



Etude des couches frontières dans les plasmas : Structure et stabilité de la magnétopause terrestre

Nicolas Dorville

► To cite this version:

Nicolas Dorville. Etude des couches frontières dans les plasmas : Structure et stabilité de la magnétopause terrestre. Physique [physics]. Ecole Polytechnique, 2015. Français. \langle NNT : \rangle . \langle tel-01181616 \rangle

HAL Id: tel-01181616

<https://pastel.hal.science/tel-01181616v1>

Submitted on 30 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
ÉCOLE DOCTORALE DE L'ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
T H È S E

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l'École Polytechnique
Spécialité : PHYSIQUE

Présentée et soutenue par
Nicolas DORVILLE

Étude des couches frontières dans
les plasmas : structure et stabilité
de la magnétopause terrestre

Thèse co-dirigée par Gérard BELMONT et Laurence REZEAU
préparée au Laboratoire de Physique des Plasmas
soutenue le 30 juin 2015

Jury :

<i>Rapporteurs :</i>	FOULLON Claire LOUARN Philippe
<i>Directeurs :</i>	BELMONT Gérard REZEAU Laurence
<i>Président :</i>	MORA Patrick
<i>Examineurs :</i>	DE KEYSER Johan ESCOUBET Philippe MOTTEZ Fabrice

Un grand merci !

Trois semaines après la soutenance, quelques mois après la rédaction de ce manuscrit, il est temps pour moi de mettre un point final à ces trois années par un grand merci à tous ceux qui ont permis de faire de cette thèse une expérience aussi agréable et enrichissante.

Et avant tout, merci Gérard. $1.1 * 10^4$ (environ) mails après le premier et quelques milliers d'heures passées dans ton bureau, j'éprouve toujours autant de plaisir à nos échanges, toujours aussi intéressants et fructueux. Merci pour ta disponibilité de tous les instants (week-ends et vacances compris), ta patience et ton ouverture à la discussion. Tu es le directeur de thèse dont rêverait tout étudiant, la porte toujours ouverte, avec une nouvelle piste originale à proposer et du temps pour en discuter.

Laurence, je te remercie aussi vivement. Endosser la double casquette de directrice de laboratoire et co-directrice de thèse est ambitieux. Malgré un emploi du temps chargé, tu as réussi à libérer beaucoup de temps et d'attention tout au long de ma thèse, pour nos discussions et publications. Je te remercie aussi pour la manière dont tu as déjà commencé à reprendre le flambeau des études expérimentales décrites dans ce manuscrit pour les étoffer et les approfondir.

Au cours de ces trois années au LPP, j'ai eu l'occasion de faire beaucoup de rencontres, que ce soit scientifiques ou amicales. Je remercie en particulier les membres de l'équipe spatiale et les informaticiens pour la qualité de leur accueil, leurs conseils avisés, les discussions passionnantes, et même philosophiques, à table ou au café. Merci donc à Nicolas, Roland, Fouad, Alessandro, Olivier, Thomas, Nicole, Rodrigue, Patrick R., Dominique, Patrick C., Malik, Philippe, Kateryna et tous les autres. Un grand merci aussi à l'équipe de gestion, Colette, Catherine, Maryline, Édouard, Chérifa et les autres, pour votre disponibilité de tous les instants et votre gentillesse. Enfin merci à tous les membres du laboratoire. Le LPP est un endroit où il fait vraiment bon vivre pour un doctorant.

Puisque nous parlons de doctorants, je voudrais aussi remercier l'ensemble des "jeunes" du labo de ces dernières années, à commencer par mes deux co-bureaux, dans l'ordre chronologique Yue et Jérémy. J'ai éprouvé beaucoup de plaisir à nos discussions. Un grand merci aussi aux autres doctorants et post-docs de l'équipe, avec qui nous avons passé de bons moments, notamment en workshop, Lucile, Alexandros, Lina, etc. Merci aux étudiants qui ont travaillé avec moi durant leur stage, Amani, Victor, Clément, ainsi qu'à ceux avec qui nous avons eu l'occasion de jouer au football ou de partager de bons (et instructifs) moments au cours des fameux "cafés des doctorants".

Je remercie aussi sincèrement mes deux rapporteurs de thèse, Claire Foullon et

Philippe Louarn, pour l'attention avec laquelle ils ont évalué mon travail et l'intérêt des questions posées à la soutenance. J'ai été très heureux de la vigilance avec laquelle l'ensemble du jury a relu et corrigé mon manuscrit, et de l'esprit constructif dans lequel s'est déroulée la soutenance, et je souhaite en remercier l'ensemble des membres.

En marge de ma thèse, j'ai aussi eu l'occasion d'enseigner en modal de plasmas créés par laser, ce qui s'est révélé une expérience très enrichissante. Merci donc à Victor, Sérèna, Cédric, Vincent, Claire, pour ces premiers pas dans le domaine.

Enfin, en dehors des labos et des salles de cours, je voudrais remercier ma femme, Marie, ma famille, et mes amis, pour ce qu'ils sont et leur soutien de tous les instants.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Relations Soleil-Terre et Magnétopause	2
1.1.1	Introduction aux plasmas spatiaux	2
1.1.2	Le vent solaire : existence et propriétés	2
1.1.3	Champ magnétique terrestre et interaction avec le vent solaire	5
1.1.4	Pourquoi étudier la magnétopause ?	6
1.2	Théories fluides	7
1.2.1	Système d'équations de Vlasov-Maxwell	7
1.2.2	Théories fluides/MHD idéale	8
1.3	Discontinuités	10
1.3.1	Équations de saut (Rankine-Hugoniot)	10
1.3.2	Théorie des discontinuités en MHD idéale	11
1.3.3	Au-delà de la MHD	14
1.3.4	Que sont le choc et la magnétopause ?	15
1.4	Observations et connaissances expérimentales : état de l'art	15
1.4.1	Historique de l'exploration de la magnétopause	16
1.4.2	Forme de la magnétopause	17
1.4.3	Grandes échelles	18
1.4.4	Structures internes à la magnétopause	19
1.5	Problème et études menées	20
1.5.1	Construire une bonne direction normale et une coordonnée normale	20
1.5.2	Étudier la structure interne de la magnétopause agitée	21
1.5.3	Pour comprendre la reconnexion, connaître la magnétopause tangentielle	22
1.5.4	Turbulence et spectres	23
2	La méthode BV	25
2.1	Des méthodes existantes insuffisantes pour un problème crucial	26
2.1.1	Importance de la détermination d'une normale et d'une coordonnée normale	26
2.1.2	Méthodes à un satellite : état de l'art	27
2.1.3	Apports et limites des méthodes "multi-satellites"	30
2.1.4	Détermination d'une coordonnée : le "transition parameter" (paramètre de profondeur)	32
2.2	Fonctionnement de la méthode BV	33
2.2.1	Principes de la méthode	34
2.2.2	Initialisation de la méthode	35
2.2.3	Détermination de la normale et de la coordonnée	40

2.3	Profils spatiaux et comparaison aux autres méthodes pour la traversée du 03 mars 2008	41
2.3.1	Comparaison aux autres méthodes	41
2.3.2	Profils spatiaux	43
2.4	Domaine de validité et discussion	46
3	Tests de la méthode BV et statistiques	49
3.1	Quelques arguments en faveur des hypothèses de BV	49
3.1.1	Utilisation d'une forme elliptique	50
3.1.2	Dépendance en vitesse et en position de la rotation	52
3.1.3	Tests sur des données générées et de simulation	53
3.2	Comparaison de BV et des méthodes de résidus : une expérience numérique	55
3.2.1	Mode opératoire	55
3.2.2	Résultats et discussion	58
3.3	Comparaison statistique des différentes méthodes à un satellite sur un échantillon de traversées de la mission Cluster	60
3.3.1	Construction d'une base de données adaptée à l'étude	60
3.3.2	Résultats	61
3.4	Conclusion sur la méthode BV	65
4	La magnétopause agitée : un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ?	67
4.1	Introduction au problème de la structure de la frontière dans les cas non tangentiels	68
4.2	Nature compressionnelle/rotationnelle de la magnétopause : une étude de cas du 15 avril 2008	68
4.2.1	Présentation et première analyse de la traversée	69
4.2.2	Analyse des variations compressionnelles	72
4.2.3	Étude des variations rotationnelles	75
4.2.4	Un complexe choc lent/discontinuité rotationnelle ?	77
4.3	Un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ?	77
4.3.1	Simulation de l'interaction d'un choc lent et d'une onde d'Alfvén, en MHD 1.5D dans un milieu isotrope	79
4.3.2	Qu'est-ce qu'un "cas en S" ?	83
5	Traitement des sous-structures à la magnétopause	87
5.1	Généralisation naturelle de la méthode BV aux cas en S ?	87
5.1.1	Une généralisation techniquement difficile	88
5.1.2	Une approche globale contestable	90
5.2	Difficultés à résoudre pour l'analyse des frontières "non-C"	91
5.3	Quelques idées sur le traitement des cas "non-C"	92
5.3.1	Lisser les variations non significatives	92

5.3.2	Construire une vitesse utilisable	95
5.3.3	Identifier et classer automatiquement les couches	96
5.3.4	Utiliser des méthodes de détermination de normale adaptées	99
6	Couches de courant tangentielles : de nouveaux équilibres cinétiques	101
6.1	Couches tangentielles, reconnexion et simulation numérique	102
6.1.1	Rappel sur les discontinuités tangentielles	102
6.1.2	Reconnexion magnétique et simulation	102
6.2	Etat de l'art succinct des équilibres existants	104
6.2.1	Une solution célèbre : la couche de Harris	104
6.2.2	Modèles utilisant des fonctions des invariants du mouvement	105
6.3	Vers des équilibres dépendant explicitement des invariants du mouvement et de la position	107
6.3.1	Un concept clé : l'accessibilité	107
6.3.2	De l'accessibilité à la multivaluation	109
6.3.3	Le modèle BAS	109
6.4	Généralisation au cas non coplanaire	110
6.4.1	Motivation	110
6.4.2	Problème et Méthode	113
6.4.3	Profils fluides	117
6.4.4	Test	117
6.4.5	Ajout d'un champ électrique	122
6.4.6	Conclusion	123
7	Un nouvel outil de détermination des spectres et des phases de Fourier pour les études de turbulence	125
7.1	De la nécessité d'une nouvelle méthode de traitement du signal	126
7.1.1	Des oscillations artificielles sur les spectres ?	126
7.1.2	Limites des fonctions d'apodisation usuelles	129
7.2	Détermination du spectre	131
7.2.1	Construction d'une nouvelle fonction d'apodisation	131
7.2.2	Reconstruction du spectre	133
7.2.3	Résultats sur le signal test et un cas réel	135
7.3	Calcul des phases et reconstruction du signal	137
8	Conclusion et Perspectives	141
A	Liste de traversées de magnétopause utilisées pour la mise au banc d'essai de BV	143
B	Détection automatique de traversées de magnétopause	147
C	Intégrales pour le calcul de l'équilibre cinétique	149

D Articles acceptés ou soumis	151
Bibliographie	189

Introduction

Sommaire

1.1 Relations Soleil-Terre et Magnétopause	2
1.1.1 Introduction aux plasmas spatiaux	2
1.1.2 Le vent solaire : existence et propriétés	2
1.1.3 Champ magnétique terrestre et interaction avec le vent solaire	5
1.1.4 Pourquoi étudier la magnétopause ?	6
1.2 Théories fluides	7
1.2.1 Système d'équations de Vlasov-Maxwell	7
1.2.2 Théories fluides/MHD idéale	8
1.3 Discontinuités	10
1.3.1 Équations de saut (Rankine-Hugoniot)	10
1.3.2 Théorie des discontinuités en MHD idéale	11
1.3.3 Au-delà de la MHD	14
1.3.4 Que sont le choc et la magnétopause ?	15
1.4 Observations et connaissances expérimentales : état de l'art	15
1.4.1 Historique de l'exploration de la magnétopause	16
1.4.2 Forme de la magnétopause	17
1.4.3 Grandes échelles	18
1.4.4 Structures internes à la magnétopause	19
1.5 Problème et études menées	20
1.5.1 Construire une bonne direction normale et une coordonnée normale	20
1.5.2 Étudier la structure interne de la magnétopause agitée	21
1.5.3 Pour comprendre la reconnexion, connaître la magnétopause tangentielle	22
1.5.4 Turbulence et spectres	23

Dans ce chapitre, nous allons présenter le contexte, expérimental et théorique, des études menées durant la thèse, l'état de l'art des connaissances sur la magnétopause au début de nos travaux, ainsi que les problèmes que nous avons cherché à résoudre. La première partie de cette introduction sera donc une présentation rapide de la magnétopause et du contexte géophysique dans lequel elle s'inscrit, ainsi que de l'intérêt de l'étudier. Ensuite, nous introduirons les descriptions théoriques que nous aurons à utiliser au fil du manuscrit, théories fluides et des discontinuités. Nous nous intéresserons aux observations déjà menées sur la magnétopause, et enfin nous

présenterons les objectifs que nous avons cherché à remplir au cours de ces trois années de travail.

1.1 Relations Soleil-Terre et Magnétopause

Dans cette section, nous allons présenter rapidement les objets du système solaire étudiés durant la thèse. Nous ferons d'abord une brève introduction sur les caractéristiques des plasmas qui nous intéresseront, puis nous introduirons le vent solaire, la magnétosphère terrestre, la nature de leur interaction, et enfin l'intérêt d'étudier ces objets.

1.1.1 Introduction aux plasmas spatiaux

Dans les régions étudiées au cours de la thèse, à quelques rayons terrestres ($R_e = 6371 \text{ km}$) de la Terre, la matière est systématiquement à l'état de plasma. Ces plasmas astrophysiques ont pour caractéristique commune d'être ténus et chauds. Ainsi les densités des milieux étudiés varient de 0.1 cm^{-3} à $20 - 30 \text{ cm}^{-3}$. Les températures s'échelonnent de quelques dizaines d'eV à quelques dizaines de keV, selon les milieux et les populations. La matière est toujours complètement ionisée.

Les plasmas sur lesquels portent nos études sont aussi tous non-collisionnels. Ainsi, dans les milieux étudiés, le libre parcours moyen de collision est de plusieurs ordres de grandeur supérieur aux rayons de Larmor, qui sont pour les ions de quelques dizaines de km et pour les électrons de quelques centaines de m . Les collisions sont donc toujours parfaitement négligeables. L'ordre de grandeur des différentes longueurs de Debye est de quelques dizaines de m , bien inférieur aux ordres de grandeurs associés aux phénomènes étudiés. Il n'y a donc jamais de séparation des charges à l'ordre zéro (la quasi-neutralité est respectée).

Enfin, en ce qui concerne le champ magnétique, il atteint dans ces régions quelques dizaines de nT. Le $\beta = \frac{P_{cin}}{P_{mag}}$ de ces milieux est donc de l'ordre de 1.

Ayant posé ces ordres de grandeur, nous allons maintenant décrire le contexte dans lequel se place cette thèse, en commençant par les différents objets géophysiques qui vont nous intéresser.

1.1.2 Le vent solaire : existence et propriétés

L'existence d'une frontière appelée magnétopause est intimement liée à celle d'un "vent solaire". Nous allons donc d'abord expliquer ce qu'est ce vent solaire et pourquoi il existe.

Une des premières manifestations de l'existence d'un vent de particules propulsées par le soleil dans le milieu interplanétaire est venue de l'observation de la

seconde queue des comètes, systématiquement orientée dans la direction opposée au soleil. [Biermann 1951] émet la théorie que la partie dédoublée de la queue est sensible à des particules de même type qui s'échappent continuellement du soleil, conjecturant ainsi l'existence d'un "vent solaire".

Rapidement, [Parker 1958] propose un modèle simple de ce vent solaire. La haute atmosphère du soleil, la couronne, présente des températures chaudes, de l'ordre du million de Kelvin. Dans ce cadre, une partie non négligeable des électrons a des vitesses d'agitation thermique dépassant la vitesse de libération. Un plasma s'échappe donc du soleil, les électrons entraînant les ions. Le modèle de Parker prend en compte un champ magnétique radial et une étoile sphérique, sans tenir compte de la rotation du soleil, mais parvient tout de même à une description assez proche de la réalité pour ce qui concerne le plan de l'écliptique : en résolvant les équations de l'hydrodynamique pour un fluide soumis à deux forces, le gradient de pression et l'attraction gravitationnelle, on trouve en effet plusieurs solutions, dont une pour laquelle la vitesse devient supersonique au delà du point d'équilibre des deux forces. Cette solution donne des vitesses, radiales, de l'ordre de 500 km.s^{-1} au niveau de l'orbite de la Terre, raisonnablement conformes aux observations.

En fait, pour une description plus réaliste du vent solaire, il faut évidemment compliquer la forme du champ magnétique. Nous verrons en effet plus tard que les lignes de champ sont gelées dans le plasma aux grandes échelles considérées. La combinaison du mouvement radial des particules et de la rotation du soleil fait donc que les lignes de champ magnétique sont amenées à s'enrouler pour former une spirale tiltée, la spirale de Parker, comme représenté sur la Figure. (1.1).

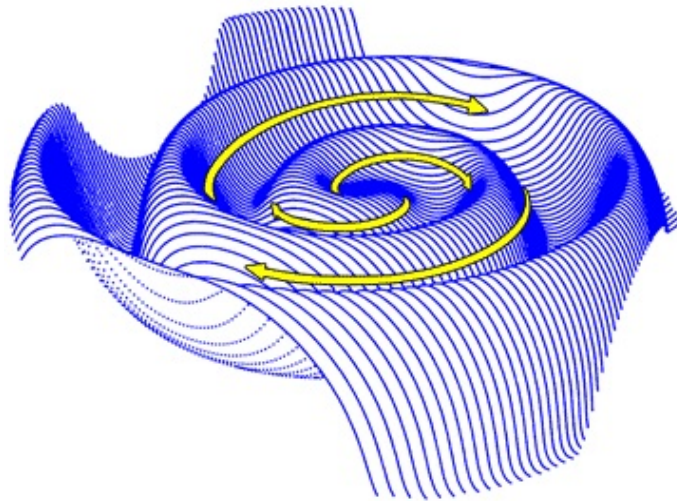


FIGURE 1.1 – Lignes de champ magnétique autour du soleil. La spirale de Parker est indiquée par les flèches jaunes. copyright J. Jokipii, U Arizona

Enfin, suite aux observations de la sonde Ulysses réalisées à partir de 1994, lorsque celle-ci est sortie du plan de l'écliptique, on a pu constater que les caractéristiques du vent solaire étaient très différentes selon la latitude. Un vent solaire lent et dense, avec des vitesses assez compatibles avec le modèle de Parker (de 300 à 500 $km.s^{-1}$), est émis dans les régions équatoriales et un vent rapide (700 $km.s^{-1}$) à hautes latitudes. La figure. (1.2) représente la vitesse du vent solaire et la direction du champ magnétique interplanétaire en fonction de la latitude, selon les mesures d'Ulysses. Ces mesures sont effectuées le long de la trajectoire du satellite, et ne peuvent donc pas être considérées comme une représentation de profils stationnaires.

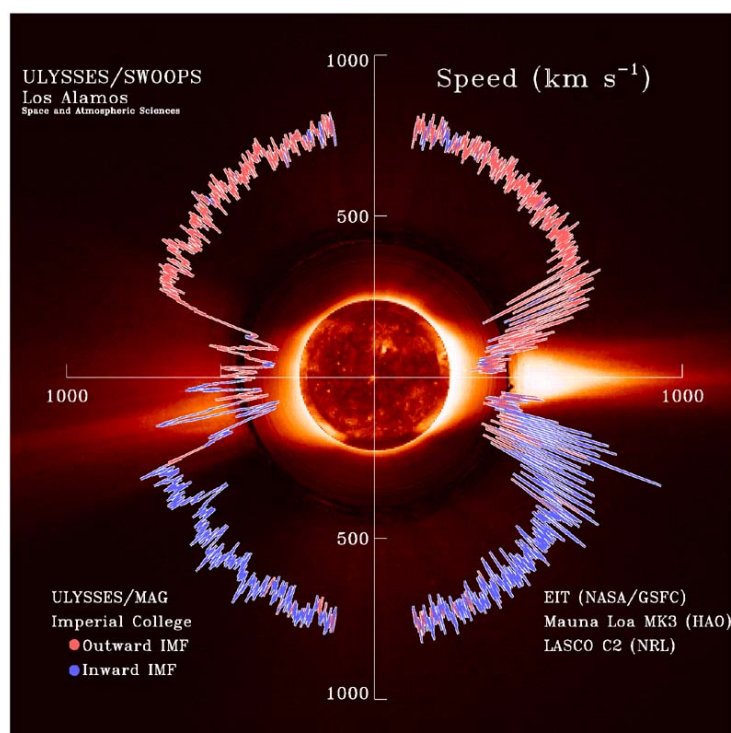


FIGURE 1.2 – Image en couverture du Geophysical Research Letter, 1^{er} janvier 1998, qui présente les résultats des premières mesures d'Ulysses hors du plan de l'écliptique. La vitesse du vent solaire est représentée par rapport à la latitude, le code couleur indiquant la direction du champ magnétique interplanétaire.

Le vent solaire "remplit" le système solaire jusqu'à arriver à une région d'équilibre où sa pression dynamique a déchu suffisamment pour être équilibrée par celle du milieu interstellaire, l'héliopause. Sur le chemin, il interagit avec les différentes magnétosphères planétaires, dont celle de la Terre, interaction qui va nous intéresser plus particulièrement par la suite.

1.1.3 Champ magnétique terrestre et interaction avec le vent solaire

La Terre, comme d'autres planètes ou satellites du système solaire, possède un champ magnétique propre. On sait que celui-ci est principalement généré par un effet de dynamo, à l'intérieur de la Terre, dû aux mouvements de convection dans le noyau, composé à 90% de fer liquide. En revanche, notre compréhension théorique de sa génération et de son évolution n'est pas complète et constitue toujours un sujet de recherche. Nous ne nous en préoccupons pas par la suite.

Dans les régions proches de la Terre, le champ est en première approximation dipolaire. Cependant, dans des régions plus lointaines, ce champ magnétique joue le rôle d'un "bouclier" contre le vent solaire, ce qui déforme fortement les lignes de champ. Nous allons donc maintenant détailler les différentes régions que l'on rencontre entre le milieu interplanétaire, dominé par le vent solaire, et la magnétosphère, zone dominée par l'influence du champ magnétique terrestre.

Au voisinage de la Terre, le champ magnétique porté par le vent solaire est de l'ordre de quelques nT, la densité d'environ 5 cm^{-3} et la température de l'ordre de la dizaine d'eV. Le vent solaire atteint des vitesses de l'ordre de 500 km.s^{-1} . A l'avant de la magnétosphère se trouve donc une première frontière nette, le choc. En effet, le vent solaire, "supersonique" au sens où sa vitesse est supérieure à toutes les vitesses de propagation des ondes dans le milieu, est ralenti et comprimé à l'approche de l'obstacle. Ce choc marque la transition entre le milieu interplanétaire et une région appelée magnétogaine, formée, donc, de vent solaire "choqué". Le plasma y est plus dense (l'ordre de grandeur est la dizaine de particules par centimètre cube) et plus chaud (centaine d'eV). Le champ magnétique est plus intense mais de direction en général à peu près équivalente à celle du vent solaire. La pression dynamique du vent solaire est essentiellement convertie par le choc en pression thermique.

La frontière qui va nous intéresser, la magnétopause, est celle, en première approximation étanche, où se produit la transition entre la magnétogaine et les conditions de la magnétosphère (peu dense, 1 particule cm^{-3} , plus froide avec une température de l'ordre de l'eV pour la population majoritaire, avec comme champ magnétique celui du dipôle terrestre comprimé). La zone de transition est fine, quelques dizaines de rayons de Larmor des ions, et on y observe au même lieu ou en des lieux proches une variation du champ magnétique (direction et module) et une transition entre les deux plasmas. C'est schématiquement le lieu d'équilibre entre la pression thermique dans la magnétogaine et la pression magnétique de la magnétosphère, ce qui explique la variation de sa position en fonction de la latitude et donne à la magnétosphère la forme caractéristique d'un paraboloïde, le champ étant comprimé au "nez" et allongé à l'arrière (formant la queue magnétosphérique). La figure. (1.3), présente ces différentes régions et discontinuités, et donne une idée de la forme typique de la magnétosphère.

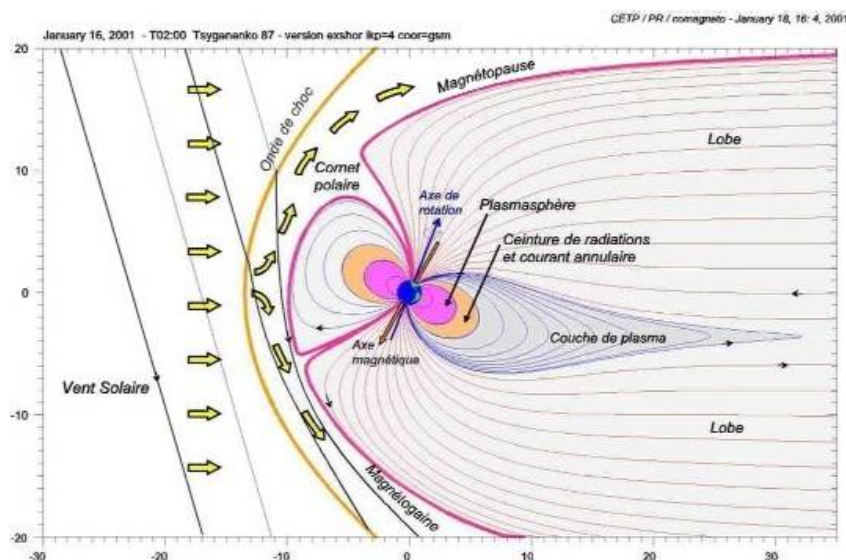


FIGURE 1.3 – Magnétosphère et régions aux alentours pour le 16 janvier 2001, selon le modèle de Tsyganenko. copyright P. Robert.

La magnétopause, sa structure et sa stabilité, sont le sujet de la thèse. Nous allons donc maintenant expliquer rapidement pourquoi il est utile de bien comprendre cette frontière.

1.1.4 Pourquoi étudier la magnétopause ?

La magnétopause est en premier lieu une des rares frontières accessibles expérimentalement entre deux plasmas de composition et champ magnétique différents. Nous verrons un peu plus loin qu'elle est l'objet de mesures in situ depuis déjà plusieurs décennies. Elle permet donc d'étudier directement ce type de frontières et leur physique, plus facilement que des expériences de laboratoires qui ne peuvent en général pas reproduire les grandeurs adimensionnées recherchées, ou que des frontières plus lointaines inaccessibles aux mesures directes.

De plus, à la magnétopause, se produisent des processus universels en physique des plasmas et en astrophysique comme la reconnexion magnétique ou l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Bien comprendre le développement de ces phénomènes a un intérêt théorique général, et peut par exemple contribuer à faire progresser la fusion par confinement magnétique.

En seconde approximation, enfin, la magnétopause n'est donc pas complètement étanche, puisqu'il arrive qu'il y ait "reconnexion" des lignes de champ. Les phénomènes auroraux sont une manifestation bénigne de cette non-étanchéité de la

frontière. Cependant, certaines de ses manifestations peuvent être plus violentes, notamment en cas d'orages magnétiques venant du soleil, qui peuvent provoquer des perturbations des communications ou des coupures d'électricité sur Terre. Mieux comprendre le "bouclier naturel" qu'est la magnétopause pourrait à terme permettre d'améliorer nos compétences en "météorologie de l'espace", et de savoir quand se préparer à ce type d'événements.

Le contexte global de la thèse ayant maintenant été posé, nous allons introduire le cadre théorique nécessaire par la suite aux différentes études menées.

1.2 Théories fluides

Au cours des raisonnements théoriques et expérimentaux présentés durant cette thèse, nous aurons l'occasion d'évoquer à de nombreuses reprises le système d'équations de Vlasov-Maxwell, les équations de la MHD et la théorie des discontinuités. Nous allons donc faire ici un bref rappel théorique sur ces concepts et leur rapport avec la physique des plasmas spatiaux. Le lecteur pourra se référer à [Belmont *et al.* 2013] pour approfondir le sujet.

1.2.1 Système d'équations de Vlasov-Maxwell

Afin de décrire au mieux la position et la vitesse des particules d'une population d'un système physique, il est courant d'utiliser une description statistique. Cela permet de manipuler des grandeurs moyennées, variant régulièrement dans le temps et l'espace. En effet, utiliser une description exacte, de N particules numérotées ou indifférenciées, est fastidieux et amènerait à étudier des grandeurs aux variations violentes, voire divergentes (comme le serait par exemple le champ électrique en se rapprochant de la position exacte d'un noyau). Dans ce cadre, nous sommes donc amenés à décrire le système à l'aide d'une fonction de distribution dans l'espace des phases, $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{w})$, correspondant à la moyenne spatiale de la densité exacte dans un petit volume entourant la position dans cet espace. Cette fonction permettra de décrire les variations moyennes du système, tandis que l'effet des fluctuations locales devra être porté par des termes dits "de collision".

Dans ce cadre, à partir de l'équation de Klimontovich de la physique statistique, dérivée dans [Klimontovich 1966], et en ne considérant pas les termes de collision, on obtient l'équation de Vlasov qui décrit l'évolution de la fonction de distribution :

$$\partial_t f + \mathbf{w} \cdot \nabla_{\mathbf{x}}(f) + \langle \mathbf{a} \rangle \cdot \nabla_{\mathbf{w}}(f) = 0 \quad (1.1)$$

Le terme $\langle \mathbf{a} \rangle$ ne fait intervenir que les champs moyens, $\frac{q}{m}(\langle \mathbf{E} \rangle + \mathbf{w} \otimes \langle \mathbf{B} \rangle)$. Il est nécessaire de faire intervenir un second membre si l'on souhaite étudier le rôle des collisions, dans les cas où celles-ci ne peuvent être négligées.

Pour en arriver à une description cinétique d'un plasma, il est nécessaire d'ajouter à cette description de l'évolution de la fonction de distribution de chaque population les équations de Maxwell :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.5)$$

L'ensemble de ces équations forme le système de Vlasov-Maxwell. Il est à la base des descriptions cinétiques des plasmas.

Cependant, pour résoudre un problème donné, il est courant que l'utilisation de ces équations soit trop lourde, même numériquement, pour être envisagée. On souhaite alors remplacer cette équation sur la fonction de distribution par un système d'équations portant sur les premiers moments de cette fonction de distribution, qui sont les grandeurs macroscopiques tels que la densité, la vitesse, la pression... Ce sont les théories fluides que nous allons maintenant introduire.

1.2.2 Théories fluides/MHD idéale

1.2.2.1 Équations fluides

Pour chaque population, les différentes grandeurs fluides sont définies comme les moments de la fonction de distribution introduite plus haut. Si n est la densité, $m\mathbf{v}$ l'impulsion, \mathbf{P} le tenseur de pression cinétique, \mathbf{Q} le flux de chaleur, on peut ainsi les calculer de la manière suivante :

$$n = \int f(\mathbf{w}) d^3\mathbf{w} \quad (1.6)$$

$$nm\mathbf{v} = \int m\mathbf{w}f(\mathbf{w})d^3\mathbf{w} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{P} = \int m(\mathbf{w} - \mathbf{v})(\mathbf{w} - \mathbf{v})f(\mathbf{w})d^3\mathbf{w} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{Q} = \int m(\mathbf{w} - \mathbf{v})(\mathbf{w} - \mathbf{v})(\mathbf{w} - \mathbf{v})f(\mathbf{w})d^3\mathbf{w} \quad (1.9)$$

Ces définitions étant posées, on peut maintenant dériver une suite infinie d'équations fluides, de transport de ces différents moments, à partir de l'équation de Vlasov sans collisions. Ainsi, en intégrant simplement l'équation de Vlasov par rapport à \mathbf{w} , on obtient directement l'équation de continuité :

$$\partial_t n + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (1.10)$$

Nous ne détaillerons pas ici les calculs pour obtenir les équations fluides usuelles. Néanmoins, pour obtenir l'équation de transport de l'impulsion, il suffit de multiplier

l'équation de Vlasov par $m\mathbf{w}$ et de l'intégrer. On obtiendra l'équation de transport de la pression en multipliant l'équation cinétique de départ par $m(\mathbf{w}-\mathbf{v})(\mathbf{w}-\mathbf{v})$ et en intégrant, et l'on pourrait obtenir une "infinité" d'équations portant sur les moments suivants de la même manière. Les équations fluides de transport de l'impulsion et de l'énergie sont, pour un système isotrope et sans collisions :

$$\partial_t nm\mathbf{v} + \nabla \cdot (nm\mathbf{v}\mathbf{v} + \mathbf{P}) = nq(\mathbf{E} + \mathbf{v} \otimes \mathbf{B}) \quad (1.11)$$

$$\partial_t (nm\frac{v^2}{2} + \frac{3}{2}P) + \nabla \cdot (\mathbf{v}(nm\frac{v^2}{2} + \frac{5}{2}P) + \mathbf{Q}) = nq\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} \quad (1.12)$$

On remarque que chaque équation de transport d'un moment fait intervenir le moment suivant. Ainsi, il apparaît que pour atteindre notre but de simplification du système cinétique, il est nécessaire de faire quelque part une hypothèse de "fermeture", pour ne garder que n équations fluides exactes, au prix d'une $(n+1)$ ème équation approximative. Nous utiliserons en général l'hypothèse dite adiabatique, $\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$.

Le système fluide que nous voulons résoudre se compose donc maintenant de 5 équations par population correspondant aux équations de transport, ainsi que des équations de Maxwell, couplées aux précédentes, et des relations reliant la densité de charge aux densités des différentes populations et le courant aux densités et vitesses :

$$\mathbf{j} = \sum_j n_j q_j \mathbf{v}_j \quad (1.13)$$

$$\rho = \sum_j n_j q_j \quad (1.14)$$

Le système ainsi réduit est beaucoup plus léger que le cinétique mais toujours complexe. Ainsi, même dans le cas bi-fluide (existence d'électrons et d'une seule espèce d'ions positifs), en supposant des équations de fermeture adiabatiques, il reste encore 16 équations à résoudre. Nous allons donc faire une série d'approximations pour simplifier encore le système et dériver la théorie de la Magnétohydrodynamique (MHD).

1.2.2.2 MHD

Pour ce faire, nous allons nous placer dans la limite basse fréquence et grande échelle. Les variations sont supposées lentes, $\partial_t \approx \frac{1}{\tau} \ll (\omega_{cj}, \omega_{pe})$, c'est-à-dire que le temps caractéristique des phénomènes étudiés est long par rapport aux temps de giration des particules et au temps de retour vers la quasi-neutralité. L'échelle spatiale des phénomènes est supposée grande par rapport aux rayons de Larmor et à la longueur de Debye électronique, $\partial_x \approx \frac{1}{L} \ll (\frac{1}{\rho_{Li,e}}, \frac{1}{\lambda_{De}})$.

On peut vérifier que ces hypothèses entraînent plusieurs conséquences importantes. La première est le fait que le champ est "gelé" dans le plasma (et inversement), $\mathbf{v}_{perp} = \frac{\mathbf{E}}{B} \otimes \mathbf{b}$, pour toutes les populations. Deux points connectés

par une ligne de champ le restent au cours du mouvement, ce qui interdit toute "reconnexion" magnétique. La deuxième est l'approximation de quasi-neutralité, qui dit que la densité de charge tend vers 0, plus rigoureusement qu'elle est négligeable devant les charges portées par chaque population séparément, car c'est un terme d'ordre 1 tandis que ces dernières sont d'ordre 0. Enfin le courant total est lui-aussi d'ordre 1.

Dans ce cadre, pour un système bi-fluide, le système est en fait caractérisé par une seule densité et une seule vitesse fluide. Les équations concernant les ions et électrons ne se distinguent alors que par les masses et les termes de pression, et il suffit d'en garder la somme. Le système devient alors de dimension 8 :

$$\partial_t n + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (1.15)$$

$$\partial_t nm\mathbf{v} + \nabla \cdot (nm\mathbf{v}\mathbf{v} + P\mathbf{I}) = \mathbf{j} \otimes \mathbf{B} \quad (1.16)$$

$$\partial_t (nm\frac{v^2}{2} + \frac{3}{2}P) + \nabla \cdot (\mathbf{v}(nm\frac{v^2}{2} + \frac{5}{2}P)) = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.18)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.19)$$

avec

$$\mathbf{j} = \frac{\nabla \otimes \mathbf{B}}{\mu_0} \quad (1.20)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \otimes \mathbf{B} \quad (1.21)$$

C'est ce système que l'on appelle le système MHD. A l'aide de ces équations, nous allons maintenant étudier la nature d'une discontinuité comme la magnétopause.

1.3 Discontinuités

1.3.1 Équations de saut (Rankine-Hugoniot)

Nous allons donc analyser une couche (infinitement fine ou pas) 1D et stationnaire. Dans ce cadre, les équations de la MHD mises sous la forme conservative $\partial_t a + \nabla \cdot \mathbf{b} = 0$ deviennent $\nabla \cdot \mathbf{b} = 0$, ou encore $\mathbf{n} \cdot \partial_x \mathbf{b} = 0$, soit $\partial_x b_n = 0$. Cette équation s'intègre simplement pour donner $\mathbf{n} \cdot (\Delta \mathbf{b}) = 0$, où Δ indique un saut (et non pas un Laplacien!).

Chacune des équations du système MHD présenté précédemment permet donc d'écrire une relation de conservation à la traversée de la discontinuité. On obtient

le système d'équations de Rankine-Hugoniot généralisé :

$$\rho v_n = cste \quad (1.22)$$

$$B_n = cste \quad (1.23)$$

$$\rho v_n \mathbf{v} + (P + \frac{B^2}{2\mu_0}) \mathbf{n} - \frac{B_n \mathbf{B}}{\mu_0} = cste \quad (1.24)$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 v_n + \frac{5}{2} P v_n - \frac{1}{\mu_0} (B_n (\mathbf{B} \cdot \mathbf{v}) - B^2 v_n) = cste \quad (1.25)$$

$$v_n \mathbf{B}_t - B_n \mathbf{V}_t = \mathbf{n} \otimes \mathbf{E}_t = cste \quad (1.26)$$

où chacune de ces équations provient respectivement de la conservation de la masse, de Maxwell-Thomson, de la conservation des flux d'impulsion et d'énergie et de Maxwell-Faraday, et \mathbf{E}_t est le champ électrique tangentiel.

Le référentiel de calcul est choisi pour que la discontinuité soit immobile, ce qui fixe son mouvement selon la direction normale. Cependant il reste un degré de liberté en ce qui concerne la translation tangentielle du référentiel. En remarquant que, si v_n et B_n sont non nuls, annuler \mathbf{E}_t revient à annuler E_n et donc \mathbf{E} , que E_t est conservé à la traversée, et qu'il suffit de changer de référentiel par translation de $\frac{\mathbf{E}}{B} \otimes \mathbf{b}$ pour annuler \mathbf{E}_t d'un côté, on peut finalement choisir un référentiel, dit de deHoffmann-Teller, dans lequel le champ électrique est nul de part et d'autre de la discontinuité. Notons que dans le cas où B_n est nul, si v_n est non nul un tel repère n'existe pas car on ne peut annuler \mathbf{E}_t . Si v_n est aussi nul, \mathbf{E}_t est nul mais on ne sait rien dire de général sur E_n .

Munis de ces équations de saut et de ce référentiel privilégié, nous allons maintenant montrer que l'on peut classifier différents types de discontinuités en MHD idéale, puis essayer de caractériser les objets géophysiques présentés dans la section précédente.

1.3.2 Théorie des discontinuités en MHD idéale

Supposons donc une discontinuité avec un B_n non nul, donc pour laquelle on peut se placer dans le référentiel de deHoffmann-Teller, défini plus haut. En projetant l'équation de conservation de l'impulsion dans les directions normale et tangentielles on obtient les relations suivantes :

$$\rho v_n^2 + P + \frac{B_t^2}{2\mu_0} = cste \quad (1.27)$$

$$\rho v_n \mathbf{v}_t - \frac{B_n \mathbf{B}_t}{\mu_0} = cste \quad (1.28)$$

En utilisant la relation de deHoffmann-Teller $\mathbf{v}_t = \frac{v_n}{B_n} \mathbf{B}_t$, la seconde relation se met sous la forme :

$$(v_n - \frac{B_n^2}{\mu_0 \rho v_n}) \mathbf{B}_t = cste \quad (1.29)$$

On constate que, dans ce cas général où B_n et v_n sont non nuls, on peut distinguer deux grandes classes de discontinuités :

- Dans un premier cas, la parenthèse est non nulle de part et d'autre de la discontinuité, ce qui force le champ magnétique tangentiel à conserver la même direction. On dit qu'il est coplanaire. Dans ce cas, la solution est un choc.
- L'autre possibilité est d'annuler la parenthèse. Cela "libère" le champ magnétique tangentiel qui devient autorisé à tourner. La discontinuité est appelée rotationnelle.

Enfin, dans le cas où B_n et V_n sont nuls, il n'existe pas de repère de deHoffmann-Teller et la discontinuité est dite tangentielle. Nous allons maintenant présenter les propriétés de ces grandes classes de solution.

1.3.2.1 Les chocs

Comme nous l'avons vu, la principale caractéristique des chocs est la coplanarité du champ magnétique et de la vitesse tangentielle dans le repère de deHoffmann-Teller. On peut alors ramener le système d'équations de saut de Rankine-Hugoniot à une équation sur la vitesse normale qui admet trois familles de solutions pour une onde qui se déplacerait dans la direction normale à la discontinuité. Elles sont séparées pour la vitesse incidente par les vitesses de phase du mode lent, du mode d'Alfvén et du mode rapide. Ces solutions sont représentées sur la figure (1.4).

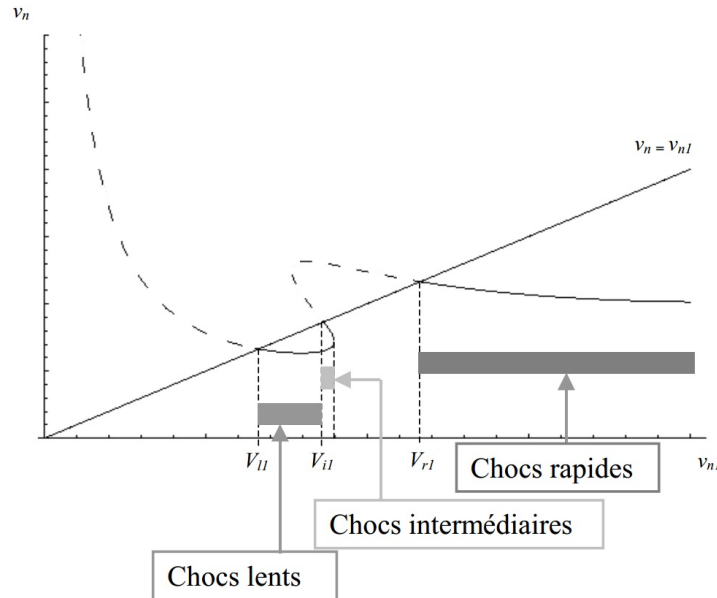


FIGURE 1.4 – Solutions des équations de Rankine-Hugoniot pour un choc, avec ici $\beta = 0.8$, $\theta = 30^\circ$. copyright G. Belmont, L.Rezeau.

On obtient donc :

- Le choc lent qui, pour une vitesse incidente comprise entre la vitesse du mode lent et la vitesse d'Alfvén, se caractérise par une diminution de v_n et B_t au passage du choc, mais une augmentation de P et ρ .
- Le choc intermédiaire qui présente les caractéristiques du choc lent, mais avec un retournement du champ magnétique et de la vitesse tangentielle.
- Le choc rapide qui, enfin, pour une vitesse incidente supérieure à la vitesse du mode rapide, est le siège d'une diminution de v_n , comme tous les chocs, mais d'une augmentation de B_t , P et ρ .

1.3.2.2 Les discontinuités rotationnelles

Retournons maintenant à notre équation de conservation de l'impulsion tangentielle dans le repère de deHoffmann-Teller. On remarque que l'annulation du facteur qui permet de libérer la rotation du champ magnétique tangentiel implique :

$$\frac{B_n^2}{\mu_0 \rho v_n} = v_n = cste \quad (1.30)$$

On trouve donc que la discontinuité se propage à la vitesse d'Alfvén dans la direction normale. De plus, comme la vitesse normale est conservée, la conservation du flux de masse impose la constance de la densité.

Alors, en s'intéressant à la conservation de l'impulsion normale, on peut retrouver que $P + \frac{B_t^2}{2\mu_0}$ est conservé, et la relation de conservation de l'énergie implique la conservation de B_t^2 , donc P est aussi conservé séparément. La vitesse tangentielle est aussi égale à la vitesse d'Alfvén tangentielle.

1.3.2.3 Les discontinuités tangentielles

Dans ce cas là, comme nous l'avons vu, $B_n = 0$ et $v_n = 0$. Les champs magnétiques tangentiels de part et d'autre de la discontinuité sont alors découplés, tout comme les vitesses tangentielles. La seule relation entre l'amont et l'aval est alors fournie par la composante normale de l'impulsion, il s'agit de l'équilibre de pression :

$$P + \frac{B^2}{2\mu_0} = cste \quad (1.31)$$

La somme des pressions cinétique et magnétique est donc conservée, mais toutes les autres variations sont autorisées.

Pour être tout à fait complets dans la description, il faut envisager les cas où seul le champ magnétique normal ou la vitesse normale s'annule. Le premier cas caractérise simplement un choc rapide en propagation totalement perpendiculaire, tandis que le second caractérise une "discontinuité de contact", où seules la densité et la température peuvent varier en gardant une pression constante. Ils ne nous

intéresseront plus par la suite.

Ayant décrit les grandes propriétés des discontinuités autorisées en MHD, nous allons maintenant tenter de généraliser et discuter cette approche.

1.3.3 Au-delà de la MHD

Les équations de conservation que nous avons dérivées plus haut présentent évidemment une certaine généralité. On peut ainsi toujours écrire cinq équations de conservation : une équation de conservation de la masse, trois de l'impulsion et une de l'énergie.

De la même manière, la possibilité d'annuler le champ électrique tangentiel dérive directement des équations de Maxwell. L'existence d'un référentiel de deHoffman-Teller est donc plus générale que la MHD, et existe lorsque la physique impose une contrainte sur E_N indépendante de celle sur E_T . La loi d'Ohm idéale n'en est qu'un cas particulier.

Si l'on est dans le cas MHD et qu'il existe un tel référentiel, on a le même nombre d'équations que de variables à déterminer. On peut dériver les solutions du système comme cela a été fait plus haut. En revanche, si l'on souhaite ajouter de l'anisotropie au tenseur de pression, plusieurs fluides, ou même descendre aux échelles cinétiques, on introduit alors de nouvelles variables sans introduire de nouvelles équations "conservatives". De ce fait, a priori, on ne peut plus déterminer simplement les sauts sans s'intéresser à ce qui se passe dans la couche.

Néanmoins, la seule hypothèse qui soit réellement utile ici est l'isotropie. Tant que l'on reste stationnaire et isotrope, et que l'on raisonne sur les densités vitesses et pressions totales, on peut raisonner sur le bon nombre d'équations conservatives et de variables. Dans les cas où ces hypothèses ne sont plus valides, il faut alors s'interroger sur le rôle que les effets non idéaux jouent à l'intérieur de la couche. Celui-ci est parfois négligeable : par exemple, même si la viscosité ou la conduction thermique sont nécessaires pour stabiliser un choc hydrodynamique, leur présence ne change pas significativement les conditions amont et aval données par les équations de Rankine-Hugoniot une fois le choc stabilisé. L'intégrale sur la couche (fine) des effets non conservatifs est ainsi souvent négligeable devant les effets de transports idéaux. Il faut donc modérer l'aspect strictement "MHD" des descriptions précédentes.

Enfin, notons que si l'on étudie la limite $B_N = 0$, la plupart des flux idéaux tendent aussi vers 0. Il devient de ce fait peu raisonnable de négliger les effets non-idéaux. C'est probablement ainsi que l'on arrive à obtenir la transition par passage à la limite entre deux types de discontinuités de natures bien définies et différentes et la discontinuité tangentielle, pour laquelle quasiment toutes les variations sont

autorisées.

1.3.4 Que sont le choc et la magnétopause ?

Comme nous l'avons vu plus haut, le vent solaire, "supersonique" forme un "choc" avant de rencontrer la magnétosphère. Ce choc est en fait un choc rapide. On observe entre le vent solaire et la magnétogaine une compression à partir de vitesses normales supérieures en amont à la vitesse du mode rapide, tandis que le champ magnétique augmente en passant du premier milieu au second. Cette nature du choc est bien connue depuis les débuts de l'exploration spatiale, comme l'atteste par exemple [Fredricks *et al.* 1970].

En ce qui concerne la magnétopause, frontière entre la magnétogaine et la magnétosphère, elle est le siège de deux grands types de variations, que nous caractériserons au cours de la thèse comme "compressionnelles" et "rotationnelles". Les variations "compressionnelles" sont les variations associées au plasma (densité, température, pression) et au module du champ magnétique. Nous appellerons "rotationnelles" les variations associées à la rotation du champ magnétique (dans l'immense majorité des cas, les champs magnétosphériques et du vent solaire choqué ont des directions et modules différents) et de la vitesse tangentielle.

Étant le lieu de ces deux types de variations, si l'on admet qu'elles ont lieu au sein d'une même discontinuité, la magnétopause ne peut alors être qu'une discontinuité tangentielle, ce qui implique aussi l'absence de flux de particules à travers la frontière. Les modèles les plus anciens de magnétosphère comme celui de [Chapman & Ferraro 1931] sont d'ailleurs fermés. Cependant, nous verrons que ces gradients compressionnels et rotationnels ne sont pas toujours mélangés, et il existe de nombreuses observations de discontinuités rotationnelles, interdisant donc ce mélange, comme par exemple dans [Chou & Hau 2012]. La magnétopause est aussi le siège d'événements de reconnexion. Il existe donc des modèles de magnétosphère ouverte, comme suggéré par [Dungey 1962]. La description de la magnétopause en tant que discontinuité tangentielle n'est ainsi pas toujours satisfaisante. Cette question de la nature de la ou des discontinuités qui composent la frontière sera un des sujets principaux abordés au cours de la thèse.

1.4 Observations et connaissances expérimentales : état de l'art

Maintenant que nous avons introduit le cadre théorique dans lequel nous allons travailler, il est temps de faire un état de l'art des connaissances expérimentales sur la magnétopause au début de la thèse. Après une description historique des différentes missions ayant permis d'étudier cette frontière, nous nous intéresserons brièvement aux modèles et observations de la forme de la frontière, puis entrerons

dans le coeur du sujet avec l'état de l'art des grandes échelles, puis des petites, à la magnétopause.

1.4.1 Historique de l'exploration de la magnétopause

Si le premier modèle de magnétosphère, et donc de magnétopause, est bien celui de Chapman et Ferraro en 1931, et si Biermann a bien évalué la distance de la Terre à cette frontière, la première occurrence du terme dans la littérature scientifique date simplement du début des années 60, dans [Sonett & Abrams 1963], et la confirmation expérimentale de son existence de la même année grâce à des données obtenues par la mission Explorer 12 ([Cahill & Amazeen 1963]). Les premières missions spatiales permettent aussi de suggérer l'existence d'une magnétogaine, comme [Bonetti *et al.* 1963] qui analyse les données d'Explorer 10. L'existence du choc est confirmée un an plus tard par [Ness *et al.* 1964].

La première mission ayant pour but l'étude de la magnétosphère est alors la série de missions "OGO", pour "Orbiting Geophysical Observatory". Les satellites de cette mission, particulièrement OGO5, permettent un certain nombre de progrès, comme une estimation de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la magnétopause, estimé à ρ_{Li} par [Heppner *et al.* 1967]. Un peu plus tard, les satellites HEOS sont les premiers satellites de l'ESA à s'aventurer dans l'espace interplanétaire, en 1968, avec notamment un magnétomètre de type fluxgate. Ils sont le support d'articles d'observation historiques sur la structure des cusps, le manteau, ou encore la low latitude boundary layer, comme [Haerendel *et al.* 1978]. La série des IMP, de la Nasa, s'attache aussi à l'étude des plasmas de la queue magnétopshérique et du vent solaire.

Une collaboration entre l'ESA et la NASA débouche ensuite sur une mission d'importance, la série des ISEE (International Sun Earth Explorer), dont le premier est construit par la NASA et le second par l'ESA, et qui sont lancés en 1977 et placés sur une orbite géocentrique d'apogée $23 R_e$. Le troisième satellite, lancé en 1978, se porte lui au point de Lagrange L1. Ces missions permettent un certain nombre d'observations historiques, comme par exemple les premiers FTE, ou encore des indications de reconnexion magnétique à la magnétopause, comme dans [Paschmann *et al.* 1979]. La mission GEOS, en orbite géostationnaire, permet l'exploration de la magnétopause dans des conditions où celle-ci est fortement comprimée, à $6.6 R_e$.

Dans le cadre de toutes ces missions "historiques", la résolution des mesures et la présence en général d'un seul satellite rendent difficile la séparation des variations spatiales et temporelles, et l'étude des petites échelles en trois dimensions. C'est dans ce cadre que naît, en particulier au CRPE, ancêtre du LPP, l'idée de la mission Cluster ([Escoubet *et al.* 2001]), dont nous nous servons au cours du manuscrit. Il s'agit d'une mission de l'ESA, lancée en 2000 après un premier échec en 1996 suite

à l'explosion d'Ariane 5 ([Escoubet *et al.* 1997]), qui se compose d'un essaim de 4 satellites, avec des séparations et des configurations géométriques variant au cours de la mission, mais en général permettant d'étudier les variations 3D aux échelles ioniques. Le Laboratoire de Physique des Plasmas est PI de STAFF, l'expérience permettant de mesurer les fluctuations électromagnétiques et donc d'étudier la turbulence. En parallèle, la mission THEMIS de la NASA, composée de 5 satellites, permet aussi l'étude de la magnétopause avec des instruments de mesure modernes.

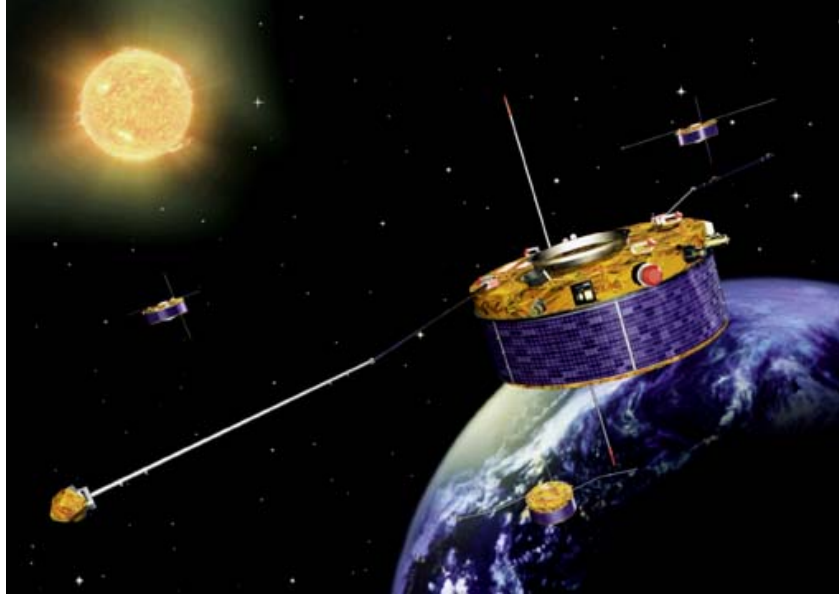


FIGURE 1.5 – Vue d'artiste des satellites de la mission Cluster.

Enfin, dans le futur proche, notre compréhension des petites échelles devrait pouvoir s'améliorer encore grâce aux données de la mission MMS, de la NASA. Il s'agit aussi d'un essaim de 4 satellites, mais qui seront séparés par de plus petites échelles (électroniques cette fois-ci), et avec une meilleure résolution des instruments de mesure du plasma, ce qui constitue, comme nous le verrons plus loin, une réponse à certaines limitations des méthodes présentées dans cette thèse.

Ayant présenté brièvement l'historique expérimental de l'étude de la physique de l'environnement spatial de la Terre, nous allons maintenant nous intéresser à l'état de l'art des connaissances au début de la thèse, en commençant par la position et la forme de la frontière.

1.4.2 Forme de la magnétopause

Un certain nombre d'auteurs se sont intéressés de manière théorique à la position de la magnétopause en fonction des angles par rapport à l'axe Terre-Soleil

et de paramètres du vent solaire, afin de trouver une solution au problème de Chapman-Ferraro. L'idée la plus simple est en général d'équilibrer simplement à la frontière la pression dynamique du vent solaire et la pression magnétique due au champ dans la magnétosphère. Ces calculs fournissent des estimations utiles de la position de la frontière mais leur précision est généralement limitée, notamment parce que les β de ces milieux sont souvent de l'ordre de 1. De plus, ces calculs ne prennent en général pas en compte le rôle du choc et de la magnétogaine, ou de manière très schématique. On peut se référer aux articles "historiques" tels que [Mead & Beard 1964] ou [Choe *et al.* 1973] pour des dérivations analytiques de la position et forme de la magnétopause.

En parallèle, d'autres auteurs ont réalisé des travaux statistiques visant à relier position mesurée de la magnétopause et paramètres mesurés dans le vent solaire, utilisant diverses formes fonctionnelles. On peut citer [Sibeck *et al.* 1991] ou [Shue *et al.* 1997] comme différents exemples de telles formes. Le modèle de Tsyganenko est un modèle du champ magnétique de la magnétosphère mais la magnétopause n'y est pas incluse de manière self-consistante. On pourra se référer à [Tsyganenko 1989] pour une résolution du problème de Chapman-Ferraro prenant pour hypothèse une magnétopause elliptique.

En général, ces modèles s'entendent sur l'influence de la valeur de la vitesse du vent solaire (modérée par la latitude), ainsi que, selon les auteurs, de la polarité et de la valeur du B_z du champ magnétique interplanétaire. L'application des formes fonctionnelles aux données a pour objectif de trouver expérimentalement des coefficients et lois de puissance reliant ces paramètres simples à la position (r, θ) de la couche de courant. Cependant, la fiabilité de ces modèles, couplée à la nature et à la fiabilité des mesures disponibles dans le vent solaire, n'est pas suffisante pour prédire précisément la position des traversées de magnétopause dans un jeu de données de Cluster par exemple. La position et le mouvement de la magnétopause sont fortement dynamiques, et complexes, en fonction des conditions extérieures. Ces modèles peuvent néanmoins être utilisés pour restreindre fortement les périodes de recherche. Toutefois, à l'intérieur des créneaux (de l'ordre d'une heure) fournis par ces estimations théoriques, les listes doivent être constituées de manière manuelle ou semi-automatique.

1.4.3 Grandes échelles

Les mesures de la mission Cluster et des précédentes avaient déjà permis de caractériser en partie le comportement général de la frontière. Ainsi, en ce qui concerne l'épaisseur et la vitesse de la magnétopause, on peut par exemple se référer à [Paschmann *et al.* 2005a], pour une étude statistique. La frontière est ainsi caractérisée par une épaisseur variant de 100 à 3000 km, avec un pic autour de 400-800 km. Cela correspond donc en général à plusieurs dizaines de ρ_{Li} . Les vitesses de déplacement de la frontière varient de quelques dizaines de $km.s^{-1}$ à des valeurs

extrêmes de plusieurs centaines de $km.s^{-1}$. Enfin, l'accélération de la frontière est loin d'être négligeable puisqu'elle peut atteindre des valeurs de l'ordre de $10 km.s^{-2}$.

En ce qui concerne l'hypothèse de stationnarité de la magnétopause (souvent faite par certaines méthodes d'analyse de la frontière), la mission Cluster a permis de démontrer que celle-ci n'était pas toujours valable à l'échelle de la traversée par plusieurs satellites de la mission, comme clairement énoncé dans [Paschmann *et al.* 2005b]. En revanche la planarité est généralement raisonnablement respectée aux échelles typiques de séparation des satellites de Cluster, soit plusieurs centaines de km.

À propos de l'analyse de la magnétopause en tant que "discontinuité", nous avons déjà cité [Chou & Hau 2012], qui rapporte l'observation de discontinuités tangentielles et rotationnelles à la frontière. La frontière non perturbée est souvent décrite comme une discontinuité tangentielle, voir par exemple [Paschmann *et al.* 2005b] ou [Cowley 1995]. Néanmoins, au moins dans le cas de proximité de sites de reconnexion, il y a donc de multiples observations de magnétopauses "rotationnelles", en général dans ce cas accompagnées d'autres structures plus fines.

Il y a donc une multitude de preuves que la magnétopause est parfois "connectée" ($B_N \neq 0$), comme observé dans [Paschmann *et al.* 1979] ou [Phan *et al.* 2000] parmi de nombreux exemples. Celle-ci n'est pas forcément un phénomène intermittent, comme le montre [Frey *et al.* 2003], et implique donc la pénétration significative de plasma de la magnétogaine dans la magnétosphère. On notera de plus que la frontière, bien que relativement "plane", est agitée par des ondes de surface, voir par exemple [De Keyser & Roth 2003] pour une étude détaillée de leur structure. On peut observer des rouleaux issus de l'évolution de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, comme dans [Hasegawa *et al.* 2004], qui sont donc aussi responsables d'une partie de la pénétration de plasma de la magnétogaine. Pour une revue des résultats récents à ce sujet, le lecteur pourra de nouveau se référer à [Paschmann *et al.* 2005b].

1.4.4 Structures internes à la magnétopause

Enfin, un certain nombre d'efforts ont été faits par le passé pour étudier les profils et structures de petites échelles au sein de la frontière, notamment dans le cadre de traversées de magnétopause proches de sites de reconnexion. Ainsi, dans ce cas là, la magnétopause est caractérisée comme un complexe de plusieurs structures dont une discontinuité rotationnelle ou un choc intermédiaire, et des "expansion fans". Les méthodes de reconstruction de Grad-Shafranov permettent de se faire une idée de la structure 2D de la frontière et de conclure à la possible existence d'îlots magnétiques, séparés par des points en X (toujours [Paschmann *et al.* 2005b]!). L'étude du champ électrique a aussi permis, dans [Vaivads *et al.* 2004] par exemple, de détecter l'existence de très fines couches de courant dans la frontière, qui pourraient être

la signature de la séparatrice d'un site de reconnexion lointain (voir par exemple [André *et al.* 2004]).

1.5 Problème et études menées

Dans cette section, nous allons présenter et définir les problèmes que nous nous sommes posés au début et au cours de la thèse.

1.5.1 Construire une bonne direction normale et une coordonnée normale

Lorsque l'on souhaite étudier une discontinuité que l'on approxime souvent comme 1D, ce qui semble justifié au moins dans la plupart des cas de magnétopause calme (au sens non excessivement perturbée par des ondes de surface ou de la reconnexion magnétique à proximité immédiate du site de traversée), la première chose à faire est de distinguer, dans les données, la direction normale selon laquelle ont lieu les variations aux échelles considérées, des directions tangentielles selon lesquelles les variations sont à beaucoup plus grande échelle et négligeables dans le cadre de l'étude

Cette direction normale à la discontinuité définie, on souhaiterait aussi être capable de déterminer une coordonnée, qui permette de se repérer le long de cette direction, par exemple pour y tracer les profils spatiaux de quantités intéressantes ou calculer des gradients. En fait, sous une hypothèse 1D, il "suffirait" d'une direction normale exacte et d'une coordonnée parfaite le long de cette normale pour réaliser une analyse complète de la frontière (par exemple être capable de calculer tous les termes non nuls du système MHD).

Le problème pourrait sembler trivial au premier abord, il est en fait très complexe. En effet, les modèles de position et de forme de la magnétopause sont approximatifs, et la simple position de la frontière n'est pas prédite de manière exacte. De même, la direction normale est localement assez peu prédictible, du fait de l'agitation et de la déformation de la frontière sous l'effet, par exemple, des variations de la pression du vent solaire, d'ondes de surface, de reconnexion en d'autres sites. Enfin, la frontière est toujours en mouvement, à des vitesses normales qui peuvent être de l'ordre de 50 km.s^{-1} , soit un ordre de grandeur au dessus des vitesses caractéristiques des satellites qui l'explorent.

Un certain nombre de méthodes ont été développées par le passé afin de résoudre ces deux problèmes, que ce soient des méthodes à un satellite, ou, profitant de missions d'essaims de satellites comme la mission Cluster, des méthodes multi-satellites. Nous les présenterons au début du chapitre 2, et expliquerons pourquoi elles ne sont pas suffisamment adaptées à nos études. La première partie de la thèse a donc été consacrée au développement d'une nouvelle méthode, la

méthode BV (B faisant ici référence au champ magnétique et V aux données de vitesse des ions), visant à réaliser les deux objectifs en utilisant les données d'un seul satellite. Elle a été appliquée à des mesures des missions Cluster et THEMIS (non présentées dans ce manuscrit en ce qui concerne la mission THEMIS).

Nous consacrerons les chapitres 2 et 3 du manuscrit à la présentation de cette nouvelle méthode de détermination de normale à la magnétopause et d'une coordonnée le long de cette normale. Dans le chapitre 2, nous présenterons la méthode en elle-même ainsi qu'une étude de cas rapide, afin de donner un aperçu des possibilités de la méthode. Ensuite, au cours du chapitre 3, nous présenterons une étude statistique, visant à étudier un certain nombre de traversées de magnétopauses, d'une part "simulées" et d'autre part réelles, et à comparer les résultats obtenus par la méthode BV avec ceux d'autres méthodes courantes à un satellite pour la détermination de la normale à ces traversées, afin de vérifier la qualité de la méthode et d'étudier sa sensibilité au bruit.

1.5.2 Étudier la structure interne de la magnétopause agitée

Disposant d'une méthode que nous jugions fiable pour étudier des traversées de frontière par la mission Cluster, nous avons ensuite étudié un certain nombre de cas de traversées au nez de la magnétopause. Pour plusieurs d'entre elles, nous avons observé ce qui semblait être une séparation spatiale des lieux des gradients compressionnels, associés à la description du plasma et du module du champ, et des variations rotationnelles, associées à la rotation du champ magnétique. Notamment, dans un cas, nous avons été capables de les analyser réellement séparément dans le cadre de la théorie des discontinuités, et de déterminer la nature des deux types de variations. Nous avons ainsi observé, lors d'une traversée de magnétopause du 15 avril 2008 par l'essaim de la mission Cluster, la formation d'un complexe entre un choc lent et une discontinuité rotationnelle. Cette interaction a ensuite été simulée à l'aide d'un code MHD 1.5D, et l'on a confirmé la possibilité de la formation d'un tel complexe, non strictement stationnaire. Nous présenterons de manière détaillée cette étude de cas dans la première partie du quatrième chapitre de la thèse.

Cette étude de cas, et l'analyse d'autres traversées de magnétopause agitée, nous ont conduit à émettre la conjecture que ce type de séparation des variations compressionnelles et rotationnelles est courante, voire pourrait être la bonne manière d'analyser la frontière dans la plupart des cas compliqués. La magnétopause non "tangentielle" serait alors en général bien décrite par une série de couches compressionnelles et de couches rotationnelles en interaction. Dans la seconde partie du chapitre 4, nous expliquerons ce qui nous a poussé à formuler cette conjecture en présentant une deuxième étude de cas, cette fois-ci plus complexe que la simple séparation de deux couches de natures distinctes.

Nous avons donc tenté de développer une manière d'analyser automatiquement

les couches complexes selon ce prisme. Nous présenterons dans un cinquième chapitre l'état actuel de nos efforts dans ce domaine, et les perspectives de ce travail.

1.5.3 Pour comprendre la reconnexion, connaître la magnétopause tangentielle

Comme nous l'avons évoqué au cours de cette introduction, la magnétopause est un lieu privilégié pour étudier le processus universel qu'est la reconnexion magnétique. Si on peut l'étudier expérimentalement, il est aussi intéressant d'avoir recours à la simulation numérique pour ce faire, notamment pour étudier l'instabilité de déchirement (dite de *tearing*), et chercher à comprendre comment la reconnexion peut se développer spontanément. Pour cela, on peut utiliser des codes "hybrides", qui traitent les ions de manière cinétique et les électrons comme un fluide, ou même des codes "full-PIC" complètement cinétiques.

Pour initialiser ces codes, il est courant d'utiliser simplement des distributions maxwelliennes avec les moments adéquats pour assurer l'équilibre de pression. Un tel modèle n'est pas un équilibre, ce qui conduit à l'émission d'ondes au début de la simulation. Or on ne sait pas à quel point la manière dont se développe la reconnexion dépend de l'initialisation. Il faut disposer d'un modèle d'équilibre cinétique d'une couche tangentielle pour travailler proprement.

Un certain nombre de modèles de ce type de discontinuités existent déjà, le plus célèbre étant la couche de Harris. Celui-ci, qui est symétrique, n'est évidemment pas réaliste pour modéliser la magnétopause puisque cette frontière sépare deux plasmas de densités et températures différentes. Toutes les autres solutions existant dans la littérature utilisent des fonctions de distributions qui dépendent exclusivement des invariants du système et non de la position dans la couche ; nous montrerons que cette hypothèse restreint considérablement l'espace des solutions au problème posé, et qu'aucune considération physique ne justifie cette restriction forte. Par ailleurs, les différents profils, pour les champs comme pour les paramètres du plasma, constituent dans ces méthodes des sorties du calcul, qui découlent des choix qui sont faits pour la forme analytique des fonctions de distribution : ceci ne les rend pas faciles à contrôler. On souhaite ici disposer d'un modèle de couche permettant de passer d'un plasma à un autre, d'un champ magnétique à un autre, en suivant l'hodogramme souhaité pour le champ, tout en connaissant une fonction de distribution des ions en tout point de grille qui respecte le système d'équations de Vlasov-Maxwell.

Au moment du début de la thèse, un pas important avait déjà été réalisé dans cette direction, puisque [Belmont *et al.* 2012] avait proposé un nouveau modèle d'équilibre satisfaisant ces conditions. Cependant, cet équilibre avait le défaut de n'admettre qu'un champ magnétique coplanaire au cours de la discontinuité, ce qui n'était pas réaliste par rapport aux observations de la magnétopause, où l'on

observe en général une courbure de l'hodogramme du champ magnétique, une réelle "rotation", même lorsque la discontinuité semble clairement tangentielle.

Au cours de la thèse, nous avons donc travaillé à introduire une rotation dans l'équilibre. Nous présenterons la méthode utilisée et les équilibres obtenus dans le chapitre 6 du manuscrit.

1.5.4 Turbulence et spectres

Un des axes de recherche importants du Laboratoire de Physique des Plasmas est l'étude des phénomènes de turbulence dans le vent solaire et la magnétogaine. Pour ceci, il est intéressant de disposer de spectres et phases de Fourier fiables, que ce soit pour étudier les lois de puissance qui caractérisent le spectre, la cohérence du signal et la détection de structures, différentes ondes ou encore la polarisation.

Pour travailler sur le signal acquis sur un intervalle temporel fini, un certain nombre de méthodes existent, utilisant en général de simples transformées de Fourier couplées à des méthodes d'apodisation du signal, permettant de se défaire des variations basses fréquences qui rendent le signal mesuré non périodique. Cependant, des sauts sur les dérivées du signal persistent, et la transformée de Fourier d'un tel signal n'est pas la transformée utile mais sa convolution avec celle de la fenêtre utilisée pour l'apodisation. Les phases comme le spectre sont touchés par cette convolution, qui ajoute de fortes oscillations au spectre que l'on traite en général par un simple lissage spectral ou temporel.

À côté du centre d'intérêt principal de la thèse, nous avons donc conçu une nouvelle fenêtre d'apodisation permettant d'annuler le nombre souhaité de dérivées au bord d'un interval temporel. Nous avons ensuite développé une nouvelle méthode de traitement du signal, permettant de reconstruire plus proprement le spectre et les phases de Fourier utiles. Nous présenterons donc l'état de ce travail et ses possibles développements dans le septième et dernier chapitre du manuscrit.

La méthode BV

Sommaire

2.1 Des méthodes existantes insuffisantes pour un problème crucial	26
2.1.1 Importance de la détermination d'une normale et d'une coordonnée normale	26
2.1.2 Méthodes à un satellite : état de l'art	27
2.1.3 Apports et limites des méthodes "multi-satellites"	30
2.1.4 Détermination d'une coordonnée : le "transition parameter" (paramètre de profondeur)	32
2.2 Fonctionnement de la méthode BV	33
2.2.1 Principes de la méthode	34
2.2.2 Initialisation de la méthode	35
2.2.3 Détermination de la normale et de la coordonnée	40
2.3 Profils spatiaux et comparaison aux autres méthodes pour la traversée du 03 mars 2008	41
2.3.1 Comparaison aux autres méthodes	41
2.3.2 Profils spatiaux	43
2.4 Domaine de validité et discussion	46

Dans ce chapitre, nous allons entrer dans le coeur du travail de la thèse. La première partie de celui-ci a consisté à créer une nouvelle méthode à un satellite de détermination de normale et de coordonnée à la magnétopause. Nous allons rappeler pourquoi ce problème est à la fois important et non trivial, et donner un état de l'art des différentes méthodes existantes. Ensuite, nous présenterons notre nouvelle solution, expliquée de manière détaillée dans [Dorville *et al.* 2014a]. Nous donnerons une idée de son intérêt en l'appliquant à un cas concret de traversée de la frontière. Enfin nous discuterons de son domaine d'application et de ses avantages et inconvénients par rapport aux autres méthodes à un satellite, qui seront testés qualitativement et quantitativement dans le chapitre suivant.

2.1 Des méthodes existantes insuffisantes pour un problème crucial

2.1.1 Importance de la détermination d'une normale et d'une coordonnée normale

Comme nous l'avons dit en introduction, la magnétopause est la frontière entre la magnétogaine, plasma dense et froid du vent solaire choqué, et la magnétosphère, chaude et peu dense, dominée par le champ terrestre. L'étudier expérimentalement est rendu difficile par le fait que la frontière n'est pas fixe. Sa position radiale en fonction de la latitude $r(\theta)$ est assez bien modélisée par des formes fonctionnelles dépendant de la composante B_z du champ magnétique interplanétaire et de la vitesse du vent solaire, mais trop grossièrement pour prédire la position "exacte" de la frontière dans un jeu de données. Cela montre donc à la fois que la position de la magnétopause varie en fonction, au moins, de ces paramètres, et que les connaître n'est pas une assurance suffisante pour l'étudier expérimentalement. De plus, la forme de la frontière n'est pas localement parfaitement déterminée. Elle peut être perturbée par des ondes de surface, ou être le siège d'événements de reconnexion, et d'instabilités comme Kelvin-Helmoltz, Rayleigh-Taylor, ou encore l'instabilité de tearing. Il n'est donc pas possible de savoir exactement quand un satellite va rencontrer la magnétopause, quelles seront alors son orientation et sa forme, donc finalement de transformer a priori mesures temporelles effectuées par les différents appareils en informations "spatiales" sur la structure de la frontière, ce qui est nécessaire pour l'étudier.

