account the deformed cross-section which can be significantly different from the undeformed one (Fig.2b). The cross-section of the tunnel must be updated after each steps of computation. To deal with non-linear constitutive behavior, the transfer matrix technique as presented by Sulem (1994) and Vardoulakis and Sulem (1995) can be used and adapted for an elliptic cross-section. The principle of this method is to discretize the medium surrounding the cavity into confocal elliptic rings inside which we assume linear incremental constitutive behavior. In the following, the analytical solution for large convergence computation in the elastic transversely isotropic formation with non-linear behavior is developed.

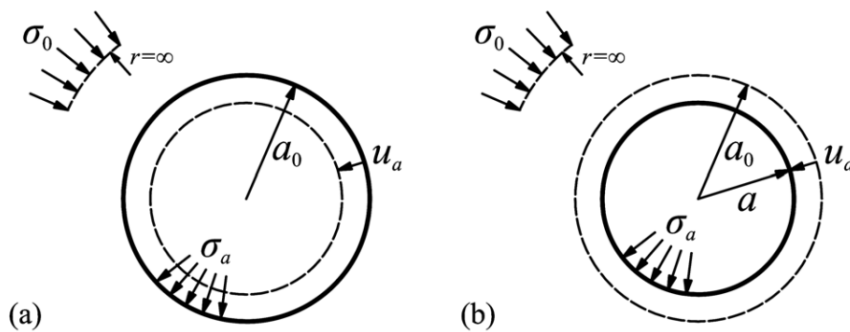


Fig.2. Comparison between small strain approach (a) and large strain approach (b) (Vrakas and Anagnostou 2014)

3. Constitutive equations for a non-linear elastic transversely isotropic rock

For a linear elastic rock with transverse isotropy, the constitutive relationships in plane strain are given as (Hefny and Lo 1999)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (1)$$

where $S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}$ and S_{33} are the compliance coefficients. They are related to the material parameters as follows

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_h^2}{E_h}, S_{22} = \frac{1 - \nu_{vh}\nu_{hv}}{E_v}, S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{vh}(1 + \nu_h)}{E_v}, S_{13} = S_{31} = 0, S_{33} = \frac{1}{G_{vh}} \quad (2)$$

where E_h, E_v are the Young's modulus in the plane of isotropy and in the direction normal to it respectively; ν_h is the Poisson's ratio in the plane of isotropy, ν_{hv} and ν_{vh} are the Poisson's ratio for effect of stress in the plane of isotropy on the strain in the direction normal to it and the Poisson's ratio for effect of stress in a plane normal to the plane of isotropy on the strain in the direction normal to it respectively, ($E_h / \nu_{hv} = E_v / \nu_{vh}$); G_{vh} is the shear modulus in any plane normal to the plane of isotropy.

In order to take into account the degradation of rock mass surrounding the tunnel, Vu et al (2013a) proposed a non-linear elastic transversely isotropic model deriving from a hyperbolic law for the uniaxial stress-strain curve.

Considering a stratified rock mass with the friction coefficient $\mu_w = \tan \varphi$ and the cohesion of the parallel joints C_w , the uniaxial strength depends upon the direction β with respect to the normal to the discontinuity planes (Jaeger and Cook 1976) as

$$\sigma_c = \frac{2C_w}{(1 - \mu_w \cot \beta) \sin 2\beta} \quad (3)$$

An acceptable approximation of the minimal value for the uniaxial strength is obtained for an orientation $\tilde{\beta} = \pi/4 + \varphi/2$. The failure mode corresponds to slipping along weakness plane and the corresponding ultimate stress is

$$\tilde{\sigma}_c = \frac{2C_w}{(1 - \mu_w \cot \tilde{\beta}) \sin 2\tilde{\beta}} \quad (4)$$

Following Vu et al. (2013a), it is assumed that the tangent compliance coefficients (Eq. (2)) depends upon the accumulated deviatoric strain

$$S_{ij} = (1 + \alpha\gamma)^2 S_{ij}^0 \quad (5)$$

where S_{ij}^0 is the initial compliance tensor (undeformed solid) and

$$\gamma = \int d\gamma ; d\gamma = 2\sqrt{\left(\frac{d\varepsilon_x - d\varepsilon_y}{2}\right)^2 + d\varepsilon_{xy}^2} \quad (6)$$

The nonlinear behavior is described by the introduction of a coefficient of degradation α

$$\alpha = \frac{2}{\tilde{\sigma}_c \tilde{S}} \quad (7)$$

with

$$\tilde{S} = \sqrt{\left[S_{11}^0(1 + \cos 2\tilde{\beta}) - 2S_{12}^0 \cos 2\tilde{\beta} - S_{22}^0(1 + \cos 2\tilde{\beta})\right]^2 + \left(S_{33}^0 \sin 2\tilde{\beta}\right)^2} \quad (8)$$

The underlying assumption is that all the components of the tangent compliance tensor have the same rate of degradation and thus the incremental constitutive equations are rewritten as

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{pmatrix} = (1 + \alpha\gamma)^2 \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (9)$$

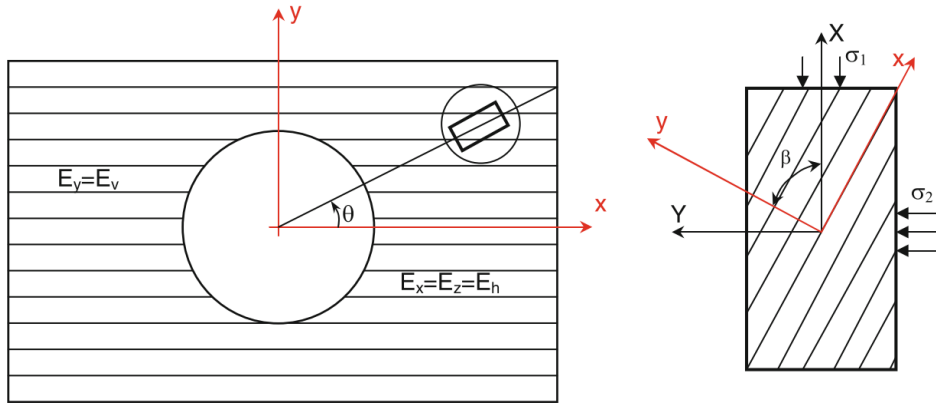


Fig.3. Uniaxial strength of transversely isotropic rock (Vu et al 2013a)

4. Formulation of the semi-analytical solution

Vu et al (2013a) have presented a semi-analytical solution for stresses and displacements field around a circular tunnel excavated in an isotropic transversely rock using the transfer matrix technique. Their solution is developed for the case of small-deformation, i.e. the deformed cross section is assumed to be unchanged. In this paper, we extend this approach to large strain analysis and the deformed cross section is significantly different from the undeformed one.

The excavation process is described by the progressive reduction of the internal radial stress for which the stress increment $(\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_2 \dots \Delta\sigma_n)$ follow a geometric progression with a rate c_s

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{p+1} &= c_s \Delta\sigma_p \\ \sum_{p=1}^n \Delta\sigma_p &= \sigma_0 \end{aligned} \quad (10)$$

Starting from the initial circular form R , the deformed cross-section takes an elliptical shape with the reduction of stress at the tunnel wall. The equation of the deformed cross-section corresponds to an increment step $\Delta\sigma_p$ is given by

$$\frac{x^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} = 1 \quad (11)$$

with a_0, b_0 are the length of semi-axes of the ellipse : $a_0 = R_0(1+m_0), b_0 = R_0(1-m_0)$.

The medium surrounding the tunnel is discretized into N confocal ellipse rings as shown in Fig.4b. Let a_i and b_i are semi-axes of the ellipse i ($i = 0 \div N$), $a_i = r_i(1+m_i), b_i = r_i(1-m_i)$

$$\begin{aligned} (a_i^2 - b_i^2)/4 &= (a_0^2 - b_0^2)/4 = C \\ r_i^2 m_i &= R_0^2 m_0 = C \end{aligned} \quad \forall i = 0 \div N \quad (12)$$

We define an orthogonal curvilinear coordinates (r, θ) by the transformation

$$z = \zeta + C \frac{1}{\zeta}, \quad \zeta = r e^{i\theta} \quad (13)$$

or

$$z = r(e^{i\theta} + m_r e^{-i\theta}) \quad (14)$$

The confocal ellipses are transformed into the concentric circular in the orthogonal curvilinear coordinates. The i -th elliptical ring is transformed into the i -th circular ring and limited by the inner and outer radius r_{i-1} and r_i , respectively. A geometric progression is used for the discretization

$$r_i = R_0 + (R_N - R_0) \frac{c_r^i - 1}{c_r^N - 1} \quad (15)$$

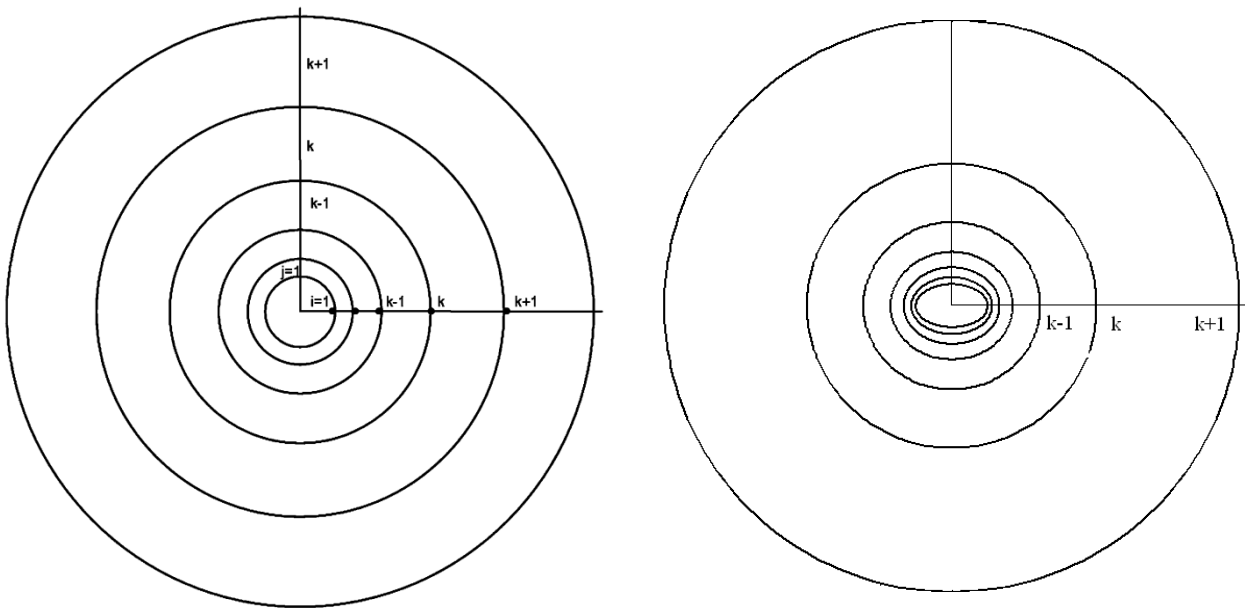


Fig.4. Discretization surrounding the tunnel (a) initial mesh (b) deformed mesh

where R_0 and R_N are the inner radius of the circular cavity and the outer radius of the N_{th} ring and c_r is a real number greater than one which gives the rate of the geometric progression for the discretization of the domain.

Assuming linear incremental constitutive behavior for each elliptical ring, the theory of variable complexes is used to find the displacements and stresses inside them. In this method the potential function is represented in terms of two analytical functions Ω_k ($k=1,2$) of two variables complexes z_k . In a finite region, the development of the potential functions in power series must contain both negative and positive powers of the complex variables. For the elliptic ring i ($r_{i-1} \leq r \leq r_i$), the first derivatives of the potential functions can be assumed to be of the form

$$\Omega'_{i,k}(z_k) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{kn}^i(z_k)^{-2n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} B_{kn}^i(z_k)^{2n+1} \quad (16)$$

with

$$z_k = z + \gamma_k \bar{z} \quad (17)$$

$$\gamma_k = \frac{\sqrt{\alpha_k} - 1}{\sqrt{\alpha_k} + 1}; |\gamma_k| < 1 \quad (18)$$

$$\alpha_1 \alpha_2 = \frac{S_{11}}{S_{22}} \text{ and } \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{S_{33} + 2S_{12}}{S_{22}} \quad (19)$$

Note that γ_k are the same inside all elliptical rings.

Using the Taylor series expansion, we can develop

$$z_k^{-2n-1} = \frac{1}{r^{2n+1}} \sum_{l=n}^{\infty} \binom{n+l}{l-n} (1 + \gamma_k m_r)^{-(n+l+1)} (\gamma_k + m_r)^{l-n} (-1)^{k-n} e^{-i(2l+1)\theta} \quad (20)$$

and

$$z_k^{2n+1} = r^{2n+1} \sum_{s=0}^n \binom{2n+1}{n-s} \left\{ (1 + \gamma_k m_r)^{n+s+1} (\gamma_k + m_r)^{n-s} e^{i(2s+1)\theta} + (1 + \gamma_k m_r)^{n-s} (\gamma_k + m_r)^{n+s+1} e^{-i(2s+1)\theta} \right\} \quad (21)$$

where $\binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$ are the binomial coefficients

The first derivatives of the potential functions $\Omega_k(z_k)$ can be written in the orthogonal curvilinear coordinates

$$\Omega'_{i,k}(z_k) = \sum_{s=0}^{\infty} f_{ks}^i(r) e^{-i(2s+1)\theta} + \sum_{s=0}^{\infty} g_{ks}^i(r) e^{i(2s+1)\theta} \quad (22)$$

where

$$\begin{aligned}
 f_{ks}^i(r) &= \sum_{n=0}^s \frac{A_{kn}^i}{r^{2n+1}} \binom{n+s}{s-n} (1 + \gamma_k m_r)^{-(n+s+1)} (\gamma_k + m_r)^{s-n} (-1)^{s-n} \\
 &\quad + \sum_{n=s}^{\infty} B_{kn}^i r^{2n+1} \binom{2n+1}{n-s} (1 + \gamma_k m_r)^{n-s} (\gamma_k + m_r)^{n+s+1} \\
 g_{ks}^i(r) &= \sum_{n=s}^{\infty} B_{kn}^i r^{2n+1} \binom{2n+1}{n-s} (1 + \gamma_k m_r)^{n+s+1} (\gamma_k + m_r)^{n-s}
 \end{aligned} \tag{23}$$

The displacement and the force inside the i th ring ($r_{i-1} \leq r \leq r_i$) are

$$\begin{aligned}
 D_i &= u + iv = \sum_{k=1}^2 \left(\delta_k^i \Omega'_{i,k}(z_k) + \overline{\rho_k^i \Omega'_{i,k}(\bar{z}_k)} \right) \\
 &= \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\delta_k^i f_{ks}^i(r) + \overline{\rho_k^i g_{ks}^i(r)} \right) e^{-i(2s+1)\theta} + \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\overline{\rho_k^i f_{ks}^i(r)} + \delta_k^i g_{ks}^i(r) \right) e^{i(2s+1)\theta}
 \end{aligned} \tag{24}$$

and

$$\begin{aligned}
 P_i &= X + iY = 2i \frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = 2i \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k \Omega'_{i,k}(z_k) + \overline{\Omega'_{i,k}(\bar{z}_k)} \right) \\
 &= 2i \left[\sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k f_{ks}^i(r) + \overline{g_{ks}^i(r)} \right) e^{-i(2s+1)\theta} + \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\overline{f_{ks}^i(r)} + \gamma_k g_{ks}^i(r) \right) e^{i(2s+1)\theta} \right]
 \end{aligned} \tag{25}$$

Because of the symmetry of problem (in x -axis and y -axis), the conditions $f_{1s}^i(r) = \overline{f_{2s}^i(r)}$ and $g_{1s}^i(r) = \overline{g_{2s}^i(r)}$ are satisfied and we can rewrite as

$$D_i = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\delta_k^i f_{ks}^i(r) + \rho_k^i g_{ks}^i(r) \right) e^{-i(2s+1)\theta} + \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\rho_k^i f_{ks}^i(r) + \delta_k^i g_{ks}^i(r) \right) e^{i(2s+1)\theta} \tag{26}$$

and

$$P_i = 2i \left[\sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(\gamma_k f_{ks}^i(r) + g_{ks}^i(r) \right) e^{-i(2s+1)\theta} + \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{k=1}^2 \left(f_{ks}^i(r) + \gamma_k g_{ks}^i(r) \right) e^{i(2s+1)\theta} \right] \tag{27}$$

Let us now consider two adjacent rings, i th and $(i+1)$ th, separated by the ellipse with the two semi-axes $a_i = r_i(1 + m_r)$, $b_i = r_i(1 - m_r)$. We denote by $D_{i,j}$ and $P_{i,j}$ the displacements and forces of the i th ring on j th boundary. Continuity of the displacements and force equilibrium across the rings boundary prescribes that:

$$\begin{cases} D_{i+1,i} = D_{i,i} \\ P_{i+1,i} = P_{i,i} \end{cases} \tag{28}$$

By identification of the terms in $e^{-i(2s+1)\theta}$ and $e^{i(2s+1)\theta}$, we obtain

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^2 (\delta_k^{i+1} f_{ks}^{i+1}(r_i) + \rho_k^{i+1} g_{ks}^{i+1}(r_i)) = \sum_{k=1}^2 (\delta_k^i f_{ks}^i(r_i) + \rho_k^i g_{ks}^i(r_i)) \\ \sum_{k=1}^2 (\rho_k^{i+1} f_{ks}^{i+1}(r_i) + \delta_k^{i+1} g_{ks}^{i+1}(r_i)) = \sum_{k=1}^2 (\rho_k^i f_{ks}^i(r_i) + \delta_k^i g_{ks}^i(r_i)) \\ \sum_{k=1}^2 (\gamma_k f_{ks}^{i+1}(r_i) + g_{ks}^{i+1}(r_i)) = \sum_{k=1}^2 (\gamma_k f_{ks}^i(r_i) + g_{ks}^i(r_i)) \\ \sum_{k=1}^2 (f_{ks}^{i+1}(r_i) + \gamma_k g_{ks}^{i+1}(r_i)) = \sum_{k=1}^2 (f_{ks}^i(r_i) + \gamma_k g_{ks}^i(r_i)) \end{array} \right. \quad \forall s = 0 \div \infty \quad (29)$$

To resolve this system of equations, the infinite series are truncated after m terms. The above equalities can be written in matrix form as

$$\mathbf{Z}_{i+1,i} \mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{Z}_{i,i} \mathbf{A}_i \quad (30)$$

or

$$\mathbf{A}_{i+1} = \mathbf{Z}_{i+1,i}^{-1} \mathbf{Z}_{i,i} \mathbf{A}_i = \mathbf{Z}_{i+1} \cdot \mathbf{A}_i$$

with $\mathbf{A}_i = \{A_{10}^i, A_{11}^i, \dots, A_{1m}^i, A_{20}^i, A_{21}^i, \dots, A_{2m}^i, B_{10}^i, B_{11}^i, \dots, B_{1m}^i, B_{20}^i, B_{21}^i, \dots, B_{2m}^i\}^T$

The recursive equation (30) can be applied in succession for $i = 1$ to $i = N$, where N is the total number of rings used in the discretization. This results finally to

$$\mathbf{A}_N = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{A}_1 \quad (31)$$

where

$$\mathbf{Z} = \prod_{i=2}^N \mathbf{Z}_i \quad (32)$$

With Eq. (31), the integration constants of the last ring are linked to the integration constants of the first ring. Considering boundary conditions at the first and at the last ring

(a) imposed incremental radial stress at $r = R_0$ ($i = 1, j = 0$)

$$\mathbf{Z}_{1,0} \mathbf{A}_1 = \mathbf{B} \quad (33)$$

where \mathbf{B} is a matrix of size $2m+2 \times 1$, $\mathbf{B} = \{\frac{R_0 m_0}{2} \Delta \sigma_p, 0, \dots, \frac{R_0 m_0}{2} \Delta \sigma_p, 0, \dots, 0\}^T$

(b) zero incremental displacements at the outer ring $r = R_N$ ($i = N, j = N$).

$$\mathbf{Z}_{N,N} \mathbf{A}_N = \mathbf{0} \quad (34)$$

We obtain a linear algebraic system of equations for the integration constants \mathbf{A}_1 of the first ring as

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{1,0} \\ \mathbf{Z}_{N,N} \mathbf{Z}_N \end{pmatrix} \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (35)$$

Then using the recursive relation (32), we can compute the integration constants A_i for each ring and consequently obtain the stress field and strain field around the tunnel for each incremental step.

After each incremental step, the deformation is calculated at the nodal points with curvilinear coordinates $\left((r_{i-1} + r_i)/2, \tilde{\theta}\right)$ with $\tilde{\theta} = \pi/4 - \varphi/2$ in order to calculate the degradation rate inside ring i th. Also, the minor and major displacements on the tunnel wall are calculated. The incremental constitutive equations and the deformed cross section are updated in the next step.

5. Comparison between small-strain approach and large-strain one

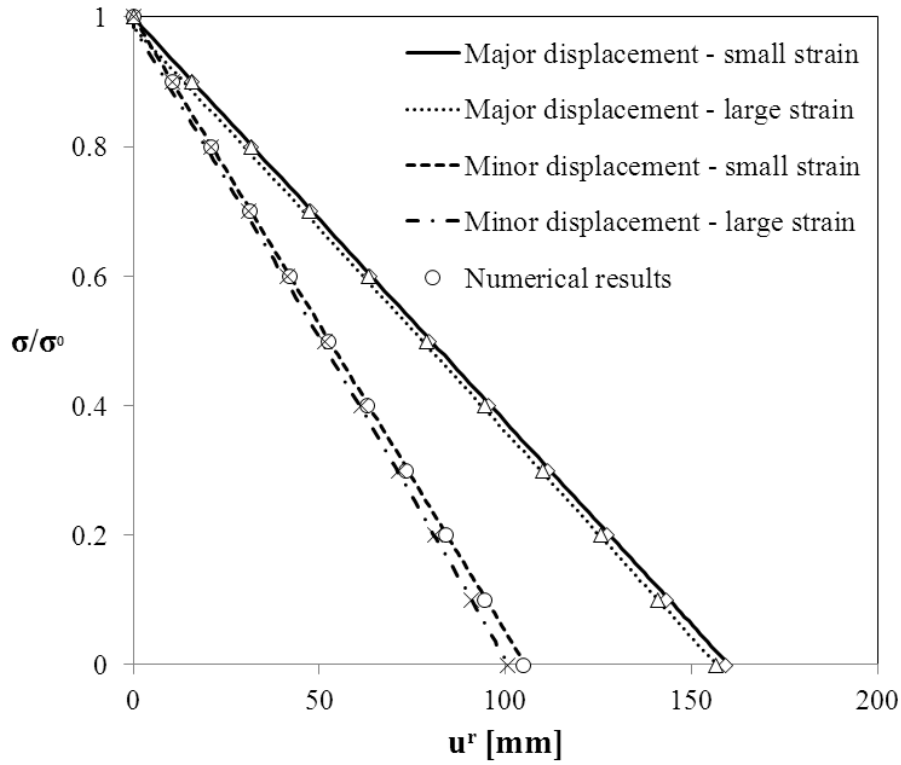
In this section, a parametric study is carried out to compare the small-strain approach with large-strain one. For the simulations here, the tunnel radius is equal 5 m and the initial stress in-situ is assumed isotropic, $\sigma_0 = 10\text{MPa}$. The ground response curves in two principal directions are computed using both small-strain and large-strain approaches.

As mentioned above, the incremental constitutive equations and the deformed cross section are updated after each calculation step. Therefore, the non-linear in tunnel response is attributed both to the non-linear behavior of the rock mass and to the effect of large deformation. In order to clarify these two aspects, we study two cases: (1) the first case only considers the effect of large deformation with the assumption of linear behavior of the rock; (2) the second case takes account both the non-linear behavior of the rock and the large deformation.

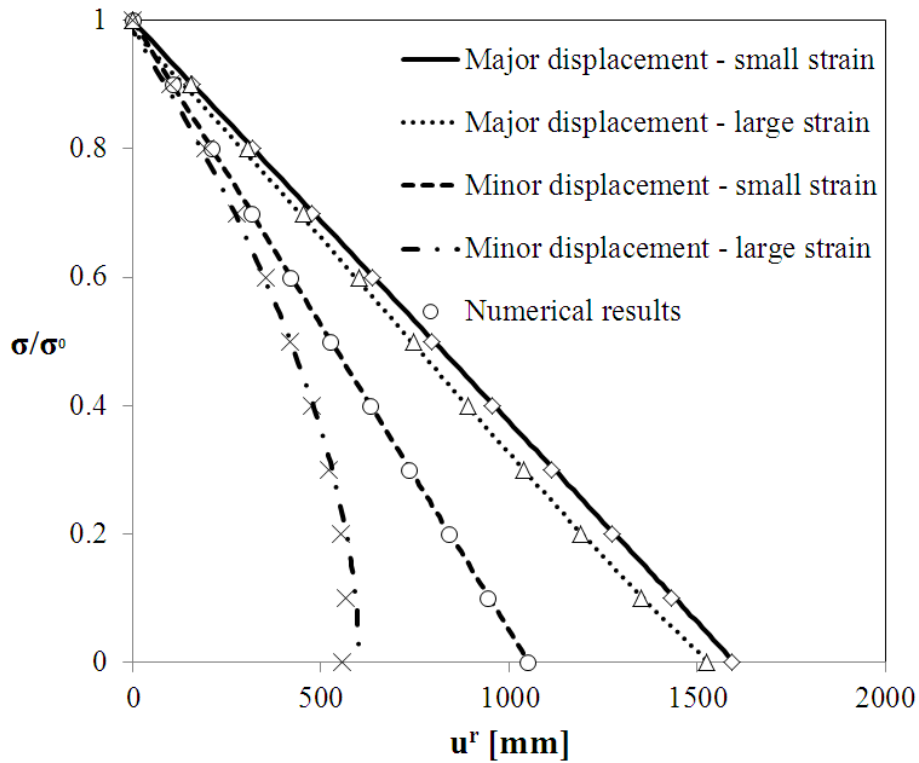
In the first case, the rock mass behavior is linear elastic transversely isotropic. The computer code Flac3D can be used to verify the analytical approach using geometry updating procedure. The large-strain computation option in Flac3D can be switched on using the keyword “set large strain”. Very small values of the elastic modulus (case 1b, Tab.1) are used in order to show the capacity of the semi-analytical solution. The results of the ground response curves from both analytical and numerical methods are shown in Fig.5. The numerical results obtained with Flac3D are very close to those of the analytical solution using the geometry updating procedure.

In the second case, the rock mass behavior is non-linear elastic transversely isotropic. Two cases of constitutive parameters of for the joint resistance (Case 2a, 2b, Tab.1) are studied. The results of the ground response curves from both small-strain and large-strain approach are shown in Fig.6

The results show that the difference between the ground response curves computed using small strain theory and large strain approach is negligible when the convergences are small (about 2-3% of the excavated tunnel radius). However when very large convergence takes place, exceeding 20-30 % of the excavated tunnel radius, the ground response curves computed using the large strain theory are significantly different from the ones of small-strain theory. The tunnel response using the large strain theory exhibits a more anisotropic deformation.

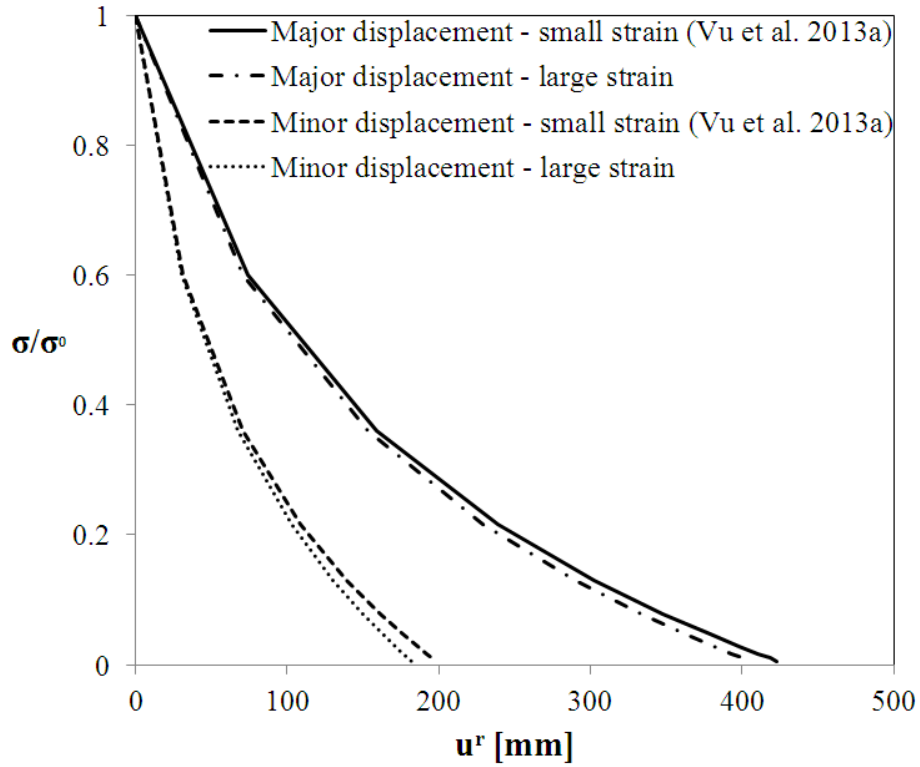


($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$)

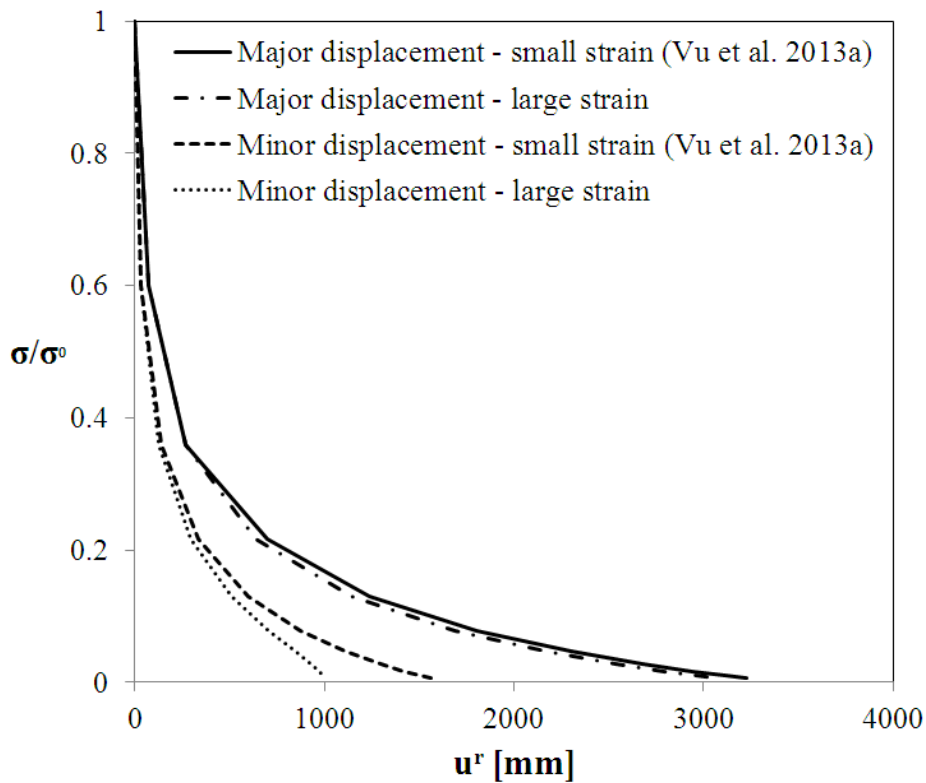


($E_h = 62 \text{ MPa}$; $E_v = 34 \text{ MPa}$; $G_v = 20 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$)

Fig.5 Comparison of tunnel convergence along two principal directions computed using the analytical and numerical approach – case of linear behavior



($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $C_w = 1.5 \text{ MPa}$ $\varphi = 28^\circ$)



($E_h = 620 \text{ MPa}$; $E_v = 340 \text{ MPa}$; $G_v = 200 \text{ MPa}$; $\nu_h = 0.12$; $\nu_{hv} = 0.02$; $C_w = 0.5 \text{ MPa}$ $\varphi = 20^\circ$)

Fig.6 Comparison of tunnel convergence along two principal directions computed using the analytical and numerical approach - case of non-linear behavior

Tab.1 Mechanical parameters of the rock mass

Case	E_h (MPa)	E_v (MPa)	G_v (MPa)	ν_h	ν_{vh}	C_w (MPa)	φ
1a	620	340	200	0.12	0.2	-	-
1b	62	34	20	0.12	0.2	-	-
2a	620	340	200	0.12	0.2	1.5	28°
2b	620	340	200	0.12	0.2	0.5	20°

6. Conclusion

In this paper, a semi-analytical solution for large convergence computation of a tunnel excavated in an isotropic transversely rock with non-linear behavior is proposed. The degradation law of rock surrounding the tunnel is derived from a hyperbolic model of the uniaxial stress–strain curve. The excavation procedure can be described by imposing the incremental radial stress at the inner wall of the tunnel at each step of calculation. The geometry of deformed section is updated after each computing step in order to take into account the influence of the large convergence. The transfer matrix technique is hence adopted for elliptic section. The medium surrounding the tunnel is discretized into confocal elliptical rings inside which the incremental constitutive behavior is assumed to be linear. It requires the establishment of elementary solutions corresponding to the force equilibrium and displacement fields inside each ring. These solutions, based on complex variable theory, are obtained in the form of infinite series. This solution completes the solution proposed by Vu et al. (2013a) based on the small-strain approach.

The confrontation between the small-strain theory and large-strain one shows that the convergence of the tunnel computed using the large strain theory is significantly different from the one obtained with the small-strain theory when very large convergence takes place, exceeding 20-30 % of the excavated tunnel radius. The tunnel response using the large strain theory exhibits a more anisotropic deformation.

It is interesting to note that the continuous conditions of the displacement and force equilibrium are represented in terms of the complex functions. This technique can be used to generalize the transfer matrix method for the case of tunnel non-circular.

References

- Barla, M., Bonini, M., & Debernardi, D. (2007). Lessons learned during the excavation of the Saint Martin La Porte access gallery along the Lyon-Turin Base tunnel. Retrieved from <http://porto.polito.it/id/eprint/1641424>
- Bobet A. (2011) Lined Circular Tunnels in Elastic Transversely Anisotropic Rock at Depth. *Rock Mech. Rock Eng.* 44:149–167
- Bonini, M., & Barla, G. (2012). The Saint Martin La Porte access adit (Lyon–Turin Base Tunnel) revisited. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 30, 38–54. doi:10.1016/j.tust.2012.02.004
- Green A.E., Zerna W. (1968)*Theoretical Elasticity*. Dover Publications, Inc.
- Hefny A.M., Lo K.Y. (1999) Analytical solutions for stresses and displacements around tunnels driven in cross-anisotropic rocks. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 23:161–177
- Jaeger J.C., Cook N.G. W. (1979) *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall.
- Kolymbas D. Wagner, P. ,Blioumi, A.. (2012) Cavity expansion in cross-anisotropic rock. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 36:128-139.

