



**HAL**  
open science

# Analyse et modélisation multifractales des interactions ondes-turbulence-biologie dans un lac urbain

Yacine Mezemate

► **To cite this version:**

Yacine Mezemate. Analyse et modélisation multifractales des interactions ondes-turbulence-biologie dans un lac urbain. Sciences de la Terre. Université Paris-Est, 2014. Français. NNT : 2014PEST1166 . tel-01164689

**HAL Id: tel-01164689**

**<https://pastel.hal.science/tel-01164689v1>**

Submitted on 17 Jun 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ ———  
— PARIS-EST



Thèse présentée pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université Paris-Est**

Spécialité : Sciences et Techniques de l'Environnement

par

**Yacine Mezemate**

Ecole Doctorale : SCIENCES, INGÉNIERIE ET ENVIRONNEMENT

*Analyse et modélisation multifractale des  
interactions ondes, turbulence et biologie dans  
le lac de Créteil*

Thèse soutenue le 23 décembre 2014 devant le jury composé de :

François Schmitt	<i>Rapporteur</i>
Frans Van De Ven	<i>Rapporteur</i>
Michel Crépon	<i>Examineur</i>
Rob E.Uittenboraagd	<i>Examineur</i>
Ioulia Tchiguirinskaia	<i>Co-encadrant</i>
Céline Bonhomme	<i>Co-encadrant</i>
George Fitton	<i>Co-encadrant</i>
Daniel Schertzer	<i>Directeur de thèse</i>



# *Acknowledgements*

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Daniel Schertzer, pour la confiance qu'il m'a accordé en acceptant d'encadrer ce travail de thèse, pour ses multiples conseils. Je remercie également mes co-encadrants : Ioulia Tchiguirinskaia, Céline Bonhomme et George Fitton qui m'ont apporté des conseils scientifiques et un soutien très précieux dans le cadre de ce travail.

Je voudrais remercier monsieur François Schmitt et monsieur Frans Van De Ven d'avoir accepté de lire cette thèse et d'en être rapporteurs. Je remercie également monsieur Michel Crépon et monsieur Rob E.Uittenboraagd d'avoir accepté d'être membres du jury et d'assister à la présentation de ce travail.

Je remercie tout les membres de l'équipe "*HM&Co*" : Julien, Agathe, Abdellah, Rosa, Auguste pour les bons moments que j'ai passé avec eux durant ces trois années. Je tiens également à remercier Philippe Dubois qui m'a beaucoup aidé dans l'acquisition des données. Je souhaiterais remercier l'équipe "*Lac*" : Frédéric, Brigitte et Bruno d'avoir mis à ma disposition les différentes données utilisées. Je remercie également Catherine Charleux et Annick Piazza pour leur disponibilité et leur gentillesse.

Enfin, je tiens à remercier fortement Dalila ainsi que tout les membres de ma famille pour leur soutien et leur patience.





# Table des matières

Acknowledgements	ii
Abstract	iv
Contents	iv
List of Figures	viii
List of Tables	xvi
Introduction	2
<b>1 Processus physiques en milieux lacustres</b>	<b>10</b>
1.1 Problématiques et challenges des lacs urbains . . . . .	10
1.2 Processus physiques et grandeurs caractéristiques . . . . .	14
1.2.1 Lacs sur terre . . . . .	14
1.2.2 Phénomènes physiques observables . . . . .	15
1.2.2.1 Stratification . . . . .	16
1.2.2.2 Validité de l'hypothèse de <i>Taylor</i> . . . . .	18
1.2.2.3 Ondes internes . . . . .	20
1.2.2.4 Circulation de Langmuir . . . . .	23
1.2.2.5 Processus apparentés aux effets de bords . . . . .	24
1.2.2.6 Effets de l'arrivée d'eau sur la dynamique du lac . . . . .	24
1.3 Processus physiques à petite échelle . . . . .	24
1.3.1 Échelles caractéristiques de la turbulence . . . . .	25
1.3.1.1 Échelles valables en milieu stratifié et non stratifié	25
Échelle de Kolmogorov . . . . .	25
Échelle de Batchelor $l_B$ . . . . .	25
1.3.1.2 Échelles valables en milieu stratifié . . . . .	25
Échelle de Thorpe $L_T$ . . . . .	26
Échelle d'Ozmidov $L_O$ . . . . .	26
1.3.2 Grandeurs caractéristiques et spectres . . . . .	26
1.4 Modélisation déterministe de la turbulence . . . . .	26
1.5 Modélisation statistique de la turbulence . . . . .	28

1.6	Impact de la turbulence sur l'écosystème aquatique . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Description des sites d'étude et de la base de données</b>	<b>31</b>
2.1	Base de données . . . . .	31
2.2	Lac du Bourget . . . . .	31
2.2.1	Appareils de mesure . . . . .	32
2.3	Lac de Créteil . . . . .	35
2.3.1	Station LakeESP . . . . .	37
2.3.2	Chaînes latérales . . . . .	38
2.3.3	Acoustic Doppler Velocimeter (ADV) . . . . .	39
2.3.4	Acoustic Doppler Current Profilers (ADCP) . . . . .	40
2.3.5	Self Contained Autonomous MicroProfiler (SCAMP) . . . . .	41
2.4	Campagnes de mesures . . . . .	41
2.4.1	Installation du matériel . . . . .	42
2.4.2	Maintenance des capteurs . . . . .	44
2.4.3	Tableau récapitulatif des données acquises . . . . .	44
2.5	Première analyse des données . . . . .	44
2.5.1	Données du lac du Bourget . . . . .	45
2.5.1.1	Température . . . . .	45
2.5.1.2	Chlorophylle-a et oxygène dissous . . . . .	47
2.5.1.3	Champ de vitesse . . . . .	48
2.5.2	Variabilité des mesures et observations . . . . .	48
2.5.3	Données du lac de Créteil . . . . .	49
2.5.3.1	Vitesse et direction du vent . . . . .	49
2.5.3.2	Température . . . . .	50
2.5.3.3	Chlorophylle . . . . .	53
2.5.3.4	Vitesse du courant . . . . .	55
2.5.4	Invariance d'échelle des différents champs dans le Créteil . . . . .	56
2.5.4.1	Température . . . . .	56
2.5.4.2	Oxygène dissous . . . . .	56
2.5.4.3	Champ de vitesse . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Théorie Multifractale</b>	<b>60</b>
3.1	Introduction . . . . .	60
3.2	Géométrie fractale . . . . .	60
3.2.1	Objet fractal . . . . .	61
3.2.2	Dimension fractale . . . . .	62
3.2.2.1	Calcul de la dimension fractale $D_F$ . . . . .	63
3.2.3	Co-Dimension fractale . . . . .	64
3.3	Hypothèses d'auto-similarité de Kolmogorov (K41) . . . . .	65
	H1 . . . . .	65
	H2 . . . . .	66
3.3.0.1	Loi des "2/3" de Kolmogorov . . . . .	66
3.3.0.2	Loi des "4/5" de Kolmogorov . . . . .	66

3.4	Intermittence des champs géophysiques . . . . .	68
3.4.1	Limitation des hypothèses de Kolmogorov 1941 (K41) . . . . .	68
3.4.2	Notion de cascade . . . . .	69
3.4.3	Cascade Discrète . . . . .	69
3.4.3.1	Propriété d'invariance d'échelle des cascades multiplicatives . . . . .	70
3.5	Le $\beta$ -modèle . . . . .	72
3.6	Extension aux Multifractals . . . . .	73
3.6.1	$\alpha$ -modèle . . . . .	73
3.6.2	Le modèle multifractal universel . . . . .	75
3.7	Analyse multifractale . . . . .	77
3.7.1	Méthode de distribution de probabilité <i>PDMS</i> . . . . .	77
3.7.2	Méthode des Moments Trace <i>TM</i> . . . . .	78
3.7.3	Méthode des Moments Double Trace <i>DTM</i> . . . . .	79
3.7.4	Estimation robuste des paramètres UM . . . . .	81
3.7.5	Validation des paramètres UM . . . . .	81
3.7.5.1	La divergence des moments . . . . .	82
3.7.5.2	Effet de la taille des échantillons . . . . .	83
3.7.6	Effets saisonniers et invariance d'échelles . . . . .	85
3.7.7	Utilisation de la décomposition empirique modale . . . . .	86
3.7.8	Décomposition Modale Empirique (DME) . . . . .	87
3.7.9	Présentation de la Décomposition Modale Empirique . . . . .	88
3.7.10	Analyse spectrale de <i>Hilbert</i> . . . . .	88
3.7.11	Effet des tendances sur l'invariance d'échelle d'un champ . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Resultats</b> . . . . .	<b>93</b>
4.1	Estimation des paramètres UM . . . . .	94
4.1.1	Estimation des paramètres UM (lac <i>Bourget</i> et lac <i>Créteil</i> ) . . . . .	94
	Lac <i>Bourget</i> . . . . .	94
	Lac <i>Créteil</i> . . . . .	94
4.2	Corrélation multi-échelles ( <i>CM(q)</i> ) . . . . .	98
4.2.1	Analyse de cohérence de deux champs . . . . .	100
4.2.2	Fonction de corrélation multi-échelles . . . . .	101
4.2.2.1	<i>CM(q)</i> : Multifractal Universel (UM) . . . . .	106
4.3	Effet de l'apport d'eau pluviale sur lac de <i>Créteil</i> . . . . .	108
4.3.1	Point central du lac . . . . .	109
4.3.2	Point de rejet d'eau pluviale . . . . .	112
4.4	Analyse statistique des sorties de modèle <i>Delft3D-FLOW</i> . . . . .	115
4.4.1	<i>Delft3D-FLOW</i> . . . . .	116
4.4.2	Méthode numérique . . . . .	116
4.4.3	Description des sorties de modèle (champ de température) . . . . .	117
4.4.3.1	Analyse spectrale des sorties de modèle (champ de température) . . . . .	117

4.4.3.2	Fonctions de structure des sorties de modèle (champ de température) . . . . .	118
4.4.4	Description des sorties de modèle (champ de vitesse) . . . . .	125
4.4.4.1	Analyse spectrale des sorties de modèle (champ de vitesse) . . . . .	126
4.4.4.2	Fonction de structure des sorties de modèle (champ de vitesse) . . . . .	126
4.5	Lois géophysiques et modèles . . . . .	128
4.5.1	Lois d'échelles . . . . .	128
4.5.2	Equifinalité . . . . .	129
4.5.2.1	Fonction de structure du modèle FIF . . . . .	129
4.5.2.2	Limites des paramètres $a$ et $H$ . . . . .	130
4.5.2.3	Fonction de structure des quantités "habillées" . . . . .	131
4.5.3	Test de l'équifinalité sur une série temporelle . . . . .	132
<b>Conclusion</b>		<b>135</b>
<b>A</b>		<b>143</b>
A.1	Spectre de densité d'énergie . . . . .	143
A.2	Fonction de structure . . . . .	144
A.3	Conservation . . . . .	144
A.4	Équations de Navier-Stokes . . . . .	146
A.5	Équation de Navier-Stokes moyennées . . . . .	146
<b>B</b>		<b>148</b>
B.1	Simulation des cascades multifractales . . . . .	148
B.1.1	Construction de cascade . . . . .	148
B.1.1.1	Cascades discrètes . . . . .	149
B.1.2	Cascades continues . . . . .	150
B.2	Sous générateur de Lévy . . . . .	151
B.2.1	Rappel : Théorème centrale limite . . . . .	151
	Loi stable . . . . .	152
B.2.2	Distribution de Lévy . . . . .	152
B.3	Génération d'une variable de Lévy . . . . .	153
<b>C</b>		<b>154</b>
C.1	Configuration 1 . . . . .	154
C.2	Configuration 2 . . . . .	155
<b>Bibliographie</b>		<b>157</b>

# Table des figures

1.1	Probabilité de distribution empirique (en rouge) de l'incrément de température normalisé $\Delta T(\tau)/\sigma$ mesuré dans le lac de Créteil pendant le mois de juillet 2013 à 2.5m de profondeur avec une distribution <i>Gaussienne</i> (en bleu) $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec $\mu$ la moyenne et $\sigma^2$ la variance. . . . .	12
1.2	Schéma des différents forçages météorologiques sur un plan d'eau Lerman and Gat (1995) . . . . .	15
1.3	Série temporelle de température mesurée à différentes profondeurs du lac de Goitsche (Allemagne), la figure montre une stratification sur une période de 8 mois (Boehrer and Schultze (2008)) . . . . .	17
1.4	Schéma illustrant l'hypothèse de <i>Taylor</i> . Une structure tourbillonnaire advectée par le vent . . . . .	18
1.5	Spectre de température mesurée dans le lac Christmas à deux profondeurs différentes (Hondzo and Haider (2004)) . . . . .	19
1.6	Variations saisonnier des spectres d'ondes internes dans le lac Baikal : 1– Modèle de Garrett and Munk (1972), 2–Mars, 3–Juin, 4–Juillet, 5–Septembre, 6–Octobre, 7–Novembre, (Shimaraev et al. (1994)). . . . .	22
1.7	Haut : Spectre de densité d'énergie de la vitesse de l'air ainsi que le courant, bas : spectre de densité d'énergie de température à différentes profondeurs, (Pannard et al. (2011)) . . . . .	22
1.8	Illustration du principe d'oscillation d'un plan d'eau par le forçage du vent <a href="http://www.rhone-mediterranee.eaufrance.fr/milieus-continentaux/lacs/fonctionnement.php">http://www.rhone-mediterranee.eaufrance.fr/milieus-continentaux/lacs/fonctionnement.php</a> . . . . .	23
1.9	(a) : Schéma de la circulation de Langmuir, (b) : "Windrows" produit par une circulation de Langmuir sur un lac Thorpe (2007) . . . . .	23
1.10	Schéma d'un spectre de densité d'énergie du champ de température, ou $f_{L_1}$ , $f_{N^2}$ , $f_{i_k}$ et $f_{i_B}$ correspondent respectivement à l'échelle intégrale, la fréquence de <i>Brunt-Väisälä</i> , l'échelle de <i>Kolmogorov</i> , et l'échelle de <i>Batchelor</i> . . . . .	27
1.11	Échantillon de vitesse (500min) mesuré sur le lac de Créteil, montrant une variabilité sur une grande gamme d'échelles . . . . .	29
2.1	(a) Photographie du lac du Bourget, (b) : Schéma du lac du Bourget et sa position sur la carte de France . . . . .	32
2.2	(a) : Schéma du mouillage de la bouée dans le lac du Bourget, (b) : photographie du mouillage de la bouée dans le lac du Bourget . . . . .	33

2.3	(a) : Série temporelle de température, (b) : Série temporelle de la chlorophylle totale, (c) : Série temporelle de l'oxygène dissous, (c) : Série temporelle du module de vitesse . . . . .	34
2.4	Photos prises sur le lac de Créteil, (a) :Coté nord-est (bâtiments publics et immeubles d'habitations , (b) : Coté ouest, (base de loisirs, école de voile) . . . . .	35
2.5	Carte du lac de Créteil . . . . .	35
2.6	(a) : Positionnement des capteurs dans le lac de Créteil, (b) : Schéma des différents appareils de mesures disponibles (ajouter code couleurs)	37
2.7	(a) : Schéma (d'après PME) de la station LakESP, (b) : Photographie de la station LakESP dans le lac de Créteil . . . . .	37
2.8	(a) : Photographie du transmetteur météorologique Vaisala WXT520, (b) : Tableau des caractéristiques techniques des capteurs de météorologiques. . . . .	38
2.9	Schéma d'une configuration de mesure avec un ADV, (a) : Verticale, (b) : Horizontale . . . . .	39
2.10	(a) : Photographie d'un ADCP avec une configuration tête vers le haut, (b) : caractéristiques technique de l'Aquadopp Profiler (HR)	40
2.11	(a) : Photographie du SCAMP, (b) : Capteurs équipant le SCAMP (mettre les valeurs tableau) . . . . .	41
2.12	Schéma du mât de fixation des courantomètres, d'après Philippe Dubois technicien Instrumentation/métrologie (LEESU) . . . . .	43
2.13	(a) : Flotteur sur le quel la station météo à été fixée, (b) : Poids de 160 kg pour stabiliser la chaîne de capteurs . . . . .	43
2.14	(a) : Mât fixé sur un trépied sur lequel les appareils de mesure de courant sont fixés, (b) : Trépieds sur lequel l'ADCP peut être placé	43
2.15	Spectre d'énergie du champ de température mesurée à 15 m de profondeur pendant le mois de Juillet 2007. On remarque l'apparition de 3 modes d'oscillation et un pic à 24h, (1 unité en fréquence = 0.005 Hz) . . . . .	46
2.16	(a) : Spectre de densité d'énergie du champ de température dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur, (moyenne de 8 sous-échantillons d'un mois de mesure),(1 unité en fréquence = 1 Hz),(b) : Spectre de densité d'énergie d'une mesure de température dans le lac du Bourget pendant un mois novembre,(1 unité en fréquence = 1 Hz) . . . . .	46
2.17	(a) : Spectre de densité d'énergie d'une mesure d'oxygène dissous dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur (moyenne de 14 sous-échantillons d'un mois de mesure),(1 unité en fréquence = 0.005 Hz) ,(b) : Spectre de densité d'énergie du champ de chlorophylle-a dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur, (moyenne de 14 sous-échantillons d'un mois de mesure), (1 unité en fréquence = 1 Hz) . . . . .	47

2.18	Spectre de densité d'énergie des deux composantes de horizontales de vitesse mesurée dans le lac du Bourget à une profondeur de 15m, (a) : Composante longitudinale, (b) : Composante transversale (moyenne de 14 sous-échantillons), (1 unité en fréquence = 0.005 Hz)	48
2.19	Probabilité de distribution d'une série temporelle de vitesse mesurée dans le lac de Créteil avec un pas de temps de 30s (en bleu), et la Pdf de la même série temporelle (en rouge) avec un pas de temps de 15min	49
2.20	(a) : Direction du vent sur le lac de Créteil, (b) : Série temporelle (période du 05/2012 au 05/2013) de la vitesse du vent mesurée par la station LakeESP	50
2.21	(a) : Séries temporelles de température pendant du 01/07/2012 au 31/07/2012 pour 5 différentes profondeurs, (b) : Profil de température moyen sur la période de stratification	50
2.22	Série temporelle des isothermes de température mesurée dans le lac de Créteil sur la période du 17/09/2013 au 15/10/2013	51
2.23	Évolution temporelle du nombre de <i>Richardson</i> (en échelle logarithmique) à une profondeur de 3m sur la période du 17/09/2013 au 15/10/2013. Le calcul du $R_i$ s'effectue en utilisant deux points de mesure distancés d'un mètre	52
2.24	(a) : Spectre de densité d'énergie du champ de température à 0.5m de profondeur (1 unité en fréquence = 0.03 Hz), (b) : Spectre de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse ( $v$ ). On retrouve les deux modes d'oscillation du lac sur le spectre de vitesse atmosphérique, (1 unité en fréquence = 0.03 Hz)	53
2.25	Série temporelle de température mesurée à une profondeur de 1.5m dans le lac de Créteil en trois points différents du lac, pendant le mois de Juin 2013	53
2.26	Série temporelle de chlorophylle mesurée avec la station LakeESP pendant le mois de juin 2012, (a) : à 2.5m de profondeur, (b) : à 3.5m de profondeur	54
2.27	Série temporelle de chlorophylle dans le lac de Créteil à 2.5m de profondeur montrant l'intervention sur la station de mesure	54
2.28	(a) : Série temporelle de la vitesse de courant dans le lac de Créteil à une hauteur de 1.5m, (b) : Profil de vitesse longitudinale(normalisée par la vitesse moyenne) dans la colonne d'eau (profil de couche limite)	55
2.29	Distribution de probabilité de l'incrément (incrément de 30s)t de vitesse transversale, (a) : Point central en noir à 0.5m, en bleu à 1.5m, rouge à 2.5m, (b) : Point de rejet pluvial en noir à 0.5m, en bleu à 1.5m, rouge à 2.5m,	56
2.30	Spectre de densité d'énergie du champ de température mesuré à 5 profondeurs différentes dans le lac de Créteil,(1 unité en fréquence = 1 Hz)	57
2.31	Spectre de densité d'énergie de l'oxygène dissous dans le lac de Créteil, (1 unité en fréquence = 0.03 Hz)	57



2.32	(a) Spectre de densité d'énergie (Sp) de la composante transversale du champ de vitesse mesuré à 3m de profondeur dans le lac de Créteil à une fréquence de $1Hz$ , (1 unité en fréquence = 1 Hz). (b) : représente le Sp de la composante transversale du champ de vitesse mesuré à 3m de profondeur dans le lac de Créteil à une fréquence de $64Hz$ (08/10/2012), (1 unité en fréquence = 64 Hz) . . . . .	58
2.33	Série temporelle de l'incrément de vitesse mesurée à une fréquence de $64Hz$ à 3m de profondeur dans le lac de Créteil . . . . .	59
3.1	Branche de Barnsley, avec une de ses principale feuille . . . . .	61
3.2	Mesure par comptage de boites dans un espace euclidien . . . . .	62
3.3	Pavage de la surface du lac de Créteil avec des carrés de différentes tailles . . . . .	63
3.4	Apparition d'un "bloom algal" dans une rivière en Floride . . . . .	63
3.5	(a) : Coloration de l'image 3.4, (b) : Image 3.4 en noir et blanc, si blanc la valeur du pixel égale à un, sinon égale à zéro . . . . .	64
3.6	Dimension fractale de la distribution d'un "bloom algal" sur une rivière en Floride . . . . .	64
3.7	(a) : Différence de température $ \Delta T(\tau) = T(t + \tau) - T(t) $ mesurée dans le lac de <i>Créteil</i> à 2.5m de profondeur , (b) : Le flux de densité d'énergie $\varepsilon(t) =  \Delta u(t)^3 $ de la composante de vitesse horizontale mesurée dans le lac de <i>Créteil</i> à 2.5m de profondeur . . . . .	68
3.8	Schéma d'une cascade d'énergie dans un écoulement turbulent . . . . .	70
3.9	Illustration d'une cascade discrète, chaque étape est associé à un rapport d'échelle de 2, après $n$ étapes le rapport d'échelle total est de $2^n$ , d'après Schmitt (2003) . . . . .	70
3.10	Flux de densité d'énergie en 2 dimensions en utilisant le $\beta$ -modèle avec un rapport d'échelle $\lambda = 2^8$ et deux valeur différente de la co-dimension fractale, (a) : $C = 0.1$ , (b) : $C = 0.5$ . . . . .	72
3.11	Schéma du $\alpha$ -modèle. A chaque étape de la cascade le champs est divisé en 2 et multiplié soit par $\gamma_+$ ou $\gamma_-$ , d'après Fitton (2013) . . . . .	73
3.12	Cascade en 2 dimension d'un flux d'énergie suivant le $\alpha$ -modèle avec : $C = 0.6$ , $\alpha = 1.6$ . . . . .	74
3.13	Illustration d'un champ multifractal avec deux seuils d'échelles différents ( $\gamma_1, \gamma_2$ ) on obtient pas la même co-dimension, d'après Schertzer and Lovejoy (1989) . . . . .	75
3.14	(a) : Schéma illustrant la fonction $C(\gamma)$ , (b) : La fonction $C(\gamma)$ obtenue à l'aide de la méthode <i>PDMS</i> sur une série temporelle de température mesurée dans le lac de Créteil . . . . .	78
3.15	Schéma illustrant l'obtention de la fonction des moments statistiques $K(q)$ pour différent $q$ . . . . .	78
3.16	(a) : Moments statistiques du flux de chlorophylle mesuré dans le lac de Créteil à 2.5m, (b) : Fonction des moments statistiques obtenues pour différentes valeurs de $q$ . . . . .	79
3.17	Schéma illustrant l'obtention du paramètre UM $\alpha$ à l'aide de la méthode <i>DTM</i> , d'après Hoang (2011) . . . . .	80

3.18 (a) : Moments statistiques du flux de chlorophylle calculée pour différentes valeur de $\eta$ avec une valeur de $q = 1.5$ mesurée dans le lac de Créteil à 2.5m, (b) : Fonction des moments statistiques $K(q, \eta)$ obtenues pour différentes valeurs de $\eta$ . . . . .	80
3.19 Fonction $C(\gamma)$ calculée pour un échantillon de température, mesuré dans le lac de Créteil à 2.5m de profondeur pendant le mois d'Avril 2013 . . . . .	81
3.20 Comparaison de la fonction des moments statistiques du flux de température ( $\Delta T^3$ ) obtenue empiriquement (bleue) et celle obtenue par la fonction semi-analytique 3.32 (courbe verte) . . . . .	82
3.21 Comparaison de la fonction des moments statistiques du champ de température mesurée à 4.5m de profondeur dans le lac de Créteil (courbe verte) obtenue avec l'équation 3.32 avec les paramètres : $\alpha = 2.14, C_1 = 0.055$ , avec $K(q)$ empirique (courbe bleue) . . . . .	83
3.22 Comparaison de la fonction des moments statistiques du champ de température obtenue avec l'équation 3.32 ( $\alpha = 1.9, C_1 = 0.08$ ) (courbe verte) , avec $K(q)$ empirique (courbe bleue), $q_s = 3.6$ . . . . .	85
3.23 (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Bourget pendant 40 jours à 15m de profondeur, (b) : Moments statistiques montrant que la propriété d'invariance d'échelle est brisée. . . . .	85
3.24 (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Créteil pendant le mois de Novembre à 2.5m de profondeur, (b) : Moments statistiques montrant plus d'une lois d'échelle (contrairement au spectre d'énergie) . . . . .	86
3.25 (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac de Créteil pendant le mois de décembre à 4.5m de profondeur, (b) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Bourget à 15m de profondeur. . . . .	87
3.26 Schéma du processus de définition d'une IMF, d'après Huang (2009)	89
3.27 Décomposition modale d'une série temporelle de température, (a) : Les 5 modes les plus rapides, (b) : Les 5 modes les plus lents . . . . .	90
3.28 Résultats de la décomposition modale empirique, à droite : série temporelle original + résidu, à gauche : signal reconstruit à partir de la somme des IMFs sans le résidu . . . . .	91
3.29 (a) : Spectre de densité d'énergie d'un échantillon de température présentant une pente, (b) : Spectre de densité d'énergie pour le même échantillon de température sans tendance . . . . .	91
3.30 (a) : Moments statistiques du flux du champ de température présentant une tendance ( $\alpha = 2.13$ obtenu), (b) : Moments statistiques du flux du champ de température sans tendance (utilisation de l'DEM) ( $\alpha = 1.82$ obtenu) . . . . .	92

4.1	(a) : Estimation du degré de multifractalité pour les deux champs (température et chlorophylle) dans le lac du <i>Bourget</i> , (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour les deux champs (température et chlorophylle) dans le lac du <i>Bourget</i> pour 9 sous-échantillons . . . . .	95
4.2	(a) : Estimation du degré de multifractalité du champ de température à 5 profondeurs différentes, (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour le champ de température pour 15 échantillons . . . . .	95
4.3	(a) : Estimation du degré de multifractalité du champ de température à 5 profondeurs différentes après utilisation de la DME sur certains sous-échantillons, (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour le champ de température à 5 profondeurs différentes après utilisation de la DME sur certains sous-échantillons . . . . .	96
4.4	Coefficient de détermination ( $R^2$ ) calculé sur des (a) : échantillons de température sans DME, (b) : échantillons de température en utilisant la DEM pendant la période hivernale . . . . .	97
4.5	Série temporelle de température mesurée à 0.5m de profondeur pendant le moi de janvier 2013 dans le lac de <i>Créteil</i> . . . . .	97
4.6	Fonction des moments statistiques $K(q)$ du champ de température pendant le mois de mars 2013 dans le lac de <i>Créteil</i> à 2.5m de profondeur . . . . .	98
4.7	(a) : Moments statistiques du produit à la plus haute résolution, (b) : Moments statistiques du produit à chaque résolution . . . . .	99
4.8	(a) : Moments statistiques du champ croisé $(\varepsilon, \phi)$ en fonction du rapport d'échelle $\lambda$ montrant une invariance d'échelle, (b) : Fonction des moments statistiques $K(q)$ montrant une non-linéarité . . . . .	100
4.9	Cohérence entre les champs température-fluorescence (rouge), température-oxygène dissous(bleu) comparer à une auto-corrélation du champ de température (noir) . . . . .	101
4.10	Évolution en temps de la valeur absolue de l'incrément de température (bleu), de la valeur absolue de l'incrément de la chlorophylle-a (rouge) mesurés dans le lac du Bourget pendant le mois de Juillet 2007 à 15m de profondeur, ainsi que l'exposant de la fonction de corrélation multifractal correspondant montrant une certaine dépendance . . . . .	102
4.11	Évolution en temps de la valeur absolue de l'incrément de température (bleu), de la valeur absolue de l'incrément de la chlorophylle-a (rouge) mesurés dans le lac du Bourget pendant le mois de mai 2009 à 15m de profondeur, ainsi que l'exposant de la fonction de corrélation multifractal correspondant montrant une certaine indépendance . . . . .	103
4.12	Comparaison des $R(q)$ obtenus pour différentes combinaison de : en noir (Température, Température), en rouge (Température, Chlorophylle-a) indépendants, en bleu (Température, Chlorophylle-a) dépendants . . . . .	103

4.13	Incrément des champs de température et d'oxygène mesurés dans le lac de Créteil pendant la période du 16/04/2013 au 15/05/2013 à 2.5m de profondeur, (a) : Dépendance entre le champ de température (bleu) et l'oxygène dissous (noir), (b) : Indépendance entre le champ de température (bleu) et l'oxygène dissous (noir) . . . . .	104
4.14	Dépendance pour des petites singularités et indépendance pour les valeurs extrêmes entre le champ de chlorophylle (rouge) et la température (bleu) dans le lac de <i>Créteil</i> . . . . .	105
4.15	Évolution de $R(q)_{max}$ pour une série temporelle de température et d'oxygène dissous . . . . .	105
4.16	Séries temporelles de température mesurées dans le lac de Créteil pendant la période du 16/04/2013 au 15/05/2013 au point central du lac . . . . .	106
4.17	$K_{T,O}(q)$ en fonction de $K_T(q)$ et $K_O(q)$ : (a) Dans le cas d'une dépendance entre les champs, (b) : Dans le cas d'une indépendance des deux champs . . . . .	106
4.18	Série temporelle de la différence de température mesurée dans le lac de Créteil à une profondeur de 2.5m (haut), en bas l'exposant $R(q)$ entre température et oxygène dissous obtenu pour deux périodes différentes . . . . .	107
4.19	Spectre de densité d'énergie sur une moyenne de 30 sous-échantillons à différentes profondeurs du lac pour les composantes horizontales de vitesse, (a) : u, (b) : v . . . . .	109
4.20	Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse u, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles . . . . .	111
4.21	Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse v, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles . . . . .	111
4.22	(a) : Spectre d'énergie la composante v, (b) : Profil de la pente du spectre pour les grandes échelles . . . . .	112
4.23	Série temporelle de débit mesuré au point de rejet d'eau pluviale . . . . .	113
4.24	Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse v au point de rejet d'eau pluviale pour la série 1, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles . . . . .	113
4.25	Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse v au point de rejet d'eau pluviale pour la série 2, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles . . . . .	114
4.26	Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse v au point de rejet d'eau pluviale pour la série 3, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles . . . . .	114
4.27	Séries temporelles de température (simulées et mesurées) pour différentes profondeurs, (a) : champ de température à 0.5m, (b) : champ de température à 1.5m, (c) : champs de température mesurées sur le lac, (d) : champs de température simulées . . . . .	118
4.28	Spectres de densité d'énergie du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m . . . . .	119

4.29	Fonction de structure du champ de température à 0.5m : (a) : Simulé ( <i>Delft3D</i> ), (b) : Mesuré . . . . .	120
4.30	Exposant de la fonction de structure $\zeta(q)$ du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m . . . . .	121
4.31	Différence de température mesurée et simulée sur le lac de <i>Créteil</i> à 2.5m . . . . .	122
4.32	Spectres de densité d'énergie de la différence du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m . . . . .	124
4.33	Composante horizontale de la vitesse à 1.5m de profondeur (mesure et simulation) . . . . .	125
4.34	Spectre de densité d'énergie de la composante horizontale de la vitesse à 1.5m de profondeur (mesure et simulation) . . . . .	126
4.35	Exposant de la fonction de structure $\zeta(q)$ de la composant horizontale de vitesse $v$ (simulée et mesurée) à 1.5m de profondeur (estimation sur la gamme de résolution $\lambda = [2^6 : 2^{12}]$ ), la fonction semi-analytique est calculée avec : $H = 0.14$ , $\alpha = 1.48$ et $C_1 = 0.05$ . . . . .	127
4.36	$f'(q)$ calculé pour une moyenne de 4 sous échantillons de vitesse mesurée dans le lac de <i>Créteil</i> à une profondeur de 1.5m . . . . .	127
4.37	Estimation empirique de la fonction $\zeta_{\delta_T}(q)$ (bleue), la fonction semi-analytique $qH - K_\varepsilon(aq; C_{1,\varepsilon}, \alpha)$ (lignes continues), et $qH$ (pointillés). Les paramètres utilisés pour les courbes semi-analytiques sont : $C_{1,\varepsilon} = 0.2$ , $H = 0.28$ et $a = 0.525$ (rouge), et $C_{1,\varepsilon} = 0.7$ , $H = 0.16$ et $a = 0.19$ (vert). Pour les deux courbes semi-analytiques on a $\alpha = 1.3$ . La différence (légère) entre les deux courbes semi-analytiques provient des erreurs numériques . . . . .	133
4.38	Exposant de la fonction de structure $\zeta(q)$ , (a) : Estimation faite sur plusieurs gammes de résolution, (b) Estimation faite sur une gamme de résolution $\lambda = [2^1, 2^7]$ pour $q = [0 : 15]$ . . . . .	134
4.39	Valeurs du coefficient de détermination $R^2$ obtenues pour différentes gamme de résolution $\lambda$ et pour différents $q$ . . . . .	134
4.40	Estimation empirique de la fonction $C(\gamma)$ pour différentes gammes de résolutions . . . . .	135
A.1	Schéma de la décomposition de <i>Reynolds</i> . . . . .	146
B.1	Quatre sections spatiales d'une cascade discrète 2D suivant un processus de Lévy avec une résolution max $\lambda = 2^{10}$ et avec les paramètres UM suivants : $\alpha = 1.5$ et $C_1 = 0.01$ . . . . .	150
B.2	Simulation en 2 dimension d'un champ conservatif suivant une cascade continue avec les paramètres suivants : $\alpha = 1.5$ , $C_1 = 0.03$ , $\lambda_x = 256$ et $\lambda_y = 256$ . . . . .	151

# Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques morphométriques de quelques plus grands lac au monde (selon leur surface) Lerman and Gat (1995) . . . . .	14
2.1	Caractéristiques morphométriques du lac du Bourget . . . . .	32
2.2	Répartition du courant à différentes intensités, courant fort : $V \geq 8\text{cm/s}$ , courant moyen $4\text{cm/s} \leq V \leq 8\text{cm/s}$ , courant faible $V \leq 4\text{cm/s}$ . . . . .	34
2.3	Caractéristiques morphométriques du lac de Créteil . . . . .	36
2.4	Capteurs de la ligne (T-chain) et leur spécifications techniques. . . . .	38
2.5	Caractéristiques techniques des capteurs des deux chaînes latérales. . . . .	39
2.6	Caractéristiques techniques de l'ADV Vector . . . . .	40
2.7	Résumé des différentes mesures . . . . .	44
4.1	Différents modules de Delft3D . . . . .	116
4.2	Paramètres UM obtenus sur le champ de température mesuré + exposant de Hurst obtenu sur le champ simulé . . . . .	120



# Introduction

La ressource en eau et en nourriture que constituent les plans d'eau a conditionné leur importance pour de nombreuses sociétés de par le monde. De plus, les lacs peuvent atténuer les effets causés par des inondations ou les sécheresses en stockant ou en libérant de l'eau lors de pénuries. Ils influencent aussi de manière positive la qualité de l'eau des cours d'eau en aval en préservant la biodiversité. Enfin, les plans d'eau contribuent à la qualité de vie en offrant la possibilité d'exercer des activités nautiques et en permettant le développement du tourisme. Toutes ces raisons font que ces derniers ont reçu une attention particulière tant du point de vue des autorités locales que des scientifiques.

Aujourd'hui, les plans d'eau doivent faire face à de multiples facteurs déstabilisant leur équilibre écologique. Un des problèmes majeurs auquel les lacs sont exposés est tout d'abord l'eutrophisation. L'enrichissement du plan d'eau par des nutriments peut être suivi d'une prolifération algale. Cette eutrophisation provoque une diminution de la concentration en oxygène du plan d'eau, ce qui a une conséquence directe sur les organismes vivants. De plus, l'activité anthropique peut causer des apports significatifs en micropolluants apportés par les eaux pluviales ou par les points de rejet d'eau dans le milieu naturel. Ces différents facteurs influent notablement sur la qualité des eaux lacustres.

L'importance et la fragilité de ces milieux poussent différentes instances (nationales et communautaires) à développer des systèmes de surveillance pour contrôler le maintien du bon état écologique (par exemple dans le cadre de la Directive Cadre sur l'Eau, 2010). Dans le monde de la recherche, différents projets ont été mis en place pour l'observation, l'expérimentation à long terme des lacs tels que la mise en place des SOERE par le CNRS (Système d'Observation et d'Expérimentation au



long terme pour la Recherche en Environnement). Pour les lacs, le SOERE "lacs alpins" consiste à surveiller le lac d'Annecy, le lac du Bourget et le lac Léman. On peut citer également les projets PROLIPHYC et PLUMMME, projet dans lequel s'inscrit ce travail de thèse.

Plusieurs études ([Thomas and Gibson \(1990\)](#), [Kesaulya et al. \(2008\)](#)) ont mis l'accent sur l'impact des processus physiques dans les lacs sur la dynamique et la croissance algale, la probabilité de rencontre du phytoplancton et du zooplancton ([Seuront et al. \(2006\)](#), [Mahjoub et al. \(2012\)](#)), mais aussi sur le transport des micropolluants dans les plans d'eau. Le phénomène de transport est parmi les processus les plus importants dans le milieu naturel. Les composés chimiques et les organismes vivants sont en mouvement continu. Leur transport peut se produire par mélange convectif, par advection du champ de vitesse. Le champ de vitesse transporte les différents champs (biologiques et chimiques), et diffuse également de la matière à petite échelle. L'impact de l'hydrodynamique sur les écosystèmes aquatiques et la qualité de l'eau est l'objet de nombreuses recherches. Celle-ci est pilotée par les forçages extérieurs.

Ainsi, l'impact du changement climatique sur les lacs est d'une grande importance. Les effets de l'augmentation de la température (réchauffement climatique) ont un effet direct sur la stratification des plans d'eau en réduisant le processus de mélange vertical. De plus, le changement climatique est susceptible de modifier le régime des vents. Des rafales de vent importantes peuvent engendrer l'apparition d'ondes internes et du mélange important en surface.

Une conséquence majeure de la grande variabilité des différents forçages, ayant des intensités très fluctuantes, est la génération d'une variabilité spatio-temporelle des différents champs physiques et biologiques sur une gamme d'échelle assez importante. Cela impose une caractérisation très fine de ces champs afin de mieux comprendre le développement des différents processus (physiques et biologiques).

Parmi les différentes approches pour la compréhension de la dynamique de milieux lacustres, la modélisation numérique s'est peu à peu imposée. Dans les dernières années, le développement de modèles numériques n'a cessé de croître. La modélisation numérique des écoulements en milieux lacustres et des réservoirs est passée par des modèles simples (en 1D) tels que [Hostetler and Small \(1999\)](#)

qui ont évalué la réponse de certains lacs américains à différents scénarios climatiques. La modélisation en 1D a été également développée pour la dynamique des populations dans les lacs par [Kara et al. \(2012\)](#), [Romero et al. \(2004\)](#) et [Martynov et al. \(2010\)](#). Dans ces travaux, les effets de la température sur la croissance des organismes ont été étudiés.

Par la suite, la croissance de la capacité de calcul des ordinateurs augmentant ainsi que le besoin de mieux comprendre les différentes interactions entre les champs physiques et biologiques ont poussé au développement de modèles numériques plus performants. La modélisation en 3 dimensions a été utilisée dans plusieurs études ayant pour objet la prédiction des proliférations algales dans les milieux lacustres. Par exemple, dans [Wu and Xu \(2011\)](#) le modèle EFDC a été utilisé pour simuler le processus d'eutrophisation dans le lac Daoxiang (Chine). L'hydrodynamique des lacs peu profonds a également fait l'objet de quelques rares études ([Jin et al. \(2000\)](#)) ainsi que l'évaluation et la prédiction de leur qualité d'eau ([Missaghi and Hondzo \(2010\)](#)).

L'utilisation de modèles numériques en limnologie nécessite la connaissance des processus physiques opérant dans le milieu. Cette description passe par l'utilisation de données expérimentales. Ainsi, la compréhension des différentes interactions entre les champs à différentes échelles nécessite l'utilisation de capteurs et d'appareils de mesures de grande précision. L'expérimentation des plans d'eau a été mise en oeuvre dans le cadre de différents travaux de recherche dans le but de décrire les différents phénomènes pouvant se produire dans un plan d'eau tels que le mélange turbulent, la stratification et les ondes internes.

Le mélange turbulent est l'un des mécanismes les plus importants pour le transport des espèces chimiques et biologiques. La caractérisation de la diffusivité turbulente le long de la colonne d'eau a fait l'objet de plusieurs études, telles que dans [Ravens et al. \(2000\)](#) où la diffusivité turbulente a été étudiée à l'aide de profils de température dans le lac Baikal pendant une période de stratification, ainsi que dans [MacIntyre et al. \(1999\)](#) dans le lac Mono pendant une période de non stratification. Des profils de vitesse ont également été utilisés dans le but de décrire le mélange vertical [Kipfer et al. \(2000\)](#) et [Lorke and Wüest \(2002\)](#).

Le phénomène de stratification dans les lacs a également fortement intéressé la communauté scientifique, car l'un des effets majeur de la stratification est de freiner le processus naturel de mélange vertical. Dans [Warren \(2014\)](#), l'impact du changement climatique sur les espèces animales dans les lacs nord américains a

été étudié pendant une période de forte stratification. Par ailleurs, les périodes de faible stratification sont également importantes dans les milieux lacustres du fait qu'elles sont présentes une grande partie de l'année comme l'ont montré [Pernica et al. \(2014\)](#) dans le lac Opeongo (Canada).

Enfin, les ondes internes qui se produisent dans les plans d'eau en réponse au forçage du vent sont susceptibles de générer de la turbulence, comme il a été montré dans [Horn et al. \(2001\)](#). Ces ondes peuvent interagir avec les bords d'un plan d'eau provoque une asymétrie des remontées et des plongées d'eau dans le lac Simcoe (Canada) ([Cossu and Wells \(2013\)](#)). L'impact des ondes internes sur la biologie a été également étudié tels que dans [Cuyppers et al. \(2010\)](#) et [Muacho et al. \(2013\)](#).

Cependant, l'utilisation de modèles numériques se heurte au problème de la précision des résultats ainsi qu'au domaine de validité de la simulation. Le recours aux modèles pour représenter les petites échelles ajoute une difficulté supplémentaire, car les différents artifices (troncature d'échelle) qui sont ajoutés ne représentent pas souvent les processus physiques opérants à petite échelle. De plus, la variabilité intermittente résultant des interactions non-linéaires à différentes échelles est observée à petite échelle pour les fluctuations des champs. Elle met en échec l'utilisation des méthodes classiques telles que l'analyse spectrale (moment statistique d'ordre deux) pour la décrire. Pour parvenir à reproduire la complexité observée, il est nécessaire d'avoir recours à des techniques statistiques d'ordre élevé.

Plusieurs recherches ont montré que les fluctuations des champs géophysiques ont un comportement intermittent (voir chapitre 3.4 pour des propositions de définition). Les différentes études sur la caractérisation des champs météorologiques montrent que ces derniers sont intermittents. La variabilité du champ de pluie est un phénomène extrêmement discontinu en temps et en espace [Schertzer and Lovejoy \(1987\)](#), l'impact de cette intermittence à petites échelles sur l'hydrologie urbaine a été étudiée dans [Gires et al. \(2014\)](#). Le caractère intermittent des fluctuations du vent a également été mis en évidence par différents auteurs, tels que [Lovejoy and Schertzer \(1985\)](#), [Lovejoy et al. \(2010\)](#) et plus récemment dans la communauté d'énergie éolienne [Fitton et al. \(2011\)](#) et [Calif and Schmitt \(2014\)](#), mais également dans des études sur les radiations solaires [Calif et al. \(2013b\)](#). De même, certaines études ont montré que les fluctuations des champs physiques

(vitesse, température) et biologiques (chlorophylle-a) dans le milieu marin sont caractérisées par un comportement intermittent. L'impact de l'intermittence des fluctuations du champs de vitesse et de température sur la croissance algale a été étudié dans l'océan [Seuront and Schmitt \(2005a\)](#), [Seuront \(2008\)](#).

Une façon simple d'aborder la variabilité non linéaire des fluctuations observées est de supposer qu'un processus élémentaire permet qu'elle se reproduise à travers les échelles (principe d'une cascade). Il a été montré que les champs géophysiques présentent la propriété d'invariance d'échelle ([Lovejoy and Mandelbrot \(1985\)](#), [Mandelbrot \(1990\)](#)). Cette propriété peut être caractérisée à l'aide des méthodes fractales et multifractales.

La méthode fractale est la méthode la plus simple pour décrire la propriété d'invariance d'échelle d'un champ (un point appartient ou n'appartient pas à un ensemble). Cependant, les champs géophysiques renvoient à une réalité plus complexe, leur intensité peut être plus au moins forte et non pas 0 ou 1. La méthode multifractale donne donc plus d'information sur la variabilité d'un champ (occurrence et intensité). Depuis des décennies la méthode multifractale a été utilisée dans plusieurs domaines, tels que dans l'étude des précipitations ([Tessier et al. \(1993\)](#), [Schmitt et al. \(1998\)](#), [Biaou et al. \(2004\)](#), [Gires \(2012\)](#)), dans le domaine de la turbulence atmosphérique ([Calif and Schmitt \(2012\)](#), [Fitton et al. \(2014\)](#), [Pinel et al. \(2014\)](#)). La méthode multifractale a aussi été largement utilisée pour caractériser les champs marins, tels que dans [Claeredeboudt et al. \(1999\)](#), [Seuront et al. \(2001\)](#) et [Lovejoy et al. \(2001\)](#). La méthode multifractale a largement été employée pour des études environnementales mais pas pour les milieux lacustres.

Ce travail de thèse a pour objectif de caractériser différents champs (physique, biologique) dans un plan d'eau urbain (lac de Créteil, 94). Ces plans d'eau sont devenus aujourd'hui une priorité pour la gestion des villes et du climat urbain. Afin de stopper l'érosion de la biodiversité, les états de l'Union Européenne ont mis en place des stratégies pour minimiser l'impact de l'activité humaine sur l'écosystème. Une de ces stratégies est le développement des trames bleues et vertes en ville. Pour développer ces projets, des projets de recherches européens tels que le projet "Blue Green Dream" ont été financés. La stratégie de création de trames bleues en ville s'est traduite par la création de plans d'eau urbains. Cependant, la création des plans d'eau nécessite un suivi permanent de leur qualité à cause des différentes contraintes auxquelles ils sont exposés (même problématique que pour les grands lacs naturels). Aujourd'hui pourtant, ces plans d'eau ont relativement peu été

étudiés.

Comme il a été mentionné au début de cette introduction, la plupart des études réalisées ont porté sur les grands lacs naturels et les barrages. Mais l'hydrodynamique et les écosystèmes dans les lacs urbains ont été peu étudiés. Les caractéristiques morphométriques de ces lacs posent de nombreux défis scientifiques pour leur compréhension et la modélisation de leur dynamique. En effet, les effets de bords (fond du lac) ajoutent une complexité supplémentaire provoquée par l'apparition de nouveaux processus physiques (re-circulation). Leur faible profondeur favorise également un mélange complet et fréquent de la colonne d'eau. La stratification peut se produire sur l'ensemble de la colonne d'eau, mais elle peut être de faible durée. La dynamique des ondes internes peut également être différente d'un lac naturel (assez profond). On pourrait s'attendre à des ondes internes caractérisées par un seul mode d'oscillation vertical. L'urbanisation ajoute une contrainte de plus à l'étude des plans d'eau urbains : la contamination par des micropolluants ainsi que l'eutrophisation sont plus fréquents. Les lacs urbains sont particulièrement sensibles aux fluctuations des champs atmosphériques (vitesse du vent, température).

L'originalité de ce travail de thèse est aussi liée aux caractéristiques morphométriques du site d'étude. En effet, la faible profondeur du lac de Créteil peut engendrer une cassure des lois d'échelles observées dans l'atmosphère ou dans les océans. L'utilisation d'appareils de mesures à haute résolution permettra également de caractériser finement les différents champs à petite échelle.

L'objectif de ce travail est de caractériser les hétérogénéités spatio-temporelles et le comportement des différents champs mesurés dans le lac de Créteil à l'aide des méthodes multifractales. Le lac de Créteil est un lac peu profond, et donc représentatif des lacs urbains sur ce point. Il sera étudié pendant des périodes de forçages différents (stratification, ondes internes) auquel le plan d'eau est soumis. Ce travail permettra de relier le mélange turbulent le long de la colonne d'eau à la croissance phytoplanctonique ainsi qu'au brassage de la concentration d'oxygène dissous. L'interaction des différents champs (physiques et biologiques) nous a poussé à caractériser la dépendance entre deux champs à différentes échelles

par le développement d'une corrélation multi-échelle. Cette démarche a été motivée par des études précédentes conduites dans des milieux différents du nôtre (expérimentation en laboratoire et dans l'océan) (Meneveau et al. (1990), Seuront and Schmitt (2005a) et Seuront and Schmitt (2005b)). Ces informations à petites échelles sont fondamentales pour valider ou contredire les résultats obtenus par la modélisation dite classique (modèles déterministes).

Ce manuscrit de thèse est structuré de la manière suivante :

- Le premier chapitre est consacré à la description des différents phénomènes physiques observés dans les milieux lacustres. Nous commencerons par mettre en évidence la problématique des lacs urbains puis nous décrirons également de façon générale les différents processus physiques opérants dans les plans d'eau, ainsi que leur caractérisation par l'analyse spectrale.
- Dans le second chapitre, nous donnerons une description précise des sites d'études avec leurs différentes caractéristiques morphométriques. Une partie de ce chapitre est consacré à la description des différents appareils de mesure ainsi qu'aux différents capteurs utilisés. Nous discuterons également la mise en place de la station de mesures ainsi que les différentes campagnes de mesures spécifiques réalisées. Une première analyse des données sera également faite dans ce chapitre dans le but de caractériser les différents processus décrits dans le chapitre 1.
- Le troisième chapitre porte sur la définition de la théorie multifractale, en commençant par une introduction à la théorie fractale et à la notion de géométrie fractale, de dimension fractale, de co-dimension. La deuxième partie de ce chapitre porte sur la méthode multifractale : nous introduirons quelques modèles multifractals tels que le  $\alpha$  modèle, le modèle log-normal. Une description plus complète du modèle multifractal univocal (UM) sera donnée, ainsi que les différentes méthodes d'estimation des paramètres UM (TM, DTM, PDMS).
- Le dernier chapitre de ce manuscrit comporte les différents résultats obtenus pendant cette thèse. La première partie porte sur les estimations des paramètres UM et l'utilisation de la méthode de décomposition modale dans le but de palier les effets des tendances des séries temporelles sur l'estimation des paramètres UM. Des résultats sur la corrélation multi-échelles des champs physiques et biologiques seront présentés. Nous analyserons également comment l'arrivée d'eau

---

plus au point de rejet d'eaux pluviales change la dynamique du lac en ce point. Le dernier résultat porte sur la comparaison multi-échelle des sorties d'un modèle numérique avec des données mesurées dans le lac. Enfin nous nous interrogerons sur l'unicité des paramètres multifractals caractérisants les champs non conservatifs.

# Chapitre 1

## Processus physiques en milieux lacustres

### 1.1 Problématiques et challenges des lacs urbains

Depuis un siècle, la planète a connu une croissance considérable de sa population et de développement. Afin de soutenir cette croissance, un accent particulier a été mis sur la ressource en eau, notamment les lacs. Les lacs sont importants dans le sens où ils fournissent de l'eau potable, donnent la possibilité de pêcher, d'exercer des activités nautiques... etc. En outre, les lacs urbains sont importants pour des raisons environnementales et écologiques. Ils servent à fournir un stockage en eau pour réguler le débit des cours d'eaux ou le ruissellement lors des épisodes pluvieux, à fournir un habitat faunistique et floristique ainsi qu'à réguler les îlots de chaleur. Malheureusement ce type de lac est soumis à plusieurs contraintes, telles que l'urbanisation qui agit sur la qualité de l'eau par l'apport de matières organiques ou de polluants mais aussi par un niveau d'eau variable en réponse aux événements pluvieux dans ces plans d'eau, [Paynter et al. \(2011\)](#). L'urbanisation peut agir aussi sur les lacs en réduisant les effets du vent (brassage par le vent), [Tanentzap et al. \(2008\)](#).

Le ruissellement dans les lacs urbains est un problème majeur. Il modifie la dynamique du lac à proximité du point de rejet des eaux pluviales, mais aussi il contribue au changement de concentration des apports nutritifs, des matières en suspensions et des micro-polluants dans le plan d'eau. L'eutrophisation de l'écosystème



dans le plan d'eau est généralement liée à l'apparition de "blooms" de cyanobactéries toxiques. Des cyanotoxines peuvent s'accumuler dans la chaîne trophique, produisant des symptômes d'intoxication et divers effets chroniques qui sont difficiles à diagnostiquer et prévenir [Oberholster et al. \(2006\)](#).

L'étude des nutriments a reçu plus d'attention que tout autre facteur affectant la biomasse algale. La description de la quantité du phytoplancton en fonction de la concentration des éléments nutritifs dans un lac ont été largement étudiées en limnologie. En effet, le taux de croissance d'une espèce phytoplanctonique peut être relié à la concentration en un élément limitant par une relation de type Michaelis Menten [Copetti et al. \(2006\)](#). La concentration de la chlorophylle-a est, le plus souvent, utilisée dans les études d'efflorescences algales, car sa mesure est relativement facile à réaliser grâce à la fluorescence. Le problème majeur est de mettre en place un système d'alarme qui pourra pendre en compte les différents forçages qui agissent sur le lac (météorologiques, biologiques).

Par ailleurs, plusieurs études portent sur la modélisation de la dynamique des lacs mais aussi sur la biologie, allant des modèles les plus simples en 1D ([Stepanenko et al. \(2010\)](#), [Aparicio Medrano et al. \(2013\)](#)) aux modélisations 3D avec des résolutions de plus en plus fines ([Dabrowski and Berry \(2009\)](#), [Chen and Mynett \(2006\)](#)). En raison de la capacité limitée des ordinateurs, les codes de simulation numériques tronquent la gamme d'échelles simulées. Ceci induit une mauvaise représentation du phénomène à petites échelles par les modèles. Les réponses des milieux lacustres se traduisent notamment dans ce cas par l'apparition de valeurs extrêmes et intermittentes. Ces valeurs extrêmes ne peuvent pas être représentées simplement par des statistiques de type gaussienne. Sur la figure [1.1](#) on trace la probabilité de distribution empirique de l'incrément de température (normalisé par l'écart type  $\sigma$ )  $\Delta T(\tau) = T(t + \tau) - T(t)$  mesurée dans le lac de Créteil pendant le mois de juillet 2013 à 2.5m de profondeur. Cette distribution est comparée avec une distribution gaussienne.

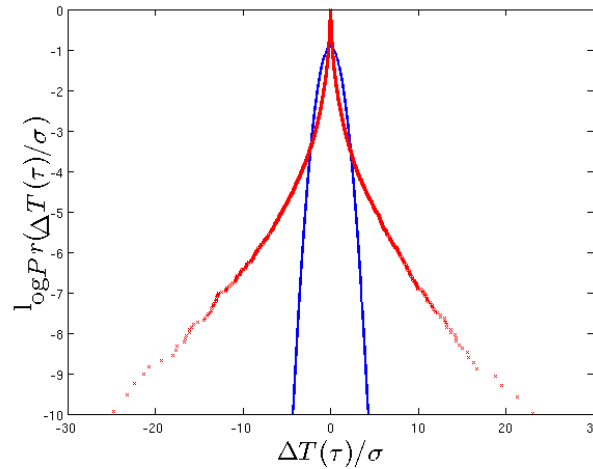


FIGURE 1.1: Probabilité de distribution empirique (en rouge) de l'incrément de température normalisé  $\Delta T(\tau)/\sigma$  mesuré dans le lac de Créteil pendant le mois de juillet 2013 à 2.5m de profondeur avec une distribution *Gaussienne* (en bleu)  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , avec  $\mu$  la moyenne et  $\sigma^2$  la variance.

Les valeurs extrêmes ne sont pas correctement représentées par la gaussienne. Afin de mieux représenter ces valeurs extrêmes, il est nécessaire de faire appel à une méthode capable de les caractériser. Le formalisme *Multifractal*, permet d'analyser et de modéliser les valeurs extrêmes des champs géophysiques et biologiques ainsi que leurs intermittences. L'application de l'analyse *Multifractal* a fait l'objet de plusieurs publications dans différents domaines, tels que dans l'atmosphère [Schertzer and Lovejoy \(2011\)](#), dans le domaine des précipitations [Gires et al. \(2013\)](#), mais aussi dans le domaine de l'océanographie. Les *Multifractal* ont été utilisées pour caractériser l'intermittence des champs physiques (vitesse et température) et aussi des champs biologiques (phytoplancton) [Seuront and Schmitt \(2005a\)](#) et [Seuront and Schmitt \(2005b\)](#).