En revanche, pour analyser la frontière, on peut parfois la considérer comme stationnaire, ce qui revient à dire que les traversées par un satellite sont trop rapides pour que la structure de la discontinuité ait significativement changé entre le début et la fin d'une traversée (en ce qui concerne les études n'utilisant qu'un seul satellite). Notons que ces traversées sont toujours dues au mouvement de la frontière (quelques dizaines de $km.s^{-1}$), devant lequel la vitesse du satellite est négligeable. Cette hypothèse est élargie dans le cadre des études multi-satellites, mais doit alors être manipulée avec d'autant plus de précautions, notamment lorsqu'il s'agit de faire des corrélations entre les profils observés par les quatre satellites de la mission Cluster comme le souligne [Paschmann *et al.* 2005b].

Une deuxième hypothèse couramment faite pour étudier la frontière est que les variations sont approximativement unidimensionnelles (1D), dirigées selon la direction normale à la frontière. Cela ne signifie pas qu'il n'y a pas de variations tangentielles du tout, mais simplement que les distances caractéristiques sur lesquelles elles ont lieu sont très grandes devant celles caractérisant les variations suivant la direction normale.

Ces deux hypothèses formulées, deux informations deviennent particulièrement

intéressantes pour étudier la magnétopause :

- Déterminer la direction normale, selon laquelle ont lieu toutes les variations de profils à l'échelle de la traversée. Des informations telles que la valeur de la composante normale du champ magnétique et l'existence et la valeur d'une vitesse normale dans le repère de la discontinuité sont en effet, comme nous l'avons vu, des informations essentielles pour étudier la nature physique de la frontière.
- Déterminer une coordonnée normale, selon cette direction, afin d'être capable de tracer les profils des quantités mesurées au passage de la frontière, et, éventuellement, de calculer des gradients.

Afin de réaliser le premier objectif, un certain nombre de méthodes ont été développées depuis longtemps, utilisant les données d'un seul satellite pour tirer profit des premières expériences d'exploration, ou plusieurs afin de tirer partie de toutes les possibilités offertes par des missions comme Cluster ou Thémis. Nous les présenterons respectivement dans les deux prochains paragraphes. Ensuite, nous reviendrons sur la méthode du "transition parameter" qui vise à déterminer une pseudo-coordonnée le long de la normale, avant de passer à la présentation de notre méthode BV proprement dite, dont le but est de réaliser les deux objectifs en même temps.

2.1.2 Méthodes à un satellite : état de l'art

Un certain nombre de méthodes à un seul satellite ont été développées par le passé pour déterminer la direction normale à la frontière. Certaines d'entre elles sont décrites extensivement dans [Paschmann & Daly 1998], et la plupart dans [Sonnerup *et al.* 2006]. Nous allons ici détailler les plus importantes et les plus utilisées d'entre elles.

2.1.2.1 Minimum Variance Analysis

La méthode d'analyse de variance minimale appliquée au champ magnétique (MVAB) est la plus couramment utilisée et la plus facile d'application. Elle découle assez facilement de l'hypothèse que la couche est 1D. En effet, il suffit alors d'écrire l'équation de Maxwell-Thomson, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, qui devient de manière immédiate $\partial_N B_N = 0$. Cela signifie que le champ magnétique normal doit être conservé, le long de cette même direction normale, à la traversée de la frontière.

Cette situation idéale est en pratique impossible à atteindre dans les données, étant donné l'existence d'erreurs de mesure et d'échantillonnage, de "bruit" et d'ondes ayant des directions de propagation non alignées avec la normale, ou encore de structures au sein de la frontière. On fait donc l'hypothèse que la direction normale est bien la direction de variance **minimum**, même si en pratique cette variance

est non nulle. Afin de trouver cette direction, il suffit alors de calculer la matrice de variance-covariance du champ magnétique :

$$M_{ij} = \langle B_i B_j \rangle - \langle B_i \rangle \langle B_j \rangle \quad (2.1)$$

avec ij deux directions du repère d'étude.

Cette matrice est symétrique, donc diagonalisable, avec des valeurs propres réelles et des vecteurs propres orthogonaux. Le vecteur propre \mathbf{e}_N associé à la plus petite valeur propre, λ_N , correspond au vecteur de base de la direction normale. On appelle de même direction M la direction correspondant à la valeur propre intermédiaire, et L la direction selon laquelle le champ varie le plus. Ces vecteurs de base définissent le repère LMN, couramment utilisé. On peut alors construire ce qu'on appelle les paires d'hodogrammes du champ magnétique, les courbes $B_L(B_M)$ et $B_L(B_N)$ dans ce repère.

Bien que souvent utilisée du fait de sa simplicité à mettre en oeuvre pour un résultat adapté à un grand nombre de problèmes, cette méthode est relativement peu précise, et ne peut nous satisfaire s'il s'agit d'étudier finement la structure de la frontière. Elle comporte tout d'abord une erreur statistique d'échantillonnage que l'on peut calculer par la formule suivante :

$$\Delta\phi_{ij} = \sqrt{\frac{\lambda_N}{M-1} \frac{\lambda_i + \lambda_j - \lambda_N}{(\lambda_i - \lambda_j)^2}} \quad (2.2)$$

avec $\Delta\phi_{ij}$ l'erreur angulaire entre deux directions i et j , et M la taille de l'échantillon. Cette erreur atteint facilement 5 à 10 degrés, même dans les cas assez favorables.

Ensuite, la méthode est aussi fragile car les variations dans la direction M sont parfois faibles et dominées par le bruit. Il est couramment admis que l'utiliser nécessite de bien contrôler le ratio λ_M/λ_N . Nous verrons plus loin que ce critère n'est pas toujours suffisant, car le bruit n'est pas nécessairement isotrope et peut donc provoquer l'existence d'une séparation factice entre ces deux directions.

Pour remédier à certains de ces défauts, il est courant d'appliquer cette méthode en y ajoutant une contrainte, $B_N = 0$ (on utilise alors l'acronyme MVAB0 ou MVABC), faisant l'hypothèse que la couche analysée est tangentielle (donc $B_N = 0$), ou que de fait B_N est toujours faible si non nul. L'erreur ainsi introduite peut être beaucoup plus faible que celle de MVAB. Cependant, cette hypothèse n'est pas toujours raisonnable, et surtout ne permet pas de déterminer convenablement la valeur de B_N .

2.1.2.2 Les (autres) méthodes de "Generic Residue Analysis"

Pour améliorer cette approche un peu "naïve" (mais souvent utile), un certain nombre d'autres méthodes à un satellite ont été développées. La plupart, présentées

2.1. Des méthodes existantes insuffisantes pour un problème crucial 29

dans [Sonnerup *et al.* 2006], sont basées sur la minimisation de résidus, à partir des lois de conservation déjà exprimées plus haut. Si on utilise la notation d'Einstein, toutes ces lois peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial t} + \frac{\partial q_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.3)$$

où η_i est la densité de la quantité conservée et q_{ij} le tenseur de transport correspondant.

En supposant une vitesse constante de la discontinuité, la dépendance en temps peut être ignorée en se plaçant dans le repère adéquat et le problème se réduit à la diagonalisation d'une matrice de variance-covariance, comme pour MVAB(0), qui en est un cas particulier. On dérive ainsi une série de méthodes :

- La méthode de variance maximale du champ électrique MVAE, basée sur l'équation de Maxwell-Faraday, qui veut que le champ électrique tangentiel reste constant au travers de la couche. On cherche alors la direction \mathbf{N} dans laquelle le champ varie le plus. Essayer d'annuler ce champ (chercher un référentiel de deHoffmann-Teller) permet par ailleurs ensuite d'estimer la vitesse de la frontière. En pratique, on utilise souvent $-\mathbf{V} \otimes \mathbf{B}$ comme approximation pour le champ électrique.
- La méthode de variance minimale de la vitesse MVAV, similaire en tout point à MVAB en utilisant le vecteur vitesse à la place de \mathbf{B} .
- La méthode MMR qui exprime la conservation du flux de masse, donc le fait que ρV_N est une constante à travers la frontière. Comme la précédente elle n'utilise que des mesures de plasma. Cela peut poser des problèmes du fait des erreurs d'estimation de la densité ou de la vitesse dues aux ions froids ou lourds.
- La méthode MFR, de minimisation du résidu de Faraday (voir par exemple [Khrabrov & Sonnerup 1998]), se base aussi sur l'équation de Maxwell-Faraday, pour déterminer à la fois un référentiel et une direction normale tels que \mathbf{E}_T soit aussi constant que possible.
- Enfin, on peut construire encore d'autres méthodes, moins courantes et nécessitant encore davantage de mesures, pour exprimer la conservation de l'impulsion, de l'énergie, de l'entropie.

L'apport de [Sonnerup *et al.* 2006] est surtout d'avoir formalisé ces méthodes de manière généralisée et d'en avoir déduit la possibilité d'une méthode "COM", consistant à les combiner entre elles pour obtenir une normale moins sensible aux possibles échecs de chacune. L'idée consiste à simplement additionner les matrices

de variance-covariance, avec un poids raisonnable, c'est-à-dire au minimum sensible aux séparations des valeurs propres pour chacune des matrices. En diagonalisant cette matrice, on obtient alors la normale de la méthode COM.

Ce paragraphe n'a pas pour objet de discuter des mérites de ces méthodes, qui présentent toutes différentes hypothèses physiques et de possibles erreurs statistiques, et s'appuient sur des jeux de données distincts présentant des contraintes expérimentales différentes. Leur comparaison avec BV sera en effet réalisée dans un chapitre suivant. On peut néanmoins mettre l'accent sur le fait qu'elles supposent en général une vitesse constante de la frontière, ce qui n'est pas souvent vérifié comme expliqué plus haut en introduction. Nous allons maintenant détailler les apports possibles de l'utilisation de plusieurs satellites, et les nouvelles méthodes ainsi accessibles.

2.1.3 Apports et limites des méthodes "multi-satellites"

Avec l'arrivée des missions Cluster et THEMIS, un certain nombre de méthodes ont été proposées pour profiter des opportunités offertes par les mesures d'un essaim de satellites. Elles sont largement décrites dans [Paschmann & Daly 1998] et [Paschmann & Daly 2008], mais nous allons en donner un aperçu.

La première idée, qui fait la transition avec le paragraphe précédent, peut être d'utiliser une méthode "COM" ne combinant pas simplement les matrices de variance-covariance de différents résidus, mais aussi des mêmes résidus pour différents satellites. Elle est mise à profit dans des cas particuliers où la discontinuité est fine, donc où l'on a peu de points de mesures, mais où les traversées sont suffisamment rapprochées (en temps, en espace) et ressemblantes pour qu'on puisse raisonnablement penser que la frontière n'a pas sensiblement évolué entre les observations par les différents satellites. Comme pour toutes les méthodes de "timing" qui vont être présentées, cette hypothèse est la principale faiblesse de la méthode, au sens où cela restreint drastiquement son champ d'application, puisqu'il n'est pas rare comme nous l'avons vu que la frontière n'ait pas une vitesse constante, soit épaisse, et change relativement significativement entre deux traversées de satellites de Cluster.

Une autre grande classe de méthodes multi-satellites est l'ensemble des méthodes dites de "timing". Il s'agit d'utiliser les informations sur les temps correspondant aux traversées de la frontière par les N satellites (pour Cluster, $N=4$) et leurs durées pour obtenir des informations sur la frontière, notamment sa normale, sa vitesse, et son épaisseur, sous l'hypothèse 1D (ou en prenant en compte une possible courbure, avec alors d'autres limitations) et stationnaire. En général, on utilise pour déterminer ces temps et intervalles les mesures de champ magnétique, à la meilleure résolution, mais en théorie n'importe quelle quantité présentant un gradient significatif pourrait faire l'affaire.

2.1. Des méthodes existantes insuffisantes pour un problème crucial 31

La méthode la plus simple consiste à supposer que la vitesse de la frontière est une constante, ce qui est comme nous l'avons vu limitant en ce qui concerne les traversées de magnétopause. Il s'agit de la méthode CVA (constant velocity analysis), exposée pour la première fois dans [Russell *et al.* 1983]. En prenant un satellite de référence (par exemple le premier à traverser la frontière) et en calculant les $\Delta \mathbf{R}_i$ et les Δt_i , respectivement différences de position et de temps des autres traversées par rapport à la référence, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} \Delta R_{1x} & \Delta R_{1y} & \Delta R_{1z} \\ \Delta R_{2x} & \Delta R_{2y} & \Delta R_{2z} \\ \Delta R_{3x} & \Delta R_{3y} & \Delta R_{3z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Alors, on a bien un système de trois équations à trois inconnues qui permet d'obtenir les $\frac{N_i}{V}$, la condition de normalisation de la normale \mathbf{N} donnant directement le module de la vitesse normale V_N .

Cette méthode, utile dans les cas de traversées rapides et rapprochées, se heurte néanmoins à l'hypothèse très forte de vitesse constante de la frontière, non seulement au cours de la traversée par un satellite mais aussi entre les différentes traversées par les quatre satellites. Une accélération constante peut être ajoutée en supposant que la vitesse moyenne durant une des traversées coïncide avec la vitesse du flot mesurée par le satellite.

Pour alléger les hypothèses sur la vitesse, [Haaland *et al.* 2004] a proposé la méthode CTA (constant thickness analysis), qui suppose plutôt que l'épaisseur de la frontière est constante. Alors, on peut aller jusqu'à un polynôme d'ordre trois pour la vitesse et écrire, pour chaque satellite :

$$\Delta R_i \cdot \frac{\mathbf{n}}{d} = a_0 \frac{\Delta t_i}{d} + a_1 \frac{\Delta t_i^2}{d} + a_2 \frac{\Delta t_i^3}{d} + a_3 \frac{\Delta t_i^4}{d} \quad (2.5)$$

où d est l'épaisseur de la magnétopause.

Les quotients $\frac{A_i}{d}$ sont déterminés en intégrant la vitesse pour chaque traversée entre le temps de début et le temps de fin de la traversée et en comparant le résultat à d_i . Ces coefficients connus, on a alors trois équations (pour les trois satellites hors référence), auxquelles il faut ajouter la normalisation de \mathbf{n} , ce qui permet de calculer la normale, puis l'épaisseur constante et l'expression de la vitesse de la frontière. Ici, l'hypothèse forte est donc celle de stationarité entre la première et la dernière traversée (l'hypothèse cubique sur la vitesse pouvant engendrer des erreurs, mais moins fréquemment qu'une hypothèse de vitesse constante).

Enfin, en restant dans la même classe de méthodes, "planar DA" permet de déterminer plus précisément à la fois épaisseur et vitesse (parabolique) pour chaque traversée, en supposant que la normale est connue (par MVAB par exemple).

Néanmoins, il reste toujours peu raisonnable, suivant le cas, de supposer une forme de vitesse parabolique entre plusieurs traversées, et la méthode n'apporte rien en ce qui concerne la détermination de la normale.

La dernière classe de méthodes multi-satellites que l'on évoquera ici est l'ensemble des méthodes qui se proposent de reconstruire la structure de la magnétopause en supposant que celle-ci est gouvernée par les équations de la MHD (voir par exemple [De Keyser 2005]). L'hypothèse est faite que la frontière est 2D et stationnaire, et on résout les équations de Grad-Shafranov. Ici, l'hypothèse de la planarité est donc levée, mais pas celle de la stationnarité. Étant donné qu'il est souvent difficile de savoir laquelle de ces deux hypothèses est la plus fragile, cette approche est intéressante et gagnerait à être comparée dans le futur avec celle que nous allons proposer plus loin dans ce chapitre.

2.1.4 Détermination d'une coordonnée : le "transition parameter" (paramètre de profondeur)

Le problème de la détermination d'une "coordonnée" définissant le passage de la magnétogaine à la magnétosphère a, pour sa part, été moins souvent abordé que celui de la détermination d'une normale. Ce qui se rapprocherait le plus d'une telle méthode est la construction du "transition parameter", proposé par [Hapgood & Bryant 1990] puis [Hapgood & Bryant 1992]. Les données électroniques observées autour de la frontière présentent un ordonnancement systématique reliant densité et température (la densité augmente quand la température diminue et inversement, en passant de la magnétogaine froide et dense à la magnétosphère chaude et ténue). La méthode proprement dite consiste à tracer la courbe $\log(N_e)$ en fonction de $\log(T_e)$ et à en faire un fit par une forme simple (qui varie d'un cas à un autre). On attribue alors l'indice 0 à la magnétogaine et l'indice 100 à la magnétosphère, qui constituent un pôle de points aux extrémités de cette courbe, et le paramètre de profondeur est la coordonnée curviligne permettant de passer de l'une à l'autre de ces extrémités.

En utilisant ce paramètre, on peut alors organiser les données de champ magnétique ou les mesures ioniques. [Lockwood & Hapgood 1997] donne des exemples de son utilisation avec les données de la mission AMPTE-UKS pour analyser la structure spatiale de la frontière, et la séparer des variations temporelles dues à l'existence de traversées multiples ou incomplètes. Ce dernier article décrit comment un modèle de magnétosphère ouverte permet d'expliquer le comportement de ce paramètre, et comment celui-ci est en général adapté à l'ordonnancement des données à la magnétopause. [Foullon *et al.* 2008] développe une méthode pour utiliser ce "transition parameter" afin de déterminer l'épaisseur de la "electron boundary layer".

Cette méthode de paramètre de profondeur sur les données électroniques permet

donc de construire une pseudo-coordonnée intéressante physiquement. Cependant, elle ne répond pas tout à fait aux attentes développées plus haut. En effet, si l'on peut l'utiliser pour calculer une épaisseur ou définir dans quelle "zone" le satellite se trouve, ce n'est en revanche pas une coordonnée physique le long de la direction normale à la frontière, dont on pourrait se servir pour calculer des dérivées ou tracer de véritables profils spatiaux. Elle n'a en effet aucune raison, en général, d'être une fonction linéaire de la position "physique" (en unités de longueur), par construction. De plus, elle ne s'intéresse pas à la détermination de la normale, et il faut donc la coupler avec une autre méthode si on souhaite déterminer cette dernière.

2.2 Fonctionnement de la méthode BV

Dans cette section, nous allons maintenant expliquer de manière détaillée le fonctionnement de la méthode BV. Par souci de clarté, nous utiliserons pour ce faire un cas d'étude concret de traversée de magnétopause, lorsque le satellite C3 de la mission Cluster rencontre la frontière le 03 mars 2008 aux alentours de 23h15 (voir la Fig. (2.1)). L'essentiel de cette section est présenté, de manière plus concise, dans la section 2 de [Dorville *et al.* 2014a].

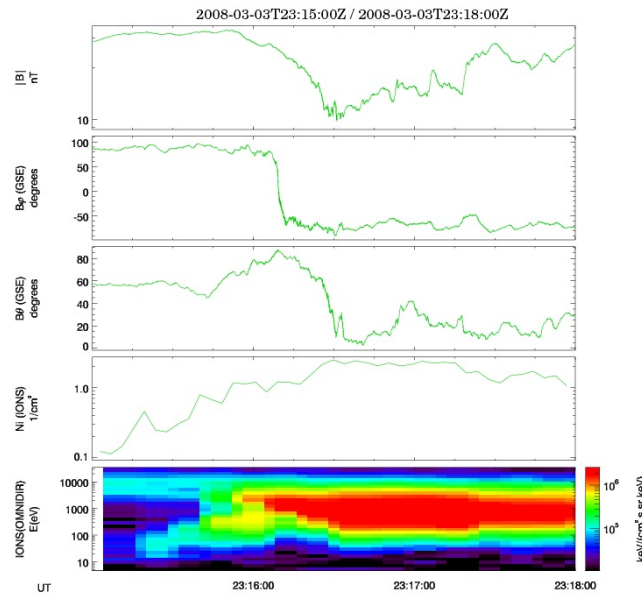


FIGURE 2.1 – Densité, spectrogramme d'énergie et champ magnétique observés par Cluster (C3) le 03 mars 2008 autour de 23 :15. Le changement de composition du plasma, les transitions en densité et en champ magnétique marquent la traversée de la frontière

2.2.1 Principes de la méthode

En premier lieu, il convient d'abord d'observer que les traversées de magnétopause présentent, dans le repère LMN défini plus haut, une courbe (B_L, B_M, B_N) plane, dans le plan tangentiel LM, du fait simplement de la conservation de B_N . De plus, ces hodogrammes $B_L(B_M)$ sont parfois en forme d'ellipse. Ce sont les cas "en C" (voir [Berchem & Russell 1982] et [Panov *et al.* 2011]), que nous allons tenter de traiter avec la méthode BV. Notre traversée test présente bien cette caractéristique comme le montre la Fig. (2.2).

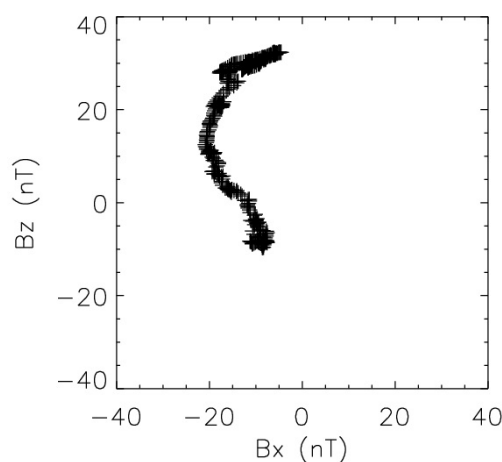


FIGURE 2.2 – Hodogramme dans le repère LMN du champ magnétique mesuré entre 23h15.15 et 23h16.45 par Cluster C3 le 03 mars 2008. La direction z correspond ici à la direction de variance maximale et la direction x à la variance intermédiaire.

L'idée de la méthode BV est de chercher le repère dans lequel les données ioniques et magnétiques forment un ensemble cohérent, sous les quelques hypothèses suivantes :

- La frontière est "1D", au sens habituel : on peut raisonnablement négliger les variations tangentielles devant les variations normales (les longueurs caractéristiques de variation suivant les directions tangentielles sont beaucoup plus grandes).
- La structure de la frontière est stationnaire. **En revanche, rien n'interdit à celle-ci de se déplacer avec une vitesse fortement variable, voire oscillante.**
- Le champ magnétique est bien décrit, dans le bon repère où y est la direction normale à la frontière et x et z deux directions tangentielles, par le modèle

elliptique B_m :

$$B_{mx} = B_{x0} \cos \alpha \quad (2.6)$$

$$B_{my} = B_{y0} \quad (2.7)$$

$$B_{mz} = B_{z0} \sin \alpha \quad (2.8)$$

avec :

$$\alpha = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) y/y_{max}, \quad (2.9)$$

y représente la position le long de la normale, centrée sur le début de la traversée (qu'on entre par la magnétogaine ou la magnétosphère) et y_{max} l'épaisseur totale de la frontière. Les autres quantités sont des paramètres à déterminer. On remarque que ce modèle correspond bien à un hodogramme elliptique, donc en C, et suppose par la dernière relation un déplacement angulaire sur l'ellipse proportionnel à la position.

- La position y est l'intégrale de la vitesse normale des ions, ce qui revient à dire que le flux à travers la frontière est négligeable. On suppose ici que la vitesse dans le repère de la frontière peut être négligée devant celle de la normale. C'est évidemment raisonnable pour une discontinuité tangentielle. Dans les faits, il est aussi souvent possible dans le cas de discontinuités rotationnelles d'utiliser BV pour déterminer la normale (le flux est alors constant mais non nul). Il faut alors penser à en tenir compte pour le calcul de la coordonnée (par exemple en retirant la vitesse d'Alfvén correspondant au B_N calculé).

On cherche donc, par un processus de minimisation de la distance entre les données et le modèle, le repère cohérent avec ces hypothèses.

2.2.2 Initialisation de la méthode

En premier lieu, il est nécessaire d'initialiser correctement la méthode BV à l'aide des données de champ magnétique, mesurées lorsqu'on traite des données de Cluster par l'instrument FGM (voir [Balogh *et al.* 1997]). En effet, le processus de minimisation qui forme le corps de la méthode est assez sensible à l'existence de minima locaux de la distance entre le modèle et les données, et il faut donc ne pas partir trop loin du bon repère et du bon fit elliptique.

Pour ce faire, on se place en premier lieu dans le repère LMN global en effectuant un simple MVAB0 (donc avec la contrainte du champ magnétique normal nul, cette méthode étant comme on le verra par la suite moins sensible et généralement plus fiable que MVAB, malgré son biais systématique). Cela permet d'avoir accès avec une assez bonne précision à la direction de variance maximale du champ magnétique, qui nous est nécessaire pour déterminer les limites de la traversée. En effet, il est raisonnable, au regard de l'hypothèse de variation linéaire

de l'angle sur l'ellipse en fonction de l'intégrale de la vitesse, de ne travailler que sur "l'intérieur de la frontière". Il faut donc écarter les plages de données où le satellite est clairement dans la magnétosphère ou la magnétogaine. Pour cela, nous lissons B_L et calculons la dérivée temporelle de ce champ lissé. Nous ne gardons que la série temporelle située au milieu de deux bornes, droite et gauche, où cette valeur atteint un certain seuil (dépendant des caractéristiques moyennes du cas étudié).

Ayant fait ceci, nous disposons donc de la série temporelle que nous allons analyser et d'une première approximation du repère correct. La suite de l'initialisation consiste à effectuer une rotation de ce repère autour de la direction N de MVAB0, pour chercher le repère où $B_L(B_M)$ est cohérent avec l'hypothèse elliptique, c'est-à-dire où les carrés de ces deux quantités sont reliés par une fonction affine. On obtient des courbes comme celles présentées Fig. (2.3).

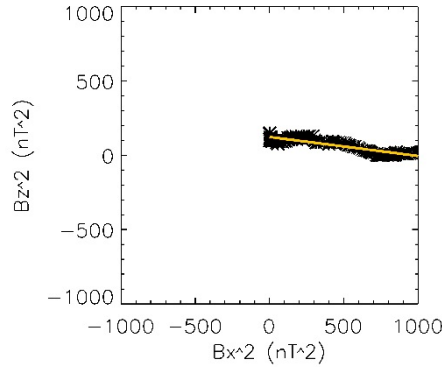


FIGURE 2.3 – Carré de B_L en fonction du carré de B_M pour les données sélectionnées de la traversée du 03/03/2008 et dans le repère de MVAB0, et fit par une droite.

Ces courbes ne représentent évidemment pas le meilleur fit possible, puisque l'on reste sous l'hypothèse restrictive du champ normal nul, mais ce repère permet d'initialiser l'ensemble des paramètres définissant l'ellipse (les B_{x0} , B_{y0} , B_{z0} , α_1 et α_2 du système) de manière satisfaisante. Cette initialisation est faite en utilisant la méthode de Powell, précodée en IDL. Cette méthode est un algorithme, proposé dans [Powell 1964], qui permet de trouver le minimum **local** (d'où la nécessité des différentes étapes d'initialisation, y compris celle-ci, avant le run final de BV) d'une fonction de deux ou plusieurs paramètres. La fonction n'a pas besoin d'être analytique, et on ne fournit pas ses dérivées.

On minimise à l'aide de Powell la distance suivante :

$$\sum (B_d - B_m)^2 \quad (2.10)$$

avec B_d la mesure et B_m le modèle, la distance $(B_d - B_m)^2$ étant ici purement analytique pour chaque point de données en fonction des cinq paramètres énumérés au dessus.

Cette étape est en fait réalisée deux fois, sur des sélections de points différentes, pour trouver une ellipse qui ne soit pas perturbée par l'existence d'ondes ou de points trop éloignés du corps de la forme de l'hodogramme. La première fois, on travaille donc sur un certain nombre de points "représentatifs", en écartant les "paquets" de points et les points esseulés. Pour faire cela, on calcule la distance de chaque point à tous ses voisins, et on écarte les points qui n'ont aucun voisin proche, tout en ne représentant les amas de points que par un seul point (ceci afin de ne pas sur-représenter une zone de stagnation de la frontière dans la détermination de la forme du fit). Dans un deuxième temps on refait tourner la procédure avec cette fois un nombre égal de points par tranche angulaire de l'ellipse déterminée par le premier fit. On trouve ainsi une ellipse approchée qui représente de manière raisonnable le jeu de données, sans être trop influencée par l'existence d'ondes ou de périodes de stagnation de la frontière. Le résultat de ce fit est présenté dans la Fig. (2.4).

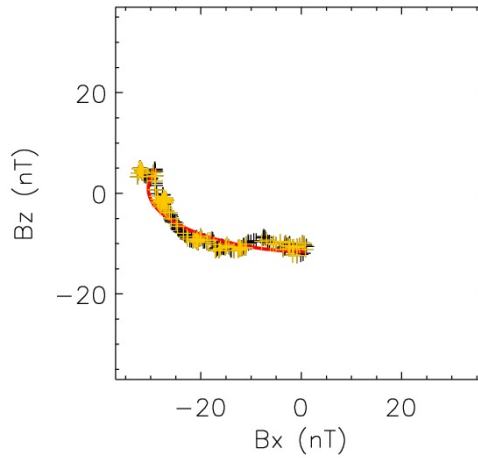
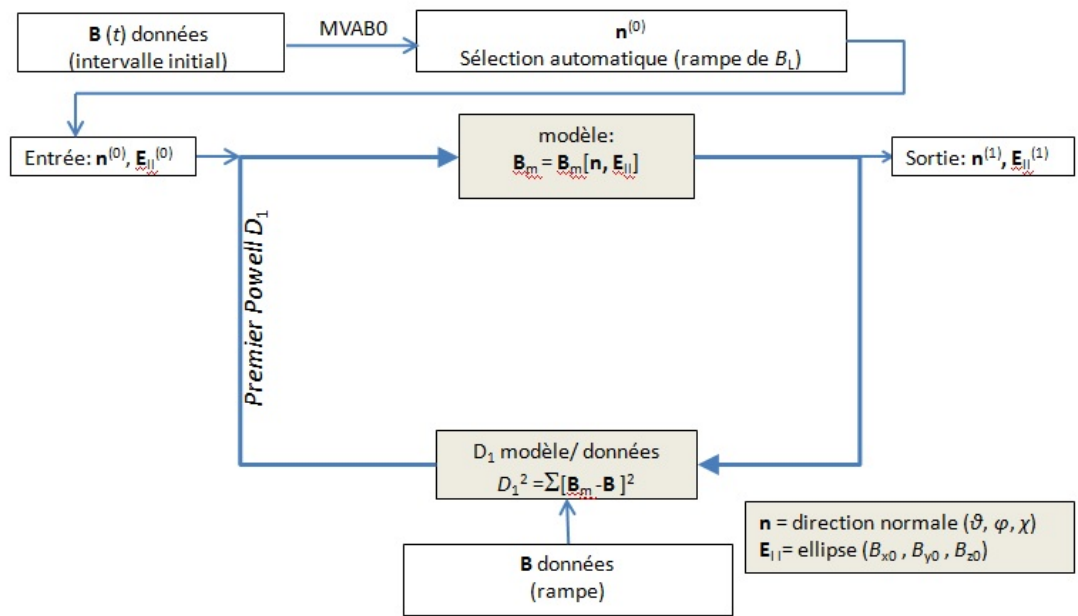


FIGURE 2.4 – Hodogramme des données (en noir), première sélection (en jaune) et fit elliptique (en rouge), dans le repère de MVAB0, pour la traversée du 03/03/2008

A la suite de ce processus d'initialisation, résumé dans les deux Fig. (2.5) et (2.6), on possède donc une sélection d'un intervalle temporel et une initialisation de l'ellipse et du repère de travail. Pour la suite du traitement, on inclut de nouveau l'ensemble des points de l'intervalle temporel considéré.



Etape 1 : Sélection de l'intervalle et initialisation grossière

FIGURE 2.5 – Première phase d'initialisation de la méthode BV avec les données de champ magnétique.

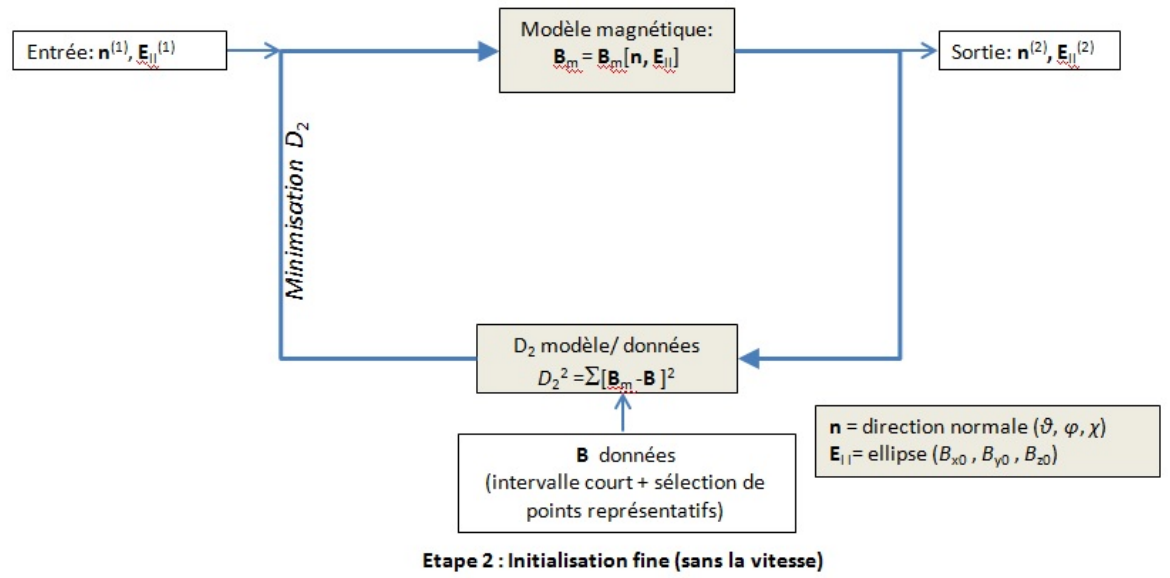


FIGURE 2.6 – Seconde phase d’initialisation de la méthode BV avec les données de champ magnétique.

2.2.3 Détermination de la normale et de la coordonnée

Lors de la dernière étape, qui forme le "cœur" de la méthode, nous allons réintroduire les variations temporelles (en plus de la simple forme de l'hodogramme), et ajouter les données de vitesse ionique (typiquement mesurées par l'instrument CIS/HIA, [Rème *et al.* 1997]). Enfin nous allons de nouveau autoriser le repère à varier (et donc la normale à différer de celle de MVAB0). Le processus consiste encore à utiliser Powell, avec les paramètres précédents auxquels on ajoute trois angles, θ , ϕ , χ . La distance est déterminée de la manière suivante :

- Les données (vitesse/champ magnétique) sont transposées dans un nouveau repère à partir de celui de MVAB0 à l'aide d'une matrice de rotation $M(\theta, \phi, \chi)$.
- On calcule la position le long de la normale de tout point de données de manière discrète par :

$$y[i] = y[i - 1] - \frac{V_N[i] + V_N[i - 1]}{2}(t[i] - t[i - 1]) \quad (2.11)$$

L'axe est orienté vers l'autre côté de la frontière, donc la frontière se déplace vers nous (et on augmente y) si la vitesse de celle-ci est négative, d'où le signe utilisé. Le même raisonnement est valable avec l'orientation inverse de la normale. La vitesse normale utilisée est celle de CIS/HIA, sur la direction normale obtenue par rotation, et interpolée aux points de résolution de FGM.

- On calcule alors le modèle **temporel** déjà défini plus haut à partir des paramètres définissant l'ellipse et des $y(t)$ et y_{max} obtenus au point précédent.
- On calcule la distance entre le modèle temporel et les données, définie de la manière suivante :

$$D = \sum \sqrt{(B_{dx}(t) - B_{mx}(t))^2 + (B_{dy}(t) - B_{my}(t))^2 + (B_{dz}(t) - B_{mz}(t))^2} \quad (2.12)$$

C'est cette distance qui est minimisée par l'algorithme de Powell.

Dans la procédure, on revient bien entendu dans le repère initial à chaque fin d'itération.

A l'issue de ce processus, on a donc obtenu, sous les hypothèses définies en début de section :

- Un repère d'analyse de la traversée de magnétopause, et notamment une direction normale à la frontière.
- Une coordonnée le long de la direction normale.

- Un fit du champ magnétique.

tels que l'ensemble forme un tout auto-cohérent.

Les résultats de cette procédure sont représentés pour notre exemple sur la Fig. (2.7). Les distances sont prolongées linéairement au delà de l'intervalle de sélection pour les besoins de la représentation. On constate que la direction normale trouvée est bien raisonnable. B_N est constant et en moyenne égal à 1.8 nT. L'épaisseur de la frontière est de l'ordre de 1800 km et les coefficients de corrélation du fit et des données sont de 0.99 et 0.95 pour les deux composantes tangentielles. Le fonctionnement de cette dernière partie de la méthode est résumé dans la Fig. (2.8).

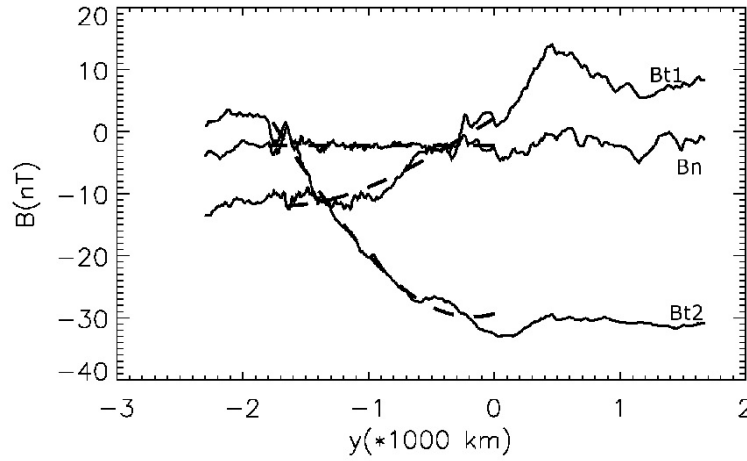


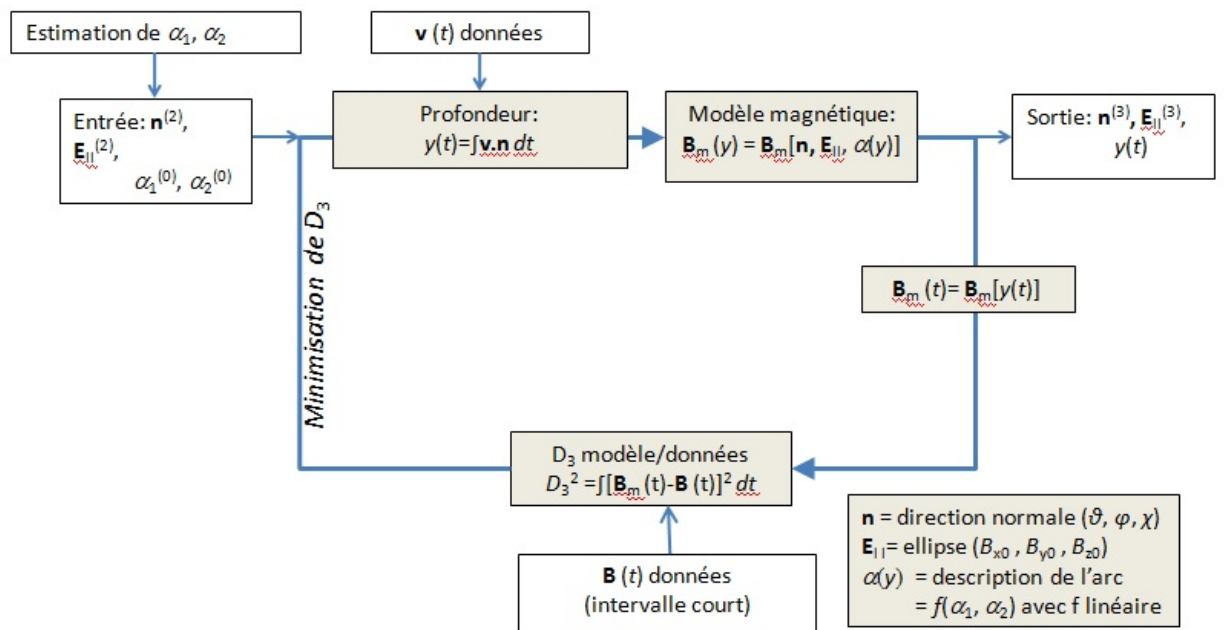
FIGURE 2.7 – Profils spatiaux de champ magnétique (traits pleins) et fit obtenu par BV (pointillés), dans le repère de BV, pour la traversée du 03/03/2008, en fonction de la profondeur obtenue (et prolongée linéairement au delà des limites de l'analyse)

Maintenant, nous allons donner un aperçu des possibles utilisations de la méthode BV en terminant l'étude de cas de cette traversée de magnétopause.

2.3 Profils spatiaux et comparaison aux autres méthodes pour la traversée du 03 mars 2008

2.3.1 Comparaison aux autres méthodes

Pour cette étude de cas, nous avons choisi une traversée à l'hodogramme sensiblement courbé, et avec un champ magnétique normal proche de 0. Il ne s'agit donc pas d'un cas "difficile" à analyser par l'une ou l'autre des méthodes existantes décrites plus haut. Avec l'aide de Stein Haaland, nous avons comparé les normales trouvées dans le repère GSE par BV et des méthodes de "Generic Residue



Etape 3: méthode BV proprement dite (avec les données de vitesse)

FIGURE 2.8 – Fonctionnement du coeur de la méthode BV, avec le champ magnétique et la vitesse ionique.

Analysis" dans ce cas particulier. On trouve :

méthode	normale	angle avec BV en degrés
MVAB	[0.99, 0.16, 0.01]	8.7
MFR	[0.96, 0.22, -0.17]	17
MVAV	[0.96, 0.23, -0.17]	16.9
COM	[0.95, 0.24, -0.17]	18.7
MVAB0	[0.98, 0.17, -0.11]	12.7
BV	[0.99, 0.05, 0.03]	0

On constate que, dans ce cas "favorable", elles sont toutes relativement proches les unes des autres et essentiellement orientées suivant X_{GSE} . Ce n'est pas le cas général, pour ce qui concerne BV comme pour les autres méthodes entre elles. Une étude détaillée de validation de BV sera effectuée dans le prochain chapitre, sur des données générées, simulées, et sur un échantillon statistique de traversées de magnétopause.

Ayant trouvé que la normale calculée par BV était raisonnable dans ce cas particulier, et, le champ magnétique normal étant sensiblement nul, la magnétopause analysée ici peut être considérée comme une discontinuité tangentielle. Cela justifie a posteriori l'hypothèse que la vitesse normale mesurée est bien la vitesse de la discontinuité, le flux étant nul. Nous pouvons donc nous servir de notre coordonnée pour tracer les profils spatiaux de diverses quantités.

2.3.2 Profils spatiaux

En premier lieu, présentons sur la Fig. (2.9) l'évolution en fonction du temps de y , comparée à celles de V_n et B_L . Nous constatons encore ici qu'il s'agit d'un cas "simple", au sens où la vitesse de la frontière est peu variable. y est donc par construction assez linéaire et il n'y a pas d'accélération franches de la variation de B_L ni de pauses dans la traversée. Que toutes les méthodes comparées soient en bon accord n'est donc pas surprenant.

Pour compléter la validation du repère trouvé, nous pouvons tracer le profil spatial du champ électrique. Nos profils spatiaux sont limités ici à la zone où nous avons déterminé une coordonnée par BV. \mathbf{E} est représenté sur la Fig. (2.10)

Comme on le constate, on trouve des champs électriques tangentiels constants, et ici nuls, ce qui vient renforcer l'idée que la normale est bien déterminée (comme expliqué plus haut, seul E_N est autorisé à varier). Il n'est pas possible ici d'annuler E_N par changement de référentiel, ce qui renforce l'idée qu'il s'agit bien d'une discontinuité tangentielle. Celui-ci continue à varier en dehors de l'intervalle où l'on définit la coordonnée. Rappelons que cet intervalle est restreint de manière stricte, non pas pour contenir tous les gradients mais pour s'assurer d'être au centre de

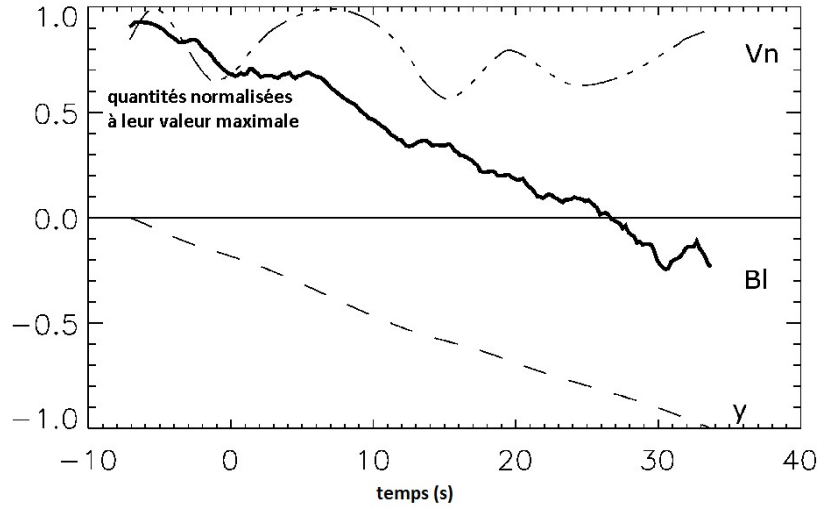


FIGURE 2.9 – y , V_N et B_L normalisés au cours de la traversée de magnétopause du 03 mars 2008. Le temps est centré au milieu de l'intervalle fourni en entrée à BV.

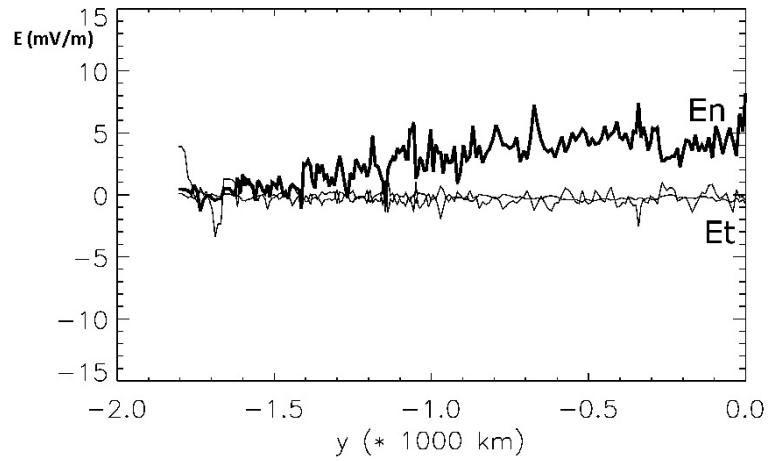


FIGURE 2.10 – Champ électrique normal (en gras) et tangentiel dans l'intervalle de fonctionnement de BV, pour la traversée du 03 mars 2008.

la couche afin d'avoir un déplacement angulaire sur l'hodogramme bien relié au déplacement de la frontière par rapport au satellite.

Nous pouvons bien entendu réaliser le même type de graphique avec les mesures ioniques de densité, température, pression, présentées sur la Fig. (2.11).

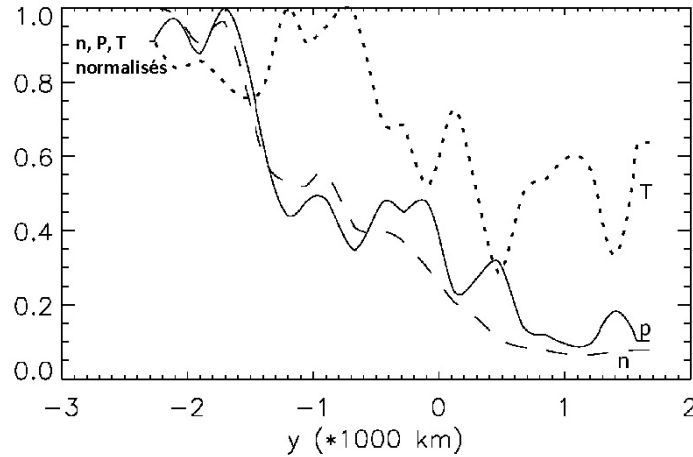


FIGURE 2.11 – Densité, pression, température des ions, normalisés à leur valeur maximale, en fonction de la profondeur.

On retrouve, comme on s'y attendait, la décroissance de la densité d'un facteur proche de 10 entre la magnétogaine et la magnétosphère. En revanche, au moins localement, celle-ci n'est pas compensée ici par un gradient de température. Il existe donc un gradient de pression sur cet intervalle.

Enfin, comme autre exemple des profils accessibles, on peut essayer de regarder comment certains types de fluctuations pénètrent ou pas dans la frontière en traçant l'évolution de l'énergie contenue dans le spectre des fluctuations magnétiques par plages de fréquences (logarithmiques, ie des daHz, hHz, kHz) en fonction de la profondeur. Cela donne la Fig. (2.12), obtenue à l'aide des données de l'instrument STAFF (voir par exemple [Cornilleau-Wehrlin *et al.* 2003]), développé au Laboratoire de Physique des Plasmas.

On constate, comme attendu, que cette quantité décroît fortement à la traversée de la frontière. De plus, on voit que la profondeur "de coupure" semble dépendre de la fréquence étudiée, les fréquences les plus basses pénétrant plus profondément dans la couche. Il pourrait être intéressant, maintenant que l'on dispose d'une coordonnée plus fiable, de poursuivre ce type d'études, fréquence par fréquence dans la mesure du possible, sur un certain nombre de cas où BV fonctionne bien.

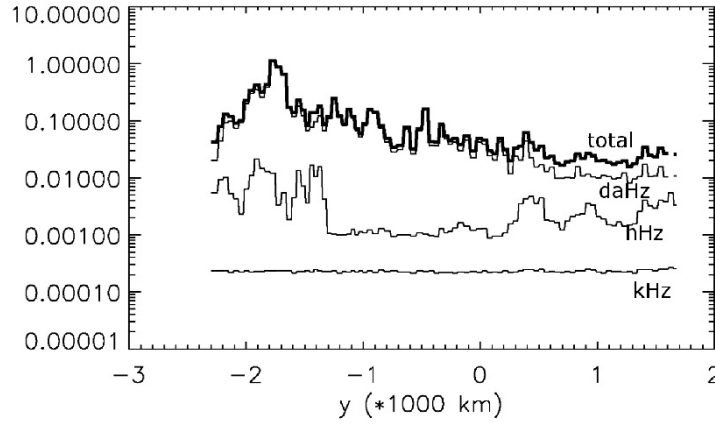


FIGURE 2.12 – Densité d'énergie du spectre des fluctuations magnétiques par plage de fréquence, et totale, en fonction de la profondeur

Ayant présenté le fonctionnement de la méthode BV et le type de résultats accessibles par cette procédure, nous allons discuter de son domaine de validité théorique, et le comparer aux autres méthodes.

2.4 Domaine de validité et discussion

Comme nous allons le voir, si la méthode BV a comme qualité de déterminer une bonne normale et dans le même temps une coordonnée spatiale associée, elle possède un domaine de validité différent de celui de la plupart des autres méthodes. Elle ne prétend donc pas s'y substituer, mais plutôt permettre des études détaillées de cas, ou des statistiques sur les cas adaptés (pour réaliser des "epoch analysis" de quantités dépendant de la position spatiale, ou des études nécessitant le calcul de dérivées ou une détermination précise de grandeurs normales). Un exemple d'étude utilisant BV est donné dans [Dorville *et al.* 2014b] et sera présenté dans le chapitre 4 de ce manuscrit.

En premier lieu, comme nous l'avons dit, la méthode BV partage avec la plupart des méthodes usuelles l'hypothèse 1D-stationnaire, qui semble souvent raisonnable au cours d'une traversée. En revanche, elle ajoute la condition, bien plus restrictive, que l'hodogramme du champ magnétique forme un C. On ne peut donc l'utiliser pour déterminer la normale d'une discontinuité qui serait strictement et uniquement coplanaire (comme un choc), ni pour les cas "en forme de S", ou "non-C".

De plus, comme nous l'avons vu, la méthode combine les données de champ magnétique et de vitesse ionique. Si la résolution du modèle est celle du champ mesuré par FGM (on utilisera usuellement pour BV le champ à 5 Hz, sauf lorsque

l'étude nécessite une meilleure précision), en revanche, la dépendance en vitesse mesurée par l'instrument CIS implique que l'on ne peut analyser des traversées que si elles ont une certaine durée, dans l'état actuel de l'instrumentation (au moins 20 à 30 secondes dans le gradient avec les instruments disponibles sur CLUSTER ou THEMIS). Cela impose aussi, sauf cas particulier de magnétopauses "très lentes", une certaine épaisseur de la frontière (de l'ordre de 500 km). Il est ainsi raisonnable d'avoir entre cinq et dix points de mesure de la vitesse dans le gradient, au minimum, soit avec une résolution de 0.25 Hz une trentaine de secondes de traversée au moins. C'est néanmoins une limitation faible, au sens où elle devrait disparaître avec l'arrivée des données de la future mission MMS.

Sous ces hypothèses restrictives, la méthode présente cependant, en plus de la détermination d'une coordonnée, un certain nombre d'avantages. Ainsi, en ce qui concerne le champ magnétique et la vitesse, les directions M et N seront bien déterminées si on peut distinguer dans les données les deux couples (B_N, V_N) et (B_M, V_M) . La dépendance linéaire choisie pour l'angle sur l'ellipse par rapport à la profondeur et le fait de négliger le flux de masse normal (en fait nul ou "petit" selon le type de discontinuité) sont des hypothèses simplificatrices, mais elles tendent surtout à imposer que la dérivée de B_L (et B_M s'il n'est pas quasiment constant) varie grossièrement aux mêmes endroits que V_N . Formulée ainsi, cette hypothèse est à la fois raisonnable et beaucoup plus large que l'hypothèse, couramment mise en défaut quand on utilise MVAV, des méthodes de variance de $\mathbf{V} \otimes \mathbf{B}$ ou du flux de masse, d'une vitesse constante de la frontière (on peut généraliser aux hypothèses des méthodes multi-satellites de vitesse constante, linéaire ou parabolique). Ainsi, l'étude (voir la Fig. (2.13)) des profils de y , B_L et V_N sur une traversée du 01/04/2008, aussi une discontinuité quasi-tangentielle, montre comment V_N peut varier de façon non triviale, mais corrélée à B , au cours d'une traversée. On y constate des zones de forte V_N , au début et à la fin de l'intervalle. Ces fortes V_N sont situées aux mêmes lieux que les sauts de B_L , tandis que dans les zones où cette vitesse est quasiment nulle B_L varie peu.

Dans ce cadre, on comprend que si B_N et B_M ont des profils peu différents, la méthode doit cependant fonctionner tant que la vitesse normale de la frontière ne varie pas comme V_M . Cela permet de traiter des cas où MVAB et MVAB0 (qui ne reposent que sur la comparaison de B_M et B_N), échoueront. De même, si V_N et V_M se ressemblent, on arrivera à trouver la bonne direction, et donc la bonne vitesse normale, tant qu'on séparera B_N et B_M (contrairement aux méthodes basées sur \mathbf{V}). On a donc bien cette condition moins restrictive de pouvoir séparer (B_N, V_N) et (B_M, V_M) et non pas les éléments des couples séparément.

Ayant extensivement présenté la nouvelle méthode BV, nous allons maintenant passer au chapitre dédié à sa validation et à sa comparaison aux différentes autres méthodes.

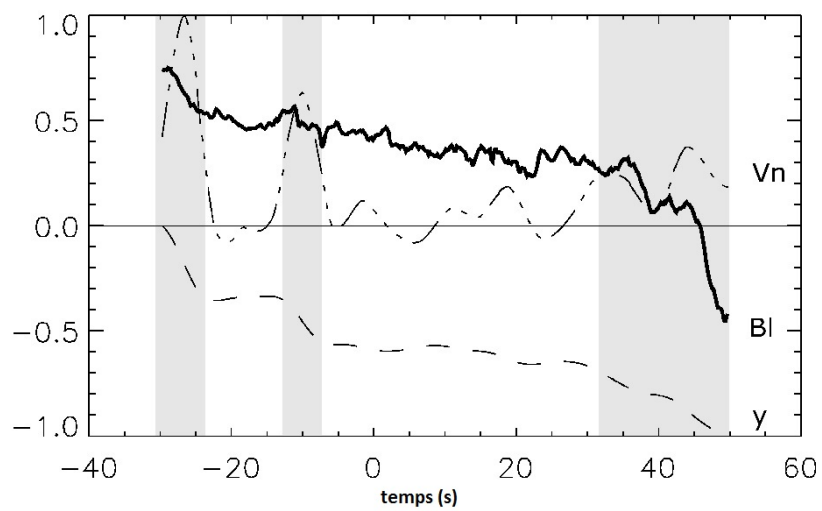


FIGURE 2.13 – y , V_N et B_L normalisés au cours d’une traversée de magnétopause du 01 avril 2008. Les zones de forte V_N sont grisées, elles correspondent aux variations rapides de B_L .

Tests de la méthode BV et statistiques

Sommaire

3.1 Quelques arguments en faveur des hypothèses de BV	49
3.1.1 Utilisation d'une forme elliptique	50
3.1.2 Dépendance en vitesse et en position de la rotation	52
3.1.3 Tests sur des données générées et de simulation	53
3.2 Comparaison de BV et des méthodes de résidus : une expérience numérique	55
3.2.1 Mode opératoire	55
3.2.2 Résultats et discussion	58
3.3 Comparaison statistique des différentes méthodes à un satellite sur un échantillon de traversées de la mission Cluster	60
3.3.1 Construction d'une base de données adaptée à l'étude	60
3.3.2 Résultats	61
3.4 Conclusion sur la méthode BV	65

Ayant présenté le fonctionnement de la méthode BV, ainsi que la plupart des autres méthodes à un ou plusieurs satellites, dans le chapitre 2, nous allons nous attacher à sa validation expérimentale. Pour cela, nous allons présenter un certain nombre d'arguments directement liés à BV. Puis, nous nous attacherons à une comparaison systématique avec les méthodes de "Generic Residue Analysis" (cf chapitre 2, [Sonnerup *et al.* 2006]), à la fois sur des données "artificielles" pour lesquelles la normale est connue et sur un échantillon statistique de traversées de magnétopause par Cluster. L'ensemble des études détaillées ici est synthétisé dans [Dorville *et al.* 2014a] et [Dorville *et al.* 2015] (2015, accepté par JGR, Space Physics).

3.1 Quelques arguments en faveur des hypothèses de BV

Nous allons tout d'abord revenir rapidement sur la forme elliptique utilisée, puis sur les hypothèses sur V et α , et enfin présenter quelques tests du fonctionnement de BV, "pour elle-même", sur des données générées ou de simulation où la normale que l'on doit trouver est connue par avance.

3.1.1 Utilisation d'une forme elliptique

Afin de développer un modèle cinétique de couches tangentielles "en C", [Panov *et al.* 2011] utilise en fait un hodogramme circulaire du champ, suivant les équations suivantes :

$$B_L = B_0 \tanh(y/L) \quad (3.1)$$

$$B_M = \frac{B_0}{\cosh(y/L)} \quad (3.2)$$

L'idée de notre forme elliptique est de conserver ce type de modèles, mais de le généraliser en autorisant des variations de module, ce qui est beaucoup plus réaliste à la magnétopause, au moins côté jour. Le système deviendrait alors naturellement :

$$\frac{B_L}{B_{L0}} = \tanh(y/L) \quad (3.3)$$

$$\frac{B_M}{B_{M0}} = \frac{1}{\cosh(y/L)} \quad (3.4)$$

C'est ce modèle que nous utiliserons par commodité pour notre propre construction cinétique d'une couche tangentielle (voir chapitre 6). Cependant, comme expliqué au chapitre 2, nous avons préféré utiliser pour la méthode BV un paramétrage différent de l'ellipse, encore plus général car il n'impose pas un champ anti-symétrique, et avec une dépendance différente à la position, pour rappel :

$$B_{mx} = B_{x0} \cos \alpha \quad (3.5)$$

$$B_{my} = B_{y0} \quad (3.6)$$

$$B_{mz} = B_{z0} \sin \alpha \quad (3.7)$$

avec :

$$\alpha = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) y/y_{max}, \quad (3.8)$$

les deux modèles ont en fait été testés (ainsi que les deux dépendances spatiales) sur des données simulées et de vraies traversées, le second obtenant des résultats bien plus réalistes physiquement (ou plus proche de la normale déjà connue lorsqu'elle l'est par construction).

La forme elliptique est pleinement justifiée en ce qui concerne l'étude d'une couche rotationnelle, où le champ n'est autorisé à varier que sur un cercle. En ce qui concerne les couches tangentielles, cependant, n'importe quelle variation du champ magnétique est admise (à condition de maintenir l'équilibre de pression) du point de vue MHD. La justification de la forme est alors sa relative simplicité à mettre en oeuvre et à paramétrer, et le fait qu'elle semble correspondre aux données dans une proportion non négligeable de cas. BV ne peut cependant pas être utilisée statistiquement sans précautions, car il est nécessaire de tester au cas par cas la forme de l'hodogramme du champ. Cela peut par exemple se faire en regardant si l'équation caractéristique $B_L^2/B_{L0}^2 + B_M^2/B_{M0}^2 = 1$ est bien vérifiée,

comme pour un cas de traversée de magnétopause du 01/04/2008 par Cluster C3 présenté Fig. (3.1).

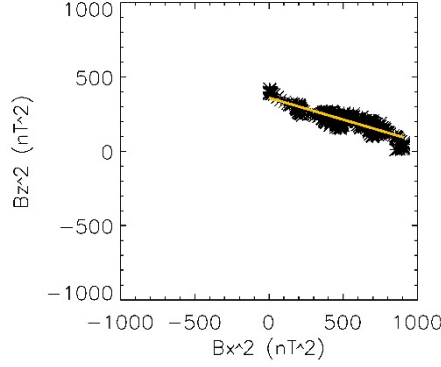


FIGURE 3.1 – Carré de B_L en fonction du carré de B_M pour les données sélectionnées d'une traversée du 01/04/2008 et dans le repère de MVAB0, et fit par une droite.

On peut aussi utiliser les coefficients de corrélation entre le fit et les données pour les composantes B_L et B_M comme un indice de qualité "globale" (c-a-d de la forme choisie, de l'hypothèse sur la vitesse, de la mise en oeuvre de la méthode) du résultat de BV pour une traversée donnée.

L'utilisation d'une telle forme elliptique doit donc plutôt être vue comme une limitation du nombre de cas que l'on peut traiter. Elle écarte notamment les cas "en S" (qui sont en fait comme nous le verrons plus loin plutôt des cas "non-C"), dont le paramétrage serait bien plus ardu. Dans les faits, elle n'est cependant pas la plus restrictive des limitations de BV sur les données Cluster (par rapport notamment aux limitations dues à la résolution des données ioniques).

En dernier lieu, nous avons regardé le comportement du champ magnétique dans une simulation hybride de reconnexion magnétique, loin du point en X (voir [Aunai *et al.* 2013a]). Malgré une condition initiale asymétrique purement coplanaire, qui pourrait sembler exclure l'utilisation de BV, l'effet Hall entraîne en fait le développement d'une composante du champ hors du plan. L'hodogramme entre les séparatrices est alors tout à fait bien décrit par une forme elliptique, voir Fig. (3.2). L'erreur $\frac{\Delta B}{B}$ est de l'ordre de 2% tant que l'on reste loin du point en X (où les effets 2D se font fortement sentir) ou des bords du domaine de simulation.

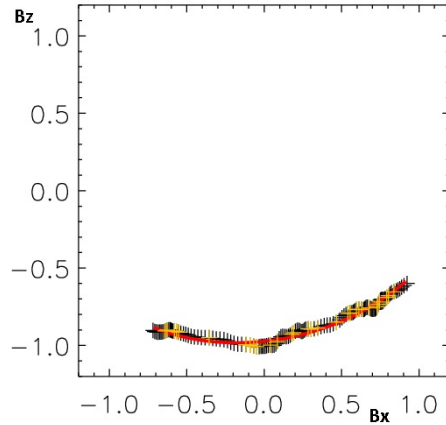


FIGURE 3.2 – Hodogramme du champ magnétique (normalisé), sélection de points pour l'initialisation et fit par une ellipse, pour une traversée d'un satellite virtuel loin du point en X et des bords de la simulation.

3.1.2 Dépendance en vitesse et en position de la rotation

En ce qui concerne la dépendance $\alpha(y)$ et le choix de négliger le flux de masse à travers la frontière, un certain nombre de justifications ont déjà été présentées au fil de l'explication de la méthode, comme les Fig. (2.9) et (2.13), qui montrent clairement la corrélation entre les variations de la vitesse normale des ions et l'évolution du champ magnétique. Nous allons cependant apporter quelques arguments supplémentaires.

En premier lieu, il est utile de rappeler que le cas tangentiel est le plus souvent considéré comme le cas "général" à la frontière (voir par exemple [Chou & Hau 2012]). Comme nous l'avons dit, il est dans ce cas légitime de négliger le flux de masse normal, puisqu'il est nul. Le cas rotationnel, avec une vitesse d'Alfvén normale constante et généralement plus faible que les vitesses tangentielles, ne pose pas non plus de problème théoriquement, puisqu'on peut se "débarrasser" si on le souhaite de cette vitesse, une fois un repère approché trouvé, pour déterminer correctement la coordonnée. L'influence de V_N dans la détermination du repère, pour sa part, se fait davantage sentir par le biais de ses variations, l'ajout d'une constante ne changeant que marginalement la qualité du fit.

En revanche, en ce qui concerne la dépendance linéaire $\alpha(y)$, le choix est beaucoup plus arbitraire. La première justification est qu'il s'agit de la manière la plus simple de retranscrire la corrélation nécessaire entre évolution de la coordonnée et évolution du champ. Deux autres approches simples, coordonnée curviligne le long de l'hodogramme du champ magnétique ou forme décrite dans [Panov *et al.* 2011],

donnent des résultats moins satisfaisants.

Comme on ne connaît pas, dans la réalité, la dépendance exacte (si celle-ci a toujours la même forme simple) $\alpha(y)$, et que des données artificielles ne contiendraient que ce qu'on y aurait mis, la seule solution pour se faire une idée de la bonne dépendance est de regarder des données de simulation. Dans notre simulation hybride de reconnexion, on obtient, toujours loin du point en X et des bords, des dépendances du type de celle de la Fig. (3.3).

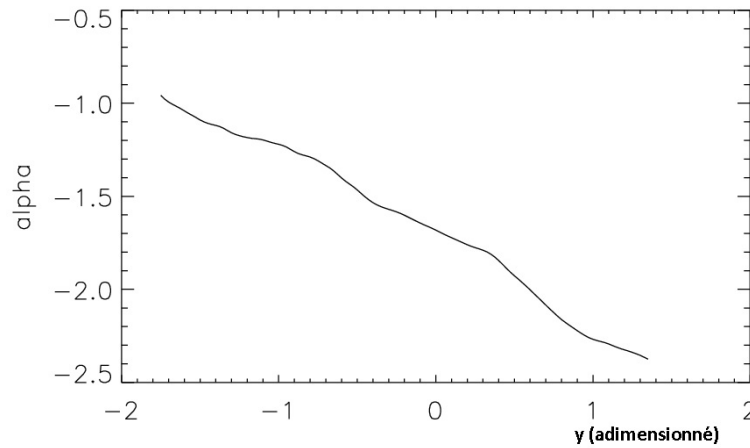


FIGURE 3.3 – Evolution de l'angle sur le fit elliptique de la Fig. (3.2) en fonction de la profondeur.

Utiliser une dépendance linéaire n'est donc pas, au moins dans ce cas, une mauvaise approximation. On voit qu'il existe des termes d'ordre supérieur. Cependant, en essayant de les utiliser, nous avons constaté que tenter de les introduire dans les paramètres de BV n'est pas raisonnable, le système convergeant alors vers des solutions "absurdes" par excès de paramètres libres.

Nous allons maintenant présenter quelques tests sur des données générées artificiellement ou sur cette simulation, où la normale est connue par construction.

3.1.3 Tests sur des données générées et de simulation

La méthode de Powell utilisée par BV étant une méthode de recherche d'un minimum **local**, il est important de montrer en premier lieu que la procédure est suffisamment bien conçue pour converger vers le bon résultat, au moins en l'absence de "pièges", c'est-à-dire sur un jeu de données qui correspond exactement au modèle choisi par BV. Nous avons donc généré automatiquement des jeux de données de temps, vitesse (avec une vitesse tangentielle alfvénique + une constante, et une vitesse normale cohérente avec nos hypothèses) et champ magnétique, et appliqué

une matrice de changement de repère. Que ce soit sur les données parfaitement elliptiques ou sur des données contenant jusqu'à 30% de bruit Gaussien autour de cette forme, BV n'a alors aucun mal à retrouver la normale initiale. On retrouve celle-ci avec la précision numérique utilisée, soit au moins cinq chiffres significatifs, le constat étant identique pour les paramètres définissant l'ellipse fittée. Ce résultat n'a aucune signification en ce qui concerne l'étude de traversées de magnétopause bien réelles, mais montre que la méthode arrive bien, numériquement, à réaliser les objectifs du code, c'est-à-dire trouver le meilleur repère et la meilleure ellipse possible tels que données de vitesse et de champ forment un tout cohérent suivant les hypothèses détaillées plus haut.

Le deuxième test accessible avec une normale "connue" à notre portée consiste à simuler une traversée dans la simulation déjà utilisée plus haut. On ajoute donc un profil de vitesse normale à celle contenue dans la simulation (qui est dans le repère de la couche) et un changement de référentiel tangentiel, et on crée le jeu de données temporelles cohérent avec les données spatiales que l'on a dans la boîte de simulation.

Alors, les résultats obtenus par BV donnent, en fonction de la position de la traversée, des erreurs allant de 0 à 5 degrés sur la normale, et de moins de 5% sur la valeur de la profondeur, certainement induites par les oscillations de $\alpha(y)$ et l'existence de vitesses non nulles (mais faibles) à l'intérieur de la couche. Ces résultats sont valables tant qu'on reste à quelques d_i du point en X. D'autres méthodes comme les habituelles MVAB0 et MVAE donnent par ailleurs des résultats du même ordre, tandis que MVAB tombe en général loin du résultat à cause de la faible courbure de l'hodogramme. Par exemple, pour une normale de $[0,1,0]$ on obtient dans une zone éloignée de tout effet 2D, à B_N sensiblement nul :

méthode	normale	angle avec la bonne normale en degrés
MVAB	[-0.003, 0.559, 0.829]	56
MVAE	[-0.005, 0.998, 0.057]	3.6
MVAB0	[-0.002, 0.987, 0.160]	9.2
BV	[0.011, 0.999, 0.050]	2.6

Nous avons donc montré que BV est capable de trouver la normale exacte lorsque nous la connaissons, que ce soit sur des données générées ou sur des données de couches tangentielles "réalistes", issues de la simulation. Nous allons maintenant exposer un travail plus systématique de mise au banc d'essai et de comparaison aux autres méthodes à un satellite (de Generic Residue Analysis). Nous commencerons par présenter une première étude réalisée sur des données artificielles, avec un bruit plus réaliste que le bruit gaussien utilisé ici, pour tester la sensibilité de ces différentes méthodes au bruit.

3.2 Comparaison de BV et des méthodes de résidus : une expérience numérique

3.2.1 Mode opératoire

Afin de continuer la validation de la méthode BV, nous avons conçu une expérience numérique, de nouveau avec des données "artificielles", et donc une normale connue, pour la comparer avec certaines méthodes de minimisation de résidus. Pour ce faire nous avons suivi le mode opératoire suivant :

- Comme précédemment, on construit un jeu de données de champ \mathbf{B} , de vitesse, de temps, tel que l'hodogramme de cette "traversée" artificielle soit "en C". Le champ tourne donc à l'ordre zéro sur une ellipse, cas auquel on se restreint pour utiliser la méthode BV sur des données de traversée réelles. Nous avons choisi pour la vitesse tangentielle une vitesse Alfvénique dans un référentiel différent de celui de la mesure (donc l'existence d'un repère de deHoffmann-Teller), en pratique donc avec une constante de changement de référentiel du même ordre de grandeur que \mathbf{V}_A . Ce choix est justifié pour une discontinuité rotationnelle, et donne un contraste entre vitesses tangentielles et normales équivalent à celui qui est observé dans la nature pour une discontinuité tangentielle. Pour la vitesse normale, nous ajoutons au flot Alfvénique (donc nul pour une discontinuité tangentielle et de la bonne valeur pour les discontinuités rotationnelles) une vitesse "de la frontière" uniformément accélérée. Celle-ci permet de limiter la mise en défaut de celles des autres méthodes qui supposent une vitesse normale de la frontière constante, tout en la mettant malgré tout en exergue. Comme nous l'avons vu, BV serait adaptée à n'importe quelle variation raisonnable (plus petite en valeur absolue que celles des vitesses tangentielles) de la vitesse normale. Utiliser des profils "plus compliqués" de l'accélération ne ferait donc que renforcer la qualité relative de la méthode BV. La densité, enfin, est choisie constante, pour respecter dans les cas de V_N constant et non nul (discontinuités rotationnelles) la conservation du flux de masse dans le repère de la frontière.
- De nouveau, tout ce jeu de données est tourné dans un repère différent de celui de construction, la mesure n'ayant aucune raison de se faire selon le repère LMN le long de la normale.
- Un bruit "réaliste" (non gaussien) est désormais ajouté afin d'obtenir des profils plus proches de la réalité et plus difficile à analyser pour BV (et les autres méthodes comme MVAB ou MVAB0). Comme on l'a vu, un bruit gaussien d'amplitude raisonnable, également distribué autour de l'ellipse, n'a que peu d'effet sur BV. Ce bruit "réaliste" est conçu en "tirant au hasard" un certain nombre de points et de valeurs au cours de la traversée.

On règle les valeurs maximales en proportion du module du champ non bruité. On construit ensuite une expansion polynomiale passant par tous ces points, qui forme le bruit. Cela permet de dévier du modèle elliptique qui est celui de BV avec des formes ondulantes, et de le mettre davantage en défaut, de manière plus raisonnable si on se réfère aux hodogrammes habituellement observés. On obtient des formes analogues à celle de la Fig. (3.4).

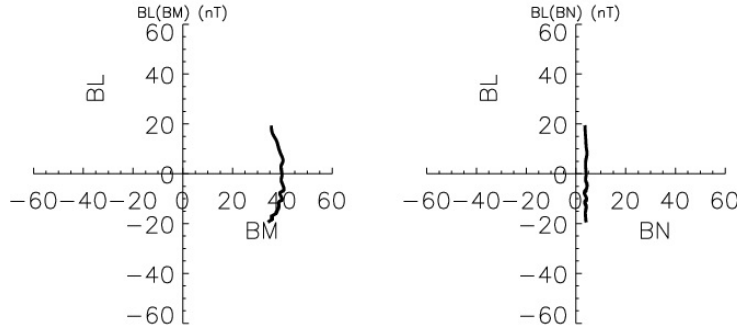


FIGURE 3.4 – Hodogramme du champ magnétique dans le repère LMN pour une traversée artificielle de discontinuité rotationnelle.

- On fait alors tourner sur ces données différentes procédures de détermination de normale, ici MVAB, MVAB0, MVAE, MVA(ρV) et BV, et on enregistre les résultats.
- L'opération est répétée autant de fois que nécessaire (10 fois pour les résultats présentés ici et dans [Dorville *et al.* 2015] pour des raisons de lisibilité des figures), avec les mêmes données \mathbf{B}_0 de base, mais un bruit construit à partir de tirages aléatoires différents.