- Kovari, K., Amberg, F., & Ehrbar, H. (2000). Mastering of squeezing rock in the Gotthard Base. *World Tunnelling*.
- Lekhnitskii S.G. (1963) *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. Holden-Day, Inc., San Francisco.
- Mathieu, E. (2008). At the mercy of the mountain. *Tunnels and Tunnelling International*, (October 2008).
- Sulem J (1994) Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation. In: Barla G (ed) *Proceedings of the 5th ciclo di conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce*, Politecnico di Torino, pp 3.1–3.17
- Tran Manh, H., Sulem, J., & Subrin, D. (2014). A Closed-Form Solution for Tunnels with Arbitrary Cross Section Excavated in Elastic Anisotropic Ground. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. doi:10.1007/s00603-013-0542-0
- Vardoulakis I, Sulem J (1995) *Bifurcation analysis in geomechanics*. Chapman & Hall, London
- Vrakas, A., & Anagnostou, G. (2014). A finite strain closed-form solution for the elastoplastic ground response curve in tunnelling. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (January), 1131–1148. doi:10.1002/nag
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., & Monin, N. (2013a). Semi-Analytical Solution for Stresses and Displacements in a Tunnel Excavated in Transversely Isotropic Formation with Non-Linear Behavior. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 213–229. doi:10.1007/s00603-012-0296-0
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., Monin, N., & Lascols, J. (2013b). Anisotropic Closure in Squeezing Rocks: The Example of Saint-Martin-la-Porte Access Gallery. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 231–246. doi:10.1007/s00603-012-0320-4

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élargi le champ des solutions existantes pour différents problèmes. Nous avons utilisé la technique de transformation conforme pour aborder le cas de tunnels de sections quelconque excavés dans un terrain à isotropie transverse. Cette technique consiste à transformer l'espace à l'extérieur du tunnel en l'espace à l'extérieur d'un cercle de rayon unité. L'interaction entre deux tunnels parallèles a été étudiée en généralisant l'analyse bi-harmonique. Nous avons mis en évidence la concentration de contraintes qui ne peut pas être captée par l'hypothèse simplifiée de superposition des champs de contraintes de chaque tunnel pris isolément. Nous avons aussi abordé le problème de l'interaction du terrain et du soutènement en étendant la méthode convergence-confinement au cas des milieux anisotropes, en prenant en compte l'effet de la distance de pose et pour différents cas d'interface lisse ou adhérente. L'extension au cas de comportement non linéaire a été réalisée en utilisant la méthode des matrices de transfert pour laquelle l'espace autour du tunnel est discrétisé en anneaux concentriques qui s'ovalisent pour prendre en compte les grandes déformations accumulées. Les solutions analytiques développées ont été utilisées comme solutions élémentaires à l'intérieur de chaque anneau afin de générer les matrices de transfert de chaque anneau. On l'illustre dans le cas d'un comportement linéaire pour lequel on capte l'effet non linéaire induit par les grandes déformations et également pour le cas de comportement élastique non linéaire suivant un modèle proposé par Vu et al 2013.

Malgré des développements conséquents des nouvelles solutions analytiques, sa nature bi-dimensionnelle limite son domaine d'application. Par ailleurs, le comportement différé n'est pas pris en compte explicitement dans ces solutions. Pour simuler le comportement du terrain poussant présentant des effets différés importants, un modèle viscoplastique anisotrope est donc développé numériquement dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 4 APPROCHES NUMÉRIQUES POUR LA MODÉLISATION DES TERRAINS POUSSANTS

Une approche numérique est développée dans ce chapitre pour prendre en compte à la fois l'anisotropie du comportement viscoplastique du terrain et le caractère tridimensionnel du problème. Après un état de l'art sur les approches numériques pour la modélisation des tunnels, la méthode des différences finies avec le logiciel Flac3D est présentée. Ensuite, le comportement différé anisotrope observé dans la descenderie de Saint-Martin-la-Porte est étudié par le développement d'un modèle de comportement anisotrope dépendant du temps. Enfin, on présente l'étude de l'effet d'anisotropie du massif autour du tunnel avec un soutènement déformable.

4.1 Approches numériques pour la modélisation des tunnels

Modélisations bidimensionnelles

Compte tenu de la complexité de la géométrie du problème et de la présence du front de taille, la mise en œuvre de calculs tridimensionnels est nécessaire pour l'analyse du creusement d'un tunnel. Cette approche présente toutefois un certain nombre de difficultés, notamment le temps et le coût des calculs très importants. Pour cette raison, les calculs numériques en déformation plane sont largement utilisés en bureaux d'étude. Il existe trois catégories de calculs bidimensionnels (Fig. 4.1) :

- Modélisations en déformation plane pour une section courante ;
- Modélisations en déformation plane le long de l'axe de l'ouvrage ;
- Modélisations axisymétriques.

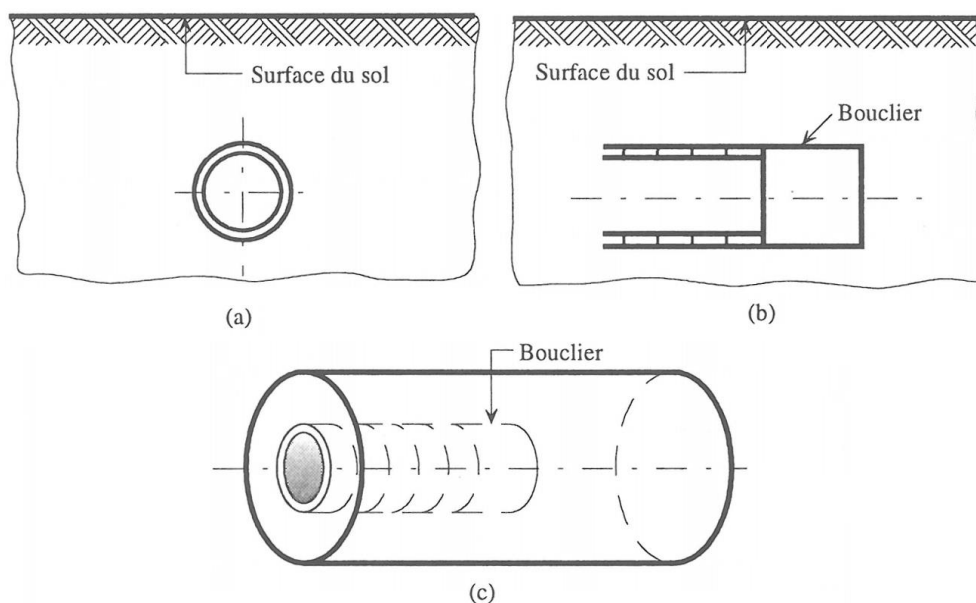


Fig. 4.1 Types de modélisation bidimensionnelle pour un tunnel : (a) section courante ; (b) tranchée horizontale ; (c) conditions axisymétriques.

Les deux dernières approches permettent une représentation du front de taille. Le modèle axisymétrique n'est valable que pour des tunnels à grande profondeur creusés dans des terrains homogènes et isotropes. L'emploi des modèles plans en section longitudinale reste limité car ceux-ci considèrent le tunnel comme une tranchée horizontale de très grande longueur dans la direction perpendiculaire au plan du modèle ce qui conduit à une surestimation des déplacements dus au creusement : Chaffois (1985) a montré que cette surestimation peut atteindre un facteur trois en comparant avec des calculs tridimensionnels. Le premier type de modélisation est le plus courant. Elle permet une modélisation fidèle des conditions de géométrie de la section considérée. Pour prendre en compte l'effet de l'avancement du front, plusieurs techniques sont proposées :

- Méthode de la contrainte fictive de soutènement (Panet et Guellec 1974) ;
- Méthode du ramollissement progressif (Swoboda 1979, Atahan1995).

La première méthode prend en compte les effets tridimensionnels, en déformation plane, en appliquant une pression fictive P_f sur la périphérie du tunnel :

$$P_f = (1 - \lambda(x))\sigma_0 \quad (4.1)$$

où σ_0 est l'état de contrainte initial, uniforme et isotrope dans le massif de sol. La fonction $\lambda(x)$, appelée taux de déconfinement, caractérise le degré de décompression dans une section par rapport à l'état initial non perturbé lié à l'avancement du front de taille. La progression du front de taille est alors simulée en faisant croître λ progressivement de 0 (correspondant à l'état de contrainte initial) à 1 (correspondant à l'état de déformation stabilisé derrière le front de taille) (Fig. 4.2).

La deuxième méthode consiste à simuler l'avancement du front dans le massif par une diminution progressive de la rigidité du sol situé dans zone excavée. Le module Young des éléments correspondant est diminué par un facteur n , appelé coefficient de ramollissement :

$$E = \frac{E_0}{n} \quad (4.2)$$

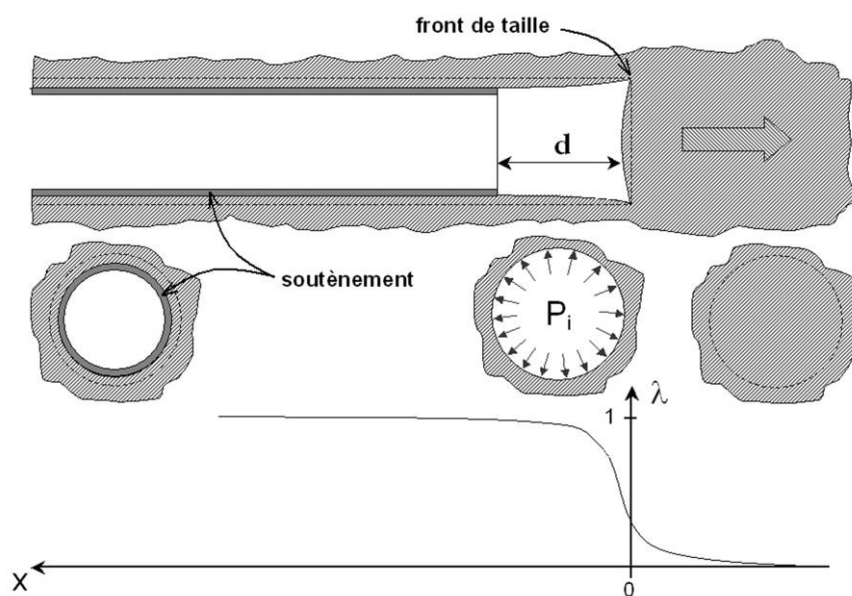


Fig. 4.2 Taux de déconfinement en fonction de la distance au front (d'après Panet et Guénot 1982)

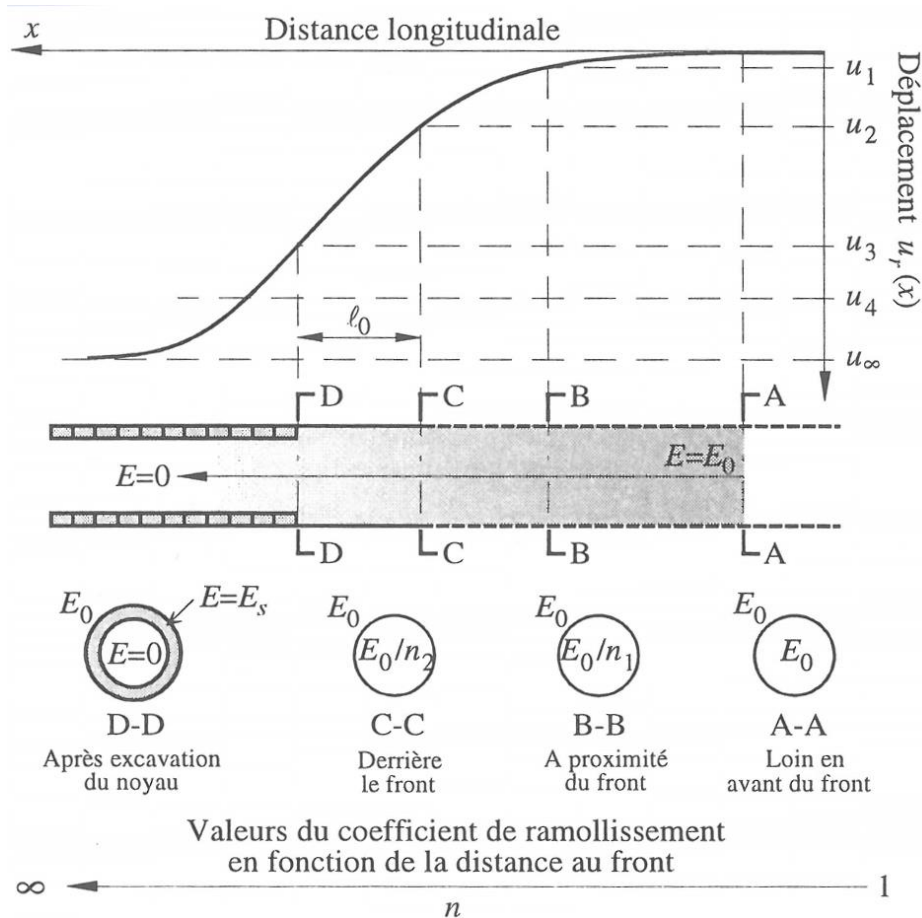


Fig. 4.3 Principes de la méthode du ramollissement progressif (d'après Atahan, 1995)

La valeur du coefficient de ramollissement dépend de la position du front de taille à un instant donné (Fig. 4.3) et est déterminée de manière empirique. Afin de simuler le creusement en section divisée, il faut considérer plusieurs coefficients de ramollissement pour chaque zone à excaver.

Dans la pratique, la première approche est habituellement préférée car des indications claires sur la valeur du coefficient de ramollissement ne sont pas disponibles.

Modélisations tridimensionnelles

Les analyses tridimensionnelles permettent une simulation plus réaliste de l'excavation du tunnel. Aucun système fictif n'est nécessaire pour représenter l'état tridimensionnel de contrainte et de déformation à proximité du front de taille. Le maillage tridimensionnel permet de tenir compte à la fois de la géométrie du problème et des particularités de la technique de construction : creusement en section divisée, mise en place des phases du soutènement. La modélisation d'un phasage de la construction peut être effectuée selon deux techniques :

- La procédure pas-à-pas (step-by-step procedure) (see, i.e., Hanafy and Emery, 1980) ;
- La méthode stationnaire (steady-state method) (Corbetta et al., 1991).

Dans la procédure pas à pas, le maillage doit contenir dès son élaboration toutes les régions amenées à changer de rigidité (zones de terrain excavées, zones non excavées, béton, interface, ancrages, cintres). Le creusement de tunnels est reproduit par l'annulation de la rigidité des éléments du maillage situés dans la zone excavée. La simulation de la mise en place de tout ou une partie du soutènement est effectuée en imposant une loi de comportement et ses propriétés dans les éléments du maillage correspondants.

La deuxième technique peut être appliquée à l'étude des tunnels creusés dans un milieu homogène avec une vitesse d'avancement, une section, un état de contrainte sous une même couverture et une procédure d'excavation supposés constants. Le maillage est considéré avancer comme le montre la Fig. 4.4. L'élément e au pas de temps t prend la place de l'élément $e+1$ au pas de temps $t-1$. La mise à jour de l'état de contrainte et de déformation est donnée par :

$$Z_e^t = Z_{e+1}^{t-1} + \Delta Z_e^t \quad e = 1, \dots, (n-1) \quad (4.3)$$

De cette manière, l'intégration en temps se transforme en intégration en espace de tous les éléments. La matrice de rigidité globale reste constante tout au long du calcul, ce qui permet de réduire considérablement le temps de calcul.

Actuellement, les modélisations tridimensionnelles sont encore délicates et peu utilisées, à l'exception d'études spécifiques (gares souterraines, intersections de galeries, passages à proximité de structures existantes...).

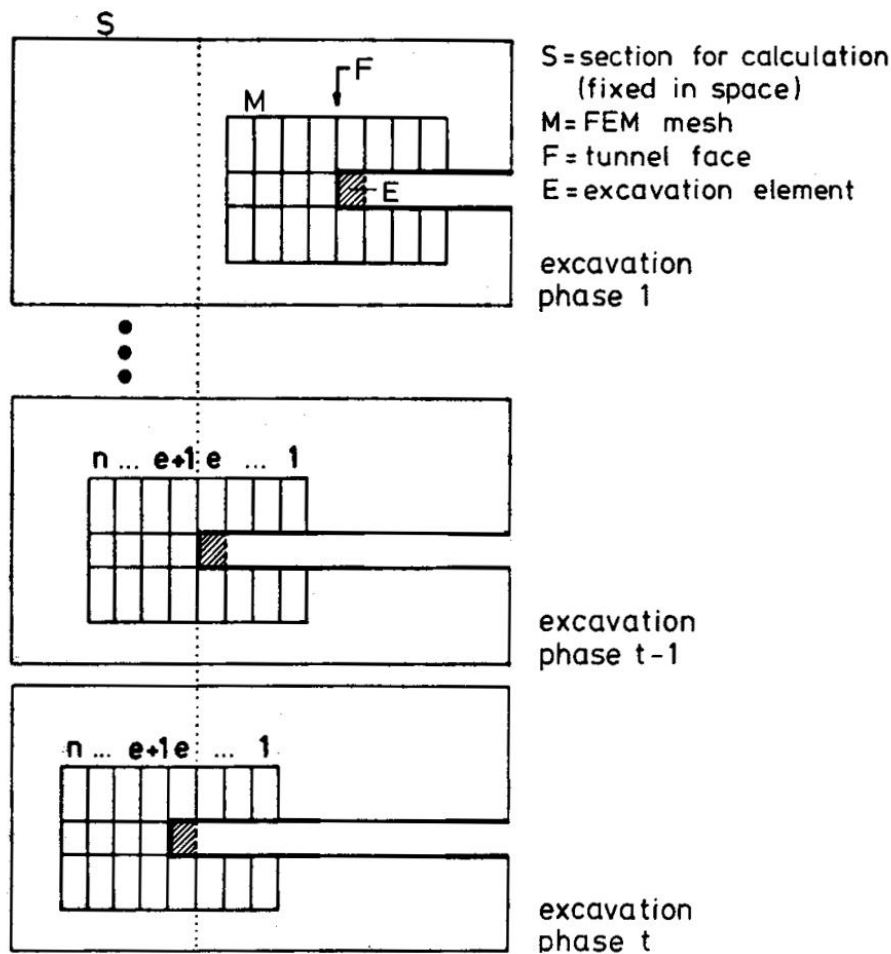


Fig. 4.4 the steady-state method (Corbetta et al., 1991).

4.2 Modélisation par la méthode des différences finies

Généralités

Flac3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua) est un logiciel de calcul tridimensionnel, basé sur la méthode des différences finies explicites, qui permet de résoudre les problèmes non-linéaires de géotechnique.

L'algorithme de résolution de Flac3D est caractérisé par les trois approches suivantes :

1. **la méthode des différences finies explicites** : les dérivées du premier ordre en temps et en espace d'une variable sont approchées par des différences finies, en supposant les variations linéaires de la variable sur des intervalles finis de temps et d'espace, respectivement ;
2. **une modélisation discrète** : le milieu continu est remplacé par un milieu discret équivalent dans lequel toutes les forces engagées (appliquées et interactives) sont concentrées aux nœuds du maillage tridimensionnel qui est constitué de éléments parallélépipédiques ou prismatiques (à respectivement 8 ou 6 nœuds), chaque d'entre eux étant divisés en 3 ou 5 tétraèdres (Fig. 4.5a) ;
3. **une procédure de résolution dynamique** : dans l'équation du mouvement de Newton les termes d'inertie sont utilisés comme un moyen numérique pour atteindre l'état d'équilibre ; l'avantage de cette procédure dynamique est qu'elle permet au schéma numérique d'être stable même si le système physique est instable.

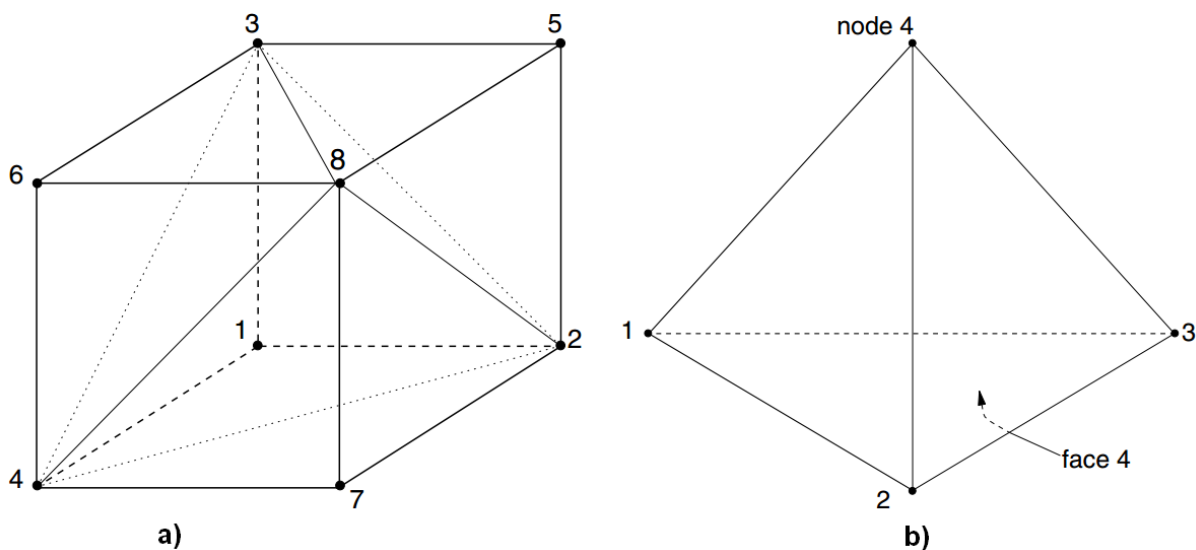


Fig.4.5 éléments parallélépipédiques (a) et tétraèdre (b) dans Flac3D

La séquence de calcul générale

Le schéma de la séquence de calcul, pour chaque pas de temps d'amplitude Δt , est illustré par la Fig. 4.6 dans laquelle on peut distinguer 4 étapes principales :

1. **Forces nodales** : le processus de résolution démarre par la détermination des forces non équilibrées F_i en un nœud considéré. Elles sont la somme des contributions des différents tétraèdres communs à ce nœud, chaque contribution étant la somme de trois termes : l'un lié aux champs de contraintes sur

les surfaces du tétraèdre T_i , l'autre lié aux forces de volumes ρb_i et le dernier caractérisant un chargement extérieur P_i appliqué sur le nœud considéré :

$$F_i^{<n>} = \left[\left[\frac{T_i}{3} + \frac{\rho b_i}{4} V \right] \right]^{<n>} + P_i^{<n>} \quad (4.4)$$

l'exposant $<n>$ indique la valeur du nœud n dans la numérotation globale de l'ensemble des nœuds du maillage à distinguer avec l'exposant l ($l=1,4$) qui se réfère au nœud l dans un tétraèdre. Le symbole $[[\bullet]]^{<n>}$ est utilisé pour représenter la somme des contributions au nœud n de tous les tétraèdres qui se rencontrent à ce nœud. Cette force tend vers zéro quand le problème atteint un état d'équilibre.

2. **Vitesses nodales** : les nouvelles valeurs de vitesses nodales v_i sont déterminées à partir de l'équation indéfinie du mouvement du Newton qui est exprimée de manière nodale, conduisant à une équation de la forme suivante pour le nœud :

$$F_i^{<n>} = M^{<n>} \cdot \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^{<n>} \quad (4.5)$$

où la masse nodale $M^{<n>}$ du nœud est égale au quart de la masse tétraèdres ($\rho V/4$) possédant le nœud considéré.

En considérant que la vitesse nodal varie linéairement pendant le pas de calcul Δt , on peut écrire :

$$v_i^{<n>}(t + \frac{\Delta t}{2}) = v_i^{<n>}(t - \frac{\Delta t}{2}) + \frac{\Delta t}{M^{<n>}} F_i^{<n>} \quad (4.6)$$

3. **Taux de déformation** ξ_{ij} : les taux de déformation des différents éléments sont déterminés grâce au théorème de Gauss et à l'hypothèse de linéarité des vitesses et de taux de déformation constant au sein de chaque tétraèdre :

$$\xi_{ij} = -\frac{1}{6V} \sum_{l=1}^4 (v_i^l n_j^{(l)} + v_j^l n_i^{(l)}) \mathbf{s}^{(l)} \quad (4.7)$$

L'exposant $<l>$ indique la valeur associée avec la face l ($l=1,4$) de chaque tétraèdre. Notons que par convention, la face l est opposée au nœud l dans un tétraèdre (Fig. 4.5b) et $n^{(l)}$ est le vecteur unitaire normal de la face l .

4. **Champ de contrainte** $\Delta \sigma_{ij}$: le nouveau tenseur des contraintes est alors déduit du taux de déformation en faisant intervenir la loi de comportement du matériau dont l'expression incrémentale est sous la forme :

$$\Delta \sigma_{ij} = H_{ij}^*(\sigma_{ij}, \xi_{ij}, \alpha) \quad (4.8)$$

La fonction H_{ij}^* caractérise la loi de comportement. Notons que pour les calculs en grandes déformations, un terme correctif lié au tenseur des taux de rotation est ajouté à la contrainte obtenue pour prendre en compte la rotation des axes principaux de contraintes :

$$\Delta\sigma_{ij} = H_{ij}^*(\sigma_{ij}, \xi_{ij}) + (\varpi_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}\varpi_{kj})\Delta t \quad (4.9)$$

où les composants du tenseur de vitesse de rotation ϖ_{ik} sont calculés par :

$$\varpi_{ij} = -\frac{1}{6V} \sum_{l=1}^4 (v_i^l n_j^{(l)} - v_j^l n_i^{(l)}) \mathcal{S}^{(l)} \quad (4.10)$$

Cet algorithme élémentaire est reproduit jusqu'à l'obtention d'un état d'équilibre, c'est-à-dire un état pour lequel les forces nodales non équilibrées sont inférieures à une tolérance de calcul fixée. Cette dernière est appelée « ratio » dans Flac3D et correspond, au choix, au quotient de la force non équilibrée moyenne/maximale sur le modèle par la force non équilibrée initiale moyenne/maximale. Cependant ce critère de stabilité conduit à un nombre de cycles de calculs très important, ce qui rend la méthode explicite peu performante pour des problèmes linéaires mais présente l'avantage dans l'étude des problèmes non-linéaires et dynamiques.

Notons que dans le cas de calculs en grandes déformations, les nouvelles coordonnées nodales peuvent alors être exprimées et le maillage réactualisé.

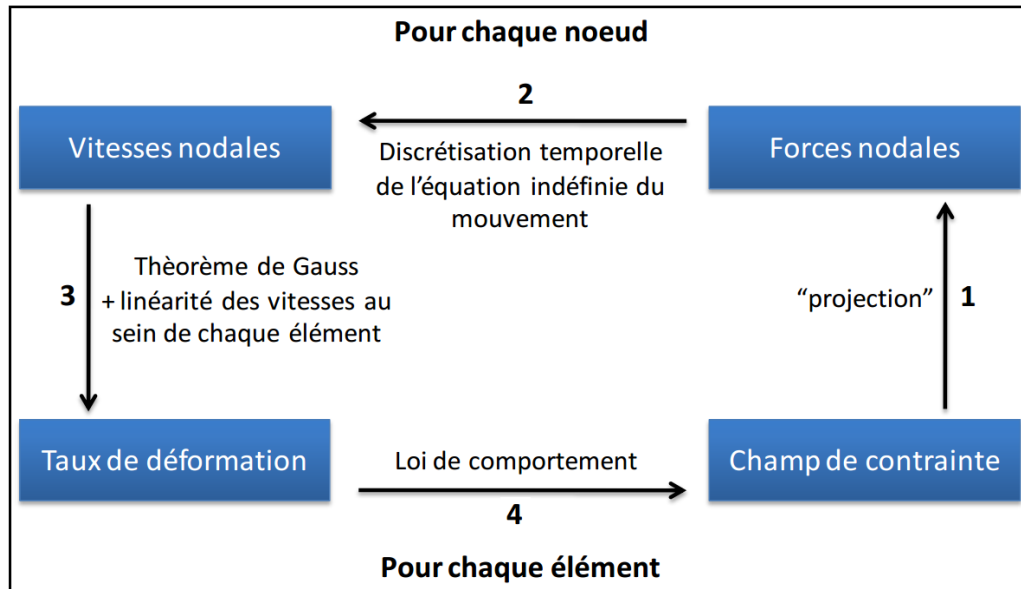


Fig.4.6. Séquence de calcul réalisée à chaque pas de temps Δt

Modes d'amortissement

Le système se trouve en instabilité durant les premiers cycles de calcul, mais les chemins de contrainte et de déformation sont déterminés à chaque pas de temps. Ainsi, pour constituer un algorithme opérationnel, les mouvements du solide doivent être amortis de manière à aboutir le plus rapidement possible à un état de déséquilibre résiduel négligeable. Dans Flac3D, l'amortissement consiste à imposer aux nœuds une force, appelée force d'amortissement, dont le module est proportionnel à celui de la force non équilibrée issue du cycle de calcul précédant et la direction est telle qu'elle produit toujours un travail dissipatif. Deux modes d'amortissement utilisables sont l'amortissement local (« local damping ») et l'amortissement combiné (« combined damping »).

Amortissement local : la force d'amortissement est exprimée en fonction de la force non équilibrée F_i et de la vitesse nodale \dot{u}_i :

$$F_d = -\alpha |F_i| \text{sign}(\dot{u}_i) \quad (4.11)$$

où : α est la constante d'amortissement prise égale à 0,8 par défaut et la fonction sign est définie de la façon suivante: $\text{sign}(x) = -1$ si $x < 0$; $\text{sign}(x) = 1$ si $x > 0$.

Amortissement combiné : le mode d'amortissement combiné donne autant de poids au changement de signe des vitesses nodales qu'à celui des forces non équilibrées, dans la fonction de dissipation de l'énergie résiduelle au cours du temps. La force d'amortissement s'écrit alors :

$$F_d = \frac{\alpha}{2} |F_i| \left[\text{sign}\left(\frac{dF_i}{dt}\right) - \text{sign}(\dot{u}_i) \right] \quad (4.12)$$

Le mode d'amortissement local est le mode de résolution par défaut dans Flac3D et il est préféré dans la plupart des cas. Cependant ce mode peut se révéler inefficace dans certaines situations où la vitesse nodale est significative en régime stationnaire, par exemple dans un problème de viscoplasticité. Le mode d'amortissement local a pour conséquences d'empêcher la vitesse nodale d'évoluer librement, et donc de générer des zones d'instabilité numérique. Il est alors conseillé pour un calcul viscoplastique de faire appel au mode d'amortissement combiné mais la force non équilibrée se dissipe plus lentement.

Le choix du pas de temps Δt

Dans la résolution explicite, les nouvelles forces nodales peuvent être calculées directement à partir des valeurs de vitesses obtenues juste auparavant, mais ne les influencent pas. Cette hypothèse est justifiée si le pas de temps est suffisamment petit pour que la vitesse de propagation de l'information soit plus faible que la vitesse du « front de calcul » (Cundall & Billaux, 1993).

Cette condition peut s'exprimer de la manière suivante dans le cas d'un solide discrétisé en éléments de taille Δx : $\Delta t < \Delta x / C_p$, où C_p est la vitesse maximum de propagation de l'information. On considère que ce sont les ondes de compression (ondes P) qui sont les plus rapides dans les solides élastiques (ou

élastoplastiques) et que leur célérité vaut $C_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}}$ où K est le module de compression du matériau et

G son module de cisaillement.

Pour le problème viscoplastique, le pas de temps apparaît dans les expressions de la loi de comportement et donc influence les résultats. Il doit être étudié très précisément. En supposant que seule la partie déviatorique de l'état de contraintes est à l'origine de déformation différée, l'estimation du pas de temps critique est proposée comme le rapport de la viscosité η par le module de cisaillement G : $\Delta t < \eta / G$.

4.3 Comportement différé anisotrope des tunnels creusés en terrain poussant

Comme il est dit dans le chapitre 2 de ce mémoire, le creusement de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte a rencontré de très fortes convergences associées à un comportement différé marqué et fortement anisotrope lorsque le tunnel a traversé une zone de cisaillement particulièrement tectonisée dans la formations du Houiller. Le comportement du terrain poussant observé dans cette descenderie a été étudié dans des travaux récents mettant l'accent sur le comportement différé du terrain avec des modèles de viscoplasticité (Barla et al. 2007b, 2011) ou d'endommagement (Ordaz, 2008).

Cependant l'effet anisotrope du comportement n'a pas été considéré dans ces modèles. Une modélisation pseudo-discontinue élasto-plastique anisotrope de cette descenderie a été réalisée par Russo et al. (2009). Mais le comportement différé a été considéré comme une réduction progressive des paramètres géomécaniques résiduels ainsi qu'une augmentation correspondante de la dilatance. Plus récemment, Vu et al. (2013b) ont analysé le comportement anisotrope du massif rocheux sur la base d'ajustements de la courbe de convergence mesurée en utilisant la loi de convergence proposée par Sulem et al. (1987a). Les directions principales d'anisotropie ont été identifiées et comparées avec les caractéristiques structurales du massif rocheux. De plus, Vu et al. (2013a) ont également développé une solution semi-analytique pour un tunnel creusé dans un milieu isotrope transverse non-linéaire afin d'analyser les convergences à court terme et à long terme dans les deux directions principales de déformation. Cependant, l'effet du temps n'est pas pris en compte explicitement dans ce modèle.

Par conséquent, cette partie a pour but de proposer un nouveau modèle qui tient compte à la fois du comportement anisotrope et du comportement différé du massif rocheux pour étudier le comportement du terrain poussant observé dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte.

A partir de l'approche pseudo-discontinue, un modèle qui comprend des joints rocheux avec une orientation fixe imbriqués dans une matrice viscoplastique est proposé. Le modèle est dit « with ubiquitous joint » ou « avec des joints omniprésents » afin de simuler le comportement anisotrope et considère une matrice visco-élasto-plastique afin de prendre en compte le comportement différé du massif rocheux. Le modèle de comportement dépendant du temps CVISC a été choisi pour caractériser la matrice solide. Dans ce modèle, le comportement volumique est purement élasto-plastique et est régi par l'élasticité linéaire et un modèle de plasticité parfaite tandis que le comportement déviatorique est visco-élasto-plastique et régi par le modèle de Burgers avec le même élément de plasticité. Le comportement de glissement des joints est régi par le critère de Colomb. Comme les joints ne sont pas explicitement définis, le critère de glissement du joint peut être vérifié en tout point du massif rocheux. L'écoulement plastique peut se produire soit dans la matrice solide soit sur les joints en fonction de l'état de contrainte, de l'orientation des joints et des propriétés mécaniques de la matrice solide et des joints. Ce modèle est caractérisé par 13 paramètres dont 9 paramètres définissent le comportement de la matrice solide et 4 paramètres définissent le comportement des joints. Ce modèle a été implémenté dans Flac3D afin d'analyser la réponse du tunnel au niveau de la convergence mesurée pendant l'excavation.

Le calage des paramètres du modèle a été réalisé en deux étapes : les paramètres constitutifs de la matrice solide ont d'abord été évalués par la comparaison de la convergence mineure mesurée et la convergence calculée par un modèle axisymétrique, dans lequel les joints omniprésents ne sont pas actifs. En fixant les paramètres de la matrice solide, les paramètres des joints sont ensuite étalonnés par une simulation

tridimensionnelle. La simulation numérique montre que le modèle proposé permet de reproduire les convergences anisotropes et différées observées dans la descenderie Saint-Martin-La-Porte.

Ce travail est présenté sous la forme d'un article rédigé en anglais, intitulé « *Anisotropic time-dependent modeling of tunnels in squeezing ground* », accepté de publier dans la revue 'Rock Mechanics & Rock Engineering'.

Anisotropic Time-Dependent Modeling of Tunnel Excavation in Squeezing Ground

Huy Tran Manh · Jean Sulem · Didier Subrin ·
Daniel Billaux

Abstract

Most of the viscoplastic models used to describe the constitutive behavior of squeezing grounds assume isotropic deformation. However, it is commonly observed that squeezing behaviour is characterized not only by large time-dependent but often by anisotropic deformations. This study uses a semi-empirical approach and a numerical model that considers both time-dependent and anisotropic behavior to investigate the squeezing phenomenon in the Saint-Martin-la-Porte access gallery, within the Lyon-Turin railway project. We first show how the semi-empirical convergence law of Sulem et al, 1987 can be extended to anisotropic tunnel closure by considering an elliptical deformation of the rock mass and by fitting the convergence data along the principal axes of deformation. A new anisotropic time-dependent constitutive model is then proposed. This model includes ubiquitous joints of specific orientation embedded in an isotropic viscoplastic medium. This model is implemented in FLAC3D and numerical simulations are performed to back analyze the anisotropic closure of the Saint-Martin-la-Porte access gallery. An efficient procedure for calibrating the model parameters is proposed: the parameters of the isotropic solid matrix are first estimated by performing axisymmetric numerical simulations. The parameters of the ubiquitous joints are then calibrated by performing 3D computations. It is shown that the numerical results reproduce very well the convergence measurements of the studied sections of Saint-Martin-la-Porte gallery.