Le projet **PLUMMME** (pour Petits Lacs Urbains Mesures Modèles Multi-Echelles) dans lequel s'inscrit cette thèse est un projet financé par la région Île-de-France (programme DIM R2DS). Il s'inscrit dans une thématique de recherche générale portant sur l'impact des changements environnementaux sur les plans d'eau urbains (changement climatique, eutrophisation, contamination par des micro-polluants apportés par le bassin versant) et les services écologiques qu'ils fournissent. Ce projet vise à étudier l'hydrodynamique à petite échelle spatio-temporelle d'un petit lac urbain, le lac de Créteil (Val de Marne). La caractérisation des différents champs (physiques et biologiques) se fait à l'aide des différents appareils de mesure dont

nous disposons. La précision et les fréquences de mesures des appareils permettent de mieux comprendre les interactions des différents champs sur une grande gamme d'échelles.

En attendant que notre base de données sur le lac de Créteil se complète, nous avons utilisé quelques séries temporelles des champs physiques et biologiques mesurées dans le lac du Bourget et acquises dans le cadre du projet **PROLIPHYC** (Programme ANR PRECODD). Ce projet avait pour objectif de développer et de valider un système de surveillance du compartiment phytoplanctonique et notamment des cyanobactéries toxiques dans les écosystèmes aquatiques continentaux. Dans le cadre de ce projet, plusieurs travaux ont fait l'objet de publications scientifiques telles que [Le Vu et al. \(2011\)](#) et [Vinçon-Leite et al. \(2007\)](#)). L'étude conjointe des séries temporelles issues de ces deux programmes de recherche permet de comparer des processus physiques opérant dans deux lacs aux caractéristiques morphométriques totalement différentes.

Avant de décrire précisément les données utilisées et les résultats obtenus, nous allons commencer par mettre en relation quelques phénomènes physiques observables dans les milieux lacustres avec leurs échelles caractéristiques.

## 1.2 Processus physiques et grandeurs caractéristiques

Longtemps, La limnologie (étude des lacs) a été le domaine d'étude de la biologie et de la chimie, avec des interactions limitées avec la physique (dynamique), cela s'explique par le fait que historiquement, l'étude des lacs a été principalement motivée par des questions d'intérêt écologique. Néanmoins certains processus physiques ont été constatés et étudiés depuis de nombreuses années : par exemple, les variations saisonnières de la stratification. La nécessité de mieux comprendre le fonctionnement des lacs a conduit à étudier leur dynamique et aussi leur réponse aux différents forçages extérieurs.

### 1.2.1 Lacs sur terre

Un lac, par définition, est une masse d'eau continentale entourée de terre. Au contraire de la définition d'une mer, un lac ne se déverse pas directement dans l'océan. Dans le milieu naturel, les lacs se forment lorsque l'eau ruisselante rencontre un obstacle ou une contre pente. Les eaux occupants alors la dépression forment ainsi des étendues d'eaux parfois immenses. Cependant, les grands lacs sont considérés comme des mers intérieures par exemple la mer Caspienne. Le lac Baikal en Sibérie est le lac le plus profond au monde (voir tableau 1.1), il contient un cinquième d'eau douce des ressources mondiales. Il existe aussi des lacs créés par l'homme à des fins de gestion des eaux ou pour des usages récréatifs. Le tableau 1.1 donne quelques caractéristiques morphométriques de certains grands lacs dans le monde. Nous représentons dans le même tableau quelques caractéristiques des deux lacs étudiés (nous reviendrons dans le chapitre 2 avec plus en détails sur les caractéristiques des deux lacs), dans le but de mettre en évidence leurs tailles. Le

Lac	Continent	Surface $\times 10^3 km^2$	Profondeur max ( $m$ )	Volume $km^3$
Supérieur	Amérique du nord	82.4	406	11600
Victoria	Afrique	68	82	2700
Baikal	Asie	31.5	1636	23000
Ontario	Amérique du nord	18.8	243	1710
Constance	Europe	0.5	252	48
Bourget	Europe	0,042	147	3.9
Créteil	Europe	0,0004	13	0.0015

TABLE 1.1: Caractéristiques morphométriques de quelques plus grands lac au monde (selon leur surface) [Lerman and Gat \(1995\)](#)

tableau 1.1 montre que le lac de Créteil et celui du Bourget sont nettement moins grands que ceux mentionnés dans le tableau, ainsi lors de notre étude nous pouvons nous attendre à des réponses différentes des deux lacs étudiés aux différents types de forçages extérieurs.

## 1.2.2 Phénomènes physiques observables

Les lacs sont exposés à l'atmosphère, ainsi ils sont soumis au vent, au rayonnement solaire, à la température atmosphérique, aux précipitations etc... (voir figure 1.2).

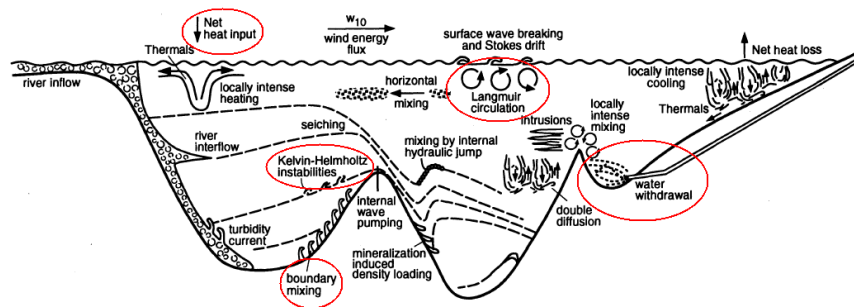


FIGURE 1.2: Schéma des différents forçages météorologiques sur un plan d'eau  
Lerman and Gat (1995)

La réponse des lacs aux différentes excitations extérieures se traduit par l'apparition de phénomènes physiques. Dans les sous-sections suivantes, nous allons détailler la réponse des lacs à quelques uns des différents forçages extérieurs tels que :

- Ondes internes (stratification),
- Effets de bords,
- Rejet d'eaux pluviales,
- Forçages atmosphériques,
- Mélange turbulent.

Afin de caractériser certains phénomènes, les lois d'échelles sont un bon moyen d'avoir des informations sur les processus. L'analyse spectrale dans il sera question au 1.2.2.2 fait partie des méthodes les plus utilisées dans les études d'écoulements géophysiques.

### 1.2.2.1 Stratification

La stratification dans le lacs réfère à l'évolution continue de la densité de l'eau avec la profondeur en réponse à l'évolution de température en surface. Schématiquement on représente souvent la stratification lacustre sous forme de trois couches :

- l'Épilimnion : C'est la couche proche de la surface où les effets du vent sont les plus importants. L'homogénéisation de l'oxygène dissous et autres éléments, plus la disponibilité de lumière entraîne fréquemment une forte activité photosynthétique.
- le Métalimnion ou la Thermocline : C'est la couche intermédiaire, où le gradient de densité est le plus fort. Cette couche est plus froide que l'Épilimnion mais plus chaude que l'Hypolimnion formant ainsi une barrière physique s'opposant au mélange.
- l'Hypolimnion : C'est la couche inférieure du lac, et la plus froide de la colonne d'eau. La luminosité et l'oxygène dissous y sont vraiment faibles, qu'ailleurs. La recharge en oxygène n'atteint que lors du brassage saisonnier. Il est utilisé pour la décomposition de la matière organique.

Le degré de stratification d'un plan d'eau est important pour la régulation verticale du transport des nutriments, du plancton et de l'oxygène. En effet, elle peut engendrer le manque d'oxygène dans l'hypolimnion [Mortimer \(1987\)](#). La stratification joue aussi un rôle important dans le transfert d'énergie cinétique dû au forçage par vent à travers la colonne d'eau [Wuest et al. \(2000\)](#). Elle est très importante dans le transport des sédiments dans la colonne d'eau. Elle génère des mouvements verticaux (ondulations) qui créent une anisotropie. La stratification des grands et moyens lacs peut s'opérer sur une longue période (8 mois) comme le montre les différents profils de température mesurés dans le lac de Goitsche (Europe) (voir figure [1.3](#)).

En effet, pendant le cycle annuel, les lacs sont soumis à des changements de température importants. Pendant l'été la température de la couche supérieure du lac (l'épilimnion) devient plus élevée (moins dense) à cause des radiations solaires, cela provoque une forte stratification [Bade \(2005\)](#).

En hiver, la surface de l'eau peut éventuellement geler, bloquant ainsi le mélange par le vent et causant un refroidissement supplémentaire des couches plus profondes (qui est d'une grande importance pour les espèces qui vivent dans le lac).

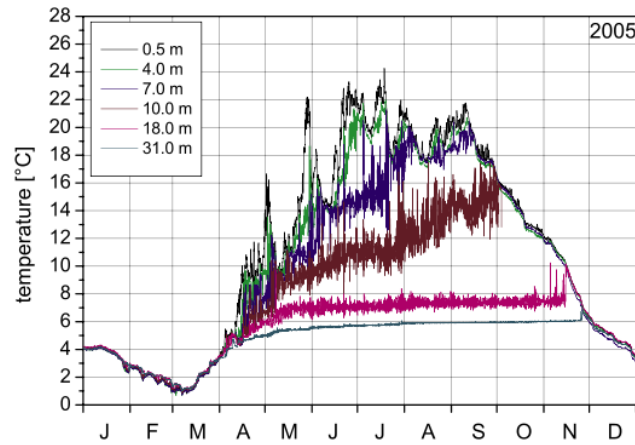


FIGURE 1.3: Série temporelle de température mesurée à différentes profondeurs du lac de Goitsche (Allemagne), la figure montre une stratification sur une période de 8 mois (Boehrer and Schultze (2008))

La température de l'eau la plus dense se situe au fond du lac (4 °C), alors que l'eau qui se trouve près de la surface à une température voisinant les 0 °C. Cette phase est caractérisée par une stratification (stable) inverse qui est appelée "stagnation hivernale", Skowron (2008).

La classification des lacs peut se faire aussi par rapport au type de mélange qui intervient au cours d'une année. Si le mélange se produit une fois par an le lac est dit monomictique. Il existe aussi des lacs où le mélange se produit deux fois par an (lac dimictique), ou bien plusieurs fois dans l'année (lac polymictique), ce qui est le cas du lac de Créteil. Enfin, certains lacs ont un fond qui ne se mélange jamais, ils sont appelés méromictiques (Bonhomme (2008)). Une classification des lacs par rapport à leur mélange est donnée dans Hutchinson and Löffler (1956), dans Lewis and William (1983) une révision de la classification a été faite en prenant en compte les lacs peu profonds.

La stratification est caractérisée par la fréquence de *Brunt-Väisälä*, elle est définie par l'équation 1.1, elle caractérise la fréquence propre d'oscillation d'une particule de fluide de masse volumique  $\rho_0$  autour de son altitude d'équilibre (selon l'axe  $z$ ).

$$N = [-(g/\rho_0)d\rho/dz]^{1/2} \quad (1.1)$$

### 1.2.2.2 Validité de l'hypothèse de *Taylor*

Dans le but d'analyser les différents processus (transfert d'énergie) opérant dans un écoulement, l'analyse spectrale donne des informations sur les processus physiques sans avoir recours à des moyens de calculs ou méthodes complexes. L'analyse spectrale est le moyen le plus simple d'observer la propriété d'invariance d'échelle des champs turbulents. Cette propriété se traduit sur le spectre par une droite, en traçant en échelle log-log le spectre de densité d'énergie en fonction de la fréquence (pour les séries temporelles). Le problème majeur dans l'analyse des champs géophysiques est qu'on dispose de mesures en un point (même dans le cas d'utilisation de profileurs, le nombre de points en espace est limité). De ce fait, il peut paraître impossible de calculer le spectre de densité d'énergie en espace ou des fonctions de structure qui impliquent d'utiliser des mesures réalisées en deux points. Pour contourner cet obstacle on a recourt à l'hypothèse de *Taylor* ("*Frozen turbulence*"). *Taylor* suppose que si le vent (ou un autre champ physique) possède une moyenne temporelle non nulle  $\tilde{u} \neq 0$ , la parcelle de fluide qui passe à l'instant  $t$  devant le capteur sera à l'instant  $t + \tau$  à une distance  $\tilde{u} \cdot \tau$  en aval du capteur (voir figure 1.4). Si le champ de vitesse n'a pas beaucoup évolué entre temps, on peut alors transcrire une série temporelle en série spatiale. L'hypothèse de *Taylor* fait l'objet de plusieurs investigations telles que [Del Alamo and Jiménez \(2009\)](#) et [Moin \(2009\)](#) pour déterminer la vitesse d'advection des différents modes dans un écoulement cisailé. En faisant l'hypothèse de *Taylor* la description spatiale d'un

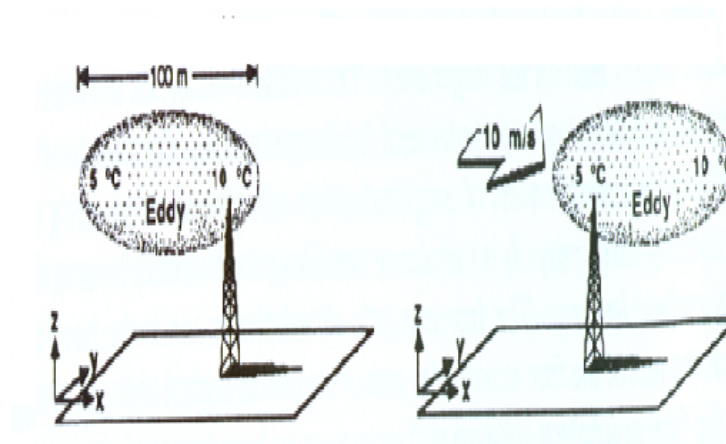


FIGURE 1.4: Schéma illustrant l'hypothèse de *Taylor*. Une structure tourbillonnaire advectée par le vent

champ géophysique peut être réalisée à l'aide de l'analyse spectrale de sa série



temporelle. Cela est possible grâce à la transformée de *Fourier* (FFT) décrite en annexe A.1. La FFT utilise des échantillons de taille  $2^n$ , avec  $n = \log_2(N_s)$  et  $N_s$  est la taille de l'échantillon.

L'analyse spectrale à été utilisée pour décrire le phénomène d'ondes internes en période de stratification [Saggio and Imberger \(1998\)](#). Le spectre de température mesuré dans le lac Biwa (Japon) est caractérisé par une pente à  $\sim -2$ . La stratification des petits lacs a également été observée par exemple dans le lac de Christmas (Amérique du Nord) ([Hondzo and Haider \(2004\)](#)) ayant une profondeur maximale de 26 m. Dans leur étude, le spectre de température pendant la période de stratification présente aussi une pente de  $\sim -2$  (voir figure 1.5). La fréquence de *Brunt-Väisälä* calculée à partir du profil de densité est de  $N = 0.01 Hz$ .

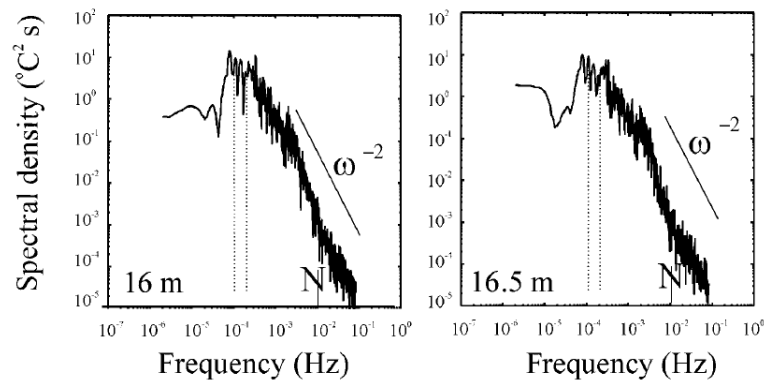


FIGURE 1.5: Spectre de température mesurée dans le lac Christmas à deux profondeurs différentes ([Hondzo and Haider \(2004\)](#))

### 1.2.2.3 Ondes internes

Les ondes internes se produisent dans des écoulements stratifiés par l'action du vent qui conduit à déplacer les parcelles de fluides qui sont déplacées de leur positions d'équilibre. A l'interface entre l'épilimion et l'hypolimion, les déplacements verticaux des particules fluides sont reliés à la distribution verticale de densité. Les ondes internes dans les lacs sont des ondes stationnaires, elles peuvent être décrites par l'équation proposée par Gill (1982), en prenant en compte d'hypothèse de *Boussinesq*. Les équations du mouvement sont :

$$\begin{aligned}
 \partial_t u &= -\partial_x p, \\
 \partial_t v &= -\partial_y p, \\
 0 &= -\partial_y p - g \frac{\rho}{\rho_0}, \\
 \partial_t g \frac{\rho}{\rho_0} &= -N^2 w, \\
 \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w &= 0
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

Afin de garder seulement la composante verticale de vitesse ( $w$ ), on substitue les deux premières équations du système 1.2 dans l'équation de continuité, on obtient ainsi :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) p \tag{1.3}$$

On à également besoin d'une deuxième relation entre la pression  $p$  et la vitesse  $w$ , cela se fait par le biais de la troisième et quatrième équation du système 1.2 :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N^2 w = \rho^{-1} \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} \tag{1.4}$$

On obtient ainsi

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 w + N^2 \nabla_h^2 w = 0 \tag{1.5}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \\
 \nabla_h^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}
 \end{aligned}$$

Où  $w$  est la composante de vitesse verticale,  $N$  est fréquence de *Brunt-Väisälä*. À l'équation 1.5 s'ajoutent les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} w(z = 0) &= w(z = -H) = 0, \\ w(x = 0) &= w(x = L) = 0, \\ w(y = 0) &= w(y = l) = 0, \end{aligned} \tag{1.6}$$

Où  $z = -H$  design la position au fond du lac,  $L$  la longueur du plan d'eau et  $l$  la largeur du plan d'eau

Les ondes internes peuvent générer des cisaillements, des roulements qui se forment au niveau de l'interface et peuvent entraîner des instabilités de type *Kelvin-Helmoltz*. Le comportement des ondes internes peut être non-linéaire. [Granin \(1984\)](#) a été l'un des pionniers à mentionner leur existence.

La dynamique des ondes internes et leur caractérisation ont fait l'objet de plusieurs études dans des lacs avec des caractéristiques morphométriques très différentes. Dans le cas des grands lacs, les premières observations d'ondes internes dans le lac Baikal ont été rapportées par *Shostakovich* et *Rossolimo* dans les années 1930. Des le début des années 1980, la caractérisation des ondes internes à fait l'objet de nombreux travaux.

Dans le cas où les ondes internes sont présentes dans le plan d'eau, le spectre de densité d'énergie du champ de température pendant une période de stratification est caractérisé par une pente à  $-2$ . [Garrett and Munk \(1972\)](#) ont proposé une expression théorique du spectre d'énergie dans le but de décrire les ondes interne faisant apparaître une pente sur la gamme de fréquence allant de la fréquence inertielle à la fréquence de *Brunt-Väisälä*. Les spectres observés à différentes saisons ([Shimaraev et al. \(1994\)](#)) montrent des pentes  $\beta \sim -2$  comme le montre la figure 1.6. Sur des lacs de taille moyennes le même phénomène a été observé ([Lorke et al. \(2006\)](#) pour le lac Constance, [Saggio and Imberger \(1998\)](#) pour le lac Biwa (Asie)). La dynamique des ondes internes dans les petits lacs a également intéressé la communauté scientifique, tel que le lac Babine (Amérique du Nord) dans lequel les ondes internes ont été observées par [Farmer \(1978\)](#). Des récurrences d'ondes internes internes ont été observées et caractérisées dans le lac Bromont (Quebec) pendant la période d'été 2007 ([Pannard et al. \(2011\)](#)), sous l'effet d'une stratification mais aussi d'un forçage de vent. Le spectre d'énergie de température montre l'apparition de différents modes d'oscillation (figure 1.7).

La réponse du lac au forçage de l'air et de la stratification se traduit par l'appa-

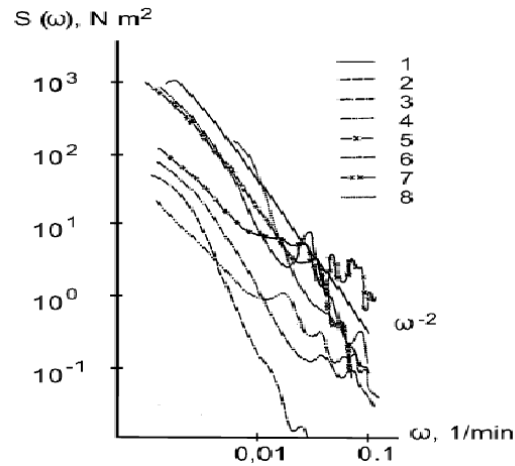


FIGURE 1.6: Variations saisonnier des spectres d'ondes internes dans le lac Baikal : 1– Modèle de [Garrett and Munk \(1972\)](#), 2–Mars, 3–Juin, 4–Juillet, 5–Septembre, 6–Octobre, 7–Novembre, ([Shimaraev et al. \(1994\)](#)).

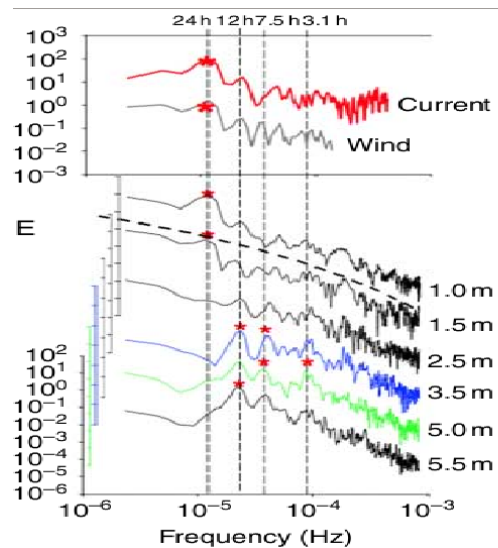


FIGURE 1.7: Haut : Spectre de densité d'énergie de la vitesse de l'air ainsi que le courant, bas : spectre de densité d'énergie de température à différentes profondeurs, ([Pannard et al. \(2011\)](#))

rition de différents modes d'oscillations comme le montre la figure 1.7.

Lorsque le vent fort s'arrête de souffler après avoir élevé le niveau d'eau à l'extrémité du lac (voir figure 1.8), la surface du lac se met à osciller autour d'un point nodal situé au centre du lac, ce mouvement est appelé Seiches. Le onde internes se caractérisent par des modes d'oscillations verticaux ( $V$ ) et horizontaux ( $H$ ), la réponse d'un lac à un forçage peut se faire suivant différents modes d'oscillation  $VnHm$ . Dans le cas des lacs peu profonds, les *seiches* sont caractérisées par un seul mode horizontal [Pannard et al. \(2011\)](#). Suivant les caractéristiques morphométriques du lac, il peut y avoir différents modes d'oscillation. Dans [Miinnich](#)

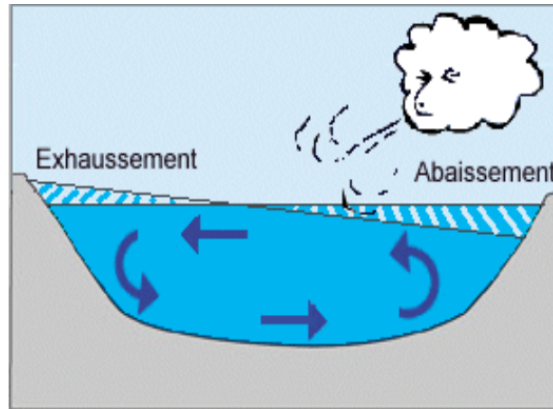


FIGURE 1.8: Illustration du principe d'oscillation d'un plan d'eau par le forçage du vent <http://www.rhone-mediterranee.eaufrance.fr/milieux-continentaux/lacs/fonctionnement.php>

et al. (1992) il a été observé des modes d'oscillations verticaux et horizontaux  $V2H1 \sim 24h$  et  $V1H1 \sim 7.5h$ , dans le lac d'Alpnachersee. Autres modes d'oscillation ont été calculés dans un petit lac (lac Bromont) tels que  $V1H1 \sim 4.1h$ ,  $V2H1 \sim 7.4h$  et  $V3H1 \sim 10.7h$ , (Pannard et al. (2011)).

#### 1.2.2.4 Circulation de Langmuir

En 1938 *Langmuir* a été le premier à observer et à étudier le phénomène de tourbillons contra-rotatifs organisés sur la surface du lac George dans l'état de New-York, *Thorpe* (2005). Leur présence se manifestent par la présence de rides à la surface de l'eau liées la convergence des cellules contra-rotatives (figure 1.9). Ce type de circulation a fait l'objet de plusieurs études numériques *Thorpe* (2004), ou expérimentales *Filatov et al.* (1981).

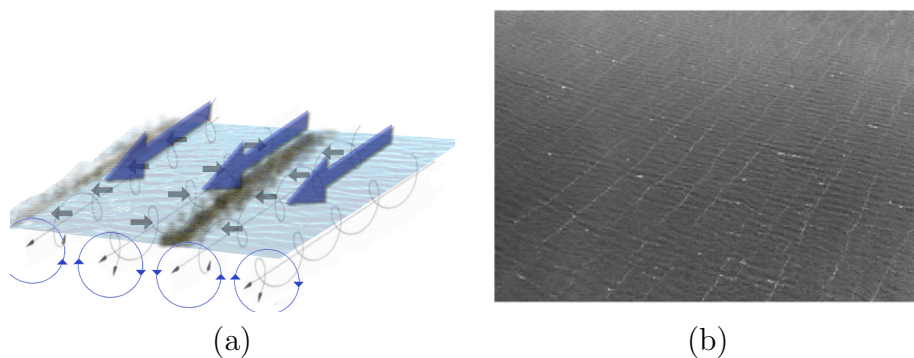


FIGURE 1.9: (a) : Schéma de la circulation de Langmuir, (b) : "Windrows" produit par une circulation de Langmuir sur un lac *Thorpe* (2007)

### 1.2.2.5 Processus apparentés aux effets de bords

Contrairement au cas des océans, les effets de bords (conditions aux limites) sont très importants dans les lacs, surtout les lacs peu profonds e.g les lacs urbains. De plus les conditions aux limites ont tendance à générer de la turbulence, à réfléchir les ondes internes, à détruire la stratification [Lorrai et al. \(2011\)](#); [Becherer and Umlauf \(2011\)](#). Les lacs peu profonds se comportent comme des couches limites turbulentes (CLT). Ces dernières ont une dynamique très particulière avec des lois d'échelles différentes de celles d'un écoulement libre. Ces lois d'échelles ont été étudiées dans le cas des écoulements atmosphériques ([Fitton \(2013\)](#)), mais par encore dans le cas des lacs peu profonds. Nous verrons dans le cas de notre étude sur le lac de Créteil, que les effets de bords changent la dynamique des processus physiques le long de la colonne d'eau.

### 1.2.2.6 Effets de l'arrivée d'eau sur la dynamique du lac

L'arrivée d'eau dans les lacs affecte considérablement leur dynamique, soit par mélange ou bien par effet de flottabilité, ces derniers peuvent être causés par la différence de température du plan d'eau et de l'eau rejetée, ou bien par la différence de salinité, mais aussi par les matières en suspension ([Martin and McCutcheon \(1998\)](#)). Il est important de mieux comprendre et de prévoir la dynamique des lacs aux point de rejets d'eaux pluviales afin de mieux caractériser le transport des micro-polluants et donc leur variabilité spatiale. L'action des rejets d'eaux sur les plans d'eaux a fait l'objet de quelques études numériques tel que [Morelissen et al. \(2011\)](#).

## 1.3 Processus physiques à petite échelle

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, la turbulence joue un rôle majeur dans la dynamique des lacs, et sur la biologie. À petites échelles, le mélange dans les lacs se fait principalement par la turbulence.

### 1.3.1 Échelles caractéristiques de la turbulence

#### 1.3.1.1 Échelles valables en milieu stratifié et non stratifié

##### Échelle de Kolmogorov

L'échelle de *Kolmogorov* (ou la micro échelle)  $l_k$  détermine la taille des échelles les plus petites dans un écoulement, elle décrit les structures tourbillonnaires qui dissipent l'énergie cinétique turbulente (voir figure 1.10). Elle est donnée par la relation suivante :

$$l_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4} \quad (1.7)$$

Où  $\varepsilon$  est le taux de dissipation de l'énergie et  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide (pour l'eau  $\nu = 1.007 \times 10^6$ ) (Tennekes and Lumley (1972)).

##### Échelle de Batchelor $l_B$

Comme pour l'échelle de *Kolmogorov*, dans le cas d'un scalaire passif, on définit l'échelle de *Batchelor*  $l_B$  (voir figure 1.10), qui caractérise les plus petites échelle d'un mélange turbulent. Dans la gamme d'échelle  $l_B < l < l_k$ , le champ de vitesse est affecté par les effets visqueux. Les scalaire passif sont agités par les effets de cisaillement). Elle est définie en fonction de l'échelle de *Kolmogorov* pour un nombre *Prandtl*  $\gg 1$  :

$$l_B = \left(\frac{\kappa_T}{\nu}\right)^{1/2} l_k = \left(\frac{1}{Pr}\right)^{1/2} l_k \quad (1.8)$$

Où  $\kappa_T$  est la diffusivité de la chaleur dans l'eau ( $1,4 \cdot 10^{-7} m^2 \cdot s^{-1}$ ).

Dans le cas de l'eau d'un lac le nombre de *Prandtl* est de l'ordre de 10, ceci implique l'apparition d'un régime visco-convectif qui est défini par une loi d'échelle (spectre d'énergie) :  $E_T(f) \sim f^{-1}$  Batchelor (1959).

#### 1.3.1.2 Échelles valables en milieu stratifié

Dans le cas d'un écoulement stratifié, quelques échelles caractéristiques délimitent la gamme d'échelle sur laquelle les effets de flottabilités opèrent.

L'échelle de *d'Ozmidov* est proportionnelle à celle de *Thorpe Dillon* (1982). Ces dernières sont fonction de la fréquence de *Brunt-Väisälä*.

### Échelle de Thorpe $L_T$

L'échelle caractéristique de *Thorpe* est estimée à partir d'un profil vertical de densité mesurée. La méthode consiste à réorganiser ce profil de densité, qui peut contenir des inversions afin de retrouver un profil monotone qui n'en contient. Donc si un écoulement contient  $n$  épaisseurs de densité  $\rho_n$ , chacune d'elle est observée à une profondeur  $z_n$ , si ne parcelle de fluide de profondeur  $z_n$  doit se positionner à  $z_m$  pour générer un profil stable, le déplacement de *Thorpe* est  $d'_n = z_m - z_n$ . L'échelle de Thorpe est alors  $L_T = \langle d'^2 \rangle^{1/2}$  [Thorpe \(1977\)](#). Elle peut être utilisée pour calculer la dissipation de l'énergie dans la colonne d'eau à travers l'échelle d'*Ozmidov* [Bonhomme \(2008\)](#).

### Échelle d'Ozmidov $L_O$

L'échelle caractéristique d'*Ozmidov*  $L_O = (\epsilon N^{-3})^{1/2}$ , est l'échelle pour laquelle les effets de flottabilité sont ressentis par les structures turbulentes. Elle représente l'échelle verticale pour laquelle les forces de flottabilité et d'inertie sont égales [Dillon \(1982\)](#).

## 1.3.2 Grandeurs caractéristiques et spectres

Les différentes échelles caractéristiques définies précédemment peuvent être représentées sur un spectre d'énergie temporel (fréquence) en utilisant l'hypothèse de *Taylor* introduite en [1.2.2.2](#).

L'échelle intégrale (ou la macro échelle)  $L_1$  représentée sur la figure [1.10](#) détermine l'échelle pour laquelle les quantités turbulentes restent auto-corrélées. Elle définit les tourbillons les plus énergétiques qui correspondent au maximum du spectre de turbulence  $E(f)$  Elle est calculée par l'intégrale du coefficient d'auto-corrélation. Elle dépend de la taille du domaine physique.

## 1.4 Modélisation déterministe de la turbulence

Le problème majeur dans les écoulements turbulents est qu'il existe une très grande gamme d'échelles. Aujourd'hui il n'existe pas de solution analytique des équations



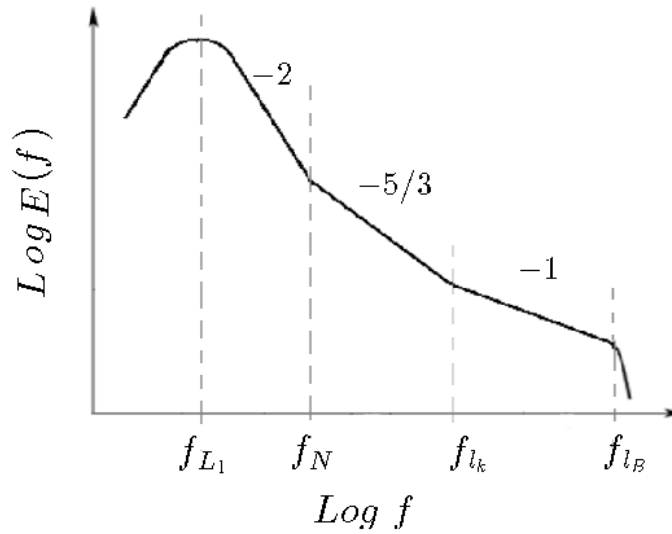


FIGURE 1.10: Schéma d'un spectre de densité d'énergie du champ de température, ou  $f_{L_1}$ ,  $f_N$ ,  $f_{l_k}$  et  $f_{l_B}$  correspondent respectivement à l'échelle intégrale, la fréquence de *Brunt-Väisälä*, l'échelle de *Kolmogorov*, et l'échelle de *Batchelor*

de *Navier-Stokes*, il est donc uniquement possible de les résoudre numériquement. Afin de caractériser la turbulence finement, il faut que toutes les échelles soient représentées, de la plus petite échelle qui est l'échelle de dissipation (de l'ordre du millimètre), à la plus grande échelle qui correspond à une échelle caractéristique du lac  $L$  (i.e longueur). Le rapport d'échelle est proportionnel au nombre de *Reynolds* comme suit [Jiang and Lai \(2009\)](#) :

$$\frac{L}{l_k} \sim Re^{\frac{3}{4}} \quad (1.9)$$

L'équation 1.9 implique qu'une simulation numérique direct (DNS) d'une turbulence 3D nécessite un nombre de points de :

$$N^3 \geq Re^{\frac{9}{4}} \quad (1.10)$$

Ainsi avec des simulations de type DNS toutes les échelles sont représentées, mais le coût de la simulation (en terme de temps de calcul et matériel (*clusters*)) est très élevé. Une autre alternative est la modélisation des petites échelles, mais pour chaque hypothèse on introduit une inconnue supplémentaire. Il s'agit donc de fermer le problème en introduisant des modèles pour un paramètre supplémentaire. On distingue généralement trois grandes classes de modèles :

1. Modèle du premier ordre, basé sur l'hypothèse de *Boussinesq*, qui consiste

à modéliser le tenseur de *Reynolds* (voir annexe A.19) à l'aide d'une viscosité turbulente. On peut décomposer cette modélisation selon le nombre d'équations utilisées :

- Modèle à 0 équation ou modèle algébrique (longueur de mélange), [Smith and Cebeci \(1967\)](#),
  - Modèle à 1 équation, ( $k$ , énergie cinétique turbulente), [Spalart and Allmaras \(1992\)](#),
  - Modèle à 2 équations, ( $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega$ ,  $k - l, \dots$ ), [Wilcox et al. \(1998\)](#),
2. Modèle du second ordre, le tenseur de *Reynolds* est calculé directement, la modélisation porte sur les moments d'ordre supérieur. Ce type de modélisation donne plus d'informations sur l'écoulement mais il est plus coûteux que la modélisation du premier ordre [Launder et al. \(1975\)](#).
  3. Simulation aux grandes échelles (*LES*), Elle permet de calculer les grandes échelles et de modéliser les petites en utilisant des modèles de sous maille, tels que : le modèle de *Smagorinsky*, le modèle de *Dynamique* de *Germano*, ... etc [Sagaut \(2002\)](#).

La modélisation de la turbulence dans les lacs a fait l'objet de plusieurs études utilisant des modèles du premier ordre tels que [Joehnk et al. \(2008\)](#), [Goudsmit et al. \(2002\)](#). Mais aussi des études utilisant des modèles du second ordre [Sander \(1998\)](#).

Le choix du modèle sera subordonné au type d'informations que l'on souhaite obtenir de la simulation. Les informations produites par la modélisation seront conditionnés par les informations apportées. Afin de mieux représenter la turbulence, une approche statistique peut être plus appropriée en raison de son comportement chaotique .

## 1.5 Modélisation statistique de la turbulence

Lorsqu'on regarde un signal turbulent (voir figure 1.11), on observe que le signal est très désorganisé et présente une variabilité sur une grande gamme d'échelles.

La caractérisation de ce type de signal nécessite une approche statistique. L'approche statistique de la turbulence permet d'identifier les propriétés ayant un certain degré d'universalité et qui sont nécessaires à l'élaboration de toute théorie

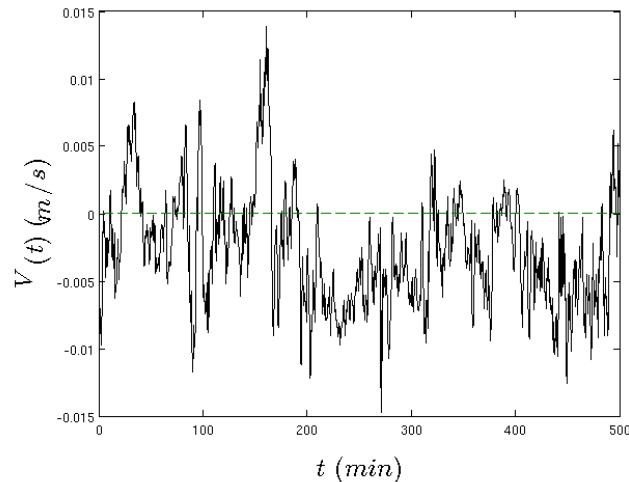


FIGURE 1.11: Échantillon de vitesse (500min) mesuré sur le lac de Créteil, montrant une variabilité sur une grande gamme d'échelles

physique. Les premières études statistiques de la turbulence ont été développées par *Taylor (1920)*, *Richardson (1926)* et *Kolmogorov (1930)*. Le but de leurs études était de mettre au point des lois de probabilités pour mieux décrire les écoulements turbulents. Mais ce n'est qu'en 1926 que *Lewis Fry Richardson* a mis en place la première loi, qui stipulait que la diffusion entre deux particules dans un écoulement turbulent est proportionnelle à leur distance à une puissance  $4/3$  :

$$D_L \propto L^{4/3} \quad (1.11)$$

Avec  $D_L$  la diffusivité turbulente à l'échelle spatiale  $L$  .

C'est aussi à *Richardson* que l'on doit la notion de cascade avec la définition qu'il a donné dans son livre "*Weather Prediction by Numerical Process*" [Richardson \(2007\)](#) (version réimprimée) :

*"Big whorls have little whorls that feed on their velocity, and little whorls have smaller whorls and so on to viscosity - in the molecular sense."*

## 1.6 Impact de la turbulence sur l'écosystème aquatique

Comme il a été mentionné ci-dessus, la turbulence génère le mélange dans un plan d'eau, donc elle joue un rôle très important dans les processus écologiques des

systèmes aquatiques.

Tout d'abord le mélange turbulent permet d'homogénéiser la concentration en nutriments dans la colonne d'eau (ces concentrations ayant tendance à être plus élevées au fond). De plus, le mélange turbulent permet la recharge en oxygène des couches éloignées de la surface. L'oxygène est bien entendu indispensable à la respiration des organismes supérieures, mais est aussi un élément déterminant de l'activité bactérienne. Concernant le phytoplancton, sa dynamique est considérée dans certains cas comme un scalaire passif advecté par l'écoulement turbulent [Seuront et al. \(1996\)](#). Sa diffusion augmente dans le milieu sous l'effet de la turbulence [Kesaulya et al. \(2008\)](#).

Les structures turbulentes permettent au phytoplancton de mieux s'exposer à la lumière en mélangeant irrégulièrement la colonne d'eau. La turbulence cause aussi des dommages sur les *flagellés*. Par exemple il a été montré que la croissance de ces derniers était conditionnée par le taux de cisaillement turbulent sur la colonne d'eau [Thomas and Gibson \(1990\)](#).

Enfin, l'impact de la turbulence sur l'écosystème a fait l'objet de plusieurs travaux ces dernières années, en particulier les impacts sur la rencontre des prédateurs avec leurs proies, [Seuront et al. \(2006\)](#) ; [Mahjoub et al. \(2012\)](#).

Dans le chapitre suivant, nous allons décrire les différents jeux de données utilisés pendant cette thèse, on montrera également la propriété d'invariance d'échelles des différents champs (physique et biologique)

# Chapitre 2

## Description des sites d'étude et de la base de données

### 2.1 Base de données

Pour notre analyse nous avons utilisé deux jeux de données de deux sites totalement différents.

Le premier jeu de données vient du projet **PROLIPHYC** (2007-2009) dans lequel le *LEESU* était partenaire. Nous avons analysé des données de température, de chlorophylle et d'oxygène dissous du lac du Bourget.

Le deuxième jeu de données provient du projet R2DS **PLUMMME** (2011-2014) financé par la Région Ile de France dans lequel s'inscrit cette thèse. Les séries temporelles analysées du lac de Créteil sont la température, les concentrations en chlorophylle, en oxygène dissous et le champ des vitesses (3 composantes). Les deux lacs présentent des morphologies très différentes, cela implique que les effets de bord (fond) seront plus importants dans le cas du lac de Créteil.

### 2.2 Lac du Bourget

Le lac du Bourget (figure 2.1) est situé en France à l'ouest du département de la Savoie en région Rhône-Alpes.

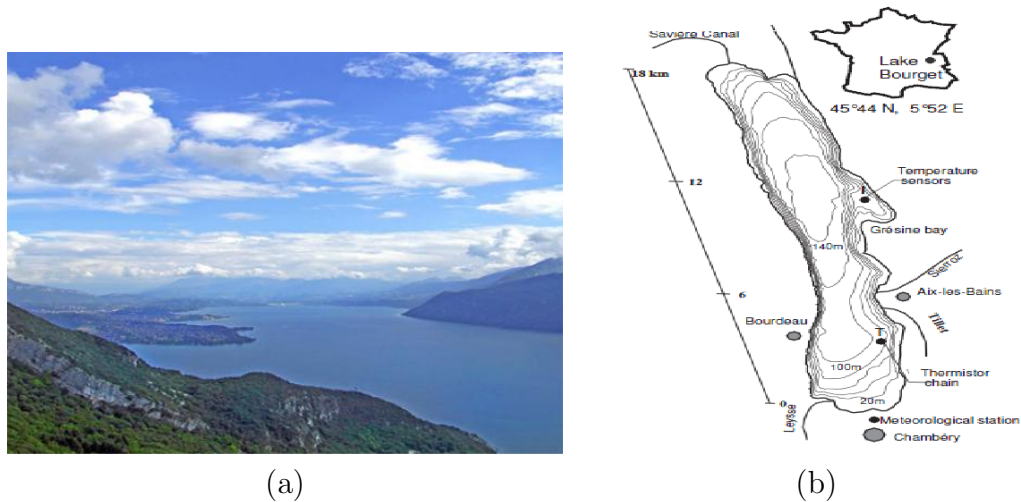


FIGURE 2.1: (a) Photographie du lac du Bourget, (b) : Schéma du lac du Bourget et sa position sur la carte de France

Par rapport à ses caractéristiques morphométriques, le lac du Bourget est un lac important (voir tableau 2.1), il est classé parmi les lacs moyens selon la classification de [Spigel and Imberger \(1980\)](#).

Caractéristiques	quantité
Volume	$3.9 \cdot 10^9 \text{ m}^3$
Superficie	$42 \cdot 10^6 \text{ m}^2$
Profondeur max	147 m
Profondeur moyenne	80 m
Largeur max	$3 \cdot 10^3 \text{ m}$
Longueur	$18 \cdot 10^3 \text{ m}$

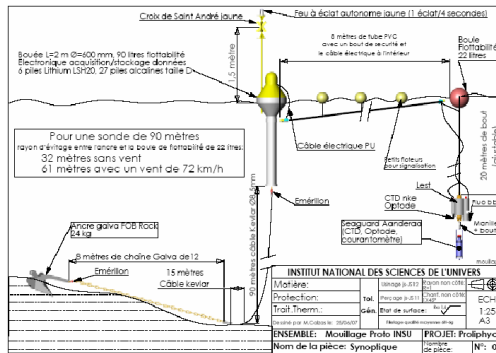
TABLE 2.1: Caractéristiques morphométriques du lac du Bourget

Le lac du Bourget est le plus grand lac exclusivement sur le territoire français. Plusieurs chercheurs se sont intéressés à son hydrodynamique tels que [Tassin and Vinçon-Leite \(1998\)](#), [Vinçon-Leite et al. \(1989\)](#) et [Cuypers et al. \(2011\)](#), ainsi qu'à la biologie tel que [Jacquet et al. \(2005\)](#).

### 2.2.1 Appareils de mesure

Pendant le projet **PROLIPHYC** une bouée conçue par la société NKE a été mise dans le lac du Bourget. La partie mesure de la bouée est constituée d'une sonde MPOx NKE (température, conductivité, pression, capteur d'oxygène dissous Aanderaa) et d'un fluorimètre multi-longueurs d'ondes BBE Moldaenke, elle est

aussi équipée d'un courantomètre de type Seaguard, et d'une station météo. Les capteurs ont été positionnés à 15m de profondeur (figure 2.2), ce qui correspond à la fois à la zone de la thermocline et du développement maximal des cyanobactéries sur le lac du Bourget (Bournet et al. (1996)) .



(a)



(b)

FIGURE 2.2: (a) : Schéma du mouillage de la bouée dans le lac du Bourget, (b) : photographie du mouillage de la bouée dans le lac du Bourget

Les capteurs sont configurés de façon à ce que les mesures soient faites chaque 15min, pendant une période de presque deux ans, de Juillet 2007 au mois de Mai 2009.

On représente sur la figure 2.3 les séries temporelles des différents champs étudiés, tels que la température sur toute la période du projet, ainsi que la concentration en chlorophylle totale et la concentration d'oxygène dissous dans le plan d'eau à 15m de profondeur. Le module de vitesse du courant est mesuré à l'aide du courantomètre de type *Seaguard* et est représenté sur la même figure.

Les données du courantomètre peuvent nous donner une information sur la direction principale du courant dans le lac, pour cela on trace à l'aide de la fonction *compass* de *Matlab* la direction principale du courant selon son intensité (tableau 2.2) :

Lorsque le courant est fort  $V \geq 8\text{cm/s}$ , la direction principale est suivant l'axe Nord-Sud, sinon lorsque le courant est moins intense, il est irrégulièrement réparti. Cela peut s'expliquer par le fait que le vent dominant est Nord-Sud en raison des massifs présents à l'Est et l'Ouest du plan d'eau.

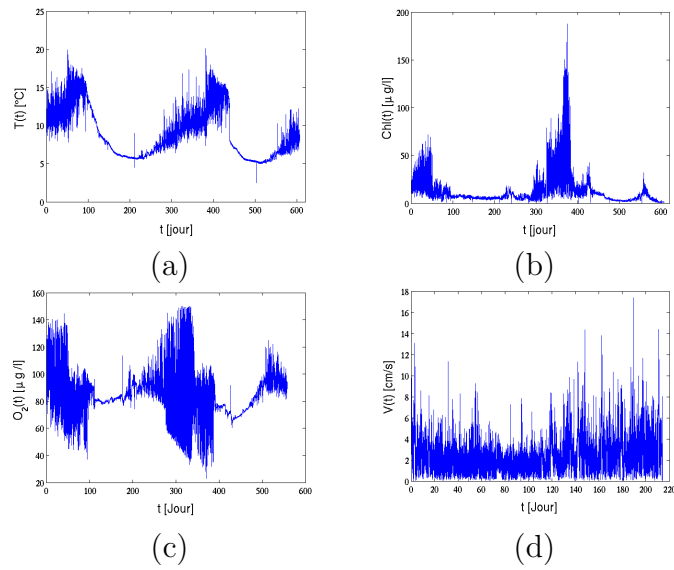


FIGURE 2.3: (a) : Série temporelle de température, (b) : Série temporelle de la chlorophylle totale, (c) : Série temporelle de l'oxygène dissous, (c) : Série temporelle du module de vitesse

Période	12/07 au 02/08	02/08 au 03/08	03/08 au 05/08
Courant fort			
Courant moyen			
Courant faible			

TABLE 2.2: Répartition du courant à différentes intensités, courant fort :  $V \geq 8\text{cm/s}$ , courant moyen  $4\text{cm/s} \leq V \leq 8\text{cm/s}$ , courant faible  $V \leq 4\text{cm/s}$ .



## 2.3 Lac de Créteil

Le lac de Créteil est un lac urbain peu profond (profondeur moyenne 5m). C'est un plan d'eau artificiel du Val de Marne dans la région parisienne. Situé dans la plaine alluviale entre la Seine et la Marne, le lac a été construit en 1967 par la municipalité de Créteil afin d'avoir un complexe sportif en plein air [Elise \(2005\)](#). Le lac de Créteil est bordé au nord de bâtiments publics (préfecture) et d'immeubles d'habitations. À l'ouest et au sud, ses rives sont aménagées pour les loisirs (voir figure 2.4) :



FIGURE 2.4: Photos prises sur le lac de Créteil, (a) :Coté nord-est (bâtiments publics et immeubles d'habitations), (b) : Coté ouest, (base de loisirs, école de voile)

Le lac de Créteil présente une forme allongée (voir figure 2.5), Il s'étend sur



FIGURE 2.5: Carte du lac de Créteil

une surface de 40 hectares. Les caractéristiques morphométriques du lac sont représentées dans le tableau 2.3.

Caractéristiques	quantité
Volume	$1.5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$
Superficie	$4 \cdot 10^5 \text{ m}^2$
Profondeur max	13 m
Profondeur moyenne	5 m
Largeur max	400 m
Longueur	1500 m

TABLE 2.3: Caractéristiques morphométriques du lac de Créteil

Grâce à deux projets ANR (PULSE et PLUMMME), le lac de Créteil bénéficie d'une instrumentation très riche (voir figure 2.6). Plusieurs capteurs et appareils de mesure sont mis en place. On dispose sur le lac de :

– **Station LakeESP :**

1. 5 capteurs de température à : 0.5m, 1.5m, 2.5m, 3.5m, 4.5m
2. 1 capteur de radiation solaire (Photosynthetically Active Radiation) : 2,5 m
3. 2 capteurs de chlorophylle à 0,5 m et 2,5 m
4. 1 Station météo complète (pluviomètre, anémomètre, humidité, radiation solaire)

– **Acoustic Doppler Current Profilers**

– **Acoustic Doppler Velocimeter**

– **Self Contained Autonomous MicroProfiler**

– **2 chaînes latérales :**

1. 2 capteurs de température à : 0,5 m et 2,5 m
2. Sonde Mpx à 1.5m

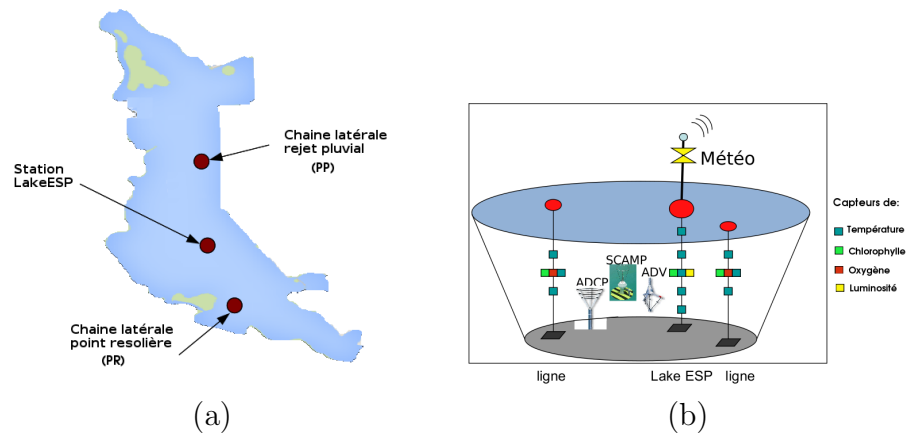


FIGURE 2.6: (a) : Positionnement des capteurs dans le lac de Créteil, (b) : Schéma des différents appareils de mesures disponibles (ajouter code couleurs)

### 2.3.1 Station LakeESP

La station LakeESP (Lake Environmental Sensing Platform) (voir figure 2.7) est conçue par la société PME (Precision Measurement Engineering, Californie, USA). C'est un système de surveillance et de gestion de la qualité d'eau en temps réel. La station surveille en temps réel la stratification grâce aux capteurs de température le long de la colonne d'eau. Elle est équipée d'une chaîne de capteurs (T-chain) qui comporte des capteurs de température, de chlorophylle, d'oxygène et aussi un PAR (Photosynthetically Active Radiation) pour mesurer la luminosité dans la colonne d'eau (voir tableau 2.4). Elle est aussi équipée d'une station météo (Vaisala Weather Transmitter WXT520) (voir figure 2.8) qui comporte un capteur de vitesse du vent, de température atmosphérique, un pluviomètre et aussi un capteur de rayonnement net du lac.

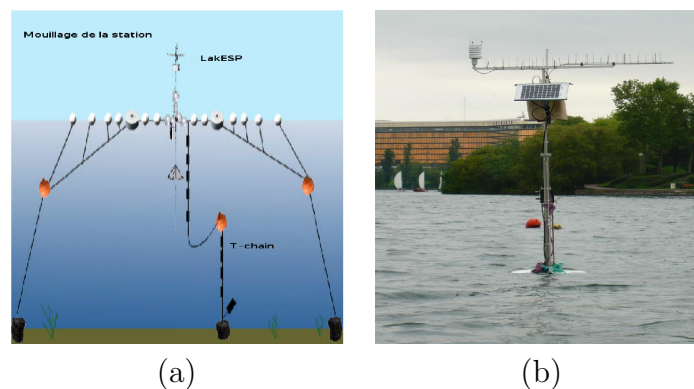


FIGURE 2.7: (a) : Schéma (d'après PME) de la station LakESP, (b) : Photographie de la station LakESP dans le lac de Créteil

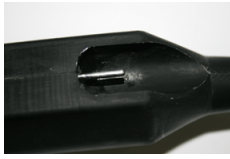



Capteur	Photo	Gamme de mesure	Précision	Résolution
Température (produit pme)		0 à 36 °C	+/- 10 m°C	0.5 m°C
Oxygène (produit pme)		0 à 150 %	5 %	0.01 mg/L
Chlorophylle-a CYCLOPS-7		0-500 µg/L	-	0.025 µg/L
PAR LI-192SA		Sensibilité : 4µA par 1000µmols <sup>-1</sup> m <sup>2</sup>	Temps de réponse : 10µs	-

TABLE 2.4: Capteurs de la ligne (T-chain) et leur spécifications techniques.



(a)

Capteur	Gamme de mesure	Précision	Résolution
Température	-50 à 60 °C	± 0.3 °C	0.1 °C
Vitesse	0 à 60 m/s	± 3 à 10 m/s	0.1 m/s
Précipitations	0 à 200 mm/h	5%	0.1 impact/cm <sup>2</sup> h
Humidité relative	0 à 100 % HR	± 0.3 % HR	0.1% HR

(b)

FIGURE 2.8: (a) : Photographie du transmetteur météorologique Vaisala WXT520, (b) : Tableau des caractéristiques techniques des capteurs de météorologiques.

### 2.3.2 Chaînes latérales

Les chaînes latérales sont équipées de capteurs de température de type SP2T de NKE, et de sondes multi-paramètres MPx produites également par la société NKE (voir tableau 2.5).



Capteur	Photographie	Gamme de mesure	Précision	Résolution
Température		5 à +35 °C	< 50m °C	13m°C
Sonde MPx :		-	-	-
Température		-5 à +35 °C	< 50m °C	13m°C
Oxygène		0 à 120%	< 5%	0,01%
Fluorescence		0-500 $\mu\text{g/L}$	-	0.03 $\mu\text{g/L}$

TABLE 2.5: Caractéristiques techniques des capteurs des deux chaînes latérales.

### 2.3.3 Acoustic Doppler Velocimeter (ADV)

On dispose également d'un courantomètre de type ADV Vector de Nortek, qui collecte des mesures de vitesse ponctuelle à haute résolution jusqu'à 64  $H_z$  en trois dimensions. L'ADV est conçu pour mesurer des phénomènes turbulents (voir figure 2.9). Il réalise les mesures par effet Doppler, il est équipé d'un émetteur au milieu de la tête de l'appareil et trois récepteurs proéminents figure 2.9.a. L'émetteur envoie un train d'ondes acoustiques de plusieurs mega hertz (6 MHz) sur un volume d'eau ( $2\text{cm}^3$ ) à une distance de 15cm. Ces trains d'ondes sont appelés "pings". L'eau étant chargée en particules, ces particules réfléchissent l'onde incidente avec une fréquence différente de la fréquence d'émission si elles sont en mouvement. Le déphasage entre la fréquence d'émission et de réception permet de calculer la vitesse de la particule et par conséquent la vitesse du courant. La mesure peut soit résulter d'une moyenne de plusieurs "pings" ou bien correspondre à chaque "ping".