Nous présenterons ici les résultats de deux de ces expériences numériques, correspondant aux Fig. (3.4) et (3.5). Le bruit est d'environ 5% dans les deux cas, avec une accélération de la vitesse de la frontière de 20 à 70 $km.s^{-1}$ pour la discontinuité tangentielle, et de 30 à 100 $km.s^{-1}$ pour la discontinuité rotationnelle, qui a de plus $B_N = 4nT$ (le module du champ total étant pour les deux cas comparable aux valeurs de la magnétopause, qui sont de l'ordre de quelques dizaines de nT). Le nombre de points choisi pour le gradient est de 1000 points, afin que les ellipses d'erreurs définies dans [Paschmann & Daly 1998] (dans le chapitre "Minimum and

Maximum Variance Analysis") aient un grand axe de moins de un degré. Pour rappel, ces ellipses quantifient simplement une estimation linéaire de l'erreur statistique due seulement à l'échantillonnage, et peuvent ainsi mener comme nous le verrons à largement sous-estimer l'erreur réelle de la méthode étudiée. Elles se construisent à partir de la formule :

$$\Delta\Phi_{ij} = \sqrt{\frac{\lambda_N}{M-1} \frac{\lambda_i + \lambda_j - \lambda_N}{(\lambda_i - \lambda_j)^2}}, i \neq j \quad (3.9)$$

avec λ les valeurs propres de la matrice de variance/covariance du champ associées aux différentes directions, M le nombre de points d'échantillonnage.

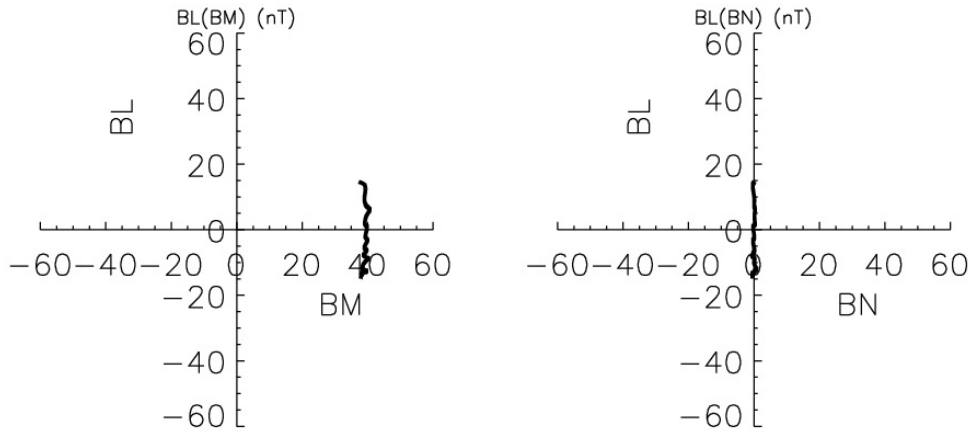


FIGURE 3.5 – Hodogramme du champ magnétique dans le repère LMN pour une traversée artificielle de discontinuité tangentielle.

Afin de présenter les résultats, nous choisirons des projections du type de celles utilisées par [Haaland *et al.* 2004] (voir par exemple la Fig. (3.6)). La référence (0,0) correspond à la normale, connue ici. La distance au centre correspond à l'angle entre la normale trouvée par la méthode et la référence, et l'angle polaire à sa direction par rapport aux deux axes de référence, que nous choisissons ici comme étant les deux directions L (abscisse) et M (ordonnée) du repère LMN. On peut ainsi lire directement sur le graphe à quel point une normale est proche de la valeur exacte, et dans quelle direction elle en dévie, notamment si une méthode a un biais systématique d'erreur entre les directions M et L comme on pourrait s'y attendre pour MVAB dans les cas peu courbés. Nous allons maintenant discuter des résultats.

3.2.2 Résultats et discussion

3.2.2.1 Discontinuité tangentielle

La Fig. (3.6) présente tout d'abord les résultats de l'expérience pour la discontinuité tangentielle décrite plus haut.

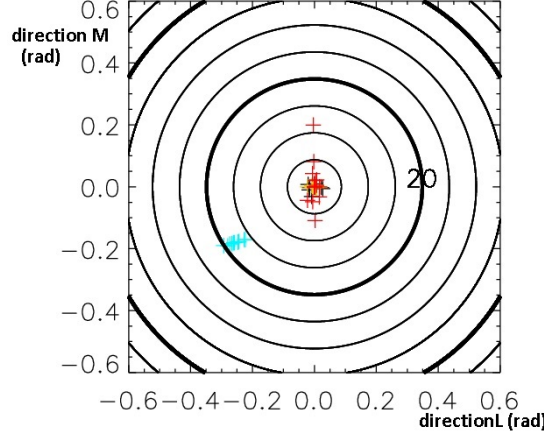


FIGURE 3.6 – Diagramme en "œil" centré sur la normale des données artificielles. Les points noirs correspondent à BV, MVAB est en rouge, MVAB0 en jaune (au milieu des points noirs au centre de la figure) et MVAE en bleu. $MVA\rho V$ n'apparaît pas ici sur la figure du fait d'une erreur trop importante. Un cercle est tracé tous les 5 degrés et un cercle gras tous les 20 degrés.

Nous constatons que MVAB0 est la méthode la plus fiable dans ce cas. En effet, le champ magnétique normal est strictement nul (comme cette méthode le suppose a priori), et elle présente une très faible dispersion du fait des ondes ajoutées numériquement. La présence d'une accélération entraîne une erreur d'une vingtaine de degrés sur MVAE tandis que $MVA\rho V$ échoue complètement pour la même raison. Enfin, les résultats de BV sont aussi très bons, l'erreur étant systématiquement inférieure à trois degrés dès que la méthode parvient à converger vers un résultat (elle retourne une erreur dans un des 10 cas étudiés). La dispersion de MVAB est importante, dépassant la dizaine de degrés, selon la direction M. C'est un état de fait qui semble d'expérience assez général dès que la courbure de l'hodogramme n'est pas très importante, y compris quand le rapport des valeurs propres $\frac{\lambda_M}{\lambda_N}$ couramment utilisé comme test de qualité dépasse quelques unités. De nos expériences numériques et d'études de traversées réelles menées ces trois années, il semble ressortir que l'on ne devrait utiliser MVAB qu'en prenant un certain nombre de précautions supplémentaires, une asymétrie des valeurs propres de la matrice de variance/covariance pouvant largement être due à des asymétries des fluctuations dans la magnétogaine et la magnétopause plutôt qu'à un réel effet de la courbure du champ. Un lissage

de ces fluctuations semble pouvoir substantiellement réduire ce rapport $\frac{\lambda_M}{\lambda_N}$ dans un fort pourcentage de cas. Cependant, ce sujet nécessiterait un exposé à part et nous n'avons pas à ce jour mené l'étude statistique nécessaire pour argumenter davantage cette intuition. Revenons donc maintenant au résultat de notre comparaison, cette fois sur une discontinuité rotationnelle.

3.2.2.2 Discontinuité rotationnelle

Le résultat de la même analyse est maintenant présenté sur la Fig. (3.7), pour le cas de discontinuité rotationnelle.

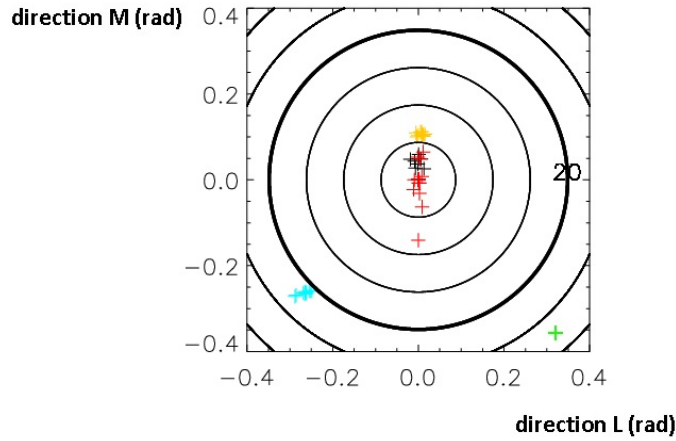


FIGURE 3.7 – Même principe que pour la Fig. (3.6). Les points noirs correspondent à BV, MVAB est en rouge, MVAB0 en jaune et MVAE en bleu. $MVA\rho V$ est en vert. Un cercle est tracé tous les 5 degrés et un cercle gras tous les 20 degrés.

Ayant augmenté la courbure, cas a priori plus favorable pour distinguer B_M de B_N ou V_M de V_N , on constate que les résultats de la plupart des méthodes se rapprochent du centre. $MVA\rho V$ présente une erreur de l'ordre de 30 degrés, toujours du fait de l'accélération de la frontière. On constate toujours l'erreur systématique de MVAE, aussi à cause de l'accélération normale. MVAB continue, malgré la courbure raisonnable, à présenter une dispersion non négligeable le long de la direction M. Les résultats de BV sont comparables aux précédents tandis que MVAB0 présente cette fois une erreur systématique du fait de la présence d'un $B_N \neq 0$.

3.2.2.3 Conclusion de l'étude

Pour conclure, on constate donc que la méthode BV, sur ces cas où la normale est connue, présente un bon comportement. Lorsqu'elle donne un résultat, celui-ci est toujours proche (à 5 degrés près) de la normale réelle, et la méthode présente une faible dispersion. La seule méthode moins sensible au bruit est MVAB0, qui aura néanmoins une erreur systématique pour tout B_N non strictement nul. MVAB est sensible au bruit, et présente de fait toujours une dispersion plus importante (et supérieure à celle prévue par le calcul des ellipses d'erreur) le long de la direction M, tandis que les méthodes incluant la vitesse sont sensibles aux accélérations.

3.3 Comparaison statistique des différentes méthodes à un satellite sur un échantillon de traversées de la mission Cluster

Pour finir cette mise au banc d'essai de la méthode BV et en apprendre davantage sur le comportement des autres méthodes, nous l'avons comparée aux différentes méthodes de minimisation de résidus décrites au début du chapitre 2 sur un échantillon statistique de traversées de magnétopause par les satellites de Cluster. Ce travail a été réalisé en collaboration avec S.Haaland et C.Anekallu. Nous décrirons d'abord la construction de cet échantillon adapté à l'étude, puis nous présenterons les résultats obtenus et les conclusions que nous en tirons.

3.3.1 Construction d'une base de données adaptée à l'étude

Pour pouvoir réaliser cette étude, nous avons tout d'abord sélectionné une base de données de 149 traversées, 77 aux flancs et 72 côté jour, échelonnées de début 2001 à fin 2009. Cette liste est disponible en appendice.

Au début de la thèse, nous avons réalisé une pré-étude, avec l'aide de deux stagiaires de l'université Paris Sud que j'ai encadrés avec Gérard Belmont, dans la perspective de développer une méthode efficace de détection de traversées de magnétopause, à partir de la détection de sauts de densité et de rotations de champ magnétique à des temps proches. Dans la pratique, le programme détectait trop de faux positifs pour être utilisé pour cette étude de benchmarking de BV. Il semblait difficile de faire beaucoup mieux dans un temps court avec des critères objectifs, sans faire intervenir la logique et le raisonnement qui interviennent dans une analyse par un œil expérimenté. Cependant, le besoin de telles bases de données se fait sentir pour permettre, dans le futur, de nombreuses autres études statistiques concernant les propriétés physiques de la frontière, épaisseur, déchirement magnétique, sauts de densité etc. En appendice, nous exposons donc brièvement les principes utilisés pour cette détection automatique et ses améliorations possibles. Pour construire la liste "artisanale" utilisée ici, nous avons ainsi dû réaliser une première inspection visuelle des données, qui a permis de sélectionner les intervalles correspondant à des

traversées de magnétopause. Ensuite, une sélection plus drastique a été effectuée pour permettre l'utilisation des méthodes de minimisation de résidus sur chacune des traversées. Cela implique l'existence de mesures complètes du plasma et du champ magnétique de chaque côté de la traversée, ainsi que l'existence d'un repère de deHoffmann-Teller "correct". Cette partie du travail a été réalisée respectivement pour les traversées aux flancs et côté jour par S. Haaland et C. Anekallu, et des précisions sur cette première sélection sont données dans [Haaland & Gjerloev 2013] et [Anekallu *et al.* 2013].

Nous disposons alors d'une base de traversées permettant l'étude par les méthodes de résidus, mais il nous a fallu l'adapter à l'utilisation de la méthode BV. En effet, comme expliqué plus haut, il nous est nécessaire d'étudier des cas "en C", et d'avoir un certain nombre de points de mesure de la vitesse au cours de la traversée. Nous avons donc commencé par écarter toutes les traversées trop "rapides" pour réaliser cette dernière condition (en prenant comme limite 5 points de mesure de CIS/HIA au sein de la frontière) ou présentant des "trous" de mesure du plasma. Puis, par simple inspection visuelle des hodogrammes du champ dans le plan LM donné par MVAB, nous avons écarté l'ensemble des traversées ne possédant pas des hodogrammes en C. Afin de ne pas se mettre dans des conditions trop favorables à BV, nous n'avons pas cherché à assurer que les données vérifiaient drastiquement l'équation d'une ellipse, mais simplement à avoir une courbure convexe de l'hodogramme. Ainsi, nous sommes arrivés à cette base de 149 cas favorables à la fois à l'utilisation de méthodes de résidus et de BV, permettant le "benchmarking" de cette dernière, ce qui correspond à environ 10% de l'échantillon initial. Nous avons donc chacun (S. Haaland et C. Anekallu pour les méthodes les plus ardues de résidus comme la méthode COM, et moi-même pour BV) calculé la normale donnée par les différentes méthodes pour chacun des cas. La section suivante présente les résultats obtenus.

3.3.2 Résultats

En premier lieu, nous allons montrer comment les directions des différentes méthodes se comparent à celles trouvées par BV. Pour cela, nous allons utiliser la même présentation que celle de la section précédente, mais en prenant comme référence pour chaque cas la normale trouvée par BV, et comme axes de référence les directions définies par les composantes perpendiculaires à la normale de BV des axes L et M trouvés par MVAB. Les figures synthétisent donc les 149 traversées, mais le centre et les axes dépendent de chaque traversée (puisque la normale est a priori différente pour chacune des traversées de la liste). La Fig. (3.8) présente les résultats obtenus pour chacune des six méthodes étudiées (on utilise ici pour la méthode COM la contrainte $B_N = 0$).

La première chose frappante à propos de cette figure est la dispersion des résultats. Les différentes méthodes de résidus donnent ainsi des résultats significa-

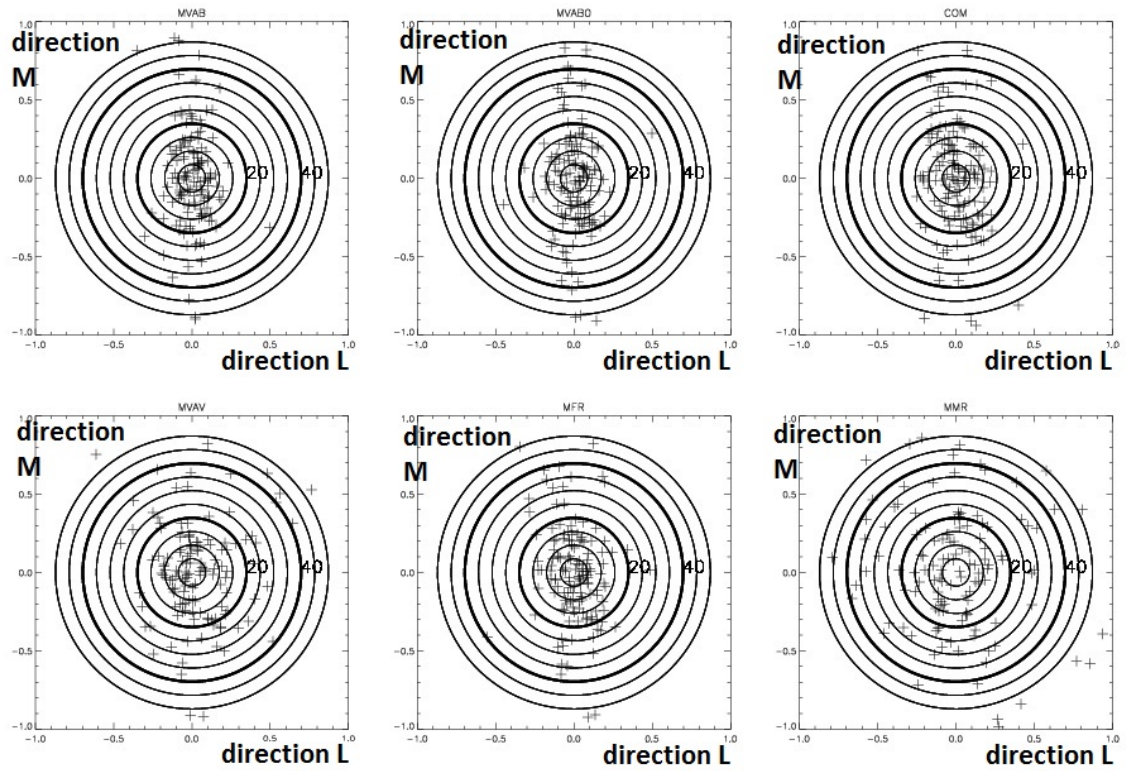


FIGURE 3.8 – Position des directions normales trouvées par MVAB, MVAB0, MFR, MMR, MVAV et COM pour les 149 traversées de magnétopause, par rapport à BV. Le format est le même que pour les figures précédentes.

tivement différents les uns des autres, sur chaque cas. Ainsi, si l'on calcule l'écart type de la série d'angles $\theta(\text{BV}/\text{autre méthode})$ pour chaque traversée, la moyenne de ces écarts types sur les 149 traversées est de 8.2 degrés. Cet état de fait n'est pas intrinsèquement dépendant de la qualité de BV, mais plutôt de la dispersion des résultats des différentes méthodes, comme le montre le fait que le même calcul effectué par rapport à la méthode COM, maintenant bien étudiée et documentée, donne une dispersion du même ordre (9.5 degrés) sans inclure BV. Il faut plutôt voir ce résultat comme une mesure de la dispersion moyenne des différentes méthodes.

Par ailleurs, on constate à la simple lecture de ces figures, que les diverses méthodes étudiées n'ont pas le même positionnement par rapport à BV. Ainsi MVAB, MVAB0, COM et MFR semblent bien mieux concentrées autour du centre que les deux méthodes principalement basées sur les données de plasma que sont MVAV et MVA ρ V. Cette "moins bonne précision" a priori (on peut de la même manière répéter l'étude par rapport à COM) est probablement due aux effets d'accélération complexe de la frontière, comme dans l'étude précédente. Il est possible que les difficultés liées aux mesures du plasma (comme la présence d'ions froids) y jouent aussi un rôle.

On remarque aussi, en ce qui concerne COM, MVAB (contraint ou non) et MFR, une grande anisotropie des écarts à la référence. Comme nous l'avons dit, ou comme le suggère la formule de calcul d'erreur angulaire énoncée plus haut, comme on a toujours $\lambda_L \gg \lambda_M, \lambda_N$, il est la plupart du temps facile de déterminer correctement la direction L. La difficulté, pour les méthodes basées sur le champ (et COM qui les utilise) est de distinguer la direction M de la direction N. Cette anisotropie était donc prédictible, et en accord avec les résultats de l'expérience numérique sur MVAB et MVAB0. Comme nous l'avons déjà évoqué, le rapport λ_M/λ_N n'est pas toujours un critère suffisant pour valider l'usage de ces méthodes, en fonction de l'anisotropie ou non des fluctuations en amont. Selon que les fluctuations soient parallèles ou perpendiculaires, et que le champ normal soit petit ou grand, ces méthodes peuvent fonctionner grâce à l'existence de l'anisotropie ou échouer à cause d'elle, sans présager de ce rapport " λ_M/λ_N " dans le LMN trouvé.

Si l'on s'intéresse maintenant spécifiquement à la mise au banc d'essai de BV, on peut regarder si celle-ci est toujours proche d'au moins une des autres méthodes. Cela donne la Fig. (3.9), où on ne place plus maintenant pour chaque cas que la plus proche des autres méthodes par rapport à BV, quelle qu'elle soit.

Comme on le constate visuellement, les points sont généralement bien groupés dans le premier cercle gras correspondant à une erreur maximale de 20 degrés. Plus précisément, on trouve une distance moyenne à cette plus proche normale de 8.3 degrés, avec 71% des points sous les 10 degrés, et 97% sous les 25 degrés. Par comparaison, la distance moyenne à l'ensemble des méthodes s'élève à 16.5 degrés (avec l'écart type de 8.2 degrés signalé plus haut autour de cette moyenne). La

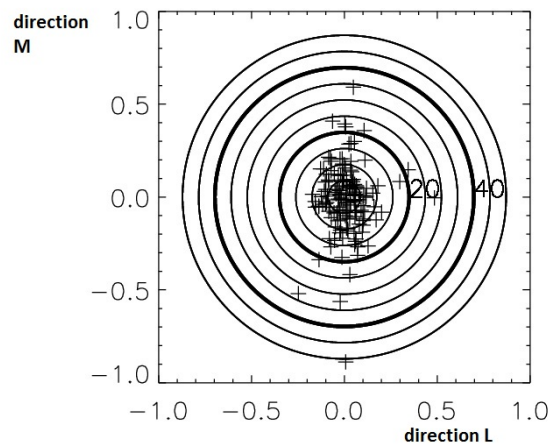


FIGURE 3.9 – Position de la méthode la plus proche de BV, pour chacune des traversées de magnétopause étudiée. La figure est construite sur le modèle de la Fig. (3.8)

différence provient de la dispersion des résultats des différentes méthodes et du fait que la méthode la plus proche dépend du cas (en fonction de la validation des différentes hypothèses de base). BV échoue donc dans un pourcentage très limité de cas (4 points seulement sont à coup sûr aberrants sur les 149 étudiés, correspondant probablement à des cas 2D et/ou non-stationnaires). En ce sens, l'utilisation de BV à grande échelle est donc validée. Lors de cas d'études détaillées, il sera évidemment nécessaire de vérifier la cohérence des résultats, comme pour toute autre méthode, mais avec donc de grandes chances de succès. L'anisotropie LM reflète le fait que lorsque les méthodes basées sur le plasma se "trompent" suivant L, alors il s'agit bien d'une erreur de la part de ces méthodes : les autres méthodes sont alors plus proches les unes des autres, et de BV. Une autre manière de regarder ces résultats est la Fig. (3.10). On regarde pour chaque angle et pour chaque méthode quel pourcentage de cas présente une différence angulaire plus faible entre BV et cette méthode.

Au vu de la courbe, on retrouve les résultats énoncés plus haut sur le fait qu'il y ait toujours une méthode proche de BV, mais pas toujours la même, et la dispersion des méthodes. On voit aussi que les méthodes utilisant seulement le plasma sont moins fiables. Les deux méthodes les plus souvent proches de BV sont MVAB et COM (à condition d'utiliser la contrainte $B_N = 0$ ou non, à bon escient, dans cette dernière) : dans 45 et 40 cas respectivement. Il est important de mettre de nouveau l'accent sur le fait que les performances de BV par rapport aux autres méthodes étudiées ici sont du même ordre que celles de COM (avec ou sans contrainte), qui est la méthode la plus sophistiquée de celles avec lesquelles on effectue la comparaison. On peut donc considérer que le test est passé avec succès. La méthode BV est

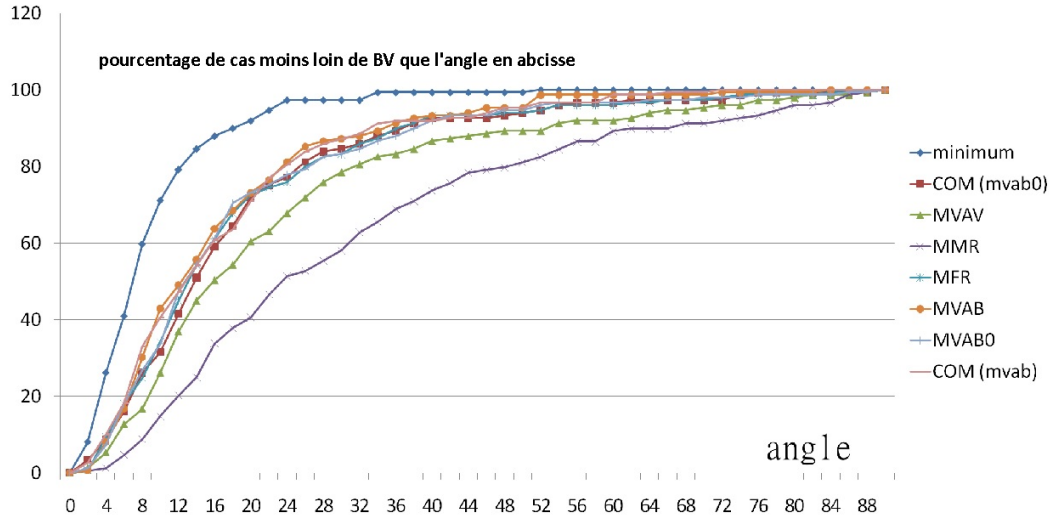


FIGURE 3.10 – Pour chacune des méthodes utilisées et pour chaque angle, on trace le pourcentage de cas où $\theta_{BV/autremethode}$ est inférieur à cet angle. On trace aussi la même courbe pour le jeu de données correspondant à la méthode la plus proche.

donc utilisable et complémentaire de la méthode COM, du fait d'hypothèses et de conditions d'utilisation différentes ainsi que de l'apport d'une coordonnée.

3.4 Conclusion sur la méthode BV

Pour résumer, nous avons montré qu'il existait un besoin d'une nouvelle méthode de détermination de normale, plus précise et moins sensible que les précédentes, et de coordonnée au sein de la magnétopause. Nous avons exposé les grandes hypothèses de la méthode BV, ainsi que son algorithme, et expliqué quel usage potentiel pourrait en être fait à l'avenir. Dans un deuxième temps, nous avons tenté de valider plus précisément ses hypothèses et son usage à partir de données artificielles et réelles. Nous l'avons comparée aux autres méthodes à un satellite sur un certain nombre de cas construits ou réels, afin d'étudier les directions normales trouvées et leur dispersion.

De tout ceci ressort que nous disposons maintenant d'une méthode, qui, sous des hypothèses originales mais simples, permet d'étudier avec succès les cas en C de traversées de magnétopause, probablement avec plus de fiabilité que les méthodes les plus simples comme MVAB et MVAB0 couramment utilisées par la communauté. La méthode est moins sensible aux erreurs que MVAB, tout en permettant de déterminer B_N , l'épaisseur de la frontière et une coordonnée.

Ceci posé, nous aurions pu nous engager dans la direction d'une étude statistique

plus poussée, dans le but de définir des coordonnées comme des profils spatiaux moyens. En dehors du fait que la statistique aurait été biaisée par la particularité des cas (frontières épaisses ou lentes, cas en C) accessibles par BV, il nous a cependant semblé que cela n'aurait pas forcément grand sens. Nous allons maintenant expliquer pourquoi, à l'aide d'une étude de cas utilisant BV puis de considérations physiques plus générales sur ce que nous pensons pouvoir dire de la structure de la frontière, lorsque celle-ci n'est pas tangentielle mais agitée par des ondes, des instabilités, ou la présence à proximité d'un site de reconnexion.

La magnétopause agitée : un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ?

Sommaire

4.1	Introduction au problème de la structure de la frontière dans les cas non tangentiels	68
4.2	Nature compressionnelle/rotationnelle de la magnétopause : une étude de cas du 15 avril 2008	68
4.2.1	Présentation et première analyse de la traversée	69
4.2.2	Analyse des variations compressionnelles	72
4.2.3	Étude des variations rotationnelles	75
4.2.4	Un complexe choc lent/discontinuité rotationnelle ?	77
4.3	Un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ?	77
4.3.1	Simulation de l'interaction d'un choc lent et d'une onde d'Alfvén, en MHD 1.5D dans un milieu isotrope	79
4.3.2	Qu'est-ce qu'un "cas en S" ?	83

Nous allons maintenant nous intéresser à la physique de la magnétopause, dans un premier temps agitée puis tangentielle dans le chapitre 6. Nous commencerons ici par introduire nos idées sur la magnétopause agitée en présentant une étude de cas en C utilisant la méthode BV où l'on peut déterminer distinctement une séparation des variations de type compressionnel et de type rotationnel en deux discontinuités MHD distinctes en interaction, un choc lent et une discontinuité rotationnelle. Cette étude a été publiée dans [Dorville *et al.* 2014b]. Nous présenterons ensuite quelques arguments qui nous donnent envie de généraliser ce type d'approche aux cas "plus compliqués", "en S".

4.1 Introduction au problème de la structure de la frontière dans les cas non tangentiels

Comme nous y avons déjà fait allusion en introduction, les équations de conservation n'offrent pas beaucoup de choix, pour qui veut séparer par une seule frontière deux plasmas et champs différents. La seule discontinuité qui permette a priori au même endroit l'existence de variations compressionnelles et rotationnelles est la discontinuité tangentielle, qui se caractérise par $B_N = 0$ et $V_N = 0$, et donc par l'absence de pénétration de plasma de la magnétogaine dans la magnétosphère.

Dans un grand pourcentage de cas, [Chou & Hau 2012], il est admis que c'est bien effectivement le cas : la magnétopause est alors une discontinuité tangentielle, ce qui permet la transition d'un jeu de conditions au second sans nécessiter de physique plus complexe. La structure de telles discontinuités présente un intérêt en soit, qu'elle soit stationnaire et déterminée localement par la physique à l'échelle des ions ou la simple "histoire" aux échelles fluides, et constituera le sujet du chapitre 6. Cependant, comme on le sait, cette absence de pénétration de plasma dans la magnétosphère n'est pas toujours réalisée. Il y a ainsi un grand nombre d'observation de discontinuités rotationnelles, depuis [Sonnerup & Ledley 1974].

Dans ces cas précis, où des événements de nature à induire l'existence de ce type de discontinuités (par exemple de la reconnection, ou d'autres processus dynamiques) se produisent à proximité du site d'observation, les variations de densité, pression, température, module du champ etc., ne peuvent pas se produire dans la même frontière que la rotation du champ. Les variations de type rotationnel et compressionnel doivent être séparées en plusieurs (au moins deux) discontinuités de types distincts. Nous allons maintenant présenter une étude de cas où nous observons réellement ce type de séparation et la formation d'un complexe entre une discontinuité rotationnelle et un choc lent.

4.2 Nature compressionnelle/rotationnelle de la magnétopause : une étude de cas du 15 avril 2008

En cherchant à perfectionner et valider la méthode BV sur une liste de cas de traversées de magnétopause au nez fournie par Nicole Cornilleau-Wehrlin, nous avons été amenés à délaisser les idées de début de thèse qui consistaient à réaliser une "epoch analysis" à l'aide de BV, du fait que les observations ne semblaient pas en général présenter des profils ou des caractéristiques comparables d'une traversée à l'autre. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à un cas de traversée du 15 avril 2008 par le satellite C1 de la mission Cluster, que nous allons maintenant analyser en détail.

4.2.1 Présentation et première analyse de la traversée

Si l'on regarde la Fig. (4.1), qui présente le spectrogramme en énergie, le champ et la densité observés par C1 entre 15 :21.00 et 15.23.30 le 15 avril 2008, on constate que le satellite est bien en train de croiser la magnétopause. Il apparaît aussi au premier coup d'oeil quelque chose que l'on ne constatait pas sur l'étude de cas du chapitre 2, qui est le fait que la transition de densité semble se faire en début de traversée puis quasiment cesser, tandis que se produit la plus grande partie de la rotation, tracée ici par B_θ . Le changement de module du champ magnétique semble lui aussi localisé au début de la couche.

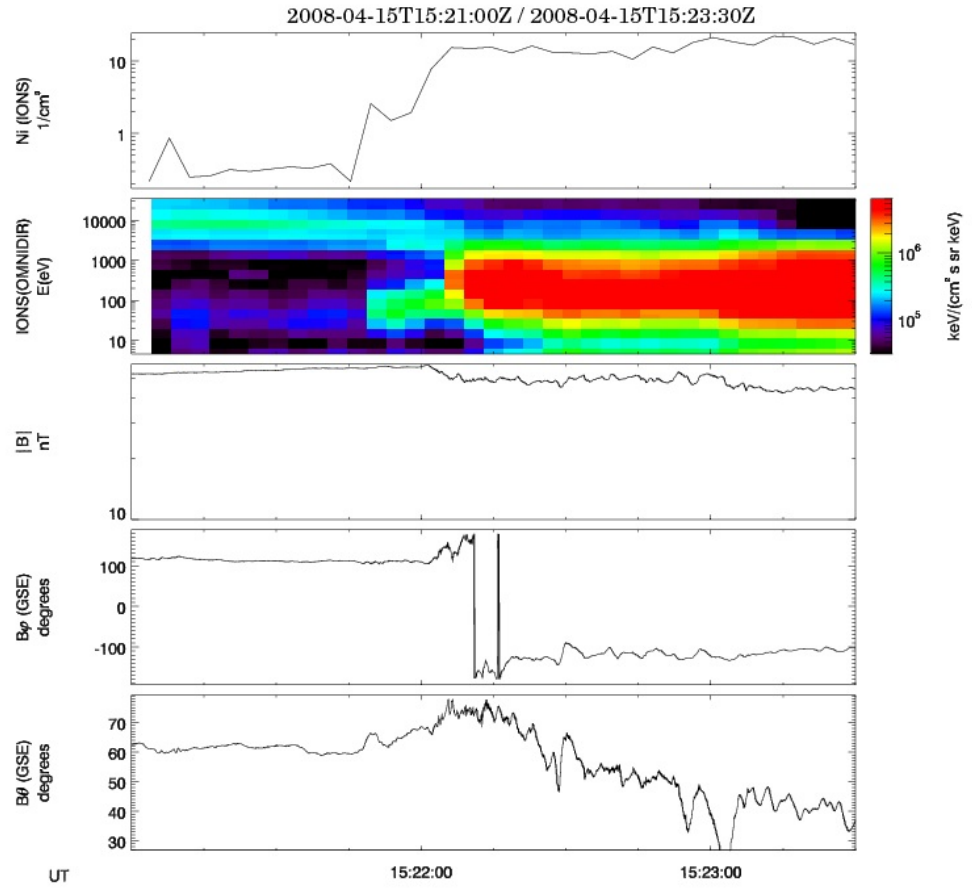


FIGURE 4.1 – Densité, spectrogramme d'énergie et champ magnétique observés par Cluster (C1) le 15 avril 2008 autour de 15 :22. Le changement de composition du plasma, les transitions en densité et en champ magnétique marquent la traversée de la frontière

En fait, si l'on se place pour l'instant grossièrement dans le repère LMN et qu'on

trace le module du champ, la composante B_L qui est un bon traceur de la rotation, et la densité, on retrouve bien ce découpage. Le module du champ et la densité présentent dans une première phase un gradient fort, concentré avant la transition en B_L , qui a lieu ensuite à module et densité constants. On remarque aussi qu'une petite transition en densité se reproduit ensuite, lorsque tout est terminé. Elle ne semble cependant pas liée au reste de la traversée et n'est pas vue par les autres satellites.

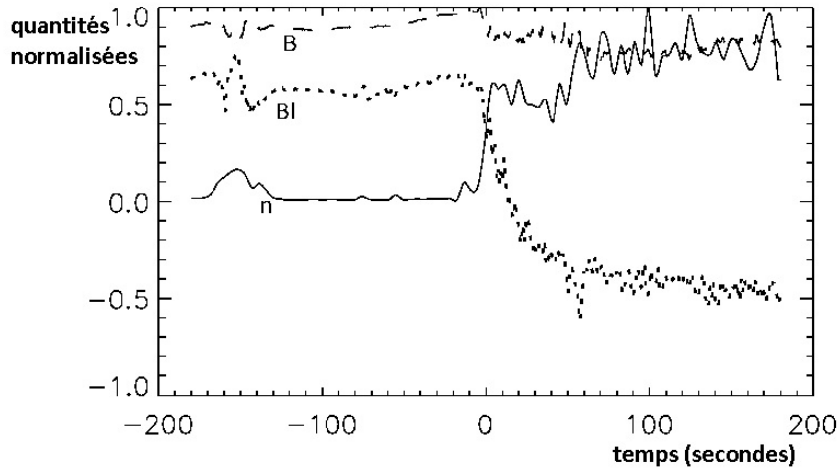


FIGURE 4.2 – Évolution au cours de la traversée du 15 avril 2008 de B , B_L et N_i . Le temps en abscisse est en secondes et centré sur le milieu de la série de données, les grandeurs en ordonnée sont normalisées à B_{max} et N_{max} pour apparaître plus commodément sur la même courbe.

En appliquant maintenant à ce cas la méthode BV, nous pouvons déterminer une normale, qui est ici légèrement différente de celle de MVAB0, $[0.98, -0.18, -0.10]$ au lieu de $[0.96, -0.10, 0.25]$. Le fit est bon, tant d'un point de vue angulaire sur la forme elliptique, cf Fig. (4.3), que composante par composante (voir Fig. (4.4)), ce qui tend à valider l'usage de BV sur ce cas particulier. On voit que la frontière ne se déplace pas à vitesse constante, et que les variations angulaires sont bien suivies par l'intégrale de la vitesse.

Le champ normal trouvé ici est bien constant et vaut 14 nT, ce qui correspond à un angle de propagation θ de 75 degrés. BV est particulièrement indiquée pour traiter ce cas, à la fois faiblement courbé donc peu propice à l'utilisation de MVAB, avec un champ magnétique non nul et donc peu adapté à l'usage de MVAB0 (nous le confirmerons par la suite), et parcouru à vitesse clairement variable, comme on le

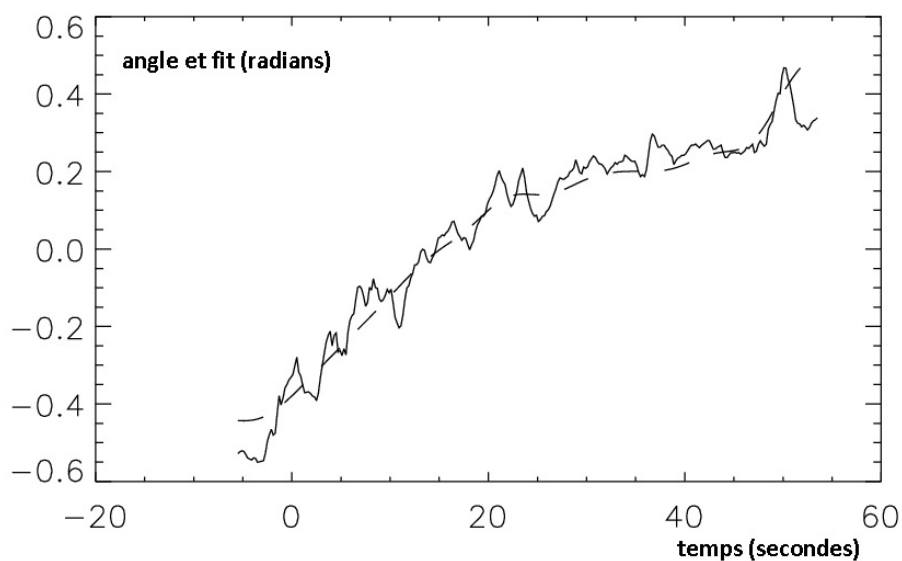


FIGURE 4.3 – Angle sur l’ellipse (courbe pleine) et ajustement (pointillés) obtenu en intégrant la vitesse normale dans le gradient sélectionné par l’initialisation de BV en fonction du temps

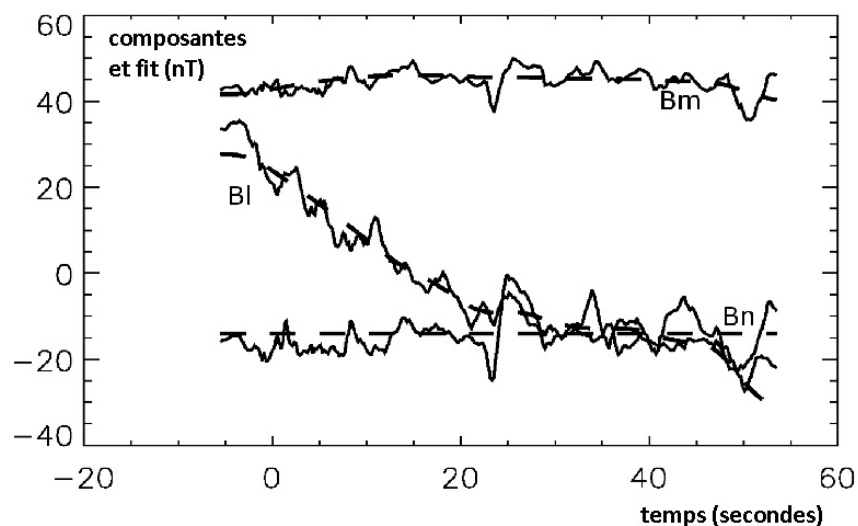


FIGURE 4.4 – Ajustement des trois composantes du champ magnétique par BV en fonction du temps. Le champ mesuré est en trait plein et l’ajustement en trait pointillés.

voit au regard de la Fig. (4.5). Après une première phase de forte variation correspondant au gradient de densité, la vitesse normale est en effet assez rapide (environ 50 km.s^{-1}) dans un premier temps, avant de ralentir vers 20 km.s^{-1} .

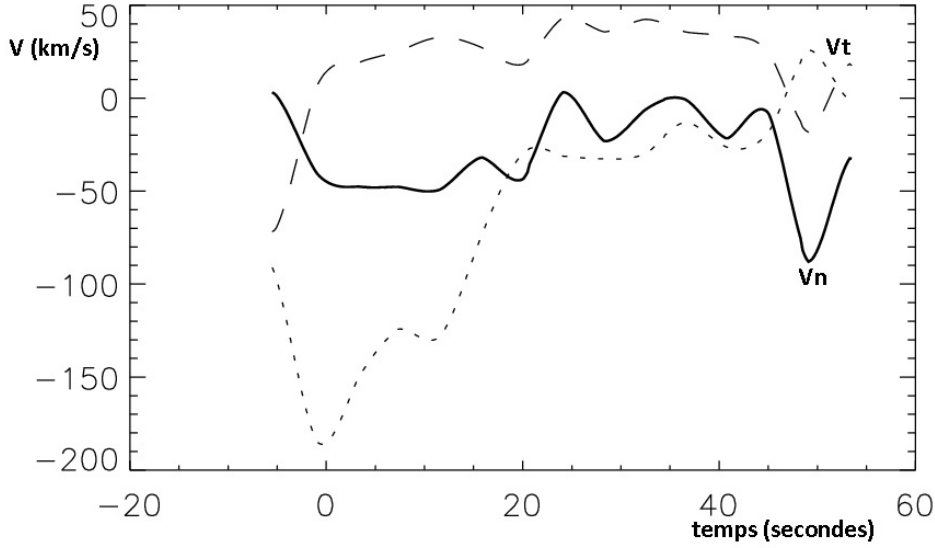


FIGURE 4.5 – Vitesses des ions dans le référentiel de BV et le repère du satellite. La vitesse normale est en trait plein et les composantes tangentielles en pointillés.

Dans ce repère déterminé par BV, nous allons donc maintenant nous attacher à analyser en détail ces deux zones, de forts gradients compressionnels puis de rotation, afin d'essayer de déterminer leur nature.

4.2.2 Analyse des variations compressionnelles

Nous allons donc maintenant nous concentrer sur la première phase de la traversée, qui se déroule approximativement entre $t = -9\text{s}$ et $t = 2\text{s}$ sur les figures précédentes, où le module du champ magnétique décroît et la densité augmente. Comme il s'agit d'une phase compressionnelle distincte de l'ensemble de la rotation du champ sur laquelle travaille la méthode BV, il est raisonnable de chercher à déterminer plus finement ici la vitesse de cette frontière. On sait en effet que les gradients de densité imposent, avec la conservation de la masse, que la vitesse normale soit aussi variable à l'intérieur de la frontière.

Ce qui apparaît en revanche possible, au vu de la durée de la traversée de cette frontière, est que la vitesse de cette couche compressionnelle soit assez constante. Au moins, on sait que cette hypothèse a des chances d'être valide lors de traversées "rapides", davantage que pour les traversées de magnétopause d'une minute que nous étudions avec BV. Si on fait cette hypothèse $V_f = V_{f0}$, alors on peut réécrire

la conservation de la masse dans le repère du satellite :

$$\rho V_N = \Phi_m + \rho V_{f0} \quad (4.1)$$

avec Φ_m le flux de masse. Essayons de vérifier cette relation à partir des données mesurées. Comme BV se base surtout sur la discontinuité rotationnelle suivante pour trouver la normale, on tracera cette courbe $\rho V_N(\rho)$ aussi selon la normale de MVAB0. Les résultats sont présentés sur les Fig. (4.6) et (4.7).

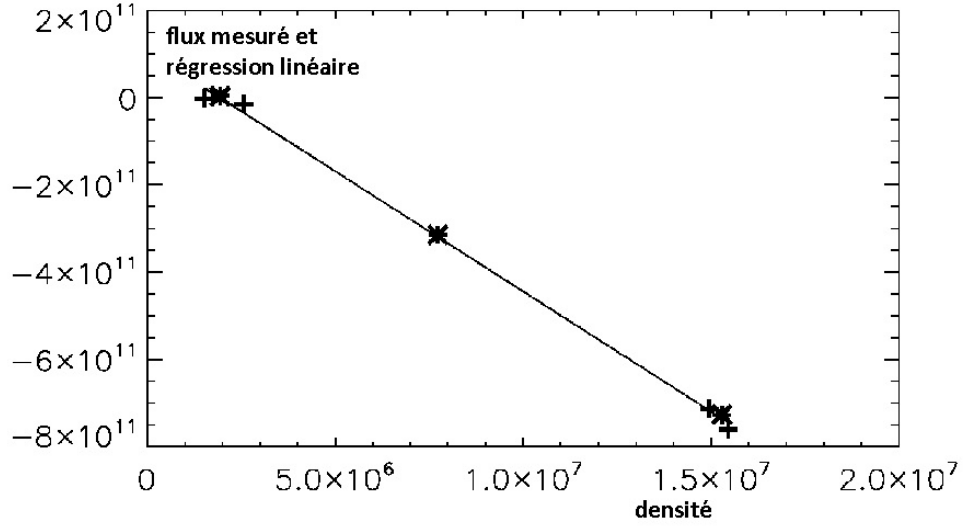


FIGURE 4.6 – Flux de masse $\rho V_N(\rho)$ en $m^2 s^{-1}$ fonction de ρ en m^{-3} dans le repère de BV. Les points étoilés sont au coeur des gradients et les croix aux alentours direct. On trace la régression linéaire correspondante.

Comme on le constate, on retrouve la relation linéaire attendue dans le repère déterminé par BV, et pas dans celui relativement proche de MVAB0, ce qui valide bien l'usage de BV ici. On trouve une vitesse de la discontinuité de type compressionnel de l'ordre de $55 km s^{-1}$, ce qui représente pour cette discontinuité une épaisseur de l'ordre de $400 km$, largement supérieure au rayon de Larmor local qui est de l'ordre de $60 km$. Le fait que BV donne une normale qui semble adaptée à l'étude de cette discontinuité montre par ailleurs que celle-ci a approximativement la même normale que la couche portant les variations rotationnelles, puisque c'est sur cette dernière que la méthode travaille pour déterminer la normale. L'erreur due à la présence à certains endroits de vitesses normales non négligeables dans la couche semble faible, du fait du grand contraste entre vitesses tangentielles et vitesse normale.

Ayant obtenu la vitesse de la frontière compressionnelle, on peut maintenant se placer dans son repère pour y tracer les différentes variations observées par CIS et

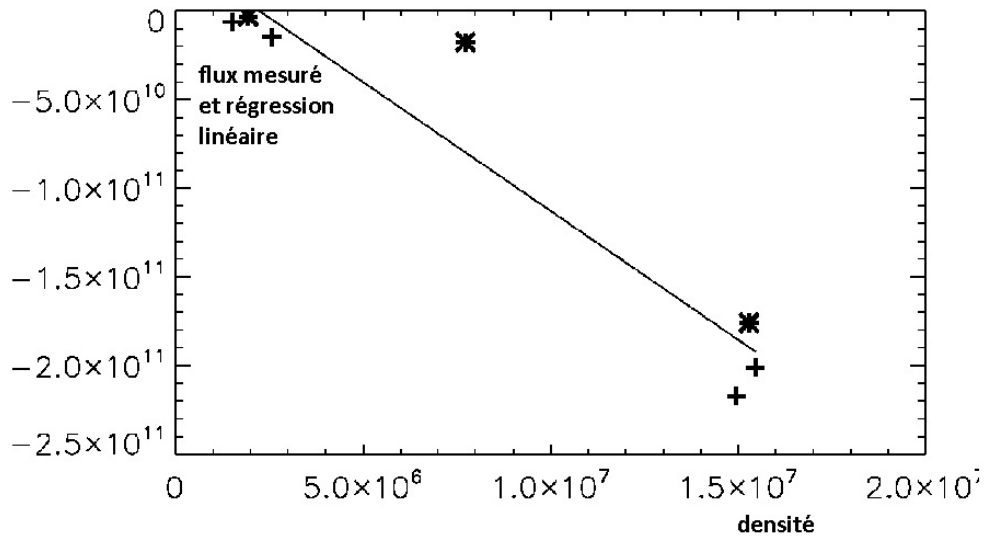


FIGURE 4.7 – Même figure que la Fig. (4.6) mais dans le repère de MVAB0.

FGM. La Fig. (4.8) montre l'évolution de la densité, de la pression, du module du champ, et de la vitesse normale comparée à celle du mode lent.

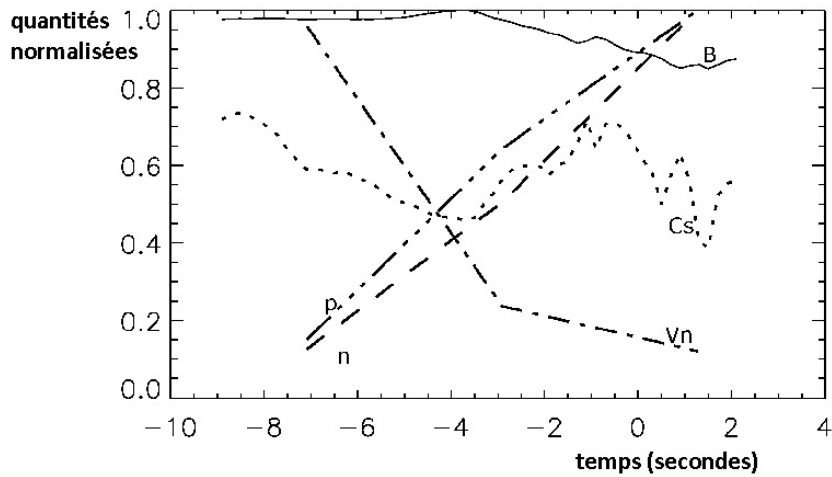


FIGURE 4.8 – Évolution de n , p , B , c_s , et V_N au sein de la couche compressionnelle en fonction du temps. Chaque quantité est normalisée à la valeur maximale dans les données, sauf c_s qui est normalisée comme V_N .

Comme on le constate, le module du champ et la vitesse normale décroissent, alors que les autres quantités croissent. Le choc lent est la seule discontinuité permettant ce type de variations. Ceci est d'ailleurs confirmé par le fait que le flot présente des vitesses supérieures et inférieures à la vitesse magnéto-sonique lente, respectivement en amont et en aval.

Cette discontinuité possède donc les caractéristiques du mode lent, que ce soit un pur choc, une structure en train de se comprimer, ou de se mélanger avec la discontinuité suivante. Une observation aussi nette de ce type de structures est rare à la magnétopause. On peut se référer à [Walthour *et al.* 1995] pour une étude utilisant des données ISEE identifiant un choc lent et une discontinuité rotationnelle au voisinage d'un site de reconnexion. Cependant, les propriétés des couches étudiées n'avaient pu alors être correctement vérifiées du fait, selon l'auteur, d'une forte anisotropie du tenseur de pression.

Ayant identifié cette première couche, nous allons donc voir si la discontinuité suivante peut être identifiée, à l'instar de celle de l'étude citée, comme une discontinuité rotationnelle.

4.2.3 Étude des variations rotationnelles

De la même manière, nous pouvons maintenant regarder le profil des principales quantités physiques au sein de la couche qui porte les variations rotationnelles. Elles sont représentées sur la Fig. (4.9).

Comme on le voit, les quantités caractérisant le plasma sont bien constantes dans cette couche, comme imposé dans le cas stationnaire par les équations de Rankine-Hugoniot. Il s'agit bien a priori d'une discontinuité rotationnelle, d'une épaisseur supérieure à 1000 km, soit beaucoup plus que le rayon de Larmor local. On peut réaliser un test de Walén pour vérifier la nature de la couche, en traçant δB_T en fonction de $\sqrt{(\mu_0 \rho)} \delta V_T$ au sein de la couche. Le résultat est tracé sur la Fig. (4.10).

Comme on le voit, les points sont disposés autour d'une droite. Cela confirme que l'on a affaire à une discontinuité rotationnelle. Cependant, le coefficient de proportionnalité vaut 0.72 (0.74 si on prend en compte l'anisotropie) au lieu de 1. Probablement y-a-t-il des effets de composition (mais nous n'avons pas accès à des données de la partie CODIF de l'instrument pour cette traversée) et/ou des ions froids non détectés par l'instrument. Quoiqu'il en soit, nous pouvons conclure que nous avons bien observé, dans le cadre de cette traversée "en C" du 15/04/2008, une couche composée d'un mode lent suivi d'une discontinuité rotationnelle.

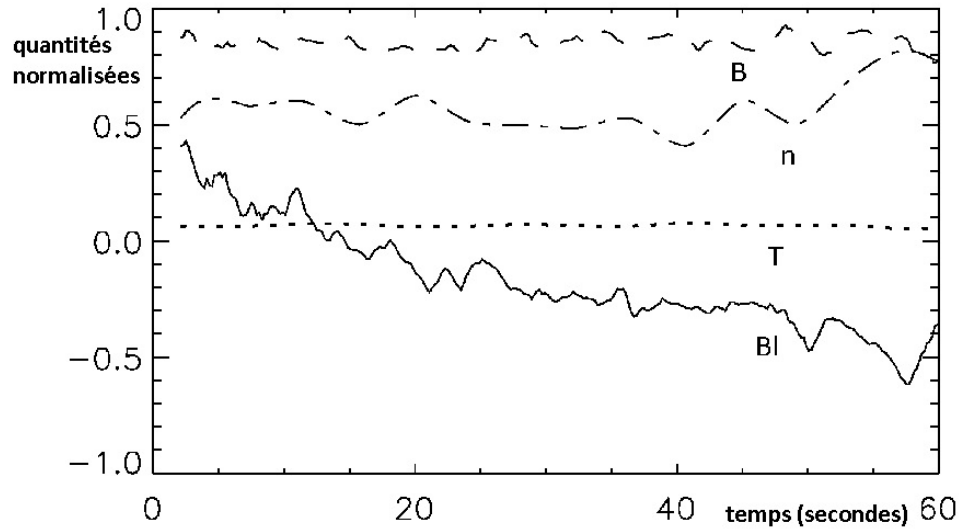


FIGURE 4.9 – Évolution de n , T , B , et B_L au sein de la couche rotationnelle en fonction du temps. Chaque quantité est normalisée à la valeur maximale dans les données

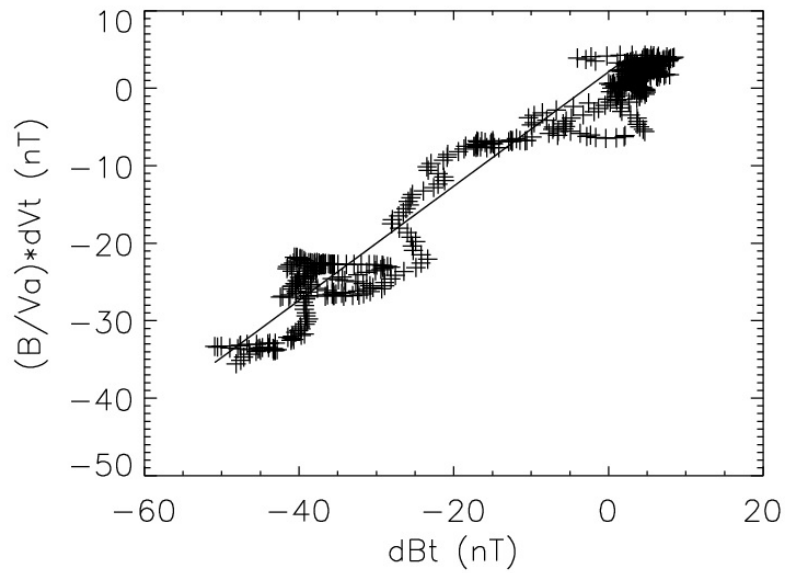


FIGURE 4.10 – Test de Walen pour la partie rotationnelle de la traversée du 15 avril 2008.

4.2.4 Un complexe choc lent/discontinuité rotationnelle ?

Regardons maintenant ce qu'observent les autres satellites de la mission, C2, C3 et C4, autour des mêmes heures. Du fait de trous de données ou du fait que certains instruments ne fonctionnent de toute façon pas, nous ne pouvons pas réaliser le même type d'analyse sur chacune des traversées. Cependant, nous disposons de bons proxys pour repérer les gradients de densité et la rotation du champ magnétique, respectivement le potentiel satellite et la composante B_θ du champ mesuré par FGM. La Fig. (4.11) présente ces observations autour de la date considérée pour les quatre satellites.

Comme on peut le constater, C2 rencontre d'abord une zone de gradients compressionnels isolée des gradients rotationnels. Plus tard, C1 rencontre le choc lent et la discontinuité rotationnelle, tandis que les deux frontières sont mélangées un peu plus tard lorsqu'elles sont traversées par les deux derniers satellites. Il semble bien, même s'il faut toujours se méfier des effets 2D lorsqu'on tire ce type de conclusions, que les deux frontières soient en fait en train de s'approcher et d'interagir, formant un complexe, à l'image de certaines structures ressemblantes déjà décrites dans la littérature comme les doubles discontinuités (voir par exemple [Lee *et al.* 2000]) et observées dans l'espace interplanétaire et la magnétogaine ([Whang *et al.* 1998] et [Whang *et al.* 1997]). Pour nous, cependant, ce type de complexes est peut-être plus général que les structures décrites dans [Lee *et al.* 2000], qui sont sensées être stabilisées par la présence d'anisotropies et formées selon les conditions d'un choc lent suivi d'une discontinuité rotationnelle, ou de deux chocs lents en entourant une. Nous conjecturons en effet que ce type de découpages est dans le cas général le bon point de vue à adopter pour analyser la magnétopause non tangentielle, ce que nous allons expliciter dans la partie suivante.

4.3 Un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ?

Dans cette section, nous allons donc creuser cette idée de complexe de sous-couches compressionnelles et rotationnelles en interaction. Pour ce faire, nous allons simuler ce qu'il advient d'une telle structure en absence d'anisotropie de pression sensée être stabilisante pour ce type de discontinuités. Puis nous élargirons l'analyse à l'étude d'un cas plus compliqué ("en S") et montrerons que l'on peut continuer à conjecturer dans ce cas l'existence de ce type de complexes. Le premier travail est lui aussi inclus dans [Dorville *et al.* 2014b] (tandis que le second a été présenté oralement par Gérard Belmont au congrès 2014 de l'EGU).

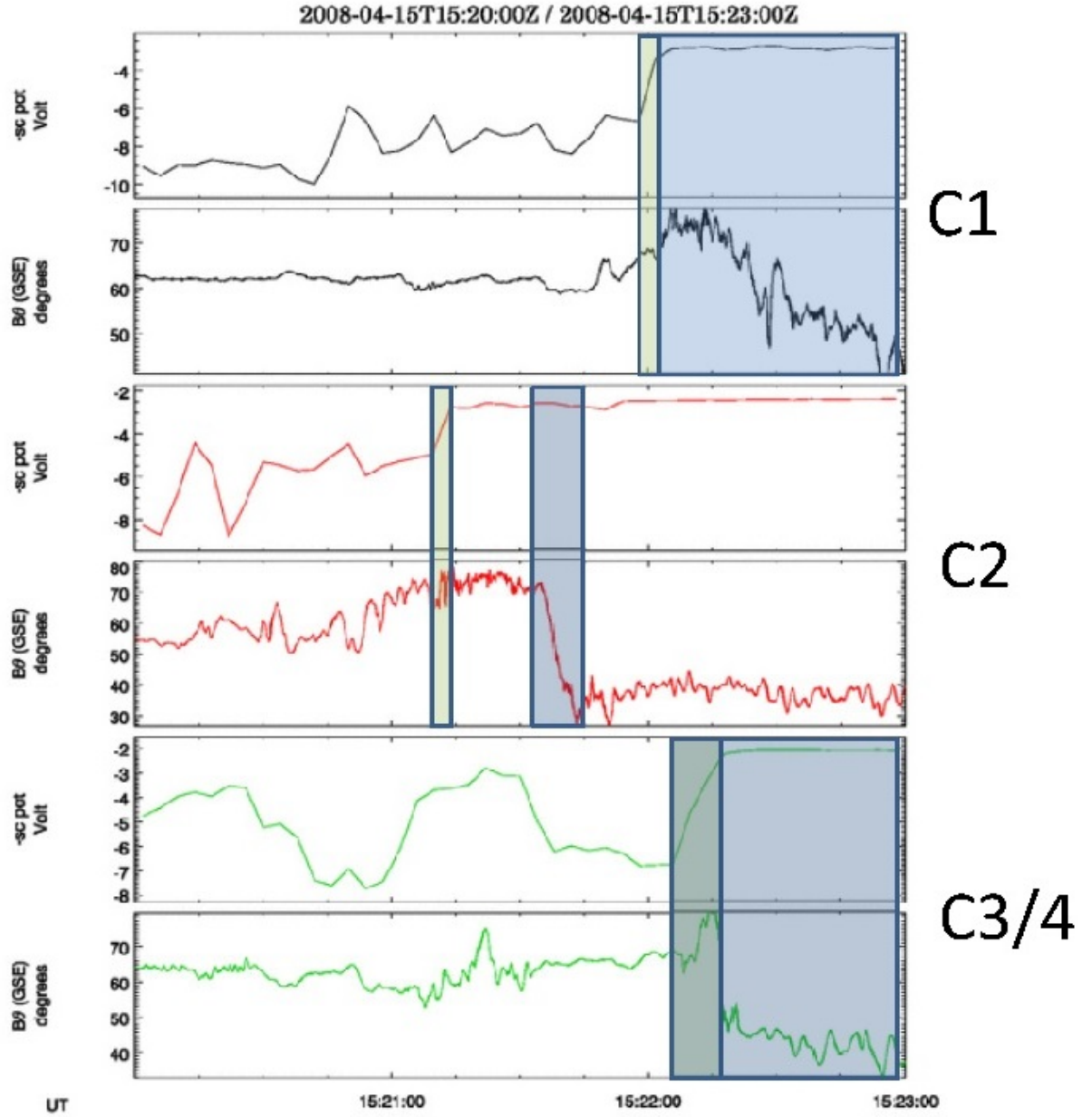


FIGURE 4.11 – Profils de $B\theta$ et du potentiel satellite observés par C1, C2 et C3/4 (ces deux satellites sont alors proches) autour de la traversée de C1 du 15/04/2008. En vert et en gris les zones correspondant respectivement aux gradients compressionnels et rotationnels.

4.3.1 Simulation de l'interaction d'un choc lent et d'une onde d'Alfvén, en MHD 1.5D dans un milieu isotrope

Nous avons donc, en collaboration avec Roland Grappin, simulé l'interaction de ces deux types de discontinuité dans un code MHD compressible 1.5D, avec des conditions aux limites périodiques. Le code utilise une méthode pseudo-spectrale classique pour calculer les dérivées spatiales et un schéma d'Adams-Bashforth adaptatif pour l'intégration temporelle. Les équations résolues sont les suivantes (avec une normalisation appropriée) :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (4.2)$$

$$\partial_t P + (V \cdot \nabla)P + \gamma P \nabla \cdot V = D_1 \quad (4.3)$$

$$\partial_t V + (V \cdot \nabla)V + \nabla(P + B^2/2)/\rho - (B \cdot \nabla)B/\rho = D_2 \quad (4.4)$$

$$\partial_t B + (V \cdot \nabla)B - (B \cdot \nabla)V + B \nabla \cdot V = D_3 \quad (4.5)$$

$$P = \rho T \quad (4.6)$$

D_1 est un terme de chauffage et D_2 et D_3 des termes visqueux et résistifs.

La première étape de l'étude consiste à obtenir un choc lent suffisamment stable et stationnaire pour étudier son interaction avec une onde d'Alfvén (bien plus facile à stabiliser).

4.3.1.1 Initialisation d'un choc lent

Comme on l'a dit en introduction, pour un certain jeu de conditions en amont, le système de Rankine-Hugoniot n'autorise qu'une fonction $V_{n2}(V_{n1})$ de sauts de vitesse. C'est cette fonction que nous avons utilisée pour obtenir un couple de conditions aux limites favorables. La Fig. (4.12) présente ce type de fonctions pour le jeu de conditions amont $P_1 = 0.1$, $B_N = 0.1$, $\rho_1 = 1$ et $B_{T1} = 1$.

Nous utiliserons ici le couple de conditions $[V_{N1}, V_{N2}] [0.065, 0.035]$ et une variation de V_N en tangente hyperbolique entre les deux, sur quelques points de maille. Une variation linéaire beaucoup plus lente est ajoutée afin de parvenir à assurer les conditions aux limites périodiques. Enfin, toutes les autres quantités ont leurs profils initialisés de manière cohérente avec les conditions de Rankine-Hugoniot. Ce profil (rampe et variations linéaires) n'est pas exactement a priori celui d'un choc lent, mais suffit comme on va le voir à obtenir quelque chose de suffisamment stationnaire. L'évolution de cette condition initiale est présentée sur la Fig. (4.13) jusqu'à $t = 15$ et ensuite sur des temps plus longs sur la Fig. (4.14). La normale est orientée selon la direction X , et Y et Z sont les directions tangentiellles.

Comme on le voit, le choc est bien quasi-stationnaire. Il s'élargit et s'applatit seulement quelque peu au fil du temps, et émet une onde du fait de l'inexactitude

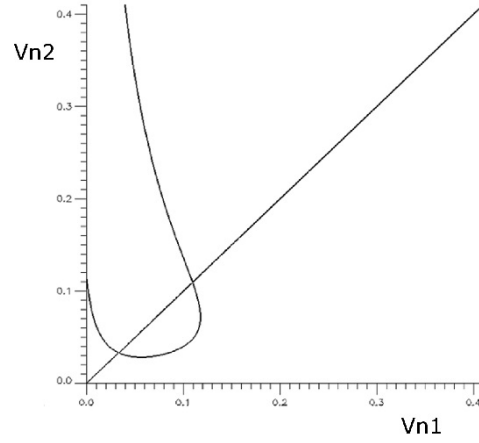


FIGURE 4.12 – Couples de conditions $V_{N2}(V_{N1})$ autorisés par Rankine-Hugoniot pour les conditions amont énoncées dans le texte.

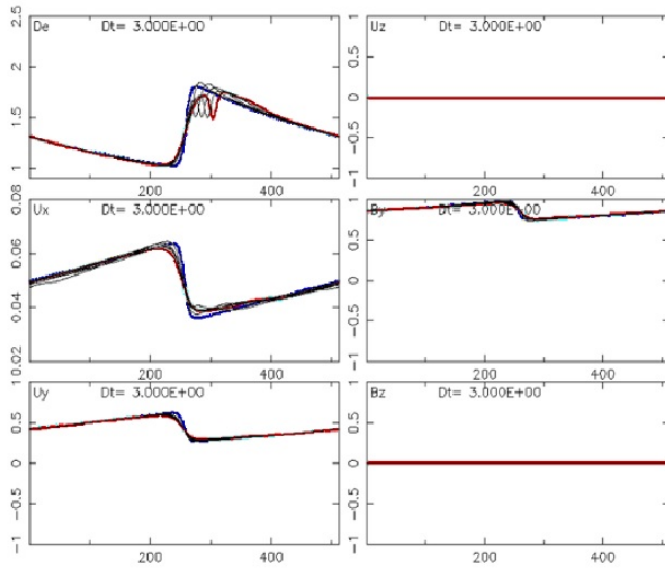


FIGURE 4.13 – Évolution des profils spatiaux de diverses quantités physiques (voir légendes) pour un choc lent seul, de la condition initiale (courbe bleue) à $t = 15$ (courbe rouge)

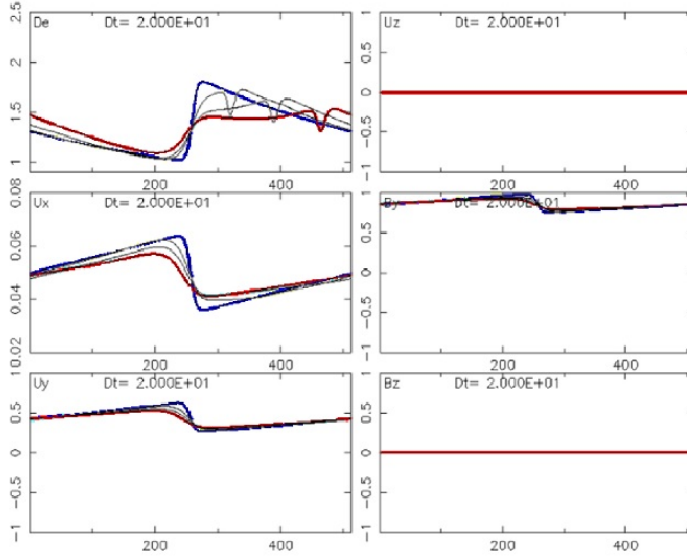


FIGURE 4.14 – Évolution des profils spatiaux de diverses quantités physiques (voir légendes) pour un choc lent seul, de la condition initiale (courbe bleue) à $t = 60$ (courbe rouge)

des profils initiaux. Nous allons maintenant voir que ce qui se passe en ajoutant une onde d'Alfvén s'approchant du choc lent est spectaculaire et suffisamment significatif pour négliger ces imperfections.

4.3.1.2 Ajout d'une onde d'Alfvén

Nous allons donc maintenant prendre la même initialisation pour le choc mais ajouter une onde d'Alfvén en aval, comme c'est observé dans les données pour l'étude de cas du 15/04/2008. Pour ce faire, nous faisons simplement tourner le champ de $2\pi \text{ rad}$, et ajoutons une rotation cohérente des profils de vitesse tangentielle (pour que celles-ci soient Alfvéniques). Le résultat est présenté Fig. (4.15)

Comme on le voit assez bien si on regarde les profils de U_y , l'onde d'Alfvén se propage en direction du choc (ce qui est cohérent puisqu'elle ne peut être stationnaire dans le repère de celui-ci), jusqu'à le rencontrer vers $t = 9$. Alors, on voit que le choc se met à se mouvoir avec l'onde d'Alfvén au lieu de rester immobile. On le voit d'autant mieux si on regarde l'évolution des profils sur des temps plus longs, comme sur la Fig. (4.16).

On constate bien la formation d'un complexe choc lent/discontinuité rotationnelle, et ce sans anisotropie. En revanche, de ce fait, la structure n'est pas stationnaire (ce qui serait interdit par les équations MHD) mais les positions

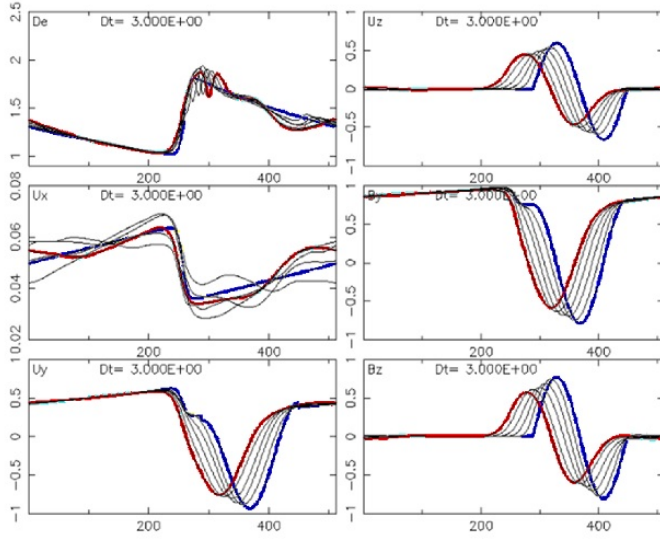


FIGURE 4.15 – Évolution des profils spatiaux de diverses quantités physiques (voir légendes) pour un choc lent et une onde d'Alfvén, de la condition initiale (courbe bleue) à $t = 15$ (courbe rouge)

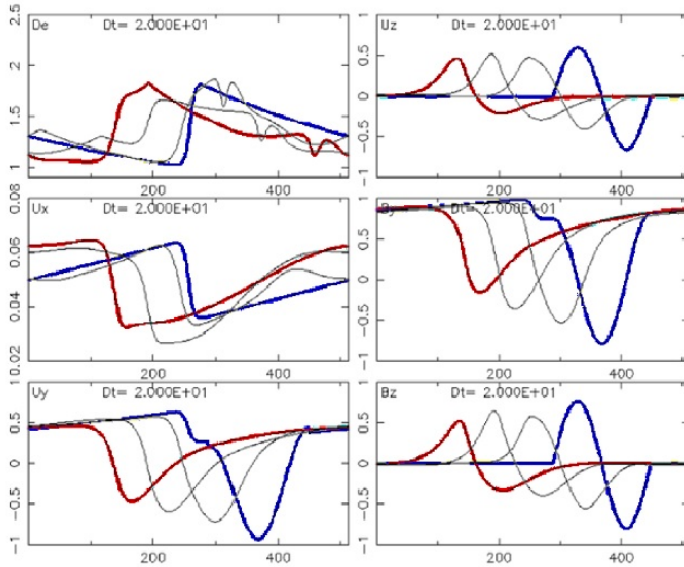


FIGURE 4.16 – Évolution des profils spatiaux de diverses quantités physiques (voir légendes) pour un choc lent et une onde d'Alfvén, de la condition initiale (courbe bleue) à $t = 60$ (courbe rouge)

4.3. Un complexe de sous-couches rotationnelles et compressionnelles en interaction ? 83

respectives des gradients oscillent, comme on peut le voir sur la Fig. (4.17), qui utilise la densité et B_z comme proxys pour la compression et la rotation.