Keywords: squeezing ground, modeling, anisotropy, time-dependent, monitoring.

1. Introduction

Squeezing behavior is characterized by large time-dependent and often anisotropic deformations during and well after excavation of a tunnel and may lead to tremendous operational difficulties (e.g. Panet 1996). The time dependency is mainly attributed to two different phenomena: (a) creep of the rock mass caused by exceeding a limiting shear stress (viscous behavior or unstable crack propagation) or creep along large scale discontinuities such as bedding and foliation surfaces, joints and faults and (b) consolidation. As summarized in the review paper by Barla (2001), squeezing behavior is associated with poor rock mass deformability and strength properties and is encountered in ductile and altered rock complexes: gneiss, micaschists and calcschists (typical of contact and tectonized zones and faults), claystones, clay-shales, marly-clays, etc. The onset of a yielding zone around the tunnel increases significantly tunnel convergences and face displacements (extrusion).

As part of the Lyon–Turin railway link project, the excavation of the Saint-Martin-la-Porte access gallery encountered a highly fractured Carboniferous Formation which exhibited a very severe squeezing

condition. The squeezing behavior observed in this access gallery has been analyzed in several studies, emphasizing the time-dependent behavior of the rock mass in the framework of viscoplasticity (Barla et al. 2007, 2011; Pellet 2009) and damage mechanics (Ordaz 2008). However, in these models the anisotropic character of the convergences was not considered. A pseudo-discontinuous anisotropic elastic-plastic modeling of the Saint-Martin-la-Porte access gallery was carried out by Russo et al. (2009). In their study, the time-dependent rock mass behavior was mimicked by a progressive reduction of the residual strength parameters, associated with an increase of dilatancy. More recently, Vu et al (2013b) analyzed the anisotropic behavior of the rock mass by fitting an ellipse to the variously oriented convergence measurements and thus identified the principal axes of anisotropy. They compared these with structural features of the rock mass, then used for each principal axis the convergence law proposed by Sulem et al. (1987a). Vu et al (2013a) proceeded to develop a semi-analytical solution for a tunnel excavated in a transversely isotropic formation with non-linear behavior, and back analyzed the short-term and long-term convergences along the principal axes of anisotropy. However, the time effect is not explicitly described in this model. Therefore, the present paper aims to propose a new model that considers both anisotropic behavior and explicit time-dependent deformation of the rock mass to investigate the squeezing behavior of the Saint-Martin-La-Port access adit.

2. Anisotropic time-dependent constitutive model

2.1 Methodology and constitutive model

The presence of discontinuities such as bedding planes and schistosity plays a very important role on the squeezing behavior (e.g. the Frejus Tunnel, Panet 1996) and adds anisotropy to an initially isotropic rock mass. In order to simulate the jointed rock mass, both discontinuous and continuous approaches have been used (e.g. Tonon and Amadei, 2003). However, for a relatively large number of discontinuities the numerical methods based on discrete or discontinuous models reach their limits and homogenized continuum models are preferred (e.g. Sulem and Mülhaus, 1997). Among the different methods proposed for obtaining an equivalent continuum, the ubiquitous joint approach provide an approximate means for modeling a jointed rock mass at a tunnel-wide scale (Kazakidis and Diederichs 1993). The term “ubiquitous” means that the joints are assumed to pass through any point in rock mass. The ubiquitous joints approach assumes (1) that the orientation of joints in a set can be measured with precision and (2) that a joint of a given set occurs everywhere (Goodman 1967). Clark (2006) has used ubiquitous joint approach in order to describe the rock mass fabric and demonstrated that this technique results in realistic rock mass behavior. Based on a calibration to Synthetic Rock Mass (SRM) test results, Sainsbury et al. (2008) have shown that the ubiquitous joint method can reproduce accurate failure mechanisms and strength anisotropy of jointed rock masses. This approach is fairly widely used for the numerical investigation of underground excavations around the world (Cartney 1977, Li et al. 2003, Plana et al. 2004, Russo et al. 2009, Wang and Huang 2009, 2013). However, the existing models with ubiquitous joints are developed within the framework of elastoplasticity and time-dependent behavior is taken into account by degrading the strength of rock with time (Wang and Huang 2011).

Starting with the concepts of ubiquitous joints approach, a new anisotropic time-dependent constitutive model that includes one set of ubiquitous joints of specific orientation embedded in a viscoplastic medium is proposed. As such, the ubiquitous joint model is used to simulate the anisotropy while a viscoplastic model of the matrix is used to account for the time-dependent behavior of the rock mass (Fig.1).

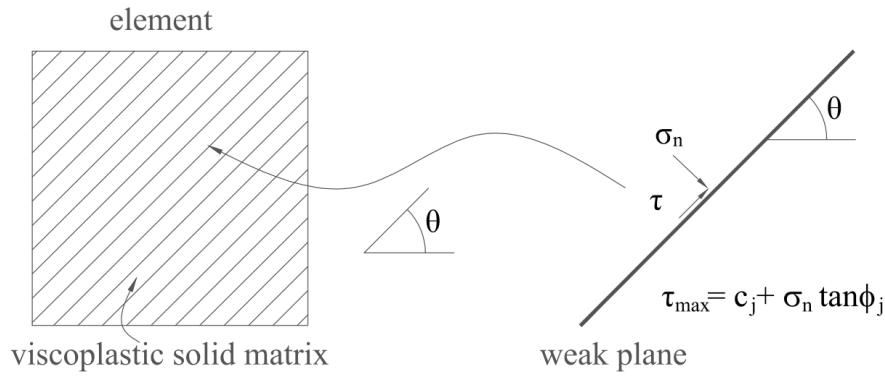


Fig.1. Ubiquitous joint model in a viscoplastic matrix

2.1.1 Solid matrix

In order to characterize the solid matrix, we chose to use the Burger-creep visco-plastic model (CVISC) which allows for the computation of both instantaneous and delayed deviatoric strains (Boidy et al., 2002). This model is implemented in FLAC3D and has been used in previous numerical studies of the the Saint-Martin-la-Porte access gallery (Barla et al. 2007, 2008, 2010, Pellet 2009). The advantage of this model is that it is rather simple to use and that the parameters that drive the “short term behavior” are separated from those driving the “long term behavior”, even in a true scale problem (Barla et al 2007). The volumetric behaviour is purely elastic-plastic and is governed by linear elasticity and plastic flow theory (Fig.2a), while the deviatoric behaviour is visco-elasto-plastic and is driven by the Burgers model with the same plasticity element (Fig.2b). This means that the viscoelastic strains are deviatoric and depend only on the deviatoric stress tensor (s_{ij}) whereas the plastic strains are both deviatoric and volumetric and depend on the total stress (σ_{ij}) in accordance with the chosen flow rule. For the clarity of the presentation, the governing equations of the model are derived below. For the CVISC model, the formulation can be found in Bonini et al (2007).

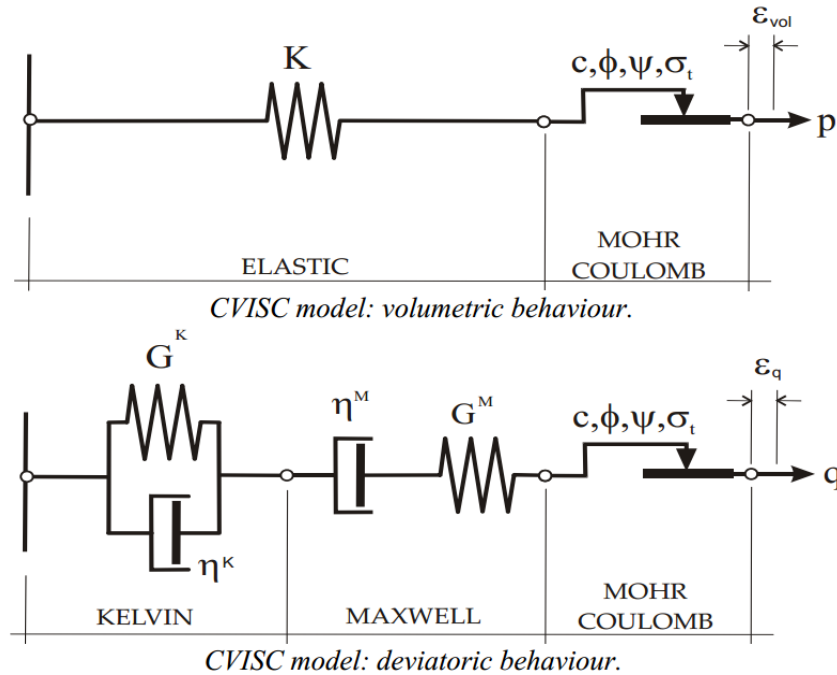


Fig.2. Time-dependent model for the solid matrix behavior

The volumetric and deviatoric components of the strain tensor are written as

$$\dot{e}_v = \dot{e}_v^e + \dot{e}_v^p \quad (1)$$

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^K + \dot{e}_{ij}^M + \dot{e}_{ij}^p \quad (2)$$

with $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{e_v}{3} \delta_{ij}$, (δ_{ij} is the Kronecker Delta). In the above relations, Kelvin, Maxwell, elastic and plastic contributions to stresses and strains are labeled using the superscripts $(.^K)$, $(.^M)$, $(.^e)$ and $(.^p)$ respectively.

The viscoelastic part is described by the following relations

Kelvin element

$$s_{ij} = 2\eta^K \dot{e}_{ij}^K + 2G^K e_{ij}^K \quad (3)$$

Maxwell element

$$\dot{e}_{ij}^M = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G^M} + \frac{s_{ij}}{2\eta^M} \quad (4)$$

The elastic strain component of the volumetric behaviour is described by the relation

$$\dot{e}_v^e = \frac{\dot{\sigma}_0}{K} \quad (5)$$

The Mohr-Coulomb yield envelope with tension cut-off is a combination of shear and tensile criteria

Shear yielding

$$f_g^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi} \quad (6)$$

Tension yielding

$$f_g^t = -\sigma_3 - \sigma^t \quad (7)$$

where c is the material cohesion, ϕ is the friction, $N_\phi = (1 + \sin \phi)/(1 - \sin \phi)$, σ^t is the tensile strength ($\sigma^t \leq c / \tan \phi$), σ_1 and σ_3 are the minimum and maximum principal stresses.

The plastic strains follow the general flow rule of plasticity

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8)$$

where λ is the plastic multiplier and the plastic potential g has the following form

Shear failure

$$g_g^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\psi \quad (9)$$

Tension failure

$$g_g^t = -\sigma_3 \quad (10)$$

where ψ is the dilation angle, $N_\psi = (1 + \sin \psi)/(1 - \sin \psi)$.

2.1.2 Weak planes

A three-dimensional ubiquitous joint analysis has been described and applied to tunnel design by Goodman (1967). This analysis consists of finding the normal and shear stress on the weak plane of given orientation at each point around the tunnel and comparing these values to the maximum admissible values corresponding to the sliding criterion of the weak-plane. The normal and shear stress are calculated using the stress transformation (see Appendix A). The weak-plane failure criterion used here is again a Coulomb criterion with tension cut-off:

Shear yielding

$$f_j^s = \tau - \sigma_n \tan \phi_j - c_j \quad (11)$$

Tension yielding

$$f_j^t = -\sigma_n - \sigma_j^t \quad (12)$$

where ϕ_j, c_j, σ_j^t are the friction, cohesion and tensile strength of the weak plane, respectively ($\sigma_j^t \leq c_j / \tan \phi_j$). The corresponding potential functions have the form

Shear yielding

$$g_j^s = \tau - \sigma_n \tan \psi_j \quad (13)$$

Tension yielding

$$g_j^t = -\sigma_n \quad (14)$$

where ψ_j is dilatancy of the weak plane.

Yielding may occur either in the solid or along the weak planes, depending on the stress state, the orientation of the weak planes and the material properties of the solid and weak plane. For such a material, the degree of anisotropy is defined as the ratio of the shear strength of the solid to that of the weak plane

$$m = \frac{c + \sigma_n \tan \phi}{c_j + \sigma_n \tan \phi_j} \quad (15)$$

Clearly, $m=1$ represents the situation when the ubiquitous joint has the same strength as the solid and the material is therefore isotropic. As m increases, the material becomes more anisotropic.

The model is characterized by 13 constitutive parameters as follows: 9 parameters for the mechanical behavior of the solid (elastic bulk modulus K , Kelvin shear modulus G^K , Kelvin viscosity η^K , elastic shear modulus G^M , Maxwell dynamic viscosity η^M , cohesion c , mass density ρ , dilation angle ψ , angle of internal friction ϕ and tension limit σ_t); 4 parameters for the behavior of the weak-plane (joint cohesion c_j , joint friction angle ϕ_j , joint tension limit σ_{tj} and joint dilation angle ψ_j). In addition 2 geometric parameters describe the orientation of the weak-plane (dip angle and dip direction of weakness plane).

2.2 Model implementation

The anisotropic creep model introduced above is implemented in the explicit finite difference code, FLAC3D. Various failure modes can occur in the solid matrix (tensile or shear failure, called “general failure”) or along the ubiquitous joints (sliding, called “local failure”). The incremental numerical algorithm, whose main task is to compute new stresses from strain increments, is described by the following steps

1. New trial stress state in the solid is computed assuming viscoelastic increments;
2. Trial stress state is analyzed for general failure in the solid and relevant plastic corrections are made if failure occurs;
3. Local stress state is evaluated on the weak-plane and examined for local failure on the weak-plane. Stress corrections are applied if local failure occurs.

In large strain analyses, the orientation of the weak plane is adjusted, per zone, to account for rigid-body rotations and rotations due to deformations. The detailed numerical algorithm is described in Appendix A.

3. Saint-Martin-la-Porte access gallery

Among civil works and geological investigations already done for the Lyon–Turin railway link project, the St-Martin-la-Porte inclined gallery is the closest to the western portal, which allows the Maurienne-Ambin base tunnel level to be reached from the Vallée de l’Arc. The purpose of this access gallery during preliminary phase was to explore the geological and geomechanical characteristics of the rock mass at several hundred meters depth, in order to define excavation and support methods for the base tunnel, to anticipate technical difficulties and to assess the costs and time needed for completion. During the construction phase, the gallery will offer intermediate front faces and provide ventilation for the work site. During the operational phase, it will provide access for emergency and maintenance as well as ventilation of the final structure. Tunneling works started in 2003 and were completed in July 2010 with a final length of 2329 m and an excavated profile of 77 m² to 125 m² (for a final internal profile of 54 m² to 63 m²).

3.1 Geological Context

Apart from recent superficial formations, the rock masses encountered in the gallery belong to the internal structural zones of the Alps, characterized by an extreme geological complexity from both lithological and structural points of view. The gallery passes first through the “Perron des Encombres” sub-Briançonnais unit, consisting of Jurassic limestones, argillaceous limestones, schists and dolomites, then the Houiller Front, a major tectonic irregularity made up of Triassic formations (anhydrites, gypsum) marking the thrust of the Briançonnais Houiller zone over the sub-Briançonnais zone (Fig.3). On the western side of Mount Brequin, the gallery passes through the Briançonnais Houiller zone (“Encombres” unit, termed the “highly tectonized productive Houiller”), consisting of sandstone, schists and veins of coal (Permian-carboniferous bedrock). The maximum overburden reaches about 700 m at the bottom of the gallery.

From the lithological point of view, the whole Briançonnais Houiller zone consists essentially in two types of rocks, sandstone and schists, and presents a very stratified and highly fractured structure. Sandstone dominates in the ‘sterile’ Houiller. It was encountered essentially in another access gallery, named La Praz and located in the middle-east of the Briançonnais Houiller (“Fourneaux” and “La Praz” units). The “productive” Houiller encountered in the St-Martin-La-Porte access gallery is constituted of schists and/or

carboniferous schists (45–55 %), sandstone (40–50 %) and also a significant proportion of cataclastic rocks (up to 15 %). Subsequent to the metric convergences encountered in the coal schists section, the geometrical layout (in plan and elevation) of the gallery was modified as shown in Fig.3a.

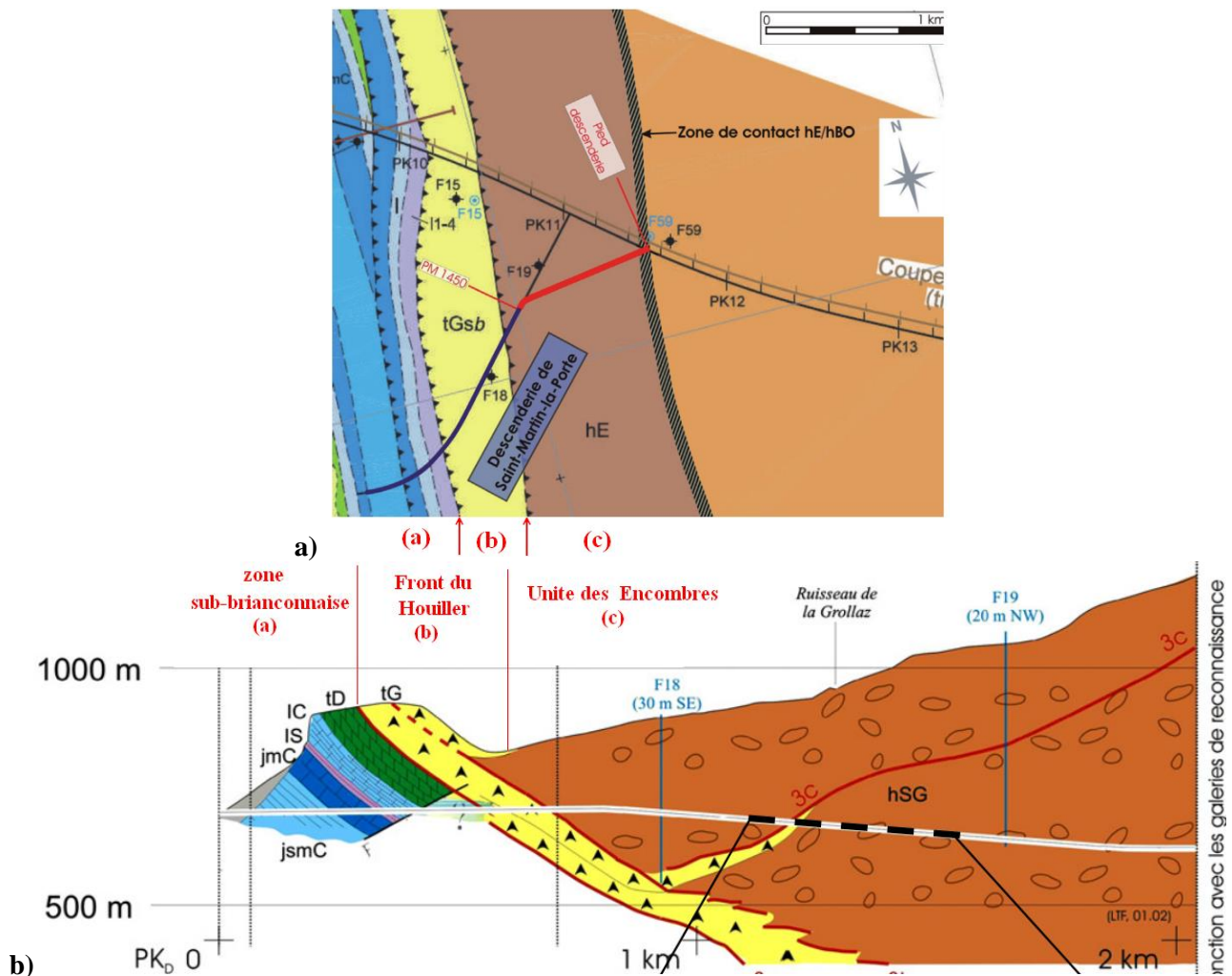


Fig.3. (a) Geological plan view & (b) simplified geological longitudinal view (after Rettighieri et al. 2008)



Fig.4. Large anisotropic convergence at chainage 1,340 (after Mathieu 2008)

3.2 Excavation Method and Encountered Difficulties

Tunnelling works in the Jurassic carbonated rock and in the Triassic dolomites did not face any particular problem, including in the Houiller Front. Indeed, face advancement using traditional excavation methods reached 10 m per day. Then when the Houiller sandstones and schists were encountered, very severe squeezing behaviour appeared. Wall convergences in certain areas reached more than one meter and did evolve rapidly with time, as face advanced, with a rate that could reach several centimetres per day. Moreover, the progressive ovalization of the initial almost circular cross-section highlighted a clear anisotropic behaviour (Fig.4). The magnitude and the time-dependent character of the deformations resulted in tremendous operational difficulties, notably with failure of standard rigid support systems, and led to the gradual definition of support systems able to sustain large deformations as described in detail by Barla et al. (2008, 2011) and Bonini and Barla (2012). From chainage 1267 on, for a greater overburden and as higher stresses were measured in the lining, a new ‘soft’ support (named P7.3, Fig.5a), consisting of steel ribs with sliding joints, 8 m long rock dowels and a 20 cm shotcrete primary lining was installed. In the highly tectonized zones, the sections of the tunnel where the P7.3 soft support was installed underwent very large deformations, with convergences up to 2 m and the need of extensive re-shaping of the tunnel. From chainage 1385, in order to cope with the very severe squeezing conditions encountered, a ‘yield control’ support system (named DSM, Fig.5b) was adopted, including Highly Deformable Concrete elements for which the excavation was performed in four phases as described in Barla et al. (2011), Bonini and Barla (2012).

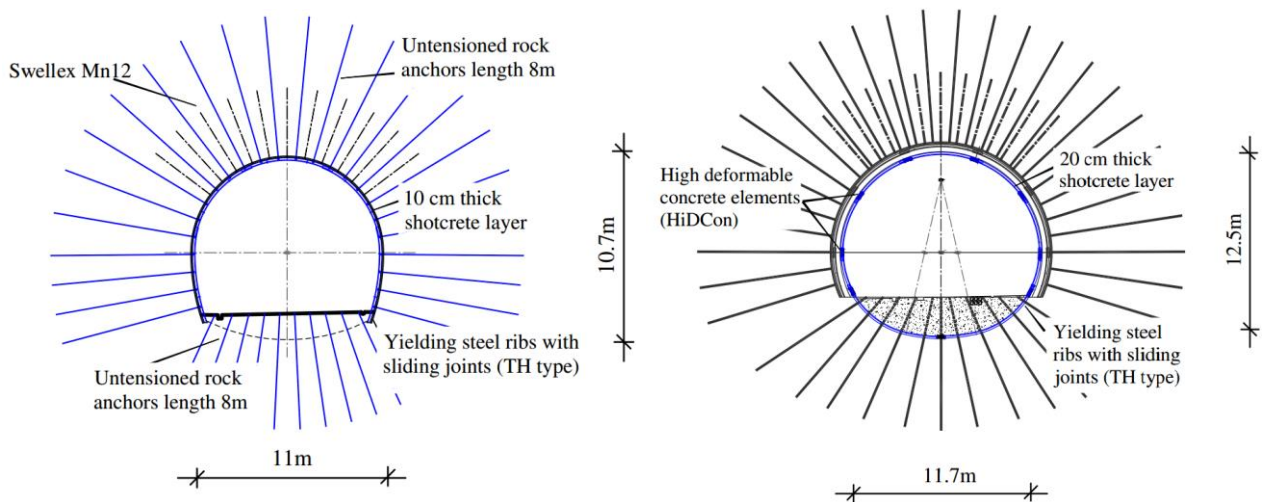


Fig.5. Excavation support systems (a) profil P7.3 (b) profil DSM (after Bonini and Barla 2012)

3.3 Monitoring data

The excavation of the Saint-Martin-La-Porte access gallery has been associated with an intensive program of monitoring. Convergence measurements were carried out by optical ranging on regularly spaced sections (approximately every 5 m) equipped each with 5 monitoring points along the perimeter of the section. The 5 points are essentially located within the upper half cross-section, with the secant line 1–5 generally sub-horizontal and diametral. The initial measurements are taken, in most cases, less than 3 m away from the tunnel face. The convergence is defined as the shortening of the distance between two opposite points on the wall of the gallery. Fig.6 shows typical relative convergence curves at chainage 1,311

(1,311 m from the gallery entrance) in an area of large convergence. It is possible to make the following observations:

- the magnitude of the convergence is very high, up to 2 m after 145 days 60 m away from the face;
- the deformational behavior is highly anisotropic, with a maximal convergence in almost case along lines 1-3 and 1-5;
- deformations keep increasing even during face stops, which shows a time-dependent behavior of the rock;
- the advance of the face causes an increase in the rate of deformation even when the face is far from the considered section; hence the influence zone of the tunnel face is very large.

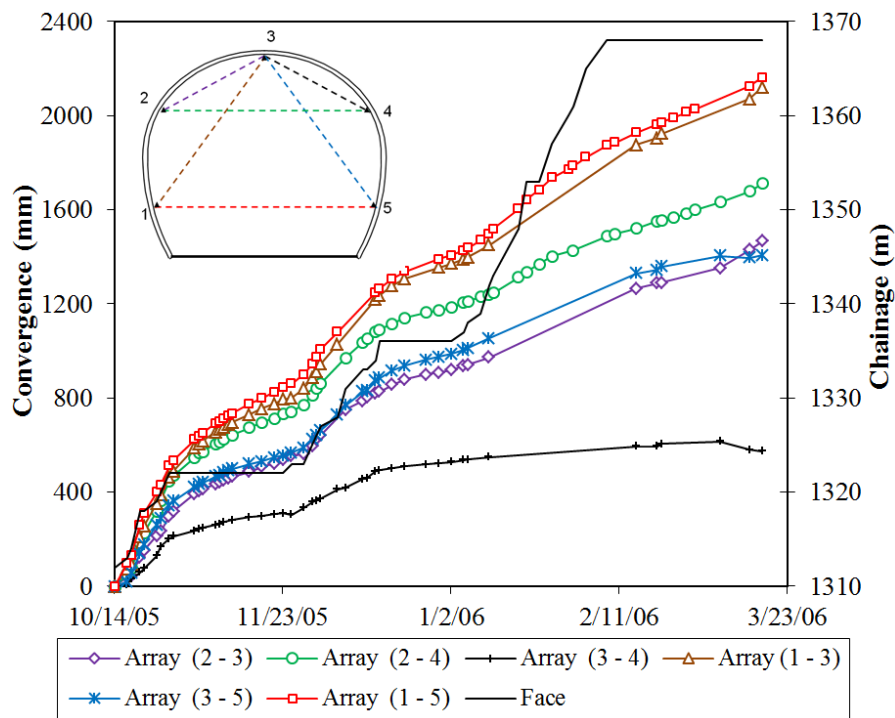


Fig.6. Typical convergence curves at chainage 1311

Starting with a quasi-circular initial cross-section, the convergence data and the observation clearly show an ovalization of the cross-section with face advance. In order to describe the anisotropy observed in the gallery, a method for geometrical processing of the measurement data was proposed (Vu et al. 2013b). After the projection of the points on the mean vertical plane of the cross-section considered, an elliptical approximation of the actual shape of the deformed section is carried out by fitting the 5 parameters of this ellipse, which are the two semi-axes lengths a and b , the orientation α and the coordinates (X_c, Y_c) for the center of the ellipse (Fig.7). This method is adopted here. The geometrical treatment leads in most sections to an ellipse oriented with a negative angle α , consistent with a maximum convergence in the right sidewall. Setting the orientation α at its final value, the evolution of both semi-axes of the ellipse is evaluated and the convergences along these principal directions are calculated (Fig.8). The anisotropy ratio of convergence is defined as $\beta = (a_0 - a)/(b_0 - b)$ where a_0 and b_0 are the initial values of the major and minor semi-axes, respectively.

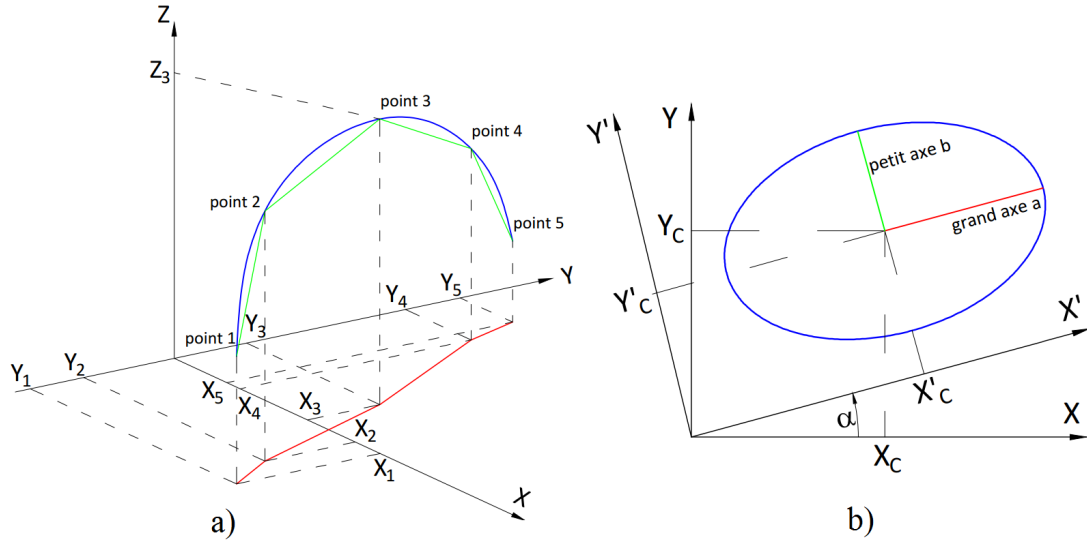


Fig.7. Geometry of cross-section a) 3D representation of monitoring points b) schematic representation of the ellipse and conventions adopted

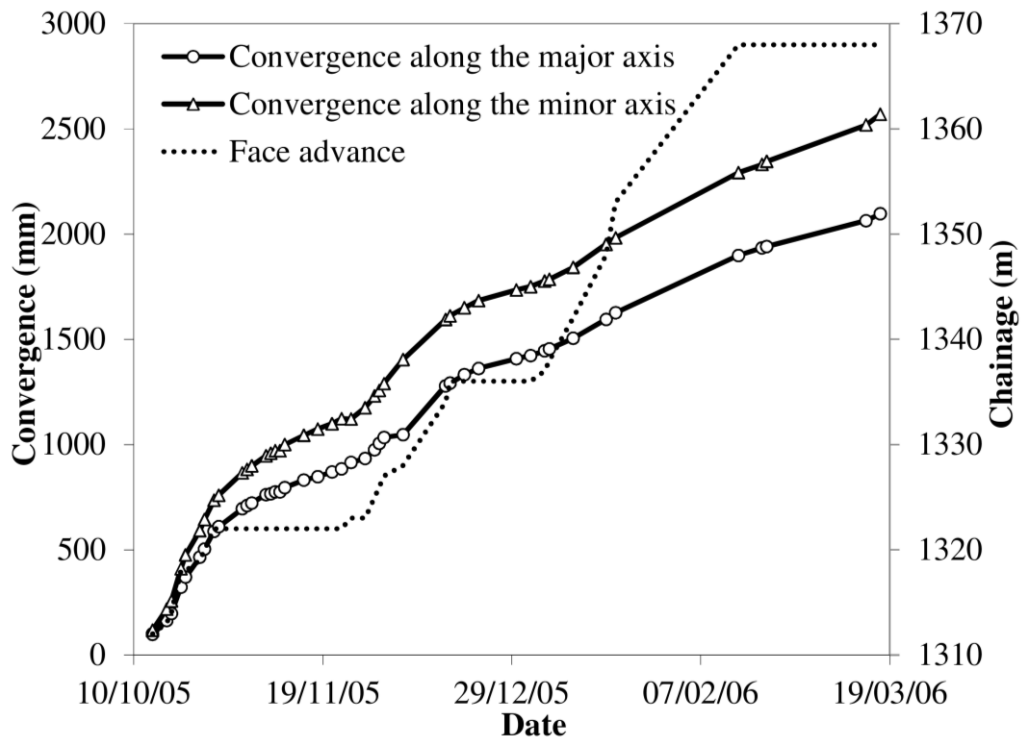


Fig.8. Convergences along two principal directions at chainage 1311

The convergence of each semi-axis is then interpreted by applying the convergence law proposed by Sulem (Sulem et al. 1987a, b), where the convergence is expressed as a function of the distance x to the face and of the time t

$$C(x, t) = C_{\infty x} \left[1 - \left(\frac{X}{x + X} \right)^2 \right] \left[1 + m \left(1 - \left(\frac{T}{t + T} \right)^n \right) \right] \quad (16)$$

This convergence law depends on five parameters $C_{\infty X}$, X , T , m and n , where X characterizes the distance of influence of the excavation, T is a characteristic time related to time-dependent properties of the ground, $C_{\infty X}$ is the ‘instantaneous’ convergence as obtained in the case of an infinite rate of face advance (no time-dependent effect), $C_{\infty X}(1+m)$ is the total (long term) closure and n is a constant (often ≈ 0.3).

The interpretation of the measured convergences should account for the effect of the convergence that occurred before the first “zero” measurement. It depends on the face distance x_0 at the “zero” reading and on the time t_0 elapsed since the face crossed the monitoring section

$$\Delta C(x_i, t_i) = C(x_i, t_i) - C(x_0, t_0) \quad (17)$$

In this paper, the time-dependent part of the convergence law is assumed to be isotropic. In other words, parameters T and m are assumed to be the same for both deformation axes and are calibrated from the evolution of the equivalent radius ($r = \sqrt{ab}$). Parameter T is first estimated during a stop of the face advance at a distance x_s from the face

$$\Delta C_s = C(x_i, t_i) - C(x_s, t_s) = A \left[\left(\frac{T}{t_s + T} \right)^n - \left(\frac{T}{t + T} \right)^n \right] \quad (18)$$

where t_s is the time at which the face stopped. Parameter m is then fitted over the whole curve of the equivalent radius evolution. T and m are then fixed, while X and $C_{\infty X}$ are finally fitted independently for each direction. As shown in Fig.9, the convergence law gives an excellent fit of the wall movement along the two principal axes of deformation.

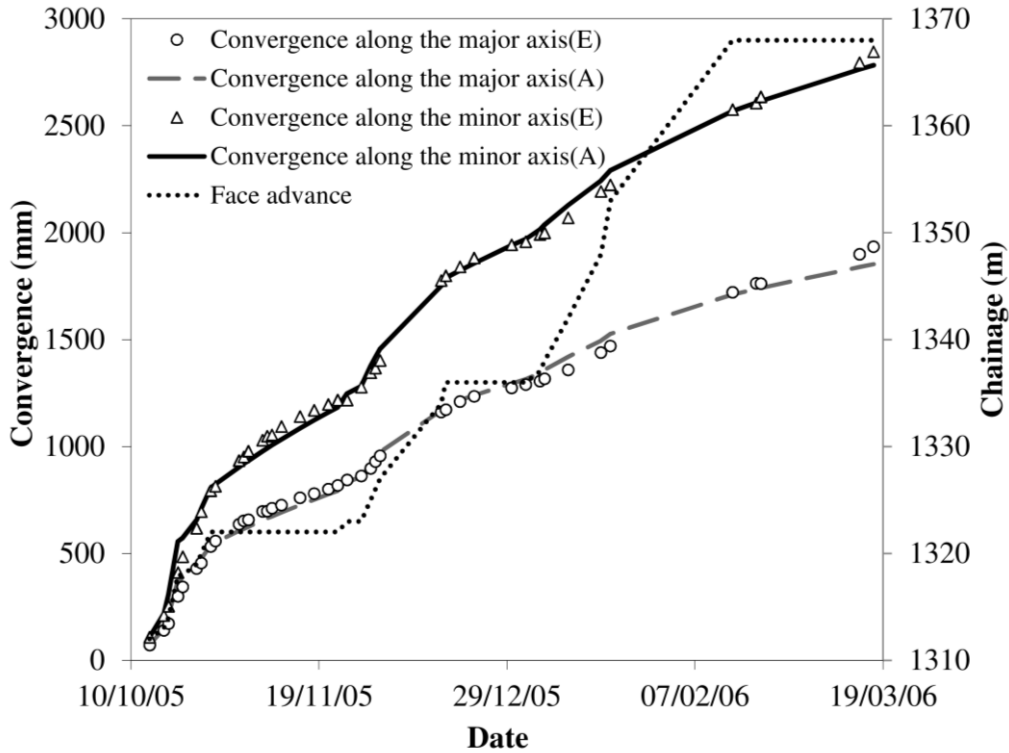


Fig.9. Comparison between the measurements (E) and the fitting laws (A) at chainage 1311

($T = 70.55$ days, $m = 9.46$; major axis: $X = 13.21$ m; $C_{\infty X} = 0.50$ m, minor axis: $X = 13.43$ m; $C_{\infty X} = 0.75$ m)

4. Numerical simulation

In this study, sections of highly anisotropic closure through the carboniferous rock mass at the Saint Martin La Porte access gallery are analyzed. We pay particular attention to the sections that have been excavated with the P7.3 soft support system. Its influence on the rock mass deformation is actually neglected in the computations. The sections between chainage 1250 and 1385 are investigated. The overburden there is approximately 300 m. The initial state of stress in the ground is assumed to be hydrostatic and equal to 8.5 MPa (Barla et al. 2010, Vu et al. 2013a). The water table is not present; therefore, any time-dependent effects induced by variations of pore-water pressure can be disregarded (Barla et al. 2011). The tunnel initial cross section is assumed to be circular, with an equivalent radius R of 5.5 m. A full-face excavation is considered. The face advancement history during the time window considered is shown in Fig.10. Five excavation phases, with rate of $1 \div 1.5$ day/m, alternating with five stops of face advance have been considered.