Le tableau 2.6 donne les caractéristiques techniques de l'ADV Vector :

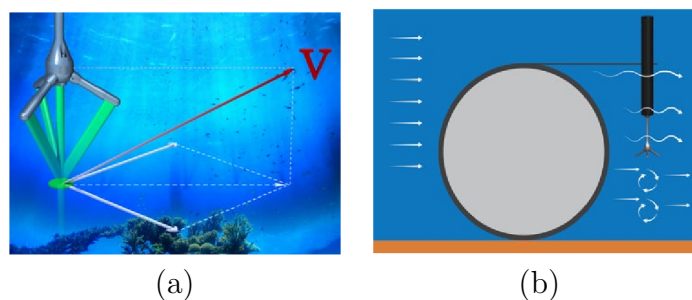


FIGURE 2.9: Schéma d'une configuration de mesure avec un ADV, (a) : Verticale, (b) : Horizontale


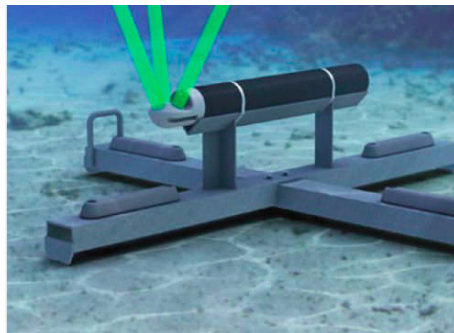
	Gamme de mesure	Précision	Fréquence de mesure
	de $\pm$ à 7 m/s	$\pm$ 1 mm/s	1-64 $H_z$

TABLE 2.6: Caractéristiques techniques de l'ADV Vector

### 2.3.4 Acoustic Doppler Current Profilers (ADCP)

Un ADCP de type Aquadopp Profiler (HR) est également utilisé pour réaliser des profils de vitesse à haute résolution avec une fréquence d'onde porteuse de  $2MHz_z$  en mode HR et de  $1MHz_z$  en mode non HR. Ces profils sont obtenus par une subdivision de la colonne d'eau en plusieurs couches dans la gamme de portée de l'appareil (3m en mode HR et 6m en mode non HR). L'appareil mesure la vitesse à chaque "ping" émis. Cette mesure est fortement empreinte d'incertitude, ce qui conduit à moyennner plusieurs "pings" pour réduire l'incertitude sur la mesure de vitesse. De plus, on peut choisir de n'enregistrer la mesure que pour une fréquence de mesure prédéfinie. Dans notre cas par exemple plusieurs types de configurations ont été utilisées (voir annexe C.1,C.2). Le profileur est un appareil adapté pour l'étude de la couche limite du fond dans les milieux lacustre (configuration tête vers le haut) et aussi pour l'étude la couche de surface (interface entre vent-eau) avec une configuration tête vers le bas. Les caractéristiques de l'Aquadopp Profiler (HR) sont données dans la figure 2.10.



(a)

#### Caractéristiques :

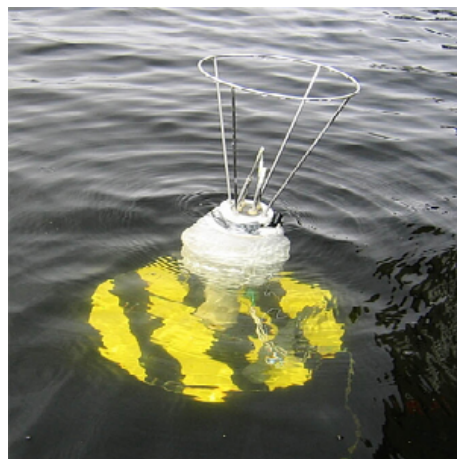
- Gamme de mesure :  $\pm 10m/s$
- Fréquence d'émission des pings : en mode continu (1 Hz) et mode burst (8 Hz).
- Nombre de cellules : 128 max.
- Précision :  $\pm 0.5cm/s$ .
- Portée max : 3m en mode HR et 6m en mode non HR

(b)

FIGURE 2.10: (a) : Photographie d'un ADCP avec une configuration tête vers le haut, (b) : caractéristiques technique de l'Aquadopp Profiler (HR)

### 2.3.5 Self Contained Autonomous MicroProfiler (SCAMP)

On dispose également d'un profiler de température de type SCAMP (voir figure 2.11) conçu par la société PME, qui permet de mesurer les fluctuations à petites échelles (1 mm) de température, de conductivité et de concentration en chlorophylle à une fréquence de  $100\text{Hz}$  dans les océans ou les lacs. Ces données peuvent être utilisées pour déduire les taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente dans la colonne d'eau [Luketina and Imberger \(2001\)](#).



#### Capteurs :

- Conductivité (haute résolution).
- Température (haute résolution).
- Chlorophylle.

(a)

(b)

FIGURE 2.11: (a) : Photographie du SCAMP, (b) : Capteurs équipant le SCAMP (mettre les valeurs tableau)

Nous n'allons pas présenter des données mesurées à l'aide du SCAMP, car l'utilisation de l'appareil couplé à l'ADV pour des mesures (vitesse, température) à grandes fréquences a connu quelques problèmes techniques.

## 2.4 Campagnes de mesures

Les campagnes de mesures ainsi que la disposition des différents appareils (capteurs) ont été réalisées dans le but d'avoir une bonne représentation spatio-temporelle des différents champs. Le but est de positionner les courantomètres à différents endroits du lac (point central, point de rejet d'eau pluviale) et pendant différentes périodes (stratification, période pluvieuse ou sèche) afin de caractériser les différents comportements du plan d'eau en réponse aux forçages extérieurs.

Par ailleurs la conception même des dispositifs expérimentaux a été motivée par le



souhait de comprendre la corrélation entre les différents champs (e.g. (température, chlorophylle), (température, oxygène)...). C'est pourquoi la station LakeESP et les chaînes latérales présentent des capteurs de nature différente à la même profondeur.

La station LakeESP (emplacement voir figure 2.6.a) transmet les données collectées par les capteurs de la station sur le serveur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées via une carte GSM. La fréquence d'échantillonnage a été fixée à 0.03 Hz pour tous les capteurs de la station (T-chain et Vaisala Weather Transmitter WXT520).

### 2.4.1 Installation du matériel

La station LakeESP a été mise en place pendant la première année de thèse. La stabilité du dispositif est assurée par un poids de 160 kg (figure 2.13.a) sous la chaîne de capteurs pour la stabiliser, et aussi un flotteur est retenu latéralement par des haubans reliés à des poids au fond du lac (figure 2.13.b). Le flotteur sert également de support à la station Vaisala Weather Transmitter WXT520 et à un panneau solaire permettant d'assurer l'autonomie énergétique de la station. Concernant les chaînes latérales, elles ont été placées pour l'une à côté d'un rejet d'eau pluviale, et pour l'autre vers le point roselière (voir figure 2.6.a). La fréquence de mesure des capteurs des chaînes latérales est fixée à 0.03 Hz.

Par ailleurs un dispositif spécifique a été conçu pour placer les courantomètres en différentes profondeurs (voir le schéma sur la figure 2.12). Il est constitué d'un mât de 6m de hauteur sur un trépied (voir figure 2.14.a) et placé à côté de la station LakeESP.

Lors d'évènements pluvieux le profiler (ADCP) peut être placé au point rejet pluvial sur un trépied adapté (voir figure 2.14.b).



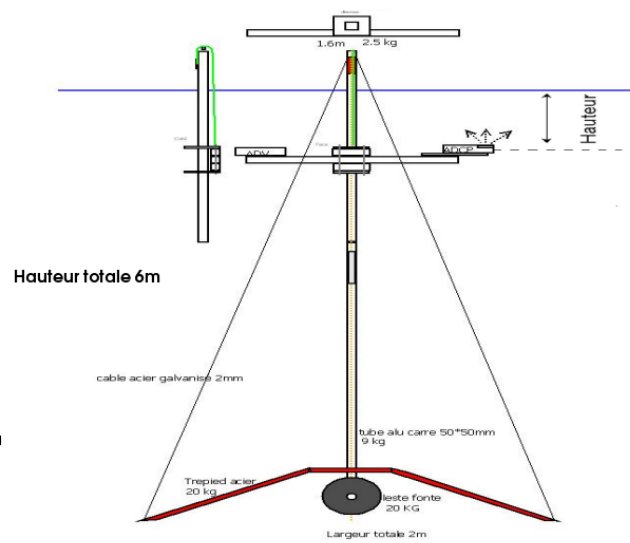


FIGURE 2.12: Schéma du mât de fixation des courantomètres, d'après Philippe Dubois technicien Instrumentation/métrieologie (LEESU)

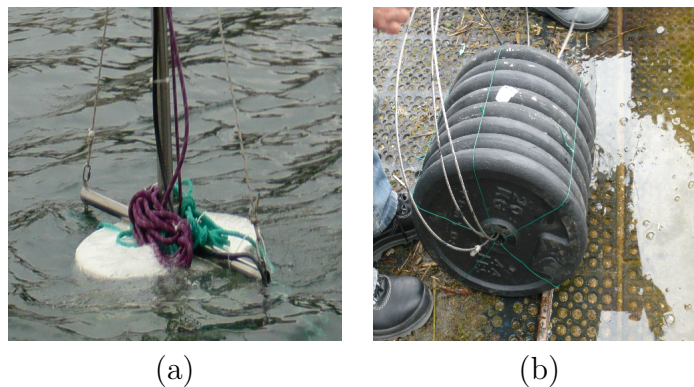


FIGURE 2.13: (a) : Flotteur sur le quel la station météo à été fixée, (b) : Poids de 160 kg pour stabiliser la chaîne de capteurs

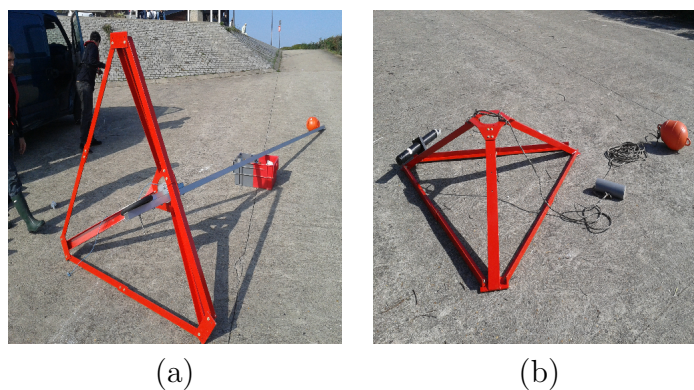


FIGURE 2.14: (a) : Mât fixé sur un trépied sur lequel les appareils de mesure de courant sont fixés, (b) : Trépieds sur lequel l'ADCP peut être placé

## 2.4.2 Maintenance des capteurs

Le planning de maintenance suivi a été le suivant : une intervention sur la station seulement si on procède à une mise à jour du système, ou bien pour nettoyer les capteurs de chlorophylle qui s'encrassent (plus de détails dans la section suivante). Des premiers tests ont été réalisés avec les courantomètres, pour caler les différents paramètres des ADV et ADCP tels que : la gamme de vitesse, la fréquence de mesure, l'inclinaison ...etc. Ils ont été utilisés avec des fréquences d'échantillonnages différentes.

## 2.4.3 Tableau récapitulatif des données acquises

Capteurs	Date de début	Date de fin	Fréquence de mesure	Résolution
LakeESP :	-	-	-	-
- Température	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0.5 m°C
- Fluorescence	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0.025 µg/L
- Vitesse du vent	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0.1 m/s
Chaînes latérale (PR) :	-	-	-	-
- Température	05/2012	01/2014	0.03 Hz	13m°C
- Fluorescence	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0.03 µg/L
- Oxygène dissous	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0,01%
Chaînes latérale (PP) :	-	-	-	-
- Température	05/2012	01/2014	0.03 Hz	13m°C
- Fluorescence	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0.03 µg/L
- Oxygène dissous	05/2012	01/2014	0.03 Hz	0,01%
ADV	29/04/2013	06/05/2013	1 Hz	±0.5%
	08/10/2012	08/10/2012	64 Hz	±0.5%
ADCP	29/04/2013	29/04/2013	0.03 Hz	±1%
	20/06/2013	03/07/2013	0.03 Hz	±1%
	12/09/2013	23/10/2013	0,005 Hz	±1%
	19/11/2013	01/12/2013	0.03 Hz	±1%

TABLE 2.7: Résumé des différentes mesures

## 2.5 Première analyse des données

L'objectif de cette section est d'explorer les processus physiques décrits dans le chapitre 1, mais aussi la propriété d'invariance d'échelle des champs étudiés.

## 2.5.1 Données du lac du Bourget

Les champs analysés dans le lac du Bourget sont la température, l'oxygène dissous, et la chlorophylle.

### 2.5.1.1 Température

Le champ de température a été beaucoup analysé dans le cadre des écoulements géophysiques, car la mesure de température est relativement facile à réaliser (coût de capteur relativement peu cher). De plus le champ de température donne plusieurs informations sur la dynamique et est susceptible d'en donner aussi sur les organismes vivants. Dans le cadre de l'analyse multifractal, le champ de température a été l'objet de plusieurs études, telles que [Seuront et al. \(1996\)](#) qui ont étudié l'intermittence d'une turbulence eulérienne et lagrangienne du champ de température mesurée d'un bateau dans l'océan. Plus récemment, [Huang et al. \(2011\)](#) ont analysé le champ de température considéré comme un scalaire passif pour caractériser son intermittence. Nous avons vu dans le chapitre 1 les différentes réponses du lac par rapport aux différents forçages extérieurs. Les ondes internes sont une de ces réponses : leur caractérisation et leur impact sur la distribution du phytoplancton dans le lac du Bourget a fait l'objet de quelques études [Cuypers et al. \(2010\)](#). [Bournet \(2000\)](#) utilise un jeu de données de 1994 et [Cuypers et al. \(2008\)](#) utilise des données de température mesurées à différentes profondeurs du lac pendant l'année 2004. La figure 2.15 représente le spectre de densité du champ de température mesurée à 15 m de profondeur pendant le mois de Juillet 2007. 3 modes d'oscillations apparaissent dont un pic à 24h correspondant à la périodicité journalière. Le spectre présente aussi entre la fréquence d'échantillonnage du signal et la fréquence correspondant à une journée une pente à -2, caractéristique d'une stratification ([Garrett and Munk \(1972\)](#)).

Pour ce travail de thèse nous nous intéressons à caractériser l'intermittence du champ de température dans le lac du Bourget. L'observation de la série temporelle de température sur la figure 2.3.a montre qu'il existe des périodes de forte variabilité du champ de température et des périodes ayant une variabilité plus faible (période hivernale). La figure 2.16.a représente le spectre de densité d'énergie du champ de température calculé en faisant la moyenne sur 8 sous échantillons. Chaque sous-échantillon représente un mois de mesure. Le spectre présente une partie inertielle (ligne droite en log – log) sur une certaine gamme d'échelle, ce qui

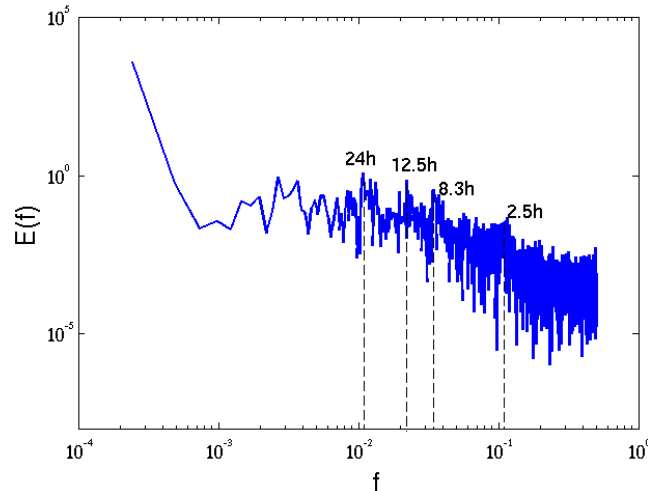


FIGURE 2.15: Spectre d'énergie du champ de température mesurée à 15 m de profondeur pendant le mois de Juillet 2007. On remarque l'apparition de 3 modes d'oscillation et un pic à 24h, (1 unité en fréquence = 0.005 Hz)

confirme la propriété d'invariance d'échelle déjà discutée au chapitre 1. D'après la pente du spectre d'énergie, le processus opérant pendant cette période correspond à un processus de turbulence isotrope. Ceci correspond à ce qui était attendu car les mois choisis (septembre, octobre, janvier, février, mars) sont traditionnellement non stratifiés. La figure 2.16.b représente le spectre de densité d'énergie de la température mesurée pendant une période hivernale. On constate l'apparition d'un bruit blanc sur une grande gamme d'échelle. Typiquement, cela signifie que la précision du capteur est trop faible pour mesurer les petites variations du champ pendant cette période de l'année (mois de novembre).

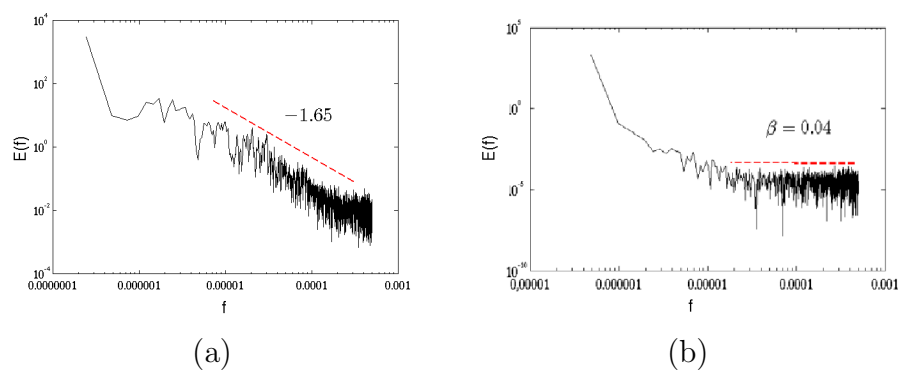


FIGURE 2.16: (a) : Spectre de densité d'énergie du champ de température dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur, (moyenne de 8 sous-échantillons d'un mois de mesure), (1 unité en fréquence = 1 Hz), (b) : Spectre de densité d'énergie d'une mesure de température dans le lac du Bourget pendant un mois novembre, (1 unité en fréquence = 1 Hz)

### 2.5.1.2 Chlorophylle-a et oxygène dissous

La mesure de l'oxygène dissous dans les milieux aquatiques est très importante, car l'oxygène est indispensable à la très grande majorité des organismes vivants pour la respiration et la photosynthèse. Dans l'eau, la solubilité de l'oxygène varie en fonction de la température et de la pression atmosphérique. Dans [Huang and Schmitt \(2014\)](#) l'oxygène dissous mesuré dans un milieu côtier a été analysé en utilisant la *transformée de Hilbert* dans le but de caractériser ses fluctuations. La figure 2.17.a représente le spectre de densité d'énergie d'oxygène dissous dans le lac du Bourget, le spectre montre une invariance d'échelle, et aussi un pic journalier, il est révélateur du rythme nyctéméral.

L'analyse du champ de chlorophylle est très importante pour la compréhension

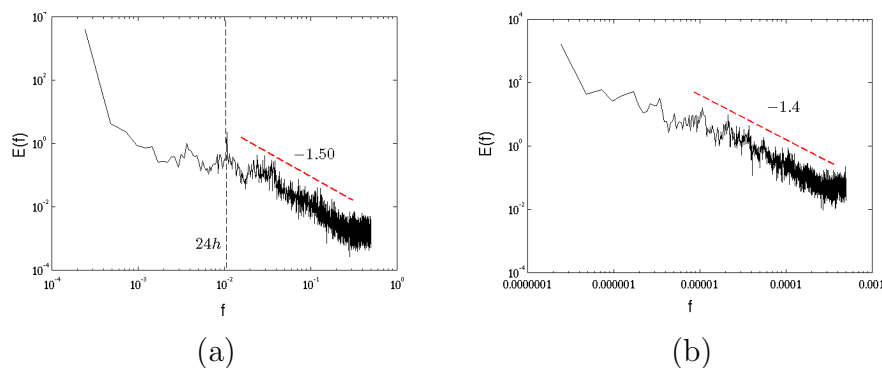


FIGURE 2.17: (a) : Spectre de densité d'énergie d'une mesure d'oxygène dissous dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur (moyenne de 14 sous-échantillons d'un mois de mesure), (1 unité en fréquence = 0.005 Hz) , (b) : Spectre de densité d'énergie du champ de chlorophylle-a dans le lac du Bourget mesurée à 15m de profondeur, (moyenne de 14 sous-échantillons d'un mois de mesure), (1 unité en fréquence = 1 Hz)

et la prédiction de la prolifération algale. Comme il a été montré dans plusieurs études en milieu océanique ([Seuront and Schmitt \(2005a\)](#) et [Seuront and Schmitt \(2005b\)](#)), le champ de chlorophylle-a présente la caractéristique d'invariance d'échelle. La figure 2.17.a montre que la chlorophylle-a mesurée dans le lac du Bourget présente aussi cette caractéristique sur une certaine gamme de fréquences. Les spectres montrent également que le transfert d'énergie des grosses structures tourbillonnaires vers les plus petites se fait suivant un processus de type turbulence isotrope.

### 2.5.1.3 Champ de vitesse

Des mesures de vitesse ont été acquises dans le lac du Bourget pendant une période relativement courte. Plusieurs études montrent que le spectre de densité d'énergie du champ de vitesse présente une partie inertielle dans laquelle le transfert d'énergie se produit des grandes échelles aux petites.

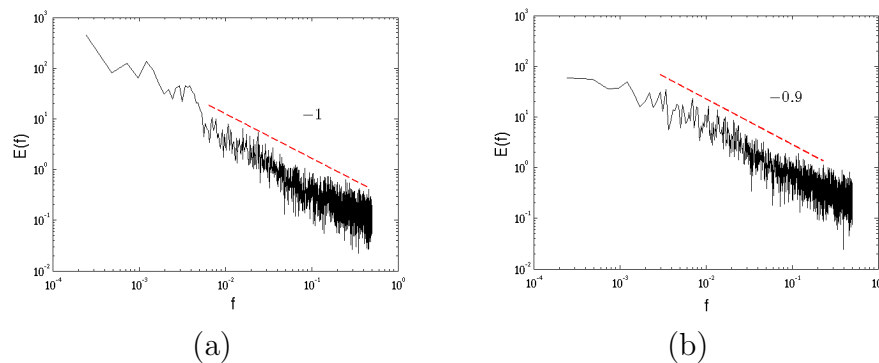


FIGURE 2.18: Spectre de densité d'énergie des deux composantes de horizontales de vitesse mesurée dans le lac du Bourget à une profondeur de 15m, (a) : Composante longitudinale, (b) : Composante transversale (moyenne de 14 sous-échantillons), (1 unité en fréquence = 0.005 Hz)

Les deux composantes de vitesse montrent une invariance d'échelle sur une gamme d'échelle assez large (24h de mesure) (voir figure 2.18). Étant donné les processus physiques observés sur les champs de température, chlorophylle-a ainsi que l'oxygène dissous (qui sont considérés comme des scalaires passifs) qui ont montré un processus de turbulence isotrope, on s'attendait à voir le même type de processus pour le champ de vitesse. Or, la figure 2.18 montre que le champ de vitesse a un processus d'écoulement proche paroi (Korotkov (1976)). Nous reviendrons en détails sur ce type de processus dans la partie résultats.

## 2.5.2 Variabilité des mesures et observations

Dans les sections précédentes, nous avons montré que le lac de Créteil est équipé de capteurs à haute résolution comparé au lac du Bourget. Intuitivement la qualité de l'analyse est liée à la qualité des données collectées. Une analogie peut être faite avec les modèles de simulations numériques qui nécessitent un maillage très fin et l'utilisation de schémas numériques précis pour caractériser les petites échelles.

Il n'est pas trivial de savoir à quelle échelle (fréquence de mesure) on doit observer un champ. Est ce que le champ exprime toute sa variabilité à une échelle de mesure

donnée ?

La réponse à ces questions repose sur la réalisation de mesures à haute fréquence. Sur la figure 2.19 nous traçons (en bleu) la probabilité de distribution (Pdf) d'une

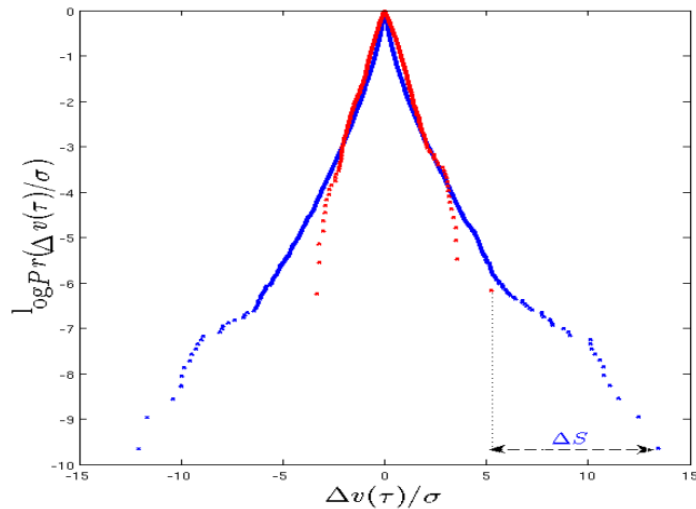


FIGURE 2.19: Probabilité de distribution d'une série temporelle de vitesse mesurée dans le lac de Créteil avec un pas de temps de 30s (en bleu), et la Pdf de la même série temporelle (en rouge) avec un pas de temps de 15min

série temporelle de vitesse mesurée dans le lac de Créteil à 2m de profondeur avec un pas de temps de 30s, ainsi que la Pdf du même champ (en rouge) en faisant une moyenne des mesures réalisées pendant 15min (ce qui correspond à la fréquence de mesure dans le lac du Bourget).

On remarque une différence des valeurs maximales  $\Delta S = Max_{T,30s} - Max_{T,15min}$  des valeurs extrêmes (singularités) données par les queues des Pdfs. En mesurant avec un pas de temps de 15min le champ n'exprime donc pas toute sa variabilité. Une caractérisation fine de la variabilité des différents champs nécessite l'utilisation d'appareils de mesure à haute fréquence.

## 2.5.3 Données du lac de Créteil

### 2.5.3.1 Vitesse et direction du vent

La topographie des alentours du lac de Créteil donne une direction privilégiée (Nord-Ouest) au vent (voir figure 2.20.a), avec des rafales de vent qui atteignent  $> 50km/h \sim 14m/s$  (voir figure 2.20.b).

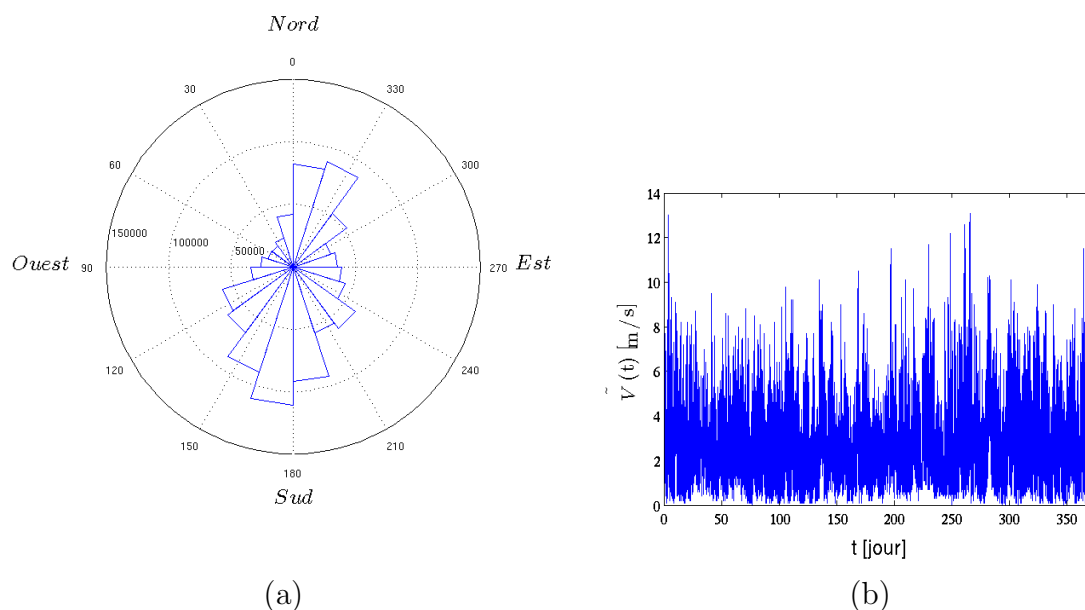


FIGURE 2.20: (a) : Direction du vent sur le lac de Créteil, (b) : Série temporelle (période du 05/2012 au 05/2013) de la vitesse du vent mesurée par la station LakeESP

### 2.5.3.2 Température

La température dans le lac de Créteil montre une stratification sur des périodes de quelques jours (voir figure 2.21) entrecoupée de périodes non stratifiées dus au brassage par le vent. Comme le lac a une faible profondeur l'homogénéisation se fait sur toute la colonne d'eau.

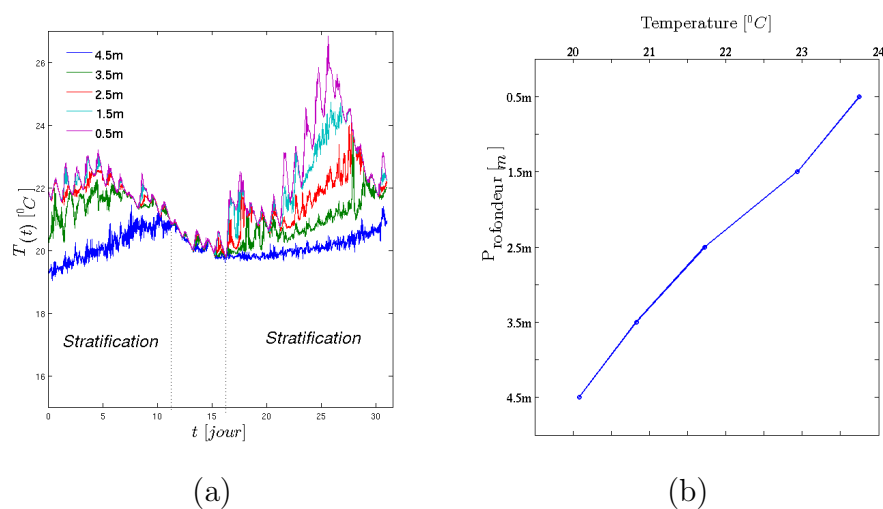


FIGURE 2.21: (a) : Séries temporelles de température pendant du 01/07/2012 au 31/07/2012 pour 5 différentes profondeurs, (b) : Profil de température moyen sur la période de stratification



Afin d'illustrer cette stratification du lac sur une autre période, nous analysons une série de données de température mesurée dans le lac de Créteil à différentes profondeurs pendant la période du 17/09/2013 au 15/10/2013. La figure 2.22 montre que le champ de température présente deux périodes distinctes : une période avec une stratification et une autre période mélangée c'est à dire homogène sur la verticale. La période de stratification est caractérisée par une stabilité aux interfaces entre chaque couche.

Afin de mieux quantifier la stratification, une analyse de stabilité de la colonne

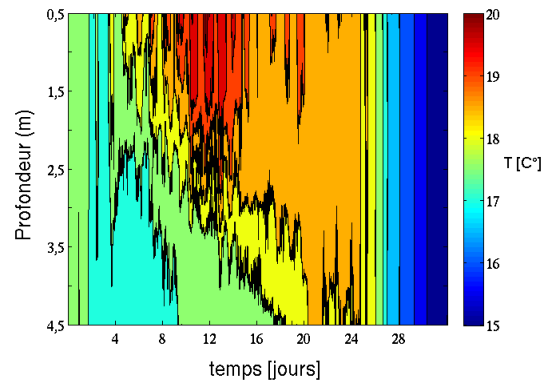


FIGURE 2.22: Série temporelle des isothermes de température mesurée dans le lac de Créteil sur la période du 17/09/2013 au 15/10/2013

d'eau peut être menée. Pour ce faire on utilise le nombre de *Richardson*, qui est un nombre sans dimension et qui décrit le rapport entre la stabilité verticale et la force de cisaillement :

$$R_i = \frac{N^2}{S} = \frac{-\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}{\left(\frac{dU}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dz}\right)^2} \quad (2.1)$$

Avec  $N$  la fréquence de *Brunt Väisälä* et  $S$  la tension de cisaillement. Il existe dans la littérature différentes formules pour calculer la densité  $\rho$  selon le milieu (avec prise en compte de la salinité ou non). La formule retenue dans cette étude est celle utilisée par [Heinz et al. \(1990\)](#), [Bäuerle et al. \(1998\)](#) sur le lac Constance. Le critère de stabilité pour le nombre de *Richardson* n'est pas universel [Brethouwer et al. \(2007\)](#) et [Fitton \(2013\)](#). Un des critères de stabilité le plus utilisé est que  $R_i \geq 1$ . La figure 2.23 montre l'évolution temporelle du nombre de *Richardson* en échelle logarithmique calculé à l'aide des séries temporelles de température mesurée par la station LakeESP, et le champ de vitesse mesuré à l'aide d'un ADCP sur la même période. Selon la figure 2.23 on distingue deux périodes : une période de stratification forte de 20 jours et une période de faible stratification caractérisée par des nombres de  $R_i < 1$  sur certains jours. Cela traduit une période de stabilité

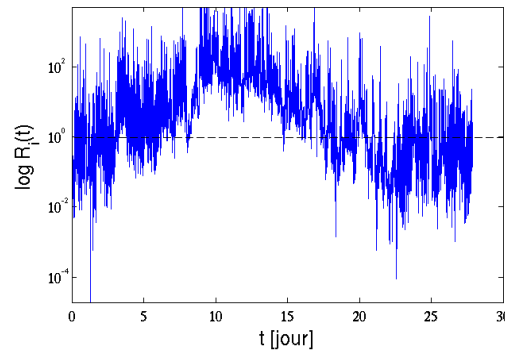


FIGURE 2.23: Évolution temporelle du nombre de *Richardson* (en échelle logarithmique) à une profondeur de 3m sur la période du 17/09/2013 au 15/10/2013. Le calcul du  $R_i$  s'effectue en utilisant deux points de mesure distancés d'un mètre

pendant une forte stratification et une période d'instabilité pendant des stratifications faibles. Lors de la période de forte stratification, la fréquence de *Brunt Väisälä* est évaluée en moyenne à  $\overline{N} = 0.0236s^{-1}$ , ce qui correspond à une période de 4.5 minutes.

Les ondes internes sont également observées à l'aide des spectres d'énergie de température dans le lac de Créteil. Afin de les caractériser, une série de données de température pendant une période de stratification de la colonne d'eau est utilisée pour la période du 17/09/2013 au 15/10/2013 (voir figure 2.22). Afin de caractériser les différents modes opérants pendant la stratification, on trace le spectre d'énergie de la série temporelle de température à une profondeur de 0.5m. Ce spectre est ensuite comparé avec le spectre du champ de vitesse de vent mesuré sur la même période et à la même fréquence. La figure 2.24.a montre qu'il existe deux modes d'oscillations du champ de température : le premier à 12h et un deuxième à 20h. Ces deux modes existent aussi sur le champ de vitesse de vent (2.24.b). La pente du spectre de densité de température est proche  $\sim -2$ , ce qui confirme la présence de stratification. Le spectre de vitesse de vent présente en plus une périodicité journalière et un mode à 14h que l'on retrouve pas sur le spectre de température. Afin d'illustrer l'hétérogénéité spatiale, on trace la série temporelle de température à une profondeur de 1.5m pour trois points différents du lac (station LakeESP, point de rejet pluvial et point roselière) représentés sur la figure 2.25. Nous remarquons que le champ de température au point de rejet d'eau pluviale présente une variabilité plus importante marquée par un changement brutal de température, cela peut provenir de l'arrivée d'eau qui perturbe

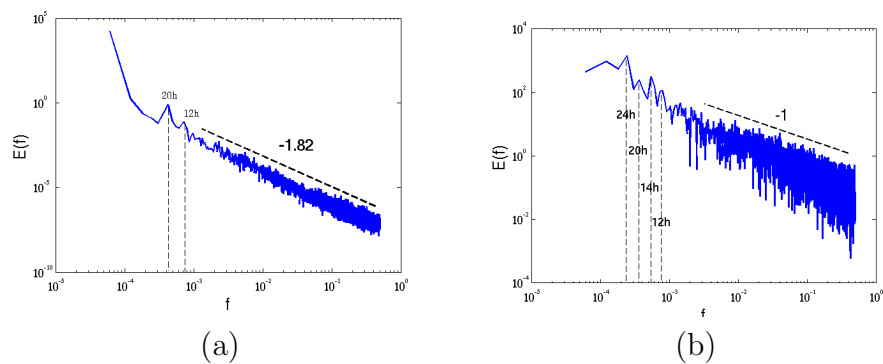


FIGURE 2.24: (a) : Spectre de densité d'énergie du champ de température à 0.5m de profondeur (1 unité en fréquence = 0.03 Hz), (b) : Spectre de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse ( $v$ ). On retrouve les deux modes d'oscillation du lac sur le spectre de vitesse atmosphérique, (1 unité en fréquence = 0.03 Hz)

l'écoulement, nous verrons dans le chapitre 4 comment l'arrivée d'eau perturbe l'écoulement surtout à petite échelle.

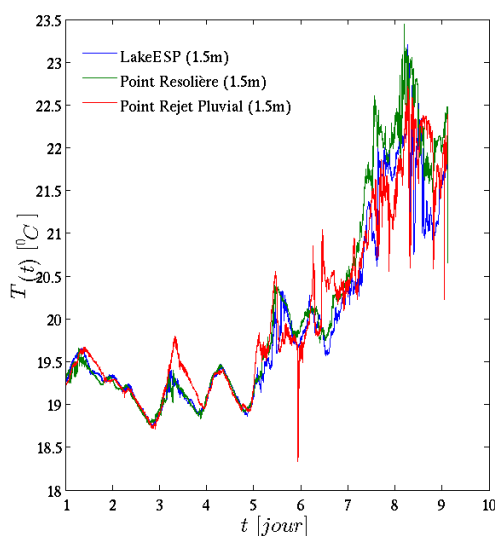


FIGURE 2.25: Série temporelle de température mesurée à une profondeur de 1.5m dans le lac de Créteil en trois points différents du lac, pendant le mois de Juin 2013

### 2.5.3.3 Chlorophylle

Comme il a été mentionné dans les sections précédentes, La station LakeESP (T-chain) est équipée de capteurs de chlorophylle. Et les chaînes de mesure latérales

(sondes multi-paramètres Mpx) sont également équipées de capteurs de chlorophylle. Cependant, pendant la période estivale, les capteurs de chlorophylle de la station s'encrassent, ce qui se traduit par une saturation des mesures (voir figure 2.26 ). Par conséquent, une intervention mensuelle est nécessaire afin de nettoyer les capteurs. Le nettoyage des capteurs a un impact sur la continuité des séries de données, car pour intervenir il faut retirer la chaîne du plan d'eau. La figure

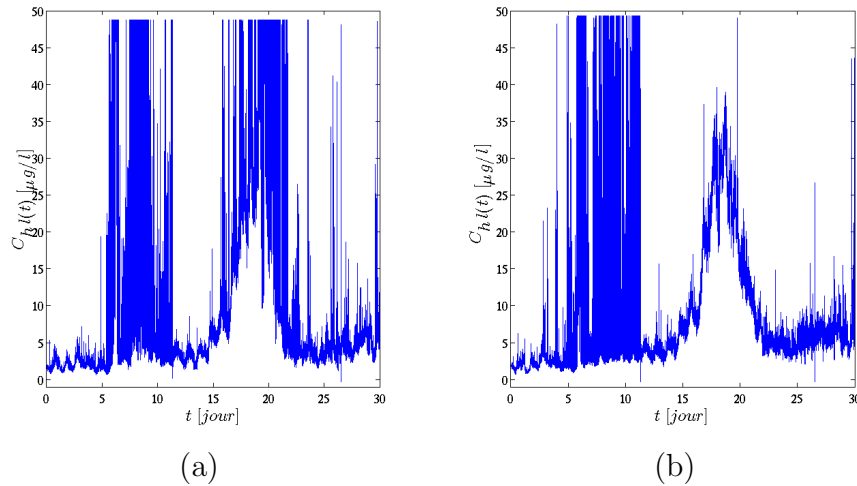


FIGURE 2.26: Série temporelle de chlorophylle mesurée avec la station LakeESP pendant le mois de juin 2012, (a) : à 2.5m de profondeur, (b) : à 3.5m de profondeur

2.27 montre une série temporelle de chlorophylle mesurée dans le lac de Créteil à 2.5m. Nous remarquons qu'avant l'intervention de maintenance les capteurs de chlorophylle ne mesuraient pas entièrement la variabilité du champ, ce qui peut avoir un impact direct sur l'observation de prolifération algale.

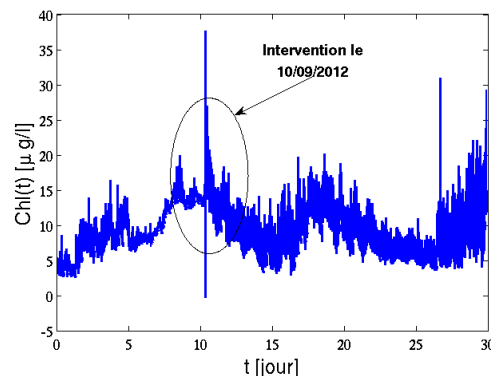


FIGURE 2.27: Série temporelle de chlorophylle dans le lac de Créteil à 2.5m de profondeur montrant l'intervention sur la station de mesure

### 2.5.3.4 Vitesse du courant

L'utilisation des appareils de mesure de courant tels que l'ADV et l'ADCP, permet de mesurer les champ de vitesse en un point, mais aussi l'évolution d'un profil sur la colonne d'eau.

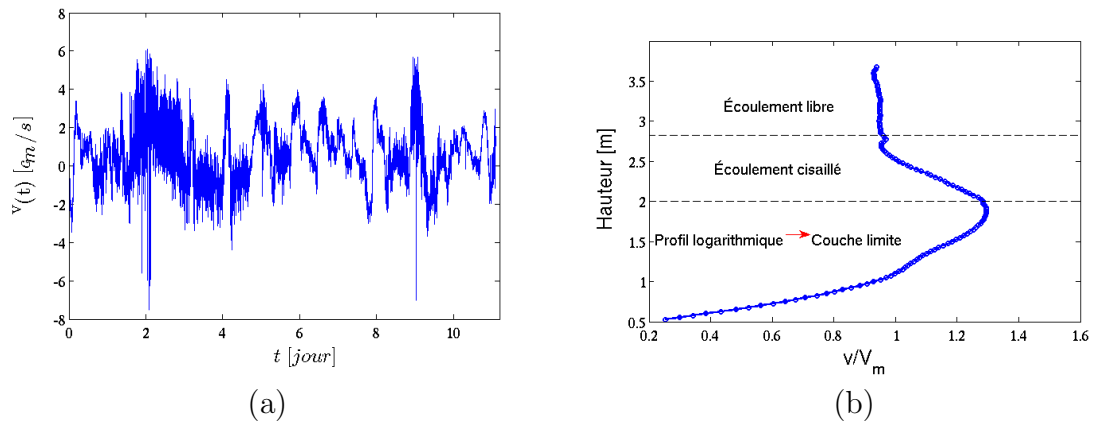


FIGURE 2.28: (a) : Série temporelle de la vitesse de courant dans le lac de Créteil à une hauteur de 1.5m, (b) : Profil de vitesse longitudinale (normalisée par la vitesse moyenne) dans la colonne d'eau (profil de couche limite)

La figure 2.28.a présente une série temporelle d'une mesure du champ de vitesse dans le lac de Créteil à une hauteur (voir 2.12) de 1.5m. La figure 2.28.b représente le profil de la vitesse longitudinale dans le lac. Nous pouvons distinguer trois types d'écoulements sur le même profil : un profil logarithmique au fond du lac qui caractérise un écoulement de type couche limite, un peu plus haut on retrouve un profil de vitesse de type écoulement cisailé enfin vers la surface du lac le profil de vitesse ne dépend pas de la profondeur ce qui caractérise le mélange à la surface. Si on trace la probabilité de distribution de l'incrément de la composante de vitesse horizontale à trois hauteurs différentes (0.5m, 1.5m, 2.5m) et en deux points différents du lac (Point central, Point rejet pluvial) (voir figure 2.29), on remarque des différences dans les distributions de probabilité de l'incrément de vitesse  $\Delta v(\tau) = v(t + \tau) - v(t)$ . Dans le cas du point central, la distribution reste quasiment identique sur la verticale (figure 2.29.a). Cependant, lorsqu'on trace la Pdf au point rejet pluvial après un évènement pluvieux, on constate que la queue de la Pdf montre des valeurs plus extrêmes à une hauteur de 1.5m. L'arrivée d'eau change donc la dynamique du champ de vitesse selon la verticale 2.29.b.

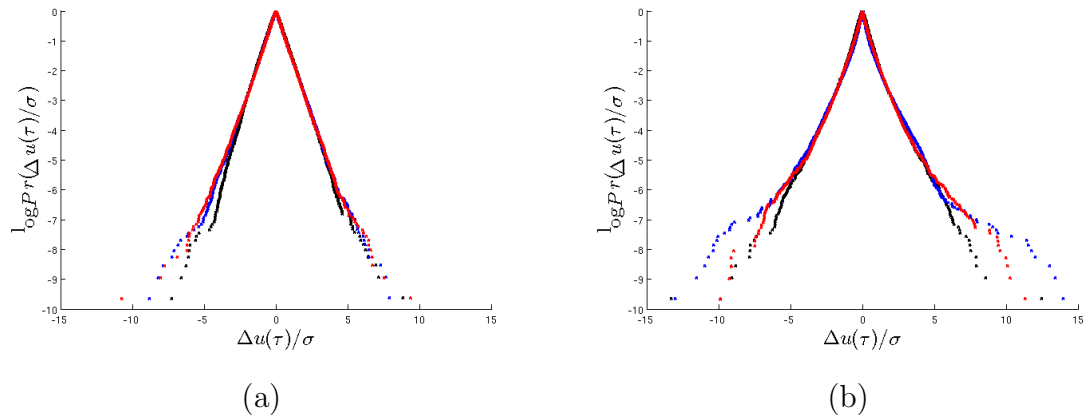


FIGURE 2.29: Distribution de probabilité de l'incrément (incrément de 30s) de vitesse transversale, (a) : Point central en noir à 0.5m, en bleu à 1.5m, rouge à 2.5m, (b) : Point de rejet pluvial en noir à 0.5m, en bleu à 1.5m, rouge à 2.5m,

## 2.5.4 Invariance d'échelle des différents champs dans le Créteil

Comme pour le lac du Bourget, nous allons dans cette section tracer les spectres de densité d'énergie des différents champs analysés dans le lac de Créteil. (tableau sur les pentes à 2.5m)

### 2.5.4.1 Température

Le spectre de température est tracé à 5 profondeurs différentes dans le lac de Créteil. La figure 2.30 représente le spectre moyenné (15 mois) de densité d'énergie de température. Les spectres sont intentionnellement translatés verticalement sur la figure. Le champ de température présente une partie inertielle importante sur une grande gamme d'échelle  $3 \cdot 10^{-6} Hz \leq f \leq 10^{-3} Hz$ . Nous constatons un pic à 24h correspondant aux évolutions journalière de température. Le champ de température montre une loi d'échelle pour les cinq profondeurs. Le spectre de densité d'énergie montre également que la température est affectée par les effets de flottabilité dus à la stratification, ce qui explique la valeur de la pente des spectres (-2).

### 2.5.4.2 Oxygène dissous

Comme il a été mentionné précédemment, la mesure de l'oxygène dissous dans le milieu est très important pour les espèces végétales et animales qui y vivent. La

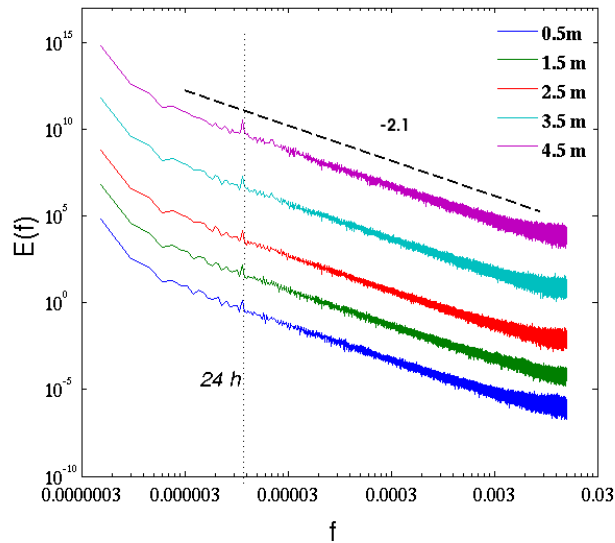


FIGURE 2.30: Spectre de densité d'énergie du champ de température mesuré à 5 profondeurs différentes dans le lac de Créteil, (1 unité en fréquence = 1 Hz)

faible profondeur du lac de Créteil ne brise pas la propriété d'invariance d'échelles observée dans les océans ou bien dans les milieux lacustres plus profonds (lac du Bourget) comme le montre la figure 2.31. Nous retrouvons ainsi le même processus

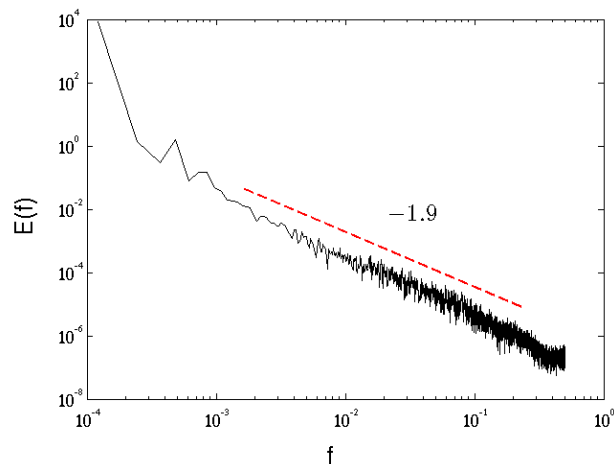


FIGURE 2.31: Spectre de densité d'énergie de l'oxygène dissous dans le lac de Créteil, (1 unité en fréquence = 0.03 Hz)

physique que pour le champ de température (pente proche de  $-2$ ).

### 2.5.4.3 Champ de vitesse

Dans les sections précédentes, les appareils de mesure du courant (ADV et ADCP) ont été présentés. Dans cette partie, on utilise quelques échantillons de vitesse

pour mettre en évidence le caractère d'invariance d'échelle dans le lac de Créteil. La figure 2.32 montre le spectre de densité d'énergie de la composante de vitesse horizontale mesurée à deux fréquences différentes (2.32.a représente une mesure à  $1Hz$ , 2.32.b représente une mesure à  $64Hz$ ). Du fait des vitesses très faibles dans le plan d'eau, la mesure à  $64Hz$  est composée d'un bruit blanc ( $\beta_2 \sim 0$ ) à petites échelles (entre  $64Hz$  et  $1Hz$ ). Cela veut dire qu'il n'est pas utile de faire des mesures à très haute fréquence pendant cette période et avec un appareil d'une telle précision.

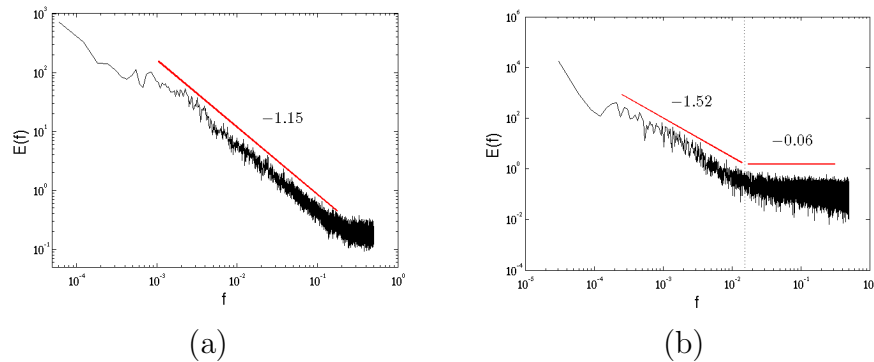


FIGURE 2.32: (a) Spectre de densité d'énergie ( $Sp$ ) de la composante transversale du champ de vitesse mesuré à 3m de profondeur dans le lac de Créteil à une fréquence de  $1Hz$ , (1 unité en fréquence = 1 Hz). (b) : représente le  $Sp$  de la composante transversale du champ de vitesse mesuré à 3m de profondeur dans le lac de Créteil à une fréquence de  $64Hz$  (08/10/2012), (1 unité en fréquence = 64 Hz)

La figure 2.33 présente la série temporelle de l'incrément de vitesse mesurée à une fréquence de  $64Hz$  à 3m de profondeur dans le lac de Créteil, elle montre que les petites variance du champ de vitesse pendant cette période sont de l'ordre de précision de l'appareil de mesure (ADV) (voir tableau 2.6).

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence la propriété d'invariance d'échelle sur une certaine gamme d'échelle des champs étudiés. Nous montrons dans la partie résultats que cette propriété est brisée par les effets de bords. Nous avons montré que certains processus physiques opèrent dans les lacs tels que la turbulence libre caractérisée par des pentes de spectre à  $-5/3$  ou bien la stratification caractérisée par des pentes à  $-2$ . Nous montrerons dans le chapitre 4 qu'il existe d'autres processus physiques le long de la colonne d'eau. Cependant les valeurs des pentes calculées sur les séries de mesures sont un peu différentes de celles données par la théorie. Cette différence peut être attribuée au caractère intermittent des différents champs. Dans les sections suivantes nous qualifierons le caractère intermittent des différents champs par le formalisme multifractal.



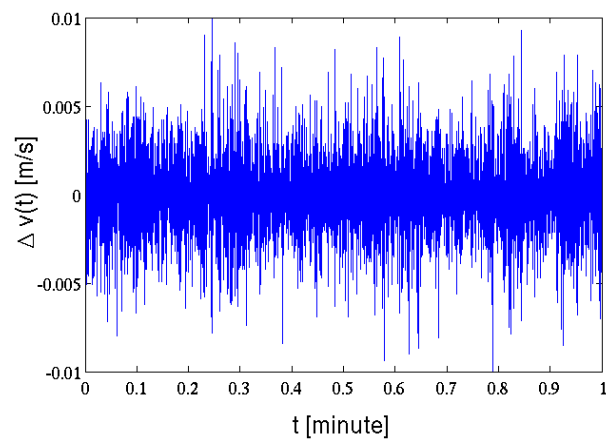


FIGURE 2.33: Série temporelle de l'incrément de vitesse mesurée à une fréquence de  $64Hz$  à 3m de profondeur dans le lac de Créteil

# Chapitre 3

## Théorie Multifractale

### 3.1 Introduction

La variabilité spatio-temporelle des champs géophysiques met en échec les approches d'analyses traditionnelles à l'aide de modèles déterministes. L'apparition de phénomènes extrêmes résulte des interactions non-linéaires entre les différentes échelles. Une contrainte supplémentaire pour décrire les champs géophysiques est la grande gamme d'échelle sur laquelle ces champs fluctuent : allant du millimètre au kilomètre en espace, de la milliseconde aux échelles géologiques en temps. La façon la plus simple pour caractériser la variabilité sur les différentes gammes d'échelles est de supposer qu'il existe un processus élémentaire (cascade) qui permet de la reproduire d'une échelle à une autre.

L'analyse multifractale est un cadre approprié pour l'étude des champs présentant des variations extrêmes sur les différentes échelles en espace et en temps. Avant de commencer la description du formalisme multifractal, nous allons donner quelques définitions sur l'analyse fractale.

### 3.2 Géométrie fractale

Lors d'une description d'un phénomène on utilise souvent des formes naturelles, par exemple les lacs sont représentés par des cercles, des particules par des sphères, des arbres par des cônes ...etc. Cependant, beaucoup de formes dans la nature sont irrégulières et représentent un degré de complexité tout à fait différents par

rapport aux approximations euclidiennes. Les courbes, surfaces et volumes dans la nature peuvent être si complexe que les mesures ordinaires perdent leurs sens. Les concepts des fractals ont connu de nombreux développements et applications depuis leur introduction par [Mandelbrot \(1975\)](#) bien que le premier exemple fractal (le terme n'est apparu qu'un siècle plus tard) à été introduit par le mathématicien [Cantor \(1884\)](#). Le mot fractal vient du latin "Fractus" qui signifie irrégulier. Le formalisme fractal consiste à étudier des objets irréguliers, cette approche est la mieux adaptée pour appréhender le réel physique. Aujourd'hui, le concept fractal est introduit dans plusieurs domaines par la communauté scientifique tels que : la physique, la médecine, la biologie, la chimie, les sciences de la terre, l'imagerie ...etc.