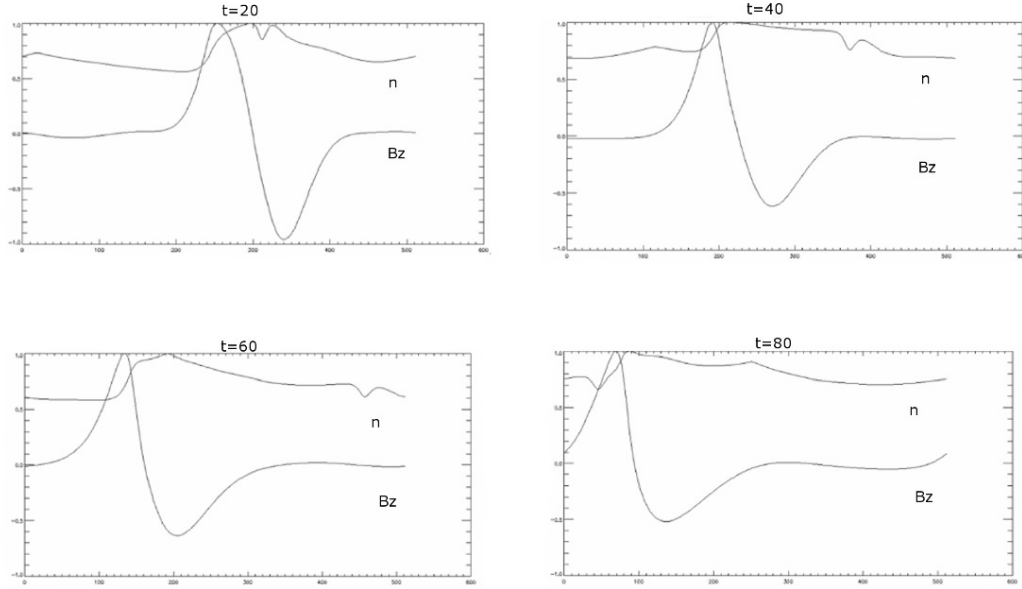


FIGURE 4.17 – Coupes de N et B_z à divers stades de la simulation.

On observe bien sur ces figures que la forme de l'onde d'Alfvén est affectée par le choc, lui-même porté par l'onde rotationnelle. Leurs positions respectives oscillent, ce qui confirme la non-stationnarité de la structure. Cependant, les conditions de la simulation ne nous permettent pas d'observer la relaxation de cet état (si elle existe). Si toute conjecture de ce type est toujours aventureuse, en revanche, on peut imaginer que les observations de C1 Fig. (4.11) correspondent aux conditions pré-mélange ou au début du mélange, tandis que C3/4 observent un stade ultérieur proche de ce qu'on observe sur cette figure, les observations de C2 "ressemblant" à notre initialisation. Nous allons maintenant voir qu'on peut observer quelque chose de ressemblant dans certains cas de traversées aux hodogrammes plus "compliqués".

4.3.2 Qu'est-ce qu'un "cas en S" ?

Regardons maintenant le cas de traversée en S présenté dans [Panov *et al.* 2011]. Les 4 satellites de la mission Cluster traversent la magnétopause le 06 avril 2004 autour de 04h34. Si l'on trace l'hodogramme observé par C1 dans le repère LM à la résolution maximale (et donc pas la figure présentée dans l'article de Panov), on obtient la Fig. (4.18).

Comme on le voit, cette figure est un petit peu différente de la figure basse résolution de l'article, reproduite sur la Fig. (4.19), notamment dans sa partie

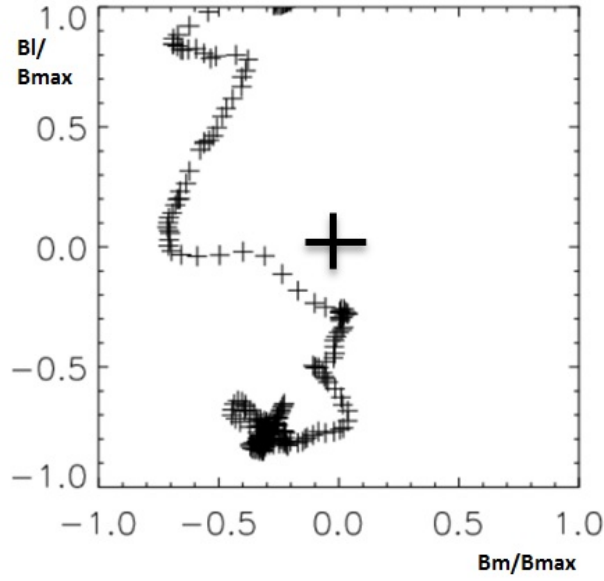


FIGURE 4.18 – Hodogramme $B_L(B_M)$ du champ observé par le satellite C1 de la mission Cluster lors de la traversée de magnétopause en S du 06 avril 2004 présentée dans [Panov *et al.* 2011].

centrale. On y voit apparaître un certain nombre de structures qui semblent purement compressionnelles et/ou rotationnelles. Ainsi, nous proposons de découper l'hodogramme de la manière dessinée sur la Fig. (4.20).

Il nous semble en effet que cette figure ne ressemble pas particulièrement à un S mais plutôt à une succession de sous-couches de nature assez clairement déterminée. Les couches A, C, E et G sont en effet assez bien représentées par des structures totalement rotationnelles, l'hodogramme étant remplaçable par un cercle centré sur l'origine. D est très clairement une structure compressionnelle, coplanaire, tandis que les deux autres structures semblent dominées par la compression avec de petits "accidents de parcours". En tout cas, il est difficile de voir ici le modèle proposé par [Panov *et al.* 2011] en $B_x = \tanh \frac{y}{L}$ et $B_z = \frac{\tanh \frac{y}{L}}{\cosh \frac{y}{L}}$, plutôt qu'une succession de petites structures plus locales en interaction.

À l'instar du cas présenté ici car jugé en quelque sorte typique de ce que peut être un cas en S, nous observons en fait ce type de configurations pour la plupart des cas de traversées avec des hodogrammes "compliqués" (au sens "pas clairement en C"). Nous proposons donc d'envisager d'étudier la magnétopause suivant cette approche. Nous conjecturons que lorsque la frontière, tangentielle à l'ordre 0, est agitée par des ondes, des instabilités, de la reconnexion magnétique, cela entraîne la séparation des variations en une ou plusieurs couches, portant des variations

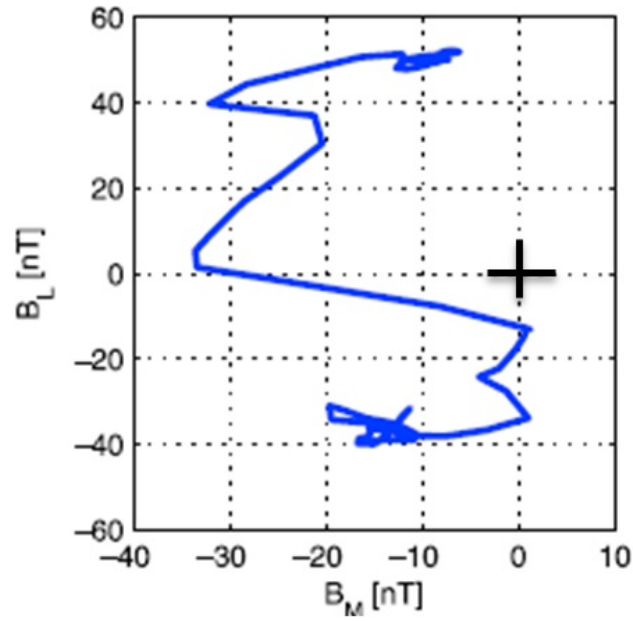


FIGURE 4.19 – Hodogramme basse résolution $B_L(B_M)$ du champ observé par le satellite C1 de la mission Cluster lors de la traversée de magnétopause en S du 06 avril 2004. Figure présentée dans [Panov *et al.* 2011].

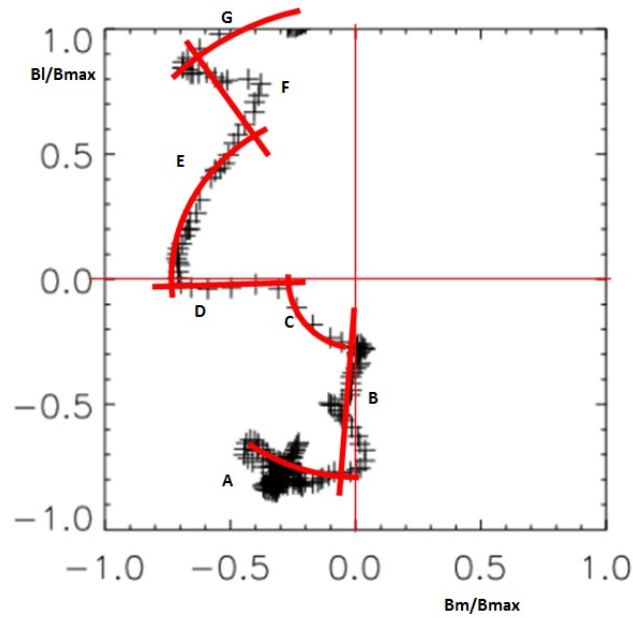


FIGURE 4.20 – Découpage proposé pour l'hodogramme du champ magnétique de la traversée en S du 06 avril 2004.

compressionnelles et rotationnelles, et ainsi aussi un B_N . Ces couches peuvent être à l'échelle MHD, comme le 15 avril 2008, ou aux échelles cinétiques ioniques comme cela semble être le cas le 06 avril 2004. N'ayant pas les mêmes vitesses caractéristiques, il semble nécessaire ensuite qu'il y ait interaction, pour former des complexes comme les double-discontinuités, ou, à terme, reformer une discontinuité tangentielle. Ce point n'a pas été élucidé jusqu'à présent.

Cette conjecture, émise dès [Dorville *et al.* 2014b], a été depuis enrichie par nos observations et a nourri une partie de notre travail. Elle n'est pas publiée ou théoriquement formalisée, mais nous a mené à développer un certain nombre d'outils, d'idées sur la manière d'étudier correctement de telles couches, que nous allons maintenant présenter dans un cinquième chapitre.

Traitement des sous-structures à la magnétopause

Sommaire

5.1	Généralisation naturelle de la méthode BV aux cas en S ? .	87
5.1.1	Une généralisation techniquement difficile	88
5.1.2	Une approche globale contestable	90
5.2	Difficultés à résoudre pour l'analyse des frontières "non-C"	91
5.3	Quelques idées sur le traitement des cas "non-C"	92
5.3.1	Lisser les variations non significatives	92
5.3.2	Construire une vitesse utilisable	95
5.3.3	Identifier et classer automatiquement les couches	96
5.3.4	Utiliser des méthodes de détermination de normale adaptées	99

Suite à la conjecture développée et illustrée au chapitre précédent, nous avons tenté de chercher comment étudier de manière systématique les cas de traversées de magnétopause présentant une séparation claire en plusieurs couches fines. Nous allons ici présenter l'état de nos réflexions, en espérant que la future mission MMS ou des études complémentaires permettent de continuer la discussion. Nous commencerons par considérer une généralisation "naturelle" de la méthode BV aux "cas en S" et expliquer pourquoi ce traitement global n'a pu être retenu. Puis, nous présenterons les difficultés d'un traitement local. Nous nous intéresserons alors aux différentes approches que nous proposons pour résoudre ces difficultés et leurs axes d'amélioration.

5.1 Généralisation naturelle de la méthode BV aux cas en S ?

Suite à la construction de la méthode BV et avant les études ayant mené aux conclusions présentées au chapitre précédent, il paraissait naturel de tenter de concevoir une méthode automatique permettant de déterminer une direction normale et une coordonnée pour les cas habituellement décrits comme "en S", en s'inspirant de l'esprit de celle utilisée pour les cas en C. C'est ce que nous avons brièvement tenté de faire. Cependant, cette approche présentait à la fois des difficultés techniques et une approche physique contestable.

5.1.1 Une généralisation techniquement difficile

Nous nous sommes donc un temps attachés à générer des jeux de données artificielles permettant de décrire toutes formes d'hodogrammes en S. Si l'on regarde [Panov *et al.* 2011], la forme choisie pour décrire ce type de cas est la suivante :

$$B_L = B_0 \tanh(y/L) \quad (5.1)$$

$$B_M = \frac{B_0 \tanh(y/L)}{\cosh(y/L)} \quad (5.2)$$

Cependant, comme c'était déjà le cas pour les cas en C, cette description à deux paramètres libres est insuffisante pour couvrir l'étendue des cas observés, avec un champ uniquement antisymétrique, des S totalement symétriques et des variations des composantes B_M et B_L de rapport d'échelle fixe. Nous sommes donc arrivés à la conclusion qu'il était nécessaire pour être exhaustifs d'utiliser la forme suivante :

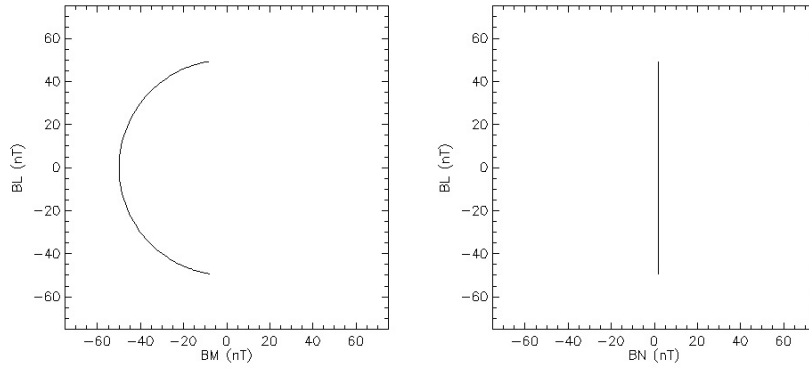
$$B_L = B_{L0} \tanh((y - y_1)/L_1) \quad (5.3)$$

$$B_M = \frac{B_{M0} \tanh((y - y_2)/L_2)}{\cosh((y - y_3)/L_3)} \quad (5.4)$$

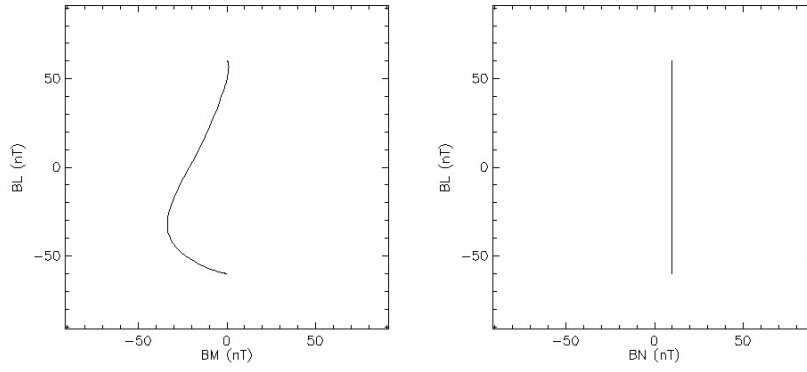
Avec $B_N = B_{N0}$, on a maintenant un modèle à 9 paramètres libres. Notons qu'il est assez général, permettant notamment de décrire les cas en C (en prenant par exemple une valeur extrême de y_2 telle que la tangente hyperbolique correspondante ne varie pas dans la couche). La Fig. (5.1) montre des exemples d'hodogramme générés en faisant varier ces paramètres, du pur C symétrique au S.

Nous avons donc, comme cela avait été notre démarche pour concevoir BV, construit de tels jeux de données de champ magnétique, transposé ces données dans un repère quelconque, et tenté de rédiger un programme permettant d'ajuster ces données avec un modèle du même type, en retrouvant les paramètres libres utilisés pour construire le champ magnétique et la direction normale de départ.

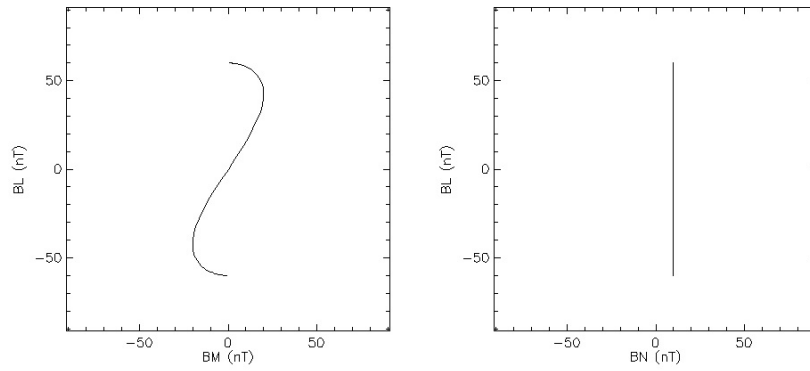
Cependant, même en utilisant des données artificielles non bruitées, nous avons eu des difficultés pour converger vers les paramètres utilisés en entrée. L'abondance de paramètres libres et le fait que les méthodes numériques à disposition comme l'algorithme de Powell ne permettent de chercher que des minima locaux complique en effet le problème par rapport au cas purement elliptique. La distance à minimiser n'est plus purement analytique, ce qui a un impact sur le résultat comme sur le temps de calcul. Il est alors nécessaire d'initialiser très minutieusement les



cas 1



cas 2



cas 3

FIGURE 5.1 – Trois cas en S générés selon notre modèle. Les paramètres libres utilisés $[B_{L0}, B_{M0}, B_{N0}, y_1, y_2, y_3, 1/L_1, 1/L_2, 1/L_3]$ sont respectivement $[50, 50, 2, 0, 100, 0, 0.05, 0.1, 0.05]$, $[60, 40, 10, 0, 12, -5, 0.10, 0.07, 0.15]$ et $[60, 40, 10, 0, 0, 0, 0.10, 0.10, 0.10]$ pour les cas 1, 2 et 3.

paramètres du modèle, ce qui est facile avec une ellipse mais beaucoup plus délicat sur une forme indéterminée n'ayant pas de propriétés (quantités conservées/convexité) particulières. Ainsi, sans une initialisation "manuelle" à des valeurs proches du résultat attendu, nous ne parvenons pas à traiter ces données artificielles.

Ensuite, en supposant cet obstacle surmonté (de fait, une initialisation manuelle par tâtonnements est toujours possible, même si elle est peu élégante), nous nous sommes heurtés au problème posé par la description de l'hodogramme. En effet, on ne peut ici utiliser la description angulaire de BV. Or, après une série d'essais, nous avons constaté qu'une description alternative utilisant la formule $B_L = B_0 \tanh(y/L)$ (avec y intégrale de la vitesse normale) était moins adaptée pour les simples cas en C. Cette décomposition a, pour les cas plus complexes, le malheur de se combiner avec le trop plein de paramètres libres pour donner de "bons fits" déraisonnables physiquement (c'est-à-dire qu'on peut trouver une normale fausse, des paramètres faux, et pourtant suivre correctement les variations des données). L'approche d'une coordonnée curviligne, autre solution envisageable, présente le même type de défauts associés à un trop plein de paramètres.

5.1.2 Une approche globale contestable

En menant ces essais et en cherchant à mieux caractériser les cas en S, surtout, il nous a finalement semblé que ce type d'essais de description globale étaient voués à l'échec par nature, raison pour laquelle nous les avons abandonnés.

En effet, comme nous l'avons expliqué dans la section précédente, nous pensons que la magnétopause "en S" est en fait en général simplement une magnétopause "non C". Il s'agit selon nous le plus souvent de cas agités, secoués ou l'ayant été dans le passé ou à proximité, pour lesquels un certain nombre de structures fines ont été séparées et interagissent. Certaines de ces couches portent essentiellement des variations compressionnelles et présentent clairement les caractéristiques de chocs, d'autres des variations rotationnelles, d'autres enfin semblent interagir et se mélanger dans des processus dynamiques. Dans ce cadre, il est raisonnable de penser que la frontière n'est, si on veut l'analyser globalement, ni réellement 1D ni réellement stationnaire. L'approche globale d'un traitement d'ensemble de ces couches en interaction ne semble donc pas forcément la plus adéquate.

En fait, l'approche suivie par la méthode BV permet de traiter une couche unique, rotationnelle ou tangentielle, dont on peut supposer que lui attribuer une unique direction normale a un sens et qu'elle est suffisamment stationnaire du début à la fin de la traversée pour que les observations puissent être décrites par un modèle à quelques paramètres libres constants. Dans les cas plus compliqués, il peut être raisonnable d'appliquer une méthode comme BV (ou les Generic Residue Analysis) à chacune des "sous-couches" mais pas à l'ensemble, qui ne peut que contrevenir aux

hypothèses de ces méthodes. Comme évoqué dans le chapitre 2, les méthodes de reconstruction de Grad-Shafranov (voir par exemple [De Keyser 2005]) sont adaptées pour traiter les couches 2D. Cependant, elles dépendent de l'hypothèse de stationnarité, ce qui nous pousse ici à chercher dans une autre direction (la comparaison entre cette approche et la nôtre, quand elle sera au point, devrait cependant se révéler intéressante). Nous avons donc plutôt tenté de construire un ensemble d'outils d'analyse de ces séries de structures fines, afin de les identifier automatiquement et si possible d'obtenir certaines de leurs caractéristiques. Montrons que le problème lui-même est loin d'être trivial.

5.2 Difficultés à résoudre pour l'analyse des frontières "non-C"

Si nous retenons l'approche consistant à découper ces cas en une série de sous-couches de nature différente, il s'agit d'être capable de les séparer de manière automatique, de leur assigner une nature, puis si possible de déterminer une direction normale caractérisant les variations, ainsi que de décrire leur mouvement.

Cette approche se heurte à un certain nombre de difficultés techniques. Ainsi, ces structures semblent souvent, à l'examen des données de champ magnétique, se situer aux petites échelles. Si l'on se réfère au découpage proposé sur la Fig. (4.20), par exemple, qui utilise la résolution maximale disponible pour le champ magnétique (environ 20 Hz), on voit que la durée de la traversée de certaines de ces structures correspond à quelques points de mesure, soit de l'ordre de la seconde. À ces petites échelles, comment séparer les variations correspondant à des sous-structures pérennes de leur modulation par une turbulence superposée ? Dans le cadre d'une analyse d'une traversée longue par BV, il n'est pas nécessaire de se soucier trop du bruit car la dispersion induite est, comme nous l'avons vu, assez négligeable pour des perturbations de module raisonnable. Mais ce n'est certainement pas le cas ici. On peut imaginer que le bruit peut par exemple induire des variations du champ magnétique dans la direction normale cherchée du même ordre de grandeur que celles du B_M correspondant à la faible durée de rotation, voire non négligeables par rapport à celles de B_L . Un des principaux problèmes sera donc d'être capable de lisser le bruit et les ondes, sans trop affecter les variations caractérisant les couches fines.

Une deuxième difficulté à laquelle on se heurte lorsqu'on s'intéresse à ce découpage est la difficulté à mesurer la vitesse à ces échelles. Ainsi, il est déraisonnable de penser qu'interpoler la vitesse mesurée par l'instrument CIS entre deux points de mesure suffise à évaluer correctement la vitesse de ces couches fines, même si on parvient par ailleurs à connaître la vitesse de la discontinuité par rapport au plasma par des raisonnements physiques. Pour évaluer la nature des discontinuités, leur vitesse et donc leur épaisseur, il faut donc être capable de construire un vecteur

vitesse suffisamment satisfaisant aux petites échelles.

Si l'on suppose que l'on sait construire un vecteur vitesse utilisable et déterminer quelles sont les variations significatives du champ magnétique, il reste à être capable de découper la traversée entière de manière objective et automatique, et à classer les couches. Le problème n'est pas toujours aussi simple que pour l'étude présentée dans [Dorville *et al.* 2014b], car les couches sont fines, interagissent et se mélangent, et l'on cherche à trouver des critères automatiques et pas simplement à réaliser un découpage manuel. Il faut donc trouver des indicateurs significatifs du début, de la fin, et de la nature d'une couche, qui soient autant que possible généraux.

Enfin, une fois que l'on a découpé et classé les différentes couches, il reste à trouver la bonne méthode pour déterminer une direction normale pour chacune d'entre elle, en prenant en compte les limitations de ces méthodes en fonction de la nature de la couche et de la qualité des mesures accessibles. Ce n'est pas non plus un problème trivial à ces échelles.

À chacun de ces problèmes, nous avons tenté d'apporter une réponse. Si nous ne prétendons pas avoir une solution globalement satisfaisante, nous avons tout de même fait quelques progrès suffisamment notables pour être présentés ici.

5.3 Quelques idées sur le traitement des cas "non-C"

Pour cette présentation, nous allons utiliser comme exemple illustratif le cas déjà utilisé dans le chapitre précédent et dans [Panov *et al.* 2011], lorsque les satellites de la mission Cluster traversent la magnétopause le 06 avril 2004 autour de 04 :34.

5.3.1 Lisser les variations non significatives

5.3.1.1 Choix d'un repère adapté au lissage

Pour travailler proprement, nous avons en premier lieu besoin de lisser le champ. En effet, on souhaite étudier les variations significatives, sans être troublés par l'effet du bruit et des ondes. Pour cela, nous proposons de travailler composante par composante dans un repère où chacune présente des variations significatives à grande échelle, donc le plus éloigné possible du LMN. Cela permet d'éviter de suivre des variations non significatives sur les composantes variant peu. On se place pour ce faire dans le repère LMN obtenu par MVAB, puis on effectue simplement une rotation du champ magnétique de $\frac{\pi}{4}$ autour de chacune des deux directions N puis M. La Fig. (5.2) illustre ce changement de repère (nous appellerons ce nouveau repère "repère tourné") et le type de variations obtenues sur les trois composantes. Dans le repère LMN, la direction L présente une grande variation et les deux autres seulement de petites oscillations. Il serait délicat de faire subir à chacune des composantes de ce repère un lissage équivalent. Dans le

nouveau repère, en revanche, chacune des composantes joue à peu près le même rôle.

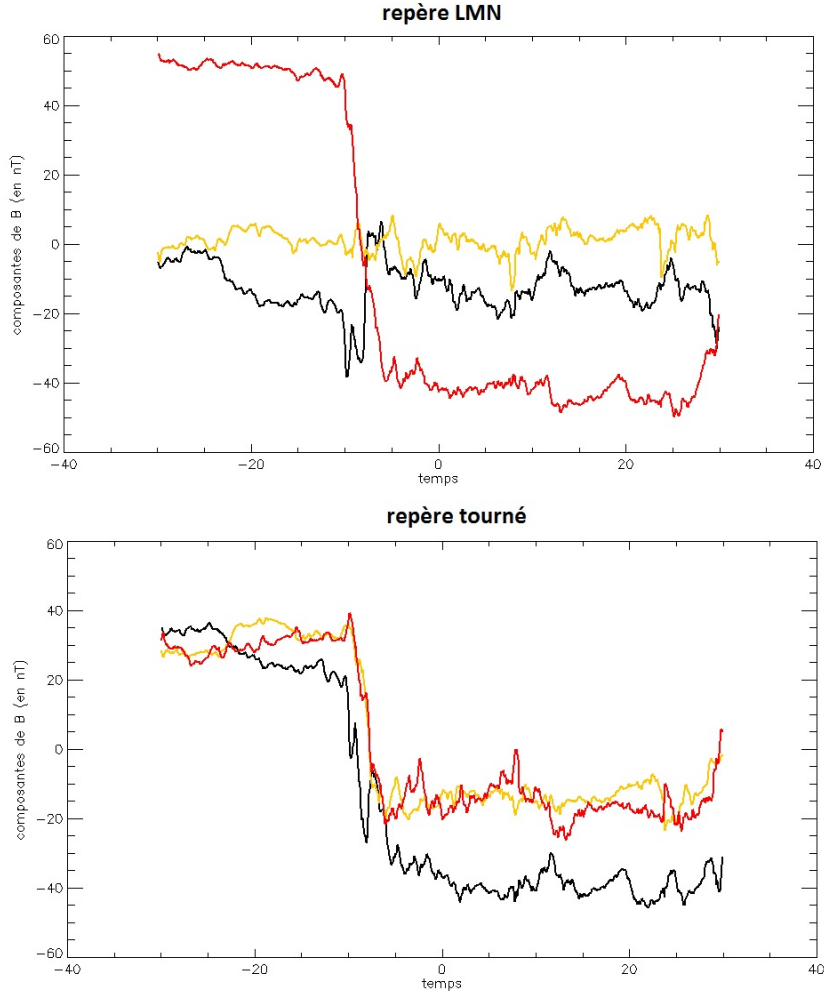


FIGURE 5.2 – Composantes du champ magnétique pour la traversée de magnétopause du 06 avril 2004, dans le repère LMN (L en rouge, M en noir et N en jaune) et dans notre repère tourné.

5.3.1.2 Initialisation de la procédure de lissage

Une fois dans ce "bon" repère, on s'attache alors à construire un lissage du champ, composante par composante, par une fonction affine par morceaux. On commence pour cela par définir le nombre de "noeuds" nécessaire pour ajuster correctement chaque composante. Dans ce but d'initialisation, on suit la procédure suivante, avec un nombre de noeuds initial réglable par l'utilisateur :

1. On place le nombre initial de noeuds de manière régulière au cours de l'inter-

valle

2. On calcule les pentes pour suivre le champ entre ces noeuds.
3. On cherche le noeud pour lequel les deux pentes voisines diffèrent le moins.
4. Si l'écart entre ces pentes est inférieur à une certaine fraction (réglable) de la pente moyenne sur l'intervalle, on supprime le noeud.
5. On revient au point 2 autant que nécessaire.

La procédure se poursuit jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de points séparant des intervalles caractérisés par des pentes voisines les unes des autres. Alors, on garde comme initialisation les noeuds et les pentes trouvées.

5.3.1.3 Procédure de lissage

Une fois que l'on dispose d'un repère adapté au lissage et du nombre de noeuds que l'on va utiliser pour ajuster chaque composante, on utilise l'algorithme de Powell pour trouver la meilleure position des noeuds (au sens qui minimise la distance entre modèle et données). On répète cette procédure pour chacune des composantes (si bien que les noeuds peuvent différer), l'objectif n'étant pas ici d'obtenir un découpage en couches distinctes mais seulement un champ lisse, puis l'on revient au repère LMN. Les résultats dans le repère LMN sont présentés sur la Fig. (5.3).

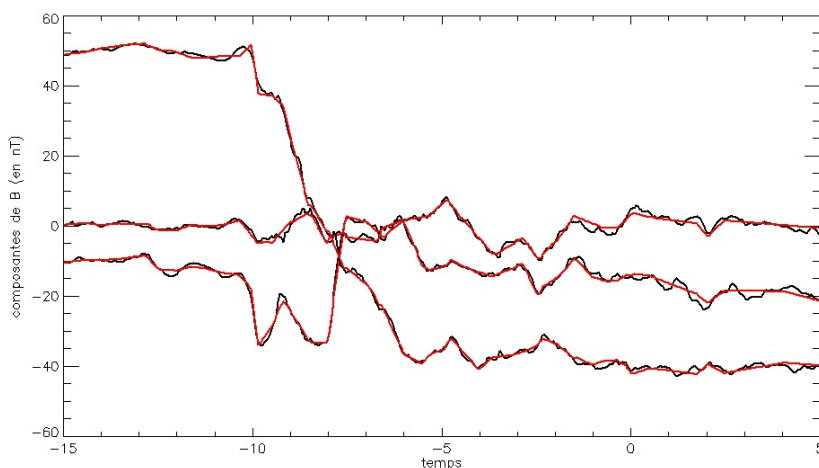


FIGURE 5.3 – Composantes du champ magnétique pour la traversée de magnétopause du 06 avril 2004, dans le repère LMN (noir) et fit par des fonctions affines par morceaux (rouge).

On espère ainsi se débarrasser des variations ondulatoires non significatives qui pourraient affecter l'étude des couches fines lors de la traversée, et l'on raisonnera donc sur ce champ fitté pour découper et analyser ces couches. Evidemment, cette

approche reste contestable si des couches "intéressantes" sont réellement indiscernables d'ondes. Elle est aussi dépendante de paramètres libres (nombre initial de noeuds, critère pour les supprimer) qu'il serait raisonnable d'être capable de définir de manière plus automatique en fonction de caractéristiques particulières du cas étudié.

5.3.2 Construire une vitesse utilisable

Comme nous l'avons dit, nous ne possédons pas de mesure de vitesse à une résolution inférieure à 4 secondes. C'est une limitation de la méthode BV qu'il devient crucial de pouvoir traiter quand on souhaite analyser séparément des structures fines en utilisant cette méthode, ou simplement caractériser leurs déplacements relatifs.

Afin de surmonter cette difficulté dans l'état actuel des données dont nous disposons, nous proposons d'utiliser l'équation :

$$\mathbf{V}_{\perp} = \frac{\mathbf{E} \otimes \mathbf{B}}{B^2} \quad (5.5)$$

Ainsi, on peut calculer facilement la composante de la vitesse perpendiculaire au champ magnétique, et ce à la résolution des instruments de mesure des champs. Nous avons constaté que cette vitesse perpendiculaire était généralement sensiblement différente de celle mesurée par les instruments plasma. Cela peut être dû à la présence d'ions froids, ou simplement au fait que l'étalonnage local de l'instrument EFW soit réalisé dans une région calme, loin de la couche. Nous avons donc ajouté la possibilité de les faire coïncider le mieux possible, par composition avec une fonction affine.

Alors, on peut supposer que la composante "normale" de cette vitesse perpendiculaire est en fait la vitesse normale totale, tant que le champ magnétique normal est assez faible. On peut donc parfois raisonnablement se servir de cette estimation de la vitesse pour calculer la vitesse d'une couche, ou pour appliquer la méthode BV.

Dans les faits, cette solution présente un certain nombre de limites. Ainsi, il faut que B_N soit nul ou très faible, ce qui n'est pas forcément raisonnable pour les sous-couches composant les cas non C. La vitesse perpendiculaire calculée ainsi ne coïncide généralement que mal avec celle des ions, sans que l'on puisse réellement savoir laquelle doit être corrigée (calibration du champ électrique dans ces couches de courant, ou mauvaise mesure des fonctions de distribution des ions). On ne peut donc l'utiliser qu'avec de grandes précautions, comme simple estimation. Cette limitation devrait disparaître avec la résolution des données particules de la mission MMS.

5.3.3 Identifier et classer automatiquement les couches

Une fois que nous possédons un champ lisse et un jeu de données représentant honnêtement la vitesse, il s'agit d'utiliser ces données pour identifier, classer, et analyser les couches. Pour ce faire, nous proposons de commencer par étudier localement le type de variations observées, pour attribuer au voisinage de chaque point une caractérisation. Ainsi, on choisit une taille d'intervalle (qui est une fraction ajustable de celle de l'intervalle initial), puis on adopte la démarche suivante en chaque point de données :

1. On sélectionne un intervalle de la taille définie autour de ce point.
2. On calcule le champ moyen sur l'intervalle, et on définit une base locale, avec un vecteur parallèle à ce champ moyen et deux vecteurs perpendiculaires.
3. On calcule alors la variance sur l'intervalle dans la direction parallèle (qualifiée de variance compressionnelle) et dans les directions perpendiculaires (qualifiée de variance rotationnelle). On attribue au point central ces valeurs.

Si l'on trace cette courbe des variances compressionnelles et rotationnelles pour notre cas test, on obtient la Fig. (5.4).

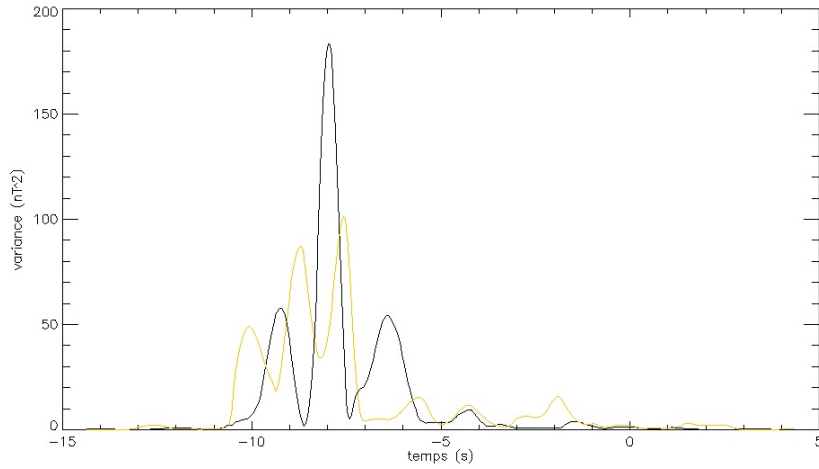


FIGURE 5.4 – Variance compressionnelle localement mesurée (noir) et rotationnelle (jaune) pour le cas du 06 avril 2004 en fonction du temps (centré au milieu de l'intervalle de données téléchargées auprès du CAA).

Comme on le voit, certaines zones présentent quasiment uniquement des variations de type rotationnel (respectivement compressionnel). Cela va dans le sens de l'idée de notre découpage. Si l'on applique le même type de méthode au cas en C analysé dans le chapitre 4 et [Dorville *et al.* 2014b] (de traversée du 15 avril 2008 par C1), on obtient la Fig. 5.5, où l'on constate la présence d'une zone présentant de fortes variations compressionnelles mélangées à des variations rotationnelles

(que nous avons caractérisée comme un choc lent) puis une zone qui apparaît bien purement rotationnelle (les effets de résolution lissent et élargissent les pics), et un deuxième "accident" compressionnel en fin de couche (que nous n'avons pas cherché à caractériser car il n'apparaît pas sur tous les satellites).

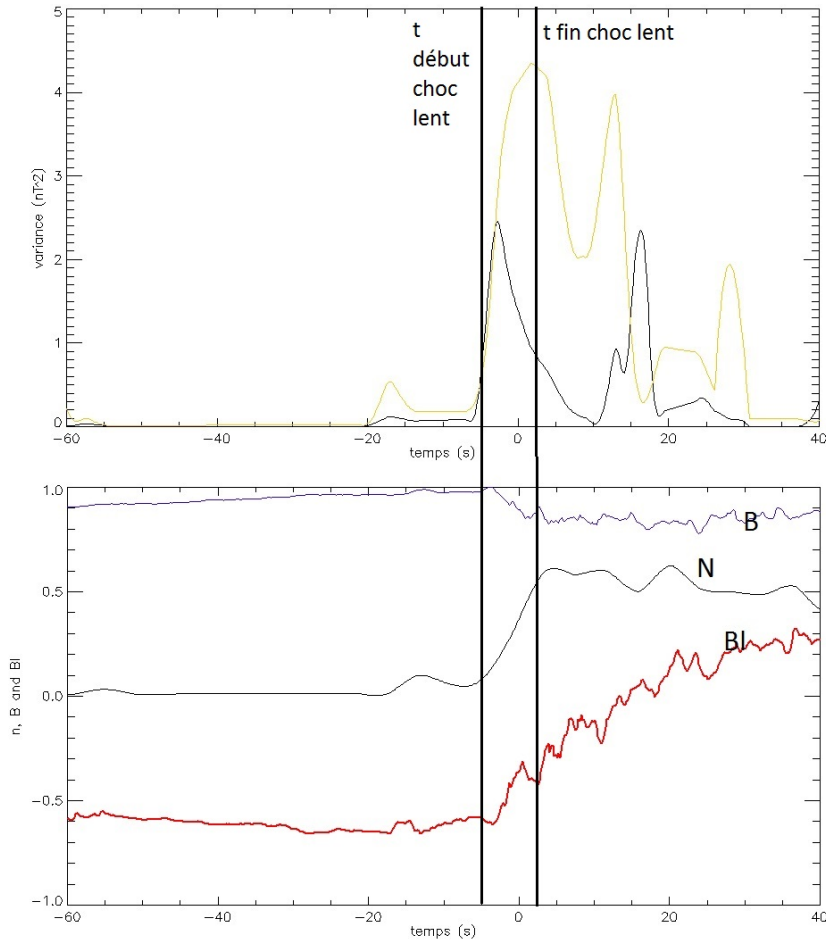


FIGURE 5.5 – La première courbe représente la variance compressionnelle localement mesurée (noir) et rotationnelle (jaune) pour le cas du 15 avril 2008 (C1) en fonction du temps (centré comme dans le chapitre 4). Les variances sont calculées sur des durées $\frac{T_{\text{intervalle}}}{32}$, soit environ 3 secondes. La deuxième courbe représente la densité, le module et la composante L du champ (dans le repère de BV), normalisés de manière adéquate, sur la même échelle temporelle.

Une fois que l'on est capable de tracer ces courbes, on peut s'en servir pour caractériser des intervalles. Seuls les voisinages où le champ varie effectivement significativement sont considérés (en fonction de la moyenne des variances calculées sur l'intervalle). On donne un statut à chaque point selon la classification suivante,

avec a un paramètre réglable :

1. compressionnel si la variance compressionnelle est localement au moins a fois plus grande que la variance rotationnelle.
2. rotationnel si la variance rotationnelle est localement a fois plus grande que la variance compressionnelle.
3. de mélange sinon.

On pourrait ici comparer à une certaine fraction de la moyenne, en fonction de la sélection de l'intervalle autour de la traversée (et donc de l'importance relative des zones de variance nulle dans le calcul de la moyenne). Il s'agit d'un des paramètres à ajuster. La Fig. (5.6) représente les points ayant obtenu un statut significatif sur l'hodogramme dans le plan LM pour notre traversée "témoin". On constate que peu de points sont "de mélange", ce qui est cohérent avec la Fig. (5.4). La figure est obtenue avec $a = \frac{4}{3}$. Utiliser un critère moins strict change le statut de quelques points en "points de mélange", mais ne change pas significativement le découpage.

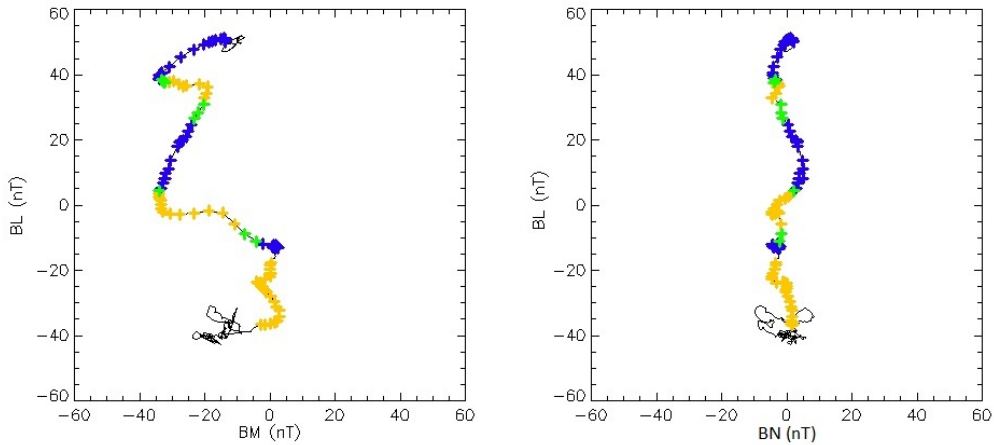


FIGURE 5.6 – Hodogramme du champ magnétique (données) et statut attribué aux différents points (en étudiant le modèle). Les points "compressionnels" sont en jaune, "rotationnels" en bleu et "de mélange" en vert.

Après avoir attribué un statut à chaque point de cette manière, on peut alors définir des intervalles, qui dépendent simplement de l'existence d'une succession d'un certain nombre de points consécutifs du même statut. C'est ces couches fines que l'on sélectionne automatiquement qui seront considérées comme significatives et dont on voudra déterminer la normale (et le cas échéant le déplacement).

Évidemment, cette méthode de découpage automatique n'est pas finalisée, car encore trop dépendante d'un certain nombre de paramètres arbitraires (réglés manuellement). Cependant, nous pensons que ce calcul de variances locales a un intérêt

pour caractériser la présence de couches de natures différentes, comme semble bien le montrer la Fig. (5.4), et que cette piste gagnerait à être explorée davantage. On pourrait souhaiter notamment déterminer de manière plus automatique la taille des intervalles à considérer ou l'adapter localement, et affiner les critères permettant le découpage des intervalles.

5.3.4 Utiliser des méthodes de détermination de normale adaptées

Une fois que nous possédons une liste d'intervalles, reste à être capable de traiter ces couches pour les caractériser davantage, notamment déterminer directions normales et vitesses de propagation.

Il nous semble clairement que ce traitement doit différer selon la nature de la couche. Ainsi, une couche purement compressionnelle a des chances d'être proche de la coplanarité. Une méthode comme MVAB ne peut alors pas fonctionner (on sait que celle-ci n'est pas adaptée aux chocs). Pour une couche rotationnelle celle-ci a en revanche de bonnes chances d'être efficiente à ces échelles, tandis que le traitement de couches de mélange est sujet à précautions.

En ce qui concerne les intervalles compressionnels, nous proposons donc d'utiliser la méthode utilisant la coplanarité proposée dans [Paschmann & Daly 1998]. La normale est alors donnée par :

$$\mathbf{N} = \frac{(\mathbf{B}_1 \otimes \mathbf{B}_2) \otimes \Delta \mathbf{B}}{\|(\mathbf{B}_1 \otimes \mathbf{B}_2) \otimes \Delta \mathbf{B}\|} \quad (5.6)$$

avec \mathbf{B}_1 et \mathbf{B}_2 les champs en amont et en aval et $\Delta \mathbf{B}$ leur différence.

Nous obtenons pour notre cas test deux intervalles de ce type, de l'ordre d'une demi-seconde puis d'une seconde, visibles sur la Fig. (5.6). Les normales déterminées par cette méthode dans le repère LMN global (avec la normale orientée selon la direction $[0,1,0]$ et la direction L selon $[0,0,1]$) sont $[-0.48, -0.26, -0.84]$ et $[0.21, -0.93, -0.30]$, ce qui est raisonnable pour le second (s'écartant à 22 degrés de la normale du LMN global) mais tend à suggérer que le premier correspond à une structure se propageant de manière orthogonale à cette normale globale.

En ce qui concerne les intervalles rotationnels ou de "mélange" (lorsque de telles zones existent pendant un temps suffisant), nous ne pouvons nous baser sur la coplanarité, ni utiliser la méthode BV dans le cas général (car le nombre de points n'est souvent plus assez largement supérieur au nombre de paramètres libres de la méthode). Nous proposons alors deux idées. La première est d'utiliser simplement MVAB (a priori les intervalles rotationnels au moins sont suffisamment courbés, sinon ils auraient été catalogués comme compressionnels ou de mélange). Le calcul des matrices de variance-covariance est néanmoins peut-être sujet à caution lorsque l'intervalle est trop court. Alors, on peut utiliser le fait que notre champ est sensé

être débarrassé des variations non intéressantes et directement utiliser un analogue de la méthode des cas compressionnels :

$$\mathbf{N} = \frac{(\mathbf{B}_3 - \mathbf{B}_2) \otimes (\mathbf{B}_3 - \mathbf{B}_1)}{\|(\mathbf{B}_3 - \mathbf{B}_2) \otimes (\mathbf{B}_3 - \mathbf{B}_1)\|} \quad (5.7)$$

avec \mathbf{B}_1 le champ en amont, \mathbf{B}_3 le champ en aval et \mathbf{B}_2 le champ au milieu de la couche. Si le champ n'est pas coplanaire, les deux variations se trouvent en effet normalement selon deux directions différentes du plan LM de la couche fine.

Pour notre intervalle test, nous obtenons alors deux couches rotationnelles d'un peu moins d'une seconde. Pour la première MVAB donne $[-0.45, 0.83, 0.34]$ et notre méthode $[-0.47, 0.82, 0.34]$, ce qui s'écarte de 35 degrés de la normale du LMN global. Pour la seconde, elle semble se propager dans une direction sensiblement différente, les deux méthodes donnant $[-0.88, 0.27, 0.41]$ et $[-0.91, 0.07, 0.40]$. Pour tous les résultats de normale, les résultats sont remarquablement stables en fonction du paramètre a (en gardant des valeurs raisonnables). L'inclusion ou non de points aux limites des intervalles (qui ont le statut "mélange" ou non selon la sévérité du critère) ne modifie donc pas les résultats, ce qui est de bon augure par rapport à la stabilité de ces méthodes.

En ce qui concerne la vitesse de ces couches, il est difficile de déterminer celle des couches compressionnelles. En ce qui concerne les couches rotationnelles, en revanche, on pourrait imaginer faire des suppositions sur le flot (par exemple Alfvénique), et utiliser notre calcul de la vitesse perpendiculaire au champ pour en donner un ordre de grandeur. Néanmoins, tout ceci reste encore à l'état de prospective.

Pour conclure finalement ce chapitre, nous avons vu qu'il était difficile d'étudier un cas non C dans son intégralité, et surtout que l'approche la plus précise était plus probablement celle d'un découpage en couches fines, au moins dans le cadre d'analyse défini par notre conjecture. L'étude des petites échelles se heurte alors à un certain nombre de problèmes non résolus, et peut-être non solubles pour ce qui concerne la vitesse. Au moins, il nous semble que l'étude des variances locales donne des résultats intéressants, que notre méthode de lissage du champ est adaptée à ces études, quoi que perfectible, et que la détermination de la normale des couches fines est un problème assez bien balisé. Nous espérons qu'à l'avenir il sera possible d'obtenir un découpage et une classification automatique plus robustes de ces couches, et d'en déduire des résultats significatifs sur leur dynamique, notamment leur évolution temporelle et leur possible re-convergence vers une discontinuité tangentielle.

Couches de courant tangentielles : de nouveaux équilibres cinétiques

Sommaire

6.1 Couches tangentielles, reconnexion et simulation numérique	102
6.1.1 Rappel sur les discontinuités tangentielles	102
6.1.2 Reconnexion magnétique et simulation	102
6.2 Etat de l'art succinct des équilibres existants	104
6.2.1 Une solution célèbre : la couche de Harris	104
6.2.2 Modèles utilisant des fonctions des invariants du mouvement	105
6.3 Vers des équilibres dépendant explicitement des invariants du mouvement et de la position	107
6.3.1 Un concept clé : l'accessibilité	107
6.3.2 De l'accessibilité à la multivaluation	109
6.3.3 Le modèle BAS	109
6.4 Généralisation au cas non coplanaire	110
6.4.1 Motivation	110
6.4.2 Problème et Méthode	113
6.4.3 Profils fluides	117
6.4.4 Test	117
6.4.5 Ajout d'un champ électrique	122
6.4.6 Conclusion	123

Afin de mieux comprendre la structure de la magnétopause tangentielle (qui est, rappelons le, la seule solution 1D stationnaire qui permette simultanément des variations rotationnelles et compressionnelles) ainsi que le développement de différents processus qui pourraient l'affecter, comme l'instabilité de tearing et la reconnexion magnétique, nous avons souhaité développer un nouveau modèle cinétique d'une telle discontinuité. Nous rappellerons tout d'abord ce qu'est la reconnexion magnétique, et pourquoi un tel équilibre est nécessaire pour les simulations hybrides ou PIC permettant d'en étudier le développement. Ensuite, nous ferons un état de l'art des modèles existants. Nous présenterons le modèle BAS ([Belmont *et al.* 2012]) permettant de modéliser le cas coplanaire, et ses implications physiques. Nous détaillerons les modifications que nous y avons apportées, consistant à ajouter une variation d'une deuxième composante du champ, ce qui est plus réaliste au vu des profils habituellement observés à la magnétopause. Enfin, nous montrerons comment ajouter un champ électrique au calcul, et son effet sur les profils observés.

6.1 Couches tangentielles, reconnexion et simulation numérique

6.1.1 Rappel sur les discontinuités tangentielles

Au cours de l'introduction de la thèse, nous avons dérivé les différents types de discontinuités pouvant découler des équations de Rankine-Hugoniot. Parmi celles-ci, la discontinuité tangentielle correspond au cas particulier où $B_N = 0$ et $V_N = 0$. Il n'existe pas de repère de deHoffman-Teller et les variations des différentes quantités ne sont pas imposées par les théories fluides. La seule relation entre amont et aval est fournie par la conservation de l'impulsion normale : il faut conserver la somme des pressions cinétiques et magnétiques.

$$P + \frac{B^2}{2\mu_0} = cste \quad (6.1)$$

Aux échelles cinétiques, cependant, même sous les hypothèses pour lesquelles les équations de Rankine-Hugoniot ne sont pas affectées (isotropie aux limites, faible dissipation), les profils ne sont plus totalement libres mais gouvernés par l'équation de Vlasov. Un équilibre cinétique tangential doit donc à la fois respecter partout l'équilibre de pression et se montrer stationnaire au sens de Vlasov. C'est un tel équilibre que nous tenterons par la suite de construire, en imposant le profil de champ magnétique et les conditions aux limites.

6.1.2 Reconnexion magnétique et simulation

6.1.2.1 Implications du théorème du gel

Supposons un système vérifiant $\mathbf{E}_{\parallel} = 0$. Alors, comme nous l'avons évoqué en introduction, le champ est gelé dans le plasma. On peut définir un mouvement de la ligne de champ à la vitesse $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E} \otimes \mathbf{B}}{B^2}$. Au cours de ce mouvement, les lignes de champ peuvent se déformer mais ne perdent jamais leur identité : deux points qui sont connectés par une même ligne de champ magnétique à $t = 0$ le restent forcément au cours de l'évolution du système. En particulier tout système vérifiant une loi d'Ohm idéale, donc tel que $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \otimes \mathbf{B}$, est ainsi contraint. L'ajout d'un terme de Hall n'y change rien.

Les conséquences de ce théorème du gel sont importantes. Ainsi, sous ces hypothèses, deux plasmas que l'on "pousserait" l'un en direction de l'autre ne peuvent se mélanger (voir Fig. 6.1). On doit observer la formation entre les deux d'une fine discontinuité permettant le passage des conditions de l'un à l'autre, une discontinuité tangentielle. C'est ce qui se passe en général entre le vent solaire et les différentes magnétosphères planétaires, et c'est la raison pour laquelle la magnétopause est en première approximation vue comme une discontinuité tangentielle.

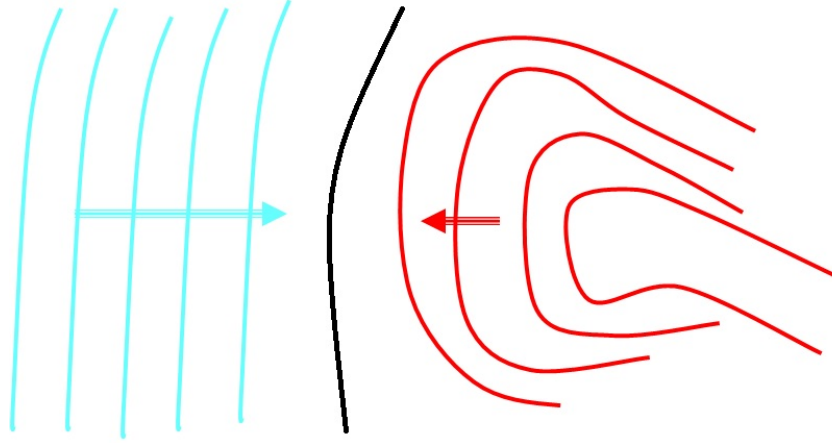


FIGURE 6.1 – Illustration du théorème du gel. Si deux plasmas de différentes densités, champs et températures sont poussés l'un vers l'autre, on observe entre les deux la formation d'une fine discontinuité tangentielle. Les lignes colorées représentent les lignes de champ magnétique gelées dans le plasma.

6.1.2.2 Reconnexion magnétique

Si l'on veut par exemple expliquer la pénétration de plasma de la magnétogaine dans la magnétosphère observée couramment à la magnétopause, il faut nécessairement briser ce "gel" du plasma et du champ. Lorsque cette contrainte de conservation de la connectivité est perdue, permettant des changements de topologie du champ, la pénétration de flux magnétique et de particules à travers ces fines couches, on a reconnexion magnétique. Alors, de l'énergie magnétique est convertie en énergie cinétique, ce qui provoque notamment accélération et chauffage du plasma.

Pour obtenir ce changement de connectivité, il est nécessaire de s'affranchir quelque part de la condition $\mathbf{E}_{\parallel} = 0$. Cela n'est pas possible en MHD idéale ou en ajoutant le terme de Hall. Pour comprendre ce qui se passe, il faut donc analyser la loi d'Ohm généralisée :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{V}_e \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{N_e e} (\rho_e d_t \mathbf{V}_e + \nabla \cdot \mathbf{P}_e) + \eta \mathbf{J} \quad (6.2)$$

Une analyse des deux termes non-collisionnels (qui nous intéressent particulièrement dans les milieux que nous étudions) ajoutés par rapport à la MHD-Hall montre qu'ils ne jouent un rôle important qu'à partir des échelles électroniques. La reconnexion s'enclenche donc aux petites échelles, et c'est ces petites échelles qui permettent aux grandes échelles de perdre leur connectivité. Les fines couches de courant sont ainsi le lieu naturel de développement de la reconnexion.

6.1.2.3 Simulation et conditions initiales

Si l'on dispose de nombreuses observations de reconnexion à la magnétopause, comme par exemple dans [Phan *et al.* 2000], il peut être intéressant d'observer son développement (la formation d'îlots magnétiques via l'instabilité de tearing par exemple) dans des simulations numériques. Au vu des échelles concernées, un traitement cinétique, des ions au moins, est nécessaire. Il faut alors choisir pour l'initialisation des fonctions de distribution (des ions au moins, des électrons pour les codes "full-PIC") en tout point, si possible en étant aussi capables de suivre les moments fluides voulus.

Pour initialiser des couches tangentielles du type de la magnétopause, la plupart des auteurs choisissent des distributions maxwelliennes pour les ions, avec des moments respectant l'équilibre de pression. Cette solution n'est pas un équilibre stationnaire, et donc le système est dynamique et émet des ondes (éventuellement réfléchies selon les conditions aux limites). On ne sait pas si le système converge alors vers un équilibre (qu'on ne contrôle pas) avant de commencer à développer les instabilités étudiées, et on ne peut aisément caractériser le rôle joué par cet équilibre dans leur développement.

Pour illustrer cela, la Fig. (6.2) tirée de [Aunai *et al.* 2013b], présente ainsi l'évolution temporelle de trois états initiaux dans une simulation hybride. Le premier cas (run A) correspond à la méthode usuelle, respectant l'équilibre de pression avec des moments en tangente hyperbolique et des distributions maxwelliennes. Le second (run B) correspond à l'utilisation d'un véritable équilibre cinétique tangentiel que nous présenterons plus tard. Le troisième (run C), enfin, contient les moments fluides issus de cet équilibre mais avec des distributions maxwelliennes. On constate que le premier cas comme le troisième ne sont pas stationnaires sur la durée considérée, et que des ondes se propagent dans la simulation, perturbant l'équilibre de pression d'environ 10%.

Pour remédier à ce problème, il faut donc être capable d'initialiser directement la simulation avec une solution stationnaire, qui respecte à la fois l'équation de Vlasov et l'équilibre de pression. Le comportement du deuxième cas montre que la condition initiale est alors beaucoup plus stable.

6.2 Etat de l'art succinct des équilibres existants

6.2.1 Une solution célèbre : la couche de Harris

Un des premiers efforts dans le sens de la construction d'un tel équilibre cinétique tangentiel est la couche de Harris (voir [Harris 1962]). Il s'agit d'un modèle analytique avec :

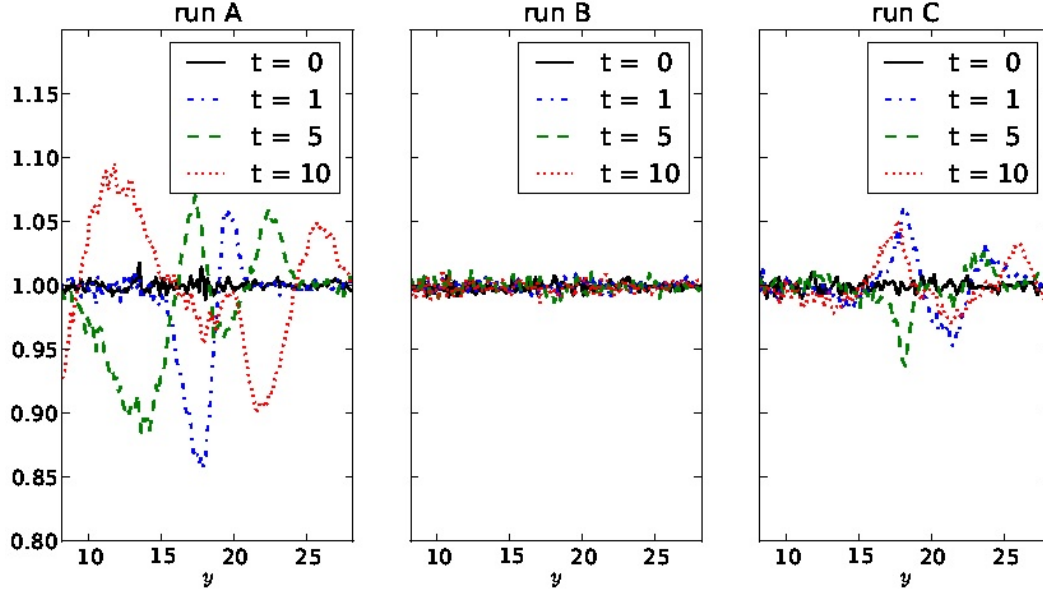


FIGURE 6.2 – Évolution des profils spatiaux de $P_e + P_i + \frac{B^2}{2}$ en fonction du temps pour les trois cas décrits dans le texte.

- Une géométrie coplanaire $B_x = B_0 \tanh(\frac{y}{L})$ et $B_z = B_y = 0$, si l'on suppose la normale orientée selon y .
- Des maxwelliennes décalées pour les ions et les électrons
- Des vitesses de dérive constantes
- Des températures constantes
- $E_N = 0$
- $N_e = N_i$

Sous ces conditions, le résultat est déterminé et on obtient notamment le profil de densité $N = \frac{N_0}{(\cosh \frac{y}{L})^2}$ (cf Fig. (6.3)). La densité de courant est localisée uniquement du fait de la localisation de la densité, et la couche est donc entourée de vide.

Une telle modélisation est utile pour étudier le feuillet de plasma (plasma-sheet), mais évidemment très déraisonnable si l'on souhaite s'intéresser à la magnétopause, pour laquelle on souhaite séparer deux milieux de densités et températures très différentes. La solution triviale consistant à ajouter partout une distribution maxwellienne de température constante ne règle pas ce problème et peut entraîner des instabilités cinétiques n'ayant rien à voir avec le tearing (voir [Daughton 1999]).

6.2.2 Modèles utilisant des fonctions des invariants du mouvement

Une méthode plus générale afin de construire un équilibre cinétique est d'exprimer la fonction de distribution de chaque espèce i (que nous noterons ensuite

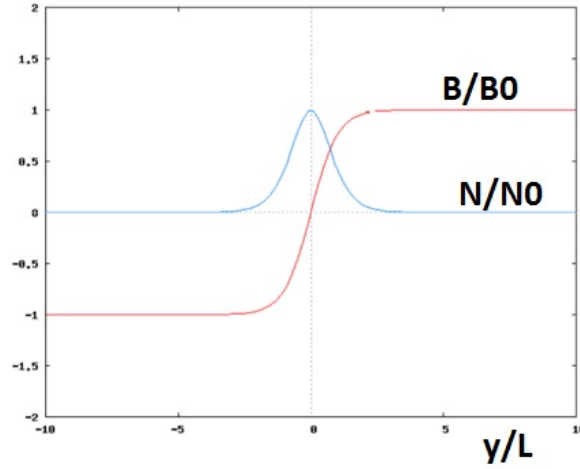


FIGURE 6.3 – Profils spatiaux de densité et de champ magnétique pour une couche de Harris.

$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{V})$) comme une fonction des invariants du mouvement (par la suite $g_i(I)$), que l'on retrouve en utilisant la formulation hamiltonienne du problème. Ici, le Lagrangien adapté au problème est simplement celui d'une particule dans un champ magnétique :

$$L = \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{r}}^2 - e(\Phi - \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}) \quad (6.3)$$

On retrouve facilement le Hamiltonien :

$$H = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + e\Phi \quad (6.4)$$

Si on suppose que l'on étudie une discontinuité tangentielle stationnaire et 1D (de normale orientée suivant y), rien dans le Hamiltonien ne dépend du temps explicitement. Alors, l'énergie est conservée. De plus, d'après le théorème de Noether, comme le Lagrangien ne dépend pas explicitement de x et z , les moments conjugués p_x et p_z sont aussi des invariants du mouvement. Dans le cas qui nous intéresse, la démarche la plus courante est donc d'écrire les fonctions de distribution comme des fonctions des invariants $g_i(E, p_x, p_z)$. Alors, quelles que soient les fonctions choisies, l'équation de Vlasov assure que les distributions ne dépendent pas du temps et donc que la solution est un équilibre. On déduit simplement les champs à partir de la distribution et des équations de Maxwell.

Un des articles les plus célèbres utilisant ce type de solutions est [Channell 1976]. Il donne ainsi trois exemples d'équilibres cinétiques obtenus en utilisant différentes fonctions pour g . En introduisant des combinaisons de différentes solutions, ou différentes populations, on peut obtenir des équilibres suivant les champs souhaités et avec des moments fluides raisonnables. On pourra se référer à [Roth et al. 1996] pour une revue de ce type de solutions. Ces combinaisons linéaires discrètes peuvent

être remplacées par des intégrales, comme dans [Mottez 2003], donnant accès à une plus grande classe de solutions.

Cependant, cette description ne donne toujours accès qu'à une classe limitée de solutions. Supposons en effet qu'un point de l'espace des invariants (donc un triplet (E_0, p_{x0}, p_{z0})) est considéré pour décrire la fonction de distribution en deux points éloignés de la couche (c'est-à-dire que deux particules situés en des points totalement différents peuvent présenter ces valeurs des invariants). Alors, avec cette construction, la valeur de la fonction de distribution pour ce triplet d'invariants doit être la même en chacune de ces deux positions, y compris si ces points ne peuvent être reliés physiquement par des trajectoires. Ce type de construction obéit donc à des lois beaucoup plus restrictives que la simple équation de Vlasov. Par exemple, si l'on suppose un champ magnétique asymétrique sans champ électrique, cela force les moments (et donc la densité et la température) à être symétriques. Nous verrons pourtant que construire un équilibre asymétrique pour \mathbf{B} et les moments fluides, sans champ électrique, n'est pas du tout impossible.

Cette "valeur unique" de la fonction de distribution dans cet espace des invariants n'est en effet aucunement une fatalité imposée par la physique. Le modèle BAS ([Belmont *et al.* 2012]), a ainsi ouvert la voie vers une dépendance en la position de cette fonction des invariants, que nous avons ensuite exploitée pour notre équilibre avec rotation.

6.3 Vers des équilibres dépendant explicitement des invariants du mouvement et de la position

6.3.1 Un concept clé : l'accessibilité

Nous allons maintenant supposer que nous pouvons nous ramener à un repère où $\mathbf{E} = 0$. En effet, nous montrerons que le champ électrique n'est pas nécessaire à l'obtention des variations souhaitées. Nous discuterons cependant les implications de l'ajout d'un champ normal (étant donné que l'on peut de toute façon annuler \mathbf{E}_t) au cours de l'exposé. Les invariants du mouvement s'écrivent alors simplement :

$$\begin{aligned} - E &= m \frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{2} \\ - p_x &= mV_x + qA_x \\ - p_z &= mV_z + qA_z \end{aligned}$$

Si l'on considère une particule à une position y dans la couche, tout l'espace des invariants ne lui est pas accessible. En effet, on doit nécessairement avoir :

$$E \geq m \frac{V_x^2 + V_z^2}{2} = \frac{(p_x - qA_x(y))^2 + (p_z - qA_z(y))^2}{2m} \quad (6.5)$$

On constate ainsi que toutes les coordonnées accessibles dans l'espace des invariants sont cantonnées dans un paraboloïde de révolution ayant pour sommet la valeur locale du potentiel vecteur. Si l'on étudie le simple cas coplanaire et isotrope aux conditions limites, comme dans [Belmont *et al.* 2012], en supposant que seul $B_x = B_{x0} \tanh(\frac{y}{L})$ est non nul, il suffit de considérer les paraboles du plan (E, p_z) de sommet $A_z(y)$. L'ajout d'un champ électrique normal ne change pas grand chose à cet état de fait, décalant simplement verticalement le sommet des paraboles en fonction de la forme du potentiel. Dans tous les cas, définir la fonction de distribution dans ces paraboles est nécessaire et suffisant pour la déterminer dans l'espace des vitesses.

Supposons maintenant qu'on se déplace, le long de la normale, de la coordonnée y à la coordonnée $y+dy$. Alors, la "parabole accessible" se déplace aussi, son sommet se déplaçant de $A_z(y)$ à $A_z(y+dy)$. Pour toute une partie de l'espace des invariants, la fonction de distribution n'est pas contrainte par la distribution au point précédent. Seules les particules qui ont un rayon de Larmor supérieur à $\frac{dy}{2}$ y ont accès. Si l'on s'intéresse au "remplissage" de la fonction de distribution, cela implique que les valeurs qui se trouvent à l'intersection des deux paraboles ne peuvent être modifiées, mais que l'on peut remplir les autres points comme on le souhaite. La Fig. (6.4) illustre ce concept d'accessibilité.

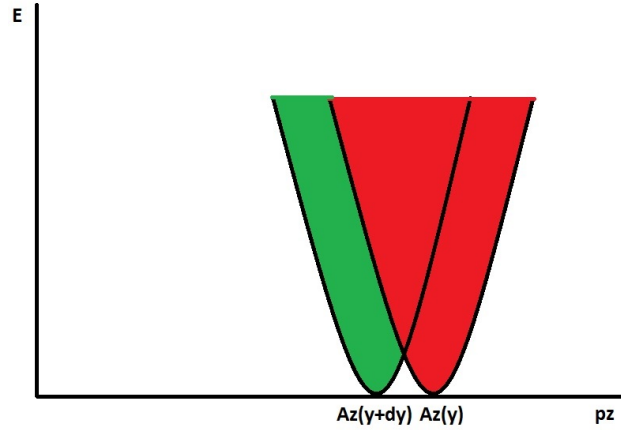


FIGURE 6.4 – Dessin illustrant le concept d'accessibilité. La parabole rouge correspond aux couples E, p_z accessibles en y . Lorsqu'on "avance" au point de coordonnée $y+dy$, la parabole n'est plus la même. L'équation de Vlasov implique que la fonction de distribution $g(E, p_z)$ ne change pas dans la zone rouge, mais on peut lui affecter les valeurs souhaitées dans la zone verte.

6.3.2 De l'accessibilité à la multivaluation

On sait que $f(y, V_x, V_y, V_z)$ est une fonction : par définition à un de ces quadruplets il faut associer une et une seule valeur de la fonction de distribution. Étudions maintenant l'influence de cette notion d'accessibilité sur la nature de $g(E, p_x, p_z)$. Doit-on choisir une et une seule fonction g pour toute la couche, ou en réalité cette fonction est-elle "multivaluée", au sens qu'elle peut dépendre de la position? Pour cela, considérons le cas du point de coordonnées (E_0, p_{z0}) dans l'espace des invariants, et supposons qu'il existe y_0 tel que $qA_z(y_0) = p_{z0}$. Restons pour l'instant dans le cas coplanaire et isotrope.

Alors, comme A_z est pair (du fait de la forme que nous avons supposée pour B_x), on a aussi $A_z(-y_0) = p_{z0}$. Le point de coordonnées (E_0, p_{z0}) est (notamment) accessible en y_0 et $-y_0$, et possède les mêmes coordonnées dans l'espace des invariants. Si l'on écrit la fonction de distribution directement comme une unique fonction dans l'espace des invariants $g(E, p_x, p_z)$, la valeur de f correspondant à ces deux points est nécessairement la même. C'est la démarche qu'adoptent tous les équilibres cinétiques tangentiels précédents.

Pourtant, on constate qu'en fonction des valeurs de $A_z(y_0)$ (donc de y_0) et de E_0 , dans de nombreux cas, il n'existe en fait pas de particules reliant ces deux points. Dans notre description en paraboles, cela revient à dire qu'à un moment au cours de la traversée de la couche, les paraboles (dont les sommets suivent la trajectoire du potentiel vecteur) ont cessé toute intersection (jusqu'aux énergies maximales considérées) avec la parabole de sommet $A_z(y_0)$ (avant de revenir l'intersecter puis la recouvrir). Rien ne contraint alors la fonction g à prendre les mêmes valeurs dans ces paraboles en $-y_0$ et y_0 . En ignorant cette possibilité de "multivaluation" de g due à la notion d'accessibilité, les équilibres classiques imposent une contrainte très forte sur les solutions accessibles, qui n'a pas de justification physique. C'est la volonté de lever cette restriction qui a mené à la conception du modèle BAS.

6.3.3 Le modèle BAS

Supposons toujours un champ coplanaire et asymétrique, des distributions maxwelliennes aux limites de températures et densités différentes et réglables (N_1, T_1) et (N_2, T_2) , et regardons la forme la plus générale de g dans l'espace des invariants. On sait que A_z est alors une fonction paire de y , car B_x est impair. A_z est de plus monotone de $-y_{max}$ à $y = 0$ et de nouveau monotone (mais dans l'autre sens!) de 0 à y_{max} .

De ce fait, au fur et à mesure que l'on se déplace de $-y_{max}$ à $y = 0$, on remplit une série de paraboles de sommets se déplaçant de droite à gauche sur l'axe p_z . On doit, du fait de Vlasov, conserver en $y+dy$ les points faisant aussi partie de la parabole centrée en y , et l'on peut remplir comme on le souhaite les parties de

l'espace des invariants nouvellement découvertes. On arrive en $y = 0$ à une parabole centrée sur 0, ayant construit une réelle fonction $g_{gauche}(E, p_z)$ des invariants.

Ensuite, en continuant à traverser la couche, les paraboles que l'on doit remplir se déplacent cette fois vers la droite sur l'axe, découvrant à chaque pas des portions de l'espace qui ne sont pas dans la parabole précédente. Alors, on peut de nouveau les remplir comme on le souhaite, et cela construit une fonction $g_{droite}(E, p_z)$, qui n'a aucune raison d'avoir les mêmes valeurs que g_{gauche} pour tout couple (E, p_z) qui n'est pas situé dans la parabole centrale : l'équilibre est une fonction explicite des invariants **et** de la position ! On peut notamment ainsi avoir une Maxwellienne de densités et température (N_1, T_1) et une autre (N_2, T_2) en $-y_{max}$ et y_{max} , qui correspondent pourtant strictement aux mêmes paraboles dans l'espace E, p_z , et donc un champ asymétrique **et** des moments asymétriques sans champ électrique. La Fig. (6.5) illustre schématiquement cette explication. On voit que la "parabole centrale" correspondant à $y = 0$ doit être conservée. En revanche les points qui ont d'abord été quittés puis que l'on "redécouvre" peuvent être remplis de manière différente.

Le modèle BAS effectue une résolution semi-analytique du problème, présentée dans [Belmont *et al.* 2012]. Il permet d'imposer les profils de champ, potentiel et courant de la Fig. (6.6), et on obtient la densité de la Fig. (6.7). Une autre figure du même article illustre alors bien la multivaluation des fonctions de distribution : nous la reproduisons ici (Fig. (6.8)).

C'est ce modèle BAS qui a été testé avec succès dans un code hybride par [Aunai *et al.* 2013b], test déjà présenté sur la Fig. (6.2) pour introduire le problème. Ce test permet bien de démontrer la validité d'une telle construction, et montre l'intérêt d'un tel équilibre, avec des profils faciles à manier, pour les études de reconnexion.