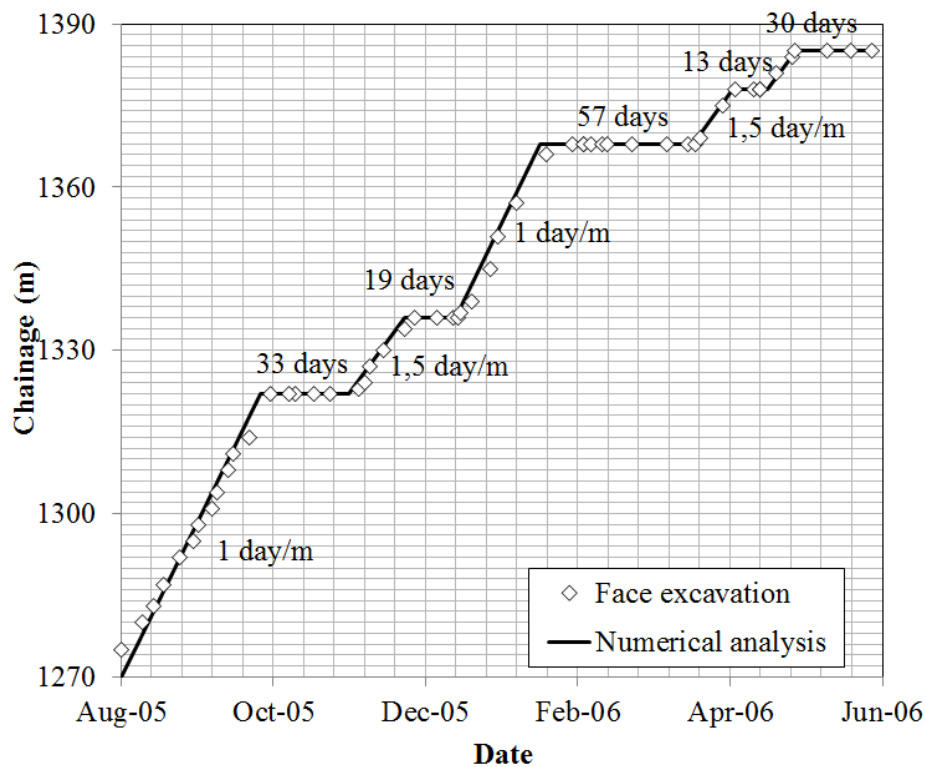
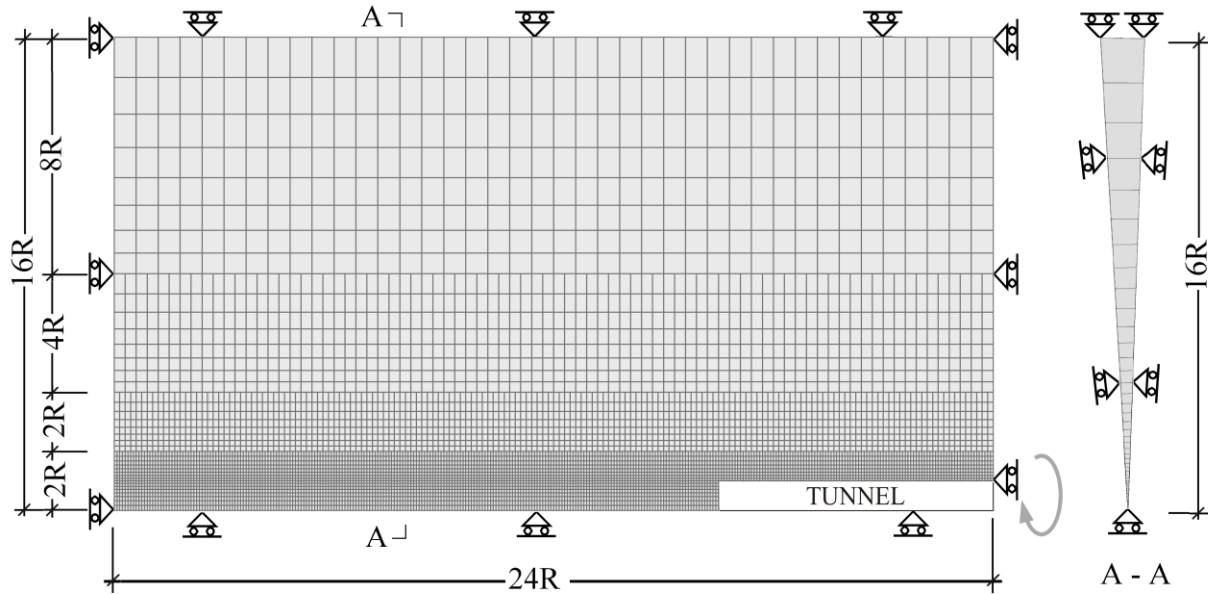
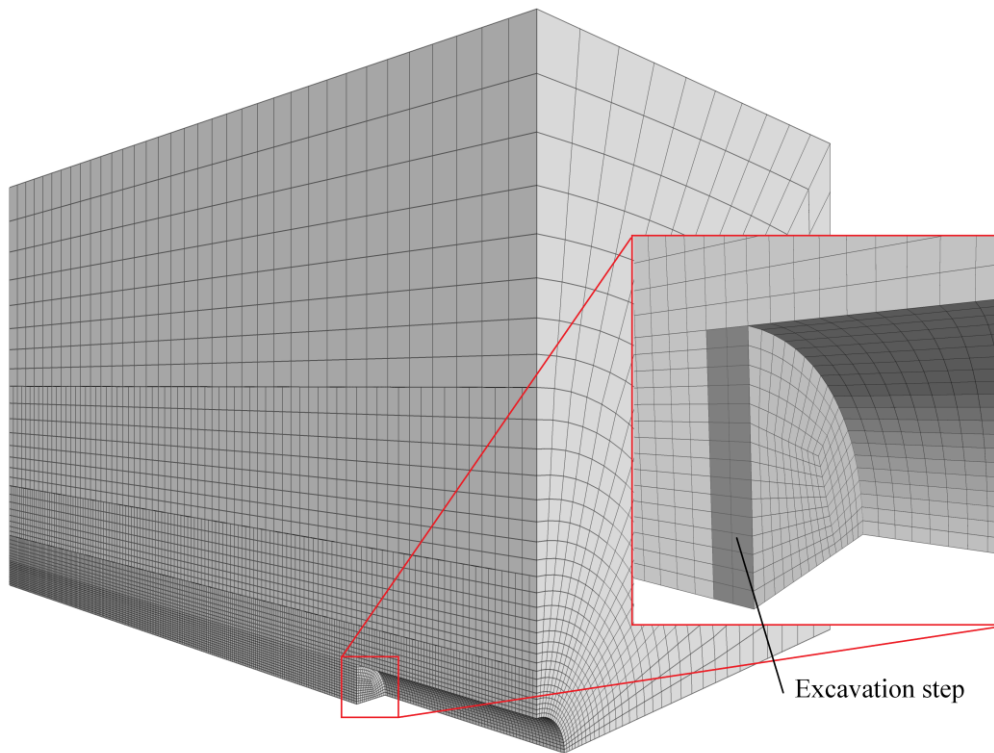


Fig.10 Face advancement in the length considered for numerical modeling

Numerical analysis of the tunnel response is performed using the Finite Difference code FLAC3D (Itasca 2011) in which the anisotropic creep model described above has been implemented. The three-dimensional analyses are needed to introduce the anisotropy of rock mass but require a high computation effort. On the other hand, the computation time in the two-dimensional axisymmetric model can be reduced to a minimum but can be adopted only to simulate tunnel excavation in an isotropic medium. As will be discussed later, both types of simulation are used in this paper. The two-dimensional axisymmetric model is used for an isotropic medium (i.e. ubiquitous joints are not active) and the three-dimensional model is carried out for an anisotropic medium (i.e. with ubiquitous joints).



a)



b)

Fig.11. FDM grid used for tunnel response modeling (a) axisymmetric mesh (b) Full three-dimensional mesh

The two-dimensional axisymmetric and three-dimensional meshes are shown in the Fig.11a and Fig.11b respectively. As the cross-section is circular and the initial stress state is hydrostatic, the joints are assumed to be horizontal in 3D model and hence the quarter-symmetry 3D mesh is enough. In order to simulate the

excavation sequence and minimize boundary effects, the size of the model must be large enough. The far-field boundaries are placed at a distance of 16 radii from the axis of the tunnel and the length of the model in axial direction is 24 radii. The mesh is uniformly refined in the axial direction while the element size increases gradually in the radial direction from the tunnel wall, to decrease the number of zones. The mesh is finely discretized near the excavation perimeter with a typical element size of 0.5 m ($<1/10 R$). Zero-displacement boundary conditions are imposed. The in-situ stresses are initially imposed everywhere in the domain. The excavation sequence versus time has been simulated numerically by means of discrete advancement steps of 1.0 m ($<1/5 R$).

The time step chosen for the computations must be small enough to guarantee quasi-static mechanical equilibrium (Billaux and Cundall, 1993). We set the time step to be $\Delta t = \frac{1}{k} \Delta t_{\max}^{cr}$ where the maximum creep time step Δt_{\max}^{cr} is estimated as the ratio of the material viscosity to the shear modulus (Itasca 2011):

$$\Delta t_{\max}^{cr} = \min\left(\frac{\eta^K}{G^K}, \frac{\eta^M}{G^M}\right), \text{ and } k \text{ is a 'safety factor'}. \text{ The effect of the safety factor } k \text{ is studied and shown in}$$

the Fig.12. For a safety factor k greater than 10^4 , we observe that the numerical solution the relative error of the diametrical convergence after 100 days is about 0.42% in comparison to the one computed with a factor $k = 10^5$. This value of the safety factor is used to set the time step for all the simulations.

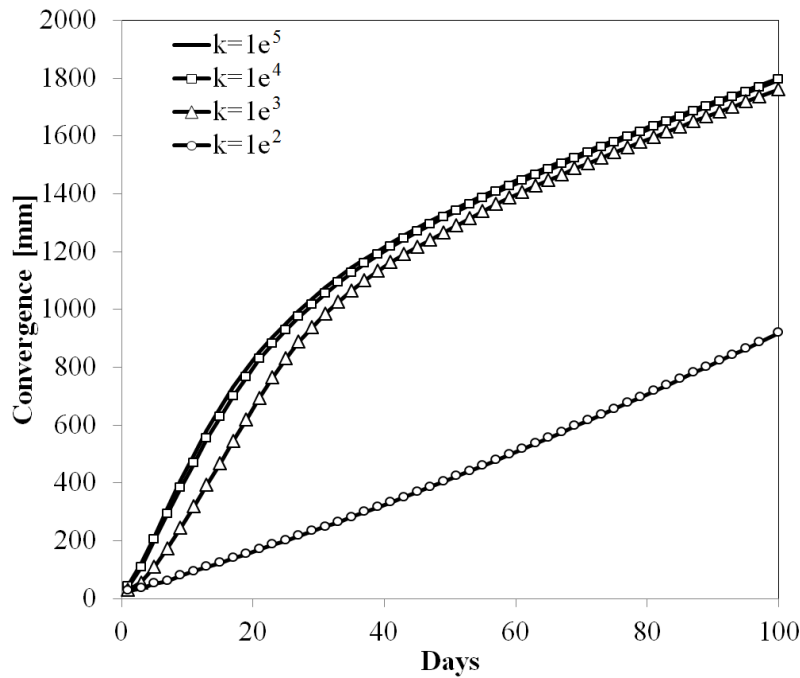


Fig.12.Effet of the time-step on the computed diametrical convergence in the creep simulation

4.1 Calibration of the constitutive parameters

Since the rock mass is highly heterogeneous, very stratified, and highly fractured, there is a scale effect and the in situ characteristics differ from those measured in the laboratory (Pellet 2009). Therefore, the calibration of the constitutive parameters is not based on laboratory tests, but on a back analysis of the convergence data collected during the tunnel construction.

A simultaneous evaluation of the 13 parameters of the constitutive model would require heavy and expensive true 3D computations. However, it is very interesting to note that the convergence in the direction of the major principal axis of a tunnel excavated in the anisotropic medium is identical to the one in an isotropic medium (i.e. without ubiquitous joints). This major axis corresponds to the direction of the joints (x-axis in Fig.13a). Indeed, along this axis, the shear stress is zero and thus the joints are not activated. This is verified by performing a true 3D analysis with the proposed anisotropic creep model and comparing the numerical results obtained along the major axis with those obtained assuming an isotropic medium (Fig.13b). Therefore, the strategy for calibrating the model parameters can be defined in two steps. First, the constitutive parameters of the isotropic matrix are evaluated by an axisymmetric computation of a circular tunnel excavated in an isotropic medium (i.e. without ubiquitous joints). This is a very efficient simplification of the calibration procedure as 9 parameters out of 13 can be evaluated through fast axisymmetric computations. The 4 remaining parameters which describe the behavior of the ubiquitous joints are then calibrated in a second step by identification of the convergence data along the minor principal axis using the numerical results of a true 3D computation of a circular tunnel excavated in an anisotropic medium (i.e. with ubiquitous joints).

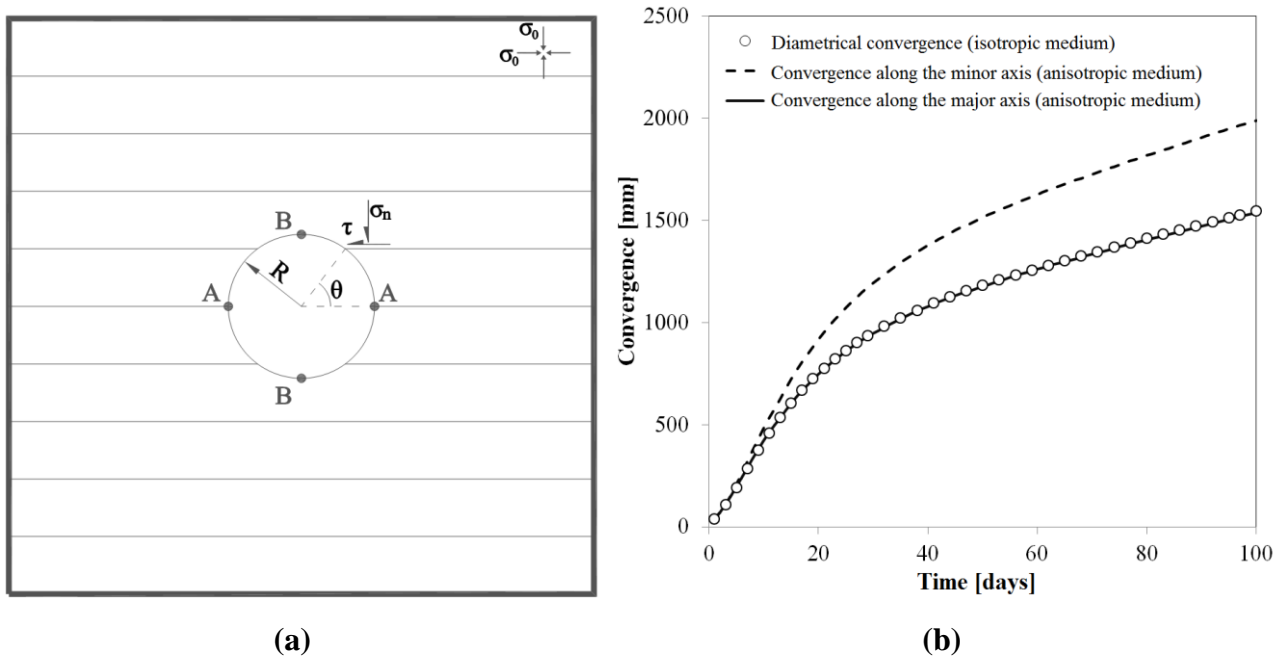


Fig.13. Back analysis of convergence data (a) Geometric setting, (b) Comparison of convergence results in isotropic and in anisotropic medium (excavation rate 1m/day)

For consistency with previous numerical works on the simulation of Saint-Martin-la-Porte gallery (Russo et al. 2009, Pellet 2009, Barla et al. 2011, Vu et al. 2013b), we take numerical values for the parameters describing the elastoplastic behavior of the isotropic rock matrix as: $E = 650$ MPa, $\nu = 0.3$ ($G^M = 250$ MPa), the friction angles are fixed both in the solid matrix $\phi = 26^\circ$ and on the ubiquitous joints $\phi_j = 23^\circ$; zero dilatancy is assumed ($\psi = 0^\circ$, $\psi_j = 0^\circ$) and the tension limit is $\sigma_t = \sigma_{tj} = 8.5$ kPa. These values have been considered in the works mentioned above. The remaining parameters are the cohesion in the solid matrix c and on the ubiquitous joints c_j and the three parameters η^K , η^M and G^K which describe the time-dependent behavior of the rock matrix. The last three parameters are assumed to be constant in the ‘quasi-homogeneous’ zones which were previously determined in the convergence analysis (Vu et al. 2013b) and

hence only the two values of matrix cohesion and of the joints cohesion are varied along the sections considered. As mentioned above, the axisymmetric isotropic model is first used to back analyze the convergence along the major axis and to evaluate the parameters which describe the behavior of solid matrix (η^K , η^M , G^K and c). A three-dimensional simulation is then performed to find the cohesion of the ubiquitous joints, with all other parameters fixed.

4.2 Numerical results

Numerical simulations have been performed for sections situated between chainage 1250 and 1385. A total of 11 monitoring sections are investigated.

The evolution of the displacement around the tunnel at chainage 1311 during 5 months observation is shown in Fig.14. The numerical simulation exhibits clearly the anisotropy in the tunnel response with the maximum displacement on the crown (corresponding to the direction of normal to the joints) and the minimum displacement at the sidewall (corresponding to the direction of the joints).

The comparisons between computed and measured radial displacements of the tunnel wall along the two principal directions of deformation for the different sections are shown in Fig.15. The agreement of the numerical results with the observed values over a period of approximately 160 days is excellent. The constitutive parameters obtained are reported in Table 1. This permit to distinguish three zones compatible with the ones defined from the analysis of convergence measurements (see Vu et al. 2013b). These three zones are characterized with different parameters of the viscous (Kelvin, Maxwell) elements parameters for the rock matrix. The heterogeneity of the rock mass from one section to another is described with different values of the cohesion of the rock matrix (c) and of the weak-planes (c_j). The friction angle of the rock matrix and the weak-planes are taken constant for all sections studied. The ratio between the cohesion of the rock matrix and one of the weak-planes can be used to characterize the degree of anisotropy of rock mass. In zone 1 (from PM 1272 to PM 1298) and zone 3 (from PM 1267 to PM 1284), this ratio in the range 1.7- 3.8 exhibits a high anisotropic behavior of rock mass. On the contrary, in zone 2 (from PM 1311 to PM 1342), this ratio is smaller than 1.5 which shows a less anisotropic response. This result is compatible with the anisotropy ratio of convergence β of Vu et al. 2013b (see Table 1 in Vu et al. 2013b).

Table 1. Constitutive parameters of the proposed model between chainage 1250 and 1385

PM	Solid matrix									Joint			
	E	ν	G^K	η^K	η^M	c	ϕ	σ_t	ψ	c_j	ϕ_j	σ_{ij}	ψ_j
	MPa	-	MPa	GPa.day	GPa.day	MPa	°	kPa	°	MPa	°	kPa	°
1272						0,80				0.25			
1278						0,45				0.35			
1284	650	0,3	250	6,25	35,00	0,40	26	8.5	0	0.18	23	8.5	0
1291						0,42				0.25			
1297						0,45				0.20			
1311						0,65				0.45			
1331	650	0,3	250	1,25	10,00	0,70	26	8.5	0	0.50	23	8.5	0
1342						0,73				0.70			
1367						1,55				0.40			
1375	650	0,3	550	2,20	13,75	1,30	26	8.5	0	0.35	23	8.5	0
1384						1,20				0.42			

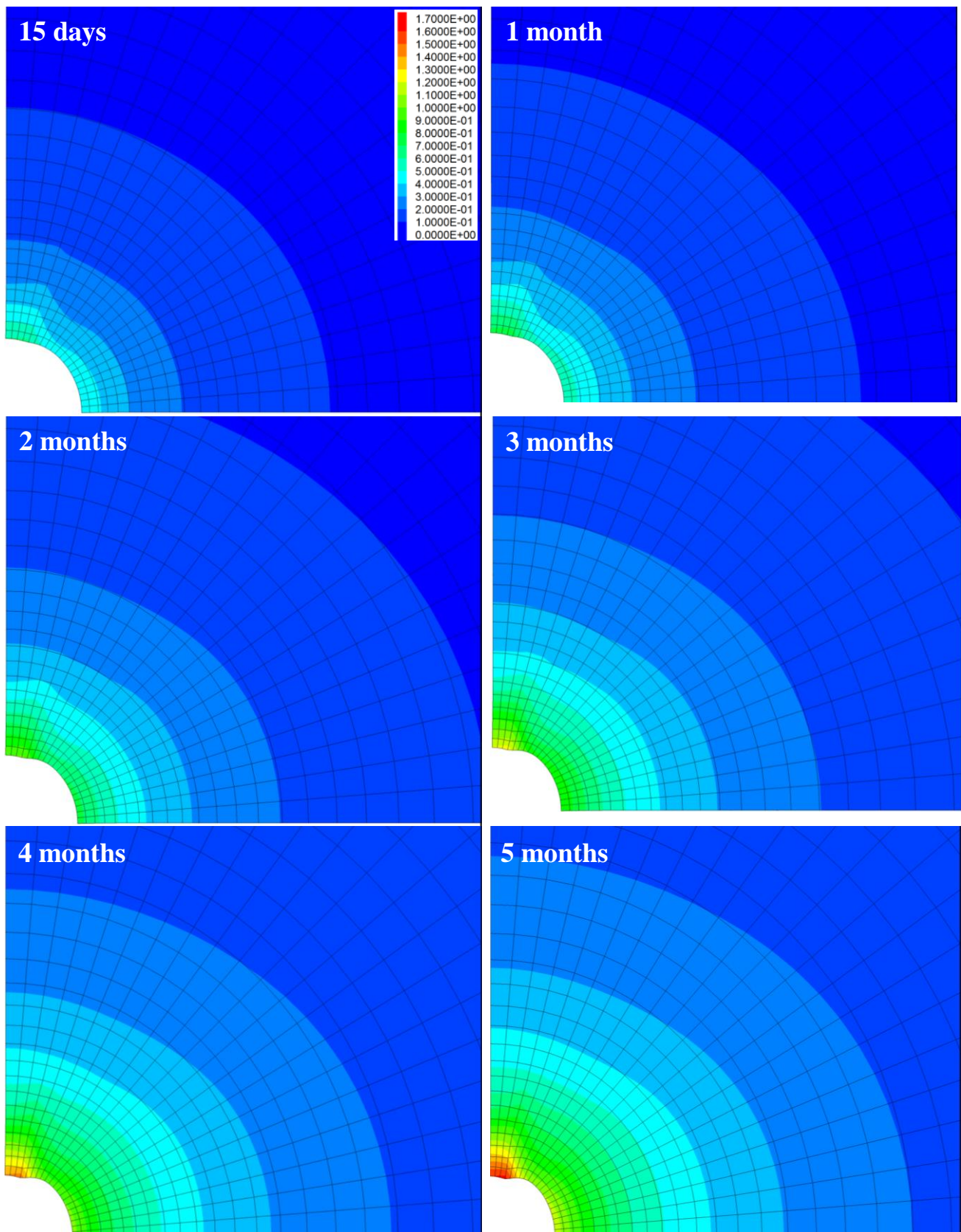
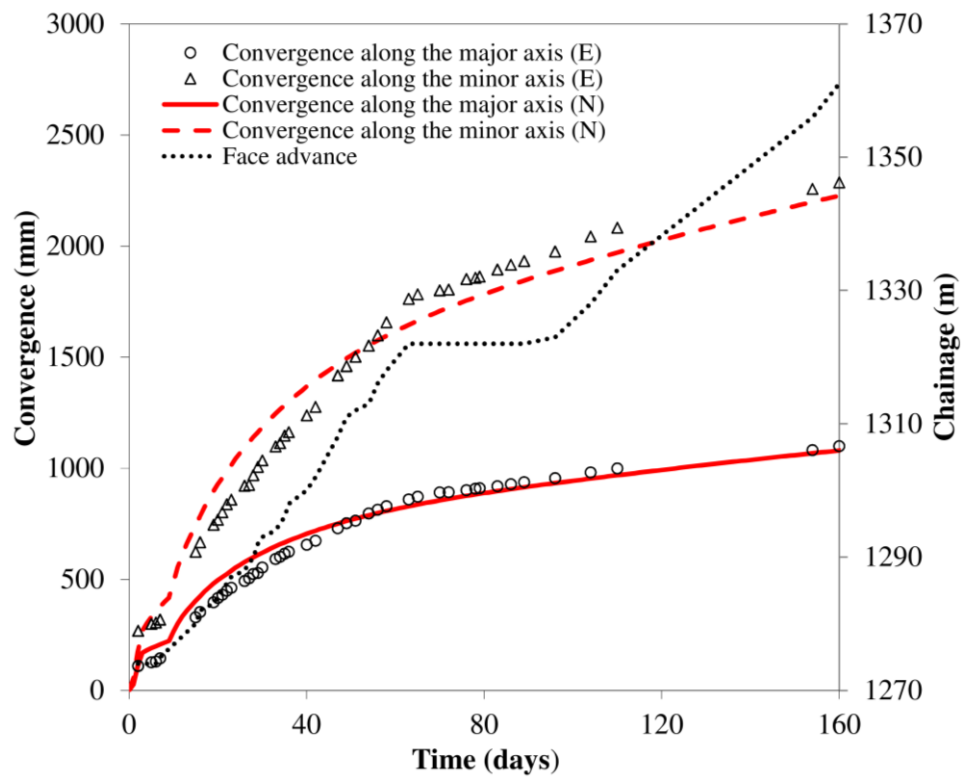
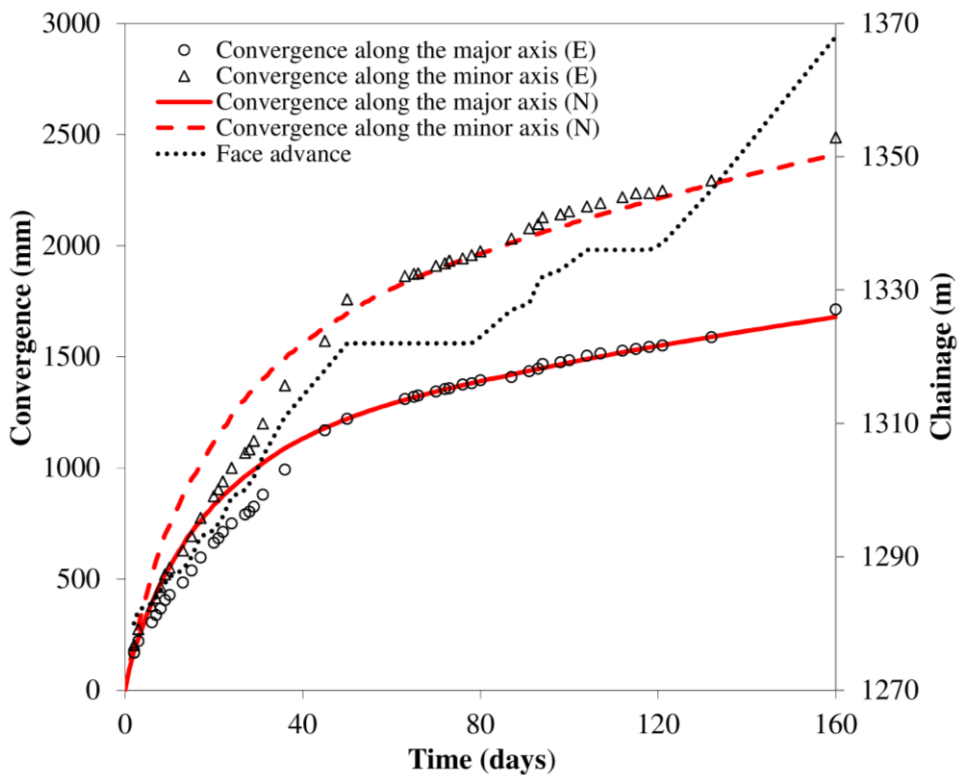


Fig.14. Evolution of displacement versus time around the tunnel at chainage 1311

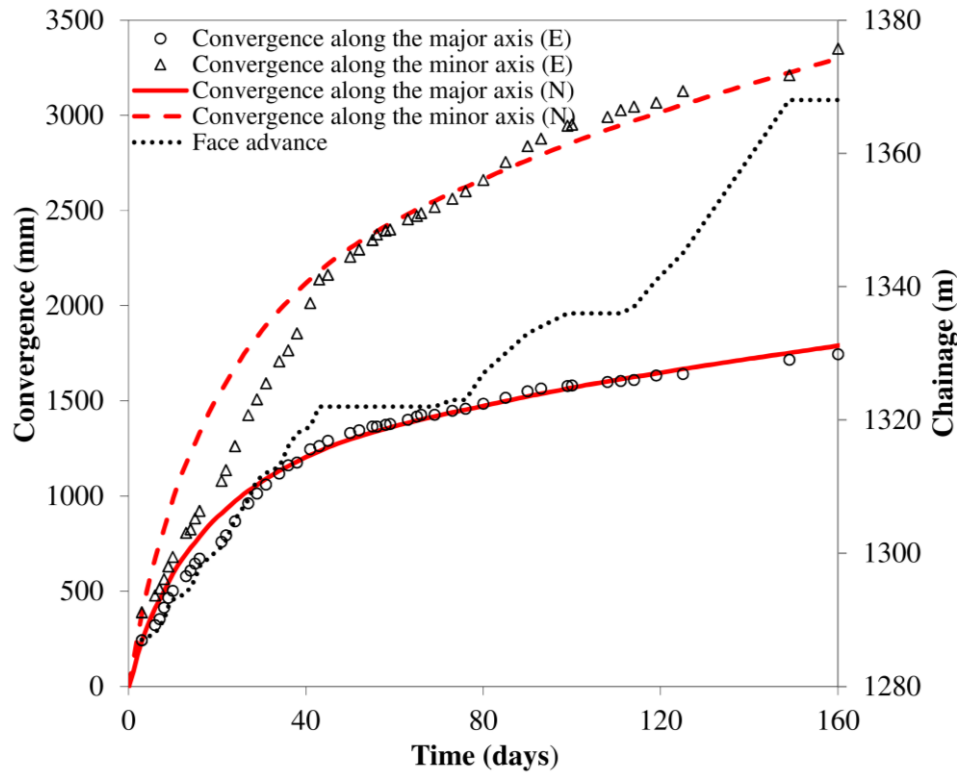


Chainage 1272

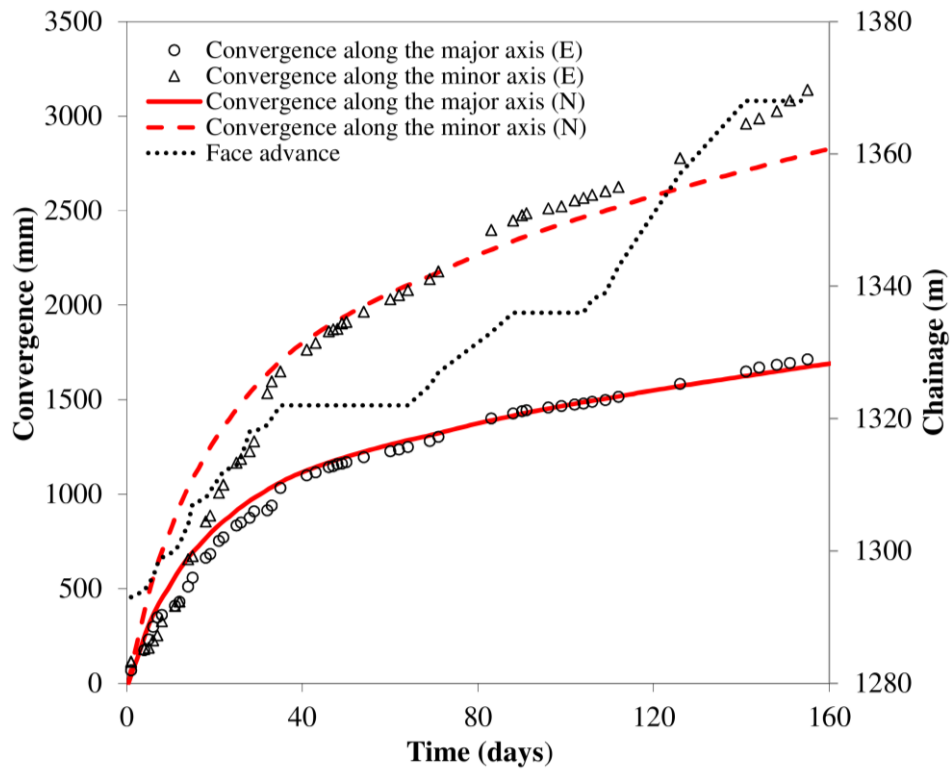


Chainage 1278

Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m (to be continued)