### 3.2.1 Objet fractal

Un objet fractal est un objet mathématique issu d'un processus itératif et qui présente un caractère d'invariance d'échelle, c'est à dire que à n'importe quelle échelle l'objet sera observé, il présentera la même allure comme le montre la figure [3.1](#) qui représente la branche de Barnsley. Lorsqu'on compare la branche complète



FIGURE 3.1: Branche de Barnsley, avec une de ses principale feuille

avec l'une de ses branches on retrouve une similarité, la branche principale se scinde en petites branches similaires en utilisant la propriété d'invariance d'échelle.

### 3.2.2 Dimension fractale

La notion de dimension en géométrie, nous laisse penser aux nombres entiers qui caractérisent les espaces réguliers. Ainsi, une ligne droite a pour support d'espace de dimension 1, un plan a pour support la dimension 2, un volume est inscrit dans un espace de dimension 3. Ces différents espaces obéissent à la loi de comptage de boîtes ("Box counting") qui est de la forme :

$$N(l) = \left(\frac{l_0}{l}\right)^D \quad (3.1)$$

Où  $D$  correspond à la dimension du support dans lequel  $l_0$  est défini :

- Si  $D = 1$  : le support de  $l_0$  est une droite,  $N(l)$  est le nombre de segments de taille  $l$  qu'il faut pour recouvrir  $l_0$ .
- Si  $D = 2$  : le support de  $l_0$  est un carré,  $N(l)$  est le nombre de carrés de côté  $l$  qu'il faut pour recouvrir  $l_0$ .
- Si  $D = 3$  : le support de  $l_0$  est un cube,  $N(l)$  est le nombre de cubes de côté  $l$  qu'il faut pour recouvrir  $l_0$ .

La figure 3.2 représente le principe de comptage de boîtes dans un espace euclidien. La figure 3.3) montre le pavage de la surface du lac de Créteil avec différents carré

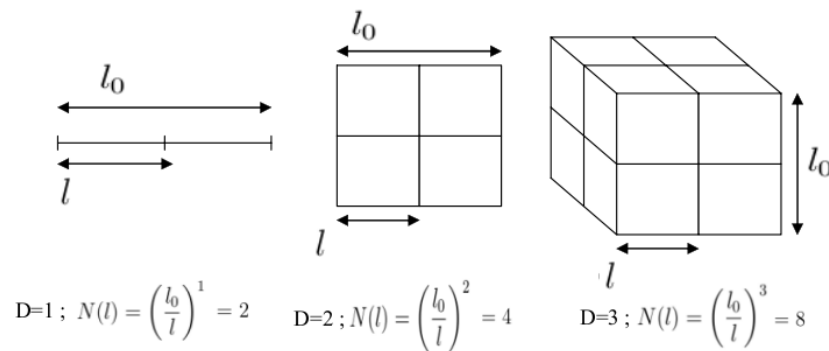


FIGURE 3.2: Mesure par comptage de boîtes dans un espace euclidien

de différentes tailles.

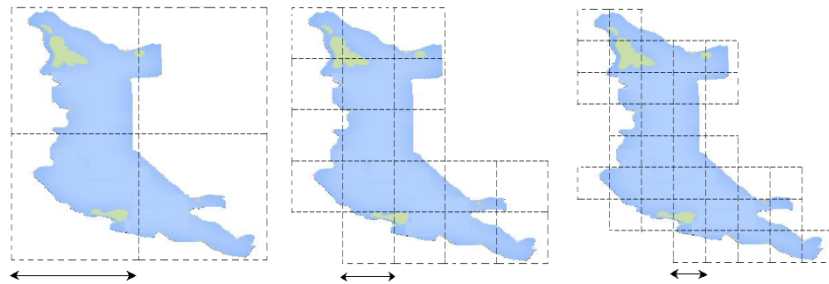


FIGURE 3.3: Pavage de la surface du lac de Créteil avec des carrés de différentes tailles

### 3.2.2.1 Calcul de la dimension fractale $D_F$

Afin d'illustrer le calcul de la dimension fractale, nous nous intéressons à la distribution spatiale d'un "bloom algal" dans un lac (voir figure 3.4). La dimension fractale est donnée comme suit :

$$D_F = \frac{\text{Log}(N(l))}{\text{Log}\left(\frac{l}{l_0}\right)} \quad (3.2)$$



FIGURE 3.4: Apparition d'un "bloom algal" dans une rivière en Floride

La figure 3.5.a est obtenu à l'aide d'un traitement d'image, la figure 3.5.b est obtenue en fixant un seuil d'apparition d'algue, on dit que si la valeur du pixel est supérieure au seuil alors on donne une valeur 1 (blanc), sinon 0 (noir), ainsi en sommant toute les cases non nulle on obtient le nombre de boites.

La dimension fractale obtenue est donné par la pente en échelle logarithmique, comme le montre la figure 3.6.

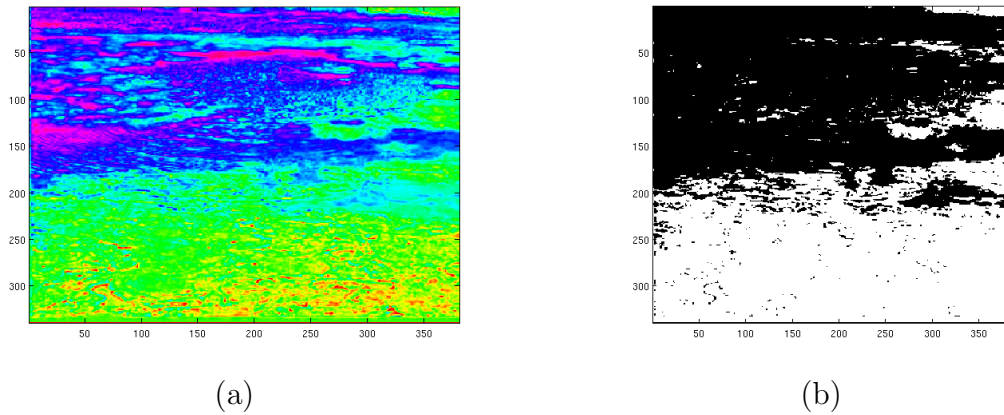


FIGURE 3.5: (a) : Coloration de l'image 3.4, (b) : Image 3.4 en noir et blanc, si blanc la valeur du pixel égale à un, sinon égale à zéro

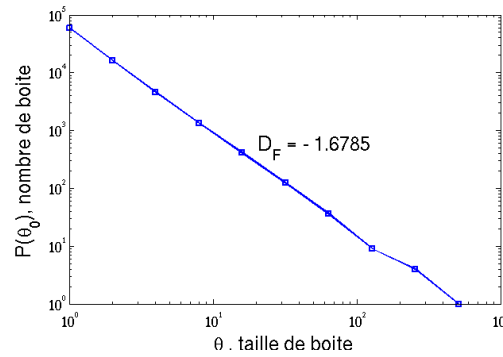


FIGURE 3.6: Dimension fractale de la distribution d'un "bloom algal" sur une rivière en Floride

### 3.2.3 Co-Dimension fractale

On définit la co-dimension fractale d'un ensemble de segments par :

$$C = D - D_F \quad (3.3)$$

Avec  $D_F$  la dimension fractale d'un ensemble  $A$  et  $D$  la dimension de l'espace. La probabilité qu'un segment de taille  $\theta$  intersecte l'ensemble  $A$  de longueur  $L$  s'exprime comme :

$$\frac{N_{\lambda,A}}{N_\lambda} \approx \frac{\lambda^{D_F}}{\lambda^D} = \lambda^{D_F-D} = \lambda^{-C} \quad (3.4)$$

Avec  $\lambda = L/\theta$ . La co-dimension caractérise l'occupation de l'espace par l'objet fractal. Sa valeur varie entre 0 et 1, les objets ou les événements les plus irréguliers

sont caractérisés par une valeur de la co-dimension voisine de 0, tandis que l'absence d'irrégularité est donnée par une co-dimension égale à 1. Pour l'étude des objets fractals, la dimension fractale est suffisante pour le décrire.

### 3.3 Hypothèses d'auto-similarité de Kolmogorov (K41)

Les écoulements incompressibles turbulents sont décrits par les équations de *Navier-Stokes* (1823) :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (3.5)$$

Où  $\mathbf{v}$  est le vecteur vitesse,  $t$  est le temps,  $\rho$  est la masse volumique,  $p$  la pression,  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide, et  $\mathbf{f}$  est le vecteur des forces extérieures.

Bien que l'existence et l'unicité de la solution des équations de *Navier-Stokes* restent un problème totalement ouvert, ces équations ont une symétrie d'échelle. Elles restent invariantes sous n'importe quel opérateur de contraction-dilatation spatio-temporel (de rapport d'échelle  $\lambda$ ,  $\lambda^{1-H}$ ) où  $\lambda = \frac{\text{Grande échelle}}{\text{Petite échelle}}$  et  $H$  est le degré de non conservation du champ turbulent. Par normalisation des variables de l'équation A.17 on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\rightarrow \mathbf{x}/\lambda \\ t &\rightarrow t/\lambda^{1-H} \\ \mathbf{v} &\rightarrow \mathbf{v}/\lambda^H \\ \nu &\rightarrow \nu/\lambda^{1+H} \\ \mathbf{f} &\rightarrow \mathbf{f}/\lambda^{2H-1} \end{aligned} \quad (3.6)$$

La théorie formulée par [Kolmogorov \(1941b\)](#) et [Kolmogorov \(1941a\)](#) est inspirée de la cascade d'énergie de *Richardson*, elle est considérée comme l'une des pièces maîtresse de la théorie de la turbulence. Elle est basée sur l'analyse dimensionnelle de l'équation de *Navier-Stokes*, et on peut distinguer deux grandes hypothèse :

**H1** Aux petites échelles  $l \ll L_1$  (échelle intégrale), les moments statistiques en deux points séparés par une distance  $r$  ou en deux points séparés par un temps

$\tau$ , peuvent être exprimés au moyen des seules quantités  $\varepsilon, \nu, r, \tau$ .

**H2** Aux petites échelles  $l_k$  (échelle de Kolmogorov)  $\ll l \ll L_1$ , les moments statistiques en deux points séparés par une distance  $r$  ou en deux points séparés par un temps  $\tau$ , peuvent être exprimés au moyen des quantités  $\varepsilon, r, \tau$ . Cela indique que ces échelles ne sont pas affectées directement par le frottement (dissipation en chaleur).

Ces hypothèses sont complétées par la célèbre **hypothèse d'isotropie locale**, qui stipule que dans tout écoulement turbulent, si le nombre de *Reynolds* est suffisamment grand, les petites échelles sont isotropes. Notons que l'énoncé donné par *Kolmogorov* n'est pas constructif dans le sens où il ne donne pas de manière précise la valeur du nombre de *Reynolds* pour lequel ces hypothèses sont valides.

### 3.3.0.1 Loi des "2/3" de Kolmogorov

Inspiré par les travaux de *Richardson*, et se basant sur l'hypothèse **H2**, *Kolmogorov* illustre l'universalité de cette hypothèse en considérant la fonction de structure de second ordre  $\langle (\delta v(l))^2 \rangle$  du champ de vitesse. Une analyse dimensionnelle simple montre cette quantité à une dimension  $[L]^2 [T]^{-2}$ , où  $[L]$  est une échelle de longueur et  $[T]$  est une échelle de temps. Puisque la dimension de l'énergie de dissipation moyenne  $\varepsilon$  par unité de masse, est  $[L]^2 [T]^{-3}$ , l'hypothèse de l'universalité devient :

$$\langle (\delta v(l))^2 \rangle = C \varepsilon^{2/3} l^{2/3} \quad (3.7)$$

Où  $C$  est une constante universelle.

### 3.3.0.2 Loi des "4/5" de Kolmogorov

Dans son papier [Kolmogorov \(1941a\)](#), trouve qu'une relation peut être dérivée de la fonction de structure du troisième ordre :

**Loi des "4/5"** : *Dans la limite d'un nombre de Reynolds infini, le troisième ordre de la fonction de structure de la composante de vitesse tangentielle d'une turbulence homogène et isotrope incrémenté d'une échelle  $l$  est donné par l'énergie*



de dissipation moyenne  $\varepsilon$  par unité de masse :

$$\langle (\delta v(l))^3 \rangle = -\frac{4}{5} \varepsilon l \quad (3.8)$$

### 3.4 Intermittence des champs géophysiques

Le terme "intermittence" a été introduit par *Batchelor et Townsend (1949)* pour décrire la distribution de la vorticité *Batchelor and Townsend (1949)*. La définition de l'intermittence varie d'un auteur à un autre, elle est utilisée pour caractériser la variation locale du taux de l'énergie de dissipation. L'intermittence a également été en régime transitoire de la turbulence, selon *Pope (2000)* elle est définie comme une interface entre une région turbulente et une région non turbulente.

La figure 3.7.a montre que l'incrément de température présente des valeurs extrêmes concentrées sur des périodes assez courtes, la figure 3.7.b montre la distribution en temps de la quantité  $\varepsilon(t) = |\Delta u(t)|^3$  défini comme une densité de flux. Elle montre que des valeurs locales sont plus larges que la moyenne. Sous l'hypothèse **H2** de

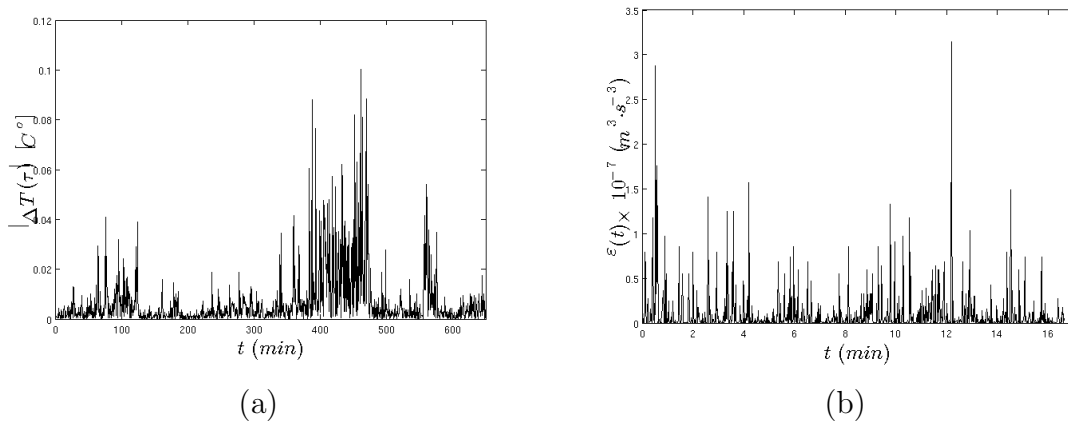


FIGURE 3.7: (a) : Différence de température  $|\Delta T(\tau) = T(t+\tau) - T(t)|$  mesurée dans le lac de *Créteil* à 2.5m de profondeur , (b) : Le flux de densité d'énergie  $\varepsilon(t) = |\Delta u(t)|^3$  de la composante de vitesse horizontale mesurée dans le lac de *Créteil* à 2.5m de profondeur

*Kolmogorov (K41)* les propriétés statistiques d'un écoulement turbulent peuvent être caractérisées par la densité du flux d'énergie  $\varepsilon$  constante, alors que la figure 3.7.b montre que cette quantité varie avec des ordres de magnitude très large.

#### 3.4.1 Limitation des hypothèses de Kolmogorov 1941 (K41)

Les observations expérimentales ont montré que le flux d'énergie  $\varepsilon$  n'était pas constant. Cette variabilité a été prise en compte par *Kolmogorov (Kolmogorov (1962))* et *Obukhov (Oboukhov (1962))* qui publient chacun en 1962 un article dans lequel les fluctuations du flux d'énergie sont prises en considération en faisant

une moyenne locale de  $\varepsilon(t)$  sur une sphère de rayon  $l$  :

$$\bar{\varepsilon}_l(\vec{r}, t) = \int_{|\vec{s}| \leq l} \varepsilon(\vec{r} + \vec{s}, t) d\vec{s} \quad (3.9)$$

En estimant les fonctions de structures des incréments de vitesse pour des moments différents :

$$\langle (\delta v(l))^q \rangle \propto l^{\zeta(q)} \quad (3.10)$$

Ils associent ainsi la non-linéarité de  $\zeta(q)$  aux effets de l'intermittence. Cette nouvelle description de la turbulence est plus connue sous le nom **KO62** et elle est basée sur une statistique log-normale de la moyenne locale de  $\bar{\varepsilon}_l$ . Afin de comparer les deux hypothèses on peut les écrire sous la forme suivante :

- **K41** :  $\Delta u(l) = \varepsilon^{1/3} l^{1/3}$ , avec  $\varepsilon$  constante.
- **KO62** :  $\Delta u(l) = \bar{\varepsilon}_l^{1/3} l^{1/3}$

### 3.4.2 Notion de cascade

Le principe de cascade d'énergie à été introduit par *Richardson 1922* sous forme de poème. La notion de cascade peut se traduire comme l'entretien des grades échelles (tourbillons) par les différents forçages extérieures, ensuite ces grandes structures transmettent leurs énergie par des interactions non-linéaires aux petites échelles (petits tourbillons) jusqu'à la dissipation par effets visqueux (voir figure 3.8).

Même si *Kolmogorov* était le premier à mentionner le principe de la cascade, par contre aucun modèle n'a été proposé. *Yaglom (1966)* propose le premier modèle de cascade discrète. Ce modèle a été introduit dans le but de reproduire les statistiques d'un processus log-normal proposé par *Kolmogorov*.

### 3.4.3 Cascade Discrète

Le modèle de cascade discrète correspond au fait que les structures tourbillonnaires sont symbolisées par des cellules. Si on pose  $l_0$  la taille de la plus grande cellule, chaque cellule se divise en deux pour donner deux cellules de taille  $l_0/2$ , ainsi on obtient à l'étape  $n$  des  $2^n$  cellules de taille  $l_0/2^n$  chacune (voir figure 3.9).

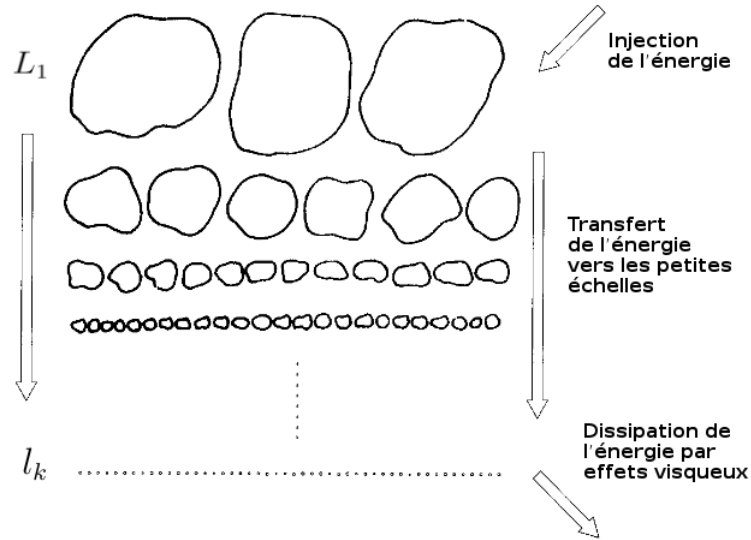
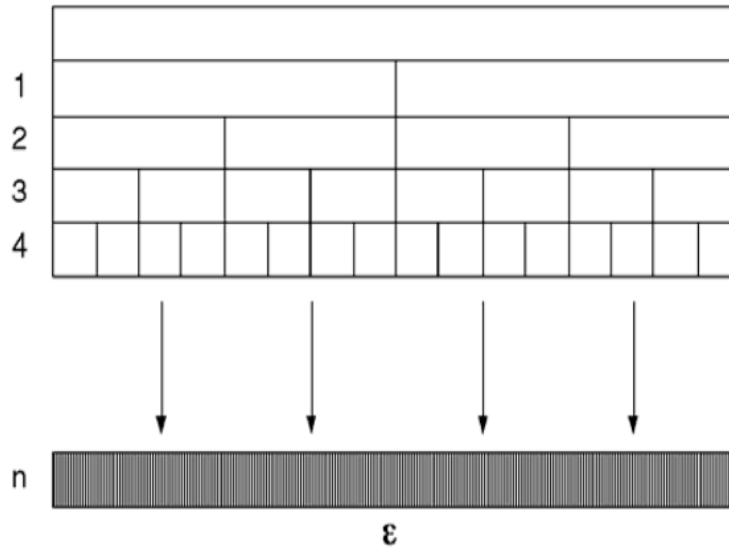


FIGURE 3.8: Schéma d'une cascade d'énergie dans un écoulement turbulent

FIGURE 3.9: Illustration d'une cascade discrète, chaque étape est associée à un rapport d'échelle de 2, après  $n$  étapes le rapport d'échelle total est de  $2^n$ , d'après Schmitt (2003)

### 3.4.3.1 Propriété d'invariance d'échelle des cascades multiplicatives

On associe une variable aléatoire positive  $W$  à chaque cellule symbolisant les structures tourbillonnaires, avec la propriété de conservation  $\langle W \rangle = 1$ . Comme on l'a montré ci-dessus, la plus grande structure tourbillonnaire correspond à la cellule de taille  $l_0 = l_n \lambda_1^n$ , où  $l_n$  est la taille des cellules à l'étape  $n$ , et  $\lambda_1 > 1$  ( $\lambda_1 = 2$  pour la cascade discrète). Après  $n$  étapes on aura  $\lambda_1^n$  de cellules chacune avec une taille de  $l_n$ . Donc le flux d'énergie  $\varepsilon$  transmis des grandes structures aux petites

peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\varepsilon_n = \left( \prod_{p=1}^n W_p \right) \varepsilon_0 \quad (3.11)$$

Où  $\varepsilon_0$  est le taux d'énergie des grandes structures tourbillonnaires,  $p$  est l'étape de la cascade.

Les moments statistiques des variable aléatoires  $W_{p,t}$  (à chaque étape), peuvent s'écrire comme suit :

$$\langle (\varepsilon_n)^q \rangle = \left( \prod_{p=1}^n \langle (W_p)^q \rangle \right) \langle \varepsilon_0^q \rangle \quad (3.12)$$

En introduisant le rapport d'échelle  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{l_0}{l_n} = \lambda_1^n \quad (3.13)$$

Les moments statistiques du flux  $\varepsilon_\lambda$  entre les grandes et petites échelles sont définis comme suit :

$$\langle (\varepsilon_\lambda)^q \rangle = \lambda^{K(q)} \quad (3.14)$$

Où  $K(q) = \log_2 W^q$  est la fonction des moments statistiques. La conservation de la variable aléatoire  $\langle W \rangle = 1$  implique que  $\langle \varepsilon \rangle = 1$ , et aussi la fonction des moments statistiques  $K(1) = 0$ . Dans le cas d'un champs non conservatif (champs de vitesse, scalaire passif) défini à partir de leur flux  $\varepsilon$  et du rapport d'échelle  $\lambda$  tel que :

$$\Delta u_\lambda = \varepsilon_\lambda^a \lambda^{-H} \quad (3.15)$$

L'expression des moments statistiques est donnée comme suit :

$$\langle (\Delta u_\lambda)^q \rangle \propto \langle (\varepsilon_\lambda^a)^q \rangle \lambda^{-qH} \propto \lambda^{-\zeta(q)} \quad (3.16)$$

Avec :

$$\lambda^{-\zeta(q)} = \lambda^{K(aq)} \lambda^{-qH} \implies \zeta(q) = qH - K(aq) \quad (3.17)$$

### 3.5 Le $\beta$ -modèle

Le  $\beta$ -modèle proposé par [Frisch et al. \(1978\)](#), est le modèle de cascade le plus simple qui prend en compte l'intermittence de la turbulence en utilisant les fractal. Suivant le principe de cascade proposé par [Richardson \(1926\)](#) le  $\beta$ -modèle suppose que les structures tourbillonnaires soient "actives" ou bien "non-actives". Si  $\varepsilon_n$  est la valeur d'un champ (par exemple le flux de densité d'énergie qui est transféré des grandes échelles aux petites), après  $n$  itérations  $\varepsilon_n = \mu_\epsilon \cdot \varepsilon_{n-1}$ , où  $\mu_\epsilon$  est un facteur aléatoire, la probabilité d'avoir des structures tourbillonnaires "actives" est :

$$Pr(\mu_\epsilon = \lambda^C) \approx \frac{N_\lambda(\text{actives})}{N_\lambda(\text{total})} = \frac{\lambda^{D_F}}{\lambda^D} = \lambda^{-C} \quad (3.18)$$

La probabilité d'avoir des structures tourbillonnaires "non-actives" est donnée par l'équation suivante :

$$Pr(\mu_\epsilon = 0) = 1 - \lambda^{-C} \quad (3.19)$$

Le champ  $\varepsilon$  étant conservatif cela implique que  $\langle \mu_\epsilon \rangle = 1$ .

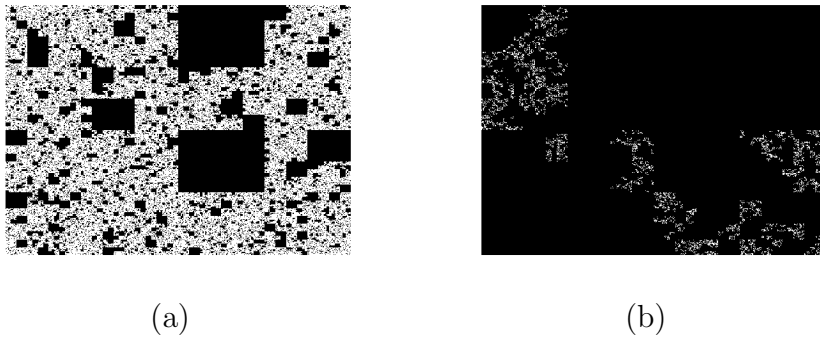


FIGURE 3.10: Flux de densité d'énergie en 2 dimensions en utilisant le  $\beta$ -modèle avec un rapport d'échelle  $\lambda = 2^8$  et deux valeurs différentes de la co-dimension fractale, (a) :  $C = 0.1$ , (b) :  $C = 0.5$

## 3.6 Extension aux Multifractals

Le  $\beta$ -modèle donne une information sur la répartition (apparition) de structures tourbillonnaires en espace-temps, mais il ne donne pas d'informations sur l'intensité de ces structures. Cependant, on gagne beaucoup d'informations en mesurant non seulement l'occurrence d'une structure et son intensité.

### 3.6.1 $\alpha$ -modèle

Le  $\beta$ -modèle est une approximation médiocre de la cascade de turbulence, une alternative plus réaliste que la caricature "active/non-active" qui est la propriété principale du  $\beta$ -modèle est donnée par [Schertzer and Lovejoy \(1984\)](#) est le  $\alpha$ -modèle nommé en raison de la divergence de l'exposant des moments statistiques (à ne pas confondre avec l'index ( $\alpha$ ) de *Lévy*). Le  $\alpha$ -modèle est un processus à deux états, considérant un champ  $\varepsilon_0 = 1$  et suivant le principe de cascade discrète après  $n$  étapes le champ devient :

$$\varepsilon_n = \prod_{j=1}^n \mu \varepsilon_j \quad (3.20)$$

Avec  $\mu \varepsilon =$  soit  $\lambda_0^{\gamma+}$  ou  $\lambda_0^{\gamma-}$ , où  $\gamma+$  correspond à une augmentation de champ ( $\mu \varepsilon > 1$ ) et  $\gamma-$  correspond à une diminution du champ ( $\mu \varepsilon < 1$ ) ([Schertzer and Lovejoy \(1987\)](#)), la figure 3.11 est une illustration du principe de  $\alpha$ -modèle.

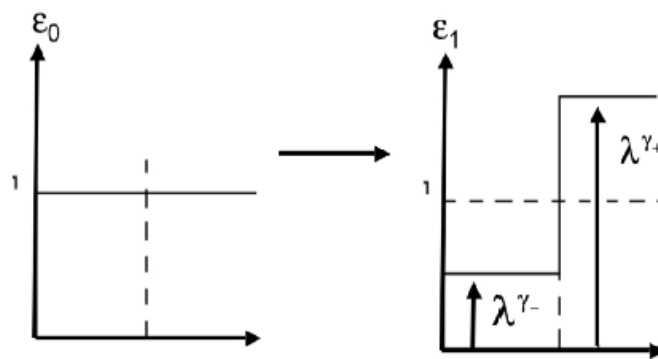


FIGURE 3.11: Schéma du  $\alpha$ -modèle. A chaque étape de la cascade le champ est divisé en 2 et multiplié soit par  $\gamma+$  ou  $\gamma-$ , d'après [Fitton \(2013\)](#)

La probabilité de l'apparition de ces valeurs est donnée comme pour le  $\beta$ -modèle comme suit :

$$Pr(\mu \varepsilon = \lambda_0^{\gamma+}) = \lambda_0^{-C} \quad (\text{Augmente}) \quad (3.21)$$

$$Pr(\mu_\varepsilon = \lambda_0^{\gamma^-}) = 1 - \lambda_0^{-C} \quad (\text{Diminue}) \quad (3.22)$$

Où

$$\gamma_+ = \frac{C}{\alpha}, \quad \gamma_- = \frac{C}{\alpha'} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = 1 \quad (3.23)$$

Comme pour le  $\beta$ -modèle, le champ doit être conservatif ( $\langle \mu_\varepsilon \rangle = 1$ ), cela est satisfait par :

$$\langle \mu_\varepsilon \rangle = \lambda^{\gamma_+} \lambda^C + \lambda^{\gamma_-} (1 - \lambda^{-C}) = 1 \quad (3.24)$$

La figure 3.12 représente quelques étapes de cascade d'un champ  $\varepsilon_n$  en 2 dimensions selon le  $\alpha$ -modèle, avec un rapport d'échelle de  $\lambda^6$

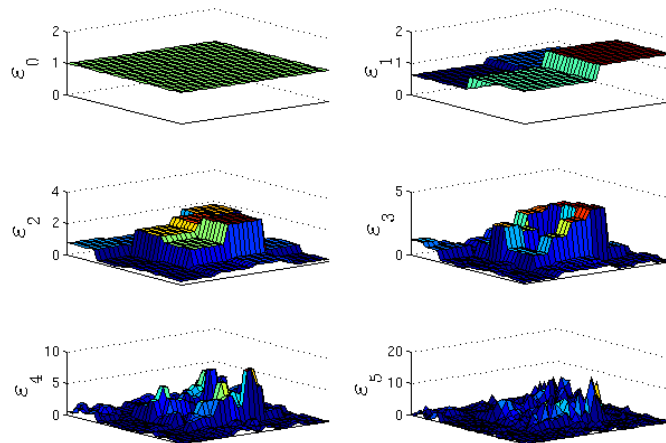


FIGURE 3.12: Cascade en 2 dimension d'un flux d'énergie suivant le  $\alpha$ -modèle avec :  $C = 0.6$ ,  $\alpha = 1.6$ .



### 3.6.2 Le modèle multifractal universel

Les modèles de cascade (multiplicatives) décrits ci-dessus produisent des séries multifractales. Cependant, elles ne sont pas le seul moyen de produire des champs multifractals. Ainsi des attracteurs géométriques multifractals ont été utilisés comme attracteurs de systèmes chaotiques (Halsey et al. (1986)) et les premières définitions multifractals ne considéraient pas de cascade. Mandelbrot (1999) a montré qu'une transformation non-linéaire d'un champ gaussien donne lieu à des champs multifractals.

Les singularités  $\gamma_+$  et  $\gamma_-$  créent à chaque étape de la cascade une hiérarchie de singularités Schertzer and Lovejoy (1987) ( $\gamma_- \leq \gamma \leq \gamma_+$ ) comme le montre la figure 3.13 à chaque étape on a :

$$\gamma_n = \frac{n^+ \gamma^+ + n^- \gamma^-}{n^+ + n^-} \quad \text{avec} \quad n = n^+ + n^- \quad (3.25)$$

Avec

$$Pr(n^+ = k) = C_n^k (\lambda^{-c})^k (1 - \lambda^{-c})^{(n-k)} \quad (3.26)$$

Et la probabilité que la divergence du champ s'effectue plus rapidement qu'avec la singularité  $\gamma$  est :

$$Pr(\varepsilon_n \geq (\lambda^n)^\gamma) \approx (\lambda^n)^{-c_n(\gamma)} \quad (3.27)$$

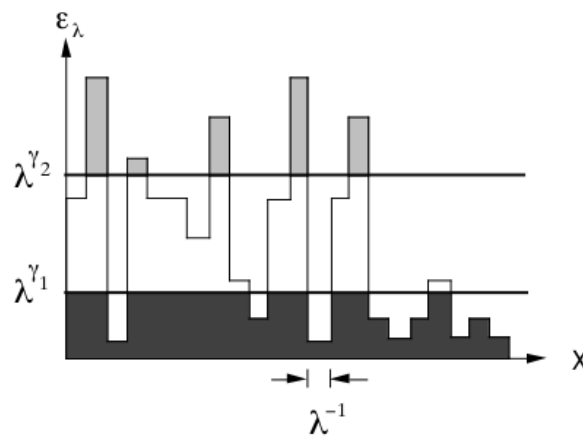


FIGURE 3.13: Illustration d'un champ multifractal avec deux seuils d'échelles différents ( $\gamma_1, \gamma_2$ ) on obtient pas la même co-dimension, d'après Schertzer and Lovejoy (1989)

Lorsque  $n \gg 1$ ;  $c_n(\gamma) \approx c(\gamma)$ , fonction indépendante de  $n$ . De façon générale la distribution de probabilité d'un champs multifractal respecte la loi d'invariance d'échelle suivante :

$$Pr(\varepsilon_n \geq (\lambda)^\gamma) \approx (\lambda)^{-c(\gamma)} \quad (3.28)$$

$-c(\gamma)$  correspond à une co-dimension de l'occurrence de la singularité  $\gamma$  et comme elle dépend de la valeur  $\gamma$ , cela correspond à une infinité de co-dimensions.

Par le biais de la transformation de *Legendre* la hiérarchie des singularités correspond à une loi d'invariance multiple des moments statistiques du champ multifractal au rapport d'échelle  $\lambda$

$$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \approx \lambda^{K(q)} \quad (3.29)$$

Un modèle à deux paramètre à été proposé par [Schertzer and Lovejoy \(1987\)](#) sous des condition assez générale ([Schertzer and Lovejoy \(1997\)](#)) pour générer des champs multifractals dont le logarithme des poids suit une loi de *Lévy*. En ajoutant un paramètre supplémentaire  $H$ , le modèle s'applique également aux processus non-conservatifs.

Le modèle multifractal universel propose une forme paramétrique des deux fonctions  $K(q)$  et  $c(\gamma)$ , la fonction  $c(\gamma)$  est donnée par :

$$c(\gamma + H) = \begin{cases} C_1 \left( \frac{\gamma}{C_1 \alpha'} + \frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha'} & \alpha \neq 1 \\ C_1 \exp\left(\frac{\gamma}{C_1} - 1\right) & \alpha = 1 \end{cases} \quad (3.30)$$

Avec la condition :

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = 1 \quad (3.31)$$

La fonction des moments statistiques utilise les même paramètres est donnée comme suit :

$$K(q) = \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha-1} (q^\alpha - q) & \alpha \neq 1 \\ C_1 q \log(q) & \alpha = 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

Les paramètres universels  $\alpha$ ,  $C_1$  et  $H$  ont des signification statistique et géométrique :  
 –  $C_1 \geq 0$  : est la co-dimension de la singularité moyenne, il mesure l'hétérogénéité moyenne du champ. Le phénomène est homogène pour  $C_1 = 0$ , plus le  $C_1$  augmente plus la singularité de la moyenne du champ est dispersée.

- $\alpha$  représente le degré de multifractalité et définit l'écart à la monofractalité. La valeur de  $\alpha$  est comprise entre 0 et 2, Lorsque  $\alpha = 0$  on observe un processus monofractal. Le cas  $\alpha = 2$  correspond au maximum de multifractalité (processus log-normal).
- $H$  est le paramètre qui quantifie la déviation du phénomène d'un processus conservatif.

## 3.7 Analyse multifractale

Dans la section précédente nous avons introduit les paramètres multifractal universel (UM) et nous avons donné leurs signification. Dans cette section nous allons introduire les techniques (méthodes) qui permettent de calculer les paramètres UM qui caractérisent le champ et aussi les fonctions  $K(q)$  et  $c(\gamma)$  définies précédemment. Il existe des méthode simples et faciles à mettre en œuvre qui permettent de calculer les paramètres UM tels que : la méthode des *Moment Trace* (en anglais : *Trace Moment (TM)*) [Schertzer and Lovejoy \(1987\)](#), la méthode des *Double Moment Trace (DTM)* et aussi la méthode *PDMS* (en anglais : *Probability Distribution Multiple Sclaing*) [Lavallée \(1991\)](#), nous allons décrire dans les sous-sections qui suivent ces méthodes.

### 3.7.1 Méthode de distribution de probabilité *PDMS*

Cette méthode consiste à calculer directement la fonction  $c(\gamma)$  ([Schertzer and Lovejoy \(1989\)](#), [Lavallée \(1991\)](#)), selon l'équation 3.28 pour différentes valeurs de  $\gamma$ . Il suffit de normaliser le champ étudié en suite calculer :

$$c(\gamma) = -\frac{\log(\text{Pr}(\varepsilon_\lambda \geq (\lambda)^\gamma))}{\log \lambda} \quad (3.33)$$

On répète la procédure pour différentes résolutions  $\lambda$  (dégradation du champ). La figure 3.14.a représente une illustration schématique de la fonction  $C(\gamma)$ , la figure 3.14.b représente la fonction  $C(\gamma)$  obtenue à l'aide de la méthode *PDMS* sur une série temporelle de température mesurée dans le lac de Créteil.

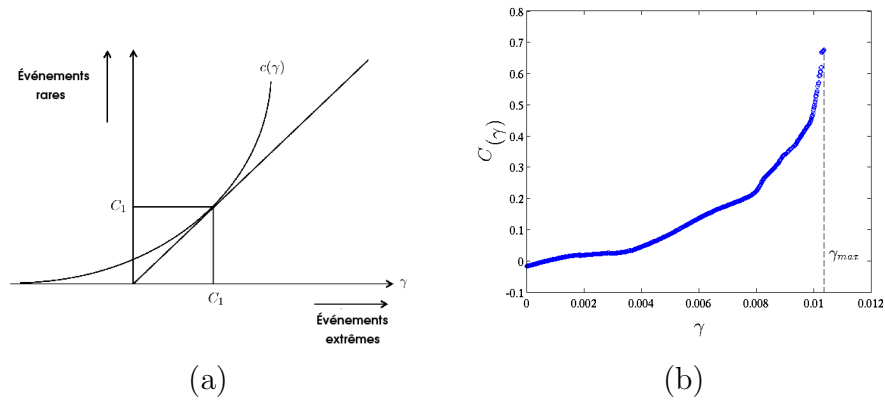


FIGURE 3.14: (a) : Schéma illustrant la fonction  $C(\gamma)$ , (b) : La fonction  $C(\gamma)$  obtenue à l'aide de la méthode *PDMS* sur une série temporelle de température mesurée dans le lac de Créteil

### 3.7.2 Méthode des Moments Trace *TM*

L'analyse spectrale permet de calculer le moment statistique du second ordre, la méthode *TM* permet de calculer des moments statistiques au-delà du second ordre (Schertzer and Lovejoy (1987)). Cette méthode permet de calculer la fonction des moments statistiques  $K(q)$  en utilisant la propriété d'invariance d'échelle des moments d'ordre  $q$  du champ conservatif  $\varepsilon_\lambda$ . Selon l'équation 3.29 la fonction des moments statistiques  $K(q)$  est obtenue en traçant en échelle log-log  $\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle$  en fonction de  $\lambda$ , la pente obtenue pour chaque valeur de  $q$  représente le  $K(q)$  correspondant, comme le montre la figure 3.15. Nous calculons la fonction des moments statistiques

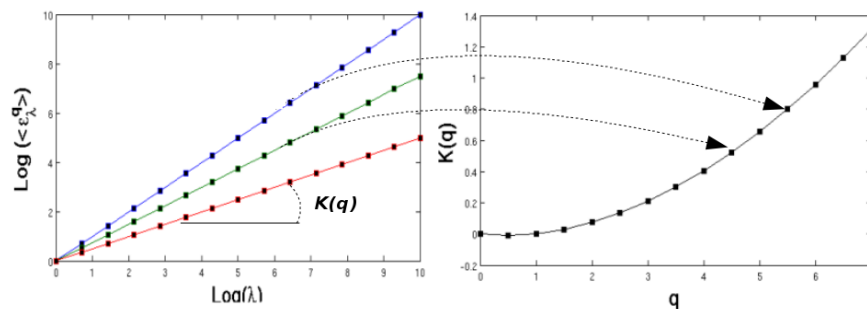


FIGURE 3.15: Schéma illustrant l'obtention de la fonction des moments statistiques  $K(q)$  pour différent  $q$

pour le champs de chlorophylle mesuré dans le lac de Créteil à une profondeur de 2.5m pendant la période du 26/10/2012 au 14/11/2012, la fréquence de mesure est de  $1/30Hz$ . Pour cela on définit un flux que nous supposant conservatif à partir de champ de chlorophylle  $\varepsilon_{Chl,\lambda} = Chl_\lambda^3$ . On remarque que le flux de chlorophylle

possède la propriété d'invariance d'échelle, la non linéarité de la fonction  $K(q)$  indique que le flux de chlorophylle est multifractal (intermittent).

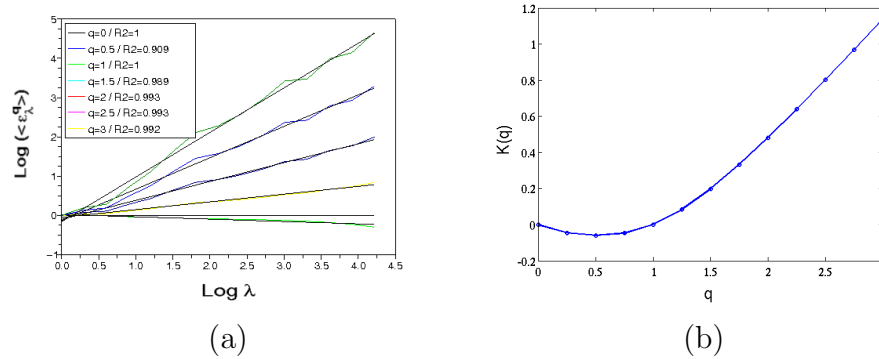


FIGURE 3.16: (a) : Moments statistiques du flux de chlorophylle mesuré dans le lac de Créteil à 2.5m, (b) : Fonction des moments statistiques obtenues pour différentes valeurs de  $q$

### 3.7.3 Méthode des Moments Double Trace *DTM*

La méthode des *Moments Double Trace* (Lavallée (1991), Lavallée et al. (1992)) ou *DTM* (*Double Trace Moment*) est une généralisation de la méthode *TM* présentée précédemment, cette méthode a été introduite pour estimer les paramètres multifractals universels  $(\alpha, C_1)$ . On peut décrire la méthode *DTM* en deux étapes, la première consiste à élever le champ conservatif à une puissance  $\eta$  à la résolution la plus fine, en suite le champ obtenu est normalisé, ainsi on faisant dégradé le champ, on calcul les moments statistiques pour différentes résolutions  $\lambda$ , différentes puissance  $\eta$  et différents moments  $q$ , comme suit :

$$\left\langle \left( \varepsilon_\lambda^{(\eta)} \right)^q \right\rangle \approx \frac{\langle (\varepsilon_\lambda)^{\eta q} \rangle}{\langle (\varepsilon_\lambda)^\eta \rangle^q} \langle (\varepsilon_\lambda)^\eta \rangle^q \approx \frac{\lambda^{K(q\eta)}}{\lambda^{qK(\eta)}} \langle (\varepsilon_\lambda)^\eta \rangle^q \approx \lambda^{K(q,\eta)} \quad (3.34)$$

$$\left\langle \left( \varepsilon_\lambda^{(\eta)} \right)^q \right\rangle \approx \lambda^{K(q\eta) - qK(\eta)} \quad (3.35)$$

En utilisant l'équation 3.32 (universalité) on obtient l'expression suivante de la fonction des moments statistiques  $K(q, \eta)$  :

$$K(q, \eta) = \eta^\alpha K(q) \quad (3.36)$$

La deuxième étape consiste à estimer les paramètres UM. Pour cela on représente en échelle logarithme la fonction des moments statistiques  $K(q, \eta)$  en fonction de

$\eta$  pour une valeur de  $q$  fixe, cela permet de déterminer la valeur de  $\alpha$  comme le montre la figure 3.17 : La valeur de  $C_1$  est obtenue à l'aide des équations 3.32 et

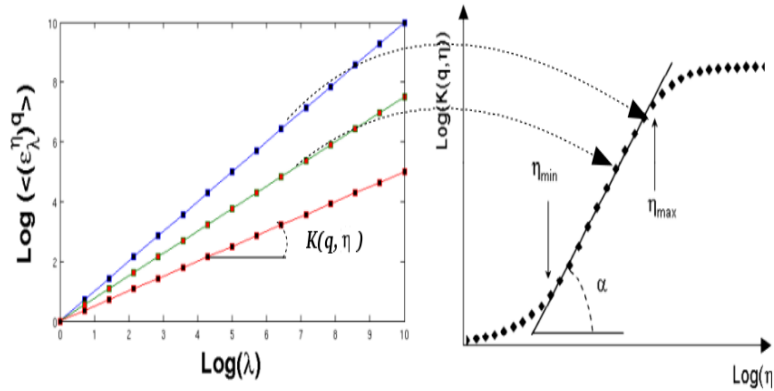


FIGURE 3.17: Schéma illustrant l'obtention du paramètre UM  $\alpha$  à l'aide de la méthode *DTM*, d'après Hoang (2011)

3.36 pour  $\eta = 1$  :

$$C_1 = K(q) \frac{\alpha - 1}{q^\alpha - q} \tag{3.37}$$

Nous utilisons le même champ que pour la même des moments traces avec la même définition du flux, pour définir les paramètres UM, pour déterminer  $\alpha$ , nous fixons la valeur de  $q = 1.5$ . Dans ce chapitre nous avons montré les différent

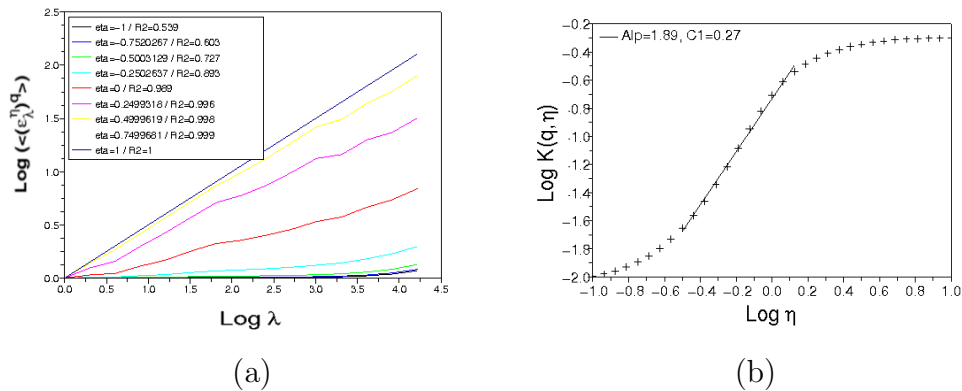


FIGURE 3.18: (a) : Moments statistiques du flux de chlorophylle calculée pour différentes valeur de  $\eta$  avec une valeur de  $q = 1.5$  mesurée dans le lac de Créteil à 2.5m, (b) : Fonction des moments statistiques  $K(q, \eta)$  obtenues pour différentes valeurs de  $\eta$

modèles multifractals utilisés pour caractériser l'intermittence d'un champ, nous avons aussi mis l'accent sur le modèle multifractal universel, on a montré aussi que ce modèle est caractérisé par deux paramètres ( $\alpha, C_1$ ), nous avons ensuite introduit quelques techniques qui permettent de calculer les paramètres UM. Dans

le chapitre suivant nous allons présenter quelques résultats obtenus en appliquant le modèle multifractal universel à des champs (séries temporelles) mesurées dans le lac du *Bourget* et le lac de *Créteil*.

### 3.7.4 Estimation robuste des paramètres UM

Comme nous l'avons vu précédemment, le formalisme multifractal repose sur l'invariance d'échelle du champ étudié, cela veut dire que lorsque cette propriété n'est plus valide, les estimations des paramètres n'est plus robuste. Afin d'illustrer l'impact du "scaling" (invariance d'échelle) nous avons tracé la fonction  $C(\gamma)$  définie précédemment sur différentes gammes d'échelles ( $2^r n g$ ). La figure 3.19 montre que la fonction  $C(\gamma_{max})$  prend différentes valeurs suivant la gamme d'échelle d'estimation.

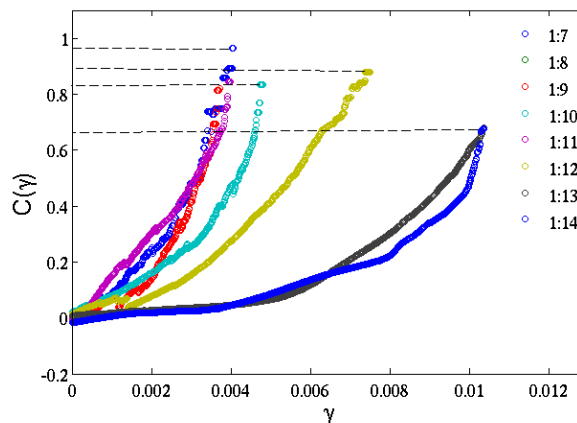


FIGURE 3.19: Fonction  $C(\gamma)$  calculée pour un échantillon de température, mesuré dans le lac de Créteil à 2.5m de profondeur pendant le mois d'Avril 2013

### 3.7.5 Validation des paramètres UM

Afin de valider les paramètres UM obtenus, le moyen le plus simple est de comparer la fonction des moments statistique obtenue à l'aide de l'équation 3.32 (estimation semi-analytique) et celle obtenue empiriquement sur la série de donnée. La figure 3.20 montre que la courbe semi-analytique suit la courbe empirique jusqu'à une valeur critique de  $q$ . Nous allons montrer dans les sous-sections suivantes à quoi correspondent ces valeurs limites de  $q$  et comment les quantifier à l'aide du modèle multifractal universel. Nous avons vu que la propriété d'invariance

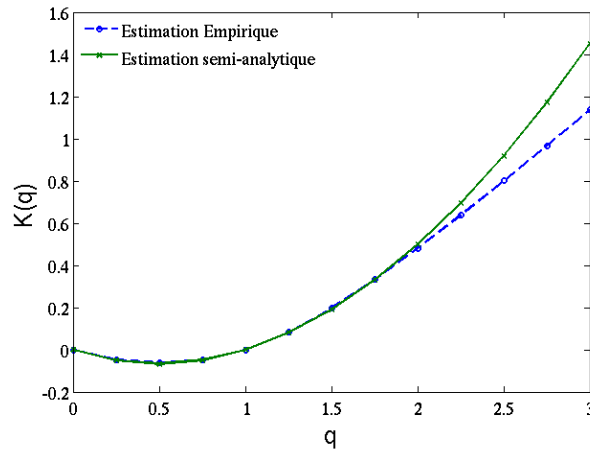


FIGURE 3.20: Comparaison de la fonction des moments statistiques du flux de température ( $\Delta T^3$ ) obtenue empiriquement (bleue) et celle obtenue par la fonction semi-analytique 3.32 (courbe verte)

d'échelle doit être respecté afin que nos estimations soient robustes. Même si la série (champ) étudié présente la propriété d'invariance d'échelle, la fonction  $K(q)$  et  $c(\gamma)$  théoriquement convexe peuvent devenir linéaire au delà d'un seuil spécifique à la série analysée. Ce comportement est connu sous le nom de transition de phase multifractale, cela est dû aux valeurs extrêmes. Deux genres de transition de phase sont possible : la divergence des moments statistiques et la taille de l'échantillon.

### 3.7.5.1 La divergence des moments

La forte variabilité d'un processus à petite échelle par rapport au grande peut conduire à une divergence des moments statistiques. Lorsqu'on mesure une phénomène, on peut soupçonner que à l'échelle de mesure utilisés le champ n'exprime pas toute sa variabilité, c'est à dire si on descend à une échelle encore plus fine, on peut observer une variabilité plus forte. Cependant, les moments statistiques empiriques peuvent être calculés, par contre les moments théorique n'existent pas. Ainsi la fonction  $K(q)$  théorique aura la forme de type  $K(q) = \infty$  pour  $q > q_D$ , avec  $q_D$  le moment critique. La fonction empirique que l'on pourra calculer (en utilisant la transformée de *Legendre*) est donnée comme suit :  $K(q) = q\gamma_{max} - c(\gamma_{max})$ , pour  $q > q_D$  la fonction des moments statistiques augmente avec une vitesse  $\gamma_{max}$ . La fonction des moments statistiques prend une forme linéaire du type :

$$K(q) = \gamma_{max}(q - q_D) + K(q_D) \quad \text{pour} \quad q > q_D \quad (3.38)$$



La transformée de *Legendre* qui lié la fonction  $c(\gamma)$  à  $K(q)$  permet d'obtenir la fonction  $c(\gamma)$  qui n'est plus linéaire :

$$c(\gamma) = q_D(\gamma - \gamma_D) + c(\gamma_D) \quad \text{pour} \quad \gamma > \gamma_D \quad (3.39)$$

Concernant la divergence des moments statistiques, elle correspond à la singularité  $\gamma_D$  pour laquelle la fonction  $c(\gamma)$  devient linéaire, le moment statistique correspondant est la solution de :

$$D = \frac{C_1}{\alpha - 1} \frac{q_D^\alpha - q_D}{q_D - 1} \quad (3.40)$$

$q_D$  correspond à la chute algébrique de la loi de probabilité, elle est observable seulement si  $q_D < q_s$ , où  $D$  est la dimension de l'espace sur lequel on observe le phénomène (support). Afin d'illustrer la divergence des moments statistiques, on utilise un champ de température mesurée à une profondeur de 4.5m dans le lac de Créteil, la figure 3.21 montre une divergence des moment statistiques d'ordre  $q_D = 2$ .

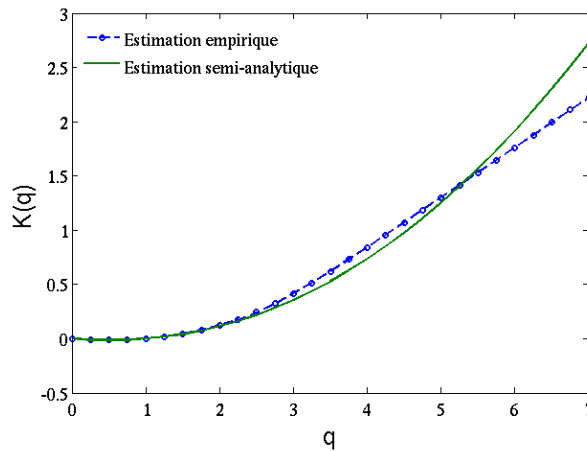


FIGURE 3.21: Comparaison de la fonction des moments statistiques du champ de température mesurée à 4.5m de profondeur dans le lac de Créteil (courbe verte) obtenue avec l'équation 3.32 avec les paramètres :  $\alpha = 2.14$ ,  $C_1 = 0.055$ , avec  $K(q)$  empirique (courbe bleue)

### 3.7.5.2 Effet de la taille des échantillons

Lorsqu'on analyse des séries spatiale ou temporelle leur taille est finie, cela veut dire qu'il existe une singularité maximale théoriquement observable  $\gamma_s$ . La fonction théorique  $c(\gamma)$  sera bornée dans sa partie supérieure par  $c(\gamma_s) = D$ ,

Du fait que la fonction de co-dimension sera bornée, la fonction  $K(q)$  sera linéaire, selon la transformée de *Legendre* :

$$K(q) = \gamma_s(q - q_s) + K(q_s), \quad \text{pour } q > q_s \quad (3.41)$$

Les moment critique  $q_s$  peut être déterminer à l'aide du modèle multifractal universel. Dans un espace de dimension  $D$ , nous analysons toujours des échantillonnages finis, ce qui entraîne évidemment une limitation dans nos capacités à explorer les singularités possibles. Cette limitation peut être quantifiée grâce à l'introduction d'une dimension d'échantillonnage  $D_s$  ([Schertzer and Lovejoy \(1989\)](#)). Cette dimension permet de quantifier la capacité à explorer l'espace de probabilité du processus que nous analysons. Si on considère  $N_s$  le nombre de réalisations (échantillons) dont nous disposons, nous observerons  $N_s \lambda^D$  ( $D$  est la dimension Euclidienne), ou bien  $\lambda^{D+D_s}$  :

$$D_s = \frac{\log N_s}{\log \lambda} \quad (3.42)$$

Pour un espace de dimension  $D$ , la singularité observable maximale est caractérisée par :  $c(\gamma_s) = D + D_s$ , cela veut dire que les singularité supérieure à  $D + D_s$  ne seront pas observées. On utilisant la transformée de *Legendre*, le moment statistique correspondant  $q_s$  est donné par :

$$q_s = \frac{dc(\gamma_s)}{d\gamma_s} \quad (3.43)$$

Dans le cadre du modèle universel le moment statistique  $q_s$  est donné comme suit :

$$q_s = \left( \frac{D + D_s}{C_1} \right)^{1/\alpha} \quad (3.44)$$

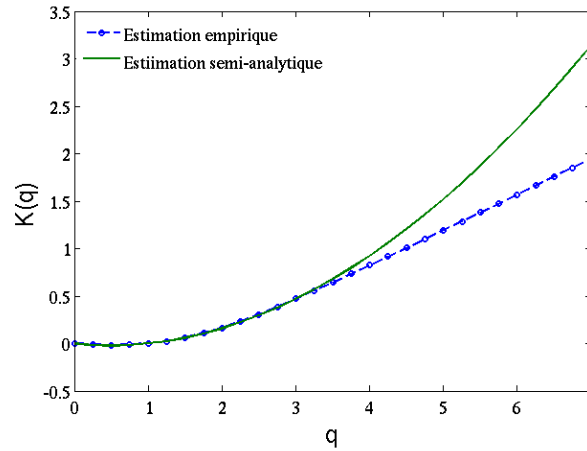


FIGURE 3.22: Comparaison de la fonction des moments statistiques du champ de température obtenue avec l'équation 3.32 ( $\alpha = 1.9, C_1 = 0.08$ ) (courbe verte), avec  $K(q)$  empirique (courbe bleue),  $q_s = 3.6$

### 3.7.6 Effets saisonniers et invariance d'échelles

Dans cette sous section nous allons commencer par mettre en évidence les effets des tendance sur la qualité de la propriété d'invariance d'échelles des champs étudiés. Du fait que la fréquence de mesure dans le lac du Bourget est assez faible  $1/900Hz$ , l'analyse d'une série temporelle de  $2^{12}$  points, couvre une période d'environ 40 jours de mesure. Pendant cette période on peut retrouver des tendance avec des gradients de température importants. La figure 3.23 montre que le comportement "scalant" n'est plus valable sur toute la gamme d'échelle étudiée, on remarque également que les grandes échelle sont affectées par les effets des tendances. Les valeurs du  $R^2$  montrent que la qualité du "scaling" est assez mauvaise.