6.4 Généralisation au cas non coplanaire

6.4.1 Motivation

Nous allons maintenant aborder le travail de généralisation effectué pendant la thèse. Si le modèle BAS représente un progrès dans la compréhension des équilibres cinétiques tangentiels du fait de l'introduction d'une dépendance en y des fonctions de distribution des différentes populations dans l'espace des invariants, il présente en effet plusieurs limites. Tout d'abord, il suppose un champ magnétique coplanaire. Or, si c'est un cas d'école pour les études de reconnexion magnétique (voir par exemple le GEM challenge, [Birn *et al.* 2001] et les papiers associés), ce n'est pas réellement adapté à l'étude de la reconnexion à la magnétopause, où l'on observe aussi des variations rotationnelles dans le cas général. Ensuite, il suppose pour les besoins du calcul analytique que les variables E et p_z sont séparables,

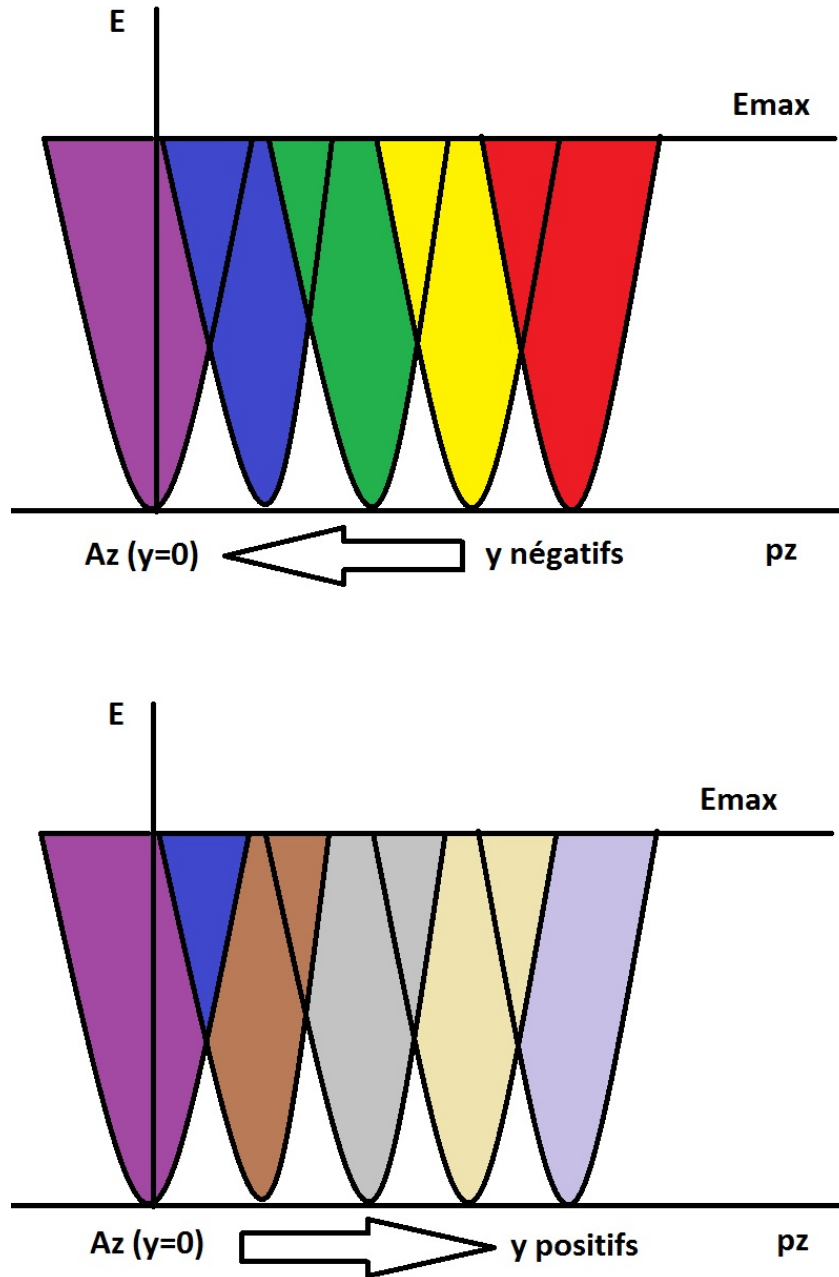


FIGURE 6.5 – Dessin illustrant la manière dont la fonction de distribution des invariants a le droit de varier en fonction de la position. Sur le premier dessin, on décrit la première moitié de la couche. On part d'une parabole initialement accessible à la condition limite "magnétosphère" et on remplit les suivantes par des valeurs différentes aux endroits autorisés par Vlasov. Quand on atteint le milieu de la couche, sur le deuxième dessin, les paraboles repartent en sens contraire et recouvrent celles de la première moitié de la couche. Alors, ces paraboles peuvent être de nouveau remplies par des valeurs différentes, en continuant à respecter Vlasov. La valeur de $g(E, p_z)$ en un point de l'espace des invariants dépend explicitement de la position à laquelle on se trouve partout sauf pour les points de la parabole centrale, l'accessibilité menant ici à une "bivaluation" de la fonction des invariants. Si l'on adopte la démarche classique de [Channell 1976], en revanche, le deuxième dessin est forcé d'être exactement identique au premier.

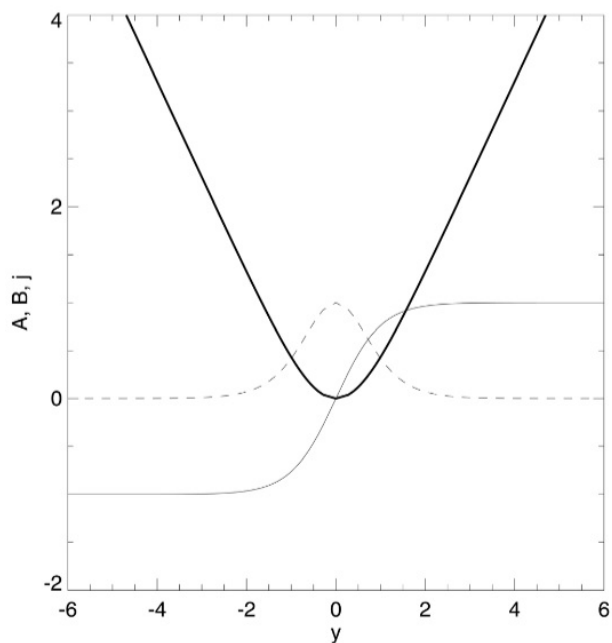


FIGURE 6.6 – Variation choisie pour B (trait plein fin), A_z (trait gras) et j (pointillés) en fonction de la position pour le modèle BAS.

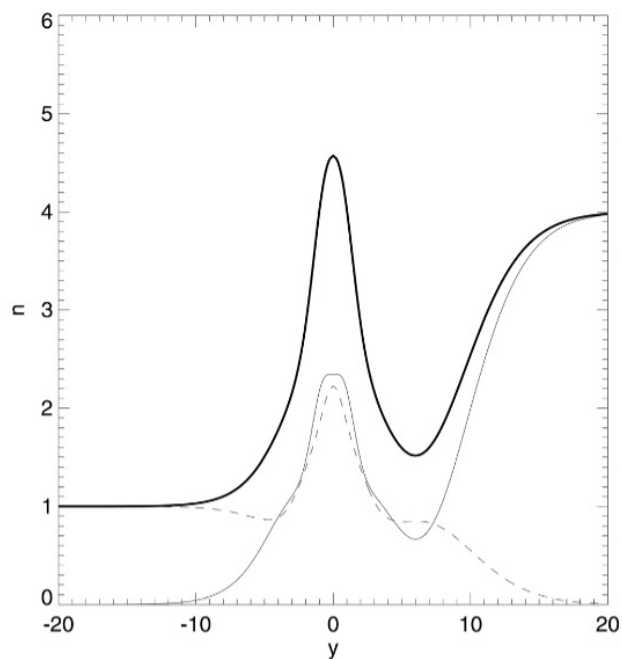


FIGURE 6.7 – Densité ionique obtenue par le modèle BAS (en gras) en fonction de la position dans la couche. Les traits fins et pointillés illustrent les variations des densités des populations de la magnétosphère et de la magnétogaine.

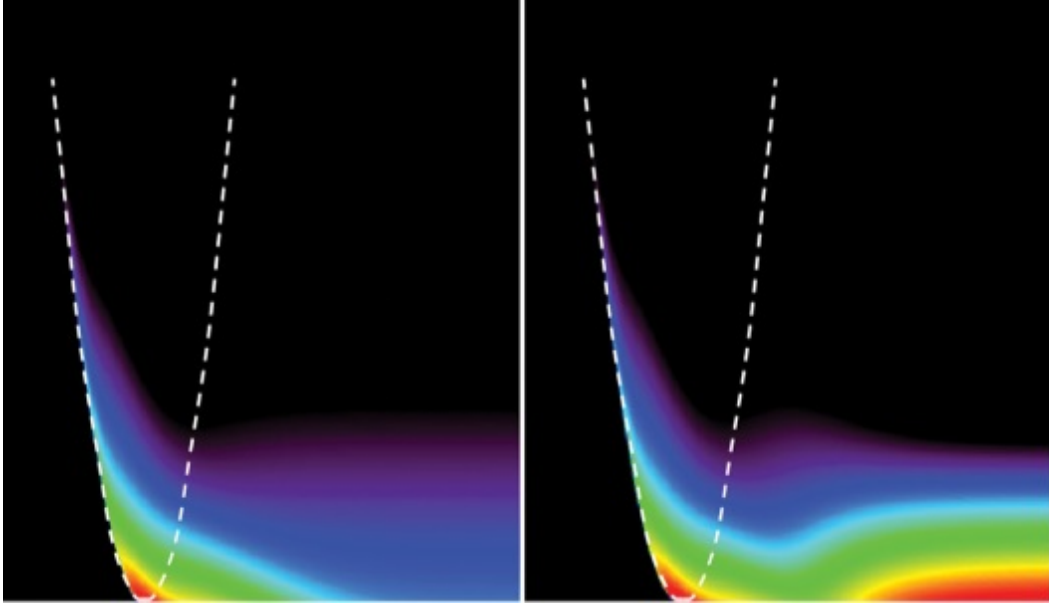


FIGURE 6.8 – Fonction de distribution dans le modèle BAS pour la première et la seconde moitié de la couche (respectivement graphe de gauche et de droite) dans l'espace des invariants (p_z en abscisse et E en ordonnée). La parabole centrale, où les deux sont forcément identiques, est représentée en pointillés.

ce qui a tendance à faire porter les variations des moments par les particules d'énergie plus élevée. En effet, si pour un (E_0, p_z) donné Vlasov permet de changer la valeur de g , mais que ce n'est pas le cas pour un (E_1, p_z) d'énergie supérieure et inférieure à E_{max} , le modèle BAS force la conservation de g en (E_1, p_z) , et automatiquement ainsi du fait de la séparation des variables de (E_0, p_z) , étant en quelque sorte plus rigoureux que Vlasov. Enfin, le modèle BAS suppose que le champ électrique est nul (comme nous l'avons dit, l'effet de l'introduction d'un potentiel se ramène à une variation du niveau du sommet des paraboles accessibles).

Au cours de la thèse, nous avons donc tenté de régler en priorité les deux premiers problèmes. Nous avons aussi montré comment ajouter un champ électrique et réalisé quelques tests de l'effet d'un tel champ sur les profils de densité, tout en gardant à l'esprit que le choix de son profil est un problème ardu et non général, dépendant des écarts au 1D-stationnaire "historiques" ou des conditions aux limites lointaines. Nous avons abouti à une résolution désormais totalement numérique, qui permet de traiter tout profil de traversée "en C".

6.4.2 Problème et Méthode

Nous nous sommes donc tout d'abord concentrés sur le problème de la construction d'un équilibre cinétique tangentiel avec :

- Un champ magnétique elliptique. On écrit le champ $B_x = B_{x0} \tanh(y)$ et $B_z = \frac{B_{z0}}{\cosh(y)}$, avec toujours $B_y = 0$.
- Deux populations Maxwelliennes à la magnétosphère et à la magnétogaine de densités et températures différentes, comme pour le modèle BAS.
- Une température électronique non nulle avec $\alpha_e = \frac{T_e}{T_i}$

Cette fois, le potentiel vecteur a donc bien deux composantes non nulles telles que $A_x = -2B_{z0} \arctan(\exp(y))$ et $A_z = B_{x0} \log(\cosh(y))$. On ne peut donc plus négliger une des directions du plan (p_x, p_z) de l'espace des invariants et il faut travailler en 3 dimensions dans cet espace. Les fonctions de distributions doivent donc dépendre de (y, E, p_x, p_z) (la dépendance en énergie ne joue plus ici de rôle particulier car on ne considère pas les variables comme séparables). Ceci implique des restrictions informatiques assez lourdes sur la résolution. En chaque point de grille y_0 , l'ensemble du domaine accessible dans l'espace des invariants est un paraboloïde de révolution centré en $(A_x(y_0), A_z(y_0))$.

De plus, contrairement au cas coplanaire, le courant parallèle n'est pas nul par construction. En plus d'assurer l'équilibre de pression (qui revient à assurer le bon comportement du courant perpendiculaire), il faut donc ajuster la part du courant parallèle que l'on souhaite voir portée par les ions.

Nous avons alors choisi une méthode de résolution purement numérique utilisant deux fonctions de distribution, correspondant aux populations de la magnétosphère et de la magnétogaine, et s'organisant de la manière suivante :

1. On commence par remplir la condition limite côté magnétosphère par une Maxwellienne de la température et densité souhaitée. Cela revient à remplir le paraboloïde accessible en ce point par une fonction dépendant uniquement de l'énergie, $g_l \exp(-E/T_1)$, avec $g_l = \frac{N_1}{(2\pi T_1)^{\frac{3}{2}}}$, pour la population magnétosphère. On remplit la population magnétogaine par des 0.
2. Ensuite, à chaque pas, on remplit la portion de paraboloïde non commune avec le paraboloïde précédent pour chaque population avec :
 - un terme constant à énergie donnée $g_{10} \exp(-E/T_1)$ et $g_{20} \exp(-E/T_2)$
 - un terme présentant un gradient dans le plan (p_x, p_z) dans la direction localement perpendiculaire à la trajectoire de \mathbf{A} , afin de pouvoir régler la valeur du courant parallèle. Ce gradient doit assurer que la fonction de distribution ne soit jamais négative dans le paraboloïde, ce qui n'aurait pas de sens physique. La dépendance en énergie de ce terme est identique à celle du terme constant.

3. Ce remplissage possède 4 inconnues pour seulement deux équations (pour imposer la pression et le courant parallèle souhaités). Ceci confirme une fois de plus que la solution au problème n'est pas unique. On utilise donc la procédure de Powell pour minimiser une distance qui permette :
 - de tendre vers la population de la magnétogaine lorsqu'on s'approche spatialement de la magnétogaine (afin d'obtenir une Maxwellienne de densités et température adaptées à la limite). La population 1 voit donc ses coefficients tendre vers 0 et la population 2 vers la Maxwellienne souhaitée.
 - de faire en sorte que les variations des coefficients utilisés d'un pas à un autre soient régulières (on souhaite que les variations des moments fluides de chaque population soient les plus régulières possibles).
4. En fin de processus, on possède la valeur des deux fonctions de distribution en chaque y et en chaque point utile de l'espace des invariants : on peut calculer tous les profils des moments fluides.

Ainsi, on assure l'équilibre de pression souhaité en tout point. La non séparabilité des variables (E, p_x, p_z) vient du fait que les frontières entre les paraboloïdes dans le plan (p_x, p_z) dépendent de l'énergie. Enfin, nous nous sommes interrogés sur le profil raisonnable de courant parallèle à imposer. On peut choisir de ne pas en tenir compte et de faire porter par les électrons tout le courant non induit par la courbure de \mathbf{A} . Pour cela, il suffit de prendre nuls les termes de gradient qu'on peut introduire dans la construction générale. On peut aussi choisir d'annuler l'effet de la courbure. Cette hypothèse revient à considérer que ce sont les électrons qui portent la totalité du courant parallèle.

Insistons ici de nouveau sur le fait que la solution au problème posé n'est pas unique. En fait, il y en a une infinité. Ainsi, si le principe de la méthode doit rester le même, on peut imaginer d'utiliser d'autres termes pour construire la fonction de distribution des invariants dans les croissants de paraboloïdes "découverts". De même, on peut imaginer d'utiliser une autre distance que celle utilisée au point 3 dans l'algorithme de Powell. Des choix différents permettraient de construire des solutions différentes, tout en respectant Vlasov et l'équilibre de pression.

La Fig. (6.9) illustre la manière dont se déroule le remplissage d'une population. Sur la courbe "champ", on voit l'évolution spatiale des courbes de B_x et B_z en fonction de y . Cinq points sont marqués schématiquement et le dessin situé au dessus montre comment se déroule le remplissage en passant de point en point à énergie fixée. On retrouve que des zones de l'espace des invariants peuvent correspondre à plusieurs valeurs de g en fonction de la position dans la couche. C'est le cas ici de la zone hachurée en bleu et violet ou bleu et rouge.

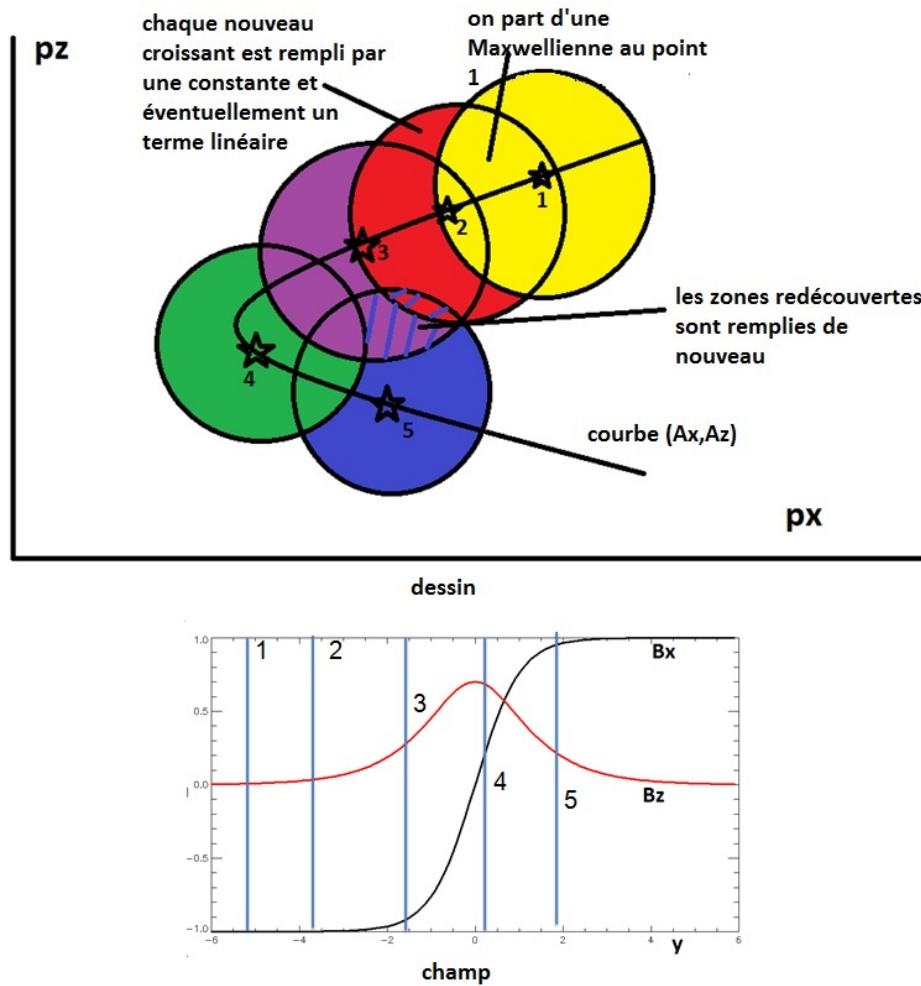


FIGURE 6.9 – Dessin illustrant la manière dont la fonction de distribution des invariants a le droit de varier en fonction de la position pour chaque population. Sur le premier dessin, on représente le remplissage de la fonction de distribution des invariants de point en point de y , à énergie fixée. On voit que des zones sont conservées par Vlasov, d'autres non, et que certaines peuvent admettre plusieurs valeurs de g . En dessous, on représente le profil des deux composantes du champ magnétique en fonction de y et on marque à quelle zone correspond chaque point du dessin du dessus.

6.4.3 Profils fluides

Ainsi, nous disposons maintenant d'un modèle permettant de construire un équilibre en imposant les conditions aux limites pour le plasma et la forme du champ magnétique (dans l'hypothèse d'un champ électrique nul). Les variations de la fonction de distribution dans l'espace des invariants se font suivant des croissants de paraboloïdes. On accède à une classe de solutions beaucoup plus générale que celle obtenue par les modèles précédents, et plus faciles à contrôler et utiliser pour la simulation.

En ce qui concerne les profils des différents moments, nous présentons ici deux cas. Le premier est le cas "force-free", pour lequel on impose en fait où on le veut la variation de pression de chaque population. Il est présenté sur la Fig. (6.10).

Un cas plus intéressant est le cas d'une rotation sur une ellipse, avec une compression magnétique. On présente sur la Fig. (6.11) le cas $B_{z0} = 0.7B_{x0}$.

Comme on le voit, l'ajout d'une rotation permet de faire diminuer le pic de densité observé dans le modèle BAS, voire de le supprimer complètement pour le cas force free. Les profils sont ainsi plus réalistes vis à vis de ceux observés à la magnétopause.

En ce qui concerne les fonctions de distribution, nous les avons représentées dans l'espace des vitesses sur les Fig. (6.12) et (6.13). La première représente la dépendance en V_y de la fonction de distribution intégrée selon les directions V_x et V_z pour plusieurs points de la couche (ici l'échelle de la couche est décalée de 6 unités dans le sens positif par rapport aux autres figures, si bien que la couche est centrée en $y = 6$ et s'étend de $y = 0$ à $y = 12$). La deuxième figure représente la dépendance en V_x et V_z de la même fonction intégrée selon V_y aux mêmes points. Comme on le voit, les distributions sont bien maxwelliennes aux bords, mais pas au centre de la couche. Elles gardent une allure régulière dans l'espace des vitesses, malgré la méthode de construction dans l'espace des invariants.

6.4.4 Test

Comme l'équilibre du modèle BAS, nous avons testé notre équilibre avec rotation dans un code hybride. Ce travail a été réalisé par Nicolas Aunai, à qui nous avons simplement transmis des fonctions de distribution, moments fluides et grilles. Le test est très concluant, comme le montre la Fig. (6.14). On voit que les profils de pression et de courant restent bien stables au cours de la simulation, et qu'aucun champ électrique significatif ne se développe.

Ce test confirme ainsi que notre méthode de construction d'un équilibre cinétique tangentiel est viable, et qu'un tel équilibre peut être utilisé comme initialisation d'une simulation.

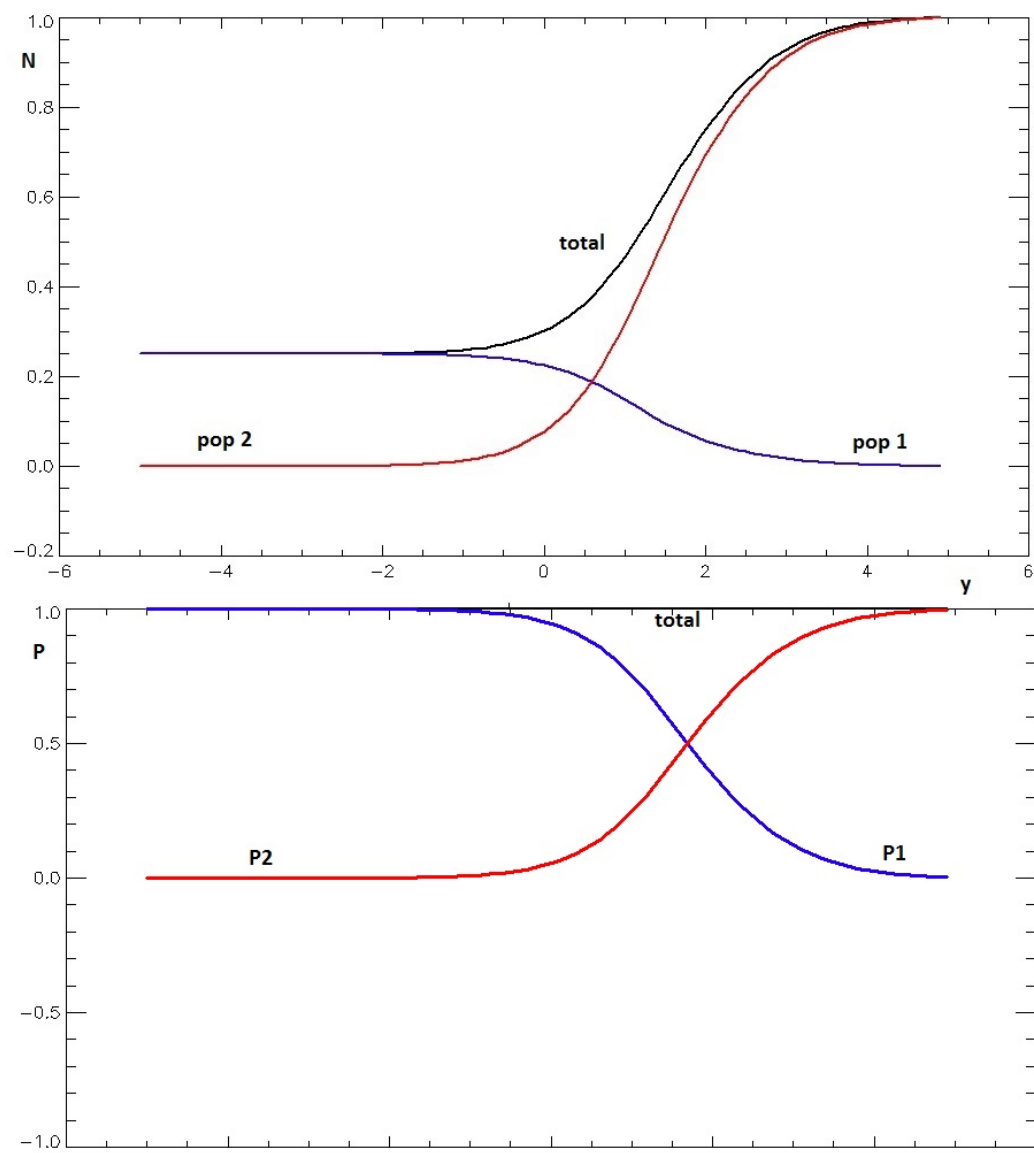


FIGURE 6.10 – Densité et pression normalisées à leur valeur maximale en fonction de y pour le cas forcefree (rotation du champ magnétique sur un cercle). La population magnétosphérique est en bleu et la population de la magnétogaine en rouge, le total en noir.

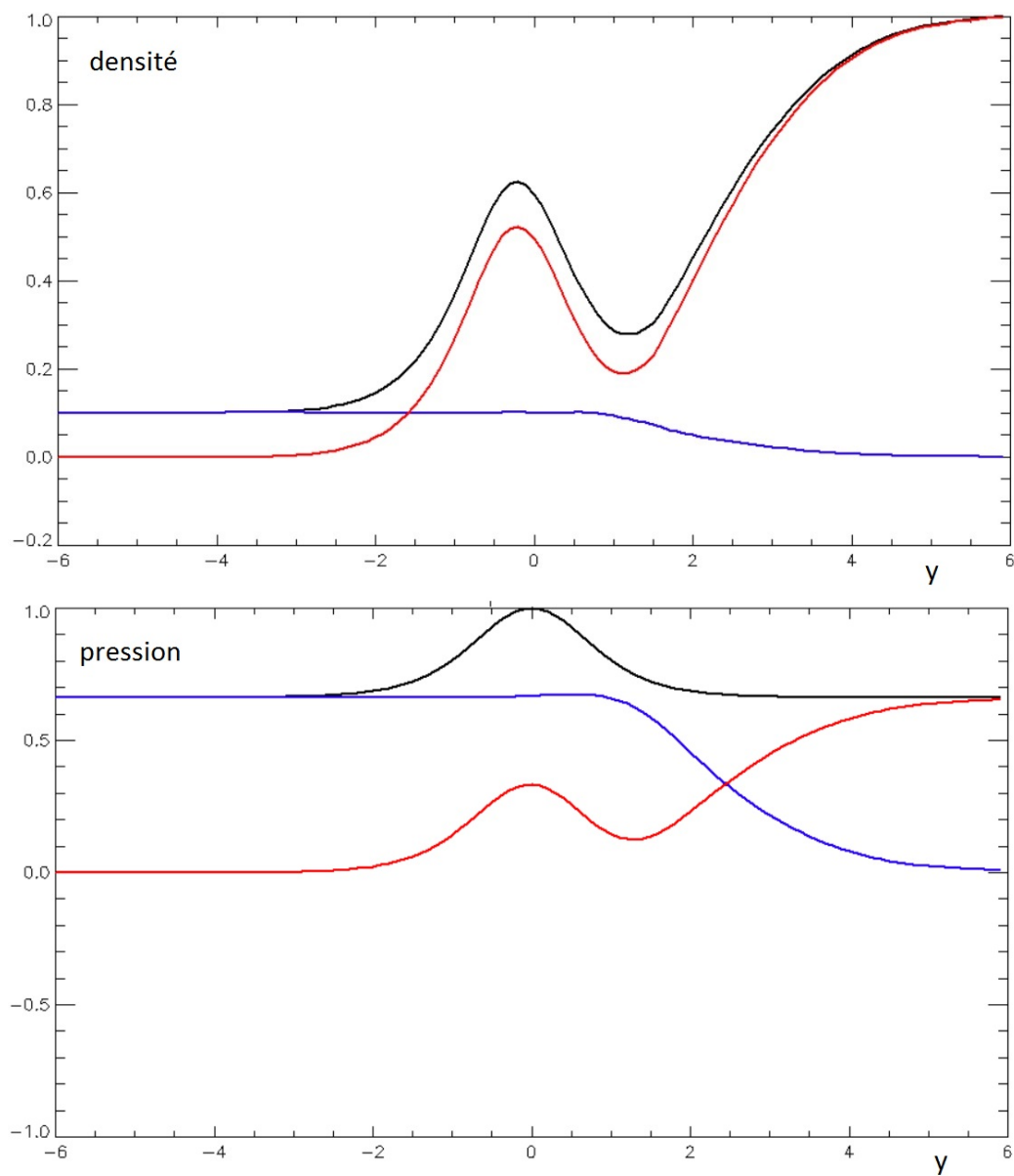


FIGURE 6.11 – Densité et pression normalisées à leur valeur maximale en fonction de y pour le cas avec compression (hodogramme elliptique). La population magnétosphérique est en bleu et la population de la magnétogaine en rouge, le total en noir.

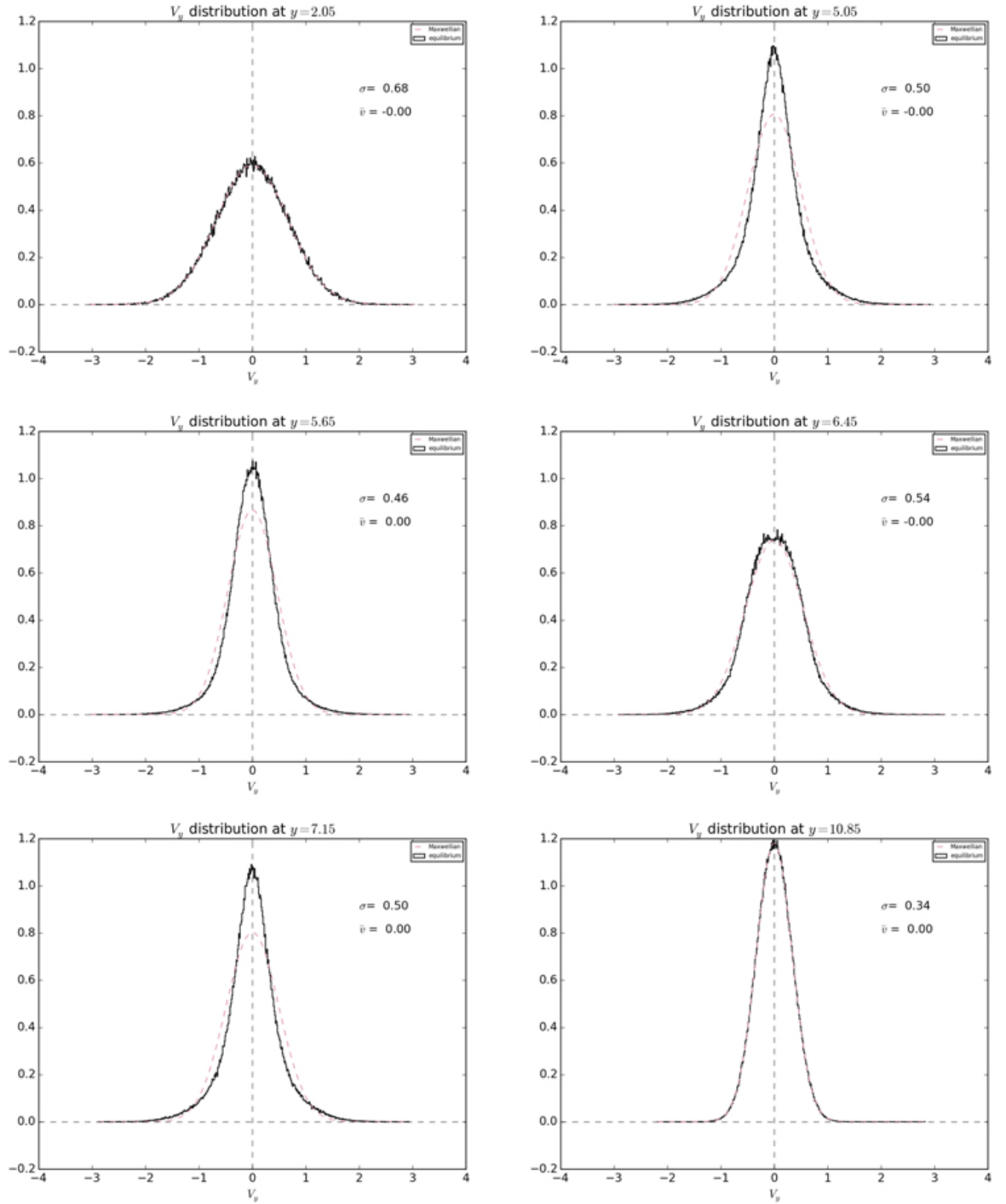


FIGURE 6.12 – Fonction de distribution $f(V_y)$ intégrée selon V_x et V_z en plusieurs points de la couche, et superposition à la Maxwellienne de même densité et température.

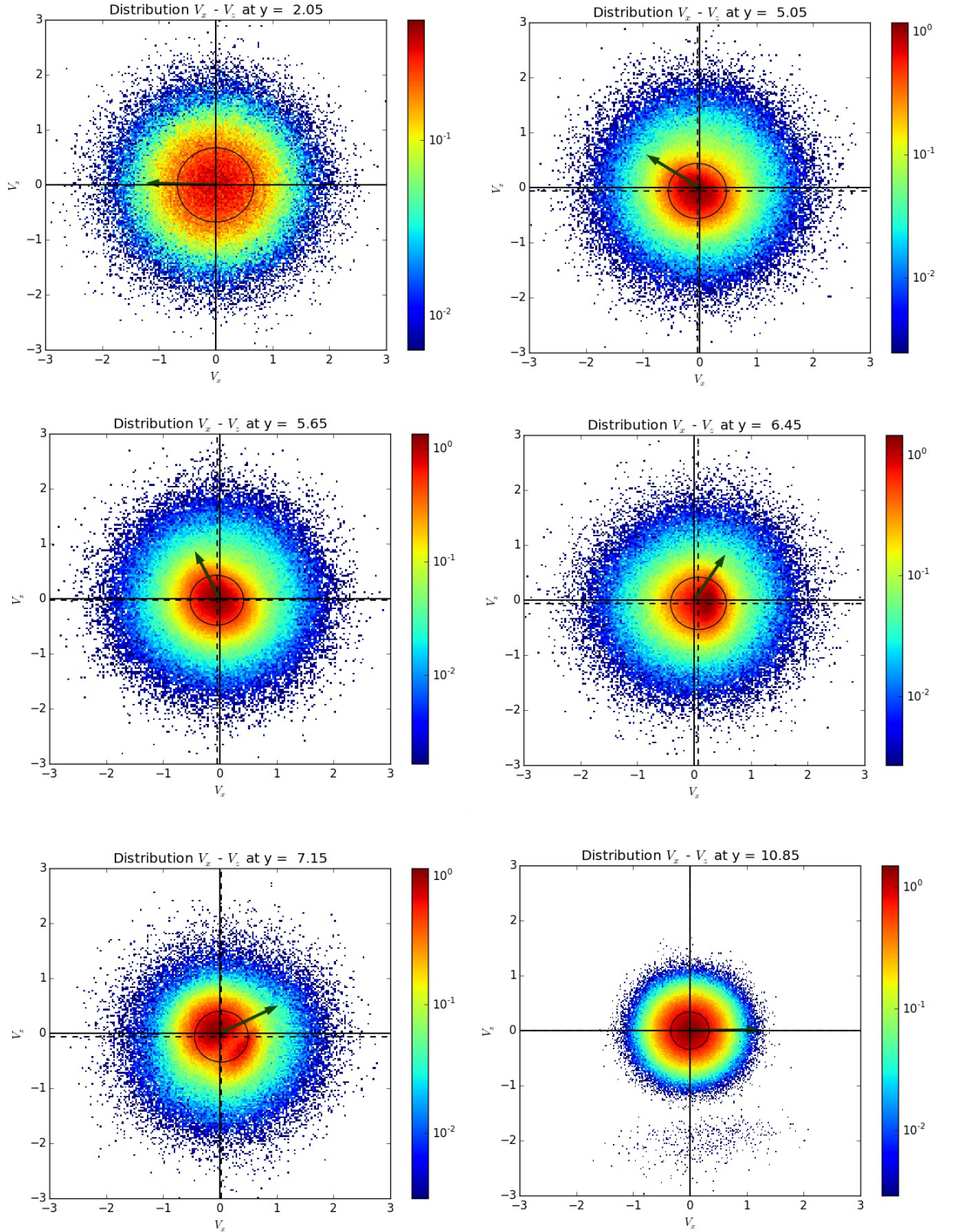


FIGURE 6.13 – Fonction de distribution $f(V_x, V_z)$ intégrée selon V_y en plusieurs points de la couche. La flèche représente la direction locale de \mathbf{B} , et les traits pointillés les valeurs locales de la vitesse moyenne.

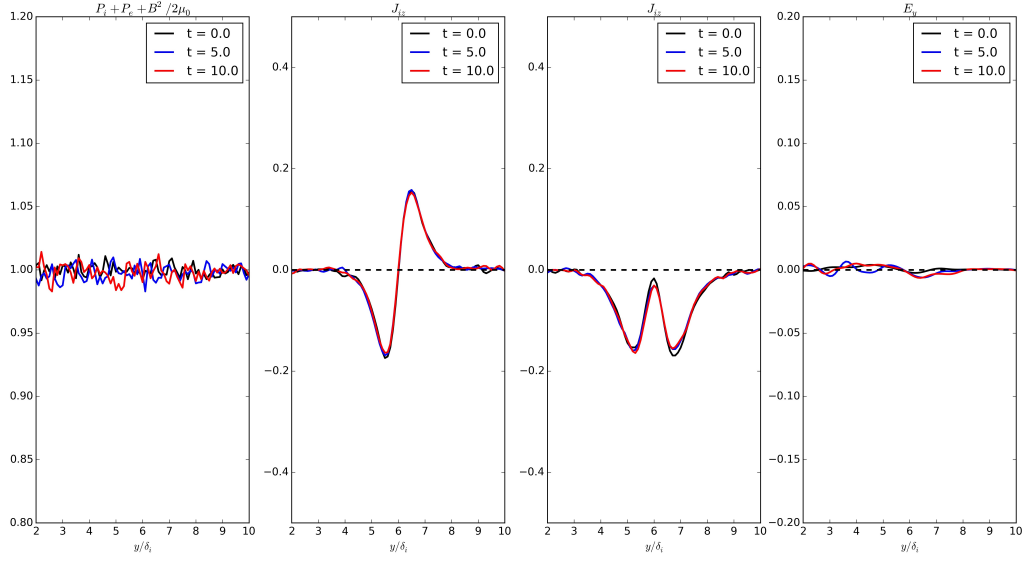


FIGURE 6.14 – Évolution de la pression totale, du courant et du champ électrique de notre équilibre avec rotation en fonction du temps dans une simulation hybride. Le cas représenté est le cas avec compression magnétique $B_{z0} = 0.7B_{x0}$.

6.4.5 Ajout d'un champ électrique

Le travail précédent a montré que l'approche du modèle BAS pouvait être généralisée en introduisant une rotation du champ magnétique. Pour être complet, il reste finalement à généraliser encore ce modèle en ajoutant la possibilité d'un champ électrique normal. J'ai eu le temps, en fin de thèse, d'aborder ce sujet prospectif et d'obtenir de premiers résultats. L'introduction d'un champ électrique ne modifie pas fondamentalement les principes précédents. Elle se ramène à ne pas négliger le potentiel ϕ dans le Hamiltonien de l'équation 6.4. Il faut donc utiliser la variable H qui est la nouvelle quantité conservée, au lieu de l'énergie cinétique comme précédemment. Les sommets des paraboloïdes de révolution dans l'espace (H, p_x, p_z) accessibles en chaque point sont décalés "verticalement" selon l'axe correspondant à H , en suivant les valeurs de $\phi(y)$. Ensuite, la méthode de calcul peut suivre le même principe que celle présentée précédemment, à condition d'utiliser une grille "locale" en énergie. Le point ardu n'est en fait pas d'introduire le champ électrique, mais de définir son profil. Contrairement aux autres méthodes où l'on s'impose les formes analytiques des fonctions de distribution ionique et électronique, en effet, celui-ci n'est pas un produit du calcul : il doit être fixé en entrée, comme le champ magnétique \mathbf{B} .

Afin de nous conformer à la réalité, nous avons souhaité obtenir des profils de densité totale plus monotones. Pour cela, il faut "écarter" les particules massées au centre en faisant en sorte que le champ électrique impose la force nécessaire. Nous

avons donc choisi provisoirement des profils de \mathbf{E} suivant la forme présentés sur la Fig. (6.15), multipliés par une constante. Ainsi, nous souhaitons "pousser" les particules de la bosse de densité vers l'extérieur, de chaque côté de la bosse.

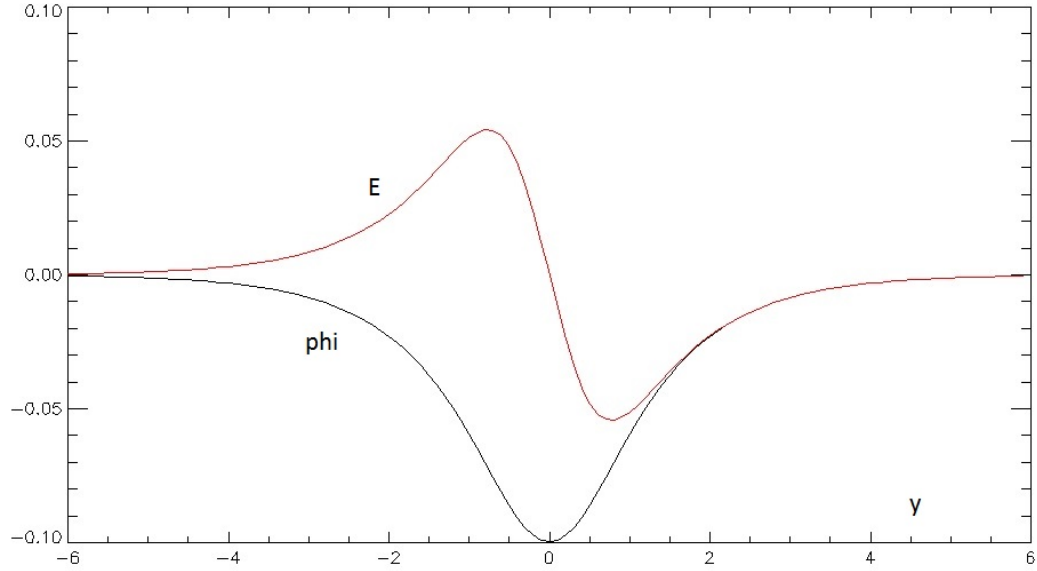


FIGURE 6.15 – Profils choisis pour le potentiel électrique et le champ électrique en fonction de la position le long de la normale à la couche.

Alors, en multipliant ces profils par une constante (valeurs allant ici de 0 à 5), le calcul montre l'effet du champ électrique sur les profils de densité. Comme on le voit sur la Fig. (6.16), on parvient à rendre les profils monotones en augmentant la valeur du champ, puis, pour des champs trop importants, un creux et une seconde bosse se forment respectivement avant et après la bosse des profils initiaux.

6.4.6 Conclusion

Pour finir, on peut donc conclure que nous avons construit avec succès un équilibre cinétique tangentiel, avec une rotation et une compression du champ magnétique réglables, ainsi que des conditions aux limites asymétriques. Cet équilibre est construit de manière plus générale que les précédents grâce à l'ajout de la possibilité d'une dépendance spatiale des fonctions de distribution des invariants. Il est stable et a pu être implanté avec succès dans une simulation hybride.

De plus, afin de généraliser davantage l'étude, nous avons montré comment il était possible d'y imposer un champ électrique. Nous avons constaté que celui-ci avait un effet sur la forme des profils de densité (ainsi que sur la forme des autres quantités fluides). Pour poursuivre, la principale difficulté est de justifier le choix du profil de potentiel à utiliser. En effet, celui-ci ne découle pas du calcul mais doit

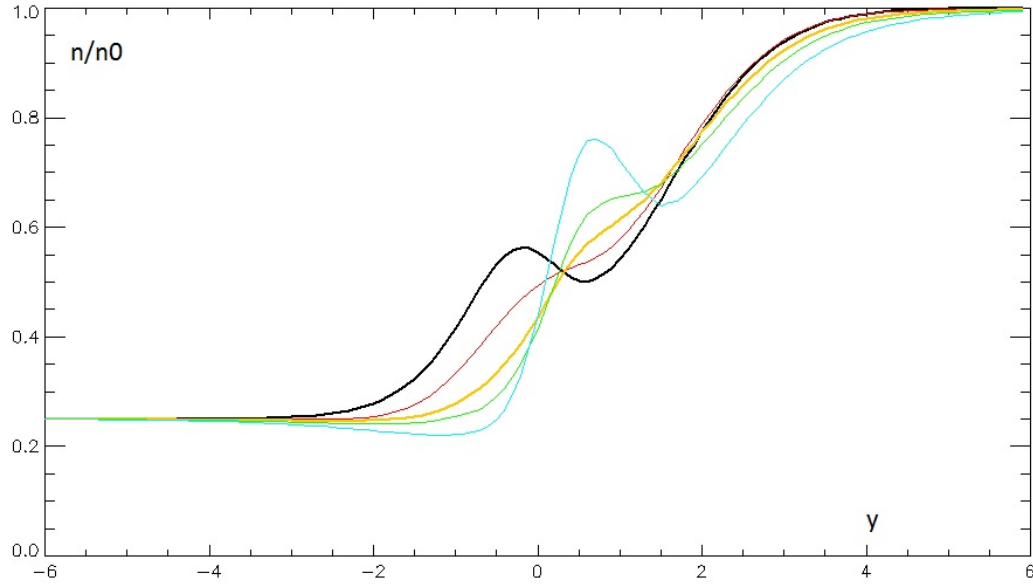


FIGURE 6.16 – Évolution du profil de densité totale au fur et à mesure que l'on fait croître l'amplitude du champ électrique, pour $B_{z0} = 0.85B_{x0}$. On multiplie le champ présenté sur la Fig. (6.15) respectivement par 0 (courbe noire), 1 (courbe rouge), 2 (jaune), 3 (vert) et 5 (cyan).

être imposé de manière réaliste.

Aussi, il serait intéressant d'observer le comportement de l'équilibre dans un code "full-PIC". En fonction de la résolution et de la valeur du champ, il est en effet possible qu'utiliser un équilibre cinétique pour les ions et des maxwelliennes pour les électrons soit suffisant. L'étude est en cours pour le modèle BAS et semble confirmer que l'équilibre reste stable partout, y compris aux échelles électroniques. La seule différence concerne le centre de la couche, sur une épaisseur nommée "electron bouncewidth" dans la littérature, à l'intérieur de laquelle les électrons sont démagnétisés dans le cas coplanaire. Une dépression du courant s'y produit au bout de quelques temps de giration des ions. On peut penser que ce problème aussi disparaîtra dans le cas de l'équilibre avec rotation, le module du champ ne s'annulant nulle part.

Un nouvel outil de détermination des spectres et des phases de Fourier pour les études de turbulence

Sommaire

7.1 De la nécessité d'une nouvelle méthode de traitement du signal	126
7.1.1 Des oscillations artificielles sur les spectres ?	126
7.1.2 Limites des fonctions d'apodisation usuelles	129
7.2 Détermination du spectre	131
7.2.1 Construction d'une nouvelle fonction d'apodisation	131
7.2.2 Reconstruction du spectre	133
7.2.3 Résultats sur le signal test et un cas réel	135
7.3 Calcul des phases et reconstruction du signal	137

La turbulence est un thème transversal à beaucoup d'études au LPP, aussi bien en physique spatiale qu'en fusion par confinement magnétique. On sait que la validité des théories de turbulence, en physique des plasmas, est généralement testée via les spectres qu'elles prévoient, leurs pentes, ruptures de pentes etc. Or, la détermination expérimentale de ces spectres de Fourier a toujours été et reste une opération délicate, puisqu'on ne travaille pas sur des échantillons homogènes sur une durée infinie. L'existence de tendances aux échelles plus longues que les intervalles d'analyse complique le calcul et détruit l'unicité de la transformée de Fourier. Les phases de Fourier, que l'on souhaite utiliser pour des analyses d'ordre supérieur, le k-filtering, les études de cohérence, sont pour les mêmes raisons tout aussi difficile à déterminer. Enfin, on souhaite aussi arriver à déterminer la présence et la nature de pics dans le spectre (raies spectrales), pour caractériser les ondes possiblement présentes dans le signal.

L'un des symptômes de la difficulté d'analyse par transformée de Fourier d'un signal sur une durée finie est l'existence de variations fortes du spectre à l'échelle d'un ou de quelques points de fréquence (ou "cheveux"), qui sont non significatives

dans la mesure où elles dépendent complètement de l'intervalle exact d'analyse. L'utilisation d'une fenêtre d'apodisation permet de résoudre partiellement ce problème, mais pas complètement : cette méthode (qui ne conserve pas l'énergie) peut effectivement supprimer certains sauts aux bords, mais elle ne supprime pas l'existence de la tendance et sa convolution avec le signal modifie son spectre de façon difficile à contrôler. Les fonctions disponibles dans la littérature sont étudiées en général pour les besoins de la spectroscopie, et non adaptées à l'étude des spectres de turbulence. Concernant les "cheveux", on peut diminuer leur importance en lissant le spectre ou en moyennant plusieurs spectres successifs, mais ces solutions ne résolvent que partiellement le problème : elles diminuent notablement la résolution du spectre obtenu pour une taille d'intervalle donnée et traitent de la même façon les fluctuations du spectre d'origine physique et celles qui sont dues à l'analyse. Par ailleurs, toutes ces méthodes empêchent totalement de déterminer les phases.

Il se trouve que G.Belmont avait suggéré depuis plusieurs années des pistes pour résoudre ces problèmes (voir le rapport de stage de magistère de Papa Birame NDiaye en août 2010). J'ai proposé de reprendre ce problème intéressant avec lui. C'est ainsi que, en parallèle avec le sujet principal de ma thèse, j'ai eu l'opportunité de développer le principe d'une méthode nouvelle basée sur ces idées et d'écrire le code IDL correspondant. Ce chapitre contient les résultats de ces efforts, qui ont déjà fait l'objet de contributions à l'AGU 2014 et l'EGU 2015.

7.1 De la nécessité d'une nouvelle méthode de traitement du signal

7.1.1 Des oscillations artificielles sur les spectres ?

Si l'on calcule simplement par une transformée de Fourier rapide (FFT, voir [Cooley & Tukey 1965]) le spectre en énergie du champ magnétique mesuré dans le vent solaire par l'instrument FGM de la mission Cluster, on obtient en général des courbes qui ressemblent à celle présentée sur la Fig. (7.1) (ici par le satellite C2 le 10 janvier 2004). Comme on le voit, cette courbe présente de fortes oscillations, particulièrement claires à haute fréquence, qui la rendent difficilement lisible sans traitement supplémentaire. De telles oscillations sont aussi présentes lorsqu'on calcule le spectre des fluctuations magnétiques mesurées par l'instrument STAFF (voir Fig. (7.2) pour des mesures du satellite C1 le 01/03/2010 aux alentours de 18h00). L'utilisation d'une fenêtre d'apodisation supprimant le saut du signal au bord pour le rendre périodique change le spectre, mais ne supprime pas ces oscillations comme le montre cette dernière figure.

La question se pose alors de savoir à quoi est dû ce caractère oscillant des spectres, et, s'il est artificiel, de voir s'il est possible de s'en débarrasser proprement.

7.1. De la nécessité d'une nouvelle méthode de traitement du signal127

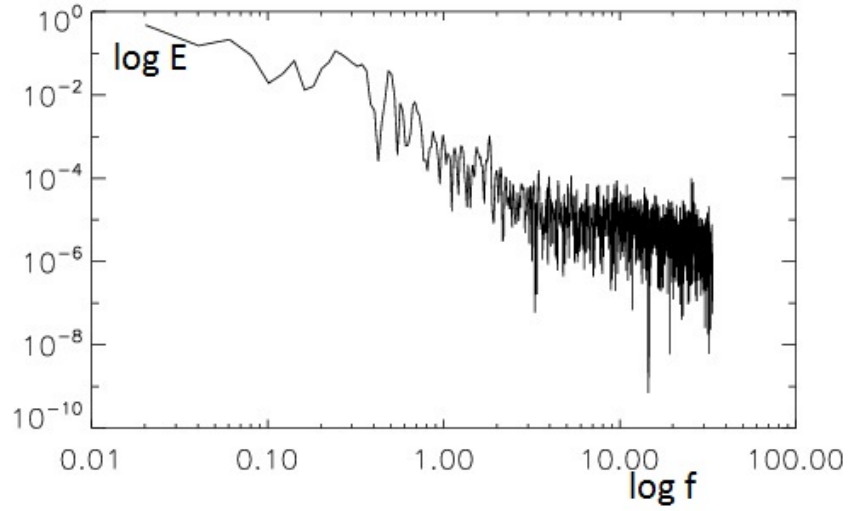


FIGURE 7.1 – Spectre en énergie des fluctuations magnétiques mesurées par l'expérience FGM de Cluster 2 dans le vent solaire le 10 janvier 2004 aux alentours de 06h05, sans apodisation ni lissage.

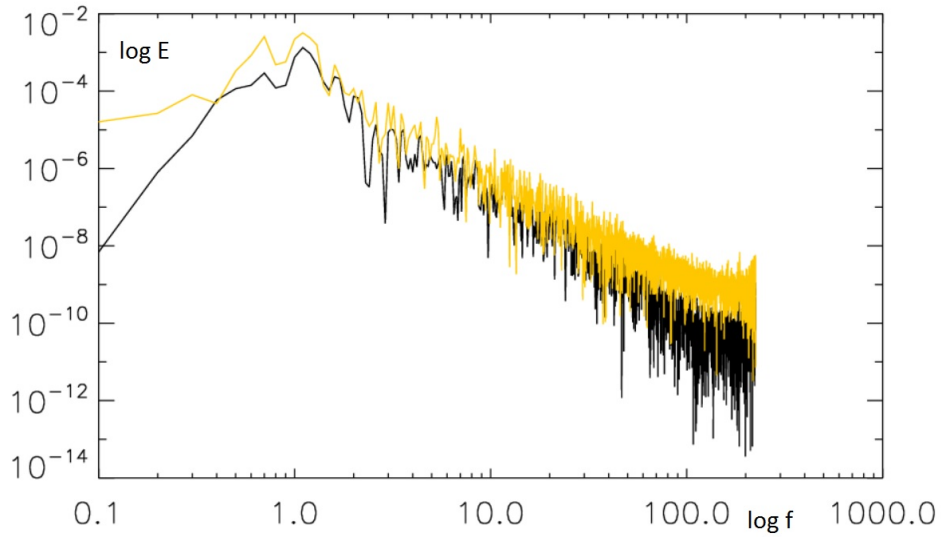


FIGURE 7.2 – Spectre en énergie du module des fluctuations magnétiques mesurées par l'instrument STAFF du satellite C1 de la mission Cluster le 01/03/2010 entre 17h59 :50 et 18h00 :00, calculé avec apodisation par une fenêtre en \cos^3 (en jaune) et sans apodisation (en noir).

Pour comprendre d'où viennent ces oscillations, étudions la FFT de signaux simples de "champ magnétique artificiel" B sur un intervalle fini présentant respectivement une structure cohérente (cas A), deux structures cohérentes (cas B), et une structure cohérente avec des effets de bord (cas C). Le résultat est présenté sur la Fig. (7.3).

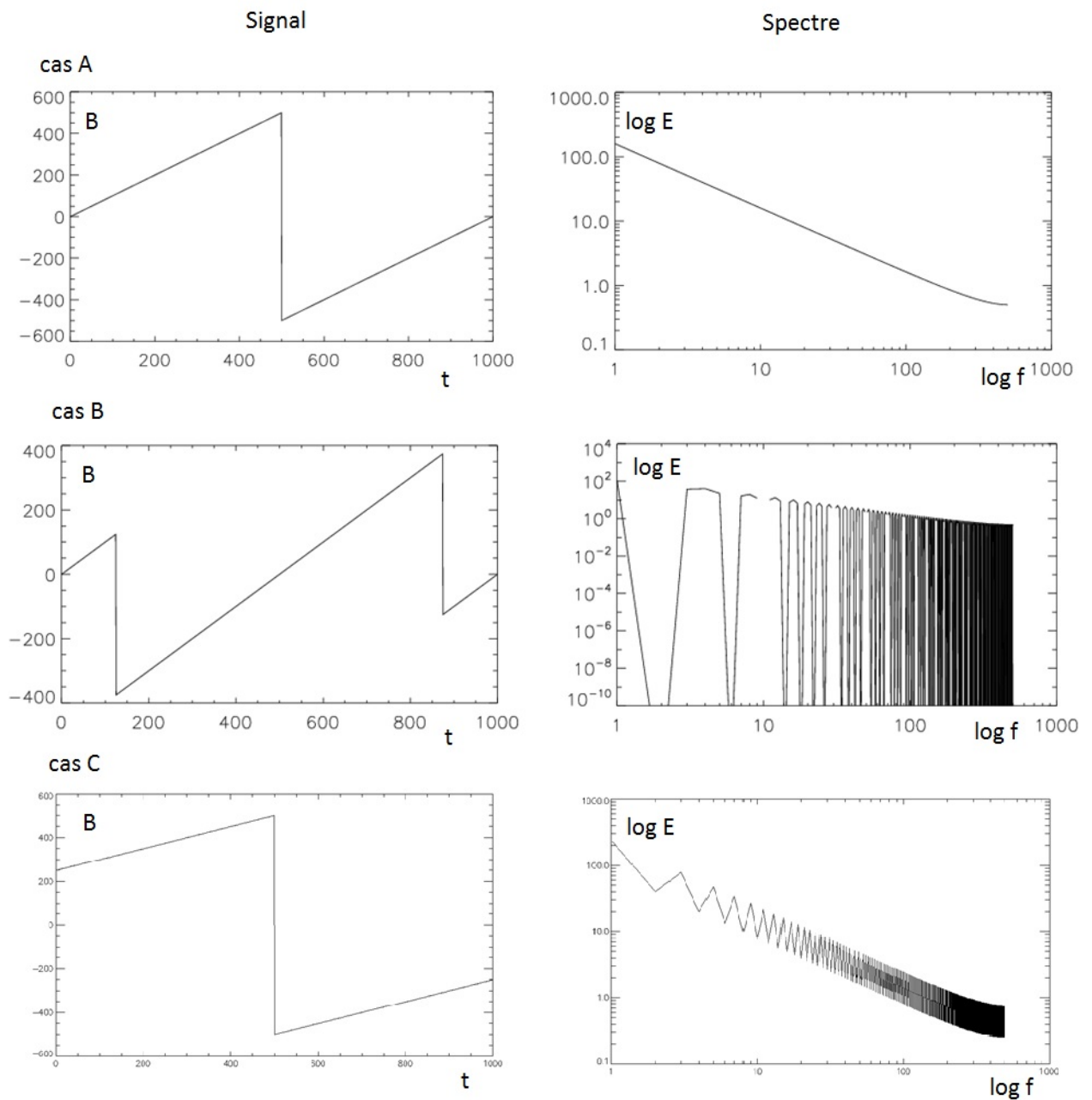


FIGURE 7.3 – Signal et spectre en énergie obtenu par FFT pour trois expériences numériques.

Comme le montre le cas B, les oscillations observées sur les spectres peuvent être physiques et être créées, sans effets de bord, par l'interaction entre deux structures existant réellement dans le signal. Cependant le cas C indique que le fait de travailler sur un intervalle fini entraîne l'apparition d'oscillations artificielles du spectre dues à l'interaction des structures cohérentes du signal avec le saut aux bords (et selon les cas les sauts des dérivées). Ce sont ces oscillations que nous souhaiterions supprimer.

7.1.2 Limites des fonctions d'apodisation usuelles

En général, pour limiter les effets de bords sur le calcul de la transformée de Fourier, on utilise des fonctions d'apodisation ou "fenêtres" (pour un aperçu des méthodes courantes de traitement du signal, on peut se référer par exemple à [Max & Lacoume 2004]). Néanmoins, on constate que celles-ci ne permettent pas de se débarrasser de ces oscillations (voir par exemple l'effet de la fenêtre sur la Fig. (7.2)). Les spectres (lisses) généralement présentés dans les nombreux articles traitant des observations de turbulence (voir par exemple [Sahraoui *et al.* 2009]) sont issus d'un lissage logarithmique ou de moyennes sur des intervalles successifs. Ce traitement introduit des incertitudes sur les spectres, ses pentes, ses ruptures de pentes, etc. Notons que ces méthodes de moyenne ou de lissage portent exclusivement sur le spectre : elles ne fournissent aucune indication concernant la phase, ce qui interdit, en particulier, toute transformation inverse.

Pour illustrer l'effet d'une apodisation par les fenêtres usuelles sur le calcul du spectre, regardons l'effet de ces fenêtres sur un signal artificiel de spectre connu. On construit ce signal-test sur un intervalle de taille $2T$ comme un signal périodique, présentant un spectre en énergie suivant une loi de puissance avec une rupture de pente à $\frac{f_{max}}{2}$. On choisit aléatoirement les phases et on ajoute à ce signal une tendance basse fréquence (une sinusoïde de période $10T$ ici), et, si on le souhaite, une raie à haute fréquence. Un exemple d'un tel signal et son spectre (ici sans raie) est présenté sur la Fig. (7.4).

La Fig. (7.5) présente le spectre d'un de ces signaux, incluant cette fois une raie, calculé en utilisant une fenêtre de Hann ou une fenêtre de Blackman, ainsi que le résultat d'une simple FFT. Comme on le voit, aucune de ces fenêtres ne permet de retrouver le spectre voulu. La FFT est saturée par le saut aux bords. Cela rehausse artificiellement le niveau d'énergie du spectre et change considérablement sa forme. Les fenêtres d'apodisation de Hann et de Blackman améliorent sensiblement l'aspect énergétique du problème. Les pentes et la position de la rupture de pente sont mieux déterminées. La raie est présente mais perdue dans les oscillations de type "cheveux". En effet, on constate que ces méthodes ne règlent pas le problème des "cheveux" sur tout le spectre, qui ne sont pas dans le spectre utilisé pour la construction du signal synthétique. Ces "cheveux" induisent une incertitude sur les valeurs de pente et sur la position de la rupture de pente. L'introduction d'une moyenne spatiale ou temporelle lisserait la raie comme des "cheveux" ordinaires.

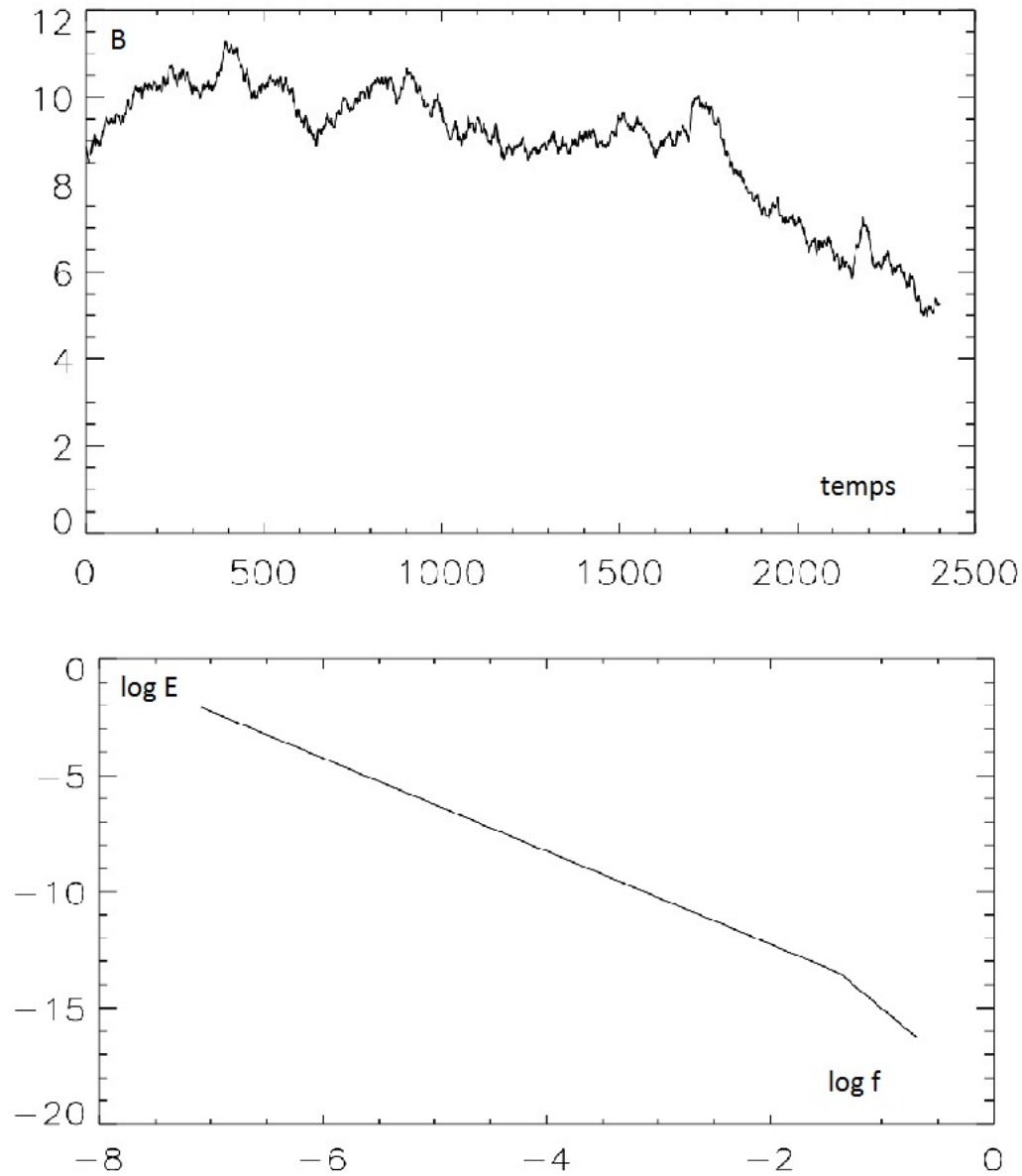


FIGURE 7.4 – Signal et spectre en énergie pour un signal-test utilisé pour présenter notre méthode de détermination de spectre (ici sans raie). L'intervalle d'étude s'étend de $t=600$ à $t=1800$ (donc avec $T=1200$).

Au delà de ces fonctions usuelles, une fonction d'apodisation différente est couramment utilisée au laboratoire sur des données réelles pour la détermination des spectres de turbulence. Elle utilise un \cos^3 qui permet d'annuler le saut et les premières dérivées. Sa performance sur le signal test est du même ordre que celle des autres fenêtres usuelles, comme le montre la Fig. (7.6).

7.2 Détermination du spectre

Nous avons donc développé une méthode de traitement du signal dans le but de mieux reconstruire le spectre et les phases de ce dernier. Afin de traiter un signal synthétique comme celui présenté plus haut ou n'importe quel signal réel, nous souhaitons travailler sur un intervalle deux fois plus grand que celui sur lequel nous cherchons à caractériser le spectre et les phases. Notons qu'une telle démarche est pratiquement toujours possible sur les données étudiées, le fait que l'on souhaite caractériser le signal sur la période T ne nous privant pas de la connaissance du signal autour. Nous pouvons ainsi utiliser une fenêtre d'apodisation sur cet intervalle de longueur $2T$, qui préserve les propriétés du signal au centre de la fenêtre (c'est-à-dire là où il nous intéresse) tout en annulant convenablement les sauts et dérivées aux bords de l'intervalle de taille $2T$. Avant tout traitement et pour faciliter le traitement qui suit, on commence par réduire grossièrement les effets de bord en soustrayant au signal une tendance de période $8T$ construit de manière à suivre le mieux possible la fonction aux bords (par exemple en utilisant Powell avec une minimisation de la différence entre la tendance et la fonction aux deux bords de l'intervalle).

7.2.1 Construction d'une nouvelle fonction d'apodisation

Pour la suite du calcul, nous souhaitons disposer d'une fonction d'apodisation ayant les propriétés suivantes :

- Le spectre de la fonction d'apodisation est localisé en fréquence, afin de pouvoir contrôler l'effet de cette fonction sur le spectre du signal.
- La fonction d'apodisation annule le saut du signal aux bords ainsi que les sauts de toutes ses dérivées p -ièmes successives jusqu'à l'ordre p voulu.

Ce n'est pas le cas des fenêtres usuelles. Ainsi les fenêtres de Bartlett, Hann ou Blackman n'annulent que le saut et au mieux la dérivée première. La fenêtre de Hamming n'annule aucun saut. La fenêtre de Bartlett a de plus un spectre non nul quelle que soit la fréquence considérée.

En revanche, une fonction particulière correspond bien à ces propriétés attendues, elle s'écrit sous la forme :

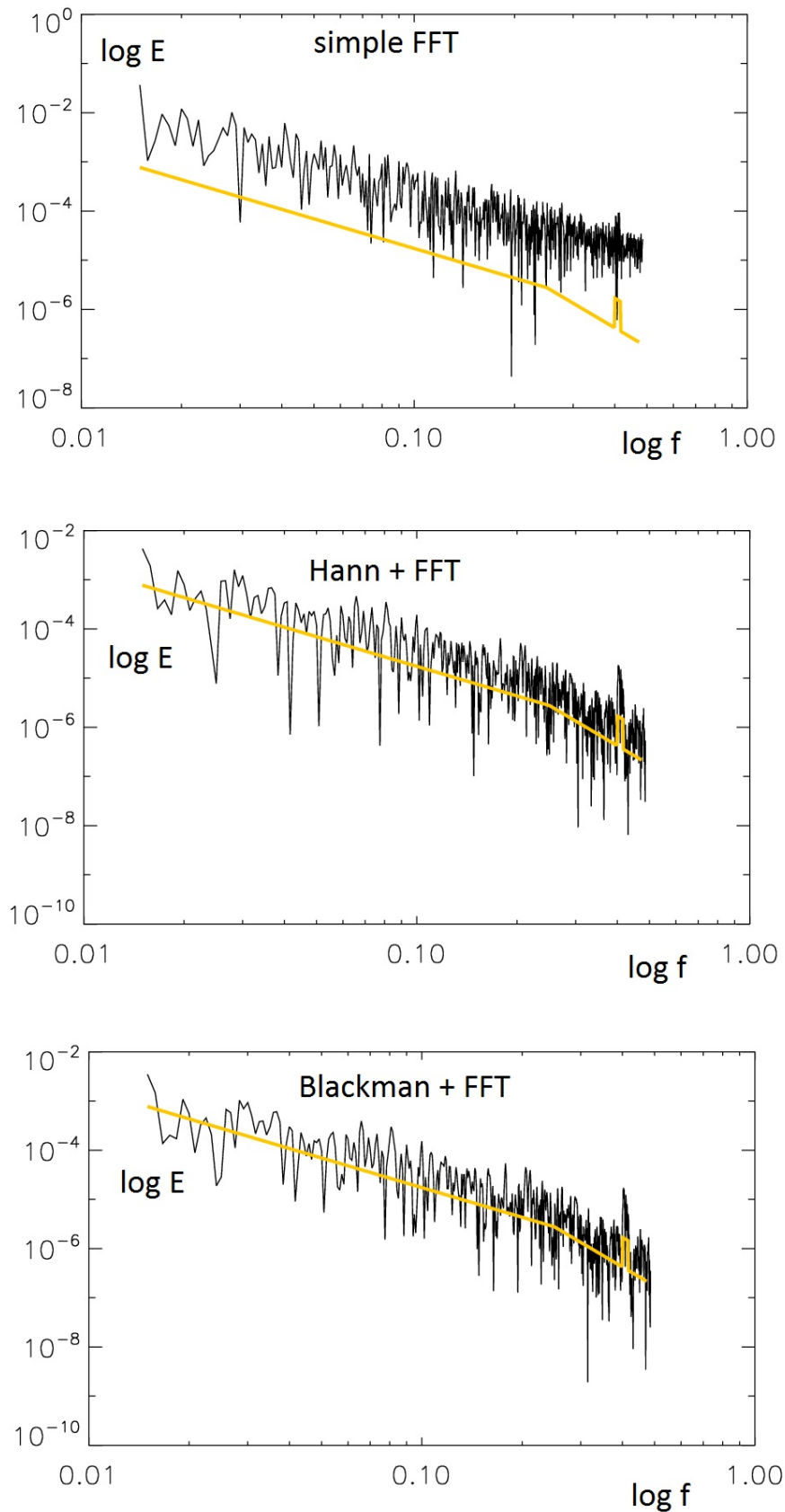


FIGURE 7.5 – Spectre obtenu en utilisant différentes fenêtres sur le signal test décrit dans le texte (en noir) et spectre utilisé pour la construction du signal test (en jaune).

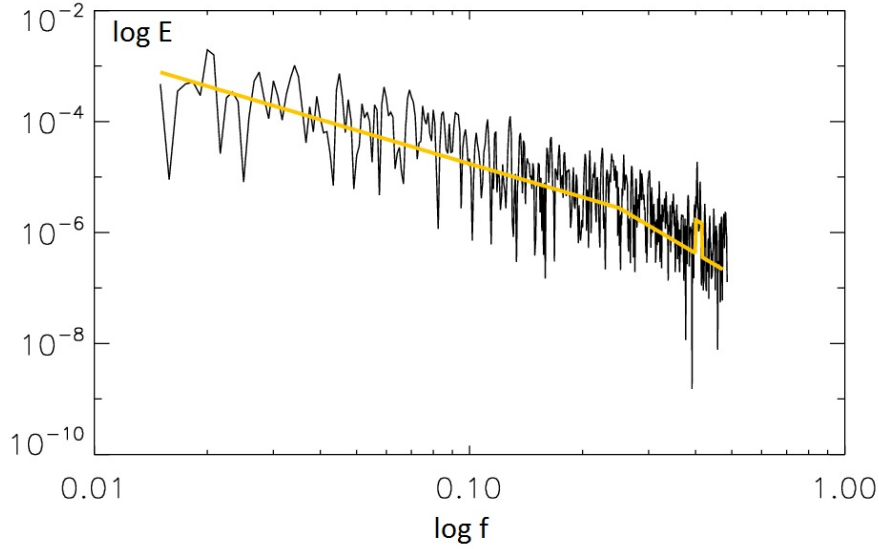


FIGURE 7.6 – Spectre obtenu en utilisant une fenêtre en \cos^3 sur le signal test décrit dans le texte (en noir) et spectre utilisé pour la construction du signal test (en jaune).

$$f(t) = K \int_0^t \sin^{2N+1}(\pi t' f_0) dt' \quad (7.1)$$

où $f_0 = \frac{1}{T}$, l'intervalle est de taille $2T$ et le temps est compté à partir de la gauche de l'intervalle. On obtient par exemple, pour $N = 8$, la courbe de la Fig. (7.7). Le spectre d'une telle fonction est nul au delà de l'ordre $2N + 1$. Cela a, comme on va le voir, une conséquence importante sur le calcul de la convolution de la fenêtre d'apodisation avec le signal.