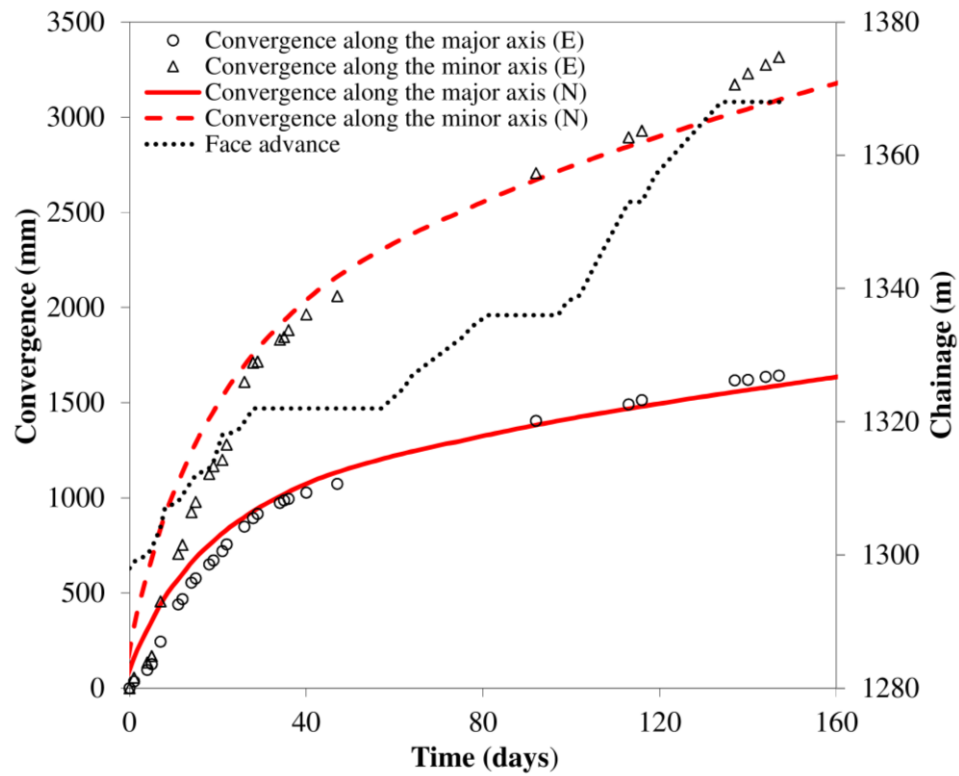


Chainage 1284

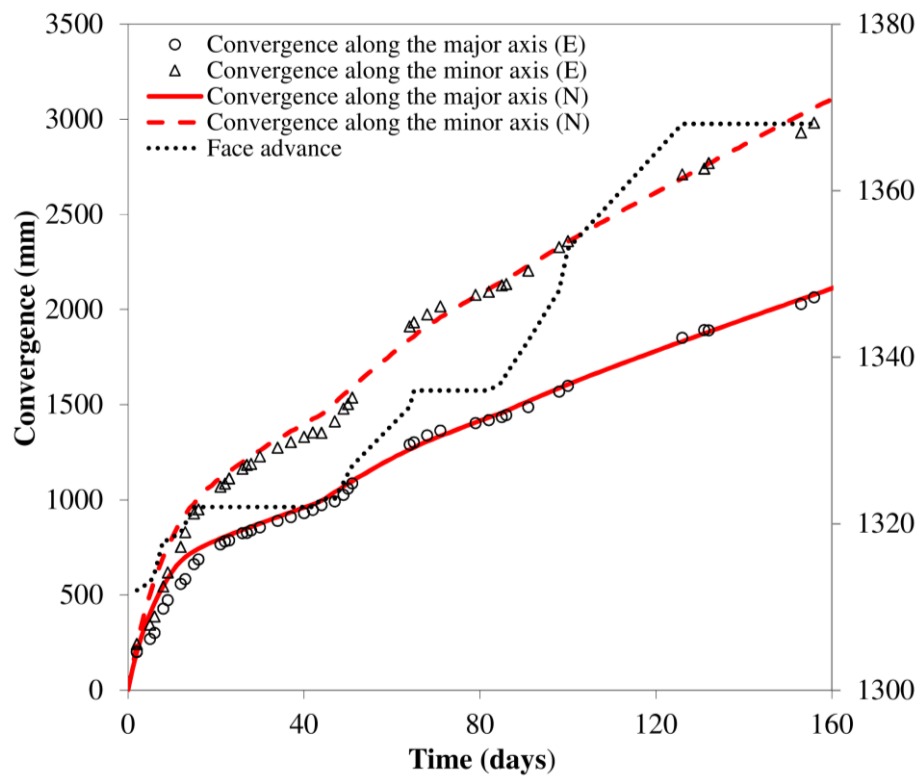


Chainage 1291

Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m (to be continued)

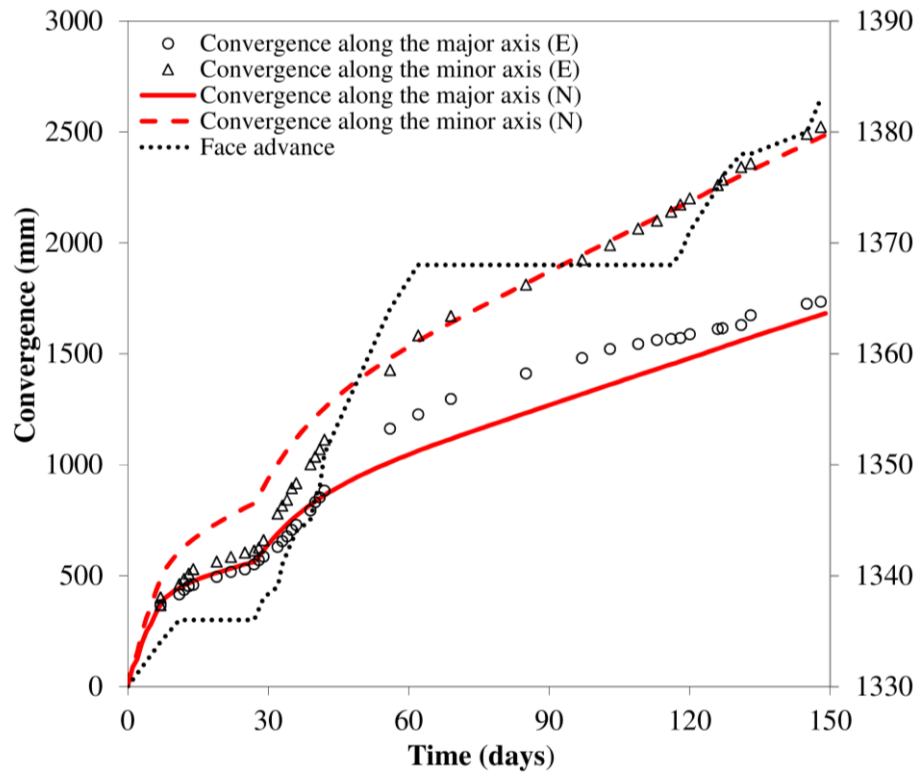


Chainage 1297

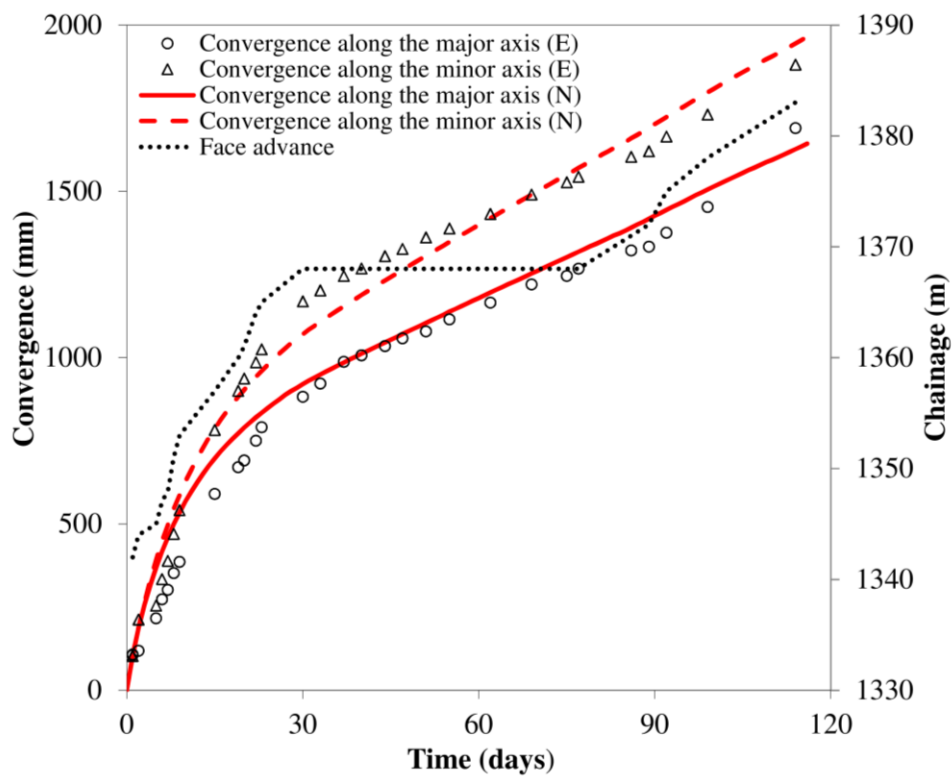


Chainage 1311

Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m (to be continued)

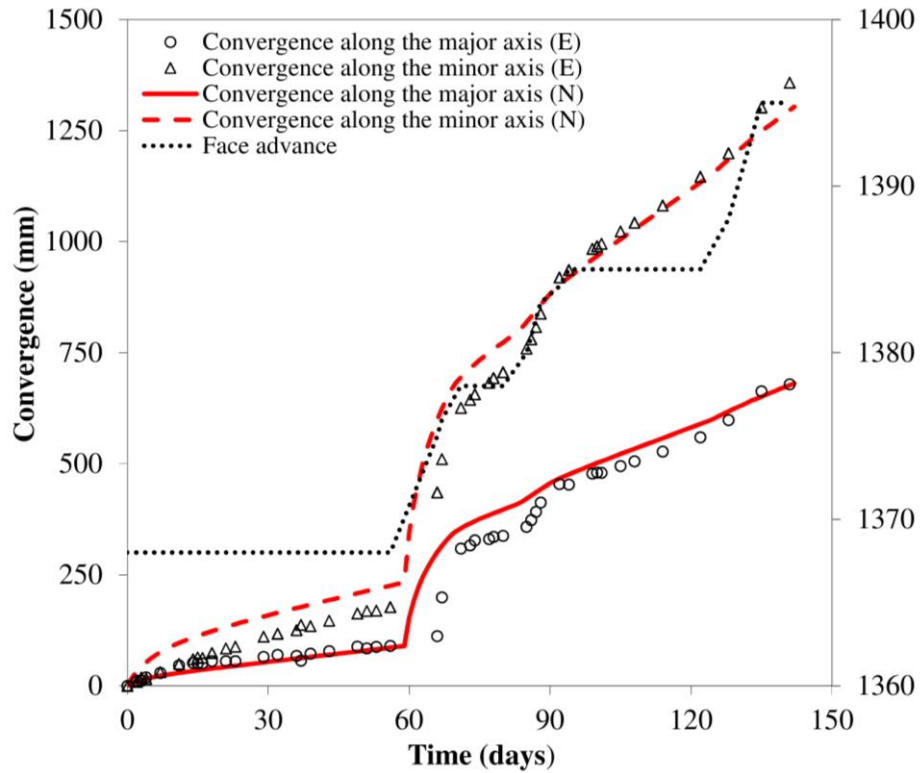


Chainage 1331

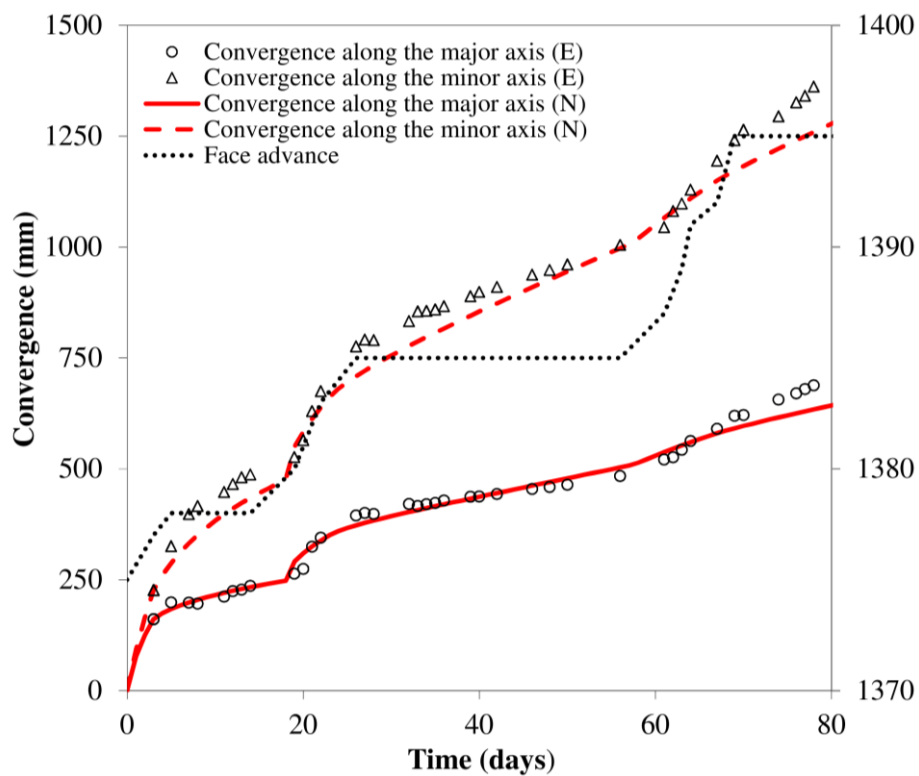


Chainage 1342

Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m (to be continued)



Chainage 1367



Chainage 1375

Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m (to be continued)

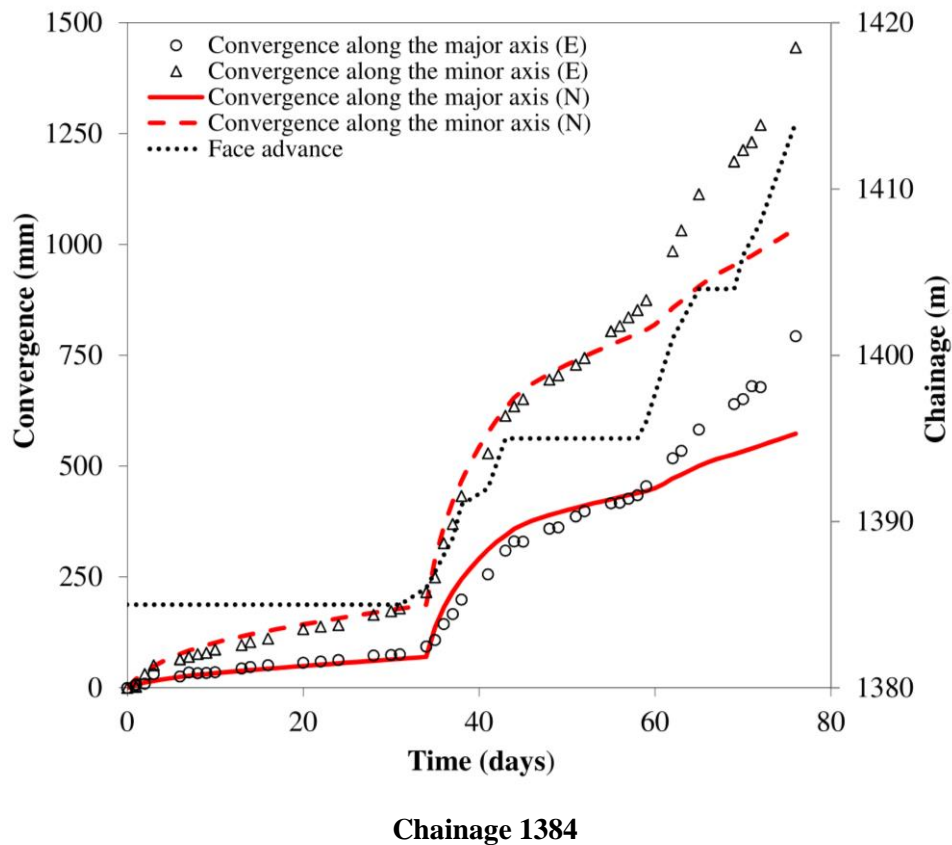


Fig.15. Comparison between the measurements (E) and the numerical results (N) at different sections between chainage 1250 m and 1385 m.

5. Conclusion

This paper proposes a three dimensional constitutive model which combines the time-dependent behavior of an isotropic rock matrix and sliding along preferred orientations, the “ubiquitous joints”. As such it is capable of modeling both the time-dependent and the anisotropic deformations which are often observed in squeezing tunnels. The proposed model has been implemented into the finite difference code FLAC3D. It is used to back-analyze convergence data from the Saint-Martin-La-Porte access adit. The calibration of the model parameters is performed in two steps. The constitutive parameters of the isotropic matrix are first evaluated by comparing minor convergence measurements with the numerical results of an axisymmetric model in which the joints are not active. The parameters of the ubiquitous joints are then calibrated using three dimensional simulations, with fixed isotropic matrix parameters. The numerical simulations show that the anisotropic behavior of the rock mass observed in the Saint-Martin-La-Porte adit can be very well captured using the proposed model.

In this paper we investigate only cross-sections between chainage 1250 and 1380 where a soft support system (P7.3) was installed and neglect the influence of the support system. In a future work the interaction with a support system will be considered in order to study the sections with the yield control support system (DSM). Finally we note that the anisotropic model can be generated easily using any other creep model for describing the solid matrix behavior.

Acknowledgments: The authors wish to thank ITASCA for supporting this research through the Itasca Education Partnership Program and Lyon–Turin Ferroviaire (LTF) for providing data on the Saint-Martin-la-Porte access gallery.

Appendix A: Incremental numerical algorithm of the anisotropic creep model

The incremental numerical algorithm of the anisotropic creep model is described in this appendix. Given the stress state at time t and the total strain increment for a time step Δt the purpose of the algorithm is to determine the corresponding stress increment and the new stress state at time $t + \Delta t$. In this numerical model after predicting the trial viscoelastic stress general failure is detected and relevant plastic corrections are applied. The new stresses are then analyzed for failure on the weak plane and updated accordingly.

Trial viscoelastic stress

The incremental expression of viscoelastic law in the solid has the form:

$$\Delta e_{ij} = \Delta e_{ij}^K + \Delta e_{ij}^M \quad (19)$$

$$\bar{s}_{ij} \Delta t = 2\eta^K \Delta e_{ij}^K + 2G^K e_{ij}^{-K} \Delta t \quad (20)$$

$$\Delta e_{ij}^M = \frac{\Delta s_{ij}}{2G^M} + \frac{\bar{s}_{ij}}{2\eta^M} \Delta t \quad (21)$$

$$\Delta \sigma_0 = K \Delta e_v^e \quad (22)$$

where the overbar indicates mean value over time step Δt

$$\bar{s}_{ij} = \frac{s_{ij}^N + s_{ij}^O}{2} \quad (23)$$

$$\bar{e}_{ij} = \frac{e_{ij}^N + e_{ij}^O}{2} \quad (24)$$

where superscripts $(.^N)$ and $(.^O)$ denote new and old values.

Using these equations the new components of the trial stress are written in the following form:

$$\hat{s}_{ij}^N = \frac{1}{a} \left[\Delta e_{ij} + b s_{ij}^O - \left(\frac{B}{A} - 1 \right) e_{ij}^{K,O} \right] \quad (25)$$

$$\hat{\sigma}_0^N = \sigma_0^O + K \Delta e_v^e \quad (26)$$

where

$$A = 1 + \frac{G^K \Delta t}{2\eta^K} \quad B = 1 - \frac{G^K \Delta t}{2\eta^K} \quad (27)$$

$$a = \frac{1}{2G^M} + \frac{\Delta t}{4} \left(\frac{1}{\eta^M} + \frac{1}{A\eta^K} \right) \quad b = \frac{1}{2G^M} - \frac{\Delta t}{4} \left(\frac{1}{\eta^M} + \frac{1}{A\eta^K} \right) \quad (28)$$

Global failure

The yield function is computed using the trial stress. As long as $f_g < 0$ the trial stress is taken as the new stress state. If $f_g \geq 0$ plastic flow in the solid is taking place and the trial stresses must be corrected.

In the case where global failure takes place the corrected stresses are given as

$$\begin{aligned}\sigma_1^N &= \hat{\sigma}_1^N - \lambda(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) \\ \sigma_2^N &= \hat{\sigma}_2^N - \lambda\alpha_2(1 - N_\psi) \\ \sigma_3^N &= \hat{\sigma}_3^N - \lambda(\alpha_2 - \alpha_1 N_\psi)\end{aligned}\quad (29)$$

with

$$\alpha_1 = K + \frac{2}{3a} \quad \alpha_2 = K - \frac{1}{3a} \quad (30)$$

and the plastic multiplier λ is calculated by replacing σ_1^N and σ_3^N in the yield function

$$\lambda = \frac{\hat{\sigma}_1^N - \hat{\sigma}_3^N N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi}}{(\alpha_1 - \alpha_2 N_\psi) - (\alpha_2 - \alpha_1 N_\psi) N_\phi} \quad (31)$$

Local failure

The weak-plane orientation is given by the Cartesian components of a unit normal to the plane in the global x -, y -, z -axes. A local system of reference axes is defined with x' and y' in the plane and z' pointing in the direction of the unit normal. The stress components in the local system are computed using the transformation

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{C}^T \boldsymbol{\sigma} \mathbf{C} \quad (32)$$

with \mathbf{C} the rotation tensor.

The magnitude of the shear and normal component on the weak planes is defined as

$$\begin{aligned}\tau &= \sqrt{\sigma_{1'3'}^2 + \sigma_{2'3'}^2} \\ \sigma_n &= \sigma_{3'3'}\end{aligned}\quad (33)$$

The generalized stress vector used to describe weak planes failure has four components $\sigma_{1'1'}, \sigma_{2'2'}, \sigma_{3'3'}$ and τ . We use again the superscripts (\cdot^N) and (\cdot^O) to denote new and old values of the stress components during this step. If the point $(\sigma_{3'3'}^O, \tau^O)$ is located below the failure criterion in the plane $(\sigma_{3'3'}, \tau)$ no plastic flow takes place for this step and the new stresses are the ones computed in the previous step. If local failure occurs the following stress corrections are applied

$$\begin{aligned}\sigma_{1'1'}^N &= \sigma_{1'1'}^O - \lambda_j^s \alpha_2 \tan \psi_j \\ \sigma_{2'2'}^N &= \sigma_{2'2'}^O - \lambda_j^s \alpha_2 \tan \psi_j \\ \sigma_{3'3'}^N &= \sigma_{3'3'}^O - \lambda_j^s \alpha_1 \tan \psi_j\end{aligned}\quad (34)$$

$$\tau^N = \tau^O - \lambda_j^s 2G^M \quad (35)$$

with

$$\lambda_j^s = \frac{f_j^s(\sigma_{3'3'}^O, \tau^O)}{2G^M - \alpha_1 \tan \psi_j \tan \phi_j} \quad (36)$$

This algorithm was written in C++, compiled as a DLL file (Dynamic Link Library) and then loaded into FLAC3D.

Appendix B: Closed-form solution for a circular tunnel in a viscoplastic medium

In this appendix we present the closed-form solution of the problem of excavating a circular tunnel in a viscoplastic medium which is characterized by the CVISC model described above. This solution is used to estimate the time-dependent parameters during the stop of excavation. The following assumptions are made: (1) the surrounding rock is continuous homogeneous and incompressible ($\nu = 0.5$); (2) the tunnel is deep and its cross section is circular; (3) the initial state of stress is hydrostatic and the gravity effect at the top of the tunnel wall is neglected; (4) the excavation (i.e., the removal of material) is assumed to take place instantaneously. Under these assumptions the problem can be considered as axisymmetric. In the practice of tunnel support design the 3D problem has been approached by regarding a section behind the face as a 2D plane-strain problem. The effect of face advance can be taken into account by applying a varying fictitious internal pressure p_f on the tunnel wall (Panet, 1995).

$$p_f = (1 - \lambda)\sigma_0 \quad (37)$$

where σ_0 is the in-situ stress and λ is the deconfinement rate which depends on the distance from the face. The λ parameter varies between 0 and 1 ($\lambda = 1$ for the sections far from the tunnel face).

In axisymmetric conditions the Mohr-Coulomb failure criterion is written as

$$F(\sigma_\theta, \sigma_r) = \sigma_\theta - \sigma_r N_\phi - 2c\sqrt{N_\phi} = 0 \quad (38)$$

As the deconfinement rate increases while the face advances a plastic zone develops around the tunnel wall. We define a critical deconfinement rate λ_e when the plastic zone occurs on the tunnel wall. This critical value can be obtained from the failure criterion

$$F((1 + \lambda_e)\sigma_0, (1 - \lambda_e)\sigma_0) = 0 \quad (39)$$

or

$$\lambda_e = \frac{1}{N_\phi + 1} \left(N_\phi - 1 + \frac{2c\sqrt{N_\phi}}{\sigma_0} \right) \quad (40)$$

In polar coordinates the equilibrium equation without body forces can be written as

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (41)$$

Substituting the yield criterion in the equilibrium equation we can obtain the stress field as follows

In the viscoplastic zone ($R \leq r \leq R_p$)

$$\sigma_r = \frac{2c\sqrt{N_\phi}}{N_\phi - 1} \left[\left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right] + (1 - \lambda)\sigma_0 \left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} \quad (42)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2c\sqrt{N_\phi}}{N_\phi - 1} \left[N_\phi \left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} - 1 \right] + N_\phi (1 - \lambda)\sigma_0 \left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi - 1} \quad (43)$$

where R_p is the plastic radius

$$\frac{R_p}{R} = \left(\frac{2}{N_\phi + 1} \frac{(N_\phi - 1)\sigma_0 + 2c\sqrt{N_\phi}}{(1 - \lambda)(N_\phi - 1)\sigma_0 + 2c\sqrt{N_\phi}} \right)^{\frac{1}{N_\phi - 1}} \quad (44)$$

In the viscoelastic zone ($r \geq R_p$)

$$\sigma_r = \left(1 - \lambda_e \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \right) \sigma_0 \quad (45)$$

$$\sigma_\theta = \left(1 + \lambda_e \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \right) \sigma_0 \quad (46)$$

Note that the above stress field is identical as the one obtained with elastoplastic behavior without viscous effect.

As the medium is assumed to be in plane strain conditions the longitudinal strain is zero ($\varepsilon_z = 0$) and the longitudinal stress is given by

$$\sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (47)$$

Thus the radial and hoop deviatoric stresses are written as:

$$s_r = \sigma_r - \frac{(1 + \nu)}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (48)$$

$$s_\theta = \sigma_\theta - \frac{(1 + \nu)}{3}(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (49)$$

In the case of incompressible rock ($\nu = 0.5$)

$$s_r = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \quad (50)$$

$$s_\theta = -\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \quad (51)$$

Knowing the stress field around the tunnel the displacement field is then calculated as follows

In the viscoelastic zone ($r \geq R_p$)

$$e_{ij} = e_{ij}^K + e_{ij}^M \quad (52)$$

The relationship between stress and strain in the Kelvin model is

$$s_{ij} = 2\eta^K \dot{e}_{ij}^K + 2G^K e_{ij}^K \quad (53)$$

Using the initial condition ($e_{\theta}^K(0) = 0$) the hoop strain for Kelvin model is obtained as

$$e_{\theta}^K = \frac{s_{\theta}}{2G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T^K}\right) \right] \quad (54)$$

$$\text{with } T^K = \frac{\eta^K}{G^K}$$

In the Maxwell element the relationship is

$$\dot{e}_{ij}^M = \frac{\dot{s}_{ij}}{2G^M} + \frac{s_{ij}}{2\eta^M} \quad (55)$$

Similar to the Kelvin element the hoop strain for the Maxwell one is

$$e_{\theta}^M = \left(\frac{t}{2\eta^M} + \frac{1}{2G^M} \right) s_{\theta} \quad (56)$$

Combining the Kelvin and Maxwell models in series the hoop strain is written as

$$\varepsilon_{\theta} = \lambda_e \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \sigma_0 \left(\frac{t}{2\eta^M} + \frac{1}{2G^M} + \frac{1}{2G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T^K}\right) \right] \right) \quad (57)$$

and the visco-elastic displacement is

$$\frac{\Delta u}{r} = \lambda_e \left(\frac{R_p}{r} \right)^2 \sigma_0 \left(\frac{t}{2\eta^M} + \frac{1}{2G^M} + \frac{1}{2G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T^K}\right) \right] \right) \quad (58)$$

In the viscoplastic zone ($R \leq r \leq R_p$)

$$\begin{aligned} e_{ij} &= e_{ij}^{ve} + e_{ij}^p \\ &= e_{ij}^K + e_{ij}^M + e_{ij}^p \end{aligned} \quad (59)$$

Using the plastic flow rule we can write

$$\varepsilon_{\theta}^p + N_{\psi} \varepsilon_r^p = 0 \quad (60)$$

Thus

$$\frac{d\Delta u}{dr} + N_{\psi} \frac{\Delta u}{r} = \varepsilon_r^{ve} + N_{\psi} \varepsilon_{\theta}^{ve} = D \left(\frac{r}{R} \right)^{N_{\phi}-1} \quad (61)$$

with

$$D = (1 - N_{\psi}) \left[(1 - N_{\phi})(1 - \lambda) \sigma_0 - 2c \sqrt{N_{\phi}} \left(\frac{t}{2\eta^M} + \frac{1}{2G^M} + \frac{1}{2G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T^K}\right) \right] \right) \right] \quad (62)$$

Solving the above differential equation the displacement has the form

$$\frac{\Delta u}{r} = \frac{D}{N_\phi + N_\psi} \left(\frac{r}{R} \right)^{N_\phi-1} + H \left(\frac{R_p}{r} \right)^{N_\psi+1} \quad (63)$$

The continuity condition of displacement on the surface which separated the viscoplastic and viscoelastic zone allows to determine H

$$H = \left(\lambda_e \sigma_0 - \frac{(1 - N_\psi) \left[(1 - N_\phi)(1 - \lambda) \sigma_0 - 2c \sqrt{N_\phi} \right]}{N_\phi + N_\psi} \left(\frac{R_p}{R} \right)^{N_\phi-1} \right) \times \left(\frac{t}{2\eta^M} + \frac{1}{2G^M} + \frac{1}{2G^K} \left[1 - \exp \left(-\frac{t}{T^K} \right) \right] \right) \quad (64)$$

References

- Barla G (2001) Tunnelling under squeezing rock conditions. Euro- summer-School in Tunnel Mechanics, Innsbruck
- Barla, G. B., Bonini, M., & Debernardi, D. (2007). Modelling of tunnels in squeezing rock. ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Tunnelling (EURO:TUN 2007). Vienna, Austria, August 27-29
- Barla, G., Bonini, M., & Debernardi, D. (2008). Time Dependent Deformations in Squeezing Tunnels. In The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG). Goa, India.
- Barla, G., Bonini, M., & Debernardi, D. (2010). Time Dependent Deformations in Squeezing Tunnels. International Journal of Geoengineering Case Histories, 2(1), 40–65. doi:10.4417/IJGCH-02-01-03
- Barla, G., Debernardi, D., & Sterpi, D. (2011). Time-dependent modeling of tunnels in squeezing conditions. International Journal of Geomechanics ASCE, (December), 697–710. doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000163.
- Billaux, D., & Cundall, P. (1993). Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments Lagrangiens. Revue française de géotechnique, (63).
- Bonini, M., & Barla, G. (2012). The Saint Martin La Porte access adit (Lyon–Turin Base Tunnel) revisited. Tunnelling and Underground Space Technology, 30, 38–54. doi:10.1016/j.tust.2012.02.004
- Bonini, M., Debernardi, D., Barla, M., & Barla, G. (2007). The Mechanical Behaviour of Clay Shales and Implications on the Design of Tunnels. Rock Mechanics and Rock Engineering, 42(2), 361–388. doi:10.1007/s00603-007-0147-6.
- Cartney, S. A., 1977, The Ubiquitous Joint Method. Cavern Design at Dinorwic Power Station. Tunnels & Tunneling Volume 9, 54-57.
- Clark, I. (2006) Simulation of rock mass strength using ubiquitous joints, Numerical Modelling in Geomechanics – Proceedings 4th International FLAC Symposium, Paper No. 08–07, Minneapolis, Itasca.
- Goodman, R. E. (1967). Research on Rock Bolt Reinforcement and Integral Lined Tunnels (No. OMAHA-TR-3). CORPS OF ENGINEERS OMAHA, NEBRASKA.
- Kazakidis, V. N., & Diederichs, M. S. (1993, April). Understanding jointed rock mass behaviour using a ubiquitous joint approach. In International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts (Vol. 30, No. 2, pp. 163-172)
- Li, G., Li, H., Kato, H. & Mizuta, Y. (2003). Application of ubiquitous joint model in numerical modeling of Hilltop Mines in Japan. Chines Journal of Rock Mechanics and Engineering, 22 (6), 951–956.

- Mathieu, E. (2008). At the mercy of the mountain. T & T international, (OCT), 21-24.
- Ordaz AS (2008) Prise en compte du comportement différé élasto-viscoplastique d'un massif lors de l'excavation d'un tunnel sous forte couverture: application à la descenderie de St-Martin-la-Porte. MSc Thesis, École Nationale des Ponts et des Chaussées
- Panet M. (1995). Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- Panet M. (1996) Two case histories of tunnels through squeezing rocks. *Rock Mech Rock Eng* 29(3):155–164
- Pellet, F. (2009). Contact between a tunnel lining and a damage-susceptible viscoplastic medium. *Comput Model Eng Sci*, 52(3), 279-295.
- Plana, D., López, C., Cornelles, J., & Muñoz, P. (2004). Numerical Analysis of a Tunnel in an Anisotropy Rock Mass. Envalira Tunnel (Principality of Andorra). In *Engineering Geology for Infrastructure Planning in Europe* (pp. 153-161). Springer Berlin Heidelberg.
- Rettighieri, M., Triclot, J., Mathieu, E., Barla, G., & Panet, M. (2008). Difficulties associated with high convergences during excavation of the Saint Martin La Porte access adit. *Proc International Congress*, 395–404.
- Russo, G., Repetto, L., Piraud, J., & Lavignerie, R. (2009). Back-analysis of the extreme squeezing conditions in the exploratory adit to the Lyon-Turin base tunnel, (May), 9–14.
- Sainsbury, B., Pierce, M., & Mas Ivars, D. (2008, August). Simulation of rock mass strength anisotropy and scale effects using a Ubiquitous Joint Rock Mass (UJRM) model. In *Proceedings First International FLAC/DEM Symposium on Numerical Modelling* (pp. 25-27).
- Sulem, J., & Mühlhaus, H.-B. (1997). A continuum model for periodic two-dimensional block structures. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2(1), 31–46.
- Sulem, J., Panet, M., & Guenot, A. (1987a). An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 24(3), 155–164.
- Sulem, J., Panet, M., & Guenot, A. (1987b). Closure analysis in deep tunnels. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 24(3), 145–154.
- Tonon, F., & Amadei, B. (2003). Stresses in anisotropic rock masses: an engineering perspective building on geological knowledge. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(7-8), 1099–1120.
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., & Monin, N. (2013a). Semi-Analytical Solution for Stresses and Displacements in a Tunnel Excavated in Transversely Isotropic Formation with Non-Linear Behavior. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 213–229. doi:10.1007/s00603-012-0296-0
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., Monin, N., & Lascols, J. (2013b). Anisotropic Closure in Squeezing Rocks: The Example of Saint-Martin-la-Porte Access Gallery. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 231–246. doi:10.1007/s00603-012-0320-4
- Wang, T. T., & Huang, T. H. (2009). A constitutive model for the deformation of a rock mass containing sets of ubiquitous joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(3), 521–530. doi:10.1016/j.jrmms.2008.09.011
- Wang, T. T., & Huang, T. H. (2011). Numerical simulation on anisotropic squeezing phenomenon of New Guanyin Tunnel. *Journal of GeoEngineering*, 6(3), 125–133.
- Wang, T.-T., & Huang, T.-H. (2013). Anisotropic Deformation of a Circular Tunnel Excavated in a Rock Mass Containing Sets of Ubiquitous Joints: Theory Analysis and Numerical Modeling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(2), 643–657. doi:10.1007/s00603-013-0405-8

4.4 Effet d'anisotropie sur la réponse du soutènement déformable

Comme il est présenté dans le deuxième chapitre de ce mémoire, un soutènement innovant coûteux et complexe a été mis en place lorsque le creusement de la descenderie de Saint-Martin-la-Porte traverse la zone des schistes houillers (Houiller Briançonnais). Il s'agit d'un profil déformable qui est réalisé au moyen de saignées radiales, situées au niveau des serrures de cintre, remplies avec des éléments compressibles (Fig. 4.7). L'analyse numérique du comportement de ce profil de soutènement déformable a été étudiée par Barla et al. (2011a). Dans son modèle numérique, le terrain est modélisé par un comportement élastique isotrope. Afin de reproduire la réponse asymétrique du tunnel, une contrainte supplémentaire est appliquée directement sur le soutènement au rein droit de la section. Cette approche est discutable et ne peut pas prendre en compte explicitement l'effet d'anisotropie du terrain. Une nouvelle approche numérique est proposée dans cette section pour modéliser le profil déformable en considérant l'effet d'anisotropie du massif rocheux.