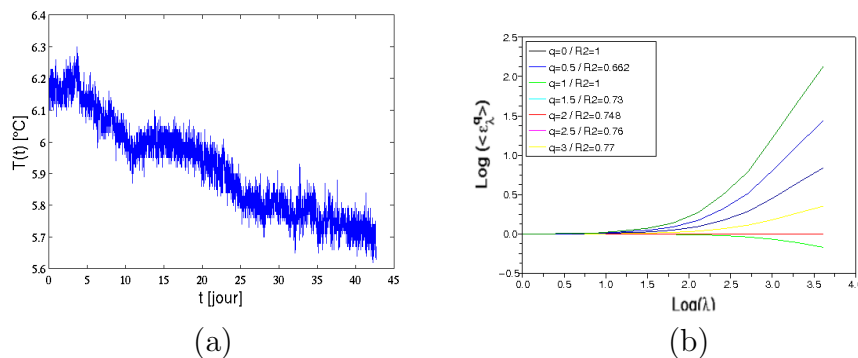


FIGURE 3.23: (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Bourget pendant 40 jours à 15m de profondeur, (b) : Moments statistiques montrant que la propriété d'invariance d'échelle est brisée.

Pour les séries temporelles de température mesurées dans le lac de Créteil, pour les quelles les gradient de température sont assez importants, comme le montre la figure 3.24, la propriété d'invariance d'échelle n'est pas valide sur toute la gamme d'échelle contrairement à ce que montre le spectre d'énergie (figure 2.30).

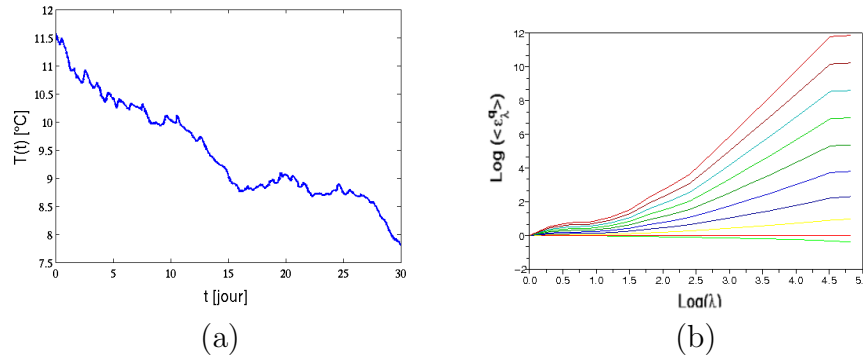


FIGURE 3.24: (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Créteil pendant le mois de Novembre à 2.5m de profondeur, (b) : Moments statistiques montrant plus d'une lois d'échelle (contrairement au spectre d'énergie)

### 3.7.7 Utilisation de la décomposition empirique modale

Dans cette section, nous allons utiliser les méthodes décrites précédemment (*TM* et *DTM*) pour estimer les paramètres UM. Afin d'estimer les paramètres UM nous étudions les statistiques d'un flux caractérisant le processus physique. La statistique d'un champ non-conservatif doit être décrite par l'exposant de la fonction de structure  $\zeta(q) = qH - K(aq)$ ,  $\zeta(q)$  qui présente une partie linéaire et une partie non-linéaire. Du fait que  $H$  soit supérieur à  $C_1$  la partie linéaire devient plus importante que la partie non-linéaire [Lovejoy and Schertzer \(2013\)](#), cela provoque une mauvaise estimation des paramètres UM à l'aide des méthodes *TM* et *DTM*. Aussi, la base de données dont nous disposons présente des séries temporelle avec des tendances saisonnières et des ondulations (figure 3.25), ce qui provoque également une mauvaise estimation des paramètres UM.

Afin de pallier ce problème, quelques techniques ont été proposées pour enlever les effet des tendances des séries temporelles sur leur comportement d'invariance d'échelles, tels que : "Detrended Fluctuations Analysis (DFA)", qui a été appliquée avec succès dans des études d'invariance d'échelle des séries non-stationnaires en climatologie ([Kurnaz \(2004\)](#), [Király and Jánosi \(2005\)](#)), mais aussi dans le cas des ruissellement de rivière [Koscielny-Bunde et al. \(2006\)](#), mais aussi dans les finances et dans le biomédical. La méthode DFA a été développée pour des séries

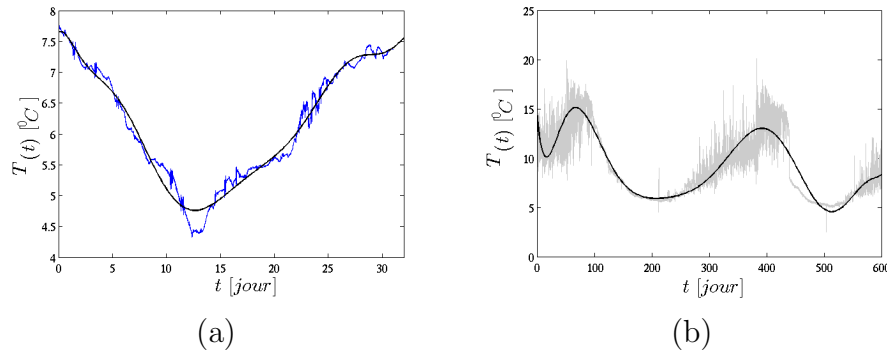


FIGURE 3.25: (a) : Série temporelle de température mesurée dans le lac de Créteil pendant le mois de décembre à 4.5m de profondeur, (b) : Série temporelle de température mesurée dans le lac du Bourget à 15m de profondeur.

présentant un comportement d'invariance d'échelle fractal. Comme il a été mentionné précédemment plusieurs séries temporelles ne montrent pas un comportement mono-fractal que l'on peut caractériser avec un exposant. Le caractère multifractal de plusieurs séries temporelles a poussé au développement de la méthode "Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MDFA)" [Kantelhardt et al. \(2002\)](#), [Movahed et al. \(2006\)](#) (application aux finances) qui est une généralisation de la méthode DFA. Autres méthodes ont également été utilisées dans le traitement de séries non-stationnaires tels que la décomposition en ondelettes [Muzy et al. \(1991\)](#). Dans la section qui suit nous allons présenter une méthode plus récente de décomposition d'un signal, cette méthode a été introduite par *Norden Huang* en 1998 ([Huang et al. \(1998\)](#)).

### 3.7.8 Décomposition Modale Empirique (DME)

*Norden Huang* propose en 1998 la Décomposition Modale Empirique (DME) ou EMD en anglais pour Empirical Mode Decomposition, afin d'analyser des séries temporelles non-stationnaires [Huang et al. \(1998\)](#), [Huang et al. \(1999\)](#). Le principe de cette méthode est la décomposition d'une série temporelle en une somme de plusieurs "modes" ou bien fonctions modales intrinsèques (IMF en anglais). La décomposition modale empirique s'accompagne souvent d'une transformation spectrale de *Hilbert* pour chaque mode pris séparément afin de calculer la densité spectrale. Cette méthode a été utilisée dans plusieurs domaines et a fait l'objet de plusieurs publications (plus de 1000 articles), on donne quelques exemples des domaines d'application : dans l'acoustique [Loutridis \(2005\)](#), dans le domaine

de la géophysique [Huang et al. \(2009\)](#), [Calif et al. \(2013a\)](#), mais aussi dans l'océanographie [Hwang et al. \(2003\)](#), [Veltcheva and Soares \(2004\)](#).

### 3.7.9 Présentation de la Décomposition Modale Empirique

L'idée principale de la décomposition modale empirique est de considérer le signal comme une superposition de plusieurs oscillations ayant chacune une échelle caractéristique. La décomposition est réalisée de façon itérative en supposant à chaque étape que le signal est la somme d'une composante lente (basse fréquence) qui est le "résidu" et une composante rapide (haute fréquence) "IMF", on continue l'itération en décomposant à nouveau le résidu obtenu, à la fin on obtient une série temporelle  $x(t)$  qui est la somme d'un nombre fini de IMFs  $C_i(t)$  et d'un résidu  $r(t)$ .

$$x(t) = \sum_{i=1}^n C_i(t) + r(t) \quad (3.45)$$

Les différentes étapes de la décomposition sont synthétisées dans l'algorithme suivant :

1. Identification des extrema locaux de  $x(t)$  :  
Cette étape est assurée en analysant le passage à zéro de la dérivée du signal.
2. Connexion des maxima locaux (resp. minima) pour obtenir une enveloppe supérieure  $e_{max}(t)$  (resp. inférieure  $e_{min}(t)$ ) :  
La connexion est obtenue à l'aide d'une interpolation spline cubique.
3. Estimation de la moyenne :  $m(t) = (e_{max}(t) + e_{min}(t))/2$
4. Soustraction de la moyenne pour obtenir l'IMF :  $h(t) = x(t) - m(t)$

Le diagramme présenté sur la figure 3.26 résume l'algorithme d'identification des IMFs et le résidu d'un signal  $x(t)$ .

Comme il a été mentionné précédemment la décomposition empirique modale est associée à la transformée de *Hilbert* dans le but de d'extraire la fréquence instantanée et l'amplitude de chaque mode (IMF) et ainsi reconstruire le signal.

### 3.7.10 Analyse spectrale de *Hilbert*

Après extraction des IMFs, on peut appliquer la transformée de *Hilbert* pour chaque mode afin de calculer la fréquence instantanée ainsi que l'amplitude des

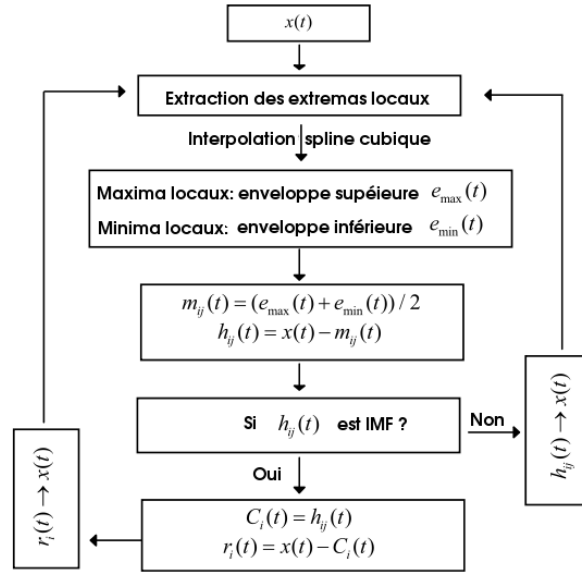


FIGURE 3.26: Schéma du processus de définition d'une IMF, d'après [Huang \(2009\)](#)

IMFs. La transformée de *Hilbert* d'une fonction  $I(t)$  :

$$\tilde{I}(t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{I(t')}{t - t'} dt' \quad (3.46)$$

Ainsi pour chaque mode on peut reconstruire un signal analytique :

$$I(t) = A(t)e^{i\theta(t)} \quad (3.47)$$

Où  $A(t)$  et  $\theta(t)$  représentent l'amplitude et la fonction de phase respectivement, ils sont définis comme suit :

$$\begin{cases} A(t) = \sqrt{\tilde{I}^2(t) + I^2(t)} \\ \theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{\tilde{I}(t)}{I(t)}\right) \end{cases} \quad (3.48)$$

$$(3.49)$$

La fréquence instantanée est définie comme suit :

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.50)$$

Finalement la série temporelle d'origine peut s'écrire :

$$x(t) = \text{reel} \sum_{j=1}^N A_j(t)e^{i\theta_j(t)} + r(t) \quad (3.51)$$

Afin de réaliser notre décomposition modale empirique on utilise un code MATLAB disponible sur la page web suivante :

<http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.html>

Le code à été utilisé pour plusieurs études qui ont fait l'objet de publications scientifiques (Flandrin et al. (2005), Schlotthauer et al. (2009), Moghtaderi et al. (2013)). On donne pour exemple une décomposition d'une série temporelle de température mesurée dans le lac du *Bourget* à 15m de profondeur, le champ de température présente une chute progressive de température (tendance) qui caractérise le début de la saison hivernale. La figure 3.27.a représente les 5 premières IMFs obtenues de la décomposition du signal original, la figure 3.27.b représente les 5 modes les plus lents obtenus après décomposition modale.

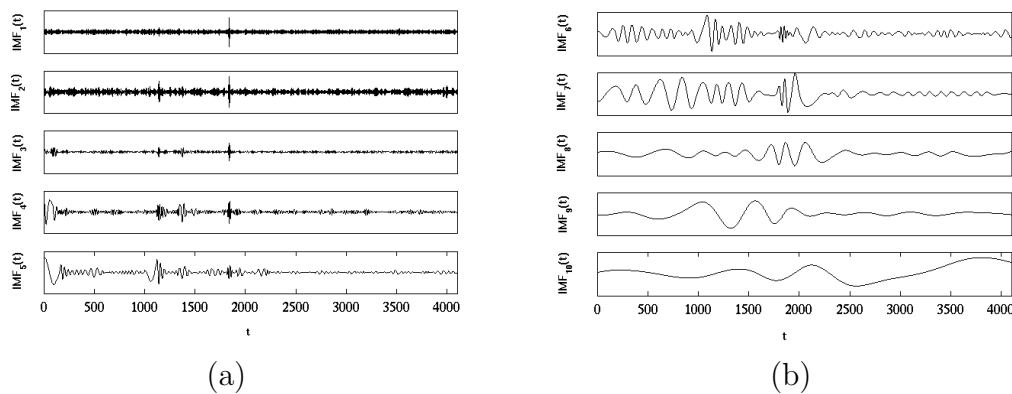


FIGURE 3.27: Décomposition modale d'une série temporelle de température, (a) : Les 5 modes les plus rapides, (b) : Les 5 modes les plus lents

### 3.7.11 Effet des tendances sur l'invariance d'échelle d'un champ

Le spectre d'énergie avant et après l'application de la DME pour un échantillon de température mesurée dans le lac de *Créteil* à 1.5m de profondeur pendant le mois de novembre (figure 3.29) montre que la DME agit comme un filtre passe haut :

On remarque que lorsque on élimine les tendances, la pente du spectre de densité d'énergie diminue, cela veut dire qu'on diminue la valeur de  $H$  ainsi la valeur de  $\beta$  car :  $\beta = 2H - K(2) + 1$ .



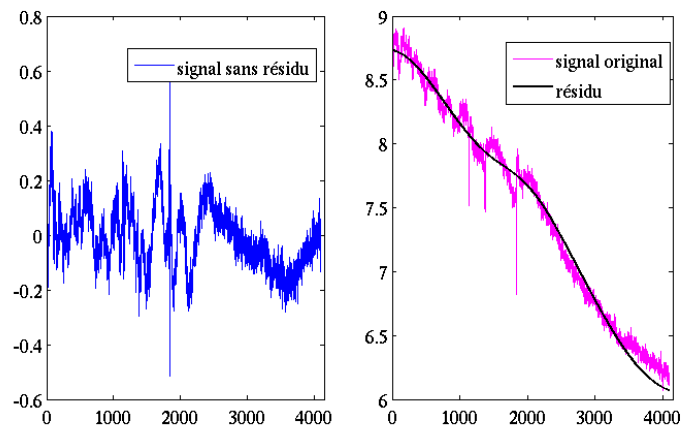


FIGURE 3.28: Résultats de la décomposition modale empirique, à droite : série temporelle original + résidu, à gauche : signal reconstruit à partir de la somme des IMFs sans le résidu

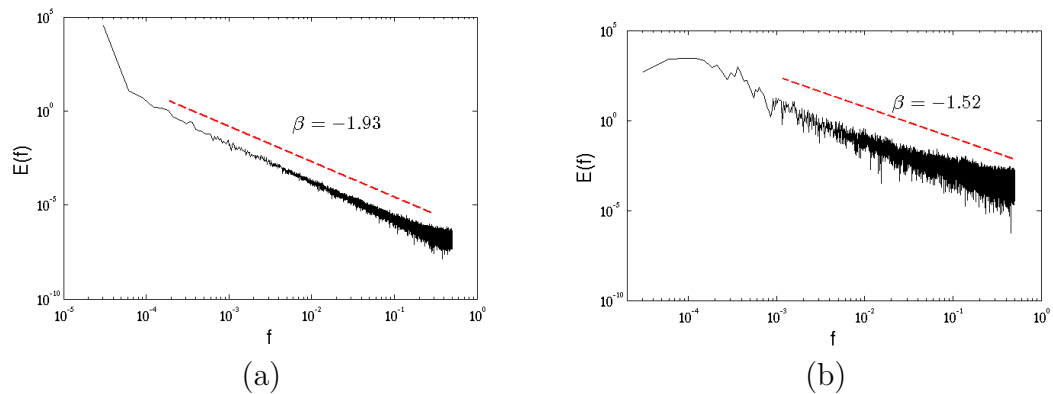


FIGURE 3.29: (a) : Spectre de densité d'énergie d'un échantillon de température présentant une pente, (b) : Spectre de densité d'énergie pour le même échantillon de température sans tendance

On trace les moments statistiques d'un champ de température avant et après l'utilisation de la décomposition empirique modale, la figure 3.30 montre que lorsque le champ ne présente pas de tendance la propriété d'invariance d'échelle des moments statistiques est vérifiée.

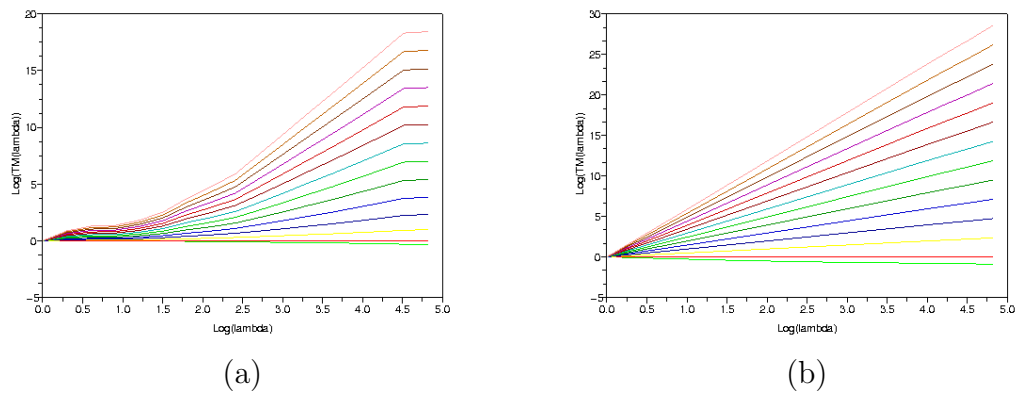


FIGURE 3.30: (a) : Moments statistiques du flux du champ de température présentant une tendance ( $\alpha = 2.13$  obtenu), (b) : Moments statistiques du flux du champ de température sans tendance (utilisation de l'DEM) ( $\alpha = 1.82$  obtenu)

# Chapitre 4

## Resultats

Comme il a été mentionné dans les sections précédentes, l'augmentation de la concentration de la chlorophylle-a est un problème majeur dans les milieux lacustres, surtout dans un lac urbain où l'apport des micropolluants est important. Dans cette étude, la caractérisation des interactions à petites échelles des champs physiques et biologiques se fait à l'aide de propriété d'invariance d'échelle des champs mesurée. Nous allons montrer dans cette section que pour les séries temporelles présentant des tendances saisonnières les estimations des paramètres UM sont biaisés. L'utilisation de la décomposition empirique modale permet d'effacer les effets des tendances sur l'estimation des paramètres UM. Une fois que les estimations des paramètres UM est robuste, nous montrons que lorsqu'il existe une corrélation entre deux champs, celle ci est multi-échelles. Nous donnerons une quantification de cette corrélation à l'aide du modèle multifractal universel. Les différents forçages qui sont exercés sur le lac font que la dynamique de ce dernier est différentes à différents point du lac. Nous allons montrer dans cette sections que les effets de bord jouent un rôle majeur dans la dynamique du lac. Les effets des forçages extérieurs sont analysés à travers des mesures faites au point d'un rejet d'eau pluviale. Nous montrons que l'arrivée des eaux pluviales perturbe la dynamique à petite échelle. La troisième partie des résultats est consacrée à la comparaison statistique multi-échelles des champs mesurés et de sortie de modèles (Delft3D), nous montrerons que certains processus physiques ne sont pas représentés par les simulation ainsi que le caractère intermittent des champs. Nous finirons ce chapitre par montrer que les fonctions de structures ne permettent pas de caractériser de façon unique un champ non conservatif.

## 4.1 Estimation des paramètres UM

### 4.1.1 Estimation des paramètres UM (lac *Bourget* et lac *Créteil*)

#### *Lac Bourget*

Comme il a été mentionné précédemment l'estimation des paramètres UM est conditionnée par l'invariance d'échelle du champ étudié. On a montré dans la sous section précédente que lorsque les tendances sont éliminées la pente spectrale diminue (diminution du paramètre  $H$ ). Cependant, les sous échantillons utilisés pour cette études proviennent du découpage des séries temporelles de température et de chlorophylle présentées sur la figure 2.3.a et 2.3.b, on a montré aussi sur la figure 2.16.b que pendant la période hivernale les petites variations des champs ne sont pas prisent en compte (une mesures chaque 15min ). C'est pour cette raison que certains sous-échantillons ne sont pas pris en compte lors de l'estimation des paramètres UM. On utilise également la DME pour les sous échantillons qui présentent des tendances. Afin d'estimer les paramètres UM, on utilise la méthode des double trace moment (DTM) décrite dans le chapitre 3. La méthode DTM repose sur la définition d'un flux (conservatif) sur lequel les estimations vont se faire, on définit le flux pour le champ de température comme suit :  $\varepsilon = \Delta T^3$  et pour le champ de chlorophylle comme  $\varphi = \Delta Chl^3$ .

Sur la figure 4.1 on représente les estimations de paramètres UM dans le lac du *Bourget* pour les deux champ de température et de chlorophylle mesurés à 15m de profondeur pour 9 sous-échantillons après l'utilisation de la DME sur les séries présentant des tendances saisonnières.

La figure 4.1.a montre que le degré de multifractalité de champ de température et de chlorophylle n'excède pas 2, avec une valeur moyenne de  $\alpha_T = 1.91 \pm 0.13$  et de  $\alpha_{Chl} = 1.94 \pm 0.18$ . Concernant l'homogénéité du champ moyen ( $C_1$ ), la valeur obtenue pour le champ de température est de  $C_{1,T} = 0.40 \pm 0.11$ , pour le champ de chlorophylle est de  $C_{1,Chl} = 0.27 \pm 0.1$ , on remarque aussi que le champ de chlorophylle est plus intermittent que le champ de température.

#### *Lac Créteil*

Concernant les estimations des paramètres UM des champs du lac de *Créteil* nous

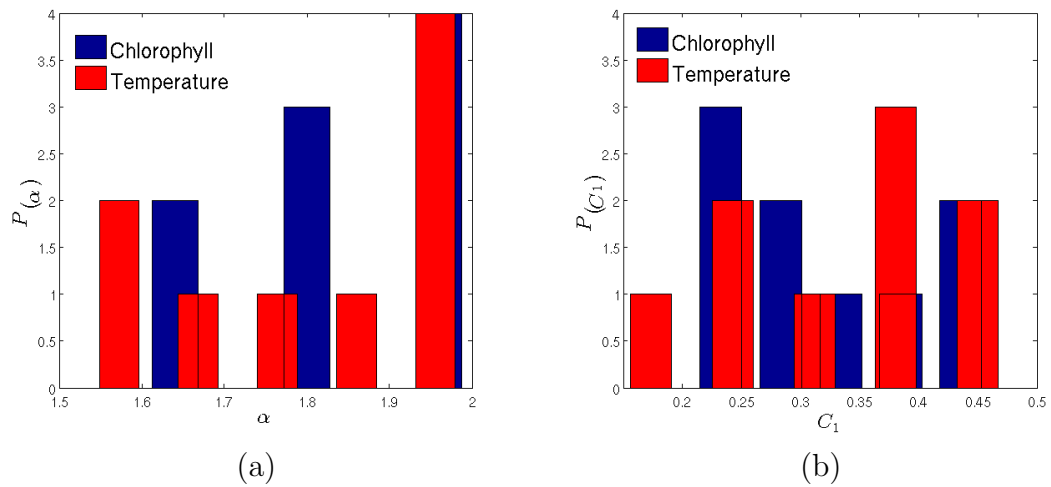


FIGURE 4.1: (a) : Estimation du degré de multifractalité pour les deux champs (température et chlorophylle) dans le lac du *Bourget*, (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour les deux champs (température et chlorophylle) dans le lac du *Bourget* pour 9 sous-échantillons

allons présenter les estimations faites sur le champ de température à cinq profondeurs différentes sur des échantillons avec et sans tendances. En premier lieu on présente les estimation faites sur les échantillons bruts c'est à dire avec les tendances (période hivernale). La série temporelle de température étudiée correspond à une période de 15 mois (du mois de Mai 2012 au mois de Juillet 2013), chaque échantillon correspond à un mois de mesure. La figure 4.2.a montre que les valeurs

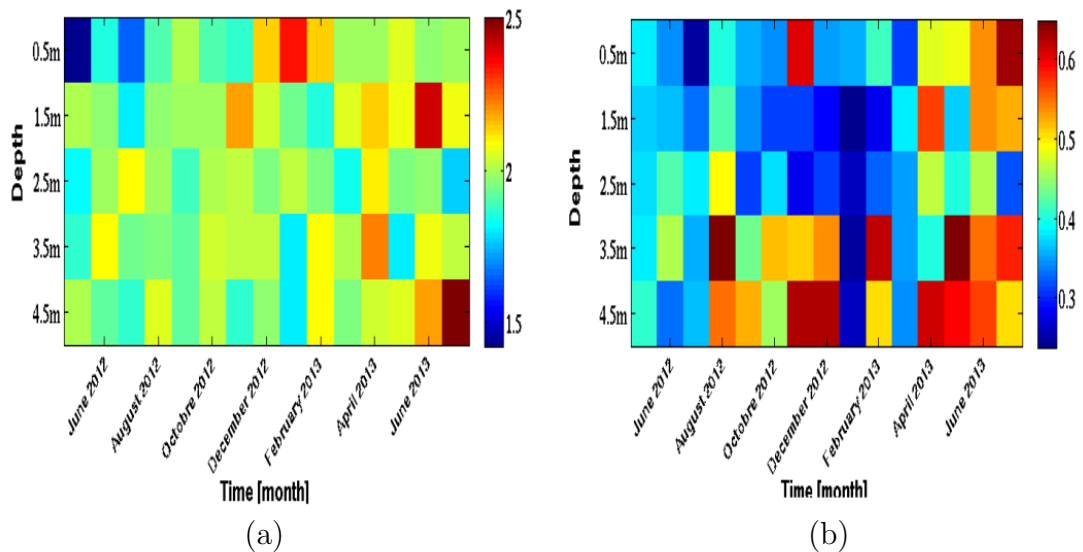


FIGURE 4.2: (a) : Estimation du degré de multifractalité du champ de température à 5 profondeurs différentes, (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour le champ de température pour 15 échantillons

obtenues pour  $\alpha$  varient selon la profondeur et aussi selon la période, avec des valeurs souvent supérieures à 2 (65%) alors que dans le lac du lac du Bourget les valeurs estimées du degré de multifractalité sont  $\leq 2$ . On remarque aussi que les valeurs de  $\alpha > 2$  apparaissent surtout pendant la période hivernale sur les échantillons présentant des tendances.

Après l'utilisation de la DME, nous retrouvons des valeurs de  $\alpha \leq 2$  comme le

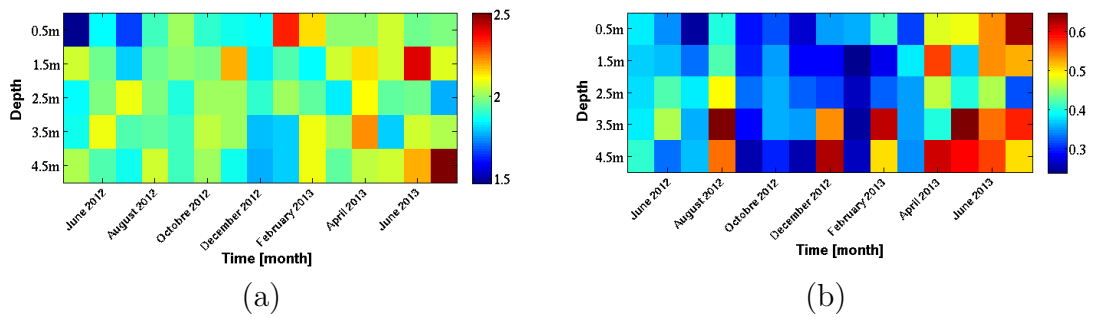


FIGURE 4.3: (a) : Estimation du degré de multifractalité du champ de température à 5 profondeurs différentes après utilisation de la DME sur certains sous-échantillons, (b) : estimation de l'hétérogénéité du champ moyen pour le champ de température à 5 profondeurs différentes après utilisation de la DME sur certains sous-échantillons

montre la figure 4.3.a. Cependant sur certains échantillons la valeur de  $\alpha$  est largement supérieur à 2 même si ces échantillons ne présente aucune tendance, cela vient du fait que lors de l'encrassement des capteurs de chlorophylle, des interventions sur la chaîne de mesures sont programmées, engendrant ainsi des valeurs extrêmes (non physiques) sur la série temporelle. Afin de mieux d'observer l'impact des tendances sur le comportement d'invariance d'échelle nous traçons sur la figure 4.4 le coefficient de détermination ( $R^2$ ). On remarque que le  $R^2$  augmente pendant la période hivernale après l'utilisation de la DEM, sauf sur deux échantillons (janvier et février) car pour ces deux derniers la DME n'a pas été appliquée. Ce qui cause un mauvais comportement d'invariance d'échelle est l'apparition soudaine d'une valeur extrême (valeur non physique) comme le montre la figure 4.5.

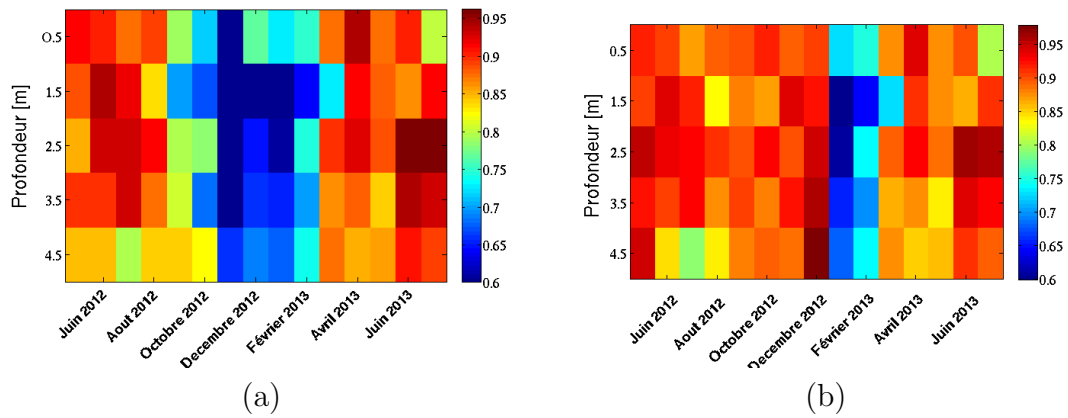


FIGURE 4.4: Coefficient de détermination ( $R^2$ ) calculé sur des (a) : échantillons de température sans DME, (b) : échantillons de température en utilisant la DEM pendant la période hivernale

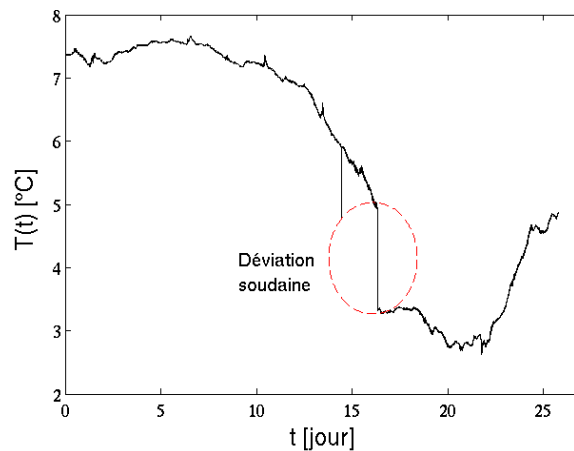


FIGURE 4.5: Série temporelle de température mesurée à 0.5m de profondeur pendant le moi de janvier 2013 dans le lac de Créteil

Afin de valider les estimations des paramètres UM nous traçons les fonctions des moments statistiques  $K(q)$  obtenues empiriquement mais aussi en utilisant l'équation 3.32. On trace sur la figure la fonction  $K(q)$  calculée sur un échantillon de température mesuré à 2.5m de profondeur pendant le mois de mars 2013, ainsi que la fonction des moments statistiques calculée avec l'équation 3.32. Comme il a été mentionné dans le chapitre 3, un moyen de vérifier la robustesse des estimations des paramètres UM est la comparaison de la fonction  $K(q)$  obtenue empiriquement et celle obtenue semi-analytiquement. La figure 4.6 montre qu'on arrive à reproduire la fonction des moments statistiques  $K(q)$  à l'aide des estimations des paramètres UM jusqu'au moment  $q = q_s = 4.23$  qui représente la divergence des moments statistiques (transitions de phase multifractales de premier ordre) défini dans le chapitre 3.

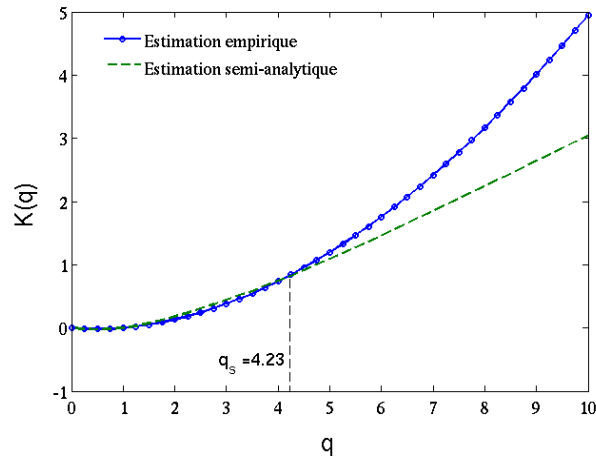


FIGURE 4.6: Fonction des moments statistiques  $K(q)$  du champ de température pendant le mois de mars 2013 dans le lac de *Créteil* à 2.5m de profondeur

L'estimation des paramètres UM repose sur la définition d'un flux conservatif ( $H = 0$ ), cependant afin de mieux comprendre le processus physique qui opère dans le lac on analyse des séries temporelles de vitesse obtenues à l'aide d'un ADCP (voir chapitre 2), ce dernier permet d'avoir des profils de vitesse (3 composantes de vitesse) sur de longues périodes et à grande fréquence. Avant de commencer l'analyse des données de courant, nous allons montrer dans la section suivante, que lorsque il existe une corrélation entre deux champs, celle ci peut être multi-échelle, à l'aide du modèle UM nous donnerons une quantification de leur degré de dépendance.

## 4.2 Corrélation multi-échelles ( $CM(q)$ )

Les champs géophysiques sont de nature intermittente, ils sont donc multifractal. Dans cette étude le formalisme multifractal d'invariance d'échelle  $\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \approx \lambda^{K(q)}$  décrit dans le chapitre précédent est étendu à plus d'une variable. Le but de cette étude est de mettre au point un indicateur sur la corrélation sur une grande gamme d'échelle de  $(\varepsilon_\lambda, \phi_\lambda)$  où  $\phi_\lambda$  et  $\varepsilon_\lambda$  représentent les flux de deux champs différents. Cette étude est une suite de l'idée de [Meneveau et al. \(1990\)](#). Dans leur papier des mesures multifractal conjointes ont été étudiées théoriquement et expérimentalement. Ils ont estimés les moments statistique du champ croisé  $(\varepsilon, \phi)$ , dans le cadre de deux modèles de cascade : *log-normal* et *binomial*. En outre ils n'ont pas normalisé les moments joints comme il a été fait dans [Seuront and Schmitt \(2005a\)](#) et [Seuront and Schmitt \(2005b\)](#) afin de fournir une corrélation



conjointes. La validation à été faite sur des données de température, de fluorescence et d'intensité de turbulence dans le cadre d'un modèle de cascade *log-normal*. Notre étude se place dans le cadre du modèle multifractal universel (UM) qui est un modèle plus général, nous proposons aussi un indicateur sur l'intensité de la corrélation.

On donne ici la description de la fonction de corrélation multi-échelles ( $CM(q)$ ) pour deux champ multifractal  $(\varepsilon_\lambda, \phi_\lambda)$  supposés conservatifs :

$$CM(q) = \frac{\langle \varepsilon_\lambda^q, \phi_\lambda^q \rangle}{\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \langle \phi_\lambda^q \rangle} \propto \lambda^{R(q)} \quad (4.1)$$

Avec :

$$R(q) = K_{\varepsilon, \phi}(q) - (K_\varepsilon(q) + K_\phi(q)) \quad (4.2)$$

La première étape consiste à investiguer la traversé d'échelles du champ croisé, c'est à dire croiser les deux champs à chaque résolution ou bien croiser les deux champs à la plus haut résolution et en suite dégrader le champ. En utilisant la méthode TM décrit dans le chapitre 3, le comportement d'invariance d'échelle du champs croisé est investigué par les deux différentes types de désagrégation du champ .

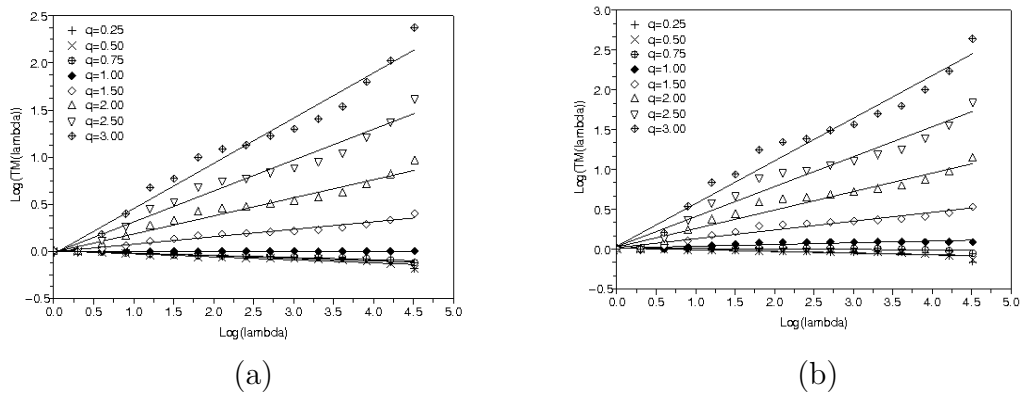


FIGURE 4.7: (a) : Moments statistiques du produit à la plus haute résolution,  
(b) : Moments statistiques du produit à chaque résolution

La figure 4.7 montre que les deux techniques de désagréations donnent le même comportement d'invariance d'échelle. Dans le cas de notre étude, on retient la technique de désagrégation du produit à chaque résolution. Afin de mettre en évidence le caractère multifractal du champ croisé, on utilise deux champs géophysiques (température et oxygène dissous) mesurés dans le lac de *Créteil* à une profondeur de 2.5m. On définit le flux conservatif du champ de température et d'oxygène

$\varepsilon = \Delta T^3$  et  $\phi = \Delta O^3$  respectivement, on calcul en suite les moments statistiques pour différents ordres. La figure 4.8.a montre que le champ croisé suit une loi d'invariance d'échelle  $(\varepsilon, \phi)$ , la figure 4.8.b montre que la fonction des moments statistiques est non-linéaire, ce que indique que le champ croisé est intermittent (multifractal). Avant d'entamer notre analyse de dépendance des deux champs

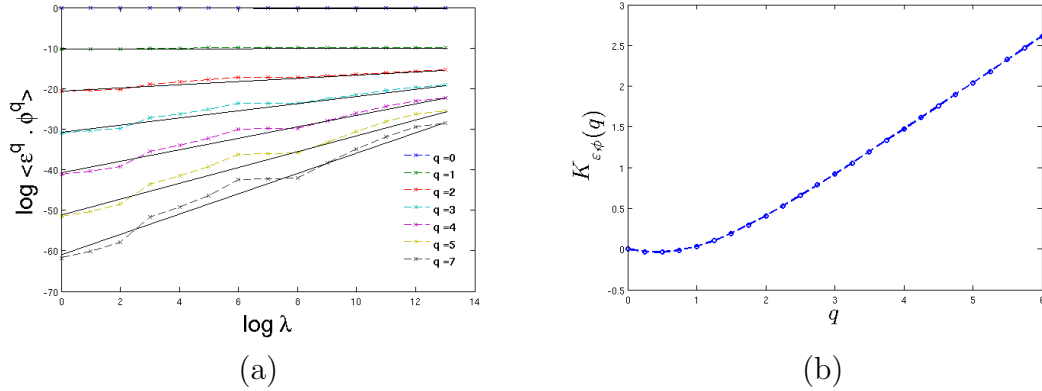


FIGURE 4.8: (a) : Moments statistiques du champ croisé  $(\varepsilon, \phi)$  en fonction du rapport d'échelle  $\lambda$  montrant une invariance d'échelle, (b) : Fonction des moments statistiques  $K(q)$  montrant une non-linéarité

sur une large gamme d'échelle, on réalise un premier test de dépendance à une échelle. Pour ce faire on utilise l'analyse de cohérence des deux champs.

### 4.2.1 Analyse de cohérence de deux champs

Avant de commencer l'analyse de corrélation multi-échelles nous allons introduire la notion de l'analyse de cohérence entre deux champs. L'analyse de cohérence est utilisée pour estimer la relation entre deux signaux, dans le domaine du traitement de signal elle est utilisée pour estimer la causalité entre l'entrée et la sortie d'un système.

La cohérence entre deux champs  $X$  et  $Y$  est donnée par la partie réelle du spectre croisé des deux champs  $E_{X,Y}(f)$  et le spectre de chacun des champs  $E_X(f)$  et  $E_Y(f)$  :

$$\text{Coh}(f) = \frac{E_{X,Y}^2(f)}{E_X(f)E_Y(f)} \quad (4.3)$$

Où le spectre croisé  $E_{X,Y}(f)$  est calculé à l'aide de la transformée de *Fourier* FFT de la corrélation croisée entre le champ  $X$  et le champ  $Y$ , les spectres  $E_X(f)$  et  $E_Y(f)$  sont liés à l'auto-corrélation des champs. On calcul la cohérence entre le champ de température, fluorescence et oxygène dissous mesurés dans le lac

de *Créteil* pendant le période du 16/04/2013 au 15/05/2013 à une fréquence de  $0.033Hz$  à 2.5m de profondeur à l'aide de la sonde Mpx décrite dans le chapitre 2. On réalise différents croisements entre les différents champs : Température-Fluorescence, Température-Oxygène dissous, et Température-Température (voir figure 4.9). On remarque une certaine dépendance statistique entre le champ de température et les champs de fluorescence et d'oxygène dissous, car pour certaines fréquences la cohérence des champs croisés est très proche de la cohérence d'un champ parfaitement corrélé (Température-Température).

Dans le but d'approfondir la nature de dépendance entre deux champs à différentes

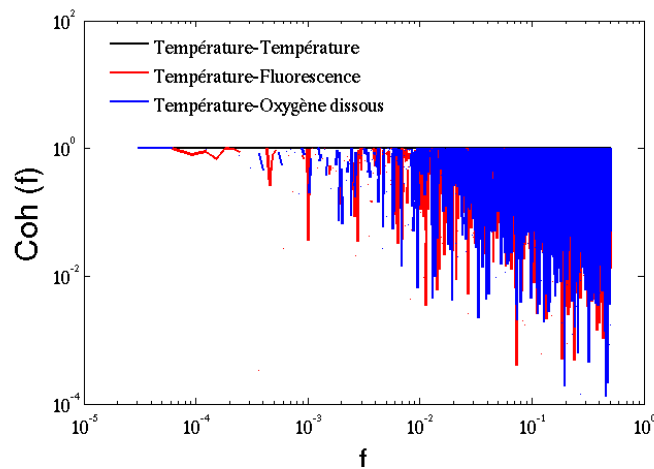


FIGURE 4.9: Cohérence entre les champs température-fluorescence (rouge), température-oxygène dissous(bleu) comparer à une auto-corrélation du champ de température (noir)

échelle, nous allons analyser l'exposant des différents moments statistique défini dans l'équation 4.2.

### 4.2.2 Fonction de corrélation multi-échelles

Nous allons analyser l'exposant de la fonction de corrélation multifractal  $R(q)$  pour apporter une information sur la dépendance entre les différents champs mesurés. L'équation 4.1 montre que pour un rapport d'échelle donné  $\lambda$ , si les deux champs sont statistiquement indépendants cela implique que  $\forall q, CM(q) = 0$ , cela veut dire qu'augmenter la valeur de  $CM(q)$  caractérise une augmentation de la dépendance des deux champs, cela se traduit par l'augmentation de l'exposant de  $R(q)$ . Dans un premier temps nous allons étudier la dépendance entre le champ de température et le champ de chlorophylle-a mesurés dans le lac du *Bourget* (voir

description dans le chapitre 2), pour cela l'exposant de la fonction de corrélation multifractal est donné par la pente de  $CM(q)$  vs.  $\lambda$  en échelle log-log. On obtient essentiellement deux résultats majeurs :  $R(q) \geq 0$  et  $R(q) \leq 0$ .

La figure 4.10 montre que les deux champs (température, chlorophylle-a) mesurés dans le lac du Bourget pendant le mois de Juillet 2007 à 15m de profondeur sont dépendants ( $R(q) \geq 0$ ).

La figure 4.11 montre que les deux champs (température, chlorophylle-a) mesurés

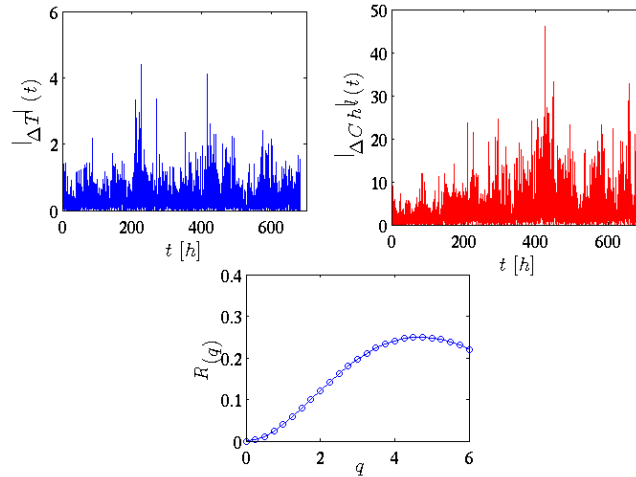


FIGURE 4.10: Évolution en temps de la valeur absolue de l'incrément de température (bleu), de la valeur absolue de l'incrément de la chlorophylle-a (rouge) mesurés dans le lac du Bourget pendant le mois de Juillet 2007 à 15m de profondeur, ainsi que l'exposant de la fonction de corrélation multifractal correspondant montrant une certaine dépendance

dans le lac du Bourget pendant le mois de mai 2009 à 15m de profondeur sont indépendants ( $R(q) \leq 0$ ) et que cette indépendance augmente pour les extrêmes. On remarque aussi que lorsque  $R(q) \leq 0$  on est dans un cas d'anti-corrélation, c'est à dire lorsque les extrêmes d'un champ sont très importants, ceux de l'autre champ sont quasiment nuls.

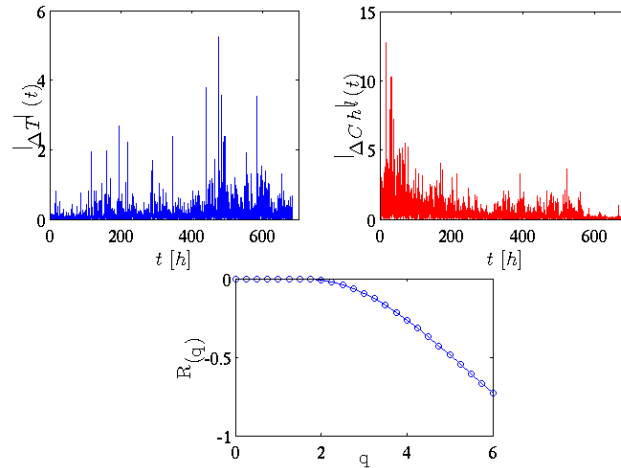


FIGURE 4.11: Évolution en temps de la valeur absolue de l'incrément de température (bleu), de la valeur absolue de l'incrément de la chlorophylle-a (rouge) mesurés dans le lac du Bourget pendant le mois de mai 2009 à 15m de profondeur, ainsi que l'exposant de la fonction de corrélation multifractal correspondant montrant une certaine indépendance

Afin de comparer le degré de dépendance entre deux champs (température, chlorophylle-a) mesurés dans le lac du Bourget à différentes périodes. Nous traçons dans le même graphe les  $R(q)$  obtenus et nous les comparons à celles obtenues si on fait le croisement entre deux champs identiques. La figure 4.12 montre que la dépendance entre les deux champs augmente en fonction de  $q$  si les deux champs sont parfaitement corrélés.

Nous allons refaire l'analyse sur des données de température, chlorophylle et

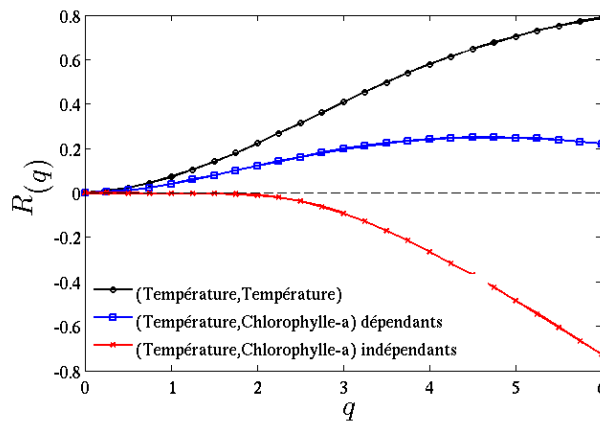


FIGURE 4.12: Comparaison des  $R(q)$  obtenus pour différentes combinaisons de : en noir (Température,Température), en rouge (Température,Chlorophylle-a) indépendants, en bleu (Température,Chlorophylle-a) dépendants

oxygène dissous mesurés dans le lac de Créteil à l'aide de la sonde Mpx décrite dans le chapitre 2. Comme il a été mentionné dans les chapitres précédents l'oxygène

dissous a un impact sur le milieu lacustre, une faible concentration provoque une augmentation de la mortalité des organismes vivants, en absence d'oxygène le phosphore emprisonné dans le sédiments sera libéré et une prolifération algale sera causée. Pour cette raison il est important de trouver un moyen de lier l'évolution de l'oxygène dissous à la température.

La figure 4.13 montre qu'il existe une dépendance entre la température et l'oxygène dissous mesurés dans le lac de Créteil pendant la période du 16/04/2013 au 15/05/2013 à 2.5m de profondeur sur certains échantillons (figure 4.13.a), par contre sur certains sous échantillons (périodes) on retrouve une indépendance des deux champs (figure 4.13.b).

On calcul l'exposant de la fonction de corrélation multifractal  $R(q)$  pour le

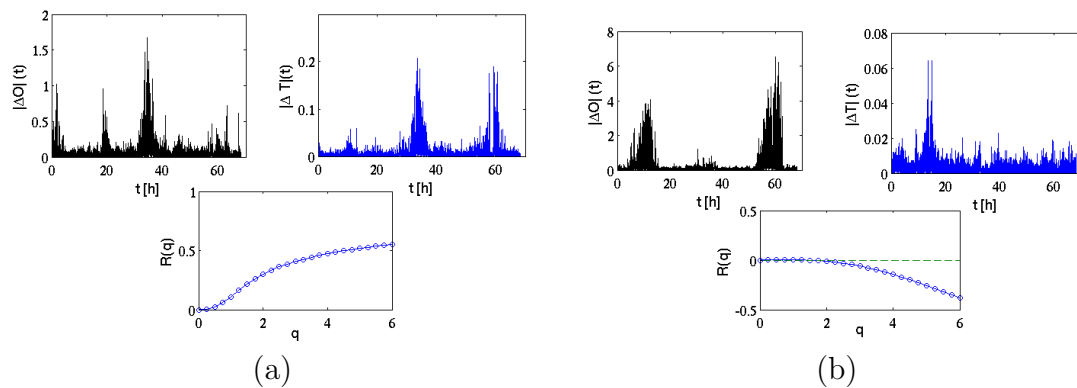


FIGURE 4.13: Incrément des champs de température et d'oxygène mesurés dans le lac de Créteil pendant la période du 16/04/2013 au 15/05/2013 à 2.5m de profondeur, (a) : Dépendance entre le champ de température (bleu) et l'oxygène dissous (noir) , (b) :Indépendance entre le champ de température (bleu) et l'oxygène dissous (noir)

champ de température et chlorophylle mesuré au même point, on retrouve le même résultat que pour le couple (température,oxygène). La figure 4.14 montre que sur certaines périodes il existe une dépendance entre les deux champs pour les petites singularités, par contre pour les valeurs extrêmes les deux champs ne sont pas corrélés. Afin de mieux visualiser l'intensité de la dépendance entre le champ de température et de l'oxygène dissous pendant la période du du 16/04/2013 au 15/05/2013, nous calculons le  $R(q)_{max}$ . On représente sur la figure 4.15 l'évolution du  $R(q)_{max}$  pour des séries temporelles de température et d'oxygène dissous. On remarque sur la figure 4.13 que lorsque l'incrément de température est important les deux champs sont corrélés, par contre lorsque le gradient de température est moins important les deux champs ne sont pas corrélés. Dans le but relier cette variation du  $R(q)_{max}$  à un processus physique dans le lac, nous traçons les série temporelles

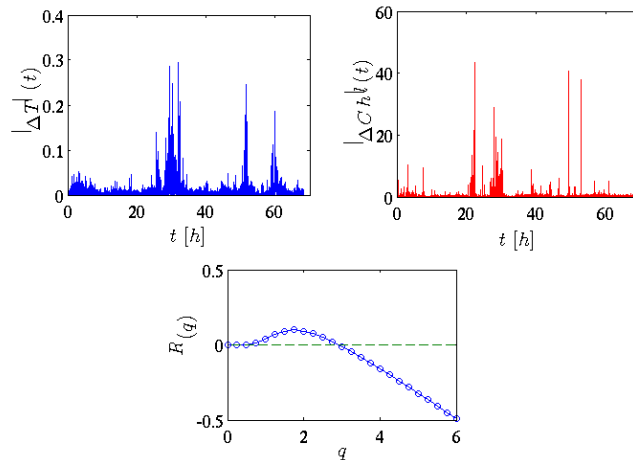


FIGURE 4.14: Dépendance pour des petites singularités et indépendance pour les valeurs extrêmes entre le champ de chlorophylle (rouge) et la température (bleu) dans le lac de *Créteil*

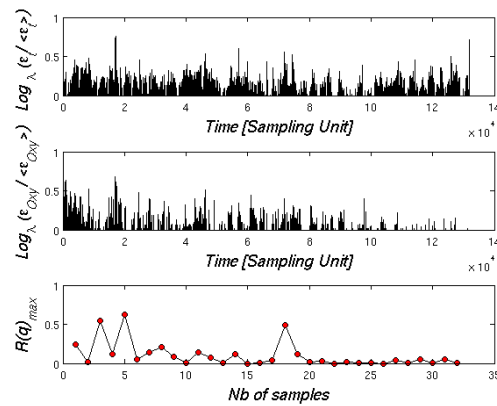


FIGURE 4.15: Évolution de  $R(q)_{\text{max}}$  pour une série temporelle de température et d'oxygène dissous

de température mesurées pendant cette période à différentes profondeurs au point central du lac. Selon la figure 4.15 et la figure 4.16, les dépendances maximales entre les deux champs apparaissent lors des périodes de forte stratification.