7.2.2 Reconstruction du spectre

Comme cette fonction d'apodisation a un spectre localisé sur les $2N + 1$ premières fréquences, on peut facilement reconstruire l'effet de l'apodisation sur le spectre du signal. La multiplication dans l'espace réel est en effet simplement une convolution dans l'espace de Fourier. Sur chaque fréquence nf_0 (où f_0 est la résolution en fréquence) du spectre discret, on retrouve en fait une combinaison des fréquences voisines avec des coefficients dépendant du spectre de la fonction d'apodisation choisie. Ce principe simple est illustré par un schéma sur la Fig. (7.8). Ici, comme le spectre de la fonction d'apodisation est localisé, c'est aussi le cas de l'effet de la convolution. Chaque fréquence ne dépend, strictement, que des $2N + 1$ fréquences voisines. Ce n'est bien sûr pas le cas général, en fonction de l'allure du spectre de la fonction d'apodisation. Une fenêtre ayant un spectre non localisé,

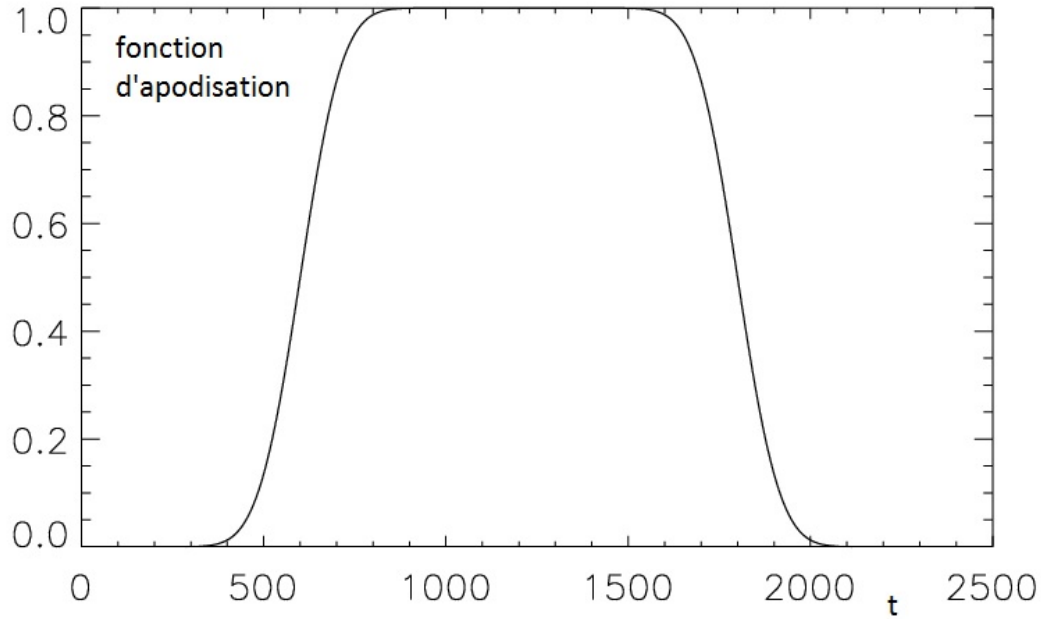


FIGURE 7.7 – Fonction d’apodisation sur l’intervalle de largeur $2T$ pour un ordre $N = 8$

mais distribué sur l’ensemble des fréquences, distribuera ainsi une combinaison de l’ensemble des fréquences sur la fréquence nf_0 .

Le principe de notre méthode de reconstruction du spectre consiste à combiner le résultat exact ci-dessus et l’hypothèse physique, raisonnable, que le spectre à reconstruire est localement lisse. En pratique pour chaque fréquence nf_0 ,

1. On considère une tranche de fréquences de largeur $8N + 4$ centrée sur f_0 . Il faut noter que cette tranche est une "petite" tranche de fréquences (ici 68 points sur les 1200 du spectre).
2. On suppose que le spectre à calculer a une forme lisse sur cette tranche : ici la fonction analytique à deux paramètres $E = E_0 f^{-\alpha}$.
3. On calcule la convolution de ce spectre théorique par la fonction d’apodisation choisie, pour les $4N + 2$ points centraux pour lesquels le calcul est possible.
4. On utilise l’algorithme de Powell pour déterminer E_0 et α tels que le résultat théorique précédent soit le plus proche sur la tranche de la FFT du signal apodisé.

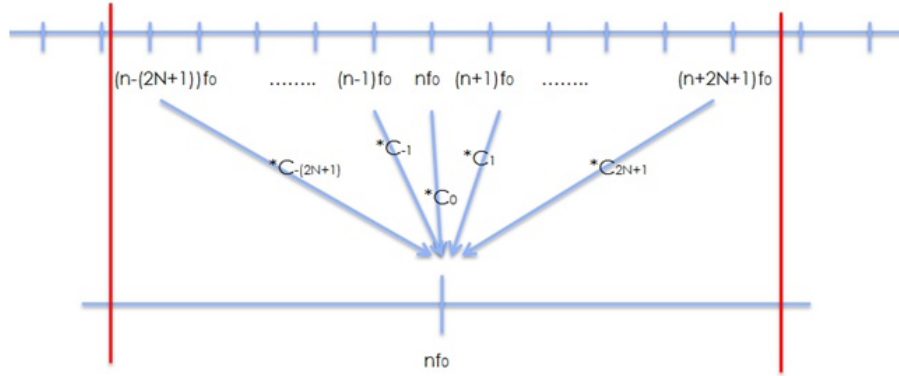


FIGURE 7.8 – Principe de la convolution par la fonction d’apodisation dans l’espace de Fourier. Les différentes fréquences sont superposées avec les coefficients C_k et C_{-k} , qui sont des complexes conjugués et tous nuls pour $k > 2N + 1$.

Une fois que les deux paramètres E_0 et α sont déterminés, on attribue à la fréquence centrale de la tranche nf_0 l’énergie $E = E_0(nf_0)^{-\alpha}$, on avance d’une fréquence, et on recommence l’opération. À la fin du processus, on dispose d’une estimation du spectre sur toutes les fréquences sauf les $2N + 1$ premières et dernières.

Pour compléter le spectre, on peut alors simplement le prolonger selon une loi de puissance pour les $2N + 1$ premières fréquences. Il est aussi possible de réaliser cette étape par un simple algorithme de Powell, le fit par $2N + 1$ sinusoïde n’étant pas trop coûteux en temps s’il est réalisé une seule fois.

7.2.3 Résultats sur le signal test et un cas réel

La Fig. (7.9) présente le résultat du calcul pour notre cas test sans raie, comparé au spectre réel ici connu. Comme on le voit, l’accord est très bon. Si on ajoute une raie artificielle comme celle-utilisée plus haut avec les fenêtres de Hann et de Blackman, on obtient le résultat de la Fig. (7.10). La raie est quelque peu lissée et élargie, mais la détermination globale du spectre est bien meilleure qu’avec les fenêtres usuelles (présentées sur la Fig. (7.5))

Au delà des signaux tests, on peut appliquer notre méthode aux données mesurées dans le vent solaire. Ainsi, la Fig. (7.11) présente le résultat du calcul sur des mesures de STAFF sur le satellite C1 de Cluster entre 17h59.50 et 18h00.00 le 01/03/2010 (cas fourni par Fouad Sahraoui), comparé au simple calcul utilisant une fenêtre en \cos^3 et une FFT. Comme on le voit, même si on ne connaît pas ici

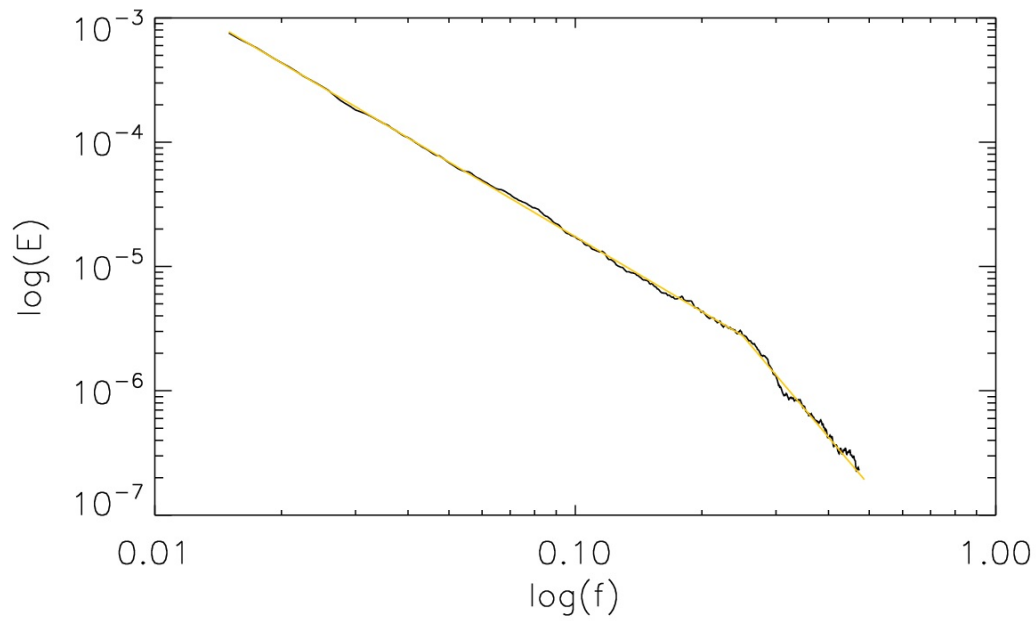


FIGURE 7.9 – Résultat de notre calcul de spectre sur le signal test (en noir). Le spectre utilisé pour la construction du signal test est lui-même présenté en jaune.

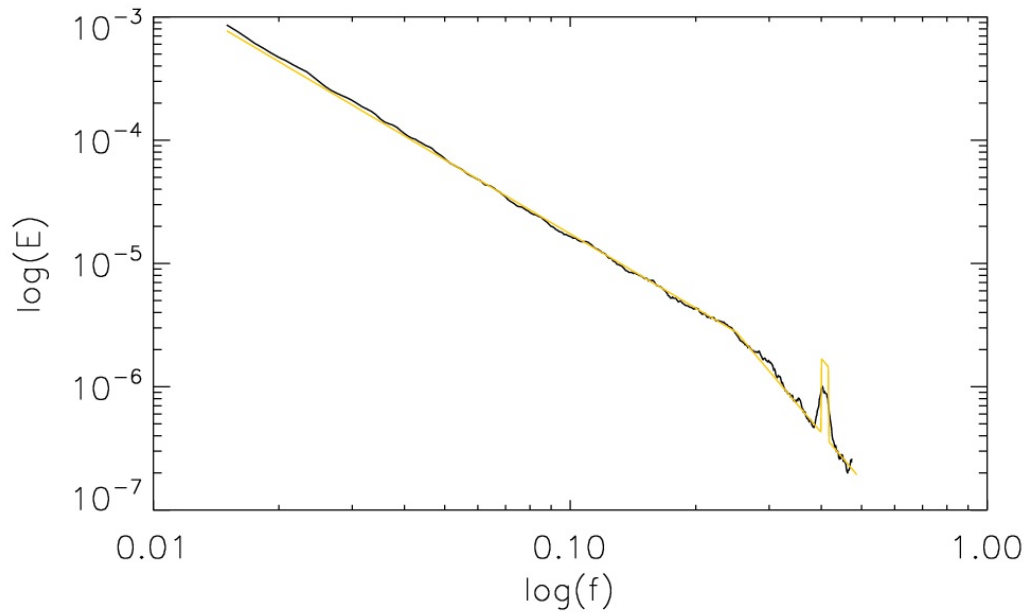


FIGURE 7.10 – Résultat de notre calcul de spectre sur le signal test avec une raie à haute fréquence (en noir). Le spectre utilisé pour la construction du signal test est lui-même présenté en jaune. Cette figure est à comparer à la Fig. (7.5)

le résultat correct, notre méthode donne un résultat concordant avec la méthode existante, et plus lisse.

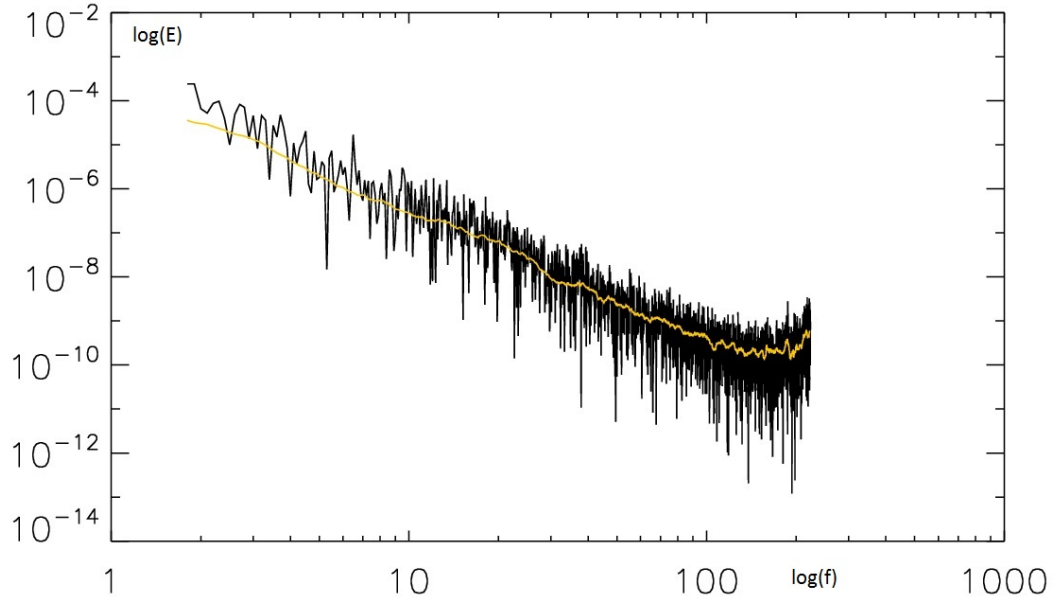


FIGURE 7.11 – Résultat (en noir) d'une FFT avec fenêtre en \cos^3 sur le module de la mesure des formes d'ondes du champ magnétique par l'instrument STAFF du satellite C1 de la mission Cluster le 01/03/2010 entre 17h59.50 et 18h00.00. Le résultat de notre calcul est présenté en jaune.

7.3 Calcul des phases et reconstruction du signal

La reconstruction des phases est la seconde partie du travail. Il s'agit ici de construire un signal qui "ressemble" au signal initial (au sens où il présente des structures aux mêmes endroits), tout en étant périodique afin que le spectre obtenu par sa transformée de Fourier soit le spectre lisse calculé précédemment. On pourrait ainsi utiliser ce nouveau signal (ou le spectre et les phases indifféremment) pour construire des spectrogrammes de polarisation ou réaliser des études de cohérence.

Dans cette optique, nous proposons de rechercher, par tranches de fréquences de taille $2N + 1$, quelles phases maximisent la corrélation entre le signal et la somme de $2N+1$ sinusoides dont les amplitudes sont déterminées par le calcul précédent du spectre. On peut, pour ce faire, utiliser par exemple un algorithme de Powell. Ensuite, le signal possédant ces phases et notre spectre est bien un signal périodique sur la période T , dont la transformée de Fourier est lisse, et qui "ressemble" au

signal initial (au sens où les structures cohérentes doivent se trouver aux mêmes endroits).

Sur notre signal test duquel on a soustrait la tendance (sur $2T$ et non pas sur T , ce qui explique sa non périodicité sur la figure!), on obtient pour l'intervalle central étudié le résultat présenté sur la Fig. (7.12). Du point de vue des structures observées, notre signal semble présenter des structures aux mêmes endroits que le signal test. En revanche, sa transformée de Fourier, lisse, est celle obtenue par le calcul et approximativement la même que celle utilisée pour la construction. Le signal reconstruit ne présente pas de sauts aux bords de l'intervalle.

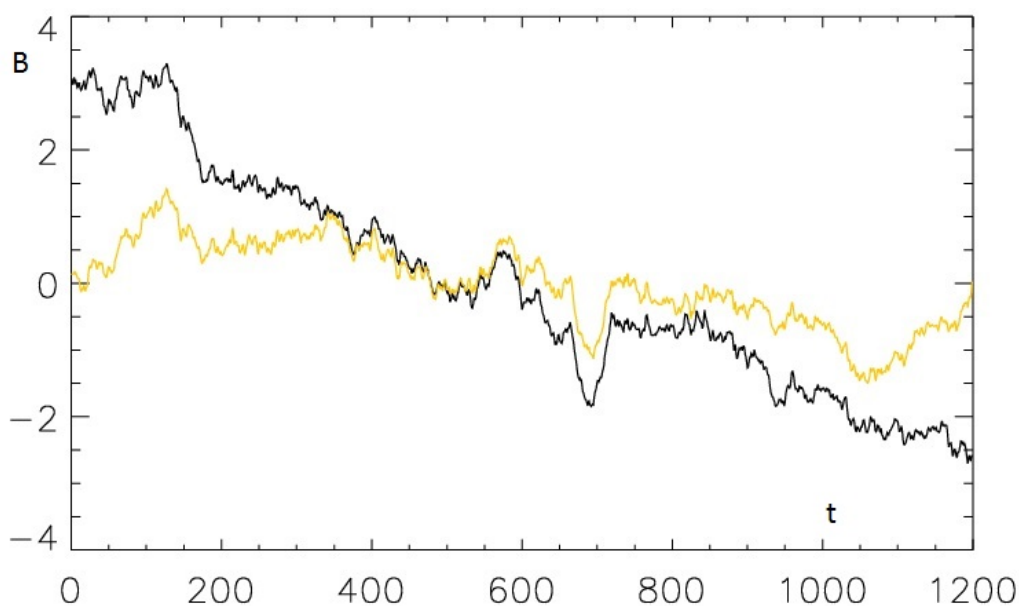


FIGURE 7.12 – Signal reconstruit (en jaune) et signal initial "détrendé" sur la période d'étude pour notre cas "test".

Pour contrôler le résultat, on peut comparer les phases trouvées avec celles utilisées pour construire le signal test. Cela donne la Fig. (7.13) pour les 100 premières fréquences et la Fig. (7.14) pour les fréquences 400 à 500.

Comme on le voit, le résultat n'est pas parfait (attention cependant aux sauts de 2π qui peuvent donner une fausse impression d'erreur importante!). Néanmoins l'accord est bien meilleur que celui obtenu en faisant une FFT du signal original.

Bien entendu, on peut appliquer de la même manière la méthode à un signal réel. On obtient, pour notre exemple de données STAFF le résultat présenté sur la Fig. (7.15).

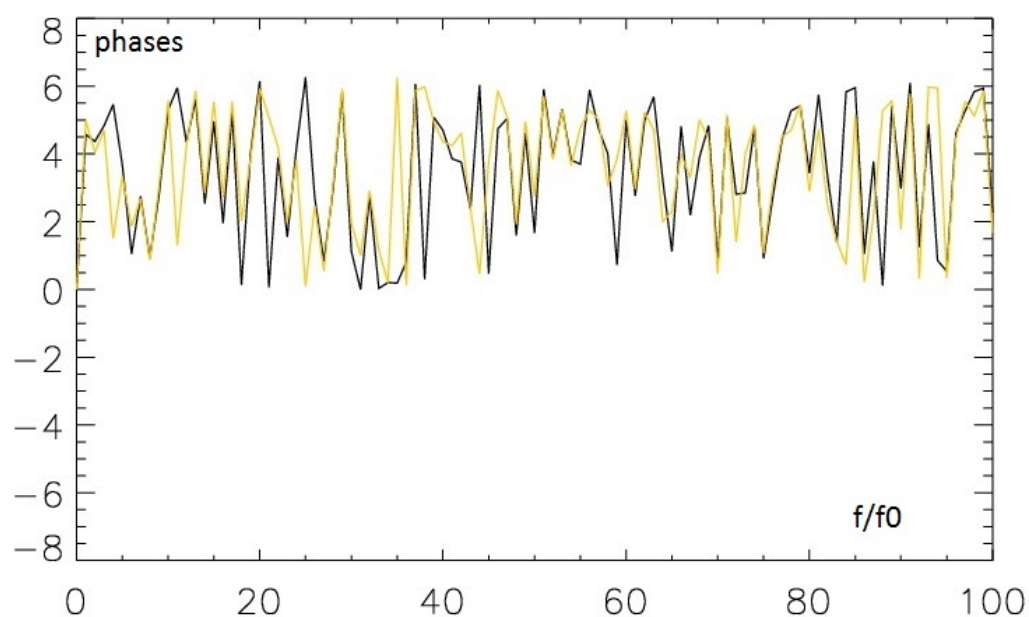


FIGURE 7.13 – Phases du signal reconstruit (en noir) et phases utilisées pour construire le signal initial "détrendé" pour notre cas "test" pour les multiples de 1 à 100 de la fréquence unité (plus basses fréquences).

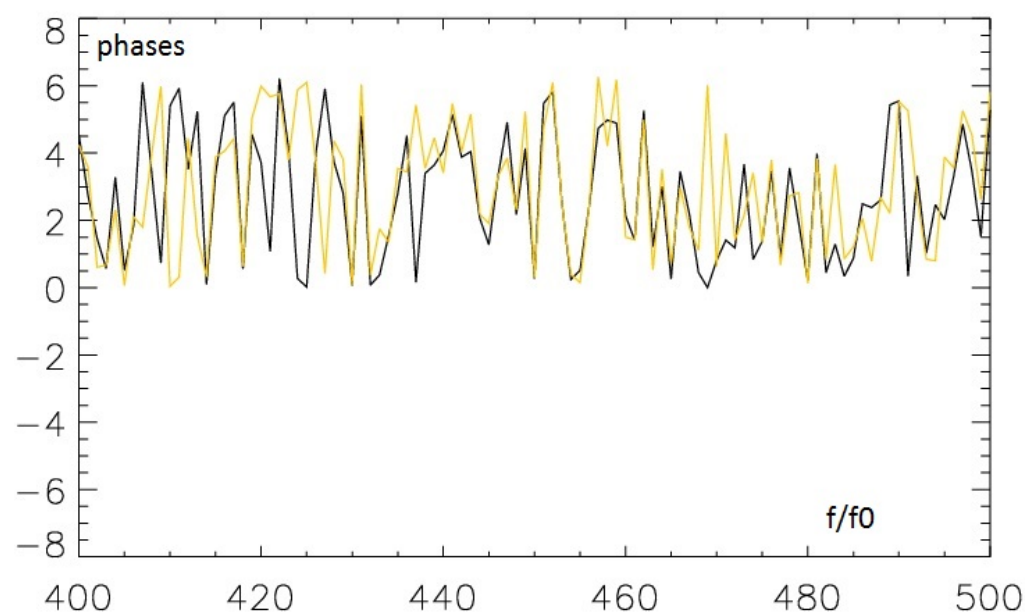


FIGURE 7.14 – Phases du signal reconstruit (en noir) et phases utilisées pour construire le signal initial "détrendé" pour notre cas "test" pour les multiples de 400 à 500 de la fréquence unité (hautes fréquences).

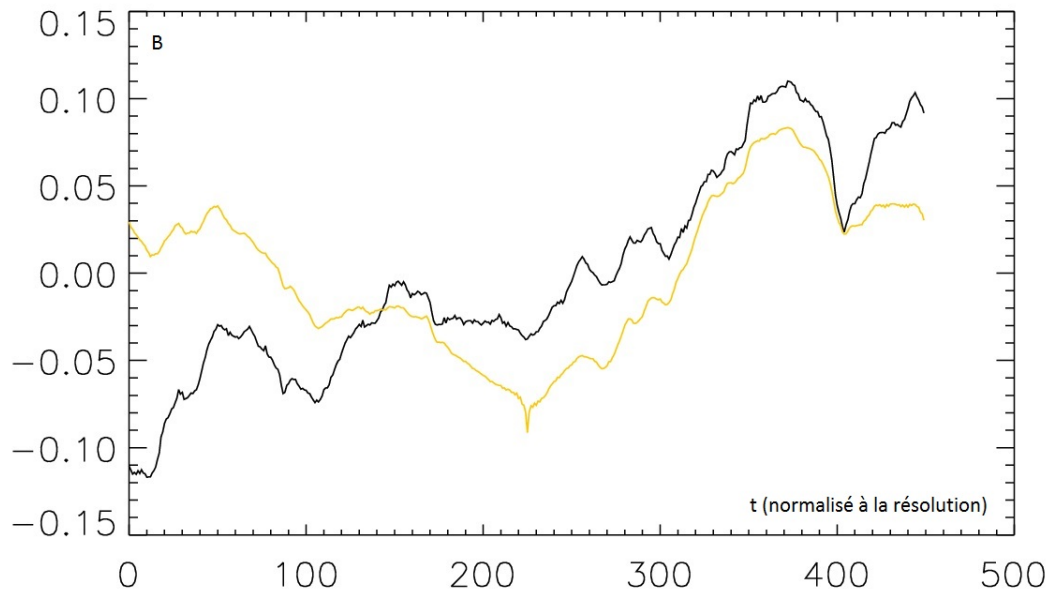


FIGURE 7.15 – Signal reconstruit (en jaune) et signal initial "détrendé" sur la période d'étude pour une seconde de données STAFF du satellite C1 de la mission Cluster le 01/03/2010 entre 17h59 :59 et 18h00 :00

Pour conclure cette partie, nous avons donc construit une nouvelle méthode de reconstruction du spectre et des phases d'un signal non périodique, tirant avantage du fait que nous connaissons en général le signal sur une période plus longue et les lois physiques contrôlant localement le comportement du signal. Les résultats sont convaincants en ce qui concerne la reconstruction du spectre, notamment sur des cas tests où le résultat est connu. En ce qui concerne les phases, les pistes données obtiennent des résultats bien meilleurs que la FFT (avec ou sans fenêtre). Néanmoins, pour un signal test connu, on ne parvient pas à obtenir exactement les phases introduites dans ce signal-test. Cette partie reste donc encore améliorable et mériterait un travail supplémentaire. De plus, le temps de calcul est considérablement plus long (de l'ordre de la minute pour un signal de 1000 points pour l'obtention du spectre, quelques minutes pour la phase) que celui des méthodes usuelles, ce qui rend hasardeux l'usage de la méthode pour les calculs de spectrogramme par exemple.

Conclusion et Perspectives

Dans cette thèse, nous avons tout d'abord présenté la nouvelle méthode BV ([Dorville *et al.* 2014a]) que nous avons conçue pour étudier la structure de la magnétopause à partir des données d'un satellite. Actuellement, cette méthode est limitée aux cas de traversées de magnétopause qui présentent un hodogramme "en C" du champ magnétique tangentiel. En se basant sur les mesures de champ magnétique et de vitesse du plasma, elle permet de trouver la direction normale à la frontière ainsi qu'une coordonnée le long de cette normale. Nous avons aussi présenté les différents tests de la méthode ([Dorville *et al.* 2015]).

En appliquant cette méthode à un exemple remarquable de traversée ([Dorville *et al.* 2014b]), nous avons noté la formation d'un complexe formé d'un choc lent et d'une discontinuité rotationnelle à la magnétopause. En analysant d'autres résultats plus complexes que de simples hodogrammes en C, nous avons été amenés à penser que ce résultat peut être généralisé : notre conjecture est que la magnétopause "agitée" est souvent composée de plusieurs discontinuités portant alternativement des variations de type rotationnelles ou compressionnelles. Nous avons évoqué quelques pistes permettant d'appréhender le problème de l'étude automatique et détaillée de telles frontières.

Le travail entamé d'étude des traversées de magnétopause agitée est à poursuivre et approfondir, avec le secours des données de la mission MMS qui permettront d'accéder à des mesures ioniques de bien meilleure résolution. Il serait intéressant d'être capable de découper, analyser et classifier de manière générale et automatique ces discontinuités. De telles études devraient nous permettre de comprendre davantage la physique de telles interfaces lorsqu'elles sont perturbées par des instabilités, et peut-être la dynamique du retour vers des structures tangentielles.

Dans le cadre de ces études expérimentales, nous espérons aussi que les données MMS permettront d'augmenter largement le pourcentage de cas de traversées de magnétopauses accessibles à la méthode BV. Il serait alors intéressant de la comparer aux méthodes multi-satellites, et surtout de s'en servir pour établir des profils statistiques au sein de la frontière. Un axe d'étude intéressant consisterait à comparer la méthode BV et les méthodes de reconstruction de Grad-Shafranov, ainsi, éventuellement, que la coordonnée de BV avec le paramètre de transition ([Hapgood & Bryant 1992]).

Nous avons par ailleurs présenté une étude plus théorique, montrant comment construire un nouveau type d'équilibre cinétique de couches de courant tangentielles. Ces équilibres se présentent sous la forme de fonctions de distributions qui dépendent à la fois des invariants du système et de la position, de manière autorisée par l'équation de Vlasov, ce qui permet d'accéder à une classe de solutions beaucoup plus large que celles obtenues par les méthodes de construction précédentes. L'équilibre a déjà été testé avec succès dans un code hybride. Nous y avons également ajouté un champ électrique et montré que le même principe de construction d'un équilibre fonctionne toujours bien dans ce cas. Ce travail est soumis au journal *Physic of Plasmas*. Néanmoins, l'ajout d'un potentiel électrique en est encore à un stade préliminaire : la question la plus délicate à résoudre dans le futur sera d'analyser plus profondément quel profil de champ il est physiquement raisonnable d'imposer, en accord avec les observations, et pourquoi. Enfin, il faudrait aussi tester le comportement dans un code full-Pic de ce type d'équilibre, en utilisant des distributions maxwelliennes pour les électrons. Il sera alors temps de s'en servir pour de réelles études d'instabilité et de reconnexion.

Nous avons enfin succinctement décrit un travail annexe sur une nouvelle manière de reconstruire les spectres et phases de Fourier d'un signal physique non périodique. La partie du travail concernant le spectre est robuste. Elle devrait être utilisée prochainement pour l'étude des spectres de turbulence. Pour la détermination des phases, un progrès sensible a été acquis, mais nous pensons qu'il serait utile de l'améliorer encore. Cet outil est alors susceptible d'acquérir un domaine d'application encore plus large.

Un certain nombre de travaux de la thèse a donné lieu à la conception de nouvelles méthodes et procédures de traitement de données ou de calcul numérique. Nous avons le projet, à la fin de celle-ci, de permettre à la communauté scientifique de les utiliser, en fournissant ces programmes et une documentation adéquate sous une forme adaptée aux chercheurs désireux de les utiliser.

Liste de traversées de magnétopause utilisées pour la mise au banc d'essai de BV

Cette section contient la liste des traversées utilisées pour l'étude présentée dans le chapitre 3. Les modalités de sélection sont détaillées dans ce même chapitre.

date	temps initial	temps final	satellite	normale de BV en GSE		
29/05/2001	03:27:30	03:29:00	3	0.40880552	-0.78363069	-0.46776169
30/06/2001	06:08:00	06:10:00	3	-0.59531894	0.75265593	-0.28125506
30/06/2001	17:32:00	17:34:00	3	0.61334064	-0.71328691	-0.33916817
03/07/2001	08:16:45	08:18:45	3	-0.28872081	0.95398931	-0.080899287
05/07/2001	14:15:20	14:17:20	3	0.22296221	-0.97011383	-0.095744494
05/07/2001	15:26:00	15:28:00	3	-0.28296670	0.88875981	-0.36060483
20/11/2001	03:54:00	03:56:00	3	0.28402900	0.88314994	0.37332788
03/12/2001	10:25:25	10:27:25	3	-0.64306739	-0.76384939	-0.054758040
03/12/2001	10:29:05	10:31:05	3	-0.64341137	-0.69173141	0.32791687
07/05/2002	18:25:00	18:26:30	3	-0.81297237	0.20559609	-0.54479920
09/05/2002	08:35:00	08:37:00	3	0.64510273	-0.76361328	0.027151810
17/05/2002	08:13:00	08:15:00	3	0.62984896	-0.076756460	0.77291574
10/06/2002	03:18:30	03:20:30	3	0.86431321	-0.47126557	0.17570268
11/06/2002	06:01:20	06:03:20	3	-0.91531401	0.35710669	0.18621242
15/06/2002	01:34:10	01:36:10	3	-0.31870750	0.64204532	-0.69728283
16/06/2002	00:54:35	00:56:35	3	0.32561303	-0.78078513	-0.53324547
16/06/2002	01:19:00	01:21:00	3	-0.42929279	0.90076187	0.065846475
16/06/2002	01:52:30	01:54:30	3	0.63615763	-0.54047261	-0.55062948
20/06/2002	04:09:30	04:11:30	3	0.19301646	0.97632636	-0.097629343
20/06/2002	04:19:30	04:21:30	3	-0.20956921	0.95954775	-0.18801294
01/12/2002	08:04:30	08:06:30	3	-0.48660609	-0.86575090	-0.11700384
01/12/2002	09:01:00	09:03:00	3	-0.54890489	-0.81823351	-0.17087232
02/12/2002	06:54:12	06:56:11	3	0.68729685	0.69131466	-0.22295087
04/12/2002	02:50:57	02:52:57	3	0.97059746	0.12768185	0.20405369
09/12/2002	15:18:30	15:20:30	3	-0.86491389	-0.087505634	0.49423348
30/05/2003	14:45:23	14:47:23	3	0.73425361	-0.47370221	-0.48628988
26/06/2003	02:00:00	02:02:00	3	-0.55970610	0.82589149	-0.068061186
28/06/2003	08:18:48	08:20:48	3	-0.48951658	0.85864811	-0.15197677
28/06/2003	14:06:03	14:08:02	3	-0.83011889	0.51536121	-0.21285078
28/06/2003	14:13:12	14:15:12	3	-0.95712069	-0.11318349	0.26666360
28/06/2003	16:38:00	16:40:00	3	-0.61729147	0.74184242	0.26195623
03/07/2003	22:58:25	23:00:25	3	-0.57094976	0.80936976	0.13761164
03/07/2003	23:13:04	23:15:04	3	-0.43995459	0.51568544	0.73519282
14/11/2003	14:07:40	14:09:40	3	-0.61865917	-0.66576487	0.41715460
17/11/2003	00:50:34	00:52:34	3	-0.55495724	-0.79575976	0.24246417
27/12/2003	18:02:40	18:04:40	3	-0.55708082	-0.19632660	0.80691811
17/05/2004	13:55:22	13:57:22	3	-0.15499524	0.69874958	0.69837346
22/05/2004	09:56:35	09:58:35	3	-0.73907769	-0.095844900	0.66676677
18/06/2004	21:15:39	21:17:39	3	0.83875734	-0.26704009	-0.47452683
24/06/2004	05:52:31	05:54:31	3	0.16199365	-0.89074897	-0.42464612
29/06/2004	08:12:53	08:14:53	3	-0.30284084	0.80484784	0.51039924
29/06/2004	08:16:22	08:18:22	3	-0.32579855	0.17623702	0.92886803
18/11/2004	20:55:12	20:57:12	3	-0.66421143	-0.56718766	0.48695106
21/11/2004	06:27:10	06:29:10	3	-0.41605545	-0.88233642	0.21995525
21/11/2004	14:44:00	14:46:00	3	-0.81983386	-0.49587940	0.28631462
09/05/2005	10:47:22	10:49:22	3	-0.43746421	0.18304790	0.88040816
04/06/2005	11:59:43	12:01:43	3	0.52103201	-0.52929837	-0.66960352
12/06/2005	21:17:12	21:19:12	3	-0.45836355	0.87174377	-0.17310591
23/06/2005	22:46:12	22:48:12	3	0.72785082	-0.58481656	-0.35808207

25/06/2005	16:12:57	16:14:57	3	-0.32356723	0.92148462	0.21487286
10/07/2005	04:51:14	04:53:14	3	-0.14233241	0.96330825	0.22754936
17/12/2005	18:12:03	18:14:03	3	0.90932246	-0.20137072	-0.36411880
12/05/2006	13:01:28	13:03:28	3	0.55263983	-0.72071342	0.41852286
21/05/2006	01:06:08	01:08:08	3	-0.57766000	0.55012160	0.60305485
02/06/2006	00:59:56	01:01:56	3	-0.35940012	0.63900318	0.68007830
02/06/2006	01:21:48	01:23:48	3	-0.40952003	0.77169759	0.48659652
27/06/2006	23:51:45	23:53:45	3	0.33995153	-0.52473707	-0.78043832
08/11/2006	14:53:37	14:55:37	3	0.97508338	0.041261503	-0.21796763
20/11/2006	01:34:23	01:36:23	3	-0.46488814	-0.51901832	0.71728586
10/12/2006	12:08:48	12:10:47	3	-0.95241617	-0.23307307	0.19641891
15/12/2006	06:31:34	06:33:34	3	-0.58864478	-0.80810883	0.021388018
21/12/2006	09:59:00	10:01:00	3	0.87075943	-0.022937138	-0.49117400
10/05/2007	17:02:30	17:04:30	3	-0.71091056	0.70235974	-0.036013578
15/06/2007	01:30:17	01:32:17	3	-0.52500320	0.61969637	0.58339356
15/06/2007	01:55:00	01:57:00	3	-0.57861025	0.54925435	0.60293436
15/06/2007	02:13:44	02:15:44	3	-0.48805440	0.53572045	0.68906204
17/06/2007	05:16:50	05:18:50	3	0.62591697	-0.47139900	-0.62129778
18/06/2007	22:05:47	22:07:47	3	0.92277614	-0.36294093	-0.12945296
23/06/2007	12:19:28	12:21:28	3	-0.23298310	0.95958548	0.15784353
03/07/2007	21:17:51	21:19:51	3	-0.11487281	0.93786755	0.32742740
09/11/2007	09:36:15	09:38:15	3	-0.79301431	-0.36636404	-0.48672958
04/12/2007	18:17:59	18:19:59	3	0.40005999	0.82424229	-0.40072017
29/05/2008	22:35:34	22:37:34	3	-0.51944563	0.70537214	0.48231356
07/11/2008	09:55:10	09:57:10	3	0.31088584	0.87869355	-0.36228117
09/11/2008	15:53:56	15:55:56	3	-0.49418239	-0.58272705	0.64514568
18/06/2009	00:06:51	00:08:51	3	0.72598005	-0.66396759	-0.17916474
14/07/2009	01:33:04	01:35:04	3	-0.44803741	0.61031151	0.65328580
16/02/2001	22:17:00	22:18:00	1	-0.48937896	-0.14860805	-0.85931594
16/02/2001	22:34:30	22:37:00	1	-0.32448691	-0.52424130	-0.78732415
15/03/2001	01:02:30	01:04:00	1	0.72579727	0.23572930	0.64625847
23/04/2001	14:25:00	14:28:00	1	0.55528758	-0.69107371	-0.46268005
25/02/2002	08:25:30	08:27:30	1	0.28548222	-0.94740156	-0.14467269
14/03/2002	01:05:00	01:06:30	1	-0.54078919	0.28920495	-0.78987819
18/04/2002	17:28:40	17:29:40	1	0.91986115	-0.21203567	0.32999445
22/04/2002	12:58:00	13:00:30	1	0.73556558	-0.018133852	-0.67721078
17/02/2003	07:10:00	07:13:00	1	-0.73595249	-0.55187660	-0.39218127
22/04/2003	10:09:00	10:11:00	1	0.95662894	-0.17164471	0.23537028
02/05/2003	00:35:00	00:37:00	1	0.87185795	0.0012194741	0.48975732
03/05/2003	16:13:00	16:15:00	1	-0.32864656	0.11896439	0.93693058
04/05/2003	09:58:00	10:01:00	1	0.88972777	0.053504231	0.45334511
06/05/2003	02:37:00	02:40:00	1	0.58694033	-0.49542135	-0.64035829
06/05/2003	03:06:30	03:07:30	1	0.55526028	-0.33199514	-0.76253868
03/01/2004	20:42:00	20:44:30	1	0.96839199	0.090018865	-0.23262319
13/01/2004	08:40:30	08:42:30	1	-0.90365535	-0.40706698	0.13305441
23/01/2004	13:33:45	13:34:45	1	-0.88120248	-0.46751471	-0.070086968
28/01/2004	06:31:00	06:32:00	1	-0.70523414	-0.35777370	-0.61208070
28/01/2004	06:36:00	06:39:00	1	-0.60811300	-0.50411774	-0.61324048
13/05/2004	18:45	18:49	1	-0.53194567	0.25755708	-0.80665864
16/05/2004	03:23:00	03:26:00	1	0.91660457	0.39411549	0.067149481

17/05/2004	13:46:30	13:48:30	1	0.42623742	-0.47628837	-0.76907155
17/05/2004	14:18	14:22	1	0.29458265	-0.51142232	-0.80725973
20/05/2004	01:58:45	02:00:15	1	0.58250770	-0.30647883	-0.75283166
11/01/2005	12:14:00	12:21:00	1	-0.24709774	0.56295955	-0.78868197
16/01/2005	03:32:30	03:35:30	1	-0.79193338	-0.60826777	-0.053402661
16/01/2005	04:16:00	04:18:00	1	0.68977837	0.68859662	0.22369733
25/01/2005	15:09:15	15:15:15	1	-0.58805075	-0.57826132	-0.56551760
30/01/2005	09:06:00	09:08:00	1	0.76073918	0.46278905	0.45508482
06/02/2005	11:22:30	11:24:00	1	0.80179571	0.26410008	0.53607349
15/02/2005	23:14:00	23:16:00	1	-0.32507655	0.19842232	-0.92463713
18/02/2005	06:52:00	06:54:00	1	0.52872929	0.085252597	0.84449827
18/02/2005	07:20:00	07:21:00	1	-0.68764483	-0.36107709	-0.62989517
21/03/2005	10:21:00	10:24:00	1	-0.97254129	0.21487021	-0.089410466
25/03/2005	23:35:00	23:36:30	1	-0.76027071	-0.27938918	-0.58645557
14/04/2005	01:46:30	01:48:00	1	0.97099151	0.035460031	0.23647003
21/04/2005	07:00:00	07:01:30	1	-0.83598902	0.50707416	-0.20975736
23/04/2005	11:36:00	11:37:30	1	-0.28971869	-0.11420372	-0.95027396
15/05/2005	01:45:30	01:47:30	1	0.063586503	-0.79828429	0.59891481
03/01/2006	08:31:30	08:32:30	1	0.59717019	-0.68518041	-0.41703185
27/01/2006	03:01:00	03:04:00	1	0.88935966	0.27924326	-0.36202570
06/02/2006	06:40:30	06:42:30	1	-0.94742783	-0.14152386	-0.28696952
06/02/2006	06:49:30	06:50:45	1	-0.81006719	-0.41034687	-0.41881571
09/03/2006	04:48:00	04:52:00	1	-0.75681446	-0.27718256	-0.59194738
13/04/2006	20:15:00	20:17:00	1	-0.18171236	-0.46389432	-0.86705402
13/04/2006	20:35:00	20:36:00	1	0.86742999	-0.18265508	0.46281998
18/04/2006	18:54:30	18:56:00	1	-0.81285758	0.26165706	-0.52038268
14/05/2006	21:20:45	21:21:45	1	0.72315696	-0.60923195	0.32539275
14/05/2006	21:33:30	21:34:40	1	0.83228511	-0.33177646	0.44410121
22/05/2006	01:34:00	01:37:00	1	0.80815773	-0.52640016	0.26416653
23/12/2006	20:17:45	20:18:45	1	0.88597242	0.33923124	0.31618831
14/01/2007	00:44:00	00:48:00	1	-0.79673150	-0.028265017	0.60367211
10/02/2007	04:25:00	04:27:00	1	0.87989374	0.39373444	-0.26600788
10/02/2007	06:29:00	06:37:00	1	-0.89458038	-0.41366991	0.16912466
01/03/2007	02:18:00	02:23:00	1	0.82897999	0.54103869	0.14166617
17/03/2007	17:13:30	17:14:30	1	0.93217886	0.32098454	0.16736634
20/03/2007	05:04:30	05:05:30	1	0.94244199	0.30289553	0.14162416
05/04/2007	19:20:15	19:21:45	1	-0.65742545	0.31937858	-0.68248743
05/04/2007	19:29:45	19:32:15	1	-0.99735447	-0.071611033	0.012487170
27/04/2007	05:17:15	05:18:15	1	0.94821389	0.29646236	-0.11401965
27/04/2007	05:40:00	05:41:30	1	-0.89083449	0.43571656	-0.12870503
27/04/2007	06:02:00	06:03:30	1	-0.78763842	0.40518056	-0.46417070
13/05/2007	22:37:00	22:39:00	1	0.12214760	-0.90998129	0.39624995
21/05/2007	03:37:15	03:38:15	1	-0.32099807	0.94368036	0.080172443
30/05/2007	14:54:00	14:56:00	1	-0.20035086	0.95771351	-0.20650513
09/01/2008	09:52:30	09:55:30	1	-0.86155613	-0.50614016	0.039283372
11/01/2008	17:43:00	17:46:00	1	-0.18676172	0.82625099	-0.53144084
18/01/2008	17:19:00	17:20:15	1	0.72378564	0.68839408	0.047412435
23/01/2008	11:40	11:45:00	1	-0.85980274	-0.50764071	0.055137587
13/02/2008	19:09:00	19:10:30	1	-0.93023451	-0.33989138	-0.13833873
01/03/2008	11:55:00	11:57:15	1	-0.97676674	-0.21306553	-0.023017762

Détection automatique de traversées de magnétopause

Au cours de ma thèse, j'ai eu le plaisir d'encadrer Mme Ghandri Amani et M. Victor Rengnez, stagiaires de L3 et de M1 de l'Université Paris Sud, dans le cadre d'un travail sur la détection automatique de traversées de magnétopause. L'objectif du stage était d'écrire un petit programme capable, à partir de jeux de données de Cluster en entrée (par exemple le champ magnétique de FGM, les données CIS etc...), de trouver les temps correspondant à des traversées de frontières. Il s'agit d'un problème important si l'on souhaite réaliser des études statistiques tout en évitant de fastidieuses constitutions de listes par inspection visuelle.

Le programme écrit au cours de leur stage s'attache à détecter les traversées selon deux critères simples, la présence d'un saut de densité et d'une rotation du champ magnétique. Est détectée une traversée de magnétopause si se produisent ces deux événements de manière rapprochée :

- La direction du champ magnétique "lissé de ses fluctuations" tourne "suffisamment" en "un certain temps"
- Il existe un saut "suffisant" de densité "lissée de ses fluctuations" en "un certain temps". Cette densité est de plus supérieure à "une certaine valeur" d'un côté de la frontière.

Tout est ici dans les guillemets, qui correspondent à autant de paramètres réglables. Une hysteresis est ajoutée aux détections pour éviter de détecter une série d'entrées et sorties de la magnétosphère à des temps rapprochés à cause de fluctuations des moyennes locales. Le programme permettait aussi de tracer la position du satellite au moment des traversées.

Le programme rendu à l'issue du stage était satisfaisant au sens où il permettait de sélectionner un nombre plus restreint d'événements, pour une inspection visuelle plus courte. Cependant, en fonction des critères choisis, il retournait beaucoup de "faux positifs" (choc, couches de courant, trous dans les séries de données et bugs divers), et au contraire ne retrouvait pas certaines traversées bien documentées. J'ai moi-même ajouté une comparaison des temps avec les fichiers des événements scientifiques prévus, permettant de relâcher les critères, sans cependant éviter la présence de 30 à 50% de déchet et l'absence de détection de certaines traversées.

Si l'on peut bien sûr envisager d'affiner cette approche en ajoutant d'autres jeux de données, la voie la plus susceptible de donner des résultats à l'avenir me semble plutôt être celle des techniques d'apprentissage automatique. Celles-ci pourraient permettre d'obtenir des résultats plus fiables, d'obtenir des listes opérationnelles d'événements pour les études statistiques futures à l'aide de la méthode BV et/ou des données de la mission MMS.

Intégrales pour le calcul de l'équilibre cinétique

Ici, nous allons détailler le calcul des intégrales utilisées pour le calcul des moments de la fonction de distribution, dans le cadre de l'équilibre présenté au chapitre 6. L'intégrale du terme P_{yy} du tenseur de pression nous intéresse particulièrement, en l'absence de courant suivant la direction y :

$$P_{yy}(y) = \iiint V_y^2 f(y, \mathbf{V}) dV_x dV_y dV_z \quad (\text{C.1})$$

On veut utiliser le changement de variable de l'espace des vitesses vers l'espace des invariants, tels que :

$$H = m \frac{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}{2} + q\Phi \quad (\text{C.2})$$

$$P_x = mV_x + qA_x \quad (\text{C.3})$$

$$P_z = mV_z + qA_z \quad (\text{C.4})$$

On écrit maintenant $m = 1$ et $q = 1$. Le Jacobien du changement de variable inverse est facile à calculer, il vaut :

$$\begin{vmatrix} V_x & V_y & V_z \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -V_y \quad (\text{C.5})$$

De ce fait, pour notre changement de variable, il faut utiliser la valeur absolue du Jacobien $\frac{1}{|V_y|}$. Il faut prendre garde à faire le calcul pour les V_y positifs et négatifs, d'où un facteur 2. On obtient alors :

$$P_{yy}(y) = 2 \iiint |V_y| g(y, H, P_x, P_z) dP_x dP_z dH \quad (\text{C.6})$$

Ou encore :

$$P_{yy}(y) = 2 \iiint \sqrt{2(H - \Phi - \frac{(P_x - A_x)^2 + (P_z - A_z)^2}{2})} g(y, H, P_x, P_z) dP_x dP_z dH \quad (\text{C.7})$$

On peut encore indifféremment utiliser la variable $H - \Phi = E$, en prenant garde aux bornes de l'intégrale.

Enfin, pour calculer les intégrales de densité, de courant, ou des autres termes du tenseur de pression, le raisonnement est reproduit à l'identique.

Articles acceptés ou soumis

Cette annexe contient les trois articles, [Dorville *et al.* 2014a], [Dorville *et al.* 2014b] et [Dorville *et al.* 2015], acceptés par JGR.

RESEARCH ARTICLE

10.1002/2013JA018926

This article is a companion to Dorville et al. [2014] doi:10.1002/2013JA018927.

Key Points:

- The method enables to find the normal to a 1-D layer and a normal coordinate
- The method is applicable to magnetopause data analysis
- Spatial profiles of all plasma parameters and fields can be obtained

Correspondence to:

N. Dorville,
nicolas.dorville@lpp.polytechnique.fr

Citation:

Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, N. Aunai, and A. Retinò (2014), BV technique for investigating 1-D interfaces, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 119, doi:10.1002/2013JA018926.

Received 5 APR 2013

Accepted 26 JAN 2014

Accepted article online 3 FEB 2014

BV technique for investigating 1-D interfaces

Nicolas Dorville¹, Gérard Belmont¹, Laurence Rezeau¹, Nicolas Aunai², and Alessandro Retinò¹

¹LPP, Ecole Polytechnique, CNRS, UPMC, Université Paris Sud, Palaiseau, France, ²Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie, Université de Toulouse, CNRS UMR5277, Toulouse, France

Abstract To investigate the internal structure of the magnetopause with spacecraft data, it is crucial to be able to determine its normal direction and to convert the measured time series into spatial profiles. We propose here a new single-spacecraft method, called the BV method, to reach these two objectives. Its name indicates that the method uses a combination of the magnetic field (B) and velocity (V) data. The method is tested on simulation and on Cluster data, and a short overview of the possible products is given. We discuss its assumptions and show that it can bring a valuable improvement with respect to previous methods.

1. Introduction

The Earth magnetopause is the outer boundary of the terrestrial magnetosphere. Outside of the dayside magnetopause boundary, the magnetosheath plasma is the shocked solar wind plasma, i.e., cold and dense, with a magnetic field direction essentially determined by the solar wind one. Inside of it, the magnetospheric plasma is comparatively hot and tenuous, with a magnetic field direction essentially determined by the planetary one. Experimentally, investigating the magnetopause structure by spacecraft measurements is made difficult by the fact that the boundary is not steady: it can be shaken by the variations of the solar wind pressure and perturbed by different kinds of waves, incident body waves and surface waves. It can also be locally and temporarily the place of different surface instabilities, implying or not magnetic reconnection, such as Kelvin-Helmholtz, Rayleigh-Taylor, or tearing instabilities [Hasegawa, 2012].

Two pieces of information are crucial to investigate the magnetopause nature:

1. Accurately determine the normal direction of the current sheet : a good precision on the normal magnetic field component B_n is very important to understand the nature of the layer. In a strictly planar and stationary configuration, $B_n = 0$ or not leads to different types of magnetohydrodynamics discontinuities, even if the nonnull B_n is very small.
2. Determine an approximate spatial coordinate along the normal, to be able to draw the spatial profiles of the different relevant parameters, in the boundary frame, i.e., independently of the velocity at which these profiles are traversed by the spacecraft.

Several methods have been developed for both of these two purposes.

To study the large-scale shape of the boundary, its motion and its orientation, multispacecraft methods have been developed, particularly for the European Space Agency (ESA) Cluster mission [see Paschmann and Daly, 1998; Paschmann and Sonnerup, 2008; Dunlop et al., 2002a, 2002b]. These methods are essentially based on timing differences between spacecraft and all rely on strong assumptions on the boundary: its form (plane or slightly curved at the scale of the spacecraft tetrahedron), its stationarity (constant profile and width, hereafter CTA for "Constant Thickness Approach" [Haaland et al., 2004]), or its velocity with respect to the spacecraft (hereafter CVA for "Constant Velocity Approach" [Russell et al., 1983]). Others are "single-spacecraft" methods: they also rely on assumptions on the boundary properties such as planarity and stationarity, but they use in addition theoretical knowledge on the measured physical quantities, such as conservation laws. When using in particular the magnetic field data, the MVAB (minimum variance analysis on the magnetic field \mathbf{B}) method [Sonnerup and Scheible, 1998] takes advantage that $\text{div}(\mathbf{B}) = 0$, which draws $B_n = \text{cst}$ in the 1-D case. Its variant MVABC (C for corrected) adds the constraint $B_n = 0$, using the additional information that the magnetopause normal component B_n is null for closed magnetopause and is always much smaller than the other components, even in the case of an open magnetopause. This allows to handle cases when two components are nearly constant and not a single one (i.e., when two eigenvalues of the variance-covariance matrix are small). The normal direction can also be determined as the direction of

maximum variance of the electric field, possibly determined by $\vec{E} = -\vec{\nabla} \otimes \vec{B}$. This method does not assume $B_n = 0$, but it can hardly be expected either to provide a sufficient accuracy to determine a reliable B_n , in general (the usual values of B_n being less than 10 nT).

When the magnetopause can be assumed 1-D and stationary but when its thickness is small compared to the local thermal ρ_i , making the kinetic effects nonnegligible with respect to the MHD ones, the experimental profiles have to be compared with kinetic models. If the layer is tangential, such models can be found in the literature (see *De Keyser and Roth* [1998] for a review of the first models of this kind and *Belmont et al.* [2012] for the most recent one). The experimental method developed in this paper should enable to perform such comparisons. When the magnetopause layer cannot be assumed 1-D, like in the case of reconnection events, other methods are needed. *Mozer and Retinò* [2007] explains how to estimate the normal magnetic field and tangential electric field in these cases. Some methods have been developed to reconstruct the magnetopause structure, assuming it is 2-D and stationary and that it is governed by MHD equations: these are the Grad-Shafranov reconstruction methods (see *Hasegawa et al.* [2004] for a long-duration reconstruction). A review and discussion of short- and long- duration methods is made in *De Keyser* [2006]. Experimentally, it is often difficult to decide whether the 1-D or the stationarity hypothesis has to be questioned first. Future comparison between the results of the reconstruction methods and those of the method proposed in this paper should be interesting in this respect.

To find an approximate normal coordinate allowing to investigate the internal structure of the layer and to determine profiles across it, other methods have been developed independently, introducing the notion of “transition parameter” [*Lockwood and Hapgood*, 1997]. These methods can be used with single-spacecraft data. They also rely on assumed magnetopause properties, and they have been based hitherto on the variations in density and temperature of the electron population. This of course limits the temporal resolution of the method—and consequently its spatial one—to the resolution of the electron experiment.

We propose here a new “single-spacecraft” method, referred to hereafter as “BV” to show that the magnetic field and the flow velocity data are used simultaneously, to analyze dayside magnetopause-like interfaces. It combines the two types of methods previously described in such a way that it allows to determine in the same operation the magnetopause normal with an expectingly improved accuracy [*Dorville et al.* [2014] where this improvement is shown to allow a better mass flux conservation on a particular case) and a transition parameter expectingly closer to a real spatial coordinate. Fitting the magnetic field hodogram with a prescribed form, which is here an elliptical arc, allows to determine the normal direction with a fairly good accuracy. In addition, the angle α characterizing the position on the elliptical arc provides a reliable transition parameter inside the current layer, which can be viewed as a proxy for a normalized coordinate in the normal direction. On the other hand, as soon as the normal direction is known, the velocity measurements give a nonnormalized normal coordinate, which is just the integral of the normal flow velocity u_n . It can give, in particular, a fairly good estimate of the physical width of the layer whenever the measured velocity should be in most cases dominated by the motion of the boundary. Using simultaneously the magnetic and velocity measurements just consists in imposing that the normal coordinate determined by only the velocity measurements is proportional to the transition parameter coming only from the magnetic measurements. Since u_t is generally larger with larger variations than u_n (for typical values see *Soucek and Escoubet* [2012]), the integral of u_n is very sensitive to the normal direction. This enables to improve the determination of this direction with respect to the magnetic determination alone. It is to be noted however that all the available magnetic data are used, with their high time resolution, even if the particle data that allow improving the result are known with a much lower time resolution.

Section 2 presents the principles of the BV technique, and section 3 presents the different validation tests performed. The method allows to draw spatial profiles of any physical parameter across the magnetopause boundary. Examples of such profiles are presented in section 4, before discussing the interest and the limitations of the BV method and concluding in section 5.

2. Principles of the Method

As the previous equivalent methods, the basic assumption of the BV technique is that apart from oscillating perturbations, the boundary is sufficiently one-dimensional and stationary at the scale of the spacecraft crossing. To explain the principles of this method, we use here a set of Cluster data on 3 March 2008,

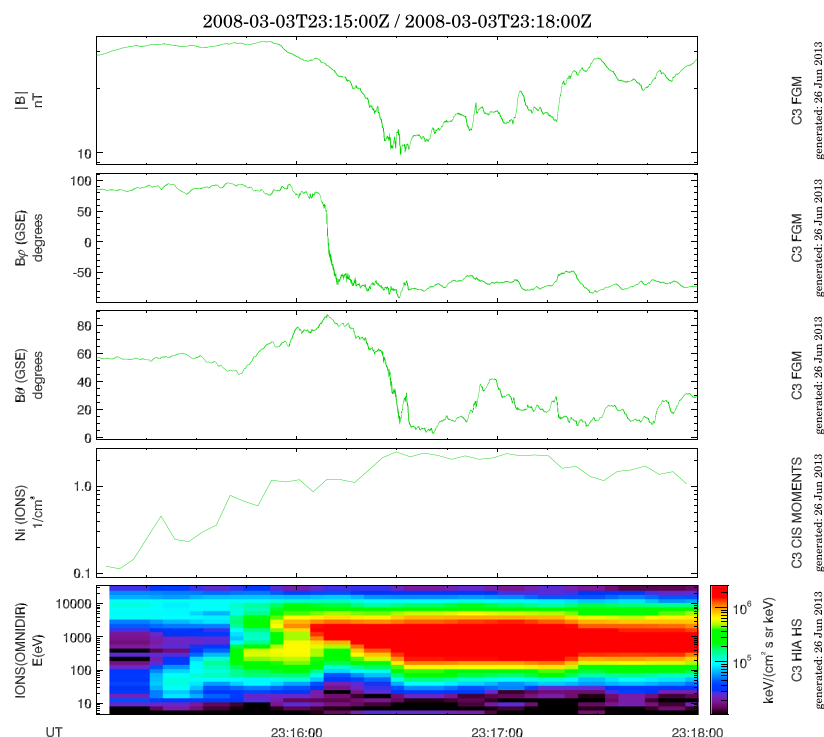


Figure 1. Density, energy spectrogram, and magnetic field observed by Cluster C1 around 23 h 16 min on 3 March 2008. The jump of density, change in plasma energy composition, and rotation of magnetic field show that the satellite is crossing the magnetopause.

when Cluster C3 encounters the magnetopause around 23:16 UT at the position (in Earth radii) (13.6, 3.7, -0.7) in the GSE coordinate system (the input interval for BV is 23:15.15–23:16.45, then a time interval will be selected by the method). As it can be seen in Figure 1, the transition in the energy spectrogram of the plasma, the density gradient, and the rotation of magnetic field confirm the crossing of the magnetopause. For some figures, we will also use another crossing of the magnetopause, when C3 encounters the boundary on 1 April 2008 around 10h12 UT (input interval used: 10:11.40–10:13.40 UT). The method uses principally the magnetic field data [Balogh *et al.*, 1997]. In section 2.1 we describe how we obtain an initial guess of the normal direction with only the magnetic field data. Section 2.2 then explains the BV method itself, which combines magnetic field and ion velocity data [Rème *et al.*, 1997]. A global algorithmic viewpoint on the BV method, summarizing both sections is given in Figure 4.

2.1. Initialization With Only the Magnetic Field Data

In order to correctly initialize the minimization process of the complete BV method, involving magnetic field and ion velocity data, it is necessary to perform first an initialization stage, which provides an approximate frame and a first elliptical fit. This stage uses only the magnetic field data. It is done itself in several steps. The first step consists in finding a first approximation of the normal direction via a MVABC technique [Sonnerup and Scheible, 1998]. Figure 2 shows the tangential hodogram derived by this method. In this example as in many other observations [Panov *et al.*, 2011], we observe a C-shaped hodogram, which can be fitted by an elliptical model. Although the general concept of the BV method is valid for any 1-D layer, its present implementation is conceived for such kind of hodograms. Further generalization to more complicated hodograms (in particular for the S-shaped hodograms described in Panov *et al.* [2011]) will be a subject of future work. The second step consists in selecting the “magnetic ramp,” i.e., the interval of data where the gradient of B_L (defined as the component of the magnetic field in the maximum variance direction) is precisely located. Here the time interval calculated is 23:15.53–23:16.34 UT. We then further automatically select the data points by choosing only a sample of “representative points” among them. This step has a double purpose: eliminate the perturbations that can be considered as “noise,” and make the different parts of the crossing equally represented in the statistics, even if the spacecraft does not spend the same time in these different

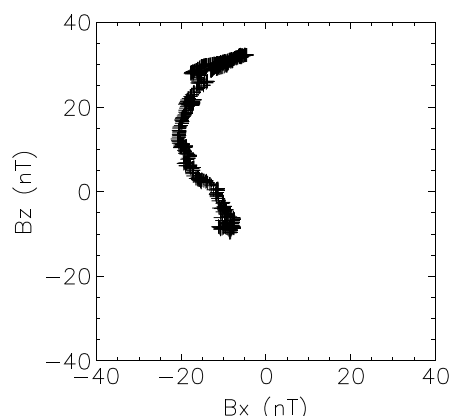


Figure 2. Hodogram of the magnetic field in the tangential MVABC plane for the Cluster C3 magnetopause crossing of 3 March 2008.

not. Then, the second goal is achieved by slicing the angles α domain on the ellipse in a number of intervals and keeping a constant number of points in each α slice, in agreement with the hypothesis (to be justified in next section) that α varies linearly with y , the function $y(t)$ being the integral of the normal velocity u_n . Using this initialization, we proceed to a new elliptic fit, which provides a fine initialization for the BV method itself. The second step of Figure 4 summarizes this part of the initialization. Note that this point selection is only used to help to the initialization and that all the data will be used for the next step of the algorithm.

2.2. Simultaneous Use of Magnetic and Velocity Data

The above stage has given an initial guess for the BV method regarding (1) the normal direction and (2) the parameters describing the elliptic hodogram. The main part of the method then consists in using the temporal information $\mathbf{B}(t)$, together with the velocity measurements from the hot ion analyzer (HIA) experiment (cf. *Rème et al., 1997*). This last part of the process is summarized on step 3 in Figure 4. Going back to the totality of the \mathbf{B} data points, one minimizes the distance between them and the elliptical model $\mathbf{B}(y)$. The integration providing the parameter y could be done with the original spin resolution of the velocity data. It is done here through an interpolation at the magnetic field time resolution in order to make the curve smoother (this has no other noticeable influence on the result). For this step we assume that this normal velocity is dominated by the layer velocity, i.e., that the normal velocity within the frame of the layer is sufficiently smaller. This is directly true for a tangential discontinuity but is a stronger hypothesis when the normal magnetic field is nonnull. Let us show that in most circumstances, this approximation should not bring a strong inaccuracy in the normal determination.

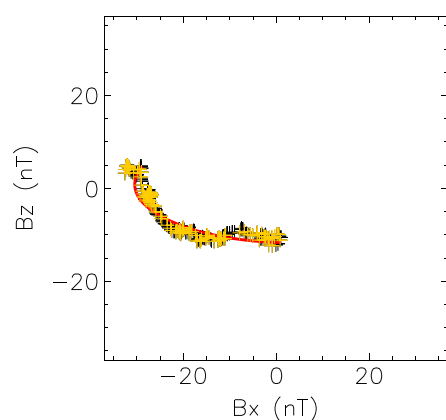


Figure 3. Initialization fit of the hodogram in initialization frame for the Cluster C3 magnetopause crossing of 3 March 2008. The data are in black, the selected points in yellow, and the initialization fit in red.

parts. First, we roughly eliminate the perturbations by discarding all points too far from the mean trajectory of the hodogram, and we represent each too close packet of points by only one single point. An elliptic fit and a new reference coordinate system are derived from these points, using a Powell minimization algorithm [Powell, 1964]. This part is summarized in the first step of Figure 4. The points selected in this way and the corresponding fit in the new frame are shown in Figure 3. The hodogram of Figure 3 appears turned by about $\frac{\pi}{2}$ from Figure 2. This is unimportant since only the normal direction is physically relevant, and the two tangential components are equivalent for this study. Figure 2 has the M component of the MVABC method as x axis, while Figure 3 has

1. If the density is constant and the Walén test fulfilled, that is, in the case of a rotational discontinuity, the flow in the frame of the boundary should be at normal Alfvén speed, possibly nonnegligible when B_n is large. However, in this case, the profile of V_n (constant Alfvén speed added to the time-varying velocity of the layer) should still be distinguishable from tangential velocities profiles (larger, with larger variations, and rotating with the field), which is sufficient to ensure that the BV algorithm provides a good determination of the normal. Regarding the determination of the transition parameter, the normal velocity can then be corrected to deduce a right position.

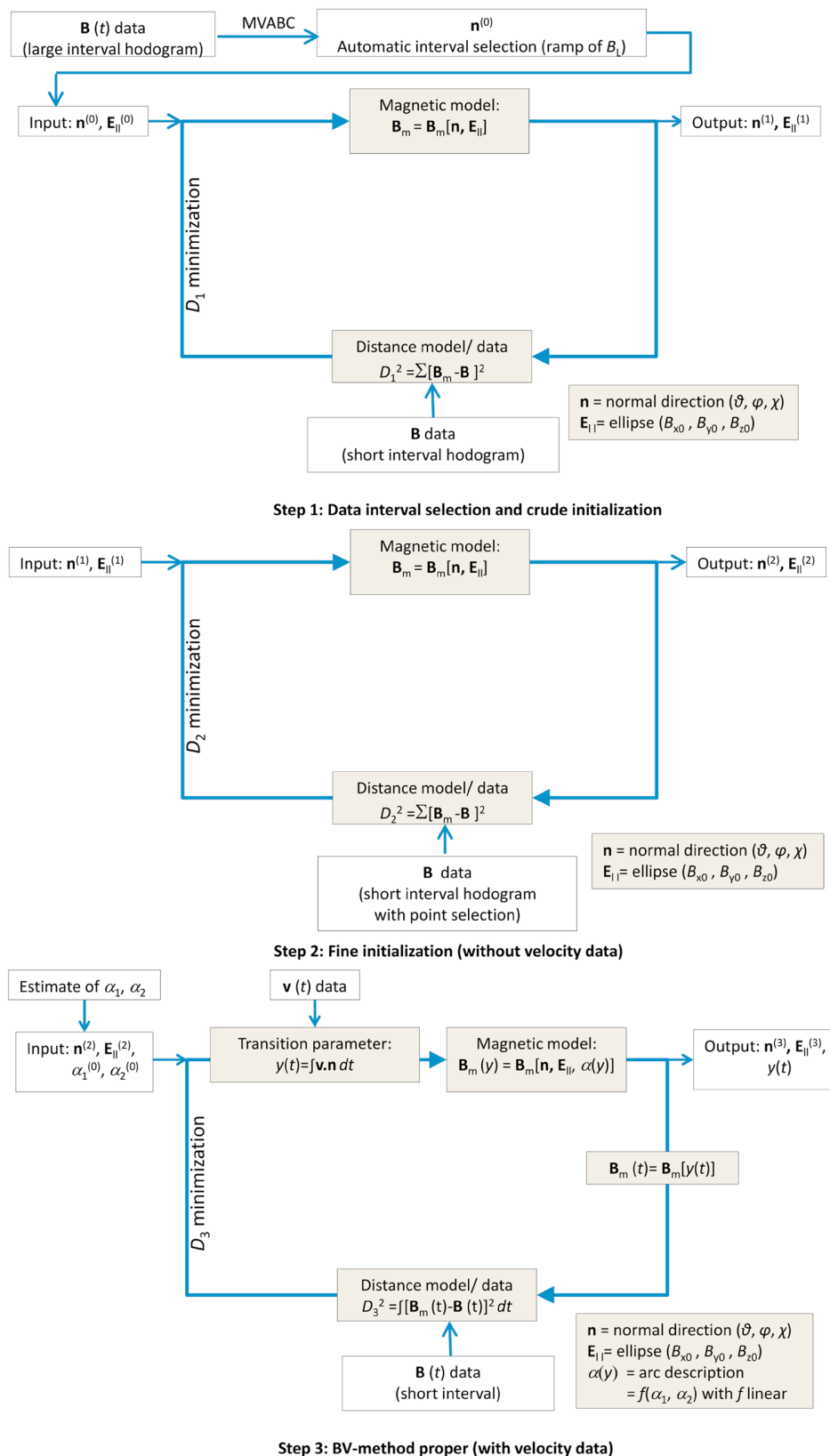


Figure 4. Algorithm used for initialization and BV method. $\mathbf{E}_{||}$ stands for the elliptical form that is determined at each step (characterized by B_{x0}, B_{y0} , and B_{z0}).

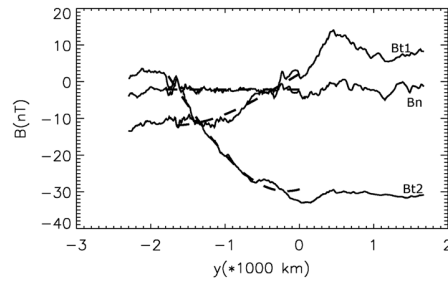


Figure 5. Fit (dashed) of the three components of the magnetic field (solid lines) along the normal coordinate for the Cluster C3 magnetopause crossing of 3 March 2008.

The minimization of the distance to temporal data is done with respect to the three angles that characterize the rotation of the ellipse proper frame and to the parameters of the elliptic hodogram, initialized previously, using the same Powell algorithm as above. The distance to be minimized is

$$\sum \sqrt{(B_{dx} - B_{mx})^2 + (B_{dy} - B_{my})^2 + (B_{dz} - B_{mz})^2} \quad (1)$$

where \mathbf{B}_d represents the data points and \mathbf{B}_m represents the model. This model is given by

$$B_{mx} = B_{x0} \cos \alpha \quad (2)$$

$$B_{my} = B_{y0} \quad (3)$$

$$B_{mz} = B_{z0} \sin \alpha \quad (4)$$

with

$$\alpha = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) y / y_{\max}, \quad (5)$$

y being the position deduced from the normal velocity integral. The magnetic field data and velocity data are turned in the good frame by a rotation of $M(\theta, \phi, \chi)$. The parameters of the fit are θ , ϕ , and χ (three angles that define the rotation matrix), B_{x0} , B_{y0} , B_{z0} , α_1 , and α_2 (the five quantities needed to define the elliptic arc). Figure 4 summarizes the algorithm for initialization and proper BV method.

This final stage provides all the needed outputs: the normal direction, the spatial position $y(t)$ along this

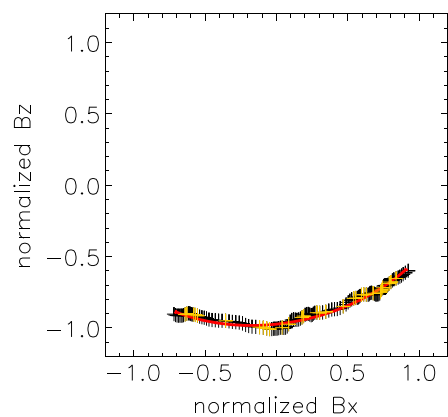


Figure 6. Fit of the hodogram of the magnetic field in the simulation for a virtual satellite crossing far from X point in the numerical simulation. The data are in black, the selected points in yellow, and the fit in red.

2. If the normal magnetic field is not null but the discontinuity is not rotational at all, the physics of the discontinuity may be quite different from the usual rotational discontinuity (no constant V_{An} speed). Nevertheless, the previous arguments concerning the contrast between normal and tangential components still hold and the study presented in the companion paper [Dorville *et al.*, 2014] shows furthermore that the velocity across the discontinuity can then be much smaller than V_{An} .

normal, and the fit of magnetic field, as illustrated, for example, in Figure 5. Note that the method provides the position directly in physical units (namely in kilometers here) and not only a normalized transition parameter. This allows in particular to get an estimate of the magnetopause thickness. Here the computed magnetopause thickness is 1800 km, and the linear Pearson correlation coefficients of the fit of B_x and B_z are 0.99 and 0.95. The spatial position is determined only inside the rotation layer. The method does not provide any information outside. If necessary, the spatial position y can be extrapolated linearly outside the boundary, in order to plot approximate profiles of any plasma parameter on scales larger than the ramp region and so provide some insight into the context.

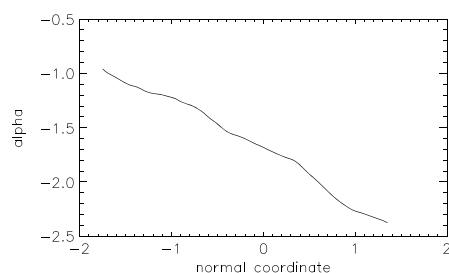


Figure 7. Angular position in radians on the ellipse along the normal direction in the simulation for a virtual satellite crossing far from X point.

a hybrid code (3.2.2) [Aunai *et al.*, 2013], and real data from the Cluster mission (3.2.3), coming from a 2008 low-latitude magnetopause crossings list compiled by N. Cornilleau-Wehrin.