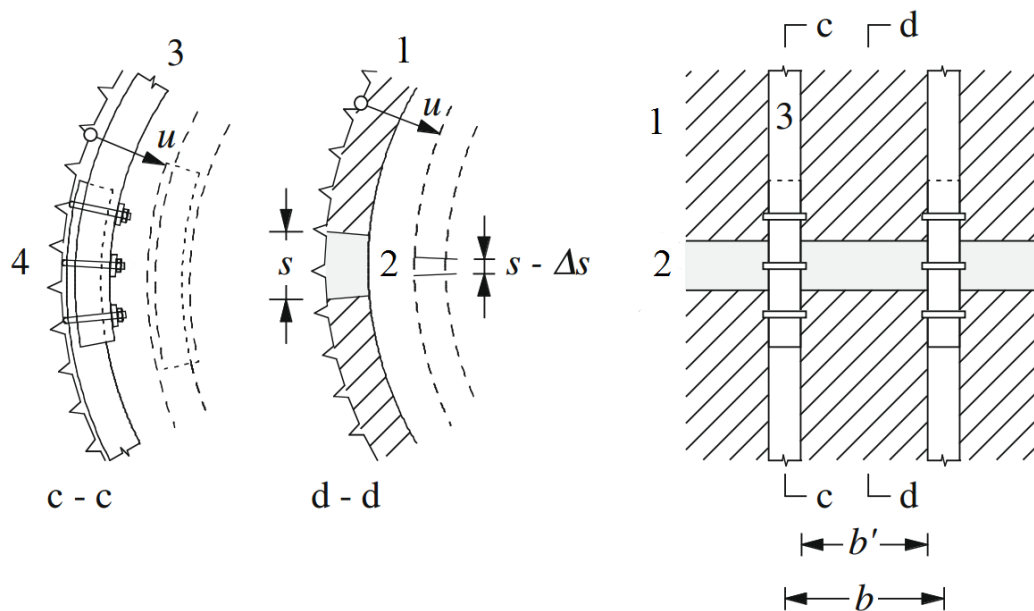


Fig. 4.7 profil déformable : 1. béton projeté, 2. élément compressible, 3. cintres, 4. système d'étriers (Cantieni et Anagnostou 2008)

4.4.1 Approche numérique pour simuler les éléments déformables

Elément de cintre coulissant

Les cintres sont modélisés par des éléments de type « beam » ou de type « pile ». La différence entre ces types d'élément est que les éléments de type « beam » sont connectés de façon rigide avec le maillage tandis que la loi d'interaction entre les éléments de type « pile » et le massif rocheux peut être définie dans la direction normale et tangentielle. Les éléments de type « pile » sont alors plus favorables pour simuler le coulisement entre les cintres. Comme ce type d'élément est strictement linéaire, une multitude d'éléments est créée pour prendre en compte la courbure des cintres : chaque nœud de ces éléments formant les uns à la suite des autres une forme plus ou moins courbe.

Afin de simuler le glissement, il faut recourir à un sous-programme qui permet de contrôler la force normale dans les éléments de structure. À la fin de chaque pas de calcul, la valeur de la force normale est pré-estimée par l'expression suivante :

$$f_{x,n+1} = f_{x,n} + E_s A_s \frac{\Delta l_n}{l_n} \quad (4.13)$$

avec E_s le module Young et A_s l'aire de la section des cintres.

Si la valeur estimée de de force normale est supérieure à la valeur limite (N_{lim}), l'aire de la section des cintres est recalculée et est mise à jour pendant le pas de calcul suivant :

$$A_s = \frac{N_{\text{lim}} - f_{x,n}}{E_s \frac{\Delta l_s}{l_s}} \quad (4.14)$$

Les propriétés géométriques et mécaniques des cintres (TH 44/58) sont données dans le Tab 4.1.

Tab 4.1 Propriétés géométriques et mécaniques des cintres

Paramètres		Valeur
Propriétés du matériau	Module d'Young, E_s (MPa)	201×10^3
	Coefficient de Poisson, ν_s (-)	0.3
Géométrie de la section des cintres (TH 44 /58)	Section d'acier A_s (m ²)	5.57×10^{-3}
	Moment d'inertie de la surface I_y (m ⁴)	12.65×10^{-6}
	Moment d'inertie de la surface I_z (m ⁴)	15.64×10^{-6}
	Périmètre exposée (m)	0.172
Loi d'interface	Raideur normale k_n (MPa)	1×10^4
	Cohésion normale c_n (MPa)	1×10^{10}
	Angle de frottement normal φ_n (°)	0.0
	Raideur en cisaillement k_s (MPa)	1×10^4
	Cohésion en cisaillement c_s (MPa)	0.0
	Angle de frottement en cisaillement φ_s (°)	10.0

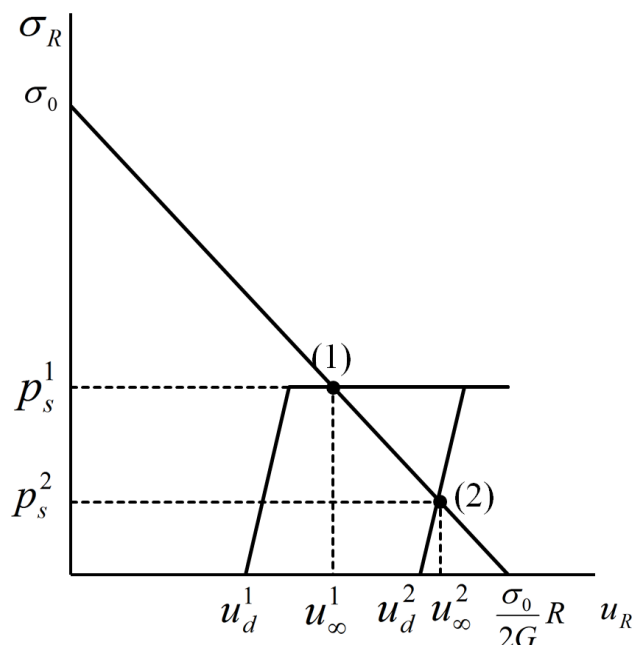
Cette routine est vérifiée avec une solution analytique pour un tunnel circulaire de rayon R creusé dans un milieu élastique isotrope. L'état de contrainte initial (σ_0) est supposé isotrope. En utilisant la méthode convergence-confinement, on peut trouver deux possibilités concernant l'état équilibre final (Fig. 4.8).

Si l'état d'équilibre a lieu dans la phase de coulissement :

$$p_s = \frac{N_{\text{lim}}}{bR} \quad (4.15)$$

$$\frac{u_\infty}{R} = \frac{\sigma_0 - p_s}{2G} \quad (4.16)$$

avec b la distance entre deux cintres coulissants et G le module de cisaillement


Fig. 4.8 Etat d'équilibre final

Si l'état d'équilibre a lieu dans la phase élastique :

$$p_s = \frac{K_s(1 - \lambda_d)\sigma_0}{K_s + 2G} \quad (4.17)$$

$$\frac{u_\infty}{R} = \frac{\sigma_0 - p_s}{2G} \quad (4.18)$$

avec $K_s = \frac{E_s A_s}{bR}$ et λ_d le taux de déconfinement avant la mise en place du soutènement.

Des exemples numériques sont proposés pour comparer avec la solution analytique : rayon du tunnel $R = 5$ m ; les paramètres élastiques du milieu sont : $E = 1000$ MPa, $\nu = 0.3$; l'état de contrainte initial $\sigma_0 = 1$ MPa ; l'espacement des cintres b varie entre 0.2 et 1.0 m ; la charge de coulissement N_{lim} est 500 kN. On considère deux situations : dans l'une le soutènement est installé proche du front de taille ($\lambda_d = 0.4$) et dans l'autre quand le soutènement est mis en place loin du front de taille ($\lambda_d = 0.8$). La simulation en déformation plane a été faite. Les résultats de la simulation numérique en comparant avec la solution analytique sont présentés dans le Tab 4.2. Les résultats numériques sont en accord avec les valeurs analytiques.

Tab 4.2 Comparaison entre la solution analytique et l'approche numérique

λ_d	b (m)	Etat équilibre	Contrainte appliquée au soutènement p_s (MPa)		Déplacement en paroi u_∞ (mm)	
			Analytique	Numérique	Analytique	Numérique
0.4	0.2	phase élastique	0,362	0,361	4,147	4,199
0.8	0.2	phase élastique	0,121	0,126	5,716	5,796
0.4	0.5	phase de coulissant	0,200	0,203	5,200	5,275
0.8	0.5	phase élastique	0,076	0,081	6,008	6,083
0.4	1.0	phase de coulissant	0,100	0,104	5,850	5,934
0.8	1.0	phase élastique	0,047	0,049	6,197	6,281

Eléments des blocs compressibles

Le modèle élasto-plastique avec le critère Tresca est utilisé pour modéliser les blocs compressibles :

$$\sigma_1 - \sigma_3 - 2c = c \quad (4.19)$$

avec σ_1 et σ_3 la contrainte respectivement majeure et mineure.

Pour assurer que la contrainte principale majeure ne dépasse pas la valeur limite σ_{lim} ($\sigma_{\text{lim}} = 8,5 \text{ MPa}$ pour le cas de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte), le coefficient de cohésion doit être corrigé à chaque pas de calcul :

$$c_{n+1} = \frac{\sigma_{\text{lim}} - \sigma_{3,n}}{2} \quad (4.20)$$

Les paramètres du modèle sont donnés dans le Tab 4.3. Il faut noter que le choix du coefficient de Poisson voisin de zéro et d'une valeur négative de l'angle de dilatance est raisonnable car la proportion de vide dans les blocs compressibles est très élevée. Le comportement du bloc compressible est donc toujours contractant.

Tab.4.3 Propriétés mécaniques des blocs compressibles et du béton projeté

Paramètres	Bloc compressible	Béton projeté
Module de Young, E (MPa)	510	20000
Coefficient de Poisson, ν (-)	0.0	0.2
Cohésion, c (MPa)	4.25	9.2
Angle de frottement, ϕ ($^\circ$)	0	30
Angle de dilatance, ψ ($^\circ$)	-30	0
Résistance en traction σ_t (MPa)	0.85	3.2

Cette approche est d'abord utilisée pour modéliser l'essai en compression simple du bloc compressible. L'échantillon est réalisé sur un maillage $1.0 \times 1.0 \text{ m}$ (Fig. 4.9a). Le déplacement est bloqué sur la face inférieure et on impose une vitesse de déplacement aux nœuds de la face supérieure de l'échantillon. Le choix d'une vitesse assez faible ($v=10^{-6} \text{ m/cycle}$) assure l'état d'équilibre du système. La simulation en grande déformation a été faite jusqu'à obtenir une déformation de 50 % (Fig. 4.9b).

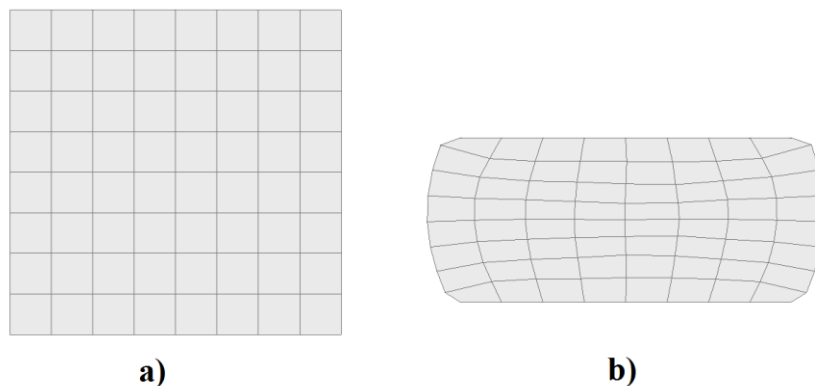


Fig. 4.9. (a) Maillage initial et (b) maillage déformé à la fin de la compression ($\epsilon_a=50\%$)

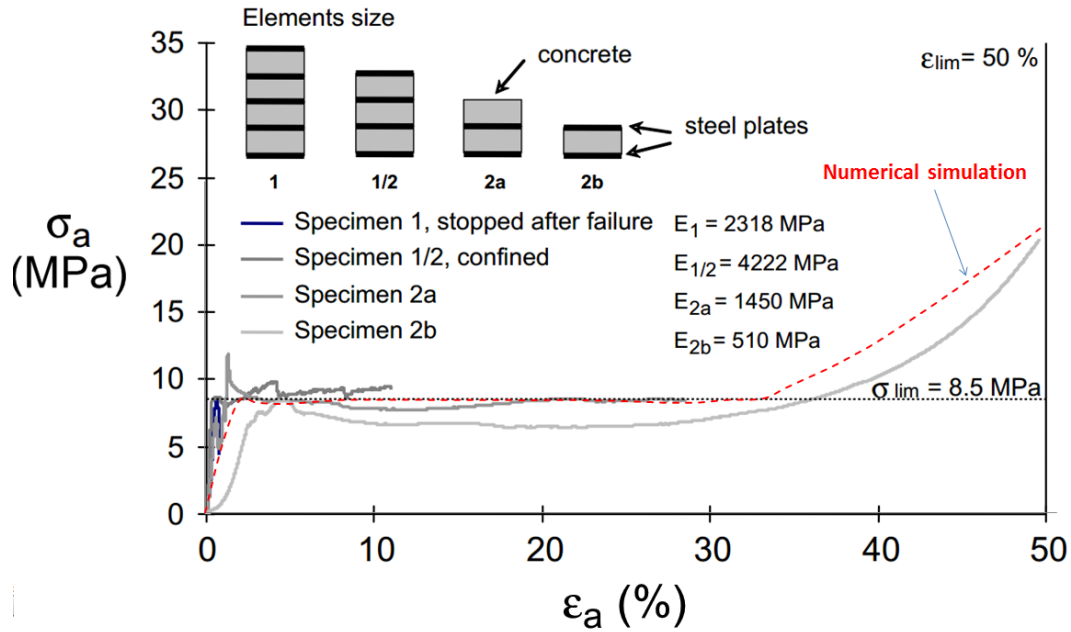


Fig. 4.10 Essai de compression simple du bloc compressible : comparaison entre l'approche numérique et les résultats expérimentaux

La figure Fig. 4.10 montre la courbe de contrainte-déformation du bloc compressible calculée avec l'approche numérique : après une première phase de mise en compression dans le domaine pseudo élastique qui s'étend jusqu'à 8.5 MPa avec 1.5 % de déformation, un pallier plastique sous une contrainte constante de 8.5 MPa jusqu'à 35 % de déformation, le comportement est caractérisé par une phase de rigidification au-delà de 50 % de déformation. L'approche numérique reproduit bien les résultats expérimentaux des blocs compressibles utilisés dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte (Barla et al. 2011a).

Dans la suite, le comportement des blocs compressibles est étudié dans l'ensemble avec la couche de béton projeté. On considère un tunnel circulaire de rayon $R = 5 \text{ m}$ excavé dans un milieu élastique isotrope ($E = 1000 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$) où les contraintes initiales sont isotropes ($\sigma_0 = 10 \text{ MPa}$). Le soutènement est constitué par un anneau de béton projeté d'épaisseur $e_s = 0.2$ comprenant des éléments compressibles et est installé à une distance d du front qui correspond à la valeur λ_d (supposée égale à 0.7). Le dimensionnement des blocs est $0.2 \times 0.4 \text{ m}$. Les propriétés mécaniques des blocs compressibles et du béton projeté sont données dans le Tab.4.3 d'après Barla et al. (2011a).

Une interface entre le terrain et le soutènement est simulée pour permettre un déplacement relatif des éléments de structure et du terrain au cours de l'excavation. Les modules de rigidité dans la direction normale et en cisaillement sont $k_{n,s} = 2.5 \times 10^6 \text{ MPa/m}$ qui sont estimés à partir de la formule : $k_{n,s} = 10 \cdot \frac{\max(K + 4/3 G)}{\Delta z_{min}}$, où K et G sont respectivement les modules de compression et de

cisaillement de la roche et Δz_{min} est la dimension minimale des zones en contact avec l'interface. En l'absence de données précises sur l'adhérence éventuelle entre la roche et le béton, une cohésion nulle est choisie pour l'interface. L'angle de frottement est pris égal 20° . Une interface avec les mêmes propriétés est également introduite entre le béton projeté et les éléments compressibles pour empêcher l'apparition de contraintes de traction dans ces éléments.

Plusieurs simulations numériques ont été faites pour étudier l'influence du nombre des éléments compressibles et les résultats sont présentés dans le Tab.4.4. Dans le premier cas où il n'y a pas de bloc compressible, le profil du soutènement est rigide, l'ordre grandeur de la contrainte est 31.8 MPa et le déplacement moyen en paroi du tunnel est 142.4 mm. La présence des blocs compressibles permet de réduire fortement la contrainte dans le soutènement au détriment du déplacement en paroi qui est plus important. L'augmentation du nombre de blocs compressibles permet de réduire la contrainte maximale dans le soutènement et de conduire à une distribution de la contrainte plus homogène. Cependant le nombre de blocs compressibles n'influence pas le déplacement en paroi. Il faut noter que la déformation des blocs compressibles ne dépasse pas 35 % et leur réponse reste donc sur le palier plastique.

Tab 4.4 Influence du nombre des éléments

Nombre des éléments	Contrainte maximale dans le soutènement (MPa)	Déformation des blocs compressibles (%)	Déplacement moyen en paroi (mm)
0	31.8	-	142.4
4	16.5	20.6	155.8
6	10.5	16.0	157.1
8	9.7	13.6	155.7
10	9.1	12.3	155.7

4.4.2 Application à la descenderie de Saint-Martin-La-Porte

La modélisation numérique du profil déformable dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte est réalisée à la section PM1443 où l'auscultation est très riche (Fig. 4.11) : en plus de mesure de la convergence en paroi du tunnel, la mesure des déplacements dans le massif rocheux par les extensomètres, la mesure de déformation dans des blocs compressibles et la mesure de contrainte dans le béton projeté ont été effectuées.

Compte tenu la complexité des simulations des éléments du profil du soutènement déformable, une simulation tridimensionnelle est vraiment coûteuse. On recourt donc dans cette étude à une simulation bidimensionnelle et l'effet du front de taille est pris en compte par l'intermédiaire du taux de déconfinement comme cela a été présenté dans la section 4.1 de ce chapitre.

Le maillage global utilisé est illustré à la Fig. 4.12. Afin d'obtenir des résultats précis au niveau du tunnel, la discrétisation est relativement fine autour de celui-ci où la taille typique des zones est 0.1×0.1 m. Les conditions aux limites sont prises suffisamment éloignées de la zone d'étude (à 15 rayons d'excavation) pour ne pas influencer les résultats. Les déplacements normaux sont imposés sur les frontières du modèle.

Cette étude modélise le comportement mécanique par le modèle « ubiquitous joint model » (« modèle à joints omniprésents » en français). Ce modèle permet de prendre en compte la schistosité de la roche de manière explicite. Les propriétés de la roche se divisent en deux types : les propriétés de la matrice et celles des joints. Le Tab 4.5 donne l'ensemble des paramètres du massif rocheux utilisés qui sont distingués selon l'un caractère court terme ou long terme. On considère un facteur de dégradation de 50 % des cohésions de la matrice et des joints du terrain pour simuler l'état de la roche encaissante à long terme. Il faut noter ici que l'orientation des joints ($\beta = 30^\circ$) est déterminée par le traitement géométrique des données de convergence (voir chapitre 2 du mémoire). Les éléments de structures du soutènement déformable sont modélisés par les approches présentées ci-dessus.

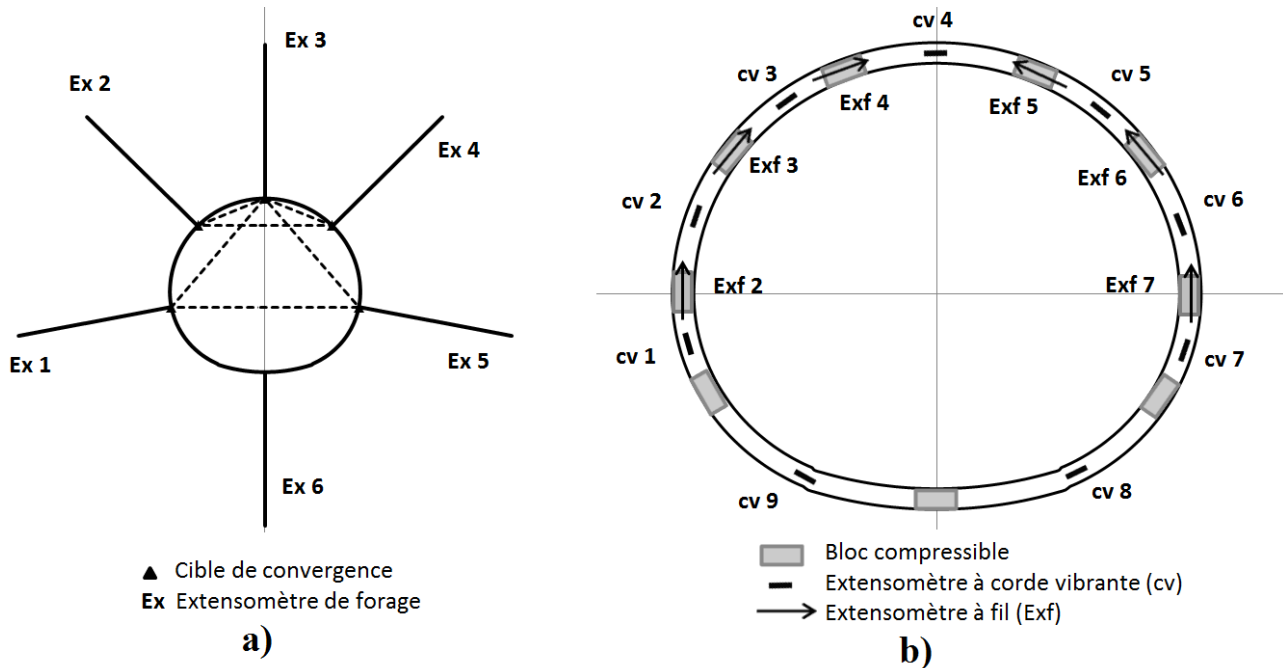


Fig. 4.11 Différents types de mesure au PM 1443 (a) dans le massif rocheux (b) dans le soutènement

Tab 4.5 Jeu de propriétés du massif rocheux

Paramètres		courte terme	longe terme
Caractéristiques élastique	module de Young, E (MPa)	650	650
	coefficient de Poisson, ν (-)	0.3	0.3
Propriétés de la roche	cohésion c (MPa)	1.5	0.75
	angle de frottement φ ($^{\circ}$)	26	26
	angle de dilatance ϕ ($^{\circ}$)	0	0
	résistance en traction σ_t (MPa)	$1e^{-3}$	$1e^{-3}$
Propriétés des joints	orientation β ($^{\circ}$)	30	30
	cohésion de joint c_j (MPa)	0.3	0.15
	angle de frottement de joint φ_j ($^{\circ}$)	23	23
	angle de dilatance de joint ϕ_j ($^{\circ}$)	0	0
	résistance en traction σ_{tj} (MPa)	$1e^{-3}$	$1e^{-3}$

L'état initial de contrainte est supposé isotrope et égale à 9.8 MPa (Barla et al. 2010). Il est nécessaire de déterminer le taux de déconfinement λ_d juste avant la mise en place du profil de soutènement déformable. Le choix de la valeur du taux de déconfinement est très délicat. En connaissant la distance non soutenue d , le taux de déconfinement est déterminé par le profil des déplacements longitudinaux (LDP) et la courbe de convergence du terrain (GRC). Cette dernière est établie par la réalisation d'une simulation sans soutènement en réduisant progressivement la contrainte appliquée en paroi du tunnel. En plus, cette simulation permet également de déterminer le déplacement maximal en paroi et le rayon de plasticité autour du tunnel, ce qui permet de trouver le profil des déplacements longitudinaux grâce au travail de Vlachopoulos et Diederichs (2009). La simulation numérique montre que le déplacement maximal à court terme atteint 530 mm et le rayon plastique est approximativement 14,1 m (soit 2,31 fois le rayon du tunnel). La Fig. 4.13 montre

qu'avec une distance de pose du soutènement à 15 m du front de taille (soit 2,45 fois le rayon du tunnel) correspond à un taux de déconfinement λ_d de 97 %.

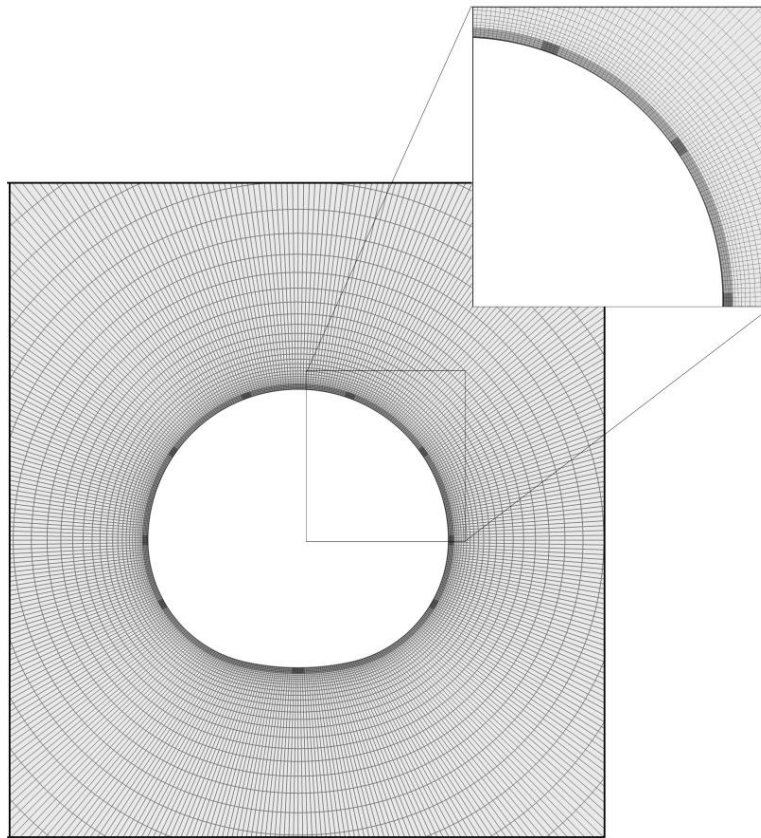


Fig. 4.12. Maillage autour de l'excavation

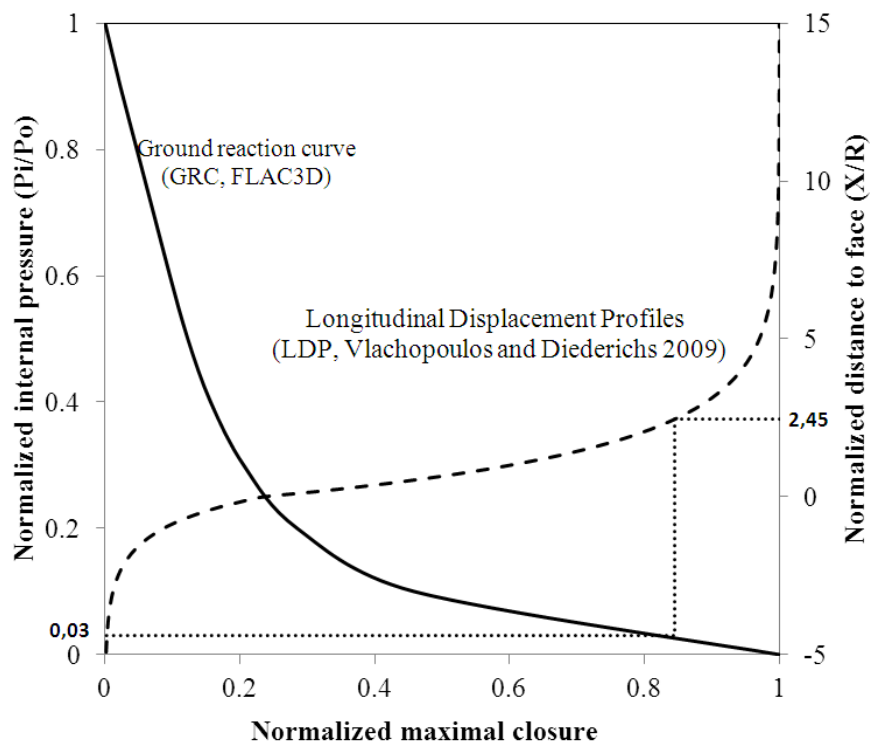


Fig. 4.13. Détermination du taux de déconfinement

La simulation de l'interaction entre le soutènement déformable et le terrain est réalisée selon schéma suivant

- **Initialisation du modèle** : après avoir défini la géométrie du modèle, les paramètres du massif rocheux à court terme, l'état initial de contrainte et la condition aux limites sont imposés ;
- **Creusement du tunnel** : L'excavation du tunnel est simulée par l'application une pression sur les parois du tunnel qui est diminuée progressivement jusqu'à obtenir le taux de déconfinement $\lambda_d = 97 \%$;
- **Mise en place du soutènement** : Le soutènement déformable est mis en place et les paramètres du massif rocheux à long terme sont utilisés. La pression de confinement à l'interface interne du tunnel est réduite jusqu'à obtenir le déconfinement total ($\lambda = 100 \%$).

Les champs de contraintes autour du tunnel avant et après la pose du soutènement sont montrés sur la figure Fig. 4.14. Dans ces figures, les sphères indiquent les positions des têtes des extensomètres de forages. La comparaison entre les données mesurées (le 6 février 2007) et les résultats numériques est donnée dans le Tab 4.6. Il faut noter ici que les déplacements des têtes des extensomètres sont les écarts entre ceux après et avant la pose du soutènement. La comparaison des déplacements radiaux calculés et mesurés en paroi est satisfaisante. La simulation numérique montre également une réponse anisotrope dans le soutènement déformable où le bloc compressible No.6 en rein droit est le plus déformé (Fig. 4.15). Cependant, il y a des différences significatives dans les déformations des blocs compressibles et les contraintes dans la couche de béton projeté par rapport aux valeurs mesurées. Ceci est dû à la variation locale de l'épaisseur de la coque du béton projeté en raison de la sur-excavation en paroi du tunnel, ce qui n'est pris en compte dans ce modèle numérique.

Tab 4.6 comparaison entre les données mesurées et les résultats numériques

Déplacement en paroi			Déformation des blocs			Contrainte dans béton projeté (MPa)				
No.	(mm)		No.	compressibles (%)		No.				
	mesuré	numérique		mesurée	numérique		mesurée	numérique		
								moyenne	Extrados	Intrados
1	51	79	2	4	6	1	14,4	15.9	30,8	1,0
2	63	97	3	10	17	2	12,0	13.5	11,7	15,4
3	197	194	4	-	22	3	8,1	11.2	16,9	5,5
4	258	232	5	-	28	4	7,2	10.7	11,0	10,4
5	67	112	6	24	32	5	6,7	10.8	6,8	14,7
6	86	95	7	19	24	6	17,1	14.9	0	29,7
						7	-	11.2	7,6	14,8

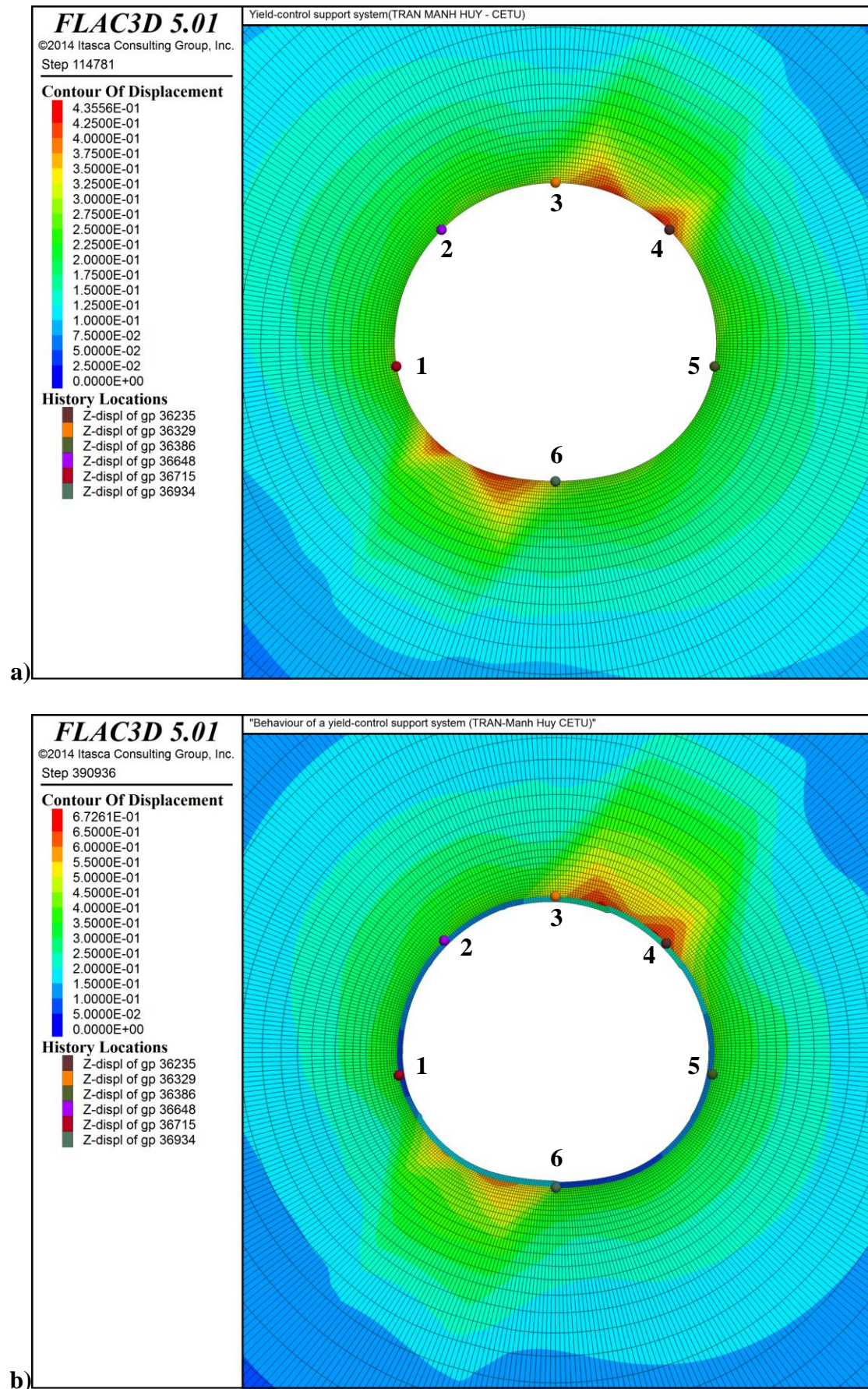


Fig. 4.14 Champs de déplacement autour du tunnel avant (a) et après la pose du soutènement (b)

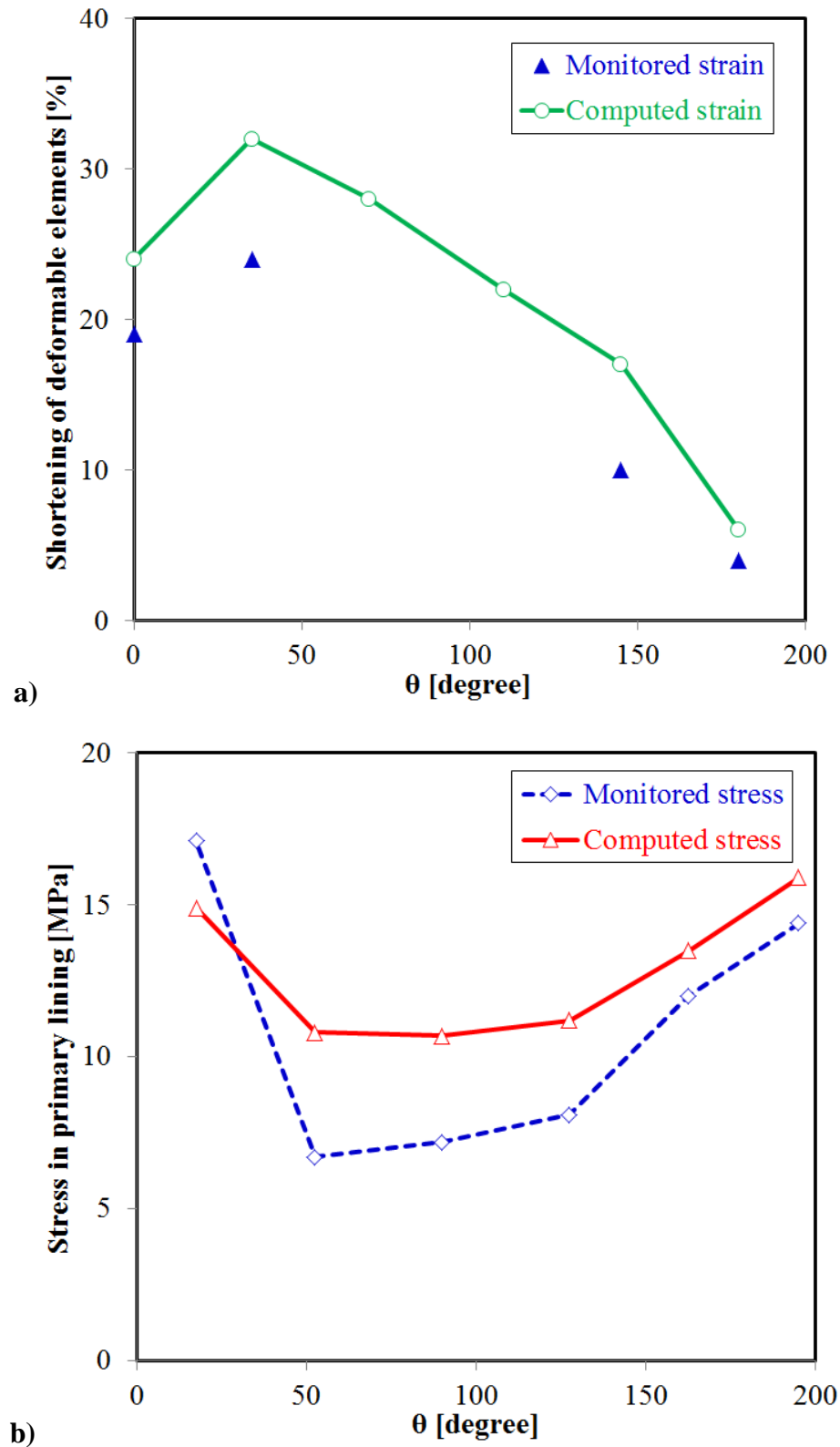


Fig. 4.15 Réponse du soutènement déformable: (a) déformations des blocs compressibles et (b) contraintes moyennes dans la couche de béton projeté

4.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré aux développements numériques pour étudier le comportement du terrain poussant observé dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte.