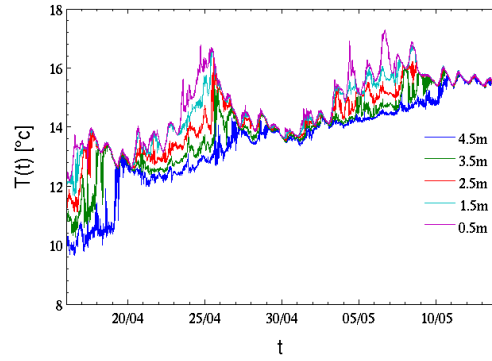


FIGURE 4.16: Séries temporelles de température mesurées dans le lac de Créteil pendant la période du 16/04/2013 au 15/05/2013 au point central du lac

#### 4.2.2.1 $CM(q)$ : Multifractal Universel (UM)

Dans cette sous section nous allons donner une description de la fonction de corrélation multifractal à l'aide du modèle universel décrit précédemment. Dans le cadre des multifractal universel l'exposant de la fonction de corrélation multifractal  $R(q)$  peut s'écrire comme suit :

$$R(q) = \frac{C_{1,T,O}}{\alpha_{T,O} - 1} (q^{\alpha_{T,O}} - q) - \left[ \frac{C_{1,O}}{\alpha_O - 1} (q^{\alpha_O} - q) + \frac{C_{1,T}}{\alpha_T - 1} (q^{\alpha_T} - q) \right] \quad (4.4)$$

La première étape consiste à vérifier si le degré de multifractalité des trois champs (Température, Oxygène dissous, champ croisé) est le même, pour cela on trace la fonction des moments statistiques du champ croisé en fonction de la fonction des moments statistiques des deux champs. La figure 4.17 montre que le champ de température, le champ d'oxygène ainsi que le champ croisé ont le même degré de multifractalité dans les deux cas (dépendance et indépendance).

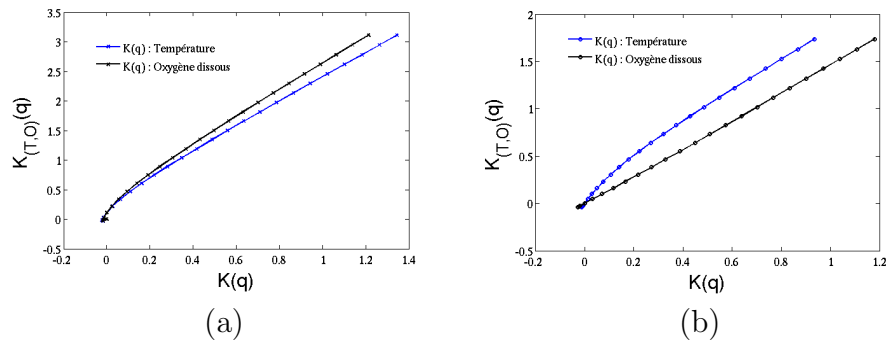


FIGURE 4.17:  $K_{T,O}(q)$  en fonction de  $K_T(q)$  et  $K_O(q)$  : (a) Dans le cas d'une dépendance entre les champs, (b) : Dans le cas d'une indépendance des deux champs



L'équation 4.4 devient :

$$R(q) = [C_{1,T,O} - (C_{1,T} + C_{1,O})] \frac{q^\alpha - q}{\alpha - 1} \quad (4.5)$$

On remarque aussi que dans le cas où les deux champs sont dépendants (figure 4.17.a) la valeur du  $C_{1,T}$  est proche de celle du  $C_{1,O}$ , et dans le cas d'une indépendance des deux champs leur  $C_1$  sont différents.

La figure 4.18 montre que lorsque la variabilité du champ de température est

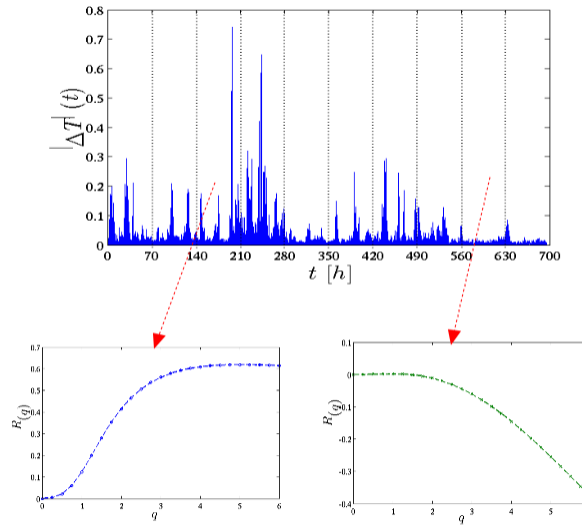


FIGURE 4.18: Série temporelle de la différence de température mesurée dans le lac de Créteil à une profondeur de 2.5m (haut), en bas l'exposant  $R(q)$  entre température et oxygène dissous obtenu pour deux périodes différentes

importante les deux champs (température et oxygène dissous) sont corrélés.

Pour résumer, le but de cette section est d'identifier les périodes de corrélations multi-échelles entre deux champs en suite de quantifier cette corrélation à l'aide des multifractal universels. La valeur de l'exposant de la fonction de corrélation multifractal nous donne une indication sur la corrélation des différentes intensité des deux champs.

Dans la section précédente nous avons discuté l'impact des tendances saisonnières sur la propriété d'invariance d'échelle des différents champ mesurés, en suite nous avons vu comment les différents champs sont corrélés entre eux. Dans la section suivante nous allons discuter la le processus physique qui opère à différentes profondeurs du lac de Créteil, nous allons montrer que les effets de bord (fond du lac) sont importants sur le champ physique. Nous discuterons également l'impact de l'arrivée d'eau pluviale sur le champ dynamique.

### 4.3 Effet de l'apport d'eau pluviale sur lac de *Créteil*

Comme mentionné précédemment le lac de *Créteil* est un lac peu profond (moyenne de 5m), cela veut dire que les effets de bord sont très importants sur la dynamique du lac. L'objectif de cette étude est l'utilisation de la propriété d'invariance d'échelle du champ de vitesse pour caractériser la dynamique du lac. Pour cela nous disposons de deux jeux de données de vitesse mesurées à l'aide d'un ADCP à une fréquence de 0.03 Hz, on obtient ainsi 128 cellules d'épaisseur de 23mm chacune sur une profondeur de 3m. L'appareil est posé au fond du lac en configuration "tête vers le haut", le premier jeu de données dont nous disposons a été mesuré du 19/11/2013 au 01/12/2013 au point central du lac (voir figure 2.6) ce qui correspond à 10 jours de mesure en continu. Le second jeu de données a été mesuré du 20/06/2013 au 03/07/2013 au point de rejet d'eau pluviale (voir figure 2.6) ce qui correspond à 13 jours de mesures en continu, la caractéristique principale de ce jeu de données est qu'il a été réalisé après un événement pluvieux.

Notre démarche repose sur l'analyse spectrale, pour ce faire on utilise la transformée de *Fourier* pour identifier les processus physiques qui opèrent dans le lac. Si un champ quelconque suit une loi d'échelle alors son spectre de densité d'énergie peut s'écrire sous la forme suivante :

$$E(f) \sim f^{-\beta} \quad (4.6)$$

Dans le cas d'une turbulence "libre" le spectre d'énergie dépend de la fréquence  $f$  et de la dissipation d'énergie  $\varepsilon$  selon [Kolmogorov \(1941b\)](#) :

$$E(f) \sim \varepsilon^{2/3} f^{-5/3} \quad (4.7)$$

D'autres lois d'échelle sont données pour différentes configurations d'écoulements, parmi elles, la loi proche paroi donnée par [Korotkov \(1976\)](#). Pour ce type de configuration, le spectre d'énergie est donné par la vitesse de frottement  $u_*$  et la fréquence  $f$  :

$$E(f) \sim u_*^2 f^{-1} \quad (4.8)$$

Avec  $u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ , où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement et  $\rho$  la masse volumique du fluide.

Nous allons montrer que selon la profondeur du lac, on peut voir les deux processus physiques mentionnés ci-dessus dans le cas du lac de *Créteil*.

### 4.3.1 Point central du lac

L'analyse spectrale à été réalisée sur les données collectées au point central du lac. À l'aide de la transformée de *Fourier*, le calcul des pentes des spectres de densité d'énergie se fait sur une moyenne de 30 sous-échantillons d'une durée de 8 heures chacun. Les spectres moyennés des deux composantes horizontales de vitesse sont représentés sur la figure 4.19, la distance indiquée sur les figures correspond à la distance de la cellule à la position de l'ADCP. La figure 4.19 montre que

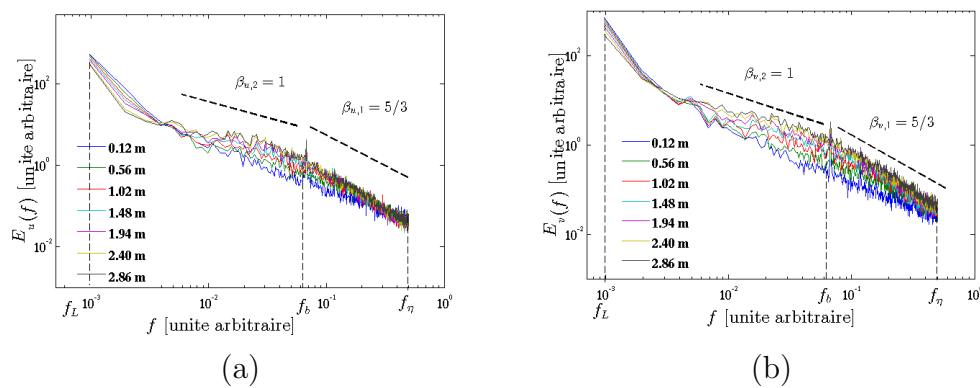


FIGURE 4.19: Spectre de densité d'énergie sur une moyenne de 30 sous-échantillons à différentes profondeurs du lac pour les composantes horizontales de vitesse, (a) : u, (b) : v

les deux composantes horizontales de vitesse présentes de manière similaire deux lois d'échelles sur deux gammes d'échelles différentes. La première loi est comprise entre la gamme d'échelle  $f_L < f < f_b$  et la deuxième loi entre la gamme d'échelle  $f_b < f < f_\eta$ , où  $f_L$  est la fréquence caractérisant la plus grande échelle,  $f_b$  est la fréquence caractérisant l'échelle de rupture des pentes et  $f_\eta$  est la fréquence qui caractérise la plus petite structure tourbillonnaire. L'échelle spatiale correspondant à la fréquence  $f_b \approx 0.003 Hz$  de rupture de pente peut être estimée à l'ordre de 3m, à l'aide de l'hypothèse de *Taylor*, en estimant la vitesse moyenne de l'écoulement ( $U_m = \sqrt{u^2 + v^2} \approx 0.01 m/s$ ). Cette échelle correspond à la distance de l'appareil de mesure à la surface du lac. De plus l'analyse spectrale montre que la valeur de la densité d'énergie à la fréquence  $f_L$ , varie peu suivant la profondeur du lac ( $\pm 0.12$  en échelle logarithmique) cela veut dire que la variance du champ de vitesse à cette échelle est presque la même suivant la verticale. Le même constat peut être

fait à petite échelle ( $f_\eta$ ), la variation de la densité d'énergie selon la verticale est de  $\pm 0.06$ . En première approximation les processus physiques qui décrivent le transfert d'énergie des grandes échelles aux petites serait donc le même le long de la colonne d'eau, cependant ils sont distinct suivant les gammes de fréquences  $f_L < f < f_b$  et  $f_b < f < f_\eta$ . Mais les pentes spectrales ne sont pas identiques et il en est de même pour la distribution des fluctuations de vitesse et des champs advectés (micropolluants, champ de chlorophylle...etc.). Afin de visualiser correctement la variance des pentes des spectres d'énergie (processus physique) le long de la colonne d'eau, nous traçons les valeurs de  $\beta$  obtenues sur les différentes échelles et pour différentes valeurs de  $z^+$ , avec  $z^+ = z/\delta$ , où  $\delta \approx 3m$ . Afin de voir l'évolution des pentes en fonction de la profondeur on trace les valeurs de  $\beta$  en fonction de, nous représentons également sur les même graphes des profils lissés (moyenne glissante sur 50 points) des pentes spectrale, le but est de mettre en évidence la tendance suivit par  $\beta$  le long de la verticale.

- Composante de vitesse horizontale u :

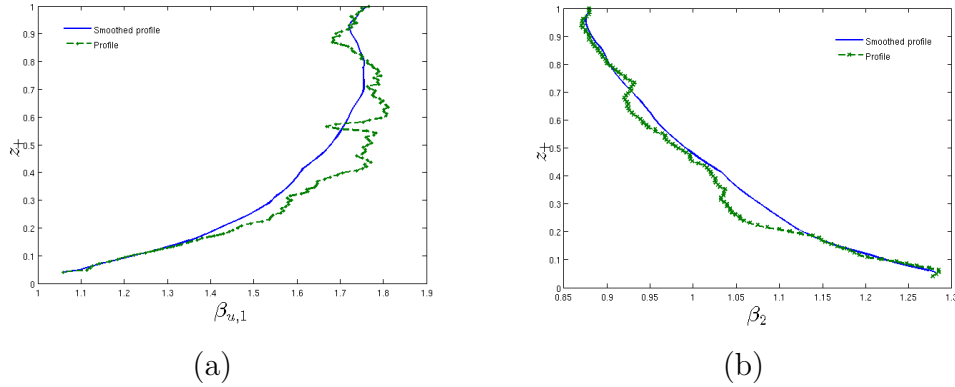


FIGURE 4.20: Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse u, (a) : petites échelles,(b) : grandes échelles

- Composante de vitesse horizontale v :

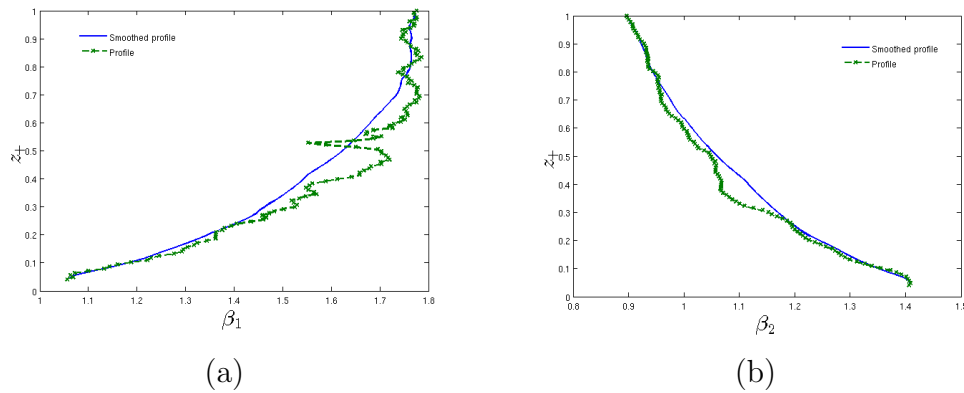


FIGURE 4.21: Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse v, (a) : petites échelles,(b) : grandes échelles

Les pentes des spectres de densité d'énergie présentent un profil logarithmique pour les deux gammes d'échelles :

$$\beta = A \log z^+ + B \tag{4.9}$$

On calcul les constantes  $A$  et  $B$  pour les deux composantes de vitesses et on donne ainsi une généralisation du spectre de densité d'énergie le long de la colonne d'eau, l'équation 4.6 devient :

- Pour les petites échelles :

$$E_{u,v} \sim f^{0.28 \log z^+ + 1.9} \quad (4.10)$$

- Pour les grandes échelles :

$$E_{u,v} \sim f^{-0.17 \log z^+ + 0.9} \quad (4.11)$$

Le second jeu de données de vitesse analysé a été mesuré au point de rejet d'eau pluviale

### 4.3.2 Point de rejet d'eau pluviale

Au point central du lac nous avons montré qu'il existe une certaine organisation de la dynamique du transfert d'énergie des grandes structures tourbillonnaires vers les petites en fonction de la profondeur du lac. Nous allons voir maintenant comment cette dynamique peut varier dans le cas d'une présence d'une entrée d'eau. Nous procédons à la même analyse que pour les données du point central du lac. Nous remarquons (voir figure 4.22.a) que les valeurs de densités d'énergies (variance) à la fréquence  $f_L$  sont presque égales (les mêmes résultats que pour le point central du lac), même constat pour la fréquence  $f_\eta$ . La variance des pentes pour les grandes échelles  $f_L < f < f_b$  n'est pas aussi évidente que pour le cas du point central. Nous remarquons également un pic plus prononcé que dans le lac du point central (nous reviendrons à la fin de cette étude à la caractérisation de ce pic). La figure 4.22.a montre que les spectres d'énergie suivant la verticale se

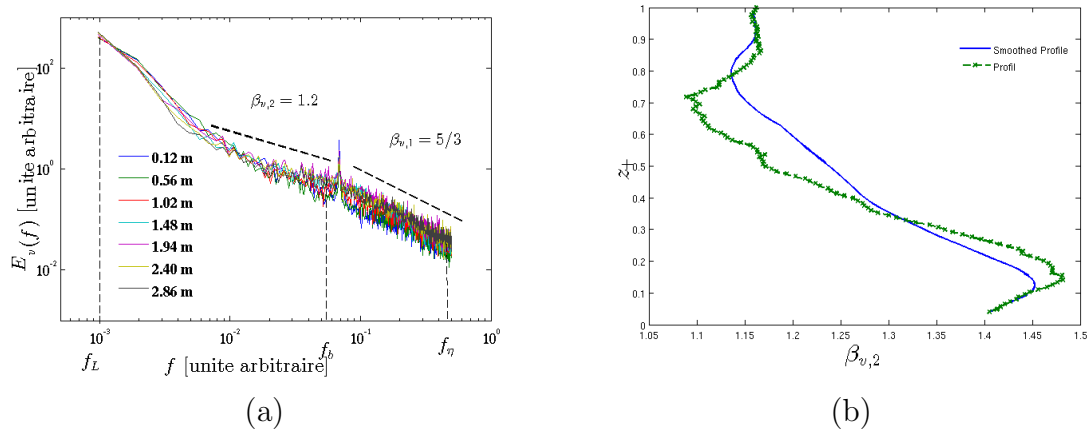


FIGURE 4.22: (a) : Spectre d'énergie la composante  $v$ , (b) : Profil de la pente du spectre pour les grandes échelles

superposent sur toute la gamme d'échelle, cela peut s'expliquer par l'arrivée d'eau

pluviale qui perturbe fortement l'écoulement. La question que l'on peut se poser est : est ce que ce changement de dynamique n'est pas dû aux effets de bords ?, mais encore : à partir de quelle intensité d'arrivée d'eau la dynamique de la colonne d'eau est affectée ?. Afin de répondre à ces questions, on utilise des mesures de débit d'eau au point de rejet d'eau pluviale avec une fréquence de mesure  $0,0083Hz$ . La série temporelle de débit présente différentes intensités (voir figure 4.23). Elle montre une forte arrivée d'eau pendant les premières heures, en suite des petits diversement toutes les 7 heure.

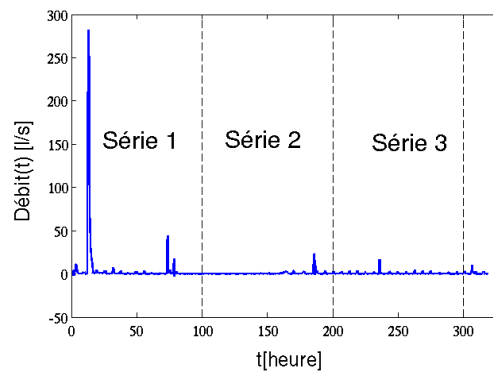


FIGURE 4.23: Série temporelle de débit mesuré au point de rejet d'eau pluviale

Nous découpons la série temporelle du débit en trois sous-séries et calculons les pentes des spectres moyennés sur chacune des sous-séries. La série 1 représente la période pendant laquelle on enregistre les plus grandes valeurs du débit, la figure 4.24.b représente les pentes obtenues sur la gamme d'échelle  $f_L < f < f_b$ . Bien que ce profil ne soit pas identique à celui du point central pour la même gamme d'échelle il reste qualitativement semblable.

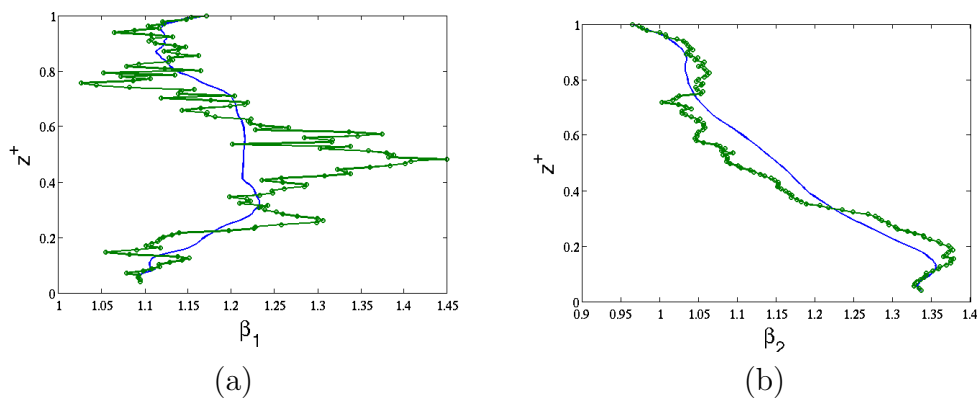


FIGURE 4.24: Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse  $v$  au point de rejet d'eau pluviale pour la série 1, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles

La figure 4.24.b montre que le changement est nettement plus important à petites échelles (perte du profil logarithmique).

Par contre, pour les série 2 et 3 pour lesquelles les débits d'entrée sont faibles, les pentes des spectres à petites échelles ( $f_b < f < f_\eta$ ) (voir figure 4.25.a et 4.26.a) retrouvent progressivement le profil logarithmique, mais cependant avec des fluctuations plus importantes.

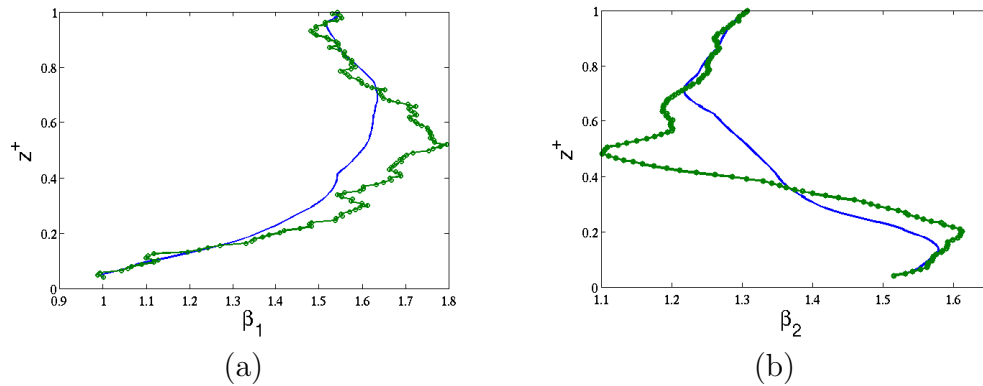


FIGURE 4.25: Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse  $v$  au point de rejet d'eau pluviale pour la série 2, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles

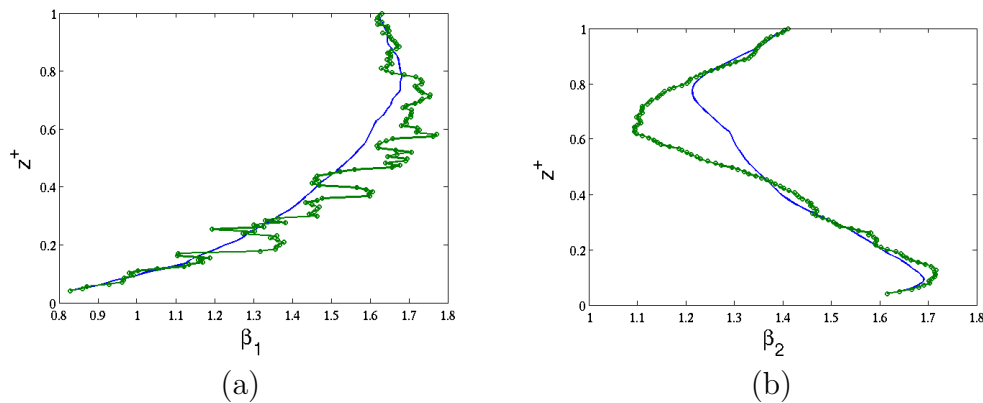


FIGURE 4.26: Profil des pentes des spectres de densité d'énergie de la composante horizontale de vitesse  $v$  au point de rejet d'eau pluviale pour la série 3, (a) : petites échelles, (b) : grandes échelles

Ces constats semblent indiquer que d'une part lors des pluies fortes, la dynamique des petites échelles est fortement affectée proche du déversoir, et d'autre part qu'elles restent affectées par des débits plus faibles. Or, il est très important de caractériser la dynamique dans cette région du lac, puisque les déversoirs sont évidemment la plus grande source de contamination des plans d'eau par les micropolluants.



Nous avons souligné l'apparition d'un pic sur les spectre d'énergies sur les deux jeux de données utilisées (point central et point de rejet d'eau pluviale). Ce pic est caractérisé par une échelle de temps de 8 minutes. La période des seiches peut être calculer à l'aide de l'équation d'onde stationnaire gravitationnelle ([Pourriot and Meybeck \(1995\)](#)). Dans le cas des lacs peu profonds cette période est donnée par la largeur du lac  $L_{lac}$ , la profondeur du lac  $\delta$  et le champ gravitationnel  $g$  :

$$P = \frac{2L_{lac}}{\sqrt{g\delta}} \quad (4.12)$$

On utilisant les valeurs numériques suivantes :  $L_{lac} = 1500m$ ,  $\delta = 5m$  et  $g = 9.81$  on trouve la valeur de  $P \sim 7minutes$ .

L'arrivée d'eau pluviale perturbe fortement la dynamique des petites échelles. Cette perturbation reste permanente pour des arrivées d'eau relativement faibles. Cela met en évidence les différentes dynamiques du lac entre le point central et le point de rejet d'eau pluviale dans lequel l'occurrence de blooms peut y être plus fréquente. Ces premiers résultats issus de l'analyse spectrale sont importants pour la compréhension et la modélisation de l'hydrodynamique des lacs urbains, ainsi les études basées sur les champs moyens ne permettent pas de donner une caractérisation des différentes interactions et le transport des micropolluants.

Dans la section suivante nous allons présenter les résultats de l'analyse statistique des sorties de simulation numérique et les comparées avec des mesures empiriques.

## 4.4 Analyse statistique des sorties de modèle *Delft3D-FLOW*

Cette thèse est inscrite dans le cadre d'un projet R2DS (région Île-de-France). En parallèle le projet R2DS et le projet européen Blue-Green-Dream ont financé une thèse sur l'hydrodynamique du lac de Créteil. Le but de cette étude est l'utilisation de modèles déterministes pour caractériser les différents champs (physiques et biologiques). L'objectif final de cette étude parallèle (modélisation et analyse multifractale) est de comparer (statistiquement) les sorties de modèle et les séries temporelles mesurées sur le lac. La prise en compte de l'intermittence dans les processus physiques est très important pour caractériser les différents champs, sachant que les interactions entre les différents champs se font à petites échelles, il est nécessaire de développer des modèles numériques qui représentent le mieux

possible la variabilité des champs à différentes échelles. Dans cette section nous analyserons statistiquement les sorties d'un modèle numérique *Delft3D-FLOW* et ferons une comparaison avec les mesures obtenues dans le lac de Créteil. Avant de commencer la discussion des résultats, nous allons présenter brièvement le logiciel *Delft3D-FLOW* et les différents paramètres de calibrations.

#### 4.4.1 Delft3D-FLOW

*Delft3D-FLOW* est un logiciel (module) de simulation hydrodynamique multidimensionnel (2D ou 3D), il simule des écoulements instationnaires résultants des différents forçages extérieurs (marée, météorologiques). Le calcul s'effectue sur un maillage structuré (curviligne) en utilisant une discrétisation des équations de mouvement en différences finies. *Delft3D-FLOW* peut être couplé avec d'autres d'autres modules (voir tableau 4.1).

Module	Description
Delft3D-WAVE	Propagation d'onde
D-Water Quality	Qualité de l'eau
D-Waq PART	Qualité de l'eau et suivi de particules
Delft3D-ECO	Modélisation écologique
Delft3D-SED	Transport de sédiments

TABLE 4.1: Différents modules de Delft3D

Pour plus d'information sur ce module : [http://oss.deltares.nl/documents/183920/185723/Delft3D-FLOW\\_User\\_Manual.pdf](http://oss.deltares.nl/documents/183920/185723/Delft3D-FLOW_User_Manual.pdf)

#### 4.4.2 Méthode numérique

La modélisation 3D de l'écoulement se fait à l'aide des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) dans le cadre d'une configuration d'écoulement peu profond. Le système d'équation est fermé en modélisant le tenseur de *Reynolds* à l'aide du concept de la viscosité turbulente via le modèle à deux équations  $k - \varepsilon$ . L'équation de la chaleur est modélisée par une équation de transport (advection + diffusion). L'utilisation du module nécessite l'utilisation des données en entrée (conditions initiales) mais aussi à chaque pas de temps tels que la radiation solaire dans le but de calculer le bilan thermique du plan d'eau, mais aussi du forçage du vent dans

le but de modéliser l'interaction air-eau à travers une contrainte de frottement. L'utilisation du module *Delft3D-FLOW* nécessite une calibration du fait qu'il faut fixer un certains nombre de constantes.

### 4.4.3 Description des sorties de modèle (champ de température)

Afin de comparer statistiquement les sorties du modèle et les séries temporelles mesurées dans le lac de *Créteil*, on utilise des données de température mesurées à cinq différentes profondeurs du lac (0.5m, 1.5m, 2.5m, 3.5m, 4.5m). Notre analyse se fait sur une période d'environ un mois, du 17/09/2013 au 15/10/2013. Avec un pas de temps de 30s les séries temporelles présentent un peu plus de  $2^{16}$  points. On présentera des résultats sur une moyenne de 19 sous-échantillons d'une taille de  $2^{12}$  point chacun ce qui correspond à une durée de 1.5 jours. La figure 4.27 montre que le modèle reproduit une certaine variabilité du champ de température pour les différentes profondeurs. On remarque aussi que le modèle reproduit la stratification le long de la colonne d'eau.

#### 4.4.3.1 Analyse spectrale des sorties de modèle (champ de température)

A l'aide de la transformée de *Fourier*, nous traçons les spectres de densité d'énergie des séries temporelles de température simulées mais aussi mesurées (voir figure 4.28). Le champ de température simulé suivent une loi d'échelle sur les différentes profondeurs. On remarque aussi que les valeurs de  $\beta$  sont identiques pour les champs simulés et mesurés. L'analyse spectrale nous renseigne sur le moment statistique d'ordre 2, afin de mieux investiguer l'intermittence des champs mesurés et calculés, nous calculons les fonctions de structure sur différents ordres.

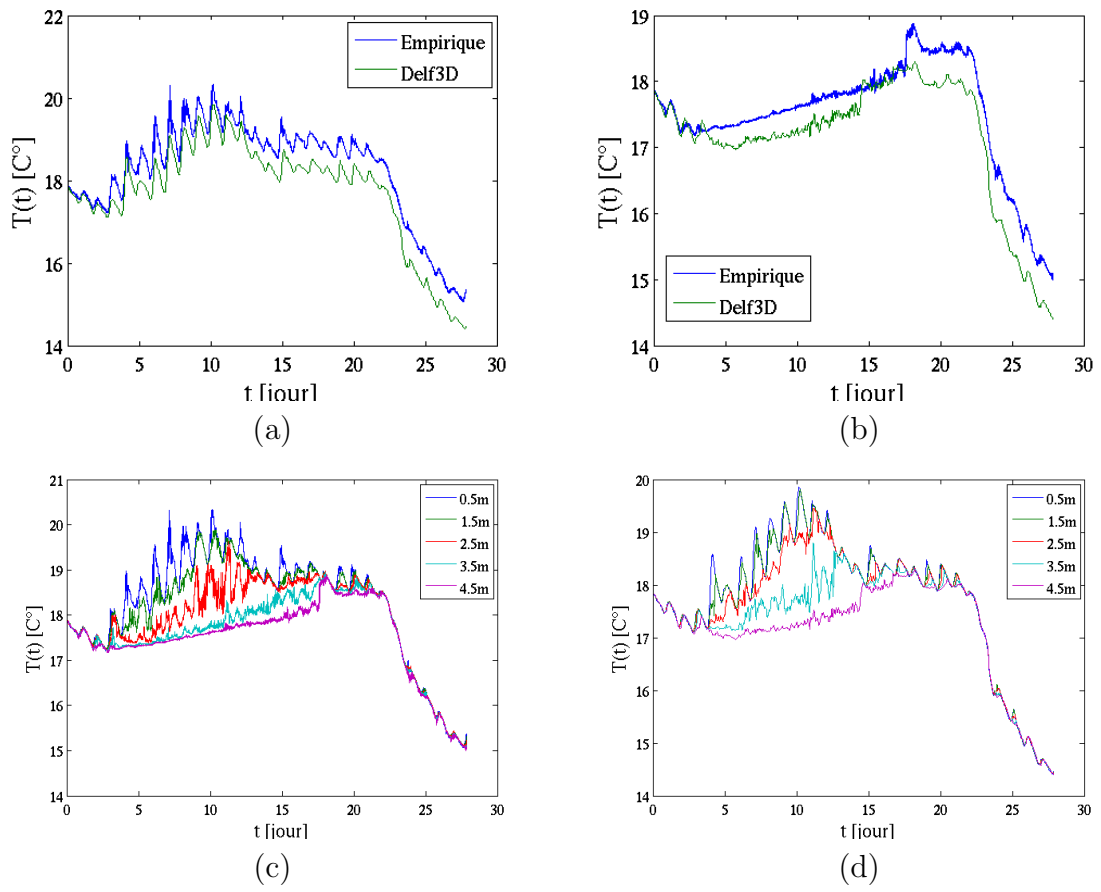


FIGURE 4.27: Séries temporelles de température (simulées et mesurées) pour différentes profondeurs, (a) : champ de température à 0.5m,(b) : champ de température à 1.5m, (c) : champs de température mesurées sur le lac, (d) : champs de température simulées

#### 4.4.3.2 Fonctions de structure des sorties de modèle (champ de température)

La fonction de structure  $\langle (\delta T_\lambda(\tau))^q \rangle$  pour les deux types de séries temporelles de température est donnée par l'équation 3.10. Avec  $\delta T_\lambda(\tau) = |T(t + \tau) - T(t)|$ . On trace sur la figure 4.29 la fonction de structure pour les deux types de séries pour  $q \in [0 : 7]$ . On remarque un comportement d'invariance d'échelle sur toute la gammes d'échelle. On trace en suite l'exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$  en fonction des différents ordres  $q$ . On compare ainsi les résultats obtenus pour le champ simulé, le champ mesuré mais aussi avec un modèle multifractal (fonction semi-analytique) décrit dans l'équation 4.31, les paramètres UM sont donnés par les équations 4.22, 4.23, 4.24 : Sur la figure 4.30 on représente les  $\zeta(q)$  obtenus par simulation, mesure et équation semi-analytique. On remarque que le  $\zeta(q)$  du champ simulé présente un caractère fractal qui est différent de la mesure ou bien de celui calculé à l'aide du modèle multifractal qui sont multifractal. L'exposant de

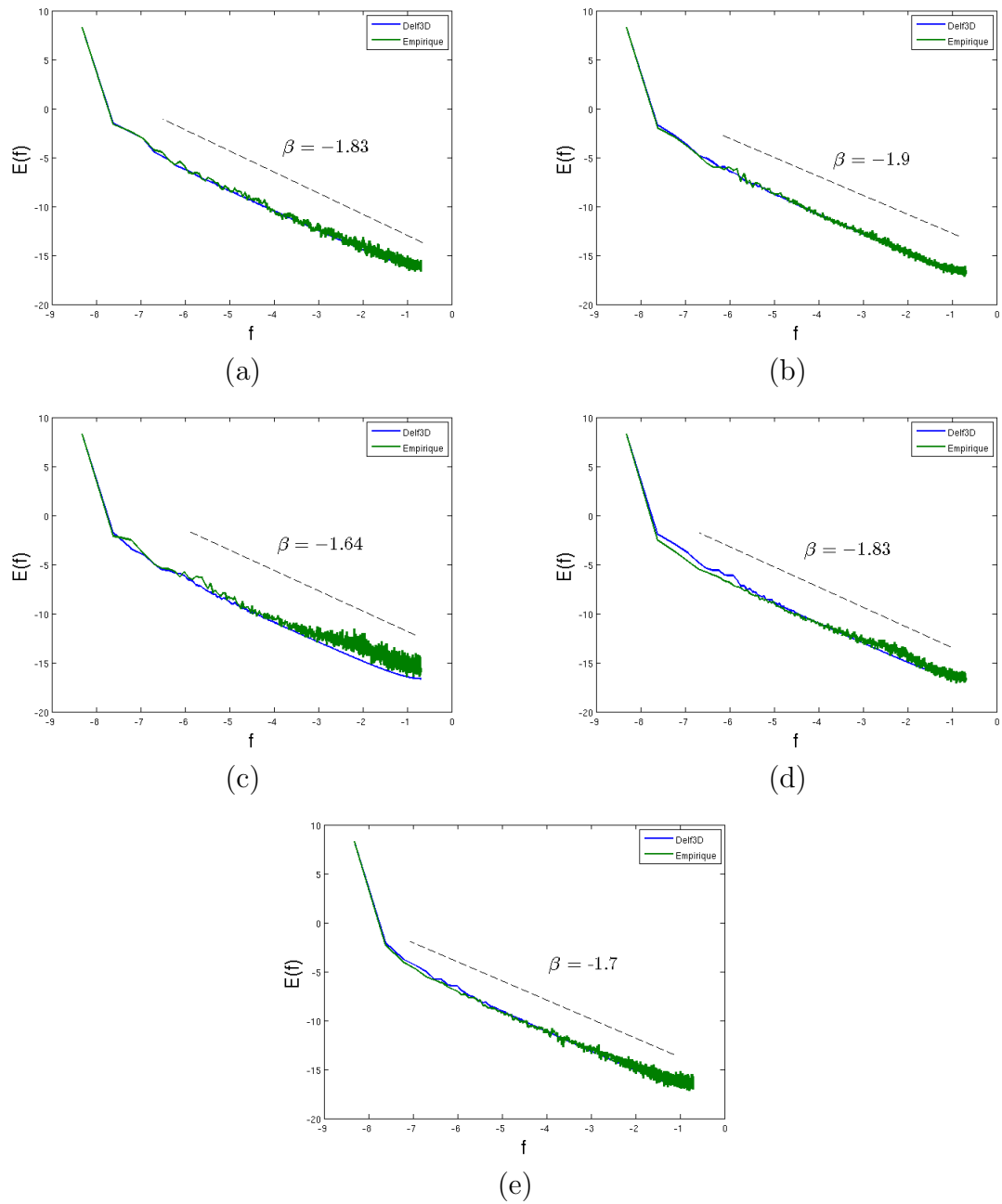


FIGURE 4.28: Spectres de densité d'énergie du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m

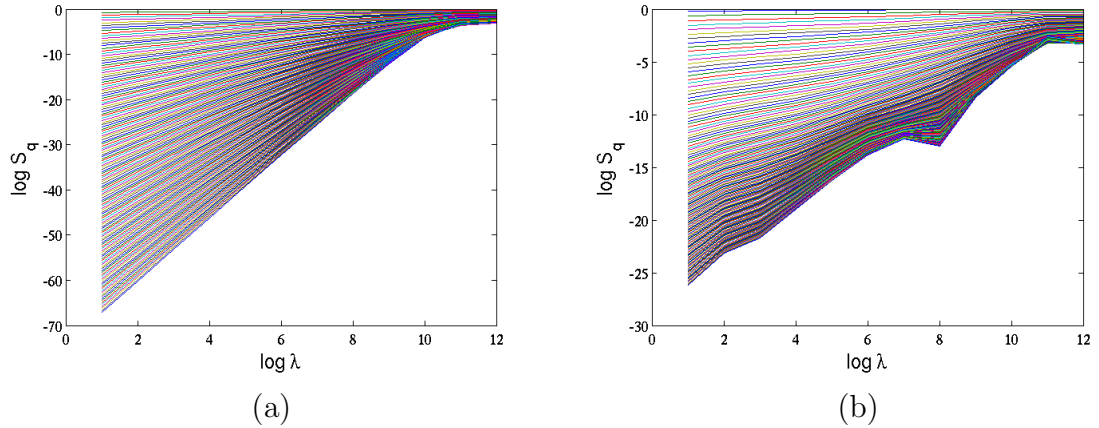


FIGURE 4.29: Fonction de structure du champ de température à 0.5m : (a) : Simulé (*Delft3D*), (b) : Mesuré

la fonction de structure du champ simulé est linéaire  $\zeta_{sim} = qH_{sim}$ , avec un  $H_{sim}$  largement supérieur au  $H_{emp}$  (empirique). Le modèle multifractal reproduit bien les moments statistiques de la fonction de structure du champ mesuré jusqu'à  $q = q_s$ . Le tableau 4.2 résume les différents paramètres obtenus pour chaque profondeur. Nous constatons que certaines valeurs de  $q_s$  obtenues sont légèrement différentes que celles obtenues graphiquement (figure 4.30), cela peut s'expliquer par le fait que les valeurs des paramètres UM sont obtenus à partir d'une moyenne de 19 sous échantillons avec une certaine barre d'erreur.

Profondeur	$C_{1,T}$	$\alpha$	$H_{emp}$	$q_s$	$H_{sim}$
0.5m	0.0852	2	0.6285	3.0600	0.8900
1.5m	0.0550	1.9800	0.6419	3.9322	0.7300
2.5m	0.0975	1.8214	0.4976	3.5903	0.7700
3.5m	0.0584	2	0.4890	3.8356	0.7600
4.5m	0.0160	3	0.4848	3.9727( $q_D$ )	0.8700

TABLE 4.2: Paramètres UM obtenus sur le champ de température mesuré + exposant de Hurst obtenu sur le champ simulé

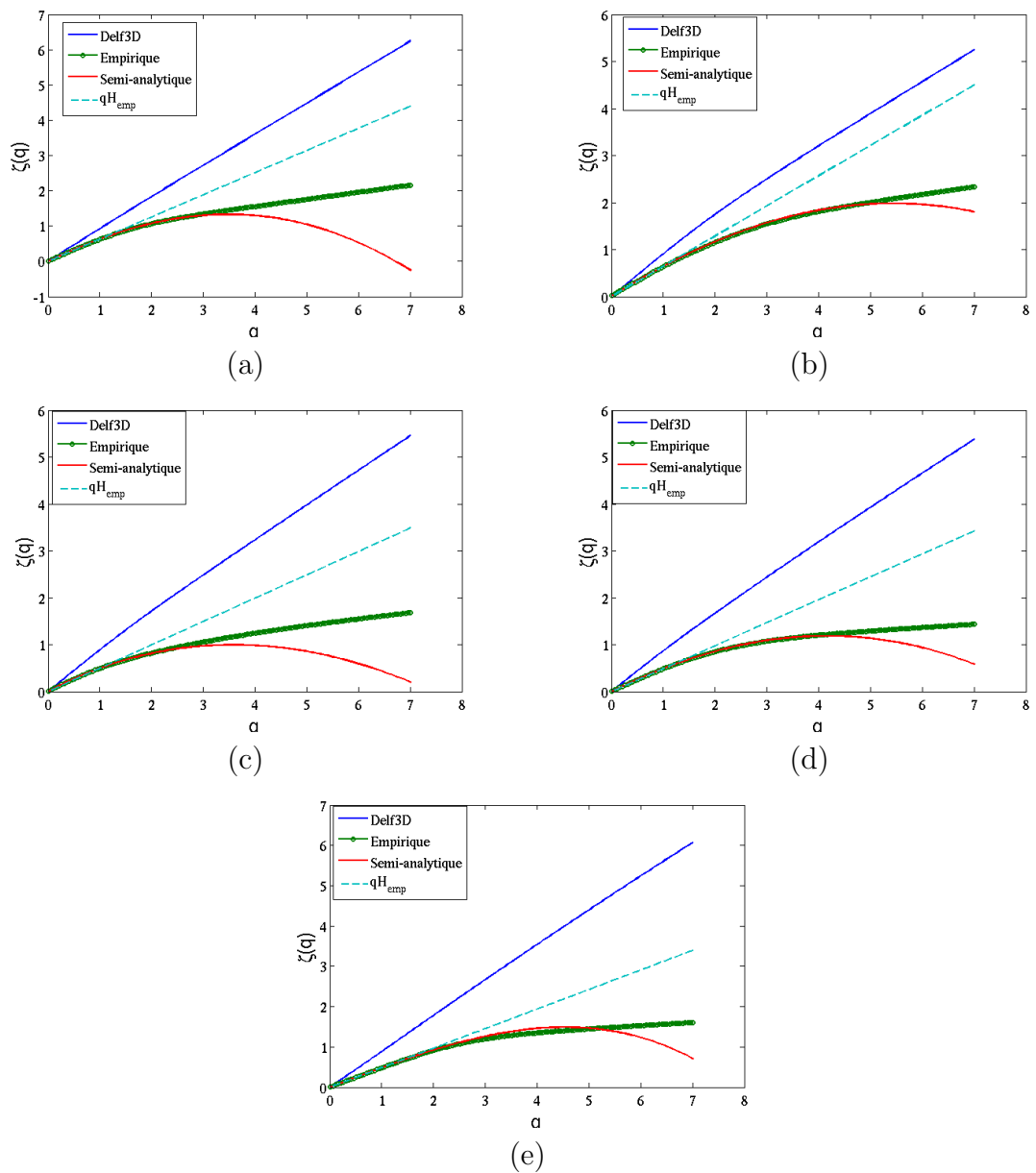


FIGURE 4.30: Exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$  du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m

Le caractère d'invariance d'échelle que présente le champ de température simulé, vient du fait que le forçage se fait par le champ de vitesse du vent qui présente la propriété d'invariance d'échelle. Les spectres de densité d'énergie des deux champs de température (mesuré et simulé) présentent la même pente et ils sont presque identiques, cela vient du fait que la calibration du modèle (différentes constantes), force le résultats du modèle à suivre les tendances du champ mesuré, mais elles ne prennent pas en compte la variabilité comme le montre la figure 4.31. Le modèle

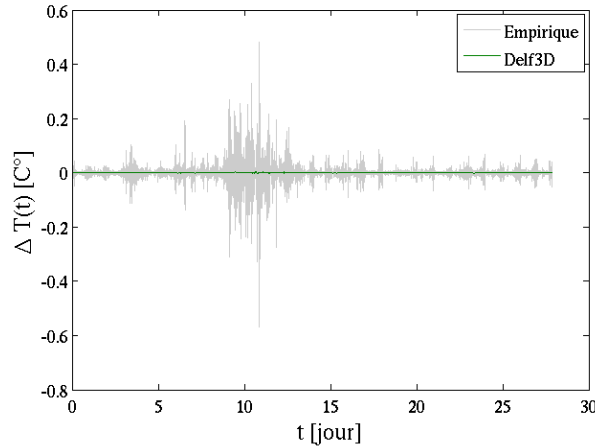


FIGURE 4.31: Différence de température mesurée et simulée sur le lac de *Créteil* à 2.5m

*Delft3D* repose sur la décomposition de *Reynolds*, c'est à dire le champ instantané  $U$  peut être décomposer en une somme de moyenne  $\bar{u}$  plus une fluctuation  $u'$  :

$$U = \bar{u} + u'. \quad (4.13)$$

On remplace le champ de vitesse par l'expression de l'équation 4.13 dans l'équation de *Navier-Stokes*, on retrouve l'équation de *Reynolds* moyenné (RANS) pour *Reynolds Average Navies Stokes* ces équations font apparaître un terme supplémentaire, qui est le tenseur de *Reynolds*  $\tau^R = \overline{\rho u'_i u'_j}$ . L'apparition d'un nouveau terme dans les équations de *Navier-Stokes*, font que le système d'équation devient ouvert (plus d'inconnus que d'équations). Afin de fermer le système le tenseur de *Reynolds* doit être modélisé par une viscosité turbulente suivant *Boussinesq (1877)* :

$$\tau^R = \mu_{turb} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.14)$$



La viscosité turbulente s'exprime en fonction de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et le taux de dissipation  $\varepsilon$  tel que :

$$\mu_{turb} \sim \frac{k}{\varepsilon} \quad (4.15)$$

Les performances d'un modèle de simulation se mesurent à sa capacité de reproduire les fluctuations à petite échelle. La figure 4.31 montre que le modèle *Delft3D* n'arrive pas à reproduire correctement les fluctuations du champ de température. Nous allons montrer que les spectres de densité d'énergie des fluctuations de température du champ simulé sont totalement différentes de celle mesuré dans le lac :

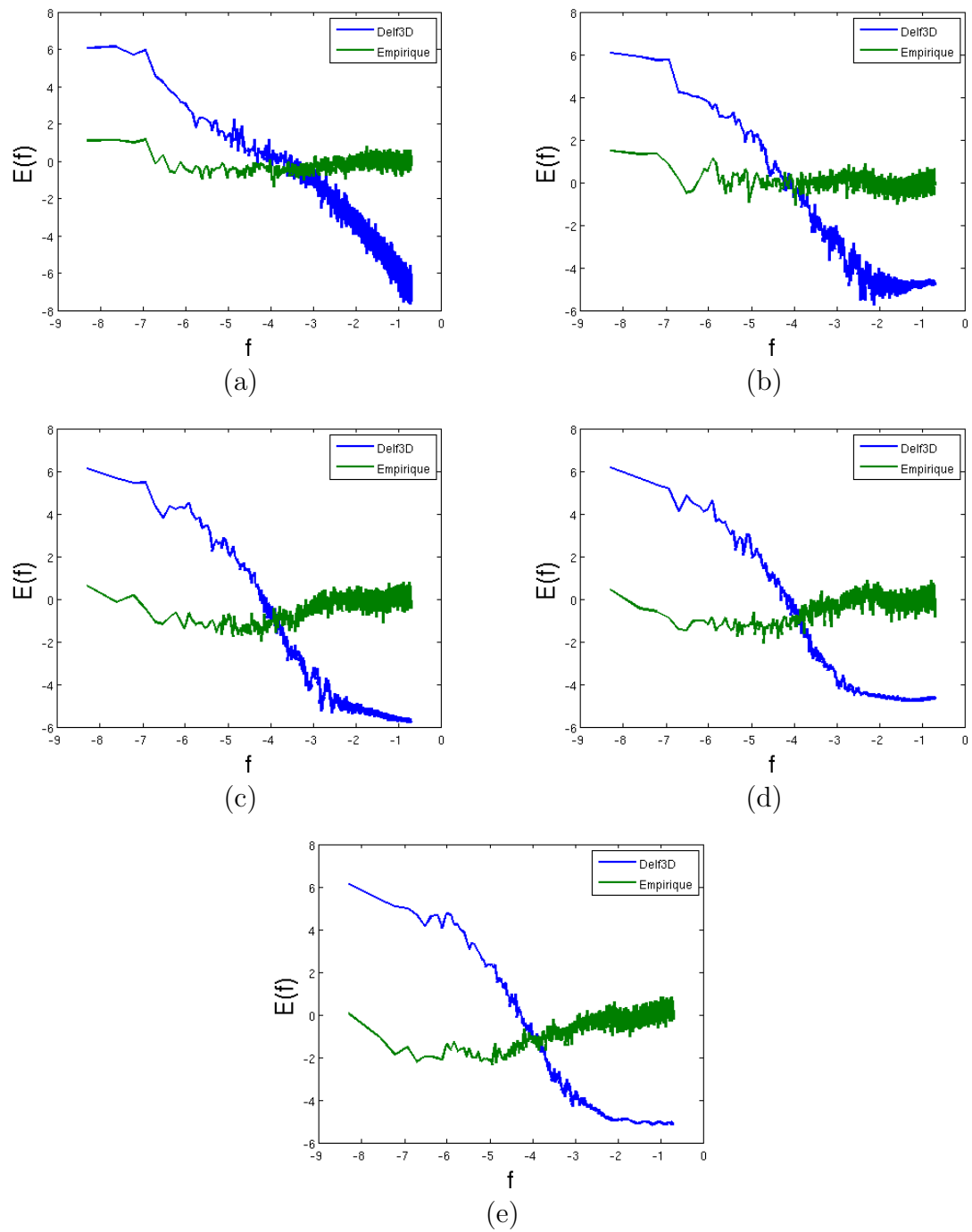


FIGURE 4.32: Spectres de densité d'énergie de la différence du champ de température (simulée et mesurée) à différentes profondeurs : (a) : 0.5m, (b) : 1.5m, (c) : 2.5m, (d) : 3.5m, (e) : 4.5m

On montre sur la figure 4.32 que les spectres de densité d'énergie du champ simulé est totalement différents des spectres du champ mesuré, on remarque qu'à grande échelle on retrouve presque les même pentes pour les deux champs. Les spectres d'énergies de l'incrément de température montrent que les pentes spectrales sont positives sur une certaine gamme d'échelle, cela indique que un certain apport d'énergie aux fluctuations de température. De plus, on remarque que la pente spectrale devient plus important selon la profondeur, l'apport d'eau des nappes phréatiques peut expliquer cette apport d'énergie. Afin de vérifier cette hypothèse il est nécessaire de mesurer le niveau d'eau à l'aide de sondes piézométriques.

#### 4.4.4 Description des sorties de modèle (champ de vitesse)

On dispose également de mesure du champ de vitesse (3 composantes) au point central du lac, les mesures ont été obtenues à l'aide d'un ADCP placé au fond du lac, l'appareil réalise une mesure chaque 3min. On représente sur la figure 4.33 la série temporelle de la composante horizontale de vitesse  $v$  mesurée dans le lac de *Créteil* et celle obtenue par le modèle *Delft3D* : Comparé au champ de

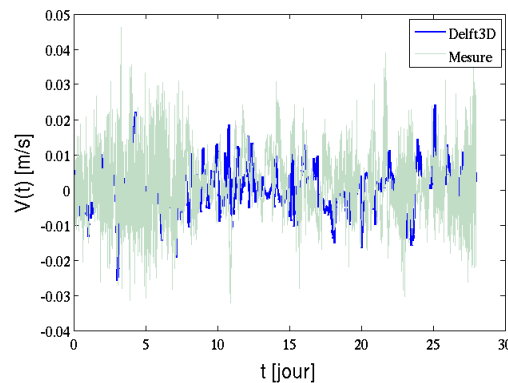


FIGURE 4.33: Composante horizontale de la vitesse à 1.5m de profondeur (mesure et simulation)

température, le champ de vitesse obtenu par simulation est totalement différent de celui mesuré par l'ADCP. Nous allons maintenant comparer les statistiques des deux champs (simulation et mesure). Comme cela a été fait pour le champ de température, nous allons commencer par le spectre de densité d'énergie.

#### 4.4.4.1 Analyse spectrale des sorties de modèle (champ de vitesse)

Nous avons vu dans le cas du champ de température, les spectres de densité d'énergie du champ simulé se superposent avec celui du champ mesuré. La figure 4.34 montre que dans le cas du champ de vitesse l'analyse spectrale ne donne pas les mêmes résultats pour les deux champs (simulation et mesure). Les deux spectres

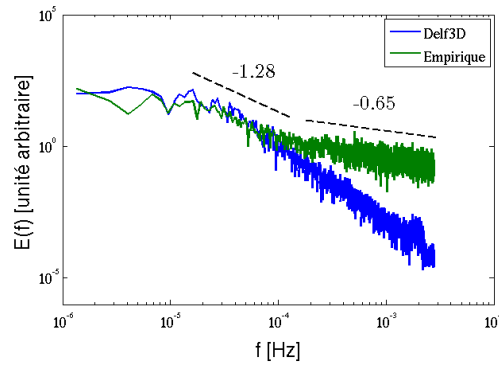


FIGURE 4.34: Spectre de densité d'énergie de la composante horizontale de la vitesse à 1.5m de profondeur (mesure et simulation)

se superposent sur une gamme de fréquence qui représente les grandes échelles (au-delà de 3h), par contre le modèle *Delft3D* ne reproduit pas la dynamique à petite échelle.