3.1. Hypotheses: Elliptical Shape and Linear Angular Velocity

The first new assumption of the method, with respect to previous single-spacecraft data analysis methods, is the elliptic shape of the tangential magnetic field hodogram, the simplest model geometry to describe C-shaped hodograms. This elliptical shape is indeed consistent with a simple generalization of the circular model $\mathbf{B}(y)$ proposed by Panov *et al.* [2011]

$$\frac{B_L}{B_{L0}} = \tanh(y/L) \quad (6)$$

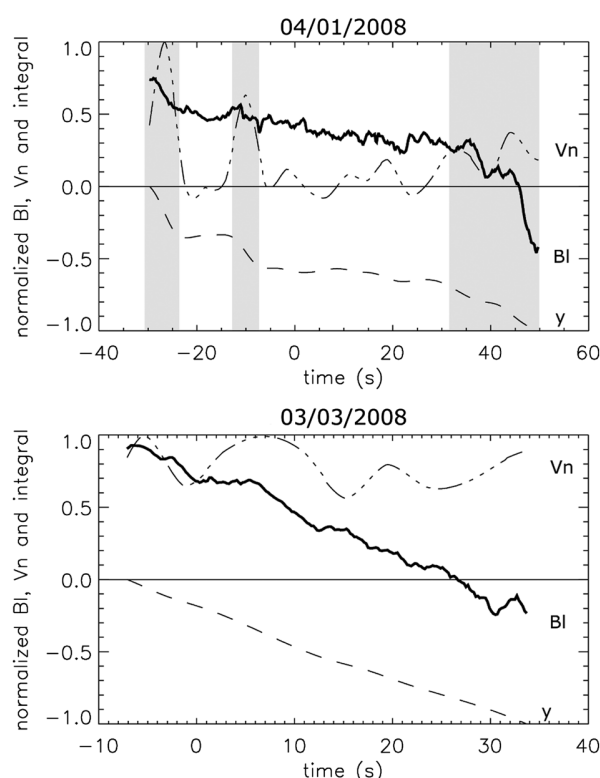


Figure 8. Normalized B_L (plain), V_n (dash dotted), and y (dash) for two 2008 magnetopause crossings. For 3 March y is normalized to 1804 km, V_n to 56 km/s, and the magnetic field to 31 nT. For 1 April the normalization values are, respectively, 533 km and 41 km/s and also 31 nT. One can see that the higher values of V_n (shaded areas) are correlated with the stronger gradients in B_L .

3. Validations of the Method

Having presented how the BV method works in the previous section, we will now explain what led us to this way of proceeding and what are the different validation tests we have performed. We will discuss first the validity and the limitations of the hypotheses and discuss afterward the consistency of the obtained results. We used three different tools to develop and validate the method: a simple code to generate artificial magnetic field data (3.2.1), a simulation of an asymmetric reconnection layer with

$$\frac{B_M}{B_{M0}} = \frac{1}{\cosh(y/L)} \quad (7)$$

These formulas imply in particular that $B_L^2/B_{L0}^2 + B_M^2/B_{M0}^2 = 1$, which has been used as a test of the elliptical shape.

The efficiency of the method can be tested first on a numerical simulation of reconnection, far from the X point. Its applicability is not obvious in this case, since before the development of the reconnection pattern, the initial condition is purely tangential, without any rotation. Nevertheless, the Hall effect creates a self-consistent out-of-plane magnetic component during the reconnection process. In the considered asymmetric configuration (asymmetric in density and temperature and coplanar and antisymmetric in magnetic field) this results in a C-shaped hodogram between the separatrices. Figure 6 shows the magnetic field in the interval that corresponds to the gradient of B_L . The error $\frac{\Delta B}{B}$ is here less than 2%.

We have checked that this good accuracy is kept as long as the crossing considered is not too close to the X point, which is generally the case for crossings of the reconnected magnetopause, or to the limits of the simulation domain.

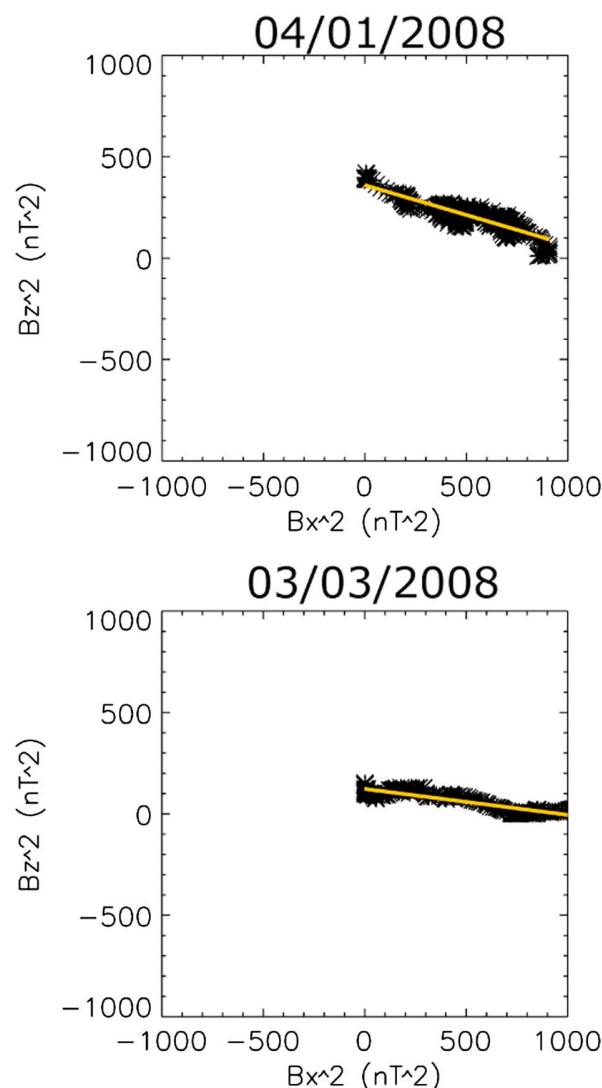


Figure 9. Hodogram of the square of the components of magnetic field in the tangential LM plane for two Cluster C3 magnetopause crossings of 1 April 2008 and 3 March 2008.

with an elliptic hodogram. Such artificial data have thus been constructed with the same analytical formulas as those of the program. Then this has been randomly rotated and added to a random Gaussian noise centered on the signal, with a relative amplitude up to 50%. The result is that the method always allows to find the good initial normal direction with at least five significant numbers and the right ellipse parameters, whenever the noise does not exceed 30%.

3.2.2. Simulation Data

The second test consists in using the above numerical simulation [Aunai et al., 2013] to mimic a real magnetopause crossing. In order to make the method work, we must modify the simulation results in a way that makes it likely closer to most real magnetopause crossing: we multiply the tangential velocities by a large factor (≈ 10). Thanks to this change, the tangential velocities get a much larger contrast than the normal ones, which is necessary for the program convergence. It must be noted that such a contrast of the tangential velocities is expected to exist most often at the magnetopause, except very close to the stagnation point at the magnetospheric nose. Everywhere else, the tangential velocity change is most generally observed to be of the order of a few 100 km/s, while the normal one (in the spacecraft frame) is generally about 5 or 10 times smaller, with a still smaller variation. In order to focus on the reconnection process without interference from any Kelvin-Helmholtz instability, the simulation did not include such a velocity shear.

Regarding the analytical form of $\alpha(y)$ (see equation (5)), we also checked the validity of the linear hypothesis in the same simulation study. Figure 7 shows how α varies as a function of the normal coordinate y_s of the simulation. We observe that apart from weak periodic variations, the linear form is well satisfied. It is worth explaining that the weak periodic departures from the linear variations (which can be well described by the three or four first terms of a Fourier transform) can indeed be accounted for in the minimization procedure, but it would increase the number of free parameters and drastically affect the convergence of the minimization process.

Regarding Cluster data, Figure 8 shows temporal profiles of B_L and V_N and its integral y for two 2008 magnetopause crossings. For 3 March, the velocity appears to always stay in the same range and its integral and B_L vary quite uniformly. We see, on the contrary, for 1 April that the strong gradients of B_L appear to be correlated with the higher normal velocities, while slow velocities are correlated with periods of quite constant magnetic field. This is in good agreement with the hypothesis that the normal flow speed across the boundary remains small with respect to the speed of the boundary.

3.2. Consistency of the Results and Limitations

3.2.1. Artificial Data

Regarding the consistency of the results, the first test consists in running the first part of the method (identification of the ellipse and of its proper coordinate system) on a magnetic field that is artificially generated

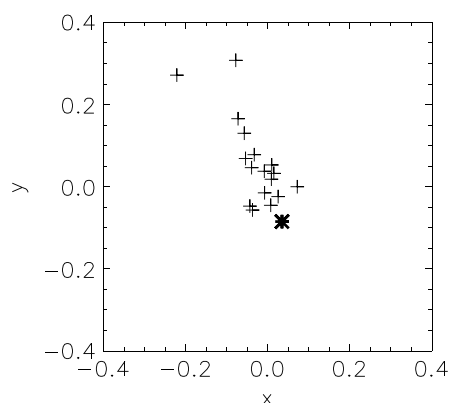


Figure 10. Several single-spacecraft and multispacecraft methods normal direction positions in the plane perpendicular to the MVABC mean normal for a benchmark case from *Haaland et al.* [2004]. The star represents the result of BV method. The distance from the origin in this plane corresponds to the $\sin \theta$, where θ is the angle from the mean normal direction.

is actually very close to 0. For a “true” normal direction of (0,1,0), we got for example (0.011, 0.999, 0.050) with BV, (−0.002, 0.987, 0.160) with MVABC, (−0.003, 0.559, 0.829) with MVAB, and (−0.005, 0.998, 0.057) with var(VxB). As MVAB is failing on this case, the three other methods are close to the good result, BV and var(VxB) being better than MVABC.

3.2.3. Cluster Data

Regarding real Cluster data, the measurements show more perturbations, but the variations of the field value around the mean ellipse are still around 5% for most C-shaped hodograms. A good test for the elliptical shape of the tangential hodogram is to plot $B_z^2(B_x^2)$, which must be linear for a tangential ellipse. Figure 9 shows this plot for two magnetopause crossings on 3 March 2008 and 1 April 2008. It shows that the elliptical shape is a good approximation.

It is clear, from the tests on the numerical simulation, that the BV method has limitations related to the necessary contrast between the normal and tangential component profiles. When applied to real Cluster data, these limitations may have, in some occasions, consequences on the results obtained. We will discuss these limitations in the conclusion section. It is to be noted however that these limitations are based on assumptions which are different—and generally weaker (see section 5)—than those of the other single-spacecraft methods such as MVAB or MVABC. We will present a detailed study on a case [Dorville et al., 2014], where the BV method leads to a better understanding and more precise results than MVAB(C).

When all the methods are confidently applicable, the results seem to be consistent with each other and with the theoretical knowledge. We show in Figure 10 a reproduction of a figure from *Haaland et al.* [2004]

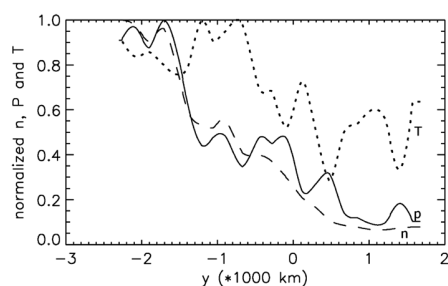


Figure 11. Evolution with normal position of normalized density (to 2.5 cm^{-3}), pressure (to 0.17 nPa), and temperature (to 6 MK) measured by Cluster C3 Cluster Ion Spectrometry instrument for the 3 March 2008 crossing.

Furthermore, the normal velocity of the virtual spacecraft considered with respect to the boundary has to be chosen large enough with respect to the normal velocities in the boundary frame. This is generally, as already mentioned, a reasonable hypothesis for a real magnetopause crossing.

Under these assumptions, we get normals with an angular precision oscillating between 0° and 5° for different virtual crossings (with the corresponding errors on the shape of the tangential hodogram) and 0–5% errors on the y parameter (and derivative), which corresponds to the internal velocity and the approximations on $\alpha(y)$.

The result is not changing as long as the virtual spacecraft crosses the simulation far enough (several d_i) from the X point, where the 2-D effects are not dominant. In these cases, the precision of the MVABC method is of the same order, (slightly better or worse, depending on the cases), because B_n

corresponding to a benchmark case where different methods have been used. The center of the figure is the mean MVABC normal and other single-spacecraft and multispacecraft methods are represented in a polar plot in the plane perpendicular to this normal. The result of the BV method on C1 spacecraft is indicated by a star. The figure shows that the result is inside the dispersion range of the points. The thickness of the layer always stands between a few hundreds of kilometers and a few thousands, which is consistent with literature, the tangential velocities being generally 1 order of magnitude larger than the normal one (in the spacecraft frame). The normal magnetic fields always stand between 0 and 20 nT,

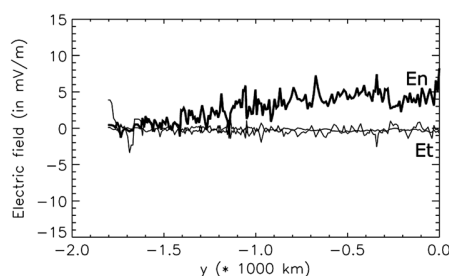


Figure 12. Evolution with normal position of the electric field measured by Cluster C3 EFW instrument for the 3 March 2008 crossing.

the nonnull values being reliable and quantitative indications of a connected boundary, which could hardly be obtained previously.

On two magnetopause crossings (15 April 2008 15h20 by C1 [Dorville *et al.*, 2014] and 3 March 2008 presented in this paper), we compared the results of generic residue analysis and BV methods (S. Haaland, private communication, 2013). The BV method seems consistent with other single-spacecraft results like generic residue analysis methods [Sonnerup *et al.*, 2006]. For 3 March MVAB gives (0.99, 0.16, 0.01), MFR gives (0.96, 0.22, -0.17), MVAV gives (0.96, 0.23, -0.17), and COM gives (0.95, 0.24, -0.17), as BV finds (0.99, 0.05, 0.03). For 15 April, the same methods give, respectively, (0.99, -0.03, -0.11), (.96, -0.03, 0.27), (0.96, -0.07, 0.27), and (0.96, -0.10, 0.27), as BV gives (0.98, -0.18, -0.10). On “real” cases, one does not of course know the real normal direction, but we can observe that BV result is close to the generic residue Analysis methods results.

4. Products of the Method

As explained above, the first main direct product of the method is an accurate determination of the direction normal to the boundary, leading to reliable values of the small components B_n and u_n of the magnetic field and the flow velocity across the boundary. The second direct product is the determination of a spatial coordinate $y(t)$ allowing to draw any plasma parameter profile against the spatial position y from their temporal measurement. The magnetopause layer thickness is also an interesting by-product deriving directly from the two preceding ones.

Examples of y profiles are presented in Figure 11 for the crossing of 3 March 2008. Here we see the characteristic jump of density at the magnetopause, but no temperature jump, the pressure evolving like the density. For the different crossings that we investigated, we could often observe clear differences concerning the locations of the gradients of the plasma parameters (density, velocity, and pressure), with respect to the magnetic field rotation. In a companion paper [Dorville *et al.*, 2014], we present an interesting case study where the BV method helps obtaining new information about the nature of the magnetopause.

In Figure 12 the normal electric field obtained with the electric field and wave (EFW) experiment [Gustafsson *et al.*, 2001], and the tangential components are shown for the same 3 March 2008 crossing. We see that the maximum variance is on the normal electric field, as expected by theory, and quite constant tangential

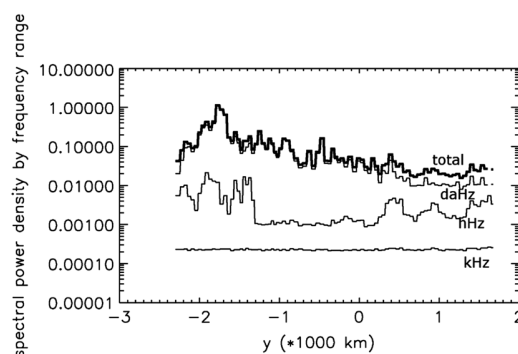


Figure 13. Evolution with normal position of the spectral power density (in nT^2) for magnetic field measured by Cluster C3 STAFF instrument. The total spectral power density is the thick line, as the daHz, hHz, and kHz frequency ranges are also represented on the same scale.

electric fields, which confirms that the normal direction found is a good one. Figure 13 shows the profiles of magnetic field spectral power density obtained with the Spatio-Temporal Analysis of Field Fluctuations (STAFF) experiment [Cornilleau-Wehrin *et al.*, 2003] for different frequency ranges. One can observe that the source of waves lies in the magnetosheath and that the depth of penetration depends on the frequency, the lowest frequencies penetrating deeper toward the magnetospheric side.

This ability to get spatial profiles of all the quantities in the boundary is a key to a better understanding of the physical nature of the magnetopause.

5. Discussion and Conclusion

We have presented the new BV method to analyze the structure of the magnetopause boundary layer, using spacecraft data. It combines the magnetic field and velocity measurements of one single spacecraft and permits to find the normal direction and a spatial coordinate which is determined with a resolution (close to the magnetic field time resolution) good enough to draw profiles on scales smaller than the layer width. Using it, we are able to study the internal structure of the layer, for any of the physical quantities measured on board. The method works on simulation and artificial data, and its assumptions can be verified on Cluster crossings.

It is worth observing the conditions of validity of the BV method are not the same as the other single-spacecraft methods such as MVAB, and that they are in general less restrictive. In MVAB, one needs to discriminate B_N and B_M , which fails systematically in structures such as shocks, and often at the magnetopause since this one is often quasi-coplanar (the maximum variance of the electric field is then more suitable). MVABC has the same condition of validity, with the additional problem that it cannot be used for determining B_n since this component is supposed to be null. In the BV method, one needs to discriminate the two couples of data sets: (B_N, V_N) and (B_M, V_M) . This is clearly a weaker condition since, even if B_N and B_M are nearly constant, the differences between V_N and V_M (profiles and/or orders of magnitude) are generally sufficient to guarantee a correct operation. The difficulties can only arise when not only B_N and B_M are indistinguishable (mean jump much smaller than noise) but also V_N and V_M .

Contrary to the multispacecraft timing methods, the BV method can also handle cases when the boundary is shaken with a nontrivial normal velocity evolution (which seems frequent). When this evolution is noticeable between the crossing times of the different spacecrafts, the timing methods or methods that assume a constant velocity or acceleration obviously fail.

The BV method however has its own and new limitations: although one works essentially with magnetic field data, a sufficiently long crossing is needed (at least three or four velocity measurement points inside the crossing) to make efficient the contribution of the velocity data. One will therefore not be able to use the method to analyze as many crossings as with the other methods. This makes the BV method difficult to compare with most of the existing benchmark cases or lists, since these ones are usually chosen to be well studied by timing methods. Forthcoming work will consist in performing statistics on a sufficiently large number of events to compare BV and other single-spacecraft methods. The domains of validity of the BV method and these methods are actually quite different. The BV method is certainly better suited to understand slow or long magnetopause crossings, while the usual methods would better work on short crossings. In the case of large B_n , it must be remembered anyway that the BV method cannot be used without special caution. It must also be noted that the normal determination, and so the spatial profiles, depends on the assumptions on the shape of the magnetic field hodogram and the evolution of the polar angle with position. A generalization is in preparation.

With the proposed method, the structure of the magnetopause should be now open to more detailed investigations. Some examples of spatial profiles have been given in section 4. The method is used in a companion article, for an atypical magnetopause case study giving new insight on this structure.

Acknowledgments

The authors would like to thank N. Cornilleau-Wehrin for fruitful discussion and her help to work with Cluster data and detect magnetopause crossings, S. Haaland for his help with the GRA methods, and the CAA and all Cluster instruments teams for their work on Cluster data.

Philippa Browning thanks Johan De Keyser and two anonymous reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

- Aunai, N., et al. (2013), Comparison between hybrid and fully kinetic models of asymmetric magnetic reconnection: Coplanar and guide field configurations, *Phys. Plasmas*, 20, 022902.
- Balogh, A., et al. (1997), The Cluster magnetic field investigation, *Space Sci. Rev.*, 79(1-2), 65–91.
- Belmont, G., N. Aunai, and R. Smets (2012), Kinetic equilibrium for an asymmetric tangential layer, *Phys. Plasmas*, 19(2), 022108.
- Cornilleau-Wehrin, N., et al. (2003), First results obtained by the Cluster STAFF experiment, *Ann. Geophys.*, 21, 437–456, doi:10.5194/angeo-21-437-2003.
- De Keyser, J. (2006), The Earth magnetopause: Reconstruction of motion and structure, *Space Sci. Rev.*, 121, 225–235.
- De Keyser, J., and M. Roth (1998), Equilibrium conditions and magnetic field rotation at the tangential discontinuity magnetopause, *J. Geophys. Res.*, 103(A4), 6653–6662, doi:10.1029/97JA03710.
- Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, R. Grappin, and A. Retinò (2014), Rotational/Compressional nature of the Magnetopause: Application of the BV technique on a magnetopause case study, *J. Geophys. Res. Space Physics*, doi:10.1002/2013JA018927.
- Dunlop, M. W., A. Balogh, K.-H. Glassmeier, and P. Robert (2002a), Four-point Cluster application of magnetic field analysis tools: The Curlometer, *J. Geophys. Res.*, 107(A11), 1384, doi:10.1029/2001JA005088.
- Dunlop, M. W., A. Balogh, and K.-H. Glassmeier (2002b), Four-point Cluster application of magnetic field analysis tools: The discontinuity analyzer, *J. Geophys. Res.*, 107(A11), 1385, doi:10.1029/2001JA005089.
- Gustafsson, G., et al. (2001), First results of electric field and density observations by Cluster EFW based on initial months of operation, *Ann. Geophys.*, 19, 1219–1240, doi:10.5194/angeo-19-1219-2001.

- Haaland, S., et al. (2004), Four-spacecraft determination of magnetopause orientation, motion and thickness: Comparison with results from single-spacecraft methods, *Ann. Geophys.*, **22**, 1347–1365.
- Hasegawa, H. (2012), Structure and dynamics of the magnetopause and its boundary layers, *Monogr. Environ. Earth Planets*, **1**, 71–119, doi:10.5047/meep.2012.00102.0071.
- Hasegawa, H., et al. (2004), Reconstruction of two-dimensional magnetopause structures from Cluster observations: Verification of method, *Ann. Geophys.*, **22**, 1251–1266.
- Lockwood, M., and M. A. Hapgood (1997), How the magnetopause transition parameter works, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 373–376.
- Mozer, F. S., and A. Retinò (2007), Quantitative estimates of magnetic field reconnection properties from electric and magnetic field measurements, *J. Geophys. Res.*, **112**, A10206, doi:10.1029/2007JA012406.
- Panov, E. V., A. V. Artemyev, R. Nakamura, and W. Baumjohann (2011), Two types of tangential magnetopause current sheets: Cluster observations and theory, *J. Geophys. Res.*, **116**, A12204, doi:10.1029/2011JA016860.
- Paschmann, G., and P. W. Daly (1998), *Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data*, No. SR-001 in ISSI Scientific Reports, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Paschmann, G., and B. U. Sonnerup (2008), Proper frame determination and Walén test, in *Multi-Spacecraft Analysis Methods Revisited*, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, no. SR-008 in ISSI Scientific Reports, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Powell, M. J. D. (1964), An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives, *Comput. J.*, **7**(2), 155–162, doi:10.1093/comjnl/7.2.155.
- Rème, H., et al. (1997), The Cluster Ion Spectrometry (IS) experiment, *Space Sci. Rev.*, **79**, 303–350.
- Russell, C. T., M. M. Mellot, E. J. Smith, and J. H. King (1983), Multiple spacecraft observations of interplanetary shocks: Four spacecraft determination of shock normals, *J. Geophys. Res.*, **88**, 4739–4748.
- Sonnerup, B. U. O., and M. Scheible (1998), Minimum and maximum variance analysis, in *Analysis Methods for Multispacecraft Data*, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, chap. 8, pp. 187–196, no. SR-001 in ISSI Scientific Reports, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Sonnerup, B. U. O., S. Haaland, G. Paschmann, M. W. Dunlop, H. Rème, and A. Balogh (2006), Orientation and motion of a plasma discontinuity from single-spacecraft measurements: Generic residue analysis of Cluster data, *J. Geophys. Res.*, **111**, A05203, doi:10.1029/2005JA011538.
- Soucek, J., and C. P. Escoubet (2012), Predictive model of magnetosheath plasma flow and its validation against Cluster and THEMIS data, *Ann. Geophys.*, **30**, 973–982, doi:10.5194/angeo-30-973-2012.

RESEARCH ARTICLE

10.1002/2013JA018927

This article is a companion
to Dorville et al. [2014]
doi:10.1002/2013JA018927.

Key Points:

- Magnetopause observation of a slow shock/rotational discontinuity compound
- The compound structure is retrieved in a 1.5-D MHD simulation
- It can be generic for solar wind/magnetosphere interaction

Correspondence to:

N. Dorville,
nicolas.dorville@lpp.polytechnique.fr

Citation:

Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, R. Grappin, and A. Retinò (2014), Rotational/compressional nature of the magnetopause: Application of the BV technique on a magnetopause case study, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 119, doi:10.1002/2013JA018927.

Received 4 APR 2013

Accepted 26 JAN 2014

Accepted article online 4 FEB 2014

Rotational/compressional nature of the magnetopause: Application of the BV technique on a magnetopause case study

Nicolas Dorville¹, Gérard Belmont¹, Laurence Rezeau¹, Roland Grappin¹, and Alessandro Retinò¹
¹LPP, Ecole Polytechnique, CNRS, UPMC, Université Paris Sud, Palaiseau, France

Abstract The magnetopause boundary implies two main kinds of variations: a density/temperature gradient and a magnetic field rotation. Other variations are associated with these two, concerning in particular the flow velocity, the electric field, and the plasma composition. Compressional and rotational variations are always observed in a close vicinity of each other, if not inseparably mixed. We present a case study from the Cluster data where the two are clearly separated and investigate the natures of both layers, using the new “BV” method for discontinuity analysis. We evidence that the first one is a slow shock while the second is a rotational discontinuity. The interaction between these two kinds of discontinuities is then studied with the help of 1.5-D magnetohydrodynamics simulations. The comparison with the data is quite positive and, associated with general theoretical arguments, leads to think that most of the generic properties of the magnetopause may be interpreted in this sense. Our results suggest that a “shaken” magnetopause is made of the sum of several discontinuities: slow shocks and rotational discontinuities. A statistical study on a larger set of data will be necessary to check this conjecture.

1. Introduction

The Earth magnetopause is the outer boundary of the terrestrial magnetosphere. Outside of this boundary, the magnetosheath plasma is the shocked solar wind plasma, i.e., cold and dense, with a magnetic field direction essentially determined by the solar wind field and field line draping around the magnetopause. Inside of it, the magnetospheric plasma is hot and tenuous, with a magnetic field direction essentially determined by the planetary one. For this reason, two kinds of strong gradients are observed close to each other: the plasma gradients (i.e., affecting density and temperature) and the gradients dealing with magnetic field direction. Both kinds of gradients are associated with other variations, concerning in particular the flow velocity and the corresponding electric field, or the plasma composition. Inspired by the classification of the stationary discontinuities, it is relevant to call the first kind of gradients “compressional” and the second one “rotational.” Understanding how these two kinds of variations can coexist is a pivotal issue for understanding the nature of the boundary. Whenever this boundary can be locally considered as stationary and one-dimensional, the Rankine-Hugoniot jump equations allow only one type of discontinuity able to ensure simultaneously the two kinds of variations: the tangential discontinuity. It implies that the normal magnetic field and flow are equal to zero in the frame of the discontinuity.

There is now observational evidence [Chou and Hau, 2012] that the magnetopause is not always a tangential discontinuity, i.e., that the normal flow and magnetic field are not always null. There are in particular numerous observations where the magnetic field rotation corresponds to a rotational discontinuity [Sonnerup and Ledley, 1974]. The magnetopause is always a thin boundary. This transition layer will be called a “boundary” whatever its detailed properties throughout the paper, but we will use the word “discontinuity” when it can be supposed one-dimensional and stationary (which does not suppose it is infinitely thin). In this case, it must obey all the Rankine-Hugoniot relations and the so-called “discontinuity theory,” which can be checked in the data. It seems that at least when dynamical processes take place (due for instance to reconnection near the studied site), the compressional boundary and the rotational one can be distinguished, both propagating with different velocities with respect to the flow. Our goal is to present evidence of such a case with a detailed experimental analysis and suggest an interpretation of the observations. In sections 2–4, the experimental Cluster case is presented and the two crossings are analyzed with the help of a new method presented in Dorville et al. [2014]. In section 5, the interaction of a compressional jump and

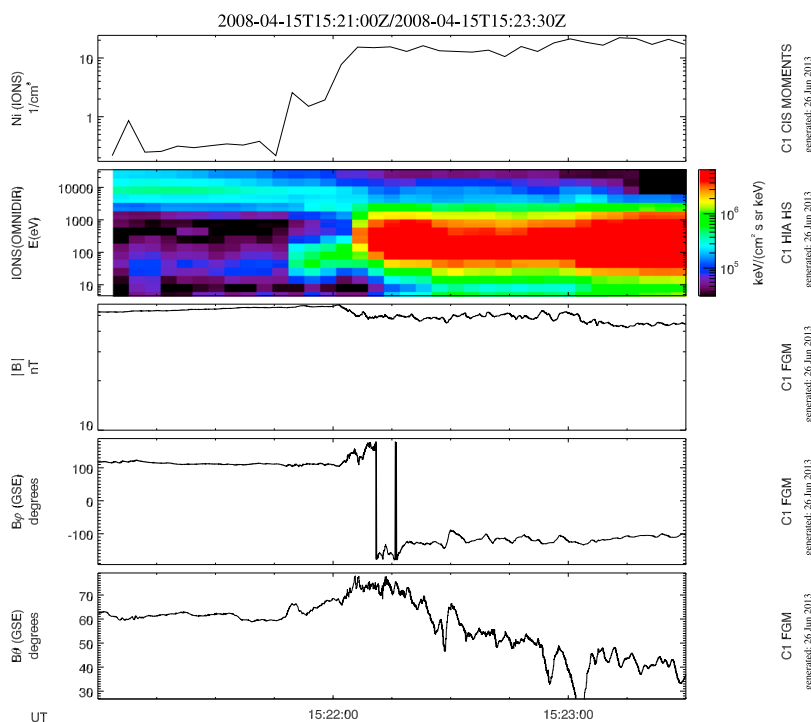


Figure 1. Density, energy spectrogram, and magnetic field (modulus and components θ and ϕ) observed by Cluster C1 around 15:21 on 15 April 2008. The jump of density, change in plasma energy composition, and rotation of magnetic field show that the satellite is crossing the magnetopause.

a rotational one is investigated by solving numerically the MHD equations, in order to understand to what extent the properties of both are modified by the interaction, in particular their propagation speeds. The comparison with the data is made, and the conclusions are drawn in section 6.

2. Study of a Magnetopause Crossing by Cluster

In this part we focus on a magnetopause crossing by Cluster C1 on 15 April 2008, between 15:19:05 and 15:25:05 UT at approximately $[10.2, -2.4, 1.6] R_E$ in the GSE frame. Figure 1 shows the variation of ion density obtained by the Hot Ion Analyzer (HIA), the omnidirectional ion energy spectrogram, and the variation of the Fluxgate Magnetometer (FGM) magnetic field in the GSE frame [Balogh *et al.*, 1997] associated with this crossing.

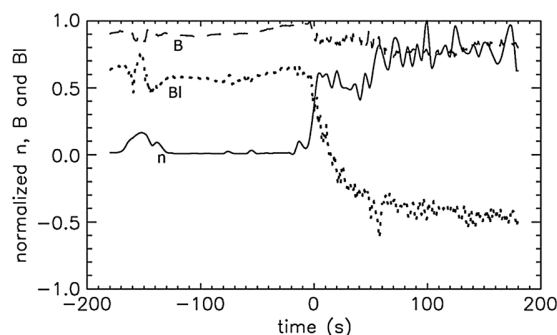


Figure 2. Time evolution of normalized density (n), normalized total magnetic field, and normalized B_L component of the magnetic field during the Cluster C1 magnetopause crossing of 15 April 2008. The spacecraft goes from the magnetosphere to the magnetosheath. The normalized quantities are normalized with respect to their maximum values.

Looking inside the boundary, Figure 2 presents the time evolution of density, total magnetic field, and B_z in GSE. It seems clear that there are two phases in the evolution of these quantities, with the time centered at the crossing: first, the density is rapidly increasing and the magnetic field amplitude B is decreasing. Then, these quantities remain constant and the magnetic field slowly rotates, following an ellipse. We will study these two phases separately, assuming they are oriented along the same normal direction.

Using the single-spacecraft method of analysis described in Dorville *et al.* [2014] we are able to find a direction normal to the discontinuity and build a one-dimensional spatial transition parameter at the magnetopause to analyze the

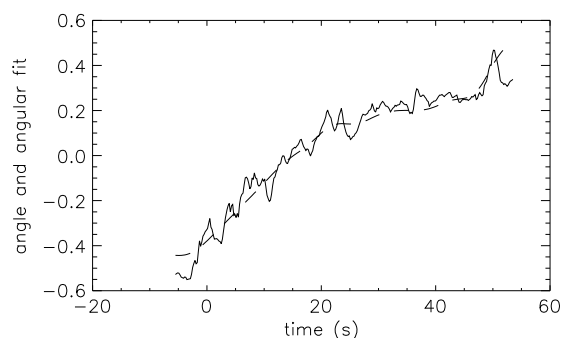


Figure 3. Observed angle in radians on the elliptic hodogram and fit (dashed line) derived with CIS velocity by the BV method as a function of time for Cluster C1 crossing of 15 April 2008.

normal velocity in the boundary's frame is not negligible but remains constant, this will affect the value of the thickness parameter but not the quality of the normal, which is used here. A fit of the two temporal tangential field components with a spatial elliptic form is done, in the frame where the normal magnetic field is constant and where the integral of the normal boundary velocity is consistent with the angular position on the ellipse, being supposed linear with spatial position. The method does not make any extra assumption concerning in particular the velocity of the boundary in the spacecraft frame, which can be large and variable.

For this magnetopause crossing, we are able to fit the magnetic field and find a transition parameter consistent with Cluster Ion Spectrometry (CIS) HIA [Rème et al., 1997] ion velocity. The observed angle on the ellipse as a function of time (in black) and the angle derived by the fit with CIS velocity (in red) are plotted in Figure 3. The fit is good in this case. The method also provides an accurate determination of the normal direction, which is here slightly different from the MVABC one: $([0.98, -0.18, -0.10])$ against $[0.96, -0.10, 0.25]$ in GSE coordinates). The result of the fit of magnetic field is presented in Figure 4, where time zero is the center of the large data interval and the fit is done on the time period of the magnetic field rotation. It is worth noticing that the variance on B_m is not much larger than the variance on B_n , which makes the Minimum Variance Analysis on the magnetic field B (MVAB) method inefficient. On the other hand, MVABC assumes that $B_n = 0$, which does not allow determining it either. Our method provides a value $B_n = 14$ nT, corresponding to a propagation angle between the normal direction and the magnetic field $\theta_{Bn} = 75^\circ$ for the discontinuity. Figure 5 shows CIS velocity data in the BV frame. One can see that the normal velocity U_n has a strong gradient in the first phase, then it is relatively constant as the other components continue to vary.

Using this normal direction, found on the rotational boundary, for the two discontinuities, we will now determine their nature separately.

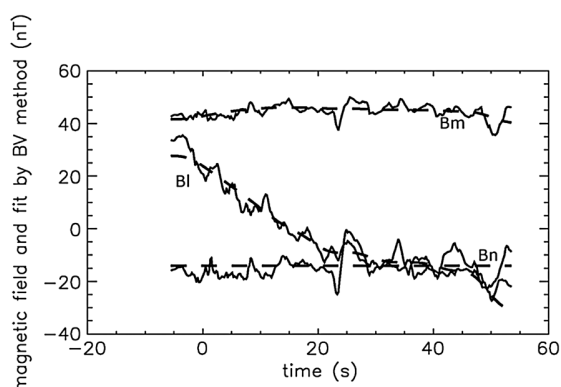


Figure 4. Three components of the magnetic field data measured by FGM and fit (dashed line) by the BV method in the magnetic field rotation region for Cluster C1 crossing of 15 April 2008.

small scales (at least 1 order of magnitude smaller than the boundary thickness) inside the boundary during a magnetopause crossing. Here we will use it only to find a good normal direction, expectingly better on this case than Minimum Variance Analysis on the magnetic field B corrected (MVABC) [Sonnerup and Scheible, 1998] as will be shown later (see Figure 6). The assumptions of the method are that the boundary is one-dimensional, sufficiently stationary during the crossing, and that the normal speed of the flow in the discontinuity frame is negligible with respect to the speed of the boundary. Note that if the nor-

3. Compressional Variations

Let us first focus on the first, compressional, phase, between $t = -9$ s and $t = 2$ s, when the density is growing and the total field decreasing (Note that we do not consider the second—small—density jump which seems to occur, in Figure 8, after $t = 50$: analyzing all the data shows that this is likely to be just a short oscillatory feature, probably a surface wave, independent of the mean structure that we are analyzing.). The first step to study this discontinuity is to find its normal velocity in the spacecraft's frame, in order to work in its proper frame. We do not make here the simplifying assumption that

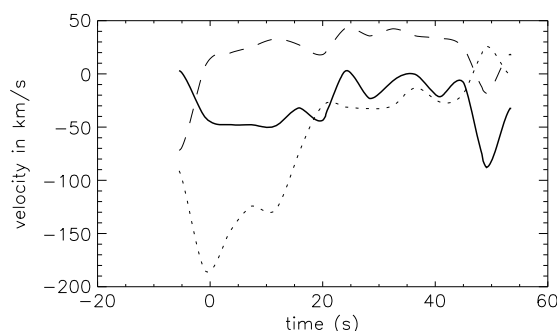


Figure 5. Three components of the ion velocity data measured by CIS in the frame calculated by the BV method in the magnetic field rotation region for Cluster C1 crossing of 15 April 2008. V_n is in solid line, and the two tangential components are dashed and dotted.

the flow velocity across the discontinuity is negligible with respect to the boundary velocity in the observation frame (the accurate value that we will determine will allow to validate or not this hypothesis, which is useful, even if not crucial, for the BV method). According to the conservation of mass flux, a normal velocity gradient does exist across the layer and it can be used to determine the boundary velocity. For that we plot the measured ion flux ρu_n (in the spacecraft frame) relatively to the measured density ρ on Figure 6, for the three CIS measurement points available inside the shock, altogether with the nearest points around the shock. This flux has to be constant in the frame on the boundary, and its variation must be proportional to the velocity of the boundary in another frame. We find that the points are aligned with a constant flux of $1.07 \pm 0.11 \times 10^{11}$ (SI; International System of Units) and a velocity of the boundary of 55.1 ± 1 km/s (note that the 1 sigma standard deviation given concerns only the quality of the fit, independently of the uncertainty on the data themselves). If we restrict ourselves to the only three points in the gradient, we find that the points are perfectly aligned with a flux of $1.09 \pm 0.01 \times 10^{11}$ (SI) and a velocity of the boundary of 54.7 ± 0.1 km/s. The thickness of the above compressional layer is around 400 km, which represents several local Larmor radii (about 60 km if we consider a thermal velocity of 300 km/s and a field of 50 nT).

Here we have to notice that if we look at the same points on MVABC frame or MVAB frame, the flux is not so accurately proportional to the density. This validates the use of the normal found by the BV method, leading to think that (1) it permits to ensure better mass flux conservation, and in this case (2) the normal of the rotational part (used when applying this method) is very close to the normal of the compressional part. It also appears that the error on the thickness and the velocity induced by the hypothesis of negligible

normal velocity in the boundary frame does not lead to an error on the normal direction.

This is due to the fact that the tangential velocities (rotating with the field) behave very differently from the normal one. Even with the small numbers of CIS points, we can therefore be confident in the normal determination and use it for working on the discontinuity frame. Figure 7 represents the variation of density, pressure, field modulus, and normal velocity in the compressional part. We see that the field modulus and normal velocity decrease as the others quantities increase, which is possible only for a slow shock with respect to the Rankine-Hugoniot equations. Indeed, we find that the flow is superslow (around 54 km/s) on the magnetospheric side and subslow (around 6 km/s) on the other side (superslow and subslow being used alike supersonic and subsonic in hydrodynamics), with the curve marked Cs on the plot referring to the linear slow mode velocity. So this discontinuity can be identified with confidence as a slow shock (even if, with the available data, we cannot firmly establish

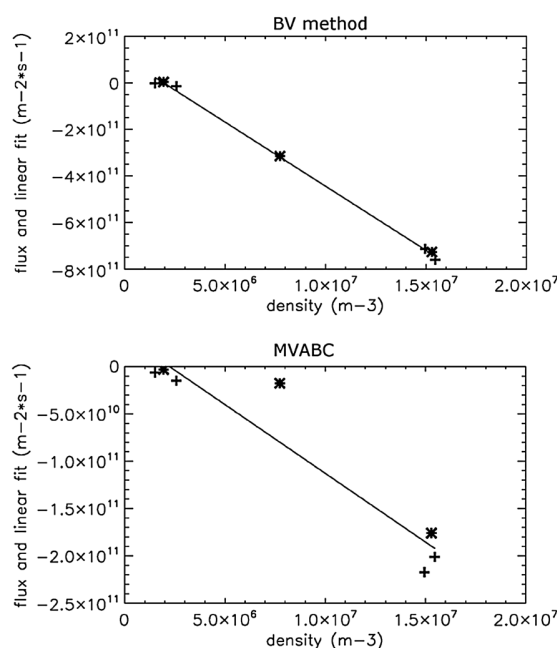


Figure 6. The normal mass flux in the shock (stars) and around it (crosses) for the BV method improved frame and in the MVABC frame. The proportionality in the BV frame shows that it is considerably better and permits to deduce the shock velocity with respect to the spacecraft.

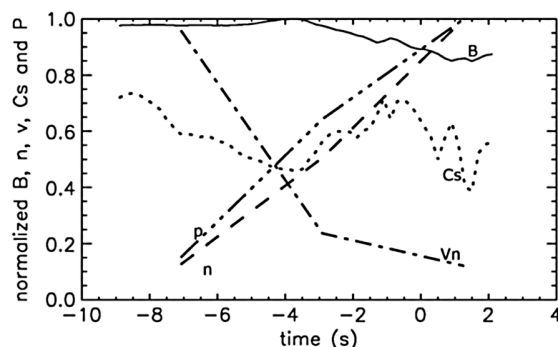


Figure 7. Normalized normal velocity, density, pressure, magnetic field modulus, and slow mode velocity as a function of time for the shock. The normalized quantities are normalized with respect to their maximum values.

observations. The latter, using International Sun/Earth Explorer (ISEE) data, also observed rotational discontinuities and slow shocks, in relation with a supposed reconnection event. The properties of the two discontinuities could not be well verified, which was attributed to strong pressure anisotropy.

An important consequence results from the above determination: the normal flow velocity in the boundary's frame after the shock is significantly slower than the Alfvén normal velocity corresponding to 14 nT (around 100 km/s), although it is at the beginning of the rotational part. This observation could be attributed to the unsteadiness of the structure or small 2-D effects and will be the subject of future work.

4. Rotational Variations

Figure 8 is a zoom on the rotational part of this magnetopause crossing, which shows the density, temperature, pressure, and magnetic field. All the plotted quantities seem to be constant in this part of the boundary, with only a slow rotation of the direction of magnetic field. These evolutions are characteristic of a rotational discontinuity.

To test this discontinuity, we used a variant of the Walén test [Paschmann and Sonnerup, 2008] on Figure 9. We plot the variations δB_t as a function of $\sqrt{(\mu_0 \rho)} \delta u_t$ for the two tangential components. The result appears consistent with a rotational discontinuity, but with a little difference: the slope is not equal to 1 as it should, but to about 0.72, (or 0.74 if the temperature anisotropy is taken into account). To explain this result from the composition of the plasma, we would need a mean mass of 1.8 protons. This is unlikely even if, unfortunately, there is no CODIF [Rème et al., 1997] data for C1 on 15 April, and no good resolution electron density measurement. The BV method does not permit to give a very accurate estimate of the thickness of this rotational layer in this case, because of the flow velocity across it, which is certainly not negligible. Nevertheless, this thickness can be confidently estimated to be above 1000 km, which is a lot larger than the local Larmor radius (still about 60 km).

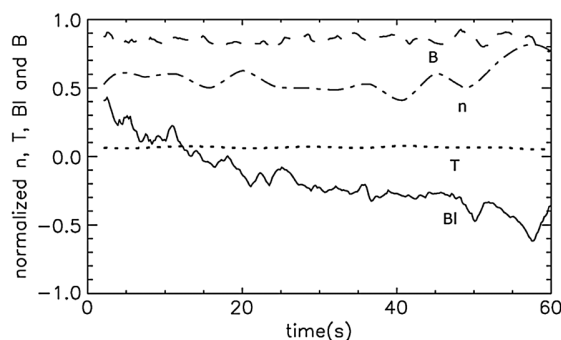


Figure 8. Normalized B_L component of magnetic field, density, temperature, and magnetic field modulus as a function of time for the rotational discontinuity. The normalized quantities are normalized with respect to their maximum values.

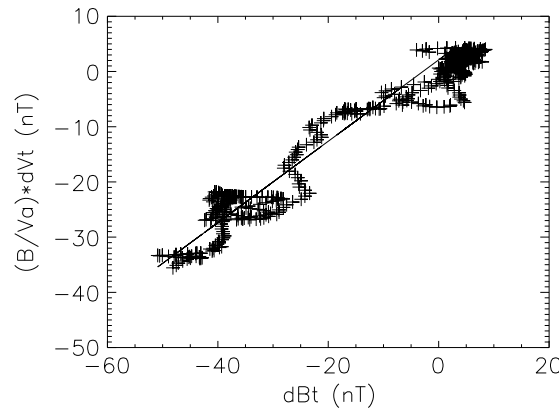


Figure 9. Variant of the Walen test for the rotational discontinuity; $\frac{B}{V_a} \times \delta V_t$ is represented over δB_t .

density, and then, clearly separated, the rotation of the magnetic field. Then C1 encounters the slow shock and the Alfvén wave as described in previous sections, and for C3 and C4, which are close at this time of the mission and encounter the boundaries just after C1, the density gradient begins to mix with the rotational part. So there seems to be evidence that the two boundaries are, in fact, encountering and interacting. For this reason, using one of the classical multispacecraft normal determination methods, constant thickness analysis and constant velocity analysis (CTA and CVA), would not have been realistic, since all these methods

5. Direct Numerical Simulations of a Slow Shock/Rotational Discontinuity Interaction

Let us now test the conjecture that this magnetopause crossing is the observation of a nonstationary interaction between an Alfvén wave and a slow shock. For this purpose, we analyze the temporal sequence of the magnetopause crossings as seen by the four Cluster spacecraft. Figure 10 shows the satellite potential (as a proxy for the density gradient) and the polar magnetic field angle (as a proxy for the rotation of the magnetic field), around 15:20 UT on 15 April 2008. As we can see on the plots, C2 encounters the boundary first, measuring a gradient of den-

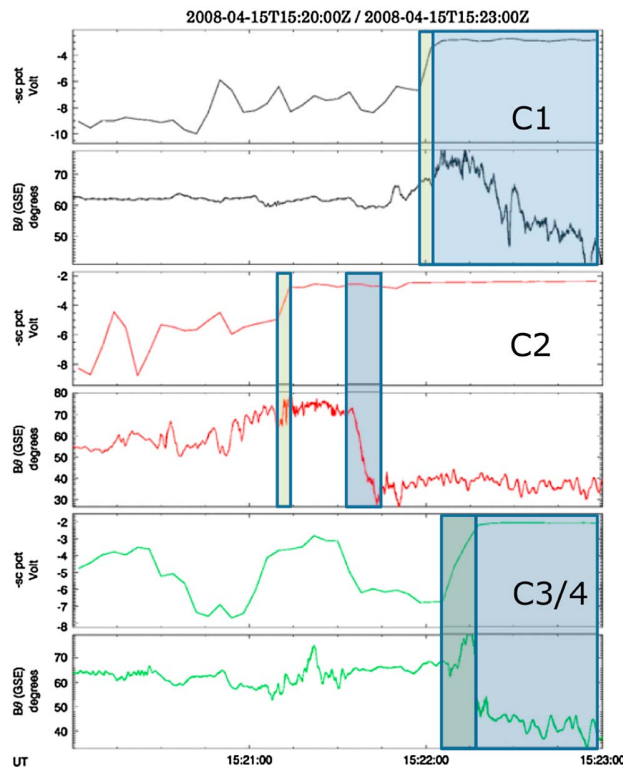


Figure 10. Shock and rotational discontinuity seen by the four spacecraft at different times. For each spacecraft we plot the spacecraft potential and the angle θ (there are artificial jumps on $B\phi$, uncorrelated with real physical examples, but a corrected $B\phi$ would vary at the same scale and places than $B\theta$). The position of the shock and rotational discontinuity are marked in light green and light blue.

are based on assumed stationary properties of a single layer: constant velocity or constant thickness. This model should enable to describe many observations of the magnetopause, since both a compression and a rotation of \mathbf{B} have to be present. In order to investigate this possibility, we use a one-dimensional MHD simulation code.

5.1. Initialization of the Shock

We use a 1.5-D compressible MHD simulation code with periodic boundary conditions. The code uses a classical Fourier pseudospectral method to compute spatial derivatives, with an adaptive second order Adams-Bashforth time stepping for time integration. We integrate the equations for the density ρ , the gas pressure P , the velocity u , and the magnetic field B . The temperature is defined by an ideal gas law. These equations read, appropriately normalized

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (1)$$

$$\partial_t P + (u \cdot \nabla)P + \gamma P \nabla \cdot u = D_1 \quad (2)$$

$$\partial_t u + (u \cdot \nabla)u + \nabla(P + B^2/2)/\rho - (B \cdot \nabla)B/\rho = D_2 \quad (3)$$

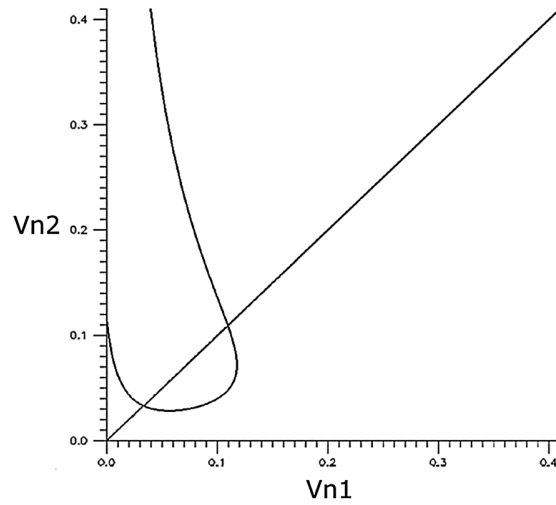


Figure 11. Possible couples of normal velocity boundary conditions allowed by Rankine-Hugoniot equations ($Vn2$ as a function of $Vn1$). The values are normalized in a self-consistent way.

$$\partial_t B + (u \cdot \nabla) B - (B \cdot \nabla) u + B \nabla \cdot u = D_3 \quad (4)$$

$$P = \rho T \quad (5)$$

D_1 denotes the heating terms, and D_2 and D_3 , respectively, the viscous and resistive dissipative terms. Only plane waves are considered, i.e., $\nabla = (\partial_x, 0, 0)$. The first step for this study is to obtain a sufficiently stable slow shock, in order to be able to see the interaction with an Alfvén wave.

To determine the needed jumps between the two sides of the shock for all parameters, we use the Rankine-Hugoniot equations. We computed the different possible couples u_{n1}, u_{n2} for the upstream and downstream normal velocities (see Figure 11), for any values of the incident magnetic field and pressure. The curve presented on Figure 11 is, for example, obtained for $P_1 = 0.1$,

$B_n = 0.1$, $\rho_1 = 1$, and $B_{t1} = 1$, respectively the upstream pressure, normal magnetic field, density, and tangential magnetic field.

We use the chosen values $u_{n1} = 0.065$ and $u_{n2} = 0.035$ in the simulation code, as the extreme values of a ramp of u_n with a tanh kx profile. The width of the shock is a few mesh points. To satisfy the periodic boundary conditions, we add a linear variation leading the u_n function to have the same value on the two boundaries. To initialize all the other quantities at all points, we directly use the conservation laws of the Rankine-Hugoniot system.

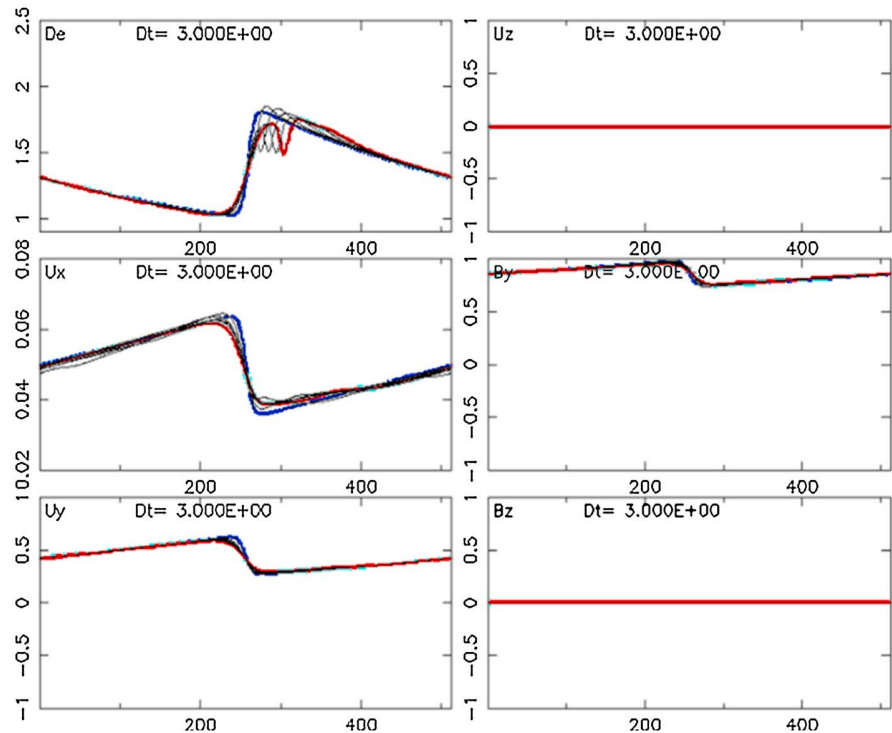


Figure 12. One-dimensional MHD simulation: early evolution of plasma parameters from the initialization (blue curve, $t=0$) to the last time step (red curve, $t=15$) for the shock initialized alone in the box. Abscissa is the grid point number.

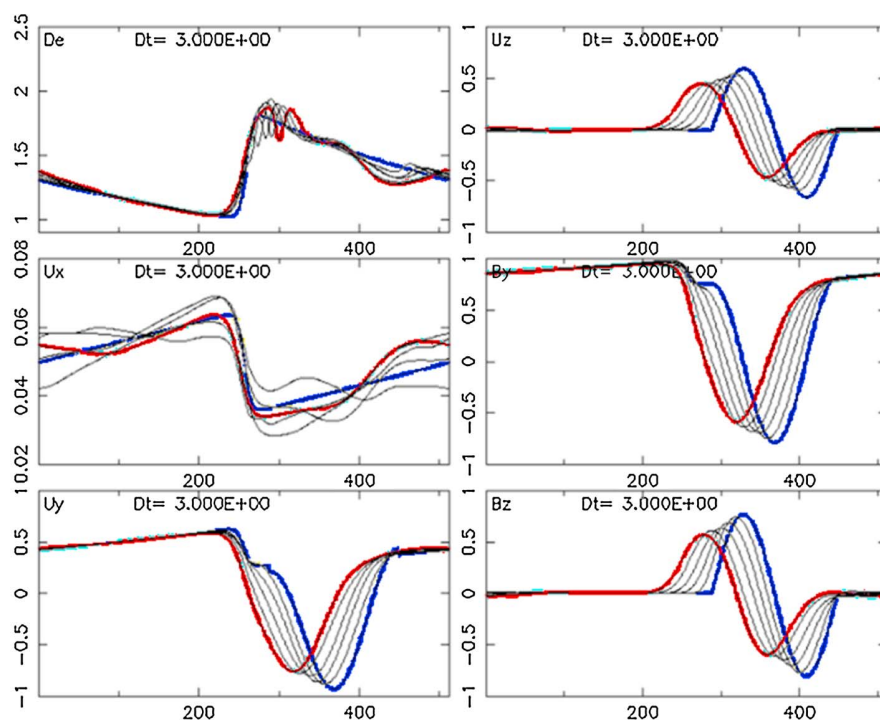


Figure 13. One-dimensional MHD simulation: early evolution of plasma parameters from the initialization (blue curve, $t=0$) to the last time step (red curve, $t=15$) when a rotational discontinuity is added in the initial condition next to the shock. Abscissa is the grid point number.

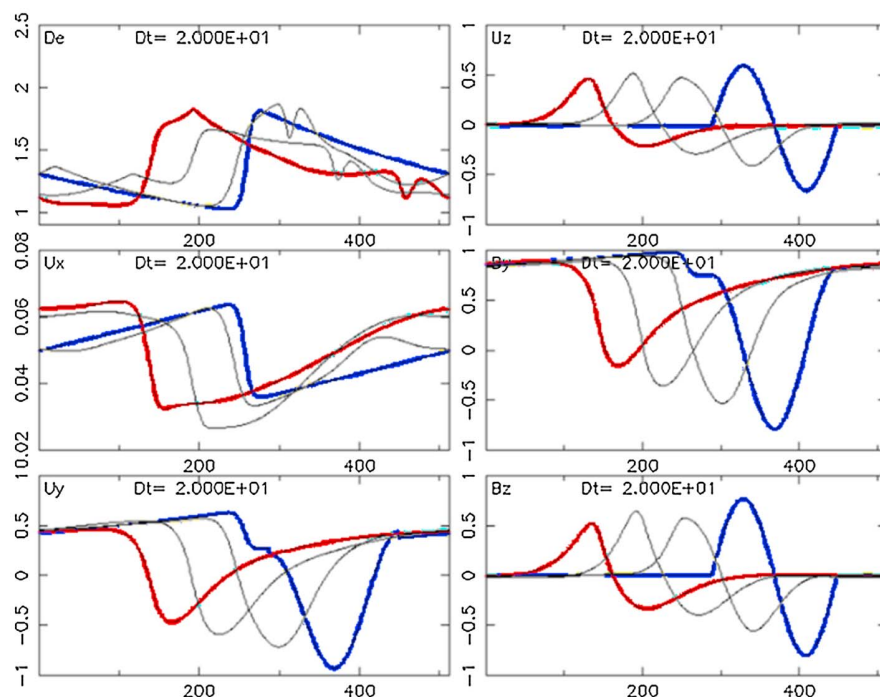


Figure 14. One-dimensional MHD simulation: long time evolution of plasma parameters from the initialization (blue curve, $t=0$) to the last time step (red curve, $t=80$) when a rotational discontinuity is added in the initial condition next to the shock. Abscissa is the grid point number.

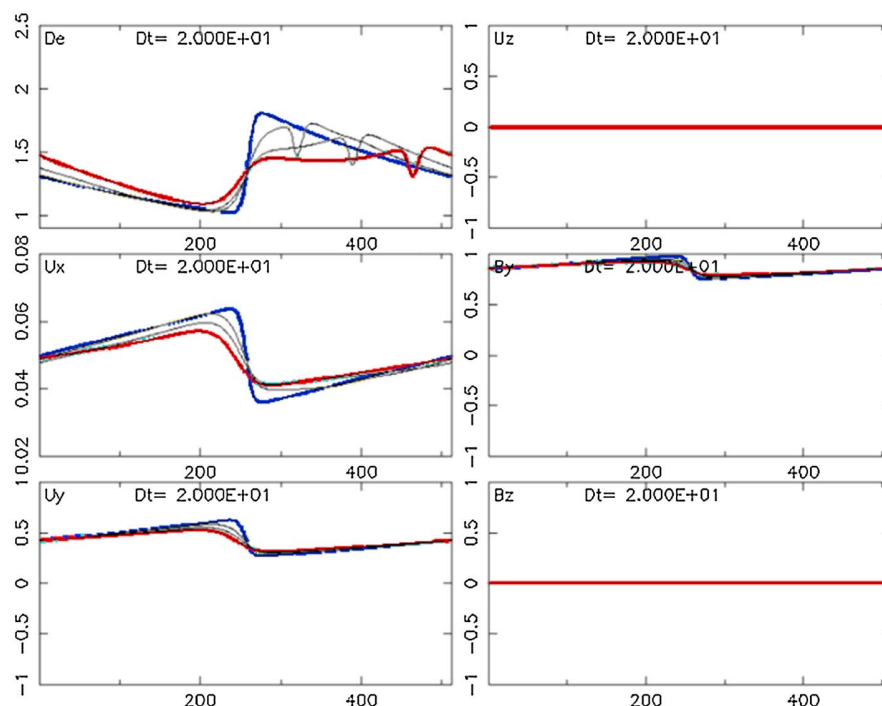


Figure 15. One-dimensional MHD simulation: long time evolution of plasma parameters from the initialization (blue curve, $t=0$) to the last time step (red curve, $t=80$) for the shock initialized alone in the box. Abscissa is the grid point number.

Using this initialization, we obtain something which is not perfectly stationary (our equations do not take into account the code viscosity and the equilibrium profiles are thus not perfectly known) but close enough to study the interaction with a rotational discontinuity. Figure 12 shows the evolution of density and fields for small times (until $t = 15$). A small perturbation of density seems to propagate alone toward the right on the simulation domain (we will see that it does not change the results), and we observe a small smoothing of the gradients, but the shock is not globally moving.

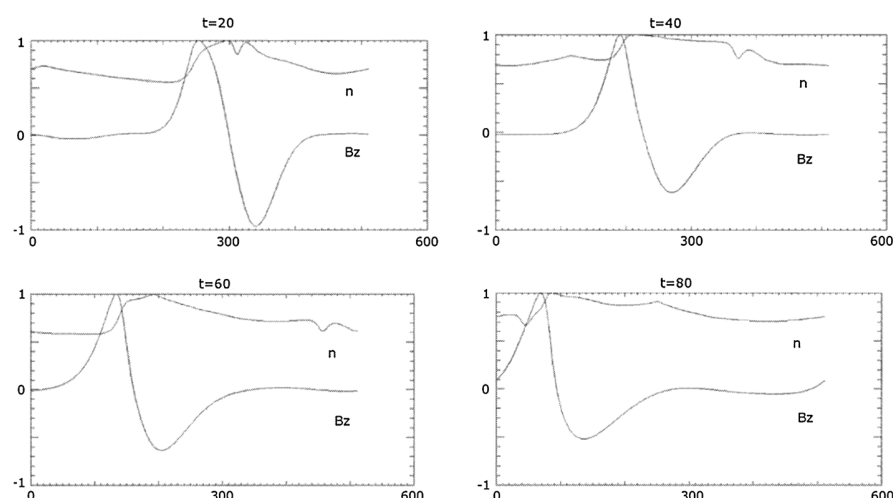


Figure 16. One-dimensional MHD simulation: shock and rotation discontinuity positions at different times. The normalized density is used as a proxy for the shock, and the normalized B_z component as a proxy for the rotational discontinuity. The structure is not stationary. Abscissa is the grid point number.

5.2. Interaction With an Alfvén Wave

We then add an Alfvén wave in the right side of the simulation domain, consisting in a 2π rotation of the magnetic field, with a Walén consistent rotation of velocity. The subsequent evolution after this initialization is shown on Figure 13 for small times (until $t = 15$). We see that the Alfvén wave is normally propagating from right to left and encounters the density gradient around $t = 9$. The shock then begins to move with the Alfvén wave instead of remaining steady. The imperfect initialization does not play any significant role in this phenomenon.

This effect becomes spectacular if we look at the simulation for a longer time. Figures 14 and 15 show the evolution every 20 timesteps during 60 timesteps, respectively, with the Alfvén wave, and without the Alfvén wave. For all the previous reasons we see the formation of a slow shock/rotational discontinuity compound, the slow shock moving with the Alfvén wave. Such a structure is quite reminiscent of the so-called “double discontinuities” described in Whang *et al.* [1998]. Nevertheless, these structures are usually supposed to be related to an anisotropic [Lee *et al.*, 2000] plasma, which is not the case in this MHD code. However, the anisotropy is said necessary to explain the stationarity of this structure. As the observed layer is not strictly stationary, even if it evolves very slowly when the two layers merge, there is not necessarily a contradiction.

This kind of structure is forbidden by MHD equations if it has to be stationary, but it is not, at least at times we can reach with the simulation. This is clear on Figure 16 that shows the respective positions of the B_z and density gradients at different times. The shock affects the shape of the rotation of magnetic field (even if a Walén test can show it is still Alfvénic), and the position of the compressional component seems to be oscillating.

6. Conclusion

We have presented a case study of a magnetopause crossing by Cluster spacecraft. This example is atypical in the sense that the density/temperature gradient is clearly separated from the magnetic field rotation layer. This allows to investigate separately the two layers and determine their nature. Using a new method, the normal direction is determined with a good accuracy and the normal components B_n of the magnetic field and u_n of the velocity can be measured in a reliable way: the two layers are not tangential. In addition, the method allows plotting the different profiles as a function of a transition parameter which is a trustworthy proxy of a normal coordinate. The density/temperature gradient layer could be identified unambiguously as a slow shock, while the rotation layer had all the properties of a rotational discontinuity, except that it may propagate at $0.7 V_A$ instead of V_A . An investigation of multispacecraft observations permits to conclude unambiguously that the two structures are encountering and interacting. A 1.5-D MHD simulation has been performed to investigate the interaction between a slow shock and a rotational discontinuity when they meet. The results are quite comparable with the data: the shock stays attached to the rotational discontinuity, at least before viscosity kills all the gradients in the simulation, and keeps shock properties while the second part of the discontinuity remains rotational. The structure is not stationary and so stays compatible with MHD equations. We can state that this kind of interaction between compressional and rotational features can be conjectured to be a generic feature of the disturbed nontangential magnetopause and that we can expect it will be proved by future works on a statistical basis.

Acknowledgments

The authors would like to thank the CAA and all Cluster instruments teams for their work on Cluster data.

Philippa Browning thanks Johan De Keyser and two anonymous reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

- Balogh, A., *et al.* (1997), The Cluster magnetic field investigation, *Space Sci. Rev.*, **79**, 65–91.
- Belmont, G., R. Grappin, F. Mottez, F. Pantellini, and G. Pelletier (2013), *Collisionless Plasmas in Astrophysics*, Wiley-VCH, Weinheim, Germany.
- Chou, Y.-C., and L.-N. Hau (2012), A statistical study of magnetopause structures: Tangential versus rotational discontinuities, *J. Geophys. Res.*, **117**, A08232, doi:10.1029/2011JA017155.
- Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, N. Aunai, and Retinò A. (2014), BV technique for investigating 1-D interfaces, *J. Geophys. Res. Space Phys.*, doi:10.1002/2013JA018926, in press.
- Landau, L. D., E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii (1984), *Electrodynamics of Continuous Media*, 2nd ed., vol. 8, Pergamon, Butterworth-Heinemann, Oxford, U. K.
- Lee, L. C., B. H. Wu, J. K. Chao, C. H. Lin, and Y. Li (2000), Formation of a compound slow shock-rotational discontinuity structure, *J. Geophys. Res.*, **105**(A6), 13,045–13,053, doi:10.1029/2000JA900011.
- Lin, Y., and L. C. Lee (1994), Structure of reconnection layers in the magnetosphere, *Space Sci. Rev.*, **65**, 59–179.
- Paschmann, G., and B. U. Ö. Sonnerup (2008), Proper frame determination and Walén test, in *Multi-Spacecraft Analysis Methods Revisited*, No. SR-008 in *ISSI Scientific Reports*, chap. 7, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, pp. 69–71, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Rème, H., *et al.* (1997), The Cluster Ion Spectrometry (CIS) experiment, *Space Sci. Rev.*, **79**, 303–350.

- Sonnerup, B. U., and B. G. Ledley (1974), Magnetopause rotational forms, *J. Geophys. Res.*, *79*(28), 4309–4314, doi:10.1029/JA079i028p04309.
- Sonnerup, B. U. Ö., and M. Scheible (1998), Minimum and maximum variance analysis, in *Analysis Methods for Multispacecraft Data*, No. SR-001 in *ISSI Scientific Reports*, chap. 8, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, pp. 187–196, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Walthour, D. W., J. T. Gosling, B. U. O. Sonnerup, and C. T. Russell (1994), Observation of anomalous slow-mode shock and reconnection layer in the dayside magnetopause, *J. Geophys. Res.*, *99*, 23,705–23,722.
- Whang, Y. C., et al. (1998), Double discontinuity: A compound structure of slow shock and rotational discontinuity, *J. Geophys. Res.*, *103*, 6513.

RESEARCH ARTICLE

10.1002/2014JA020806

Key Points:

- The BV technique is benchmarked with respect to other single-spacecraft methods
- It is less sensitive to noise than most of the other methods on simulated data
- A statistical study is made on 149 Cluster magnetopause crossings

Supporting Information:

- Text S1
- Table S1

Correspondence to:

N. Dorville,
nicolas.dorville@lpp.polytechnique.fr

Citation:

Dorville, N., S. Haaland, C. Anekallu, G. Belmont, and L. Rezeau (2015), Magnetopause orientation: Comparison between generic residue analysis and BV method, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 120, doi:10.1002/2014JA020806.

Received 12 NOV 2014

Accepted 29 MAR 2015

Accepted article online 6 APR 2015

Magnetopause orientation: Comparison between generic residue analysis and BV method

Nicolas Dorville¹, Stein Haaland^{2,3}, Chandrasekhar Anekallu⁴, Gérard Belmont¹, and Laurence Rezeau¹
¹LPP, Ecole Polytechnique, CNRS, UPMC, Université Paris Sud, Palaiseau, France, ²Birkeland Centre for Space Science, University of Bergen, Bergen, Norway, ³Max Planck Institute for Solar Systems Research, Göttingen, Germany, ⁴Mullard Space Science Laboratory, University College London, London, UK

Abstract Determining the direction normal to the magnetopause layer is a key step for any study of this boundary. Various techniques have been developed for this purpose. We focus here on generic residue analysis (GRA) methods, which are based on conservation laws, and the new iterative BV method, where B represents the magnetic field and V refers to the ion velocity. This method relies on a fit of the magnetic field hodogram against a modeled geometrical shape and on the way this hodogram is described in time. These two methods have different underlying model assumptions and validity ranges. We compare here magnetopause normals predicted by BV and GRA methods to better understand the sensitivity of each method on small departures from its own physical hypotheses. This comparison is carried out first on artificial data with magnetopause-like noise. Then a statistical study is carried out using a list of 149 flank and dayside magnetopause crossings from Cluster data where the BV method is applicable, i.e., where the magnetopause involves a single-layer current sheet, with a crudely C-shaped magnetic hodogram. These two comparisons validate the quality of the BV method for all these cases where it is applicable. The method provides quite reliable normal directions in all these cases, even when the boundary is moving with a varying velocity, which distorts noticeably the results of most of the other methods.

1. Introduction

The Earth's magnetopause is the boundary between the cold and dense plasma of the magnetosheath, i.e., the shocked solar wind, and the magnetosphere, dominated by the Earth's magnetic field, where the plasma is 1 order of magnitude hotter and tenuous. Understanding the structure of this kind of boundary between different plasmas and magnetic fields is important for our understanding of very general physical phenomena, such as magnetic reconnection and surface wave instabilities (e.g., tearing modes and Kelvin-Helmholtz). Nevertheless, the observational study of the magnetopause from spacecraft data is made difficult by the fact that the boundary is unsteady, due to solar wind variations and/or to various kinds of waves (coming from the magnetosheath or created locally by surface instabilities). Several methods have been developed for the purpose of finding at least the normal direction to the boundary. We will here focus on those that use only the data of one spacecraft: the "single-spacecraft" methods. Some of these methods can provide in addition various physical characteristics of the boundary, as the normal magnetic field B_N , velocity u_N , and even a coordinate along this normal direction.

Most methods providing a normal direction are based on conservation laws. Assuming planarity and stationarity, the normal is then determined as the direction where these laws are best satisfied. For example, the well-known and often used MVAB (minimum variance analysis on the magnetic field) method uses the fact that $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, which gives $B_N = \text{constant}$ in the 1-D case. A lot of such laws can be derived, forming a class of methods that are called "residue methods" in Sonnerup *et al.* [2006] (see the appendix for a short description of the different generic residue analysis (GRA) methods). The composite (COM) method, described in the same paper, combines these various conservation law methods, weighting each method by the ratio of intermediate and minimum variance eigenvalues. Higher eigenvalue ratio translates to a higher weight. These methods have been well benchmarked, and some have been compared with multispacecraft methods based on timing in Haaland *et al.* [2004]. In contrast, the BV technique [Dorville *et al.*, 2014a] has not yet been benchmarked in the same way. It allows for the determination of the normal of any "C-shaped" magnetopause crossing as first introduced by Berchem and Russell [1982] and later used by Panov *et al.* [2011]. We consider any magnetopause crossing with a convex hodogram in the LM plane at the crossing scale (i.e., independently of the

shorter-scale variations due to noise and turbulence) as a C-shaped crossing. This categorization is performed qualitatively by visual inspection. The BV method provides in addition a coordinate along the normal direction, $y = \int_{t_0}^t V_N(t) dt$. The description of the way the model hodogram is described in time depends on this coordinate, so the normal direction and normal coordinate are determined together and consistently. A small error on the normal direction would generally imply a description of the elliptical hodogram very far from linear. This property is precisely why the BV method is expected to be robust. The resulting normal coordinate can be used to study the spatial profiles of various physical quantities inside the boundary. Nevertheless, it cannot be benchmarked with respect to the GRA methods since these methods do not provide comparable outcome. It could be useful, in future works, to compare it to the "transition parameter" defined by Lockwood and Hapgood [1997], with the difference that the latter is independent of a normal determination and is limited by the time resolution of the electron experiment.

The BV technique has some underlying assumptions that are different from those of the generic residue analysis (GRA) methods. It is based on a combination of the velocity and magnetic field data: it consists of fitting the magnetic field data with an elliptical model with an LM plane polar angle that varies linearly as the satellite moves along the normal direction at the normal ion velocity. At the moment, the BV technique has only been validated against simulations and for a few case studies [see Dorville et al., 2014a, 2014b]. Its differences with other single-spacecraft methods have been theoretically presented by Dorville et al. [2014a], but it has not been statistically validated using observations.

The purpose of this paper is to benchmark the BV method statistically and to compare it with the GRA methods in finding the normal direction of the magnetopause. This is carried out in two steps. First, in section 2 we present a study on simulated data to understand the sensitivity of different methods to noise and to small departures from their underlying hypotheses. The type of applied noise will be described in section 2. Then, the rest of the paper focuses on a statistical study based on a list of 149 C-shaped magnetopause crossings. In section 3, we present the methodology of the study and its main results. Then we conclude in section 3.2 the validation of the BV technique and its comparison to GRA methods. This comparison will focus on the normal direction determination, and not on the coordinate provided by the BV method, which cannot be benchmarked with respect to GRA.