Dans un premier temps, nous avons proposé un nouveau modèle qui tient compte à la fois du comportement anisotrope et du comportement différé du massif rocheux. Ce modèle comprend des joints omniprésents avec une orientation fixe imbriqués dans une matrice viscoplastique. Ce modèle a été implémenté dans Flac3D afin d'analyser la réponse du tunnel au niveau de la convergence mesurée pendant l'excavation. Une stratégie efficace de calage des paramètres du modèle mécanique a été proposée. De bonnes simulations ont été obtenues pour différentes sections entre les PM1272 et PM 1384 dans le tronçon de forte convergence.

Dans un deuxième temps, une approche numérique a été développée pour modéliser le profil de soutènement déformable. A titre d'exemple, la modélisation numérique du profil déformable a été réalisée à la section PM1443. L'effet d'anisotropie du massif rocheux sur la réponse du soutènement est pris en compte explicitement par le modèle « ubiquitous joint model » dont l'orientation des plans de faiblesse est déterminée par le traitement des données de convergence.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Conclusions

Le présent travail a cherché à étudier le comportement anisotrope des tunnels creusés en terrain poussant avec une considération particulière à la descenderie de Saint-Martin-La-Porte qui fournit un large ensemble de données de géologie et d'auscultation géotechnique.

Traitement des données d'auscultation géotechnique

Lors de la rencontre des schistes Houiller, le creusement de la descenderie de Saint-Martin-la-Porte a été confronté à des difficultés extrêmes, associé à un comportement particulièrement poussant. Un programme important d'auscultation et de mesures géotechniques a été réalisé pendant l'excavation de ce tunnel. La présente étude a, d'une part, amélioré l'analyse des mesures de convergences proposée par Vu et al. (2013b) et, d'autre part, poursuivi l'analyse complète des données mesurées autour de l'ouvrage et dans les soutènements.

La méthode de traitement de mesures de convergences proposée par Vu et al. (2013b) est adoptée en prenant en compte la convergence perdue avant la réalisation de la première mesure. Compte tenu de cette procédure, un outil de traitement des mesures de convergence développé sous Matlab permet d'analyser automatiquement les données de convergence de toutes les sections mesurées dans le tunnel considéré ainsi que dans d'autres ouvrages souterrains.

Les mesures de déplacements autour du tunnel par les extensomètres en forage montrent que l'extension de la zone plastique a souvent dépassé la longueur des extensomètres. En se basant sur des relations géométriques simples, une méthode pour déterminer la stabilité des pieds des extensomètres et des mouvements réels des plots de convergence a été proposée.

Points-clés des solutions analytiques développées

Plusieurs solutions explicites ont été développées pour un tunnel creusé en milieu élastique anisotrope en considérant différentes situations complexes. Les solutions sont vérifiées par les simulations numériques réalisées dans Flac3D. Pour arriver à ces développements analytiques, on met en évidence les points-clés suivants :

- le formalisme de Green et Zerna (1968) est repris mais c'est la dérivée du potentiel qui est exprimée en séries infinies des variables complexes ($z_k, k = 1 \div 2$). Les conditions limites en contrainte et en déplacement sont écrites en fonction de la dérivée du potentiel en permettant de trouver rapidement les coefficients inconnus du développement en série de ce dernier ;
- pour considérer la distance non soutenue dans la solution de l'interaction terrain/soutènement, la méthode convergence-confinement est étendue pour le cas anisotrope dans lequel les champs de contraintes et de déplacements à l'interface sol/structure sont exprimés en séries infinies des cosinus et sinus de θ ;
- la transformation conforme est utilisée pour prendre en compte la complexité de la géométrie de la section du tunnel. Cette transformation affine de la région considérée (z -plane) à une autre

configuration (ζ -plane) sur laquelle la section quelconque initiale se transforme en une section circulaire de rayon unité. A partir de cette fonction, deux autres fonctions de transformation qui permettent de transformer les sections initiales dans $z_{1,2}$ -plan en deux sections circulaires de rayon unité dans $\zeta_{1,2}$ -plane doivent être dérivées ;

- pour résoudre le problème de l'interaction entre deux tunnels, le potentiel est exprimé en séries infinies des variables complexes qui sont définis dans chaque système de coordonnées locales aux centres des tunnels. Les développements du potentiel à l'approche de la paroi du tunnel permet de trouver les coefficients inconnus de la fonction du potentiel ;
- les grandes déformations peuvent être prise en compte dans les solutions semi-analytiques par une procédure de mise à jour de la section déformée à chaque incrément de contrainte ;
- la méthode des matrices de transfert, qui permet de résoudre le problème du comportement non-linéaire, est adoptée pour la section non-circulaire en écrivant les conditions de continuités des déplacements et des forces équilibrées sous la forme de fonctions des variables complexes.

Modèle numérique développé

Un modèle qui permet de caractériser à la fois le comportement anisotrope et le comportement différé du massif rocheux a été proposé dans ce travail. Ce modèle est caractérisé par 13 paramètres dont 9 paramètres définissent le comportement de la matrice solide et 4 paramètres définissent le comportement des joints. Il a été implémenté dans Flac3D afin d'analyser le comportement du terrain poussant observé dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte. La réalisation des simulations numériques aux différentes sections dans la zone de forte convergence permet de reproduire les courbes de convergence en paroi du tunnel dans deux directions principales du mode de déformation

La dernière partie du travail est consacrée à l'étude de la réponse du soutènement déformable par une approche numérique. Les éléments du profil déformable sont modélisés par différentes routines développées dans Flac3D:

- Le glissement des cintres coulissant est modélisé par une procédure pour contrôler la force normale dans les cintres ;
- L'effondrement des blocs compressibles est modélisé par une procédure pour corriger la cohésion après chaque pas de calcul. Il est conseillé de prendre une valeur négative pour l'angle de dilatance et nulle pour le coefficient de Poisson.

Cette approche est appliquée au cas de la descenderie de Saint-Martin-La-Porte en considérant l'effet d'anisotropie du massif rocheux.

Il est intéressant de souligner que malgré la complexité des conditions géologiques et géotechniques dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte, nous avons pu avec des approches relativement simples qu'il s'agisse de la mise en œuvre d'une loi de convergence empirique ou du développement d'un modèle constitutif viscoplastique avec des plans de faiblesse (c'est-à-dire avec un minimum d'ingrédients) de bien reproduire le comportement observé. Ceci indique que les caractéristiques importantes du comportement ont bien été prises en compte dans notre approche.

Perspectives

Approche analytique

Le problème bidimensionnel en déformation plane est considéré dans les solutions analytiques en supposant que l'axe du tunnel est parallèle au plan d'isotropie. Une extension de ces solutions peut être proposée pour le cas d'un tunnel creusé dans une direction quelconque par rapport le plan d'isotropie.

Le comportement différé est pris en compte implicitement dans la phase actuelle des solutions analytiques développées. La prise en compte explicite de l'effet du temps peut être intégrée dans le modèle d'élasticité anisotrope non linéaire utilisé dans ce travail, sur l'existence de plans de faiblesse pour lesquels une réponse en cisaillement de type « vieillissement ou dégradation dont le taux dépend de l'état de contrainte » peut être considérée.

Approche numérique

La poursuite des études numériques avec le modèle viscoplastique anisotrope implanté dans FLAC pourrait permettre de trouver des relations empiriques entre les paramètres de la loi de convergence et les paramètres mécaniques du terrain.

Dans la simulation bidimensionnelle, l'effet du front de taille est pris en compte par l'intermédiaire du taux de déconfinement qui est supposé ne dépendre que la distance au front de taille. Toutefois, cette hypothèse n'est satisfaisante que pour une configuration axisymétrique. L'effet de l'anisotropie du comportement du terrain et de l'état de contrainte sur le taux de déconfinement peut être envisagé à l'avenir.

Finalement, les résultats du travail de thèse peuvent être appliqués aux autres cas des galeries qui présentent un comportement différé et anisotrope qu'ils s'agissent de terrains poussants dans des zones tectonisées (la galerie de sécurité du tunnel routier du Fréjus, le tunnel de base de Lyon-Turin) mais aussi de terrains déformables comme les argilites dans des zones tectoniquement stables (Laboratoire souterrain de Meuse/Haute Marne).

BIBLIOGRAPHIE

- Afrouz, A., & Harvey, J. M. (1974). Rheology of rocks within the soft to medium strength range. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* (Vol. 11, No. 7, pp. 281-290).
- AFTES. (1998). L'organisation de l'auscultation des tunnels. *Tunnels et Espace Souterrain*.
- AFTES. (2005). Méthodes d'auscultation des ouvrages souterrains. *Tunnels et Espace Souterrain*.
- Anagnostou, G., & Cantieni, L. (2007). Design and analysis of yielding support in squeezing ground. *11th ISRM Congress*.
- Atahan, C. (1995). *Modélisation numérique du creusement d'un tunnel à l'aide d'un bouclier à pression de boue* (Doctoral dissertation, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées).
- Aydan, Ö., Akagi T., Kawamoto T. (1993) - The squeezing potential of rock around tunnels: theory and prediction. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2, pp. 137-163.
- Barla, G. (1995). Squeezing rocks in tunnels. *ISRM News Journal*, 2(3), 44-49.
- Barla, G. (2001) Tunnelling under squeezing rock conditions. Euro- summer-School in Tunnel Mechanics, Innsbruck
- Barla, G., B., Bonini, M., & Debernardi, D. (2007a). Modelling of tunnels in squeezing rock. *ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Tunnelling (EURO:TUN 2007)*. Vienna, Austria, August 27-29
- Barla, G., Bonini, M., & Debernardi, D. (2008a). Time Dependent Deformations in Squeezing Tunnels. In *The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*. Goa, India.
- Barla, G., Bonini, M., & Debernardi, D. (2010). Time Dependent Deformations in Squeezing Tunnels. *International Journal of Geoengineering Case Histories*, 2(1), 40–65. doi:10.4417/IJGCH-02-01-03
- Barla, G., Bonini, M., & Semeraro, M. (2011a). Analysis of the behaviour of a yield-control support system in squeezing rock. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 26(1), 146-154.
- Barla, G., Debernardi, D., & Sterpi, D. (2011b). Time-dependent modeling of tunnels in squeezing conditions. *International Journal of Geomechanics ASCE*, (December), 697–710. doi:10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000163.
- Barla, G., Rettighieri, M., Fava, A., & Triclot, J. (2008b). Saint Martin Squeeze. *T & T International*, (May)
- Barla, M., Bonini, M., & Debernardi, D. (2007b). Lessons learned during the excavation of the Saint Martin La Porte access gallery along the Lyon-Turin Base tunnel. Retrieved from <http://porto.polito.it/id/eprint/1641424>
- Barton, N. (1973). Review of a new shear-strength criterion for rock joints. *Engineering geology*, 7(4), 287-332.
- Barton, N., & Choubey, V. (1977). The shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock mechanics*, 10(1-2), 1-54.
- Berest, P., & Nguyen Minh, D. (1983). Time dependent behaviour of lined tunnels in soft rocks. In *Eurotunnel'83 conference* (pp. 57-62).
- Bieniawski, Z. T. (1984). *Rock Mechanics Design in Mining and Tunnelling*. A. A. Balkema, Rotterdam, 97-133.

- Billiaux, D., & Cundall, P. (1993). Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments Lagrangiens. *Revue française de géotechnique*, (63).
- Bobet, A. (2011). Lined circular tunnels in elastic transversely anisotropic rock at depth. *Rock mechanics and rock engineering*, 44(2), 149-167.
- Bonini, M., & Barla, G. (2012). The Saint Martin La Porte access adit (Lyon–Turin Base Tunnel) revisited. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 30, 38–54. doi:10.1016/j.tust.2012.02.004
- Budil, A., Höllrigl, M., Brötz, K., (2004). Strenger tunnel – Gebirgsdruck und Ausbau. *Felsbau* 22 (1), 39–43.
- Carranza-Torres, C., & Fairhurst, C. (2000). Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown failure criterion. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 15(2), 187-213.
- Cartney, S. A., 1977, The Ubiquitous Joint Method. Cavern Design at Dinorwic Power Station. *Tunnels & Tunneling* Volume 9, 54-57.
- CETU (1998) Dossier pilote des tunnels –Génie civil, France
- Clark, I. (2006) Simulation of rock mass strength using ubiquitous joints, Numerical Modelling in Geomechanics – Proceedings 4th International FLAC Symposium, Paper No. 08–07, Minneapolis, Itasca.
- Corbetta, F., Bernaud, D., & Nguyen Minh, D. (1991). Contribution à la méthode convergence-confinement par le principe de la similitude. *Revue Française de Géotechnique*, (54).
- Debernardi, D. (2008). Viscoplastic behaviour and design of tunnels. *Thèse de doctorat, Politecnico di Torino, Department of Structural and Geotechnical Engineering, Italy*.
- Debernardi, D., & Barla, G. (2009). New viscoplastic model for design analysis of tunnels in squeezing conditions. *Rock mechanics and rock engineering*, 42(2), 259-288.
- Einstein, H.H. (1989) - Design and analysis of underground structures in swelling and squeezing rocks, In *Underground Structures Design and Instrumentation Developments in Geotechnical Engineering* (1989), pp. 202– 262.
- Exadaktylos G.E, Stavropoulou M.C. (2002) A closed-form elastic solution for stresses and displacements around tunnels. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 39(7):905–916
- Exadaktylos, G.E., Liolios, P.A., Stavropoulou, M.C. (2003) A semi-analytical elastic stress-displacement solution for notched circular openings in rocks. *Int. J. Sol. Struct.*, 40:1165–1193
- Fritz, P. (1984). An analytical solution for axisymmetric tunnel problems in elasto-viscoplastic media. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 8(4)
- Gehring, K. H. (1996). Design criteria for TBM's with respect to real rock pressure. *Tunnel boring machines—trends in design & construction of mechanized tunnelling, International lecture series TBM tunnelling trends, Hagenberg. AA Balkema, Rotterdam*, 43-53.
- Gercek, H. (2005). Interaction between parallel underground openings. *The 19th International Mining Congress and Fair of Turkey*, 73–82.
- Gioda, G. (1982). On the non-linear 'squeezing' effects around circular tunnels. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 6(1), 21-46.
- Goel R.K., Jethwa J.L. and Paithakan A.G. (1995) – Tunnelling through the young Himalayas – a case history of the Maneri-Uttarkashi power tunnel. *Engrg. Geol.*, 39, pp. 31-44.
- Goodman, R. E. (1967). Research on Rock Bolt Reinforcement and Integral Lined Tunnels (No. OMAHA-TR-3). CORPS OF ENGINEERS OMAHA, NEBRASKA.
- Goodman, R. E. (1989). Introduction to Rock Mechanics, John Wiley & Sons. Inc., NY, 478p.

- Green, A. E. (1940). General Bi-Harmonic Analysis for a Plate Containing Circular Holes. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 176(964), 121–139. doi:10.1098/rspa.1940.0082
- Green, A.E. and Taylor, G.I. (1939) Stress systems in aeolotropic plates I. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 173(953):162–172
- Green, A.E. and Taylor, G.I. (1945a) Stress systems in aeolotropic plates III. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:181–195
- Green, A.E. and Taylor, G.I. (1945b) Stress systems in aeolotropic plates VI. *Proc. Roy. Soc. Serie A, Mathematical and Physical Sciences*, 184:289-300
- Green, A.E. and Zerna W. (1968) *Theoretical Elasticity*. Dover Publications, Inc.
- Hanafy, E. A., & Emery, J. J. (1980, May). Advancing face simulation of tunnel excavation and lining. Placement. In *Underground Rock Engineering, 13th Canadian Rock Mechanics Symposium* (pp. 119-125).
- Hefny, A. M., & Lo, K. Y. (1999). Analytical solutions for stresses and displacements around tunnels driven in cross-anisotropic rocks. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 23(2), 161-177.
- Hoek, E. (1983). Strength of jointed rock masses. *Geotechnique*, 23(3), 187–223. Retrieved from <http://www.icevirtuallibrary.com/content/article/10.1680/geot.1983.33.3.187>
- Hoek, E. (2001). Big tunnels in bad rock. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127(9), 726-740.
- Hoek, E., and Brown, E. T. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(8), 1165-1186.
- Hoek, E., and Marinos, P. (2000) – Predicting tunnel squeezing problems in weak heterogeneous rock masses. *Tunnels and Tunnelling International*, pp. 45-51: part one; pp. 33-36: part two.
- ITASCA. Fast Lagrangian analysis of continua (FLAC3D) , *Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc, 2011*
- Jaeger J.C., Cook N.G. W. (1979) *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall.
- Jethwa J.L. and Dhar B.B. (1996) - Tunnelling under Squeezing Ground Condition. *Proc. Recent Advances in Tunnelling Technology*, New Delhi, 209 – 214
- Jethwa J.L., Singh B and Singh B. (1984) – Estimation of ultimate rock pressure for tunnel linings under squeezing rock conditions – a new approach. *Design and Performance of Underground Excavations*, ISRM Symposium, Cambridge, E.T. Brown and J.A.Hudson eds., pp. 231-238
- Kazakidis, V. N., & Diederichs, M. S. (1993, April). Understanding jointed rock mass behaviour using a ubiquitous joint approach. In *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts* (Vol. 30, No. 2, pp. 163-172)
- Kolymbas, D., Wagner, P., & Blioumi, A. (2012). Cavity expansion in cross-anisotropic rock. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 36(2), 128-139.
- Kooi, C., & Verruijt, A. (2001). Interaction of circular holes in an infinite elastic medium. *Tunnelling and Underground Space Technology*, (February), 59–62.
- Kovári, K. (1986). Rock deformation problems when using full-facing cutting equipment in rock, Part 2. *Tunnel*, 4(86), 289-298.
- Kovari, K. (1998) - Tunnelbau in druckhaftem Gebirge - Tunnelling in squeezing rock. *Tunnel* 5, pp. 12-31.
- Kovári, K., (2005) Method and device for stabilizing a cavity excavated in underground construction. US Patent Appl. 20050191138

- Kovari, K., Amberg, F., & Ehrbar, H. (2000). Mastering of squeezing rock in the Gotthard Base. *World Tunnelling*.
- Ladanyi, B., & Archambault, G. (1969, January). Simulation of shear behavior of a jointed rock mass. In *The 11th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. American Rock Mechanics Association.
- Lascols J. (2010). Contribution à l'interprétation des données géologiques recueillies dans les schistes houillers de la descenderie de saint-martin-la-porte. *Mémoire de D.E.A., École Nationale des Sciences Géographiques*.
- Lekhnitskii S.G. (1963) Theory of elasticity of an anisotropic elastic body. *Holden-Day, Inc., San Francisco*.
- Li, G., Li, H., Kato, H. & Mizuta, Y. (2003). Application of ubiquitous joint model in numerical modeling of Hilltop Mines in Japan. *Chines Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 22 (6), 951–956.
- Lombardi (1977) Un modèle pour le tunnel AFTES journée d'études Mai 1977
- Mathieu, E. (2008). At the mercy of the mountain. *Tunnels and Tunnelling International*, (October 2008).
- Mesri, G., Febres-Cordero., E., Shield, D. R., and Castro, A. (1981). "Shear-stress-strain behavior of clays." *Geotechnique*, 31(4), 537– 552.
- Moritz, A. B. (1999). Ductile support system for tunnels in squeezing rock. *Techn. Univ. Graz*.
- O'Rourke T.D. (1984). Guidelines for tunnel lining design. *ASCE*.
- Obert, L. (1965). "Creep in mine pillars: Report of investigation." *Rep. No. 6703, U.S. Bureau of Mines*.
- Ordaz, AS (2008) Prise en compte du comportement différé élasto-viscoplastique d'un massif lors de l'excavation d'un tunnel sous forte couverture: application à la descenderie de St-Martin-la-Porte. *MSc Thesis, École Nationale des Ponts et des Chaussées*
- Panet, M. (1995). Le calcul des tunnels par la méthode convergence-confinement, *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*.
- Panet, M. (1996) – Two case histories of tunnels through squeezing rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 29, 3, pp. 155-164.
- Panet, M., & Guellec, P. (1974). Contribution à l'étude du soutènement derrière le front de taille. In *Proceedings of the 3rd Congress of the International Society for Rock Mechanics* (Vol. 2, No. Part B).
- Panet, M., & Guenot, A. (1983, February). Analysis of convergence behind the face of a tunnel: Tunnelling 82, proceedings of the 3rd international symposium, Brighton, 7–11 June 1982, P197–204. Publ London: IMM, 1982. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* (Vol. 20, No. 1, p. A16)
- Patton, F. D. (1966, January). Multiple modes of shear failure in rock. In *1st ISRM Congress. International Society for Rock Mechanics*.
- Pellet, F. (2009). Contact between a tunnel lining and a damage-susceptible viscoplastic medium. *Comput Model Eng Sci*, 52(3), 279-295.
- Phienweij, N., Thakur, P. K., & Cording, E. J. (2007). Time-dependent response of tunnels considering creep effect. *International Journal of Geomechanics*, 7(4), 296-306.
- Plana, D., López, C., Cornelles, J., & Muñoz, P. (2004). Numerical Analysis of a Tunnel in an Anisotropy Rock Mass. Envalira Tunnel (Principality of Andorra). *Engineering Geology for Infrastructure Planning in Europe*, 153-161.
- Radi, E. (2011). Path-independent integrals around two circular holes in an infinite plate under biaxial loading conditions. *International Journal of Engineering Science*, 49(9), 893–914. doi:10.1016/j.ijengsci.2011.04.011
- Ramoni, M. (2010). On the feasibility of TBM drives in squeezing ground and the risk of shield jamming (Vol. 18965). *vdf Hochschulverlag AG*.

- Ramoni, M., & Anagnostou, G. (2010). Thrust force requirements for TBMs in squeezing ground. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 25(4), 433-455.
- Ramoni, M., Anagnostou, G. (2012). TBMs in squeezing ground conditions. *Tunnels & Tunnelling International*, (March).
- Rettighieri, M., Triclot, J., Mathieu, E., Barla, G., & Panet, M. (2008). Difficulties associated with high convergences during excavation of the Saint Martin La Porte access adit. *Proc International Congress*, 395-404.
- Richard, P., Pogu, F., & Augereau, M. (2006). Tunnel de base du Lötschberg: 28 km d'excavation pour le lot de Mitholz. *Travaux*, (834), 26-31.
- Robbins, R. J. (1997). Hard rock tunneling machines for squeezing rock conditions. Three machine concepts. *Tunnels for People. 23rd Assembly of the ITA, Vienna, Golser, Hinkel and Schubert eds., pp. 633-638.*
- Rodríguez, R., & Díaz-Aguado, M. B. (2013). Deduction and use of an analytical expression for the characteristic curve of a support based on yielding steel ribs. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 33, 159-170.
- Russo, G., Repetto, L., Piraud, J., & Lavignerie, R. (2009). Back-analysis of the extreme squeezing conditions in the exploratory aid to the Lyon-Turin base tunnel. *Rock Engineering in Difficult Conditions, Toronto, ON, Canada, (May), 9-14.*
- Sainsbury, B., Pierce, M., & Mas Ivars, D. (2008, August). Simulation of rock mass strength anisotropy and scale effects using a Ubiquitous Joint Rock Mass (UJRM) model. In *Proceedings First International FLAC/DEM Symposium on Numerical Modelling* (pp. 25-27).
- Schubert, W. (1996). Dealing with squeezing conditions in Alpine tunnels. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 29(3), 145-153.
- Schubert, W., & Schubert, P. (1993). Tunnels in squeezing rock: Failure phenomena and counteractions. *Proc. of the Assessment and Prevention of Failure Phenomena in Rock Engineering*, 479-484.
- Schubert, W., Moritz, B., & Sellner, P. (2000). Tunnelling methods for squeezing ground. *Rivista Italiana di Geotecnica*, 16 - 21
- Singh B., Jethwa J.L., Dube A.K., Singh B. (1992) - Correlation between observed support pressure and rock mass quality. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 7, pp. 59- 74.
- Sulem J (1983) Comportement différé des galeries profondes. *PhD Thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*
- Sulem J (1994) Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation. In: Barla G (ed) *Proceedings of the 5th ciclo di conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce*, Politecnico di Torino, pp 3.1-3.17
- Sulem, J., & Mühlhaus, H.-B. (1997). A continuum model for periodic two-dimensional block structures. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2(1), 31-46.
- Sulem, J., Panet, M., & Guenot, A. (1987a). An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. In *International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts* (Vol. 24, No. 3, pp. 155-164)
- Sulem, J., Panet, M., & Guenot, A. (1987a). An analytical solution for time-dependent displacements in a circular tunnel. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 24(3), 155-164.
- Swoboda, G. (1979, April). Finite element analysis of the new austrian tunnelling method (NATM). In *Proceedings of the 3rd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen* (Vol. 2, pp. 581-586).

- Terzaghi K. (1946) – Rock defects and loads in tunnel supports. Rock tunneling with steel supports. *R.V. Proctor and T.L. White eds., The Commercial Shearing and Stamping Co., Youngstown, Ohio*, pp. 17–99.
- Thut, A., Piedevache, M., Prouvot, J., (2006). Projet Alptransit: instrumentation et essais in-situ pour deux tunnels de base en context alpin. *Tunnels et ouvrages souterrains* 198, 331–336.
- Tonon, F., & Amadei, B. (2002). Effect of Elastic Anisotropy on Tunnel Wall Displacements Behind a Tunnel Face. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 35(3), 141–160. doi:10.1007/s00603-001-0019-4
- Tonon, F., & Amadei, B. (2003). Stresses in anisotropic rock masses: an engineering perspective building on geological knowledge. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(7-8), 1099–1120.
- Tran Manh, H., Sulem, J., & Subrin, D. (2014). A Closed-Form Solution for Tunnels with Arbitrary Cross Section Excavated in Elastic Anisotropic Ground. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. doi:10.1007/s00603-013-0542-0
- Triclot, J., Rettighieri, M., & Barla, G. (2007). Situation des importantes convergences rencontrées dans la descenderie de Saint-Martin-La-Porte du projet de base du Lyon Turin. *Tunnels et ouvrages souterrains*, (204), 409–413.
- Vardoulakis, I., Sulem, J. (1995) Bifurcation analysis in geomechanics. Chapman & Hall, London
- Vlachopoulos, N., & Diederichs, M. S. (2009). Improved longitudinal displacement profiles for convergence confinement analysis of deep tunnels. *Rock mechanics and rock engineering*, 42(2), 131–146.
- Vrakas, A., & Anagnostou, G. (2014). A finite strain closed-form solution for the elastoplastic ground response curve in tunnelling. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (January), 1131–1148. doi:10.1002/nag
- Vu, T. M. (2010) Comportement des tunnels en terrain tectonisé : application à la liaison ferroviaire Lyon - Turin, *PhD Thesis, Université Paris Est*.
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., & Monin, N. (2013a). Semi-Analytical Solution for Stresses and Displacements in a Tunnel Excavated in Transversely Isotropic Formation with Non-Linear Behavior. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 213–229. doi:10.1007/s00603-012-0296-0
- Vu, T. M., Sulem, J., Subrin, D., Monin, N., & Lascols, J. (2013b). Anisotropic Closure in Squeezing Rocks: The Example of Saint-Martin-la-Porte Access Gallery. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(2), 231–246. doi:10.1007/s00603-012-0320-4
- Wang, T. T., & Huang, T. H. (2009). A constitutive model for the deformation of a rock mass containing sets of ubiquitous joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(3), 521–530. doi:10.1016/j.ijrmms.2008.09.011
- Wang, T. T., & Huang, T. H. (2011). Numerical simulation on anisotropic squeezing phenomenon of New Guanyin Tunnel. *Journal of GeoEngineering*, 6(3), 125–133.
- Wang, T.-T., & Huang, T.-H. (2013). Anisotropic Deformation of a Circular Tunnel Excavated in a Rock Mass Containing Sets of Ubiquitous Joints: Theory Analysis and Numerical Modeling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(2), 643–657. doi:10.1007/s00603-013-0405-8
- Zhang, Z., & Sun, Y. (2011). Analytical solution for a deep tunnel with arbitrary cross section in a transversely isotropic rock mass. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 48(8), 1359–1363. doi:10.1016/j.ijrmms.2011.10.001

ANNEXES

Annexe A – Interface graphique de l’outil de traitement de convergence

Annexe B – Ajustement des courbes de convergence par le calage de la loi de convergence