#### 4.4.4.2 Fonction de structure des sorties de modèle (champ de vitesse)

On représente l'exposant de la fonction de structure comme pour le champ de température. Pour ce faire le calcul de  $\zeta(q)$  se fait sur la gamme d'échelle pour laquelle les deux spectres de densité d'énergie se superposent (résolution  $\lambda = [2^6 : 2^{12}]$ ). Cependant, lorsqu'on calcule la valeur de  $q_s$  à l'aide de l'équation 3.44 nous obtenons une valeur de  $q_s = 7.57$ , cela montre que l'estimation des paramètres UM pour cet échantillon n'est pas robuste. Un moyen de vérifier la robustesse du degré de multifractalité à l'aide de l'exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$  a été donné par [Fitton \(2013\)](#) :

$$f(q) = \zeta(q)/q \quad (4.16)$$

Ainsi la valeur de  $\alpha$  est donnée comme suit :

$$\alpha \propto \frac{\log(-df(q)/dq)}{\log q} + 2 \quad (4.17)$$

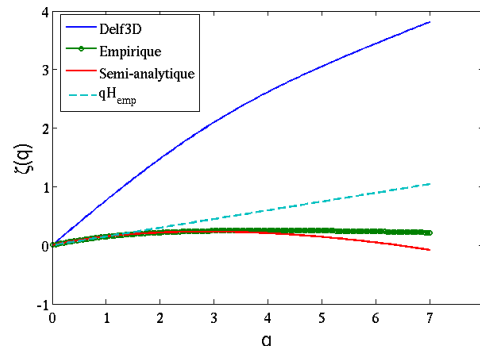


FIGURE 4.35: Exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$  de la composant horizontale de vitesse  $v$  (simulée et mesurée) à 1.5m de profondeur (estimation sur la gamme de résolution  $\lambda = [2^6 : 2^{12}]$ ), la fonction semi-analytique est calculée avec :  $H = 0.14$ ,  $\alpha = 1.48$  et  $C_1 = 0.05$

Si la fonction  $df(q)/dq$  est linéaire en échelle logarithmique, alors la pente  $\frac{\log(-df(q)/dq)}{\log q} + 2$  représente le degré de multifractalité. La figure 4.36 montre que la fonction  $f'(q)$  n'est pas linéaire en échelle logarithmique, cela veut dire qu'il existe une dépendance en  $q$  du degré de multifractalité.

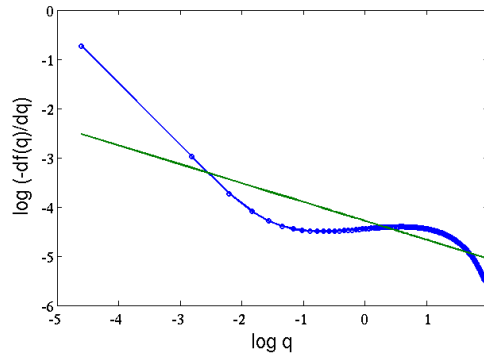


FIGURE 4.36:  $f'(q)$  calculé pour une moyenne de 4 sous échantillons de vitesse mesurée dans le lac de Créteil à une profondeur de 1.5m

Comme pour le champ de température, les statistiques du champ de vitesse ne sont pas représentées par le modèle *Delft3D*, les effets d'intermittence ne sont pas pris en compte. Les différentes interactions à petites échelles ne sont pas représentées par le modèle.

Pour conclure, même si le modèle (*Delft3D*) reproduit une certaine variabilité à grande échelle, le caractère intermittent des petites échelles n'est pas pris en compte, cela peut avoir un impact très important sur l'interprétation des résultats obtenus pour la biologies. Sachant que les réactions chimiques et les interactions biologiques font intervenir des processus se produisant à petites échelles, il est

important de reproduire ces différents processus ainsi que le caractère intermittent de ces champs dans le but de mieux simuler l'évolution biologique des plans d'eau.

## 4.5 Lois géophysiques et modèles

La description statistique présentée dans les sections précédentes, a été réalisée sur des champs (flux) considérés comme conservatifs ( $H = 0$ ). Cependant les champs géophysiques (physiques et biologiques) ne sont pas conservatifs, leur description statistique passe par l'utilisation des fonctions de structure (A.2). Dans le domaine de la turbulence la fonction de structure a été largement utilisée dans les études de données empiriques, car cela permet une caractérisation complète de la statistique de la turbulence (Verzicco and Camussi (2002), Hayot and Jayaprakash (2000)). La description statistique des champs biologiques passe aussi par l'étude de leur fonction de structure Yamazaki et al. (2006). Comme il a été mentionné dans le chapitre 3, plusieurs modèles ont été définis pour décrire  $\zeta_e(q)$  (estimation empirique). Cependant suivant le modèle fractal ou multifractal, le plus important dans ce genre d'étude est l'invariance d'échelle du champ étudié. Avant de commencer la description des différents modèles (multifractal), nous allons intéresser aux lois géophysiques.

### 4.5.1 Lois d'échelles

Comme mentionné précédemment la faiblesse de K41 est la non prise en compte de la variabilité du flux à travers les échelles. Dans la littérature l'équation 3.15 est largement utilisée pour décrire les propriétés statistiques d'un champ turbulent, par contre une question importante n'a pas été encore posée : Comment s'effectue la traversée d'échelles du flux?. Afin de répondre à cette question, nous allons proposer deux expressions de l'exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$ , les deux expressions sont dérivés de la définition des quantités "nues (bare)" et "habillées (dressed)" introduire dans Schertzer and Lovejoy (1987). Les quantités "nues (bare)" sont obtenues à l'aide d'un nombre fini d'itérations d'un processus de cascade multifractal, ces quantités ne sont pas affectées par les interactions (non linéaire) à petites échelles. Les quantités "habillées (dressed)" sont obtenues par agrégation du champ (flux) pour chaque résolution, cela conduit à un lissage des singularités.

## 4.5.2 Equifinalité

### 4.5.2.1 Fonction de structure du modèle FIF

Avant d'entamer la définition de l'équifinalité, nous allons nous placer dans le cadre des multifractal universels présenté dans le chapitre 3. La fonction des moments statistiques  $K_\varepsilon(q)$  d'un flux conservatif est donnée par l'équation 3.32. Les paramètres UM  $(\alpha, C_1)$ ,  $H$  peuvent être déterminés par l'exposant de la fonction de structure. En utilisant l'expression de  $\zeta(q)$  donnée par l'équation 3.15, l'exposant de la fonction de structure peut s'écrire en fonction des paramètres UM comme :

$$\zeta(q; a, H, C_{1,\varepsilon}, \alpha) = Hq - K_\varepsilon(aq; C_{1,\varepsilon}, \alpha). \quad (4.18)$$

L'équation 4.18 peut se décomposer en deux termes, un terme linéaire et un terme non-linéaire en  $q$  :

$$L(a, H, C_{1,\varepsilon}, \alpha) = H - C_{1,\varepsilon}a/(\alpha - 1), \quad (4.19)$$

et

$$NL(a, C_{1,\varepsilon}, \alpha) = C_{1,\varepsilon}a^\alpha/(\alpha - 1), \quad (4.20)$$

De telle sorte que :

$$\begin{aligned} \zeta(q; a, H, C_{1,\varepsilon}, \alpha) &= L(a, H, C_{1,\varepsilon}, \alpha)q \dots \\ &\dots + NL(a, C_{1,\varepsilon}, \alpha)q^\alpha. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Ainsi les paramètres UM peuvent être déterminés comme suit :

$$H = a\zeta(q), \quad (4.22)$$

$$C_{1,\varepsilon} = \zeta(q) - \zeta'(q)/a, \quad (4.23)$$

et

$$\alpha = -\zeta''(q)/(C_{1,\varepsilon}a^2). \quad (4.24)$$

$\alpha$  est déterminé en utilisant l'équation 4.23 et 4.24. Les deux précédentes équations conduisent à l'équation différentielle pour  $\zeta(q)$  lorsque  $\alpha$  est constant (i.e  $\alpha = \hat{\alpha}$ ) :

$$\hat{\alpha}(\zeta(q) - q\zeta'(q)) + q^2\zeta''(q) = 0. \quad (4.25)$$

L'équation 4.25 représente une équation différentielle linéaire de second ordre, sa solution de la forme  $\zeta(q) \sim q^\xi$ , où  $\xi$  satisfait :

$$\xi^2 - (1 + \hat{\alpha})\xi + \hat{\alpha} = 0 \quad (4.26)$$

L'équation 4.26 montre que  $\xi$  a comme solution soit 1 ou  $\hat{\alpha}$ . Cela montre que l'équation 4.25 est suffisante pour déterminer l'exposant  $\alpha$ . Finalement,  $C_{1,\rho}$  peut être obtenu en posant  $a = 1$  (Montera et al. (2011)), par contre cela engendrera une perte d'information sur le flux. La fixation d'une valeur de  $a$  n'est pas une approximation mais l'une des solutions possible, car le système d'équation reste ouvert. Cela veut dire que les paramètres  $C_{1,\varepsilon}$ ,  $H$  et  $a$  ne peuvent pas être définis de façon unique.

#### 4.5.2.2 Limites des paramètres $a$ et $H$

La non dégénérescence du flux  $\varepsilon$  (i.e, la singularité maximale  $\gamma_{max} = d$  ou  $d$  est la dimension du champ étudié) implique que le moment d'ordre un ( $q = 1$ ) existe, cela se traduit dans le cas de l'expression de  $\zeta(q)$  définie par l'équation 3.17 par :

$$q_s = q_{s,\rho}a > 1, \quad (4.27)$$

Où  $q_s$  correspond la divergence des moments statistiques défini par l'équation 3.43. La limite inférieure du paramètre  $a$  est donnée par :

$$a_{min} = 1/q_{s,\rho}. \quad (4.28)$$

Contrairement, la limite supérieure de  $a$  n'existe pas, car la tangente de  $\zeta(a)$  pour  $q = 0$  est singulière en sa limite  $a_{max} \rightarrow \infty$ . Les limites de  $H$  sont déduite en fonction des limites en  $a$ , l'équation 3.17 permet de calculer la limite inférieure de  $H$  :

$$\zeta(q_{s,\rho}) = q_{s,\rho}H_{min} - K(1) \Rightarrow H_{min} = \zeta(q_{s,\rho})/q_{s,\rho}, \quad (4.29)$$



Où  $K(1) = 0$ . La limite supérieure de  $H$  est donnée par la définition de  $a_{max}$  et correspond à la tangente de l'exposant de la fonction de structure en  $q = 0$  :

$$H_{\max} = \lim_{q \rightarrow 0} (\zeta(q) - \zeta(0)) / (q - 0) = \zeta'(0) \quad (4.30)$$

Nous avons vu que ce n'est pas évident de calculer les différents paramètres sans la connaissance du processus physique opérant.

#### 4.5.2.3 Fonction de structure des quantités "habillées"

Suivant la définition des quantités "habillées" pour laquelle le flux est généré à la plus grande résolution en suite agrégé et en utilisant l'équation 3.15, l'exposant de la fonction de structure peut s'écrire comme :

$$\langle (\delta\rho\lambda)^q \rangle \approx \lambda^{qH - K(q,a)} \quad (4.31)$$

Où

$$K(q, a) = K(aq) - qK(a) \quad (4.32)$$

Ceci implique que le flux est normalisé à chaque changement de résolution ( $\lambda$ ) de la même façon que la définition de la méthode des moments double trace :

$$\varepsilon^{(a)} = \frac{\varepsilon^a}{\langle \varepsilon^a \rangle} \quad (4.33)$$

L'exposant de la fonction de structure est donné comme suit :

$$\zeta(q) = qH - K_\rho(q) \quad (4.34)$$

Le concept d'équifinalité introduit par [Beven and Freer \(2001\)](#) pour un système géophysique, suggère que le même résultat peut être obtenu par un seul modèle en faisant varier ses paramètres.

Lorsque une infinité de combinaison de paramètres  $a$  et  $H$  peuvent reproduire le même exposant de la fonction de structure, cela implique que le même champ peut être obtenu avec différents flux. Dans la section suivante nous allons mettre en évidence cette problématique à l'aide de mesure de température du lac de Créteil.

### 4.5.3 Test de l'équifinalité sur une série temporelle

Dans de mettre en évidence les limites des paramètres  $(a, H)$  est l'impact de l'équifinalité sur le calcul de d'exposant de la fonction de structure, nous analysons un champ de température mesuré à 2.5m de profondeur dans le lac de *Créteil*, pour ce faire on calcul la fonction de structure de l'incrément de température  $\delta T$ , en suite les paramètres UM  $(\alpha, C_1)$  sont calculés à l'aide de d'équation 4.18. L'exposant de la fonction de structure peut s'écrire ainsi comme :

$$\zeta(q) = qh - K_\rho(q) \quad (4.35)$$

Où

$$h = \zeta(1) = H - K_\varepsilon(a) \quad (4.36)$$

On obtient ainsi les valeurs suivantes :  $\alpha = 1.3$  et  $C_{1,T} = 0.083$  avec un  $h = \zeta(1) = 0.38$ . Le but est de voir les conséquences de l'indépendance des paramètres  $(a, H)$  sur l'estimation de la correction d'intermittence. La première étape consiste à définir les limites supérieures. La limite supérieure en  $a$  est donnée par  $a \rightarrow \infty$ , la limite en  $H$  est donnée comme suit :

$$\left. \frac{\zeta_T(q)}{dq} \right|_{q=0} = H_{Max} = h + C_{1,T}/(\alpha - 1) \quad (4.37)$$

Comme il a été mentionné au chapitre 3 la valeur de  $C_{1,\varepsilon}$  est bornée par la dimension  $D$  de la série étudier, en utilisant la définition de la transition de phase de premier ordre  $q_s$ , la limite inférieure de  $a$  est donnée comme suit :

$$1/a_{min} = q_{s,T} = (D/C_{1,T})^{1/\alpha} \quad (4.38)$$

Pour  $q = q_s$ ,  $\zeta(q)$  peut s'écrire comme :

$$\zeta_T(q_s) = q_s h - K_T(q_s). \quad (4.39)$$

L'équation 3.17 donne :

$$\zeta_T(q_s) = q_s H_{min} \quad (4.40)$$

Ainsi pour  $q_s = 1/a_{min}$  on obtient :

$$H_{Min} = h - K_T(q_s)/q_s \quad (4.41)$$

On trace sur la figure 4.37 les exposants de la fonctions de structure semi-analytiques obtenues avec les différents paramètres ainsi que celle obtenue empiriquement.

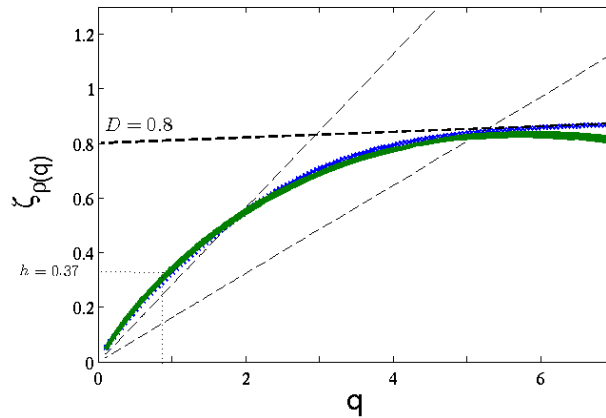


FIGURE 4.37: Estimation empirique de la fonction  $\zeta_{\delta_T}(q)$  (bleue), la fonction semi-analytique  $qH - K_\varepsilon(aq; C_{1,\varepsilon}, \alpha)$  (lignes continues), et  $qH$  (pointillés). Les paramètres utilisés pour les courbes semi-analytiques sont :  $C_{1,\varepsilon} = 0.2$ ,  $H = 0.28$  et  $a = 0.525$  (rouge), et  $C_{1,\varepsilon} = 0.7$ ,  $H = 0.16$  et  $a = 0.19$  (vert). Pour les deux courbes semi-analytiques on a  $\alpha = 1.3$ . La différence (légère) entre les deux courbes semi-analytiques provient des erreurs numériques

Afin de calculer le moment de divergence  $q_s$  selon l'équation 3.43, il est nécessaire de calculer la dimension de l'espace dans lequel le phénomène est plongé  $D$ . La définition de cette dimension reste une question ouverte, cependant la valeur de  $D$  peut être déterminée à l'aide de l'exposant des moments statistique pour  $q > q_s$ ,  $K(q) = q\gamma_s - C(\gamma_s)$ , avec  $C(\gamma_s) = D$ . La valeur de  $D$  peut être déterminée graphiquement à l'aide de l'exposant de la fonction de structure, pour  $q > q_s$ ,  $\zeta(q)|_{q=0} = D$ . Afin de déterminer la valeur de  $D$ , on calcule l'exposant de la fonction de structure pour des valeurs de  $q$  élevées ( $q \rightarrow 15$ ). Certains des échantillons de température analysés ont montré des valeurs de  $\zeta(q)$  différentes lorsqu'on change la gamme de résolution  $\lambda$  sur laquelle l'estimation s'est faite (voir figure 4.38.a). D'après la définition de la divergence des moments statistiques, l'exposant de la fonction de structure devient linéaire pour  $q \geq q_s$ , dans certains cas et pour une gamme de résolution petite,  $\zeta(q)$  devient concave pour des valeurs de  $q$  assez grandes (voir figure 4.38.b). Nous avons tenté d'expliquer le résultat de la figure 4.38 par la qualité du "scaling" (invariance d'échelle) que l'on obtient à

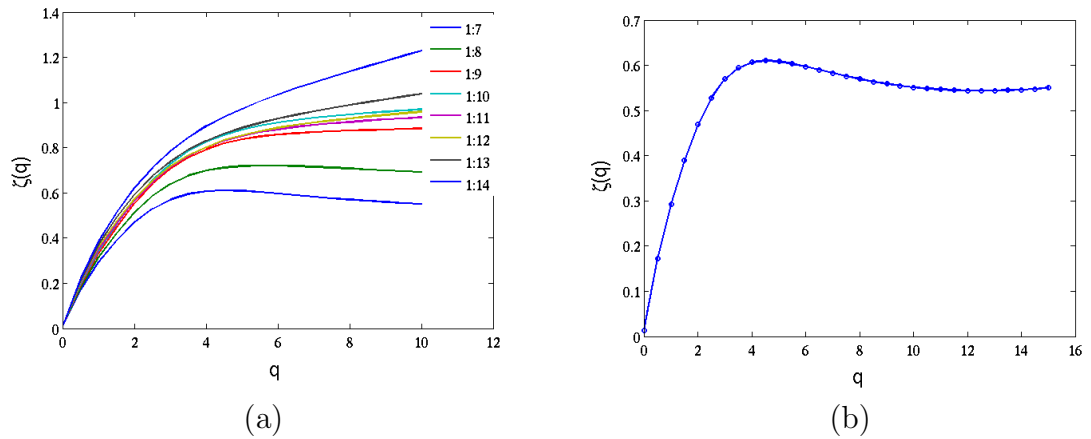


FIGURE 4.38: Exposant de la fonction de structure  $\zeta(q)$ , (a) : Estimation faite sur plusieurs gammes de résolution, (b) Estimation faite sur une gamme de résolution  $\lambda = [2^1, 2^7]$  pour  $q = [0 : 15]$

chaque changement de gamme de résolution, pour cela on trace le coefficient de détermination  $R^2$  obtenu pour chaque gamme de résolution et pour les différentes valeurs de  $q$ . La figure 4.39 montre que la qualité du "scaling" devient mauvaise

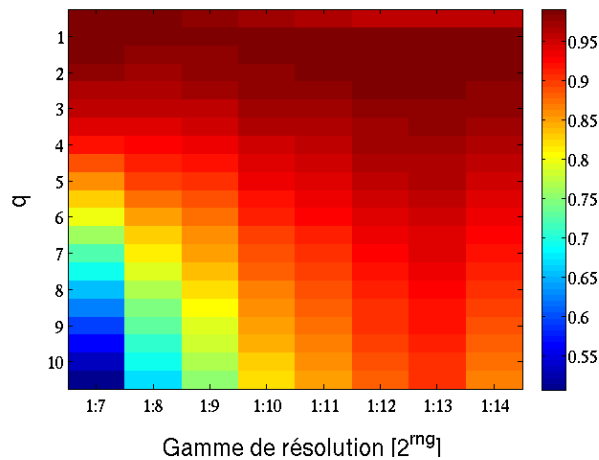


FIGURE 4.39: Valeurs du coefficient de détermination  $R^2$  obtenues pour différentes gamme de résolution  $\lambda$  et pour différents  $q$

pour la gamme de résolution  $\lambda = [2^1, 2^7]$  pour des ordre  $q$  élevés. La figure 4.37 montre que la valeur de la dimension  $D$  est de 0.8. La valeur de  $D$  peut être vérifiée à l'aide la fonction empirique de  $C(\gamma)$ , pour cela on utilise la méthode PDMS définie au chapitre 3. Afin de mieux définir la valeur de  $D$ , l'estimation de la fonction  $C(\gamma)$  se fait sur plusieurs gammes de résolutions  $\lambda$  (voir figure 4.40).

Selon l'équation 3.43 on obtient  $q_s = 5.7$ , cela correspond à la divergence des moments entre les estimations empiriques et semi-analytiques de  $\zeta(q)$ . Cela donne aussi la valeur de  $H_{min} = 0.16$  et de  $H_{max} = 0.28$  et de  $a_{min} = 0.19$  et de

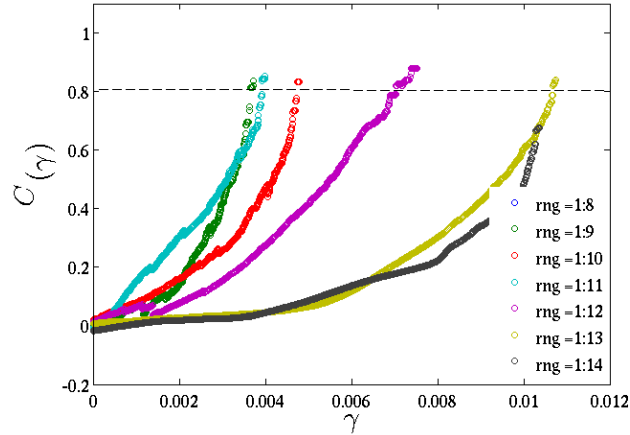


FIGURE 4.40: Estimation empirique de la fonction  $C(\gamma)$  pour différentes gammes de résolutions

$a_{max} = 0.525$ . A travers la définition de l'équifinalité on montre que l'exposant de la fonction de structure peut être reproduite théoriquement (jusqu'à un certain ordre) pour différents jeux de paramètres, par contre elle ne donne pas d'information sur le processus physique. Sans la connaissance du processus physique, les valeurs de  $a$  et de  $H$  peuvent ne pas être représentatives. Cette étude montre que la fonction de structure ne permet pas de caractériser de façon unique un champ non conservatif (champ de vitesse, température...etc.). En effet, cela nécessite la définition de façon unique le couple de paramètres  $H$  et  $a$ , respectivement le degré de non conservation et la puissance du flux conservatif sous-jacent.

# Conclusion

Cette thèse a porté sur l'analyse multi-échelle du fonctionnement hydrologique des petits lacs urbains et comportait deux volets : l'un expérimental, qui a permis d'enrichir notablement la base de données à haute fréquence du lac de Créteil (94), l'autre analytique visant à caractériser l'intermittence des différents champs physiques et biologiques à l'aide des méthodes multifractales. Ce travail s'est inscrit dans le cadre du projet PLUMMME.

L'enrichissement de la base de données s'est concrétisé par la mise en place d'une station de mesure en continu au centre du lac. Cette station a été équipée de capteurs à haute résolution de température et de chlorophylle à différentes profondeurs, ainsi que de capteurs météorologiques tels que la vitesse du vent et la température. Cela permet de mieux comprendre l'impact des différents forçages atmosphériques sur hydrodynamique du plan d'eau. Dans le souci d'avoir une représentation spatiale des différents champs mesurés, nous avons également placé deux chaînes de mesure latérales comportant des capteurs de température, oxygène dissous et de chlorophylle à haute résolution. La partie expérimentale a été également complétée par des campagnes de mesures spécifiques : des mesures en un point fixe à l'aide d'un ADV mesurant jusqu'à une fréquence de  $64Hz$  et des profils de vitesse sur toute la colonne d'eau à l'aide d'un ADCP qui permettent d'avoir une distribution spatiale du champ de vitesse. La comparaison des mesures réalisées dans le lac de Créteil avec celles du lac du Bourget (73) a mis en évidence l'impact de la résolution des capteurs sur la qualité des mesures. Pendant les périodes hivernales, les spectres d'énergies des champs mesurés dans le lac du Bourget à l'aide de capteurs moins précis que ceux utilisés dans le lac de Créteil montrent l'apparition d'un bruit blanc sur large gamme d'échelles. L'utilisation d'appareils de mesure à haute fréquence permet de caractériser les différentes interactions à petite échelles.

Cette thèse a permis d'avoir une base de données à haute fréquence assez riche.

Cependant, quelques points restent à approfondir. Par exemple, la réalisation de mesures conjointes en espace et en temps de la vitesse et la température à haute fréquence qui sont indispensables pour estimer le flux de température. Pendant cette thèse, une tentative de réaliser une telle mesure a été faite mais n'a pas abouti en raison de problèmes techniques.

La stratification est l'un des processus importants dans le lac de Créteil et elle intervient à différentes échelles. L'observation des champs de température mesurés à une fréquence de  $0.03Hz$  à différentes profondeurs montre qu'en moyenne, le lac est fortement stratifié 30% (soit 95/312 jours) du temps de l'année du fait d'un fort gradient de température stabilisant entre la surface et le fond. Le nombre de Richardson  $R_i > 1$  calculé pendant certaines périodes (selon la disponibilité de la mesure du champ de vitesse) de stratification montre que les strates sont stables. Lors de la période hivernale, le lac est au contraire faiblement stratifié. Cependant, la durée d'un épisode de stratification dans le lac de Créteil est assez courte en moyenne ( $\sim 10$  jours), cela est dû à la faible profondeur du lac qui favorise le mélange vertical. Nous avons également observé que la stratification opère tout au long de la colonne d'eau, comme en témoigne la pente spectrale du champ de température avoisinant  $\sim -2$ . Dans le but de caractériser la gamme d'échelle sur laquelle les effets de stratification sont ressentis, nous avons calculé à l'aide des profils de température échantillonnés à 30s la fréquence de *Brunt Väisälä* ( $N \approx 0.03Hz \approx$  fréquence d'échantillonnage), cela montre que les déplacements verticaux dus à la stratification sont de l'ordre des petites échelles mesurées. Cela implique que les modèles déterministes doivent prendre en compte les effets de la stratification sur les échelles explicites du modèle pendant ces périodes de stratification.

Un autre processus physique que l'on peut observer dans les lacs est celui des ondes internes. Le spectre d'énergie du champ de température a montré que des ondes internes se produisent dans le lac de Créteil avec différents modes d'oscillation (à 12h et 20h), ces modes sont proches des modes d'oscillation observés dans le lac du Bourget (à 12.5h et 24h). Cependant, l'analyse spectrale des composantes horizontales de vitesse met en évidence un mode d'oscillation d'une période de 8min nettement plus petite que celles observées dans les grands plans d'eau. Cette période a également été caractérisée analytiquement à l'aide de l'équation d'ondes stationnaires, mais cette équation a le défaut d'être linéaire. L'apparition de ce mode d'oscillation avec des périodes courtes montre que le transport des

différents champs (chimiques ou biologiques) à petite échelle se fait également à l'aide des ondes internes dans le lac de Créteil.

Dans la plupart des études de modélisation des plans d'eau, il est assumé qu'un seul régime de turbulence opère dans le plan d'eau. Nous avons montré dans cette thèse à l'aide de l'analyse spectrale du champ de vitesse horizontale que deux régimes distincts pour les grandes et petites échelles opèrent le long de la colonne d'eau. En effet, la faible profondeur du lac de Créteil met en évidence l'importance des effets de bords liés à la faible distance entre le fond et la surface provoque l'apparition de différents processus physiques, qui se traduisent par l'apparition de lois d'échelles le long de la colonne d'eau. Nous avons distingué deux régimes connus de la turbulence : un régime de turbulence caractérisé par une pente spectrale de  $-5/3$ , qui peut correspondre à un régime de turbulence "libre" (stratifiée ou non) et un régime de turbulence proche de la paroi caractérisé par une pente spectrale de  $-1$ . Nous avons montré également que les profils verticaux des pentes spectrales sont logarithmiques. Ces résultats montrent que certaines des hypothèses faites pour la modélisation des grands plans d'eau (ex. négligence des effets de bord sur le champ lointain) ne sont pas valides dans le cas des lac peu profonds.

L'étude comparative des spectres d'énergies du champs de vitesse simulé à l'aide d'un modèle déterministe et le même champ de vitesse mesuré dans le lac de Créteil montre que les processus physiques à petites échelles ne sont pas correctement représentés par le modèle. L'analyse spectrale du champ de température montre que les simulations numériques arrivent à reproduire une certaine variabilité à grandes échelles. Par contre les spectres d'énergies de l'incrément de température à différentes profondeurs montrent que la distribution d'énergie à travers les échelles de la variance de température n'est pas représentée par les simulations numériques. En effets, les spectres de l'incrément de température mesurée sont caractérisés par des pentes positives qui deviennent de plus en plus importantes avec la profondeur du lac. Ces pentes spectrales positives peuvent traduire un apport du milieu en variance de température, nous pensons que la nappe phréatique pourrait jouer un rôle dans cet apport. Des mesures du niveau d'eau à l'aide de sondes piézométriques peuvent nous donner une meilleur compréhension du phénomène.



L'analyse spectrale a également été utilisée pour caractériser les processus physiques au point de rejet des eaux pluviales. Nous avons montré que l'arrivée d'eau pluviale perturbe fortement la dynamique des petites échelles. Cette perturbation semble même perceptible pour des arrivées d'eau relativement faibles. Cela montre que la dynamique en ces points n'est pas la même qu'au point central du lac, ainsi l'occurrence de blooms peut y être plus fréquente.

Ces premiers résultats issus de l'analyse spectrale sont importants pour la compréhension et la modélisation de l'hydrodynamique des lacs urbains, ainsi les études basées sur les champs moyens ne permettent pas de donner une caractérisation des différentes interactions et le transport des micropolluants.

L'analyse spectrale a aussi permis de mettre en évidence les différents régimes opérants dans le lac de Créteil. Dans le but de caractériser l'intermittence des différents champs (physiques et biologiques) qui joue un rôle majeur dans les interactions entre les champs à différentes échelles, il est indispensable d'utiliser des techniques statistiques d'ordre élevés, alors que l'analyse spectrale est seulement d'ordre de 2.

Les statistiques d'ordres supérieurs ont été explorées à l'aide du modèle multifractal universel (UM). Nous avons montré dans cette thèse à l'aide des techniques d'estimation des moments trace (TM) et de la méthode des moments double trace (DTM) que les tendances saisonnières affectent la qualité des estimations des paramètres UM (ex. obtention de valeurs aberrantes  $\alpha > 2$ ) en affectant la qualité de la propriété d'invariance d'échelles. L'utilisation des différentes méthode d'estimation (TM et DTM) repose sur la définition d'un flux (quantité conservative,  $H = 0$ ). Cependant, dans le cas d'un champ de température présentant une forte valeur de  $H$ , l'incrément du champ ne correspond pas à une approximation d'un flux conservatif, ainsi l'estimation des paramètres UM peuvent avoir des valeurs non significatives. Les effets des tendances saisonnières sur la qualité des estimations des paramètres UM a été investiguée à l'aide de la méthode de décomposition modale empirique (DME). Nous avons montré que la DEM permet d'obtenir une qualité du "scaling" (invariance d'échelle) stable suivant les différentes saisons de l'année. Ainsi, une bonne estimation des paramètres UM a permis une meilleure caractérisation de l'intermittence, qui ouvre la voie à une simulation multifractale robuste des différents champs à l'aide du modèle d'Intégration Fractionnaire de

Flux (FIF).

Cependant, la méthode de décomposition modale empirique a montré quelques limites. Nous avons constaté que la qualité de la décomposition est liée à la longueur de la série temporelle utilisée. Une des perspectives pour les études à venir est de mettre en place un cadre plus théorique autour de la méthode de décomposition modale. Il nous a semblé en tant qu'utilisateur que les propriétés de cette méthode méritaient des développements plus théoriques pour les asseoir.

Une fois que la qualité d'invariance d'échelle est améliorée, nous montrons que pendant la période estivale (avec de fortes stratifications) le champ de température montre un comportement intermittent presque identique le long de la verticale, avec une moyenne de  $C_1 \approx 0.35$ . Cependant, pendant la période hivernale la valeur de  $C_1$  varie le long de la verticale, indiquant ainsi que le champs de température est plus intermittent vers la surface du lac. Dans le cas du lac du Bourget, nous montrons que le champ de chlorophylle est plus intermittent que le champ de température.

Un problème récurrent dans l'expérimentation en milieu lacustre est l'absence de signaux informant l'utilisateur de la nécessité de venir faire une maintenance pour les capteurs, en particulier de chlorophylle. L'observation des séries temporelles de chlorophylle lors d'épisodes de prolifération alguale a montré que cet encrassement était corrélé à une évolution des paramètres multifractales avant et après maintenance. La détermination de l'instant à partir duquel les mesures sont biaisées par la croissance alguale est un point important à étudier. Un partenariat industriel pourrait à l'avenir nous permettre de développer cette méthode pour fiabiliser la mesure expérimentale dans les lacs.

Dans le but de développer un système d'alerte pour la prolifération alguale, nous nous sommes intéressés à la corrélation entre deux champs. L'objectif de cette démarche est l'utilisation des mesures d'un seul champ physique (température) pour lequel la mesure est relativement simple à réaliser afin de prédire l'évolution d'un champ biologique (chlorophylle ou oxygène dissous). Nous avons montré que lorsque il existe une dépendance entre deux champs à l'échelle de mesure, celle ci est multi-échelle. À l'aide des estimations stables des paramètres UM nous avons quantifié le degré de dépendance multi-échelles des différents champs en introduisant l'exposant des moments statistiques du champ croisé normalisé  $R(q)$ . Nous avons montré que lorsque le champs de température montre une forte variabilité la corrélation entre les champs devient plus importantes. Cependant, nous pensons que le champ de vitesse peut apporter des informations supplémentaires pour une

caractérisation complète de la corrélation multi-échelle.

Le comportement intermittent des différents champs étudiés a pu être caractérisé à l'aide du modèle multifractal universel. Cependant, ce comportement est-il ou non reproduit par les modèles numériques aujourd'hui utilisés pour simuler l'hydrodynamique et les écosystèmes lacustres ? Pour répondre à cette question, les champs simulés par le modèle Delft3D-Flow ont été comparés aux champs mesurés à la même fréquence. L'utilisation de la fonction de structure a permis de mettre en évidence la propriété d'invariance d'échelle des champs simulés et caractériser celle-ci. L'exposant de la fonction de structure a montré que les champs simulés présentent un comportement non intermittent, contrairement aux champs mesurés qui présentent un comportement intermittent. Cela met en évidence la difficulté pour les simulations numériques à bien reproduire la variabilité à petites échelles. Sachant que les réactions chimiques et les interactions biologiques font intervenir des processus se produisant à ces échelles, il est important de reproduire ces différents processus ainsi que le caractère intermittent de ces champs dans le but de mieux simuler l'évolution biologique des plans d'eau. L'échec des modèles numériques à reproduire la variabilité à petites échelles des différents champs pourrait provenir de conditions aux limites mal posées (effets de bord importants), d'un processus physique non reproduit par le modèle (tels qu'un processus proche de la paroi) ou bien de la fermeture des équations de Navier-Stokes avec des modèle de turbulence ne prenant pas en compte l'intermittence.

Enfin, nous montrons que les fonctions de structure qui sont l'un des outils statistiques de base pour les études de la turbulence ne permettent pas de caractériser de façon unique un champ non conservatif (champ de vitesse, température...etc.). En effet, cela requerrait de déterminer de façon unique le couple de paramètres  $H$  et  $a$ , respectivement le degré de non conservation et la puissance du flux conservatif sous-jacent. Nous montrons au contraire que l'un de ces deux paramètres reste indéterminé, à moins d'un choix arbitraire. Cependant, nous avons mis en évidence des limites à cette indétermination : elles sont requises pour éviter la dégénérescence des processus multifractals correspondants. D'autre part, la physique peut déterminer la dimension du flux conservatif et par conséquent lever totalement l'indétermination entre en introduisant une relation supplémentaire en  $H$  et  $a$ . Il nous semble que ces résultats sont de première importance pour obtenir

des simulations multifractales réalistes, don en accord avec les observations.

# Annexe A

## A.1 Spectre de densité d'énergie

Une des caractéristiques principales des écoulements turbulents est qu'ils contiennent une grande gamme d'échelles dynamiquement actives. Afin d'accéder aux informations relatives aux échelles, il est important de réaliser une étude spectrale des champs turbulents. Cette étude est réalisée à l'aide de la transformée de *Fourier* (espace/temps). Pour une variable réelle  $f(x)$  :

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(k) e^{ixk} dk \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ixk} dx \quad (\text{A.2})$$

Où  $k$  est le nombre d'onde et  $i^2 = -1$ .

Une variable importante dans l'étude de la turbulence est la densité spectrale d'énergie cinétique fluctuante, qui est le tenseur de corrélation de deux modes de *Fourier* :

$$\hat{R}_{ij}(k, t) = \langle \hat{u}_i(k, t) \hat{u}_j(k, t) \rangle \quad (\text{A.3})$$

$\hat{R}_{ij}(k, t)$  est la transformée du tenseur de corrélation en deux points (fonction de structure du second ordre) :

$$R_{ij}(r, t) = \langle u_i(x, t) u_j(x + r, t) \rangle = \iiint \hat{R}_{ij}(k, t) e^{irk} dk \quad (\text{A.4})$$

L'énergie cinétique d'un mode de *Fourier* est :

$$e(k, t) = \frac{1}{2} \langle \hat{u}_i(k, t) \hat{u}_i(k, t) \rangle = \frac{1}{2} \hat{R}_{ii}(k, t) \quad (\text{A.5})$$

Cela veut dire que l'énergie turbulente totale se déduit de la somme :

$$K(t) = \iiint \frac{1}{2} \hat{R}_{ii}(k, t) d^3k = \frac{1}{2} \langle u_i u_i \rangle \quad (\text{A.6})$$

Par ailleurs, le spectre d'énergie est relié au tenseur de corrélation par :

$$E(k) = \oint \frac{1}{2} \hat{R}_{ii}(k, t) dS(k) \quad (\text{A.7})$$

Où  $S$  est une sphère de rayon  $k$ . Le spectre de *Kolmogorov-Obukhov* ([Kolmogorov \(1941a\)](#)) dans la zone inertielle est donné par la relation suivante :

$$E(k) \propto \bar{\varepsilon}^{2/3} k^{-5/3} \quad (\text{A.8})$$

## A.2 Fonction de structure

Les moments statistiques d'ordre  $q$  (finis) de l'incrément de vitesse (longitudinale) sont définis comme :

$$S_q(l) \equiv \langle |\delta u(l)|^q \rangle = \langle |u(x+l) - u(x)|^q \rangle \quad (\text{A.9})$$

Selon hypothèse **H2** de *Kolmogorov*, l'expression des fonction de structures d'ordre  $p$  est :

$$S_q(l) \propto (\bar{\varepsilon} l)^{\zeta(q)} \quad (\text{A.10})$$

Avec  $\zeta(q) = q/3$ .

## A.3 Conservation

Le taux de densité d'énergie  $\varepsilon$  d'une parcelle de fluide est conservé par le terme non-linéaire de l'équation de *Navier-Stokes*. Si on prend un fluide non visqueux

( $\nu = 0$ ), son équation de mouvement est :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} \quad (\text{A.11})$$

En multipliant l'équation A.11 par  $\bar{v}$  on obtient :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) = -\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) p \quad (\text{A.12})$$

Pour un écoulement incompressible ( $\mathbf{div} \mathbf{v} = 0$ ) A.12 devient :

$$\varepsilon = -\nabla \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) + p \right) \mathbf{v} \right] \quad (\text{A.13})$$

En faisant une intégration sur un volume  $V$  et en utilisant le théorème de divergence de *Gauss*, on obtient :

$$\int_V \varepsilon dV = - \oint_S \underbrace{\left( \frac{1}{2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) \right)}_I + \underbrace{p}_{II} \mathbf{v} dS \quad (\text{A.14})$$

Le terme  $I$  représente le transfert de l'énergie cinétique à travers la surface  $S$ , le terme  $II$  représente le travail qu'exerce la pression. Il n'y a ni de terme source ni de terme puits pour  $\varepsilon$  dans le volume. Intéressons nous maintenant au terme visqueux  $\nu \nabla^2 \mathbf{v}$  multiplié par  $\mathbf{v}$ . En ignorant les termes de surface, on a :

$$\int_V \varepsilon dV = \nu \mathbf{v} \int_V \nabla^2 \mathbf{v} dV \quad (\text{A.15})$$

En utilisant l'identité vectorielle et aussi le théorème de *Gauss* on obtient :

$$\int_V \varepsilon dV = \underbrace{-\nu \int_V |\nabla \wedge \mathbf{v}|^2 dV}_{III} - \nu \underbrace{\oint_S [(\nabla \wedge \mathbf{v}) \wedge \mathbf{v}] \cdot dS}_{IV} \quad (\text{A.16})$$

Le terme  $IV$  est nul si et seulement si  $dS \perp \mathbf{v}$  ou bien si  $\mathbf{v}$  (condition aux limites), sinon il est toujours positif. Puisque  $\nu > 0$  le terme  $III$  est aussi positif. Cela veut dire que les effets visqueux font diminuer l'énergie totale.

## A.4 Équations de Navier-Stokes

Les équations de *Navier-Stokes* ainsi que l'équation de continuité peuvent s'écrire comme :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{A.18})$$

Où  $U_i$  sont les composantes du champ de vitesse, avec  $i = 1, 2, 3$ .  $P$  est le champ de pression,  $\rho$  la masse volumique,  $\nu$  la viscosité cinématique.

## A.5 Équation de Navier-Stokes moyennées

On considérant la décomposition de *Reynolds*  $U_i = \bar{U}_i + u_i'$  et  $P = \bar{P} + p'$  suivant la figure A.1, les équation de *Navier-Stokes* ainsi que l'équation de continuité moyennées peuvent s'écrire comme :

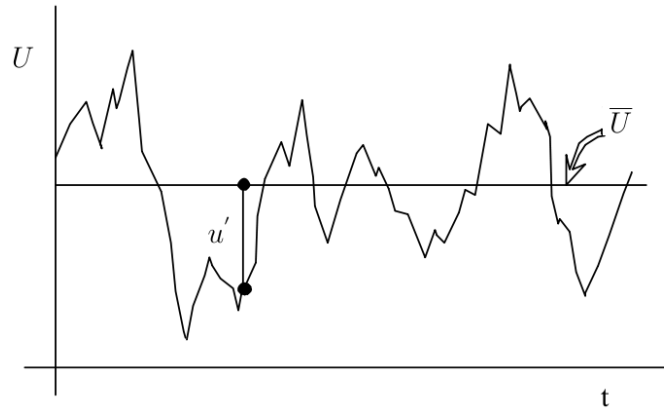


FIGURE A.1: Schéma de la décomposition de *Reynolds*

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\bar{P}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \right) \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{A.20})$$



---

Où  $\overline{u'_i u'_j}$  est le tenseur de *Reynolds*.

# Annexe B

## B.1 Simulation des cascades multifractales

Les chapitres précédents ont été dédiés à la détermination des paramètres UM et à la compréhension des effets d’intermittence des champs sur la modélisation des champs physiques et biologiques. Dans cette section, nous allons décrire les différentes étapes pour réaliser une simulation des champs multifractal suivant le principe des cascades multiplicatives. La construction d’une cascade multifractale repose sur la définition de deux opérateurs : un générateur de structure et un générateur de variables pour l’attribution d’intensité. Nous avons vu dans le chapitre 3 la notion de cascade et nous avons présenté deux exemples de cascades spatio-temporelles : le  $\beta$ -modèle et le  $\alpha$ -modèle. La différence entre les deux modèles de cascades est la distribution d’intensité aux structures générées. Cependant, ces deux types de cascade possèdent le même générateur de structures physiques. Le générateur d’intensité est un processus stochastique avec une distribution de Lévy. Les lois stables de Lévy possèdent des bassins d’attraction qui sont précisés avec l’aide de la généralisation du théorème centrale limite.

### B.1.1 Construction de cascade

Nous allons montrer les différentes étape à suivre et les conditions à respecter pour construire des cascades discrètes et continues, suivant les différents modèles présentés dans les chapitres précédents.

### B.1.1.1 Cascades discrètes

Les modèles discrets sont caractérisés par un générateur physique correspondant aux cascades auto-similaires. Ainsi, entre chaque génération, chaque structure de taille  $(L_x, L_y, T)$  est divisée en sous structures de taille  $(L_x/\lambda, L_y/\lambda, T/\lambda^{1-H_t})$ , où  $\lambda$  est le rapport d'échelle et  $H_t$  est l'exposant de l'anisotropie espace-temps. Dans le chapitre 3 nous avons montré une génération d'un champ en 2D suivant le  $\alpha$ -modèle. Dans cette sous-section, nous allons discuter la génération d'un champ en 2D suivant le modèle universel. L'intensité des structures est obtenue par l'incrément multiplicatif généré par un bruit blanc de Lévy avec un index  $\alpha$  et une codimension de la singularité moyenne  $C_1$  tels que :

$$\langle e^{q\gamma} \rangle = e^{\frac{C_1}{\alpha-1}q^\alpha} \quad (\text{B.1})$$

La généralisation du bruit blanc de Lévy se fait suivant la méthode proposée par Chambers et al. (1976) et Pecknold et al. (1993). La dernière étape consiste à normaliser (normalisation en moyenne d'ensemble) chaque pixel par un coefficient  $\lambda^{\frac{C_1}{\alpha-1}}$ , cela permet de calculer la partie linéaire de la fonction des moments statistiques :

$$K(q) = \frac{C_1}{\alpha-1}(q^\alpha - q) \quad (\text{B.2})$$

La figure B.1 montre quatre sections d'une cascade discrète pour la génération d'un champ conservatif en 2 dimensions suivant le modèle multifractal universel avec les paramètres UM suivants :  $\alpha = 1.5$  et  $C_1 = 0.01$ . Même si le modèle de cascade discrète reste un bon cas d'école, celles ci présentent des limitations fortes et ne sont pas acceptables physiquement. Les cascades discrètes créent des carrés (en 2 dimensions) lors de la simulation. Afin d'améliorer ce type de cascade, l'idée a été de densifier le champ, ce qui est possible avec une cascade continue.

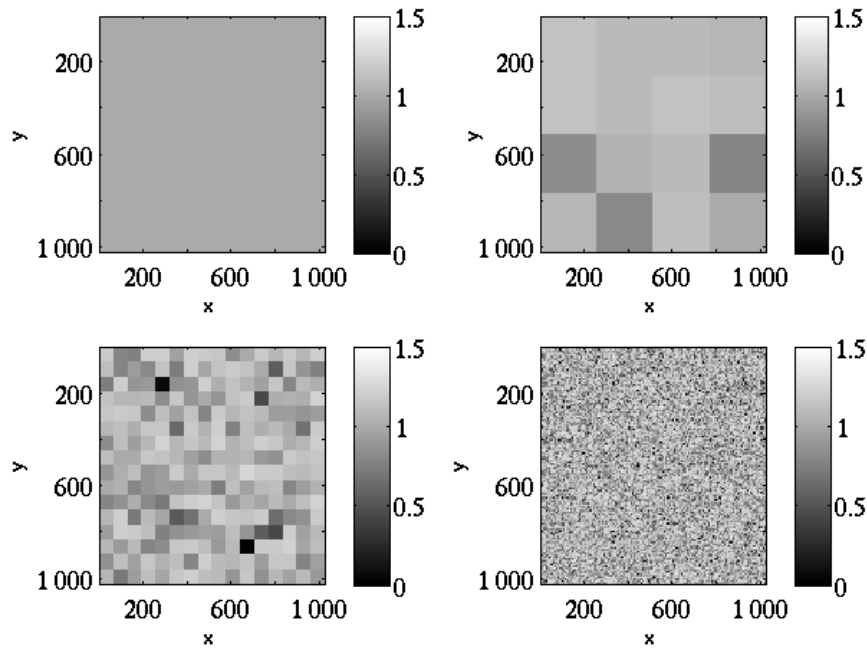


FIGURE B.1: Quatre sections spatiales d'une cascade discrète 2D suivant un processus de Lévy avec une résolution max  $\lambda = 2^{10}$  et avec les paramètres UM suivants :  $\alpha = 1.5$  et  $C_1 = 0.01$

## B.1.2 Cascades continues

Une densification en échelle du processus à été proposé dans le but d'améliorer les cascades discrètes (Schertzer and Lovejoy (1987), Schertzer and Lovejoy (1991) et Schertzer et al. (1997)). L'idée est d'avoir une multitude d'étapes de cascades, pour cela : le rapport d'échelle total  $\Lambda$  est maintenu constant, par contre le nombre d'étapes de cascades  $n$  tend vers l'infini :  $\lambda_1 = \lambda^{1/n} = 1$ , cela engendre un grand nombre d'échelles intermédiaires. La différence avec les cascades discrètes est que le générateur de structures est lié au générateur des variables aléatoires. La construction d'un cascade continue doit satisfaire les conditions suivante :

- La seconde fonction caractéristique (au sens de Fourier) du générateur  $\Gamma_\lambda$ , c'est à dire  $K(q)\ln(\lambda)$  possède une divergence logarithmique,
- Les nombres d'ondes (dans l'espace de Fourier lors de l'intégration fractionnaire) sont compris dans l'intervalle  $[1, \lambda]$ , ce qui correspond à une coupure aux petites échelles,
- Pour des fluctuations positives, la distribution de probabilité du générateur  $\Gamma_\lambda$  doit chuter plus rapidement que la fonction exponentielle afin d'assurer une convergence de  $K(q)$  pour des  $q$  positifs,

– La normalisation de la cascade doit être assurée de manière canonique, c’est à dire en moyenne d’ensemble, donc telle que  $\langle \varepsilon_\lambda \rangle = 1$  ce qui conduit à  $K(1) = 0$ . Les détails des différentes étapes de génération de cascades continues peuvent être consulter dans les précédents travaux fait (Biaou et al. (2004) et Macor (2007)). La figure B.2 représente une simulation d’un champ conservatif en deux dimension suivant une cascade continue :

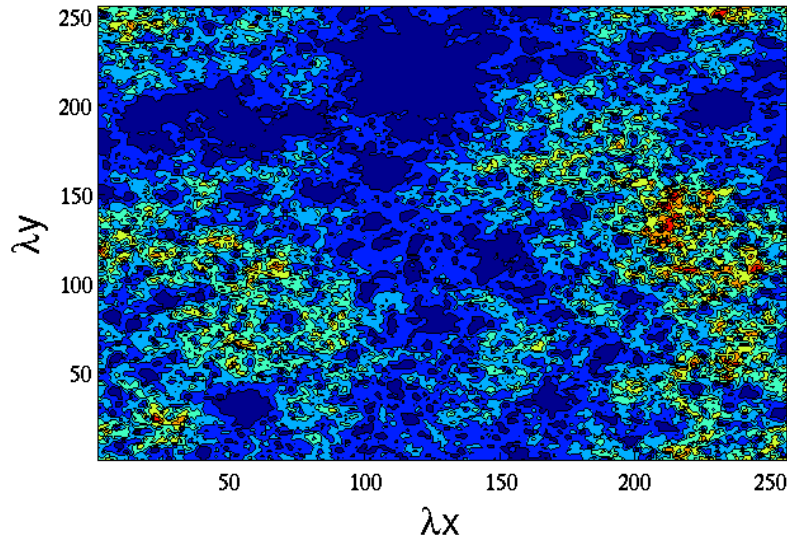


FIGURE B.2: Simulation en 2 dimension d’un champ conservatif suivant une cascade continue avec les paramètres suivants :  $\alpha = 1.5$ ,  $C_1 = 0.03$ ,  $\lambda_x = 256$  et  $\lambda_y = 256$

## B.2 Sous générateur de Lévy

### B.2.1 Rappel : Théorème centrale limite

Le théorème centrale limite établit la convergence en loi de la somme d’une suite de variables aléatoires vers une loi normale. Soit  $(X_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  une suite de variables aléatoires de la même loi, d’espérance mathématique  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$  finies :

La loi  $Z_n = \frac{\sqrt{n}}{\sigma}(\bar{X}_n - \mu)$  converge vers une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  avec :

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (\text{B.3})$$

Cela veut dire que pour :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a < b, \lim_{x \rightarrow \infty} Pr(a < Z_n < b) = \int_a^b \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (\text{B.4})$$

### Loi stable

Une loi stable est définie par les propriétés suivantes : si  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  sont des variables indépendantes et identiquement distribuées (idd) de la loi stable, alors il existe  $a_n$  et  $b_n$  tels que la somme :

$$\sum_{i=1}^n X_i = a_n + X_1 b_n \quad (\text{B.5})$$

$a_n$  est un terme de recentrage et  $b_n$  un terme de normalisation. En faisant tendre  $n$  vers l'infini, on obtient le théorème centrale limite :

$$\begin{aligned} \langle X_1^2 \rangle &< \infty \\ b_n &= \sqrt{n} \\ a_n &= (n - \sqrt{n}) \langle X_1 \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

## B.2.2 Distribution de Lévy

La condition de variance finie a été levée par Lévy (1954), en introduisant un ordre de divergence  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 2$ ), appelé index de Lévy pour les moments des  $X_i$  :

$$\begin{aligned} \langle |X_i|^q \rangle &< \infty, q < \alpha (\text{Convergence}) \\ \langle |X_i|^q \rangle &= \infty, q > \alpha (\text{Divergence}) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Cela peut s'écrire aussi sous forme de probabilité de dépassement d'un seuil :

$$Pr(|X_i| \geq s) \sim s^{-\alpha} \quad (\text{B.8})$$

L'équation B.6 devient :

$$\begin{aligned} \langle X_1^2 \rangle &\leq \infty \\ b_n &= n^{\frac{1}{\alpha}} \\ a_n &= (n - n^{\frac{1}{\alpha}}) \langle X_1 \rangle \end{aligned} \tag{B.9}$$

### B.3 Génération d'une variable de Lévy

La variable de Lévy peut être générée suivant un processus défini par [Wilson et al. \(1991\)](#). Ce processus utilise le fait que les variables de Lévy sont des bassins d'attraction. Il existe une autre méthode pour générer des variables unitaires de Lévy, cette dernière est proposée par [Chambers et al. \(1976\)](#) et [Pecknold et al. \(1993\)](#) :

$$\begin{aligned} \gamma_\alpha &= \frac{\sin(\alpha(\phi - \phi_0))}{\cos(\phi)^{1/\alpha}} \left( \frac{\cos(\phi - \alpha(\phi - \phi_0))}{W} \right)^{(\alpha-1)/\alpha} \quad \text{pour } \alpha \neq 1 \\ \gamma_\alpha &= \frac{2}{\pi} \left( \left( \frac{\pi}{2} - \phi \right) \tan(\phi) + \ln \left( \frac{\pi W \cos(\phi)}{\pi - 2\phi} \right) \right) \quad \text{pour } \alpha = 1 \end{aligned} \tag{B.10}$$

# Annexe C

## C.1 Configuration 1

=====

Deployment : 130912

Current time : 12/09/2013 14 :48 :17

Start at : 12/09/2013 15 :00 :00

---

Measurement interval (s) : 180

Cell size (mm) : 23

Orientation : UPLOOKING SHALLOW WATER

Distance to surface (m) : 2.00

Pulse distance (m) : 3.07

Profile range (m) : 2.92

Horiz. vel. range (m/s) : 0.10

Vert. vel. range (m/s) : 0.04

Number of cells : 127

Average interval (s) : 30

Blanking distance (m) : 0.100

Measurement load (%) : 61

Samples per burst : N/A

Sampling rate (Hz) : N/A

Compass upd. rate (s) : 30

Coordinate System : ENU

Speed of sound (m/s) : MEASURED

Salinity (ppt) : 0

Analog input 1 : NONE



Analog input 2 : NONE  
Analog input power out : DISABLED  
File wrapping : OFF  
TellTale : OFF  
Acoustic modem : OFF  
Serial output : OFF

=====

## C.2 Configuration 2

===== Deployment : 131119

Current time : 18/11/2013 12 :11 :26

Start at : 19/11/2013

---

Measurement interval (s) : 30  
Cell size (mm) : 23  
Orientation : UPLOOKING SHALLOW WATER  
Distance to surface (m) : 2.00  
Pulse distance (m) : 3.07  
Profile range (m) : 2.92  
Horiz. vel. range (m/s) : 0.10  
Vert. vel. range (m/s) : 0.04  
Number of cells : 127  
Average interval (s) : 30  
Blanking distance (m) : 0.100  
Measurement load (%) : 61  
Samples per burst : N/A  
Sampling rate (Hz) : N/A  
Compass upd. rate (s) : 30  
Coordinate System : ENU  
Speed of sound (m/s) : MEASURED  
Salinity (ppt) : 0  
Analog input 1 : NONE  
Analog input 2 : NONE  
Analog input power out : DISABLED

File wrapping : OFF

TellTale : OFF

Acoustic modem : OFF

Serial output : OFF

=====

# Bibliographie

- Aparicio Medrano, E., R. Uittenbogaard, L. Dionisio Pires, B. van de Wiel, and H. Clercx  
2013. Coupling hydrodynamics and buoyancy regulation in *Microcystis aeruginosa* for its vertical distribution in lakes. *Ecological Modelling*, 248 :41–56.
- Bade, D.  
2005. *Lake ecosystems (stratification and seasonal mixing processes, pelagic and benthic coupling)*. J.Wiley and Sons.
- Batchelor, G.  
1959. Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid part 1. general discussion and the case of small conductivity. *Journal of Fluid Mechanics*, 5(01) :113–133.
- Batchelor, G. and A. Townsend  
1949. The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 199(1057) :238–255.
- Bäuerle, E., D. Ollinger, and J. Ilmberger  
1998. Some meteorological hydrological and hydrodynamical aspects of upper lake Constance. *Lake Constance. Characterization of an ecosystem in transition.*, Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart(FRG), (53) :31–83.
- Becherer, J. and L. Umlauf  
2011. Boundary mixing in lakes : 1. modeling the effect of shear-induced convection. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 116(C10) :n/a–n/a.