2. Comparison on Artificial Data

In this section, we present some tests carried out on artificial data to benchmark the BV method and compare its sensitivity to noise with those of MVAB, MVAB0 (a constrained minimum variance analysis in which the assumption that the average normal magnetic field vanishes is enforced), MVAE (that uses the direction of maximum variance of the electric field), and MMR (minimum massflow residue; conservation of mass along the normal direction) methods. We first summarize the principles of these methods then explain the numerical experiment and finally comment on the results and the conclusions we draw from it.

2.1. The Methods Under Comparison

The BV method [Dorville et al., 2014a] addresses in the same process two of the main issues concerning the analysis of magnetopause-like discontinuities using spacecraft data. Its purpose is to determine (i) the direction normal to the boundary and (ii) a spatial coordinate along it. The second point should allow to correctly distinguish spatial variations from temporal ones, even with single-spacecraft data and even for small-scale structures inaccessible to the four-spacecraft techniques of Cluster [see Dunlop et al., 2002]. The method is presently designed to work only on the so-called C-shaped magnetopause crossings [Berchem and Russell, 1982], as illustrated by Panov et al. [2011] in using Cluster magnetic field hodograms. Physically speaking, the tangential magnetic field varies with a C-shaped hodogram when the magnetopause boundary has a simple structure, with a parallel current (providing the rotation) flowing in the same direction all along the crossing. It can also involve a perpendicular current (related to compression), but this component has also a simple structure and occurs approximately at the same place and on the same scale as the parallel one. From the observations, the C-shaped hodograms are selected by visual inspection, based on the criterion that they are convex at the large scale of the crossing. Other types of crossings may involve multiple sublayers where the compressional and rotational components can be separated [e.g., Dorville et al., 2014b] or else being consistent with adjacent current sheets that display different orientations of the current sheets, e.g., S-shaped crossings [Panov et al., 2011]. These configurations are likely to be associated with strong perturbations of the boundary, due, for instance, to reconnection. The BV method is not able, at the moment, to analyze such kind

of crossings. For the C-shaped crossings analysis, the determination of the normal by the BV method is done by combining the analysis of magnetic field data and ion velocity. First, it is assumed that the magnetic field of a hodogram can be fitted by a simple elliptical shape in a plane perpendicular to the unknown normal direction. Second, it is assumed that the angle of the in-plane elliptical model can be described linearly in space and that the temporal description can simply be derived from the normal component V_N of the measured ion velocity. Combining these two pieces of information provides a robust determination of the normal since an erroneous determination would imply two adverse conditions at the same time: (1) the normal magnetic field is hardly distinguishable from one of the tangential components (as for MVAB) and (2) the normal velocity is hardly distinguishable from the tangential velocity (value and variations). The method demands a careful implementation, which has been fully described by Dorville *et al.* [2014a]. The main principles are briefly summarized in Appendix B. The consequences of its hypotheses, such as the linear relation chosen to link position and angle, will be evaluated in the present benchmark analysis.

In this section the BV method is compared to some of the residue methods presented in Sonnerup and Scheible [1998]. The GRA methods employed here are summarized in Appendix A. The first one is MVAB, for “minimum variance analysis on the magnetic field.” Its principle is to compute and diagonalize the variance-covariance matrix of the magnetic field, in order to determine which direction corresponds to the most constant component of the magnetic field and identify it as the normal direction. MVAB provides three characteristic directions L , M , and N corresponding, respectively, to the maximum, intermediate, and minimum variance of the magnetic field. The subscripts L , M , and N will denote the vector components in these three directions throughout the rest of this paper. The weakness of this method is the fact that the field can sometimes also be quite constant along the intermediate variance direction M (quasi-coplanar cases). Although the eigenvalues corresponding to the M and N directions are both small in this case, their ratio is not necessarily small. This ratio mostly depends on the superposed fluctuations (noise/turbulence) and particularly on their isotropy. The variance related with these fluctuations is often larger than the variance due to the jumps that characterize the discontinuity itself. In these rather common conditions, it is worth remembering that a large ratio of the M and N eigenvalues is actually not a sufficient condition to ensure a valid result of the MVAB method. To bypass this problem, one can perform a constrained analysis in which the condition $B_N = 0$ is added (see also Appendix A). This is the MVAB0 method. But this strong hypothesis is not justified when the magnetopause is reconnected (identified, for instance, as a rotational discontinuity), and it precludes in any case to determine the B_N component. We will also compare the BV method to the maximization of the variance of $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (MVAE) and to the mass flux conservation methods (MMR), which are both sensitive to the variations of the normal boundary velocity, since these methods suppose that it is constant during the crossing.

2.2. Numerical Experiment

We will first examine simulated data, taking advantage of the fact that in this case, the exact normal is perfectly known. One can thus study the deviations from this exact normal by the different methods. This also enables us to investigate the effect of small departures from the validity conditions of each method.

To reach this goal, we build a set of “artificial” magnetic field, ion velocity, and density measurements, providing C-shaped magnetic hodograms with Alfvénic speed and constant density inside the boundary. The artificial data set satisfies $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ and the conservation of mass flux. We will investigate a rotational case (when the normal field is nonzero) and the tangential limit of these discontinuities, i.e., take the limit $B_N = 0$. Then, we perform three kinds of transformations on these artificial profiles: (1) we turn the vectors into a different frame, corresponding to the fact that the LMN frame is not known a priori in the experimental results; (2) we add an acceleration along the normal direction, which is the simplest way of taking into account a non-trivial motion of the boundary with respect to the spacecraft; and (3) we add random noise. We simulate a large-scale “magnetopause-like” noise as follows: we give random values at a few points along the crossing and then use polynomial interpolation between these points (a simple Gaussian noise would not resemble the fluctuations observed at the magnetopause; furthermore, we have verified that it would not disturb BV at all). Artificial data built in this way are shown in Figures 1 and 4. The noise level is about 5% in both cases.

Working on this artificial data set, we compute normal directions provided by different methods and repeat the experiment for 10 different sets of random noises. We can analyze the distribution of results from each method and obtain the mean departures from the predefined, actual, normal direction and the dispersion around this mean value. We can also compare results (mean values and variances) from one method to another. The results are presented on a polar plot, built like in Haaland *et al.* [2004]. The center of this polar plot

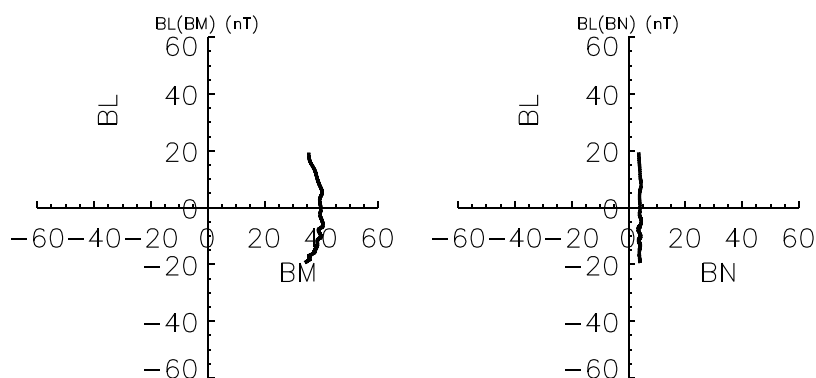


Figure 1. Typical hodogram of the magnetic field for a simulated crossing of a rotational discontinuity with noise. Shown are (left) $B_L(B_M)$ and (right) $B_L(B_N)$, in nT. During the same interval, \mathbf{V}_T is proportional to \mathbf{B}_T , the density N is constant, and V_N is a linear function of time (representing the combination of the flow and the velocity of the boundary).

corresponds to the known true normal direction. The distance to the center indicates the angle between the vector found and this reference (labels on the axes are in radians), and the polar angle indicates its direction with respect to two axes of reference (here M and L). On this kind of plots, one can therefore see at the same time how far a normal direction is from the reference and in which direction on the L - M plane this deviation is.

2.3. Results and Discussion

We present here results of two runs, one with a rotational discontinuity (with $B_N = 4nT$ and other characteristics of this kind of discontinuity, like Alfvénic flow) and another with a tangential discontinuity ($B_N = 0$). The rotational case is varying on a circle. The tangential case is more arbitrary. It is chosen here to have a small variation of the B_M component and so a weak curvature of the hodogram. In such cases, the normal determination is more difficult for most methods, making the comparison more enlightening. In each case, we keep the same large-scale structure for the magnetopause and repeat the experiment 10 times adding different random noise on the measured magnetic field. The boundary is accelerating from 30 km/s to 100 km/s during the crossing, and the noise amplitude is 5%. A typical hodogram of the magnetic field is shown in Figure 1.

One can see the large-scale variation of the field and the noise superposed to it.

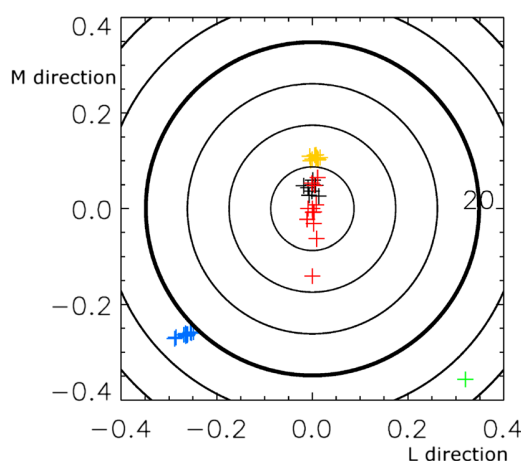


Figure 2. Position of the different normal directions found for a rotational discontinuity for different methods: BV (black), MVAB (red), MVAB0 (yellow), MVAE (blue), and MMR (green). Results are presented in a polar plot as described in the text. The center of the plot corresponds to the model normal direction (without noise). The distance to the center quantifies the angle between the normal found and the model normal direction in radians. Circles are drawn every 5°. A bold circle is drawn at 20°. The abscissa axis corresponds to the L direction and the ordinate axis to the M direction of the model.

Figure 2 presents the results of the normal determinations as a polar plot. The first conclusion is that the mass flux method gives a very bad result here (around 30° error), which is quite understandable since the velocity of the boundary is varying in a nonnegligible way. One can see that the method based on the variance of $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ is quite far from the center (again certainly because of the accelerating boundary) and that there is a nonnegligible dispersion of the MVAB points (with a clear anisotropy along the M direction), although the magnetic field chosen presents a reasonable curvature. The MVAB0 method appears less disturbed by the noise than the other methods, but it is in average 8° off, because of the nonnull B_N . The BV method shows a slightly larger dispersion but with an average value quite close to the exact result. Overall, for such cases where the normal magnetic field is not zero, BV seems to be a better and more stable choice than the other methods, at least in such cases where

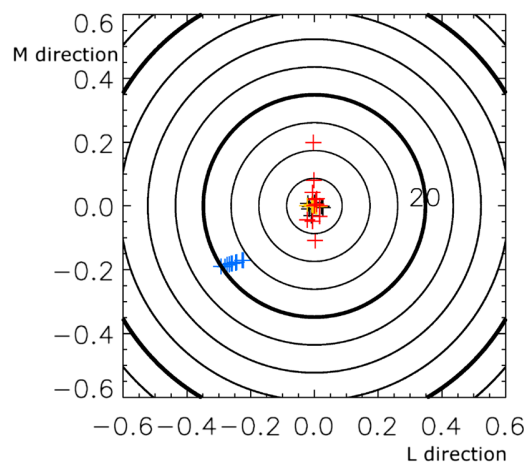


Figure 3. Position of the different normal directions found for a tangential discontinuity. Same format as Figure 2.

the necessity of distinguishing (B_N, V_N) and (B_M, V_M) is fulfilled. MVAB is then more disturbed by the noise, MVAB0 by the 4 nT normal field, and other methods by variations in the boundary velocity. However, on one occasion, BV did not succeed to converge on a consistent result, meaning that the quality of the fit must always be checked when using BV: the coefficients of correlation between the fit and the data provide the needed indication of the good convergence of the process.

For the tangential discontinuity example, the conclusions are almost similar (see Figure 3 where the results of the normal determination are presented). In this example, in addition to the null normal magnetic field, we have also chosen a more coplanar field (Figure 4 shows the hodogram of the field.). MVAB is then less stable

due to the difficulty to distinguish the M and N directions (with again a clear anisotropy of the errors along the M direction), while MVAB0 becomes the best method, which could be expected since B_N is strictly null, which exactly corresponds to its hypothesis. BV still provides, however, a quite good normal, with relatively small dispersion. It also remains the only method that provides a normal coordinate.

For this study with artificial data, we had the possibility to choose the number of sampling points. We choose here a large number (about 1000 points in the gradient) so that the error ellipse resulting from *Sonnerup and Scheible's* [1998] formula has a size of less than 1° for the major axis. This formula actually comes from a linear estimation of the error due to sampling, in the presence of a Gaussian noise of small amplitude. We emphasize that this formula can be a strong underestimation of the angular error, even in the absence of other sources of systematic error, whenever the two smallest eigenvalues, M and N , appear to be dominated by the noise and not by the signal.

Having checked the quality of the BV method with respect to other methods on simulated data, we will now present a statistical study on real magnetopause crossings by the Cluster mission, in order to benchmark completely the BV method and compare it to the GRA methods.

3. Statistical Study on Real Magnetopause Crossings by Cluster

3.1. Goals and Methodology

The primary goal of this statistical comparison between BV and GRA methods is to benchmark the BV method. The hypotheses of the BV method have already been discussed and some comparisons made in *Dorville et al.* [2014a], but no exhaustive study has been carried out yet on a sufficiently complete list of magnetopause

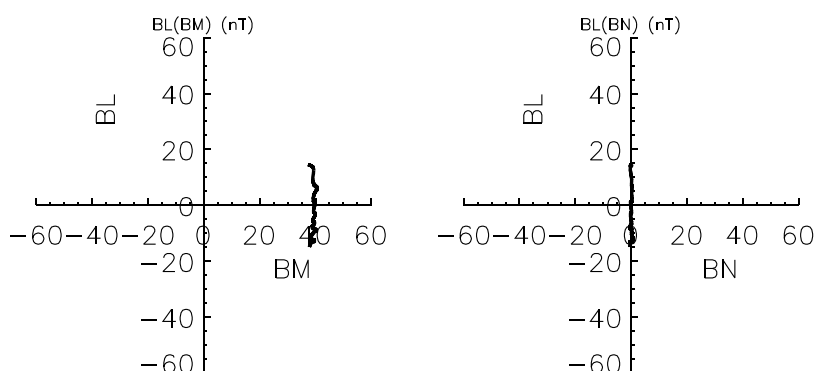


Figure 4. Typical hodogram of the magnetic field for a simulated crossing of a tangential discontinuity. Same format as Figure 1. During the same interval, V_T is proportional to B_T , N is constant, and V_N is a linear function of time.

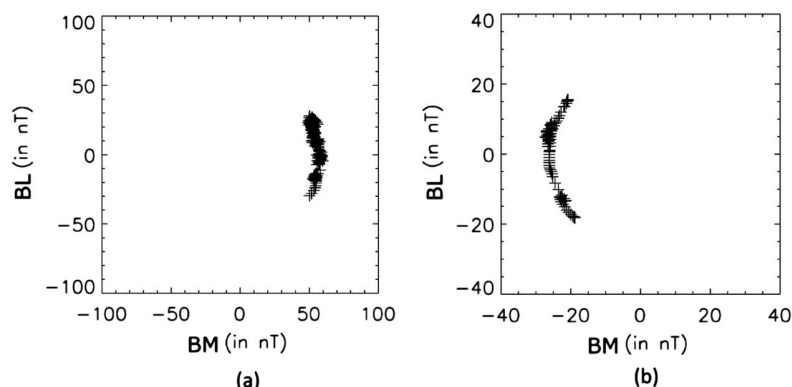


Figure 5. Hodogram of the magnetic field for two crossings from the 149 magnetopause crossings list, on (a) 28 June 2003 around 08:20 by C3 and (b) 29 May 2001 around 03:28 by C3. Both are considered as C shaped with our definition, Figure 5a being only slightly curved and Figure 5b looking really like a “C.”

crossings. Another goal is to understand the similarities and differences with the other single-spacecraft methods and how these other methods compare with each other.

This study has been done on a set of 149 magnetopause crossings that we provide as supporting information. We first established a list where all the magnetopause encounters were selected by visual inspection. Then, further down selection was done to ensure that all the crossings under study could be analyzed by GRA. This implies having complete plasma and magnetic field data sets around each crossing time and a sufficiently good de Hoffman-Teller frame. For more details about the selection process, we refer to *Haaland and Gjerloev* [2013] for the list of flank magnetopause crossings and *Anekallu et al.* [2013] for the dayside magnetopause crossings.

Then, a last selection step is necessary to be able to use the BV method for which conditions are more restrictive. These crossings have to be convex at large scales, considering the magnetic field measured with the Fluxgate magnetometer (FGM) instrument (see *Balogh et al.* [1997] for details), and sufficiently long to get at least four to five plasma data points inside the boundary from the Cluster Ion Spectrometry (CIS) instrument (see *Rème et al.* [1997] for details), at a date and on a spacecraft where this instrument is able to provide velocity data (C1 or C3). A couple of typical magnetic field hodograms from the list are presented in Figure 5. The duration of the crossing is actually quite a restrictive condition on Cluster since the resolution of HIA (Hot Ion Analyzer) instrument is about 4 s. It should be easier to ensure with the MMS mission, giving access to a larger number of cases. We also tried to get comparable numbers of flank and dayside magnetopause crossings, and a list with a good coverage during the mission time and over a season, in order to have statistics as representative as possible for the cases accessible with the Cluster mission.

The list of 149 magnetopause crossings that we used is a result of the above three-step selection process, and it therefore contains only around 10% of the cases that can be analyzed with both BV and GRA methods. Out of these crossings, 77 are from flanks and 72 from dayside. The time span is going from 16 February 2001 to 14 July 2009. For each crossing, MVAB, MVAB0, MMR, MFR, MVAV, and the COM method with or without the $B_N = 0$ constraint [Sonnerup and Scheible, 1998] have been examined and compared to the BV method. The selected time intervals were identical for all methods. However, it is worth reminding that for its functioning, the BV method automatically selects a shorter interval inside this one in order to distinguish the current sheet proper and the two adjacent regions.

3.2. Results and Discussion

In this section, we present statistical results of normal directions obtained by BV method and different other methods. We present a comparison of magnetopause normal directions obtained from all these methods. The results are summarized in Figure 6. Each panel shows results of one method (all of the GRA methods that are included here are “constrained,” i.e., assume $B_N = 0$). In each panel, each point corresponds to one of the 149 magnetopause crossings, and it shows the normal direction found by the method. For comparing these normal directions to the BV ones, the panels are built as follows: for each crossing, the center of the polar plot corresponds to the BV normal, the x axis corresponds to the L direction, and the y axis to the M direction

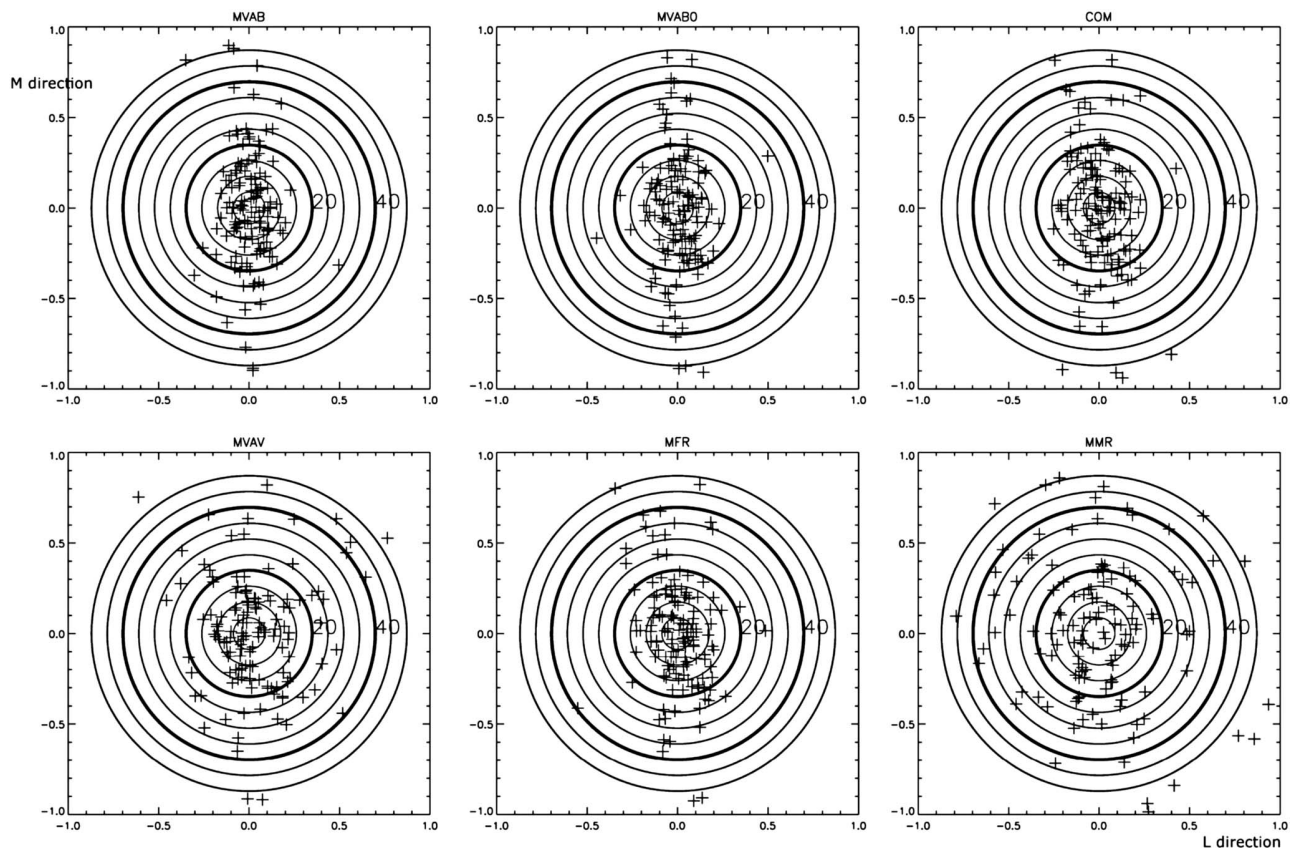


Figure 6. Position of the different normal directions found by MVAB, MVAB0, COM, MVAV, MFR, and MMR, for the 149 Cluster magnetopause crossings. Same format as Figure 2 except that the center of the plot corresponds here, for each case, to the normal direction found by BV and the abscissa and ordinate to the determined L and M directions.

(L and M directions are perpendicular to the N direction determined by BV and are crudely determined in this plane from MVAB and MVAB0).

The first point to be noted is that there is a spread of normal direction results around the BV normals. If we compute angles between BV normal and the different results, whatever the direction and mixing the methods altogether, we find a standard deviation about 8.2° . The corresponding deviation becomes 9.5° if the different methods are compared to the constrained COM instead of BV. This statistical result is not specific to the BV method (neither to the COM one): it is actually a good indicator of the accuracy that can be expected on average from the different methods. One can see in addition that other methods, such as MVAB, appear well concentrated around the center while others, as MMR, are much more dispersed. The big discrepancy of MMR compared to other methods could be explained by the difficulty to manage cold ions or composition effects.

The second striking feature appearing in Figure 6 is the strong anisotropy of the errors for all the methods except MVAV and MMR: this error is much larger in the M direction than in the L direction. This can easily be understood if one realizes that the main difficulty for all the methods based on the magnetic field is to distinguish between the M and N directions. This anisotropy is quite in agreement with the preceding results on artificial data (see Figures 2 and 3).

Concerning this anisotropy of the errors, we would also like to emphasize here that the usual criterion of a large ratio (for example, more than 5 or 10) between the M and N eigenvalues is not sufficient to prevent from a bad determination of the N direction in the M - N plane by MVAB.

This point can be illustrated with the example of a shock layer. In this case, it is well known that the use of MVAB is not recommended because, in an ideal case, there is no jump in the tangential direction perpendicular to L . Even if a small noncoplanar component is theoretically known to be possibly present inside the layer (but not on both sides), the variances in the M - N plane are likely to be dominated, in this case, by the turbulence always

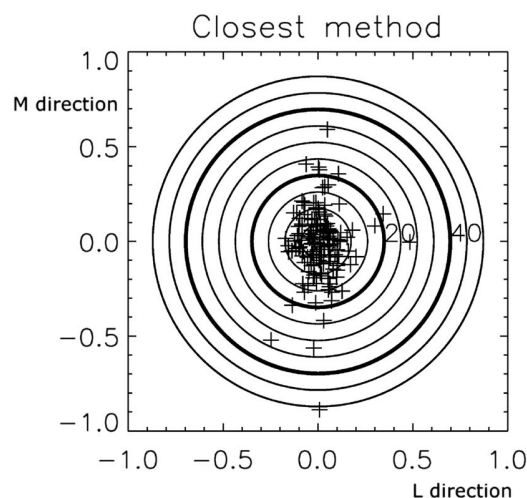


Figure 7. Position of normal direction closest to BV in the plane perpendicular to the normal direction found by BV for the 149 Cluster magnetopause crossings. Same format as Figure 6.

superposed to the jumps that characterize the discontinuity itself. A large ratio between the two eigenvalues in the M - N plane is therefore an indication of a strong anisotropy of the turbulence, and it may be the same if taking a data interval that contains the shock or not. In these conditions, the direction N found is therefore likely to be a characteristic of the turbulence rather than a characteristic of the discontinuity.

From the series of angles between the BV normals and the normal directions provided by the other methods, independently of the direction L or M of this deviation, a statistical study has been performed. An important result emerges from this study: when applicable, BV generally falls close to one of the other methods (this other method is not always the same). This point is illustrated in Figure 7. This figure is built in the same way as Figure 6, but each point comes here from the method that provides the normal closest to BV, instead of coming from a fixed method.

The value of the angle between the BV method and the closest method is 8.7° in average, less than 10° for 71% of the cases and less than 25° for 97% of the cases. On the series of 149 crossings, only four gives a BV result far from all the other methods. These numbers are a priori sufficient to conclude that the present benchmark study validates the BV method.

One point deserves special attention: in the above study, the method that is most often the closest one with respect to BV is MVAB and not COM. This result is actually quite sensitive to the way COM is built. Up to now, the COM method used included the constrained methods (i.e., assuming $B_N = 0$) and not the unconstrained MVAB. It is important to know that when including MVAB in COM, 24 cases where MVAB was the closest method become cases where COM is the closest method. This COM method then becomes almost as frequent as the MVAB one (40 cases against 45). If one employs COM0, the version of COM that contains only constrained methods and not MVAB, it is important noticing that this method actually provides significantly different results from the complete COM one, even if its variance is not much different. The average angular difference $\langle \theta_{BV/COM} - \theta_{BV/COM0} \rangle$ is 8.6° , i.e., it is not very different from the mean standard deviation of $\theta_{BV/other\ methods}$. When using the GRA methods, one has therefore to take into account the fact that choosing COM or COM0 has an effect on the result of the calculation.

In Figure 8, the ordinate represents the number of cases, in percent, where the angle difference between the BV normal and the normal provided by a different method is smaller than the angle given in abscissa. This figure provides a summary of the above results under a different form. The big difference between the curve "minimum" and the methods studied separately shows that the results of the methods present a big dispersion for each case but that there is generally one or several methods that are much closer to BV. The fact that most of the methods are following quite the same curve shows that this closest method is not the same for each crossing. Finally, one can see that the methods based solely on plasma data, MMR and MVAV, have most often bad performances.

With these experimental data, we can compare the dispersion of the results with the statistical error ellipse due to data sampling [see Sonnerup and Scheible, 1998, equation (8.23)]. For MVAB and MVAB0, which can have a good time resolution (here 20 points/s) since they do not use ion data, this statistical error is between 2° and 4° for the major axis of the error ellipse. This statistical error is much smaller than the differences observed between MVAB and MVAB0 (and other methods) in most cases. One is therefore led to think that this equation, which takes only into account statistical noise and not any model breakdown, can lead to a strong underestimation of the angular error, even in the absence of any other source of systematic error in the data. This point was already clearly stated in the original paper of Sonnerup and Scheible [1998]. This underestimation of the angular error by the statistical calculation seems to occur whenever the directions corresponding to the two smallest eigenvalues, M and N , appear to be dominated by the small-scale structures (e.g., "noise") and not

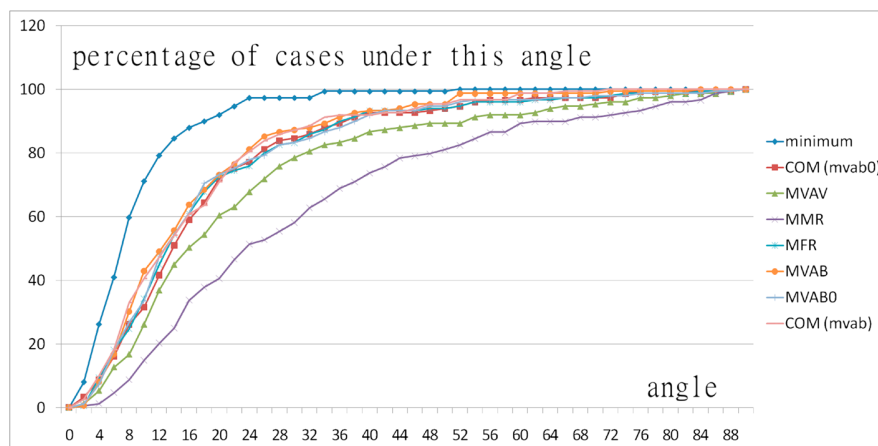


Figure 8. Percentage of cases when a given method is separated from BV by less than a certain angle in degrees. The comparison is made for each of the GRA methods studied (including constrained and unconstrained COM methods) and with the closest method for each case (curve min).

by the large-scale variation. This common situation is of course beyond the range of validity of the formula, since the formula derives from a linear calculation involving an uncorrelated noise: it therefore assumes that for all components, the noise has an amplitude much smaller than the signal and that it is a Gaussian one.

4. Conclusions

The purpose of this paper is to study the properties of the BV method concerning the determination of the magnetopause normal and to benchmark it against the other existing spacecraft methods. Two kinds of tests have been carried out, one numerical using artificial data and the other statistical using 149 magnetopause crossings observed by Cluster. As it could be expected, both studies show that the different single-spacecraft methods can give significantly different results. In the numerical study, where the exact result is known, the deviations have been shown to be sometimes very large, exceeding 30° in some occasions. The reasons of these deviations can then be easily explained by the small deviations, which were voluntarily introduced in the artificial data, from the underlying assumptions of the different methods. This preliminary study also allows understanding the differences observed in the statistical results with real data to a large extent.

Concerning the validation of the BV method, the numerical study verifies its good quality since it is shown that it is not very sensitive to the small-scale fluctuations and noise in the data, its dispersion range being low (typically less than 5° ; see Figure 2). The conditions of applicability of BV are confirmed by this study: it gives valuable results whenever the magnetic variations are C shaped across the boundary, i.e., when the M and N directions can be distinguished *either* in the magnetic field *or* in the velocity field.

The statistical study also well demonstrates the usefulness of the BV method, at least for the list of crossings selected: in order to be analyzed by BV, the crossings have to support the above C-shaped hodogram condition and have a duration long enough to include a few points in the ion data (at least four to five plasma points inside the boundary). This study also allows a benchmark of the BV method: its normal is, in most of the cases investigated, close to the normal found by one of the GRA methods. BV happens not to converge in a few occasions, but it is generally not misleading: its result is then far from all the other methods (more than 30° for both the numerical experiment and the statistical one) so that it can easily be discarded.

Due to the low time resolution of Cluster plasma moments, the duration of the individual magnetopause crossings has restricted the selection. In the future, with the arrival of the MMS mission, this problem will be greatly reduced. We can be confident that the BV method will then be useful in order to study spatial profiles inside the layer and better understand its detailed structure.

Appendix A: Generic Residue Analysis

Generic residue analysis to determine the orientation and motion of a boundary [Sonnerup *et al.*, 2006] is based on residue analysis of conservation laws. This procedure incorporates the magnetohydrodynamic

conservation laws for mass, energy, momentum, and entropy. A similar scheme can also be adapted for conservation laws derived from Maxwell's equations: magnetic flux conservation, conservation of magnetic poles, and conservation of electric charge.

A1. Basics of the Methods

Following the approach of Sonnerup *et al.* [2006] and employing the Einstein notation, a generic conservation law can be expressed as

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial t} + \frac{\partial q_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (A1)$$

where η_i is the density of the conserved quantity and q_{ij} is the corresponding transport tensor. If the conserved quantity is a scalar, e.g., mass ($\eta_i \equiv \eta = \rho$), the index i is simply dropped, and $q_{ij} \equiv q_j = \rho v_i$ is then a transport vector.

Assume now that the one-dimensional, time-invariant discontinuity moves with a constant speed u_N along the yet unknown normal \vec{N} . In this comoving frame, the time dependence disappears and equation (A1) can be written

$$-u_N \frac{d\eta_i}{dx'} + \frac{d(n_j q_{ij})}{dx'} = 0 \quad (A2)$$

where x' are the coordinates of the comoving system. Integrated across the discontinuity, this gives

$$-\eta_i u_N + n_j q_{ij} = C \quad (A3)$$

where C is an integration constant.

For real discontinuities, there will always be deviations from the ideal one-dimensional, time-invariant model above; equations (A1) and (A2) will therefore not be perfectly satisfied for any measurement across the boundary layer, but the best result can be obtained by minimizing the residue:

$$R = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left| -\eta_i^{(k)} u_N + n_j q_{ij}^{(k)} C_i \right|^2 \quad (A4)$$

$$= \left\langle \left| -\eta_i^{(k)} u_N + n_j q_{ij}^{(k)} C_i \right|^2 \right\rangle$$

This expression can be solved for the optimal values of \vec{C}^* and \vec{u}^* , where the latter is the optimal velocity of the discontinuity. The resulting matrix has the form $n_i Q_{ij} n_j$, where Q_{ij} is a symmetric matrix similar to covariance matrices known from minimum variance analysis. The eigenvectors of this matrix determine the orientation of the discontinuity; the eigenvector \vec{x}_3 corresponding to the smallest eigenvalue, λ_3 , gives the normal of the discontinuity. Similarly, the eigenvalue ratio provides information on how well the eigenvectors are resolved.

A number of specific conservation laws can be formulated and treated according to the above scheme. For a complete description, we refer to Sonnerup *et al.* [2006]. The variants used for the comparison in this paper are as follows:

Minimum Variance Analysis of the Magnetic Field. MVAB, first applied by Sonnerup and Cahill [1967] for discontinuity analysis of magnetopause traversals, has become a standard method to determine the boundary normal of a discontinuity. The underlying physics is the conservation of magnetic solenoidality (expressed as $\nabla \cdot \vec{B} = 0$), which can be cast into the generic form of equation (A1). The plasma flow along this normal gives a rough idea about the velocity, at least in cases with no reconnection and thus no plasma flow across the magnetopause. A better estimate of the speed of a discontinuity is often obtained from *de Hoffmann-Teller analysis* (HT), in which one tries to find a frame of reference where the electric field disappears, i.e., a frame comoving with the discontinuity. A detailed discussion about HT analysis and MVAB can also be found in Sonnerup *et al.* [2006] and Khrabrov and Sonnerup [1998b].

Maximum Variance of the Electric Field. MVAE is based on Faraday's law which requires that the two tangential components of the electric fields remain constant throughout the current layer. The normal component, however, typically undergoes a large change as a consequence of tangential flow and a change of magnetic field direction from one side of the layer to the other. The direction of maximum variance of the E field thus

serves as an estimate of the boundary normal. In practice, the full 3-D electric field is rarely available, and the proxy $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$ is often used.

Minimum Variance Analysis of Velocity. MVAV is in many ways similar to MVAB. The underlying assumption is that in the comoving frame, there is no divergence or variance in the plasma along the normal orientation. In our analysis, the plasma velocity is based on CIS-HIA ion moments.

Minimum Faraday Residue Analysis. MFR is based on conservation of magnetic flux across a boundary and also utilizes Faraday's law across the magnetopause current layer to find a moving frame and orientation such that the tangential component of the electric field is as constant as the data permit. As for MVAE, the electric field is often calculated from the plasma velocity via $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$. MFR returns both a normal and a velocity of the discontinuity. An alternative approach is shown in Khrabrov and Sonnerup [1998a].

Minimum Massflow Residue Analysis. MMR is based on conservation of mass across the discontinuity and does not require any information about the magnetic field across the boundary. MMR can provide both orientation and velocity of a discontinuity. Since MMR relies on mass density, the presence of heavy ions can be a problem if the plasma measurements do not resolve composition. Likewise, the presence of cold ions with energies below the effective instrument energy threshold will lead to an underestimate of the density.

A2. Combining Information From More Methods or More Spacecraft

Results from two or more of the above residue methods can be combined to produce a single estimation of the orientation and velocity. This is done by adding a set of suitable weighted and normalized covariance matrices (Q matrices; see equation) and then calculate the eigenvalues and eigenvectors of the combined matrix. The weighting and normalization of the individual Q matrix is not unique, but it is often desirable to put more emphasis on results where the eigenvalues are well separated.

A composite matrix with weights, w_k for each method, can thus be expressed

$$Q_{\text{COM}_{ij}} = \sum_{k=1}^{k=K} w^{(k)} Q_{ij}^{(k)} \quad (\text{A5})$$

The composite normal of the discontinuity is then the eigenvector \vec{x}_3 corresponding to the smallest eigenvalue, λ_3 .

Similarly, a composite velocity of the discontinuity can be obtained

$$\vec{U}_{\text{COM}}^* = \sum_{k=1}^{k=K} w^{(k)} \vec{U}_k^* \quad (\text{A6})$$

The composite method thus utilizes all available data from a discontinuity and may reveal properties not immediately seen if only one of the methods were used.

As a variant of the composite method, one may also add Q matrices from different spacecraft or combine data vectors from more spacecraft in the above methods. This may be useful in cases where the discontinuity is thin, and only a handful of measurements are available from each spacecraft.

A3. Constrain the Variance Analysis

If one has some a priori knowledge about the type of discontinuity studied, it is often desirable to constrain the analysis so that this knowledge is taken into account. For example, ideal tangential discontinuities have no normal magnetic field or flow across, i.e., $B_N = 0$ and $V_N = 0$. One can then modify the covariance matrix, Q_{ij} , so that this property is always satisfied. To ensure $B_N = 0$, one has to do the analysis so that the predicted normal, \vec{N} , is perpendicular to the direction of the average magnetic field $\vec{e} = \langle \vec{B} \rangle / |\langle \vec{B} \rangle|$. The most convenient way to impose such constraints is to perform a double projection on the covariance matrix, i.e., replace the original covariance matrix with $Q'_{ij} = P_{ik} Q P_{nj}$ where the projection matrix is given by

$$P_{ij} = \Delta_{ij} - e_i e_j \quad (\text{A7})$$

The eigenvectors of the modified matrix, Q'_{ij} , now have a different meaning. Since we introduce a known quantity, the vector \vec{e} , the lowest eigenvalue will be zero, whereas its eigenvector $\vec{x}_3 = \vec{e}$. The eigenvector \vec{x}_2 , corresponding to the lowest, nonzero eigenvalue, will now be the normal predictor. Typically, constrained

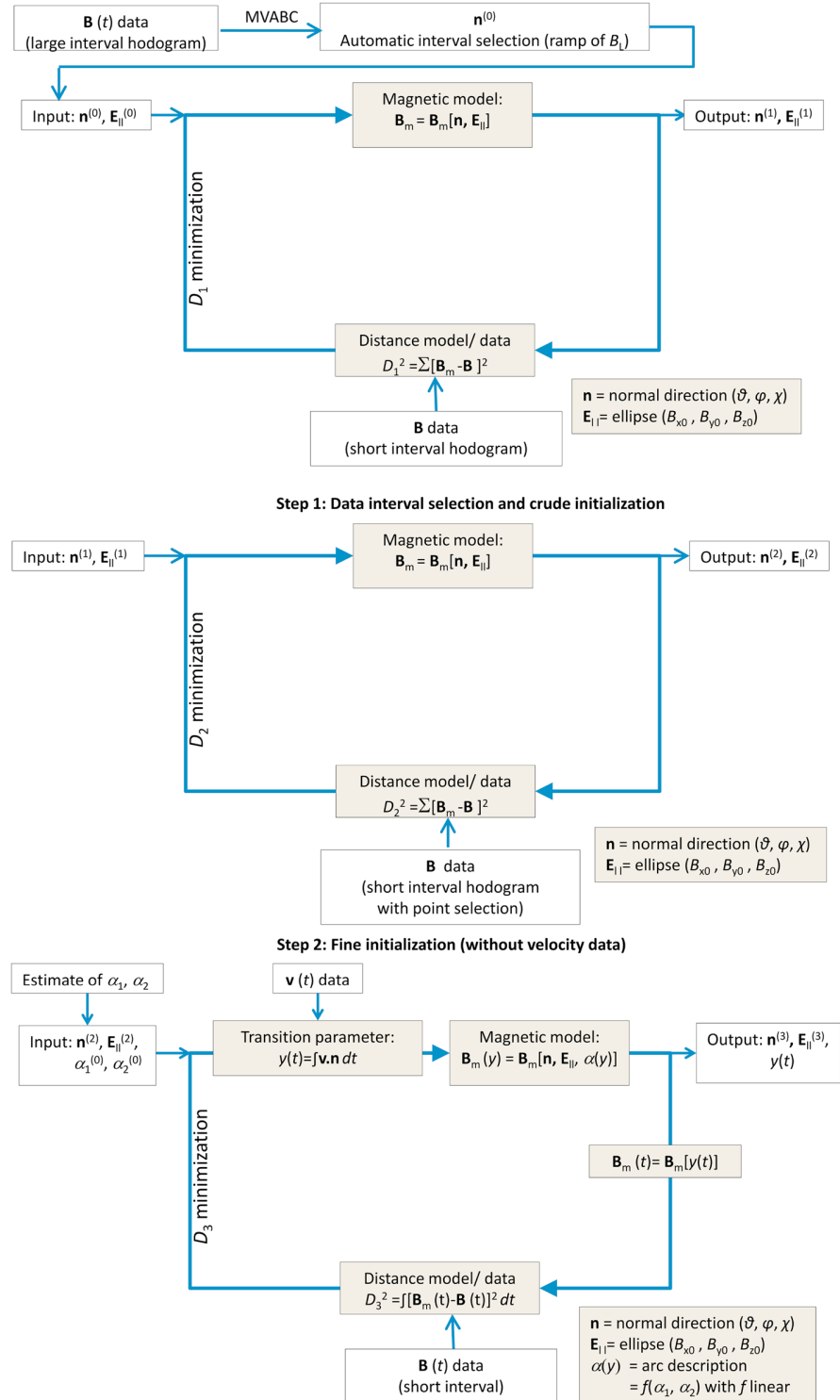


Figure B1. Algorithm used for the initialization of the BV method and the BV method itself. $\mathbf{E}_{||}$ stands here for the elliptical form that is determined at each step (characterized by B_{x0} , B_{y0} , and B_{z0}).

variance analysis will give more stable results, even for cases with a small normal component. As seen in section 3.2 it does not perform well for rotational discontinuities, though.

Appendix B: BV Method

The BV method consists of fitting an elliptical model to the magnetic field measured by the satellite. This model (B_{mx} , B_{my} , and B_{mz}) depends explicitly on space, and the way it is described in time therefore depends on the normal velocity.

$$B_{mx} = B_{x0} \cos \alpha \quad (B1)$$

$$B_{my} = B_{y0} \quad (B2)$$

$$B_{mz} = B_{z0} \sin \alpha \quad (B3)$$

with

$$\alpha = \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) y / y_{\max}, \quad (B4)$$

In these equations, B_{x0} and B_{z0} are the magnitudes of the major and minor axes of the elliptical model and α is the parameter that defines how this ellipse is described. B_{y0} is the normal field. The normal coordinate y is calculated as the integral with respect to time of the measured velocity projected on the normal direction, and y_{\max} is the value of this integral on the whole crossing. The correct frame (and so the normal direction necessary for this projection) is a parameter of the fit, like B_{x0} , B_{y0} , B_{z0} , α_1 , and α_2 . The distance between the fit and the measured magnetic field is minimized by a numerical algorithm, with respect to all these eight parameters, giving at the end of the process a normal direction, a coordinate along this normal, and an accurate fit of the magnetic field. A careful initialization is necessary. The algorithm used for initialization and the BV method itself is summarized in Figure B1 and explained in full detail in Dorville *et al.* [2014a].

The main assumptions of the method, in addition to the elliptical shape of the field, are the facts that α is supposed to be a linear function of the position along the normal direction and that the shape of y can be obtained by integrating the normal velocity, meaning that the flow across the boundary is assumed negligible with respect to the boundary velocity in the spacecraft frame (if this flow is not negligible, the normal can also be correct at the condition that it is approximately constant). Under these assumptions, the BV method works all the better since the couples of normal components (B_N , and V_N) have more distinguishable profiles as compared to the similar couples on the other components. This is actually a much weaker condition than the one of the usual MVAB method, which implies that the profile of B_N alone can be distinguished from the profiles of the other components of \mathbf{B} .

Acknowledgments

The authors would like to thank the Cluster Active Archive and all Cluster instruments teams for their work on Cluster data. All the data used for this paper can be downloaded on the Cluster Active Archive website: <http://www.cosmos.esa.int/web/csa/access>. The reader can contact Nicolas Dorville (nicolas.dorville@lpp.polytechnique.fr) for more information on the list of magnetopause crossings studied.

Yuming Wang thanks the reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

- Anekallu, C. R., M. Palmroth, H. E. J. Koskinen, E. Lucek, and I. Dandouras (2013), Spatial variation of energy conversion at the Earth's magnetopause: Statistics from Cluster observations, *J. Geophys. Res. Space Physics*, *118*, 1948–1959, doi:10.1002/jgra.50233.
- Balogh, A., M. W. Dunlop, S. W. H. Cowley, D. J. Southwood, J. G. Thomlinson, and the Cluster magnetometer team (1997), The Cluster magnetic field investigation, *Space Sci. Rev.*, *79*, 65–91.
- Berchem, J., and C. T. Russell (1982), Magnetic field rotation through the magnetopause: ISEE 1 and 2 observations, *J. Geophys. Res.*, *87*, 8139–8148, doi:10.1029/JA087iA10p08139.
- Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, N. Aunai, and A. Retinó (2014a), BV technique for investigating 1-D interfaces, *J. Geophys. Res. Space Physics*, *119*, 1709–1720, doi:10.1002/2013JA018926.
- Dorville, N., G. Belmont, L. Rezeau, R. Grappin, and A. Retinó (2014b), Rotational/compressional nature of the magnetopause: Application of the BV technique on a magnetopause case study, *J. Geophys. Res. Space Physics*, *119*, 1898–1908, doi:10.1002/2013JA018927.
- Dunlop, M. W., A. Balogh, and K.-H. Glassmeier (2002), Four-point Cluster application of magnetic field analysis tools: The discontinuity analyzer, *J. Geophys. Res.*, *107*(A11), 1385, doi:10.1029/2001JA005089.
- Haaland, S., et al. (2004), Four-spacecraft determination of magnetopause orientation, motion and thickness: Comparison with results from single-spacecraft methods, *Ann. Geophys.*, *22*, 1347–1365.
- Haaland, S., and J. Gjerloev (2013), On the relation between asymmetries in the ring current and magnetopause current, *J. Geophys. Res. Space Physics*, *118*, 7593–7604, doi:10.1002/2013JA019345.
- Khrabrov, A. V., and B. U. Ö. Sonnerup (1998a), Orientation and motion of current layers: Minimization of the Faraday residue, *Geophys. Res. Lett.*, *25*(13), 2373–2376, doi:10.1029/98GL51784.

- Khrabrov, A. V., and B. U. Ö. Sonnerup (1998b), DeHoffmann-Teller analysis, in *Analysis Methods for Multispacecraft Data*, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, pp. 187–196, SR-001 in ISSI Scientific Reports, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Lockwood, M., and M. A. Hapgood (1997), How the magnetopause transition parameter works, *Geophys. Res. Lett.*, *24*, 373–376.
- Panov, E. V., A. V. Artemyev, R. Nakamura, and W. Baumjohann (2011), Two types of tangential magnetopause current sheets: Cluster observations and theory, *J. Geophys. Res.*, *116*, A12204, doi:10.1029/2011JA016860.
- Rème, H., et al. (1997), The Cluster Ion Spectrometry (CIS) experiment, *Space Sci. Rev.*, *79*, 303–350.
- Sonnerup, B. U., and L. J. Cahill Jr. (1967), Magnetopause structure and attitude from Explorer 12 observations, *J. Geophys. Res.*, *72*(1), 171–183, doi:10.1029/JZ072i001p00171.
- Sonnerup, B. U. Ö., and M. Scheible (1998), Minimum and Maximum Variance Analysis, in *Analysis Methods for Multispacecraft Data*, edited by G. Paschmann and P. W. Daly, pp. 187–196, SR-001 in ISSI Scientific Reports, ESA Publ. Div., Noordwijk, Netherlands.
- Sonnerup, B. U. Ö., S. Haaland, G. Paschmann, M. W. Dunlop, H. Rème, and A. Balogh (2006), Orientation and motion of a plasma discontinuity from single-spacecraft measurements: Generic residue analysis of Cluster data, *J. Geophys. Res.*, *111*, A05203, doi:10.1029/2005JA011538.

Bibliographie

- [André *et al.* 2004] M. André, A. Vaivads, S. C. Buchert, A. N. Fazakerley et A. Laffi. *Thin electron-scale layers at the magnetopause*. Geophysical Research letters, vol. 31, page 3803, Février 2004. [20](#)
- [Anekallu *et al.* 2013] C. R. Anekallu, M. Palmroth, H. E. J. Koskinen, E. Lucek et I. Dandouras. *Spatial variation of energy conversion at the Earth's magnetopause : Statistics from Cluster observations*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 118, pages 1948–1959, Mai 2013. [61](#)
- [Aunai *et al.* 2013a] N. Aunai, M. Hesse, S. Zenitani, M. Kuznetsova, C. Black, R. Evans et R. Smets. *Comparison between hybrid and fully kinetic models of asymmetric magnetic reconnection : Coplanar and guide field configurations*. Physics of Plasmas, vol. 20, no. 2, page 022902, Février 2013. [51](#)
- [Aunai *et al.* 2013b] Nicolas Aunai, Gerard Belmont et Roch Smets. *First demonstration of an asymmetric kinetic equilibrium for a thin current sheet*. Physics of Plasmas (1994-present), vol. 20, no. 11, pages –, 2013. [104](#), [110](#)
- [Balogh *et al.* 1997] A. Balogh, M. W. Dunlop, S. W. H. Cowley, D. J. Southwood, J. G. Thomlinson, K. H. Glassmeier, G. Musmann, H. Luhr, S. Buchert, M. H. Acuna, D. H. Fairfield, J. A. Slavin, W. Riedler, K. Schwingenschuh et M. G. Kivelson. *The Cluster Magnetic Field Investigation*. Space Science reviews, vol. 79, pages 65–91, Janvier 1997. [35](#)
- [Belmont *et al.* 2012] G. Belmont, N. Aunai et R. Smets. *Kinetic equilibrium for an asymmetric tangential layer*. Physics of Plasmas, vol. 19, no. 2, page 022108, Février 2012. [22](#), [101](#), [107](#), [108](#), [110](#)
- [Belmont *et al.* 2013] Gerard Belmont, Roland Grappin, Fabrice Mottez, Filippo Pantellini et Guy Pelletier. *Collisionless plasmas in astrophysics*. Wiley, Hoboken, NJ, 2013. [7](#)
- [Berchem & Russell 1982] J. Berchem et C. T. Russell. *Magnetic field rotation through the magnetopause - ISEE 1 and 2 observations*. Journal of Geophysical Research, vol. 87, pages 8139–8148, Octobre 1982. [34](#)
- [Biermann 1951] L. Biermann. *Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung*. Zeitschrift für Astrophysik, vol. 29, page 274, 1951. [3](#)
- [Birn *et al.* 2001] J. Birn, J. F. Drake, M. A. Shay, B. N. Rogers, R. E. Denton, M. Hesse, M. Kuznetsova, Z. W. Ma, A. Bhattacharjee, A. Otto et P. L. Pritchett. *Geospace Environmental Modeling (GEM) magnetic reconnection challenge*. Journal of Geophysical Research, vol. 106, pages 3715–3720, Mars 2001. [110](#)
- [Bonetti *et al.* 1963] A. Bonetti, H. S. Bridge, A. J. Lazarus, B. Rossi et F. Scherb. *Explorer 10 Plasma Measurements*. Journal of Geophysical Research, vol. 68, page 4017, Juillet 1963. [16](#)

- [Cahill & Amazeen 1963] L. J. Cahill et P. G. Amazeen. *The Boundary of the Geomagnetic Field*. Journal of Geophysical Research, vol. 68, pages 1835–1843, Avril 1963. [16](#)
- [Channell 1976] Paul J. Channell. *Exact Vlasov-Maxwell equilibria with sheared magnetic fields*. Physics of Fluids (1958-1988), vol. 19, no. 10, 1976. [106](#), [111](#)
- [Chapman & Ferraro 1931] S. Chapman et V. C. A. Ferraro. *A new theory of magnetic storms*. Terr. Magn. Atmos. Electr, no. 36, 1931. [15](#)
- [Choe *et al.* 1973] J. Y. Choe, D. B. Beard et E. C. Sullivan. *Precise calculation of the magnetosphere surface for a tilted dipole*. Planetary and Space Science, vol. 21, pages 485–498, Mars 1973. [18](#)
- [Chou & Hau 2012] Y.-C. Chou et L.-N. Hau. *A statistical study of magnetopause structures : Tangential versus rotational discontinuities*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 117, page 8232, Août 2012. [15](#), [19](#), [52](#), [68](#)
- [Cooley & Tukey 1965] James W. Cooley et John W. Tukey. *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*. Math. Comput., vol. 19, pages 297–301, 1965. [126](#)
- [Cornilleau-Wehrlin *et al.* 2003] N. Cornilleau-Wehrlin, G. Chanteur, S. Perraut, L. Rezeau, P. Robert, A. Roux, C. de Villedary, P. Canu, M. Maksimovic, Y. de Conchy, D. H. C. Lacombe, F. Lefeuvre, M. Parrot, J. L. Pinçon, P. M. E. Décréau, C. C. Harvey, P. Louarn, O. Santolik, H. S. C. Alleyne, M. Roth, T. Chust, O. Le Contel et Staff Team. *First results obtained by the Cluster STAFF experiment*. Annales Geophysicae, vol. 21, pages 437–456, Février 2003. [45](#)
- [Cowley 1995] S. W. H. Cowley. *Theoretical Perspectives of the Magnetopause : A Tutorial Review*. Washington DC American Geophysical Union Geophysical Monograph Series, vol. 90, page 29, 1995. [19](#)
- [Daughton 1999] William Daughton. *The unstable eigenmodes of a neutral sheet*. Physics of Plasmas (1994-present), vol. 6, no. 4, 1999. [105](#)
- [De Keyser & Roth 2003] J. De Keyser et M. Roth. *Structural analysis of periodic surface waves on the magnetospheric boundary*. Planetary and Space Science, vol. 51, pages 757–768, Octobre 2003. [19](#)
- [De Keyser 2005] J. De Keyser. *The Earth's Magnetopause : Reconstruction of Motion and Structure*. Space Science Reviews, vol. 121, pages 225–235, Novembre 2005. [32](#), [91](#)
- [Dorville *et al.* 2014a] N. Dorville, G. Belmont, L. Rezeau, N. Aunai et A. Retinò. *BV technique for investigating 1-D interfaces*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 119, pages 1709–1720, Mars 2014. [25](#), [33](#), [49](#), [141](#), [151](#)
- [Dorville *et al.* 2014b] N. Dorville, G. Belmont, L. Rezeau, R. Grappin et A. Retinò. *Rotational/compressional nature of the magnetopause : Application of the BV*

- technique on a magnetopause case study*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 119, pages 1898–1908, Mars 2014. [46](#), [67](#), [77](#), [86](#), [92](#), [96](#), [141](#), [151](#)
- [Dorville *et al.* 2015] N. Dorville, S. Haaland, C. Anekallu, G. Belmont et L. Rezeau. *Magnetopause orientation : Comparison between generic residue analysis and BV method*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 120, pages 3366–3379, Mai 2015. [49](#), [56](#), [141](#), [151](#)
- [Dungey 1962] J. W. Dungey. *The interplanetary magnetic field and the auroral zones*. Rapport technique, 1962. [15](#)
- [Escoubet *et al.* 1997] C. P. Escoubet, R. Schmidt et M. L. Goldstein. *Cluster - Science and Mission Overview*. Space Science Reviews, vol. 79, pages 11–32, Janvier 1997. [17](#)
- [Escoubet *et al.* 2001] C. P. Escoubet, M. Fehringer et M. Goldstein. *Introduction The Cluster mission*. Annales Geophysicae, vol. 19, pages 1197–1200, Octobre 2001. [16](#)
- [Foullon *et al.* 2008] C. Foullon, C. J. Farrugia, A. N. Fazakerley, C. J. Owen, F. T. Gratton et R. B. Torbert. *Evolution of Kelvin-Helmholtz activity on the dusk flank magnetopause*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 113, page 11203, Novembre 2008. [32](#)
- [Fredricks *et al.* 1970] R. W. Fredricks, G. M. Crook, C. F. Kennel et Scarf-F. L. Green I. M. *OGO 5 Observations of Electrostatic Turbulence in Bow Shock Magnetic Structures*. Journal of Geophysical Research, Space Physics, vol. 75, no. 19, Juillet 1970. [15](#)
- [Frey *et al.* 2003] H. U. Frey, T. D. Phan, S. A. Fuselier et S. B. Mende. *Continuous magnetic reconnection at Earth's magnetopause*. Nature, vol. 426, pages 533–537, Décembre 2003. [19](#)
- [Haaland & Gjerloev 2013] S. Haaland et J. Gjerloev. *On the relation between asymmetries in the ring current and magnetopause current*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 118, pages 7593–7604, Décembre 2013. [61](#)
- [Haaland *et al.* 2004] S. Haaland, B. Sonnerup, M. Dunlop, A. Balogh, E. Georgescu, H. Hasegawa, B. Klecker, G. Paschmann, P. Puhl-Quinn, H. Rème, H. Vaith et A. Vaivads. *Four-spacecraft determination of magnetopause orientation, motion and thickness : comparison with results from single-spacecraft methods*. Annales Geophysicae, vol. 22, pages 1347–1365, Avril 2004. [31](#), [57](#)
- [Haerendel *et al.* 1978] G. Haerendel, G. Paschmann, N. Sckopke et H. Rosenbauer. *The frontside boundary layer of the magnetosphere and the problem of reconnection*. Journal of Geophysical Research, vol. 83, pages 3195–3216, Juillet 1978. [16](#)
- [Hapgood & Bryant 1990] M. A. Hapgood et D. A. Bryant. *Re-ordered electron data in the low-latitude boundary layer*. Geophysical Research Letters, vol. 17, pages 2043–2046, Octobre 1990. [32](#)

- [Hapgood & Bryant 1992] M. A. Hapgood et D. A. Bryant. *Exploring the magnetospheric boundary layer*. In J. J. Hunt, editeur, *Study of the Solar-Terrestrial System*, volume 346 of *ESA Special Publication*, pages 133–138, Septembre 1992. 32, 141
- [Harris 1962] E.G. Harris. *On a plasma sheath separating regions of oppositely directed magnetic field*. Il Nuovo Cimento Series 10, vol. 23, no. 1, pages 115–121, 1962. 104
- [Hasegawa *et al.* 2004] H. Hasegawa, M. Fujimoto, T.-D. Phan, H. Rème, A. Balogh, M. W. Dunlop, C. Hashimoto et R. TanDokoro. *Transport of solar wind into Earth's magnetosphere through rolled-up Kelvin-Helmholtz vortices*. Nature, vol. 430, pages 755–758, Août 2004. 19
- [Heppner *et al.* 1967] J. P. Heppner, M. Sugiura, T. L. Skillman, B. G. Ledley et M. Campbell. *OGO-A Magnetic Field Observations*. Journal of Geophysical Research, vol. 72, page 5417, Novembre 1967. 16
- [Khrabrov & Sonnerup 1998] A. V. Khrabrov et B. U. Ö. Sonnerup. *Orientation and motion of current layers : minimization of the Faraday residue*. Geophysical Research Letters, vol. 25, pages 2373–2376, 1998. 29
- [Klimontovich 1966] Yu. L. Klimontovich. *The statistical theory of non equilibrium processes in a plasma*. Journal of Plasma Physics, vol. 3, no. 1, Février 1966. 7
- [Lee *et al.* 2000] L. C. Lee, B. H. Wu, J. K. Chao, C. H. Lin et Y. Li. *Formation of a compound slow shock-rotational discontinuity structure*. Journal of Geophysical Research, vol. 105, pages 13045–13054, Juin 2000. 77
- [Lockwood & Hapgood 1997] M. Lockwood et M. A. Hapgood. *How the magnetopause transition parameter works*. Geophysical Research Letters, vol. 24, pages 373–376, 1997. 32
- [Max & Lacoume 2004] Jacques Max et Jean-Louis Lacoume. *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. tome 1. , principes généraux et méthodes classiques. Enseignement de l'électronique. Masson, Paris, Milan, Barcelone, 2004. 129
- [Mead & Beard 1964] G. D. Mead et D. B. Beard. *Shape of the Geomagnetic Field Solar Wind Boundary*. Journal of Geophysical Research, vol. 69, pages 1169–1179, Avril 1964. 18
- [Mottez 2003] F. Mottez. *Exact nonlinear analytic Vlasov-Maxwell tangential equilibria with arbitrary density and temperature profiles*. Physic of Plasmas, vol. 10, no. 6, pages 1541–1545, 2003. 107
- [Ness *et al.* 1964] N. F. Ness, C. S. Scarce et J. B. Seek. *Initial Results of the Imp 1 Magnetic Field Experiment*. Journal of Geophysical Research, vol. 69, pages 3531–3569, Septembre 1964. 16
- [Panov *et al.* 2011] E. V. Panov, A. V. Artemyev, R. Nakamura et W. Baumjohann. *Two types of tangential magnetopause current sheets : Cluster observations*

- and theory*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 116, page 12204, Décembre 2011. [34](#), [50](#), [52](#), [83](#), [84](#), [85](#), [88](#), [92](#)
- [Parker 1958] E. N. Parker. *Dynamics of the Interplanetary Gas and Magnetic Fields*. Astrophysical Journal, vol. 128, page 664, Novembre 1958. [3](#)
- [Paschmann & Daly 1998] G. Paschmann et P. W. Daly. *Analysis Methods for Multi-Spacecraft Data. ISSI Scientific Reports Series SR-001, ESA/ISSI, Vol. 1. ISBN 1608-280X, 1998*. ISSI Scientific Reports Series, vol. 1, 1998. [27](#), [30](#), [56](#), [99](#)
- [Paschmann & Daly 2008] G. Paschmann et P. W. Daly. Multi-Spacecraft Analysis Methods Revisited. Février 2008. [30](#)
- [Paschmann *et al.* 1979] G. Paschmann, I. Papamastorakis, N. Sckopke, G. Haerendel, B. U. O. Sonnerup, S. J. Bame, J. R. Asbridge, J. T. Gosling, C. T. Russel et R. C. Elphic. *Plasma acceleration at the earth's magnetopause - Evidence for reconnection*. Nature, vol. 282, pages 243–246, Novembre 1979. [16](#), [19](#)
- [Paschmann *et al.* 2005a] G. Paschmann, S. Haaland, B. U. Sonnerup, H. Hasegawa, E. Georgescu, B. Klecker, T. D. Phan, H. Rème et A. Vaivads. *Characteristics of the near-tail dawn magnetopause and boundary layer*. Ann. Geophys., vol. 23, no. 4, pages 1481–1497, 2005. [18](#)
- [Paschmann *et al.* 2005b] G. Paschmann, S. J. Schwartz, C. P. Escoubet et S. Haaland. Outer magnetospheric boundaries : Cluster results, edited by Paschmann *et al.* 2005. [19](#), [26](#)
- [Phan *et al.* 2000] T. D. Phan, L. M. Kistler, B. Klecker, G. Haerendel, G. Paschmann, B. U. Ö. Sonnerup, W. Baumjohann, M. B. Bavassano-Cattaneo, C. W. Carlson, A. M. DiLellis, K.-H. Fornacon, L. A. Frank, M. Fujimoto, E. Georgescu, S. Kokubun, E. Moebius, T. Mukai, M. Øieroset, W. R. Paterson et H. Rème. *Extended magnetic reconnection at the Earth's magnetopause from detection of bi-directional jets*. Nature, vol. 404, pages 848–850, Avril 2000. [19](#), [104](#)
- [Powell 1964] M. J. D. Powell. *An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives*. vol. 7, no. 2, pages 155–162, Juillet 1964. [36](#)
- [Rème *et al.* 1997] H. Rème, J. M. Bosqued, J. A. Sauvaud, A. Cros, J. Dandouras, C. Aoustin, J. Bouyssou, T. Camus, J. Cuvalo, C. Martz, J. L. Medale, H. Perrier, D. Romefort, J. Rouzaud, C. D'Uston, E. Mobius, K. Crocker, M. Granoff, L. M. Kistler, M. Popecki, D. Hovestadt, B. Klecker, G. Paschmann, M. Scholer, C. W. Carlson, D. W. Curtis, R. P. Lin, J. P. McFadden, V. Formisano, E. Amata, M. B. Bavassano-Cattaneo, P. Baldetti, G. Belucci, R. Bruno, G. Chionchio, A. di Lellis, E. G. Shelley, A. G. Ghielmetti, W. Lennartsson, A. Korth, H. Rosenbauer, R. Lundin, S. Olsen, G. K. Parks, M. McCarthy et H. Balsiger. *The Cluster Ion Spectrometry (cis) Experiment*. Space Science Reviews, vol. 79, pages 303–350, Janvier 1997. [40](#)

- [Roth *et al.* 1996] M. Roth, J. De Keyser et M.M. Kuznetsova. *Vlasov theory of the equilibrium structure of tangential discontinuities in space plasmas*. Space Science Reviews, vol. 76, no. 3-4, pages 251–317, 1996. 106
- [Russell *et al.* 1983] C. T. Russell, M. M. Mellott, E. J. Smith et J. H. King. *Multiple spacecraft observations of interplanetary shocks Four spacecraft determination of shock normals*. Journal of Geophysical Research, vol. 88, pages 4739–4748, Juin 1983. 31
- [Sahraoui *et al.* 2009] F. Sahraoui, M. L. Goldstein, P. Robert et Yu. V. Khotyaintsev. *Evidence of a Cascade and Dissipation of Solar-Wind Turbulence at the Electron Gyroscale*. Phys. Rev. Lett., vol. 102, page 231102, Jun 2009. 129
- [Shue *et al.* 1997] J.-H. Shue, J. K. Chao, H. C. Fu, C. T. Russell, P. Song, K. K. Khurana et H. J. Singer. *A new functional form to study the solar wind control of the magnetopause size and shape*. Journal of Geophysical Research, vol. 102, pages 9497–9512, Mai 1997. 18
- [Sibeck *et al.* 1991] D. G. Sibeck, R. E. Lopez et E. C. Roelof. *Solar wind control of the magnetopause shape, location, and motion*. Journal of Geophysical Research, vol. 96, pages 5489–5495, Avril 1991. 18
- [Sonett & Abrams 1963] C. P. Sonett et I. J. Abrams. *The Distant Geomagnetic Field, 3, Disorder and Shocks in the Magnetopause*. Journal of Geophysical Research, vol. 68, pages 1233–1263, Mars 1963. 16
- [Sonnerup & Ledley 1974] B. U. O. Sonnerup et B. G. Ledley. *Magnetopause rotational forms*. Journal of Geophysical Research, vol. 79, pages 4309–4314, Octobre 1974. 68
- [Sonnerup *et al.* 2006] B. U. Å.-. Sonnerup, S. Haaland, G. Paschmann, M. W. Dunlop, H. Rème et A. Balogh. *Orientation and motion of a plasma discontinuity from single-spacecraft measurements : Generic residue analysis of Cluster data*. Journal of Geophysical Research (Space Physics), vol. 111, page 5203, Mai 2006. 27, 29, 49
- [Tsyganenko 1989] N. A. Tsyganenko. *A solution of the Chapman-Ferraro problem for an ellipsoidal magnetopause*. Planetary and Space Science, vol. 37, pages 1037–1046, Septembre 1989. 18
- [Vaivads *et al.* 2004] A. Vaivads, M. André, S. C. Buchert, J.-E. Wahlund, A. N. Fazakerley et N. Cornilleau-Wehrin. *Cluster observations of lower hybrid turbulence within thin layers at the magnetopause*. Geophysical Research letters, vol. 31, page 3804, Février 2004. 19
- [Walthour *et al.* 1995] D. W. Walthour, B. U. O. Sonnerup et C. T. Russell. *Observation of a slow-mode shock in the dayside magnetopause reconnection layer*. Advances in Space Research, vol. 15, pages 501–506, 1995. 75
- [Whang *et al.* 1997] Y. C. Whang, D. Fairfield, E. J. Smith, R. P. Lepping, S. Kobun et Y. Saito. *Observations of double discontinuities in the magnetotail*. Geophysical Research letters, vol. 24, pages 3153–3156, 1997. 77

- [Whang *et al.* 1998] Y. C. Whang, J. Zhou, R. P. Lepping, A. Szabo, D. Fairfield, S. Kokubun, K. W. Ogilvie et R. Fitzenreiter. *Double discontinuity : A compound structure of slow shock and rotational discontinuity*. Journal of Geophysical Research, vol. 103, pages 6513–6520, Avril 1998. [77](#)

Résumé : La magnétopause terrestre est la frontière entre le vent solaire (comprimé par une onde de choc) et la magnétosphère de la Terre. Ce type de frontière fine et quasiment étanche se forme naturellement chaque fois que deux plasmas magnétisés se trouvent projetés l'un vers l'autre. Il se produit, dans ce cas comme dans beaucoup d'autres situations astrophysiques, dans un milieu sans collisions. À ce titre, la magnétopause terrestre, qui est accessible à de nombreuses mesures satellitaires in-situ, est exemplaire d'un type très général d'interfaces. Des phénomènes clefs, comme le transport du plasma à travers la frontière, le chauffage et l'accélération des particules chargées ou la reconnexion magnétique, ont lieu à ces interfaces. L'étude et la compréhension détaillées de telles frontières est donc critique pour comprendre la physique fondamentale des plasmas.

La magnétopause sépare deux régions de densités et de températures différentes. De plus, le champ magnétique de la magnétosphère et celui porté par le vent solaire n'ont ni la même direction ni la même intensité. On observe donc à la magnétopause une transition qui concerne à la fois la matière, avec deux plasmas qui s'interpénètrent, et les champs. Comment se combinent ces différents types de variations et quelle structure cela donne-t-il à la frontière ? Ce sont les questions que nous étudions dans ce manuscrit. Le cas le plus simple, où la frontière peut être considérée comme localement plane et stationnaire, sera la base de l'étude, mais on montrera aussi dans quelle mesure une frontière agitée par des instabilités et la reconnexion magnétique peut s'écarter de ces modèles les plus simples.

Dans la première partie de la thèse, nous effectuons une étude expérimentale de la magnétopause, en utilisant les données de la mission européenne Cluster. Nous montrons comment on peut combiner données magnétiques et ioniques pour obtenir une caractérisation de la normale à la frontière et une coordonnée le long de cette normale, et nous validons ce nouvel outil. Ensuite nous montrons que, lorsque le champ magnétique normal est non nul, la frontière peut former une succession de sous-couches portant séparément les variations de type rotationnelles et compressionnelles. Nous donnons des pistes sur la manière appropriée de les étudier en détail.

Dans la seconde partie de la thèse, nous développons un modèle théorique de structure d'équilibre 1-D stationnaire d'une couche de courant de type magnétopause. Cet équilibre est de type "cinétique", ce qui signifie qu'il est valable au niveau de la fonction de

distribution et pas seulement au niveau de ses premiers moments, densité, vitesse fluide et pression. Ceci est nécessaire dans un milieu sans collisions dès que les échelles caractéristiques du mouvement des particules, en particulier le rayon de Larmor, ne sont pas tout à fait négligeables vis-à-vis de l'épaisseur de la couche. Un tel équilibre est nécessaire pour initialiser les simulations numériques qui permettent de décrire de manière réaliste une frontière comme la magnétopause et d'étudier le développement d'instabilités telles que l'instabilité de déchirement (qui implique un phénomène de reconnexion).

Enfin, nous présentons un nouvel outil pour la construction des spectres et des phases de Fourier dans le cadre des études de turbulence dans les plasmas spatiaux. Mots clés : Physique des plasmas, Astrophysique, Magnétosphère, Magnétopause, Reconnexion magnétique, Cluster

Étude des couches frontières dans les plasmas : structure et
stabilité de la magnétopause terrestre/Boundary layers in
plasmas : structure and stability of the Terrestrial magnetopause

Abstract : The terrestrial magnetopause is the boundary between the solar wind (compressed by a shock) and the terrestrial magnetosphere. This kind of thin and nearly impenetrable boundary naturally forms each time two magnetized plasmas are pushed one toward another. It happens here, like for several astrophysical situations, in a collisionless medium. For these reasons, the terrestrial magnetopause, accessible experimentally with a lot of satellite missions, is representative of a very general type of interfaces. Key phenomena like plasma transport across the boundary, heating and acceleration of charged particles or magnetic reconnection, take place at these interfaces. Therefore, studying and deeply understanding such kind of boundary is critical to understand the fundamental plasma physics. The terrestrial magnetopause is the boundary between two plasmas of different densities and temperatures. The magnetic fields of the magnetosphere and the solar wind have also different directions and intensities. The transition observed at the magnetopause therefore concerns matter, with two interpenetrating plasmas, and fields. How do these different kinds of variations combine and what structure does it give to the boundary? These are the questions we study in this work. The simplest case, when the boundary can be considered locally as a plane and is stationary, will be the basis of the study, but we will also show how a boundary shaken by instabilities and magnetic reconnection can deviate from these simple models. In the first part of the thesis, we show an experimental study of the magnetopause using the data from the European Cluster mission. We show how to combine magnetic and ion data to obtain a characterization of the normal direction to the boundary and a coordinate along this normal, and validate this new tool. Then, we show that when the normal magnetic field is nonzero, the boundary can be a succession of small layers bearing separately the rotational and compressional variations. We give clues on the good way to study these in detail. In the second part of the thesis, we develop a theoretical model of the structure as a 1D-stationary equilibrium of a current layer like the magnetopause. This equilibrium is a kinetical one, that means it is valid for the distribution function, and not only its first moments like density, fluid velocity, and pressure. This is necessary in a collisionless medium as soon as the characteristic scale of the particle motion, particularly the Larmor radius, is not negligible with respect to the thickness of the layer. Such kinds of equilibria are necessary to initialize the numerical simulations that are used to study the magnetopause and the instabilities that can happen at the boundary like the tearing instability (which implies reconnection). Finally, we present a new tool for building Fourier spectra and phases for space plasma

turbulence studies. Keywords : Plasma physics, Astrophysics, Magnetosphere, Magnetopause, Magnetic reconnection, Cluster