Annexe C – Propriétés du modèle numérique

Annexe D – Vérification du modèle numérique

Annexe A – Interface graphique de l'outil de traitement de convergence

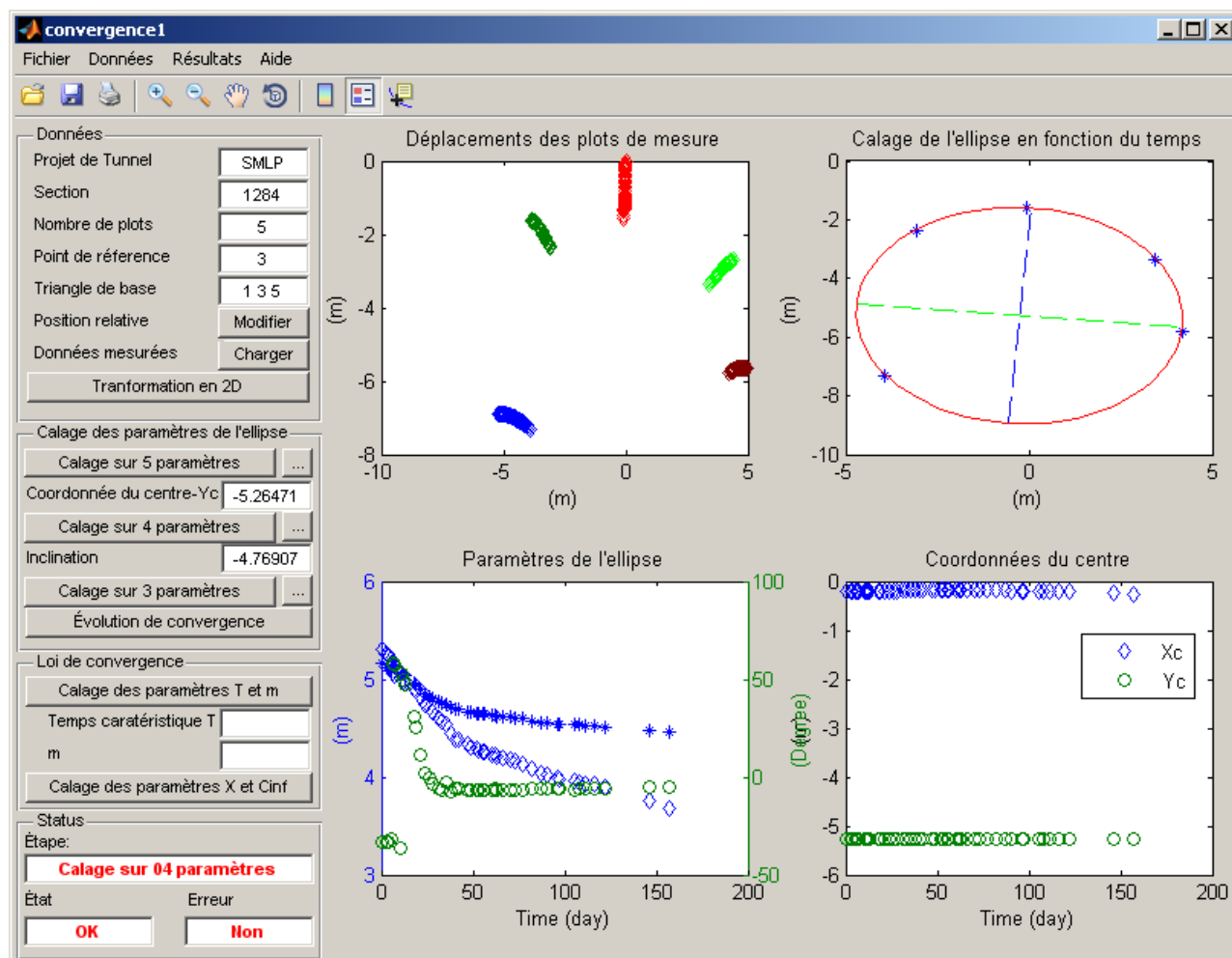


Fig. A.1. Outil de calage des paramètres de l'ellipse

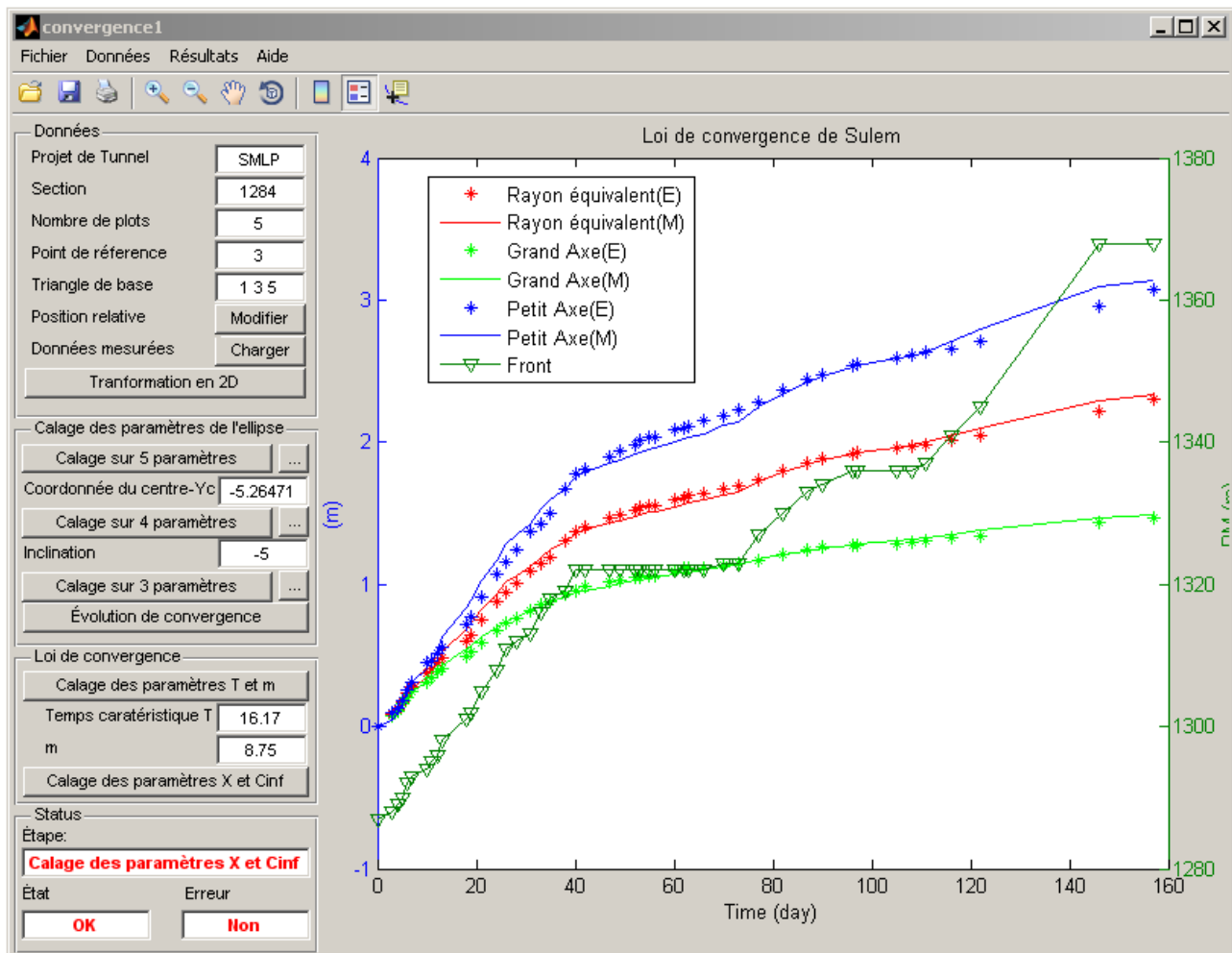
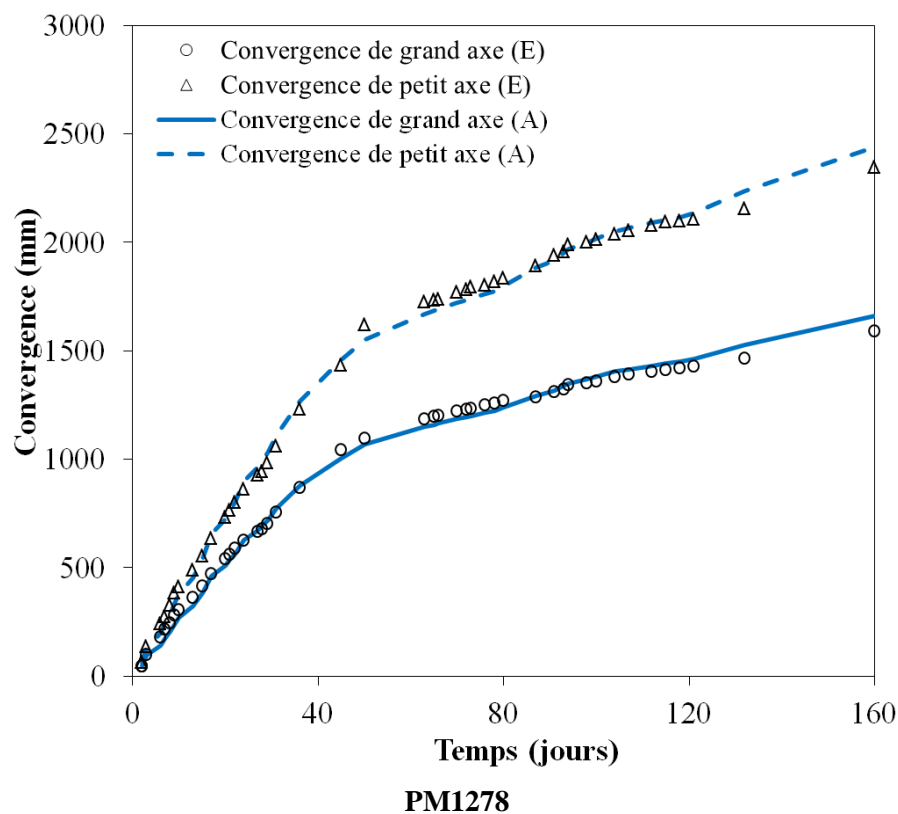
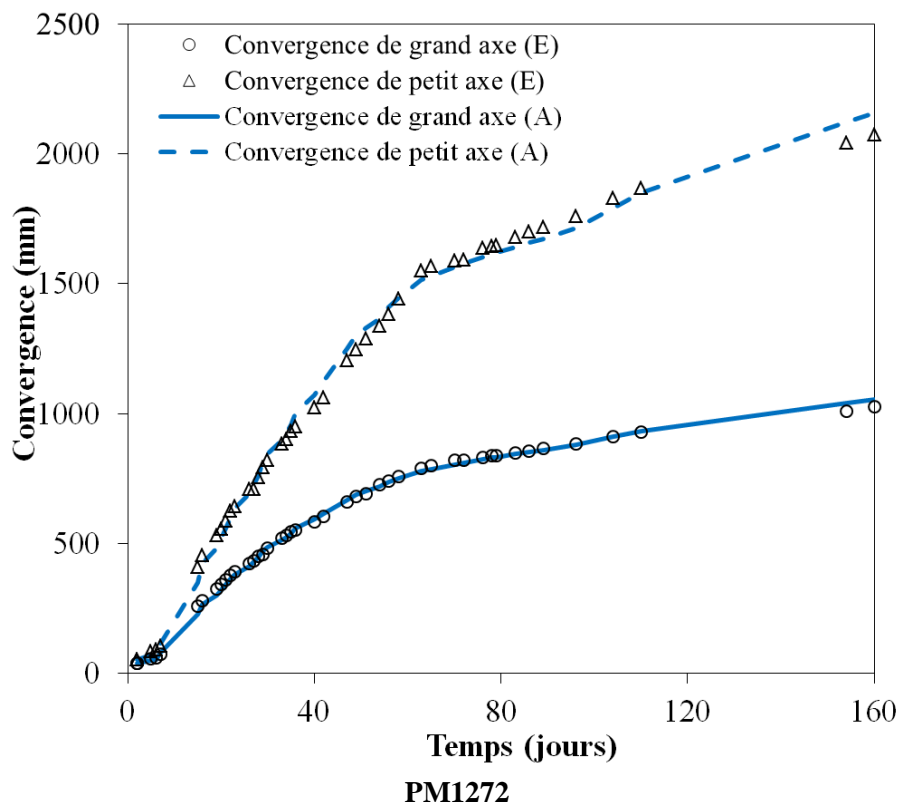
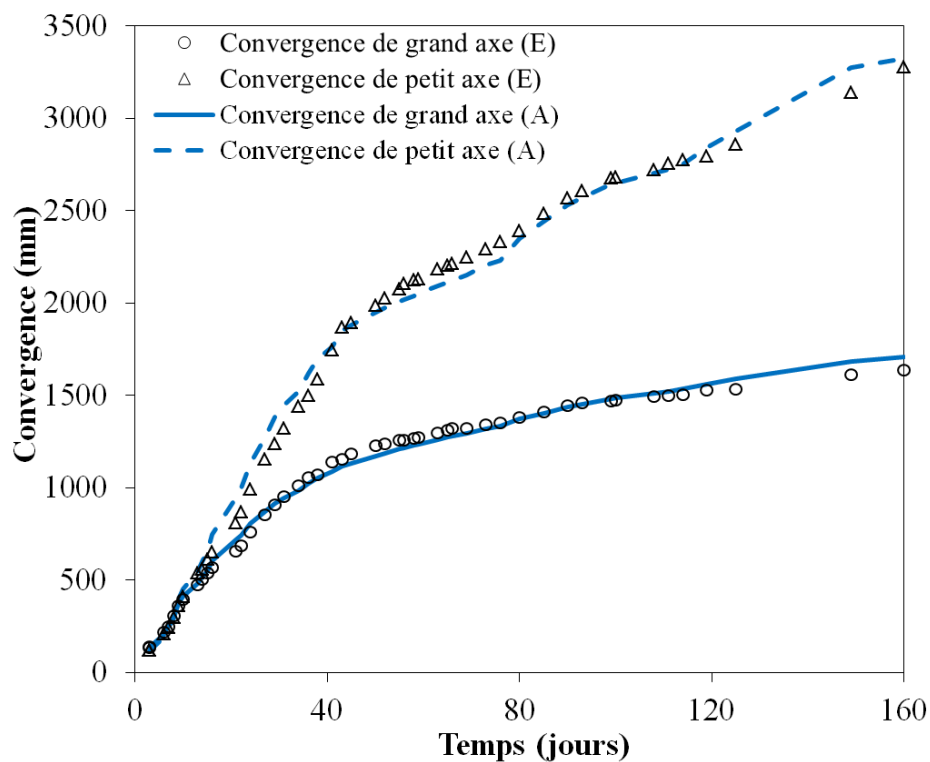


Fig. A.2. Outil de calage de la loi de convergence

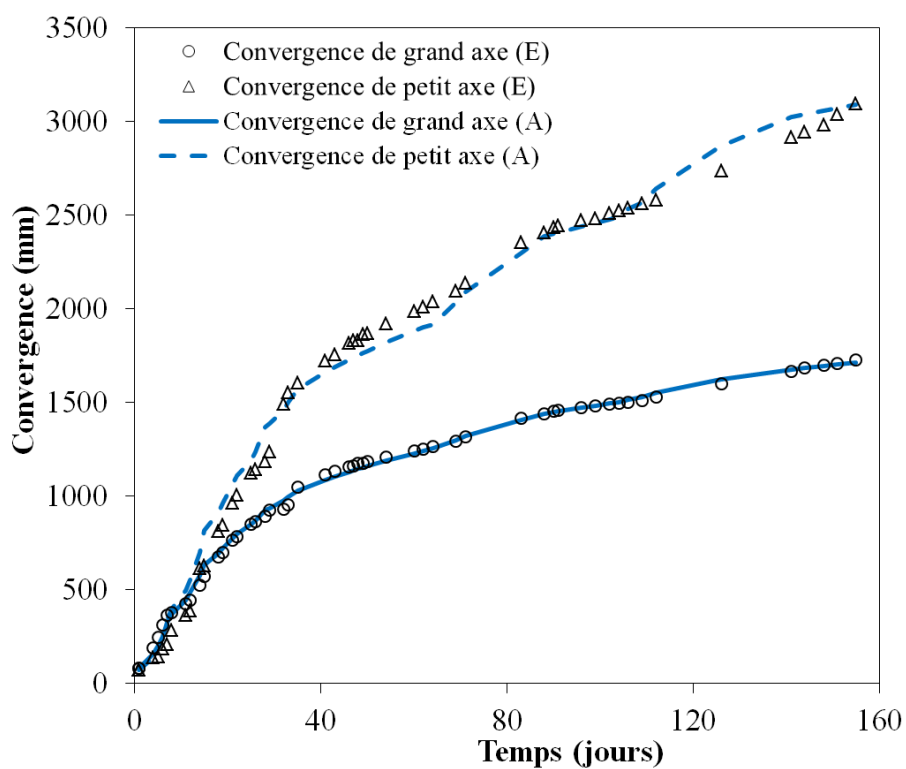
Annexe B – Ajustement des courbes de convergence calage de la loi de convergence

Cette annexe montre la comparaison entre la convergence mesurée (E) et la convergence calculée (A) par le calage de la loi de convergence aux différentes sections.

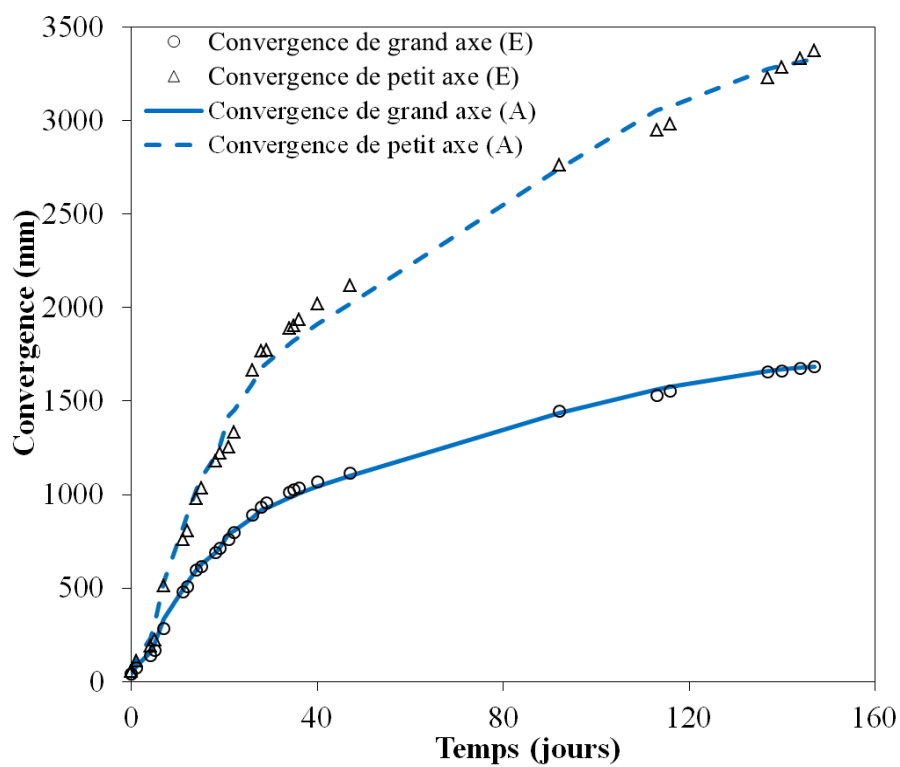




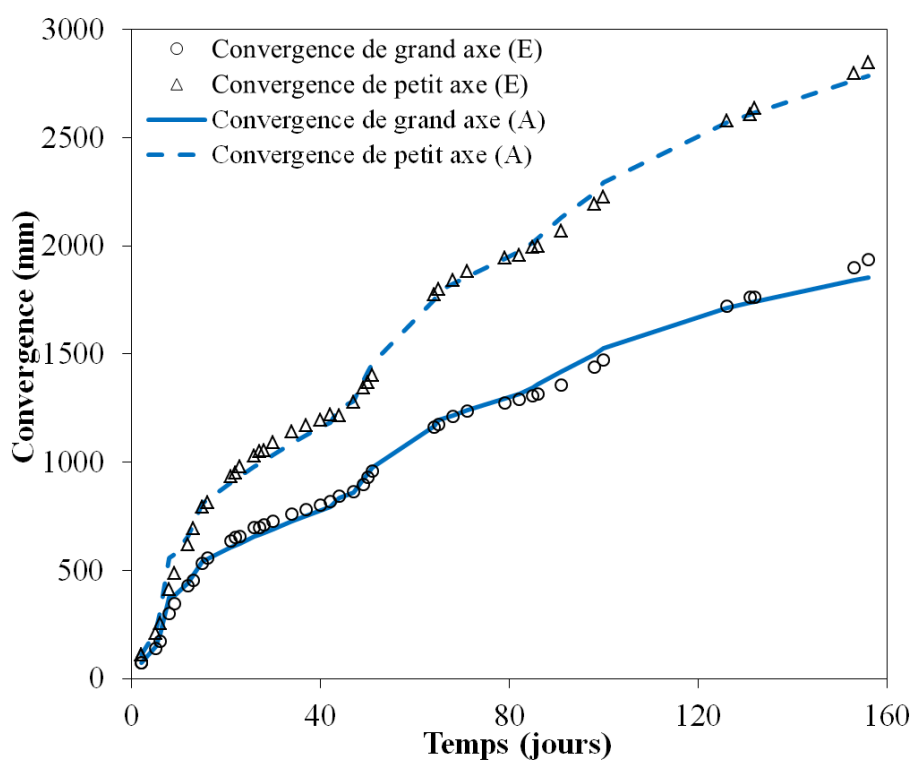
PM1284



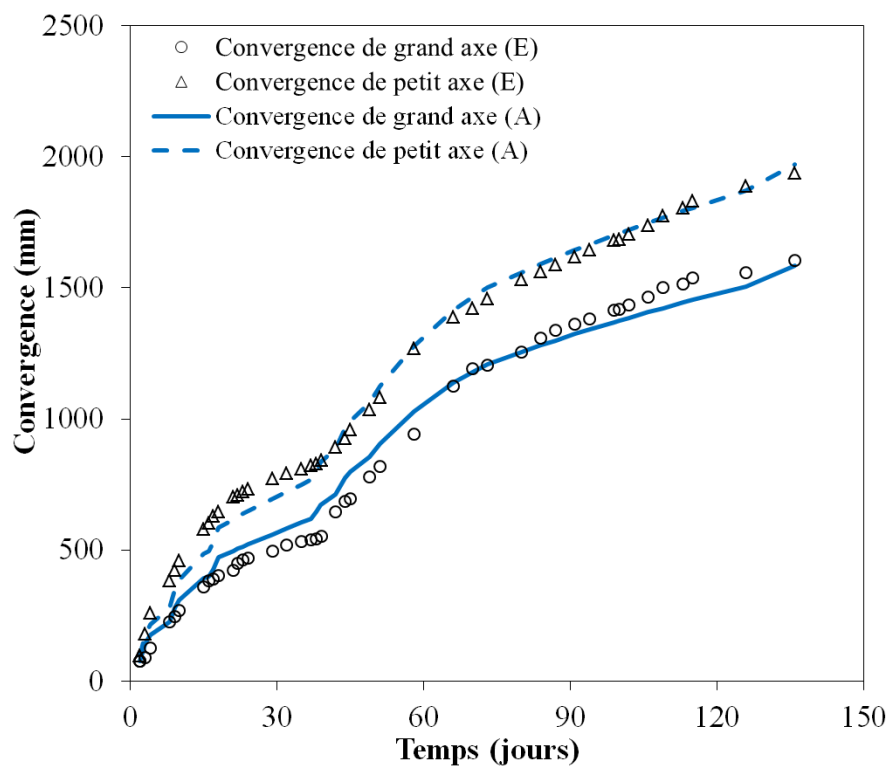
PM1291



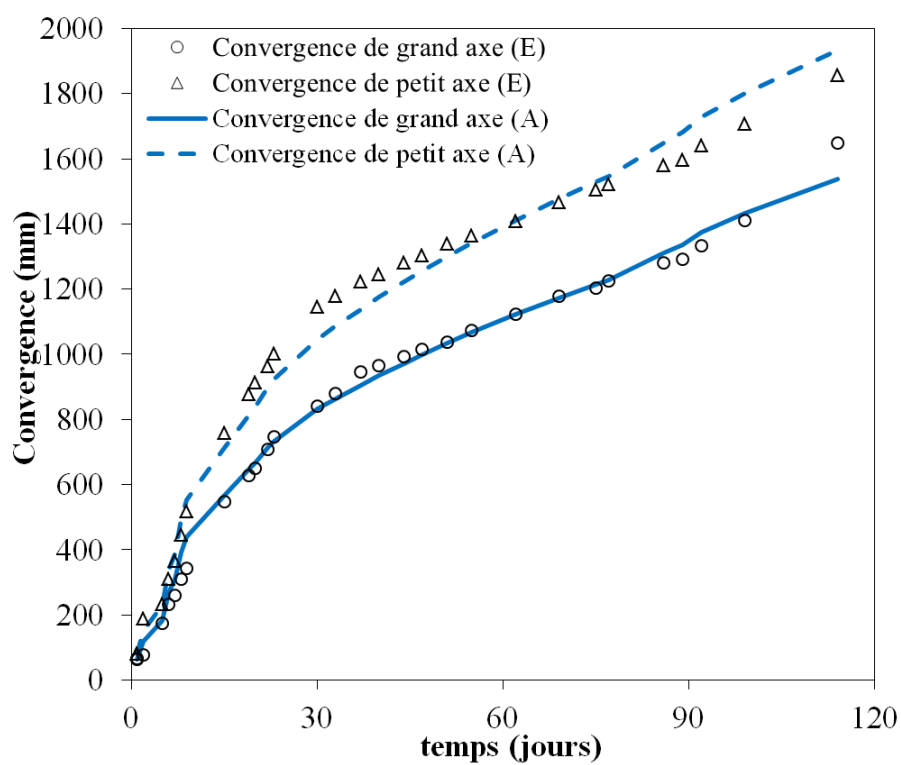
PM1291



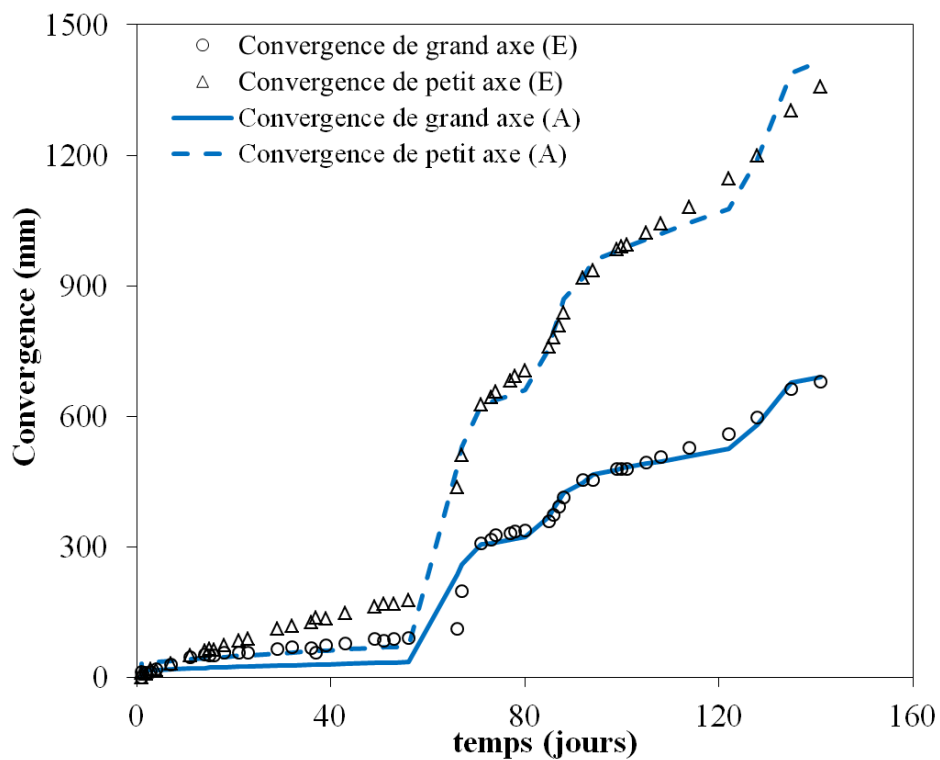
PM1311



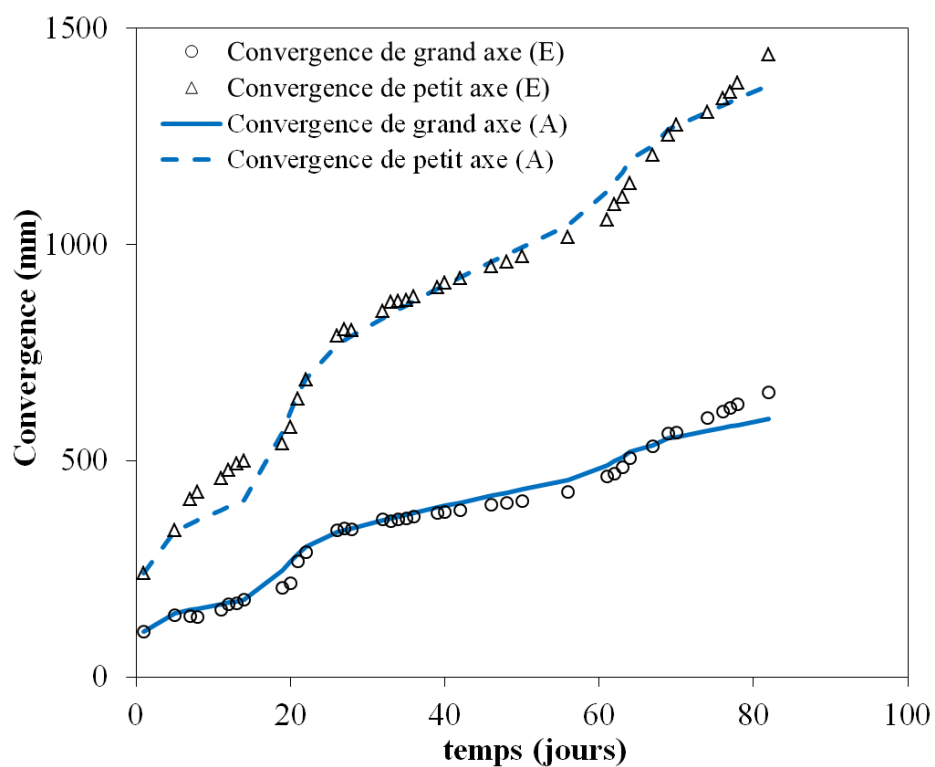
PM1322



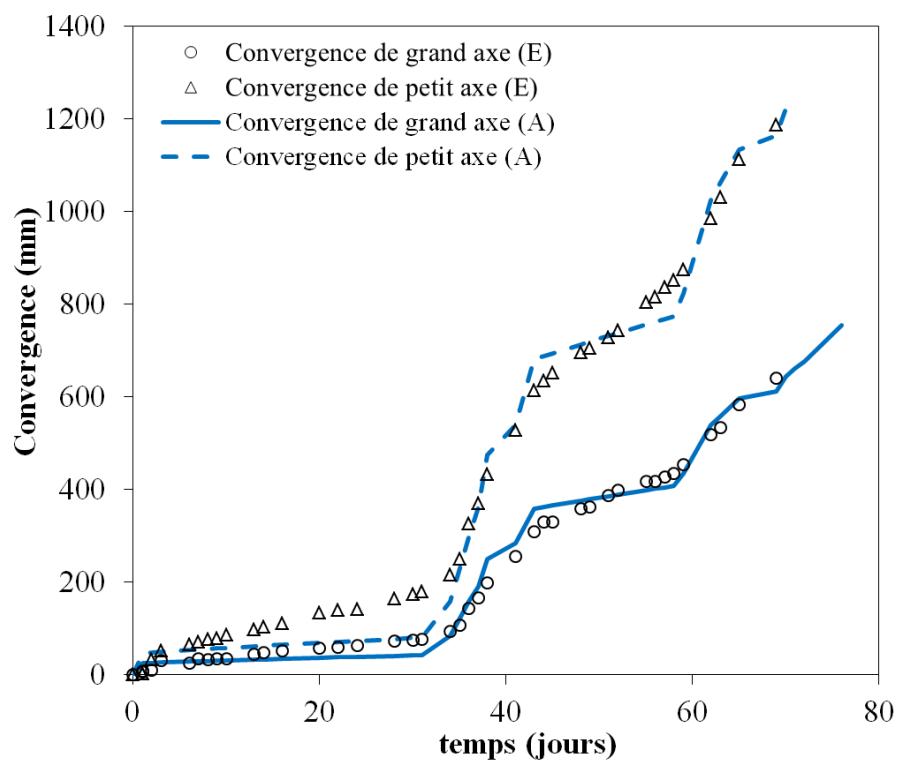
PM1342



PM1367



PM1375



PM1384

Annexe C – Définition des paramètres du modèle dans FLAC3D

La loi de comportement est chargée par la commande suivante

```
config cppudm
MODEL mechanical cubiq
```

Les paramètres de la loi de convergence sont définis par les mots-clés suivants :

Paramètres pour caractériser le comportement du matrix solide

- | | | |
|------|-------------------|---|
| (1) | bulk | module de compression, K |
| (2) | cohesion | cohésion, c |
| (3) | density | mass density, ρ |
| (4) | friction | angle de frottement, φ |
| (5) | dilation | angle de dilatance, ψ |
| (6) | tension | résistance en traction σ^t |
| (7) | kshear | module de cisaillement de l'élément de Kelvin, G^K |
| (8) | mshear | module de cisaillement de l'élément de Maxwell, G^M |
| (9) | kviscosity | viscosité de l'élément de Kevin, η^K |
| (10) | mviscosity | viscosité de l'élément de Maxwell, η^M |

Paramètres pour caractériser le comportement des joints

- | | | |
|------|------------------|---|
| (11) | jcohesion | cohésion des joints, c_j |
| (12) | jfriction | angle de frottement des joints, φ_j |
| (13) | jdilation | angle de dilatance des joints, ψ_j |
| (14) | jdilation | résistance en traction des joints, ψ_j |

Définition de l'orientation des joints

- | | | |
|------|--------------------|---|
| (15) | jdip | dip angle [degrees] of weakness plane |
| (16) | jddirection | dip direction [degrees] of weakness plane |

or

- | | | |
|------|------------|---|
| (17) | jnx | x -component of unit normal to weakness plane |
| (18) | jny | y -component of unit normal to weakness plane |
| (19) | jnz | z -component of unit normal to weakness plane |

Annexe D – Vérification du modèle numérique

Le modèle développé est vérifié par les deux essais suivants :

Essai de fluage

Si l'état de contrainte n'atteint pas le critère de plastique dans la matrice solide et sur les joints, le comportement est viscoélastique isotrope, le modèle est réduit au modèle Burger. La déformation axiale et radiale pour l'essai de fluage s'écrit :

$$\varepsilon_a = \frac{p}{3K} + \frac{q}{3G^M} + \frac{q}{3\eta^M} t + \frac{q}{3G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{G^K}{\eta^K} t\right) \right] \quad (D.1)$$

$$\varepsilon_r = \frac{p}{3K} + \frac{q}{6G^M} - \frac{q}{6\eta^M} t - \frac{q}{3G^K} \left[1 - \exp\left(-\frac{G^K}{\eta^K} t\right) \right] \quad (D.2)$$

avec p et q sont respectivement la contrainte moyenne et déviatorique.

La simulation a été réalisée avec le modèle proposé en utilisant des valeurs très importantes de la cohésion de la matrice solide et des joints de façon à empêcher les déformations plastiques. La Fig. D.1. montre la comparaison des courbes de la déformation axiale.

Essai de compression simple

Pour une roche qui contient un plan de faiblesse, la résistance en compression dépend l'orientation des joints par la relation suivante :

$$\sigma_R = \text{Min} \left\{ \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}, \frac{c_j \cos \varphi_j}{\cos \theta \sin(\theta - \varphi_j)} \right\} \quad (D.3)$$

Le comportement différé n'est pas considéré dans cet essai. Des valeurs très importantes de la viscosité des éléments de Kelvin et Maxwell sont imposées. La variation de la résistance en compression du massif rocheux est illustrée dans la Fig. D.2.

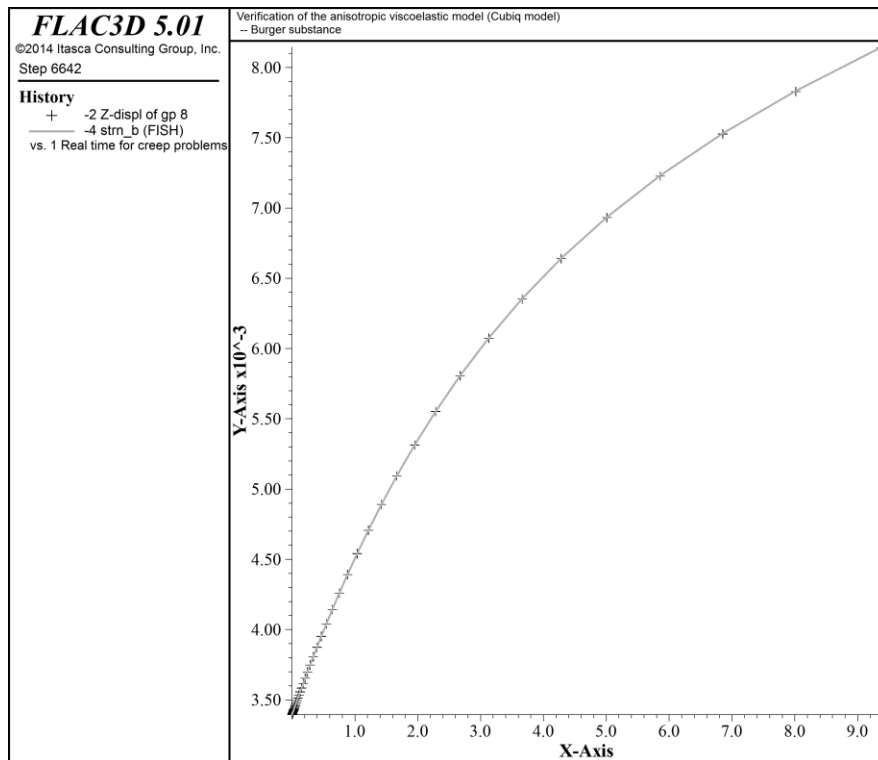


Fig. D.1 Déformation axiale en fonction du temps dans l'essai de fluage ($K = 900$ MPa, $G^K = 500$ MPa, $G^M = 600$ MPa, $\eta^M = 10$ GPa.day, $\eta^K = 1.5$ GPa.day)

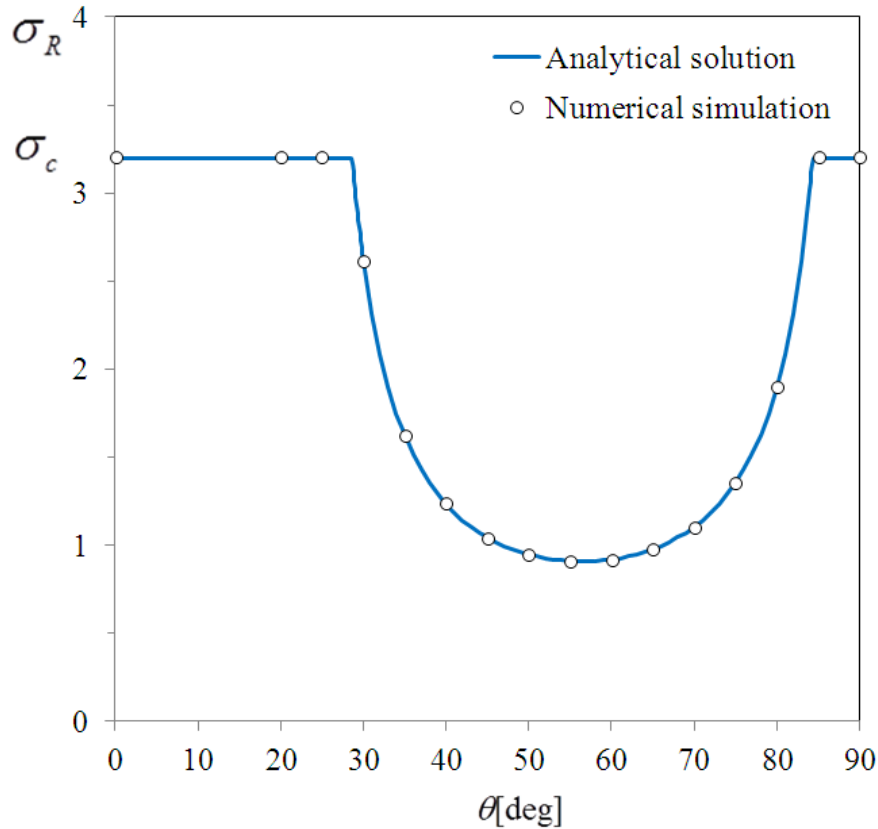


Fig. D.2. Variation de la résistance en compression de massif rocheux ($c = 1$ MPa, $\varphi = 26$, $c_j = 0.3$ MPa, $\varphi_j = 23^\circ$)