Beven, K. and J. Freer

2001. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modelling of complex environmental systems using the glue methodology. *Journal of hydrology*, 249(1) :11–29.

Biaou, A. et al.

2004. *De la méso-échelle à la micro-échelle : désagrégation spatio-temporelle multifractale des précipitations*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.

Boehrer, B. and M. Schultze

2008. Stratification of lakes. *Reviews of Geophysics*, 46(2).

Bonhomme, C.

2008. *Turbulence et ondes en milieu naturel stratifié*. PhD thesis, Université Paris-Est.

Bournet, P.

2000. Contribution à l'étude hydrodynamique et thermique du lac du bourget : courants de densité et ondes internes. *La Houille Blanche*, (1) :11–15.

Bournet, P., D. Dartus, B. Tassin, and B. Vincon-Leite

1996. Ondes internes du lac du bourget : analyse des observations par des modèles linéaires. *Revue des sciences de l'eau/Journal of Water Science*, 9(2) :247–266.

Brethouwer, G., P. Billant, E. Lindborg, and J. Chomaz

2007. Scaling analysis and simulation of strongly stratified turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 585 :343–368.

Calif, R. and F. Schmitt

2012. Modeling of atmospheric wind speed sequence using a lognormal continuous stochastic equation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 109 :1–8.

Calif, R., F. Schmitt, and Y. Huang

2013a. Multifractal description of wind power fluctuations using arbitrary order hilbert spectral analysis. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 392(18) :4106–4120.

- Calif, R., F. Schmitt, Y. Huang, and T. Soubdhan  
2013b. Intermittency study of high frequency global solar radiation sequences under a tropical climate. *Solar Energy*, 98 :349–365.
- Calif, R. and F. G. Schmitt  
2014. Multiscaling and joint multiscaling description of the atmospheric wind speed and the aggregate power output from a wind farm. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 21(2) :379–392.
- Cantor, G.  
1884. De la puissance des ensembles parfaits de points. *Acta Mathematica*, 4(1) :381–392.
- Chambers, J. M., C. Mallows, and B. Stuck  
1976. A method for simulating stable random variables. *Journal of the American Statistical Association*, 71(354) :340–344.
- Chen, Q. and A. Mynett  
2006. Modelling algal blooms in the dutch coastal waters by integrated numerical and fuzzy cellular automata approaches. *Ecological Modelling*, 199(1) :73–81.
- Claeredeboudt, M., S. Lovejoy, Y. Tessier, J. Currie, J. Roff, E. Bourget, and D. Schertzer  
1999. Universal multifractals and ocean patchiness : a new framework.
- Copetti, D., G. TARTARI, G. MORABITO, A. OGGIONI, E. LEGNANI, and J. IMBERGER  
2006. A biogeochemical model of lake pusiano (north italy) and its use in the predictability of phytoplankton blooms : first preliminary results. *Journal of Limnology*, 65(1) :59–64.
- Cossu, R. and M. Wells  
2013. The interaction of large amplitude internal seiches with a shallow sloping lakebed : observations of benthic turbulence in lake simcoe, ontario, canada. *PloS one*, 8(3) :e57444.
- Cuypers, Yand Vinçon-Leite, B., A. Groleau, B. Tassin, and J. Humbert  
2010. Impact of internal waves on the spatial distribution of planktothrix rubescens (cyanobacteria) in an alpine lake. *the ISME Journal*, 5(4) :580–589.

- Cuypers, Y., B. Vinçon-Leite, A. Groleau, B. Tassin, and J. Humbert  
2011. Impact of internal waves on the spatial distribution of *Planktothrix rubescens* (cyanobacteria) in an alpine lake. *the ISME Journal*, 5 :580–589.
- Cuypers, Y., B. Vinçon-Leite, M. Poulin, P. Bournet, B. Tassin, et al.  
2008. Ondes internes et mélange turbulent dans le lac du bourget. In *Actes du colloque autour du lac du bourget*, Pp. 56–64.
- Dabrowski, T. and A. Berry  
2009. Use of numerical models for determination of best sampling locations for monitoring of large lakes. *Science of the total environment*, 407(14) :4207–4219.
- Del Alamo, J. and J. Jiménez  
2009. Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor's approximation. *Journal of Fluid Mechanics*, 640 :5–26.
- Dillon, T.  
1982. Vertical overturns : A comparison of Thorpe and Ozmidov length scales. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 87(C12) :9601–9613.
- Elise, B.  
2005. Bilan de la qualité du lac de Créteil 2001-2004. Rapport de Stage.
- Farmer, D.  
1978. Observations of long nonlinear internal waves in a lake. *Journal of physical oceanography*, 8(1) :63–73.
- Filatov, N., S. Rjanzhin, and L. Zaycev  
1981. Investigation of turbulence and Langmuir circulation in Lake Ladoga. *Journal of Great Lakes Research*, 7(1) :1–6.
- Fitton, G.  
2013. *Analyse multifractale et simulation des fluctuations de l'énergie éolienne*. PhD thesis, Université Paris-Est.
- Fitton, G., I. Tchiguirinskaia, D. Schertzer, and S. Lovejoy  
2011. Scaling of turbulence in the atmospheric surface-layer : Which anisotropy? In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 318, P. 072008. IOP Publishing.

- Fitton, G., I. Tchiguirinskaia, D. Schertzer, S. Lovejoy, et al.  
2014. Torque fluctuations in the framework of a multifractal 23/9-dimensional turbulence model. In *J. Phys. Conf. Ser.*
- Flandrin, P., P. Gonçalves, G. Rilling, et al.  
2005. Emd equivalent filter banks, from interpretation to applications. *Hilbert-Huang transform and its applications*, Pp. 57–74.
- Frisch, U., P. Sulem, and M. Nelkin  
1978. A simple dynamical model of intermittent fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 87(04) :719–736.
- Garrett, C. and W. Munk  
1972. Space-time scales of internal waves. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 3(1) :225–264.
- Gill, A.  
1982. *Atmosphere-ocean dynamics*, volume 30. Academic press.
- Gires, A.  
2012. *Analyses et simulations multifractales pour une meilleure gestion des eaux pluviales en milieu urbain et péri-urbain*. PhD thesis, Université Paris-Est.
- Gires, A., A. Giangola-Murzyn, J. Abbes, I. Tchiguirinskaia, D. Schertzer, and S. Lovejoy  
2014. Impacts of small scale rainfall variability in urban areas : a case study with 1d and 1d/2d hydrological models in a multifractal framework. *Urban Water Journal*, (ahead-of-print) :1–11.
- Gires, A., I. Tchiguirinskaia, D. Schertzer, and S. Lovejoy  
2013. Development and analysis of a simple model to represent the zero rainfall in a universal multifractal framework. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 20 :343–356.
- Goudsmit, G., H. Burchard, F. Peeters, and A. Wüest  
2002. Application of  $k - \varepsilon$  turbulence models to enclosed basins : The role of internal seiches. *Journal of Geophysical Research*, 107(C12) :3230.
- Granin, N.  
1984. Some results of internal waves measurements in lake baikal. *Hydrology of Lake Baikal and other water bodies*. Nauka, Novosibirsk, Pp. 67–71.

- Halsey, T., M. Jensen, L. Kadanoff, I. Procaccia, and B. Shraiman  
1986. Fractal measures and their singularities : The characterization of strange sets. *Physical Review A*, 33(2) :1141.
- Hayot, F. and C. Jayaprakash  
2000. Relations between intermittency and structure function exponents in turbulence. *Physics of Fluids*, 12 :327–334.
- Heinz, G., J. Ilmberger, and M. Schimmele  
1990. Vertical mixing in überlinger see, western part of lake constance. *Aquatic sciences*, 52(3) :256–268.
- Hoang, C.  
2011. *Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource en eau et une meilleure évaluation des risques*. PhD thesis, Université Paris-Est.
- Hondzo, M. and Z. Haider  
2004. Boundary mixing in a small stratified lake. *Water resources research*, 40(3).
- Horn, D., J. Imberger, and G. Ivey  
2001. The degeneration of large-scale interfacial gravity waves in lakes. *Journal of Fluid Mechanics*, 434 :181–207.
- Hostetler, S. and E. Small  
1999. Response of north american freshwater lakes to simulated future climates<sup>1</sup>.
- Huang, N., Z. Shen, and S. Long  
1999. A new view of nonlinear water waves : The hilbert spectrum 1. *Annual review of fluid mechanics*, 31(1) :417–457.
- Huang, N., Z. Shen, S. Long, M. Wu, H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. Tung, and H. Liu  
1998. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for non-linear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 454(1971) :903–995.



Huang, Y.

2009. *ARBITRARY ORDER HILBERT SPECTRAL ANALYSIS DEFINITION AND APPLICATION TO FULLY DEVELOPED TURBULENCE AND ENVIRONMENTAL TIME SERIES*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologie de Lille-Lille I.

Huang, Y. and F. Schmitt

2014. Time dependent intrinsic correlation analysis of temperature and dissolved oxygen time series using empirical mode decomposition. *Journal of Marine Systems*, 130 :90–100.

Huang, Y., F. Schmitt, Y. Gagne, Z. Lu, and Y. Liu

2011. Application of arbitrary-order hilbert spectral analysis to passive scalar turbulence. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 318, P. 042003. IOP Publishing.

Huang, Y., F. Schmitt, Z. Lu, and Y. Liu

2009. Analysis of daily river flow fluctuations using empirical mode decomposition and arbitrary order hilbert spectral analysis. *Journal of Hydrology*, 373(1) :103–111.

Hutchinson, G. and H. Löffler

1956. The thermal classification of lakes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 42(2) :84.

Hwang, P., N. Huang, and D. Wang

2003. A note on analyzing nonlinear and nonstationary ocean wave data. *Applied Ocean Research*, 25(4) :187–193.

Jacquet, S., J. Briand, C. Leboulanger, C. Avois-Jacquet, L. Oberhaus, B. Tassin, B. Vinçon-Leite, G. Paolini, J. Druart, O. Anneville, and J. Humbert

2005. The proliferation of the toxic cyanobacterium *Planktothrix rubescens* following restoration of the largest natural French lake (Lac du Bourget). *Harmful Algae*, 4(4) :651–672.

Jiang, X. and C.-H. Lai

2009. *Numerical techniques for direct and large-eddy simulations*. CRC Press.

Jin, K., J. Hamrick, and T. Tisdale

2000. Application of three-dimensional hydrodynamic model for lake okeechobee. *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(10) :758–771.

- Joehnk, K., J. Huisman, J. Sharples, B. Sommeijer, P. Visser, and J. Stroom  
2008. Summer heatwaves promote blooms of harmful cyanobacteria. *Global change biology*, 14(3) :495–512.
- Kantelhardt, J., S. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, and H. Stanley  
2002. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1) :87–114.
- Kara, E., P. Hanson, D. Hamilton, M. Hipsey, K. McMahon, J. Read, L. Winslow, J. Dedrick, K. Rose, C. Carey, et al.  
2012. Time-scale dependence in numerical simulations : assessment of physical, chemical, and biological predictions in a stratified lake at temporal scales of hours to months. *Environmental Modelling & Software*, 35 :104–121.
- Kesaulya, I., S. Leterme, J. Mitchell, and L. Seuront  
2008. The impact of turbulence and phytoplankton dynamics on foam formation, seawater viscosity and chlorophyll concentration in the eastern english channel.
- Kipfer, R., M. Hofer, F. Peeters, D. Imboden, and V. Domysheva  
2000. Vertical turbulent diffusion and upwelling in lake baikal estimated by inverse modeling of transient tracers. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 105(C2) :3451–3464.
- Király, A. and I. Jánosi  
2005. Detrended fluctuation analysis of daily temperature records : Geographic dependence over australia. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 88(3-4) :119–128.
- Kolmogorov, A.  
1941a. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, volume 32, Pp. 16–18.
- Kolmogorov, A.  
1941b. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, volume 30, Pp. 299–303.
- Kolmogorov, A.  
1962. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(01) :82–85.

Korotkov, B.

1976. Kinds of local self-similarity of the velocity field of prewall turbulent flows. *Fluid Dynamics*, 11(6) :850–856.

Koscielny-Bunde, E., J. Kantelhardt, P. Braun, A. Bunde, and S. Havlin

2006. Long-term persistence and multifractality of river runoff records : Detrended fluctuation studies. *Journal of Hydrology*, 322(1) :120–137.

Kurnaz, M.

2004. Application of detrended fluctuation analysis to monthly average of the maximum daily temperatures to resolve different climates. *Fractals*, 12(04) :365–373.

Launder, B., G. J. Reece, and W. Rodi

1975. Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure. *Journal of fluid mechanics*, 68(03) :537–566.

Lavallée, D.

1991. *Multifractal analysis and simulation techniques and turbulent fields*. PhD thesis, McGill University at Montréal.

Lavallée, D., S. Lovejoy, D. Schertzer, and F. Schmitt

1992. On the determination of universal multifractal parameters in turbulence. In *Topological aspects of the dynamics of fluids and plasmas*, Pp. 463–478. Springer.

Le Vu, B., B. Vinçon-Leite, B. Lemaire, N. Bensoussan, M. Calzas, C. Drezen, J. Deroubaix, N. Escoffier, Y. Degres, C. Freissinet, et al.

2011. High-frequency monitoring of phytoplankton dynamics within the european water framework directive : application to metalimnetic cyanobacteria. *Biogeochemistry*, 106(2) :229–242.

Lerman, Aand Imboden, D. and J. Gat

1995. *Physics and chemistry of lakes*. New York.

Lewis and William

1983. A revised classification of lakes based on mixing. *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 40(10) :1779–1787.

- Lorke, A., F. Peeters, and E. Bäuerle  
2006. High-frequency internal waves in the littoral zone of a large lake. *Limnology and oceanography*, 51(4) :1935–1939.
- Lorke, A. and A. Wüest  
2002. Probability density of displacement and overturning length scales under diverse stratification. *Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012)*, 107(C12) :7–1.
- Lorrai, C., L. Umlauf, J. Becherer, A. Lorke, and A. Wüest  
2011. Boundary mixing in lakes : 2. combined effects of shear- and convectively induced turbulence on basin-scale mixing. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 116(C10) :n/a–n/a.
- Loutridis, S.  
2005. Resonance identification in loudspeaker driver units : A comparison of techniques. *Applied acoustics*, 66(12) :1399–1426.
- Lovejoy, S., W. Currie, Y. Tessier, M. Claereboudt, E. Bourget, J. Roff, and D. Schertzer  
2001. Universal multifractals and ocean patchiness : phytoplankton, physical fields and coastal heterogeneity. *Journal of Plankton Research*, 23(2) :117–141.
- Lovejoy, S. and B. Mandelbrot  
1985. Fractal properties of rain, and a fractal model. *Tellus A*, 37(3) :209–232.
- Lovejoy, S. and D. Schertzer  
1985. Generalized scale invariance in the atmosphere and fractal models of rain. *Water Resources Research*, 21(8) :1233–1250.
- Lovejoy, S. and D. Schertzer  
2013. *The weather and climate : emergent laws and multifractal cascades*. Cambridge University Press.
- Lovejoy, S., A. Tuck, and D. Schertzer  
2010. Horizontal cascade structure of atmospheric fields determined from aircraft data. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres (1984–2012)*, 115(D13).

Luketina, D. and J. Imberger

2001. Determining turbulent kinetic energy dissipation from batchelor curve fitting. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, 18(1) :100–113.

MacIntyre, S., K. Flynn, R. Jellison, and J. Romero

1999. Boundary mixing and nutrient fluxes in mono lake, california. *Limnology and Oceanography*, 44(3) :512–529.

Macor, J.

2007. *Développement de techniques de prévision de pluie basées sur les propriétés multi-échelles des données radar et satellites*. PhD thesis, Ecole des Ponts ParisTech.

Mahjoub, M., R. Kumar, S. Souissi, F. Schmitt, and J. Hwang

2012. Turbulence effects on the feeding dynamics in european sea bass (*i i*, *dicentrarchus labrax*/*i i*) larvae. *Journal of Experimental Marine Biology and Ecology*, 416 :61–67.

Mandelbrot, B.

1975. *Les objets fractals : forme, hasard et dimension*, Nouvelle bibliothèque scientifique. Flammarion.

Mandelbrot, B.

1990. Fractals : a geometry of nature : fractal goemetry is the key to understanding chaos. it is also the geometry of mountains, clouds and galaxies. *New Scientist*, 127(1734) :38–43.

Mandelbrot, B.

1999. *Multifractals and 1/f Noise*, volume 14. Springer-Verlag New York.

Martin, J. and S. McCutcheon

1998. *Hydrodynamics and transport for water quality modeling*. CRC Press.

Martynov, A., L. Sushama, and R. Laprise

2010. Simulation of temperate freezing lakes by one-dimensional lake models : performance assessment for interactive coupling with regional climate models. *Boreal environment research*, 15(2) :143–164.

Meneveau, C., K. Sreenivasan, P. Kailasnath, and M. Fan

1990. Joint multifractal measures : Theory and applications to turbulence. *Physical Review A*, 41(2) :894.

- Miinnich, M., A. Wiest, and D. Imboden  
1992. Observations of the second vertical mode of the internal seiche in an alpine lake. *Limnol. Oceanogr*, 37(8) :1705–1719.
- Missaghi, S. and M. Hondzo  
2010. Evaluation and application of a three-dimensional water quality model in a shallow lake with complex morphometry. *Ecological Modelling*, 221(11) :1512–1525.
- Moghtaderi, A., P. Flandrin, and P. Borgnat  
2013. Trend filtering via empirical mode decompositions. *Computational Statistics & Data Analysis*, 58 :114–126.
- Moin, P.  
2009. Revisiting Taylor's hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics*, 640 :1–4.
- Montera, L. d., M. Jouini, S. Verrier, S. Thiria, and M. Crépon  
2011. Multifractal analysis of oceanic chlorophyll maps remotely sensed from space. *Ocean Science*, 7(2) :219–229.
- Morelissen, R., T. Kaaij, and T. Bleninger  
2011. Waste water discharge modelling with dynamically coupled near field and far field models. In *Proceedings of the International Symposium on Outfall Systems, Mar del Plata, Argentina*, Pp. 15–18.
- Mortimer, C.  
1987. Fifty years of physical investigations and related limnological studies on lake Erie, 1928–1977. *Journal of Great Lakes Research*, 13(4) :407–435.
- Movahed, M. S., G. Jafari, F. Ghasemi, S. Rahvar, and M. R. R. Tabar  
2006. Multifractal detrended fluctuation analysis of sunspot time series. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(02) :P02003.
- Muacho, S., J. da Silva, V. Brotas, and P. Oliveira  
2013. Effect of internal waves on near-surface chlorophyll concentration and primary production in the Nazaré canyon (west of the Iberian peninsula). *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers*, 81 :89–96.
- Muzy, J., E. Bacry, and A. Arneodo  
1991. Wavelets and multifractal formalism for singular signals : application to turbulence data. *Physical Review Letters*, 67(25) :3515.

- Oberholster, P., A. Botha, and T. Cloete  
2006. Toxic cyanobacterial blooms in a shallow, artificially mixed urban lake in colorado, usa. *Lakes & Reservoirs : Research & Management*, 11(2) :111–123.
- Oboukhov, A.  
1962. Some specific features of atmospheric turbulence. *J. Fluid Mech*, 13(1) :77–81.
- Pannard, A., B. Beisner, D. Bird, J. Braun, D. Planas, and M. Bormans  
2011. Recurrent internal waves in a small lake : Potential ecological consequences for metalimnetic phytoplankton populations. *Limnology & Oceanography : Fluids & Environments*, 1 :91–109.
- Paynter, S., M. Nachabe, and G. Yanev  
2011. Statistical changes of lake stages in two rapidly urbanizing watersheds. *Water resources management*, 25(1) :21–39.
- Pecknold, S., S. Lovejoy, D. Schertzer, C. Hooge, and J. Malouin  
1993. The simulation of universal multifractals. In *Cellular Automata*, volume 1, Pp. 228–267.
- Pernica, P., M. Wells, and S. MacIntyre  
2014. Persistent weak thermal stratification inhibits mixing in the epilimnion of north-temperate lake opeongo, canada. *Aquatic Sciences*, 76(2) :187–201.
- Pinel, J., S. Lovejoy, and D. Schertzer  
2014. The horizontal space–time scaling and cascade structure of the atmosphere and satellite radiances. *Atmospheric Research*, 140 :95–114.
- Pope, S.  
2000. *Turbulent flows*. Cambridge university press.
- Pourriot, R. and M. Meybeck  
1995. Limnologie générale. *Collection d'écologie*.
- Ravens, T., O. Kocsis, A. Wüest, and N. Granin  
2000. Small-scale turbulence and vertical mixing in lake baikal. *Limnology and oceanography*, 45(1) :159–173.
- Richardson, L. F.  
2007. *Weather prediction by numerical process*. Cambridge University Press.

- Romero, J., J. Antenucci, and J. Imberger  
2004. One- and three-dimensional biogeochemical simulations of two differing reservoirs. *Ecological Modelling*, 174(1) :143–160.
- Sagaut, P.  
2002. *Large eddy simulation for incompressible flows*. Springer.
- Saggio, A. and J. Imberger  
1998. Internal wave weather in a stratified lake. *Limnology and oceanography*, 43(8) :1780–1795.
- Sander, J.  
1998. Dynamical equations and turbulent closures in geophysics. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 10(1) :1–28.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
1984. Elliptical turbulence in the atmosphere. In *Symposium on Turbulent Shear Flows, 4 th, Karlsruhe, West Germany*, P. 11.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
1987. Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres (1984–2012)*, 92(D8) :9693–9714.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
1989. Nonlinear variability in geophysics : multifractal simulations and analysis. In *Fractals' Physical Origin and Properties*, Pp. 49–79. Springer.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
1991. Nonlinear geodynamical variability : multiple singularities, universality and observables. In *Non-Linear Variability in Geophysics*, Pp. 41–82. Springer.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
1997. Universal multifractals do exist ! : Comments on “a statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade”. *Journal of Applied Meteorology*, 36(9) :1296–1303.
- Schertzer, D. and S. Lovejoy  
2011. Multifractals, generalized scale invariance and complexity in geophysics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 21(12) :3417–3456.



- Schertzer, D., S. Lovejoy, F. Schmitt, I. Chigirinskaya, and D. Marsan  
1997. Multifractal cascade dynamics and turbulent intermittency. *Fractals*, 5(03) :427–471.
- Schlotthauer, G., M. Torres, H. RUFINER, and P. Flandrin  
2009. End of gaussian white noise : effects of signal length and sifting number on the statistical properties of intrinsic mode functions. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 1(04) :517–527.
- Schmitt, F.  
2003. A causal multifractal stochastic equation and its statistical properties. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 34(1) :85–98.
- Schmitt, F., S. Vannitsem, and A. Barbosa  
1998. Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres (1984–2012)*, 103(D18) :23181–23193.
- Seuront, L.  
2008. Microscale complexity in the ocean : turbulence, intermittency and plankton life. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 3(03) :1–41.
- Seuront, L. and F. Schmitt  
2005a. Multiscaling statistical procedures for the exploration of biophysical couplings in intermittent turbulence. part i. theory. *Deep Sea Research Part II : Topical Studies in Oceanography*, 52(9) :1308–1324.
- Seuront, L. and F. Schmitt  
2005b. Multiscaling statistical procedures for the exploration of biophysical couplings in intermittent turbulence. part ii. applications. *Deep Sea Research Part II : Topical Studies in Oceanography*, 52(9) :1325–1343.
- Seuront, L., F. Schmitt, and Y. Lagadeuc  
2001. Turbulence intermittency, small-scale phytoplankton patchiness and encounter rates in plankton : where do we go from here? *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers*, 48(5) :1199–1215.
- Seuront, L., F. Schmitt, Y. Lagadeuc, D. Schertzer, S. Lovejoy, and S. Frontier  
1996. Multifractal analysis of phytoplankton biomass and temperature in the ocean. *Geophysical Research Letters*, 23(24) :3591–3594.

Seuront, L., D. Vincent, and J. Mitchell

2006. Biologically induced modification of seawater viscosity in the eastern english channel during a *phaeocystis globosa* spring bloom. *Journal of Marine Systems*, 61(3) :118–133.

Shimaraev, M., V. Verbolov, N. Granin, and P. Sherstayankin

1994. *Physical limnology of Lake Baikal : a review*. BICER, Baikal International Center for Ecological Research.

Skowron, R.

2008. Water thermal conditions during winter stagnation in the selected lakes in poland. *Limnological Review*, 8(3) :119–128.

Smith, A. and T. Cebeci

1967. Numerical solution of the turbulent-boundary-layer equations. Technical report, DTIC Document.

Spalart, P. and S. Allmaras

1992. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. aiaa-paper 92-0439. In *30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Jan*, Pp. 6–9.

Spigel, R. and J. Imberger

1980. The classification of mixed-layer dynamics of lakes of small to medium size. *Journal of physical oceanography*, 10(7) :1104–1121.

Stepanenko, V., S. Goyette, A. Martynov, M. Perroud, X. Fang, and D. Mironov

2010. First steps of a lake model intercomparison project lakemip. *Boreal environment research*, 15(2).

Tanentzap, A., N. Yan, B. Keller, R. Girard, J. Heneberry, J. Gunn, D. P. Hamilton, and P. Taylor

2008. Cooling lakes while the world warms : Effects of forest regrowth and increased dissolved organic matter on the thermal regime of a temperate, urban lake. *Limnology and Oceanography*, 53(1) :404.

Tassin, B. and B. Vinçon-Leite

1998. Forecasting of water quality in lakes : A predictive use of a one-dimensional model. Application to lake Bourget (Savoie, France). *Hydrobiologia*, 373-374(-) :47.

Tennekes, H. and J. Lumley

1972. *A first course in turbulence*. MIT press.

Tessier, Y., S. Lovejoy, and D. Schertzer

1993. Universal multifractals : Theory and observations for rain and clouds. *Journal of Applied Meteorology*, 32(2) :223–250.

Thomas, W. and C. Gibson

1990. Quantified small-scale turbulence inhibits a red tide dinoflagellate. *Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers*, 37(10) :1583–1593.

Thorpe, S.

1977. Turbulence and mixing in a scottish loch. *Philosophical Transactions for the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Pp. 125–181.

Thorpe, S.

2004. Langmuir circulation. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 36 :55–79.

Thorpe, S.

2005. *The turbulent ocean*. Cambridge University Press.

Thorpe, S.

2007. *An introduction to ocean turbulence*. Cambridge University Press Cambridge.

Veltcheva, A. and C. Soares

2004. Identification of the components of wave spectra by the hilbert huang transform method. *Applied Ocean Research*, 26(1) :1–12.

Verzicco, R. and R. Camussi

2002. Structure function exponents and probability density function of the velocity difference in turbulence. *Physics of Fluids (1994-present)*, 14(2) :906–909.

Vinçon-Leite, B., M. Calzas, J. Deroubaix, Y. Dégrés, C. Freissinet, A. Groleau, J. Humbert, G. Paolini, C. Quiblier, and B. Tassin

2007. PROLIPHYC : a real-time warning system for phytoplankton blooms. Application to Cyanobacteria. In *7th International Conference on Toxic Cyanobacteria*, Rio de Janeiro, Brésil.

Vinçon-Leite, B., J. Mouchel, and B. Tassin

1989. Modelling the seasonal evolution of temperature in lake Bourget (France) [MODELISATION DE L'EVOLUTION THERMIQUE SAISONNIERE DU LAC DU BOURGET (SAVOIE, FRANCE)]. *Revue des Sciences de l'Eau*, 2(4) :483.

Warren, D.

2014. Lake stratification and the impacts of an extreme summer on brook trout reproduction. In *144th Annual Meeting of the American Fisheries Society*. Afs.

Wilcox, D. et al.

1998. *Turbulence modeling for CFD*, volume 2. DCW industries La Canada, CA.

Wilson, J., D. Schertzer, and S. Lovejoy

1991. Physically based cloud modelling by multiplicative cascade processes. *Scaling, Fractals and Non-Linear Variability in Geophysics*, D. Schertzer et S. Lovejoy (Editeurs.). Kluwer, Dordrecht-Boston.

Wu, G. and Z. Xu

2011. Prediction of algal blooming using efdc model : Case study in the daoxiang lake. *Ecological Modelling*, 222(6) :1245–1252.

Wuest, A., G. Piepke, and D. Van Senden

2000. Turbulent kinetic energy balance as a tool for estimating vertical diffusivity in wind-forced stratified waters. *Limnology and oceanography*, 45(6) :1388–1400.

Yamazaki, H., J. Mitchell, L. Seuront, F. Wolk, and H. Li

2006. Phytoplankton microstructure in fully developed oceanic turbulence. *Geophysical research letters*, 33(1).

# ANAYLSE SPECTRALE DE L'IMPACT PLUVIAL SUR LA DYNAMIQUE D'UN PETIT LAC URBAIN

Yacine MEZEMATE<sup>(1)</sup>, George FITTON<sup>(1)</sup>, Ioulia TCHIGUIRINSKAIA<sup>(1)</sup>, Daniel SCHERTZER<sup>(1)</sup>, Céline BONHOMME<sup>(1)</sup>, Frédéric SOULIGNAC<sup>(1)</sup>, Bruno LEMAIRE<sup>(1)</sup>, Brigitte VEÇON-LEITE<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Université Paris-Est, Ecole des ponts ParisTech, LEESU, 77455, Marne le Vallée - e-mail: yacine.mezemate@leesu.enpc.fr

Nous présentons une analyse spectrale de la dynamique d'un petit lac urbain, basée sur des mesures ultrasoniques Doppler. Cette analyse met en évidence deux régimes dynamiques distincts pour les fluctuations du champ de vitesse horizontale, l'échelle critique séparant ces régimes étant celle de la profondeur du lac. Elle met aussi en évidence une dépendance par rapport à la profondeur, plus précisément des profils logarithmiques des pentes spectrales. Cette analyse nous permet d'évaluer l'impact des rejets d'eau pluvial sur la dynamique, impact qui semble particulièrement sensible près du déversoir. Nous pensons que ces résultats sont importants pour la gestion des petits lacs urbains.

Mots clés : Lacs urbains, analyse spectrale, champ de vitesse, métrologie, impacts

## *Spectral Analysis of Rainfall impact on the dynamic of urban shallow lake*

We present a spectral analysis of the dynamics of a small urban lake of the Paris region. It is based on ultrasonic Doppler measurements (ADCP). This analysis reveals two distinct dynamical regimes for the horizontal velocity fluctuations, the critical scale separating these regimes is the depth of the lake. It also reveals a dependence of these regimes on depth, specifically the vertical profiles of spectral slopes are logarithmic. This analysis allows us to assess across scales the impact of storm water discharges on the dynamic impact that seems particularly sensitive nearby the spillway. We believe these results are important for the management of small urban lakes.

Key words : Urban lakes, spectral analysis, velocity field, impacts, metrology

## I INTRODUCTION

La dynamique des plans d'eau urbains est un sujet très important, car les plans d'eau participent non seulement à la qualité de vie en ville (pêche, promenades, sports nautiques), mais aussi à la gestion des eaux pluviales [Downing *et al.*, 2006] et peuvent constituer des mesures puissantes d'adaptation au changement climatique [Adrian *et al.*, 2009]. Ces lacs peuvent avoir des caractéristiques hydrologiques assez différentes [Smith *et al.*, 2002]. L'hydrodynamique des plans d'eau est sujet de plusieurs études numériques, en 1D [Stepanenko *et al.*, 2010, Aparicio Medrano *et al.*, 2013], ainsi qu'en 3D [Dabrowski *et al.*, 2009, Chen et Mynett, 2006], mais ces simulations ont besoin de recourir à des paramétrisations des petites échelles, tenant compte de la capacité limitée de nos ordinateurs. Ainsi, les études expérimentales des petits lacs urbains (telles que le projet PLUMMME) restent donc indispensables, notamment sur la dynamique des petites échelles grâce à des mesures ultrasoniques Doppler. Dans cette étude nous allons caractériser à l'aide des techniques spectrales la réponse des fluctuations du champ de vitesse dans le lac de Créteil (volume de l'ordre de  $10^6 m^3$ ) à l'apport d'eaux pluviales. Plus précisément, nous allons évaluer comment se modifie le profil vertical fluctuations du champ de vitesse horizontale à l'aide de la pente spectrale ( $\beta$ ) de celle-ci. En effet, cela correspond à caractériser le régime de cascade turbulente sur la gamme d'échelle où la pente spectrale est constante. Par exemple, une cascade tridimensionnelle ayant un flux d'énergie invariant d'échelle aura une pente spectrale :  $\beta = 5/3$  ([Kolmogorov, 1941]). Cette approche spectrale est l'une des plus simples parmi les techniques d'analyse de symétrie ou invariance d'échelle

couramment utilisées en géophysique ([Lovejoy et Schertzer, 2013, Schertzer et Lovejoy, 2011]), mais qui ne le sont pas encore en limnologie urbaine.

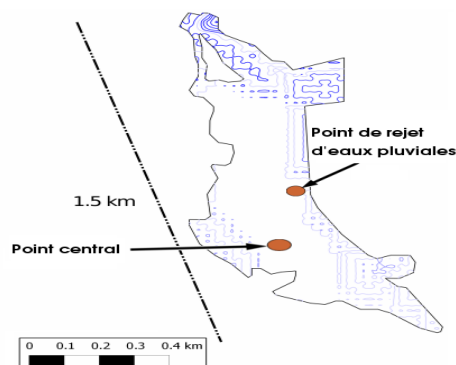
## II MATERIEL ET METHODE:

Le lac de Créteil est un lac urbain peu profond (profondeur moyenne 4.5m), C'est un plan d'eau artificiel du Val de Marne dans la région Parisienne. Situé dans la plaine alluviale entre la Seine et la Marne, le lac a été construit en 1967 sous la direction municipale de Créteil afin d'avoir un complexe sportif en plein air. Il présente également un rôle de gestion des eaux pluviales, dans la mesure où un petit bassin versant urbain vient se déverser au point de rejet des eaux pluviales (voir figure 1) en temps de pluie. Le lac de Créteil présente une forme allongée (voir figure 1), il s'étend sur une surface de 40 hectares, les caractéristiques morphométriques du lac sont représenté dans le tableau 1:

Caractéristiques	Quantité
Volume	$1.5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$
Superficie	$4 \cdot 10^5 \text{ m}^2$
Profondeur max	6.5 m
Profondeur moyenne	4.5 m
Largeur max	$0.4 \cdot 10^3 \text{ m}$
Longueur	$1.5 \cdot 10^3 \text{ m}$

**Tableau 1: Caractéristiques morphométriques du lac de Créteil**

Pour cette étude nous disposons de deux jeux de données du champ de vitesse en 3D mesuré en deux points différents du lac (voir figure 1).



**Figure 1: Schéma du lac de Créteil avec le positionnement des points de mesure (les iso-lignes représentent la bathymétrie du lac)**

Les mesures ont été réalisées à l'aide d'un Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP) de type Aquadopp Profiler (HR) fabriqué par la société Nortek. Le fonctionnement de l'appareil repose sur l'effet Doppler, c'est-à-dire, l'ADCP envoie des ondes ultra-sons qui sont réfléchis par les particules en suspension se déplaçant avec le courant, l'appareil (le récepteur) reçoit le son avec une fréquence décalée du fait de leur vitesse (effet Doppler), le déphasage entre l'onde émise et celle renvoyée par les particules nous donne la vitesse de ces dernières. Les caractéristiques techniques de l'ADCP sont données dans le tableau 2.

**Gamme de mesure :  $\pm 10 \text{ m/s}$**

Fréquence : en mode continue (1Hz), en mode burst (8 Hz)

Nombre de cellules : 128 max

Précision :  $\pm 0.5$  cm/s

**Tableau 2: Caractéristiques techniques de l'ADCP (HR)**

La configuration que nous avons choisie pour réaliser les mesures est la configuration « tête vers le haut », l'appareil est posé à 0.5m du fond du lac tête vers le haut. La portée de l'appareil est d'environ 3m, le nombre de cellule de 128, chaque cellule ayant une épaisseur de 23mm. Les mesures sont réalisées toute les 30 secondes. La première série de données est le champ de vitesse (3 composantes) au point central du lac pendant la période du 19/11/2013 au 01/12/2013, ce qui correspond à 10 jours de mesure en continue. La seconde série temporelle est également le champ de vitesse (3 composantes) mesuré au point de rejet d'eau pluviale pendant la période du 20/06/2013 au 03/07/2013 ce qui correspond à 13 jours de mesure en continue. Le dernier jeu de données est caractérisé par des précipitations pendant la période de mesure. Nous disposons également de mesures de débit toutes les deux minutes au point de rejet d'eau pendant la même période. Nous résumons dans le tableau 3 les différentes caractéristiques des points de mesures.

	Point Central	Point de rejet d'eaux pluviales
Période	19/11/2013 au 01/12/2013	20/06/2013 au 03/07/2013
Nombre de jours	10	13
Type de données	3 composantes de vitesse	3 composantes de vitesse + mesure de débit
Appareil de mesure	ADCP	ADCP + débit mètre

**Tableau 3: Informations sur les données utilisées**

L'analyse spectrale est réalisée à l'aide d'une transformée de Fourier rapide (FFT, Fast Fourier Transform) par rapport au temps. Le spectre de densité d'énergie, plus brièvement spectre d'énergie,  $E(f)$  correspond au carré du module de la composante de Fourier à la fréquence  $f$ . Il y a symétrie ou invariance d'échelle si le spectre d'énergie est en loi de puissance par rapport à la fréquence :

$$E(f) \sim f^{-\beta}, \quad (1)$$

Où  $\beta$  est la pente spectrale.

L'un des exemples les plus célèbres de symétrie d'échelle est celui de la turbulence tridimensionnelle isotrope ([Kolmogorov, 1941]) :

$$E(f) \sim \varepsilon^{2/3} f^{-5/3}, \quad (2)$$

Où  $\varepsilon$  est la dissipation moyenne d'énergie turbulente.

Dans le cas d'un écoulement proche paroi le spectre d'énergie fait intervenir la vitesse de frottement au lieu de la dissipation ([Korotkov, 1976]) :

$$E(f) \sim u_*^2 f^{-1}, \quad (3)$$

avec  $u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ , où  $\tau$  représente la contrainte de cisaillement et  $\rho$  est la masse volumique.

### III RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les résultats obtenus sont présentés successivement au point central du lac puis au point de rejet des eaux pluviales. Les résultats porteront sur l'analyse des deux composantes horizontales de vitesse ( $u, v$ ).

#### III.1 Point central

L'analyse spectrale a été réalisée sur une moyenne de 30 sous échantillons d'une durée de 8 heures chacun. Le calcul de  $\beta$  est donné par la pente du spectre d'énergie en échelle logarithmique, les pentes des spectres sont estimées à l'aide d'une régression linéaire. Les figures 2 et 3 représentent les spectres d'énergie des composantes horizontales ( $u, v$ ) de la vitesse à différentes profondeurs. La distance indiquée sur la figure correspond à la distance de la cellule considérée par rapport à la position de l'ADCP. Ainsi les courbes à plus grande distance de l'ADCP sont les plus proches de la surface.

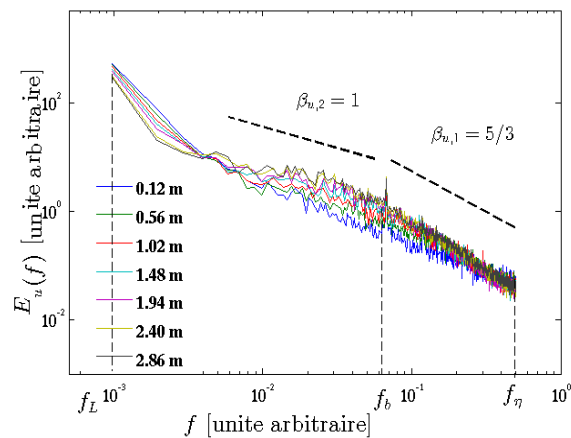


Figure 2 : Spectre d'énergie de la composante horizontale ( $u$ ) pour différentes hauteurs

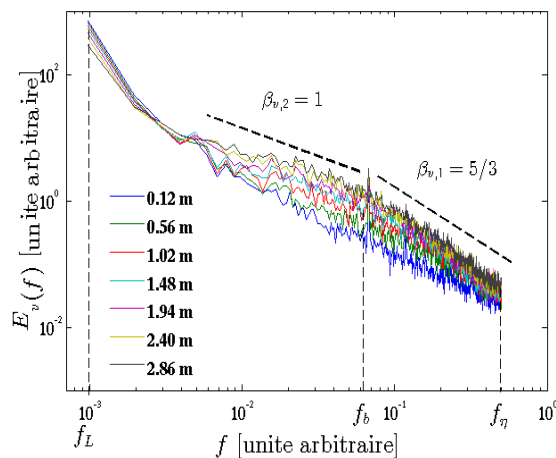
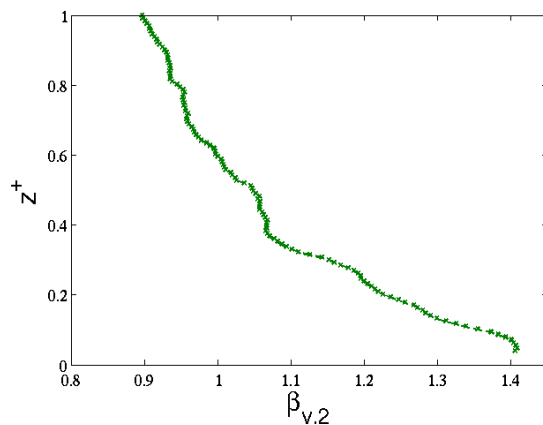


Figure 3: Spectre d'énergie de la composante horizontale ( $v$ ) pour différentes hauteurs

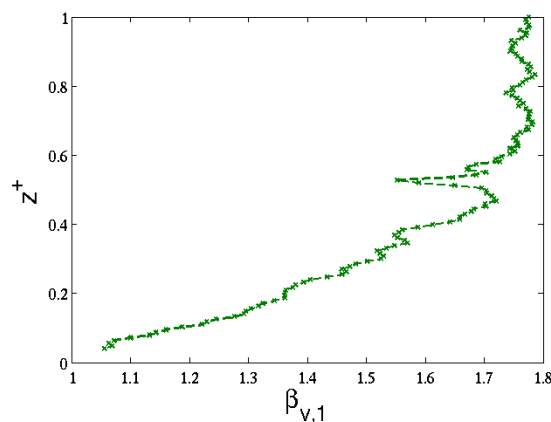
Les figures 2 et 3 montrent que les deux composantes horizontales de vitesse présentent de manière similaire deux lois d'échelles sur deux gammes d'échelles différentes. La première loi est comprise entre la gamme d'échelle  $f_L < f < f_b$  et la deuxième loi est comprise entre la gamme d'échelle  $f_b < f < f_\eta$ , où  $f_L$  est la fréquence caractérisant la plus grande échelle,  $f_b$  est la fréquence caractérisant l'échelle de rupture des pentes et  $f_\eta$  est la fréquence qui caractérise les plus petites structure tourbillonnaires. L'échelle spatiale correspondant à la fréquence  $f_b$  ( $\approx 0.003$  Hz) de rupture de



pente peut-être estimée à l'ordre de 3 m, à l'aide de l'hypothèse de Taylor, en estimant la vitesse moyenne de l'écoulement ( $U = \sqrt{u^2 + v^2} \approx 0.01 \text{ m/s}$ ). Cette échelle correspond à la distance de l'appareil de mesure à la surface du lac. De plus l'analyse spectrale montre que la valeur de la densité d'énergie à la fréquence  $f_L$ , varie peu suivant la profondeur du lac ( $\pm 0.12$  en échelle logarithmique) cela veut dire la variance du champ de vitesse à cette échelle est presque la même suivant la verticale. Le même constat peut-être fait à petite échelle ( $f_\eta$ ), la variation de la densité d'énergie selon la verticale est de  $\pm 0.06$ . En première approximation les processus physique qui décrivent le transfert d'énergie des grandes échelles aux petites seraient donc les même le long de la colonne d'eau, cependant ils sont distincts suivant les gammes de fréquences ( $f_L < f < f_b$  et  $f_b < f < f_\eta$ ). Mais, les pentes spectrales ne sont pas identiques et il en est de même pour la distribution des fluctuations de vitesse et des champs advectés (micropolluants, champ de chlorophylle...etc.). Afin de visualiser correctement la variation des pentes des spectres d'énergie (processus physique) le long de la colonne d'eau, nous traçons les valeurs de  $\beta$  obtenues sur les gammes d'échelles pour les différentes valeurs de  $z^+$ , avec  $z^+ = z/\delta$  où  $\delta = 3 \text{ m}$ . Nous représenterons seulement les résultats de la composante de vitesse  $v$  (ceux la composante  $u$  sont identiques).

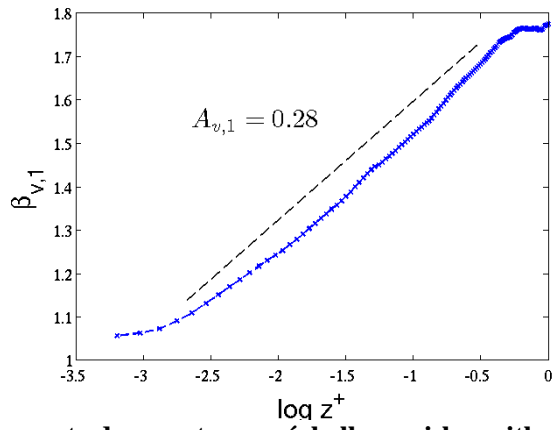


**Figure 4: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_L < f < f_b$**



**Figure 5: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_b < f < f_\eta$**

Les figures 4 et 5 montrent que le profil de la pente des spectres varie suivant la profondeur et que cette variation ressemble à un profil logarithmique. Afin de confirmer le profil logarithmique de la variation des pentes suivant la verticale, nous traçons le profil de la figure 4 en échelle semi-logarithmique (figure 6)



**Figure 6: Profil de la pente des spectres en échelle semi-logarithmique pour la gamme de fréquence  $f_b < f < f_\eta$**

$$\beta = A \log z^+ + B, \quad (4)$$

Le calcul des constantes A et B permet de donner une généralisation de la loi d'échelle le long de la colonne d'eau, les valeurs calculées de A et B sont identiques pour les deux composantes de vitesse :

Pour  $f_L < f < f_b$  :

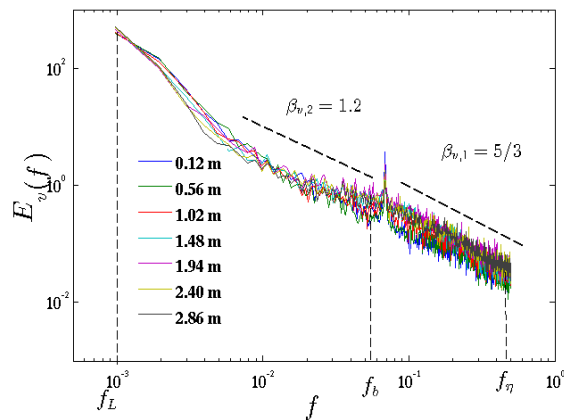
$$E_{u,v}(f, z^+) \sim f^{-0.17 \log z^+ + 0.9}, \quad (5)$$

Pour  $f_L < f < f_\eta$  :

$$E_{u,v}(f, z^+) \sim f^{0.28 \log z^+ + 1.9}, \quad (6)$$

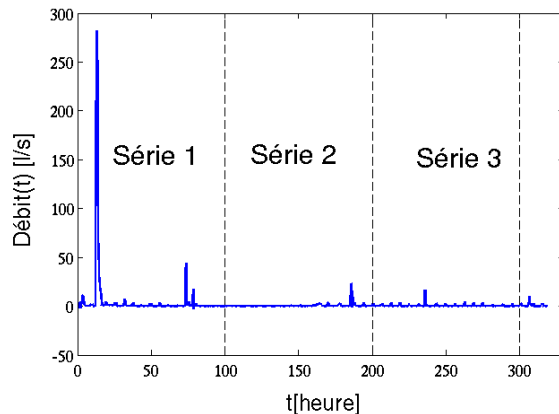
### III.2 Point de rejet d'eau pluviale

Nous procédons maintenant à la même analyse pour les données de vitesse mesurées au point de rejet d'eau pluviale et nous traçons les spectres d'énergie pour différentes profondeurs du lac. Nous remarquons que les valeurs des densités d'énergie (variance) à la fréquence  $f_L$  sont presque égales (les mêmes résultats que pour le point central du lac), même constat pour la fréquence  $f_\eta$ . La variation des pentes pour les grandes échelles  $f_L < f < f_b$  n'est pas aussi évidente que pour le cas du point central. Nous remarquons également un pic d'énergie plus prononcé que dans le cas du point central du lac.



**Figure 7 : Spectre d'énergie de la composante horizontale (v) pour différentes hauteurs (point de rejet d'eau pluviale)**

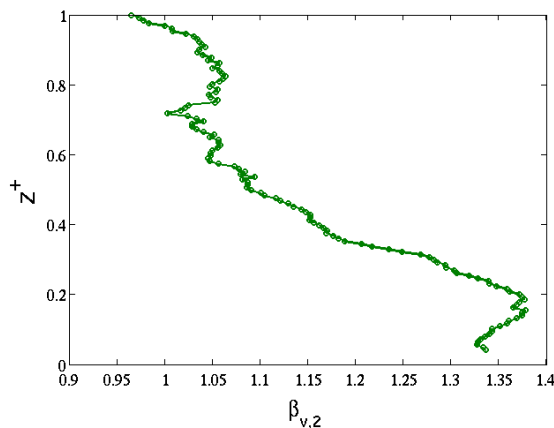
La figure 7 montre que les spectres d'énergie suivant la verticale se superposent sur toute la gamme d'échelle, cela peut s'expliquer par l'arrivée d'eaux pluviales qui perturbent fortement l'écoulement. Afin de nous assurer que c'est bien l'entrée d'eau qui perturbe la dynamique à grande échelle, nous utilisons des mesures de débit au point de rejet d'eau.



**Figure 8 : Mesure de débit au point de rejet d'eau pluviale**

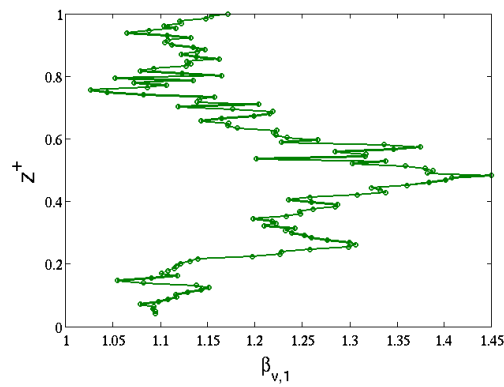
La série de mesure montre une forte arrivée d'eau pendant les premières heures, en suite des petites déversements toutes les 7 heures.

Nous découpons la série temporelle en trois sous-séries et calculons la pente des spectres moyennés sur chacune des sous-séries, La figure 9 présente le profil des pentes obtenu pour la sous-série 1 sur la gamme d'échelle  $f_L < f < f_b$ . Bien que ce profil ne soit pas identique à celui de la figure 4 il reste qualitativement semblable.



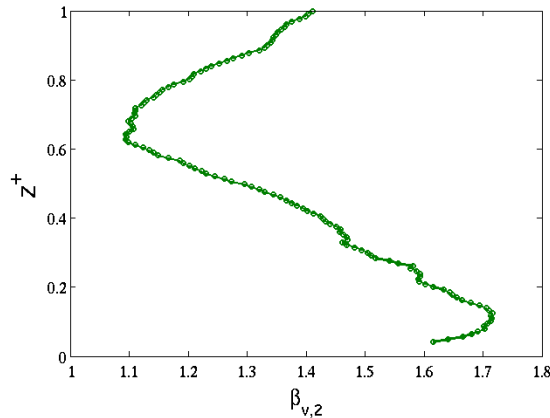
**Figure 9: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_L < f < f_b$ , pour la série 1**

Le changement des profils des pentes à petite échelle (figures 5 et 10) est nettement plus important.

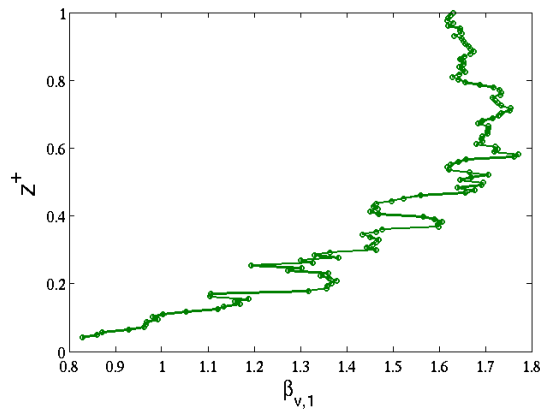


**Figure 10: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_L < f < f_\eta$  pour la série 1**

Par contre pour les série 2 et 3 pour lesquelles les débits d'entrée sont faibles, les pentes des spectres à petite échelles ( $f_b < f < f_\eta$ ) (figure 12) retrouvent progressivement le profil logarithmique de la figure 5, mais cependant avec des fluctuations plus importantes.



**Figure 11: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_L < f < f_b$  pour la série 3**



**Figure 12: Profil de la pente des spectres pour la gamme de fréquence  $f_L < f < f_\eta$  pour la série 3**

Ces constats semblent indiquer que d'une part lors des pluies fortes, la dynamique des petites échelles est fortement affectée proche du déversoir, et d'autre part qu'elles restent affectées par des débits plus faibles. Or, il est très important de caractériser la dynamique dans cette région du lac,

puisque les déversoirs sont évidemment la plus grande source de contamination des plans d'eau par les micropolluants.

#### IV CONCLUSION

L'analyse spectrale nous a permis de donner une première caractérisation statistique des régimes dynamiques en jeu dans un lac urbain peu profond.

Nous avons tout d'abord montré qu'en première approximation les processus physiques en jeu, du moins leur traduction statistique, semblent invariants le long de la colonne d'eau. Cependant, avec déjà deux régimes distincts pour les structures respectivement de grandes et petites échelles. Une analyse plus fine montre que ces deux régimes ont en fait une dépendance par rapport à la profondeur : les profils verticaux des pentes spectrales sont logarithmiques. Nous avons montré également que l'arrivée d'eau pluviale perturbe fortement la dynamique des petites. Cette perturbation semble même perceptible pour des arrivées d'eau relativement faibles. L'apparition d'un pic sur les spectres de densité d'énergie pour les deux séries de mesures (point central et point de rejet d'eau pluviales) peut s'expliquer par les effets d'ondes internes pendant ces périodes.

Nous pensons que ces résultats sont importants pour la gestion de ce type de lacs, en particulier le fait que la zone proche du déversoir est à surveiller de très près et qu'une étude des champs (physiques et biologiques) moyens ne permettrait pas de donner une bonne caractérisation des différentes interactions entre les champs.

Des analyses supplémentaires pour aborder le phénomène d'intermittence, qui peut jouer un rôle particulièrement important pour la dynamique physique et biologique (ex. blooms). Ceci requiert d'utiliser des techniques statistiques d'ordre plus élevé (ex. techniques multifractales), alors que l'analyse spectrale est d'ordre 2.

#### V REMERCIEMENTS

L'ensemble des auteurs tient à remercier les projets PLUMME-R2DS et RainGain pour leur soutien financier partiel.

#### VI REFERENCES

- Kolmogorov, A. N. (1941). Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, volume(32) : 16-18.
- Downing, J. A., Prairie, Y. T., Cole, J. J., Duarte, C. M., Tranvik, L. J., Striegl, R. G., ... & Middelburg, J. J. (2006). The global abundance and size distribution of lakes, ponds, and impoundments. *Limnology and Oceanography*, 51(5), 2388-2397.
- Smith, S. V., Renwick, W. H., Bartley, J. D., & Buddemeier, R. W. (2002). Distribution and significance of small, artificial water bodies across the United States landscape. *Science of the Total Environment*, 299(1), 21-36.
- Stepanenko, V. M., Goyette, S., Martynov, A., Perroud, M., Fang, X., & Mironov, D. (2010). First steps of a lake model intercomparison Project: lakemiP. *Boreal environment research*, 15, 191-202.
- Aparicio Medrano, E., Uittenbogaard, R. E., Dionisio Pires, L. M., van de Wiel, B. J. H., & Clercx, H. J. H. (2013). Coupling hydrodynamics and buoyancy regulation in *Microcystis aeruginosa* for its vertical distribution in lakes. *Ecological Modelling*, 248, 41-56.
- Dabrowski, T., & Berry, A. (2009). Use of numerical models for determination of best sampling locations for monitoring of large lakes. *Science of the total environment*, 407(14), 4207-4219.

Chen, Q., & Mynett, A. E. (2006). Modelling algal blooms in the Dutch coastal waters by integrated numerical and fuzzy cellular automata approaches. *Ecological Modelling*, **199**(1), 73-81.

Korotkov, B. N. (1976). Kinds of local self-similarity of the velocity field of prewall turbulent flows. *Fluid Dynamics*, **11**(6), 850-856.

Lovejoy, S., & Schertzer, D. (2013). *The weather and climate: emergent laws and multifractal cascades*. Cambridge University Press.

Schertzer, D., & Lovejoy, S. (2011). Multifractals, generalized scale invariance and complexity in geophysics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **21**(12), 3417-3456.

Adrian, R., O'Reilly, C. M., Zagarese, H., Baines, S. B., Hessen, D. O., Keller, W., ... & Winder, M. (2009). Lakes as sentinels of climate change. *Limnology and Oceanography*, **54**(6), 2283.